

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR Alaise Garcia
Gomes..... E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 01 / 02 / 2011

Roberto C. S.
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Alaise Garcia Gomes

**Modelo computacional de cortes para
otimizar o potencial de geração
de usinas hidrelétricas**

Alaise Garcia Gomes

Modelo computacional de cortes para otimizar o potencial de geração de usinas hidrelétricas

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Planejamento de Sistemas Energéticos.

Área de Concentração: -

Orientador: Prof. Dr. Paulo de Barros Correia

Campinas

2011

i

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

G585m Gomes, Alaise Garcia
Modelo computacional de cortes para otimizar o potencial de geração de usinas hidrelétricas / Alaise Garcia Gomes – Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientador: Paulo de Barros Correia.
Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Otimização matemática. 2. Usinas hidrelétricas. 3. Energia elétrica - Produção. 4. Sistemas de energia elétrica - Produção. I. Correia, Paulo de Barros. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês:	Computational Model of cuts to optimize the potential to generate hydro power plants
Palavras-Chave em Inglês:	Mathematical optimization; Hydroelectric power plants; Electricity - Production; Electric power systems - Production.
Área de Concentração:	-
Titulação:	Mestre em Planejamento de Sistemas Energéticos
Banca Examinadora:	Arnaldo Cesar da Silva Walter e Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira.
Data da Defesa:	01/02/2011
Programa de Pós-Graduação:	Planejamento de Sistemas Energéticos

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

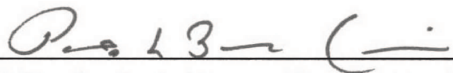
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Modelo computacional de cortes para
otimizar o potencial de geração
de usinas hidrelétricas**

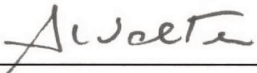
Autor: Alaise Garcia Gomes

Orientador: Prof. Dr. Paulo de Barros Correia

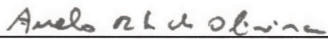
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. Paulo de Barros Correia, Presidente
Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Arnaldo Cesar da Silva Walter
FEM - UNICAMP



Prof. Dr. Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira
IMECC - UNICAMP

Campinas, 1 de fevereiro de 2011

Aos meus pais
Cristina e Flávio,
ao Flávio Filho meu irmão
e ao meu marido
Alexandre
com muito amor e carinho.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus, por sempre estar comigo nas horas mais difíceis dando-me força e capacidade para terminar o trabalho.

Agradeço a Nossa Senhora Aparecida, pela sua ajuda e proteção durante todo este tempo de esforço e dedicação.

Ao Prof. Paulo, orientador e grande companheiro, pela oportunidade e sábia orientação, cuja ajuda e apoio foram fundamentais para a conclusão desta dissertação.

Aos companheiros e profissionais do Programa de Pós-graduação de Planejamento Energético, pelo companheirismo e colaboração em muitos momentos do curso.

Aos amigos de trabalho da sala IE301 que sempre me incentivaram, auxiliaram, ajudaram a concluir este trabalho e repartiram comigo alegrias e apreensões.

Ao mestre e amigo Glauber Renato Colnago que nunca se furtou em me ajudar quando precisei, e pela grande colaboração e esclarecimentos que vieram a enriquecer este trabalho.

Aos professores da banca examinadora pela valiosa revisão.

Ao pessoal do Departamento de Energia(colegas, funcionários e professores).

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela Bolsa de Estudos a mim concedida.

Ao Alexandre pelo amor, carinho, paciência, compreensão e apoio, que foram imprescindíveis durante todos estes anos.

A minha linda família, especialmente aos meus pais, pelo apoio, incentivo, amor irrestrito e esforço a mim dedicados para alcançar esta meta desejada.

Aos demais familiares e amigos que estão sempre ao meu lado, apesar da distância.

“Depois de algum tempo, você aprende que o tempo

não é algo que se possa voltar atrás.

*Portanto, plante seu jardim e decore sua alma,
ao invés de esperar que alguém lhe traga flores.*

*E você aprende realmente que pode suportar...
que realmente é forte, e que pode ir mais longe,*

depois de pensar que não pode mais.

E que realmente a vida tem valor

diante da vida ”

William Shakespeare

RESUMO

A repotenciação de usinas hidrelétricas visa aumentar a sua capacidade de geração, realizando melhorias na estrutura das usinas ou troca de equipamentos. É uma alternativa de custos baixos para aumentar a capacidade de geração quando comparada à construção de novos empreendimentos. A repotenciação, foco deste trabalho, consiste em substituir as turbinas da usina. Com isto, aumenta-se o rendimento na geração de energia elétrica. No entanto, este rendimento não é constante ao longo da faixa de operação da máquina, podendo ser descrito por curvas, sendo que o formato delas depende das características da turbina. Nesta dissertação, o objetivo é, dados vários perfis de possíveis curvas de eficiência de novas turbinas, determinar quais as melhores combinações de curvas que otimizariam a geração da usina de acordo com as características operativas da mesma. Para isto, um problema de otimização não linear inteiro misto foi formulado, e um modelo computacional utilizando um método de execução paralelo ao da Decomposição de Benders foi desenvolvido para a resolução do problema de otimização matemática. As simulações foram realizadas com dados fornecidos pela Companhia Hidro Elétrica do São Francisco (CHESF). Concluiu-se que o ideal para os patamares praticados seria uma repotenciação utilizando turbinas com perfis de curvas diferentes e não somente com um perfil.

Palavras-Chave: Otimização matemática; Usinas hidrelétricas; Energia elétrica - Produção; Sistemas de energia elétrica - Produção.

ABSTRACT

The repowering of hydro power plants increases their generating capacity by improving the structure or changing equipment. It is a low cost alternative to improve the generation capacity comparing with the building of new plants. Repowering by changing the hydro-turbines is the focus of this work. By doing that, the efficiency of the energy generation process is improved but, the efficiency is not constant. It can be described by a curve. The curve shape depends on the turbine's characteristics. The aim of this work is, given some possible turbines curve shapes, determine the combination of curves that optimizes the power plant generation according to the plant operational characteristics. A mixed integer nonlinear programming was formulated and a parallel implementation of Bender's decomposition method was developed to solve the problem of mathematical optimization. Simulations were done with data given by the São Francisco's Hydroelectric Company (CHESF). It was concluded that the ideal would be charged to the levels using a repowering turbines with profiles of different curves and not only one profile.

Keywords: Mathematical optimization; Hydro-electric power plants; Electricity - Production; Electric power systems - Production.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Perfil esquemático de usina hidrelétrica	8
2.2	Ilustração das turbinas Pelton	9
2.3	Ilustração das turbinas Francis	9
2.4	Ilustração das turbinas de fluxo axial	10
2.5	Ilustração da geometria dos rotores de turbinas hidráulicas	11
2.6	Formatos característicos das curvas de eficiências de vários tipos de turbinas hidráulicas	12
2.7	Curva de rendimento de uma turbina hidráulica (Curva Colina)	14
2.8	Exemplo Ilustrativo Curva Colina	15
2.9	Pontos de eficiência em três dimensões	16
2.10	Pontos de eficiência para uma altura de queda fixa	16
2.11	Potência X vazão turbinada para três valores de altura de queda líquida	18
2.12	Exemplo ilustrativo de zonas proibidas de operação	21
2.13	Cadeia de planejamento	23
3.1	Avaliação da função dual num ponto u^*	31
3.2	Função de perturbação do PLP	35
3.3	Árvore da Partição binária	39
3.4	Fluxograma geral adaptado de Wolsey (1998)	45
4.1	Estrutura da programação	51
4.2	Procedimento de solução	52
4.3	Fluxograma de execução paralelo ao da Decomposição de Benders, aplicado ao estudo de caso	54
4.4	Curva de eficiência	55
4.5	Retas iniciais da curva de eficiência	56
4.6	Teste de alocação de geração	57
4.7	Cortes inicial na curva de eficiência	58
4.8	Novo teste de alocação de geração	59
4.9	Inserção de cortes	59

4.10	Curva de eficiência aproximada por cortes	60
4.11	Esquema geral de resolução do modelo	62
4.12	Tela do Excel - Dados de Entrada	64
5.1	Curvas de eficiência das UG da UHE Sobradinho, medidas após quase 30 anos de instalação	66
5.2	Aproximação por MQM: Pontos y_i e suas aproximações \hat{y}_i	68
5.3	Diferentes tipos de curvas de eficiência	72
5.4	Curva diária da geração da UHE Sobradinho no dia 23/09/2007	74
5.5	Frequência das potências do dia 23/09/2007	74
5.6	Curva de permanência das potências no dia 23/09/2007	75
5.7	Convergência das iterações cenário 1	76
5.8	Curva tipo 2 com os Cortes de Benders inseridos	77
5.9	Convergência das iterações cenário 2	82

LISTA DE TABELAS

5.1	Dados de eficiência da Usina de Sobradinho	66
5.2	Coeficientes dos ajustes polinomiais	71
5.3	Coeficientes dos ajustes polinomiais	72
5.4	Patamares de geração-UHE Sobradinho	75
5.5	Solução ótima da alocação de geração cenário 1	77
5.6	Fatores de demanda por patamar e subsistema - ano 2010	79
5.7	Horas de permanência dos patamares - ano 2010	79
5.8	Percentual de permanência dos patamares - ano 2010	80
5.9	Preço por patamar e subsistema - ano 2009	80
5.10	Preço por patamar - ano 2009	81
5.11	Patamares de geração-UHE Sobradinho 2	81
5.12	Solução ótima da alocação de geração cenário 2	82

LISTA DE ALGORITMOS

3.1	Algoritmo de Solução de Benders.	35
3.2	Algoritmo de solução do B & B.	44

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Abreviaturas

art.	artigo
cap.	capítulo
sec.	seção

Siglas

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
B&B	<i>Branch and Bound</i>
BIG	Banco de Informações de Geração
CAG	Controle Automático de Geração
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CGHs	Centrais Geradoras de Hidrelétricas
CHESF	Companhia Hidro Elétrica do São Francisco
DE	Departamento de Energia
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
FEM	Faculdade de Engenharia Mecânica
IP	Programação Inteira
LMZ	Leningradsky Metallichesky Zavod
MILP	Programação Linear Inteira Mista
MINLP	Programação Não-linear Inteira Mista
MIP	Programação Inteira Mista
MME	Ministério de Minas e Energia
MQM	Método dos Quadrados Mínimos
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PCHs	Pequenas Centrais Hidrelétricas
PLD	Programa Linear Dual

PLP	Programa Linear Parametrizado
PNE	Plano Nacional de Energia
PNI	Programação Não-Linear Inteira
SIN	Sistema Integrado Nacional
UG	Unidade Geradora
UHE	Usina Hidrelétrica de Energia
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

g	potência gerada	[MW]
z	variável de escolha de tipo de UG ou quantidade de UG de um tipo	
y	variável de despacho de UG ou quantidade de UG despachadas	
\bar{G}	potência máxima	[MW]
\underline{G}	potência mínima	[MW]
D	demanda elétrica	[MW]
H	permanência de um patamar ou período	[h]
P	preço da energia	[R\$/MWh]
N	quantidade de UG de uma UHE	
J	quantidade de patamares	
K	quantidade de tipos de curva de eficiência da UG	
a	coeficiente angular da reta	
b	coeficiente linear da reta	

Letras Gregas

η	eficiência
--------	------------

Conjuntos

\mathbb{J}	conjunto de índices das UG de uma UHE
\mathbb{K}	conjunto de índices dos tipos de curva de eficiência
\mathbb{T}	conjunto de índices dos períodos de tempo ou patamares
\mathbb{M}	conjunto de índices de cortes aproximantes a uma curva de eficiência

Índices

- j índice do patamar
- k tipo de curva de eficiência da UG
- t patamar ou período de tempo
- m índice do corte aproximante a uma curva de eficiência

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Considerações iniciais	2
1.2	Organização do Trabalho	4
2	USINAS HIDRELÉTRICAS	6
2.1	Caracterização e componentes de usinas hidrelétricas	7
2.2	Despacho ótimo de unidades geradoras	13
2.3	Escolha ótima das curvas de eficiência	14
2.4	Descrição do rendimento turbina-gerador	18
2.5	Reserva Girante	19
2.6	Zonas de operação proibida	20
2.7	Planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro	21
2.8	Modelos encontrados na literatura técnica pesquisada	24
3	MÉTODOS DE SOLUÇÃO	27
3.1	O método de decomposição de Benders	28
3.1.1	Teoria da dualidade em programação não linear	30
3.1.2	A decomposição de Benders	32
3.2	O método <i>Branch and Bound</i>	36
3.2.1	A eficiência do algoritmo	37
3.2.2	Principais componentes	38
3.2.3	Operações básicas	38
3.2.4	Funcionamento do algoritmo	41
3.2.5	Fluxograma geral	43
4	FORMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DO PROBLEMA	46
4.1	Formulação Matemática do Problema	46
4.1.1	Função objetivo	48
4.1.2	Restrições	49

4.2	Implementação computacional	50
4.2.1	Decomposição de Benders	51
4.2.2	Inserção e Geração de Cortes	55
4.3	Resolução do Problema	61
4.3.1	Formulação computacional	61
4.3.2	O programa computacional	62
5	ESTUDOS DE CASO	65
5.1	Otimização da UHE de Sobradinho	65
5.1.1	Método dos Quadrados Mínimos- MQM	67
5.2	Estrutura de dados	70
5.3	Cenário da UHE de Sobradinho 1	73
5.3.1	Patamares de geração	73
5.3.2	Resultado obtido com o modelo	75
5.4	Cenário da UHE de Sobradinho 2	78
5.4.1	Patamares de geração - CCEE	78
5.4.2	Preços por patamares - CCEE	80
5.4.3	Resultado obtido com o modelo	82
6	DISCUSSÃO E COMENTÁRIOS	84
6.1	Conclusões	84
6.2	Sugestão de trabalhos futuros	85
	REFERÊNCIAS	86

1 INTRODUÇÃO

A energia, das mais diversas maneiras, está presente em nosso dia a dia. Ela é indispensável à sobrevivência da espécie humana. E mais do que sobreviver, o homem procura sempre evoluir, descobrindo fontes e maneiras alternativas de adaptação ao ambiente em que vive e no atendimento às suas necessidades.

O campo dos estudos energéticos é bastante extenso, cobrindo desde o uso dos recursos naturais até os aspectos relacionados ao desempenho das modernas tecnologias. Para este largo campo do saber, procura-se nesta dissertação efetuar um estudo na área energética, em particular buscando a melhoria na eficiência de usinas hidrelétricas (UHE).

O Brasil é um país privilegiado em termos de disponibilidade de recursos renováveis para o aproveitamento energético, sendo os recursos hídricos os responsáveis pela maior parte da geração de energia elétrica no país. Nos estudos do Plano Nacional de Energia (PNE) 2030 (EPE, 2007), as hipóteses estabelecidas sobre a viabilidade do potencial hidrelétrico brasileiro a longo prazo sustentam a perspectiva de se ter instalado, até 2030, uma potência hidrelétrica de 174 mil MW.

O setor de energia elétrica tem a responsabilidade e o dever de planejar a utilização da água como insumo para a produção de eletricidade de forma racional e otimizada. É importante aproveitar seu potencial hidrelétrico, e assim, possibilitar uma grande diversidade de configurações de despacho que otimiza o recurso hídrico de forma integrada e de baixo custo, o que é mais relevante que viabilizar a construção de novas UHEs.

E é nesse contexto que surgem alguns estudos e publicações que apontam a repotenciação de usinas hidrelétricas existentes como uma estratégia eficiente para combater o desperdício da energia elétrica. Ao otimizar a operação de uma UHE através da repotenciação, retarda-se a necessidade de construção de novas usinas geradoras, sendo uma alternativa promissora para a expansão da oferta de energia hidrelétrica no Brasil, com vantagens ambientais e de localização, contribuindo para a preservação da natureza e com atratividade econômica.

Segundo Veiga (2001), a repotenciação corresponde a qualquer obra que vise gerar um ganho de potência ou de rendimento da usina, e a principal forma de repotenciação é o reparo ou substituição de turbinas e geradores. Em uma usina, a ação natural do tempo provoca a deterioração dos equipamentos e a redução de sua capacidade nominal ao longo dos anos. A velocidade e o ritmo

desta deterioração dependem, evidentemente, do tipo de equipamento, dos materiais envolvidos, do regime de operação e das manutenções preventivas e corretivas realizadas ao longo de sua vida útil, ou seja, a ação natural do tempo causa desgastes, comprometendo seu funcionamento. Melhorias como a renovação ou instalação de novas turbinas, equipamentos periféricos e sistemas automatizados podem ser soluções interessantes para o melhor aproveitamento dos recursos (EPE, 2008). Na operação de uma usina hidrelétrica, a eficiência dessas unidades geradoras (UGs) é apontada por Soares e Salmazo (1997) como o principal fator no desempenho da geração de eletricidade.

O objetivo específico desta dissertação é a realização da escolha do tipo de turbina, tratando questões relativas às operações, que visa a melhoria da eficiência, partindo da idéia de que as UGs não são iguais desde a sua fabricação, como é o caso de muitas no Brasil. Há uma redução significativa de sua eficiência ao longo do tempo de operação.

Partindo daí, o objetivo é determinar a melhor combinação de curvas de eficiência e despacho de geração através da criação de um modelo de otimização com tratamento individual das UGs, usando um modelo computacional de cortes paralelo a Decomposição de Benders, com o propósito de maximizar o potencial de geração da usina de acordo com as características operativas da mesma.

Para a simulação, faz-se uso de dados fornecidos pela Companhia Hidro Elétrica do São Francisco (CHESF) e de uma formulação não linear inteira mista de programação matemática (PMIL). Para a solução do problema, foi utilizado o *Excel* para automatizar e salvar os resultados e o programa *LINGO 11.0* para a resolução.

1.1 Considerações iniciais

Segundo Bermann et al. (2003), há uma variedade de interpretações para o que significa repotenciar uma usina e seus equipamentos. Neste contexto, são utilizadas obras que visem gerar ganho de potência e de rendimento da usina. Conceitualmente, a repotenciação tem por objetivo aumentar a quantidade de energia elétrica produzida (QE):

$$QE = \text{Potência Instalada} \times \text{Fator de Capacidade} \times 8760 \text{ horas} \quad (1.1)$$

Potência Instalada (P) = total das potências nominais das UG da usina.

Fator de Capacidade (FC) = relação entre potência gerada e a potência instalada da usina.

Analisando a equação 1.1 deduz-se que o objetivo pode ser atingido pelo aumento da potência instalada ou do fator de capacidade da usina, características das opções **reconstrução** e **reabilitação**, explicadas abaixo.

Segundo EPE (2008), a repotenciação de antigas usinas exige a realização de análises técnicas de alta precisão a fim de se conhecer, de forma criteriosa, a eficiência da geração energética e o estado de seus componentes mais importantes em relação à confiabilidade operacional esperada da usina. Do ponto de vista gerencial, existem quatro opções a serem consideradas para decisão, após uma avaliação do desempenho global de uma usina hidrelétrica e de suas unidades geradoras individualmente. São elas:

- i) Desativação;
- ii) Reparo e prosseguimento operacional;
- iii) Reconstrução;
- iv) Reabilitação ou restauração.

As duas primeiras representam a inconstância na disponibilidade futura da máquina, isto é, baixa confiabilidade e baixo fator de capacidade. A opção **reconstrução** envolve a construção de uma usina essencialmente nova, com total substituição dos principais componentes e de estruturas importantes para a otimização do recurso das usinas. Esta opção é mais aplicada em pequenas centrais hidrelétricas (PCH's) e em usinas termoelétricas (UTE's). A opção **reabilitação** deve resultar em extensão da vida útil, melhoria do rendimento, incremento da confiabilidade, redução da manutenção e simplificação da operação. Esta opção é mais aplicada em grandes centrais hidrelétricas (UHEs).

O potencial das bacias hidrográficas e rios do Brasil é aproveitado na geração de eletricidade através das 174 UHEs em operação, de acordo com o BIG, da Aneel em novembro de 2010. Durante o chamado “apagão” em 2001, a população foi forçada a diminuir o consumo de energia elétrica. Este incidente mostra a importância do planejamento da expansão e da operação, de modo a se obter um ótimo aproveitamento dos recursos energéticos.

O planejamento operacional de um sistema hidrelétrico tem por objetivo determinar uma política de operação para as usinas do sistema, de modo que atenda à demanda de energia da forma mais econômica e confiável possível.

O despacho ótimo consiste em escolher as UGs e seus níveis geradores de forma a otimizar

a geração de energia elétrica na usina. Segundo Colnago (2007), o planejamento da operação no despacho ótimo, determina-se uma configuração de UG vigente para um período de tempo que pode ser de 30 minutos ou 1 hora.

As configurações ótimas de UGs são obtidas através de técnicas de otimização, obedecendo às restrições e características operativas das UGs e visam maximizar a produtividade da geração de energia elétrica.

Modelar o problema de despacho de carga de unidades hidrelétricas pode ser visto computacionalmente como um problema de PMIL, sendo ele combinatorial, devido à existência de faixas proibidas de operação para UG. Cabe observar que uma UG de uma mesma usina pode ter características atuais de operação distintas, consequência de diferentes históricos de operação e manutenção, mesmo que suas características originais de projeto tenham sido idênticas.

Assim, supõe-se que o despacho com características de projeto não está otimizando sua geração, visto que dados mais atualizados podem ser calculados.

Utilizar uma otimização de despacho com escolha ótima de diferentes tipos de curvas de eficiência é interessante para as empresas geradoras de energia hidrelétrica, por trazer economia. Se a UHE analisada, operar segundo a otimização realizada com as curvas características das UGs, e depois forem utilizados diferentes tipos de curvas para a adequada operação, poder-se-á obter um ganho de eficiência de 2% e a economia de milhões de litros d'água (e consequentemente de milhões de reais) que deixam de sair dos reservatórios. Logo, além da economia financeira, há um ganho de geração e uma utilização mais eficiente dos recursos hídricos para geração de eletricidade, diminuindo a necessidade de construção de mais usinas para o atendimento da demanda crescente.

1.2 Organização do Trabalho

A dissertação está dividida em seis capítulos. No Capítulo 2 são apresentados os conceitos e conhecimentos necessários para o desenvolvimento deste projeto, sendo uma abordagem sobre UHEs com uma breve descrição da sua caracterização e de seus componentes.

O Capítulo 3 descreve as definições e conceitos básicos de programação inteira mista (PMI) e programação inteira (PI). São apresentadas as metodologias usadas, o método da decomposição

de Benders, e suas teorias necessárias para o desenvolvimento. Finalmente, apresenta-se o método de *Branch and Bound*, utilizado pelo programa *LINGO 11.0* para a resolução do problema.

No Capítulo 4 é apresentada a formulação matemática do problema de despacho individualizado de UG: função objetivo, variáveis e restrições. Descreve-se em detalhes a ferramenta criada, especificando os recursos, dados utilizados e detalhes da implementação computacional.

No Capítulo 5 são feitas as considerações finais dos resultados obtidos com os testes realizados nos estudos de caso e, finalmente, as conclusões e possibilidades de trabalhos futuros são apresentados no Capítulo 6.

2 USINAS HIDRELÉTRICAS

Usinas hidrelétricas são construções que visam a conversão da energia potencial de um reservatório de água através do aproveitamento do fluxo das águas em energia elétrica disponível na rede para a sua utilização por parte do setor produtivo e da sociedade. As principais variáveis na classificação de um empreendimento hidrelétrico são: a altura de queda d'água, a vazão, o tipo de turbina a ser utilizada (de ação ou de reação), o tipo de barragem e o tipo do reservatório (acumulação ou fio d'água). A ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica classifica as usinas em: Centrais Geradoras Hidrelétricas (CGHs), com potência instalada de até 1MW, Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCHs), com potência instalada entre 1,1MW e 30MW e Usinas Hidrelétricas (UHE) com potência instalada de mais de 30 MW.

A base da geração de energia elétrica no Brasil provém da fonte hídrica. Em 2010 o país superou a marca dos 110 mil megawatts (MW) em potência instalada, desse total 72,15% da energia provém da fonte hídrica (ANEEL, 2010).

Dentre as vantagens de geração de energia hidrelétrica destaca-se o baixo custo de geração, se comparado com outras fontes importantes de energia como, o carvão e o gás natural. Outro fator relevante é que este tipo de geração de energia é classificado como energia limpa se comparado as emissões de gases ao efeito estufa com outras fontes e tem a vantagem de utilizar um bem natural renovável.

Como desvantagens aparecem os custos de investimentos iniciais elevados, bem como o tempo de construção, os impactos ambientais decorrentes da criação do reservatório e muitas vezes são construídas distantes dos centros consumidores.

Por ser uma forma de energia renovável, ela depende totalmente da natureza. Em períodos de longa estiagem, o fornecimento de energia pode ser comprometido. A necessidade de garantir o fornecimento em períodos de estiagem fez com que se projetassem reservatórios cada vez maiores para suprir a demanda.

2.1 Caracterização e componentes de usinas hidrelétricas

Existem usinas a fio d'água e de acumulação. As primeiras se caracterizam por utilizar a vazão d'água naturais. Essas usinas obviamente estão sujeitas às condições naturais como enchentes e secas, que variam a capacidade de geração da usina. O reservatório desse tipo de usina, possui um volume inferior ou morto¹, que opera praticamente em níveis constantes, admitindo pequenas flutuações devido a requisitos de variação de produção de energia, não havendo armazenamento de água para escoamento sazonal, como ocorre nas unidades que operam com reservatórios de acumulação.

Já a usina de acumulação, foco desta dissertação, funciona com alguma independência das variações de vazão dos rios e com o objetivo de fazer acompanhamento de carga. Os reservatórios de acumulação têm grande capacidade de armazenar energia através do armazenamento de água, por isso são responsáveis pela regularização da vazão dos rios.

Para produzir a energia hidrelétrica é necessário integrar a vazão do rio, a quantidade de água disponível em determinado período de tempo e os desníveis do relevo, sejam eles naturais, como as quedas d'água, ou criados artificialmente. A altura de queda bruta da UHE é um fator importante na transformação de energia potencial da água em energia elétrica. Esta energia potencial é proporcional à altura de queda bruta, e esta altura é a diferença entre o nível do reservatório e o nível do canal de fuga da UHE e depende da vazão d'água turbinada, da afluência do rio e do volume d'água armazenado. As perdas hidráulicas com reflexos diretos na diminuição desta energia potencial ocorrem no escoar da água no conduto forçado. Estas perdas podem ser diminuídas da altura de queda bruta, obtendo-se, assim, a altura de queda líquida.

O processo para produzir a energia hidrelétrica consiste em conduzir a água do reservatório até a casa de máquinas onde passa pelas turbinas, que estão acopladas a geradores elétricos. A água provoca a rotação das turbinas e a potência de eixo gera energia elétrica.

Apesar da definição simples, o processo real envolve uma série de complicações. Desde a etapa do projeto, até a construção, comissionamento e operação, uma usina hidrelétrica de grande porte gera inúmeros problemas que exigem soluções de compromisso de engenharia. A Figura 2.1

¹É o volume d'água que, em princípio, nunca será utilizado, pois somente em casos excepcionais poderá o reservatório ter seu nível abaixo da cota do nível mínimo normal (SOUZA et al., 1999).

mostra o processo, além dos elementos e componentes descritos.

