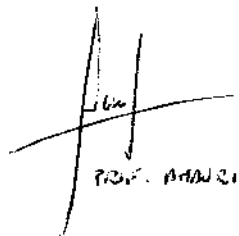


Este exemplar corresponde a Redução  
Final da Tese defendida por  
Rubens Carlos Jr e aprovada  
em 24/02/00



PROF. PAULO GARCIA

MODELAGEM MATEMÁTICA, SIMULAÇÃO  
E OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE  
SOLIDIFICAÇÃO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Tese de: Doutorado

Título da Tese: Modelagem Matemática, Simulação e  
Otimização do Processo de Solidi-  
ficação

Autor: Rubens Caram Junior

Orientador: Amauri Garcia

Aprovado por

---

Prof. Dr. Amauri Garcia, Presidente

---

Prof. Dr. Maurício Prates de Campos Filho

---

Prof. Dr. Rezende Gomes dos Santos

---

Prof. Dr. Odmar Simões Pires

---

Prof. Dr. Sebastião Elias Kuri

Campinas, 24 de março de 1988

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

MODELAGEM MATEMÁTICA, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO  
PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO

RUBENS CARAM JUNIOR

Trabalho apresentado à Comissão  
de Pós-Graduação da Faculdade  
de Engenharia de Campinas, como  
parte dos requisitos para a  
obtenção do título de Doutor em  
Engenharia Mecânica

CAMPINAS

- 1988 -

# MODELAGEM MATEMÁTICA, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO

## R E S U M O

Este trabalho teve como objetivo principal a elaboração de um modelo de otimização de sistemas metal/molde durante a solidificação de metais. Inicialmente foi realizada uma ampla e criteriosa revisão dos principais aspectos fenomenológicos ligados à transformação líquido/sólido. Numa etapa seguinte, a transferência de calor envolvida na transformação foi abordada por meio do desenvolvimento de um modelo matemático baseado na técnica de diferenças finitas, sendo que com tal ferramenta foi possível simular condições reais dos processos de fundição e lingotamento, analisando com eficiência a história térmica, bem como a cinética de solidificação nesses processos.

Paralelamente ao desenvolvimento teórico, foi elaborado um conjunto experimental que permitiu executar ensaios de conformação de metais através dos processos mencionados, analisando nessa etapa diversos aspectos.

Os resultados obtidos de ambas as formas de análise dos processos de fundição e lingotamento foram confrontados, sendo que os mesmos exibiram alto grau de concordância, habilitando o modelo teórico como instrumento essencial no estudo e otimização de processos envolvendo a solidificação.

Finalmente, aplicou-se o modelo matemático concebido na investigação e otimização de uma série de parâmetros relacionados ao sistema metal/molde, bem como ligados à operação do mesmo, tais como a espessura da parede da lingoteira, o coeficiente de transmissão de calor metal/molde, a geometria do molde, a temperatura de vazamento, etc. Tal abordagem forneceu subsídios para a concepção de um modelo aprimorado de conformação de metais a partir da transformação líquido/sólido.

MATHEMATICAL MODELING, SIMULATION AND OPTIMIZATION OF THE PROCESS  
OF SOLIDIFICATION

A B S T R A C T

The main purpose of this work was to develop a mathematical model to investigate and improve metal/mold systems during solidification in casting and foundry processes.

Initially, it was made a wide and critical review of principal aspects related to liquid/solid transformations. In sequence, the heat transfer involved in solidification was treated by means of the development of a numerical model based on finite difference technics turning it possible to simulate actual conditions of these processes, such as solidification kinetics and thermal behavior.

Moreover, an experimental arrangement was developed in order to carry out a set of experiments of the mentioned processes and it was used to examine a number of factors influencing the progress of solidification.

The results from the theoretical and experimental analysis of casting and foundry processes were compared and the agreement observed was good in all cases examined. In both situations (casting and foundry) the model has proved to be an useful and powerful tool to analyse the solidification of metals.

In addition, this modeling was applied to optimize some of the parameters of metal/mold systems (mold thickness, thermal resistance across the metal/mold interface, mold geometry, pouring superheat, etc) and on the basis of the obtained results, it was established an improved model of metal/mold system.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Amauri Garcia pela orientação, amizade e incentivos demonstrados no decorrer deste trabalho.

Aos colegas Rodnei Bertazzoli, Sergio Tonini Button, Maria Helena Robert, Maria Clara Ierardi, Rita Helena Jacon, Alice Kiyoka Obata e Taka Ota Perroni pelas diversas colaborações.

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e a COSIPA - Companhia Siderúrgica Paulista pelas contribuições prestadas.

**TÍTULO: Modelagem Matemática, Simulação e Otimização do  
Processo de Solidificação**

**Í N D I C E**

	Pág.
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....	1
1.1 - Considerações Iniciais .....	1
1.2 - Objetivos do Presente Trabalho .....	5
CAPÍTULO 2 - SOLIDIFICAÇÃO E MODELAGEM MATEMÁTICA .....	7
2.1 - Considerações Iniciais .....	7
2.2 - Aspectos Fenomenológicos da Solidificação ....	7
2.2.1 - Redistribuição de Solute na Solidificação ..	7
a - Solidificação em Condições de Equilíbrio	8
b - Solidificação em Condições de Não-Equilí	
brio .....	8
2.2.2 - Crescimento Celular e Dendrítico .....	11
a - Redistribuição de Solute na Solidifica-	
ção Celular e Dendrítica .....	16
b - Relação entre Parâmetros Térmicos e Mi-	
croestrutura no Crescimento Celular e	
Dendrítico .....	18
2.2.3 - Defeitos Resultantes de Mudanças Dimensionais	
Durante a Solidificação .....	20
2.3 - Modelagem Matemática da Solidificação .....	21
2.3.1 - Métodos Analíticos .....	22
2.3.2 - Métodos Numéricos .....	24

CAPÍTULO 3 - DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO DE SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE PROCESSOS DE FUNDIÇÃO E LINGOTAMENTO DE METAIS .....	34
3.1 - Considerações Iniciais .....	34
3.2 - Descrição do Modelo de Análise .....	34
3.3 - Desenvolvimento do Modelo Matemático .....	39
3.3.1 - Análise da Evolução Térmica no Sistema Metal/Molde .....	43
a - Transferência de Calor no Metal .....	43
b - Transferência de Calor no Molde .....	52
c - Transferência de Calor entre o Metal e o Molde .....	53
d - Transferência de Calor entre o Molde ou Metal e o Meio Envolvente .....	55
e - Transferência de Calor entre o Metal e o Sistema de Cabeça Quente .....	60
3.4 - Modelagem Matemática Aplicada a Análise do Lingotamento e Fundição de Metais .....	67
 CAPÍTULO 4 - DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL .....	 75
4.1 - Considerações Iniciais .....	75
4.2 - Análise Experimental .....	75
4.2.1 - Materiais Processados .....	75
4.2.2 - Molde .....	76
4.2.3 - Sistemas de Medidas .....	83
4.2.4 - Metodologia .....	90



CAPÍTULO 5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	93
5.1 - Considerações Iniciais .....	93
5.2 - Cinética de Solidificação .....	93
5.3 - Análise Macro e Microestrutural .....	100
CAPÍTULO 6 - APLICAÇÃO DO MODELO DESENVOLVIDO NA ANÁLISE DE SISTEMAS METAL/MOLDE .....	110
6.1 - Considerações Iniciais .....	110
6.2 - Simulação da Solidificação de Palhetas de Tur binas .....	110
6.3 - Otimização de Espessura do Molde em Operações de Lingotamento .....	118
6.4 - Proposição de um Método de Avaliação do Coefi ciente de Transmissão de Calor Metal/Molde...	121
6.5 - Formação de Bolsas de Topo no Lingotamento Es tático .....	124
6.6 - Concepção de um Sistema Metal/Molde Otimizado	137
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES .....	145
LINHAS DE PESQUISA DECORRENTES DESTA TRABALHO .....	148
BIBLIOGRAFIA .....	149
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	162
APÊNDICE 1 - SIMBOLOGIA UTILIZADA .....	174
APÊNDICE 2 - DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE CONDUÇÃO .....	177

APÊNDICE 3 - LISTAGENS COMPUTACIONAIS .....	180
3.1 - Método Numérico - Lingotamento.....	181
3.2 - Método Numérico - Fundição.....	187

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A aplicação de modelos matemáticos e a simulação de condições de operação constituem aspectos essenciais de uma moderna indústria, no que se refere ao suporte dado às atividades de projeto, à otimização dos processos de fabricação e à maximização das características de qualidade do produto final<sup>1</sup>. Atualmente ao se abordar o tema competitividade e eficiência lembra-se logo, dentre outros aspectos, da inserção de conceitos de controle da manufatura e produto otimizado no planejamento operacional de unidades industriais, conforme ilustra a figura 1.1.

Na figura 1.2 apresenta-se a evolução do processo de automação industrial a nível mundial, sendo oportuno ressaltar que num sistema produtivo atual, onde é cabível, deve-se contemplar os vários níveis de automação e controle de seus processos.

Particularmente nos processos de fabricação de peças metálicas, a partir do estado de fusão, seja através da técnica de lingotamento ou fundição é necessário observar criteriosamente as necessidades e dessa forma situar a unidade produtiva segundo o nível mais indicado. Nesses processos, uma ampla gama de parâmetros de influência deve ser analisada, já que os mesmos interferem significativamente nas características do metal solidificado. Destes pode-se citar: o tempo de injeção de metal líquido no molde, a temperatura de vazamento, a dinâmica do processo (tempo de residência do metal no molde, tempo de desmoldagem), resistência térmica metal/molde variável ao longo do conjunto, etc. A procura do compromisso entre qualidade e custo deve passar pela determinação de valores ótimos destes parâmetros, o que deve preferencialmente ser feito através de simulações do processo em computador apoiada em modelos matemáticos adequados<sup>2</sup>. Esta metodologia justifica-se, pois a aplicação de técnicas de caráter empírico torna-se problemática, a medida que esse procedimento, especialmente quando se trata de peças de grandes dimensões, induz a custos de

operação proibitivos, já que as quantidades envolvidas de energia, trabalho, tempo e materiais são substancialmente elevadas<sup>3</sup>.

A implementação deste tipo de análise, necessariamente inclui o estudo da transferência de calor relativa a transformação de fase em questão, pois a evolução da solidificação tem relação íntima com a história térmica do sistema, que em última instância controla diretamente as propriedades do produto final<sup>4</sup>. Em função das condições que o processo se desenvolve, existirá uma definição em relação a segregação de solutos, porosidades, microestrutura, forma e localização de cavidades, ou seja, da natureza metalúrgica resultante.

Basicamente, a troca térmica que o sistema percebe está diretamente ligada a liberação de calor que ocorre junto a interface sólido/líquido. Tal liberação refere-se ao calor latente de fusão, aplicado ao metal por ocasião de sua transformação em líquido<sup>5-10</sup>. Para que a mudança de estado evolua, é necessário que a medida que esta quantidade de energia estiver sendo gerada na fronteira das fases, a mesma deve dali ser removida.

Existem diversas formas de se estudar a evolução dessa troca térmica em um sistema envolvendo mudança de fase. Considerando-se as dificuldades que fazem parte de tal investigação, torna-se necessário usar técnicas de elevada sofisticação<sup>11-36</sup>. Dentre tais abordagens, pode-se destacar a modelagem matemática, que dividida em dois grupos de maior importância: métodos analíticos e métodos numéricos, mostra-se como uma poderosa ferramenta de análise<sup>37-42</sup>.

As técnicas analíticas desenvolvem o estudo do sistema baseando-se na equação que descreve na sua forma exata, o fenômeno de transferência de calor<sup>43-49</sup>. Entretanto, devido as simplificações assumidas, como fluxo de calor unidimensional, molde semi-infinito ou propriedades térmicas invariantes com a temperatura, o que é feito com a intenção de permitir a resolução da equação geral de fluxo de calor, resultam em soluções com um campo de aplicações restrito.

Por outro lado, cada vez em maior intensidade, as técnicas numéricas tem sido usadas no acompanhamento da solidificação de fundidos<sup>50-52</sup>. Os métodos numéricos mostram-se extremamente úteis na resolução de situações que envolvem não-linearidades, geo

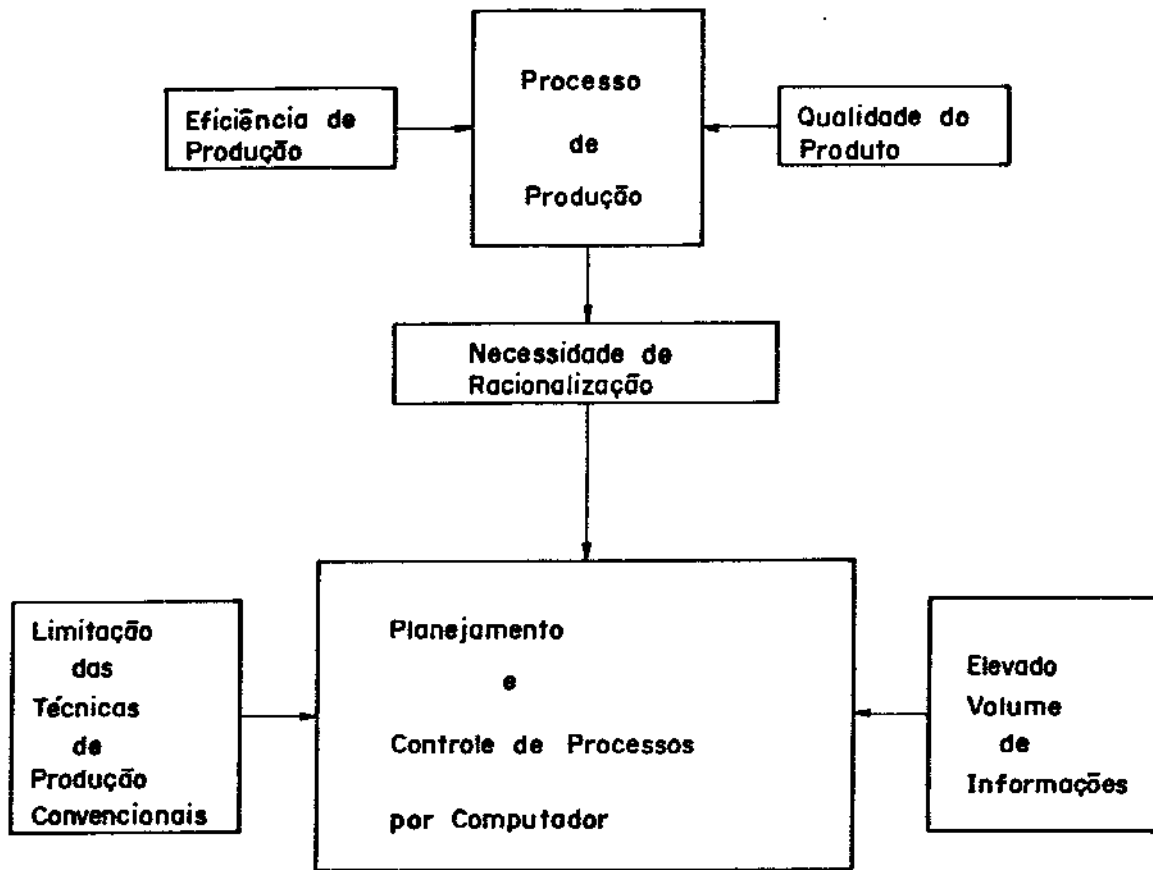


Figura 1.1 - Planejamento e controle de processos automatizados em uma indústria moderna.

Níveis de Automação e Controle de Processos	Automação e Controle Localizados	Automação e Controle Rígidos	Automação e Controle Semi-Flexíveis	Automação e Controle Flexíveis
	Automação e Controle de Simples Processos	Automação e Controle de Linhas de Processos	Automação e Controle de Processos de Linhas de Produção	Automação e Controle Total de Unidades de Produção
	Ano	1960	1970	1980

Figura 1.2 - Evolução da automação e controle de processos em sistemas produtivos a nível mundial.

metrias complexas ou condições de contornos complicadas. Estas técnicas, que fundamentalmente podem ser de dois tipos: método de diferenças finitas e método de elementos finitos, permitem analisar a história térmica do processo durante e após a transformação líquido/sólido, simulando-a com o auxílio de um computador. Em contraste com outras formas de se resolver um problema de transmissão de calor, como as analíticas, as numéricas podem ser usadas considerando a variação de propriedades como condutividade térmica, calor específico e densidade em função da temperatura.

