



FABIO DALMAZZO SANCHES

Identificação Simultânea de Desbalanceamento e Empeno de Eixo em Rotores através de Análise de Correlações

63/2015

**CAMPINAS
2015**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

FABIO DALMAZZO SANCHES

Identificação Simultânea de Desbalanceamento e Empeno de Eixo em Rotores através de Análise de Correlações

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Doutor(a) em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO FABIO DALMAZZO SANCHES E ORIENTADA PELO PROF. DR. ROBSON PEDERIVA

A handwritten signature in blue ink, consisting of stylized, cursive letters, positioned above a horizontal dotted line.

ASSINATURA DO ORIENTADOR

**CAMPINAS
2015**

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

SA55i Sanches, Fabio Dalmazzo, 1975-
Identificação simultânea de desbalanceamento e empeno de eixo em rotores através de análise de correlações / Fabio Dalmazzo Sanches. – Campinas, SP : [s.n.], 2015.

Orientador: Robson Pederiva.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Rotores - Dinâmica. 2. Identificação de sistemas. 3. Localização de falhas (Engenharia). I. Pederiva, Robson, 1957-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Simultaneous identification of unbalance and shaft bow in rotors by means of correlation analysis

Palavras-chave em inglês:

Rotors - Dynamics

System identification

Faults location (Engineering)

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Robson Pederiva [Orientador]

Katia Lucchesi Cavalca Dediní

Milton Dias Júnior

João Bosco da Silva

Valder Steffen Júnior

Data de defesa: 14-07-2015

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS**

TESE DE DOUTORADO

**Identificação Simultânea de
Desbalanceamento e Empeno de Eixo em
Rotores através de Análise de Correlações**

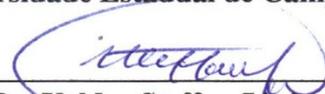
Autor: Fabio Dalmazzo Sanches

Orientador: Robson Pederiva

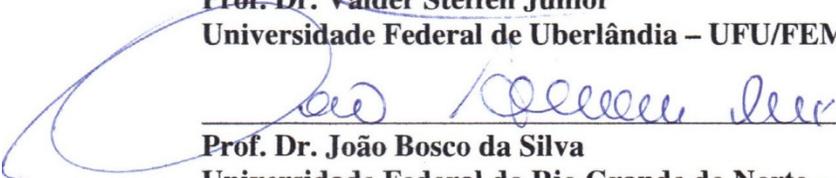
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:



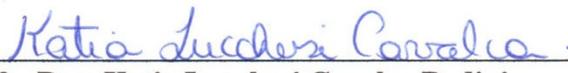
Prof. Dr. Robson Pederiva, Presidente
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM/DSI



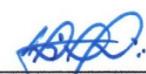
Prof. Dr. Valder Steffen Júnior
Universidade Federal de Uberlândia – UFU/FEMEC



Prof. Dr. João Bosco da Silva
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN/DEM



Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM/DSI



Prof. Dr. Milton Dias Júnior
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM/DSI

Campinas, 14 de julho de 2015.

Dedico este trabalho à Fabiana, que sempre acreditou em mim. Seu carinho, paciência, compreensão e dedicação foram fundamentais durante essa longa caminhada de aprendizado e me fizeram mais forte.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser finalizado sem a ajuda de muitas pessoas e às quais faço meus sinceros agradecimentos:

Ao professor Robson Pederiva, por sua orientação, amizade, incentivo, paciência e por ter me dado a chance de retornar à universidade depois de alguns anos de formado. Obrigado por acreditar em mim nesses longos anos de convivência e aprendizado.

Ao apoio de meus pais Hélio e Nerli e de meus irmãos Fernando e Alessandra nesse projeto de mudança profissional.

Aos amigos Jakerson Gevinski e Alexandre Buenos pela acolhida no meu retorno à Campinas e bons momentos nos finais de semana, que sempre eram acompanhados por churrasco e boas conversas.

Aos companheiros de jornada Ederson Andreatta, André Suetti, Marcus Varanis, Henrique Leandro, Diego Martins, Pedro Grego, Clodoaldo Chagas e Marcos Albuquerque por tantas conversas, amizade e valiosas discussões.

Aos amigos “do laboratório do prof. Milton” Fábio Menegatti, Hugo Miyasato e Vinícius Simionatto pelos anos de amizade e boas discussões.

Ao DEM-UFRN por ter me liberado para conclusão do doutorado

Aos técnicos da oficina mecânica Ferreira, Maurício e Mauro. Sem vocês seria impossível a execução e montagem das bancadas experimentais.

Ao Prof. Roberto Bezerra do DEM/UFC por ter aberto a oportunidade de fazer parte da pós-graduação da UNICAMP.

Ao Prof. Aldemir Cavalini da Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU pela sua preciosa ajuda com o método de Evolução Diferencial.

Aos meus tios Celso e João Carlos, pela acolhida e começo de toda essa caminhada. Vocês me proporcionaram recomeçar profissionalmente.

Ao Daniel Razzo pela amizade e longas conversas.

À CAPES, pelos dois anos e meio de bolsa de doutorado.

À CPG-FEM, por ter me religado ao programa de pós-graduação, possibilitando o término deste trabalho.

Agradeço finalmente e, principalmente, a Deus pelo dom da vida e pela possibilidade de trabalhar e realizar os sonhos e projetos de vida.

*“... Mas a transformação só acontece pelo poder do fogo.
Milho de pipoca que não passa pelo fogo continua a ser
milho de pipoca, para sempre. Assim acontece com a gente.
As grandes transformações acontecem quando passamos pelo fogo.
Quem não passa pelo fogo fica do mesmo jeito, a vida inteira”.*
(Rubem Alves)

Resumo

Este trabalho aborda a identificação simultânea do desbalanceamento e empeno de eixo em rotores a partir do modelo matemático tanto do rotor como das falhas estudadas. Esses dois fenômenos são síncronos à rotação do rotor e, por isso, difíceis de serem separados um do outro. A partir do modelo do rotor representado na forma de espaço de estados, é possível aplicar a definição de matrizes de correlações de modo a gerar um algoritmo que correlaciona os parâmetros de falhas com as respostas do sistema, possibilitando que as falhas sejam identificadas tanto em magnitude como em localização. O estimador é baseado na equação matricial de Lyapunov. Como o número de respostas medidas é inferior ao total de graus de liberdade do rotor, um sistema auxiliar (filtro) é necessário para gerar correlações adicionais que possibilitem a identificação das falhas em estudo. Transformações de coordenadas através da matriz de observabilidade são necessárias para descrever o sistema através das poucas respostas medidas do rotor. Como um modelo matemático confiável é essencial para o sucesso da identificação, grandezas desconhecidas tais como: parâmetros de mancal, rigidez angular do acoplamento e amortecimento do sistema foram identificados através de otimização pelo método Evolução Diferencial, comparando-se as funções de resposta em frequência (FRF's) medidas e simuladas. Técnicas de redução de ordem do modelo ajustado do rotor foram empregadas de modo a reduzir o esforço computacional na determinação da matriz de observabilidade, possibilitando o uso de um filtro de ordem reduzida. Os estudos ocorrem de forma numérica e experimental para dois tipos de rotores: Laval e dois discos. Simulações mostram como o empeno de eixo altera a dinâmica dos rotores quando comparadas com as respostas ao desbalanceamento puro. Na presença do empeno, várias configurações de desbalanceamento foram simuladas e posteriormente introduzidas nas bancadas experimentais. O algoritmo de identificação se mostrou robusto na caracterização dessas duas falhas e o método contribui com o estado da arte na área de detecção de falhas.

Palavras Chave: dinâmica de rotores, identificação de falhas, análise de correlações, desbalanceamento, empeno de eixo.

Abstract

This work is about simultaneous unbalance and shaft bow identification in rotor using the mathematical model of both the rotor and the studied failures. These two phenomena are synchronous with the rotation of the rotor, causing difficulties in separating them from each other. From the rotor model represented in state space form, it is possible to use the definition of correlation matrix in order to generate an algorithm that correlates the fault parameters with the system responses, enabling the faults to be identified in amplitude and phase. The estimator comes from the Lyapunov matrix equation. As the number of measured available responses are lower than total number of rotor degrees of freedom, an auxiliary system (filter) is required to generate additional correlations that enable the studied faults identification. Coordinate transformations through the observability matrix are necessary to describe the system by means of some few measured outputs. As a reliable mathematical model is essential for the success of the identification process, unknown parameters such as: bearing coefficients, coupling angular stiffness and damping systems were identified using the Differential Evolution optimization technique in which the experimental and simulated frequency response functions (FRF's) were compared and adjusted. Model order reduction techniques were used on the updated rotor model to reduce computational costs in determining the observability matrix, which allows the usage of a lower filter order. The studies were performed numerically and experimentally for two different test rigs: Laval rotor and two disc rotor. Simulations show the shaft bow changes the dynamic behavior of the rotor when compared to the pure unbalanced rotor responses. In the presence of bow, various unbalance configurations were simulated and thereafter introduced in the test rigs. The identification algorithm showed robustness in identifying these two faults and this method contributes with the state of the art in the field of faults identification.

Key Words: rotor dynamics, faults identification, correlation analysis, unbalance, shaft bow

Lista de Figuras

Figura 3.1: Elemento finito de eixo.....	26
Figura 3.2: Rigidez e amortecimento de mancal	29
Figura 3.3: Representação do desbalanceamento	31
Figura 3.4: Representação do empeno residual	32
Figura 5.1: Representação esquemática do sistema filtro.....	54
Figura 6.1: Rotor Laval	60
Figura 6.2: Representação do disco e bucha de fixação.....	61
Figura 6.3: Acoplamento de neoprene [mm].....	62
Figura 6.4: Inversor de frequência.....	62
Figura 6.5: Limitador de vibração	63
Figura 6.6: Representação dos nós no modelo de elementos finitos (mm)	63
Figura 6.7: FRF direção horizontal – acelerômetro no nó #4.....	67
Figura 6.8: FRF direção vertical - acelerômetro no nó #7.....	68
Figura 6.9: Diagrama de Campbell rotor Laval ajustado	68
Figura 6.10: Rotor dois discos.....	69
Figura 6.11: Modelo de acoplamento do disco ao eixo (Lalanne e Ferraris, 1990)	70
Figura 6.12: Representação dos nós rotor 2 discos - dimensões em mm	70
Figura 6.13: Diagrama de Campbell – rotor 2 discos.....	73
Figura 6.14: FRF direção horizontal - excitação disco 1, leitura disco 1	74
Figura 6.15: FRF direção vertical - excitação disco 2, leitura disco 1	74
Figura 7.1: Dispositivo de <i>trigger</i> da bancada experimental	76
Figura 7.2: Resposta ao desbalanceamento - direção horizontal, nó #6.....	78
Figura 7.3: Fase da resposta ao desbalanceamento - direção horizontal, nó #6.....	78

Figura 7.4:Resposta ao desbalanceamento - direção vertical, nó #6.....	79
Figura 7.5: Fase da resposta ao desbalanceamento - direção vertical, nó #6	79
Figura 7.6: Perfil de empeno de eixo - rotor Laval	81
Figura 7.7: Resposta ao empeno - direção horizontal, nó #6	81
Figura 7.8: Fase da resposta ao empeno - direção horizontal, nó #6.....	82
Figura 7.9: Resposta ao empeno da bancada - direção vertical, nó #6.....	82
Figura 7.10: Fase da resposta ao empeno da bancada - direção vertical, nó #6.....	83
Figura 7.11: Comparação respostas do rotor Laval - direção horizontal, nó #6.....	84
Figura 7.12: Comparação de fases de resposta com desbalanceamento e empeno em fase - direção horizontal, nó #6	85
Figura 7.13: Comparação respostas do rotor Laval - direção vertical, nó #6.....	85
Figura 7.14: Comparação de fases de resposta com desbalanceamento e empeno em fase - direção vertical, nó #6	86
Figura 7.15: Respostas desbalanceamento 0° e empeno +60° - direção horizontal, nó #6... 87	
Figura 7.16: Fases desbalanceamento 0° e empeno +60° - direção horizontal, nó #6.....	88
Figura 7.17: Respostas desbalanceamento 0° e empeno +60° - direção vertical, nó #6.....	88
Figura 7.18: Fases desbalanceamento 0° e empeno +60° - direção vertical, nó #6.....	89
Figura 7.19: Resposta com desbalanceamento e empeno em oposição de fase - direção horizontal (escala linear), nó #6	90
Figura 7.20: Fase desbalanceamento 0° e empeno @ 180° - direção horizontal, nó #6.....	91
Figura 7.21: Resposta com desbalanceamento e empeno em oposição de fase - direção vertical (escala dB), nó #6	91
Figura 7.22: Fase desbalanceamento 0° e empeno @ 180° - direção vertical, nó #6.....	92
Figura 7.23: Comparação respostas desbalanceamento e empeno em oposição de fase – direção horizontal, nó #6	93

Figura 7.24: Comparação fases desbalanceamento e empeno em oposição de fases – direção horizontal, nó #6	93
Figura 7.25: Resposta com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno dobrado - direção horizontal (escala linear), nó #6	94
Figura 7.26: Fase desbalanceamento 0° e empeno dobrado @ 180° – horizontal, nó #6.....	95
Figura 7.27: Resposta com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno dobrado - direção vertical (escala dB), nó #6	95
Figura 7.28: Fase desbalanceamento 0° e empeno dobrado @ 180° – vertical, nó #6	96
Figura 7.29: Comparação respostas com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno dobrado – direção horizontal, nó #6	97
Figura 7.30: Comparação fases com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno dobrado – direção horizontal, nó #6	97
Figura 7.31: Resposta desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno triplicado - direção horizontal (escala linear), nó #6	98
Figura 7.32: Fase desbalanceamento 0° e empeno triplicado @ 180° – horizontal, nó #6... 99	
Figura 7.33: Resposta com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno triplicado - direção vertical (escala dB), nó #6.....	99
Figura 7.34: Fase desbalanceamento 0° e empeno triplicado @ 180° – direção vertical, nó #6	100
Figura 7.35: Comparação respostas com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno triplicado – direção horizontal, nó #6	101
Figura 7.36: Comparação fases com desbalanceamento e empeno em oposição de fases, empeno triplicado – direção horizontal, nó #6	101
Figura 7.37: Resposta D1 – direção horizontal	103
Figura 7.38: Fase D1 - direção horizontal	104
Figura 7.39: Resposta D1 - direção vertical	104

Figura 7.40: Fase D1 - direção vertical	105
Figura 7.41: Resposta D2 - direção horizontal	106
Figura 7.42: Fase D2 - direção horizontal	106
Figura 7.43: Resposta D2 - direção vertical	107
Figura 7.44: Fase D2 - direção vertical	107
Figura 7.45: Resposta D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +30°	108
Figura 7.46: Fase D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +30°	109
Figura 7.47: Resposta D1 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°	109
Figura 7.48: Fase D1 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°	110
Figura 7.49: Resposta D2 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +30°	110
Figura 7.50: Fase D2 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +30°	111
Figura 7.51: Resposta D2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°	111
Figura 7.52: Fase D2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°	112
Figura 7.53: Resposta D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +90°	113
Figura 7.54: Fase D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +90°	113
Figura 7.55: Resposta D2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +90°	114
Figura 7.56: Fase D2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +90°	114
Figura 7.57: Resposta D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco2 @ 180°	115
Figura 7.58: Fase D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ 180°	116
Figura 7.59: Resposta disco 2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 180°	116
Figura 7.60: Fase D2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 180°	117
Figura 7.61: Perfil de empeno de eixo - rotor 2 discos.....	118
Figura 7.62: Resposta D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ 0°	119

Figura 7.63: Fase D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ 0°	119
Figura 7.64: Resposta D1 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 0°	120
Figura 7.65: Fase D1 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 0°	120
Figura 7.66: Resposta D2 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ 0°	121
Figura 7.67: Fase D2 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ 0°	121
Figura 7.68: Resposta D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 0°	122
Figura 7.69: Fase D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 0°	122
Figura 7.70: Resposta D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +30°	123
Figura 7.71: Fase D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +30°	124
Figura 7.72: Resposta D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°	124
Figura 7.73: Fase D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°	125
Figura 7.74: Resposta D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +90°	125
Figura 7.75: Fase D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +90°	126
Figura 7.76: Resposta D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +90°	126
Figura 7.77: Fase D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +90°	127
Figura 7.78: Resposta D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +180°	127

Figura 7.79: Fase D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +180°	128
Figura 7.80: Resposta D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +180°	128
Figura 7.81: Fase D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +180°	129
Figura 7.82: Resposta D1 com empeno em oposição de fase aos desbalanceamentos – direção horizontal (escala linear).....	130
Figura 7.83: Fase D1- empeno e desbalanceamentos em oposição de fase – direção horizontal.....	130
Figura 7.84: Resposta D2 com empeno em oposição de fase aos desbalanceamentos – direção vertical (escala dB)	131
Figura 7.85: Fase D2 - empeno e desbalanceamentos em oposição de fase – direção vertical	131
Figura 7.86: Resposta D1 - desbalanceamento disco 1 @ 0°, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° – direção horizontal.....	132
Figura 7.87: Fase D1 – desbalanceamento disco 1 @ 0°, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° – direção horizontal.....	133
Figura 7.88: Resposta D2 – desbalanceamento disco 1 @ 0°, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° – direção vertical.....	133
Figura 7.89: Fase D2 – desbalanceamento disco 1 @ 0°, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° – direção vertical.....	134
Figura 7.90: Resposta D1 – desbalanceamento disco 1 @ 0° com amplitude 5X maior, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° - direção horizontal.....	135
Figura 7.91: Fase D1 – desbalanceamento disco 1 @ 0° com amplitude 5X maior, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° - direção horizontal.....	135

Figura 7.92: Resposta D2 – desbalanceamento disco 1 @ 0° com amplitude 5X maior, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° - direção vertical.....	136
Figura 7.93: Fase D2 – desbalanceamento disco 1 @ 0° com amplitude 5X maior, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° - direção vertical.....	136
Figura 9.1: Transdutor de deslocamento <i>Contrinex</i>	159
Figura A.1: Fundamentação teórica do algoritmo DE.....	204
Figura B.1: FRF direção horizontal - acelerômetro no nó #2.....	208
Figura B.2: FRF direção vertical - acelerômetro no nó #2.....	209
Figura B.3: FRF direção horizontal - acelerômetro no nó #3.....	209
Figura B.4: FRF direção vertical - acelerômetro no nó #3.....	210
Figura B.5: FRF direção vertical - acelerômetro no nó #4.....	210
Figura B.6: FRF direção horizontal - acelerômetro no nó #5.....	211
Figura B.7: FRF direção vertical - acelerômetro no nó #5.....	211
Figura B.8: FRF direção horizontal - acelerômetro no nó #6.....	212
Figura B.9: FRF direção vertical - acelerômetro no nó #6.....	212
Figura B.10: FRF direção horizontal - acelerômetro no nó #7.....	213
Figura B.11: FRF direção horizontal - acelerômetro no nó #8.....	213
Figura B.12: FRF direção vertical - acelerômetro no nó #8.....	214
Figura B.13: FRF direção horizontal - acelerômetro no nó #9.....	214
Figura B.14: FRF direção vertical - acelerômetro no nó #9.....	215
Figura B.15: FRF direção horizontal - acelerômetro no nó #10.....	215
Figura B.16: FRF direção vertical - acelerômetro no nó #10.....	216

Figura B.17: FRF direção horizontal - excitação disco 1, leitura disco 2.....	216
Figura B.18: FRF direção vertical - excitação disco 1, leitura disco 1.....	217
Figura B.19: FRF direção vertical - excitação disco 1, leitura disco 2.....	217
Figura B.20: FRF direção horizontal - excitação disco 2, leitura disco 1.....	218
Figura B.21: FRF direção horizontal - excitação disco 2, leitura disco 2.....	218
Figura B.22: FRF direção vertical - excitação disco 2, leitura disco 2.....	219
Figura C.1: Comportamento sensor 1.....	220
Figura C.2: Curva de calibração sensor 1.....	221
Figura C.3: Comportamento sensor 2.....	222
Figura C.4: Curva de calibração sensor 2.....	222
Figura C.5: Comportamento sensor 3.....	223
Figura C.6: Curva de calibração sensor 3.....	223
Figura C.7: Comportamento sensor 4.....	224
Figura C.8: Curva de calibração sensor 4.....	224

Lista de Tabelas

Tabela 6.1: Propriedades do eixo	64
Tabela 6.2: Limites das variáveis de ajuste – rotor Laval	65
Tabela 6.3: Resultados do processo de otimização – rotor Laval	66
Tabela 6.4: Limites das variáveis de ajuste – rotor 2 discos	71
Tabela 6.5: Resultados do processo de otimização – rotor 2 discos.....	72
Tabela 7.1: Distribuição do empeno no eixo [μm] – rotor Laval	76
Tabela 7.2: Distribuição do empeno no eixo [μm] - rotor 2 discos.....	102
Tabela 8.1: Identificação numérica do desbalanceamento, sem ruído – redução de Guyan	145
Tabela 8.2: Identificação numérica do empeno, sem ruído – redução de Guyan.....	146
Tabela 8.3: Identificação numérica do desbalanceamento, com ruído aleatório de 6% - Guyan	146
Tabela 8.4: Identificação numérica do empeno, com ruído aleatório de 6% - Guyan	147
Tabela 8.5: Identificação numérica do desbalanceamento, sem ruído – redução SEREP..	148
Tabela 8.6: Identificação numérica do empeno, sem ruído – redução SEREP	149
Tabela 8.7: Identificação numérica do desbalanceamento, com ruído aleatório de 6% - SEREP	149
Tabela 8.8: Identificação numérica do empeno, com ruído aleatório de 6% - SEREP	150
Tabela 8.9: Casos simulados para o rotor 2 discos.....	151
Tabela 8.10: Identificação numérica dos desbalanceamentos, rotor 2 discos - Guyan	152
Tabela 8.11: Identificação numérica dos empenos, rotor 2 discos - Guyan.....	152
Tabela 8.12: Identificação numérica dos desbalanceamentos com ruído de 6%, rotor 2 discos - Guyan	153

Tabela 8.13: Identificação numérica dos empenos com ruído de 6%, rotor 2 discos - Guyan	154
Tabela 8.14: Identificação numérica dos desbalanceamentos, rotor 2 discos - SEREP.....	155
Tabela 8.15: Identificação numérica dos empenos, rotor 2 discos - SEREP.....	156
Tabela 8.16: Identificação numérica dos desbalanceamentos com ruído de 6%, rotor 2 discos - SEREP.....	156
Tabela 8.17: Identificação numérica dos empenos com ruído de 6%, rotor 2 discos - SEREP	157
Tabela 9.1: Identificação do desbalanceamento usando as 11 frequências de rotação: Laval - Guyan	162
Tabela 9.2: Identificação do desbalanceamento apenas com frequências abaixo da crítica: Laval - Guyan	163
Tabela 9.3: Identificação do desbalanceamento apenas com frequências acima da crítica: Laval - Guyan	163
Tabela 9.4: Identificação do desbalanceamento com uma frequência de rotação: 15 Hz - Laval - Guyan	163
Tabela 9.5: Identificação do desbalanceamento uma frequência de rotação: 23 Hz – Laval - Guyan	164
Tabela 9.6: Resultados usando as 11 frequências de rotação: Laval - SEREP	164
Tabela 9.7: Identificação do desbalanceamento apenas com frequências abaixo da crítica: Laval - SEREP.....	165
Tabela 9.8: Identificação do desbalanceamento apenas com frequências acima da crítica 23Hz: Laval - SEREP.....	165
Tabela 9.9: Identificação do desbalanceamento com uma frequência de rotação: 15 Hz - Laval - SEREP.....	165

Tabela 9.10: Identificação do desbalanceamento com uma frequência de rotação: 23 Hz - Laval - SEREP	166
Tabela 9.11: Identificação experimental do desbalanceamento: todas as rotações – Laval - Guyan	168
Tabela 9.12: Identificação experimental do desbalanceamento: rotações abaixo da crítica – Laval - Guyan	168
Tabela 9.13: Identificação experimental do desbalanceamento: rotações acima da crítica – Laval - Guyan	169
Tabela 9.14: Identificação experimental do empeno: todas as rotações – Laval - Guyan .	169
Tabela 9.15: Identificação experimental do empeno: rotações abaixo da crítica – Laval – Guyan	169
Tabela 9.16: Identificação experimental do empeno: rotações acima da crítica – Laval – Guyan	170
Tabela 9.17: Identificação experimental do desbalanceamento: todas as rotações – Laval – SEREP	171
Tabela 9.18: Identificação experimental do desbalanceamento: rotações abaixo da crítica – Laval – SEREP	171
Tabela 9.19: Identificação experimental do desbalanceamento: rotações acima da crítica – Laval – SEREP	172
Tabela 9.20: Identificação experimental do empeno: todas as rotações – Laval – SEREP	172
Tabela 9.21: Identificação experimental do empeno: rotações abaixo da crítica – Laval – SEREP	172
Tabela 9.22: Identificação experimental do empeno: rotações acima da crítica – Laval – SEREP	173
Tabela 9.23: Identificação experimental do empeno apenas com vibrações residuais - rotor Laval - Guyan	174

Tabela 9.24: Identificação experimental do empeno apenas com vibrações residuais - rotor Laval - SEREP	174
Tabela 9.25: Identificação dos desbalanceamentos com todas as rotações: rotor 2 discos - Guyan	176
Tabela 9.26: Identificação dos desbalanceamentos com todas rotações abaixo da crítica: rotor 2 discos - Guyan	177
Tabela 9.27: Identificação dos desbalanceamentos com todas rotações acima da crítica: rotor 2 discos - Guyan	177
Tabela 9.28: Identificação dos desbalanceamentos com todas as rotações: rotor 2 discos - SEREP	178
Tabela 9.29: Identificação dos desbalanceamentos com todas rotações abaixo da crítica: rotor 2 discos - SEREP	179
Tabela 9.30: Identificação dos desbalanceamentos com todas rotações acima da crítica: rotor 2 discos - SEREP	179
Tabela 9.31: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: todas as frequências, rotor 2 discos - Guyan	181
Tabela 9.32: Identificação do empeno de eixo com todas as frequências: rotor 2 discos - Guyan	181
Tabela 9.33: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: rotações abaixo da crítica, rotor 2 discos - Guyan.....	183
Tabela 9.34: Identificação do empeno de eixo com rotações abaixo da crítica: rotor 2 discos - Guyan	183
Tabela 9.35: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: rotações acima da crítica, rotor 2 discos - Guyan	184
Tabela 9.36: Identificação do empeno de eixo com rotações acima da crítica: rotor 2 discos - Guyan	184

Tabela 9.37: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: todas as frequências, rotor 2 discos - SEREP.....	186
Tabela 9.38: Identificação do empeno de eixo com todas as frequências: rotor 2 discos - SEREP	186
Tabela 9.39: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: rotações abaixo da crítica, rotor 2 discos - SEREP	187
Tabela 9.40: Identificação do empeno de eixo com rotações abaixo da crítica: rotor 2 discos - SEREP	187
Tabela 9.41: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: rotações acima da crítica, rotor 2 discos - SEREP.....	188
Tabela 9.42: Identificação do empeno de eixo com rotações acima da crítica: rotor 2 discos - SEREP.....	189
Tabela 9.43: Identificação experimental do empeno apenas com vibrações residuais - rotor 2 discos- Guyan	190
Tabela 9.44: Identificação experimental do empeno apenas com vibrações residuais - rotor 2 discos- SEREP.....	191
Tabela A.1: Esquemas de mutação do método DE.....	206

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

[**B**] – matriz de entrada referente ao empeno de eixo

[**G_e**] – matriz giroscópica do elemento de eixo

[**H**] – matriz de entrada referente ao desbalanceamento

[**I**] – matriz identidade

[**K**] – matriz de forças proporcionais ao deslocamento

[**K_e**] – matriz de rigidez do elemento de eixo

[**K_f**] – matriz de rigidez do elemento de eixo devido a uma força axial

[**M**] – matriz de massa

[**M_e**] – matriz de massa do elemento de eixo

[**M_s**] – matriz de inércia rotatória do elemento de eixo

[**P**] – matriz de forças proporcionais à velocidade

[**T**] – matriz de transformação de coordenadas

[**T̄**] – matriz de redução de coordenadas

{**n_b(t)**} - vetor de entrada devido ao empeno de eixo

{**n_u(t)**} - vetor de entrada devido ao desbalanceamento de disco

D - disco

E – módulo de Young [N/m²]

E_p – empeno de eixo na posição do disco

F – força [N]

F_o – força axial no elemento de eixo [N]

G – módulo de cisalhamento	[N/m ²]
L – comprimento do elemento de eixo	[m]
I – momento de inércia de área	[m ⁴]
I_d – momento de inércia diametral do disco	[kg.m ²]
I_{dy} – momento de inércia polar do disco em relação ao eixo axial	[kg.m ²]
S – área da seção transversal	[m ²]
j – coordenada complexa de valor igual a $\sqrt{-1}$	
k – rigidez do elemento de mancal	[N/m]
m – massa	[kg]
q – coordenada modal	
t - tempo	[s]
u – deslocamento na direção X	[m]
w – deslocamento na direção Z	[m]

Letras Gregas

$\{\xi(t)\}$ – vetor de deslocamentos	[m]
$\{\dot{\xi}(t)\}$ – vetor de velocidades	[m/s]
$\{\ddot{\xi}(t)\}$ – vetor de acelerações	[m/s ²]
$[\Phi]$ - matriz modal	
α – fase do empeno	[rad]
β – fase do desbalanceamento	[rad]
θ - rotação em torno de X	[rad]

δ – empeno de eixo	[m]
δ_d - delta de Dirac	
γ - vetor de deslocamentos nodais	[m]
ψ – rotação em torno de Z	[rad]
ω – frequência natural ou autovalor	[rad/s]
ν – coeficiente de Poisson	
ρ - massa por unidade de volume	[kg/m ³]
Ω – velocidade de rotação	[rad/s]
τ – instante de defasagem de tempo	[s]

Superescritos

T – transposição de matriz

red – redução de matriz e/ou vetor

Subscritos

G – redução por Guyan

b – empeno de eixo

d – disco

din – redução por condensação dinâmica

e – eixo

ex – sistema expandido

m – coordenadas ativas ou mantidas (*master*) do modelo matemático

n – normal ou com faltas residuais

s – coordenadas descartadas (*slave*) do modelo matemático

u – coordenada horizontal (X)

un – desbalanceamento de disco

w – coordenada vertical (Z)

Abreviações

DE – evolução diferencial (*Differential Evolution*)

FRF – função de resposta em frequência

GDL – grau de liberdade

MEF – método de elementos finitos

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos e Contribuições do Trabalho	4
1.1.1	Principais contribuições	4
1.2	Divisão da Tese.....	5
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1	Identificação do Desbalanceamento	9
2.2	Empeno de Eixo.....	14
2.3	Redução de Ordem de Modelo	18
2.4	Análise de Correlações	20
3.	MODELAGEM MATEMÁTICA.....	24
3.1	Rotor	24
3.2	Mancais	24
3.3	Estrutura de Suporte.....	25
3.4	Equação de Movimento	25
3.4.1	Elemento de eixo.....	26
3.4.2	Elemento de disco	28
3.4.3	Elemento de mancal	29
3.4.4	Elemento de fundação	30
3.4.5	Forças de desbalanceamento	30
3.4.6	Forças de empeno.....	31
4.	REDUÇÃO DE ORDEM DE MODELO	35

4.1	Aspectos Gerais	35
4.2	Métodos de Redução em Coordenadas Físicas	37
4.2.1	Condensação estática.....	37
4.2.2	Condensação dinâmica.....	39
4.2.3	IRS: <i>Improved Reduction System</i>	41
4.2.4	SEREP: <i>System Equivalent Reduction Expansion Process</i>	44
4.3	Seleção dos Graus de Liberdade Ativos	47
4.3.1	Critérios qualitativos	48
4.3.2	Critérios quantitativos	48
5.	EQUAÇÃO MATRICIAL DE LYAPUNOV	50
5.1	Redução do Número de Medidas Disponíveis.....	53
5.1.1	Observabilidade do sistema reduzido.....	56
6.	BANCADAS EXPERIMENTAIS	60
6.1	Rotor Laval	60
6.1.1	Descrição do modelo em elementos finitos.....	63
6.1.2	Ajuste do modelo matemático do rotor Laval.....	64
6.2	Rotor com dois discos.....	69
6.2.1	Modelo de elementos finitos	69
6.2.2	Ajuste do modelo matemático do rotor com dois discos	71
7.	ESTUDOS TEÓRICOS DO COMPORTAMENTO DOS ROTORES SUBMETIDOS A DESBALANCEAMENTO E EMPENO DE EIXO	75
7.1	Análise do Rotor Laval	75
7.1.1	Resposta ao desbalanceamento	77
7.1.2	Resposta ao empeno	80

7.1.3	Resposta ao desbalanceamento e empeno simultâneos.....	84
7.2	Análise do Rotor com Dois Discos.....	102
7.2.1	Resposta ao desbalanceamento	103
7.2.2	Resposta ao desbalanceamento e empeno simultâneos.....	117
8.	RESULTADOS DE IDENTIFICAÇÃO TEÓRICA	138
8.1	Algoritmo de Identificação	138
8.1.1	Obtenção da equação de identificação	139
8.2	Resultados Numéricos de Identificação de Falhas.....	143
8.2.1	Rotor Laval.....	144
8.2.2	Rotor com dois discos	150
9.	RESULTADOS DE IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL.....	159
9.1	Experimentos para o rotor Laval	160
9.1.1	Identificação do desbalanceamento.....	160
9.1.2	Identificação total: desbalanceamento e empeno simultâneos	167
9.2	Experimentos para o rotor com dois discos	175
9.2.1	Identificação do desbalanceamento.....	175
9.2.2	Identificação total: desbalanceamento e empeno simultâneos	180
10.	CONCLUSÕES.....	192
10.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	195
	REFERÊNCIAS.....	196
A.	Apêndice A – Otimização Heurística pelo Método da Evolução Diferencial..	204
B.	Apêndice B – Funções de Resposta em Frequência Usadas na Obtenção dos Parâmetros de Ajuste do Rotor.....	208
C.	Apêndice C – Curva de Calibração dos Sensores de Deslocamento.....	220

1. INTRODUÇÃO

A dinâmica de rotores é um campo bastante amplo de estudo e muitos tópicos giram em torno deste assunto: comportamento dinâmico, análise e identificação de falhas, análise de estabilidade, modelagem matemática, análise de mancais e fundações, controle, etc.

Pennacchi *et al.* (2006) apontam que, dentre os diversos tópicos de interesse na área de dinâmica de rotores, é muito subjetivo e difícil estabelecer uma classificação de importância entre eles. Entretanto, se fossem usados dois possíveis critérios, o primeiro sendo o critério econômico e o segundo o científico, a identificação de falhas é um dos mais importantes. De acordo com o critério econômico, a identificação precoce de possíveis falhas e estimativa de severidade desses problemas podem reduzir o tempo de parada da máquina para manutenção e aumentar o intervalo entre eles; estimativas da vida residual dos componentes podem ser geradas, bem como acidentes e falhas catastróficas podem ser evitadas. Do ponto de vista científico, muitos pesquisadores em diversos locais do mundo estudam o assunto e uma vasta literatura está disponível para consulta.

Bachschnid, Pennacchi e Vania (2002) reforçam que o processo de identificação de falhas ocorre através de relações de causalidade entre os sintomas medidos e as falhas, sendo essas relações obtidas através de duas abordagens distintas.

Na primeira delas, os sintomas são definidos através de informações qualitativas baseadas na experiência humana, criando uma base de conhecimento. Fazem parte dessas técnicas: sistemas especialistas, árvore de falhas, matrizes de falha, lógica Fuzzy, redes neurais artificiais. Markert, Platz e Seidler (2001) lembram que máquinas rotativas instaladas em parques de geração de energia são monitoradas por muitos sensores e que os sinais medidos por eles são usados para o diagnóstico da máquina, sendo a interpretação dos dados coletados dependente da experiência do analista. Essa abordagem é comum e apresenta bons resultados, porém não é utilizada toda a informação contida no sinal.

A segunda abordagem é quantitativa e é conhecida por detecção de falhas baseada em modelo. Neste caso, um modelo confiável do sistema ou do processo é usado para criar as

correlações falha-sintoma ou relações entrada-saída, (Bachschmid, Pennacchi e Vania, 2002). Esses métodos possuem diferentes tipos de aplicação e abordagem, que serão vistos no capítulo seguinte.

O diagnóstico de sistemas baseado em modelo, contrariamente ao monitoramento por sinais, usa toda a informação contida no sinal através do uso de modelos de uma máquina específica e de suas possíveis falhas, bem como é possível estabelecer um padrão de sinais medidos para a máquina considerada em boas condições (Markert, Platz e Seidler, 2001).

Os sistemas de monitoramento baseados em modelo fornecem informação mais precisa que os métodos qualitativos, já que informações sobre o rotor são incluídas no modelo e conseqüentemente usadas no processo de identificação. Dessa forma, o tipo, posição e severidade da(s) falha(s) pode(m) ser estimada(s) com confiança e, em muitos casos, sem parar a máquina (Markert, Platz e Seidler, 2001).

A identificação baseada em modelo deve utilizar modelos matemáticos confiáveis do rotor e das falhas. Tais modelos devem ser simples o suficiente para gerar diagnósticos rápidos, mas sendo precisos o suficiente para reproduzir o comportamento dinâmico do rotor, bem como as respostas medidas (Markert, Platz e Seidler, 2001).

Existe uma gama muito grande de falhas estudadas em máquinas rotativas: desbalanceamento, desalinhamento, empeno, trincas em eixo, falhas nos mancais, defeitos no motor, defeitos de engrenamento, etc. Da mesma forma, existem diversas abordagens matemáticas para identificar as falhas mencionadas (Lal e Tiwari, 2012).

O desbalanceamento é uma falha muito estudada por ser inevitável sua ocorrência, já que não existe montagem ou processo de fabricação perfeitos que assegurem a perfeita distribuição de massas no rotor. Mesmo que o rotor esteja perfeitamente balanceado, desgastes durante a operação da máquina alteram o balanceamento do sistema. Por estas razões, o desbalanceamento é, normalmente, o primeiro fenômeno escolhido para ser analisado no desenvolvimento de novas metodologias na área de identificação de falhas.

Outra falha bastante comum é o empeno de eixo. Sua causa está normalmente associada a choques térmicos e vibrações excessivas causadas por outras falhas.

A ideia inicial da pesquisa era fazer um estudo experimental da identificação do desbalanceamento usando uma técnica no domínio do tempo baseada em análise de correlações. Essa metodologia faz parte de uma linha de pesquisa desenvolvida do Laboratório de Vibrações da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp (FEM), que teve início com o trabalho teórico de Pederiva (1992). Outros trabalhos ocorreram: Chiarello (1998) e Eduardo (2003), que mantiveram a metodologia, sendo que o primeiro focou na identificação de falhas em sistemas rotativos utilizando equações de paridade, enquanto que o segundo propôs a identificação de falhas com auxílio de redes neurais; Silva (2006) usou a metodologia para identificação de falhas mecânicas e elétricas em rotores sustentados por mancais magnéticos.

Uma das vantagens do método é a não necessidade do conhecimento das forças excitadoras, já que o tipo de resposta tem relação direta com as forças de entrada; porém é necessário o conhecimento dos tipos de força que podem atuar no rotor de forma que um modelo matemático das entradas possa ser construído.

O empeno de eixo também é um fenômeno bastante frequente, já que os eixos apresentam algum empeno residual depois da montagem ou ocorre durante o regime de trabalho da máquina. Da mesma forma que o desbalanceamento, o empeno é um fenômeno síncrono à rotação, podendo gerar alguma confusão na distinção entre os dois fenômenos quando ocorrem simultaneamente, constituindo um campo de pesquisa bastante interessante e importante do ponto de vista do diagnóstico de falhas.

As pesquisas bibliográficas demonstraram que os estudos sobre empeno não são abundantes como os existentes para o desbalanceamento, dando a esta tese uma contribuição a esse tema de pesquisa, já que não são muitos os trabalhos publicados sobre o tema desde o artigo de Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 1), que foi um dos primeiros trabalhos publicados sobre empeno. Os artigos sobre o assunto abordam, em geral, rotor Laval, que é modelado de forma simples com dois GDL's, e o empeno é tratado de forma

qualitativa, ou seja, estuda-se a influência do empeno na resposta dinâmica de um rotor sujeito a outros tipos de falha. Trabalhos que tentam quantificar o empeno são poucos.

O método de identificação desenvolvido é baseado em análise de correlações das respostas medidas do rotor. Essa abordagem, descrita em detalhes posteriormente, faz uso da matriz de observabilidade na equação matricial que descreve o comportamento dinâmico do sistema. Portanto, o rotor deve ser analisado a partir de um determinado número de medições que garantam a observabilidade a partir das respostas disponíveis.

Modelos de rotores gerados por elementos finitos podem ter centenas de graus de liberdade, enquanto que o número de medições disponíveis é restrito, prejudicando a análise do sistema. Esse fato motivou o emprego de técnicas de redução de ordem de modelo para melhorar a relação entre o número de medições e o total de graus de liberdade do modelo matemático usado para descrever o rotor.

Essas técnicas são muito usadas na área de dinâmica de estruturas e controle e, dessa forma, as aplicações mais comuns são: desenvolvimento de controladores, respostas do sistema sob a ação de determinados tipos de força, análise de frequências naturais e modos. A quantidade de estudos sobre essas técnicas na identificação de falhas também não é um assunto com muitos trabalhos publicados.

1.1 Objetivos e Contribuições do Trabalho

Este trabalho tem como objetivo a identificação de desbalanceamento e empeno de eixo, que ocorrem simultaneamente em dois casos estudados: rotor com um disco deslocado de sua posição central e rotor com dois discos.

1.1.1 Principais contribuições

As principais contribuições deste trabalho de pesquisa são:

- Apresentação de uma nova metodologia de identificação de falhas em sistemas rotativos, que é baseada na análise de correlações e na equação matricial de Lyapunov;
- Estudo e identificação experimental quantitativa do desbalanceamento e empeno de eixo;
- O uso de técnicas de redução de modelo na identificação de falhas em sistemas rotativos. Serão usadas duas técnicas na identificação simultânea do desbalanceamento e empeno de eixo.

1.2 Divisão da Tese

O capítulo 2 traz a revisão bibliográfica dos assuntos abordados nesta tese: identificação de falhas em rotores através de modelos matemáticos, com enfoque para o desbalanceamento e empeno de eixo; técnicas de redução de ordem de modelo aplicadas à detecção de falhas e os trabalhos do grupo do Laboratório de Vibrações do Departamento de Sistemas Integrados (DSI)/FEM que trazem a análise de correlações em sistemas mecânicos.

O capítulo 3 aborda a modelagem matemática dos elementos que constituem o rotor: eixo, mancal e disco. Também são mostrados os modelos do desbalanceamento e empeno de eixo.

O capítulo 4 descreve as principais técnicas de redução de ordem de modelo e suas características, com enfoque para as que usam coordenadas físicas.

O capítulo 5 faz a descrição detalhada do método de correlações na identificação de falhas em rotores. Será mostrado como é possível obter uma equação de estimação a partir das respostas medidas do sistema com o uso de um sistema auxiliar: o sistema filtro.

O capítulo 6 descreve as duas bancadas experimentais usadas nesta tese: rotor Laval e dois discos. Além da descrição, mostra como identificar os parâmetros de rigidez e amortecimento dos mancais, rigidez de rotação do acoplamento e amortecimento proporcional do rotor através do método de otimização Evolução Diferencial.

O capítulo 7 traz estudos numéricos do comportamento dos rotores identificados quando submetidos ao desbalanceamento e empeno de eixo. É mostrado como o empeno altera o padrão de resposta do desbalanceamento puro em amplitude e fase, inclusive com a possibilidade de acontecer um autobalanceamento devido à presença do empeno.

O capítulo 8 apresenta resultados de identificação numérica das bancadas. Vários casos diferentes de configuração entre desbalanceamento e empeno foram simulados para testar a habilidade do estimador em identificar as falhas somente com as respostas medidas na(s) posição (ões) do(s) disco(s). As respostas foram simuladas com e sem ruído aleatório. São sete casos para o rotor Laval e dez para o rotor com dois discos.

O capítulo 9 apresenta os resultados de identificação experimental para 14 dos 17 casos abordados no capítulo 8. A identificação foi feita para dois métodos de redução de ordem de modelo: Guyan e SEREP.

O capítulo 10 traz as principais conclusões desta tese e sugestões para trabalhos futuros.

Os apêndices trazem uma breve descrição do método de otimização Evolução Diferencial (DE) - Apêndice A, a comparação entre as FRF's ajustadas pelo método DE e adquiridas experimentalmente para as duas bancadas – Apêndice B, e as curvas de calibração nos transdutores de proximidade usados nos experimentos – Apêndice C.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Lees, Sinha e Friswell (2009) fazem uma breve discussão do significado do termo *identificação baseada em modelo*. Eles comentam que, de certa forma, toda a identificação possui algum modelo para dar suporte ao processo e que a verdadeira distinção deve ser feita entre as técnicas que usam modelos estatísticos e as que usam modelos físicos para descrever o comportamento de uma máquina. Os autores também ressaltam que alguns cuidados devem ser tomados na construção de um modelo, já que poucos parâmetros de análise não refletem o comportamento físico do sistema, enquanto que parâmetros em excesso podem gerar ruídos no processo de identificação.

Segundo Lees, Sinha e Friswell (2009), entre os modelos estatísticos, destacam-se as redes neurais, sistemas especialistas e técnicas empíricas como modelos ARMA e ARMAX. Esse tipo de análise é bastante útil quando as informações sobre o sistema a ser identificado são escassas e estimativas precisam ser feitas.

Os métodos que usam modelos físicos são o tópico de interesse dessa tese. Existem diversas técnicas de modelos físicos e elas diferem entre si na abordagem usada, na inclusão ou não de determinados tipos de falha e de componentes da máquina: mancais, fundação, acoplamento, etc. (Lees, Sinha e Friswell, 2009). Entre os diferentes tipos de abordagem, as técnicas baseadas em modelo destinadas à identificação de falhas podem, de acordo com Isermann (1997), ser classificadas como:

- Estimaco de parâmetros: quando os parâmetros constantes e característicos do processo ou do componente são afetados pela falha;
- Estimaco de estados: quando os parâmetros característicos do processo ou componente não são afetados pela falha. Apenas os estados do sistema, representados por um conjunto de variáveis de estado não medidas, são afetados pela(s) falha(s). Neste caso, o modelo age como um observador de estados;
- Equaçes de paridade: a(s) falha(s) afeta(m) algumas variáveis de entrada não medidas. Os parâmetros do sistema são constantes e apenas variáveis de saída são medidas e comparadas com as variáveis de saída calculadas pelo modelo.

Bachschnid, Pennacchi e Vania (2002) comentam que a estimação de parâmetros é normalmente mais difícil que a identificação de forças externas (variáveis de entrada), já que as falhas em máquinas rotativas estão restritas a alguns graus de liberdade do rotor nos quais elas são aplicadas, enquanto que as matrizes de parâmetros (massa, rigidez e amortecimento) geralmente são grandes e envolvem muitos GDL's. Dessa forma, a identificação de mudanças nessas matrizes a partir de alguns graus de liberdade medidos torna-se uma tarefa mais complexa quando comparada com a modelagem da falha atuando em poucas posições do vetor de forças externas, reduzindo significativamente o número de parâmetros a ser identificado. Essa é a abordagem usada na grande maioria dos trabalhos de identificação de falhas em máquinas rotativas.

Markert, Platz e Seidler (2001) ressaltam que as falhas podem ser modeladas como um conjunto de forças e momentos atuando no modelo normal, ou seja, sem nenhuma avaria. Essas forças e momentos equivalentes produzirão o comportamento dinâmico observado no equipamento rotativo em análise.

Vania e Pennacchi (2004) citam alguns fatores que afetam os resultados da identificação por modelo: a) limitação do número de pontos de medição, gerando perda de informação; b) falta de precisão do modelo, principalmente dos coeficientes de mancal; c) erros (ruído) nas medições e d) erros na estimativa das vibrações causadas apenas pela falha: diferença entre a condição de falha e sem falha, considerada como condição normal.

De uma forma geral, os métodos de identificação se dividem em métodos no domínio do tempo e métodos no domínio da frequência. Essas duas abordagens são equivalentes em termos de informação e a escolha de um desses métodos depende da maneira pela qual a informação está disponível no modelo (Schoukens, Pintelon e Rolain, 2004). Ljung e Glover (1981) ressaltam que é possível passar de um domínio para outro através da transformada de Laplace e que, dependendo do tipo de informação e do objetivo da identificação, é escolhido o domínio a ser utilizado. São mencionados alguns objetivos com os seus respectivos domínios: a) simulação do sistema → tempo, b) usar formulação de espaço de estados → tempo, c) determinar ressonância → frequência. Os autores também

destacam que o domínio da frequência possui melhor informação intuitiva, enquanto que o domínio do tempo apresenta melhores propriedades estatísticas.

A partir dos comentários feitos no parágrafo anterior, este capítulo não fará distinção entre os domínios, mas os métodos serão diferenciados com relação à abordagem matemática e o(s) tipo(s) de falha(s) que eles se propõem a identificar. Como ressaltam Chatzisavvas e Dohnal (2015), nenhuma abordagem unificadora é capaz de investigar diferentes tipos de falha, sempre existindo melhores abordagens para casos específicos.

Máquinas rotativas estão sujeitas ao surgimento de falhas que comprometem o desempenho do equipamento. Algumas delas são comuns e amplamente estudadas. Dessa forma, Walker, Perinpanayagam e Jennions (2013) listam os oito tipos de falhas mais comuns e, conseqüentemente, mais estudadas pelos pesquisadores: desbalanceamento, desalinhamento, trincas no eixo, roçamento/perda de material, instabilidade fluido-induzida, falhas em mancais, trincas em palhetas e empeno de eixo; sendo qualquer outro tipo incomum. Os autores comentam que essas falhas, em grande parte, são identificadas através de modelos lineares e com uma única falha ocorrendo na máquina. Segundo eles a tendência é a incorporação de modelos não lineares e a identificação da várias falhas ocorrendo simultaneamente bem como a interação entre elas.

Neste trabalho, serão estudadas duas falhas mencionadas anteriormente e com ocorrência simultânea: o desbalanceamento e o empeno de eixo.

2.1 Identificação do Desbalanceamento

O desbalanceamento é uma das falhas mais comuns em máquinas rotativas, já que algum grau de desbalanceamento é sempre encontrado. Por mais que uma máquina seja perfeitamente fabricada, sempre ocorre algum desvio de montagem (Friswell *et al.* 2010).

A causa do desbalanceamento é a distribuição imperfeita de massa no rotor, ou seja, o centro de massa não coincide com o centro geométrico, que é ponto considerado como centro de rotação da máquina. Em uma turbina, por exemplo, o desbalanceamento pode ser

causado por acúmulo de material no compressor ou discos da turbina, avaria nas palhetas e procedimentos inadequados de balanceamento.

Dessa forma o desbalanceamento deve ser minimizado, pois pode causar grandes vibrações, danificando rotor, mancais, estrutura e equipamentos auxiliares.

Lal e Tiwari (2012) destacam que, apesar de ser um problema antigo, a determinação do desbalanceamento residual ainda é um campo de pesquisa ativo e que, com o conhecimento atual, sua estimativa pode ser feita com precisão. A tendência nessa área é a redução do número de rodadas de teste e do número de medições, além da determinação da localização ótima de sensores e planos de balanceamento.

Markert, Platz e Seidler (2001) propõem uma técnica no domínio do tempo baseada no ajuste por mínimos quadrados entre a força medida e a teórica usada no modelo, e no conceito de resíduo, que é a vibração gerada apenas pela falha. Considerando o rotor como um sistema linear, o resíduo é calculado pela diferença vetorial entre a resposta total do sistema e a resposta em condição normal. O método foi usado para identificar teoricamente o desbalanceamento e o roçamento em um rotor de quatro discos. A desvantagem do método é a necessidade de estimar os graus de liberdade não medidos pela técnica de expansão modal.

Jain e Kundra (2004) adotam a metodologia proposta por Markert, Platz e Seidler na validação teórica incluindo o modelo de trincas e desbalanceamento, porém os dois tipos de falha foram considerados separadamente. Houve validação experimental na identificação do desbalanceamento em uma bancada com dois discos.

Sekhar (2005) também segue na linha de Markert, Platz e Seidler (2001) na estimação de desbalanceamento e trincas, porém propõe o uso de uma metodologia complicada para estimar os graus de liberdade não medidos gerados pelo modelo de elementos finitos do rotor. Essa metodologia, chamada de *minimum dynamic residual expansion* (MDRE) minimiza os erros simulados e medidos através da energia dos resíduos. Para diminuir o esforço computacional do método, são empregadas técnicas de redução de modelo. O autor deixa claro que só é viável o uso desta técnica para poucos graus de liberdade.

Bachschnid, Pennacchi e Vania (2002) também usam o conceito de resíduo e ajuste por mínimos quadrados, porém do domínio da frequência. São modelados três tipos de falha: desbalanceamento, empeno e desalinhamento. É construído um mapa gráfico de resíduos, onde o nó do modelo de elementos finitos que apresentar o menor resíduo é onde a falha está localizada. Diversos casos simulados foram feitos para um turbogerador de 320 MW, inclusive com simulação de 20% de ruído nas respostas. A validação experimental ocorreu em bancada de laboratório. O método foi capaz de identificar satisfatoriamente uma ou duas falhas ocorrendo simultaneamente.

Posteriormente, Pennacchi *et al.* (2006) estendem, de forma teórica, a metodologia proposta Bachschnid, Pennacchi e Vania (2002) para um modelo mais completo de uma máquina rotativa, incluindo o modelo da fundação. O rotor é representado por elementos finitos e a fundação por modelo modal. Dois novos modelos de falha são propostos: trinca transversal e ovalização de mancal hidrodinâmico.

O método de mínimos quadrados, apesar de amplamente usado na área de identificação, apresenta problemas de robustez na presença de ruído dos dados experimentais ou de imprecisões do modelo. Para aumentar a robustez do processo de identificação de falhas, Pennacchi, Vania e Bachschnid (2007) propõem um método baseado em estimadores M, técnica de regressão robusta usada na área de estatística e proposta para a identificação de falhas em máquinas rotativas. A ideia da técnica é a seleção automática dos pesos atribuídos aos dados experimentais a serem usados no método de mínimos quadrados ponderados. Dessa forma, esses pesos são escolhidos de forma robusta e sem a intervenção do operador, possibilitando a identificação por pessoas não especializadas. A técnica foi validada em bancada experimental e a falha em estudo foi o desbalanceamento. Os resultados foram superiores aos obtidos pelo método de mínimos quadrados convencional.

Sinha, Friswell e Lees (2002) propõem um método no domínio da frequência capaz de identificar o desbalanceamento e os parâmetros de fundação. O método é baseado no uso da matriz de rigidez dinâmica, que contém os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento da fundação e no vetor de desbalanceamento localizado em alguns pontos

do rotor. Os autores propõem que, para estimar melhor os parâmetros da fundação, bandas de frequência devem ser usadas, já que o número de locais de medida é menor que a faixa de velocidades críticas excitadas durante a parada da máquina. O método foi testado tanto de forma numérica como experimental. Sinha, Lees e Friswell (2004) usam a metodologia proposta em 2002 para a estimativa conjunta do desbalanceamento e do desalinhamento proveniente do acoplamento.

Tiwari e Chakravarthy (2009) propõem um método para estimar o desbalanceamento residual e os parâmetros de rigidez e amortecimento de mancais de um rotor rígido. Nessa metodologia são aplicados dois tipos de excitação: impulsiva e desbalanceamento conhecido. As respostas no domínio do tempo são transformadas para o domínio da frequência via FFT para que a identificação seja efetuada de forma teórica, com simulação de ruído, e em bancada experimental. A grande desvantagem desse método é a necessidade de conhecimento tanto da força impulsiva como do desbalanceamento induzido, algo que normalmente não é possível em máquinas instaladas em parques industriais.

Jalan e Mohanty (2009) usam a ideia de resíduos no domínio do tempo para estimar o desbalanceamento na presença de desalinhamento em um rotor Laval. A desvantagem do método é ter de calcular os resíduos para aceleração, velocidade e deslocamento, bem como estimá-los para os graus de liberdade não medidos no modelo de elementos finitos. Apenas uma única rotação foi usada e não houve a preocupação de identificar também o desalinhamento presente na bancada.

Castro *et al.* (2010) propõem o uso de técnicas de otimização baseadas em métodos de busca metaheurísticos (algoritmos genéticos e recozimento simulado) para a identificação de amplitude e fase do desbalanceamento presente em um rotor Laval sustentado por mancais hidrodinâmicos. A identificação está baseada na minimização de uma função objetivo que envolve os deslocamentos e fases das respostas calculadas pelo modelo e medidas experimentalmente.

Sudhakar e Sekhar (2011) usam a mesma metodologia proposta por Markert, Platz e Seidler (2001). Ainda é necessário estimar as respostas em todos os graus de liberdade do

modelo, porém é proposto um algoritmo de minimização entre as respostas teóricas e medidas de forma a melhorar os resultados dados pelo processo de expansão modal. O método foi testado experimentalmente com resultados satisfatórios.

Lal e Tiwari (2012) propõem um algoritmo de identificação no domínio da frequência e baseado em mínimos quadrados capaz de identificar os parâmetros de mancal, de desbalanceamento e desalinhamento presentes em um modelo simples de um turbogerador rígido. Os autores discutem a utilização de rotações nos sentidos horário e anti-horário como forma de se obter um sistema de equações sobredeterminado. Os resultados foram obtidos de forma simulada e levaram em consideração a presença de ruído.

Bin *et al.* (2012) discutem um método de identificação de dez tipos de falhas em equipamentos rotativos, sendo o desbalanceamento um deles, baseado em duas técnicas de processamento de sinais: *wavelet packet* e EMD (*Empirical Mode Decomposition*). Os resultados obtidos por essas duas técnicas são utilizados no treinamento de uma rede neural que fará a caracterização da falha que atua no rotor Laval estudado.

Walker *et al.* (2014) apresentam uma metodologia para localização do desbalanceamento em máquinas rotativas através da aplicação de não linearidades no treinamento de redes neurais. Os autores construíram uma bancada com quatro discos e mostraram que, com a introdução de não linearidades, diferentes distribuições de desbalanceamento vão sempre gerar comportamentos dinâmicos distintos, possibilitando uma melhor localização do desbalanceamento, inclusive na presença de desalinhamento e roçamento (*rubbing*).

Tiwari e Chougale (2014) fazem um ajuste por mínimos quadrados, no domínio da frequência, de um algoritmo capaz de identificar o desbalanceamento e os parâmetros físicos de mancais magnéticos. São usadas as respostas ao desbalanceamento e as correntes elétricas medidas nos mancais como informação conhecida. Os autores usaram a técnica de condensação dinâmica para reduzir o modelo de elementos finitos aos graus de liberdade medidos do rotor. A técnica foi testada de forma teórica.

Chatzisavvas e Dohnal (2015) utilizam uma nova técnica conhecida como LAR (*Least Angle Regression*), que se mostrou boa para tratar de problemas mal condicionados de estimação de falha, já que o número de posições não nulas do vetor de falhas normalmente é superior aos planos de medição. Os autores comparam essa técnica com a expansão modal usada no domínio do tempo e múltiplas regressões usadas nas técnicas de domínio da frequência. O desbalanceamento foi localizado de forma mais exata que os métodos propostos por Markert, Platz e Seidler (2001), domínio do tempo, e Bachschmid, Pennacchi e Vania (2002), domínio da frequência.

2.2 Empeno de Eixo

Eixo empenado também representa um problema comum em equipamentos rotativos, mas que não possui uma vasta literatura quando comparada com o número de trabalhos publicados com ênfase no desbalanceamento. De uma forma geral, os trabalhos sobre o assunto abordam alterações no comportamento dinâmico do sistema rotativo submetido ao desbalanceamento e trincas no eixo, por exemplo, na presença de empeno; bem como alterações na fase e amplitude da resposta de um rotor empenado. É carente a existência de trabalhos que lidam com a identificação do empeno, quantificação e localização, de maneira similar ao que ocorre com o desbalanceamento.

O empeno de eixo, que pode ser permanente ou temporário, ocorre quando existe um arqueamento do eixo devido a alguns fatores, tais como: ação da gravidade em rotores horizontais, distorções térmicas causadas por aquecimento ou resfriamento assimétrico e o empeno mecânico causado, por exemplo, por desbalanceamento.

A deflexão causada no eixo é semelhante à gerada pelo desbalanceamento, porém sua posição angular é diferente da excentricidade existente entre os centros geométrico e de massa. Portanto, o comportamento dinâmico é diferente do desbalanceamento (Rao, 2001).

Um dos trabalhos pioneiros no estudo do empeno, e que serve de base até hoje como uma das principais referências no assunto, foi publicado por Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 1). Um rotor Laval flexível com 2 graus de liberdade, montado sobre mancais

rígidos, foi estudado considerando-se um desbalanceamento conhecido do disco e um empeno de eixo na posição deste disco. Os autores modelam o empeno como uma força elástica atuando no eixo, sendo essa a abordagem usada na quase totalidade dos trabalhos sobre empeno. Foram feitas simulações variando-se a quantidade do empeno, bem como sua localização em relação ao desbalanceamento. As conclusões mais importantes foram: a) o empeno muda os padrões de amplitude e, principalmente, de fase da resposta em relação à resposta apenas ao desbalanceamento; b) na ressonância a fase não é mais igual a 90° em relação à posição do desbalanceamento, exceto nos casos de empeno nulo ou em fase com o desbalanceamento; c) quando empeno e desbalanceamento estão fora de fase (180°) ocorre o fenômeno do autobalanceamento, ou seja, a amplitude da resposta vai a zero em alguma velocidade de rotação do rotor. Se o empeno for menor ou maior que o desbalanceamento a resposta é nula antes da velocidade crítica e após a velocidade crítica, respectivamente. Dependendo da relação entre empeno e desbalanceamento, a amplitude nula pode ocorrer na própria velocidade crítica, bastando que essas duas forças se igualem nesta rotação; d) para velocidades baixas a resposta (amplitude e fase) é predominantemente gerada pelo empeno, enquanto que para velocidades elevadas o desbalanceamento predomina no comportamento do rotor; e) na frequência na qual ocorre a amplitude nula (desbalanceamento e empeno em oposição de fase), a fase da resposta é indefinida e ocorre uma mudança abrupta de 180° nesta frequência específica.

Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 2) discutem procedimentos para o balanceamento do rotor Laval com empeno de eixo pelo método dos coeficientes de influência, que deve levar em consideração a presença do empeno. São discutidos três métodos: 1) balanceamento da deflexão total do eixo em uma rotação específica, 2) balanceamento da deflexão elástica do eixo, excluindo o efeito do empeno para uma rotação específica e 3) balanceamento da deflexão total na velocidade crítica do rotor, sendo o terceiro caso aquele que apresenta os melhores casos simulados; enquanto que o primeiro método é o pior para velocidades próximas à velocidade crítica.

Anos depois, Nelson (2002) aplica os métodos propostos por Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 2) para balancear um rotor empenado. Desta vez o sistema possui 10

graus de liberdade e foi usada a redução de Guyan para o modelo conter apenas coordenadas lineares. Foi feito um estudo teórico e os resultados foram bons, mas estão relacionados à capacidade da técnica de redução de modelo reproduzir satisfatoriamente as velocidades críticas do rotor.

Flack e Rooke (1980) afirmam que os resultados obtidos por Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 1) não podem ser extrapolados para um rotor montado sobre mancais hidrodinâmicos. Os autores estudaram a resposta ao empeno para quatro tipos diferentes de mancais hidrodinâmicos em bancada experimental e fizeram estudos teóricos da resposta do rotor na velocidade crítica. Os autores mostraram que, quando o empeno e o desbalanceamento estão a 180° um do outro, a resposta diminui sem atingir o valor zero. Outro resultado obtido foi que cada tipo de mancal apresenta sua característica de resposta ao empeno.

Shiau e Lee (1989) também usam um rotor Laval simples com mancais rígidos e eixo sem massa. Os autores acrescentaram o efeito da inclinação angular do disco à combinação de empeno e desbalanceamento. As simulações mostraram padrões de amplitude e fase da resposta diferentes dos apresentados por Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 1).

Rao (2001) segue a mesma linha de Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 1), mas faz um estudo mais detalhado do comportamento da fase da resposta do rotor na presença do empeno. O autor conclui que o conhecimento da fase é mais importante na determinação da presença do empeno do que o comportamento da amplitude, já que esta só apresenta um comportamento peculiar quando o empeno e o desbalanceamento estão defasados de 180° , enquanto que a fase da resposta sofre significativas alterações devido à amplitude e fase do empeno, inclusive na velocidade crítica.

Darpe, Gupta e Chawla (2006) simulam um rotor Laval com mancais rígidos e estudam o efeito do empeno residual na rigidez de trincas presentes no eixo, bem como avaliam se existe alguma alteração qualitativa e quantitativa na dinâmica de um eixo trincado. Foi constatado que o empeno não altera significativamente a variação de rigidez causada pela trinca, mas distorce a órbita quando não é considerada a presença do empeno.

Os autores mostram que o empeno mascara o diagnóstico da trinca e que, quando considerado o efeito da gravidade sobre o rotor, não ocorre o autobalanceamento quando empeno e desbalanceamento estão em oposição de fase.

Braut, Zigulic e Butkovic (2008) mostram simulações de como a fase existente entre o desbalanceamento e o empeno alteram as forças de contato entre o rotor e o estator, podendo levar a esforços grandes quando as duas forças estão em fase.

Kang *et al.* (2011) fazem estudos simulados sobre o efeito da amplitude e fase do empeno no comportamento dinâmico de um rotor engrenado com dois eixos montados sobre suportes viscoelásticos.

Chen e Chen (2011) propõem uma metodologia robusta para diagnóstico de falhas baseada em *machine learning*. Seis tipos de falhas são estudados: desbalanceamento, empeno, desalinhamento, roçamento (*rubbing*), *oil-whirl* e *oil-whip*. A identificação da falha ocorre pelo diagnóstico do sintoma apresentado. Para isso, algoritmos genéticos são usados na determinação dos melhores parâmetros no treinamento de uma rede neural capaz de reconhecer os espectros de vibração de cada uma das falhas estudadas.

Song *et al.* (2013) estudam de forma teórica e experimental a influência de diversos níveis de empeno na resposta de um rotor com desalinhamento. Os autores enfatizam que testes com empeno são relativamente complexos devido à existência de outras falhas como o desbalanceamento. Para isolar o empeno do ruído, foram usados *wavelets* para extrair o ruído do sinal, um método gráfico chamado ISOMAP para reconstruir os sinais decompostos e análise dos componentes principais dos sinais medidos para distinguir o desbalanceamento do empeno.

