



Thiago Parente Lima

Convecção natural em cavidade quadrada com sólido interno aquecida e resfriada pelas paredes adjacentes

83/2014

CAMPINAS
2014



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

THIAGO PARENTE LIMA

Convecção natural em cavidade quadrada com sólido interno aquecida e resfriada pelas paredes adjacentes

Orientador: Marcelo Moreira Ganzarolli

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica, na Área de Térmica e Fluidos

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO THIAGO PARENTE LIMA, E ORIENTADO PELO PROF. DR. MARCELO MOREIRA GANZAROLLI


.....
ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS
2014

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

L628c Lima, Thiago Parente, 1983-
Convecção natural em cavidade quadrada com sólido interno aquecida e resfriada pelas paredes adjacentes / Thiago Parente Lima. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: Marcelo Moreira Ganzarolli.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Análise numérica. 2. Cavidades. 3. Calor - Convecção natural. I. Ganzarolli, Marcelo Moreira, 1952-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Natural convection in a square enclosure heated and cooled at the adjacent walls with an internal conducting body

Palavras-chave em inglês:

Numerical analysis

Enclosures

Heat - Natural convection

Área de concentração: Térmica e Fluidos

Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Marcelo Moreira Ganzarolli [Orientador]

Luiz Fernando Milanez

Carlos Alberto Carrasco Altemani

Ricardo Alan Verdu Ramos

Admilson Teixeira Franco

Data de defesa: 31-07-2014

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

TESE DE DOUTORADO

**Convecção natural em cavidade quadrada com
sólido interno aquecida e resfriada pelas
paredes adjacentes**

Autor: Thiago Parente Lima

Orientador: Marcelo Moreira Ganzarolli

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:



Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli - FEM/UNICAMP, Presidente



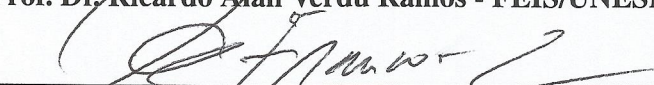
Prof. Dr. Luiz Fernando Milanez - FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani - FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Ricardo Alan Verdu Ramos - FEIS/UNESP



Prof. Dr. Admilson Teixeira Franco - DAMEC/UTFPR

Campinas, 31 de julho de 2014.

Agradecimentos

À minha família, pelo apoio.

Ao professor Ganzarolli, pela orientação e confiança no meu trabalho.

Aos professores do Departamento de Energia, pela contribuição à minha formação durante esse período.

Aos colegas da Faculdade de Engenharia Mecânica, em especial a Wilson, Vicente e Fábio pelo companheirismo e pelas ótimas conversas.

A João, Juliana, Vinícius, Eduardo, Natália, Felipe, Thiago e Maiara, amigos que fiz nessa cidade e que levarei comigo.

À CAPES pelo apoio financeiro.

*A liberdade é um pássaro voando com
gaiola e tudo.*

Marcondes Falcão Maia

Resumo

A convecção natural em cavidades é um dos problemas fundamentais da transferência de calor. Nesse trabalho é estudada a transferência de calor conjugada em uma cavidade quadrada aquecida e resfriada por paredes adjacentes e com um sólido condutor inserido em seu centro. O tamanho e condutividade do sólido no interior da cavidade são caracterizados pelos parâmetros adimensionais ζ e k^* , definidos pela razão entre as dimensões do bloco e da cavidade, W/L , e a razão entre as condutividades do sólido e fluido, k_s/k_f , respectivamente. O efeito do bloco na transferência de calor da cavidade é investigado a partir de um estudo paramétrico abrangendo a faixa de número de Rayleigh (Ra) de 10^3 a 10^6 , ζ de 0,1 a 0,9, k^* de 0,001 a 100 e número de Prandtl de 0,7 e 7,0. Os resultados são obtidos a partir da solução numérica das equações governantes e apresentados na forma de número de Nusselt, isolinhas de temperatura, função corrente e de calor. A transferência de calor na cavidade é governada pelo número de Rayleigh, tamanho e condutividade do bloco. O número de Prandtl, dentro da faixa investigada, mostrou pouca influência nos resultados. Nas cavidades com blocos de tamanho $\zeta < 0,3$ a transferência de calor na cavidade apresenta as mesmas características da cavidade sem bloco, com o número de Nusselt sendo função apenas de Rayleigh. Para blocos maiores, o comportamento do Nusselt passa a depender também do tamanho e condutividade do bloco. De forma geral, para $\zeta > 0,8$ e $k^* > 10$, a influência de Rayleigh na transferência de calor é bastante reduzida e o regime de transferência de calor na cavidade se aproxima do limite de condução pura. Na cavidade aquecida por baixo, a transferência de calor pode ser aumentada com relação à cavidade sem bloco quando um bloco de baixa condutividade é inserido. O aumento relativo do Nusselt na cavidade aquecida por baixo é observado para $10^5 \leq Ra \leq 10^6$ e $0,4 < \zeta < 0,8$, dentro dos mesmos limites, o aumento na condutividade do bloco reduz o Nusselt da cavidade a valores inferiores ao da cavidade sem bloco.

Palavras-chave: Análise numérica, Cavidades, Calor - Convecção natural.

Abstract

Natural convection in enclosures is a fundamental problem in heat transfer. In this work the conjugate heat transfer in a square enclosure heated and cooled at the adjacent walls with an internal conducting solid body is studied. In order to characterize the size and thermal conductivity of the internal solid, the dimensionless parameters ζ and k^* are defined as the ratio of the solid and enclosure dimensions, W/L , and the solid and fluid thermal conductivities, k_s/k_f , respectively. The effect of the block on the enclosure heat transfer is investigated in a range of the Rayleigh number (Ra) from 10^3 to 10^6 , ζ from 0.1 to 0.9, k^* from 0.001 to 100 and Prandtl number of 0.7 and 7.0. The results are reported in the form of averaged Nusselt number, isotherms, streamlines and heatlines. The heat transfer process in the enclosure is governed by the Rayleigh number, solid size and thermal conductivity. The Prandtl number, in the range evaluated, shows little influence on the results reported. For dimensionless block sizes of $\zeta < 0.3$, the heat transfer in the enclosure is not affected by the block and the Nusselt number remains a function of the Rayleigh number. As the block size increases, the Nusselt number becomes also dependent of the block size and its thermal conductivity. In the range of $\zeta > 0.8$ and $k^* > 10$, the Nusselt number dependence on the Rayleigh number weakens and the enclosure heat transfer approximates of the pure conduction limit. In the enclosures heated from below the Nusselt number, in comparison with that with no solid body, is enhanced by a centered low conductivity solid body. The increase of Nusselt number is observed in the range of $10^5 \leq Ra \leq 10^6$ and $0.4 < \zeta < 0.8$, over this range a decrease in the solid thermal conductivity increases the Nusselt number.

Keywords: Numerical analysis, Enclosures, Heat - Natural convection.

Lista de Ilustrações

2.1	Geometria e condições de contorno do problema.	9
2.2	Configurações das cavidades estudadas no presente trabalho.	10
2.3	Malha computacional utilizada em todo o domínio.	18
2.4	Tratamento dado a singularidade do ponto (1, 1) da malha.	21
2.5	Locais de armazenamento dos valores de função corrente e de calor.	22
2.6	Estudo de malha para a cavidade aquecida pela lateral com sólido interno e $Pr = 0,71$	24
2.7	Diferença relativa entre Nu_0 e Nu_1 em função de ε na cavidade com $Ra = 10^6$, $Pr = 0,7$, $\zeta = 0,9$ e $k^* = 100$	25
2.8	Estudo de malha para a cavidade aquecida e resfriada pelas paredes adjacentes com sólido interno e $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$	26
3.1	Isolinhas de (a-d) temperatura, (e-h) função corrente e (i-l) função de calor para cavidade 0-1 sem bloco com $Ra = 10^3$ a 10^6 e $Pr = 0,7$	28
3.2	Isolinhas para cavidade 0-1q sem bloco com $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$	30
3.3	Perfis das componentes de velocidade U e V para a cavidade 0-1 e $Pr = 0,7$	33
3.4	Perfis de velocidade para a cavidade 0-1 sem bloco com $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$	34
3.5	Isolinhas de função corrente para a cavidade 0-1 com bloco adiabático e $Pr = 0,7$	35
3.6	Variação da função corrente máxima em função do tamanho do bloco.	35
3.7	Perfis de temperatura para a cavidade 0-1 e $Pr = 0,7$	37
3.8	Isotermas para a cavidade 0-1 com $Ra = 10^3$ a 10^6 e $Pr = 0,7$	38
3.9	Perfis de temperatura para as cavidades 0-1 e 0-1q, com $Ra = 10^5$ e $Pr = 0,7$	39
3.10	Transferência de calor em função do número de Rayleigh para cavidades com bloco adiabático.	40
3.11	Isotermas para a cavidade 0-1 com $Ra = 10^3$ e $Pr = 0,7$	41
3.12	Transferência de calor na cavidade em função do tamanho do bloco.	42
3.13	Representação do maior tamanho de bloco completamente envolvido pelo maior vórtice formado por uma isolinha de calor na cavidade sem bloco.	43
3.14	Isotermas para cavidade 0-1 com bloco condutor e $Pr = 0,7$	44
3.15	Perfis de velocidade e temperatura para a cavidade 0-1 com $Ra = 10^4$ e $Pr = 0,7$	46
3.16	Perfis de velocidade e temperatura para a cavidade 0-1 com $Ra = 10^5$ e $Pr = 0,7$	47

3.17	Transferência de calor na cavidade em função do número de Rayleigh para $\zeta = 0, 2$ e $Pr = 0, 7$	48
3.18	Transferência de calor na cavidade em função do número de Rayleigh para blocos condutores e $Pr = 0, 7$	50
3.19	Isolinhas de calor para as cavidades com bloco adiabático e condutor.	51
3.20	Transferência de calor na cavidade em função do tamanho do bloco para diferentes valores de k^* e $Pr = 0, 7$	52
3.21	Perfil da temperatura média ao longo do canal superior da cavidade 0-1 para diferentes valores de k^* e $Pr = 0, 7$	53
3.22	Isolinhas de calor para as cavidades 0-1 e 0-1q com bloco condutor e adiabático . .	54
3.23	Variação do número de Nusselt em função da condutividade do bloco para a cavidade 0-1 e $Pr = 0, 7$	56
4.1	Isolinhas de (de cima para baixo) temperatura, função corrente e função de calor para cavidade 1-0 sem bloco, $Pr = 0, 7$ e (esq. para dir.) $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6	58
4.2	Esquema da cavidade 1-0 sem bloco (adaptado de Kimura e Bejan (1985)).	60
4.3	Isolinhas de para a cavidade 1q-0 sem bloco com $Ra = 10^6$ e $Pr = 0, 7$	61
4.4	Isotermas para a cavidade 1-0 com bloco adiabático e $Pr = 0, 7$	63
4.5	Perfis de temperatura para as cavidades 0-1 e 0-1q, com $Ra = 10^5$ e $Pr = 0, 7$. . .	64
4.6	Isolinhas de função corrente para a cavidade aquecida com temperatura constante, $Ra = 10^5$ e $Pr = 0, 7$	65
4.7	Variação da função corrente máxima em função do tamanho do bloco	66
4.8	Perfis da componente de velocidade U e V para a cavidade 1-0 com $Ra = 10^6$ e $Pr = 0, 7$	66
4.9	Isolinhas de função corrente para a cavidade 1q-0 e $Pr = 0, 7$	67
4.10	Variação do número de Nusselt da cavidade 1-0 em função (a) do número de Rayleigh para $Pr = 0, 7$ e (b) do tamanho do bloco.	68
4.11	Variação do número de Nusselt da cavidade 1q-0 em função (a) do número de Rayleigh para $Pr = 0, 7$ e (b) do tamanho do bloco.	69
4.12	Representação da área ocupada por um bloco de tamanho $\zeta = 0, 5$ nas isolinhas de calor da cavidade 1-0 sem bloco com $Ra = 10^6$ e $Pr = 0, 7$	70
4.13	Isotermas para a cavidade 1-0 com bloco condutor e $Pr = 0, 7$	71
4.14	Perfis de temperatura para a cavidade 1-0 com $\zeta = 0, 8$, $Ra = 10^6$ e $Pr = 0, 7$ para diferentes valores de k^*	72
4.15	Função corrente máxima em função do tamanho do bloco para a cavidade 1-0 e $Pr = 0, 7$	73

4.16	Isolinhas para a cavidade 1-0 com $\zeta = 0,5$, $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$	73
4.17	Transferência de calor na cavidade em função do número de Rayleigh para a cavidade 1-0 com $Pr = 0,7$	74
4.18	Isolinhas para a cavidade 1-0 com $\zeta = 0,9$, $Ra = 10^5$ e $Pr = 0,7$	75
4.19	Transferência de calor na cavidade em função do tamanho do bloco para a cavidade 1-0 com $Pr = 0,7$	76
4.20	Variação no número de Nusselt em função da condutividade do sólido para a cavidade 1-0.	76

Lista de Tabelas

2.1	Valores de ϕ , Γ , ρ e S para as equações de conservação.	19
2.2	Comparação dos resultados de Nu para a cavidade aquecida lateralmente com sólido interno.	24

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

\mathcal{H}	Função de calor
c_p	Calor específico a pressão constante [J/kgK]
g	Aceleração da gravidade [m/s ²]
H	Altura da cavidade [m]
i, j	Coordenadas espaciais da malha i e j
k	Condutividade térmica [W/mK]
L	Comprimento da cavidade [m]
m, n	Número de nós da malha na direção i e j
Nu	Número de Nusselt
P	Pressão adimensional
p	Pressão [N/m ²]
Pr	Número de Prandtl
Q	taxa de transferência de calor [W]
q''	Fluxo de calor [W/m ²]
Ra	Número de Rayleigh
S	Termo fonte
T	Temperatura [K]
U, V	Componentes adimensionais do vetor velocidade nas direções x e y
u, v	Componentes do vetor velocidade nas direções x e y [m/s]

W	Largura do bloco [m]
X, Y	Coordenadas cartesianas adimensionais
x, y	Coordenadas cartesianas [m]

Letras Gregas

α	Difusividade térmica.....[m ² /s]
β	Coefficiente de expansão térmica [1/K]
Γ	Coefficiente de transporte difusivo
ν	Viscosidade cinemática [m ² /s]
ϕ	Propriedade genérica
ψ	Função corrente
ρ	Densidade [kg/m ³]
θ	Temperatura adimensional
ε	Critério de convergência
ζ	Comprimento adimensional do bloco

Sobrescritos

*	Variável adimensional
k	Número da iteração

Subscritos

0	Parede resfriada
1	Parede aquecida

<i>b</i>	Nó da fronteira do domínio
<i>conc</i>	Concreto
<i>e</i>	Estática
<i>f</i>	Fluido
<i>m</i>	Dinâmica
<i>máx</i>	Valor máximo
<i>PUR</i>	Poliuretano
<i>r</i>	Estado de referência
<i>rt</i>	Razão entre os grandezas da cavidade sem bloco e com bloco
<i>s</i>	Sólido

SUMÁRIO

Lista de Ilustrações	xv
Lista de Tabelas	xix
Lista de Abreviaturas e Siglas	xxi
SUMÁRIO	xxv
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Revisão da literatura	2
1.2 Trabalho desenvolvido	7
1.3 Estrutura do trabalho	8
2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E MÉTODO DE SOLUÇÃO	9
2.1 Domínio do problema	9
2.2 Equações governantes	11
2.3 Método de solução	17
2.3.1 Validação do código e estudo de malha	22
3 CAVIDADE AQUECIDA POR BAIXO E RESFRIADA PELA PAREDE ADJACENTE	27
3.1 Cavidade sem sólido interno	27
3.2 Cavidade com sólido interno	31
3.2.1 Campos de velocidade e temperatura	32
3.2.2 Transferência de calor	39
3.2.3 Efeito da condutividade do sólido nos campos de temperatura e velocidade	44
3.2.4 Efeito da condutividade do sólido na transferência de calor	48
4 CAVIDADE RESFRIADA POR BAIXO E AQUECIDA PELA PAREDE ADJACENTE	57
4.1 Cavidade sem sólido interno	57
4.2 Cavidade com sólido interno	61

4.2.1	Campos de temperatura e velocidade	62
4.2.2	Transferência de calor	67
4.2.3	Efeito da condutividade do sólido nos campos de temperatura e velocidade	70
4.2.4	Efeito da condutividade do sólido na transferência de calor	74
5	CONCLUSÕES	77
	REFERÊNCIAS	79

1 INTRODUÇÃO

O estudo de problemas fundamentais permite o desenvolvimento de novos conhecimentos que podem levar à formulação de teorias, hipóteses ou novos métodos de abordagem a um fenômeno. Esses problemas são estruturados de forma idealizada tornando mais simples o estudo e a identificação dos parâmetros que o influenciam. Problemas fundamentais residem tanto nas ciências básicas como na engenharia, podendo encontrar aplicações diretas ou indiretas em ambos os campos.

A convecção natural, ou livre, possui um papel importante em fenômenos geofísicos, como o movimento de correntes oceânicas e atmosféricas ou em aplicações de engenharia, como no resfriamento de componentes eletrônicos e dispositivos de geração de potência, na distribuição de temperatura em ambientes internos de edificações ou em coletores solares (Bejan, 1995, p. 220). A complexidade dos escoamentos gerados por forças de empuxo está no acoplamento das equações de conservação de quantidade de movimento e energia, visto que a força responsável pela movimentação do fluido necessita, essencialmente, de um gradiente de densidade associado a uma força de campo, que na maioria das vezes são originados por um gradiente de temperatura associado a um campo gravitacional. Se esse escoamento ocorre em um espaço confinado (convecção interna), como o de uma cavidade, adicionam-se outros aspectos como a interação entre o escoamento das camadas limite próximas as superfícies e a região central da cavidade que é circundada total ou parcialmente pelo escoamento da própria camada limite (Ostrach, 1988).

A convecção natural em cavidades é um dos problemas clássicos e fundamentais da transferência de calor e possui uma extensa bibliografia com abordagens numéricas e experimentais desde a segunda metade do século XX. A forma mais comum para o estudo do fenômeno da convecção natural em cavidades é aquela onde uma cavidade retangular é aquecida e resfriada pelas paredes laterais ou pelas paredes inferior e superior, respectivamente, enquanto as paredes restantes são consideradas como adiabáticas. Esses dois exemplos reproduzem as configurações básicas nas quais o escoamento por convecção natural é gerado, como apontado em Ganzarolli (1991, p. 50). Na cavidade aquecida lateralmente, a configuração perpendicular imposta entre o vetor gravidade e o gradiente de temperatura faz com que a movimentação de fluido ocorra, não havendo a possibilidade de equilíbrio entre as forças de empuxo e viscosas. Por sua vez, na cavidade aquecida pelas paredes inferior ou superior impõe-se uma configuração paralela entre o vetor gravidade e o gradiente de temperatura. Se esses vetores possuem sentido contrário (aquecimento pela parede

superior), o fluido mantém-se em equilíbrio estável. Porém, se o sentido dos vetores é o mesmo (aquecimento pela parede inferior), o equilíbrio é instável e o escoamento por convecção natural é gerado quando um valor crítico de diferença de temperatura no fluido é atingido. Outras configurações de cavidade são também encontradas na literatura, sendo estas normalmente quadradas ou retangulares, combinando paredes total ou parcialmente aquecidas/resfriadas sob temperatura ou fluxo de calor constante.

1.1 Revisão da literatura

Embora trabalhos sobre a convecção natural em cavidades parcialmente obstruídas ou particionadas sejam encontrados com certa facilidade na literatura (Bejan, 1995, p. 271), apenas no início da década de noventa o problema da convecção natural em cavidades com um sólido interno completamente envolvido pelo fluido foi proposto através do trabalho de House *et al.* (1990). Segundo o mesmo autor, apenas no trabalho de Emery (1969) havia sido proposto problema similar onde foi analisado o efeito da presença de uma obstrução em um canal vertical estreito, utilizado para modelar situações comuns de transferência de calor em reatores nucleares. A proposta de House *et al.* (1990), adiciona ao fenômeno da convecção natural em cavidades, o problema da transferência de calor conjugada devido ao sólido condutor e à interação entre o sólido e o fluido na cavidade. Para esse estudo os autores utilizaram uma cavidade quadrada, aquecida e resfriada pelas laterais com temperatura constante com um sólido condutor de tamanho variável inserido no centro da cavidade. Segundo House *et al.* (1990), a transferência de calor na cavidade é governada pelos números de Rayleigh, Prandtl e pela condutividade e dimensão do bloco. O trabalho mostra que existe um tamanho de bloco ótimo para o qual é possível aumentar a transferência de calor na cavidade com relação à mesma cavidade sem bloco. Quando blocos maiores são inseridos, a transferência de calor na cavidade é influenciada pela condutividade desses blocos. Por outro lado, blocos menores, com tamanho coincidente com o da região central da cavidade sem bloco que é preenchida por um fluido quase estagnado, não influenciam na transferência de calor da cavidade. Os resultados e discussões do trabalho são apresentados através das isotermas, isolinhas de função corrente e número de Nusselt.

A partir do trabalho realizado por House *et al.* (1990), outros autores acrescentaram suas contribuições a essa classe de problema. Esses trabalhos podem ser agrupados de acordo com o tipo de cavidade, sendo esta aquecida lateralmente ou pela parede inferior, ambas com razão de

aspecto unitária. Com relação ao problema da cavidade aquecida lateralmente, Oh *et al.* (1997) estudaram o efeito de um bloco condutor de tamanho fixo quando este passa a gerar calor. Nessa situação, o escoamento da cavidade é governado por duas diferenças de temperaturas: a diferença de temperaturas entre as paredes da cavidade e aquela criada pela fonte geradora. Além dos parâmetros mencionados em House *et al.* (1990) como governantes na transferência de calor, no caso da cavidade com bloco gerador, os autores definem uma diferença de temperatura adimensional que relaciona a diferença de temperaturas entre as paredes da cavidade e o fluxo da fonte geradora de calor. Essa temperatura adimensional é essencial para se determinar qual das duas diferenças de temperatura governam a transferência de calor na cavidade. Nesse trabalho foi investigado o comportamento da transferência de calor na cavidade em função da diferença de temperatura adimensional e do número de Rayleigh através de suas isothermas, isolinhas de função corrente e de calor e número de Nusselt. Ha *et al.* (1999) utilizaram a mesma configuração de cavidade com sólido gerador para avaliar o comportamento transiente da transferência de calor na cavidade para diferentes números de Rayleigh, Prandtl e condutividade térmica do bloco. Os resultados são apresentados através das variações de isothermas, função corrente e número de Nusselt, em função de um parâmetro de tempo adimensional. No trabalho os autores apontam a importância da diferença de temperatura adimensional como parâmetro para definir qual das diferenças de temperatura governa a transferência de calor na cavidade.

No trabalho de Liu e Phan-Thien (1999), a transferência de calor por radiação foi adicionada ao problema da cavidade aquecida lateralmente com sólido gerador de calor. Os autores avaliaram influência da geração de calor e emissividade do sólido na transferência de calor da cavidade preenchida por um fluido de propriedades semelhantes ao ar. Segundo os autores, a participação da radiação na transferência de calor da cavidade pode ser significativa, chegando a 30% para um sólido com emissividade igual a 0,9. A interação entre a transferência de calor por radiação e convecção na cavidade foi também investigada por Mezrhab *et al.* (2006) utilizando a mesma configuração de cavidade, porém, sem geração de calor no sólido. No trabalho, a transferência de calor na cavidade foi avaliada através de um estudo paramétrico para diferentes valores de Rayleigh, condutividade do sólido e emissividade das paredes da cavidade utilizando um fluido com número de Prandtl igual a 0,71. A presença da radiação provoca a homogeneização da temperatura no interior da cavidade e um aumento no número de Nusselt para altos números de Rayleigh e emissividade. Na ausência de troca radiativa, a condutividade do bloco apresenta pouca influência na transferência de calor na cavidade, porém, quando a transferência de calor por radiação é considerada, é observado um crescimento do Nusselt com o aumento da condutividade do sólido. Nesse estudo, foi utilizado um bloco de tamanho fixo.

Em Zhao *et al.* (2006) a cavidade com sólido interno é estudada. No trabalho é dada maior ênfase às práticas numéricas utilizadas nos estudos de transferência de calor conjugada. Essas práticas são testadas na cavidade aquecida lateralmente e pela parede inferior com sólido interno atuando como fonte geradora e os resultados são apresentados através das isolinhas de temperatura e função corrente. As mudanças abruptas de condutividade térmica nas interfaces fluido/sólido foram tratadas através da média harmônica, enquanto que na região do sólido os autores recomendam a utilização de termos fontes para que as equações de conservação possam ser aplicadas em todo o domínio. A prática é alternativa a da adoção de uma “viscosidade infinita” na região do sólido, fornecendo melhores resultados segundo os autores. Em Zhao *et al.* (2007a), os autores abordam os problemas associados a implementação das isolinhas de função corrente, de calor e de transferência de massa no estudo da transferência de calor conjugada. Para aplicar esse métodos de visualização de escoamento e transferência de calor e massa foi utilizada a cavidade aquecida lateralmente com sólido interno condutor.

No trabalho de Zhao *et al.* (2007b) os autores se voltam ao problema da transferência de calor conjugada na cavidade aquecida lateralmente com sólido interno condutor. Os resultados são reportados através das isolinhas de função corrente, da calor, isoterms e número de Nusselt. Segundo os autores, a transferência de calor na cavidade é reduzida quando a espessura do canal formado entre o bloco e a parede se aproxima da espessura da camada limite térmica formada nas paredes de temperatura definida. Das e Reddy (2006) utilizaram a mesma cavidade estudada em House *et al.* (1990) para investigar o efeito do ângulo de inclinação do vetor gravidade na sua transferência de calor. O tamanho de bloco utilizado foi fixado enquanto o ângulo de inclinação da cavidade, número de Rayleigh e condutividade do bloco foram variados. O número de Nusselt da cavidade quando o número de Rayleigh é igual a 10^3 não sofre influência do ângulo de inclinação da cavidade indicando o domínio da transferência de calor por condução. O estudo mostra a existência de um ângulo crítico no qual acima dele a cavidade com bloco de menor condutividade passa a transferir mais calor que aquela com bloco de menor condutividade, ocorrendo o oposto para ângulos menores que o crítico.

No conjunto de estudos mencionados até o momento, pouca atenção foi dada a influência do tamanho do bloco na transferência de calor da cavidade, exceção feita ao trabalho inicial de House *et al.* (1990) ainda que de forma qualitativa. Em seu estudo, Bhave *et al.* (2006) utilizam a mesma configuração de cavidade utilizada em House *et al.* (1990) buscando quantificar o aumento na transferência de calor observado quando um bloco adiabático é inserido na cavidade. A investigação é feita através de um estudo paramétrico onde o número de Rayleigh, Prandtl e o tamanho do

bloco são variados. A transferência de calor na cavidade aumenta com o crescimento do bloco adiabático até um tamanho ótimo onde o número de Nusselt atinge seu máximo. O aumento da transferência de calor na cavidade é atribuído à redução da condução vertical entre o fluido aquecido na parte superior da cavidade e o fluido resfriado na região inferior, causada pelo bloco adiabático. A inserção de blocos maiores que o tamanho ótimo reduz a transferência de calor na cavidade na medida em que seu tamanho ultrapassa a região central da cavidade onde a transferência de calor por condução é dominante. Os autores utilizaram as isolinhas de função corrente para estimar o tamanho dessa região central e propor uma correlação em função do número de Rayleigh e Prandtl, que prevê o tamanho ótimo de bloco adiabático o qual resulta no aumento da transferência de calor da cavidade.

Os trabalhos envolvendo cavidades aquecidas pela parede inferior com sólido interno são encontrados em menor número na literatura. Em Ha *et al.* (2002a) foi estudada a transferência de calor em regime transiente em uma cavidade aquecida pela parede inferior com um sólido interno adiabático de tamanho fixo. As paredes da cavidade são definidas com temperatura constante e o trabalho abrange a faixa de número de Rayleigh de 10^3 a 10^6 e número de Prandtl igual a 0,7. O número de Nusselt da cavidade com bloco é reduzido com relação ao da cavidade sem bloco. Os autores apontam que para baixos números de Rayleigh o escoamento na cavidade alcança o regime permanente sem nenhuma oscilação transiente. Na medida em que se aumenta o número de Rayleigh, os campos de temperatura e velocidade passam a apresentar um regime oscilatório inicial antes de alcançar o regime permanente. O contínuo aumento do número de Rayleigh faz com que o número de Nusselt da cavidade passe a ser dependente do tempo apresentando um comportamento oscilatório periódico. No trabalho é sugerida uma faixa de números de Rayleigh onde deve estar presente o Rayleigh crítico para o qual o número de Nusselt passa a ser dependente do tempo. No trabalho de Ha *et al.* (2002b) foi estudada influência da condição de contorno do bloco na mesma cavidade em regime transiente estudada por Ha *et al.* (2002a). Os autores mostram que a dependência do número de Nusselt da cavidade com relação ao tempo é função do número de Rayleigh e da condição de contorno do bloco. Para um bloco definido com temperatura constante e igual a média entre as temperaturas da parede aquecida e resfriada, a transferência de calor na cavidade consegue atingir o regime permanente para números de Rayleigh maiores quando comparada com a cavidade com bloco adiabático.

Em Lee e Ha (2005) os autores acrescentaram um bloco condutor, de tamanho fixo, ao problema da transferência de calor em uma cavidade aquecida pela parede inferior. O estudo é realizado com escoamento em regime transiente numa faixa de números de Rayleigh de 10^3 a 10^6 e

condutividade térmica adimensional do bloco de 0, 1; 1 e 50. O escoamento e a transferência de calor na cavidade com bloco de condutividade 0, 1 e 50 são semelhantes àqueles para a cavidade com bloco adiabático e com temperatura constante definida como a média das temperaturas das paredes aquecida e resfriada, respectivamente. Para o tamanho e bloco estudado o efeito de sua condutividade na transferência de calor é maior para a cavidade com baixo número de Rayleigh, na medida em que o número de Rayleigh aumenta o efeito da condutividade do bloco na transferência de calor da cavidade é reduzido. Os mesmos autores em Lee e Ha (2006), acrescentaram ao seu trabalho anterior o problema do sólido com geração de calor. A geração de calor pelo sólido em baixa intensidade faz com que o Nusselt da cavidade apresente um comportamento estável, atingindo o regime permanente para uma maior faixa de números de Rayleigh. Porém, na medida em que a geração de calor aumenta, o comportamento do Nusselt se torna caótico variando com o tempo em larga amplitude para altos números de Rayleigh.

Ainda dentro dos problemas envolvendo cavidades com sólido interno, pode-se destacar os trabalhos envolvendo cavidades preenchidas com uma matriz de sólidos. Essa configuração de escoamento é encontrada em cilos de armazenamento de grãos, nos bancos de tubos de um trocador de calor ou leitos de catalizadores, por exemplo.

A formulação desse problema utilizando as equações de transporte para cada meio constituinte (*Continuum models - C*), sólido e fluido, pode ser complicada quando o número de sólidos cresce e as interfaces fluido-sólido apresentam uma topologia complexa. A alternativa para se evitar essas dificuldades é o uso de modelos que tratam os meios porosos como um *continuum* (*Porous-continuum models - PC*). Embora os modelos do tipo *PC* superem as dificuldades relativas à topologia do problema, sua utilização não fornece informações sobre as interfaces fluido-sólido, muitas vezes importante na análise do problema. Essa classe de problema foi estudada por Merrikh (2001) utilizando uma cavidade retangular com sólidos discretos em seu interior. Foi utilizada uma cavidade retangular aquecida pela lateral com seis sólidos internos condutores. Quando blocos condutores posicionados próximos às paredes da cavidade, a taxa transferência de calor é aumentada, sendo que, para blocos de baixa condutividade essa taxa diminui. Por sua vez, quando os blocos são posicionado afastados das paredes da cavidade o efeito é oposto, sendo observado o aumento da taxa de transferência de calor para blocos de baixa condutividade e a redução dessa taxa para blocos de maior condutividade térmica.

Em Merrikh e Lage (2005a), os autores fazem uma comparação da aplicabilidade dos modelos empregados para avaliar o escoamento e transferência de calor em meios porosos utilizando

uma cavidade preenchida por uma matriz de 16 blocos. Os modelos do tipo *PC* são comparados com modelos tipo *C*. Os autores apontam que modelos *PC* devem ser evitados para escoamentos com baixo número de Rayleigh em alta porosidade e alto número de Rayleigh em baixa porosidade.

Merrikh e Lage (2005b) estudaram a convecção natural em uma cavidade aquecida pela lateral e preenchida com uma matriz de sólidos condutores. Para a análise do efeito dos sólidos no escoamento e transferência de calor na cavidade, a razão volumétrica fluido-sólido foi mantida constante enquanto o número de sólidos foi variado. Os autores reportam uma mudança no escoamento da cavidade que predomina entre a parede da cavidade e a primeira coluna de blocos, para um escoamento onde o fluido penetra nos canais formados pelos blocos distantes das paredes da cavidade. Uma expressão analítica baseada em uma análise de escala foi desenvolvida para prever o número mínimo de sólidos para o qual essa mudança no escoamento é percebida. No trabalho de Braga e de Lemos (2005) foi feita uma comparação entre a transferência de calor em uma cavidade aquecida pela lateral e preenchida por uma matriz de sólidos circulares e quadrados. O número de Nusselt médio para a cavidade preenchida com a matriz de sólidos quadrados mostrou-se pouco maior do que o da cavidade com sólidos circulares. O resultado foi atribuído a uma melhor mistura no fluido que ocorre devido ao descolamento do escoamento próximo aos cantos dos sólidos quadrados. Em Hooman e Merrikh (2010), uma correlação baseada em um modelo utilizando resistências térmicas é proposta para prever o número de Nusselt em uma cavidade aquecida pela lateral com uma matriz de sólidos. A correlação proposta apresenta resultados satisfatórios para uma razão entre a condutividade do sólido e do fluido de 1. Os autores relatam a baixa sensibilidade dos modelos às variações de condutividade térmica nos sólidos. Em Qiu *et al.* (2013) uma correlação do tipo Berkovsky-Polevikov foi proposta para prever o número de Nusselt também em uma cavidade aquecida pela lateral e preenchida por uma matriz de sólidos. A correlação foi obtida por um ajuste de curva a partir dos resultados de simulações numéricas.

