



ANTONIO JOSÉ ORTOLAN PEREIRA

**ANÁLISE DA FASE ESTACIONÁRIA DA INTERPOLAÇÃO
INTERFEROMÉTRICA DE TRAÇOS APLICADA A
REFLETORES MERGULHANTES**

CAMPINAS
2014



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

ANTONIO JOSÉ ORTOLAN PEREIRA

**ANÁLISE DA FASE ESTACIONÁRIA DA INTERPOLAÇÃO
INTERFEROMÉTRICA DE TRAÇOS APLICADA A
REFLETORES MERGULHANTES**

Orientador: Prof. Dr. RICARDO BILOTI

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências e Engenharia de Petróleo da Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências da Universidade Estadual de Campinas como parte dos pré-requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo na área de Reservatórios e Gestão.

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação defendida pelo aluno Antonio José Ortolan Pereira e orientada pelo Prof. Dr. Ricardo Biloti.

A handwritten signature in blue ink is written over a horizontal line. The signature is stylized and appears to be "Ricardo Biloti".

Orientador

CAMPINAS
2014

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Elizangela Aparecida dos Santos Souza – CRB 8/8098

P414a Pereira, Antonio José Ortolan, 1965-
 Análise da fase estacionária da interpolação interferométrica de traços aplicada a refletores mergulhantes / Antonio José Ortolan Pereira. --Campinas, SP: [s.n.], 2014.

 Orientador: Ricardo Caetano Azevedo Biloti.
 Dissertação (mestrado) -- Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências.

 1. Interferometria. 2. Ondas sísmicas. 3. Prospecção sísmica. I. Biloti, Ricardo Caetano Azevedo, 1974-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Stationary phase analysis of interferometric interpolation applied to dipping reflectors

Palavras-chave em inglês:

Interferometry

Seismic waves

Seismic prospecting

Área de concentração: Reservatórios e Gestão

Titulação: Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo

Banca examinadora:

Ricardo Caetano Azevedo Biloti [Orientador]

Joerg Dietrich Willhelm Schleicher

Eduardo Filpo Ferreira da Silva

Data da defesa: 22-05-2014

Programa de Pós Graduação: Ciências e Engenharia de Petróleo



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

**ANÁLISE DA FASE ESTACIONÁRIA DA INTERPOLAÇÃO
INTERFEROMÉTRICA DE TRAÇOS APLICADA A
REFLETORES MERGULHANTES**

Autor: Antonio José Ortolan Pereira

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Caetano Azevedo Biloti

A banca examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta dissertação:

A handwritten signature in purple ink, appearing to be "R. Biloti".

Prof. Dr. Ricardo Caetano Azevedo Biloti, Presidente
DMA/IMECC/UNICAMP

A handwritten signature in purple ink, appearing to be "J. Schleicher".

Prof. Dr. Joerg Dietrich Wilhelm Schleicher
DMA/IMECC/UNICAMP

A handwritten signature in purple ink, appearing to be "E. Filpo".

Prof. Dr. Eduardo Filpo Ferreira da Silva
PETROBRAS

Campinas, 22 de maio de 2014

AGRADECIMENTOS

Tenho a mais absoluta certeza que este trabalho não seria possível sem a ajuda de meus colegas, professores e amigos, com quem no espaço de dois anos tive o prazer de conviver na Unicamp, particularmente no Laboratório de Geofísica Computacional do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (LGC-IMECC).

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Ricardo Biloti pela (infinita) paciência no curso deste trabalho, ao Prof. Dr. Lúcio Tunes pelas aulas (excepcionais) sendo o Capítulo 2 deste trabalho, uma mera transcrição de sua lousa (os erros da transcrição são inteiramente meus), ao Prof. Dr. Jörg Schleicher pela primorosa correção da versão inicial e à Prof. Dra. Amélia Novais por entender minhas limitações como aluno.

Quero também agradecer particularmente ao meu colega, agora Doutor, Tiago Coimbra, por sua inestimável ajuda, inclusive pela primeira versão do programa de interferometria. Agradeço também ao meu colega Alexandre Camargo pelas inúmeras vezes que precisei de apoio no Matlab e no L^AT_EX. Agradeço ao apoio administrativo da Dna. Fátima e agradeço também aos meus colegas Daniel Macedo e Daniela Midori por estarem sempre por perto para troca de impressões e idéias.

Agradeço também ao meu professor e colega na Petrobras, Dr. Filpo, por ter acreditado na viabilidade deste trabalho (muito antes de mim).

Agradeço e dedico com todo amor este trabalho à minha querida mãe, Marina, e à minha amada esposa Ana Lúcia.

Finalmente agradeço à Petrobras, por fornecer todas as condições para o desenvolvimento deste trabalho.

Rays go to fewer places than Waves - Waves go to everywhere....

Arthur B. Weglein

RESUMO

O foco deste trabalho foi a análise da viabilidade da aplicação da interferometria sísmica na interpolação de traços. Tais traços seriam usados no preenchimento de falhas na cobertura sísmica devido à presença de obstruções durante campanhas de aquisição sísmica marítima. O tema proposto é particularmente relevante pois a falta de cobertura sísmica degrada consideravelmente a qualidade das seções e cubos sísmicos, com um impacto negativo para a Sísmica como insumo para a atividade de exploração de petróleo. Para o entendimento da Física que subsidia os fenômenos interferométricos foi aplicado o método da fase estacionária. Com isto foi possível avaliar as condições em que a interferometria sísmica teria sucesso na interpolação dos traços. Tal método foi aplicado em uma geometria equivalente a um refletor plano e inclinado, tomado como um análogo do fundo do mar na região da quebra do talude continental. Por último utilizamos a interferometria sísmica para interpolação de traços em um conjunto de dados sintéticos. Os resultados mostraram que a interpolação interferométrica tem um bom potencial para criação dos traços virtuais, é relativamente rápida e utiliza poucos recursos computacionais.

Palavras-Chave: Interferometria, Ondas sísmicas, Prospecção sísmica.

ABSTRACT

The scope of this work was the analysis of feasibility of the seismic interferometry application in trace interpolation. These traces can be used to fill gaps in seismic coverage due to the presence of obstructions during marine seismic surveys. The subject is particularly important because gaps in seismic coverage degrade the quality of seismic sections and cubes, which impacts negatively the value of Seismic information in Exploration. To understand the Physics that underlies the interferometric phenomena we applied the method of stationary phase. With this method it was possible to evaluate the conditions under which seismic interferometry would succeed in interpolation of traces. This method was applied to a dipping reflector, taken as an analogue of the seabed in the region of continental slope. Finally we used seismic interferometry for interpolating traces on a synthetic dataset. The results showed that the interferometric interpolation has a good potential for creating virtual traces, and is relatively fast method and uses few computational resources.

Keywords: Interferometry, Seismic waves, Seismic prospecting.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	xxv
LISTA DE TABELAS	xxvii
1 Introdução	1
1.1 Problema e metodologia	1
1.2 Organização do trabalho	1
1.3 Interferometria Sísmica	2
1.3.1 Perspectiva histórica da Interferometria Sísmica	2
1.4 Heliosismologia	3
2 Interferometria Sísmica	5
2.1 Introdução	5
2.2 Equação da onda	5
2.2.1 Função de Green	6
2.2.2 Condições de radiação de Sommerfeld	6
2.2.3 Teorema da Reciprocidade	7
2.3 Equação interferométrica por correlação	9
2.3.1 Aproximação da função de Green	11
2.3.2 Interferometria usando fontes sísmicas não pontuais	14
3 Método da fase estacionária e Interferometria Sísmica	17
3.1 Introdução	17
3.2 Traços virtuais na sísmica marinha de superfície	17
3.2.1 Interferometria por correlação cruzada	17
3.2.2 Aproximação da função de Green	18
3.2.3 Método da Fase Estacionária	20
3.2.4 Método da fase estacionária na presença de um refletor com mergulho	21
3.2.4.1 Tempos de trânsito da múltipla e da primária	22
3.3 Pontos estacionários em um refletor inclinado	26
3.4 Considerações sobre os pontos estacionários	26
4 Interpolação Interferométrica	30
4.1 Introdução	30
4.2 Interferometria sísmica na interpolação de traços sísmicos	30
4.2.1 Correlação cruzada e interpolação interferométrica	32
4.2.2 Necessidade de separação de primárias e múltiplas	32
4.3 Experimentos com traços sintéticos	33
4.3.1 Traços interpolados interferometricamente	36

4.3.2	Afastamentos necessários para a interpolação interferométrica . . .	41
4.3.3	Reconstrução de uma seção de afastamento nulo	41
4.3.4	Discussão sobre os ruídos	44
5	Considerações Finais	53
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	54
A	Apêndice	57
A.1	Transformada de Fourier	57
A.2	Segunda identidade de Green	57

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Curvas tempo-distância solares, inteiramente análogas às curvas tempo-distância das ondas P terrestres. Figura retirada de SOI (1997).	4
Figura 2.1	Volume E com o vetor normal à superfície, \mathbf{n} , apontando para fora. O termo fonte $\hat{f}(\mathbf{x}, \omega)$ é nulo fora do volume E	8
Figura 2.2	Um corte do volume E mostrando as fontes \mathbf{x}_A e \mathbf{x}_B e receptores espalhados pela superfície ε	10
Figura 2.3	Volume E com vetor normal à superfície \mathbf{n} apontando para fora. Os raios representam as respostas do meio devido às fontes pontuais registradas em um receptor qualquer em \mathbf{x} . O raio que liga a fonte \mathbf{x}_A à fonte \mathbf{x}_B é o resultado da Interferometria Sísmica.	12
Figura 2.4	Ângulos θ_A e θ_B formados por $\nabla\tau_A$ e $\nabla\tau_B$ com a normal \mathbf{n}	13
Figura 2.5	Fontes colocadas na superfície ε e receptores dentro do volume E	15
Figura 2.6	Exemplo de uma fonte sísmica marítima de levantamento sísmico realizado na costa brasileira - Assinatura da Fonte e seu Espectro de Potência.	15
Figura 3.1	Diagrama esquemático mostrando como podemos criar um traço (virtual) a partir da correlação cruzada entre uma reflexão primária e uma reflexão múltipla.	18
Figura 3.2	Geometria para a integração da equação 3.2. Figura retirada (Pereira e Biloti, 2013).	19
Figura 3.3	Primária e Múltipla em Fase Estacionária. Figura retirada (Pereira e Biloti, 2013).	20
Figura 3.4	No topo, o gráfico de uma função ϕ , \mathbf{x}^* é o ponto estacionário. Abaixo o comportamento do integrando. Figura modificada de (Schuster, 2009).	21

Figura 3.5	Refletor plano inclinado mostrando os dois receptores x_A e x_B e os pontos estacionários possíveis, x_1^* e x_2^* . Em azul a reflexão primária de x_1^* para x_A e em azul e depois preto sobreposto com verde a múltipla de primeira ordem de x_1^* para x_B . Em magenta sobreposto em verde a reflexão primária de x_2^* para x_B e em magenta sobreposto em verde e preto sobreposto em verde a múltipla de primeira ordem de x_2^* para x_A	22
Figura 3.6	Elementos geométricos para o cálculo da fórmula de tempo de trânsito em um refletor inclinado.	23
Figura 3.7	Geometria mostrando a reflexão primária e a múltipla de primeira ordem. Figura retirada (Pereira e Biloti, 2013).	24
Figura 3.8	Um tiro modelado em um refletor com mergulho de 10° . O tempo da primária, em vermelho, é dado pela equação (3.7), tal como a expressão apresentada em (Sheriff, 1995). O tempo da múltipla, em azul, é dada pela equação (3.11), ou seja com tempo de trânsito calculado em um refletor com o dobro do mergulho.	25
Figura 3.9	Curvas mostrando a posição dos pontos estacionários rasos em relação ao mergulho dos refletores.	28
Figura 3.10	Curvas mostrando a posição dos pontos estacionários profundos em relação ao mergulho dos refletores.	29
Figura 4.1	Aquisição sísmica com a técnica de detonação periférica, ou <i>undershooting</i> . Dois navios, um arrastando cabos e outro arrastando as fontes adquirem dados sísmicos abaixo de uma obstrução. Podemos observar também um navio sísmico adquirindo uma linha sísmica convencional (Biondi, 2006).	31
Figura 4.2	Comparação de qualidade entre duas seções sísmicas marítimas adquiridas na mesma localização geográfica e processadas com a mesma sequência de processamento (<i>PSTM</i>). Em (a) a seção sísmica foi adquirida com aquisição sísmica convencional, em (b) a linha seção sísmica foi adquirida com a necessidade de aquisição tipo <i>undershooting</i> , devido a presença de obstáculo.	32
Figura 4.3	Modelo geológico com um plano inclinado de 10° usado para simular a aquisição sísmica mostrando os raios modelados. . . .	33

Figura 4.4	Seção sísmica de afastamento comum de 175 m (menor afastamento na modelagem). Podemos observar a falha na cobertura devido a uma obstrução na linha de navegação do navio sísmico.	35
Figura 4.5	Devido a diferença de azimutes entre os tiros na linha de aquisição convencional e os tiros dentro da área de <i>undershooting</i> (área pontilhada), considera-se, nesse trabalho que o dado sintético teve o seu azimute corrigido por ferramentas de regularização tipo <i>Azimuth MoveOut</i> .	36
Figura 4.6	Tiro original, em (a), com os afastamentos completos (175 m a 6.175 m). Em (b) o mesmo tiro, mostrando os 32 primeiros traços silenciados, simulando a falta de traços típica nas proximidades de uma obstrução onde houve a necessidade de <i>undershooting</i> .	37
Figura 4.7	Detalhe de tiros interpolados interferometricamente em três posições diferentes, no início, meio e fim da falta de cobertura. A linha escura representa o tempo do fundo do mar e o ponto vermelho o último traço interpolado.	38
Figura 4.8	Tiro 224, no meio da falta de cobertura. Pode-se observar os ruídos numéricos acima do fundo do mar (linha vermelha). Neste dado foi aplicado um AGC com janela igual à metade do comprimento do registro (3 segundos). Os dois pontos vermelhos indicam o primeiro e o último afastamento interpolado.	39
Figura 4.9	Comparação entre o traço original do tiro 224, afastamento de 875 m (acima) e o resultado de sua interpolação interferométrica (abaixo). Este mesmo traço interpolado esta indicado na Figura 4.8 com uma estrela verde à direita do traço com afastamento de 800 m.	40
Figura 4.10	Correlação cruzada das fontes usadas para a interpolação do tiro 224 e afastamento de 875 m.	40
Figura 4.11	Comparação entre o traço original do tiro 224, afastamento de 225 m (acima) e o resultado de sua interpolação interferométrica (abaixo). O traço interpolado esta indicado na Figura 4.8 com uma estrela azul à direita do traço com afastamento de 200 m.	42
Figura 4.12	Correlação cruzada das fontes usadas para a interpolação do tiro 224 e afastamento de 225 m.	42

Figura 4.13	Na figura estão mostrados a posição dos traços que podem ser reconstruídos interferometricamente (pontos pretos) dentro da região de falta de cobertura (em vermelho).	43
Figura 4.14	Detalhe da posição dos traços que podem ser reconstruídos interferometricamente na região de falta de cobertura.	43
Figura 4.15	Seção de afastamento nulo, com traços originais e interpolados. .	46
Figura 4.16	Comparação entre o traço original no centro da seção de afastamento nulo e o resultado de sua interpolação interferométrica. .	47
Figura 4.17	Correlação cruzada das fontes usadas para a interpolação de afastamento nulo.	47
Figura 4.18	Na figura estão mostrados a posição dos traços que podem ser reconstruídos interferometricamente (pontos pretos) dentro da região de falta de cobertura (em vermelho).	48
Figura 4.19	Comparação da interpolação interferométrica sem e com o <i>SRME</i> . Na figura à esquerda a reflexão do fundo do mar não está visível devido à escala de amplitudes dominada pelo ruído de correlação cruzada.	49
Figura 4.20	Detalhe do tiro 244 mostrando os ruídos numéricos decorrentes da correlação cruzada. AGC aplicado com janela igual ao comprimento do registro, 6 s, a fim de realçar os ruídos.	50
Figura 4.21	Detalhe do CMP 420 após a correção de DMO. O último traço interpolado está marcado pelo ponto vermelho na figura.	51
Figura 4.22	Seção empilhada com os traços originais e interpolados, afastamentos de 175 m à 950 m.	52
Figura A.1	Volume V com vetor normal \mathbf{n} apontando para fora da superfície S mostrando o elemento de área dA	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	Parâmetros de aquisição.	34
------------	----------------------------------	----

1 INTRODUÇÃO

A utilização da interferência de campos de ondas tem uma longa história de sucesso nas ciências em geral, particularmente na Óptica e na Física, mas a sua aplicação na Sísmica e na Sismologia é relativamente recente. Apesar de que o início do uso da interferometria na Sísmica possa ser remetida ao trabalho seminal de Jon F. Claerbout em 1968, foi só em meados dos anos 90 que as aplicações da Interferometria Sísmica foram incorporadas de modo crescente na Exploração de Petróleo. Uma das aplicações mais promissoras da Interferometria Sísmica é sua capacidade de criar novas posições de fontes e receptores a partir da correlação cruzada de campos de onda registrados. Tal característica pode ser explorada na interpolação de traços sísmicos, uma necessidade bastante frequente no processamento de dados sísmicos.

A Interferometria Sísmica utiliza diretamente a equação da onda e, desta forma, apresenta uma grande vantagem sobre outras ferramentas de interpolação comumente usadas na sísmica de exploração como, por exemplo, as que utilizam a inferência estatística para a reconstrução dos traços.

Um dos mais interessantes aspectos da utilização da Interferometria Sísmica é sua característica de orientação pelos dados, *data driven*, ou seja, pouca ou rigorosamente nenhuma informação adicional é necessária, além do próprio dado sísmico, para que respostas interferométricas sejam calculadas. Por exemplo, não necessitam ser fornecidas informações sobre o campo de velocidades, tabelas de tempos de trânsito etc.

1.1 Problema e metodologia

Nesta dissertação estudou-se a viabilidade da aplicação da Interferometria Sísmica na interpolação de traços. Através da aplicação do método da fase estacionária verificou-se quais são as condições onde a interpolação interferométrica pode ser utilizada para a criação de traços virtuais. Em dados sintéticos, um refletor mergulhante, tomado como análogo do fundo do mar na região do talude continental, simulamos a falta de cobertura devido a presença de obstruções dentro da área de aquisição de sísmica marinha. Aplicamos um algoritmo baseado na equação interferométrica por correlação cruzada para interpolar os traços faltantes. Por último discutimos os resultados obtidos, o potencial do método e suas limitações.

1.2 Organização do trabalho

No restante deste Capítulo 1, apresentamos uma breve introdução histórica ao tema da Interferometria Sísmica. O Capítulo 2 são mostradas algumas das equações que

governam os fenômenos interferométricos com fontes pontuais e fontes transientes. O Capítulo 3 mostra como o método da fase estacionária pode ajudar na interpretação e análise das equações da Interferometria Sísmica. No Capítulo 4 aplicamos a interpolação interferométrica para criação de traços virtuais em dados sintéticos. Finalmente, no Capítulo 5 apresentamos as conclusões finais. Os termos técnicos referentes a aquisição sísmica dos capítulos 3 e 4 foram retirados do trabalho de Duarte (2011).

1.3 Interferometria Sísmica

Segundo Galetti e Curtis (2012): “A Interferometria Sísmica pode ser definida, de maneira não estritamente rigorosa, como um conjunto de técnicas capaz de criar registros sísmicos virtuais, por meio de operações matemáticas que incluem a correlação cruzada, a convolução, a deconvolução e a soma de registros sísmicos efetivamente registrados”.

1.3.1 Perspectiva histórica da Interferometria Sísmica

O início da Interferometria Sísmica pode ser remetido ao trabalho de Claerbout (1968), onde foi demonstrado que a resposta de reflexão sísmica, em um meio com camadas horizontais, pode ser calculada através da autocorrelação do registro sísmico de transmissão.

No mesmo trabalho, Claerbout conjecturou que a correlação cruzada dos registros sísmicos de dois receptores deveria ser equivalente à resposta de uma fonte pontual colocada na posição de um dos receptores e sendo registrada pelo outro receptor. Dessa forma, um dos receptores seria transformado em uma *fonte virtual*.

A conjectura de Claerbout, estendida para meios 3D, pode ser diretamente relacionada com os trabalhos de sísmica passiva, onde a distribuição aleatória de fontes que emitem sinais incoerentes é utilizada para o imageamento da subsuperfície (Schmidt (2007), Snieder e Wapenaar (2010)).

Segue a frase original extraída de Rickett e Claerbout (1999): “*by cross-correlating noise traces recorded at two locations on the surface, we can construct the wavefield that would be recorded at one of the locations if there was a source at the other*”.

Claerbout não denominou o método que sugeriu como interferometria, mas sim como *daylight imaging*, em referência à forma como a Terra é iluminada na aurora (e também no poente), não pela luz direta do Sol, mas sim pelo espalhamento difuso da luz pela atmosfera. A correlação cruzada de sinais vindos de fontes aleatórias e dispersas (tal como o espalhamento da luz do Sol pela atmosfera) possibilitaria a criação de fontes virtuais, usadas para imagear o meio. O termo *daylight imaging* também é usado em oceanografia mas em um contexto diferente daquele proposto por Claerbout.

O termo Interferometria Sísmica foi usado primeiramente por Schuster, que estendeu os resultados do *daylight imaging* de Claerbout para o uso de fontes não aleatórias ou

seja, de fontes pontuais ou de fontes transientes, cujo desenvolvimento teórico será o objeto de estudo do próximo capítulo.

1.4 Heliosismologia

Curiosamente a primeira comprovação experimental da validade da conjectura proposta por Claerbout em 1968 não foi com dados sísmicos convencionais, mas sim, com os dados provenientes da Heliosismologia, o ramo da Astronomia dedicado a estudar a estrutura interna do Sol através das oscilações em sua superfície. Uma divisão da Heliosismologia, a heliosismologia local, estuda o interior do Sol através das ondas sonoras que se propagam no seu interior.

Obviamente, as ondas sonoras solares não podem ser captadas diretamente na Terra devido ao vácuo espacial, mas podem ser inferidas por perturbações na superfície solar captadas por instrumentos ópticos terrestres ou em satélites.

Em 1995, os astrônomos que estudavam os dados captados pelo interferômetro doppler MDI, *Michelson Doppler Imager*, colocado à bordo do satélite *Solar and Heliospheric Observatory (SOHO)*, puderam, pela primeira vez, ter acesso a um conjunto massivo de dados de medida da visada direta dos fótons, originados de uma grande área da superfície do Sol, simulando artificialmente uma grande quantidade de sismógrafos na porção coberta pelos dados do MDI na superfície solar (1024×1024 pixels, recobrando um quadrado de 200×200 milhões de km) conforme Duvall et al. (1997).

Anteriormente, Duvall et al. (1993), desenvolveu uma técnica semelhante às curvas tempo-distância da Sismologia terrestre para estudar os sismos solares (*sunquakes*). A superfície do Sol é continuamente perturbada pela subida de gás altamente aquecido, formando correntes de convecção, tal como o vapor sobe à superfície em uma panela de água fervente. Eventualmente, a subida desse material é tão intensa que existe a ejeção de gás super aquecido para o espaço exterior. Tais eventos, violentos ou não, são de natureza aleatória e criam ondas sonoras puramente compressionais pois o Sol (exceto talvez seu núcleo) é um fluido (gás), portanto, essas ondas são análogas às ondas P nos registros sismológicos terrestres. As ondas P mergulham para o interior do Sol (*diving waves*) e, com o aumento da velocidade, os raios são curvados e emergem a uma distância radial Δ do foco inicial. Dessa forma, é possível montar curvas tempo-distância inteiramente análogas às apresentadas pelos dados sismográficos terrestres, curvas de tempo distância de Jeffreys-Bullen¹. Na Figura 1.1 estão mostrados curvas tempo-distância solares.