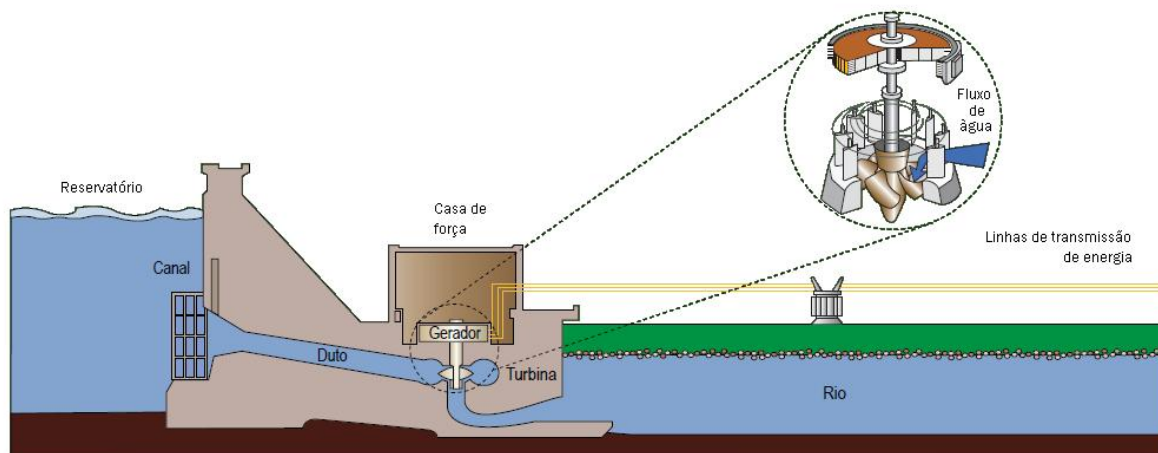


Figura 2.1 - Perfil esquemático de usina hidrelétrica
Fonte: ANEEL (2008)

Em uma usina de acumulação, temos os seguintes componentes: barragem, sistema de captação e adução de água, casa de força e vertedouro, que funcionam em conjunto e de maneira integrada. O objetivo da barragem é interromper o curso normal do rio e permitir a formação do reservatório. Além de “estocar” a água, esses reservatórios têm uma outra função: permitem a formação do desnível, ou seja, criam uma diferença entre os níveis do reservatório(montante) e do canal de fuga(jusante), formando um reservatório de captação da água para a produção de energia elétrica. O volume de água adequado depende de outros fatores, como a regularização da vazão dos rios em períodos de chuva ou estiagem, saneamento e controle ambiental.

Os condutos forçados, também conhecidos como sistemas de captação e adução são formados por túneis, canais ou condutos metálicos que têm a função de levar a água represada até a casa de força. A água volta novamente ao leito natural do rio através do canal de fuga depois de passar pela turbina. Na instalação da casa de força, estão as turbinas, geradores e outros equipamentos auxiliares. A UG é o termo que se refere a cada par turbina-gerador. As turbinas, formadas por uma série de pás ligadas a um eixo conectado ao gerador, produzem energia elétrica através do seu movimento giratório, em que a energia cinética e a água são convertidas em energia elétrica por meio dos geradores. Cada turbina é adaptada para funcionar em usinas em determinada faixa de altura de queda e vazão.

As turbinas hidráulicas podem ser de ação ou de reação. Turbinas de ação são aquelas que

utilizam apenas energia cinética para girar o rotor e o escoamento através do rotor ocorre sem variação de pressão. O modelo mais conhecido deste tipo de turbina é a Pelton. Já as turbinas de reação utilizam a variação de pressão do líquido para gerar potência, num processo que pode ser visto mais ou menos como o de uma bomba centrífuga ao contrário. Neste caso, podem ser destacados os modelos Kaplan e Francis. As Figuras (2.2 - 2.4) ilustram turbinas: Pelton, Francis e de fluxo axial.



Figura 2.2 - Ilustração das turbinas Pelton
Fonte: Andritz-hydro (2010)



Figura 2.3 - Ilustração das turbinas Francis
Fonte: Andritz-hydro (2010)



Figura 2.4 - Ilustração das turbinas de fluxo axial
Fonte: Andritz-hydro (2010)

As turbinas hidráulicas (TH) de reação com rotor axial são compostas por um cubo com pás em forma de asa de sustentação, cujo número varia de dois a oito. Estas pás podem ser fixadas rigidamente ao cubo, e o rotor axial resultante recebe a denominação de rotor hélice e a TH correspondente TH hélice. No caso das pás terem movimento em relação ao cubo, o rotor denomina-se Kaplan e a TH correspondente, TH Kaplan. (SOUZA et al., 1999)

A Figura (2.5) ilustram a geometria dos rotores das turbinas de ação e reação.

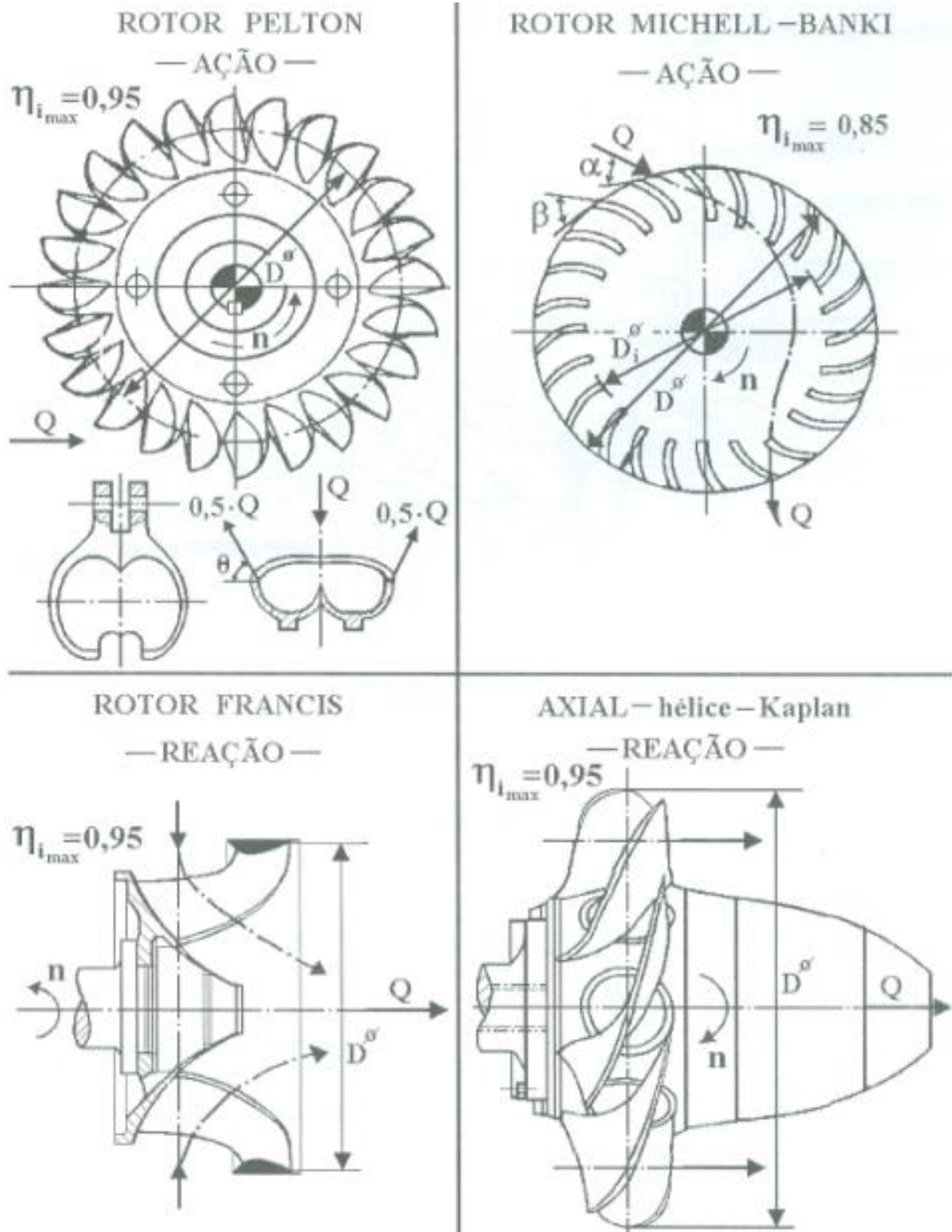


Figura 2.5 - Ilustração da geometria dos rotores de turbinas hidráulicas
 Fonte: Souza et al. (1999)

Cada turbina possui um formato característico de curva de eficiência (como mostra a Figura 2.6) e cada uma se aplica para determinadas situações de altura de queda, vazão e rotação, de forma a se obter melhor eficiência para cada potência. Assim, na construção de UHE, escolhe-se o tipo de turbina ideal, sendo o fator determinante a altura de queda da UHE. Segundo Dixon (1998), as turbinas Kaplan podem ser utilizadas para quedas entre 6 e 70 m, as Francis entre 20 e 900 m, as Pelton entre 100 e 1770 m e as Hélice, entre 5 e 80 m.

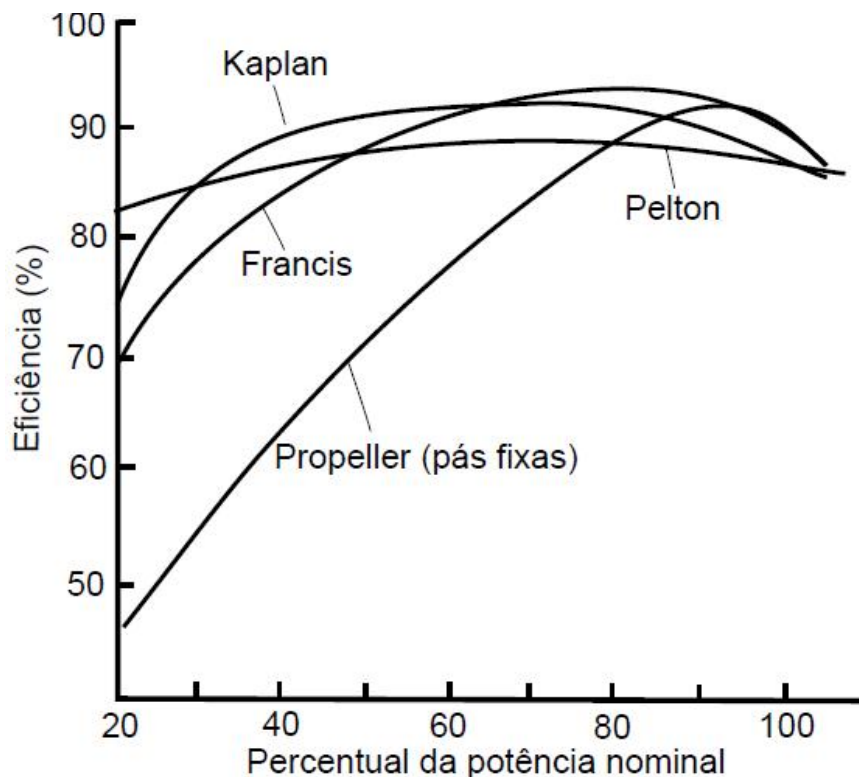


Figura 2.6 - Formatos característicos das curvas de eficiências de vários tipos de turbinas hidráulicas
 Fonte: Gorla e Khan (2003)

A *Propeller* é do tipo Hélice com as pás fixas, já a Kaplan é do mesmo tipo mas com regulação, de forma a se obter melhor eficiência para cada potência. A primeira tem a vantagem de um custo menor que a segunda. Está claro que os formatos das curvas das turbinas Pelton e a Kaplan são menos inclinadas que a Francis. Mataix (1970) define as curvas de eficiência das turbinas Kaplan e Pelton como planas, da *Propeller* como curvas em gancho e da Francis como intermediária.

Por último há o vertedouro. Sua função é descarregar água do reservatório diretamente no canal de fuga(local onde a água turbinada volta ao rio), de forma que a água desejada não influencie o nível do canal de fuga. Esta função é acionada sempre que os níveis do reservatório ultrapassam

os limites recomendados isto é, caso haja excesso de água no reservatório. Em períodos de chuva, o processo de abertura de vertedouros busca evitar enchentes na região de entorno da usina.

2.2 Despacho ótimo de unidades geradoras

O despacho ótimo de UG tem o foco na UHE, é tratado convenientemente como modelo de programação matemática, que visa otimizar a geração da UHE através da alocação da geração das UGs num determinado intervalo de tempo, que pode ser implementado computacionalmente como um problema de Programação Não-linear Inteira Mista (MINLP).

No despacho ótimo os diferentes históricos de operação e manutenção das UGs acarretam que as características atuais de operação dessas unidades sejam distintas, mesmo que suas características originais de projeto tenham sido idênticas. A determinação do despacho ótimo pode não ser trivial, mesmo para um número relativamente reduzido de unidades. Esta dificuldade pode ainda crescer quando se despacham unidades em paralelo, cujas características sejam diferentes.

A alocação da geração busca otimizar custos ou geração. Segundo Encina et al. (2002b), em UHE a relação entre o despacho da usina e o custo de geração pode ser solucionado utilizando otimização da produtividade, o que equivale à maximização da conversão da energia potencial da água acumulada nos reservatórios em energia elétrica.

A curva de eficiência de uma UG é chamada de curva-colina por seu formato, que se assemelha a uma colina. Essas eficiências são descritas por superfícies em função da altura de queda e da vazão turbinada, ou da potência gerada. Em um modelo de despacho ótimo a informação chave é a curva-colina da unidade, pois modificações nessa curva afetam a eficiência global da usina.

Nesse contexto é importante que um modelo de despacho leve em conta as características operativas das UGs, como as reservas girantes, zonas proibidas de operação e as eficiências. Uma UG operando na zona proibida de operação pode sofrer danos devido à ocorrência do fenômeno de cavitação, como a diminuição da sua vida útil e seu desempenho. A eficiência dos conjuntos turbina-gerador é o principal fator no desempenho da geração de eletricidade em uma UHE (SOARES; SALMAZO, 1997). Assim o problema de despacho ótimo deve obter a máxima eficiência das usinas hidrelétricas (UHE).

2.3 Escolha ótima das curvas de eficiência

No despacho ótimo, realizar uma modelagem em relação ao rendimento do conjunto turbina-gerador visa escolher as melhores curvas de eficiência, considerando inevitavelmente o inter-relacionamento existente entre a altura de queda líquida e a vazão turbinada em uma unidade.

A eficiência de uma turbina depende da altura de queda líquida e da vazão turbinada. Ela é bastante complexa e normalmente se expressa por meio de curvas de desempenho chamadas curvas-colina (em inglês, *Hill Diagrams*), por seu formato, que se assemelha a uma colina. As eficiências das unidades geradoras são descritas por uma superfície tri-dimensional chamada curva colina. A título de exemplo, visualiza-se a curva colina das UGs da UHE de Xingó na Figura 2.7.

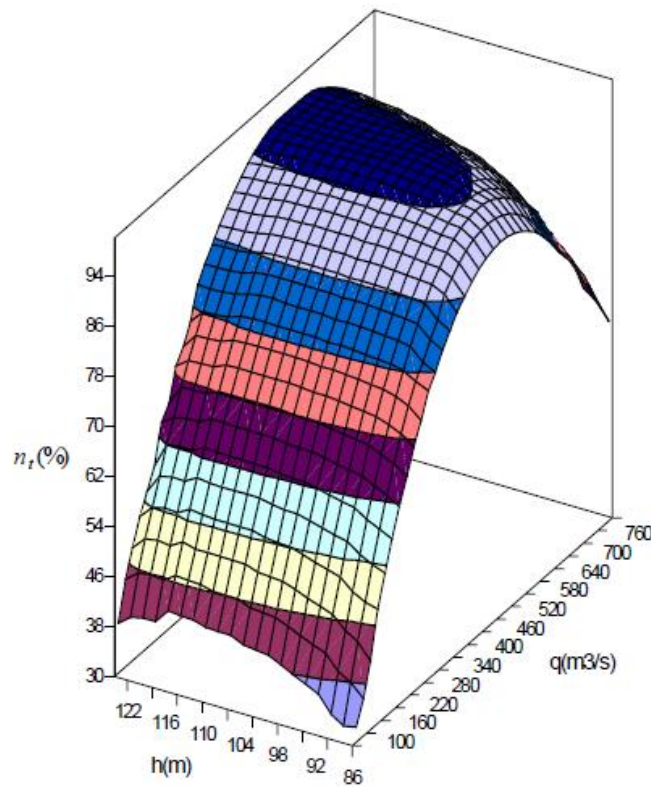


Figura 2.7 - Curva de rendimento de uma turbina hidráulica (Curva Colina)

A eficiência é função da altura de queda e da vazão turbinada (Figura 2.8).

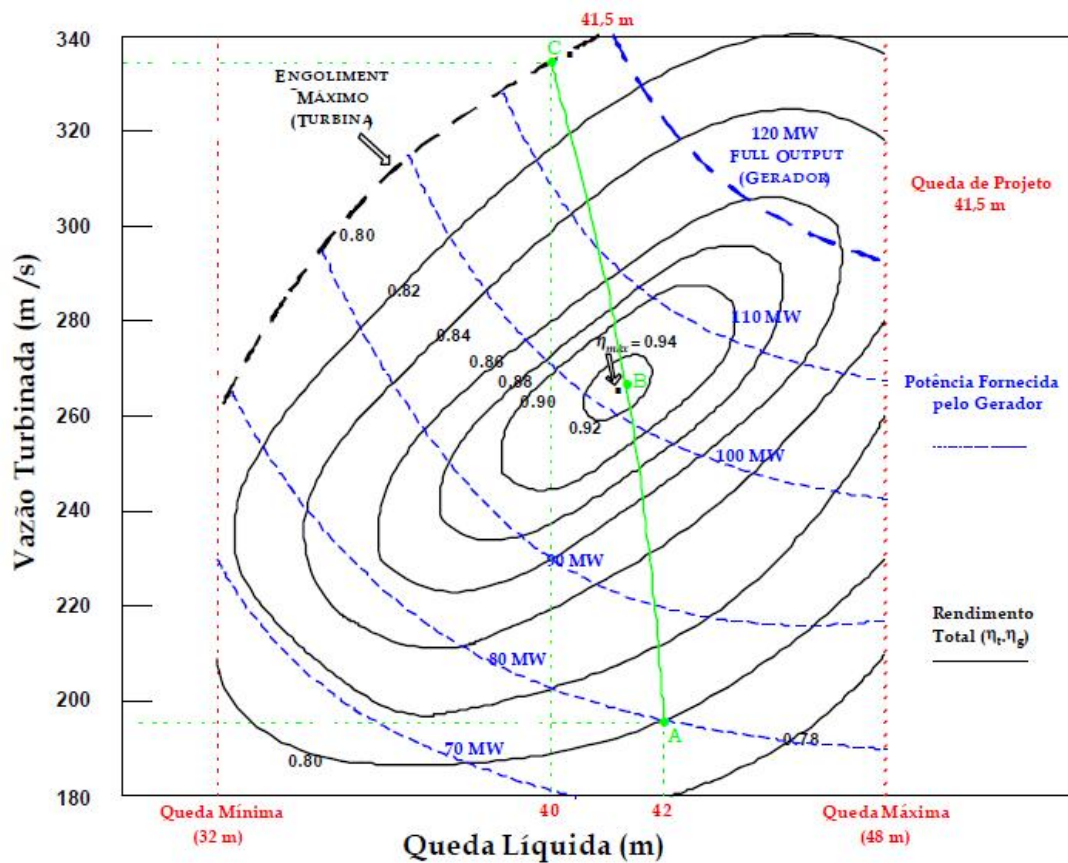


Figura 2.8 - Exemplo Ilustrativo Curva Colina
 Fonte: Rodrigues (2003)

Na Figura 2.8 os rendimentos do grupo gerador apresentam-se na forma de curvas de nível e, em linhas tracejadas, a potência fornecida pelo gerador.

Assim, esta superfície é um conjunto de pontos discretos interligados. Os pontos que dão origem à Figura 2.7 podem ser vistos na Figura 2.9. Na resolução do problema foco desta dissertação é importante, para uma melhor efetividade do método, a obtenção de funções contínuas que representem esta curva.

Esteves et al. (2006), por exemplo, propuseram uma aproximação dos pontos de uma curva colina por um polinômio de quarto grau, em função das variáveis altura de queda e potência, dando ênfase a um melhor ajuste ao ponto máximo de eficiência da curva colina. No entanto, nesta dissertação propõe-se que os ajustes sejam realizados em espaços bi-dimensionais, que podem ser feitos fixando a altura de queda em diversos valores e para cada valor, tem-se apenas a eficiência em função da potência. Esta abordagem acumula menores erros que o ajuste tri-dimensional. É possível ver na Figura 2.10 um exemplo de pontos de eficiência para uma altura de queda fixa.

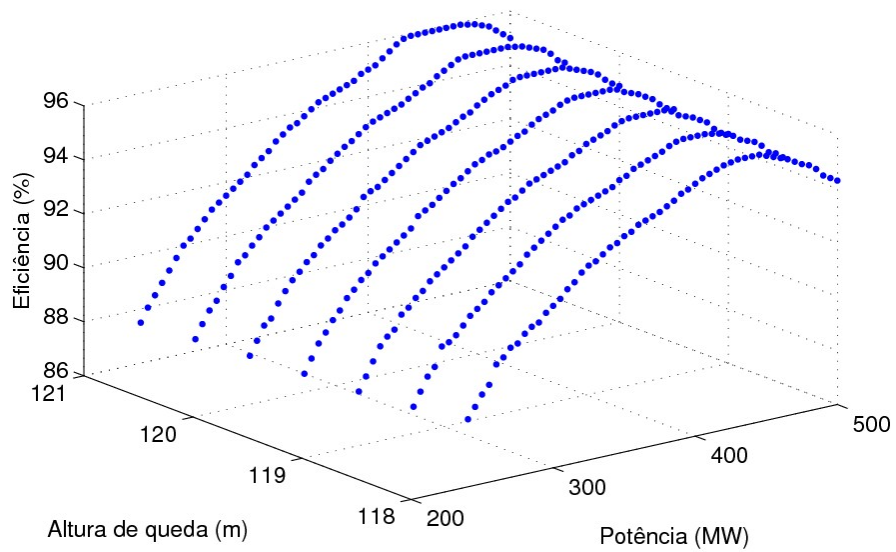


Figura 2.9 - Pontos de eficiência em três dimensões

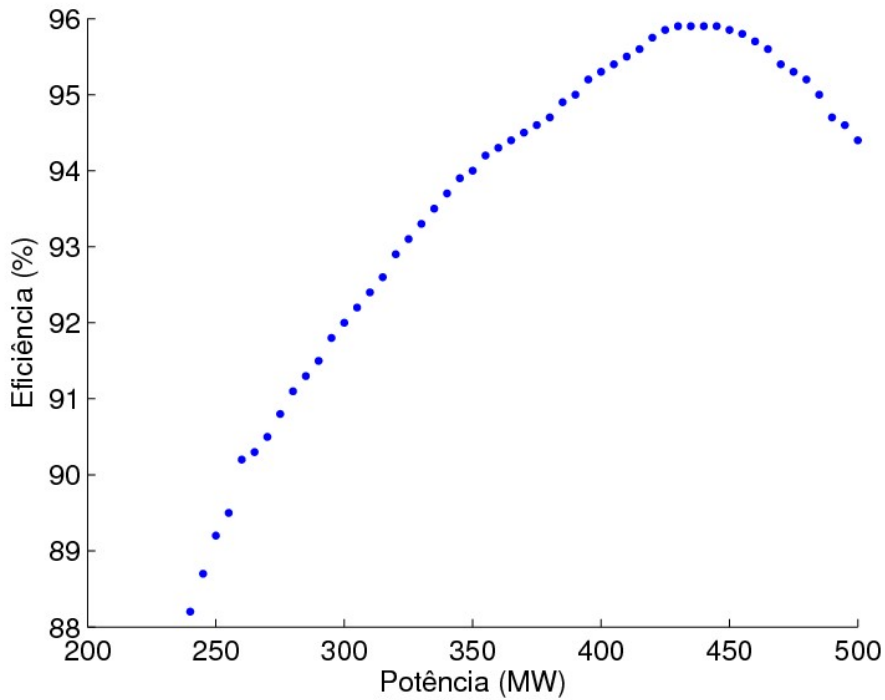


Figura 2.10 - Pontos de eficiência para uma altura de queda fixa

Assim, é necessário descrever a curva-colina por uma função matemática que modele o comportamento do rendimento, da seguinte forma:

$$\eta(P) = a_4P^4 + a_3P^3 + a_2P^2 + a_1P + a_0 \quad (2.1)$$

onde $\eta(P)$ é a eficiência referente à potência P e a_i ($i = 0, \dots, 4$) são coeficientes (particulares de cada unidade) de eficiência que devem ser estimados de antemão. Isso é feito utilizando o Método dos Quadrados Mínimos (MQM). Este método aproxima um polinômio a pontos no plano, ajustando os coeficientes do polinômio de forma a minimizar a soma dos quadrados dos erros na aproximação.

É relevante salientar, na Figura 2.8, alguns aspectos restritivos de uma unidade geradora que serão abordados nas próximas seções. Para melhor entender a Figura 2.8, conforme apresentada por Rodrigues (2003), há um breve comentário dos pontos da Figura.

Toda unidade geradora é projetada para operar com um engolimento (vazão turbinada) e uma altura de queda líquida (queda de projeto), uma vez que, nestas condições, seu rendimento é máximo. Estas condições operativas caracterizam o chamado ponto de projeto (ponto B na Figura 2.8). Qualquer outro tipo de combinação (vazão turbinada e altura de queda líquida) resulta em um ponto diferente ao de projeto, e por consequência, um rendimento inferior ao valor máximo.

Considere que a turbina esteja operando com uma altura de queda líquida de 42m, admitindo neste instante uma vazão em torno de $198 \text{ m}^3/\text{s}$ (Ponto A). Nestas condições de altura de queda e vazão, segundo a curva-colina, o rendimento da unidade encontra-se em 80%. Ainda, pode-se observar que a potência entregue pelo gerador é de 80MW.

Desejando aumentar a potência de saída do grupo gerador, faz-se necessário elevar a vazão turbinada, aumentando, portanto, o engolimento da turbina. Considere que a unidade deva ser utilizada até a sua potência máxima possível, ou seja, a mesma partirá do ponto A inicial, até o ponto C. Pode-se observar nesta trajetória (ABC) que, ao incrementar a vazão turbinada, partindo do ponto A em direção ao ponto C, a potência de saída do gerador é sempre crescente.

A curvatura apresentada é devido a interdependência da altura de queda líquida e a potência de saída gerada, uma vez que um aumento da vazão turbinada causa uma redução da altura de queda líquida, consequência da elevação do nível jusante e das perdas hidráulicas.

