



BERNARDO PEREIRA FORESTI

**Métodos de Diagnóstico de Falhas Aplicados à
Identificação de Parâmetros do Escoamento do
Bombeio Centrífugo Submerso**

84/2014

**CAMPINAS
2014**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

BERNARDO PEREIRA FORESTI

Métodos de Diagnóstico de Falhas Aplicados à Identificação de Parâmetros do Escoamento do Bombeio Centrífugo Submerso

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Janito Vaqueiro Ferreira

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO
ALUNO BERNARDO PEREIRA FORESTI.....

....., E ORIENTADA PELO
PROF. DR. JANITO VAQUEIRO FERREIRA.....

Janito Vaqueiro Ferreira
ASSINATURA DO ORIENTADOR

**CAMPINAS
2014**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

F762m Foresti, Bernardo Pereira, 1983
Métodos de diagnóstico de falhas aplicados à
identificação de parâmetros do escoamento do
bombeio centrífugo submerso / Bernardo Pereira
Foresti – Campinas, SP: [s.n.], 2014.

Orientador: Janito Vaqueiro Ferreira
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual
de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Bombas centrífugas. 2. Bomba centrífuga
submersa. 3. Localização de falhas (Engenharia). 4.
Escoamento multifásico. 5. Vibração. I. Ferreira,
Janito Vaqueiro, 1961-. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III.
Título.

Título em Inglês: Time series fault detection and identification methods applied
to esp flow parameters identification.

Palavras-chave em Inglês: Centrifugal pumps, Submerged centrifugal pump,
Fault location (Engeneering), Multiphase flow, Vibration

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Janito Vaqueiro Ferreira [orientador]

Pablo Siqueira Meirelles

Vicente Lopes Júnior

Data da defesa: 01/09/2014

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

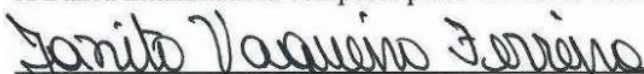
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

**Métodos de Diagnóstico de Falhas Aplicados à
Identificação de Parâmetros do Escoamento do
Bombeio Centrífugo Submerso**

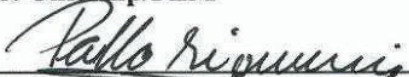
Autor: Bernardo Pereira Foresti
Orientador: Prof. Dr. Janito Vaqueiro Ferreira

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:




Prof., Presidente, Dr. Janito Vaqueiro Ferreira

Instituição: Unicamp/FEM



Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles

Instituição: Unicamp/FEM



Prof. Dr. Vicente Lopes Júnior

Instituição: Unesp/DEM

Campinas, 01 de Setembro de 2014.

Resumo

Neste trabalho buscou-se desenvolver uma metodologia que se valendo de dados de vibração estrutural de carcaça e da operação de uma bomba do bombeio centrífugo submerso (BCS) fosse capaz de identificar as condições de operação deste tipo de máquina, tais como: vazão mássica de líquido e gás, diferença de pressão, eficiência e potência mecânica.

Para isso foram adaptados os seguintes métodos de diagnóstico de falhas: Método Baseado na Densidade Espectral de Potência, Método Baseado na Função Resposta em Frequência, Método Baseado na Medida de Coerência, Métodos Baseados nos Parâmetros do Modelo (Geométrico e Não-geométrico), Métodos Baseados nos Resíduos do Modelo (Baseado na Variância e Auto-covariância dos Resíduos) e Método Baseado em Modelos Funcionais.

Tais métodos requerem a organização de um banco de dados, na fase de levantamento de referências utilizado para comparação com dados obtidos na fase de inspeção, visando à detecção, identificação e estimativa da magnitude das falhas e defeitos, conceitos adaptados para o problema apresentado neste trabalho.

A metodologia foi aplicada a dois casos: o primeiro, numérico, baseado em dados obtidos da simulação de um sistema de três graus de liberdade, foi utilizado para operacionalização da metodologia e antecipação de problemas e dificuldades em sua aplicação. O segundo, experimental, principal foco deste trabalho, baseado em uma bomba utilizada no bombeio centrífugo submerso.

Para aplicação da metodologia ao caso experimental, foi elaborado experimento utilizando uma bomba de BCS de quatro estágios instrumentada operando com escoamento bifásico ar-água em diferentes proporções.

Resultados indicaram bom desempenho na detecção do tipo de escoamento (monofásico/bifásico), na identificação da vazão mássica de gás escoado e na estimativa da vazão de líquido transportado pelo BCS.

Palavras Chave: Bombeio Centrífugo Submerso, Diagnóstico de Falhas, Vibrações Mecânicas, Escoamento Multifásico.

Abstract

In this research a method using structural vibration and operational data of a pump module normally used with an electrical submersible pump (ESP) has been developed to identify operational parameters, such as: liquid and gas flow rate, differential pressure, efficiency and shaft power.

To this end, the following time-series fault detection and identification (FDI) methods were adapted: Power Spectral Density-based Method, Frequency Response Function-based Method, Coherence Measure-based Method, Parameter-based Method (Geometric and Non-geometric), Residual-based Methods (Residual Variance and Residual Uncorrelatedness) and Functional Model-based Method. For FDI, the methods require the set-up of a data base, in the baseline phase used for comparison with data obtained during inspection.

The methodology was applied for two cases: A numerical problem based on a three degrees of freedom system, aiming at making functional the programs used and anticipating problematic issues and experimental data from a real ESP pump module, main focus of this work.

The experiment consists of measuring structural vibration and operational data of an ESP pump while varying liquid and gas flow rates keeping shaft speed and suction pressure constant.

Results have indicated successful detection of flow type (monophasic/biphasic), identification of the gas flow and estimation of the liquid flow pumped by the ESP pump.

Key Words: ESP, Time Series Fault Detection and Identification Methods, Mechanical Vibration, Multiphase Flow.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Produção de Petróleo em Terra e Mar	2
1.2. Tipos de Completação	3
1.3. Métodos de Produção.....	3
1.4. Bombeio Centrífugo Submerso	5
1.4.1. Equipamentos	5
1.4.2. Desempenho	10
1.4.3. Monitoramento e Diagnóstico de Falhas	14
1.5. Motivação	15
1.6. Objetivos, Escopo e Estrutura.....	17
2. REVISÃO DE LITERATURA	19
2.1. Vibração em BCS	19
2.2. Processamento de Sinais no Estudo do escoamento Multifásicos em Tubulações.....	22
3. CONCEITOS DE ESTATÍSTICA.....	25
3.1. Função Densidade de Probabilidade.....	25
3.2. Esperança Matemática	26
3.3. Distribuição Normal	27
3.4. Distribuição Qui-Quadrado.....	28
3.5. Distribuição t de Student.....	28
3.6. Distribuição F de Fisher.....	29
3.7. Teste de Hipóteses	29
4. PROCESSAMENTO DE SINAIS	31
4.1. Processamento de Sinais Aleatórios	31
4.1.1. Densidade Espectral de Potência.....	33
4.1.2. Relações de Sistemas Lineares	36
5. IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA DE SISTEMAS.....	39
5.1. Classes de Modelos Paramétricos.....	40
5.1.1. Modelo Autorregressivo (AR).....	40

5.1.2.	Modelo Autorregressivo com Entrada Exógena (ARX).....	42
5.2.	Seleção de Ordem	43
5.3.	Validação de Modelo	44
6.	MÉTODOS DE DETECÇÃO, IDENTIFICAÇÃO E ESTIMAÇÃO DE MAGNITUDE DE FALHAS OU DEFEITOS	47
6.1.	O Problema de FDI.....	48
6.2.	Estrutura dos Métodos Baseados em Séries Temporais	49
6.3.	Métodos Não-paramétricos.....	50
6.3.1.	Método Baseado na Função Densidade Espectral de Potência	50
6.3.2.	Método Baseado na Função Resposta em Frequência.....	52
6.3.3.	Método Baseado na Medida de Coerência	53
6.4.	Métodos Paramétricos.....	55
6.4.1.	Métodos Baseados nos Parâmetros do Modelo	55
6.4.2.	Métodos Baseados nos Resíduos do Modelo	61
6.4.3.	Método Baseado em Modelo Funcional.....	64
7.	METODOLOGIA	71
7.1.	Simulação Numérica	71
7.2.	Dados Experimentais	74
7.3.	Indicadores para Análise Comparativa dos Resultados	77
8.	DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL.....	79
8.1.	Infraestrutura Laboratorial	79
8.2.	Experimentos Realizados.....	83
8.3.	Aquisição de Sinais.....	84
9.	RESULTADOS	85
9.1.	Resultados da Simulação Numérica.....	85
9.1.1.	Método Baseado na DEP.....	85
9.1.2.	Método Baseado na FRF	87
9.1.3.	Método Baseado na Medida de Coerência	90
9.1.4.	Método Não-geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo	92
9.1.5.	Método Geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo	95
9.1.6.	Método Baseado na Variância do Resíduo.....	96

9.1.7.	Método Baseado na Auto-covariância do Resíduo.....	97
9.1.8.	Método Baseado em Modelos Funcionais.....	97
9.2.	Desempenho.....	103
9.3.	Resultados Experimentais.....	106
9.3.1.	Método Baseado na DEP.....	106
9.3.2.	Método Baseado na FRF.....	108
9.3.3.	Método Baseado na Medida de Coerência.....	111
9.3.4.	Método Não-geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo.....	114
9.3.5.	Método Geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo.....	117
9.3.6.	Método Baseado na Variância do Resíduo.....	118
9.3.7.	Método Baseado na Auto-covariância do Resíduo.....	119
9.3.8.	Método Baseado em Modelos Funcionais.....	120
9.4.	Análise Comparativa dos Resultados.....	123
10.	CONCLUSÕES.....	127
	Referências Bibliográficas.....	131
	Apêndice A – Exemplo de FDI pelo Método Geométrico.....	139
	Apêndice B – Polinômios de Chebyshev.....	143
	Apêndice C – Resultados dos Testes de Desempenho.....	145
	Apêndice D – Resultados do Método Baseado na DEP.....	149
	Apêndice E – Resultados do Método Baseado na FRF.....	151
	Apêndice F – Resultados do Método Baseado na Medida de Coerência.....	155
	Apêndice G – Resultados do Método Não-geométrico Baseado nos Parâmetros.....	157
	Apêndice H – Resultados do Método Geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo.....	161
	Apêndice I – Resultados do Método Baseado na Variância dos Resíduos.....	163
	Apêndice J – Resultados do Método Baseado em Modelos Funcionais.....	165

Agradecimentos

Este trabalho se inicia quando ingresso na faculdade por concurso. A preparação prévia foi a chave para admissão no curso de Engenharia Mecânica da UFMG. Aos meus pais, Márcio de Paiva Foresti e Margarida Maria Viana Pereira, mais que agradecimentos por minha formação, custeada com o sacrifício de ambos, peço desculpas pelo afastamento decorrente da realização do mestrado.

Já engenheiro mecânico, sou admitido pela Petrobras, por concurso público, resultado possível pela boa formação adquirida na UFMG à qual sou grato. Na Petrobras, no Centro de Pesquisa e Desenvolvimento Leopoldo Américo Miguez de Mello, o Cenpes, conheço profissionais fundamentais para a conclusão desta dissertação: Dr. Roberto Carlos Gonçalves, Dr. Cláudio Ziglio, Dr. Marcos Pellegrini, Eng. Carlos Stenio e Dr. Valdir Estevam. Agradeço ao Pellegrini pela sugestão do tema e suporte diário, ao Stenio pelo fornecimento de equipamentos adaptados para os experimentos, ao Valdir pelo incentivo e motivação, e aos gerentes Ziglio e Roberto Carlos, representando a Petrobras, pela oportunidade, incentivo e suporte financeiro. Agradeço também ao amigo Eng. Ricardo Minette pela amizade e por incontáveis horas de discussões que lapidaram este trabalho.

Após a definição do tema, procuro o Prof. Dr. Janito Vaqueiro da Unicamp que aceita me orientar. Sou grato ao mesmo pela oportunidade, orientação e tempo destinado a este projeto.

Na Unicamp, parceira estratégica da Petrobras, encontrei a formação complementar buscada e ambiente adequado para realização do trabalho. No Labpetro, centro de excelência em estudos de petróleo, a parte experimental apresentada neste texto foi desenvolvida. Agradeço ao Prof. Dr. Antônio Bannwart, coordenador do Labpetro, e aos colegas Dr. Jorge Biazussi e Dr. Willian Verde pela cessão do espaço, suporte e confiança.

Agradeço também à Ana Luíza de Souza Pellegrin pela paciência e por tornar minha vida melhor. Por último, seguramente não menos importante, agradeço à Jacy Brito, Marcia Brito, e Marcela de Souza Pellegrin por fazerem me sentir em casa durante os anos passados em Campinas.

Parodiando Neil Armstrong, este trabalho é um pequeno passo para a ciência, mas uma longa caminhada para mim, realizada com o auxílio de todos os aqui citados. A eles, muito obrigado.

Lista de Ilustrações

Figura 1 – Arranjo típico de um poço de BCS (TACKACS, 2009).....	6
Figura 2 – Internos de uma bomba.	7
Figura 3 – Vista explodida de um motor de indução de BCS (TACKACS, 2009).....	8
Figura 4 - Vista em corte de um selo/protetor (TACKACS, 2009).....	9
Figura 5 – Instalação de conjunto BCS.	10
Figura 6 – Curva de desempenho da bomba REDA M675C (SCHLUMBERGER, 2005).	11
Figura 7 – Gráfico de pressão <i>versus</i> vazão(VERDE, 2011).	12
Figura 8 - Gráfico de potência <i>versus</i> vazão(VERDE, 2011).	13
Figura 9 - Gráfico de eficiência <i>versus</i> vazão (VERDE, 2011).	13
Figura 10 – Exemplo de carta amperimétrica (TAKACS, 2009).....	14
Figura 11 – Mancal e impelidor danificados.	15
Figura 12 - Sistema linear.....	36
Figura 13 – Procedimento geral de identificação.	39
Figura 14 – Diagrama de blocos do modelo AR.	41
Figura 15 – Diagrama de blocos do modelo ARX.	42
Figura 16 – Classificação de métodos FDI baseados na análise de séries temporais.....	48
Figura 17 – Sistema de 3 graus de liberdade.	72
Figura 18 – Exemplo de curva e nomenclatura utilizadas.	76
Figura 19 – Estrutura experimental utilizada (VERDE, 2011).	79
Figura 20 – Fotografias da bancada de testes de BCS do Labpetro.	80
Figura 21 – Posicionamento dos sensores de força e aceleração.	82
Figura 22 – Instrumentação utilizada na bomba.....	83
Figura 23 – DEP de x_1 , trecho até 1,2 Hz, para o modo F1 (acima), F2 e F3 (abaixo).	86
Figura 24 – DEP de x_1 quando $S_u = S_{31}$, até 5 Hz (acima) e até 1,3 Hz (abaixo).	86
Figura 25 – FRF entre x_1 e U_1 para F1 (acima), F2 e F3(abaixo).	88
Figura 26 – FRF entre U_1 e x_1 quando $S_u = S_{31}$ até 5 Hz (acima) e até 1,3 Hz (abaixo).	89
Figura 27 – Medida de Coerência entre U_1 e x_2	91
Figura 28 – Teste de hipóteses.	91
Figura 29 – Critérios de parcimônia para $S_{10,25}$, posição x_1	93
Figura 30 – Modelo AR(35), sinal em x_1 , estado $S_{10,25}$	94
Figura 31 – Modelo ARX(57,57), sinal em x_2 , estado $S_{10,25}$	98
Figura 32 – Critérios de parcimônia para o sinal em x_2 , estado $S_{10,25}$	99
Figura 33 – Critérios de parcimônia, posição x_2 , modo de funcionamento F1.....	100
Figura 34 –Estado $S_u = S_{10,25}$, posição x_1 , modelo FPARX(55,55,3).....	100
Figura 35 –Estado $S_u = S_{10,25}$, posição x_1 , modelo FPARX(47,47,3).....	101
Figura 36 –Estado $S_u = S_{10,25}$, posição x_1 , modelo FPARX(55,55,3).....	101

Figura 37 – Gráfico da diferença de pressão x vazão de líquido.....	104
Figura 38 – Gráfico da potência mecânica x vazão de líquido.....	105
Figura 39 – Gráfico do rendimento x vazão de líquido.....	105
Figura 40 – DEP, sensor 3_90_x, modo de operação ‘a’, vazões de teste.....	107
Figura 41 – FRF para escoamento monofásico de água.....	109
Figura 42 – FRF para escoamento bifásico, vazão de ar igual a 1 kg/h.....	109
Figura 43 – FRF para escoamento bifásico, vazão de ar igual a 2 kg/h.....	110
Figura 44 – FRF para escoamento bifásico, vazão de ar igual a 3 kg/h.....	110
Figura 45 – FCO típicas de cada modo de operação.....	112
Figura 46 – Estimativas da Medida de Coerência, sensor 1_90_x para o modo nominal e $Sc0,9160$	113
Figura 47 – Teste de hipóteses, sensor 1_90_x para o modo nominal e $Sc0,9160$	114
Figura 48 – Critérios de Parcimônia pelo sinal de 1_0_y para estado $So0,0042$	116
Figura 49 – Ajuste realizado, modelo AR(56), sensor 1_0_y, estado $Sa0,1267$	116
Figura 50 – Critérios de Parcimônia pelo sinal de 1_0_y para estado $So0,0041$	121
Figura 51 – Ajuste realizado, modelo ARX(51,51), sensor 1_0_y, estado $Sa0,1226$	121
Figura 52 – Critérios de Parcimônia, sensor 4_0_x para o modo de operação Sb	122

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Estados avaliados.....	73
Tabela 2 – Equipamentos e sistemas utilizados.....	80
Tabela 3 – Variáveis medidas e instrumentação utilizada.....	81
Tabela 4 – Identificação dos sensores de força e aceleração.....	82
Tabela 5 – Matriz de testes.....	84
Tabela 6 – Resultados agregados do método baseado na DEP.....	87
Tabela 7 – Valores aproximados das frequências naturais.....	89
Tabela 8 – Resultados agregados do método baseado na FRF.....	90
Tabela 9 – Resultados agregados do método baseado na Medida de Coerência.....	92
Tabela 10 – Ordem dos modelos AR(n) ajustados.....	93
Tabela 11 – Resultados agregados do método não geométrico baseado nos parâmetros.....	95
Tabela 12 – Resultados agregados do método baseado na variância do resíduo.....	96
Tabela 13 – Ordem do modelo ARX(n,n).....	97
Tabela 14 – Ordem final dos modelo ARX(n,n).....	98
Tabela 15 – Dimensão p do modelo FPARX(n,n,p).....	99
Tabela 16 – Resultados agregados do método baseado em modelos funcionais.....	102
Tabela 17 – Resultados agregados da identificação pelo método baseado em modelos funcionais, critério alternativo.....	102
Tabela 18 – Resultados agregados da estimação pelo método baseado em modelos funcionais, critério alternativo.....	103
Tabela 19 – Ordens dos modelos AR.....	115
Tabela 20 – Ordens dos vetores característicos.....	118
Tabela 21 – Número de magnitudes de falhas por modo de operação.....	118
Tabela 22 – Ordem final n do modelo ARX(n,n) para cada sensor e modo de operação.....	120
Tabela 23 – Dimensão de ‘p’ do modelo FPARX(n,n,p) para cada sensor e modo de operação.....	122
Tabela 24 – Comparativo dos resultados dos métodos utilizados.....	124
Tabela 25 – Comparativo da estimação do ponto de <i>surging</i>	125
Tabela 26 – Resultados do teste de desempenho para escoamento monofásico de água.....	145
Tabela 27 – Resultados do teste de desempenho para vazão de gás de cerca de 1 kg/h.....	146
Tabela 28 – Resultados do teste de desempenho para vazão de gás de cerca de 2 kg/h.....	147
Tabela 29 – Resultados do teste de desempenho para vazão de gás de cerca de 3 kg/h.....	148
Tabela 30 – Resultados agregados do método baseado na DEP.....	149
Tabela 31 – Resultados agregados do método baseado na FRF.....	151
Tabela 32 – Resultados agregados do método baseado na FRF.....	152
Tabela 33 – Resultados agregados do método baseado na medida de coerência.....	155
Tabela 34 – Ordem do modelo AR identificado para cada estado e sensor.....	157

Tabela 35 – Resultados agregados do método não-geométrico baseado nos parâmetros.	158
Tabela 36 – Resultados agregados do método geométrico baseado nos parâmetros do modelo.	161
Tabela 37 – Resultados agregados do método baseado na variância dos resíduos.	163
Tabela 38 – Ordem do modelo ARX identificado para cada estado e sensor.	165
Tabela 39 – Resultados agregados do método baseado em modelos funcionais.....	166
Tabela 40 – Valores estimados para a magnitude.	167
Tabela 41 – Valores estimados para a magnitude (cont.).....	168

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

$C_{x_i x_j}$	Covariância	
e	Resíduo do modelo paramétrico polinomial	
f_{max}	Maior frequência presente no sinal amostrado	[amostras/s]
f_s	Taxa de amostragem	[amostras/s]
FDI	<i>Fault Detection and Identification</i>	
H	Função Resposta em Frequência	[g/N]
h	Variável do teste de ruído branco	
$H_R(s)$	Função de Entropia Logarítmica	
m	Variável do teste de ruído branco	
m_g	Vazão mássica de gás	[kg/h]
m_l	Vazão mássica de líquido	[kg/h]
$m_{l,max}$	Vazão mássica máxima de líquido do modo	[kg/h]
\mathcal{M}_x	Modelo	
$\mathcal{M}(\theta)$	Modelo paramétrico polinomial	
N	Comprimento do sinal	
N_F	Número de modos de falhas	
P	Função probabilidade	
p	Número de falhas	
$p(x)$	Função Densidade de Probabilidade	
p_e	Pressão na entrada	[bar]
p_s	Pressão na saída	[bar]
P_m	Potência mecânica	[W]
$P_{m,max}$	Potência mecânica máxima	[W]
$P_{m,n}$	Potência mecânica normalizada	[W]
q	Vazão volumétrica total	[m ³ /s]
q_g	Vazão volumétrica de gás	[m ³ /s]
q_l	Vazão volumétrica de líquido	[m ³ /s]
q_{max}	Vazão de líquido máxima	[m ³ /s]
q_n	Vazão total normalizada	
R_{xx}	Função de Auto-correlação	
S_{xy}	Densidade Espectral de Potência	
T	Tempo total da medição	[s]
T_{eixo}	Torque no eixo da bomba	[N.m]
x	Variável aleatória	

X_k	Transformada Finita de Fourier do sinal x	
$X_r^{(k)}$	Transformada de Fourier Discreta	
$x_u(t)$	Força de excitação	[N]
$y_u(t)$	Resposta em vibração	[g]
$z_u(t)$	Sinais de um estado desconhecido	

Letras Gregas

α	Probabilidade do erro tipo I	
β	Probabilidade do erro tipo II	
Γ	Função Gama	
γ	Função Coerência Ordinária	
Δp	Variação de pressão	
Δp_{max}	Variação máxima de pressão	[bar]
Δp_n	Variação de pressão normalizada	[bar]
Δt	Tempo entre duas amostras	[s]
δ	Delta de Kronecker	
η	Eficiência	
η_{max}	Eficiência máxima	
η_n	Eficiência normalizada	
θ	Parâmetros do modelo paramétrico polinomial	
Λ	Matriz de covariância	
λ	Fração volumétrica de gás	
μ	Média	
ν	Graus de liberdade	
ρ	Dimensão do espaço estocástico	
σ	Desvio padrão	
σ^2	Variância	
ψ^2	Valor médio quadrático	
ψ_e^2	Variância da sequência de resíduos do modelo paramétrico polinomial	
ω	Rotação	[Hz]

1. INTRODUÇÃO

O petróleo, do latim *petra* (pedra) *oleum* (óleo), no estado líquido é uma substância oleosa, inflamável, cujo peso específico é menor que o da água, com cheiro característico e coloração variando do negro ao castanho claro. É formado por uma mistura composta principalmente de hidrocarbonetos. Quando a maior parte de seus compostos possui baixo número de carbonos, nas condições normais de temperatura e pressão, se encontra no estado gasoso, quando possui em sua maioria hidrocarbonetos com elevado número de carbonos encontra-se no estado líquido (THOMAS, 2001).

Embora incertos, os primeiros relatos de uso do petróleo pela civilização humana remontam à região da Suméria por volta de 4500 AC, onde era usado para iluminação. Já nos anos 600 AC, documentos apontam seu uso em cultos religiosos do Zoroastrismo, na região hoje conhecida como Azerbaijão. Na China o primeiro poço perfurado de petróleo data de 347 AC (PRADO, 2009).

A exploração de tal recurso em escala industrial no mundo é associada a 1859 após a perfuração do primeiro poço de petróleo pelo Cel. Edwin Drake em Titusville, Pennsylvania, Estados Unidos da América. À época o petróleo era usado para iluminação em substituição ao querosene obtido do carvão e ao óleo de baleia (THOMAS, 2001).

No Brasil, a história do Petróleo começa em 1858 quando o Marquês de Olinda concede a José Barros Pimentel o direito de extrair mineral betuminoso para fabricação de querosene em terrenos na então província da Bahia. Porém, somente após 1953 com a instituição do monopólio estatal do petróleo e criação da Petrobras a produção brasileira obtém escala industrial.

Nos dias de hoje, a exploração do petróleo resulta de um conjunto de atividades realizadas em sequência: exploração, consistindo na busca por potenciais áreas de acumulação de petróleo, ou seja, reservatórios; perfuração, na qual o poço de petróleo é perfurado; completação, em que o poço de petróleo é equipado com os equipamentos necessários para sua produção e finalmente, operação dos poços de petróleo, etapa também chamada de produção.

1.1. Produção de Petróleo em Terra e Mar

Atualmente, conforme anuário estatístico divulgado pela ANP (2012) estima-se que a reserva provada mundial equivale a cerca de 1,653 trilhões de barris de petróleo. As reservas do Brasil, anteriores a declaração de reserva do campo de Libra, equivalem a cerca de 15,1 bilhões de barris, ou seja, cerca de 0,9% do total mundial. Em termos de reserva isto coloca o Brasil na 14ª posição mundial entre os 52 países avaliados.

Das reservas brasileiras, 915,2 milhões de barris (6,1% do total) estão em terra e cerca de 14,135 bilhões de barris (93,9%) em mar. Das reservas marítimas, o estado que possui maior volume provado é o Rio de Janeiro, com cerca de 12,143 bilhões de barris (85,9% do total situado em mar). Dentre as terrestres, o estado da Bahia possui 255,9 milhões de barris (28% do localizado em terra).

Mundialmente, estima-se que sejam produzidos 83,576 milhões de barris de petróleo por dia, dos quais 2,193 milhões de barris por dia (inclusive líquido de gás natural – LGN) são produzidos no Brasil, isto é, 2,6% do total. Tal volume diário produzido coloca o Brasil na 13ª posição mundial entre os países avaliados.

Do total de petróleo produzido no Brasil (inclusive LGN) em 2011, isto é, 768,471 milhões de barris, 66,441 milhões de barris (8,6% do total) foram produzidos em terra e 702,029 milhões de barris (91,4% do total) em mar. Do total produzido, a Petrobras é responsável por 704,718 milhões de barris (91,7% da produção nacional), seguida pela Shell (Shell e Shell Brasil) que responde por cerca de 3,7% do total.

O Brasil possui cerca de 9.043 poços de petróleo, sendo 8.274 em terra e o restante, 769 em mar. Observa-se que apesar de a maioria dos poços brasileiros, isto é, 91,5% do total serem terrestres, são os poços marítimos, 8,5% do total que respondem pela maior parte da produção brasileira. Em resumo, o Brasil é um país com vocação para exploração *offshore* de petróleo.

1.2. Tipos de Completação

Importante distinção pode ser feita entre os poços completados de acordo com o tipo de árvore de natal empregada. A árvore de natal é um equipamento dotado de um conjunto de válvulas que permite controlar o fluxo de petróleo de um poço. Se o poço possui árvore de natal molhada, isto é imersa em água, situação possível na produção *offshore* de petróleo, pode ser classificado como um poço de completção molhada. Aqueles classificados como poços de completção seca utilizam árvores de natal localizadas na superfície, isto é fora da água, situação possível na produção terrestre e em plataformas suficientemente estáveis a ponto de permitir a chegada da coluna de produção até a superfície (plataformas fixas, por exemplo) (THOMAS, 2001).

Os custos associados ao tipo de linha (rígida ou flexível) e às manobras de lançamento das mesmas, à completção em si, aos equipamentos utilizados no poço e às intervenções em poços de completção molhada são substancialmente superiores aos relacionados aos poços de completção seca. Por isso, a confiabilidade dos equipamentos empregados em poços de completção molhada é imperativa para assegurar rentabilidade dos mesmos.

1.3. Métodos de Produção

Quando a pressão do reservatório é suficientemente elevada seus fluídos podem escoar até a superfície sem a necessidade de adição de energia, neste caso diz-se que o poço produz por elevação natural. Tais poços são denominados de poços surgentes. Nos casos em que a pressão é insuficiente para elevação natural ou deseja-se aumentar a produção, torna-se necessária suplementação de energia aos fluídos produzidos. Neste caso diz-se que o poço produz por elevação artificial (THOMAS, 2001).

Diferentes métodos de elevação artificial são empregados pela indústria, os mais utilizados são: *Gas-lift* Contínuo (GLC) ou Intermitente (GLI); Bombeio Mecânico com Hastes (BM);

Bombeio Hidráulico por Pistão (BHP); Bombeio por Cavidades Progressivas (BCP) e Bombeio Centrífugo Submerso (BCS).

Pode-se ainda caracterizar o método de produção baseado na posição de seus equipamentos. Os mesmos podem ser instalados dentro do poço produtor à montante da árvore de natal, ou fora do mesmo à jusante da mesma. Se fora do poço, em caso de completação molhada os equipamentos podem estar sob o leito marinho. Em caso de poços terrestres, os equipamentos podem estar no próprio solo, situados à jusante do poço ou de uma conexão de diversos poços.

Caso instalados dentro do poço, a intervenção no mesmo que é realizada por sonda pode dispende mais tempo, acarretando em maiores gastos. Quando instalados fora do poço, as operações de intervenção podem ser mais velozes, em alguns casos feitas com uso de embarcações (se instaladas no leito marinho) mais simples que sondas sendo, portanto potencialmente menos onerosas. Em ambos os casos, considerando os altos valores envolvidos nas operações de intervenção, a confiabilidade elevada dos equipamentos do método é necessária.

Fora do poço, no leito marinho, os equipamentos podem estar sujeitos a ciclos de aquecimento (quando em operação, transportando petróleo à temperatura do reservatório) e resfriamento (quando parados, submetidos à temperatura do leito marinho que pode chegar a 4 °C) e, caso distantes da zona produtora do poço, sujeitos a presença de gás livre no petróleo. Estes fatores podem limitar a utilização de alguns métodos de elevação.

Para alguns cenários, estudos de viabilidade técnica e econômica indicam a utilização de tecnologias não convencionais de bombeio. Geralmente tais ambientes possuem algumas das seguintes características: produção esperada de óleo elevada; elevada viscosidade do petróleo; longa distância, ou *tie-back*, entre o poço e a plataforma (ou estação de bombeamento); produção offshore; completação molhada; aplicação sobre o leito marinho.

Dentre as tecnologias de bombeio não convencionais aplicadas dentro do poço produtor de petróleo podem ser citados: Bombeamento Centrífugo Submerso Submarino (BCSS) (RIBEIRO, 2005), Bombeamento Centrífugo Submerso Redundante (BCSR) (JAMIESON, 2011) e *Coiled Tubing Deployed Electrical Submersible Pump* (STEWART, 1996). Dentre as aplicadas fora do poço, no leito marinho, podem ser citados: Sistema de Bombeamento Multifásico Submarino (SBMS) (CAETANO, 2005), Sistema de Separação Água-óleo (SSAO) (ORLOWSKI, 2012), Sistema de Bombeamento Multifásico Submarino Hélico-Axial (SBMHA) (KUCHPIL, 2013), Módulo de Bombeio (MOBO) (RODRIGUES, 2005), *Skid BCSS* (SBCSS) (ROBERTO, 2013),

Vertical Anular Separation and Pumping System (VASPS) (VALE, 2002) e Caisson (HARRIS, 2012). Das tecnologias supracitadas, BCSS, BCSR, *Coiled Tubing Deployed Electrical Submersible Pump*, MOBO, SBCSS, VASPS e Caisson utilizam bombas centrífugas submersas como equipamento de bombeio.

1.4. Bombeio Centrífugo Submerso

O método de elevação artificial por bombeio centrífugo submerso, ou simplesmente Bombeio Centrífugo Submerso (BCS) foi inventado e desenvolvido pelo russo Armais Arutunoff, no final da década de 1910, tendo o mesmo em 1911 criado a companhia REDA, acrônimo para *Russian Electric Dynamo of Arutunoff*. A primeira instalação do BCS foi realizada em 1926 no campo de El Dorado situado no estado do Kansas, Estados Unidos. Após migrar para os Estados Unidos, Arutunoff funda em 1928 em Bartlesville, Oklahoma, a Bart Manufacturing Co. rebatizada em 1930 como Reda Pump Co. A partir de então o método ganha escala industrial e é popularizado. Estima-se que o método é responsável por cerca de 10% da produção mundial (TACKACS, 2009). Atualmente os principais fornecedores dos equipamentos que compõe o método são: Baker Hughes, Borets, General Electric, Novomet e Schlumberger.

1.4.1. Equipamentos

Tal método é composto por alguns dos seguintes equipamentos associados: quadro de comando, conversor de frequência, caixa de ventilação, cabos elétricos, bomba centrífuga de múltiplos estágios, separador de gás, manuseador de gás, admissão, selo/protetor, motor elétrico e sensor de fundo. A Figura 1 ilustra um poço de BCS e seus principais equipamentos.

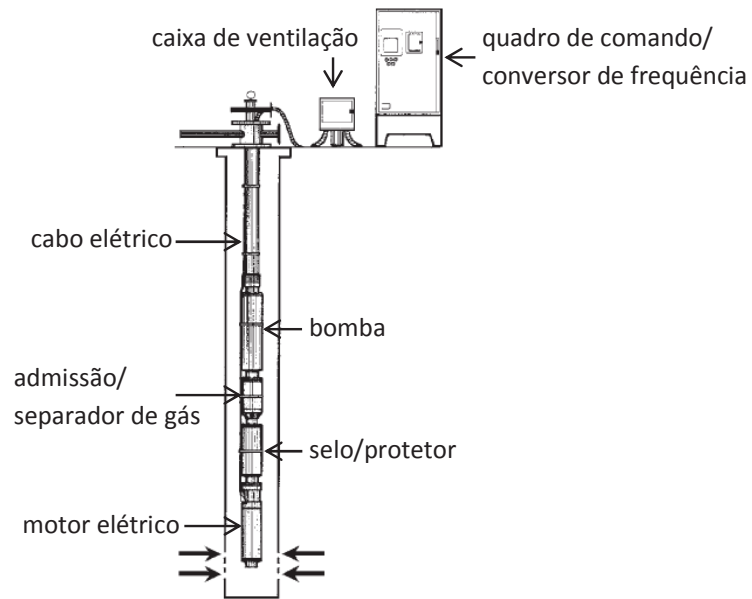


Figura 1 – Arranjo típico de um poço de BCS (TACKACS, 2009).

A bomba centrífuga, cujo aspecto externo é semelhante ao de uma tubulação, é composta por múltiplos estágios com diâmetros variando aproximadamente entre 4 pol. e 10 pol. Cada estágio é montado internamente a uma carcaça possuindo um impelidor e um difusor. Passante ao impelidor, o eixo transmite torque ao mesmo, causando sua rotação e por consequência, quando escoando líquido incompressível, aumentando a velocidade do fluido. No difusor, pela progressiva expansão da área de seus canais internos, ocorrerá aumento da pressão de tal fluido (DE FALCO, 1998). A selagem entre impelidores e difusores pode ser feita por selos do tipo labirinto. Entre difusores, a selagem comumente é feita por anéis de borracha tipo *o-ring*. Em algumas bombas são ainda utilizados mancais de deslizamento ou buchas para absorção de cargas axial e radial. A Figura 2 mostra alguns dos componentes internos de uma bomba centrífuga.

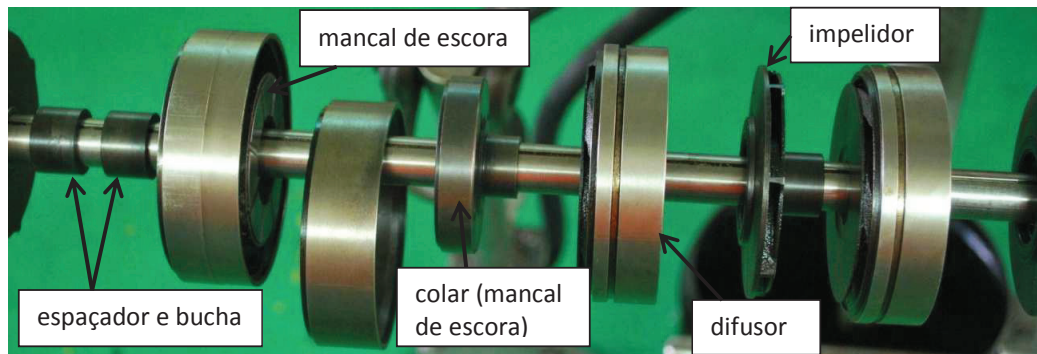


Figura 2 – Internos de uma bomba.

Em caso de gás livre presente na admissão da bomba, podem ser utilizados manuseadores e/ou separadores de gás. Manuseadores de gás são tipos de bombas cujos internos possuem geometria modificada visando transporte de gás livre presente no óleo. Separadores de gás são equipamentos que centrifugam a mistura gás-líquido promovendo sua separação. O gás é defletido para fora do equipamento (anular do poço) e o líquido para os estágios da bomba a jusante do mesmo (ESTEVAM, 2002).

Os motores elétricos utilizados, de aspecto tubular, podem ser de indução (MI) ou de ímãs permanentes (MIP). O MI, mais utilizado, em geral é constituído por rotores, estator, eixo, mancais de escora e radiais, filtro de óleo e conector elétrico. São montados internamente a uma carcaça tubular metálica. O estator possui chapas metálicas em forma de finas laminas, com aberturas por dentro das quais passam os enrolamentos (fios de cobre revestidos por isolamento). A circulação de corrente elétrica alternada pelos mesmos gera o campo magnético. Os rotores são formados por finas lâminas metálicas com aberturas por dentro das quais passam barras metálicas. O campo magnético rotativo gerado no estator induz corrente elétrica no rotor, que por sua vez cria um campo magnético. A interação entre os campos magnéticos gera a rotação. Internamente o motor é preenchido por óleo dielétrico para permitir lubrificação e arrefecimento. A Figura 3 ilustra alguns componentes do motor elétrico.

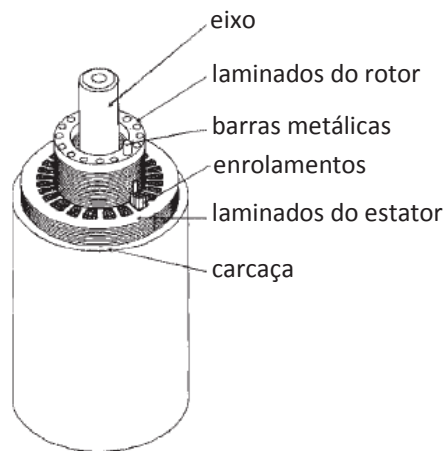


Figura 3 – Vista explodida de um motor de indução de BCS (TACKACS, 2009).

O motor elétrico, quando em operação se aquece. Devido à elevação da temperatura, os componentes do mesmo se expandem, diminuindo o volume interno disponível para ocupação do óleo dielétrico, que tenderá a vazar do motor. Quando o motor elétrico não está em operação, a temperatura do mesmo tende a se reduzir, aumentando o volume interno disponível para ocupação de fluido. Neste caso há tendência de invasão dos fluidos presentes no poço de petróleo para o interior do motor elétrico. Tal movimento de fluidos é indesejado, pois pode comprometer o isolamento do motor, bem como sua lubrificação, podendo causar sua falha. Para mitigar os efeitos das variações de temperatura sobre a selagem do motor, utiliza-se equipamento denominado selo ou protetor.

O selo/protetor é composto por câmaras, formadas por bolsas elastoméricas, foles metálicos ou labirintos, associados hidraulicamente em série (visando proporcionar barreiras extras à passagem de fluidos) ou em paralelo (buscando aumentar o volume de óleo dielétrico disponível para reabastecimento em caso de queda na temperatura do motor). Tais câmaras são montadas internamente a uma carcaça metálica. Este equipamento possui mancais radiais e de escora, sendo que o de escora pode apoiar cargas em duas direções. A selagem entre o motor elétrico e o fluido de poço é proporcionada pelos labirintos e com o uso de selos mecânicos. A Figura 4 ilustra um selo/protetor formado por uma bolsa e um labirinto.

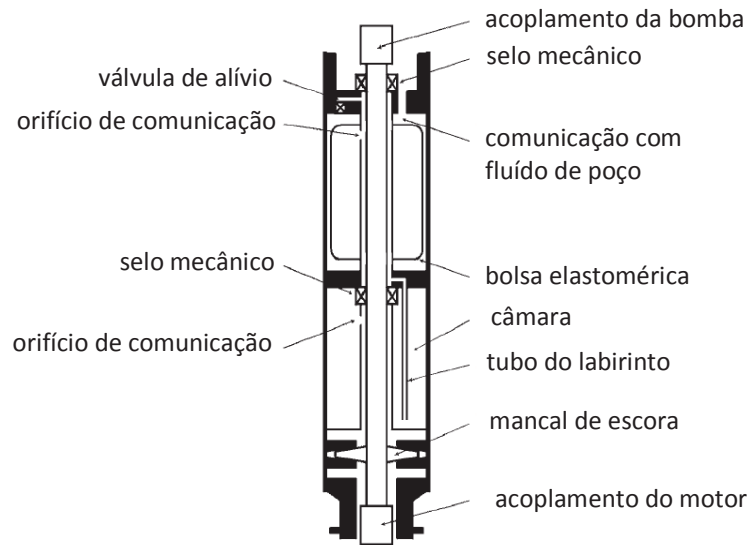


Figura 4 - Vista em corte de um selo/protetor (TACKACS, 2009).

Além dos componentes descritos cita-se o sensor de fundo, que pode transmitir sinais de pressão, temperatura dos enrolamentos do estator do motor elétrico e aceleração; cabo elétrico de potência, responsável simultaneamente pela alimentação do motor elétrico e transmissão dos sinais do sensor de fundo; caixa de ventilação que faz com que o gás contido dentro do cabo escape para a atmosfera evitando explosões; conversor de frequência que permite controlar a rotação e corrigir o sentido de giro do motor elétrico e a admissão que permite a entrada dos fluídos do poço na bomba. Pelo formato tubular, uso de conexão por flanges e acoplamentos rígidos estriados, bombas, selo/protetores e motores podem ser associados mecanicamente em série. A Figura 5 ilustra um conjunto BCS durante a operação de instalação em poço terrestre.



Figura 5 – Instalação de conjunto BCS.

1.4.2. Desempenho

Cada fabricante fornece a curva característica ou curva de desempenho para cada BCS. As curvas são fornecidas considerando o bombeio de água. Tais curvas apresentam em função da vazão, para uma determinada rotação, a altura útil (MACINTYRE, 1997) ou carga (DE FALCO, 1998), a potência absorvida pela bomba ou potência de eixo e a eficiência (razão entre potência hidráulica e potência de eixo). Comumente os dados são apresentados para um estágio. Os fabricantes informam ainda a faixa de vazão recomendada para operação por tempo contínuo. A Figura 6 apresenta a curva de desempenho de um estágio de uma bomba REDA, modelo M675C, dados para água rotação equivalente a 50 Hz.

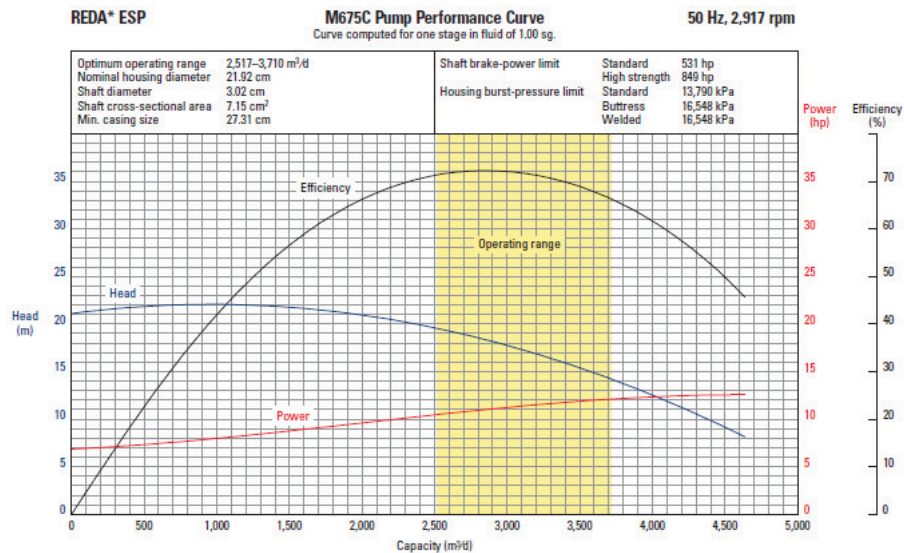


Figura 6 – Curva de desempenho da bomba REDA M675C (SCHLUMBERGER, 2005).

Caso tais curvas sejam obtidas a partir de experimentos, desvios entre as mesmas e as curvas de catálogo podem ser encontrados. As diferenças podem ser oriundas de defeitos na fabricação ou falhas mecânicas das bombas e incertezas de medição, por exemplo. O *American Petroleum Institute* (API) recomenda a realização de testes de desempenho descritos na API RP 11S2 (1997) que prevê limites admissíveis para variações entre as variáveis medidas e os dados de catálogo.

Como as viscosidades do petróleo e da água são diferentes, observa-se que o desempenho da BCS quando em operação é diferente do informado pelas curvas de catálogo. Visando adaptar a curva fornecida para situação de campo são empregadas diversas correlações, como as do *Hydraulic Institute* (2010), entre outras (STEPANOFF; PACIGA, 1940-1957, 1967 apud PATERNOST, 2013).

Como o gás está presente no petróleo, os fluidos produzidos poderão ser compostos por mistura bifásica do tipo líquido-gás. A fase gasosa pode possuir viscosidade e densidade muito diferentes da fase líquida, além disso, devido a sua presença o escoamento poderá assumir diferentes padrões. O desempenho do BCS é fortemente afetado pela presença de gás, causando alterações na curva de desempenho em relação à obtida para água, conforme se observa nas figuras 7, 8 e 9.

Para análise das figuras 7, 8 e 9, obtidas por Verde (2011) para bomba Baker Hughes Centrilift modelo GN7000 em experimento utilizando como fluido mistura ar-água, mantendo a

pressão na admissão constante em 50 kPa, considera-se em relação à bomba: p_s , pressão na saída; p_e , pressão na entrada; Δp_{max} , variação máxima de pressão; q_l , vazão volumétrica de líquido; q_g , vazão volumétrica de gás injetado (nas condições de sucção); q_{max} , vazão volumétrica total máxima (nas condições de sucção); P_m , potência de eixo ou mecânica; $P_{m,max}$, potência mecânica máxima. Para a eficiência envolvida na conversão de energia mecânica para hidráulica: η , eficiência; η_{max} , eficiência máxima. As definições abaixo são válidas:

$$q = q_l + q_g \quad (1)$$

$$\Delta p_n = \frac{p_s - p_e}{\Delta p_{max}} \quad (2)$$

$$q_n = \frac{q}{q_{max}} \quad (3)$$

$$P_{m,n} = \frac{P_m}{P_{m,max}} \quad (4)$$

$$\eta_n = \frac{\eta}{\eta_{max}} \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{q_g}{q} \quad (6)$$

Onde q representa a vazão volumétrica total, Δp_n a variação de pressão normalizada, q_n a vazão total normalizada, $P_{m,n}$ a potência mecânica normalizada, η_n a eficiência normalizada e λ a fração volumétrica de gás.

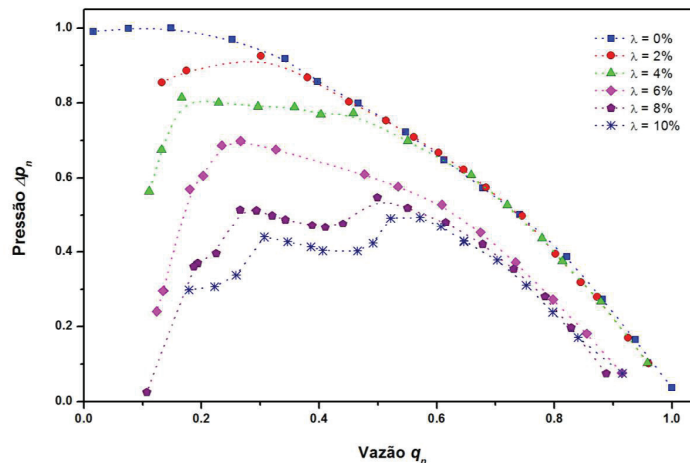


Figura 7 – Gráfico de pressão *versus* vazão (VERDE, 2011).

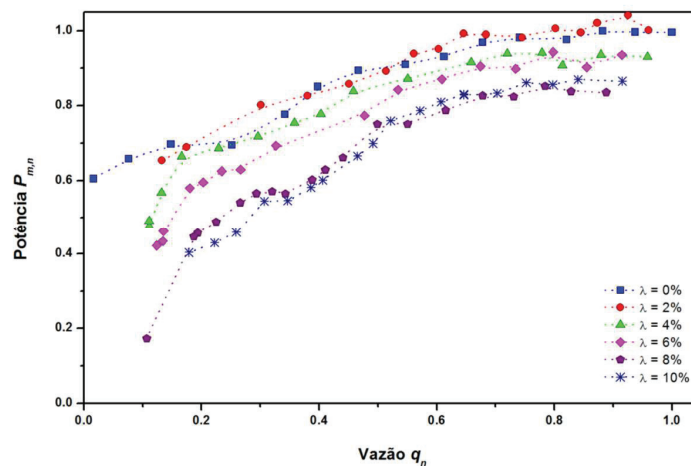


Figura 8 - Gráfico de potência *versus* vazão (VERDE, 2011).