Desta forma pode-se calcular a função resultante da covariância cruzada, $\Psi(\tau, \Delta)$, entre dois sinais oscilatórios $f(t, r_1)$ e o conjugado $f^*(t + \tau, r_2)$, medidos através do desvio

¹Sir Harold Jeffreys é um dos responsáveis pela Teoria Assintótica dos Raios, que descreve a curva de distribuição da amplitude das ondas (incluindo as ondas sísmicas), e empresta a inicial de seu nome à sigla WKBJ pela qual tal teoria é conhecida.

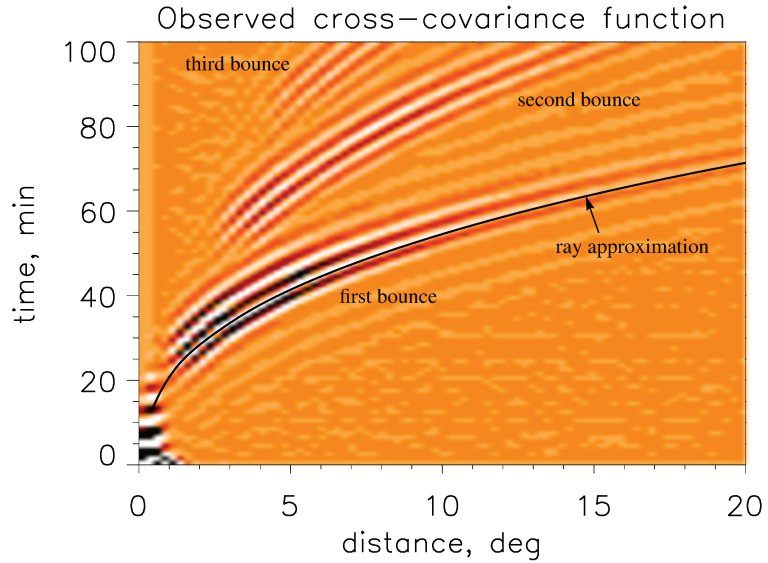


Figura 1.1: Curvas tempo-distância solares, inteiramente análogas às curvas tempo-distância das ondas P terrestres. Figura retirada de SOI (1997).

Doppler. A função de covariância cruzada é dada por

$$\Psi(\tau, \Delta) = \int_0^T f(t, r_1) f^*(t + \tau, r_2) dt, \quad (1.1)$$

onde τ é a diferença de tempo entre dois eventos captados, Δ a distância entre dois pontos com coordenadas r_1 e r_2 e T é o tempo total das observações.

Desta forma, a hipótese de Claerbout feita em 1968, em 1.3.1, sobre a possibilidade de que a correlação cruzada (ou a covariância não normalizada, tal como expresso na equação 1.1) de traços de fontes aleatórias e dispersas em um meio seja usada para construir traços sísmicos virtuais, não fisicamente adquiridos, pôde ser experimentalmente comprovada pela primeira vez.

2 INTERFEROMETRIA SÍSMICA

2.1 Introdução

Este capítulo é baseado na transcrição das aulas do Prof. Lúcio Tunes no segundo semestre de 2012. Aqui apresentamos a dedução de dois importantes resultados da Interferometria Sísmica. Iniciamos com a equação que descreve os fenômenos interferométricos como a correlação cruzada dos campos de onda gerados por fontes pontuais. Posteriormente deduzimos a equação que descreve a Interferometria Sísmica no caso de fontes transientes. Para isso utilizamos algumas aproximações conhecidas na literatura, como por exemplo a aproximação assintótica da função de Green 3D, mais conhecida como WKBJ, e a aproximação para o campo remoto. Desta maneira mostramos que a Interferometria Sísmica pode, dentro de certas condições, ser uma ferramenta para a recuperação da função de Green, ou seja a resposta impulsiva de um sistema.

2.2 Equação da onda

A equação da onda acústica, ou equação da onda escalar, no domínio do tempo em um meio 3D ilimitado para uma distribuição qualquer de velocidade e de densidade é dada por

$$\frac{1}{c(\mathbf{x})^2} \frac{\partial^2 \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} - \rho(\mathbf{x}) \nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \nabla \psi(\mathbf{x}, t) \right] = f(\mathbf{x}, t), \quad (2.1)$$

onde ψ é um campo escalar, função da variável espacial $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ e da variável temporal t , $\rho(\mathbf{x})$ representa a densidade do meio no ponto \mathbf{x} , f é a função que descreve o termo fonte, c é a velocidade no meio. No caso de densidade constante, a equação (2.1) torna-se

$$\frac{1}{c(\mathbf{x})^2} \frac{\partial^2 \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} - \Delta \psi(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, t), \quad (2.2)$$

onde Δ indica o operador Laplaciano, ou seja,

$$\Delta \psi = \nabla \cdot (\nabla \psi) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}.$$

Em várias situações é mais conveniente trabalhar com as equações que descrevem os fenômenos oscilatórios no domínio da frequência. A equação da onda (2.1) no domínio da frequência, denominada equação de Helmholtz, é dada por

$$\frac{\omega^2}{c(\mathbf{x})^2} \hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) + \rho(\mathbf{x}) \nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \nabla \hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) \right] = -\hat{f}(\mathbf{x}, \omega), \quad (2.3)$$

onde $\hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) = \mathcal{F}\{\psi(\mathbf{x}, t)\}$ é a transformada de Fourier de ψ , ω é a frequência angular e $\hat{f}(\mathbf{x}, \omega) = \mathcal{F}\{f(\mathbf{x}, t)\}$ é o termo fonte no domínio da frequência. A definição do sinal da transformada de Fourier é dada no apêndice A.1.

2.2.1 Função de Green

A função de Green causal, isto é, nula para valores de t menores que zero, é definida como a solução da equação da onda quando o termo fonte $f(\mathbf{x}, t)$ é uma fonte pontual no tempo e no espaço, ou seja, $f(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S)\delta(t) \equiv \delta(x - x_S)\delta(y - y_S)\delta(z - z_S)\delta(t)$. A equação da onda no domínio do tempo e com a densidade constante, (2.2), assume então a forma

$$\frac{1}{c(\mathbf{x})^2} \frac{\partial^2 G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_S)}{\partial t^2} - \Delta G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_S) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S)\delta(t), \quad (2.4)$$

onde $G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_S)$ é a função de Green para densidade constante e velocidade variável para uma fonte pontual em \mathbf{x}_S que excita o meio no tempo $t = 0$. No caso de considerarmos o meio homogêneo, isto é velocidade constante $c(\mathbf{x}) = v$, a função de Green 3D é dada por, (veja por exemplo Bleistein (1984) ou Bleistein et al. (2001))

$$G_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_S) = \frac{1}{4\pi r} \delta\left(t - \frac{r}{v}\right), \quad (2.5)$$

onde $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_S\|$ na norma euclidiana. Neste caso as frentes de onda são cascas esféricas de raio r e centro \mathbf{x}_S . No domínio da frequência a função de Green 3D é

$$\hat{G}_0(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_S) = \frac{1}{4\pi r} \exp\left(\frac{-i\omega r}{v}\right). \quad (2.6)$$

Esclarecendo a notação, na função de Green e em outras funções utilizadas neste trabalho \mathbf{x} e ω são variáveis da função e \mathbf{x}_S é um parâmetro (após ','). A função de Green é também denominada *função de transferência* no domínio do tempo, ou ainda *resposta impulsiva* de um meio no domínio da frequência Bleistein et al. (2001).

2.2.2 Condições de radiação de Sommerfeld

Para que o problema fique bem posto, além da causalidade, citada na subseção 2.2.1 são necessárias algumas condições adicionais. Primeiramente consideremos que a fonte f seja nula fora de um volume finito qualquer, ou seja, tenha *suporte compacto* em 3D. Outras duas condições são:

$$\begin{cases} r \hat{\psi} & \text{seja limitado,} \\ r \left(\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial r} + \frac{i\omega}{c} \hat{\psi} \right) & \rightarrow 0, \quad \text{quando } r \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (2.7)$$

Estas são as condições de radiação de Sommerfeld. Para um ponto de observação distante da fonte f , o decaimento do campo gerado por esta fonte deve ser ao menos da mesma ordem do decaimento da função de Green 3D para velocidade constante (2.6). De maneira não rigorosa podemos afirmar que qualquer fonte com suporte compacto, quando observada de um ponto suficientemente distante, tem o comportamento equivalente à de uma fonte pontual (Bleistein, 1984).

2.2.3 Teorema da Reciprocidade

Nesta subsecção demonstramos uma importante propriedade da função de Green, o Teorema da Reciprocidade, relevante para a Sísmica, (Knopoff e Gangi, 1959). Impostas certas condições (Vermeer, 1990), as posições relativas de fontes e receptores podem ser trocada convenientemente.

Para a demonstração do Teorema da Reciprocidade consideramos primeiramente um meio com densidade constante e velocidade variável. Para esse meio a equação de Helmholtz, com uma fonte pontual em \mathbf{x}_S e para uma fonte qualquer $\hat{f}(\mathbf{x},\omega)$ são respectivamente

$$\Delta \hat{G}(\mathbf{x},\omega; \mathbf{x}_S) + \frac{\omega^2}{c(\mathbf{x})^2} \hat{G}(\mathbf{x},\omega; \mathbf{x}_S) = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S), \quad (2.8)$$

e

$$\Delta \hat{\psi}(\mathbf{x},\omega) + \frac{\omega^2}{c(\mathbf{x})^2} \hat{\psi}(\mathbf{x},\omega) = -\hat{f}(\mathbf{x},\omega). \quad (2.9)$$

Para não sobrecarregar a notação, e não havendo possibilidade de dupla interpretação, reescrevemos as equações (2.8) e (2.9) adotando a seguinte convenção: $\hat{G}_S = \hat{G}(\mathbf{x},\omega; \mathbf{x}_S)$, $\hat{\psi} = \hat{\psi}(\mathbf{x},\omega)$ e $\kappa(\mathbf{x})^2 = \omega^2/c(\mathbf{x})^2$, onde κ é o chamado número de onda. Com a notação proposta, as equações (2.8) e (2.9) são escritas como

$$\Delta \hat{G}_S + \kappa(\mathbf{x})^2 \hat{G}_S = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S), \quad (2.10)$$

e

$$\Delta \hat{\psi} + \kappa(\mathbf{x})^2 \hat{\psi} = -\hat{f}(\mathbf{x},\omega). \quad (2.11)$$

Multiplicando a equação (2.10) por $\hat{\psi}$ e a equação (2.11) por \hat{G}_S temos

$$\hat{\psi} \Delta \hat{G}_S + \kappa(\mathbf{x})^2 \hat{\psi} \hat{G}_S = -\hat{\psi} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S), \quad (2.12)$$

e

$$\hat{G}_S \Delta \hat{\psi} + \kappa(\mathbf{x})^2 \hat{\psi} \hat{G}_S = -\hat{G}_S \hat{f}(\mathbf{x},\omega). \quad (2.13)$$

Subtraindo a equação (2.13) da equação (2.12) obtemos

$$\hat{\psi} \Delta \hat{G}_S - \hat{G}_S \Delta \hat{\psi} = \hat{G}_S \hat{f}(\mathbf{x},\omega) - \hat{\psi} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S). \quad (2.14)$$

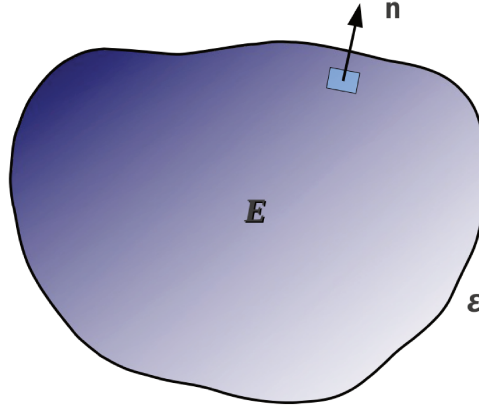


Figura 2.1: Volume E com o vetor normal à superfície, \mathbf{n} , apontando para fora. O termo fonte $\hat{f}(\mathbf{x}, \omega)$ é nulo fora do volume E .

A equação (2.14) relaciona o campo $\hat{\psi}$, a Função de Green \hat{G}_S e o Laplaciano das duas funções de forma tal que torna possível a aplicação do segundo teorema de Green, ou segunda identidade de Green, para se obter a representação integral do campo $\hat{\psi}$. Tal representação é necessária para demonstrar o Teorema da Reciprocidade neste caso simples de densidade constante. Uma breve introdução à segunda identidade de Green é dada no apêndice A.2. Para a aplicação da identidade iremos considerar uma superfície fechada e diferenciável ε envolvendo um volume E que contém \mathbf{x}_S e o suporte de \hat{f} , isto é $\hat{f}(\mathbf{x}, \omega)$ é nulo fora de E .

Considerando essa geometria, tal como mostrado na Figura 2.1, a aplicação da Segunda Identidade de Green ao vetor $\hat{\psi}\nabla\hat{G}_S - \hat{G}_S\nabla\hat{\psi}$, (2.14), resulta em

$$\oint_{\varepsilon} (\hat{\psi}\nabla\hat{G}_S - \hat{G}_S\nabla\hat{\psi}) \cdot \mathbf{n} ds = \iiint_E \nabla \cdot (\hat{\psi}\nabla\hat{G}_S - \hat{G}_S\nabla\hat{\psi}) dv = \iiint_E (\hat{\psi}\Delta\hat{G}_S - \hat{G}_S\Delta\hat{\psi}) dv, \quad (2.15)$$

uma vez que

$$\begin{aligned} \nabla \cdot [\hat{\psi}\nabla\hat{G}_S - \hat{G}_S\nabla\hat{\psi}] &= \nabla\hat{\psi} \cdot \nabla\hat{G}_S + \hat{\psi}\Delta\hat{G}_S - \nabla\hat{\psi} \cdot \nabla\hat{G}_S - \hat{G}_S\Delta\hat{\psi} \\ &= \hat{\psi}\Delta\hat{G}_S - \hat{G}_S\Delta\hat{\psi}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Substituindo na integral de volume à direita na equação (2.15) a equação (2.14) obtemos

$$\oint_{\varepsilon} (\hat{\psi}\nabla\hat{G}_S - \hat{G}_S\nabla\hat{\psi}) \cdot \mathbf{n} ds = \iiint_E [\hat{G}_S\hat{f}(\mathbf{x}, \omega) - \hat{\psi}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S)] d\mathbf{x}. \quad (2.17)$$

Lembrando a *propriedade filtrante* do Delta de Dirac (Portugal, 2012), como $\mathbf{x}_S \in E$, temos que

$$\iiint_E \hat{\psi}(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S)d\mathbf{x} = \iiint_{\mathbb{R}^3} \hat{\psi}(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S)d\mathbf{x} = \hat{\psi}(\mathbf{x}_S), \quad (2.18)$$

portanto a equação (2.17) torna-se

$$\oint_{\varepsilon} (\hat{\psi} \nabla \hat{G}_S - \hat{G}_S \nabla \hat{\psi}) \cdot \mathbf{n} ds = \iiint_E [\hat{G}_S \hat{f}(\mathbf{x}, \omega)] d\mathbf{x} - \hat{\psi}(\mathbf{x}_S). \quad (2.19)$$

Isolando $\hat{\psi}(\mathbf{x}_S)$ obtemos

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}_S) = \iiint_E [\hat{G}_S \hat{f}(\mathbf{x}, \omega)] d\mathbf{x} - \oint_{\varepsilon} (\hat{\psi} \nabla \hat{G}_S - \hat{G}_S \nabla \hat{\psi}) \cdot \mathbf{n} ds. \quad (2.20)$$

Se considerarmos E uma esfera de raio r e centro em $\mathbf{0}$ e o raio se estender ao infinito é possível demonstrar que pelas condições de radiação de Sommerfeld (Snieder, 2001) a integral de superfície na equação (2.20) tende a zero. Dessa forma a equação (2.20) torna-se

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}_S) = \iiint_{\mathbb{R}^3} [\hat{f}(\mathbf{x}, \omega) \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_S)] d\mathbf{x}. \quad (2.21)$$

Se $\hat{f}(\mathbf{x}, \omega)$ for a fonte pontual $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_R)$, onde R indica a posição do receptor o campo de onda, $\hat{\psi}(\mathbf{x}_S)$ torna-se a função de Green $\hat{G}(\mathbf{x}_S, \omega; \mathbf{x}_R)$. Novamente usando a propriedade expressa pela equação (2.18) obtemos

$$\hat{G}(\mathbf{x}_S, \omega; \mathbf{x}_R) = \iiint_{\mathbb{R}^3} [\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_R) \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_S)] d\mathbf{x} = \hat{G}(\mathbf{x}_R, \omega; \mathbf{x}_S). \quad (2.22)$$

Este resultado é conhecido como Teorema da Reciprocidade, ou a simetria da função de Green. Ainda segundo (Snieder, 2001), “*If I can hear you, you can hear me...*”:

$$\boxed{\hat{G}(\mathbf{x}_S, \omega; \mathbf{x}_R) = \hat{G}(\mathbf{x}_R, \omega; \mathbf{x}_S)}. \quad (2.23)$$

2.3 Equação interferométrica por correlação

Para a demonstração da equação interferométrica por correlação consideramos o volume da Figura 2.1, agora na situação onde existam receptores espalhados na sua superfície ε e duas fontes pontuais nas posições \mathbf{x}_A e \mathbf{x}_B no interior do volume, como o corte representado na Figura 2.2. A equação de Helmholtz, com densidade constante e fonte pontual (2.8) para a posição de fonte \mathbf{x}_B , e tomando-se o complexo conjugado da função de Green, $\hat{G}^*(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_B)$, pode ser escrita como

$$\Delta \hat{G}^*(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_B) + \frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{x})} \hat{G}^*(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_B) = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_B). \quad (2.24)$$

Ao multiplicarmos a equação (2.24) por $\hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_A)$, compactando a notação como anteriormente explicado, ficamos com

$$\hat{G}_A \Delta \hat{G}_B^* + \kappa(\mathbf{x})^2 \hat{G}_A \hat{G}_B^* = -\delta_B \hat{G}_A, \quad (2.25)$$

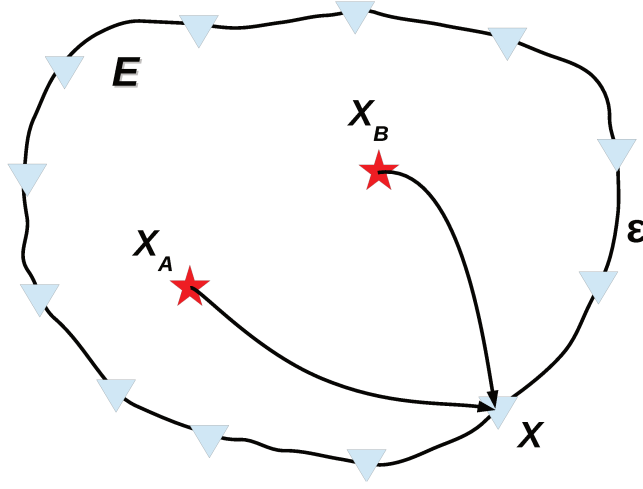


Figura 2.2: Um corte do volume E mostrando as fontes \mathbf{x}_A e \mathbf{x}_B e receptores espalhados pela superfície ε .

onde $\delta_B = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_B)$. Para a posição de fonte em \mathbf{x}_A a equação de Helmholtz multiplicada por \hat{G}_B^* pode ser escrita como

$$\hat{G}_B^* \Delta \hat{G}_A + \kappa(\mathbf{x})^2 \hat{G}_A \hat{G}_B^* = -\delta_A \hat{G}_B^*. \quad (2.26)$$

Subtraindo a equação (2.25) da equação (2.26), temos que

$$\hat{G}_A \Delta \hat{G}_B^* - \hat{G}_B^* \Delta \hat{G}_A = \delta_A \hat{G}_B^* - \delta_B \hat{G}_A. \quad (2.27)$$

Com a regra do produto (2.16) a equação (2.27) pode ser reescrita como

$$\nabla \cdot [\hat{G}_A \nabla \hat{G}_B^* - \hat{G}_B^* \nabla \hat{G}_A] = \delta_A \hat{G}_B^* - \delta_B \hat{G}_A. \quad (2.28)$$

Aplicando a Segunda Identidade de Green, equação (2.15), na equação (2.28) obtemos

$$\oiint_{\varepsilon} (\hat{G}_A \nabla \hat{G}_B^* - \hat{G}_B^* \nabla \hat{G}_A) \cdot \mathbf{n} ds = \iiint_E (\delta_A \hat{G}_B^* - \delta_B \hat{G}_A) dv. \quad (2.29)$$

Obtemos então o seguinte resultado

$$\oiint_{\varepsilon} (\hat{G}_A \nabla \hat{G}_B^* - \hat{G}_B^* \nabla \hat{G}_A) \cdot \mathbf{n} ds = \hat{G}^*(\mathbf{x}_A, \omega; \mathbf{x}_B) - \hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A). \quad (2.30)$$

Aplicando o Teorema da Reciprocidade (2.23) temos que

$$\begin{aligned} \hat{G}^*(\mathbf{x}_A, \omega; \mathbf{x}_B) - \hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) = \\ \hat{G}^*(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) - \hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) = -2i \operatorname{Im} [\hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A)]. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Dessa maneira a equação (2.30) torna-se

$$\oint_{\varepsilon} (\hat{G}_A \nabla \hat{G}_B^* - \hat{G}_B^* \nabla \hat{G}_A) \cdot \mathbf{n} ds = -2i \operatorname{Im} \left[\hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) \right]. \quad (2.32)$$

A equação (2.32) é conhecida como equação da interferometria por correlação, pois os integrandos são multiplicações de um espectro pelo conjugado do outro, e são correlações no domínio do tempo. Da forma que está colocada em (2.32), é de importância limitada para a sismica (ou mesmo para a acústica, onde foi inicialmente formulada) pois as fontes deveriam estar no interior do corpo. Mas pelo Teorema da Reciprocidade (2.23) podemos trocar as posições relativas das fontes e receptores, posicionando as fontes na superfície do volume E e os receptores no seu interior. Dessa forma podemos calcular a resposta em um dos receptores como se houvesse uma fonte no outro receptor. Tudo se passa como se uma fonte estivesse fisicamente na posição de um dos receptores, com uma resposta equivalente àquela de uma fonte real.