Vania, Pennacchi e Chatterton (2013) estudam as possíveis causas de vibrações anormais em um gerador de energia de 175MW. O método dos mínimos quadrados no domínio da frequência é usado para estimar as forças equivalentes nos nós de interesse. Dois índices são usados na localização da falha: resíduos e fator de coerência. O nó que apresentar o menor resíduo e o maior fator de coerência é o local onde a falha se encontra. Os autores mostram que o empeno térmico em partes específicas da máquina representa o

tipo de falha que mais se aproxima do comportamento observado em seu funcionamento. São identificadas a amplitude, que é modelada como um momento fletor, e a fase do empeno. O desbalanceamento também é estudado, porém o empeno térmico apresentou os melhores valores de resíduo e fator de coerência, indicando ser a falha principal do gerador.

2.3 Redução de Ordem de Modelo

A necessidade de compreender a resposta de uma máquina rotativa para projetar um sistema previsível, de baixa manutenção e custo e com desempenho ótimo tem levado a modelos matemáticos cada vez mais complexos e maiores, que incluem complexidades geométricas, mancais, selos, discos, lâminas e acoplamentos (Wagner *et al.* 2010). Ou seja, cada vez mais esforço computacional é empregado na análise de máquinas rotativas.

O campo da dinâmica de rotores utiliza diversos métodos de redução e suas variações provenientes das áreas de mecânica estrutural e controle. Tais métodos devem ser capazes de reduzir a ordem do modelo, reduzindo tempo computacional, e ainda reter a interpretação física, bem como a precisão na faixa de frequência de interesse (Wagner *et al.* 2010).

Khulief e Mohiuddin (1997) afirmam que o método de redução estática (Guyan) é pobre na representação de modos mais elevados. Os autores usam redução modal usando os modos do sistema conservativo e amortecido. As simulações foram feitas através da resposta ao impulso e à função degrau. Os autores concluíram que o uso dos modos do sistema conservativo leva a resultados tão bons como os gerados pelo sistema amortecido, sendo o erro na décima frequência natural da ordem de 1,6%.

Posteriormente, Mohiuddin, Bettayeb e Khulief (1998) introduziram o método *Balanced Truncation* (BT) com perturbação singular ao mesmo rotor estudado por Khulief e Mohiuddin (1997) usando as excitações impulsiva e degrau. As respostas e frequências naturais foram comparadas com as do modelo completo. Todos os resultados foram obtidos de forma simulada e foram considerados satisfatórios.

Nandi (2004) emprega um método de redução que usa os autovetores à esquerda e à direita para reduzir o modelo de três tipos de rotores suportados por mancais anisotrópicos e sem amortecimento: rotor simétrico com 1 disco; rotor simétrico com 2 discos e rotor com dois discos e eixo quadrado. O modelo reduzido foi capaz de descrever com boa precisão as frequências de precessão direta e retrógrada, bem como a órbita do rotor.

Sahinkaya *et al.* (2007) propõem uma modificação no método de Guyan para incluir a inércia dos GDL's descartados. O objetivo do trabalho é, através do modelo reduzido, calcular as forças de contato em mancais de contenção de uma bancada de 2m de tamanho, quatro discos sustentados por mancais magnéticos. Dessa forma, o modelo reduzido é utilizado para controlar as forças de impacto.

Wagner *et al.* (2010) publicam um artigo contendo uma revisão dos principais métodos de redução de modelo e citam a necessidade de se criar métricas para avaliar se um modelo reduzido representa de forma satisfatória o sistema rotativo original, ressaltando que esta é uma área ainda carente de estudos.

Stringer, Sheth e Allaire (2010) aplicam o método de redução modal, que tem a premissa de que os primeiros modos de uma estrutura podem ser representados pelos primeiros modos das subestruturas, para calcular as frequências naturais e respostas em frequência de um rotor de helicóptero engrenado. Os autores formularam o sistema na forma de espaço de estados e fizeram transformações para diagonalizar as equações de estado para cada subestrutura. Os estudos simulados levaram em consideração o amortecimento e o efeito giroscópico e os maiores erros foram obtidos nas amplitudes das respostas.

Ganine *et al.* (2011) propõem um novo método de redução para analisar os efeitos do desalinhamento nas variações do comportamento de flexão de um rotor complexo modelado por elementos finitos tridimensional. Essa nova metodologia projeta o sistema de equações para outro subespaço e foram comparadas as respostas do modelo completo com as geradas pelo modelo reduzido e o efeito do desalinhamento pôde ser reproduzido.

Krenek, Eid e Lohmann (2011) fazem um estudo teórico de um compressor de gás de 16MW. O sistema rotor-mancais-fundação foi modelado via elementos finitos com milhares de GDL's. Para reduzir o esforço computacional, o modelo da fundação foi reduzido pela técnica de Krylov, enquanto que o subsistema rotor-mancais foi mantido em seu tamanho original. Os modelos completo e reduzido da fundação mostram comportamentos de resposta bastante próximos e houve uma economia de tempo de processamento na ordem de 90%.

Das e Dutt (2012) utilizam uma modificação do método SEREP para reduzir a ordem de um rotor com três discos e 56 graus de liberdade para um sistema com 8 GDL's. A modificação inclui os autovetores à esquerda e à direita do sistema amortecido e o objetivo é estabelecer uma estratégia de controle de vibrações do rotor. As coordenadas do modelo reduzido são as coordenadas lineares dos discos e do nó situado na metade do eixo.

Han (2014) faz estudos sobre o método de redução de Krylov para reproduzir o diagrama de Campbell a partir do modelo reduzido. O autor estudou dois tipos de rotores: uma bomba de vácuo e um rotor com um único disco deslocado da posição central. O modelo reduzido foi capaz de reproduzir as frequências diretas e retrógradas com baixo erro.

Pode-se notar, a partir de todas as referências citadas nesta tese, que o uso de técnicas de redução de modelo na identificação ou correlação de falhas (balanceamento, por exemplo) é algo em aberto e atual na literatura de dinâmica de rotores.

2.4 Análise de Correlações

O método de análise de correlações para a identificação de máquinas rotativas é o núcleo desta tese e é um dos temas de estudo do Laboratório de Vibrações da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp há vários anos.

Uma das vantagens desse procedimento é que o sistema pode ser identificado através da matriz de correlações, que levam em consideração apenas as respostas medidas do sistema em diversos instantes de tempo, sem o conhecimento das forças excitadoras. Porém

não se pode generalizar a identificação para qualquer sistema com base na matriz de correlações. A utilização de filtros aplicados às variáveis medidas possibilita o aproveitamento de mais informações contidas nos dados medidos (Pederiva, 1992).

Isermann *et al.* (1974) compararam seis métodos de identificação e ressaltaram algumas vantagens da análise de correlações: baixo esforço computacional, bom nos casos em que a estrutura do modelo é pouco conhecida e a não exigência de valores iniciais para os parâmetros a serem estimados.

Apesar das vantagens do método, a matriz de correlações não fica corretamente estimada quando ocorrem perturbações nas medidas, gerando uma estimação paramétrica deficiente. Para que o método possa ser aplicado de forma consistente na identificação de sistemas mecânicos, Roether e Pederiva (1986) propuseram que a matriz de correlações seja estimada com defasagem de tempo.

Pederiva (1992) utilizou análise de correlações das variáveis de estado medidas e a equação matricial de Lyapunov para identificar rigidez e amortecimento de mancal para um rotor vertical de seis graus de liberdade e excitação aleatória.

Chiarello (1998) estendeu o método proposto por Pederiva (1992) para a detecção e localização de falhas. A identificação ocorreu de forma numérica e foi acrescentado também um estudo sobre uso de funções de resíduo. As falhas foram tratadas como alterações nas matrizes físicas do rotor.

Eduardo (2003) incluiu o estudo de redes neurais artificiais à metodologia de Pederiva (1992) para a detecção de falhas em sistemas rotativos excitados por desbalanceamento e forças estocásticas do tipo ruído branco.

Silva (2006) aplica as equações de correlações em conjunto com redes neurais artificiais no diagnóstico de falhas em sistemas rotativos sustentados por mancais magnéticos ativos em conjunto com um sistema de controle ativo de vibração. Forças de desbalanceamento e ruído branco são consideradas como fontes excitadoras do sistema.

Sanches (2008) aborda a identificação de parâmetros de mancal de rolamento usando a abordagem de Pederiva (1992), mas com foco em equações de paridade, não de estimação de parâmetros. Estudos foram feitos de forma simulada e a excitação usada foi um desbalanceamento conhecido. Foi considerado que todos os deslocamentos lineares (1/4 do vetor de estados) são conhecidos e um rotor com dois discos foi modelado via elementos finitos, não mais com matrizes de parâmetros concentrados.

Sanches e Pederiva (2010) mudam o foco da identificação de parâmetros de mancal para identificação do desbalanceamento. Um rotor horizontal com dois discos e 8 GDL's é modelado por coeficientes de influência (matriz de rigidez) e parâmetros concentrados (matriz de massa). Considerou-se o conhecimento de 1/4 do vetor de estado e a existência de ruído aleatório nas respostas simuladas. Posteriormente, Sanches e Pederiva (2011) estenderam o trabalho para a identificação teórica simultânea de desbalanceamento e empeno de eixo na posição dos discos.

Sanches e Pederiva (2013) usam redução de ordem de modelo, método de Guyan, na identificação teórica do desbalanceamento presente em um rotor horizontal com um disco localizado fora da posição central. O sistema de 12 GDL's foi modelado por elementos finitos e a redução para as respostas do disco possibilitou a aplicação do método proposto por Pederiva (1992) para um modelo onde metade do vetor de estados é conhecida. A identificação teórica no modelo reduzido mostrou-se bastante satisfatória.

No ano seguinte, Sanches e Pederiva (2014) fazem a primeira validação experimental do método de correlações aplicado ao diagnóstico de falhas em sistemas rotativos. Um rotor com um disco deslocado da posição central foi modelado por elementos finitos com 44 GDL's. Foi identificado uma quantidade induzida de desbalanceamento variando-se a fase em relação a uma posição de *trigger* localizado no eixo. O modelo foi reduzido pelo método de Guyan e a identificação dos parâmetros de rigidez e amortecimento dos mancais de rolamento da bancada foi efetuada por otimização através do método Evolução Diferencial.

Esta tese utiliza a experiência obtida do trabalho de Sanches e Pederiva (2014) para identificar também o empeno de eixo junto com o desbalanceamento, empregando-se as mesmas metodologias: redução de ordem de modelo, otimização e um estimador baseado em equações de correlação para a identificação das falhas.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

Qualquer tentativa de descrever uma máquina rotativa encontra dificuldades em aspectos importantes como dimensões, cargas e velocidades, já que se trata de um sistema dinâmico complexo com diversos fenômenos envolvidos e que tornam a análise de uma máquina rotativa muito diferente de uma estrutura fixa (Friswell *et al.*, 2010).

Toda máquina rotativa é formada por três componentes principais: rotor, mancais e estrutura de suporte ou fundação.

3.1 Rotor

O rotor é o principal componente de uma máquina rotativa. Tem como função gerar ou transmitir potência. Em muitos casos, inclusive o rotor estudado nesta tese, pode ser representado por elementos de viga (eixo) e discos rígidos (Friswell *et al.* 2010).

Rades (2007) ressalta que um rotor nunca é completamente rígido, sendo que em muitas aplicações, é bastante flexível. Em termos práticos, rotores rígidos são aqueles que operam em rotações inferiores a 1/3 da primeira velocidade crítica de flexão. Rotores flexíveis operam próximo ou além da primeira velocidade crítica de rotação, de modo que o desbalanceamento residual gera forças capazes de defletir o eixo durante o funcionamento da máquina.

3.2 Mancais

O rotor é conectado à fundação através dos mancais e são escolhidos em função da carga estática e velocidade, levando em consideração as cargas dinâmicas, espaço disponível, perda de energia, simplicidade de projeto e critérios de durabilidade e confiabilidade (Rades, 2007).

Friswell *et al.* (2010) destacam os seguintes tipos existentes em máquinas rotativas: buchas, rolamento, mancais hidrodinâmicos e magnéticos.

3.3 Estrutura de Suporte

De uma forma geral, a estrutura de suporte é formada por dois elementos: estator e fundação. Fiswell *et al.* (2010) consideram que o estator é a parte da máquina que não rotaciona, enquanto que a fundação é a base que sustenta a máquina em seu lugar. Dependendo do tipo de equipamento, a fundação pode ser rígida (pequenas máquinas) ou flexível (grandes turbo-máquinas). Nesse último caso, as propriedades da fundação têm grande influência na dinâmica do sistema rotativo.

3.4 Equação de Movimento

Considerando que o rotor está sujeito a pequenos deslocamentos, adotando mancais e fundação rígidos, e considerando que o sistema é excitado por forças harmônicas de desbalanceamento e empeno de eixo lineares (Genta, 2005), o sistema mecânico rotativo com n graus de liberdade, linear e invariante no tempo pode ser descrito pela equação diferencial matricial:

$$[M]\{\ddot{\xi}(t)\} + [P]\{\dot{\xi}(t)\} + [K]\{\xi(t)\} = [H]\{n_{un}(t)\} + [B]\{n_b(t)\} \quad (3.1)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa, $[P]$ é a matriz de forças proporcionais à velocidade, $[K]$ é a matriz de forças proporcionais ao deslocamento, $\{\xi(t)\}$, $\{\dot{\xi}(t)\}$ e $\{\ddot{\xi}(t)\}$ são os vetores correspondentes aos deslocamentos, velocidades e acelerações, respectivamente; $[H]$ é a matriz de desbalanceamento e $[B]$ representa a matriz de empeno de eixo. As matrizes $[M]$, $[P]$ e $[K]$ são quadradas de ordem n . As matrizes de entrada $[H]$ e $[B]$ são de ordem (n, p) e os vetores $\{n_{un}(t)\}$ e $\{n_b(t)\}$ são vetores de entrada de ordem p . A matriz $[P]$ contém a matriz de amortecimento e a matriz giroscópica.

O método de elementos finitos (MEF) é utilizado para modelar o sistema rotativo descrito pela Equação (3.1). Trata-se de um método sofisticado com aplicação em diversas áreas: análise de tensões, vibração, fluxo de calor, etc. É um método robusto, cuja obtenção pode ser feita de maneira simples e lógica, combinando versatilidade matemática com interpretação geométrica simples (Friswell *et al.* 2010).

Desde 1970, o MEF vem sendo estudado e aplicado na modelagem de sistemas rotativos. No início, o modelo considerava apenas a inércia de translação e a rigidez de flexão. Hoje os modelos consideram inércia rotatória, momentos giroscópicos, deformação de cisalhamento, carga axial e torque axial. Um breve histórico da evolução do MEF aplicado à dinâmica de rotores pode ser vista em Nelson (1980).

A maneira como as matrizes do lado esquerdo da Equação (3.1) são obtidas é um assunto já bastante consolidado e pode ser detalhadamente encontrada em diversas fontes, tais como Friswell *et al.* (2010), Nelson (1980), Lalanne e Ferraris (1990) e Genta (2005). Dessa forma, somente as matrizes finais dos elementos de disco, eixo e mancais serão mostradas. Uma análise mais detalhada será feita com as matrizes de entrada referentes ao desbalanceamento e empeno de eixo.

3.4.1 Elemento de eixo

O eixo é modelado como uma viga de Timoshenko de seção circular, de modo a incluir os efeitos de cisalhamento e inércia rotatória. Cada elemento possui dois nós e oito graus de liberdade (GDL's), sendo quatro de translação e quatro de rotação representados no sistema inercial XYZ (Lalanne e Ferraris, 1990), conforme mostrado na Figura 3.1:

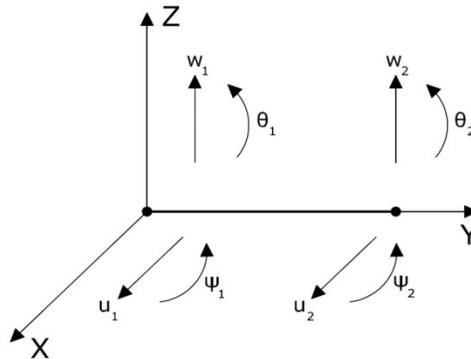


Figura 3.1: Elemento finito de eixo

Sendo o vetor de deslocamentos nodais do elemento de eixo dado por:

$$\gamma_e = \{u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad \psi_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2 \quad \psi_2\}^T \quad (3.2)$$

A matriz de massa do elemento de eixo é:

$$[M_e] = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

A matriz de inércia rotatória é dada por:

$$[M_s] = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

A matriz giroscópica do eixo é representada da seguinte forma:

$$[G_e] = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

onde os termos ρ , S , L , I e Ω representam a massa por unidade de volume, a área da seção transversal, o comprimento do elemento de eixo, o momento de inércia de área e a rotação do rotor, respectivamente.

A matriz de rigidez do eixo pode ser escrita como:

$$[K_e] = \frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

E é o módulo de Young do material e a é o coeficiente de cisalhamento dado por:

$$a = \frac{12EI}{GSL^2} \quad (3.7)$$

G é o módulo de cisalhamento, calculado da seguinte forma:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.8)$$

ν é o coeficiente de Poisson do material do eixo.

3.4.2 Elemento de disco

O nó do disco possui quatro GDLs: dois deslocamentos u e w nas direções horizontal (X) e vertical (Z), respectivamente; e duas rotações θ e ψ em torno dos eixos X e Z respectivamente, como mostrado pela Figura 3.1 referente ao elemento de eixo. O vetor de deslocamentos nodais do disco é dado por:

$$\gamma_d = \{u \quad w \quad \theta \quad \psi\}^T \quad (3.9)$$

As matrizes de massa e giroscópica do elemento de disco são representadas por:

$$[M_d] = \begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

e

$$[G_d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{dy} \\ 0 & 0 & I_{dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

onde m_d é a massa do disco, I_d é o momento de inércia diametral (igual em relação aos eixos X e Z), I_{dy} é o momento de inércia em relação ao eixo axial Y.

3.4.3 Elemento de mancal

Friswell *et al.* (2010) enfatizam que todos os mancais, em maior ou menor escala, são flexíveis e absorvem energia. Para a maioria dos tipos de mancal, a relação carga-deflexão é não linear, tornando a análise mais complicada. Para simplificar a análise dinâmica e considerando que os deslocamentos são pequenos, a abordagem linear traz bons resultados sobre o comportamento dinâmico do sistema. Portanto, o mancal será modelado como um elemento no qual atuam forças elásticas e de amortecimento viscoso, conforme Figura 3.2 (Lalanne e Ferraris, 1990):

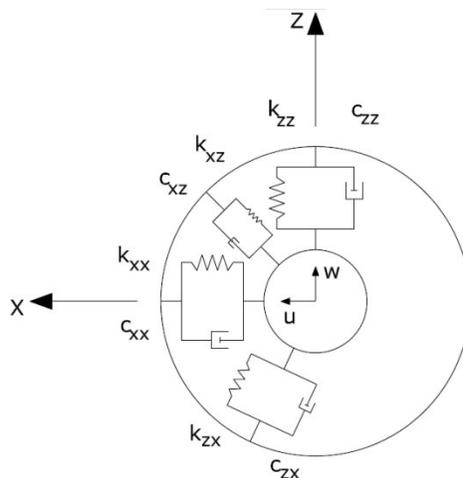


Figura 3.2: Rigidez e amortecimento de mancal

Assim, a relação entre as forças que atuam no eixo, devido ao mancal, e os deslocamentos e velocidades do eixo podem ser aproximadas por (Friswell *et al.* 2010):

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

Não são considerados esforços nas coordenadas angulares θ e ψ , sendo que os termos referentes a essas coordenadas são nulos (Lalanne e Ferraris, 1990) para os casos de mancais curtos ou autocompensadores, sendo estes últimos usados nas bancadas experimentais deste trabalho.

3.4.4 Elemento de fundação

Friswell *et al.* (2010) ressaltam que a modelagem matemática da fundação é difícil. Estruturas nominalmente idênticas podem ter características dinâmicas diferentes devido às variações na condição do solo onde esta será montada, da qualidade do concreto, da posição das barras de reforço, etc. Além de tudo, a fundação acrescenta muitos GDL's ao sistema.

Nas análises desenvolvidas neste trabalho, a fundação é considerada rígida; portanto não será levada em consideração no cálculo da dinâmica do sistema rotativo.

3.4.5 Forças de desbalanceamento

O desbalanceamento é modelado como uma força fixa ao rotor, ou seja, é uma força síncrona à rotação do rotor, que possui magnitude e fase relativa à localização angular em relação a uma referência definida. Como visto em Lalanne e Ferraris (1990), é definido como uma massa m_u situada a uma distância d do centro geométrico do eixo, conforme mostra a Figura 3.3:

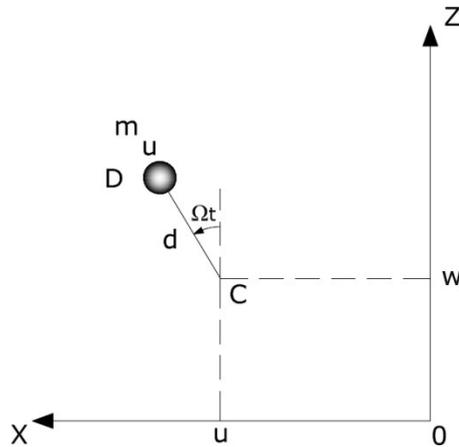


Figura 3.3: Representação do desbalanceamento

A força de desbalanceamento atua nos graus de liberdade de translação do rotor e é representada por (Lalanne e Ferraris, 1990):

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ F_u \\ F_w \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ m_u d \Omega^2 & 0 \\ 0 & m_u d \Omega^2 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sin(\Omega t + \beta) \\ \cos(\Omega t + \beta) \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

Pode-se observar, da Equação (3.13), que o desbalanceamento só ocorre nas posições em que existe a massa excêntrica m_u . Comparando as Equações (3.1) e (3.13), observa-se que a matriz que contém a massa excêntrica corresponde à matriz $[H]$, enquanto que o vetor de senos e cossenos corresponde ao vetor $\{n_{un}(t)\}$. O ângulo β é a fase do desbalanceamento, u e w são as direções indicadas na Figura 3.1.

3.4.6 Forças de empeno

Considerando um rotor perfeitamente balanceado, a presença de empeno residual no eixo faz com que o centro de massa do rotor seja deslocado de uma distância δ (empeno) em relação à linha reta que passa pelo centro dos mancais, conforme mostra a Figura 3.4:

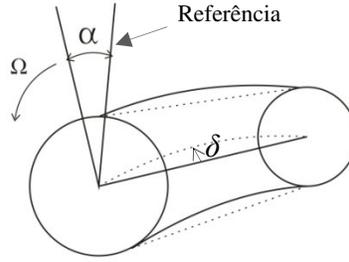


Figura 3.4: Representação do empino residual

α é a fase do empino em relação a uma referência definida no rotor.

À medida que o rotor gira, existe uma deformação elástica adicional nas direções X e Z. A força gerada pelo empino pode ser modelada como uma força elástica de reação que tende a trazer o eixo de volta à sua posição de equilíbrio, que corresponde à posição do empino residual δ (Nicholas, Gunter e Allaire, 1976).

Dessa forma, a força de empino é dada por:

$$\{F_b\} = [K]\{\delta\} \quad (3.14)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez do sistema e δ o vetor de empino, que contém a fase α_i do empino para cada nó i .

O vetor de empino δ contém componentes lineares e angulares devido ao arqueamento apresentado pelo eixo e é dado segundo a amplitude do empino (linear ou angular) presente em cada grau de liberdade dos seus respectivos nós. De acordo com o sistema de coordenadas adotado, o vetor de empino para um nó i é dado por:

$$\{\delta\} = \begin{pmatrix} \delta_i \text{sen}(\Omega t + \alpha_i) \\ \delta_i \text{cos}(\Omega t + \alpha_i) \\ \delta_{a_i} \text{cos}(\Omega t + \alpha_i) \\ -\delta_{a_i} \text{sen}(\Omega t + \alpha_i) \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

onde δ_i representa a amplitude do empino nas direções X e Z, δ_{a_i} é a amplitude do empino angular na direção θ e $-\delta_{a_i}$ é a amplitude do empino angular na direção ψ .

Das Equações (3.14) e (3.15) para um sistema de n GDL's e observando a estrutura das matrizes dadas pela Equação (3.6), tem-se para o sistema de coordenadas mostrado na Figura 3.1 que as forças nos graus de liberdade lineares e angulares são por:

$$F_{u_i} = (k_{4i-3,1}\delta_1 - k_{4i-3,4}\delta_{a_1})\text{sen}(\Omega t + \alpha_1) + (k_{4i-3,5}\delta_2 - k_{4i-3,8}\delta_{a_2})\text{sen}(\Omega t + \alpha_2) + \dots \\ + (k_{4i-3,n-3}\delta_i - k_{4i-3,n}\delta_{a_i})\text{sen}(\Omega t + \alpha_i) \quad (3.16)$$

$$F_{w_i} = (k_{4i-2,2}\delta_1 + k_{4i-2,3}\delta_{a_1})\text{sen}(\Omega t + \alpha_1) + (k_{4i-2,6}\delta_2 + k_{4i-2,7}\delta_{a_2})\text{sen}(\Omega t + \alpha_2) + \dots \\ + (k_{4i-2,n-2}\delta_i + k_{4i-2,n-1}\delta_{a_i})\text{sen}(\Omega t + \alpha_i) \quad (3.17)$$

$$F_{\theta_i} = (k_{4i-1,2}\delta_1 + k_{4i-1,3}\delta_{a_1})\text{sen}(\Omega t + \alpha_1) + (k_{4i-1,6}\delta_2 + k_{4i-1,7}\delta_{a_2})\text{sen}(\Omega t + \alpha_2) + \dots \\ + (k_{4i-1,n-2}\delta_i + k_{4i-1,n-1}\delta_{a_i})\text{sen}(\Omega t + \alpha_i) \quad (3.18)$$

e

$$F_{\psi_i} = (k_{4i,1}\delta_1 - k_{4i,4}\delta_{a_1})\text{sen}(\Omega t + \alpha_1) + (k_{4i,5}\delta_2 - k_{4i,8}\delta_{a_2})\text{sen}(\Omega t + \alpha_2) + \dots \\ + (k_{4i,n-3}\delta_i - k_{4i,n}\delta_{a_i})\text{sen}(\Omega t + \alpha_i) \quad (3.19)$$

onde i representa o número do nó e k são os termos da matriz de rigidez do rotor que multiplicam os empenos lineares e angulares correspondentes.

Sabe-se que:

$$\text{sen}(A + B) = \text{sen}A.\text{cos}B + \text{sen}B.\text{cos}A \quad (3.20)$$

e

$$\text{cos}(A + B) = \text{cos}A.\text{cos}B - \text{sen}A.\text{sen}B \quad (3.21)$$

Considerando as Equações (3.16) a (3.21), a força de empeno (equação 3.15) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$[F_b] = [K] \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \cos \alpha_1 & \delta_1 \sin \alpha_1 \\ -\delta_1 \sin \alpha_1 & \delta_1 \cos \alpha_1 \\ -\delta_{a_1} \sin \alpha_1 & \delta_{a_1} \cos \alpha_1 \\ -\delta_{a_1} \cos \alpha_1 & -\delta_{a_1} \sin \alpha_1 \\ \delta_2 \cos \alpha_2 & \delta_2 \sin \alpha_2 \\ -\delta_2 \sin \alpha_2 & \delta_2 \cos \alpha_2 \\ -\delta_{a_2} \sin \alpha_1 & \delta_{a_2} \cos \alpha_1 \\ -\delta_{a_2} \cos \alpha_1 & -\delta_{a_2} \sin \alpha_1 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{cases} \sin(\Omega t) \\ \cos(\Omega t) \end{cases} \quad (3.22)$$

4. REDUÇÃO DE ORDEM DE MODELO

4.1 Aspectos Gerais

A ideia geral envolvida na redução de um modelo matemático é a de encontrar um subespaço $\bar{T} \in \mathbb{R}^{n \times f}$, com $f \ll n$, de modo que as n variáveis ξ da Equação (3.1) sejam escritas em função de um conjunto reduzido de m coordenadas z , conforme a equação a seguir (Koutsovasilis, 2009):

$$\{\xi\}_{(n,1)} = [\bar{T}]_{(n,f)}\{z\}_{(f,1)} \quad (4.1)$$

A transformação é independente do tempo, de modo que (Rades, 2009):

$$\{\dot{\xi}\}_{(n,1)} = [\bar{T}]_{(n,f)}\{\dot{z}\}_{(f,1)}, \quad \{\ddot{\xi}\}_{(n,1)} = [\bar{T}]_{(n,f)}\{\ddot{z}\}_{(f,1)} \quad (4.2)$$

Substituindo as Equações (4.1) e (4.2) na Equação (3.1) e pré-multiplicando por $[\bar{T}]^T$, chega-se à equação de movimento reduzida:

$$[M^{red}]_{(f,f)}\{\ddot{z}\}_{(f,1)} + [P^{red}]_{(f,f)}\{\dot{z}\}_{(f,1)} + [K^{red}]_{(f,f)}\{z\}_{(f,1)} = \{F^{red}\}_{(f,1)} \quad (4.3)$$

onde

$$[M^{red}] = [\bar{T}]^T [M] [\bar{T}], \quad [P^{red}] = [\bar{T}]^T [P] [\bar{T}], \quad [K^{red}] = [\bar{T}]^T [K] [\bar{T}] \quad (4.4)$$

e

$$\{F^{red}\} = [\bar{T}]^T [F] \quad (4.5)$$

sendo que

$$\{F\} = [H]\{n_{un}(t)\} + [B]\{n_b(t)\} \quad (4.6)$$

Uma escolha apropriada de $[\bar{T}]$ reduzirá o número de coordenadas (graus de liberdade) sem alterar os modos e frequências naturais de interesse (Rades, 2009).

De acordo com o tipo de coordenada presente após a redução do modelo e, consequentemente, com o tipo de transformação usada para gerar a matriz de redução $[\bar{T}]$, as técnicas de redução de modelo podem ser classificadas em três categorias (Qu, 2004 e Koutsovasilis, 2009): métodos de redução em coordenadas físicas, métodos de redução em coordenadas semi físicas e métodos de redução em coordenadas não físicas.

1. *Métodos de redução em coordenadas físicas.* Fazem parte desta categoria os métodos nos quais o vetor de coordenadas reduzido $\{z\}$, mostrado pela Equação (4.1), é descrito por coordenadas físicas do problema. Fazem parte dessa categoria os seguintes métodos (Koutsovasilis, 2009): (a) condensação estática ou método de Guyan, (b) condensação dinâmica, (c) IRS (*Improved Reduction System*), (d) SEREP (*System Equivalent Reduction Expansion Process*), (e) métodos de redução em duas etapas: SEREP-IRS e SEREP-Guyan.
2. *Métodos de redução em coordenadas semifísicas.* Nesta categoria, uma parte do vetor reduzido é formada por coordenadas físicas e outra parte é formada por coordenadas não físicas. O método de redução mais usado na área de dinâmica de estruturas é o CMS (*Component Mode Synthesis*). Uma variante do método é o ICMS (*Improved Component Mode Synthesis*) que leva em consideração a inércia do sistema (Koutsovasilis, 2009). Da mesma forma que no item anterior, a redução também pode ser feita em dois passos, combinando-se dois métodos de redução: SEREP-CMS, SEREP-ICMS.
3. *Métodos de redução em coordenadas não físicas.* Os graus de liberdade do modelo reduzido são formados por coordenadas não físicas. Os métodos mais usados são: KSM (*Krylov Subspace Method*) e (b) BT (*Balanced Truncation*). Ambos os métodos surgiram na área de controle para analisar sistemas lineares invariantes no tempo descritos por equações diferenciais ordinárias de primeira ordem (Koutsovasilis, 2009). Também são considerados pertencentes à essa categoria os modelos reduzidos em duas etapas: KSM-BT, SEREP-KSM, SEREP-BT.

Como o sentido físico do modelo matemático é mantido nessa tese, apenas os modelos de coordenadas físicas serão descritos.

4.2 Métodos de Redução em Coordenadas Físicas

4.2.1 Condensação estática

Esta técnica de redução foi proposta por Guyan (1965) e Irons (1965). O nome condensação estática vem do fato de que os efeitos dinâmicos são desconsiderados na redução do modelo. Apesar de ser uma técnica antiga, o método é usado em muitos problemas estáticos e dinâmicos, sendo, ainda hoje, um dos métodos de redução mais populares. Sua utilização engloba as áreas de dinâmica de estruturas e vibrações (Qu, 2004) e também em dinâmica de rotores (Stephenson e Rouch, 1993).

Este método, assim como os demais métodos de redução em coordenadas físicas e os de coordenadas semifísicas (Koutsovasilis, 2009), assume que os graus de liberdade do modelo são divididos em dois grupos: a) ativos (*master*), que são mantidos na redução e b) descartados (*slave*). As coordenadas são descritas pelos índices m e s , respectivamente. A Equação (3.1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} [M_{mm}] & [M_{ms}] \\ [M_{sm}] & [M_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_m \\ \ddot{\xi}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [P_{mm}] & [P_{ms}] \\ [P_{sm}] & [P_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi}_m \\ \dot{\xi}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{mm}] & [K_{ms}] \\ [K_{sm}] & [K_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_m \\ F_s \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

A redução de Guyan é aplicada ao modelo sem amortecimento do sistema descrito pela Equação (4.7). Dessa forma, a matriz de redução $[\bar{T}]$ é derivada do seguinte modelo:

$$\begin{bmatrix} [M_{mm}] & [M_{ms}] \\ [M_{sm}] & [M_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_m \\ \ddot{\xi}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{mm}] & [K_{ms}] \\ [K_{sm}] & [K_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_m \\ F_s \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

Duas aproximações são assumidas para a utilização do método. A primeira delas é a de que não haja força aplicada aos GDL's descartados, ou seja, $\{F_s\} = \{0\}$. A relação força-deflexão estática é dada por:

$$\begin{bmatrix} [K_{mm}] & [K_{ms}] \\ [K_{sm}] & [K_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_m \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

A segunda aproximação, como mencionado no início desta seção, é que os termos de inércia do sistema em estudo são omitidos. De acordo com a Equação (4.8), essa segunda premissa pode ser expressa por:

$$[M_{mm}]\{\ddot{\xi}_m\} + [M_{ms}]\{\ddot{\xi}_s\} = \{0\} \text{ e } [M_{sm}]\{\ddot{\xi}_m\} + [M_{ss}]\{\ddot{\xi}_s\} = \{0\} \quad (4.10)$$

Escrevendo a parte inferior da Equação (4.8) e usando a aproximação dada pela Equação (4.10), o vetor de coordenadas descartadas pode ser descrito em função das coordenadas ativas:

$$\{\xi_s\} = -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}]\{\xi_m\} \quad (4.11)$$

Dessa forma, o conjunto de coordenadas original pode ser relacionado com um conjunto de reduzido número de coordenadas, formado pelas coordenadas ativas (*master*), através da seguinte equação:

$$\{\xi\} = \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m \\ -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \end{bmatrix} \{\xi_m\} = [\bar{T}_G]\{\xi_m\} \quad (4.12)$$

onde I_m é a matriz identidade de ordem m .

Pode-se observar da Equação (4.12) que a matriz de redução ou de condensação é independente da força, já que as cargas nas coordenadas descartadas não são levadas em consideração. Por esta equação, o sistema original de ordem n pode ser representado por um sistema de ordem m , sendo que $m \ll n$.

Koutsovasilis (2009) ressalta que a condensação estática é uma boa aproximação para os modos e frequências mais baixas da estrutura, sendo exata nos casos estáticos. Para frequências mais elevadas, a influência da inércia torna-se mais relevante e a aproximação do modelo reduzido perde sua capacidade de representar o modelo completo do sistema.

Qu (2004) enfatiza que o modelo reduzido por Guyan é válido no intervalo de frequência $[0, \omega_c]$, sendo ω_c a frequência de corte, que é igual à menor frequência natural do modelo formado pelas coordenadas descartadas. Pelo fato de as frequências do modelo completo serem aumentadas se alguns de seus GDL's forem fixados, a menor faixa de frequências do modelo completo é geralmente menor que a menor frequência do modelo descartado (*slave*). Dessa forma, o erro obtido no modelo reduzido depende da razão entre a frequência de corte e a frequência de interesse. Quanto maior essa relação, maior é a exatidão do modelo reduzido.

Baseado nessas informações, o modelo reduzido ficará mais exato com a inclusão dos termos de inércia ou através de (Qu, 2004):

- Seleção ótima dos graus de liberdade ativos (*master*). Diferentes graus de liberdade ativos resultam em diferentes modelos descartados (*slave*) com diferentes frequências de corte;
- Aumento do número de graus de liberdade ativos, gerando aumento na frequência de corte.

Uma análise mais detalhada sobre a escolha dos GDL's ativos será dada posteriormente neste capítulo.

Rades (2009) aponta algumas limitações da redução de Guyan:

- Utilização errada do método pode levar a grandes erros de modelagem;
- As matrizes reduzidas perdem a forma de banda diagonal;
- É necessário conhecimento e experiência na escolha dos GDL's ativos (*master*).

4.2.2 Condensação dinâmica

A condensação dinâmica (Paz, 1984) é uma alternativa à condensação estática e é um método de redução exato para uma determinada frequência escolhida. Neste algoritmo, a inércia do sistema é utilizada na matriz de redução, justificando o termo dinâmica presente na denominação do modelo de redução.

Este método foi inicialmente concebido para reduzir sistemas não amortecidos descritos pela Equação (4.8) e sujeitos à excitação por forças harmônicas ou periódicas, porém também desconsiderando as forças aplicadas nos GDL's descartados (*slave*). Dessa forma:

$$\begin{bmatrix} [M_{mm}] & [M_{ms}] \\ [M_{sm}] & [M_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_m \\ \ddot{\xi}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{mm}] & [K_{ms}] \\ [K_{sm}] & [K_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_m \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

Considerando uma resposta do tipo:

$$\xi(t) = \xi e^{j\omega t} \quad (4.14)$$

onde ω é a frequência desejada para a redução do modelo.

Substituindo (4.14) na parte inferior da Equação (4.13), a seguinte expressão é obtida:

$$(-\omega^2[M_{ss}] + [K_{ss}])\xi_s + (-\omega^2[M_{sm}] + [K_{sm}])\xi_m = \{0\} \quad (4.15)$$

Calculando o valor das coordenadas descartadas em função das coordenadas ativas pela Equação (4.15), pode-se escrever o vetor de coordenadas em função das coordenadas ativas:

$$\{\xi\} = \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m \\ -(-\omega^2[M_{ss}] + [K_{ss}])^{-1}(-\omega^2[M_{sm}] + [K_{sm}]) \end{bmatrix} \{\xi_m\} = [\bar{T}_{din}] \{\xi_m\} \quad (4.16)$$

Avitabile ([HTTP://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/Model_Reduction_061904.pdf](http://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/Model_Reduction_061904.pdf)) enfatiza algumas características da redução dinâmica:

- Se a frequência ω escolhida for zero, o método de redução é igual ao método de Guyan;
- O modelo reduzido contém pelo menos um autovalor igual ao do sistema completo não amortecido;
- Outros autovalores do sistema podem não ter uma boa representação no modelo reduzido;

- A condensação dinâmica é um bom método quando apenas um modo do sistema deve ser representado.

4.2.3 IRS: *Improved Reduction System*

Este método de redução foi proposto por O'Callahan (1989) e representa uma alternativa ao método de Guyan, na qual os termos de inércia são incluídos na forma de forças pseudo-estáticas.

Considerando as vibrações livres de um sistema não amortecido reduzido pelo método de Guyan:

$$[M^{red}]\{\ddot{\xi}_m\} + [K^{red}]\{\xi_m\} = \{0\} \quad (4.17)$$

onde $[M^{red}] = [\bar{T}_G]^T [M] [\bar{T}_G]$, $[K^{red}] = [\bar{T}_G]^T [K] [\bar{T}_G]$.

Calculando o vetor de aceleração dos GDL's mantidas (*master*) na Equação (4.17):

$$\{\ddot{\xi}_m\} = -[M^{red}]^{-1} [K^{red}]\{\xi_m\} \quad (4.18)$$

Diferenciando a Equação (4.11) duas vezes em relação ao tempo, obtém-se uma relação entre a aceleração dos GDL's descartados (*slave*) e a aceleração das coordenadas mantidas após a redução do modelo:

$$\{\ddot{\xi}_s\} = -[K_{ss}]^{-1} [K_{sm}]\{\ddot{\xi}_m\} \quad (4.19)$$

Substituindo (4.18) em (4.19), é possível descrever a aceleração das coordenadas descartadas em função das coordenadas ativas ou mantidas no modelo reduzido:

$$\{\ddot{\xi}_s\} = [K_{ss}]^{-1} [K_{sm}] [M^{red}]^{-1} [K^{red}]\{\xi_m\} \quad (4.20)$$

Escrevendo a parte inferior da Equação (4.13), tem-se:

$$[M_{sm}]\{\ddot{\xi}_m\} + [M_{ss}]\{\ddot{\xi}_s\} + [K_{sm}]\{\xi_m\} + [K_{ss}]\{\xi_s\} = \{0\} \quad (4.21)$$

Substituindo as Equações (4.20) e (4.18) em (4.21), encontra-se uma expressão que relaciona os GDL's descartados com os GDL's mantidos:

$$\{\xi_s\} = \left(-[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] + [K_{ss}]^{-1}[S] \left[M^{red} \right]^{-1} \left[K^{red} \right] \right) \{\xi_m\} \quad (4.22)$$

onde

$$[S] = [M_{sm}] - [M_{ss}][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \quad (4.23)$$

Portanto, o conjunto de coordenadas pode ser expresso na forma:

$$\{\xi\} = \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m \\ -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] + [K_{ss}]^{-1}[S][M^{red}]^{-1}[K^{red}] \end{bmatrix} \{\xi_m\} = [\bar{T}_{IRS}] \{\xi_m\} \quad (4.24)$$

Koutsovasilis (2009) afirma que o método IRS reproduz melhor a dinâmica do modelo original que a condensação de Guyan devido à inclusão da informação da inércia do sistema. Porém a base do método reside na condensação estática, fazendo com que muitos erros sejam causados pela natureza estática do algoritmo usado.

Avitabile ([HTTP://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/Model_Reduction_061904.pdf](http://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/Model_Reduction_061904.pdf)) destaca que o método IRS possui melhor representação de modos mais elevados do sistema quando comparado à redução de Guyan. Por outro lado, a matriz reduzida de rigidez gerada será mais rígida que a matriz produzida pela condensação estática e a matriz reduzida de massa é menos adequada para verificações de ortogonalidade que a matriz reduzida de massa obtida pela redução de Guyan (Friswell, Garvey e Penny, 1998).

Como forma de melhorar o modelo reduzido, Friswell, Garvey e Penny (1995) propuseram uma extensão do método IRS em duas frentes: usando a matriz de transformação vinda da redução dinâmica ao invés da redução estática; e um esquema iterativo no qual a matriz de transformação (redução) é gerada iterativamente, baseada no melhor modelo reduzido obtido.

Da Equação (4.13) e considerando uma resposta harmônica de frequência de ajuste igual a ω , a Equação (4.16) pode ser usada. Friswell, Garvey e Penny (1995) mostram em

detalhes que a transformação dinâmica pode usada no método IRS de modo que a matriz de redução pode ser dada por:

$$[\bar{T}_{IRS}] = [\bar{T}_{din}] + [S_d][M][\bar{T}_{din}][M^{red}]^{-1}[D_R] \quad (4.25)$$

onde $[\bar{T}_{din}]$ é a matriz de redução dinâmica, dada pela Equação (4.16); $[M]$ é a matriz de massa original rearranjada na forma mostrada em (4.13) e $[M^{red}]$ é a matriz de massa reduzida pelo método de Guyan. Os demais termos são dados por:

$$[S_d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_{ss}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

onde

$$[D_{ss}^{-1}] = [K_{ss}] - \omega^2[M_{ss}] \quad (4.27)$$

e

$$[D_R] = [K^{red}] - \omega^2[M^{red}] \quad (4.28)$$

sendo $[K^{red}]$ a matriz de rigidez reduzida pelo método de Guyan.

Quanto ao método iterativo, a ideia central é a de tornar o método IRS estático, mostrado pela Equação (4.24), mais preciso a cada iteração e ser um modelo reduzido melhor que o obtido pela condensação estática. A matriz de redução é dada por (Friswell, Garvey e Penny, 1995):

$$[\bar{T}_{IRS,i+1}] = \begin{bmatrix} I_m \\ T_{IRS,i+1} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

com

$$T_{IRS,i+1} = -[K_{ss}^{-1}][K_{sm}] + [K_{ss}^{-1}]([M_{sm}] + [M_{ss}][T_{IRS,i+1}][M_{IRS,i}^{-1}][K_{IRS,i}]) \quad (4.30)$$

A primeira iteração corresponde à Equação (4.24), que é o método IRS estático. As iterações subsequentes são geradas por (4.29). As matrizes $[M_{IRS,i}]$ e $[K_{IRS,i}]$ são as matrizes de massa e rigidez reduzidas pelo método IRS, sendo calculadas por:

$$[M_{IRS,i}] = [\bar{T}_{IRS,i}]^T [M] [\bar{T}_{IRS,i}] \quad (4.31)$$

e

$$[K_{IRS,i}] = [\bar{T}_{IRS,i}]^T [K] [\bar{T}_{IRS,i}] \quad (4.32)$$

Friswell, Garvey e Penny (1998) demonstram que o método iterativo acima descrito converge para a transformação obtida pelo método de redução SEREP, que será descrito a seguir. A velocidade dessa convergência depende da escolha dos graus de liberdade ativos (*master* ou mantidos) do modelo reduzido.

4.2.4 SEREP: *System Equivalent Reduction Expansion Process*

O método SEREP foi proposto por O'Callahan, Avitabile e Riemer (1989) como um método de redução que preserva as características dinâmicas do modelo original para os modos de interesse. Os autores ressaltam algumas particularidades que os demais métodos de coordenadas físicas não possuem:

- Os modos selecionados são preservados no modelo reduzido;
- A qualidade do modelo reduzido não depende da escolha dos GDL's ativos;
- As frequências naturais e formas modais do modelo reduzido são exatamente iguais às frequências naturais e formas modais, para os modos selecionados, do modelo completo;
- O processo de redução/expansão é reversível. A expansão dos modos do sistema reduzido de volta para o espaço do sistema completo resulta em modos idênticos aos do modelo completo do sistema.

A base do algoritmo é a matriz modal do sistema discretizado por elementos finitos. Seja o sistema não amortecido descrito pela Equação (4.13), sendo $[\Phi]$ a matriz modal de ordem $n \times q$, onde q representa o número de modos escolhidos. Da análise modal, é sabido que o vetor de coordenadas físicas pode ser escrito em função de coordenadas modais q :

$$\{\xi\} = \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_s \end{Bmatrix} = [\Phi]_{(n,q)} \{q\}_{(q,1)} \quad (4.33)$$

sendo que a matriz modal está dividida em coordenadas ativas (*master*) e descartadas (*slave*) da seguinte maneira:

$$[\Phi]_{(n,q)} = \begin{bmatrix} \Phi_m \\ \Phi_s \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Considerando apenas os GDL's ativos:

$$\{\xi_m\} = [\Phi_m] \{q\} \quad (4.35)$$

O'Callahan, Avitabile e Riemer (1989) ressaltam que, em muitas aplicações práticas, o número de coordenadas medidas (ativas) é maior ou igual ao número de modos de interesse. Dessa forma, $[\Phi_m]$ não é uma matriz quadrada e o vetor de coordenadas modais pode ser representado da seguinte maneira:

$$\{q\} = ([\Phi_m]^T [\Phi_m])^{-1} [\Phi_m]^T \{\xi_m\} = \Phi^+ \{\xi_m\} \quad (4.36)$$

Substituindo (4.36) em (4.33), obtém-se a matriz de redução para o método SEREP:

$$\{\xi\} = \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_m \Phi^+ \\ \Phi_s \Phi^+ \end{bmatrix} \{\xi_m\} = [\bar{T}_{SEREP}] \{\xi_m\} \quad (4.37)$$

As matrizes reduzidas são dadas por:

$$[M_{SEREP}^{red}] = [\bar{T}_{SEREP}]^T [M] [\bar{T}_{SEREP}] = [I]_{(m,m)} \quad (4.38)$$

e

$$[K_{SEREP}^{red}] = [\bar{T}_{SEREP}]^T [K] [\bar{T}_{SEREP}] = diag[\omega_i^2] = [\Lambda]_{(q,q)}, i = 1, \dots, q \quad (4.39)$$

onde os termos ω_i representam os autovalores do sistema.

Caso o amortecimento seja proporcional, os modos são iguais aos do sistema conservativo e a matriz de amortecimento reduzida tem a seguinte estrutura (Koutsovasilis, 2009):

$$[C_{SEREP}^{red}] = [\bar{T}_{SEREP}]^T [C] [\bar{T}_{SEREP}] = [\Phi_{(q,m)}]^T (\alpha [I]_{(q,q)} + \beta [\Lambda]_{(q,q)}) [\Phi_{(q,m)}] \quad (4.40)$$

sendo que

$$[C] = \kappa [M] + \chi [K], \text{ com } \kappa \text{ e } \chi \text{ constantes} \quad (4.41)$$

Como o método SEREP mantém, de forma exata, todos os modos selecionados do modelo original, esta técnica é considerada um método de redução poderoso. A qualidade do modelo reduzido depende apenas da seleção dos autovetores, sem depender da escolha dos GDL's ativos (Koutsovasilis, 2009).

Algumas desvantagens do método são (Koutsovasilis, 2009):

- O uso do método só é possível se a matriz modal, representando os autovetores selecionados, for conhecida. Para sistemas de ordem muito elevada, a obtenção dessa matriz pode ter elevados custos computacionais. Além disso, a seleção dos modos importantes nem sempre é uma tarefa fácil, porém, de forma geral, os autovetores de interesse são aqueles que possuem os menores autovalores;
- Nos casos em que o número de modos (q) excede a quantidade de coordenadas ativas (m), as matrizes reduzidas podem ser mal condicionadas. É aconselhável que m seja maior ou igual a q .

Nos casos em que $m < q$, a solução difere da forma mostrada pela Equação (4.37). Para que o modelo reduzido continue reproduzindo os mesmos autovalores e autovetores do sistema original, O'Callahan, Avitabile e Riemer (1989) mostram que a matriz de redução não é a mesma que a obtida pela Equação (4.37). Neste caso, as q variáveis modais devem ser fundidas em m equações, produzindo uma média das variáveis do sistema.

A solução para esta condição requer que o conjunto de m variáveis seja projetado para o sistema de q variáveis (O'Callahan, Avitabile e Riemer, 1989):

$$\{q\} = [\Phi_m]^T \{q_m\} \quad (4.42)$$

onde $\{q_m\}$ é o conjunto de soluções aproximadas. Visto de outra forma, a Equação (4.42) pode ser lida como a obtenção de uma solução média das q variáveis em um sistema de m equações.

Substituindo (4.42) em (4.35), tem-se:

$$\{\xi_m\} = [\Phi_m][\Phi_m]^T\{q_m\} \quad (4.43)$$

que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\{q_m\} = ([\Phi_m][\Phi_m]^T)^{-1}\{\xi_m\} \quad (4.44)$$

Substituindo (4.44) em (4.42), a solução média das q variáveis pode ser obtida:

$$\{q\} = [\Phi_m]^T([\Phi_m][\Phi_m]^T)^{-1}\{\xi_m\} \quad (4.45)$$

Combinando (4.45) e (4.33):

$$\{\xi\} = \begin{Bmatrix} \xi_m \\ \xi_s \end{Bmatrix} = [\Phi]_{(n,q)}[\Phi_m]^T([\Phi_m][\Phi_m]^T)^{-1}\{\xi_m\} \quad (4.46)$$

4.3 Seleção dos Graus de Liberdade Ativos

Foi visto que os modelos de redução em coordenadas físicas, exceto o SEREP, e os de coordenadas semifísicas requerem a divisão do modelo em dois grupos de coordenadas: a) coordenadas ativas (*master*), medidas ou mantidas e b) coordenadas descartadas (*slave*). Dessa forma, diferentes conjuntos desses dois tipos de coordenadas alterarão o modelo reduzido e, conseqüentemente, suas propriedades. A decisão de quais e quantos GDL's ativos escolher é crucial para um bom modelo reduzido.

Koutsovasilis (2009) ressalta que a escolha das coordenadas ativas não é tarefa simples, pois depende do modelo e exige experiência da pessoa que fará a redução.

Qu (2004) faz um apanhado de técnicas de escolha das coordenadas ativas, classificando-as em dois critérios: qualitativos e quantitativos.

4.3.1 Critérios qualitativos

Segundo esses critérios, as coordenadas ativas (*master*) devem ser aquelas que respeitem as seguintes condições:

- Possuem, na sua posição, os maiores valores na matriz de massa;
- São coordenadas que apresentam os maiores movimentos nos modos de interesse;
- Devem ter a maior energia de deformação, onde todas as deformações possam ser visualizadas.

Esses critérios são adequados para estruturas simples, tais como: vigas, placas, etc (Qu, 2004).

4.3.2 Critérios quantitativos

As regras quantitativas são interessantes pelo fato de ser possível a programação de um algoritmo que faça a seleção automática dos GDL's ativos. O principal critério quantitativo usado é baseado na razão entre os elementos da diagonal das matrizes de rigidez e massa, ou seja, k_{ii}/m_{ii} . As coordenadas ativas devem ser aquelas que possuem a menor relação entre os termos de rigidez e massa.

Koutsovasilis (2009) aponta outros critérios que podem ser usados:

- Origem de coordenadas;
- Onde estão definidas as forças e condições de contorno;
- Onde os deslocamentos são calculados ou medidos;
- Pontos de conexão, no caso de sistemas de múltiplos corpos.

Com relação ao número de coordenadas ativas a serem consideradas, Qu (2004) destaca que essa quantidade é dada pela razão entre o número de GDL's ativos e o número de modos de interesse.

Dois fatores devem ser levados em consideração na escolha do tamanho do vetor de coordenadas ativas (Qu, 2004):

- A precisão do modelo reduzido. Para um dado número de modos de interesse, quanto maior a quantidade de GDL's ativos, melhor será o modelo reduzido (exceto o SEREP);
- O esforço computacional envolvido. Quanto mais coordenadas ativas, maior o esforço para analisar o modelo reduzido. Deve haver, portanto, um compromisso entre precisão e ordem do modelo reduzido.

5. EQUAÇÃO MATRICIAL DE LYAPUNOV

Neste capítulo, será dada ênfase à análise das respostas dinâmicas do sistema rotativo. Em muitos casos práticos, é possível acessar somente as medições de uma máquina para análise e diagnóstico, visto que, nem sempre, é possível a medição da excitação do sistema.

Dessa forma, as medições do rotor serão usadas para a obtenção de parâmetros que são capazes de dizer se o sistema sofreu alguma modificação devido à presença de alguma falha e, com base em normas de vibração e no conhecimento do equipamento, determinar se alguma ação corretiva precisa ser tomada para que a máquina mantenha seu desempenho no processo produtivo no qual ela faz parte.

De um modo geral, sistemas rotativos descritos na forma da Equação (4.55) podem ser submetidos a dois tipos de excitação: aleatória e harmônica. Como exemplo de excitação aleatória tem-se o impacto que a água faz no rotor de uma bomba, no caso da excitação harmônica as já mencionadas forças de desbalanceamento e empeno residual de eixo. Considerando as excitações mencionadas, a Equação (3.1) pode ser expandida para:

$$[M]\{\ddot{\xi}(t)\} + [P]\{\dot{\xi}(t)\} + [K]\{\xi(t)\} = [\check{S}]\{u(t)\} + [H]\{n_{un}(t)\} + [B]\{n_b(t)\} \quad (5.1)$$

onde $[\check{S}]$ é a matriz de entrada aleatória e $\{u(t)\}$ é o vetor de entradas que representa um processo estocástico do tipo ruído branco com as seguintes características:

$$\epsilon\{u(t)\} = 0 \quad (5.2)$$

$$\epsilon\{u(t_1)u^T(t_2)\} = R_{uu}(t_1, t_2) = \Psi_{uu}(t_1)\delta_d(t_1 - t_2) \quad (5.3)$$

no qual ϵ é a esperança matemática, R_{uu} é a matriz de correlação do ruído $u(t)$ entre os instantes t_1 e t_2 , Ψ_{uu} é uma matriz de intensidade de ruído e δ_d é a função delta de Dirac.

Como mencionado, $[P]$ contém a matriz de amortecimento $[C]$ e a matriz giroscópica $[G]$:

$$[P] = [C] + \Omega[G] \quad (5.4)$$

Eduardo (2003) enfatiza que a função de correlação estabelece a influência dos valores de uma determinada grandeza sobre os valores dessa mesma grandeza em instantes de tempo futuros, permitindo o conhecimento de como os valores medidos estão relacionados entre si.

Melsa e Sage (1973) formularam analiticamente uma equação que relaciona as matrizes de entrada de um sistema linear com as funções de correlação de sistemas estocásticos. Dessa forma, relações entre os parâmetros físicos e as matrizes de correlações das variáveis medidas podem ser obtidas.

A Equação (5.1) pode ser reescrita na forma de espaço de estados:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [\hat{S}]\{u(t)\} + [E_u]\{n_{un}(t)\} + [E_b]\{n_b(t)\} \quad (5.5)$$

com

$$[\hat{S}] = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ M^{-1}\check{S} \end{bmatrix}, [E_u] = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ M^{-1}H \end{bmatrix}, [E_b] = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ M^{-1}B \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

com

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} \xi(t) \\ \dots \\ \dot{\xi}(t) \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

e

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{(n,n)} & I_{(n,n)} \\ A_1 & A_2 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Reescrevendo a Equação (3.13) na forma da Equação (3.22), tem-se:

$$\{n_{un}(t)\} = \{n_b(t)\} = \{n(t)\} = \begin{Bmatrix} \text{sen}(\Omega t) \\ \text{cos}(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (5.9)$$

com $\{n(t)\}$ conhecido como vetor harmônico. As demais matrizes são:

$$[H] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ a_1\Omega^2 & b_1\Omega^2 \\ -b_1\Omega^2 & a_1\Omega^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ a_2\Omega^2 & b_2\Omega^2 \\ -b_2\Omega^2 & a_2\Omega^2 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{(n,2)}, [B] = \begin{bmatrix} c_1 & d_1 \\ -d_1 & c_1 \\ -f_1 & e_1 \\ -e_1 & -f_1 \\ c_2 & d_2 \\ -d_2 & c_2 \\ -f_2 & e_2 \\ -e_2 & -f_2 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{(n,2)} \quad (5.10)$$

Como já comentado no Capítulo 3, os termos não nulos da matriz $[H]$ são referentes ao desbalanceamento existente apenas nas posições dos discos. Na matriz $[B]$, não existem elementos nulos, já que quando o eixo está empenado o arqueamento gera deslocamentos lineares e angulares. Os termos presentes nessas matrizes são dados por:

$$a_i = m_{u_i} \cdot d \cdot \cos(\beta), b_i = m_{u_i} \cdot d \cdot \sen(\beta) \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} c_i &= (k_{i,j}^{tr} \cdot \delta_{r_i} + \overline{k_{l,j}} \cdot \delta_{ar_i}) \cdot \cos(\alpha), d_i = (k_{i,j}^{tr} \cdot \delta_{r_i} + \overline{k_{l,j}} \cdot \delta_{ar_i}) \cdot \sen(\alpha), \\ e_i &= (\overline{k_{l,j}} \cdot \delta_{r_i} + k_{i,j}^{rt} \cdot \delta_{ar_i}) \cdot \cos(\alpha), f_i = (\overline{k_{l,j}} \cdot \delta_{r_i} + k_{i,j}^{rt} \cdot \delta_{ar_i}) \cdot \sen(\alpha) \end{aligned} \quad (5.12)$$

onde $k_{i,j}^{tr}$ representa os termos da matriz de rigidez referentes aos GDL's de translação e δ_{r_i} é o empeno linear residual, $\overline{k_{l,j}}$ são os termos de rigidez cruzada entre GDL's de translação e rotação, $k_{i,j}^{rt}$ são os termos de rigidez dos GDL's de rotação e δ_{ar_i} é o empeno angular residual no i -ésimo nó do eixo.

A matriz de correlação das variáveis de estado do sistema é obtida da definição:

$$[R_{xx}(t, t + \tau)] = [R_{xx}(\tau)] = \epsilon \{ \{x(t)\} \{x^T(t + \tau)\} \} \quad (5.13)$$

onde τ representa a defasagem de tempo aplicado ao vetor.

Admitindo que o processo aleatório seja estacionário (intensidade de ruído Ψ_{uu} constante - Equação 5.3) e usando a Equação (5.10), a seguinte equação que relaciona as matrizes do sistema, as matrizes de correlação envolvendo os vetores de estado e o vetor

harmônico e os parâmetros de falha do rotor pode ser obtida (Eduardo, 2003, Pederiva, 1992):

$$[A][R_{xx}(\tau_i)] + [R_{xx}(\tau_i)][A]^T + [E][R_{nx}(\tau_i)] + [R_{nx}(\tau_i)][E]^T = -[B]\Psi_{uu}[B]^T e^{[A]^T \tau_i} \quad (5.14)$$

no qual

$$[E] = [E_u] + [E_b] \quad (5.15)$$

Considerando apenas a excitação harmônica causada pelo desbalanceamento e empeno residual de eixo, a *Equação Matricial de Lyapunov Generalizada* para sistemas com excitação harmônica é dada por:

$$[A][R_{xx}(\tau_i)] + [R_{xx}(\tau_i)][A]^T + [E][R_{nx}(\tau_i)] + [R_{nx}(\tau_i)][E]^T = 0 \quad (5.16)$$

A matriz de correlações possui a seguinte estrutura:

$$[R_{xx}(\tau_i)] = \begin{bmatrix} R_{\xi\xi}(\tau_i) & R_{\xi\dot{\xi}}(\tau_i) \\ R_{\dot{\xi}\xi}(\tau_i) & R_{\dot{\xi}\dot{\xi}}(\tau_i) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

O vetor de estados harmônico pode ser escrito da seguinte forma:

$$\{x(t)\} = z_1 \text{sen}(\Omega t) + z_2 \text{cos}(\Omega t) \quad (5.18)$$

onde z_1 e z_2 são valores de amplitude. E o sistema mecânico é descrito por:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [E]\{n(t)\} \quad (5.19)$$

$$\{y(t)\} = [C]\{x(t)\} \quad (5.20)$$

com $[A]$ tendo a forma mostrada na Equação (5.8) e $[C]$ é a matriz de saídas ou medidas .

5.1 Redução do Número de Medidas Disponíveis

Todas as considerações feitas anteriormente são para o caso em que todo o vetor de estado é obtido via medições, como mostra a Equação (5.16). Na prática, isso não ocorre porque nem todos os graus de liberdade podem medidos por diversos motivos, tais como

dificuldades de acesso a alguns pontos da máquina ou por razões de segurança. Dessa forma, uma redução do número de medidas deve ser considerada para que a metodologia proposta possa ser implantada em casos reais.

Sabe-se que as medições de velocidade e deslocamento são redundantes quanto à observabilidade do sistema, causando uma redução natural no número de dados disponíveis. Dessa forma, com as medições de todos os deslocamentos (lineares e angulares) é possível observar completamente o sistema rotativo (Pederiva, 1992). O objetivo aqui não é apenas excluir as medições de velocidade, mas também reduzir o número de deslocamentos medidos, ou seja, fazer uma redução adicional nos graus de liberdade disponíveis para medição. Este esforço é justificado pelo fato de que, em situações reais, deslocamentos angulares são difíceis de serem obtidos e algumas coordenadas de translação não estão acessíveis para o posicionamento de transdutores de medição.

Para substituir as variáveis de estado que não podem ser medidas, Pederiva (1992) propõe a utilização de um sistema filtro associado às medições, que tem a função de correlacionar instantes diferentes de tempo, possibilitando a estimação dos parâmetros, mesmo com um número reduzido de medidas.

A escolha da ordem do filtro, assim como da estrutura interna de suas matrizes de entrada e do sistema, tem influência na forma final das funções de estimação obtidas. Se a ordem do filtro for muito pequena, não é garantida a obtenção de relações suficientes para a montagem do estimador. Porém se a ordem é muito grande, problemas numéricos podem ser obtidos nos resultados de estimação de parâmetros (Pederiva, 1992). O sistema filtro atua da seguinte forma:

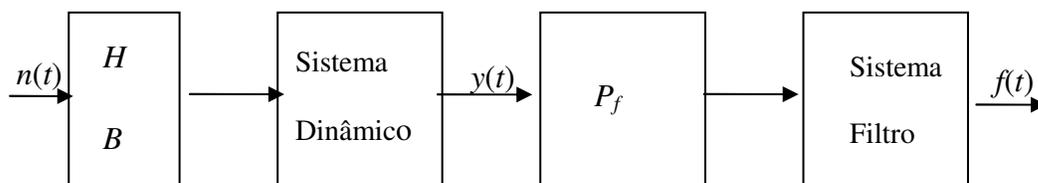


Figura 5.1: Representação esquemática do sistema filtro

O sistema filtro é representado pela seguinte equação de estados:

$$\{\dot{f}(t)\} = [N]\{f(t)\} + [P_f]\{y(t)\} \quad (5.21)$$

com

$$\{f(t)\}^T = \{\eta_1 \quad \eta_2 \quad \dots \quad \eta_q\}_{(1,q)} \quad (5.22)$$

η_1 a η_q são as saídas do filtro e $\{y(t)\}$ é o vetor de saída do rotor, representado pela Equação (5.20).

A matriz do sistema filtro é dada por (Pederiva, 1992):

$$[N] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ n_1 & n_2 & n_3 & n_4 & \dots & n_q \end{bmatrix}_{(q,q)} \quad (5.23)$$

e a matriz de entrada do filtro é (Pederiva, 1992):

$$[P_f] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_1 & p_2 & \dots & p_m \end{bmatrix}_{(q,m)} \quad (5.24)$$

O sistema filtro possui ordem q e é um sistema estável e controlável. Os parâmetros n_1 a n_q são parâmetros do filtro, p_1 a p_m são parâmetros de entrada do filtro e m representa o número de medições do sistema.