1.2 Trabalho desenvolvido

Os estudos da convecção natural em cavidades com sólido interno apresentados na seção 1.1 se restringem às duas configurações mais fundamentais de cavidades: aquecida lateralmente e pela parede inferior. Um outro tipo de cavidade com uma configuração que pode ser considerada também como básica é a cavidade aquecida e resfriada por paredes adjacentes. A principal característica desse tipo de cavidade é imposição simultânea das configurações entre o gradiente de temperatura

e o vetor gravidade encontradas nas cavidades aquecida lateralmente e pela parede inferior. Alguns estudos foram realizados nesse tipo de cavidade, podendo ser citados os trabalhos de Kimura e Bejan (1985) e Ganzarolli e Milanez (1995) por se aproximarem da configuração mais básica desse tipo de cavidade onde duas paredes adjacentes são aquecidas e resfriadas em toda sua extensão. Em ambos os trabalhos e em outros com condições de contorno similares, a transferência de calor na cavidade foi investigada sem a presença de sólidos ou obstáculos internos. O objetivo do presente trabalho é avaliar, através de um estudo numérico, a influência do tamanho e condutividade térmica de um sólido interno na transferência de calor de uma cavidade aquecida e resfriada por paredes adjacentes.

1.3 Estrutura do trabalho

No capítulo 2 é apresentada a formulação matemática, o método de solução adotado e a delimitação do estudo paramétrico realizado no trabalho. Em seguida a apresentação e discussão dos resultados é dividida em dois capítulos, sendo o capítulo 3 referente à cavidade aquecida pela parede inferior e resfriada pela parede adjacente e o capítulo 4 à cavidade resfriada pela parede inferior e aquecida pela parede adjacente. No último capítulo as conclusões do trabalho são apresentadas.

2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E MÉTODO DE SOLUÇÃO

Nesse capítulo são apresentados os métodos utilizados no estudo do problema. Inicialmente será apresentada a formulação matemática utilizada na descrição do problema: domínio do problema, equações governantes, condições de contorno e definições dos principais parâmetros estudados. Em seguida o método numérico empregado na solução das equações governantes é descrito.

2.1 Domínio do problema

O problema estudado terá como domínio uma cavidade bidimensional de comprimento L , altura H , com razão de aspecto $H/L = 1$, preenchida por fluido de condutividade térmica k_f e com um bloco sólido quadrado de lado W posicionado em seu centro. As fronteiras superior e direita do domínio são adiabáticas enquanto que as fronteiras inferior e esquerda são definidas com temperatura ou fluxo de calor constante a depender do caso estudado. No interior da cavidade o tamanho do bloco é definido por $\zeta = W/L$ e este será considerado como adiabático ou condutor de condutividade térmica k_s . A condutividade e tamanho do bloco variam de acordo com o caso estudado. A Figura 2.1 mostra a representação gráfica do domínio do problema com suas devidas condições de contorno.

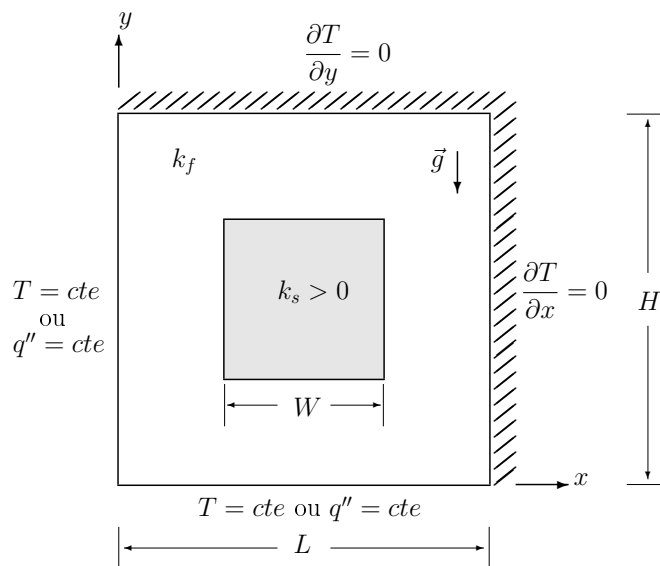


Figura 2.1: Geometria e condições de contorno do problema.

Dentro do domínio e condições de contorno mostrados na Figura 2.1, são propostas quatro configurações de cavidade para a realização do estudo paramétrico. Os índices 0 e 1 indicam as propriedades relativas às paredes resfriada e aquecida, respectivamente. As definições das condições de contorno utilizadas nas quatro configurações bem como a nomenclatura que será utilizada a partir desse momento para designar cada configuração são mostradas na Figura 2.2:

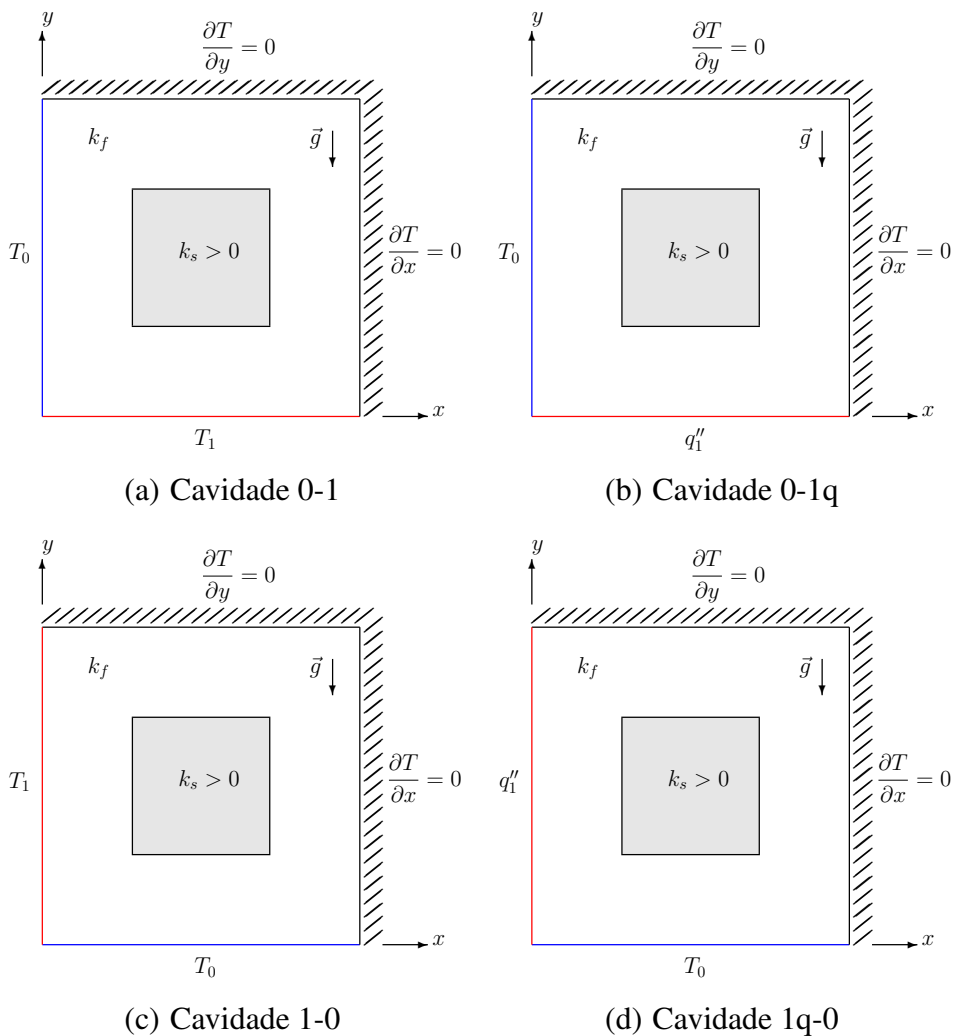


Figura 2.2: Configurações das cavidades estudadas no presente trabalho.

Nas cavidades mostradas na Figura 2.2 é realizado um estudo paramétrico abrangendo as faixas de número de Rayleigh de 10^3 a 10^6 e Prandtl de 0,7 e 7,0, de forma a se obter um escoamento em regime laminar na cavidade, tamanho de bloco ζ de 0,1 a 0,9 e sólido adiabático e condutor com k_s/k_f variando de 0,001 a 100. Para o número de Prandtl de 0,7 e 7,0, típicos de um fluido

com propriedades similares ao ar e água, de condutividade $k_{f,ar} = 0,026$ W/mK e $k_{f,água} = 0,59$ W/mK, respectivamente, a razão k_s/k_f avaliada compreende uma larga faixa de materiais isolantes e condutores de uso comum na engenharia. Fisicamente, o valor de $k_s/k_f \sim 0,01$, representa um bloco constituído por um isolante como o poliuretano ($k_{s,PUR} = 0,02$ W/mK) em uma cavidade preenchida com água. Por sua vez, $k_s/k_f \sim 100$, representa um sólido de condutividade semelhante ao aço carbono ($k_{s,aço} = 60$ W/mK) imerso em água ou concreto ($k_{s,conc} = 1,4$ W/mK) cercado por ar.

2.2 Equações governantes

Definidas as características da cavidade e os limites do estudo paramétrico, são apresentadas nesta seção as equações de conservação que governam o escoamento e a transferência de calor na cavidade mostrada na Figura 2.1, assim como as definições dos parâmetros adimensionais utilizados no estudo.

As equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia mostradas a seguir são apresentadas já com algumas das hipóteses adotadas no modelo utilizado no trabalho. Assim, para um fluido newtoniano, incompressível, em regime de escoamento laminar e permanente, com trabalho de compressão e função de dissipação viscosa desprezíveis e propriedades de transporte constantes, à exceção da densidade no termo de empuxo, o conjunto das equações de conservação utilizadas nesse trabalho pode ser escrito de acordo com as Equações (2.1) a (2.4).

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\rho}{\rho_r} g \quad (2.3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

Na região do sólido, onde $u = v = 0$, as Equações (2.1) a (2.4) se reduzem a equação de

difusão de calor dada pela Equação (2.5).

$$0 = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.5)$$

Em problemas de convecção natural, as equações de conservação estão acopladas. O fluxo convectivo é impulsionado pela força de empuxo decorrente de uma variação de densidade na presença de um campo gravitacional. Dessa forma o campo de velocidades está ligado ao campo de temperaturas uma vez que este influencia a densidade do fluido e, por conseguinte, a força de empuxo. Outro aspecto que acrescenta maior complexidade à resolução das equações de conservação está relacionado à variação das propriedades de transporte. No caso da convecção natural, a variação de densidade é mandatória e deve ser levada em conta para que haja movimento do fluido. Felizmente, para grande parte dos casos de engenharia, formas simplificadas das equações de conservação podem ser escritas sem provocar grandes restrições à aplicabilidade do modelo. Na convecção natural, uma das simplificações mais usuais é a aproximação de Boussinesq.

O termo de pressão estática da equação de conservação da quantidade de movimento pode ser reescrito em combinação com o termo de força de campo. Considere-se que para um fluido quiescente numa região de densidade local ρ_r , sua variação de pressão é igual a variação de sua pressão estática dada por $\nabla p = -g\rho_r$. Isso é verdade fazendo $u = v = 0$ nas Equações (2.2) e 2.3. Combinando este termo com os de pressão estática e força de campo da Equação (2.3), tem-se que:

$$\begin{aligned} \rho g + \frac{\partial p}{\partial y} &= \rho g + \frac{\partial p_e}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}(p - p_e) \\ &= g(\rho - \rho_r) + \frac{\partial p_m}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde o primeiro termo do lado direito da Equação (2.6) corresponde ao termo de empuxo e o segundo termo é chamado de pressão dinâmica, que surge devido à aceleração, forças viçosas e o próprio empuxo (Gebhart *et al.*, 1988, p. 20). O subscrito r indica que a densidade é correspondente a um estado de referência. Em problemas de convecção natural externa, esse estado é normalmente definido em um ponto afastado da superfície convectiva. Na convecção natural em cavidades, o estado de referência é definido normalmente com relação à menor temperatura do escoamento. No presente trabalho essa consideração será também adotada e o estado de referência será tomado com relação à temperatura da parede fria T_0 . A partir da Equação (2.6), a equação de conservação da

quantidade de movimento na coordenada y (Equação (2.3)) pode ser reescrita na seguinte forma:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p_m}{\partial y} - \left(\frac{\rho - \rho_r}{\rho_r} \right) g + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.7)$$

A diferença entre a densidade em um determinado ponto do escoamento e a densidade de referência para a mesma coordenada y , sendo $\rho(T, p)$, pode ser representada pela expansão mostrada na Equação (2.8):

$$\begin{aligned} \rho_r - \rho = & \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p (T_r - T) + \dots + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T (p_r - p) + \dots \\ & + \frac{\partial^2 \rho}{\partial T \partial p} (T_r - T)(p_r - p) + \dots \end{aligned} \quad (2.8)$$

A análise que se segue é a verificação da ordem de grandeza dos termos da equação Equação (2.8) para que se mantenha na expressão apenas os termos dominantes. Para fluidos submetidos a uma diferença de densidade relativa $\Delta\rho/\rho_r$ pequena, pode-se mostrar que a equação Equação (2.8) se reduz a seguinte forma:

$$\rho_r - \rho = \rho_r \beta (T - T_r) \quad (2.9)$$

onde:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.10)$$

A aproximação de Boussinesq consiste em (1) negligenciar os efeitos de variação das propriedades de transporte nas equações de conservação, exceto para a densidade no termo de empuxo da equação de conservação da quantidade de movimento, e (2) aproximar a variação de densidade na forma da Equação (2.9) (Kays e Crawford, 1993, p. 398). Como efeito dessas aproximações os termos de trabalho de compressão e função de dissipação viscosa podem ser desprezados. Para uma discussão mais detalhada das análises de ordem de grandeza e das simplificações aqui comentadas e suas restrições, ver Gebhart (1988, p. 320) e Gebhart *et al.* (1988, p. 22). Por fim, a substituição da Equação (2.9) na Equação (2.7) resulta na Equação (2.11), que juntamente com as Equações (2.1), (2.2) e (2.4) formam o conjunto das equações governantes do problema após as aproximações de

Boussinesq¹.

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p_m}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \beta g(T - T_r) \quad (2.11)$$

O procedimento de adimensionalização confere maior generalidade à solução do problema, transformando uma solução particular na solução de uma classe de problemas. Para a adimensionalização do problema em estudo são definidas as seguintes variáveis adimensionais:

$$U = \frac{uH}{\alpha}, V = \frac{vH}{\alpha}, X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, P = \frac{p_m H^2}{\rho \alpha^2} \quad \text{e} \quad (2.12)$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \quad \text{ou} \quad \theta = \frac{T - T_0}{q'' H / k_f}$$

onde a variável adimensional θ terá em seu denominador $T_1 - T_0$ para as cavidades aquecidas com temperatura constante e $q'' H / k_f$ para as cavidades aquecidas com fluxo constante.

Substituindo as variáveis adimensionais da Equação (2.12) nas Equações (2.1), (2.2), (2.11) e (2.4) pode-se reescrever as equações governantes do problema em sua forma adimensional como segue:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.13)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2.14)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra Pr \theta \quad (2.15)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.16)$$

onde Ra e Pr são o número de Rayleigh e Prandtl, respectivamente, definidos pelas Equações (2.17) e (2.18).

$$Ra = \frac{g\beta H^3 \Delta T}{\nu \alpha} \quad \text{ou} \quad Ra = \frac{g\beta H^4 q''}{\nu \alpha k_f} \quad (2.17)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.18)$$

¹Ver Zhong *et al.* (1985) para considerações sobre os limites de validade da aproximação de Boussinesq.

As Equações (2.13) a (2.16) estão submetidas às condições de contorno apresentadas abaixo na sua forma adimensional para cada configuração de cavidade:

$$\text{Cavidade 0-1} \left\{ \begin{array}{l} X = 0 \rightarrow U = V = 0, \quad \theta = 0 \\ X = 1 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \\ Y = 0 \rightarrow U = V = 0, \quad \theta = 1 \\ Y = 1 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} (2.19a) \\ (2.19b) \\ (2.19c) \\ (2.19d) \end{array}$$

$$\text{Cavidade 0-1q} \left\{ \begin{array}{l} X = 0 \rightarrow U = V = 0, \quad \theta = 0 \\ X = 1 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \\ Y = 0 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 1 \\ Y = 1 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} (2.20a) \\ (2.20b) \\ (2.20c) \\ (2.20d) \end{array}$$

$$\text{Cavidade 1-0} \left\{ \begin{array}{l} X = 0 \rightarrow U = V = 0, \quad \theta = 1 \\ X = 1 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \\ Y = 0 \rightarrow U = V = 0, \quad \theta = 0 \\ Y = 1 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} (2.21a) \\ (2.21b) \\ (2.21c) \\ (2.21d) \end{array}$$

$$\text{Cavidade 1q-0} \left\{ \begin{array}{l} X = 0 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 1 \\ X = 1 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \\ Y = 0 \rightarrow U = V = 0, \quad \theta = 0 \\ Y = 1 \rightarrow U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} (2.22a) \\ (2.22b) \\ (2.22c) \\ (2.22d) \end{array}$$

Na região do sólido $U = V = 0$, enquanto que na interface entre o bloco e o fluido são válidas as condições de compatibilidade dadas pelas Equações (2.23) e (2.24):

$$\theta = \theta_s \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} = k^* \frac{\partial \theta_s}{\partial n} \quad (2.24)$$

onde n é a direção normal a superfície sólida e k^* é a razão adimensional das condutividades definida como $k^* = k_s/k_f$.

A avaliação da transferência de calor na cavidade é feita através do número de Nusselt global, Nu . Definido para as paredes com temperatura constante de acordo com a Equação (2.25).

$$Nu = \frac{Q}{k_f(T_1 - T_0)} \quad (2.25)$$

onde Q representa a transferência de calor global entre as paredes aquecida e resfriada, sendo definida para a cavidade 0-1 pela Equação (2.26).

$$Q = \int_0^H k_f \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = - \int_0^L k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (2.26)$$

As Equações (2.25) e (2.26) podem ser combinadas e reescritas na forma adimensional resultando nas Equações (2.27) e (2.28), utilizadas para o cálculo do número de Nusselt nas paredes resfriada e aquecida, respectivamente, da cavidade 0-1.

$$Nu_0 = \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0} dY, \quad \text{para } X = 0 \quad (2.27)$$

$$Nu_1 = - \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} dX, \quad \text{para } Y = 0 \quad (2.28)$$

Para a condição de parede com fluxo de calor constante, o número de Nusselt global é definido pela Equação (2.29).

$$Nu = \frac{Q}{k_f(\bar{T}_1 - T_0)} \quad (2.29)$$

onde $Q = q''L$ para a cavidade 0-1q e \bar{T}_1 é definido na parede horizontal aquecida pela Equação (2.30).

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{L} \int_0^L T(x, 0) dx \quad (2.30)$$

As Equações (2.29) e (2.30) podem ser combinadas e reescritas na forma adimensional resultando na Equação (2.31), utilizada no cálculo do número de Nusselt na parede aquecida da cavidade 0-1q.

$$Nu_1 = \frac{1}{\int_0^1 \theta \Big|_{Y=0} dX}, \quad \text{para } Y = 0 \quad (2.31)$$

As Equações (2.27), (2.28) e (2.31) podem ser desenvolvidas de forma análoga para as cavidades 1-0 e 1q-0, respectivamente. Para que a conservação de energia na cavidade seja satisfeita, o número de Nusselt global calculado nas paredes aquecida e resfriada devem ser iguais, assim, $-Nu_1 = Nu_0$.

A visualização do escoamento e transferência de calor na cavidade é feita a partir das isolinhas de temperatura, função corrente e função de calor (Kimura e Bejan, 1983). A função corrente e função de calor são definidas de acordo com as Equações (2.32) e (2.33), respectivamente:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = u \quad \text{e} \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -v \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y} = \rho c_p u (T - T_r) - k \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{e} \quad \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} = -\rho c_p v (T - T_r) + k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.33)$$

onde $T_r = T_0$ (Bejan, 1995, p. 24). Em sua forma adimensional as Equações (2.32) a (2.33) podem ser reescritas de acordo com as Equações (2.34) e (2.35):

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial Y} = U \quad \text{e} \quad \frac{\partial \psi^*}{\partial X} = -V \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}^*}{\partial Y} = U\theta - \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad \text{e} \quad \frac{\partial \mathcal{H}^*}{\partial X} = -V\theta + \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (2.35)$$

$$\text{onde } \mathcal{H}^* = \frac{\mathcal{H}}{k(T_1 - T_0)} \quad \text{e} \quad \psi^* = \frac{\psi}{\alpha}.$$

2.3 Método de solução

Nessa seção é apresentado o método utilizado para solucionar as equações governantes do problema, assim como as equações referentes ao número de Nusselt, função corrente e de calor. A solução das Equações (2.13) a (2.16) é obtida de forma numérica empregando-se o Método dos Volumes de Controle em conjunto com o esquema *Power-law* (Patankar, 1980) na discretização das equações. A discussão detalhada dos esquemas e métodos de discretização utilizados está fora do escopo desse texto e pode ser encontrada de forma consolidada na literatura (Patankar (1980); Versteeg e Malalasekera (2007)). São apresentados aqui apenas os pontos particulares do trabalho como a definição da malha e o tratamento dado às condições de contorno.

Um esquema da malha computacional utilizada na discretização das equações é mostrado na

Figura 2.3. As equações governantes são discretizadas em uma malha estruturada e uniforme para todo o domínio. A região do sólido é definida de forma que a interface fluido-sólido coincida com a fronteira do volume de controle, ou seja, cada volume está completamente contido em uma única região de fluido ou sólido. As componentes u e v da velocidade são alocadas em malhas secundárias deslocadas (*staggered grid*) de forma que essas grandezas sejam conhecidas nas fronteiras dos volumes da malha principal como mostrado na Figura 2.3. As demais propriedades são alocadas no centro de cada volume de controle da malha principal, representadas na Figura 2.3 pela propriedade genérica ϕ . Os volumes da malha principal localizados nas fronteiras possuem um nó em seu centro e outro localizado na fronteira do domínio. O ponto de coordenada $(1, 1)$ da malha principal é localizado no vértice inferior esquerdo do domínio.

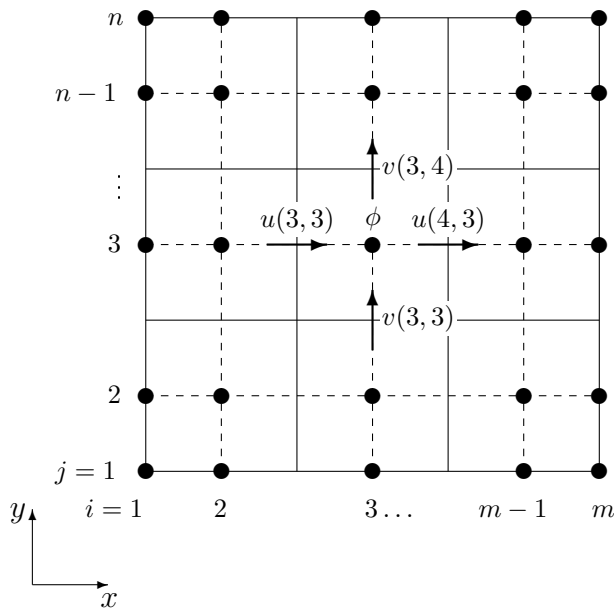


Figura 2.3: Malha computacional utilizada em todo o domínio.

Antes de descrever os tratamentos dados às condições de contorno, é conveniente expressar as equações de conservação na sua forma genérica com relação à conservação de uma propriedade ϕ . Para o caso bidimensional em regime permanente, essa equação pode ser escrita em sua forma conservativa com Γ_ϕ constante de acordo com a Equação (2.36):

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \Gamma_\phi \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + S_\phi \quad (2.36)$$

onde os termos do lado esquerdo da equação correspondem ao transporte advectivo da propriedade ϕ e os dois primeiros termos do lado direito correspondem ao transporte difusivo dessa propriedade, sendo Γ_ϕ o coeficiente de transporte difusivo, e o último termo da equação representa um termo fonte. A Equação (2.36) é utilizada para representar as equações de conservação a partir da atribuição de valores específicos para as variáveis ϕ , Γ , ρ e S . A representação das Equações (2.13) a (2.16), por exemplo, é feita atribuindo-se os valores mostrados na Tabela 2.1 às variáveis da Equação (2.36) para cada equação de conservação indicada na tabela.

Tabela 2.1: Valores de ϕ , Γ , ρ e S para as equações de conservação.

Princípio de conservação	ϕ	ρ	Γ	S
Massa (Equação (2.13))	1	1	0	0
Movimento em X (Equação (2.14))	U	1	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Movimento em Y (Equação (2.15))	V	1	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + RaPr\theta$
Energia (Equação (2.16))	θ	1	1	0

O programa computacional utilizado na solução do problema estudado foi construído para solucionar a Equação (2.36) discretizada em sistemas bidimensionais de coordenadas cartesianas ou cilíndricas, utilizando o algoritmo SIMPLE no acoplamento pressão-velocidade e o método TDMA na solução dos sistemas de equações. O código fonte do programa está implementado em linguagem FORTRAN e permite a modificação de suas sub-rotinas de forma a adequar a Equação (2.36) ao problema desejado, bem como a implementação das devidas condições de contorno. O programa utiliza em seus cálculos apenas o nós internos da malha, ou seja, na malha principal os pontos utilizados no processo de cálculo vão da coordenada $(2, 2)$ a $(m - 1, n - 1)$ mostrada na Figura 2.3, para as malhas deslocadas que armazenam as velocidades esses pontos vão de $U(3, 2)$ e $V(2, 3)$ a $U; V(m - 1, n - 1)$.

A partir dessas características de malha e procedimento de solução pode-se dar o tratamento adequado aos pontos na fronteira do domínio para cada condição de contorno específica. Nas condições de contorno de primeira espécie, o valor da variável ϕ_b é definido diretamente em cada nó da fronteira, como o programa utiliza apenas os nós internos em seus cálculos o valor de ϕ_b é preservado durante os cálculos. Esse tratamento é utilizado nas paredes da cavidade com temperatura definida e condição de não deslizamento. Nas condições de contorno de segunda espécie, onde um fluxo difusivo é definido em uma ou mais superfícies do volume na fronteira do domínio, é adotado o tratamento que adiciona termos fonte a esses volumes. No volume da fronteira esquerda da malha

mostrada na Figura 2.3, por exemplo, o nó à esquerda do volume é “desconectado” do nó central, o que pode ser feito definindo $\Gamma_\phi = 0$, e à equação discretizada naquele volume é adicionado um termo fonte equivalente ao fluxo difusivo na fronteira. A variável ϕ_b alocada no nó que fica na fronteira do volume é calculada após o término do processo iterativo em função do fluxo e da variável ϕ alocada no nó central do mesmo volume. Nas fronteiras onde fluxo difusivo é igual a zero, como nas paredes adiabáticas, naturalmente, o termo fonte adicional é nulo e a condição de contorno é obtida apenas definindo $\Gamma_\phi = 0$ e, posteriormente, $\phi_b = \phi$.

A região do sólido no interior da cavidade requer um tratamento especial associado aos volumes contidos nessa região para que as equações governantes possam ser utilizadas em todo o domínio, não sendo necessária a solução em separado das duas regiões. Uma vez que o coeficiente Γ na Equação (2.36) representa a viscosidade do fluido nas equações de conservação da quantidade de movimento, a atribuição de um valor de grande magnitude a esse coeficiente representaria então um fluido de alta viscosidade. Em termos numéricos, fazendo $\Gamma_\phi \rightarrow \infty$ na região do sólido faz com que $U; V \rightarrow 0$ nessa região, que passa a se comportar como um sólido governado apenas pelo termo difusivo da Equação (2.16). Assim, a Equação (2.36) pode ser solucionada em todo o domínio se ajustando automaticamente à região do sólido enquanto que a interface fluido-sólido se torna apenas um ponto interior do domínio tratado da mesma forma que as demais interfaces entre volumes. No que tange a essas interfaces, uma característica comum aos problemas de transferência de calor conjugada é a abrupta variação do coeficiente de transporte difusivo entre regiões com diferentes materiais. É o caso do presente trabalho onde a condutividade térmica é aumentada em até 100 vezes ($k^* = 100$) de um nó que se encontra na região do fluido para outro na região do sólido. A condutividade é armazenada nos nós dos volumes da malha principal, porém, para o cálculo do fluxo difusivo que cruza a fronteira de dois volumes adjacentes, é necessário que essa propriedade seja determinada também na interface entre os dois volumes. No programa computacional o coeficiente difusivo Γ , que na equação de conservação da energia representa a condutividade térmica, é determinado na interface dos volumes através da média harmônica (Patankar, 1980, p. 44) entre os dois coeficientes definidos nos nós dos volumes adjacentes.

O campo de temperaturas na região próxima ao canto inferior esquerdo da cavidade é determinado pelo regime de condução pura entre as paredes adjacentes devido às baixas velocidades locais provocadas pela condição de não deslizamento nas paredes. Na condição de contorno onde ambas as paredes são definidas com temperatura constante, o ponto de interseção dessas paredes é uma singularidade que torna o cálculo do fluxo de calor local não integrável como apontado por November e Nansteel (1987). Muito embora esse ponto não entre nos cálculos numéricos dos cam-

pos de temperatura, ele é utilizado na determinação do fluxo de calor na parede, necessário para o cálculo do número de Nusselt de acordo com as Equações (2.27) e (2.28). Portanto, é necessário que algum tratamento seja dado a esta singularidade para que o problema seja contornado. Nesse trabalho, nas cavidades aquecidas e resfriadas com temperatura constante, a temperatura no ponto de singularidade, o nó (1,1) da malha computacional, é definida como igual a média entre as temperaturas das duas paredes, enquanto que os nós adjacentes a este são mantidos a temperatura das respectivas paredes como mostrado na Figura 2.4 para a cavidade 0-1. Esse procedimento mantém ainda a dependência do fluxo calculado na parede ao refinamento da malha. Essa dependência é maior para baixos números de Rayleigh e diminui com o refinamento da malha como apontado por Ganzarolli e Milanez (1995). Na determinação do número de Nusselt de acordo com as Equações (2.27) e (2.28), o termo dentro da integral é calculado utilizando-se o nó na fronteira e dois nós internos da malha através da expansão do termo em série de Taylor. A regra do trapézio é utilizada na integração numérica das Equações (2.27), (2.28) e (2.31).

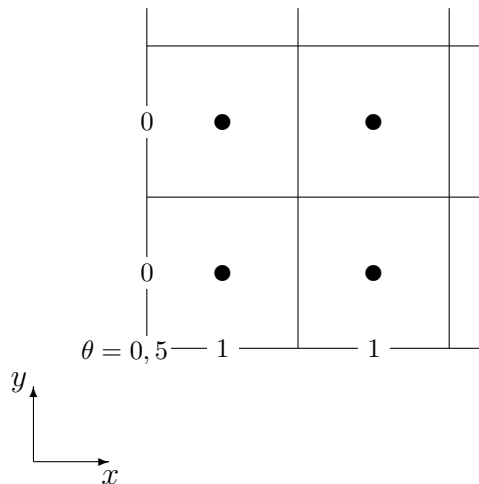


Figura 2.4: Tratamento dado a singularidade do ponto (1, 1) da malha.

A visualização do escoamento e fluxo de energia é feita através das isolinhas de função corrente e calor definidas pelas Equações (2.32) e (2.33). A determinação dos valores das funções é feita através da integração das respectivas equações em sua forma adimensional, adotando $\psi(1, 1) = \mathcal{H}(1, 1) = 0$ como valores de referência (Zhao *et al.*, 2007a). Uma vez determinado o valor de cada função na coordenada (1,1) da malha, a integração das equações definidas por $\partial\psi^*/\partial X$ e $\partial\mathcal{H}^*/\partial X$ é realizada ao longo do eixo $(X,0)$. Nesse procedimento, o valor de ambas as funções é alocado no vértice de cada volume ao longo do eixo X . O armazenamento desses valores nessa

posição torna mais simples a integração posterior das equações definidas por $\partial\psi^*/\partial Y$ e $\partial\mathcal{H}^*/\partial Y$ ao longo do eixo Y . Esse segundo procedimento de integração é realizado na fronteira de cada volume de controle, alocando os valores de ψ^* e \mathcal{H}^* no ponto médio da interface de cada volume. A Figura 2.5 mostra os locais onde são armazenados os valores de ψ^* e \mathcal{H}^* na malha computacional. O perfil do tipo *step-wise* é adotado na região de cada volume. Na integração ao longo do eixo X , o fluxo de calor da Equação (2.35) é calculado por diferenças finitas avançadas utilizando o ponto da fronteira e um ponto interno da malha, por sua vez, na integração ao longo do eixo Y o fluxo de calor é calculado por diferenças finitas centrais utilizando as temperaturas dos pontos adjacentes alocadas na malha principal. A condutividade térmica na interface de cada volume é determinada através da média harmônica. Quando necessário, o valor de θ no primeiro termo da Equação (2.35) é determinado pela média aritmética entre os pontos adjacentes da malha principal.