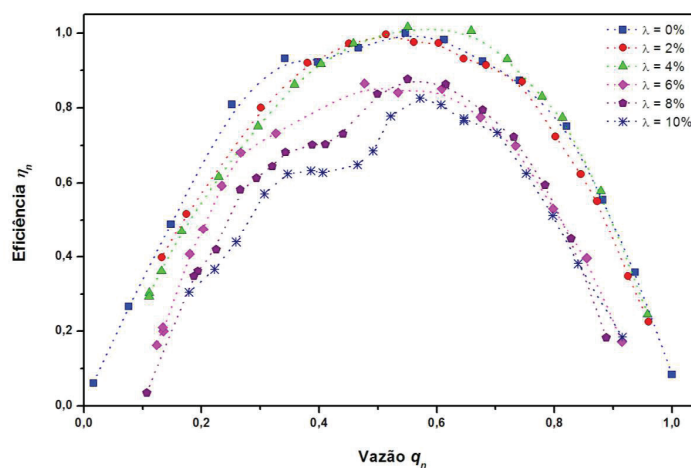


Figura 9 - Gráfico de eficiência *versus* vazão (VERDE, 2011).

Devido à complexidade do fenômeno, a maioria das pesquisas na indústria do petróleo nesta área é de origem empírica (ESTEVAM; VERDE; PATERNOST, 2002, 2011, 2013). Os modelos atualmente disponíveis resultam em diferentes previsões para o desempenho do BCS manuseando gás e não há normas sobre o assunto. Por isso, evita-se operá-lo em cenários onde o percentual de gás livre seja elevado ou em pontos de *surging*, definidos como pontos de máximo observados na Figura 7 (VERDE, 2011).

Para equipamentos envolvendo poços de alta vazão, geralmente encontrados em mar, de completção molhada, outros testes de desempenho são realizados baseados na API RP 11S0,

11S1,..., 11S8. Tais testes visam garantir que o equipamento adquirido esteja íntegro e apto à operação contínua.

1.4.3. Monitoramento e Diagnóstico de Falhas

O monitoramento e análise da operação do BCS são tradicionalmente realizados pela análise de cartas amperimétricas, onde se avalia a evolução da corrente elétrica medida na superfície ao longo de um período de tempo, tal como ilustrado pela Figura 10 (RIBEIRO; TAKACS, 1999, 2009). A carta representando estado normal do equipamento é comparada com a do estado no momento da inspeção. Desvios entre as cartas são analisados por especialistas que concluem sobre a condição operacional do equipamento.

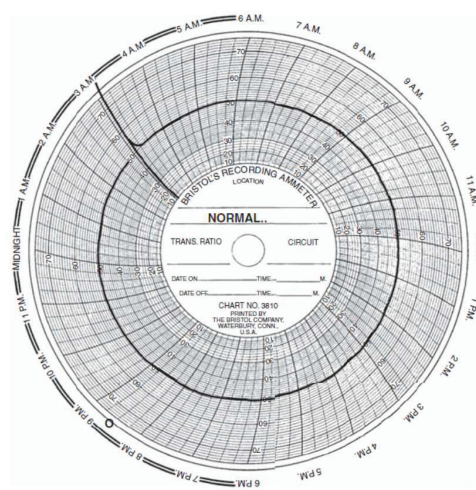


Figura 10 – Exemplo de carta amperimétrica (TAKACS, 2009).

Com o uso de sensores de fundo específicos fornecidos para o BCS, sinais como: pressão e temperatura na admissão da bomba, temperatura dos enrolamentos do estator do motor elétrico e vibração em três direções podem estar disponíveis. Além de tais sinais, outros medidos na superfície ou em equipamentos tais como árvores de natal e *manifolds* podem auxiliar no diagnóstico e detecção do modo de operação. Revisão de literatura sobre monitoramento de BCS pode ser encontrada em Ribeiro (1999) e Takacs (2009). A exata identificação da falha do equipamento só é possível após sua retirada do poço e desmontagem.

Estudos recentes como os de Rauber et al. (2013a, 2013b, 2013c) propõem métodos automáticos de detecção e identificação de falhas (desbalanceamento e desalinhamento) baseados em sinais de vibração obtidos em testes de fábrica em que a instrumentação utilizada difere da do equipamento em operação no poço produtor de petróleo. Foram utilizados parâmetros estatísticos no domínio do tempo e da frequência e análise da transformada de *Ondelet*, redes bayesianas e classificadores de referência do tipo *Support Vector Machine* (SVM).

1.5. Motivação

Os fabricantes de BCS recomendam a operação da bomba, quando escoando líquido, dentro de uma faixa de vazões definida, mostrada na Figura 6. A operação fora dessa faixa representa um regime de operação indesejado, que faz com que os componentes internos do BCS tais como mancais operem com cargas maiores que as presentes durante a operação dentro da faixa recomendada de vazão, podendo causar redução na vida útil do conjunto. Quando em fluxo multifásico, a operação em *surging*, pode ocasionar choques e atrito excessivo entre os mancais, podendo ocasionar a falha prematura do BCS. A falha prematura do BCS é indesejada, pois implica na antecipação das operações de intervenção, de custo elevado, na interrupção da produção e em lucro cessante. A Figura 11 apresenta um mancal de escora e um impelidor danificados por operação com frações elevadas de gás.

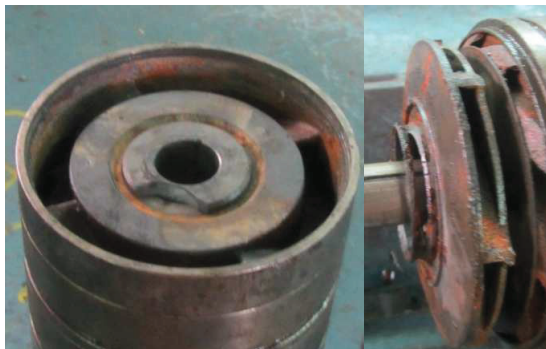


Figura 11 – Mancal e impelidor danificados.

Dessa forma é necessário conhecer o ponto operacional real do BCS, mas nem sempre há instrumentação e medidores adequados (medidores de vazão para escoamento multifásico) nos poços de petróleo, e, por isso, frequentemente o mesmo não é conhecido.

Este trabalho, motivado pela necessidade de identificar os parâmetros de operação e do escoamento do BCS visa desenvolver uma ferramenta matemática para tal fim. A estimativa da vazão de gás transportado pelo BCS e seu ponto de operação permite execução de manobras operacionais específicas, tais como atuação de válvulas e variação da velocidade de rotação do motor elétrico visando otimização da produção e incremento de vida útil, com impacto direto no retorno financeiro do poço produtor, justificando o desenvolvimento de métodos destinados a este fim.

Muitas vezes os testes previstos pela API são realizados simultaneamente. Dentre eles citam-se aqueles regidos pela API RP 11S2 (1997) e S8 (1993) que descrevem respectivamente, limites para variáveis obtidas no levantamento de curvas de desempenho e para vibração do BCS e seus componentes. Durante a realização de tais testes observa-se que os sinais de vibração se alteram de acordo com as condições operacionais do BCS.

Além disso, trabalhos citados na revisão de literatura evidenciam relação entre vibração estrutural de bombas e tubulações com parâmetros operacionais e variáveis do escoamento multifásico.

A constatação de que há relação entre vibração estrutural de BCS, parâmetros de desempenho e variáveis do escoamento multifásico, aliada à hipótese de que possa ser possível aplicação de metodologia para sistemática relação entre os mesmos foram os motivadores para utilização de métodos matemáticos baseados em vibrações mecânicas para realização deste trabalho.

1.6. Objetivos, Escopo e Estrutura

Os objetivos primários deste trabalho são: determinar o ponto de operação do BCS por meio de sinais de força e/ou de aceleração obtidos na carcaça da bomba e comparar o desempenho de 8 métodos de Detecção e Identificação de Falhas (tradução livre do termo inglês *Fault Detection and Identification* – FDI) adaptados e aplicados para tal fim.

Tradicionalmente tais métodos são aplicados para identificação de falhas mecânicas e estruturais. Sua funcionalidade depende do conhecimento dos modos de falha possíveis, exigindo escrutínio dos modos de falha possíveis que nem sempre são conhecidos. No trabalho proposto, os estados e modos de operação possíveis são claramente definidos, eliminando uma das potenciais limitações dos métodos de FDI.

Como objetivos secundários deseja-se implementar e comparar o desempenho de tais métodos em um sistema numérico simplificado que será utilizado para sistematização de rotinas computacionais, antecipação de problemas e dificuldades, análise de limitações dos métodos e proposição de soluções para tais limitações de maneira que os objetivos primários sejam atendidos.

Trabalhos com propósitos semelhantes são apresentados no capítulo 2, na revisão de literatura. Nos capítulos 3, 4 e 5 são descritos conceitos de Estatística, Processamento de Sinais Aleatórios e Identificação de Sistemas, necessários para compreensão dos métodos utilizados e abordados no capítulo 6. Na metodologia, discutida no capítulo 7, visando atender aos objetivos propostos, diferentemente do ortodoxo preconizado pelos métodos de FDI, associou-se o conceito de modo de falha ao modo de funcionamento ou operação, não sendo avaliada a integridade mecânica ou estrutural dos sistemas estudados. No capítulo 8 aborda-se o experimento realizado buscando relacionar os dados do escoamento multifásico, parâmetros de desempenho e vibração estrutural do BCS. Após realização de simulações e experimento, os resultados são resumidos e comparados no capítulo 9 e, por fim, apresentadas as conclusões no capítulo 10.

2. REVISÃO DE LITERATURA

O BCS, equipamento rotativo utilizado no transporte multifásico de fluídos apresenta características vibratórias particulares. Historicamente seu monitoramento e diagnóstico de falha são baseados na análise de especialistas que se utilizam de cartas amperimétricas e conhecimento tácito. Estudos tem buscado maior compreensão das características vibratórias para monitoramento e diagnóstico utilizando sinais de vibração (RIBEIRO, 1999) e alguns métodos recentes têm sido desenvolvidos buscando sua realização de forma sistêmica (redução da participação humana no diagnóstico, buscando tornar o processo automatizado) (RAUBER et al. 2013a, 2013b, 2013c).

No estudo do escoamento multifásico em tubulações, conforme revisado por Klein (2004) buscando obtenção de suas características (velocidade e arranjo das fases, percentual de gás etc), diversos métodos de processamento de sinais tem sido aplicados aos sinais relativos às grandezas físicas do escoamento (pressão, vazão, impedância resistiva etc). Merini (2011) revisa métodos afins sobre análise de vibração e propõe procedimentos para medição de fração volumétrica em escoamento bifásico, utilizando sistema não intrusivo baseado em sinais de força e vibração.

Tais estudos reforçam a existência de relação entre parâmetros do escoamento multifásico e vibração estrutural, premissa essencial para o desenvolvimento deste trabalho.

2.1. Vibração em BCS

O estudo da dinâmica de rotores, tratando equipamentos rotativos como conjuntos formados por discos, eixos, mancais e selos sujeitos a condições de contorno específicas, busca relacionar a vibração de sistemas rotativos às suas características dimensionais; às forças de excitação como, por exemplo, as causadas pelo desbalanceamento; ao escoamento de fluídos lubrificantes ou de processo em mancais e selos (tribologia), compreender instabilidades oriundas de tal escoamento (*oil whirl* e *oil whipping*) ou causados pela natureza do amortecimento, verificar a influência da velocidade de giro do rotor nas frequências naturais ocasionada pela presença de

selos e mancais (velocidades críticas laterais e torcionais) etc (LALANNE, 1998). Bombas, selos/protetores e motores elétricos do BCS formados a partir da montagem de tais componentes mecânicos estarão sujeitos a fenômenos semelhantes.

A API RP 11S8 (1993) faz referência ao método de Holtzer (HARRIS, 1988 apud API, 1993) para cálculo de velocidades críticas torcionais e ao método de Myklestad-Prohl (THOMPSON, 1965 apud API, 1993) para cálculo de velocidades críticas laterais. Apesar disto, as velocidades críticas geralmente não são informadas pelos fabricantes de BCS ou obtidas durante testes de desempenho. Sendo assim, há dúvidas sobre a origem de alguns picos observados na vibração de carcaça de BCS em testes. Recentemente, Bak (2012) utilizando método dos elementos finitos modelou um BCS, obtendo a resposta oscilatória e tensões mecânicas para excitações torcionais em regimes permanente e transitório e as frequências naturais da vibração. Não avaliou a influência do escoamento na dinâmica do BCS.

Brinner et al. (1982) acredita que falhas no BCS induzidas por vibração não são frequentes, apesar de afirmar que vibrações transversais e axiais podem ser importantes para selos e mancais de escora de BCS. Apresentou alguns estudos de casos onde as causas de falha estavam associadas à operação em velocidades equivalentes às velocidades críticas torcionais. Concluiu que a BCS tem geometria tal que a torna susceptível a problemas relativos a fenômenos vibratórios; que as fontes de excitação são geralmente na frequência de rotação, ou em harmônicos e sub-harmônicos desta, que se forem utilizados dois ou mais motores em série cuja velocidade seja controlada por conversores de frequência (CF) o conjunto deve ser avaliado a luz de problemas vibratórios e que problemas de vibração aumentam se: o comprimento da unidade aumenta; a fonte de energia elétrica é mal regulada; for possível utilizar controle de rotação por CF e desde que tal conversor possibilite controle infinito de velocidades; a BCS for utilizada em poços com elevado teor de areia ou gás livre; a bomba for operada fora dos limites de vazão recomendados; a temperatura do poço aumentar. Tais conclusões corroboram para a necessidade de trabalhos que visam caracterizar sob alguns aspectos de vibrações mecânicas este tipo de equipamento.

O BCS possui características que diferem a resposta dinâmica de seus equipamentos à de outras máquinas rotativas, tais como compressores e bombas de processo. Em seu ambiente de aplicação as condições de contorno, o padrão de escoamento dos fluídos (em geral escoando em

regime multifásico) e suas propriedades, a composição das fases e as condições impostas pelo reservatório que está sujeito a um processo de depleção, variam ao longo da vida útil da máquina.

A vibração que será induzida pelo escoamento está relacionada a distintos fenômenos da dinâmica do escoamento, seguindo diferentes classificações baseadas na natureza do escoamento e na estrutura sobre análise. Os mecanismos fundamentais da vibração induzida pelo escoamento são: oscilações auto-induzidas ou auto-excitadas, na qual o sistema oscila sobre a influência de sua própria energia; vibração forçada, em que o escoamento contribui como uma força de excitação externa, não modificando massa, amortecimento ou rigidez; adição de massa e amortecimento, em que a massa e o amortecimento do sistema se alteram devido ao escoamento (BLEVINS; KANEKO, 2001, 2008).

O efeito de bombas centrífugas como fonte de pulsações está associado ao escoamento em seu interior. Isto significa que a intensidade das pulsações depende de sua forma e dimensões. Uma das causas de vibração em bombas e linhas contendo bombas dinâmicas é a ocorrência do *surging*, que pode ser classificado como um mecanismo de vibração auto-excitada. Para escoamento monofásico de fluídos o *surging* é propenso a ocorrer no caso de operação (representada na curva de desempenho da bomba) em pontos dos trechos (se existentes) onde a inclinação é positiva (FUJII, 1947, apud KANEKO, 2008, p. 201). O *surging* pode também ocorrer em tubulações em que um tanque ou vaso esteja localizado a jusante da bomba, associado à existência de um componente resistivo, tal como válvula reguladora de vazão, cenário semelhante ao encontrado em sistemas de produção de petróleo. Isto significa que o *surging* necessita de um elemento acumulador de energia potencial (KANEKO, 2008, p. 202). Para escoamento multifásico de fluídos, os elementos acumuladores podem ser as próprias bolhas da fase gás (KUSAMA, 1954, apud KANEKO, 2008, p. 202).

Outras razões além do *surging* podem gerar vibração auto-excitada. Como exemplo, cita-se o estudo de Kawata (1986 apud KANEKO, 2008, p. 202) que observou em uma bomba de múltiplos estágios de alta pressão operando em pontos nos trechos de inclinação positiva da curva de desempenho a ocorrência de vibração auto-excitada. Em seu estudo utilizando a função de transferência obtida pela relação entre pressão e vazão concluiu que a causa do fenômeno era a presença de termos reais positivos nos polos cujos módulos resultam em frequências naturais do sistema que estão associados às características da bomba.

Cita-se também o estudo de Benedek (1994) aplicado a reatores de água pressurizada utilizados pela indústria de geração de energia. Visando estudar o efeito de uma bomba no escoamento, o autor apresentou um modelo baseado em simplificações das equações da continuidade, energia, estado e momento, a partir do qual obteve relações para razões entre oscilações de pressão e de velocidades no domínio da frequência. Dentre suas conclusões, observou que os autovalores das equações obtidas (frequências principais das razões apresentadas) são influenciados pelo percentual de gás livre presente no escoamento.

Como parte motriz do escoamento, a bomba produz variações na pressão e vazão que serão transmitidas à estrutura mecânica da mesma gerando vibração forçada. Jiang et al. (2006) por simulação numérica (método dos volumes/elementos finitos) obteve a força induzida pelo escoamento monofásico de água em uma bomba, agindo sobre a carcaça, procedendo à sua aplicação como condição de contorno à estrutura da bomba, obtendo a vibração estrutural. Os resultados obtidos mostram coerência entre experimentos e simulações. Não foi avaliada relação entre o ponto de operação da bomba e vibração na carcaça.

O mecanismo de adição de massa e amortecimento também é observado em bombas, como relata Escaler et al. (2010). Em seu experimento, observou que as frequências naturais e o amortecimento de um estágio foram respectivamente 10% menores e 0,5% maior quando o mesmo estava imerso em água em comparação a quando estava fora da água. As variações da frequência natural e amortecimento levam a variações na resposta em vibração (MAIA, 1997).

Outras causas como sucção de vórtices, *loss of coolant accident* (LOCA) e cavitação tem forte influência na vibração de bombas (KANEKO, 2008, p.205).

2.2. Processamento de Sinais no Estudo do Escoamento Multifásicos em Tubulações

Conforme revisão bibliográfica de Klein et al. (2004) um dos primeiros trabalhos envolvendo caracterização do escoamento multifásico e extração de parâmetros relacionados ao mesmo foi o realizado por Hubbard e Dukler (1966 apud KLEIN, 2004) no qual diferentes regimes de escoamento são caracterizados por suas assinaturas espectrais obtidas por meio de sinais temporais de pressão. Valendo-se de métodos semelhantes, citam-se também Weisman et

al. (1979 apud KLEIN, 2004), Vince e Lahey (1982 apud KLEIN, 2004), Matsui (1984 apud KLEIN, 2004), Tutu (1984 apud KLEIN, 2004), Mishima e Ishii (1984 apud KLEIN, 2004), Sekoguchi et al. (1987 apud KLEIN, 2004) e Pettigrew (1998). Drahos e Cermak (1989 apud KLEIN, 2004) revisaram os principais trabalhos desenvolvidos nas décadas de 1970 e 1980 sobre o tema.

Na década de 1990, a tendência foi utilizar métodos espectrais e análises de sinais menos restritivas, tais como filtros adaptativos e *Ondelets*. Especificamente sobre a caracterização de padrões de escoamento a partir de suas características fractais/caóticas, Saether et al. (1990 apud KLEIN, 2004), França et al. (1991 apud KLEIN, 2004) e Lewins (1992 apud KLEIN, 2004) propuseram métodos de caracterização do padrão de escoamento baseado na determinação de dimensões fractais. Giona et al. (1994 apud KLEIN, 2004) e Soldati et al. (1996 apud KLEIN, 2004) propuseram o uso de análise difusional como método para caracterização de regimes de escoamento e suas transições para escoamentos horizontais gás-líquido.

Especificamente sobre escoamento bifásico, Leducq e Hervieu (1991) demonstraram o potencial da transformada de *Ondelet* para caracterização de regimes de escoamento verticais. Posteriormente, Selegim e Hervieu (1994 apud KLEIN, 2004) pela avaliação da perda das características estacionárias do sinal avaliada pelo desvio padrão da frequência instantânea de Ville propuseram uma função indicativa da transição entre os escoamentos tipo bolhas e golfadas. Hervieu e Selegim (1998 apud KLEIN, 2004) ampliaram os critérios propostos anteriormente de forma que independentemente do tipo de transição e do sinal analisado, com o uso da covariância da transformada de Gabor como indicador de perda de características estacionárias, seja possível analisar as transições entre diferentes tipos de escoamento. Klein et al. (2004) baseado em tal técnica analisou a presença de sub-regimes em escoamentos horizontais gás-líquido intermitentes.

Especificamente utilizando sinais de força, vibração ou ambos, cita-se o trabalho de Evans et al. (2004 apud MERINI, 2011) que obteve relação quadrática entre o desvio padrão da aceleração medida na tubulação e a vazão mássica em escoamento. Riverin (2006 apud MERINI, 2011) por análise espectral dos sinais de força gerada por escoamento bifásico ar-água em curvas e conexões observa relação entre a função Densidade Espectral de Potência e a velocidade superficial de mistura, além disso, por análise semelhante à de Evans et al (2004 apud MERINI, 2011) confirma relação entre o desvio padrão da aceleração medida na tubulação e a velocidade superficial de mistura para diferentes frações volumétricas. Estudos semelhantes são encontrados

em Riverin et al. (2007 apud MERINI, 2011), Heloui (2008 apud MERINI, 2011) e Gama et al. (2009).

Merini (2011) fazendo uso de sinais de força e aceleração e da função de resposta em frequência que relaciona tais sinais propõe método não intrusivo para medição da fração volumétrica de gás em escoamentos bifásico ar-água em tubulações.

3. CONCEITOS DE ESTATÍSTICA

Neste trabalho, para aplicação da metodologia serão utilizados os conceitos de estatística aqui resumidos. O conceito central na teoria de probabilidade é o de conjunto, definido como uma coleção de objetos, pontos ou elementos, sobre a qual é possível determinar se algum objeto particular é um membro do conjunto. Particularmente, os possíveis resultados de um experimento (ou medição) representam um conjunto de pontos chamados de espaço amostral. Estes pontos podem ser agrupados de várias maneiras chamadas de eventos e sob condições adequadas, funções de probabilidade podem ser atribuídas aos eventos. As probabilidades sempre se situam entre zero e um, sendo a probabilidade de um evento impossível equivalente a zero e a probabilidade de um evento infalível igual a um. Espaços amostrais podem ser finitos ou infinitos.

Considerando um espaço amostral que represente possíveis resultados de um dado experimento (ou medição), uma variável aleatória $x(k)$ é uma função de conjunto definida por k pontos do espaço amostral, ou seja, a variável aleatória $x(k)$ é um número real entre $-\infty$ e $+\infty$ que é associado a cada ponto k da amostra que possa ocorrer. Expresso de outra forma, o resultado aleatório de um experimento, indexado por k , pode ser representado por um número real $x(k)$, chamado de variável aleatória (v.a.). Todos os possíveis eventos experimentais que possam ocorrer constituem uma classe adicional de conjuntos de dados e uma medida de probabilidade poderá ser atribuída para cada evento (BENDAT, 2010).

3.1. Função Densidade de Probabilidade

Para qualquer valor fixo de x , o evento aleatório $x(k) \leq x$ é definido como o conjunto de possíveis valores de k , tais que $x(k) \leq x$. Em termos da medida de probabilidade no espaço amostral, pode-se definir uma função, $P(x)$, como a probabilidade que se atribui para um conjunto de pontos k que satisfaz a estabelecida desigualdade $x(k) \leq x$ (BENDAT, 2010). Na forma de notação:

$$P(x) = Prob[x(k) \leq x] \quad (7)$$

Se a v.a. assume uma extensão contínua de valores, então a função densidade de probabilidade (f.d.), $p(x)$, por ser definida pela relação diferencial:

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{Prob[x < x(k) \leq x + \Delta x]}{\Delta x} \right] \quad (8)$$

Segue-se que:

$$p(x) \geq 0 \quad (9)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \quad (10)$$

$$P(x) = \int_{-\infty}^x p(\xi) d\xi \quad (11)$$

$$\frac{dP(x)}{dx} = p(x) \quad (12)$$

3.2. Esperança Matemática

Assumindo um conjunto de v.a. $x_1(k), \dots, x_n(k)$, cada uma podendo assumir valores no intervalo de $-\infty$ a $+\infty$, considerando $E[\]$ como o valor esperado para a variável contida entre os colchetes, a média (μ), o valor médio quadrático (ψ^2), a variância (σ^2), o desvio padrão (σ) de $x(k)$ podem ser obtidos, respectivamente pelas equações abaixo (BENDAT, 2010).

$$E[x_n(k)] = \int_{-\infty}^{\infty} x_n p(x_n) dx_n = \mu_n \quad (13)$$

$$E[x_n^2(k)] = \int_{-\infty}^{\infty} x_n^2 p(x_n) dx_n = \psi_n^2 \quad (14)$$

$$var[x_n(k)] = E[(x_n(k) - \mu_n)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x_n - \mu_n)^2 p(x_n) dx_n = \psi_n^2 - \mu_n^2 = \sigma_n^2 \quad (15)$$

$$\sigma_n = \left| \sqrt{\sigma_n^2} \right| \quad (16)$$

Para o caso de múltiplas variáveis, outro conceito importante é o de covariância. A covariância pode ser definida pela equação:

$$\begin{aligned}
C_{x_i x_j} &= E[(x_i(k) - \mu_i)(x_j(k) - \mu_j)] = E[x_i x_j] - E[x_i]E[x_j] \\
&= \iint_{-\infty}^{\infty} (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) p(x_i, x_j) dx_i dx_j, \quad (i = 1, \dots, n; j \\
&= 1, \dots, n)
\end{aligned} \tag{17}$$

O conceito de matriz de covariância abrange todos os possíveis valores de covariâncias entre as variáveis $x_1(k), \dots, x_n(k)$. Sua definição segue abaixo:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} C_{x_1 x_1} & C_{x_1 x_2} & \cdots & C_{x_1 x_n} \\ C_{x_2 x_1} & C_{x_2 x_2} & \cdots & C_{x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{x_n x_1} & C_{x_n x_2} & \cdots & C_{x_n x_n} \end{bmatrix} \tag{18}$$

Caso o conjunto de variáveis possua média zero, a diagonal da matriz de covariância será igual à variância de cada variável. Caso a covariância seja calculada para uma mesma variável, a mesma é referida como auto-covariância.

3.3. Distribuição Normal

Uma v.a. x tem distribuição normal com média μ e variância σ^2 (denotada $x \sim N(\mu, \sigma^2)$) se sua f.d. é dada por (BUSSAB, 2004):

$$p(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{19}$$

Quando a média de x equivale a zero e a variância à unidade tem-se a distribuição padrão, ou Normal Padronizada para a qual a f.d. equivale a:

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \tag{20}$$

Onde:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \tag{21}$$

Tal transformação de variáveis torna-se importante quando se deseja calcular probabilidades relativas a uma distribuição normal genérica.

3.4. Distribuição Qui-Quadrado

Definindo uma v.a. y , formada por n v.a. $x_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ (BUSSAB, 2004):

$$y = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (22)$$

A v.a. y tem distribuição qui-quadrado com v graus de liberdade (denotada $\mathcal{X}^2(v)$) e sua f.d. equivale a:

$$p(y, v) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(v/2)2^{v/2}} y^{v/2-1} e^{-y/2} & , y > 0 \\ 0 & , y < 0 \end{cases} \quad (23)$$

Onde Γ é a função gama:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\alpha-1} dx \quad , \alpha > 0 \quad (24)$$

A esperança matemática e a variância de x são dadas por:

$$E[y] = v \quad (25)$$

$$var[y] = 2v \quad (26)$$

3.5. Distribuição t de Student

Definindo uma v.a. contínua t , expressa em função de $z \sim N(0,1)$ e $y \sim \mathcal{X}^2(v)$, obtém-se (BUSSAB, 2004):

$$t = \frac{z}{\sqrt{y/v}} \quad (27)$$

Tal variável tem distribuição t de Student com v graus de liberdade (denotada $t(v)$) e sua f.d. equivale a:

$$p(t, v) = \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\Gamma(v/2)\sqrt{\pi v}} (1 + t^2/v)^{-(v+1)/2} \quad , -\infty < t < \infty \quad (28)$$

A esperança matemática e a variância de t são dadas por:

$$E[t] = 0 \quad (29)$$

$$var[t] = \frac{v}{v-2} \quad (30)$$

3.6. Distribuição F de Fisher

Definindo uma v.a. w , formada por $y_1 \sim \mathcal{X}^2(v_1)$ e $y_2 \sim \mathcal{X}^2(v_2)$, obtém-se (BUSSAB, 2004):

$$w = \frac{y_1/v_1}{y_2/v_2} \quad (31)$$

Tal v.a. tem distribuição F de Fisher, também chamada de F de Snedecor, (denotada por $w \sim F(v_1, v_2)$) e sua f.d. equivale a:

$$p(w, v_1, v_2) = \frac{\Gamma((v_1 + v_2)/2)}{\Gamma(v_1/2)\Gamma(v_2/2)} \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{v_1/2} \frac{w^{(v_1-2)/2}}{(1 + v_1w/v_2)^{(v_1+v_2)/2}}, w > 0 \quad (32)$$

A esperança matemática e a variância de w são dadas por:

$$E[w] = \frac{v_2}{v_2 - 2} \quad (33)$$

$$var[w] = \frac{2v_2^2(v_1 + v_2 - 2)}{v_1(v_2 - 2)^2(v_2 - 4)} \quad (34)$$

3.7. Teste de Hipóteses

O teste de hipóteses consiste na execução de um procedimento estatístico formal no qual se põe a prova uma suposição, definida dentro de um nível de significância escolhido, comparando parâmetros relacionados à hipótese com limites determinados a partir da distribuição estatística dos mesmos.

Como exemplo, dado um parâmetro θ , pode-se desejar testar se $\theta = \theta_0$, onde θ_0 representa um valor conhecido. Nesse contexto, a hipótese nula, ou seja, a hipótese que se deseja testar é:

$$H_0: \theta = \theta_0 \quad (35)$$

Pode haver diferentes hipóteses alternativas, portanto a hipótese alternativa H_1 pode ser posta de diferentes maneiras, no entanto, para o fim deste exemplo, define-se:

$$H_1: \theta \neq \theta_0 \quad (36)$$

Definem-se ainda erros: Tipo I, que consiste em rejeitar a hipótese nula quando esta é verdadeira e cuja probabilidade equivale a α . Tipo II, não rejeitar a hipótese nula quando a mesma é falsa e cuja probabilidade de ocorrência equivale a β (BUSSAB, 2004):

$$\alpha = P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}) \quad (37)$$

$$\beta = P(\text{erro tipo II}) = P(\text{não rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}) \quad (38)$$

O valor de α , em geral é definido arbitrariamente. O valor de β pode ser de difícil determinação, pois geralmente não são determinados valores fixos para os parâmetros sobre hipóteses alternativas.

Funcionalmente o teste é realizado construindo uma região crítica (r.c.), caso o valor estimado estatisticamente para o parâmetro, $\hat{\theta}$, pertença à r.c. rejeita-se H_0 . A r.c. é definida de maneira que:

$$P(\hat{\theta} \in r.c. | H_0 \text{ é verdadeira}) = \alpha \quad (39)$$

4. PROCESSAMENTO DE SINAIS

Além do arcabouço teórico de estatística previamente apresentado, conceitos relativos ao processamento de sinais amostrados serão extensamente utilizados, motivo da existência deste capítulo.

Uma etapa prévia ao processamento de sinais é a aquisição dos mesmos. No processo de medição, são obtidas amostras, utilizando elementos sensores e sistemas de aquisição. Supondo $x(t)$ como uma variável contínua, $x(n)$ é o sinal amostrado, representado pela equação abaixo:

$$x(n) = x(t = n\Delta t) \quad , n \text{ inteiro} \quad (40)$$

Na equação (40), Δt , representa o tempo entre amostras consecutivas, seu inverso, f_s , representa a taxa de aquisição, ou frequência de amostragem. Em um procedimento de amostragem, a maior frequência presente no sinal amostrado, f_{max} , deve ser menor ou igual à frequência de Nyquist, $f_s/2$, para que não ocorram distorções causadas por rebatimento, no domínio da frequência. Buscando atender tal critério, utilizam-se filtros analógicos entre o sensor e o sistema de aquisição (ARRUDA, 2008).

$$f_{max} \leq \frac{f_s}{2} \quad (41)$$

Após a aquisição, podem ser aplicadas janelas ao sinal amostrado, com intuito de reduzir efeitos de erros de vazamento (lóbulos laterais em espectros obtidos pela Transformada de Fourier causados pela amostragem de número racional não inteiro de períodos) (ARRUDA, 2008). Dentre as janelas, cita-se a de Hanning, cuja expressão é (MAIA, 1997):

$$w(n) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \quad , 0 \leq n \leq N-1 \quad (42)$$

4.1. Processamento de Sinais Aleatórios

Sinais determinísticos são aqueles que podem ser descritos por relações matemáticas explícitas. Sinais aleatórios, por sua vez, podem ser definidos como conjuntos de pontos (obtidos

por um processo de amostragem, por exemplo) cujo valor no tempo futuro não pode ser previsto com exatidão (BENDAT, 2010).

Pode-se argumentar que na prática, nenhum sinal é verdadeiramente determinístico, pois o processo de medição sempre introduz erros. Por outro lado, tampouco os sinais são completamente aleatórios, pois em algumas circunstâncias é possível atribuir modelos matemáticos que representam os processos com a exatidão necessária.

No tratamento de sinais aleatórios, algumas funções estatísticas são utilizadas para descrever o processo, como por exemplo, a média e o valor médio quadrático, já apresentados na seção 3.2. e a função de auto-correlação. Tais funções, representando as características médias ao longo do tempo são:

$$\mu_x(k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) dt \quad (43)$$

$$\psi_x^2(k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k^2(t) dt \quad (44)$$

$$R_{xx}(k, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) x_k(t + \tau) dt \quad (45)$$

As mesmas funções podem ser obtidas através de médias de conjunto, conforme as equações abaixo:

$$\mu_x(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t) \quad (46)$$

$$\psi_x^2(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2(t) \quad (47)$$

$$R_{xx}(t, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t) x_k(t + \tau) \quad (48)$$

Quando as médias de um processo se mantêm constantes no tempo, denomina-se tal processo de estacionário. Quando as características médias temporais são equivalentes às obtidas por médias de conjuntos, denomina-se o processo como ergódico (ARRUDA, 2008).

No caso de sinais discretos, trabalha-se com as estimativas da média, variância, auto-correlação e auto-covariância, obtidas respectivamente pelas equações abaixo:

$$\hat{\mu}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n) \quad (49)$$

$$\hat{\psi}_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x^2(n) \quad (50)$$

$$\hat{R}_{xx}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n)x(n + \tau) \quad (51)$$

$$\hat{C}_{xx}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=\tau+1}^N (x(n) - \hat{\mu}_x)(x(n - \tau) - \hat{\mu}_x) \quad (52)$$

4.1.1. Densidade Espectral de Potência

Além da média, desvio médio quadrático e auto-correlação, a função Densidade Espectral de Potência (DEP) pode ser utilizada para caracterização de sinais aleatórios ergódicos estacionários. A mesma pode ser definida de diferentes formas, mas neste texto será apresentada apenas a definição baseada na Transformada de Fourier Finita (BENDAT, 2010).

Considerando dois sinais amostrados, $x_k(t)$ e $y_k(t)$, obtidos a partir de um processo aleatório estacionário, a Transformada Finita de Fourier de tais sinais pode ser definida como:

$$X_k(f, T) = \int_0^T x_k(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (53)$$

$$Y_k(f, T) = \int_0^T y_k(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (54)$$

Caso fosse utilizada a definição de Transformada de Fourier, o intervalo de integração seria de $-\infty$ a $+\infty$. Como sinais estacionários teoricamente persistem durante um tempo infinito, as condições de Dirichlet poderiam não ser atendidas e a Transformada de Fourier poderia não existir. No entanto, definindo um intervalo finito de tempo de 0 a T a transformada existirá (BENDAT, 2010).

Considerando $X_k^*(f, T)$ como o par complexo conjugado de $X_k(f, T)$, a Densidade Espectral de Potência Cruzada e Direta dos sinais pode ser obtida, respectivamente conforme as equações:

$$S_{xy}(f, T, k) = \frac{1}{T} X_k^*(f, T) Y_k(f, T) \quad (55)$$

$$S_{xx}(f, T, k) = \frac{1}{T} |X_k(f, T)|^2 \quad (56)$$

Ou, de outra forma (ARRUDA, 2008, p. 66):

$$S_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{1}{qT} \sum_{k=1}^q X_k^*(f, T) Y_k(f, T) \quad (57)$$

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{1}{qT} \sum_{k=1}^q |X_k(f, T)|^2 \quad (58)$$

Numericamente a DEP é estimada pela Transformada de Fourier Discreta (TFD), que por sua vez é calculada utilizando a Transformada Rápida de Fourier, utilizando, por exemplo, o algoritmo proposto por Cooley e Tukey em 1965.

A TFD para $x(k)$ pode ser definida como (ARRUDA, 2008, p.71):

$$X_r^{(k)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^{(k)} e^{-j2\pi nr/N} \quad , r = 0, \dots, N-1 \quad (59)$$

Onde:

$$x_n^{(k)} = x_k(t = nT/N) \quad , n = 0, \dots, N-1 \quad (60)$$

Embora não seja demonstrado aqui, admitindo-se (ARRUDA, 2008, p.71):

$$X_k(f = r/T, T) = T X_r^{(k)} \quad , r = 0, \dots, N-1 \quad (61)$$

Substituindo a equação (59) na (61) e o resultado da substituição em (57) e (58) chega-se na expressão da estimativa da DEP utilizando a TFD (ARRUDA, 2008, p. 72):

$$S_{xy}(f = r/T) \cong \frac{1}{\Delta f} \frac{1}{q} \sum_{k=1}^q X_r^{(k)*} Y_r^{(k)} \quad , r = 0, \dots, N-1 \quad (62)$$

$$S_{xx}(f = r/T) \cong \frac{1}{\Delta f} \frac{1}{q} \sum_{k=1}^q |X_r^{(k)}|^2 \quad , r = 0, \dots, N-1 \quad (63)$$

Existe outra forma de se estimar a DEP e que requer menos esforços computacionais que certos métodos além de ser útil para testar e medir o quanto o sinal é não estacionário, trata-se do Periodograma de Welch (WELCH, 1967).

Para utilização do método, dado um sinal qualquer, $x(i)$, o mesmo deve ser particionado de forma que haja sobreposição entre cada segmento de comprimento N . O primeiro ponto de um certo segmento estaria distante D pontos do primeiro ponto do segmento anterior. As equações abaixo ilustram o processo.

$$x_1(i) = x(i) \quad , i = 0, \dots, N - 1 \quad (64)$$

$$x_2(i) = x(i + D) \quad , i = 0, \dots, N - 1 \quad (65)$$

$$x_q(i) = x(i + (q - 1)D) \quad , i = 0, \dots, N - 1 \quad (66)$$

Supondo que os q segmentos cubram todo o comprimento de $x(i)$, pré-multiplicando cada segmento por uma janela $w(i)$, $i = 0, \dots, N - 1$, e tomando a TFD, $A_q(n)$, para cada produto:

$$A_q(n) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_q(i) w(i) e^{-\frac{2qjin}{N}} \quad (67)$$

Pela equação abaixo se obtém q periodogramas modificados:

$$I_q(f_n) = \frac{N}{U} |A_q(n)|^2 \quad (68)$$

Onde:

$$f_n = \frac{n}{N} \quad , n = 0, \dots, \frac{L}{2} \quad (69)$$

$$U = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} w^2(i) \quad (70)$$

Finalmente o estimador da DEP pelo Periodograma de Welch pode ser escrito como:

$$\hat{S}_{xx}(f_n) = \frac{1}{q} \sum_{k=1}^q I_k(f_n) \quad (71)$$

Caso se considere que não há janela e que o distanciamento entre segmentos $D=0$, a definição (71) é equivalente à (63).

4.1.2. Relações de Sistemas Lineares

As relações aqui apresentadas são válidas para sistemas lineares invariantes no tempo, fisicamente realizáveis e estáveis. Um sistema é invariante no tempo se possui parâmetros constantes, ou seja, se todas suas propriedades não variam ao decorrer do tempo em que é analisado. Um sistema é linear se sua resposta possui características aditivas e homogêneas. Ou seja, quando sua resposta à soma de entradas é equivalente à soma das respostas produzidas por cada entrada separadamente (característica aditiva) e quando sua resposta a uma constante multiplicada por uma entrada é equivalente à resposta à entrada, posteriormente multiplicada pela mesma constante (característica homogênea) (BENDAT, 2010).

Para que um sistema linear invariante no tempo seja fisicamente realizável é necessário que tal sistema responda apenas a entradas passadas (causal). Para que o sistema seja estável toda entrada limitada deve gerar respostas limitadas.

Para sistemas lineares invariantes no tempo, fisicamente realizáveis e estáveis, como o ilustrado na Figura 12, suas características dinâmicas podem ser descritas pela Função Resposta em Frequência (FRF).

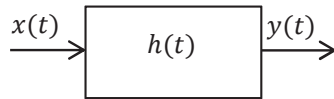


Figura 12 - Sistema linear.

A FRF é a transformada de Fourier da função resposta ao impulso, $h(t)$, conforme expresso na equação (72):

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (72)$$

Para tais sistemas, a seguinte relação pode ser definida:

$$S_{yy}(f) = |H(f)|^2 S_{xx}(f) \quad (73)$$

onde $H(f)$ é a FRF. Em problemas em que se procura determinar a FRF a partir de sinais aleatórios medidos, os seguintes estimadores podem ser utilizados:

$$\hat{H}_1(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xx}(f)} \quad (74)$$

$$\hat{H}_2(f) = \frac{S_{yy}(f)}{S_{yx}(f)} \quad (75)$$

O estimador \hat{H}_1 deve ser utilizado quando há ruído no sinal da resposta enquanto o estimador \hat{H}_2 quando há ruído no sinal de entrada. É possível ainda definir a relação entre os estimadores por meio da Função de Coerência Ordinária (FCO), γ_{xy}^2 :

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|S_{xy}(f)|^2}{S_{xx}(f)S_{yy}(f)} = \frac{\hat{H}_1(f)}{\hat{H}_2(f)} \quad (76)$$

$$0 \leq \gamma_{xy}^2(f) \leq 1$$

Para sistemas mecânicos, onde a entrada é um sinal de força, a FCO é um coeficiente normalizado de correlação entre a força e a resposta do sistema, avaliado a cada frequência. Quando a FCO é menor que a unidade, uma ou mais das características elencadas abaixo podem estar presentes (MAIA, 1997):

1. Presença de ruído externo na medição;
2. Estimativa da DEP com erros de tendência;
3. A relação entre a entrada e saída não é linear;
4. A resposta é função de uma entrada não contabilizada;

5. IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA DE SISTEMAS

Compondo a base teórica de alguns métodos de FDI utilizados nesta pesquisa, a identificação paramétrica de sistemas é o processo de desenvolvimento de modelos paramétricos finitos baseados em sinais medidos de excitação e/ou resposta. Para sistemas mecânicos, tipicamente a excitação é um sinal de força e a resposta um sinal de deslocamento, velocidade ou aceleração. Um procedimento geral de identificação de sistemas pode ser ilustrado pela figura abaixo, adaptada de Fassois (2001).

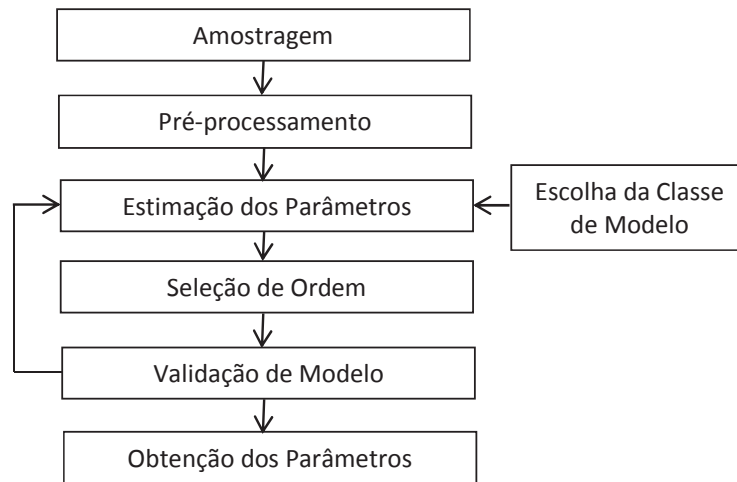


Figura 13 – Procedimento geral de identificação.

Inicialmente amostram-se os sinais, a força deve ser um sinal suficientemente rico para excitar o sistema dentro da faixa de frequências em análise. Uma excitação harmônica não é rica enquanto que uma sobreposição de excitações harmônicas o é.

Em seguida o sinal digital pode ser re-amostrado e janelas podem ser aplicadas. Após a escolha de uma classe de modelo, estimam-se os parâmetros. Ressalta-se que existem vários métodos de estimação de parâmetros para uma mesma classe de modelos (STOICA; LJUNG; FASSOIS, 1989, 1999, 2001).

Na etapa de seleção de ordem deve-se escolher um número mínimo de parâmetros que caracterizem o sistema. Para este fim podem ser realizados alguns testes de parcimônia. A validação do modelo pode ser feita comparando o ruído gerado pelo modelo ajustado com ruído branco. Caso o modelo ajustado seja válido, os parâmetros obtidos identificam o sistema.

5.1. Classes de Modelos Paramétricos

Modelos paramétricos podem ser subdivididos em diferentes classes, como por exemplo: exponencial complexa, espaço de estados e polinomial (FASSOIS, 2001). Um modelo paramétrico polinomial, $\mathcal{M}(\theta)$, pode ser representado pela forma geral abaixo:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}(\theta): y(t) &= G(q^{-1}; \theta)u(t) + H(q^{-1}; \theta)e(t) \\ E[e(t)e^T(s)] &= \Lambda(\theta)\delta_{t,s}\end{aligned}\tag{77}$$

Na equação (77), $y(t)$ e $u(t)$ são, respectivamente sinais de resposta e entrada no tempo de dimensões ny , e nu . A variável $e(t)$, denominada erro ou resíduo gerado pela modelagem, representa uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas de média zero, ou seja, ruído branco (cor em analogia à luz branca que possui componentes em todas suas frequências). As funções $G(q^{-1}; \theta)$ e $H(q^{-1}; \theta)$ representam filtros de dimensões $(ny|nu)$ e $(ny|ny)$. A matriz $\Lambda(\theta)$ representa a matriz de covariância do ruído branco. O argumento q^{-1} denota a operação regressiva exemplificada pela equação abaixo:

$$q^{-1}u(t) = u(t - 1)\tag{78}$$

O delta de Kronecker, representado por $\delta_{t,s}$, pode ser obtido pela equação a seguir:

$$\delta_{t,s} = \begin{cases} 1 & , t = s \\ 0 & , t \neq s \end{cases}\tag{79}$$

5.1.1. Modelo Autorregressivo (AR)

Dado um sinal $y(t)$, o modelo Autorregressivo (AR) de ordem na , ou $AR(na)$, pode ser escrito como:

$$A(q^{-1})y(t) = e(t)\tag{80}$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na}\tag{81}$$

$$\theta = [a_1 \quad \dots \quad a_{na}]^T\tag{82}$$

Onde θ representa um vetor formado pelos coeficientes do polinômio expresso pela equação (81).

A Figura 14 ilustra o modelo AR. Neste modelo supõe-se que extraído de um sinal toda a informação nele contida, resta um ruído perfeitamente aleatório, ou seja ruído branco (ARRUDA, 2008).

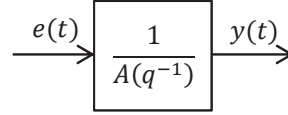


Figura 14 – Diagrama de blocos do modelo AR.

Amostrando $y(t)$ a uma taxa de aquisição constante, pode-se reescrever a equação (80), obtendo-se:

$$y_n = - \sum_{i=1}^{na} a_i y_{n-i} + e_n \quad , n = 0, \dots, N-1 \quad (83)$$

Utilizando a expressão (83), fazendo $n = na, \dots, N-1$, podem ser obtidas $N - na$ equações, que agrupadas na forma matricial levam ao sistema abaixo:

$$\begin{bmatrix} y_{na} \\ y_{na+1} \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} y_{na-1} & y_{na-2} & \cdots & y_0 \\ y_{na} & y_{na-1} & \cdots & y_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N-2} & y_{N-3} & \cdots & y_{N-na-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{na} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{na} \\ e_{na+1} \\ \vdots \\ e_{N-1} \end{bmatrix} \quad (84)$$

Reescrevendo de forma compacta:

$$Y = \Phi \theta + \varepsilon \quad (85)$$

Trata-se de um caso especial do problema linear de mínimos quadrados. A estimativa direta por mínimos quadrados dos parâmetros é dada por (PORAT, 1994, p. 172):

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \quad (86)$$

Uma vez estimados os parâmetros pode-se estimar o erro isolando ε na equação (85). A matriz de covariância dos parâmetros pode então ser estimada pela equação abaixo, onde ψ_ε^2 é a variância do ruído ε , estimada pelo emprego da equação (50) (SÖDERSTRÖM, 1989, p. 65):

$$\hat{\Lambda}(\theta) = \psi_\varepsilon^2 (\Phi^T \Phi)^{-1} \quad (87)$$

A diagonal da matriz de covariância dos parâmetros contém a variância dos parâmetros de θ .

5.1.2. Modelo Autorregressivo com Entrada Exógena (ARX)

O modelo Autorregressivo com Entrada Exógena, também referido como ARX, em menção à sigla do termo inglês *AutoRegressive with eXogeneous excitation* de ordem na, nb , ou $ARX(na, nb)$, pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} A(q^{-1})y(t) &= B(q^{-1})u(t) + e(t) \\ A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ B(q^{-1}) &= b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \\ \theta &= [a_1 \quad \dots \quad a_{na} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{nb}]^T \end{aligned} \quad (88)$$

A Figura 15 ilustra o modelo ARX. Neste modelo supõe-se que além do ruído branco uma entrada $u(t)$ irá compor $y(t)$.

