

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR RENE QUISPE  
RODRIGUEZ E APROVADA  
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 20 / 06 / 2011

  
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Autor: Rene Quispe Rodriguez

## Análise de Tensões e Critérios de Falha para Juntas de Estruturas Aeronáuticas Metálicas Coladas

Campinas, 2011

Autor: Rene Quispe Rodriguez

# **Análise de Tensões e Critérios de Falha para Juntas de Estruturas Aeronáuticas Metálicas Coladas**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sollero

Campinas  
2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Q48a Quispe Rodriguez, Rene  
Análise de tensões e critérios de falha para juntas de estruturas aeronáuticas metálicas coladas / Rene Quispe Rodriguez. --Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientador: Paulo Sollero.  
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Deformação e tensões. 2. Adesivos. 3. Localização de falhas (Engenharia). I. Sollero, Paulo. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Stress analysis and failure criteria of metallic bonded joints in aeronautical structures

Palavras-chave em Inglês: Strains and stresses, Adhesives, Fault location (Engineering)

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Alberto Luiz Serpa, Branca Freitas de Oliveira

Data da defesa: 20/06/2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

# Análise de Tensões e Critérios de Falha para Juntas de Estruturas Aeronáuticas Metálicas Coladas

Autor: Rene Quispe Rodriguez

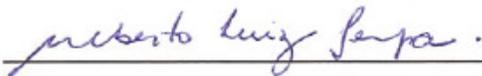
Orientador: Prof. Dr. Paulo Sollero

A Banca Examinadora composta pelo membros abaixo aprovou esta Dissertação:



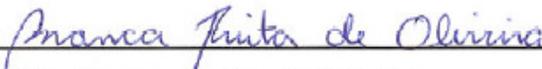
---

Prof. Dr. Paulo Sollero, Presidente  
FEM/UNICAMP



---

Prof. Dr. Alberto Luiz Serpa  
FEM/UNICAMP



---

Prof. Dr. Branca Freitas de Oliveira  
FA/UFRGS

Campinas, 20 de Junho de 2011.

A meus pais e irmãos  
A minha namorada  
A meus tios e primos  
A minha família  
Uma parte do que nós sonhamos...

# Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer a meus pais, René e Rosario, por todos os esforços realizados para que eu pudesse continuar estudando. A meus irmãos, Sergio e Lucero, pela paciência durante todo este tempo.

A meu tio Willy e tia Claudia, os quais considero como meus segundos pais. A meu tio Sergio, por todo o apoio e compreensão.

A todos meus familiares que sempre me ajudaram em momentos difíceis.

A minha querida namorada Simone por estar sempre ao meu lado, tanto nos momentos difíceis como nos momentos de felicidade.

A meus amigos da Universidad Nacional de Ingeniería (UNI) pela amizade.

Meus sinceros agradecimentos ao Prof. Dr. Paulo Sollero, pela confiança e, sobre tudo pela orientação deste trabalho.

A todos meus companheiros do laboratório Sollero - Pavanello, sendo eles indispensáveis na minha vida acadêmica e pessoal.

*O dia está na minha frente esperando para ser o que eu quiser. E aqui estou eu, o escultor que pode dar forma a este dia.*

***Albert Einstein***

# Resumo

A aplicação de adesivos para união de materiais cresceu consideravelmente no decorrer dos últimos anos, sendo que tal crescimento se deve aos benefícios proporcionados pelos adesivos, quando comparados aos métodos tradicionais de união, como solda ou utilização de parafusos. Na indústria, características como fácil aplicabilidade, melhor distribuição de tensões, prolongada vida útil, maior absorção de impactos e vibrações, menores custos de produtos e processos, tornam a utilização de adesivos soluções interessantes e competitivas. Existe então uma necessidade específica de análise e da criação de ferramentas que ajudem no projeto de juntas coladas. O presente trabalho visa suprir em certa forma essa necessidade, mediante o estudo e implementação de modelos analíticos e critérios de falha. Para a validação numérica foi utilizado o método dos elementos finitos (MEF), mediante o uso do software comercial ABAQUS. Os modelos analíticos, numéricos e critérios de falha foram introduzidos em um software de fácil uso, denominado “*KISPEO*”. Este software foi programado em sua maior parte mediante o aplicativo GUI (*Graphical User Interface*) do MATLAB. O software, que conta com interfaces amigáveis, é focado na análise das distribuições de tensões em juntas coladas de sobreposição simples (SLJ). Os modelos implementados no presente trabalho foram logo validados com ensaios experimentais normalizados segundo a norma ASTM (*American Society for Testing and Materials*).

*Palavras Chave:* Análise de tensões; Adesivos; Critérios de falha.

# Abstract

Application of adhesives in bonded joints has increased considerably over recent years. This growth is due to the benefits provided by adhesives, when compared to conventional joining methods, like rivets, bolts or welding. In the industry, characteristics as easy applicability, better stress distributions, improved service life, better impact and vibration absorption, less process and product costs, make adhesives an interesting and competitive option. Therefore, there is a specific need for analysis and design tools that can provide physical insight and accurate results for bonded joint applications. The present work aims to fulfill partially this need, studying and implementing several analytical models and failure criteria for bonded joints. For the numerical validation was utilized the Finite Element Method (FEM), using the commercial software ABAQUS. Analytical methods, numerical models and failure criteria were introduced in a user-friendly software, named “*KISPEO*”. This software was implemented using the applicative GUI (*Graphical User Interface*) of MATLAB. The software, which features graphical interfaces, is focused in stress distribution and failure criteria analysis of Single Lap Joints (SLJ). Finally, implemented models were validated with experimental tests according to the ASTM (*American Society for Testing and Materials*) standard.

*Key words:* Stress distributions; Adhesives; Failure Criteria.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação . . . . .	1
1.2	Objetivos . . . . .	1
1.3	Organização do texto . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>4</b>
2.1	Juntas Coladas . . . . .	4
2.2	Configurações geométricas . . . . .	6
2.3	Caracterização do Adesivo . . . . .	7
2.3.1	Testes de tração . . . . .	9
2.3.2	Testes de cisalhamento . . . . .	10
2.3.3	Testes de <i>peel</i> . . . . .	12
2.3.4	Testes de clivagem e tenacidade à fratura . . . . .	14
2.3.5	Testes de fadiga . . . . .	16
2.4	Modelagem de juntas coladas . . . . .	17
2.5	Critérios de Falha . . . . .	24
2.5.1	Máximo valor de tensão ou deformação - Critério do valor máximo . . . . .	24
2.5.2	Tensão ou deformação crítica à uma distância ou numa zona . . . . .	26
2.5.3	Critério da zona limite . . . . .	27
2.5.4	Critérios baseados em energia . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Modelos Analíticos</b>	<b>29</b>
3.1	Volkersen . . . . .	29
3.2	Goland & Reissner . . . . .	31
3.3	Hart-Smith . . . . .	34
3.4	Ojalvo & Eidinoff . . . . .	37

<b>4</b>	<b>Critérios de Falha</b>	<b>40</b>
4.1	Critério do valor máximo . . . . .	40
4.2	Critério da zona limite . . . . .	42
4.2.1	Critério da zona limite aplicado ao modelo elasto-plástico de Hart-Smith	43
4.3	Critério do envelope de falha energético . . . . .	45
4.3.1	Equações governantes do problema . . . . .	45
4.3.2	Taxa de energia de deformação por cisalhamento . . . . .	47
4.3.3	Taxa de energia de deformação por tensões normais . . . . .	49
4.3.4	Taxa de energia de deformação total . . . . .	52
4.3.5	Critério de falha . . . . .	52
4.3.6	Critério do envelope de falha aplicado aos modelos analíticos . . . . .	53
4.3.7	Validação da formulação . . . . .	56
4.4	Critério da máxima densidade de energia de deformação . . . . .	59
<b>5</b>	<b>Implementação Computacional</b>	<b>63</b>
5.1	Software . . . . .	63
5.1.1	Apresentação do software . . . . .	65
5.1.2	Entrada de dados . . . . .	65
5.1.3	Escolha do método . . . . .	66
5.1.4	Análise individual . . . . .	67
5.1.5	Comparação dos métodos analíticos . . . . .	69
5.1.6	Interação com ABAQUS . . . . .	70
5.1.7	Comparação entre resultados analíticos e numéricos . . . . .	72
5.1.8	Critérios de falha . . . . .	73
<b>6</b>	<b>Resultados</b>	<b>76</b>
6.1	Modelo numérico . . . . .	76
6.1.1	Geometria e propriedades dos materiais . . . . .	77
6.1.2	Condições de contorno . . . . .	77
6.1.3	Refinamento da malha . . . . .	78
6.2	Comparação das distribuições de tensões . . . . .	84
6.3	Resultados experimentais . . . . .	88
6.3.1	Ensaio ASTM D1002 . . . . .	88
6.3.2	Ensaio ASTM D5656 . . . . .	89
6.3.3	Ensaio ASTMD2095 . . . . .	95

6.3.4	Resumo dos ensaios experimentais . . . . .	97
6.4	Aplicação dos critérios de falha e comparação com resultados experimentais . .	98
6.4.1	Critério do valor máximo . . . . .	98
6.4.2	Critério da zona limite . . . . .	99
6.4.3	Critérios energéticos . . . . .	100
6.5	Estudo da variação da espessura do adesivo . . . . .	101
<b>7</b>	<b>Disposições finais</b>	<b>104</b>
7.1	Conclusões . . . . .	104
7.2	Trabalhos futuros . . . . .	105

# Lista de Figuras

2.1	Junta colada de sobreposição simples - SLJ . . . . .	6
2.2	Junta colada de sobreposição dupla - DLJ . . . . .	6
2.3	Junta colada de sobreposição simples com aderentes chanfrados . . . . .	7
2.4	Junta colada de topo - <i>Butt joint</i> . . . . .	7
2.5	Junta colada do tipo scarf . . . . .	7
2.6	(a) Junta tipo <i>step</i> , (b) Junta tipo <i>strap</i> , (c) Junta tipo <i>strap</i> duplo . . . . .	8
2.7	(a) Junta tipo <i>recessed strap</i> , (b) Junta tipo <i>joggle lap</i> , (c) Junta tipo <i>lap shear</i> . . . . .	8
2.8	Algumas configurações básicas de juntas coladas tipo T. . . . .	9
2.9	Corpo de prova tipo butt joint para testes de tração, ASTM D897. . . . .	10
2.10	Espécimes para o teste tipo cross-lap, ASTM D1344. . . . .	10
2.11	Projeto de espécime padrão para teste de cisalhamento, ASTM D1002 . . . . .	11
2.12	Espécimes modificados usados para manter a carga axial: (a) espécime tipo <i>single saw cut</i> (ASTM D3165), (b) espécime tipo <i>double lap</i> (ASTM D3528). . . . .	11
2.13	Tipos comuns de testes de <i>peel</i> para adesivos: (esquerda) <i>floating roller peel</i> , (centro) <i>climb drum peel</i> , (direita) <i>T-peel</i> . . . . .	13
2.14	Painel de teste e espécime para o teste <i>T-peel</i> (ASTM D1876). . . . .	13
2.15	Painel de teste e espécime para o teste <i>T-peel</i> (ASTM D1876). . . . .	14
2.16	Espécime para teste de clivagem (ASTM D1062). . . . .	15
2.17	Dispositivo ARCAN para teste de tenacidade à fratura. . . . .	15
2.18	Espécime para ensaio de fadiga, segundo a norma ASTM D3166. . . . .	16
3.1	Modelo de Volkersen . . . . .	30
3.2	Princípio da máxima tensão para juntas com materiais diferentes . . . . .	30
3.3	Modelo de Goland & Reissner . . . . .	31
3.4	Modelo de Hart-Smith. . . . .	34
3.5	Regiões elásticas e plásticas consideradas pela análise de Hart-Smith. . . . .	36

4.1	Processo para achar a carga de falha por cisalhamento. . . . .	41
4.2	Processo para achar a carga de falha por tensões normais. . . . .	42
4.3	Regiões elásticas e plásticas consideradas pela análise de Hart-Smith . . . . .	43
4.4	Processo de plastificação do adesivo no modelo elastoplástico de Hart-Smith. . . . .	44
4.5	(a) Forças resultantes atuando nos extremos da zona colada para uma SLJ, (b)forças resultantes atuando nos extremos da zona colada para uma junta tipo lap-shear. . . . .	45
4.6	Equilíbrio de forças para um elemento infinitesimal da junta. . . . .	46
4.7	Comparação da densidade de energia de deformação por tensões normais. . . . .	57
4.8	Comparação da densidade de energia de deformação por cisalhamento. . . . .	58
4.9	Comparação do fator de falha linear. . . . .	58
4.10	Comparação do fator de falha quadrático. . . . .	59
4.11	Representação geométrica do critério da máxima densidade de energia de de- formação . . . . .	61
5.1	Diagrama de fluxo do software . . . . .	64
5.2	Apresentação do software . . . . .	65
5.3	Entrada de dados, geometria e propriedades dos materiais . . . . .	66
5.4	Métodos analíticos disponíveis no software (Goland & Reissner, Hart-Smith e Ojalvo & Eidinoff). . . . .	67
5.5	Análise de tensões para o método analítico de Goland & Reissner. . . . .	68
5.6	Impressão de resultados para cada método analítico, (a) Goland & Reissner, (b) Hart-Smith e (c) Ojalvo & Eidinoff. . . . .	69
5.7	Comparação dos diferentes métodos analíticos. . . . .	70
5.8	Entrada de dados da malha para a análise por elementos finitos. . . . .	71
5.9	Interação Matlab-ABAQUS, (a) Arquivo *.txt salvo pelo Matlab e (b) Ar- quivo *.txt requerido pelo Abaqus. . . . .	71
5.10	Análise feita pelo ABAQUS e arquivo requerido para salvar os resultados. . . . .	72
5.11	Comparação entre métodos analíticos e o resultado numérico gerado pelo ABAQUS. . . . .	73
5.12	Análise dos critérios de falha. . . . .	75
5.13	Tela do Abaqus mostrando os resultados de cada iteração. . . . .	75
6.1	Forma e dimensões da junta analisada. . . . .	77
6.2	Detalhe das condições de contorno do modelo numérico. . . . .	78

6.3	Comparação entre os casos 1 e 6: (a) Tensão de cisalhamento, (b) Tensão normal e (c) DEDT, (a DEDT é conhecida pelo ABAQUS como SENER).	80
6.4	(a) Refinamento da malha considerando a tensão por cisalhamento, (b) Zoom com o detalhe das tensões máximas para cada caso.	81
6.5	(a) Refinamento da malha considerando as tensões normais, (b) Zoom com o detalhe das tensões máximas para cada caso.	82
6.6	(a) Refinamento da malha considerando a DEDT (SENER), (b) Zoom com o detalhe das tensões máximas para cada caso.	83
6.7	Tensões de cisalhamento (primeira coluna) e tensões normais (segunda coluna) para 1000, 5000 e 10000 $N$ respectivamente, Esc.1:1.	84
6.8	Comparação entre modelos analíticos e numéricos para uma carga aplicada de 1000 $N$ , (a) tensão de cisalhamento e (b) tensão normal.	85
6.9	Comparação entre modelos analíticos e numéricos para uma carga aplicada de 5000 $N$ , (a) tensão de cisalhamento e (b) tensão normal.	86
6.10	Comparação entre modelos analíticos e numéricos para uma carga aplicada de 10000 $N$ , (a) tensão de cisalhamento e (b) tensão normal.	87
6.11	(a) Vista de planta do espécime, (b) vista de lado do espécime.	88
6.12	Curva tensão-deformação do ensaio ASTM D5656.	92
6.13	Curva tensão-deformação gerada pela rotina implementada em MATLAB (em vermelho).	92
6.14	Simplificação elasto-plástica de uma curva real tensão-deformação.	93
6.15	Carga aplicada sobre o deslocamento do atuador.	96
6.16	Cargas simuladas pela rotina implementada em MATLAB (de vermelho).	96
6.17	Cargas de falha para o critério do valor máximo.	98
6.18	Carga de falha para o critério da zona limite.	99
6.19	Cargas de falha para os critérios energéticos.	100
6.20	Cargas de falha para diferentes espessuras do adesivo.	102

# Lista de Tabelas

2.1	Testes <i>standard de cisalhamento</i> . . . . .	12
2.2	Sumário da revisão bibliográfica segundo (da Silva et al., 2009a) . . . . .	23
4.1	Dados utilizados para a validação numérica . . . . .	57
6.1	Propriedades do elemento utilizado . . . . .	76
6.2	Dimensões consideradas para a modelagem . . . . .	77
6.3	Propriedades dos aderentes e do adesivos usado na análise . . . . .	77
6.4	Variáveis consideradas para o modelamento . . . . .	79
6.5	Valores dos parâmetros da malha para cada caso . . . . .	79
6.6	Valores máximos das tensões normais, de cisalhamento e das densidades de energia de deformação total (DEDT) para cada caso . . . . .	79
6.7	Parâmetros do ensaio . . . . .	88
6.8	Propriedades dos materiais . . . . .	89
6.9	Resultados do ensaio ASTM D1002 . . . . .	89
6.10	Parâmetros do ensaio . . . . .	90
6.11	Propriedades dos materiais . . . . .	90
6.12	Cargas e modos de falha do ensaio ASTM D5656 . . . . .	90
6.13	Descrição dos pontos dados pelo ensaio . . . . .	91
6.14	Pontos obtidos do ensaio ASTM D5656 . . . . .	91
6.15	Resultados do ensaio ASTM D5656 . . . . .	93
6.16	Resultados do ensaio ASTM D5656 . . . . .	94
6.17	Parâmetros do ensaio . . . . .	95
6.18	Propriedades dos materiais . . . . .	95
6.19	Resultados do ensaio ASTM D2095 . . . . .	95
6.20	Resultados do ensaio ASTM D2095 . . . . .	97

6.21	Resumo dos valores obtidos dos ensaios experimentais . . . . .	97
6.22	Cargas de falha considerando a tensão máxima de cisalhamento ( $P_\tau$ ) e normal ( $P_\sigma$ ). . . . .	98
6.23	Cargas de falha considerando o critério da zona limite . . . . .	99
6.24	Cargas de falha considerando os critérios energéticos . . . . .	100
6.25	Critério de falha para cada método analítico, ( $\tau_r =$ Tensão máxima por cisalhamento do adesivo, $\sigma_r =$ Tensão normal máxima do adesivo) . . . . .	101
6.26	Resultado das cargas de falha para diferentes espessuras . . . . .	102

# Lista de Abreviaturas e Siglas

## ***Letras Latinas***

- $P$  - Força aplicada
- $b$  - Largura da zona colada
- $l$  - Comprimento da zona colada
- $E$  - Módulo de elasticidade do aderente
- $G$  - Módulo de cisalhamento do adesivo
- $t, h$  - Espessura
- $k$  - Fator do momento fletor
- $M$  - Momento fletor
- $V$  - Força cortante
- $c$  - Metade do comprimento da zona colada
- $D$  - Rigidez à flexão dos aderentes
- $d$  - Comprimento da região elástica no modelo de Hart-Smith
- $Q$  - Força transversal
- $gl$  - Comprimento da área correspondente as garras num ensaio normalizado
- $el$  - Comprimento da zona livre do aderente
- $Nel$  - Número de elementos no adesivo
- $i$  - Índice subscrito

## ***Letras Gregas***

- $\omega$  - Distância característica de cisalhamento
- $\nu$  - Razão de Poisson
- $\tau$  - Tensão de cisalhamento
- $\sigma$  - Tensão normal (*peel*)
- $\epsilon$  - Deformação transversal
- $\gamma$  - Deformação por cisalhamento

### ***Termos com Sobrescritos ou Subscritos***

$k'$	-	Fator de força cortante
$t_t$	-	Espessura do aderente superior
$t_b$	-	Espessura do aderente inferior
$t_a$	-	Espessura do adesivo
$\bar{P}$	-	Carga aplicada por unidade de largura
$\tau_p$	-	Limite de escoamento por cisalhamento
$\gamma_e$	-	Deformação elástica do adesivo
$\gamma_p$	-	Deformação plástica do adesivo
$E_a$	-	Módulo de elasticidade do adesivo
$u_i$	-	Deslocamentos longitudinais
$w_i$	-	Deslocamentos transversais
$U_I$	-	Taxa de energia de deformação por tensões normais
$U_{II}$	-	Taxa de energia de deformação por cisalhamento
$u_I$	-	Densidade de energia de deformação por tensões normais
$u_{II}$	-	Densidade de energia de deformação por cisalhamento
$k_G$	-	Fator do momento fletor para o modelo de Goland & Reissner
$k_H$	-	Fator do momento fletor para o modelo de Hart-Smith
$\tau_{MAX}$	-	Máxima tensão de cisalhamento
$\sigma_{MAX}$	-	Máxima tensão normal

### ***Abreviações***

MEF	-	Método dos Elementos Finitos
GUI	-	Interface Gráfica do Usuário
SLJ	-	Junta de Sobreposição Simples
DLJ	-	Junta de Sobreposição Dupla
ASTM	-	Sociedade Americana de Testes e Materiais
ISO	-	Organização Internacional para Padronização
BS	-	Norma Inglesa
ES	-	Norma Europeia
DEDT	-	Densidade de Energia de Deformação Total
CTBN	-	Carboxilo Terminado del Butadieno Acrilonitrilo
DCB	-	<i>Double Cantiliver Beam</i>

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação

A aplicação de adesivos para união de materiais cresceu consideravelmente no decorrer dos últimos anos, sendo que tal crescimento se deve aos benefícios proporcionados pelos adesivos, quando comparados aos métodos tradicionais de união, como solda ou utilização de parafusos. Na indústria, características como fácil aplicabilidade, melhor distribuição de tensões, prolongada vida útil, maior absorção de impactos e vibrações, menores custos de produtos e processos, tornam a utilização de adesivos, soluções interessantes e competitivas.

Um dos principais fatores facilitadores na utilização de adesivos é a possibilidade de calcular previamente a resistência das juntas coladas por adesivos. Porém, o elevado número de fatores de influência na resistência das juntas inviabiliza o desenvolvimento de um modelo universal para determinar a resistência das juntas coladas. Existe então uma necessidade específica de análise e da criação de ferramentas que ajudem no projeto de juntas coladas.

A principal motivação do presente trabalho é suprir em certa forma essa necessidade, mediante o estudo e implementação de modelos analíticos e critérios de falha, que serão validados numericamente e experimentalmente. Os objetivos são descritos em forma detalhada a seguir.

### 1.2 Objetivos

O objetivo amplo deste trabalho é realizar uma análise estática das juntas coladas aeronáuticas. Os objetivos específicos propostos neste projeto, são os seguintes:

- Elaborar um estudo bibliográfico, sobre os métodos analíticos para a análise das distribuições de tensões e sobre os critérios de falha em juntas coladas.
- Estudar e implementar os principais métodos analíticos disponíveis na literatura para o cálculo das distribuições de tensões.
- Estudar e implementar os principais critérios de falha.
- Desenvolver um software de fácil uso para a análise das distribuições de tensões e dos critérios de falha, permitindo a interação de resultados analíticos e numéricos implementados no presente trabalho.
- Implementar um modelo numérico 2D que permita a comparação com os modelos analíticos implementados, tanto para a distribuição de tensões como para as cargas de falha.
- Realizar ensaios experimentais que permitam a validação dos critérios de falha implementados.
- Fazer um estudo da variação da espessura com respeito à carga de falha.

### 1.3 Organização do texto

Esta dissertação está dividida em sete capítulos, que são descritos a seguir:

**Capítulo 1.** Introdução, neste capítulo será apresentada a motivação para o desenvolvimento do presente trabalho, é mostrada também uma pequena síntese da estrutura desta dissertação.

**Capítulo 2.** Revisão bibliográfica, neste capítulo é apresentada uma breve síntese bibliográfica sobre a evolução dos métodos analíticos para o cálculo de distribuições de tensões e dos critérios de falha. São analisadas também as vantagens das juntas coladas sobre outros métodos de união, tipos de geometria e principais testes normalizados.

**Capítulo 3.** Modelos analíticos, neste capítulo são apresentados os principais métodos analíticos para o cálculo das distribuições de tensões. São analisados os seguintes modelos: (Goland and Reissner, 1944; Hart-Smith, 1973b; Ojalvo and Eidinoff, 1978; Volkersen, 1938).

**Capítulo 4.** Critérios de falha, neste capítulo são analisados os principais critérios de falha disponíveis na literatura. São também implementados analiticamente critérios de falha baseados em energia.

**Capítulo 5.** Implementação computacional, neste capítulo é apresentado o software desenvolvido para a análise da distribuição de tensões e critérios de falha em juntas coladas.

**Capítulo 6.** Resultados, neste capítulo são apresentados os resultados obtidos no presente trabalho. É mostrada a comparação das distribuições de tensões obtidas dos modelos analíticos e dos modelos numéricos para diferentes cargas aplicadas. É mostrada também a comparação das cargas de falha obtidas analiticamente e a carga de falha experimental. Finalmente será mostrado um estudo da variação da espessura do adesivo com respeito à carga de falha.

**Capítulo 7.** Conclusões e sugestões, neste capítulo são apresentadas as conclusões do presente trabalho, assim como são feitas as propostas para a continuidade do trabalho.

# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

Neste capítulo será apresentada uma breve síntese bibliográfica sobre o estudo do comportamento mecânico dos adesivos em juntas coladas. O estudo se concentra na evolução dos métodos analíticos para o cálculo das distribuições de tensões, assim como dos principais critérios de falha. A presente revisão bibliográfica foi baseada nas referências utilizadas no desenvolvimento desta dissertação e em revisões feitas por: (Hart-Smith, 1973b), (Crocombe and Kinloch, 1994), (Passalacqua, 2009), (Souza, 2009), (da Silva et al., 2009a), (Randolph and Clifford, 2004) e (Rodríguez, 2011).

### 2.1 Juntas Coladas

O adesivo é o elemento que diferencia a junta colada das demais juntas, é definido como uma substância de material polimérico capaz de unir duas superfícies e preveni-las de uma eventual separação pela atuação de cargas. O adesivo é considerado estrutural quando o nível de carga necessário para separar as partes coladas, no qual são chamados de aderentes, é substancial.

As vantagens e limitações das juntas coladas podem ser avaliadas pela comparação com as tradicionais juntas rebitadas e parafusadas. As principais vantagens das juntas coladas sobre as demais são:

- Possibilidade de formar estruturas de baixo peso, fortes e compactas.
- União de materiais diferentes. Ex.: metal e compósito.
- Melhor eficiência na transferência de tensões entre os aderentes.

- União eficiente de placas delgadas.
- Não tem concentração de tensões nos aderentes, diferentemente das uniões rebitadas, as quais produzem pontos de concentração de tensões.
- Propriedades de fadiga reforçadas devido à melhor distribuição de tensões.
- Melhoramento da resistência à corrosão. Ex.: Possibilidade de minimizar a corrosão galvânica interpondo uma barreira não-condutora entre aderentes metálicos.
- Melhor acabamento, livre de protuberâncias próprias dos rebites ou uniões soldadas, (Melhor eficiência aerodinâmica).
- O processo de colagem pode ser automatizado facilmente.

Nas juntas coladas, o carregamento é transferido de um aderente para outro através do adesivo. A região de interface entre os aderentes e o adesivo é chamada de superfície de colagem. A distribuição do carregamento na superfície de colagem não é feita de maneira uniforme, existem concentrações de tensões nas extremidades. Sabe-se que o nível de concentração de tensões em juntas coladas é menor que nas juntas rebitadas e parafusadas, daí sua superioridade na resistência à fadiga. Em contrapartida, as juntas coladas apresentam algumas desvantagens em relação às demais, tais como:

- As juntas não podem ser desmontadas com facilidade.
- Esforços residuais podem ser criados devido à diferença nos coeficientes de dilatação térmica.
- Não existem ensaios não destrutivos confiáveis para verificar a integridade e eficiência das juntas coladas.
- Limitado a uniões de configuração simples.
- Sensível à tensões normais (*peel*) e a tensões na direção da espessura. Ex: As juntas coladas são geralmente resistentes em cisalhamento, mas vulneráveis em clivagem e *peel*.
- Resistência pobre à temperaturas elevadas e ao fogo.
- Tendência à degradação ambiental, durabilidade incerta quando submetida a condições severas de serviço.

- Problemas de toxicidade ou inflamabilidade.
- A inspeção pode ser difícil, o controle de qualidade torna-se crítico.

Os adesivos utilizados em juntas coladas apresentam grande resistência em cisalhamento, mas são pouco resistentes a tensões de tração, em particular tensões normais. Daí a necessidade de projetar juntas com o mínimo efeito dessas tensões. As tensões normais devem ser minimizadas ou eliminadas, em vez de ser tomadas em conta como limite de projeto no cálculo de juntas coladas (Hart-Smith, 1985). Em geral, quanto mais complexa for a geometria da junta colada menor será a existência das tensões normais.

## 2.2 Configurações geométricas

Na atualidade existe uma vasta variedade de configurações de juntas coladas. As Figuras 2.1-2.8 mostram configurações típicas de juntas utilizadas na prática, cada uma especial para suportar um determinado tipo de carga.

A junta de sobreposição simples (Single Lap Joint - SLJ), Figura 2.1, tem a vantagem da facilidade de fabricação e como grande desvantagem a excentricidade no caminho da carga, provocando flexão e conseqüentemente elevadas tensões normais  $\sigma_z$  no adesivo.

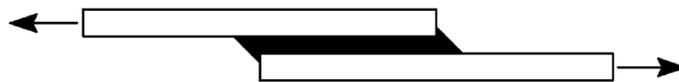


Figura 2.1: Junta colada de sobreposição simples - SLJ

A junta de sobreposição dupla (DLJ), Figura 2.2, possui tensões normais muito menores do que as SLJs, isto é em grande parte devido à simetria com respeito ao eixo x. Em contrapartida sua fabricação é mais complicada

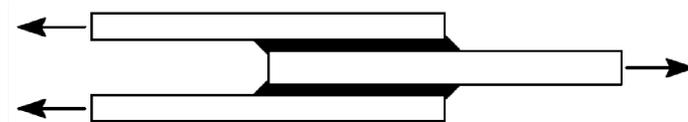


Figura 2.2: Junta colada de sobreposição dupla - DLJ

A junta de sobreposição chanfrada, Figura 2.3, tem a vantagem sobre a SLJ de suavizar as distribuições de tensões tanto em cisalhamento como em *peel*, resultando, na maioria dos casos, em menores tensões máximas nas bordas da junta. Em contrapartida sua fabricação é

bem mais complicada, pois existe a dificuldade na usinagem dos aderentes para a formação dos chanfros.



Figura 2.3: Junta colada de sobreposição simples com aderentes chanfrados

A Figura 2.4 mostra a junta colada de topo (*butt joint*). Este tipo de junta apresenta ótimo acabamento e não altera a espessura da região colada, mas tem o problema do adesivo ser mais solicitado em tração ou compressão, tornando este tipo de junta muito frágil, já que o adesivo é melhor utilizado em cisalhamento.



Figura 2.4: Junta colada de topo - *Butt joint*

A Figura 2.5 mostra a junta colada do tipo scarf. Assim como a junta de topo este tipo de junta apresenta ótimo acabamento e não altera a espessura da região colada, além de ser mais eficiente por solicitar parcialmente o adesivo em cisalhamento quando a junta estiver sujeita a carga de tração ou compressão. Porém se a junta sofrer flexão este tipo de construção pode ser problemático por induzir tensões normais  $\sigma_z$  excessivas no adesivo.



Figura 2.5: Junta colada do tipo scarf

As Figuras 2.6 e 2.7 mostram os tipos de juntas coladas com formas mais complexas. Estas juntas são utilizadas em casos especiais, onde há a exigência de alta resistência e/ou dificuldade na transição geométrica das partes coladas.

Na Figura 2.8 mostram-se três tipos de juntas tipo T, as quais são formadas ao conectar um painel vertical a um painel horizontal. Estas juntas são carregadas em tensão no painel vertical. Este tipo de junta é geralmente usada na indústria naval.

## 2.3 Caracterização do Adesivo

Qualquer projeto de estruturas coladas deve ser baseado em um correto conhecimento do comportamento da distribuição de tensões e da força da junta ao longo da zona colada.

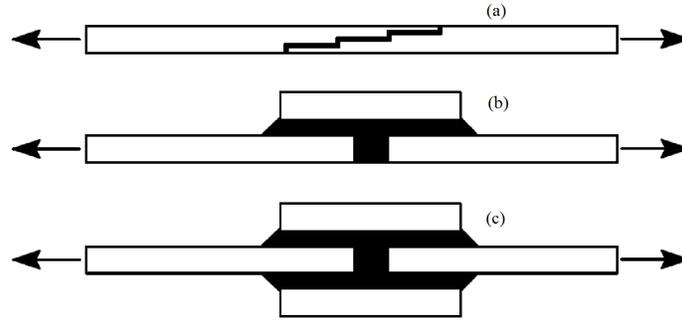


Figura 2.6: (a) Junta tipo *step*, (b) Junta tipo *strap*, (c) Junta tipo *strap* duplo

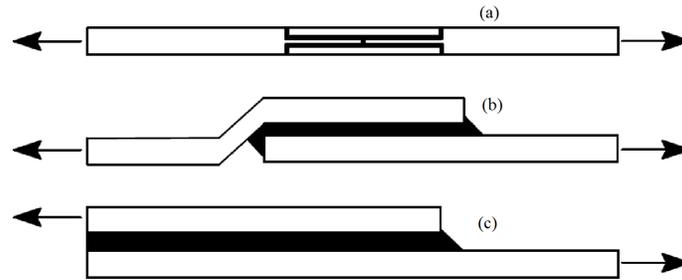


Figura 2.7: (a) Junta tipo *recessed strap*, (b) Junta tipo *joggle lap*, (c) Junta tipo *lap shear*

Para determinar essas tensões e posteriormente prever a força e o tempo de vida da junta é necessário conhecer as propriedades dos materiais, tanto dos aderentes como do adesivo. Para uma análise linear, o módulo de elasticidade e o coeficiente de poisson são suficientes. Para uma análise não linear, a curva tensão-deformação assim como propriedades de escoamento e endurecimento serão requeridas.

Uma grande variedade de testes normalizados tem sido desenvolvida por instituições governamentais, industriais ou por grupos de pesquisa ao redor do mundo com a finalidade de caracterizar as propriedades dos adesivos. Estes testes são continuamente revisados e atualizados. Como exemplo tem-se as seguintes instituições: ASTM (American Society for Testing and Materials), BS (British Standards), ISO (International Standards Organization) e a ES (European Standards) entre outras.

Estes testes não somente avaliam as propriedades do adesivo, tais como, força, módulo de elasticidade, tenacidade à fratura, mas também avaliam a técnica de colado, eficácia do acabamento superficial pré-colado e ciclo de cura, entre outros. Os testes podem ser divididos em cinco partes: testes de tração, testes de cisalhamento, testes de *peel*, testes de clivagem e testes de fadiga.

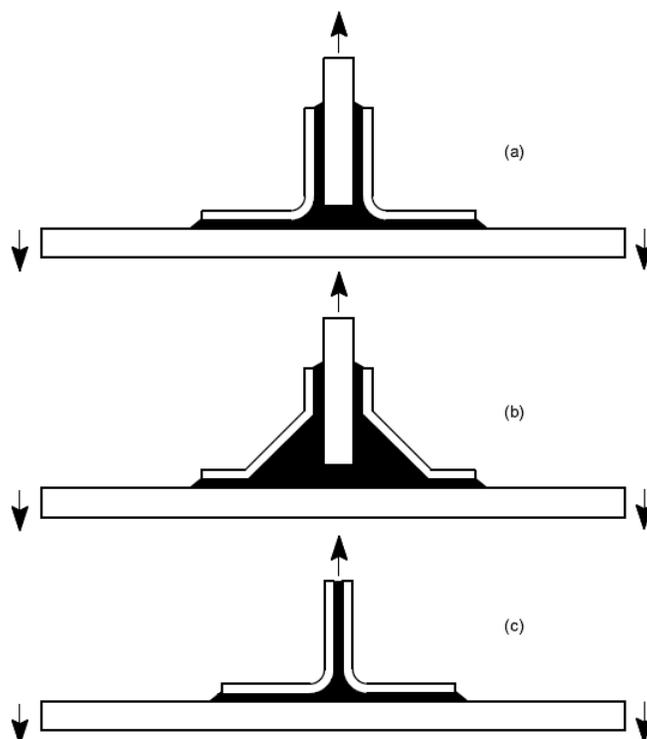


Figura 2.8: Algumas configurações básicas de juntas coladas tipo T.

### 2.3.1 Testes de tração

Análises de resistência à tração em juntas coladas por adesivo raramente são encontradas na literatura, porque tensões de tração pura não são frequentemente encontradas nesse tipo de estrutura. Entretanto, o teste de tração além de ser útil como controle de qualidade, pode também ser empregado para determinar propriedades fundamentais do adesivo, tais como o módulo de elasticidade e a resistência à tração.

A norma ASTM D897 é largamente usada para medir resistência à tração de uma junta de topo (butt joint) feita com espécimes cilíndricos, conforme mostra a Figura 2.9.

Embora desenvolvido e usado primeiramente para testar juntas de madeira, o teste de tração tipo cruzado, mostrado na Figura 2.10, pode ser usado para testar outros substratos. Esta configuração de junta é descrita na norma ASTM D1344. Este método de teste é atrativo porque não envolve usinagem significativa e por isso não tem custo alto como o teste com corpo de prova tipo *button*. É muito importante que os espécimes sejam espessos e rígidos o suficiente para resistir à flexão.