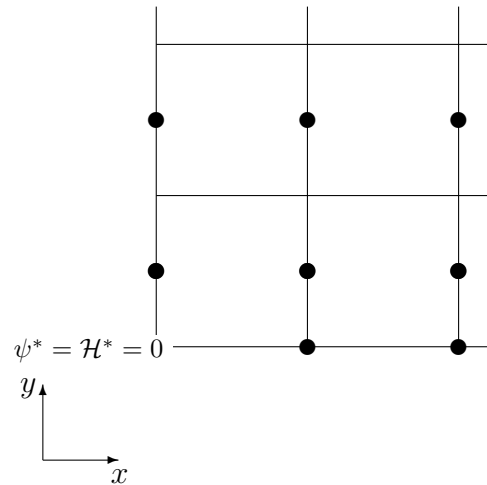


Figura 2.5: Locais de armazenamento dos valores de função corrente e de calor.

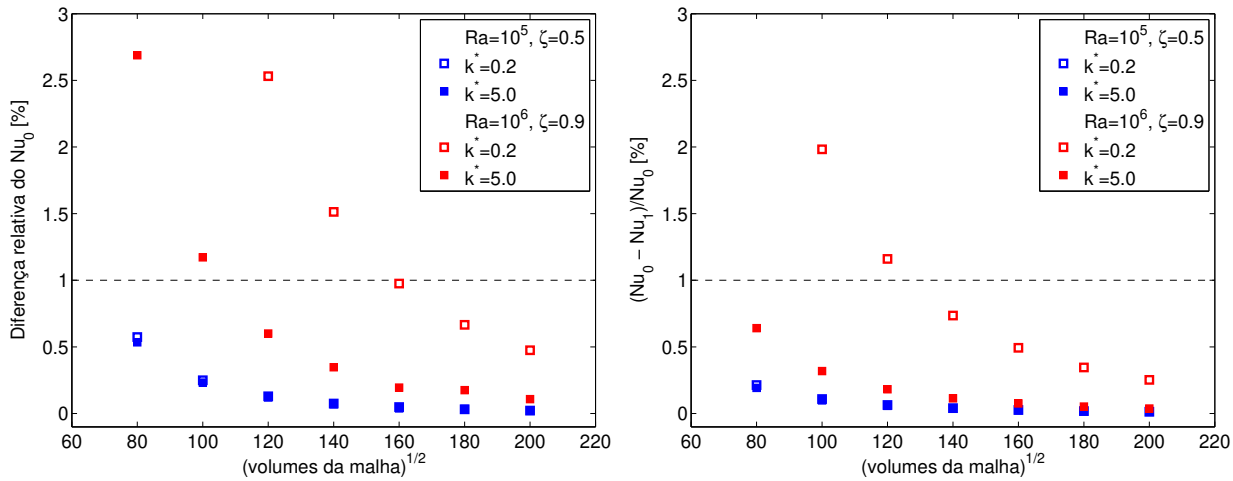
2.3.1 Validação do código e estudo de malha

Em todos os casos apresentados nesse trabalho, o processo de solução iterativo é iniciado a partir de um campo arbitrário de ϕ e a convergência é alcançada quando a condição estipulada pela Equação (2.37) é satisfeita.

$$\sum_{i,j} \frac{|\phi_{ij}^k - \phi_{ij}^{k+1}|}{\phi_{ij}^k} \leq \varepsilon \quad (2.37)$$

onde ϕ representa as variáveis U , V e θ em uma coordenada (i, j) da malha, k é o número da iteração e ε é o critério de convergência adotado de 10^{-7} . Atingida a convergência, a malha é refinada com base na diferença relativa do número de Nusselt entre as duas malhas consecutivas testadas, quando essa diferença for inferior a 1% a malha imediatamente anterior a última testada é escolhida e utilizada em todos os casos de uma determinada configuração de cavidade. Nas cavidades definidas com temperatura constante em ambas as paredes, os números de Nusselt são definidos pelas Equações (2.25) e (2.26), portanto, os valores de Nusselt calculados em ambas as paredes devem convergir para um mesmo valor na medida em que a malha é refinada. A comparação entre esses dois valores serve como mais um parâmetro para a verificação da convergência da solução do problema.

A fim de validar o código utilizado, os resultados obtidos para o número de Nusselt médio na parede fria são comparados com resultados da literatura para o problema de transferência de calor em cavidades com sólido interno. A Figura 2.6(a) mostra a diferença relativa do Nusselt em relação às malhas testadas para uma cavidade aquecida e resfriada pelas laterais com temperatura constante e sólido interno condutor. Os valores apresentados na figura correspondem a diferença relativa entre o Nu_0 calculado na malha indicada no eixo das abscissas e àquele calculado na malha imediatamente anterior. Na mesma figura verifica-se que um maior refinamento da malha é necessário quando se aumenta o número de Rayleigh e o tamanho do bloco ou se reduz a sua condutividade. No estudo de malha da cavidade aquecida pela lateral mostrada na Figura 2.6(a), quando o número de volumes da malha é aumentado de 140×140 para 160×160 , a variação do número de Nusselt calculado na cavidade é inferior a 1%. Na Figura 2.6(b) é mostrada a diferença entre o número de Nusselt calculado nas paredes resfriada e aquecida. A figura mostra que para uma malha de 140×140 a diferença entre os valores calculados na parede resfriada e aquecida é inferior a 1%, mostrando a convergência do Nu_0 e Nu_1 para um mesmo valor na medida em que a malha é refinada. Assim, com base nos resultados mostrados nas duas figuras, os valores de Nusselt utilizados na validação do código são determinados em uma malha de 140×140 volumes. Esses números são apresentados na Tabela 2.2 em conjunto com outros valores encontrados na literatura mostrando boa concordância.



(a) Diferença no Nu_0 com refinamento da malha.

(b) Diferença entre Nu_0 e Nu_1 .

Figura 2.6: Estudo de malha para a cavidade aquecida pela lateral com sólido interno e $Pr = 0, 71$.

Tabela 2.2: Comparação dos resultados de Nu para a cavidade aquecida lateralmente com sólido interno.

	Ra=10 ⁵ e ζ=0,5		Ra=10 ⁶ e ζ=0,9	
	$k^* = 0, 2$	$k^* = 5, 0$	$k^* = 0, 2$	$k^* = 5, 0$
Presente	4,632	4,327	2,497	3,840
House <i>et al.</i> (1990)	4,624	4,324	2,402	3,868
Merrikh e Lage (2005b)	4,605	4,280	2,352	—
Bhave <i>et al.</i> (2006)	4,645	4,338	2,326	—
Zhao <i>et al.</i> (2007b)	4,660	4,362	2,503	—
Qiu <i>et al.</i> (2013)	4,615	4,302	2,437	3,907

Após a validação do código utilizado é realizado um estudo de malha para cada uma das configurações de cavidade investigadas no trabalho. Durante esse estudo foi verificado que a dependência do Nusselt quanto à malha aumenta com o número de Rayleigh e o tamanho do bloco, sendo esta maior para o bloco adiabático. Essa maior dependência pode ser explicada pelo aumento dos gradientes de temperatura e velocidade devido ao aumento do número de Rayleigh e pela redução do número de volumes nos canais formados entre o bloco e as paredes da cavidade na medida em que o bloco aumenta de tamanho, exigindo assim uma malha mais refinada. Por outro lado, a convergência entre os números de Nusselt calculados nas paredes aquecida e resfriada nas cavidades 0-1 e 1-0 é alcançada na cavidade com bloco adiabático com um número menor de volumes na malha quando comparado à cavidade com bloco condutor. Essa convergência nas cavidades

com bloco condutor mostrou-se dependente principalmente do valor de ε adotado para o critério de convergência definido na Equação (2.37) como mostrado na Figura 2.7. O valor de adotado de $\varepsilon = 10^{-7}$ resulta numa diferença entre Nu_0 e Nu_1 inferior à 1% para os casos estudados.

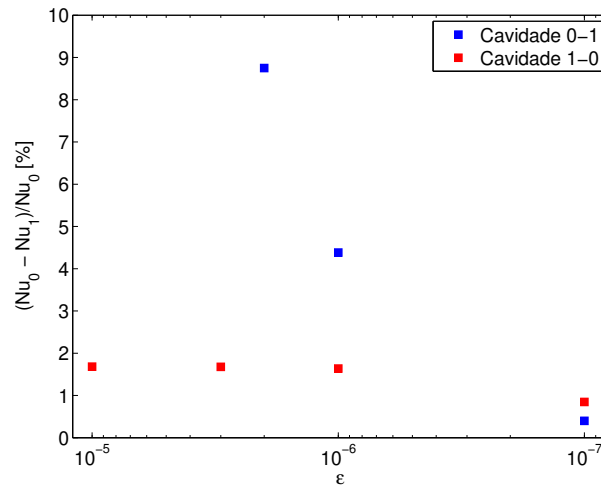
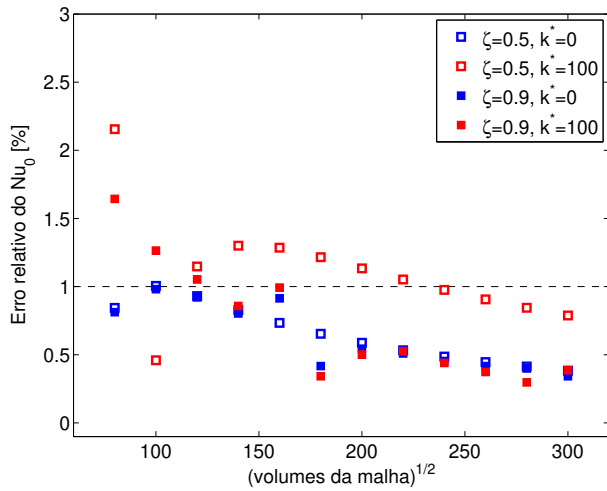
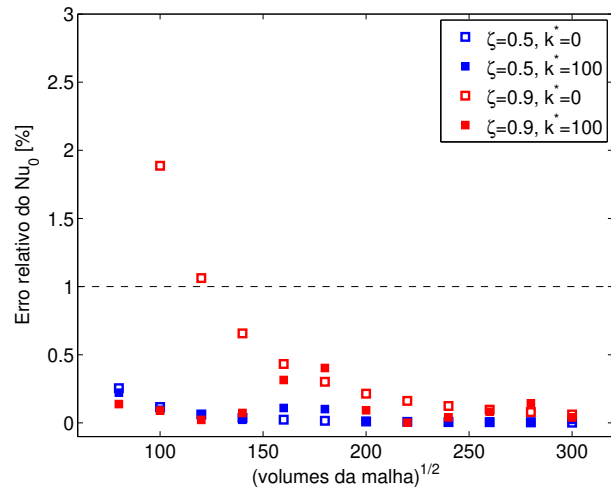


Figura 2.7: Diferença relativa entre Nu_0 e Nu_1 em função de ε na cavidade com $Ra = 10^6$, $Pr = 0,7$, $\zeta = 0,9$ e $k^* = 100$.

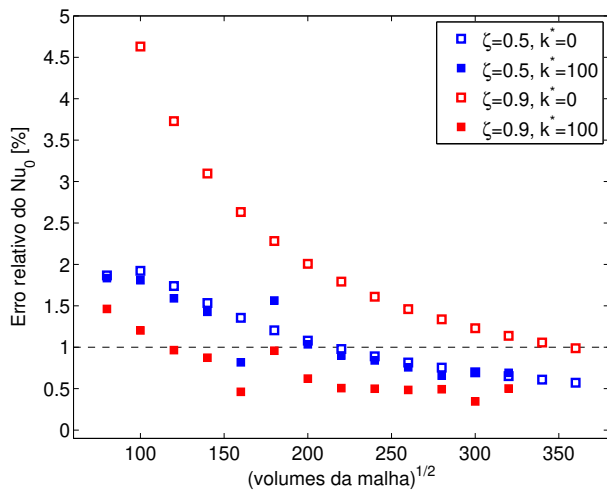
O estudo de malha realizado para cada uma das configurações de cavidade propostas no trabalho é mostrado na Figura 2.8. Em todas as configurações um maior número de volumes de controle foi exigido para a cavidade com $Ra = 10^6$, $\zeta = 0,9$ e bloco adiabático para que o critério estabelecido pela variação do número de Nusselt inferior a 1% entre duas malhas consecutivas testadas fosse atendido. Na Figura 2.8 são apresentados resultados para $Ra = 10^6$ com bloco adiabático e condutor de tamanhos $\zeta = 0,5$ e $\zeta = 0,9$. As curvas de refinamento apresentam uma pequena descontinuidade nas malhas 160x160 e 180x180 para um bloco condutor em todas as configurações de cavidade, as demais curvas apresentam comportamento monotônico com o refinamento da malha. As curvas de Nu_0 para as cavidades 0-1q e 1q-0 mostradas nas Figuras 2.8(b) e 2.8(d), respectivamente, apresentam uma menor variação do número de Nusselt em função da malha quando comparados com as cavidades 0-1 e 1-0 (Figura 2.8(a) e 2.8(c), respectivamente). Com base no conjunto de testes e adotando o critério definido no início dessa seção, são adotadas nesse trabalho as malhas de 220x220 na cavidade 0-1, 120x120 na cavidade 0-1q, 340x340 na cavidade 1-0 e 120x120 na cavidade 1q-0.



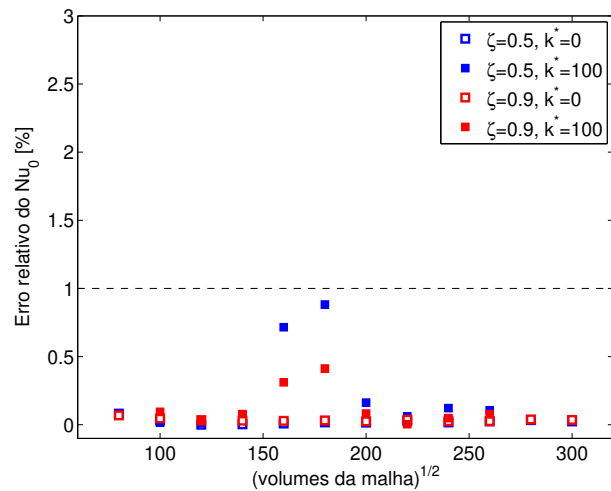
(a) Cavity 0-1



(b) Cavity 0-1q



(c) Cavity 1-0



(d) Cavity 1q-0

Figura 2.8: Estudo de malha para a cavidade aquecida e resfriada pelas paredes adjacentes com sólido interno e $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$.

3 CAVIDADE AQUECIDA POR BAIXO E RESFRIADA PELA PAREDE ADJACENTE

Nesse capítulo são apresentados e discutidos os resultados com relação a cavidade aquecida pela parede inferior e resfriada pela parede adjacente com sólido interno. Inicialmente será apresentada a cavidade 0-1, sem o bloco, para fins de referência nas discussões posteriores. Em seguida, a cavidade 0-1 e 0-1q com o bloco interno são discutidas abordando a influência do tamanho do bloco e de sua condutividade nos campos de velocidade e temperatura e transferência de calor. Serão mostrados resultados em uma faixa de número de Rayleigh de 10^3 - 10^6 e número de Prandtl de 0,7 e 7,0. Nos gráficos de campo de temperatura, função corrente e de calor serão plotadas nove isolinhas igualmente espaçadas formando dez intervalos entre os seus respectivos valores de máximo e mínimo.

3.1 Cavidade sem sólido interno

Alguns autores realizaram estudos sobre cavidades com condições de contorno e geometria semelhantes às da cavidade 0-1 ou 0-1q sem bloco. Esses trabalhos apresentam discussões detalhadas sobre o tema com diferentes abordagens (November e Nansteel (1987), Ganzaroli e Milanez (1995), Aydin *et al.* (1999) e Basak *et al.* (2006)). Nessa seção é apresentada uma breve discussão com a função de servir como referência para os resultados a serem discutidos nas seções seguintes.

Na cavidade 0-1 sem bloco, o fluido é resfriado na parede fria e o gradiente de temperatura formado é normal ao vetor aceleração da gravidade (Figuras 3.1(a) a 3.1(d)). Essa configuração entre o gradiente de temperatura e o vetor gravidade próximo à parede resfriada gera o movimento descendente do fluido. Esse movimento permanece até que a massa de fluido encontre a parede quente onde é aquecido e desacelerado, mudando de direção. Na estratificação termicamente instável, o fluido quente tende a subir enquanto o fluido frio desce quando ultrapassado um valor crítico do número de Rayleigh. Apesar do gradiente termicamente instável formado na região inferior da cavidade, isto é, quando o gradiente de temperatura tem a mesma direção e sentido do vetor aceleração da gravidade, o fluido é acelerado e permanece escoando junto à parede até mudar novamente de direção quando encontra a parede adiabática. O fluido ascende ao encontrar a parede adiabática até mudar de direção novamente quando encontra a parede superior. Nessa região, como apontado

em Ganzarolli (1991, p. 61), a força de empuxo é da mesma ordem de grandeza da força gerada pelo excesso de pressão p_m , o que pode ser visto considerando $v \sim 0$ nas Equações (2.2) e (2.11). À medida que o fluido se aproxima da parede fria e $T \rightarrow T_0$, o termo de empuxo $\rho g(T - T_0)$ diminui causando o desequilíbrio dessas duas forças. Esse desequilíbrio faz com que o fluido acelere novamente para baixo escoando junto à parede fria fechando assim o escoamento na cavidade.

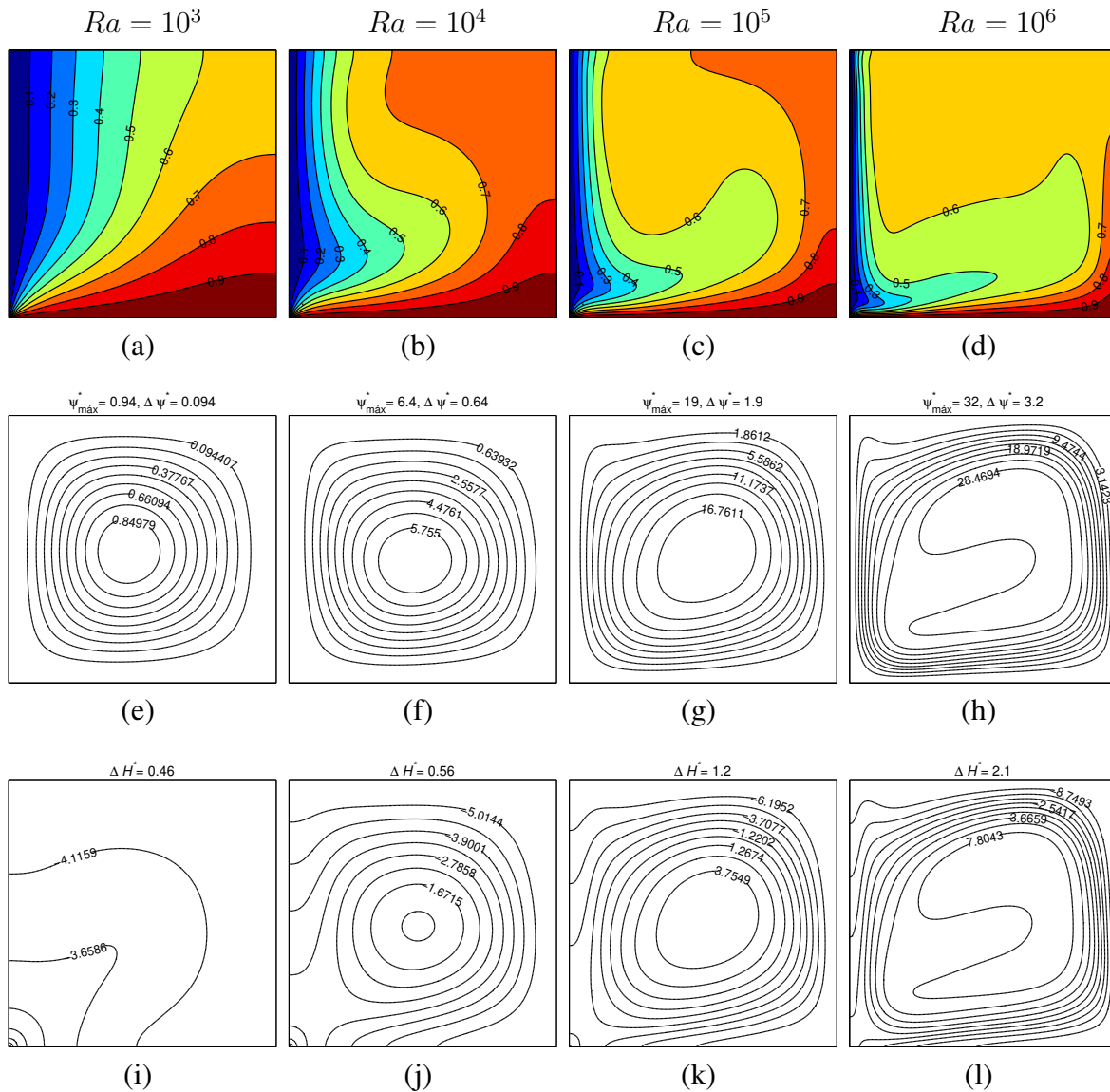


Figura 3.1: Isolinhas de (a-d) temperatura, (e-h) função corrente e (i-l) função de calor para cavidade 0-1 sem bloco com $Ra = 10^3$ a 10^6 e $Pr = 0, 7$.

Os campos de temperatura mostrados nas Figuras 3.1(a) a 3.1(d) indicam a tendência de for-

mação de camadas limite térmicas nas paredes resfriada e aquecida com o aumento do número Rayleigh. Para $Ra = 10^3$ (Figura 3.1(a)) o campo de temperatura se aproxima da condução pura, com as isotermas apresentando forma próxima da simetria diagonal. Com o aumento do fluxo convectivo essa simetria desaparece e as isotermas são comprimidas nas paredes de temperatura constante, deixando mais evidente a formação das camadas limite. No vértice inferior direito da cavidade, o fluido aquecido ascende junto à parede vertical adiabática formando uma região de temperatura homogênea no quadrante superior direito da cavidade. À medida que o número de Rayleigh aumenta, a circulação de fluido no núcleo da cavidade tende a uniformizar suas temperaturas formando uma região de temperatura aproximadamente homogênea que toma quase toda a metade superior da cavidade (Figura 3.1(d)). Esse processo leva a redução na diferença de temperatura entre as paredes verticais ao longo do eixo vertical da cavidade.

Ao atingir o regime permanente a cavidade apresenta escoamento em uma única célula girando em sentido anti-horário (Figuras 3.1(e) a 3.1(h)). As formas das linhas de corrente na cavidade sugerem a formação de jatos nas paredes onde a temperatura é constante. Com o aumento do número de Rayleigh e, em consequência, do fluxo convectivo, as linhas de corrente vão se adensando próximas às paredes da cavidade. As zonas de maior velocidade U e V se deslocam de uma região aproximadamente na metade das paredes aquecida e resfriada em direção ao canto inferior esquerdo da cavidade, notado pelo estreitamento das linhas de corrente nessas regiões.

A baixa velocidade do fluido devido à condição de não deslizamento e o forte gradiente de temperatura no canto inferior esquerdo da cavidade fazem com que parte do fluxo de energia que deixa a parede quente encontre a parede fria sem circular pelo entorno da cavidade. Esse padrão pode ser visto para $Ra < 10^5$ através das isolinhas de calor que formam um quarto de círculo conectando as paredes aquecida e resfriada (Figuras 3.1(i) e 3.1(j)). Com o aumento do escoamento essa região no canto diminui e o fluxo de energia que deixa a parede aquecida passa a circular por toda a cavidade até chegar à parede resfriada (Figuras 3.1(k) e 3.1(l)). Na medida em que o escoamento aumenta no interior da cavidade, as linhas de energia constante vão se tornando semelhantes às linhas de corrente. Essas linhas se agrupam junto às paredes formando canais onde, de maneira análoga as linhas de corrente, o fluxo energético é mais intenso. Dessa forma é válido considerar, como proposto em Ganzarolli (1991, p. 60), que para, $Ra > 10^4$, o escoamento na cavidade pode ser qualitativamente descrito por quatro jatos conectados pelos vértices girando em sentido anti-horário em torno de um núcleo de menor velocidade.

Na cavidade aquecida por fluxo constante, 0-1q, a temperatura da parede aquecida aumenta

no sentido do crescimento da coordenada X , a partir da temperatura da parede fria. Essa característica resulta na alteração das isothermas que deixam a parede aquecida da cavidade (Figura 3.2(a)). As principais características de escoamento apontadas para a cavidade 0-1 são também válidas para a cavidade 0-1q. Como resultado, ambas as cavidades apresentam padrões de isolinhas de função corrente e de calor bastante semelhantes (Figura 3.2(b) e 3.2(c)), sendo a magnitude de $\psi_{máx}$ do escoamento na cavidade 0-1q menor com relação a cavidade 0-1 para o mesmo número de Rayleigh.

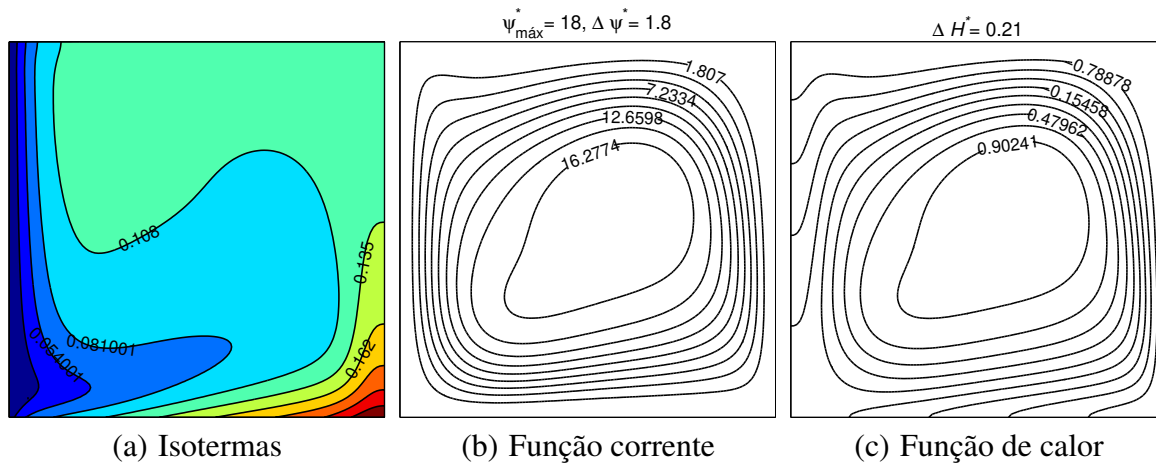


Figura 3.2: Isolinhas para cavidade 0-1q sem bloco com $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$.

Uma análise de escala semelhante à apresentada em Bejan (1995, p. 220), pode ser empregada para a cavidade atual como proposto em Ganzarolli e Milanez (1995). Aqui, apenas as principais conclusões dessa análise são apresentadas. Assim, para um fluido com $Pr \gtrsim 1$, em regime permanente, a análise mostra que as camadas limite térmica e viscosa formadas na parede resfriada e a velocidade v são, respectivamente, da ordem de:

$$\delta_T \sim H Ra^{-1/4} \quad (3.1)$$

$$\delta_\nu \sim \delta_T Pr^{1/2} \quad (3.2)$$

$$v \sim \frac{\alpha}{H} Ra^{1/2} \quad (3.3)$$

Seguindo com a mesma análise e considerando que o fluxo de calor na parede fria é da ordem de $Q \sim kH\Delta T/\delta_T$, partindo da definição do número de Nusselt (Equação (2.25)), têm-se que sua

ordem de grandeza é dada pela Equação (3.4):

$$Nu \sim Ra^{1/4} \quad (3.4)$$

Para a condição de aquecimento por fluxo constante, as escalas são dadas pelas Equações (3.5) a (3.7).

$$\delta_T \sim H \frac{L^{-1/5}}{H} Ra^{-1/5} \quad (3.5)$$

$$v \sim \frac{\alpha}{H} \frac{L^{2/5}}{H} Ra^{2/5} \quad (3.6)$$

$$Nu \sim \frac{L^{1/5}}{H} Ra^{1/5} \quad (3.7)$$

Considerando $\delta_T \ll H$, o limite para a validade das Equações (3.1) a (3.4) e (3.5) a (3.7) pode ser definido pela Equação (3.8) e (3.9), respectivamente:

$$Ra^{1/4} \gg 1 \quad (3.8)$$

$$\frac{L^{1/5}}{H} Ra^{1/5} \gg 1 \quad (3.9)$$

Um importante resultado da teoria de camada limite é que esta região (a camada limite) pode ser pensada como uma região distinta do restante do domínio, que não é afetado pelos gradientes de temperatura e velocidade que ocorrem dentro da camada limite (Bejan, 1995, p. 32). Dessa forma, dentro do domínio de validade apresentado em Ganzarolli e Milanez (1995), as escalas mostradas nas Equações (3.1) a (3.4) são válidas para a cavidade em estudo, caracterizando assim a existência de uma região próxima à parede que se distingue do escoamento no núcleo da cavidade.

3.2 Cavidade com sólido interno

Serão apresentados nesta seção os resultados para a cavidade 0-1 e 0-1q com sólido interno. Inicialmente os resultados para um bloco adiabático de tamanho variável são apresentados e discutidos com relação aos campos de velocidade e temperatura e transferência de calor na cavidade. Em

seguida os efeitos da condutividade térmica do sólido relativos a esses três temas são apresentados com as respectivas discussões.

3.2.1 Campos de velocidade e temperatura

Como mencionado na seção 3.1, para $Ra = 10^5$ e 10^6 a cavidade sem o bloco apresenta em sua região central velocidades bastante inferiores àquelas encontradas nas regiões próximas às paredes onde se concentram os maiores gradientes de temperatura. Essas regiões se tornam mais estreitas com o aumento do número de Rayleigh como visto pelo adensamento das linhas de corrente próximas às paredes mostrado nas Figuras 3.1(e) a 3.1(h), fazendo com que a região de menores velocidades no centro da cavidade cresça.

A Figura 3.3 mostra os perfis das componentes U e V da velocidade na região central da cavidade em $X = 0,5$ e $Y = 0,5$, respectivamente, com e sem o bloco adiabático. Percebe-se que para baixos valores de Rayleigh o campo de velocidades começa a sofrer alterações já para tamanhos de blocos da ordem de $\zeta = 0,1$ (Figura 3.3(a) e 3.3(d)), o que não ocorre para maiores números de Rayleigh (Figura 3.3(b) e 3.3(e)) onde o perfil das componentes U e V se mantém quase inalterado com relação à cavidade sem bloco. Nesse caso, para $Ra = 10^6$, com o aumento do bloco até $\zeta = 0,4$, a componente de velocidade V mantém ainda um perfil que se sobrepõe ao da cavidade sem bloco ao longo da maior parte dos canais esquerdo e direito, o mesmo ocorrendo para o canal inferior com relação a componente U (Figura 3.3(c) e 3.3(f)). Esse comportamento explica-se pelo fato de que para $Ra = 10^6$ o bloco mostrado nas Figuras 3.3(c) e 3.3(f) ocupa uma região onde, na cavidade sem bloco, as velocidades são muito inferiores àquelas encontradas nas regiões próximas às paredes. Portanto, o sólido inserido nessa região resulta em pequenas alterações nos perfis de velocidade da cavidade com bloco, quando comparados com a cavidade sem bloco. Na medida em que blocos maiores são inseridos na cavidade, os perfis de U e V assumem a forma típica de escoamento em canais tendo sua magnitude reduzida como mostrado nas Figuras 3.4(a) e 3.4(b). O bloco mostrado nessa figura alcança agora uma região onde, na cavidade sem bloco, as velocidades são altas se comparadas àquelas da região central da cavidade. Portanto, a inserção do bloco de tamanho mostrado na Figura 3.4 provoca uma maior diferença entre os perfis de velocidade das cavidades com bloco e sem bloco.