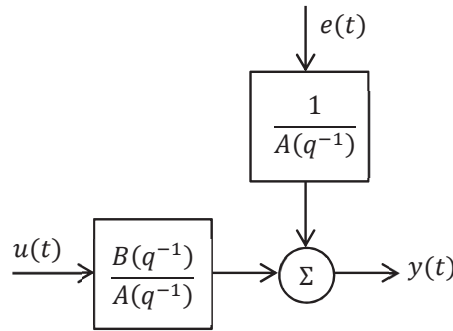


Figura 15 – Diagrama de blocos do modelo ARX.

Amostrando $y(t)$ e $u(t)$ a uma taxa de aquisição constante, pode-se reescrever a equação (88), obtendo-se:

$$y_n = - \sum_{i=1}^{na} a_i y_{n-i} + \sum_{i=1}^{nb} b_i u_{n-i} + e_n \quad , n = 0, \dots, N - 1 \quad (89)$$

Tal equação poderia ser colocada na notação matricial, obtendo um sistema linear semelhante ao mostrado na equação (84), no entanto, optou-se por apresentar o desenvolvimento de uma forma complementar, por esta ser mais propícia à implementação computacional.

Assim, a equação (89) pode reescrita como:

$$y_n = \hat{y}_n(\theta) + e_n \quad , n = 0, \dots, N - 1 \quad (90)$$

Onde:

$$\hat{y}_n(\theta) = \varphi_n^T \theta \quad (91)$$

$$\varphi_n^T = [-y_{n-1} \quad \cdots \quad -y_{n-na} \quad u_n \quad \cdots \quad u_{n-nb}]^T \quad (92)$$

Assumindo como zero os sinais fora do intervalo $[0, N - 1]$, a minimização do erro quadrático leva ao estimador abaixo (FASSOIS, 2001, p. 677):

$$\hat{\theta} = \left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \varphi_n \varphi_n^T \right)^{-1} \left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \varphi_n y_n \right) \quad (93)$$

A matriz de covariância pode ser estimada pela expressão abaixo, onde $E[\varphi_n \varphi_n^T]$ pode ser estimado pelo emprego da equação (50):

$$\hat{\Lambda}(\theta) = \psi_e^2 \{E[\varphi_n \varphi_n^T]\}^{-1} \quad (94)$$

A variância dos parâmetros é dada pela diagonal da matriz de covariância.

5.2. Seleção de Ordem

O princípio da parcimônia expõe que entre duas estruturas de modelos identificados que se ajustam a um certo conjunto de dados, a mais simples, aquela que utiliza o menor número de parâmetros, na média, será a mais acurada (BOX, 1976, apud SÖDERSTRÖM, 1989, p. 464).

A acurácia da identificação pode ser medida em função da variância do ruído gerado, ou seja ψ_e^2 . No entanto, geralmente a mesma decai com incremento da ordem do modelo. Para permitir seleção adequada da ordem, alguns critérios buscam penalizar a acurácia com aumento da complexidade do modelo. Dentre os critérios existentes citam-se o *Bayesian Information Criterion*, ou BIC, o *Akaike Information Criterion*, ou AIC (FASSOIS, 2001) e o *Final Prediction Error*, ou FPE (SÖDERSTRÖM, 1989). Definidos abaixo:

$$AIC \triangleq N \ln(\psi_e^2) + 2 \dim(\theta) \quad (95)$$

$$BIC \triangleq \ln(\psi_e^2) + \dim(\theta) \frac{\ln(N)}{N} \quad (96)$$

$$FPE \triangleq \psi_e^2 \frac{1 + \dim(\theta)/N}{1 - \dim(\theta)/N} \quad (97)$$

Nos indicadores acima, $\dim(\theta)$ representa a dimensão do conjunto de parâmetros θ . A minimização de tais indicadores leva a seleção da melhor ordem, dentro do princípio da parcimônia.

5.3. Validação de Modelo

Um procedimento básico de validação de modelo se refere ao uso de gráficos e senso comum. Pode-se construir um gráfico no qual sejam mostrados o sinal medido e o sinal recomposto usando os parâmetros estimados, descontado o erro. No caso do modelo AR, a abordagem consiste em representar graficamente Y e $\phi\theta$, no caso do modelo ARX, y_n e $\hat{y}_n(\theta)$. Para um bom modelo deve haver semelhança entre os sinais medidos e recompostos, as diferenças serão fruto dos erros de modelagem e presentes nos sinais (SÖDERSTRÖM, 1989).

Outra forma de verificar a legitimidade do modelo se dá pelo exame das premissas assumidas pelo método de identificação utilizado. No caso da estimação pelo método dos mínimos quadrados linear, uma das premissas é que o erro gerado é ruído branco, isto é, não correlacionado a si mesmo e não correlacionado com valores de excitações passadas (FASSOIS, 2001).

Para verificação da premissa de que o ruído é branco pode-se realizar um teste de auto-correlação. Se o ruído é branco, então sua função de auto-correlação, estimada pela equação (51) deve ser equivalente à zero, exceto quando $\tau = 0$. Para teste desta premissa, considerando que \hat{r}_ε é a autocovariância estimada pela equação (52) do ruído ε gerado pelo modelo definem-se as seguintes variáveis:

$$r = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \begin{pmatrix} \varepsilon(t-1) \\ \vdots \\ \varepsilon(t-m) \end{pmatrix} \varepsilon(t) = \begin{pmatrix} \hat{r}_\varepsilon^2(1) \\ \vdots \\ \hat{r}_\varepsilon^2(m) \end{pmatrix} \quad (98)$$

$$x_\tau = \frac{\hat{r}_\varepsilon^2(\tau)}{\hat{r}_\varepsilon^2(0)} \quad (99)$$

Conforme Söderström (1989) as quantidades expressas nas equações (100) e (101) seguem, respectivamente distribuições $\chi^2(m)$ e $N(0,1)$. Conforme Fassois (2006), a quantidade

expressa na equação (102) segue distribuição $\chi^2(h-1)$. As variáveis m e h são variáveis de livre escolha e seu máximo valor é N .

$$Q_1 = \frac{N}{\hat{r}_\varepsilon(0)} \sum_{i=1}^m \hat{r}_\varepsilon^2(i) = Nr^T r / \hat{r}_\varepsilon(0) \xrightarrow{dist.} \chi^2(m) \quad (100)$$

$$Q_2 = \sqrt{N}x_\tau = \sqrt{N} \frac{\hat{r}_\varepsilon(\tau)}{\hat{r}_\varepsilon(0)} \xrightarrow{dist.} N(0,1) \quad (101)$$

$$Q_3 = N(N+2) \sum_{i=1}^h (N-i)x_i^2 \xrightarrow{dist.} \chi^2(h-1) \quad (102)$$

Considerando as hipóteses:

H_0 (hipótese nula): o erro gerado é ruído branco;

H_1 (hipótese alternativa): o erro gerado não é ruído branco.

Dentro de um erro tipo I, cuja probabilidade α de ocorrência geralmente assume valores entre 0,01 e 0,1, os valores limites para as regiões críticas (ver capítulo 3.7 sobre teste de hipóteses) podem ser definidos para cada caso pelas relações abaixo:

$$\alpha = P(Q_1 > \chi_\alpha^2(m)) \quad (103)$$

$$\alpha = P(Q_2 > N_\alpha(0,1)) \quad (104)$$

$$\alpha = P(Q_3 > \chi_\alpha^2(h-1)) \quad (105)$$

Desta forma, usando a quantidade Q_1 para o teste, se:

$$Q_1 \leq \chi_\alpha^2(m) \quad \text{Se aceita } H_0 \text{ (consequentemente validando o modelo)}$$

$$Q_1 > \chi_\alpha^2(m) \quad \text{Se aceita } H_1 \text{ (consequentemente invalidando o modelo)}$$

Usando Q_2 , se, para todos os valores de τ :

$$Q_2(\tau) \leq N_\alpha(0,1) \quad \text{Se aceita } H_0 \text{ (consequentemente validando o modelo)}$$

$$Q_2(\tau) > N_\alpha(0,1) \quad \text{Se aceita } H_1 \text{ (consequentemente invalidando o modelo)}$$

Usando Q_3 , se:

$$Q_3 \leq \chi_\alpha^2(h-1) \quad \text{Se aceita } H_0 \text{ (consequentemente validando o modelo)}$$

$$Q_3 > \chi_\alpha^2(h-1) \quad \text{Se aceita } H_1 \text{ (consequentemente invalidando o modelo)}$$

Outra hipótese que se assume é a de que o erro ε gerado pelo modelo além de ser ruído branco de média zero possui distribuição simétrica, isto é, mesmo número de pontos com sinais positivo e negativo. Para teste dessa hipótese, inicialmente define-se a v.a. $\{\delta_i\}_{i=1}^{N-1}$, conforme abaixo:

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & , se \varepsilon(t)\varepsilon(t+1) < 0 \\ 0 & , se \varepsilon(t)\varepsilon(t+1) > 0 \end{cases} \quad (106)$$

Introduzindo a variável abaixo:

$$\tilde{x}_N = \sum_{i=1}^{N-1} \delta_i \quad (107)$$

Pode-se definir a quantidade Q_4 , que possui distribuição normal, com média zero e variância igual a um (SÖDERSTRÖM, 1989).

$$Q_4 = \frac{\tilde{x}_N - N/2}{\sqrt{N}/2} \xrightarrow{dist.} N(0,1) \quad (108)$$

Para este teste de hipótese, consideram-se:

H_0 (hipótese nula): o erro gerado é ruído branco de distribuição simétrica;

H_1 (hipótese alternativa): o erro gerado não é ruído branco de distribuição simétrica.

Desta forma, usando Q_4 , o teste pode ser formalizado como:

$Q_4 \leq N_\alpha(0,1)$ Se aceita H_0 (consequentemente validando o modelo)

$Q_4 > N_\alpha(0,1)$ Se aceita H_1 (consequentemente invalidando o modelo)

6. MÉTODOS DE DETECÇÃO, IDENTIFICAÇÃO E ESTIMAÇÃO DE MAGNITUDE DE FALHAS OU DEFEITOS

Usando os conceitos apresentados nos capítulos 3, 4 e 0, os métodos de detecção, identificação e estimação de magnitude de falhas ou defeitos buscam o acompanhamento da operação, manutenção e segurança de estruturas vibrantes, tais como plataformas de petróleo, estruturas espaciais, civis etc. Tal processo também referido como diagnose de falhas, ou pelo acrônimo FDI formado a partir do termo inglês *Fault Detection and Identification*.

Para este fim várias técnicas tem sido desenvolvidas. Dentre elas, significativa atenção tem sido dada aos métodos baseados em vibrações. O princípio fundamental sobre o qual estes métodos se baseiam é o de que pequenas alterações (falhas) em uma estrutura causam discrepâncias em sua resposta vibratória. Os métodos buscam de maneira confiável detectar tais discrepâncias e associar com precisão a causas específicas (falhas de magnitudes e modos específicos).

Dentre os métodos baseados em vibrações, aqueles baseados em séries temporais formam uma importante categoria. O termo “série temporal” se originou na estatística (BOX et al., 1994 apud FASSOIS, 2007) e se refere a uma sequência de escalares ou vetores obtidas ao longo do tempo. Nesse contexto se encaixam sinais de excitação e/ou resposta de estruturas e máquinas.

Os métodos baseados na análise de séries temporais utilizam-se de conceitos estatísticos no desenvolvimento de modelos matemáticos para descrição dos sinais e análise de sua resposta observada e futura. Por sua própria natureza estatística, estes métodos já contabilizam as incertezas, pois são baseados nos dados medidos e não na física do problema (apesar de haver inter-relação).

Estes métodos oferecem uma série de vantagens em relação a outros, como por exemplo: não necessitam de modelos físicos ou baseados no método dos elementos finitos, não requerem modelos completos da estrutura em análise, as incertezas (de medição, ambientais etc) são inerentemente contabilizadas, etc. No entanto, como modelos completos não são empregados, métodos baseados em análise de séries temporais podem identificar falhas apenas dentro dos limites de cada modelo empregado. Dentre estes métodos, os apresentados na Figura 16 foram utilizados no presente trabalho.

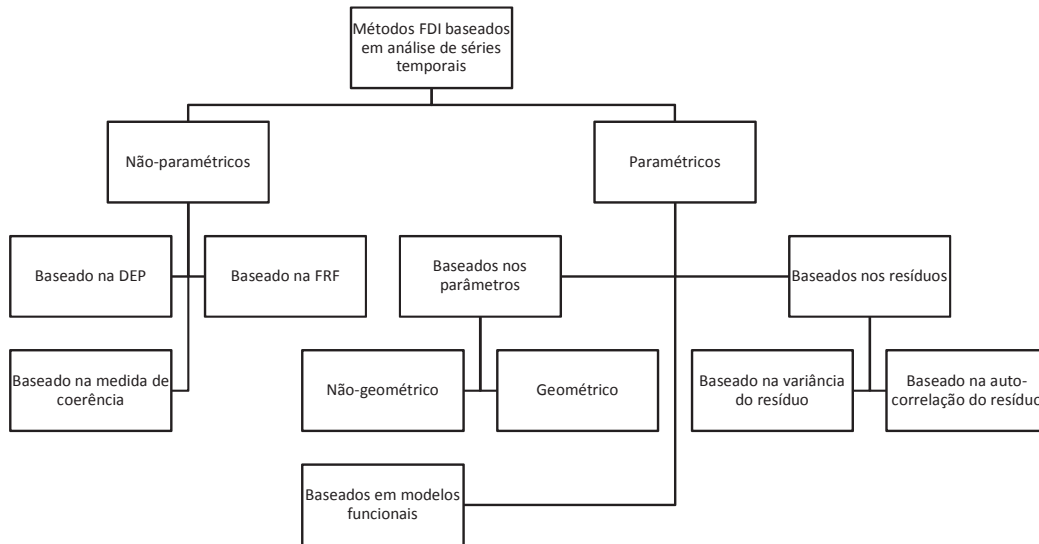


Figura 16 – Classificação de métodos FDI baseados na análise de séries temporais.

6.1. O Problema de FDI

Para uma estrutura vibrante sob análise pode-se definir S_o como o estado nominal (saudável). Para a mesma estrutura, em falha, é possível associar os estados S_A, \dots, S_D , respectivamente aos tipos de falhas (modos de falha), A, \dots, D . Assume-se que cada tipo de falha faça parte de um contínuo de falhas (falhas de diferentes magnitudes) caracterizado pela mesma natureza (por exemplo, desbalanceamento cuja massa desbalanceada possa assumir diferentes valores). A estrutura pertencente a um certo contínuo de falha é designada S_i^k , com i representando o modo de falha e k a magnitude da falha. O símbolo F_i^k também é utilizado para designar a falha em si (FASSOIS, 2007).

Ao longo da campanha de uma estrutura, a mesma geralmente é inspecionada visando detecção de falhas. Quando ainda não se conhece o estado da estrutura inspecionada refere-se ao mesmo como S_u . Nesta fase podem ser medidos sinais temporais discretos de força de excitação, $x_u(t)$, e resposta em vibração, $y_u(t)$, sendo o tempo discreto, $t = 1, 2, \dots, N$, correspondendo ao

tempo $(t - 1)T_s$, onde T_s é o tempo entre amostras. Tais sinais podem ser agrupados para formar $z_u(t) = [x_u(t) \ y_u(t)]^T$, também referido como $(z_u)_1^N$. Por convenção, $x_u(t)$ e $y_u(t)$ são vetores coluna, isto é, vetores que possuem apenas uma coluna.

Dado $(z_u)_1^N$, obtido durante a inspeção, a caracterização de seu estado atual, problema referido como detecção, identificação e estimação de falha, pode ser dividido em três subproblemas:

O problema de detecção de falha consiste em decidir se o estado desconhecido é o estado normal, nominal da estrutura ou se existe alguma falha. As duas possibilidades, portanto são: $S_u = S_o$ (estrutura saudável) e $S_u \neq S_o$ (estrutura em falha).

O problema de identificação de falha é consecutivo ao de detecção e se resume em classificar o estado falho da estrutura. Na notação apresentada, cabe atribuir a qual dos estados S_A, \dots, S_D o modo falho pertence.

A estimação de falha busca atribuir uma magnitude 'k' à falha, buscando caracterizar níveis de falhas pertencentes a uma mesma família de falhas (modo).

6.2. Estrutura dos Métodos Baseados em Séries Temporais

Do ponto de vista prático, conforme Fassois (2007), a solução dos subproblemas expostos anteriormente requer que os estados S_o, S_A, \dots, S_D sejam conhecidos. Para tal, são necessários os conjuntos de dados $(z_o)_1^N, (z_A)_1^N, \dots, (z_D)_1^N$. Porém, nem sempre é possível obter de uma estrutura industrial dados de todos os modos de falhas. Nestes casos, experimentos em escala laboratorial ou modelos matemáticos (como por exemplo, modelos gerados pelo método dos elementos finitos) podem ser utilizados para representar a dinâmica da estrutura em diversas condições e modos de falha. A esta etapa do método dá-se o nome de fase de levantamento de referências.

Do ponto de vista teórico conceitual, métodos baseados em séries temporais consistem na análise e tomada de decisão estatística. Na fase de análise caracteriza-se o sinal e o sistema por modelagem paramétrica ou não-paramétrica. A partir da modelagem define-se uma quantidade característica do estado, função de um conjunto de dados, $Q = Q(z_1^N)$. Na etapa de tomada de decisão estatística, realizam-se testes de hipóteses utilizando as quantidades definidas na

modelagem. Ou seja, a quantidade característica do estado desconhecido, Q_u é comparada com as possíveis quantidades de cada estado conhecido, Q_A, \dots, Q_D .

A detecção de falha é um problema binário, podendo ser definido como:

$$\begin{aligned} H_0: Q_o &\sim Q_u \text{ (Hipótese nula, estrutura saudável)} \\ H_1: Q_o &\neq Q_u \text{ (Hipótese alternativa, estrutura em falha)} \end{aligned} \quad (109)$$

O símbolo \sim designa uma operação matemática conveniente (como a igualdade, desigualdade etc). A identificação de falha é um problema de teste de hipótese múltiplo:

$$\begin{aligned} H_A: Q_A &\sim Q_u \text{ (Hipótese A, modo de falha A)} \\ &\vdots \\ H_D: Q_D &\sim Q_u \text{ (Hipótese D, modo de falha D)} \end{aligned} \quad (110)$$

O delineamento dos testes de hipótese será desenvolvido para probabilidade de ocorrência de erros do tipo I (α) e para a escolha da f.d. da quantidade Q , dentro da hipótese nula H_0 , isto é, estrutura saudável. O uso da probabilidade de erros do tipo II (β) é mais complicado. Deve-se observar que um aumento/redução em α recaí em uma redução/aumento de β .

6.3. Métodos Não-paramétricos

Os métodos não-paramétricos utilizam quantidades Q , baseadas na representação espectral das séries temporais. Tais quantidades podem ser função apenas da resposta em vibração, como também da entrada de força e resposta em vibração, como detalhado nas próximas seções.

6.3.1. Método Baseado na Função Densidade Espectral de Potência

Este método busca detectar, identificar e estimar magnitudes de falhas utilizando variações na função Densidade Espectral de Potência dos sinais de resposta em vibração, $y(t)$. Ou seja, neste método (FASSOIS, 2007):

$$Q = S_{yy}(w) = S(w) \quad (111)$$

Dividindo a resposta em vibração em K intervalos não sobrepostos de mesmo tamanho, utiliza-se a definição (71) para estimativa da função, isto é, $\hat{S}(w)$. Conforme Bendat (2010, p. 282), a seguinte definição é válida:

$$\frac{2K\hat{S}(w)}{S(w)} \xrightarrow{dist.} \chi^2(2K) \quad (112)$$

Para detecção de falha as hipóteses são:

$$H_0: S_o = S_u \text{ (Hipótese nula, estrutura saudável)} \quad (113)$$

$$H_1: S_o \neq S_u \text{ (Hipótese alternativa, estrutura em falha)}$$

Visando aplicar o teste de hipóteses, utilizando a definição (112) chega-se a:

$$F \triangleq \frac{\hat{S}_o(w)/S_o(w)}{\hat{S}_u(w)/S_u(w)} \xrightarrow{dist.} F(2K, 2K) \quad (114)$$

Dentro da hipótese nula, os valores verdadeiros das funções $S_o(w)$ e $S_u(w)$ se igualam e F pode ser reescrito como:

$$F \triangleq \frac{\hat{S}_o(w)}{\hat{S}_u(w)} \xrightarrow{dist.} F(2K, 2K) \quad (115)$$

A igualdade necessária para validade da hipótese nula é definida então dentro de um risco equivalente a α (probabilidade do erro tipo I) pelo teste de hipóteses:

$$\begin{aligned} f_{(\alpha/2)}(2K, 2K) \leq F \leq f_{1-(\alpha/2)}(2K, 2K) \quad (\forall w) &\Rightarrow H_0 \text{ é aceita} \\ \text{do contrário} &\Rightarrow H_1 \text{ é aceita} \end{aligned} \quad (116)$$

Se H_0 é aceita então a estrutura está saudável, do contrário a mesma apresenta defeito. Na equação (116):

$$\begin{aligned} Prob(F \leq f_{(\alpha/2)}) &= \alpha \\ Prob(F \geq f_{1-(\alpha/2)}) &= \alpha \end{aligned} \quad (117)$$

A identificação da falha é obtida realizando este mesmo teste de hipóteses, comparando no entanto, o estado desconhecido com o estado de cada modo de falha, obtido na fase de levantamento de referências.

A estimação da magnitude da falha poderia ser alcançada possivelmente associando mudanças quantitativas específicas (em uma ou mais frequências) na Densidade Espectral de Potência a falhas de magnitudes específicas.

6.3.2. Método Baseado na Função Resposta em Frequência

Este método usa como quantidade específica os valores absolutos da FRF, para cada frequência, isto é (FASSOIS, 2007):

$$Q = |H(jw)| \quad (118)$$

A FRF é obtida a partir de um par de sinais de entrada e resposta. Para sua estimação utiliza-se o módulo de $\hat{H}_1(jw)$, para K segmentos de dados, definição (74). Conforme Bendat (2010, p.309), tal estimador segue distribuição Normal:

$$\begin{aligned} |\hat{H}_1(jw)| &\xrightarrow{dist.} N(|H(jw)|, \sigma^2(w)) \\ \sigma^2(w) &\approx \frac{1 - \gamma^2(w)}{\gamma^2(w)2K} |H(jw)|^2 \end{aligned} \quad (119)$$

Onde $\gamma^2(w)$ é a FCO definida pela equação (76).

A detecção da falha é realizada observando variações significativas, dentro de limites estatísticos entre as FRF do estado desconhecido e do estado nominal. Para este fim, as seguintes hipóteses são feitas:

$$\begin{aligned} H_0: \delta|H(jw)| &\triangleq |H_o(jw)| - |H_u(jw)| = 0 \text{ (estrutura saudável)} \\ H_1: \delta|H(jw)| &\triangleq |H_o(jw)| - |H_u(jw)| \neq 0 \text{ (estrutura em falha)} \end{aligned} \quad (120)$$

Como se trabalham com valores estimados das FRF, obtidos na etapa de levantamento de referências, e porque as estimativas são realizadas utilizando conjuntos de dados provenientes de aquisições diferentes, as seguintes relações são válidas.

$$\delta|\hat{H}(jw)| \triangleq |\hat{H}_o(jw)| - |\hat{H}_u(jw)| \quad (121)$$

$$\delta\sigma^2(w) = \sigma_o^2(w) + \sigma_u^2(w) \quad (122)$$

$$\delta|\hat{H}(jw)| \xrightarrow{dist.} N(\delta|H(jw)|, \delta\sigma^2(w)) \quad (123)$$

Dentro da hipótese nula, tanto os estimadores das FRF quanto as variâncias das mesmas coincidem, dessa forma:

$$\delta|\hat{H}(jw)| \xrightarrow{dist.} N(0, \delta\sigma_o^2(w)) \quad (124)$$

A variância $\sigma_o^2(w)$ geralmente não é conhecida, mas pode ser estimada pela equação (119) na fase de levantamento de referências. Tratando esta estimativa como uma variável de variabilidade desprezível (o que pode ser aceitável para um elevado número de amostras), as

hipóteses apresentadas na equação (120) podem ser avaliadas, dentro da probabilidade do risco tipo I, por:

$$\begin{aligned} \left| \delta |\hat{H}(jw)| \right| \leq Z_{1-(\alpha/2)} \sqrt{2\hat{\sigma}_\theta^2} \quad (\forall w) \Rightarrow H_0 \text{ é aceita (estrutura saudável)} \\ \text{do contrário} \quad \Rightarrow H_1 \text{ é aceita (estrutura em falha)} \end{aligned} \quad (125)$$

Onde:

$$Prob(Z \geq Z_{1-(\alpha/2)}) = \alpha \quad (126)$$

A identificação de falhas pode, em princípio, ser alcançada realizando o teste de hipóteses similar ao (120) para cada modo de falha, caracterizado na etapa de levantamento de referências.

A estimação de falhas, semelhante ao método baseado na DEP, pode ser realizada associando mudanças em uma ou mais frequências da FRF com a magnitude específica de uma falha.

6.3.3. Método Baseado na Medida de Coerência

Este método baseia-se na premissa heurística de que a FCO, obtida de um par de sinais de entrada e resposta, decai na ocorrência de falhas. Isto pode ocorrer devido ao fato de que não-linearidades são introduzidas, ou fortalecidas, no estado de falha (FASSOIS, 2007).

Uma estimativa da FCO pode ser obtida substituindo na equação (76) o valor real da DEP pelos valores estimados pelo Periodograma de Welch, equação (71). A média e a variância de tal estimador é dada por:

$$E[\hat{\gamma}^2(w)] \approx \gamma^2(w) + \frac{1}{K} (1 - \gamma^2(w))^2 \quad (127)$$

$$\sigma^2(w) \approx \frac{2\gamma^2(w)}{K} (1 - \gamma^2(w))^2 \quad (128)$$

Considerando uma discretização em frequência w_i ($i = 1, 2, \dots, n$), resolução em frequência δw , define-se a quantidade característica do método, Q , Medida de Coerência, Γ :

$$Q = \Gamma = \delta w \sum_{i=1}^n \gamma^2(w_i) \quad (129)$$

Onde $\gamma^2(w_i)$ é a FCO, obtida pela equação (76). Conforme Fassois (2007), tal variável possui distribuição Normal:

$$\hat{F} \xrightarrow{dist.} N(\Gamma, \sigma_F^2)$$

$$\sigma_F^2(w) = \delta w^2 \sum_{i=1}^n \sigma^2(w_i) \quad (130)$$

A detecção da falha é baseada na confirmação estatística de redução na Medida de Coerência do estado desconhecido em relação ao estado nominal. O seguinte teste de hipóteses pode ser realizado:

$$H_0: \delta\Gamma \triangleq \Gamma_o - \Gamma_u \leq 0 \text{ (Hipótese nula, estrutura saudável)}$$

$$H_1: \delta\Gamma \triangleq \Gamma_o - \Gamma_u > 0 \text{ (Hipótese alternativa, estrutura em falha)} \quad (131)$$

Observa-se que devido ao definido pela equação (130), e porque $\hat{\Gamma}_o$ e $\hat{\Gamma}_u$, obtidos na etapa de levantamento de referências podem ser considerados mutuamente independentes, considera-se:

$$\delta\hat{\Gamma} \triangleq \hat{\Gamma}_o - \hat{\Gamma}_u \xrightarrow{dist.} N(\delta\Gamma, \delta\sigma_F^2) \quad (132)$$

Onde:

$$\delta\Gamma = \Gamma_o - \Gamma_u \quad (133)$$

$$\delta\sigma_F^2 = (\sigma_F^2)_o + (\sigma_F^2)_u \quad (134)$$

Dentro da hipótese nula, a variância do estado desconhecido e do estado nominal coincidem. A variância $(\sigma_F^2)_o$ pode ser estimada na fase de levantamento de referências pela equação (128).

O teste de hipótese apresentado pela equação (131) é de difícil solução, pois necessita do conhecimento do valor médio real de $\delta\Gamma$. Para superar esta dificuldade, pode-se conservadoramente realizar o teste para o valor $\delta\Gamma = 0$. Tomando $(\sigma_F^2)_o$ como um valor cuja variabilidade é desprezível, e definindo α como a probabilidade do erro tipo I, o teste pode ser realizado por:

$$\delta\hat{\Gamma} \leq Z_{1-\alpha} \sqrt{2 (\sigma_F^2)_o} \Rightarrow H_0 \text{ é aceita (estrutura saudável)}$$

$$\text{do contrário} \Rightarrow H_1 \text{ é aceita (estrutura em falha)} \quad (135)$$

Onde:

$$Prob(Z \geq Z_{1-\alpha}) = \alpha \quad (136)$$

Este método não é adequado para identificação de falhas, pois diferentes modos de falha ou mesmo falhas de diferentes magnitudes podem resultar em iguais valores de Medida de Coerência.

Assumindo que apenas um modo de falha seja possível, a estimação de falha poderia ser obtida associando reduções quantitativas específicas na medida de coerência a magnitudes de falhas específicas.

6.4. Métodos Paramétricos

Os métodos paramétricos utilizam quantidades Q , obtidas a partir da representação paramétrica dos sinais. Podem ser baseados apenas nos sinais de resposta em vibração quanto nos sinais de força de entrada e resposta em vibração.

6.4.1. Métodos Baseados nos Parâmetros do Modelo

Estes métodos utilizam quantidades características Q , funções dos parâmetros obtidos pela representação paramétrica de séries temporais.

6.4.1.1. Método Não-geométrico

Esta categoria de métodos usa a representação paramétrica adequada de séries temporais (AR ou ARX, por exemplo), e verifica variações no vetor de parâmetros θ para detecção, identificação e estimação de falhas. A quantidade característica do método é (FASSOIS, 2007):

$$Q = \theta \quad (137)$$

Designando $\hat{\theta}$ como uma estimativa adequada (obtida por exemplo por Mínimos Quadrados Linear) para θ , baseada na força de excitação e/ou resposta em vibração. Para sinais amostrados durante um período suficientemente longo, assume-se que $\hat{\theta}$ possui distribuição normal, com média equivalente ao valor verdadeiro θ e matriz de covariância P_θ :

$$\hat{\theta} \xrightarrow{dist.} N(\theta, P_\theta) \quad (138)$$

A detecção de falha pode ser realizada pelo teste de hipóteses:

$$\begin{aligned} H_0: \delta\theta = \theta_o - \theta_u = 0 \text{ (Hipótese nula, estrutura saudável)} \\ H_1: \delta\theta = \theta_o - \theta_u \neq 0 \text{ (Hipótese alternativa, estrutura em falha)} \end{aligned} \quad (139)$$

Considerando os valores obtidos na fase de levantamento de referências, define-se:

$$\delta\hat{\theta} \triangleq \hat{\theta}_o - \hat{\theta}_u \xrightarrow{dist.} N(\delta\theta, \delta P) \quad (140)$$

Onde:

$$\delta\theta = \theta_o - \theta_u \quad (141)$$

$$\delta P = P_o + P_u \quad (142)$$

As matrizes de covariância podem ser estimadas, conforme o modelo adotado, usando por exemplo as equações (87) ou (94).

Dentro da hipótese nula:

$$\delta\hat{\theta} \triangleq \hat{\theta}_o - \hat{\theta}_u \xrightarrow{dist.} N(0, 2P_o) \quad (143)$$

Pode-se definir a seguinte quantidade Q (LJUNG, 1999, p. 558 apud FASSOIS, 2001, p. 427), sendo d a dimensão de θ :

$$Q \triangleq \delta\hat{\theta}^T \delta P^{-1} \delta\hat{\theta} \xrightarrow{dist.} \chi^2(d) \quad (144)$$

Onde:

$$\delta P = 2P_o \quad (145)$$

Como a real variância do estado nominal não é conhecida, utiliza-se sua estimativa, \hat{P}_o , na equação (144). Considerando a variabilidade da estimativa desprezível, assumindo como α a probabilidade do risco tipo I, pode-se realizar o teste de hipóteses como abaixo:

$$\begin{aligned} Q < \chi_{1-\alpha}^2(d) &\Rightarrow H_0 \text{ é aceita (estrutura saudável)} \\ \text{do contrário} &\Rightarrow H_1 \text{ é aceita (estrutura em falha)} \end{aligned} \quad (146)$$

Onde:

$$Prob(Q \geq \chi_{1-\alpha}^2) = \alpha \quad (147)$$

A identificação da falha pode ser realizada por meio de um teste de múltiplas hipóteses, como o proposto na equação (110), comparando o vetor de parâmetros do estado desconhecido, $\hat{\theta}_u$ com os parâmetros obtidos na fase de levantamento de referências, $\hat{\theta}_A, \dots, \hat{\theta}_D$. No entanto este procedimento funcionará apenas para falhas de magnitudes específicas, enquanto que para um contínuo de diferentes magnitudes de falhas dentro de um mesmo modo possivelmente fracassará (FASSOIS, 2007).

6.4.1.2. Método Geométrico

Este método visa superar a limitação em relação à identificação de falhas de diferentes magnitudes esperada do método não-geométrico (FASSOIS, 1998). Didaticamente pode ser dividido em três etapas.

A primeira etapa consiste na modelagem paramétrica de cada falha j ($j = 1, \dots, p$) pertencente a cada modo de falha i ($i = 1, \dots, N_F$), ou seja F_j^i . Este processo leva a obtenção de vetores θ^{ij} . Cada vetor θ^{ij} é caracterizado pelos valores médios dos parâmetros e, caso desejado, pelas variâncias dos mesmos (diagonal da matriz de covariância).

Define-se então um espaço estocástico de dimensão ρ . Para sua construção podem ser utilizados os valores médios e/ou as variâncias dos parâmetros, agrupados em um vetor característico $((p \times N_F) \times \rho)$, θ_K . O modo de falha é representado no subespaço na forma de um hiperplano de dimensão $(\rho - 1)$, usando aproximação linear.

De forma sistemática, a equação do hiperplano é:

$$\begin{aligned} g^i(\theta_K) &= \theta_{K_1} + w_1^i \theta_{K_2} + \dots + w_{\rho-1}^i \theta_{K_\rho} - w_\rho^i = 0 \implies \\ (\bar{w}^i)^T \theta_K - w_\rho^i &= \theta_{K_1} + \bar{\theta}_K^T w^i = 0 \end{aligned} \quad (148)$$

Na qual w_ρ^i representa o i -ésimo coeficiente do plano, e:

$$w^i \triangleq [w_1^i \quad w_2^i \quad \dots \quad w_\rho^i]^T \quad (149)$$

$$\bar{w}^i \triangleq [1 \quad w_1^i \quad \dots \quad w_{\rho-1}^i]^T \quad (150)$$

$$\theta_K \triangleq [\theta_{K_1} \quad \theta_{K_2} \quad \dots \quad \theta_{K_\rho}]^T \quad (151)$$

$$\bar{\theta}_K \triangleq [\theta_{K_2} \quad \theta_{K_\rho} \quad \dots \quad -1]^T \quad (152)$$

Dada a estimativa para o parâmetro θ_K^{ij} , onde i representa o modo de falha ($i = 1, \dots, N_F$) e j a falha ($j = 1, \dots, p$), com $p > \rho$, a estimação do hiperplano baseada em regressão linear pode ser realizada utilizando o modelo abaixo:

$$\theta_{K_1}^{ij} + (\bar{\theta}_K^{ij})^T w^i = \varepsilon^{ij} \quad , (1 \leq j \leq p) \quad (153)$$

Onde ε^{ij} representa o j -ésimo erro de regressão. O estimador resultante segue a forma:

$$\hat{w}^i = - \left[(\bar{\Theta}_K^i)^T \bar{\Theta}_K^i \right]^{-1} (\bar{\Theta}_K^i)^T \theta_{K_1}^i \quad (154)$$

Onde:

$$\bar{\Theta}_K^i \triangleq [\bar{\theta}_K^{i_1} \quad \bar{\theta}_K^{i_2} \quad \dots \quad \bar{\theta}_K^{i_p}]^T \quad (155)$$

$$\theta_{K_1}^i \triangleq [\theta_{K_1}^{i_1} \quad \theta_{K_1}^{i_2} \quad \dots \quad \theta_{K_1}^{i_p}]^T \quad (156)$$

A segunda etapa consiste na atribuição de um modelo paramétrico, através de procedimentos de identificação de sistemas, ao estado desconhecido e formação de um vetor característico deste estado, θ_K^u .

A terceira etapa abrange a detecção e identificação da falha. Nesta fase, a distância entre o ponto formado por θ_K^u , no espaço de dimensão ρ e cada hiperplano representando um modo de falha é obtida otimizando o lagrangiano $L(\theta_K, \gamma)$ com respeito à θ_K e γ :

$$L(\theta_K, \gamma) = D(\theta_K, \theta_K^u) + 2\gamma g^i(\theta_K) \quad (157)$$

Na equação (157), 2γ representa o multiplicador de Lagrange e $D(\theta_K, \theta_K^u)$ uma função distância que pode ser, por exemplo:

$$D(\theta_K, \theta_K^u) \triangleq \|\theta_K - \theta_K^u\|^2 \quad (158)$$

O modo de falha identificado, i^* , é aquele que apresenta menor distância, conforme equação (158). Em outras palavras:

$$i^* = \text{menor índice}_{i \in [1, N_F]} \left\{ \text{menor}_{\theta_K \in G^i} [D(\theta_K, \theta_K^u)] \right\} \quad (159)$$

Onde:

$$G^i \triangleq \{\theta_K \mid g^i(\theta_K) = 0\} \quad , i = 1, 2, \dots, N_F \quad (160)$$

A estimação da magnitude da falha poderia ser obtida computando a distância entre o ponto representando o estado desconhecido e o ponto do estado nominal (FASSOIS, 2007).

Analisando a dimensão do vetor característico à luz da informação contida no mesmo chega-se no tratamento efetivo de duas questões: (i) Transformação do vetor característico para um sistema de coordenadas no qual há compressão de informação e conseqüentemente redução da dimensão do mesmo. (ii) Seleção da dimensão truncada do vetor característico.

Considerando o vetor característico original $\theta \in \mathfrak{R}^N$, composto de parâmetros do modelo, caracterizado pela média μ_θ e matriz de covariância P_θ ; $P \in \mathfrak{R}^{N \times N}$ uma matriz de covariância arbitrária positiva e semi-definida, P pode ser decomposta em:

$$P = U \cdot \Lambda \cdot U^T \quad (161)$$

Onde:

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N) \in \mathfrak{R}^{N \times N} \quad (162)$$

$$U = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \dots \quad \mathbf{u}_n] \in \mathfrak{R}^{N \times N} \quad (163)$$

Sendo que $\text{diag}(\dots, \dots, \dots)$ designa uma matriz diagonal composta pelos elementos λ_i (>0) ($i=1,2,\dots,N$), isto é os autovalores de P e \mathbf{u}_i os autovetores normalizados correspondentes. Os autovetores são ortonormais, satisfazendo a relação $\mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{u}_j = \delta_{ij}$ em que δ_{ij} representa o delta de Kronecker. A matriz de autovetores normalizados U, conseqüentemente satisfaz a relação $U \cdot U^T = I_N$ (I_N denotando a matriz identidade dimensão N). Dessa forma, Λ pode ser expressa como:

$$\Lambda = U^T \cdot P \cdot U \quad (164)$$

O vetor característico pode então ser analisado em termos dos vetores ortonormais constituintes de uma base em \mathfrak{R}^N :

$$\theta = \sum_{j=1}^N s_j \mathbf{u}_j = [\mathbf{u}_1 \quad \dots \quad \mathbf{u}_N] \begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} \quad (165)$$

De forma que $s \in \mathfrak{R}^N$ indica o vetor característico transformado para o sistema de coordenadas $\{\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \dots \quad \mathbf{u}_N\}$. Pré-multiplicando a equação (165) por U^T obtém-se a equação para o vetor característico transformado:

$$s = U^T \cdot \theta \Leftrightarrow s_j = \mathbf{u}_j^T \cdot \theta \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (166)$$

De onde se obtém:

$$\mu_s = U^T \cdot \mu_\theta \quad (167)$$

$$\text{Cov}(s) \triangleq P_s = U^T \cdot P_\theta \cdot U \quad (168)$$

A redução da dimensão de s para uma dimensão $M < N$ pode ser alcançada como se segue. Considerando $\{\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_M\}$ como os autovetores correspondentes aos autovetores relacionados aos M maiores valores da variância de s_j ($j=1,2,\dots,N$), a equação (166) pode ser reescrita como:

$$\theta = [\mathbf{U}_M \ \vdots \ \mathbf{U}_{N-M}] \begin{bmatrix} s_M \\ \dots \\ s_{N-M} \end{bmatrix} \quad (169)$$

Onde $U_M \in \mathfrak{R}^{N \times M}$, $U_{N-M} \in \mathfrak{R}^{N \times (N-M)}$ indicando partes de U e $s_M \in \mathfrak{R}^M$, $s_{N-M} \in \mathfrak{R}^{N-M}$ as partes de s . Mantendo apenas as primeiras M coordenadas da expressão (169) chega-se em:

$$\theta = \sum_{j=1}^M s_j \mathbf{u}_j + \epsilon \quad (170)$$

Onde ϵ indica o erro devido ao truncamento. Pré-multiplicando (169) por U_M^T e usando a propriedade de ortonormalidade, o vetor característico transformado e reduzido obtido é:

$$s_M = U_M^T \cdot \theta \Rightarrow s_M = T \cdot \theta \quad (171)$$

Onde $T = U_M^T \in \mathfrak{R}^{M \times N}$ é a matriz de transformação. Dessa forma obtém-se:

$$\mu_{s_M} = T \cdot \mu_\theta \quad (172)$$

$$Cov(s_M) \triangleq P_{s_M} = T \cdot P_\theta \cdot T^T \quad (173)$$

A seleção da dimensão M do vetor característico transformado é realizada pela análise da informação armazenada por cada um de seus componentes. Para este fim, a função de entropia logarítmica (DEVIJVER, 1982 apud FASSOIS, 1998) do vetor característico $s \in \mathfrak{R}^M$ é utilizada como uma medida da informação contida em s :

$$H_R(s) \triangleq - \sum_{j=1}^N v_j \log_2 v_j \quad (174)$$

Onde v_j é definido como:

$$v_j \triangleq var(s_j) / \sum_{l=1}^N var(s_l) \quad (175)$$

A perda de informação causada pelo truncamento de dimensão de s para s_M pode ser quantificada pela razão entre a entropia logarítmica dos dois vetores. A dimensão de truncamento, M , pode ser selecionada baseada na quantidade:

$$\tilde{H}_R(s_M, s) \triangleq \frac{H_R(s_M)}{H_R(s)} = \frac{\sum_{j=1}^M v_j \log_2 v_j}{\sum_{j=1}^N v_j \log_2 v_j} \quad (176)$$

onde $\tilde{H}_R(s_M, s) \in (0,1]$ representa a fração de informação mantida no vetor truncado s_M . Pela escolha de um limite δ , geralmente próximo a unidade, M pode ser selecionada como a menor dimensão de truncamento na qual a informação é maior que δ , isto é:

$$M = \min_{\mu} \left\{ \mu \in [1, N] \mid \delta \leq \tilde{H}_R(s_{\mu}, s) = \frac{\sum_{j=1}^{\mu} v_j \log_2 v_j}{\sum_{j=1}^N v_j \log_2 v_j} \right\} \quad (177)$$

Como vetores característicos correspondentes aos diversos modos de operação (nominal e falhos) são utilizados, a dimensão de truncamento M pode ser escolhida como a máxima entre as mínimas requeridos em cada caso:

$$M = \max_l \{M_l\} = \max_l \left\{ \min_{\mu_l} \left\{ \mu_l \in [1, N] \mid \delta \leq \tilde{H}_R(s_{\mu_l}, s) = \frac{\sum_{j=1}^{\mu_l} v_j \log_2 v_j}{\sum_{j=1}^N v_j \log_2 v_j} \right\} \right\} \quad (178)$$

Onde $l = 1, 2, \dots, p.N_f$. A identificação da falha é então realizada pela utilização de s_M como vetor característico, ao invés de θ .

6.4.2. Métodos Baseados nos Resíduos do Modelo

Estes métodos usam quantidades características que são funções do ruído obtido, submetendo o sinal adquirido na inspeção a modelos paramétricos pré-determinados (FASSOIS, 2007).

Considerando \mathcal{M}_X como um modelo que represente a estrutura em seu estado X ($X = o, A, \dots, D$). E também, $e_{ou}(t)$, $e_{Au}(t)$, \dots , $e_{Du}(t)$ como as séries temporais representando os resíduos gerados submetendo $(z_u)_1^N$ aos modelos, cujas variâncias são $\sigma_{ou}^2(t)$, $\sigma_{Au}^2(t)$, \dots , $\sigma_{Du}^2(t)$. Pode-se assumir que, dentro da hipótese $H_X(X = o, A, \dots, D)$:

$$H_X: e_{Xu}(t) \sim N(0, \sigma_{Xu}^2) \quad , \text{com } \sigma_{Xu}^2 < \sigma_{Yu}^2 \text{ para } Y \neq X \quad (179)$$

Tacitamente se assume também que para a hipótese X :

$$H_X: \sigma_{Xu}^2 = \sigma_{XX}^2 \quad (180)$$

O que implica em excitação e condições ambientais serem as mesmas na fase de levantamento de referências e inspeção.

6.4.2.1. Método Baseado na Variância do Resíduo

Este método se baseia no exame da série residual, submetendo o sinal obtido na inspeção ao conjunto de modelos pré-identificados. O modelo correspondente ao estado da estrutura será aquele que gerar resíduo de menor variância. Neste método a quantidade característica é, portanto, a variância dos resíduos (FASSOIS, 2007).

Desta forma, a detecção de falha pode ser expressa pelo problema de teste de hipóteses abaixo:

$$\begin{aligned} H_0: \sigma_{oo}^2 &\geq \sigma_{ou}^2 \text{ (Hipótese nula, estrutura saudável)} \\ H_1: \sigma_{oo}^2 &< \sigma_{ou}^2 \text{ (Hipótese alternativa, estrutura em falha)} \end{aligned} \quad (181)$$

Dentro da hipótese nula, os resíduos $e_{ou}(t)$ (assim como os resíduos $e_{oo}(t)$) são identicamente distribuídos de forma independente e possuem distribuição normal de média zero, com suas respectivas variâncias. Assim, as quantidades $(N_u - 1) \hat{\sigma}_{ou}^2 / \sigma_{oo}^2$ e $(N_o - d - 1) \hat{\sigma}_{oo}^2 / \sigma_{oo}^2$ possuem distribuição Qui-quadrado, com, respectivamente, $N_u - 1$ e $N_o - d - 1$ graus de liberdade. N_o e N_u representam o número de amostras utilizadas para estimação dos resíduos, d representa a dimensão de θ . Em decorrência da distribuição Qui-quadrado das quantidades apresentadas anteriormente, a quantidade F , possui distribuição F de Fisher, com $N_u - 1$ e $N_o - d - 1$ graus de liberdade. Para a hipótese nula:

$$H_0: F \triangleq \frac{\frac{(N_u - 1) \hat{\sigma}_{ou}^2}{\sigma_{oo}^2 (N_u - 1)}}{\frac{(N_o - d - 1) \hat{\sigma}_{oo}^2}{\sigma_{oo}^2 (N_o - d - 1)}} = \frac{\hat{\sigma}_{ou}^2}{\hat{\sigma}_{oo}^2} \sim F(N_u - 1, N_o - d - 1) \quad (182)$$

Dessa forma, para detecção de falha, o teste de hipótese para uma probabilidade α de ocorrência do erro tipo I pode ser realizado conforme abaixo:

$$\begin{aligned} F < f_{1-\alpha}(N_u - 1, N_o - d - 1) &\Rightarrow H_0 \text{ é aceita (estrutura saudável)} \\ \text{do contrário} &\Rightarrow H_1 \text{ é aceita (estrutura em falha)} \end{aligned} \quad (183)$$

Onde:

$$Prob(F \geq f_{1-\alpha}(N_u - 1, N_o - d - 1)) = \alpha \quad (184)$$

Para identificação de falha podem ser realizados pares de testes de hipóteses, semelhantes ao apresentado pela equação (184), para $X = A, \dots, D$, como indicado abaixo:

$$\begin{aligned} H_0: \sigma_{XX}^2 &\geq \sigma_{Xu}^2 \\ H_1: \sigma_{XX}^2 &< \sigma_{Xu}^2 \end{aligned} \quad (185)$$

Uma forma alternativa de realizar a identificação da falha pode ser obtida obtendo os resíduos $e_{Au}(t), \dots, e_{Du}(t)$, estimando suas variâncias e declarando o modo de falha como aquele cuja variância seja mínima. Dessa forma, caso se obtenha também $e_{ou}(t)$, a detecção de falha é obtida concomitantemente.

Assim como no método Não-geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo, o método baseado na variância dos resíduos pode funcionar apenas para falhas de magnitudes específicas, mas não para o contínuo de magnitudes possíveis para cada modo.

Conforme Fassois (2006), a estimação da magnitude da falha pode ser alcançada apenas nos casos em que apenas um tipo de falha é possível. Neste caso, valores específicos das variâncias dos resíduos poderão ser potencialmente associados a magnitudes de falha específicas.

Na prática, como não se conhece a priori o tipo de falha, pode se tornar difícil o uso do método. Para superar tal dificuldade, falhas de magnitudes diferentes mesmo que pertencentes a um mesmo modo serão tratadas como modos independentes.

6.4.2.2. Método Baseado na Auto-covariância do Resíduo

Este método se baseia no exame das séries residuais, obtidas submetendo o sinal adquirido na inspeção ao conjunto de modelos pré-identificados. O modelo correspondente ao estado presente da estrutura deverá gerar ruído branco (FASSOIS, 2007).