Além disso, também permitem manusear determinadas condições como fluxo de calor bi ou tridimensional, evolução do calor latente (normalmente restrito a uma única temperatura) e analisar de forma realística a resistência térmica entre o metal e o molde.

Dessa forma, ao se abordar o planejamento e controle da produção industrial, a modelagem matemática de um sistema constitui ferramenta fundamental. Na área da transformação líquido/sólido, a aplicação de tais modelos, sejam analíticos ou numéricos, permite desenvolver técnicas de otimização com relação ao tempo de desmoldagem, determinação da espessura ótima do molde, programação de microestruturas e prever de forma confiável a formação de defeitos e a segregação de solutos.

## 1.2 - OBJETIVOS DO PRESENTE TRABALHO

Considerando a importância da etapa de solidificação em operações de fundição e lingotamento de metais, principalmente devido a ampla gama de possibilidades de aplicação de modelos matemáticos na otimização de aspectos produtivos desses processos, dimensionou-se como principais objetivos desse trabalho, as seguintes metas:

- a) Revisão crítica e atualizada dos aspectos básicos de solidificação necessários a análise do processo de fundição e lingotamento de metais.
- b) Desenvolvimento de um modelo matemático de diferenças finitas que permita descrever os processos de fundição e lingotamento de metais.

- c) Desenvolvimento de um conjunto experimental para ensaios de conformação de metais através das técnicas de lingotamento e fundição.
- d) Elaboração de um confronto teórico-experimental, analisando criteriosamente diversos parâmetros que constituem o fenômeno de solidificação nesses processos.
- e) Desenvolvimento de uma etapa de otimização das técnicas de fundição e lingotamento de metais, baseando-se na análise teórica-experimental, objetivando minimização de custos e aumento na eficiência durante a produção.



## CAPÍTULO 2

### SOLIDIFICAÇÃO E MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 2.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Na análise de sistemas em solidificação, é necessário contemplar a abordagem dos principais fenômenos decorrentes da mudança de estado. Tal estudo pode ser eficientemente conduzido por meio do desenvolvimento de um modelo matemático do processo. Com esse modelo, é possível elaborar simulações desse processo, e dessa forma investigá-lo satisfatoriamente.

#### 2.2 - ASPECTOS FENOMENOLÓGICOS DA SOLIDIFICAÇÃO

Com a transformação líquido/sólido de um metal ou liga ocorrem alguns fenômenos que influenciam sensivelmente a qualidade final do produto solidificado<sup>53-55</sup>. Em função de alguns parâmetros, tais como a composição da liga, a velocidade do processo e a distribuição de temperaturas, ocorrerá uma série de alterações no metal, que definirá as características estruturais do mesmo.

Dentre tais fenômenos, a redistribuição de soluto, o crescimento de uma interface sólido/líquido não plana e finalmente os defeitos provenientes das alterações dimensionais do sistema mostram-se como ítems mais significativos na análise das técnicas de lingotamento e fundição de metais<sup>56-59</sup>.

##### 2.2.1. Redistribuição de soluto na solidificação<sup>60-63</sup>

Durante a evolução da solidificação de uma liga, ocorre um processo de rearranjo constitucional, onde o líquido ao se transformar em sólido, segrega ou agrega soluto, alterando a homogeneidade inicial do sistema.

Um dos principais parâmetros que regem a redistribuição de soluto nesse tipo de transformação é o coeficiente de dis

tribuição de soluto no equilíbrio ( $k_0$ ) e é determinado segundo o diagrama montado na figura 2.1.

O desenvolvimento de análises desse fenômeno é efetuado a partir do estudo da técnica de solidificação normal, que é descrita esquematicamente na figura 2.2, podendo ocorrer em dois modos básicos:

a) Solidificação em condições de equilíbrio<sup>60</sup>

Nestas condições, a solidificação se desenvolve sob uma velocidade extremamente baixa, de tal maneira que todo gradiente de concentração de soluto gerado por meio de redistribuição do mesmo é eliminado pelo mecanismo de difusão atômica.

Assim sendo, as concentrações de soluto nas fases sólida e líquida podem ser representadas pelo diagrama exposto na figura 2.3.

b) Solidificação em condições de não-equilíbrio<sup>60</sup>

Sob tais condições, a taxa de avanço da interface sólido/líquido não é tão baixa como na situação anterior. Portanto, o mecanismo de movimentação do soluto por difusão atômica não afeta o sistema com a mesma intensidade, provocando assim um estado de não-equilíbrio. Nesta situação, pode-se considerar os seguintes casos:

- Redistribuição de soluto com mistura completa no líquido e sem difusão de retorno no sólido<sup>63</sup>.

É a situação onde no meio líquido existe homogeneidade de constitucional obtida por convecção térmica imposta artificialmente.

A distribuição de soluto no processo é dada pela equação de Scheil<sup>57</sup>:

$$C_S = k_0 C_0 (1 - f_S)^{k_0 - 1} \quad (2.1)$$

onde  $f_S$  é a fração sólida da amostra,  $C_S$  a concentração de soluto no sólido e  $C_0$  a concentração inicial.

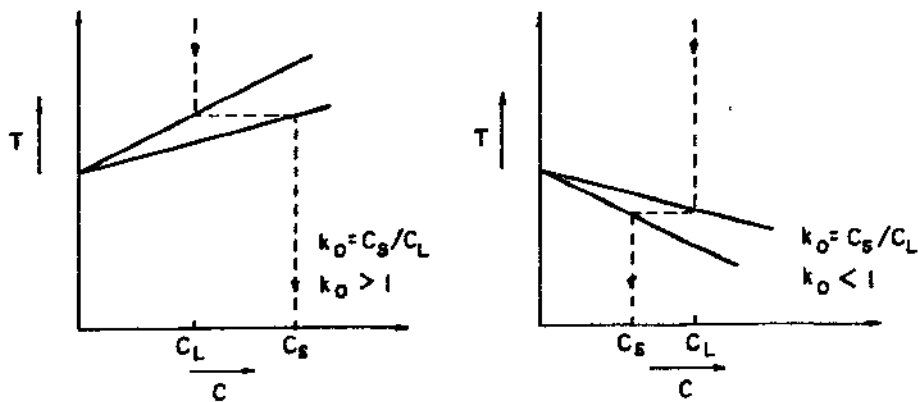


FIGURA 2.1 - Diagrama esquemático da sequência de obtenção do coeficiente de distribuição de soluto no equilíbrio.

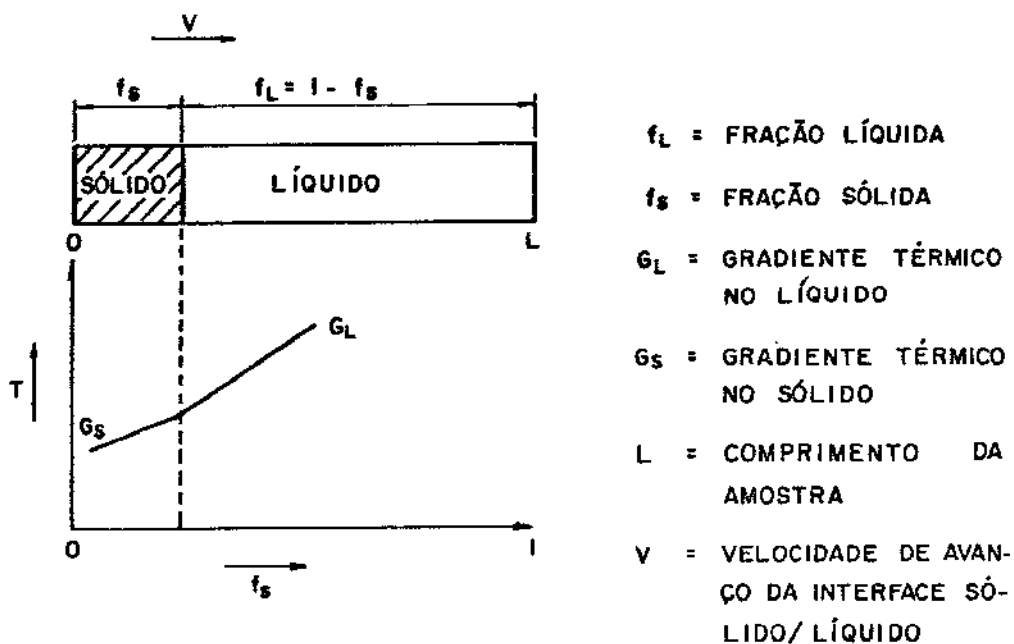


FIGURA 2.2 - Diagrama esquemático do processo de solidificação normal.

- Redistribuição de soluto com mistura completa no líquido e com difusão de retorno no sólido<sup>63</sup>.

Em tal caso, deve ser considerado que ocorre um movimento de soluto no sólido em sentido oposto ao gradiente de concentração do mesmo. Este tipo de movimento, conhecido por difusão de retorno, é evidenciado em materiais onde o soluto está na forma intersticial ou onde o mesmo apresenta-se como substitucional com características de alta difusividade atômica.

A distribuição de soluto nesse tipo de processo pode ser obtida pela equação de Scheil modificada<sup>63</sup>.

$$C_s = k_0 C_0 \left| 1 - \frac{f_s}{(1 + \alpha k_0)} \right|^{k_0 - 1} \quad (2.2)$$

sendo que  $\alpha = D_s / V.L$ , onde  $D_s$  é a difusividade atômica do soluto no sólido,  $V$  é a velocidade de solidificação e  $L$  é o comprimento da amostra.

- Redistribuição de soluto com mistura no líquido apenas por difusão atômica<sup>63</sup>.

Neste caso haverá a formação de uma camada enriquecida de soluto defronte a interface sólido/líquido, inibindo completamente a redistribuição de soluto. Isto ocorre devido ao baixo índice de movimentação de soluto existente no líquido, já que a única fonte de tal transporte de massa é fruto da difusão atômica que surge graças aos gradientes de concentração.

- Redistribuição de soluto com mistura parcial no líquido<sup>63,64</sup>.

Supondo mistura parcial no líquido, haverá neste caso ação conjunta de movimento de massa por difusão e por convecção. Estes dois meios de transporte de massa mostram-se insuficientes para eliminar a formação da camada rica de soluto junto a interface de solidificação, provocando uma alteração substancial no fenômeno de redistribuição constitucional.

Nessas condições aplica-se a equação de Scheil, substituindo  $k_0$  por um coeficiente de distribuição de soluto efetivo que é dado por<sup>63,64</sup>:

$$k_e = \frac{k_o}{k_o + (1-k_o) \exp\left(\frac{-V\delta_L}{D_L}\right)} \quad (2.3)$$

onde a espessura da camada de difusão no líquido ( $\delta_L$ ) está apresentada na figura 2.4 e  $D_L$  é a difusividade do soluto no líquido.

A figura 2.5 expõe perfis de concentração de soluto obtidos em cada caso apresentado.

### 2.2.2. Crescimento celular e dendrítico<sup>65-70</sup>

A formação de uma camada enriquecida de soluto defronte a interface sólido/líquido pode provocar a instabilidade morfológica da mesma e conseqüentemente causar modificações estruturais significativas. Tal processo de instabilização é resultante do fenômeno conhecido como superesfriamento constitucional. Qualitativamente, o superesfriamento constitucional é apresentado na figura 2.6. Com a alteração da composição junto a interface, as temperaturas liquidus e solidus também serão modificadas e assim será possível o crescimento de núcleos sólidos no meio líquido.

Neste fenômeno, uma interface sólido/líquido inicialmente plana, adquire condições não estáveis, tornando-se celular e com a intensificação do fenômeno, transforma-se em dendrítica. Na figura 2.7 é mostrado a estrutura interfacial em função de parâmetros do processo.

Para não ocorrer o fenômeno de superesfriamento constitucional e portanto para que a interface sólido/líquido permaneça estável é necessário que o gradiente de temperatura no líquido dessa interface seja maior ou igual ao gradiente da linha liquidus, ou seja<sup>66</sup>:

$$G_L > - \frac{m_L V C_S (1-k_o)}{k_o D_L} \quad (2.4)$$

ou

$$G_L > - \frac{m_L V C_L (1-k_o)}{D_L} \quad (2.5)$$

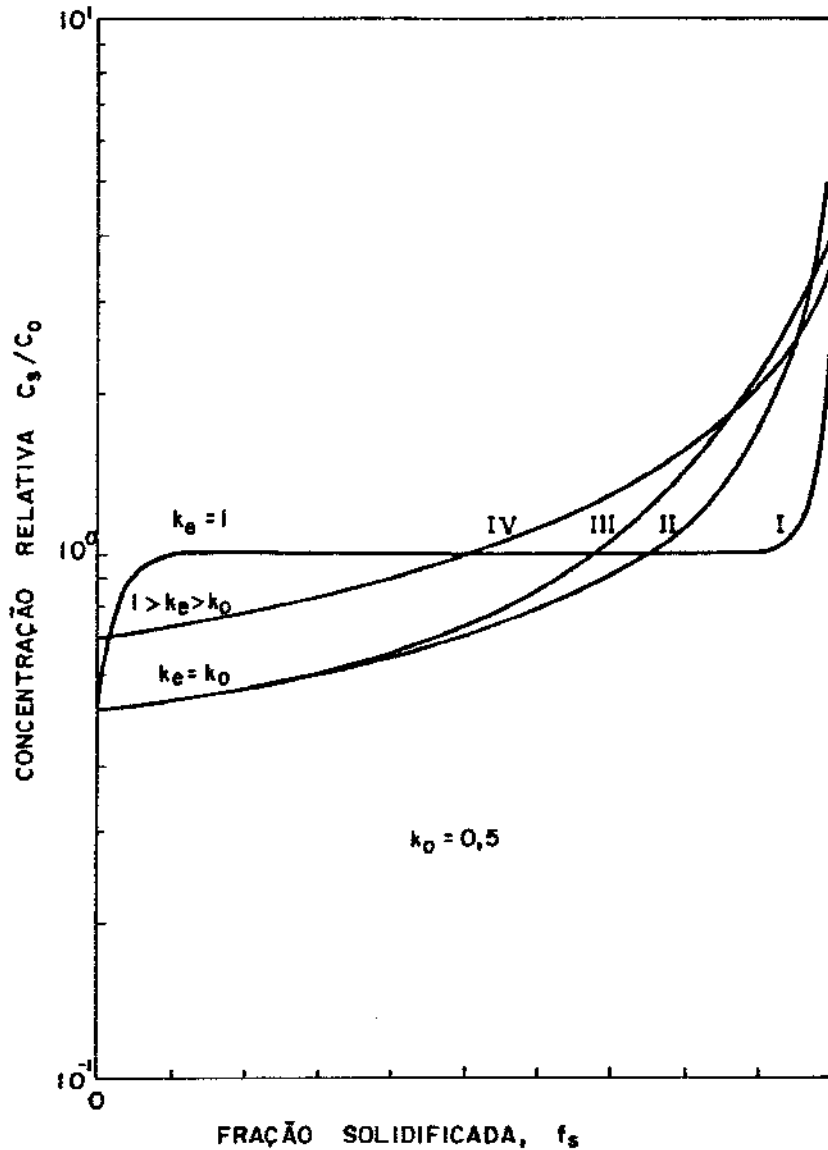


FIGURA 2.5 - Redistribuição de soluto no processo de solidificação normal.

- I - Fase líquida apresentando mistura apenas por difusão atômica.
- II - Fase líquida apresentando mistura completa e fase sólida sem difusão de retorno.
- III - Fase líquida apresentando mistura completa e fase sólida com difusão de retorno.
- IV - Fase líquida apresentando mistura parcial.