Pederiva (1992) faz uma análise detalhada sobre a ordem que o filtro deve ter para que a identificação do sistema seja possível. Esta ordem está relacionada à multiplicidade que existe entre o número de medidas m e a ordem do sistema, que é igual a $2n$ (forma de espaço de estados). Ou seja, a ordem do filtro é dada por:

$$q \geq k + 2 \quad (5.25)$$

onde

$$k = \frac{2n - m}{m} \quad (5.26)$$

Para o caso no qual apenas os deslocamentos são medidos, ou seja, metade do vetor de estado, a ordem mínima do filtro é igual a três. Essa é a menor e mais natural redução que se pode fazer no sistema, devido à redundância das medidas.

5.1.1 Observabilidade do sistema reduzido

Como já foi mencionado, o sistema é observável com as medições de todo o vetor de estado ou com o conhecimento de metade dele (velocidades ou deslocamentos). Com a redução do número de medições disponíveis, é fundamental que o sistema rotativo continue observável com apenas as variáveis medidas. Sistemas dinâmicos descritos pelas Equações (5.19) e (5.20) podem ser representados de diferentes formas, conhecidas como formas normais da equação de estado. Essas formas normais possuem outros sistemas de coordenadas, de modo que a descrição entrada/saída do sistema é alterada assim como as matrizes de entrada e saída.

O conceito de observabilidade é útil quando surge a necessidade de, a partir de variáveis mensuráveis, estimar variáveis de estado que não podem ser medidas na prática por alguma limitação do sistema.

Através de uma mudança específica de coordenadas, é possível obter matrizes transformadas $[A^*]$ e $[C^*]$, que contêm estruturas internas especiais que podem ser usadas na obtenção de um algoritmo de estimação de parâmetros (Shafai e Carroll, 1984). Essas estruturas especiais são obtidas pela escolha de uma base de coordenadas específica. Além disso, a transformação usada deve garantir que o sistema continue observável apenas com as variáveis de estado medidas.

Teorema: O sistema descrito pela Equação (5.19) é completamente observável se, e somente se, o posto da matriz de observabilidade $[Z]$ for igual a g . Sendo que $g = 2n$.

$$[Z] = \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A] \\ [C][A]^2 \\ \vdots \\ [C][A]^{g-1} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Se existem g linhas linearmente independentes em $[Z]$, a dinâmica do sistema analisado pode ser observada completamente a partir das saídas medidas $y(t)$.

Definição: Um sistema completamente observável é chamado exatamente observável se, e somente se, as primeiras g linhas da matriz de observabilidade forem linearmente independentes (Shafai e Carroll, 1984).

Seja um sistema dinâmico exatamente observável, de ordem g , descrito pelas Equações (5.19) e (5.20). A partir da matriz de observabilidade, as primeiras g linhas dessa matriz são escolhidas para a montagem da matriz transformação de coordenadas $[T]$. Sendo o sistema exatamente observável, $[T]$ não é singular e pode ser invertida (Pederiva, 1992).

Fazendo a transformação de coordenadas sugerida:

$$\{x^*(t)\} = [T]\{x(t)\} \quad (5.28)$$

O sistema, então, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\{\dot{x}^*(t)\} = [A^*]\{x(t)\} + [E^*]\{n(t)\} \quad (5.29)$$

e

$$\{y^*(t)\} = [C^*]\{\dot{x}(t)\} \quad (5.30)$$

Das três últimas equações acima, as matrizes transformadas são obtidas:

$$[A^*] = [T][A][T]^{-1} \quad (5.31)$$

$$[E^*] = [T][E] \quad (5.32)$$

$$[C^*] = [C][T]^{-1} \quad (5.33)$$

As matrizes $[A^*]$ e $[C^*]$ possuem as seguintes estruturas internas (Shafai e Carroll, 1984):

$$[A^*] = \begin{bmatrix} 0_{(g-m,m)} & I_{(g-m,g-m)} \\ A_{1(m,m)}^* & A_{2(m,g-m)}^* \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$[C^*] = [I_{(m,m)} \quad \vdots \quad 0_{(m,g-m)}] \quad (5.35)$$

A demonstração dessas propriedades está baseada no fato da matriz de transformação ser formada pelas primeiras g linhas da matriz de observação. A nova matriz $[E^*]$ não apresenta nenhuma estrutura interna particular (Pederiva, 1992).

Quando todos os deslocamentos são medidos ($m = n$), a estrutura interna de $[A^*]$ é idêntica a de sistemas descritos pelas Equações (5.8) e (5.19). Aplicando a transformação de coordenadas para este caso e substituindo m por n na Equação (5.34), a matriz de transformação $[T]$ é dada por:

$$[T] = \begin{bmatrix} I_{(n,n)} & 0_{(n,n)} \\ 0_{(n,n)} & I_{(n,n)} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

e, dessa forma, o sistema permanece inalterado.

O *sistema expandido* (rotor + filtro), descrito na Figura (5.1), é matematicamente representado por:

$$\{\dot{x}_{ex}(t)\} = [A'_{ex}]\{x_{ex}(t)\} + [E'_{ex}]\{n(t)\} \quad (5.37)$$

com

$$\{x_{ex}(t)\} = \begin{Bmatrix} x^*(t) \\ f(t) \end{Bmatrix} \quad (5.38)$$

$$[A'_{ex}] = \begin{bmatrix} A^* & 0 \\ P_f C^* & N \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

e

$$[E'_{ex}] = \begin{bmatrix} E^* \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

A equação matricial de Lyapunov descrita pela Equação (5.16) pode ser representada, para o sistema expandido, de uma forma genérica como:

$$[A'][R'] + [R']^T[A'] = [Q'] \quad (5.41)$$

6. BANCADAS EXPERIMENTAIS

Este capítulo apresenta as descrições das bancadas usadas nesta tese: rotor com um disco (Laval) e rotor com dois discos. Em primeiro lugar, foram feitos estudos e ajustes para o rotor Laval. Após a realização da caracterização dos parâmetros de mancal, amortecimento e acoplamento, conforme será descrito posteriormente, e dos testes experimentais envolvendo medições na posição do disco; essa bancada foi desmontada para acréscimo de mais um disco com as mesmas características de geometria e material. Novos ajustes de parâmetros foram feitos para caracterizar a bancada com dois discos e, posteriormente, as respostas nas posições dos discos foram medidas para serem usadas no algoritmo de identificação.

Dessa forma, as duas bancadas compartilham os mesmos componentes: rolamentos, acoplamento, eixo e motor; portanto a descrição detalhada dos componentes das bancadas é mostrada no item referente ao rotor Laval.

6.1 Rotor Laval

O rotor Laval em estudo é mostrado na Figura 6.1.

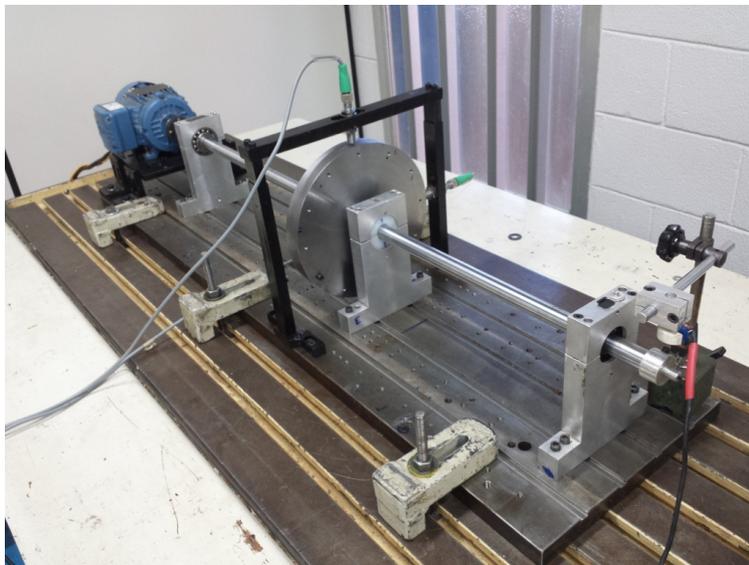


Figura 6.1: Rotor Laval

O sistema rotativo é composto por um eixo horizontal de 20 mm de diâmetro e 1000 mm de comprimento, aço 1045 retificado. O eixo é suportado por dois mancais de rolamento idênticos *SKF* 1205 EKTN9 autocompensadores de esfera e fixados ao eixo através de buchas cônicas *BGL* H 205, com anéis de bloqueio *Burger* FRB 5/52. As sedes dos rolamentos são feitas em alumínio, foram fabricadas na oficina mecânica do Departamento de Sistemas Integrados e estão distantes na bancada a 890 mm um do outro.

O disco é feito de aço 1020, com 220 mm de diâmetro, 27 mm de espessura e massa de 7,9 kg. Para colocação de massas de desbalanceamento, foram feitos 12 furos roscados M5 espaçados de 30° e situados a 98 mm do centro do eixo. A bucha de fixação do disco ao eixo é cônica *BGL* H 2305. O disco e sua bucha de fixação são mostrados na Figura 6.2.



Figura 6.2: Representação do disco e bucha de fixação

O acoplamento usado, mostrado na Figura 6.3, é flexível e feito de neoprene. Dessa forma, objetiva-se a compensação de quaisquer níveis de desalinhamento que possam existir entre o motor e o eixo.

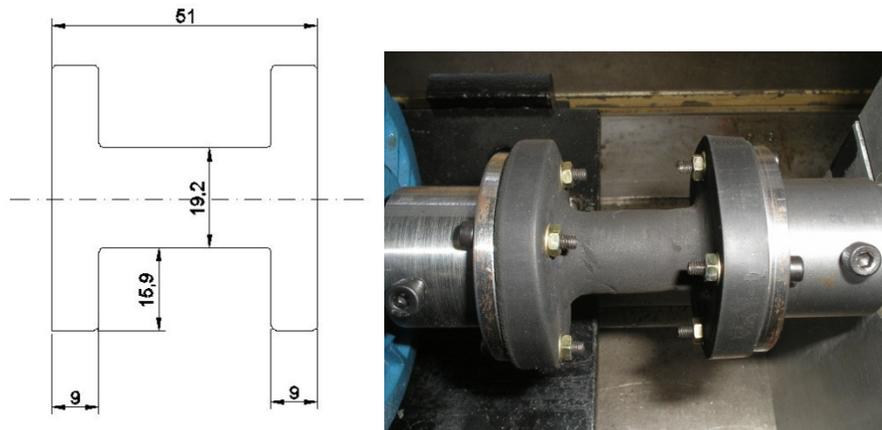


Figura 6.3: Acoplamento de neoprene [mm]

O motor que aciona o conjunto é um motor *WEG* 220/380V de corrente alternada de 0,12 KW e 3380 rpm. Para controle e variação da velocidade do rotor, foi usado um inversor de frequência *WEG* CFW 08, que é mostrado na Figura 6.4.



Figura 6.4: Inversor de frequência

Para que o rotor possa passar com segurança pelas velocidades críticas, foi construído um limitador de vibrações com diâmetro de 21 mm. Desse modo, o eixo possui um limite de vibração de 0,5 mm. O limitador é feito de *nylon* e está mostrado na Figura 6.5.

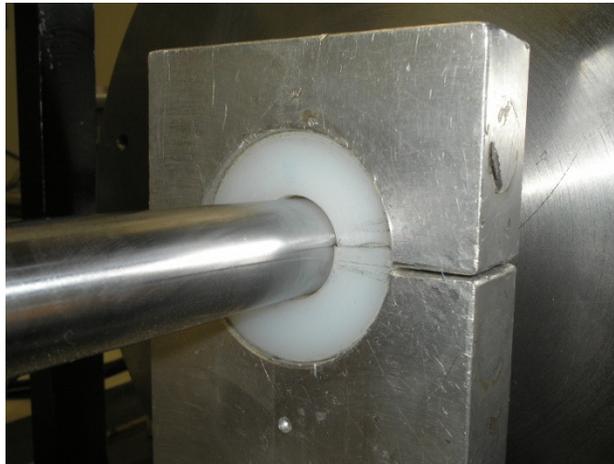


Figura 6.5: Limitador de vibração

6.1.1 Descrição do modelo em elementos finitos

O rotor foi modelado via elementos finitos com 11 nós, totalizando 44 graus de liberdade e 10 elementos de eixo, conforme mostra a Figura 6.6. Os nós #1 e #11 estão nas posições dos mancais e o disco está localizado no nó #6, portanto deslocado da posição central do rotor. Essa quantidade de nós foi escolhida por ser a configuração mais simples na qual as frequências naturais dos quatro primeiros modos não sofrem variações de mais de 2% quando o tamanho da ordem do modelo é aumentado, ou seja, tem-se uma pequena variação dos autovalores do rotor. Verificou-se que modelos com mais GDL's não apresentam alterações significativas para os autovalores de interesse dados por esse modelo de 44 GDL's usado nesta tese.

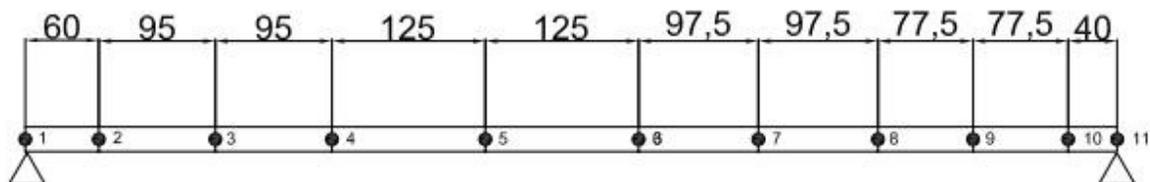


Figura 6.6: Representação dos nós no modelo de elementos finitos (mm)

Pela Figura 6.6, pode-se perceber que o eixo foi modelado com comprimento de 890 mm, que é a distância entre os mancais de rolamento. Os parâmetros adotados na modelagem do eixo são mostrados na Tabela 6.1. As matrizes usadas na representação dos elementos de eixo, disco e mancal foram descritas no Capítulo 3.

Tabela 6.1: Propriedades do eixo

Propriedade	Valor
Módulo de Young (E)	210 <i>GPa</i>
Densidade (ρ)	7800 <i>kg/m³</i>
Coefficiente de Poisson	0,3

6.1.2 Ajuste do modelo matemático do rotor Laval

É necessário ressaltar novamente que esta tese trabalha na identificação de falhas através de modelo matemático. Dessa forma, é necessário ter um modelo que seja confiável e representativo da dinâmica do sistema. O eixo e o disco não trazem incertezas, visto que o material, as propriedades geométricas e as posições dos nós são bem conhecidas.

Apesar das posições dos mancais serem bem definidas, as fontes de incerteza residem nos seus parâmetros físicos (rigidez e amortecimento), bem como na rigidez do acoplamento e o amortecimento do sistema. Essas propriedades são determinantes no comportamento do rotor, influenciando sua resposta temporal e frequências naturais.

Para a determinação dos parâmetros desconhecidos, foram usadas medições experimentais das FRF's da bancada em repouso. O rotor foi excitado por um *shaker Brüel & Kjaer* 4809 e foi utilizada excitação aleatória com faixa de frequência de 0 a 5000 Hz, passo de 0,1526 Hz, 2e16 pontos por bloco e *overlap* de 75%. O *shaker* foi posicionado no nó #4 e as leituras foram feitas nas direções horizontal (X) e vertical (Z) dos nós #2 a #10, totalizando 18 FRF's medidas. Foram feitas apenas FRF's diretas, ou seja, as leituras foram feitas na mesma direção da excitação. As FRF's foram obtidas usando-se dois acelerômetros *Brüel & Kjaer* de sensibilidades iguais a 9,94 mV/ms⁻² e 9,86 mV/ms⁻².

Os sete parâmetros a serem determinados no ajuste das curvas de FRF são: a) rigidez e amortecimento dos mancais de rolamento nas direções horizontal e vertical. Os termos cruzados não foram considerados no ajuste; b) coeficientes κ e χ do amortecimento proporcional (Equação 4.41) e c) rigidez de rotação causada pelo acoplamento. Para efeito de modelagem, essa rigidez é aplicada ao nó #1 e é considerada idêntica nas direções θ e ψ (Cavalini Júnior, 2013), que correspondem aos GDL's de rotação deste nó.

No processo de ajuste os mancais foram considerados idênticos, já que são do mesmo tipo e fabricante. Dessa forma, eles possuem os mesmos coeficientes de rigidez e amortecimento, mas podem ser anisotrópicos.

Para determinar os parâmetros de ajuste do rotor, foi escolhido um método heurístico de otimização conhecido como Evolução Diferencial (DE), desenvolvido por Storn e Price (1995). Trata-se de um método robusto, conceitualmente simples e fácil de ser aplicado em problemas lineares e não lineares (Lobato, 2008). Maiores detalhes sobre o método podem ser vistos no Apêndice A.

Os valores limites para o ajuste de cada um dos sete parâmetros desconhecidos são mostrados na Tabela 6.2:

Tabela 6.2: Limites das variáveis de ajuste – rotor Laval

Características	Variáveis	Limite inferior	Limite superior
Rolamento	K_{xx}	9e4 N/m	9e8 N/m
	K_{zz}	9e4 N/m	9e8 N/m
	C_{xx}	0 Ns/m	400 Ns/m
	C_{zz}	0 Ns/m	400 Ns/m
Amortecimento proporcional	κ	0	5
	χ	0	2,5e-5
$\kappa[M] + \chi[K]$			

Rigidez de rotação	K_r	0	1000 Nm/rad
---------------------------	-------	---	-------------

Os parâmetros de ajuste são encontrados através da minimização de uma função objetivo que envolve as FRF's medidas e simuladas a cada iteração do método de otimização. A função objetivo usada é dada por:

$$FO = \sum_{i=1}^n \frac{\| FRF_{exp,i} - FRF_{sim,i} \|}{\| FRF_{exp,i} \|} \quad (6.1)$$

onde n é o número de FRF's utilizadas, FRF_{exp} são as FRF's obtidas experimentalmente e FRF_{sim} são as FRF's obtidas teoricamente do modelo matemático de elementos finitos.

Para o processo de otimização, foi considerada uma população inicial de 80 indivíduos, $F = 0,8$ (parâmetro de amplificação entre os indivíduos) e $CR = 0,5$ (taxa de mutação). Tais valores são recomendados por referências específicas no assunto (Cavalini Júnior, 2013). O processo de ajuste simultâneo dos parâmetros foi realizado 20 vezes de modo a garantir que a solução encontrada seja a melhor e não represente um mínimo local. O menor valor da função objetivo e os valores ajustados para os parâmetros do rotor estão mostrados na Tabela 6.3.

Tabela 6.3: Resultados do processo de otimização – rotor Laval

Características	Variáveis	Resultados de ajuste
Rolamento	K_{xx}	3,21e6 N/m
	K_{zz}	3,07e6 N/m
	C_{xx}	100,18 Ns/m
	C_{zz}	72,69 Ns/m
Amortecimento proporcional	κ	2,49
$\kappa[M] + \chi[K]$	χ	1,98e-5

Rigidez de rotação	K_r	589,58 Nm/rad
Valor da função objetivo		1,411551655923063

Pode-se observar da Tabela 6.3 que o rotor apresenta anisotropia nos mancais. Isso pôde ser verificado nas medições das FRF's. A primeira frequência natural na direção horizontal é de 18,5 Hz e na direção vertical é de 18,25 Hz. Pode-se constatar que o ajuste de curvas é satisfatório e os parâmetros obtidos são considerados representativos das propriedades do rotor.

Abaixo estão duas FRF's ajustadas, que mostram a qualidade do ajuste via otimização. As demais FRF's estão mostradas no Apêndice B.

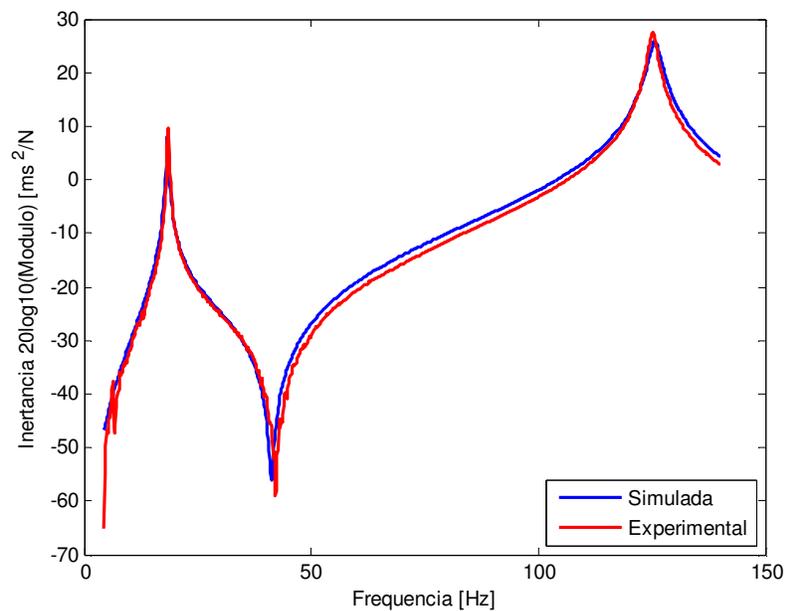


Figura 6.7: FRF direção horizontal – acelerômetro no nó #4

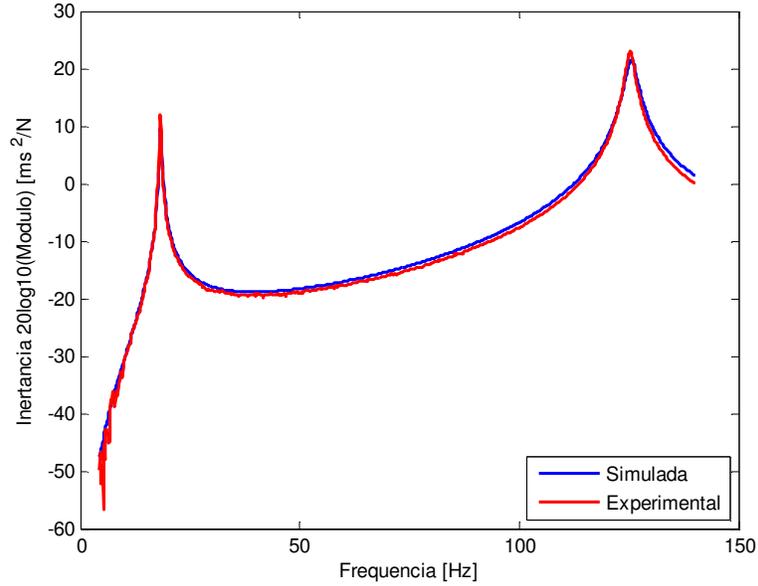


Figura 6.8: FRF direção vertical - acelerômetro no nó #7

Com o rotor identificado, é possível caracterizá-lo através do diagrama de Campbell mostrado na Figura 6.9:

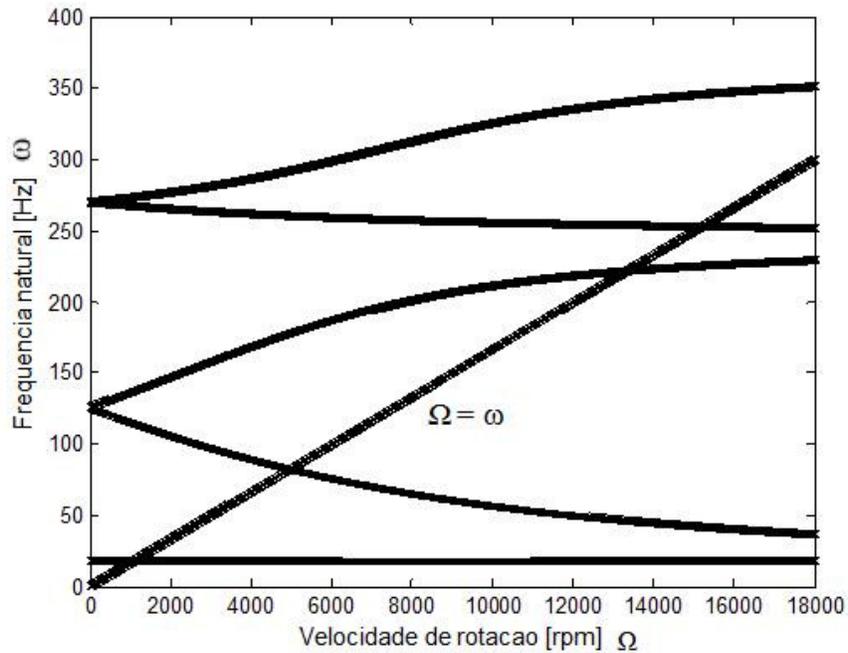


Figura 6.9: Diagrama de Campbell rotor Laval ajustado

Do diagrama de Campbell, tem-se que as quatro primeiras velocidades críticas do rotor são: 18,32 Hz (retrógrado), 18,35 Hz (direto), 82,73 Hz (retrógrado) e 221,92 Hz (direto).

6.2 Rotor com dois discos

O rotor com dois discos, como dito anteriormente, compartilha os mesmos componentes usados no rotor Laval, porém existe a inclusão de mais um disco de igual característica ao disco usado na bancada anterior e mostrado pela Figura 6.2. O motor de acionamento, o acoplamento, o limitador de vibração e o eixo são exatamente os mesmos descritos no item 6.1. A Figura 6.10 mostra o rotor com dois discos:



Figura 6.10: Rotor dois discos

6.2.1 Modelo de elementos finitos

O rotor com dois discos foi modelado como um sistema de 60 GDL's e 15 nós. O acréscimo de quatro nós em relação ao rotor Laval se deve ao fato de que foi percebido que, com os valores dos parâmetros de rigidez dos mancais da ordem de grandeza de 10^{14} (bem maiores quando comparados aos ajustados no rotor Laval), não era possível ajustar a 2^a

frequência natural (54 Hz). As frequências obtidas eram sempre inferiores para valores muito altos de rigidez nos mancais. Esse fato é a indicação que outras fontes de rigidez deveriam ser consideradas no modelo de modo a também ajustar frequências mais elevadas.

Lalanne e Ferraris (1990) propõem um modelo no qual o disco altera a rigidez do eixo devido à montagem rígida que existe entre esses dois componentes. Os autores assumem que, na posição do disco, o raio do eixo seja acrescido de $h/2$, onde h representa a espessura do disco. Esse método é capaz de elevar as frequências naturais do sistema e as propriedades do disco são consideradas no nó #2, conforme mostra a Figura 6.11:

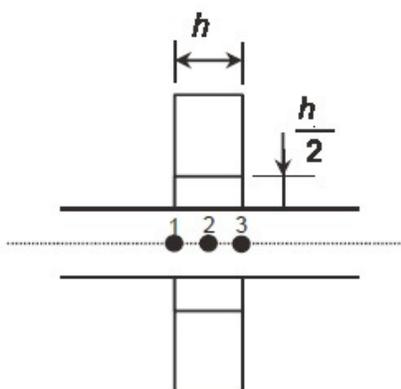


Figura 6.11: Modelo de acoplamento do disco ao eixo (Lalanne e Ferraris, 1990)

Feitas as considerações sobre a montagem do disco no eixo, a localização dos nós do modelo de elementos finitos do rotor com dois discos é mostrada pela Figura 6.12:

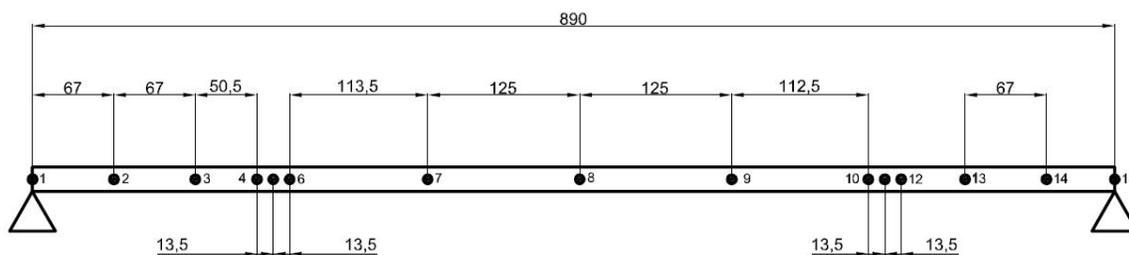


Figura 6.12: Representação dos nós rotor 2 discos - dimensões em mm

Os discos estão montados nos nós #5 e #11, enquanto que os mancais estão posicionados nos nós #1, situado próximo ao acoplamento, e #15, localizado próximo ao dispositivo de *trigger*.

6.2.2 Ajuste do modelo matemático do rotor com dois discos

De forma semelhante ao rotor Laval, os parâmetros de mancal, rigidez do acoplamento e termos do amortecimento estrutural proporcional devem ser ajustados. Os sete parâmetros já mencionados anteriormente são novamente ajustados pelo método de Evolução Diferencial, na qual as FRF's simuladas e medidas são comparadas através da função objetivo dada pela Equação (6.1).

Para o ajuste, foram usadas 8 FRF's correspondentes às FRF's geradas pela excitação nas posições dos discos e leituras também nessas posições. Dessa forma, o posicionamento do *shaker* em um disco gera 4 FRF's. Não foram realizadas, por exemplo, excitação na direção horizontal e medição na vertical, visto que o sistema se mostrou desacoplado.

Os mancais novamente foram considerados como idênticos e os parâmetros de otimização (fator de amplificação, taxa de mutação e população inicial) são os mesmos usados no rotor Laval. Os limites usados no processo de ajuste estão mostrados a seguir:

Tabela 6.4: Limites das variáveis de ajuste – rotor 2 discos

Características	Variáveis	Limite inferior	Limite superior
Rolamento	K_{xx}	1e6 N/m	2e8 N/m
	K_{zz}	1e6 N/m	2e8 N/m
	C_{xx}	0 Ns/m	500 Ns/m
	C_{zz}	0 Ns/m	500 Ns/m
Amortecimento proporcional	κ	0	6
$\kappa[M] + \chi[K]$	χ	0	4e-5
Rigidez de rotação	K_r	0	1500 Nm/rad

Após o processo de otimização ter sido realizado 20 vezes, os parâmetros ajustados para a bancada de dois discos podem ser vistos na Tabela 6.5:

Tabela 6.5: Resultados do processo de otimização – rotor 2 discos

Características	Variáveis	Resultados de ajuste
Rolamento	K_{xx}	3,66e6 N/m
	K_{zz}	3,26e6 N/m
	C_{xx}	458,19 Ns/m
	C_{zz}	115,20 Ns/m
Amortecimento proporcional	κ	3,74
	χ	1,30e-6
$\kappa[M] + \chi[K]$		
Rigidez de rotação	K_r	315,22 Nm/rad
Valor da função objetivo		0,603020

Novamente, os resultados gerados pelo processo de otimização mostram anisotropia nos mancais de rolamento. As FRF's da bancada de dois discos mostram frequências naturais de 19,65 e 53,90 Hz na direção vertical e 20,00 e 54,40 Hz na direção horizontal.

Com os valores mostrados na Tabela 6.5, a bancada de dois discos pode ser caracterizada pelo diagrama de Campbell mostrado pela Figura 6.13:

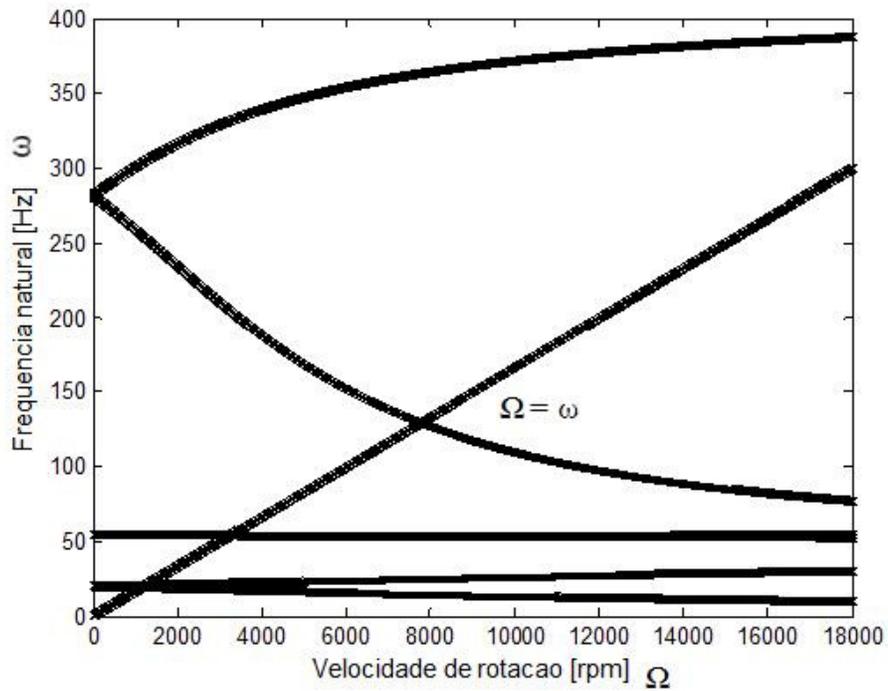


Figura 6.13: Diagrama de Campbell – rotor 2 discos

Do diagrama de Campbell mostrado pela Figura 6.13, é possível confirmar que, para a faixa de trabalho do motor (0-3600rpm), as quatro primeiras velocidades críticas são: 19,12 Hz (retrógrada), 20,72 Hz (direta), 53,81 Hz (retrógrada) e 54,18 Hz (direta).

As Figuras 6.14 e 6.15 mostram duas FRF's ajustadas para o rotor com dois discos. As outras curvas estão mostradas no Apêndice B.

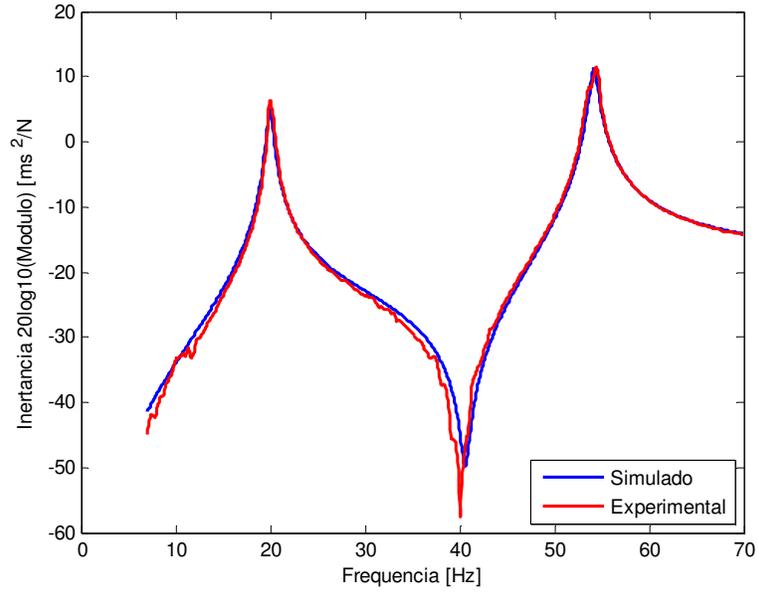


Figura 6.14: FRF direção horizontal - excitação disco 1, leitura disco 1

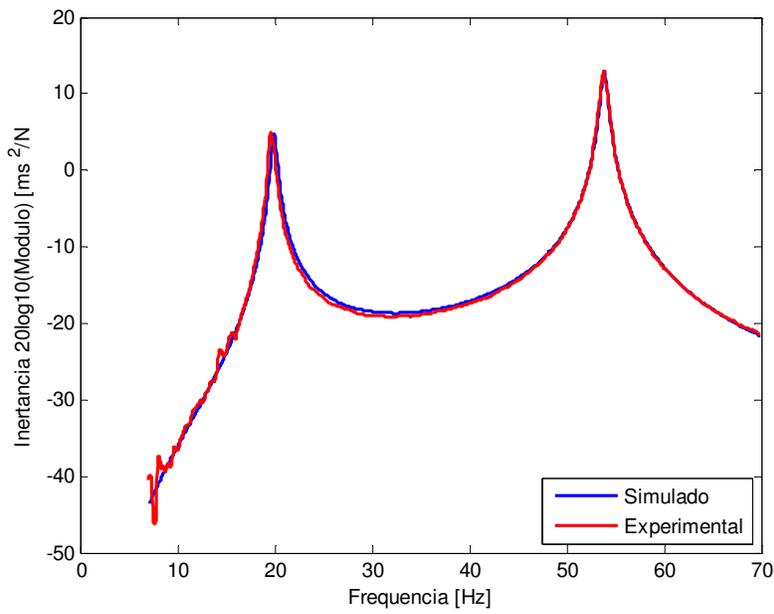


Figura 6.15: FRF direção vertical - excitação disco 2, leitura disco 1

7. ESTUDOS TEÓRICOS DO COMPORTAMENTO DOS ROTORES SUBMETIDOS A DESBALANCEAMENTO E EMPENO DE EIXO

Neste capítulo, o rotor Laval e o rotor com dois discos serão tratados numericamente. O efeito do empeno residual no eixo será mostrado para os dois casos, justificando a importância do seu estudo em máquinas rotativas. Essa análise foi feita por Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 1) e posteriormente por Rao (2001) e será adaptada aos casos analisados nesta tese (Laval e dois discos), visto que os autores trabalharam apenas com o rotor Laval, modelado apenas com 2 GDL's de translação, desconsiderando os valores de rigidez dos mancais e do acoplamento, bem como os amortecimentos dos mancais e do rotor (amortecimento estrutural proporcional).

7.1 Análise do Rotor Laval

Para efeito de simulação, é necessário conhecer a distribuição do empeno residual de eixo na posição dos nós do modelo de elementos finitos. Com o uso de um relógio comparador *Mitutoyo*, número de série 2046-08 e precisão de 0,01 mm, é possível fazer um levantamento da quantidade do empeno residual e da sua localização em relação a uma referência, o que é muito útil nas medições experimentais abordadas posteriormente nesta tese. Dessa forma, optou-se por trabalhar com dados reais de empeno na simulação, possibilitando estudos teóricos de casos reais.

A referência (fase) do empeno foi tomada considerando a posição do rotor onde acontece o sinal de *trigger* gerado pelo dispositivo mostrado na Figura 7.1. Esse sinal coincide com um furo presente em cada um dos discos.

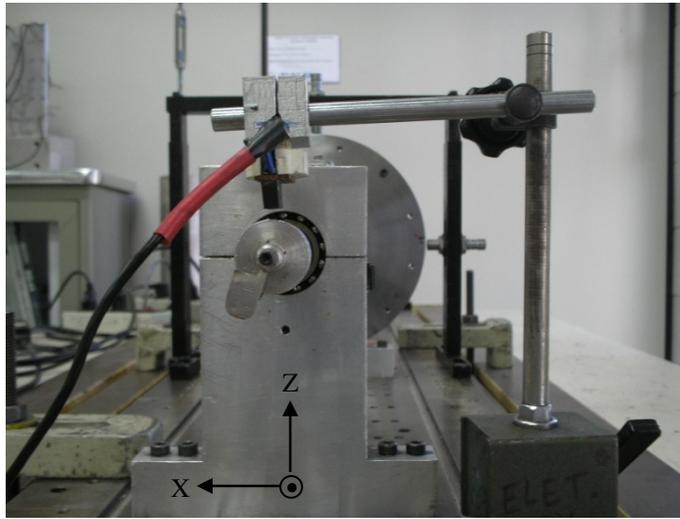


Figura 7.1: Dispositivo de *trigger* da bancada experimental

Na determinação do empeno, o relógio comparador foi colocado na posição horizontal dos nós #2 a #10 da bancada montada com os discos, sendo os nós dos mancais (#1 e #11) não considerados na análise. O rotor foi girado manualmente de 30° em 30°, coincidindo com os furos do disco mostrados na Figura 6.2. A Tabela 7.1 mostra a distribuição do empeno de eixo, com amplitude e fase, para os nós #2 a #10. Os nós #1 e #11 correspondem às posições dos mancais e foram considerados como tendo empeno linear (de translação) nulo, enquanto que a deflexão angular do eixo existe por causa dos rolamentos serem autocompensadores. Essa deflexão angular foi encontrada através de interpolação, conforme descrito posteriormente neste capítulo.

Tabela 7.1: Distribuição do empeno no eixo [μm] – rotor Laval

Nós:	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9	#10
0°	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+330°	0	+7	+5	+10	+5	+5	+5	+3	0
+300°	+5	+10	+10	+15	+10	+10	+10	+5	0
+270°	+5	+15	+15	+20	+20	+17	+15	+5	0
+240°	+5	+15	+20	+25	+25	+20	+17	+10	0

+210°	+5	+20	+20	+30	+33	+25	+20	+10	0
+180°	+5	+20	+20	+30	+35	+30	+20	+10	0
+150°	0	+10	+10	+15	+33	+22	+17	+10	0
+120°	-3	+5	+5	+15	+17	+15	+10	+5	0
+90°	-5	+3	0	+10	+15	+10	+5	+5	0
+60°	-5	0	-5	+5	+5	+5	+5	0	0
+30°	-5	0	-5	0	+5	0	0	0	0

Os valores positivos são referentes ao empeno da direção positiva da coordenada X, mostrada pelas Figuras 3.1 e 7.1. Pode-se notar em destaque na Tabela 7.1, que os maiores empenos foram medidos nas fases +180° e +210°, indicando que o empeno máximo está localizado entre esses dois ângulos de fase.

Nas simulações seguintes que envolvem o empeno, serão simuladas as quantidades encontradas a +180° da posição do *trigger*, enquanto que a fase será variada em relação ao desbalanceamento (fase 0°). Essa condição é suficiente para mostrar como a presença do empeno de eixo altera a dinâmica do rotor desbalanceado. Os parâmetros do rotor usados nas simulações estão mostrados na Tabela 6.3. Em todos os casos numéricos em que o empeno está presente, os valores usados estão baseados na Tabela 7.1 e são detalhados caso a caso posteriormente neste capítulo.

7.1.1 Resposta ao desbalanceamento

Nessa simulação, é considerado que uma massa de 4,7 gramas é colocada em um dos furos do disco, situado a 98 mm do centro eixo, resultando em um momento de desbalanceamento $m.d$ de $4,61.10^{-4}$ kg.m. A fase é considerada 0°, já que a posição do desbalanceamento é tomado como referência para a resposta. Os gráficos de amplitude e fase da resposta ao desbalanceamento estão mostrados pelas Figuras 7.2 a 7.5 para as direções horizontal e vertical na posição do disco (nó #6).

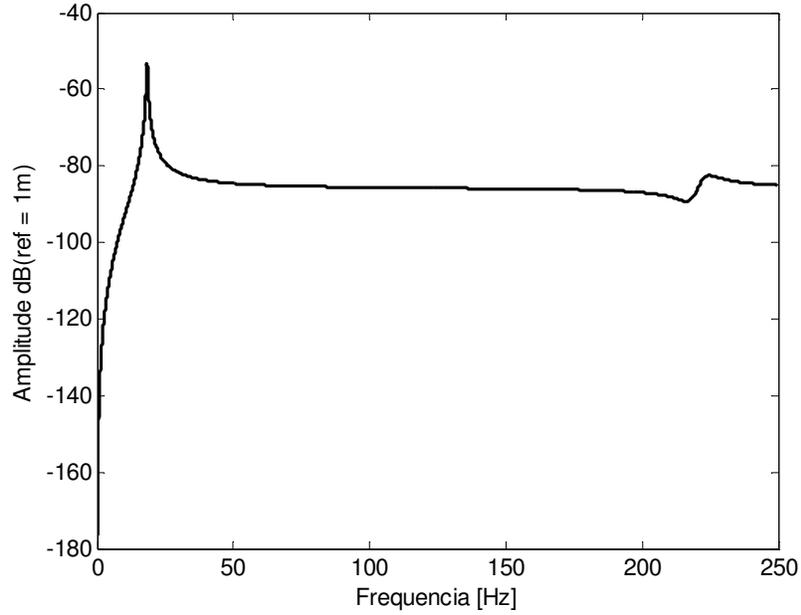


Figura 7.2: Resposta ao desbalanceamento - direção horizontal, nó #6

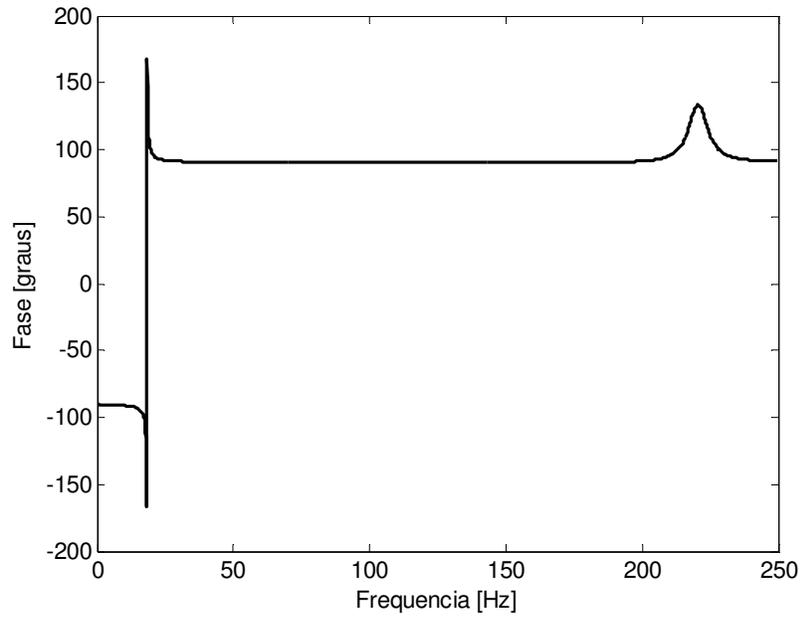


Figura 7.3: Fase da resposta ao desbalanceamento - direção horizontal, nó #6

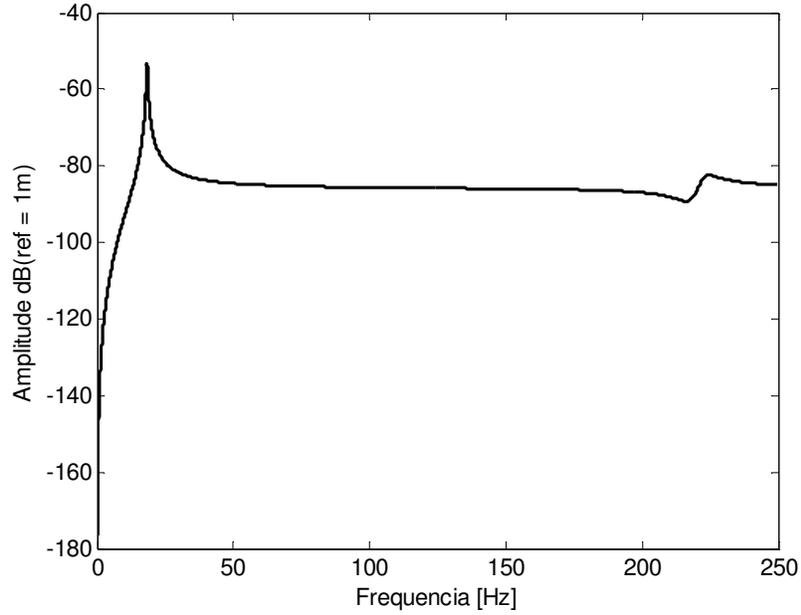


Figura 7.4:Resposta ao desbalanceamento - direção vertical, nó #6

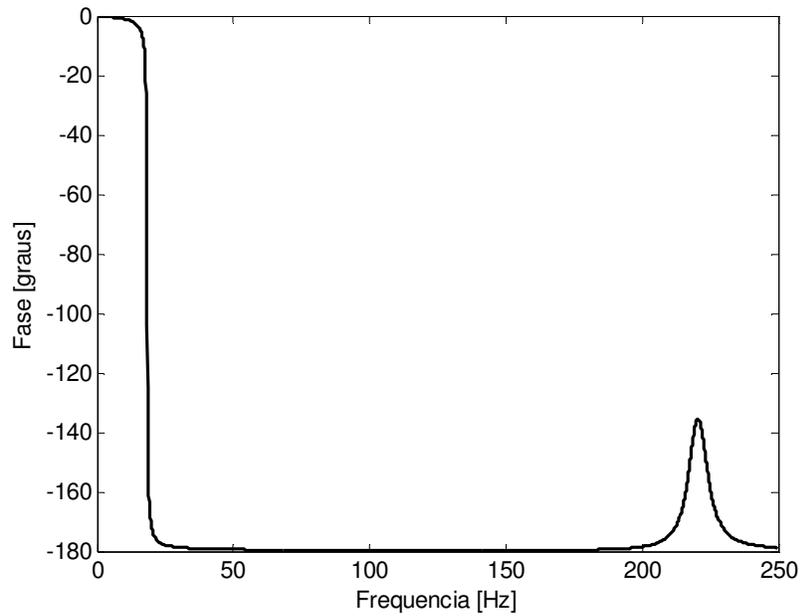


Figura 7.5: Fase da resposta ao desbalanceamento - direção vertical, nó #6

Pode-se observar que as amplitudes em ambas as direções são muito próximas devido à quase isotropia dos mancais, como pode ser visto pelos valores identificados mostrados

na Tabela 6.3. As diferenças de fase mostradas pelas Figuras 7.3 e 7.5 são explicadas pelo fato de as direções horizontal e vertical estarem localizadas a 90 graus uma da outra. Comparando as Figuras 7.2 e 7.4 com o diagrama de Campbell mostrado na Figura 6.9, percebe-se que o modo retrógrado não é excitado.

7.1.2 Resposta ao empeno

Os trabalhos de Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 1) e Rao (2001) não fizeram simulações para o caso em que somente o empeno de eixo está presente. Para ilustrar esse exemplo, a distribuição de empeno usada na simulação é a mesma mostrada na Tabela 7.1 para a fase de $+180^\circ$, porém as simulações serão feitas considerando que as amplitudes estão com fase de 0° para que haja melhor comparação com as simulações do item anterior, que são referentes à resposta ao desbalanceamento na fase 0° .

No caso da determinação das coordenadas angulares presentes no vetor de empeno $\{\delta\}$, optou-se por um ajuste através de um polinômio de grau 3, que representa o eixo, cuja direção horizontal é composta pela localização dos nós do modelo de elementos finitos (Figura 6.6) e a direção vertical é formada pelos empenos medidos em cada nó localizados a 180° da referência. Dessa forma, o ângulo é a derivada do polinômio ajustado na posição de cada um dos nós.

O polinômio obtido é dado por:

$$\delta = -3,4429 \cdot 10^{-5}y^3 - 1,2545 \cdot 10^{-4}y^2 + 1,3581 \cdot 10^{-4}y - 1,0177 \cdot 10^{-6} \quad (7.1)$$

onde y representa a coordenada horizontal, conforme a Figura 3.1. O perfil de empeno de eixo dado pela Equação (7.1) é mostrado na Figura 7.6:

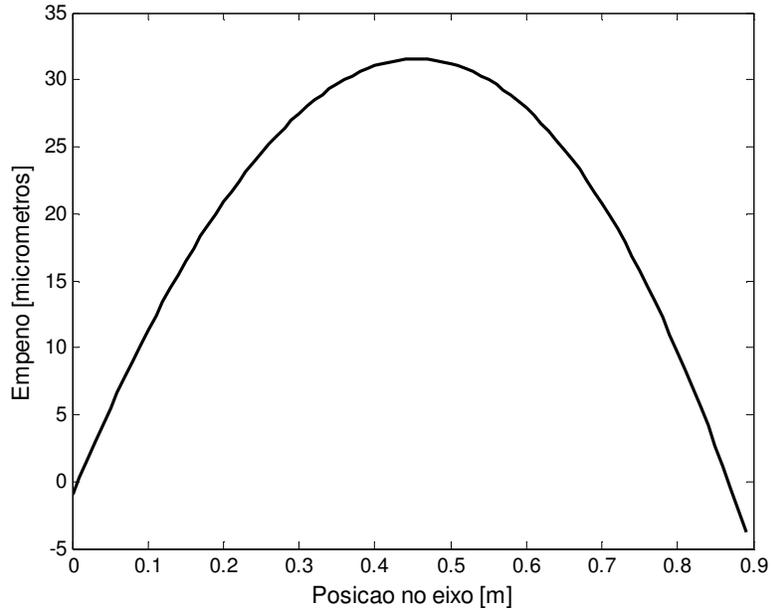


Figura 7.6: Perfil de empeno de eixo - rotor Laval

Os resultados simulados da resposta ao empeno estão mostrados nas Figuras 7.7 a 7.10.

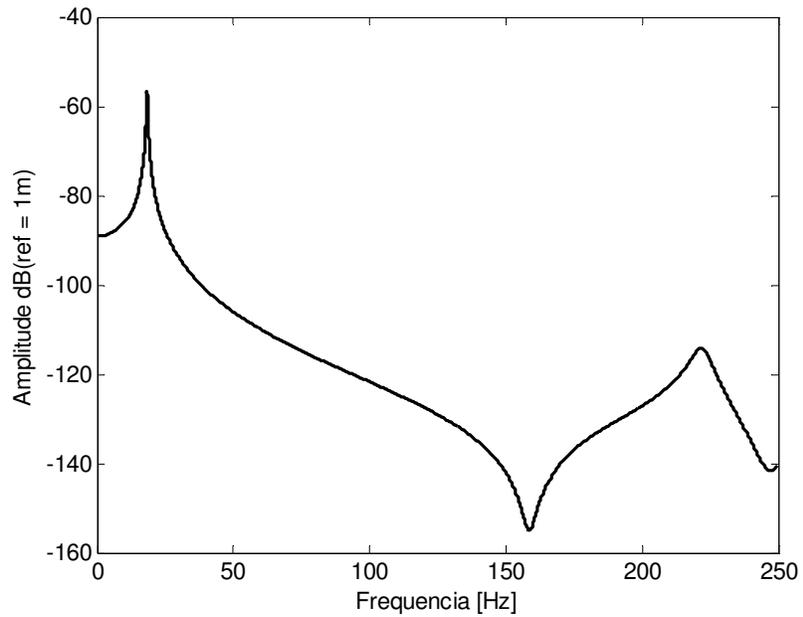


Figura 7.7: Resposta ao empeno - direção horizontal, nó #6

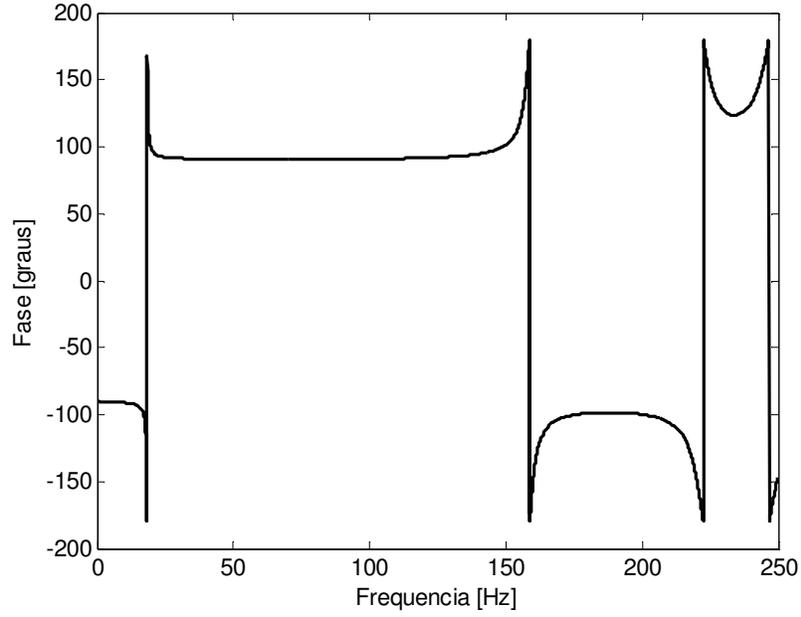


Figura 7.8: Fase da resposta ao empeno - direção horizontal, nó #6

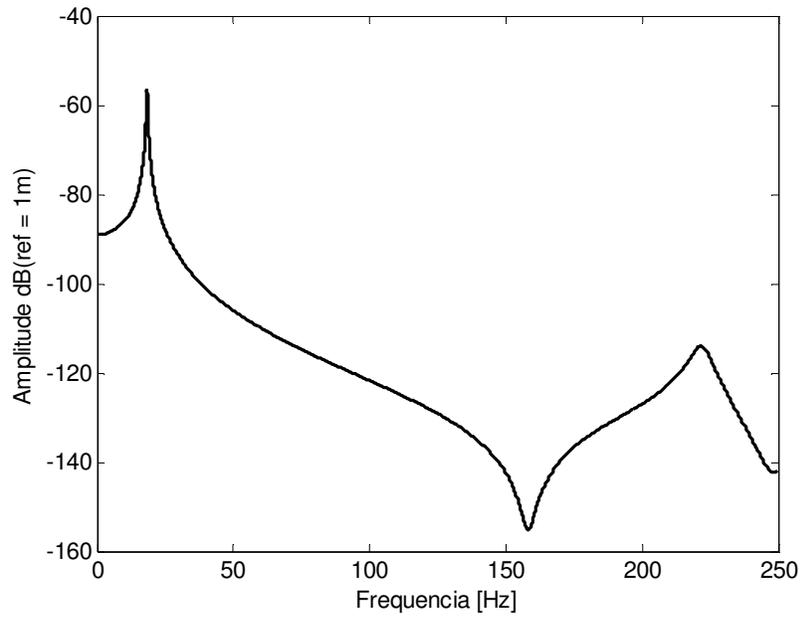


Figura 7.9: Resposta ao empeno da bancada - direção vertical, nó #6

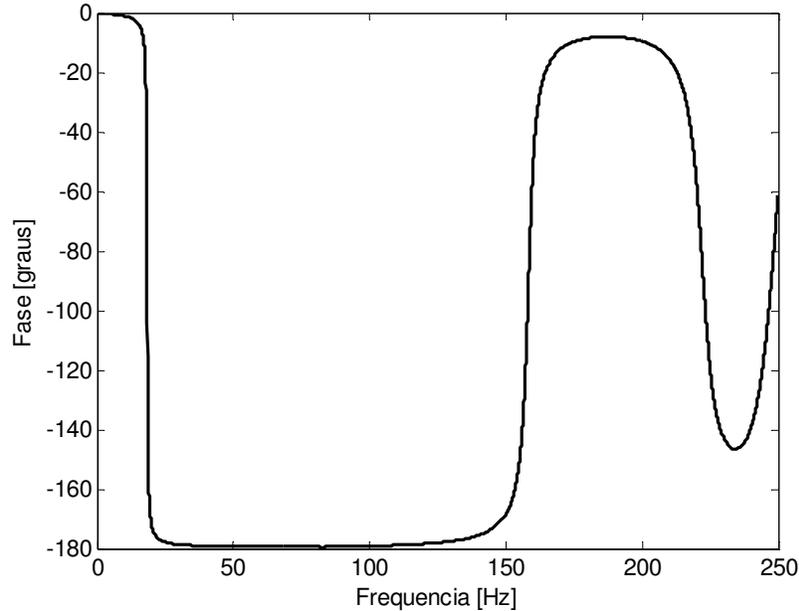


Figura 7.10: Fase da resposta ao empeno da bancada - direção vertical, nó #6

Pode-se observar das Figuras 7.7 a 7.10 que os gráficos de amplitude e fase para o empeno são diferentes dos apresentados pela resposta ao desbalanceamento, apesar de os dois tipos de excitação serem síncronos com a rotação do rotor.

É possível concluir, pelas Figuras 7.2, 7.4, 7.7 e 7.9, que a maior diferença entre o empeno e o desbalanceamento está na diferença de amplitudes de vibração que ocorre em baixas frequências e em altas frequências de rotação. Com rotações baixas, o desbalanceamento é pequeno, sendo predominante em rotações elevadas; já no caso do empeno, a situação é inversa. Apesar de não ser possível a identificação exata do tipo de problema apresentado pelo rotor na presença de um tipo de defeito apenas, principalmente na vizinhança da primeira velocidade crítica, a análise dos gráficos de amplitude e fase traz informações importantes a respeito do que está acontecendo no rotor quando o desbalanceamento e o empeno de eixo estão presentes simultaneamente. A próxima seção fará uma análise detalhada da ocorrência simultânea desses dois tipos de fenômenos muito comuns que as máquinas rotativas apresentam.

7.1.3 Resposta ao desbalanceamento e empeno simultâneos

Nesta seção, a posição do desbalanceamento ($m.d = 4,61.10^{-4}$ kg.m) está localizado na fase 0° . Serão variadas a magnitude e fase do empeno de modo que os gráficos de amplitude e resposta do rotor no nó do disco sejam obtidos. Como não existe processo de fabricação perfeito ou ausência de erros de montagem, os rotores terão sempre algum desbalanceamento residual presente. Dessa forma, será considerado que o empeno de eixo existe na presença do desbalanceamento, tornando as simulações mais próximas de casos reais.

Desbalanceamento e empeno em fase de 0°

As Figuras 7.11 a 7.14 ilustram o comportamento do rotor, bem como a comparação da resposta total com as obtidas considerando-se as falhas isoladamente. O empeno simulado é o mesmo da seção 7.1.2.

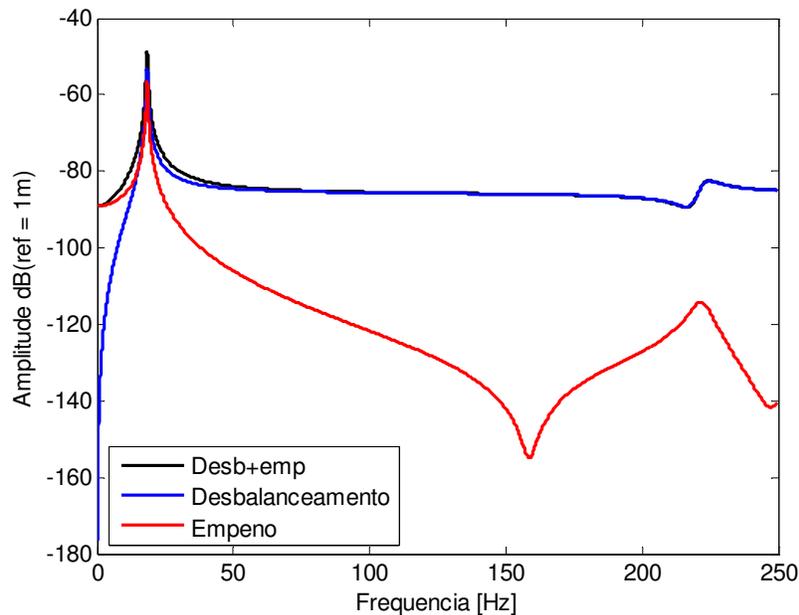


Figura 7.11: Comparação respostas do rotor Laval - direção horizontal, nó #6

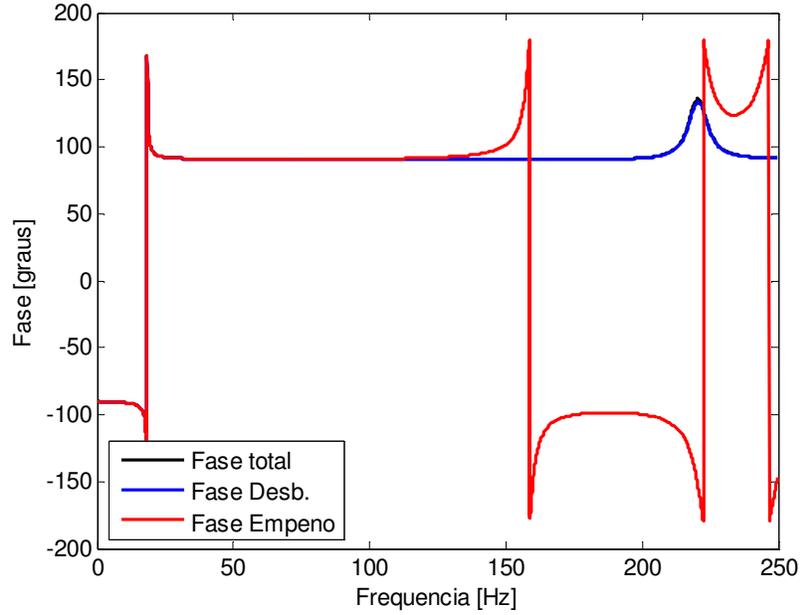


Figura 7.12: Comparação de fases de resposta com desbalanceamento e empeno em fase - direção horizontal, nó #6

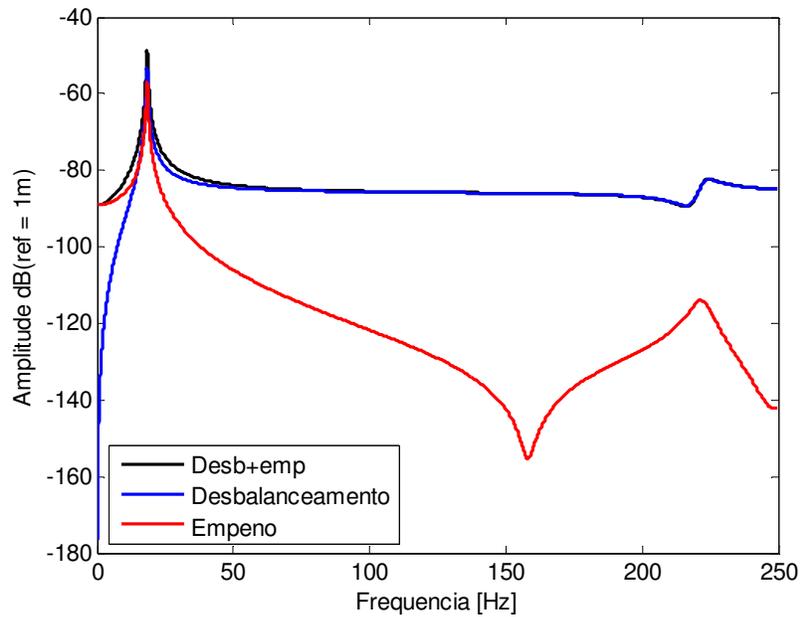


Figura 7.13: Comparação respostas do rotor Laval - direção vertical, nó #6

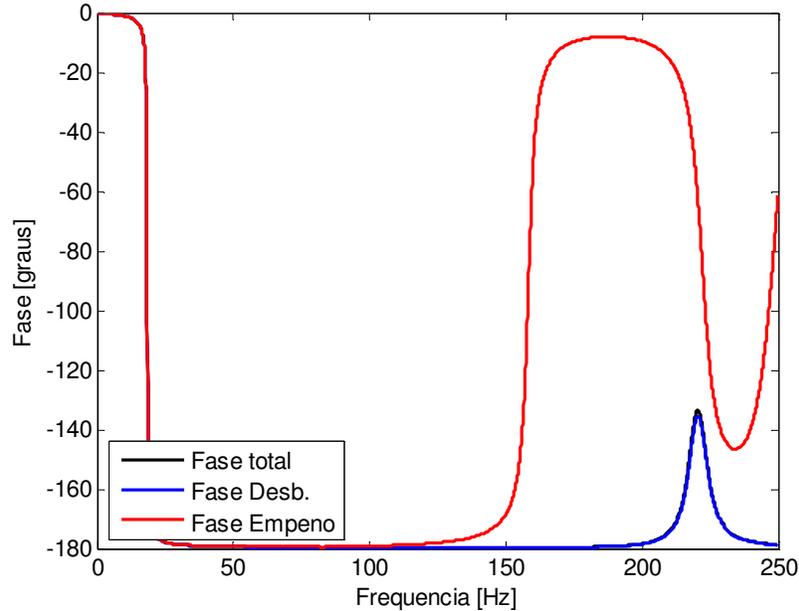


Figura 7.14: Comparação de fases de resposta com desbalanceamento e empeno em fase - direção vertical, nó #6

Examinando as Figuras 7.11 a 7.14, é possível observar que o empeno de eixo tem maior influência na resposta em frequências de rotação mais baixas; enquanto que o desbalanceamento é preponderante nas frequências mais elevadas. Esse fato é constatado na representação da fase mostrada pelas Figuras 7.12 e 7.14, onde nota-se que a fase em altas frequências é muito semelhante à encontrada na resposta ao desbalanceamento apenas e completamente diferente da resposta somente ao empeno.