A detecção de falha pode ser alcançada avaliando se pode ser caracterizado como ruído branco o ruído $(e_{ou})_1^N$ obtido usando $(z_u)_1^N$ e o modelo paramétrico \mathcal{M}_o . Desta forma, as seguintes hipóteses podem ser colocadas para este problema:

$$H_0: \rho(i) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (\text{estrutura saudável}) \quad (186)$$

$H_1: \rho(i) \neq 0$ para algum valor de i (estrutura em falha)

onde a quantidade característica do método $\rho(i)$ representa a auto-covariância normalizada (auto-covariância $\gamma(i)$, estimada pela equação (52), normalizada por $\gamma(0)$):

$$\rho(i) \triangleq \gamma(i)/\gamma(0) \quad (187)$$

Dentro da hipótese H_0 , $e_{ou}(t)$ assim como $e_{oo}(t)$ são identicamente distribuídos de forma independente e possuem distribuição normal de média zero e respectivas variâncias. Para testar se o ruído gerado é ruído branco, pode-se utilizar, por exemplo, a quantidade abaixo, já apresentada na equação (102):

$$H_0: Q \triangleq N(N+2) \sum_{i=1}^r (N-i)^{-1} \hat{\rho}(i)^2 \sim \chi^2(r-1) \quad (188)$$

Onde r deve ser escolhido para o teste e d representa a dimensão de θ .

Dessa forma, para detecção de falha, o teste de hipótese para uma probabilidade α de ocorrência do erro tipo I pode ser realizado conforme abaixo:

$$\begin{aligned} Q < \chi_{1-\alpha}^2(r-1) &\Rightarrow H_0 \text{ é aceita (estrutura saudável)} \\ \text{do contrário} &\Rightarrow H_1 \text{ é aceita (estrutura em falha)} \end{aligned} \quad (189)$$

Onde:

$$Prob(Q \geq \chi_{1-\alpha}^2(r-1)) = \alpha \quad (190)$$

A identificação de falha pode ser obtida verificando a validade dos modelos, isto é, observando qual dos resíduos gerados $e_{Xu}(t)$ ($X = A, \dots, D$) é ruído branco. Como citado no método anterior, apenas falhas de magnitudes específicas podem ser consideradas. Tal método não é indicado para estimação de magnitude de falhas.

6.4.3. Método Baseado em Modelo Funcional

Este método pode ser interpretado como uma generalização das ideias associadas ao método Geométrico e apresenta algumas vantagens características, tais como: o problema de detecção, identificação e estimação acurada da magnitude da falha é unificado; modelagem acurada do contínuo de falhas de diferentes magnitudes como pertencentes ao mesmo modo de

falha; complexidade computacional razoável; contabiliza incertezas experimentais pelo tratamento estatístico dado aos sinais (SAKELLARIOU, 2008).

A base do método é a utilização de modelos estocásticos funcionalmente agrupados que se caracterizam pela capacidade de acuradamente representar a estrutura em falha como pertencente a um contínuo de falhas de diferentes magnitudes.

O método se divide em duas fases: fase de levantamento de referências (que inclui a modelagem de cada modo de falha através de procedimentos de identificação de sistemas); fase de inspeção (realizada esporadicamente, na qual se concretiza a detecção, identificação e estimação da magnitude de falhas com base em sinais adquiridos).

Na fase de levantamento de referências, utilizando modelos ARX (ver equação (88)) , modela-se o estado nominal da estrutura e cada um de seus modos de falha. A modelagem do estado nominal não é indispensável, mas é importante, pois a partir da ordem do modelo de tal estado pode-se iniciar a identificação de sistemas dos estados representando os modos de falha.

Modo de falha se refere à união de falhas de todas as magnitudes admissíveis originadas da mesma causa ou princípio físico. Para a modelagem de um modo de falha, uma série de M experimentos (ou simulações, usando por exemplo modelos em elementos finitos) são realizados. Cada experimento é caracterizado por uma magnitude de falha específica, k . O total de experimentos cobre toda a faixa de magnitudes admissíveis, $[k_{min}, k_{max}]$. Considerando M experimentos, a discretização obtida para a magnitude das falhas é $\{k_1, k_2, \dots, k_M\}$. Tacitamente se assume que para a estrutura saudável $k = 0$. Este processo leva a obtenção de pares de sinais de excitação, $x_k(t)$ e resposta, $y_k(t)$ de N pontos cada:

$$x_k(t), y_k(t) \quad (t = 1, \dots, N) \quad (k = k_1, k_2, \dots, k_M) \quad (191)$$

Baseado nos sinais, uma descrição matemática do modo de falha pode ser obtida na forma de um modelo estocástico funcionalmente agrupado, tradução livre do inglês *Functionally Pooled (FP) Models*. Os modelos FP-ARX foram introduzidos por Sakellariou et al. (2002, 2004, 2007) e podem ser interpretados como generalizações dos modelos ARX, descritos pela equação (88).

São definidos como:

$$\mathcal{M}(\bar{\theta}): \quad y_k(t) + \sum_{i=1}^{na} a_i(k) y_k(t-i) = \sum_{i=0}^{nb} b_i(k) x_k(t-i) + e_k(t) \quad k \in \mathbb{R} \quad (192)$$

$$a_i(k) \triangleq \sum_{j=1}^p a_{i,j} G_j(k/k_{max})$$

$$b_i(k) \triangleq \sum_{j=1}^p b_{i,j} G_j(k/k_{max})$$

$$Var(e_k(t)) = \sigma_e^2(k)$$

Onde $Var(\cdot)$ representa a variância da quantidade entre os parênteses, na e nb a ordem AR e X, respectivamente, e k a magnitude da falha. Para que o modelo seja acurado, o ruído $e_k(t)$ deve ser ruído branco. Resíduos correspondentes a falhas de magnitudes diferentes são considerados não correlacionados.

Os parâmetros AR: $a_i(k)$ e X: $b_i(k)$ são funções explícitas da magnitude de falha k . Assume-se que pertencem a um espaço funcional p-dimensional, construído pelas funções mutuamente independentes $G_1(k), \dots, G_p(k)$ (base funcional). As constantes $a_{i,j}$ e $b_{i,j}$ representam os coeficientes de projeção AR e X.

A base funcional pode ser construída a partir de polinômios ortogonais, tais como os polinômios de Chebyshev (primeira e segunda espécie), Lagrange, Laguerre, Jacobi etc, conforme Sakellariou (2007). Neste trabalho serão usados polinômios de Chebyshev de segunda espécie ortogonais no intervalo de 0 a 1, apresentados no “Apêndice B – Polinômios de Chebyshev”, em acordo com procedimento realizado por Sakellariou (2002, 2004, 2008).

Os parâmetros do modelo apresentado pela equação (192) que devem ser estimados a partir dos sinais medidos são:

$$\bar{\theta} \triangleq [a_{i,j} : b_{i,j} : \sigma_e^2(k)]^T \quad (193)$$

O modelo pode ser reescrito como:

$$y_k(t) = [\varphi_k^T(t) \otimes g^T(k)]\theta + e_k(t) = \phi_k^T(t)\theta + e_k(t) \quad (194)$$

Onde:

$$\begin{aligned} &\varphi_k(t) \\ \triangleq &[-y_k(t-1) \quad \dots \quad -y_k(t-na) \quad : \quad x_k(t) \quad \dots \quad x_k(t-nb)]_{[(na+nb+1) \times 1]}^T \end{aligned} \quad (195)$$

$$g(k) \triangleq [G_1(k) \quad \dots \quad G_p(k)]_{[p \times 1]}^T \quad (196)$$

$$\theta \triangleq [a_{1,1} \quad \dots \quad a_{na,p} \quad : \quad b_{0,1} \quad \dots \quad b_{nb,p}]_{[(na+nb+1)p \times 1]}^T \quad (197)$$

O símbolo \otimes representa o produto de Kronecker (MAGNUS, 1988, p. 27-28 apud SAKELLARIOU 2008).

Substituindo os dados obtidos em uma medição, a equação (194) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} y_k(1) \\ \vdots \\ y_k(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_k^T(1) \\ \vdots \\ \phi_k^T(N) \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} e_k(1) \\ \vdots \\ e_k(N) \end{bmatrix} \Rightarrow y_k = \Phi_k \theta + e_k \quad (198)$$

Agrupando as equações obtidas para as M magnitudes de falha, se obtém:

$$y = \Phi \theta + e \quad (199)$$

Onde:

$$y \triangleq \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix}_{[NM \times 1]} \quad \Phi \triangleq \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \vdots \\ \Phi_M \end{bmatrix}_{[NM \times p(na+nb+1)]} \quad e \triangleq \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_M \end{bmatrix}_{[NM \times 1]} \quad (200)$$

A estimação dos parâmetros pode ser realizada por mínimos quadrados, ou seja:

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y = \left(\sum_{k=1}^M \sum_{t=1}^N \phi_k(t) \phi_k^T(t) \right)^{-1} \left(\sum_{k=1}^M \sum_{t=1}^N \phi_k(t) y_k(t) \right) \quad (201)$$

$$\hat{\sigma}_e^2(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{e}_k^2(t) \quad \text{para } k = k_1, \dots, k_M \quad (202)$$

Considera-se que a distribuição do estimador $\hat{\theta}$ é assintoticamente normal, com média equivalente ao valor verdadeiro dos parâmetros e matriz de covariância P_θ .

Uma vez que os modelos representando os modos de operação nominal e as falhas foram obtidos, procede-se a etapa de detecção de falha. Nesta fase, submete-se um par de sinais obtidos na inspeção e que representem um estado desconhecido aos modelos obtidos anteriormente. Para cada modelo utilizado estima-se o valor de k e σ_e^2 pelas equações abaixo:

$$\hat{k} \triangleq \arg \min_k \sum_{t=1}^N e^2(t) \quad (203)$$

$$\hat{\sigma}_e^2 \triangleq \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{e}^2(t) \quad (204)$$

O estimador de k possui distribuição normal, com média equivalente a seu valor verdadeiro e variância σ_k^2 obtida pelo limite inferior de Cramer-Rao, que pode ser estimado como (SAKELLARIOU, 2002):

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{\hat{\sigma}_e^2}{N} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[\frac{\partial \hat{e}(t)}{\partial k} \right]_{k=\hat{k}}^2 \right]^{-1} = \frac{\hat{\sigma}_e^2}{N} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[\varphi^T(t) \otimes \frac{\partial g^T(t)}{\partial k} \Big|_{k=\hat{k}} \hat{\theta} \right]^2 \right]^{-1} \quad (205)$$

onde $\varphi^T(t)$ é obtido pela equação (195) usando os sinais representando um estado desconhecido e $\hat{\theta}$ designa os parâmetros estimados para cada um dos modos representados pelos modelos, obtidos na fase de levantamento de referências. Como os modelos foram construídos para que a estrutura saudável possuísse $k = 0$, o problema de detecção pode ser formulado como:

$$\begin{aligned} H_0: k &= 0 && \text{(Hipótese nula, estrutura saudável)} \\ H_1: k &\neq 0 && \text{(Hipótese alternativa, estrutura em falha)} \end{aligned} \quad (206)$$

Dentro da hipótese nula, a quantidade abaixo segue distribuição t de Student com N-1 graus de liberdade, pois representa a razão de uma variável cuja distribuição é Normal Padronizada pela raiz quadrada de uma variável cuja distribuição é Qui-Quadrado com N-1 graus de liberdade (FASSOIS, 2007):

$$t \triangleq \frac{\hat{k}}{\hat{\sigma}_k} \sim t(N-1) \quad (207)$$

Dessa forma, para detecção de falha, o teste de hipótese para uma probabilidade α de ocorrência do erro tipo I pode ser realizado conforme abaixo:

$$\begin{aligned} t_{\alpha/2} \leq t \leq t_{1-\alpha/2} &\Rightarrow H_0 \text{ é aceita (estrutura saudável)} \\ \text{do contrário} &\Rightarrow H_1 \text{ é aceita (estrutura em falha)} \end{aligned} \quad (208)$$

Onde:

$$Prob(t \leq t_\alpha) = \alpha \quad (209)$$

A identificação do modo de falha é baseada na estimação e validação do modelo FP-ARX representando o modo de falha correspondente. Para tal, utilizam-se todos os modelos disponíveis, aquele que for validado, dentro dos critérios de identificação de sistemas corresponde ao modo de falha da estrutura sob análise.

A validação de modelo pode ser realizada examinando se o resíduo gerado é ruído branco, assim como apresentado no método baseado na auto-covariância do resíduo, isto é:

$$\begin{aligned} H_0: \rho(i) &= 0 \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (\text{o modo de falha considerado é o modo atual}) \\ H_1: \rho(i) &\neq 0 \quad 1 \leq i \leq r \quad (\text{o modo de falha considerado não é o modo atual}) \end{aligned} \quad (210)$$

Dentro da hipótese H_0 , pode-se definir:

$$H_0: Q \triangleq N(N + 2) \sum_{i=1}^r (N - i)^{-1} \hat{\rho}(i)^2 \sim \chi^2(r - 1) \quad (211)$$

Onde N denota o número de pontos da série temporal que representa o ruído gerado, $\hat{\rho}(i)$, obtida pela equação (187), a auto-covariância normalizada da série residual e r o tempo máximo utilizado para obtenção de $\hat{\rho}(i)$.

Assim, o teste de hipótese para identificação do modo de falha, dentro de uma probabilidade α de ocorrência do erro tipo I pode ser realizado conforme abaixo:

$$Q < \chi_{1-\alpha}^2(r - 1) \Rightarrow H_0 \text{ é aceita (o modo de falha considerado é o modo sob hipótese)} \quad (212)$$

$$\text{do contrário} \Rightarrow H_1 \text{ é aceita (o modo de falha considerado não é o modo sob hipótese)}$$

Onde:

$$Prob(Q \geq \chi_{1-\alpha}^2(r - 1)) = \alpha \quad (213)$$

Na etapa de construção dos modelos, quando se define o modo nominal como participante de todos os modos, caso nenhum modo de falha seja identificado como o modo atual, indiretamente detecta-se a presença da falha.

Uma vez identificada a falha, a magnitude da falha é estimada com base em \hat{k} e $\hat{\sigma}_k$ obtidos do modelo associado à falha identificada. Usando a equação (207), uma estimativa para o intervalo da magnitude da falha, dentro de um risco α será:

$$k \in \left[\hat{k} - t_{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_k, \hat{k} + t_{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_k \right] \quad (214)$$

7. METODOLOGIA

Os métodos citados no capítulo 6 foram aplicados para dois casos. No primeiro foram propostas simulações numéricas de um sistema idealizado de 3 graus de liberdade visando operacionalizar os métodos e antecipar possíveis dificuldades em sua aplicação. No segundo caso aplicou-se o método para solução do problema de identificação de parâmetros operacionais do BCS quando em escoamento bifásico, objetivo principal deste trabalho. A metodologia encontra-se detalhada para cada um dos casos. Buscou-se ainda comparar os métodos aplicados em cada um dos casos pela aplicação de indicadores, detalhados ao fim deste capítulo.

Os métodos de FDI são tradicionalmente utilizados visando caracterizar falhas e defeitos. Sua funcionalidade depende do conhecimento dos modos de falha possíveis, exigindo escrutínio dos modos de falha possíveis que nem sempre são conhecidos. No trabalho proposto, os estados e modos de operação possíveis são claramente definidos, eliminando uma das potenciais limitações dos métodos de FDI. No presente trabalho, a condição de integridade do sistema avaliado, seja ele físico ou numérico será negligenciada, o conceito de modo de falha será substituído por modo de operação ou funcionamento sendo os modos de funcionamento dos sistemas classificados utilizando banco de dados estabelecido na fase de levantamento de referências.

7.1. Simulação Numérica

Antes de aplicar os métodos de FDI para o problema de identificação do ponto de operação de uma bomba do BCS, buscou-se por meio de um exemplo numérico simplificado aplicar os métodos abordados. Para tal, arbitrou-se o sistema de 3 graus de liberdade representado pela Figura 17, regido pelo sistema de equações (215).

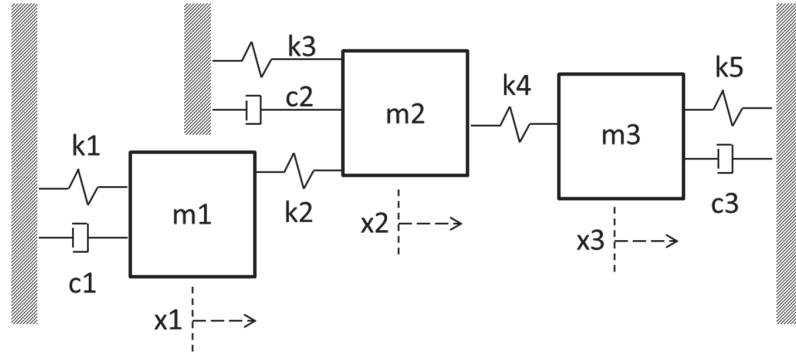


Figura 17 – Sistema de 3 graus de liberdade.

$$\begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 \\ 0 & 0 & m3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c1 & 0 & 0 \\ 0 & c2 & 0 \\ 0 & 0 & c3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k1 + k2 & -k2 & 0 \\ -k2 & k2 + k3 + k4 & -k4 \\ 0 & -k4 & k4 + k5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_i \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (215)$$

Neste problema, com base em séries temporais de deslocamento e força obtidas pela simulação do sistema, se deseja determinar os valores das massas m_1 , m_2 e m_3 . Três modos de operação ou funcionamento foram definidos, nos modos F1, F2 e F3, respectivamente, as massas m_1 , m_2 ou m_3 assumem 4 valores distintos. Foi definido um estado comum aos 3 modos, denominado de modo 0, pois pode ser encontrada situação semelhante no experimento detalhado na seção 7.2.

Para tal, foi realizada simulação utilizando representação do sistema na forma de estado e os comandos *sys* e *lsim* do Matlab® (MATHWORKS, 2014). A simulação consiste em excitar a massa m_1 e obter os sinais de deslocamento x_1 , x_2 e x_3 e de força em m_1 . Dois tipos de excitação foram individualmente aplicados: forças U_1 e U_2 . U_1 se caracteriza como ruído branco. U_2 pela soma de uma força periódica e de um ruído branco cuja maior amplitude é 10% da amplitude da componente periódica.

$$\begin{aligned} U_1 &= 100.\text{randn}(N, 1) \\ U_2 &= 100.\text{sen}(2\pi.t) + 10.\text{randn}(N, 1) \end{aligned} \quad (216)$$

Estes dois tipos de excitação foram escolhidos buscando representar excitações semelhantes às que se espera obter durante o experimento real. No experimento, excitação semelhante a U_1 será gerada por meio da atuação do *shaker*. Espera-se que U_2 seja semelhante à excitação

causada por uma massa residual de desbalanceamento do rotor, por exemplo, associada a ruídos de medição. A metodologia do experimento será detalhada na seção 7.2.

Para o modo 0, arbitrado como modo de funcionamento nominal, foram utilizados como constantes da equações (215) os valores:

$$\begin{aligned}
 m1 &= 20 \text{ kg} & c1 &= 2 \text{ kg/s} & k1 &= 100 \text{ kg/s}^2 \\
 m2 &= 30 \text{ kg} & c2 &= 3 \text{ kg/s} & k2 &= 135 \text{ kg/s}^2 \\
 m3 &= 40 \text{ kg} & c3 &= 4 \text{ kg/s} & k3 &= 113 \text{ kg/s}^2 \\
 & & & & k4 &= 314 \text{ kg/s}^2 \\
 & & & & k5 &= 157 \text{ kg/s}^2
 \end{aligned} \tag{217}$$

Foram considerados 3 modos de funcionamento, ou operação, cada modo representado por 4 magnitudes. Os modos F1, F2 e F3, apresentados na Tabela 1, representam respectivamente variações nas massas m_1 , m_2 e m_3 . As massas foram variadas de 10 kg a 40 kg com incrementos de 10 kg. As magnitudes k representam a razão entre o valor da massa que foi variada e seu maior valor possível.

Ressalta-se que durante uma simulação, os valores das massas não se alteram, mas simulações distintas representarão sistemas com massas diferentes (estados diferentes). Dessa forma, foram obtidos para os estados discriminados na Tabela 1, utilizando a taxa de aquisição e o tempo de amostragem para cada força aplicada como 10 amostras/s e 900 s, sinais de força e deslocamento. Apenas os pontos representando o regime permanente são utilizados.

Tabela 1 – Estados avaliados.

		m1	m2	m3	
		S_o	20	30	40
F1	$S_1^{0,25}$	10	30	40	
	$S_1^{0,5} = S_o$	20	30	40	
	$S_1^{0,75}$	30	30	40	
	S_1^1	40	30	40	
F2	$S_2^{0,25}$	20	10	40	
	$S_2^{0,5}$	20	20	40	
	$S_2^{0,75} = S_o$	20	30	40	
	S_2^1	20	40	40	
F3	$S_3^{0,25}$	20	30	10	
	$S_3^{0,5}$	20	30	20	
	$S_3^{0,75}$	20	30	30	
	$S_3^1 = S_o$	20	30	40	

Durante a fase de levantamento de referências foram utilizadas as primeiras metades dos sinais e, durante a fase de detecção e identificação procurou-se a partir da segunda metade dos sinais de força e deslocamento, ou apenas de deslocamento classificar um estado simulado desconhecido como um daqueles mostrados na Tabela 1. Foram utilizados como estados simulados desconhecidos os sinais gerados para cada um dos estados da Tabela 1.

Especificamente para o método baseado em modelos funcionais foram acrescentados aos sinais de resposta, x_1 , x_2 e x_3 , ruído, simulando ruídos de medição. Dessa forma, para tal método, os sinais de x tomam a forma a seguir, onde $\sigma(x_i)$ representa o desvio padrão de x_i .

$$x_i = x_i + 0,1 \cdot randn(N, 1) \cdot \sigma(x_i) \quad (218)$$

7.2. Dados Experimentais

Como mostrado na Figura 7, Figura 8 e Figura 9, características normalizadas representativas do desempenho da bomba do BCS tais como: variação de pressão, potência de eixo e eficiência são afetadas em função da vazão de gás transportado e da vazão mássica total. Neste trabalho deseja-se com sinais de força e/ou de aceleração, obtidos na carcaça da bomba, determinar qual o ponto de operação da bomba do BCS.

Para tal serão empregados os métodos de detecção, identificação e estimação de magnitude de falhas detalhados no capítulo 6 sendo os conceitos de estado; modo, magnitude e modelo de falha adaptados para este fim.

Tais conceitos serão adaptados de forma que serão negligenciadas as condições associadas à integridade mecânica e estrutural da bomba, isto é, ainda que a mesma possua defeitos e falhas estruturais ou mecânicas, não se deseja identificar tais condições. O objetivo é descobrir as características de operação do BCS, com base em sinais de força e aceleração e banco de dados obtido na fase de levantamento de referências.

Um estado ' S ' genérico da bomba é definido como a condição operacional ou de funcionamento da mesma, definida por um conjunto de parâmetros inerentes a sua operação, tais como: vazão mássica de gás, m_g ; vazão mássica de líquido, m_l ; variação de pressão entre entrada e saída, Δp ; potência de eixo, P ; eficiência, η ; aceleração de carcaça, y . Variáveis introduzidas

externamente como força de excitação, x ; ou obtidas por funções dos próprio parâmetros exemplificados. Consideram-se os estados nominais, S_o , aqueles referentes à operação com fluido monofásico, neste trabalho água.

Tradicionalmente, nos métodos de FDI faz-se referência a modo de falha ‘ i ’ de um estado ‘ S_i ’. Neste trabalho o modo de falha será denominado como modo de operação, ou simplesmente como modo, sendo associado de maneira biunívoca apenas à vazão mássica de gás admitida pela bomba. Cada modo de operação se relaciona a uma vazão mássica de gás e vice-versa.

Em tais métodos, refere-se ainda à magnitude de falha ‘ k ’ de um determinado modo ‘ S_i^k ’. Nesta dissertação será adotado apenas o termo magnitude, representando a razão entre a vazão volumétrica de líquido admitida e a máxima vazão volumétrica de líquido obtida em testes para um certo modo de operação.

Modelo de falha ‘ \mathcal{M} ’ pela nomenclatura dos métodos de FDI representa matematicamente, para um certo modo, o contínuo de falhas, ou seja os possíveis valores de ‘ k ’ (e consequentemente de m_l). Nesta pesquisa será adotada a nomenclatura de modelos de operação ou funcionamento ao invés de modelo de falha. Desta forma, considerando o símbolo ‘ \rightarrow ’ um indicador de relação, pode-se escrever:

$$S_i^k \rightarrow (m_{g_i}, m_l, \Delta p_i, P_i, \eta_i, \dots, x_i, y_i) \quad (219)$$

$$k = \frac{m_l}{m_{l,max}} \quad (220)$$

A Figura 18 ilustra em uma curva de desempenho genérica como é feita a associação entre o estado e o ponto de operação. Nota-se que existem duas curvas, uma representará o modo de operação nominal, “o”, ou seja, quando a vazão de gás é nula e a outra representando um modo de operação, “a”, associado à vazão de gás equivalente a 2. Neste exemplo, o modo de operação “o” foi caracterizado (na fase de levantamento de referências) por 7 magnitudes: 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 0,9 e 1. O modo de operação “a” por 6 magnitudes: 1/7, 2/7, 3/7, 4/7, 6/7 e 1.

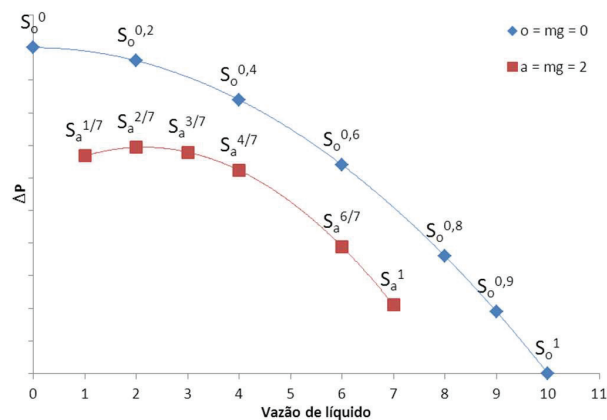


Figura 18 – Exemplo de curva e nomenclatura utilizadas.

Durante a fase de levantamento de referências, para um certo modo de operação (ou seja, para uma certa vazão de gás) para cada magnitude (isto é, para cada vazão de líquido), ao mesmo tempo em que se excita a bomba com uma força aleatória são medidas todas as variáveis de interesse: vazão mássica de líquido e de gás, pressão diferencial, torque, rotação, força de excitação ($x_k(t)$) e resposta em vibração ($y_k(t)$). Desta forma, se caracterizam vários S_i^k (todos aqueles que se deseja identificar futuramente).

Durante as fases de detecção e identificação, opera-se a bomba em um ponto desconhecido, medindo-se apenas força de excitação ($x_k(t)$) e resposta em vibração ($y_k(t)$) e com tais dados aplicam-se os métodos descritos no Capítulo 6 – “MÉTODOS DE DETECÇÃO, IDENTIFICAÇÃO E ESTIMAÇÃO DE MAGNITUDE DE FALHAS OU DEFEITOS” procedendo à identificação do estado. Uma vez identificado o estado, por associação entre o ponto operacional e o estado é possível conhecer os parâmetros do ponto de operação, isto é, a vazão de líquido e gás, a pressão diferencial, o torque, a rotação etc.

No Capítulo 8 será apresentado o experimento, os instrumentos utilizados e os pontos de operação utilizados para que tal metodologia fosse aplicada.

7.3. Indicadores para Análise Comparativa dos Resultados

No capítulo dos resultados serão comparados os resultados obtidos utilizando 3 indicadores expressos em percentuais, %DT, %ID e %ES, definidos abaixo:

$$\begin{aligned} \%DT &= \frac{\textit{estados detectados}}{\textit{total de estados}} \\ \%ID &= \frac{\textit{estados identificados}}{\textit{total de estados}} \\ \%ES &= \frac{EMCI}{\textit{total de estados}} \end{aligned} \quad (221)$$

Os estados com magnitude corretamente identificados, ou EMCI são os estados que corretamente identificados atendem a relação abaixo para um valor determinado de *lim*:

$$S_i^{k_u} \sim S_i^k : \frac{|k_u - k|}{k} \leq \textit{lim} \quad (222)$$

Considera-se $S_i^{k_u}$ como um estado identificado como pertencente ao modo *i*, e cuja magnitude estimada equivale a k_u , mas seu valor verdadeiro é *k*.

Em relação aos resultados relacionados à bomba do BCS, serão avaliados também os pontos de surging, em relação ao indicador %IS, definido como:

$$\%IS = \frac{EECCS}{\textit{total de estados de surging}} \quad (223)$$

Onde EECCS significa estados estimados corretamente como *surging*.

8. DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL

8.1. Infraestrutura Laboratorial

O experimento foi realizado no Laboratório Experimental de Petróleo – Labpetro, situado na Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP. Foi utilizada uma bomba modelo J200N de 4 estágios fabricados pela Baker Hughes. Tal bomba foi montada na bancada de testes de BCS representada esquematicamente pela Figura 19. Os fluídos utilizados foram água líquida e ar comprimido.

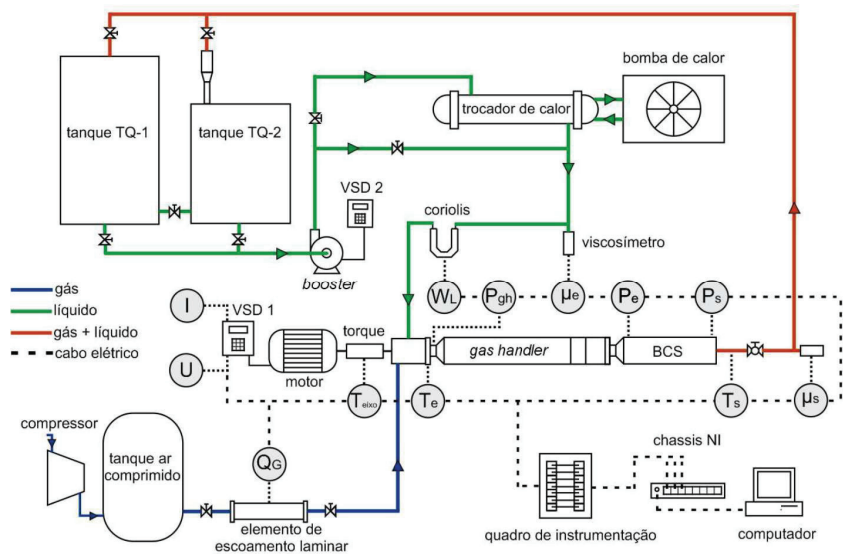


Figura 19 – Estrutura experimental utilizada (VERDE, 2011).

A Figura 20 mostra fotografias da bancada de testes de BCS do Labpetro, onde se observam a bomba testada instrumentada com acelerômetros e cabeça de impedância, o *shaker* eletromecânico, suspenso por cordas, bem como o motor elétrico, flange onde ocorre a mistura entre água e ar etc.

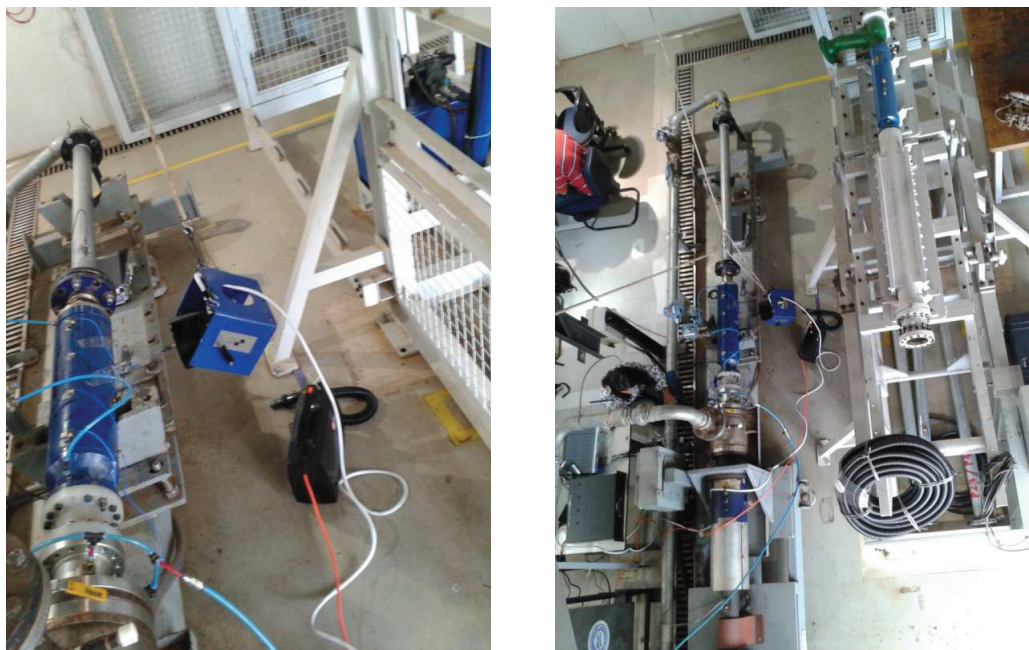


Figura 20 – Fotografias da bancada de testes de BCS do Labpetro.

Os equipamentos e sistemas utilizados para medição e operação da bancada de testes de BCS encontram-se elencados na Tabela 2.

Tabela 2 – Equipamentos e sistemas utilizados.

Equipamento	Descrição	Modelo
Conjunto motor-bomba (<i>booster</i>)	Bomba centrífuga <i>booster</i> de um estágio e motor elétrico WEG de 20 hp e 3600 rpm.	Imbil Ita 65-160
Motor elétrico	Acionamento da bomba J200N, trifásico 380 V, 60 Hz, 50 hp, 3555 rpm.	WEG
Inversor de frequência	Trifásico, 20 hp, 380 V, 60 Hz, microprocessado com <i>display</i> digital e comando através de teclado (acionamento da bomba <i>booster</i>).	WEG GFW-09
Inversor de frequência	Trifásico, 20hp, 380 V, 60 Hz, microprocessado com <i>display</i> digital e comando via teclado (acionamento do motor da bomba J200N).	WEG GFW-09
Tanque TQ-1	Tanque cilíndrico em aço carbono com capacidade de 6 m ³ .	-
Tanque TQ-2	Tanque cilíndrico em fibra de vidro com capacidade de 1 m ³ .	-
Trocador de calor	Tipo casco/tubos, capacidade térmica 37000 kcal/h e área de troca de 7,18 m ² .	FYTERM Ø 254x1200
Microcomputador	Dell, Intel Core 2 Duo E7400 2,8GHz, 4Gb	Dell Optiplex

	de memória RAM.	360
Acessórios	Tubos, conexões, válvulas, juntas.	-
<i>Shaker</i> eletromecânico	Sistema de excitação eletromecânico.	TMS 2100E11
Sistema de Aquisição 1	Sistema de aquisição para os sinais de força e aceleração.	LMS Scadas Mobile SCR05
Amplificador de sinais	Amplificador de sinais, utilizado em conjunto com shaker.	TMS 2100E18
<i>Laptop</i>	Utilizado em conjunto com o sistema de aquisição 1	Asus G73Sw
Condicionador de sinais	Condicionador de sinais com display digital indicador de torque, potência e rotação. Saída analógica 0-10 V.	Lebow 7541
Sistema de Aquisição 2	Chassi e módulos de aquisição de sinais.	NI 9162/6172, 9201, 9203, 9219

As variáveis medidas durante os testes e os instrumentos utilizados na aquisição dos sinais encontram-se descritos na Tabela 3.

Tabela 3 – Variáveis medidas e instrumentação utilizada.

Variável	Descrição	Unidade	Instrumentação	
			Instrumento	Modelo
p_s	Pressão manométrica na sucção da bomba.	bar	Manômetro (saída analógica de 4-20 mA)	Rosemount 2088G
p_d	Pressão manométrica na descarga da bomba.	bar		
T_{eixo}	Torque no eixo da bomba.	N.m	Torquímetro	Lebow 1805-5k
ω	Velocidade de rotação do eixo da bomba.	rpm		
m_l	Vazão mássica de água.	kg/h	Medidor Coriolis	Micro Motion DS300 H20 3SU
m_g	Vazão mássica de ar.	kg/h	Medidor de vazão mássica de fluxo laminar	Meriam Instruments Modelo 50MJ10-9
x	Força	N	Cabeça de impedância	PCB 288D01
y	Aceleração	g		
		g	Acelerômetro	PCB 352C65/A15

Para medição de força e aceleração instrumentou-se a bomba conforme detalhado na Tabela 4 e representado na Figura 21.

Tabela 4 – Identificação dos sensores de força e aceleração.

Código Sensor	Variável medida	Pos. longitudinal	Pos. angular	Eixo medição	Instrumento	Modelo	
1_0_x	Aceleração	1	0	x	Acelerômetro triaxial	PCB 356A15	
1_0_y		1	0	y			
1_0_z		1	0	z			
1_90_x		1	90°	x	Acelerômetro uniaxial	PCB 352C65	
2_0_z		2	0	z			
2_90_x		2	90°	x			
3_0_z		3	0	z	Cabeça de Impedância	PCB 288D01	
3_90_x		3	90°	x			
4_0_x		Acelerômetro triaxial	4	0	x	PCB 356A15	
4_0_y			4	0	y		
4_0_z			4	0	z		
4_90_x			4	90°	x	Acelerômetro uniaxial	PCB 352C65
f3_90_x			Força	3	90°	x	Cabeça de Impedância

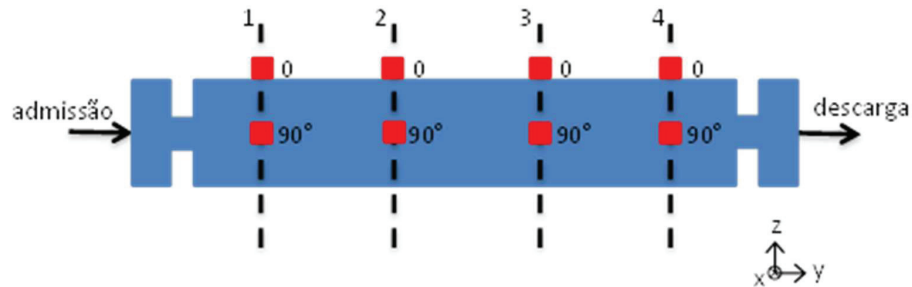


Figura 21 – Posicionamento dos sensores de força e aceleração.

Nas fotos da Figura 22 observa-se a posição dos instrumentos associados à bomba.



Figura 22 – Instrumentação utilizada na bomba.

8.2. Experimentos Realizados

Os testes realizados consistem na operação do conjunto motor elétrico, bomba J200N, a 3000 rpm de forma que a vazão mássica de gás seja equivalente à cerca de 1, 2, 3 kg/h ou nula (escoamento monofásico de água). Para todos os valores de vazão mássica de gás, a pressão manométrica na admissão da bomba é mantida constante equivalente a cerca de 1 bar. Varia-se a vazão de líquido de maneira que a mesma esteja entre a menor possível, condição na qual a válvula à jusante da bomba encontra-se fechada, e a maior possível, ou seja, quando tal válvula encontra-se praticamente completamente aberta e a diferença entre a pressão de descarga e sucção é próxima a zero.

Os incrementos entre a menor vazão ($m_{l_{min}}$) e a maior vazão ($m_{l_{max}}$) foram arbitrados durante a realização dos testes e diferirão para cada vazão de gás. Em analogia aos métodos de detecção, identificação e estimação de magnitude de falhas, cada ponto medido será representado como um estado. A Tabela 5 apresenta os pontos visados pelos testes.

Tabela 5 – Matriz de testes.

Rotação	Pressão na admissão	Vazão de gás	Modo de Operação	Vazão de Líquido	Magnitude	Variáveis medidas
3000 rpm	1 bar	0 kg/h	o	$m_{l_{min}}, \dots, m_{l_{max}}$	$k \in [0,1]$	$p_s, p_d, T_{eixo}, \omega, m_l, m_g, x$ (1 sensor), y (12 sensores).
		1 kg/h	a			
		2 kg/h	b			
		3 kg/h	c			

8.3. Aquisição de Sinais

Uma vez estabelecida a operação de forma que rotação, pressão na admissão e vazão de gás e de líquido estivessem dentro do estabelecido pela matriz de testes, Tabela 5, parte-se à aquisição das variáveis.

A aquisição é realizada em duas etapas. Na primeira, obtém-se todas as variáveis durante a atuação do shaker eletromecânico. Na segunda, mantendo-se o ponto operacional, o shaker não é atuado. A excitação, força gaussiana aleatória estacionária (ruído branco), foi gerada pelo gerador de sinais do sistema de aquisição LMS Scadas Mobile, amplificada pelo amplificador de sinais e aplicada pelo shaker eletromecânico na bomba do BCS através de um stinger. A força de excitação foi aplicada no ponto 3_90_x (observar Figura 21 para compreensão do código).

Os sinais relativos à dinâmica (força e aceleração) e à operação da bomba ($p_s, p_d, T_{eixo}, \omega, m_l$ e m_g) foram medidos, respectivamente durante 32 e 30 s, à taxa de 1024 e 4000 amostras/s, totalizando 32768 e 120000 pontos por condição da matriz de testes.

9. RESULTADOS

Primeiramente serão apresentados os resultados referentes à aplicação da metodologia aos dados da simulação numérica, em seguida discutem-se os resultados referentes ao desempenho da bomba frente a escoamento bifásico, os resultados da aplicação da metodologia a dados reais obtidos em experimentos e, por fim, são comparados os resultados de cada método empregado. Os resultados serão divididos pelo método de FDI empregado.

9.1. Resultados da Simulação Numérica

9.1.1. Método Baseado na DEP

Na fase de levantamento de referências, utilizando a excitação U2, foram obtidas as DEP dos sinais de resposta para cada estado. As DEP foram obtidas considerando a segmentação do sinal em 10 blocos e janela de Hanning. Subsequentemente, para os estados desconhecidos foram obtidas as DEP que comparadas com a dos estados conhecidos por testes de hipótese permitiram a detecção e identificação dos estados.

Observando o trecho até 1,2 Hz das DEP de x_1 para os modos F1, F2 e F3, Figura 23, nota-se que tais função variam conforme a variação das massas, premissa para funcionamento do método.

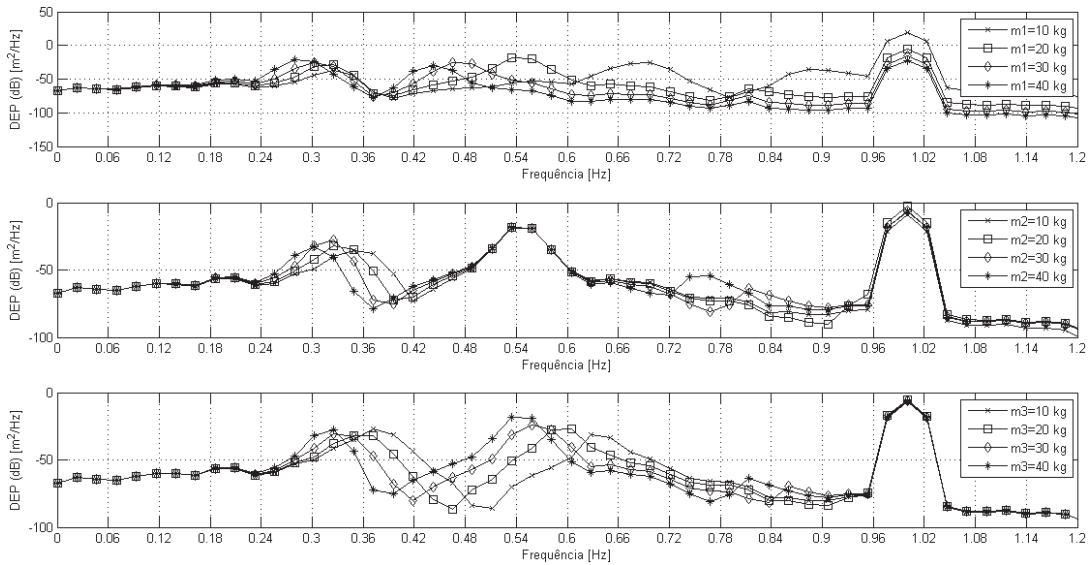


Figura 23 – DEP de x_1 , trecho até 1,2 Hz, para o modo F1 (acima), F2 e F3 (abaixo).

Considerando a probabilidade de ocorrência do erro tipo I equivalente a 5%, como resultado, utilizando o procedimento do método rigorosamente, isto é, todas as frequências devem atender ao teste de hipótese, nenhum modo foi identificado.

Como exemplo da etapa de identificação, observa-se na Figura 24 que mostra a DEP de x_1 quando $S_u = S_3^1$ que poucos pontos, destacados em vermelho e com o símbolo de cruz, não atenderam ao teste de hipóteses. A maioria dos pontos que não atendeu aos testes de hipóteses se referem a pontos cuja amplitude é muito próxima a zero. Mas, como se observa no trecho até 1,3 Hz, existem outros pontos, neste exemplo próximos a primeira frequência natural do sistema, que também não atenderam. Ressalta-se que as frequências naturais do sistema serão evidenciadas na análise dos resultados do método baseado na Função Resposta em Frequência.

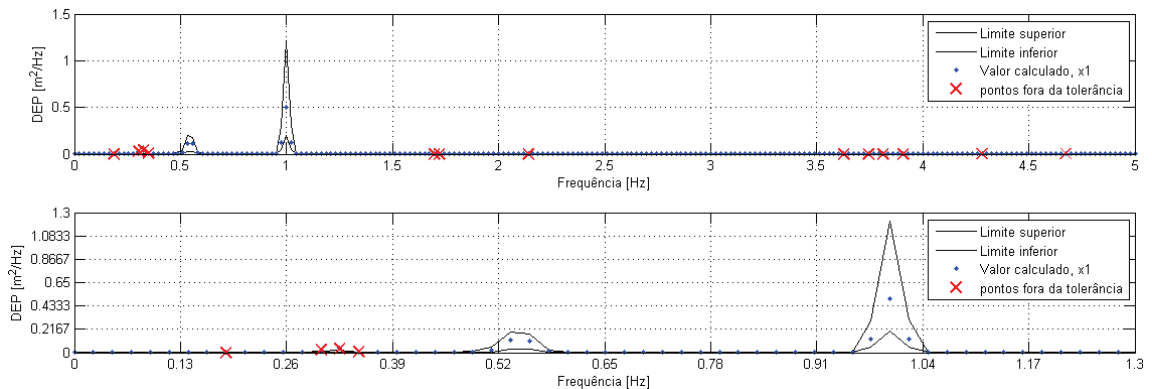


Figura 24 – DEP de x_1 quando $S_u = S_3^1$, até 5 Hz (acima) e até 1,3 Hz (abaixo).

Embora todas as frequências não tenham atendido aos testes de hipóteses a maioria o fez, como nota-se na Tabela 6 na qual estão representados para cada um dos estados simulados, a razão entre o número de pontos que atendeu ao teste de hipóteses e o número de total de pontos da DEP.

Tabela 6 – Resultados agregados do método baseado na DEP.

	x1	x2	x3
$S_1^{0,25}$	93,5	93,5	94,9
$S_1^{0,5} = S_o$	94,0	94,0	91,7
$S_1^{0,75}$	93,5	93,1	94,0
S_1^1	94,4	94,0	97,2
$S_2^{0,25}$	94,9	95,8	96,3
$S_2^{0,5}$	94,9	94,9	95,4
$S_2^{0,75} = S_o$	94,0	94,0	91,7
S_2^1	94,4	93,5	95,8
$S_3^{0,25}$	94,4	94,4	95,8
$S_3^{0,5}$	94,4	95,4	94,9
$S_3^{0,75}$	94,9	94,9	95,8
$S_3^1 = S_o$	94,0	94,0	91,7

9.1.2. Método Baseado na FRF

Na fase de levantamento de referências, utilizando a excitação U1 em m3 e as respostas em x1, x2 e x3 foram obtidas as FRF para cada estado. A primeira metade do sinal foi dividida em 10 blocos e aplicada janela de Hanning em cada bloco para a obtenção das funções. Subsequentemente, para os estados desconhecidos foram obtidas as FRF que comparadas com a dos estados conhecidos por testes de hipótese permitiram a detecção e identificação dos estados.

Observando as FRF obtidas pela relação entre a força U1 e x1 para os modos F1, F2 e F3, representados pela Figura 25, nota-se que as mesmas se modificam conforme o modo e conforme a massa, premissas para funcionamento do método.

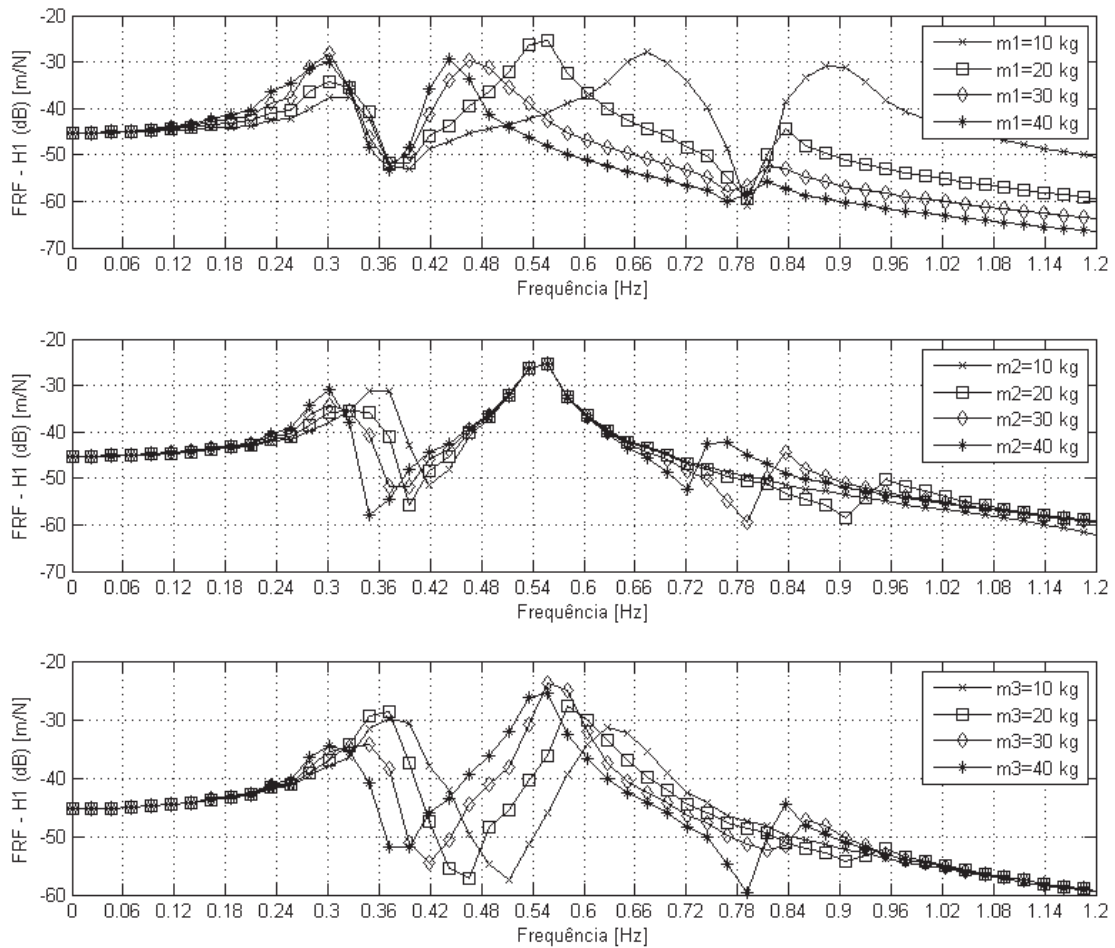


Figura 25 – FRF entre x_1 e U_1 para F1 (acima), F2 e F3 (abaixo).