Ainda em relação ao comportamento da curva-colina, na Figura 2.8, percebe-se que, segundo a trajetória ABC, a turbina não consegue fornecer potência máxima ao gerador (120MW) devido às limitações de engolimento para a queda líquida em que a turbina defronta-se no ponto C.

Para entender melhor esta interdependência da vazão turbinada e altura de queda líquida, a Figura 2.11 ilustra a variação da potência de saída de uma turbina hidráulica e a vazão turbinada para três valores de altura de queda.

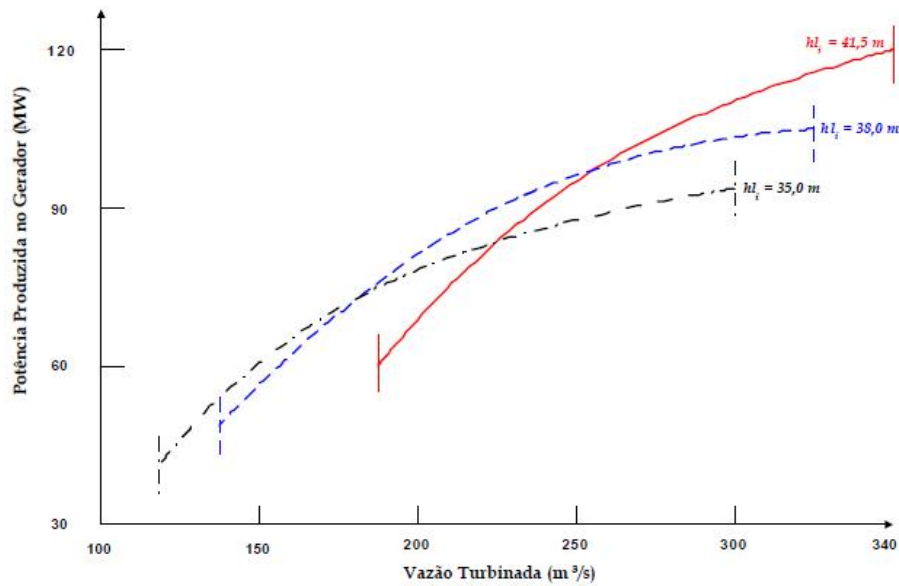


Figura 2.11 - Potência X vazão turbinada para três valores de altura de queda líquida

2.4 Descrição do rendimento turbina-gerador

O rendimento em qualquer dispositivo de transmissão de potência pode ser representado pela seguinte expressão:

$$\eta(\%) = \frac{P_s}{P_e} = \frac{P_e - \text{perdas}}{P_e} \quad (2.2)$$

onde:

P_s – Potência de saída;

P_e – Potência de entrada;

O rendimento da turbina reflete as perdas nela verificadas. Valores característicos do rendimento máximo para grandes turbinas estão na faixa de $0.88 \leq \eta_t \leq 0.96$ (ENCINA, 1999).

A transformação da energia mecânica em energia elétrica pelo gerador não se verifica de maneira direta, pois nela também há perdas mecânicas provocadas por diversos fatores. Os geradores modernos apresentam rendimentos da ordem $0.90 \leq \eta_g \leq 0.97$ (ARCE et al., 1999).

É frequente o uso do rendimento do conjunto turbina gerador (η_{tg}), que é definido como o produto do rendimento da turbina pelo rendimento do gerador:

$$\eta_{tg} = \eta_t \times \eta_g \quad (2.3)$$

2.5 Reserva Girante

A chamada reserva girante é uma folga de geração mantida nas unidades geradoras em operação, à disposição do sistema, visando garantir sua confiabilidade caso ocorram falhas na operação das UGs, ou mesmo erros na previsão de demanda. Essa reserva é usada para a regulação da frequência do sistema e tem como objetivo aumentar sua segurança no caso de saída forçada de unidades, ou erros na previsão da demanda de UG da UHE (NILSSON et al., 1998).

Assim, a reserva de geração, também chamada de reserva operativa, corresponde a uma restrição de segurança e pode ser entendida como a capacidade complementar mínima de produção de um conjunto determinado de usinas, ou seja, a produção a ser obtida caso haja um aumento da demanda, ou falha em algum outro ponto do sistema.

A inclusão deste tipo de restrição impõe uma limitação na produção, que deve ser prevista e distribuída entre as UGs das UHE. Percebe-se, a partir daí, que esta restrição não corresponde a uma simples limitação estática sobre a produção de uma determinada usina, o que torna mais flexível o planejamento, tendo em vista a possibilidade de garantir esta reserva sobre os pontos da geração onde a produtividade é relativamente menor (PROVENÇANO, 2003).

O cálculo da reserva operativa mais comumente utilizado é o que considera, basicamente, a capacidade da maior máquina do sistema, ou esta quantidade acrescida de uma margem. Esta técnica pode produzir super dimensionamentos, que são, em geral, anti econômicos, ou subdimensionamentos, que não garantem a confiabilidade necessária ao sistema (COLNAGO, 2007).

Já no ONS (2010), o dimensionamento quanto à reserva girante de energia do sistema, que deverá estar disponível para o atendimento de contingências, inclusive aquelas vinculadas às variáveis climáticas, é feito por meio probabilístico, a partir do conhecimento da carga, o risco de não atendimento em uma faixa aceitável e as taxas de falhas das unidades geradoras.

Após a definição quanto ao valor de reserva girante de energia a ser disponibilizado, o ONS divide esse valor entre as áreas de controle do SIN (Sistema Interligado Nacional), de acordo com

critérios adotados para o CAG (Controle Automático de Geração). Por sua vez, a reserva girante, em muitos casos, pode não garantir a totalidade do atendimento dos desvios da demanda de energia, quando da ocorrência de picos, uma vez que problemas de indisponibilidade forçada de alguns geradores e limitações na capacidade de trechos da rede de transmissão podem impossibilitar o uso dessa energia para o suprimento desses desvios.

2.6 Zonas de operação proibida

As faixas restritivas para a operação das turbinas estão associadas a problemas de cavitação, ou de vibrações. O fenômeno de cavitação pode ocorrer no interior de sistemas hidráulicos, é uma sequência de acontecimentos que compreende a formação de bolhas de vapor com suas implosões posteriores. As bolhas se formam por conta das altas velocidades do fluxo d'água e da baixa pressão na saída do rotor da turbina².

As bolhas são, então, submetidas a um aumento abrupto de pressão mais adiante no escoamento, o que as faz implodir, liberando forças poderosas nas turbinas. Nos pontos onde a pressão excede o valor de saturação do vapor, as bolhas são condensadas violentamente, permitindo que o líquido nele seja impelido. Os choques contra as paredes causa a desagregação do material, provocando a chamada erosão cavital (SOARES; SALMAZO, 1997).

Assim, as zonas proibidas de operação são faixas de turbinagem a serem evitadas devido à ocorrência do fenômeno de cavitação. Dentre as consequências da cavitação estão, segundo Calainho et al. (1999), a erosão de contornos sólidos (como as pás das turbinas e paredes dos tubos de sucção), vibrações, ruídos excessivos e grande diminuição da eficiência das turbinas. Esta última pode comprometer diretamente a eficiência global de geração da usina hidrelétrica no despacho. Lee e Breipohl (1993) e Fan e McDonald (1994) desenvolveram modelos de despacho ótimo considerando as zonas proibidas de operação.

Um revestimento especial pode ser aplicado às pás das turbinas para minimizar os efeitos da cavitação. Esta é no entanto, uma solução cara na maior parte dos casos. Logo, as faixas de

²Uma discussão mais detalhada sobre as condições de mudança de fase da água, ocasionando a formação de bolhas de vapor e de gases, no interior da turbina hidráulica, e alcançando regiões de pressões mais elevadas retornam a fase líquida, provocando o fenômeno cavitação pode ser vista em Souza et al. (1999).

operação em que ocorre a cavitação devem ser evitadas.

As zonas proibidas pelo fabricante de uma turbina, nas quais ocorre o fenômeno da cavitação, são representadas sobre a curva-colina de uma UG, como mostrado na Figura 2.12. As zonas proibidas causam a repartição da zona de operação em diversas faixas disjuntas. No exemplo, uma UG não pode operar no intervalo de 0 a 80 MW e a partir de 110 MW para que sejam evitadas as zonas proibidas. Estas zonas variam de acordo com a altura de queda da usina.

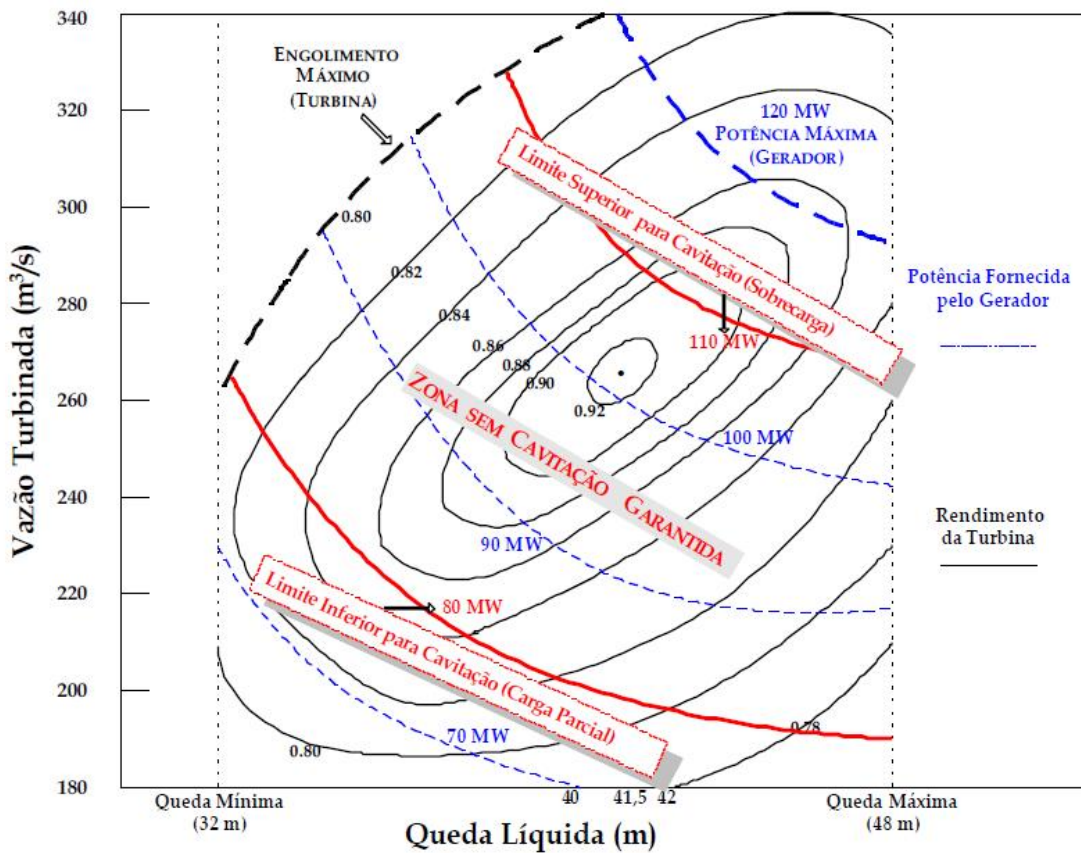


Figura 2.12 - Exemplo ilustrativo de zonas proibidas de operação
Fonte: Rodrigues (2003)

2.7 Planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro

O planejamento da operação até se chegar a programação e operação em tempo real do problema do despacho de máquinas hidráulicas começa com a dificuldade da utilização da água arma-

zenada nos reservatórios, pois estabelece um compromisso entre a decisão de operação imediata e as consequências futuras desta decisão. Portanto, existe a necessidade de uma análise da operação ao longo do horizonte do planejamento, permitindo que sejam avaliadas as consequências futuras das decisões operativas hoje adotadas.

De modo geral, o horizonte do planejamento da operação depende fundamentalmente das características hidrológicas do sistema e da capacidade de regulação dos reservatórios. No sistema brasileiro, o planejamento é dividido, a partir do alcance de suas decisões no tempo, em planejamento de curto, médio e longo prazos. Em particular, no horizonte de curto prazo, a operação do sistema deve ser bem detalhada, pois a sua solução será uma referência para a operação em tempo real do sistema.

O Planejamento de Longo Prazo envolve vários anos à frente e os sistemas hidráulico e térmicos são representados de modo agregado. O principal objetivo é estabelecer a proporção entre as gerações hidrelétrica e termelétrica, de modo a minimizar o custo esperado da operação, considerando as incertezas das aflúncias futuras e os requisitos de confiabilidade.

O Planejamento de Médio Prazo compreende, em geral, um período anual, e os sistemas hidráulico e térmicos são considerados individualmente. Determina-se a política de geração para cada UG, atendendo suas restrições operativas e a demanda global de cada intervalo. Esta alocação da geração visa minimizar os custos operacionais ao longo de todo o período considerado. O planejamento da operação de médio prazo determina as metas semanais de operação de cada usina.

O Planejamento de Curto Prazo tem o objetivo de compatibilizar a operação do sistema hidráulico e elétrico ao longo da semana com metas energéticas estabelecidas pelo planejamento de médio prazo. Nesta programação são introduzidas características mecânicas das UGs dentro de uma UHE e a representação matemática das restrições operativas é mais detalhada.

Já no despacho ótimo de UG, a operação é de 30 minutos ou 1 hora a frente, determina-se a quantidade de UGs ativas e o nível de geração de cada uma, obtendo-se uma configuração de UG vigente para um período de tempo, e após este período. Mesmo para um número relativamente reduzido de unidades a determinação deste despacho pode não ser trivial. Esta dificuldade pode ainda crescer quando se despacham unidades em paralelo cujas características sejam diferentes. Na Figura 2.13 está representada a cadeia do planejamento da operação.

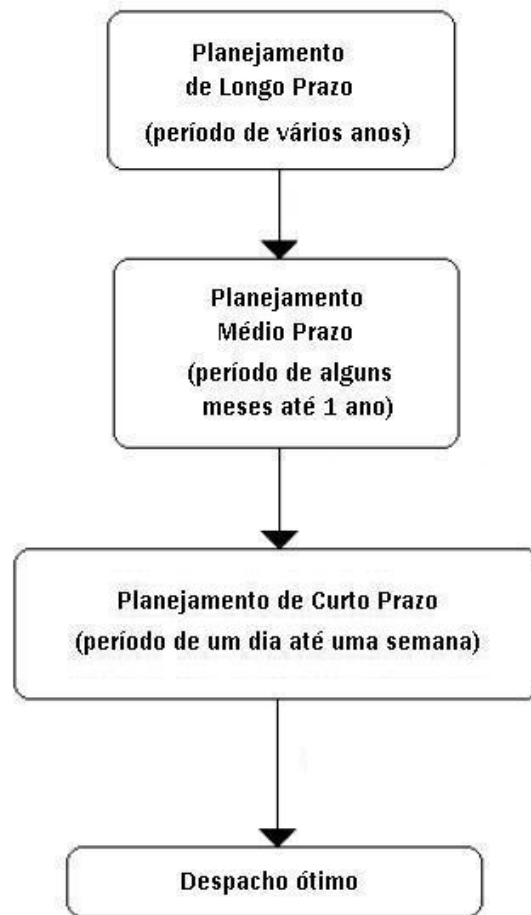


Figura 2.13 - Cadeia de planejamento

Para definir uma estratégia ótima para a operação do sistema elétrico brasileiro o planejamento, programação e despacho dos recursos de geração são realizados pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). Para esse fim, uma cadeia de metodologias e programas computacionais foram desenvolvidos.

Finalmente, como esse trabalho objetiva o desenvolvimento de uma metodologia para a determinação do despacho ótimo, a próxima seção apresenta um levantamento feito na literatura técnica disponível sobre este assunto. Comenta-se os métodos e abordagens adotados e a evolução do tema.

2.8 Modelos encontrados na literatura técnica pesquisada

A modelagem para a resolução do problema de despacho de máquinas tem utilizado diversos métodos e abordagens, tais como: técnicas de programação não linear, linear, inteira, algoritmos genéticos, buscas heurísticas, etc. Seguindo a linha temporal, destacam-se os seguintes trabalhos:

Ohishi (1990) propõe uma metodologia para o planejamento da operação de curto prazo para um sistema com predominância hidráulica, cuja solução é baseada em uma técnica híbrida de otimização e simulação, que trata detalhadamente a operação do sistema hidráulico e também considera as restrições do sistema de transmissão, em termos de potência ativa.

Faria et al. (1993) fizeram uso da programação linear inteira mista para a otimização da operação de usinas hidrelétricas. O método de solução é o *branch and bound*, com busca em profundidade. Neste modelo foi utilizada uma função custo do despacho, que é linear por partes, considerando-se características hidromecânicas e rendimentos das unidades geradoras. Os resultados foram obtidos para um conjunto de usinas.

Um modelo interessante foi desenvolvido por Nilsson e Sjelvgren (1997) para o planejamento de curto prazo em um sistema hidrelétrico. O problema visa minimizar a função objetivo que é a soma de três funções, uma relacionada ao custo da água armazenada no reservatório ao final de cada período (custo negativo), uma outra relacionada ao custo de partidas e paradas das unidades geradoras e a terceira relacionada à compra ou venda de energia entre sistemas. O problema é dividido em vários subproblemas, um para cada usina, através da relaxação da restrição de balanço de energia. Para cada usina, a curva de geração em função da vazão turbinada foi linearizada por partes. Procura-se despachar as unidades no ponto de maior eficiência. Foi utilizada a programação dinâmica para o despacho de cada UHE.

Salmazo (1997) utiliza uma metodologia híbrida, com dois passos, envolvendo uma busca heurística para determinar a quantidade de unidades, e a relaxação lagrangiana para a determinação da geração das unidades ativas. Define-se a geração das unidades geradoras através da minimização das perdas no sistema de produção e transmissão, atendendo os requisitos de carga, metas de geração e intercâmbios das unidades geradoras e limites do sistema de transmissão de energia, analisando também o comportamento das perdas no sistema de geração e transmissão.

No mesmo ano, Soares e Salmazo (1997) utilizaram um método heurístico para definir o des-

pacho de máquinas e uma técnica de decomposição para a solução do problema de pré-despacho. Deram atenção especial na geração hidráulica, considerando as perdas ocasionadas pela elevação do nível de canal de fuga, perdas no sistema de adução e aquelas associadas à diminuição do rendimento do conjunto turbina-gerador.

Guan et al. (1999) utilizam um algoritmo de fluxo em redes e a programação dinâmica para o despacho das unidades. O problema de despacho foi dividido em dois conjuntos de subproblemas: um determinando a geração de cada usina e o outro conjunto, determinando o despacho de máquinas. As restrições de zonas proibidas de operação e a variação das descargas são o foco principal do trabalho.

Chang et al. (2001) fazem uso da programação linear inteira mista para a resolução do despacho de usinas hidrelétricas e suas unidades geradoras. O modelo matemático leva em conta restrições hidráulicas, tempo mínimo de operação e de parada das unidades e as curvas de potência em função da vazão, que são linearizadas por partes.

Encina et al. (2002a) utilizaram a programação dinâmica no planejamento de curto prazo (horizonte diário) da usina hidrelétrica de Itaipú. O método de resolução é a programação dinâmica, ela minimiza o custo de partidas e paradas das unidades e o custo associado às perdas no sistema.

Provençano (2003) estuda individualmente cada unidade geradora componente de uma usina hidrelétrica e propõe uma maneira de incorporar as informações referentes ao rendimento de cada turbina da usina. As propostas são testadas através de dois modelos matemáticos: um minimizando o consumo global d'água e o outro minimizando as perdas na operação. O problema é resolvido através da relaxação lagrangeana e do método gradiente.

Encina et al. (2004) desenvolveram um modelo de despacho que leva em conta a elevação do canal de fuga, as perdas hidráulicas no sistema de adução e as variações no rendimento do conjunto turbina-gerador. Foi usada a programação dinâmica para a operação em um horizonte diário, em base horária, juntamente com outros métodos, como a relaxação lagrangiana e busca heurística. No despacho de 16 usinas (100 unidades geradoras) do Sistema Elétrico Brasileiro, foi obtido um ganho na geração de eletricidade da ordem de 2%.

Finardi e Silva (2005) desenvolveram um problema de natureza inteira e não linear para despacho. Foram consideradas diversas faixas de operação para cada UG. As variáveis inteiras (binárias) do modelo indicam em qual das faixas de operação uma unidade trabalhará. Uma técnica baseada no método de *branch and bound* foi utilizada para encontrar as combinações de variáveis

inteiras que garantiriam soluções factíveis. Para cada uma destas combinações resolveu-se o problema não linear resultante, através do método do gradiente projetado, para que fosse escolhida a melhor destas combinações.

Encina (2006) utiliza para o despacho programação dinâmica e relaxação lagrangiana. Foram utilizadas 16 usinas hidrelétricas (100 unidades geradoras) e o problema foi dividido em dois subproblemas denominados despacho das unidades e despacho de geração. O primeiro trata o problema de escolha da configuração de unidades, mais precisamente o número de UG ativas em cada usina, considerando-se que as unidades são idênticas dentro de uma mesma usina. Neste subproblema utiliza-se programação dinâmica visando a minimização dos custos referentes ao número de partidas e paradas das unidades e dos custos das perdas hidráulicas. Para o despacho da geração já está pré-estabelecido o despacho das unidades, ou seja, o número de unidades ativas em cada usina. Utiliza-se, então, a relaxação lagrangeana para otimizar a geração entre as unidades definidas. A aplicação dos dois despachos se dá iterativamente, até que se obtenha a solução ótima do problema. As curvas que representam as perdas das unidades são convexas, garantindo que o ótimo encontrado seja global.

Colnago (2007) utiliza os métodos de busca global e local para a resolução do problema misto: não linear-inteiro e não convexo de despacho ótimo de uma UHE. Para a resolução do problema ele fez uso do pacote computacional *Lingo*. O modelo de despacho ótimo resultante foi aplicado em uma UHE com seis unidades tratadas individualmente. Em seu trabalho, o objetivo principal é comparar as eficiências totais de uma UHE, realizando o despacho com eficiências obtidas a partir de um modelo reduzido das UG, elaborado pelo fabricante – que foram chamados dados de projeto – e com dados atualizados, medidos na usina, foram feitas estimativas dos ganhos econômicos quando utiliza-se o despacho mais eficiente, ao invés do menos eficiente.

Uma particularidade que aproxima o modelo de despacho desta dissertação com o proposto por Finardi e Silva (2005) e Colnago (2007) é o fato de que as unidades são tratadas individualmente, o que torna o modelo apto para otimizar a geração, considerando as unidades como sendo não idênticas dentro de uma mesma usina, e o fato de o primeiro usar o método de *branch and bound* para a solução.

A abordagem utilizada neste trabalho, usando um método de execução paralelo ao da Decomposição de Benders, para o problema de despacho ótimo, não foi encontrado na literatura consultada.

3 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Em princípio, programação linear inteira mista significa a formulação e solução de problemas que podem ser representados como problemas de programação linear em que algumas variáveis necessitam ser inteiras.

Segundo Hillier e Lieberman (1988), são muitos os problemas reais que só têm sentido se as variáveis de decisão forem inteiras; por exemplo, frequentemente é necessário alocar pessoas, máquinas ou outros recursos às atividades, em quantidades inteiras. Esta restrição é difícil de ser tratada matematicamente.

O grupo de problemas em programação matemática que envolve variáveis inteiras recebe o nome de problemas de programação inteira. A programação inteira divide-se em:

- inteira pura (IP) – caso estejam envolvidas apenas variáveis inteiras no problema
- inteira mista (MIP) – caso existam variáveis inteiras e variáveis contínuas

A programação inteira mista (MIP) obedece a seguinte divisão:

- programação linear inteira mista (*mixed integer linear programming* - MILP)
- programação não linear inteira mista (*mixed integer nonlinear programming* - MINLP)

quando as restrições e a função-objetivo dos problemas são ou não lineares. A MILP é uma das modelagens mais importantes para resolver problemas difíceis de otimização.

A abordagem mais simples para problemas MILP é usar o método simplex (ignorando a restrição das variáveis serem inteiras) e, em seguida, arredondando os valores não inteiros para inteiros, na solução resultante. Embora algumas vezes isso seja adequado, existem falhas nesta abordagem. Uma das falhas é que a solução ótima de programação linear não é necessariamente ótima depois do arredondamento, sendo difícil saber de que maneira o arredondamento deve ser feito para que a factibilidade seja mantida (HILLIER; LIEBERMAN, 1988).

Mesmo que a solução ótima de programação linear seja arredondada com sucesso, restará outra falha - não existe garantia de que esta solução arredondada seja a solução ótima inteira.

Segundo Hillier e Lieberman (1988), por estas razões, a existência de um procedimento eficaz para a obtenção da solução ótima para problemas de programação linear inteira mista seria muito conveniente. Um considerável número de algoritmos foi desenvolvido para este propósito.

Neste capítulo é apresentado o funcionamento dos métodos de otimização utilizados na reso-

lução do modelo de despacho ótimo, que tenta calcular uma solução ótima para o modelo em um tempo aceitável de computação.

3.1 O método de decomposição de Benders

O objetivo desta seção é apresentar o método da decomposição proposto originalmente por Benders (1962), tentando localizá-lo em um contexto mais abrangente da programação matemática de grande porte. O método permite a decomposição do problema original em subproblemas menores, de resolução mais fácil.

Apresenta-se, inicialmente a teoria de dualidade, necessária para o desenvolvimento do método da decomposição, e resumidamente, os conceitos de projeção, linearização externa e relaxação. Nos últimos anos, os avanços nas técnicas de computação paralela fizeram com que a decomposição de Benders pudesse ser usada num contexto mais geral, até para decompor problemas de programação linear de características especiais. Posteriormente, o método de decomposição de Benders foi estendido para o caso não linear por Geoffrion (1972).

O método de decomposição, de acordo com a interessante visão de Geoffrion (1970), pode ser compreendido como a junção de dois grupos: manipulação de problemas e estratégias de resolução.

A **manipulação de um problema** consiste na formulação do problema original em um problema mestre, de maneira que se evidencie simplificações e o problema manipulado seja mais fácil de resolver. As principais manipulações são: dualidade, projeção, linearização interna e linearização externa.

A **estratégia de resolução** é usada para resolver o problema mestre de maneira iterativa. As principais estratégias de resolução são: otimização por partes, restrição, relaxação e direções factíveis.

A decomposição de Benders usa **projeção-linearização externa/relaxação** como manipulação e estratégia de resolução. Estes conceitos, conforme apresentados por Lázaro (1990), são comentados a seguir.

Projeção, frequentemente também conhecido como “partição”, é um mecanismo que leva vantagem em certos problemas que se tornam relativamente simples quando algumas variáveis são

fixadas temporariamente. Na decomposição de Benders, o conceito de projeção é usado para isolar problemas com estruturas especiais que estão integrados em um problema maior, ou seja, isolar a parte linear ou contínua de um problema “semi-linear”, por exemplo.

Linearização Externa é um mecanismo que objetiva induzir linearidade em um problema parcialmente não linear. A linearização externa implica na aproximação tangencial para funções convexas. Um importante uso de linearização externa é na manipulação das não linearidades introduzidas por projeção. Linearização externa é aplicada a conjuntos convexos e funções convexas ou côncavas.