2.3.1 Aproximação da função de Green

Agora consideremos o mesmo volume E da seção anterior, representado agora na Figura 2.3. Nesta figura estão representados os raios que “ligam” as fontes a um receptor qualquer na superfície e outros elementos que serão importantes para o desenvolvimento do trabalho. Para um campo de velocidades que varia de forma suave no espaço, as funções de Green podem ser calculadas pela aproximação assintótica conhecida como WKBJ³ (Bleistein, 1984). A aproximação assintótica WKBJ de ordem zero, considerando a alta frequência do sinal, para as fontes em \mathbf{x}_A e \mathbf{x}_B e para um receptor em \mathbf{x} é dada por

$$\hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_A) \approx \ell(\mathbf{x}; \mathbf{x}_A) \exp[-i\omega \tau(\mathbf{x}; \mathbf{x}_A)], \quad (2.33)$$

e

$$\hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_B) \approx \ell(\mathbf{x}; \mathbf{x}_B) \exp[-i\omega \tau(\mathbf{x}; \mathbf{x}_B)], \quad (2.34)$$

onde ℓ é o fator de espalhamento geométrico e τ é a função tempo de trânsito. O espalhamento geométrico não será levado em conta, pois neste trabalho, como veremos no Capítulo 4, interessava-nos apenas a reconstrução cinemática dos dados e o estudo da forma do pulso. Os termos $\tau(\mathbf{x}; \mathbf{x}_A)$ e $\tau(\mathbf{x}; \mathbf{x}_B)$ são os tempos de trânsito entre \mathbf{x}_A e \mathbf{x} e \mathbf{x}_B e \mathbf{x} respectivamente, sendo estes tempos de trânsito são as soluções das equações iconais

$$\|\nabla \tau(\mathbf{x}; \mathbf{x}_A)\|^2 = \frac{1}{c(\mathbf{x})^2}, \quad (2.35)$$

e

$$\|\nabla \tau(\mathbf{x}; \mathbf{x}_B)\|^2 = \frac{1}{c(\mathbf{x})^2}. \quad (2.36)$$

³De Wentzel–Kramers–Brillouin–Jeffreys.

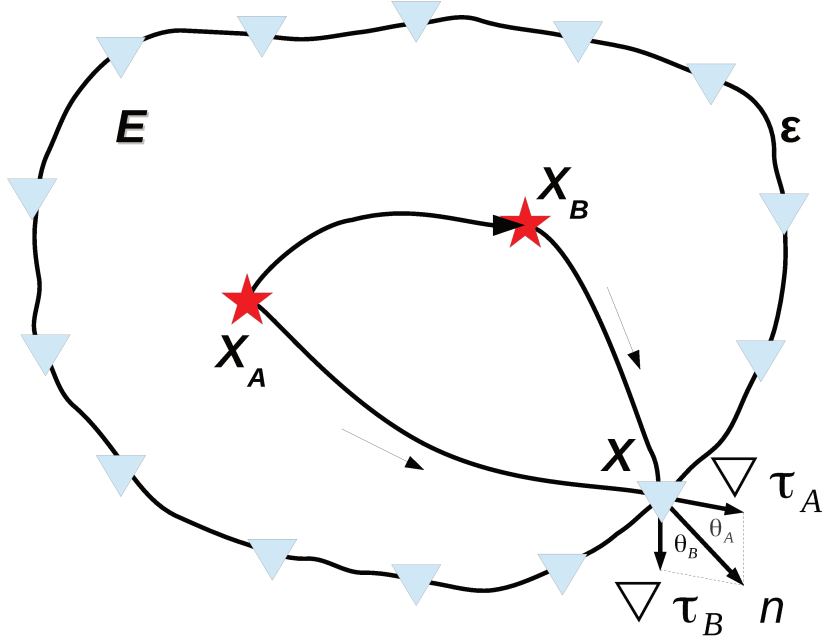


Figura 2.3: Volume E com vetor normal à superfície \mathbf{n} apontando para fora. Os raios representam as respostas do meio devido às fontes pontuais registradas em um receptor qualquer em \mathbf{x} . O raio que liga a fonte \mathbf{x}_A à fonte \mathbf{x}_B é o resultado da Interferometria Sísmica.

Novamente simplificamos a notação reescrevendo $\tau_A = \tau(\mathbf{x}; \mathbf{x}_A)$ e $\tau_B = \tau(\mathbf{x}; \mathbf{x}_B)$. Calculando o gradiente das equações (2.33) e (2.34) obtemos

$$\nabla \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_A) \approx \nabla \ell_A \exp(-i \omega \tau_A) - i \omega \ell_A \nabla \tau_A \exp(-i \omega \tau_A), \quad (2.37)$$

e

$$\nabla \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_B) \approx \nabla \ell_B \exp(-i \omega \tau_B) - i \omega \ell_B \nabla \tau_B \exp(-i \omega \tau_B). \quad (2.38)$$

Tomando das equações (2.37) e (2.38) somente os termos de ordem superior em ω , de maneira análoga à aproximação da integral de Kirchhoff-Helmholtz encontrada em Schleicher et al. (2007) obtemos

$$\nabla \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_A) \approx -i \omega \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_A) \nabla \tau_A, \quad (2.39)$$

e

$$\nabla \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_B) \approx -i \omega \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_B) \nabla \tau_B. \quad (2.40)$$

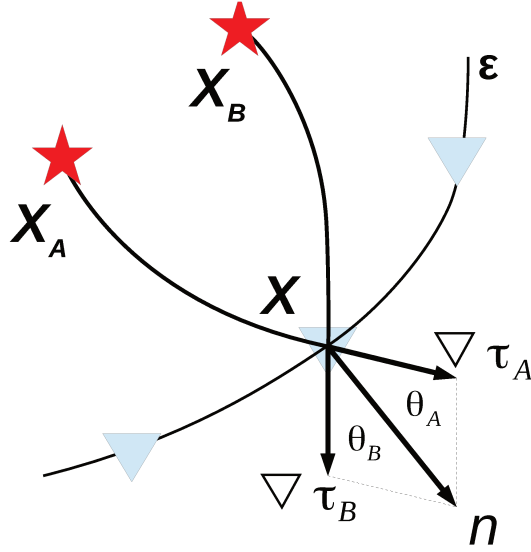


Figura 2.4: Ângulos θ_A e θ_B formados por $\nabla\tau_A$ e $\nabla\tau_B$ com a normal \mathbf{n} .

Com as aproximações das equações (2.39) e (2.40) a equação (2.32) assume a forma (lembrando que usamos o complexo conjugado da equação (2.40))

$$-2i \operatorname{Im} \left[\hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) \right] = \iint_{\varepsilon} \left[\hat{G}_A \left(i\omega \hat{G}_B^* \nabla\tau_B \right) - \hat{G}_B^* \left(-i\omega \hat{G}_A \nabla\tau_A \right) \right] \cdot \mathbf{n} ds. \quad (2.41)$$

Simplificando o integrando na equação (2.41) temos que

$$-2i \operatorname{Im} \left[\hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) \right] = \iint_{\varepsilon} i\omega \hat{G}_A \hat{G}_B^* (\nabla\tau_B + \nabla\tau_A) \cdot \mathbf{n} ds. \quad (2.42)$$

Os ângulos formados por $\nabla\tau_A$ e $\nabla\tau_B$ com a normal \mathbf{n} são dados por θ_A e θ_B respectivamente, conforme o detalhe da Figura 2.3 mostrado na Figura 2.4. Geometricamente obtemos a relação entre os ângulos θ_A e θ_B e $\nabla\tau_A$ e $\nabla\tau_B$

$$\nabla\tau_B + \nabla\tau_A = \frac{\cos\theta_A + \cos\theta_B}{c(\mathbf{x})}. \quad (2.43)$$

Com a equação (2.43) a equação (2.42) torna-se

$$\begin{aligned} -2i \operatorname{Im} \left[\hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) \right] &= \iint_{\varepsilon} i\omega \hat{G}_A \hat{G}_B^* \left[\frac{\cos\theta_A + \cos\theta_B}{c(\mathbf{x})} \right] ds \\ &= 2i\omega \iint_{\varepsilon} \hat{G}_A \hat{G}_B^* \left[\frac{\cos\theta_A + \cos\theta_B}{2c(\mathbf{x})} \right] ds. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Definindo a obliquidade como

$$\vartheta(\mathbf{x}_A, \mathbf{x}_B, \mathbf{x}) = \frac{\cos\theta_A + \cos\theta_B}{2c(\mathbf{x})}, \quad (2.45)$$

a equação (2.44) assume a forma de

$$\text{Im} \left[\hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega, \mathbf{x}_A) \right] = -\omega \oint_{\varepsilon} \hat{G}_A \hat{G}_B^* \vartheta(\mathbf{x}_A, \mathbf{x}_B, \mathbf{x}) ds. \quad (2.46)$$

Assumindo que ε é tal que $\theta_A \approx \theta_B \approx 0$, ou seja as fontes estão muito distantes do receptor, ou aproximação de campo remoto, temos

$$\vartheta(\mathbf{x}_A, \mathbf{x}_B, \mathbf{x}) \approx \frac{1}{c(\mathbf{x})}. \quad (2.47)$$

Com a aproximação de campo remoto, equação (2.47), a equação (2.46) fica

$$\text{Im} \left[\hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) \right] \approx -\omega \oint_{\varepsilon} \frac{1}{c(\mathbf{x})} \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_A) \hat{G}^*(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_B) ds. \quad (2.48)$$

Aplicando o Teorema da Reciprocidade, equação (2.23), no lado direito da equação (2.48) trocamos as posições relativas das fontes e dos receptores, tal como mostrado na Figura 2.5. Desta maneira apresentamos um resultado importante da Interferometria Sísmica, tal como está em Wapenaar e Fokkema (2006) e Schuster (2009):

$$\boxed{\text{Im} \left[\hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) \right] \approx -\omega \oint_{\varepsilon} \frac{1}{c(\mathbf{x})} \hat{G}(\mathbf{x}_A, \omega; \mathbf{x}) \hat{G}^*(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}) ds} \quad (2.49)$$

A equação (2.49) é importante tanto para o compreensão dos fenômenos ligados à Interferometria Sísmica assim como também na Física em geral, como por exemplo no campo da Acústica, onde as aplicações que utilizam a reversão temporal das ondas sonoras, ou *time reversal acoustics*, (Derode et al., 2003) são regidos por equações análogas à equação (2.49).

2.3.2 Interferometria usando fontes sísmicas não pontuais

Na sísmica de exploração, as fontes utilizadas são muito diferentes de fontes pontuais consideradas na equação (2.49). As fontes sísmicas, principalmente as utilizadas em aquisição sísmica marítima, assim como também as fontes terrestres tipo vibradores, têm espectro de amplitude e fase bastante variados mas, em geral, em um mesmo levantamento, procura-se a estabilidade na assinatura da fonte. Na Figura 2.6 está mostrado um exemplo das características da assinatura e do espectro da fonte sísmica marítima mais comumente utilizada, um conjunto de canhões de ar (*air guns*) que disparam de maneira sincronizada e produzem uma fonte transiente (limitado no tempo) com uma assinatura bem definida. No caso da fonte mostrada, a estabilidade da sua assinatura é monitorada utilizando-se hidrofones dedicados a registrar variações no campo próximo (Dragoset et al., 2006). A

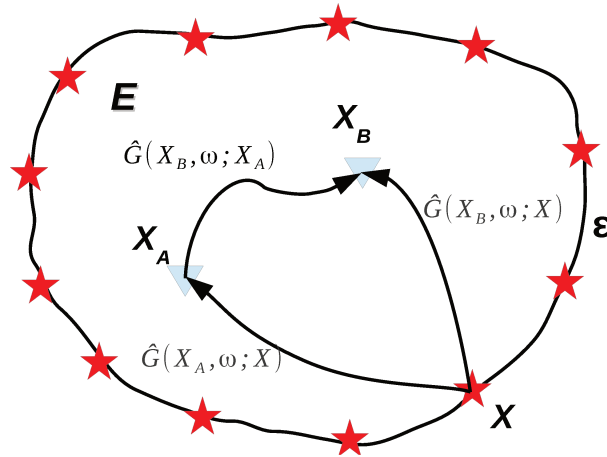


Figura 2.5: Fontes colocadas na superfície ϵ e receptores dentro do volume E .

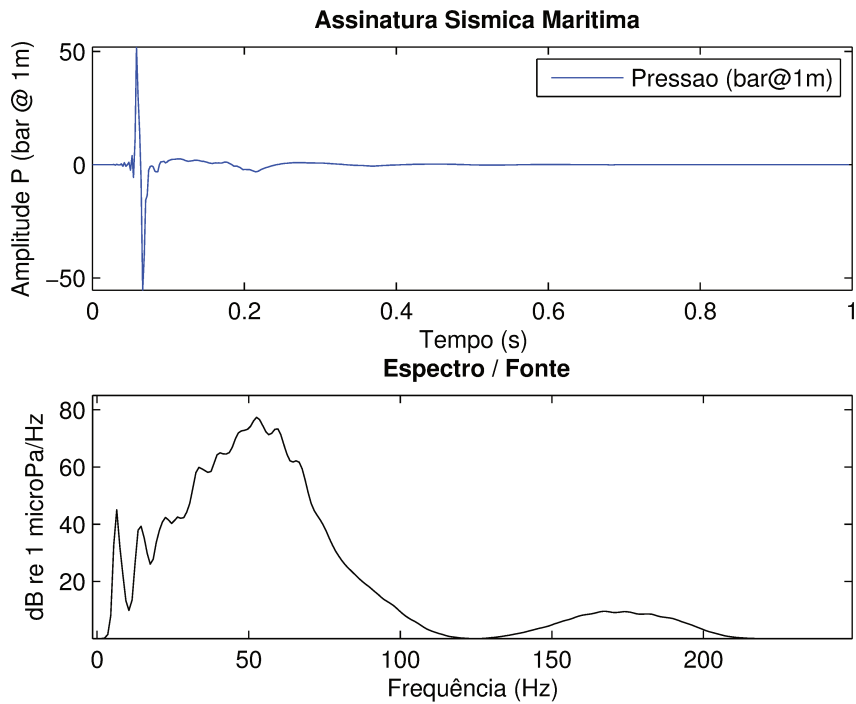


Figura 2.6: Exemplo de uma fonte sísmica marítima de levantamento sísmico realizado na costa brasileira - Assinatura da Fonte e seu Espectro de Potência.

fonte transiente $\hat{F}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_0)$ pode ser definida como

$$\hat{F}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_0) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \hat{f}(\omega), \quad (2.50)$$

onde $\hat{f}(\omega)$ é o espectro de amplitude da fonte. O campo de pressões registrado em um receptor localizado em \mathbf{x}_0 devido a uma fonte em \mathbf{x}_M é definido como

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}_0, \omega; \mathbf{x}_M) = \iiint_{\mathbb{R}^3} \left[\hat{F}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_0) \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_M) \right] d\mathbf{x} \quad (2.51)$$

$$= \iiint_{\mathbb{R}^3} \left[\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \hat{f}(\omega) \hat{G}(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_M) \right] d\mathbf{x} \quad (2.52)$$

$$= \hat{f}(\omega) \hat{G}(\mathbf{x}_0, \omega; \mathbf{x}_M). \quad (2.53)$$

Podemos concluir que para dois receptores nas posições \mathbf{x}_A e \mathbf{x}_B teremos

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}_A, \omega; \mathbf{x}) \hat{\psi}^*(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}) = \hat{G}(\mathbf{x}_A, \omega; \mathbf{x}) \hat{G}^*(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}) |\hat{f}(\omega)|^2. \quad (2.54)$$

Com o resultado da equação (2.54) a equação (2.49) pode ser reescrita como

$$\boxed{\operatorname{Im} \left[\hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) \right] \approx \frac{-\omega}{|\hat{f}(\omega)|^2} \iiint_{\varepsilon} \frac{1}{c(\mathbf{x})} \hat{\psi}(\mathbf{x}_A, \omega; \mathbf{x}) \hat{\psi}^*(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}) ds,} \quad (2.55)$$

onde $|\hat{f}(\omega)|^2$ é o espectro de potência da fonte, ou *power spectrum*.

3 MÉTODO DA FASE ESTACIONÁRIA E INTERFEROMETRIA SÍSMICA

Integrais com integrandos oscilatórios podem ser aproximadas assintoticamente pelo método da fase estacionária. Neste capítulo, que foi a base e o início efetivo do nosso trabalho, foi discutida a aplicação do método da fase estacionária à interpretação da equação interferométrica (2.49). Esse método fornece os fundamentos necessários para a compreensão dos fenômenos físicos ligados à Interferometria Sísmica.

3.1 Introdução

A equação (2.49) fornece um dos principais meios para a utilização da Interferometria Sísmica na criação de traços virtuais. Através dela é possível utilizar a correlação cruzada para criar traços sísmicos em posições onde não seria possível registrá-los.

Na literatura existem vários exemplos onde a Interferometria Sísmica foi empregada para a criação de traços virtuais e onde foi estudada a relação da Interferometria Sísmica com o método da fase estacionária. Exemplos de tais casos são os trabalhos de (Snieder, 2004), (Snieder et al., 2006), (Schuster, 2009) e, mais recentemente, (Draganov et al., 2012). Nos exemplos citados, a geometria dos refletores estudados é, em geral, plana e horizontal. Aqui estudou-se o caso de uma aquisição sísmica marítima 2D na presença de refletores com mergulho suave, como um análogo ao fundo do mar. A linha foi adquirida na direção do mergulho do fundo oceânico (*dip line*).

3.2 Traços virtuais na sísmica marinha de superfície

Como mencionado na seção anterior, a Interferometria Sísmica pode ser usada para criação de traços virtuais através da equação (2.49), no caso de fontes pontuais (na prática não realizáveis), ou através da equação (2.55), no caso de fontes sísmicas transientes, usuais na sísmica. No caso da sísmica marinha de superfície, o esquema da Figura 3.1 mostra como é possível correlacionar os traços de reflexões primárias e múltiplas de primeira ordem, a fim de criar um traço sintético (Pereira e Biloti, 2013). Este esquema é explicado a seguir.

3.2.1 Interferometria por correlação cruzada

No caso de fontes transientes podemos usar a correlação cruzada, equação (2.55), para obtermos um traço virtual equivalente à reflexão primária onde a fonte está localizada

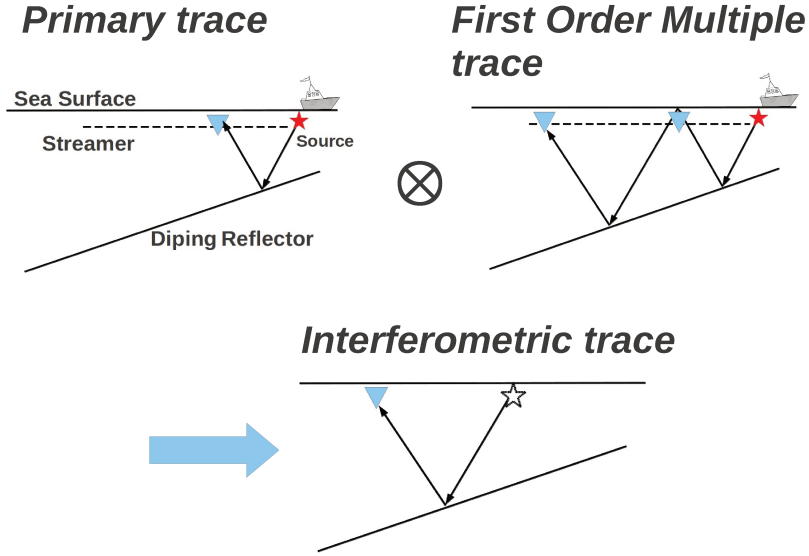


Figura 3.1: Diagrama esquemático mostrando como podemos criar um traço (virtual) a partir da correlação cruzada entre uma reflexão primária e uma reflexão múltipla.

em \mathbf{x}_A e o receptor em \mathbf{x}_B , tal como mostrado no esquema da Figura 2.5. A Figura 3.1 mostra como podemos adaptar a correlação cruzada para a sísmica marítima de superfície, particularmente no caso de águas profundas. A soma das correlações cruzadas entre reflexões primárias e múltiplas que tem por origem uma mesma fonte é equivalente a de uma primária registrada em um receptor tendo como fonte virtual outro receptor. Neste exemplo, os sinais sísmicos dominantes no registro sísmico são a onda direta, a reflexão primária do fundo do mar e sua múltipla de primeira ordem. A onda direta pode ser facilmente suprimida dos traços sísmicos no caso de dados sísmicos em lâmina de água profunda. Dessa forma, a função de Green considerada pode ser aproximada como a soma das reflexões primárias e múltiplas de primeira ordem.

3.2.2 Aproximação da função de Green

Para um meio de velocidade $c(\mathbf{x}) = v$ constante, uma fonte localizada em \mathbf{x} e um receptor localizado em \mathbf{x}_M , que pode ser \mathbf{x}_A ou \mathbf{x}_B por exemplo, a função de Green é aproximada assintoticamente por

$$\hat{G}(\mathbf{x}_M, \omega; \mathbf{x}) = \hat{G}_M \approx \overbrace{r_M \frac{\exp(-i\omega T_{\mathbf{x}\mathbf{x}_M})}{4\pi v T_{\mathbf{x}\mathbf{x}_M}}}^{\text{Primária}} + \overbrace{r'_M \frac{\exp(-i\omega \mathbb{T}_{\mathbf{x}\mathbf{x}_M})}{4\pi v \mathbb{T}_{\mathbf{x}\mathbf{x}_M}}}^{\text{Múltipla}}, \quad (3.1)$$

onde r_M e r'_M são os coeficientes de reflexão associados às primárias e às múltiplas, T e \mathbb{T} são os tempos de trânsito das primárias e das múltiplas, e os espalhamento geométricos dados por $\frac{1}{4\pi v T}$ e $\frac{1}{4\pi v \mathbb{T}}$ respectivamente. Introduzindo a expressão (3.1) na equação (2.49) e considerando receptores nas coordenadas \mathbf{x}_A e \mathbf{x}_B obtemos

$$\text{Im} \left[\hat{G}(\mathbf{x}_B, \omega; \mathbf{x}_A) \right] \approx -\frac{\omega}{(4\pi v)^2} \left\{ r_{A'} r'_B \int_S \frac{\exp [i\omega (\mathbb{T}_{\mathbf{x}\mathbf{x}_B} - T_{\mathbf{x}\mathbf{x}_A})]}{\mathbb{T}_{\mathbf{x}\mathbf{x}_B} T_{\mathbf{x}\mathbf{x}_A}} d\mathbf{S} + \right. \\ \left. r_B r'_A \int_S \frac{\exp [-i\omega (\mathbb{T}_{\mathbf{x}\mathbf{x}_A} - T_{\mathbf{x}\mathbf{x}_B})]}{\mathbb{T}_{\mathbf{x}\mathbf{x}_A} T_{\mathbf{x}\mathbf{x}_B}} d\mathbf{S} \right\} + T.S. \quad (3.2)$$

Na equação (3.2) o termo $T.S.$ significa termos de ordem superior, frequentemente chamados de *múltiplas virtuais* ou ainda termos cruzados, *cross talk*, e podem ser atenuados na imagem final desde que haja suficiente abertura na integral. A superfície S na equação (3.2) é formada por duas partes, um disco S_0 e uma calota esférica S_∞ de raio R , conforme a Figura 3.2. Devido a presença do complexo conjugado (função de Green anticausal) no integrando da equação (2.49) as condições de radiação de Sommerfeld, Seção 2.2.2, não são satisfeitas. (Wapenaar, 2006), através de fundamentos físicos e exemplos numéricos, procurou demonstrar que para meios suficientemente heterogêneos a contribuição da integral sobre S_∞ tende a zero quando o raio R vai ao infinito. Tal condição (Schuster, 2009) chama *condição de anti radiação*. Apesar do tema não estar suficientemente esclarecido, neste trabalho assumimos tal condição como válida, de forma que apenas a contribuição da integral em S_0 seja considerada. Na Figura 3.2 dois raios estão representados, um em

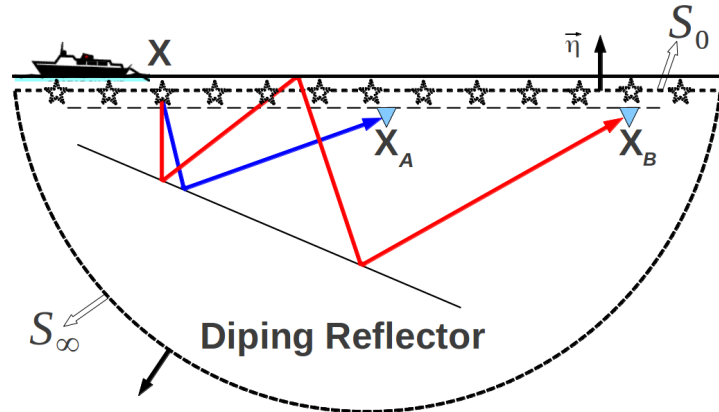


Figura 3.2: Geometria para a integração da equação 3.2. Figura retirada (Pereira e Biloti, 2013).

azul, para a reflexão primária de \mathbf{x} para \mathbf{x}_A e outro para a múltipla de primeira ordem, em vermelho, de \mathbf{x} para \mathbf{x}_B . Observemos que existe uma situação particular, onde os raios da reflexão primária e da múltipla poderão ter parte do seu percurso em comum, tal como mostrado na Figura 3.3. Mostraremos pelo método da fase estacionária que este raio tem um importante papel para o cálculo da integral (3.2).