A Tabela 7 apresenta os valores aproximados para as frequências naturais do sistema. Os mesmos foram obtidos tomando em cada FRF os valores das frequências associados aos pontos de máximo. Nota-se que há pequena variação entre os valores, apesar da grande variação mássica. Situação que também pode ser encontrada na análise de um sistema mecânico real.

Tabela 7 – Valores aproximados das frequências naturais.

	w_n1 [Hz]	w_n2 [Hz]	w_n3 [Hz]
$S_1^{0,25}$	0,3023	0,6744	0,8837
$S_1^{0,5} = S_o$	0,3023	0,5581	0,8372
$S_1^{0,75}$	0,3023	0,4651	0,8140
S_1^1	0,3023	0,4419	0,8140
$S_2^{0,25}$	0,3721	0,5581	1,2790
$S_2^{0,5}$	0,3256	0,5581	0,9535
$S_2^{0,75} = S_o$	0,3023	0,5581	0,8372
S_2^1	0,3023	0,5581	0,7674
$S_3^{0,25}$	0,3721	0,6279	1,1860
$S_3^{0,5}$	0,3721	0,5814	0,9535
$S_3^{0,75}$	0,3488	0,5581	0,8605
$S_3^1 = S_o$	0,3023	0,5581	0,8372

Considerando a probabilidade de ocorrência do erro tipo I equivalente a 5%, como resultado, tal como observado no método baseado na DEP, utilizando o procedimento do método rigorosamente, nenhum modo foi identificado.

Como exemplo do procedimento de identificação, observa-se na Figura 26 que mostra a FRF obtida entre U1 e x1 quando $Su = S_3^1$ que alguns pontos, destacados em vermelho com o símbolo de uma cruz, não atenderam ao teste de hipóteses.

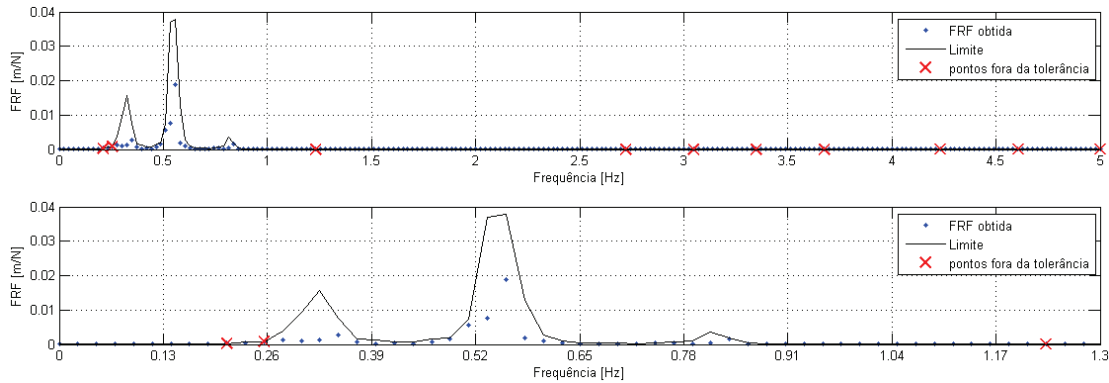


Figura 26 – FRF entre U1 e x1 quando $Su = S_3^1$ até 5 Hz (acima) e até 1,3 Hz (abaixo).

Embora todas as frequências não tenham atendido aos testes de hipóteses a maioria o fez, como nota-se na Tabela 8 na qual estão representados para cada um dos estados simulados, a razão entre o número de pontos que atendeu ao teste de hipóteses e o número total de pontos da FRF.

Tabela 8 – Resultados agregados do método baseado na FRF.

	x1	x2	x3
$S_1^{0,25}$	95,4	97,2	95,4
$S_1^{0,5} = S_o$	95,4	95,4	87,5
$S_1^{0,75}$	95,4	95,8	94,0
S_1^1	95,4	93,1	92,6
$S_2^{0,25}$	95,4	95,4	93,1
$S_2^{0,5}$	95,8	95,4	93,1
$S_2^{0,75} = S_o$	95,4	95,4	87,5
S_2^1	95,8	95,8	87,0
$S_3^{0,25}$	92,6	94,4	92,6
$S_3^{0,5}$	94,0	93,5	89,4
$S_3^{0,75}$	96,3	94,0	87,5
$S_3^1 = S_o$	95,4	95,4	87,5

9.1.3. Método Baseado na Medida de Coerência

Na fase de levantamento de referências, utilizando a excitação U1 em m3 e as respostas em x1, x2 e x3 obtém-se as Funções Coerências Ordinárias do estado nominal a partir das quais são determinadas as medidas de coerência. Este método utilizado para detecção, em tal fase através de testes de hipóteses compara o valor da medida de coerência do estado nominal com o valor dos estados desconhecidos.

A primeira metade do sinal foi utilizada para caracterização do estado nominal e a segunda metade para caracterização dos estados desconhecidos. A Figura 27 mostra o valor encontrado para as medidas de coerência calculadas com base em U1 e x2 para o estado nominal e todos os estados desconhecidos. Nota-se que a medida de coerência de alguns sensores foi inferior a do estado nominal, o que irá caracterizar falha no processo de detecção.

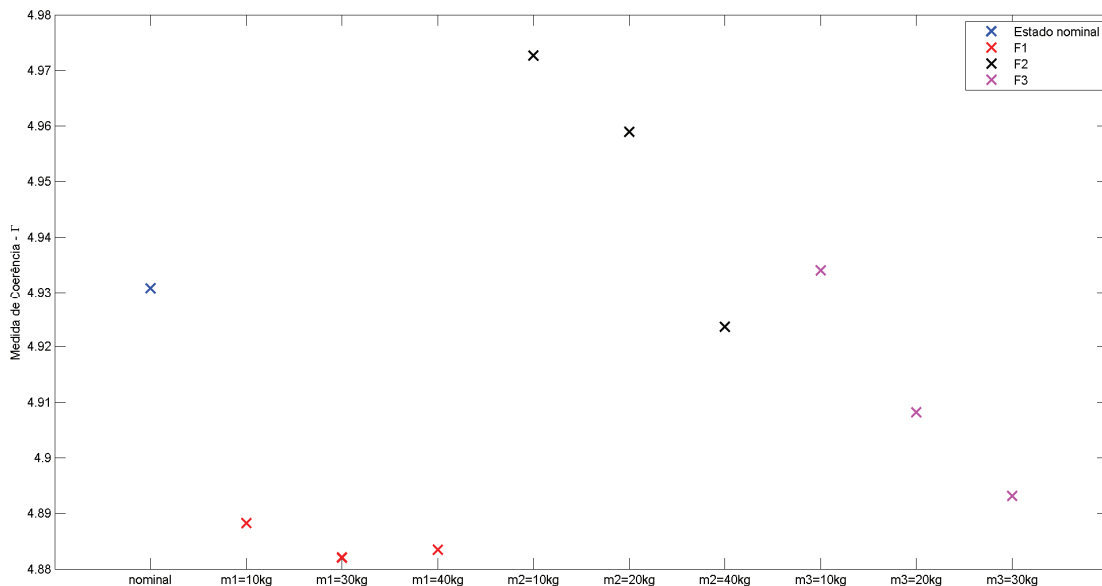


Figura 27 – Medida de Coerência entre U1 e x2.

A detecção é realizada com base na análise da diferença entre as medidas de coerência e comparação de tal diferença com limite estatístico. A Figura 28 mostra este procedimento para os sinais de x2 e U1.

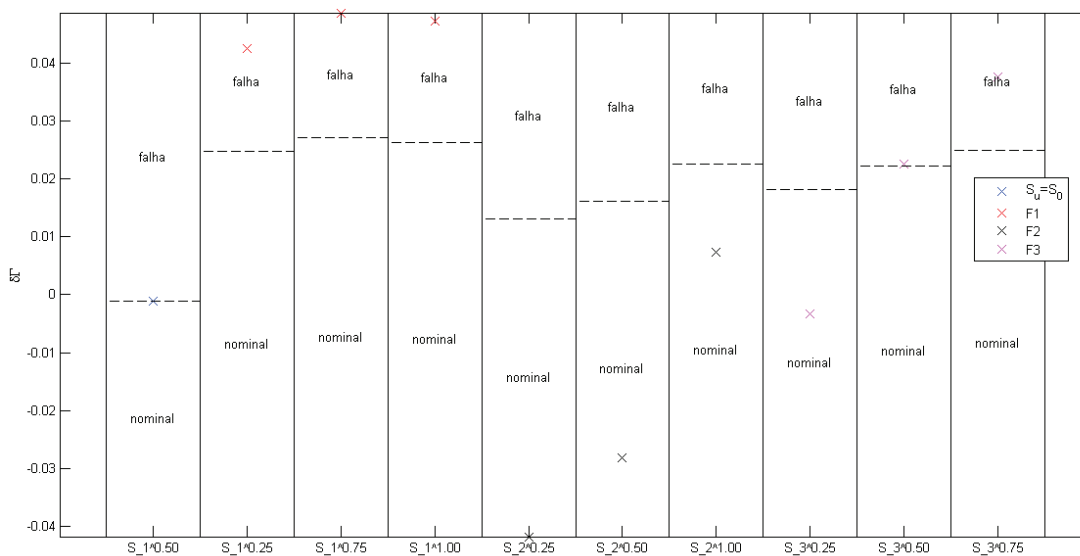


Figura 28 – Teste de hipóteses.

Após a realização dos testes de hipóteses para todos os sensores e estados desconhecidos simulados representados na primeira coluna, foram obtidos os modos de operação elencados na Tabela 9. Em vários casos não se observou queda na medida de coerência com a operação em um

estado diverso do estado nominal, razão pela qual o método apresentou falha em relação à detecção do estado. Na seção “9.4- Análise Comparativa dos Resultados” os índices de desempenho do método são apresentados de maneira sistemática.

Tabela 9 – Resultados agregados do método baseado na Medida de Coerência.

	x1	x2	x3
$S_1^{0,25}$	nominal	não nominal	nominal
$S_1^{0,5} = S_o$	nominal	nominal	não nominal
$S_1^{0,75}$	nominal	não nominal	não nominal
S_1^1	nominal	não nominal	não nominal
$S_2^{0,25}$	nominal	nominal	nominal
$S_2^{0,5}$	nominal	nominal	nominal
$S_2^{0,75} = S_o$	nominal	nominal	não nominal
S_2^1	nominal	nominal	não nominal
$S_3^{0,25}$	nominal	nominal	nominal
$S_3^{0,5}$	nominal	não nominal	nominal
$S_3^{0,75}$	nominal	não nominal	não nominal
$S_3^1 = S_o$	nominal	nominal	não nominal

9.1.4. Método Não-geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo

Neste método na fase de levantamento de referências determinam-se os parâmetros do modelo paramétrico escolhido para ajuste dos sinais. Neste exemplo escolheu-se o modelo AR para ajuste dos sinais obtidos pela aplicação de U2. A identificação foi feita com base nos procedimentos de identificação de sistemas, abordados no capítulo 5, utilizando a primeira metade dos sinais.

O modelo foi considerado identificado quando o mesmo foi validado pela quantidade Q3, considerando $h=15$. Procedendo desta forma, as ordens encontradas para cada estado e posição simulados encontram-se apresentadas na Tabela 10. As ordens marcadas com o símbolo de asterisco indicam que para os sinais relativos a tais posições e estados não foi possível obter a validação do modelo por Q3. Nestes casos o modelo foi validado por Q1 e Q4 considerando $m=15$. Para todas as quantidades, considerou-se $\alpha = 5\%$.

Tabela 10 – Ordem dos modelos AR(n) ajustados.

	x1	x2	x3
$S_1^{0,25}$	28	28	25
$S_1^{0,5} = S_o$	30	27	*25
$S_1^{0,75}$	30	28	*25
S_1^1	31	28	*25
$S_2^{0,25}$	35	27	31
$S_2^{0,5}$	31	19	*31
$S_2^{0,75} = S_o$	30	27	*31
S_2^1	31	27	*31
$S_3^{0,25}$	25	49	29
$S_3^{0,5}$	34	23	*29
$S_3^{0,75}$	30	32	*29
$S_3^1 = S_o$	30	27	*29

A ordem final para cada posição é a maior ordem dos modelos da referida posição, considerando todos os estados, ou seja, para x1, x2 e x3, a ordem final é, respectivamente 35, 49 e 31. Utilizando tais valores para todas as posições e estados obteve-se pequenos valores para BIC, FPE e AIC. A Figura 29 exemplifica a afirmação para os modelos de x1, baseados no sinal do estado $S_1^{0,25}$, a seta em vermelho mostra a ordem final escolhida para o modelo de tal estado utilizando o sinal de x1.

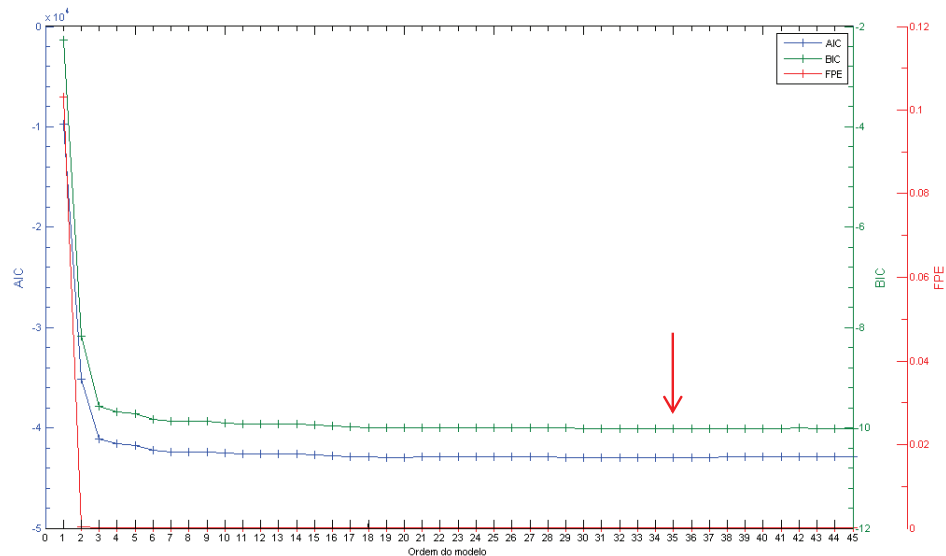


Figura 29 – Critérios de parcimônia para $S_1^{0,25}$, posição x1.

Recompondo os sinais pelos modelos determinados observou-se proximidade entre os sinais recompostos e os sinais obtidos pela simulação. A Figura 30 exemplifica a afirmação para o estado $S_1^{0,25}$ posição x_1 , modelo AR(35).

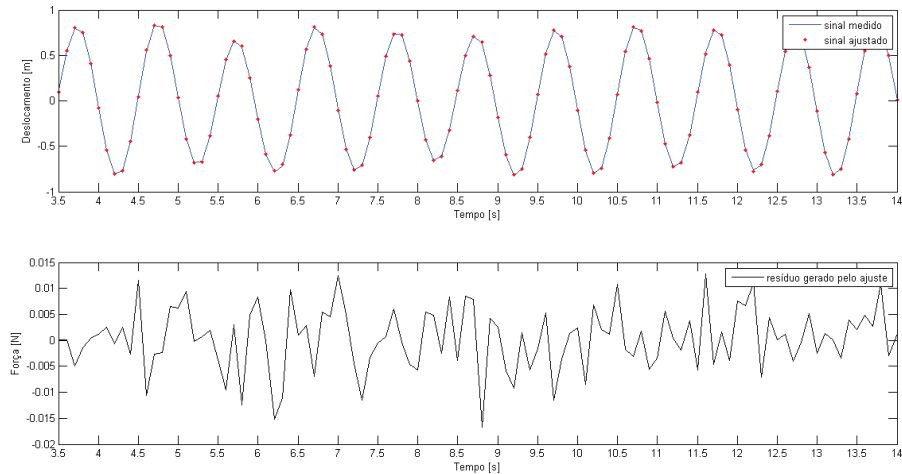


Figura 30 – Modelo AR(35), sinal em x_1 , estado $S_1^{0,25}$.

Na etapa de detecção e identificação o estado desconhecido é submetido ao teste de hipótese que compara os parâmetros de tal estado com os parâmetros determinados para todos os estados da fase de levantamento de referências. Utilizando a probabilidade para o erro tipo I equivalente a 5% os resultados encontrados para cada um dos estados simulados foram os apresentados na Tabela 11. Nesta tabela, as células vazias representam correta detecção/identificação do modo/estado. As células preenchidas com o símbolo asterisco indicam que o método não detectou/identificou o modo/estado.

Tabela 11 – Resultados agregados do método não geométrico baseado nos parâmetros.

	x1	x2	x3
$S_1^{0,25}$	*		*
$S_1^{0,5} = S_o$	*		*
$S_1^{0,75}$	*	*	*
S_1^1			*
$S_2^{0,25}$			*
$S_2^{0,5}$			*
$S_2^{0,75} = S_o$	*		*
S_2^1			*
$S_3^{0,25}$			
$S_3^{0,5}$			*
$S_3^{0,75}$			*
$S_3^1 = S_o$	*		*

9.1.5. Método Geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo

O método geométrico, na fase de levantamento de referências se utiliza dos parâmetros dos modelos paramétricos levantados no método paramétrico para determinação de hiperplanos representando os modos de falha em um espaço estocástico. Na etapa de identificação, neste espaço é calculada a distância entre os hiperplanos e o ponto representando o estado desconhecido. O hiperplano cuja distância for a menor representará o modo de funcionamento do estado desconhecido.

Buscou-se reduzir a ordem de tais modelos, realizando o procedimento de redução de dimensão dos modelos, descritos na seção 6.4.1.2, mas mantendo 97% da informação, isto é $\delta = 0,97$, quantidade estimada baseada na equação (176). Para obtenção dos vetores característicos foram utilizados os valores médios do vetor característico transformado e reduzido, μ_{sM} , após mudança de coordenadas de μ_θ , equação (172). A mudança de coordenadas foi feita com base nas matrizes de covariância representando as médias das matrizes de covariância de cada modo de funcionamento. A ordem M dos parâmetros s_m para as posições x1, x2 e x3 foi 34, 48 e 31.

Conforme exposto na seção 6.4.1.2, o método necessita que o número de falhas, p , (variações de massa) seja maior que a dimensão de cada vetor característico, ρ (34, 48 ou 31). No

entanto, isto não foi atendido. Isso implica em uma sub determinação do problema expresso pela equação (154) levando a infinitas soluções admissíveis para o mesmo, ou seja, infinitos hiperplanos possíveis para cada modo de funcionamento. A solução não trivial obtida para os hiperplanos foi a que levou a coeficientes dos hiperplanos (equação (154)) de menor módulo.

Como resultados, houve identificação dos modos de falha para todos os estados exceto para os estados: $S_3^{0,25}$, $S_3^{0,5}$, $S_3^{0,75}$ e S_3^1 , quando utilizando os sinais simulados da posição de x3.

9.1.6. Método Baseado na Variância do Resíduo

Este método se baseia nos modelos paramétricos de cada estado obtidos utilizando a primeira metade dos sinais na etapa de levantamento de referências. Uma vez determinados os modelos, os mesmos são aplicados aos sinais do estado simulado desconhecido, constituídos da segunda metade dos sinais originais, produzindo como resultado sequências residuais. A sequência residual de menor variância estará associada a um modelo de falha que, conseqüentemente, identificará o estado.

No caso deste método não é necessário que os parâmetros tenham uma dimensão fixa, desta forma, cada modelo AR utilizado para cada sensor e estado respeitou a ordem identificada mostrada na Tabela 10.

A Tabela 12 mostra os resultados encontrados para tal método. Nota-se que a maioria dos estados simulados foi identificada.

Tabela 12 – Resultados agregados do método baseado na variância do resíduo.

x1	x2	x3
----	----	----

$S_1^{0,25}$			
$S_1^{0,5} = S_o$	$S_2^{0,5}$		
$S_1^{0,75}$			S_o
S_1^1			$S_1^{0,25}$
$S_2^{0,25}$			
$S_2^{0,5}$			$S_3^{0,5}$
$S_2^{0,75} = S_o$	$S_2^{0,5}$		
S_2^1			
$S_3^{0,25}$			
$S_3^{0,5}$			
$S_3^{0,75}$			$S_3^{0,5}$
$S_3^1 = S_o$	$S_2^{0,5}$		

9.1.7. Método Baseado na Auto-covariância do Resíduo

Este método utiliza os parâmetros dos modelos paramétricos identificados anteriormente e aplicando tais modelos aos sinais de um estado simulado desconhecido obtém os resíduos que são testados conforme teste de hipóteses descrito no método. A probabilidade do erro tipo I e o parâmetro ‘h’ (equação (188)) foram respectivamente 5% e 15, levando ao limite utilizado nos testes de hipóteses de 23,69. Nenhum estado foi identificado por este método.

9.1.8. Método Baseado em Modelos Funcionais

A primeira etapa do método consiste na caracterização dos estados por meio de um modelo paramétrico. Neste caso escolheu-se o modelo ARX para representação dos sinais. Seguindo os procedimentos de identificação de sistemas, utilizando o teste baseado em Q3, h=15 e $\alpha = 5\%$, obteve-se para o sinal de cada estado e posição a ordem descrita na Tabela 13.

Tabela 13 – Ordem do modelo ARX(n,n).

x1	x2	x3
----	----	----

$S_1^{0,25}$	49	47	47
$S_1^{0,5} = S_o$	46	25	45
$S_1^{0,75}$	54	52	53
S_1^1	55	57	56
$S_2^{0,25}$	54	35	53
$S_2^{0,5}$	47	31	47
$S_2^{0,75} = S_o$	45	25	45
S_2^1	47	27	47
$S_3^{0,25}$	41	40	40
$S_3^{0,5}$	43	45	45
$S_3^{0,75}$	47	43	45
$S_3^1 = S_o$	46	25	46

Com base nos resultados expressos na Tabela 13, foi determinada a maior ordem para cada posição de cada modo de funcionamento como ordem final, levando ao resultado da Tabela 14.

Tabela 14 – Ordem final dos modelo ARX(n,n).

	x1	x2	x3
F1	55	57	56
F2	54	35	53
F3	47	45	46

Utilizando a ordem apontada na Tabela 14 para recomposição dos sinais simulados obteve-se proximidade entre os mesmos, como se observa na Figura 31.

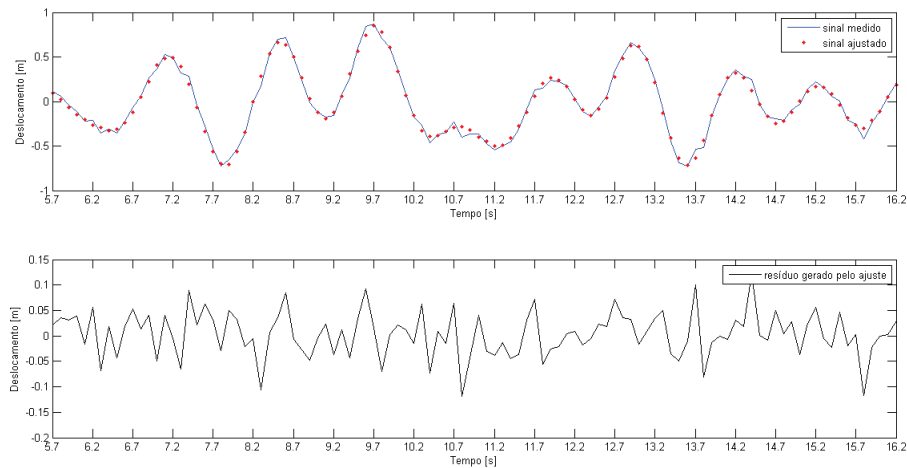


Figura 31 – Modelo ARX(57,57), sinal em x2, estado $S_1^{0,25}$.

Foram obtidos pequenos valores para AIC, BIC e FPE para todos os sinais e estados. A Figura 31 mostra tais valores para diferentes ordens do modelo ARX(n,n) aplicado no sinal de x2,

estado $S_1^{0,25}$. Nota-se que para a ordem final escolhida para modelagem do estado, isto é, 57, os valores de AIC, FPE e BIC são pequenos e já estão estabilizados.

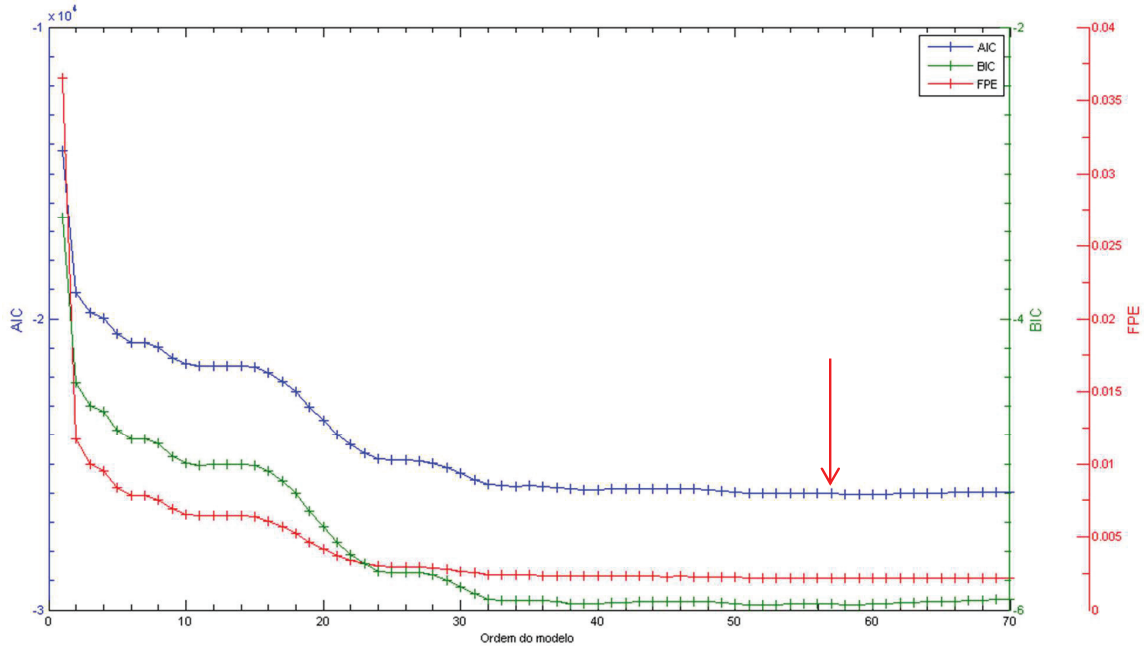


Figura 32 – Critérios de parcimônia para o sinal em x2, estado $S_1^{0,25}$.

Após a determinação da ordem dos modelos ARX, foi realizada modelagem utilizando os modelos funcionais FPARX. Nesta etapa, com base no critério de menor valor de AIC, obteve-se os valores de p elencados na Tabela 15.

Tabela 15 – Dimensão p do modelo FPARX(n,n,p).

	x1	x2	x3
F1	3	3	3
F2	2	4	3
F3	3	3	3

Como exemplo do procedimento de seleção da dimensão de p, observa-se na Figura 33 que se obteve BIC e AIC mínimos utilizando os sinais de x2 e o modelo FPARX(57,57,3). Portanto, para este modo e posição, a dimensão de p escolhida (representada por uma seta vermelha na figura) foi equivalente a 3.

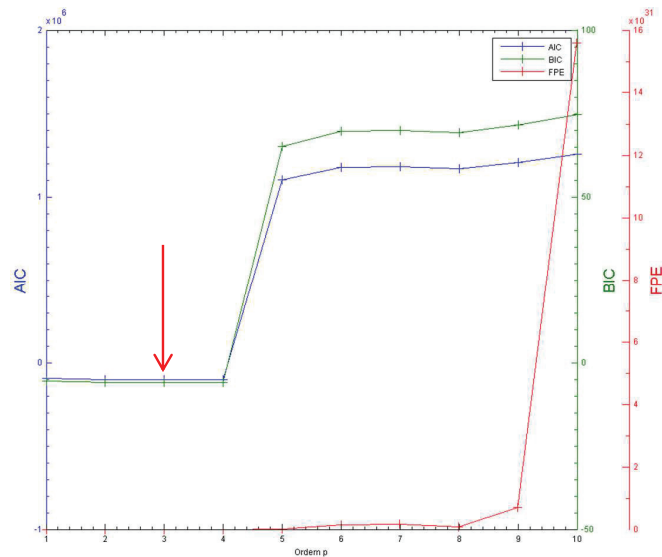


Figura 33 – Critérios de parcimônia, posição x2, modo de funcionamento F1.

Após a determinação dos modelos FPARX representativos de cada modo de funcionamento, os sinais dos estados simulados desconhecidos são submetidos a tais modelos. Para cada modelo são obtidos os valores de k que geram resíduos de menor variância. A Figura 34, Figura 35 e Figura 36 representam o processo de seleção de k. No caso mostrado o sinal do estado $S_u = S_1^{0,25}$ obtido para a posição x1 foi submetido aos modelos FPARX(55,55,3), FPARX(54,54,2) e FPARX(47,47,3). Para cada modelo, o valor de k encontrado foi: 0,2500; 1,0314 e 0,4014. A linha pontilhada representa o valor verdadeiro de k.

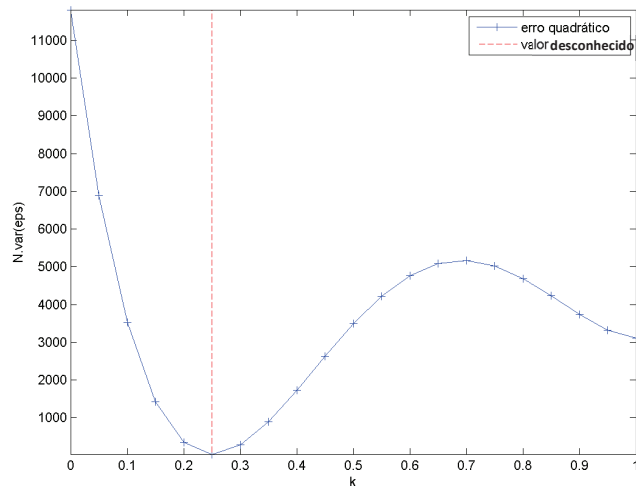


Figura 34 – Estado $S_u = S_1^{0,25}$, posição x1, modelo FPARX(55,55,3).

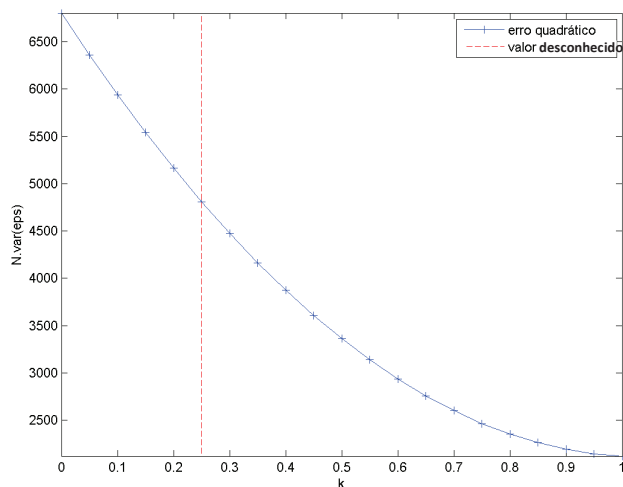


Figura 35 –Estado $S_u = S_1^{0,25}$, posição x1, modelo FPARX(47,47,3).

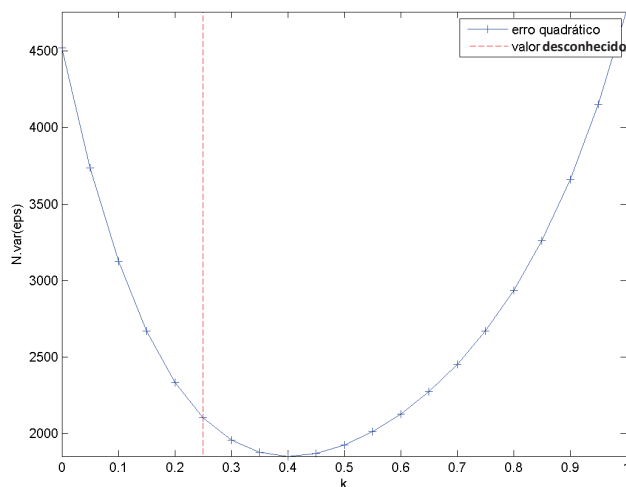


Figura 36 –Estado $S_u = S_1^{0,25}$, posição x1, modelo FPARX(55,55,3).

Os resíduos gerados pelos menores valores de k são então avaliados a luz de suas características como ruído branco.

Seguindo o método rigorosamente, o modelo que apresentar ruído branco será o modelo do modo de funcionamento, determinando, portanto, o tipo de funcionamento (identificação) e o valor de k (detecção). No exemplo citado para explicação da Figura 34, Figura 35 e Figura 36, considerando $h=15$ e $\alpha = 5\%$, o valor da quantidade Q3 utilizada para verificação das características do ruído como ruído branco, para cada modelo foi 194,7570; 16408,8995 e 19352,7001. Como o limite para Q3 é 23,6848 conforme teste de hipóteses considera-se que não houve identificação. Realizando este procedimento para todos os sensores e estados simulados

desconhecidos apenas os estados mostrados na Tabela 16 foram corretamente identificados. A tabela mostra também elevada acurácia na estimação da magnitude para os estados identificados.

Tabela 16 – Resultados agregados do método baseado em modelos funcionais.

	x1
$S_1^{0,5} = S_o$	$S_2^{0,7509}, S_3^{0,9990}$
$S_2^{0,5}$	$S_2^{0,5016}$
$S_3^1 = S_o$	$S_2^{0,7462}, S_3^{0,9971}$

Em alternativa ao critério de identificação baseado no teste de hipóteses de Q3 selecionou-se como modo identificado aquele cujo valor de Q3 fosse o menor. No exemplo anterior, como o modelo de F1 gerou o menor Q3, isto é 194,7570, este seria o modo de funcionamento. Assim procedendo obteve-se para a identificação os resultados mostrados abaixo:

Tabela 17 – Resultados agregados da identificação pelo método baseado em modelos funcionais, critério alternativo.

	x1	x2	x3
$S_1^{0,25}$	S_1	S_1	S_1
$S_1^{0,5} = S_o$	S_3	S_2	S_3
$S_1^{0,75}$	S_1	S_1	S_1
S_1^1	S_1	S_1	S_1
$S_2^{0,25}$	S_2	S_2	S_2
$S_2^{0,5}$	S_2	S_2	S_2
$S_2^{0,75} = S_o$	S_3	S_2	S_1
S_2^1	S_2	S_2	S_2
$S_3^{0,25}$	S_3	S_3	S_3
$S_3^{0,5}$	S_3	S_3	S_3
$S_3^{0,75}$	S_3	S_3	S_3
$S_3^1 = S_o$	S_3	S_2	S_3

Os valores estimados para k , bem como os intervalos de confiança para os mesmos considerando $\alpha = 5\%$, utilizando o critério alternativo encontram-se elencados na Tabela 18.

Tabela 18 – Resultados agregados da estimação pelo método baseado em modelos funcionais, critério alternativo.

	x1		x2		x3	
	\hat{k}	$t\alpha\hat{\sigma}_k$	\hat{k}	$t\alpha\hat{\sigma}_k$	\hat{k}	$t\alpha\hat{\sigma}_k$
$S_1^{0,25}$	0,2500	1,29E-07	0,2501	2,82E-07	0,2494	3,25E-07
$S_1^{0,5} = S_o$	0,9990	2,33E-06	0,7498	1,67E-06	0,9991	2,41E-06
$S_1^{0,75}$	0,7496	1,18E-06	0,7491	2,91E-06	0,7500	1,40E-06
S_1^1	0,9962	2,68E-06	0,9991	2,57E-06	0,9982	2,05E-06
$S_2^{0,25}$	0,2488	2,26E-05	0,2499	1,24E-06	0,2513	4,37E-06
$S_2^{0,5}$	0,5016	2,11E-05	0,5005	2,80E-06	0,4961	5,02E-06
$S_2^{0,75} = S_o$	0,9988	2,27E-06	0,7495	1,73E-06	0,5012	4,64E-07
S_2^1	1,0000	1,87E-05	0,9993	9,43E-07	0,9997	1,94E-06
$S_3^{0,25}$	0,2508	1,63E-06	0,2505	2,49E-06	0,2506	2,24E-06
$S_3^{0,5}$	0,4992	1,67E-06	0,4986	2,94E-06	0,4990	2,36E-06
$S_3^{0,75}$	0,7504	2,56E-06	0,7516	2,82E-06	0,7500	2,74E-06
$S_3^1 = S_o$	0,9971	2,15E-06	0,7496	1,76E-06	0,9983	2,37E-06

Considerando que $S_o = S_1^{0,5} = S_2^{0,75} = S_3^1$, pois entre tais estados, as massas m_1 , m_2 e m_3 não variam de valor, nota-se que houve 100% de detecção e identificação conforme o critério alternativo. Resultados comparativos dos métodos empregados para este exemplo são mostrados na seção 9.4. A seguir os dados obtidos nos testes de desempenho com a bomba centrífuga de BCS são apresentados.

9.2. Desempenho

Utilizando os dados de processo, realizando a média no tempo dos sinais relativos à operação da bomba ($p_s, p_d, T_{eixo}, \omega, m_l$ e m_g), é possível construir as curvas mostradas a seguir. Conforme exposto no capítulo anterior, a aquisição de cada ponto foi realizada em duas etapas, na primeira utilizando o *shaker* eletromecânico, na segunda sem utilizá-lo, causando a aparente duplicação dos pontos relativos ao desempenho. Foram utilizados segmentos de reta para unir pontos de mesma vazão de gás visando facilitar a observação dos gráficos.

Os resultados apresentados neste capítulo em forma de gráficos podem ser encontrados como dados numéricos organizados em tabelas no Apêndice C – Resultados dos Testes de Desempenho.

Na Figura 37 observa-se o gráfico da diferença de pressão ($p_d - p_s$) versus vazão mássica de líquido, agrupadas por vazão mássica de gás. Observa-se que a presença de gás no escoamento reduz a diferença de pressão. Nota-se ainda que quando a bomba transporta ar, as curvas (curva em preto, azul e verde) assumem geometria distinta da que representa condição monofásica (curva em vermelho). Tais curvas passam a possuir um ponto de máximo, também chamado de ponto de *surging*.

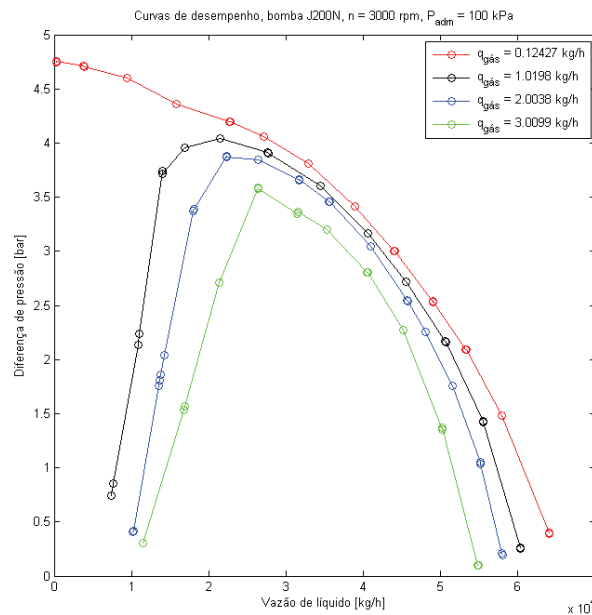


Figura 37 – Gráfico da diferença de pressão x vazão de líquido.

Observando a Figura 38, nota-se o gráfico da potência mecânica versus vazão de líquido. A potência mecânica para as vazões de água inferiores a cerca de 2×10^4 kg/h e superiores a cerca de 5×10^4 kg/h decai com o aumento da vazão de gás.

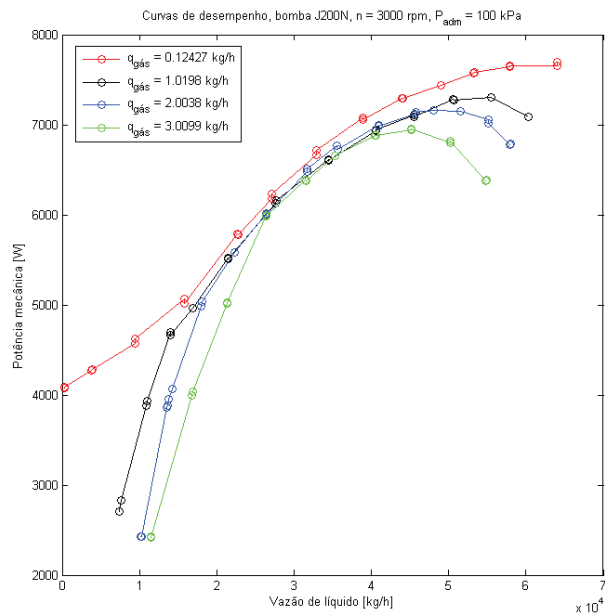


Figura 38 – Gráfico da potência mecânica x vazão de líquido.

Em relação ao rendimento, analisando o gráfico da Figura 39, nota-se que o mesmo decai com o acréscimo de gás. Comparando os gráficos da Figura 39 e Figura 37, observa-se que a vazão de líquido dos pontos de *surging* é inferior a vazão de líquido relacionada ao maior rendimento alcançado para a respectiva vazão de ar.

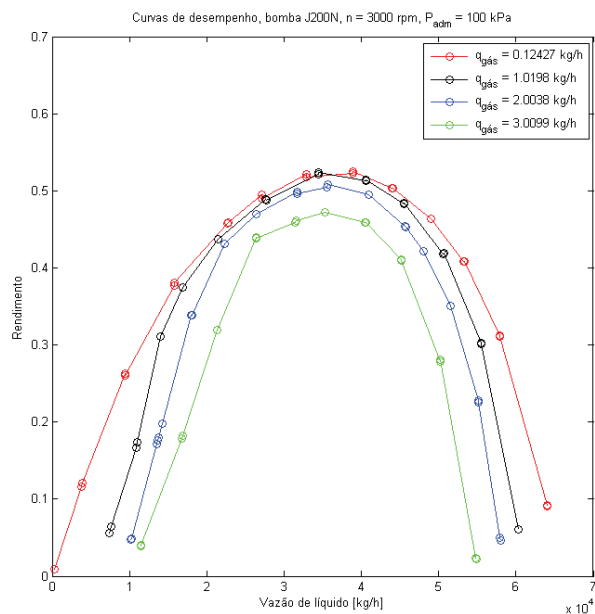


Figura 39 – Gráfico do rendimento x vazão de líquido.

Com base nos dados obtidos durante o levantamento destas curvas foi possível aplicar as metodologias de diagnóstico de falhas visando determinação do ponto operacional do BCS, tais resultados são mostrados na próxima seção.

9.3. Resultados Experimentais

Utilizando os procedimentos experimentais descritos no capítulo “8 – Desenvolvimento Experimental” e a metodologia já abordada, os resultados descritos a seguir foram encontrados.

9.3.1. Método Baseado na DEP

Após a obtenção dos sinais necessários à aplicação da metodologia, procedeu-se à utilização do método baseado na função Densidade Espectral de Potência (DEP). Em tal método, como já discutido, compara-se a função DEP do estado desconhecido com as funções dos estados conhecidos. A detecção ocorre quando o estado desconhecido é diferente do estado nominal (escoamento monofásico) e a identificação quando há coincidência entre as funções comparadas, para todas as frequências.

Utilizou-se a primeira metade do tempo total de aquisição de cada sensor, isto é, 16 segundos na fase de levantamento das referências e a segunda metade para procedimento de detecção e identificação. Ressalta-se que foram utilizados apenas os sinais de resposta, isto é, aqueles obtidos quando o *shaker* não era acionado. Foram considerados como estados desconhecidos os mesmos estados da fase de levantamento de referências.

Baseado na análise dos sinais ao longo do tempo dos sensores 4_0_y e 2_0_z, observou-se mau funcionamento dos mesmos, portanto os mesmos não foram utilizados. No processamento dos sinais dos demais sensores utilizou-se a janela de Hanning e 20 blocos para obtenção da função DEP.

Para o modo de operação ‘a’, isto é, vazão de gás equivalente a 1 kg/h, agrupando as funções DEP obtidas a partir do sensor 3_90_x para cada vazão de líquido obtém-se o gráfico da Figura 40. Observa-se que os maiores valores da DEP se encontram a cerca de 50 Hz, que é também a velocidade de rotação do eixo, as demais componentes são múltiplas de 50 Hz. Nota-se que as amplitudes se alteram conforme a vazão de líquido.

Nesse gráfico, os valores entre as DEP foram interpolados linearmente para evidenciar a variação das amplitudes de cada frequência conforme a variação de vazão de líquido. Apesar disso, os valores obtidos por meio do experimento foram apenas os relativos aos pontos mostrados no Apêndice C – Resultados dos Testes de Desempenho.

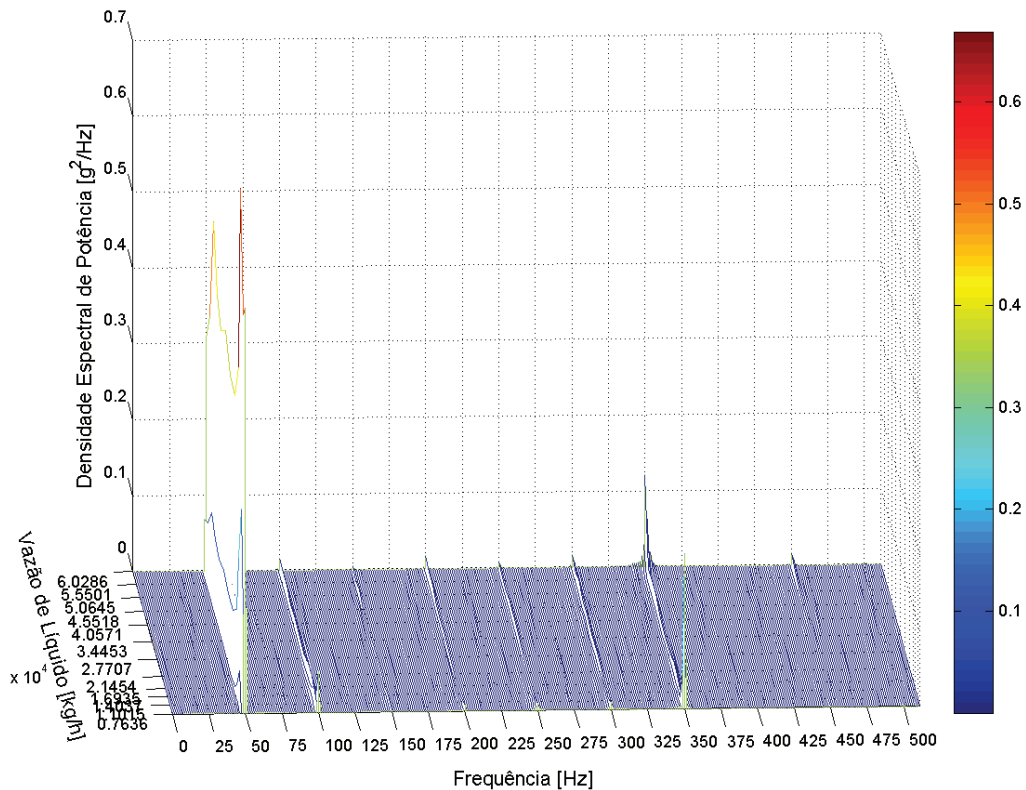


Figura 40 – DEP, sensor 3_90_x, modo de operação ‘a’, vazões de teste.

Uma vez obtidas as DEP procedeu-se à aplicação do método. Considerou-se a probabilidade de ocorrência do erro tipo I equivalente a 5%. Como resultado, utilizando o procedimento do método rigorosamente, isto é, todas as frequências devem atender ao teste de hipóteses, equação (116), nenhum modo foi identificado.

Embora todas as frequências não tenham atendido aos testes de hipóteses a maioria o fez, como nota-se na Tabela 30 do Apêndice D – Resultados do Método Baseado na DEP, na qual estão representados a razão entre o número de pontos que atendeu ao teste de hipóteses e o número de total de pontos da DEP.

Utilizando tais valores como indicadores do estado, todos os estados seriam corretamente detectados e identificados, à exceção do estado $S_c^{0,3887}$ que seria identificado erroneamente como $S_a^{0,3559}$.

9.3.2. Método Baseado na FRF

O método baseado na Função Resposta em Frequência compara as FRF obtidas na fase de levantamento de referências com as obtidas na fase de detecção, identificação e estimação de magnitude. Utilizando como entrada a posição 3_90_x excitou-se o sistema utilizando o *shaker* e obteve-se a força em tal posição e a resposta à excitação dos demais acelerômetros.