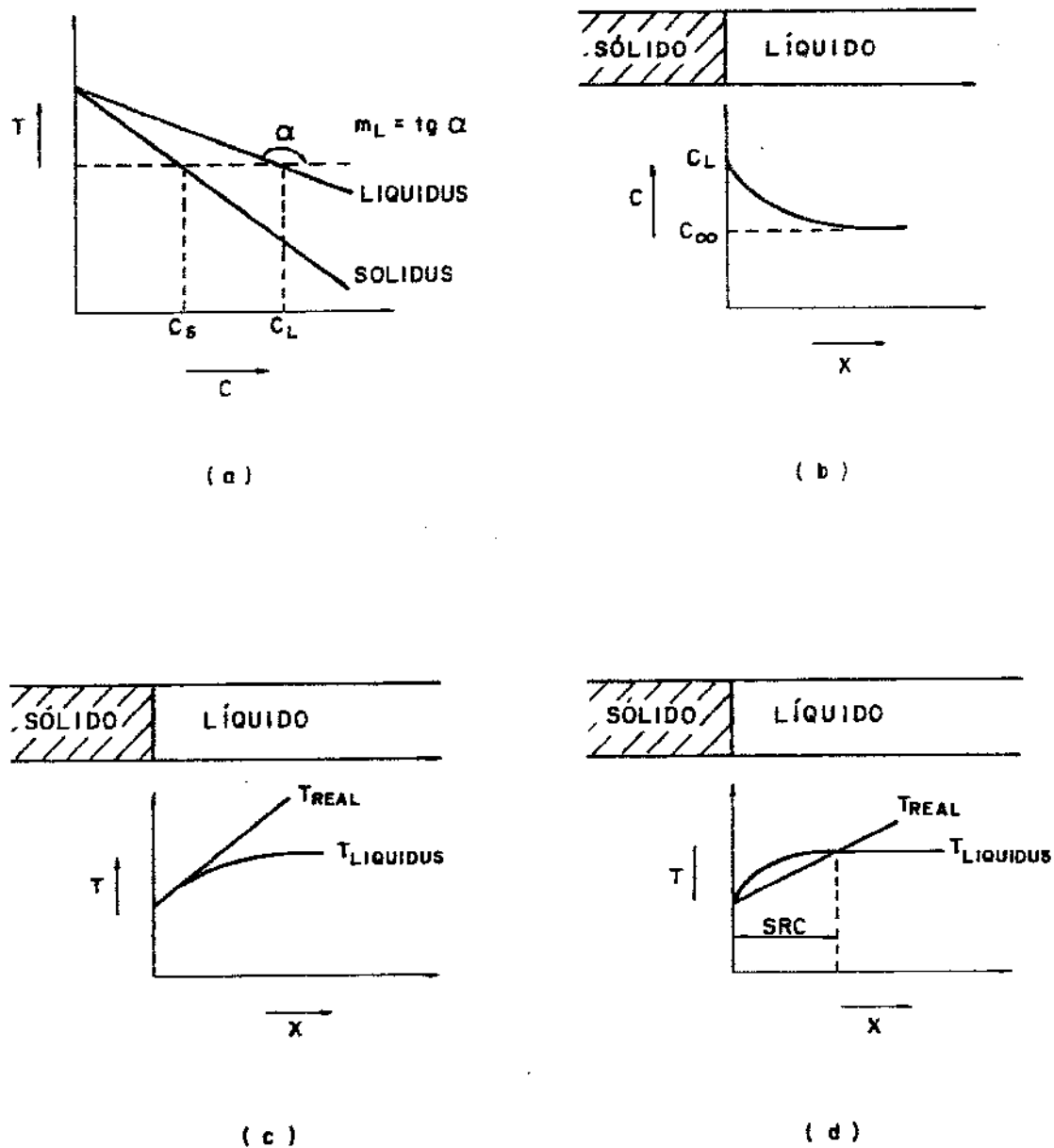


FIGURA 2.6 - Fenômeno de superesfriamento constitucional <sup>66</sup>.

- a) Determinação da inclinação da curva liquidus.
- b) Acúmulo de soluto junto a interface sólido/líquido.
- c) Processo sem SRC.
- d) Processo com SRC.

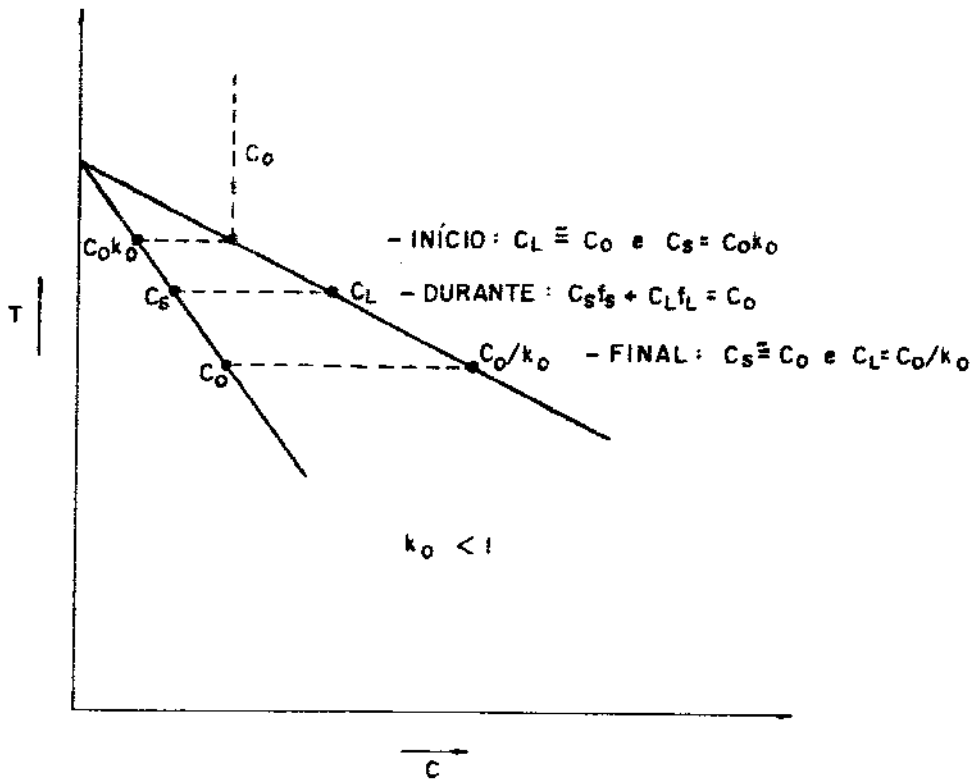


FIGURA 2.3 - Diagrama esquemático de um processo de solidificação em condições de equilíbrio.

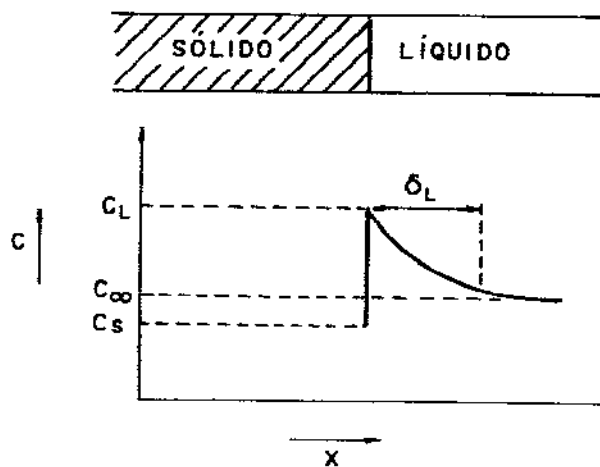


FIGURA 2.4 - Representação da camada enriquecida de soluto junto a interface sólido/líquido<sup>66</sup>.



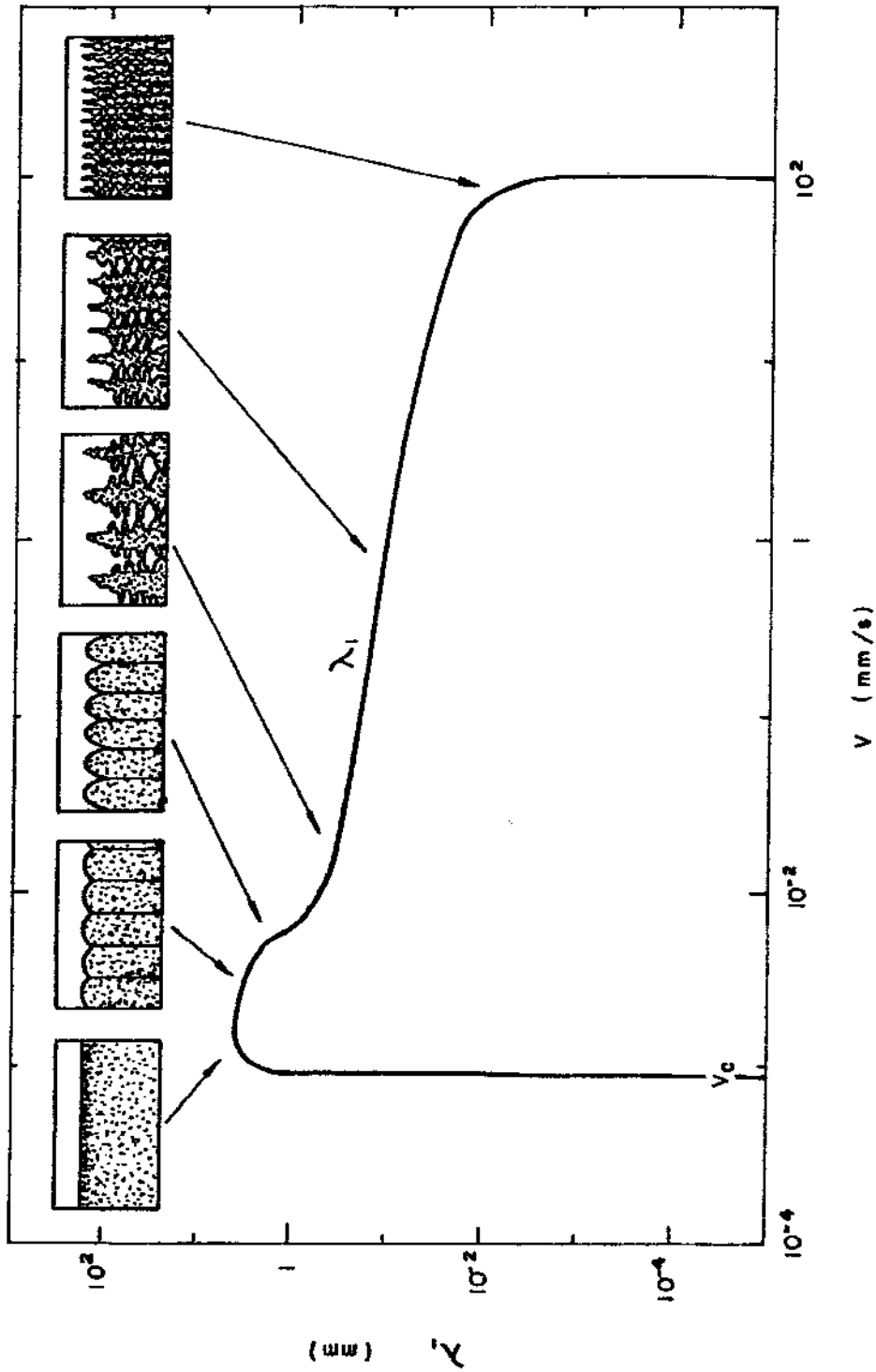


FIGURA 2.7 - Comportamento do espaçamento interdendrítico primário em função da velocidade de avanço da interface sólido/líquido.

$V_C$  - velocidade crítica relativa ao início do superesfriamento constitucional<sup>55</sup>.

onde  $C_L$  e  $C_S$  são respectivamente as composições do líquido e do sólido junto a interface de transformação e  $m_L$  é a inclinação da curva liquidus e calculado segundo a figura 2.6.a.

- a) Redistribuição de soluto na solidificação celular e dendrítica<sup>66</sup>.

Um tipo de redistribuição de soluto, que é muito frequente em operações de lingotamento e fundição de metais, provoca o fenômeno de microsegregação, ou seja, localização de produto segregado de curto alcance. A microsegregação é observada ao longo de ramos celulares ou dendríticos, sendo que tal arranjo constitucional está esquematizado na figura 2.8 e é dado por<sup>66</sup>:

$$C_S = k_0 C_0 \left| \frac{a}{k_0 - 1} + \left(1 - \frac{a k_0}{k_0 - 1}\right) (1 - f_S)^{k_0 - 1} \right| \quad (2.6)$$

onde

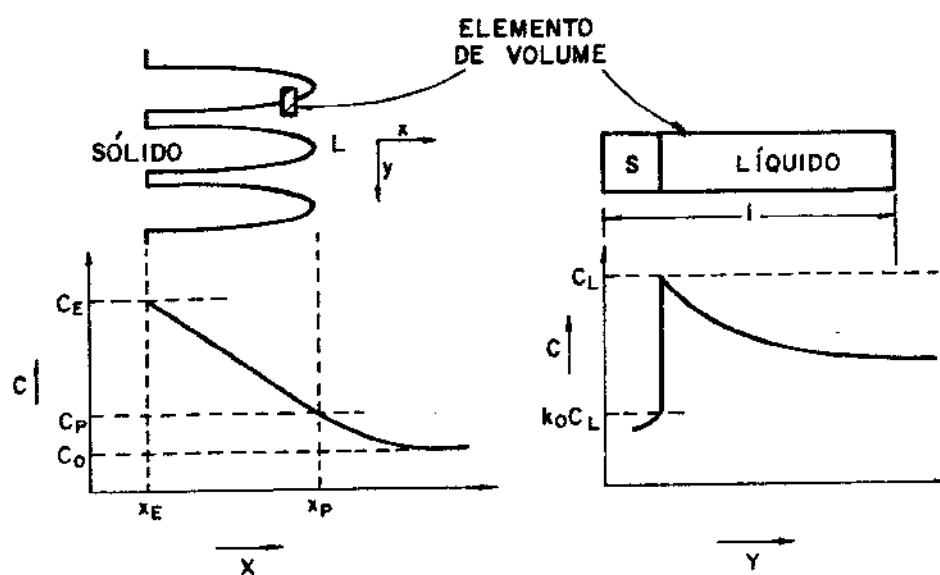
$$a = D_L G_L / (m_L V C_0) \quad (2.7)$$

Se o parâmetro "a" é nulo, como é o caso da solidificação dendrítica, onde a relação  $G/V$  é baixa, a equação 2.6 se reduz à equação de Scheil. Essa equação, apesar de ser semelhante a equação 2.1, sua aplicação não é feita a todo produto mas a uma pequena região com tamanho da ordem de um braço dendrítico. As principais diferenças encontradas nessa análise quando confrontada com resultados experimentais, são basicamente originadas de dois fatores. O primeiro considera a inexistência de difusão atômica na fase sólida durante e após a solidificação. O outro fator não assume uma geometria real da ramificação dendrítica.

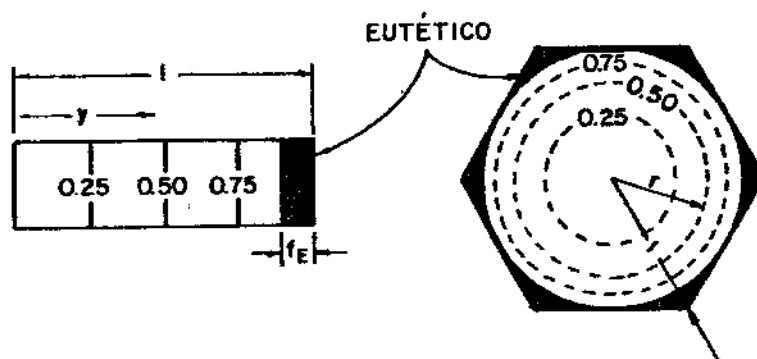
A introdução da difusividade atômica no sólido no equacionamento do processo produz novamente a seguinte relação:

$$C_S = k_0 C_0 \left(1 - \frac{f_S}{(1 + \alpha k_0)}\right)^{k_0 - 1} \quad (2.8)$$

A forma mais simples de estimar a velocidade e assumi-la constante é fazê-la igual a  $L/t_{sL}$ , onde  $t_{sL}$  é denominado de tempo local de solidificação. Assim  $\alpha$  fica sendo igual a:



(a)



(b)

FIGURA 2.8 - Redistribuição de soluto no crescimento celular ou dendrítico<sup>65, 66</sup>

- a) Localização e características do elemento de volume;
- b) Redistribuição de soluto ao longo de um ramo dendrítico ou celular.

$$\alpha = D_s t_{sL}/L^2 \quad (2.9)$$

Como L é igual a metade da distância entre os centros de dois ramos dendríticos primários ( $\lambda_1$ ),  $\alpha$  torna-se igual a:

$$\alpha = D_s t_{sL}/\lambda_1^2 \cdot 4 \quad (2.10)$$

Na prática, o processo de solidificação, seja dendrítico ou celular, apresenta um decréscimo parabólico da velocidade em função do tempo e não linear como foi considerado. Nessas condições, a equação 2.8 é dada por<sup>70</sup>:

$$C_s = k_o C_o \left| 1 - (1 - 2\alpha k_o) f_s \right|^{\frac{k_o - 1}{1 - 2\alpha k_o}} \quad (2.11)$$

Um balanço de massas mais preciso na interface sólido/líquido permite tornar a equação 2.11 mais abrangente. Tal alteração caracteriza-se pela troca do parâmetro  $\alpha$  (Brody-Flemings) pelo parâmetro  $\Omega$  (Clyne-Kurz), onde este é dado por<sup>4</sup>:

$$\Omega = \alpha \left| 1 - \exp(-1/\alpha) \right| - \frac{1}{2} \exp(-1/2\alpha) \quad (2.12)$$

b) Relação entre parâmetros térmicos e microestrutura no crescimento celular e dendrítico<sup>47</sup>

Um aspecto importante ligado ao crescimento celular ou dendrítico, é a relação existente entre parâmetros térmicos do sistema em solidificação e a microestrutura final. Em função das condições presentes durante a solidificação, existirá uma definição das características dimensionais da microestrutura. Uma forma bastante conveniente de se avaliar estruturas dessa natureza consiste em medir os espaçamentos primários e secundários, que estão apresentados na figura 2.9.