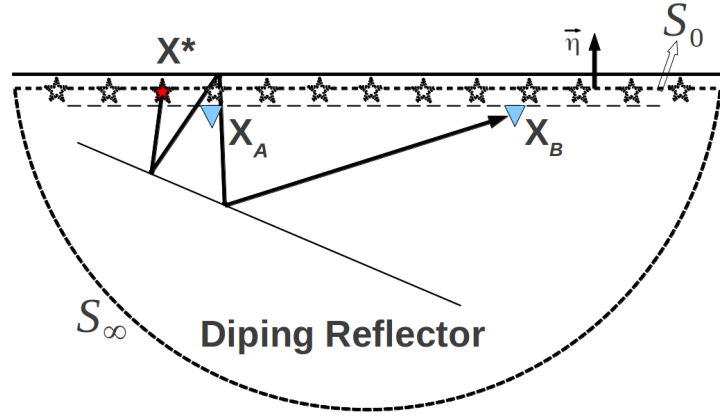


Figura 3.3: Primária e Múltipla em Fase Estacionária. Figura retirada (Pereira e Biloti, 2013).

3.2.3 Método da Fase Estacionária

Um método utilizado para aproximação assintótica de integrais é o *método da fase estacionária* (Bleistein e Handelsman, 1975). Este método aplica-se a integrais do tipo

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} A(x) e^{i\omega\phi(x)} dx, \quad (3.3)$$

onde ϕ é uma função real que varia rapidamente sobre x em todo o domínio de integração e A é uma função com variação mais lenta nesse domínio. Integrais desse tipo ocorrem com bastante frequência em problemas envolvendo radiação, reflexão e espalhamento de ondas em ótica, sísmica e mecânica ondulatória. Devido ao caráter ondulatório do termo exponencial, a contribuição vinda da maior parte do domínio de integração é aproximadamente nula, exceto em regiões onde $\phi'(x) \approx 0$. Cada x^* em que $\phi'(x^*) = 0$ é chamado ponto estacionário de ϕ . (Bleistein e Handelsman, 1975) mostram que I pode ser aproximado assintoticamente por

$$I \approx \sqrt{\frac{2\pi}{|\omega\phi''(x^*)|}} A(x^*) e^{[i\omega\phi(x^*) + i\mu\pi/4]}, \quad (3.4)$$

onde $\mu = \text{sgn}[\omega\phi''(x^*)]$, ou seja o sinal do produto $\omega\phi''(x^*)$. Fisicamente podemos interpretar que as contribuições mais importantes para a integral vêm dos pontos onde a fase é estacionária. A Figura 3.4 mostra um exemplo de uma função de fase ϕ e um ponto onde a fase é estacionária.

Em nosso caso de interesse, apesar de, em princípio, a integral (3.2) ser uma integral de superfície, trabalharemos com uma integral 1D, pois nossas fontes estão apenas sobre uma linha de aquisição. Portanto usamos a fórmula de aproximação para a fase estacionária de uma única variável (a coordenada horizontal x).

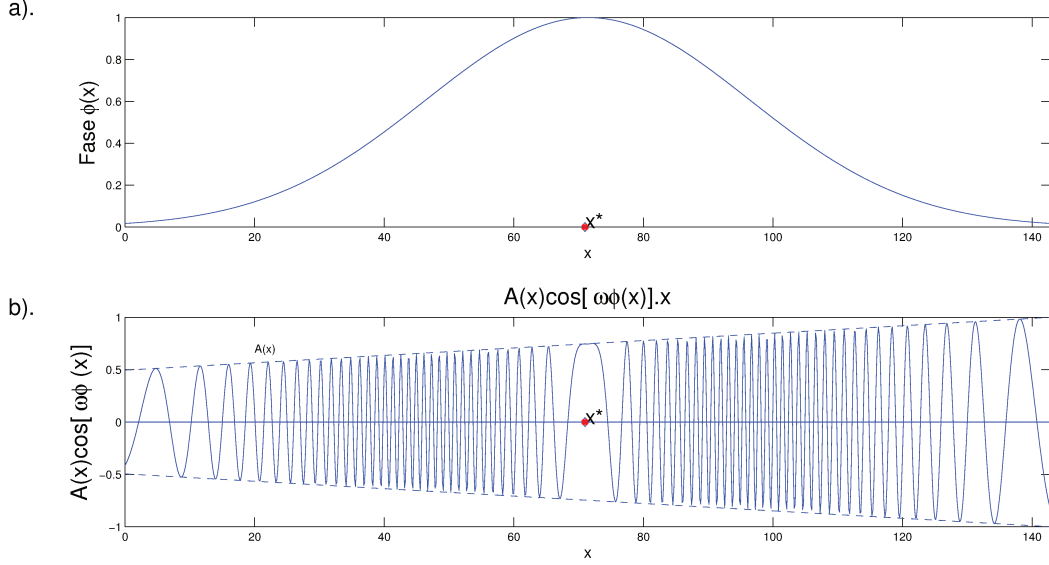


Figura 3.4: No topo, o gráfico de uma função ϕ , x^* é o ponto estacionário. Abaixo o comportamento do integrando. Figura modificada de (Schuster, 2009).

O integrando da equação (3.2) tem caráter oscilatório, $e^{-i\omega\Delta T}$, onde ΔT é a diferença nos tempos de trânsito entre a múltipla e a reflexão primária. Desta forma identificamos que integral da equação (3.2) pode ser avaliada assintoticamente como em (3.4).

3.2.4 Método da fase estacionária na presença de um refletor com mergulho

Já comentamos que o método da fase estacionária foi utilizado por outros autores para interpretar resultados da Interferometria Sísmica em casos de refletores planos sem mergulho. Seguindo a mesma estratégia investigamos a aplicação e os limites da Interferometria Sísmica na criação de traços na presença de um refletor com mergulho. Neste caso, a integral (3.2) é composta por dois termos. A fase de cada um deles é

$$\phi_1(x) = i\omega (\mathbb{T}_{xx_B} - T_{xx_A}) \quad (3.5)$$

e

$$\phi_2(x) = -i\omega (\mathbb{T}_{xx_A} - T_{xx_B}) , \quad (3.6)$$

onde x , x_A e x_B são as coordenadas horizontais dos pontos \mathbf{x} (fonte), \mathbf{x}_A (receptor), e \mathbf{x}_B (receptor), respectivamente, e \mathbb{T} e T são os tempos de trânsito da múltipla e da primária, respectivamente. Deste ponto para frente, nosso estudo se focou em uma linha 2D sendo que os tempos de trânsito estão relacionados à coordenada horizontal da fonte.

Fixados dois receptores em x_A e x_B , com $x_A < x_B$, veremos que há duas fontes

virtuais, correspondentes as posições dos dois pontos estacionários possíveis. A primeira destas fontes está posicionada à esquerda de x_A , no sentido de águas mais rasas, indicada por x_1^* , e a segunda está à direita de x_B , no sentido de águas mais profundas, indicada por x_2^* , conforme podemos observar na Figura 3.5. Repare que os traçados da reflexão múltipla e da primária, partindo de cada um dos estacionários, coincidem exatamente com o traçado da reflexão primária do traço virtual.

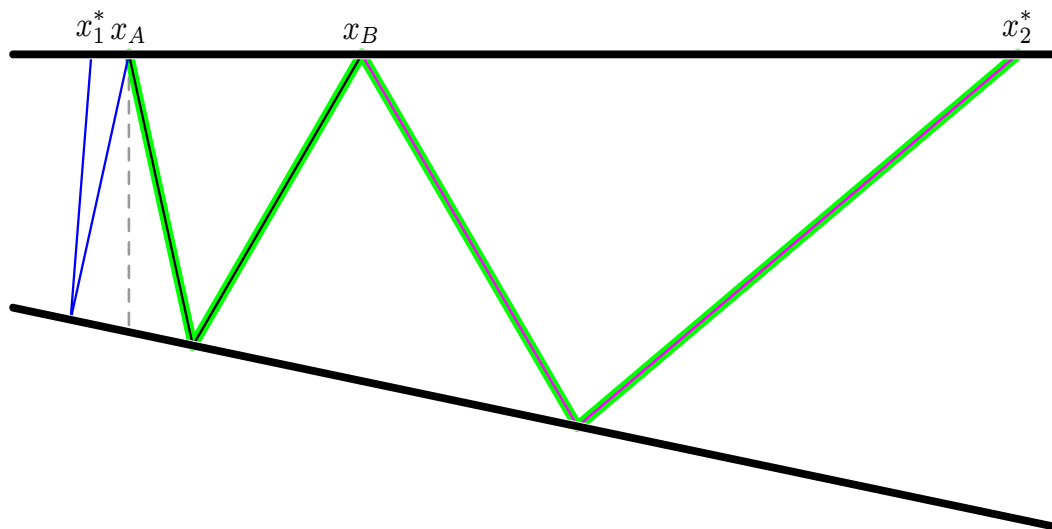


Figura 3.5: Refletor plano inclinado mostrando os dois receptores x_A e x_B e os pontos estacionários possíveis, x_1^* e x_2^* . Em azul a reflexão primária de x_1^* para x_A e em azul e depois preto sobreposto com verde a múltipla de primeira ordem de x_1^* para x_B . Em magenta sobreposto em verde a reflexão primária de x_2^* para x_B e em magenta sobreposto em verde e preto sobreposto em verde a múltipla de primeira ordem de x_2^* para x_A .

3.2.4.1 Tempos de trânsito da múltipla e da primária

Devido a natureza do problema foi mais natural usarmos fórmulas de tempo de trânsito para agrupamentos de tiro comum. Utilizamos uma expressão apresentada em (Sheriff, 1995) que descreve o tempo de trânsito usando o afastamento entre a fonte e receptor, $2h$, a distância entre a fonte e refletor, $d(x)$, a velocidade do meio, v , o ângulo de mergulho do refletor α e o tempo de trânsito de afastamento nulo, conforme a Figura 3.6. Compactamos a notação, tomando $T_{x,h}$ para representar o tempo de trânsito de uma reflexão primária com uma fonte em x e um receptor a uma distância $2h$ da fonte. Assim temos que

$$T_{x,h} \equiv T(x,h) = T_0(x) \sqrt{1 + \frac{h^2 + 2h d(x) \sin \alpha}{d(x)^2}}, \quad (3.7)$$

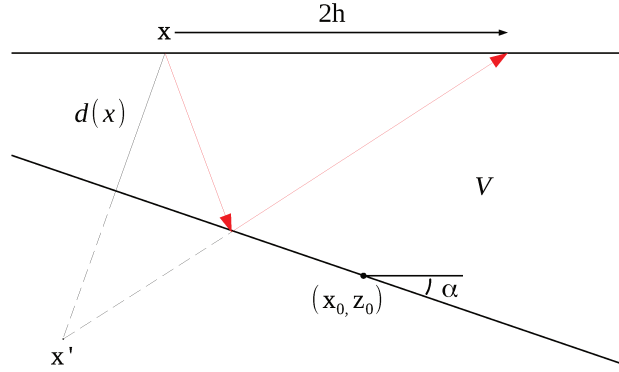


Figura 3.6: Elementos geométricos para o cálculo da fórmula de tempo de trânsito em um refletor inclinado.

onde $T_0(x)$ é o tempo de trânsito de afastamento nulo, dado por

$$T_0(x) = \frac{2 d(x)}{v}. \quad (3.8)$$

Nestas equações $d(x)$ é a distância do ponto $(x,0)$ ao refletor, i.e.,

$$d(x) = z(x) \cos \alpha, \quad (3.9)$$

onde $z(x)$ é a profundidade do refletor em x , e (x_0, z_0) um ponto qualquer do refletor, parametrizado por

$$z(x) = z_0 + (x - x_0) \tan \alpha. \quad (3.10)$$

O tempo de trânsito para uma múltipla de primeira ordem em um meio homogêneo, com um refletor com mergulho α , é exatamente igual ao tempo de trânsito de uma reflexão primária em um refletor com o dobro do mergulho. Na Figura 3.7 estão apresentados os principais elementos geométricos, com os raios da reflexão primária, da múltipla de primeira ordem e os ângulos considerados, que são utilizados para justificar essa afirmação. A partir desta constatação (relação entre os tempos de trânsito), pode-se adaptar a expressão (3.7) para o caso da múltipla de primeira ordem,

$$\mathbb{T}_{x,h} = \hat{T}_0(x) \sqrt{1 + \frac{h^2 + 2h\hat{d}(x) \sin 2\alpha}{\hat{d}(x)^2}}, \quad (3.11)$$

onde

$$\hat{T}_0(x) = \frac{2 \hat{d}(x)}{v}, \quad (3.12)$$

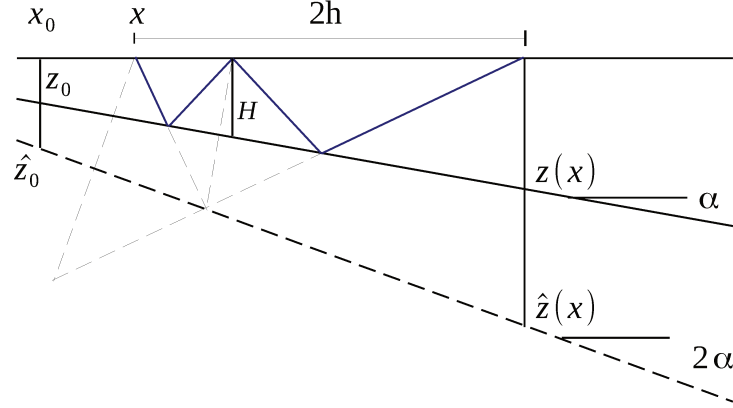


Figura 3.7: Geometria mostrando a reflexão primária e a múltipla de primeira ordem. Figura retirada (Pereira e Biloti, 2013).

e

$$\hat{d}(x) = \hat{z}(x) \cos 2\alpha. \quad (3.13)$$

Nesta equação $\hat{z}(x)$ pode ser interpretado como a profundidade do refletor virtual com o dobro do mergulho (2α), parametrizado por

$$\hat{z}(x) = \hat{z}_0 + (x - x_0) \tan 2\alpha, \quad (3.14)$$

com $\hat{z}_0 = z_0(\cos 2\alpha + \sin 2\alpha \tan 2\alpha)$.

A Figura 3.8 mostra um tiro modelado em um modelo com refletor de mergulho $\alpha = 10^\circ$. O tempo da primária foi calculado pela equação (3.7) e o tempo da múltipla calculado pela equação (3.11). Das equações (3.5) e (3.6) temos que os dois termos da fase são

$$\phi_1(x) = i\omega (T_{x,h_B} - T_{x,h_A}) \quad (3.15)$$

e

$$\phi_2(x) = -i\omega (T_{x,h_A} - T_{x,h_B}), \quad (3.16)$$

onde os tempo de trânsito das primárias são calculados pela equação (3.7) e os tempos de trânsito para as múltiplas de primeira ordem pela equação (3.11). Resolvendo as equações

$$\left. \frac{d\phi_1(x)}{dx} \right|_{x=x^*} = 0 \quad (3.17)$$

e

$$\left. \frac{d\phi_2(x)}{dx} \right|_{x=x^*} = 0, \quad (3.18)$$

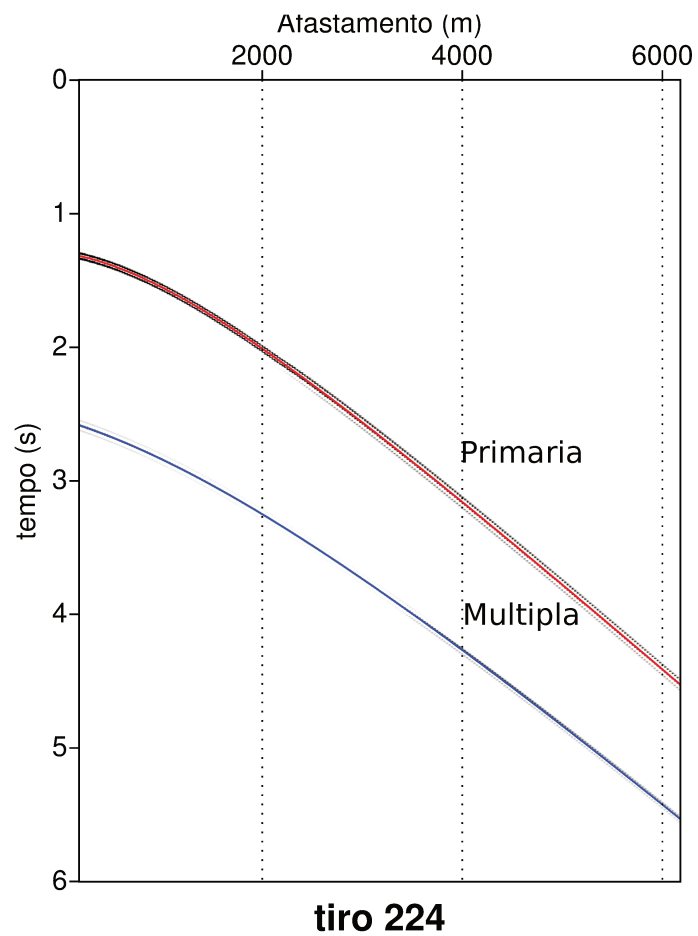


Figura 3.8: Um tiro modelado em um refletor com mergulho de 10° . O tempo da primária, em vermelho, é dado pela equação (3.7), tal como a expressão apresentada em (Sheriff, 1995). O tempo da múltipla, em azul, é dada pela equação (3.11), ou seja com tempo de trânsito calculado em um refletor com o dobro do mergulho.

encontram-se os pontos x_1^* e x_2^* onde a fase é estacionária. Não é possível resolver as equações (3.17) e (3.18) analiticamente. Entretanto a solução numérica é facilmente encontrada. Simulamos uma linha de aquisição 2D marinha para a pesquisa da posição dos pontos estacionários.

3.3 Pontos estacionários em um refletor inclinado

Para a pesquisa da posição dos pontos estacionários, na presença de um refletor plano e inclinado, consideramos uma linha de aquisição sísmica 2D marinha e dois receptores de coordenadas horizontais quaisquer x_A e x_B , respectivamente. Variando o mergulho do refletor de 5° a 20° , com passo de $2,5^\circ$, em um primeiro experimento e 5° a 15° , com passo de $2,5^\circ$ em um segundo experimento, pesquisamos a posição (coordenada horizontal) dos pontos estacionários. Pela geometria do problema, mostrada na Figura 3.7, vê-se que a solução depende somente da razão entre a distância $x_B - x_A$ e a profundidade H da coluna de água em algum ponto fixo (no nosso caso adotamos como referência a coluna de água em x_A).

O experimento foi baseado na solução numérica das equações (3.17) e (3.18) e possibilitou a geração das curvas mostradas nos gráficos das Figuras 3.9 e 3.10. Os eixos são relativos à lâmina de água H . As curvas mostram a posição dos pontos estacionários, em função da distância entre os dois receptores, normalizada pela lâmina de água. Tal como na Figura 3.5, as curvas são mostradas de forma independente da escala, o que as torna flexíveis para a interpretação dos resultados em qualquer profundidade.

Nas duas figuras o ponto estacionário, x^* , está plotado em função da distância em relação à coordenada horizontal do primeiro receptor, normalizada pela lâmina de água H . Desta forma temos, nos eixos verticais, o afastamento entre a coordenada da fonte (virtual) e o primeiro receptor x_A .

3.4 Considerações sobre os pontos estacionários

Conforme citado anteriormente, Seção 3.2.4, existem dois pontos estacionários possíveis, um mais raso e outro mais profundo. A Figura 3.9 mostra que, para o ponto estacionário mais raso, as curvas possuem um comportamento assintótico, evidenciando que, para afastamentos longos, o ângulo complementar do raio da reflexão da múltipla com o fundo do mar é menor que o ângulo de mergulho do refletor. Uma observação que pode ser extraída diretamente das curvas da Figura 3.9, é que existem posições de fontes relativas à pontos estacionários que estão localizadas entre as coordenadas x_A e x_B . Na realidade a maior parte dos afastamentos estão localizados entre as coordenadas x_A e x_B , ou seja, com valores negativos de $(x_1^* - x_A)$. Por exemplo, na Figura 3.9, na curva de mergulho de 10° (curva vermelha), para lâmina de água de 1000 m e espaçamento entre os receptores de 600 m, ou seja $(x_B - x_A)/H = 0,6$ e $(x_1^* - x_A)/H = 0,1451$, o ponto estacionário está localizado à distância de 145,10 m à direita de x_A , ou seja entre

os receptores (afastamento com valor negativo).

Em uma aquisição sísmica marítima convencional, do tipo lanço lateral, *end-on spread* ou ainda *off-end spread*, existem limitações físicas quanto aos valores de afastamentos possíveis, por exemplo não podemos colocar um receptor na posição da fonte sísmica e mesmo afastamentos muito curtos, menores que 175 m, não são comuns. Afastamentos negativos, com as fontes colocadas entre os receptores não são encontrados. Na sísmica de exploração, são usuais afastamentos mínimos de aproximadamente 175 m e máximos de 8000 m (dependendo da geologia, profundidade da lâmina de água, objetivos, custo etc). No caso da sísmica voltada para monitoramento de reservatórios, em geral focada para objetivos mais específicos, os afastamentos longos são, em geral, mais limitados, variando comumente entre 4000 m a 6000 m. Desta forma, apesar de que através da reciprocidade seja possível trocar as posições relativas entre fontes e receptores de forma conveniente, se não houver a aquisição do traço com o afastamento de 145,10 m, o afastamento de 600 m não pode ser recuperado por uma fonte (virtual) localizada no ponto estacionário mais raso.

O comportamento do caso raso não é o padrão encontrado no caso profundo, pois não temos o padrão assintótico para os afastamentos mais longos, tal como mostrado nas curvas da Figura 3.10. Voltando ao caso do afastamento de 600 m anteriormente citado, no caso da fonte relativa ao ponto estacionário mais profundo, temos que $(x_2^* - x_A)/H = 2,435$, ou seja, precisamos na aquisição de um afastamento de 2.435 m, que é usualmente adquirido em uma aquisição convencional.