Para obtenção da densidade espectral de potência, necessária à estimação da FRF por meio do estimador H1, foram utilizados 40 blocos e a janela de Hanning. Na fase de levantamento de referências utilizou-se a primeira metade dos sinais (16 s de medição) e nas etapas subsequentes o restante da medição.

Observa-se na Figura 41, Figura 42, Figura 43 e Figura 44 as FRF obtidas pelos sinais de força do sensor f3_90_x e aceleração do 3_90_x. Respectivamente é mostrado a FRF para cada modo de operação: 'o', escoamento monofásico de água; 'a', escoamento bifásico, vazão de ar equivalente a 1 kg/h; 'b', escoamento bifásico, vazão de ar de 2 kg/h; 'c', escoamento bifásico, vazão de ar de 3 kg/h. Nota-se que a FRF varia conforme a vazão de líquido e de ar. Ressalta-se que a FRF referente ao estado 'c' difere das demais, principalmente por apresentar vales nas vazões de líquido de $2,1346 \times 10^4$ kg/h, $4,5134 \times 10^4$ kg/h e $5,4804 \times 10^4$ kg/h.

Em tais figuras, os valores entre as FRF foram interpolados linearmente para evidenciar a variação das amplitudes por frequência conforme a mudança de vazão de líquido. Ressalta-se que os valores obtidos por meio do experimento foram apenas os relativos aos pontos mostrados no Apêndice C – Resultados dos Testes de Desempenho.

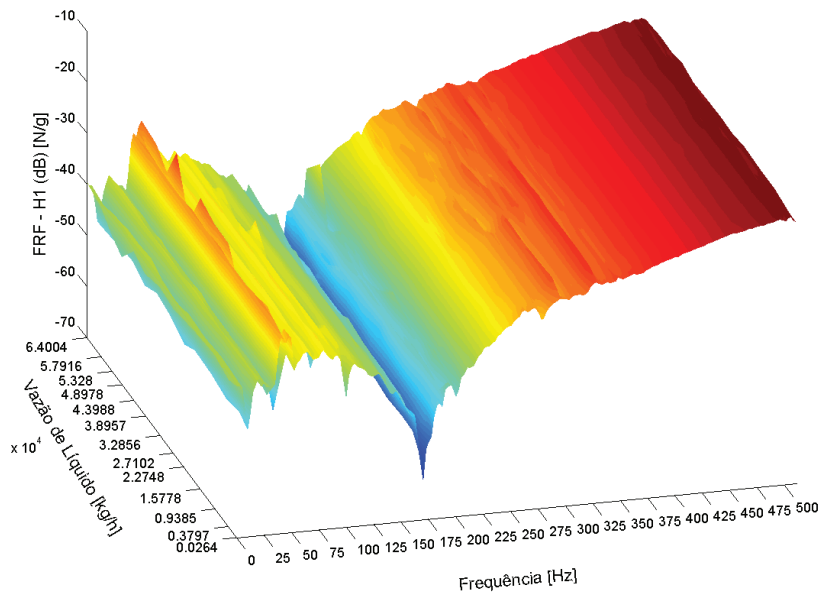


Figura 41 – FRF para escoamento monofásico de água.

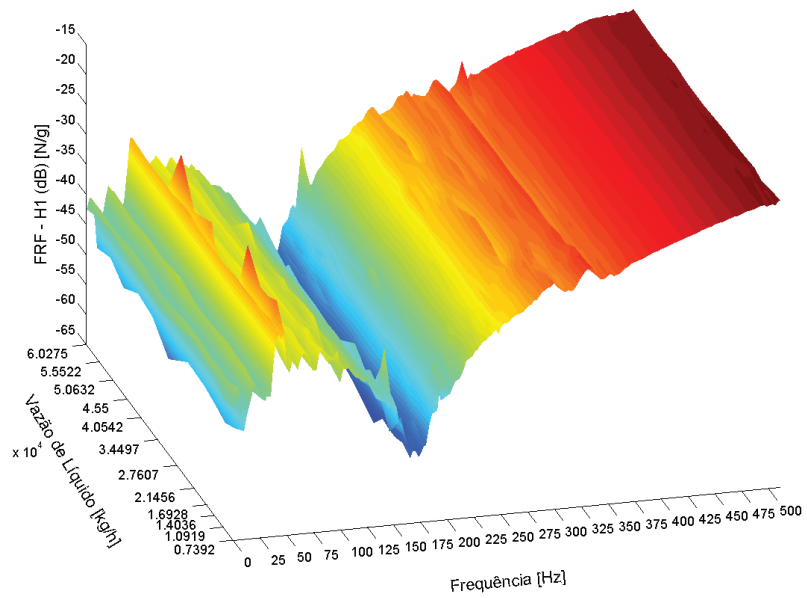


Figura 42 – FRF para escoamento bifásico, vazão de ar igual a 1 kg/h.

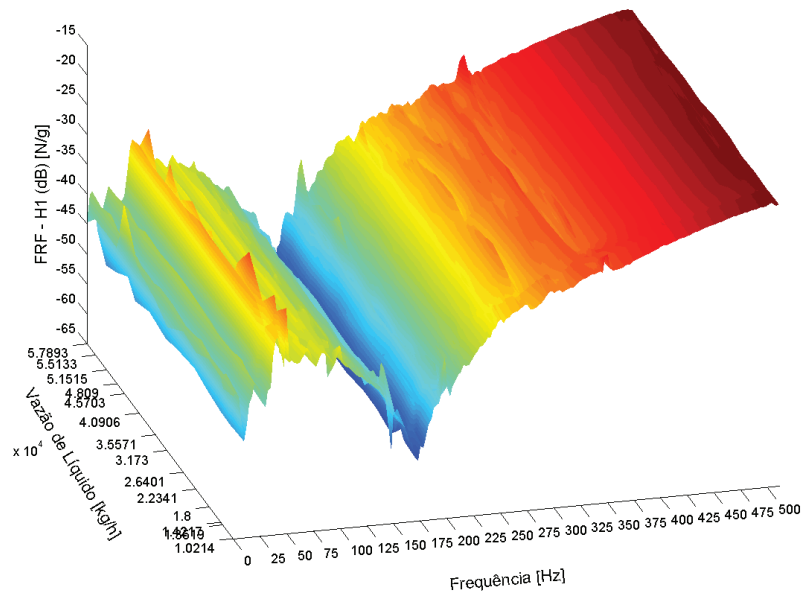


Figura 43 – FRF para escoamento bifásico, vazão de ar igual a 2 kg/h.

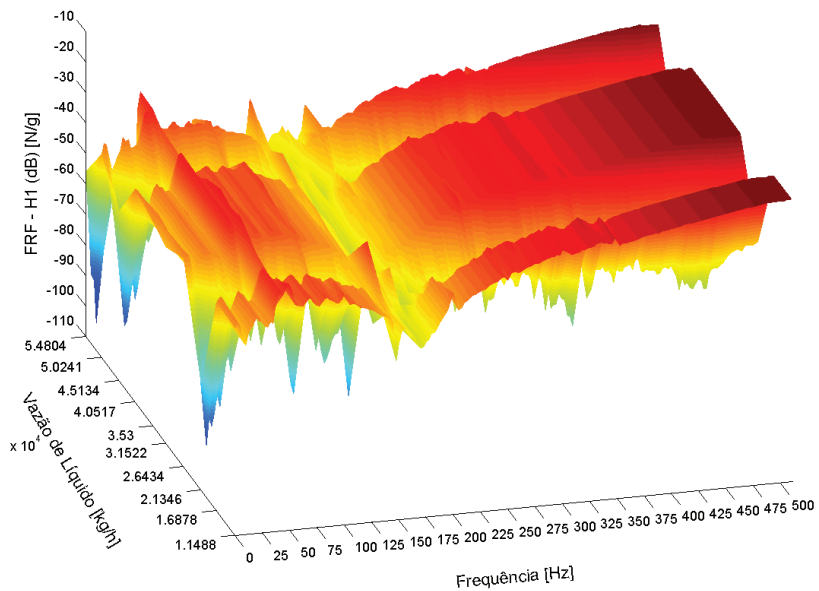


Figura 44 – FRF para escoamento bifásico, vazão de ar igual a 3 kg/h.

Foram considerados como estados desconhecidos os mesmos estados da fase de levantamento de referências. Como resultado, utilizando $\alpha=5\%$ para a probabilidade de ocorrência do erro tipo I, o estado $S_c^{0,9992}$ foi o único identificado, incorretamente, como $S_c^{0,8229}$.

Tal como observado no método baseado na DEP, para vários estados a maioria dos pontos, apresentada em percentuais na Tabela 31 do Apêndice E – Resultados do Método Baseado na FRF atendeu a algum teste de hipótese dentre os realizados. Considerando como o estado identificado aquele em que o maior percentual de pontos atende ao teste de hipóteses do estado, 30 dos 49 possíveis estados teria sido identificado pela maioria dos sensores, como apresentado na Tabela 32 do mesmo apêndice.

9.3.3. Método Baseado na Medida de Coerência

Este método baseia-se na premissa que a Medida de Coerência, grandeza definida a partir da Função Coerência Ordinária (FCO), decresce quando o sistema está em falha. Para aplicação do método, define-se um nível nominal para a Medida de Coerência na fase de levantamento de referências e, baseado na diferença entre as medidas de coerência da referência e do estado desconhecido, a falha é avaliada. Como discutido na seção 6.3.3, tal método não é adequado para identificação e estimação, mas para detecção da falha.

Para estimação das Densidades Espectrais de Potência, necessárias a estimação de H1 e FCO foram utilizados 40 blocos. Na fase de levantamento de referências utilizou-se a primeira metade dos sinais (16 s de medição) e na detecção o restante da medição.

Observando as FCO obtidas pela relação entre os sinais de força do sensor f3_90_x e aceleração do 3_90_x, para cada modo de operação (Figura 45), nota-se que os valores mais baixos da mesma encontram-se em faixas de frequências múltiplas inteiras (harmônicos) da velocidade de rotação do eixo de acionamento, isto é 3000 rpm ou 50 Hz. Nestas frequências, o sistema responde à excitação do próprio eixo e do shaker eletromecânico. No entanto, mede-se apenas a excitação do shaker. Desta forma, a resposta é função de uma entrada não contabilizada, podendo ser esta a causa de baixos valores da FCO nos harmônicos. Observa-se que apenas em escoamento multifásico a FCO decai para harmônicos acima de 200 Hz. Valores baixos na FCO impactam na diminuição da medida de coerência e no aumento da variância de H1 e obtenção de valores distintos para a variância da própria FCO.

Observou-se que a variação entre FCO, para uma dada vazão de gás, conforme a vazão de líquido é imperceptível, mas que conforme se eleva a vazão de gás os valores das funções diminuem, notadamente para frequências superiores a 200 Hz.

Na Figura 45 são mostradas as FCO das condições monofásicas, e para vazões de ar de cerca de 1 kg/h, 2 kg/h e 3 kg/h, respectivamente para as vazões de líquido de aproximadamente 22748 kg/h, 21456 kg/h, 22341 kg/h e 31522 kg/h.

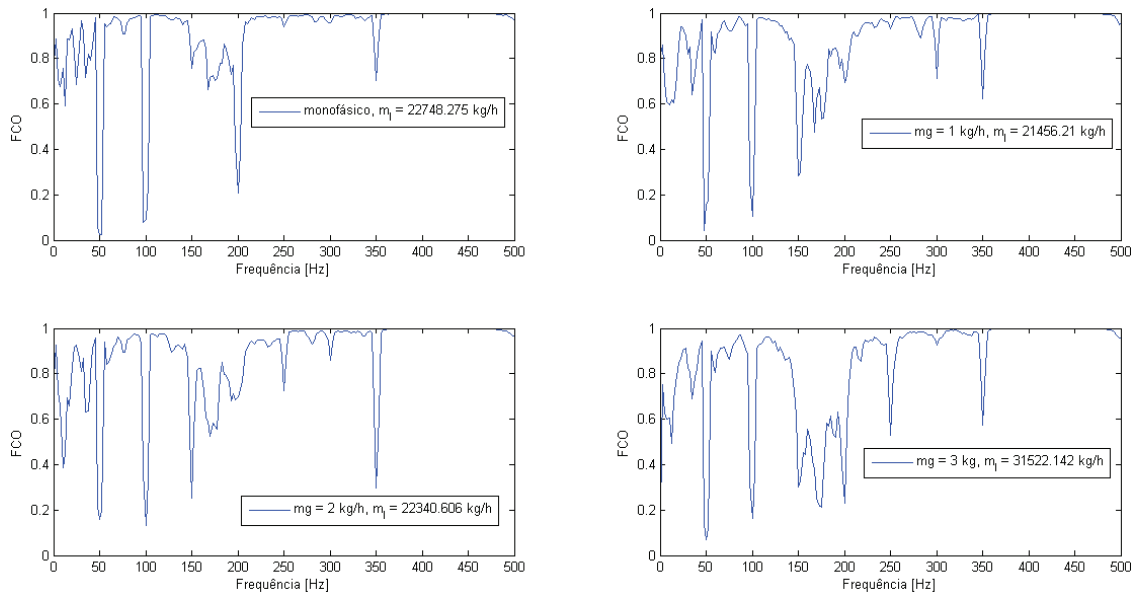


Figura 45 – FCO típicas de cada modo de operação.

O estado nominal, isto é, operação da bomba apenas com líquido é caracterizado por 13 magnitudes diferentes, isto é, vazões de líquido distintas. Desta forma, o estado nominal será representado por 13 valores de Medidas de Coerência por sensor. A falha é detectada quando, para um determinado sensor, a Medida de Coerência do estado desconhecido é inferior ao limite dos 13 modos do estado nominal. Foram considerados como estados desconhecidos os mesmos estados da fase de levantamento de referências.

Observando a Figura 46, nota-se que a Medida de Coerência encontrada utilizando sinais de força do sensor f3_90_x e aceleração do 1_90_x para cada estado nominal são superiores a do estado desconhecido $S_u^k = S_c^{0,9160}$, destacado na forma de uma cruz vermelha na parte inferior direita da figura. A linha azul representa o máximo valor possível para a Medida de Coerência, situação possível apenas quando a FCO é equivalente a 1 em todas suas frequências.

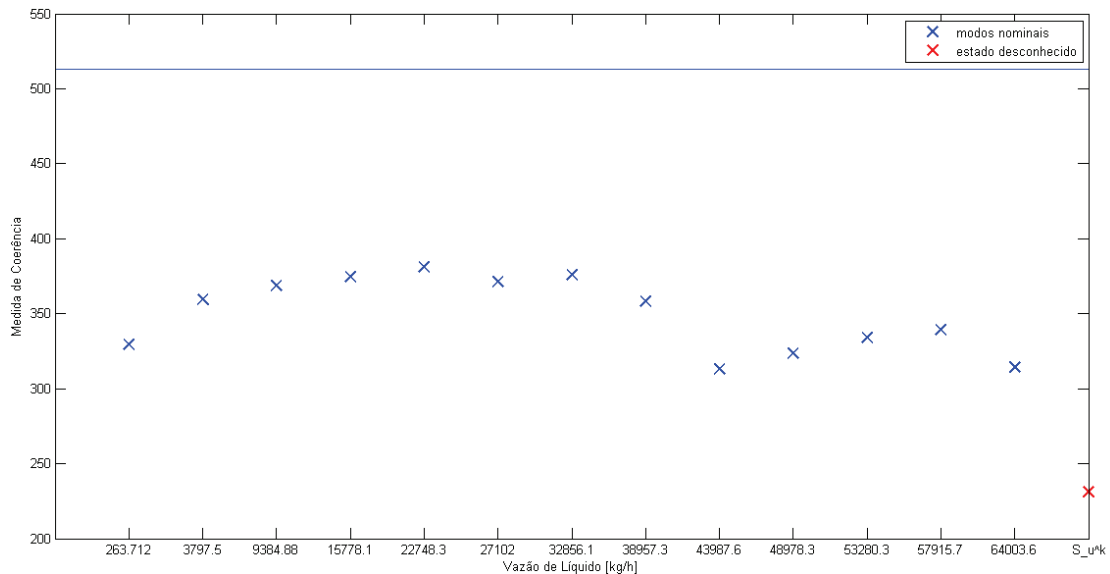


Figura 46 – Estimativas da Medida de Coerência, sensor 1_90_x para o modo nominal e $S_c^{0,9160}$.

A Figura 47 representa graficamente o teste de hipótese realizado para a detecção do modo operacional. No eixo x estão representadas as vazões de líquido (relativas às magnitudes de falha) do modo nominal (escoamento de líquido). Os símbolos em azul representam o valor obtido para o parâmetro de teste, equação (132). Tal parâmetro é obtido a partir da diferença entre o valor da Medida de Coerência do estado nominal e do estado desconhecido, mostradas na Figura 46. A linha pontilhada em vermelho refere-se ao limite imposto pela probabilidade do erro tipo I, calculado a partir da equação (135). Nota-se em tal gráfico a indicação de operação em estado falho, isto é, escoamento multifásico.

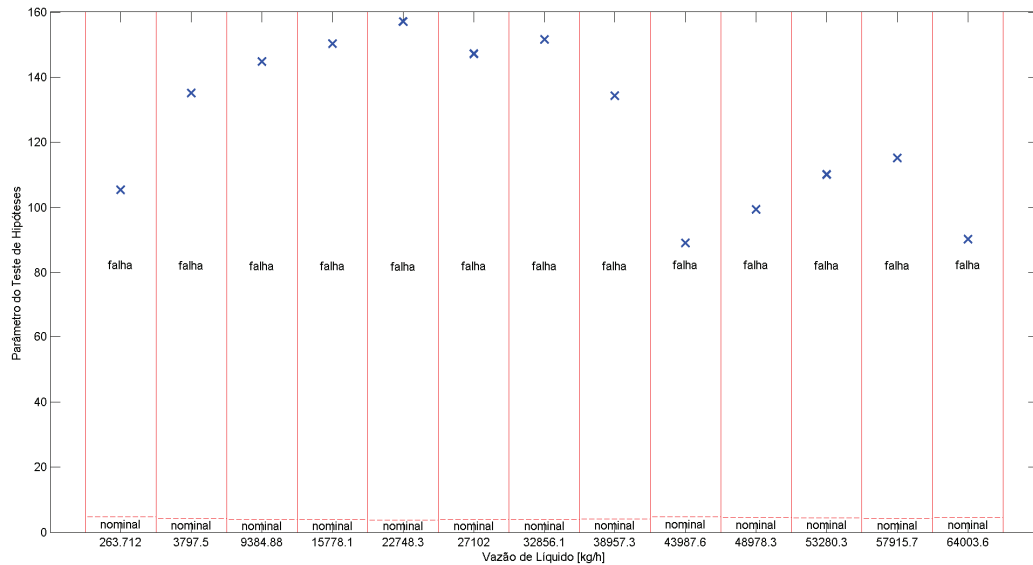


Figura 47 – Teste de hipóteses, sensor 1_90_x para o modo nominal e $S_c^{0,9160}$.

Os resultados encontrados para $\alpha=5\%$ para todos os testes realizados encontram-se elencados na Tabela 33 do Apêndice F – Resultados do Método Baseado na Medida de Coerência. Em tal tabela, os números dentro de cada célula representam o percentual de magnitudes de falhas do modo nominal que comparadas ao estado desconhecido detectaram o escoamento como monofásico. Desta forma, percentuais elevados para estados desconhecidos dentro do modo nominal/defeituosos indicam a correta/incorrecta detecção.

9.3.4. Método Não-geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo

Conforme explicado na seção 6.4.1.1, este método se baseia na identificação do sistema utilizando modelo paramétrico. Uma vez identificado o sistema, determina-se uma quantidade característica, baseada nos parâmetros e matriz de covariância dos mesmos e realizam-se múltiplos testes de hipóteses para detecção e identificação do modo de operação (vazão de gás) e da magnitude (vazão de líquido).

A primeira etapa do método consiste na identificação do sistema. Para tal, utilizando apenas os sinais de resposta, isto é, obtidos sem excitação do *shaker* eletromecânico foram empregados

modelos AR. Como realizado nos métodos anteriores, na etapa de levantamento de referências utilizou-se a primeira metade dos sinais e nas posteriores a segunda metade.

Para cada sensor e estados obtidos na fase de levantamento de referências foi determinada uma ordem apropriada, ou seja, aquela que atende ao procedimento de identificação de sistemas, capítulo 0. Para validação da ordem, isto é, verificação do modelo baseada na hipótese de que o ruído gerado pelo mesmo é ruído branco, foram atendidos simultaneamente os critérios baseados nas quantidades Q1 e Q3, equações (100) e (102). Para tais critérios foram considerados os parâmetros ‘m’ e ‘h’ (descrição do parâmetro na seção 5.3) equivalentes a 15 e probabilidade do erro tipo I de 5%.

A partir das ordens dessa forma obtidas e exibidas na Tabela 34 do Apêndice G – Resultados do Método Não-geométrico Baseado nos Parâmetros, a ordem final associada a cada sensor foi a maior dentro de todas as computadas por estado. Tal procedimento é decorrente da necessidade de que o vetor de parâmetros de um sinal de um determinado sensor tenha seu tamanho fixo, independente do estado que represente, para obtenção de $\delta\hat{\theta}$, equação (140). A Tabela 19 apresenta a ordem final adotada do modelo AR.

Tabela 19 – Ordens dos modelos AR.

Sensor:	1_0_x	1_0_y	1_0_z	1_90_x	2_90_x	3_0_z	3_90_x	4_0_x	4_0_z	4_90_x
Ordem:	80	56	72	89	55	73	74	61	68	81

Observando a Figura 48, relativa ao estado $S_o^{0,0042}$ e sensor 1_0_y, nota-se que próximo da ordem selecionada (seta em vermelho indicando a ordem selecionada, 56) foram obtidos valores pequenos para cada um dos critérios de parcimônia: AIC, BIC e FPE. Embora omitidos, para todos os sensores e estados, os valores encontrados para AIC, BIC e FPE foram pequenos nas ordens selecionadas.

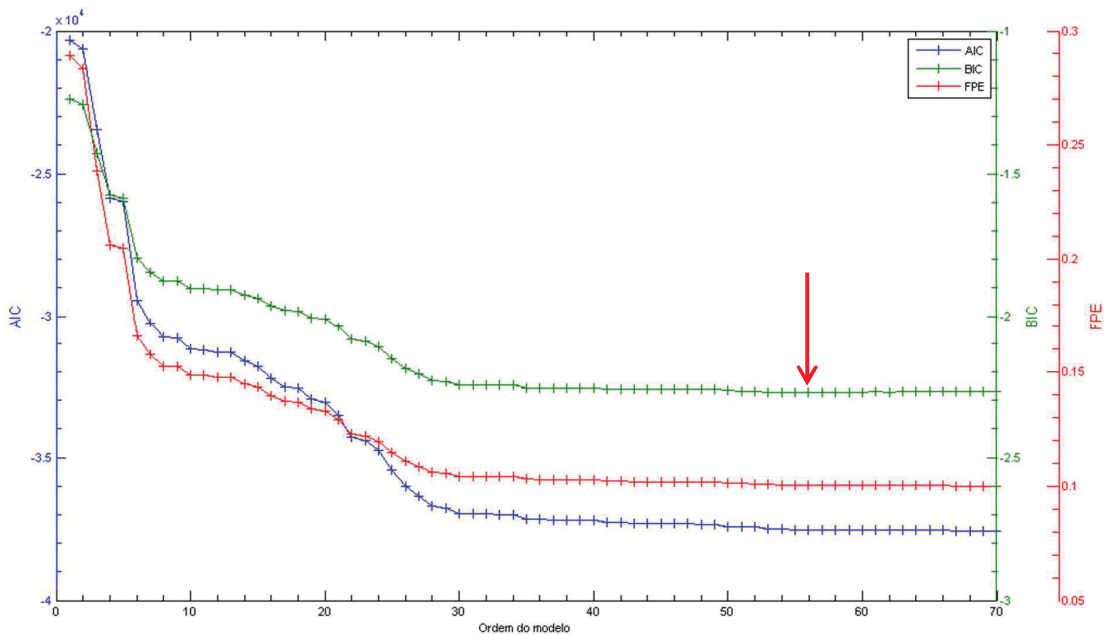


Figura 48 – Critérios de Parcimônia pelo sinal de 1_0_y para estado $S_o^{0,0042}$.

Recompondo o sinal a partir do valor médio dos parâmetros obtidos pela modelagem é possível observar a relação entre o modelo ajustado e o sinal medido. Na Figura 36 observa-se um intervalo no tempo da recomposição do sinal do sensor 1_0_y, estado $S_a^{0,1267}$, representado por um modelo AR(56) em comparação com o sinal original e, abaixo, o ruído gerado pela modelagem. Nota-se semelhança entre o sinal original e o sinal recomposto.

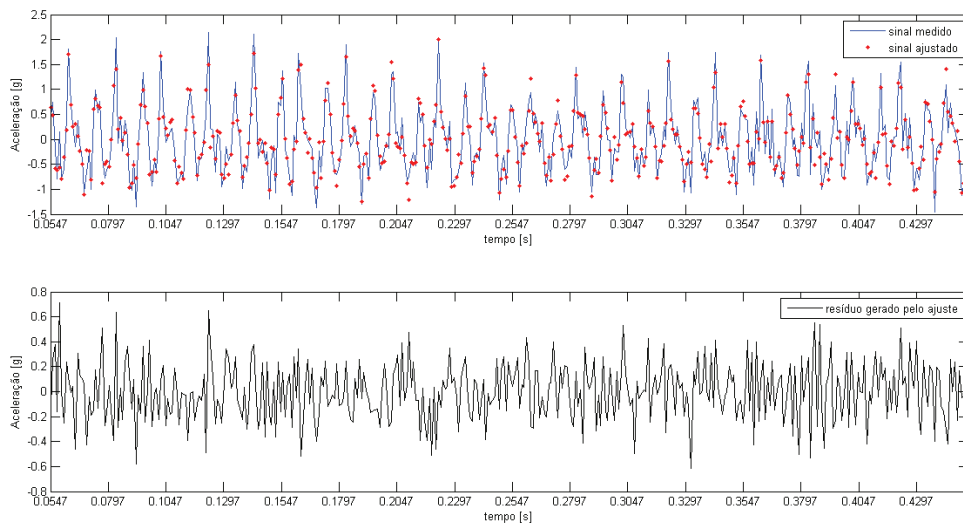


Figura 49 – Ajuste realizado, modelo AR(56), sensor 1_0_y, estado $S_a^{0,1267}$.

Após a obtenção por sensor dos valores médios dos parâmetros e matriz de covariância dos mesmos, representativos de cada estado, procedeu-se à detecção e identificação de falhas e defeitos. Para tal, foram considerados como estados desconhecidos os mesmos estados da fase de levantamento de referências. Foi considerada a probabilidade do erro tipo I equivalente a 5%. A Tabela 35 do Apêndice G – Resultados do Método Não-geométrico Baseado nos Parâmetros apresenta os resultados agregados obtidos empregando tal método.

Observa-se que ao menos um sensor detectou ou identificou corretamente o estado, dentre os 49 estados sob identificação, exceto quando os estados desconhecidos foram $S_a^{0,3559}$, $S_a^{0,1267}$, $S_b^{0,3117}$, $S_c^{0,9160}$ e $S_c^{0,3887}$. Dos estados não identificados, $S_a^{0,3559}$ representa um ponto de *surging*. No caso dos estados desconhecidos $S_a^{0,3559}$ e $S_c^{0,3887}$ o método detectou a falha, mas apresentou como resultado a identificação simultânea de ambos os estados. Não houve um único sensor que detectasse ou identificasse corretamente todos os estados.

9.3.5. Método Geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo

Neste método, partindo dos parâmetros do modelo paramétrico determinados na fase de levantamento de referências determinam-se vetores característicos a partir dos quais se ajusta um hiperplano para cada modo de operação. Na fase de identificação, o estado desconhecido é classificado como pertencente ao modo de operação cuja distância entre seu hiperplano e o vetor característico do estado desconhecido é mínima.

Como os modelos paramétricos AR empregados possuem ordens elevadas, conforme mostrado na Tabela 19, buscou-se reduzir a ordem de tais modelos, realizando o procedimento de redução de dimensão dos modelos, descritos na seção 6.4.1.2, mas mantendo 97% da informação, isto é $\delta = 0,97$, quantidade estimada baseada na equação (176). Além disso, para obtenção dos vetores característicos foram utilizados os valores médios do vetor característico transformado e reduzido, μ_{s_m} , após mudança de coordenadas de μ_θ , equação (172). A mudança de coordenadas foi feita com base nas matrizes de covariância representando as médias das matrizes de covariância de cada modo de operação. Elencada na Tabela 20 encontra-se a ordem M dos parâmetros s_m por sensor.

Tabela 20 – Ordens dos vetores característicos.

Sensor:	1 0 x	1 0 y	1 0 z	1 90 x	2 90 x	3 0 z	3 90 x	4 0 x	4 0 z	4 90 x
Ordem:	42	34	23	69	50	66	55	50	59	69

Conforme exposto na seção 6.4.1.2, o método necessita que o número de falhas, p , (vazões de líquido) seja maior que a dimensão de cada vetor característico, ρ (Tabela 20). No entanto, isto não foi atendido. Observando a Tabela 21 constata-se que há menos falhas que parâmetros, para todos os sensores. Isso implica em uma sub determinação do problema expresso pela equação (154) levando a infinitas soluções admissíveis para o mesmo, ou seja, infinitos hiperplanos possíveis para cada modo de operação. A solução não trivial obtida para os hiperplanos foi a que levou a coeficientes dos hiperplanos (equação (154)) de menor módulo.

Tabela 21 – Número de magnitudes de falhas por modo de operação.

Modo de operação	p
o	13
a	12
b	14
c	10

Como resultados, a identificação dos modos de falha foi ineficiente apenas para 9 estados apresentados na Tabela 36 do Apêndice H – Resultados do Método Geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo, indicando grande eficácia do método.

9.3.6. Método Baseado na Variância do Resíduo

Este método se baseia nos modelos paramétricos de cada estado obtidos na etapa de levantamento de referências. Uma vez determinados os modelos, os mesmos são aplicados aos sinais do estado desconhecido, na etapa de identificação, produzindo como resultado sequências residuais. A sequencia residual de menor variância está associada a um modelo de falha que, conseqüentemente, identifica o estado.

No caso deste método não é necessário que os parâmetros tenham uma dimensão fixa, desta forma, cada modelo AR utilizado para cada sensor e estado respeitou a ordem identificada mostrada na Tabela 34 do Apêndice G – Resultados do Método Não-geométrico Baseado nos

Parâmetros. Novamente a primeira metade dos sinais foi utilizada na etapa de levantamento de referências e a segunda na etapa de identificação.

A Tabela 37 mostra os resultados encontrados para tal método. Nota-se que a maioria dos estados foi identificado. Apenas o estado $S_c^{0,3887}$ não foi identificado por algum sensor.

9.3.7. Método Baseado na Auto-covariância do Resíduo

Este método, tal como o método baseado na variância do resíduo, é fundamentado nos modelos paramétricos obtidos na fase de levantamento de referências. Os sinais relativos ao estado desconhecido são então aplicados aos modelos produzindo como resultado sequências residuais. A partir das sequências residuais, são obtidas as auto-covariâncias e calculadas as quantidades características do método, equação (188). Quando a quantidade respeita o limite imposto pelo teste de hipótese, equação (189), o estado é detectado/identificado.

A primeira metade dos sinais foi utilizada na etapa de levantamento de referências e a segunda na etapa de identificação. Os modelos AR utilizados para cada sensor e estado respeitaram a ordem identificada apresentada na Tabela 34 do Apêndice G – Resultados do Método Não-geométrico Baseado nos Parâmetros. A probabilidade do erro tipo I e o parâmetro ‘h’ (equação (188)) foram respectivamente 5% e 15, levando ao limite utilizado nos testes de hipóteses de 23,69.

Os seguintes estados foram corretamente identificados pelos sensores, na forma estado identificado/sensor identificador: $S_o^1/1_0_x, 3_90_x$; $S_b^{0,8885}/1_0_z, 2_90_x$; $S_b^{0,6141}/4_0_z$; $S_b^{0,3855}/1_0_y$; $S_c^{0,5741}/1_0_x, 2_90_x$; $S_c^{0,6434}/1_0_x, 1_90_x$. A detecção ocorreu apenas quando o estado desconhecido foi S_o^1 e a maioria dos estados não foi identificada.

9.3.8. Método Baseado em Modelos Funcionais

Este método se baseia em modelos funcionais (FPARX) construídos para cada modo de operação e sensor, a partir de modelos ARX. Na fase de levantamentos de referência definem-se as ordens dos modelos ARX e a dimensão ‘ p ’ dos modelos funcional. Assim se obtém modelos de falha, $\mathcal{M}_k^{x,i}$, onde ‘ k ’, magnitude, representa a razão entre uma dada vazão e a vazão máxima de tal estado; ‘ x ’, modo de operação modelado; ‘ i ’, sensor utilizado para modelagem.

Na etapa de detecção e identificação, sinais de um estado desconhecido são aplicados aos diferentes modelos disponíveis para um dado sensor, e a partir de tais modelos é estimado o valor de ‘ k ’. Aquele modelo que gerar resíduo caracterizado como ruído branco segundo teste específico representará a falha e sua magnitude estimada será portanto, ‘ k ’.

Utilizando a primeira metade dos sinais de força e aceleração foram obtidas as ordens dos modelos ARX(n,n) para cada estado e sensor. Os valores de ‘ n ’ encontram-se listados na Tabela 38 do Apêndice J – Resultados do Método Baseado em Modelos Funcionais. Para validação da ordem, isto é, verificação do modelo baseada na hipótese de que o ruído gerado pelo mesmo é ruído branco, foram atendidos simultaneamente os critérios baseados nas quantidades Q1 e Q3, equações (100) e (102). Para tais critérios foram considerados os parâmetros ‘ m ’ e ‘ h ’ (descrição do parâmetro na seção 5.3) equivalentes a 15 e probabilidade do erro tipo I de 5%. A ordem final para cada modo de operação e sensor é a maior das ordens entre as de cada magnitude, para um mesmo modo de operação e sensor, conforme Tabela 22.

Tabela 22 – Ordem final n do modelo ARX(n,n) para cada sensor e modo de operação.

	1_0_x	1_0_y	1_0_z	1_90_x	2_90_x	3_0_z	3_90_x	4_0_x	4_0_z	4_90_x
S_o	66	58	68	58	51	57	81	56	57	85
S_a	65	51	50	70	78	61	72	53	65	80
S_b	61	56	59	54	66	51	70	51	56	76
S_c	55	56	49	45	51	51	47	49	58	51

Observando a Figura 50, relativa ao estado $S_o^{0,0041}$ e sensor 1_0_y, nota-se que próximo da ordem selecionada (seta em vermelho indicando a ordem selecionada, 66) foram obtidos valores pequenos para cada um dos critérios de parcimônia: AIC, BIC e FPE. Embora omitidos, para todos os sensores e estados, os valores encontrados para AIC, BIC e FPE foram pequenos nas ordens selecionadas.

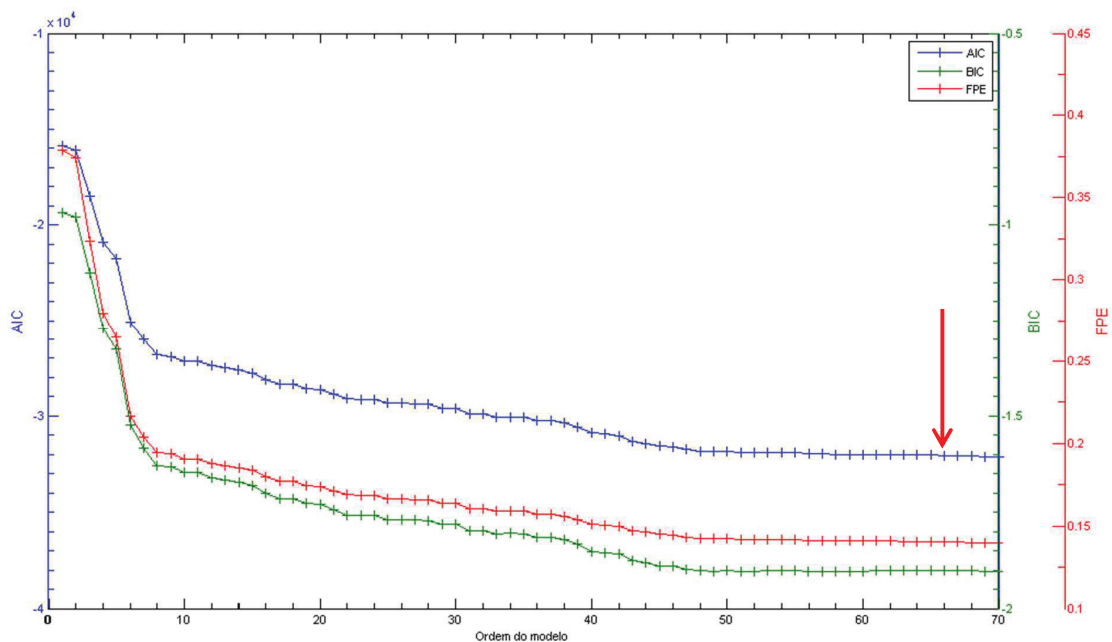


Figura 50 – Critérios de Parcimônia pelo sinal de 1_0_y para estado $S_o^{0,0041}$.

Recompondo o sinal a partir do valor médio dos parâmetros obtidos pela modelagem é possível observar a relação entre o modelo ajustado e o sinal medido. Na Figura 51 observa-se um intervalo no tempo da recomposição do sinal do sensor 1_0_y, estado $S_a^{0,1226}$, representado por um modelo ARX(51,51) em comparação com o sinal original e, abaixo, o ruído gerado pela modelagem. Nota-se semelhança entre o sinal original e o sinal recomposto.

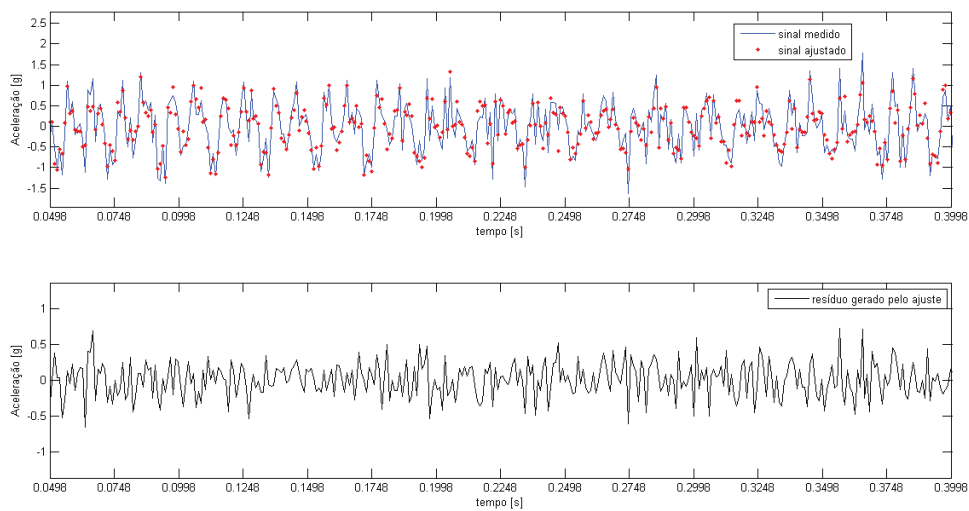


Figura 51 – Ajuste realizado, modelo ARX(51,51), sensor 1_0_y, estado $S_a^{0,1226}$.

Determinada a ordem do modelo ARX procedeu-se a determinação da dimensão ‘p’ do modelo funcional FPARX. Para tanto, a mesma foi seleccionada como aquela em que o valor de AIC, BIC ou FPE atinge o mínimo. A Figura 52 ilustra o procedimento no caso do sensor 4_0_x, para o modo de operação S_b . Observa-se que em $p=6$ o valor de BIC atinge seu mínimo (observar seta vermelha) sendo esta a dimensão escolhida para p. Em todos os casos o critério BIC apresentou valor mínimo na ordem seleccionada e FPE e AIC pequenos valores.

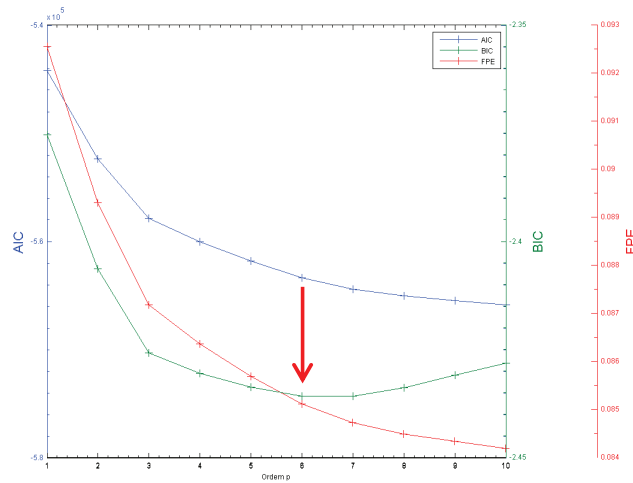


Figura 52 – Critérios de Parcimônia, sensor 4_0_x para o modo de operação S_b .

Desta forma a dimensão ‘p’ utilizada em cada modelo de falha encontra-se apresentada na Tabela 23, abaixo.

Tabela 23 – Dimensão de ‘p’ do modelo FPARX(n,n,p) para cada sensor e modo de operação.

	1 0 x	1 0 y	1 0 z	1 90 x	2 90 x	3 0 z	3 90 x	4 0 x	4 0 z	4 90 x
S_o	5	7	4	5	5	4	5	7	5	7
S_a	6	7	6	6	4	4	6	7	6	7
S_b	6	6	6	8	6	6	6	6	8	8
S_c	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

Uma vez determinados os valores de n e p de cada modelo procedeu-se à etapa de detecção e identificação da falha. Foi utilizada a segunda metade dos sinais de força e aceleração como sinais representando um estado desconhecido. Tais sinais, foram então submetidos aos 4 modelos funcionais existentes por sensor, sendo cada um representativo de um modo de operação distinto. Para cada modelo foi obtido o valor de ‘k’ que gerou resíduo de menor variância, conforme procedimento destacado pela equação (185).

A classificação do modo de operação, ou seja, determinação de qual modelo é o adequado foi realizada conforme 2 critérios. O primeiro, seguindo rigorosamente o método, isto é, o modelo de falha correto é aquele cujo resíduo é ruído branco conforme teste de hipótese baseado em Q_3 , equação (193). Para tal critério não houve detecção/identificação e portanto estimação, ou seja, nenhum ponto atendeu ao teste de hipóteses.

O segundo, similar ao procedimento realizado no método baseado na variância do resíduo, seleciona o modelo adequado como aquele cuja quantidade Q_3 é a menor, ainda que a mesma seja superior ao limite estabelecido pelo teste de hipóteses expresso pela equação (194). Procedendo conforme este método obteve-se como resultado da detecção e identificação os dados mostrados na Tabela 39 do Apêndice J – Resultados do Método Baseado em Modelos Funcionais. Para a estimação da magnitude, os resultados encontram-se na Tabela 40 e Tabela 41 do mesmo anexo.

9.4. Análise Comparativa dos Resultados

Neste capítulo são apresentados na Tabela 24, a seguir, os resultados comparativos dos métodos empregados, para a simulação numérica e para o experimento. DEP^1 e FRF^1 se referem aos métodos baseados na Densidade Espectral de Potência e Função Resposta em Frequência considerando o procedimento do método rigorosamente. DEP^2 e FRF^2 se referem aos métodos utilizando um limiar de aceitação equivalente a 90% dos pontos.

MC, NG,G, VAR e ACO se referem, respectivamente aos métodos baseados: na Medida de Coerência, nos parâmetros (não-geométrico e geométrico) e na variância e auto-covariância dos resíduos.

MF^1 se refere ao método baseado em modelos funcionais seguido rigorosamente, MF^2 se refere ao método utilizando o critério de identificação baseado no menor valor da quantidade Q_3 . Além disso, para julgamento da estimação das quantidades de MF^1 e MF^2 , considerou-se o limite da equação (222) equivalente a 10%.

Os métodos da Tabela 24 acompanhados do símbolo de hífen denotam que tais métodos, para os casos avaliados não são adequados para a etapa associada ao indicador da coluna (detecção, identificação ou estimação).

Tabela 24 – Comparativo dos resultados dos métodos utilizados.

	Simulações			Experimentos		
	%DT	%ID	%ES	%DT	%ID	%ES
DEP ¹	75,0	0	0	73,5	0	0
DEP ²	100	100	100	100	98,0	98,0
FRF ¹	75,0	0	0	73,5	0	0
FRF ²	91,7	86,1	86,1	95,5	64,5	64,5
MC	41,7	-	-	27,6	-	-
NG	83,3	52,8	52,8	64,1	60,8	60,8
G	-	88,9	-	99,2	98,2	-
VAR	88,9	80,5	80,5	100	94,1	94,1
ACO	75,0	0	0	73,9	2,0	2,0
MF ¹	8,3	8,3	100	0	0	0
MF ²	100	100	100	99,8	90,6	80,9

Pelos resultados obtidos para o caso da simulação numérica, observou-se que nem todos os métodos foram efetivos, apesar de, por se tratar de uma simulação ser esperado o contrário. Observa-se que os métodos mais propícios à detecção/identificação/estimação foram DEP²,MF²/DEP²,MF²/DEP²,MF²,MF¹, embora este último tenha estimado a magnitude para poucos pontos visto que a identificação por tal método mostrou-se ineficaz para o caso tratado.

Com base nos resultados obtidos para o caso do experimento real, problema principal deste trabalho, nota-se que os métodos mais propícios para detecção/identificação/estimação são DEP²,VAR/G/DEP².

Em relação à estimação do ponto de *surging*, conforme mostrado na Tabela 25, foi possível sua correta determinação, utilizando o método DEP². A tabela apresenta os valores da quantidade %IS. Ressalta-se que o problema de identificação da operação do conjunto em *surging* pôde ser solucionado utilizando o método DEP².

Tabela 25 – Comparativo da estimação do ponto de *surging*.

	Pontos de <i>Surging</i>		
	$m_g = 1 \text{ kg/h}$	$m_g = 2 \text{ kg/h}$	$m_g = 3 \text{ kg/h}$
DEP ²	100	100	100
FRF ²	50	30	80
NG	0	60	50
VAR	100	100	90
ACO	0	10	0
MF ²	70	80	0

Nos Métodos Baseados na DEP e FRF a principal razão para sua imperfectividade foi a presença de termos nas funções cuja amplitude em algumas frequências é próxima a zero. Nestes casos, para melhor funcionamento dos métodos utilizou-se um critério alternativo, baseado no percentual de pontos que atendem aos critérios estabelecidos pelos testes de hipóteses, obtendo-se melhora na classificação do modo de operação.

No caso do Método Baseado na Medida de Coerência, alguns modos de funcionamento apresentaram Medida de Coerência maior que o estado definido como nominal, desta forma uma premissa necessária para funcionamento do método não foi atendida, podendo justificar parcialmente seu inadequado funcionamento.

Para o Método Geométrico, a adoção de coeficientes de menor módulo para os hiperplanos permitiu sua aplicação. A rigor, caso o número de pontos de operação por modo de operação fosse maior que a ordem dos modelos utilizados, a adaptação do método não seria necessária.

Quando foi utilizado o Método Baseado em Modelos Funcionais a adoção de um critério flexível para classificação do modo de funcionamento proporcionou aumento na efetividade do método para os casos testados.

10. CONCLUSÕES

Por meio deste trabalho buscou-se propor uma solução para o problema de identificação das condições operacionais de uma bomba do BCS utilizando dados experimentais relativos à sua vibração estrutural. Com base na revisão bibliográfica realizada verificou-se a existência de estudos com propósitos semelhantes, mas aplicados ao escoamento multifásico em tubulações e vasos.

Buscando métodos baseados em vibrações foram selecionados oito métodos candidatos à solução do problema citado. Tais métodos de detecção, identificação e estimação de falhas e defeitos, ou métodos de diagnóstico de falhas, tradicionalmente são aplicados para quantificação de defeitos e falhas mecânicas e estruturais. Neste trabalho, as condições mecânicas dos sistemas analisados foram negligenciadas e os métodos não foram utilizados para seu objetivo tradicional, mas para classificação do modo de funcionamento ou operação.

Os métodos foram adaptados para dois casos. No primeiro, por meio de um problema numérico de um sistema de 3 graus de liberdade, visou-se descobrir a posição onde uma massa foi alterada e valor da mesma. Este caso foi proposto para operacionalização dos métodos e antecipação de dificuldades na aplicação dos mesmos. No segundo caso, principal foco desta pesquisa, métodos foram adaptados para aplicação em dados reais obtidos experimentalmente.

O experimento realizado consistiu na operação a 3000 rpm de uma bomba de 4 estágios utilizada no BCS em diferentes pontos operacionais (diferentes vazões mássicas de ar e água). Durante a operação deste sistema dados de vibração de carcaça e força foram coletados para aplicação da metodologia.

Pelos resultados obtidos para o caso da simulação numérica, observou-se que nem todos os métodos foram efetivos, apesar de, por se tratar de uma simulação, ser esperado o contrário. Os métodos mais propícios à detecção/identificação/estimação foram $DEP^2, MF^2/DEP^2, MF^2/DEP^2, MF^2, MF^1$ (siglas explicadas na seção 9.4), embora este último tenha estimado a magnitude para poucos pontos visto que a identificação por tal método mostrou-se ineficaz para o caso tratado.

Conclui-se com base nos resultados obtidos para o caso do experimento real, problema principal deste trabalho, que os métodos mais propícios para detecção/identificação/estimação

são DEP²,VAR/G/DEP² (siglas explicadas na seção 9.4). Ressalta-se que o problema de identificação da operação do conjunto em *surging* pôde ser solucionado utilizando o método DEP².

No caso do experimento real com a bomba do BCS, sugere-se avaliar a presença e influencia de não linearidades nos resultados. Tais não linearidades podem ter afetado os resultados. Caso conclua-se que o sistema é não linear recomenda-se ponderar sobre a funcionalidade de modelos paramétricos não lineares na identificação do sistema.

Tanto para o exemplo numérico quanto para o experimento concluiu-se que a adoção de critérios alternativos aumentou a eficiência dos métodos para os exemplos propostos. Recomenda-se para trabalhos futuros avaliação de critérios alternativos adicionais, como por exemplo, realização do teste de hipóteses apenas para as frequências relacionadas aos valores de maior amplitude da DEP e FRF, etc.