Quando se usa linearização externa o epígrafe da função de otimização contém o epígrafe da função aproximada. A linearização externa geralmente subestima o valor da função convexa e inclui além dos pontos do conjunto convexo, outros pontos fora dele.

O principal obstáculo encontrado com a linearização externa é a possibilidade de um número excessivo de aproximações para obter resultados adequados. Esta dificuldade é contornada, desde que exista uma estratégia de solução aplicável a problemas com linearização externa usando as aproximações somente quando forem necessárias, sem especificá-las antecipadamente. Esta estratégia de resolução é a relaxação. O efeito nato é que a manipulação de linearização externa é feita só implicitamente.

A **relaxação** é útil principalmente para problemas com um grande número de restrições de desigualdade, alguns dos quais podem estar disponíveis só implicitamente. Assim, a relaxação reduz um problema a uma sequência recursiva deles, cujas restrições são ignoradas. Tais problemas ocorrem, por exemplo, como resultado de uma linearização externa.

Em determinadas aplicações, somente uma ou algumas das restrições mais violadas estão disponíveis, cada vez que o problema relaxado é resolvido e elas satisfizerem algum critério particular. Em outras aplicações, tal como a decomposição de Benders, um critério tal como “a restrição mais violada” é obtido via implementação de um problema de programação linear subsidiário.

3.1.1 Teoria da dualidade em programação não linear

Apresenta-se a seguir os resultados e conceitos da teoria da dualidade em programação não linear. Todas as demonstrações dos teoremas mencionados podem ser encontrados em Soares (1978).

Seja o problema de programação matemática, chamado de problema primal (P),

$$\min f(x) \quad (3.1)$$

$$\text{s.a. } g(x) \leq 0 \quad (3.2)$$

$$x \in X \quad (3.3)$$

onde:

$x \in R^n$, $X \subseteq R^n$, f é uma função definida em X e $g(x) = [g_1(x), \dots, g_m(x)]^t$ é um vetor de funções definidas em X . O problema consiste em determinar um vetor $x^0 \in R^n$ que seja factível, isto é, $x^0 \in X$ e $g(x^0) \leq 0$ e que faça a função objetivo f assumir o menor valor possível. O que se desenvolve a seguir é a análise das condições que um vetor x^0 deve satisfazer para ser solução ótima de (P).

Associado ao problema primal pode-se definir uma função lagrangeana em R^{n+m} ,

$$L(x, u) = f(x) + u^t g(x) \quad (3.4)$$

onde o vetor $u \in R^m$ é chamado de vetor multiplicador de Lagrange generalizado.

Um par (x^0, u^0) satisfaz as **condições de otimalidade**(CO) do problema (P) se e somente se,

- x^0 minimiza $L(x, u^0)$ sobre X .
- $g(x^0) \leq 0$
- $(u^0)^t g(x^0) = 0$
- $u^0 \geq 0$

Teorema 1: As (CO) são condições suficientes para que x^0 seja solução ótima de (P).

Um vetor u^0 que satisfaz as (CO) para algum x será chamado de **vetor multiplicador ótimo** (VMO). Qualquer (VMO) caracteriza todo conjunto de solução de (P).

Um par (x^0, u^0) , $x^0 \in X$ e $u^0 \geq 0$, é um **ponto de sela** (PS) restrito da função lagrangeana se e somente se:

- $L(x^0, u^0) \leq L(x, u^0); \forall x \in X$.

- $L(x^0, u^0) \geq L(x^0, u); \forall u \geq 0$

Teorema 2: As (CO) são equivalentes à condição de (PS).

Define-se como função dual (FD) o ínfimo de $x \in X$ da função lagrangeano para cada $u \geq 0$,

$$h(u) = \inf_{x \in X} L(x, u) = \inf_{x \in X} [f(x) + u^t g(x)] \quad (3.5)$$

A função dual é côncava pois é o ínfimo ponto a ponto de uma coleção de funções (uma para cada $x \in X$) lineares em u . Este fato é representado graficamente na Figura 3.1.

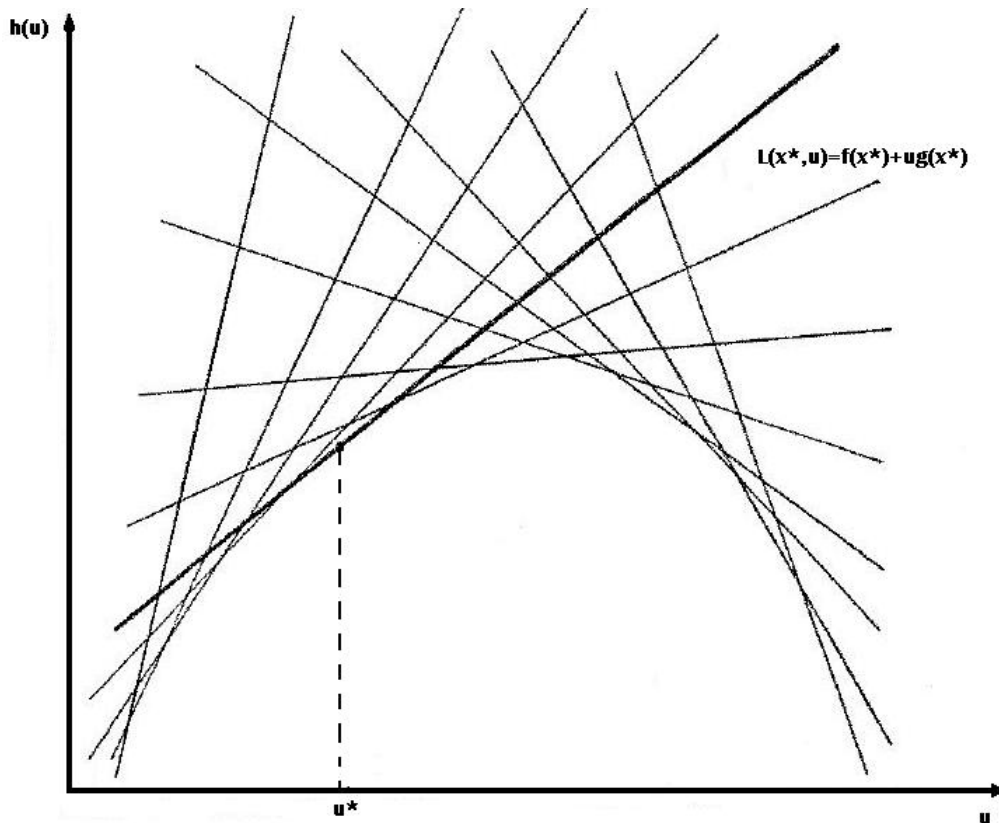


Figura 3.1 - Avaliação da função dual num ponto u^*

IMPORTANTE: Desta interpretação da função dual $h(u)$ num ponto $u = u^*$ fornece automaticamente um hiperplano de suporte dado por:

$$H(u) = f(x^*) + u^t g(x^*) \quad (3.6)$$

O ínfimo de uma função é seu maior limitante inferior. Se a função for ilimitada o ínfimo será $-\infty$. Uma função pode não ter mínimo mais tem ínfimo. A definição da função dual em termos de ínfimo e não de mínimo evita a necessidade da definição de um domínio especial.

Associado ao problema primal (P) define-se um problema dual, que consiste na maximização da função dual sobre seu domínio de definição,

$$\text{Max}_{u \geq 0} h(u) = \text{Max}_{u \geq 0} [\text{inf}_{x \in X} f(x) + u^t g(x)] \quad (3.7)$$

Teorema 3: O valor da função dual é um limitante inferior do valor da função primal, ou seja,

$$h(u) \leq f(x); \forall u \geq 0; x \in X, g(x) \leq 0 \quad (3.8)$$

Assim se existir um x^0 factível em (P) e u^0 factível em (D) tal que $f(x^0) = h(u^0)$ então x^0 é solução ótima de (P) e u^0 é solução ótima de (D). Isto permite definir as condições de dualidade (CD):

- $x^0 \in X$.
- $g(x^0) \leq 0$
- $u^0 \geq 0$
- $f(x^0) = h(u^0)$

Teorema 4: As (CO) são equivalentes às (CD).

Assim as condições de otimalidade(CO), de ponto de sela(PS) e de dualidade (CD) são todas equivalentes entre si. Um par (x, u) que as satisfaça resolve os problemas primal e dual independentemente de hipóteses de convexidade, diferenciabilidade, etc.

Na análise teórica da decomposição de Benders é necessário assumir condições de convexidade e estabilidade para o problema de otimizar o potencial de geração das UHE.

A decomposição de Benders conforme descrito por Lasdon (1970), é apresentado a seguir.

3.1.2 A decomposição de Benders

Este método mostra-se particularmente interessante para problemas de programação mista. Para sua apresentação, formula-se o seguinte problema linear ou semi-linear (P),

$$\min c^t x + f(y) \quad (3.9)$$

$$Ax + F(y) \leq b \quad (3.10)$$

$$x \geq 0; y \in \mathbb{Y} \quad (3.11)$$

O algoritmo do Benders para este problema pode ser considerado como a aplicação de projeção, linearização externa e relaxação. Projeta-se a função (3.9) sobre o espaço das variáveis y , efetua-se a linearização externa da função de valor supremal resultante no minimizando e depois aplica-se estratégia de relaxação para as novas restrições que aparecem como uma consequência da linearização externa. Assume-se, por simplicidade, que a função (3.9) é factível e tem ótimo finito.

A projeção sobre o espaço das variáveis y leva a,

$$\min_{y \in V} \{f(y) + \inf_{x \geq 0} [cx; s.a., Ax \leq b - F(y)]\} \quad (3.12)$$

onde

$$V = \{y \in Y / \exists x \geq 0 \text{ com } Ax \leq b - F(y)\} \quad (3.13)$$

O ínfimo dentro do minimizando é o valor ótimo do programa linear parametrizado (PLP),

$$\text{Min } cx \quad (3.14)$$

$$Ax \leq b - F(y) \quad (3.15)$$

$$x \geq 0 \quad (3.16)$$

cujo programa linear dual (DLP) é,

$$\text{Max } u(b - F(y)) \quad (3.17)$$

$$u^t A \leq c^t \quad (3.18)$$

$$u \leq 0 \quad (3.19)$$

Sejam $\langle u^1, \dots, u^p \rangle$ os pontos extremos e $\langle u^{p+1}, \dots, u^{p+q} \rangle$ os raios extremos do poliedro

$$S = \{u \leq 0 / u^t A \leq c^t\} \quad (3.20)$$

Se S é vazio, (P) não tem solução factível ou tem valor ótimo ilimitado. Afastando estes casos triviais pode-se garantir pela dualidade de programação linear que se (DLP) na função (3.17) tiver

solução ilimitada para algum y , então o (PLP) será infactível. Assim pode-se caracterizar o conjunto V como:

$$V = \{y \in Y / (u^j)^t(b - F(y)) \leq 0; j = p + 1, \dots, p + q\} \quad (3.21)$$

Assim projecção aplicado a função (3.9) leva a função (3.12) sujeito às restrições do conjunto (3.21).

Por outro lado, linearizando externamente o ínfimo de (PLP), ou seja, lembrando pelo teorema da dualidade em programação linear que seu valor é:

$$\text{Max } (u^j)^t(b - F(y)) \quad (3.22)$$

$$1 \leq j \leq p \quad (3.23)$$

Substituindo a função(3.22) no conjunto (3.21) tem-se que,

$$\text{Min}_{y \in Y} \{f(y) + \text{Max}_{1 \leq j \leq p} (u^j)^t(b - F(y))\} \quad (3.24)$$

s.a

$$(u^j)^t(b - F(y)) \leq 0; j = p + 1, \dots, p + q \quad (3.25)$$

e sabendo que o máximo é o menor limitante superior, a função (3.24) pode ser escrito da forma equivalente,

$$\text{Min}_{y \in Y; y^0} \{f(x) + y^0\} \quad (3.26)$$

s.a

$$(u^j)^t(b - F(y)) \leq y^0; j = 1, 2, \dots, p \quad (3.27)$$

$$(u^j)^t(b - F(y)) \leq 0; j = p + 1, \dots, p + q \quad (3.28)$$

que é o problema mestre (PM) a ser resolvido. O problema mestre (3.26) é equivalente a função (3.9) obtido depois das manipulações de projecção e linearização externa.

É claro que relaxação é uma estratégia natural para resolver o (PM), pois evita determinar antecipadamente os vetores $u^j; j = 1, 2, \dots, p + q$. O problema mestre relaxado (PMR) fica,

$$\text{Min}_{y \in Y; y^0} \{f(y) + y^0\} \quad (3.29)$$

s.a

$$(u^j)^t(b - F(y)) \leq y^0; 1 \leq j \leq p \quad (3.30)$$

$$(u^j)^t(b - F(y)) \leq 0; p + 1 \leq j \leq p + q \quad (3.31)$$

Algoritmo 3.1 Algoritmo de Solução de Benders.

- 1: Resolva o (PMR). Seja (\bar{y}, \bar{y}^0) a solução.
 - 2: Resolva o (DLP) de 3.17 ou o (PLP) de 3.14 com $y = \bar{y}$ para testar a factibilidade da solução (\bar{y}, \bar{y}^0) obtida anteriormente,
 - Se o valor ótimo for menor ou igual a \bar{y}^0 pare: (\bar{y}, \bar{y}^0) é factível do (PM) e portanto ótimo. A solução ótima de (P) será (\bar{y}, \bar{x}) onde \bar{x} é o vetor multiplicador de (DLP) ou a solução de (PLP).
 - Se o valor ótimo for superior a \bar{y}^0 então uma restrição violada de (PM) é produzida do tipo:
 - (a) $y^0 \geq (u^j)^t(b - F(y))$ se o valor ótimo for finito (onde u^j é o ponto extremo da solução ou
 - (b) $0 \geq (u^j)^t(b - F(y))$ se o valor ótimo for ilimitado (onde u^j é o raio extremo). Voltar ao Passo 1.
-

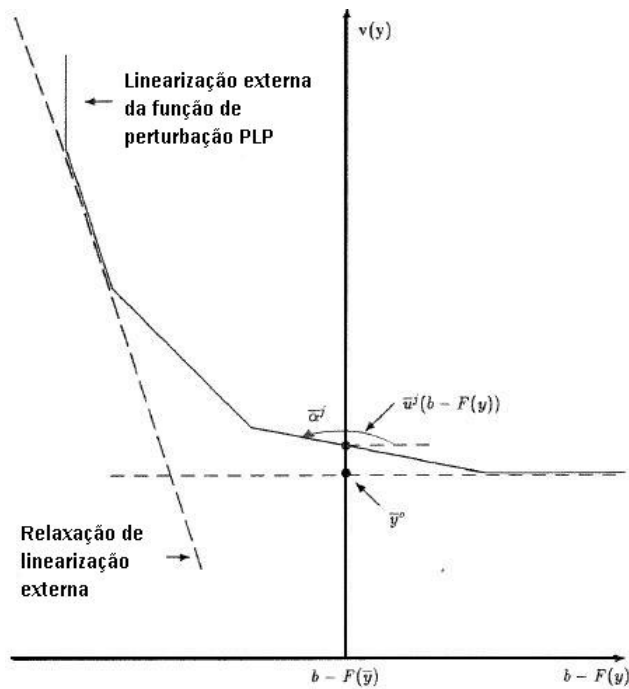


Figura 3.2 - Função de perturbação do PLP

Na Figura 3.2 apresenta-se graficamente a função de perturbação do programa linear para-

metrizado (PLP),

$$v(y) = \inf_{z \geq 0} cx \text{ s.a. } Ax \leq b - F(y) \quad (3.32)$$

A curva cheia representa a linearização externa da função de perturbação de (PLP). A curva tracejada é a sua relaxação. A solução de (PMR) fornece um par (\bar{y}, \bar{y}^0) . Se a solução de (PLP) para $y = \bar{y}$ (obtida através de seu dual ou diretamente dele) fornecer um valor ótimo não superior a \bar{y}^0 , o processo iterativo termina. Caso contrário, melhora-se a precisão de (PMR) introduzindo uma nova restrição $(\bar{u}^j)^t(b - F(y)) \leq \bar{y}^0$ quando (PLP) tem solução factível ou, em outro caso, será introduzida uma restrição do tipo $(\bar{u}^j)^t(b - F(y)) \leq 0$ que reduz o domínio efetivo dos y .

A inclusão no algoritmo, do fato de omitir as restrições amplamente satisfeitas requer considerações de convexidade para f , F e Y .

As hipóteses de convexidade para f , F e Y garantem a convergência do processo ao assegurar que (P) e (PM) serão problemas convexos. Entretanto o método ainda é válido para problemas de programação linear inteira mista.

O método de Benders aqui apresentado pode ser estendido, permitindo não linearidade também em x . Isto foi desenvolvido por Geoffrion (1972).

3.2 O método *Branch and Bound*

O método de *Branch and Bound* (B & B) foi introduzido por Land e Doig (1960). Desde então foi e ainda é bastante utilizado como base para resolver muitos problemas de otimização. Particularmente problemas de programação linear e não-linear inteira mista têm sido resolvidos com relativo sucesso. Podemos citar, por exemplo, Beale (1977) e Mitra (1973) para aplicações de B & B na resolução de problemas de programação linear inteira mista. Na resolução de problemas de programação não-linear inteira mista, podemos citar, por exemplo, Eckstein (1994) e Fletcher e Leyffer (1998).

Desde a primeira proposta de utilização do método, diversas melhorias foram propostas e as diferentes versões desse algoritmo são apresentadas por Roncatti (2008). Cada versão corresponde a alguma versão anterior com uma ou mais estratégias acrescentadas ou substituídas. A versão

mais simples é chamada de *Branch and Bound* básico (NARENDRA; FUKUNAGA, 1977), também apresenta o *Branch and Bound* ordenado, *Branch and Bound* rápido, *Branch and Bound* com previsão parcial e o *Branch and Bound* adaptativo.

Temos ainda o algoritmo *Branch and Cut* que provem do algoritmo *Branch and Bound* usando a programação linear relaxada. A otimização dos subproblemas da árvore do *Branch and Bound* é realizada por um plano de corte ou um algoritmo de geração de colunas. Assim adiciona desigualdades válidas à relaxação linear até que se obtenha uma solução inteira. Em outras palavras, o algoritmo *Branch and Cut* se assemelha ao algoritmo *Branch and Bound* mas procura aproximar o poliedro inteiro (o fecho convexo das soluções inteiras) de uma forma iterativa.(JUNGER, 1998)

Na seção 3.2.1 é apresentada a eficiência do algoritmo. Os principais componentes na seção 3.2.2. As operações básicas são discutidas na seção 3.2.3. Finalmente, nas seções 3.2.4 e 3.2.5 é apresentado o funcionamento do algoritmo e um fluxograma geral.

3.2.1 A eficiência do algoritmo

Segundo Hillier e Lieberman (1995), num problema de programação inteira limitado, o espaço de soluções pode ser considerado finito, ou seja, existe um número limitado de soluções viáveis. A idéia mais simples para otimizar um problema desse tipo seria enumerar todos esses pontos e escolher a melhor solução entre eles. No entanto para problemas reais, o número de pontos a ser sondado é extremamente elevado, demandando tempos inviáveis de processamento.

O método (B & B) é um algoritmo exato de numeração implícita, ou seja, um método que, embora não teste explicitamente todas as soluções possíveis, garante a otimalidade da solução obtida. Um procedimento para aumentar a eficiência do algoritmo é iniciá-lo com uma solução incumbente (melhor solução factível encontrada para o problema) de boa qualidade.

Assim a eficiência do algoritmo depende de dois aspectos: primeiro do esforço computacional para avaliar um nó e do número de nós avaliados. O segundo aspecto depende da eficácia da sondagem (CORREIA, 1988).

3.2.2 Principais componentes

O algoritmo *Branch and Bound* é um algoritmo enumerativo cuja estrutura de resolução baseia-se na construção de uma “árvore” onde os “nós” representam os problemas candidatos e os “ramos” representam as novas restrições que devem ser consideradas. Por intermédio desta árvore, todas as soluções inteiras da região viável do problema são enumeradas de modo implícito ou explícito o que garante que todas as soluções ótimas serão encontradas no caso de problemas convexos. A estrutura geral apresenta três elementos fundamentais: **separação, relaxação e sondagem**.

A finalidade na **separação** é utilizar a estratégia “dividir para conquistar” para resolver o problema. Quando a solução não é possível, divide-se o problema em dois ou mais subproblemas descendentes, gerando uma lista de problemas candidatos. Se a solução não é ainda possível, ele é novamente separado e seus descendentes são adicionados à lista de candidatos, caso contrário, o problema é resolvido e uma nova solução é obtida. A separação é também chamada de ramificação.

A **relaxação** consiste temporariamente em ignorar algumas restrições do problema original visando torná-lo mais fácil de resolver. A condição almejada é que o conjunto de soluções viáveis do problema original esteja contido no conjunto de soluções viáveis do problema relaxado.

Na etapa de **sondagem** determina-se quais problemas descendentes são promissores e devem ser examinados e quais devem ser descartados.

As operações desta técnica de solução e a explicação dos elementos fundamentais serão mais detalhados na próxima seção.

3.2.3 Operações básicas

O método de B & B é de enumeração implícita, utiliza o conceito dividir para conquistar. Nesta seção discutimos suas duas operações básicas:

1-) **Branching**: dividir (separar) o problema principal em subproblemas menores de modo a facilitar a análise, eliminando soluções inviáveis sem comprometer a integridade do campo de soluções.

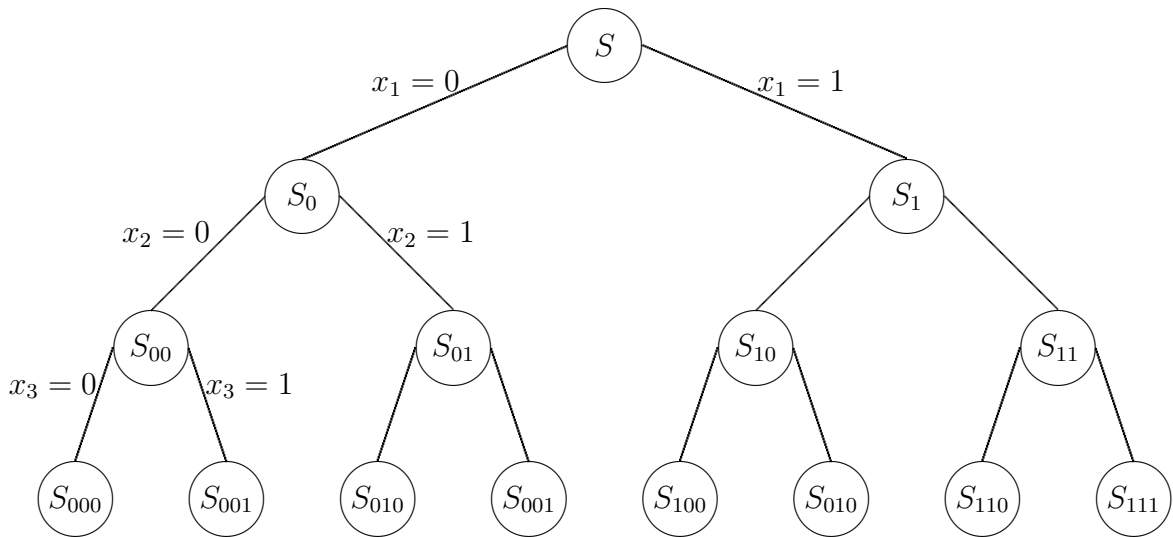


Figura 3.3 - Árvore da Partição binária
 Fonte: Wolsey (1998)

A separação consiste em dividir o conjunto de soluções factíveis S do problema original em uma família de conjuntos disjuntos $\{S^i : i = 1, \dots, k\}$. A cada um desses conjuntos é associado um problema de otimização P_i , formando-se assim uma lista de problemas. A motivação da separação é que a otimização em conjuntos menores é mais simples e rápida.

A separação geralmente é feita de forma recursiva e pode ser representada através de uma árvore. A Figura 3.3 representa no caso de variáveis $y \in (0,1)$, uma árvore binária onde cada nó corresponde a uma possibilidade de fixação das componentes de y . Como se pode notar, os nós descendentes de um dado nó representam a partição da região factível deste nó. Por exemplo, os nós S^{00} e S^{01} são descendentes de S^0 .

2-)**Bounding**: eliminar soluções de baixa qualidade através de comparações com limitantes. São comumente utilizados dois tipos de limitantes: superior e inferior. Num problema de minimização, o limitante superior é um valor conhecido e viável da função objetivo, não necessariamente o valor ótimo, que tem o papel de servir como parâmetro para avaliar soluções obtidas, ou seja, soluções com valores superiores ao limitante superior são descartadas por se tratarem de soluções piores do que a atualmente conhecida. Por sua vez, o limitante inferior, em um problema de minimização, é uma estimativa da função objetivo tendo-se como base a solução parcial até então obtida. Nota-se que o limitante inferior, nesses casos, é sempre menor ou igual ao valor da função objetivo, já que seu cálculo é baseado em um subconjunto da solução enquanto que a função objetivo é calculada considerando-se a solução completa. Assim sendo, é possível eliminar soluções

com limitantes inferiores piores do que os atuais limitantes superiores conhecidos.

De acordo com Winston (1995), durante a busca na árvore de um conjunto, os nós, considerados como subconjuntos soluções são analisados e podem ser eliminados se uma das seguintes condições é satisfeita:

a) Inviabilidade: Representarem soluções infactíveis, ou seja, S^i é vazio.

b) Eliminação por limitante: Representarem soluções cujo resultado parcial é pior do que o resultado até então conhecido. Essa situação ocorre, num problema de minimização, quando o limitante inferior, que representa uma estimativa da função objetivo do nó analisado, tem valor pior (maior) do que o limitante superior, que representa a melhor solução até então.

c) Otimilidade: representarem soluções viáveis cujo valor exato da função objetivo pode ser calculado.

Quando uma dessas três soluções ocorre, o nó correspondente a S^i pode ser descartado ou sondado, pois todas as suas soluções factíveis estão implicitamente enumeradas.

A verificação dessas três condições é mais fácil de ser realizada quando é utilizada a relaxação. E quanto mais elevado o limitante inferior de um problema, mais fácil é sondar um nó, logo, a árvore terá menos nós. O ideal portanto é ter um problema relaxado de fácil resolução que forneça limitantes inferiores de boa qualidade. Infelizmente, estes dois atributos são antagônicos, isto é, um problema relaxado muito fácil produz, em geral, um limitante inferior muito pobre.

Além da qualidade do limitante existem outros dois fatores que afetam a eficiência do método: a seleção do nó para ramificação que separa o conjunto S^i em dois conjuntos. Há basicamente dois tipos de opções, segundo Nemhauser et al. (1989): regras definidas *a priori*, que são determinadas antes do início do processamento, e regras adaptativas, que variam utilizando as informações dos nós ativos e do processamento corrente.