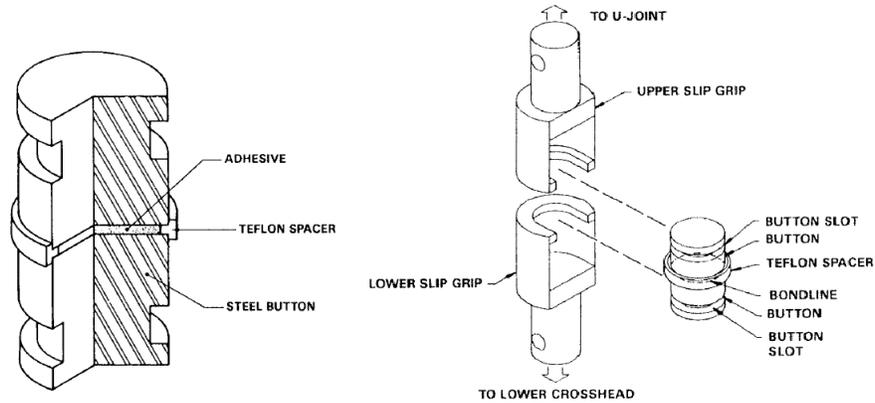


Figura 2.9: Corpo de prova tipo butt joint para testes de tração, ASTM D897.

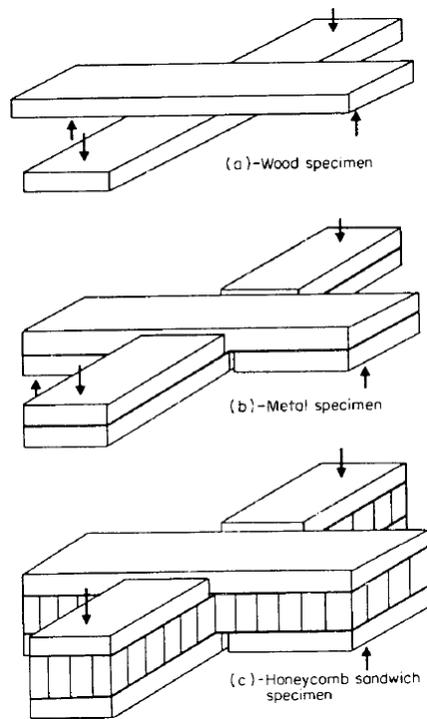


Figura 2.10: Espécimes para o teste tipo cross-lap, ASTM D1344.

### 2.3.2 Testes de cisalhamento

Os testes de cisalhamento medem a resistência do adesivo ao cisalhamento. Este tipo de teste é o mais comum em adesivos porque os espécimes são baratos, fáceis de fabricar e simples de testar. O teste de cisalhamento mais comum é descrito na norma ASTM D1002, e o espécime de teste padrão é mostrado na Figura 2.11.

Duas variações são usadas para evitar as forças de flexão que ocorrem com o espécime

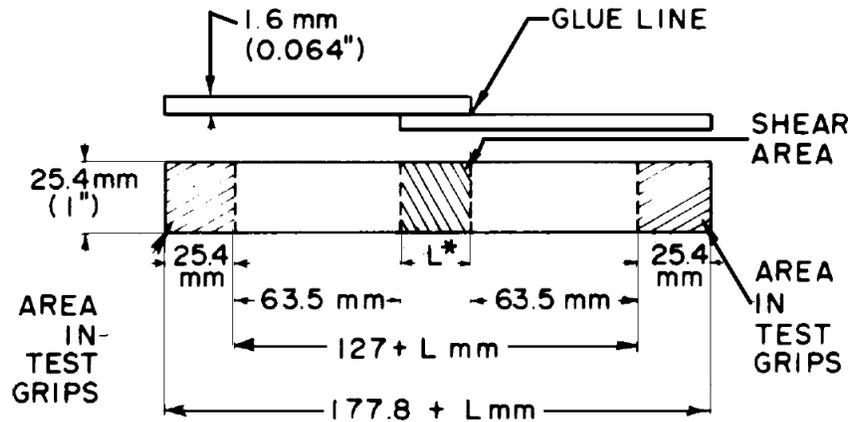


Figura 2.11: Projeto de espécime padrão para teste de cisalhamento, ASTM D1002

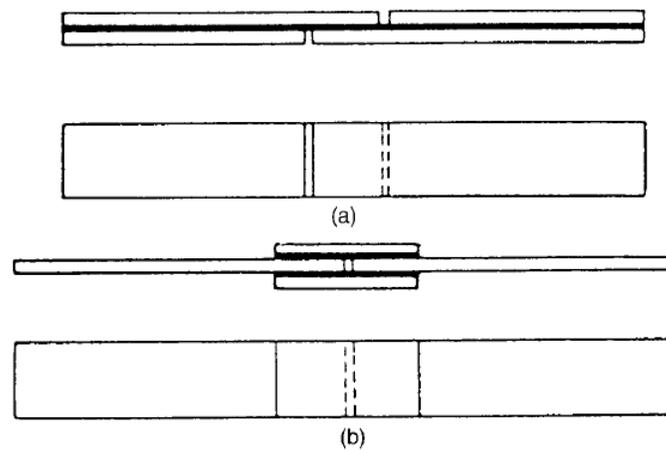


Figura 2.12: Espécimes modificados usados para manter a carga axial: (a) espécime tipo *single saw cut* (ASTM D3165), (b) espécime tipo *double lap* (ASTM D3528).

acima: o espécime tipo sobreposto laminado (ASTM D3165) mostrado na Figura 2.12a e o espécime tipo sobreposto duplo (ASTM D3528) mostrado na Figura 2.12b. Esses espécimes minimizam a excentricidade da junta e fornecem valores de resistência mais altos que os espécimes tipo sobreposta simples. Testes de cisalhamento por compressão são também comumente usados.

A norma ASTM D2182 descreve uma geometria simples de corpo de prova de compressão e os aparatos para os testes de cisalhamento por compressão. O projeto de cisalhamento por compressão também reduz a flexão e, assim, as tensões normais nas bordas da junta. Maiores e mais realísticos valores de resistência são obtidos com o espécime de compressão em comparação aos espécimes padrão de testes de cisalhamento.

Um resumo dos testes de cisalhamento pode ser visto na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Testes *standard de cisalhamento*

Espécimes	ASTM (ou BS)	Material dos aderentes
SLJ	D1002-72(94)/5350:C5 D3163-73(96) D3164-97 D5868-95 D905-49(94)	Metal Plástico rígido Plástico Plásticos reforçados Madeira
Laminados	D3165-73(95)	Metal, Plástico
Aderente espesso	D2339-94a D3983-93 D5656-95	Madeira Madeira, Metal, Compósitos Metal
DLJ	D3528-76(96)/BS 5350:C5	Metal
<i>Rail</i> modificado	D4027-81(93)	Madeira de alta densidade, Metal, Plástico
Cisalhamento de torção	E229-70(97)	Metal
<i>Pin</i> e Colar	D4562-90(1955)	Metal

### 2.3.3 Testes de *peel*

Uma junta bem projetada deve minimizar as tensões normais, mas nem todas essas tensões podem ser eliminadas. Devido os adesivos serem notoriamente fracos em *peel*, testes para medir *peel* são muito importantes. Espécimes de teste representativos são mostrados na Figura 2.13.

O teste *T-peel* é descrito na norma ASTM D1876 e é o mais popular de todos os testes de *peel*. O teste *floating roller peel* é designado pela norma ASTM D3167. O espécime do teste *climb drum peel* é descrito na norma ASTM D1781. O espécime para o teste *T-peel* é mostrado na Figura 2.14. Geralmente, esse método de teste é usado quando ambos os aderentes são flexíveis.

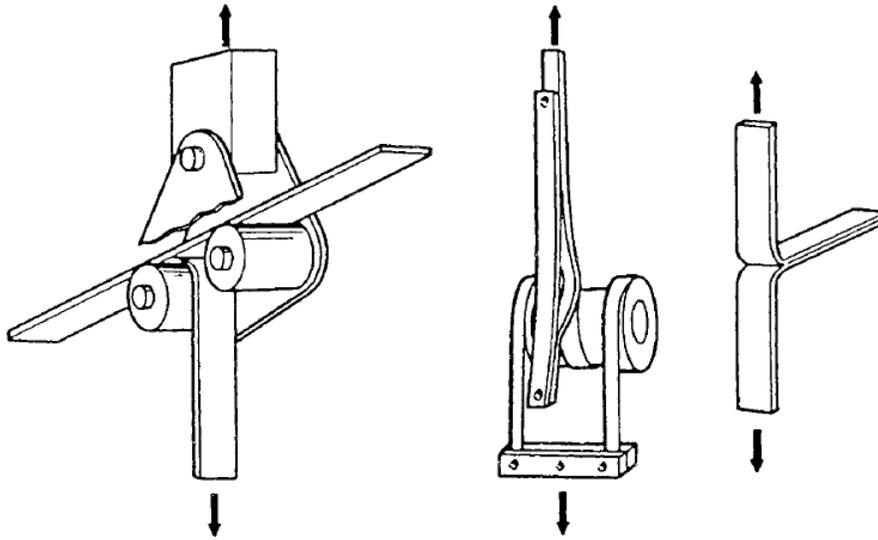


Figura 2.13: Tipos comuns de testes de *peel* para adesivos: (esquerda) *floating roller peel*, (centro) *climb drum peel*, (direita) *T-peel*.

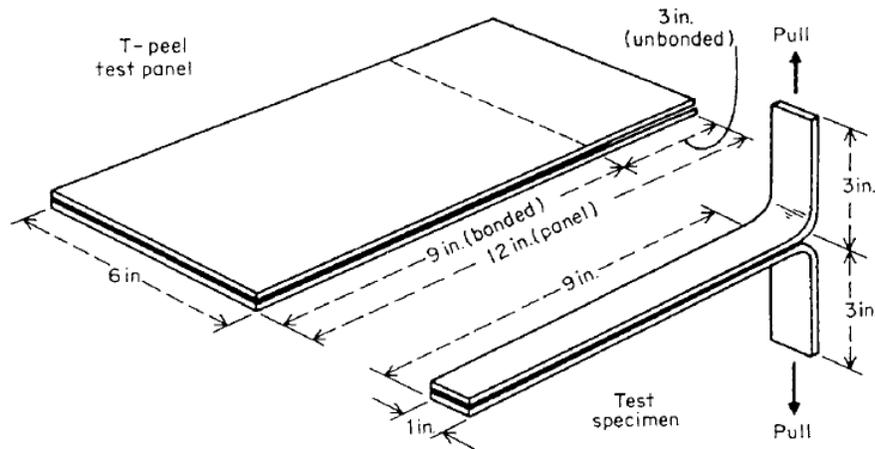


Figura 2.14: Painel de teste e espécime para o teste *T-peel* (ASTM D1876).

Uma variação do teste *T-peel* é uma dobra de 180° ilustrado na Figura 2.15 e descrito na norma ASTM D903. Este método é comumente usado quando um dos aderentes é flexível o suficiente para permitir a dobra de 180° próximo do ponto de carregamento. Este teste oferece resultados mais reproduzíveis que o teste *T-peel* porque o ângulo de *peel* é mantido constante, embora isso seja dependente da natureza do aderente.

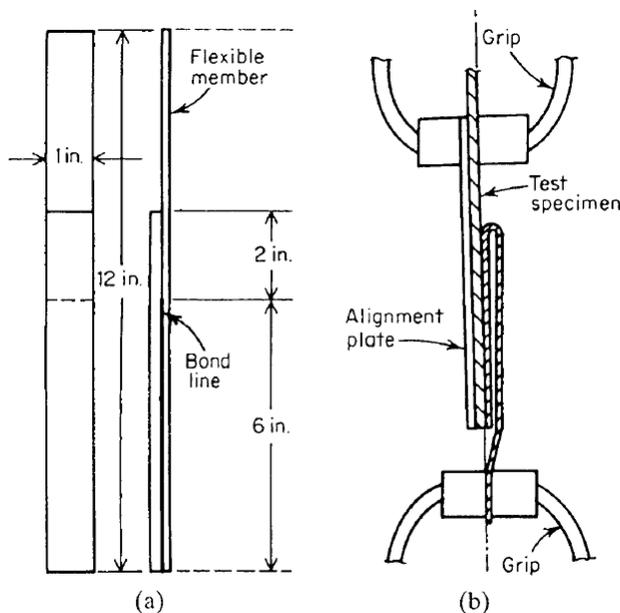


Figura 2.15: Painel de teste e espécime para o teste *T-peel* (ASTM D1876).

### 2.3.4 Testes de clivagem e tenacidade à fratura

O ensaio de clivagem consiste em forçar a extensão de uma trinca por meio da aplicação de uma força de tração perpendicularmente à superfície da trinca. A clivagem só ocorre se o aderente for suficientemente rígido a ponto de não sofrer flexão. Se o aderente não for rígido, ocorre descascamento (*peeling*). Normalmente a trinca é introduzida por meio de uma película separadora colocada entre os aderentes, no momento da colagem. Ensaios de clivagem são importantes para a determinação das propriedades de tenacidade à fratura dos adesivos de forma qualitativa. Estruturas coladas apresentam falhas coesivas quando ocorre propagação de trincas na camada de adesivo da junta.

O método clássico de determinação das propriedades de clivagem do adesivo é o previsto pela norma ASTM D1062. O teste é estático e a taxa de aplicação de carga é de 1.27 mm/min. A Figura 2.16 mostra o corpo de prova (CDP) padrão utilizado nesse ensaio.

Desde a década de 90, trabalhos como os de (Hung and Liechti, 1997) e (Hung and Liechti, 1999) indicam a determinação das propriedades de tenacidade à fratura por meio de ensaios que utilizam dispositivos de ARCAN modificados, como mostrado na Figura 2.17. Estes dispositivos permitem ensaios para diferentes modos de carregamento - modos I, II ou misto.

Dentre os trabalhos mais recentes pode-se citar: a proposta de (Lo et al., 2003) para

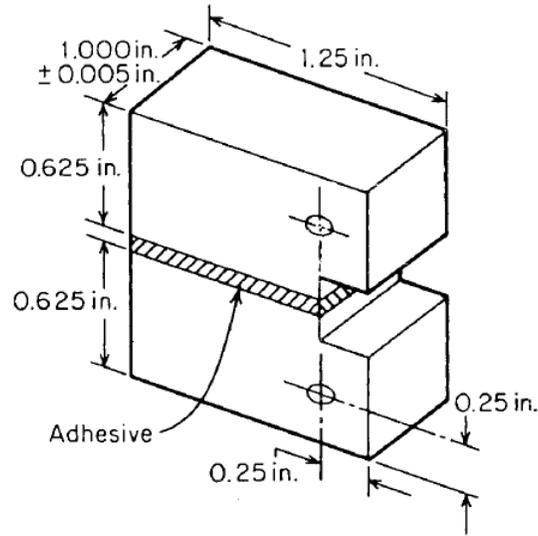


Figura 2.16: Espécime para teste de clivagem (ASTM D1062).

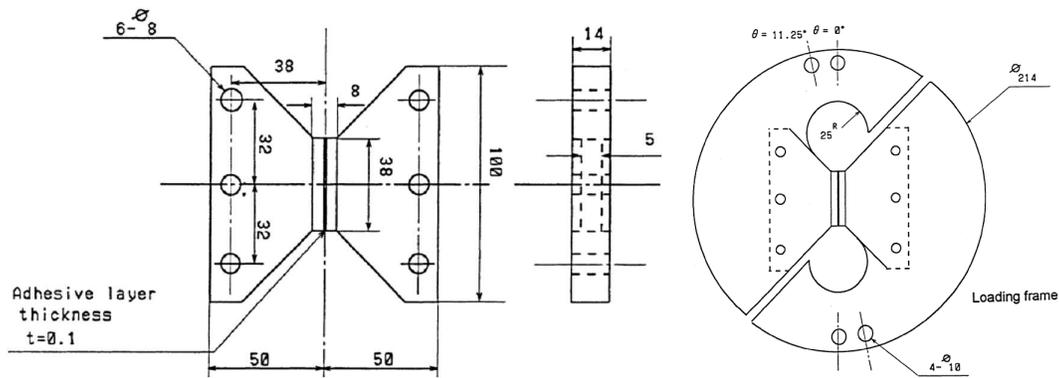


Figura 2.17: Dispositivo ARCAN para teste de tenacidade à fratura.

que esse tipo de ensaio de tenacidade à fratura seja normalizado; a utilização do dispositivo de ARCAN para ensaios de fratura em juntas de aço soldadas, solicitadas em modo misto, por (Hosseini et al., 2008); a análise experimental em compósitos laminados, proposta por (Choupani, 2008). Todos esses trabalhos apresentam também a determinação dos fatores de intensidade de tensão através da utilização do método dos elementos finitos.

Uma das vantagens da utilização deste dispositivo e metodologia é o relacionamento direto com avaliação da resistência à fadiga da junta colada.

### 2.3.5 Testes de fadiga

Durante o ensaio de fadiga as cargas são aplicadas ciclicamente sobre a junta colada. Espécimes do tipo SLJ, ou outros, são testados em uma máquina de fadiga capaz de induzir carregamento cíclico nas juntas. A resistência à fadiga de uma junta pode ser dada pelo número necessário de ciclos para causar uma falha no adesivo, considerando-se que essa junta esteja submetida a uma carga de amplitude conhecida, aplicada ciclicamente. O ensaio é repetido para diferentes níveis de carga. Quando a falha ocorre, registra-se o valor da carga aplicada e o número de ciclos completados obtendo-se a chamada curva SN. A resistência à fadiga é dependente do adesivo, das condições de cura, da geometria da junta, modo de tensão, magnitude da tensão, frequência e amplitude do carregamento cíclico.

O método clássico de ensaio para determinação das propriedades de fadiga de juntas metálicas coladas é o previsto pela ASTM D3166, que utiliza espécimes de SLJ sob carga em fadiga. A frequência de solicitação pode influenciar os resultados, sobretudo devido a problemas de aquecimento no espécime e possível influência no material polimérico do adesivo. Caso não especificada, a frequência do ciclo senoidal deve ser de 1800 ciclos/min. A Figura 2.18 mostra o espécime e sua fixação à máquina, conforme a norma ASTM D3166.

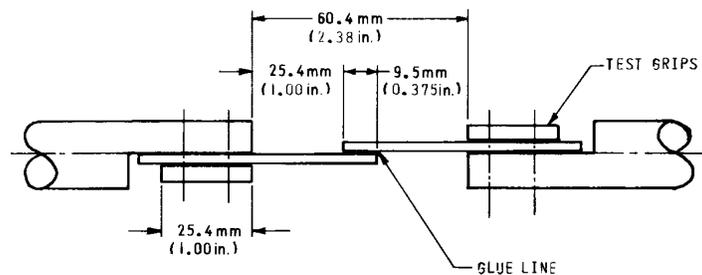


Figura 2.18: Espécime para ensaio de fadiga, segundo a norma ASTM D3166.

Estas metodologias de avaliação da tolerância a dano e da resistência à fadiga em juntas coladas podem ser observadas na parte experimental dos trabalhos de (Pradhan et al., 1995) e (Shenoy et al., 2009), que também utilizaram o MEF para analisar a propagação de trincas em juntas coladas. (Abdel et al., 2002) incluíram uma estimativa numérica da vida em fadiga da estrutura. (Pirondi and Nicoletto, 2004) estudaram problemas de propagação em corpos de prova do tipo viga bi-apoiada. Além desses, (Imanaka et al., 1999) e (Pirondi and Moroni, 2009) estudaram o comportamento e a falha da junta colada utilizando abordagens de mecânica da fratura em fadiga e (Khoramishad et al., 2010) apresentaram modelos analíticos, numéricos e experimentais para análise de SLJ e *doublers* sob carga em fadiga, incluindo modelo de propagação de dano.

## 2.4 Modelagem de juntas coladas

O primeiro método analítico conhecido na literatura, utilizado para calcular esforços em juntas coladas foi desenvolvido por (Volkersen, 1938). (Volkersen, 1938) apresentou a análise conhecida como modelo de cisalhamento (*shear-lag model*). Nesta análise foi introduzido o conceito de diferencial de cisalhamento. Esta análise considera apenas as tensões cisalhantes, desprezando as tensões normais no adesivo devido à flexão dos aderentes. São consideradas as deformações elásticas em tensão dos aderentes. Seis anos mais tarde (Goland and Reissner, 1944) modificaram esta teoria e foram os primeiros a considerar as tensões normais ou tensões de descasque (*peel*) no adesivo. Os efeitos devido à rotação dos aderentes foram também considerados. Eles dividiram o problema em duas partes. O objetivo principal da primeira parte foi a determinação das cargas nos extremos da zona colada. Nesta parte os efeitos das deflexões dos aderentes foram considerados mediante a teoria de placas finas. O objetivo principal da segunda parte foi a determinação das tensões devido às cargas aplicadas. Devido a que a largura das chapas é muito maior do que a sua espessura o problema foi formulado como estado plano de deformações.

O trabalho de (Goland and Reissner, 1944) foi aprimorado por (Hahn, 1960, 1961; Hahn and Fouser, 1962) que levaram em consideração a utilização de aderentes diferentes. (Kuenzi and Stevens, 1963) estudaram a diferença no comportamento mecânico das juntas coladas de sobreposição simples (SLJ) quando são utilizados adesivos rígidos e flexíveis. (Kutscha, 1964) fez uma revisão bibliográfica e mais tarde (Kutscha and Hofer, 1969) implementaram computacionalmente o trabalho de (Goland and Reissner, 1944) e fizeram estudos paramétricos das juntas. Os trabalhos mencionados acima contribuíram significativamente para o entendimento do comportamento mecânico da SLJ, mas segundo (Hart-Smith, 1973a,b) estes trabalhos apresentam deficiência na determinação do momento fletor no aderente nas extremidades da zona colada.

Um dos primeiros trabalhos que consideraram aderentes de material compósito foram os realizados por (Dickson et al., 1972; Grimes and Greimann, 1975), os quais consideraram a variação das tensões ao longo da espessura dos aderentes. Eles predizeram também que para uma análise mais realista da junta era necessário incluir a não-linearidade do adesivo. (Dickson et al., 1972) utilizou a abordagem da zona plástica empírica desenvolvida por (Goodwin, 1963) e expandiu o modelo analítico elástico tomando em consideração o comportamento inelástico do adesivo em cisalhamento.

Mais tarde (Hart-Smith, 1973a,b) considerou também plasticidade no adesivo para juntas coladas de sobreposição simples (SLJ), e para juntas de sobreposição dupla (DLJ). Para

SLJs ele considerou a tensão normal como sendo puramente elástica e o cisalhamento como sendo elástico e elasto-perfeitamente plástico. O modelo elasto-plástico foi traçado tal que a tensão e a deformação última do modelo seja equivalente à tensão e deformação última do adesivo, sendo que nos dois casos a energia de deformação (área abaixo da curva tensão-deformação) é igual.

Em seus trabalhos, (Hart-Smith, 1973a,b) elimina a deficiência na determinação do momento fletor nas extremidades da zona colada através da elaboração de novas equações de equilíbrio para diferentes setores da junta e de novas condições de contorno para as extremidades, apresentando o estudo sobre os principais fatores que devem ser considerados no projeto de uma junta colada. Hart-Smith apresenta gráficos de eficiência da junta considerando diversos parâmetros, tais como: a razão entre a espessura dos aderentes e comprimento de colagem, a disposição das lâminas para o caso de aderentes em material compósito e a espessura de adesivo.

Segundo Hart-Smith, três modos de falha são predominantes em uma SLJ. O primeiro modo, e o mais predominante, é a falha do aderente nas extremidades da colagem devida a tensões provocadas pela carga no plano e ao momento provocado pela excentricidade da junta. O segundo modo, e o menos predominante, é a falha da camada do adesivo devida a tensões cisalhantes. O terceiro modo pode ser manifestado por duas formas e está associado às tensões normais; para o caso de aderentes espessos em material metálico, a falha acontece pelo rompimento do adesivo nas extremidades da junta devido à tensões normais  $\sigma_z$ . Para o caso de aderentes em laminados de material compósito, a resistência a tensões interlaminares é bem menor do que a resistência à tração do adesivo, sendo assim ocorre a falha dos aderentes nas extremidades de colagem por delaminação. O estudo feito por Hart-Smith mostra também o cuidado que se deve ter ao testar experimentalmente uma junta colada: não se deve levar em conta como parâmetro principal de resistência da junta as tensões de cisalhamento calculadas simplesmente dividindo a carga de falha pela área colada, pois a carga de falha não é proporcional ao comprimento de colagem.

No trabalho proposto por (Ojalvo and Eidinoff, 1978) é feita uma investigação analítica sobre a influência da espessura do adesivo na distribuição das tensões. Este trabalho amplia a abordagem proposta por (Goland and Reissner, 1944), através da utilização de uma equação mais completa da relação tensão-deformação, modificando alguns coeficientes da equação da tensão de cisalhamento, e adicionando novos termos na equação diferencial e condições de contorno para a tensão normal no adesivo. Este modelo foi o primeiro a prever a variação da tensão cisalhante através da espessura do adesivo.

(Grayley, 1978) apresentou um procedimento baseado em dados experimentais de cur-

vas de tensão-deformação cisalhante em adesivos para estimar a resistência da junta colada de sobreposição dupla (DLJ). Este procedimento considera o adesivo trabalhando somente em cisalhamento e os aderentes somente em membrana, ambos em material isotrópico e linearmente elástico. Sendo assim, as tensões normais no adesivo não são consideradas, pois neste tipo de junta os efeitos destas tensões são insignificantes pelo fato de ser uma junta balanceada. Este método tem a vantagem de estimar rapidamente a carga máxima de tração ou compressão que a junta suporta para um determinado valor admissível de deformação cisalhante no adesivo, podendo este valor ser deformação permanente ou não. Tendo calculado a carga máxima admissível para um determinado valor de deformação, este valor deve ser verificado com o valor máximo admissível dos aderentes, não podendo ultrapassá-lo. A desvantagem deste método está na necessidade de se ter a curva tensão versus deformação cisalhante para cada tipo de adesivo e a limitação do uso do método somente a DLJs balanceadas.

(King, 1978) elaborou um procedimento para a determinação da distribuição da tensão de cisalhamento no adesivo de SLJs e *multi-step*, sujeitas a carregamento de tração, compressão e cisalhamento. A técnica leva em conta a plasticidade do adesivo e assume que os aderentes se comportam elasticamente em membrana e são rígidos em flexão, podendo também considerar os aderentes como laminados de material ortotrópico. Sendo os aderentes rígidos em flexão, as tensões normais não são consideradas e conseqüentemente a distribuição das tensões normais é uniforme ao longo da espessura dos aderentes, isto é, os aderentes apresentam apenas tensões de membrana. Pelo fato do método não considerar o efeito de flexão na junta devido a momento fletor aplicado ou devido a excentricidade da carga, o método de análise proposto por (King, 1978) deve ser apenas utilizado em juntas DLJ ou *multi-step*. Em juntas onde o efeito de flexão é importante, no caso de SLJs, a técnica irá subestimar o nível de tensão para uma dada carga aplicada e, portanto, superestimar a capacidade de carga na junta.

(Grayley, 1980) elaborou curvas que possibilitam a determinação das tensões máximas de cisalhamento e normal, em regime elástico de DLJs sujeitas a carregamento de tração ou compressão. Neste método tanto os aderentes quanto o adesivo são considerados de material isotrópico e linear elástico. A vantagem deste procedimento, além da rapidez de se determinar as tensões, é de não precisar de uma curva tensão versus deformação para cada tipo de adesivo, além da possibilidade de utilizar DLJs não-balanceadas.

Os modelos analíticos descritos acima consideram que o pico de tensão (tensão máxima) ocorre nas bordas da zona colada, o qual viola o princípio de borda livre. A não consideração deste princípio superestima as tensões nas bordas e tendem a fornecer cargas de falha conser-

vativas. Os primeiros em considerar esse efeito de borda livre foram (Allman, 1977; Chen and Cheng, 1983). Eles demonstraram que a distância na qual ocorre a tensão máxima depende da flexibilidade relativa entre os aderentes e o adesivo. (Chen and Cheng, 1983) concluíram que a tensão máxima ocorre a uma distância equivalente a 20% da espessura do aderente.

(Tsai et al., 1998) aprimoraram os modelos clássicos de (Volkersen, 1938) e (Goland and Reissner, 1944) para SLJs e o modelo de (de Bruyne, 1944) no caso de DLJ's, para levar em conta as deformações por cisalhamento nos aderentes. Os resultados obtidos por eles mostraram grande proximidade com resultados experimentais, especialmente quando material compósito é usado nos aderentes.

Depois dos famosos trabalhos clássicos, alguns autores tentaram obter soluções fechadas mais gerais, Ex.: considerando aderentes diferentes (espessura e propriedades do material) ou aderentes de material compósito. Não obstante, assim como o modelo se torna mais geral, as equações que governam o problema se tornam mais complexas também, sendo necessário o uso de computadores de alta performance para chegar a uma solução. Existem dois tipos de soluções obtidas no computador. Na primeira, os modelos analíticos geram as tensões de forma direta, Ex.: (Goland and Reissner, 1944; Volkersen, 1938). No segundo, as equações diferenciais que governam o problema são resolvidas de forma numérica. (da Silva et al., 2009a) fizeram uma revisão bibliográfica dos dois grupos. A Tabela 2.2 mostra como a solução é obtida para cada modelo analítico. Por exemplo, a análise de (Pirvics, 1974) é uma das mais gerais, mas requer uma solução numérica. Esta técnica analítica é baseada na minimização da energia interna nas direções longitudinal e transversal. Da minimização e com as condições de contorno do problema, (Pirvics, 1974) chegou a um conjunto de equações diferenciais onde uma solução analítica é inviável. Portanto, uma abordagem numérica baseada em diferenças finitas foi implementada. Na análise de (Pirvics, 1974) dois tipos de juntas foram consideradas, SLJs e juntas coladas a topo (*butt joints*). Porém, a análise pode ser generalizada a outro tipo de juntas.

(Mortensen, 1998) desenvolveu um método de análise de juntas coladas que foi implementado no programa comercial de cálculo de juntas *ESAComp*. Neste método os aderentes são modelados como vigas ou placas em flexão cilíndrica e é utilizada a teoria clássica de laminação, (Daniel and Ishai, 1994). Os aderentes são painéis laminados em material compósito, podendo também considerar o uso de aderentes em laminados assimétricos e não-balanceados. Para a modelagem do adesivo, duas opções de modelo constitutivo de material são consideradas, o modelo linear elástico e o modelo elasto-plástico, sendo o último comum na maioria dos adesivos. As equações que governam o problema são obtidas pelas relações constitutivas e cinemáticas dos aderentes (Kirchhoff-Love) e adesivo; estas equações são substituídas

nas equações de equilíbrio deduzidas para a junta. As equações de equilíbrio são obtidas dividindo-se a junta em três regiões, a primeira e a segunda são as regiões dos aderentes fora da colagem e a terceira é a região de colagem que contém os dois aderentes e o adesivo. As equações que governam o problema são 16 equações diferenciais de primeira ordem que são integradas pelo método *multi-segment*, (Mortensen, 1998), tendo como solução as tensões no adesivo, o campo de deslocamentos e os esforços ao longo da junta. A validação do modelo de junta colada desenvolvido por (Mortensen, 1998) foi feita por comparação dos resultados obtidos com um modelo 2D de elementos finitos, utilizando ambos os aderentes e o adesivo em material isotrópico e linear elástico. Os resultados comparados são as distribuições de tensões normais e cisalhamento no adesivo e o campo de deslocamentos ao longo da junta.

Em outro trabalho sobre juntas coladas, (Mortensen and Thomsen, 2002a) mostram a influência dos efeitos de acoplamento no projeto de juntas devido ao uso de aderentes feitos em laminados assimétricos e não balanceados. Este trabalho mostra também a comparação das tensões normais no adesivo.

(Andruet, 1998) desenvolveu dois modelos de elementos finitos para modelagem de juntas coladas, sendo o primeiro 2D e o segundo 3D. Estes elementos foram formulados para serem implementados no programa comercial de elementos finitos ABAQUS, por apresentarem não linearidade geométrica em suas respectivas formulações. Ambos os elementos são formulados como sendo um elemento de junta completo, isto é, cada elemento possui os aderentes e o adesivo implementados. No elemento 2D, os aderentes são representados como viga de Euler-Bernoulli e a camada de adesivo utiliza a teoria de estado plano de tensão-deformação. Os nós dos aderentes estão ligados de forma rígida aos nós pertencentes ao adesivo através de equações de restrições. Já no modelo 3D, os aderentes são representados como placas de Kirchoff-Love e o adesivo como sólido, equações de restrições foram utilizadas para a ligação dos nós dos aderentes aos nós do adesivo. Os materiais do adesivo e aderente, para ambos os elementos, são considerados isotrópicos e lineares elásticos. Por se tratar de um problema de não linearidade geométrica, visto que as juntas coladas do tipo sobreposta apresentam em alguns casos grandes deslocamentos, as equações obtidas na formulação destes elementos são solucionadas pelo método de Newton-Raphson. A técnica possibilita a construção de modelos de juntas de quaisquer tipos, possibilitando ainda a simulação de trincas e delaminações.

(Chihdar and Pang, 1993, 1996), baseados na teoria de placas laminadas ortotrópicas, propuseram um modelo analítico para a determinação das tensões e deformações elásticas em SLJs. O modelo proposto considera a flexibilidade dos aderentes ao cisalhamento transversal, portanto aderentes espessos podem ser utilizados nesta técnica. Por assumirem estado plano de tensão-deformação tanto para os aderentes como para o adesivo, apenas laminados

unidirecionais ou cruzados são considerados. Os resultados obtidos com este método foram comparados com modelos 2D feitos no programa comercial de elementos finitos ALGOR.

(Tahmasebi, 2001) propôs uma técnica de modelagem de junta colada do tipo sobreposta utilizando o programa comercial de elementos finitos MSC NASTRAN. Nesta técnica os aderentes podem ser considerados como laminados de material isotrópico ou ortotrópico. Elementos de casca (CQUAD4) são utilizados para a modelagem dos aderentes e elementos de mola (CELAS) para a modelagem do adesivo. Dois tipos de rigidez são atribuídos aos elementos de mola que simulam o adesivo, a primeira é para a simulação das tensões normais e a segunda é para o cisalhamento. A ligação dos elementos de mola, que simulam o adesivo, aos elementos de placa, que simulam os aderentes, é feita através de equações de restrição.

Tabela 2.2: Sumário da revisão bibliográfica segundo (da Silva et al., 2009a)

Modelo	Linearidade do material				Aderente					Adesivo			Solução	
	Adesivo		Aderente		Isot.	Cmp.	=	Dif.		$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$	Fch.	Num.
	Lin.	Nln.	Lin.	Nln.				Esp.	Mat.					
(Volkersen, 1938)	X		X		X		X	X				X	X	
(Goland and Reissner, 1944)	X		X		X		X				X	X	X	
(Wah, 1973)	X		X		X	X	X	X				X	X	X
(Hart-Smith, 1973a,b)	X	X	X		X		X				X	X	X	
(Pirvics, 1974)	X		X		X		X	X	X	X	X	X	X	X
(Grimes and Greimann, 1975)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
(Renton and Vinson, 1975a,b)	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	
(Srinivas, 1975)	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
(Allman, 1977)	X		X		X	X	X			X	X	X	X	
(Ojalvo and Eidinoff, 1978)	X		X		X		X		X	X	X	X	X	
(Delale et al., 1981)	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	
(Bigwood and Crocombe, 1989)	X		X		X		X	X	X	X	X			X
(Bigwood and Crocombe, 1990)	X	X	X		X		X	X	X	X	X	X	X	
(Cheng et al., 1991)	X		X		X		X	X	X	X	X			X
(Crocombe and Bigwood, 1992)	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X
(Adams and Mallick, 1992)	X	X	X		X		X	X	X	X	X	X	X	
(Tong, 1996)	X	X	X		X		X			X	X	X	X	
(Yang and Pang, 1996)	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
(Frostig et al., 1999)	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
(Sawa et al., 2000)	X		X		X		X	X	X	X	X	X	X	X
(Mortensen and Thomsen, 2002b)	X	X	X		X	X	X	X	X			X		
(Adams et al., 1997)	X	X	X	X	X		X						X	
(Wang et al., 2003)	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X		X
(Smeltzer and Klang, 2003)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X

## 2.5 Critérios de Falha

Nesta seção será mostrada uma pequena revisão dos principais critérios de falha encontrados na literatura para o caso de cargas estáticas. No caso específico de cargas estáticas e de impacto, os critérios de falha visam prever a carga que a junta será capaz de resistir, enquanto que para cargas cíclicas (fadiga), o critério de falha visará prever o tempo de vida da junta.

A literatura sobre a previsão de falha de adesivos usados em juntas estruturais para o caso de cargas estáticas é extensa. Numerosos critérios de falha foram propostos e usados com certo grau de êxito. Esta revisão não pretende ser exaustiva, mas pretende explorar criticamente os principais aspectos da literatura sobre critérios de falha adesiva. Elas podem ser agrupadas nas seguintes categorias, (Randolph and Clifford, 2004):

- Máximo valor de tensão ou deformação;
- Tensão ou deformação máxima à uma distância ou sobre uma zona;
- Critério da zona ou estado limite;
- Critérios baseados em energia;
- Critérios baseados na mecânica da fratura;
- Critérios baseados na mecânica do dano.

Devido a análise presente neste trabalho considerar apenas cargas estáticas, o universo de critérios de falha se restringe aos cinco primeiros grupos.

### 2.5.1 Máximo valor de tensão ou deformação - Critério do valor máximo

Este tipo de critério de falha é considerado como a maior e mais intuitiva categoria de falha em juntas coladas. Este critério de falha assume que a junta falhará quando esta atingir um valor crítico de tensão ou deformação em qualquer ponto da junta.

Os critérios de falha têm evoluído naturalmente, assim como os modelos analíticos. Por exemplo, no modelo descrito por (Volkersen, 1938), o adesivo era assumido com deformação somente por cisalhamento. É lógico considerar a máxima tensão de cisalhamento como critério de falha.