Na simulação e no experimento, os estados desconhecidos utilizados faziam parte do conjunto de estados utilizados para construção do banco de dados. Não foi avaliado como funcionariam os métodos caso o estado desconhecido não participasse do banco de dados. Em se tratando da simulação, isto equivale ao problema de uma massa desconhecida diferente das simuladas e, para o experimento, um ponto operacional fora dos pontos mapeados na fase de levantamento de referências. Os Métodos Geométrico e Baseado em Modelos Funcionais, pela forma como abordam o problema de FDI são potenciais candidatos para solução deste problema. Sugere-se para trabalhos futuros investigação quanto à funcionalidade dos mesmos.

Utilizando os métodos propostos foi possível identificar os parâmetros operacionais da bomba do BCS. Caso a mesma estivesse operando em condições inadequadas ou instáveis, como em *surging*, por exemplo, teria sido possível corrigir sua operação pela atuação de válvulas, conversor de frequências etc. Sob este aspecto, este trabalho mostrou ser possível otimização da produção pelo emprego da metodologia proposta, motivação para realização do mesmo.

Os métodos aplicados requerem condições de contorno similares durante a inspeção e a fase de levantamento de referências. Isto pode não ocorrer, por exemplo, em duas situações: (i) as condições de contorno se modificam ao longo do tempo, (ii) impossibilidade de reproduzir experimentalmente, na fase de levantamento de referências, as condições que serão encontradas na etapa de identificação.

Para a situação (i) o problema poderia ser contornado executando o mapeamento da bomba para diferentes condições de contorno. No entanto, na indústria, a solução pode ser impossibilitada por seu possível elevado custo ou por ser economicamente proibitiva a modificação do ponto operacional uma vez que o equipamento esteja operando.

A situação (ii) retrata o problema encontrado para aplicação da metodologia em um cenário de produção real, onde o BCS se encontra dentro de um poço produtor, muitas vezes submarino, distante da plataforma. Neste cenário, as dificuldades de acesso ao equipamento, em recriar um experimento similar às condições de operação e a ausência de instrumentação adequada ao meio podem impossibilitar a operacionalização dos métodos.

Para ambas as situações o problema central reside na dificuldade em realizar a etapa de levantamento de referências. Buscando solucionar tais problemas sugere-se para trabalhos futuros a obtenção de dados por meio da solução das equações que regem o sistema, seja numericamente, por exemplo com auxílio do método dos elementos finitos ou analiticamente, caso exequível. A solução seria encontrada para a posição do BCS equivalente ao sensor de fundo, que pode fornecer sinais de vibração em 3 direções e utilizada para a construção do banco de dados necessário na etapa de levantamento de referências.

Sugere-se ainda avaliação destes métodos para um conjunto completo de BCS composto por sensor, motor, protetor e bomba, utilizando os sinais de vibração do sensor de fundo e os métodos baseados apenas na resposta, em especial o baseado na DEP, o paramétrico geométrico e o baseado na variância dos resíduos que apresentaram resultados satisfatórios para o experimento realizado.

Por fim, ressalta-se que os resultados apresentados neste trabalho foram obtidos pela aplicação da metodologia com o uso de programas desenvolvidos em Matlab®. Tais programas permitiram sistematização da informação e tratamento do elevado número de sinais e operações de comparação. Para trabalhos futuros, a *interface* dos programas pode ser melhorada visando sua utilização por operadores e inspetores, reduzindo a necessidade de um especialista para a determinação do ponto de operação do BCS.

Referências Bibliográficas

ABRAMOWITZ, M.; STEGUN I. A. **Handbook of Mathematical Functions**. New York: Dover, 1970.

AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO. **Anuário Estatístico Brasileiro do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis 2012**. Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <www.anp.gov.br/?id=661>. Acesso em: 21 nov. 2013, 10:37:00.

AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **API RP 11S8**: Recommended Practice on Electric Submersible Pump System Vibrations. Washington D. C., 1993.

AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **API RP 11S2**: Recommended Practice for Electric submersible Pump Testing. Washington D. C., 1997.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023**: Informação e documentação - Referências - Elaboração. Rio de Janeiro, 2002. 24 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 10520**: Informação e documentação – Citações em documentos – Apresentação. Rio de Janeiro, 2002. 7 p.

ARRUDA, J. R. F.; Huallpa, B. N. **Análise Espectral de Sinais e Sistemas Mecânicos Lineares**. Campinas, 2008. 179 p. Apostila.

BAK, P. **Análise de Vibrações Torcionais em Bombas Centrífugas Submersíveis para Elevação Artificial de Petróleo**. 2012. 53 p. Monografia (Graduação) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. **Random Data**: Analysis and Measurement Procedures. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010. 604 p.

BENEDEK, S. Fluid Vibration Induced by a Pump. **Journal of Sound and Vibration**, v.177, n.3, p. 337-348, 1994.

- BLEVINS, R. D. **Flow-Induced Vibration**. 2. ed. Malabar: Krieger Publishing Company, 2001.
- BRINNER, T. R., TRAYLOR, F. T., STEWART, R. E. Causes and Prevention of Vibration Induced Failures in Submersible Oilwell Pumping Equipment. In: Annual Fall Technical Conference and Exhibition of The Society of Petroleum Engineers of AIME, 1982, New Orleans. **Proceedings...** SPE 11043.
- BUSSAB, W. O.; MORRETIN, P. A. **Estatística Básica**. São Paulo: Saraiva, 2004. 526 p.
- CAETANO, E. F. Field Experience With Multiphase Boosting Systems at Campos Basin, Brazil. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 2005, Houston, Texas. **Proceedings...** OTC 17475.
- DE FALCO, R.; MATTOS, E. E. **Bombas Industriais**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1998.
- ESCALER, X. Modal Behavior of a Reduced Scale Pump-Turbine Impeller. Part 1: Experiments. In: IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, n. 25, 2010, Romania. **Proceedings...**
- ESTEVAM, V. **Uma Análise Fenomenológica da Operação de Bomba Centrífuga com Escoamento Bifásico**. 2002. 265 p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- FASSOIS, S. D. Identification, Model-based Methods. In: BRAUN, S. G. (Ed.); EWINS, D. J. (Ed.); RAO, S. S. (Ed.). **Encyclopedia of Vibration**. London: Academic Press, 2001. Vol. I, p. 673 - 685.
- FASSOIS, S. D.; SAKELLARIOU, J. S. Time-series methods for fault detection and identification in vibrating structures. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**. London: 2007. Vol. 365, p. 411-448.

FASSOIS, S. D.; SADEGHI, M. H. An overview of the geometric approach to fault identification in stochastic dynamical systems. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NOISE AND VIBRATION ENGINEERING, 23, 1998, Leuven, **Anais**. Leuven: Katholieke Universiteit Leuven, 1998. p. 1-8.

FORSYTHE, G. E.; MALCOLM M. A.; MOLER C. B. **Computer Methods for Mathematical Computations**. Prentice Hall, 1976.

GAMA, A. L. Method for Measurement of Two-phase Flow Rate Based on Pipe Vibration. In: International Congress on Mechanical Metrology, n.2, 2011, Natal. **Proceedings...**

HARRIS, D. et al. BC-10: The First Successful Replacements of Caisson ESPs in Deepwater Brazil. In: LATIN AMERICA AND CARIBBEAN PETROLEUM ENGINEERING CONFERENCE, 2012, **Proceedings...** SPE 152188

HYDRAULIC INSTITUTE. **ANSI/HI 9.6.7-2010**: Effects of Liquid Viscosity on Rotodynamic (Centrifugal and Vertical) Pump Performance B131. New Jersey, 2010.

JAMIESON, E.; SCOTT, B. Review of Dual-ESP System Application Following 100 Installations. In: SPE ESP WORKSHOP, 2011, The Woodlands, Texas. **Proceedings...**

JIEANG, Y. Y. et al. Quantitative Evaluation of Flow-Induced Structural Vibration and Noise in Turbomachinery by Full-Scale Weakly Coupled Simulation. **Journal of Fluids and Structures**, n. 23, p. 531-544, 2006.

KANEKO, S. et al. (Ed.). **Flow-Induced Vibrations**. Japan: Elsevier Science, 2008. 310 p.

KLEIN, F. L., SELEHIM, P., HERVIEU E. Time-Frequency Analysis of Intermittent Two-Phase Flows in Horizontal Piping. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 26, n.2, p. 174-179, 2004.

KUCHPIL, et al. Barracuda Subsea Helico-Axial Multiphase Pump Project. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 2013, Houston, Texas. **Proceedings...** OTC 24217.

LALANNE, M., FERRARIS, G. **Rotordynamics Prediction in Engineering**. 2. ed. Chichester: John Wiley and Sons, 1998.

LEDUCQ, D., HERVIEU, E. Characterization of Multiphase Flows from Wall Measurements Application of the Wavelet Transform Method. **Elsevier Science Publisher**, 1991.

LJUNG, L. **System identification: theory for the user**. New Jersey: PTR Prentice Hall, 1999. 609 p.

MACINTYRE, A. J. **Equipamentos Industriais e de Processo**. Rio de Janeiro: LTC, 1997.

MAIA, N. M. M. (Ed.); SILVA, J. M. M. (Ed.). **Theoretical and Experimental Modal Analysis**. Baldock: Research Studies Press, 1997. 468 p.

MASON, J. C.; HANDSCOMB, D. C. **Chebyshev Polinomials**. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2003.

MATHWORKS. **Matlab 2014^a Control System Toolbox™ Reference**. 2014. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/help/control/>>. Acesso em: 08 julho 2014, 09:09:40.

MERINI, R. A. **Sistema não Intrusivo Para Medição de Fração Volumétrica em Escoamento Bifásico Através de Análise de Vibração**. 2011. 99 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal Fluminense, Niterói.

ORLOWSKI, R. T. C. et al. Marlin 3 Phase Subsea Separation System – Challenges and Solutions for the Subsea Separation Station to Cope with Process Requirements. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 2012, Houston, Texas. **Proceedings...** OTC 23552.

PATERNOST, G. M. **Estudo Experimental sobre Bomba Centrífuga Operando com Fluido Viscoso e Escoamento Bifásico Gás-líquido**. 2013. 158 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

PETTIGREW, M. J. et al. Flow-induced Vibration: Recent Findings and Open Questions. **Nuclear Engineering and Design**, v. 185, p. 249-276, 1998.

PORAT, B. **Digital processing of random signals: theory and methods.** New Jersey: PTR Prentice Hall, 1994. 449 p.

PRADO, M. **Electrical Submersible Pumping.** 2009. Slides de aula.

RAUBER et al. Feature Models and Condition Visualization for Rotating Machinery Fault Diagnosis. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRONICS, CIRCUITS, AND SYSTEMS, 2013, Abu Dhabi, UAE. **Proceedings...**

RAUBER et al. Automatic Diagnosis of Submersible Motor Pump Conditions in Offshore Oil Exploration. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY, 39, 2013, Vienna, Proceedings...

RAUBER et al. Computational Intelligence for Automatic Diagnosis of Submersible Motor Pump Conditions in Offshore Oil Exploration. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRONICS, CIRCUITS, AND SYSTEMS, 2013, Abu Dhabi, UAE. **Proceedings...**

RIBEIRO, M. P. **Inaccessible Equipment Monitoring via Vibratory Signature Analysis Utilising Data Collected by Remote Accelerometers.** 1999. 260 p. Tese (Doutorado) - Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, London.

RIBEIRO, M. P. et al. Field Applications of Subsea Electrical Submersible Pumps in Brazil. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 2005, Houston, Texas. **Proceedings...** OTC 17415.

ROBERTO, M. A. R.; OLIVEIRA, P. S.; PYRAMO, B. M. Mudline ESP: Electrical Submersible Pump Installed in a Seabed Skid. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 2013, Houston, Texas. **Proceedings...** OTC 24201.

RODRIGUES, R. et al. A New Approach for Subsea Boosting - Pumping Module on the Seabed. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 2005, Houston, Texas. **Proceedings...** OTC 17398.

SAKELLARIOU, J. S.; RIZOS, D. D.; FASSOIS, S. D. Fault Detection and Magnitude Estimation for and Aircraft Skeleton Structure via a Functional Model Based Method. In: FIRST EUROPEAN WORKSHOP ON STRUCTURAL HEALTH MONITORING, 2002, Paris, **Proceedings...** p. 253-260.

SAKELLARIOU, J. S.; PETSOUNIS, K. A.; FASSOIS, S. D. A Functional Model Based Method of Fault Detection and Identification in Stochastic Structural Systems. In: SECOND EUROPEAN WORKSHOP ON STRUCTURAL HEALTH MONITORING, 2004, Munich, **Proceedings ...** p. 679-686.

SAKELLARIOU, J. S.; K. A.; FASSOIS, S. D. A Functional Pooling Framework for the Identification of Systems under Multiple Operating Conditions. In: MEDITERRANEAN CONFERENCE ON CONTROL AND AUTOMATION, 15, 2007, Athens, **Proceedings...**

SAKELLARIOU, J. S.; FASSOIS, S. D. Vibration Based Fault Detection and Identification in an Aircraft Skeleton Structure via a Stochastic Functional Model Based Method. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v.22, p.557-573, 2008.

SCHLUMBERGER, **REDA Electric Submersible Pump Technology ESP Catalog**. 2005. Catálogo.

SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. **System Identification**. Cambridge: Prentice Hall International, 1989. 612 p.

STEWART, D. W. et al. Coiled Tubing Deployed ESP on the Auk Platform. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 1996, Houston, Texas. **Proceedings...** OTC 8225.

STOECKER W. F. **Design of Thermal Systems**. 3. ed., McGraw-Hill, 1989.

TACKACS, G. **Electrical Submersible Pumps Manual: Design, Operations, and Maintenance**. Burlington: Elsevier. 2009.

THOMAS, J. E. (Org.). **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. 2ª Edição. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2001. 271 p.

VALE, O. R.; GARCIA J. E.; VILLA, M. VASPS Installation and Operation at Campos Basin. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 2002, Houston, Texas. **Proceedings...** OTC 14003.

VERDE, W. M. **Estudo Experimental de Bombas de BCS Operando com Escoamento Bifásico Gás-Líquido**. 2011. 129 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Apêndice A – Exemplo de FDI pelo Método Geométrico

Supondo dois modos de falha ($N_F = 2$) caracterizado por 3 falhas diferentes ($p = 3$), sendo cada falha modelada por um modelo paramétrico adequado de 2 dimensões ($\rho = 2$). A representação paramétrica dos modos de falha é:

$$\begin{aligned}
 F_1^1 &\Rightarrow \theta^{1_1} = [{}_1\theta^{1_1} \quad {}_2\theta^{1_1}]; \\
 F_2^1 &\Rightarrow \theta^{1_2} = [{}_1\theta^{1_2} \quad {}_2\theta^{1_2}]; \\
 F_3^1 &\Rightarrow \theta^{1_3} = [{}_1\theta^{1_3} \quad {}_2\theta^{1_3}]; \\
 F_1^2 &\Rightarrow \theta^{2_1} = [{}_1\theta^{2_1} \quad {}_2\theta^{2_1}]; \\
 F_2^2 &\Rightarrow \theta^{2_2} = [{}_1\theta^{2_2} \quad {}_2\theta^{2_2}]; \\
 F_3^2 &\Rightarrow \theta^{2_3} = [{}_1\theta^{2_3} \quad {}_2\theta^{2_3}];
 \end{aligned} \tag{224}$$

Neste caso, o vetor θ_K , conforme equação (151) pode ser representado por:

$$\theta_K = \begin{bmatrix} {}_1\theta^{1_1} & {}_2\theta^{1_1} \\ {}_1\theta^{1_2} & {}_2\theta^{1_2} \\ {}_1\theta^{1_3} & {}_2\theta^{1_3} \\ {}_1\theta^{2_1} & {}_2\theta^{2_1} \\ {}_1\theta^{2_2} & {}_2\theta^{2_2} \\ {}_1\theta^{2_3} & {}_2\theta^{2_3} \end{bmatrix}^T = [\theta_{K_1} \quad \theta_{K_2}]^T \tag{225}$$

Pode-se representar $\bar{\theta}_K$, de acordo com (152) por:

$$\bar{\theta}_K = \begin{bmatrix} {}_2\theta^{1_1} & -1 \\ {}_2\theta^{1_2} & -1 \\ {}_2\theta^{1_3} & -1 \\ {}_2\theta^{2_1} & -1 \\ {}_2\theta^{2_2} & -1 \\ {}_2\theta^{2_3} & -1 \end{bmatrix}^T = [\theta_{K_2} \quad -1]^T \tag{226}$$

Neste caso, para estimação de w^1 , utilizando a equação (154), chega-se a:

$$\hat{w}^1 = -[(\bar{\Theta}_K^1)^T \bar{\Theta}_K^1]^{-1} (\bar{\Theta}_K^1)^T \theta_{K_1}^1 = \begin{bmatrix} \hat{w}_1^1 \\ \hat{w}_2^1 \end{bmatrix} \tag{227}$$

Onde, pelas equações (155) e (156):

$$\bar{\Theta}_K^1 = [\bar{\theta}_{K_1}^{1_1} \quad \bar{\theta}_{K_1}^{1_2} \quad \bar{\theta}_{K_1}^{1_3}]^T = \begin{bmatrix} {}_2\theta^{1_1} & -1 \\ {}_2\theta^{1_2} & -1 \\ {}_2\theta^{1_3} & -1 \end{bmatrix} \quad (228)$$

$$\theta_{K_1}^1 = [\theta_{K_1}^{1_1} \quad \theta_{K_1}^{1_2} \quad \theta_{K_1}^{1_3}]^T = \begin{bmatrix} {}_1\theta^{1_1} \\ {}_1\theta^{1_2} \\ {}_1\theta^{1_3} \end{bmatrix} \quad (229)$$

A estimação de w^2 segue procedimento semelhante. Utilizando \hat{w}^1 e \hat{w}^2 é possível definir em um espaço de $\rho = 2$ dimensões, 2 retas ($\rho - 1 = 1$ e $N_F = 2$). Tais retas, cada uma associada a um modo de operação representariam os possíveis valores para os parâmetros dentro de cada modo de operação conhecido:

$$g^1(\theta_K) = \theta_{K_1} + \hat{w}_1^1 \theta_{K_2} - \hat{w}_2^1 = 0 \quad (230)$$

$$g^2(\theta_K) = \theta_{K_1} + \hat{w}_1^2 \theta_{K_2} - \hat{w}_2^2 = 0 \quad (231)$$

Considerando que em uma etapa de inspeção obteve-se um conjunto de dados, que após a correta identificação de sistemas gerou um modelo paramétrico e um vetor característico $\theta_K^u = [\theta_{K_1}^u \quad \theta_{K_2}^u]$, a etapa subsequente é a determinação da distância entre os pontos deste vetor e as retas, equações (230) e (231). Adotando a equação de distância da equação (158), para o caso bidimensional obtém-se:

$$D(\theta_K, \theta_K^u) = (\theta_{K_1}^u - \theta_{K_1})^2 + (\theta_{K_2}^u - \theta_{K_2})^2 \quad (232)$$

Tal equação pode ser otimizada, em relação a cada uma das retas. Em relação à $g^1(\theta_K)$, o procedimento de otimização (STOECKER, 1989, p. 167) leva ao sistema:

$$\begin{cases} \nabla D(\theta_K, \theta_K^u) - \lambda \nabla g^1(\theta_K) = 0 \\ g^1(\theta_K) = \theta_{K_1} + \hat{w}_1^1 \theta_{K_2} - \hat{w}_2^1 = 0 \end{cases} \quad (233)$$

Dados os vetores unitários, $\hat{\theta}_{K_1}$ e $\hat{\theta}_{K_2}$, pode-se escrever:

$$\nabla D(\theta_K, \theta_K^u) = \frac{\partial D}{\partial \theta_{K_1}} \hat{\theta}_{K_1} + \frac{\partial D}{\partial \theta_{K_2}} \hat{\theta}_{K_2} = 2(\theta_{K_1}^u - \theta_{K_1}) \hat{\theta}_{K_1} + 2(\theta_{K_2}^u - \theta_{K_2}) \hat{\theta}_{K_2} \quad (234)$$

$$\nabla g^1(\theta_K) = \frac{\partial g^1}{\partial \theta_{K_1}} \hat{\theta}_{K_1} + \frac{\partial g^1}{\partial \theta_{K_2}} \hat{\theta}_{K_2} = 1 \hat{\theta}_{K_1} + \hat{w}_1^1 \hat{\theta}_{K_2} \quad (235)$$

Substituindo as equações (234) e (235) em (233) e igualando os termos relativos a cada direção, chega-se em:

$$\begin{cases} 2(\theta_{K_1}^u - \theta_{K_1}) = \lambda \\ 2(\theta_{K_2}^u - \theta_{K_2}) = \lambda \hat{w}_1^1 \\ \theta_{K_1} + \hat{w}_1^1 \theta_{K_2} - \hat{w}_2^1 = 0 \end{cases} \quad (236)$$

Substituindo a primeira equação de (236) na segunda, para valores conhecidos de $\theta_{K_1}^u$ e $\theta_{K_2}^u$ podem ser obtidos os pontos $\theta_{K_1}^*$ e $\theta_{K_2}^*$, pertencentes a $g^1(\theta_K)$, cuja distância até $\theta_{K_1}^u$ e $\theta_{K_2}^u$ é mínima:

$$\begin{Bmatrix} \theta_{K_1}^* \\ \theta_{K_2}^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{w}_1^1 & -1 \\ 1 & \hat{w}_1^1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \hat{w}_1^1 \theta_{K_1}^u - \theta_{K_2}^u \\ \hat{w}_2^1 \end{Bmatrix} \quad (237)$$

Utilizando o resultado obtido na equação (237) pode se calcular a distância mínima entre $\theta_{K_1}^u$ e $\theta_{K_2}^u$ e a reta representando o primeiro modo de operação pela equação (232). Repetindo o procedimento de otimização para $g^2(\theta_K)$ encontra-se a distância entre os pontos e a reta representando o segundo modo de operação. A menor entre as distâncias indicará o modo de operação.

Apêndice B – Polinômios de Chebyshev

Os polinômios de Chebyshev de segunda espécie são polinômios ortogonais de grau n em x , que podem ser definidos pela relação de recorrência (ABRAMOWITZ, 1970, p.782; MASON, 2003, p. 22) :

$$G_{n+1}(x) = (-2 + 4x)G_n(x) - G_{n-1}(x) \quad (238)$$

Para $x \in [0,1] \subset \mathbb{R}$, $G_0(x) = 0$, $G_1(x) = 1$ e, dentro do contexto do método baseado em Modelos Funcionais, $x = k/k_{max}$. Como exemplo, usando a equação (238), caso fosse construída uma base funcional de $p = 5$ polinômios, seriam obtidos:

$$G_1(x) = 1 \quad (239)$$

$$G_2(x) = -2 + 4x \quad (240)$$

$$G_3(x) = 3 - 16x + 16x^2 \quad (241)$$

$$G_4(x) = -4 + 40x - 96x^2 + 64x^3 \quad (242)$$

$$G_5(x) = 5 - 80x + 336x^2 - 512x^3 + 256x^4 \quad (243)$$

Apêndice C – Resultados dos Testes de Desempenho

Os resultados utilizados na elaboração dos gráficos das Figura 37, Figura 38 e Figura 39 encontram-se neste apêndice, na forma das tabelas a seguir. Para compreensão das mesmas considera-se o significado das siglas: i, modo de operação; k, magnitude; F, existência (s) ou ausência (n) de força de excitação aleatória durante a medição. Todos os resultados foram obtidos para velocidade de rotação do eixo de acionamento equivalente a 3000 rpm.

Tabela 26 – Resultados do teste de desempenho para escoamento monofásico de água.

F	p_s [bar]	p_d [bar]	W_{mec} [W]	h [%]	m_g [kg/h]	i	m_l [kg/h]	k	Estado
n	0,9448	1,3371	7693,34	9,07	0,1197	o	64004,14	1,0000	S_o^1
s	0,9374	1,3349	7650,33	9,24	0,1196	o	64003,63	1,0000	S_o^1
n	0,9960	2,4763	7649,69	31,14	0,1242	o	57934,67	0,9052	$S_o^{0,9052}$
s	1,0001	2,4815	7649,24	31,16	0,1283	o	57915,70	0,9049	$S_o^{0,9049}$
n	0,9867	3,0759	7577,44	40,85	0,1261	o	53330,99	0,8332	$S_o^{0,8332}$
s	1,0036	3,0968	7576,53	40,89	0,1261	o	53280,28	0,8325	$S_o^{0,8325}$
n	1,0017	3,5341	7437,09	46,32	0,1264	o	48968,39	0,7651	$S_o^{0,7651}$
s	0,9983	3,5340	7439,25	46,37	0,1255	o	48978,35	0,7652	$S_o^{0,7652}$
n	1,0313	4,0319	7295,75	50,30	0,1228	o	44031,96	0,6880	$S_o^{0,6880}$
s	1,0347	4,0375	7294,26	50,30	0,1259	o	43987,65	0,6873	$S_o^{0,6873}$
n	0,9991	4,4168	7079,14	52,24	0,1255	o	38954,39	0,6086	$S_o^{0,6086}$
s	0,9968	4,4156	7052,13	52,46	0,1261	o	38957,28	0,6087	$S_o^{0,6087}$
n	1,0200	4,8304	6669,80	52,13	0,1236	o	32850,35	0,5133	$S_o^{0,5133}$
s	1,0202	4,8315	6716,30	51,79	0,1256	o	32856,09	0,5133	$S_o^{0,5133}$
n	0,9925	5,0475	6232,07	48,99	0,1262	o	27106,88	0,4235	$S_o^{0,4235}$
s	0,9921	5,0496	6177,69	49,45	0,1256	o	27102,01	0,4234	$S_o^{0,4234}$
n	1,0237	5,2219	5788,41	45,79	0,1251	o	22730,32	0,3551	$S_o^{0,3551}$
s	1,0236	5,2219	5777,04	45,92	0,1254	o	22748,28	0,3554	$S_o^{0,3554}$
n	0,9869	5,3449	5063,36	37,70	0,1252	o	15768,59	0,2464	$S_o^{0,2464}$
s	0,9877	5,3466	5010,83	38,13	0,1232	o	15778,09	0,2465	$S_o^{0,2465}$
n	0,9964	5,5959	4619,81	26,09	0,1224	o	9435,38	0,1474	$S_o^{0,1474}$
s	0,9982	5,5981	4567,65	26,25	0,1228	o	9384,88	0,1466	$S_o^{0,1466}$
n	1,0002	5,7078	4288,56	12,07	0,1230	o	3958,11	0,0618	$S_o^{0,0618}$
s	1,0004	5,7144	4275,66	11,63	0,1232	o	3797,50	0,0593	$S_o^{0,0593}$
n	0,9965	5,7519	4087,17	0,86	0,1221	o	266,49	0,0042	$S_o^{0,0042}$
s	0,9973	5,7445	4075,43	0,85	0,1217	o	263,71	0,0041	$S_o^{0,0041}$

Tabela 27 – Resultados do teste de desempenho para vazão de gás de cerca de 1 kg/h.

F	p_s [bar]	p_d [bar]	W_{mec} [W]	η [%]	m_g [kg/h]	i	m_l [kg/h]	k	Estado
n	0,9817	1,2380	7090,00	6,05	1,0336	a	60286,31	1,0000	S_a^1
s	0,9805	1,2392	7090,42	6,11	1,0414	a	60275,03	0,9998	$S_a^{0,9998}$
n	0,9969	2,4273	7304,71	30,19	1,0264	a	55501,47	0,9206	$S_a^{0,9206}$
s	0,9989	2,4244	7300,42	30,11	1,0274	a	55522,06	0,9210	$S_a^{0,9210}$
n	1,0010	3,1645	7268,30	41,87	1,0366	a	50644,65	0,8401	$S_a^{0,8401}$
s	1,0023	3,1673	7286,29	41,79	1,0392	a	50631,73	0,8399	$S_a^{0,8399}$
n	0,9811	3,6986	7091,94	48,45	0,9798	a	45518,04	0,7550	$S_a^{0,7550}$
s	0,9800	3,6987	7106,85	48,35	0,9902	a	45500,10	0,7547	$S_a^{0,7547}$
n	0,9943	4,1635	6948,37	51,40	1,0009	a	40570,94	0,6730	$S_a^{0,6730}$
s	1,0028	4,1662	6937,78	51,35	1,0131	a	40542,26	0,6725	$S_a^{0,6725}$
n	1,0094	4,6115	6612,24	52,13	1,0153	a	34452,90	0,5715	$S_a^{0,5715}$
s	1,0034	4,6113	6601,21	52,37	0,9280	a	34497,48	0,5722	$S_a^{0,5722}$
n	1,0081	4,9140	6157,99	48,82	1,0238	a	27706,55	0,4596	$S_a^{0,4596}$
s	1,0266	4,9379	6131,15	48,92	1,0060	a	27606,52	0,4579	$S_a^{0,4579}$
n	0,9967	5,0425	5515,96	43,71	1,0321	a	21454,23	0,3559	$S_a^{0,3559}$
s	0,9977	5,0408	5513,02	43,71	1,0369	a	21456,21	0,3559	$S_a^{0,3559}$
n	1,0089	4,9636	4959,85	37,51	1,0515	a	16935,26	0,2809	$S_a^{0,2809}$
s	1,0096	4,9619	4965,15	37,43	1,0545	a	16927,55	0,2808	$S_a^{0,2808}$
n	1,0163	4,7311	4666,98	31,04	1,0136	a	14037,12	0,2328	$S_a^{0,2328}$
s	1,0160	4,7556	4690,93	31,08	1,0143	a	14036,02	0,2328	$S_a^{0,2328}$
n	0,9489	3,1827	3935,19	17,37	1,0513	a	11015,24	0,1827	$S_a^{0,1827}$
s	0,9565	3,0896	3884,90	16,65	1,0585	a	10919,46	0,1811	$S_a^{0,1811}$
n	1,0137	1,8669	2827,30	6,40	1,0003	a	7635,54	0,1267	$S_a^{0,1267}$
s	1,0236	1,7661	2704,17	5,64	0,9997	a	7392,39	0,1226	$S_a^{0,1226}$

Tabela 28 – Resultados do teste de desempenho para vazão de gás de cerca de 2 kg/h.

F	p_s [bar]	p_d [bar]	W_{mec} [W]	h [%]	m_g [kg/h]	i	m_i [kg/h]	k	Estado
n	0,9833	1,1796	6790,64	4,66	1,9947	b	57982,79	1,0000	S_b^1
s	0,9851	1,1934	6780,94	4,94	1,9929	b	57892,64	0,9984	$S_b^{0,9984}$
n	0,9925	2,0274	7018,58	22,59	1,9985	b	55146,51	0,9511	$S_b^{0,9511}$
s	1,0016	2,0528	7058,91	22,81	2,0010	b	55133,41	0,9509	$S_b^{0,9509}$
n	1,0064	2,7613	7151,79	35,12	1,9764	b	51517,61	0,8885	$S_b^{0,8885}$
s	1,0062	2,7597	7148,09	35,10	1,9761	b	51514,95	0,8885	$S_b^{0,8885}$
n	1,0110	3,2689	7157,30	42,13	2,0063	b	48078,29	0,8292	$S_b^{0,8292}$
s	1,0104	3,2665	7156,13	42,12	2,0059	b	48090,31	0,8294	$S_b^{0,8294}$
n	0,9984	3,5406	7137,76	45,23	2,0114	b	45718,83	0,7885	$S_b^{0,7885}$
s	0,9973	3,5439	7119,02	45,41	2,0115	b	45703,48	0,7882	$S_b^{0,7882}$
n	0,9966	4,0440	6990,73	49,53	2,0194	b	40901,51	0,7054	$S_b^{0,7054}$
s	1,0010	4,0460	6987,89	49,51	2,0196	b	40905,75	0,7055	$S_b^{0,7055}$
n	0,9844	4,4446	6727,58	50,87	2,0285	b	35607,27	0,6141	$S_b^{0,6141}$
s	0,9857	4,4433	6767,59	50,48	2,0307	b	35570,53	0,6135	$S_b^{0,6135}$
n	0,9980	4,6620	6509,91	49,64	1,9953	b	31749,10	0,5476	$S_b^{0,5476}$
s	0,9974	4,6566	6476,91	49,80	1,9948	b	31730,18	0,5472	$S_b^{0,5472}$
n	0,9974	4,8405	6009,89	46,91	1,9967	b	26408,48	0,4555	$S_b^{0,4555}$
s	0,9966	4,8439	6012,53	46,93	1,9993	b	26400,85	0,4553	$S_b^{0,4553}$
n	1,0061	4,8786	5578,61	43,10	2,0021	b	22350,83	0,3855	$S_b^{0,3855}$
s	1,0069	4,8824	5579,30	43,11	2,0022	b	22340,61	0,3853	$S_b^{0,3853}$
n	1,0025	4,3932	5035,38	33,80	2,0111	b	18072,23	0,3117	$S_b^{0,3117}$
s	1,0093	4,3797	4984,63	33,81	2,0107	b	18000,34	0,3104	$S_b^{0,3104}$
n	0,9993	2,8622	3950,47	18,02	2,0192	b	13755,60	0,2372	$S_b^{0,2372}$
s	0,9669	3,0054	4068,89	19,78	1,9725	b	14216,81	0,2452	$S_b^{0,2452}$
n	0,9882	1,4006	2424,67	4,84	2,0139	b	10242,38	0,1766	$S_b^{0,1766}$
s	0,9899	1,3950	2424,59	4,74	2,0070	b	10214,25	0,1762	$S_b^{0,1762}$
n	0,9729	2,7779	3885,42	17,56	2,0008	b	13612,08	0,2348	$S_b^{0,2348}$
s	0,9784	2,7379	3858,38	17,12	2,0073	b	13518,61	0,2331	$S_b^{0,2331}$

Tabela 29 – Resultados do teste de desempenho para vazão de gás de cerca de 3 kg/h.

F	p_s [bar]	p_d [bar]	W_{mec} [W]	h [%]	m_g [kg/h]	i	m_l [kg/h]	k	Estado
n	1,0033	1,0987	6383,74	2,28	2,9993	c	54850,01	1,0000	S_c^1
s	1,0029	1,0994	6378,23	2,30	3,0040	c	54804,30	0,9992	$S_c^{0,9992}$
n	0,9993	2,3714	6824,56	28,06	3,0182	c	50240,82	0,9160	$S_c^{0,9160}$
s	0,9973	2,3533	6802,74	27,82	3,0222	c	50240,67	0,9160	$S_c^{0,9160}$
n	1,0001	3,2736	6948,23	41,02	3,0279	c	45133,43	0,8229	$S_c^{0,8229}$
s	0,9983	3,2723	6955,76	40,99	3,0241	c	45133,65	0,8229	$S_c^{0,8229}$
n	1,0006	3,8066	6880,79	45,93	3,0199	c	40543,65	0,7392	$S_c^{0,7392}$
s	0,9987	3,8003	6879,14	45,84	3,0235	c	40516,71	0,7387	$S_c^{0,7387}$
n	0,9989	4,1994	6652,16	47,17	3,0191	c	35291,07	0,6434	$S_c^{0,6434}$
s	0,9971	4,2007	6654,84	47,20	3,0233	c	35300,18	0,6436	$S_c^{0,6436}$
n	1,0147	4,3634	6382,73	45,89	3,0296	c	31487,58	0,5741	$S_c^{0,5741}$
s	1,0102	4,3704	6371,60	46,18	3,0337	c	31522,14	0,5747	$S_c^{0,5747}$
n	0,9892	4,5755	5991,40	43,94	2,9766	c	26427,97	0,4818	$S_c^{0,4818}$
s	0,9903	4,5699	5987,95	43,89	2,9763	c	26433,83	0,4819	$S_c^{0,4819}$
n	1,0018	3,7093	5019,68	31,94	2,9862	c	21319,95	0,3887	$S_c^{0,3887}$
s	0,9988	3,7051	5024,07	31,94	2,9868	c	21346,00	0,3892	$S_c^{0,3892}$
n	1,0000	2,5313	3998,68	17,83	3,0015	c	16762,02	0,3056	$S_c^{0,3056}$
s	0,9897	2,5574	4037,66	18,20	3,0039	c	16878,34	0,3077	$S_c^{0,3077}$
n	1,0161	1,3171	2424,25	3,96	3,0077	c	11486,53	0,2094	$S_c^{0,2094}$
s	1,0136	1,3178	2414,10	4,02	3,0141	c	11487,82	0,2094	$S_c^{0,2094}$

Apêndice D – Resultados do Método Baseado na DEP

Tabela 30 – Resultados agregados do método baseado na DEP.

	1 0 x	1 0 y	1 0 z	1 90 x	2 90 x	3 0 z	3 90 x	4 0 x	4 0 z	4 90 x
S_a^1	96,6	94,9	96,6	96,6	92,9	92,0	96,1	93,7	93,9	95,9
$S_a^{0,9052}$	95,9	96,8	95,6	94,9	96,8	96,3	97,6	95,9	95,1	97,1
$S_a^{0,8332}$	94,9	94,6	93,9	92,4	94,1	93,4	95,6	95,4	94,4	96,1
$S_a^{0,7651}$	96,3	94,9	92,9	95,4	95,9	94,9	97,3	94,6	95,1	95,4
$S_a^{0,6880}$	95,1	93,9	94,4	95,1	94,6	95,6	92,2	93,2	94,4	96,6
$S_a^{0,6086}$	94,4	95,1	95,4	95,1	92,9	95,9	92,0	95,9	95,4	92,0
$S_a^{0,5133}$	96,6	95,9	96,8	96,1	95,6	96,6	96,8	96,3	96,1	97,8
$S_a^{0,4235}$	94,4	95,1	92,4	92,9	94,1	93,4	93,9	95,4	94,4	95,6
$S_a^{0,3551}$	95,6	96,3	95,1	95,1	94,9	96,3	93,9	94,6	96,3	94,9
$S_a^{0,2464}$	95,1	94,9	96,1	98,0	95,4	95,4	93,2	94,1	96,1	94,4
$S_a^{0,1474}$	96,1	94,6	95,4	95,4	95,1	95,4	94,6	95,4	95,9	94,6
$S_a^{0,0618}$	94,6	96,6	94,6	94,4	96,3	93,2	94,6	93,7	96,1	96,1
$S_a^{0,0042}$	95,9	97,1	93,7	93,9	94,4	94,6	93,2	95,9	94,9	92,4
S_a^1	93,7	93,9	92,0	94,9	93,7	91,5	94,9	93,7	91,0	96,1
$S_a^{0,9206}$	92,4	96,8	93,4	93,9	95,1	93,7	94,1	95,6	88,3	96,3
$S_a^{0,8401}$	96,6	94,1	97,6	95,4	97,8	95,9	95,4	96,1	95,4	94,1
$S_a^{0,7550}$	95,9	95,4	93,7	95,4	95,4	92,9	92,4	94,1	93,7	96,1
$S_a^{0,6730}$	95,9	94,9	93,7	96,1	94,6	96,6	95,4	94,9	94,9	94,4
$S_a^{0,5715}$	92,2	94,4	95,1	93,9	93,4	92,9	92,7	94,6	92,7	93,9
$S_a^{0,4596}$	92,9	94,1	96,6	94,4	95,1	97,3	94,9	92,9	94,9	95,9
$S_a^{0,3559}$	94,9	94,6	95,6	94,1	93,9	94,6	94,1	95,1	94,4	95,6
$S_a^{0,2809}$	95,1	96,6	96,6	93,4	95,9	94,9	95,4	96,1	95,6	95,4
$S_a^{0,2328}$	95,6	91,2	95,6	96,1	94,4	91,0	95,1	93,4	91,0	95,9
$S_a^{0,1827}$	92,2	94,6	96,3	93,2	92,7	93,2	91,5	95,6	94,9	93,7
$S_a^{0,1267}$	93,4	94,1	93,9	93,7	91,5	95,9	92,2	93,2	94,1	93,4
S_b^1	93,9	92,9	93,7	94,1	94,9	96,3	94,4	93,2	92,9	95,6
$S_b^{0,9511}$	93,9	95,4	94,9	93,4	94,1	95,9	95,1	94,9	96,1	94,6
$S_b^{0,8885}$	96,1	96,6	95,1	94,9	97,1	96,3	94,9	96,3	97,6	95,4
$S_b^{0,8292}$	95,4	96,1	94,4	94,4	93,7	94,4	95,9	95,1	95,9	96,6
$S_b^{0,7885}$	96,3	95,4	94,1	97,6	97,1	95,9	95,9	93,2	92,0	94,1
$S_b^{0,7054}$	96,1	95,1	96,1	94,9	95,1	95,6	95,4	96,1	95,6	95,6
$S_b^{0,6141}$	95,9	95,1	95,4	96,3	96,6	92,9	97,1	96,1	94,9	97,3
$S_b^{0,5476}$	94,4	96,6	97,1	96,1	95,1	94,9	96,3	95,9	94,9	95,4
$S_b^{0,4555}$	93,7	94,9	95,6	93,7	94,4	96,1	94,4	94,1	94,4	94,9
$S_b^{0,3855}$	95,1	96,3	95,4	96,3	95,4	94,1	95,1	93,4	94,4	96,6
$S_b^{0,3117}$	90,7	94,9	92,9	92,4	91,5	93,4	91,7	94,9	93,7	93,2
$S_b^{0,2372}$	95,9	95,1	95,6	96,8	97,1	96,1	95,6	93,9	94,4	96,3
$S_b^{0,1766}$	94,1	93,2	94,4	95,4	94,4	93,4	92,7	92,9	94,1	92,7
$S_b^{0,2348}$	92,0	95,9	90,2	92,2	92,4	94,1	93,2	95,4	91,5	94,4

S_c^1	92,9	94,9	94,9	93,4	89,8	93,7	94,1	93,9	92,2	92,2
$S_c^{0,9160}$	91,5	92,7	93,4	93,4	91,7	95,1	90,2	93,2	93,4	90,7
$S_c^{0,8229}$	91,0	96,1	93,7	91,5	89,0	93,7	93,2	94,6	94,1	94,4
$S_c^{0,7392}$	93,7	95,1	95,9	93,4	93,7	95,4	94,9	96,3	94,4	94,6
$S_c^{0,6434}$	95,4	95,1	93,2	93,4	94,4	94,1	95,1	93,7	92,9	95,6
$S_c^{0,5741}$	92,4	95,9	91,7	94,1	93,9	95,6	91,2	95,1	95,4	92,9
$S_c^{0,4818}$	93,4	93,7	93,7	95,9	94,4	93,7	92,9	92,2	92,2	92,9
$S_c^{0,3887}$	*94,9	*94,6	*95,6	*94,1	*93,9	*94,6	*94,1	*95,1	*94,4	*95,6
$S_c^{0,3056}$	93,4	93,2	94,6	94,1	94,9	92,7	94,6	95,1	91,5	94,6
$S_c^{0,2094}$	97,3	92,7	93,2	96,1	95,9	93,9	94,1	92,0	94,1	94,4
<p>Os números apresentados correspondem à razão entre o número de pontos que atendeu ao teste de hipóteses e o número total de pontos da DEP. Os estados em azul representam os pontos de <i>surging</i>. *: Neste estado a maioria dos pontos atendeu à hipótese de que o estado era $S_a^{0,3559}$ (identificação incorreta).</p>										

Apêndice E – Resultados do Método Baseado na FRF

Tabela 31 – Resultados agregados do método baseado na FRF.

	1 0 x	1 0 y	1 0 z	1 90 x	2 90 x	3 0 z	3 90 x	4 0 x	4 0 z	4 90 x
S_a^1	93,2	96,6	95,6	90,2	93,7	93,7	92,2	99,0	93,2	90,2
$S_a^{0,9049}$	93,7	*96,6	96,6	95,1	*99,5	*96,6	92,7	97,6	95,1	95,1
$S_a^{0,8325}$	95,1	*97,6	95,6	*94,1	*97,6	95,1	95,6	*98,5	97,6	*92,2
$S_a^{0,7652}$	94,6	*97,1	97,1	92,2	*98,5	96,1	91,2	98,5	96,1	94,6
$S_a^{0,6873}$	*92,2	98,5	95,6	93,2	*97,1	91,7	93,7	99,0	97,1	*89,3
$S_a^{0,6087}$	95,6	*99,0	*94,6	96,1	*97,6	*95,1	95,1	*99,0	95,1	93,2
$S_a^{0,5133}$	*96,1	*98,5	*96,1	*94,1	*98,5	*94,1	94,6	*99,0	96,1	94,6
$S_a^{0,4234}$	*96,6	*99,0	97,1	95,6	*99,0	*96,1	95,1	*99,0	98,5	96,1
$S_a^{0,3554}$	*93,7	*97,6	*96,6	92,2	*97,1	95,1	*92,7	*99,0	94,6	93,7
$S_a^{0,2465}$	*93,7	*98,5	96,1	94,1	*97,6	96,6	93,7	*98,0	95,6	95,6
$S_a^{0,1466}$	*95,1	98,0	*96,1	*94,6	*98,5	*96,6	95,1	97,6	*95,6	95,6
$S_a^{0,0593}$	95,1	*96,1	97,6	95,1	*98,0	*96,1	94,6	*97,1	*94,1	95,1
$S_a^{0,0041}$	*91,2	99,0	95,6	92,2	*93,2	93,7	*90,7	95,6	92,2	92,2
$S_a^{0,9998}$	94,6	96,6	95,6	94,6	95,1	96,6	92,2	*97,6	95,6	93,2
$S_a^{0,9210}$	96,6	*95,6	*96,6	96,6	96,6	93,2	96,6	97,1	96,6	93,7
$S_a^{0,8399}$	96,1	*98,5	98,5	*97,1	*95,1	95,1	96,6	*97,6	96,1	97,1
$S_a^{0,7547}$	94,6	*99,0	*97,1	97,1	96,6	94,6	93,7	98,0	95,1	96,1
$S_a^{0,6725}$	94,1	*97,1	*98,0	94,1	*97,1	*96,6	94,6	*97,1	*95,6	95,1
$S_a^{0,5722}$	94,1	*96,6	*98,5	93,7	94,1	*96,6	93,2	*98,5	96,1	94,1
$S_a^{0,4579}$	97,6	*97,1	*99,0	96,1	*95,6	97,1	94,1	*98,5	97,6	93,2
$S_a^{0,3559}$	94,6	*97,6	*95,1	94,6	*95,6	93,7	90,7	*96,6	*96,1	92,7
$S_a^{0,2808}$	94,1	*96,6	*98,0	96,6	97,1	95,1	95,6	*97,6	*95,1	94,1
$S_a^{0,2328}$	95,1	97,6	97,1	93,2	95,1	95,1	95,1	97,1	94,6	95,6
$S_a^{0,1811}$	*91,7	99,5	98,0	90,7	93,7	*90,2	91,7	*97,6	95,1	89,3
$S_a^{0,1226}$	95,1	*97,1	*97,1	91,7	*95,6	*96,1	93,7	*97,1	97,1	93,2
$S_b^{0,9984}$	93,7	96,1	97,6	94,1	95,6	93,2	91,7	*98,5	95,1	94,1
$S_b^{0,9509}$	93,7	96,6	95,1	94,1	95,6	*95,6	96,1	*98,0	95,6	94,6
$S_b^{0,8885}$	*96,1	96,6	*96,1	*94,6	*95,6	*97,1	94,6	97,1	*95,6	91,7
$S_b^{0,8294}$	*96,6	*95,6	*97,1	*95,6	*95,6	*95,6	96,1	*97,1	*96,6	96,6
$S_b^{0,7882}$	*94,6	*96,6	*99,0	94,1	*95,6	95,1	97,6	99,0	97,6	94,1
$S_b^{0,7055}$	95,1	*96,1	98,0	*92,7	*95,1	*95,6	90,7	*96,6	*98,0	94,1
$S_b^{0,6135}$	*95,6	*98,0	*96,1	*94,6	96,1	95,1	*93,2	*98,0	*97,1	93,7
$S_b^{0,5472}$	*95,6	*97,6	*98,0	95,6	*95,6	*96,1	*96,1	*98,5	*96,6	*95,1
$S_b^{0,4553}$	98,0	*97,1	*97,6	97,1	97,1	*98,0	95,1	*99,0	97,6	95,6
$S_b^{0,3853}$	*96,1	*97,1	98,5	*93,7	*96,6	*94,1	*93,7	*98,5	97,6	90,7
$S_b^{0,3104}$	95,1	97,6	*98,0	92,2	95,6	97,1	92,2	98,0	97,6	*92,7
$S_b^{0,2452}$	96,1	95,6	95,6	95,1	97,1	93,2	94,6	95,6	97,1	96,1
$S_b^{0,1762}$	97,1	95,6	96,6	97,6	97,1	95,1	96,1	97,6	*94,6	96,6

$S_b^{0,2331}$	93,7	95,1	*96,6	93,2	96,6	92,2	95,6	98,0	*93,2	93,2
$S_c^{0,9992}$	93,2	95,6	*100	98,5	94,1	93,7	96,1	94,6	96,6	95,1
$S_c^{0,9160}$	95,1	97,6	97,6	97,1	95,6	96,1	91,2	98,5	97,6	94,6
$S_c^{0,8229}$	95,6	95,6	*99,5	97,6	93,7	95,1	94,6	98,0	97,1	95,1
$S_c^{0,7387}$	97,6	*96,1	97,6	96,1	95,1	*95,1	94,1	*97,1	95,1	96,1
$S_c^{0,6436}$	*96,1	*96,1	97,6	*96,1	*94,6	94,6	94,1	*99,0	96,6	93,2
$S_c^{0,5747}$	94,1	97,1	*98,5	94,6	*94,1	*95,6	93,2	*99,0	97,1	*96,1
$S_c^{0,4819}$	95,6	98,0	98,0	97,1	96,6	*95,6	96,1	*97,6	97,1	97,6
$S_c^{0,3892}$	91,2	98,0	*99,0	94,6	95,1	96,6	95,1	92,7	*94,1	94,1
$S_c^{0,3077}$	*89,3	97,6	97,1	89,8	90,7	97,1	91,7	*96,6	98,0	92,2
$S_c^{0,2094}$	97,1	94,1	97,1	95,1	97,1	92,2	94,6	97,1	95,1	97,1

Os números apresentados correspondem à razão entre o número de pontos que atendeu ao teste de hipóteses e o número total de pontos da DEP. Os estados em azul representam os pontos de *surging*.
*: Estados em que a maioria dos pontos atendeu à hipótese de que o estado era um estado incorreto (identificação incorreta, observar Tabela 32).