É fato bastante conhecido que tais espaçamentos oferecem sensível influência sobre as propriedades mecânicas das ligas no estado bruto de solidificação.

Um outro fato bastante notório é que o grau de homogeneização que se pode alcançar em uma liga, através de tratamentos industriais de uniformização, depende de tais espaçamentos.

Para solidificação do tipo celular, por meio do uso da equação de difusão obtém-se a seguinte relação:

$$\lambda \propto (G_L V)^{-1} \quad (2.13)$$

No caso de solidificação com interface sólido/líquido morfológicamente dendrítica, que representa a maioria das situações práticas de fundição ou lingotamento, é possível usar uma série de modelos de crescimento obtidos a partir da relação de dependência existente entre espaçamentos de primeira ou segunda ordem, com a taxa de resfriamento, ou em outras palavras do produto do gradiente térmico pela velocidade de solidificação ( $\dot{T}=G_L V$ ).

Outra maneira de explicitar tal dependência consiste em relacionar os espaçamentos com o tempo local de solidificação ( $t_{sL}$ ), que é definido como sendo o tempo entre o início e o fim da solidificação de um dado ponto e é inversamente proporcional a taxa de resfriamento neste ponto, ou seja:

$$t_{sL} = \frac{\Delta T}{G_L \cdot V} = \frac{\Delta T}{\dot{T}} \quad (2.14)$$

sendo que  $\Delta T$  é o intervalo de solidificação.

Segundo Hunt, os espaçamentos dendríticos primários podem ser dados por<sup>69</sup>:

$$\lambda^4 = -64\theta D_L \left[ m_L (1-k_0) C_0 + k_0 G_L D_L V^{-1} \right] G_L^{-2} V^{-1} \quad (2.15)$$

sendo que:

$$\theta = \sigma_{sL} \frac{H}{T_f} \quad (\text{coeficiente de Gibbs-Thompson}) \quad (2.16)$$

onde  $\sigma_{sL}$  é a tensão superficial entre o sólido e o líquido e  $H$  é o calor latente de fusão.

Segundo Feurer<sup>67</sup>, os espaçamentos secundários ( $\lambda_2$ ) em função de  $t_{sL}$ , são dados por:

$$\lambda_2 = 4,36 (J \cdot t_{sL})^{1/3} \quad (2.17)$$

onde J é dado por:

$$J = \frac{2 \cdot \sigma_{sL} \cdot D_L \cdot T_L \ln(C_e/C_o)}{H(1-k_o)m_L(C_e/C_o)} \quad (2.18)$$

onde  $T_L$  é a temperatura liquidus e  $C_e$  a composição eutética.

Além de tais modelos de crescimento, pode-se ainda citar outros, de caráter experimental<sup>47</sup>: modelo de Flemings, modelo de Jacobi, modelo de Suzuki, etc.

### 2.2.3. Defeitos resultantes de mudanças dimensionais durante a solidificação<sup>72</sup>

Analisando a evolução do processo de solidificação de um metal, simultaneamente ao rearranjo atômico provocado pela transformação líquido/sólido, observa-se o desenvolvimento progressivo de um tipo de fenômeno chamado de defeito de contração. A origem de tal defeito é basicamente resultado das variações dimensionais que o sistema percebe, sendo que no caso podem ser de dois tipos: a alteração volumétrica do metal durante a transformação líquido/sólido e o movimento das paredes da lingoteira por contração ou expansão térmica. A análise desse tipo de defeito revela que o mesmo pode ocorrer ao nível macroscópico, gerando macrocavidades ou ao microscópico gerando microcavidades.

As microcavidades ou porosidades originam-se, basicamente da solidificação predominantemente dendrítica, com ausência de correntes convectivas induzidas artificialmente.

Por outro lado, as macrocavidades, como a cavidade de topo ou rechupe, são tipos de defeitos diretamente relacionados à alteração dimensional que o metal desenvolve durante o surgimento da fase sólida, sendo que suas formas, dimensões e localizações estão intimamente ligadas à evolução térmica do sistema.

A modelagem de um defeito do tipo macrocavidade é efetuada à partir de uma abordagem térmica que deve ser capaz de mapear com eficiência as temperaturas do sistema em função do tempo. De posse de uma ferramenta dessa natureza, a estruturação da abor

dagem desse fenômeno considera alguns aspectos básicos como: o metal fundido move-se para baixo com o auxílio da força gravitacional, tem velocidade de movimentação superior que a de avanço da frente de solidificação, sua fluidez é total desde que a fração sólida não seja superior a um valor crítico (fixado a partir de dados experimentais como sendo 0,67) e finalmente o volume total de macrocavidades é função da contração desenvolvida pelo metal durante a solidificação e do valor limite de fluidez do mesmo<sup>59</sup>.

Quando em um determinado ponto, a fração sólida atinge o valor crítico, esse ponto passa a desenvolver microcavidades, já que sua fluidez não permite que sua movimentação continue maior que a velocidade de solidificação.

### 2.3 - MODELAGEM MATEMÁTICA DA SOLIDIFICAÇÃO<sup>51-55</sup>

Uma etapa essencial na análise de um processo que envolva a transformação líquido/sólido de um metal, consiste no estudo térmico do sistema. Essencialmente, um processo de solidificação pode ser considerado como um processo de transferência de calor em regime não estacionário.

Durante a evolução da mudança de estado, o calor latente inserido no sistema na fusão do material, é liberado junto a frente de solidificação e para que tal transformação prossiga, esta quantidade de energia, dali deve ser removida.

Sendo tal problema, um processo em regime transitório, a equação fundamental que se aplica ao caso é dada por (Apêndice 2)<sup>73-78</sup>:

$$\nabla(KVT) + \dot{q} = \frac{\partial(d.c.T)}{\partial t} \quad (2.19)$$

onde  $\dot{q}$  é o calor gerado,  $c$  é o calor específico e  $d$  é a densidade.

A modelagem de tal problema tem fundamentalmente dois objetivos: a determinação de temperaturas no sistema metal/molde e da taxa de deslocamento das frentes de solidificação ou seja  $T(x,y,z,t)$  e  $V(x,y,z,t)$ .

Matematicamente, a análise de um problema dessa natureza apresenta dificuldades consideráveis, já que durante a solidificação não só existe o fenômeno de geração contínua de energia, como também envolve complicações extras tais como a resistência térmica entre o metal e o molde e as propriedades físicas não constantes com a temperatura.

As técnicas matemáticas usadas na análise de um problema de transferência de calor na solidificação de metais podem ser divididas basicamente em dois tipos, quais sejam: técnicas analíticas e técnicas numéricas.

### 2.3.1. Métodos Analíticos<sup>43-46</sup>

A abordagem de um processo de solidificação por meio das técnicas analíticas pode ocorrer segundo duas maneiras básicas: métodos analíticos exatos e analíticos aproximados.

Os exatos não admitem simplificações matemáticas, sendo permitido apenas alterações nas condições de contorno, tais como:

- a) Fluxo de calor unidimensional.
- b) Contato térmico entre o metal e o molde perfeito. Logo a resistência térmica de contato é nula.
- c) O calor liberado pelo metal é totalmente absorvido pelo molde, sendo que a temperatura externa desse é mantida constante.
- d) A temperatura da interface metal/molde permanece constante ao longo do processo.
- e) Não ocorrem fluxos de massa no líquido, seja por convecção ou segregação de soluto.
- f) As propriedades físicas do sistema não se alteram ao longo do processo.

Observando tais hipóteses, conclui-se que esse tipo de abordagem tem aplicações bastante restritas, já que as operações de lingotamento ou fundição de metais apresentam diversos fatores que tornam tais considerações irreais.



Isso é facilmente notado quando se analisa as características do processo de solidificação. As geometrias usadas são complexas, sempre existe um contato metal/molde imperfeito e também ocorrem perdas de calor por convecção e radiação. Aliado a isso, observa-se alterações significativas das propriedades do metal, principalmente quando esse muda de estado.

Seguindo estas hipóteses, diversas soluções exatas foram elaboradas e exaustivamente revisadas. Dentre as mais conhecidas pode-se citar as soluções de Schwarz, Neumann, Lighthfoot, Lyobov, Stefan e Chvorinov<sup>45</sup>.

Um caso especial de solução exata é a de Garcia-Prates, pois a mesma, apesar de pertencer a este grupo, admite o efeito da resistência Newtoniana, substituindo-a por espessuras virtuais do metal e do molde<sup>43</sup>.

Do segundo grupo, ou seja os métodos analíticos aproximados, pode-se ressaltar que as possíveis simplificações matemáticas são tecidas partindo-se de hipóteses nas quais os perfis térmicos podem ser descritos por funções polinomiais. A principal diferença entre esse método e o analisado anteriormente, encontra-se no fato que os analíticos aproximados permitem considerar o contato térmico metal/molde mais real, ou seja prevê a existência de uma resistência térmica no local.

As principais hipóteses feitas nessa abordagem são:

- a) Fluxo de calor unidimensional.
- b) Contato térmico entre o metal e o molde não perfeito. Logo existe uma resistência térmica de contato.
- c) O calor liberado pelo metal é totalmente absorvido pelo molde, sendo que o material desse apresenta difusividade de calor muito maior do que a do metal, comportando-se assim como um absorvedor perfeito de calor.
- d) Não ocorrem fluxos de massa por convecção ou segregação de soluto.
- e) As propriedades físicas do sistema não se alteram ao longo do processo.

Todas as soluções obtidas por meio dessas considerações

estão limitadas a casos de moldes perfeitamente refrigerados e a maioria delas necessita de facilidades computacionais para se obter a solução final. Das soluções aproximadas, existe farto material de revisão e dentre estas pode-se citar a de Adans, Hills e Hrycak<sup>45</sup>.

### 2.3.2. Métodos Numéricos<sup>79-100</sup>

O uso de métodos não convencionais na resolução de problemas de transferência de calor durante a solidificação tem aumentado razoavelmente nos últimos anos.

Dos métodos não convencionais mais conhecidos pode-se citar os numéricos que devido a considerável disponibilidade de sistemas computacionais existentes atualmente, tem seu uso cada vez mais intensificado na abordagem desse tipo de problema.

Os métodos numéricos permitem uma maior aproximação das condições reais de solidificação, podendo considerar: resistência térmica na interface metal/molde, variação das propriedades termo físicas, dimensões e geometrias do sistema metal/molde, etc.

Dos métodos numéricos usados na análise de problemas de transferência de calor, pode-se citar dois tipos principais, quais sejam: o método de elementos finitos (MEF) e o método de diferenças finitas (MDF).

A sequência usada na determinação da distribuição de uma dada variável (por exemplo a temperatura) ao longo de uma região, nem sempre é uma operação simples, principalmente se para isso utiliza-se de métodos convencionais. Uma opção eficiente é o uso do MEF, o qual fundamenta-se no conceito de discretização. Tal conceito nada mais é que a divisão da região investigada em inúmeras subregiões denominadas de elementos finitos. Como consequência, a distribuição da variável investigada é também discretizada em cada elemento, sendo que o mesmo mostra-se menos complexo de se estudar quando comparado com uma análise da região como um todo.

Uma análise térmica pelo MEF deve inicialmente estabelecer as leis e princípios básicos que governam o comportamento do sistema em questão. Desde que o objetivo é achar a distribuição de temperaturas num determinado campo, é conveniente expressar

tais leis e princípios em termos dessa temperatura.

A elaboração de uma análise pelo MEF deve constituir-se basicamente das seguintes etapas: <sup>95-100</sup>

1<sup>a</sup> Etapa: Discretização e seleção do elemento de configuração

Este passo é usado na divisão da região de análise em vários elementos. Na figura 2.10 pode ser visto uma série de possíveis elementos a serem implantados numa etapa de discretização.

O tipo de elemento a ser usado está ligado ao tipo de região a ser discretizada. Se tal região é idealizada como sendo uma linha, o elemento apropriado será um segmento da linha. Para corpos bidimensionais, a forma indicada é triângulos ou quadriláteros e finalmente, corpos tridimensionais são discretizados a partir de tetraedros ou hexaedros.

2<sup>a</sup> Etapa: Seleção da função de interpolação

No passo anterior, foi executado o processo de discretização. Nessa etapa, o objetivo principal é estabelecer um tipo de função que represente a variação da temperatura ao longo do domínio do elemento.

Inúmeras funções podem ser usadas, como séries polinomiais ou trigonométricas, sendo que as primeiras tem seu uso mais intensificado, pois apresentam facilidades em relação a operações de derivação e integração.

3<sup>a</sup> Etapa: Determinação das propriedades dos elementos

Uma vez que a discretização e as funções de interpolação foram estabelecidas, o próximo passo constitui-se da elaboração de equações que governem o comportamento de cada elemento. Para isso, pode-se usar os seguintes métodos: abordagem direta, abordagem variacional, abordagem dos resíduos ponderados ou a abordagem do balanço energético.

A solução do problema envolve a aplicação de um desses métodos em concordância com a equação que governa o sistema, que no caso é novamente a equação 2.19.

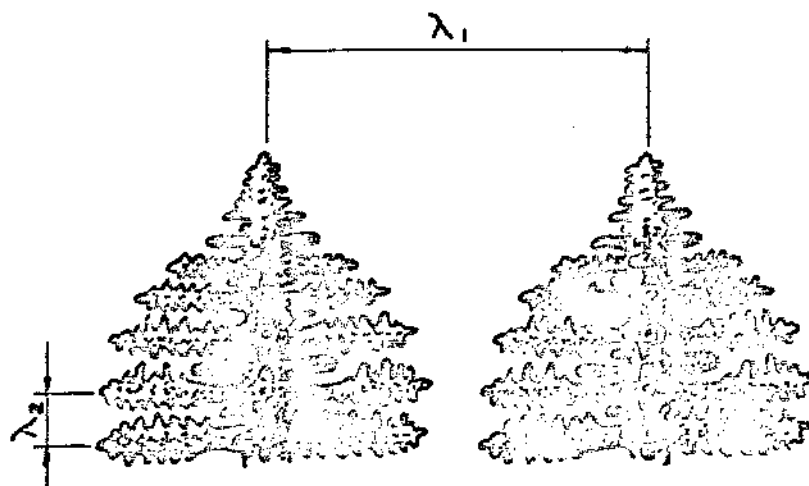


FIGURA 2.9 - Representação esquemática dos espaçamentos primários ( $\lambda_1$ ) e secundários ( $\lambda_2$ ) numa estrutura dendrítica.

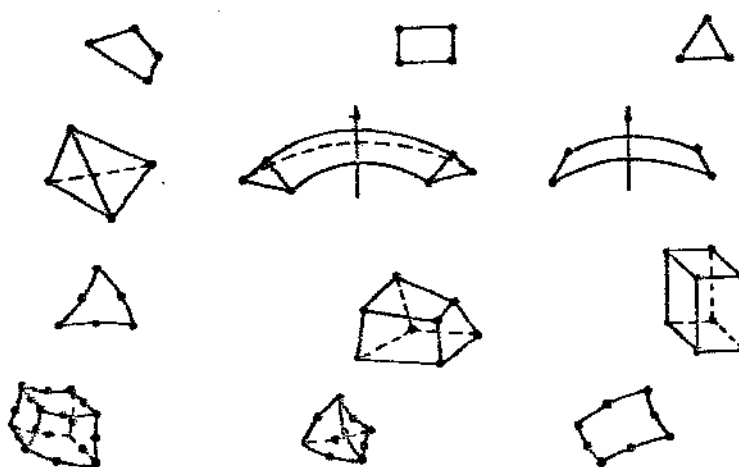


FIGURA 2.10 - Elementos usados na etapa de discretização na utilização da técnica de elementos finitos.