Este princípio foi usado também por (Greenwood et al., 1969). Eles usaram o modelo analítico desenvolvido por (Goland and Reissner, 1944) e descobriram que a tensão máxima de cisalhamento ocorria à cerca de  $45^\circ$  na camada adesiva. A tensão de falha prevista por (Greenwood et al., 1969) superestimava a falha experimental em aproximadamente 14%.

(Hart-Smith, 1973b) utilizou também este critério. Ele propôs que uma das categorias de falha na junta era justamente a falha local por cisalhamento no plano do adesivo. No entanto, estabeleceu que este tipo de falha é “extremamente raro na prática estrutural”.

Da mesma forma, várias quantidades têm sido usadas para prever a força da junta:

- A máxima tensão normal foi usada por (Adams and Panes, 1994; Crocombe and Tatarrek, 1985; Hart-Smith, 1973b). As tensões normais devem ser minimizadas no projeto em vez de serem utilizadas como valor limite no cálculo da força da junta, (Hart-Smith, 1985).
- A tensão e deformação principal máxima foi usada por (Harris and Adams, 1984) como critério de falha. Eles predizeram a força de uma SLJ com uma precisão de cerca de 10%, usando uma análise por elementos finitos e considerando um comportamento elasto-plástico no adesivo. No trabalho desenvolvido por (Adams and Harris, 1987), aderentes de Alumínio foram colados usando quatro tipos diferentes de adesivos. Foi mostrado que para dois dos adesivos o critério de tensão crítica pode ser aplicado. Este fato não foi necessariamente relacionado à ductilidade mostrada pelo adesivo. Apenas uma espessura de adesivo e modo de carga foram considerados e os valores das tensões máximas são apenas uma consequência da malha de elementos finitos utilizada. Este mesmo critério de falha foi usado por (Crocombe et al., 1990) em ensaios de clivagem e de compressão cisalhante.
- A tensão e deformação máxima de von Mises foi usada por (Ikegami et al., 1989) como critério de falha para juntas do tipo “scarf”. Segundo (Charalambides et al., 1997), este critério é ineficiente em DLJs. Esta ineficiência se deve ao fato de que o critério de von Mises desconsidera a tensão hidrostática, que afeta significativamente o escoamento e o comportamento da deformação dos polímeros.
- A máxima deformação por cisalhamento foi usada por (Lee and Lee, 1992) como critério de falha, eles propuseram um modelo de falha para juntas coladas tubulares submetidas a torção, que incorpora falha coesiva para pequenas espessuras de adesivo e falha de interface para espessuras superiores.

(Chai, 1993) também utilizou a deformação máxima por cisalhamento como critério de falha, ele realizou uma investigação experimental envolvendo corpos de prova com trincas superficiais submetidas à flexão. As deformações foram medidas usando imagens de vídeo de alta ampliação. Ele mostra que a deformação máxima por cisalhamento parece diminuir com o aumento da espessura de adesivo, mas que existe uma estreita correlação entre os tipos de trinca devido a deformação por cisalhamento encontradas nestas provas e os medidos no teste de “*napkin ring*”. Contudo, isso implica que não há um comportamento uniforme do material e, portanto, seu uso é bastante restrito. Além disso, essas deformações são de alguma forma “médias” quando a deformação da trinca é infinita e, portanto, não é claro como esses valores poderiam ser utilizados em uma análise onde os valores pontuais de deformação são encontrados. Também foi demonstrado que esta pode ser interpretada em termos de energia crítica de fratura, uma vez que o valor desta energia é variável com a espessura do adesivo.

### 2.5.2 Tensão ou deformação crítica à uma distância ou numa zona

Este tipo de critério de falha tem sido naturalmente adotado devido à grande dependência dos valores máximos (primeira categoria) com respeito à malha de elementos finitos, esta dependência é resultado do requerimento inevitável de lidar com singularidades. (Zhao, 1991) usou um critério baseado na máxima tensão média ponderada, onde a espessura do adesivo é a distância sobre a qual é tirada a média das tensões e logo comparada com a tensão de escoamento do adesivo. (Charalambides et al., 1997) mostrou mais tarde para DLJs, que a tensão máxima está localizada fora da zona analisada por (Zhao, 1991).

(Clarke and McGregor, 1993) estabeleceram que para a falha ocorrer, a tensão máxima principal deve exceder a tensão máxima uniaxial do adesivo numa zona finita. Eles usaram três tipos diferentes de geometria (SLJ, DLJ e juntas do tipo *T-peel*) para demonstrar que essa zona é independente da geometria da junta analisada. Mais tarde, (Charalambides et al., 1997) descobriram que tais predições sobreestimavam as cargas experimentais em cerca de 68% para DLJs com zonas coladas compridas.

A deformação crítica numa distância foi usada por (Towse et al., 1997a) em DLJs. Eles usaram uma análise não-linear incluindo tensões residuais térmicas na sua formulação. Foi demonstrado que a junta falha quando a deformação próxima à singularidade atinge a deformação máxima permissível do adesivo. O mesmo critério foi usado por (Towse et al., 1997b) no estudo de uma junta tipo “*combjoint*”. Para ambos os estudos a distância é calculada experimentalmente. Outros autores, (Chow and Lu, 1992; Trantina, 1972), também

usaram dados experimentais para determinar essa distância característica. O problema deste princípio é a inviabilidade de usar este critério em juntas que não possuam os mesmos aderentes e adesivos caracterizados previamente.

### 2.5.3 Critério da zona limite

Este critério foi desenvolvido por (Crocombe, 1989) e também é conhecido como critério do escoamento global, “*global yielding*”. (Crocombe, 1989) validou o seu critério mediante três estudos independentes. No primeiro, ele estudou a junta colada de sobreposição simples (SLJ). Com este estudo, ele conseguiu demonstrar por que a força da junta aumenta quando a espessura do adesivo diminui, uma análise deste princípio também é mostrada no capítulo de resultados. No segundo, ele analisou a falha em juntas coladas de sobreposição dupla (DLJ) e no último estudo ele analisou ambas as juntas a partir de um teste de compressão.

(Crocombe, 1989) aponta que para uma ampliada gama de juntas é possível fazer uma boa estimativa da força da junta sem saber exatamente onde ocorrerá a falha local. Tal estimativa é baseada no fato que na maioria dos adesivos a curva tensão-deformação torna-se assintótica para certo valor de tensão, atingindo um nível de deformação acima do qual a junta não resistiria com mais um incremento significativo na sua carga. Se todo o adesivo atingir este nível de deformação antes da ruptura local, será definido este como um limite da carga que a junta poderá resistir. Este tipo de falha é denominado falha global.

(Zhao, 1991) aplicou também este princípio a um adesivo do tipo CTBN (*Carboxyl Terminated Butadiene Nitrile*). (Schmit and Fraisse, 1992) incluíram o escoamento global como um dos possíveis mecanismos de falha na sua análise de juntas do tipo step duplo. Este critério é somente aplicável a uma faixa limitada de juntas coladas. A maioria dos adesivos epóxicos estruturais não possuem suficiente ductilidade para atingir o escoamento global antes da falha da junta, (Crocombe and Kinloch, 1994).

### 2.5.4 Critérios baseados em energia

Os critérios baseados em energia são divididos basicamente em critérios que usam a densidade de energia de deformação como valor limite e critérios que usam somente a máxima densidade de energia plástica como valor limite. No primeiro caso, a falha no adesivo ocorrerá quando a densidade de energia de deformação atingir um valor crítico em qualquer ponto da zona colada. Este valor crítico pode ser definido como à área sob a curva tensão-deformação de um ensaio de cisalhamento ou *peel* puro, ou como uma combinação destes dois valores,

(Tong, 1996, 1998). Uma descrição mais detalhada deste critério será dada no capítulo de critérios de falha.

Baseado em idealizações do comportamento do adesivo do tipo elasto-plástico e bilinear, (Hart-Smith, 1973a,b) propôs uma fórmula simples que expressa a carga de falha de uma junta do tipo DLJ em função da densidade de energia de deformação. Esta fórmula simples foi utilizada por (Jones et al., 1993; Thrall, 1979) para o projeto de juntas coladas, e por (Baker and Jones, 1988; Hart-Smith, 1988) para o projeto de reparos estruturais. Tong estendeu o trabalho de Hart-Smith considerando uma curva tensão-deformação real, para o caso de juntas tipo DLJ, (Tong, 1994) e para SLJ, (Tong, 1996, 1998).

(Adams and Harris, 1987) utilizou a máxima densidade de energia plástica em conjunto com uma análise elasto-plástica para determinar a força de juntas tipo SLJ. Eles modificaram a malha para reduzir as singularidades, arredondando os filetes do adesivo. O arredondamento usado foi da ordem da espessura do adesivo. Porém, não foi dada uma boa justificativa de porque foi usado este valor, nem da influência na densidade de energia de deformação. Este critério foi utilizado também por (Zhao and Adams, 1989), o trabalho deles é praticamente uma continuação do trabalho apresentado por (Adams and Harris, 1987). Eles deduziram que este critério não funcionaria com juntas com cantos afiados e seria necessário um arredondamento da ordem de duas vezes a espessura do adesivo para cobrir a maioria das juntas. Além de serem necessários numerosos testes para a validação deste critério.

# Capítulo 3

## Modelos Analíticos

### 3.1 Volkersen

O primeiro método analítico conhecido na literatura, utilizado para calcular esforços em juntas coladas foi desenvolvido por (Volkersen, 1938). (Volkersen, 1938) apresentou a análise de uma junta conhecida como “*shear-lag model*”, ou modelo de cisalhamento. Nesta análise foi introduzido o conceito de diferencial de cisalhamento.

O efeito devido à carga excêntrica não foi considerado neste modelo. Esta análise considera apenas as tensões cisalhantes devido à diferença de deformação. As tensões normais devido à flexão dos aderentes são desprezadas. O modelo considera que os aderentes estão submetidos a um carregamento uniaxial de tração e as tensões cisalhantes são analisadas apenas na camada do adesivo, que tem espessura uniforme e cujas extremidades são planas e normais à direção de aplicação da carga. A distribuição de tensão de cisalhamento é dada por:

$$\tau = \frac{P\omega}{2b} \cdot \frac{\cosh(\omega x)}{\sinh\left(\frac{\omega l}{2}\right)} + \left(\frac{t_t - t_b}{t_t + t_b}\right) \cdot \left(\frac{\omega l}{2}\right) \cdot \frac{\sinh(\omega x)}{\cosh\left(\frac{\omega l}{2}\right)} \quad (3.1)$$

onde,

$$\omega = \sqrt{\frac{G_a}{Et_t t_a} \left(1 + \frac{t_t}{t_b}\right)} \quad (3.2)$$

O valor de  $\omega$  tem unidades de comprimento e é a distância característica de cisalha-

mento, medida de quanto rápido a carga aplicada é transferida de um aderente ao outro.  $t_t$  é a espessura do aderente superior,  $t_b$  é a espessura do aderente inferior,  $t_a$  é a espessura do adesivo,  $b$  é a largura da zona colada,  $l$  é o comprimento da zona colada,  $E$  é o módulo de elasticidade do aderente,  $G$  é o módulo de cisalhamento do adesivo e  $P$  é a força aplicada. A origem de  $x$  é a metade do comprimento da zona colada, como mostrado na Figura 3.1.

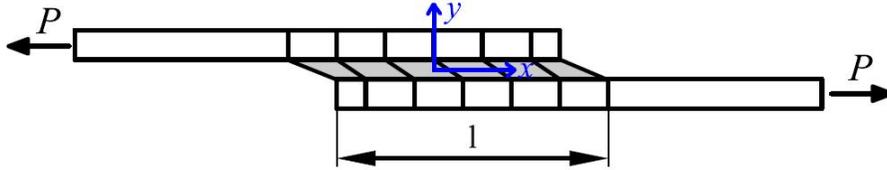


Figura 3.1: Modelo de Volkersen

A Equação (3.1) mostra que para juntas com aderentes diferentes a tensão é máxima (por isto, mais propenso a falhar) no extremo da zona colada onde o aderente submetido à carga é mais fino. Este princípio é mostrado na Figura 3.2, para  $t_t \gg t_b$ :

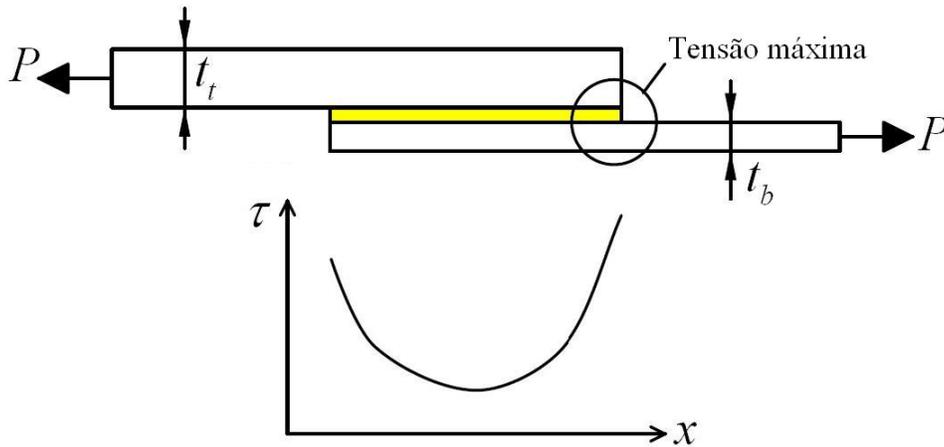


Figura 3.2: Princípio da máxima tensão para juntas com materiais diferentes

Além disso, as menores tensões nos adesivos são obtidas quando os aderentes são iguais, é dizer:  $t_t = t_b = t$ . Assumindo que a junta é suficientemente longa para considerar:  $\sinh\left(\frac{\omega l}{2}\right) = \cosh\left(\frac{\omega l}{2}\right)$ , a Equação (3.1) resulta em:

$$\tau = \frac{\omega P}{2} = \sqrt{\frac{G_a}{Et_t t_a} \left(1 + \frac{t_t}{t_b}\right)} \cdot \frac{P}{2} \quad (3.3)$$

A Equação (3.3) é uma fórmula de vital importância, devido a que mostra aspectos essenciais da tensão máxima no adesivo:

- Para juntas muito longas, é independente do comprimento da zona colada  $l$ .
- Aumenta quando o módulo de cisalhamento do adesivo aumenta.
- Aumenta quando o módulo de elasticidade e a espessura do aderente diminui.
- Aumenta quando a espessura do adesivo diminui

## 3.2 Goland & Reissner

(Goland and Reissner, 1944) foram os primeiros a considerar os efeitos devido à rotação dos aderentes, Figura 3.3. Eles dividiram o problema em duas partes. O objetivo principal da primeira parte foi a determinação das cargas nos extremos da zona colada. Nesta parte os efeitos das deflexões dos aderentes foram considerados mediante a teoria de placas finas. O objetivo principal da segunda parte foi a determinação das tensões devido às cargas aplicadas. Devido a que a largura das chapas é muito maior do que sua espessura o problema foi formulado como estado plano de deformações.

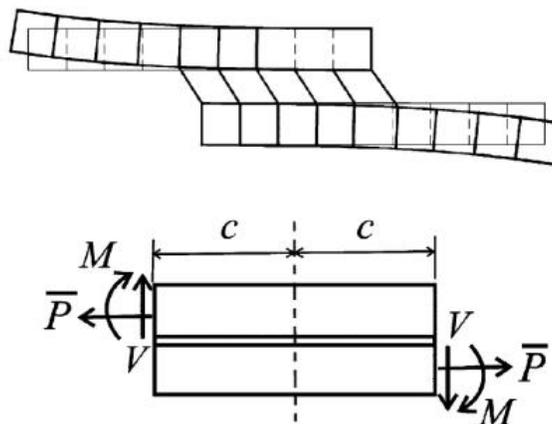


Figura 3.3: Modelo de Goland & Reissner

O efeito da rotação foi introduzido mediante o fator de momento fletor  $k$  e o fator de força cortante  $k'$ , os quais relacionam a carga aplicada por unidade de largura  $\bar{P}$  com

o momento fletor  $M$  e a força cortante  $V$  respectivamente. Estes fatores são descritos nas Equações (3.4) e (3.5).

$$M = k \frac{\bar{P}t}{2} \quad (3.4)$$

$$V = k' \frac{\bar{P}t}{c} \quad (3.5)$$

Para cargas muito pequenas, não há rotação da junta e os fatores  $k$  e  $k'$  se igualam a um. Com o aumento da carga,  $k$  e  $k'$  decrescem, e como consequência a força transversal e o momento fletor decrescem também.

A expressão para a tensão de cisalhamento  $\tau_{(x)}$  segundo (Goland and Reissner, 1944) é dada por:

$$\tau_{(x)} = -\frac{1}{8} \frac{\bar{P}}{c} \left\{ \frac{\beta c}{t} (1 + 3k) \frac{\cosh\left(\frac{\beta c x}{t c}\right)}{\sinh(\beta c/t)} + 3(1 - k) \right\} \quad (3.6)$$

onde,  $\bar{P}$  é a carga aplicada por unidade de largura,  $c$  é a metade do comprimento da zona colada,  $t$  é a espessura do aderente,  $\nu$  é a razão de Poisson e o fator de momento fletor  $k$  é dada por:

$$k = \frac{\cosh(u_2 c)}{\cosh(u_2 c) + 2\sqrt{2} \sinh(u_2 c)} \quad (3.7)$$

onde:

$$u_2 = \sqrt{\frac{3(1 - \nu^2)}{2}} \frac{1}{t} \sqrt{\frac{\bar{P}}{tE}} \quad (3.8)$$

$$\beta^2 = 8 \frac{G_a}{E} \frac{t}{t_a} \quad (3.9)$$

A expressão para a tensão normal  $\sigma_{(x)}$  é dada por:

$$\begin{aligned} \sigma_{(x)} = \frac{1}{\Delta} \frac{Pt}{c^2} & \left[ \left( \frac{R_2 \lambda^2 k}{2} + \lambda k' \cosh(\lambda) \cos(\lambda) \right) \cosh\left(\frac{\lambda x}{c}\right) \cos\left(\frac{\lambda x}{c}\right) \right. \\ & \left. + \left( \frac{R_1 \lambda^2 k}{2} + \lambda k' \sinh(\lambda) \sin(\lambda) \right) \sinh\left(\frac{\lambda x}{c}\right) \sin\left(\frac{\lambda x}{c}\right) \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde:

$$k' = \frac{kc}{t} \sqrt{3(1-\nu^2) \frac{\bar{P}}{tE}} \quad (3.11)$$

$$\lambda = \gamma \frac{c}{t} \quad (3.12)$$

$$\gamma^4 = 6 \frac{E_a}{E} \frac{t}{t_a} \quad (3.13)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} (\sin(2\lambda) + \sinh(2\lambda)) \quad (3.14)$$

$$R_1 = \cosh(\lambda) \sin(\lambda) + \sinh(\lambda) \cos(\lambda) \quad (3.15)$$

$$R_2 = -\cosh(\lambda) \sin(\lambda) + \sinh(\lambda) \cos(\lambda) \quad (3.16)$$

### 3.3 Hart-Smith

Um dos primeiros a considerar a não-linearidade do material foi Hart-Smith. Ele considerou plasticidade no adesivo para juntas coladas de sobreposição simples (SLJ), (Hart-Smith, 1973b) e para juntas de sobreposição dupla (DLJ), (Hart-Smith, 1973a). Para SLJs (Hart-Smith, 1973b) considerou a tensão normal como sendo puramente elástica e o cisalhamento como sendo elástico e elasto-perfeitamente plástico. O modelo elastoplástico foi traçado tal que a tensão e a deformação última do modelo é equivalente à tensão e deformação última do adesivo, sendo que nos dois casos a energia de deformação (área em baixo da curva tensão-deformação) é igual, vide Figura 3.4.

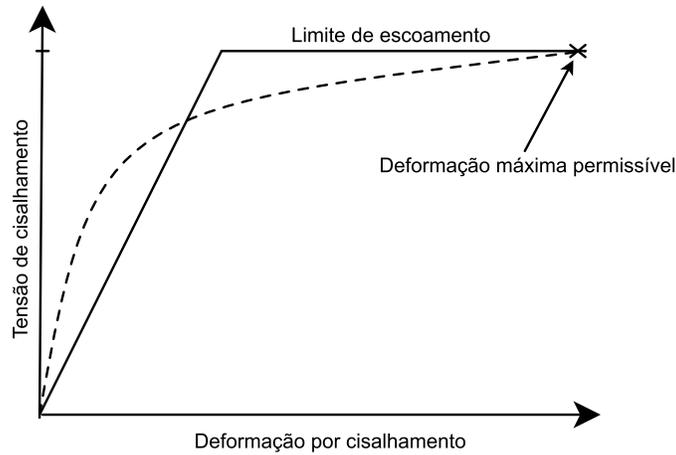


Figura 3.4: Modelo de Hart-Smith.

De acordo com (Hart-Smith, 1973b), a tensão de cisalhamento elástica  $\tau_{(x)}$  em uma SLJ é dada por:

$$\tau_{(x)} = A_2 \cosh(2\lambda'x) + C_2 \quad (3.17)$$

onde:

$$\lambda' = \sqrt{\left[ \frac{1 + 3(1 - \nu^2)}{4} \right] \frac{2G_a}{t_a E t}} \quad (3.18)$$

$$A_2 = \frac{G_a}{t_a E t} \left[ \bar{P} + \frac{6(1-\nu^2)M}{t} \right] \frac{1}{2\lambda' \sinh(2\lambda'c)} \quad (3.19)$$

$$C_2 = \frac{1}{2c} \left[ \bar{P} - \frac{A_2}{\lambda'} \sinh(2\lambda'c) \right] \quad (3.20)$$

$$M = \bar{P} \left( \frac{t+t_a}{2} \right) \frac{1}{1 + \xi c + \left( \frac{\xi^2 c^2}{6} \right)} \quad (3.21)$$

$$\xi^2 = \frac{\bar{P}}{D} \quad (3.22)$$

onde  $D$  é a rigidez à flexão dos aderentes, dada por  $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$

A tensão normal  $\sigma_{(x)}$  no adesivo é definida por:

$$\sigma_{(x)} = A \cosh(\chi x) \cos(\chi x) + B \sinh(\chi x) \sin(\chi x) \quad (3.23)$$

onde:

$$\chi^4 = \frac{E_a}{2Dt_a} \quad (3.24)$$

$$A = -\frac{E_a M [\sin(\chi c) - \cos(\chi c)]}{t_a D \chi^2 e^{(\chi c)}} \quad (3.25)$$

$$B = \frac{E_a M [\sin(\chi c) + \cos(\chi c)]}{t_a D \chi^2 e^{(\chi c)}} \quad (3.26)$$

O adesivo é dividido em três regiões: uma região central, que é considerada elástica, de comprimento  $d$ , e duas regiões externas, que são consideradas plásticas, Figura 3.5. O comprimento do adesivo é  $l$ . Para um correto equilíbrio da junta, as duas regiões não lineares têm comprimento  $(\frac{l-d}{2})$ .

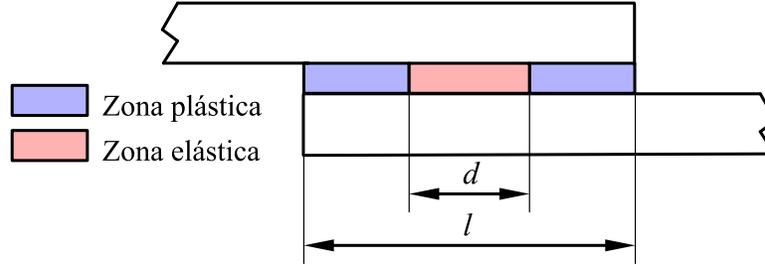


Figura 3.5: Regiões elásticas e plásticas consideradas pela análise de Hart-Smith.

O problema é resolvido na região elástica em termos da tensão de cisalhamento, de acordo com a expressão dada por:

$$\tau_{(x)} = A_2 \cosh(2\lambda'x) + \tau_p(1 - K) \quad (3.27)$$

onde:

$$A_2 = \frac{K\tau_p}{\cosh(\lambda'd)} \quad (3.28)$$

A deformação por cisalhamento é dada por:

$$\gamma_{(x')} = \gamma_e \left\{ 1 + 2K \left[ (\lambda'x')^2 + \lambda'x' \tanh(\lambda'd) \right] \right\} \quad (3.29)$$

onde  $\tau_p$  é o limite de escoamento por cisalhamento do adesivo.  $K$  e  $d$  são obtidos por iteração usando as seguintes equações:

$$\frac{\bar{P}}{l\tau_p} (\lambda'l) = 2\lambda' \left( \frac{l-d}{2} \right) + (1 - K) (\lambda'd) + K \tanh(\lambda'd) \quad (3.30)$$

$$\left[1 + 3k(1 - \nu^2) \left(1 + \frac{t_a}{t}\right)\right] \frac{\bar{P}}{\tau_p} \lambda^2 \left(\frac{l-d}{2}\right) = 2 \left(\frac{\gamma_p}{\gamma_e}\right) + K \left[2\lambda' \left(\frac{l-d}{2}\right)\right]^2 \quad (3.31)$$

$$\left(\frac{\gamma_p}{\gamma_e}\right) = K \left\{ \left[2\lambda' \left(\frac{l-d}{2}\right) + \tanh(\lambda'd)\right]^2 - \tanh^2(\lambda'd) \right\} \quad (3.32)$$

onde,  $\gamma_e$  e  $\gamma_p$  são as deformações elástica e plástica do adesivo respetivamente.

### 3.4 Ojalvo & Eidinoff

O modelo de (Ojalvo and Eidinoff, 1978) é baseado no modelo de (Goland and Reissner, 1944). Foram modificados alguns coeficientes na formulação da tensão cisalhante e adicionados novos termos na equação diferencial e novas condições de contorno, para a formulação da tensão normal. Este modelo foi o primeiro em prever a variação da tensão cisalhante através da espessura do adesivo. A distribuição de tensões por cisalhamento adimensional encontrada por (Ojalvo and Eidinoff, 1978) é dada por:

$$\tau^* = A \cosh\left(\lambda\sqrt{2+6(1+\beta)^2}x^*\right) + B \quad (3.33)$$

onde:

$$A = \frac{2\lambda(1+3(1+\beta)^2k)}{\sqrt{2+6(1+\beta)^2} \sinh\left(\lambda\sqrt{2+6(1+\beta)^2}x^*\right)} \quad (3.34)$$

$$B = 1 - \frac{A \sinh\left(\lambda\sqrt{2+6(1+\beta)^2}\right)}{\lambda\sqrt{2+6(1+\beta)^2}} \quad (3.35)$$

$$\lambda^2 = \frac{G_a c^2}{E^* t h} \quad (3.36)$$

$$\beta = \frac{h}{t} \quad (3.37)$$

onde  $E^* = E$  para aderentes no estado plano de tensões e  $E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$  para aderentes no estado plano de deformações,  $h$  é a espessura do adesivo, e  $k$  é o fator de momento fletor obtido do modelo de (Hart-Smith, 1973b). A máxima distribuição de esforços por cisalhamento adimensional é encontrada na interface adesivo/aderente e é equivalente a:

$$\tau^{**} = \tau^* \pm \Delta\tau^* \quad (3.38)$$

onde:

$$\Delta\tau^* = \frac{G_a h}{2E_a} \sigma^{*'} \quad (3.39)$$

A distribuição de tensões normais adimensional  $\sigma^*$  é descrita por:

$$\sigma^* = C \sinh(\alpha_1 x^*) \sin(\alpha_2 x^*) + D \cosh(\alpha_1 x^*) \cos(\alpha_2 x^*) \quad (3.40)$$

onde:

$$\alpha_1^2 = \frac{3\beta\lambda^2}{2} + \frac{\rho}{2} \quad (3.41)$$

$$\alpha_2^2 = -\frac{3\beta\lambda^2}{2} + \frac{\rho}{2} \quad (3.42)$$

$$\rho^2 = \frac{24E_a c^4}{E^* h t^3} \quad (3.43)$$

As variáveis  $C$  e  $D$  são obtidas mediante substituição das derivadas da Equação (3.40) nas Equações (3.44) e (3.45):

$$\sigma^{*'''}(\pm 1) - 6\beta\lambda^2\sigma^{*'}(\pm 1) = \mp k\frac{t}{2c}\rho^2(1 + \beta) \quad (3.44)$$

$$\sigma^{*''}(\pm 1) = k\frac{t}{2c}\rho^2(1 + \beta) \quad (3.45)$$

Toda a análise é feita adimensionalmente, considerando as expressões dadas por:

$$\tau^* = \frac{\tau}{\bar{\tau}} \quad (3.46)$$

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\bar{\tau}} \quad (3.47)$$

$$x^* = \frac{x}{c} \quad (3.48)$$

onde:

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{P}}{2c} \quad (3.49)$$

# Capítulo 4

## Critérios de Falha

Neste capítulo serão apresentados os principais critérios de falha conhecidos na literatura para o caso de problemas estáticos. Geralmente, os critérios de falha para juntas coladas são divididos nas seguintes categorias:

- Máximo valor de tensão ou deformação;
- Tensão ou deformação máxima à uma distância ou sobre uma zona;
- Critério da zona ou estado limite;
- Critérios baseados em energia;
- Critérios baseados em resultados experimentais;
- Critérios baseados na mecânica da fratura;
- Critérios baseados na mecânica do dano.

Devido a análise presente neste trabalho considerar apenas cargas estáticas, o universo de critérios de falha se restringe aos cinco primeiros grupos. Além disso, serão desconsiderados o segundo e quinto grupo, devido à necessidade da aplicação de numerosos testes, resultando em métodos caros e usualmente aplicáveis a uma combinação determinada de materiais.

### 4.1 Critério do valor máximo

Este tipo de critério de falha é considerado como a maior e mais intuitiva categoria de falha em juntas coladas. Os critérios de falha têm evoluído naturalmente, assim como os

modelos analíticos. Por exemplo, no modelo de (Volkersen, 1938), o adesivo era assumido com deformação somente por cisalhamento. É lógico considerar a máxima tensão de cisalhamento como critério de falha. Serão considerados o critério de máxima tensão de cisalhamento e o de máxima tensão normal em todos os modelos analíticos elásticos implementados.

Sabe-se que para uma determinada carga aplicada e certas condições de geometria pode ser achada uma distribuição de tensões, tanto para cisalhamento como para as tensões normais. Esta distribuição de tensões tem um valor máximo nas bordas do adesivo ( $x = \pm \frac{l}{2}$ ). A carga aplicada que gera uma distribuição de tensões a qual possui uma tensão igual à tensão máxima permitível nas bordas do adesivo será denominada carga de falha. Este processo pode ser facilmente implementado de forma progressiva, aumentando a carga até atingir o estado esperado. Este processo pode ser observado nas Figuras 4.1 e 4.2 para cisalhamento e tensões normais respectivamente.

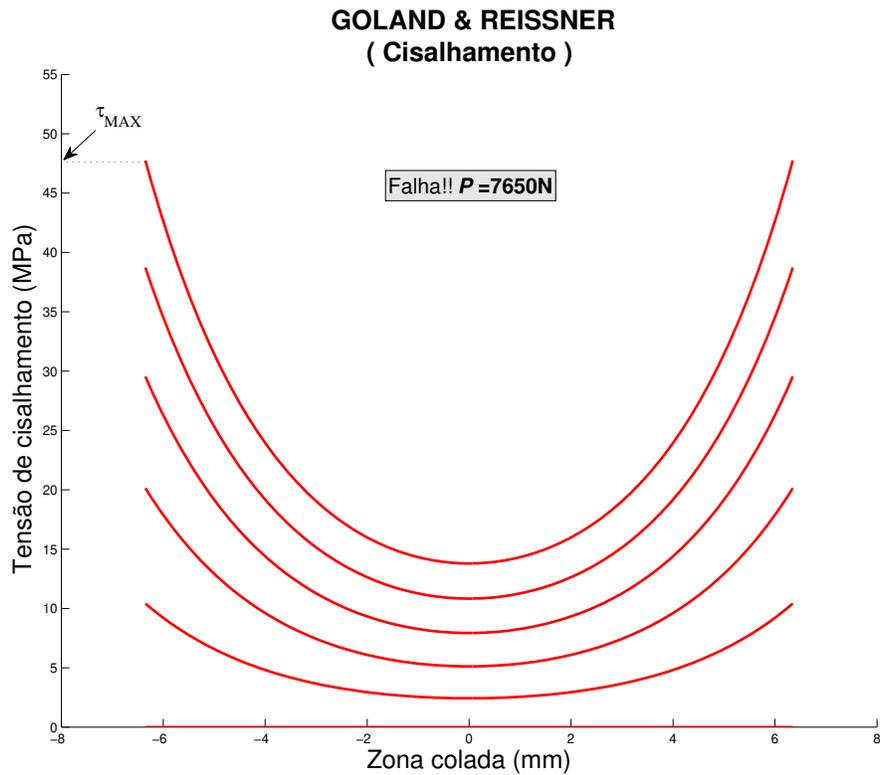


Figura 4.1: Processo para achar a carga de falha por cisalhamento.

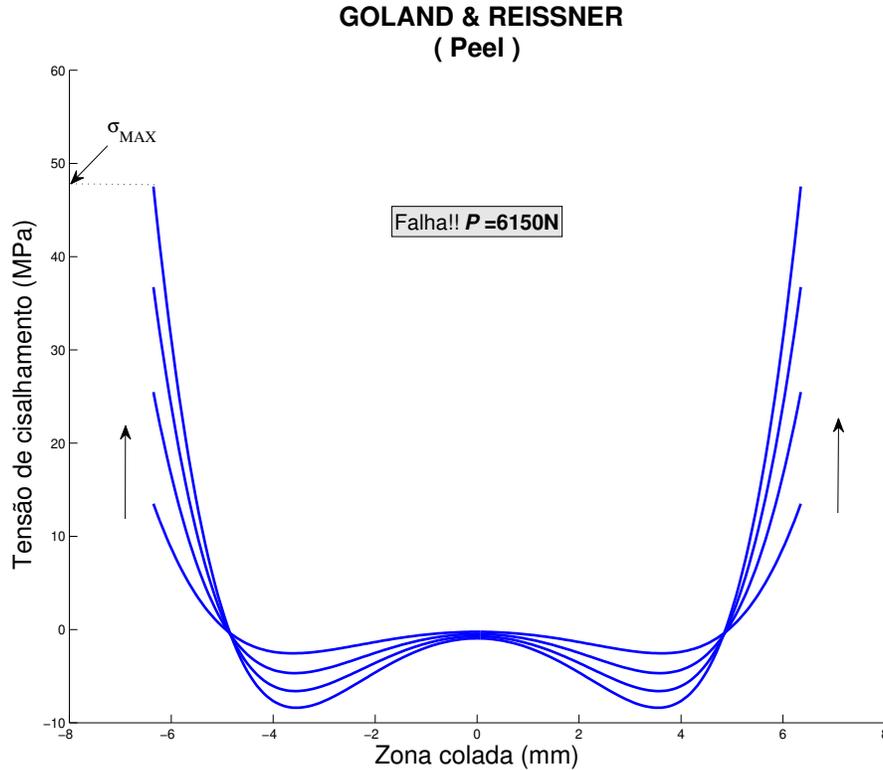


Figura 4.2: Processo para achar a carga de falha por tensões normais.

## 4.2 Critério da zona limite

Este critério foi desenvolvido por (Crocombe, 1989) e também é conhecido como critério do escoamento global, “*global yielding*”. (Crocombe, 1989) validou o seu critério mediante três estudos independentes. No primeiro, ele estudou a junta colada de sobreposição simples (SLJ). Com este estudo, ele conseguiu demonstrar por que a força da junta aumenta quando a espessura do adesivo diminui, uma análise deste princípio também é mostrada no capítulo de resultados. No segundo, ele analisou a falha em juntas coladas de sobreposição dupla (DLJ) e no último estudo ele analisou ambas as juntas a partir de um teste de compressão.

(Crocombe, 1989) aponta que para uma ampliada gama de juntas é possível fazer uma boa estimativa da força da junta sem saber exatamente onde ocorrerá a falha local. Tal estimativa é baseada no fato que na maioria dos adesivos a curva tensão-deformação torna-se assintótica para certo valor da tensão, atingindo um nível de deformação acima do qual a junta não resistiria com mais um incremento significativo na sua carga. Se todo o adesivo

atingir este nível de deformação antes da ruptura local, será definido este como um limite da carga que a junta poderá resistir. Este tipo de falha é denominado falha global.

No presente trabalho foi implementado somente um modelo que considera a não-linearidade do material no adesivo. É por isto, que o critério descrito acima somente será aplicável a este modelo (modelo elasto-plástico de Hart-Smith). Será definida a falha na junta quando o estado de escoamento global seja atingido no adesivo, ou seja, quando cada ponto ao longo da zona colada tenha escoado (plastificado). Uma explicação mais detalhada da aplicação deste critério no modelo será mostrada no capítulo de resultados.

#### 4.2.1 Critério da zona limite aplicado ao modelo elasto-plástico de Hart-Smith

Como descrito no capítulo 3, o modelo elasto-plástico de Hart-Smith divide o adesivo em três regiões: uma região central, que é considerada elástica, de comprimento  $d$ , e duas regiões externas, que são consideradas plásticas, Figura 4.3.