É sabido da ocorrência do fenômeno de auto-centragem que ocorre em rotores desbalanceados depois que o rotor passa pela primeira frequência natural. Neste caso, a inversão de fase após a passagem pela velocidade crítica faz o rotor girar em torno de seu centro de massa com uma distância residual, que é igual à excentricidade existente entre o centro geométrico e o centro de massa do disco.

Para o empeno, é possível constatar que a inversão de fase após a primeira frequência natural tende a levar o rotor para uma posição em que o centro de massa e o centro geométrico coincidam, fazendo com que a vibração para altas velocidades de rotação tenda a zero, conforme mostram as Figuras 7.7, 7.9, 7.11 e 7.13.

Desbalanceamento a 0° e empeno a $+60^\circ$

O empeno da bancada é simulado com fase $+60^\circ$, enquanto que o momento de desbalanceamento ($m.d = 4,61.10^{-4}$ kg.m) está a 0° . Dessa forma, considera-se que a fase do empeno é tomada em relação ao desbalanceamento. As Figuras 7.15 a 7.18 ilustram o comportamento do rotor para este caso estudado.

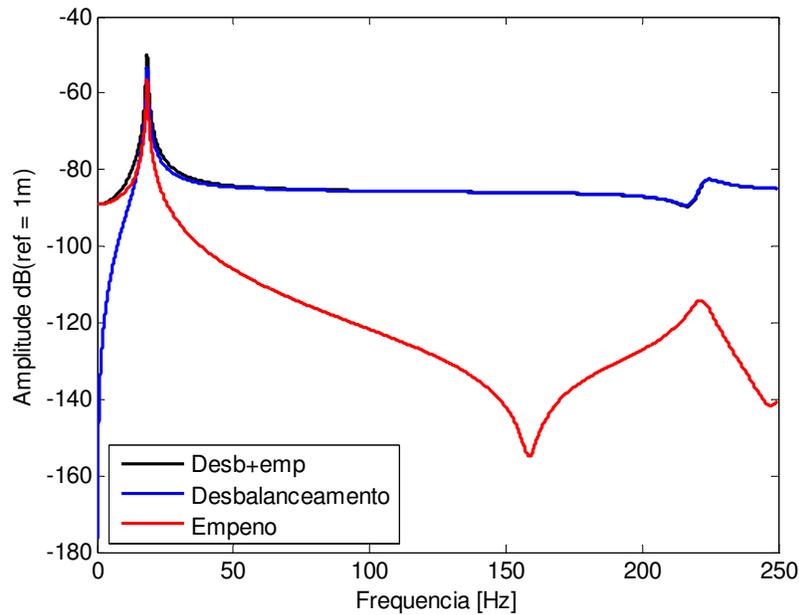


Figura 7.15: Respostas desbalanceamento 0° e empeno $+60^\circ$ - direção horizontal, nó #6

A comparação de fases está mostrada na Figura 7.16 a seguir, usando as mesmas cores da Figura 7.15 para caracterizar o comportamento de cada fenômeno estudado.

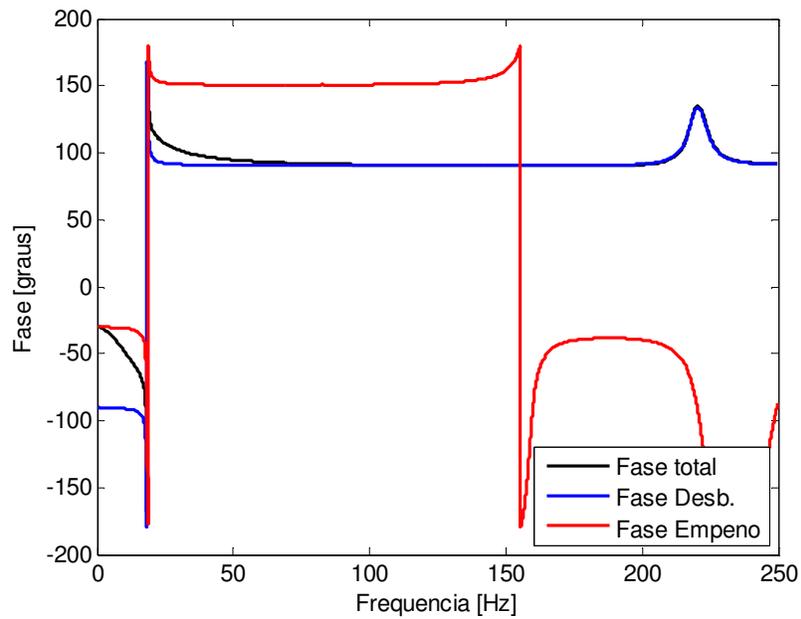


Figura 7.16: Fases desbalanceamento 0° e empeno $+60^\circ$ - direção horizontal, nó #6

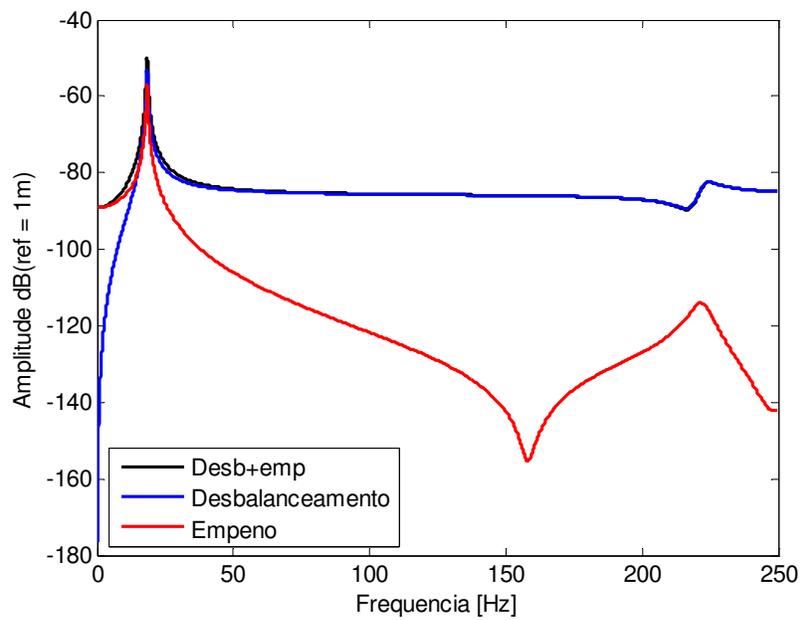


Figura 7.17: Respostas desbalanceamento 0° e empeno $+60^\circ$ - direção vertical, nó #6

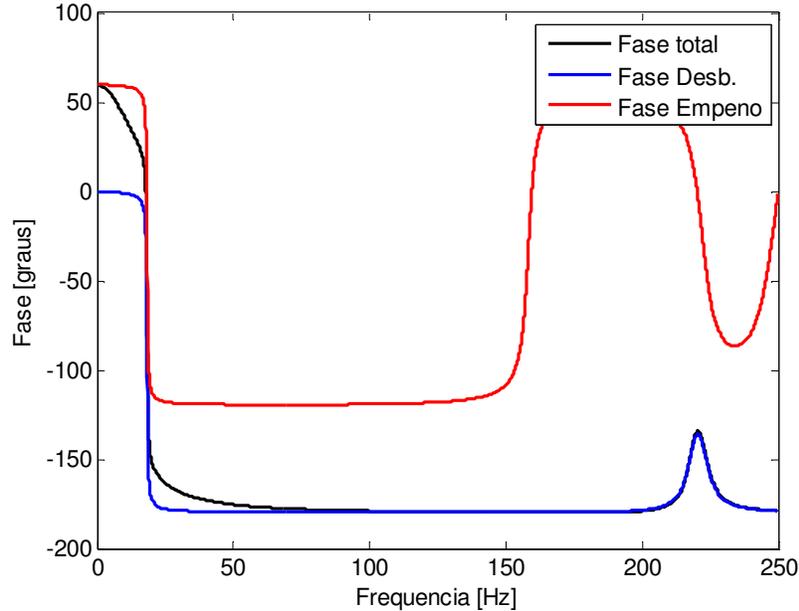


Figura 7.18: Fases desbalanceamento 0° e empeno $+60^\circ$ - direção vertical, nó #6

É possível concluir, pelas Figuras 7.16 e 7.18, dois aspectos importantes quando as fases do empeno e do desbalanceamento não coincidem: a) a fase inicial coincide com a fase do empeno e b) a fase na ressonância não é -90° em relação ao desbalanceamento, sendo neste caso, $-67,56^\circ$ (Figura 7.18). A diferença de fase na ressonância está relacionada com a defasagem entre as forças excitadoras e o grau de amortecimento do sistema. Maiores detalhes sobre esse estudo são encontrados nos trabalhos de Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 1) e Shiau e Lee (1989). Rao (2001) ressalta que a medição da fase é essencial para diagnosticar se um rotor apresenta empeno de eixo.

Empeno a 180° do desbalanceamento

Nesta seção, a fase do desbalanceamento continua sendo 0° , porém o empeno está em oposição de fase. As simulações seguintes mostram que essa configuração apresenta situações bastante particulares que serão discutidas para cada caso estudado.

Serão considerados três casos nos quais a amplitude do empeno é variada e o desbalanceamento é mantido constante. O objetivo é verificar o efeito que a quantidade de empeno em relação ao desbalanceamento produz na dinâmica do rotor. Para uma melhor

visualização das particularidades que ocorrem devido à oposição de fase entre as forças excitadoras as três configurações estudadas são: a) *caso 1*: desbalanceamento padrão e empeno medido com o relógio comparador; b) *caso 2*: desbalanceamento padrão e o dobro do empeno identificado e c) *caso 3*: desbalanceamento padrão e o triplo do empeno identificado.

Caso 1: Desbalanceamento padrão e empeno identificado

É considerado como desbalanceamento padrão o valor $m.d = 4,61.10^{-4}$ kg.m. O empeno identificado é o apresentado na Tabela 7.1 para a fase $+180^{\circ}$. Os resultados são mostrados pelas Figuras 7.19 a 7.22.

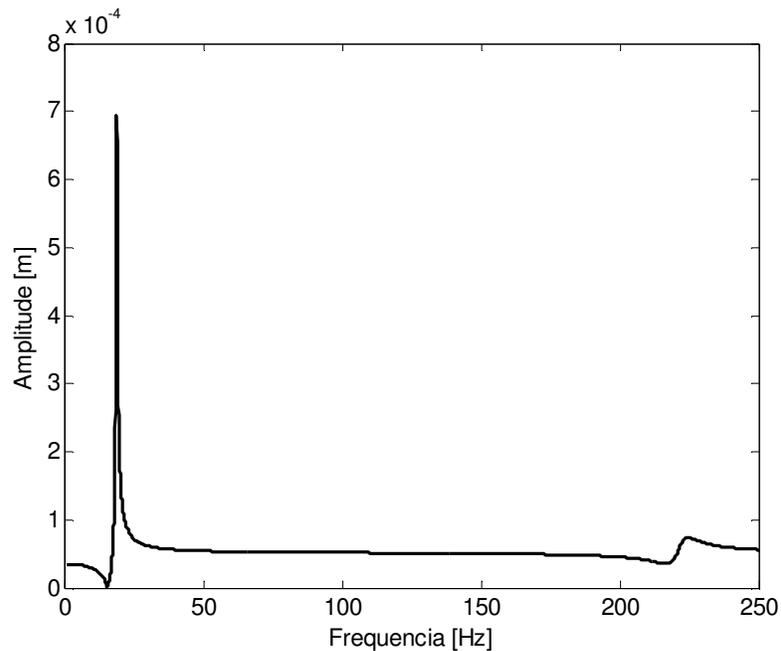


Figura 7.19: Resposta com desbalanceamento e empeno em oposição de fase - direção horizontal (escala linear), nó #6

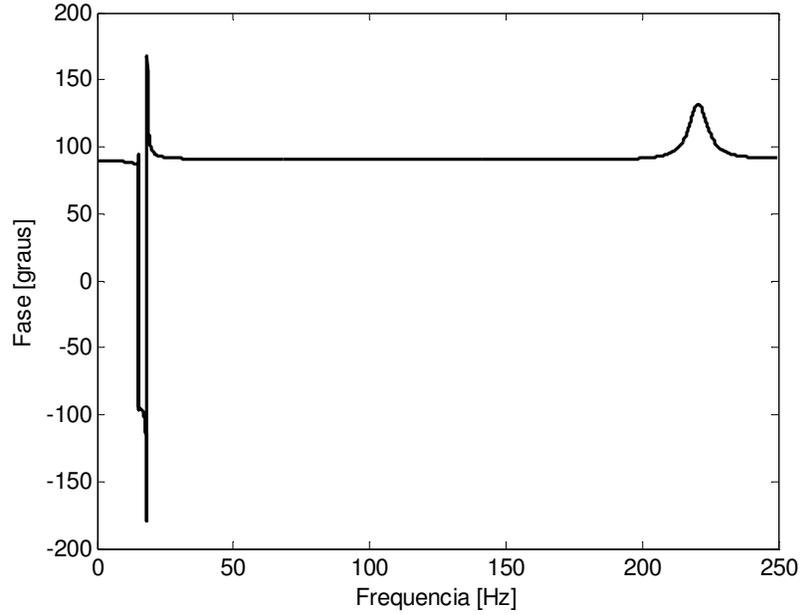


Figura 7.20: Fase desbalanceamento 0° e empeno @ 180° - direção horizontal, nó #6

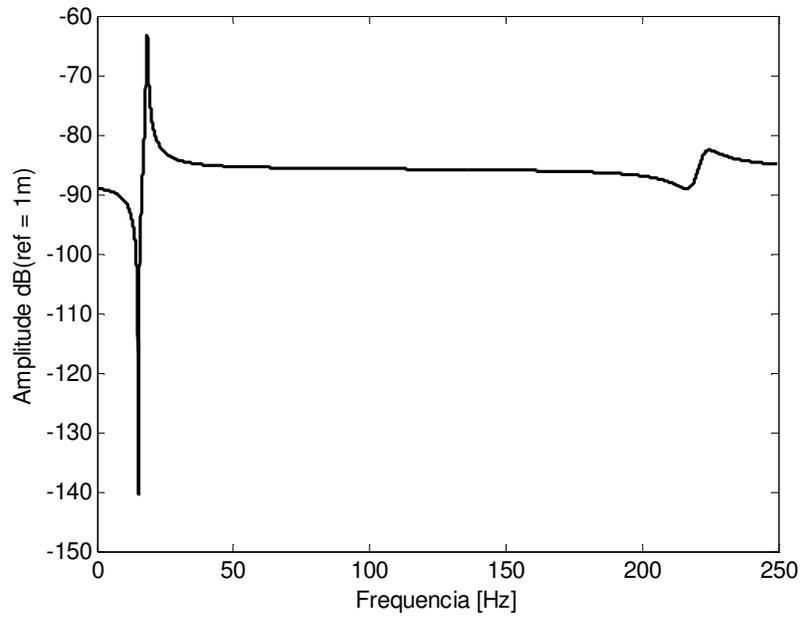


Figura 7.21: Resposta com desbalanceamento e empeno em oposição de fase - direção vertical (escala dB), nó #6

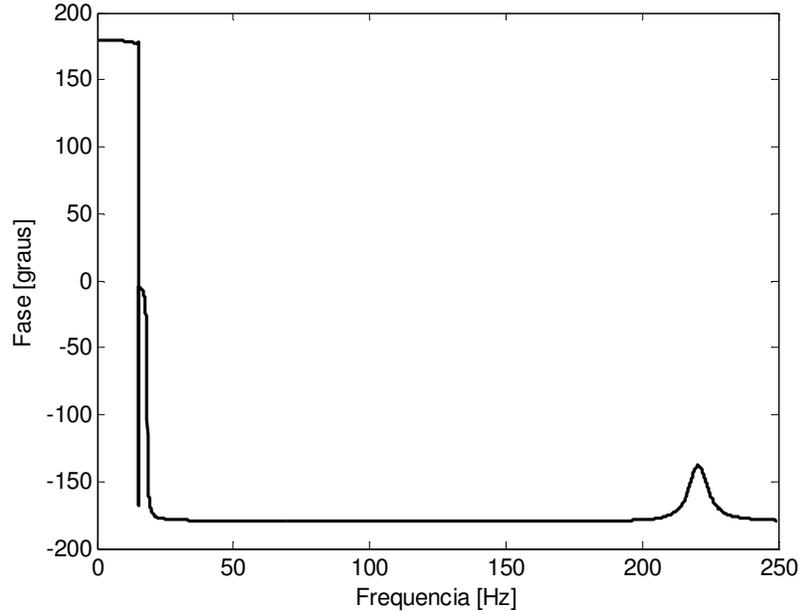


Figura 7.22: Fase desbalanceamento 0° e empeno @ 180° - direção vertical, nó #6

É possível observar, pelas Figuras 7.19 (escala linear) e 7.21 (escala dB), que ocorre um autobalanceamento na frequência de 15,1 Hz, que corresponde à frequência na qual a amplitude do desbalanceamento se iguala à amplitude do empeno.

As Figuras 7.20 e 7.22 mostram um salto de 180° na frequência de autobalanceamento, neste caso igual a 15,1 Hz. Nicholas, Gunter e Allaire (1976, parte 1) e Rao (2001) ressaltam que, para a frequência de autobalanceamento, a fase fica indefinida. É possível observar a inversão de fase que continua ocorrendo na 1ª velocidade crítica (18,35 Hz). Darpe, Gupta e Chawla (2006) ressaltam que o fenômeno do autobalanceamento, no qual a resposta cai à zero, é um bom indicativo da existência de empeno no rotor.

Para baixas frequências, ocorre o predomínio do empeno na resposta do rotor, a amplitude corresponde à apresentada pela resposta somente ao empeno; já a fase inicial é a mesma do empeno, enquanto que para frequências mais elevadas, o desbalanceamento é dominante tanto em amplitude como em fase. Essas observações são mostradas pelas Figuras 7.23 e 7.24:

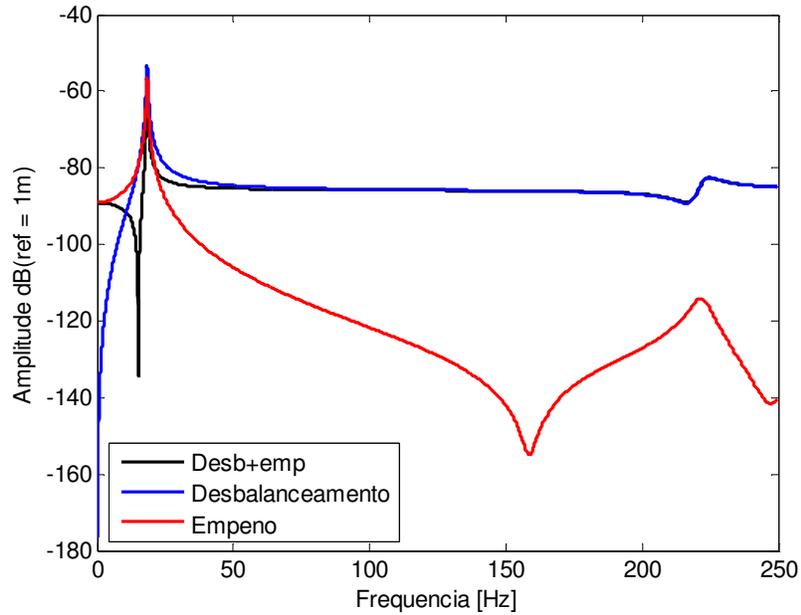


Figura 7.23: Comparação respostas desbalanceamento e empeno em oposição de fase – direção horizontal, nó #6

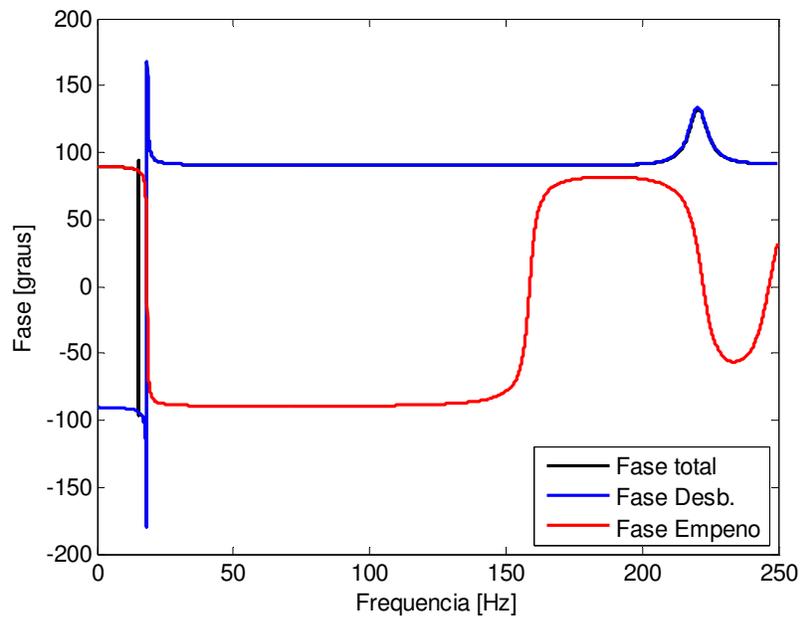


Figura 7.24: Comparação fases desbalanceamento e empeno em oposição de fases – direção horizontal, nó #6

Também é interessante notar que, para a primeira velocidade crítica, a fase é $-88,64^\circ$ (calculado com o software *Matlab*, Figura 7.22) ao invés do valor esperado de -90° para a ressonância.

Caso 2: Desbalanceamento padrão e o dobro do empeno identificado

Neste estudo, o empeno de eixo apresentado na Tabela 7.1 será dobrado para cada nó do modelo e, com isso, será feito um estudo sobre a amplitude e a fase da resposta. Como houve alteração no empeno, novos empenos angulares são obtidos e o eixo é ajustado através de outro polinômio de ordem 3 dado por:

$$\delta = -6,8858 \cdot 10^{-5}y^3 - 2,509 \cdot 10^{-4}y^2 + 2,7162 \cdot 10^{-4}y - 2,0354 \cdot 10^{-6} \quad (7.2)$$

Os resultados de simulação estão mostrados nas Figuras 7.25 a 7.28 para a posição do disco (nó #6).

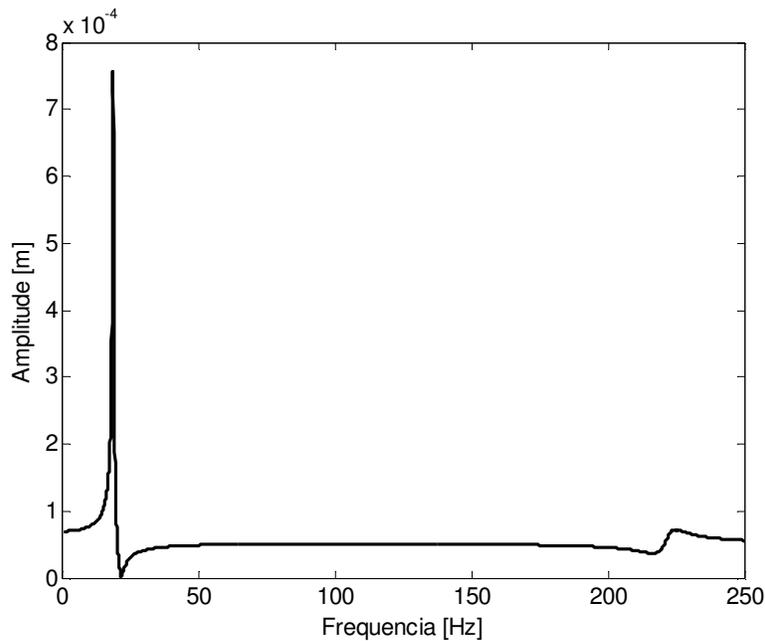


Figura 7.25: Resposta com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno dobrado - direção horizontal (escala linear), nó #6

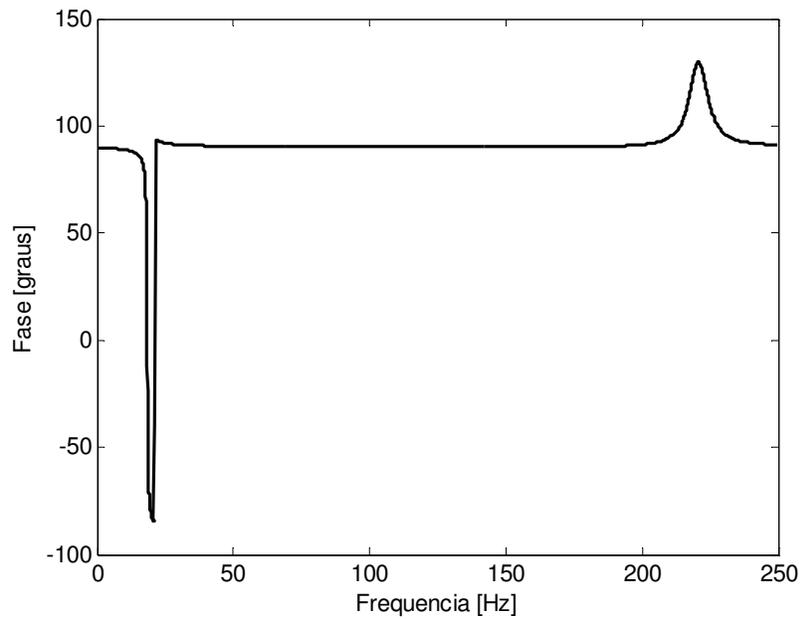


Figura 7.26: Fase desbalanceamento 0° e empeno dobrado @ 180° – horizontal, nó #6

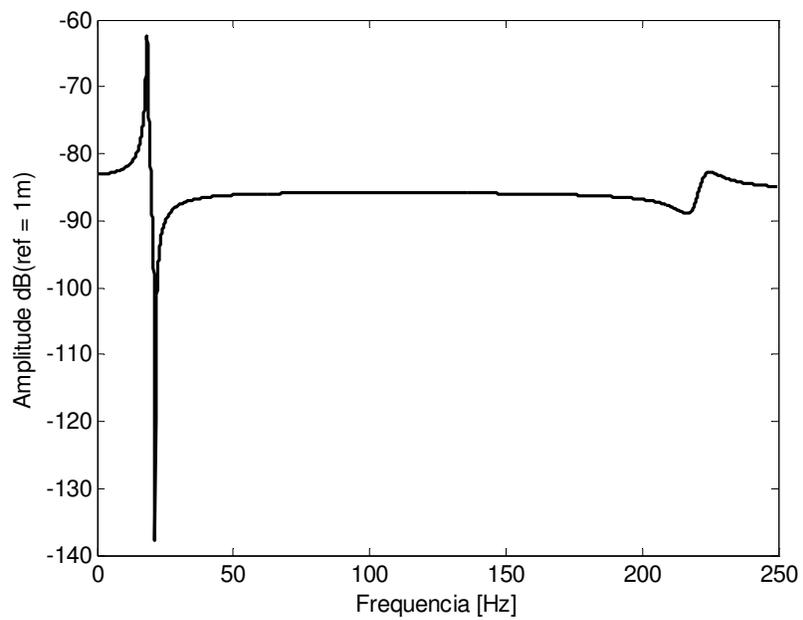


Figura 7.27: Resposta com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno dobrado - direção vertical (escala dB), nó #6

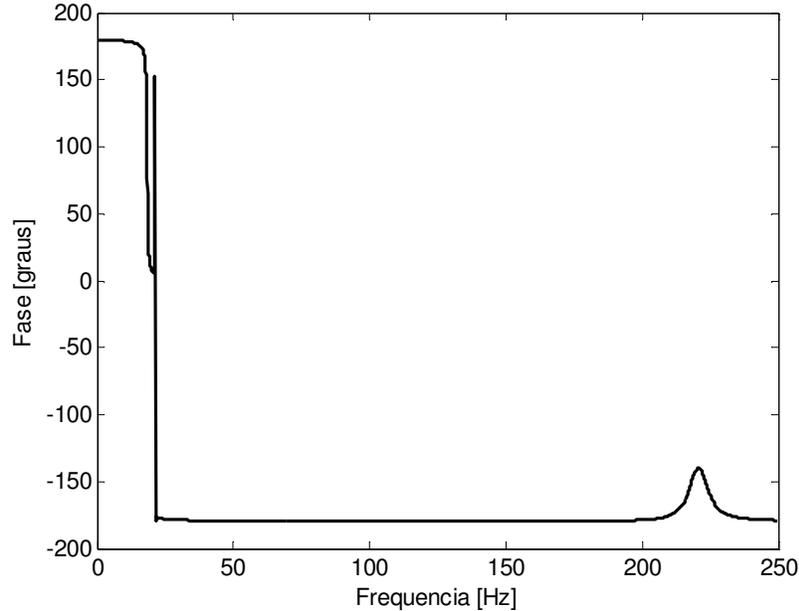


Figura 7.28: Fase desbalanceamento 0° e empeno dobrado @ 180° – vertical, nó #6

É interessante observar pelas Figuras 7.25 (escala linear) e 7.27 (escala dB) que, com o aumento da força de empeno, a frequência de autobalanceamento deve ser aumentada para igualar o efeito do empeno de eixo. Para esse caso, a amplitude zero ocorre a 21,32 Hz, portanto acima da 1ª velocidade crítica do rotor. Dessa forma, pode-se concluir que, dependendo da magnitude do empeno de eixo, o autobalanceamento do rotor ocorre acima ou abaixo da velocidade crítica. No caso do desbalanceamento igualar o empeno na frequência natural, a amplitude da resposta é nula exatamente na velocidade crítica do rotor.

As Figuras 7.26 e 7.28 mostram a inversão de fase que ocorre na velocidade crítica e a indefinição desta, com salto de 180°, na frequência de autobalanceamento.

Comparando as Figuras 7.22 e 7.28, é fácil de perceber que as fases na velocidade crítica são diferentes. Como foi mostrada para o empeno medido, a fase é igual a -88,64° (Figura 7.22); já para um maior valor de empeno, a fase é igual a +88,89° (Figura 7.28), para o grau de liberdade vertical. Essa diferença de valores mostra que a presença do empeno altera bastante a dinâmica do sistema quando comparada com a existência apenas do desbalanceamento.

A comparação entre as respostas e as fases considerando-se as falhas separadamente e a resposta total são dadas pelas Figuras 7.29 e 7.30:

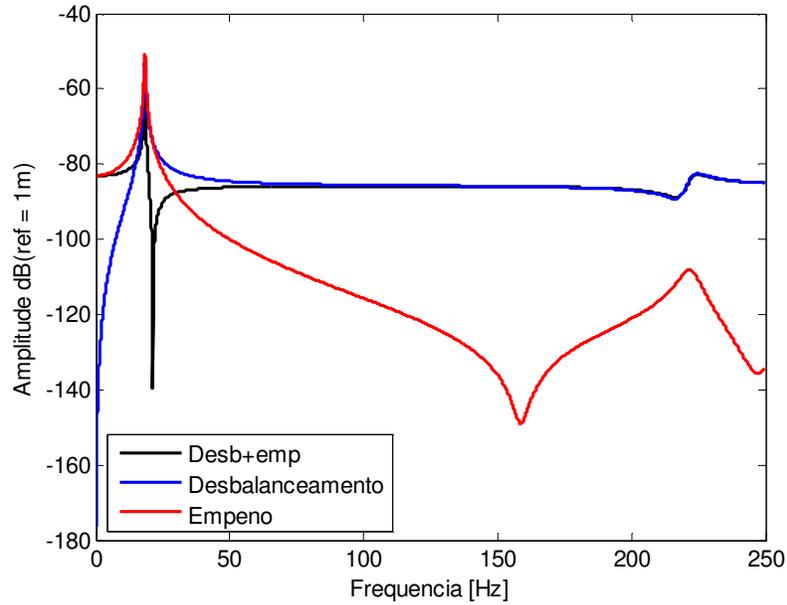


Figura 7.29: Comparação respostas com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno dobrado – direção horizontal, nó #6

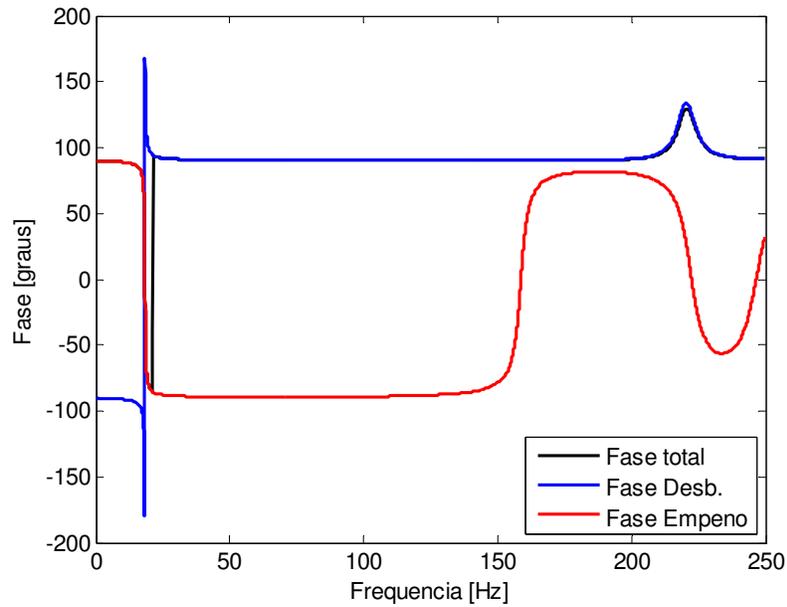


Figura 7.30: Comparação fases com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno dobrado – direção horizontal, nó #6

Caso 3: Desbalanceamento padrão e o triplo do empeno identificado

Como ilustração de como a frequência de autobalanceamento muda conforme o nível de empeno encontrado no eixo, o triplo do empeno identificado será simulado. Um novo polinômio é ajustado para o eixo e é dado por:

$$\delta = -1,0329 \cdot 10^{-4}y^3 - 3,7634 \cdot 10^{-4}y^2 + 4,0742 \cdot 10^{-4}y - 3,053 \cdot 10^{-6} \quad (7.3)$$

O comportamento do rotor é dado pelas Figuras 7.31 a 7.34:

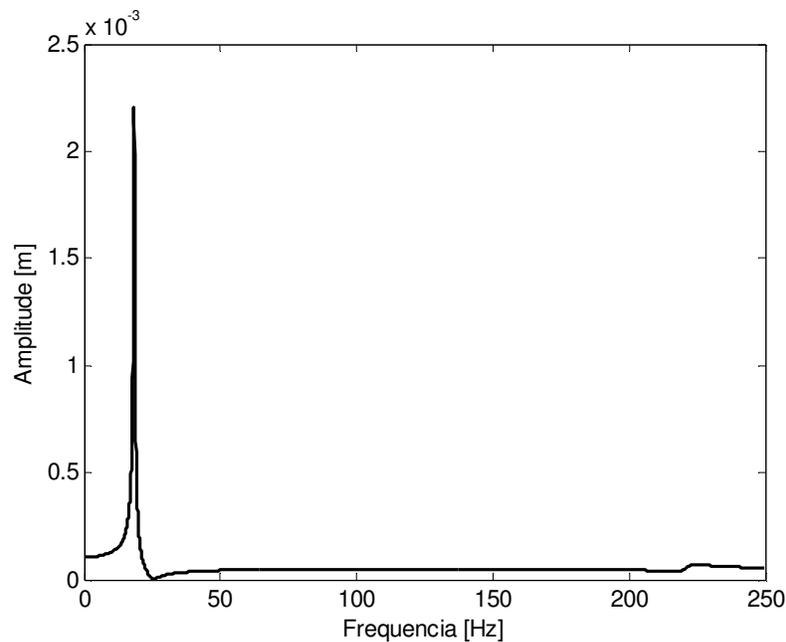


Figura 7.31: Resposta desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno triplicado - direção horizontal (escala linear), nó #6

A fase é mostrada pela Figura 7.32 a seguir:

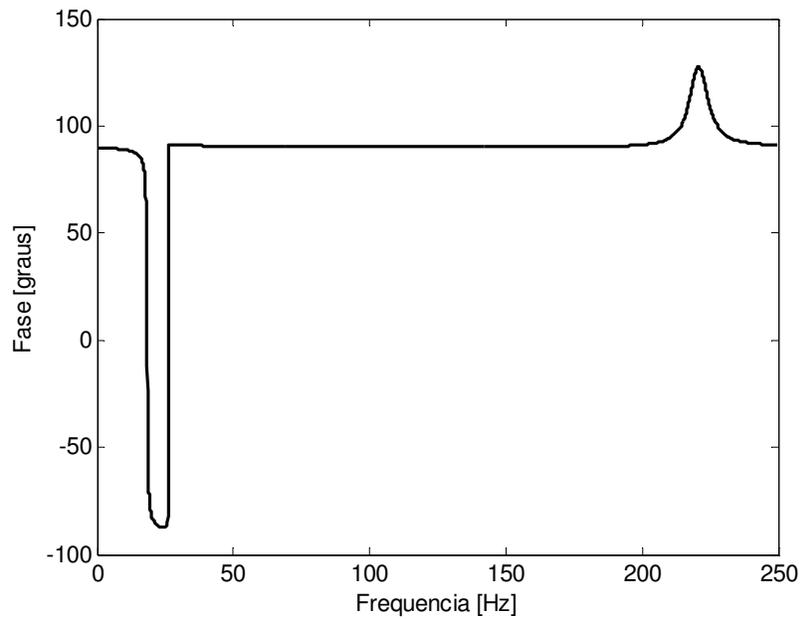


Figura 7.32: Fase desbalanceamento 0° e empeno triplicado @ 180° – horizontal, nó #6

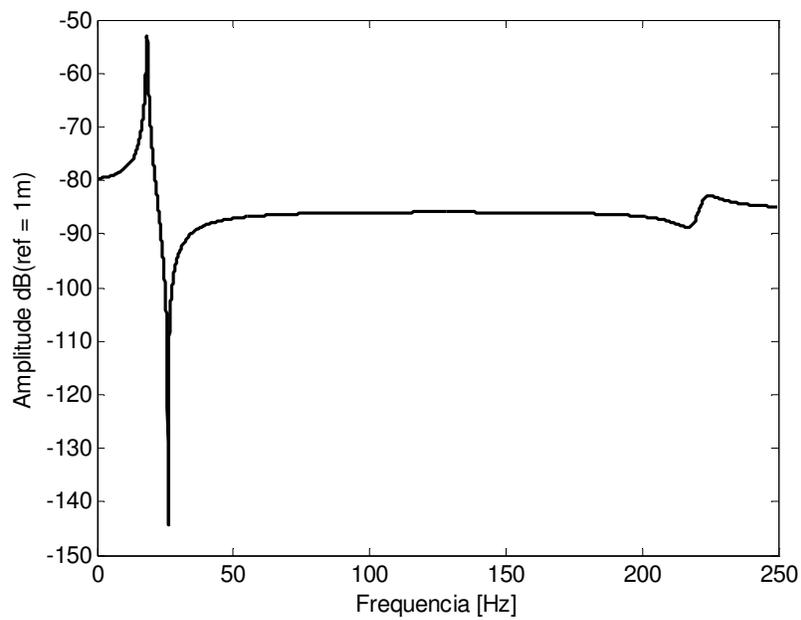


Figura 7.33: Resposta com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno triplicado - direção vertical (escala dB), nó #6

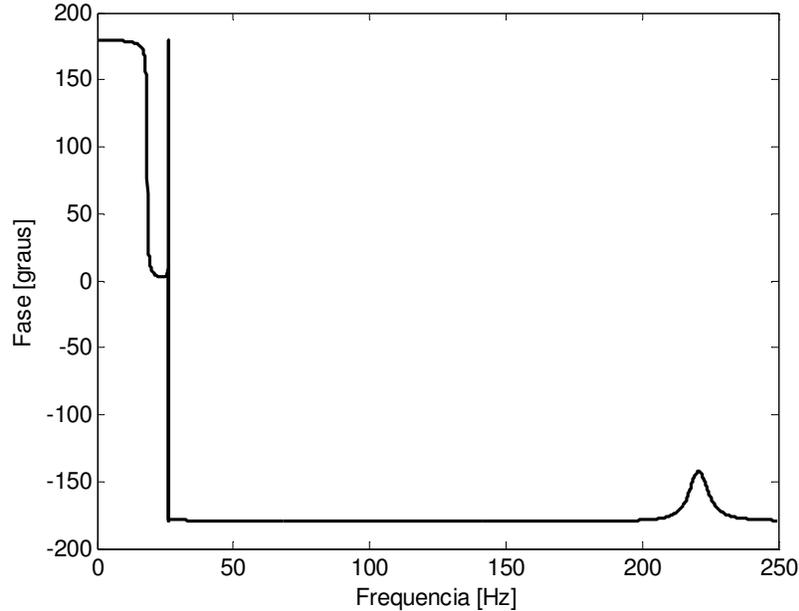


Figura 7.34: Fase desbalanceamento 0° e empeno triplicado @ 180° – direção vertical, nó #6

Como era esperado, com o aumento do empeno a frequência de autobalanceamento subiu para 26 Hz, ou seja, um aumento de cerca de 20% em relação à frequência mostrada pelas Figuras 7.26 e 7.28 para o empeno igual ao dobro do mostrado na Tabela 7.1.

Houve também alteração na fase da velocidade crítica, que é 88,85° para o GDL vertical do disco.

As duas próximas figuras ilustram que, não importa o nível de empeno em relação ao desbalanceamento, a resposta do rotor e sua fase são dominadas pelo empeno em velocidades baixas e pelo desbalanceamento em altas rotações:

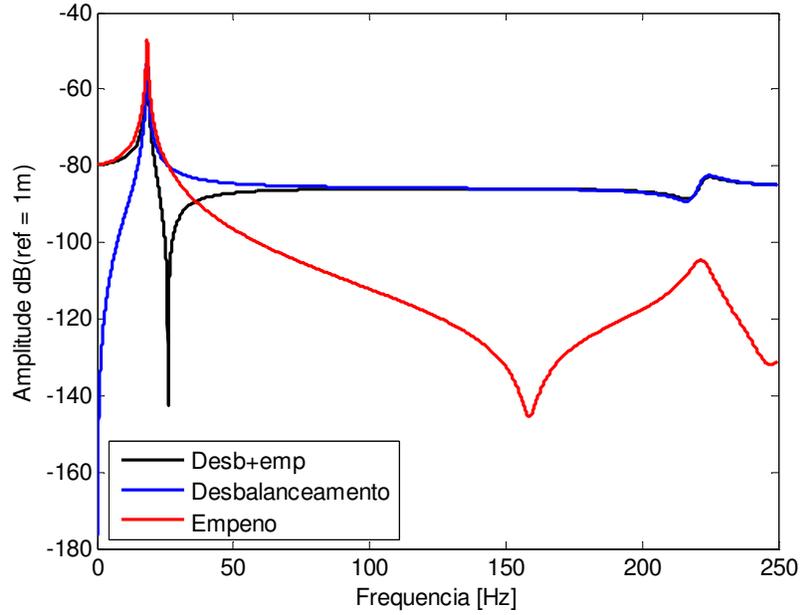


Figura 7.35: Comparação respostas com desbalanceamento e empeno em oposição de fase, empeno triplicado – direção horizontal, nó #6

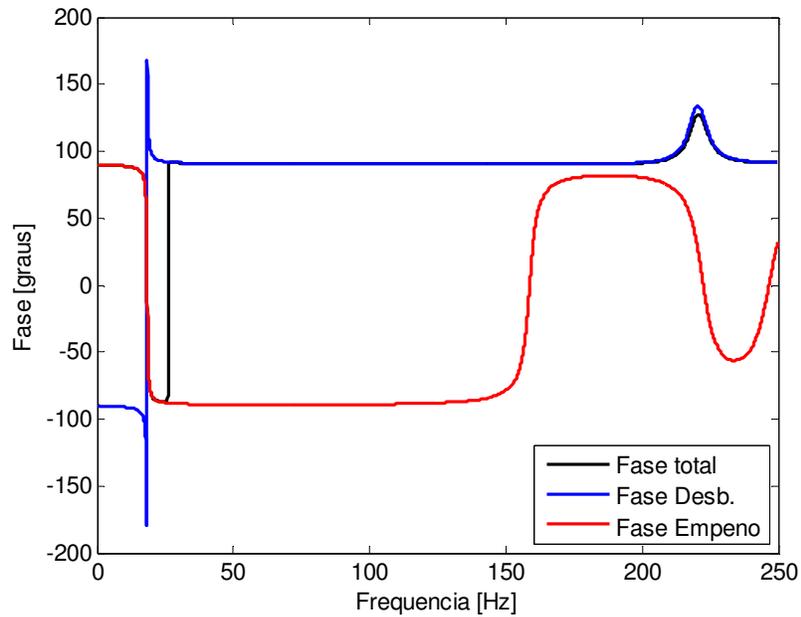


Figura 7.36: Comparação fases com desbalanceamento e empeno em oposição de fases, empeno triplicado – direção horizontal, nó #6

7.2 Análise do Rotor com Dois Discos

Da mesma forma que executado para o rotor Laval, um levantamento foi feito em cada nó do eixo para determinar a distribuição do empeno. O mesmo relógio comparador foi usado e o resultado está mostrado na Tabela 7.2.

Tabela 7.2: Distribuição do empeno no eixo [μm] - rotor 2 discos

Nós:	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9	#10	#11	#12	#13	#14
0°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+330°	+5	+5	+5	+5	+5	+7,5	+5	+5	+5	+5	+5	0	0
+300°	+5	+10	+15	+15	+15	+10	+15	+10	+10	+10	+10	0	0
+270°	+7,5	+10	+15	+15	+15	+15	+15	+15	+15	+15	+15	0	-5
+240°	+7,5	+10	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+5	-5
+210°	+5	+10	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+20	+5	0
+180°	+5	+5	+20	+20	+20	+20	+20	+15	+15	+15	+15	+5	0
+150°	+5	+5	+15	+15	+15	+15	+20	+15	+10	+10	+10	+5	0
+120°	0	0	+10	+10	+10	+10	+15	+5	+5	+5	+5	+5	0
+90°	-5	-5	+5	+5	+5	+5	+5	+5	+5	+5	+5	0	0
+60°	-5	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+30°	-5	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Os nós #1 e #15 correspondem às posições dos mancais de rolamento e não foram avaliados para o empeno de translação, porém apresentam empeno angular (de rotação), já que os rolamentos são autocompensadores. As linhas em destaque representam as posições onde foram encontradas as maiores leituras de empeno em relação à posição de referência determinada pelo sinal do *trigger*.

Nas simulações seguintes, o objetivo é fazer um estudo da resposta do rotor submetido ao empeno de eixo e a ao desbalanceamento presente em cada um dos discos

(nós # 5 e #11). Os valores de empeno para a fase de +240° serão considerados para efeito de estudo e interpolação de um polinômio para a determinação dos empenos angulares causados pelo arqueamento do eixo nesta posição (fase) considerada.

7.2.1 Resposta ao desbalanceamento

Para as simulações do desbalanceamento, duas massas desbalanceadoras foram usadas: 2,38 gramas (disco 1) e 2,32 gramas (disco 2), totalizando momentos de desbalanceamento $m_1 d_1 = 2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m e $m_2 d_2 = 2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m. A força de desbalanceamento do disco 1 (D1) será considerada como referência (fase 0°) e o desbalanceamento do disco 2 (D2) será variado em relação a essa posição.

Desbalanceamentos em fase

As Figuras 7.37 a 7.40 mostram o comportamento do disco 1 (D1) do rotor com ambos os desbalanceamentos localizados na mesma fase (0°):

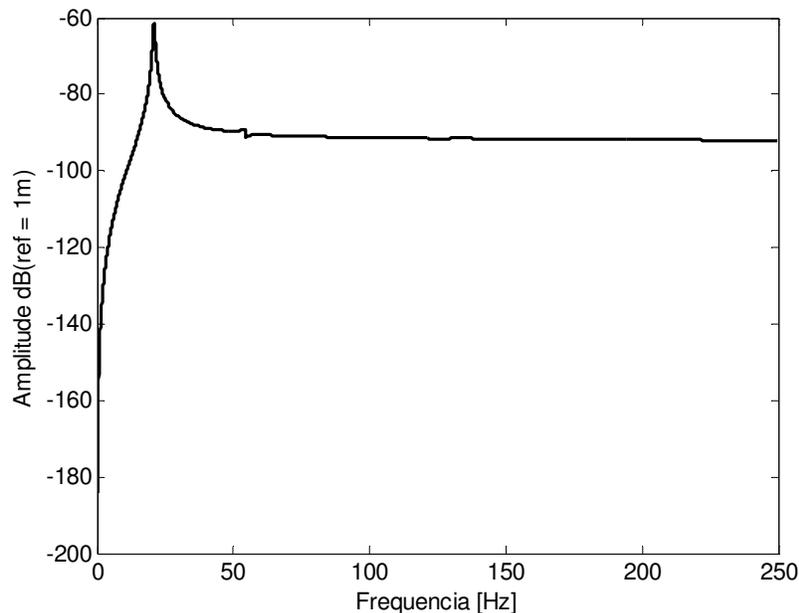


Figura 7.37: Resposta D1 – direção horizontal

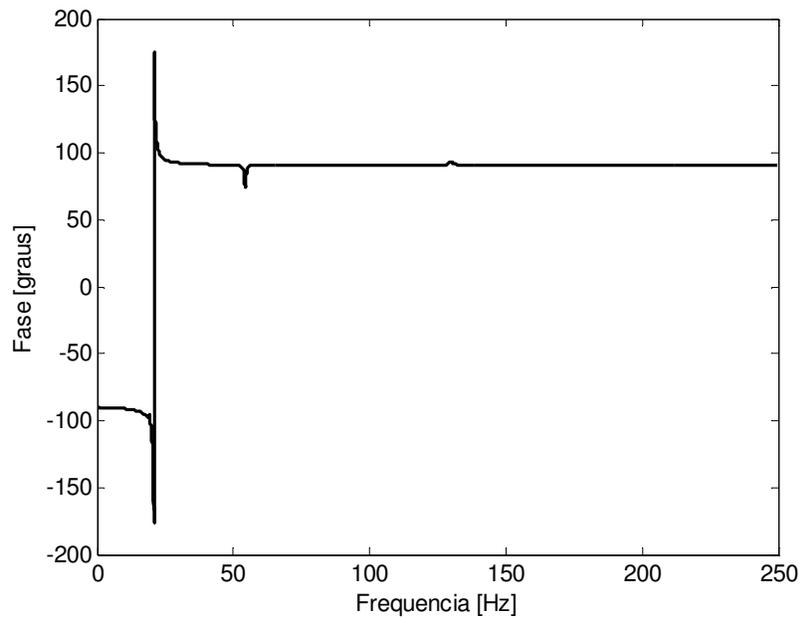


Figura 7.38: Fase D1 - direção horizontal

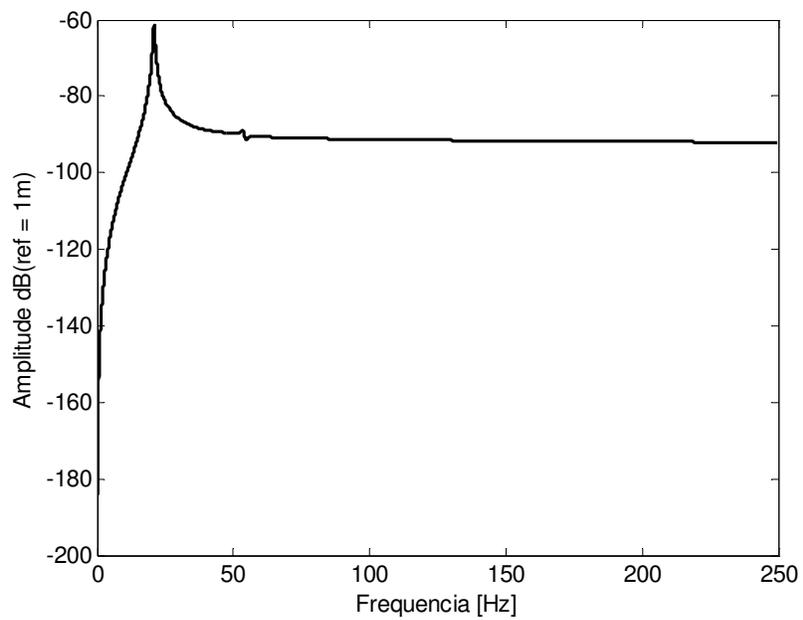


Figura 7.39: Resposta D1 - direção vertical

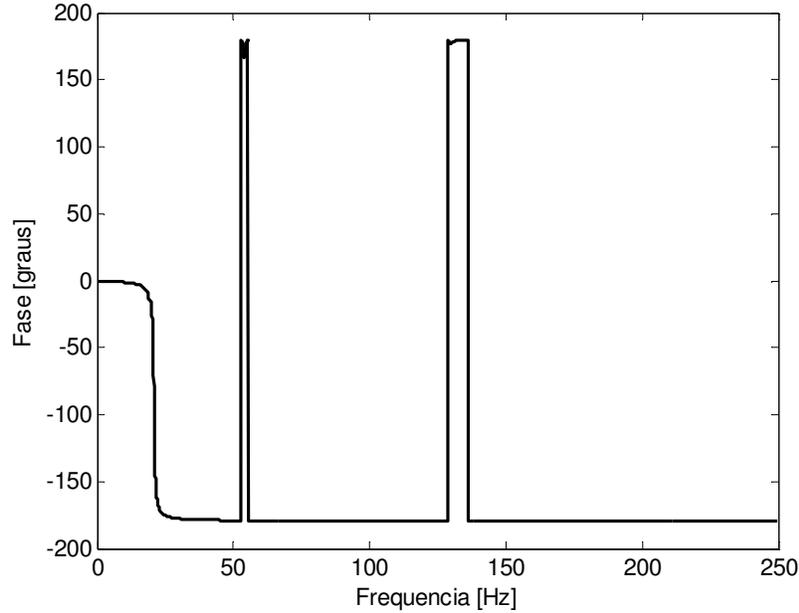


Figura 7.40: Fase D1 - direção vertical

Pode-se notar que as amplitudes das respostas são próximas para as duas direções, já que o rotor não apresenta grande anisotropia. As fases estão defasadas de 90° , como era esperado e com comportamento próximo ao observado pelo rotor Laval. É possível observar, pelos diagramas de fase e pelo diagrama de Campbell exibido na Figura 6.13, a passagem do rotor através da 3^a frequência natural retrógrada.

As respostas para o disco 2 (D2) são mostradas pelas Figuras 7.41 a 7.44.

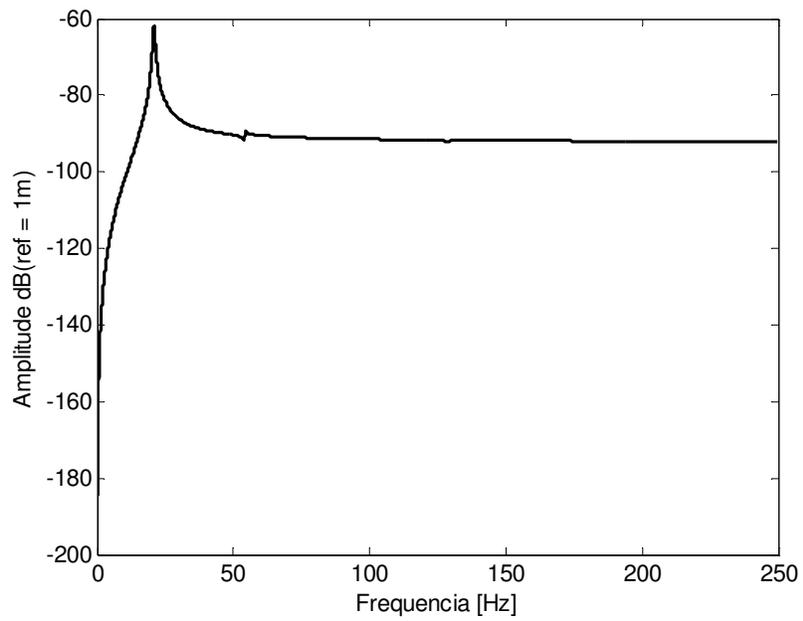


Figura 7.41: Resposta D2 - direção horizontal

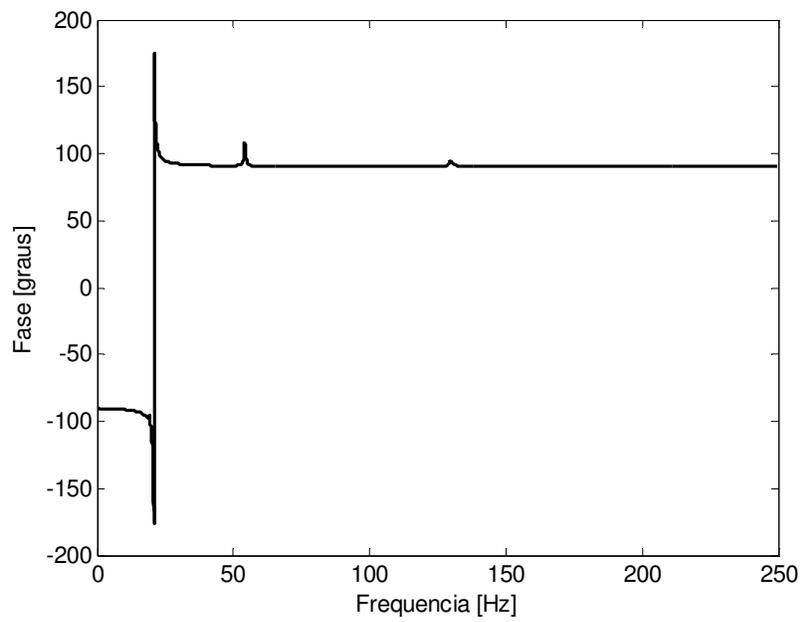


Figura 7.42: Fase D2 - direção horizontal

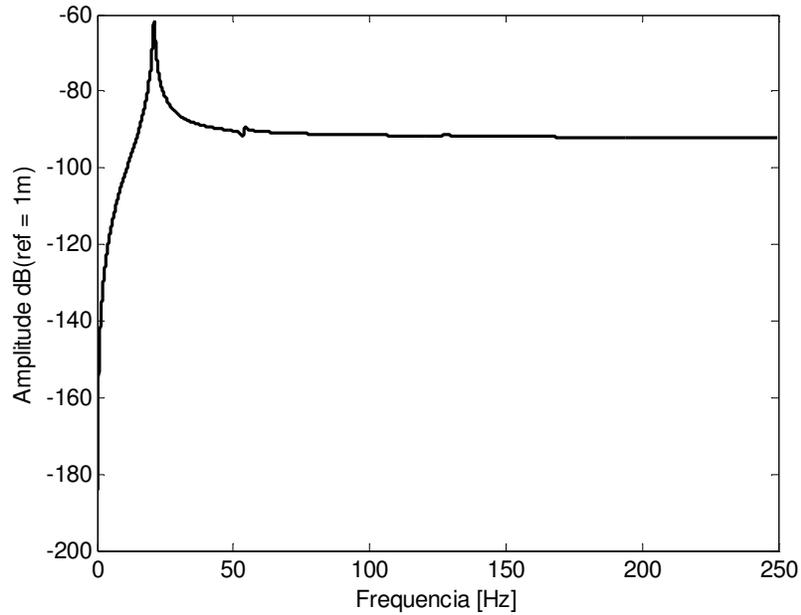


Figura 7.43: Resposta D2 - direção vertical

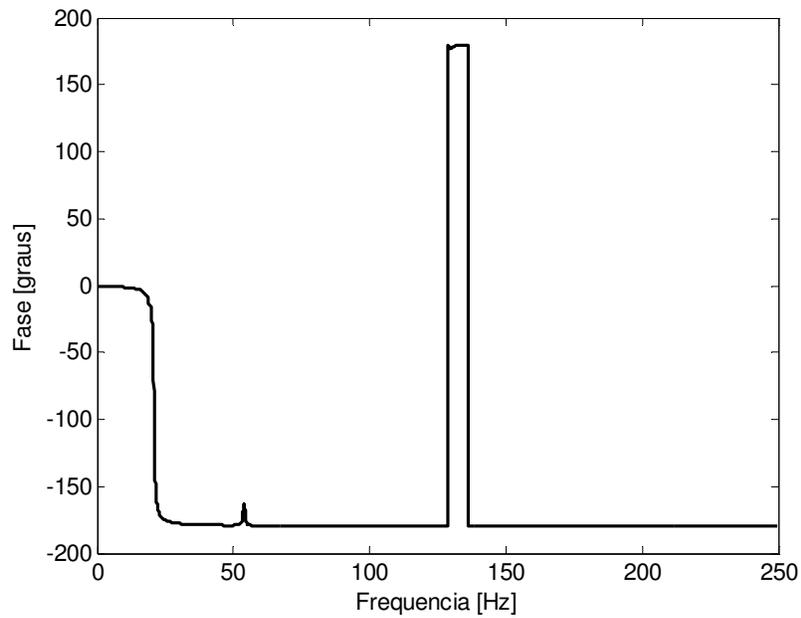


Figura 7.44: Fase D2 - direção vertical

É possível observar que o comportamento de fases do disco 2 é semelhante ao do disco 1 com relação aos valores assumidos em função da frequência de rotação. Como os dois desbalanceamentos estão a 0° , a variação de fase é bastante semelhante com as

mostradas pelas Figuras 7.3 e 7.5 no caso do rotor Laval: direção horizontal com variação de -90° a $+90^\circ$ e variação de 0° a 180° para direção vertical.

Caso os desbalanceamentos possuam fases diferentes, pode-se verificar que as fases inicial e final sofrem alterações, já que ocorre combinação das forças excitadoras na formação das respostas dos discos. Esse fato é mostrado pelos casos seguintes, onde são consideradas variações do desbalanceamento do disco 2 para as seguintes fases: $+30^\circ$, $+90^\circ$ e $+180^\circ$; enquanto que o desbalanceamento no disco 1 permanece igual a 0° .