4ª Etapa: Equacionamento das propriedades dos elementos e obtenção do sistema de equações

Para se encontrar as propriedades do sistema modelado em vários elementos, deve-se associar todas as propriedades em uma matriz de equações que expresse o comportamento dos elementos. Da mesma forma, uma outra matriz expressando o comportamento total da região estudada, também deve ser elaborada.

A matriz do sistema deve apresentar a mesma forma que aquela que representa a situação de cada elemento, porém tais matrizes conterão mais termos pois representam todos os pontos nodais.

5ª Etapa: Resolução do sistema de equações

Elaborados os sistemas de equações, a solução do problema consiste na resolução de equações simultâneas, obtendo assim as temperaturas nodais.

Por outro lado, na solução de problemas de transferência de calor usando métodos numéricos, o MDF é uma ferramenta mais antiga e muito mais usada.

O equacionamento desse método, que também segue a clássica equação 2.19 pode ser feito de dois modos fundamentais: formulação do modelo expressando a equação básica em termos de séries de Taylor ou formulação do modelo por meio de um balanço energético.

Partindo-se da equação fundamental (equação 2.19), a primeira formulação para um sistema bidimensional pode ser dada por<sup>76</sup>:

$$\frac{T_{i-1,j} + T_{i+1,j} - 2T_{i,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j-1} + T_{i,j+1} - 2T_{i,j}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{q}}{K} = \frac{cd}{K} \frac{\partial T_{i,j}}{\partial t} \quad (2.20)$$

onde  $T_{i,j}$  é a temperatura relativa ao nó  $i,j$  de dimensões  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e espessura unitária, conforme é mostrado na figura 2.11. Se  $\Delta x$  é igual a  $\Delta y$ , a equação 2.20 torna-se igual a<sup>76</sup>:

$$T_{i-1,j}^{-2T_{i,j}+T_{i+1,j}+T_{i,j-1}-2T_{i,j}+T_{i,j+1}} + \frac{\dot{q}}{K} \Delta x^2 = \frac{\Delta x^2}{K} \text{cd} \frac{\partial T_{i,j}}{\partial t} \quad (2.21)$$

A equação 2.21 produz a formulação do MDF de duas formas, ou seja MDF explícito ou MDF implícito. Isto é obtido do segundo termo da citada equação. Quando este termo é escrito na forma de uma diferença adiantada, obtém-se a forma explícita que é dada por<sup>76</sup>:

$$T_{i-1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i+1,j}^n + T_{i,j-1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j+1}^n + \frac{\dot{q}}{K} \Delta x^2 = \frac{\Delta x^2}{K} \frac{\text{cd}}{\Delta t} (T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n) \quad (2.22)$$

onde o índice n indica o nível do intervalo de tempo.

A variável  $T_{i,j}^{n+1}$ , representa a incógnita numa formulação explícita e é resolvida diretamente a partir das outras temperaturas, que são todas conhecidas.

No modo implícito, não existe apenas uma incógnita, mas sim uma série de temperaturas não conhecidas. Isto ocorre devido a metodologia de cálculo. Fazendo-se a formulação na forma de diferenças atrasadas, a expressão resultante fica sendo igual a<sup>76</sup>:

$$T_{i-1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i+1,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j+1}^{n+1} + \frac{\dot{q}}{K} \Delta x^2 = \frac{\Delta x^2}{K} \frac{\text{cd}}{\Delta t} (T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n) \quad (2.23)$$

As temperaturas com índice n+1 são as incógnitas e a com índice n é conhecida. Logo a solução do problema envolve a resolução simultânea de um conjunto de equações.

A outra formulação do MDF, ou seja a formulação do balanço energético permite que certas situações reais possam ser consideradas, o que seria executado com grandes dificuldades quando é usado o método anterior.

Casos onde as propriedades termofísicas variam com a posição e o tempo, efeitos da radiação e convecção, geração de calor variando no tempo e no espaço, mudanças de estado, são considerações factíveis na elaboração de um modelo usando o balanço de energia.

Em concordância com a equação 2.19 e elaborando-se um balanço de energia da mesma forma usada na dedução dessa equação (Apêndice 2) a análise de um sistema como o mostrado na figura 2.12 é executada estudando os fluxos de calor envolvidos no nó i,j.

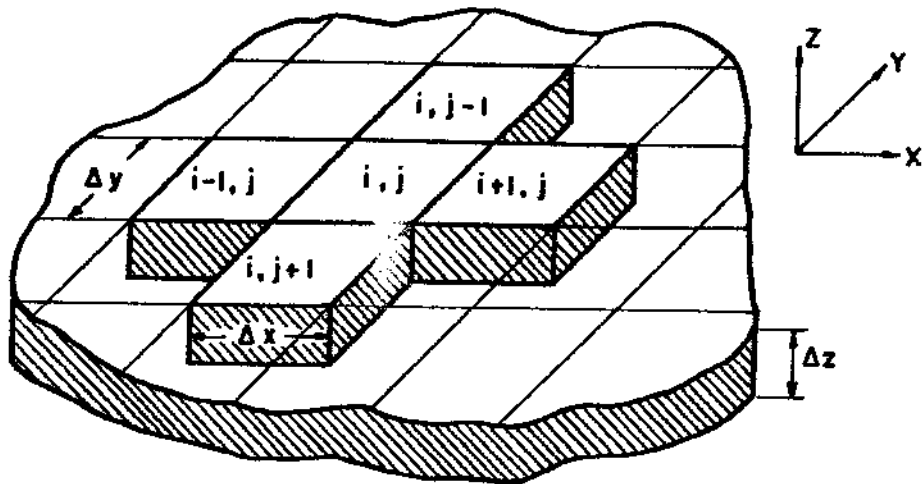


FIGURA 2.11 - Arranjo nodal no uso da técnica de diferenças finitas<sup>86</sup>.

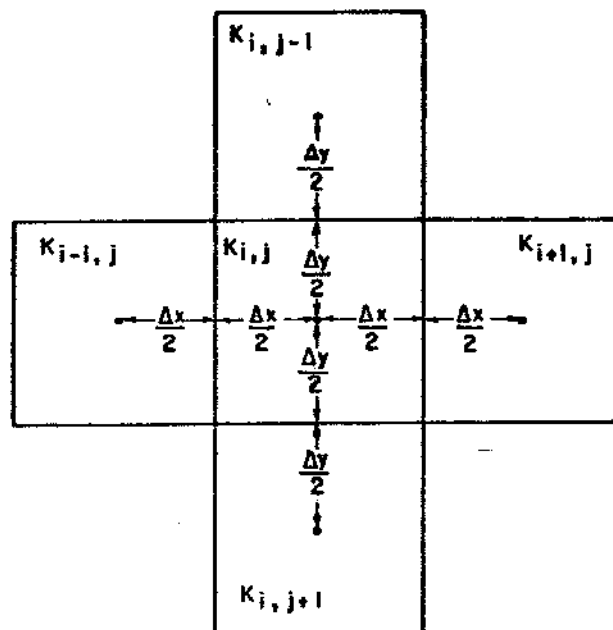


FIGURA 2.12 - Arranjo nodal no uso da técnica de diferenças finitas (formulação bidimensional).

Assim, para um sistema bidimensional, pode-se escrever os seguintes fluxos<sup>76</sup>:

$$q_{i-1,j;i,j} = K_{i-1,j;i,j}^* (T_{i-1,j} - T_{i,j}) \quad (2.24)$$

$$q_{i+1,j;i,j} = K_{i+1,j;i,j}^* (T_{i+1,j} - T_{i,j}) \quad (2.25)$$

$$q_{i,j-1;i,j} = K_{i,j-1;i,j}^* (T_{i,j-1} - T_{i,j}) \quad (2.26)$$

$$q_{i,j+1;i,j} = K_{i,j+1;i,j}^* (T_{i,j+1} - T_{i,j}) \quad (2.27)$$

sendo que  $K^*$  (entre os nós  $i,j$  e  $i-1,j$ , por exemplo) é dado por:

$$K_{i,j;i-1,j}^* = K_{i-1,j;i,j}^* = \frac{1}{R_{i,j} + R_{i-1,j}} \quad (2.28)$$

e  $R_{i,j}$  é igual a:

$$R_{x,i,j} = \frac{\Delta x/2}{K_{i,j} \cdot \Delta y \cdot \Delta z} \quad (\text{direção } x) \quad (2.29)$$

ou

$$R_{y,i,j} = \frac{\Delta y/2}{K_{i,j} \cdot \Delta x \cdot \Delta z} \quad (\text{direção } y) \quad (2.30)$$

sendo  $K_{i,j}$  é a condutibilidade térmica do nó  $i,j$ .

Quando a equação 2.19 é aplicada ao nó  $i,j$ , a forma explícita dessa formulação é dada por<sup>76</sup>:



$$\begin{aligned}
T_{i,j}^{n+1} = & T_{i,j}^n \left| 1 - \frac{(K_{i-1,j;i,j}^* + K_{i+1,j;i,j}^* + K_{i,j-1;i,j}^* + K_{i,j+1;i,j}^*)}{C_{i,j}} \right| \\
& + \frac{T_{i-1,j}^n \cdot K_{i-i,j;i,j}^*}{C_{i,j}} + \frac{T_{i+1,j}^n \cdot K_{i+1,j;i,j}^*}{C_{i,j}} + \frac{T_{i,j-1}^n \cdot K_{i,j-1;i,j}^*}{C_{i,j}} \\
& + \frac{T_{i,j+1}^n \cdot K_{i,j+1;i,j}^*}{C_{i,j}} + \frac{\dot{q}_{i,j} \cdot V_{i,j}}{C_{i,j}} \quad (2.31)
\end{aligned}$$

onde  $V_{i,j}$  é o volume do nó  $i,j$  e  $C_{i,j}$  é a capacidade calorífica do nó  $i,j$  e é dada por<sup>76</sup>:

$$C_{i,j} = \frac{d_{i,j} \cdot c_{i,j} \cdot V_{i,j}}{\Delta t} \quad (2.32)$$

Para a modelagem de modo implícito, a equação 2.23 torna-se igual a<sup>76</sup>:

$$\begin{aligned}
T_{i,j}^{n+1} = & \frac{1}{1 + \frac{K_{i-1,j;i,j}^* + K_{i+1,j;i,j}^* + K_{i,j-1;i,j}^* + K_{i,j+1;i,j}^*}{C_{i,j}}} \\
& \cdot \left[ T_{i,j}^n + \left( \frac{\dot{q}_{i,j} \cdot V_{i,j}}{C_{i,j}} \right) + \left( \frac{K_{i,j-1;i,j}^*}{C_{i,j}} \cdot T_{i-1,j}^{n+1} \right) + \right. \\
& \left. \left( \frac{K_{i+1,j;i,j}^*}{C_{i,j}} \cdot T_{i+1,j}^{n+1} \right) + \left( \frac{K_{i,j-1;i,j}^*}{C_{i,j}} \cdot T_{i,j-1}^{n+1} \right) + \right. \\
& \left. \left( \frac{K_{i,j+1;i,j}^*}{C_{i,j}} \cdot T_{i,j+1}^{n+1} \right) \right] \quad (2.33)
\end{aligned}$$

Da mesma forma que a formulação representada pela equação 2.23, a solução do problema usando MDF implícito, envolve a resolução simultânea de um conjunto de equações obtidas em concordância com as características do processo estudado.

O método implícito apresenta uma vantagem adicional em relação ao explícito, configurada na inexistência de situações de instabilidade durante a solução do problema. Por outro lado o explícito demanda uma quantidade de tempo de uso do sistema

computacional, bem menor que a outra forma.

Se a principal desvantagem do modo explícito é a possibilidade do mesmo apresentar, sob determinadas condições, uma situação instável, isso pode ser evitado usando o critério de estabilidade válido para a equação 2.31 e dado pela relação<sup>76</sup>:

$$\Delta t < \frac{C_{i,j}}{(K_{i-1,j;i,j}^* + K_{i+1,j;i,j}^* + K_{i,j-1;i,j}^* + K_{i,j+1;i,j}^*)} \quad (2.34)$$

Quando essa relação é satisfeita, a solução de um problema dessa natureza é obtida sob condições de estabilidade.

Confrontando-se as duas principais técnicas de modelagem numérica (MEF e MDF), nota-se que a primeira apresenta-se muito eficiente quando corpos com geometria complexa são investigados.

Um exemplo desse fato pode ser apreciado na figura 2.13, onde o perfil de uma palheta de turbina é analisado segundo os dois métodos em questão. Usando-se a técnica MDF padrão, com elementos retangulares, não é possível o perfeito envolvimento da peça, o que é factível pela técnica MEF<sup>96</sup>, porém deve-se salientar que recentemente foram desenvolvidas variações da técnica MDF que usam como elementos de análises, corpos com geometrias não retangulares<sup>80</sup>. Por outro lado, a técnica MEF mostra-se mais difícil de ser formulada e requer um tempo de computação bem maior, quando comparado com o MDF convencional.

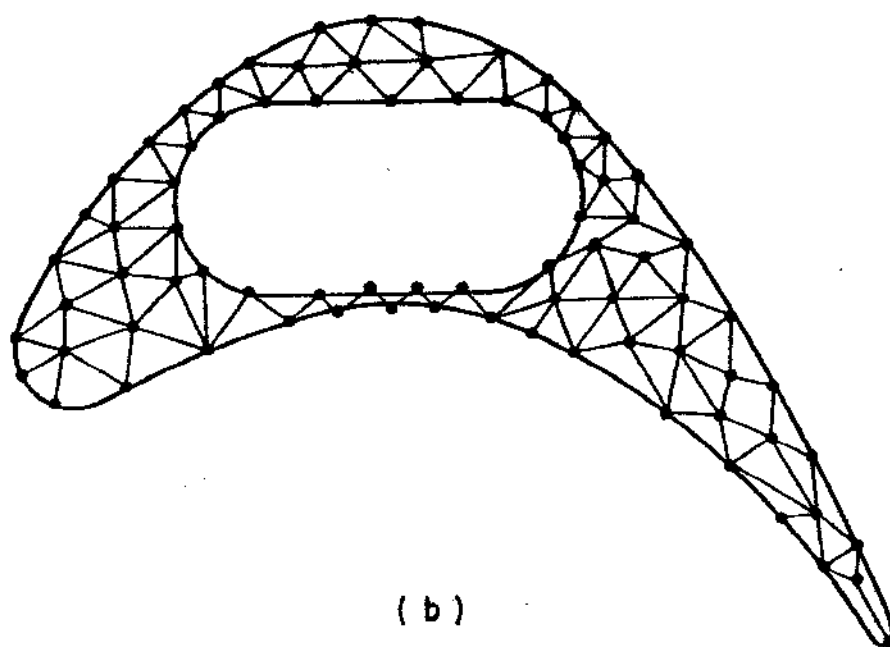
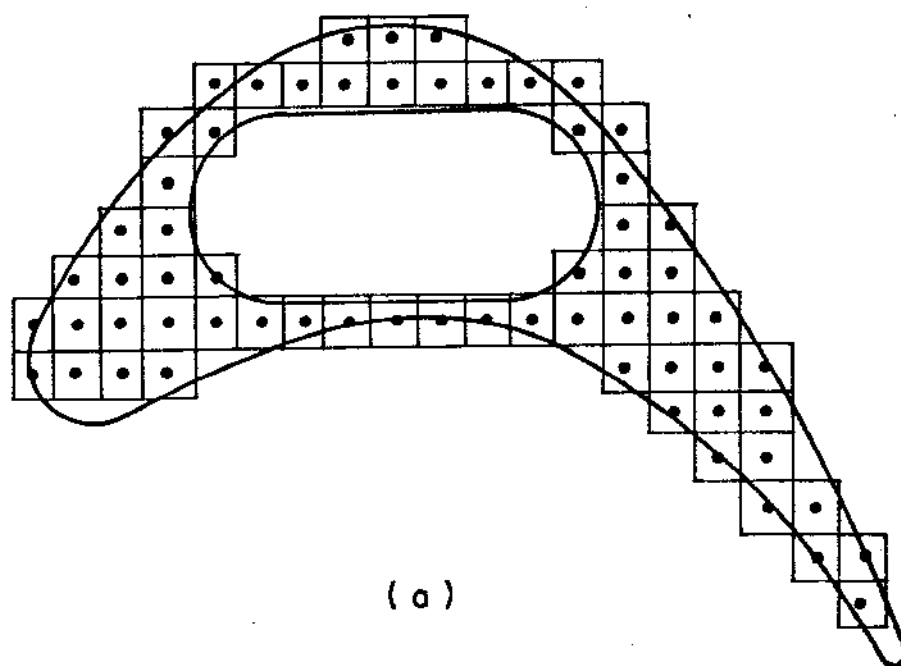


FIGURA 2.13 - Palheta de uma turbina investigada por meio de técnicas numéricas.