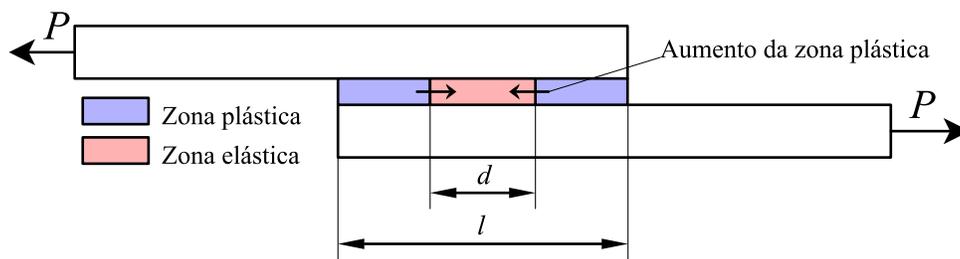


Figura 4.3: Regiões elásticas e plásticas consideradas pela análise de Hart-Smith

A zona plástica aumenta com o incremento da carga aplicada na junta colada, como mostram as setas nas Figuras 4.3 e 4.4. As Figuras 4.4a e 4.4b mostram com maior detalhe o processo de plastificação do adesivo. De vermelho podem ser observadas as distribuições de tensões na zona plástica. De azul é observado o comportamento plástico, neste estado a tensão é constante e igual à tensão de escoamento por cisalhamento ( $\tau_p$ ).

Quando o adesivo plastifica totalmente ( $d = 0$ ), a junta atinge um nível acima do qual a junta não resistirá a mais um incremento significativo na sua carga. Este estado é chamado estado de escoamento global ou “*global yielding*”, como definido por (Crocombe, 1989). Como consequência, a falha no adesivo ocorrerá assim que atingir este estado. A formulação proposta por (Hart-Smith, 1973b) é complexa e precisa de um processo iterativo para poder achar completamente a distribuição de tensões. Porém, é possível achar a carga

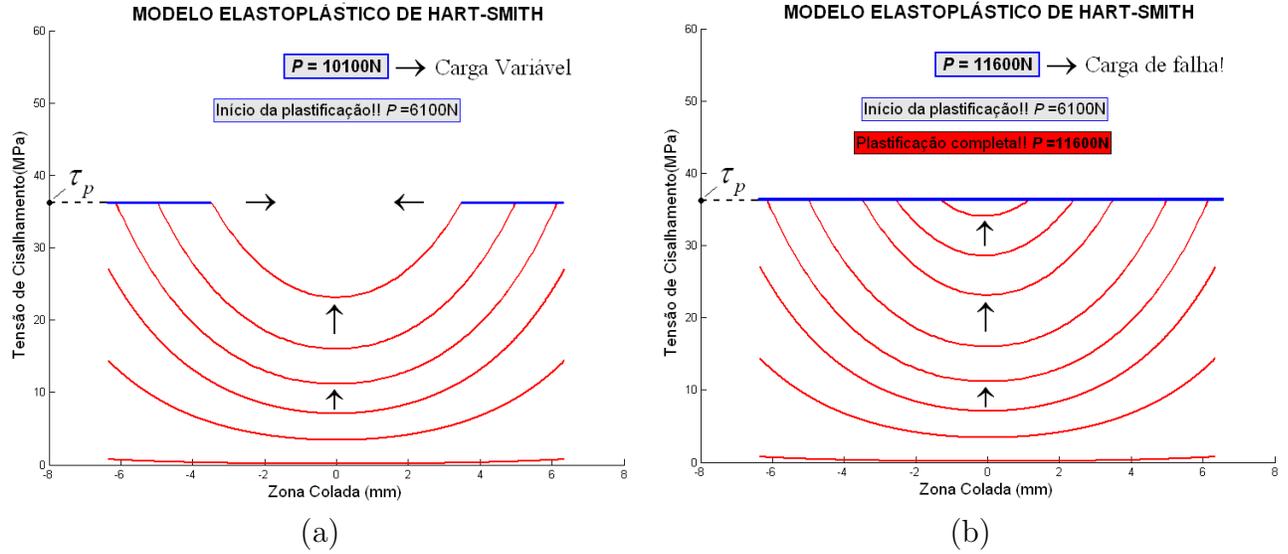


Figura 4.4: Processo de plastificação do adesivo no modelo elasto-plástico de Hart-Smith.

de falha, mediante algumas simplificações, e sem resolver completamente o problema. Este processo de simplificação é mostrado como segue:

Reescrevendo a Equação (3.30) descrita no capítulo 3:

$$\frac{\bar{P}}{l\tau_p} (\lambda' l) = 2\lambda' \left( \frac{l-d}{2} \right) + (1-K) (\lambda' d) + K \tanh (\lambda' d) \quad (4.1)$$

Fazendo  $d = 0$ , (Estado de escoamento global, o adesivo plastificou totalmente):

$$\bar{P} = \frac{P}{b} = l\tau_p \quad (4.2)$$

Ou seja, a carga de falha dependerá somente do limite de escoamento por cisalhamento ( $\tau_p$ ), do comprimento da zona colada ( $l$ ) e da largura da junta ( $b$ ). Da Equação (4.2):

$$P_{FALHA} = bl\tau_p \quad (4.3)$$

Cabe ressaltar que no modelo elasto-plástico de Hart-Smith também é considerada a deformação máxima de cisalhamento como critério de falha. A falha ocorrerá quando atingir um dos dois estados.

## 4.3 Critério do envelope de falha energético

### 4.3.1 Equações governantes do problema

Considere uma estrutura do tipo “sanduíche” (aderente-adesivo-aderente), sujeita a uma combinação de forças nos extremos, como visto na Figura 4.5a para uma configuração tipo SLJ e na Figura 4.5b para uma configuração do tipo lap-shear. Para um elemento infinitesimal, Figura 4.6, têm-se as seguintes equações fundamentais:

Para os aderentes 1 e 2, as equações de equilíbrio são:

$$\frac{dN_1}{dx} + \tau = 0, \quad \frac{dQ_1}{dx} + \sigma = 0, \quad \frac{dM_1}{dx} - Q_1 + \frac{t_1}{2}\tau = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{dN_2}{dx} - \tau = 0, \quad \frac{dQ_2}{dx} - \sigma = 0, \quad \frac{dM_2}{dx} - Q_2 - \frac{t_2}{2}\tau = 0 \quad (4.5)$$

onde  $N_i$ ,  $M_i$  e  $Q_i$  ( $i = 1,2$ ) são as forças longitudinais, momentos fletores e forças transversais por unidade de largura para os dois aderentes respectivamente.

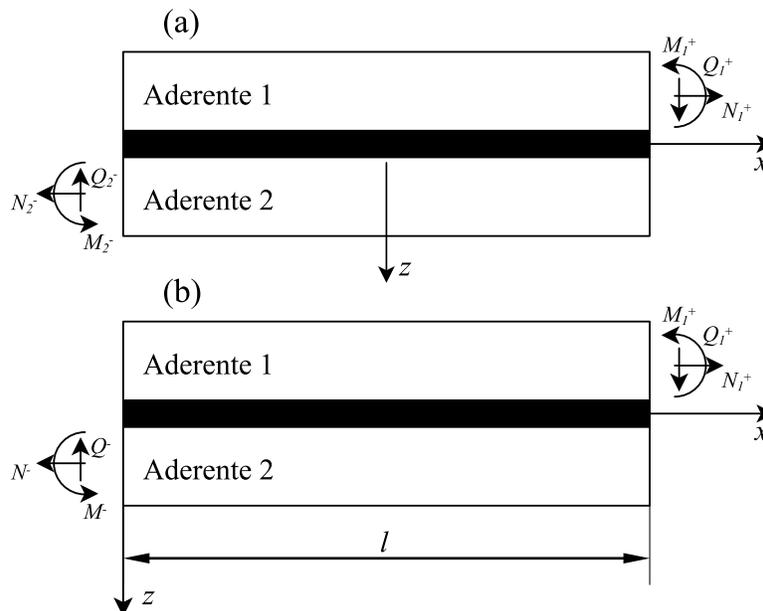


Figura 4.5: (a) Forças resultantes atuando nos extremos da zona colada para uma SLJ, (b)forças resultantes atuando nos extremos da zona colada para uma junta tipo lap-shear.

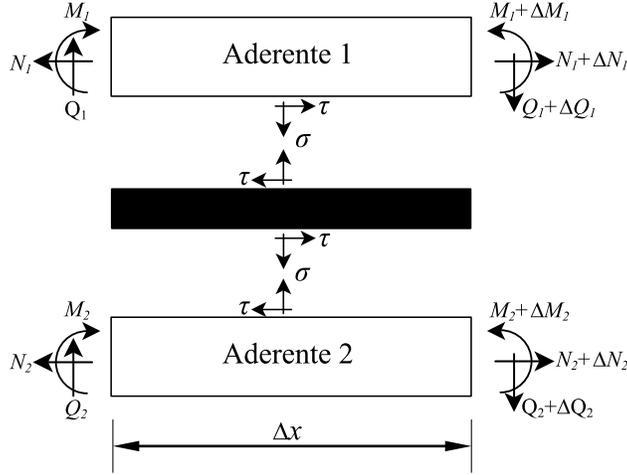


Figura 4.6: Equilíbrio de forças para um elemento infinitesimal da junta.

As forças longitudinais  $N_i$  e os momentos fletores  $M_i$  para ambos os aderentes podem ser expressos em função dos deslocamentos longitudinais  $u_i$  na direção  $x$  e dos deslocamentos transversais  $w_i$  na direção  $z$  da seguinte forma:

$$N_i = A_i \frac{du_i}{dx}, \quad M_i = -D_i \frac{d^2 w_i}{dx^2} \quad (i = 1, 2) \quad (4.6)$$

onde  $A_i = E_i t_i$  e  $D_i = \frac{E_i t_i^3}{12}$  ( $i = 1, 2$ ) são a rigidez e a rigidez à flexão dos aderentes.

No adesivo, a tensão normal  $\sigma$  e a tensão de cisalhamento  $\tau$  são iguais a:

$$\sigma = \sigma(\varepsilon), \quad \tau = \tau(\gamma) \quad (4.7)$$

onde  $\sigma(\varepsilon)$  e  $\tau(\gamma)$  são funções arbitrárias de  $\varepsilon$  e  $\gamma$ , respectivamente.

A curva tensão-deformação pode ser obtida dos testes de cisalhamento e tensões normais como descrito no capítulo 1. As deformações tanto para tensões normais como para cisalhamento são consideradas constantes ao longo da espessura e podem ser definidas como (Carpenter, 1991; Goland and Reissner, 1944):

$$\varepsilon = \frac{w_2 - w_1}{t}, \quad \gamma = \frac{u_2 - u_1}{t} + \frac{1}{2t} \left( t_1 \frac{dw_1}{dx} + t_2 \frac{dw_2}{dx} \right) \quad (4.8)$$

As Equações (4.4-4.8) são as famosas equações governantes da estrutura tipo “*sanduíche*” (aderente-adesivo-aderente) para as juntas tipo SLJ e *lap-shear*. Esse conjunto de equações não admite soluções analíticas simples devido à presença da não linearidade do material no adesivo. Porém, a força da junta pode ser prevista usando o método da densidade de energia de deformação (Tong, 1998). Nesse método, ambas, densidades de energia de deformação por tensões normais e cisalhamento, são calculadas sem determinar completamente as tensões no adesivo. Um extrato de tal teoria é mostrado a seguir.

### 4.3.2 Taxa de energia de deformação por cisalhamento

A densidade de energia de deformação por cisalhamento é a área abaixo da curva tensão-deformação num ensaio de cisalhamento. A taxa de energia de deformação por cisalhamento ( $U_{II}$ ) é definida como o produto da espessura do adesivo pela densidade de energia de deformação por cisalhamento no adesivo. Quando a densidade de energia de deformação não é constante ao longo do adesivo, a taxa de energia de deformação pode ser definida como a integração da densidade de energia de deformação ao longo da espessura do adesivo (Chai, 1993), vide Equação (4.9).

$$U_{II} = t \int_0^{\gamma} \tau(\gamma) d\gamma \quad (4.9)$$

Para desenvolver uma expressão para a taxa da energia de deformação em juntas não-balanceadas (aderentes diferentes), derivamos duas vezes a deformação de cisalhamento  $\gamma$  da Equação (4.5) com respeito a  $x$ , assim, das Equações (4.4 - 4.7), tem-se:

$$\frac{d^2\gamma}{dx^2} - \frac{4}{t} \left( \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_1} \right) \tau(\gamma) + \frac{1}{2t} \left( \frac{t_1}{D_1} Q_1 + \frac{t_2}{D_2} Q_2 \right) = 0 \quad (4.10)$$

Multiplicando ambos os lados da Equação (4.10) por  $2(d\gamma/dx)$ , podemos integrar o primeiro termo com respeito a  $(d\gamma/dx)^2$  e os demais termos com respeito a  $\gamma$ . Usando as Equações (4.4 - 4.8), pode ser desenvolvida uma fórmula para a taxa da energia de deformação

em cisalhamento:

$$U_{II} = \frac{A_1 A_2}{8(A_1 + A_2)} \left\{ \left[ \frac{N_2}{A_2} - \frac{N_1}{A_1} - \frac{t_2 M_2}{2D_2} - \frac{t_1 M_1}{2D_1} \right]^2 + t \left( \frac{t_1}{D_1} \int_0^\gamma Q_1 d\gamma + \frac{t_2}{D_2} \int_0^\gamma Q_2 d\gamma \right) \right\} \quad (4.11)$$

A Equação (4.11) pode ser usada para calcular a taxa da energia de deformação de cisalhamento  $U_{II}$  em qualquer ponto ao longo do eixo  $x$  quando as forças resultantes nos aderentes são conhecidas. A Equação geral (4.11) pode ser utilizada para aderentes diferentes (diferente espessura ou módulo de elasticidade). O primeiro termo da Equação requer só o conhecimento das forças longitudinais  $N_i$  e dos momentos fletores  $M_i$  em ambos os aderentes, enquanto, o segundo termo da equação envolve a integração das forças transversais  $Q_i$  com respeito à deformação por cisalhamento. É difícil a determinação das duas integrais da Equação (4.11) sem resolver completamente o problema não-linear. No entanto, segundo (Tong, 1998), a contribuição das forças transversais e da deformação por cisalhamento do adesivo na taxa de energia de deformação por cisalhamento pode ser desprezada. Com isto, as duas integrais podem ser desprezadas e a Equação (4.11) fica:

$$U_{II} = \frac{A_1 A_2}{8(A_1 + A_2)} \left[ \frac{N_2}{A_2} - \frac{N_1}{A_1} - \frac{t_2 M_2}{2D_2} - \frac{t_1 M_1}{2D_1} \right]^2 \quad (4.12)$$

Da análise global de uma SLJ ou de uma junta tipo lap-shear podem ser determinadas as forças resultantes dos aderentes nas bordas do adesivo. Usando tais forças, consegue-se uma boa aproximação da taxa da energia de deformação e, com isto, da densidade de energia de deformação. Por exemplo, para o extremo direito da junta da Figura (4.5) a taxa da energia de deformação e a densidade de energia de deformação por cisalhamento podem ser calculadas como:

$$U_{II} = \frac{A_1 A_2}{8(A_1 + A_2)} \left( \frac{N_1^+}{A_1} + \frac{t_1 M_1^+}{2D_1} \right)^2 \quad (4.13)$$

$$u_{II} = \frac{U_{II}}{t} \quad (4.14)$$

### 4.3.3 Taxa de energia de deformação por tensões normais

A densidade de energia de deformação está definida como a área abaixo da curva tensão-deformação num ensaio de *peel*. A taxa da energia de deformação por tensões normais ( $U_I$ ) está definida como o produto da espessura do adesivo pela densidade de energia de deformação no adesivo. Analogamente ao caso de cisalhamento, quando a densidade de energia de deformação não é constante ao longo do adesivo, a taxa de liberação de energia pode ser definida como a integração da densidade de energia de deformação ao longo da espessura do adesivo. Derivando quatro vezes a deformação normal ( $\gamma$ ) definida na Equação (4.8) com respeito a  $x$  e usando as Equações (4.4-4.7), tem-se:

$$\frac{d^4\varepsilon}{dx^4} + \frac{1}{t} \left( \frac{t_1}{2D_1} - \frac{t_2}{2D_2} \right) \frac{d\tau(\gamma)}{dx} + \frac{1}{t} \left( \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \sigma = 0 \quad (4.15)$$

Multiplicando  $d\varepsilon/dx$  em ambos os lados da Equação (4.15), integrando com respeito a  $d^3\varepsilon/dx^3$  o primeiro termo e com respeito a  $\varepsilon$  os outros dois termos, tem-se:

$$\frac{d^3\varepsilon}{dx^3} \frac{d\varepsilon}{dx} - \frac{1}{2} \left( \frac{d^2\varepsilon}{dx^2} \right)^2 + \frac{1}{t} \left( \frac{t_1}{2D_1} - \frac{t_2}{2D_2} \right) \int_0^\tau \frac{d\varepsilon}{dx} d\tau + \frac{1}{t} \left( \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon = 0 \quad (4.16)$$

O último termo da Equação (4.16) está relacionado com a taxa da energia de deformação por tensões normais. Usando as Equações (4.4), (4.5), (4.6) e (4.8), podemos reescrever esse termo em função das forças resultantes como mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{2}{t} \left( \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon &= \frac{1}{t^2} \left( \frac{M_1}{D_1} - \frac{M_2}{D_2} \right)^2 - \frac{2}{t} \left[ \left( \frac{Q_1}{D_1} - \frac{Q_2}{D_2} \right) - \left( \frac{t_1}{2D_1} - \frac{t_2}{2D_2} \right) \tau \right] \frac{d\varepsilon}{dx} \\ &\quad - \frac{2}{t} \left( \frac{t_1}{2D_1} - \frac{t_2}{2D_2} \right) \int_0^\tau \frac{d\varepsilon}{dx} d\tau \end{aligned} \quad (4.17)$$

Integrando por partes o último termo da Equação (4.17), tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{2}{t} \left( \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon &= \frac{1}{t^2} \left( \frac{M_1}{D_1} - \frac{M_2}{D_2} \right)^2 - \frac{2}{t} \left( \frac{Q_1}{D_1} - \frac{Q_2}{D_2} \right) \frac{d\varepsilon}{dx} \\ &+ \frac{2}{t} \left( \frac{t_1}{2D_1} - \frac{t_2}{2D_2} \right) \int_0^{\frac{d\varepsilon}{dx}} \tau d \left( \frac{d\varepsilon}{dx} \right) \end{aligned} \quad (4.18)$$

O último termo da Equação (4.18) representa a contribuição na densidade de energia de deformação por tensões normais quando se tem aderentes diferentes. Se os aderentes fossem iguais, tal contribuição não existiria. Expressando a tensão de cisalhamento  $\tau$  em termos das forças resultantes no adesivo, mediante a Equação (4.4):

$$\frac{t_1 + t_2}{2} \tau = Q_1 + Q_2 - \left( \frac{dM_1}{dx} + \frac{dM_2}{dx} \right) \quad (4.19)$$

Usando  $\varepsilon$  da Equação (4.8) e sabendo que  $Q_1 + Q_2$  é constante, podemos reescrever a Equação (4.18) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} U_I &= t \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \\ &= \frac{D_1 D_2}{2(D_1 + D_2)} \left( \frac{M_1}{D_1} - \frac{M_2}{D_2} \right)^2 - \frac{D_1 D_2 t}{(D_1 + D_2)} \left( \frac{Q_1}{D_1} - \frac{Q_2}{D_2} \right) \frac{d\varepsilon}{dx} \\ &+ \frac{(t_1 D_2 - t_2 D_1) t}{(D_1 + D_2)(t_1 + t_2)} (Q_1 + Q_2) \frac{d\varepsilon}{dx} \\ &- \frac{(t_1 D_2 - t_2 D_1) t}{2(D_1 + D_2)(t_1 + t_2)} \left[ \frac{M_1^2}{D_1} + 2 \left( \frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2} \right) M_1 M_2 - \frac{M_2^2}{D_2} \right] \\ &+ \frac{(t_1 D_2 - t_2 D_1)}{(D_1 + D_2)(t_1 + t_2)} \left( \frac{1}{D_2} \int_0^{M_1} M_2 dM_1 + \frac{1}{D_1} \int_0^{M_2} M_1 dM_2 \right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Da Equação acima, notamos que as forças longitudinais ( $N_i$ ) não contribuem para a taxa de energia de deformação por tensões normais. A Equação (4.20) é uma expressão exata

para o cálculo da taxa de energia de deformação por tensões normais em termos dos momentos fletores e das forças transversais. Porém, a presença do termo  $d\varepsilon/dx$  indica acoplamento entre uma análise global e uma análise local. Tirando o termo  $d\varepsilon/dx$ , obtemos a seguinte expressão para a taxa de energia de deformação por tensões normais, (Tong, 1998):

$$\begin{aligned}
U_I = & \frac{D_1 D_2}{2(D_1 + D_2)} \left( \frac{M_1}{D_1} - \frac{M_2}{D_2} \right)^2 - \frac{(t_1 D_2 - t_2 D_1) t}{2(D_1 + D_2)(t_1 + t_2)} \left[ \frac{M_1^2}{D_1} + 2 \left( \frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2} \right) M_1 M_2 - \frac{M_2^2}{D_2} \right] \\
& + \frac{(t_1 D_2 - t_2 D_1)}{(D_1 + D_2)(t_1 + t_2)} \left( \frac{1}{D_2} \int_0^{M_1} M_2 dM_1 + \frac{1}{D_1} \int_0^{M_2} M_1 dM_2 \right)
\end{aligned} \tag{4.21}$$

A Equação (4.21) mostra que a taxa de energia de deformação por tensões normais pode ser determinada em termos dos momentos fletores  $M_i$  em ambos os aderentes. Para uma junta tipo DCB (*Double Cantiliver Beam*) a Equação (4.21) é exata. Para uma SLJ, é assumido  $(dw_1/dx) = (dw_2/dx)$ , (Hart-Smith, 1973b; Oplinger, 1991; Tsai and Morton, 1994) e esta hipótese implica  $(d\varepsilon/dx) = 0$ . Para uma SLJ e uma junta tipo *lap-shear*, a Equação (4.21) resulta em:

$$U_I = \frac{D_2}{2(D_1 + D_2) D_1} (M_1^+)^2 - \frac{(t_1 D_2 - t_2 D_1)}{2(D_1 + D_2)(t_1 + t_2)} \frac{(M_1^+)^2}{D_1} \tag{4.22}$$

$$u_I = \frac{U_I}{t} \tag{4.23}$$

A Equação (4.22) revela que a taxa de energia de deformação por tensões normais no extremo direito da zona colada pode ser determinada usando somente o momento fletor ( $M_1$ ). Vale ressaltar que, apesar das Equações (4.10 e 4.15) serem não-lineares, as fórmulas finais para ambas as taxas de energia de deformação são lineares, isto ocorre porque desprezou-se a contribuição das forças transversais ( $Q_i$ ) no cálculo das taxas de energia de deformação.

### 4.3.4 Taxa de energia de deformação total

A densidade de energia de deformação é definida como a soma das áreas sob as curvas tensão-deformação para ambos cisalhamento e tensões normais. De forma análoga, a taxa de energia de deformação é definida como o produto da espessura do adesivo pela densidade de energia de deformação. Para um caso geral, pode ser definida como a integral da densidade de energia de deformação ao longo da espessura do adesivo. Para uma deformação específica de cisalhamento e da tensão normal, a taxa de energia de deformação pode ser definida como:

$$U(\Psi) = U_{II} + U_I \quad (4.24)$$

onde  $\Psi$  é a razão da energia de deformação e é definida por:

$$\Psi = \arctan \left( \sqrt{\frac{U_{II}}{U_I}} \right) \quad (4.25)$$

onde  $U_I$  e  $U_{II}$  são as taxas de energia de deformação por tensões normais e cisalhamento, respectivamente.

A razão de energia de deformação é  $0^\circ$  quando o adesivo é submetido somente a deformação por tensões normais e é  $90^\circ$  quando o adesivo é submetido a cisalhamento puro. Esta razão varia de  $0^\circ - 90^\circ$  quando o adesivo é submetido simultaneamente as deformações por tensões normais e cisalhamento. Nos casos de SLJ e juntas do tipo lap-shear, a taxa de energia de deformação nos extremos da zona colada pode ser determinada usando as Equações (4.13, 4.22 e 4.24), que será função das forças longitudinais ( $N_i$ ) e do momento fletor ( $M_i$ ). Quando é utilizado um critério de falha apropriado, a força da junta pode ser finalmente determinada.

### 4.3.5 Critério de falha

Neste critério a falha ocorrerá quando a taxa de energia de deformação atingir um valor máximo  $U_C$  para uma combinação de cisalhamento e *peel*, como descrito abaixo:

$$U(\Psi) = U_C(\Psi) \quad (4.26)$$

onde  $U_C(\Psi)$  é o envelope de falha, definido como a taxa de energia de deformação crítica para uma combinação de cisalhamento e *peel*.

Deseja-se medir o envelope “*in situ*” para uma combinação aderente-adesivo determinada. No entanto, tal medição “*in situ*” requer um grande esforço, e é aplicável a uma combinação única, o que pode ser caro. Por esta razão, define-se o seguinte critério de falha:

$$\left(\frac{U_{II}}{U_{IIC}}\right)^\alpha + \left(\frac{U_I}{U_{IC}}\right)^\beta = 1 \quad (4.27)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes reais, e  $U_{IC}$  e  $U_{IIC}$  são as taxas de energia de deformação crítica por tensões normais e cisalhamento, respectivamente.

(Tong, 1998) define dois critérios de falha simples:

Critério do envelope de falha linear ( $\alpha = \beta = 1$ ):

$$\frac{U_{II}}{U_{IIC}} + \frac{U_I}{U_{IC}} = 1 \quad (4.28)$$

Critério do envelope de falha quadrático ( $\alpha = \beta = 2$ ):

$$\left(\frac{U_{II}}{U_{IIC}}\right)^2 + \left(\frac{U_I}{U_{IC}}\right)^2 = 1 \quad (4.29)$$

### 4.3.6 Critério do envelope de falha aplicado aos modelos analíticos

Como visto anteriormente, é possível o cálculo das densidades de energia de deformação ( $u_I$  e  $u_{II}$ ), conhecendo previamente as forças resultantes nas bordas do adesivo. Reescrevendo as Equações (4.13) e (4.22), para uma junta colada tipo SLJ, tem-se:

$$U_{II} = \frac{A_1 A_2}{8(A_1 + A_2)} \left( \frac{N_1^+}{A_1} + \frac{t_1 M_1^+}{2D_1} \right)^2 \quad (4.30)$$

$$U_I = \frac{D_2}{2(D_1 + D_2) D_1} (M_1^+)^2 - \frac{(t_1 D_2 - t_2 D_1)}{2(D_1 + D_2)(t_1 + t_2)} \frac{(M_1^+)^2}{D_1} \quad (4.31)$$

Considerando aderentes iguais ( $t_1 = t_2 = t$ ) e dividindo pela espessura do adesivo, tem-se as densidades de energia de deformação por cisalhamento e por tensões normais, respectivamente:

$$u_{II} = \frac{A_1 A_2}{8t_a(A_1 + A_2)} \left( \frac{N_1^+}{A_1} + \frac{tM_1^+}{2D_1} \right)^2 \quad (4.32)$$

$$u_I = \frac{D_2}{2t_a(D_1 + D_2)D_1} (M_1^+)^2 \quad (4.33)$$

Para os modelos implementados, sabe-se que o momento fletor, presente na borda do adesivo, depende da força aplicada por unidade de largura ( $\bar{P}$ ), da espessura do aderente ( $t$ ) e de um fator  $k$ . Este fator  $k$  é o diferencial de cada método analítico. O momento fletor, de forma geral, é calculado da seguinte forma:

$$M = k \frac{\bar{P}t}{2} \quad (4.34)$$

O modelo analítico de (Volkersen, 1938) não considera este momento fletor, devido a não consideração das forças de *peel*, e nem a rotação dos aderentes devido à excentricidade da carga aplicada. Já o modelo analítico de (Goland and Reissner, 1944) foi o primeiro a considerar este efeito. O fator  $k$  segundo (Goland and Reissner, 1944) é calculado da seguinte forma:

$$k_G = \frac{\cosh(u_2 c)}{\cosh(u_2 c) + 2\sqrt{2} \sinh(u_2 c)} \quad (4.35)$$

onde:

$$u_2 = \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{2}} \frac{1}{t} \sqrt{\frac{\bar{P}}{tE}} \quad (4.36)$$

Já na formulação desenvolvida por (Hart-Smith, 1973b), ele considera o efeito de gran-

des deformações e apresenta uma expressão alternativa para o cálculo do fator  $k$ :

$$k_H = \left(1 + \frac{t_a}{t}\right) \frac{1}{1 + \xi c + \left(\frac{\xi^2 c^2}{6}\right)} \quad (4.37)$$

onde:

$$\xi^2 = \frac{\bar{P}}{D} \quad (4.38)$$

Definidos os fatores  $k$  para cada método analítico, é possível determinar o momento fletor, e com isto, podem ser definidas as energias de deformação para cada método analítico.

Para o modelo de (Goland and Reissner, 1944):

$$u_{GII} = \frac{A_1 A_2}{8t_a(A_1 + A_2)} \left[ \frac{\bar{P}}{A_1} + \frac{t^2 \bar{P}}{4D_1} \left( \frac{\cosh(u_2 c)}{\cosh(u_2 c) + 2\sqrt{2} \sinh(u_2 c)} \right) \right]^2 \quad (4.39)$$

$$u_{GI} = \frac{D_2}{2t_a(D_1 + D_2) D_1} \left( \frac{\cosh(u_2 c)}{\cosh(u_2 c) + 2\sqrt{2} \sinh(u_2 c)} \frac{\bar{P}t}{2} \right)^2 \quad (4.40)$$

Para o modelo de (Hart-Smith, 1973b):

$$u_{HII} = \frac{A_1 A_2}{8t_a(A_1 + A_2)} \left\{ \frac{\bar{P}}{A_1} + \frac{t^2 \bar{P}}{4D_1} \left[ \left(1 + \frac{t_a}{t}\right) \frac{1}{1 + \xi c + \left(\frac{\xi^2 c^2}{6}\right)} \right] \right\}^2 \quad (4.41)$$

$$u_{HI} = \frac{D_2}{2t_a(D_1 + D_2) D_1} \left[ \left(1 + \frac{t_a}{t}\right) \frac{1}{1 + \xi c + \left(\frac{\xi^2 c^2}{6}\right)} \frac{\bar{P}t}{2} \right]^2 \quad (4.42)$$

Lembrando que os dois critérios de falha considerados são:

Critério do envelope de falha linear:

$$\frac{u_{II}}{u_{IIC}} + \frac{u_I}{u_{IC}} = 1 \quad (4.43)$$

Critério do envelope de falha quadrático:

$$\left(\frac{u_{II}}{u_{IIC}}\right)^2 + \left(\frac{u_I}{u_{IC}}\right)^2 = 1 \quad (4.44)$$

onde  $u_{IC}$  e  $u_{IIC}$  são determinados experimentalmente, sendo as áreas sob as curvas tensão-deformação para tensões normais e cisalhamento respectivamente. As variáveis  $u_I$  e  $u_{II}$  são determinadas analiticamente, Equações (4.39-4.42), ou numericamente.

### 4.3.7 Validação da formulação

Como visto anteriormente, o efeito das forças transversais foi desconsiderado quando foram derivadas as fórmulas das taxas de energia de deformação por cisalhamento e tensões normais, Equações (4.11) e (4.20), respectivamente. Porém, não está claro em que medida a desconsideração das forças transversais podem afetar a predição das taxas de energia de deformação.

Assim, foi feita uma análise numérica, mediante a utilização do ABAQUS e comparados com os valores das densidades de energia de deformação obtidos analiticamente. O resultado dessa comparação é mostrado nas Figuras 4.7 e 4.8 para tensões normais e cisalhamento, respectivamente.

Os índices de falha do critério linear ( $rl$ ) e do critério quadrático ( $rq$ ), são mostrados para uma carga variável de 0-10000N nas Figuras 4.9 e 4.10 respectivamente. Estes índices foram obtidos segundo as Equações (4.43) e (4.44), lembrando que a falha acontecerá quando qualquer um dos índices for igual a unidade. Os dados utilizados para essa análise são mostrados na Tabela 4.1.

Para a modelagem numérica foi utilizada uma malha com elementos quadrilaterais de 8 nós. Para o adesivo foram usados 1000 elementos no comprimento da zona colada e 5 elementos na sua espessura. Para o aderente foram usados 1000 elementos no comprimento da zona colada, 80 elementos na zona não colada e 4 elementos na sua espessura. As densidades de energia de deformação no modelo numérico foram tiradas do plano médio do adesivo. Foi utilizado um modelo no estado plano de deformações.

Tabela 4.1: Dados utilizados para a validação numérica

Variável	Descrição	Valor
$t$	Espessura dos aderentes	1.62 mm
$t_a$	Espessura do adesivo	0.19 mm
$b$	Largura da junta colada	25.4 mm
$l$	Comprimento da zona colada	12.7 mm
$P$	Carga aplicada (variável)	0 - 10000 N
$E$	Módulo de elasticidade dos aderentes	73100 MPa
$E_a$	Módulo de elasticidade do adesivo	1110 MPa
$\nu$	Razão de Poisson do aderente	0.33
$\nu_a$	Razão de Poisson do adesivo	0.34
$u_{IC}$	Densidade de energia de deformação por <i>peel</i>	10 $\frac{MJ}{m^3}$
$u_{IIC}$	Densidade de energia de deformação por cisalhamento	30 $\frac{MJ}{m^3}$

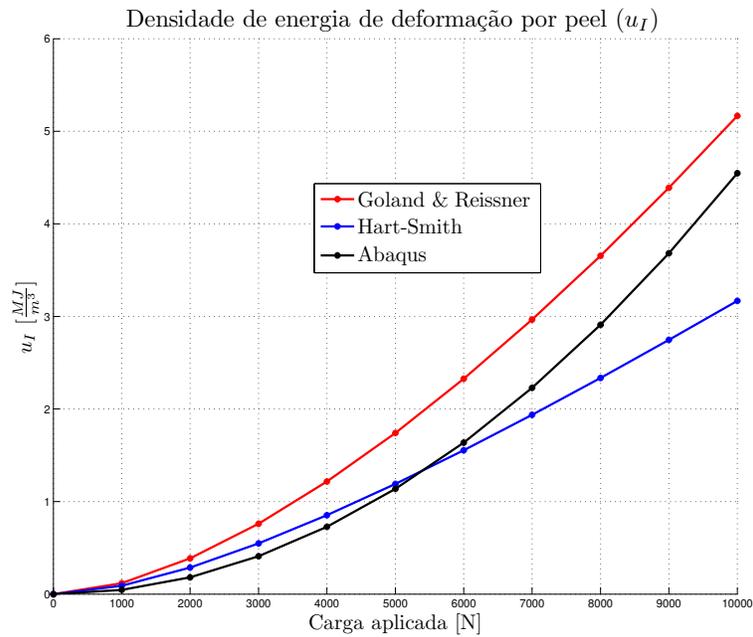


Figura 4.7: Comparação da densidade de energia de deformação por tensões normais.

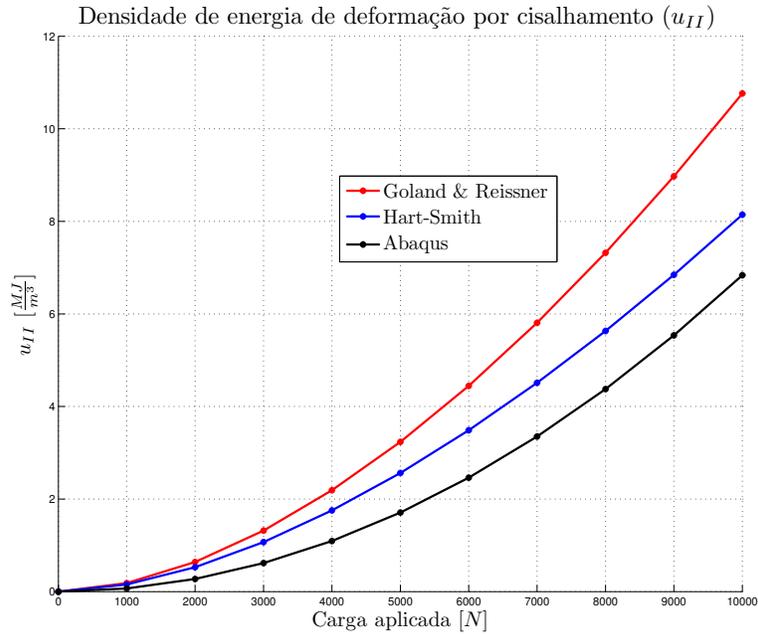


Figura 4.8: Comparação da densidade de energia de deformação por cisalhamento.

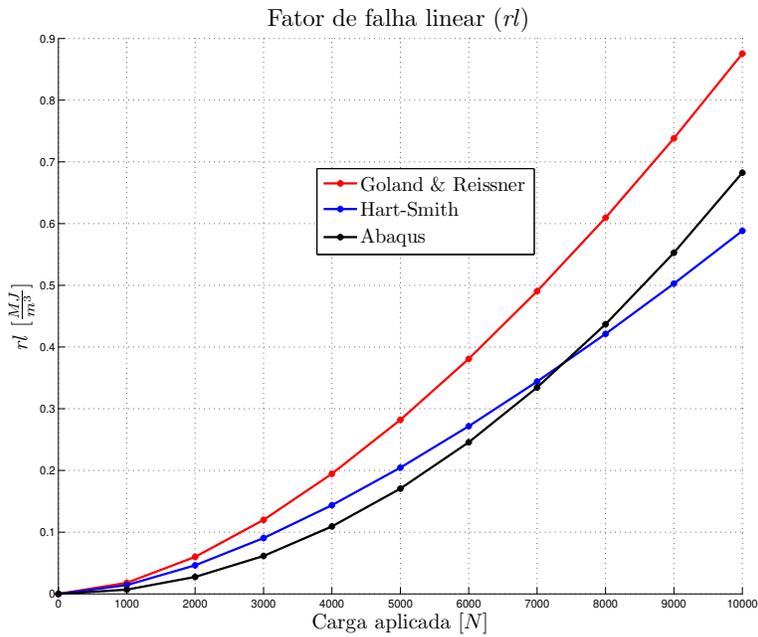


Figura 4.9: Comparação do fator de falha linear.