Desbalanceamento disco 2 @ $+30^\circ$

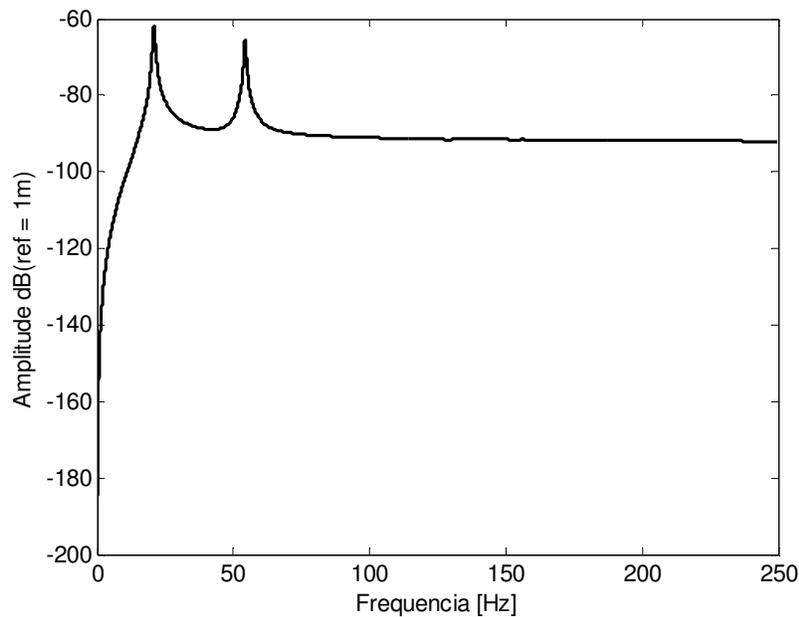


Figura 7.45: Resposta D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ $+30^\circ$

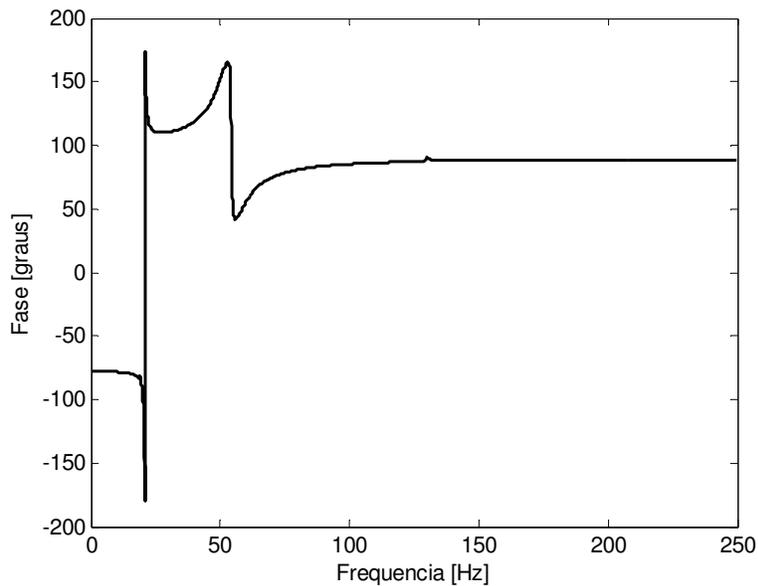


Figura 7.46: Fase D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +30°

As Figuras 7.45 e 7.46 mostram um padrão de comportamento diferente do exibido pelas Figuras 7.37 e 7.38. Com a alteração da fase do desbalanceamento presente no disco 2, a fase inicial mudou de -90° (Figura 7.38) para $-74,90^\circ$. Para a direção vertical, também é possível verificar mudança de comportamento na resposta:

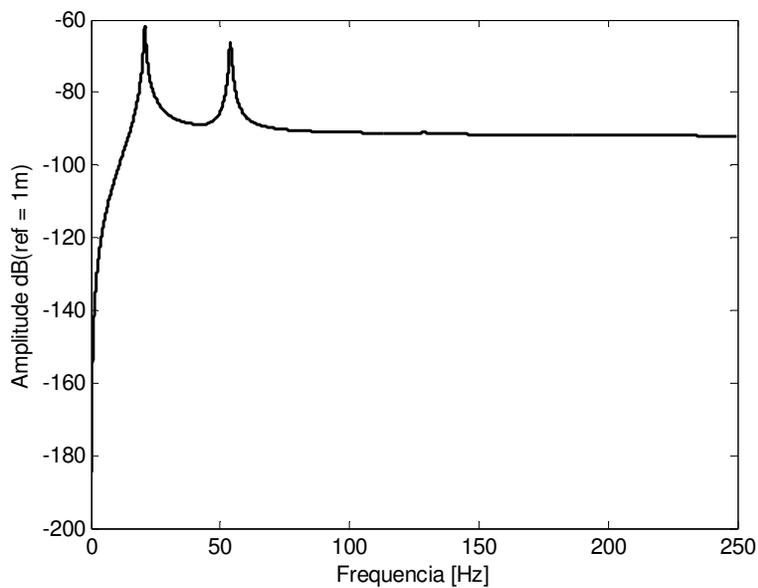


Figura 7.47: Resposta D1 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°

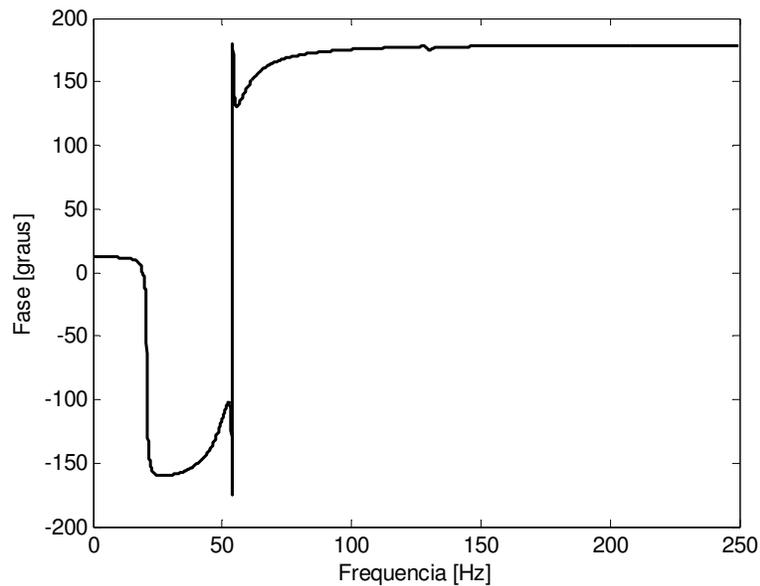


Figura 7.48: Fase D1 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°

A Figura 7.48 mostra que a fase inicial foi alterada para 15,08°, mostrando que o comportamento dinâmico de um disco influencia o comportamento do outro. Quando as fases coincidem, essa influência mútua torna-se mais difícil de ser percebida. As respostas para o disco 2 (D2) são mostradas pelas Figuras 7.49 a 7.52:

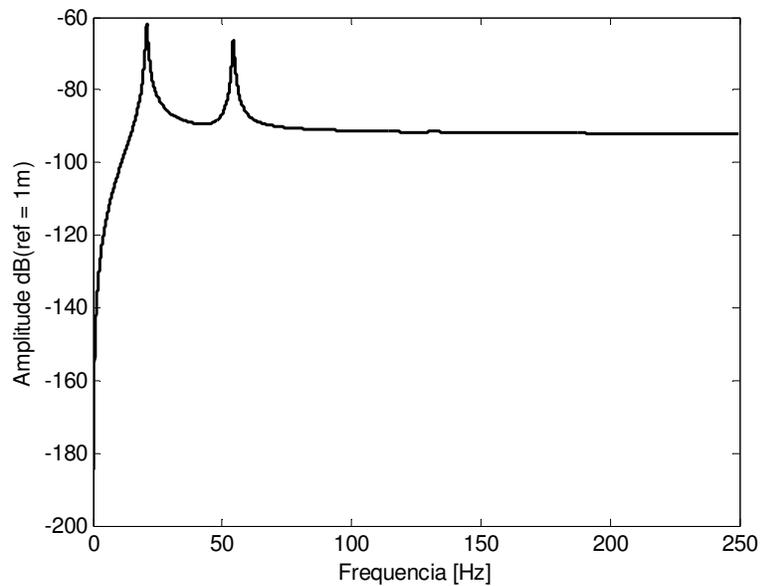


Figura 7.49: Resposta D2 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +30°

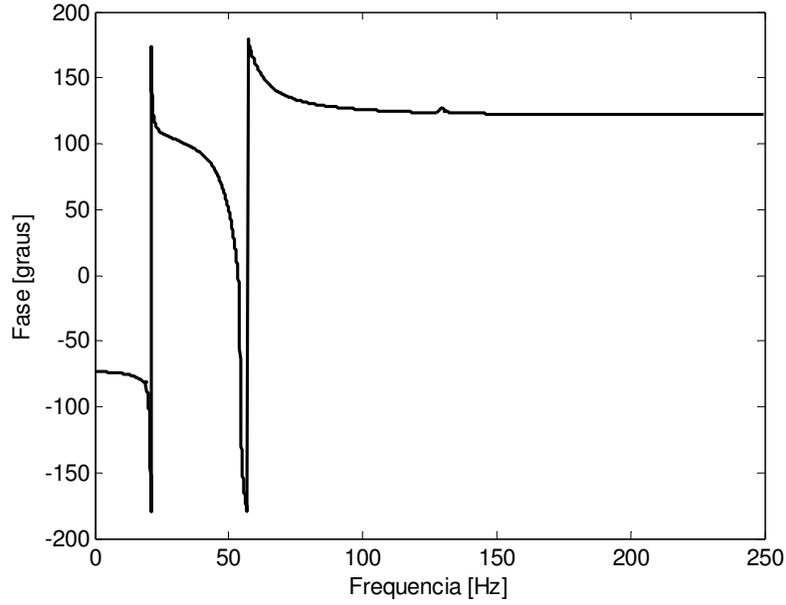


Figura 7.50: Fase D2 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +30°

É possível notar, comparando-se as Figuras 7.45 e 7.49, que o padrão de resposta não é o mesmo para cada um dos discos. A fase inicial é de $-70,49^\circ$ ao invés de -90° como mostrado na Figura 7.42.

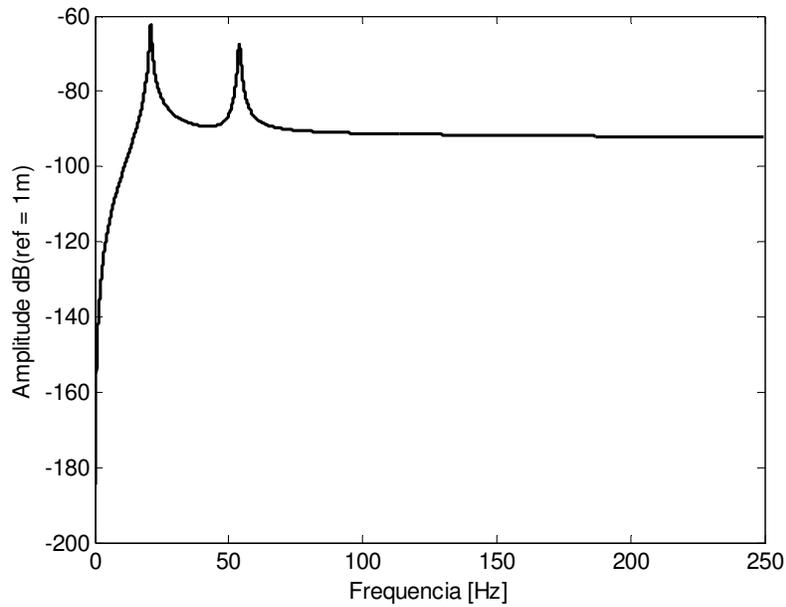


Figura 7.51: Resposta D2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°

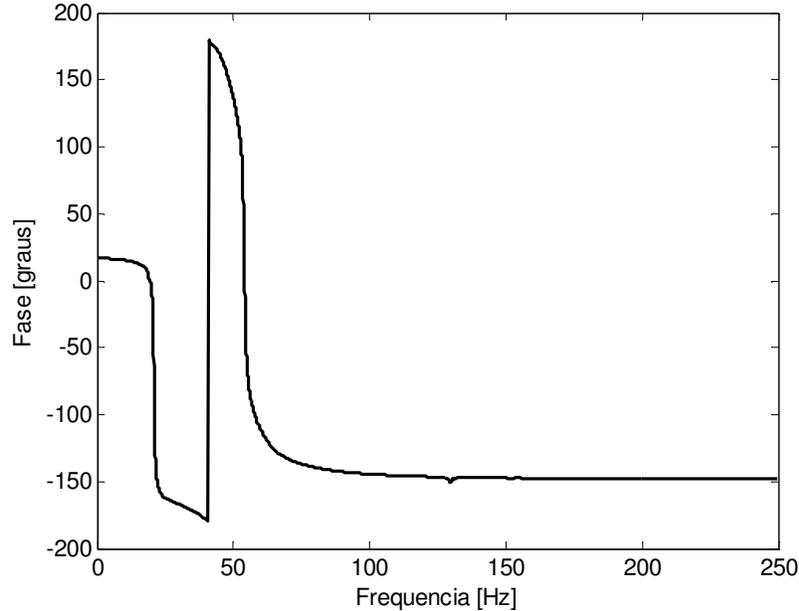


Figura 7.52: Fase D2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°

Observa-se que a fase inicial é igual a $19,52^\circ$ e não 0° como mostrado pela Figura 7.44, mostrando mais uma vez que a dinâmica de um disco influencia a do outro.

Desbalanceamento disco 2 @ +90°

Um caso interessante é quando o desbalanceamento no disco 2 (D2) está a $+90^\circ$ do disco 1 (D1). Dessa forma, deseja-se verificar se existe a influência da força desbalanceadora de um disco sobre o outro, já que uma força não apresenta nenhum componente para ser somado a algum componente de força do outro disco.

Os casos estudados anteriormente mostram que as respostas para as direções horizontal e vertical são bastante semelhantes e, para ilustrar os próximos casos, apenas será exibido um grau de liberdade por disco assim como será mostrada apenas a fase de um GDL por disco, já que a outra direção está defasada de 90° .

Os resultados obtidos quando o desbalanceamento no disco 2 está a 90° do disco 1 estão mostrados pelas Figuras 7.53 a 7.56.

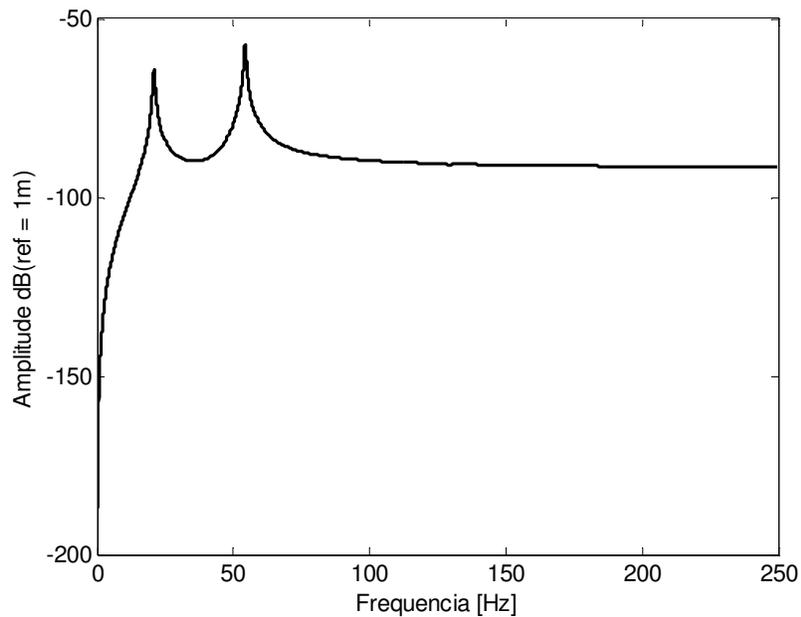


Figura 7.53: Resposta D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +90°

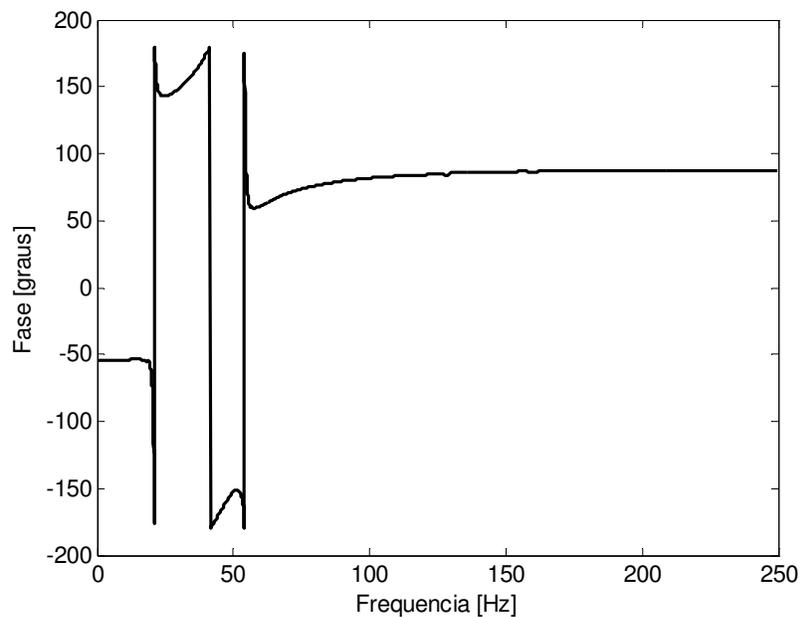


Figura 7.54: Fase D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +90°

A Figura 7.54 mostra que a fase inicial é de $-54,00^\circ$. Dessa forma, com o aumento da defasagem do desbalanceamento do disco 2 em relação ao disco 1, ocorre aumento na

defasagem inicial da resposta mesmo neste caso em que as forças excitadoras são perpendiculares.

As duas próximas figuras mostram o comportamento do disco 2:

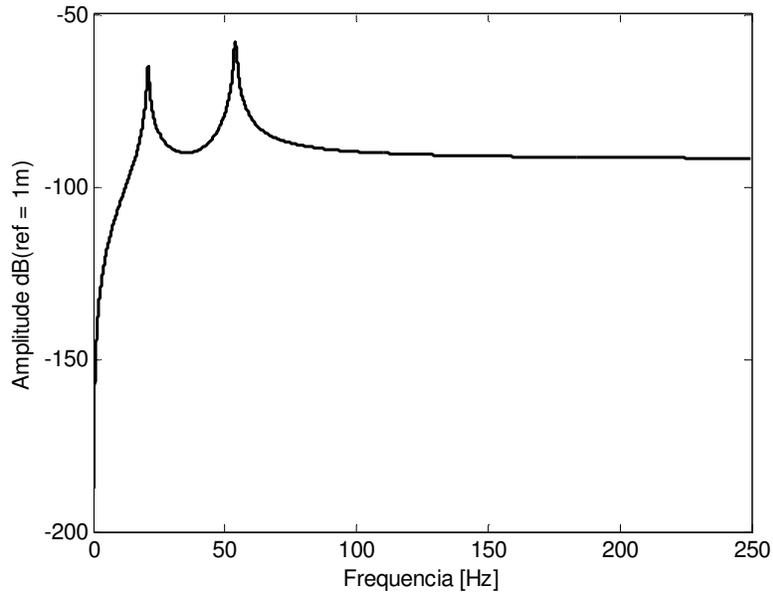


Figura 7.55: Resposta D2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +90°

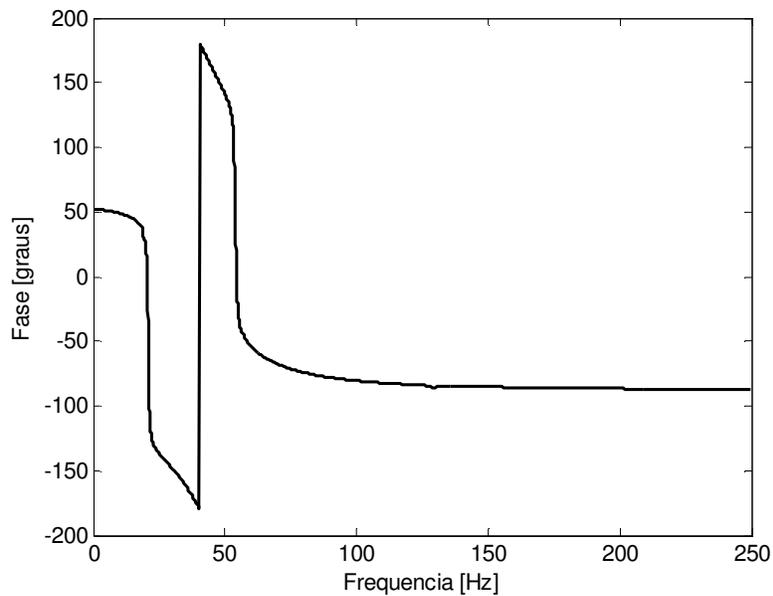


Figura 7.56: Fase D2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +90°

É possível verificar que, pela Figura 7.56, que a fase inicial é de $52,82^\circ$ e, portanto, diferente dos dois casos estudados anteriormente considerando variações do desbalanceamento presente no disco 2.

Desbalanceamento disco 2 @ $+180^\circ$

As Figuras 7.57 a 7.60 mostram o comportamento do rotor quando os desbalanceamentos estão em oposição de fase:

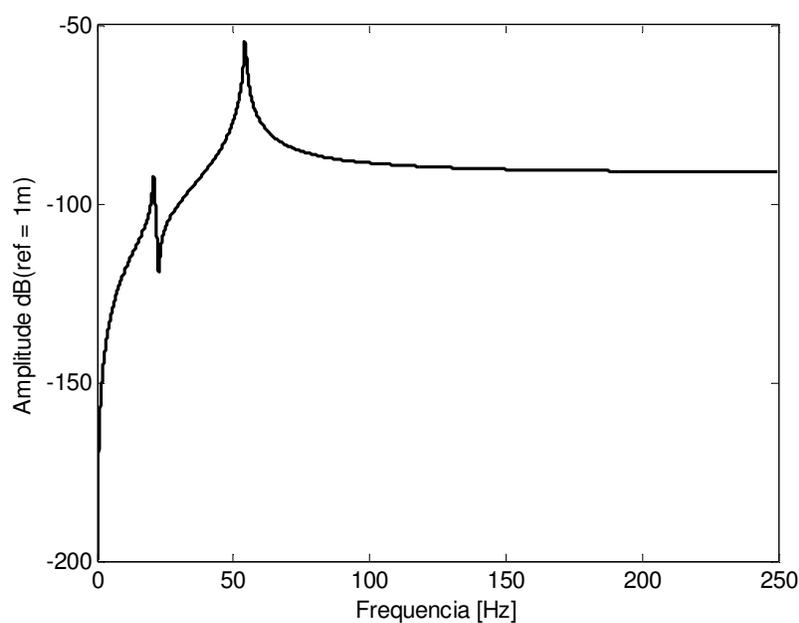


Figura 7.57: Resposta D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco2 @ 180°

O comportamento da fase é mostrado pela Figura 7.58 a seguir:

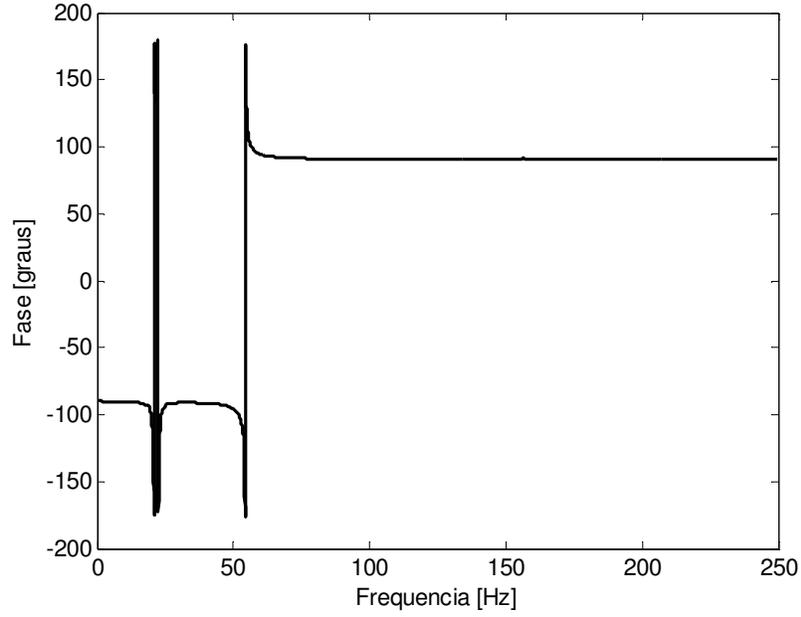


Figura 7.58: Fase D1 - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ 180°

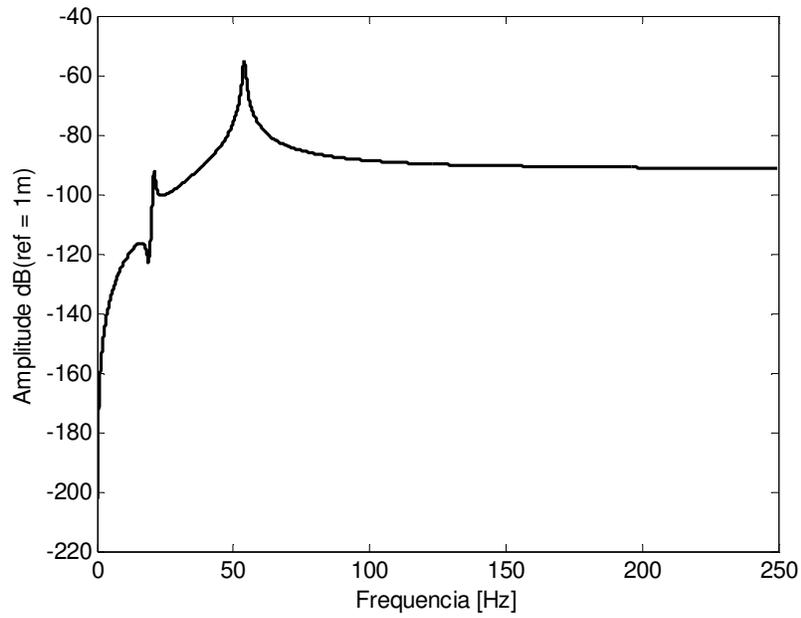


Figura 7.59: Resposta disco 2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 180°

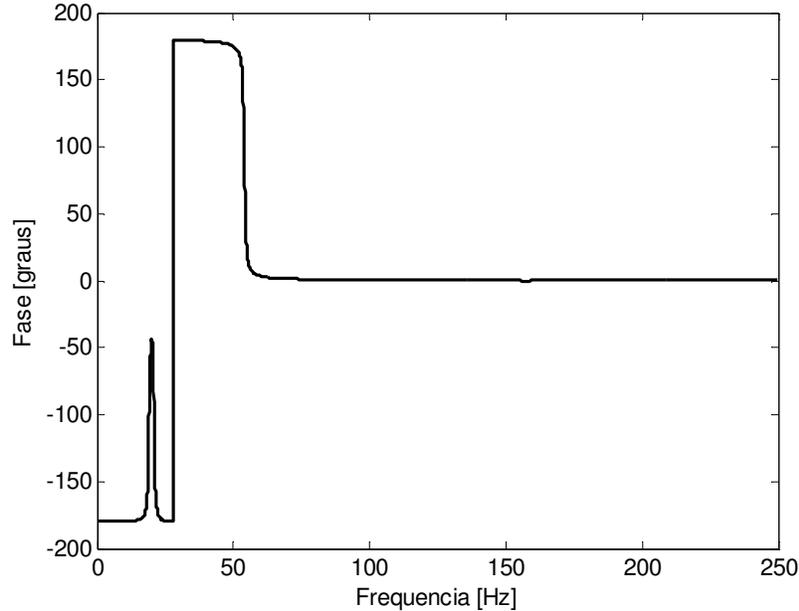


Figura 7.60: Fase D2 - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 180°

A análise das quatro últimas figuras mostra claramente que o desbalanceamento no disco 2 @ 180° mostra, como era esperado, a excitação maior do 2º modo de vibrar.

Pode-se concluir, pelos casos estudados, que a distribuição do desbalanceamento altera o comportamento da resposta do rotor tanto em amplitude como em fase, inclusive a fase referente à primeira velocidade crítica.

7.2.2 Resposta ao desbalanceamento e empeno simultâneos

O objetivo desta seção é, da mesma forma que foi analisado com o rotor Laval, mostrar a influência do empeno na resposta do rotor com 2 discos bem como a alteração provocada nas fases de cada GDL.

As simulações levam em consideração a distribuição de empeno mostrada pela Tabela 7.2, porém os valores mostrados para a referência de +240° serão tomados com essa fase em relação ao desbalanceamento do disco 1 e não em relação ao *trigger*; assim como o desbalanceamento no disco 2 é tomado em relação ao disco 1. Dessa forma, é possível fazer

comparações com os resultados apresentados na seção 7.2.1, onde foram mostrados resultados da resposta do rotor apenas ao desbalanceamento.

Para simular os GDL's angulares, dados pelo arqueamento do eixo, será usada interpolação cúbica e o polinômio obtido para o empeno mostrado na Tabela 7.2 é dado por:

$$\delta = -2,1794 \cdot 10^{-5}y^3 - 1,0299 \cdot 10^{-4}y^2 + 1,0341 \cdot 10^{-4}y + 9,5953 \cdot 10^{-7} \quad (7.4)$$

Com o polinômio determinado pela Equação (7.4), o perfil do eixo empenado é mostrado pela Figura 7.61:

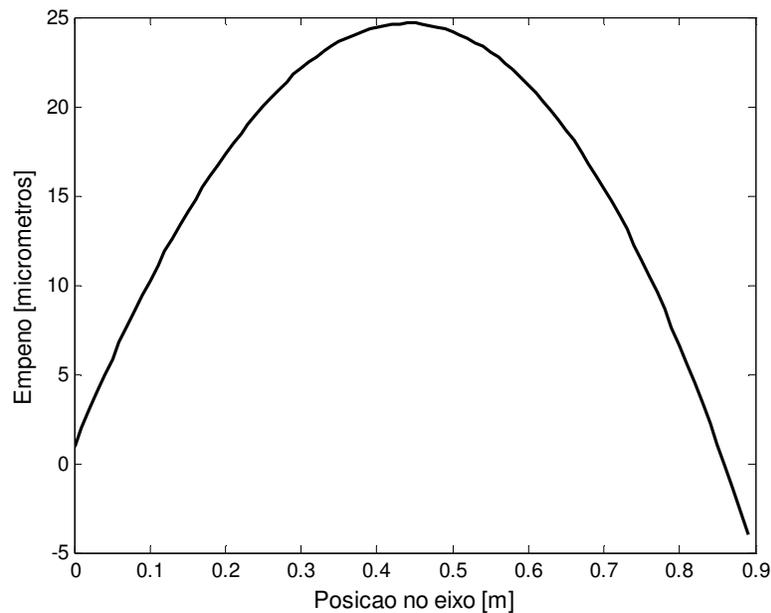


Figura 7.61: Perfil de empeno de eixo - rotor 2 discos

Os casos simulados são os mesmos do rotor apenas com o desbalanceamento, porém acrescidos do empeno de eixo.

Desbalanceamento disco 2 @ 0° com empeno

As Figuras 7.62 a 7.69 mostram o comportamento do rotor com os desbalanceamentos em fase junto com o empeno:

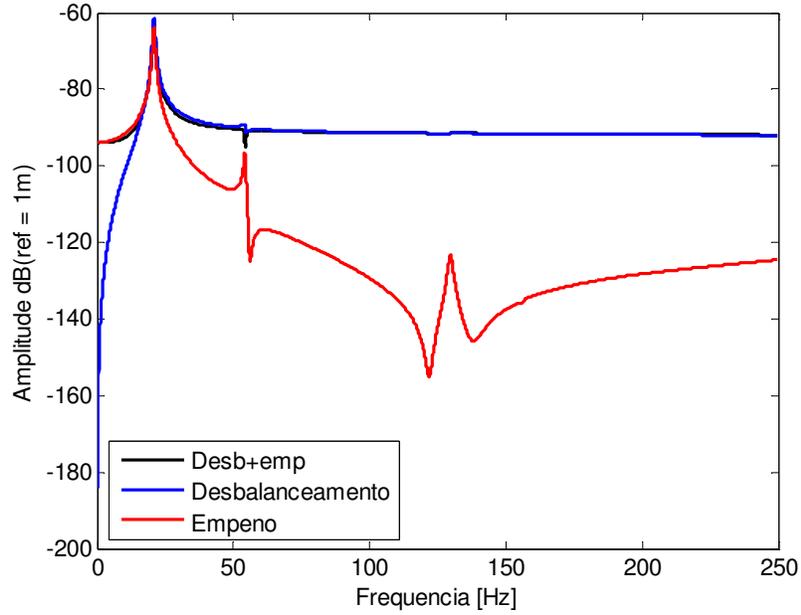


Figura 7.62: Resposta D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ 0°

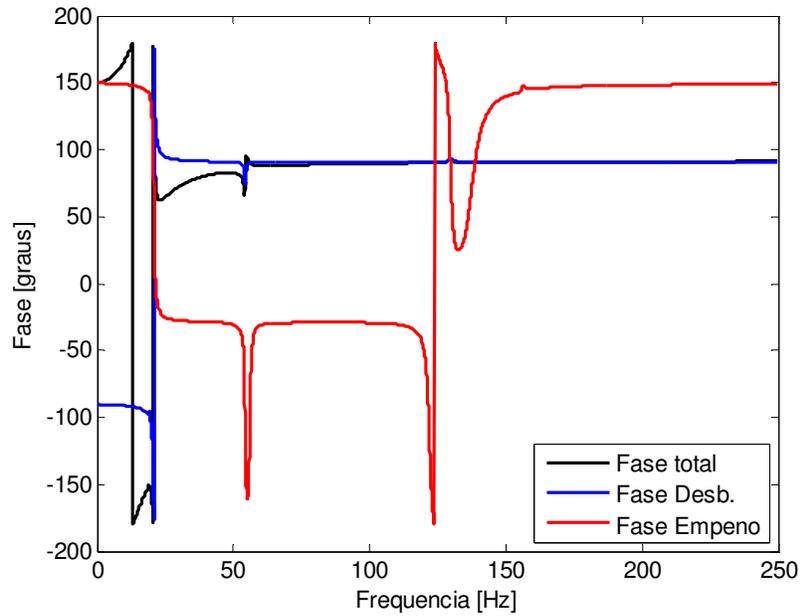


Figura 7.63: Fase D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ 0°

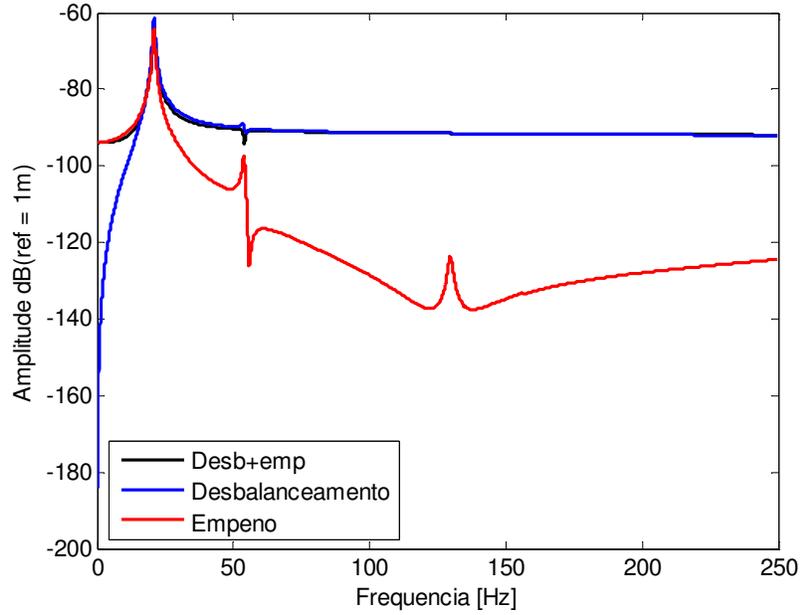


Figura 7.64: Resposta D1 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 0°

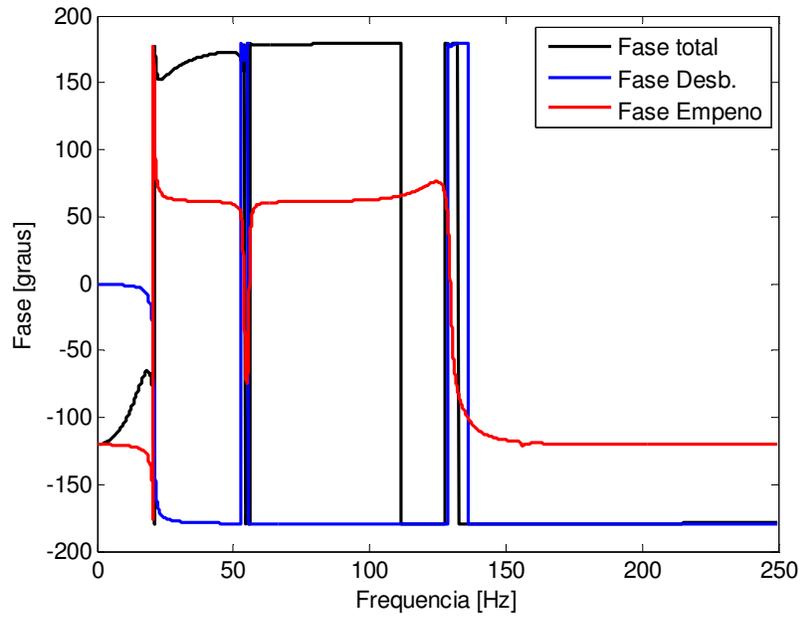


Figura 7.65: Fase D1 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 0°

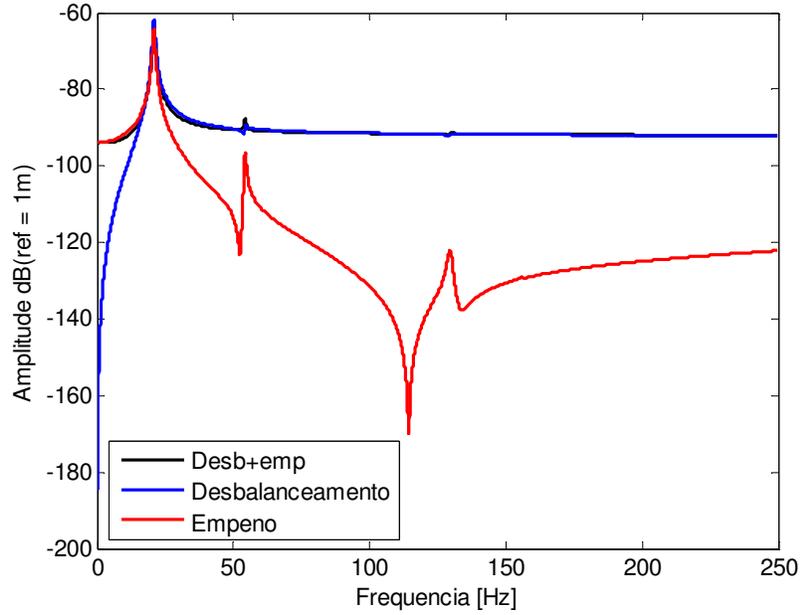


Figura 7.66: Resposta D2 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ 0°

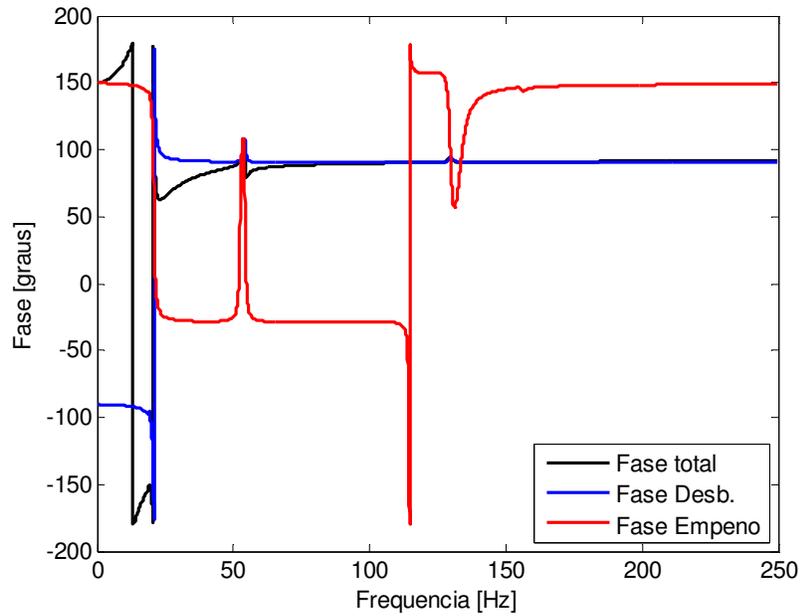


Figura 7.67: Fase D2 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ 0°

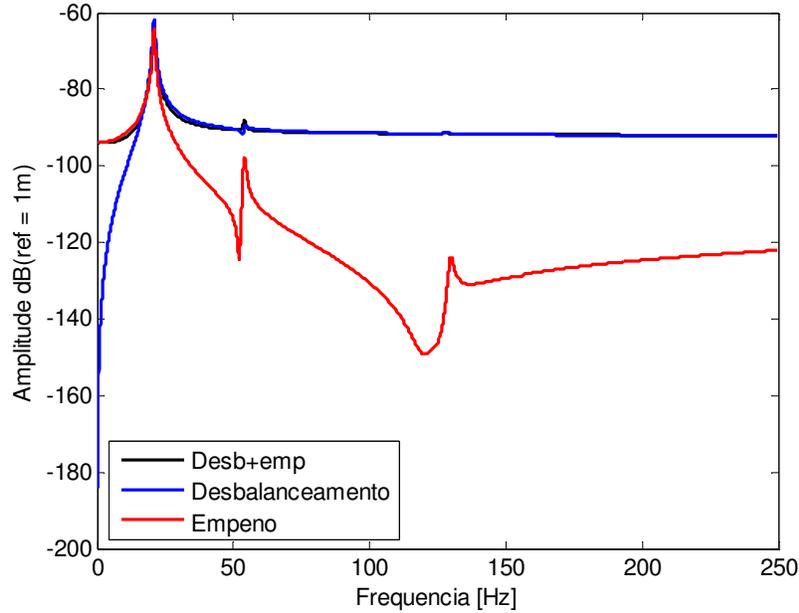


Figura 7.68: Resposta D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 0°

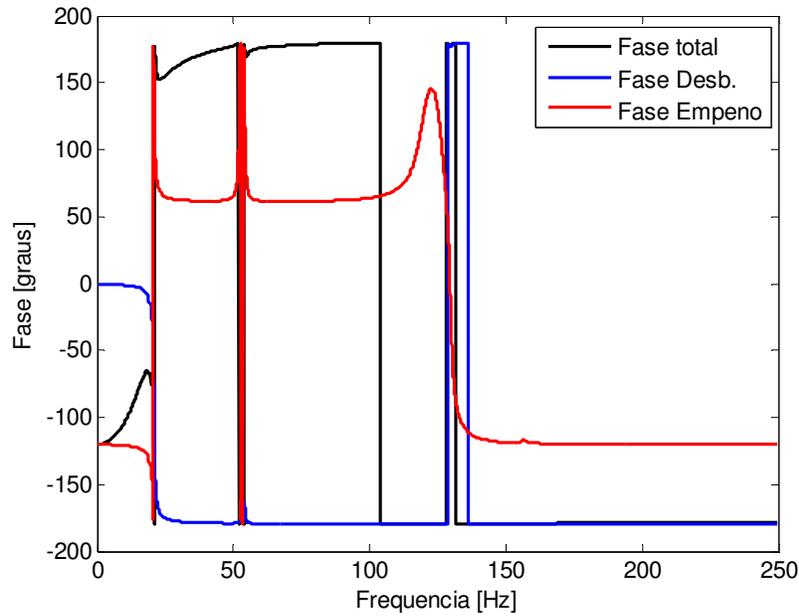


Figura 7.69: Fase D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ 0°

As Figuras 7.62, 7.64, 7.66 e 7.68 mostram que a resposta total, em amplitude, é predominantemente ditada pela resposta ao empeno para baixas rotações e fortemente influenciada pelo desbalanceamento para rotações mais altas. Já para a fase (Figuras 7.63,

7.65, 7.67 e 7.69), o empeno domina as rotações iniciais e o desbalanceamento as rotações mais elevadas. A Figura 7.69 mostra que a fase inicial da resposta do disco 2 é -120° , o que é exatamente igual a $+240^\circ$ simulado. Também é possível observar, comparando as Figuras 7.63 com 7.65 (disco 1) e 7.67 com 7.69 (disco 2), exatamente uma diferença de 90° na fase referente à direção ortogonal dos GDL's horizontal e vertical.

As demais simulações com variações na posição do desbalanceamento no disco 2 serão mostradas através de um GDL para cada disco, de modo a não tornar o assunto muito repetitivo e mostrar o padrão de comportamento que se repete em todos os casos: a predominância do empeno em baixas rotações e a do desbalanceamento para rotações mais elevadas.

Desbalanceamento disco 2 @ $+30^\circ$ com empeno

As próximas figuras mostram o comportamento do rotor com o desbalanceamento no disco 2 colocado a $+30^\circ$ em relação ao desbalanceamento do disco 1:

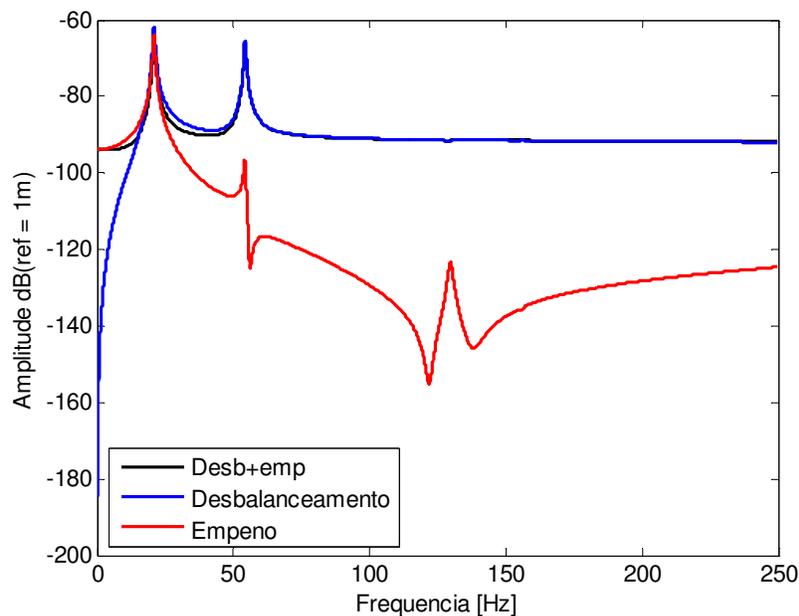


Figura 7.70: Resposta D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ $+30^\circ$

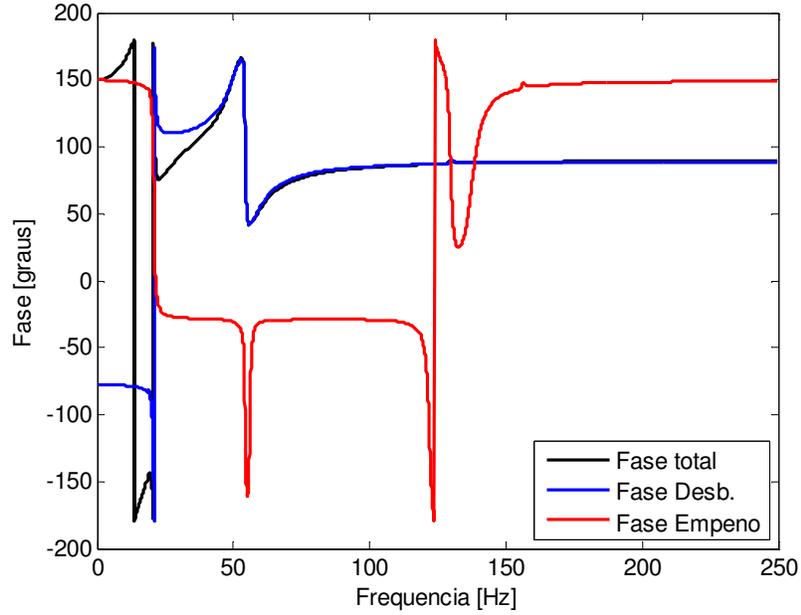


Figura 7.71: Fase D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco2 @ +30°

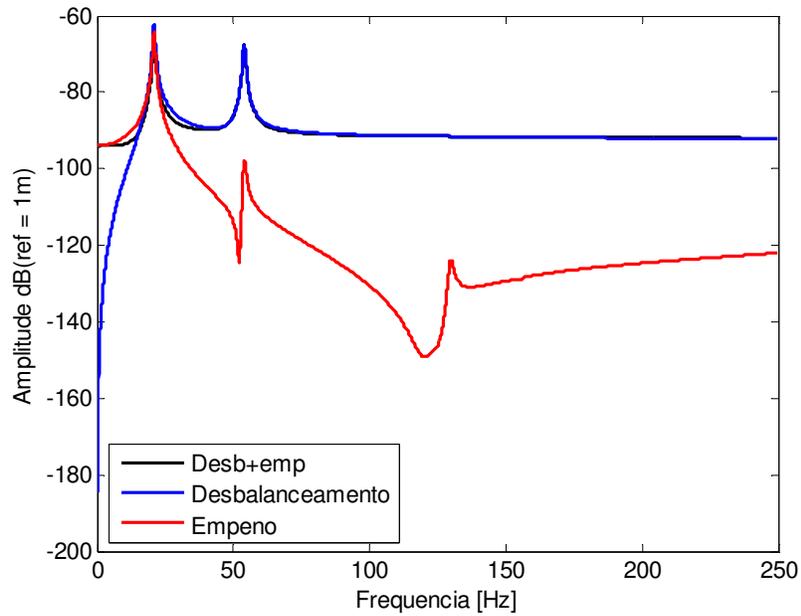


Figura 7.72: Resposta D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°

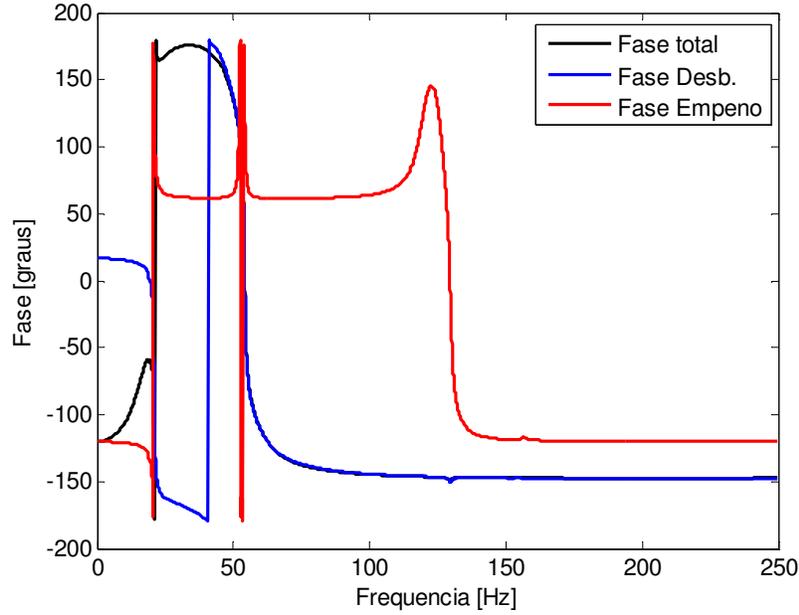


Figura 7.73: Fase D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +30°

Desbalanceamento disco 2 @ +90° com empeno

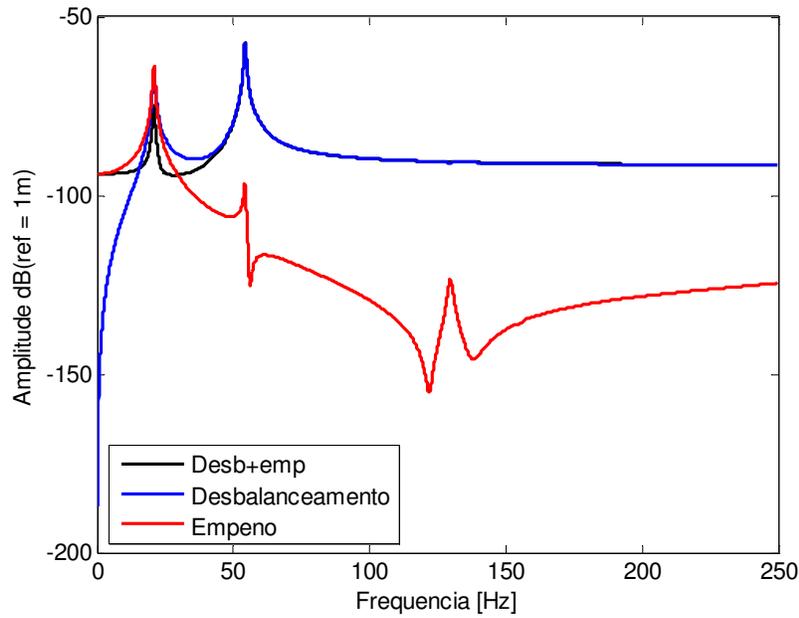


Figura 7.74: Resposta D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +90°

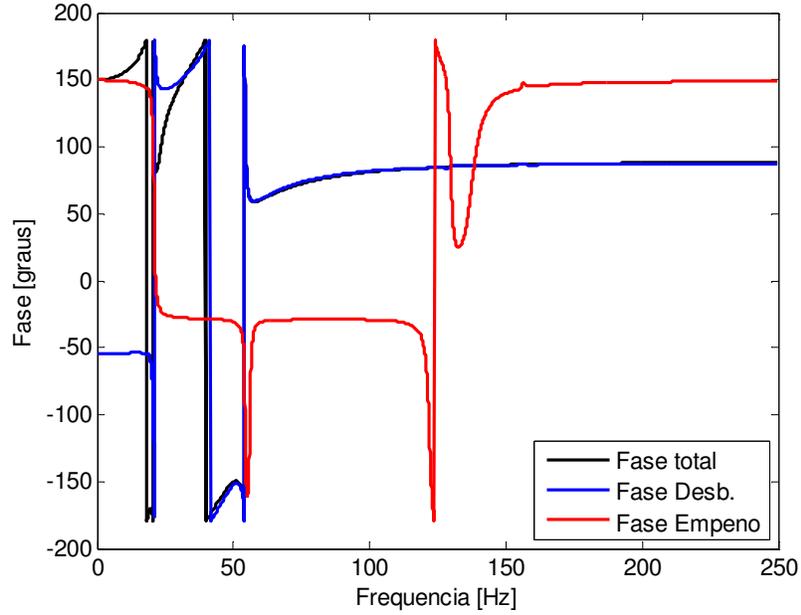


Figura 7.75: Fase D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +90°

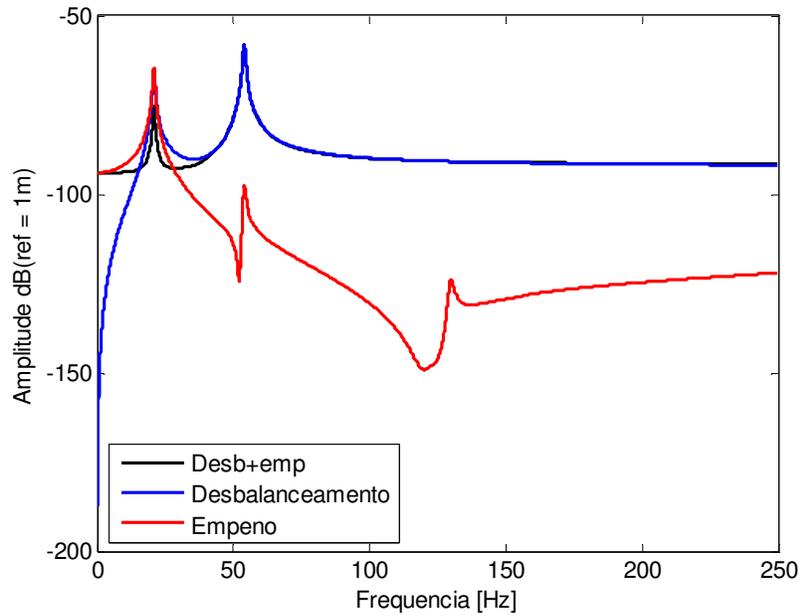


Figura 7.76: Resposta D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +90°

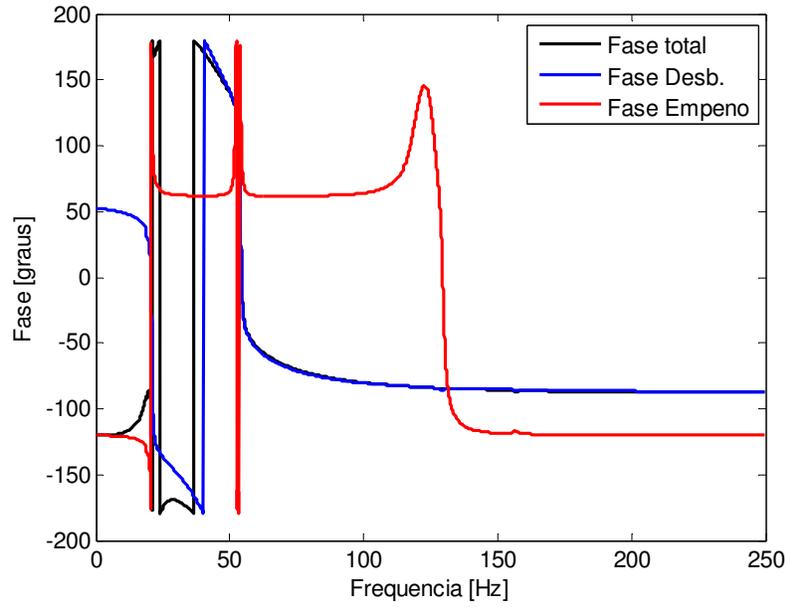


Figura 7.77: Fase D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +90°

Desbalanceamento disco 2 @ +180° com empeno

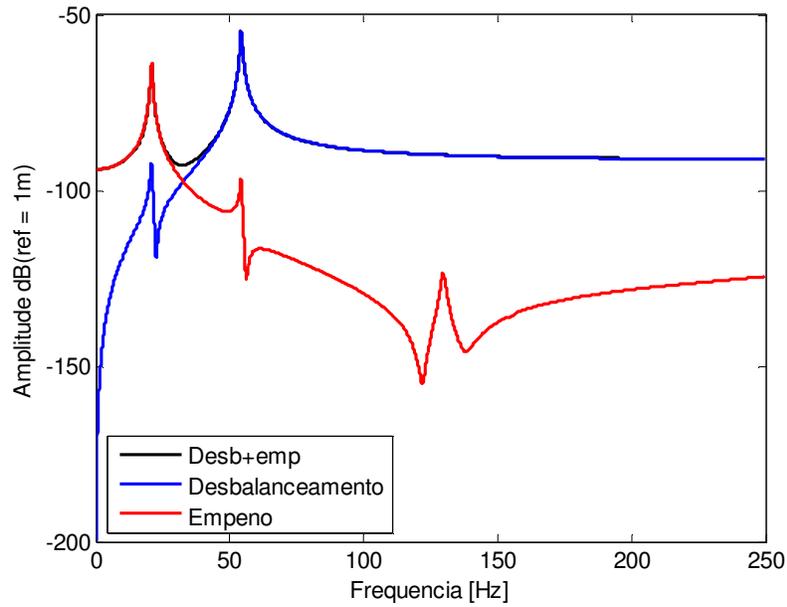


Figura 7.78: Resposta D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +180°

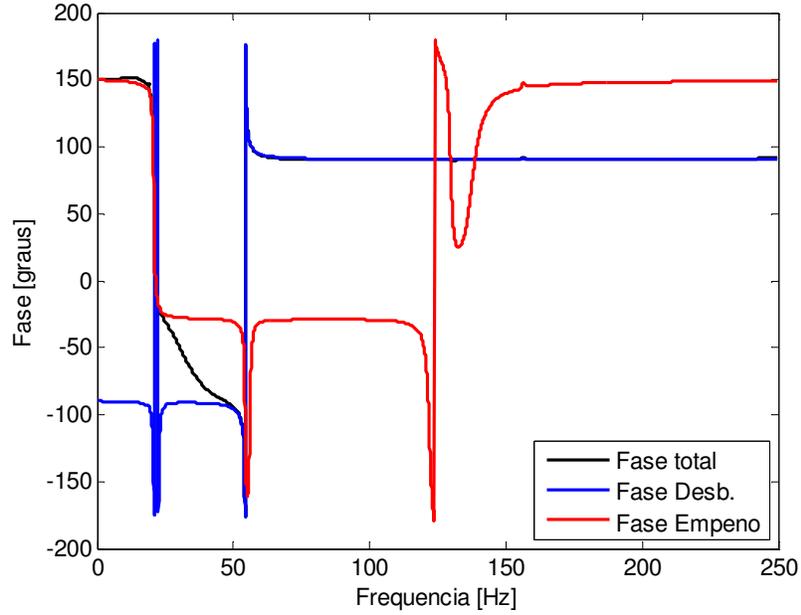


Figura 7.79: Fase D1 com empeno - direção horizontal, desbalanceamento disco 2 @ +180°

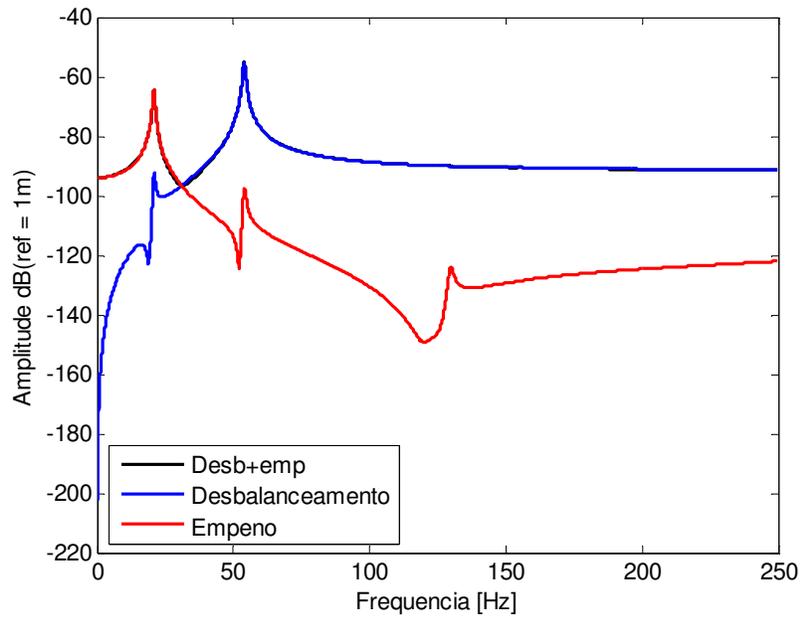


Figura 7.80: Resposta D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +180°

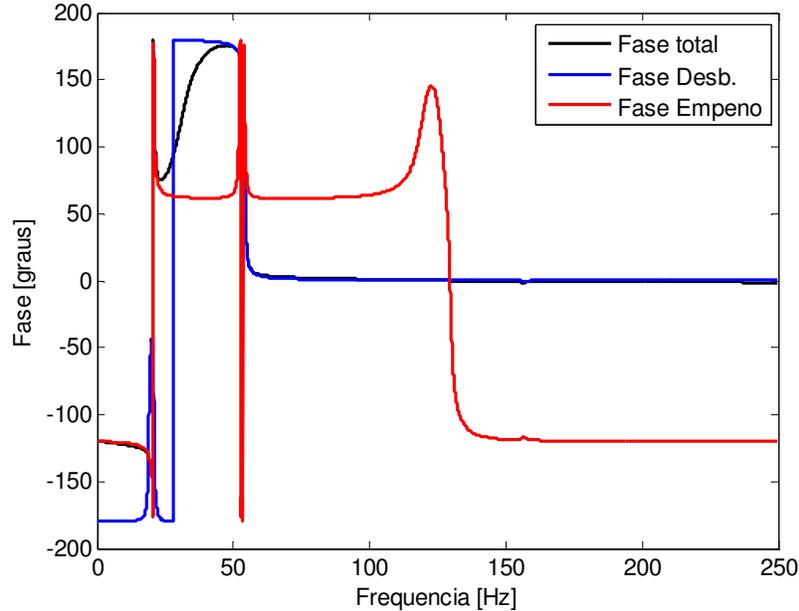


Figura 7.81: Fase D2 com empeno - direção vertical, desbalanceamento disco 2 @ +180°

Empeno em oposição de fase aos desbalanceamentos dos discos

Será considerado o caso no qual o empeno de eixo está localizado a 180° dos desbalanceamentos, que terão fases iguais a 0°. O objetivo é mostrar, assim como ocorre com o rotor Laval, que existe uma frequência de autobalanceamento quando essa configuração específica ocorre.

A Figura 7.82 mostra a ocorrência do autobalanceamento para uma rotação específica do rotor:

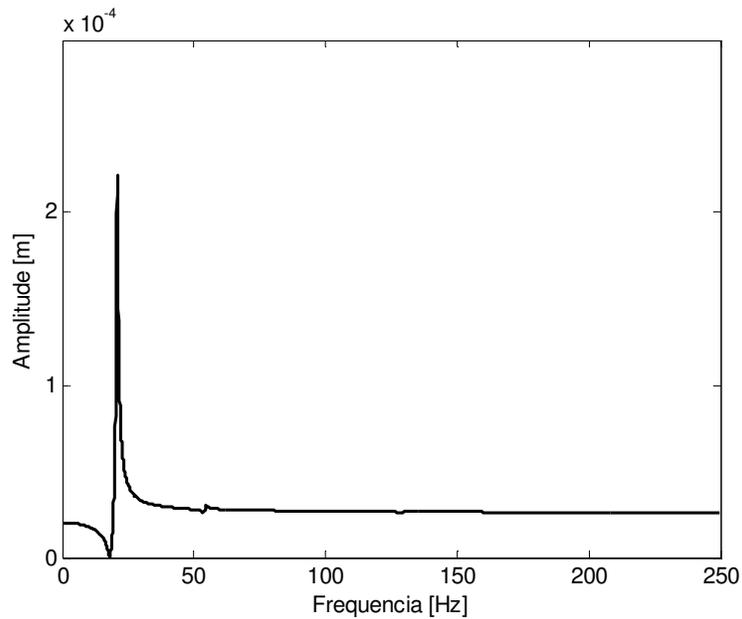


Figura 7.82: Resposta D1 com empeno em oposição de fase aos desbalanceamentos – direção horizontal (escala linear)

Pode-se observar que a frequência de 18 Hz (1080 rpm) representa a frequência na qual a resposta do disco 1 é nula. Como foi comentado para o rotor Laval, ocorre um salto de 180° nesta frequência, como mostrado pela Figura 7.83:

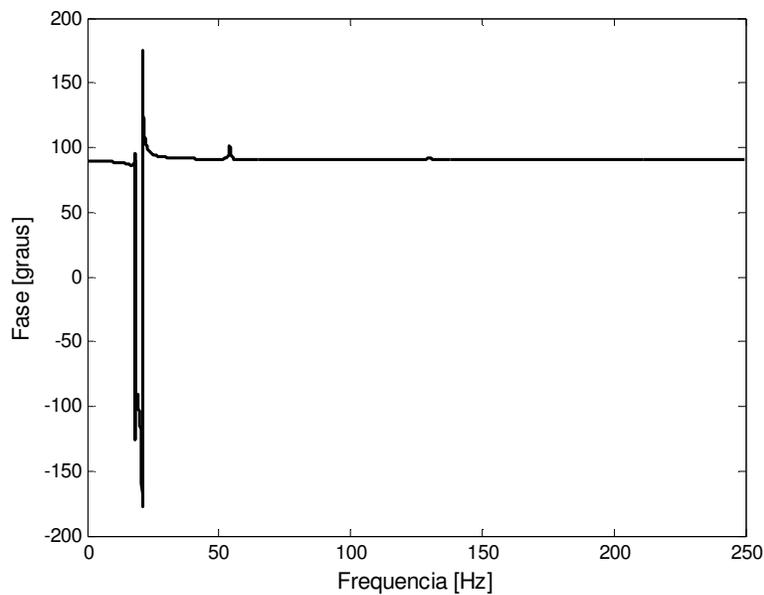


Figura 7.83: Fase D1- empeno e desbalanceamentos em oposição de fase – direção horizontal

O comportamento da resposta do disco 2 é apresentado pelas Figuras 7.84 e 7.85:

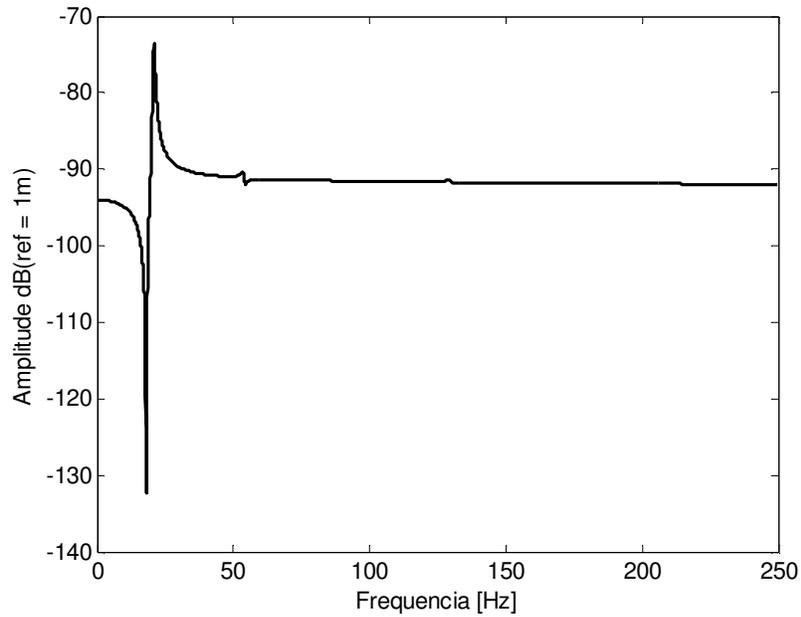


Figura 7.84: Resposta D2 com empeno em oposição de fase aos desbalanceamentos – direção vertical (escala dB)

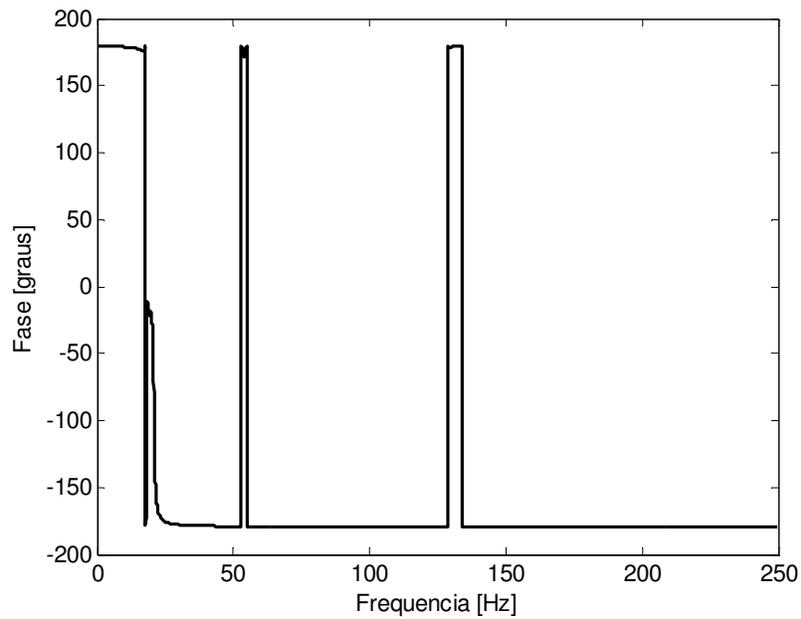


Figura 7.85: Fase D2 - empeno e desbalanceamentos em oposição de fase – direção vertical

A frequência de autobalanceamento (Figura 7.84) para o disco 2 é de 17,95 Hz. Dessa forma, é possível observar o fenômeno do autobalanceamento em ambos os discos.