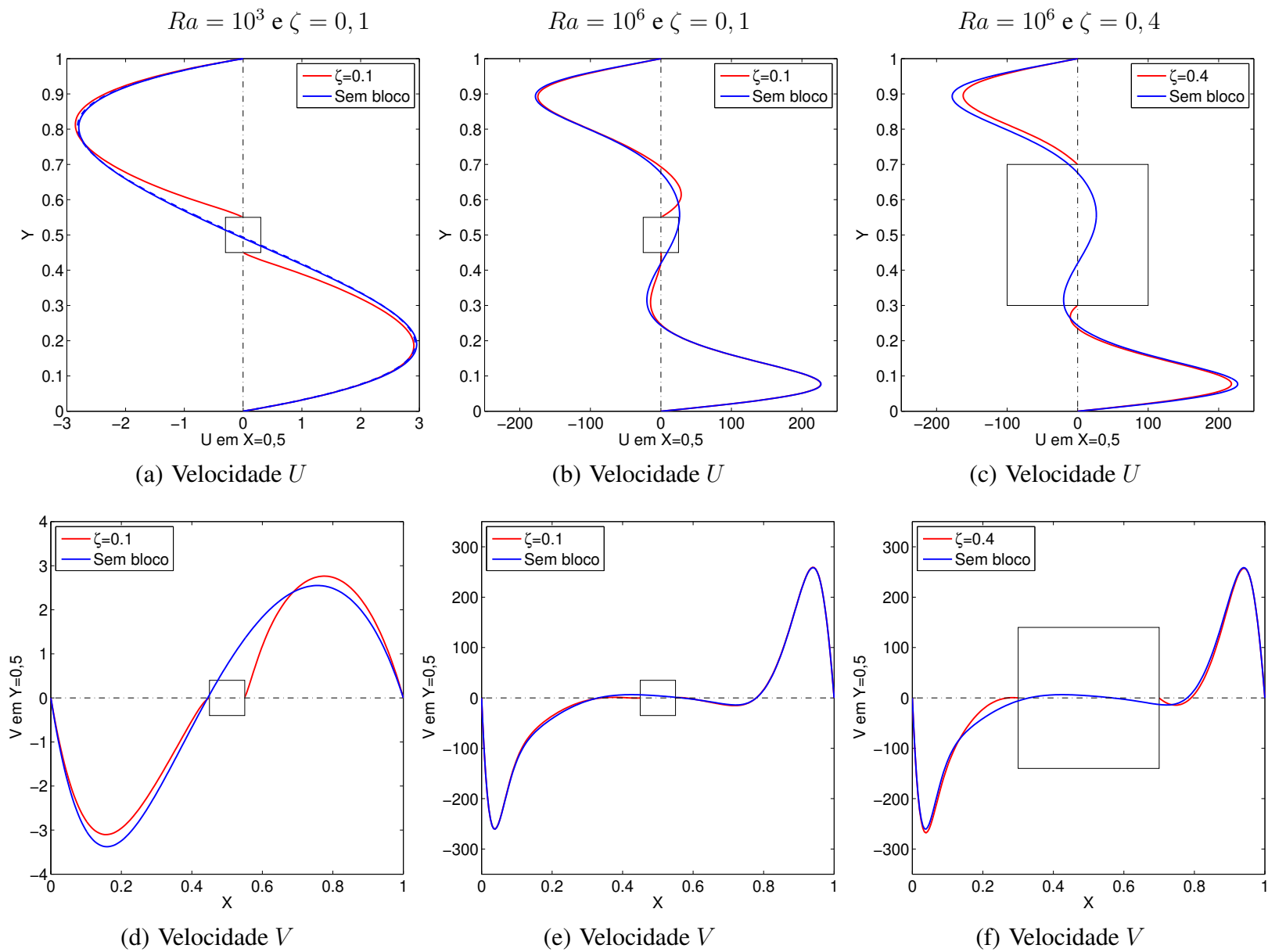


Figura 3.3: Perfis das componentes de velocidade U e V para a cavidade 0-1 e $Pr = 0, 7$.

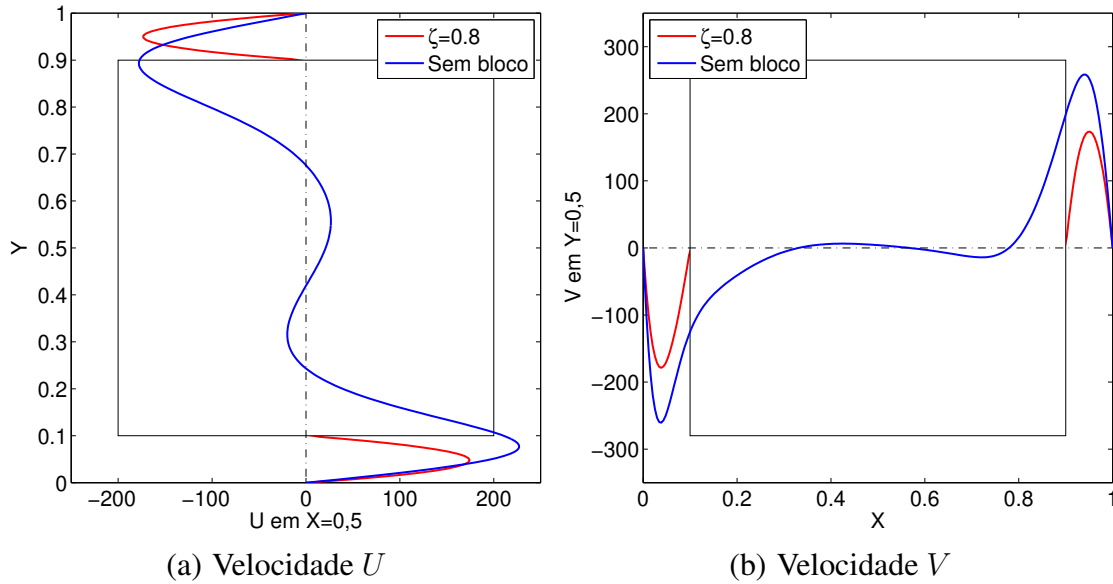


Figura 3.4: Perfis de velocidade para a cavidade 0-1 sem bloco com $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$.

A modificação do escoamento da cavidade devido ao bloco também pode ser percebida através das isolinhas de função corrente. A Figura 3.5 mostra essas isolinhas na cavidade com $Ra = 10^6$. O padrão das isolinhas da cavidade com um bloco $\zeta = 0,1$ inserido em seu centro (Figura 3.5(a)) pouco se diferencia daquele observado na cavidade sem bloco (Figura 3.1(h)). Na medida em que um bloco maior é inserido (Figura 3.5(b)) as isolinhas passam a circular o bloco apresentando um mesmo padrão, com isolinhas distribuídas uniformemente ao longo das seções transversais dos canais da cavidade. A formação desse padrão é dependente do número de Rayleigh e tamanho do bloco, quanto menor o número de Rayleigh, menor é o tamanho de bloco para o qual as isolinhas passam a apresentar esse formato.

A modificação dos perfis de velocidade e aspecto das isolinhas de função corrente são acompanhadas por alterações na magnitude do escoamento na cavidade. A Figura 3.6 mostra o comportamento da função corrente máxima da cavidade 0-1 e 0-1q. Em ambas as condições de aquecimento o valor de $\psi_{máx}$ é reduzido indicando a redução no escoamento na cavidade devido à inserção do bloco adiabático. As curvas para $Ra = 10^6$ nas Figuras 3.6(a) e 3.6(b) apresentam um comportamento diferente das demais, com uma queda mais suave na região inicial que se acentua com o aumento do bloco. Esse comportamento é o mesmo mostrado anteriormente através dos perfis de velocidade, onde a cavidade com maior número de Rayleigh permitia a inserção de blocos maiores sem grandes modificações nos perfis quando comparados à cavidade sem bloco.

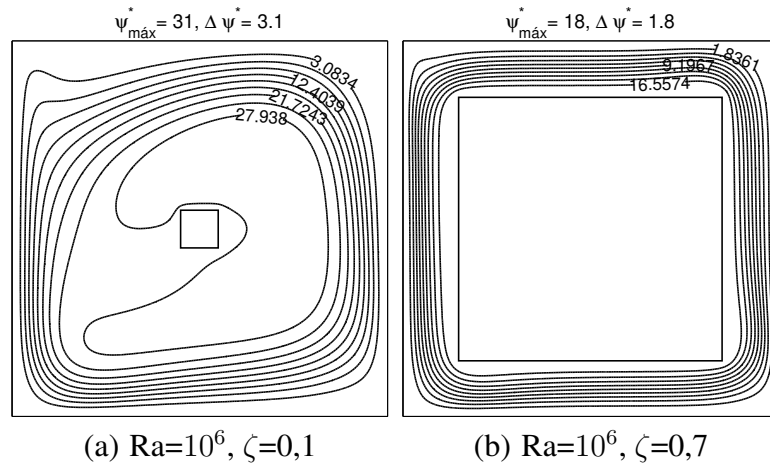


Figura 3.5: Isolinhas de função corrente para a cavidade 0-1 com bloco adiabático e $Pr = 0, 7$.

Com relação às condições de contorno de aquecimento, além do menor valor de $\psi_{m\acute{a}x}$ apontado anteriormente, a curva para $Ra = 10^6$ na cavidade 0-1q apresenta uma acentuada redução de $\psi_{m\acute{a}x}$ a partir de blocos menores quando comparado com a mesma curva na cavidade 0-1. Esse fato pode ser entendido quando se compara as isolinhas de função corrente das Figuras 3.1(h) e 3.2(b) que mostram que a região central da cavidade onde o fluido escoava com baixas velocidades é maior para a cavidade 0-1, permitindo que blocos maiores sejam inseridos sem efeitos significativos no seu escoamento. As Figuras 3.6(a) e 3.6(b) mostram também que a influência do número de Prandtl no valor de $\psi_{m\acute{a}x}$ é significativa apenas para $Ra = 10^6$ e $\zeta < 0, 5$.

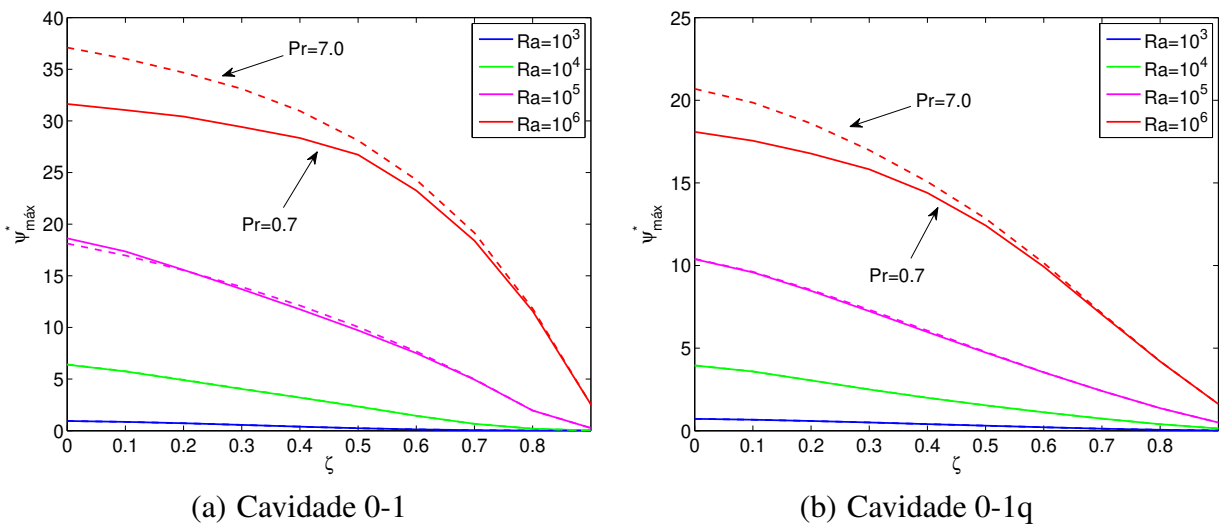


Figura 3.6: Variação da função corrente máxima em função do tamanho do bloco.

O efeito do bloco adiabático na cavidade também pode ser percebido nos campos de temperatura. Para $Ra = 10^3$ e $\zeta = 0,2$ o perfil de temperatura da cavidade com bloco se distingue claramente do perfil da cavidade sem bloco na maior parte da extensão dos canais (Figuras 3.7(a) e 3.7(d)). Para $Ra = 10^6$ e o mesmo tamanho de bloco os perfis de temperatura da cavidade com bloco se sobrepõe ao da cavidade sem bloco ao longo de todo o canal, à exceção da região próxima ao bloco no perfil $\theta(Y, 0, 5)$ mostrado nas Figuras 3.7(b) e 3.7(e). Com $Ra = 10^6$ e o aumento do bloco para $\zeta = 0,5$, a diferença entre os perfis da cavidade sem bloco e com bloco é mais aparente com esses perfis se distinguindo ao longo da maior parte de sua extensão e de forma mais evidente na região próxima ao bloco (Figuras 3.7(c) e 3.7(f)). Dessa forma, assim como para o campo de velocidades, percebe-se que blocos maiores são necessários para alterar o campo de temperatura da cavidade com relação à cavidade sem bloco na medida em que se aumenta o número de Rayleigh.

Através das isotermas mostradas na Figura 3.8, nota-se que para $Ra = 10^5$ e 10^6 (terceira e quarta colunas) o crescimento do bloco provoca uma uniformização da temperatura ao longo dos canais da cavidade 0-1 com a concentração dos gradientes de temperatura na entrada e saída do canal formado entre o bloco e a parede fria. Esse efeito pode ser visto nas Figuras 3.8(g) e 3.8(l) onde o crescimento do bloco leva a um perfil de temperatura quase uniforme, com a redução da temperatura no canal formado entre a parede fria e o bloco e o aumento da temperatura nos demais canais. Na cavidade sem o bloco, existe uma diferença de temperatura entre a região central e as regiões próximas às paredes. Assim, o fluido que circula junto às paredes inferior e vertical direita transferem calor para a região central da cavidade, assim como calor é transferido da região central para a parede fria. Com a inserção do bloco adiabático nessa região central, essa transferência de calor é suprimida fazendo com que parte da energia que era transferida à região central na cavidade sem bloco, agora, permaneça na corrente de fluido dos canais formados entre o bloco e as paredes da cavidade. Essa supressão da transferência de calor para a região central provoca o aumento da temperatura ao longo dos canais horizontais e vertical direito e a redução da temperatura no canal formado entre o bloco e a parede fria, que recebia calor transferido pela região central, como mostrado através dos perfis de temperatura na Figura 3.9 para as cavidades 0-1 e 0-1q.

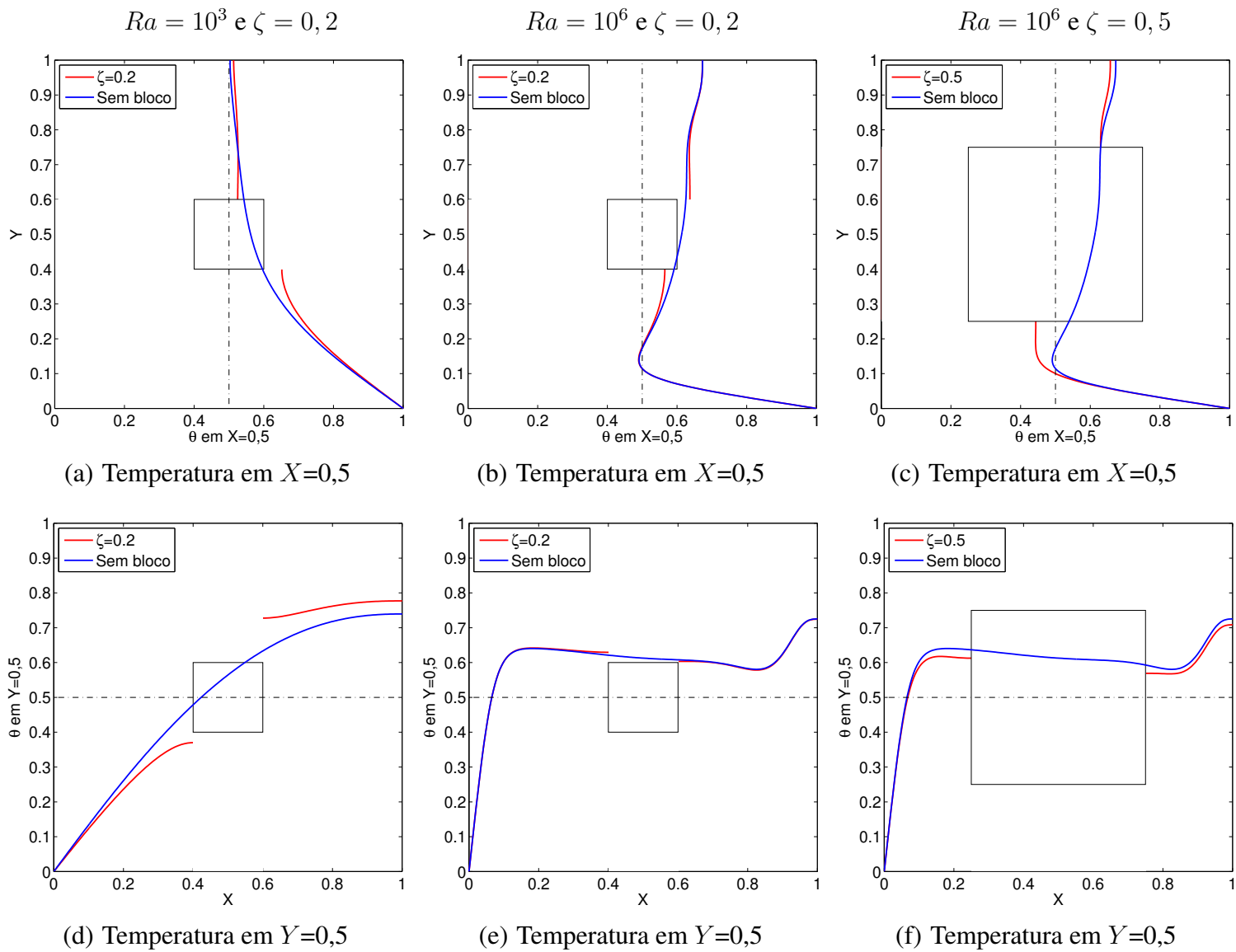


Figura 3.7: Perfis de temperatura para a cavidade 0-1 e $Pr = 0,7$.

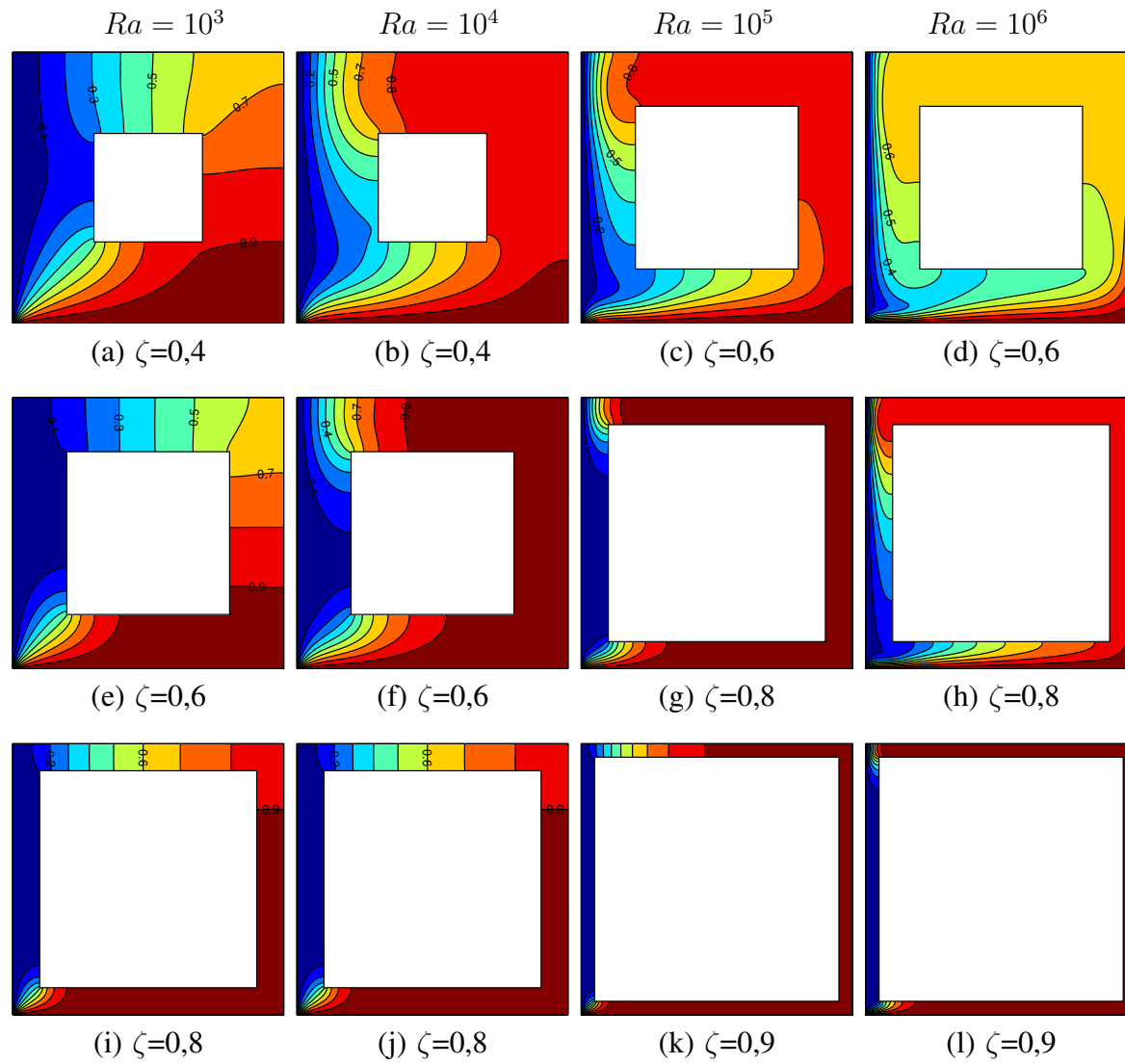


Figura 3.8: Isotermas para a cavidade 0-1 com $Ra = 10^3$ a 10^6 e $Pr = 0,7$.

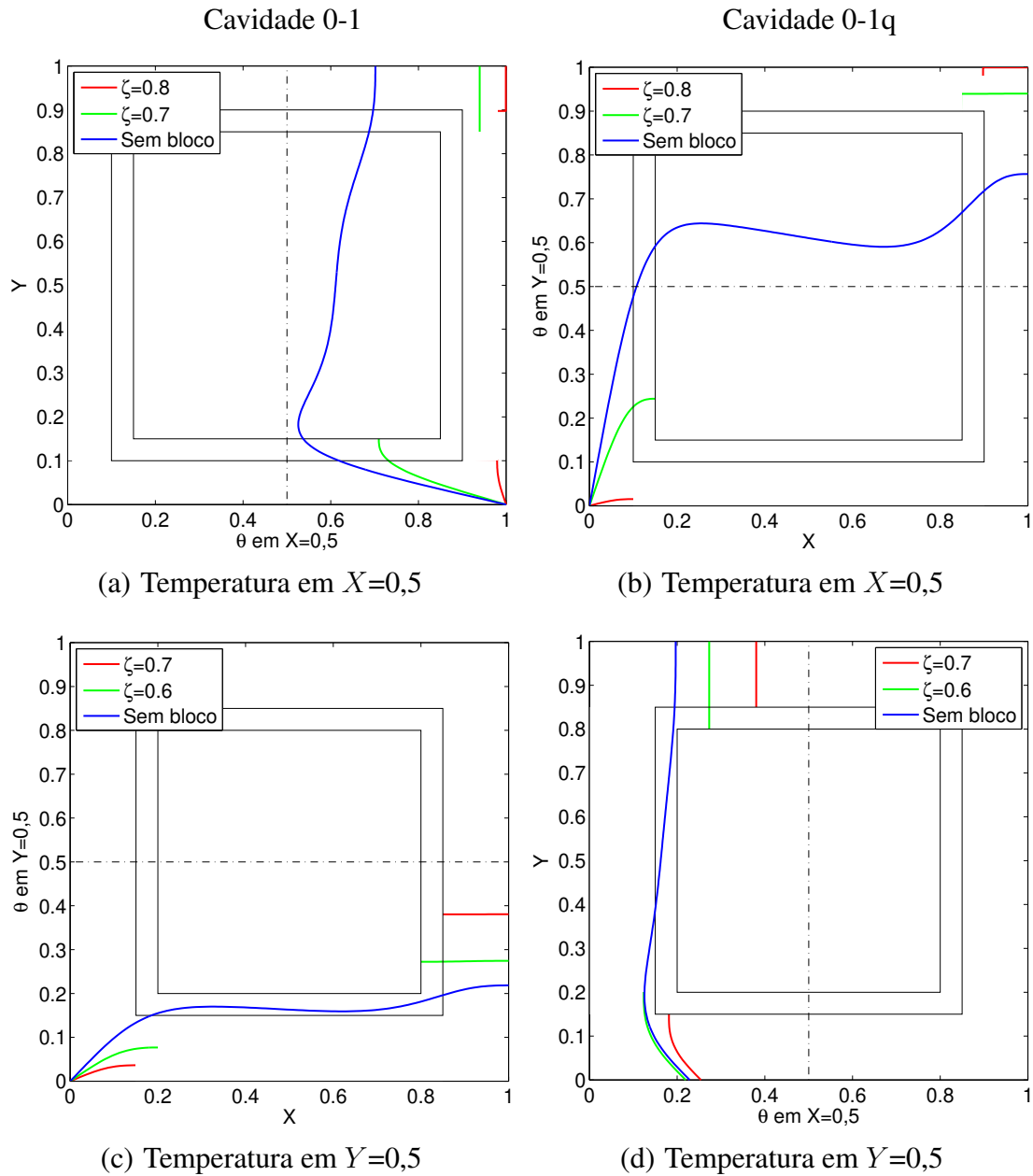


Figura 3.9: Perfis de temperatura para as cavidades 0-1 e 0-1q, com $Ra = 10^5$ e $Pr = 0,7$.

3.2.2 Transferência de calor

A forma como calor é transferido na cavidade é influenciada pelo bloco adiabático quando este modifica os campos de temperatura e velocidade como discutido na seção 3.2.1. A Figura 3.10 mostra a variação do número de Nusselt em função do número de Rayleigh para a cavidade com o

bloco adiabático. Na mesma figura são apresentados também os valores de Nusselt para cavidade sem o bloco servindo como referência. Ainda na Figura 3.10, estão representadas as respectivas escalas de Nu para os regimes de camada limite (Equação (3.4) e (3.7)). Para baixos números de Rayleigh, como $Ra = 10^3$ e 10^4 , o crescimento do bloco reduz a intensidade do escoamento reduzindo assim a transferência de calor na cavidade como indicado pelo decréscimo no número de Nusselt na Figura 3.10. Para um bloco de tamanho $\zeta = 0,8$ e $0,9$, na mesma faixa de Rayleigh, a transferência de calor na cavidade 0-1 se aproxima do limite de condução pura como pode ser visto pela não dependência do comportamento de Nusselt com relação ao número de Rayleigh, ilustrada pela linha tracejada onde $Nu = cte$ na Figura 3.10. Por outro lado, para os mesmos valores de ζ e Ra na cavidade 0-1q, o número de Nusselt mantém sua dependência em função do número de Rayleigh. Na cavidade 0-1, a proximidade do limite de condução pura observada para $Ra = 10^3$ e 10^4 e $\zeta = 0,8$ e $0,9$ pode ser vista também através das isotermas mostradas na Figura 3.11. Nos canais superior e vertical direito das cavidades mostradas na mesma figura, essas isotermas são completamente perpendiculares ao sentido do escoamento e espaçadas de forma aproximadamente linear, formando um padrão característico de uma transferência de calor por condução unidimensional entre a entrada e saída desses canais.

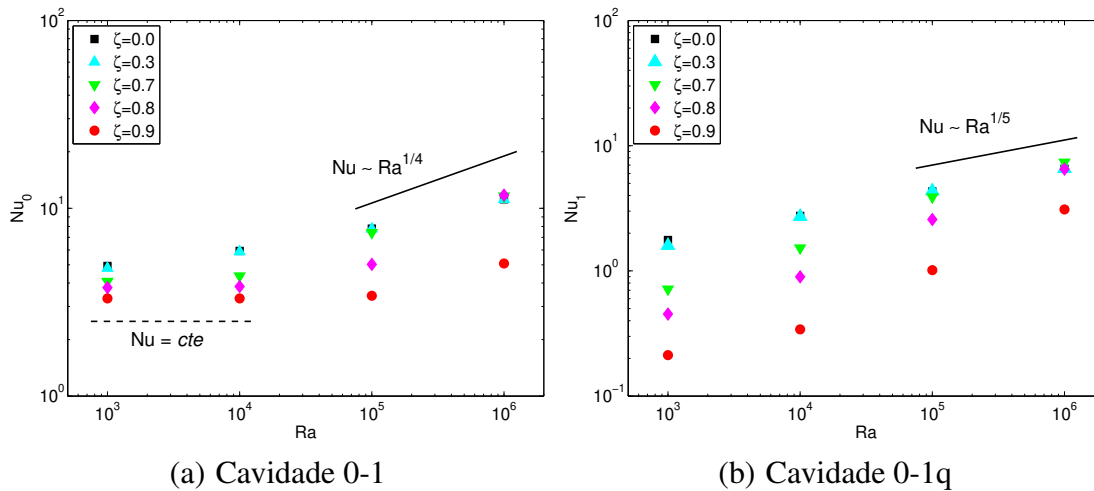


Figura 3.10: Transferência de calor em função do número de Rayleigh para cavidades com bloco adiabático.

Os valores de Nusselt para a cavidade com blocos de tamanho $\zeta = 0,1$ a $0,3$ são bastante próximos dos da cavidade sem bloco. A comparação entre o Nusselt da cavidade sem bloco e com bloco de tamanho $\zeta < 0,3$ na Figura 3.10, em toda a faixa de Rayleigh, mostra que a transferência de calor na cavidade não é afetada pela presença do bloco nessas dimensões. Para $Ra = 10^5$ e

10^6 e $\zeta = 0,3$, inclusive, os valores do Nusselt, da mesma forma que para a cavidade sem bloco, mantém ainda sua concordância com a lei de potência para o regime de camada limite como pode ser visto pela concordância entre os valores do Nusselt e os previstos pelas Equações (3.4) e (3.7) nas Figuras 3.10(a) e 3.10(b), respectivamente.

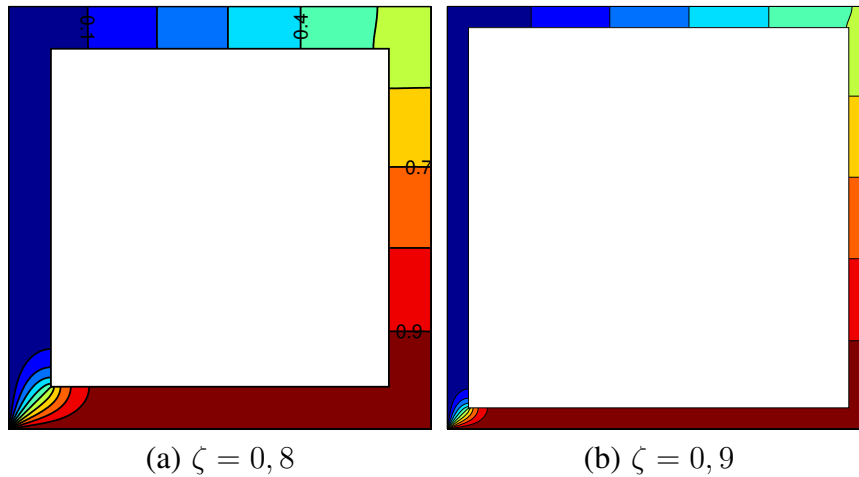


Figura 3.11: Isotermas para a cavidade 0-1 com $Ra = 10^3$ e $Pr = 0,7$.

Através da Figura 3.10, observa-se que para valores específicos de Ra e ζ , a transferência de calor na cavidade com bloco é um pouco maior do que na cavidade sem bloco. Esse comportamento é observado de forma mais clara na Figura 3.12 que mostra o comportamento do número de Nusselt em função do tamanho do bloco para as cavidades 0-1 e 0-1q. A mesma figura mostra um crescimento do Nusselt para $Ra = 10^5$ e 10^6 e $0,4 < \zeta < 0,8$. Sendo assim, é possível aumentar a transferência de calor em uma cavidade aquecida pela parede inferior e resfriada por baixo a partir da inserção de um bloco adiabático em seu centro. Esse aumento ocorre para $Ra = 10^5$ e 10^6 e a dimensão do bloco que resulta no aumento máximo do Nu varia conforme o número de Rayleigh da cavidade.

O aumento no número de Nusselt provocado pela inserção do bloco nas cavidades 0-1 e 0-1q pode ser explicado através de uma análise das isolinhas de função de calor. Na cavidade sem o bloco, a maior parte do fluxo de energia que deixa a parede quente em direção à parede fria circula através das regiões próximas às paredes da cavidade. Isso pode ser visto através do adensamento das isolinhas de calor na mesma região (ver isolinhas da função de calor nas Figuras 3.1 e 3.2). Uma outra parcela da energia presente na cavidade sem bloco circula em seu centro, limitada pelos

vórtices¹ formados pelas isolinhas de calor nessa região (Figuras 3.1(j) a 3.1(l) e 3.2(c)). Quando o bloco adiabático é posicionado no centro da cavidade, essa região é isolada fazendo com que a energia que antes circulava no centro da cavidade permaneça na corrente de fluido. Essa corrente deixa a parede quente em direção à parede fria circulando o bloco. Dessa forma, na cavidade com bloco, na medida em que este aumenta, o fluido passa a alcançar a parede fria a uma temperatura superior àquela da cavidade sem bloco como mostrado através dos perfis de temperatura na Figura 3.9. Esse fator, associado à magnitude da corrente convectiva na cavidade, resulta no aumento da transferência de calor para $Ra = 10^5$ e 10^6 . Para $Ra = 10^4$ e 10^3 a corrente convectiva é menos intensa. Assim, mesmo com o aumento da temperatura do fluido que chega à parede fria, o escoamento na cavidade não é suficiente para que se observe um aumento na sua transferência de calor. De forma análoga, para números de Rayleigh maiores, o contínuo crescimento do bloco reduz a corrente convectiva da cavidade fazendo com que o Nusselt seja reduzido devido à presença do bloco, apesar do aumento da temperatura do fluido que chega à parede fria quando comparado com a cavidade sem bloco. O comportamento da transferência de calor na cavidade com bloco é então uma combinação entre o efeito do isolamento da região central da cavidade causado pelo bloco adiabático e da intensidade do escoamento que circula pelos canais formados entre o bloco e as paredes da cavidade.