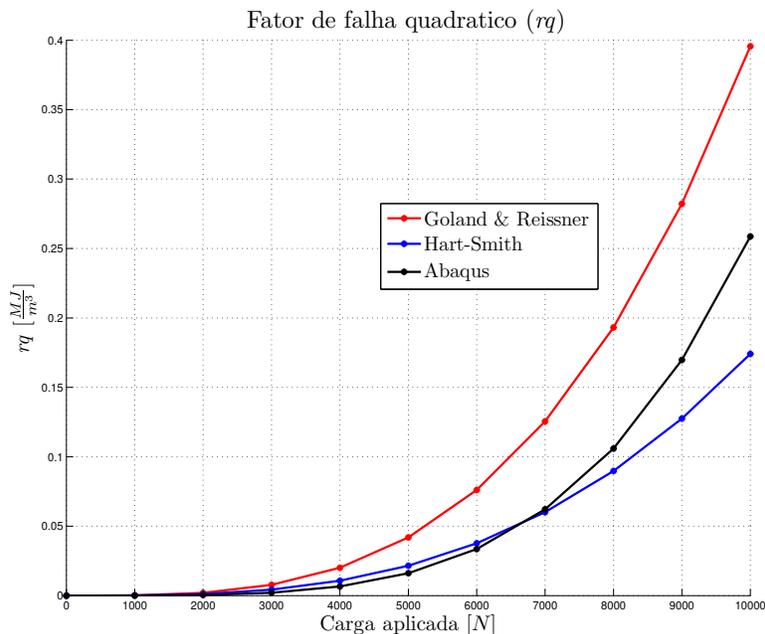


Figura 4.10: Comparação do fator de falha quadrático.

## 4.4 Critério da máxima densidade de energia de deformação

O critério da máxima densidade de energia de deformação, proposto por Beltrami (1885), pode ser expressado como:

*“A falha é prevista a acontecer num estado multiaxial de tensões quando a energia de deformação total por unidade de volume torna-se igual ou excede a energia de deformação total por unidade de volume no momento da falha em um ensaio simples uniaxial de tensão, usando um espécime do mesmo material.”*

Considerando um estado multiaxial de tensões, sabe-se que a densidade de energia de deformação é equivalente a:

$$u_T = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (4.45)$$

onde  $\sigma_{ij}$  e  $\varepsilon_{ij}$  são as tensões e deformações no plano  $ij$ , respectivamente.

Considerando um estado triaxial de tensões e um comportamento puramente elástico, tem-se:

$$u_T = \frac{1}{2} [\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3] \quad (4.46)$$

Aplicando a lei generalizada de Hooke para o estado triaxial:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu (\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (4.47)$$

Substituindo na Equação (4.46):

$$u_T = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)] \quad (4.48)$$

Para um ensaio uniaxial de tensão a única tensão existente é, ao momento da falha, igual a  $\sigma_f$ . O valor da densidade de energia de deformação para este estado é igual a:

$$u_{Tf} = \frac{1}{2E} [\sigma_f^2] \quad (4.49)$$

Segundo a definição descrita por Beltrami (1885), a falha ocorrerá quando a densidade de energia de deformação total, Equação (4.48), atingir ou exceder a densidade de energia de deformação de um ensaio uniaxial, Equação (4.49):

$$u_T \geq u_{Tf} \quad (4.50)$$

$$[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)] \geq \sigma_f^2 \quad (4.51)$$

A Equação (4.51) representa um elipsóide, vide Figura 4.11. A região interna do elipsóide representa a região livre de falha, enquanto a região externa à elipsóide representa a

região de falha.

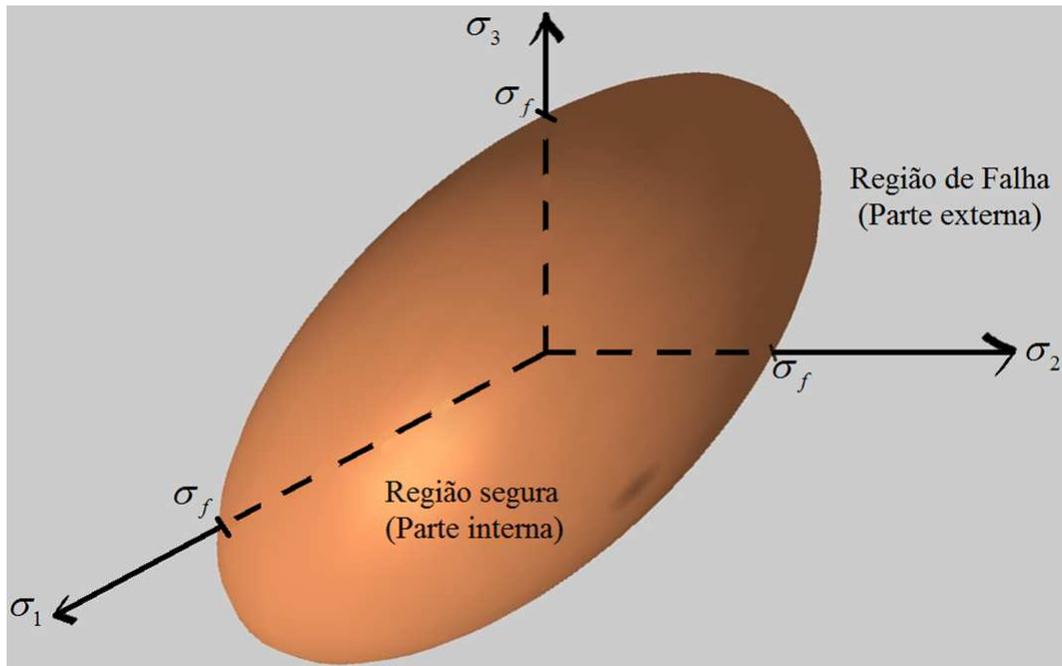


Figura 4.11: Representação geométrica do critério da máxima densidade de energia de deformação

As tensões principais podem ser substituídas por as respectivas tensões nos planos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , para isto é necessário resolver a seguinte equação:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (4.52)$$

onde:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 \quad (4.53)$$

$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$$

Considerando somente as tensões de cisalhamento e normais no adesivo, pode ser reescrita a densidade de energia de deformação como:

$$u_T = u_I + u_{II} \tag{4.54}$$

onde  $u_I$  e  $u_{II}$  são as densidades de energia de deformação por tensões normais e cisalhamento respectivamente.

Substituindo as Equações (4.39-4.42) na Equação (4.54) pode ser determinada analiticamente a densidade de energia de deformação total.

# Capítulo 5

## Implementação Computacional

Neste capítulo será apresentado o software desenvolvido para a análise das distribuições de tensões e dos critérios de falha. Foram implementados, mediante uma interface amigável, os métodos analíticos elásticos descritos no capítulo 3, (Goland and Reissner, 1944; Hart-Smith, 1973b; Ojalvo and Eidinoff, 1978). Foram também implementados os diversos critérios de falha descritos no capítulo 4. Os programas foram desenvolvidos usando os softwares comerciais MATLAB, PYTHON e ABAQUS.

### 5.1 Software

A interpretação e implementação dos modelos analíticos de distribuições de tensões em juntas coladas não é trivial. A complexidade da formulação torna o processo de implementação difícil. O objetivo principal deste software é o de oferecer uma forma fácil de achar estas distribuições de tensões sem a necessidade de entrar em detalhes na formulação analítica ou numérica.

O software, denominado “*KISPEO*”, foi programado em sua maior parte mediante o aplicativo GUI (“*Graphical User Interface*”) do MATLAB. O software, que conta com interfaces amigáveis, é focado na análise das distribuições de tensões em juntas coladas do tipo SLJ. Neste software é possível uma análise individual de cada método analítico, assim como a comparação entre os diversos métodos. Mediante a definição de variáveis extra de geometria e da malha, é possível também uma análise numérica mediante a interação com o ABAQUS. Este resultado obtido do ABAQUS é retornado ao software e posteriormente comparado com os resultados obtidos dos métodos analíticos. Para um melhor entendimento do funcionamento do software, foi criado um diagrama de fluxo, vide Figura 5.1.

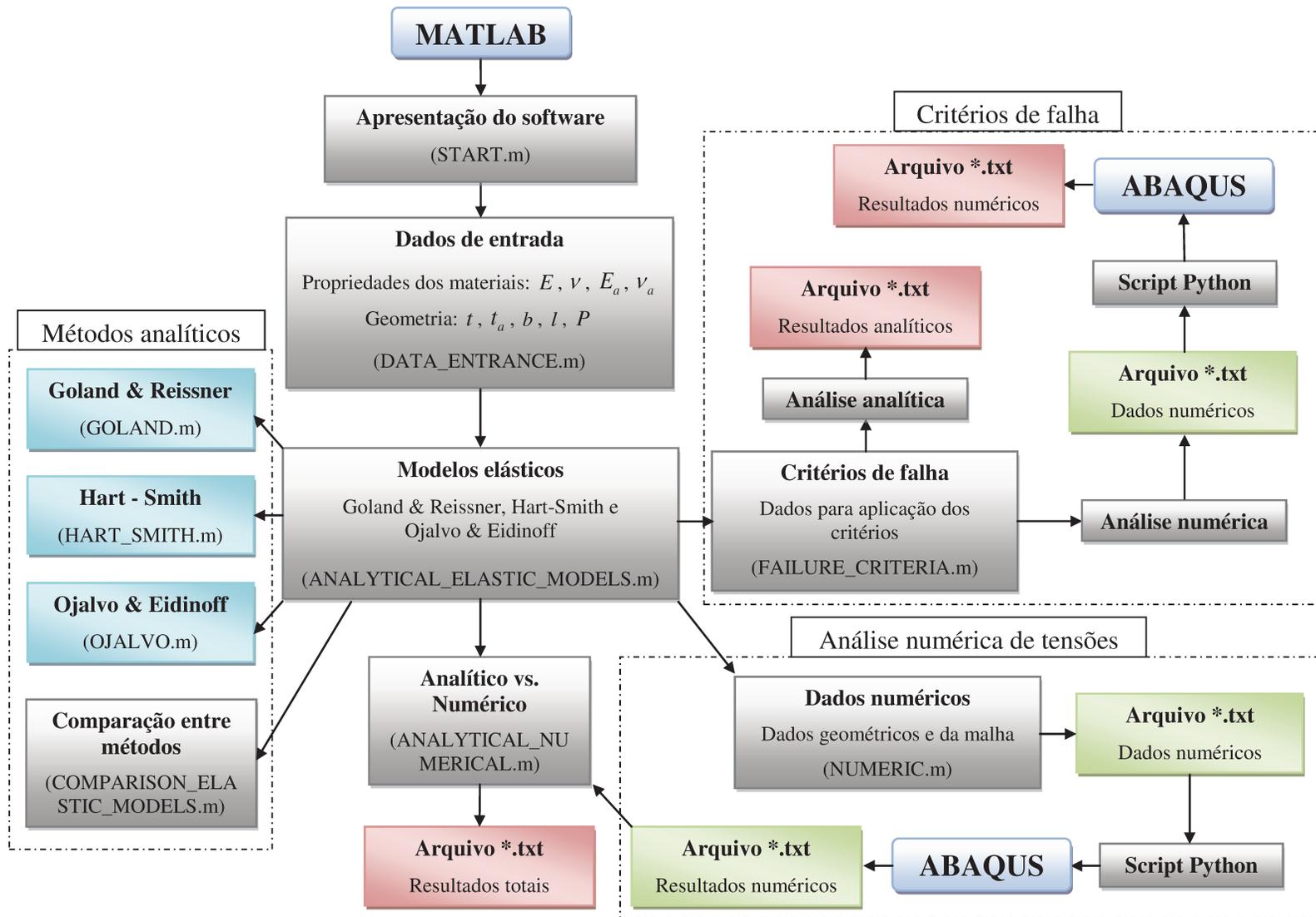


Figura 5.1: Diagrama de fluxo do software

### 5.1.1 Apresentação do software

A Figura 5.2 mostra a tela de abertura do software

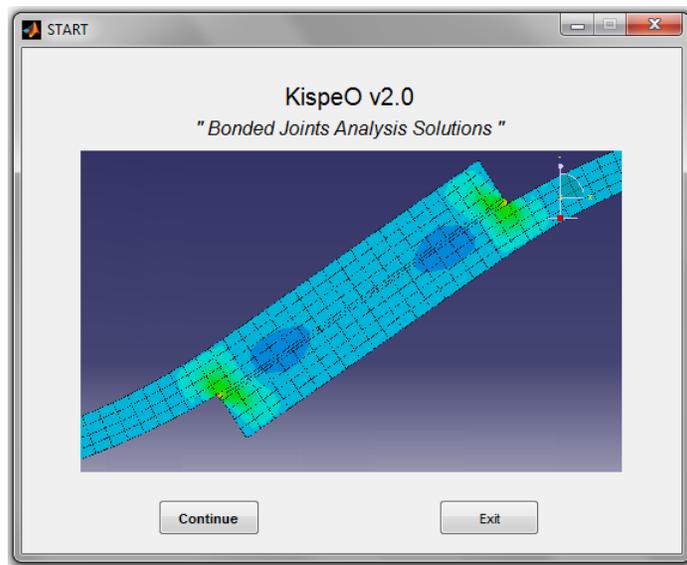


Figura 5.2: Apresentação do software

### 5.1.2 Entrada de dados

A Figura 5.3 mostra a tela de entrada de dados do software, com alguns dados já preenchidos. O software proporciona a possibilidade de escolha das dimensões com as quais se deseja trabalhar. Permite ao mesmo tempo a importação de dados desde uma base de dados criada anteriormente. Assim como, a possibilidade de criação de uma nova base de dados. Os dados da Figura 5.3 correspondem a do ensaio normalizado ASTM D1002, com uma carga aplicada de  $1000N$ . Uma descrição detalhada de cada função desta tela é dada a seguir:

- ①: Propriedades dos materiais, nesta seção serão inseridas o módulo de elasticidade ( $E$ ) e a razão de poisson ( $\nu$ ) tanto para os aderentes como para o adesivo.
- ②: Geometria, nesta seção serão inseridas as dimensões da junta, espessura do aderente ( $t$ ), espessura do adesivo ( $t_a$ ), largura da zona colada ( $b$ ) e comprimento da zona colada ( $l$ ).
- ③: Carga aplicada, nesta seção será inserida a carga aplicada nos extremos dos aderentes.
- ④: Novo, este botão limpa as variáveis da tela.
- ⑤: Abrir, este botão abrirá a base de dados e permitirá a escolha de um arquivo de dados de entrada previamente criado.

⑥: Salvar, este botão permitirá salvar os dados preenchidos em um arquivo, que formará parte da base de dados.

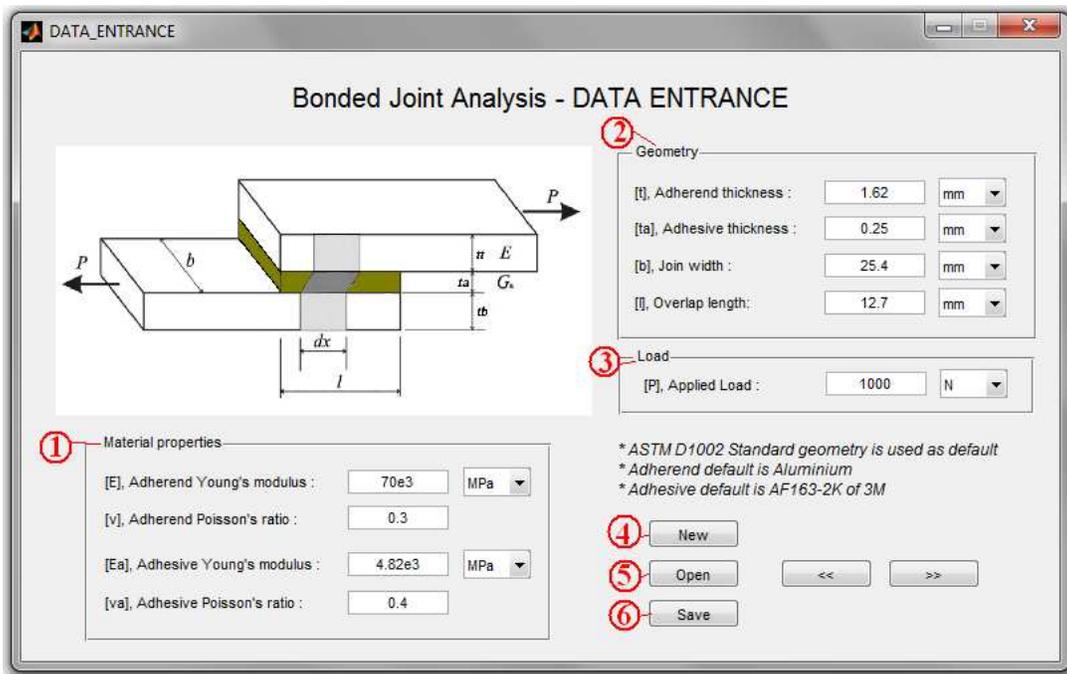


Figura 5.3: Entrada de dados, geometria e propriedades dos materiais

### 5.1.3 Escolha do método

Os principais métodos analíticos descritos no capítulo 3 foram implementados neste software. Não foram considerados nesta implementação os métodos analíticos de (Volkersen, 1938), nem o método elastoplástico de (Hart-Smith, 1973b). O primeiro por não considerar a tensão normal na sua formulação e o segundo por ser um método não linear, por isto não compatível com os demais métodos. Uma descrição detalhada de cada função da tela, Figura 5.4, é mostrada a seguir:

①: Escolha do método, nesta seção é dada uma breve descrição de cada método implementado, ao pressionar em qualquer dos modelos analíticos é possível uma análise individual do método.

②: Comparação entre métodos, este botão permite a abertura da tela que compara as distribuições de tensões tanto para cisalhamento como para tensões normais nos modelos analíticos.

③: Análise numérica, este botão permite a abertura da tela para a inserção dos dados numéricos, tais como, dados da geometria, elemento e malha do modelo numérico.

④: Comparação entre modelos analíticos e numéricos, este botão permite a abertura da tela de comparação entre os modelos analíticos implementados e o modelo numérico criado previamente, para esta comparação será necessário um arquivo \*.txt com os resultados numéricos criados pelo ABAQUS. Uma explicação de como obter este arquivo será dada mais adiante.

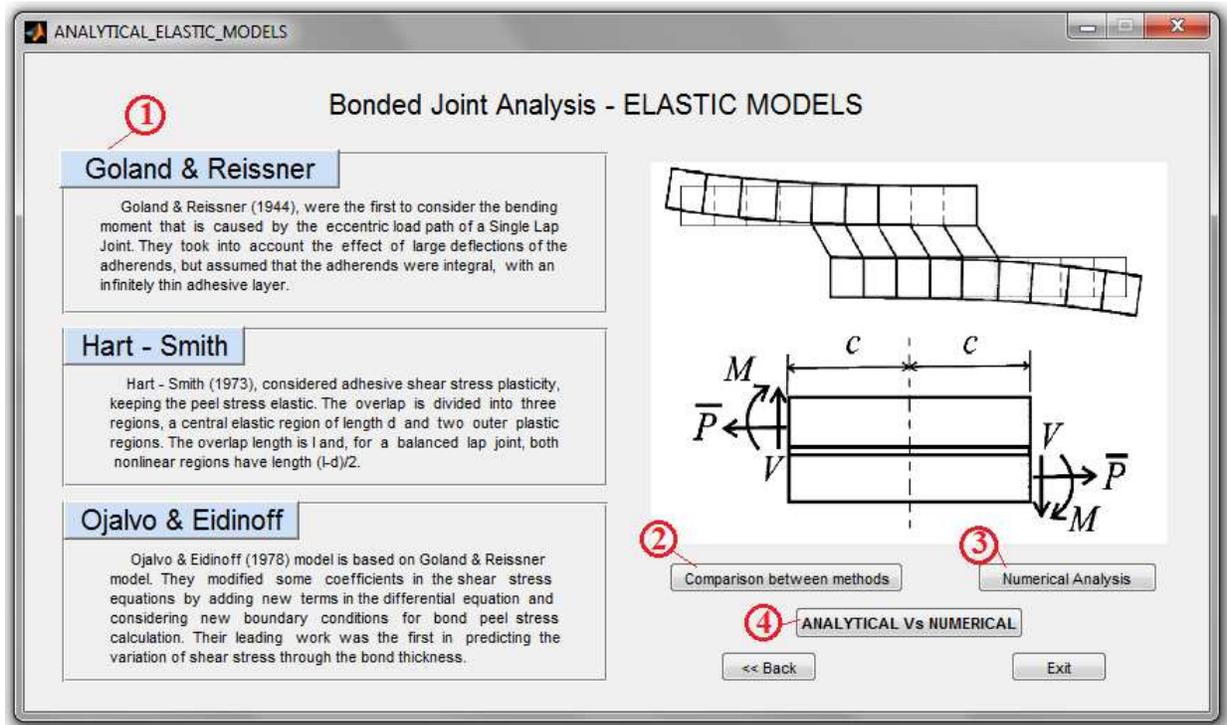


Figura 5.4: Métodos analíticos disponíveis no software (Goland & Reissner, Hart-Smith e Ojalvo & Eidinoff).

### 5.1.4 Análise individual

Como descrito anteriormente, o software permite uma análise individual de tensões. Para cada método serão analisadas as distribuições de tensões em cisalhamento e normais, esta análise dependerá da geometria e propriedades dos materiais definidas anteriormente e do número de pontos escolhidos para a análise. Uma descrição detalhada de cada função desta análise, Figura 5.5, é mostrada a seguir:

- ①: Método analítico, nesta seção é mostrado o nome do modelo analítico selecionado e uma breve descrição desse.
- ②: Calcular, nesta seção serão selecionados as quantidades de pontos que serão considerados na análise. A análise começará quando for selecionado o botão “Go”.

- ③: Diagramas de cores, neste seção são mostrados os diagramas de cores das tensões tanto para cisalhamento como para tensões normais. O adesivo não está desenhado em escala.
- ④: Distribuição de tensões por cisalhamento.
- ⑤: Distribuição de tensões normais.
- ⑥: Valores mínimos e máximos das distribuições de tensões.
- ⑦: Ponto, nesta seção é possível uma análise pontual das tensões de cisalhamento e normais.
- ⑧: Opções gráficas, nesta seção é possível obter as curvas das distribuições de tensões separadamente. Esta opção foi adicionada para uma melhor visualização dos resultados. Ex.: Possibilidade de exportar gráficos.
- ⑨: Salvar resultados, este botão salva automaticamente os resultados das tensões nos pontos selecionados, num arquivo \*.txt. No arquivo são mostrados os dados de entrada, tensões mínimas e máximas de cisalhamento e normais, assim como, as tensões para cada ponto requerido. Estes arquivos gerados são mostrados na Figura 5.6.

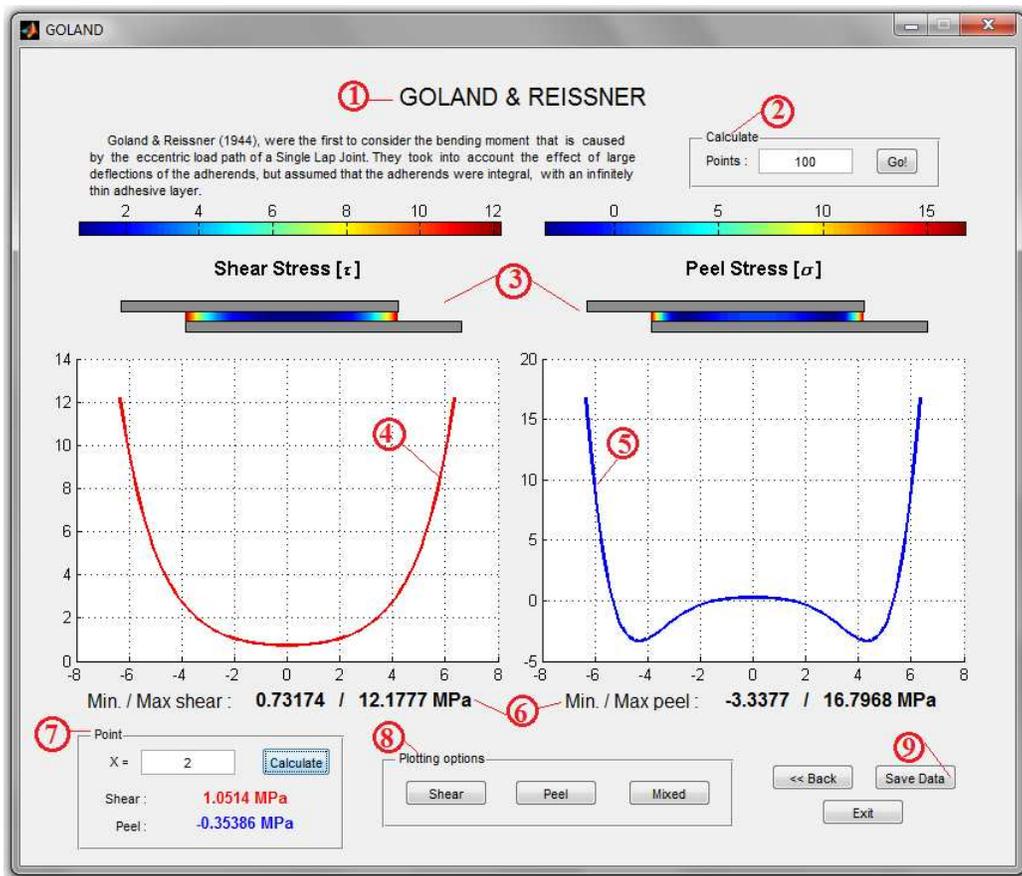


Figura 5.5: Análise de tensões para o método analítico de Goland & Reissner.

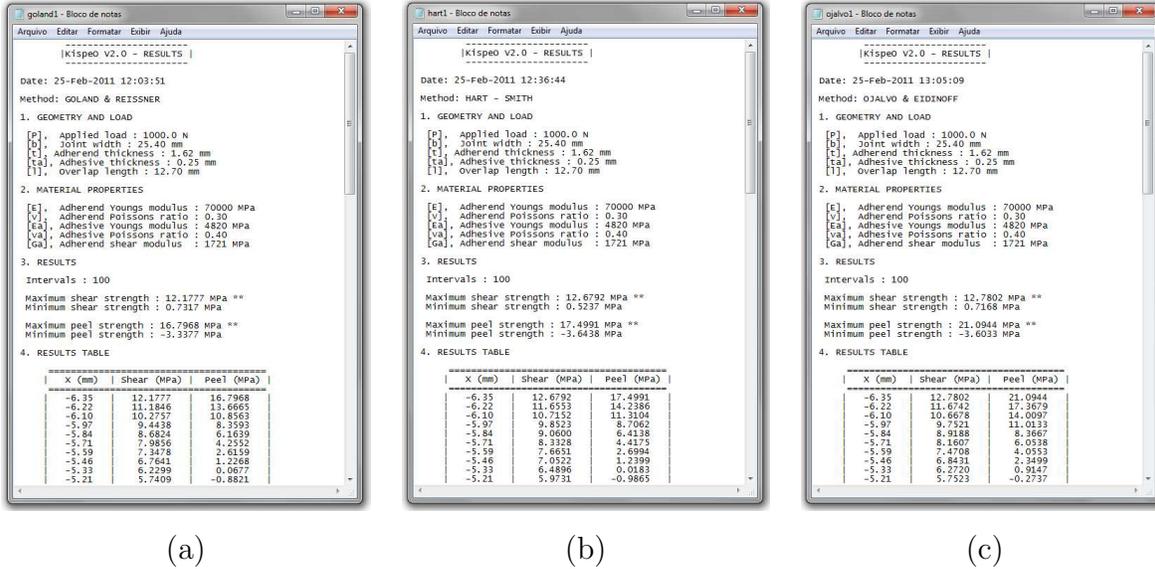


Figura 5.6: Impressão de resultados para cada método analítico, (a) Goland & Reissner, (b) Hart-Smith e (c) Ojalvo & Eidinoff.

### 5.1.5 Comparação dos métodos analíticos

O software permite a comparação dos métodos analíticos implementados, esta comparação é flexível, ou seja, permite a comparação entre dois métodos específicos ou a comparação dos três métodos. Uma descrição detalhada é mostrada a seguir, Figura 5.7:

- ①: Comparação das distribuições de tensões para cisalhamento.
- ②: Comparação das distribuições de tensões normais.
- ③: Cisalhamento, nesta seção é possível a escolha dos métodos analíticos a serem comparados. O botão “Go” desenha as distribuições de tensões dos métodos escolhidos. O botão “Clean” limpa a tela.
- ④: Peel, mesma função do ponto anterior para tensões normais.
- ⑤: Salvar resultados, este botão gera um arquivo \*.txt com o resultado da comparação dos métodos, este arquivo é similar ao gerado na análise individual.

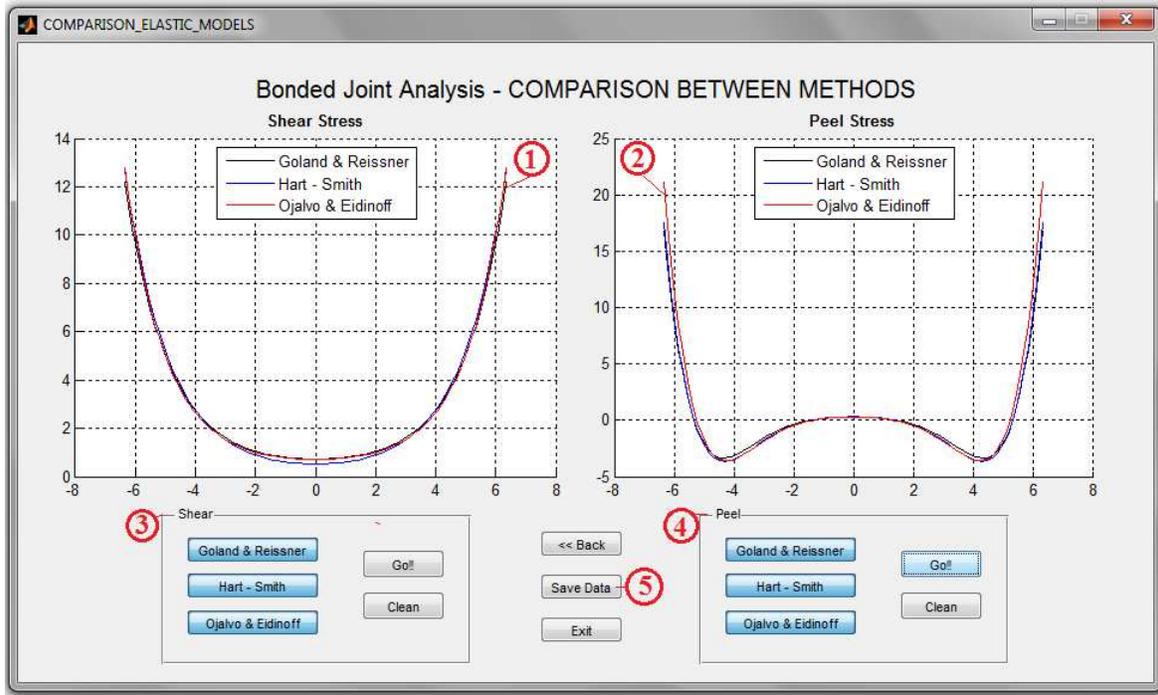


Figura 5.7: Comparação dos diferentes métodos analíticos.

### 5.1.6 Interação com ABAQUS

Na Figura 5.8 pode ser observada a entrada de dados da malha para uma posterior análise por elementos finitos, os dados requeridos simulam os do ensaio normalizado ASTM D1002. Uma descrição detalhada de cada função da tela é mostrada a seguir:

- ①: Geometria, nesta seção serão preenchidos os dados extra da geometria do problema, como o comprimento do “*grip*” (espaço destinado às garras no ensaio) e o comprimento da zona não colada. Os dados inseridos anteriormente (na tela de entrada de dados), são mostrados também, mas estão inoperantes.
- ②: Dados da malha, nesta seção serão inseridos os dados da malha, como elementos ao longo do comprimento da zona colada ou ao longo das espessuras dos aderentes e do adesivo.
- ③: Tipo de análise, nesta seção será definido o tipo de análise, 2D ou 3D.
- ④: Tipo de elemento, nesta seção será definido o tipo de elemento utilizado na análise por elementos finitos, elemento coesivo, linear ou quadrático. O elemento coesivo está atualmente em implementação.
- ⑤: Novo, este botão limpa a tela.
- ⑥: Salvar, este botão cria um arquivo com os dados preenchidos. Este arquivo será inserido

automaticamente na base de dados para seu posterior uso.

⑦: Carregar, este botão permite a chamada de um arquivo da base de dados criada anteriormente.

⑧: Salvar e continuar, este botão salva automaticamente os dados preenchidos num arquivo \*.txt, vide Figura 5.9a. Este arquivo será usado pelo ABAQUS como arquivo de entrada para a análise por elementos finitos, como mostrado na Figura 5.9b.

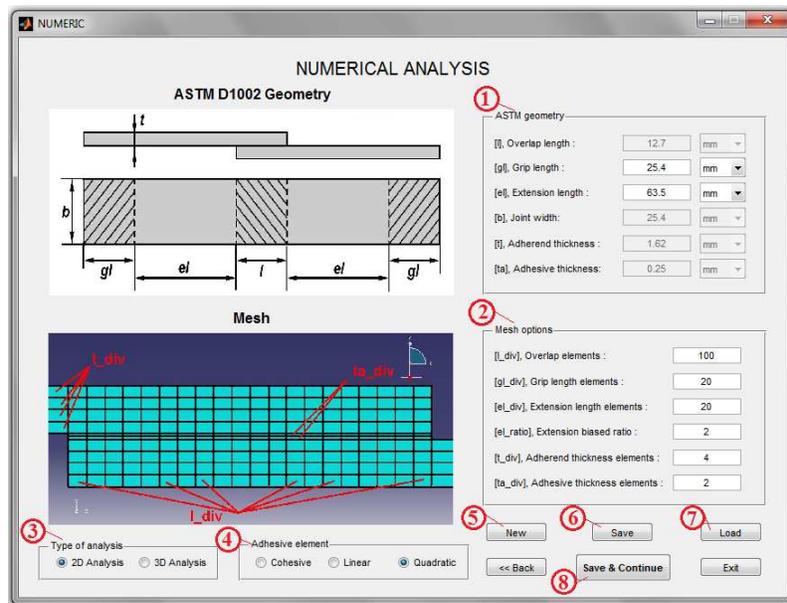
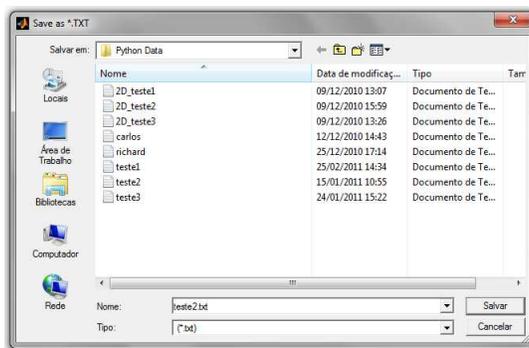
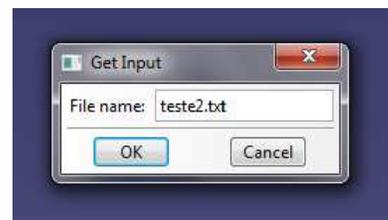


Figura 5.8: Entrada de dados da malha para a análise por elementos finitos.



(a)



(b)

Figura 5.9: Interação Matlab-ABAQUS, (a) Arquivo \*.txt salvo pelo Matlab e (b) Arquivo \*.txt requerido pelo Abaqus.

Na Figura 5.10 é mostrada a análise feita pelo ABAQUS e a criação de um arquivo \*.txt,

o qual contém os resultados da análise. Este arquivo será novamente usado pelo software para a posterior comparação com os métodos analíticos.

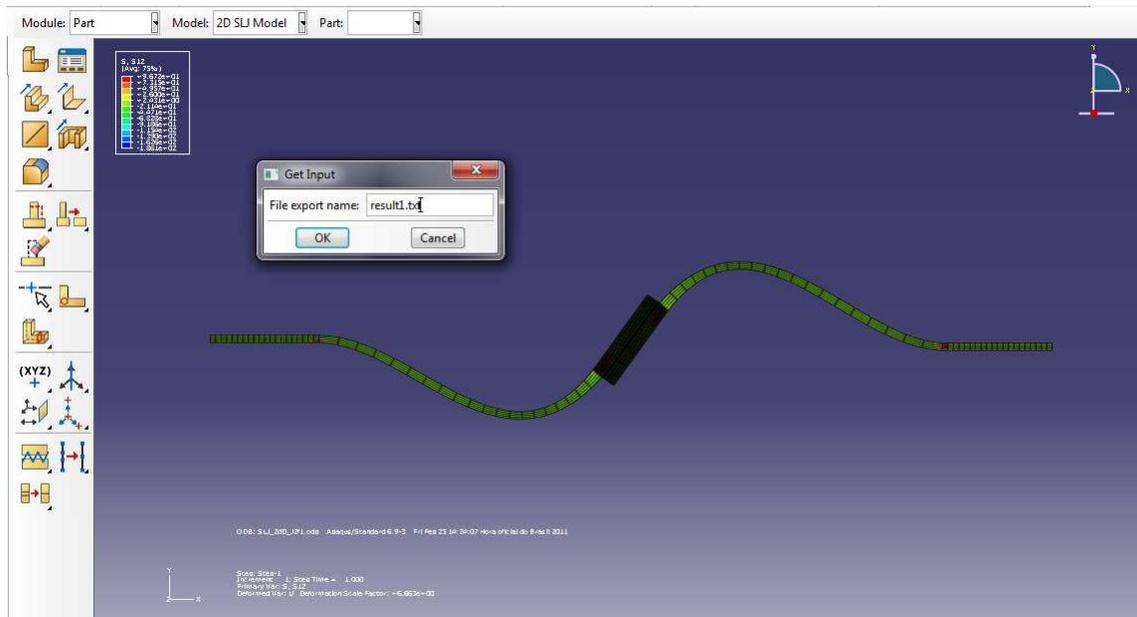


Figura 5.10: Análise feita pelo ABAQUS e arquivo requerido para salvar os resultados.