Foi observado também que, à medida que a fase do desbalanceamento no disco 2 sai de 0° , o fenômeno do autobalanceamento para ambos os discos vai deixando de existir.

Existem dois casos interessantes de combinação entre empeno e desbalanceamento que merecem ser analisados: 1) empeno a 180° , com desbalanceamento no disco 1 a 0° e desbalanceamento no disco 2 a 180° ; 2) empeno a 180° com desbalanceamento no disco 2 também a 180° e desbalanceamento no disco 1 a 0° , porém a amplitude do desbalanceamento no disco 1 é 5 vezes maior que a usada em todos os casos anteriores.

Empeno de eixo e desbalanceamento no disco 2 @ $+180^\circ$, desbalanceamento disco 1 @ 0°

As Figuras 7.86 a 7.89 mostram o comportamento do rotor para o caso em que o desbalanceamento no disco 2 e o empeno estão em fase de 180° , enquanto que o desbalanceamento no disco 1 está em oposição de fase em relação à essas duas forças.

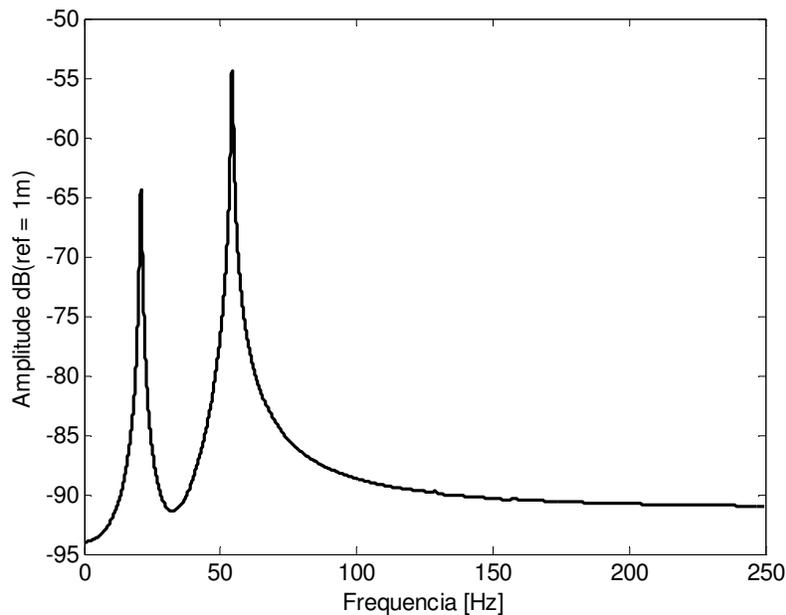


Figura 7.86: Resposta D1 - desbalanceamento disco 1 @ 0° , desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° – direção horizontal

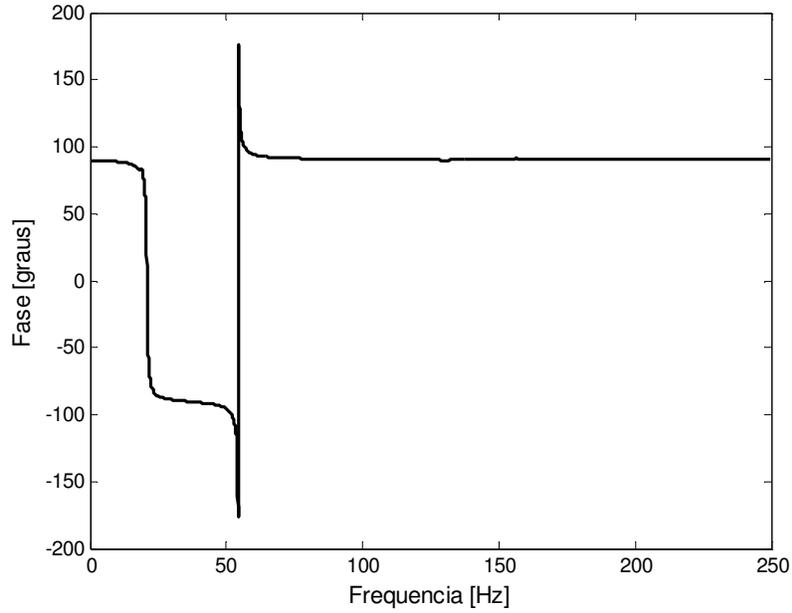


Figura 7.87: Fase D1 – desbalanceamento disco 1 @ 0°, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° – direção horizontal

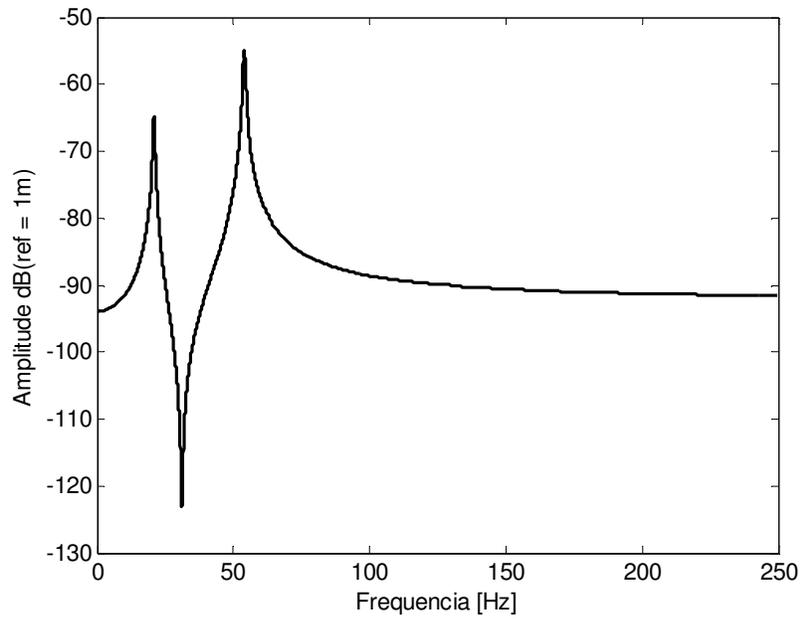


Figura 7.88: Resposta D2 – desbalanceamento disco 1 @ 0°, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° – direção vertical

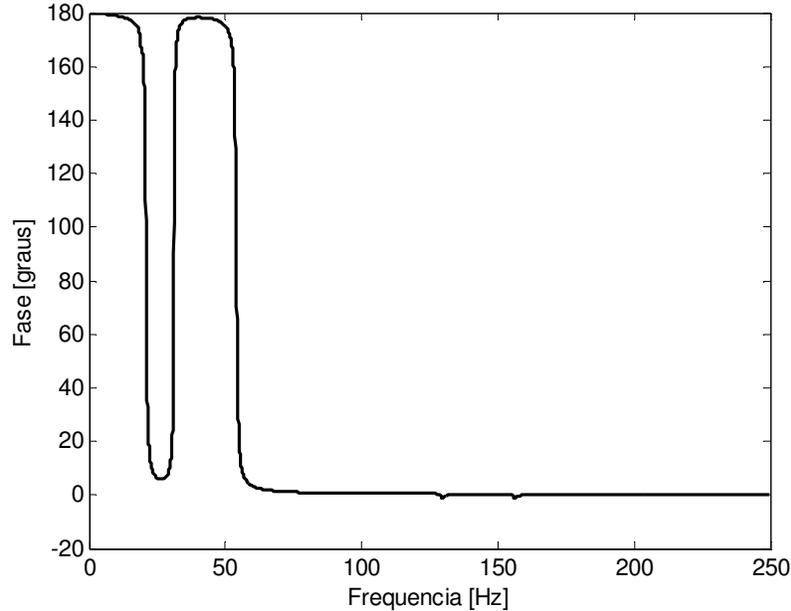


Figura 7.89: Fase D2 – desbalanceamento disco 1 @ 0°, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° – direção vertical

A Figura 7.86 mostra que, apesar do empeno estar a 180° do desbalanceamento presente no disco 1, não existe uma rotação na qual ocorre o autobalanceamento. Isso acontece porque o empeno de eixo somado ao desbalanceamento no disco 2 produz um efeito combinado que o desbalanceamento no disco 1 não é capaz de compensar sozinho. Dessa forma, é possível concluir que, para o rotor com dois discos, o empeno e o desbalanceamento em oposição de fase não garante a ocorrência do fenômeno do autobalanceamento.

Empeno @ +180°, desbalanceamento no disco 2 @ +180° e desbalanceamento no disco 1 @ 0° com amplitude cinco vezes maior

O mesmo caso anterior será simulado, porém o desbalanceamento presente no disco 1 é cinco vezes maior. O objetivo é verificar se esse nível de desbalanceamento é capaz de compensar o efeito combinado do desbalanceamento do disco 2 com o empeno de eixo. As Figuras 7.90 a 7.93 mostram o comportamento do rotor para este caso estudado.

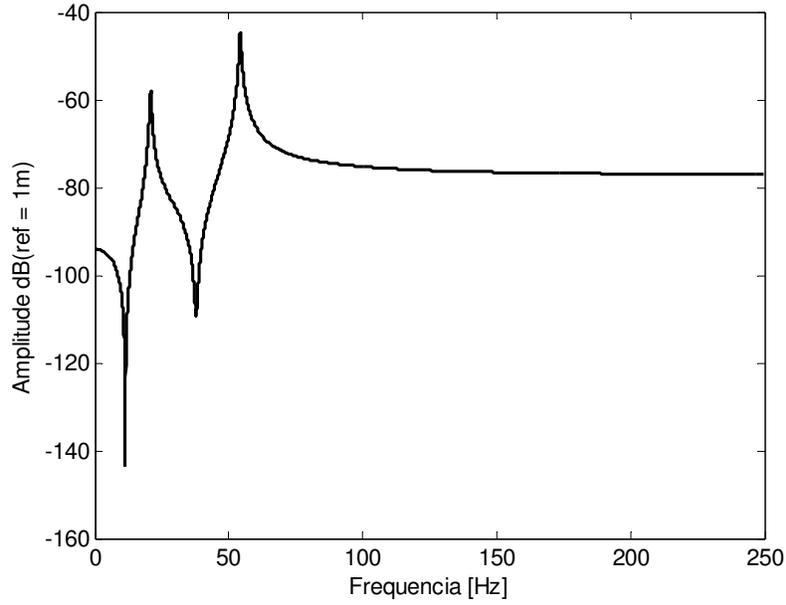


Figura 7.90: Resposta D1 – desbalanceamento disco 1 @ 0° com amplitude 5X maior, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° - direção horizontal

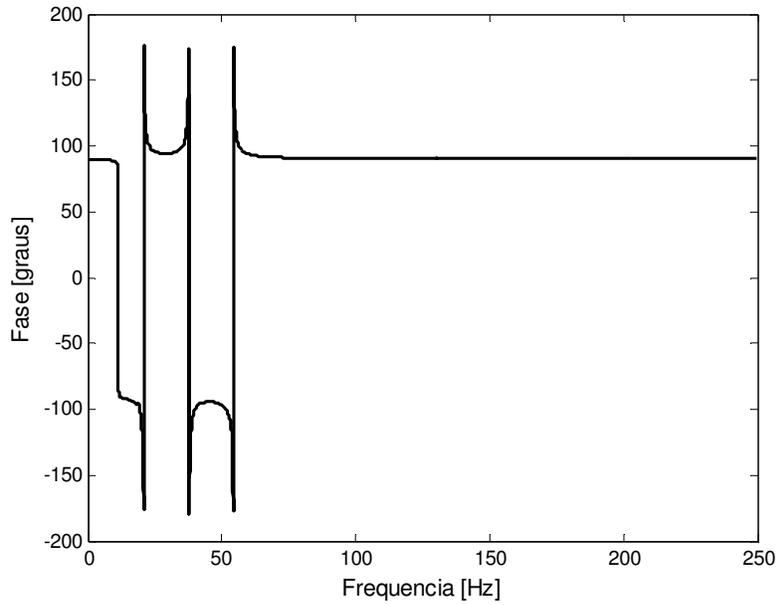


Figura 7.91: Fase D1 – desbalanceamento disco 1 @ 0° com amplitude 5X maior, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° - direção horizontal

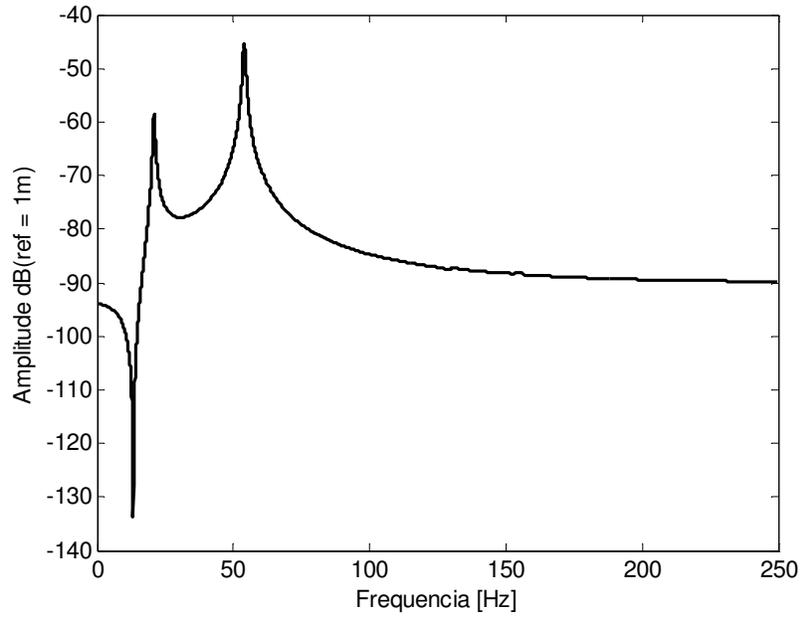


Figura 7.92: Resposta D2 – desbalanceamento disco 1 @ 0° com amplitude 5X maior, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° - direção vertical

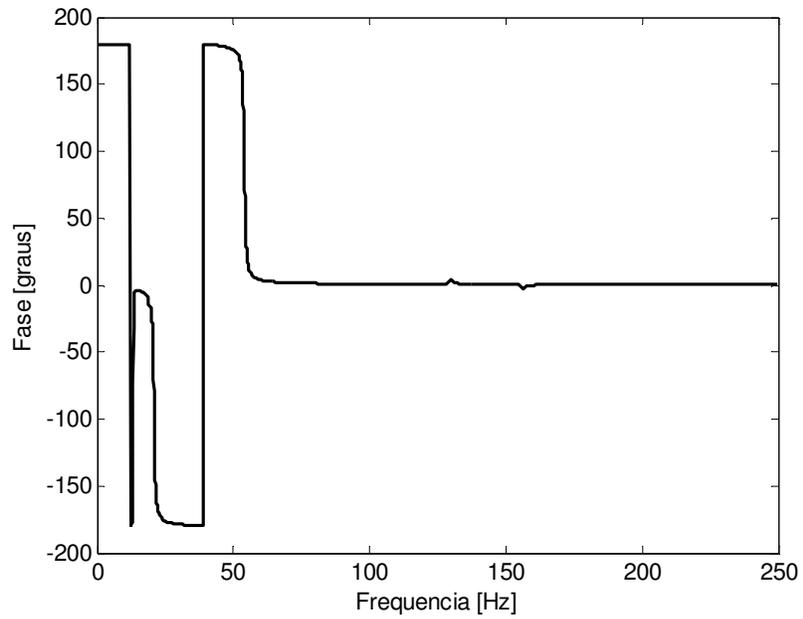


Figura 7.93: Fase D2 – desbalanceamento disco 1 @ 0° com amplitude 5X maior, desbalanceamento disco 2 e empeno @ 180° - direção vertical

É possível observar, pelas Figuras 7.90 e 7.92, que houve a autobalanceamento para os dois discos. Em outras palavras, existe uma rotação do rotor em que o maior desbalanceamento presente no disco 1 anula o efeito combinado do empeno de eixo com o desbalanceamento no disco 2.

Como comentado anteriormente, ocorre um salto de 180° na fase da resposta de cada disco na frequência de autobalanceamento. Para o disco 1, o autobalanceamento ocorre em 11,35 Hz (681 rpm), enquanto que, para o disco 2, o autobalanceamento ocorre em 13,2 Hz (792 rpm).

As simulações mostraram que, para os dois rotores em estudo, quando empeno e desbalanceamento estão em oposição de fase ocorre o fenômeno do autobalanceamento. Nesta rotação a fase é indefinida, causando problemas na identificação do rotor, já que a informação de fase é muito relevante na caracterização das respostas dos sistemas em métodos de identificação no domínio do tempo.

8. RESULTADOS DE IDENTIFICAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo traz os resultados simulados no processo de identificação do desbalanceamento e do empeno de eixo para os rotores Laval e com dois discos. Cada um dos dois casos será descrito separadamente, já que a ideia é mostrar como o algoritmo de identificação se comporta em uma bancada simples (Laval) e, posteriormente, em uma bancada mais complexa.

8.1 Algoritmo de Identificação

No Capítulo 5 foi abordado o núcleo central desta tese, que é a obtenção de uma expressão de identificação baseada em matrizes de correlação: a *Equação matricial de Lyapunov*, dada pela Equação (5.40). Comentou-se que, no caso da redução do número de medidas, é necessário garantir a observabilidade do sistema dinâmico rotativo com as medições disponíveis e para isso uma transformação de coordenadas baseada na matriz de observabilidade (Equação 5.27) deve ser usada para reescrever matematicamente o rotor.

Métodos de redução de ordem de modelo foram usados para diminuir a ordem dos modelos que descrevem os rotores estudados nesta tese. Já que os sistemas estão representados na forma de espaço de estados, a ordem é dobrada, gerando um esforço computacional grande para reescrever o sistema na forma transformada dada pelas Equações (5.28), (5.29) e (5.30).

Dentre os métodos de redução de ordem de modelo apresentados no Capítulo 4, optou-se por trabalhar com métodos de redução em coordenadas físicas. Isso é justificado pelo fato desses tipos de redução possibilitarem que as respostas medidas obtidas pelos transdutores de deslocamento (Figura 9.1) sejam utilizadas de forma direta, ou seja, os graus de liberdade ficam preservados no modelo matemático reduzido.

Nesta tese, foram escolhidos dois tipos de redução de ordem de modelo que preservam as coordenadas físicas: redução estática ou Guyan e o método SEREP. Ambos os métodos são muito clássicos na área de dinâmica de estruturas. A redução de Guyan foi

escolhida por ser um método simples e que poderia oferecer uma boa ideia da viabilidade de fazer a identificação de falhas em sistemas rotativos usando um modelo reduzido; o método SEREP é o melhor dos métodos físicos (Koutsovasilis, 2009) e suas vantagens foram comentadas no Capítulo 4.

8.1.1 Obtenção da equação de identificação

Como o processo de obtenção da equação de identificação (estimador) é semelhante para ambos os métodos de redução de modelo, será descrito o procedimento necessário para gerar o estimador. A diferença entre os métodos é a matriz de redução de coordenadas, conforme mostrado no Capítulo 4.

Rotor Laval

Dos 44 graus de liberdade presentes no modelo de elementos finitos, apenas dois deles são monitorados por transdutores: as direções horizontal e vertical referentes ao nó #6, que representa a posição do disco. Dessa forma, o modelo reduzido do rotor será descrito por um modelo de ordem dois na equação diferencial matricial (Equação 3.1) e ordem quatro na representação em espaço de estados (Equação 5.19).

O vetor de estado do sistema reduzido, conforme a orientação das coordenadas mostradas pela Figura 3.1, é dado por:

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} u_{disco} \\ w_{disco} \\ \dot{u}_{disco} \\ \dot{w}_{disco} \end{Bmatrix} \quad (8.1)$$

Pode-se observar de (8.1) que agora metade do vetor de estado é conhecida e, dessa forma, a matriz de transformação (observabilidade), conforme comentado no Capítulo 5 (Equação 5.36), é dada por:

$$[T] = \begin{bmatrix} C \\ C.A \end{bmatrix} = [I]_{(4,4)} \quad (8.2)$$

A matriz de transformação é sempre igual à matriz identidade nos casos em que metade do vetor de estado é conhecida (Pederiva, 1992). Assim sendo, as operações com a matriz $[T]$ agora estão muito mais simples de serem realizadas e é possível a utilização de um sistema filtro de ordem mínima (igual a três) para a obtenção do estimador (Pederiva, 1992). A equação matricial de Lyapunov para o sistema expandido (rotor reduzido + filtro) é escrita como:

$$[A_e][R] + [R][A_e]^T = [Q] \quad (8.3)$$

onde

$$[A_e] = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(2,2)} & \vdots & I_{(2,2)} & \vdots & & & \\ \dots & \vdots & \dots & \vdots & & \mathbf{0}_{(4,3)} & \\ A_{1(2,2)}^* & \vdots & A_{2(2,2)}^* & \vdots & & & \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0}_{(1,2)} & \vdots & \mathbf{0}_{(1,2)} & \vdots & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}_{(1,2)} & \vdots & \mathbf{0}_{(1,2)} & \vdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ c_1 \ c_2 & \vdots & \mathbf{0}_{(1,2)} & \vdots & n_1 & n_2 & n_3 \end{bmatrix} \quad (8.4)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_{\xi_a \xi_a} & \vdots & R_{\xi_a \dot{\xi}_a} & \vdots & R_{\dot{\xi}_a f(2,3)} \\ \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ R_{\dot{\xi}_a \xi_a} & \vdots & R_{\dot{\xi}_a \dot{\xi}_a} & \vdots & R_{\dot{\xi}_a f(2,3)} \\ \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ r_{\eta_1 \xi_a(1,2)} & \vdots & r_{\eta_1 \dot{\xi}_a} & \vdots & \\ r_{\eta_2 \xi_a(1,2)} & \vdots & r_{\eta_2 \dot{\xi}_a} & \vdots & R_{ff(3,3)} \\ r_{\eta_3 \xi_a(1,2)} & \vdots & r_{\eta_3 \dot{\xi}_a} & \vdots & \end{bmatrix} \quad (8.5)$$

e

$$[Q]_{(7,7)} = -([E_e][R_{n x_e}(\tau_i)] + [R_{x_e n}(\tau_i)][E_e]^T) \quad (8.6)$$

A matriz $[A_e]$ foi mostrada no Capítulo 5 e é dada na forma da Equação (5.39). Dessa maneira, a Equação (8.4) é a mesma expressão mostrada por (5.39), porém com toda sua estrutura visualizada. Os termos $c_1 \ c_2$ são valores constantes provenientes da multiplicação

$P_f C^*$, mostrada na Equação (5.39). A matriz de correlações $[R]$, dada na Equação (8.5), mostra como o vetor de estado do modelo do rotor reduzido está correlacionado com ele mesmo e com os parâmetros do filtro.

A matriz Q possui a seguinte estrutura:

$$[Q] = \begin{bmatrix} 0_{(2,2)} & \vdots & & \vdots & 0_{(2,3)} \\ \dots & \vdots & Q_{1(4,2)} & \vdots & \dots \\ Q_{2(2,2)} & \vdots & & \vdots & Q_{4(2,3)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0_{(3,2)} & \vdots & Q_{3(3,2)} & \vdots & 0_{(3,3)} \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

As submatrizes Q_1 , Q_2 , Q_3 e Q_4 são dadas em função dos parâmetros (amplitude e fase) de desbalanceamento e empeno de eixo a serem identificados, já que aparecem os termos a e b do desbalanceamento (Equação 5.11) e os termos c e d referentes ao empeno nas coordenadas de translação do disco (Equação 5.12), que são os únicos GDL's presentes no modelo reduzido. Todos esses parâmetros estão presentes na matriz $[E_e]$, conforme mostrado pelas Equações (5.15) e (5.40).

A equação de identificação é obtida manipulando-se as linhas 5 e 6 e as colunas de 1 a 4 da Equação (8.3), de modo que apenas as matrizes de correlações entre as medições do disco e as saídas do filtro sejam usadas. Operando com as colunas 1 e 2:

$$r_{\eta_2 \xi_a} + r_{\eta_1 \dot{\xi}_a} = 0 \quad (8.8)$$

$$r_{\eta_3 \xi_a} + r_{\eta_2 \dot{\xi}_a} = 0 \quad (8.9)$$

Trabalhando com as colunas 3 e 4:

$$r_{\eta_2 \dot{\xi}_a} + \{r_{\eta_1 \xi} \quad \vdots \quad r_{\eta_1 \dot{\xi}_a}\} \begin{bmatrix} A_1^{*T} \\ A_2^{*T} \end{bmatrix} = Q_{3(1,1:2)} \quad (8.10)$$

$$r_{\eta_3 \dot{\xi}_a} + \{r_{\eta_1 \xi} \quad \vdots \quad r_{\eta_1 \dot{\xi}_a}\} \begin{bmatrix} A_1^{*T} \\ A_2^{*T} \end{bmatrix} = Q_{3(2,1:2)} \quad (8.11)$$

Manipulando as Equações 8.8, 8.9 e 8.10, chega-se ao estimador que envolve as matrizes de correlação entre as saídas do filtro de ordem 3 e os graus de liberdade medidos ($r_{\eta\xi}$), as matrizes do rotor reduzido (A^*) e a previamente mencionada submatriz Q_3 :

$$-r_{\eta_3\xi_a} + \{r_{\eta_1\xi_a} \quad \vdots \quad -r_{\eta_2\xi_a}\} \begin{bmatrix} A_1^{*T} \\ A_2^{*T} \end{bmatrix} = Q_{3(1,1:2)} \quad (8.12)$$

sendo os termos de desbalanceamento e empeno de eixo identificados pelo método de mínimos quadrados, já que cada coluna do estimador (8.12) representa uma equação de identificação.

Os parâmetros do filtro foram escolhidos de modo a garantir que este sistema seja estável e possua frequências que não suavizem ou interfiram na resposta dinâmica do rotor. Para a identificação dos parâmetros de desbalanceamento e empeno de eixo, escolheu-se um filtro com as seguintes características:

$$[N] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,1 \cdot 10^{14} & -0,7 \cdot 10^8 & -0,2 \cdot 10^8 \end{bmatrix} \quad (8.13)$$

Fazendo os termos p_i da Equação (5.24) iguais a 1 para não atenuar ou amplificar nenhuma resposta do rotor, a matriz de entrada do filtro é dada por:

$$[P_f] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.14)$$

Com as características mostradas pela matriz do sistema filtro (Equação 8.13), é possível determinar, através do cálculo dos autovalores de $[N]$, que a primeira frequência do filtro é igual a 113 Hz; portanto longe das duas primeiras velocidades críticas do rotor (18,32 e 18,35 Hz), mostradas pelo diagrama de Campbell da Figura 6.7, e acima do limite da frequência de trabalho do inversor (60 Hz).

Rotor com dois discos

Da mesma forma que no caso do rotor Laval, apenas as medições nos discos são consideradas para efeito de identificação, ou seja, os 60 GDL's iniciais serão reduzidos aos 4 GDL's dos discos. O estimador é dado pela Equação (8.3), porém as matrizes mostradas nas Equações (8.4) a (8.6) sofrem alterações apenas com relação ao tamanho, já que são 4 GDL's disponíveis ao invés de apenas dois medidos no rotor Laval. A matriz Q dada pela Equação (8.6) possui a seguinte estrutura:

$$[Q_{(7,7)}] = \begin{bmatrix} 0_{(4,4)} & \vdots & & \vdots & 0_{(4,3)} \\ \dots & \vdots & Q_{1(8,4)} & \vdots & \dots \\ Q_{2(4,4)} & \vdots & & \vdots & Q_{4(4,3)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0_{(3,4)} & \vdots & Q_{3(3,4)} & \vdots & 0_{(3,3)} \end{bmatrix} \quad (8.15)$$

A montagem do estimador segue o mesmo procedimento já descrito para o rotor Laval. Manipulando as linhas 9 e 10 e as oito primeiras colunas da Equação 8.3, chega-se ao estimador para o rotor com 2 discos:

$$-r_{\eta_3 \xi_a} + \{r_{\eta_1 \xi_a} \quad \vdots \quad -r_{\eta \xi_a}\} \begin{bmatrix} A_1^{*T} \\ A_2^{*T} \end{bmatrix} = Q_{3(1,1,4)} \quad (8.16)$$

O filtro usado na identificação é o mesmo mostrado na Equação (8.13), já que sua primeira frequência está longe das frequências de interesse também para o rotor com dois discos. A matriz de entrada do filtro é dada por:

$$[P_f] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.17)$$

8.2 Resultados Numéricos de Identificação de Falhas

Nesta seção, o desbalanceamento e o empeno de eixo serão identificados numericamente para os dois tipos de rotores. Vários casos serão simulados e os resultados estão representados em tabelas para os dois métodos de redução de modelo: Guyan e

SEREP. É importante ressaltar que as fases do empeno e do desbalanceamento são consideradas em relação a uma posição fixa no eixo, que coincide com o instante de *trigger* gerado pelo dispositivo mostrado na Figura 7.1. Todas as simulações serão realizadas considerando-se frequências de rotação acima e abaixo da primeira velocidade crítica, possibilitando maior riqueza na avaliação da dinâmica dos dois rotores usados nesta tese.

Todas as simulações foram feitas considerando-se três instantes de defasagem (τ). O tempo total de simulação foi de 7 segundos com intervalo de tempo de 0,1 ms entre dois instantes consecutivos de tempo. Dessa forma, os instantes de defasagem considerados são 0,1; 1 e 2 ms.

É importante ressaltar que a maioria dos casos simulados será posteriormente identificada em suas respectivas bancadas experimentais, sendo o objetivo desse capítulo um estudo teórico dos estimadores descritos pelas Equações (8.12) e (8.16).

8.2.1 Rotor Laval

As frequências de rotação simuladas para todos os exemplos estudados são: 11 Hz (660 rpm), 12 Hz (720 rpm), 13 Hz (780 rpm), 14 Hz (840), 15 Hz (900 rpm), 23 (1380 rpm), 24 Hz (1440 rpm), 25 Hz (1500 rpm), 26 Hz (1560 rpm), 27 Hz (1620 rpm) e 28 Hz (1680 rpm). Pode-se observar que são cinco rotações abaixo da primeira velocidade crítica e seis acima dela.

Configuração de estudo: momento de desbalanceamento de 4,61 kg.m e empeno de 35 μm @180°

Neste estudo, será simulado o empeno mostrado na Tabela 7.1 na posição do disco (nó #6). Esse valor do momento de desbalanceamento corresponde a uma massa de 4,7g colocada em um dos furos com rosca feitos no disco. Para uma melhor avaliação do algoritmo, são consideradas diversas posições do desbalanceamento em relação ao *trigger*.

São analisados sete casos considerando variações na fase do desbalanceamento em relação ao *trigger*: caso 1: +60°, caso 2: +150°, caso 3: +210°, caso 4: +300°, caso 5: +180°,

ou seja, desbalanceamento e empeno exatamente em fase, caso 6: desbalanceamento e empeno exatamente fora de fase (desbalanceamento a 0°) e caso 7: $+90^\circ$.

Método de Guyan

Os resultados de simulação com o método de Guyan estão representados pelas Tabelas 8.1 a 8.4:

Tabela 8.1: Identificação numérica do desbalanceamento, sem ruído – redução de Guyan

<i>Casos de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude estimada (kg.m)</i>	<i>Erro de amplitude</i>	<i>Fase desbalanceamento</i>	<i>Erro de fase</i>
Caso 1	4,61e-4	0,00%	+60,24°	+0,40%
Caso 2	4,60e-4	-0,22%	+150,41°	+0,27%
Caso 3	4,62e-4	+0,22%	+210,47°	+0,22%
Caso 4	4,64e-4	+0,65%	+300,30°	+0,10%
Caso 5	4,61e-4	0,00%	+180,63°	+0,35%
Caso 6	4,66e-4	+1,09%	+0,09°	+0,03%
Caso 7	4,60e-4	-0,22%	+90,36°	+0,40%

Os resultados mostram que o estimador é bem preciso com relação à identificação do desbalanceamento, mesmo no caso em que ele está em fase (caso 5) ou oposição de fase (caso 6) com o empeno de eixo. A Tabela 8.2 mostra a identificação do empeno para cada posição de desbalanceamento considerada:

Tabela 8.2: Identificação numérica do empeno, sem ruído – redução de Guyan

<i>Casos de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude do empeno</i> (μm)	<i>Erro de amplitude</i>	<i>Fase empeno</i>	<i>Erro de fase</i>
Caso 1	35,00	+0,00%	+180,41°	+0,23%
Caso 2	34,70	-0,86%	+179,67°	-0,18%
Caso 3	34,90	-0,29%	+179,12°	-0,49%
Caso 4	35,50	+1,43%	+179,29°	-0,39%
Caso 5	34,71	-0,83%	+179,07°	-0,52%
Caso 6	36,20	+3,43%	+179,88°	-0,07%
Caso 7	34,70	-0,86%	+180,16°	+0,09%

Pode-se observar que a identificação do empeno apresenta excelentes resultados e não se mostrou sensível à variação na posição do desbalanceamento. O caso 6, no qual desbalanceamento e empeno estão em oposição de fases, se mostrou como sendo o mais difícil para o estimador identificar as amplitudes das falhas em estudo.

Para uma simulação mais real, será considerado que as respostas do rotor estão contaminadas com ruído aleatório de 6% na amplitude dos sinais. Dessa forma, o estimador pode ser testado com uma situação mais parecida com o que ocorre na prática. Os resultados estão mostrados nas Tabelas 8.3 e 8.4:

Tabela 8.3: Identificação numérica do desbalanceamento, com ruído aleatório de 6% - Guyan

<i>Casos de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude estimada</i> (kg.m)	<i>Erro de amplitude</i>	<i>Fase desbalanceamento</i>	<i>Erro de fase</i>
Caso 1	4,51e-4	-2,17%	+59,42°	-0,97%
Caso 2	4,39e-4	-4,77%	+150,21°	+0,14%

Caso 3	4,42e-4	-4,12%	+211,55°	+0,74%
Caso 4	4,56e-4	-1,09%	+301,44°	+0,44%
Caso 5	4,40e-4	-4,56%	+180,85°	+0,47%
Caso 6	4,63e-4	+0,43%	+359,98°	-0,01%
Caso 7	4,45e-4	-3,47%	+89,55°	-0,50%

Tabela 8.4: Identificação numérica do empeno, com ruído aleatório de 6% - Guyan

<i>Casos de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude do empeno</i> (μm)	<i>Erro de amplitude</i>	<i>Fase empeno</i>	<i>Erro de fase</i>
Caso 1	35,42	+1,20%	+178,30°	-0,94%
Caso 2	37,13	+6,09%	+177,83°	-1,21%
Caso 3	37,60	+7,43%	+179,43°	-0,32%
Caso 4	36,21	+3,46%	+181,04°	+0,58%
Caso 5	37,41	+6,89%	+178,58°	-0,79%
Caso 6	36,70	+4,86%	+179,64°	-0,20%
Caso 7	35,73	+2,09%	+177,56°	-1,36%

Pode-se observar das Tabelas 8.3 e 8.4 que os resultados de identificação continuam bastante satisfatórios e que o ruído na amplitude não alterou os resultados para a identificação da fase. Como era esperado, os resultados com ruído não são tão bons como os obtidos considerando as medições sem nenhum tipo de alteração, mas estão dentro do nível de ruído introduzido no sistema.

Ao analisar as Tabelas 8.1 a 8.4, pode-se perceber que a identificação da fase é melhor que a da amplitude tanto para o empeno como para o desbalanceamento, já que os

maiores erros estão na determinação das magnitudes das falhas. Isso se refere ao fato do estimador ser mais sensível a variações de fase do que de amplitude.

Simulações mostraram que erros de 1τ ou 2τ 's de defasagem do sinal geram desvios da mesma ordem de grandeza mostrada nas amplitudes. Considerando a maior rotação estudada, que é igual a 1680 rpm (28 Hz), erros nessa velocidade geram maiores dispersões caso algum atraso seja cometido na determinação da fase. Considerando que $\tau = 0,1\text{ms}$ e que o rotor leva 35,71 ms para completar uma volta completa, erros de $\pm 1\tau$ correspondem a um erro de $\pm 1,01^\circ$ na fase, que corresponde, por exemplo, a 1,67% de 60° . Em outras palavras, não é necessário um erro de 6% na fase para produzir desvios de 6% na estimação das amplitudes dos defeitos estudados.

Método SEREP

Os mesmos casos mostrados pelas Tabelas 8.1 a 8.4 serão identificados com o método SEREP de redução de ordem do modelo matemático do rotor. Os resultados estão apresentados nas Tabelas 8.5 a 8.8:

Tabela 8.5: Identificação numérica do desbalanceamento, sem ruído – redução SEREP

<i>Casos de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude estimada (kg.m)</i>	<i>Erro de amplitude</i>	<i>Fase desbalanceamento</i>	<i>Erro de fase</i>
Caso 1	4,62e-4	+0,22%	+60,35°	+0,58%
Caso 2	4,60e-4	-0,22%	+150,39°	+0,26%
Caso 3	4,64e-4	+0,65%	+210,31°	+0,15%
Caso 4	4,65e-4	+0,87%	+300,41°	+0,14%
Caso 5	4,62e-4	+0,22%	+180,33°	+0,18%
Caso 6	4,66e-4	+1,08%	+359,99°	-0,01%
Caso 7	4,60e-4	-0,22%	+90,46°	+0,51%

Tabela 8.6: Identificação numérica do empeno, sem ruído – redução SEREP

<i>Casos de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude do empeno</i> (μm)	<i>Erro de amplitude</i>	<i>Fase empeno</i>	<i>Erro de fase</i>
Caso 1	35,00	0,00%	+180,58°	+0,32%
Caso 2	34,70	-0,86%	+179,55°	-0,25%
Caso 3	34,71	-0,83%	+179,03°	-0,54%
Caso 4	35,60	+1,71%	+179,19°	-0,45%
Caso 5	34,70	-0,86%	+179,38°	-0,34%
Caso 6	36,20	+3,43%	+179,74°	-0,14%
Caso 7	34,70	-0,86%	+180,16°	+0,09%

Tabela 8.7: Identificação numérica do desbalanceamento, com ruído aleatório de 6% - SEREP

<i>Casos de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude estimada</i> (kg.m)	<i>Erro de amplitude</i>	<i>Fase desbalanceamento</i>	<i>Erro de fase</i>
Caso 1	4,52e-4	-1,95%	+59,53°	-0,78%
Caso 2	4,39e-4	-4,77%	+150,00°	0,00%
Caso 3	4,44e-4	-3,69%	+211,15°	+0,55%
Caso 4	4,58e-4	-0,65%	+301,56°	+0,52%
Caso 5	4,40e-4	-4,56%	+180,53°	+0,29%
Caso 6	4,62e-4	+0,22%	+0,04°	+0,01%
Caso 7	4,45e-4	-3,47%	+89,51°	-0,54%

Tabela 8.8: Identificação numérica do empeno, com ruído aleatório de 6% - SEREP

<i>Casos de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude do empeno</i> (μm)	<i>Erro de amplitude</i>	<i>Fase empeno</i>	<i>Erro de fase</i>
Caso 1	35,41	+1,17%	+178,47°	-0,85%
Caso 2	37,22	+6,34%	+177,98°	-1,12%
Caso 3	37,41	+6,89%	+179,59°	-0,23%
Caso 4	36,40	+4,00%	+180,87°	+0,48%
Caso 5	37,41	+6,89%	+178,86°	-0,63%
Caso 6	36,40	+4,00%	+179,82°	-0,10%
Caso 7	35,82	+2,34%	+177,55°	-1,36%

As Tabelas 8.5 a 8.8 mostram que os resultados de identificação com o método SEREP não apresentam grandes diferenças quando comparados com o método de Guyan. Isso se deve à grande semelhança que existe entre as matrizes que representam os modelos reduzidos. Dessa forma, não é possível afirmar qual o melhor método de redução para ser usado no processo de identificação de falhas para este caso estudado.

8.2.2 Rotor com dois discos

São dez os casos estudados para o rotor com dois discos. Esses casos correspondem a nove situações correspondentes a um desbalanceamento fixo de $2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m @ +90° em relação ao *trigger*, colocado no disco 1 e um desbalanceamento de $2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m, com posição variável em relação ao *trigger*, colocado no disco 2. Os dois outros casos são os dois desbalanceamentos em fase igual a 0°, com as amplitudes descritas anteriormente; e ambos em fase de 180°, porém com amplitudes diferentes: $1,16 \cdot 10^{-4}$ kg.m para cada um dos discos. O empeno simulado é o apresentado na Tabela 7.2 para a fase de +240°.

Os casos simulados são descritos pela Tabela 8.9:

Tabela 8.9: Casos simulados para o rotor 2 discos

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>
	<i>desbalanceamento</i>	<i>desbalanceamento</i>	<i>desbalanceamento</i>	<i>desbalanceamento</i>
	<i>Disco 1</i>	<i>Disco 1</i>	<i>Disco 2</i>	<i>Disco 2</i>
Caso 1	$2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+90°	$2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+0°
Caso 2	$2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+90°	$2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+30°
Caso 3	$2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+90°	$2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+90°
Caso 4	$2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+90°	$2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+150°
Caso 5	$2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+90°	$2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+180°
Caso 6	$2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+90°	$2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+240°
Caso 7	$2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+90°	$2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+270°
Caso 8	$2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+90°	$2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+300°
Caso 9	$2,33 \cdot 10^{-4}$ kg.m	0°	$2,27 \cdot 10^{-4}$ kg.m	0°
Caso 10	$1,16 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+180°	$1,16 \cdot 10^{-4}$ kg.m	+180°

Da mesma forma que o rotor Laval, foram usadas 11 frequências de rotação: 14 Hz (840 rpm), 15 Hz (900 rpm), 16 Hz (960rpm), 17 Hz (1020 rpm), 25 Hz (1500 rpm), 28 Hz (1680 rpm), 30 Hz (1800 rpm), 35 Hz (2100 rpm), 43 Hz (2580 rpm), 46 Hz (2760 rpm) e 50 Hz (3000 rpm). Com isso, pode-se perceber que são quatro frequências de rotação abaixo da primeira velocidade crítica e sete acima.

Assim como foi feito para o rotor Laval, a identificação é realizada de duas maneiras: considerando a resposta pura e com ruído aleatório de 6% na amplitude, porém com uma complexidade maior, visto que são dois desbalanceamentos e dois empenos a serem identificados em amplitudes e fases.

Método de Guyan

Considerando as respostas do rotor medidas apenas nas posições dos discos, os resultados de identificação de falhas através do modelo reduzido pelo método de Guyan estão mostrados nas Tabelas 8.10 e 8.11:

Tabela 8.10: Identificação numérica dos desbalanceamentos, rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	<i>Desb.1</i> (kg.m)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Erro</i>	<i>Desb.2</i> (kg.m)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>desb2</i>	<i>Erro</i>
Caso 1	2,34e-4	+0,43%	+89,96°	-0,04%	2,27e-4	0,00%	+359,83°	-0,05%
Caso 2	2,34e-4	+0,43%	+90,02°	+0,02%	2,27e-4	0,00%	+29,89°	-0,37%
Caso 3	2,33e-4	0,00%	+90,04°	+0,04%	2,27e-4	0,00%	+90,05°	+0,06%
Caso 4	2,33e-4	0,00%	+89,92°	-0,09%	2,28e-4	+0,44%	+150,07°	+0,05%
Caso 5	2,33e-4	0,00%	+89,83°	-0,19%	2,28e-4	+0,44%	+180,04°	+0,02%
Caso 6	2,33e-4	0,00%	+89,71°	-0,32%	2,28e-4	+0,44%	+240,02°	+0,01%
Caso 7	2,33e-4	0,00%	+89,76°	-0,27%	2,28e-4	+0,44%	+270,15°	+0,06%
Caso 8	2,34e-4	+0,43%	+89,76°	-0,27%	2,28e-4	+0,44%	+299,91°	-0,03%
Caso 9	2,33e-4	0,00%	+0,08°	+0,02%	2,27e-4	0,00%	+0,08°	+0,02%
Caso 10	1,15e-4	-0,86%	+180,22°	+0,12%	1,15e-4	-0,86%	180,21°	+0,12%

Tabela 8.11: Identificação numérica dos empenos, rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i> <i>Ep1</i> (μm)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>Ep1</i>	<i>Erro</i>	<i>Amplitude</i> <i>Ep2</i> (μm)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>Ep2</i>	<i>Erro</i>
Caso 1	19,99	-0,05%	+239,92°	-0,03%	19,99	-0,05%	+239,91°	-0,04%
Caso 2	20,00	0,00%	+239,90°	-0,04%	20,00	0,00%	+239,87°	-0,05%
Caso 3	19,99	-0,05%	+239,91°	-0,04%	19,99	-0,05%	+239,91°	-0,04%
Caso 4	19,99	-0,05%	+239,93°	-0,03%	19,98	-0,10%	+239,98°	-0,01%

Caso 5	20,00	0,00%	+239,87°	-0,05%	19,99	-0,05%	+239,94°	-0,03%
Caso 6	20,04	+0,20%	+239,71°	-0,12%	20,03	+0,15%	+239,76°	-0,10%
Caso 7	20,06	+0,30%	+239,60°	-0,17%	20,05	+0,25%	+239,63°	-0,15%
Caso 8	20,03	+0,15%	+239,75°	-0,10%	20,02	+0,10%	+239,78°	-0,09%
Caso 9	20,00	0,00%	+239,89°	-0,05%	20,00	0,00%	+239,89°	-0,05%
Caso 10	20,02	+0,10%	+239,80°	-0,08%	20,02	+0,10%	239,81°	-0,08%

As Tabelas 8.10 e 8.11 mostram uma identificação muito boa para os dez casos simulados. De um modo geral, a identificação das fases é mais precisa que a das amplitudes, conforme foi observado na identificação do rotor Laval e comentado anteriormente que o algoritmo é mais sensível à variações na fase. Mesmo as situações mais críticas nas quais os desbalanceamentos estão em fase (casos 3, 9 e 10), desbalanceamento D2 em fase com o empeno (caso 6) ou desbalanceamentos em oposição de fase (casos 7 e 8, aproximadamente) os resultados de identificação são bastante satisfatórios.

Para simular uma condição mais próxima da realidade experimental, as Tabelas 8.12 e 8.13 trazem o resultado da identificação numérica com as respostas do rotor contaminadas com ruído aleatório de 6% na amplitude dos sinais.

Tabela 8.12: Identificação numérica dos desbalanceamentos com ruído de 6%, rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	<i>Desb.1</i> (kg.m)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Erro</i>	<i>Desb.2</i> (kg.m)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>desb2</i>	<i>Erro</i>
Caso 1	2,30e-4	-1,29%	+91,16°	+1,29%	2,20e-4	-3,08%	+359,18°	-0,23%
Caso 2	2,31e-4	-0,86%	+90,28°	+0,31%	2,22e-4	-2,20%	+29,89°	-0,37%
Caso 3	2,33e-4	0,00%	+90,06°	+0,04%	2,27e-4	0,00%	+90,09°	+0,10%
Caso 4	2,29e-4	-1,72%	+89,47°	-0,59%	2,25e-4	-0,88%	+150,42°	+0,28%
Caso 5	2,26e-4	-3,00%	+88,68°	-1,47%	2,24e-4	-1,32%	+180,81°	+0,45%

Caso 6	2,28e-4	-2,15%	+85,85°	-4,61%	2,25e-4	-0,88%	+242,89°	+1,20%
Caso 7	2,39e-4	+2,58%	+86,42°	-3,98%	2,27e-4	0,00%	+272,92°	+1,08%
Caso 8	2,38e-4	+2,15%	+94,99°	+5,54%	2,15e-4	-5,29%	+295,11°	-1,63%
Caso 9	2,32e-4	-0,43%	+0,29°	+0,08%	2,26e-4	+0,44%	+0,30°	+0,08%
Caso 10	1,13e-4	-2,59%	+179,60°	-0,22%	1,13e-4	-2,59%	179,70°	-0,17%

Tabela 8.13: Identificação numérica dos empenos com ruído de 6%, rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i>	<i>Erro</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro</i>	<i>Amplitude</i>	<i>Erro</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro</i>
	<i>Ep₁</i> (μm)		<i>Ep₁</i>		<i>Ep₂</i> (μm)		<i>Ep₂</i>	
Caso 1	19,52	-2,40%	+241,18°	+0,49%	19,49	-2,55%	+241,32°	+0,55%
Caso 2	19,70	-1,50%	+240,25°	+0,10%	19,65	-1,75%	+240,49°	+0,20%
Caso 3	20,24	+1,20%	+240,43°	+0,18%	20,24	+1,20%	+240,42°	+0,18%
Caso 4	19,81	-0,95%	+239,09°	-0,38%	19,90	-0,50%	+239,16°	-0,35%
Caso 5	19,85	-0,75%	+237,83°	-0,90%	19,99	-0,05%	+237,98°	-0,84%
Caso 6	20,60	+3,00%	+235,61°	-1,83%	20,54	+2,70%	+235,86°	-1,73%
Caso 7	21,26	+6,30%	+237,35°	-1,10%	21,13	+5,65%	+237,41°	-1,08%
Caso 8	19,66	-1,70%	+244,88°	+2,03%	19,68	-1,60%	+244,77°	+1,99%
Caso 9	20,18	+0,90%	+239,59°	-0,17%	20,18	+0,90%	+239,58°	-0,18%
Caso 10	20,35	+1,75%	+239,33°	-0,28%	20,34	+1,70%	239,35°	-0,27%

As Tabelas 8.12 e 8.13 mostram que, como era esperado, a identificação com a presença de ruído gera resultados não tão bons como os apresentados na identificação sem ruído algum (Tabelas 8.10 e 8.11).

Os resultados obtidos na presença do ruído são considerados coerentes com o nível de ruído acrescentado no sistema, que acentuou os erros para os casos mais críticos: desbalanceamentos em fase entre si, porém quase em oposição ao empeno (caso 9);

desbalanceamentos em fase entre si e quase em fase ao empeno (caso 10); desbalanceamento D2 com componente em oposição de fase ao desbalanceamento D1 (caso 6, no qual o desbalanceamento D2 está em fase com o empeno, e caso 8); e desbalanceamentos em oposição de fases entre si, porém com desbalanceamento D2 quase em fase com o empeno (caso 7). Todos esses casos citados trazem dificuldades para o algoritmo separar os efeitos combinados dos desbalanceamentos e empenos nas posições dos discos.

A identificação com ruído evidenciou mais ainda que, de forma geral, a identificação da fase das falhas é mais precisa que a identificação das suas amplitudes, conforme discutido anteriormente.

Método SEREP

Para efeito de comparação entre técnicas de redução de modelo, os casos descritos anteriormente serão identificados através do modelo reduzido pela técnica SEREP. Da mesma forma que no caso anterior, a identificação será feita sem ruído e com ruído aleatório de 6%. Os resultados com o método SEREP são mostrados nas Tabelas 8.14 a 8.17.

Tabela 8.14: Identificação numérica dos desbalanceamentos, rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	<i>Desb.1</i> (kg.m)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Erro</i>	<i>Desb.2</i> (kg.m)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>desb2</i>	<i>Erro</i>
Caso 1	2,34e-4	+0,43%	+89,93°	-0,08%	2,27e-4	0,00%	+359,87°	-0,04%
Caso 2	2,34e-4	+0,43%	+90,00°	0,00%	2,27e-4	0,00%	+29,94°	-0,20%
Caso 3	2,33e-4	0,00%	+90,04°	+0,04%	2,28e-4	+0,44%	+90,05°	+0,06%
Caso 4	2,33e-4	0,00%	+89,95°	-0,06%	2,28e-4	+0,44%	+150,03°	+0,02%
Caso 5	2,33e-4	0,00%	+89,87°	-0,14%	2,28e-4	+0,44%	+179,99°	-0,01%
Caso 6	2,33e-4	0,00%	+89,76°	-0,27%	2,28e-4	+0,44%	+239,96°	-0,02%
Caso 7	2,33e-4	0,00%	+89,74°	-0,29%	2,28e-4	+0,44%	+270,08°	+0,03%

Caso 8	2,34e-4	+0,43%	+89,74°	-0,29%	2,28e-4	+0,44%	+299,88°	-0,04%
Caso 9	2,34e-4	+0,43%	+0,07°	+0,02%	2,28e-4	+0,44%	+0,06°	+0,02%
Caso 10	1,16e-4	0,00%	+180,28°	+0,16%	1,16e-4	0,00%	180,29°	+0,16%

Tabela 8.15: Identificação numérica dos empenos, rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i> <i>Ep₁</i> (μm)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>Ep₁</i>	<i>Erro</i>	<i>Amplitude</i> <i>Ep₂</i> (μm)	<i>Erro</i>	<i>Fase Ep₂</i>	<i>Erro</i>
Caso 1	19,99	-0,05%	+239,94°	-0,03%	19,99	-0,05%	+239,93°	-0,03%
Caso 2	19,99	-0,05%	+239,93°	-0,03%	20,00	0,00%	+239,90°	-0,04%
Caso 3	20,01	+0,05%	+239,86°	-0,06%	20,00	0,00%	+239,87°	-0,05%
Caso 4	19,99	-0,05%	+239,92°	-0,03%	19,98	-0,10%	+239,98°	-0,01%
Caso 5	20,00	0,00%	+239,89°	-0,05%	19,98	-0,10%	+239,96°	-0,02%
Caso 6	20,03	+0,15%	+239,75°	-0,10%	20,02	+0,10%	+239,80°	-0,08%
Caso 7	20,06	+0,30%	+239,60°	-0,17%	20,05	+0,25%	+239,63°	-0,15%
Caso 8	20,03	+0,15%	+239,74°	-0,11%	20,02	+0,10%	+239,77°	-0,10%
Caso 9	20,00	0,00%	+239,89°	-0,05%	20,00	0,00%	+239,89°	-0,05%
Caso 10	20,01	+0,05%	+239,84°	-0,07%	20,01	+0,05%	239,85°	-0,06%

As simulações com ruído são dadas pelas Tabelas 8.16 e 8.17:

Tabela 8.16: Identificação numérica dos desbalanceamentos com ruído de 6%, rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	<i>Desb.1</i> (kg.m)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Erro</i>	<i>Desb.2</i> (kg.m)	<i>Erro</i>	<i>Fase</i> <i>desb2</i>	<i>Erro</i>
Caso 1	2,30e-4	-1,29%	+91,11°	+1,23%	2,20e-4	-3,08%	+359,23°	-0,21%
Caso 2	2,32e-4	-0,43%	+90,26°	+0,29%	2,22e-4	-2,20%	+29,94°	-0,20%

Caso 3	2,33e-4	0,00%	+90,06°	+0,07%	2,27e-4	0,00%	+90,09°	+0,10%
Caso 4	2,29e-4	-1,72%	+89,50°	-0,56%	2,27e-4	0,00%	+149,78°	-0,15%
Caso 5	2,27e-4	-2,58%	+88,72°	-1,42%	2,25e-4	-0,88%	+180,76°	+0,42%
Caso 6	2,28e-4	-2,15%	+85,90°	-4,56%	2,25e-4	-0,88%	+242,84°	+1,18%
Caso 7	2,39e-4	+2,58%	+86,32°	-4,09%	2,27e-4	0,00%	+272,73°	+1,01%
Caso 8	2,38e-4	+2,15%	+94,97°	+5,52%	2,16e-4	-4,85%	+295,09°	-1,64%
Caso 9	2,33e-4	0,00%	+0,27°	+0,08%	2,27e-4	0,00%	+0,28°	+0,08%
Caso 10	1,13e-4	-2,59%	+179,66°	-0,19%	1,13e-4	-2,59%	179,79°	-0,12%

Tabela 8.17: Identificação numérica dos empenos com ruído de 6%, rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i>	<i>Erro</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro</i>	<i>Amplitude</i>	<i>Erro</i>	<i>Fase</i>	<i>Ep₂</i>	<i>Erro</i>
	<i>Ep₁</i> (μm)		<i>Ep₁</i>		<i>Ep₂</i> (μm)				
Caso 1	19,52	-2,40%	+241,19°	+0,50%	19,49	-2,55%	+241,34°	+0,56%	
Caso 2	19,69	-1,55%	+240,28°	+0,12%	19,65	-1,75%	+240,51°	+0,21%	
Caso 3	20,24	+1,20%	+240,39°	+0,16%	20,25	+1,25%	+240,38°	+0,16%	
Caso 4	19,81	-0,95%	+239,09°	-0,38%	19,92	-0,40%	+239,17°	-0,35%	
Caso 5	19,84	-0,80%	+237,86°	-0,89%	19,93	-0,35%	+238,01°	-0,83%	
Caso 6	20,59	+2,95%	+235,64°	-1,82%	20,53	+2,65%	+235,90°	-1,71%	
Caso 7	21,16	+5,80%	+237,25°	-1,15%	21,03	+5,15%	+237,33°	-1,11%	
Caso 8	19,66	-1,70%	+244,87°	+2,03%	19,68	-1,60%	+244,77°	+1,99%	
Caso 9	20,17	+0,85%	+239,60°	-0,17%	20,18	+0,90%	+239,59°	-0,17%	
Caso 10	20,34	+1,70%	+239,37°	-0,26%	20,33	+1,65%	239,39°	-0,25%	

Os resultados mostrados pelas Tabelas 8.14 a 8.17 mostram resultados muito semelhantes aos apresentados pelo método de Guyan, não sendo possível dizer qual deles é o mais adequado. Como essencialmente o primeiro modo do rotor é representado pelas

onze rotações escolhidas, acredita-se que essa seja a justificativa para a grande semelhança entre os métodos de redução de ordem de modelo.

Os mesmos comentários sobre os resultados obtidos com a redução de Guyan são válidos para os resultados agora obtidos com o método SEREP, já que são exatamente os mesmos casos que apresentam os maiores erros nos dois métodos de redução.

9. RESULTADOS DE IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

Este capítulo traz os resultados experimentais do processo de identificação do desbalanceamento e do empeno de eixo para os rotores Laval e com dois discos. Cada um dos dois casos será descrito separadamente, de modo a melhor ilustrar os resultados obtidos para os dois exemplos estudados.

Em ambos os casos, foram usados transdutores de deslocamento *Contrinex* DW-AS-509-M12-390 colocados na posição dos discos. Estes sensores possuem uma faixa de operação de 0 a 6 mm. Os transdutores foram numerados de 1 a 4 e a curva de calibração de cada um deles pode ser vista no Apêndice C. Com essas curvas, pode-se encontrar a sensibilidade na faixa linear de operação de cada um deles e posicioná-los de modo a ficarem a uma distância do disco, medida em Volts, localizada no centro dessa faixa linear de operação. O sensor de deslocamento está mostrado na Figura 9.1.



Figura 9.1: Transdutor de deslocamento *Contrinex*

Para todas as bancadas, os experimentos foram conduzidos com dois objetivos: a) identificação do(s) desbalanceamento(s) (amplitude e fase) e b) identificação do empeno de eixo na posição do(s) disco(s), visto que é sempre usado o modelo matemático reduzido do rotor.

9.1 Experimentos para o rotor Laval

Os experimentos para o rotor Laval usaram dois sensores: sensor de sensibilidade igual a 2,072 V/mm (sensor 1), posicionado na direção vertical; e sensor de sensibilidade 2,11 V/mm (nomeado de sensor 2), posicionado na direção horizontal. O objetivo das medições é a identificação do desbalanceamento colocado na bancada, bem como o empeno de eixo presente na posição do disco. O desbalanceamento é introduzido na bancada pela colocação de parafusos, cujas massas foram previamente medidas através de balança de precisão, nos furos roscados presentes no disco.

9.1.1 Identificação do desbalanceamento

O objetivo é identificar a magnitude (amplitude) e a localização (fase) do desbalanceamento introduzido pelos parafusos. É importante ressaltar que fase do desbalanceamento é considerada em relação ao sinal de *trigger* gerado pelo dispositivo mostrado pela Figura 7.1.

Para identificar somente o desbalanceamento induzido na bancada, o empeno de eixo e o desbalanceamento residual devem ser eliminados da análise. Para isso, considerando o rotor como um sistema linear, foi efetuada a subtração dos sinais medidos. Com relação à identificação tanto do desbalanceamento como do empeno, o sinal medido foi usado diretamente sem a subtração do sinal residual, que é composto pelo empeno e desbalanceamento residual sem a adição das massas de teste.

Um momento de desbalanceamento $m.d$ de $4,61.10^{-4}$ kg.m, correspondente a uma massa de 4,7 g, foi colocada em furos específicos do disco (fases): $+60^\circ$ (caso 1), $+150^\circ$ (caso 2), $+210^\circ$ (caso 3) e $+300^\circ$ (caso 4). Essas quatro configurações de desbalanceamento devem ser identificadas pelas duas abordagens propostas.

Foram escolhidas onze frequências de rotação, sendo cinco abaixo da primeira velocidade crítica: 11, 12, 13, 14 e 15 Hz, e seis frequências acima da primeira velocidade crítica: 23, 24, 25, 26, 27 e 28 Hz. Frequências de rotação muito baixas mostraram relação

sinal-ruído ruim, enquanto que altas rotações apresentaram sinais distorcidos com a presença de outros componentes de frequências mais elevadas e falta de simetria na amplitude, talvez pelo fato de excitarem outros fenômenos não modelados como, por exemplo, outros tipos de falha. Além disso, as onze rotações escolhidas estão próximas da primeira velocidade crítica, possibilitando uma melhor representação do primeiro modo de vibrar do rotor, que é o modo de maior interesse devido à limitação de rotação do inversor de frequência.

Subtração dos sinais medidos – identificação apenas do desbalanceamento

Baseado na linearidade do sistema rotativo, a resposta total do rotor pode ser dada por (Baschschmid, Pennacchi e Vania, 2002):

$$\xi(t) = \xi_n(t) + \xi_{un}(t) \quad (9.1)$$

onde $\xi_n(t)$ representa a resposta normal (pré-falha) do rotor com o desbalanceamento e empeno residuais e $\xi_{un}(t)$ é a resposta ao desbalanceamento introduzido no sistema. Portanto, a resposta somente ao desbalanceamento pode ser obtida subtraindo vetorialmente a resposta residual da resposta total.

Os sinais de resposta total e residual foram adquiridos com frequência de amostragem de 10.000 Hz e 10 segundos de medição, ou seja, 100.000 pontos para cada sinal. Foi usado um filtro passa-baixa com frequência de corte de 500 Hz para eliminar ruídos que alteram o resultado da identificação.

Foi observado que a subtração dos sinais gerou um terceiro sinal com mais ruído do que os sinais originais e com amplitude não constante. Uma análise mais detalhada mostrou que as frequências de rotação do sinal residual e total apresentam uma pequena variação entre si, sendo essa diferença maior quanto mais baixa for a rotação do motor, assim como variam em relação ao valor mostrado no painel do inversor de frequência. Como exemplo do que foi exposto, para uma frequência nominal de 12 Hz no painel do inversor foi determinado que a frequência real de giro do rotor foi de 11,387 Hz na medição total e 11,501 Hz na medição residual. Já para uma frequência de giro mais elevada, no caso 28

Hz nominal no painel do inversor, a rotação real foi de 27,308 Hz na medição total e 27,315 Hz na medição residual.

Para minimizar a distorção que a subtração de sinais com frequências ligeiramente diferentes gera no sinal obtido, os sinais residual e total foram divididos em quatro blocos com 8501 pontos cada um. O início de cada bloco coincide com o instante no qual ocorre o sinal de *trigger*, garantindo que as respostas sejam sincronizadas para a mesma posição angular do rotor. O sinal contendo apenas o desbalanceamento a ser identificado possui 8501 pontos é dado pela média aritmética das diferenças entre os quatro blocos:

$$\xi_{un} = \frac{(\xi_1 - \xi_{n1}) + (\xi_2 - \xi_{n2}) + (\xi_3 - \xi_{n3}) + (\xi_4 - \xi_{n4})}{4} \quad (9.2)$$

onde os índices 1 a 4 são referentes aos blocos 1 a 4, respectivamente.

Dessa forma, incertezas geradas na subtração podem ser eliminadas ou minimizadas, permanecendo a característica principal do sinal: a resposta do rotor. O processo indicado pela Equação (9.2) é feito para cada uma das onze rotações de análise. Em todas as identificações, os resultados foram obtidos usando os modelos reduzidos por Guyan e SEREP e foram usados três instantes de defasagem: 1 τ , 10 τ 's e 20 τ 's, sendo $\tau = 10^{-4}$ s.