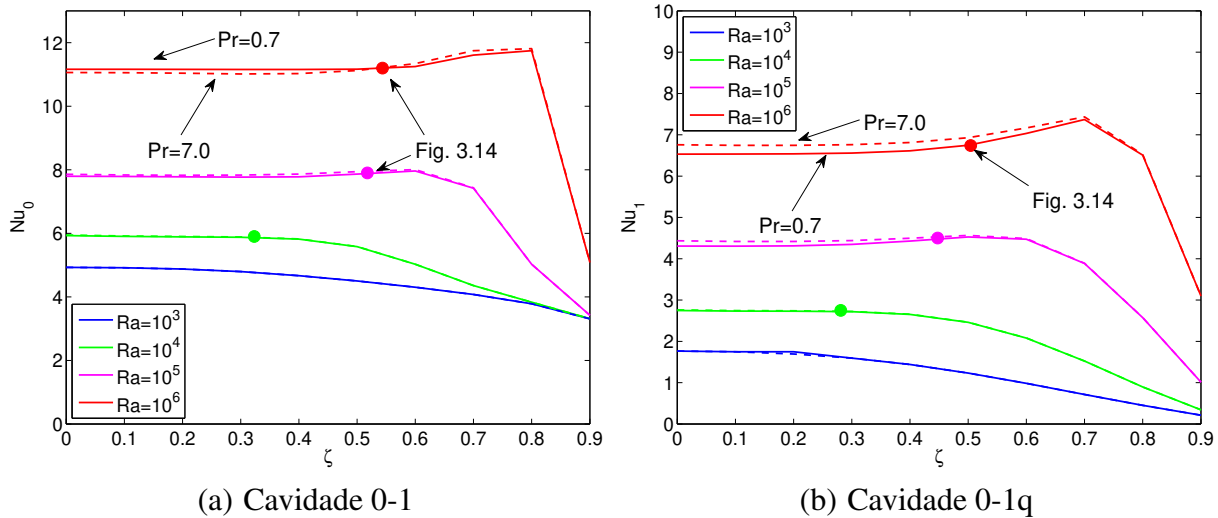


Figura 3.12: Transferência de calor na cavidade em função do tamanho do bloco.

O isolamento da região central da cavidade devido à presença do bloco adiabático é um dos fatores que resultam no aumento da transferência de calor na cavidade. Na cavidade sem bloco, essa

¹A palavra vórtice neste contexto será utilizada para descrever uma isolinha de calor de contorno fechado.

região pode ser definida como sendo limitada pelos vórtices formados pelas isolinhas de calor. Essa definição parte da própria definição da função de calor a qual aponta que o fluxo líquido de energia através de sua isolinha é nulo (Kimura e Bejan, 1983). A partir desta afirmação, então, pode-se verificar o efeito no número de Nusselt quando um bloco adiabático ocupando o tamanho aproximado dessa região é posicionado no centro da cavidade. Esse bloco está representado na Figura 3.13. Essa figura mostra os maiores tamanhos de bloco, posicionados no centro da cavidade, os quais estejam completamente contidos pelo maior vórtice formado por uma isolinha de calor (em vermelho) da cavidade sem bloco. Os valores de ζ correspondentes aos blocos representados na Figura 3.13 estão indicados através de pontos nas curvas de Nu_0 na Figura 3.12. Os valores correspondentes a ζ para $Ra = 10^3$ não estão representados na Figura 3.12 já que as isolinhas de função de calor não formam vórtices para este número de Rayleigh. Assim, para $Ra > 10^3$ e valores de ζ menores que os representados na Figura 3.13, a presença do bloco adiabático não apresenta efeito significativo com relação à transferência de calor na cavidade como pode ser visto na Figura 3.12. O aumento ou redução do número de Nusselt mostrados na Figura 3.12 são observados apenas quando o tamanho do bloco ultrapassa aqueles previstos na Figura 3.13, ou seja, quando a área ocupada pelo bloco se aproxima da área da região central da cavidade limitada pelos vórtices formados pelas isolinhas de calor.

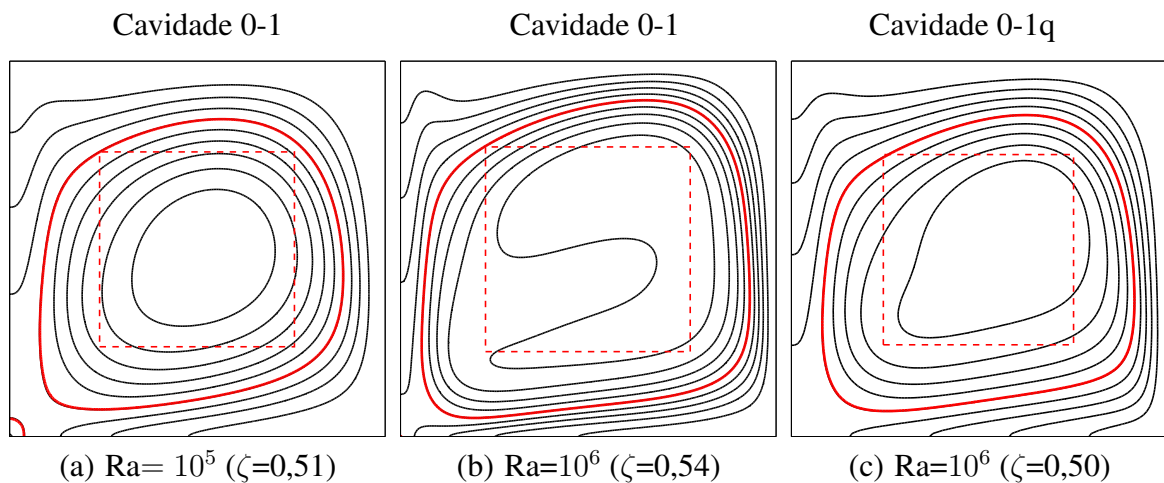


Figura 3.13: Representação do maior tamanho de bloco completamente envolvido pelo maior vórtice formado por uma isolinha de calor na cavidade sem bloco.

3.2.3 Efeito da condutividade do sólido nos campos de temperatura e velocidade

A Figura 3.14 mostra as isotermas para a cavidade 0-1 com bloco condutor. Através das Figuras 3.14(a) a 3.14(d) vê-se que o aumento na condutividade do sólido reduz os gradientes de temperatura dentro do bloco. Para o bloco de tamanho $\zeta = 0,5$, o campo de temperatura dentro do bloco se torna quase uniforme devido ao aumento na sua condutividade (Figura 3.14(b)). O mesmo efeito pode ser visto em blocos menores. Para blocos maiores, o aumento na sua condutividade faz com que o campo de temperaturas dentro do bloco apresente um padrão próximo da simetria diagonal como visto através das isotermas para $Ra = 10^5$ e $\zeta = 0,8$. Para $Ra = 10^6$ essa tendência é melhor observada quando $\zeta = 0,9$. Devido à uniformização das temperaturas na região do bloco, as isotermas são comprimidas ao longo de toda a extensão do canal formado entre o bloco e as paredes de temperatura definida, diferente da cavidade com sólido adiabático para o mesmo tamanho de bloco em que as isotermas estão concentradas na região do canto inferior esquerdo da cavidade (Figura 3.8).

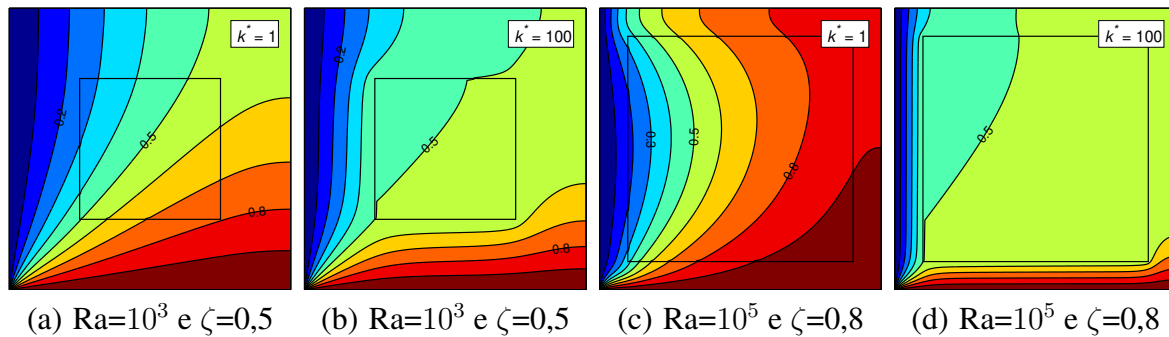


Figura 3.14: Isotermas para cavidade 0-1 com bloco condutor e $Pr = 0,7$.

A Figura 3.15 mostra os perfis de temperatura e velocidade para a cavidade 0-1 com bloco condutor. Para a cavidade com $Ra = 10^4$ e blocos de tamanho $\zeta = 0,2$, o efeito da condutividade térmica do bloco é mais significativo na região próxima ao bloco como mostrado nos perfis de temperatura das Figuras 3.15(b) e 3.15(c). As figuras mostram que a variação nos perfis de temperatura devido à condutividade do bloco diminui na medida em que o perfil se afasta do bloco, sendo nula na maior parte dos perfis de temperatura mostrados na Figura 3.15(c). Na região próxima ao bloco, os perfis são modificados pelo aumento da transferência de calor através do bloco provocada pelo aumento na sua condutividade. Para $\zeta = 0,2$, as mudanças no campo de temperatura em volta do bloco não são suficientes para alterar o perfil de velocidades na cavidade como mostrado na Fi-

Figura 3.15(a) através do perfil da componente V da velocidade, sendo que o mesmo comportamento é observado para a componente U . Para blocos maiores como $\zeta = 0,4$, os efeitos da condutividade do bloco já são significativos ao longo de toda a seção transversal da cavidade como mostrado através dos perfis nas Figuras 3.15(e) e 3.15(f).

A redução da temperatura no canal vertical direito (ascendente) com o aumento da condutividade do bloco (Figura 3.15(f)) resulta na redução da vazão no mesmo canal (Figura 3.15(d)). Essa redução no escoamento pode ser explicada através dos perfis de temperatura nos canais verticais formados entre o bloco e a parede da cavidade e do termo da força de empuxo nas equações governantes. Devido à condutividade do bloco, parte do calor que deixa a parede quente é transferido para a parede fria por condução através do bloco, como pode ser visto pelos gradientes de temperatura na região do bloco mostrados na Figura 3.14. Esse fluxo de energia é maior quanto maior for a condutividade do bloco. O resultado dessa transferência de calor é a redução da temperatura no canal vertical direito da cavidade (escoamento ascendente), como mostrado pelos perfis da Figura 3.15(f). Essa redução de temperatura torna menor o termo da força de empuxo do escoamento reduzindo assim sua velocidade. De forma análoga, o aumento da temperatura no canal vertical esquerdo (escoamento descendente), mostrado na Figura 3.15(f), resulta no aumento do termo de empuxo diminuindo também a velocidade no canal. A redução da velocidade nos canais verticais diminui também a pressão induzida pelo escoamento durante sua mudança de direção nos cantos superior direito e inferior esquerdo da cavidade. Como consequência, o perfil de velocidades nos canais horizontais acompanham a redução observada nos canais verticais.

Para maiores números de Rayleigh, como $Ra = 10^5$ e 10^6 , na cavidade com blocos de tamanho $\zeta < 0,3$, os efeitos da condutividade do bloco ficam restritos à região próxima ao bloco, ou seja, os perfis de velocidade e temperatura para diferentes valores de condutividade mostram poucas alterações, se sobrepondo ao longo da maior parte do perfil como mostrado nas Figuras 3.16(a) a 3.16(c) para a cavidade com $Ra = 10^5$. Na cavidade com bloco maiores, é possível ver uma diferenciação entre os perfis com diferentes valores de k^* ao longo de todo o perfil com exceção das regiões próximas às paredes com temperatura definida (Figuras 3.16(e) e 3.16(f)). Da mesma forma, pode-se perceber que a diferenciação entre os perfis de velocidade com diferentes valores de k^* , ainda que pequena se estende agora por todo o perfil, sendo reduzida apenas nas regiões próximas às paredes da cavidade e do bloco devido à condição de não deslizamento (Figura 3.16(d)). O conjunto dessas modificações nos campos de temperatura e velocidade resultará então na modificação da transferência de calor dentro da cavidade.

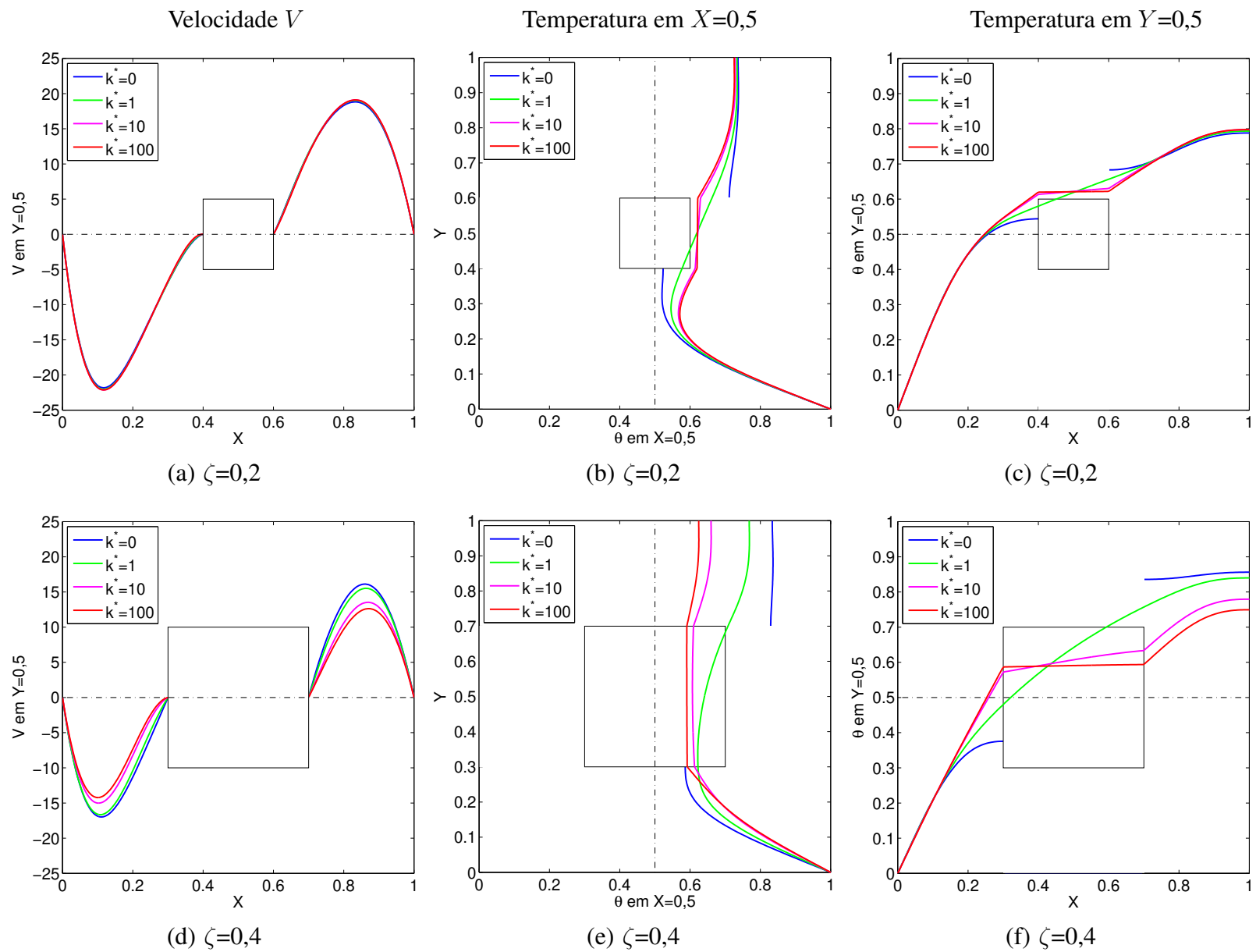


Figura 3.15: Perfis de velocidade e temperatura para a cavidade 0-1 com $Ra = 10^4$ e $Pr = 0,7$.

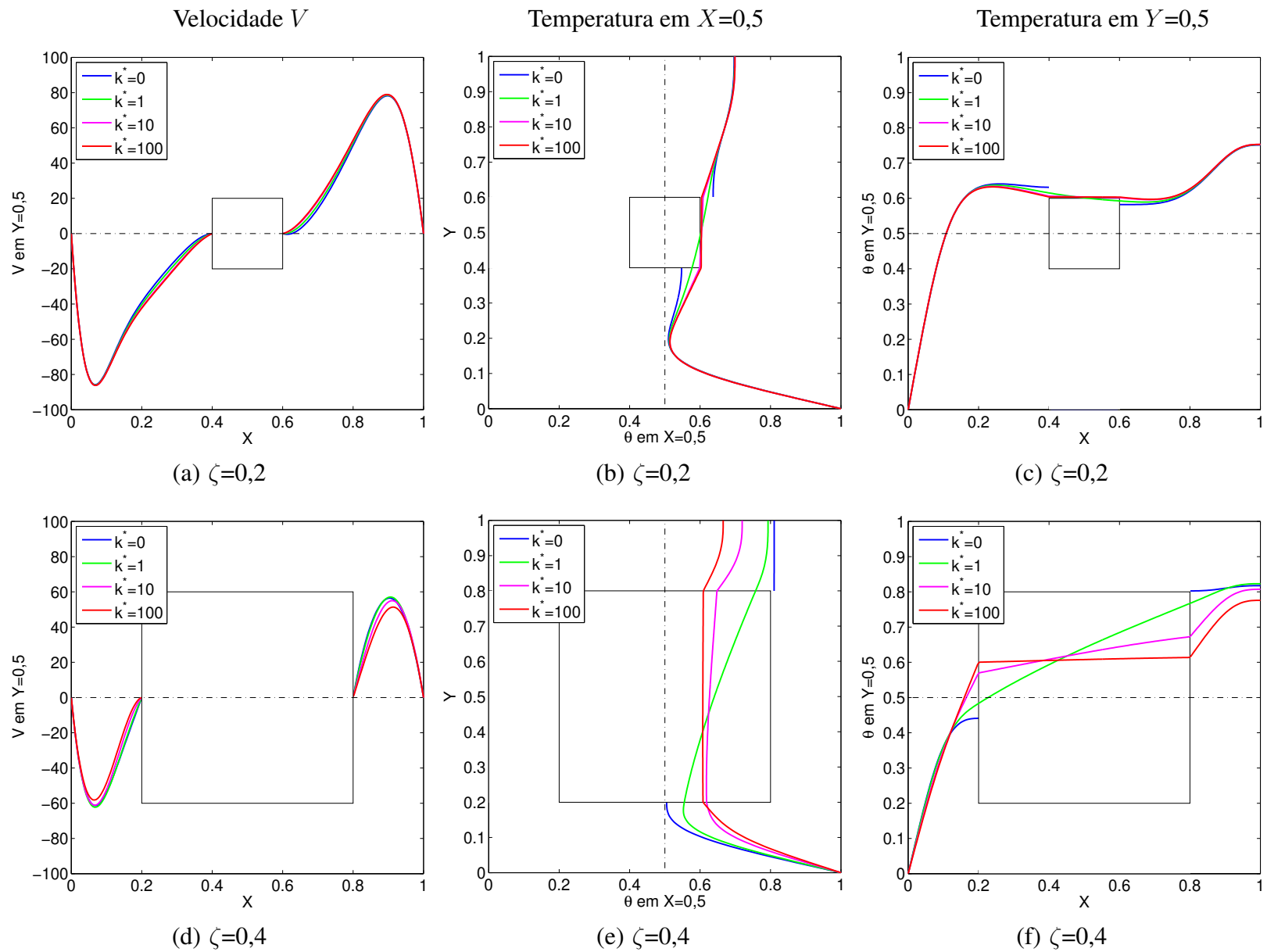


Figura 3.16: Perfis de velocidade e temperatura para a cavidade 0-1 com $Ra = 10^5$ e $Pr = 0,7$.

3.2.4 Efeito da condutividade do sólido na transferência de calor

A influência da condutividade térmica do bloco na transferência de calor da cavidade apresenta diferentes tendências dependendo do tamanho do bloco e do número de Rayleigh na cavidade. A Figura 3.17 mostra a variação do número de Nusselt em função do número de Rayleigh nas cavidades 0-1 e 0-1q para blocos com diferentes valores de condutividade térmica. Como mostrado anteriormente nas Figuras 3.16(b) e 3.16(c), o aumento de condutividade térmica em um bloco de tamanho $\zeta = 0,2$ produz apenas pequenas alterações nos campos de temperatura e velocidade na região próxima ao bloco quando comparados com os perfis da cavidade com bloco adiabático. Essas alterações, porém, não afetam de forma significativa a transferência de calor na cavidade como mostrado na Figura 3.17(a), onde o número de Nusselt é o mesmo da cavidade com bloco adiabático para toda a faixa de Rayleigh independente do valor de k^* . Na cavidade 0-1q para $\zeta = 0,2$, a transferência de calor na cavidade não é influenciada pela condutividade do sólido como mostrado na Figura 3.17(b).

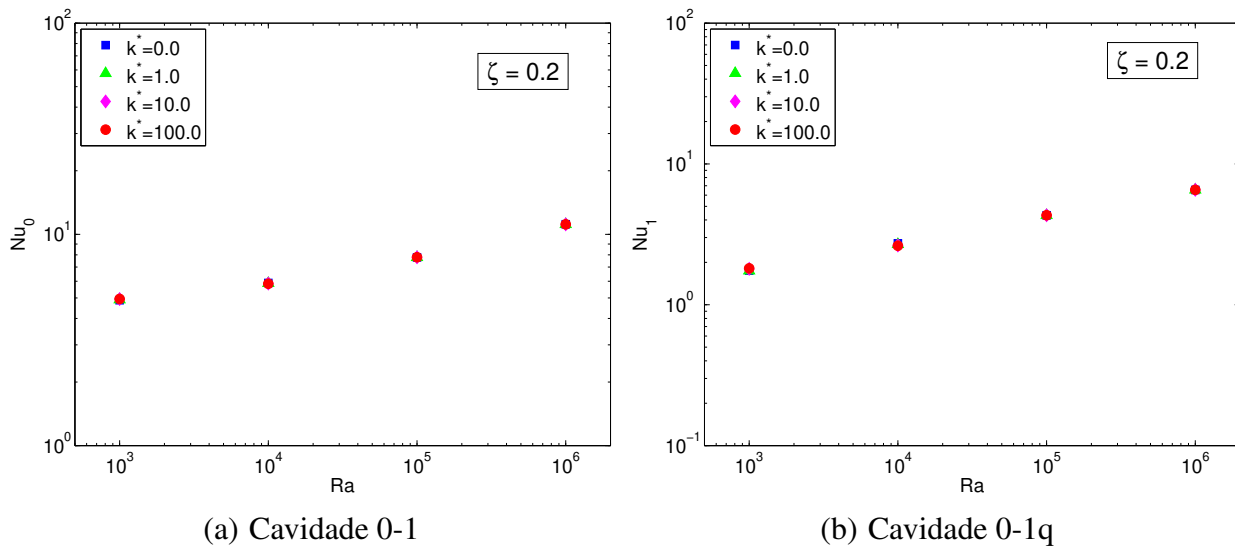


Figura 3.17: Transferência de calor na cavidade em função do número de Rayleigh para $\zeta = 0,2$ e $Pr = 0,7$.

Na Figura 3.18 o número de Nusselt em função de Rayleigh é mostrado para $\zeta = 0,6$ e $0,9$ nas cavidades 0-1 e 0-1q. Observando-se o conjunto das Figuras 3.17 e 3.18, o aumento no número de Rayleigh na cavidade com bloco condutor resulta no aumento em sua transferência de calor da cavidade, exceção feita à cavidade com $\zeta = 0,9$ e $k^* = 10$ e 100 . Nesse casos, o valor do

número de Nusselt é aproximadamente constante e independe do número de Rayleigh como visto pela concordância entre a variação do Nusselt e a reta onde $Nu = cte$. Esse comportamento, em problemas de convecção natural, indica a proximidade da transferência de calor na cavidade do limite de condução pura. A Figura 3.19 mostra as isolinhas de calor para a cavidade com $Ra = 10^3$ a 10^6 e blocos adiabático e condutor. Quando as isolinhas de calor da cavidade com bloco adiabático e condutor são comparadas na Figura 3.19, nota-se que com o aumento da condutividade do bloco as isolinhas de calor não mais circulam o bloco como mostrado nas Figuras 3.19(f), 3.19(d) e 3.19(e) para $k^* = 100$. Para esse valor de condutividade, as isolinhas que deixam a parede aquecida atingem o bloco sem circular pelo seu entorno, o mesmo ocorrendo com as isolinhas que deixam o bloco em direção à parede resfriada. Esse padrão verificado nas isolinhas de calor está relacionado com a proximidade do limite de condução pura na transferência de calor da cavidade. Essa relação entre a forma das isolinhas de calor e a proximidade do limite de condução se confirma quando comparamos as isolinhas mostradas na Figura 3.19 com o comportamento do Nusselt em função de Rayleigh para os mesmos casos mostrados na Figura 3.18.

As Figuras 3.18(a) e 3.18(b) mostram variação do Nusselt em função do número de Rayleigh para a cavidade com $\zeta = 0,6$. Foi mostrado anteriormente na Figura 3.16, que para blocos de tamanho $\zeta = 0,6$, o aumento na sua condutividade faz com que os perfis de temperatura e velocidade da cavidade com bloco condutor se diferenciem da cavidade com bloco adiabático ao longo de quase todo o canal formado entre o bloco e a cavidade. Essa diferenciação entre os perfis ocorre devido ao aumento da área do bloco e conseqüentemente da transferência de calor através do mesmo. Como resultado dessa transferência de calor, o número de Nusselt da cavidade sofre uma pequena alteração quando comparado com a cavidade com bloco adiabático (ver Figura 3.18(a) para $Ra = 10^5$). O fator de interesse a se observar nas Figuras 3.18(a) e 3.18(b) é, porém, que para $Ra = 10^3$ e 10^4 o aumento da condutividade do bloco resulta no aumento da transferência de calor na cavidade, enquanto que para $Ra = 10^5$ e 10^6 ocorre o oposto, ou seja, o aumento da condutividade do bloco reduz a transferência de calor na cavidade.

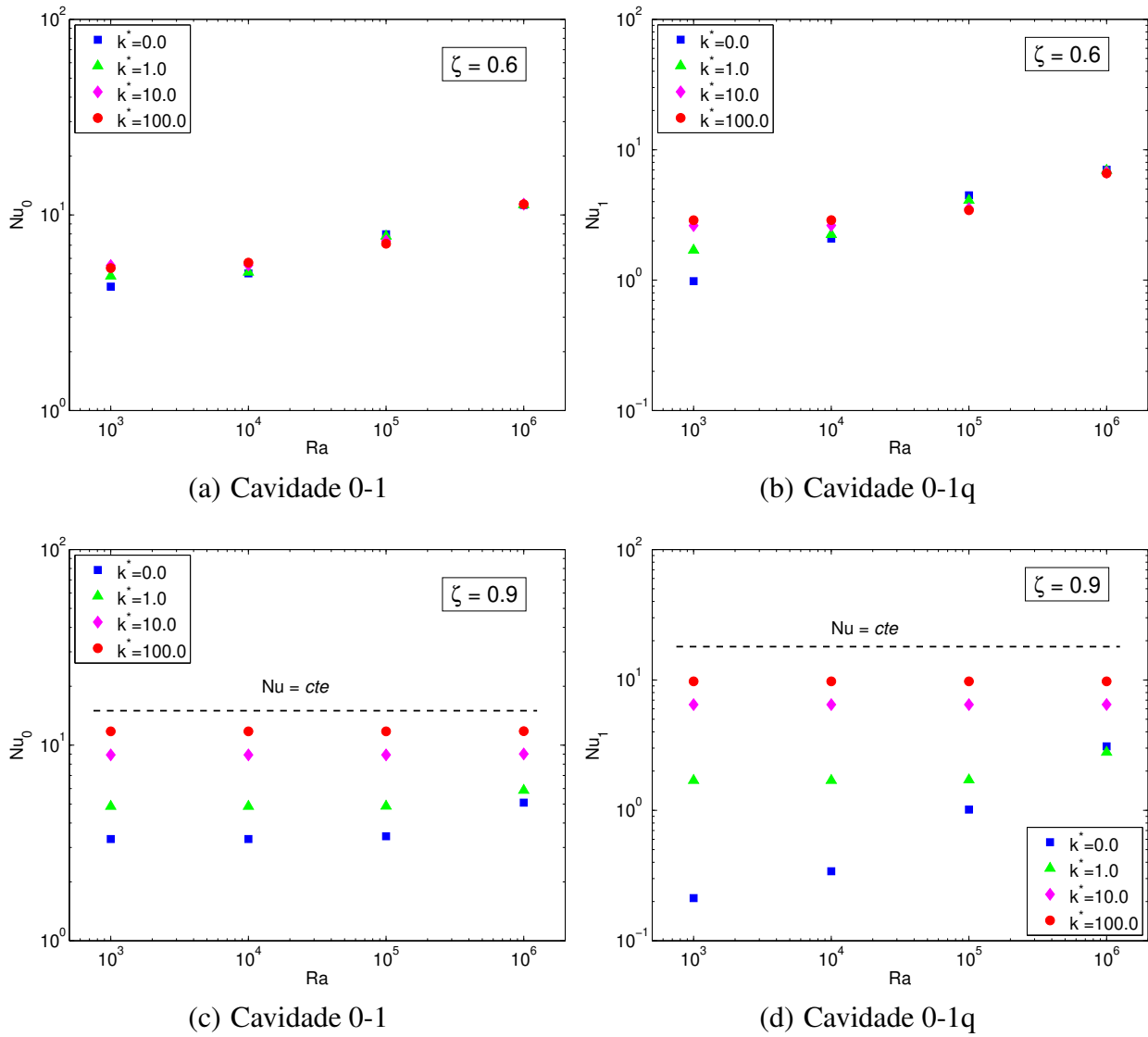


Figura 3.18: Transferência de calor na cavidade em função do número de Rayleigh para blocos condutores e $Pr = 0,7$.

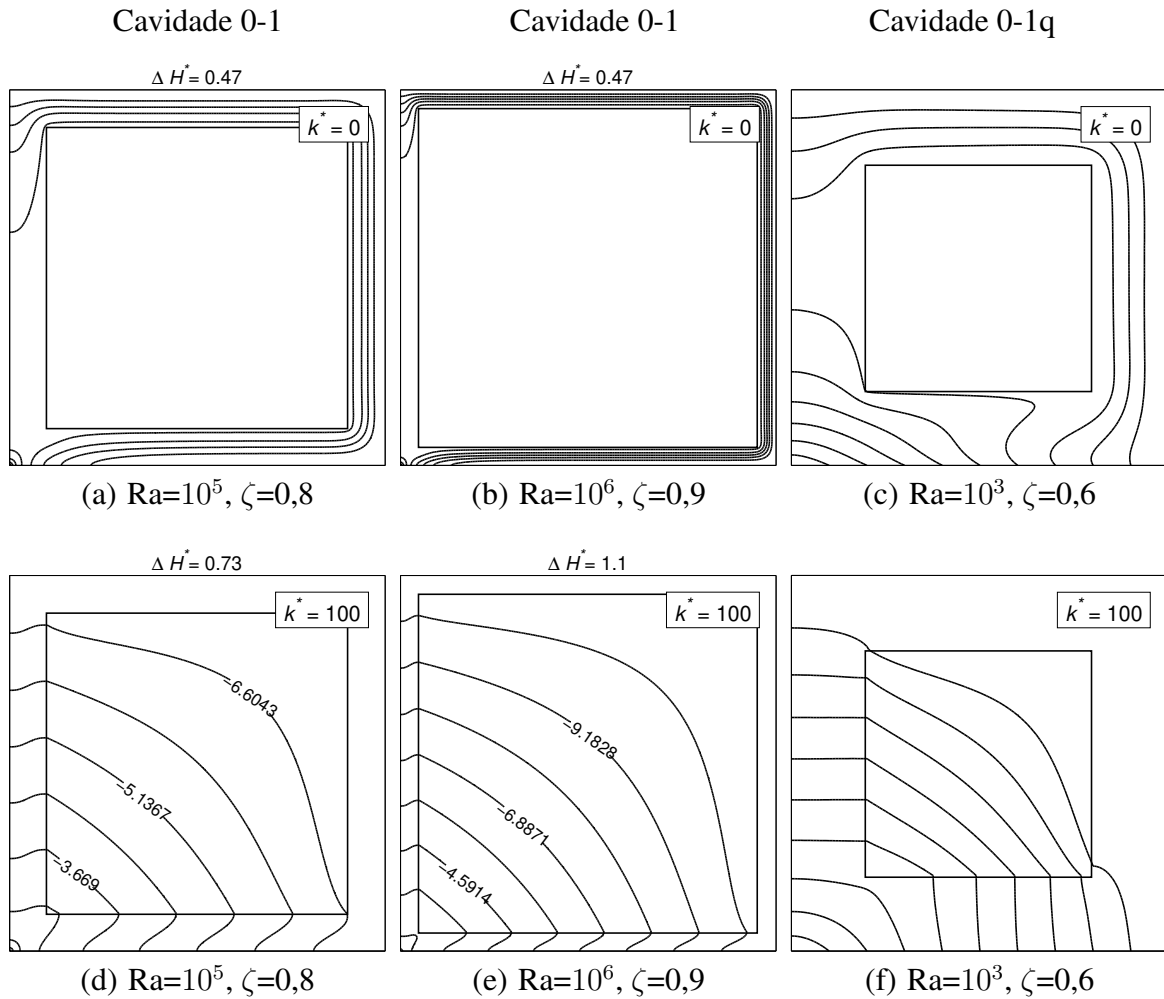


Figura 3.19: Isolinhas de calor para as cavidades com bloco adiabático e condutor.