### 5.1.7 Comparação entre resultados analíticos e numéricos

Na Figura 5.11 é mostrada a comparação entre os métodos analíticos e o resultado obtido da análise por elementos finitos. Nesta parte também é permitida a impressão de resultados mediante arquivos \*.txt. Uma descrição de cada função desta tela é mostrada a seguir:

- ①: Carregar resultados numéricos, este botão permite carregar os resultados numéricos gerados pelo ABAQUS, como visto anteriormente. Este arquivo possui os dados da geometria, das propriedades dos materiais, assim como das distribuições de tensões cisalhantes e normais.
- ②: Comparação das distribuições de tensões de cisalhamento.
- ③: Comparação das distribuições de tensões normais.
- ④: Cisalhamento, nesta seção é possível a escolha dos métodos analíticos e/ou do resultado numérico a comparar. O botão “Go” desenha as distribuições de tensões dos métodos escolhidos. O botão “Clean” limpa a tela.
- ⑤: Peel, mesma função do ponto anterior para tensões normais.
- ⑥: Salvar resultados, este botão gera um arquivo \*.txt com o resultado da comparação dos métodos, este arquivo é similar ao gerado na análise individual ou ao gerado na comparação

dos métodos analíticos.

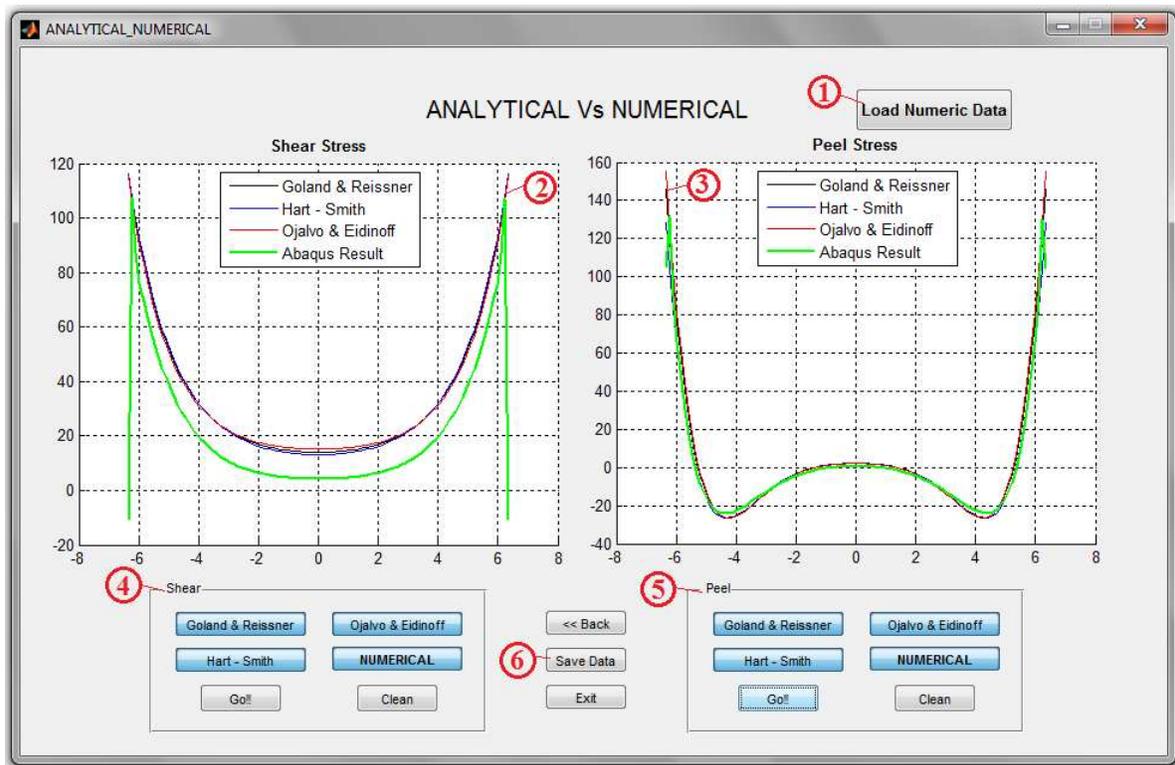


Figura 5.11: Comparação entre métodos analíticos e o resultado numérico gerado pelo ABAQUS.

### 5.1.8 Critérios de falha

Na Figura 5.12 é mostrada a entrada de dados para a análise dos principais critérios de falha. A carga de falha experimental é inserida e comparada com a carga de falha obtida dos critérios de falha aplicados em modelos analíticos e/ou numéricos. Uma descrição da funcionalidade de cada seção da tela é dada a seguir:

- ①: Geometria, nesta seção são inseridos os dados de geometria. Estes dados simulam as dimensões do ensaio normalizado ASTM D1002, se a análise for somente analítica não será necessário o preenchimento de dados como do comprimento do “*grip*” ( $gl$ ) ou do comprimento da zona não colada ( $el$ ).
- ②: Dados da malha, nesta seção serão inseridos os dados da malha, como elementos ao longo do comprimento da zona colada ou ao longo das espessuras dos aderentes e do adesivo.
- ③: Carga de falha experimental, nesta seção será inserida a carga de falha experimental. Esta carga será posteriormente comparada com as cargas de falha obtidas da análise analítica e/ou

da análise numérica.

④: Dados dos critérios de falha, nesta seção serão inseridos os dados das propriedades dos materiais necessários para análise dos diferentes critérios de falha. São requeridos os seguintes dados: Máxima tensão de cisalhamento ( $\tau_{MAX}$ ), máxima tensão normal ( $\sigma_{MAX}$ ) e máxima deformação por cisalhamento ( $\gamma_r$ ) para o critério do valor máximo. O limite de escoamento por cisalhamento ( $\tau_p$ ) para o critério do escoamento global e as densidades de energia de deformação por cisalhamento ( $u_{II}$ ) e por tensões normais ( $u_I$ ) para o critério do envelope de falha.

⑤: Propriedades dos materiais, nesta seção serão inseridas as propriedades dos materiais dos aderentes e do adesivo.

⑥: Novo, este botão limpa os dados preenchidos na tela.

⑦: Carregar, este botão permite a chamada de um arquivo da base de dados criada anteriormente.

⑧: Salvar, este botão cria um arquivo com os dados preenchidos. Este arquivo será inserido automaticamente na base de dados para seu posterior uso.

⑨: Análise analítica, este botão permite a análise dos diferentes critérios de falha analíticos, são calculadas as diversas cargas de falha dos diferentes critérios de falha e comparadas com a carga de falha experimental. É criado um arquivo \*.txt com estes resultados.

⑩: Análise numérica, este botão gera um arquivo \*.txt com os dados preenchidos na tela. Este arquivo servirá como arquivo de entrada na análise feita pelo ABAQUS e gerará ao mesmo tempo outro arquivo \*.txt com os resultados da análise numérica. Estes resultados também serão mostrados em tempo real na tela do ABAQUS, como é mostrado na Figura 5.13.

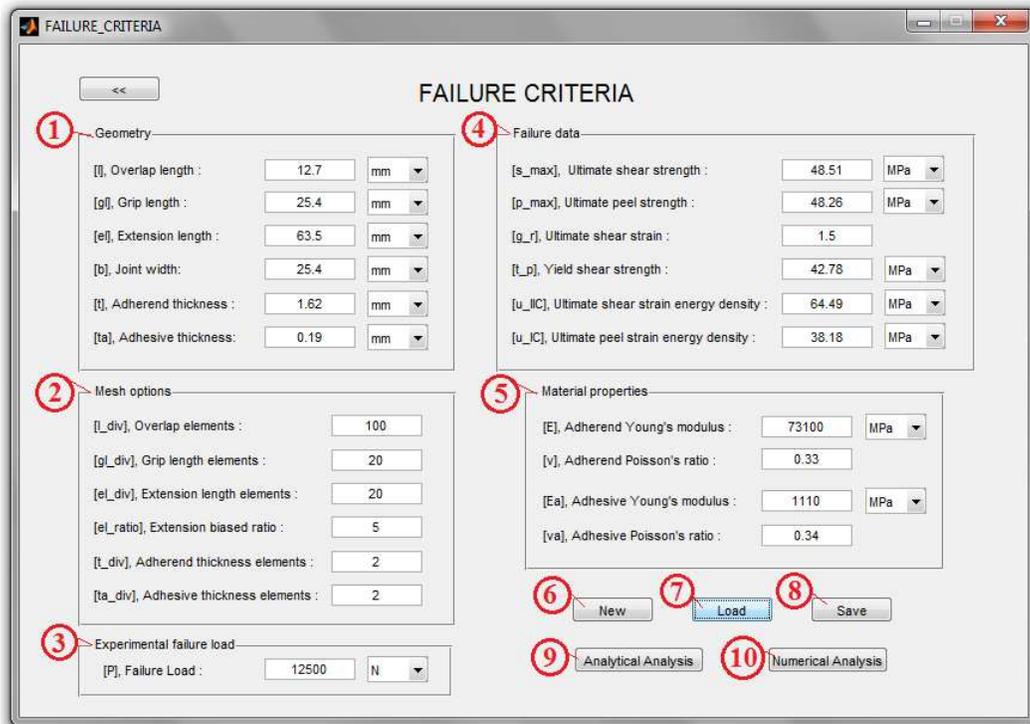


Figura 5.12: Análise dos critérios de falha.

```

JOB SLJ_2dD_J2f1: Abaqus/Standard completed successfully.
Job SLJ_2dD_J2f1 completed successfully.
=====
>>> ITERATION = 8.000000
=====
APPLIED LOAD = 12000.000000
Maximum shear strength [Shear_max] = 90.307304
Maximum peel strength [Peel_max] = 122.343307
Shear strain energy density [u_II] = 9.845268
Peel strain energy density [u_I] = 6.546700
Linear criteria factor (rl = 1, failure) [rl] = 0.982846
Quadratic criteria factor (rq = 1, failure) [rq] = 0.536292
-----
Job SLJ_2dD_J2f1: Analysis Input File Processor completed successfully.
Job SLJ_2dD_J2f1: Abaqus/Standard completed successfully.
Job SLJ_2dD_J2f1 completed successfully.
=====
>>> ITERATION = 9.000000
=====
APPLIED LOAD = 13000.000000
Maximum shear strength [Shear_max] = 97.832703
Maximum peel strength [Peel_max] = 132.538300
Shear strain energy density [u_II] = 11.554467
Peel strain energy density [u_I] = 7.683248
Linear criteria factor (rl = 1, failure) [rl] = 1.153474
Quadratic criteria factor (rq = 1, failure) [rq] = 0.738663
-----
>>>> FAILED!!! <<<<<

```

Figura 5.13: Tela do Abaqus mostrando os resultados de cada iteração.

# Capítulo 6

## Resultados

O objetivo principal deste capítulo é validar os modelos analíticos e critérios de falha implementados nos capítulos anteriores. Para a validação numérica será utilizado o MEF, mediante o uso do software comercial ABAQUS. Serão discutidas as considerações feitas para a implementação dos modelos numéricos, como propriedades dos materiais e as condições de contorno. Será estudado o efeito do refinamento da malha no modelo numérico e a variação dos valores máximos das tensões e da densidade de energia de deformação com respeito a este refinamento. Os modelos analíticos e numéricos serão validados com resultados experimentais mediante a comparação das cargas experimentais de falha. Finalmente, será realizado um estudo da variação da espessura com respeito à carga de falha.

### 6.1 Modelo numérico

Nesta seção será mostrada a aplicação do MEF mediante a utilização do software comercial ABAQUS. Os modelos desenvolvidos são modelos 2D e as propriedades do elemento utilizado são mostradas na Tabela 6.1. Devido à geometria da junta analisada (SLJ) será utilizada uma análise no estado plano de deformações.

Tabela 6.1: Propriedades do elemento utilizado

Propriedade	Valor
Biblioteca de elementos	Standard / 2D Stress
Ordem geométrica	Quadrática
Tipo de elemento	Quadrilateral de 8 nós
Código	CPE8R

### 6.1.1 Geometria e propriedades dos materiais

A forma e dimensões da junta analisada são conforme a norma ASTM D1002, como mostrado na Figura 6.1 e Tabela 6.2. Considera-se que tanto o material dos aderentes quanto do adesivo é elástico-linear. A Tabela 6.3 mostra as propriedades dos aderentes e do adesivo utilizadas na análise.

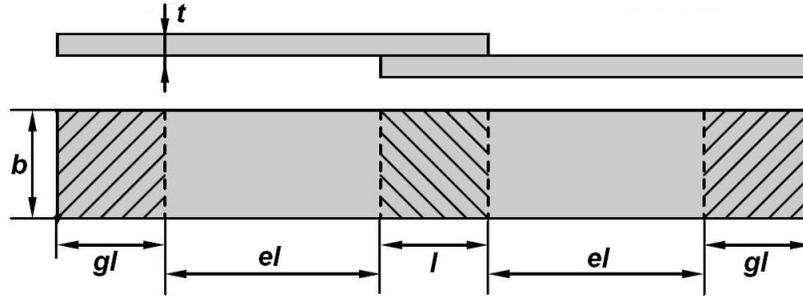


Figura 6.1: Forma e dimensões da junta analisada.

Tabela 6.2: Dimensões consideradas para a modelagem

Variável	Descrição	Valor (mm)
$b$	Largura da junta	25.4
$gl$	Comprimento do <i>grip</i>	25.4
$el$	Comprimento da zona livre do aderente	63.5
$l$	Comprimento da zona colada	12.7
$t$	Espessura do aderente	1.62
$t_a$	Espessura do adesivo	0.19

Tabela 6.3: Propriedades dos aderentes e do adesivos usado na análise

Propriedade	Descrição	Aderente	Adesivo
Material	–	Aluminio	AF163-2K
$E(GPa)$	Módulo de elasticidade	73.10	1.12
$\nu$	Razão de poisson	0.33	0.34

### 6.1.2 Condições de contorno

As condições de contorno foram aplicadas de maneira a reproduzir com fidelidade as condições de contorno do ensaio experimental ASTM D1002. Foram simulados os efeitos das

garras do ensaio no modelo, vide Figura 6.2. No aderente superior foi considerado um engaste na área correspondente às garras, vide detalhe A. No aderente inferior foram restringidos os deslocamentos no eixo  $y$  e a rotação com respeito ao eixo  $z$  da borda correspondente à garra. A carga aplicada foi considerada como uma carga superficial e aplicada nas bordas, como mostrado no detalhe B.

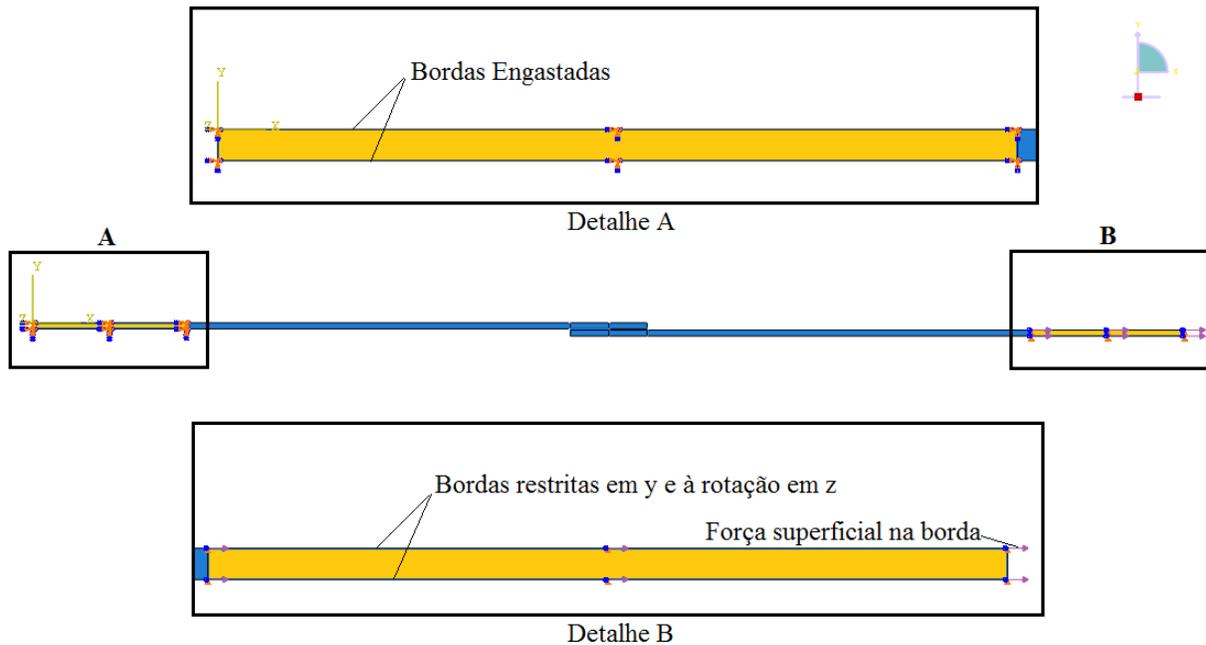


Figura 6.2: Detalhe das condições de contorno do modelo numérico.

### 6.1.3 Refinamento da malha

Devido à presença da singularidade nas bordas do adesivo, optou-se por fazer um estudo do refinamento da malha e da variação dos valores máximos das tensões com respeito a este refinamento. Analisaram-se as tensões de cisalhamento, tensões normais e a densidade de energia de deformação total (DEDT) ao longo do comprimento da zona colada.

As variáveis utilizadas no refinamento da malha são mostradas na Tabela 6.4. Analisaram-se seis casos, com as seguintes quantidades de elementos no adesivo: 120, 240, 600, 1200, 2400 e 4000 elementos respectivamente. A Tabela 6.5 mostra os valores dos parâmetros usados na malha para cada caso. A Tabela 6.6 mostra os valores máximos das tensões normais, tensões por cisalhamento e das densidades de energia de deformação para cada caso. As Figuras 6.4a, 6.5a e 6.6a mostram as distribuições de tensões de cisalhamento, tensões normais e DEDTs ao longo do comprimento da zona colada para cada caso estudado. Já, as Figuras 6.4b, 6.5b

e 6.6b mostram com maior detalhe estas distribuições nas bordas do adesivo.

Tabela 6.4: Variáveis consideradas para o modelamento

Variável	Descrição
<i>gl_div</i>	Número de elementos no comprimento do <i>grip</i>
<i>el_div</i>	Número de elementos na zona livre do aderente
<i>el_ratio</i>	Razão entre o maior e menor elemento da zona livre do aderente
<i>l_div</i>	Número de elementos na metade do comprimento do adesivo
<i>l_ratio</i>	Razão entre o maior e menor elemento na metade do comprimento do adesivo
<i>t_div</i>	Número de elementos na espessura do aderente
<i>ta_div</i>	Número de elementos na metade da espessura do adesivo
<i>Nel</i>	Número de elementos no adesivo

Tabela 6.5: Valores dos parâmetros da malha para cada caso

Caso	<i>gl_div</i>	<i>el_div</i>	<i>el_ratio</i>	<i>l_div</i>	<i>l_ratio</i>	<i>t_div</i>	<i>ta_div</i>	<i>Nel</i>
1	40	100	10	30	5	5	1	120
2	40	200	10	60	5	7	1	240
3	40	200	10	75	5	7	2	600
4	40	300	10	100	10	12	3	1200
5	50	400	20	150	10	15	4	2400
6	50	500	20	200	10	20	5	4000

Tabela 6.6: Valores máximos das tensões normais, de cisalhamento e das densidades de energia de deformação total (DEDT) para cada caso

Caso	Valores máximos ( <i>MPa</i> )		
	T. Normal	T. Cisalhamento	DEDT
1	108,33	85,36	12,73
2	108,36	77,21	11,30
3	102,59	75,78	10,75
4	102,23	75,27	10,37
5	102,07	75,20	10,51
6	101,99	75,14	10,51

Depois de ter analisado os seis casos, notou-se uma convergência dos valores a partir de 600 elementos (Caso 3), para as tensões de cisalhamento, tensões normais e DEDTs, vide

Figuras 6.4b, 6.5b e 6.6b. Se optou por escolher o caso 4 (1200e) como a malha ótima para a análise. Esta malha modela com mais precisão a singularidade na borda do adesivo, além de não consumir muita memória computacional. A Figura 6.3 mostra uma comparação das tensões de cisalhamento, das tensões normais e da densidade de energia de deformação para os casos 1 e 6. Notam-se distribuições mais suaves para o caso onde a malha é mais fina.

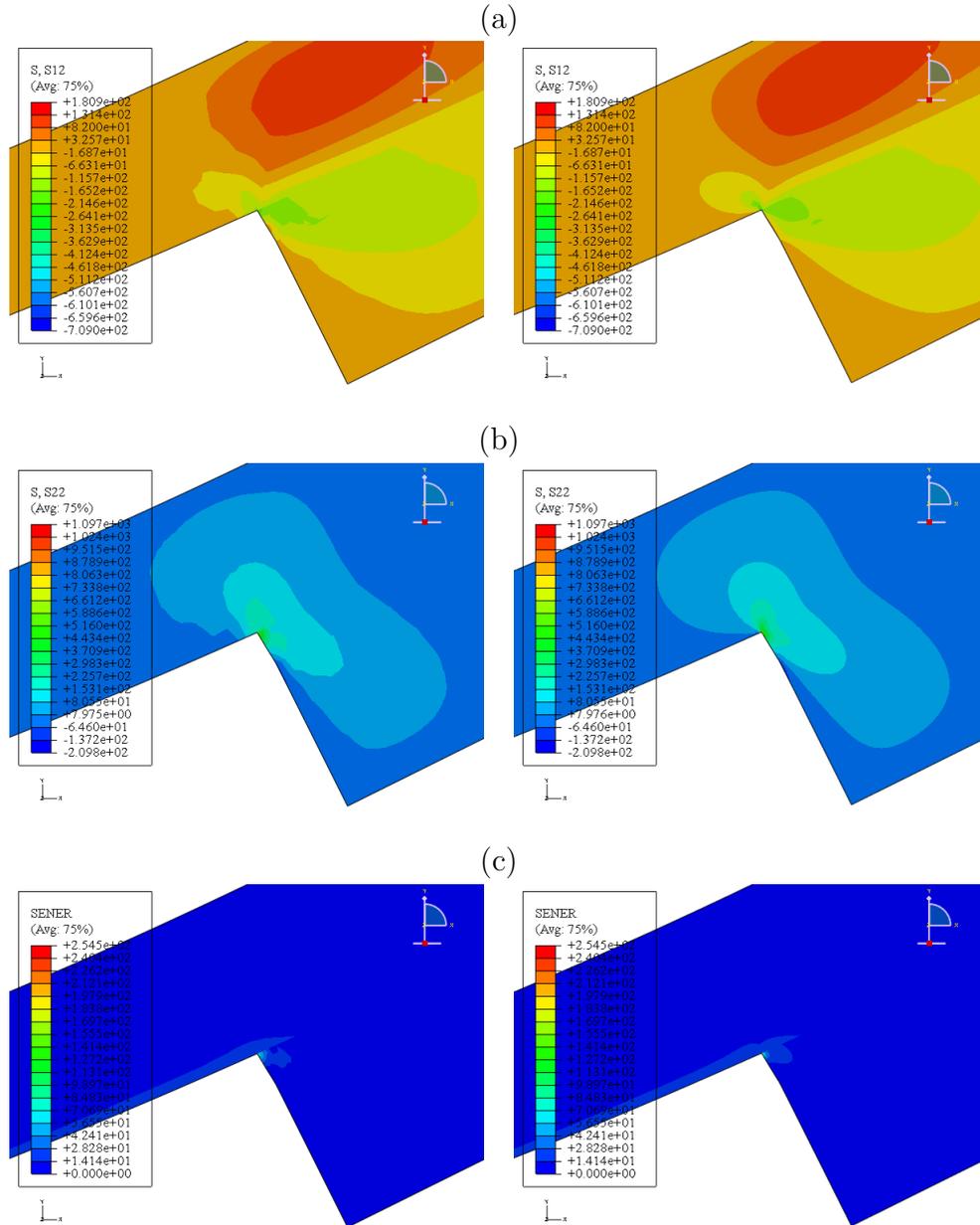
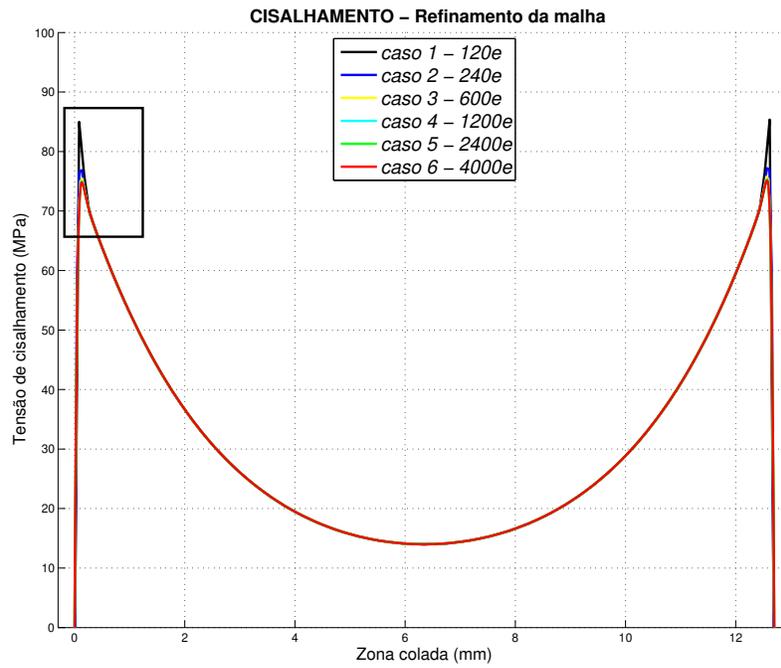


Figura 6.3: Comparação entre os casos 1 e 6: (a) Tensão de cisalhamento, (b) Tensão normal e (c) DEDT, (a DEDT é conhecida pelo ABAQUS como SENR).

(a)



(b)

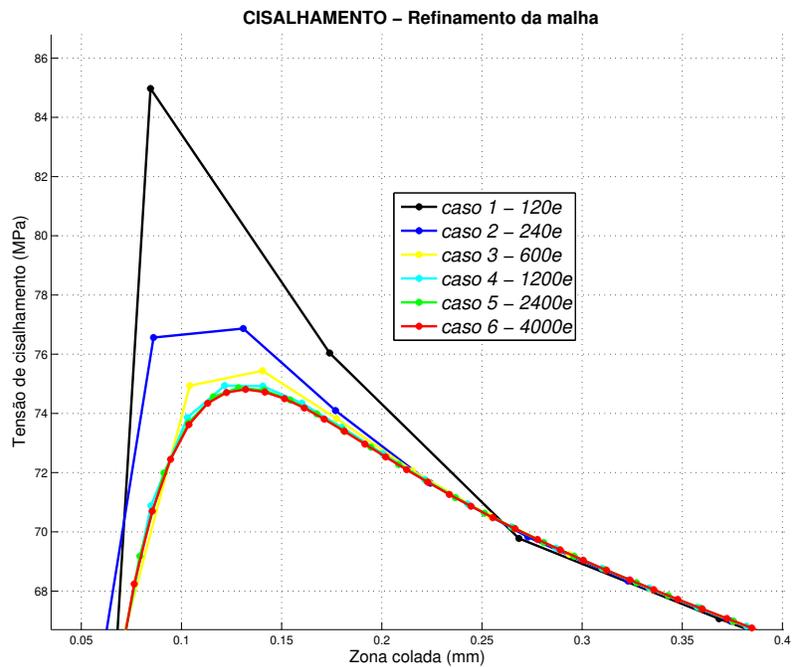
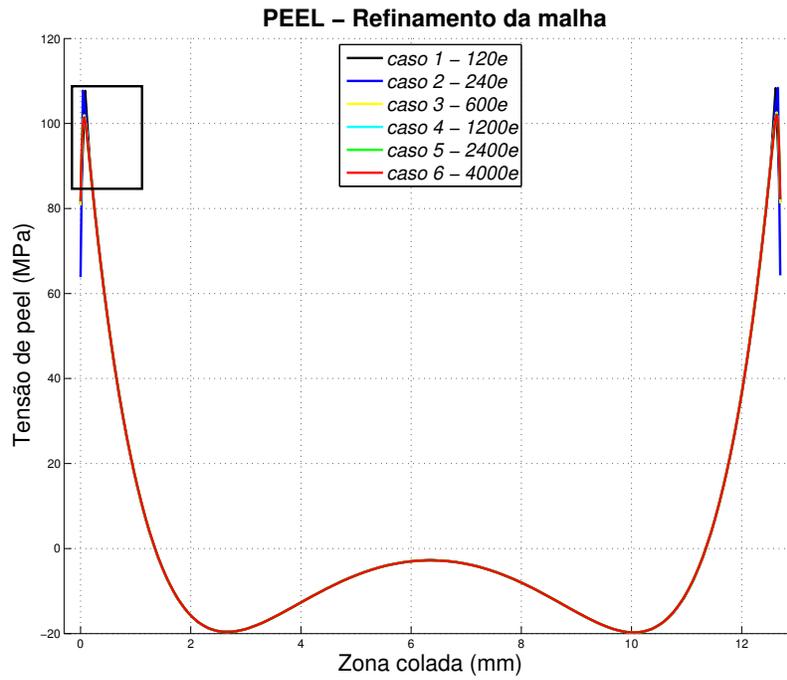


Figura 6.4: (a) Refinamento da malha considerando a tensão por cisalhamento, (b) Zoom com o detalhe das tensões máximas para cada caso.

(a)



(b)

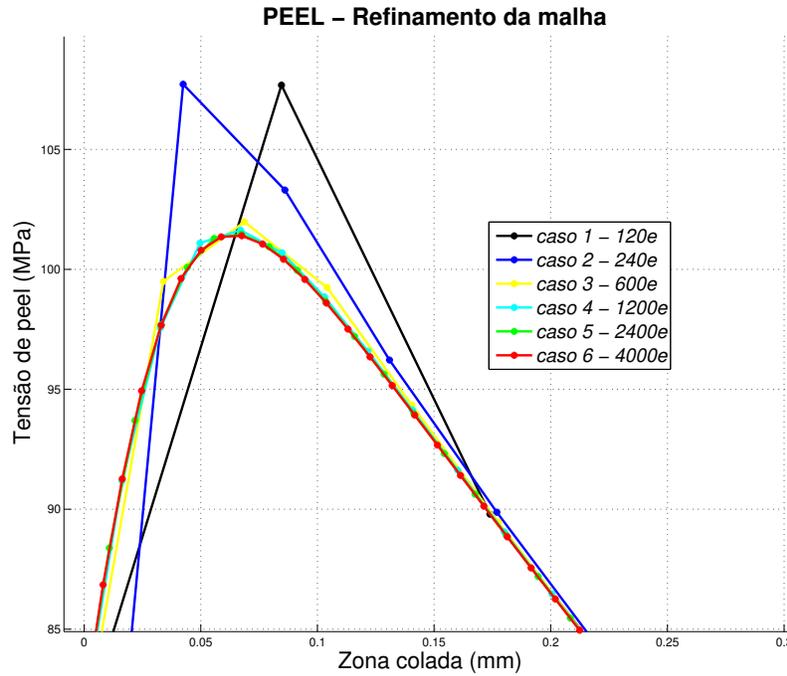
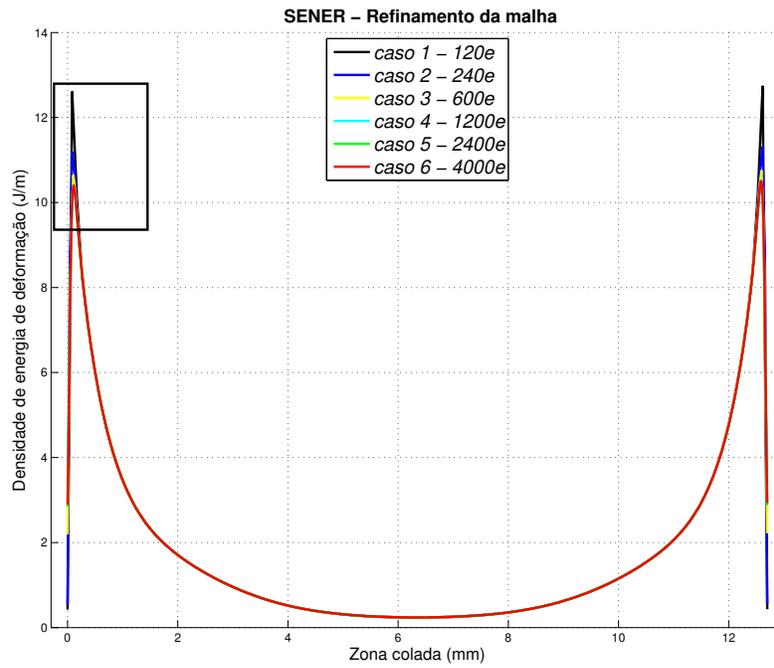


Figura 6.5: (a) Refinamento da malha considerando as tensões normais, (b) Zoom com o detalhe das tensões máximas para cada caso.

(a)



(b)

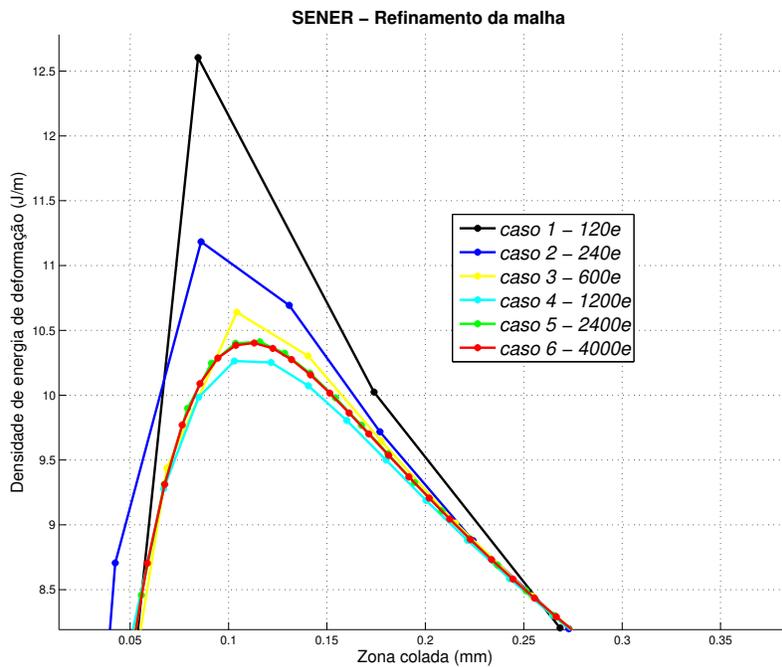


Figura 6.6: (a) Refinamento da malha considerando a DEDT (SENER), (b) Zoom com o detalhe das tensões máximas para cada caso.

## 6.2 Comparação das distribuições de tensões

Com o modelo numérico definido, foi feita uma comparação do modelo numérico com os modelos analíticos implementados no capítulo 3. Foram analisadas para cargas de 1000, 5000 e 10000 N. A Figura 6.7 mostra as tensões de cisalhamento e normais para essas cargas. As Figuras 6.8, 6.9 e 6.10 mostram as comparações entre os modelos analíticos e os modelos numéricos tanto para as tensões de cisalhamento como para as tensões normais.

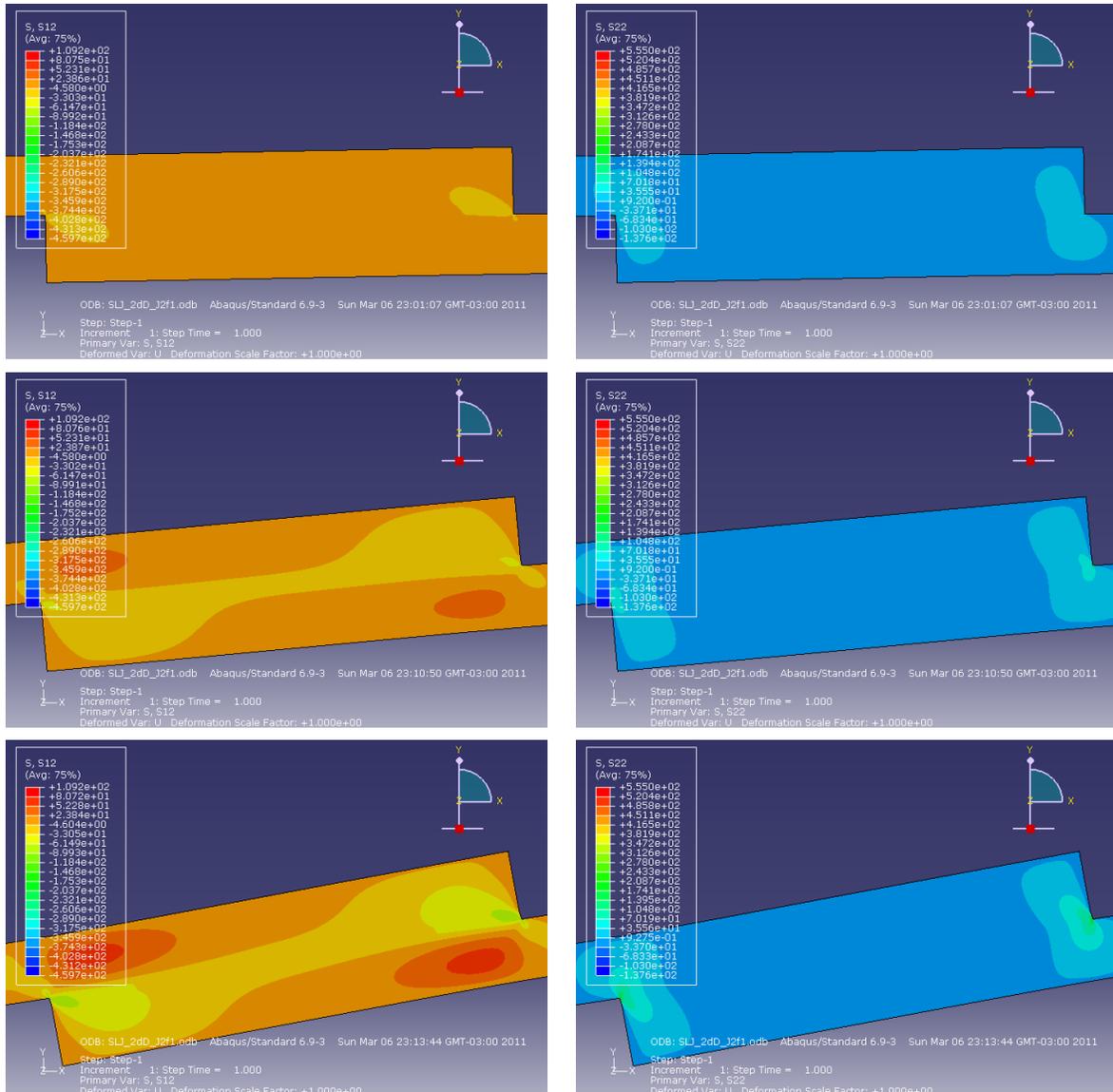


Figura 6.7: Tensões de cisalhamento (primeira coluna) e tensões normais (segunda coluna) para 1000, 5000 e 10000 N respectivamente, Esc.1:1.