Tabela 32 – Resultados agregados do método baseado na FRF.

	1_0_x	1_0_y	1_0_z	1_90_x	2_90_x	3_0_z	3_90_x	4_0_x	4_0_z	4_90_x
S_o^1										
$S_o^{0,9049}$		$S_o^{0,8325}$			S_o^1	S_o^1				
$S_o^{0,8325}$		$S_o^{0,6873}$		$S_o^{0,7652}$	S_o^1			$S_o^{0,7652}$		$S_o^{0,6873}$
$S_o^{0,7652}$		$S_o^{0,6873}$			S_o^1					
$S_o^{0,6873}$	$S_b^{0,7882}$				S_o^1					$S_b^{0,8294}$
$S_o^{0,6087}$		$S_o^{0,7652}$	$S_b^{0,8294}$		S_o^1	$S_o^{0,8325}$		$S_o^{0,6873}$		
$S_o^{0,5133}$	$S_o^{0,7652}$	$S_o^{0,6873}$	S_o^1	$S_o^{0,7652}$	S_o^1	$S_o^{0,4234}$		$S_o^{0,6873}$		
$S_o^{0,4234}$	$S_o^{0,7652}$	$S_o^{0,6873}$			S_o^1	S_o^1		$S_o^{0,6873}$		
$S_o^{0,3554}$	$S_c^{0,3077}$	$S_o^{0,7652}$	$S_o^{0,6087}$		S_o^1		$S_o^{0,6087}$	$S_o^{0,6873}$		
$S_o^{0,2465}$	$S_c^{0,9160}$	$S_o^{0,6873}$			S_o^1			$S_o^{0,6873}$		
$S_o^{0,1466}$	$S_o^{0,2465}$		$S_o^{0,0593}$	$S_o^{0,2465}$	S_o^1	$S_o^{0,0593}$			$S_o^{0,2465}$	
$S_o^{0,0593}$		$S_o^{0,7652}$			S_o^1	S_o^1		$S_o^{0,6873}$	$S_o^{0,6873}$	
$S_o^{0,0041}$	$S_b^{0,1762}$				S_o^1		$S_b^{0,7882}$			
$S_a^{0,9998}$								$S_a^{0,9210}$		
$S_a^{0,9210}$		$S_a^{0,8399}$	$S_a^{0,9998}$							
$S_a^{0,8399}$		$S_b^{0,7882}$		$S_a^{0,9998}$	$S_a^{0,9998}$			$S_o^{0,7652}$		
$S_a^{0,7547}$		$S_o^{0,6873}$	$S_c^{0,9160}$							
$S_a^{0,6725}$		$S_o^{0,6873}$	$S_a^{0,7547}$		$S_a^{0,7547}$	$S_a^{0,7547}$		$S_o^{0,6873}$	$S_a^{0,7547}$	
$S_a^{0,5722}$		$S_a^{0,7547}$	$S_a^{0,2808}$			$S_a^{0,6725}$		$S_a^{0,7547}$		
$S_a^{0,4579}$		$S_a^{0,7547}$	$S_b^{0,3104}$		$S_a^{0,5722}$			$S_a^{0,5722}$		
$S_a^{0,3559}$		$S_b^{0,7882}$	$S_a^{0,2808}$		$S_a^{0,2808}$			$S_o^{0,6873}$	$S_a^{0,6725}$	
$S_a^{0,2808}$		$S_b^{0,8294}$	$S_a^{0,1811}$					$S_b^{0,8294}$	$S_a^{0,7547}$	
$S_a^{0,2328}$										
$S_a^{0,1811}$	$S_c^{0,3077}$					$S_c^{0,3077}$		$S_b^{0,1762}$		
$S_a^{0,1226}$		$S_a^{0,1811}$	$S_b^{0,1762}$		$S_a^{0,1811}$	$S_b^{0,1762}$		$S_o^{0,6873}$		
$S_b^{0,9984}$								$S_o^{0,6873}$		
$S_b^{0,9509}$						$S_b^{0,9984}$		$S_o^{0,6873}$		

$S_b^{0,8885}$	$S_b^{0,8294}$		$S_a^{0,9998}$	$S_b^{0,8294}$	$S_b^{0,9509}$	$S_b^{0,8294}$			$S_b^{0,8294}$	
$S_b^{0,8294}$	$S_b^{0,9509}$	$S_b^{0,1762}$	$S_a^{0,9998}$	$S_b^{0,9509}$	$S_b^{0,9509}$	$S_b^{0,8885}$		$S_a^{0,7547}$	$S_b^{0,8885}$	
$S_b^{0,7882}$	$S_b^{0,9509}$	$S_o^{0,7652}$	$S_b^{0,8294}$		$S_b^{0,1762}$					
$S_b^{0,7055}$		$S_o^{0,7652}$		$S_b^{0,3104}$	$S_b^{0,7882}$	$S_b^{0,8294}$		$S_o^{0,6873}$	$S_b^{0,8294}$	
$S_b^{0,6135}$	$S_b^{0,4553}$	$S_b^{0,7055}$	$S_b^{0,3104}$	$S_b^{0,4553}$			$S_b^{0,3104}$	$S_b^{0,3104}$	$S_a^{0,8399}$	
$S_b^{0,5472}$	$S_b^{0,9509}$	$S_b^{0,8294}$	$S_b^{0,3104}$		$S_b^{0,1762}$	$S_b^{0,7055}$	$S_b^{0,7882}$	$S_b^{0,8294}$	$S_a^{0,7547}$	$S_b^{0,7882}$
$S_b^{0,4553}$		$S_b^{0,3853}$	$S_b^{0,3853}$			$S_b^{0,3853}$		$S_b^{0,7055}$		
$S_b^{0,3853}$	$S_b^{0,3104}$	$S_b^{0,8294}$		$S_b^{0,3104}$	$S_b^{0,3104}$	$S_b^{0,3104}$	$S_b^{0,3104}$	$S_b^{0,3104}$		
$S_b^{0,3104}$			$S_c^{0,9160}$							$S_b^{0,7882}$
$S_b^{0,2452}$										
$S_b^{0,1762}$									$S_a^{0,7547}$	
$S_b^{0,2331}$			$S_b^{0,9984}$						$S_b^{0,9984}$	
$S_c^{0,9992}$			$S_c^{0,8229}$							
$S_c^{0,9160}$										
$S_c^{0,8229}$			$S_c^{0,3892}$							
$S_c^{0,7387}$		$S_b^{0,8294}$				$S_c^{0,9160}$		$S_o^{0,6873}$		
$S_c^{0,6436}$	$S_c^{0,7387}$	$S_c^{0,7387}$		$S_c^{0,7387}$	S_o^1			$S_c^{0,7387}$		
$S_c^{0,5747}$			$S_c^{0,4819}$		S_o^1	$S_c^{0,4819}$		$S_c^{0,7387}$		$S_c^{0,4819}$
$S_c^{0,4819}$						$S_c^{0,5747}$		$S_b^{0,8294}$		
$S_c^{0,3892}$			$S_c^{0,9992}$						$S_c^{0,8229}$	
$S_c^{0,3077}$	$S_b^{0,9984}$							$S_o^{0,6873}$		
$S_c^{0,2094}$										

Os estados em azul representam os pontos de *surging*. As células em branco indicam que a maioria dos pontos atendem a hipóteses de detecção/identificação do estado correto. As demais indicam que a maioria dos pontos atende a identificação do estado apresentado na célula.

Apêndice F – Resultados do Método Baseado na Medida de Coerência

Tabela 33 – Resultados agregados do método baseado na medida de coerência.

	1 0 x	1 0 y	1 0 z	1 90 x	2 90 x	3 0 z	3 90 x	4 0 x	4 0 z	4 90 x
S_o^1	15,4	38,5	23,1	15,4			38,5	30,8	23,1	15,4
$S_o^{0,9049}$	46,2	38,5	46,2	46,2	38,5	46,2	53,8	30,8	46,2	46,2
$S_o^{0,8325}$	38,5	30,8	23,1	38,5	38,5	46,2	38,5	30,8	46,2	38,5
$S_o^{0,7652}$	23,1	15,4	23,1	15,4	38,5	46,2	38,5	23,1	23,1	30,8
$S_o^{0,6873}$	15,4	15,4	7,7	15,4	38,5	7,7	30,8	15,4		7,7
$S_o^{0,6087}$	69,2	46,2	46,2	61,5	61,5	61,5	76,9	46,2	53,8	53,8
$S_o^{0,5133}$	92,3		92,3	92,3	84,6	92,3			92,3	92,3
$S_o^{0,4234}$	92,3	92,3	69,2	92,3	92,3	76,9	92,3	92,3	92,3	
$S_o^{0,3554}$	92,3			92,3		92,3			92,3	84,6
$S_o^{0,2465}$					92,3	92,3				
$S_o^{0,1466}$	69,2		92,3	76,9	76,9	76,9	69,2	76,9		69,2
$S_o^{0,0593}$	53,8	61,5	69,2	61,5	61,5	61,5	53,8	69,2	76,9	69,2
$S_o^{0,0041}$	30,8	61,5	46,2	38,5	46,2	30,8	38,5	61,5	46,2	30,8
$S_a^{0,9998}$		23,1			7,7			30,8		7,7
$S_a^{0,9210}$		38,5			7,7	7,7	7,7	38,5		46,2
$S_a^{0,8399}$		38,5	7,7		7,7	23,1	15,4	38,5	7,7	30,8
$S_a^{0,7547}$		23,1			7,7	7,7		30,8		
$S_a^{0,6725}$	7,7	38,5	7,7		7,7	15,4	38,5	46,2		15,4
$S_a^{0,5722}$	38,5	61,5	23,1	38,5	15,4	46,2	69,2	84,6	23,1	53,8
$S_a^{0,4579}$	46,2	92,3	23,1	46,2	15,4	46,2	69,2	76,9	23,1	61,5
$S_a^{0,3559}$	38,5	61,5	23,1	46,2	7,7	46,2	61,5	61,5	53,8	69,2
$S_a^{0,2808}$	7,7	61,5	23,1		7,7	23,1	53,8	46,2	23,1	61,5
$S_a^{0,2328}$		38,5	7,7		7,7	7,7		38,5	7,7	30,8
$S_a^{0,1811}$		38,5			7,7	7,7		30,8		15,4
$S_a^{0,1226}$		46,2	15,4		7,7	7,7		38,5	7,7	38,5
$S_b^{0,9984}$		15,4			7,7			23,1		
$S_b^{0,9509}$		23,1			7,7	7,7		23,1		
$S_b^{0,8885}$		38,5			7,7	7,7		30,8		
$S_b^{0,8294}$		38,5			7,7	7,7	7,7	38,5		
$S_b^{0,7882}$		38,5			7,7	7,7		30,8		
$S_b^{0,7055}$	15,4	46,2	7,7		7,7	30,8	53,8	38,5	7,7	38,5
$S_b^{0,6135}$	38,5	61,5	23,1	30,8	7,7	46,2	61,5	76,9	30,8	53,8
$S_b^{0,5472}$	46,2	69,2	23,1	30,8	15,4	46,2	69,2	76,9	46,2	61,5
$S_b^{0,4553}$	46,2	76,9	23,1	38,5	7,7	46,2	61,5	84,6	46,2	61,5
$S_b^{0,3853}$	38,5	61,5	23,1	23,1	7,7	46,2	53,8	92,3	53,8	61,5
$S_b^{0,3104}$		46,2	7,7		7,7	7,7		38,5	15,4	38,5
$S_b^{0,2452}$		23,1			7,7	7,7		38,5		
$S_b^{0,1762}$		38,5			7,7	7,7		30,8		

$S_b^{0,2331}$		38,5	7,7		7,7	30,8	7,7	38,5		15,4
$S_c^{0,9992}$		38,5			7,7					
$S_c^{0,9160}$		23,1			7,7			23,1		7,7
$S_c^{0,8229}$	38,5	53,8			7,7	7,7				
$S_c^{0,7387}$		30,8	7,7		7,7	7,7		38,5		15,4
$S_c^{0,6436}$	7,7	61,5	46,2		7,7	30,8	7,7	76,9	53,8	61,5
$S_c^{0,5747}$	7,7	53,8	23,1		7,7	15,4		46,2	46,2	53,8
$S_c^{0,4819}$	7,7	53,8	23,1		7,7	23,1	23,1	61,5	23,1	46,2
$S_c^{0,3892}$	46,2				7,7	7,7				
$S_c^{0,3077}$		38,5	7,7		7,7	7,7		38,5		15,4
$S_c^{0,2094}$	7,7	38,5			7,7	46,2		76,9		30,8
<p>Os estados em azul representam os pontos de <i>surging</i>. Células em branco indicam a correta detecção do modo operacional pelo sensor(escoamento monofásico ou multifásico). Os números apresentados correspondem à razão entre o número de magnitudes de falha que atendem a hipótese de operação em modo nominal e o número de magnitudes de falha total.</p>										

Apêndice G – Resultados do Método Não-geométrico Baseado nos Parâmetros

Tabela 34 – Ordem do modelo AR identificado para cada estado e sensor.

	1 0 x	1 0 y	1 0 z	1 90 x	2 90 x	3 0 z	3 90 x	4 0 x	4 0 z	4 90 x
S_a^1	49	35	56	78	37	*73	41	39	52	53
$S_a^{0,9052}$	44	39	57	42	37	72	44	42	53	40
$S_a^{0,8332}$	45	39	67	49	45	71	48	41	53	44
$S_a^{0,7651}$	47	41	61	59	49	65	50	41	53	49
$S_a^{0,6880}$	60	42	61	60	*55	65	49	43	53	49
$S_a^{0,6086}$	75	46	*72	72	*55	69	57	46	54	53
$S_a^{0,5133}$	62	46	64	69	*55	65	56	46	53	56
$S_a^{0,4235}$	61	55	60	59	49	65	57	49	62	56
$S_a^{0,3551}$	*80	52	63	79	49	51	60	49	62	63
$S_a^{0,2464}$	62	52	50	61	50	71	65	51	53	*81
$S_a^{0,1474}$	62	51	57	61	53	62	62	54	57	70
$S_a^{0,0618}$	55	50	52	61	49	62	57	50	56	57
$S_a^{0,0042}$	61	*56	54	53	35	45	66	61	60	71
S_b^1	52	47	56	65	44	64	44	47	51	44
$S_b^{0,9206}$	31	50	45	38	35	41	31	50	40	32
$S_b^{0,8401}$	48	46	45	38	28	41	29	48	40	29
$S_b^{0,7550}$	49	50	49	48	33	61	57	50	48	45
$S_b^{0,6730}$	47	47	49	56	45	61	58	50	51	48
$S_b^{0,5715}$	47	47	55	55	42	62	59	46	55	67
$S_b^{0,4596}$	48	47	58	55	46	52	59	44	57	67
$S_b^{0,3559}$	46	48	53	53	42	52	57	46	60	45
$S_b^{0,2809}$	52	52	32	53	52	51	62	43	57	56
$S_b^{0,2328}$	58	48	47	53	46	55	61	46	56	56
$S_b^{0,1827}$	48	46	50	56	44	62	56	48	52	49
$S_b^{0,1267}$	46	48	47	51	46	50	63	43	35	48
S_b^1	51	52	45	53	44	51	46	56	56	64
$S_b^{0,9511}$	31	53	42	33	24	39	34	53	32	29
$S_b^{0,8885}$	30	51	46	31	30	39	30	50	39	30
$S_b^{0,8292}$	32	44	45	52	29	51	58	40	36	50
$S_b^{0,7885}$	46	49	51	45	52	60	56	48	63	59
$S_b^{0,7054}$	46	49	51	55	44	52	57	52	65	48
$S_b^{0,6141}$	46	49	56	74	44	52	59	*61	53	38
$S_b^{0,5476}$	46	49	53	*89	44	51	68	46	53	49
$S_b^{0,4555}$	46	56	62	49	42	49	44	46	50	41
$S_b^{0,3855}$	44	51	49	44	44	50	65	46	56	44
$S_b^{0,3117}$	79	44	50	53	51	50	64	50	*68	47
$S_b^{0,2372}$	52	49	50	44	52	50	65	48	56	57
$S_b^{0,1766}$	46	46	50	44	52	50	*74	47	52	80
$S_b^{0,2348}$	46	46	50	42	46	51	47	44	56	45

S_c^1	44	50	45	52	42	54	47	54	54	50
$S_c^{0,9160}$	32	49	45	36	29	49	30	46	28	28
$S_c^{0,8229}$	47	47	49	56	45	61	58	50	51	48
$S_c^{0,7392}$	45	48	49	45	44	55	52	50	34	56
$S_c^{0,6434}$	45	48	50	44	44	51	57	49	60	56
$S_c^{0,5741}$	45	48	51	45	44	51	57	48	42	56
$S_c^{0,4818}$	46	45	51	44	50	50	59	49	56	57
$S_c^{0,3887}$	45	44	43	44	50	50	48	48	50	44
$S_c^{0,3056}$	46	46	49	44	40	51	43	47	56	44
$S_c^{0,2094}$	47	49	45	44	29	47	50	48	27	30
Os estados em azul representam os pontos de <i>surging</i> .										
*: Este símbolo indica a maior ordem obtida para um determinado sensor dentre todos os estados.										

Tabela 35 – Resultados agregados do método não-geométrico baseado nos parâmetros.

	1_0_x	1_0_y	1_0_z	1_90_x	2_90_x	3_0_z	3_90_x	4_0_x	4_0_z	4_90_x
S_o^1								†	†	
$S_o^{0,9052}$										
$S_o^{0,8332}$					†					†
$S_o^{0,7651}$	†		†						†	†
$S_o^{0,6880}$							†			†
$S_o^{0,6086}$	†				†					†
$S_o^{0,5133}$										
$S_o^{0,4235}$	†		†	†	†				†	†
$S_o^{0,3551}$							†			
$S_o^{0,2464}$	†		†				†			
$S_o^{0,1474}$			†							
$S_o^{0,0618}$					†	†			†	†
$S_o^{0,0042}$		†	†					†		
S_a^1			*			*			*	
$S_a^{0,9206}$	*	*				*			*	*
$S_a^{0,8401}$		*								*
$S_a^{0,7550}$			*		*			*	*	
$S_a^{0,6730}$									*	
$S_a^{0,5715}$	*		*	*				*	*	*
$S_a^{0,4596}$								*	*	
$S_a^{0,3559}$	*	1	1	1	1	1	1	1	1	*
$S_a^{0,2809}$						*		*	*	
$S_a^{0,2328}$		*				*			*	
$S_a^{0,1827}$										
$S_a^{0,1267}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
S_b^1			*	*		*		*	*	
$S_b^{0,9511}$										
$S_b^{0,8885}$										*
$S_b^{0,8292}$										
$S_b^{0,7885}$	*		*	*				*	*	

$S_b^{0,7054}$	*		*	*	*	*			*	
$S_b^{0,6141}$	*					*				
$S_b^{0,5476}$	*		*							*
$S_b^{0,4555}$				*		*		*	*	
$S_b^{0,3855}$			*			*		*	*	
$S_b^{0,3117}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
$S_b^{0,2372}$				*						
$S_b^{0,1766}$	*	*	*	*	*		*	*		*
$S_b^{0,2348}$	*	*				*	*		*	*
S_c^1	*			*	*					*
$S_c^{0,9160}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
$S_c^{0,8229}$	*		*	*	*	*	*	*	*	*
$S_c^{0,7392}$				*		*			*	
$S_c^{0,6434}$			*	*					*	
$S_c^{0,5741}$				*		*				*
$S_c^{0,4818}$			*			*		*	*	*
$S_c^{0,3887}$	*	1	1	1	1	1	1	1	1	*
$S_c^{0,3056}$	*			*	*	*	*		*	
$S_c^{0,2094}$			*			*			*	*

A ausência de símbolos ou números indica a correta identificação. Os estados em azul representam os pontos de *surging*.

1: Estes estados foram identificados simultaneamente como $S_a^{0,3559}$ e $S_c^{0,3887}$

†: Não detecção.

*: Não identificação.

Apêndice H – Resultados do Método Geométrico Baseado nos Parâmetros do Modelo

Tabela 36 – Resultados agregados do método geométrico baseado nos parâmetros do modelo.

	1 0 x	1 0 y	1 0 z	1 90 x	2 90 x	3 0 z	3 90 x	4 0 x	4 0 z	4 90 x
S_o^1										
$S_o^{0,9052}$										
$S_o^{0,8332}$										
$S_o^{0,7651}$										
$S_o^{0,6880}$								S_b		
$S_o^{0,6086}$										
$S_o^{0,5133}$										
$S_o^{0,4235}$										
$S_o^{0,3551}$										
$S_o^{0,2464}$										
$S_o^{0,1474}$										
$S_o^{0,0618}$										
$S_o^{0,0042}$										
S_a^1										
$S_a^{0,9206}$										
$S_a^{0,8401}$										
$S_a^{0,7550}$								S_c		
$S_a^{0,6730}$								S_c		
$S_a^{0,5715}$								S_c		
$S_a^{0,4596}$										
$S_a^{0,3559}$										
$S_a^{0,2809}$		S_o						S_o		S_c
$S_a^{0,2328}$										
$S_a^{0,1827}$										S_o
$S_a^{0,1267}$										
S_b^1										
$S_b^{0,9511}$										
$S_b^{0,8885}$										
$S_b^{0,8292}$								S_c		
$S_b^{0,7885}$										
$S_b^{0,7054}$										
$S_b^{0,6141}$										
$S_b^{0,5476}$										
$S_b^{0,4555}$										
$S_b^{0,3855}$										
$S_b^{0,3117}$										
$S_b^{0,2372}$										
$S_b^{0,1766}$										
$S_b^{0,2348}$										

S_c^1										
$S_c^{0,9160}$										
$S_c^{0,8229}$										
$S_c^{0,7392}$										
$S_c^{0,6434}$										
$S_c^{0,5741}$										
$S_c^{0,4818}$										
$S_c^{0,3887}$										
$S_c^{0,3056}$										
$S_c^{0,2094}$										
<p>Estados em azul representam os pontos de <i>surging</i>. A ausência de símbolos ou números indica a correta identificação. Células preenchidas com estados indicam classificação errônea do estado como o identificado no interior da própria célula.</p>										

Apêndice I – Resultados do Método Baseado na Variância dos Resíduos

Tabela 37 – Resultados agregados do método baseado na variância dos resíduos.

	1 0 x	1 0 y	1 0 z	1 90 x	2 90 x	3 0 z	3 90 x	4 0 x	4 0 z	4 90 x
S_o^1										
$S_o^{0,9052}$										
$S_o^{0,8332}$										
$S_o^{0,7651}$										
$S_o^{0,6880}$										
$S_o^{0,6086}$										
$S_o^{0,5133}$										
$S_o^{0,4235}$										
$S_o^{0,3551}$										
$S_o^{0,2464}$										
$S_o^{0,1474}$										
$S_o^{0,0618}$					$S_o^{0,1474}$					
$S_o^{0,0042}$										
S_a^1										
$S_a^{0,9206}$										
$S_a^{0,8401}$										
$S_a^{0,7550}$			$S_b^{0,7885}$							
$S_a^{0,6730}$										
$S_a^{0,5715}$				$S_b^{0,6141}$						
$S_a^{0,4596}$										
$S_a^{0,3559}$										
$S_a^{0,2809}$					$S_a^{0,3559}$					
$S_a^{0,2328}$										
$S_a^{0,1827}$	$S_a^{0,2328}$									
$S_a^{0,1267}$										
S_b^1										
$S_b^{0,9511}$										
$S_b^{0,8885}$										
$S_b^{0,8292}$										
$S_b^{0,7885}$	$S_b^{0,8292}$								$S_b^{0,8292}$	
$S_b^{0,7054}$	$S_b^{0,8292}$			$S_b^{0,6141}$						
$S_b^{0,6141}$										
$S_b^{0,5476}$										
$S_b^{0,4555}$				$S_b^{0,5476}$				$S_b^{0,5476}$		$S_b^{0,3855}$
$S_b^{0,3855}$										
$S_b^{0,3117}$	S_c^1				$S_c^{0,6434}$					
$S_b^{0,2372}$										
$S_b^{0,1766}$									$S_b^{0,2372}$	
$S_b^{0,2348}$										

S_c^1										$S_b^{0,3117}$
$S_c^{0,9160}$										
$S_c^{0,8229}$										
$S_c^{0,7392}$										
$S_c^{0,6434}$										
$S_c^{0,5741}$										
$S_c^{0,4818}$									$S_c^{0,5741}$	
$S_c^{0,3887}$	$S_a^{0,3559}$	$S_a^{0,3559}$	$S_a^{0,3559}$	$S_a^{0,3559}$	$S_a^{0,3559}$	$S_a^{0,3559}$	$S_a^{0,3559}$	$S_a^{0,3559}$	$S_a^{0,3559}$	$S_a^{0,3559}$
$S_c^{0,3056}$	S_c^1			$S_c^{0,6434}$						
$S_c^{0,2094}$										

Estados em azul representam os pontos de *surging*.
A ausência de símbolos ou números indica a correta identificação. Os
Células preenchidas com estados indicam classificação errônea do estado como o identificado no interior
da própria célula.

Apêndice J – Resultados do Método Baseado em Modelos Funcionais

Tabela 38 – Ordem do modelo ARX identificado para cada estado e sensor.

	1 0 x	1 0 y	1 0 z	1 90 x	2 90 x	3 0 z	3 90 x	4 0 x	4 0 z	4 90 x
S_o^1	55	53	47	51	25	42	62	50	*57	62
$S_o^{0,9052}$	56	51	47	52	45	*57	57	51	*57	61
$S_o^{0,8332}$	54	*58	*68	57	45	51	57	52	*57	55
$S_o^{0,7651}$	63	*58	50	*58	49	49	57	*56	49	*85
$S_o^{0,6880}$	*66	52	46	51	46	51	57	53	53	84
$S_o^{0,6086}$	63	55	42	*58	*51	51	57	54	*57	83
$S_o^{0,5133}$	63	52	43	*58	50	51	80	54	56	33
$S_o^{0,4235}$	54	51	43	*58	50	51	57	51	55	84
$S_o^{0,3551}$	53	52	39	50	49	51	*81	52	50	84
$S_o^{0,2464}$	54	55	39	38	35	51	80	53	50	79
$S_o^{0,1474}$	52	55	39	38	36	50	72	53	55	76
$S_o^{0,0618}$	52	51	46	38	29	51	77	53	55	84
$S_o^{0,0042}$	59	52	50	30	29	31	45	*56	51	56
S_a^1	55	49	47	26	31	50	39	*53	31	50
$S_a^{0,9206}$	43	44	45	54	68	*61	48	43	44	*80
$S_a^{0,8401}$	*65	47	42	*70	*78	48	*72	46	56	79
$S_a^{0,7550}$	62	47	46	*70	66	49	46	40	*65	48
$S_a^{0,6730}$	62	*51	*50	65	38	51	71	44	59	79
$S_a^{0,5715}$	61	*51	48	52	38	51	71	50	51	73
$S_a^{0,4596}$	61	*51	46	51	37	50	47	50	55	75
$S_a^{0,3559}$	61	44	47	61	38	53	57	46	49	78
$S_a^{0,2809}$	54	48	45	45	35	49	46	47	49	50
$S_a^{0,2328}$	29	46	45	30	35	49	31	48	47	31
$S_a^{0,1827}$	55	48	42	45	35	49	46	48	43	51
$S_a^{0,1267}$	59	48	43	50	30	50	45	48	49	48
S_b^1	55	47	47	44	53	*51	29	46	51	49
$S_b^{0,9511}$	56	47	48	52	35	50	33	49	50	49
$S_b^{0,8885}$	56	49	47	*54	*66	50	35	48	56	50
$S_b^{0,8292}$	43	44	47	44	32	49	29	44	*56	50
$S_b^{0,7885}$	*61	*56	46	52	52	48	29	*51	50	50
$S_b^{0,7054}$	*61	*56	*59	52	40	48	46	48	30	50
$S_b^{0,6141}$	56	47	47	52	58	50	*70	46	53	*76
$S_b^{0,5476}$	56	47	46	42	38	50	48	46	52	50
$S_b^{0,4555}$	55	46	47	51	37	*51	69	46	54	75
$S_b^{0,3855}$	56	46	48	51	30	50	69	45	55	72
$S_b^{0,3117}$	29	46	39	30	27	49	28	40	25	50
$S_b^{0,2372}$	31	48	45	30	30	38	26	47	40	32
$S_b^{0,1766}$	29	50	45	29	31	39	31	48	39	53
$S_b^{0,2348}$	54	49	42	32	29	50	46	48	50	70

S_c^1	38	*56	8	43	*51	32	45	29	47	42
$S_c^{0,9160}$	*55	47	45	29	31	*51	*47	43	55	49
$S_c^{0,8229}$	50	39	12	*45	42	28	40	40	46	42
$S_c^{0,7392}$	42	45	*49	42	32	50	38	48	56	50
$S_c^{0,6434}$	*55	45	47	42	29	50	45	47	*58	49
$S_c^{0,5741}$	*55	43	39	42	29	50	*47	*49	55	50
$S_c^{0,4818}$	*55	43	42	42	34	54	43	48	51	49
$S_c^{0,3887}$	50	46	11	40	49	30	38	32	43	29
$S_c^{0,3056}$	40	47	44	42	29	49	29	46	40	*51
$S_c^{0,2094}$	49	50	43	40	31	51	36	48	51	37

Os estados em azul representam os pontos de *surging*.
 *: Este símbolo indica a maior ordem obtida para um determinado sensor dentre todos os estados.

Tabela 39 – Resultados agregados do método baseado em modelos funcionais.

	1_0_x	1_0_y	1_0_z	1_90_x	2_90_x	3_0_z	3_90_x	4_0_x	4_0_z	4_90_x
S_a^1										
$S_a^{0,9052}$										
$S_a^{0,8332}$										
$S_a^{0,7651}$										
$S_a^{0,6880}$										
$S_a^{0,6086}$										
$S_a^{0,5133}$										
$S_a^{0,4235}$										
$S_a^{0,3551}$										
$S_a^{0,2464}$										
$S_a^{0,1474}$										
$S_a^{0,0618}$										
$S_a^{0,0042}$										
S_a^1										
$S_a^{0,9206}$										
$S_a^{0,8401}$										
$S_a^{0,7550}$										
$S_a^{0,6730}$										
$S_a^{0,5715}$										
$S_a^{0,4596}$										
$S_a^{0,3559}$										
$S_a^{0,2809}$										
$S_a^{0,2328}$										
$S_a^{0,1827}$					S_b	S_b				
$S_a^{0,1267}$		S_c		S_b						S_b
S_b^1										
$S_b^{0,9511}$										
$S_b^{0,8885}$										
$S_b^{0,8292}$										
$S_b^{0,7885}$										

$S_b^{0,7054}$										
$S_b^{0,6141}$										
$S_b^{0,5476}$										
$S_b^{0,4555}$							S_a			
$S_b^{0,3855}$										
$S_b^{0,3117}$										
$S_b^{0,2372}$										
$S_b^{0,1766}$										
$S_b^{0,2348}$			S_a	S_a	S_a	S_a			S_a	
S_c^1										
$S_c^{0,9160}$	S_b	S_a	S_b	S_b	S_b	S_a	S_b	S_a		S_a
$S_c^{0,8229}$	S_o			S_a				S_a		
$S_c^{0,7392}$							S_b			
$S_c^{0,6434}$										
$S_c^{0,5741}$							S_a			
$S_c^{0,4818}$				S_a		S_b	S_a		S_b	
$S_c^{0,3887}$										
$S_c^{0,3056}$	S_a	S_a	S_b	S_a	S_b	S_a	S_a	S_a		S_a
$S_c^{0,2094}$	S_a	S_b	S_b	S_a	S_a		S_b	S_b		S_a

Estados em azul representam os pontos de *surging*.
A ausência de símbolos ou números indica a correta identificação.
Células preenchidas com estados indicam classificação errônea do estado como o identificado no interior da própria célula.

Tabela 40 – Valores estimados para a magnitude.

	1 0_x		1 0_y		1 0_z		1 90_x		2 90_x	
	\hat{k}	$\frac{t\alpha\hat{\sigma}_k}{2}$	\hat{k}	$\frac{t\alpha\hat{\sigma}_k}{2}$	\hat{k}	$\frac{t\alpha\hat{\sigma}_k}{2}$	\hat{k}	$\frac{t\alpha\hat{\sigma}_k}{2}$	\hat{k}	$\frac{t\alpha\hat{\sigma}_k}{2}$
S_o^1	0,9925	8,66E-06	0,9980	6,42E-07	0,9898	9,34E-06	0,9882	8,12E-06	0,9997	1,55E-06
$S_o^{0,9052}$	0,8996	5,32E-05	0,9084	4,75E-06	0,9443	1,52E-05	0,9270	2,68E-05	0,8466	2,11E-05
$S_o^{0,8332}$	0,8561	6,56E-05	0,8465	8,19E-06	0,8472	4,83E-05	0,8293	5,58E-05	0,8334	2,57E-05
$S_o^{0,7651}$	0,7642	5,23E-05	0,7134	4,66E-05	0,7713	1,16E-04	0,7367	5,50E-05	0,7481	7,37E-05
$S_o^{0,6880}$	0,7138	5,39E-05	0,7439	4,53E-05	0,6985	1,83E-04	0,6973	7,25E-05	0,7877	5,48E-05
$S_o^{0,6086}$	0,5520	7,04E-05	0,5708	2,23E-05	0,5033	7,16E-05	0,5479	7,75E-05	0,6384	1,08E-04
$S_o^{0,5133}$	0,4689	4,53E-05	0,4571	2,88E-05	0,4506	6,69E-05	0,5069	6,11E-05	0,4867	8,18E-05
$S_o^{0,4235}$	0,4580	4,87E-05	0,4175	2,13E-05	0,4750	6,70E-05	0,4749	5,34E-05	0,4499	7,32E-05
$S_o^{0,3551}$	0,3205	4,30E-05	0,3507	1,44E-05	0,3645	7,32E-05	0,2991	4,04E-05	0,3184	5,93E-05
$S_o^{0,2464}$	0,2276	5,75E-05	0,2520	1,43E-05	0,2488	7,05E-05	0,1663	3,98E-05	0,2728	6,30E-05
$S_o^{0,1474}$	0,1153	1,92E-05	0,1544	1,49E-05	0,1448	4,37E-05	0,1207	1,95E-05	0,1151	2,71E-05
$S_o^{0,0618}$	0,1066	1,73E-05	0,0635	6,93E-06	0,0938	2,56E-05	0,1155	1,79E-05	0,0769	1,31E-05
$S_o^{0,0042}$	0,0069	2,76E-06	0,0073	1,04E-06	0,0014	7,81E-06	0,0045	2,58E-06	0,0054	3,07E-06
S_a^1	1,0004	1,30E-06	0,9998	8,31E-07	1,0016	1,70E-06	0,9989	1,23E-06	1,0024	3,24E-06
$S_a^{0,9206}$	0,9155	1,28E-05	0,9234	4,02E-06	0,9215	1,06E-05	0,9038	1,51E-05	0,9230	1,12E-05
$S_a^{0,8401}$	0,8752	1,52E-05	0,8459	8,25E-06	0,8423	1,47E-05	0,8640	1,45E-05	0,8548	2,48E-05
$S_a^{0,7550}$	0,7412	3,76E-05	0,7482	2,90E-05	0,7728	2,85E-05	0,7460	3,23E-05	0,7337	6,48E-05
$S_a^{0,6730}$	0,6547	3,89E-05	0,6708	2,25E-05	0,6407	5,93E-05	0,6776	3,38E-05	0,6937	6,67E-05

$S_a^{0,5715}$	0,5580	2,39E-05	0,5857	2,77E-05	0,5614	3,12E-05	0,5602	1,57E-05	0,6578	6,76E-05
$S_a^{0,4596}$	0,4799	3,68E-05	0,4660	1,96E-05	0,4249	2,44E-05	0,4654	2,98E-05	0,5572	7,62E-05
$S_a^{0,3559}$	0,3765	1,85E-05	0,3538	1,74E-05	0,3773	1,79E-05	0,3710	1,30E-05	0,4588	7,16E-05
$S_a^{0,2809}$	0,3014	1,13E-05	0,2898	1,15E-05	0,3085	1,24E-05	0,2887	7,08E-06	0,3068	5,80E-05
$S_a^{0,2328}$	0,2344	1,50E-05	0,2255	1,11E-05	0,2325	2,09E-05	0,2438	1,01E-05	0,2361	3,86E-05
$S_a^{0,1827}$	0,1853	7,95E-06	0,1600	8,18E-06	0,1793	7,19E-06	0,1840	7,93E-06	0,2741	1,20E-05
$S_a^{0,1267}$	0,1229	8,49E-07	0,6521	6,98E-06	0,1222	7,18E-07	0,7919	5,79E-06	0,1268	7,89E-06
S_b^1	0,9980	1,64E-06	0,9938	2,93E-06	0,9950	2,06E-06	0,9991	5,56E-07	0,9968	2,61E-06
$S_b^{0,9511}$	0,9230	1,30E-05	0,9529	8,53E-06	0,9352	6,48E-06	0,9561	8,46E-06	0,9310	8,45E-06
$S_b^{0,8885}$	0,9235	1,24E-05	0,9112	1,13E-05	0,9161	5,36E-06	0,9018	1,34E-05	0,9162	8,04E-06
$S_b^{0,8292}$	0,8204	1,19E-05	0,8148	2,19E-05	0,8139	1,14E-05	0,8235	7,05E-06	0,8138	1,23E-05
$S_b^{0,7885}$	0,7848	1,41E-05	0,7729	3,33E-05	0,7829	1,67E-05	0,7997	6,36E-06	0,7832	1,52E-05
$S_b^{0,7054}$	0,6732	1,91E-05	0,7002	3,54E-05	0,6825	6,10E-05	0,6958	2,10E-05	0,6721	3,05E-05
$S_b^{0,6141}$	0,6027	1,95E-05	0,6006	2,62E-05	0,6139	4,86E-05	0,6100	2,28E-05	0,6296	3,49E-05
$S_b^{0,5476}$	0,5981	1,98E-05	0,4475	2,53E-05	0,4704	3,57E-05	0,5420	4,02E-05	0,4527	2,35E-05
$S_b^{0,4555}$	0,4268	1,26E-05	0,4499	2,41E-05	0,4469	2,46E-05	0,4426	1,91E-05	0,4462	2,03E-05
$S_b^{0,3855}$	0,4200	1,23E-05	0,4224	1,77E-05	0,4238	2,01E-05	0,3888	1,39E-05	0,4250	1,51E-05
$S_b^{0,3117}$	0,3318	7,41E-06	0,3171	9,54E-06	0,3433	1,35E-05	0,3074	2,94E-06	0,3261	9,50E-06
$S_b^{0,2372}$	0,2401	9,35E-06	0,2295	8,29E-06	0,2403	1,32E-05	0,2292	4,53E-06	0,2429	1,06E-05
$S_b^{0,1766}$	0,2458	9,05E-06	0,2460	1,24E-05	0,2386	1,34E-05	0,2586	2,50E-06	0,2386	9,46E-06
$S_b^{0,2348}$	0,1748	5,67E-07	0,1771	1,09E-06	0,1282	1,13E-06	0,8490	1,34E-05	0,8741	2,29E-05
S_c^1	1,0000	4,88E-10	1,0000	1,74E-09	1,0000	6,40E-11	1,0000	8,12E-10	0,9999	1,15E-09
$S_c^{0,9160}$	0,8687	9,13E-06	0,9988	1,00E-06	0,9124	6,43E-06	0,8359	6,30E-06	0,9945	3,46E-06
$S_c^{0,8229}$	1,0057	1,30E-05	0,8254	5,56E-07	1,0000	6,28E-11	0,9962	2,12E-06	0,9997	1,04E-09
$S_c^{0,7392}$	0,6463	1,81E-06	0,7377	1,86E-06	0,7397	3,99E-07	0,7403	8,15E-07	0,6414	4,17E-06
$S_c^{0,6434}$	0,6374	1,65E-06	0,6341	7,38E-06	0,6431	1,50E-06	0,6270	8,40E-06	0,6384	3,54E-06
$S_c^{0,5741}$	0,6054	1,40E-05	0,5637	9,65E-06	0,6430	1,87E-06	0,7351	8,82E-07	0,6045	2,23E-05
$S_c^{0,4818}$	0,6064	1,31E-05	0,6117	1,92E-05	0,5702	1,48E-06	0,2873	7,92E-06	0,5667	4,05E-06
$S_c^{0,3887}$	0,3896	7,89E-08	0,3916	7,36E-07	1,0000	5,75E-11	0,3900	1,72E-07	0,3893	1,96E-07
$S_c^{0,3056}$	0,1580	3,76E-06	0,1476	3,73E-06	0,2883	1,60E-05	0,1546	3,06E-06	0,2854	1,21E-05
$S_c^{0,2094}$	0,1306	1,11E-06	0,1831	1,42E-06	0,1786	9,09E-07	0,1315	1,07E-06	0,1253	5,47E-06

Tabela 41 – Valores estimados para a magnitude (cont.).

	3_0_z		3_90_x		4_0_x		4_0_z		4_90_x	
	\hat{k}	$t\alpha\hat{\sigma}_k$	\hat{k}	$t\alpha\hat{\sigma}_k$	\hat{k}	$t\alpha\hat{\sigma}_k$	\hat{k}	$t\alpha\hat{\sigma}_k$	\hat{k}	$t\alpha\hat{\sigma}_k$
S_o^1	1,0066	1,94E-06	0,9926	7,02E-06	0,9982	5,41E-07	0,9951	6,25E-06	0,9947	8,38E-07
$S_o^{0,9052}$	0,8681	2,21E-05	0,9295	2,55E-05	0,9086	3,83E-06	0,9270	1,79E-05	0,8913	1,02E-05
$S_o^{0,8332}$	0,7962	4,94E-05	0,8081	6,60E-05	0,8386	7,91E-06	0,8253	4,60E-05	0,8491	9,14E-06
$S_o^{0,7651}$	0,7760	5,59E-05	0,7420	6,17E-05	0,7132	5,11E-05	0,7597	5,46E-05	0,7586	2,77E-05
$S_o^{0,6880}$	0,7234	7,90E-05	0,7738	7,18E-05	0,7382	4,41E-05	0,6964	5,31E-05	0,7206	2,82E-05
$S_o^{0,6086}$	0,5720	1,27E-04	0,4839	6,10E-05	0,5673	2,28E-05	0,4945	5,20E-05	0,5839	1,69E-05
$S_o^{0,5133}$	0,4535	1,00E-04	0,4694	4,17E-05	0,4606	2,85E-05	0,4400	3,77E-05	0,5132	3,10E-05
$S_o^{0,4235}$	0,4597	1,07E-04	0,4676	4,55E-05	0,4143	2,18E-05	0,4695	4,41E-05	0,4271	3,81E-05
$S_o^{0,3551}$	0,3664	1,13E-04	0,3033	5,21E-05	0,3501	1,50E-05	0,3436	3,35E-05	0,2677	1,53E-05
$S_o^{0,2464}$	0,2997	1,10E-04	0,2414	7,84E-05	0,2624	1,26E-05	0,2452	4,21E-05	0,2175	1,14E-05

$S_o^{0,1474}$	0,1401	7,32E-05	0,1253	1,95E-05	0,1488	1,44E-05	0,1379	4,05E-05	0,1900	1,25E-05
$S_o^{0,0618}$	0,0706	4,15E-05	0,0956	1,08E-05	0,0589	7,51E-06	0,1002	2,32E-05	0,0736	3,91E-06
$S_o^{0,0042}$	0,0003	1,94E-05	0,0036	1,67E-06	0,0070	1,31E-06	0,0067	4,64E-06	0,0064	3,09E-07
S_a^1	0,9951	5,55E-06	1,0013	7,19E-07	1,0011	7,73E-07	0,9995	1,24E-06	0,9999	2,35E-07
$S_a^{0,9206}$	0,9396	1,56E-05	0,8930	1,99E-05	0,9250	3,63E-06	0,9257	1,19E-05	0,9099	5,99E-06
$S_a^{0,8401}$	0,8420	5,70E-05	0,8714	1,77E-05	0,8244	9,72E-06	0,8199	1,37E-05	0,8635	4,48E-06
$S_a^{0,7550}$	0,7462	1,42E-04	0,7352	6,28E-05	0,7679	2,17E-05	0,7636	1,90E-05	0,7449	2,05E-05
$S_a^{0,6730}$	0,6850	1,34E-04	0,6734	2,73E-05	0,6781	1,71E-05	0,6524	3,55E-05	0,6723	1,16E-05
$S_a^{0,5715}$	0,5997	1,00E-04	0,5443	1,91E-05	0,5892	1,95E-05	0,5178	2,42E-05	0,5515	9,02E-06
$S_a^{0,4596}$	0,5040	7,90E-05	0,4438	4,06E-05	0,4679	2,37E-05	0,4466	2,40E-05	0,4558	2,58E-05
$S_a^{0,3559}$	0,4182	7,03E-05	0,3791	1,51E-05	0,3527	1,77E-05	0,3999	2,03E-05	0,3681	8,71E-06
$S_a^{0,2809}$	0,2768	4,36E-05	0,2902	6,05E-06	0,2973	1,23E-05	0,2925	1,07E-05	0,2855	3,17E-06
$S_a^{0,2328}$	0,2487	3,60E-05	0,2317	9,21E-06	0,2312	1,19E-05	0,2219	1,73E-05	0,2296	4,41E-06
$S_a^{0,1827}$	0,2785	2,98E-05	0,1980	1,42E-05	0,1858	1,42E-05	0,1742	7,22E-06	0,1961	6,78E-06
$S_a^{0,1267}$	0,1355	1,11E-05	0,1242	7,69E-07	0,1240	1,16E-06	0,1235	7,37E-07	0,8836	6,91E-06
S_b^1	0,9942	2,49E-06	0,9950	1,10E-06	0,9910	3,53E-06	0,9995	1,82E-07	1,0002	2,12E-07
$S_b^{0,9511}$	0,9608	7,17E-06	0,9473	1,13E-05	0,9675	6,09E-06	0,9537	4,08E-06	0,9380	4,75E-06
$S_b^{0,8885}$	0,9148	1,28E-05	0,9242	1,98E-05	0,8970	1,51E-05	0,8923	1,11E-05	0,9037	5,88E-06
$S_b^{0,8292}$	0,8061	3,09E-05	0,8465	1,96E-05	0,7923	2,98E-05	0,8053	8,36E-06	0,8453	5,90E-06
$S_b^{0,7885}$	0,7797	3,97E-05	0,7933	2,37E-05	0,7845	3,12E-05	0,8016	1,08E-05	0,7942	5,02E-06
$S_b^{0,7054}$	0,6938	4,08E-05	0,6427	1,22E-05	0,6758	4,48E-05	0,7012	3,22E-05	0,6868	1,32E-05
$S_b^{0,6141}$	0,6279	4,72E-05	0,6090	1,23E-05	0,6210	3,50E-05	0,5984	1,24E-05	0,6179	9,16E-06
$S_b^{0,5476}$	0,5782	5,08E-05	0,6083	1,22E-05	0,4584	3,46E-05	0,5404	1,08E-05	0,5416	1,72E-05
$S_b^{0,4555}$	0,4568	3,97E-05	0,3746	1,51E-05	0,4668	3,86E-05	0,4814	1,86E-05	0,4304	7,05E-06
$S_b^{0,3855}$	0,4220	2,33E-05	0,4129	8,84E-06	0,4401	2,97E-05	0,4065	8,89E-06	0,3914	6,84E-06
$S_b^{0,3117}$	0,3296	1,51E-05	0,3335	4,35E-06	0,3231	1,31E-05	0,3141	8,70E-06	0,3114	1,49E-06
$S_b^{0,2372}$	0,2450	2,28E-05	0,2289	4,72E-06	0,2307	8,29E-06	0,2379	5,70E-06	0,2275	2,49E-06
$S_b^{0,1766}$	0,2456	2,29E-05	0,2661	7,48E-06	0,2491	1,48E-05	0,2465	5,06E-06	0,2634	1,41E-06
$S_b^{0,2348}$	0,9251	1,71E-05	0,1735	5,63E-07	0,1768	8,78E-07	0,3297	1,76E-05	0,2310	2,44E-06
S_c^1	1,0000	1,26E-09	1,0000	5,57E-12	0,9999	2,12E-09	1,0000	6,33E-09	1,0000	7,67E-10
$S_c^{0,9160}$	1,0199	4,20E-06	0,9820	2,66E-06	1,0036	8,94E-07	0,9157	9,04E-08	0,9987	2,73E-07
$S_c^{0,8229}$	0,3953	3,16E-07	1,0000	3,51E-12	0,8577	5,97E-06	0,8235	1,14E-06	0,8563	2,46E-06
$S_c^{0,7392}$	0,7395	4,43E-07	0,7341	1,98E-05	0,6479	1,69E-06	0,7396	1,29E-06	0,6472	1,13E-06
$S_c^{0,6434}$	0,6418	2,17E-06	0,6470	4,63E-07	0,6366	1,51E-06	0,6185	5,09E-06	0,6389	8,12E-07
$S_c^{0,5741}$	0,6387	2,62E-06	0,2653	7,01E-06	0,6073	9,86E-06	0,5575	6,30E-06	0,6098	3,98E-06
$S_c^{0,4818}$	0,3881	1,71E-05	0,2760	6,59E-06	0,5653	1,72E-06	0,3789	1,05E-05	0,6139	3,84E-06
$S_c^{0,3887}$	0,3895	3,12E-07	1,0000	4,14E-12	0,3900	4,92E-07	0,3930	1,37E-06	0,3889	1,23E-07
$S_c^{0,3056}$	0,1546	1,47E-05	0,1601	4,45E-06	0,1682	1,22E-05	0,3077	5,76E-08	0,1515	1,40E-06
$S_c^{0,2094}$	0,5383	4,37E-06	1,0027	1,14E-06	0,8631	1,19E-05	0,7558	9,95E-07	0,9946	4,43E-07