O aumento ou redução do Nusselt com relação à condutividade térmica do bloco pode ser visualizado de forma mais clara através da Figura 3.20. A figura mostra o comportamento do $Nu_{rt} = \frac{Nu_{c/bloco}}{Nu_{s/bloco}}$ em função do tamanho do bloco para diferentes valores de Rayleigh. Estão representados ainda, na mesma figura através das linhas tracejadas, os tamanhos de bloco apresentados anteriormente na Figura 3.13. Se observado o conjunto das curvas da Figura 3.20, os três comportamentos possíveis do Nu_{rt} (aumento, redução ou não alteração) podem ocorrer dependendo da combinação entre o número de Rayleigh, condutividade e tamanho de bloco. Para $Ra = 10^3$ e 10^4 , o Nusselt da cavidade com blocos de tamanho $\zeta < 0,2$ não difere da cavidade sem bloco (Figura 3.20(a) e 3.20(b)). Para maiores números de Rayleigh, mostrados nas Figuras 3.20(c) e 3.20(d), o Nusselt da cavidade com bloco se mantém aproximadamente igual ao da cavidade sem bloco mesmo com a inserção de blocos maiores que $\zeta = 0,2$. A variação do Nu_{rt} só é observada no momento em que o tamanho do bloco se aproxima daqueles indicados anteriormente na Figura 3.13

e representados agora pelas linhas pontilhadas na Figura 3.20. Portanto, na situação onde o bloco tem um tamanho inferior ou próximo ao núcleo da cavidade (região interna da maior isolinha de calor na cavidade sem bloco, como definido na seção 3.2.2), a transferência de calor na cavidade não é afetada pela presença do bloco, seja ele adiabático ou condutor.

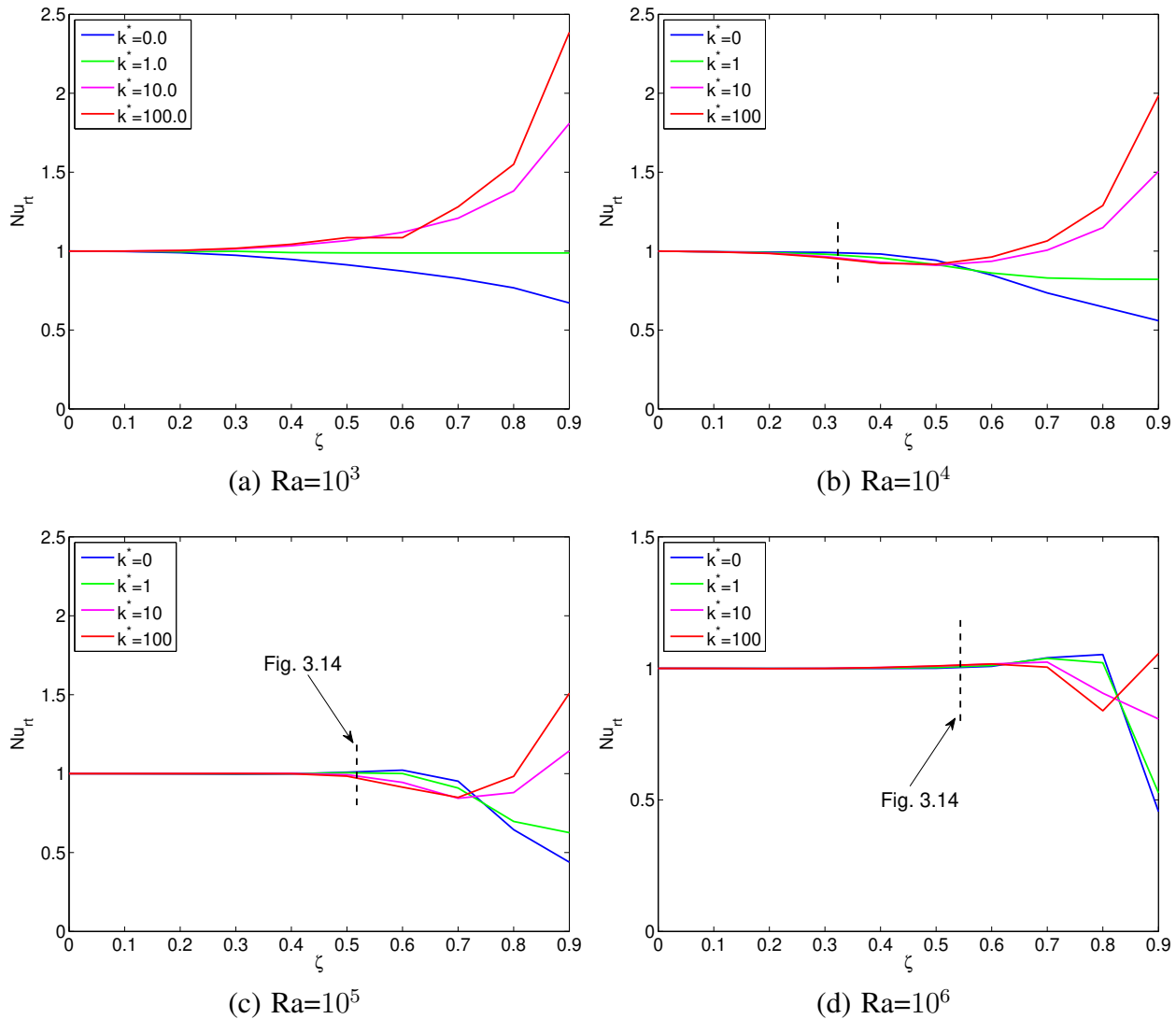


Figura 3.20: Transferência de calor na cavidade em função do tamanho do bloco para diferentes valores de k^* e $Pr = 0,7$.

Para blocos maiores do que os definidos na Figura 3.13, o aumento da condutividade térmica do bloco reduz a transferência de calor na cavidade. Nas seções anteriores foi mostrado que a presença do bloco adiabático no centro da cavidade isola essa região, fazendo com que parte da

energia que seria transferida para o núcleo permaneça na corrente convectiva de fluido. Na medida em que o bloco passa a conduzir calor, o efeito de isolamento causado pelo bloco no centro da cavidade é reduzido e parte do calor transportado pelo fluido é agora transferido para o bloco. A Figura 3.21 mostra os perfis das temperaturas médias ao longo do canal formado entre o bloco e a parede superior da cavidade para diferentes valores de k^* . Os valores de ζ plotados nas figuras se encontram dentro faixa onde a condutividade do bloco reduz o número de Nusselt como mostrado na Figura 3.20. A figura mostra a redução na temperatura média no canal superior com o aumento da condutividade do bloco fazendo com que o fluido deixe o canal superior da cavidade a uma temperatura média inferior àquela da cavidade com bloco adiabático. Essa redução na temperatura média no canal superior pode ser explicada pela transferência de calor da corrente de fluido para o bloco ao longo do canal.

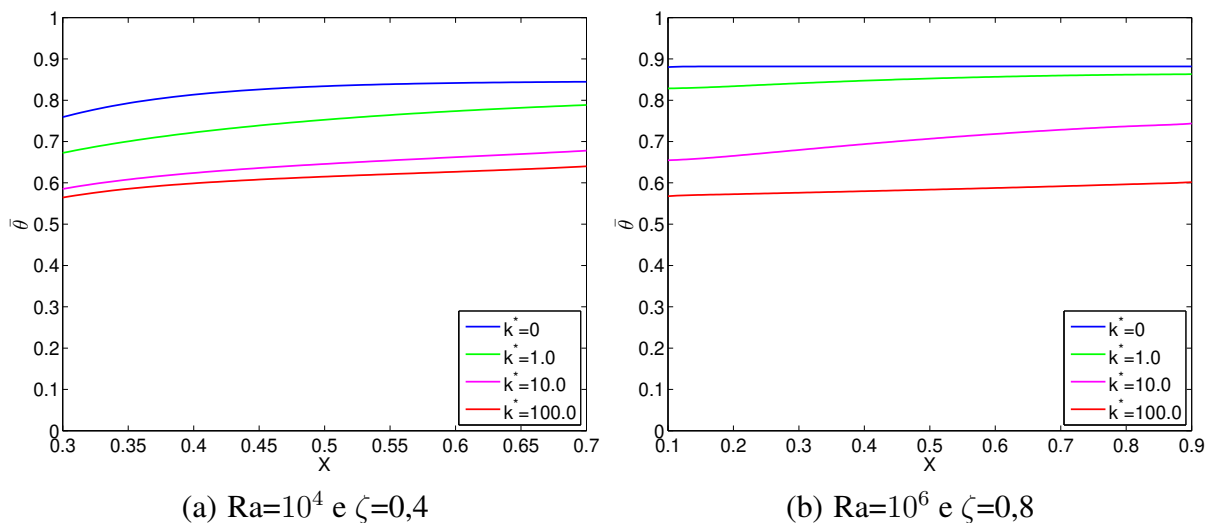


Figura 3.21: Perfil da temperatura média ao longo do canal superior da cavidade 0-1 para diferentes valores de k^* e $Pr = 0,7$.

O calor transferido da corrente de fluido para o bloco pode ser visualizado através das isolinhas de calor mostradas na Figura 3.22 para as cavidades 0-1 e 0-1q com bloco adiabático e condutor. A comparação entre as isolinhas da cavidade com bloco adiabático e condutor mostra a redução do número de isolinhas de calor na corrente de fluido no canal ascendente (vertical direito) e superior da cavidade na medida em que a condutividade do bloco aumenta. O menor número de isolinhas de calor nesses canais demonstra a redução do fluxo de energia nessa região, e é resultado da transferência de calor da corrente de fluido para o bloco. Deve-se notar, ainda, que parte do fluxo transferido da corrente de fluido para o bloco retorna à corrente de fluido antes de atingir a parede

fria da cavidade, como demonstrado pelas isolinhas em destaque na mesma figura. O retorno de parte do fluxo de calor transferido para o bloco para a corrente convectiva antes de atingir a parede fria somado à redução na temperatura média do canal superior da cavidade (Figura 3.21), resultam na redução do número de Nusselt da cavidade na medida em que o bloco passa a conduzir calor como mostrado nas Figuras 3.20(b), 3.20(c) e 3.20(d) para uma determinada faixa de bloco.

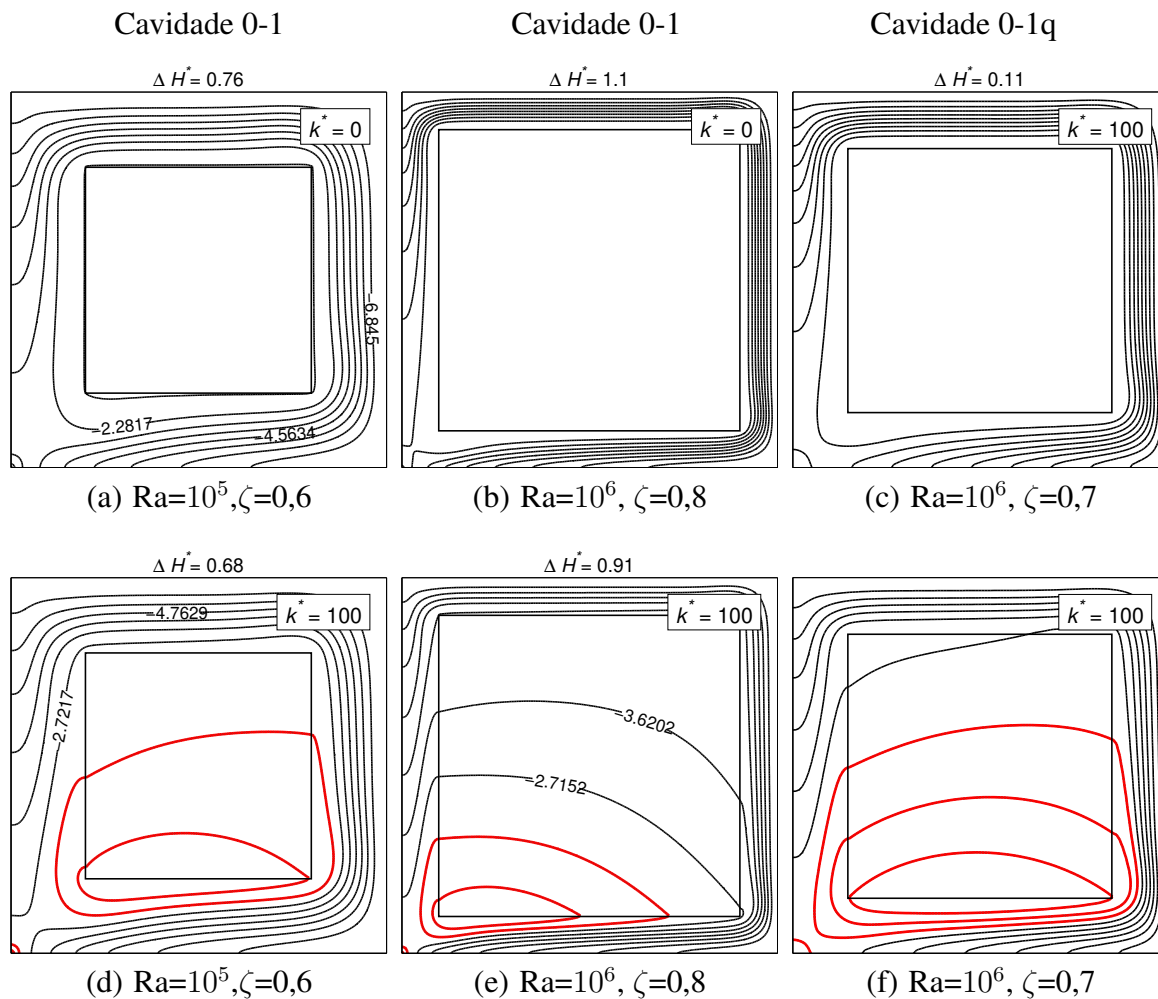


Figura 3.22: Isolinhas de calor para as cavidades 0-1 e 0-1q com bloco condutor e adiabático

A região onde o aumento da condutividade térmica do bloco reduz o número de Nusselt da cavidade está restrita a uma faixa de tamanhos de bloco que varia conforme o número de Rayleigh. Para tamanhos de bloco maiores que essa faixa, o aumento da condutividade do bloco resulta no aumento do número de Nusselt da cavidade, como mostrado na Figura 3.20. Na medida em que blocos maiores são inseridos na cavidade uma maior parcela de calor passa a ser transferida através

do bloco. O aumento na sua condutividade resulta então no aumento da transferência de calor na cavidade. Deve-se notar que na cavidade com $Ra = 10^3$, o aumento da condutividade do bloco resulta no aumento do Nusselt para $\zeta > 0,2$ (Figura 3.20(a)), e não é observada a faixa de blocos onde o Nusselt é reduzido pelo aumento da condutividade.

A condutividade do bloco pode ser investigada de forma a estabelecer os limites de k^* para os quais são observados o aumento ou redução do Nusselt. A Figura 3.23 mostra a variação do número de Nusselt com relação a condutividade k^* para diferentes valores de ζ . Os tamanhos de bloco foram escolhidos de forma que se possa visualizar a inversão do efeito causado pela condutividade térmica do sólido no Nusselt da cavidade. Nas Figuras 3.23(b), 3.23(c) e 3.23(b) pode-se ver de forma mais clara a inversão do efeito da condutividade térmica no número de Nusselt da cavidade. Para $Ra = 10^4$ a 10^6 o aumento da condutividade do bloco pode resultar tanto no aumento como na redução do Nusselt da cavidade, dependendo do tamanho do bloco. Fica claro pelo conjunto das figuras que o número de Nusselt não apresenta variação significativa quando a condutividade do sólido é inferior a $k^* = 0,1$, situação em que pode ser considerado como um sólido adiabático. As maiores variações no número de Nusselt ocorrem para um condutividade na faixa de $0,1 < k^* < 10$, a exceção da Figura 3.23(d) que mostra ainda um forte aumento de Nusselt para $\zeta = 0,9$ quando a condutividade é aumentada de $k^* = 10$ para $k^* = 100$. Para os demais casos, a variação da condutividade do sólido fora da faixa de $0,1 < k^* < 10$ resulta em alterações cada vez menores no Nusselt da cavidade.

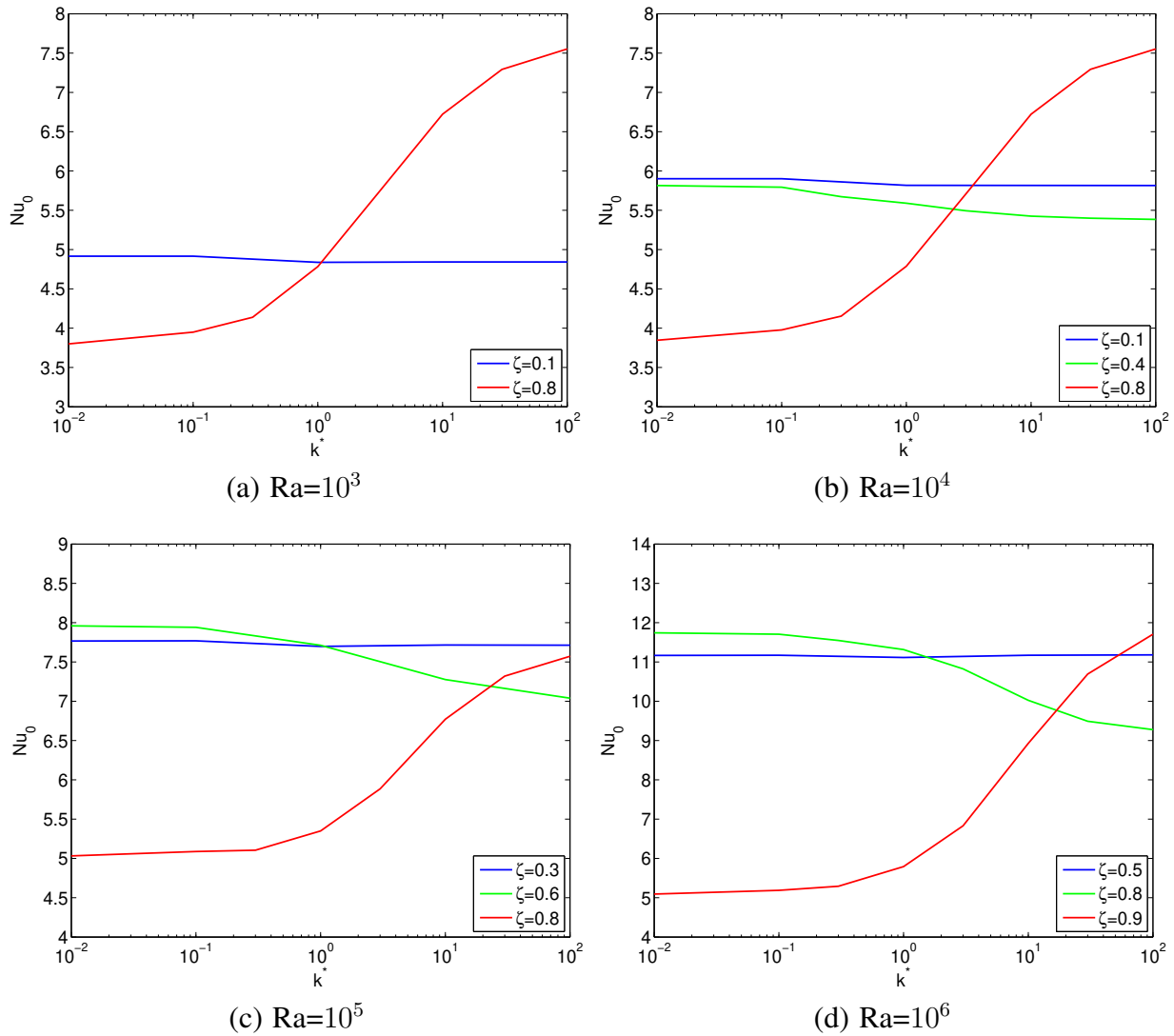


Figura 3.23: Variação do número de Nusselt em função da condutividade do bloco para a cavidade 0-1 e $Pr = 0, 7$.

4 CAVIDADE RESFRIADA POR BAIXO E AQUECIDA PELA PAREDE ADJACENTE

Nesse capítulo é apresentada a discussão a respeito da cavidade aquecida pela parede vertical e resfriada pela parede inferior com sólido interno. Inicialmente será feita uma breve discussão sobre a cavidade 1-0 sem sólido interno para que sirva como referência nas discussões posteriores. Em seguida, a cavidade 1-0 e 1q-0 com sólido interno são discutidas abordando a influência da variação do tamanho do bloco e de sua condutividade nos campos de velocidade e temperatura e transferência de calor. Serão mostrados resultados em uma faixa de número de Rayleigh de 10^3 a 10^6 e número de Prandtl de 0,7 e 7,0. A forma de apresentação dos resultados é a mesma utilizada no capítulo anterior.

4.1 Cavidade sem sólido interno

A cavidade 1-0 foi estudada inicialmente em Kimura e Bejan (1985). Devido ao aquecimento realizado pela parede vertical e resfriamento pela parede inferior, esse tipo de cavidade possui características bastante diferentes da cavidade 0-1 ou da cavidade aquecida pela parede vertical e resfriada pela parede horizontal superior como em Aydin *et al.* (1999), neste caso o escoamento na cavidade é semelhante ao da cavidade 0-1. Essas principais características são apresentadas a seguir de forma sucinta, para uma discussão mais detalhada ver Kimura e Bejan (1985).

Na cavidade 1-0, o gradiente de temperatura perpendicular ao vetor gravidade formado na região próxima à parede aquecida com temperatura constante (Figuras 4.1(a) a 4.1(d)) resulta no movimento ascendente do fluido junto à parede vertical aquecida. O escoamento na cavidade então se desenvolve como uma única célula girando em sentido horário como mostrado nas isolinhas de função corrente (Figuras 4.1(e) a 4.1(h)). Para $Ra = 10^3$, assim como na cavidade 0-1 sem bloco, as isothermas apresentam um forma próxima à simetria diagonal característica de um regime de condução pura para essas condições de contorno. Com o aumento do número de Rayleigh e consequentemente da corrente convectiva, as isothermas assumem um outro padrão a partir de $Ra = 10^4$, visualizado de forma mais clara para $Ra = 10^6$ na Figura 4.1(d). Na mesma figura nota-se que partir de determinada distância da parede vertical aquecida, a distribuição de temperatura na metade inferior da cavidade forma um gradiente que é paralelo e de sentido contrário ao vetor

gravidade, percebido pela forma paralela das isothermas. Fica claro também que, a partir de $Ra = 10^4$ (Figura 4.1(b)), a região superior da cavidade é preenchida pelo fluido aquecido na parede quente apresentando uma distribuição de temperatura mais uniforme na medida em que se aumenta o número de Rayleigh.

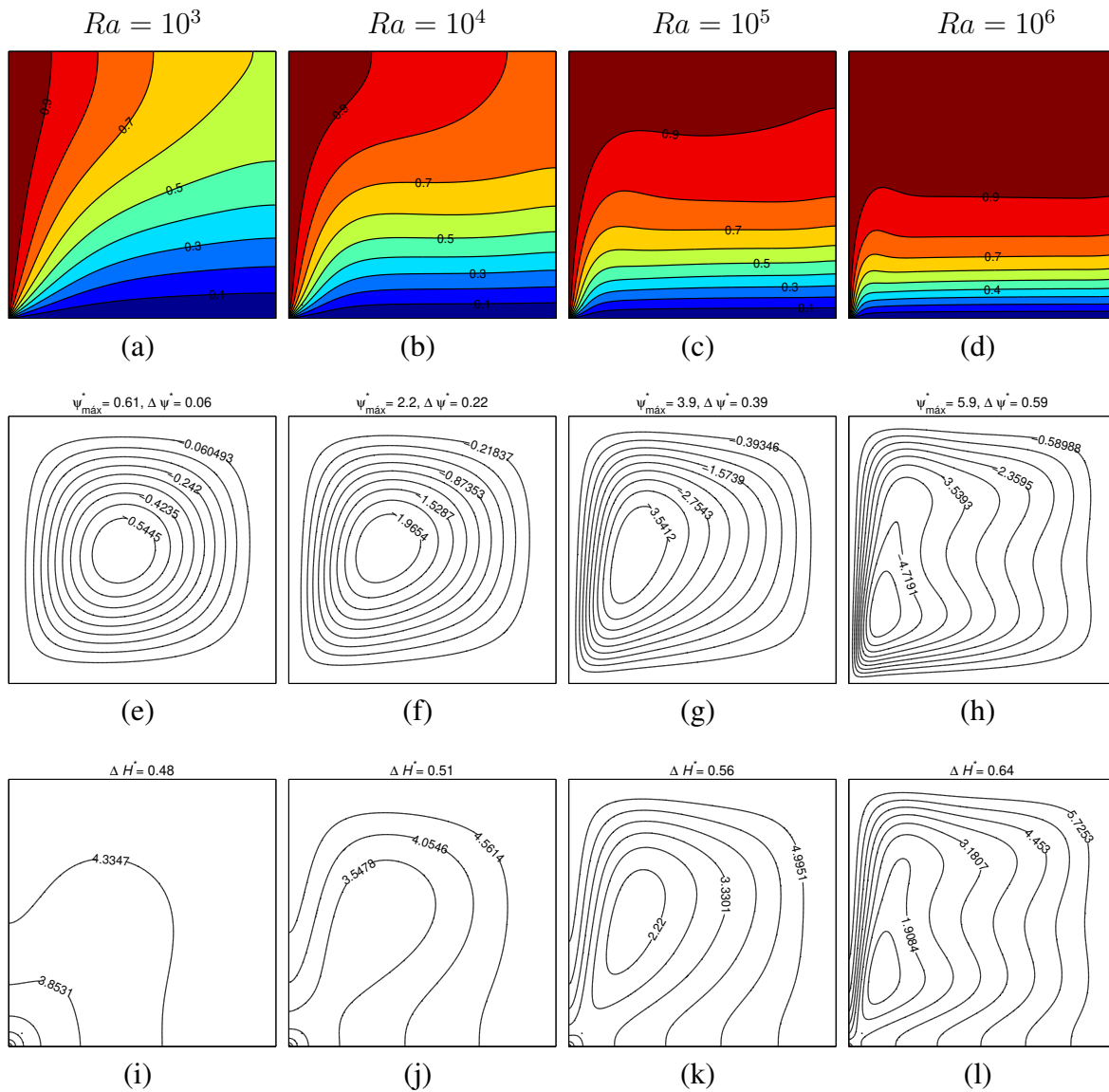


Figura 4.1: Isolinhas de (de cima para baixo) temperatura, função corrente e função de calor para cavidade 1-0 sem bloco, $Pr = 0,7$ e (esq. para dir.) $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6 .

O maiores gradientes de temperatura estão localizados no canto inferior esquerdo da cavidade 1-0. Nessa região, devido à configuração perpendicular do gradiente de temperatura com relação

ao vetor gravidade, o fluido é acelerado e ascende até encontrar a parede superior da cavidade onde muda de direção. Durante o escoamento ascendente o fluido é desacelerado devido à redução do gradiente de temperatura perpendicular à parede vertical. Essa desaceleração pode ser vista pela forma na qual as isolinhas de função corrente divergem na medida em que se distanciam do canto inferior esquerdo da cavidade. Ao encontrar a parede superior da cavidade e mudar de direção, o fluido preenche toda a região superior da cavidade como comentado anteriormente. A configuração do gradiente de temperatura formado entre a região superior da cavidade, preenchida com fluido aquecido, e a parede fria na parte inferior da cavidade não geraria por si só o escoamento por convecção natural. Porém, a ascensão de fluido devido ao gradiente de temperatura no canto inferior esquerdo da cavidade gera um excesso de pressão na região superior da cavidade resultando no movimento descendente do fluido contido nessa região em direção à parede fria da cavidade. Ao se aproximar da parede fria, o fluido próximo ao canto inferior esquerdo da cavidade é novamente aquecido e acelerado completando o processo de escoamento dentro da cavidade.

A maior parcela de energia que deixa a parede aquecida da cavidade está concentrada na metade inferior dessa parede onde estão localizados os maiores gradientes de temperatura, como mostrado pelo adensamento das linhas de calor nessa região nas Figuras 4.1(j) a 4.1(l). Para $Ra = 10^3$, as isolinhas de função calor apresentam um forma próxima da simetria diagonal, formando no canto inferior esquerdo da cavidade quartos de círculo típicos de um regime de transferência de calor por condução pura com essas condições de contorno. É importante notar que a maior parte das isolinhas de calor para a cavidade com $Ra = 10^3$ estão concentradas nessa região do canto indicando sua importância na transferência de calor total da cavidade. Na medida em que o número de Rayleigh da cavidade aumenta, a quantidade das isolinhas formando um quarto de círculo no canto inferior esquerdo da cavidade é reduzida. Ao deixar a parede quente o fluxo de energia na cavidade, representado pela isolinhas de calor, acompanha as isolinhas de função corrente e alcança a parede fria distribuído de forma quase uniforme ao longo de toda essa parede.

As características do campo de temperatura e das isolinhas de função corrente da cavidade 1-0, permitem identificar três regiões na cavidade como indicado na Figura 4.2 Kimura e Bejan (1985). O escoamento na cavidade é gerado a partir do gradiente de temperatura formado na região (I) de camada limite da parede vertical que possui espessura de ordem l e altura da ordem de h . Ao resfriar o fluido quente contido na parte superior da cavidade, a parede fria forma também uma região (II) de camada limite com espessura da ordem de h ao longo de todo o comprimento da parede. A região (III) na parte superior da cavidade é preenchida pelo fluido aquecido com temperatura da ordem de T_1 . A partir da interação dessas três regiões pode-se realizar uma análise

de escala para avaliar o comportamento de parâmetros como velocidade, função corrente e número de Nusselt da cavidade. Os principais resultados dessa análise são mostrados nas Equações (4.1) a (4.3).

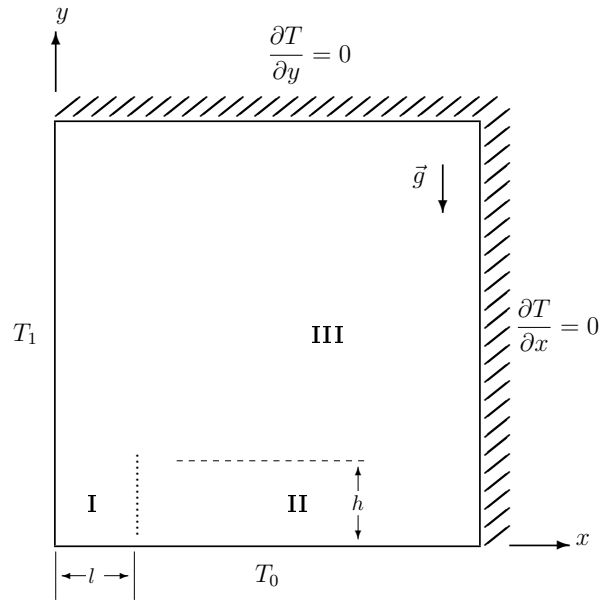


Figura 4.2: Esquema da cavidade 1-0 sem bloco (adaptado de Kimura e Bejan (1985)).

$$v \sim \alpha L^{2/7} H^{-9/7} Ra^{3/7} \quad (4.1)$$

$$\psi \sim \alpha (L/H)^{3/7} Ra^{1/7}, \quad Pr \sim 1 \quad (4.2)$$

$$Nu = \frac{Q}{k\Delta T} \sim \alpha (L/H)^{3/7} Ra^{1/7} \quad (4.3)$$

As equações acima são válidas para a condição em que $l \ll h$, o que resulta na condição dada pela Equação (4.4) na qual as Equações (4.1) a (4.3) são válidas.

$$Ra^{1/7} (L/H)^{3/7} \gg 1 \quad (4.4)$$

Na cavidade aquecida pela parede vertical com fluxo constante (cavidade 1q-0), a temperatura da parede quente aumenta ao longo de sua extensão como mostrado na Figura 4.3(a). O

escoamento na cavidade é gerado, assim como na cavidade aquecida com temperatura constante, pela configuração perpendicular dos gradientes de temperatura e do vetor gravidade próximos à parede aquecida. Porém, devido ao aumento da temperatura ao longo na parede vertical, escoamento então é acelerado ao longo dessa parede como pode ser visto pela convergência das isolinhas de função corrente com o aumento da coordenada Y na Figura 4.3(b). Ao encontrar a parede superior da cavidade o escoamento então muda de direção formando um vórtice que agora possui seu centro na parte superior da cavidade. Com a variação da temperatura da parede quente em toda sua extensão, o fluxo de energia que deixa essa parede não é está mais concentrado em sua metade inferior como visto através das isolinhas de função calor da Figura 4.3(c). Por sua vez, as isolinhas de função de calor que chegam à parede fria apresentam uma distribuição uniforme assim como na cavidade aquecida com temperatura constante.

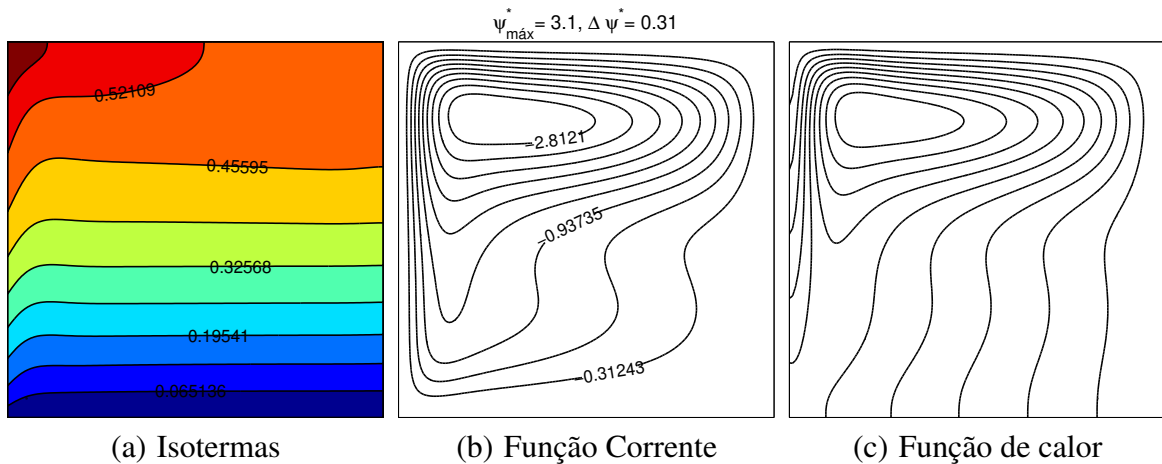


Figura 4.3: Isolinhas de para a cavidade 1q-0 sem bloco com $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$.