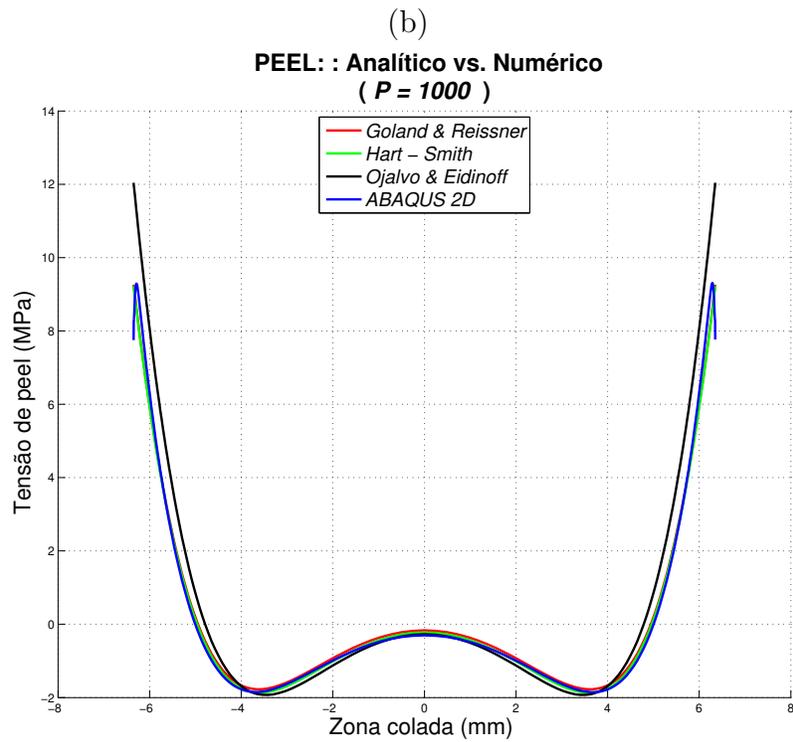
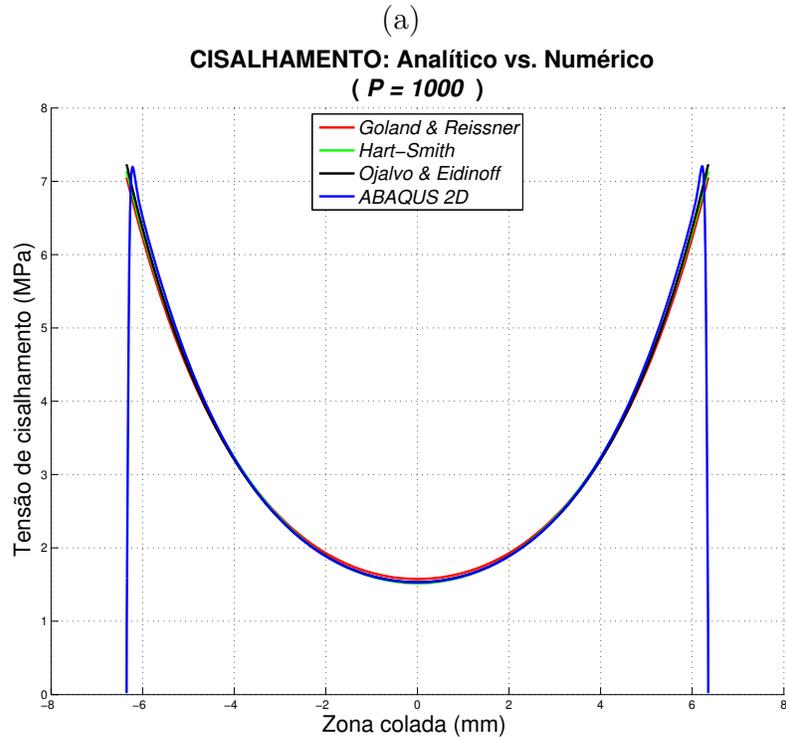


Figura 6.8: Comparação entre modelos analíticos e numéricos para uma carga aplicada de 1000 N, (a) tensão de cisalhamento e (b) tensão normal.

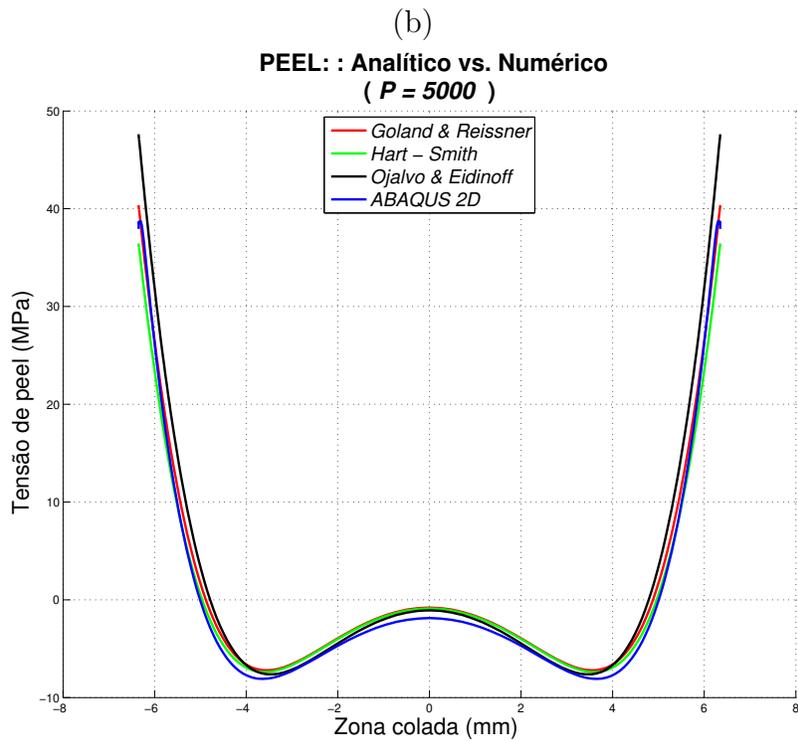
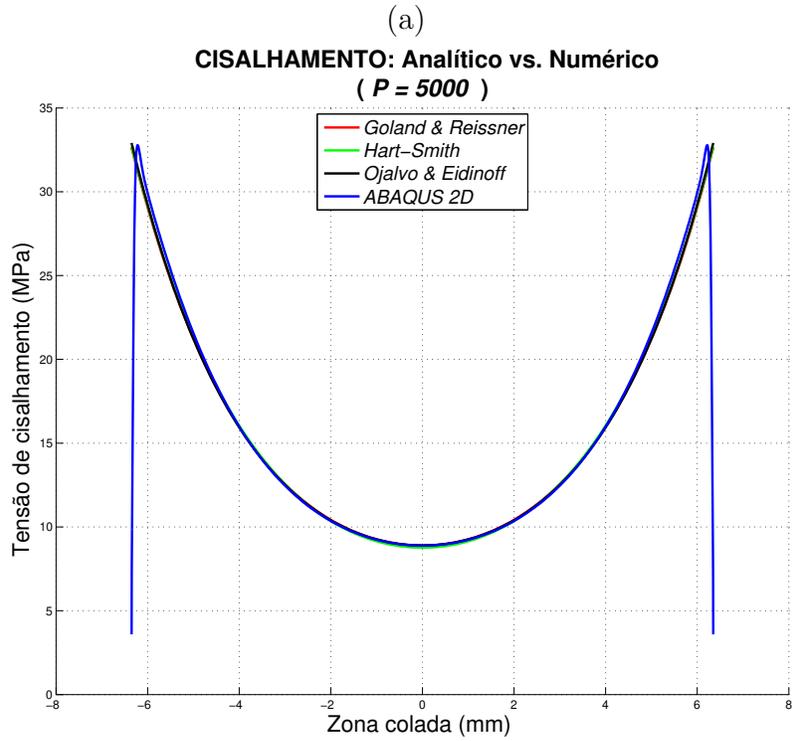


Figura 6.9: Comparação entre modelos analíticos e numéricos para uma carga aplicada de 5000 N, (a) tensão de cisalhamento e (b) tensão normal.

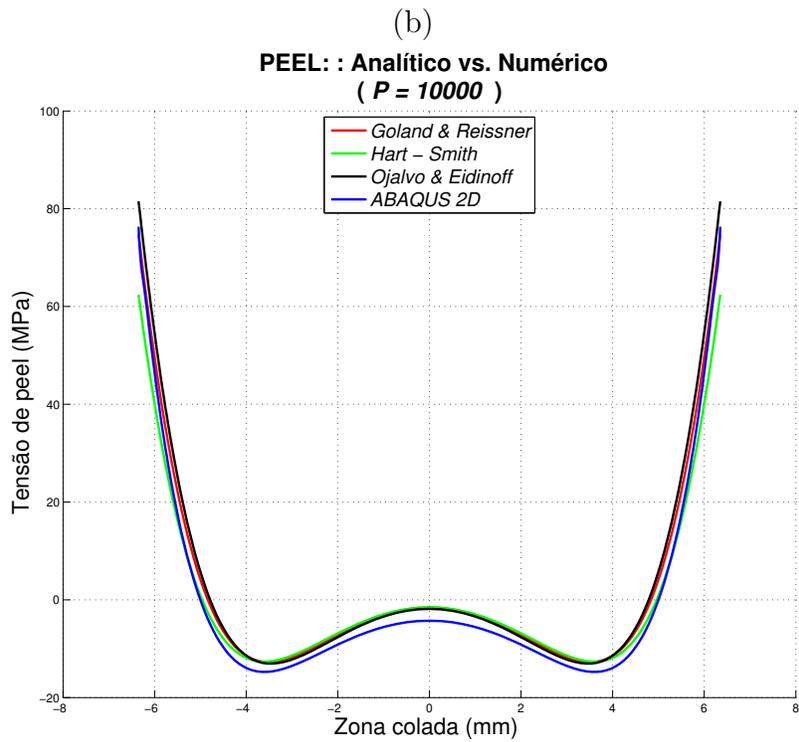
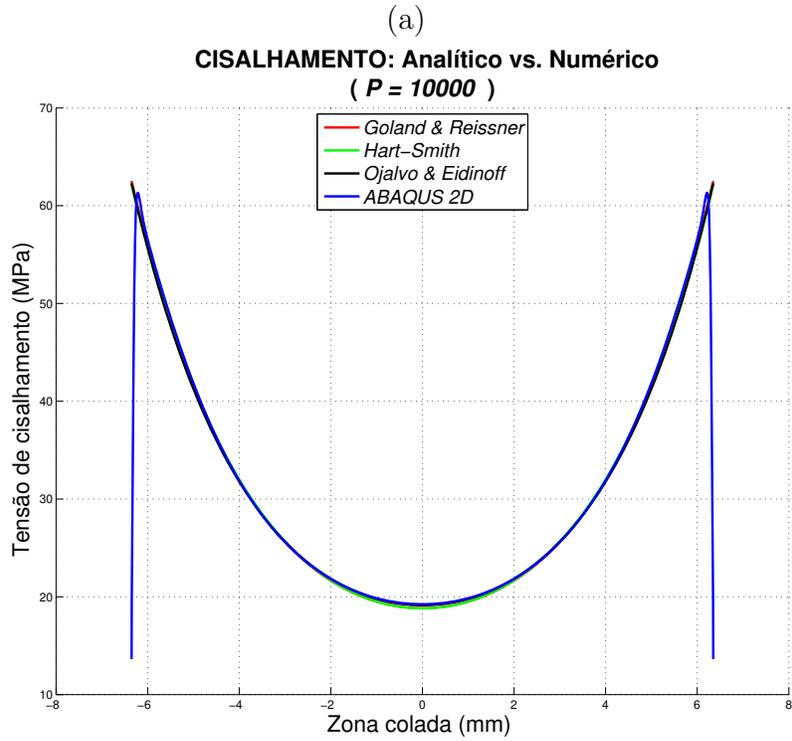


Figura 6.10: Comparação entre modelos analíticos e numéricos para uma carga aplicada de 10000 N, (a) tensão de cisalhamento e (b) tensão normal.

## 6.3 Resultados experimentais

### 6.3.1 Ensaio ASTM D1002

O ensaio ASTM D1002 é o teste de cisalhamento mais comum. A geometria do espécime de teste padrão é mostrado nas Figuras 6.1 e 6.11. Os valores das dimensões podem ser vistos na Tabela 6.2. Todos os métodos analíticos implementados no capítulo 3 obedecem à geometria deste teste. As cargas de falha obtidas por este teste serão utilizadas para a validação dos modelos analíticos, modelos numéricos e critérios de falha implementados. Os parâmetros do ensaio podem ser vistos na Tabela 6.7.

Tabela 6.7: Parâmetros do ensaio

Propriedade	valor
Teste <i>standard</i>	ASTM D1002
Velocidade do teste	1.30 <i>mm/min</i>
Condição do teste	RTA - <i>Room Temperature Ambient</i>
Condição de laboratório	22°C/62% R.H.
Número de espécimes	6

(a)



(b)



Figura 6.11: (a) Vista de planta do espécime, (b) vista de lado do espécime.

Tabela 6.8: Propriedades dos materiais

Componente	Material	Tipo	Esp. Nom.
Aderente	Alumínio 2024-T351	–	0.063 <i>in</i>
Primer	EC-3924B	Type I, Grade A	–
Adesivo	AF163-2K .045WT	Type III, Class 2	0.0075 <i>in</i>

Tabela 6.9: Resultados do ensaio ASTM D1002

Ésp. #	Zona colada ( <i>mm</i> )	Largura ( <i>mm</i> )	Carga de falha ( <i>N</i> )	Tensão aparente ( <i>MPa</i> )	Modo de falha
1	13.46	25.42	12155	35.5	Coesivo
2	11.78	25.50	11206	32.6	Coesivo
3	11.94	25.52	10937	31.8	Coesivo
4	11.28	25.50	11146	38.8	Coesivo
5	11.68	25.58	11103	37.2	Coesivo
6	12.36	25.44	11154	35.5	Coesivo

Dos seis espécimes ensaiados se tirou uma média que equivale a 11283.5 *N*. Este valor será usado como carga de falha experimental e será comparada com as cargas de falha teóricas.

### 6.3.2 Ensaio ASTM D5656

O ensaio ASTM D5656 é um ensaio de cisalhamento puro. Diferentemente do ensaio ASTM D1002, as tensões normais são praticamente anuladas, devido à grande espessura dos aderentes e ao baixo comprimento da zona colada. O objetivo principal deste ensaio é encontrar a densidade de energia de deformação por cisalhamento ( $u_I$ ) e essa densidade de energia será obtida mediante o cálculo da área sob a curva tensão-deformação do ensaio. Mediante este ensaio também será obtida a tensão máxima de cisalhamento ( $\tau_{MAX}$ ) e a deformação máxima por cisalhamento ( $\gamma_{UL}$ ). Esses valores serão utilizados como dados de entrada nos critérios de falha implementados.

A Tabela 6.10 mostra os parâmetros do ensaio. A Tabela 6.11 mostra as propriedades dos materiais utilizados. A Tabela 6.12 mostra as cargas e os modos de falha para os seis espécimes ensaiados. A Tabela 6.12 também mostra a tensão de falha aparente para os seis espécimes, tirando uma média destes valores pode ser obtida a tensão máxima de cisalhamento, ( $\tau_{MAX} = 7035psi = 48.50MPa$ ). Da mesma forma pode ser obtida a deformação

máxima por cisalhamento, ( $\gamma_{UL} = 1.55\text{mm/mm}$ ).

Tabela 6.10: Parâmetros do ensaio

Parâmetro	valor
Teste <i>standard</i>	ASTM D5656
Velocidade do teste	1.30 <i>mm/min</i>
Condição do teste	RTA - <i>Room Temperature Ambient</i>
Condição de laboratório	23°C/50% R.H.
Número de espécimes	6

Tabela 6.11: Propriedades dos materiais

Componente	Material	Tipo	Esp. Nom.
Aderente	Alumínio 2024-T351	–	0.375 <i>in</i>
Primer	EC-3924B	Type I, Grade A	–
Adesivo	AF163-2K .045WT	Type III, Class 2	0.0075 <i>in</i>

Tabela 6.12: Cargas e modos de falha do ensaio ASTM D5656

Ésp. #	Zona colada ( <i>in</i> )	Largura ( <i>in</i> )	Carga de falha ( <i>kips</i> )	Tensão aparente ( <i>psi</i> )	Modo de falha
1	0.386	1	2.902	7518	Coesivo
2	0.387	1	2.497	6452	Coesivo
3	0.387	1	2.631	6798	Coesivo
4	0.388	1	2.649	6827	Coesivo
5	0.387	1	2.788	7204	Coesivo
6	0.387	1	2.868	7411	Coesivo

A curva tensão-deformação do ensaio ASTM D5656 pode ser simplificada a tendências, como mostrado na Figura 6.12, as variáveis utilizadas neste processo são descritas na Tabela 6.13. No regime elástico a tendência é linear ( $0 \rightarrow \gamma_{LL}$ ), seguido de uma tendência não-linear ( $\gamma_{LL} \rightarrow \gamma_{L1}$ ). A curva volta a ter uma tendência linear ( $\gamma_{L1} \rightarrow \gamma_{L2}$ ), terminando novamente em uma tendência não-linear ( $\gamma_{L2} \rightarrow \gamma_{UL}$ ). A Tabela 6.14 mostra os valores dos pontos fornecidos pelo ensaio.

Tabela 6.13: Descrição dos pontos dados pelo ensaio

Ponto	Descrição
$(\gamma_{LL}, \tau_{LL})$	Limite elástico (final do primeiro comportamento linear)
$(\gamma_{KN}, \tau_{KN})$	Ponto na bissetriz das retas dos comportamentos lineares
$(\gamma_{L1}, \tau_{L1})$	Início do segundo comportamento linear
$(\gamma_{L2}, \tau_{L2})$	Final do segundo comportamento linear
$(\gamma_{UL}, \tau_{UL})$	Deformação e tensão última por cisalhamento

Tabela 6.14: Pontos obtidos do ensaio ASTM D5656

Ésp. #	$\gamma_{LL}$ (in/in)	$\tau_{LL}$ (psi)	$\gamma_{KN}$ (in/in)	$\tau_{KN}$ (psi)	$\gamma_{L1}$ (in/in)	$\tau_{L1}$ (psi)	$\gamma_{L2}$ (in/in)	$\tau_{L2}$ (psi)	$\gamma_{UL}$ (in/in)	$\tau_{UL}$ (psi)
1	0.0414	3280	0.1058	5008	0.3851	5950	1.4077	7457	1.5963	7480
2	0.0346	2543	0.1182	4828	0.4135	5750	1.1106	6431	1.4094	6280
3	0.0305	2409	0.1075	4795	0.3122	5641	1.2645	6788	1.4857	6710
4	0.0324	2498	0.1143	4761	0.4245	5727	1.2183	6758	1.5082	6770
5	0.0381	2715	0.1139	4708	0.4477	5771	1.2853	7026	1.5345	7180
6	0.0381	2670	0.1166	4523	0.4619	5682	1.4743	7175	1.7436	7370

Para caracterizar adequadamente um comportamento não-linear são necessários vários pontos da curva. O ensaio proporciona três pontos  $(\gamma_{LL}, \tau_{LL})$ ,  $(\gamma_{KN}, \tau_{KN})$  e  $(\gamma_{L1}, \tau_{L1})$  na primeira zona não-linear e dois pontos  $(\gamma_{L1}, \tau_{L1})$  e  $(\gamma_{L2}, \tau_{L2})$  na segunda zona não-linear, vide Figura 6.12. Para achar os demais pontos das duas zonas não-lineares foi criada uma rotina em MATLAB, que permite a seleção manual dos pontos nas duas zonas não-lineares. Esses pontos são salvos pelo programa e plotados posteriormente, vide Figura 6.13. Mostra-se de vermelho a curva gerada pelo programa e de preto a curva gerada no ensaio. Os detalhes A e B desta figura mostram os pontos das duas zonas não-lineares gerados pelo programa.

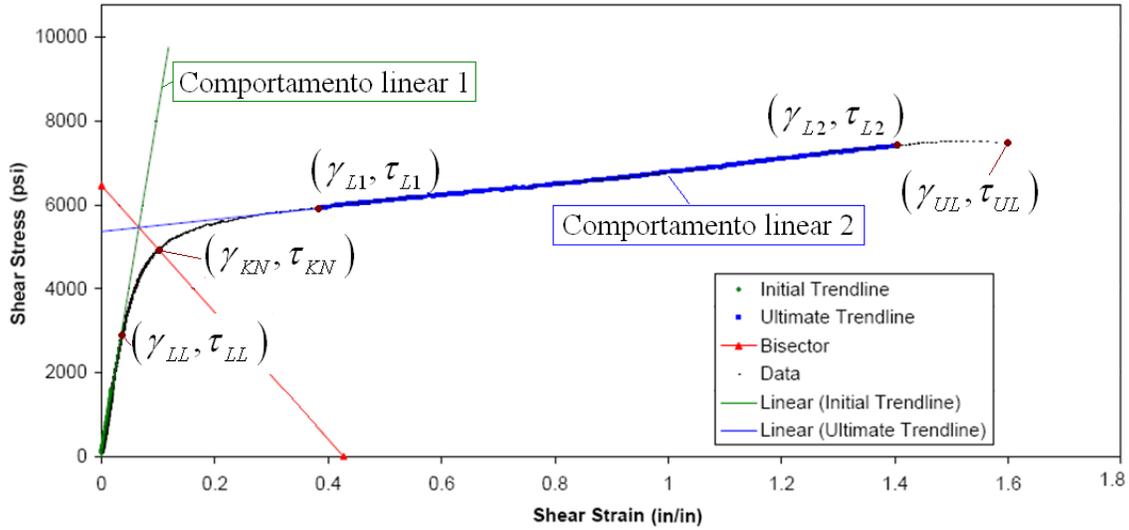


Figura 6.12: Curva tensão-deformação do ensaio ASTM D5656.

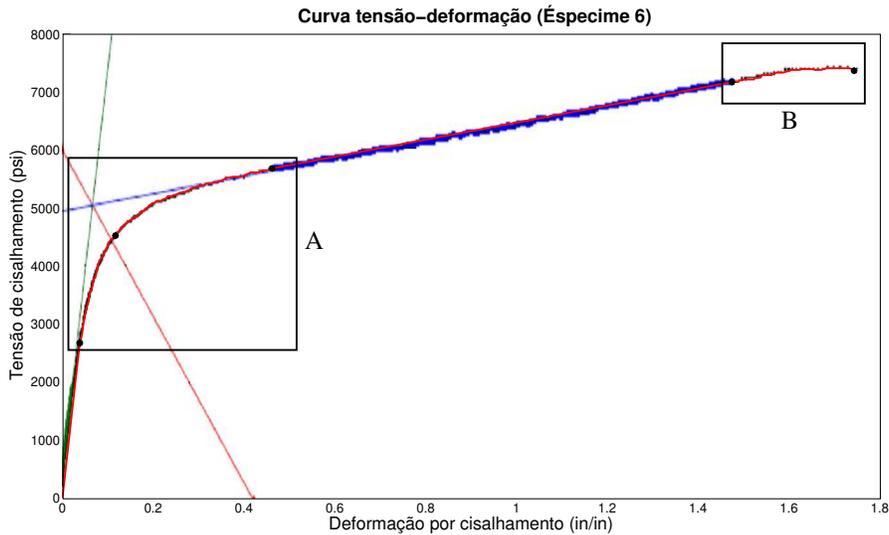


Figura 6.13: Curva tensão-deformação gerada pela rotina implementada em MATLAB (em vermelho).

Nota-se a grande precisão atingida, que foi obtida devido a grande quantidade de pontos considerados nessas zonas, 112 e 57 pontos respectivamente. Uma vez reproduzidas as curvas tensão-deformação dos espécimes é possível achar a área embaixo dessas curvas. Esse valor é

equivalente à densidade de energia de deformação por cisalhamento ( $u_{II}$ ), vide Tabela 6.15. Será considerada a média dos seis valores encontrados (64.49 MPa) como dado de entrada nos critérios de falha implementados.

Tabela 6.15: Resultados do ensaio ASTM D5656

Ésp. #	Área sob a curva ( <i>psi</i> )	$u_{II}$ ( <i>MPa</i> )
1	10195	70.29
2	8136	56.10
3	8861	61.10
4	8963	61.80
5	9308	64.18
6	10658	73.48
Média	9354	64.49

Para a implementação do modelo analítico de (Hart-Smith, 1973b) existe a necessidade da simplificação da curva tensão-deformação a uma curva com um comportamento elasto-plástico, como observado na Figura 6.14.

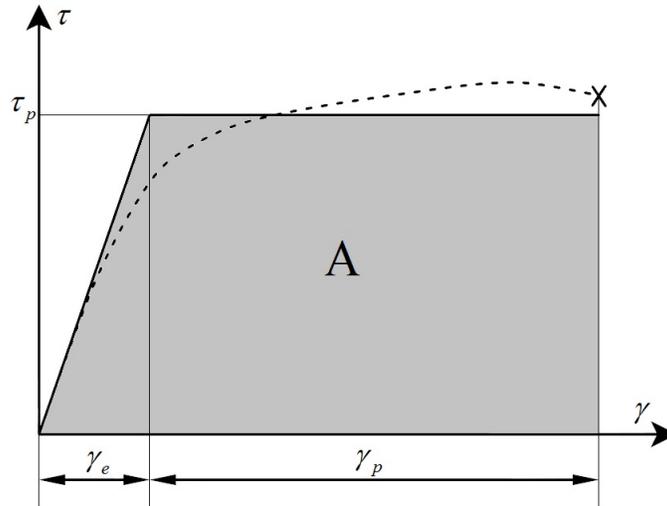


Figura 6.14: Simplificação elasto-plástica de uma curva real tensão-deformação.

$$\frac{\gamma_e \tau_p}{2} + \gamma_p \tau_p = A \quad (6.1)$$

$$\gamma_e + \gamma_p = \gamma_{UL} \quad (6.2)$$

$$G = \tau_p / \gamma_e \quad (6.3)$$

onde  $A$  é a área sob a curva tensão-deformação,  $G$  é o módulo de elasticidade por cisalhamento,  $\tau_p$  é o limite de escoamento por cisalhamento e  $\gamma_e$  e  $\gamma_p$  são as deformações na zona elástica e plástica respectivamente.

Das Equações 6.1, 6.2 e 6.3 chega-se a uma equação de segundo grau, cuja solução é a seguinte:

$$\tau_p = G \left( \gamma_{UL} \pm \sqrt{\gamma_{UL}^2 - \frac{2A}{G}} \right) \quad (6.4)$$

Tendo os valores de  $G$  e  $\gamma_{UL}$  da Tabela 6.14 e das áreas sob as curvas  $A$  da Tabela 6.15, pode ser encontrado o limite de escoamento ( $\tau_p$ ), a deformação elástica ( $\gamma_e$ ) e a deformação plástica ( $\gamma_p$ ) para cada espécime analisada. Os valores obtidos são mostrados na Tabela 6.16.

Tabela 6.16: Resultados do ensaio ASTM D5656

Ésp. #	$\gamma_e$ (in/in)	$\gamma_p$ (in/in)	$\tau_p$ (psi)
1	0.0819	1.5144	6554.9
2	0.0850	1.3244	5952.0
3	0.0678	1.4179	6103.6
4	0.0762	1.4320	6097.2
5	0.0893	1.4452	6247.8
6	0.0896	1.6540	6273.9
Média	0.0816	1.4647	6204.9

### 6.3.3 Ensaio ASTMD2095

O ensaio ASTM D2095, ou mais conhecido como ensaio “*Butt joint test*”, é um teste normalizado, o qual é utilizado para a caracterização das propriedades do adesivo quando este é submetido a uma carga pura de tração. O objetivo principal deste ensaio é encontrar a densidade de energia de deformação por tensões normais ( $u_I$ ). Uma melhor descrição deste ensaio foi dada no capítulo 1 (revisão bibliográfica). Os parâmetros do ensaio são observados na Tabela 6.17. As propriedades dos materiais ensaiados podem ser observados na Tabela 6.18. As cargas de falha para cada espécime são mostradas na Tabela 6.19.

Tabela 6.17: Parâmetros do ensaio

Propriedade	valor
Teste <i>standard</i>	ASTM D2095
Velocidade do teste	1.30 <i>mm/min</i>
Condição do teste	RTA - <i>Room Temperature Ambient</i>
Condição de laboratório	22°C/62% R.H.
Número de espécimes	5

Tabela 6.18: Propriedades dos materiais

Componente	Material	Tipo	Esp. Nom.
Aderente	Alumínio 2024-T351	–	–
Primer	EC-3924B	Type I, Grade A	–
Adesivo	AF163-2K .045WT	Type III, Class 2	0.0075 <i>in</i>

Tabela 6.19: Resultados do ensaio ASTM D2095

Ésp. #	Zona colada ( <i>mm</i> )	Largura ( <i>mm</i> )	Carga de falha ( <i>N</i> )	Tensão aparente ( <i>MPa</i> )	Modo de falha
1	12.63	12.44	5540.5	35.26	Coesivo
2	12.82	12.34	5258.3	33.24	Coesivo
3	12.70	12.42	5266.5	33.39	Coesivo
4	12.73	12.48	5764.5	36.28	Coesivo
5	12.73	12.48	5764.5	36.28	Coesivo

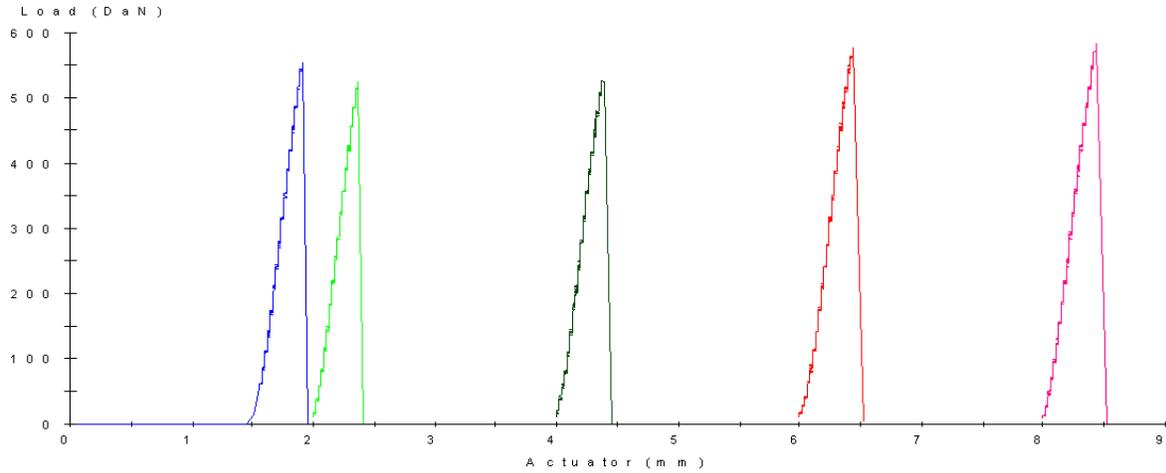


Figura 6.15: Carga aplicada sobre o deslocamento do atuador.

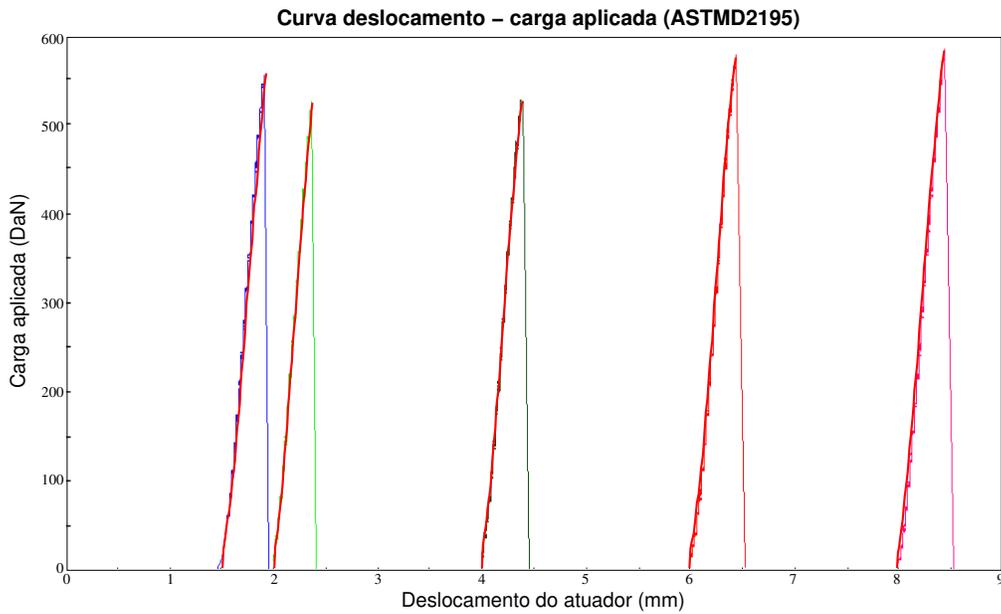


Figura 6.16: Cargas simuladas pela rotina implementada em MATLAB (de vermelho).

Em um processo similar ao descrito no ensaio ASTM D5656 é possível obter aproximadamente as curvas tensão-deformação para o ensaio ASTM D2095. A Figura 6.15 mostra a curva real tensão-deformação do ensaio, enquanto a Figura 6.16 mostra a curva gerada pela rotina implementada em MATLAB. Da mesma forma, a área sob essa curva é equivalente à densidade de energia de deformação, mas neste caso, correspondente as tensões normais.

Os valores destas energias podem ser observados na Tabela 6.20. Será considerada a média dos cinco valores encontrados (38.18  $MPa$ ) como a densidade de energia de deformação por tensões normais ( $u_I$ ), sendo este valor dado de entrada nos critérios de falha implementados.

Tabela 6.20: Resultados do ensaio ASTM D2095

Ésp. #	Área sob a curva ( $DaNm$ )	Área colada ( $mm^2$ )	$u_I$ ( $MPa$ )
1	113.34	157.12	37.87
2	95.59	158.20	31.72
3	109.38	157.73	36.40
4	125.27	158.87	41.39
5	131.65	158.87	43.50

### 6.3.4 Resumo dos ensaios experimentais

O foco principal dos ensaios foi caracterizar o adesivo AF163-2K para a posterior validação dos critérios de falha implementados. Foram realizados três tipos de ensaios normalizados (ASTM D1002, ASTM D5656 e ASTM D2195) e os resultados de maior relevância destes ensaios são mostrados na Tabela 6.21. Estes valores serão dados de entrada dos critérios de falha implementados. Cabe ressaltar que alguns dados foram fornecidos diretamente pela 3M e estão presentes também na Tabela 6.21, identificados pelo símbolo \*.

Tabela 6.21: Resumo dos valores obtidos dos ensaios experimentais

Variável	Descrição	Valor	Ensaio
$P_{FALHA}$	Carga de falha experimental de uma SLJ	11284 $N$	ASTM D1002
$\tau_{MAX}$	Tensão máxima por cisalhamento	48.51 $MPa$	ASTM D5656
$\gamma_{UL}$	Máxima deformação por cisalhamento	1.55	ASTM D5656
$\gamma_e$	Deformação elástica por cisalhamento	0.0816	ASTM D5656
$\gamma_p$	Deformação plástica por cisalhamento	1.4647	ASTM D5656
$\tau_p$	Limite de escoamento por cisalhamento	42.78 $MPa$	ASTM D5656
$\sigma_{MAX}$	Tensão normal máxima	48.26 $MPa$	ASTM D638*
$u_{II}$	Dens. de energia de def. por cisalhamento	64.49 $MPa$	ASTM D5656
$u_I$	Dens. de energia de def. por tensões normais	38.18 $MPa$	ASTM D2095
$E$	Módulo de elasticidade do adesivo	1110.06 $MPa$	ASTM D3039*
$\nu$	Razão de Poisson	0.34	ASTM D3039*

## 6.4 Aplicação dos critérios de falha e comparação com resultados experimentais

### 6.4.1 Critério do valor máximo

A Tabela 6.22 mostra as cargas de falha e as porcentagens de erro obtidas utilizando o critério do valor máximo. Foram obtidas duas cargas de falha, quando possível, uma considerando a tensão de cisalhamento máxima ( $P_\tau$ ) e a outra considerando a tensão normal máxima ( $P_\sigma$ ). Foi considerada a menor carga de falha atingida. A Figura 6.17 mostra de forma gráfica as cargas de falha para cada método analítico.