Caso o afastamento que necessitamos recuperar seja de 1000 m, $(x_B - x_A)/H = 1,0$, o afastamento que necessitaria ter sido registrado é de 2.818 m, pois $(x_2^* - x_A)/H = 2.818$. Se quisermos recuperar o traço de afastamento de 2000 m, ou seja $(x_B - x_A)/H = 2,0$, temos que ter registrado o afastamento de 8.893 m, ou $(x_2^* - x_A)/H = 8,893$. Este afastamento é menos usual, necessitando de um cabo muito longo.

Contrário à intuição, podemos observar que, em refletores com mergulho, os traços necessários para a interpolação de traços de afastamentos curtos são os de afastamentos mais longos. Este fato assume importância fundamental para a criação de traços através da interpolação interferométrica, tema do próximo capítulo. Apesar das limitações físicas da aquisição sísmica convencional, a Interferometria Sísmica pode (a princípio) interpolar traços em posições não fisicamente realizáveis. Mostraremos que desta forma podemos criar até mesmo um traço de afastamento nulo.

Podemos observar na Figura 3.9, no caso raso, para refletores pouco inclinados, o ponto estacionário x_1 afasta-se rapidamente de x_A , a medida que o afastamento entre x_B e x_A aumenta. Para refletores com mergulhos mais acentuados, há pouca variação do ponto estacionário x_1 em relação a x_A , a medida que o afastamento entre x_B e x_A aumenta.

No caso profundo, Figura 3.10, o padrão de deslocamento do segundo ponto estacionário x_2 , em relação ao mergulho do refletor, é o inverso do padrão observado para o

caso raso. Isto é, para refletores com pouco mergulho não se observa um deslocamento acentuado do ponto estacionário, a medida que o afastamento entre x_B e x_A aumenta.

De maneira geral, para refletores pouco inclinados, dos dois pontos estacionários, x_1 e x_2 , o segundo é mais facilmente encontrado dentro dos limites de uma aquisição convencional. Para o caso de refletores com mergulho maiores o primeiro ponto estacionário é que estará nos limites de aquisição. Podemos constatar que independentemente do mergulho do refletor um dos estacionários poderá ser utilizado para a interferometria.

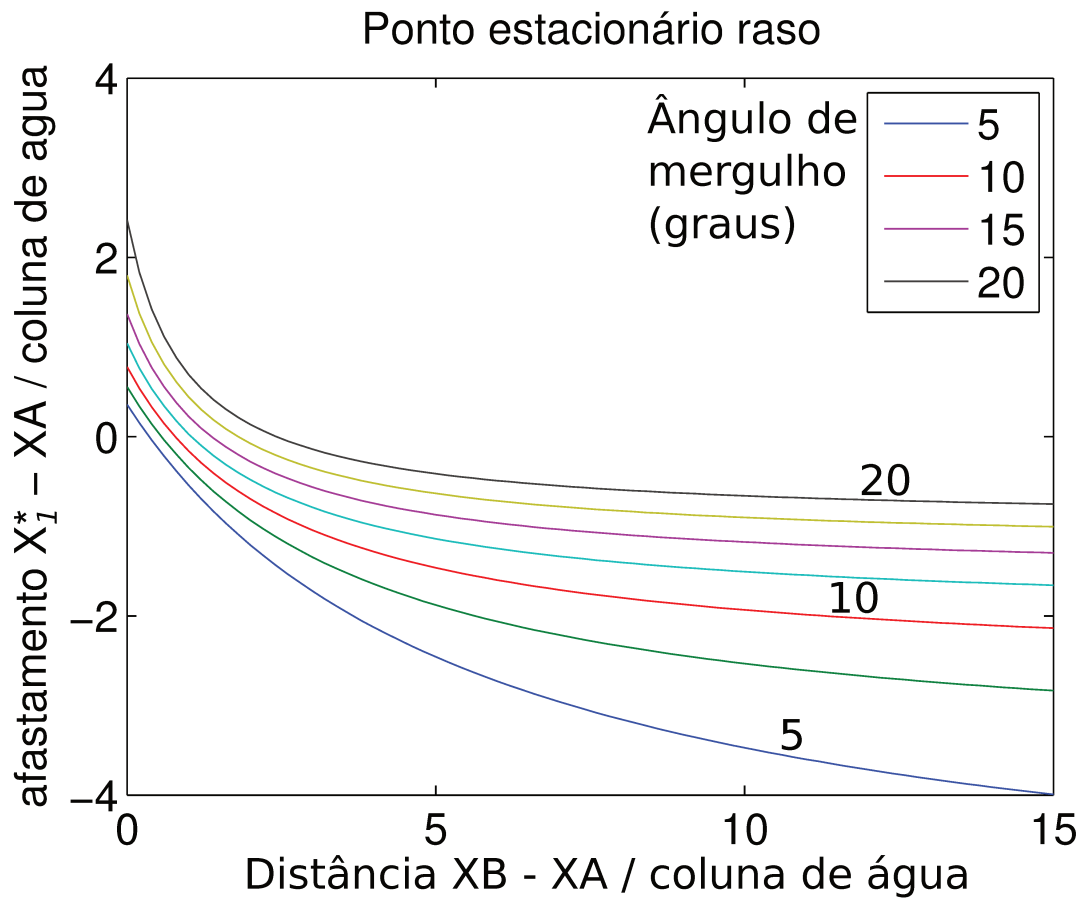


Figura 3.9: Curvas mostrando a posição dos pontos estacionários rasos em relação ao mergulho dos refletores.

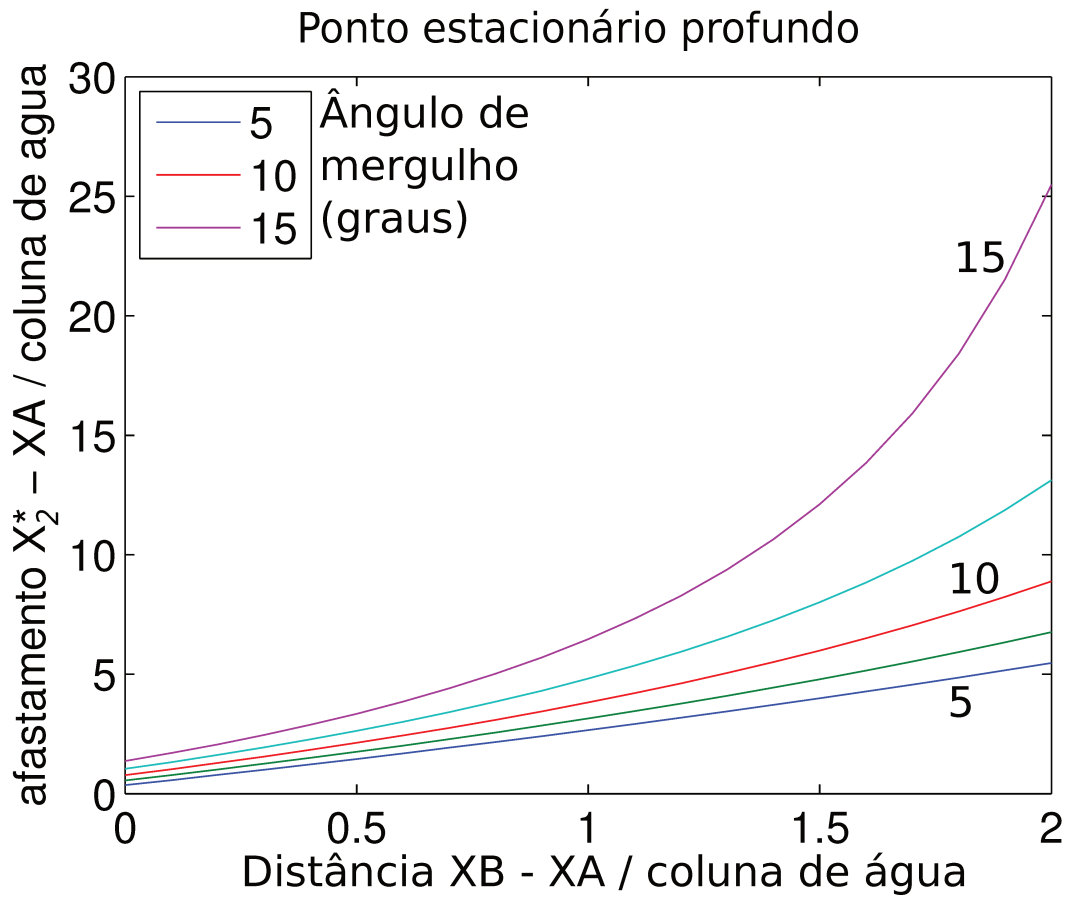


Figura 3.10: Curvas mostrando a posição dos pontos estacionários profundos em relação ao mergulho dos refletores.

4 INTERPOLAÇÃO INTERFEROMÉTRICA

Neste capítulo foi aplicado um algoritmo baseado nas equações (2.49) e (2.55) para a interpolação de traços sísmicos em um conjunto de dados sintéticos. A necessidade de interpolação de traços sísmicos é relativamente comum no processamento de dados sísmicos adquiridos em áreas onde há a presença de obstruções. Mesmo quando são empregadas técnicas de aquisição mitigadoras, com intuito de evitar quedas drásticas na cobertura sísmica, tais como o *undershooting*, frequentemente não é possível registrar os traços de afastamento fonte e receptor mais curtos.

4.1 Introdução

Os objetivos maiores da Sísmica de Exploração, e também da chamada Sísmica de Reservatórios, são primeiramente o correto imageamento da geologia em subsuperfície e, com igual importância, a avaliação de propriedades acústicas e elásticas do meio pelo qual as ondas sísmicas se propagam, particularmente em suas interfaces.

Para que estes dois objetivos sejam alcançados, é necessário que o conjunto de dados sísmicos adquiridos seja o mais completo possível em termos de cobertura, com um intervalo de afastamentos entre fontes e os receptores adequado para o imageamento sísmico (em tempo ou em profundidade). Com bastante frequência, a aquisição sísmica se depara com situações operacionais onde é muito difícil, ou mesmo impossível, adquirir o conjunto de dados sísmicos necessários para que os objetivos anteriormente citados sejam alcançados.

4.2 Interferometria sísmica na interpolação de traços sísmicos

A Interferometria Sísmica é uma ferramenta de processamento que pode ser explorada para completar os dados sísmicos adquiridos, de forma a cobrir possíveis falhas na cobertura através da criação de traços virtuais.

Neste trabalho, o enfoque foi o da aquisição sísmica marítima em águas profundas na situação específica onde os dados sísmicos faltantes, dentro de uma família de tiro comum, são aqueles de afastamento curtos.

Uma causa frequente da falta de traços de afastamento curtos na aquisição sísmica marítima convencional é a impossibilidade de obtenção de dados sísmicos imediatamente abaixo e nas proximidades de obstruções, tais como plataformas ou sondas de perfuração, por exemplo. Em geral este problema é mitigado pela aquisição de dados com a técnica

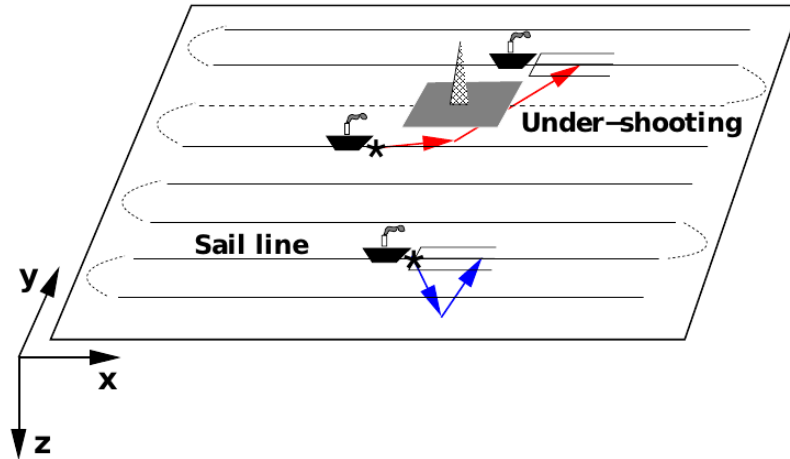
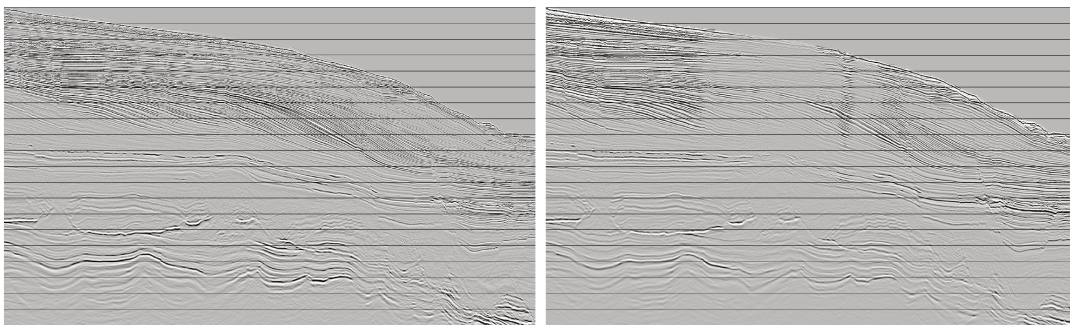


Figura 4.1: Aquisição sísmica com a técnica de detonação periférica, ou *undershooting*. Dois navios, um arrastando cabos e outro arrastando as fontes adquirem dados sísmicos abaixo de uma obstrução. Podemos observar também um navio sísmico adquirindo uma linha sísmica convencional (Biondi, 2006).

conhecida como detonação periférica⁴ ou *undershooting*. Em um *undershooting*, a aquisição sísmica é realizada com dois navios, um rebocando os cabos sísmicos e seus sensores e outro rebocando as fontes. Nas proximidades das obstruções os navios navegam em linhas de navegação paralelas à linha original obstruída, porém em lados opostos, tal como o esquema mostrado na Figura 4.1.

Apesar de que tal configuração de aquisição sísmica possibilite a coleta de dados sísmicos abaixo das obstruções (por isso o nome *undershooting*) ainda assim, frequentemente, é impossível registrar os traços de afastamento mais curtos, tais como seriam adquiridos em uma aquisição sísmica convencional, principalmente devido a necessidade de se manter um raio de segurança em torno das plataformas e outras instalações em campos de petróleo *offshore*. A falta de cobertura sísmica adequada abaixo de obstruções acaba por degradar a qualidade das seções sísmicas, como mostrado na Figura 4.2 onde podem ser observadas duas seções sísmicas adquiridas na mesma localização, mas em épocas diferentes (para fins de sísmica 4D). A sequência de processamento sísmico empregada nas duas seções foi rigorosamente idêntica, com imageamento por migração em tempo antes do empilhamento, *PSTM*. Fica evidente a degradação da qualidade na linha sísmica adquirida com a necessidade de *undershooting*.

⁴Soluções tecnologicamente mais adequadas (e caras) como o uso de sismógrafos de fundo (*Ocean Bottom Cables* e *Ocean Bottom Seismometer*) não foram consideradas neste trabalho.



(a) Linha sísmica sem necessidade de undershooting. (b) Linha sísmica com necessidade de undershooting.

Figura 4.2: Comparação de qualidade entre duas seções sísmicas marítimas adquiridas na mesma localização geográfica e processadas com a mesma sequência de processamento (*PSTM*). Em (a) a seção sísmica foi adquirida com aquisição sísmica convencional, em (b) a linha seção sísmica foi adquirida com a necessidade de aquisição tipo *undershooting*, devido a presença de obstáculo.

4.2.1 Correlação cruzada e interpolação interferométrica

Reconstruímos interferometricamente os traços de afastamentos curtos usando uma versão discreta das equações mostradas no Capítulo 2, equações (2.49) e (2.55). A reconstrução dos traços sísmicos faltantes foi realizada através da correlação cruzada dos traços registrados em receptores excitados pela mesma fonte, seguido pelo empilhamento. Uma versão discreta e simplificada da equação (2.49), no domínio do tempo, é dada por

$$d(x_A, t, x_B) \approx \sum_{i=1}^n d(x_A, t, x_i) \star d(x_B, t, x_i). \quad (4.1)$$

A velocidade da lâmina de água $1/c(\mathbf{x})$ é um fator de escala na equação (2.49). Como explicado anteriormente, o somatório é calculado sobre todas as fontes que tenham sido simultaneamente registradas em x_A e em x_B . O símbolo \star indica a correlação cruzada entre os dois sinais $d(x_A, t, x_i)$ e $d(x_B, t, x_i)$. O somatório é o empilhamento dos traços vindos da correlação cruzada, resultando em $d(x_A, t, x_B)$, que é o traço interpolado interferometricamente.

4.2.2 Necessidade de separação de primárias e múltiplas

Se a correlação cruzada for aplicada na forma apresentada pela equação (4.1), o traço interpolado interferometricamente é fortemente contaminado por artefatos numéricos oriundos da correlação cruzada entre primárias e primárias e as múltiplas correlacionadas com múltiplas, conforme descrito na literatura por Schuster (2009) e comprovado também por experimentos numéricos (mostrado posteriormente na Seção 4.3.4). Da forma que

foi descrita neste trabalho a implementação da interpolação interferométrica exige a separação dos traços de entrada entre primárias e múltiplas, além da remoção da onda direta, tal como descrito em Curry e Shan (2006) e mais recentemente em Curry e Shan (2010).

Em dados sísmicos em água profunda, enfoque do nosso trabalho, a etapa de remoção, ou melhor, da atenuação da(s) múltipla(s), é frequentemente realizada por algoritmos do tipo *SRME*, ou *Surface Related Multiple Elimination* (Weglein et al., 1997). Desta forma, os dados de entrada para a correlação cruzada para a obtenção do traço interferométrico foram os dados contendo apenas primárias, equivalente aos dados reais após a aplicação do *SRME* e múltiplas de primeira ordem tal como as modeladas pelo algoritmo do *SRME*.

4.3 Experimentos com traços sintéticos

Com o intuito de testar a aplicação da interpolação baseada na interferometria, equação (4.1), foi feito um modelo geológico extremamente simples, através do pacote de processamento sísmico GêBR (Biloti, 2012) e utilizando o modelador *S88Modeling*, baseado no traçador *Seis88* (Cerveny, 1988), incorporado à GêBR. O modelo geológico é um refletor plano inclinado, com 10° de mergulho, onde velocidade da lâmina de água é de 1500 m/s e a velocidade do meio abaixo da interface água-fundo do mar é de 2000 m/s. A Figura 4.3 mostra o modelo e raios de um tiro qualquer. O modelo proposto tem como análogo o fundo do mar na região da quebra do talude continental. Neste modelo

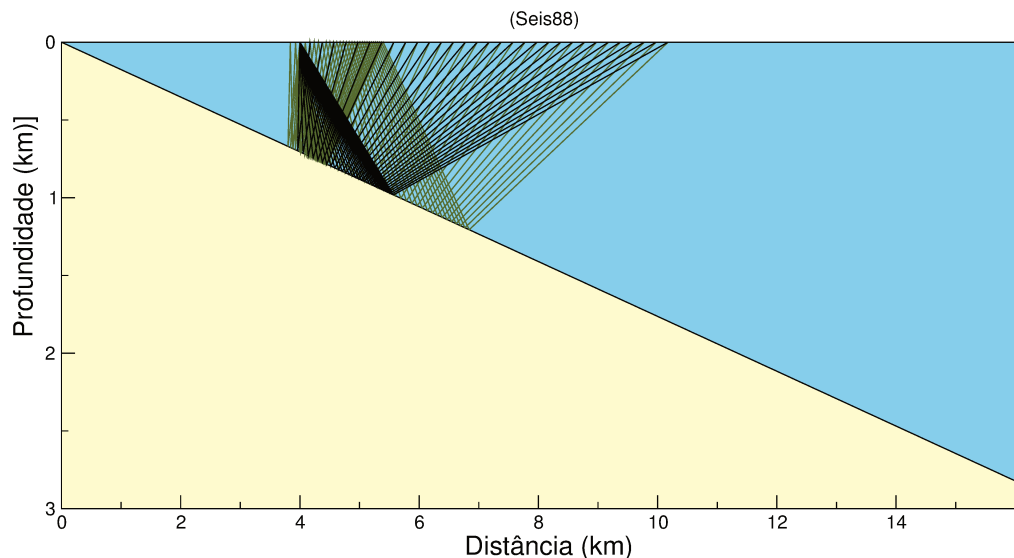


Figura 4.3: Modelo geológico com um plano inclinado de 10° usado para simular a aquisição sísmica mostrando os raios modelados.

geológico foi simulada uma aquisição sísmica do tipo lanço lateral, como explicado na

seção 3.3, com um navio sísmico arrastando fonte e cabos com hidrofones.

A presença de um obstáculo no levantamento causaria a falta completa de traços próximos à obstrução, devido à ausência de tiros na região afetada. Como discutido na Seção 4.2, a fim de mitigar esta situação (cobertura nula abaixo e nas proximidades da obstrução) existe a necessidade do *undershooting*.

Para simular o efeito desta técnica de aquisição nos dados sísmicos sintéticos foram silenciados os traços de afastamentos mais curtos (32 traços), em 41 tiros consecutivos, dos tiros 204 até 244. Isto corresponde ao silenciamento dos traços de afastamento entre 175 m e 975 m. Esta simulação de uma operação de *undershooting* foi efetuada em lâmina de água profunda, com a falha de cobertura localizada em lâmina de água de aproximadamente 1000 m. A falha na cobertura tem o comprimento de 1000 m, simulando uma zona de segurança em torno de um obstáculo fictício de raio de aproximadamente 500 m (de acordo com normas de segurança internacionais para aquisição sísmica em áreas obstruídas). A Figura 4.4 mostra a seção sísmica de afastamento comum para o menor afastamento (175 m) nesta situação. Os parâmetros da aquisição são apresentados na Tabela 4.1. A *wavelet* utilizada é um pulso tipo Gabor com frequência de pico de 25 Hz. Para esta aquisição foi modelada a múltipla do fundo do mar.

Tabela 4.1: Parâmetros de aquisição.

Afastamento mínimo	175 m
Afastamento máximo	6.175 m
Intervalo grupo de receptores (IG)	25 m
Receptores por tiro - Número de canais	241
Distância entre tiros (IPT)	25 m
Comprimento da linha de navegação	16.175 m
Número de tiros	401
Intervalo de amostragem	4 ms
Tempo da seção	6 s
Número de amostras por traço	1501

Em uma operação de *undershooting* o azimute de aquisição não é o mesmo das linhas de aquisição convencionais (*end-on spread*), pois o navio de receptores (cabos sísmicos) está navegando ao lado do navio que arrasta as fontes sísmicas. Para recuperar o azimute original da aquisição (e também recuperar os mergulhos), existe a necessidade de aplicar ferramentas de processamento adicionais de regularização como, por exemplo, a correção de AMO (*Azimuth MoveOut*) (Biondi, 2006). Desta forma, a aquisição modelada aqui é entendida como se estivesse corrigida de *Azimuth MoveOut* na área coberta pelo *undershooting*. Na região quadrada pontilhada na Figura 4.5 existe a necessidade de regularizar os azimutes. As Figuras 4.6a e 4.6b mostram um tiro sem o silenciamento e outro com o silenciamento de 32 traços.