4.2 Cavidade com sólido interno

São apresentados nesta seção os resultados para as cavidades 1-0 e 1q-0 com sólido interno. Inicialmente os resultados para um bloco adiabático de tamanho variável são apresentados e discutidos com relação aos campos de temperatura e de velocidade e transferência de calor na cavidade. Em seguida os efeitos da condutividade térmica relativos a esses três temas são apresentados com as respectivas discussões.

4.2.1 Campos de temperatura e velocidade

O campo de temperatura da cavidade 1-0 com um sólido adiabático em seu centro é mostrado através de suas isotermas na Figura 4.4. Para blocos de tamanho $\zeta = 0,3$, a presença do bloco resulta apenas em pequenas distorções das isotermas na região próxima ao bloco, quando comparada com a cavidade sem bloco (Figura 4.4(a)). Para blocos maiores inseridos na cavidade com $Ra = 10^3$, o fluido contido nos canais formados entre o bloco e as paredes quente e fria passam a apresentar uma temperatura uniforme ao longo de sua extensão com um forte gradiente de temperatura localizado na interseção entre esses dois canais (Figura 4.4(b)). Os mesmos canais estão conectados em cada extremidade pelos canais formados entre o bloco e as paredes adiabáticas da cavidade. Como estão limitados por superfícies adiabáticas, a transferência de calor ocorre apenas através do próprio fluido que apresenta agora um gradiente de temperatura distribuído ao longo da extensão dos dois canais formados entre o bloco e as paredes adiabáticas. Uma configuração próxima também pode ser vista nas isotermas para um bloco maior na Figura 4.4(c) para cavidade com $Ra = 10^4$. Com o aumento do número de Rayleigh para $Ra = 10^5$ e 10^6 , o campo de temperatura na cavidade com bloco é modificado com relação às cavidades com $Ra = 10^3$ e 10^4 . Para os números de Rayleigh mais altos, na cavidade sem bloco, forma-se uma região de temperatura uniforme preenchida pelo fluido aquecido que ocupa toda a metade superior da cavidade, como mostrado anteriormente nas Figuras 4.1(c) e 4.1(d). Esse mesmo padrão é mantido na cavidade com bloco como mostrado nas Figuras 4.4(d) e 4.4(f). Quando um bloco de tamanho $\zeta = 0,9$ é inserido na cavidade com $Ra = 10^5$ (Figura 4.4(e)), um padrão de isotermas próximo ao mostrado na Figura 4.4(c) é percebido.

As Figuras 4.5(a) e 4.5(c) mostram os perfis de temperatura em $X = 0,5$ e $Y = 0,5$, respectivamente, para cavidade com $Ra = 10^5$. Os perfis com $Pr = 0,7$ e $7,0$ são apresentados nas figuras. Esses perfis se sobrepõem em toda sua extensão, o que mostra a pequena influência da variação do número de Prandtl no campo de temperatura da cavidade. As curvas para um bloco de tamanho $\zeta = 0,2$ (Figura 4.5(a) e 4.5(c)), mostram um perfil de temperatura próximo ao da cavidade sem bloco, também representado nas figuras. O aumento do bloco para $\zeta = 0,5$ resulta no aumento da temperatura do fluido ao longo de $Y = 0,5$ e na região superior do perfil em $X = 0,5$ quando comparados com o perfil para $\zeta = 0,2$. Na região inferior do perfil em $X = 0,5$ a temperatura do fluido é reduzida com o aumento do bloco de $\zeta = 0,2$ para $\zeta = 0,5$. Na medida em que blocos maiores ocupam a cavidade, essa tendência de aumento e redução na temperatura do fluido, mostrados nas Figuras 4.5(a) e 4.5(c), se intensifica, ou seja, quanto maior o tamanho

do bloco maior é o aumento ou redução nos perfis de temperatura em comparação com a cavidade sem bloco. Esse efeito pode ser verificado para toda a faixa de Rayleigh e também para a cavidade aquecida com fluxo constante como mostrado nas Figuras 4.5(b) e 4.5(d). Para a cavidade 1-0, a temperatura do fluido na região superior da cavidade está limitada pela temperatura da própria parede aquecida. Já na cavidade 1-0q, a temperatura do fluido não é sujeita a essa limitação, o que faz com que o aumento da temperatura na metade superior dessa cavidade (parte superior do perfil em $X = 0,5$), com relação à cavidade sem bloco, seja maior do que o registrado na cavidade 1-0.

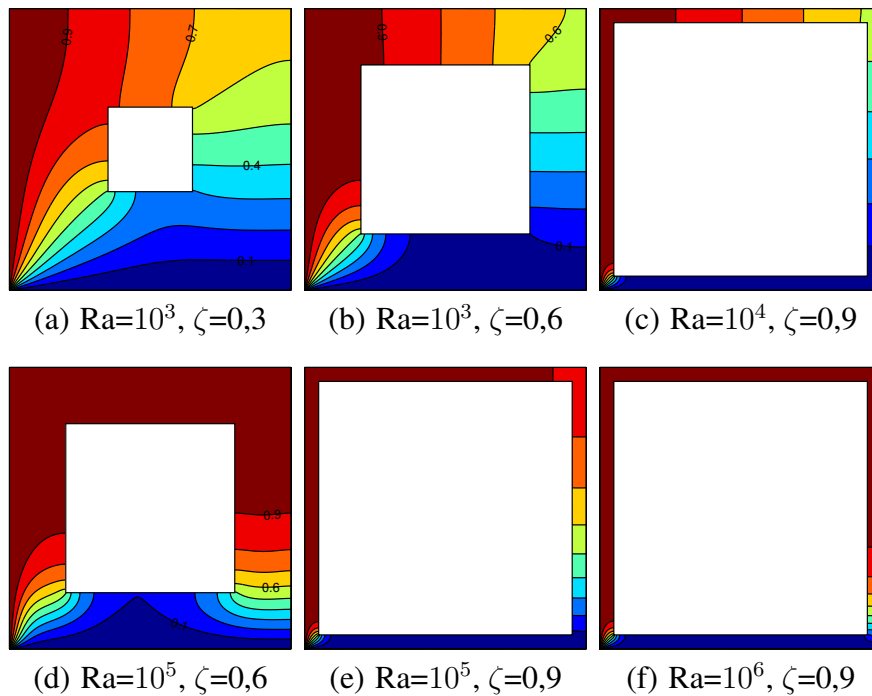


Figura 4.4: Isotermas para a cavidade 1-0 com bloco adiabático e $Pr = 0,7$.

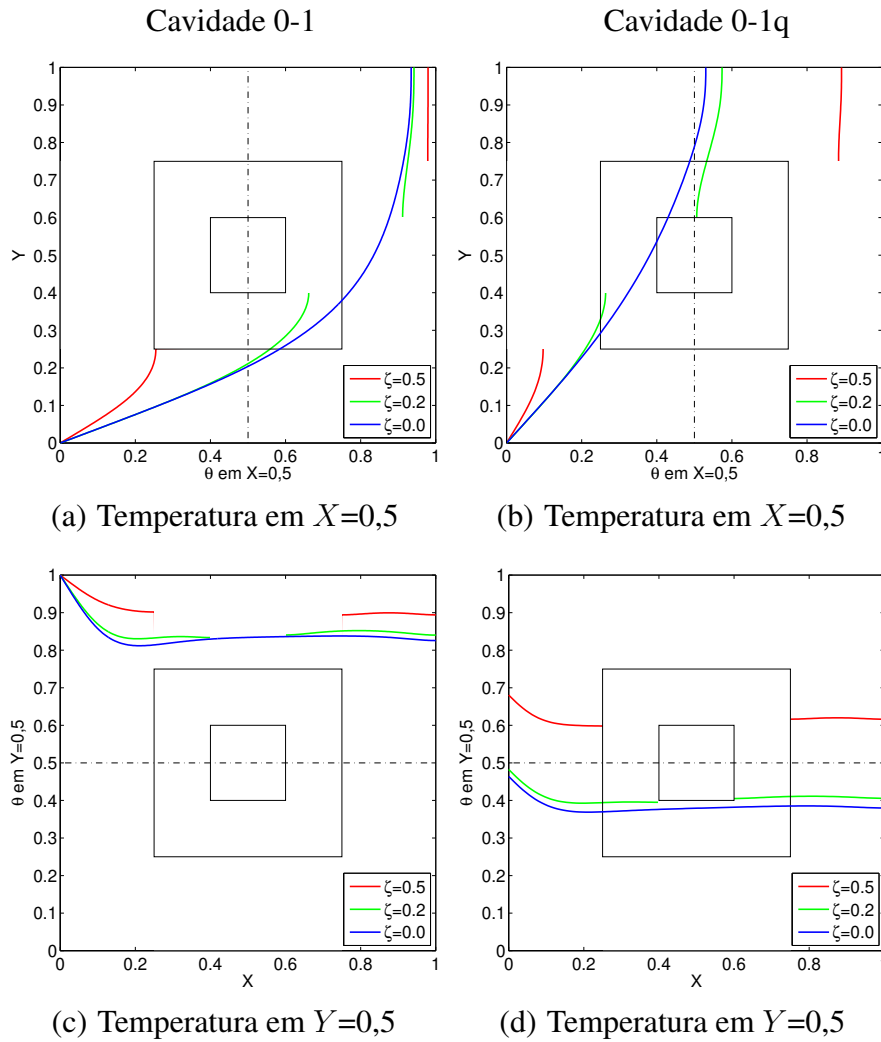


Figura 4.5: Perfis de temperatura para as cavidades 0-1 e 0-1q, com $Ra = 10^5$ e $Pr = 0,7$.

O escoamento na cavidade sem bloco forma um vórtice que gira em sentido horário e possui um centro de rotação deslocado do centro da cavidade em direção ao seu canto inferior esquerdo. Esse afastamento do centro do vórtice com relação ao centro da cavidade cresce com o aumento do número de Rayleigh (Figura 4.1(e) a 4.1(h)). A inserção do bloco adiabático no centro da cavidade faz com que esse vórtice seja deslocado ainda mais em direção ao canto inferior esquerdo da cavidade, reduzindo a intensidade do escoamento na cavidade como pode ser visto pela redução no valor máximo da função corrente mostrado nas Figuras 4.6(a)-4.6(c). Quanto maior o espaço ocupado pelo bloco, maior é o deslocamento do centro do vórtice com relação à sua posição na cavidade sem bloco. Esse vórtice então passa a ocupar um espaço cada vez mais estreito entre as paredes da cavidade e do bloco e, para um determinado tamanho de bloco, acaba sendo eliminado devido ao estreitamento do canal onde está contido. Nesse momento, todo o fluido na cavidade

passa a escoar como uma única célula circulando em volta do bloco adiabático (Figura 4.6(c)).

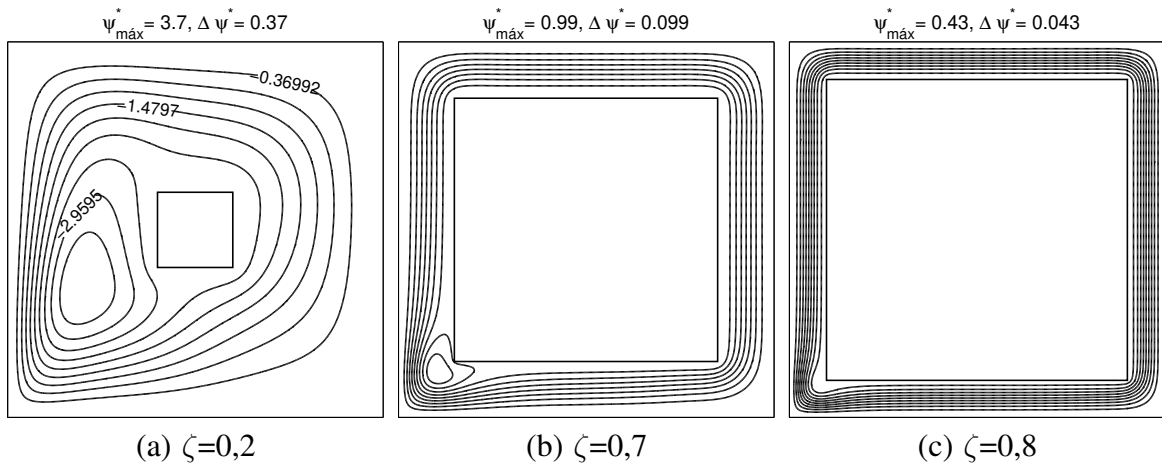


Figura 4.6: Isolinhas de função corrente para a cavidade aquecida com temperatura constante, $Ra = 10^5$ e $Pr = 0,7$

As Figuras 4.7(a) e 4.7(b) mostram o efeito da inserção do bloco adiabático no escoamento da cavidade através dos valores máximos de função corrente para a cavidade 0-1 e 0-1q. Na medida em que blocos maiores são inseridos, a intensidade do escoamento na cavidade é reduzida com relação à cavidade sem bloco para as duas condições de contorno. Para $Ra = 10^6$ na Figura 4.7(a), essa redução é significativa apenas para $\zeta > 0,4$, o que pode ser explicado pelo aspecto dos perfis de velocidade da cavidade sem bloco. Para $Ra = 10^6$ o perfil da componente V (Figura 4.8(b)) apresenta uma região de maior velocidade na região do escoamento ascendente próxima à parede aquecida seguida por uma região de velocidade quase uniforme, descendente e de menor magnitude, que se estende ao longo de todo o restante do perfil. A componente U (Figura 4.8(a)) apresenta velocidades maiores nas regiões periféricas do perfil e de menor magnitude na região central. Dessa forma, para $Ra = 10^6$ os blocos de tamanho $\zeta < 0,3$ ocupam uma região da cavidade onde o escoamento é descendente e de velocidades bastante inferiores àquelas encontradas no escoamento próximo às paredes da cavidade, principalmente na região próxima à parede aquecida. Como resultado, o efeito da presença desse bloco no escoamento da cavidade é insignificante quando comparado com a cavidade sem bloco, como mostrado na Figura 4.7(a). A presença do bloco começa a afetar o escoamento da cavidade apenas quando a área ocupada pelo bloco se aproxima da região onde estão localizadas as maiores velocidade na cavidade sem bloco.

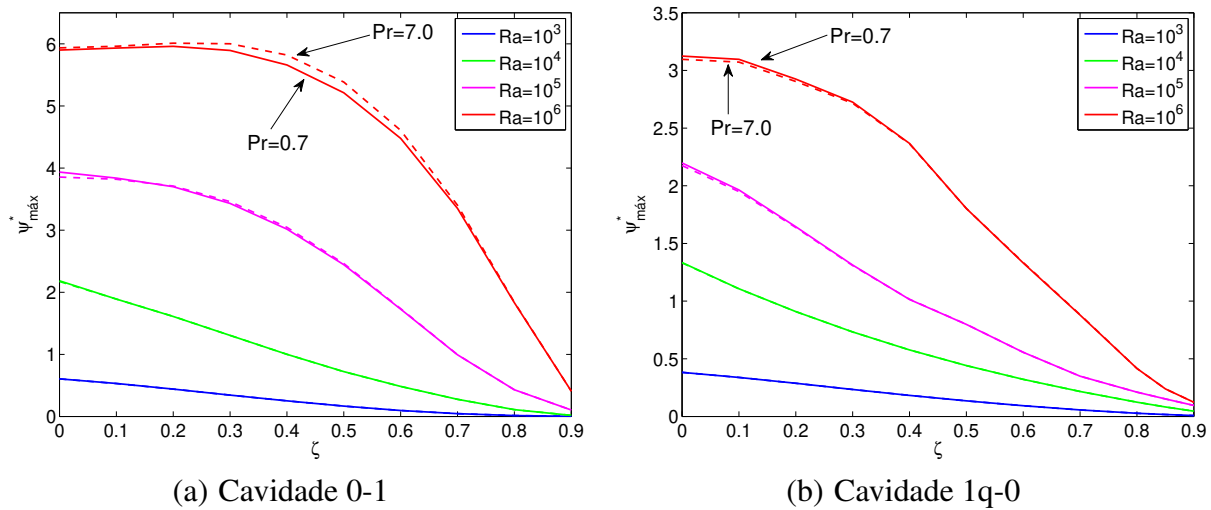


Figura 4.7: Variação da função corrente máxima em função do tamanho do bloco

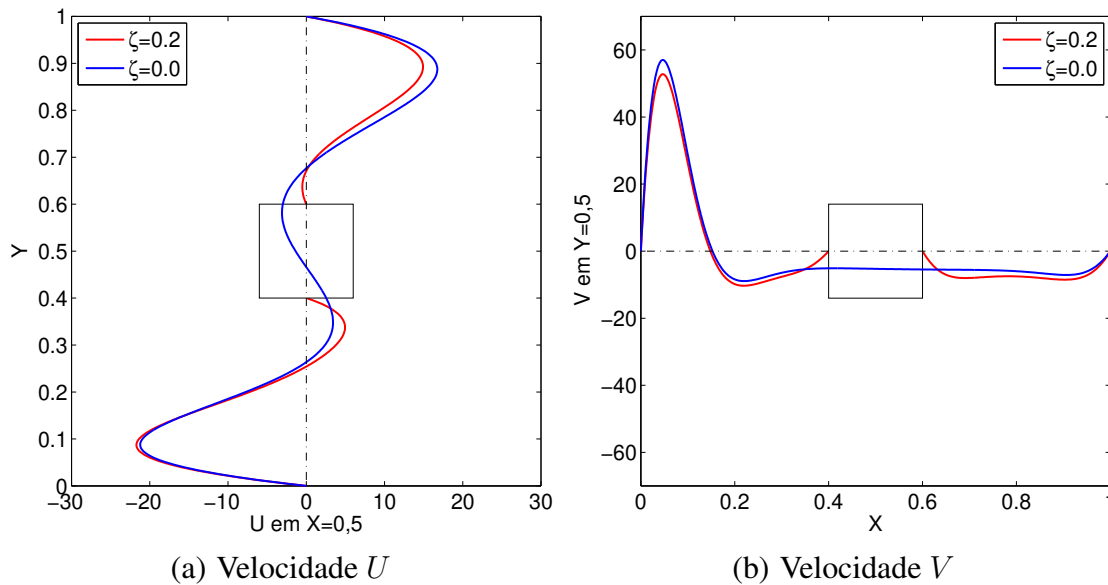


Figura 4.8: Perfis da componente de velocidade U e V para a cavidade 1-0 com $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$

Na cavidade sem bloco e aquecida com fluxo constante, o vórtice formado pelas isolinhas da função corrente é localizado na parte superior da cavidade (Figura 4.3(b)). Com a inserção do bloco esse vórtice é comprimido entre as paredes da cavidade e do bloco gerando novas células de rotação no canal superior da cavidade como mostrado nas Figuras 4.9(b) e 4.9(a). Nesse momento o ponto de função corrente máxima da cavidade é deslocado para o vórtice formado no canto inferior

esquerdo da cavidade, como indicado nas mesmas figuras. Um quarto vórtice de menor intensidade e girando em sentido anti-horário, contrário à rotação do escoamento principal da cavidade é formado no canto inferior direito da cavidade (Figura 4.9(b)). Nessa região a configuração entre o gradiente de temperatura e o vetor gravidade é desfavorável ao escoamento por convecção natural, sendo estes paralelos e de sentidos contrários. Assim, a célula que surge no canto inferior direito da cavidade é formada devido ao efeito das forças viscosas que atuam entre a porção de fluido quase estagnado que ocupa essa região e a corrente de fluido descendente proveniente do canal direito da cavidade.

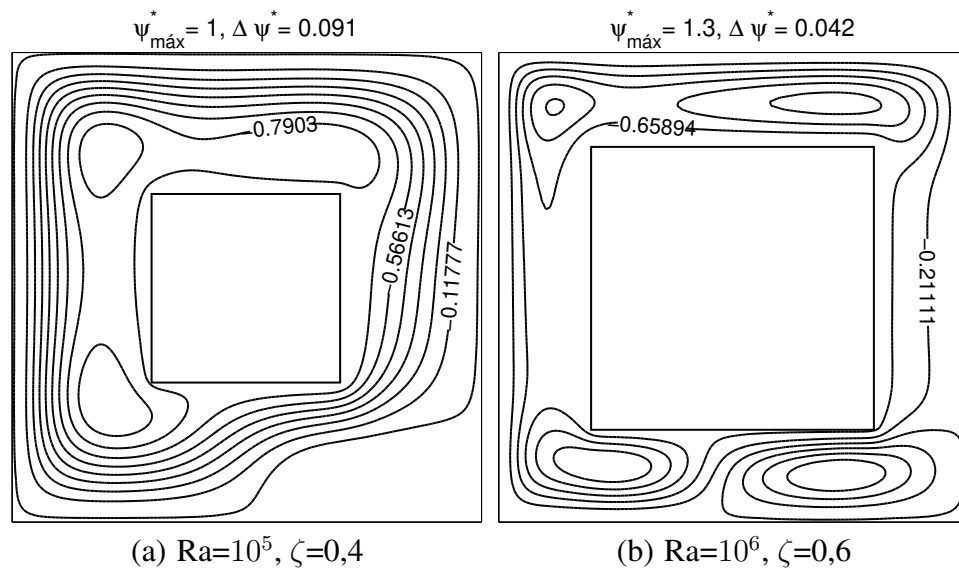


Figura 4.9: Isolinhas de função corrente para a cavidade 1q-0 e $Pr = 0,7$

4.2.2 Transferência de calor

As modificações nos campos de temperatura e velocidade mostrados na seção 4.2.1 servem como base para as discussões a respeito da transferência de calor na cavidade 1-0 e 1q-0 com sólido interno. A Figura 4.10(a) mostra a variação do número de Nusselt da cavidade 1-0 em função do número de Rayleigh. Na mesma figura está representada a escala de Nu para a cavidade sem bloco como definida pela Equação (4.3). Para blocos adiabáticos de tamanho $\zeta = 0,1$ a $0,2$ inseridos na cavidade, o seu efeito na transferência de calor da cavidade é insignificante, como pode ser visto pela concordância entre os números de Nusselt da cavidade sem bloco e com bloco de tamanho $\zeta = 0,2$ na Figura 4.10(a). A mesma figura mostra também que o aumento do número de Rayleigh

resulta no aumento do Nusselt da cavidade para todos os tamanhos de bloco. Quanto menor o bloco, maior é o incremento no Nusselt devido ao aumento no número de Rayleigh. Para $\zeta = 0,9$, o Nusselt apresenta apenas um leve crescimento com o aumento de Rayleigh, mantendo-se aproximadamente constante até $Ra = 10^5$, indicando a proximidade do limite de condução pura na transferência de calor da cavidade para esta faixa de Rayleigh. Próximo a esse limite, as isotermas assumem uma forma característica de uma transferência de calor unidimensional através dos canais que ligam as paredes aquecida e resfriada da cavidade, como mostrado anteriormente na Figura 4.4(c) para a cavidade com $\zeta = 0,9$ e $Ra = 10^4$. Na Figura 4.10(b) é mostrado o comportamento do Nusselt em função do tamanho do bloco na cavidade 1-0. O valor de Nusselt para a cavidade com blocos de tamanho $\zeta = 0,1$ a $0,2$ se mantém constante com relação à cavidade sem bloco em toda faixa de Rayleigh. A inserção de blocos maiores na cavidade resulta na redução de sua transferência de calor quando comparada com a cavidade sem bloco.

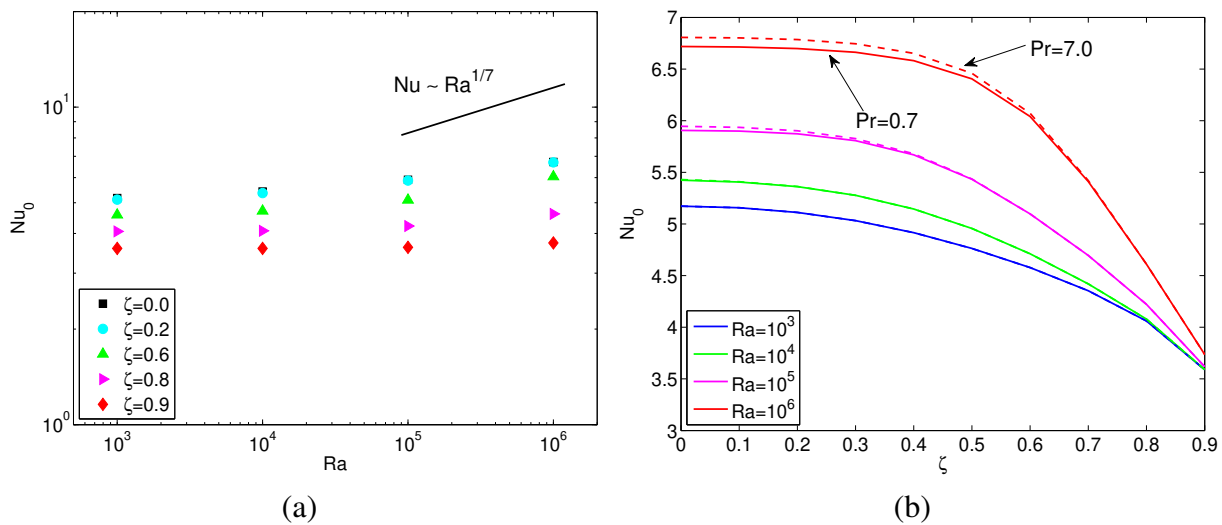


Figura 4.10: Variação do número de Nusselt da cavidade 1-0 em função (a) do número de Rayleigh para $Pr = 0,7$ e (b) do tamanho do bloco.

A alteração na condição de contorno da parede aquecida da cavidade adiciona novos aspectos ao comportamento do número de Nusselt. Na Figura 4.11(a) é mostrado o comportamento do Nusselt com relação ao número de Rayleigh para a cavidade 1q-0. Para essa condição de contorno, na cavidade sem bloco, o Nusselt possui uma dependência fraca do número de Rayleigh, como apontado por Kimura e Bejan (1985), e o seu aumento resulta no aumento do número de Nusselt, assim como observado para a condição 1-0. Através da Figura 4.11(a) é possível observar ainda que o comportamento no Nusselt segue uma mesma lei de potência com relação ao número de Rayleigh

da cavidade, independente do tamanho do bloco. Na Figura 4.11(b) é mostrado o comportamento do número de Nusselt com relação ao tamanho do bloco inserido na cavidade. A transferência de calor na cavidade 1q-0 é reduzida devido a inserção de um bloco adiabático em seu centro. Quanto maior o tamanho do bloco, maior é a redução da transferência de calor na cavidade quando comparada à cavidade sem bloco.

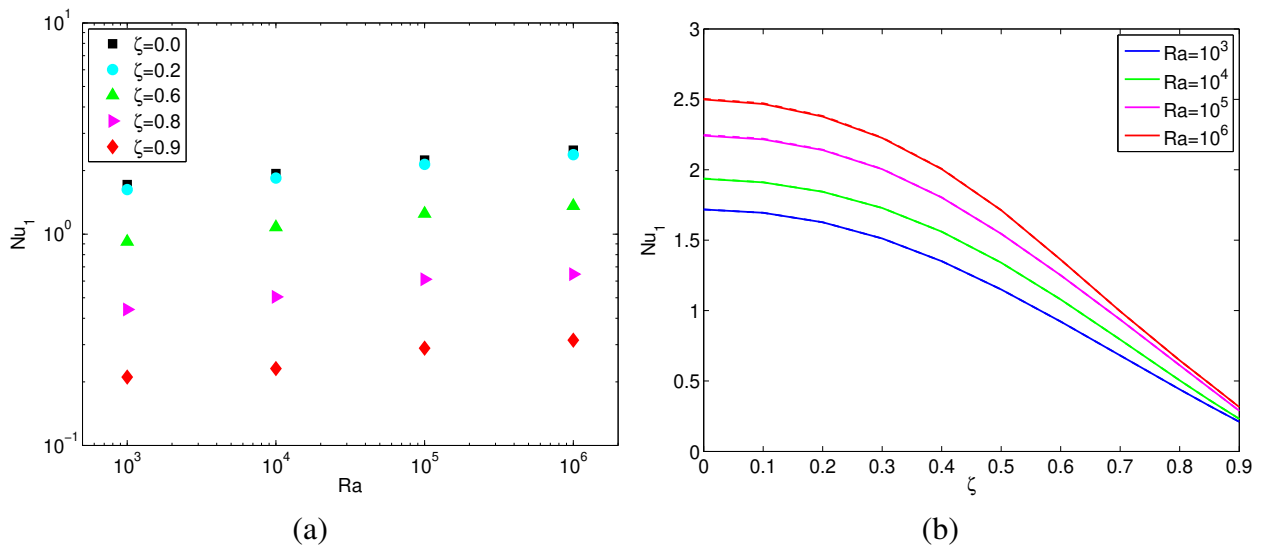


Figura 4.11: Variação do número de Nusselt da cavidade 1q-0 em função (a) do número de Rayleigh para $Pr = 0, 7$ e (b) do tamanho do bloco.

As curvas de Nusselt em função do tamanho do bloco nas cavidades 1-0 e 1-0q (Figuras 4.10(b) e 4.11(b)) não apresentam um crescimento devido à inserção do bloco adiabático em seu centro, diferente das curvas mostradas para as cavidades 0-1 e 0-1q (Figura 3.12). Essa característica das cavidades 1-0 e 1q-0 pode ser entendida pela diferença existente entre as isolinhas de calor dessas cavidades e da cavidade aquecida por baixo. Nas cavidades 1-0 e 1q-0, o vórtice formado pelas isolinhas de calor possui seu centro deslocado do centro da cavidade. A região central dessa cavidade é uma região termicamente ativa, ou seja, que participa diretamente na transferência de calor entre as paredes aquecida e resfriada. Portanto, o sólido adiabático inserido no centro das cavidades 1-0 e 1q-0 interfere diretamente no fluxo de energia que deixa a parede aquecida em direção à parede fria da cavidade, como mostrado na Figura 4.12 onde a área ocupada por um bloco de tamanho $\zeta = 0,5$ é representada nas isolinhas de calor da cavidade 1-0 sem bloco. A região do bloco mostrada na figura corta as isolinhas de calor interferindo no fluxo de energia. A interferência do sólido adiabático no fluxo de energia da cavidade resulta na redução da sua transferência de calor. Esse fato não ocorre nas cavidades 0-1 e 0-1q quando os blocos são inseridos na região

interna aos vórtices formados pelas isolinhas de calor, região que não participa de forma efetiva na transferência de calor entre as duas paredes da cavidade.

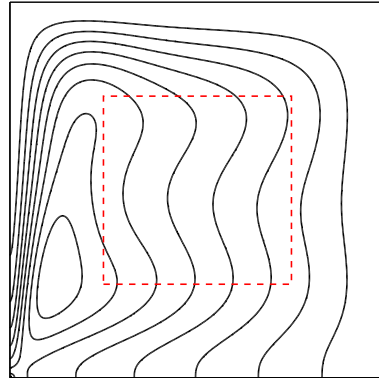


Figura 4.12: Representação da área ocupada por um bloco de tamanho $\zeta = 0,5$ nas isolinhas de calor da cavidade 1-0 sem bloco com $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$

4.2.3 Efeito da condutividade do sólido nos campos de temperatura e velocidade

A transferência de calor através do bloco, quando este passa a ser condutor, resulta na modificação dos campos de temperatura e velocidade da cavidade quando comparados à cavidade com um bloco adiabático. A Figura 4.13 mostra as isoterms para a cavidade 1-0 com $Ra = 10^3$ e 10^6 . Para tamanhos de bloco menores, como $\zeta = 0,3$ mostrados na Figura 4.13(a) a 4.13(c), a inserção do bloco condutor resulta apenas em pequenas distorções nas isoterms próximas ao bloco. Com o aumento na sua condutividade, o gradiente de temperatura no bloco é reduzido e a distribuição de temperatura nessa região passa a ser aproximadamente uniforme. O aumento da condutividade na cavidade com blocos maiores modificam de forma mais significativa o campo de temperaturas da cavidade. Para a cavidade com bloco de tamanho $\zeta = 0,8$, como mostrado na Figura 4.13(b) a 4.13(d), o aumento da condutividade do bloco de $k^* = 1$ para $k^* = 100$ comprime as isoterms na região de fluido próxima às paredes aquecida e resfriada. Essa característica é observada nas cavidades com $Ra = 10^3$ e $Ra = 10^6$ mostradas na figura. Com a mudança na condição de contorno da parede aquecida para fluxo constante, os efeitos resultantes do aumento da condutividade do bloco são semelhantes aos observados na cavidade 1-0.