Tabela 6.22: Cargas de falha considerando a tensão máxima de cisalhamento ( $P_\tau$ ) e normal ( $P_\sigma$ ).

Método analítico	$P_\tau$ (%Erro)	$P_\sigma$ (%Erro)	$P_{FALHA}$ (%Erro)
Volkersen	10776 (4.50%)	—	10776 (4.50%)
Goland & Reissner	7652 (32.19%)	6127 (45.70%)	6127 (45.70%)
Hart - Smith (elástico)	7716 (31.62%)	7241 (35.83%)	7241 (35.83%)
Ojalvo & Eidinoff	7704 (31.73%)	5090 (54.89%)	5090 (54.89%)

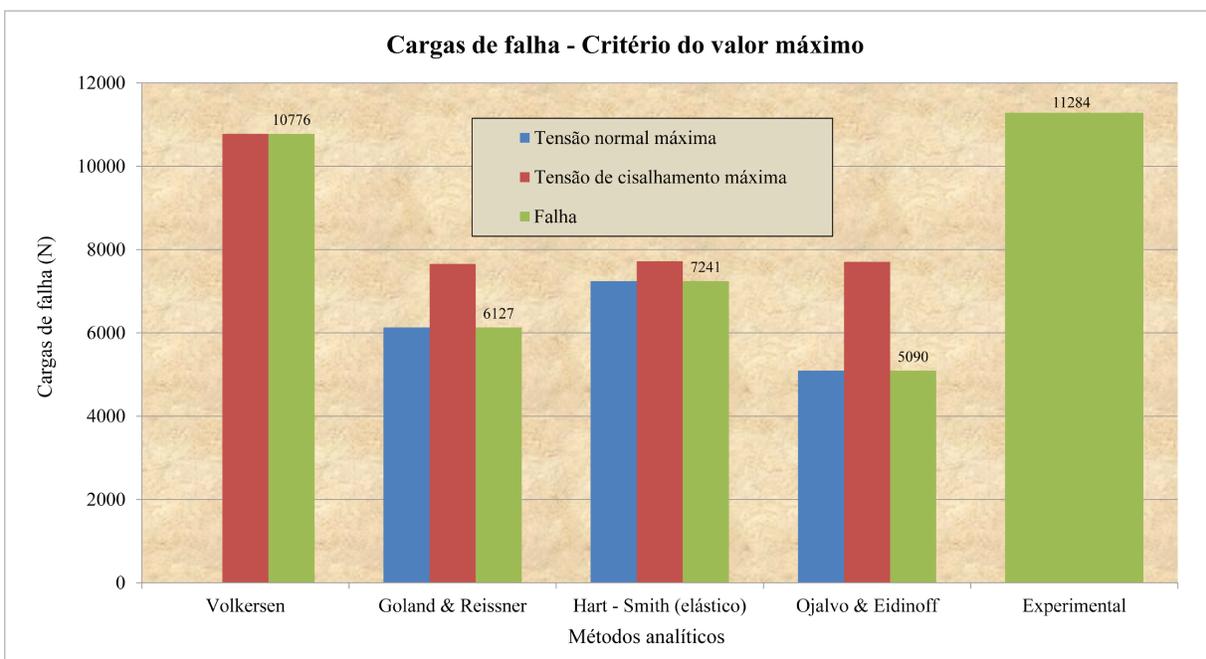


Figura 6.17: Cargas de falha para o critério do valor máximo.

O modelo analítico que conseguiu prever com maior exatidão a carga de falha experimental foi o modelo de (Volkersen, 1938), com 4.5% de erro. Porém, a desconsideração das tensões normais no adesivo torna-o em um modelo não muito confiável, sendo o menos conservativo deste grupo de critérios de falha. O modelo de (Hart-Smith, 1973b) foi o segundo modelo mais exato deste grupo, com 35.83% de erro. Esta porcentagem de erro é grande, mas é compatível com resultados mostrados na literatura, (da Silva et al., 2009b,c, 2006).

### 6.4.2 Critério da zona limite

A Tabela 6.23 mostra a carga de falha e a porcentagem de erro obtidas com o critério da zona limite, (Crocombe, 1989). Enquanto, a Figura 6.18 mostra graficamente a comparação das cargas de falha. Este critério considera a não-linearidade do adesivo, como descrito em capítulos anteriores. A porcentagem de erro mostrada neste critério (-22.30%) é ainda alta, mas mostra uma melhor aproximação quando é comparada com as cargas de falha obtidas no grupo anterior.

Tabela 6.23: Cargas de falha considerando o critério da zona limite

Método analítico	$P_{FALHA}$
Hart - Smith (elasto-plástico)	13800 (-22.30%)

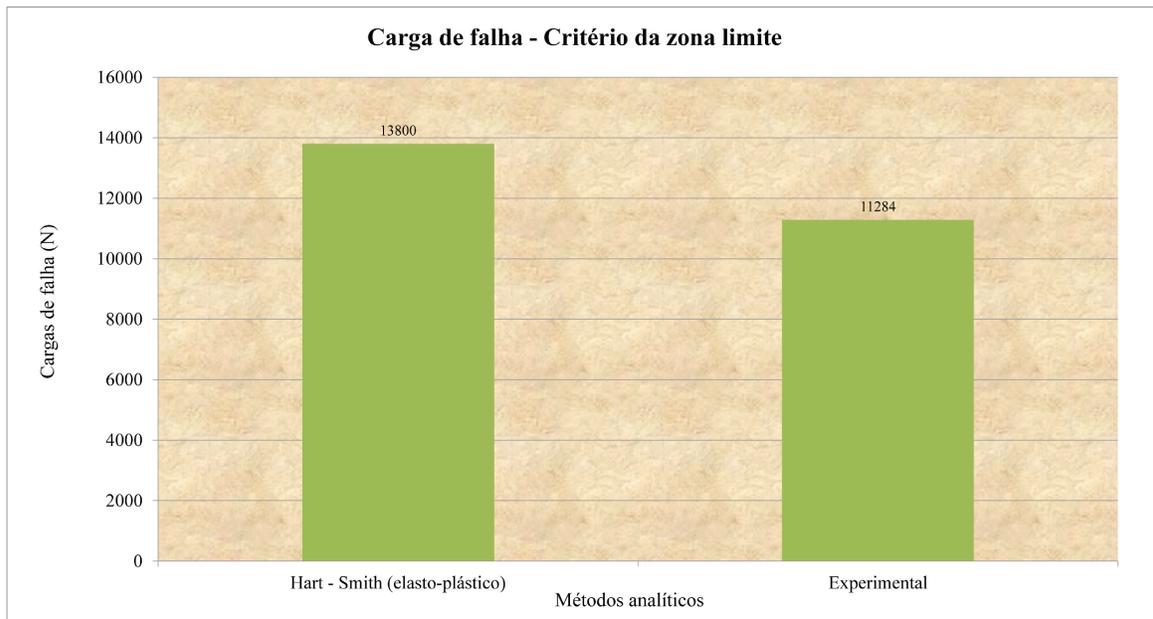


Figura 6.18: Carga de falha para o critério da zona limite.

### 6.4.3 Critérios energéticos

A Tabela 6.24 mostra as cargas de falha e as porcentagens de erro dos três métodos energéticos implementados: O critério da máxima densidade de energia de deformação ( $P_{ru}$ ), o critério do envelope de falha linear ( $P_{rl}$ ) e o critério do envelope de falha quadrático ( $P_{rq}$ ). Essas cargas de falha também são mostradas graficamente na Figura 6.19.

Tabela 6.24: Cargas de falha considerando os critérios energéticos

Método	$P_{ru}$	$P_{rl}$	$P_{rq}$
Goland & Reissner	15394 (-36.42%)	10859 (3.77%)	13365 (-18.44%)
Hart - Smith (elástico)	15120 (-33.99%)	14369 (-27.34%)	18289 (-62.08%)
Númerico (ABAQUS)	9840 (12.80%)	11325 (-0.36%)	13457 (-19.26%)

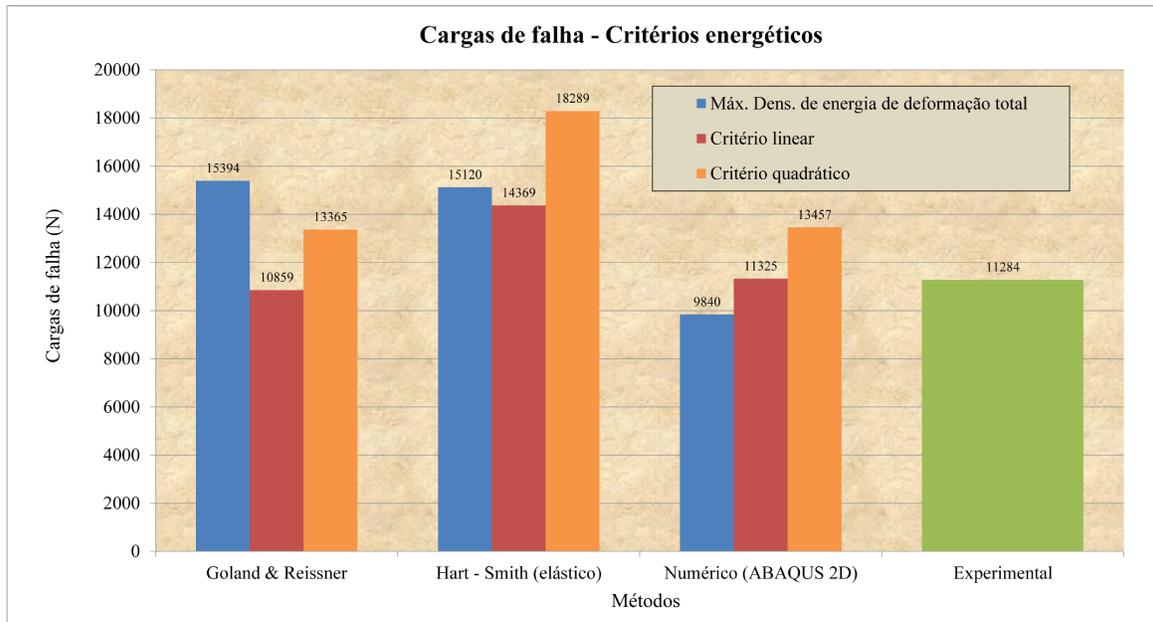


Figura 6.19: Cargas de falha para os critérios energéticos.

O critério que conseguiu prever com maior exatidão a carga de falha experimental foi o critério do envelope de falha linear, com -0.36% de erro no caso numérico. O critério de envelope de falha quadrático foi o que atingiu maior porcentagem de erro, chegando até -62.08% de erro para o modelo analítico de Hart-Smith. Em geral, todos os critérios de falha aplicados ao modelo numérico apresentaram bons resultados e é recomendável seu uso quando é desejada uma boa aproximação da carga de falha experimental.

## 6.5 Estudo da variação da espessura do adesivo

Uma análise linear elástica mostra que uma distribuição de tensões numa junta fina tem maior concentração de tensões nas bordas. Ou seja, uma junta espessa terá uma distribuição de tensões mais uniforme. Sendo assim, o escoamento ocorre mais rapidamente (a uma carga menor) em uma junta fina. No entanto, quando o escoamento ocorre numa junta espessa, há uma menor reserva elástica para sustentar o incremento da carga, espalhando o escoamento mais rapidamente. Como resultado do espalhamento ocorrer mais rapidamente, uma junta espessa escoava completamente a uma carga menor do que em uma junta fina.

Para juntas com espessura de adesivo muito finas, o efeito da concentração de tensões nos extremos da zona colada é mais importante que o efeito do espalhamento do escoamento. É por isso que para espessuras muito finas a previsão da carga de falha aumenta com a espessura do adesivo. Já para juntas espessas o efeito do escoamento global é mais importante. Com o incremento da espessura do adesivo, o efeito do escoamento global vai se impondo ao efeito da concentração de tensões, resultando em um escoamento global mais rápido, e com isto, falhando a uma carga menor.

Para validar este princípio definido por (Crocombe, 1989), realizou-se uma análise de sensibilidade variando a espessura do adesivo, análises similares foram feitas por (da Silva et al., 2009b, 2006). A junta analisada foi uma SLJ com espessuras de 0.05, 0.1, 0.19, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45 e 0.5 *mm*. As demais dimensões da junta obedecem à geometria do ensaio ASTM D1002. O adesivo foi o AF163-2K e os aderentes de alumínio. As propriedades de ambos são mostrados na Tabela 6.3.

Analisaram-se os modelos elásticos implementados no capítulo 3: (Goland and Reissner, 1944; Hart-Smith, 1973b; Ojalvo and Eidinoff, 1978; Volkersen, 1938) e o modelo elasto-plástico de Hart-Smith, o qual considera plasticidade. Os critérios de falha para cada modelo analítico podem ser observados na Tabela 6.25.

Tabela 6.25: Critério de falha para cada método analítico, ( $\tau_r$  = Tensão máxima por cisalhamento do adesivo,  $\sigma_r$  = Tensão normal máxima do adesivo)

Método analítico	Tipo de análise	Critério de falha
Volkersen	Elástico	$\tau > \tau_r$
Goland & Reissner	Elástico	$\sigma > \sigma_r$
Hart-Smith	Elástico	$\tau > \tau_r$ ou $\sigma > \sigma_r$
	Elasto-plástico	Escoamento global
Ojalvo & Eidinoff	Elástico	$\tau > \tau_r$ ou $\sigma > \sigma_r$

Os resultados da análise podem ser observados na Tabela 6.26 e na Figura 6.20.

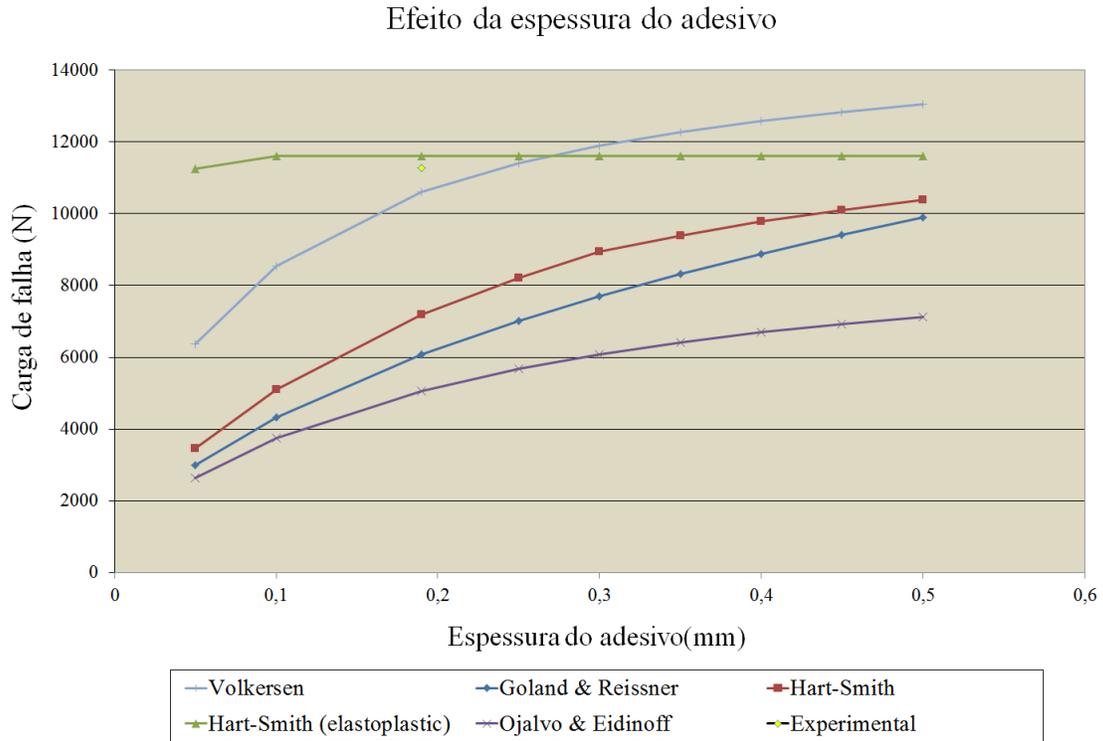


Figura 6.20: Cargas de falha para diferentes espessuras do adesivo.

Tabela 6.26: Resultado das cargas de falha para diferentes espessuras

Espessura (mm)	Método analítico				
	Volkersen	G & R	H-S	H-S (plast.)	O & E
0,05	6357	2984	3460	11250	2645
0,10	8540	4328	5103	11600	3746
0,19	10602	6086	7181	11600	5053
0,25	11403	7019	8216	11600	5669
0,30	11893	7703	8936	11600	6080
0,35	12276	8322	9398	11600	6418
0,40	12585	8888	9781	11600	6699
0,45	12839	9410	10109	11600	6932
0,50	13051	9895	10392	11600	7127

É amplamente conhecido na literatura que a carga de falha diminui com o aumento da espessura do adesivo. Os modelos analíticos elásticos considerados não conseguiram prever esse princípio e mostraram um comportamento contrário ao esperado. Já o modelo que considera plasticidade no adesivo conseguiu prever em parte o comportamento real da junta. Nos modelos lineares, a previsão da carga de falha é sempre crescente com respeito a espessura do adesivo. Entretanto, nos modelos não-lineares, em que a plasticidade é considerada, esta carga é crescente até determinada espessura e decresce para valores maiores. Para o modelo elastoplástico de Hart-Smith, implementado no capítulo 3, a carga de falha se estabiliza a uma determinada espessura, como mostrado na Figura 6.20, este comportamento também foi mostrado por da Silva et al. (2009b).

# Capítulo 7

## Disposições finais

Neste capítulo são apresentadas as conclusões e discussões pertinentes ao desenvolvimento do presente trabalho. No final do capítulo são feitas algumas sugestões de trabalhos futuros.

### 7.1 Conclusões

Existem vários métodos analíticos para o cálculo das distribuições de tensões em juntas coladas disponíveis na literatura. No entanto, foram implementados quatro modelos analíticos, (Goland and Reissner, 1944; Hart-Smith, 1973b; Ojalvo and Eidinoff, 1978; Volkersen, 1938). Estes modelos demonstraram ser suficientes para obter um resultado consistente quando se deseja ter um conhecimento do comportamento das tensões no adesivo. Este conhecimento prévio das tensões será importante para um projeto inicial de uma junta colada, assim como, ajudará a reduzir a quantidade de ensaios experimentais, que além de caros demandam grande quantidade de tempo na sua execução.

Uma das grandes contribuições deste trabalho foi o desenvolvimento de um software para o cálculo das distribuições de tensões e cargas de falha em juntas coladas do tipo SLJ. O software, denominado “*KISPEO*”, foi programado em sua maior parte mediante o aplicativo GUI (“*Graphical User Interface*”) do MATLAB. Este aplicativo permite a utilização de interfaces amigáveis para cada fase do programa. A interpretação e implementação dos modelos analíticos de distribuições de tensões e critérios de falha em juntas coladas, como foi observado ao longo do presente trabalho, não é trivial. A complexidade da formulação torna o processo de implementação difícil. O objetivo principal deste software é oferecer uma forma fácil de achar as distribuições de tensões e cargas de falha sem a necessidade de entrar

em detalhes na formulação analítica ou numérica.

Foram realizados uma série de ensaios experimentais. O ensaio ASTM D1002, teste de cisalhamento, foi utilizado para a obtenção da carga de falha experimental de uma junta colada do tipo SLJ. O foco principal dos ensaios ASTM D5656 e ASTM D2095 foi a caracterização das propriedades do adesivo usado na análise. Os resultados obtidos destes dois últimos ensaios serviram como dados de entrada nos critérios de falha implementados. As cargas de falha foram logo comparadas com a carga obtida experimentalmente do ensaio ASTM D1002.

O critério de falha analítico que conseguiu prever com maior exatidão a carga de falha experimental foi o critério do envelope de falha linear que considerou a formulação de Goland & Reissner, com 3.77% de erro. Usando a mesma formulação, o critério do envelope de falha quadrático foi o segundo critério mais exato, com -18.44%. Já dentre os critérios não energéticos, o critério da zona limite aplicado ao modelo elasto-plástico de Hart-Smith foi o mais exato, com -22.30% de erro. Os critérios de falha numéricos foram, em média, mais exatos que os critérios de falha analíticos. Dentre deste grupo, o critério mais exato foi o critério do envelope de falha linear, com -0.36%. Seguido do critério da máxima densidade de energia de deformação total, com 12.8% e do critério do envelope de falha quadrático, com -19.26%. Em geral, os critérios de falha mostraram porcentagem de erro grande, mas compatível com resultados mostrados na literatura, (da Silva et al., 2009b,c, 2006).

A análise da variação da carga de falha com respeito à espessura do adesivo serviu para ter um melhor conhecimento do comportamento real da junta. É amplamente conhecido na literatura que a carga de falha diminui com o aumento da espessura do adesivo. Os modelos analíticos elásticos não conseguiram prever esse princípio e mostraram um comportamento contrário ao esperado. Já o modelo que considera plasticidade no adesivo conseguiu prever com grande exatidão o comportamento real da junta.

## 7.2 Trabalhos futuros

As principais sugestões de continuidade deste trabalho nesta linha de pesquisa são:

- Implementar um modelo analítico 3D para uma correta comparação com modelos numéricos gerados pelo ABAQUS;
- Testar vários tipos de adesivos;
- Aplicar os critérios de falha energéticos em outros tipos de juntas coladas;

- Estudar outros tipos de juntas coladas mais complexas e incluir os mesmos no software;
- Aprimorar e otimizar o software.

# Referências Bibliográficas

- Abdel, M., Ashcroft, I., Crocombe, A., Smith, P., 2002. Numerical prediction of fatigue crack propagation lifetime in adhesively bonded structures. *International Journal of Fatigue* 24, 705–709.
- Adams, R., Comyn, J., Wake, W., 1997. *Structural adhesive joints in engineering*. Chapman & Hall.
- Adams, R., Harris, J., 1987. The influence of local geometry on the strength of adhesive joints. *International Journal of Adhesion & Adhesives* 7, 69–80.
- Adams, R., Mallick, V., 1992. A method for the stress analysis of lap joints. *Jour* 38, 199–217.
- Adams, R., Panes, G., 1994. Effect of three dimensional stresses on the failure of single lap joints. In: *Proceedings of Euradh 94*.
- Allman, D., 1977. A theory for elastic stresses in adhesive bonded lap joints. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics* 30, 415.
- Andruet, R., 1998. Special 2-d and 3-d geometrically nonlinear finite elements for analysis of adhesively bonded joints. Ph.D. thesis, Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg-Virginia.
- Baker, A., Jones, R., 1988. *Bonded repair of aircraft structures*. A.A. Baker and R. Jones.
- Bigwood, D., Crocombe, A., 1989. Elastic analysis and engineering design formulae for bonded joints. *International Journal of Adhesion & Adhesives* 9, 229–242.
- Bigwood, D., Crocombe, A., 1990. Non-linear adhesive bonded joint design analyses. *International Journal of Adhesion & Adhesives* 10, 31–41.
- Carpenter, W., 1991. A comparison of numerous lap joint theories for adhesively bonded joints. *Journal of Adhesion* 35, 55–73.
- Chai, H., 1993. Observation of deformation and damage at the tip of cracks in adhesive bonds loaded in shear and assessment of a criterion for fracture. *International Journal of Fracture* 60, 311–326.
- Charalambides, M., Kinloch, A., Matthews, F., 1997. Strength prediction of bonded joints. In: *AGARD Conference on Bolted/ Bonded Joints in Polymeric Composites*. AGARD

- Conference Proceedings CP-590.
- Chen, D., Cheng, S., 1983. An analysis of adhesive-bonded single-lap joints. *Journal of Applied Mechanics* 50, 109.
- Cheng, S., Chen, D., Shi, Y., 1991. Analysis of adhesive bonded joints with non-identical adherends. *Journal of Engineering Mechanics* 117, 605–623.
- Chihdar, Y., Pang, S., 1993. Stress-strain analysis of adhesive-bonded single-lap composite joints under cylindrical bending. *Composite Engineering* 8, 1051–1063.
- Chihdar, Y., Pang, S., 1996. Stress-strain analysis of single-lap composite joints under tension. *Journal of Engineering Materials and Technology* 118, 247–255.
- Choupani, N., 2008. Experimental and numerical investigation of the mixed-mode delamination in arcan laminated specimens. *Materials Science and Engineering A*, 478, 229–242.
- Chow, C., Lu, T., October 1992. Analysis of failure properties and strength of structural adhesive joints with damage mechanics. *International Journal of Damage Mechanics* 1 (4), 404–434.
- Clarke, J., Mcgregor, I., 1993. Ultimate tensile stress over a zone: a new failure criterion for adhesive joints. *The Journal of Adhesion* 42 (4), 227–245.
- Crocombe, A., July 1989. Global yielding as a failure criteria for bonded joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives* 9 (3), 145–153.
- Crocombe, A., Bigwood, D., 1992. Development of a full elasto-plastic adhesive joint design analysis. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 27, 211–218.
- Crocombe, A., Bigwood, D., Richardson, G., 1990. Analysing structural adhesive joints for failure. *International Journal of Adhesion and Adhesives* 10 (3), 167–178.
- Crocombe, A., Kinloch, A., 1994. MTS Adhesives Project 2: Failure Modes and Criteria.
- Crocombe, A., Tatarek, A., 1985. A unified approach to adhesive joint analysis. In: *Proceedings of Adhesives, Sealants and Encapsulants 85*. Plastics and Rubber Institute.
- da Silva, L., das Neves, P., Adams, R., Spelt, J., 2009a. Analytical models of adhesively bonded joints - part i: Literature survey. *International Journal of Adhesion & Adhesives* 29, 319–330.
- da Silva, L., das Neves, P., Adams, R., Wang, A., Spelt, J., 2009b. Analytical models of adhesively bonded joints - part ii: Comparative study. *International Journal of Adhesion & Adhesives* 29, 331–341.
- da Silva, L., Lima, R., Texeira, R., 2009c. Development of a computer program for the design of adhesive joints. *The Journal of Adhesion* 85, 889–918.
- da Silva, L., Rodrigues, T., Figueredo, M., de Moura, M., Chousal, J., 2006. Effect of adhesive type and thickness on the lap shear strength. *The journal of Adhesion* 82, 1091–1115.

- Daniel, I., Ishai, O., 1994. *Engineering Mechanics of Composite Materials*. Oxford University Press, New York.
- de Bruyne, N., 1944. The strength of glued joints. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology* 16, 115–118.
- Delale, F., Erdogan, F., Aydinoglu, M., 1981. Stresses in adhesively bonded joints: a closed-form solution. *Journal of Composite Materials* 15, 249–271.
- Dickson, J., Hsu, T., McKinney, J., June 1972. Development of an understanding of the fatigue phenomena of bonded and bolted joints in advanced filamentary composite materials. Tech. Rep. AFFDL-TR-72-64, Volume 1, Lockheed-Georgia Co.
- Frostig, Y., Thomsen, O., Mortensen, F., 1999. Analysis of adhesive-bonded joints, square-end, and spew-fillet high order theory approach. *Journal of Engineering Mechanics* 125, 1298–1308.
- Goland, M., Reissner, E., 1944. The stresses in cemented joints. *Journal of Applied Mechanics* 11, A17–A27.
- Goodwin, J., September 1963. Research on thermomechanical analysis of brazed or bonded structural joints. Tech. Rep. ASD-TDR-63-447, Douglas Aircraft Co.
- Grayley, M., 1978. Shear stresses in the adhesives in bonded joints. single step double lap joints loaded in tension. Tech. Rep. 78042, ESDU.
- Grayley, M., 1980. Elastic stresses in the adhesive in single step double lap bonded joints. Tech. Rep. 80011, ESDU.
- Greenwood, L., Boag, T., McLaren, A., 1969. Stress distribution in lap joints. In: *Adhesion: Fundamentals and practice*. pp. 273–279.
- Grimes, C., Greimann, L., 1975. *Analysis of discontinuities, edge effects, and joints*. Academic Press.
- Hahn, K., 1960. Photostress investigation of bonded lap joints, part i - theoretical analysis. Research Report SM-40001, Douglas Aircraft Co.
- Hahn, K., 1961. Stress distribution in adherends of bonded lap joints. Research Report SM-40010, Douglas Aircraft Co.
- Hahn, K., Fouser, D., 1962. Methods for determining stress distribution in adherends and adhesives. In: Bodnar, M. (Ed.), *Symposium on Adhesives for Structural Applications*. InterScience, Picatinny Arsenal 1961, pp. 25–29.
- Harris, J., Adams, R., April 1984. Strength prediction of bonded single lap joints by non-linear finite element methods. *International Journal of Adhesion and Adhesives* 4 (2), 65–78.
- Hart-Smith, L., 1973a. Adhesive-bonded double-lap joints. Tech. rep., NASA.
- Hart-Smith, L., 1988. Design and analysis of bonded repairs for metal aircraft structures,

- Bonded Repair of Aircraft Structures, Chapter 3. A.A. Baker and R. Jones.
- Hart-Smith, L. J., 1973b. Adhesive-bonded single-lap joints. Tech. rep., NASA CR-112236.
- Hart-Smith, L. J., November 1985. Designing to minimize peel stresses in adhesive-bonded joints. In: *Delamination and Debonding of Materials*. Pittsburgh, Pennsylvania, USA, pp. 238–266.
- Hosseini, S., Choupani, N., Gharabaghi, A., 2008. Experimental estimation of mixed-mode fracture properties of steel weld. *World Academy of Science, Engineering and Technology* 41, 770–775.
- Hung, S., Liechti, K., 1997. Finite element analysis of the arcan specimen for fiber reinforced composites under pure shear and biaxial loading. *Experimental Mechanics* 37, 460–468.
- Hung, S., Liechti, K., 1999. Finite element analysis of the arcan specimen for fiber reinforced composites under pure shear and biaxial loading. *Journal of Composite Materials* 33, 1288–1317.
- Ikegami, K., Takeshita, T., Matsuo, K., Sugibayashi, T., 1989. Strength of adhesively bonded scarf joints between glass fibre reinforced plastics and metals. In: *Proceeding of Structural Adhesives in Engineering II*.
- Imanaka, M., Ishii, K., Nakamaya, H., 1999. Evaluation of fatigue strength of adhesively bonded single and single step double lap joints based on stress singularity parameters. *Engineering Fracture Mechanics* 62, 409–424.
- Jones, R., Chiu, W., Paul, J., 1993. Designing for damage tolerant bonded joints. *Composite Structures* 25, 201–207.
- Khoramishad, H., Crocombe, A., Katnam, K., Ashcroft, I., 2010. Predicting fatigue damage in adhesively bonded joints using a cohesive zone model. *International Journal of Fatigue* 32, 1146–1158.
- King, C., 1978. Inelastic shear stresses and strains in the adhesives bonding lap joints loaded in tension or shear. Tech. Rep. 79016, ESDU.
- Kuenzi, E., Stevens, G., September 1963. Determination of mechanical properties of adhesives for use in the design of bonded joints. Research note fpl-011, U.S. Forest Service.
- Kutscha, D., December 1964. Mechanics of adhesive bonded lap-type joints: Survey and review. Tech. Rep. AFML-TDR-64-298, Forest Products Laboratory.
- Kutscha, D., Hofer, K., January 1969. Feasibility of joining advanced composite flight vehicle structures. Tech. Rep. AFML-TR-68-391, IIT Research Institute.
- Lee, S., Lee, G., 1992. Development of a failure model for the adhesively bonded tubular single lap joint. *The Journal of Adhesion* 40, 1–14.
- Lo, K., Gong, Y., Tamiselvan, T., Lai, M., 2003. A proposed specimen for kiic testing.

- International Journal of Fracture 124, 127–137.
- Mortensen, F., 1998. Development of tools for engineering analysis and design of high-performance frp-composite structural elements. Ph.D. thesis, Aalborg University.
- Mortensen, F., Thomsen, O., 2002a. Analysis of adhesive bonded joints: a unified approach. *Composite Science and Technology* 62, 1011–1031.
- Mortensen, F., Thomsen, O., 2002b. Analysis of adhesive bonded joints: a unified approach. *Composites Science and Technology* 62, 1011–1031.
- Ojalvo, I., Eidinoff, H., 1978. Bond thickness effects upon stresses in single-lap adhesive joints. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal* 16 (3), 204–211.
- Oplinger, D., 1991. A layered beam theory for single lap joints. Report MTL TR91-23, Army Materials Technology Laboratory.
- Passalacqua, R., 2009. Análise de reparos estruturais compósitos colados usando o método dos elementos finitos. Msc. thesis, UNICAMP.
- Pirondi, A., Moroni, F., 2009. An investigation of fatigue failure prediction of adhesively bonded metal/metal joints. *International Journal of Adhesion & Adhesives* 29, 796–805.
- Pirondi, A., Nicoletto, G., 2004. Fatigue crack growth in bonded dcb specimens. *Engineering Fracture Mechanics* 71, 859–871.
- Pirvics, J., 1974. Two dimensional displacement-stress distributions in adhesive bonded composite structures. *The Journal of Adhesion* 6, 207–228.
- Pradhan, S., Iyengar, N., Kishore, N., 1995. Finite element analysis of crack growth in adhesively bonded joints. *International Journal of Adhesion & Adhesives* 15, 33–41.
- Randolph, A., Clifford, M., 2004. Improved 2d model for bonded composite joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives* 24, 389–405.
- Renton, J., Vinson, J., 1975a. On the behavior of bonded joints in composite material structures. *Engineering Fracture Mechanics* 7, 41–52.
- Renton, W., Vinson, J., 1975b. The efficient design of adhesive bonded joints. *The Journal of Adhesion* 7, 175–193.
- Rodríguez, R., 2011. Stress analysis and failure criteria of adhesive bonded single lap joints, in Press.
- Sawa, T., Liu, J., Nakano, K., Tanaka, J., 2000. A two-dimensional stress analysis of single-lap adhesive joints of dissimilar adherends subjected to tensile loads. *Journal of Adhesion Science and Technology* 14, 43–66.
- Schmit, F., Fraisse, P., 1992. Fracture mechanics analysis of the strength of bonded joints. In: *Materiaux et Techniques*. Vol. 80. pp. 55–63.
- Shenoy, V., Ashcroft, I., Critchlow, G., Crocombe, A., Abdel, M., 2009. An investigation into

- the crack initiation and propagation behaviour of bonded single-lap joints using backface strain. *International Journal of Adhesion & Adhesives* 29, 361–371.
- Smeltzer, S., Klang, E., 2003. Analysis of elastic-plastic adhesively bonded joints with anisotropic adherends. In: *Proceedings of the 18th annual technical conference*. USA: American Society for composites, Gainesville, FL., p. 104.
- Souza, C., 2009. Modelagem numérica por elementos de contorno 3d de juntas coladas em estruturas aeronáuticas de material compósito. Msc. thesis, UNICAMP.
- Srinivas, S., 1975. Nasa technical note. Tech. rep., NASA TN D-7855.
- Tahmasebi, F., 2001. Software tools for analysis of bonded joints.
- Thrall, E., 1979. Primary adhesively bonded structure technology (pabst): Design handbook for adhesive bonding. Tech. Rep. AFFDL-TR-79-3119, USAF.
- Tong, L., 1994. Bond shear strength for adhesively bonded double lap joints. *International Journal of Solids and Structures* 31, 2919–2931.
- Tong, L., 1996. Bond strength for adhesive-bonded single-lap joints. *Acta Mechanica* 117, 101–113.
- Tong, L., 1998. Strength of adhesively bonded single-lap and lap-shear joints. *International Journal of Solids and Structures* 35, 2601–2616.
- Towse, A., Davies, R., Clarke, A., Wisnom, M., Adams, R., Potter, K., 1997a. The design and analysis of high load intensity adhesively bonded double lap joints. In: *Proceedings of the Fourth International Conference on Deformation and Fracture of Composites*. Manchester, UK, pp. 479–488.
- Towse, A., Potter, K., Wisnom, M., Adams, R., 1997b. A novel comb joint concept for high strength unidirectional carbon fibre bonded joints. In: *Proceedings of the 11th International Conference on Composite Materials*. Vol. 6. Gold Coast, Australia, pp. 95–101.
- Trantina, G., April 1972. Fracture mechanics approach to adhesive joints. *Journal of Composite Materials* 6 (2), 192–207.
- Tsai, M., Morton, J., 1994. An evaluation of analytical and numerical solutions to the single-lap joints. *International Journal of Solids and Structures* 31, 2537–2563.
- Tsai, M., Oplinger, D., Morton, J., 1998. Improved theoretical solutions for adhesive lap joints. *International Journal of Solids and Structures* 35, 1163–1185.
- Volkersen, O., 1938. Nietkraftverteilung in zugbeanspruchten nietverbindungen mit konstanten laschenquerschnitten. *Luftfahrtforschung* I, 15–41.
- Wah, T., 1973. Stress distribution in a bonded anisotropic lap joint. *Journal of Engineering Materials and Technology* 95, 174–181.
- Wang, R., Cui, J., Sinclair, A., Spelt, J., 2003. Strength of adhesive joints with adherend

- yielding: Analytical model. *The Journal of Adhesion* 79, 23–48.
- Yang, C., Pang, S., 1996. Stress-strain analysis of single-lap composite joints under tension. *ASME-transaction - Journal of Engineering Materials and Technology* 118, 247–255.
- Zhao, X., 1991. Stress and failure of adhesively bonded lap joints. Ph.D. thesis, University of Bristol.
- Zhao, X., Adams, R. (Eds.), 1989. Adhesive joint strength predictions for real boundary conditions. *Structural Adhesives in Engineering II*.