Identificação usando o método de Guyan

Os resultados obtidos pelo estimador (Equação 8.12) estão mostrados de maneira condensada nas Tabelas 9.1 a 9.5:

Tabela 9.1: Identificação do desbalanceamento usando as 11 frequências de rotação: Laval - Guyan

<i>Caso</i>	<i>Amplitude</i> (kg.m)	<i>Erro</i> <i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro Fase</i>
Caso 1	4,05e-4	-12,15%	+59,16°	-1,40%
Caso 2	4,43e-4	-3,91%	+136,88°	-8,75%
Caso 3	4,13e-4	-9,76%	+214,39°	+2,09%

Caso 4	4,38e-4	-7,81%	+291,11°	-2,96%
--------	---------	--------	----------	--------

**Tabela 9.2: Identificação do desbalanceamento apenas com frequências abaixo da crítica:
Laval - Guyan**

<i>Caso</i>	<i>Amplitude</i> (kg.m)	<i>Erro</i> <i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro Fase</i>
Caso 1	4,82e-4	+4,56%	+40,87°	-31,88%
Caso 2	4,51e-4	-2,17%	+154,35°	+2,88%
Caso 3	5,28e-4	+14,53%	+197,88°	-5,77%
Caso 4	5,66e-4	+22,78%	+290,49°	-3,70%

**Tabela 9.3: Identificação do desbalanceamento apenas com frequências acima da crítica:
Laval - Guyan**

<i>Caso</i>	<i>Amplitude</i> (kg.m)	<i>Erro</i> <i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro Fase</i>
Caso 1	4,04e-4	-12,90%	+59,64°	-0,60%
Caso 2	4,43e-4	-3,91%	+136,64°	-8,91%
Caso 3	4,13e-4	-10,41%	+214,99°	+2,38%
Caso 4	4,22e-4	-8,46%	+291,13°	-2,96%

**Tabela 9.4: Identificação do desbalanceamento com uma frequência de rotação: 15 Hz -
Laval - Guyan**

<i>Caso</i>	<i>Amplitude</i> (kg.m)	<i>Erro</i> <i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro Fase</i>
Caso 1	4,66e-4	+1,09%	+45,84°	-23,60%
Caso 2	4,45e-4	-3,47%	+151,46°	+3,64%

Caso 3	5,27e-4	+14,32%	+196,68°	-3,45%
Caso 4	5,34e-4	+15,84%	+286,65°	-3,20%

Tabela 9.5: Identificação do desbalanceamento uma frequência de rotação: 23 Hz – Laval - Guyan

<i>Caso</i>	<i>Amplitude</i> (kg.m)	<i>Erro</i> <i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Error Fase</i>
Caso 1	4,34e-4	-5,86%	+64,34°	+7,23%
Caso 2	4,26e-4	-7,59%	+153,13°	+2,09%
Caso 3	4,34e-4	-5,86%	+213,48°	+1,66%
Caso 4	4,05e-4	-12,2%	+305,65°	-1,88%

Identificação usando a redução SEREP

Os resultados experimentais com o modelo reduzido do rotor através da técnica SEREP estão condensados nas Tabelas 9.6 a 9.10:

Tabela 9.6: Resultados usando as 11 frequências de rotação: Laval - SEREP

<i>Caso</i>	<i>Amplitude</i> (kg.m)	<i>Erro</i> <i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro Fase</i>
Caso 1	4,05e-4	-12,15%	+59,16°	-1,40%
Caso 2	4,43e-4	-3,91%	+136,88°	-8,75%
Caso 3	4,16e-4	-9,76%	+214,39°	+2,09%
Caso 4	4,25e-4	-7,81%	+291,11°	-2,96%

**Tabela 9.7: Identificação do desbalanceamento apenas com frequências abaixo da crítica:
Laval - SEREP**

<i>Caso</i>	<i>Amplitude</i> (kg.m)	<i>Erro</i> <i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro Fase</i>
Caso 1	4,83e-4	+4,77%	+40,87°	-31,88%
Caso 2	4,51e-4	-2,17%	+154,35°	+2,87%
Caso 3	5,28e-4	+14,53%	+197,88°	-5,77%
Caso 4	5,66e-4	+22,78%	+290,49°	-3,70%

**Tabela 9.8: Identificação do desbalanceamento apenas com frequências acima da crítica
23Hz: Laval - SEREP**

<i>Caso</i>	<i>Amplitude</i> (kg.m)	<i>Erro</i> <i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro Fase</i>
Caso 1	4,04e-4	-12,9%	+59,64°	-0,60%
Caso 2	4,43e-4	-3,91%	+136,64°	-8,91%
Caso 3	4,13e-4	-10,41%	+214,99°	+2,38%
Caso 4	4,22e-4	-8,46%	+291,13°	-2,96%

**Tabela 9.9: Identificação do desbalanceamento com uma frequência de rotação: 15 Hz -
Laval - SEREP**

<i>Caso</i>	<i>Amplitude</i> (kg.m)	<i>Erro</i> <i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Erro Fase</i>
Caso 1	4,67e-4	+1,30%	+45,84°	-13,60%
Caso 2	4,46e-4	-3,25%	+155,70°	+3,64%
Caso 3	5,27e-4	+14,32%	+202,76°	-3,45%
Caso 4	5,35e-4	+15,84%	+290,40°	-3,20%

Tabela 9.10: Identificação do desbalanceamento com uma frequência de rotação: 23 Hz - Laval - SEREP

<i>Caso</i>	<i>Amplitude</i> (kg.m)	<i>Erro</i> <i>Amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Error Fase</i>
Caso 1	4,35e-4	-5,64%	+64,34°	+7,23%
Caso 2	4,27e-4	-7,38%	+153,13°	+2,09%
Caso 3	4,34e-4	-5,86%	+213,48°	+1,66%
Caso 4	4,05e-4	-12,20%	+305,65°	-1,88%

Com a observação das Tabelas 9.1 a 9.10, pode-se perceber que os resultados obtidos com a redução estática (Guyan) e SEREP são praticamente os mesmos. Não é possível concluir qual seria o método mais adequado ao propósito de identificar o desbalanceamento.

Embora os resultados obtidos apresentem desvios de até 20% em relação aos valores esperados, nota-se da literatura, por exemplo Sudhakar e Sekhar (2011), que os desvios obtidos não estão diferentes dos existentes nas bibliografias especializadas. Sudhakar e Sekhar (2011) utilizam um método no domínio do tempo que, além de estimar resultados de amplitude e fase com maiores erros, requer que os graus de liberdade não medidos no rotor sejam estimados pelo método de expansão modal.

Os erros apresentados nas tabelas anteriores são erros relativos aos valores de referência: $4,61 \cdot 10^{-4}$ kg.m para a amplitude e $+60^\circ$, $+150^\circ$, $+210^\circ$ e $+300^\circ$ para a fase, dependendo do caso em estudo. Dessa forma, maiores erros relativos podem ser esperados para o caso 1 ($+60^\circ$), já que, por exemplo, um erro de 5° na identificação representa 8,33% de 60° e 3,33% de 150° , justificando os maiores erros percentuais para este caso específico.

Pode-se observar que os resultados obtidos com rotações acima da velocidade crítica são melhores que os encontrados usando-se apenas rotações abaixo da crítica. Foi constatado que as maiores diferenças de rotação entre a condição “normal” (residual) e total (residual + desbalanceamento) estão nas rotações mais baixas, principalmente nas

frequências de 11 e 12 Hz. Esse fato explica os melhores resultados para altas frequências de rotação, que não apresentam grandes disparidades de operação para as duas situações medidas. Essa imprecisão na rotação causa grandes erros, visto que, no começo das investigações foi usado o valor nominal mostrado no painel do inversor, que é cerca de 0,6 Hz maior que a rotação real, e os resultados de identificação foram super dimensionados devido ao termo de desbalanceamento que depende do quadrado da rotação.

As Tabelas 9.4, 9.5, 9.9 e 9.10 mostram que, mesmo usando uma única rotação, os resultados de identificação são considerados bons. Não é comum na literatura o uso de uma única rotação do rotor para identificação do desbalanceamento ou de qualquer outro tipo de falha. São necessárias várias rotações para a obtenção de um conjunto de equações capazes de identificar as falhas. É uma característica do método que várias equações possam ser geradas através do uso de vários instantes τ de defasagem, mantendo a mesma rotação.

9.1.2 Identificação total: desbalanceamento e empeno simultâneos

Nesta abordagem, o sinal medido na bancada é usado de forma direta na identificação das falhas. Para isso, o desbalanceamento residual é considerado baixo e sua influência na resposta total do rotor é desprezada.

Os casos estudados são as mesmas quatro configurações de desbalanceamento analisadas na subtração de sinais, porém na presença do empeno de eixo.

Neste processo de identificação, a Tabela 7.1 é levada em consideração, pois dá uma boa ideia da localização do empeno, apesar de as leituras com o relógio comparador terem sido feitas com intervalos grandes de 30° .

Os sinais medidos contêm 2s de medição e são considerados a partir de um instante em que ocorre o *trigger*.

Resultados de identificação experimental – redução de Guyan

As Tabelas 9.11 a 9.22 mostram os resultados obtidos na identificação considerando as rotações usadas nas medições experimentais e os dois métodos de redução de ordem de modelo: Guyan e SEREP.

Tabela 9.11: Identificação experimental do desbalanceamento: todas as rotações – Laval - Guyan

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude de desbalanceamento</i> (kg.m)	<i>Desvio de amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Desvio de fase</i>
Caso 1	3,46e-4	-24,95%	+73,80°	+23,00%
Caso 2	2,44e-4	-47,07%	+191,35°	+27,57%
Caso 3	3,76e-4	-18,44%	+242,35°	+15,41%
Caso 4	3,00e-4	-34,92%	+285,28°	-4,91%

Tabela 9.12: Identificação experimental do desbalanceamento: rotações abaixo da crítica – Laval - Guyan

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude de desbalanceamento</i> (kg.m)	<i>Desvio de amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Desvio de fase</i>
Caso 1	4,28e-4	-7,16%	+51,78°	-13,70%
Caso 2	6,71e-4	+45,55%	+151,37°	+0,91%
Caso 3	7,99e-4	+73,32%	+166,11°	-20,90%
Caso 4	5,80e-4	+25,81%	+173,97°	-42,01%

Tabela 9.13: Identificação experimental do desbalanceamento: rotações acima da crítica – Laval - Guyan

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude de desbalanceamento (kg.m)</i>	<i>Desvio de amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Desvio de fase</i>
Caso 1	5,30e-4	+14,96%	+50,08°	-16,53%
Caso 2	1,30e-4	-71,80%	+55,49°	-63,01%
Caso 3	3,35e-4	-27,33%	+181,12°	-13,75%
Caso 4	5,35e-4	+16,05%	+201,32°	-32,89%

Tabela 9.14: Identificação experimental do empeno: todas as rotações – Laval - Guyan

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude do empeno (μm)</i>	<i>Fase do empeno</i>
Caso 1	44,70	+210,03°
Caso 2	60,22	+197,27°
Caso 3	68,76	+192,22°
Caso 4	52,42	+222,09°
Média	56,53	+205,40°
Desvio padrão	10,33	13,44°

Tabela 9.15: Identificação experimental do empeno: rotações abaixo da crítica – Laval – Guyan

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude do empeno (μm)</i>	<i>Fase do empeno</i>
Caso 1	51,42	+205,52°

Caso 2	52,74	+227,25°
Caso 3	54,42	+235,91°
Caso 4	57,14	+267,99°
Média	53,93	+234,17°
Desvio padrão	2,46	25,92°

Tabela 9.16: Identificação experimental do empeno: rotações acima da crítica – Laval – Guyan

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude do empeno (μm)</i>	<i>Fase do empeno</i>
Caso 1	95,38	+203,02°
Caso 2	126,64	+202,42°
Caso 3	86,64	+245,74°
Caso 4	103,76	+317,91°
Média	103,11	+242,27°
Desvio padrão	17,18	54,35°

Comparando as Tabelas 9.11 a 9.16, pode-se concluir que, de uma forma geral, os melhores resultados são obtidos quando são usadas todas as rotações ao mesmo tempo. A Tabela 9.15 mostra que o empeno foi identificado com maior uniformidade na amplitude para frequências abaixo da crítica, enquanto que, para frequências acima da crítica, a identificação do empeno foi superestimada e com maiores dispersões (Tabela 9.16).

A identificação do desbalanceamento só foi coerente com todas as frequências, ocorrendo erros de quadrante quando as rotações acima ou abaixo da crítica foram usadas. Porém, a identificação de amplitude foi um pouco melhor para frequências acima da crítica.

Resultados de identificação experimental - SEREP

As Tabelas 9.17 a 9.22 mostram os resultados de identificação pelo método SEREP:

Tabela 9.17: Identificação experimental do desbalanceamento: todas as rotações – Laval – SEREP

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude de desbalanceamento</i> (kg.m)	<i>Desvio de amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Desvio de fase</i>
Caso 1	3,46e-4	-24,95%	+73,80°	+23,00%
Caso 2	2,44e-4	-47,07%	+191,35°	+27,57%
Caso 3	3,76e-4	-18,44%	+242,36°	+15,41%
Caso 4	3,23e-4	-29,94%	+287,93°	-4,02%

Tabela 9.18: Identificação experimental do desbalanceamento: rotações abaixo da crítica – Laval – SEREP

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude de desbalanceamento</i> (kg.m)	<i>Desvio de amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Desvio de fase</i>
Caso 1	4,29e-4	-6,94%	+51,78°	-13,70%
Caso 2	6,72e-4	+45,77%	+151,37°	+0,91%
Caso 3	8,00e-4	+73,54%	+166,11°	-20,90%
Caso 4	5,80e-4	+25,81%	+173,97°	-42,01%

Tabela 9.19: Identificação experimental do desbalanceamento: rotações acima da crítica – Laval – SEREP

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude de desbalanceamento (kg.m)</i>	<i>Desvio de amplitude</i>	<i>Fase</i>	<i>Desvio de fase</i>
Caso 1	5,31e-4	+15,18%	+50,08°	-16,53%
Caso 2	1,30e-4	-71,80%	+55,49°	-63,01%
Caso 3	3,34e-4	-27,55%	+180,94°	-13,84%
Caso 4	5,30e-4	+14,97%	+211,38°	-29,54%

Tabela 9.20: Identificação experimental do empeno: todas as rotações – Laval – SEREP

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude do empeno (μm)</i>	<i>Fase do empeno</i>
Caso 1	44,70	+210,03°
Caso 2	60,22	+197,27°
Caso 3	68,87	+192,24°
Caso 4	52,92	+219,03°
Média	56,68	+204,64°
Desvio padrão	10,31	12,13°

Tabela 9.21: Identificação experimental do empeno: rotações abaixo da crítica – Laval – SEREP

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude do empeno (μm)</i>	<i>Fase do empeno</i>
Caso 1	51,42	+205,52°

Caso 2	52,74	+227,25°
Caso 3	54,60	+235,91°
Caso 4	57,24	+267,99°
Média	54,00	+234,17°
Desvio padrão	2,52	25,92°

Tabela 9.22: Identificação experimental do empeno: rotações acima da crítica – Laval – SEREP

<i>Posições de desbalanceamento</i>	<i>Amplitude do empeno (μm)</i>	<i>Fase do empeno</i>
Caso 1	95,51	+203,02°
Caso 2	126,78	+202,42°
Caso 3	86,82	+245,72°
Caso 4	79,46	+329,98°
Média	97,14	+245,29°
Desvio padrão	20,82	59,99°

Os resultados de identificação com o método SEREP são muito próximos aos obtidos com o método de Guyan, portanto os comentários já feitos para Guyan são válidos também aqui e não serão repetidos novamente.

As Tabelas 9.11 e 9.17 confirmam o que as simulações mostraram: a identificação da fase é mais precisa que a da amplitude. Pode-se observar que o desbalanceamento está subestimado enquanto o empeno, Tabelas 9.14 e 9.20, foi superestimado. É possível que isto tenha acontecido devido às falhas acontecerem na mesma frequência de rotação, dificultando a separação dos seus efeitos de forma eficiente.

A identificação do empeno mostra que o método é robusto e os resultados são coerentes, pois foram encontradas poucas divergências entre os resultados obtidos, principalmente na identificação da fase, pelas razões já discutidas anteriormente.

Os dois métodos de redução continuam apresentando resultados bastante semelhantes e não é possível afirmar qual deles é o melhor.

É importante ressaltar que o inversor de frequência não mantém a mesma rotação para os casos estudados. Dessa forma, não é possível garantir, por exemplo, que a rotação de 900 rpm (15 Hz) no caso 1 é a mesma para o caso 4. Além disso, ruído e incertezas na determinação do momento exato do sinal de *trigger* ajudam a explicar os desvios obtidos na identificação do desbalanceamento (que depende da velocidade) e da fase do empeno.

Outra fonte de incertezas é a existência do desbalanceamento residual desconhecido, que combinado com o empeno e o desbalanceamento induzido produz um comportamento dinâmico diferente do esperado, gerando erros no processo de identificação.

As Tabelas 9.23 e 9.24 mostram a identificação do empeno apenas com a vibração residual do rotor, ou seja, somente com o desbalanceamento residual e o empeno de eixo:

Tabela 9.23: Identificação experimental do empeno apenas com vibrações residuais - rotor Laval - Guyan

<i>Amplitude do empeno</i> (μm)	<i>Fase do empeno</i>
56,31	+204,26°

Tabela 9.24: Identificação experimental do empeno apenas com vibrações residuais - rotor Laval - SEREP

<i>Amplitude do empeno</i> (μm)	<i>Fase do empeno</i>
56,33	+204,26°

Comparando as Tabelas 9.14, 9.20, 9.23 e 9.24, é possível verificar que a identificação do empeno é bastante uniforme, tanto em amplitude como em fase, já que

todos os resultados convergiram para o terceiro quadrante, conforme a Tabela 7.1 sugere. Esses resultados mostram que o método de identificação é robusto, já que o empeno é constante, independente da rotação e da posição do desbalanceamento.

9.2 Experimentos para o rotor com dois discos

Os sensores 1 e 2, descritos na seção 9.1, monitoram o disco 1 nas direções vertical e horizontal, respectivamente. O disco 2 é monitorado pelos sensores 3, cuja sensibilidade é 2,45 V/mm, e 4, com sensibilidade 2,12 V/mm colocados nas direções vertical e horizontal, respectivamente. As curvas de calibração de todos os sensores encontram-se no Apêndice C.

Foram realizados dez experimentos, que são exatamente as mesmas configurações dos dez casos teóricos descritos em detalhes na seção 8.2.2. Os sinais foram amostrados com frequência de amostragem de 10.000 Hz com tempo total de medição de 10s, sendo os desbalanceamentos introduzidos por meio de parafusos colocados em cada um dos discos. Também foi usado um filtro passa-baixa com frequência de corte de 500 Hz para eliminar ruídos dos sinais. Os instantes de defasagem usados são 1τ , 10τ 's e 20τ 's, sendo que τ é igual a 10^{-4} s.

9.2.1 Identificação do desbalanceamento

Seguindo o mesmo procedimento adotado para o rotor Laval, é feita uma identificação inicial apenas do desbalanceamento dos discos utilizando a subtração de sinais descrita pela Equação (9.1). Dessa forma, o efeito do empeno nas posições dos discos não é levado em consideração.

Os sinais foram divididos em quatro blocos com 8001 pontos cada um. Foi feita a média desses blocos de acordo com a Equação (9.2), de modo a minimizar ruídos causados pela subtração.

Resultados experimentais: método de Guyan

As Tabelas 9.25 a 9.27 mostram os resultados experimentais de identificação usando a redução de Guyan.

Tabela 9.25: Identificação dos desbalanceamentos com todas as rotações: rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	m_1d_1 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	m_2d_2 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	2,93e-4	+25,75%	+75,27°	-16,37%	2,59e-4	+14,10%	+328,84°	-8,66%
Caso 2	2,82e-4	+21,03%	+73,53°	-18,30%	2,01e-4	-11,45%	+355,21°	-115,97%
Caso 3	2,44e-4	+4,72%	+70,41°	-21,77%	1,62e-4	-28,63%	+74,83°	-16,86%
Caso 4	2,57e-4	+10,30%	+60,64°	-32,62%	2,22e-4	-2,20%	+155,83°	+3,89%
Caso 5	2,54e-4	+9,01%	+63,44°	-29,51%	1,99e-4	-12,34%	+164,84°	-8,42%
Caso 6	2,73e-4	+17,17%	+75,16°	-16,49%	1,99e-4	-12,34%	+231,32°	-3,62%
Caso 7	3,19e-4	+36,91%	+67,75°	-24,72%	2,57e-4	+13,22%	+255,17°	-5,49%
Caso 8	3,44e-4	+47,64%	+63,29°	-29,68%	3,03e-4	+33,48%	+267,07°	-10,98%
Caso 9	2,34e-4	+0,43%	+334,43°	-7,10%	1,92e-4	-15,42%	+334,02°	-7,22%
Caso 10	0,77e-4	-33,62%	+178,54°	-0,81%	1,43e-4	+23,28%	180,52°	+0,29%

A Tabela 9.25 mostra que os resultados para os dez casos experimentais são considerados satisfatórios, indicando uma boa aproximação inicial para a quantidade e localização dos desbalanceamentos. O algoritmo foi capaz de separar os desbalanceamentos ocorrendo em fase (casos 9 e 10) e, como era esperado, houve maiores erros de identificação quando os desbalanceamentos estão fora de fase (caso 7) e aproximadamente fora de fase (casos 6 e 8).

Os erros percentuais são, de modo geral, mais elevados que os apresentados para o rotor Laval. O rotor com dois discos é um sistema dinâmico mais complexo, já que são dois planos de desbalanceamento, portanto mais parâmetros sujeitos a ruído para o estimador identificar e separar os efeitos de cada um deles.

Sabe-se também que existem diferenças de rotação entre o rotor com as massas desbalanceadoras e sujeito a vibrações residuais. Essa diferença é em torno de 0,1 Hz para cada frequência de rotação, causando problemas na sincronização com o *trigger* e, conseqüentemente, na identificação das fases, que é mais crítico para o algoritmo.

As Tabelas 9.26 e 9.27 mostram os resultados de identificação usando rotações abaixo e acima da primeira velocidade crítica.

Tabela 9.26: Identificação dos desbalanceamentos com todas rotações abaixo da crítica: rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	m_1d_1 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	m_2d_2 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	3,57e-4	+53,22%	+133,64°	+48,49%	5,70e-4	+151,10%	+13,43°	+3,61%
Caso 2	2,09e-4	-10,30%	+115,59°	+28,43%	4,84e-4	+113,22%	+35,19°	+17,30%
Caso 3	1,57e-4	-32,62%	+85,21°	-5,32%	3,98e-4	+75,33%	+78,65°	-12,61%
Caso 4	2,24e-4	-3,86%	+79,91°	-11,21%	3,04e-4	+33,92%	+137,47°	-8,35%
Caso 5	2,66e-4	+14,16%	+73,82°	-17,98%	3,21e-4	+41,49%	+183,90°	+2,17%
Caso 6	3,61e-4	+54,94%	+140,17°	+55,74%	0,51e-4	-77,53%	+147,29°	-38,63%
Caso 7	4,27e-4	+83,26%	+133,71°	+48,57%	1,67e-4	-26,43%	+354,76°	+31,39%
Caso 8	3,79e-4	+62,66%	+110,06°	+22,29%	2,39e-4	+5,29%	+341,75°	+13,92%
Caso 9	1,66e-4	-28,76%	+198,38°	+44,89%	5,39e-4	+137,45%	+1,80°	+0,50%
Caso 10	1,87e-4	+61,21%	+173,90°	-3,39%	1,59e-4	+37,07%	178,45°	-0,86%

Tabela 9.27: Identificação dos desbalanceamentos com todas rotações acima da crítica: rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	m_1d_1 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	m_2d_2 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	2,93e-4	+25,75%	+74,62°	-15,38%	2,57e-4	+13,22%	+327,86°	-8,93%
Caso 2	2,84e-4	+21,89%	+73,22°	-18,64%	2,00e-4	-11,89%	+354,24°	-119,20%
Caso 3	2,45e-4	+5,15%	+70,30°	-21,89%	1,60e-4	-29,52%	+74,72°	-16,98%

Caso 4	2,58e-4	+10,73%	+60,43°	-32,86%	2,22e-4	-2,20%	+156,14°	+4,09%
Caso 5	2,54e-4	+9,01%	+63,36°	-29,60%	1,98e-4	-12,78%	+164,61°	-8,55%
Caso 6	2,79e-4	+19,74%	+72,36°	-19,60%	2,07e-4	-8,81%	+231,90°	-3,38%
Caso 7	3,27e-4	+40,34%	+64,47°	-28,37%	2,71e-4	+19,38%	+253,50°	-6,11%
Caso 8	3,44e-4	+47,64%	+62,99°	-30,01%	3,05e-4	+34,36%	+266,79°	-11,07%
Caso 9	2,35e-4	+0,86%	+334,57°	-7,06%	1,90e-4	-16,30%	+333,65°	-7,32%
Caso 10	0,75e-4	-35,35%	+178,70°	-0,72%	1,42e-4	+22,41%	180,55°	+0,31%

De um modo geral, as Tabelas 9.25 a 9.27 mostram que a identificação da fase é melhor que a da amplitude. Durante as medições, observou-se que as medições abaixo da velocidade crítica possuem maior ruído que as acima deste valor.

Resultados experimentais: método SEREP

O mesmo procedimento de identificação usado para a redução de Guyan será aplicado ao método SEREP. As Tabelas 9.28 a 9.30 apresentam os resultados de identificação experimental para os desbalanceamentos dos discos.

Tabela 9.28: Identificação dos desbalanceamentos com todas as rotações: rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	m_1d_1 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	m_2d_2 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	2,92e-4	+25,32%	+75,25°	-16,39%	2,59e-4	+14,10%	+328,86°	-8,65%
Caso 2	2,83e-4	+21,46%	+73,51°	-18,32%	2,02e-4	-11,01%	+355,24°	-115,86%
Caso 3	2,44e-4	+4,72%	+70,41°	-21,77%	1,63e-4	-28,19%	+74,83°	-16,86%
Caso 4	2,58e-4	+10,73%	+60,66°	-32,60%	2,23e-4	-1,76%	+155,80°	+3,87%
Caso 5	2,54e-4	+9,01%	+63,46°	-29,49%	2,00e-4	-11,89%	+164,81°	-8,44%
Caso 6	2,73e-4	+17,17%	+75,17°	-16,48%	1,99e-4	-12,34%	+231,30°	-3,63%
Caso 7	3,19e-4	+36,91%	+67,75°	-24,72%	2,57e-4	+13,22%	+255,17°	-5,49%
Caso 8	3,44e-4	+47,64%	+63,28°	-29,69%	3,04e-4	+33,92%	+267,08°	-10,97%

Caso 9	2,34e-4	+0,43%	+334,43°	-7,10%	1,92e-4	-15,42%	+334,08°	-7,20%
Caso 10	0,77e-4	-33,62%	+178,55°	-0,81%	1,43e-4	+23,28%	180,52°	+0,29%

Tabela 9.29: Identificação dos desbalanceamentos com todas rotações abaixo da crítica: rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	m_1d_1 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	m_2d_2 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	3,58e-4	+53,65%	+133,61°	+48,46%	5,70e-4	+151,10%	+13,44°	+3,73%
Caso 2	2,09e-4	-10,30%	+115,53°	+28,37%	4,84e-4	+113,22%	+35,20°	+17,33%
Caso 3	1,59e-4	-31,76%	+85,20°	-5,33%	3,99e-4	+75,77%	+78,65°	-12,61%
Caso 4	2,25e-4	-3,43%	+79,94°	-11,18%	3,04e-4	+33,92%	+137,46°	-8,36%
Caso 5	2,66e-4	+14,16%	+73,84°	-17,96%	3,21e-4	+41,49%	+183,89°	+2,16%
Caso 6	3,62e-4	+55,37%	+140,17°	+55,74%	0,51e-4	-77,53%	+147,28°	-38,63%
Caso 7	4,27e-4	+83,26%	+133,71°	+48,57%	1,67e-4	-26,43%	+354,80°	+31,41%
Caso 8	3,79e-4	+62,66%	+110,05°	+22,28%	2,39e-4	+5,29%	+341,78°	+13,93%
Caso 9	1,66e-4	-28,76%	+198,40°	+44,89%	5,40e-4	+137,89%	+1,79°	+0,50%
Caso 10	1,87e-4	+61,21%	+173,90°	-3,39%	1,59e-4	+37,07%	178,44°	-0,87%

Tabela 9.30: Identificação dos desbalanceamentos com todas rotações acima da crítica: rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	m_1d_1 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	m_2d_2 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	2,93e-4	+25,75%	+74,60°	-17,11%	2,57e-4	+13,22%	+327,89°	-8,92%
Caso 2	2,84e-4	+21,89%	+73,21°	-18,66%	2,00e-4	-11,89%	+354,27°	-119,10%
Caso 3	2,45e-4	+5,15%	+70,30°	-21,89%	1,60e-4	-29,52%	+74,72°	-16,98%
Caso 4	2,58e-4	+10,73%	+60,45°	-32,83%	2,22e-4	-2,20%	+156,11°	+4,07%
Caso 5	2,54e-4	+9,01%	+63,39°	-29,57%	1,98e-4	-12,78%	+164,58°	-8,58%

Caso 6	2,79e-4	+19,74%	+72,36°	-19,60%	2,07e-4	-8,81%	+231,89°	-3,38%
Caso 7	3,27e-4	+40,34%	+64,47°	-28,37%	2,71e-4	+19,38%	+253,51°	-6,11%
Caso 8	3,45e-4	+48,07%	+62,98°	-30,02%	3,06e-4	+34,80%	+266,80°	-11,07%
Caso 9	2,35e-4	+0,86%	+334,57°	-7,06%	1,91e-4	-15,86%	+333,65°	-7,32%
Caso 10	0,75e-4	-35,35%	+178,70°	-0,72%	1,43e-4	+23,28%	180,55°	+0,31%

Os resultados mostrados pelas Tabelas 9.28 a 9.30 são muito semelhantes aos apresentados pelas Tabelas 9.25 a 9.27 (Guyan), não sendo possível afirmar que um método é melhor que o outro para identificar os desbalanceamentos presentes nos discos.

Os mesmos comentários sobre os sinais medidos, feitos anteriormente para o método de Guyan, são válidos também para o método SEREP.

9.2.2 Identificação total: desbalanceamento e empeno simultâneos

Depois de identificado somente os desbalanceamentos através da subtração dos sinais com e sem massa desbalanceadora, a identificação total com os desbalanceamentos e o empeno de eixo nas posições dos discos será efetuada. Os dez casos mostrados na seção 9.2.1 serão novamente analisados, porém apenas os sinais totais com as massas são avaliados.

O objetivo é identificar os desbalanceamentos bem como verificar se a estimativa do empeno é robusta, já que é constante, diante de variações nas posições dos desbalanceamentos induzidos nos discos. Uma ideia da precisão do empeno identificado pode ser dada ao comparar os resultados obtidos aos dados apresentados na Tabela 7.2.

Os sinais medidos contêm 2s de medição (20.001 pontos) e são considerados a partir de um instante em que ocorre o *trigger*. Também são usados os dois métodos de redução de ordem de modelo aplicados até então.

Resultados com o método de Guyan

As Tabelas 9.31 e 9.32 apresentam os resultados de identificação usando a redução de Guyan com as onze rotações (frequências) consideradas nas medições.

Tabela 9.31: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: todas as frequências, rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	$m_1 d_1$ (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	$m_2 d_2$ (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	1,82e-4	-21,89%	+99,40°	+10,44%	1,78e-4	-21,59%	+15,91°	+4,42%
Caso 2	1,65e-4	-29,19%	+125,78°	+39,76%	2,68e-4	+18,06%	+55,85°	+86,17%
Caso 3	1,10e-4	-52,79%	+123,46°	+37,18%	4,03e-4	+77,53%	+94,52°	+5,02%
Caso 4	1,13e-4	-51,50%	+89,76°	-0,27%	4,33e-4	+90,75%	+134,92°	-10,05%
Caso 5	0,77e-4	-66,95%	+94,17°	+4,63%	4,44e-4	+95,60%	+116,29°	-35,39%
Caso 6	1,69e-4	-27,47%	+69,55°	-22,72%	2,40e-4	+5,73%	+165,26°	-31,14%
Caso 7	1,83e-4	-21,46%	+82,25°	-8,61%	1,24e-4	-45,37%	+183,54°	-32,02%
Caso 8	1,84e-4	-21,03%	+110,43°	+22,70%	0,22e-4	-90,31%	+348,95°	+16,32%
Caso 9	2,48e-4	+6,43%	+305,11°	-15,25%	1,43e-4	-37,00%	+66,06°	+18,35%
Caso 10	2,47e-4	+112,93%	+221,39°	+22,99%	3,16e-4	+172,41%	142,39°	-20,89%

Tabela 9.32: Identificação do empeno de eixo com todas as frequências: rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i> <i>Ep₁</i> <i>Ep₁</i> (μm)	<i>Fase</i> <i>Ep₁</i>	<i>Amplitude</i> <i>Ep₂</i> <i>Ep₂</i> (μm)	<i>Fase</i> <i>Ep₂</i>
Caso 1	28,85	+234,63°	24,58	+190,13°
Caso 2	26,56	+256,29°	22,65	+205,19°
Caso 3	29,98	+251,91°	29,30	+211,43°
Caso 4	35,10	+254,97°	32,72	+223,59°
Caso 5	36,39	+248,56°	35,69	+223,71°

Caso 6	32,21	+234,95°	26,19	+201,90°
Caso 7	31,26	+237,49°	24,96	+202,25°
Caso 8	31,67	+255,09°	25,97	+218,95°
Caso 9	28,22	+237,65°	19,51	+196,59°
Caso 10	32,34	+267,11°	26,22	+229,29°
Média	31,26	+247,87°	26,78	+210,30°
Desvio padrão	3,02	11,13°	4,72	13,12°

As Tabelas 9.31 e 9.32 continuam confirmando que o algoritmo de identificação gera melhores estimativas para a fase em relação à identificação da amplitude.

Os resultados obtidos para os desbalanceamentos são considerados satisfatórios para uma primeira estimativa dos desbalanceamentos, visto que, de uma forma geral, o quadrante do desbalanceamento induzido no disco 2 foi encontrado (desbalanceamento 1 fixo em 90°) e a localização dos desbalanceamentos em fase nos casos 9 e 10 é razoavelmente exata.

Para os casos 3, 9 e 10 em que os desbalanceamentos foram colocados em fase, é possível verificar que, de uma forma geral, o estimador superestimou o desbalanceamento em um disco e subestimou o desbalanceamento do outro disco.

A Tabela 9.32 mostra que a identificação do empeno foi robusta, pois os resultados estão de certa maneira próximos, ou seja, sem grandes dispersões, visto que o empeno é independente da rotação do rotor e das posições dos desbalanceamentos dos discos.

As Tabelas 9.33 a 9.36 apresentam os resultados de identificação considerando as rotações acima e abaixo da primeira velocidade crítica:

Tabela 9.33: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: rotações abaixo da crítica, rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	m_1d_1 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	m_2d_2 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	6,56e-4	+181,54%	+153,38°	+70,98%	10,42e-4	+359,03%	+106,94°	+29,71%
Caso 2	9,52e-4	+308,58%	+169,10°	+87,89%	13,97e-4	+515,42%	+82,02°	+173,40%
Caso 3	5,83e-4	+150,22%	+188,53°	+109,48%	13,97e-4	+515,42%	+90,98°	+1,09%
Caso 4	3,15e-4	+35,19%	+150,07°	+66,74%	12,18e-4	+436,56%	+120,80°	-19,47%
Caso 5	3,87e-4	+66,09%	+165,96°	+84,40%	10,07e-4	+343,61%	+133,27°	-25,96%
Caso 6	4,16e-4	+78,54%	+116,02°	+28,91%	7,60e-4	+234,80%	+143,88°	-40,05%
Caso 7	4,25e-4	+82,40%	+91,64°	+1,82%	5,46e-4	+140,53%	+129,22°	-52,14%
Caso 8	5,90e-4	+153,22%	+148,68°	+65,20%	5,38e-4	+137,00%	+108,22°	-63,93%
Caso 9	1,30e-4	-44,21%	+3,78°	-1,05%	4,59e-4	+102,20%	+175,96°	+48,88%
Caso 10	4,35e-4	+275,00%	+162,03°	-9,98%	10,12e-4	+772,41%	+144,84°	-19,53%

Tabela 9.34: Identificação do empeno de eixo com rotações abaixo da crítica: rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i> <i>Ep₁</i> (μm)	<i>Fase</i> <i>Ep₁</i>	<i>Amplitude</i> <i>Ep₂</i> (μm)	<i>Fase</i> <i>Ep₂</i>
Caso 1	54,16	+284,76°	40,33	+276,14°
Caso 2	61,99	+290,59°	52,10	+267,58°
Caso 3	48,69	+284,51°	42,17	+254,55°
Caso 4	54,05	+281,96°	48,15	+261,40°
Caso 5	50,77	+291,49°	43,34	+267,62°
Caso 6	44,70	+270,43°	30,49	+256,16°
Caso 7	47,76	+258,65°	35,76	+243,24°
Caso 8	51,09	+284,74°	38,78	+266,43°

Caso 9	29,53	+266,70°	9,51	+261,32°
Caso 10	55,58	+289,33°	41,75	+276,05°
Média	49,83	+280,32°	38,24	+263,05°
Desvio padrão	8,59	11,18°	11,74	10,06°

Tabela 9.35: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: rotações acima da crítica, rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	$m_1 d_1$ (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	$m_2 d_2$ (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	1,92e-4	-17,60%	+98,57°	+9,52%	1,05e-4	-53,74%	+3,30°	+0,92%
Caso 2	1,66e-4	-28,76%	+116,63°	+29,59%	2,19e-4	-3,52%	+59,15°	+97,17%
Caso 3	1,00e-4	-57,08%	+98,68°	+9,64%	4,03e-4	+77,53%	+99,88°	+10,98%
Caso 4	1,40e-4	-39,91%	+63,74°	-29,18%	4,82e-4	+112,34%	+139,75°	-6,83%
Caso 5	1,78e-4	-23,61%	+34,81°	-61,32%	4,61e-4	+103,08%	+137,30°	-23,72%
Caso 6	2,21e-4	-5,15%	+49,16°	-45,38%	3,48e-4	+53,30%	+174,10°	-27,46%
Caso 7	2,28e-4	-2,15%	+59,51°	-33,88%	2,50e-4	+10,13%	+194,46°	-27,98%
Caso 8	1,95e-4	-16,31%	+83,42°	-7,31%	1,18e-4	-48,02%	+242,61°	-19,13%
Caso 9	2,48e-4	+6,43%	+306,27°	-14,93%	0,97e-4	-57,27%	+66,47°	+18,43%
Caso 10	2,28e-4	+96,55%	+215,60°	+19,78%	3,52e-4	+203,45%	151,67°	-15,74%

Tabela 9.36: Identificação do empeno de eixo com rotações acima da crítica: rotor 2 discos - Guyan

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i> Ep_1 (µm)	<i>Fase</i> Ep_1	<i>Amplitude</i> Ep_2 (µm)	<i>Fase</i> Ep_2
Caso 1	18,67	+257,94°	8,36	+150,85°
Caso 2	24,10	+258,27°	15,90	+195,83°

Caso 3	32,37	+245,35°	28,98	+212,66°
Caso 4	39,71	+251,50°	32,81	+231,55°
Caso 5	34,96	+228,64°	23,62	+209,78°
Caso 6	31,13	+232,62°	16,65	+203,20°
Caso 7	28,43	+231,76°	15,12	+189,89°
Caso 8	26,16	+240,96°	18,85	+192,56°
Caso 9	21,64	+234,07°	15,23	+168,07°
Caso 10	35,82	+282,28°	20,01	255,83°
Média	29,30	+246,34°	19,55	+201,02°
Desvio padrão	6,71	16,63°	7,20	29,77°

Comparando as Tabelas 9.33 e 9.35, é possível ver que a identificação do desbalanceamento é melhor para as rotações acima da primeira velocidade crítica do rotor, como era esperado.

Ao analisar as Tabelas 9.34 e 9.36, é possível perceber que a identificação do empeno em baixas frequências é mais uniforme, em relação à fase, quando comparada à identificação para altas frequências, porém percebe-se que o empeno está também superestimado em relação aos valores da Tabela 7.2, indicando que os problemas vistos nos sinais antes da velocidade crítica também afetam a estimação do empeno.

Resultados com o método SEREP

As Tabelas 9.37 a 9.42 trazem a identificação dos desbalanceamentos e empenos de eixo nas posições dos discos com o modelo reduzido pelo método SEREP:

Tabela 9.37: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: todas as frequências, rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	$m_1 d_1$ (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	$m_2 d_2$ (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	1,82e-4	-21,89%	+99,38°	+10,42%	1,79e-4	-21,15%	+15,93°	+4,43%
Caso 2	1,66e-4	-28,76%	+125,75°	+39,72%	2,68e-4	+18,06%	+55,86°	+86,20%
Caso 3	1,11e-4	-52,36%	+123,42°	+37,13%	4,03e-4	+77,53%	+94,53°	+5,03%
Caso 4	1,13e-4	-51,50%	+89,82°	-0,20%	4,33e-4	+90,75%	+134,92°	-10,05%
Caso 5	0,77e-4	-66,95%	+94,22°	+4,69%	4,44e-4	+95,60%	+116,29°	-35,39%
Caso 6	1,69e-4	-27,47%	+69,58°	-22,69%	2,40e-4	+5,73%	+165,25°	-31,15%
Caso 7	1,83e-4	-21,46%	+82,27°	-8,59%	1,24e-4	-45,37%	+183,50°	-32,04%
Caso 8	1,84e-4	-21,03%	+110,43°	+22,70%	0,22e-4	-90,31%	+349,11°	+16,37%
Caso 9	2,48e-4	+6,43%	+305,12°	-15,24%	1,43e-4	-37,00%	+66,02°	+18,34%
Caso 10	2,47e-4	+112,93%	+221,36°	+22,98%	3,16e-4	+172,41%	142,40°	-20,89%

Tabela 9.38: Identificação do empeno de eixo com todas as frequências: rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i> Ep_1 (μm)	<i>Fase</i> Ep_1	<i>Amplitude</i> Ep_2 (μm)	<i>Fase</i> Ep_2
Caso 1	28,84	+234,62°	24,68	+190,12°
Caso 2	26,56	+256,27°	22,65	+205,18°
Caso 3	29,99	+251,89°	29,42	+211,43°
Caso 4	35,07	+254,96°	32,72	+223,59°
Caso 5	36,37	+248,55°	35,69	+223,71°
Caso 6	32,20	+234,93°	26,19	+201,90°
Caso 7	31,24	+237,47°	24,96	+202,25°
Caso 8	31,67	+255,08°	25,99	+218,94°

Caso 9	28,20	+237,63°	19,51	+196,58°
Caso 10	32,44	+267,09°	26,21	229,28°
Média	31,26	+247,85°	26,80	+210,30°
Desvio padrão	3,02	11,13°	4,72	13,12°

Tabela 9.39: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: rotações abaixo da crítica, rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	m_1d_1 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	m_2d_2 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	6,57e-4	+181,97%	+153,38°	+70,98%	10,42e-4	+359,03%	+106,95°	+29,71%
Caso 2	9,53e-4	+309,01%	+169,07°	+87,86%	13,97e-4	+515,42%	+82,03°	+173,43%
Caso 3	5,83e-4	+150,22%	+188,48°	+109,42%	13,95e-4	+514,54%	+90,99°	+1,10%
Caso 4	3,16e-4	+35,62%	+150,03°	+66,70%	12,19e-4	+437,00%	+120,80°	-19,47%
Caso 5	3,87e-4	+66,09%	+165,93°	+84,37%	10,07e-4	+343,61%	+133,28°	-25,96%
Caso 6	4,16e-4	+78,54%	+116,04°	+28,93%	7,60e-4	+234,80%	+143,87°	-40,05%
Caso 7	4,26e-4	+82,83%	+91,66°	+1,84%	5,47e-4	+140,97%	+129,21°	-52,14%
Caso 8	5,90e-4	+153,22%	+148,67°	+65,19%	5,38e-4	+137,00%	+108,24°	-63,92%
Caso 9	1,30e-4	-44,21%	+3,78°	-1,05%	4,59e-4	+102,20%	+175,96°	+48,88%
Caso 10	4,36e-4	+275,86%	+162,01°	-9,99%	10,13e-4	+773,28%	+144,84°	-19,53%

Tabela 9.40: Identificação do empeno de eixo com rotações abaixo da crítica: rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i> Ep_1 (μm)	<i>Fase</i> Ep_1	<i>Amplitude</i> Ep_2 (μm)	<i>Fase</i> Ep_2
Caso 1	54,17	+284,76°	40,33	+276,14°
Caso 2	62,01	+290,58°	51,85	+267,58°

Caso 3	48,76	+284,49°	46,14	+254,54°
Caso 4	54,09	+281,95°	48,14	+261,40°
Caso 5	50,80	+291,48°	43,64	+267,62°
Caso 6	44,70	+270,43°	30,49	+256,16°
Caso 7	48,04	+258,64°	35,78	+243,26°
Caso 8	51,13	+284,73°	38,78	+266,43°
Caso 9	30,15	+266,70°	9,28	+261,32°
Caso 10	55,62	+289,32°	41,53	+276,05°
Média	49,95	+280,31°	38,60	+263,05°
Desvio padrão	8,43	11,17°	11,99	10,06°

Tabela 9.41: Identificação do desbalanceamento na presença do empeno: rotações acima da crítica, rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	m_1d_1 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.1</i>	<i>Desvio</i> (%)	m_2d_2 (kg.m)	<i>Desvio</i> (%)	<i>Fase</i> <i>desb.2</i>	<i>Desvio</i> (%)
Caso 1	1,92e-4	-17,60%	+98,55°	+9,50%	1,05e-4	-53,74%	+3,35°	+0,93%
Caso 2	1,66e-4	-28,76%	+116,61°	+29,57%	2,19e-4	-3,52%	+59,16°	+97,20%
Caso 3	1,01e-4	-56,65%	+98,68°	+9,64%	4,03e-4	+77,53%	+99,88°	+10,98%
Caso 4	1,40e-4	-39,91%	+63,81°	-29,10%	4,82e-4	+112,34%	+139,75°	-6,83%
Caso 5	1,78e-4	-23,61%	+34,87°	-61,26%	4,61e-4	+103,08%	+137,30°	-23,72%
Caso 6	2,21e-4	-5,15%	+49,19°	-45,34%	3,49e-4	+53,75%	+174,09°	-27,46%
Caso 7	2,28e-4	-2,15%	+59,52°	-33,87%	2,50e-4	+10,13%	+194,45°	-27,98%
Caso 8	1,95e-4	-16,31%	+83,42°	-7,31%	1,18e-4	-48,02%	+242,60°	-19,13%
Caso 9	2,48e-4	+6,43%	+306,27°	-14,93%	0,97e-4	-57,27%	+66,42°	+18,45%
Caso 10	2,28e-4	+96,55%	+215,57°	+19,76%	3,52e-4	+203,45%	151,69°	-15,73%

Tabela 9.42: Identificação do empeno de eixo com rotações acima da crítica: rotor 2 discos - SEREP

<i>Casos</i>	<i>Amplitude</i> <i>Ep₁</i> (μm)	<i>Fase</i> <i>Ep₁</i>	<i>Amplitude</i> <i>Ep₂</i> (μm)	<i>Fase</i> <i>Ep₂</i>
Caso 1	18,65	+257,93°	8,36	+150,83°
Caso 2	23,90	+258,25°	15,90	+195,82°
Caso 3	32,36	+245,34°	28,98	+212,65°
Caso 4	39,69	+251,49°	32,81	+231,55°
Caso 5	35,11	+228,64°	23,62	+209,76°
Caso 6	31,13	+232,61°	16,65	+203,19°
Caso 7	28,43	+231,75°	15,12	+189,88°
Caso 8	26,20	+240,94°	18,85	+192,55°
Caso 9	21,63	+234,05°	15,33	+168,06°
Caso 10	35,76	+282,27°	20,02	255,83°
Média	29,29	+246,33°	19,56	+201,01°
Desvio padrão	6,73	16,63°	7,20	29,78°

Os resultados apresentados pela redução SEREP são muito semelhantes aos da redução de Guyan, não sendo possível afirmar qual o melhor método de redução do modelo do rotor para os casos estudados. Devido a essa similaridade dos resultados, os erros são praticamente os mesmos e, dessa forma, as observações feitas anteriormente ao analisar os resultados com o método de Guyan continuam válidas também para as Tabelas 9.37 a 9.42.

Alguns pontos merecem destaque sobre os resultados obtidos na identificação do desbalanceamento e empeno de eixo usando os dois métodos de redução propostos:

- Ruído, erros na avaliação da rotação correta ou a necessidade de maior número de rotações para a convergência do algoritmo podem explicar as diferenças entre os valores teóricos e identificados;
- Para o rotor com dois discos, é necessário investigar se existe algum fenômeno excitando frequências baixas, já que os resultados de identificação para essas frequências de rotação são piores do que os obtidos para rotações mais elevadas.
- É preciso considerar também que, para os casos em que a subtração de sinais não foi executada, os valores obtidos para o desbalanceamento foram determinados na presença do empeno de eixo, que também ocorre de forma síncrona à rotação do rotor. Isso causa uma combinação de efeitos, gerando maior dificuldade na identificação precisa de cada um deles;
- A análise do rotor com dois discos mostrou que a identificação abaixo da primeira velocidade crítica mostrou uma superestimação do desbalanceamento por razões que precisam ser melhor entendidas. Conforme comentado anteriormente, percebeu-se que, para rotações mais baixas, houve um nível de ruído grande;
- De uma forma geral, os melhores resultados de identificação para as duas bancadas são obtidos usando-se todas as rotações. Quando comparado os resultados usando rotações abaixo e acima da velocidade crítica, a identificação do desbalanceamento é melhor para altas rotações e a identificação do empeno apresenta menores desvios padrão em rotações baixas, confirmando as análises feitas no Capítulo 7.

As tabelas abaixo apresentam a identificação do empeno de eixo considerando apenas as medições residuais do rotor:

Tabela 9.43: Identificação experimental do empeno apenas com vibrações residuais - rotor 2 discos- Gyan

<i>Amplitude Ep_1 (μm)</i>	<i>Fase</i>	<i>Amplitude Ep_2 (μm)</i>	<i>Fase</i>
29,10	+236,88°	25,31	+195,40°

Tabela 9.44: Identificação experimental do empeno apenas com vibrações residuais - rotor 2 discos- SEREP

<i>Amplitude Ep_1 (μm)</i>	<i>Fase</i>	<i>Amplitude Ep_2 (μm)</i>	<i>Fase</i>
29,08	+236,86°	25,31	+195,39°

As duas tabelas anteriores mostram que os empenos identificados também estão no terceiro quadrante e que as amplitudes apresentam grandezas semelhantes às mostradas pelas Tabelas 9.32 e 9.38, reafirmando que o estimador foi robusto na identificação do empeno, considerando a existência e variações na posição do desbalanceamento.

10. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma contribuição para a identificação de falhas em sistemas mecânicos rotativos. A metodologia apresentada é baseada em análise de correlações e na equação matricial de Lyapunov para a obtenção de um estimador que relaciona as matrizes de entrada do sistema com as funções de correlação das respostas medidas do sistema analisado.

A abordagem utilizada requer o modelo matemático do sistema e das falhas. Portanto é necessário que as matrizes físicas de massa, rigidez e amortecimento do rotor sejam estimadas com precisão. Com esse objetivo, o método dos elementos finitos foi usado para determinar as matrizes de massa, rigidez e giroscópica do rotor, já que é uma metodologia robusta e amplamente usada por diversos pesquisadores.

Apesar do uso bastante difundido da modelagem por elementos finitos (MEF), alguns parâmetros de incerteza, e que são fundamentais na dinâmica de um rotor, precisam ser conhecidos para que o MEF gere um modelo confiável: parâmetros de mancal, rigidez de rotação do acoplamento e parâmetros de amortecimento do rotor. Esses parâmetros foram obtidos através da técnica de otimização Evolução Diferencial, onde as FRF's teóricas foram otimizadas de modo a convergirem para as FRF's experimentais obtidas com o rotor parado. Os resultados do ajuste foram considerados bons, já que os dados ajustados apresentaram coerência com os dados experimentais obtidos.

Técnicas de redução de ordem do modelo do rotor foram empregadas para reduzir o esforço computacional na manipulação das matrizes geradas pelo MEF. Esse é um assunto bastante clássico em dinâmica de estruturas e controle, mas ainda aberto na identificação de falhas em sistemas rotativos. A redução da ordem de modelo possibilitou a redução nas combinações de parâmetros que ocorrem na transformação do sistema descrito apenas pelas coordenadas medidas do rotor.

Os estudos da identificação simultânea de desbalanceamento e empeno de eixo foram feitos em dois tipos de rotores: Laval e dois discos. O rotor Laval foi escolhido como passo

inicial de aprendizado, já que não existem muitos trabalhos que abordam a identificação quantitativa do empeno de eixo. Depois de verificada a viabilidade do método de identificação proposto e do ajuste do rotor por otimização, um rotor mais complexo foi estudado e as mesmas metodologias foram aplicadas.

Este trabalho mostrou como o empeno de eixo altera o comportamento de um rotor desbalanceado. As amplitudes e fases mudam completamente, sendo que o empeno de eixo domina as rotações mais baixas e o desbalanceamento predomina em altas rotações. Isso foi verificado de forma simulada para os dois rotores.

Como primeiro passo na identificação das falhas, estudos teóricos foram realizados para os dois rotores ajustados. O desbalanceamento e o empeno foram identificados considerando as respostas nos discos sem ruído e, posteriormente, um ruído aleatório de 6% na amplitude. Os resultados obtidos nas simulações foram bons e dentro da margem de ruído introduzida no sistema. A identificação numérica é muito precisa e isso se deve ao fato de não haver contaminação das respostas por outros fenômenos não modelados, a total certeza da representatividade do modelo matemático do rotor e a inexistência de erros de medição, principalmente na estimação da fase.

Depois de verificada a robustez do estimador através da identificação numérica das falhas, a metodologia proposta foi aplicada aos sinais adquiridos experimentalmente dos rotores construídos para esta tese.

Primeiramente, optou-se pela identificação apenas do desbalanceamento. Para isso, foram necessárias dois tipos de medições: os sinais contendo as vibrações residuais do rotor e as respostas totais contendo o desbalanceamento a ser identificado. Como os rotores foram considerados sistemas lineares, a resposta de vibração total pode ser dada como sendo a soma vetorial entre a resposta residual e a resposta ao desbalanceamento induzido. Os resultados obtidos são considerados como bons, já que os resultados experimentais contêm erros da ordem de 22% para o rotor Laval, estando coerente com outras referências pesquisadas, e 50% para o rotor com dois discos. Os resultados foram melhores para o rotor

Laval, já que o rotor com dois discos representa um sistema dinâmico mais complexo, já que existem dois planos de desbalanceamento.

Diferenças na rotação do rotor foram observadas para o mesmo valor nominal mostrado no inversor de frequência. Esse fato ajuda a explicar os erros obtidos na identificação experimental do desbalanceamento das duas bancadas.

A identificação do empeno não é um assunto muito vasto na literatura como é a determinação do desbalanceamento. São dois fenômenos que ocorrem síncronos com a rotação e, portanto, difíceis de terem seus efeitos separados um do outro.

Dessa forma, os resultados apresentados nesta tese são considerados satisfatórios diante do que foi comentado anteriormente, já que os erros experimentais, para o rotor Laval, estão na ordem de 25% para a amplitude do desbalanceamento e sua respectiva fase. Alguns casos apresentaram maiores desvios. Para o rotor com dois discos, o valor médio no desvio foi de 30% e, dos onze casos estudados, apenas três apresentaram erros maiores.

O método proposto foi capaz de quantificar, localizar e separar o desbalanceamento e o empeno de eixo com relativa precisão nas duas bancadas experimentais propostas, sendo que, para um sistema mais simples (rotor Laval), os resultados foram mais precisos.

O rotor com dois discos apresentou resultados de identificação menos precisos, porém são considerados coerentes ante a complexidade dinâmica do problema. Os empenos foram identificados no quadrante esperado e os desbalanceamentos dão uma boa ideia inicial dos valores envolvidos. Não é possível comparar os resultados obtidos com a literatura, já que os trabalhos abordam, em sua grande maioria, rotores simples (Laval) e a presença do empeno é estudada de forma qualitativa.

Por se tratar de uma metodologia de identificação no domínio do tempo, a correta determinação das fases dos sinais é essencial para os bons resultados gerados pelo estimador. Erros na determinação da fase geram grandes divergências na identificação dos parâmetros de falha do rotor.

No contexto da área de identificação de falhas em rotores, a maior contribuição desta tese é a apresentação e validação teórico-experimental de uma nova técnica de identificação baseada na equação matricial de Lyapunov e em análise de correlações. Foram estudados dois fenômenos síncronos à rotação e, portanto, difíceis de serem separados e quantificados. O método obteve êxito em separar e identificar o desbalanceamento e o empeno de eixo, que ocorrem simultaneamente nas bancadas experimentais. Outras contribuições merecem ser destacadas: a) modelagem do empeno em coordenadas de rotação utilizando um modelo complexo do rotor baseado em elementos finitos. Os trabalhos que abordam empeno de eixo geralmente utilizam modelos matemáticos simples de 2 graus de liberdade de translação para descrever apenas o rotor Laval; b) a subtração de sinais mostrou ser uma boa abordagem para identificação apenas do desbalanceamento; c) abordagem quantitativa do empeno de eixo. A grande maioria dos trabalhos sobre o assunto traz uma análise qualitativa e não se preocupa com a identificação do empeno; d) o uso de técnicas heurísticas de otimização para ajuste do modelo do rotor, e) o uso de técnicas de redução de ordem de modelo na identificação de falhas em sistemas rotativos.

10.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como continuidade deste trabalho, alguns tópicos são sugeridos:

- Estudo de outras técnicas de redução de ordem de modelo, que passam desde técnicas de coordenadas físicas que incluem o efeito do amortecimento às técnicas de coordenadas não físicas;
- Estudo de outros tipos de falha: desalinhamento, roçamento, etc.;
- Investigação mais detalhada da bancada de dois discos, já que ela apresenta vibrações e ruídos não observados no rotor Laval, principalmente em baixas rotações;
- Melhoria do sistema de *trigger* para trazer maior precisão nas fases dos sinais medidos, possibilitando maior sincronismo dos sinais medidos;
- Melhoria do sistema de controle de rotação do rotor.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, C. A. **Modelagem de Sistemas Dinâmicos Através da Síntese Modal de Componentes**. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, p. 156. 1998. Tese (Doutorado).

AVITABILE, P. Model Reduction Techniques. **Mechanical Engineering Department - University of Massachusetts Lowell**. Disponível em: <http://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/Model_Reduction_061904.pdf>. Acesso em: 30 Junho 2013.

BACHSCHMID, N.; PENNACCHI, P.; VANIA, A. Identification of Multiple Faults in Rotor Systems. **Journal of Sound and Vibration**, v. 254, n. 2, p. 327-366, 2002.

BAI, Z. Krylov Subspace Techniques for Reduced-Order Modeling of Large-Scale Dynamical Systems. **Applied Numerical Mathematics**, v. 43, p. 9-44, 2002.

BESSELINK, B. et al. A Comparison of Model Reduction Techniques from Structural Dynamics, Numerical Mathematics and Systems and Control. **Journal of Sound and Vibration**, v. 332, p. 4403-4422, 2013.

BIN, G. F. et al. Early Fault Diagnosis of Rotating Machinery based on Wavelet Packets - Empirical Mode Decomposition Feature Extraction and Neural Network. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 27, p. 696-711, 2012.

BRAUT, S.; ZIGULIC, R.; BUTKOVIC, M. Numerical and Experimental Analysis of a Shaft Bow Influence on a Rotor to Stator Contact Dynamics. **Journal of Mechanical Engineering**, v. 54, p. 693-706, 2008.

CASTRO, H. F. et al. Identification of Unbalance Forces by Metaheuristic Search Algorithms. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 24, p. 1785-1798, 2010.

CAVALINI JÚNIOR, A. P. **Detecção e Identificação de Trincas Transversais Incipientes em Eixos Horizontais Flexíveis de Máquinas Rotativas**. Programa de Pós-

Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 246. 2013. Tese (Doutorado).

CHATZISAVVAS, I.; DOHNAL, F. Unbalance Identification using the Least Angle Regression Technique. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 50-51, p. 706-717, 2015.

CHEN, C. S.; CHEN, J. S. Rotor Fault Diagnostics System Based on sGA-Based Individual Neural Networks. **Expert Systems with Applications**, v. 38, p. 10822-10830, 2011.

CHIARELLO, A. G. **Detecção e Localização de Falhas em Sistemas Mecânicos Estacionários através de Funções de Correlação**. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, p. 158. 1998. Tese (Doutorado).

CRAIG, R. R. Substructure Methods in Vibration. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 117, n. B, p. 207-213, 1995.

CRAIG, R. R.; BAMPTON, M. C. C. Coupling of Substructures for Dynamic Analyses. **AIAA Journal**, v. 6, n. 7, p. 1313-1319, 1968.

DARPE, A. K.; GUPTA, K.; CHAWLA, A. Dynamics of a Bowed Rotor with a Transverse Surface Crack. **Journal of Sound and Vibration**, v. 296, p. 888-907, 2006.

DAS, A. S.; DUTT, J. K. A Reduced Rotor Model using Modified SEREP Approach for Vibration Control of Rotors. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 26, p. 167-180, 2012.

EDUARDO, A. C. **Diagnóstico de Defeitos em Sistemas Mecânicos Rotativos através da Análise de Correlações e Redes Neurais Artificiais**. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, p. 138. 2003. Tese (Doutorado).

FLACK, R. D.; ROOKE, J. H. A Theoretical-Experimental Comparison of the Synchronous Response of a Bowed Rotor in Five Different Sets of Fluid Film Bearings. **Journal of Sound and Vibration**, v. 73, n. 4, p. 505-517, 1980.

FRISWELL, M. I. et al. **Dynamics of Rotating Machines**. New York: Cambridge University Press, 2010.

FRISWELL, M. I.; GARVEY, S. D.; PENNY, J. E. T. Model Reduction using Dynamic and Iterated IRS Techniques. **Journal of Sound and Vibration**, v. 186, n. 2, p. 311-323, 1995.

FRISWELL, M. I.; GARVEY, S. D.; PENNY, J. E. T. The Convergence of the Iterated IRS Method. **Journal of Sound and Vibration**, v. 211, n. 1, p. 123-132, 1998.

FRISWELL, M. I.; PENNY, J. E. T.; GARVEY, S. D. The Application of the IRS and Balanced Realization Methods to Obtain Reduced Models of Structures with Local Non-Linearities. **Journal of Sound and Vibration**, v. 196, n. 4, p. 453-468, 1996.

GANINE, V. et al. Parameterized Reduced Order Modeling of Misaligned Stacked Disks Rotor Assemblies. **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, p. 445-460, 2011.

GENTA, G. **Dynamics of Rotating Systems**. New York: Springer, 2005.

GUYAN, R. J. Reduction of Stiffness and Mass Matrices. **AIAA Journal**, v. 3, n. 2, p. 380, 1965.

HAN, J. S. Krylov Subspace-Based Model Order Reduction for Campbell Diagram Analysis of a Large-Scale Rotordynamic Systems. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 50, n. 1, p. 19-36, 2014.

IRONS, B. Structural Eigenvalue Problems: Elimination of Unwanted Variables. **AIAA Journal**, v. 3, n. 5, 1965.

ISERMANN, R. Supervision, Fault-Detection and Fault-Diagnosis Methods - an Introduction. **Control Engineering Practice**, v. 5, n. 5, p. 639-652, 1997.

ISERMANN, R. et al. Comparison of Six On-Line Identification and Parameter Estimation Methods. **Automatica**, v. 10, p. 81-103, 1974.

JAIN, J. R.; KUNDRA, T. K. Model Based Online Diagnosis of Unbalance and Transverse Fatigue Crack in Rotor Systems. **Mechanics Research Communications**, v. 31, p. 557-568, 2004.

JALAN, A. K.; MOHANTY, A. R. Model Based Fault Diagnosis of a Rotor-Bearing System for Misalignment and Unbalance under Steady-State Condition. **Journal of Sound and Vibration**, v. 327, p. 604-622, 2009.

KANG, C. H. et al. Dynamic Analysis of Gear-Rotor System with Viscoelastic Supports under Residual Shaft Bow Effect. **Mechanism and Machine Theory**, v. 46, p. 264-275, 2011.

KHULIEF, Y. A.; MOHIUDDIN, M. A. On the Dynamic Analysis of Rotors using Modal Reduction. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 26, p. 41-55, 1997.

KOUTSOVASILIS, P. **Model Order Reduction in Structural Mechanics: Coupling the Rigid and Elastic Multi Body Dynamics**. Institut für Bahnfahrzeuge und Bahntechnik, Technische Universität Dresden. Dresden, p. 178. 2009. PhD Thesis.

KRENEK, K.; EID, R.; LOHMANN, B. **Model Order Reduction of Rotordynamical Systems**. Proceedings of the 18th IFAC World Congress. Milano: [s.n.], 2011. p. 3581-3586.

LAL, M.; TIWARI, R. Multi-Fault Identification in Simple Rotor-Bearing-Coupling Systems Based on Forced Response Measurements. **Mechanism and Machine Theory**, v. 51, p. 87-109, 2012.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics Prediction in Engineering**. 1st. ed. West Sussex: John Wiley & Sons, 1990.

LEES, A. W.; SINHA, J. K.; FRISWELL, M. I. Model-Based Identification of Rotating Machines. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, p. 1884-1893, 2009.

LOBATO, F. S. **Otimização Multi-Objetivo para o Projeto de Sistemas de Engenharia**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 354. 2008. Tese (Doutorado).

MARKERT, R.; PLATZ, R.; SEIDLER, M. Model Based Fault Identification in Rotor Systems by Least Squares Fitting. **International Journal of Rotating Machinery**, v. 7, n. 5, p. 311-321, 2001.

MELSA, J. L.; SAGE, A. P. Linear System Response to Stochastic Processes. In: _____ **An Introduction to Probability and Stochastic Processes**. [S.l.]: Prentice-Hall, 1973. Cap. 6, p. 245-299.

MOHIUDDIN, M. A.; BETTAYEB, M.; KHULIEF, Y. A. Dynamic Analysis and Reduced Order Modelling of Flexible Rotor-Bearing Systems. **Computers and Structures**, v. 69, p. 349-359, 1998.

MOORE, B. C. Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability, and Model Reduction. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 26, n. 1, p. 17-32, 1981.

NANDI, A. Reduction of Finite Element Equations for a Rotor Model on Non-Isotropic Spring Support in a Rotating Frame. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 40, p. 935-952, 2004.

NELSON, H. D. A Finite Shaft Element using Timoshenko Beam Theory. **Journal of Mechanical Design**, 102, 1980. 793-803.