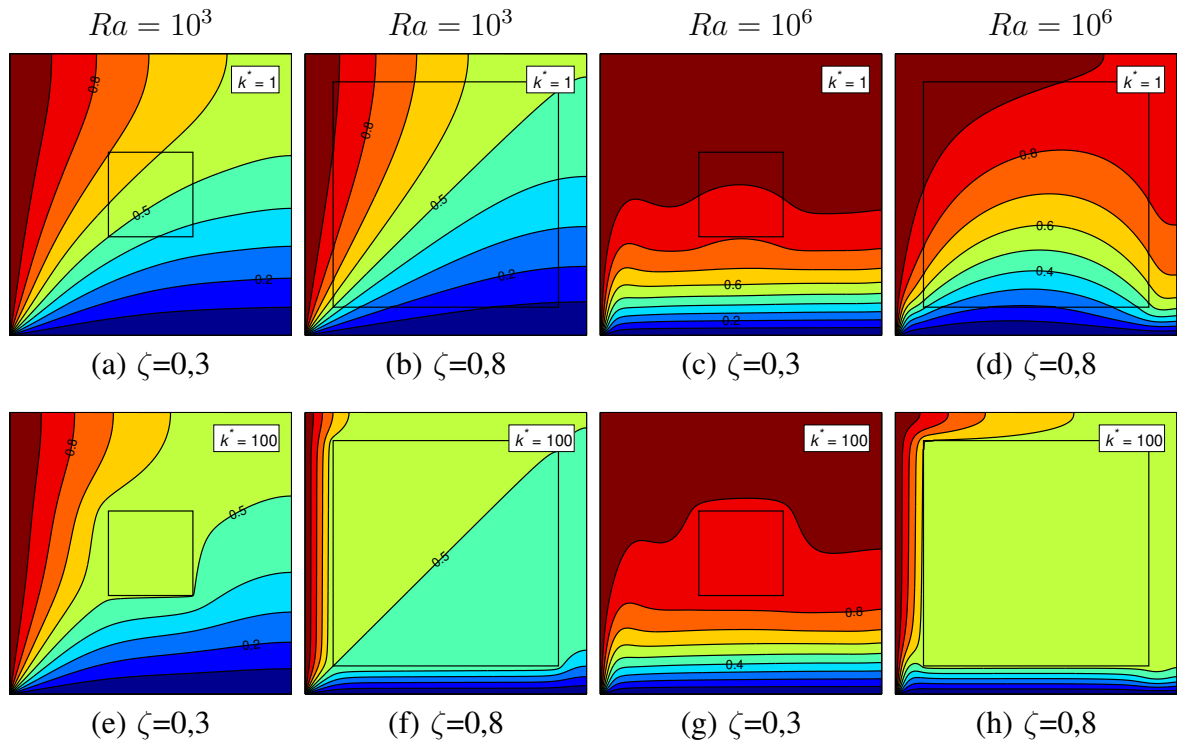


Figura 4.13: Isotermas para a cavidade 1-0 com bloco condutor e $Pr = 0,7$.

O comportamento na temperatura dos canais formados entre as paredes da cavidade e o bloco pode ser visualizado através dos perfis mostrados na Figura 4.14. A figura mostra a redução na temperatura do fluido que escoia pelos canais formados entre o bloco e as paredes adiabáticas na medida em que a condutividade do bloco aumenta. Essa redução de temperatura é provocada pela transferência de calor do fluido que escoia nos canais para o bloco condutor e é também verificada para os demais números de Rayleigh. Na região do sólido, o perfil de temperatura para $k^* = 100$, mostra uma distribuição aproximadamente uniforme de temperatura. Nos canais formados entre o bloco e as paredes aquecida e resfriada, o aumento da condutividade do bloco faz com que esses perfis apresentem uma forma linear, definida entre as temperaturas da parede da cavidade e do bloco.

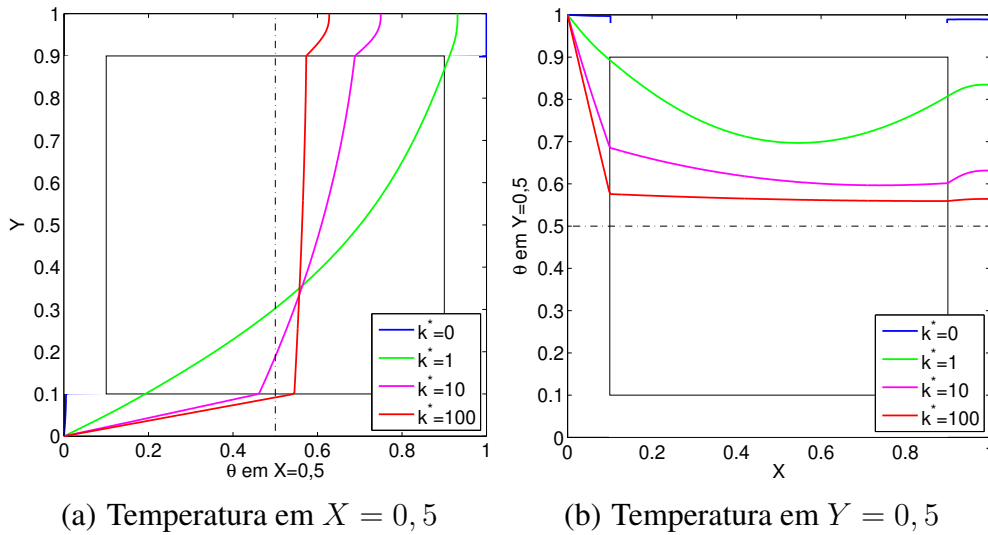


Figura 4.14: Perfis de temperatura para a cavidade 1-0 com $\zeta = 0,8$, $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$ para diferentes valores de k^* .

A distribuição de temperaturas no bloco, resultante de sua condutividade térmica, afeta de forma peculiar o escoamento na cavidade. A Figura 4.15 mostra o comportamento da função corrente máxima na cavidade 1-0 em função do tamanho do bloco para diferentes valores de condutividade térmica. Na cavidade com bloco adiabático, o valor da função corrente máxima da cavidade é reduzido com o aumento do bloco como mostrado anteriormente na Figura 4.7(a). A Figura 4.15(a) mostra que essa redução é intensificada com o aumento da condutividade do bloco para a cavidade com $Ra = 10^3$. Com o aumento no número de Rayleigh, o valor de $\psi_{máx}$ passa a ter um comportamento inteiramente diverso daquele para $Ra = 10^3$, como mostrado na Figura 4.15(b) para a cavidade 1-0 com $Ra = 10^6$. O aumento da condutividade do sólido na cavidade com blocos de tamanho $\zeta > 0,2$, resulta no aumento do valor de $\psi_{máx}$ na cavidade. Esse aumento é máximo para blocos com tamanho próximo de $\zeta = 0,5$.

O comportamento das curvas mostradas na Figura 4.15(b) pode ser explicado investigando-se o canal formado entre a parede aquecida e bloco. Na cavidade 1-0, o escoamento é gerado pela ação dos gradientes de temperatura normais às paredes aquecida e resfriada. Esses gradientes são mais intensos no canto inferior esquerdo da cavidade onde está localizado o ponto de máximo da função corrente (Figura 4.1(h)). Quando o bloco condutor é inserido na cavidade, devido à distribuição de temperatura na superfície do bloco, cria-se um canal entre a parede aquecida e o bloco com uma configuração perpendicular entre o gradiente de temperatura e o vetor gravidade (Figura 4.16(a)). Para blocos condutores de tamanho $\zeta > 0,2$, o centro do vórtice, juntamente com o ponto de

máximo da função corrente, é então deslocado para a região do canal (Figura 4.16(b)) onde é “alimentado” pela diferença de temperatura entre a parede da cavidade e do bloco. Quanto maior a condutividade do bloco, maior é a diferença de temperatura entre a parede da cavidade e a superfície do bloco (ver perfil de temperatura na Figura 4.14(b)) resultando no aumento da circulação no canal como mostrado na Figura 4.15(b) para $\zeta > 0,2$. Para uma determinada condutividade do bloco, o canal possui uma espessura ótima que leva ao máximo valor de função corrente mostrado na Figura 4.15(b) em $\zeta = 0,5$ para $k^* = 10$ e 100 .

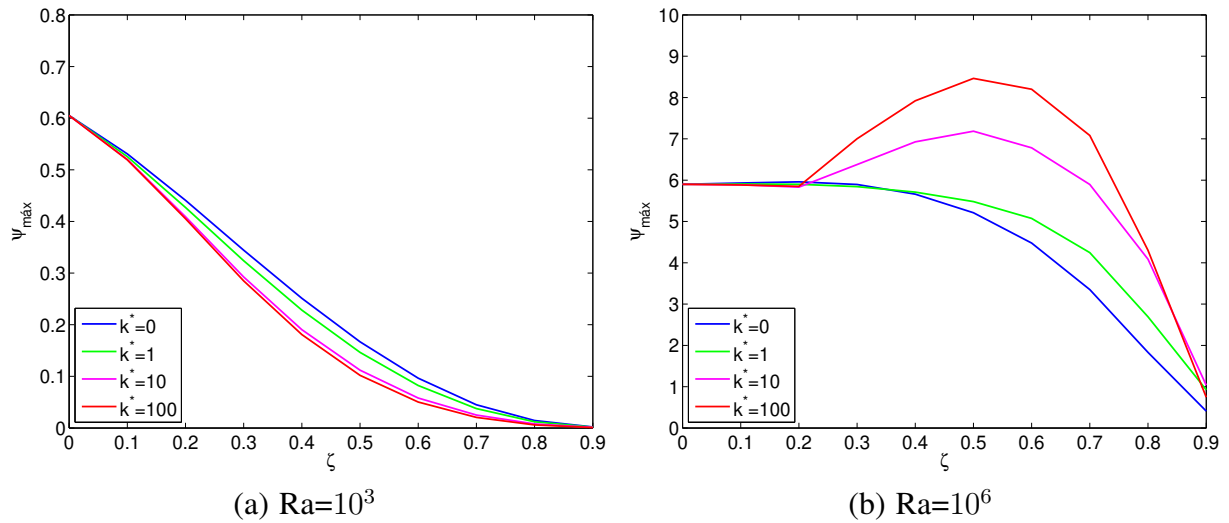


Figura 4.15: Função corrente máxima em função do tamanho do bloco para a cavidade 1-0 e $Pr = 0,7$.

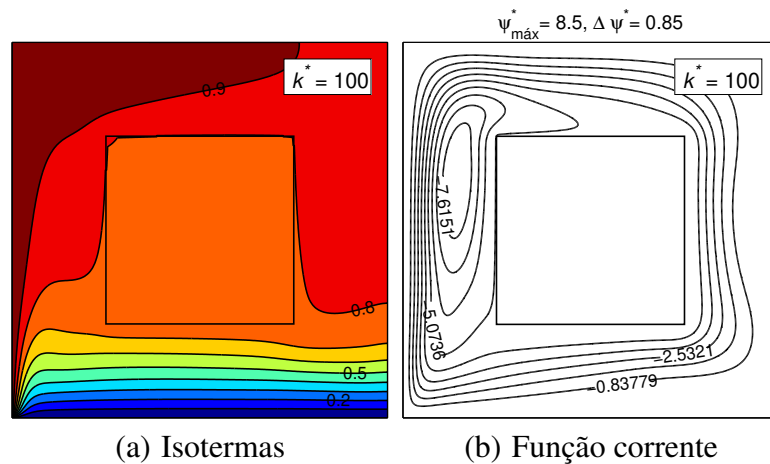


Figura 4.16: Isolinhas para a cavidade 1-0 com $\zeta = 0,5$, $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,7$.

4.2.4 Efeito da condutividade do sólido na transferência de calor

O comportamento da transferência de calor em função do número de Rayleigh na cavidade com bloco condutor é mostrado na Figura 4.17. A Figura 4.17(a) mostra que para $\zeta = 0,2$ o efeito da condutividade do bloco na transferência de calor da cavidade é pouco significativo. Para esse tamanho de bloco, os valores de Nusselt na cavidade com bloco condutor são aproximadamente os mesmos quando comparados à cavidade com bloco adiabático. O mesmo resultado é obtido para blocos menores. A Figura 4.17(a) também mostra que para $\zeta = 0,2$ a dependência do Nusselt com relação ao número de Rayleigh é mantida independente da condutividade do bloco. Nas cavidades com blocos maiores, o aumento da condutividade do sólido reduz a influência do número de Rayleigh na transferência de calor da cavidade, como pode ser observado na Figura 4.17(b) para $\zeta = 0,8$. A figura mostra que na cavidade com bloco adiabático o aumento do número de Rayleigh resulta em um pequeno crescimento no número de Nusselt. Com o aumento da condutividade do bloco para $k^* = 10$ e 100 , o número de Nusselt se mantém aproximadamente constante com o aumento de Rayleigh de 10^3 a 10^5 , como pode ser visto pela comparação dos valores de Nusselt com a linha tracejada onde $Nu = cte$.

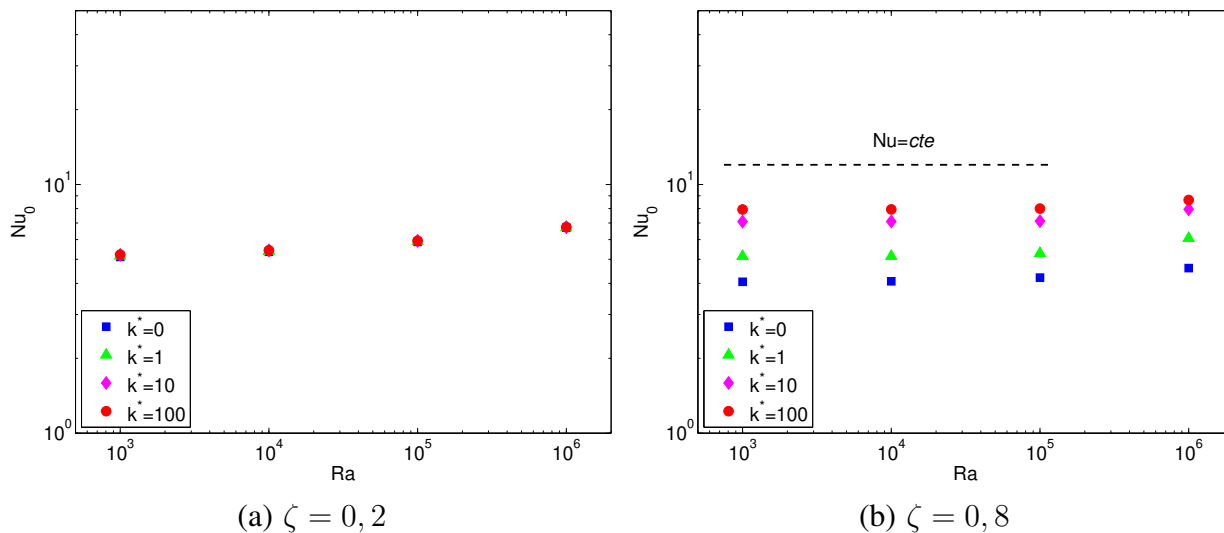


Figura 4.17: Transferência de calor na cavidade em função do número de Rayleigh para a cavidade 1-0 com $Pr = 0,7$.

A independência do Nusselt com relação ao número de Rayleigh, em problemas de convecção natural, indica que a transferência de calor na cavidade se aproxima do limite de condução pura.

Essa proximidade do limite de condução pode ser percebida também pelo aspecto das isolinhas de temperatura e calor mostradas na Figura 4.18. Para o sólido de tamanho $\zeta = 0,9$ e $k^* = 100$ mostrado na figura, a forma das isothermas (Figura 4.18(a)) é típica de uma transferência de calor por condução pura entre as paredes aquecida e resfriada. Por sua vez, as isolinhas de calor (Figura 4.18(b)) assumem a forma de isolinhas de fluxo, o que é esperado quando o termo convectivo da Equação (2.33) tende a zero.

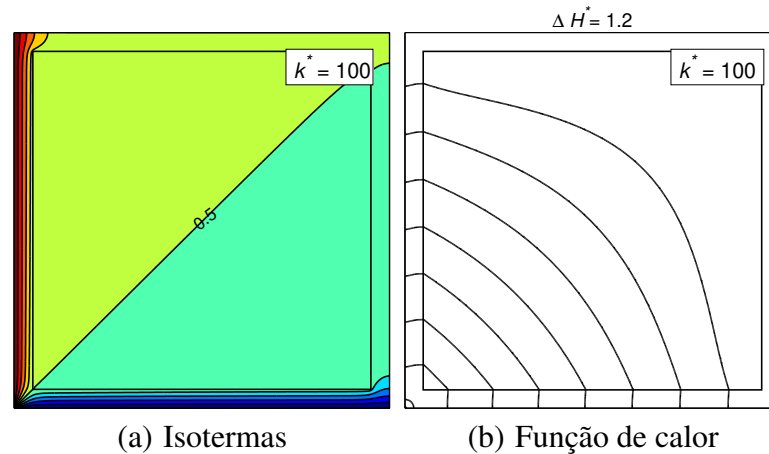


Figura 4.18: Isolinhas para a cavidade 1-0 com $\zeta = 0,9$, $Ra = 10^5$ e $Pr = 0,7$

A Figura 4.19 mostra o comportamento do Nusselt em função do tamanho do bloco condutor na cavidade com $Ra = 10^3$ e 10^6 . As figuras mostram que para um determinado tamanho de bloco, a transferência de calor na cavidade aumenta com o aumento da condutividade do sólido. Os mesmos resultados são obtidos para a cavidade 1q-0 e $Ra = 10^4$ e 10^5 na cavidade 1-0. Na cavidade 1-0 e 1q-0, o bloco é inserido numa região por onde passam as isolinhas de fluxo de energia na cavidade sem bloco, como mostrado anteriormente na Figura 4.12. Na medida em que a condutividade dessa região aumenta, um maior fluxo de calor é transportado através do bloco aumentando a transferência de calor da cavidade como mostrado na Figura 4.19.

Na Figura 4.19, para um tamanho fixo de bloco, o Nusselt da cavidade aumenta com a condutividade do sólido. É interessante observar os limites para os quais o aumento na condutividade do sólido resulta no crescimento do número de Nusselt. A Figura 4.20 mostra as curvas para o número de Nusselt da cavidade 1-0 em função da condutividade do bloco para $Ra = 10^3$ e 10^6 . As Figuras 4.20(a) e 4.20(b) apresentam comportamentos semelhantes, diferenciando-se apenas na magnitude do número de Nusselt. A semelhança é esperada em função do que foi apresentado an-

teriormente na Figura 4.19. Todavia, a Figura 4.20 mostra que as maiores variações no Nusselt da cavidade ocorrem no intervalo de $0, 1 < k^* < 10, 0$. Para valores de k^* fora dessa faixa, as curvas de Nusselt indicam um comportamento assintótico, ou seja, o aumento/redução da condutividade do bloco resulta em uma alteração cada vez menor da transferência de calor na cavidade.

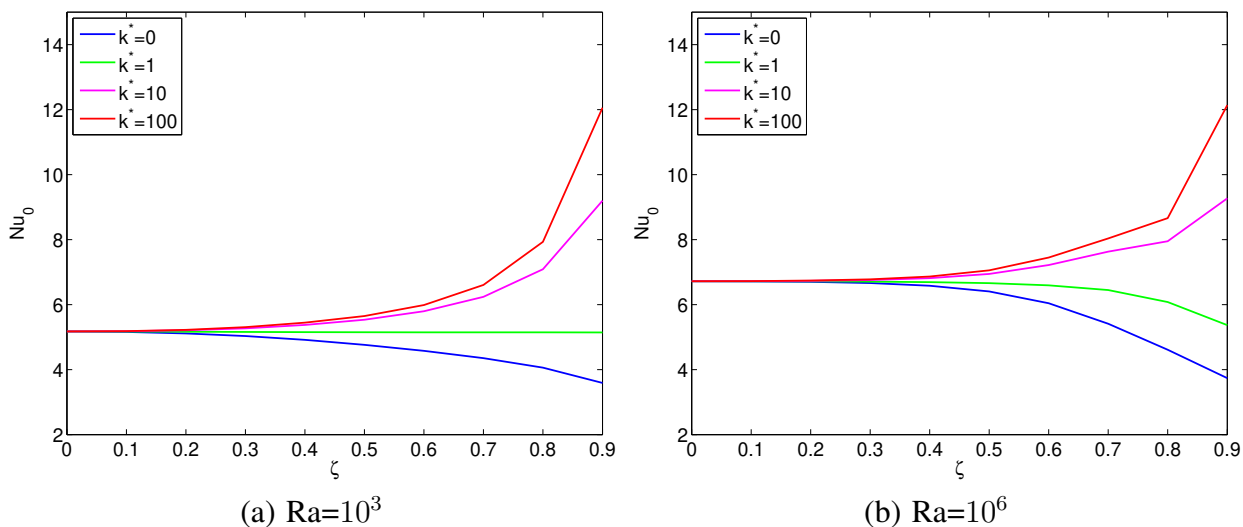


Figura 4.19: Transferência de calor na cavidade em função do tamanho do bloco para a cavidade 1-0 com $Pr = 0,7$

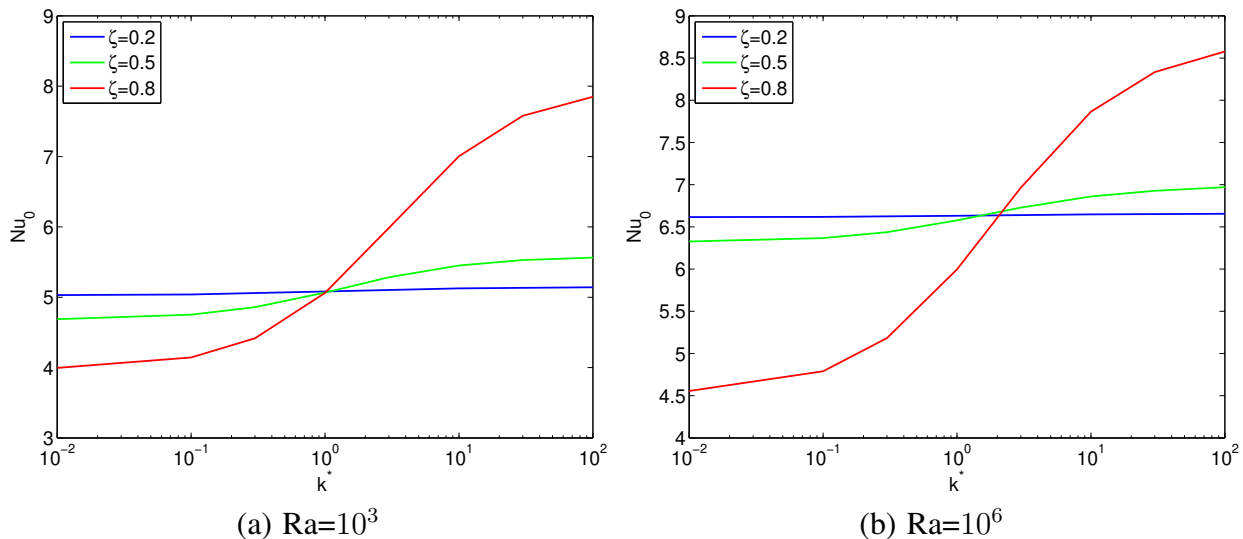


Figura 4.20: Variação no número de Nusselt em função da condutividade do sólido para a cavidade 1-0.

5 CONCLUSÕES

Nesse trabalho o problema da transferência de calor conjugada em uma cavidade quadrada com sólido interno aquecida e resfriada por paredes adjacentes foi estudado através da solução numérica das equações governantes do fenômeno. As soluções foram obtidas para as cavidades com número de Rayleigh de 10^3 a 10^6 , tamanho adimensional do bloco de $\zeta = 0,1$ a $0,9$ e bloco adiabático ou condutor com condutividade térmica adimensional $k^* = 0,001$ a 100 . Os resultados foram obtidos para $Pr = 0,7$ e $7,0$.

O método numérico utilizado mostrou-se apropriado para a solução do problema. As técnicas numéricas utilizadas no tratamento da região do sólido e na determinação do coeficiente difusivo na fronteira dos volumes de controle mostraram-se adequadas, produzindo resultados compatíveis com os encontrados na literatura (Tabela 2.2).

O processo de transferência de calor na cavidade aquecida por paredes adjacentes com sólido interno é governado pelo número de Rayleigh (Ra), tamanho (ζ) e condutividade térmica (k^*) do sólido interno. Dentro da faixa de números de Prandtl avaliada, sua influência na transferência de calor mostrou-se pouco significativa.

A transferência de calor nas cavidades 0-1 e 0-1q com blocos adiabáticos ou condutores de tamanho $\zeta < 0,3$ mantém as mesmas características da cavidade sem bloco, sendo governada apenas pelo número de Rayleigh. O número de Nusselt na cavidade com blocos dessa dimensão obedece a mesma lei de potência em função de Rayleigh (Equações (3.4) e (3.7)) válida para a cavidade sem bloco (3.10). Nas cavidades com $\zeta > 0,3$, o tamanho e condutividade do sólido passam também a influenciar na transferência de calor na cavidade, além do número de Rayleigh. De maneira geral, a dependência do número de Nusselt em relação à Rayleigh é fraca nas cavidades com blocos de tamanho $\zeta > 0,8$ e $k^* > 10$. Na medida em que a condutividade e o tamanho do bloco são aumentados além desses valores, a transferência de calor na cavidade se aproxima do limite de condução pura e o número Nusselt passa a independe do número de Rayleigh (Figuras 3.18(c) e 3.18(d)). Nesse domínio, a transferência de calor na cavidade é função dos parâmetros ζ e k^* e aumenta na medida em que os valores desses parâmetros também aumentam.

Nas cavidades 0-1 e 0-1q, a taxa transferência de calor na cavidade pode ser aumentada com relação à cavidade sem bloco através da inserção de um sólido de baixa condutividade em

seu centro (Figura 3.12). O aumento da taxa transferência de calor é resultado do isolamento da região ocupada pelo bloco. Para essas cavidades, a região central não participa de forma efetiva na transferência de calor entre as paredes aquecida e resfriada. O isolamento dessa região pelo bloco faz com que o fluxo de calor, que na cavidade sem bloco seria transferido para a porção de fluido no centro da cavidade, mantenha-se na corrente de fluido que escoia próxima às paredes da cavidade resultando no aumento do Nusselt com relação a cavidade sem bloco. Esse fenômeno é observado nas cavidades com $Ra = 10^5$ e 10^6 numa faixa de bloco de $0,4 < \zeta < 0,8$ e $Pr = 0,7$ e $7,0$. O tamanho do bloco para o qual o aumento no Nusselt é observado é função do número de Rayleigh. Dentro dos mesmos limites de Ra e ζ , o aumento da condutividade do sólido faz com que parte do calor transferido do fluido para o bloco retorne à corrente de fluido (Figura 3.22) antes de atingir a parede fria, resultando na redução do Nusselt da cavidade a valores inferiores ao da cavidade sem bloco.

Nas cavidades 1-0 e 1q-0 com blocos de tamanho $\zeta < 0,2$, a transferência de calor na cavidade é função apenas do número de Rayleigh (Figura 4.17(a)). Para as cavidades com $\zeta > 0,2$, a transferência de calor passa a ser dependente do número de Rayleigh, tamanho e condutividade do bloco. Nessas cavidades, para um tamanho de bloco fixo, o aumento da condutividade do sólido resulta no aumento da transferência de calor na cavidade (Figura 4.19) com o número de Nusselt chegando a valores superiores aos da cavidade sem bloco. A dependência de Nusselt com relação ao número de Rayleigh nesse tipo de cavidade é reduzida na medida em que se aumenta o tamanho do bloco e sua condutividade. Assim como na cavidade aquecida pela parede inferior, de maneira geral, para $\zeta > 0,8$ e $k^* > 10$ a transferência de calor na cavidade se aproxima do limite de condução pura, com o número de Nusselt assumindo um valor constante e dependente apenas dos parâmetros ζ e k^* (Figura 4.17(b)).

REFERÊNCIAS

AYDIN, O.; ÜNAL, A. e AYHAN, T. Natural convection in rectangular enclosures heated from one side and cooled from the ceiling. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 42, n. 13, 2345–2355, 1999.

BASAK, T.; ROY, S. e A.R. BALAKRISHNAN. Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, n. 23-24, 4525–4535, 2006.

BEJAN, A. **Convection Heat Transfer**. John Wiley & Sons, 2 ed., 1995.

BHAVE, P.; NARASIMHAN, A. e REES, D. Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: Optimal block size and prandtl number effect. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, n. 21, 3807–3818, 2006.

BRAGA, E.J. e DE LEMOS, M.J.S. Laminar natural convection in cavities filled with circular and square rods. **International communications in heat and mass transfer**, v. 32, n. 10, 1289–1297, 2005.

DAS, M.K. e REDDY, K. Conjugate natural convection heat transfer in an inclined square cavity containing a conducting block. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, n. 25, 4987–5000, 2006.

EMERY, A. Exploratory studies of free-convection heat transfer through an enclosed vertical liquid layer with a vertical baffle. **Journal of Heat Transfer**, v. 91, n. 1, 163–165, 1969.

GANZAROLLI, M. M. **Convecção natural de cavidade retangular aquecida pela base e simetricamente resfriada pelos lados**. 1991. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas.

GANZAROLLI, M.M. e MILANEZ, L.F. Natural convection in rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 38, n. 6, 1063–1073, 1995.

GEBHART, B. **Heat transfer**. New York, NY (USA); McGraw-Hill, 1988.

GEBHART, B.; JALURIA, Y.; MAHAJAN, R.L. e SAMMAKIA, B. **Buoyancy-induced flows and transport**. New York, NY (USA); Hemisphere Publishing, 1988.

HA, M.Y.; JUNG, M.J. e KIM, Y.S. Numerical study on transient heat transfer and fluid flow of natural convection in an enclosure with a heat-generating conducting body. **Numerical Heat Transfer: Part A: Applications**, v. 35, n. 4, 415–433, 1999.

HA, M.Y.; KIM, I.K.; YOON, H.S. e LEE, S. Unsteady fluid flow and temperature fields in a horizontal enclosure with an adiabatic body. **Physics of Fluids (1994-present)**, v. 14, n. 9, 3189–3202, 2002a.

HA, M.Y.; KIM, I.K.; YOON, H.S.; YOON, K.S.; LEE, J.R.; BALACHANDAR, S. e CHUN, H.H. Two-dimensional and unsteady natural convection in a horizontal enclosure with a square body. **Numerical Heat Transfer: Part A: Applications**, v. 41, n. 2, 183–210, 2002b.

HOOMAN, K. e MERRIKH, A.A. Theoretical analysis of natural convection in an enclosure filled with disconnected conducting square solid blocks. **Transport in porous media**, v. 85, n. 2, 641–651, 2010.

HOUSE, J.M.; BECKERMANN, C. e SMITH, T.F. Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure. **Numerical Heat Transfer**, v. 18, n. 2, 213–225, 1990.

KAYS, W.M. e CRAWFORD, M.E. **Convective Heat and Mass Transfer**. McGraw-Hill, 3 ed., 1993.

KIMURA, S. e BEJAN, A. The heatline visualization of convective heat transfer. **Journal of Heat**

Transfer, v. 105, 916–919, 1983.

KIMURA, S. e BEJAN, A. Natural convection in a differentially heated corner region. **Physics of Fluids (1958-1988)**, v. 28, n. 10, 2980–2989, 1985.

LEE, J.R. e HA, M.Y. A numerical study of natural convection in a horizontal enclosure with a conducting body. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 48, n. 16, 3308–3318, 2005.

LEE, J.R. e HA, M.Y. Numerical simulation of natural convection in a horizontal enclosure with a heat-generating conducting body. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, n. 15, 2684–2702, 2006.

LIU, Y. e PHAN-THIEN, N. A complete conjugate conduction convection and radiation problem for a heated block in a vertical differentially heated square enclosure. **Computational Mechanics**, v. 24, n. 3, 175–186, 1999.

MERRIKH, A. e LAGE, J.L. Natural convection in nonhomogeneous heat-generating media: Comparison of continuum and porous-continuum models. **Journal of Porous Media**, v. 8, n. 2, 2005a.

MERRIKH, A.A. Blockage effects in natural convection in differentially heated enclosures. **Journal of Enhanced Heat Transfer**, v. 8, n. 1, 2001.

MERRIKH, A.A. e LAGE, J.L. Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 48, n. 7, 1361–1372, 2005b.

MEZRHAB, A.; BOUALI, H.; AMAOUI, H. e BOUZIDI, M. Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center. **Applied Energy**, v. 83, n. 9, 1004–1023, 2006.

NOVEMBER, M. e NANSTEEL, M. Natural convection in rectangular enclosures heated from

below and cooled along one side. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 30, n. 11, 2433–2440, 1987.

OH, J.Y.; HA, M.Y. e KIM, K.C. Numerical study of heat transfer and flow of natural convection in an enclosure with a heat-generating conducting body. **Numerical Heat Transfer, Part A Applications**, v. 31, n. 3, 289–303, 1997.

OSTRACH, S. Natural convection in enclosures. **Journal of Heat Transfer**, v. 110, n. 4b, 1175–1190, 1988.

PATANKAR, S. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. CRC Press, 1980.

QIU, H.; LAGE, J.L.; JUNQUEIRA, S.L. e FRANCO, A.T. Predicting the nusselt number of heterogeneous (porous) enclosures using a generic form of the berkovsky–polevikov correlations. **Journal of Heat Transfer**, v. 135, n. 8, 082601, 2013.

VERSTEEG, H.K. e MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. Pearson Education, 2007.

ZHAO, F.Y.; LIU, D. e TANG, G.F. Application issues of the streamline, heatline and massline for conjugate heat and mass transfer. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, n. 1, 320–334, 2007a.

ZHAO, F.Y.; LIU, D. e TANG, G.F. Conjugate heat transfer in square enclosures. **Heat and Mass Transfer**, v. 43, n. 9, 907–922, 2007b.

ZHAO, F.Y.; TANG, G.F. e LIU, D. Conjugate natural convection in enclosures with external and internal heat sources. **International Journal of Engineering Science**, v. 44, n. 3, 148–165, 2006.

ZHONG, Z.; YANG, K. e LLOYD, J. Variable property effects in laminar natural convection in a square enclosure. **Journal of Heat Transfer**, v. 107, n. 1, 133–138, 1985.