Existem duas regras mais comumente utilizadas: *depth-first-search*, também conhecida como *last-in-first-out* (LIFO, ou último que chega, primeiro que sai), no qual a busca na árvore é prioritariamente em profundidade e *breadth-first-search* no qual a busca é prioritariamente em largura.

No mecanismo de busca em profundidade, seleciona-se um nó do último nível gerado (nós filhos), denominado nó pai, para dar origem a novos nós na árvore. Nesse caso, a árvore cresce sistematicamente em profundidade até chegar no último nível possível. No último nível da árvore, após a avaliação de todos os nós disponíveis, ocorre o *backtraking*, isto é, a ordem de busca retorna ao nível anterior para que seja avaliado um novo ramo da árvore de busca e assim sucessivamente.

Em contraposição, o mecanismo de busca em largura prioriza os nós situados no mesmo nível (nós irmãos) na criação de novos nós filhos antes de explorar nós do nível baixo. Nesse caso a árvore cresce prioritariamente em largura e todos os ramos possuem a mesma profundidade.

Do mesmo modo existem alguns critérios para a escolha do nó pai dentro do conjunto de nós disponíveis no mesmo nível (NEMHAUSER et al., 1989). Entre eles:

- a) Escolher o nó em uma sequência pré-determinada. Por exemplo, da esquerda para a direita.
- b) Escolher o nó com menor limitante. Por exemplo, escolher o nó com limitante de menor valor para problemas de minimização.
- c) Escolher o nó com menor possibilidade de obtenção de uma solução ótima. Por exemplo, escolher nós com limitantes ruins (maiores para problemas de minimização) para acelerar o descarte de ramos e reduzir o espaço em memória ocupada.
- d) Escolher um nó com rápida melhoria da estimativa da função objetivo, visando obter uma solução viável rapidamente. Por exemplo, analisar o histórico de formação dos nós e selecionar o nó com maior gradiente de evolução do limitante.

Além desses critérios puros, é possível o uso de critérios adaptativos, ou seja, conjunto de critérios utilizados ao longo do processamento, cuja escolha depende da adaptação do algoritmo ao histórico armazenado e às diretrizes previamente definidas.

3.2.4 Funcionamento do algoritmo

O funcionamento do algoritmo B & B tem como base o exemplo apresentado por Nemhauser e Wolsey (1988). O que se fez neste trabalho foi adaptá-lo para o problema de programação linear inteira mista:

$$(P) = \begin{cases} \min & c^t x + d^t y \\ \text{s.a.} & Cx + Dy \leq b \\ & x \in \mathbb{Z}^+ \\ & y \in \mathbb{R}^+ \end{cases}$$

Onde C e D são matrizes e c , d e b são vetores com as apropriadas dimensões.

1-) Separação: para qualquer problema de otimização (P) , seja $F(P)$ o conjunto de soluções factíveis. O problema (P) é separado em problemas $(P_1), (P_2), \dots, (P_q)$ quando as seguintes condições são asseguradas:

(S1) Toda solução factível de (P) é uma solução de somente um dos subproblemas $(P_1), (P_2), \dots, (P_q)$;

(S2) Uma solução factível de qualquer um dos subproblemas $(P_1), (P_2), \dots, (P_q)$ é uma solução factível de (P) ;

Essas condições asseguram que $F(P_1), F(P_2), \dots, F(P_q)$ é uma partição de $F(P)$. Os subproblemas $(P_1), (P_2), \dots, (P_q)$ são chamados de descendentes de (P) .

O interesse na separação é utilizar a estratégia de “dividir para conquistar” para resolver o problema (P) .

Um esquema rudimentar para a resolução de (P) baseado em separação pode ser descrito da seguinte maneira: tenta-se resolver (P) ; se isto não é possível, separa-se (P) em dois ou mais subproblemas iniciando assim uma lista de problemas candidatos. Extrai-se um subproblema (PC) desta lista e tenta resolvê-lo. Havendo sucesso na resolução retorna-se à lista e extrai-se um novo problema candidato a ser resolvido; caso contrário separa-se (PC) e adiciona-se seus descendentes à lista. Prossegue-se desta maneira até que a lista esteja vazia. A melhor solução encontrada em qualquer problema candidato será chamada de solução incumbente.

A maneira popular de se separar um problema de programação inteira é através de restrições contraditórias numa única variável inteira (variável de separação ou ramificação).

Por exemplo, se a variável x_5 é inteira e $0 \leq x_5 \leq 4$ uma possível separação consiste em se fazer $0 \leq x_5 \leq 3$ e $3 \leq x_5 \leq 4$.

2-) Relaxação: qualquer problema de otimização (P) pode ser relaxado se torná-lo menos restrito e portanto de mais fácil solução. Este problema relaxado é denotado (P_R) . A relaxação mais popular consiste em eliminar as restrições de integridade nas variáveis. Para uma relaxação ser válida é necessário que $F(P) \subset F(P_R)$. Esta propriedade implica nas seguintes relações em (P) e (P_R) .

(R1) - Se (P_R) não tem solução factível, então o mesmo é verdadeiro para (P) ;

(R2) - o valor mínimo de (P) não é menor que o valor mínimo de (P_R) ;

(R3) - Se uma solução ótima de (P_R) é factível em (P) , então ela é uma solução ótima de (P) ;

3-) Cr terio de sondagem: uma seq ncia de problemas candidatos precisa ser examinada, e quando um deles não pode ser resolvido sem uma grande quantidade de esforço ele precisa ser separado e seus descendentes examinados. O sucesso da estratégia depende de uma escolha criteriosa sobre como e quão difícil   resolver cada problema candidato. Nesse sentido o conceito de relaxa o desempenha um papel importante: ao invés de tentar lidar com o problema candidato trabalha-se com a relaxa o do mesmo. O cr terio de sondagem apresentado a seguir formaliza o papel do problema relaxado.

Existem três tipos gerais de sondagem, todos baseados em relaxa o. Para apresentá-lo   necessário introduzir a seguinte not o: se $(-)$   um problema de minimiza o, $v(-)$   o vetor ótimo de $(-)$ e z^*   o valor da soluço incumbente (inicialmente $z^* = \infty$ se nenhuma soluço factível de (P) foi encontrada).

Os três cr terios de sondagem podem ser definidos como:

(CS1) - Se (PC_R) não tem soluço factível, então por (R1) o mesmo   verdadeiro para (PC) . Então $F(PC)$   vazia não podendo pois conter uma soluço ótima para (P) . Portanto (PC) (e seus descendentes)   sondado.

(CS2) -Se $v(PC) \geq z^*$ como $v(PC) \geq v(PC_R)$ então o (CS2) implica que $F(PC)$ não cont m uma soluço factível melhor que a soluço incumbente e (PC)   sondado.

(CS3) - Suponha que a soluço ótima de (PC_R)   factível em (PC) , então por (R3) ela   ótima em (PC) e este está sondado. Por (S2) ela também   factível em (P) e torna-se o novo valor da incumbente se o seu valor for menor que z^* .

3.2.5 Fluxograma geral

A Figura 3.4 apresenta o fluxograma geral do algoritmo de B & B utilizado para solucionar um problema de programaa o inteira, onde os cr terios de poda da árvore são apresentados na se o anterior, o que se faz   detalhar cada um dos passos que permitem a implementa o computacional deste algoritmo.

Foram mencionados apenas as idéias básicas do funcionamento de um algoritmo de *Branch and Bound*, para maiores detalhes do método sugere-se consultar Hillier e Lieberman (1995).

Algoritmo 3.2 Algoritmo de solução do B & B.

- 1: Iniciar a lista de candidatos (L) com o problema original (P) e seja (z^*) um número arbitrariamente grande;
 - 2: Se a lista de candidatos está vazia então vá para o Passo 13;
 - 3: Selecionar um dos problemas da lista de candidatos para tornar o problema candidato atual (PC);
 - 4: Escolha um (PC_R) de (PC);
 - 5: Resolva (PC_R) por um algoritmo apropriado(ou de programação linear);
 - 6: (CS1) - Se o (PC_R) infactível vá para o Passo 2;
 - 7: (CS2) - Se o valor da solução de (PC_R) é maior ou igual ao da solução incumbente então vá para o Passo 2;
 - 8: (CS3) - Se uma solução ótima de (PC_R) é factível em (PC) vá para Passo 12;
 - 9: Decide-se se vai persistir na tentativa de sondar (PC). Em caso afirmativo, ir para o Passo 10, se não ir para o Passo 11;
 - 10: Modificar a relaxação e ir para o Passo 5;
 - 11: Separar (PC) e adicionar seus descendentes na lista de candidatas. Voltar para o Passo 2;
 - 12: Se $v(PC_R) \leq z^*$ então atualize a solução incumbente. Volte para o Passo 2;
 - 13: Se existe solução incumbente, então esta é a solução ótima, caso contrário o problema é infactível, FIM.
-

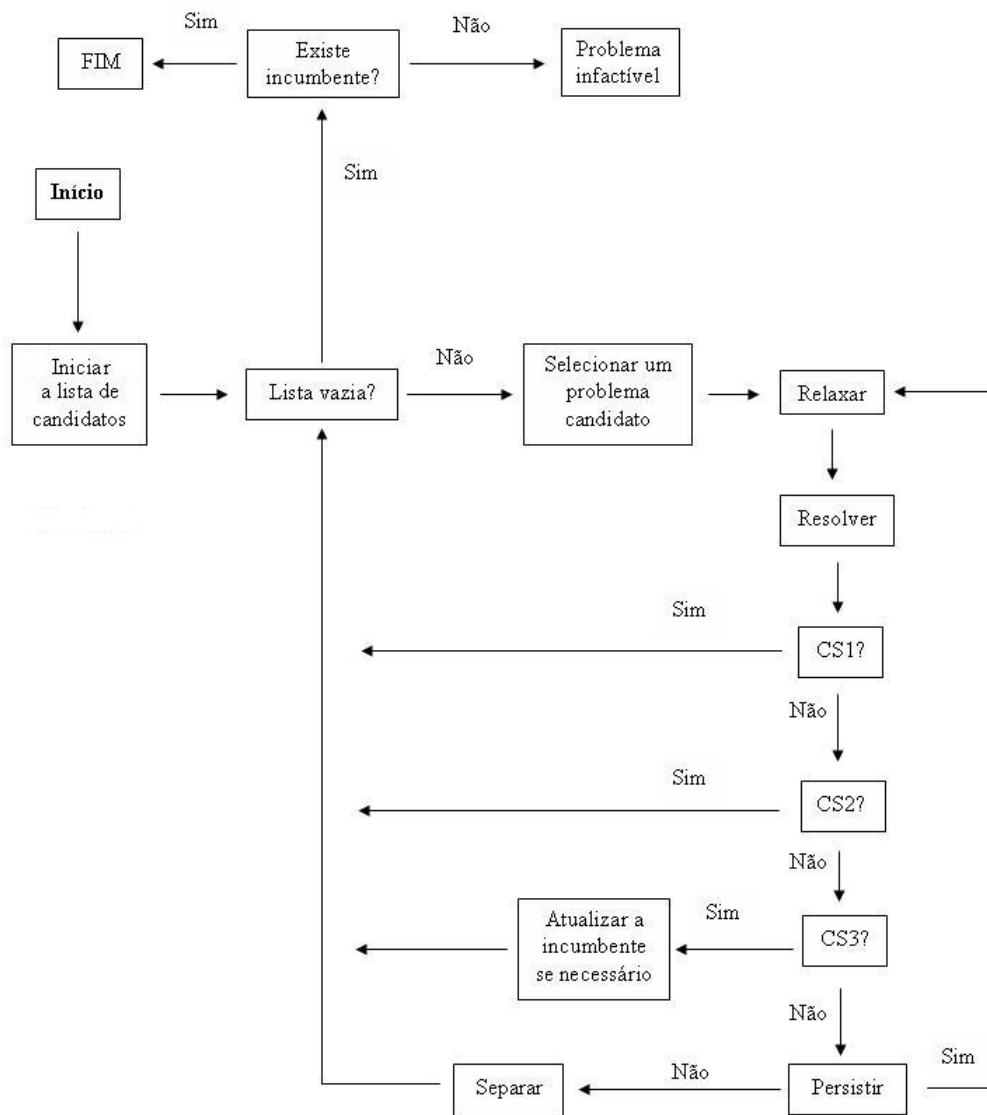


Figura 3.4 - Fluxograma geral adaptado de Wolsey (1998)

4 FORMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DO PROBLEMA

No capítulo dois foi apresentada uma descrição do problema do despacho de unidades geradoras hidrelétricas e no capítulo três foram apresentadas as técnicas de solução. Este capítulo apresenta a proposta de modelo de despacho formulado(Formulação Matemática do Problema), o qual deve interagir com a técnica adotada para resolver o problema de despacho de geração hidrelétrica, que consiste basicamente na aplicação do método da Decomposição de Benders baseada em linearização sucessiva(Implementação do Problema).

4.1 Formulação Matemática do Problema

A formulação matemática do problema deste trabalho é apresentada na sequência, como um módulo importante de uma proposta de modelo de despacho ótimo, tratando-se de um problema não linear inteiro misto, que visa simular a otimização em uma usina despachando independentemente todas as UG em uma UHE, tratando cada UG de forma individual, escolhendo-se os tipos de curvas de eficiência ideais, para determinados patamares existentes.

$$\text{Max } \frac{\sum_{t \in \mathbb{T}} P^t H^t D^t}{\sum_{t \in \mathbb{T}} P^t H^t \sum_{j \in \mathbb{J}} \sum_{k \in \mathbb{K}} \frac{y_j^{t,k} g_j^t}{\eta^k(g_j^t)}} \quad (4.1)$$

$$\text{s.a. } \sum_{j \in \mathbb{J}} \sum_{k \in \mathbb{K}} y_j^{t,k} g_j^t = D^t \quad (4.2)$$

$$\sum_{k \in \mathbb{K}} y_j^{t,k} \underline{G}^k \leq g_j^t \leq \sum_{k \in \mathbb{K}} y_j^{t,k} \overline{G}^k \quad (4.3)$$

$$y_j^{t,k} \leq z_j^k \quad (4.4)$$

$$\sum_{k \in \mathbb{K}} z_j^k = 1 \quad (4.5)$$

$$y_j^{t,k} \in \{0,1\} \quad (4.6)$$

$$z_j^k \in \{0,1\} \quad (4.7)$$

$$g_j^t \in \mathbb{R} \quad (4.8)$$

para $\mathbb{J} = \{1, \dots, J\}$, $\mathbb{K} = \{1, \dots, K\}$ e $\mathbb{T} = \{1, \dots, T\}$. As constantes e variáveis são:

j	Índice da UG
k	Índice do tipo de curva de eficiência
t	Índice do patamar
$\eta^k(\cdot)$	Curva de eficiência do tipo k
\underline{G}^k	Limite mínimo de geração das UG tipo k quando despachada (MW)
\overline{G}^k	Limite máximo de geração das UG tipo k (MW)
H^t	Número de horas de permanência do patamar t (h)
P^t	Preço da energia no patamar t (R\$)
D^t	Carga da UHE no patamar t (MW)
g_j^t	Potência gerada pela UG j do tipo k no patamar t (MW)
z_j^k	Variável binária que indica se a UG j será do tipo k
$y_j^{t,k}$	Variável binária que indica se a UG j tipo k será ou não despachada no patamar t

4.1.1 Função objetivo

Neste problema, o critério de otimização é a maximização da eficiência global da usina. A energia gerada, considerando todos os patamares, deve atender à carga:

$$\sum_{t \in \mathbb{T}} D_t. \quad (4.9)$$

Por outro lado, a energia utilizada para atender à carga apresentado na função (4.9) é

$$\sum_{t \in \mathbb{T}} \sum_{j \in \mathbb{J}} \sum_{k \in \mathbb{K}} \frac{y_j^{t,k} g_j^t}{\eta^k(g_j^t)}. \quad (4.10)$$

Esta energia foi chamada energia bruta. A eficiência em todo o dia, considerando os t patamares, ponderada pelo número de horas de permanência (H^t) e o preço da energia (P^t) pode ser calculada pela equação

$$\frac{\sum_{t \in \mathbb{T}} P^t H^t D^t}{\sum_{t \in \mathbb{T}} P^t H^t \sum_{j \in \mathbb{J}} \sum_{k \in \mathbb{K}} \frac{y_j^{t,k} g_j^t}{\eta^k(g_j^t)}}, \quad (4.11)$$

ou seja, a função objetivo (4.1).

Como o numerador da função objetivo (4.11) é constante, uma vez que D^t , H^t e P^t são entradas do problema, ou seja, não depende do resultado da otimização.

Logo, maximizar a eficiência da função objetivo(4.11) é equivalente a minimizar a função (4.12), no sentido físico, mas com a vantagem de eliminar uma divisão, por isto ela foi escolhida para a implementação computacional, como função objetivo do problema, minimizando apenas

$$\sum_{t \in \mathbb{T}} P^t H^t \sum_{j \in \mathbb{J}} \sum_{k \in \mathbb{K}} \frac{y_j^{t,k} g_j^t}{\eta^k(g_j^t)}. \quad (4.12)$$

A formulação (4.1-4.8) apresenta o problema sob o ponto de vista matemático, e a modificação na função objetivo visa diminuir a complexidade no modelo diminuindo o número de divisões.

4.1.2 Restrições

Escolha das unidades geradoras

As variáveis binárias referentes à escolha de unidades geradoras a serem despachadas e a escolha do tipo de curva de eficiência são, respectivamente, y e z (restrições (4.6) e (4.7)). A variável g é real. A equação (4.5) refere-se à escolha de um tipo de curva para cada UG. Nota-se que esta variável não depende do patamar (índice t) pois, uma vez determinado o tipo de curva da UG, este tipo é o mesmo para todos os patamares. A cada patamar, nem todas as unidades geradoras são despachadas, e por isto foi inserida a restrição (4.4), e a variável $y_j^{t,k}$, onde garante-se que, se $Z_j^k = 0$, ou seja, a UG não foi selecionada como sendo do tipo k , necessariamente $y_j^{t,k} = 0$ para todos os patamares. Mas se $Z_j^k = 1$, pode ocorrer $y_j^{t,k} = 1$ ou $y_j^{t,k} = 0$, ou seja, a UG é ou não despachada no patamar t .

Geração da usina

A energia a ser gerada pela usina a cada patamar é atendida através da restrição (4.2). A geração é composta por

$$\sum_{j \in \mathbb{J}} \sum_{k \in \mathbb{K}} y_j^{t,k} g_j^t = D^t. \quad (4.13)$$

No caso de $y_j^{t,k} = 0$ (UG j não foi despachada), tem-se que $y_j^{t,k} g_j^t = 0$. Apenas são contabilizadas as parcelas em que $y_j^{t,k} = 1$ (UG j será despachada).

Limites de geração

Cada UG j possui uma faixa operativa, ou seja, existe um ou mais intervalos de geração que devem ser evitados. Logo, a geração da unidade deve estar na faixa operativa quando despachada ($\underline{G}^k \leq g_j^t \leq \overline{G}^k$) ou ser igual a 0 quando a unidade não está despachada. De forma mais genérica, pode-se escrever esta restrição da forma

$$\sum_{k \in \mathbb{K}} y_j^{t,k} \underline{G}^k \leq g_j^t \leq \sum_{k \in \mathbb{K}} y_j^{t,k} \overline{G}^k. \quad (4.14)$$

Assim, se a UG j foi despachada no patamar t sua geração está entre \underline{G}^k e \overline{G}^k , e se UG j não está despachada no patamar t sua geração é $g_j^t = 0$. No caso, está se considerando como não permitido o intervalo aberto entre 0 e \underline{G}^k .

A formulação do problema de despacho ótimo de um sistema predominantemente hidrelétrico apresentada nesta seção, envolve função objetivo não linear e variáveis inteiras que dão ao problema uma natureza combinatória e não linear que dificulta a obtenção da solução ótima para sistemas do porte do sistema hidrelétrico brasileiro.

4.2 Implementação computacional

Neste trabalho usamos uma execução paralela ao da decomposição de Benders na busca de escolha ótima dos tipos de curvas de eficiência e alocação de geração, para atingir a otimização do potencial de geração das UHEs, através de uma solução iterativa dos subproblemas por linearizações. Para a implementação computacional foi utilizado o *EXCEL* para automatizar e salvar os resultados, e para resolver o pacote computacional *LINGO 11.0* como mostra a estrutura da programação na Figura 4.1.



Figura 4.1 - Estrutura da programação

4.2.1 Decomposição de Benders

A técnica do modelo de Benders é uma técnica matemática atrativa, explora a decomposição natural do problema, em que usando o subproblema de simulação é testada a diferença entre a reta e a curva de eficiência. A otimização do potencial de geração das UHE é atingida através de uma solução iterativa das soluções separadas dos subproblemas de simulação.

A formulação matemática apresentada caracteriza o despacho hidrelétrico como um problema não linear inteiro-misto. A não linearidade e o grande porte do problema dificultam a obtenção da solução ótima.

Para contornar esta dificuldade é proposta a metodologia de execução paralela ao da Decomposição de Benders, a qual decompõe o problema mestre em dois subproblemas:

- Um subproblema de escolha ótima das Curvas de Eficiência (CE) no qual escolhe-se a configuração das curvas em operação em cada uma das unidades geradoras.
- Um subproblema de Despacho de Geração (DG) onde é testada a alocação ótima de geração, para uma dada configuração de unidades geradoras em operação.

Estes dois subproblemas são resolvidos iterativamente até que se encontre a solução global do problema.

Em termos matemáticos, o CE trata do problema inteiro e determina a escolha ótima da curva de eficiência para determinadas unidades geradoras em operação por usina, ao longo do período de estudo para um dado despacho de geração, levando-se em conta a obtenção de diferentes curvas de eficiência para as unidades geradoras de uma mesma usina. Já o subproblema DG determina a geração por unidade geradora para uma dada configuração definida pelo subproblema de CE.

Detalha-se e mostra na Figura 4.2 a seguir cada um dos subproblemas bem como a técnica de solução adotada.

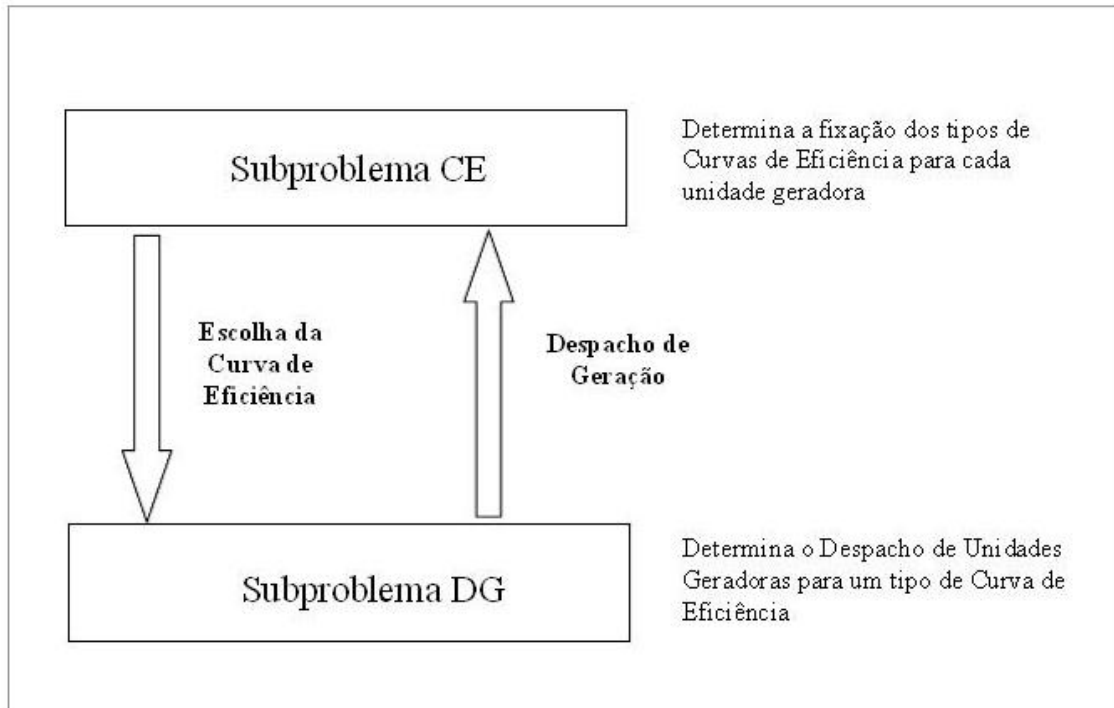


Figura 4.2 - Procedimento de solução

A vantagem da utilização do método de execução paralelo ao da Decomposição de Benders é que a solução separada dos subproblemas de simulação permite a aplicação de cortes diferentes em cada caso. Também há em cada iteração, os limites superior e inferior da solução, e as soluções dos modelos aproximados podem ser usadas como solução inicial dos modelos mais elaborados. Assim por exemplo, os cortes obtidos são usados como referência inicial na solução de uma nova formulação do problema. Estes cortes são restrições conhecidas como Cortes de Benders que são incorporadas ao subproblema que uma vez resolvido apresenta uma nova tentativa de solução.

A presente formulação, usando uma técnica de execução paralela ao da Decomposição de Benders, resolve o problema de otimizar o potencial de geração das UHEs por etapas, iniciando o processo de solução com três retas, com a finalidade de contornar a curva de eficiência e tornar o problema convexo, faz-se uso do algoritmo implementado e trabalha-se iterativamente acrescentando novas retas até que assume-se uma tolerância entre a curva de eficiência das UG do tipo k e os cortes (retas) de $\alpha = 0,01$.

A tolerância de $\alpha = 0,01$ fornece informação das “consequências” das decisões de tipo k de

curva de eficiência em termos de despacho de geração. O ponto crítico neste esquema de decomposição é a mudança do valor de tolerância (α). Estes α são usados para gerar uma restrição linear em termos das variáveis de eficiência. Estas restrições conhecidas como Cortes de Benders são incorporadas ao subproblema de escolha ótima das Curvas de Eficiência (CE) que uma vez resolvido apresenta uma nova tentativa de solução.