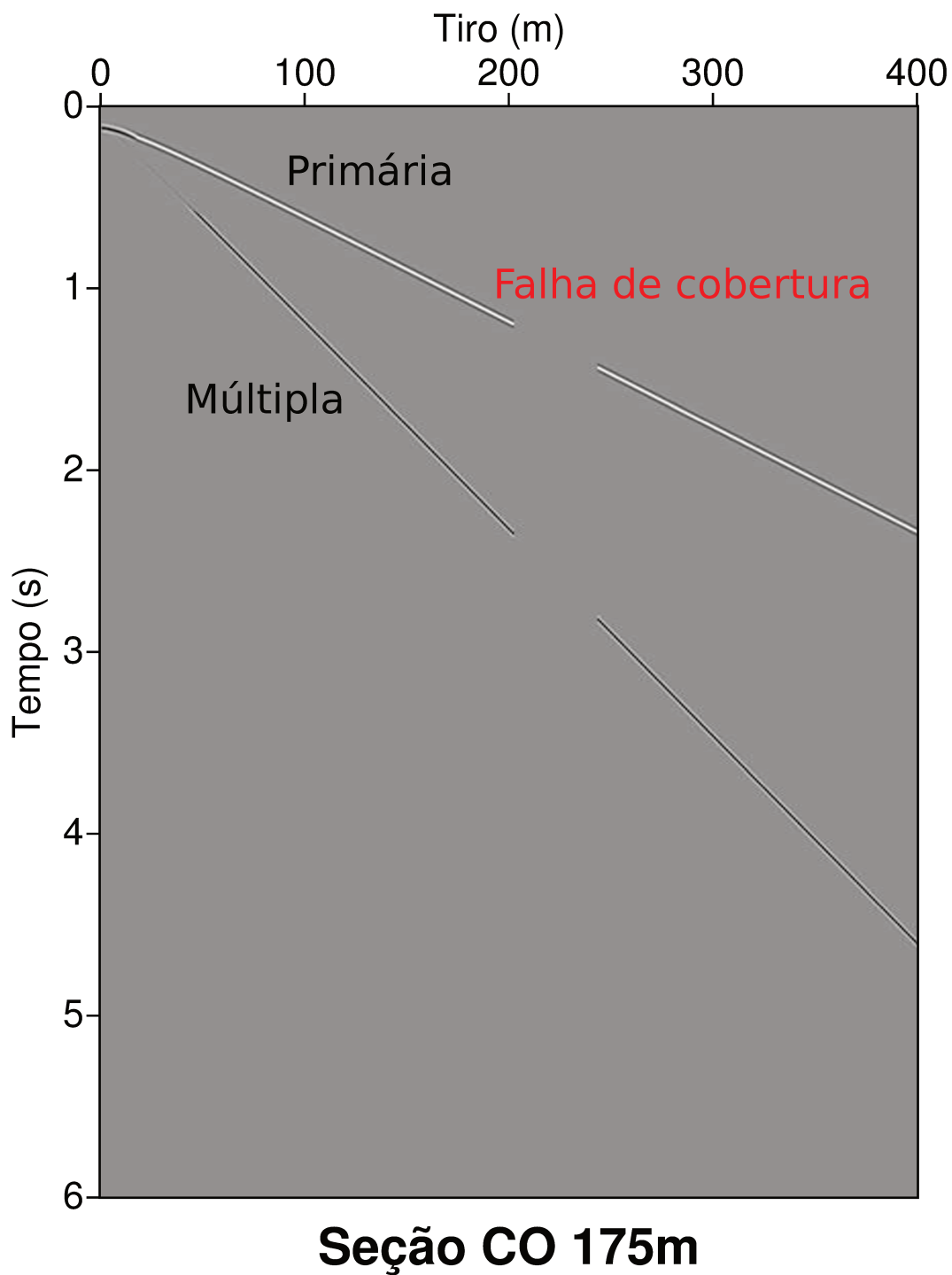


Figura 4.4: Seção sísmica de afastamento comum de 175 m (menor afastamento na modelagem). Podemos observar a falha na cobertura devido a uma obstrução na linha de navegação do navio sísmico.

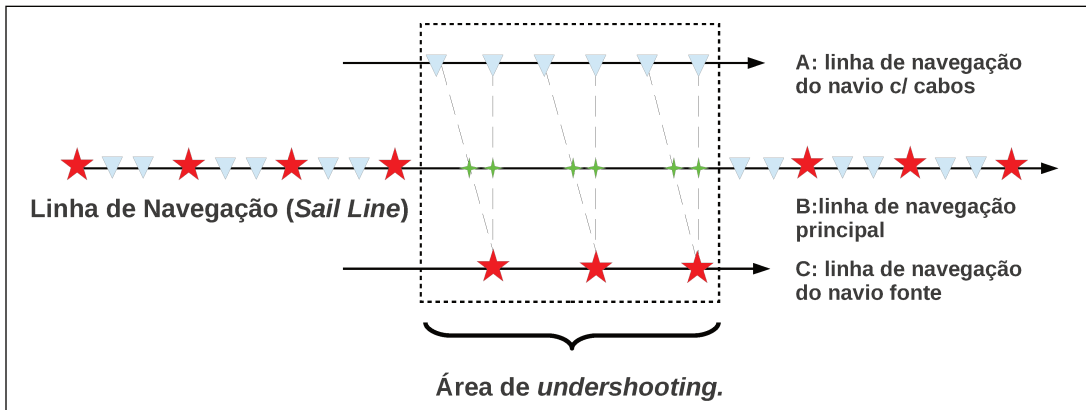


Figura 4.5: Devido a diferença de azimutes entre os tiros na linha de aquisição convencional e os tiros dentro da área de *undershooting* (área pontilhada), considera-se, nesse trabalho que o dado sintético teve o seu azimute corrigido por ferramentas de regularização tipo *Azimuth MoveOut*.

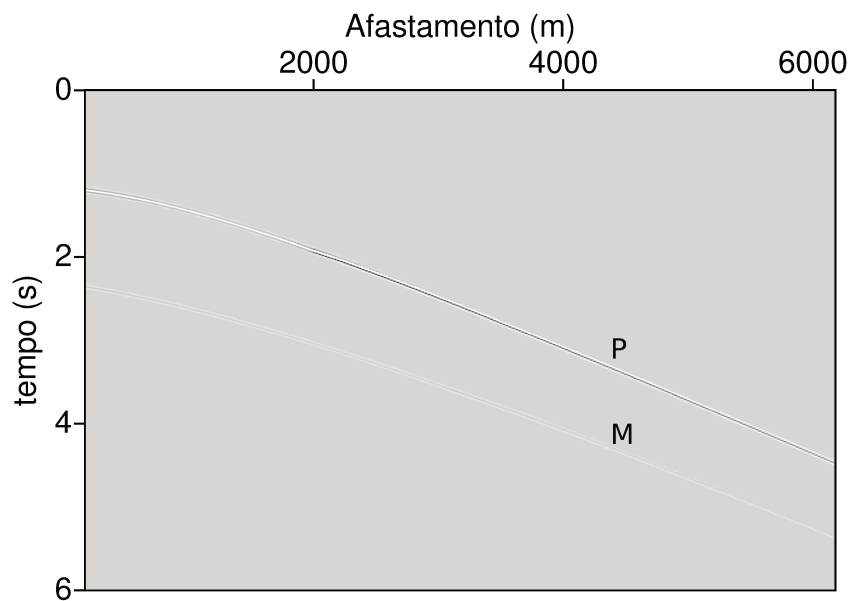
4.3.1 Traços interpolados interferometricamente

Nesta seção apresentamos os resultados obtidos com a interpolação interferométrica na reconstrução dos afastamentos afetados pela presença da obstrução. Conforme citado na Seção 4.2.1, os dados de entrada foram separados na primária do fundo do mar e sua múltipla. Neste trabalho o enfoque foi apenas cinemático, ou seja não houve nenhuma correção das amplitudes dos traços interpolados.

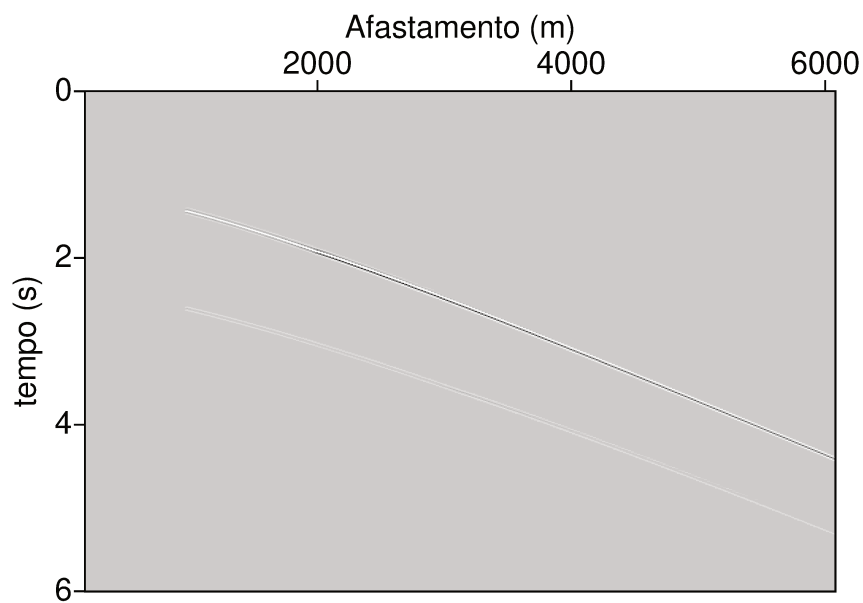
Nas figuras 4.7a, 4.7b e 4.7c mostramos os detalhes de três tiros, 204, 224 e 244 respectivamente, localizados no início, no meio e no fim da região de falta de cobertura. As figuras citadas foram geradas sem nenhum tipo de ganho e podemos observar a concordância do tempo do fundo do mar (a linha negra nas figuras) e o pulso, mostrando a boa cinemática dos dados interpolados. A diferença da amplitude entre os traços de afastamentos mais curtos e mais longos é devido à posição dos pontos estacionários e ao filtro horizontal (*taper*) utilizado. Voltaremos a nos referir a este fato.

Na Figura 4.8 podemos ver o tiro 224. Nesta figura foi aplicado um ganho (AGC), e podemos ver os afastamentos reconstruídos e os ruídos provenientes da correlação cruzada, acima do tempo do fundo do mar.

Na Figura 4.9 estão o traço original, de afastamento 875 m, e abaixo, na mesma figura, o traço interpolado. Podemos comparar os dois traços e verificar a qualidade do traço reconstruído e a cinemática. Na Figura 4.10 estão os traços da correlação cruzada antes do empilhamento. Esta figura é muito importante para o entendimento da interferometria. Podemos verificar a existência de dois estacionários, um dos quais formados pelos afastamentos curtos e outro formado pelos afastamentos longos. O traço interferométrico é o resultado do empilhamento desses traços. Podemos observar que, na primeira curva, o ponto estacionário está localizado dentro da região de cobertura nula.

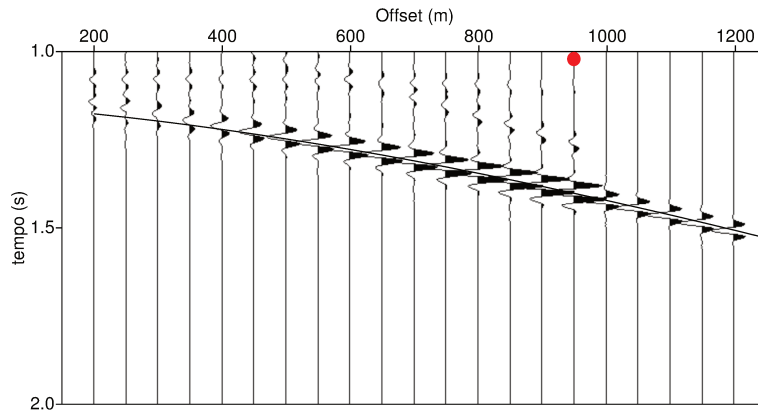


(a) Tiro original em água profunda (1000 m). Primária e múltipla do fundo da mar estão indicadas.

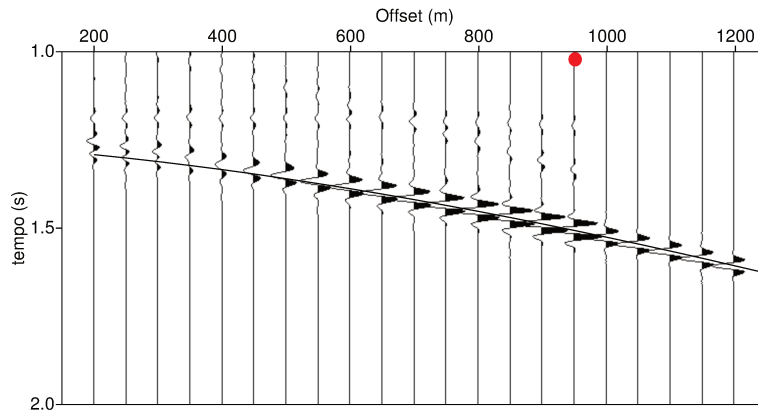


(b) Tiro simulando o undershooting, mostrando os afastamentos silenciados.

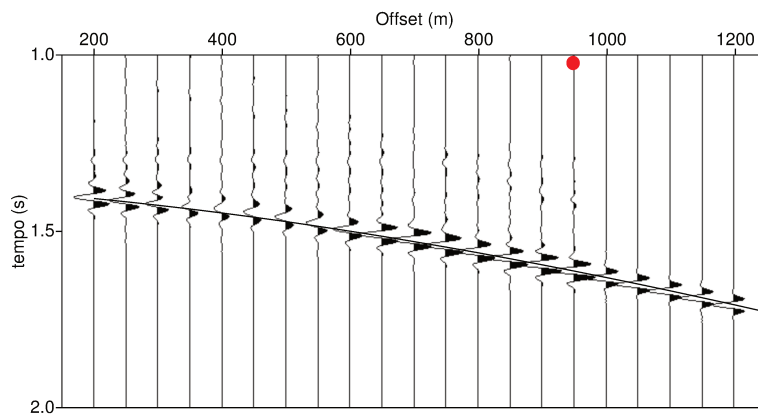
Figura 4.6: Tiro original, em (a), com os afastamentos completos (175 m a 6.175 m). Em (b) o mesmo tiro, mostrando os 32 primeiros traços silenciados, simulando a falta de traços típica nas proximidades de uma obstrução onde houve a necessidade de *undershooting*.



(a) Primeiro tiro com interpolação interferométrica.



(b) Tiro localizado no meio da falta de cobertura.



(c) Tiro localizado no final da falta de cobertura.

Figura 4.7: Detalhe de tiros interpolados interferometricamente em três posições diferentes, no início, meio e fim da falta de cobertura. A linha escura representa o tempo do fundo do mar e o ponto vermelho o último traço interpolado.

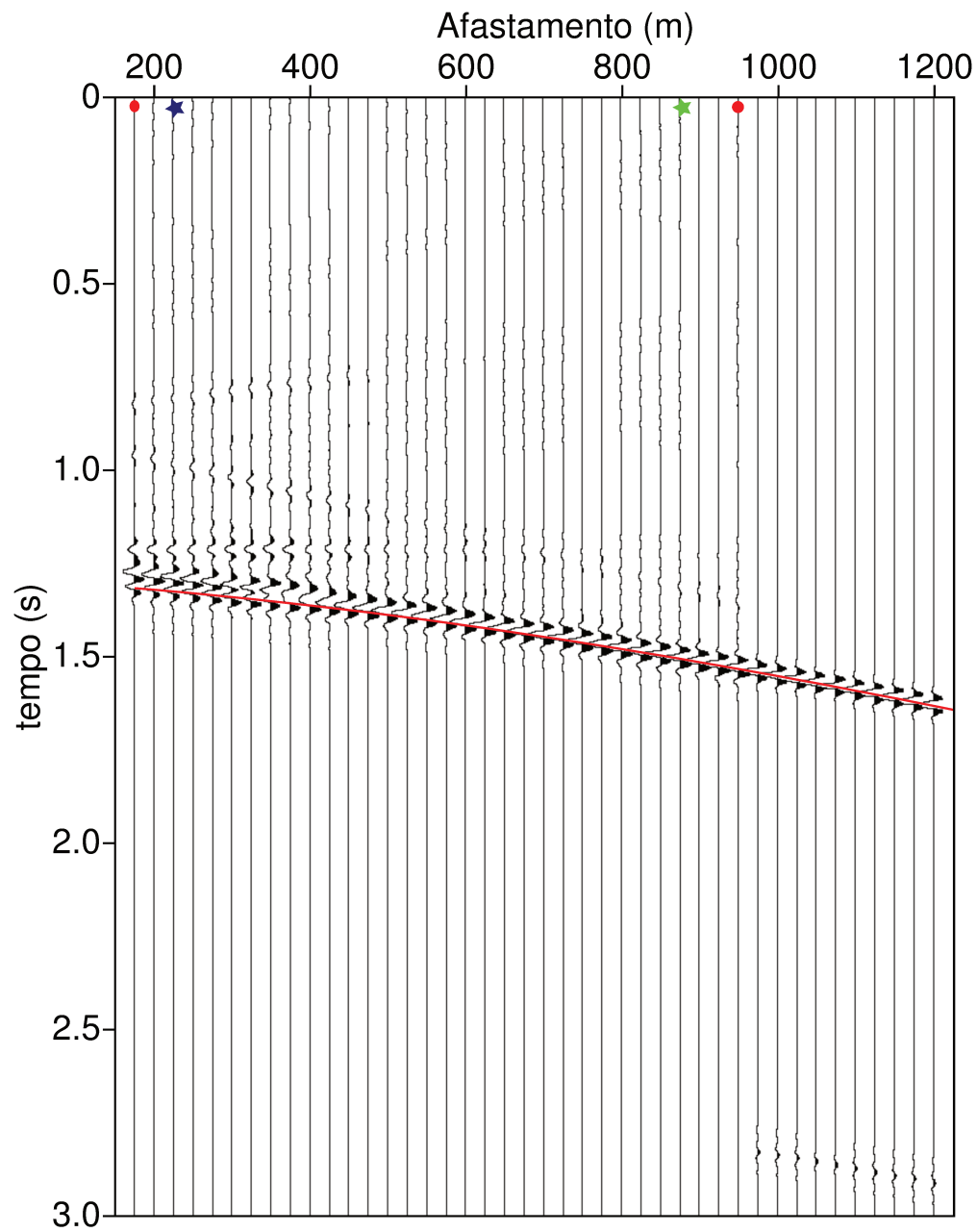


Figura 4.8: Tiro 224, no meio da falta de cobertura. Pode-se observar os ruídos numéricos acima do fundo do mar (linha vermelha). Neste dado foi aplicado um AGC com janela igual à metade do comprimento do registro (3 segundos). Os dois pontos vermelhos indicam o primeiro e o último afastamento interpolado.

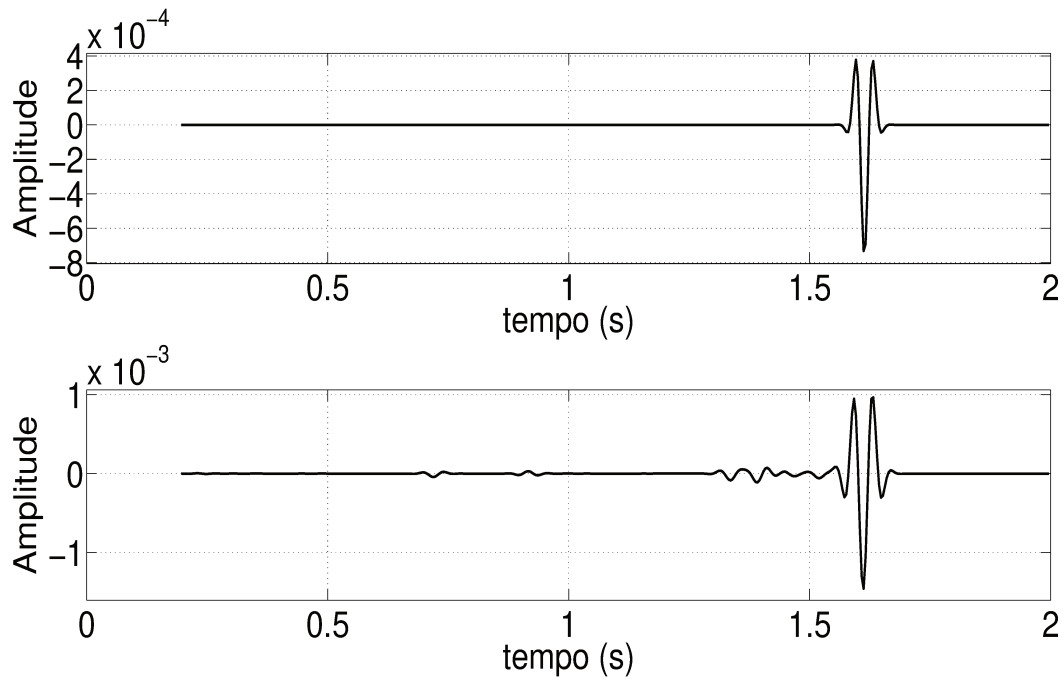


Figura 4.9: Comparação entre o traço original do tiro 224, afastamento de 875 m (acima) e o resultado de sua interpolação interferométrica (abaixo). Este mesmo traço interpolado está indicado na Figura 4.8 com uma estrela verde à direita do traço com afastamento de 800 m.

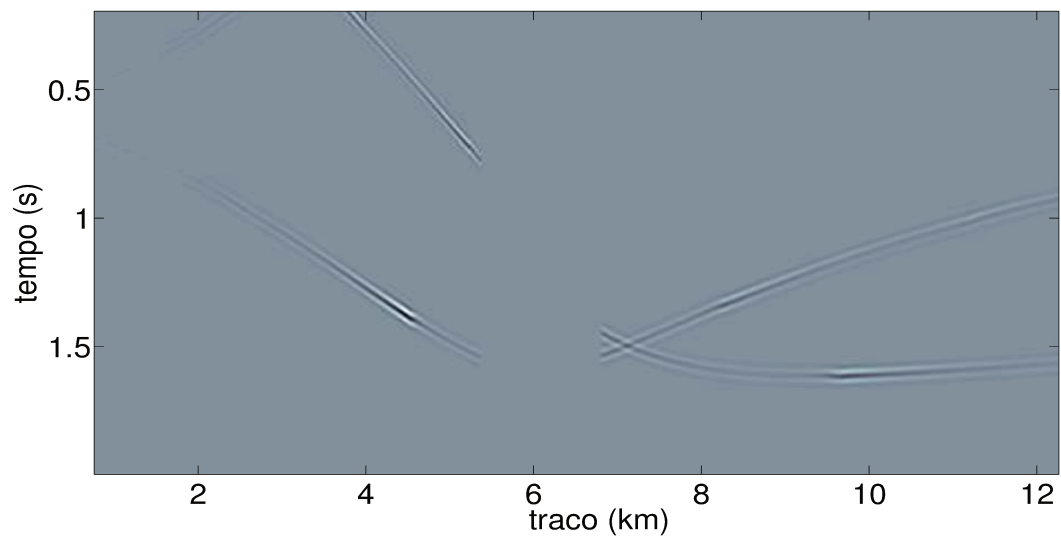


Figura 4.10: Correlação cruzada das fontes usadas para a interpolação do tiro 224 e afastamento de 875 m.

A outra curva, correspondente ao estacionário formado pelos afastamentos mais longos, é a responsável pela reconstrução do pulso de reflexão. Para a redução dos efeitos de borda, devido a falta de cobertura causada pela obstrução, foi aplicado um filtro horizontal, um *taper* do tipo *Hanning window* aos traços (Bloomfield, 2000), com uma janela de seis traços, semelhante aos aplicados nos algoritmos de migração. O *taper* utilizado foi:

$$taper(n) = \cos \left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{n}{N-1} \right) \right]^2, \quad (4.2)$$

onde N é o número de amostras que definem o tamanho da janela, 6 amostras em cada lado do traço a ser filtrado, no caso.