NELSON, H. D. Steady Synchronous Response and Balancing of Rotor Systems with Residual Shaft Bow. **International Journal of Rotating Machinery**, v. 8, n. 6, p. 431-438, 2002.

NICHOLAS, J. C.; GUNTER, E. J.; ALLAIRE, P. E. Effect of Residual Shaft Bow on Unbalance Response and Balancing of a Single Mass Flexible Rotor. Part 1: Unbalance Response. **Journal of Engineering for Power**, p. 171-189, 1976.

NICHOLAS, J. C.; GUNTER, E. J.; ALLAIRE, P. E. Effect of Residual Shaft Bow on Unbalance Response and Balancing of a Single Mass Flexible Rotor. Part II: Balancing. **Journal of Engineering for Power**, p. 182-189, 1976.

O'CALLAHAN, J. C. **A Procedure for an Improved Reduction System (IRS) Model**. Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference. Las Vegas: [s.n.]. 1989. p. 17-21.

O'CALLAHAN, J. C.; AVITABILE, P.; RIEMER, R. **System Equivalent Reduction Expansion Process (SEREP)**. Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference. Las Vegas: [s.n.]. 1989. p. 29-37.

OGATA, K. Análise de sistemas de controle no espaço de estados. In: _____ **Engenharia de Controle Moderno**. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2003. Cap. 11, p. 616-649.

PAZ, M. Dynamic Condensation. **AIAA Journal**, v. 22, n. 5, p. 724-727, 1984.

PEDERIVA, R. **Identificação Paramétrica de Sistemas Mecânicos Excitados Estocasticamente**. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, p. 110. 1992. Tese (Doutorado).

PENNACCHI, P. et al. Use of Modal Representation for the Supporting Structure in Model-Based Fault Identification of Large Rotating Machinery: part 1 - Theoretical Remarks. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 20, n. 3, p. 662-681, 2006.

PENNACCHI, P.; VANIA, A.; BACHSCHMID, N. Increasing the Robustness of Fault Identification in Rotor Dynamics by means of M-Estimators. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 21, n. 8, p. 3003-3029, 2007.

PRICE, K. V.; STORN, R. M.; LAMPINEN, J. A. The Differential Evolution Algorithm. In: _____ **Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization**. Berlin: Springer-Verlag, 2005. Cap. 2, p. 37-134.

QU, Z. Q. **Model Order Reduction Techniques: with Applications in Finite Element Analysis**. London: Springer-Verlag, 2004.

RADES, M. **Dynamics of Machinery**. Bucharest: Editura Printech, v. I, 2007.

RADES, M. **Dynamics of Machinery**. Bucharest: Editura Printech, v. II, 2009.

RAO, J. S. A Note on Jeffcott Warped Rotor. **Mechanism and Machine Theory**, v. 36, p. 563-575, 2001.

ROETHER, F.; PEDERIVA, R. Identifikation Mechanischer Systeme Mittels Korrelationsanalyse. **Z. Angew. Math. Mech.**, v. 66, 1986.

SAHINKAYA, M. N. et al. Multiple Sliding and Rolling Contact Dynamics for a Flexible Rotor/Magnetic Bearing System. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 12, n. 2, p. 179-189, 2007.

SANCHES, F. D. **Identificação de Parâmetros de Mancal através de Análise de Correlações**. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, p. 94. 2008. Dissertação (Mestrado).

SANCHES, F. D.; PEDERIVA, R. **Identification of the Unbalance using Correlation Analysis and Unbalance Responses**. Proceedings of the 8th IFToMM International Conference on Rotordynamics. Seoul: [s.n.]. 2010. p. 1-8.

SANCHES, F. D.; PEDERIVA, R. **Multi Faults Estimation in Rotor Systems using Correlation Analysis**. Proceedings of the 21st International Congress of Mechanical Engineering - COBEM. Natal: [s.n.]. 2011. p. 1-10.

SANCHES, F. D.; PEDERIVA, R. **Rotor Faults Identification using Correlation Analysis and Model Order Reduction**. Proceedings of the 22nd International Congress of Mechanical Engineering - COBEM. Ribeirão Preto: [s.n.]. 2013. p. 1-10.

SANCHES, F. D.; PEDERIVA, R. **Experimental Unbalance Identification by Means of Correlation Analysis and Model Order Reduction**. Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics. Milan: [s.n.]. 2014. p. 1-10.

SCHOUKENS, J.; PINTELON, R.; ROLAIN, Y. **The Time Domain Identification, Frequency Domain Identification. Equivalencies! Differences?** Proceedings of the 2004 American Control Conference. Boston: [s.n.]. 2004. p. 661-666.

SEKHAR, A. S. Identification of Unbalance and Crack Acting Simultaneously in a Rotor System: Modal Expansion versus Reduced Basis Dynamic Expansion. **Journal of Vibration and Control**, v. 11, n. 9, p. 1125-1145, 2005.

SHAFAI, B.; CARROLL, R. L. Comments on "On the Application of Matrix Generalized Inverses to the Design of Observer for Time-Varying and Time-Invariant Linear Systems". **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. AC-29, n. 12, p. 1125-1126, 1984.

SHIAU, T. N.; LEE, E. K. The Residual Shaft Bow Effect on Dynamic Response of a Simply Supported Rotor with Disk Skew and Mass Unbalances. **Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design**, v. 111, p. 170-178, 1989.

SILVA, G. M. **Deteção de Falhas em Rotores Sustentados por Mancais Magnéticos Ativos**. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, p. 96. 2006. Tese (Doutorado).

SINHA, J. K.; FRISWELL, M. I.; LEES, A. W. The Identification of the Unbalance and the Foundation Model of a Flexible Rotating Machine from a Single Run-Down. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 16, n. 2-3, p. 255-271, 2002.

SINHA, J. K.; LEES, A. W.; FRISWELL, M. I. Estimating Unbalance and Misalignment of a Flexible Rotating Machine from a Single Run-Down. **Journal of Sound and Vibration**, v. 272, p. 967-989, 2004.

SONG, G. F. et al. Theoretical-Experimental Study on a Rotor with a Residual Shaft Bow. **Mechanism and Machine Theory**, v. 63, p. 50-58, 2013.

STEPHENSON, R. W.; ROUCH, K. W. Modeling Rotating Shafts using Axisymmetric Solid Finite Elements with Matrix Reduction. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 115, n. 4, p. 484-489, 1993.

STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution: a Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces. **International Computer Science Institute**, v. 12, n. 1, p. 1-16, 1995.

STRINGER, D. B.; SHETH, P. N.; ALLAIRE, P. E. Modal Reduction of Geared Rotor Systems with General Damping and Gyroscopic Effects. **Journal of Vibration and Control**, v. 17, n. 7, p. 975-987, 2010.

SUDHAKAR, G. N. D. S.; SEKHAR, A. S. Identification of Unbalance in a Rotor Bearing System. **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, p. 2299-2313, 2011.

TIWARI, R.; CHAKRAVARTHY, V. Simultaneous Estimation of the Residual Unbalance and Bearing Parameters from the Experimental Data in a Rotor-Bearing System. **Mechanism and Machine Theory**, v. 444, p. 792-812, 2009.

TIWARI, R.; CHOUGALE, A. Identification of Bearing Dynamic Parameters and Unbalance States in a Flexible Rotor System fully Levitated on Active Magnetic Bearings. **Mechatronics**, v. 24, p. 274-286, 2014.

VANIA, A.; PENNACCHI, P. Experimental and Theoretical Application of Fault Identification Measures of Accuracy in Rotating Machine Diagnostics. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 18, p. 329-352, 2006.

VANIA, A.; PENNACCHI, P.; CHATTERTON, S. **Identification of a Shaft Thermal Bow by Means of Model-Based Diagnostic Techniques**. Proceedings of International Conference Surveillance 7. Chatres: [s.n.]. 2013. p. 1-11.

WAGNER, M. B. et al. Model Reduction Methods for Rotor Dynamic Analysis: A Survey and Review. **International Journal of Rotating Machinery**, p. 1-17, 2010. ISSN doi:10.1155/2010/273716.

WALKER, R. B. et al. Unbalance Localization through Machine Nonlinearities using an Artificial Neural Network Approach. **Mechanism and Machine Theory**, v. 75, p. 54-66, 2014.

WALKER, R.; PERINPANAYAGAM, S.; JENNIONS, I. K. Rotordynamics Faults: Recent Advances in Diagnosis and Prognosis. **International Journal of Rotating Machinery**, v. 2013, p. 1-12, 2013. DOI 10.1155/2013/856865.

A. APÊNDICE A – OTIMIZAÇÃO HEURÍSTICA PELO MÉTODO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

As técnicas de otimização heurísticas são baseadas em modelos de evolução biológica e são muito usadas devido à sua simplicidade conceitual e versatilidade na resolução de problemas reais (Lobato, 2008).

O método de evolução diferencial (DE) foi proposto por Storn e Price (1995). Essa metodologia não tenta simular a teoria de Darwin sobre a evolução das espécies, mas apresenta uma concepção puramente matemática, baseada em operações vetoriais, para gerar novos indivíduos da amostra (Lobato, 2008). A Figura A.1 apresenta a fundamentação teórica do método DE.

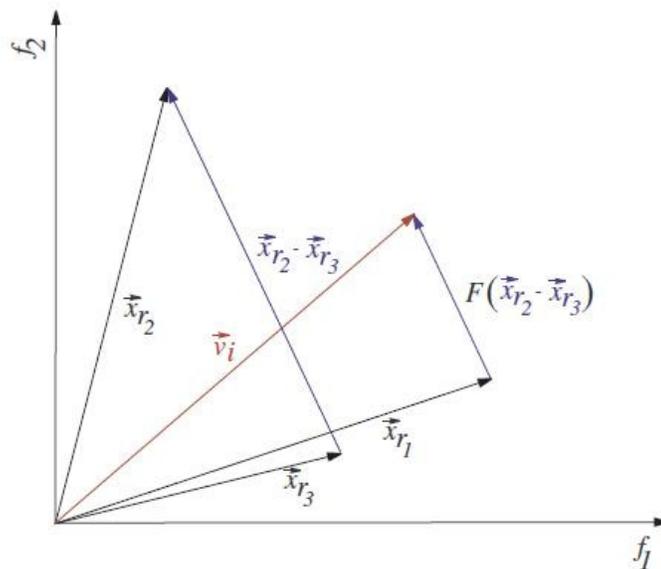


Figura A.1: Fundamentação teórica do algoritmo DE (Lobato, 2008)

A partir de três vetores \vec{x}_{r_1} , \vec{x}_{r_2} e \vec{x}_{r_3} , são escolhidos aleatoriamente dois deles e realizada a subtração destes vetores. O resultado é multiplicado por um escalar F , gerando um novo vetor de intensidade diferente em relação ao vetor original, que será adicionado ao vetor \vec{x}_{r_1} , fornecendo o vetor \vec{v}_i , ou seja, gerando um novo indivíduo (Lobato, 2008).

No algoritmo da DE, o processo de otimização é feito nas seguintes etapas (Lobato, 2008 e Cavalini Júnior, 2013):

- a) Uma população inicial é gerada, de modo que as variáveis estejam dentro dos limites estabelecidos pelo projetista (espaço de projeto);
- b) Seleciona-se, de forma aleatória, um indivíduo para ser substituído. Três diferentes indivíduos são selecionados como pais (genitores), sendo que um deles é o genitor principal;
- c) Adiciona-se ao valor do genitor principal a diferença entre as outras duas variáveis ponderada por uma taxa de perturbação F , representando o operador de cruzamento no método DE;
- d) É aplicado um operador de cruzamento na DE, realizado segundo uma probabilidade de cruzamento CR ;
- e) Se o vetor resultante apresentar uma função (*fitness*) melhor que a do genitor principal, ele o substitui. Caso contrário, o genitor é mantido na população.

Formulação Matemática

A população inicial com p indivíduos é gerada de forma aleatória e é descrita por uma matriz de ordem $p \times n_p$, onde n_p representa o número de variáveis de projeto de um indivíduo p . A população inicial é dada por:

$$P_{DE} = [x_\alpha \quad x_\beta \quad \dots \quad x_p]^T \quad (\text{A.1})$$

Cada indivíduo é dado em função de n_p variáveis de projeto:

$$x_p = [\chi_1 \quad \chi_2 \quad \dots \quad \chi_{n_p}]^T \quad (\text{A.2})$$

e é determinado da seguinte maneira:

$$x_p = l^l(x_p) + R_{noise} [l^U(x_p) - l^l(x_p)] \quad (\text{A.3})$$

onde $l^l(x_p)$ e $l^U(x_p)$ representam os limites inferior e superior do espaço de trabalho definido, respectivamente. R_{noise} é um vetor de ruído branco normalmente distribuído no intervalo de $[0,1]$.

A mutação a ser realizada na escolha do vetor x_p , itens b e c, pode ser feita de duas maneiras: 1) aleatória (x_{rand}) e 2) associada à escolha da melhor função de adaptação (x_{best}). A Tabela A.1 mostra as principais estratégias de mutação usadas para a geração de candidatos em potencial propostas por Storn e Price (1995).

A convenção usada na Tabela A.1 é DE / X / Y / Z, onde X representa o vetor que será perturbado: BEST (o melhor indivíduo da população anterior), RAND (indivíduo escolhido aleatoriamente); Y é o número de pares de vetores que considerados no processo de perturbação e Z é o tipo de cruzamento feito para gerar um candidato, podendo ser BIN (binária) ou EXP (exponencial). Os subscritos α , β , γ , ρ e δ são índices escolhidos aleatoriamente na população, x_{old} é um indivíduo escolhido aleatoriamente da população na geração anterior.

Tabela A.1 Esquemas de mutação do método DE (Cavalini Júnior, 2013; Lobato, 2008).

Tipo	Equação de mutação	Estratégia
DE/BEST /1/EXP	$x_{trial} = x_{best} + F(x_{\beta} - x_{\gamma})$	1
DE/RAND/1/EXP	$x_{trial} = x_{\alpha} + F(x_{\beta} - x_{\gamma})$	2
DE/RAND-TO-BEST/2/EXP	$x_{trial} = x_{old} + F(x_{best} - x_{old} + x_{\gamma} - x_{\delta})$	3
DE/BEST/2/EXP	$x_{trial} = x_{best} + F(x_{\alpha} - x_{\beta} + x_{\gamma} - x_{\delta})$	4
DE/RAND/2/EXP	$x_{trial} = x_{\alpha} + F(x_{\rho} - x_{\beta} + x_{\gamma} - x_{\delta})$	5
DE/BEST/1/BIN	$x_{trial} = x_{best} + F(x_{\beta} - x_{\gamma})$	6
DE/RAND/1/BIN	$x_{trial} = x_{\alpha} + F(x_{\beta} - x_{\gamma})$	7
DE/RAND-TO-BEST/2/BIN	$x_{trial} = x_{old} + F(x_{best} - x_{old} + x_{\gamma} - x_{\delta})$	8
DE/BEST/2/BIN	$x_{trial} = x_{best} + F(x_{\alpha} - x_{\beta} + x_{\gamma} - x_{\delta})$	9
DE/RAND/2/BIN	$x_{trial} = x_{\alpha} + F(x_{\rho} - x_{\beta} + x_{\gamma} - x_{\delta})$	10

x_{trial} é o vetor resultante do processo de mutação.

O operador de cruzamento, item d, é dado pela equação:

$$x_{trial} = \begin{cases} x_{trialM} \\ x_{trial} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Pode-se notar que, pela equação anterior, que algumas variáveis de projeto do genitor principal são incorporadas ao vetor x_{trial} , que representa um novo indivíduo. Essa incorporação é feita segundo uma probabilidade de cruzamento CR , que deve assumir valores entre 0,1 e 1,0 (Storn e Price, 1995). O vetor x_{trialM} representa as variáveis de projeto que sofreram mutação.

Price, Storn e Lampinen (2005) afirmam que a estratégia 7 é conhecida como conhecida como Evolução Diferencial clássica e é capaz de resolver a maioria dos problemas de otimização nos quais o método será aplicado. Essa estratégia é a usada na identificação dos parâmetros de ajuste das bancadas utilizadas nesta tese.

B. APÊNDICE B – FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA USADAS NA OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DE AJUSTE DO ROTOR

Este apêndice traz todas as FRF's usadas no processo de otimização pelo método da Evolução Diferencial para a obtenção dos parâmetros físicos das bancadas usadas nesta tese.

Rotor Laval

As 18 FRF's usadas no processo de identificação estão mostradas nas figuras abaixo.

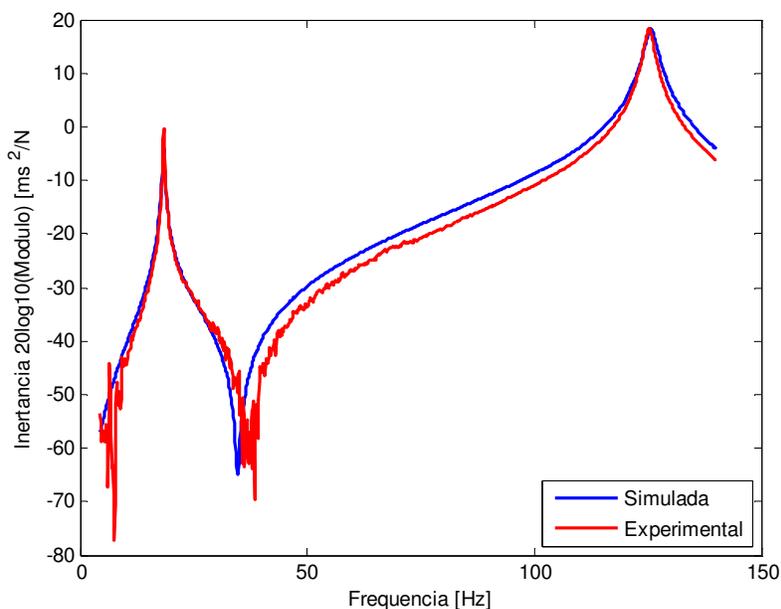


Figura B.1: FRF direção horizontal – acelerômetro no nó #2

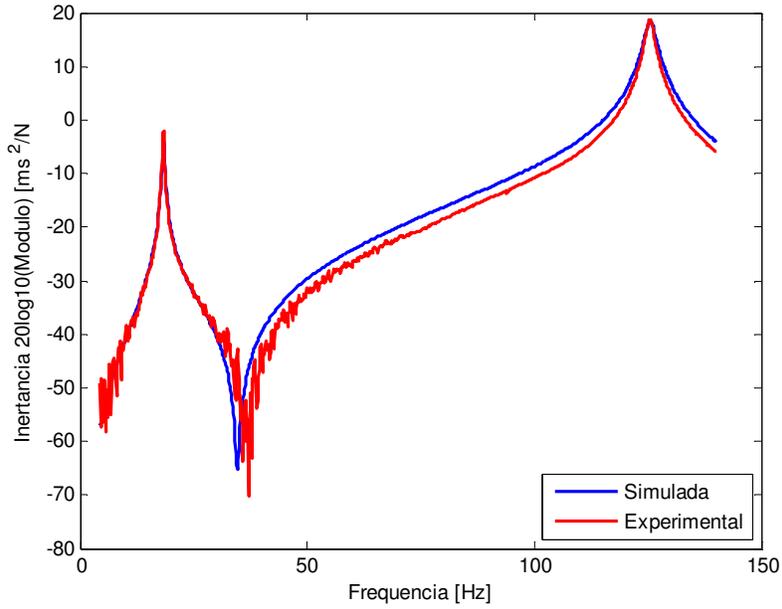


Figura B.2: FRF direção vertical – acelerômetro no nó #2

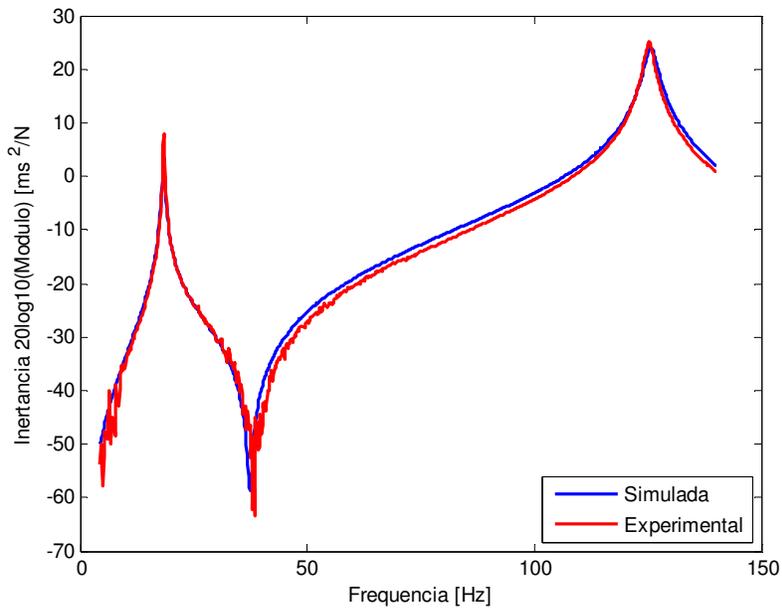


Figura B.3: FRF direção horizontal – acelerômetro no nó #3

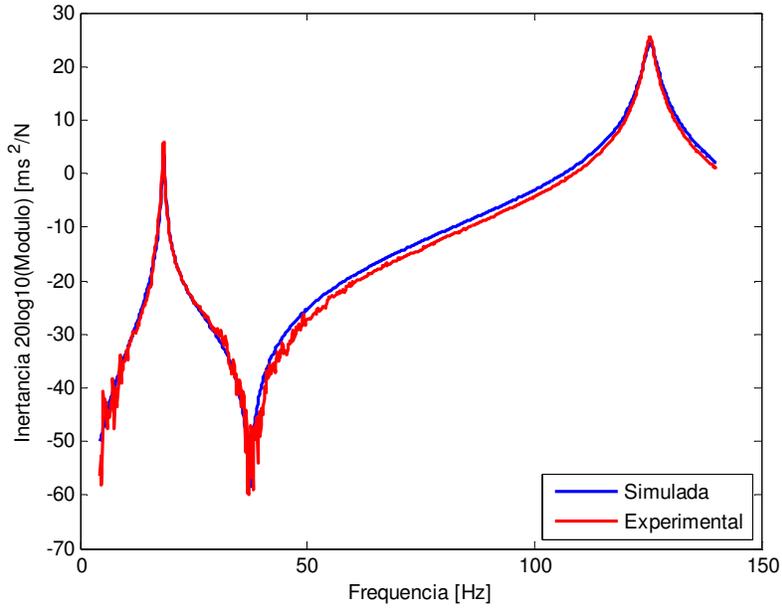


Figura B.4: FRF direção vertical – acelerômetro no nó #3

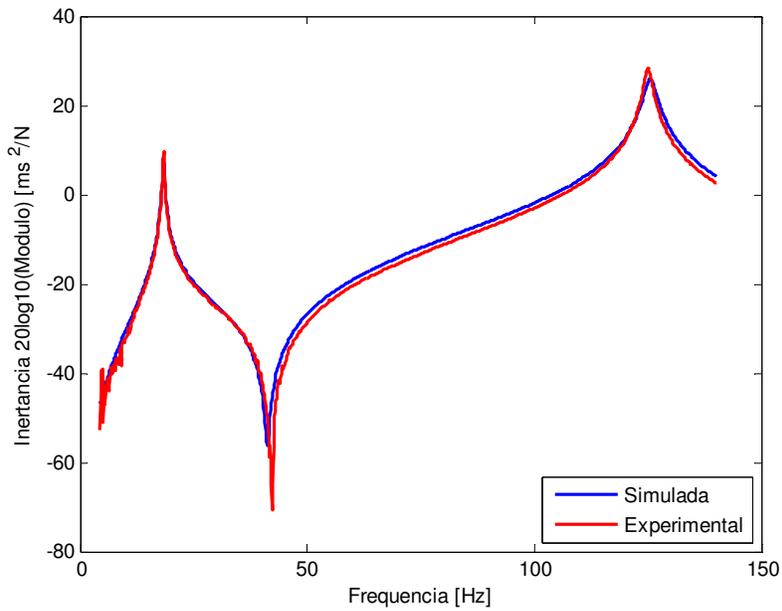


Figura B.5: FRF direção vertical – acelerômetro no nó #4

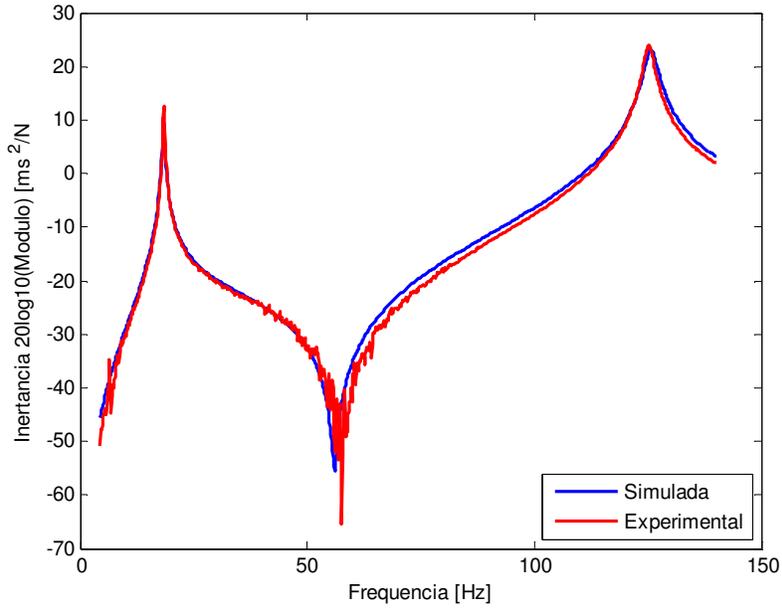


Figura B.6: FRF direção horizontal – acelerômetro no nó #5

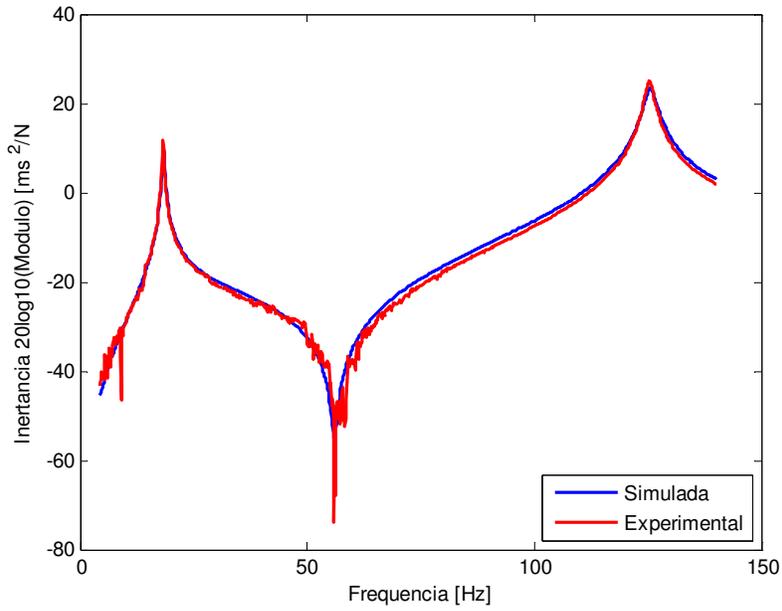


Figura B.7: FRF direção vertical – acelerômetro no nó #5

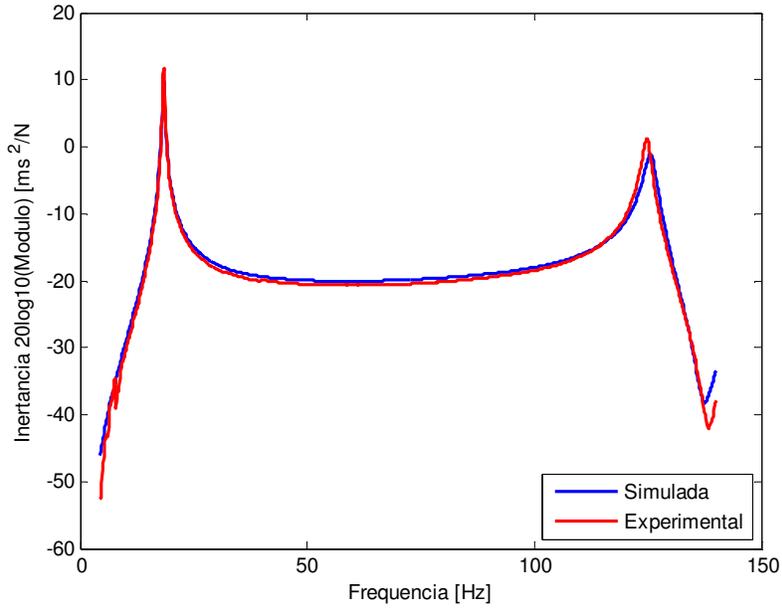


Figura B.8: FRF direção horizontal – acelerômetro no nó #6

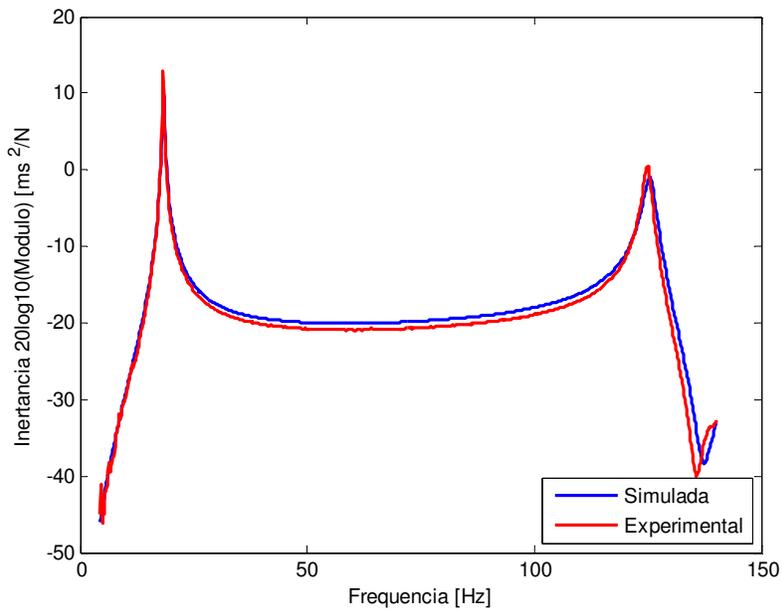


Figura B.9: FRF direção vertical – acelerômetro no nó #6

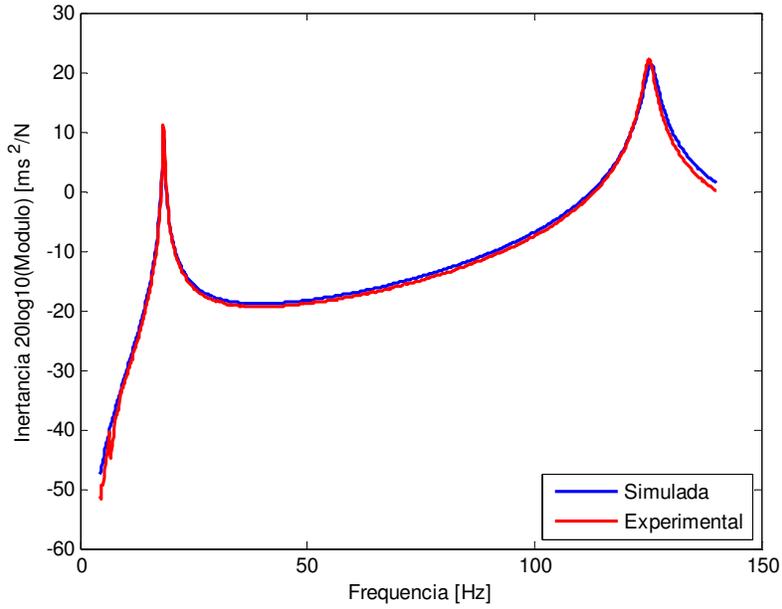


Figura B.10: FRF direção horizontal – acelerômetro no nó #7

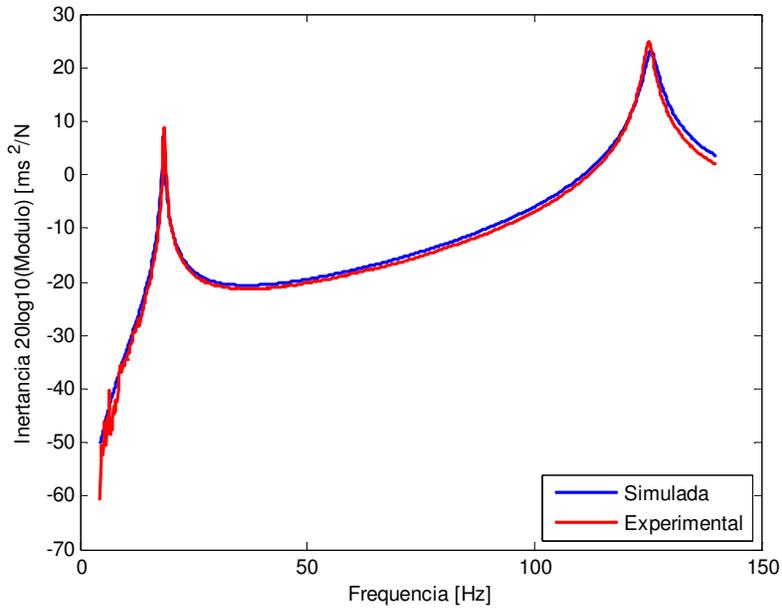


Figura B.11: FRF direção horizontal – acelerômetro no nó #8

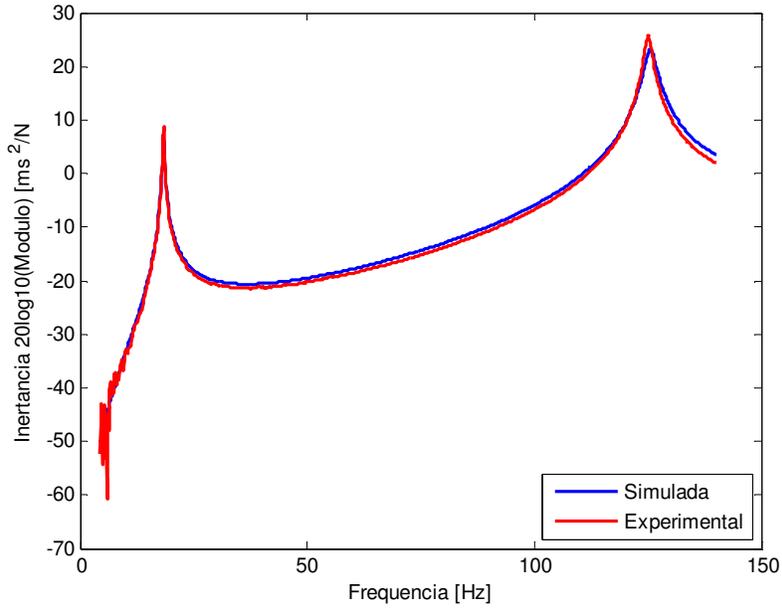


Figura B.12: FRF direção vertical – acelerômetro no nó #8

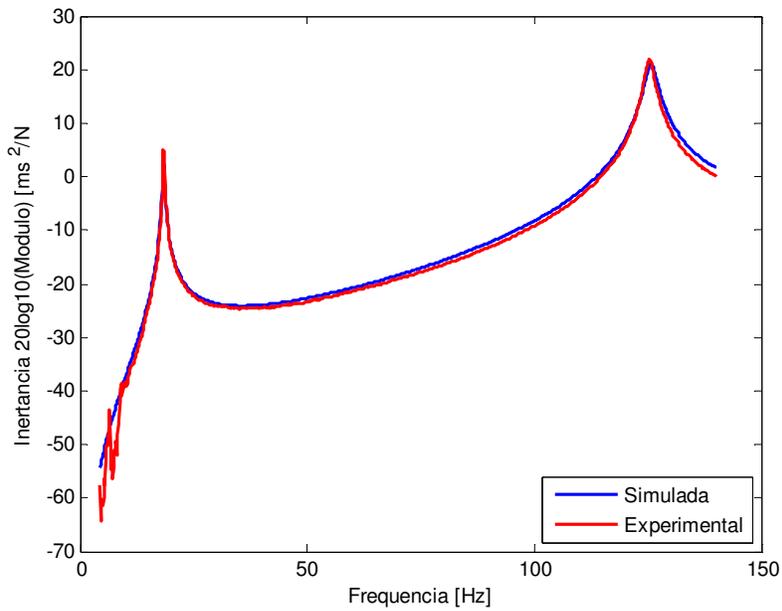


Figura B.13: FRF direção horizontal – acelerômetro no nó #9

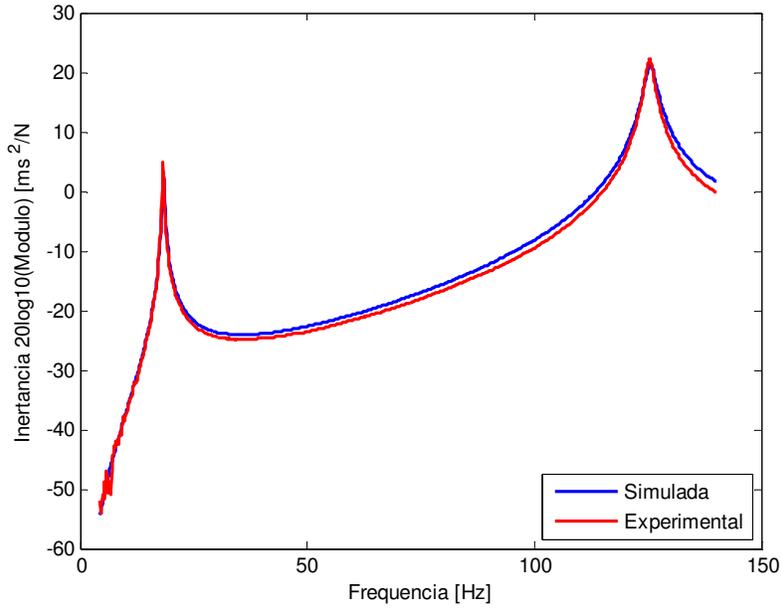


Figura B.14: FRF direção vertical – acelerômetro no nó #9

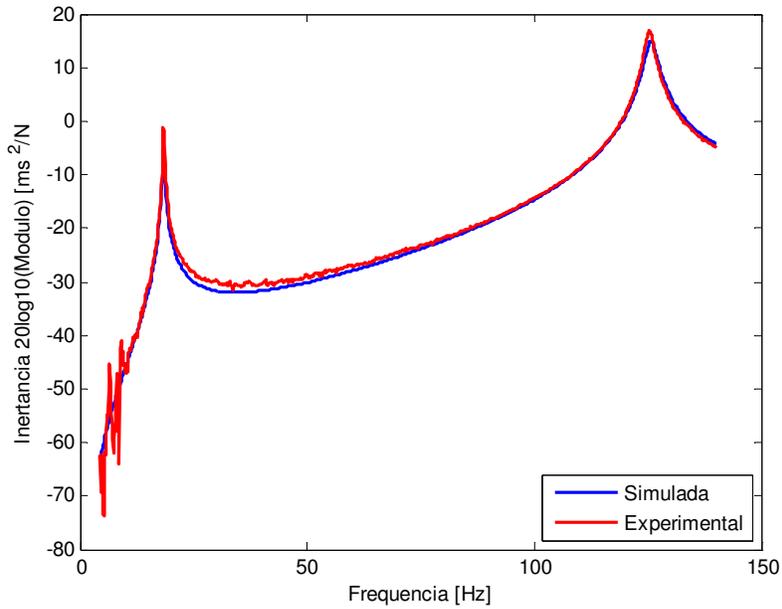


Figura B.15: FRF direção horizontal – acelerômetro no nó #10

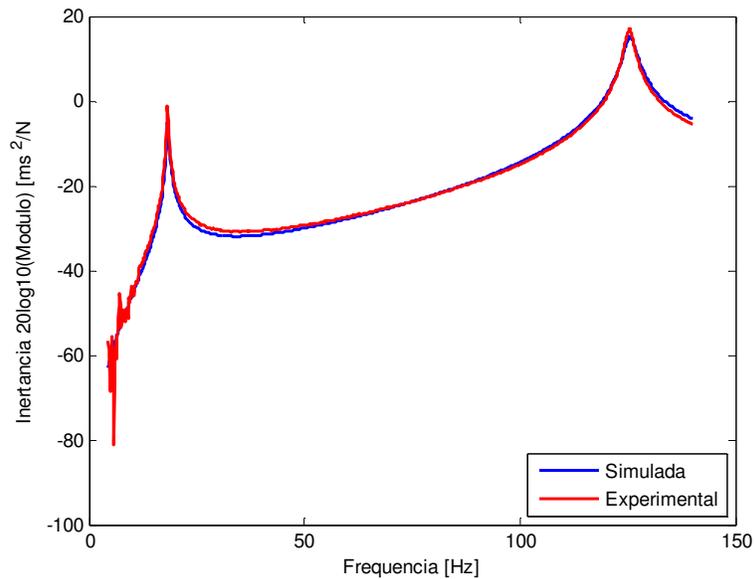


Figura B.16: FRF direção vertical – acelerômetro no nó #10

Rotor com Dois Discos

As oito FRF's usadas no ajuste do modelo matemático do rotor de dois discos estão mostradas a seguir:

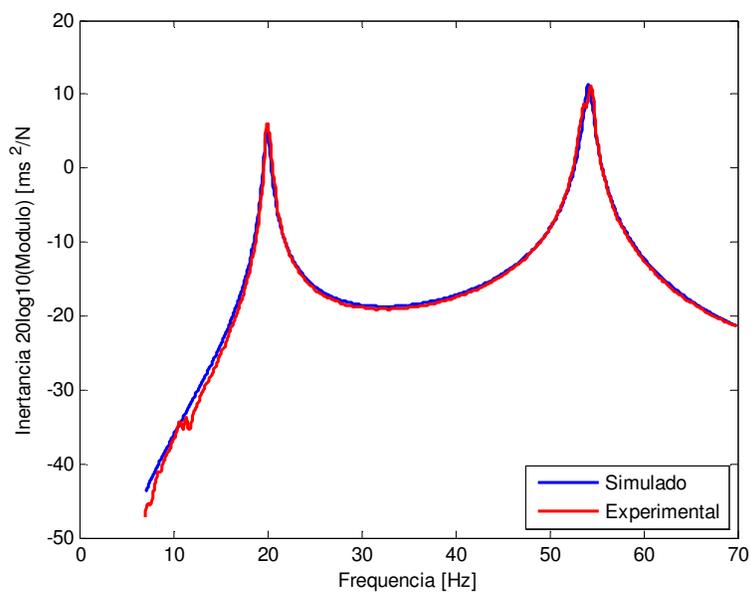


Figura B.17: FRF direção horizontal – excitação disco1, leitura disco2

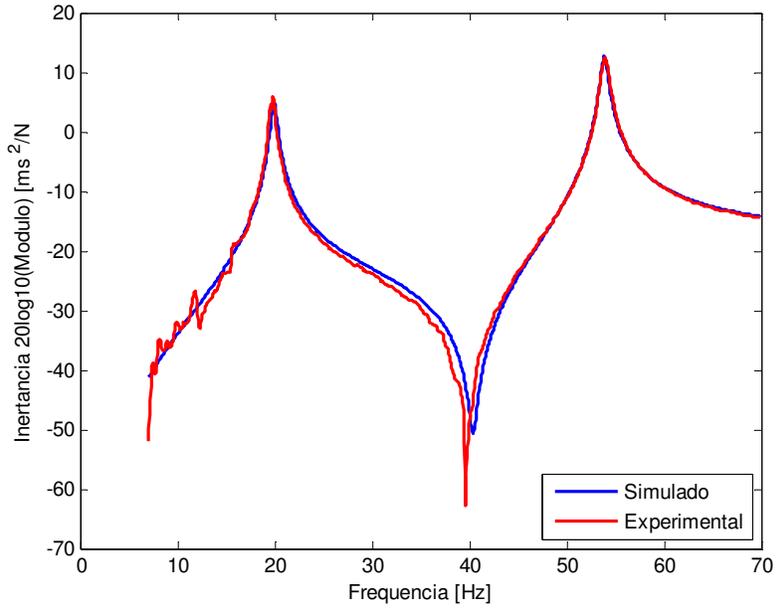


Figura B.18: FRF direção vertical – excitação disco1, leitura disco1

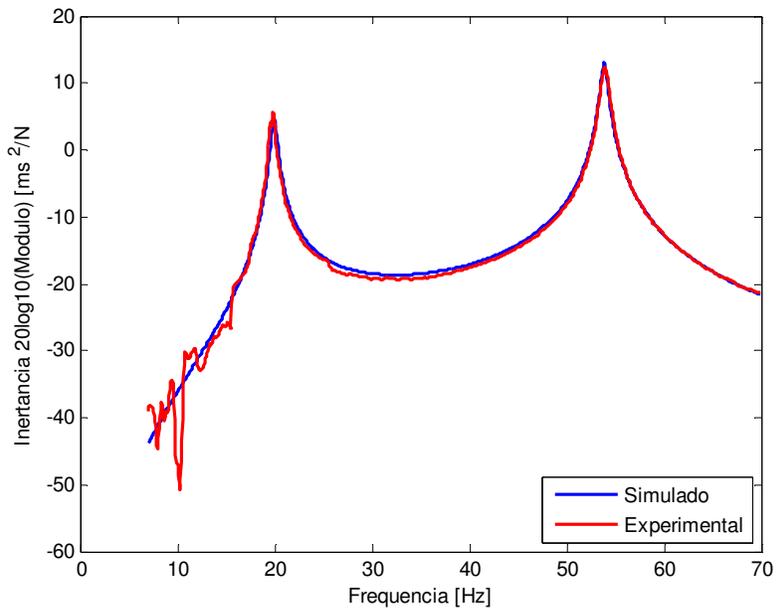


Figura B.19: FRF direção vertical – excitação disco1, leitura disco2

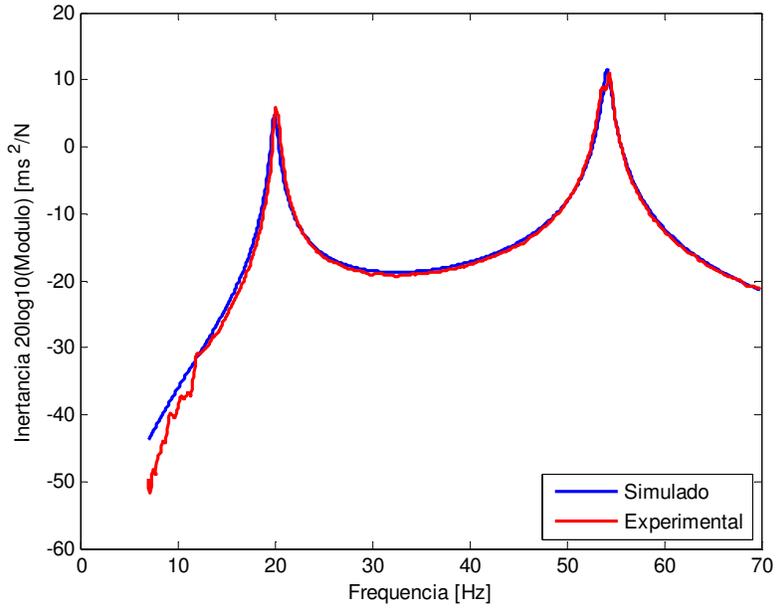


Figura B.20: FRF direção horizontal – excitação disco2, leitura disco1

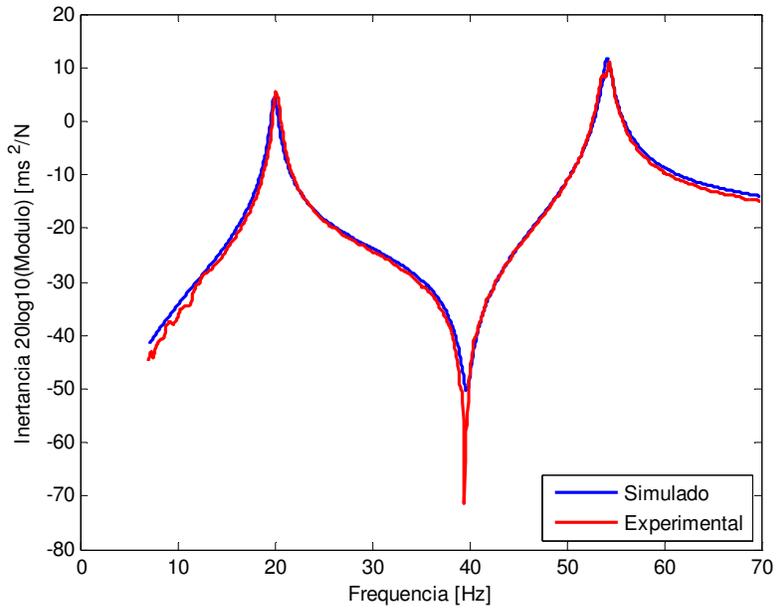


Figura B.21: FRF direção horizontal – excitação disco2, leitura disco2

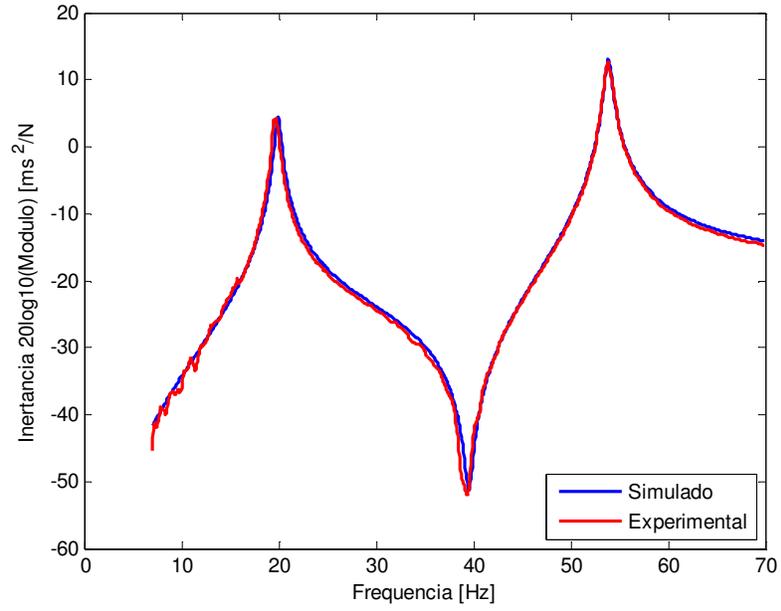


Figura B.22: FRF direção vertical – excitação disco2, leitura disco2

C. APÊNDICE C – CURVA DE CALIBRAÇÃO DOS SENSORES DE DESLOCAMENTO

Para o processo de calibração dos sensores foi usada uma fresadora CNC. Os sensores foram fixados nas pinças da fresadora e o disco estava preso à mesa móvel. Dessa forma, a distância do disco ao sensor é variada pelo curso da mesa e controlada pelo painel CNC. As curvas foram levantadas afastando-se o sensor do disco, sendo 0 Volts quando o sensor está encostado no disco. As medições de tensão foram anotadas a cada 0,5 mm de afastamento do sensor. O processo foi feito em duas etapas: a) subida, com o sensor se afastando do disco até 7 mm, e b) descida, com o sensor saindo de 6 mm e voltando para zero. A sensibilidade de cada transdutor é dada pelo coeficiente angular das retas encontradas para a faixa linear de operação de cada um dos sensores e é dada em V/mm.

Sensor 1

O levantamento da curva de comportamento da saída do sensor, em Volts, em função da distância em relação à superfície do disco é mostrado pela Figura C.1:

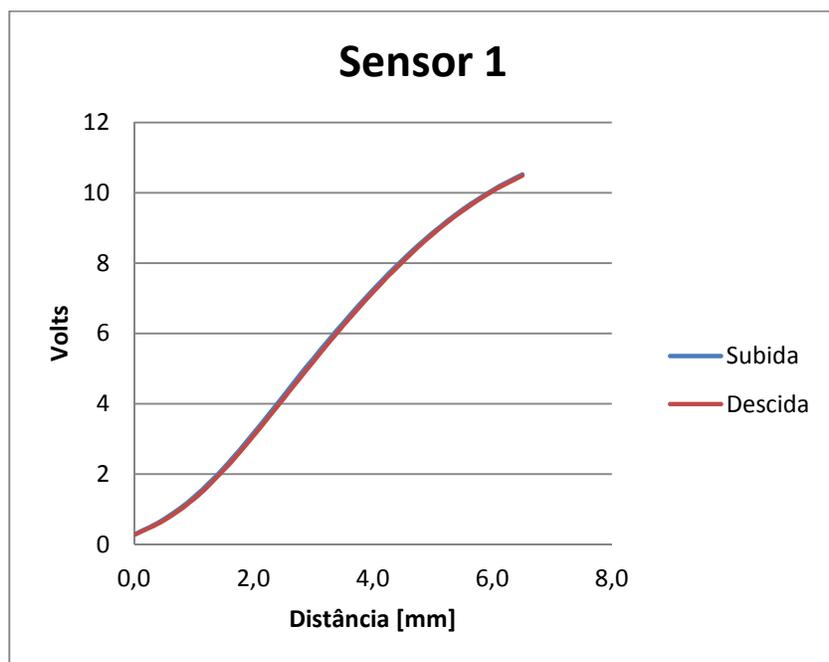


Figura C.1: Comportamento sensor 1

Pela figura acima, nota-se uma faixa linear de operação do sensor de 1,5 a 3,5 mm de distância para a superfície do disco. Através do programa *Microsoft Excel*, é possível levantar a equação da reta para este trecho na subida e descida, sendo o coeficiente angular da reta a sensibilidade do sensor. O resultado está mostrado na Figura C.2:

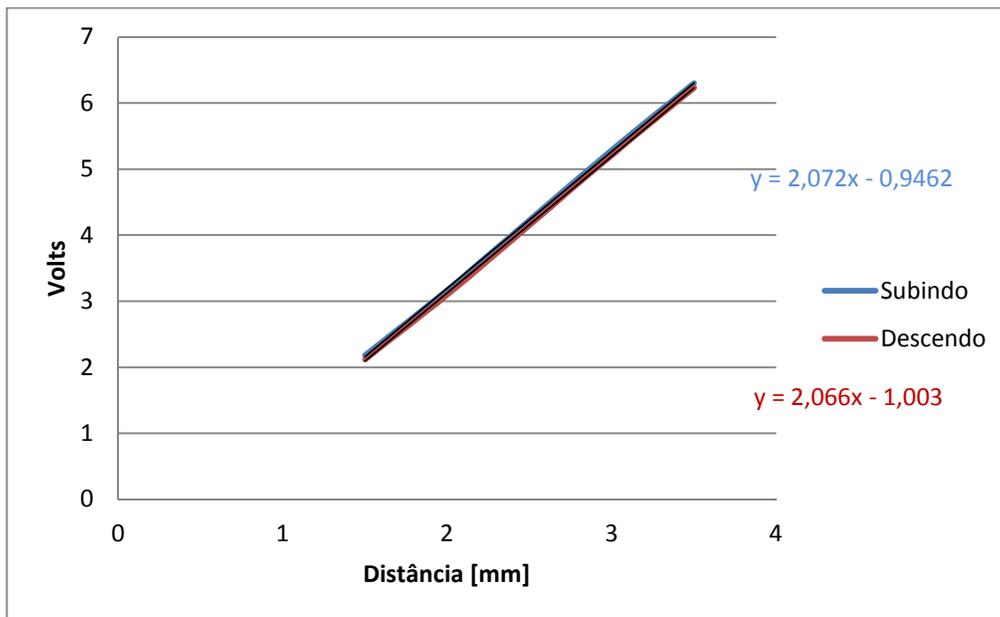


Figura C.2: Curva de calibração sensor 1

Sensor 2

O levantamento da curva de comportamento da saída do sensor, em Volts, em função da distância em relação à superfície do disco é mostrado pela Figura C.3:

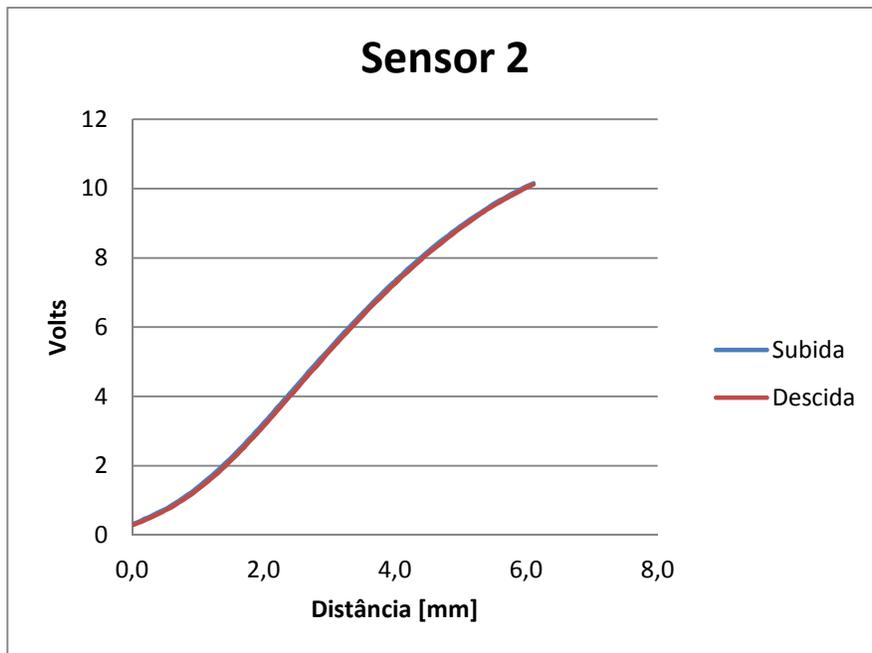


Figura C.3: Comportamento sensor 2

A faixa linear do sensor 2 também está no intervalo de 1,5 a 3,5 mm:

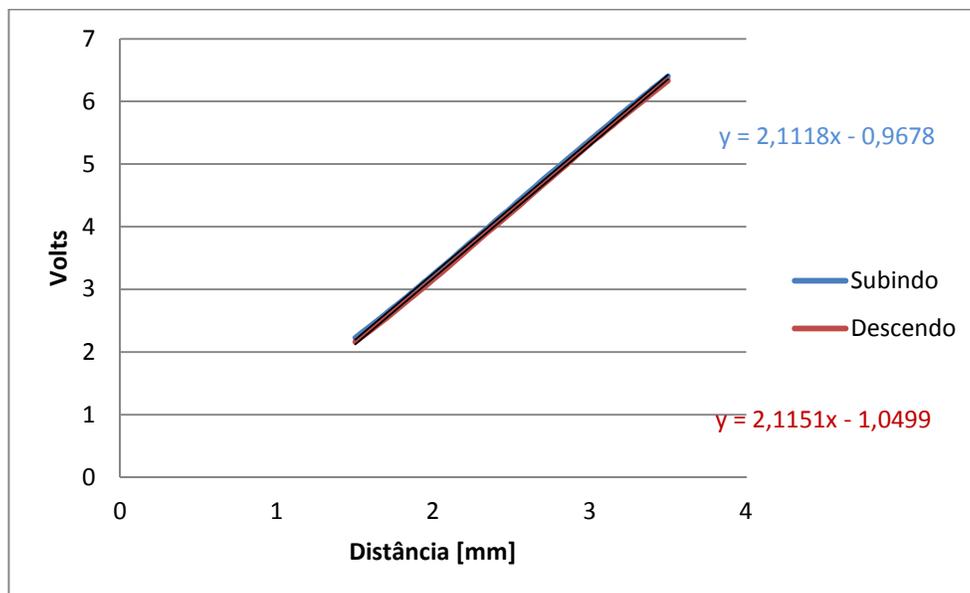


Figura C.4: Curva de calibração sensor 2

Sensor 3

O levantamento da curva de comportamento da saída do sensor, em Volts, em função da distância em relação à superfície do disco é mostrado pela Figura C.5:

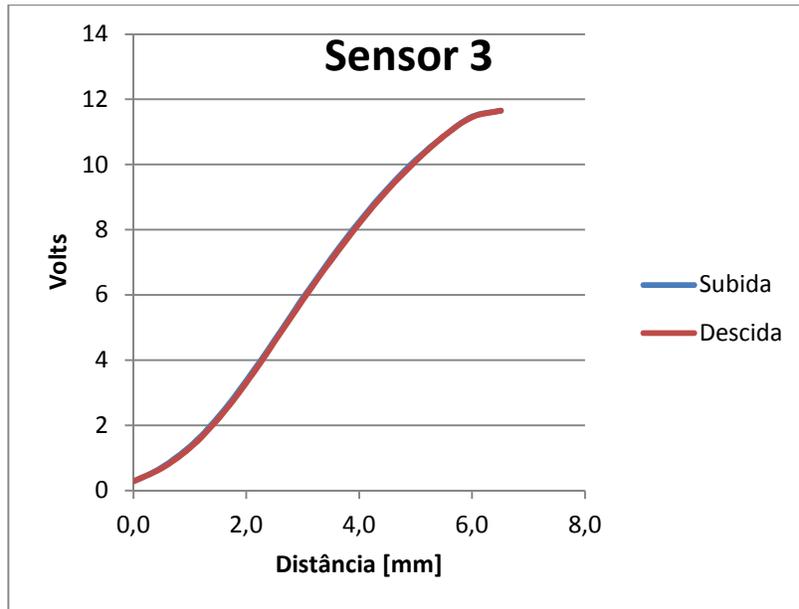


Figura C.5: Comportamento sensor 3

A faixa linear do sensor 3 está no intervalo de 1,5 a 3,5 mm:

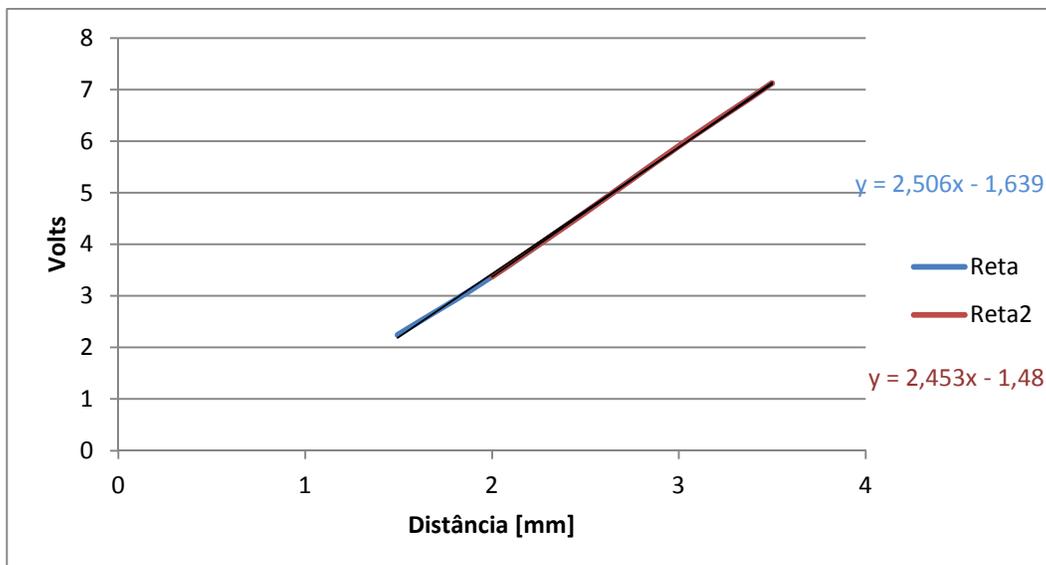


Figura C.6: Curva de calibração sensor 3

Sensor 4

O levantamento da curva de comportamento da saída do sensor, em Volts, em função da distância em relação à superfície do disco é mostrado pela Figura C.7:

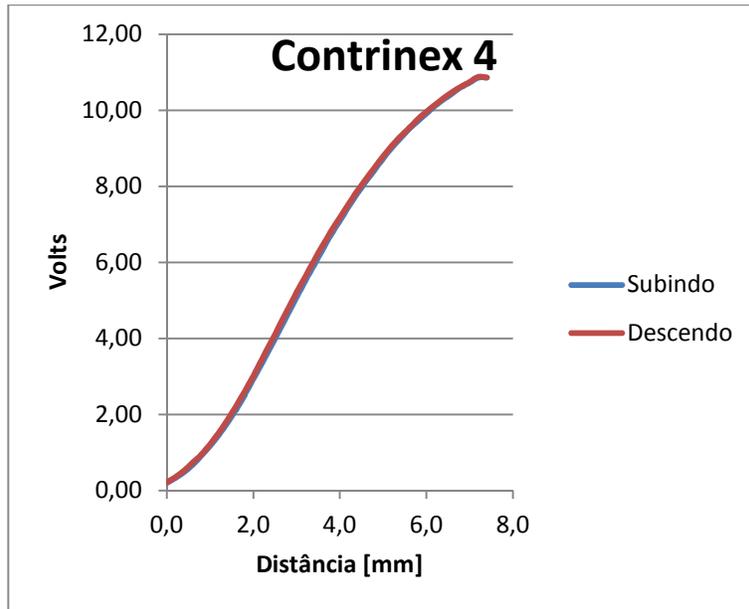


Figura C.7: Comportamento sensor 4

A faixa linear do sensor 4 está no intervalo de 1,5 a 3,5 mm:

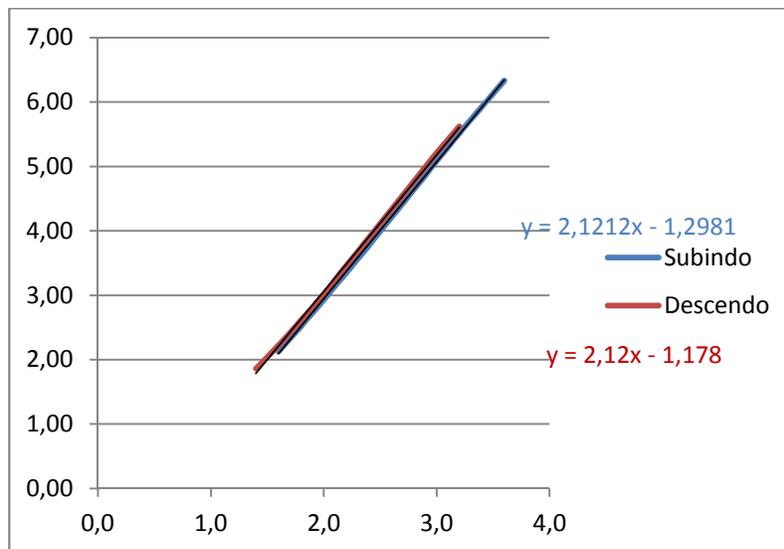


Figura C.8: Curva de calibração sensor 4