O esquema de execução paralelo ao da Decomposição de Benders em dois estágios é resolvido iterativamente como demonstrado no fluxograma (Figura 4.3):

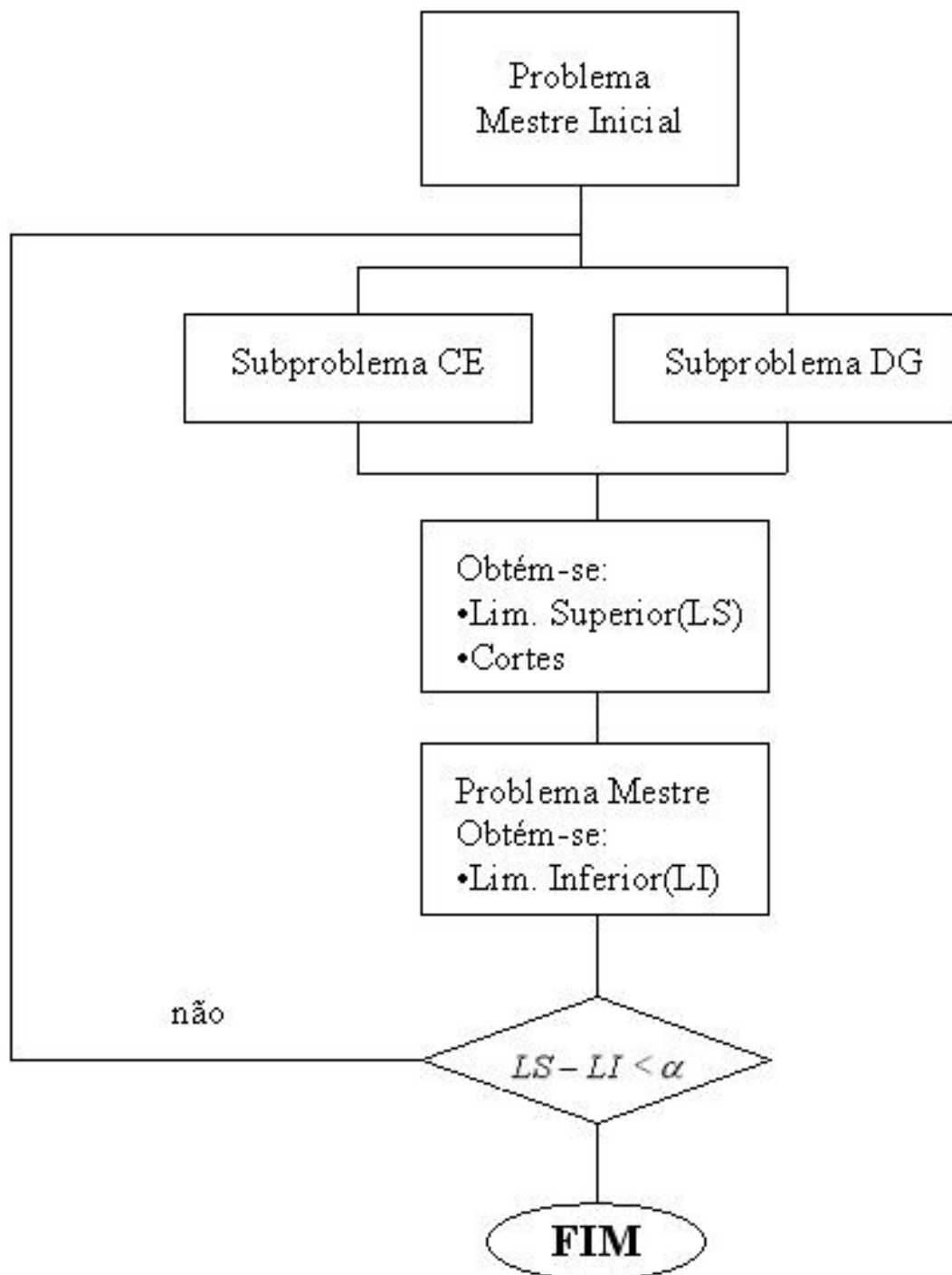


Figura 4.3 - Fluxograma de execução paralelo ao da Decomposição de Benders, aplicado ao estudo de caso

4.2.2 Inserção e Geração de Cortes

Os cortes de Benders e toda a teoria relacionada com a técnica de Decomposição de Benders aplicada a repotenciação são o motivo principal deste trabalho. A Figura 4.4 mostra uma curva de eficiência :

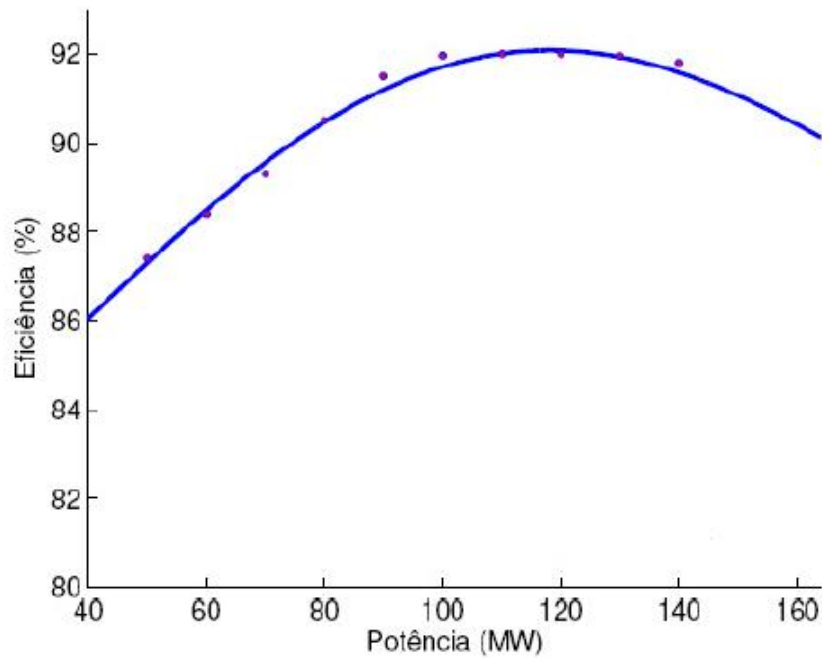


Figura 4.4 - Curva de eficiência

As retas inseridas usando a linearização fundamentam-se na técnica da decomposição de Benders, onde a curva de eficiência das unidades geradoras do tipo k devem ser menores ou iguais as retas aproximantes inseridas (ou cortes de Benders). O método inicia-se com três retas representando cada uma das curvas de eficiência, como mostra a Figura 4.5

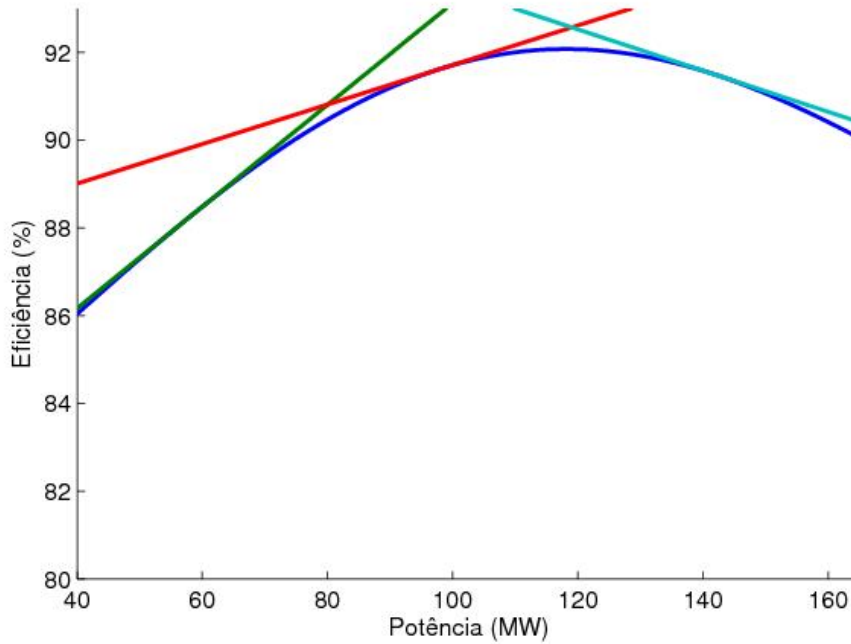


Figura 4.5 - Retas iniciais da curva de eficiência

Pode-se notar que as retas estão acima da curva, ou seja, o uso da Linearização subestima o valor da função convexa e inclui além dos pontos do conjunto convexo outros pontos fora dele. Assim, as três retas representam a curva de eficiência nas primeiras iterações. O principal obstáculo encontrado com a linearização é a possível presença de um número excessivo de aproximações para obter resultados adequados.

Assim, as restrições das curvas de eficiência de cada UG limitada pelas retas são:

$$u^{t,k} \leq a_1^k g^{t,k} + b_1^k \quad (4.15)$$

$$u^{t,k} \leq a_2^k g^{t,k} + b_2^k \quad (4.16)$$

$$u^{t,k} \leq a_3^k g^{t,k} + b_3^k \quad (4.17)$$

A variável u pode assumir qualquer valor entre 0 e os segmentos de reta. As constantes a e b são os coeficientes angular e linear, respectivamente, das retas. Estas restrições são os limites superiores(LS) possíveis de u aos segmentos de reta ilustrados na Figura 4.5. O esperado é que a variável u assuma algum valor do limite inferior(LI), geralmente convergindo para uma das interseções.

Supondo que g convergiu para um valor próximo de 80 na Figura 4.6, no eixo das abscissas, e u e para a intersecção entre as retas 1 e 2, calcula-se a diferença entre u e $\eta(g)$, ou seja, a diferença

entre o limite superior(LS) e o limite inferior(LI).

$$u^{t,k} - \eta(g^{t,k}) \leq \alpha \quad (4.18)$$

Partindo-se do limite considerado tolerável ($\alpha = 0,01$) temos: se esta diferença for menor que α não é inserida nova reta, caso contrário, insere-se à formulação a reta que tangencia η no ponto $(g, \eta(g))$. Na Figura 4.7 pode-se ver uma quarta reta, cruzando as retas 1 e 2.

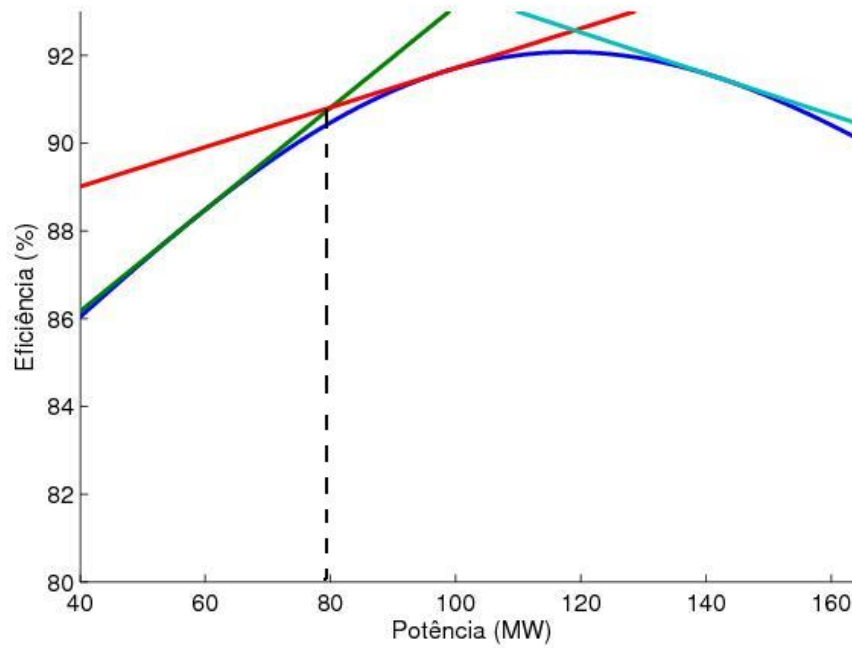


Figura 4.6 - Teste de alocação de geração

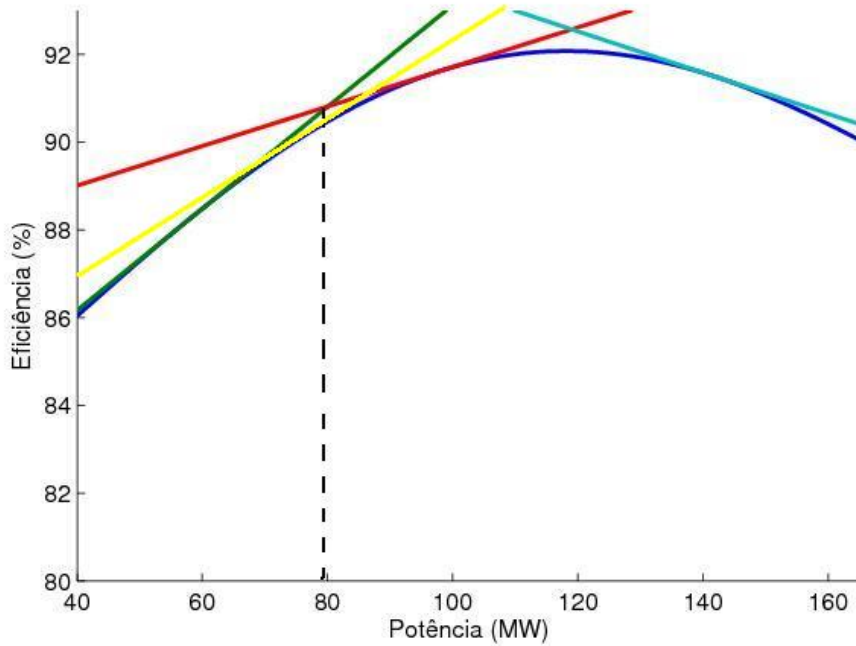


Figura 4.7 - Cortes inicial na curva de eficiência

Assim a restrição da quarta reta é inserida à formulação:

$$u^{t,k} \leq a_1^k g^{t,k} + b_1^k \quad (4.19)$$

$$u^{t,k} \leq a_2^k g^{t,k} + b_2^k \quad (4.20)$$

$$u^{t,k} \leq a_3^k g^{t,k} + b_3^k \quad (4.21)$$

$$u^{t,k} \leq a_4^k g^{t,k} + b_4^k \quad (4.22)$$

A partir daí o problema é resolvido uma vez mais, geralmente convergindo para uma das interseções, supondo que desta vez g convergiu para um valor próximo de 120 na Figura 4.8.

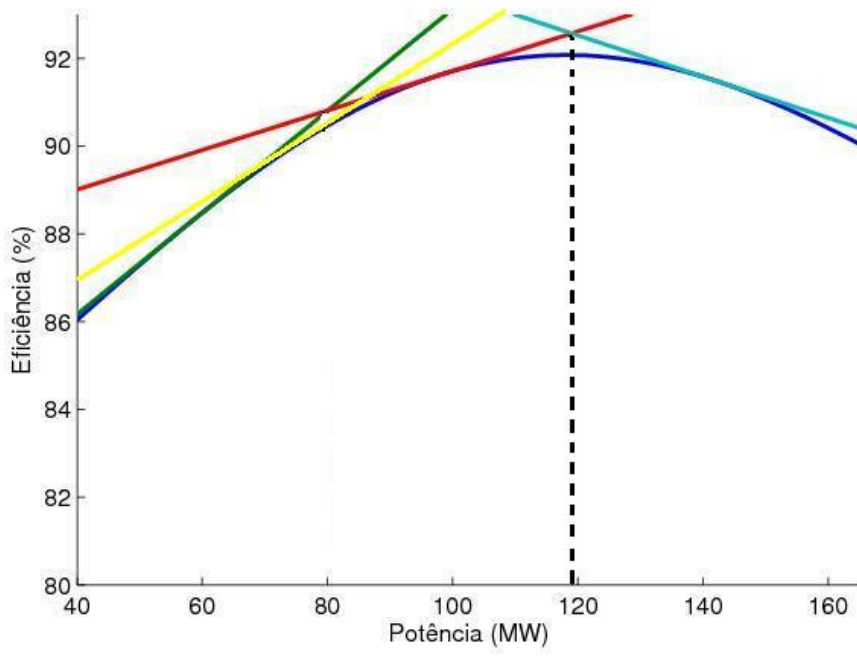


Figura 4.8 - Novo teste de alocação de geração

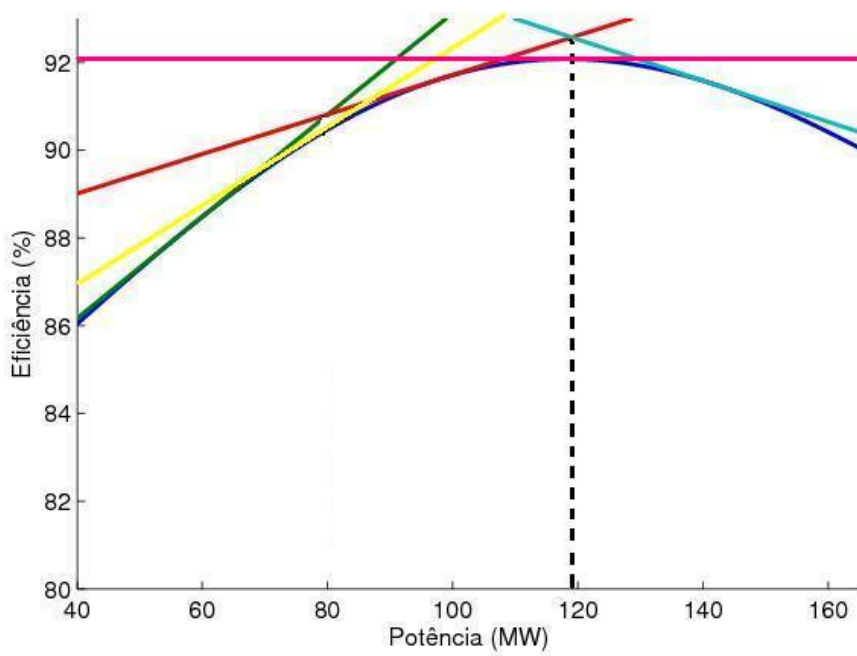


Figura 4.9 - Inserção de cortes

Na Figura 4.9 pode-se ver uma quinta reta e após repetir o procedimento, sua restrição é inserida à formulação:

$$u^{t,k} \leq a_1^k g^{t,k} + b_1^k \quad (4.23)$$

$$u^{t,k} \leq a_2^k g^{t,k} + b_2^k \quad (4.24)$$

$$u^{t,k} \leq a_3^k g^{t,k} + b_3^k \quad (4.25)$$

$$u^{t,k} \leq a_4^k g^{t,k} + b_4^k \quad (4.26)$$

$$u^{t,k} \leq a_5^k g^{t,k} + b_5^k, \quad (4.27)$$

É importante ressaltar que as retas apresentadas se referem apenas a um tipo de curva k , e valem para todos os períodos t . Supondo que sejam 3 os períodos, tem-se 15 restrições referentes à curva k . Estas restrições limitam os valores possíveis de u aos segmentos de reta ilustrados na Figura 4.10.

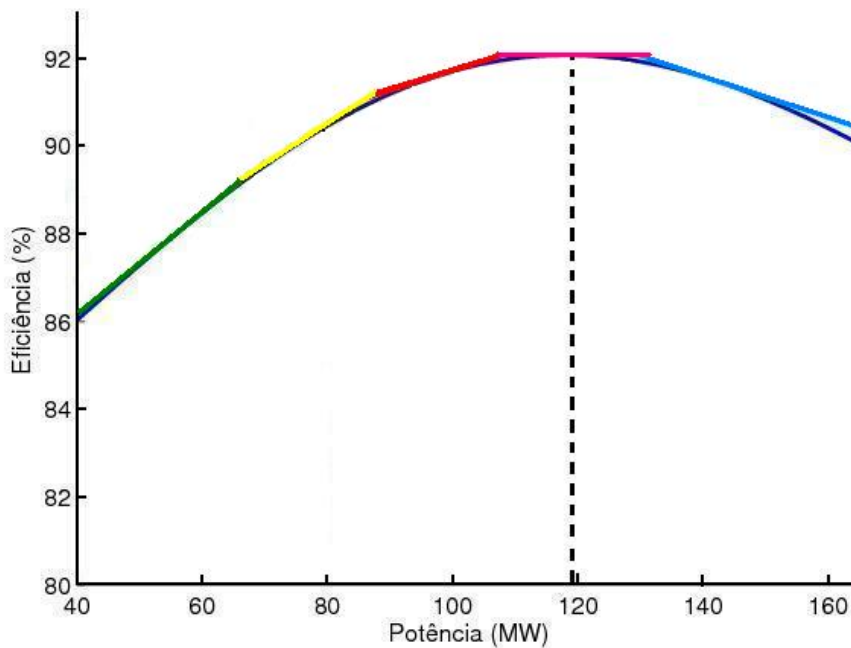


Figura 4.10 - Curva de eficiência aproximada por cortes

Para a resolução do problema o pacote computacional Lingo usa o método de *Branch and Bound* (B & B) a cada iteração. O processo de inclusão de retas é repetido até a convergência. A formulação é apresentada na próxima seção, onde o objetivo é maximizar a eficiência ponderada para todos os patamares, com a eficiência de cada UG limitada pelas retas.

4.3 Resolução do Problema

4.3.1 Formulação computacional

Considerando o processo de inserção de novas retas descrito na seção anterior e que todas as UGs são despachadas independentemente mesmo que possuam a mesma curva de eficiência. Para a formulação computacional do problema, as constantes são:

j	Índice da UG
k	Índice do tipo de curva de eficiência
t	Índice do patamar
$\eta^k(\cdot)$	Curva de eficiência do tipo k
\underline{G}^k	Limite mínimo de geração das UG tipo k quando despachada (MW)
\overline{G}^k	Limite máximo de geração das UG tipo k (MW)
H^t	Número de horas de permanência do patamar t (h)
P^t	Preço da energia no patamar t (R\$)
D^t	Carga da UHE no patamar t (MW)
m^k	Índice da reta aproximante à curva de eficiência tipo k
\mathbb{M}^k	Conjunto de índices de retas aproximantes à curva de eficiência tipo k

sendo as variáveis:

g_j^t	Potência gerada pela UG j do tipo k no patamar t (MW)
z_j^k	Variável binária que indica se a UG j será do tipo k
$y_j^{t,k}$	Variável binária que indica se a UG j tipo k será ou não despachada no patamar t

A formulação 4.28-4.37:

$$\text{Max } \frac{(\sum_{t \in \mathbb{T}} P^t D^t H^t)}{\left(\sum_{t \in \mathbb{T}} P^t H^t \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{j \in \mathbb{J}} \frac{y_j^{t,k} g_j^t}{u_j^t} \right)} \quad (4.28)$$

$$\text{s.a. } \sum_{j \in \mathbb{J}} g_j^t = D^t \quad (4.29)$$

$$y_j^{t,k} \underline{G}^k \leq g_j^t \leq y_j^{t,k} \overline{G}^k \quad (4.30)$$

$$y_j^{t,k} \leq z_j^k \quad (4.31)$$

$$\sum_{j \in \mathbb{J}} \sum_{k \in \mathbb{K}} z_j^k \leq J \quad (4.32)$$

$$\sum_{k \in \mathbb{K}} z_j^k \leq 1 \quad (4.33)$$

$$u_j^t \leq a_{mk}^k g_j^t + b_{mk}^k \quad (4.34)$$

$$y_j^{t,k} \in \{0,1\} \quad (4.35)$$

$$z_j^k \in \{0,1\} \quad (4.36)$$

$$g_j^t \in \mathbb{R} \quad (4.37)$$

4.3.2 O programa computacional

A formulação acima apresentada é resolvido, como segue a Figura 4.11.

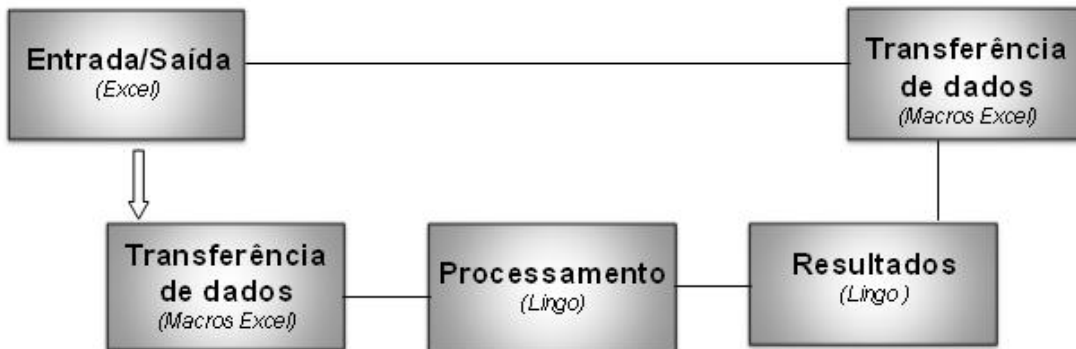


Figura 4.11 - Esquema geral de resolução do modelo

Na solução do problema, foi utilizado o *Excel* para automatizar e salvar os resultados, usando o método matemático de execução paralelo ao da Decomposição de Benders, que foi explicado detalhadamente no Capítulo 3. Para resolver o pacote computacional *Lingo* usando o método de *Branch and Bound*. A 1ª Planilha(Dados de entrada) do *Excel* recebe os dados da UHE em estudo, e através das macros do *Excel* é feita a transferência de dados para o programa *Lingo* que faz o processamento do modelo determinando o tipo de curva de eficiência cada UG deve utilizar e quanto a UG deve gerar a cada intervalo de tempo, ou seja, oferece uma solução inicial(resultado).

Novamente através das macros do *Excel* os resultados processados no *Lingo* são transferidos para o *Excel*, que leva a solução para duas planilhas: uma armazena a solução da iteração em operação(chamada resultados) e a outra armazena a solução de todas as iterações(chamada de Histórico de resultado). A última planilha(LINGO) é compartilhada com as macros que recebem os dados em modelo computacional permitindo assim a sua execução no *Lingo*.

A partir da solução inicial, os resultados de cada iteração são testados e fornecem novos dados de entrada(cortes de Benders) para a próxima resolução. Os processos são resolvidos iterativamente até a convergência. Este modelo é considerado para UG despachadas independentemente, ou seja, cada UG é tratada de forma individual.

É interessante ressaltar que ao término da resolução, a planilha Histórico de resultados permite a análise dos resultados a cada iteração.

Como exemplo ilustrativo do programa a planilha Dados de Entrada é apresentada (Figura 4.12):

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2			tempo inicial	tempo final	Preço	1	1	1
3			26/9/2010 19:49	27/9/2010 17:31	Período pat	20	20	60
4								
5			Numero de UG		6			
6			Qtde de patamares		3			
7			Patamares		828,5	571,5	430	
8			Tipos de UG		3			
9			Ger min		40			
10			Ger max		175			
11			Delta		0,01			
12								
13	Tipo	Qtde retas	Coef. angulares retas					
14	1	3	0,051317008497078	0,001087192108653	-0,011428050626987			
15	2	3	0,093484465082449	0,069951674558637	0,002011327072846			
16	3	3	0,080860647621763	0,027191140932157	-0,087813481522281			
17	4							
18	5							
19	6							
20	7							
21	8							
22	9							
23	10							
24								
25	Tipo	Qtde retas	Coef. lineares retas					
26	1	3	89,781355727200200	94,066566098684500	95,677871675849500			
27	2	3	83,382762832478200	85,547237699931800	94,215295200154900			
28	3	3	86,406293421814700	91,43820103021100	105,918802409508000			
29	4							
30	5							
31	6							
32	7							
33	8							
34	9							
35	10							
36								
37	Curvas	a4	a3	a2	a1	a0		
38	1	-0,0000001239	0,0000588082	-0,0105551121	0,8474597240	68,5522211474		
39	2	-0,0000000717	0,0000243507	-0,0033929438	0,3117180254	78,0969823989		
40	3	-0,0000000034	-0,0000075174	0,0014176087	-0,0001360815	87,7850640894		
41	4							
42	5							
43	6							
44	7							
45	8							
46	9							
47	10							
48								
49								
50								

Figura 4.12 - Tela do Excel - Dados de Entrada

5 ESTUDOS DE CASO

5.1 Otimização da UHE de Sobradinho

A repotenciação de UHE exige uma realização de análises técnicas a fim de se conhecer a eficiência da geração de energia e o estado atual dos equipamentos. A estimativa do tempo de vida residual da usina e a introdução oportuna de ações corretivas são os principais objetivos destas análises, sempre visando a otimização da geração elétrica (redução de perdas) e o aumento da confiabilidade.