Nas Figuras 4.11 e 4.12 temos outro traço do mesmo tiro, 224, mas agora em um afastamento menor, 225 m. Podemos observar que a reconstrução da *wavelet* não foi tão satisfatória quanto a do exemplo anterior. Neste caso verifica-se na Figura 4.12 que ambos estacionários estão muito próximos da região de cobertura nula, de modo que o filtro horizontal aplicado nos traços foi menos efetivo.

4.3.2 Afastamentos necessários para a interpolação interferométrica

A Figura 4.13 mostra os traços adquiridos durante a aquisição, ordenados em Pontos Médios Comuns (*CMP's*). No losango vermelho, a área de cobertura é nula devido ao obstáculo descrito na Seção 4.3. Os pontos pretos são, dentro desta área, as posições onde é possível a reconstrução por interferometria. Em verde e em magenta estão indicadas as posições dos traços efetivamente adquiridos no levantamento que são correlacionados a fim de produzir os traços interferométricos, conforme a equação (4.1). Na Figura 4.14, um detalhe da figura anterior, podemos observar que os traços em todas as posições dentro da área de cobertura nula (pontos pretos) podem ser interpolados interferometricamente. Na figura de detalhe, em magenta, estão os traços da reflexão de x_2^* para x_B correspondentes ao segundo ponto estacionário e, em verde, os traços referentes à múltipla de x_2^* para x_A conforme a Figura 3.5 do Capítulo 3. Neste caso, todos os traços reconstruídos interferometricamente são devidos ao segundo ponto estacionário. Podemos observar que o afastamento máximo necessário a ser registrado na aquisição sísmica, para que interpolação seja satisfatória, é de aproximadamente 3.600 m.

4.3.3 Reconstrução de uma seção de afastamento nulo

No curso do trabalho, percebemos que existiam pontos estacionários localizados espacialmente fora dos limites do levantamento, tal como os afastamentos citados no Capítulo 3, Seção 3.4. Explorando este fato, testamos a possibilidade de interpolar uma seção de afastamento nulo. Para isso, geramos um novo modelo sintético. No mesmo modelo geológico, mas em uma aquisição com parâmetros mais esparsos (50 m de distância entre tiros e receptores), criamos uma aquisição com os afastamentos de 0 m até 6000 m.

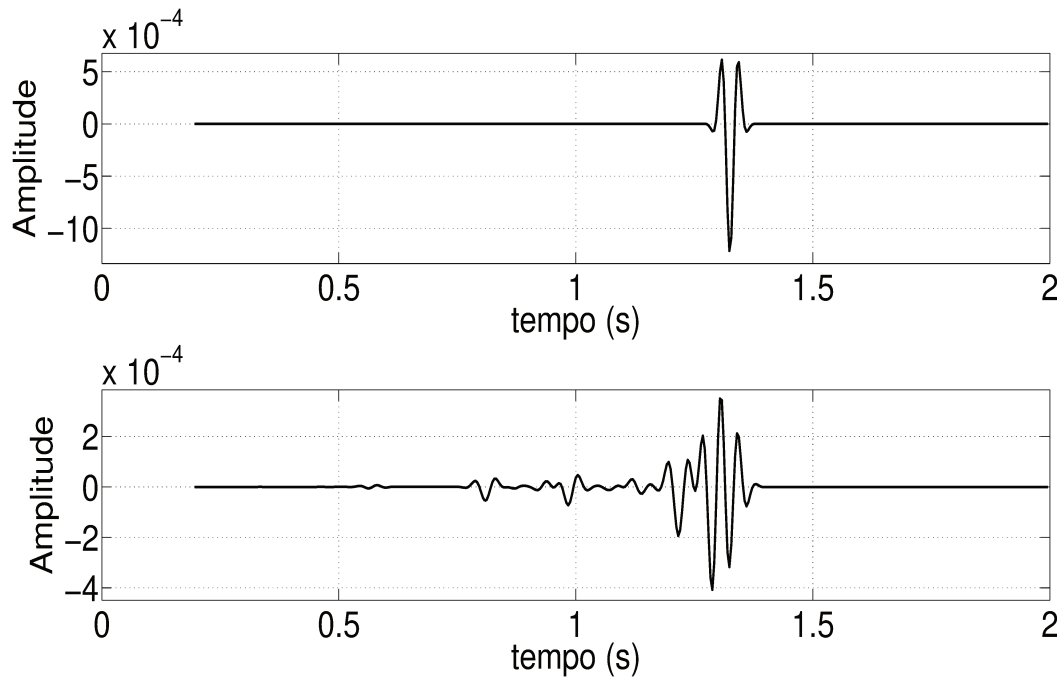


Figura 4.11: Comparação entre o traço original do tiro 224, afastamento de 225 m (acima) e o resultado de sua interpolação interferométrica (abaixo). O traço interpolado esta indicado na Figura 4.8 com uma estrela azul à direita do traço com afastamento de 200 m.

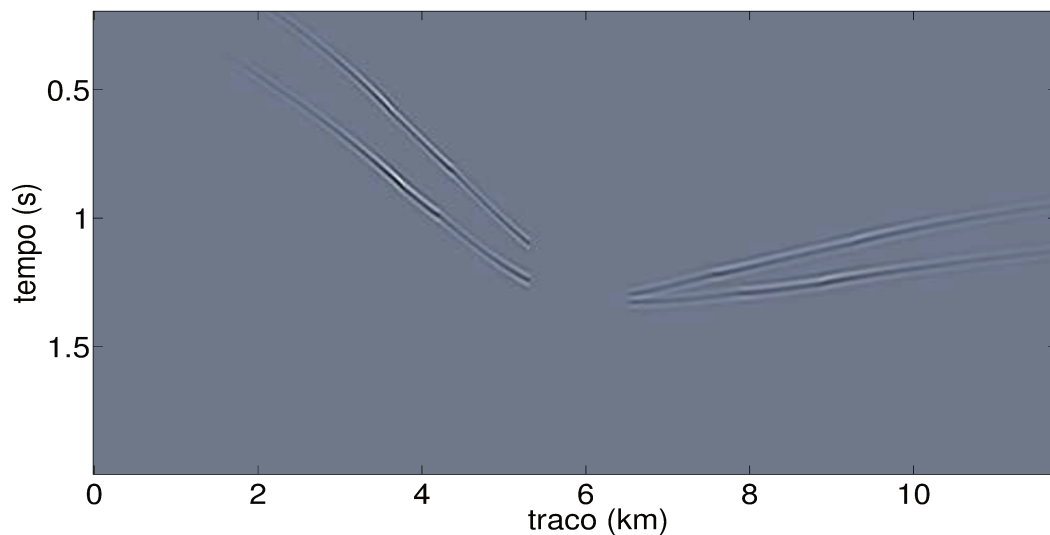


Figura 4.12: Correlação cruzada das fontes usadas para a interpolação do tiro 224 e afastamento de 225 m.

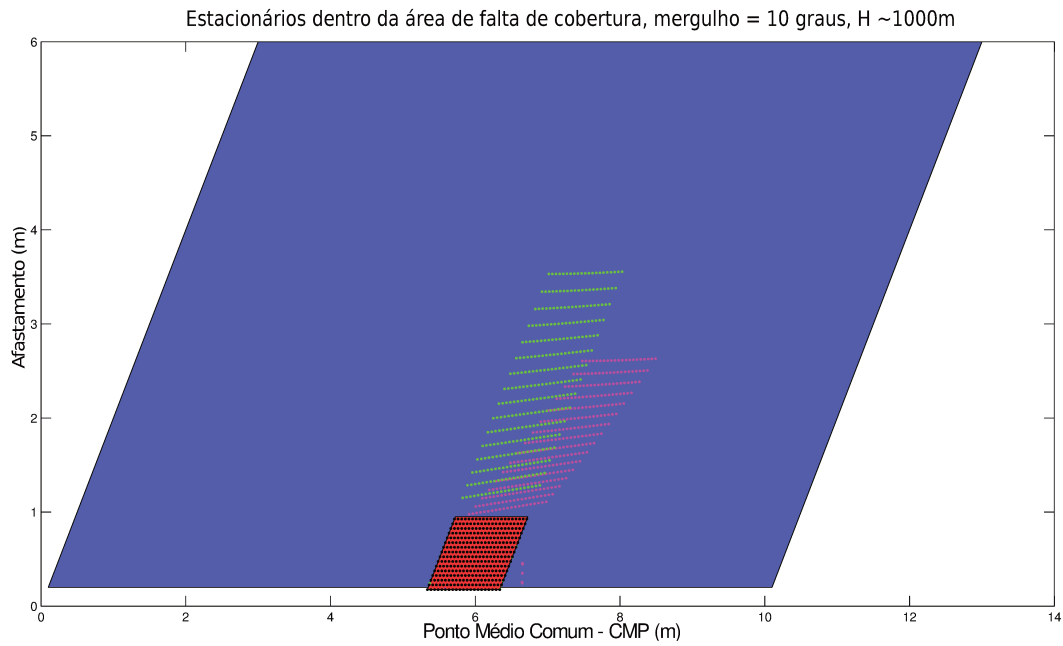


Figura 4.13: Na figura estão mostrados a posição dos traços que podem ser reconstruídos interferometricamente (pontos pretos) dentro da região de falta de cobertura (em vermelho).

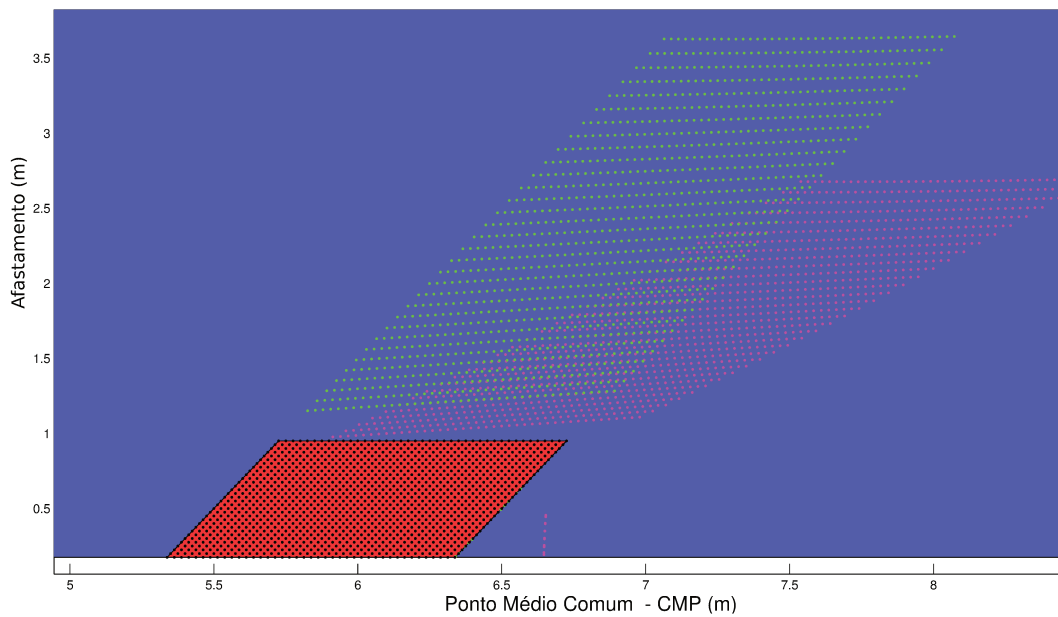


Figura 4.14: Detalhe da posição dos traços que podem ser reconstruídos interferometricamente na região de falta de cobertura.

Silenciamos os traços correspondentes aos afastamentos de 0 m até 150 m em uma zona com falta de cobertura de 1000 m, exatamente nas mesmas coordenadas da região de coberta nula do exemplo anterior. A Figura 4.15 mostra a seção de afastamento nulo interferometricamente interpolada. Na Figura 4.16 está mostrado a comparação entre o traço original e o traço reconstruído de um traço na posição central da figura anterior. Na Figura 4.17 as curvas com os pontos estacionários, da mesma forma que foram mostrados nos exemplos anteriores. Podemos notar que, neste caso, as curvas dos dois pontos estacionários se colapsam em uma única curva. O afastamento necessário a ser adquirido para a interpolação do traço de afastamento nulo é de 777,9 m, ou seja, nas Figuras 3.9 e 3.10 correspondem a $(x^* - x_A)/H = 0,7779$, para uma lâmina de água $H = 1000$ m. Na Figura 4.18 mostramos a posição dos traços de afastamentos curtos (de 0 m à 150 m) que podem ser reconstruídos. Praticamente todos os traços de afastamentos curtos podem ser reconstruídos em toda extensão do levantamento (exceto alguns traços no início), e o afastamento máximo necessário para interpolação é de aproximadamente 1.800 m. Desta forma, podemos construir uma seção de afastamento nulo sem necessidade de etapas de processamento adicionais, como por exemplo, o uso de transformada de Radon (Kabir e Verschuur, 1995).

4.3.4 Discussão sobre os ruídos

Uma constatação evidente nas seções e nos traços sísmicos interpolados é a presença de ruídos.

A maior parte desses ruídos é atribuída, na literatura, por exemplo Schuster (2009), pela limitação da faixa de frequências utilizadas, variações na *wavelet*, atenuação sísmica, limitada abertura na integração das fontes e a utilização de uma geometria 2,5D quando a integral foi concebida originalmente para um meio 3D.

Os resultados obtidos até o presente momento mostram que se deve ter prudência nas afirmações acima. O dado sintético tem um excelente controle da *wavelet* utilizada, um pulso Gabor de 25 Hz, ausência de ruídos e de atenuação sísmica.

A geometria do experimento é 3D, mas a maneira que aplicamos a equação (4.1) é apenas em uma linha 2D e não houve distorção significativa da *wavelet* após o empilhamento. A presença de ruídos, mais evidentes nos dados de afastamentos curtos, é devido ao fato dos dados utilizados na interpolação interferométrica estarem próximos a borda da região silenciada. Estes ruídos provavelmente seriam mitigados se tivéssemos aprimorado o *taper*.

A interpolação interferométrica, da maneira como foi aplicada neste trabalho, somente é útil com a separação dos dados de entrada em reflexões primárias e múltiplas e remoção da onda direta. Tais exigências talvez limitem a aplicação do esquema proposto neste trabalho aos dados marinhos com lâmina de água suficientemente profunda para que a remoção da onda direta seja possível. A título de ilustração, como mencionado anteriormente, Seção 4.2.2, a interpolação dos dados sem a separação é contaminada por

artefatos, conforme pode ser observado na Figura 4.19.

De qualquer maneira, os ruídos decorrentes da correlação cruzada, de caráter linear e particularmente intensos no domínio do tiro, tal como os mostrados na Figura 4.20, do tiro 244, não se mantêm no domínio do *CMP's*, como mostrado na Figura 4.21. Após a correção do DMO os afastamentos foram empilhados resultando na seção apresentada na Figura 4.22. Nesta figura foram empilhados unicamente os afastamentos interpolados, de 175 m ao de 975 m. A identificação dos traços interpolados é facilitada pela presença dos ruídos da correlação cruzada, acima do fundo do mar. Mesmo na presença destes ruídos, a qualidade dos traços resultantes da interpolação é muito boa.

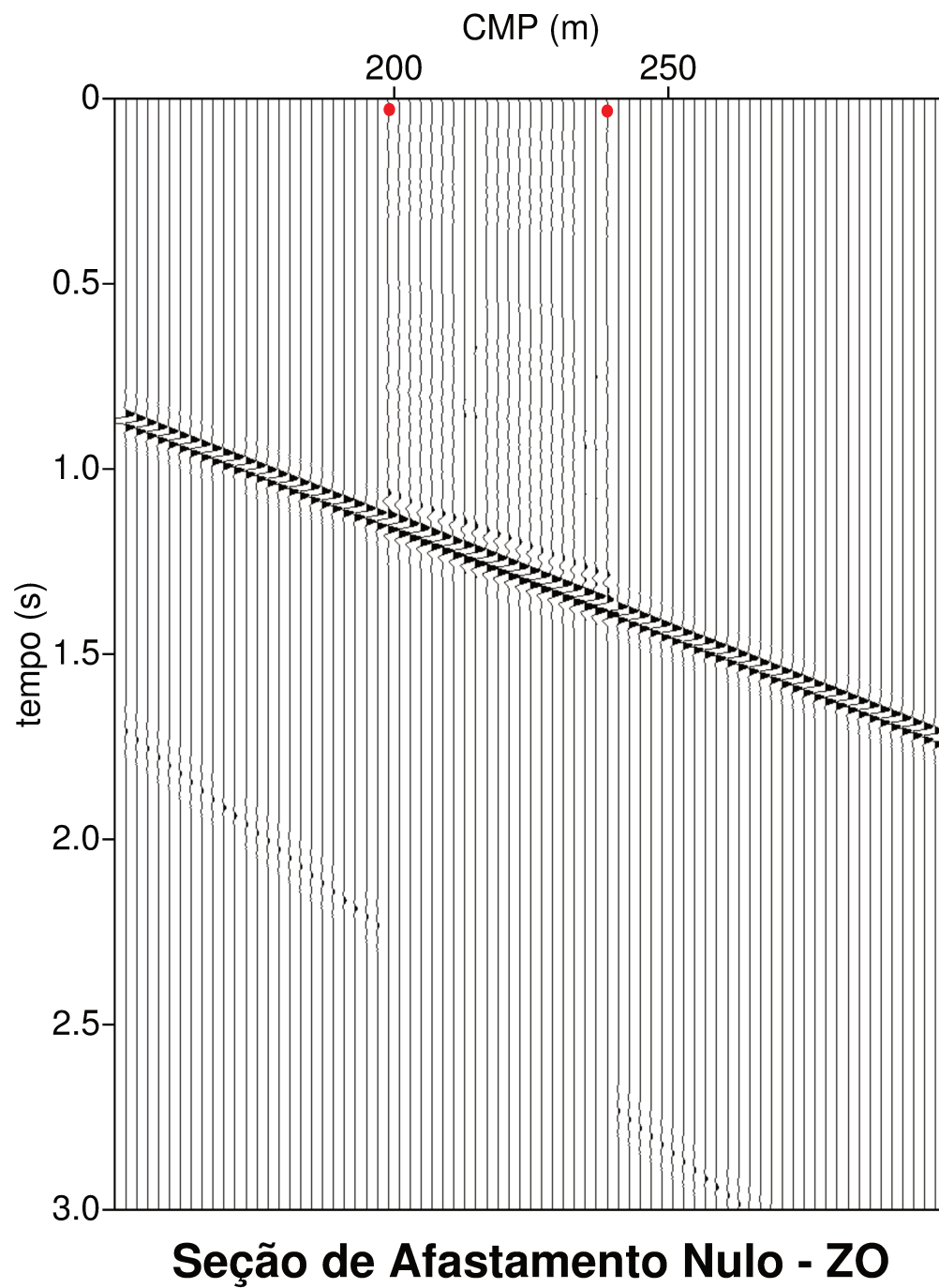


Figura 4.15: Seção de afastamento nulo, com traços originais e interpolados.

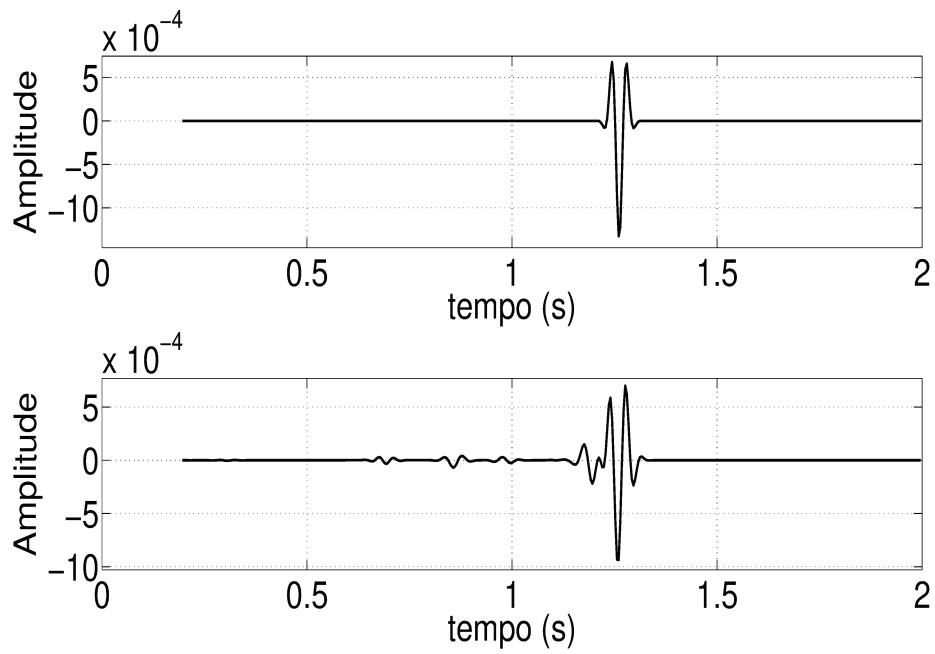


Figura 4.16: Comparação entre o traço original no centro da seção de afastamento nulo e o resultado de sua interpolação interferométrica.

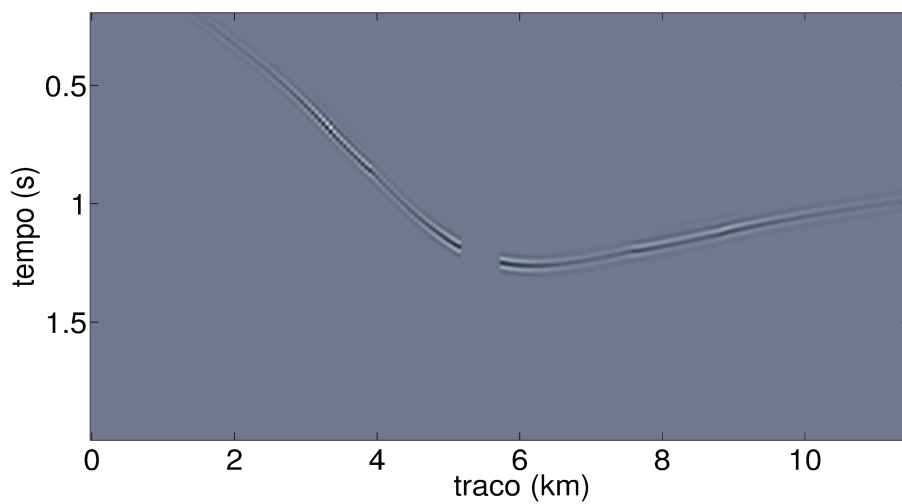


Figura 4.17: Correlação cruzada das fontes usadas para a interpolação de afastamento nulo.