- a) Discretização no MDF
- b) Discretização no MEF

## CAPÍTULO 3

### DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO DE SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE PROCESSOS DE FUNDIÇÃO E LINGOTAMENTO DE METAIS

#### 3.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Na solidificação de metais, a evolução dos fenômenos mais importantes, como a redistribuição de soluto ou o crescimento dendrítico governa diretamente a qualidade do produto final.

Assim, sendo, o aumento na eficiência de processos de produção baseados na transformação líquido-sólido não é possível sem o perfeito entendimento de tais fenômenos. No caso do lingotamento de metais ou no processo de conformação por fundição, esses fenômenos tem dependência direta da distribuição de temperaturas no conjunto e da velocidade de propagação da frente de solidificação, ou seja, as características do produto final dependem da história térmica do sistema.

A iniciativa de se desenvolver a otimização do sistema metal/molde no processo de solidificação, deve considerar o conjunto de relações entre os dois aspectos principais do sistema, que são: o metalúrgico (propriedades físicas e características do sistema metal/molde) e o térmico (fluxos de calor, e distribuição de temperaturas ao longo do conjunto e suas evoluções no tempo).

Na figura 3.1, apresenta-se um diagrama de relações entre os vários fenômenos observados ao longo do processo de solidificação de metais e suas influências no produto final.

#### 3.2 - DESCRIÇÃO DO MODELO DE ANÁLISE

O desenvolvimento de um estudo criterioso a respeito da evolução da solidificação de metais no sistema metal/molde requer a adoção de um modelo físico simplificado que descreva todo pro-

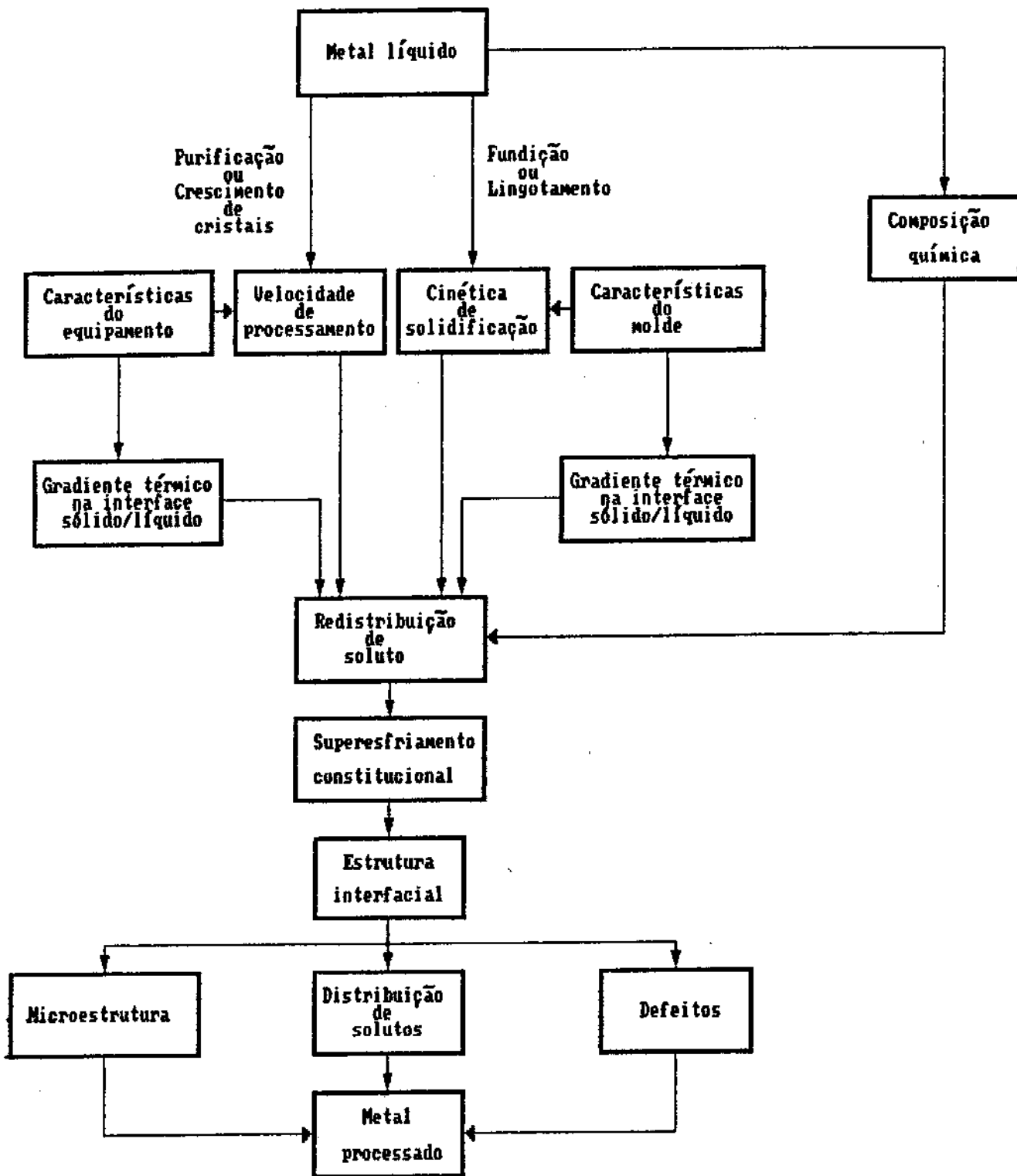


FIGURA 3.1 - Fenômenos observados ao longo da transformação líquido/sólido.

cesso, inclusive o de transferência de calor, com a maior fidelidade possível.

Tal modelo deve permitir que as condições operacionais envolvidas na produção industrial sejam devidamente simuladas com o máximo de detalhes. Dentro desses critérios, a escolha de um conjunto de análise recai sobre o diagrama ilustrado na figura 3.2. Nessa ilustração, um sistema metal/molde típico de operações de lingotamento estático é descrito como sendo um sistema com as seguintes características:

- a) O fluxo de calor é bidimensional.
- b) O contato térmico metal/molde não é perfeito. Logo existe uma resistência térmica variável ao longo do processo, podendo em situações particulares, ser considerada constante.
- c) As propriedades físicas do sistema variam de acordo com os estados de agregação.
- d) O calor liberado pelo metal durante a solidificação é absorvido pelo molde e pelo ambiente.
- e) O metal em solidificação pode estar em sua forma quimicamente pura ou na forma de liga metálica.

Estas considerações foram elaboradas visando o lingotamento estático, porém são válidas também para o processo de fundição.

Essencialmente, o sistema metal/molde concebido, apresenta três meios principais onde toda a análise é estruturada. O primeiro meio é o que requer uma investigação mais profunda é o metal em solidificação, pois o mesmo apresenta três estados de agregação: metal sólido, metal líquido e metal pastoso (líquido coexistindo com o sólido).

O segundo meio é representado pelas paredes do molde, as quais tem contato de forma termicamente imperfeita com o metal. Finalmente, o último meio é o ambiente que envolve o metal e o molde e que ao final do processo, quando os fluxos de calor tornarem-se nulos, terá absorvido todo calor liberado pelo metal fundido.

Estabelecidas as principais características do sistema

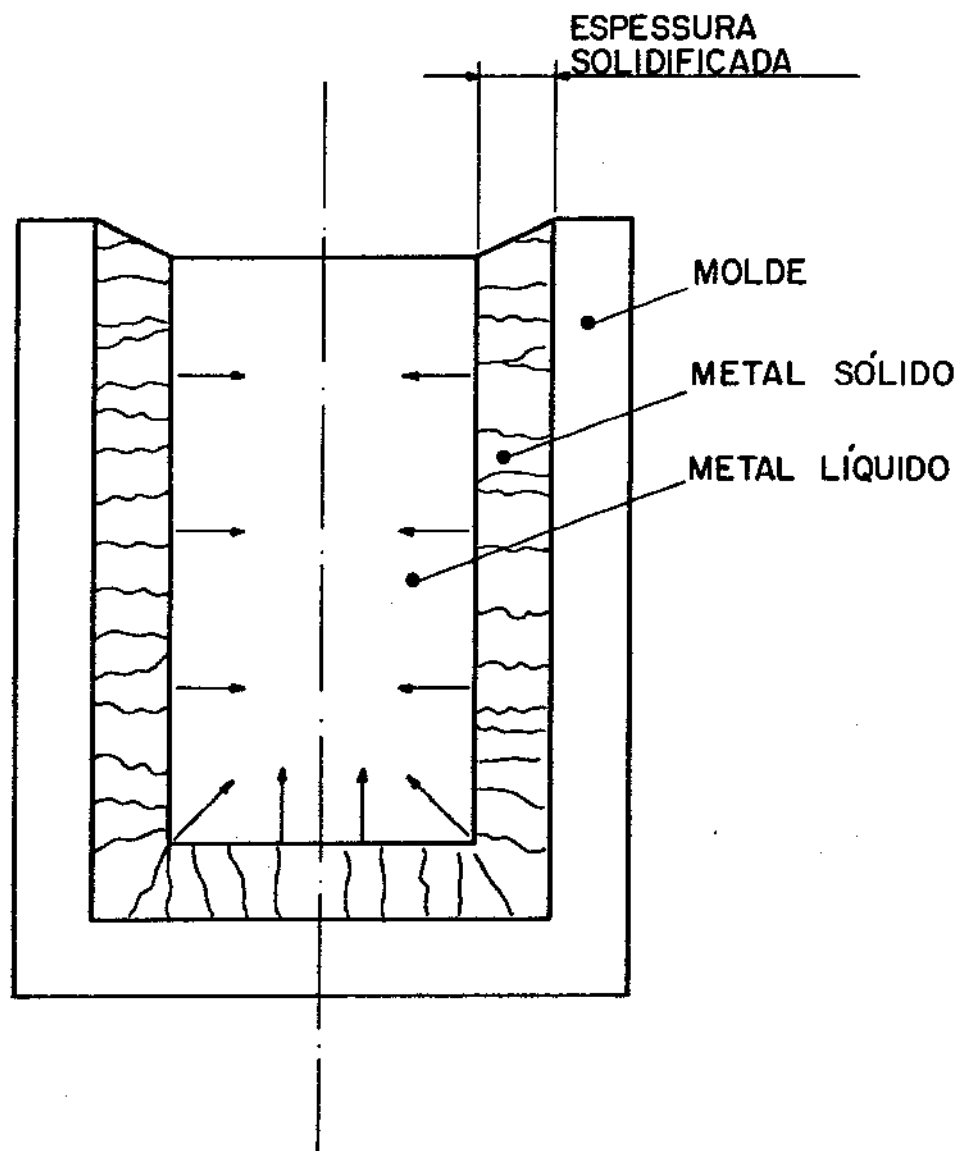


FIGURA 3.2 - Diagrama esquemático de um sistema metal/molde usado no lingotamento estático de metais.

é necessário definir quais modos de transferência de calor atuam no mesmo. Nesse tipo de problema pode-se relacionar três tipos básicos de troca térmica: condução, convecção e radiação.

Na maioria das operações de lingotamento ou fundição, o modo mais atuante e que fundamentalmente rege o processo é a condução térmica. A condução é o processo pelo qual o calor flui de uma região de temperatura mais alta para outra de temperatura mais baixa, dentro de um meio (sólido, líquido ou gasoso) ou entre meios diferentes em contato físico direto. Na solidificação, dentro do sistema metal/molde, esse modo de transferência de calor atua dentro do metal líquido, sólido e pastoso e ao longo da parede do molde. Outro aspecto importante da condução térmica ocorre com o surgimento da camada de sólido ao longo da superfície interna do molde. Essa camada age como uma barreira que impede a livre liberação do calor latente, fazendo com que este modo adquira influência significativa sobre o fluxo de calor ao longo do processo.

Outro modo de troca de calor atuante nesse tipo de problema é a convecção térmica. Tal modo é um processo de transporte de energia pela ação combinada da condução de calor, armazenamento de energia e movimento de mistura.

No sistema metal/molde, a convecção pode atuar no metal líquido desde que esse seja vazado com superaquecimento, o que permitirá o surgimento de correntes convectivas que induzirão a homogeneidade térmica do meio. Esse tipo de troca de calor é também observado na superfície superior do metal, permitindo o fluxo de calor entre esse e o ar. Finalmente, outra região onde existe um processo convectivo é na superfície externa do molde e que é de grande importância na análise dos fluxos térmicos envolvidos no problema.

Um terceiro modo é atuante principalmente quando as diferenças de temperatura entre o sistema metal/molde e o meio envolvente são elevadas refere-se a radiação térmica. A radiação é o processo pelo qual o calor é transmitido de um corpo a alta temperatura para um de mais baixa quando tais corpos estão separados no espaço, ainda que exista vácuo entre eles.

No sistema metal/molde a radiação atua basicamente na superfície do molde e na superior do metal, envolvendo estas e o meio ambiente.



Finalmente, um modo particular de troca térmica, relaciona-se a transmissão de calor existente entre a parede interna do molde e o metal, que é denominado de contato Newtoniano. Nesta região, mesmo quando o metal está no estado líquido, observa-se a existência de uma resistência térmica de contato entre os dois meios. Quando o líquido transforma-se em sólido, o metal adquire volume específico menor, o que provoca o descolamento do molde. A medida que a distância metal/molde aumenta, a resistência térmica também se intensifica.

### 3.3 - DESENVOLVIMENTO DO MODELO MATEMÁTICO

A abordagem da solidificação durante a operação de fundição ou lingotamento de metais pode ser feita basicamente por meio de técnicas analíticas ou numéricas. As analíticas são menos eficientes, a medida que tratam o problema com condições de contorno limitantes. Isto torna-se mais evidente quando a complexidade do mesmo se eleva.

A outra forma de abordagem, ou seja, usando técnicas numéricas, permite obter soluções com alto grau de confiabilidade. O uso desse tipo de ferramenta é atualmente o caminho mais flexível e confiável no tratamento de processos que envolvam mudança de estado, sendo que os dois principais métodos que permitem a execução dessa forma de estudo consistem no método de diferenças finitas (MDF) e no método de elementos finitos (MEF).

No caso do MDF, a solução pode ser obtida na forma explícita ou implícita. As técnicas explícitas tem a vantagem de elaborar um tratamento mais direto do problema, a medida que as temperaturas na rede são conhecidas no momento da execução dos cálculos. Entretanto, um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), relativo a dois momentos de cálculo não pode ultrapassar um valor máximo, sob pena de conduzir o problema a uma solução tida como instável.

Por outro lado, a solução na sua forma implícita, não requer limitações em relação a estabilidade. Entretanto, esta concepção exige o uso mais intenso do sistema computacional já que é necessário resolver simultaneamente uma série de equações.

Se o sistema não apresenta dificuldades no tocante a

estabilidade, a forma explícita exhibe-se como a melhor escolha. Por outro lado, o uso do MEF apresenta-se interessante quando corpos com geometria complexa são tratados. Nesse caso, essa forma de análise exige maior empenho em sua formulação bem como requer uma quantidade de tempo computacional elevada.

O sistema metal/molde usado no lingotamento de metais possui geometria bastante regular. Logo, se não existem problemas com relação a estabilidade do método, a adoção do MDF padrão (rede de elementos retangulares), na sua concepção explícita consiste na opção mais indicada.

Caso o sistema metal/molde abordado exibisse geometria não regular, outra opção seria a utilização do MDF associado a uma rede de elementos não retangulares<sup>80</sup>.

A primeira etapa de um estudo sobre a evolução da solidificação no lingotamento de metais, por meio de MDF-explícito, consiste na subdivisão do sistema exposto na figura 3.2 em pequenos subvolumes conforme mostra a figura 3.3. Tais subvolumes tem largura  $\Delta x$ , altura  $\Delta y$  e espessura unitária. Supondo que tais elementos são suficientemente pequenos, então a temperatura dos mesmos pode ser representada pela temperatura tomada nos centros desses, que são chamados de pontos nodais ou simplesmente de nós.

Se este sistema tem "N" nós, então por meio de um balanço térmico individual, "N" equações podem ser obtidas. Tal balanço térmico relaciona o fluxo líquido de calor num determinado nó, durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , com o aumento ou diminuição da energia interna desse nó.