Na prática, por questões econômicas ou de conveniência, geralmente são instaladas turbinas iguais dentro de uma UHE, mas existem casos de UHE com diferentes conjuntos de UG no SIN, como é o caso da UHE Ilha Solteira.

No entanto, a UHE de Sobradinho da CHESF em estudo possui seis UGs, todas do tipo de turbina Kaplan. E por ser uma UHE antiga, com mais de 30 anos de operação, os comportamentos das UGs se modificaram significativamente ao longo do tempo com relação às características originais, fazendo com que cada UG tenha sua individualidade.

As curvas de Eficiência das UGs da UHE de Sobradinho, medidas após quase 30 anos de instalação são mostradas na Figura 5.1. E os dados de eficiência para cinco destas unidades (Tabela 5.1) foram calculados pela empresa Leningradsky Metallichesky Zavod (LMZ). Estes dados se referem à altura de queda de 24,8 m e são de eficiência em função da potência, onde as eficiências máximas para estes conjuntos de dados são de 92%.

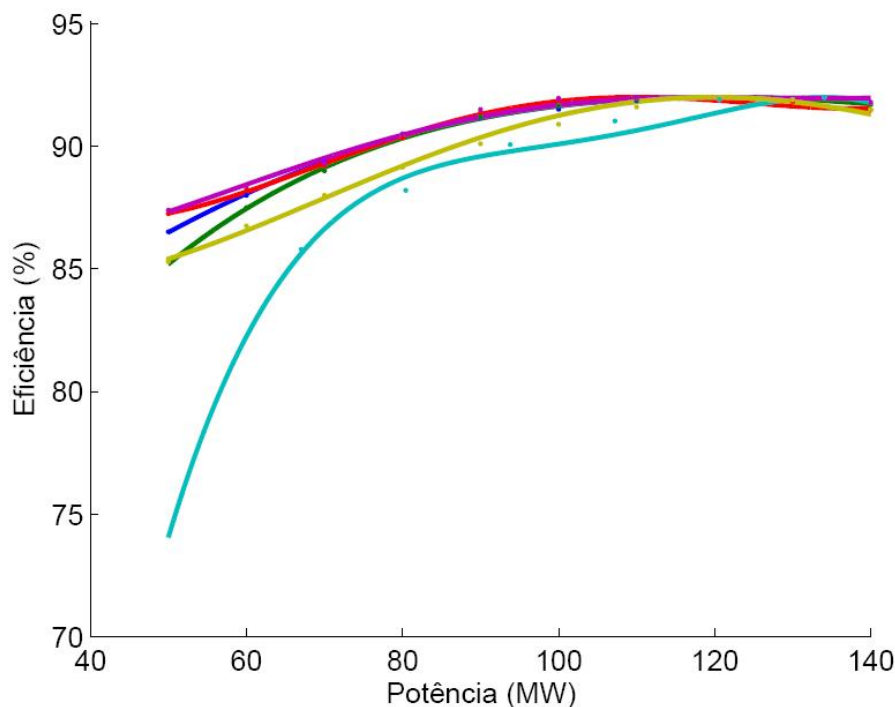


Figura 5.1 - Curvas de eficiência das UG da UHE Sobradinho, medidas após quase 30 anos de instalação

Tabela 5.1 - Dados de eficiência da Usina de Sobradinho					
Potência (MW)	Eficiência (%)				
	UG 1	UG 2	UG 3	UG 5	UG 6
50	86,52		87,25	87,40	85,30
60	88,00	87,50	88,25	88,40	86,75
70	89,35	89,00	89,20	89,30	88,00
80	90,50	90,40	90,34	90,50	89,15
90	91,18	91,20	91,40	91,50	90,10
100	91,50	91,65	91,90	91,96	90,90
110	91,85	91,90	92,00	92,00	91,60
120	92,00	92,00	91,98	92,00	92,00
130		91,90	91,81	91,95	91,90
140		91,70	91,48	91,80	91,50

Sabe-se que é possível obter vários tipos de curvas de eficiência modificando as configurações geométricas das turbinas, ou mesmo combinando diferentes turbinas. Xi-De e Yuan (2009), por exemplo, utilizaram simulações numéricas para obter duas diferentes opções de configurações de turbinas para uma altura de queda fixa da UHE chinesa Yinxiuwan, e assim comparar as curvas de eficiência obtidas com a atual.

Nesta dissertação, a obtenção das diferentes curvas de eficiência para a UHE de Sobradinho é feito pelo ajuste por MQM descrito na sequência.

Nas análises descritas em Colnago (2007) mostra-se dois ajustes baseando nas imposições de condições para alguns pontos, como interpolação e derivada nula. Apresenta-se o tratamento (ajustes polinomiais) dos dados de eficiência e a teoria utilizada para tal. Os menores erros nos ajustes ocorrem, logicamente, nas aproximações por MQM convencional. Assim o Método dos Quadrados Mínimos (MQM) é mais conveniente.

5.1.1 Método dos Quadrados Mínimos- MQM

Na aproximação de um polinômio a pontos no plano, a metodologia mais usual é o Método dos Quadrados Mínimos (MQM) que ajusta os coeficientes do polinômio de forma a minimizar a soma dos quadrados dos erros na aproximação. Mais especificamente, dados N pontos (x_i, y_i) em um plano, o objetivo é encontrar o polinômio $f(x) = a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0$, $k \geq 1$, que melhor se aproxime aos pontos dados, ou seja, que minimize os erros entre o polinômio e os pontos. Nota-se que, se $N = k$, o polinômio interpolará os N pontos, e por isto impõe-se que $N > k$.

Pode-se ver na Figura 5.2 pontos (x_i, y_i) com um polinômio ajustado a eles por MQM. É indicado um ponto e sua aproximação (x_i, \hat{y}_i) onde $f(x_i) = \hat{y}_i$. O erro quadrático na aproximação deste ponto, ou erro ao quadrado, é $(y_i - f(x_i))^2$. O MQM trata de minimizar a soma de todos os erros quadráticos, ou seja, minimizar

$$E = \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - a_k x_i^k - a_{k-1} x_i^{k-1} - \dots - a_1 x_i - a_0)^2. \quad (5.1)$$

Utiliza-se dos erros ao quadrado, primeiro, porque os erros não se cancelam, o que acontece com os erros $y_i - f(x_i)$. Erros negativos podem ser cancelados com erros positivos implicando na pequena soma total dos erros mas com erros altos em módulo. Segundo, porque erros altos são majorados quando levados ao quadrado, fazendo com que a curva, obtida com o método, ajuste-se da melhor maneira possível a todos os pontos.

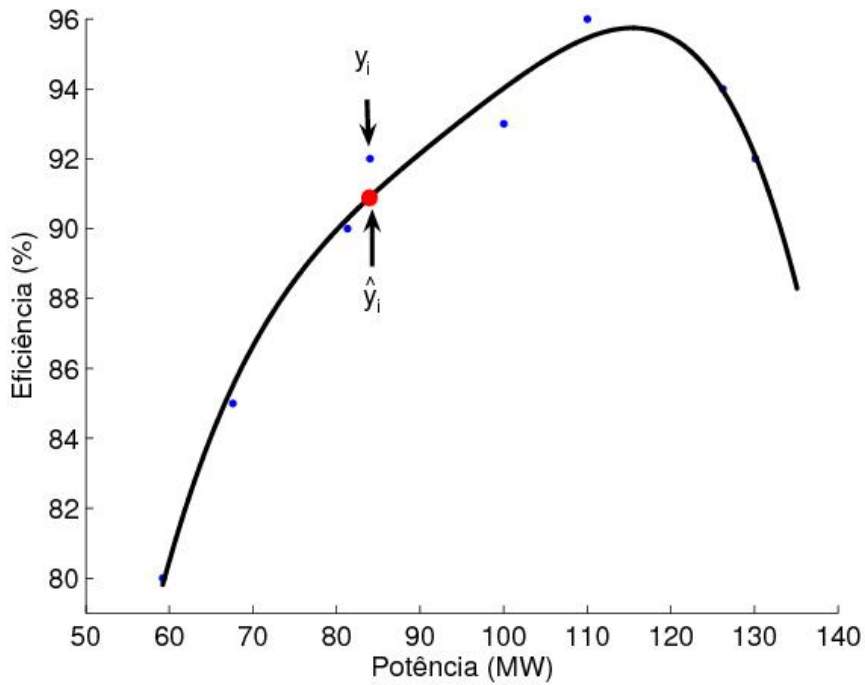


Figura 5.2 - Aproximação por MQM: Pontos y_i e suas aproximações \hat{y}_i

A solução ótima do MQM, ou a solução que minimiza E na equação 5.1, é dada pelo vetor

$$a = \begin{bmatrix} a_k \\ a_{k-1} \\ \vdots \\ a_0 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

que resolve o sistema linear de tamanho $(k + 1) \times (k + 1)$:

$$A^T A a = A^T Y, \quad (5.3)$$

sendo

$$A = \begin{bmatrix} x_1^k & x_1^{k-1} & \cdots & 1 \\ x_2^k & x_2^{k-1} & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N^k & x_N^{k-1} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

e

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Detalhes sobre a invertibilidade da matriz $A^T A$ podem ser vistos em (ANTON; RORRES, 2001).

Assim a Tabela 5.2 apresenta os dados dos ajustes polinomiais àqueles pontos de eficiência da Tabela 5.1, utilizando o Método dos Quadrados Mínimos (MQM), chegando se aos coeficientes a_i ($i = 0, \dots, 4$) dos polinômios da Tabela 5.2, sendo o polinômio da forma:

$$\eta(P) = a_4 P^4 + a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0 \quad (5.6)$$

onde $\eta(P)$ é a eficiência referente à potência P .

5.2 Estrutura de dados

No problema em estudo há o interesse em tipos de curva de eficiência referentes à usina de Sobradinho, mostradas as curvas após quase 30 anos de instalação na Figura 5.1, e desenvolvendo o Método dos Quadrados Mínimos (MQM), a escolha que se ajusta de forma diferenciada das demais são as curvas da Figura 5.3.

Para a simulação considerou-se a primeira uma Kaplan, e as demais do tipo Hélice que possuem curvas de eficiência mais acentuadas, e de possível instalação para uma altura de queda de 24,8 m fazendo referência com os dados da empresa LMZ. Verifica-se que o primeiro tipo possui eficiências mais constantes que as demais.

A Tabela 5.3 apresenta os coeficientes das curvas usadas para a simulação. O estudo em questão visa a verificação do potencial da metodologia implementada para a escolha das melhores curvas de eficiência dadas. É possível que alguma curva apresentada não possa ser obtida para as condições de rotação e vazão das UGs da UHE.

Tabela 5.2 - Coeficientes dos ajustes polinomiais

UG	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
1	-2.994906808909122e-008	1.485917921349413e-005	-3.709048131892224e-003	4.552629682629860e-001	7.131231398572581e+001
2	-1.003023725414418e-007	4.931337571849581e-005	-9.920395790207180e-003	9.438471576171506e-001	5.717722719355797e+001
3	6.479791660328350e-008	-1.926584150484726e-005	5.518385776336118e-004	2.329614515506795e-001	7.585276561312351e+001
4	-3.131426938274413e-007	1.085429410061250e-004	-1.466689760509254e-002	1.036998017293187e+000	5.611107853786395e+001
5	4.029848427740966e-008	-1.727214124457712e-005	1.651358342061485e-003	6.725460428421723e-002	8.171262625743633e+001
6	2.049849085971360e-007	-9.032022652712239e-005	1.302968179312170e-002	-6.421455326009237e-001	9.499772688332381e+001

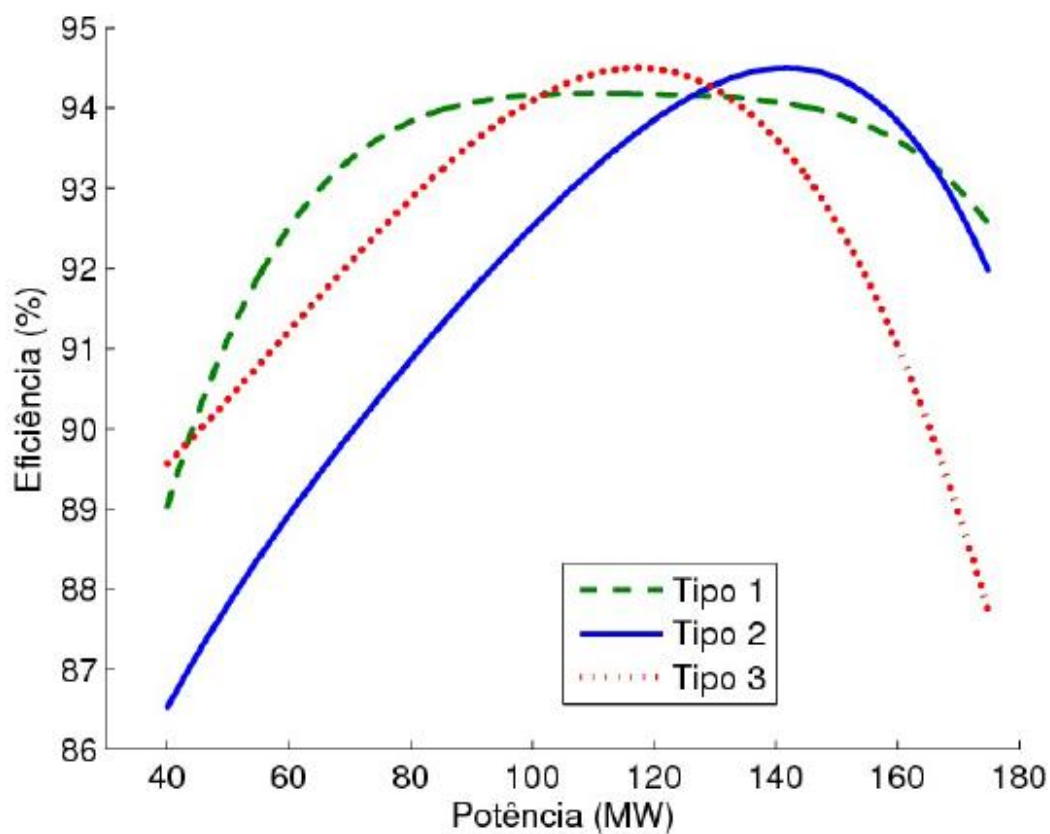


Figura 5.3 - Diferentes tipos de curvas de eficiência

Tabela 5.3 - Coeficientes dos ajustes polinomiais

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
a_4	-1,239298950030878e-007	-7,174038915902906e-008	-3,388495204687356e-009
a_3	5,880821953760572e-005	2,435069096534484e-005	-7,517449597304923e-006
a_2	-1,055511212978125e-002	-3,392943829027744e-003	1,417608703364447e-003
a_1	8,474597240428969e-001	3,117180254489869e-001	-1,360815496906642e-004
a_0	6,855222114740785e+001	7,809698239891371e+001	8,778506408935795e+001

Para todos os cenários utiliza-se as três curvas de eficiência cujos coeficientes encontram-se na Tabela 5.3.

5.3 Cenário da UHE de Sobradinho 1

5.3.1 Patamares de geração

Neste problema de simulação de combinação de diferentes turbinas, não existe o interesse no detalhamento do despacho hora a hora, mas da carga média global. Desta forma, as informações de patamares de geração (potência e hora de permanência) são suficientes para a análise.

Além da potência e duração dos patamares, a ponderação pelo preço da energia pode representar um fator importante. Atualmente, a política de operação do SIN não remunera ganhos de eficiência, mas esta é uma questão mutável em um futuro não distante no setor. Assim, optou-se otimizar a eficiência ponderada pelos patamares (potência e permanência) obtidos através do histórico de operação. E os preços da energia foram considerados 1, não havendo ponderação por preço na função objetivo. Deve-se levar em conta, também, restrições de natureza operativa das UHEs e UGs como, por exemplo, o atendimento da carga em cada patamar e zonas proibidas de operação.

No problema apresentado existe o interesse em obter patamares de geração de energia elétrica para representar a geração diária de uma usina. Isto é realizado inicialmente através de um histórico de geração. O caso em estudo apresenta uma curva de geração de um dia com base de meia hora (Figura 5.4, referente à carga de Sobradinho no dia 23/09/2007). A partir do histórico, calcula-se a frequência de ocorrência dos valores de geração de acordo com intervalos de potência determinados (Figura 5.5). A partir daí obtém-se a curva de permanência da carga, apresentada na Figura 5.6. A ordenada da curva de permanência representa a potência e a abcissa o valor percentual de tempo em que uma determinada potência foi igualada ou ultrapassada no histórico de dados. Por exemplo, na Figura 5.6 em 100% do tempo, a potência foi igual ou superior a 400 MW, e em 20% do tempo a potência esteve acima de 685 MW.

A partir da curva de permanência, dividiu-se o intervalo de 100% em 3 partes, sendo dois com duração de 20% e o último com duração de 60%. Cada um destes patamares representa a média do valor mínimo e máximo do período correspondente. A Tabela 5.4 possui as informações sobre os patamares obtidos.

Curvas de permanência são frequentemente utilizadas em estudos hidrológicos para análises

de vazão de uma bacia, rio, etc. No entanto, elas podem ser utilizadas para qualquer unidade de medida. Ela relaciona um valor medido com sua frequência de ocorrência ao longo do tempo.

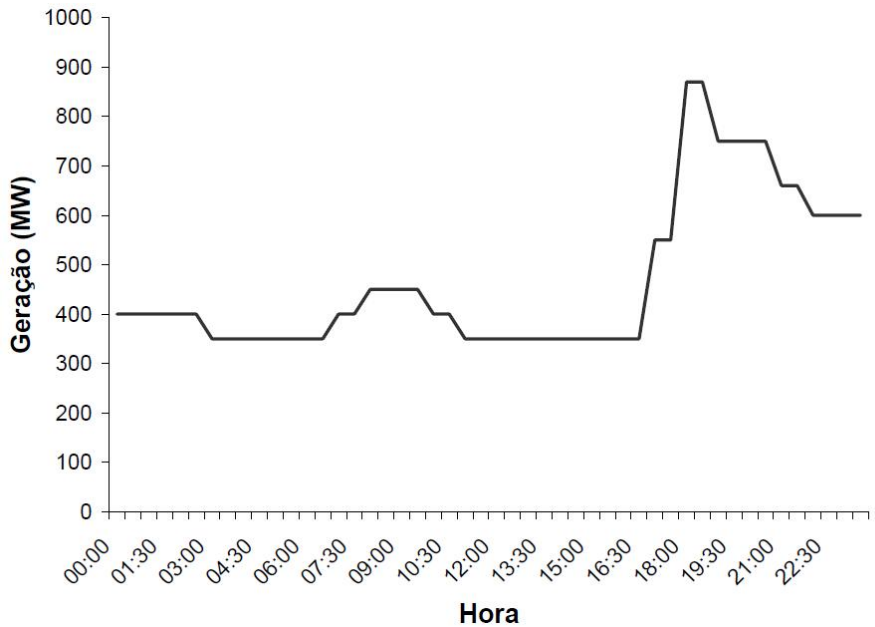


Figura 5.4 - Curva diária da geração da UHE Sobradinho no dia 23/09/2007

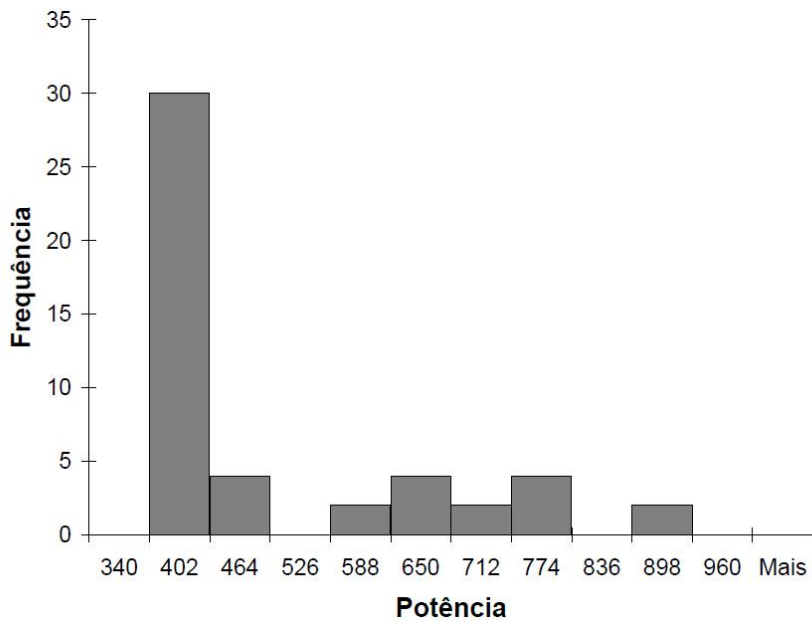


Figura 5.5 - Frequência das potências do dia 23/09/2007

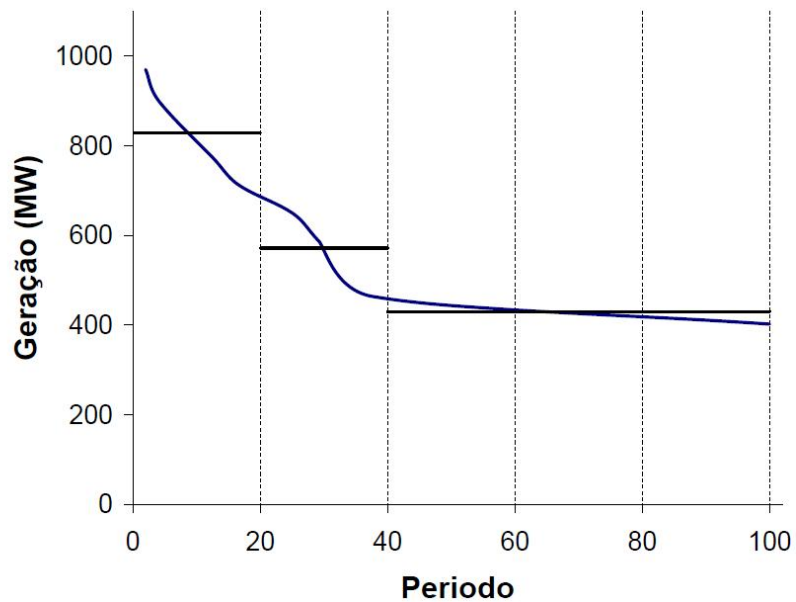


Figura 5.6 - Curva de permanência das potências no dia 23/09/2007

Tabela 5.4 - Patamares de geração-UHE Sobradinho

Patamar	1	2	3
Potência (MW)	828,5	571,5	430
Período (%)	20	20	60
Preço (R\$/MWh)	1	1	1

5.3.2 Resultado obtido com o modelo

O problema foi resolvido com tolerância de $\alpha = 0,01$ e fixado o tempo computacional limite de 30 minutos a cada iteração. Obteve-se a solução ótima da função objetivo igual a 94,406 em 7 iterações. A Figura 5.7 mostra a convergência do método. A cada iteração a tendência é que o valor da função objetivo decresça pois, ao chegar-se a uma solução, insere-se novos cortes que fazem com que na iteração seguinte a eficiência torne-se menor, ou seja, os cortes aproximantes passam a esta mais próximos da curva de eficiência. Mas o crescimento nas últimas iterações até 94,406, indica a convergência para ótimos locais.

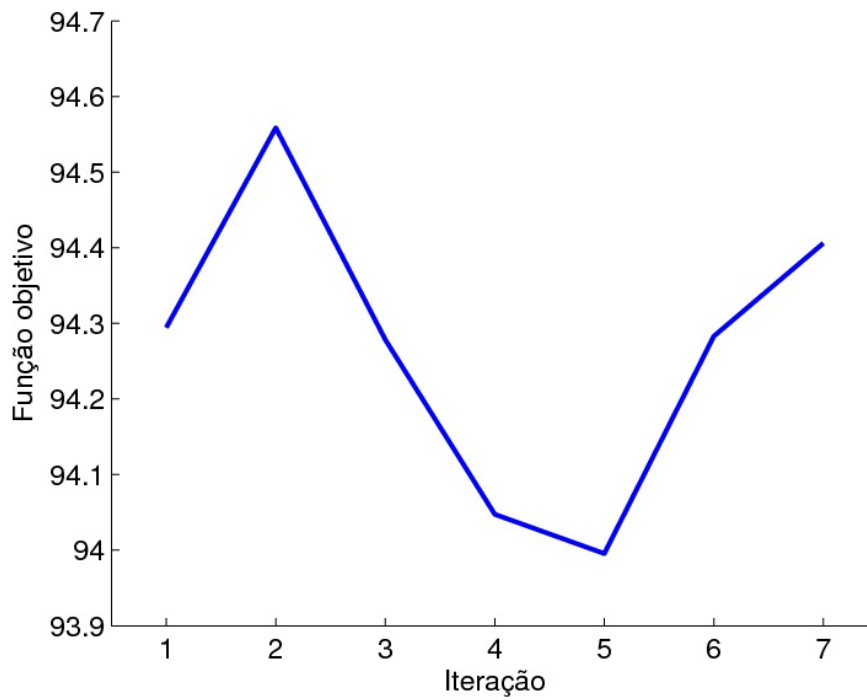


Figura 5.7 - Convergência das iterações cenário 1

No final foram inseridas 12 cortes de Benders para a curva tipo 1, 11 para a 2 e 10 para a 3. Na solução ótima foram escolhidas 5 UGs com curvas do tipo 2 e 1 UG do tipo 3. A Figura 5.8 mostra todos os 11 cortes de Benders da curva tipo 2 que foi escolhida por mais vezes para a UG.