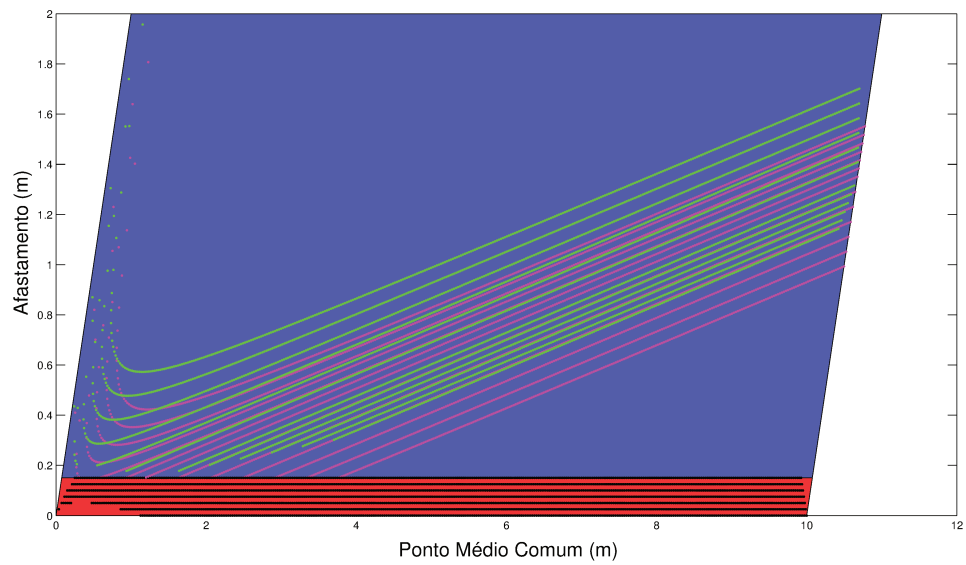


Figura 4.18: Na figura estão mostrados a posição dos traços que podem ser reconstruídos interferometricamente (pontos pretos) dentro da região de falta de cobertura (em vermelho).

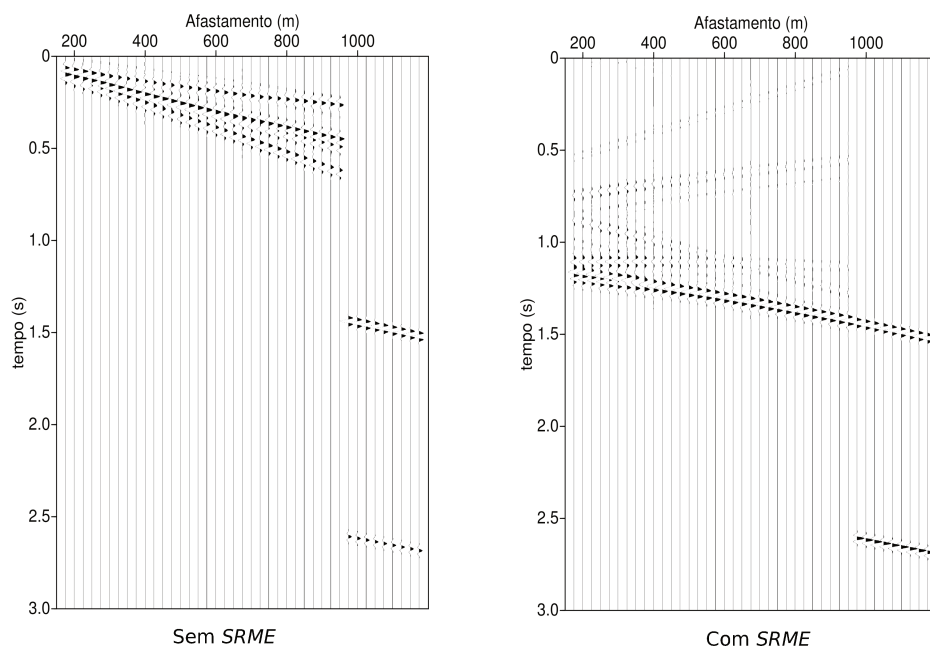


Figura 4.19: Comparação da interpolação interferométrica sem e com o *SRME*. Na figura à esquerda a reflexão do fundo do mar não está visível devido à escala de amplitudes dominada pelo ruído de correlação cruzada.

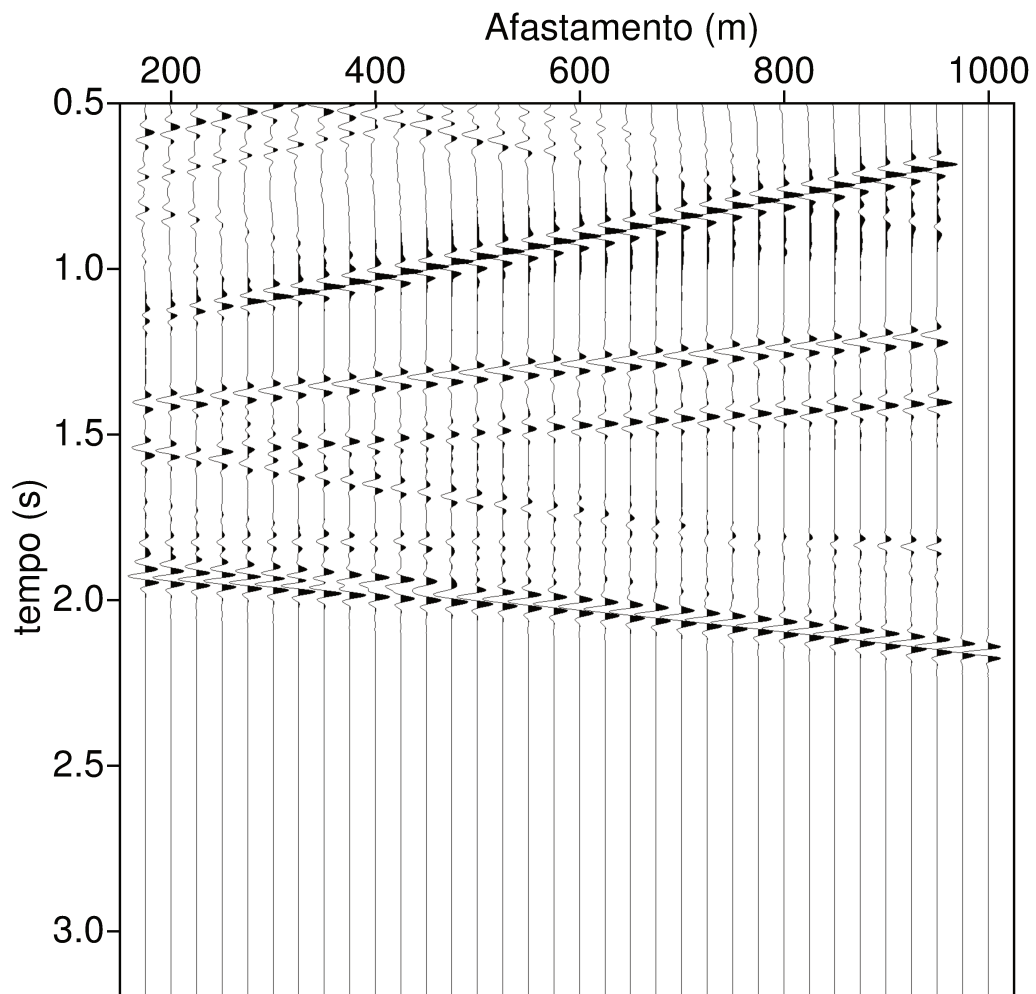
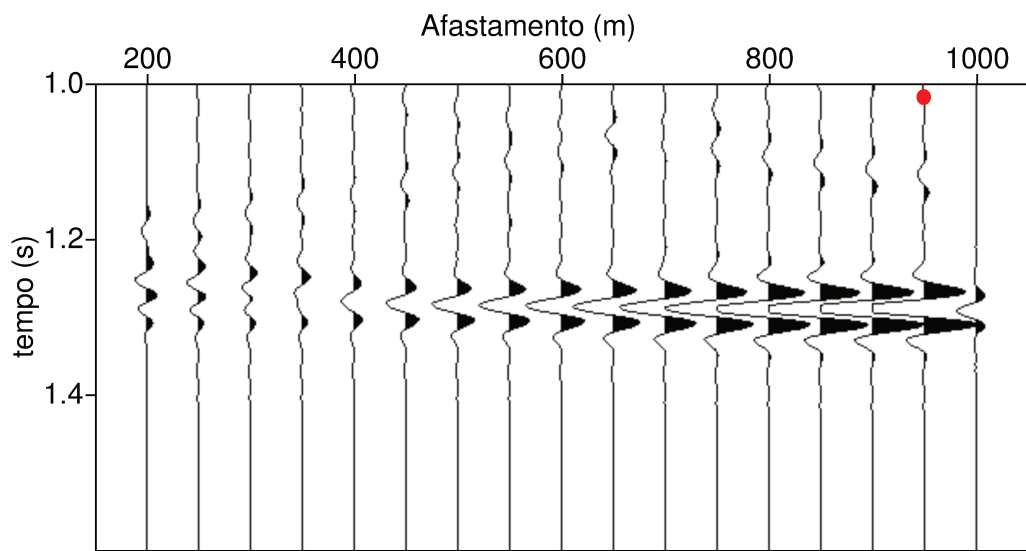


Figura 4.20: Detalhe do tiro 244 mostrando os ruídos numéricos decorrentes da correlação cruzada. AGC aplicado com janela igual ao comprimento do registro, 6 s, a fim de realçar os ruídos.



Ponto médio comum 440, corrigido NMO/DMO afastamentos 200 a 1000 m.

Figura 4.21: Detalhe do CMP 420 após a correção de DMO. O último traço interpolado está marcado pelo ponto vermelho na figura.

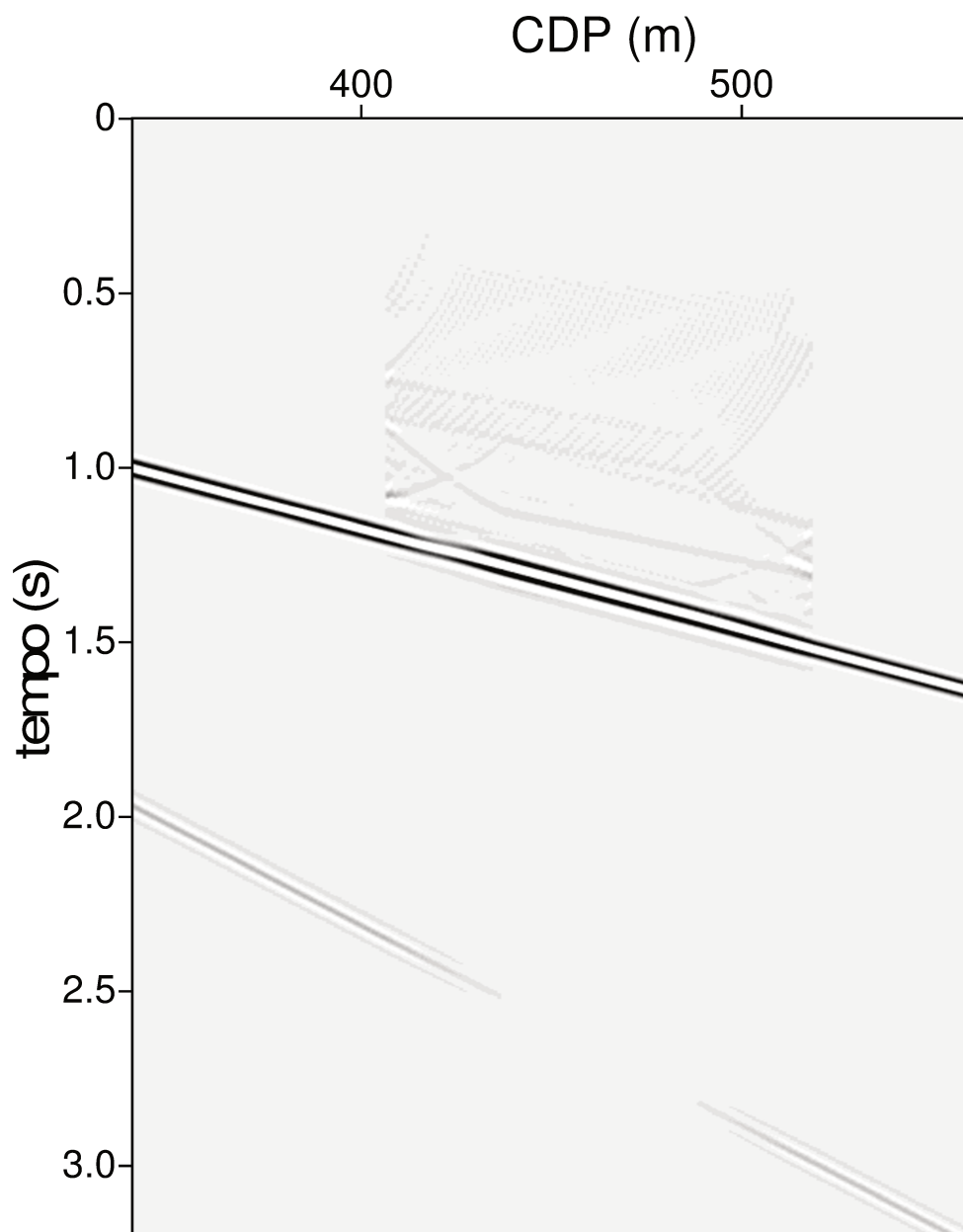


Figura 4.22: Seção empilhada com os traços originais e interpolados, afastamentos de 175 m à 950 m.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A interpolação interferométrica, entendida neste trabalho como a soma da correlação cruzada de traços, equação (4.1), foi testada em um modelo geologicamente muito simples, com apenas um refletor, o fundo do mar inclinado em 10° . Apesar das limitações do modelo, cabe salientar que ele é um análogo válido para o fundo do mar.

Constatamos que nesta situação a interpolação interferométrica consegue resultados muito bons, ainda mais lembrando o fato de que para a aplicação do método não há necessidade de fornecer nenhuma informação adicional, além dos próprios dados sísmicos.

A Interferometria Sísmica tem o seu maior potencial justamente em sua simplicidade. Apesar de não ter sido explicitamente citado, a interpolação interferométrica recupera informações da zona de Fresnel das múltiplas que é maior que a zona de Fresnel da primária.

No caso da reconstrução de uma seção de afastamento nulo, o potencial do método fica plenamente evidenciado. Uma seção de afastamento nulo não é fisicamente realizável, pois não é possível colocar uma fonte sísmica ao lado de um receptor, e sua construção por algoritmos usuais de processamento não é trivial. As técnicas baseadas na interferometria podem, pelo menos a princípio, sintetizar uma seção de afastamento nulo através da aplicação direta da equação da onda, sem necessitar de técnicas adicionais. Em futuros trabalhos, poderíamos pensar em implementações recursivas do próprio *SRME*, onde a seção de afastamento nulo poderia ser gerada por interferometria.

Através da metodologia proposta no Capítulo 3 (análise dos pontos estacionários) validamos as condições onde é possível interpolar os traços interferométricos e com o ferramental desenvolvido podemos analisar os casos onde a interpolação interferométrica será útil na criação de traços, tanto no planejamento de futuras aquisições sísmicas como também no processamento de dados sísmicos já existentes. Mesmo no caso de refletores não planos, situação geologicamente mais comum, é possível utilizar uma média dos mergulhos regionais para prever a localização dos pontos estacionários.

No processamento convencional as múltiplas são tratadas como ruído. Neste trabalho mostramos que o sinal registrado das reflexões múltiplas pode de fato contribuir para iluminação em áreas de baixa cobertura. Um desdobramento natural do presente trabalho será a aplicação da interpolação interferométrica em situações mais complexas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Biloti, R. (2012). GêBR: a free seismic processing interface. In *74th EAGE Conference & Exhibition-Workshops*, páginas 4–7. Julho.
- Biondi, B. L. (2006). *3D Seismic Imaging*. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, USA.
- Bleistein, N. (1984). *Mathematical Methods for Wave Phenomena*. Academic Press Inc. Harcourt Brace Jovanovich Publishers, New York, USA.
- Bleistein, N., Cohen, J., e Stockwell, J. (2001). *Mathematics of Multidimensional Seismic Imaging, Migration, and Inversion*. Interdisciplinary applied mathematics: Geophysics and planetary sciences. Springer, New York, USA.
- Bleistein, N. e Handelsman, R. A. (1975). *Asymptotic Expansions of Integrals*. Dover Publishing Company, New York, USA.
- Bloomfield, P. (2000). *Fourier Analysis of Time Series: An Introduction*. John Wiley & Sons, Inc, New York, USA.
- Cerveny, V e Pšenčík, I. (1988). SEIS88, Ray tracing program package. Prague: Charles University.
- Claerbout, J. F. (1968). Synthesis of layered medium from its acoustic transmission response. *Geophysics*, 33:264–269.
- Curry, W. e Shan, G. (2006). Interpolation of near offsets with multiples and prediction-error filters. In *68th EAGE Conference & Exhibition*, páginas 12–15. Junho.
- Curry, W. e Shan, G. (2010). Interpolation of near offsets using multiples and prediction-error filters. *Geophysics*, 75(6):153–164.
- Derode, A., Larose, E., Tanter, M., de Rosny, J., Tourin, A., Campillo, M., e Fink, M. (2003). Recovering the Green’s function from field-field correlations in an open scattering medium (L). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(6):2973–2976.
- Draganov, D., Heller, K., e Ghose, R. (2012). Monitoring CO₂ storage using ghost reflections retrieved from seismic interferometry. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 11:S35–S46.
- Dragoset, B., Moore, I., e Kostov, C. (2006). Section II – Rhodes Workshop 2004 The impact of field-survey characteristics on surface-related multiple attenuation. *Geophysical Prospecting*, 54:781–791.

- Duarte, O. (2011). *Dicionário Enciclopédico Inglês-Português de Geofísica e Geologia 4^a ed.* SBGf, Rio de Janeiro, Brasil.
- Duvall, T.L., J., Scherrer, P., Bogart, R., Bush, R., De forest, C., Hoeksema, J., Schou, J., Saba, J., Tarbell, T., Title, A., Wolfson, C., e Milford, P. (1997). Time-distance helioseismology with the MDI instrument: Initial results. *Solar Physics*, 170(1):63–73.
- Duvall, T., Jefferies, S., e Harvey, J. (1993). Time-Distance Helioseismology. *Nature*, 362:430–432.
- Galetti, E. e Curtis, A. (2012). Generalised receiver functions and seismic interferometry. *Tectonophysics*, 532–535(0):1–26.
- Kabir, M. e Verschuur, D. (1995). Restauration of missing offsets by parabolic radon transform. *Geophysical Prospecting*, 43:347–368.
- Knopoff, L. e Gangi, A. (1959). Seismic reciprocity. *Geophysics*, 24(4):681–691.
- Pereira, A. O. e Biloti, R. (2013). Stationary Phase Analysis of the Seismic Interferometry Applied to Dipping Reflectors. In *13th Congress of Brazilian Geophysical Society, Expanded Abstracts*.
- Portugal, R. (2012). *Fundamentos matemáticos para geofísica I, funções de uma variável.* Edgard Blucher Ltda, São Paulo, Brasil.
- Rickett, J. e Claerbout, J. (1999). Acoustic daylight imaging via spectral factorization: Helioseismology and reservoir monitoring. *The Leading Edge*, 18:957–960.
- Schleicher, J., Hubral, P., e Tygel, M. (2007). *Seismic True-Amplitude Imaging.* Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, USA.
- Schmidt, J. (2007). Sísmica Passiva. *Boletim da SBGf*, 4:12–15.
- Schuster, G. T. (2009). *Seismic Interferometry.* Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Sheriff, R. E. e Geldart, L. P. (1995). *Exploration Seismology.* Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2nd edition.
- Snieder, R. (2001). *A Guided Tour of Mathematical Methods for the Physical Sciences.* Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Snieder, R. (2004). Extracting the Green’s function from the correlation of coda waves: A derivation based on stationary phase. *Physical Review E*, 69(4):046610–1–046610–8.
- Snieder, R. e Wapenaar, K. (2010). Imaging with ambient noise. *Physics Today*, 63(9):44–49.

- Snieder, R., Wapenaar, K., e Larner, K. (2006). Spurious multiples in seismic interferometry of primaries. *Geophysics*, 71:SI111–SI124.
- SOI (1997). Time-Distance Helioseismology. <http://soi.stanford.edu/results/td.html>.
- Vermeer, G. (1990). *Seismic wavefield sampling*. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, USA.
- Wapenaar, K. (2006). Seismic interferometry for passive and exploration data: Reconstruction of internal multiples. In *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2006*, number 1, páginas 2981–2985a. Society of Exploration Geophysicists.
- Wapenaar, K. e Fokkema, J. (2006). Green’s function representations for seismic interferometry. *Geophysics*, 71:SI33–SI46.
- Weglein, A., Gasparotto, F., Carvalho, P., e Stolt, R. (1997). An inverse-scattering series method for attenuating multiples in seismic reflection data. *Geophysics*, 62(6):1975–1989.

A APÊNDICE

A.1 Transformada de Fourier

Definimos a transformada direta de Fourier contínua como

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (\text{A.1})$$

E sua inversa como

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega. \quad (\text{A.2})$$

De forma compacta: $F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$ e $f(t) = \mathcal{F}^{-1}\{F(\omega)\}$.

A.2 Segunda identidade de Green

Sejam f e g duas funções $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, diferenciáveis até segunda ordem. Consideremos o campo vetorial $F(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definido por

$$F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})\nabla g(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})\nabla f(\mathbf{x}).$$

Seja V um volume limitado por uma superfície fechada e diferenciável S e a sua normal \mathbf{n} apontando para fora conforme a Figura A.1. Aplicando o Teorema da Divergência em $F(\mathbf{x})$ em V temos:

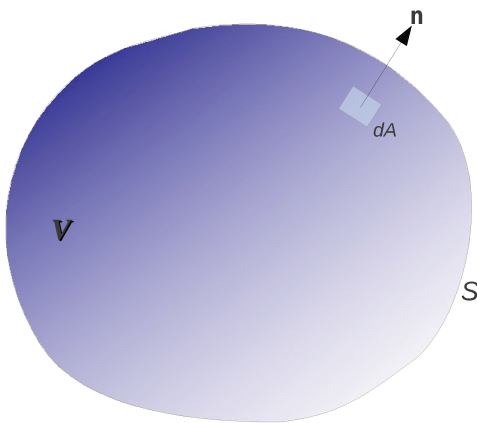


Figura A.1: Volume V com vetor normal \mathbf{n} apontando para fora da superfície S mostrando o elemento de área dA .

$$\begin{aligned}
\oint_S F(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} \, dA &= \oint_S [f(\mathbf{x})\nabla g(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})\nabla f(\mathbf{x})] \cdot \mathbf{n} \, dA = \iiint_V \nabla \cdot F(\mathbf{x}) \, dv \\
&= \iiint_V \{\nabla[f(\mathbf{x})\nabla g(\mathbf{x})] - \nabla[g(\mathbf{x})\nabla f(\mathbf{x})]\} \, dv = \iiint_V [f(\mathbf{x})\Delta g(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})\Delta f(\mathbf{x})] \, dv.
\end{aligned}$$

Ou seja a Segunda Identidade de Green fica como (omitindo a variável \mathbf{x})

$$\oint_S (f\nabla g + g\nabla f) \cdot \mathbf{n} \, dA = \iiint_V (f\Delta g - g\Delta f) \, dv. \quad (\text{A.3})$$

Para um ponto sobre a superfície, temos as derivadas direcionais de f e g

$$\nabla f \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial f}{\partial n} \quad \text{e} \quad \nabla g \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial g}{\partial n},$$

com as derivadas direcionais a Segunda Identidade de Green torna-se

$$\oint_S (f \frac{\partial g}{\partial n} + g \frac{\partial f}{\partial n}) \, dS = \iiint_V (f\Delta g - g\Delta f) \, dv \quad (\text{A.4})$$

onde $dS = \mathbf{n} \, dA$.