Assim sendo, a equação básica dessa metodologia de cálculo é dada pela relação:

$$T'_{i,j} = T_{i,j} \cdot F_{i,j} + T_{i-1,j} \cdot F_{i-1,j} + T_{i+1,j} \cdot F_{i+1,j} + T_{i,j-1} \cdot F_{i,j-1} + T_{i,j+1} \cdot F_{i,j+1} + \dot{q}_{i,j} \cdot V_{i,j} / C_{i,j} \quad (3.1)$$

onde  $T'_{i,j}$  indica a temperatura no elemento  $i,j$  após ser transcorrido um intervalo de tempo  $\Delta t$ ,  $T_{i,j}$  é a mesma temperatura antes do citado intervalo,  $F_{i,j}$  é denominado de fator peso e represen-

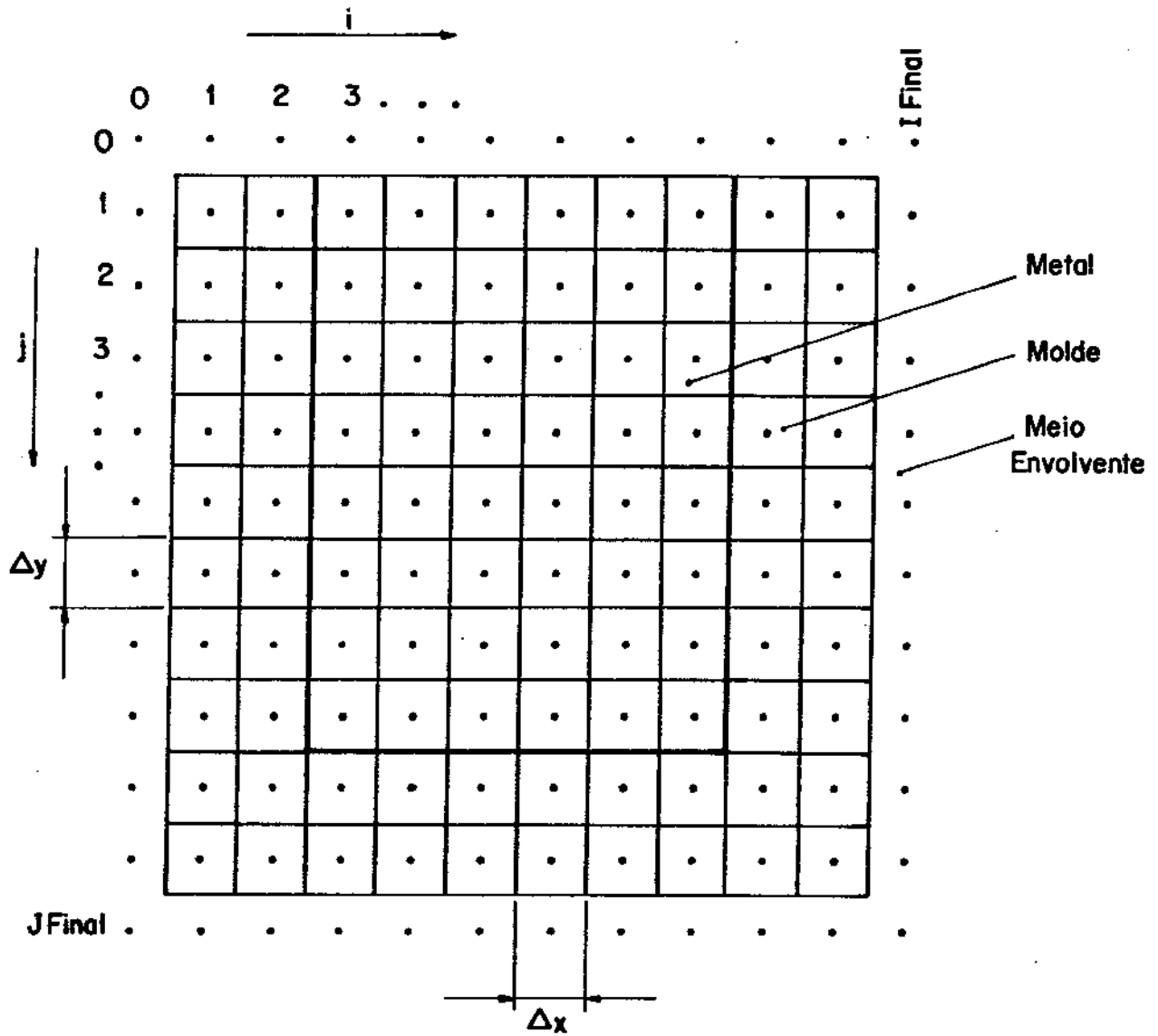


FIGURA 3.3 - Diagrama do sistema metal/molde no lingotamento estático de metais.

ta o coeficiente de inter-relação de temperaturas nodais e a troca térmica entre os elementos. O parâmetro  $\dot{q}_{i,j}$  é o calor gerado no nó  $i,j$ , sendo  $V_{i,j}$  e  $C_{i,j}$  respectivamente o volume e a capacidade calorífica do mesmo nó. Os fatores peso da equação 3.1 são dados pelas relações:

$$F_{i,j} = 1 - \frac{(K_{i,j;i-1,j}^* + K_{i,j;i+1,j}^* + K_{i,j;i,j-1}^* + K_{i,j;j+1}^*)}{C_{i,j}} \quad (3.2)$$

$$F_{i-1,j} = \frac{K_{i,j;i-1,j}^*}{C_{i,j}} \quad (3.3)$$

$$F_{i+1,j} = \frac{K_{i,j;i+1,j}^*}{C_{i,j}} \quad (3.4)$$

$$F_{i,j-1} = \frac{K_{i,j;i,j-1}^*}{C_{i,j}} \quad (3.5)$$

$$F_{i,j+1} = \frac{K_{i,j;i,j+1}^*}{C_{i,j}} \quad (3.6)$$

onde  $K^*$  é a condutância térmica entre dois nós, sendo que este, bem como todos os parâmetros apresentados nas equações 3.1 a 3.6 estão de acordo com a apresentação do item 2.3.

A aplicação da equação 3.1 permite investigar o sistema sem que para isso considerações individuais de cada situação sejam tecidas. Se o fluxo de calor entre dois elementos tem relação íntima com a diferença de temperatura e com a resistência térmica existente entre os mesmos e se tal resistência é composta de duas parcelas, sendo que cada uma é relativa ao meio comprimento de cada elemento, então quando o cálculo dos fatores peso de um balanço térmico de meios diferentes em contato é realizado, a solução pode ser facilmente obtida observando as características de cada subvolume.

### 3.3.1. Análise da evolução térmica no sistema metal/molde

O equacionamento do processo de transferência de calor dentro de um sistema metal/molde envolve diversos tipos de resistência térmica, os quais regem a troca térmica no mesmo. Dividindo-se o sistema em três meios principais, é possível equacionar os diversos tipos de condutância envolvidos no problema. Estes três meios, como já descritos são: o metal, o molde e o meio envolvente.

#### a) Transferência de calor no metal

Em função de sua temperatura e constituição no caso de ligas, um metal pode apresentar diversos estados de agregação. Em operações industriais, estes estados podem ser resumidos em líquido, sólido e pastoso, que nada mais é que a mistura dos dois primeiros estados.

A determinação do estado de agregação é elaborada por meio dos parâmetros que indicam a quantidade de fase líquida e de fase sólida numa dada condição de temperatura e composição. Tais parâmetros são definidos respectivamente como fração líquida ( $f_L$ ) e fração sólida ( $f_S$ ), sendo que entre eles existe a seguinte relação:

$$f_L + f_S = 1 \quad (3.7)$$

Existem diversas maneiras de se estabelecer o cálculo da fração sólida e conseqüentemente da fração líquida<sup>101-103</sup>. A formulação mais simples é dada pela forma linear:

$$f_S(T) = \frac{(T_L - T)}{(T_L - T_S)} \quad (3.8)$$

sendo que sua variação com a temperatura é:

$$\frac{\partial f_S(T)}{\partial T} = \frac{1}{T_S - T_L} \quad (3.9)$$

Usando a regra da alavanca,  $f_S$  como função da temperatura é igual a:

$$f_s(T) = \frac{1}{k_o - 1} \frac{(T - T_L)}{\left(\frac{T_f}{T} - T\right)} \quad (3.10)$$

sendo que sua variação com a mesma é dada por:

$$\frac{\partial f_s(T)}{\partial T} = \frac{1}{k_o - 1} \left( \frac{T_f - T_L}{\left(\frac{T_f}{T} - T\right)^2} \right) \quad (3.11)$$

Outra maneira é fornecida pela equação de Scheil, que considera a redistribuição de soluto local:

$$f_s(T) = 1 - \left( \frac{T_f - T_L}{T} \right)^{\frac{1}{1 - k_o}} \quad (3.12)$$

Sua variação com a temperatura é igual a:

$$\frac{\partial f_s(T)}{\partial T} = \frac{1}{k_o - 1} \left( \frac{T_f - T_L}{\left(\frac{T_f}{T} - T\right)^{2 - k_o}} \right)^{\frac{1}{1 - k_o}} \quad (3.13)$$

A regra de Brody-Flemings dita a seguinte relação:

$$f_s(T) = (1 + \alpha k_o) \left( 1 - \left( \frac{T_f - T_L}{T} \right)^{\frac{1}{1 - k_o}} \right) \quad (3.14)$$

onde o parâmetro  $\alpha$  é o mesmo descrito no item 2.2.1.

Neste caso, a variação de  $f_s(T)$  com a temperatura é dada por:

$$\frac{\partial f_s(T)}{\partial T} = \frac{(1 - \alpha k_o)}{(k_o - 1)} \left( \frac{T_f - T_L}{\left(\frac{T_f}{T} - T\right)^{2 - k_o}} \right)^{\frac{1}{1 - k_o}} \quad (3.15)$$

Finalmente, a regra de Clyne-Kurz fornece a relação:

$$f_s(T) = \frac{1}{(1-2\Omega k_0)} \left( 1 - \left( \frac{T - T_f}{T_f - T_L} \right)^{\frac{(1-2\Omega k_0)}{(k_0-1)}} \right) \quad (3.16)$$

sendo que novamente  $\Omega$  é o mesmo parâmetro já descrito no item 2.2.1.

A evolução de  $f_s(T)$  com a temperatura fica sendo igual a:

$$\frac{\partial f_s(T)}{\partial T} = \left( \frac{1}{k_0-1} \right) \cdot (T_f - T)^{\frac{(2\Omega k_0-1)}{(k_0-1)}} (T - T)^{\frac{(2-2\Omega k_0-k_0)}{(k_0-1)}} \quad (3.17)$$

Na figura 3.4, apresenta-se, a evolução da fração sólida com a temperatura segundo as diversas metodologias de cálculo.

Independente do estado de agregação e de posse do valor da quantidade de sólido e de líquido numa determinada condição, as propriedades do metal são calculadas de acordo com as relações que se seguem:

Densidade do metal ( $d_R$ )

$$d_R = d_s f_s + d_L f_L \quad (3.18)$$

onde  $d_R$  é a densidade resultante,  $d_s$  é a densidade do metal sólido e  $d_L$  é a densidade do metal líquido.

Condutibilidade térmica do metal ( $K_R$ )

$$K_R = K_s f_s + K_L f_L \quad (3.19)$$

onde  $K_R$  é a condutibilidade térmica resultante,  $K_s$  é condutibilidade do metal sólido e  $K_L$  é a condutibilidade do metal líquido.

Calor específico do metal ( $c_R$ )

$$c_R = c_s f_s + c_L f_L \quad (3.20)$$

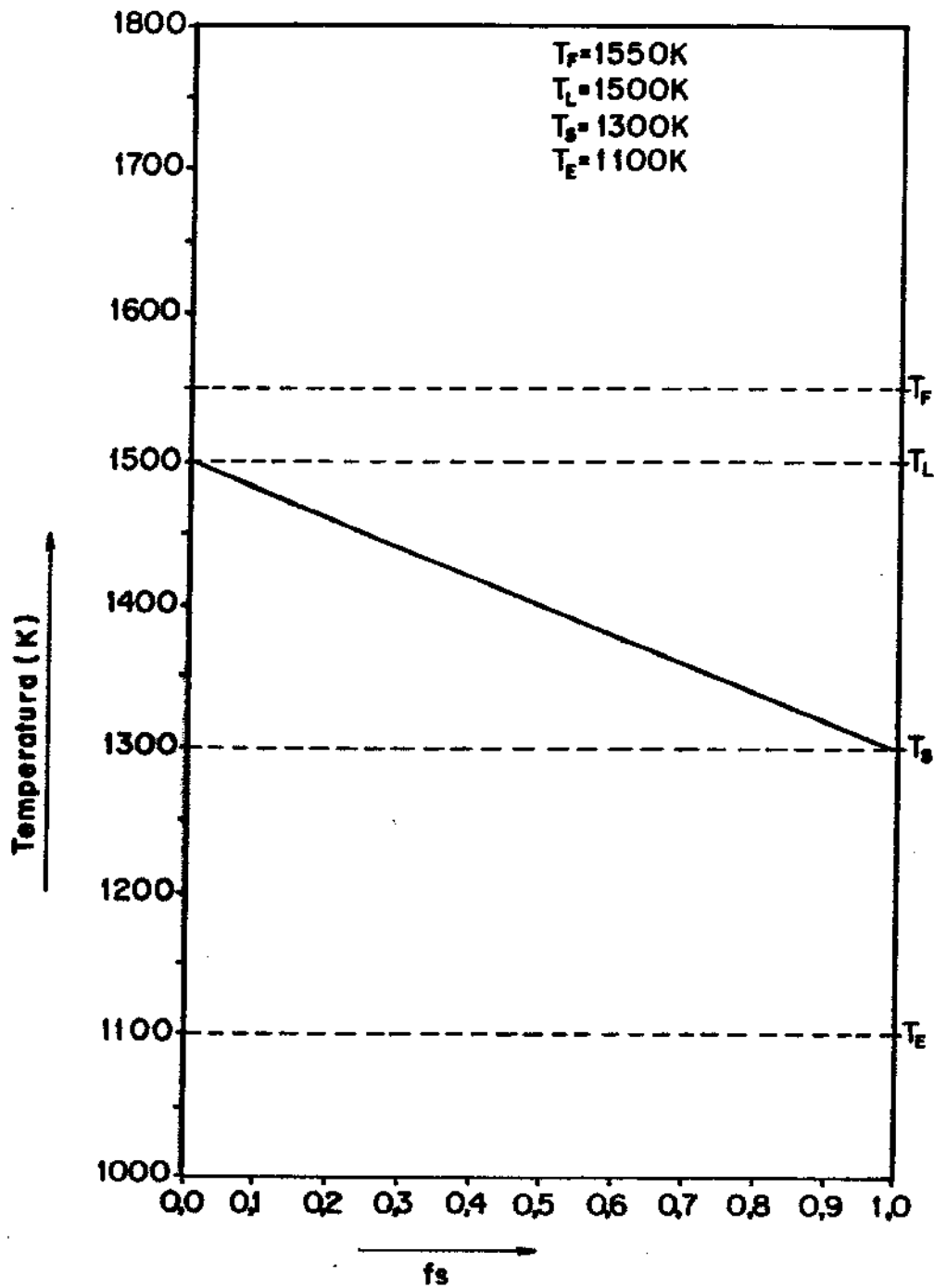


FIGURA 3.4.a - Evolução da fração sólida com a temperatura segundo a formulação linear.