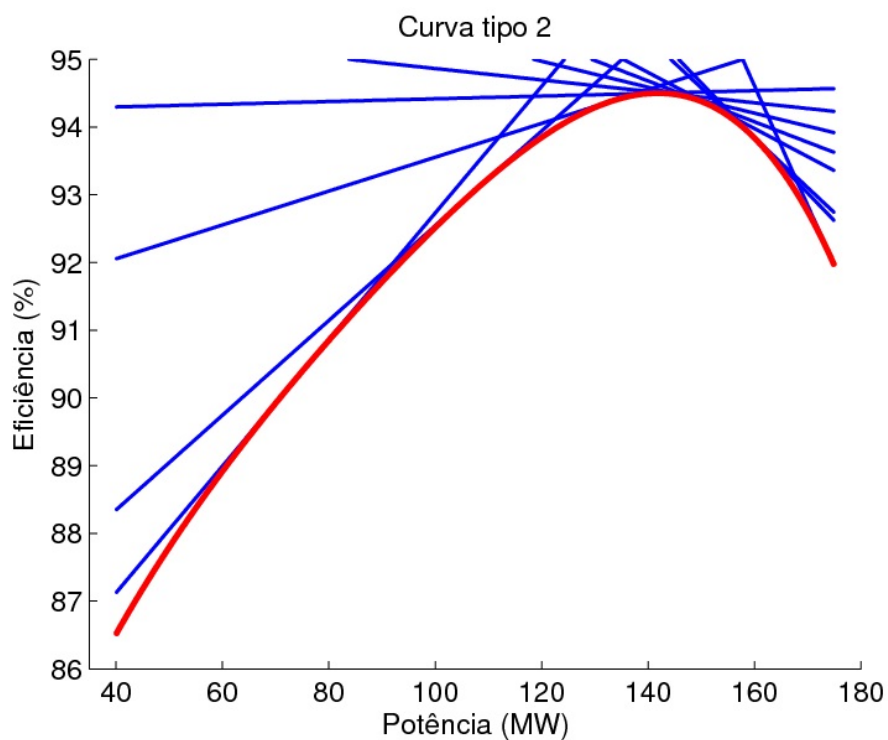


Figura 5.8 - Curva tipo 2 com os Cortes de Benders inseridos

A solução ótima apresentada na Tabela 5.5 mostra a alocação ótima de geração para os patamares praticados no dia 23/09/2007 e o principal destaque é na geração da UG 1, onde foi escolhida a do tipo 3, a alocação de geração assume valores mais baixos, justamente na região onde este tipo possui eficiências mais altas. Desta forma, a geração das demais foi aumentada.

Tabela 5.5 - Solução ótima da alocação de geração cenário 1

Patamar	Geração					
	UG 1	UG 2	UG 3	UG 4	UG 5	UG 6
1	114,63	142,77	142,77	142,77	142,77	142,77
2	126,09	0	148,47	148,47	148,47	0
3	127,78	151,11	0	151,11	0	0

5.4 Cenário da UHE de Sobradinho 2

5.4.1 Patamares de geração - CCEE

Neste segundo cenário utilizou-se dados do patamar obtidos na CCEE (Câmara de Comercialização de Energia Elétrica)¹ e outros dados verificados na operação da própria UHE. As informações referentes aos períodos de permanência de cada patamar e fatores de demanda para cada patamar referem-se ao ano de 2010.

Os fatores de demanda por patamar são do programa NEWAVE. Cada subsistema possui seus fatores, que se referem à demanda média daquele subsistema. Supondo que a demanda média do subsistema Sudeste (SE) é D , a carga no patamar pesado em janeiro de 2010 está previsto como $1,13D$, no patamar médio $1,08D$ e no leve $0,86D$ (Tabela 5.6). Como estes fatores são para os subsistemas e não por UHE, em cada cenário considera-se uma carga média compatível com a potência nominal da UHE para calcular, assim, as cargas nos patamares.

Na Tabela 5.6, tem-se os quatro subsistemas elétricos brasileiro, Sudeste e Centro Oeste (SE), Sul (S), Nordeste (NE) e Norte (N).

¹www.ccee.org.br

Tabela 5.6 - Fatores de demanda por patamar e subsistema - ano 2010

	SE			S		
	PESADO	MÉDIO	LEVE	PESADO	MÉDIO	LEVE
JAN	1,13	1,08	0,86	1,07	1,10	0,85
FEV	1,15	1,07	0,86	1,10	1,10	0,84
MAR	1,18	1,07	0,84	1,15	1,09	0,81
ABR	1,21	1,08	0,84	1,23	1,11	0,80
MAI	1,24	1,08	0,83	1,26	1,11	0,79
JUN	1,24	1,07	0,83	1,26	1,10	0,79
JUL	1,24	1,07	0,82	1,26	1,10	0,77
AGO	1,23	1,07	0,83	1,25	1,10	0,79
SET	1,22	1,07	0,84	1,25	1,10	0,79
OUT	1,20	1,08	0,84	1,21	1,11	0,80
NOV	1,17	1,08	0,85	1,16	1,12	0,81
DEZ	1,17	1,07	0,85	1,12	1,10	0,83
TOTAL	1,20	1,08	0,84	1,19	1,10	0,81

	NE			N		
	PESADO	MÉDIO	LEVE	PESADO	MÉDIO	LEVE
JAN	1,13	1,04	0,91	1,07	1,01	0,96
FEV	1,15	1,03	0,92	1,07	1,01	0,96
MAR	1,15	1,04	0,89	1,08	1,02	0,95
ABR	1,17	1,05	0,89	1,09	1,02	0,95
MAI	1,17	1,05	0,89	1,09	1,02	0,95
JUN	1,18	1,04	0,89	1,08	1,02	0,95
JUL	1,18	1,04	0,88	1,08	1,02	0,95
AGO	1,18	1,05	0,88	1,08	1,02	0,95
SET	1,17	1,05	0,88	1,09	1,02	0,95
OUT	1,16	1,05	0,89	1,09	1,01	0,96
NOV	1,16	1,05	0,90	1,09	1,01	0,96
DEZ	1,16	1,03	0,91	1,08	1,01	0,96
TOTAL	1,16	1,04	0,89	1,08	1,02	0,95

A quantidade de horas de cada patamar para 2010 está apresentado na Tabela 5.7. Os valores percentuais estão na Tabela 5.8. No total, aproximadamente 37,79%, 51,87% e 10,34% são os percentuais de permanência dos patamares leve, médio e pesado, respectivamente, no ano.

Tabela 5.7 - Horas de permanência dos patamares - ano 2010

	LEVE	MÉDIO	PESADO	TOTAL
JAN	289	380	75	744
FEV	256	348	69	673
MAR	265	398	81	744
ABR	282	366	72	720
MAI	289	380	75	744
JUN	270	375	75	720
JUL	265	398	81	744
AGO	277	389	78	744
SET	270	375	75	720
OUT	288	380	75	743
NOV	282	366	72	720
DEZ	277	389	78	744
TOTAL	3310	4544	906	8760

Tabela 5.8 - Percentual de permanência dos patamares - ano 2010

	LEVE	MÉDIO	PESADO
JAN	38,84	51,08	10,08
FEV	38,04	51,71	10,25
MAR	35,62	53,49	10,89
ABR	39,17	50,83	10,00
MAI	38,84	51,08	10,08
JUN	37,50	52,08	10,42
JUL	35,62	53,49	10,89
AGO	37,23	52,28	10,48
SET	37,50	52,08	10,42
OUT	38,76	51,14	10,09
NOV	39,17	50,83	10,00
DEZ	37,23	52,28	10,48
TOTAL	37,79	51,87	10,34

5.4.2 Preços por patamares - CCEE

Os preços obtidos no site da CCEE são os preços médios para cada semana. Aqui está sendo considerado o preço médio por mês (Tabela 5.9). Nota-se que a diferença de preços entre patamares de um mesmo subsistema não é grande, sendo mais importante a diferença entre subsistemas e períodos do ano. A Tabela 5.10 possui as médias calculadas por patamar, para o ano de 2009.

Tabela 5.9 - Preço por patamar e subsistema - ano 2009

	LEVE				MÉDIO				PESADO			
	SE	S	NE	N	SE	S	NE	N	SE	S	NE	N
JAN	82,08	82,08	78,84	78,84	83,20	83,24	79,06	79,06	83,26	83,26	79,24	79,69
FEV	46,50	56,86	25,69	25,69	55,20	72,88	25,84	25,84	55,90	72,88	25,84	25,84
MAR	85,41	85,41	81,08	27,21	88,83	89,68	81,47	27,60	90,26	90,26	83,17	27,84
ABR	50,72	50,72	35,24	16,31	54,30	58,38	35,59	16,31	59,25	59,25	35,63	16,31
MAI	38,77	38,77	30,76	16,31	38,78	38,96	30,97	16,31	39,76	39,79	31,01	16,31
JUN	39,01	39,01	27,81	19,78	39,02	39,02	27,90	19,78	39,57	39,57	28,37	20,00
JUL	32,78	32,78	27,54	27,54	32,83	32,83	27,55	27,55	33,21	33,21	27,58	27,58
AGO	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31
SET	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31
OUT	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31
NOV	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31
DEZ	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31	16,31
TOTAL	38,07	38,93	32,38	24,44	39,48	41,38	32,49	24,50	40,23	41,65	32,70	24,59

Tabela 5.10 - Preço por patamar - ano 2009

	LEVE	MÉDIO	PESADO
JAN	80,46	81,14	81,37
FEV	38,68	44,94	45,11
MAR	69,77	71,89	72,88
ABR	38,25	41,14	42,61
MAI	31,15	31,25	31,72
JUN	31,40	31,43	31,88
JUL	30,16	30,19	30,40
AGO	16,31	16,31	16,31
SET	16,31	16,31	16,31
OUT	16,31	16,31	16,31
NOV	16,31	16,31	16,31
DEZ	16,31	16,31	16,31
TOTAL	33,45	34,46	34,79

Com os dados expostos anteriormente, criou-se o segundo cenário, apresentado na Tabela 5.11. Utilizou-se informações da CCEE. Como a CCEE fornece fatores de carga para cada subsistema, adotou-se por utilizar uma potência base de 800 MW. A partir daí, utilizou-se os fatores referentes ao subsistema nordeste, encontrados na Tabela 5.6, que são 1,16; 1,04 e 0,89 para os patamares pesado, médio e leve, respectivamente. Estes valores são as médias dos fatores para todo o ano de 2010. Desta forma, tem-se que os patamares são de 928, 832 e 712 MW.

Com relação ao tempo de duração de cada patamar, tem-se que para o ano de 2010, 10,34% do tempo refere-se ao patamar pesado, 51,87% ao médio e 37,79% ao leve (Tabela 5.8). Lembrando que estes valores são os percentuais para o ano como um todo. Considerando um dia, ou seja, 24 h, tem-se que (2,48)h, 12,45 h e 9,07 h são os períodos de cada um dos patamares pesado, média e leve, respectivamente.

Já os preços da energia referem-se ao ano de 2009. Os preços médios verificados naquele ano foram R\$ 34,79; R\$ 34,46 e R\$ 33,45 por MWh para os patamares pesado, médio e leve, respectivamente (Tabela 5.10).

Tabela 5.11 - Patamares de geração-UHE Sobradinho 2

Patamar	1	2	3
Potência (MW)	928	832	712
Período (%)	10,34	51,87	37,79
Preço (R\$/MWh)	34,79	34,46	33,45

5.4.3 Resultado obtido com o modelo

O problema foi resolvido com tolerância de $\alpha = 0,01$ e fixado o tempo computacional limite de 30 minutos a cada iteração. Obteve-se a solução ótima da função objetivo igual a 94,455 em 4 iterações, a Figura 5.9 mostra a convergência do método.

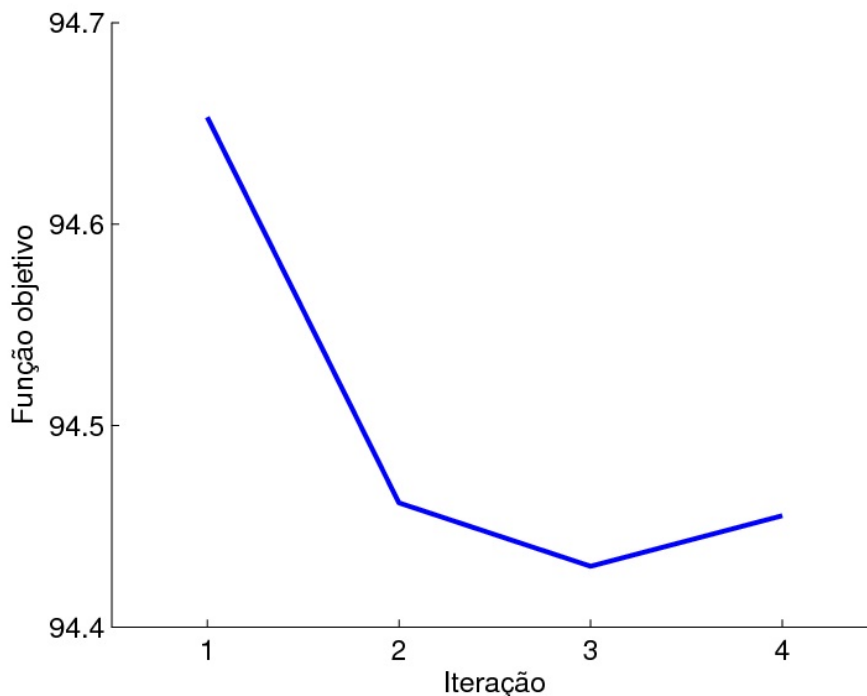


Figura 5.9 - Convergência das iterações cenário 2

Ao final da convergência, a curva tipo 1 continuou com 3 cortes de Benders, ou seja, em nenhuma das iterações foi escolhida esta curva. As curvas tipo 2 e 3 terminaram com 12 e 7 retas, respectivamente, sendo a do tipo 2 a escolhida para 4 UG e a do tipo 3 para 2 UG na solução ótima.

A solução ótima é apresentada na Tabela 5.12.

Tabela 5.12 - Solução ótima da alocação de geração cenário 2

Patamar	Geração					
	UG 1	UG 2	UG 3	UG 4	UG 5	UG 6
1	154,67	154,67	154,67	154,67	154,67	154,67
2	136,25	139,15	139,15	139,15	139,15	139,15
3	142,34	0	139,15	143,50	143,50	143,50

As simulações com o modelo computacional de cortes para a usina de Sobradinho com seis

UGs em dois estudos de caso, convergiram para soluções muito próximas. Já para problemas maiores, como para uma outra usina testada, com vinte UGs, o modelo se mostra pouco robusto, não convergindo para solução alguma.

Para estes cenários de uma usina com seis UGs, o tempo de resposta do programa é bastante favorável a aplicabilidade, porém um problema maior, com várias UGs pode torná-lo um problema de solução demorada, já que o número de variáveis inteiras cresce consideravelmente.

Assim esta metodologia se mostrou bastante adequada ao problema, que buscou utilizar-se de uma formulação mais simplificada possível, trazendo vantagem do ponto de vista da sua rápida resolução para cenários com poucas UGs.

6 DISCUSSÃO E COMENTÁRIOS

6.1 Conclusões

A repotenciação das UHE é uma alternativa viável para ganhos de potência, além de não gera impactos ambientais uma vez que elas já se encontram instaladas. É um investimento de baixo custo e curto prazo de implementação se comparado à implementação e construção de novos empreendimentos, tornando-se um atrativo ao investidor porque melhora a confiabilidade do sistema que visa atender a futura demanda de energia.

Sabe-se que as UHEs em operação não atingem a eficiência desejada desde a sua construção devido ao desgaste dos equipamentos e outros fatores. Essas perdas geram a necessidade de escolha ótima de curvas de eficiência e também uma possível troca do conjunto turbina - gerador. As UHEs instaladas geralmente têm em seu modelo de construção os mesmos perfis de curvas, ao invés de uma combinação de perfis de curvas diferentes.

A UHE com perfis de curvas diferentes em operação tem um aumento do potencial significativo uma vez que a eficiência está acima de 94%, diferente da operação atual em que a eficiência máxima é de 92%, viabilizando assim o investimento, pois possibilita um ganho de eficiência na ordem de 2%.

Foi apresentado um modelo computacional de Cortes utilizando o método da Decomposição de Benders para simular a repotenciação de uma usina. O modelo escolhe tipos de curvas de eficiência para unidades geradoras e otimiza a geração da usina, fazendo o despacho da carga entre as unidades de forma a maximizar a eficiência na geração.

Dados de carga verificados na UHE em foco (Sobradinho da CHESF) e perfis de curvas (características de turbinas Hélice e Kaplan) foram utilizados nas simulações. É possível que algumas curvas apresentadas não possam ser aplicadas às condições de rotação e vazão das UGs da UHE, mas o estudo é válido para a verificação do potencial da metodologia implementada para a escolha das melhores curvas de eficiência dadas, sendo assim uma ferramenta a ser utilizada para auxiliar a escolha de projetos de repotenciação em usinas hidrelétricas.

Os resultados dos estudos de caso mostram que o melhor a se fazer em uma suposta repo-

tenciação no caso das condições apresentadas é escolher turbinas diferentes para as UG de uma mesma usina. O resultado também aponta a vantagem de se combinar turbinas hélices despachadas na base e Kaplan fazendo segmento de carga. Com a vantagem adicional da turbina Hélice apresentar menor custo.

A formulação computacional do modelo no *Excel* em conjunto com o programa *LINGO 11.0* para a resolução se mostrou eficiente permitindo verificar a exequibilidade nos estudos de caso, principalmente com relação ao tempo computacional. A dificuldade encontrada para adotar essa técnica como ferramenta de otimização, foi a necessidade de um interface que permita gerar toda a formulação ao padrão adequado ao *LINGO 11.0*.

Por último, a formulação foi implementado nestes programas principalmente pela sua versatilidade. Qualquer programa de despacho de máquinas que venha a ser implementado para a sua utilização num Centro de Operação, deverá ser implementado numa linguagem computacional confiável e que permita sua interação com outros sistemas computacionais que operam em tempo real.

Logo esta metodologia proposta visa auxiliar a escolha do tipo de curva de eficiência característica de turbinas e a alocação de geração para uma usina candidata à repotenciação de maneira que atenda as restrições de projeto.

6.2 Sugestão de trabalhos futuros

A grande maioria das usinas hidrelétricas tem instaladas máquinas que caracteristicamente são iguais. Neste trabalho foi apresentado um modelo para auxiliar a escolha do tipo de curva de eficiência característica de turbinas e a alocação de geração destas usinas. Existem porém, usinas que possuem máquinas diferentes. Para este tipo de problema, a premissa da turbinas instalada ser de apenas um tipo, não será válida. Uma evolução do modelo seria considerar essa possibilidade.

Um fator interessante é a utilização de outros métodos de busca para a formulação proposta, no sentido de comparar resultados, ganhos de eficiência e tempo de resolução. E uma evolução do modelo, poderia considerar os custos associados a troca da turbina na usina.

REFERÊNCIAS

ANDRITZ-HYDRO. 2010. Disponível em: <http://www.andritz-hydro.com> (Acesso em: Novembro de 2010).

ANEEL. **Atlas de Energia Elétrica Do Brasil**. 2008.

_____. **Banco de Informações de Geração**. 2010. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/capacidadebrasil.asp> (Acesso em: Novembro de 2010).

ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra Linear com Aplicações**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

ARCE, A.; SOARES, S.; OHISHI, T. Optimización ddel despacho de máquinas em usinas hidroeléctricas. In: **VIII Encuentro Regional Latinoamericano de la CIGRE**. Ciudad del Este-Paraguay: CE 39-10, 1999.

BEALE, E. M. L. **Integer Programming. The state of the Art in Numerical Analysis**. [S.l.: s.n.], 1977. 409-448 p.

BENDERS, J. F. **Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems**. [S.l.]: Numerische Mathematik, 1962.

BERMANN, C. et al. Procedimento de otimização energética de pch's. **PCH Notícias & SHP News**, v. 18, p. 24 – 25, 2003.

CALAINHO, J. A. L. et al. Cavitação em Turbinas Hidráulicas do tipo Francis e Kaplan no Brasil. In: **XV SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**. Foz do Iguaçu, Brasil: [s.n.], 1999.

CHANG, G. W. et al. Experiences With Mixed Integer Linear Programming Based Approaches on Short-Term Hydro Scheduling. v. 16, n. 4, p. 743–749, November 2001.

COLNAGO, G. R. **Modelo de despacho ótimo com tratamento individual de unidades geradoras em usinas hidrelétricas**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007.

CORREIA, P. B. **Um modelo multisetorial para Otimização do Suprimento de Energia - Eletricidade, Gás Natural e Cogeração com Biomassa**. Tese (Doutorado) — FEE-UNICAMP, 1988.

DIXON, S. L. **Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery**. 4. ed. [S.l.: s.n.], 1998.

ECKSTEIN, J. Parallel branch-and-bound algorithms for general mixed integer programming on the cm-5. **SIAM Journal on Optimization**, v. 4(4), p. 794–814, 1994.

ENCINA, A. S. A. **Um Modelo de Otimização Do Despacho de Máquinas Em Usinas Hidrelétricas**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 1999.

ENCINA, A. S. A. **Despacho Ótimo de Unidades Geradoras Em Sistemas Hidrelétricos Via Heurística Baseada Em Relaxação Lagrangeana e Programação Dinamica**. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 2006.

ENCINA, A. S. A. et al. Despacho Ótimo de Unidades Geradoras Em Usinas Hidrelétricas. In: **IX Simpósio de Especialistas Em Planejamento Da Operação e Expansão Elétrica**. Rio de Janeiro: [s.n.], 2004.

ENCINA, A. S. A.; OHISHI, T.; SOARES, S. Optimal Dispatch of Generating Units of the Itaipú Hydroelectric Plant. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 17, n. 1, p. 154–158, 2002.

_____. Optimal dispatch of generating units of the Itaipú hydroelectric plant. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 17, n. 1, p. 154 – 158, 2002.

EPE. **Considerações sobre Repotenciação e Modernização de Usinas Hidrelétricas**. Junho 2008. Nota técnica DEN 03/08.

EPE, E. de P. E. **Plano Nacional de Energia 2030 - PNE 2030**. 2007.

ESTEVES, P. P. I.; DINIZ, A. L.; SAGASTIZÁBAL, C. A. A Mathematical Model for the Efficiency Curves of Hydroelectric Units. In: **X Simpósio de Especialistas Em Planejamento Da Operação e Expansão Elétrica**. Florianópolis, Brasil: [s.n.], 2006.

FAN, J. Y.; MCDONALD, J. D. A Practical Approach to Real Time Economic Dispatch Considering Unit's Prohibited Operating Zones. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 9, n. 4, p. 1737 – 1743, 1994.

FARIA, A. M.; CORREIA, P. de B.; SALMAZO, C. T. Alocação de geração e reserva girante em usinas hidrelétricas considerando as faixas operativas das unidades. In: **XXV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**. Campinas: [s.n.], 1993.

FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. D. Unit Commitment of Single Hydroelectric Plant. **Electric Power Systems Research**, v. 75, p. 116 – 123, 2005.

FLETCHER, R.; LEYFFER, S. Numerical experience with lower bounds for miqp branch-and-bound. **SIAM Journal Optim.**, v. 8(2), p. 604–616, 1998.

GEOFFRION, A. Generalized benders decomposition. **Journal of Optimization Theory and Applications**, Vol. 10, 1972.

GEOFFRION, A. M. Elements of large-scale mathematical programming part i: Concepts. **Management Science**, Vol. 11, p. N° 11, 1970.

GORLA, R. S. R.; KHAN, A. A. **Turbomachinery: Design and Theory**. [S.l.]: Marcel Dekker, Inc., 2003.

GUAN, X.; SVOBODA, A.; LI, C. Scheduling Hydro Power Systems with Restricted Operating Zones and Discharge Ramping Constraints. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 14, n. 1, p. 126–131, 1999.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. [S.l.]: São Paulo, 1988.

_____. **Introduction to Mathematical Programming**. [S.l.]: McGraw-Hill, Inc., 1995.

JUNGER, S. T. M. Introduction to abacus - a branch-and-cut system. **Operations Research Letters**, v. 22, p. 83–95, 1998.

LAND, A. H.; DOIG, A. G. An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems. **Econometrica**. [S.l.: s.n.], 1960. 497-520 p.

LASDON, L. S. **Optimization Theory for Large Systems**. New York: Mac Millan, 1970.

LÁZARO, R. A. R. **Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão por Decomposição de Benders Hierarquizada**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, 1990.

LEE, F. N.; BREIPOHL, A. M. Reserve Constrained Economic Dispatch with Prohibited Operation Zones. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 8, n. 1, p. 246 – 254, 1993.

MATAIX, C. **Mecanica de Fluidos y Maquinas Hidraulicas**. [S.l.]: Harper & Row Publishers Inc., 1970.

MITRA, G. **Investigation of some branch and bound strategies for the solution of mixed**

integer linear programs. [S.l.]: Mathematical Programming, 1973.

NARENDRA, P. M.; FUKUNAGA, K. A. A branch and bound algorithm for feature subset selection. **IEEE Transactions on Computers**, v. 26, n. 9, p. 917–922, 1977.

NEMHAUSER, G. L.; KAN, A. H. G. R.; TODD, M. J. **Handbooks in Operations Research and Management Science.** [S.l.]: North-Holland, 1989. 498-506 p.

NEMHAUSER, G. L.; WOLSEY, L. A. **Integer and Combinatorial Optimization.** [S.l.]: New York, 1988.

NILSSON, O.; SJELVGREN, D. Hydro Unit Start-up Costs and Their Impact on the Short Term Scheduling Strategies of Swedish Power Producers. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 12, p. 38 – 43, 1997.

NILSSON, O.; SÖDER, L.; SJELVGREN, D. Integer Modelling of Spinning Reserve Requirements in Short Term Scheduling Hydro Systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 13, n. 3, p. 959 – 964, 1998.

OHISHI, T. **Planejamento da operação de curto prazo de sistemas hidrotérmicos predominantemente hidráulicos.** Tese (Doutorado) — FEE-UNICAMP, 1990.

ONS. **Operador Nacional Do Sistema Elétrico – 23.3 – Diretrizes e critérios para estudos elétricos.** 2010. Procedimentos de Rede. Acessado em Setembro 2010. Disponível em: <http://www.ons.org.br/download/procedimentos/modulos/Modulo_23/Submódulo%2023.3_Rev_1.1.pdf>.

PROVENÇANO, F. **Despacho Econômico em Usinas Hidrelétricas.** Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 2003.

RODRIGUES, R. N. **Despacho de Unidades Geradoras Hidrelétricas Utilizando Lagrangeano**

Aumentado. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

RONCATTI, M. A. **Avaliação de métodos ótimos e subótimos de seleção de características de texturas em imagens.** Dissertação (Mestrado) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC - USP, 2008.

SALMAZO, C. T. **Modelo de Otimização Eletro-Energérgico de Curto Prazo (Pré-Despacho) Aplicado Ao Sistema Copel.** Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 1997.

SOARES, S. **Programação Matemática de Grande Porte: Uma Aplicação a Sistemas Hidrotérmicos de Potência.** Tese (Doutorado) — FEE-UNICAMP, 1978.

SOARES, S.; SALMAZO, C. T. Minimum Loss Predispatch Model for Hydroelectric Power Plant Systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 12, n. 3, p. 1220 – 1228, 1997.

SOUZA, Z. de; SANTOS, A. H. M.; BORTONI, E. da C. **Centrais Hidrelétricas: estudos para implantação.** [S.l.]: Eletrobrás, 1999.

VEIGA, J. R. C. **Oportunidades de Negócio com a Repotenciação de Usinas: Aspectos técnicos, econômicos e ambientais.** Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Energia - Universidade de São Paulo, 2001.

WINSTON, W. L. **Introduction to Mathematical Programming. Applications and Algorithms.** Second. [S.l.]: Belmont, California, 1995.

WOLSEY, L. A. **Integer Programming.** New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998.

XI-DE, L.; YUAN, H. Numerical simulation-driven hydrodynamic optimization for rehabilitation & upgrading of hydro turbines. In: **Power and Energy Engineering Conference. APPEEC**

Asia-Pacific. [S.l.: s.n.], 2009.