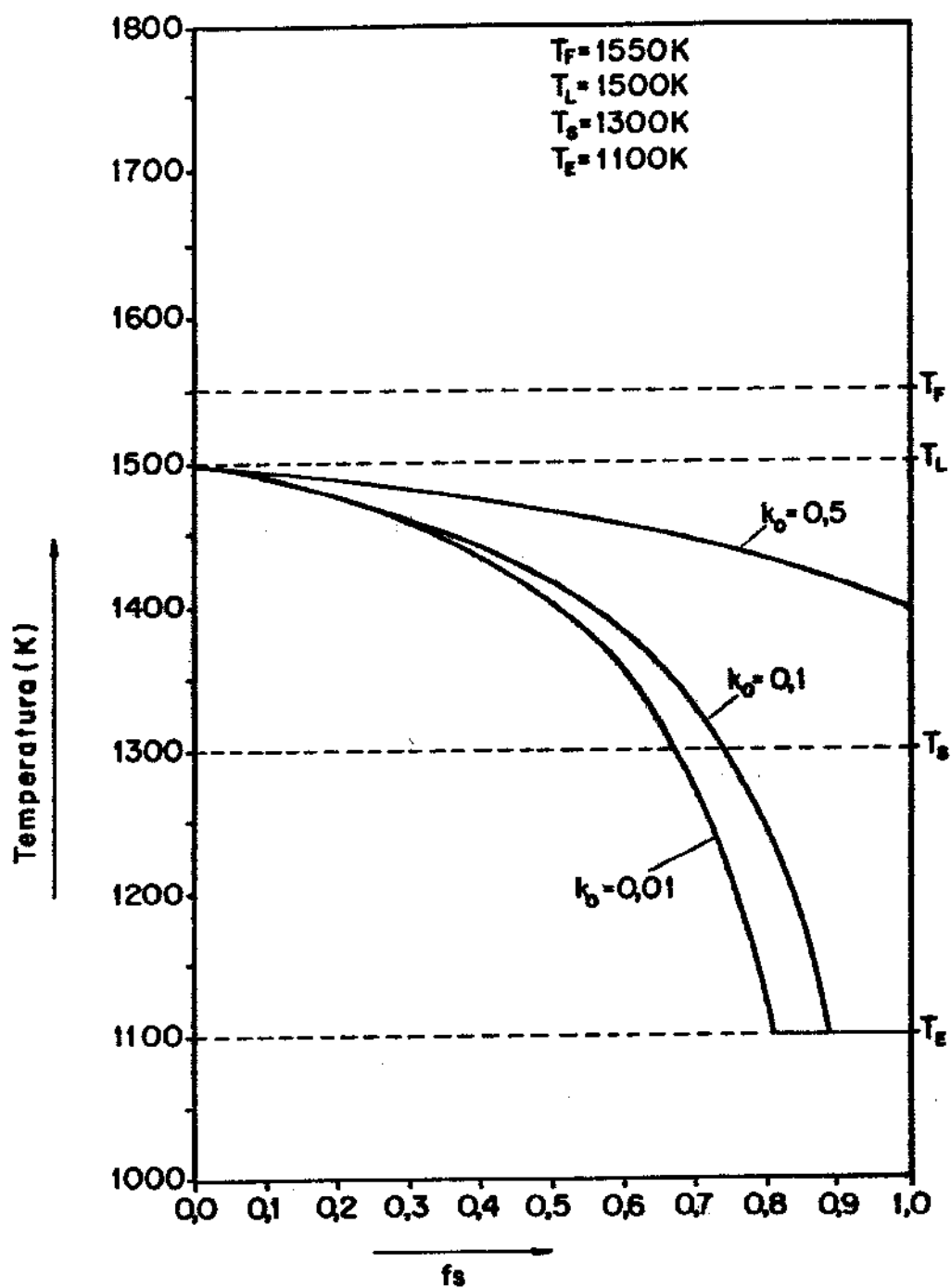


FIGURA 3.4.b - Evolução da fração sólida com a temperatura segundo a formulação da regra da alavanca.

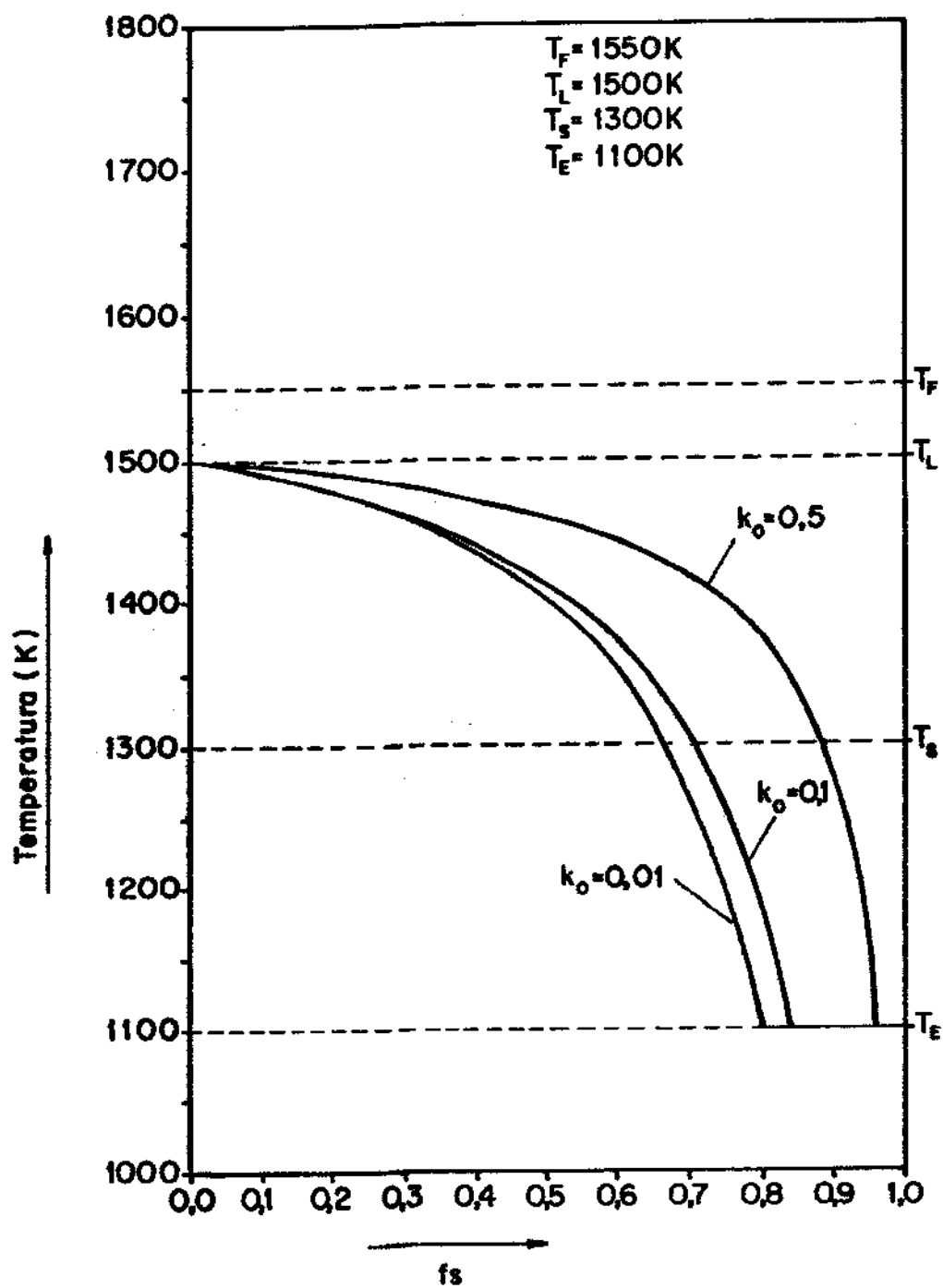


FIGURA 3.4.c - Evolução da fração sólida com a temperatura segundo a formulação de Scheil.

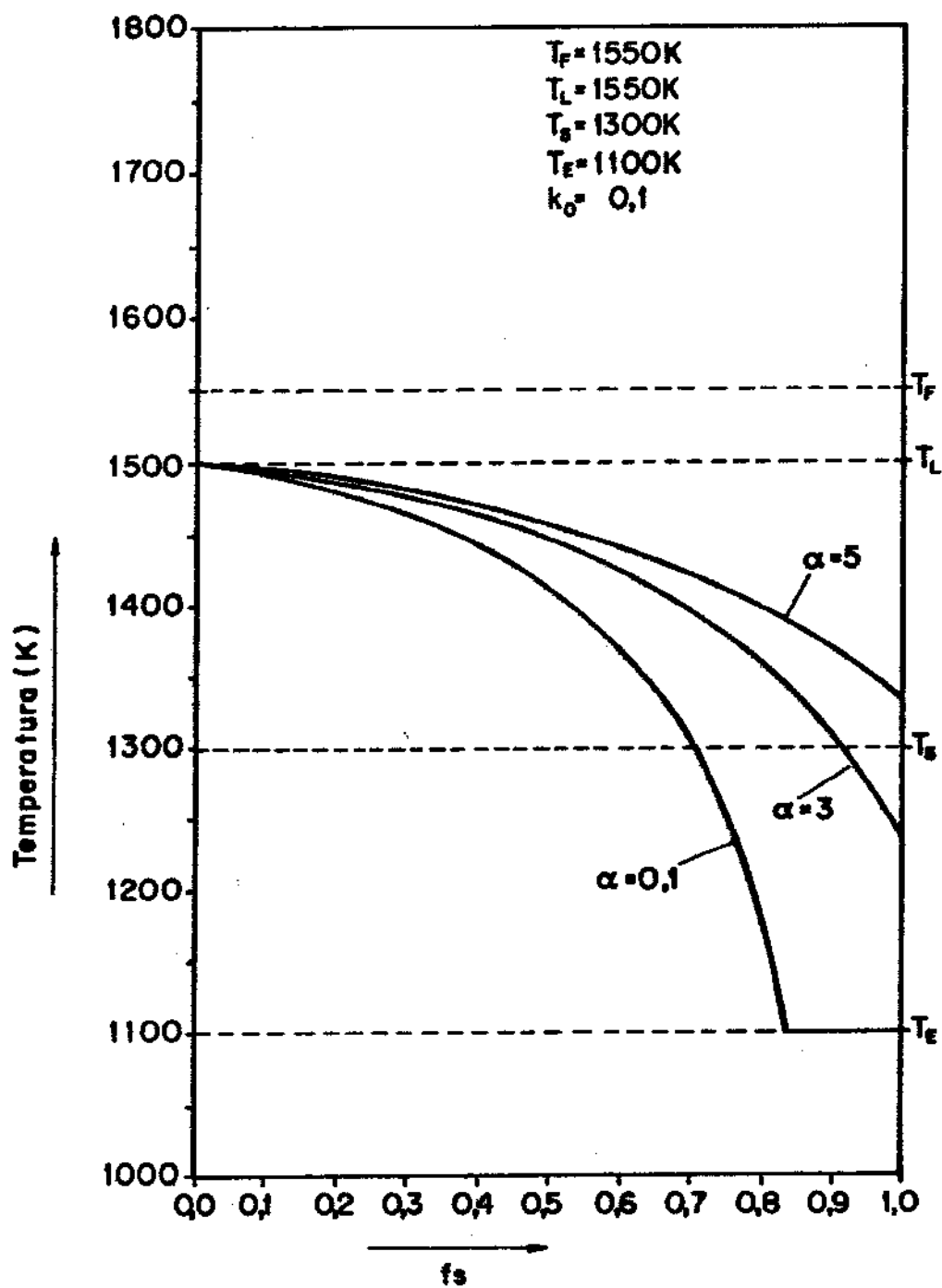


FIGURA 3.4.d - Evolução da fração sólida com a temperatura segundo a formulação de Brody - Flemings.

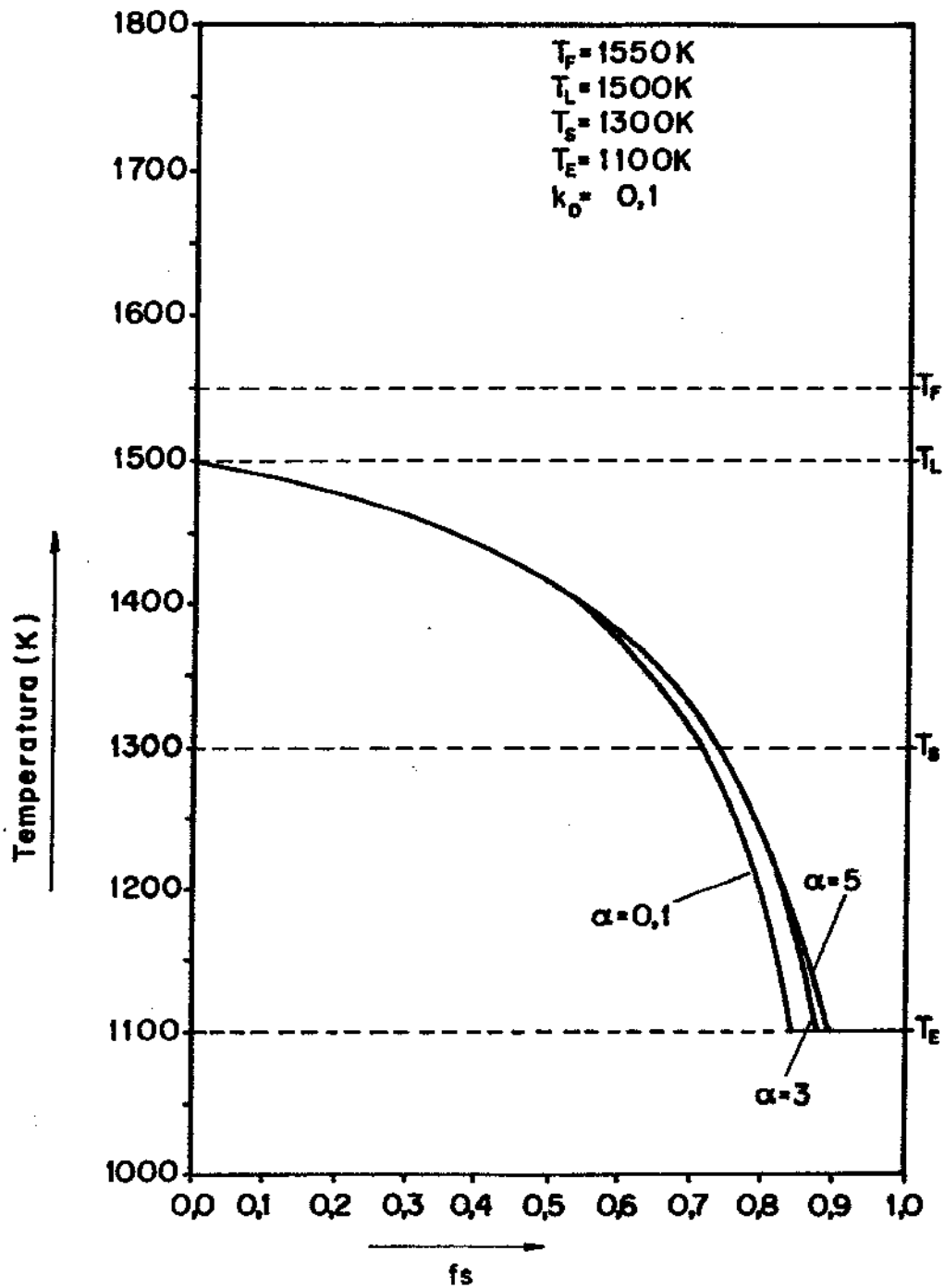


FIGURA 3,4.e - Evolução da fração sôlida com a temperatura segundo a formulação de Clyne - Kurz.

onde  $c_R$  é o calor específico resultante,  $c_S$  é o calor específico do metal sólido e  $c_L$  é o calor específico do metal líquido.

Em concordância com esta metodologia de cálculo das propriedades, a capacidade calorífica do nó (C) e as resistências térmicas (R) existentes em cada subvolume são facilmente obtidas conforme é apresentado a seguir:

Capacidade calorífica (C)

$$C = c_R \cdot d_R \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z / \Delta t \quad (3.21)$$

Resistência térmica no meio comprimento (R)

$$R_x = \frac{\Delta x / 2}{\Delta y \cdot \Delta z \cdot K_R} \quad (\text{direção } x) \quad (3.22)$$

$$R_y = \frac{\Delta y / 2}{\Delta x \cdot \Delta z \cdot K_R} \quad (\text{direção } y)$$

Para que o processo de solidificação de um metal tenha sequência é necessário que este libere a parcela de energia relativa ao calor latente de fusão. Da mesma forma, quando um subvolume de metal transforma-se de líquido para sólido, esse fenômeno deve ser considerado.

Se o metal é tido como quimicamente puro, esta liberação ocorre exatamente na temperatura de fusão. Porém, se este metal apresenta-se na forma de uma liga metálica e como tal exibe dois pontos distintos de transformação, dados pelas temperaturas liquidus e solidus, a liberação ocorrerá dentro da faixa de temperatura limitada por esses dois pontos. Assim, a evolução da liberação do calor latente de fusão está diretamente ligada com a evolução da quantidade de sólido, ou seja, existe uma relação íntima com a fração sólida no ponto.

Dessa forma, o termo relativo a geração de calor na equação 3.1, pode ser descrito da seguinte maneira:

$$\dot{q} = H \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (3.23)$$

onde H é o calor latente de fusão, sendo que:

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} = \frac{\partial f_s}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.24)$$

assim

$$\dot{q} = H \frac{\partial f_s}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.25)$$

usando as equações 2.19 e 3.25, obtêm-se

$$\nabla(KVT) + H \frac{\partial f_s}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial(d.c.T)}{\partial t} \quad (3.26)$$

rearranjando surge<sup>104,105</sup>:

$$(c + H \frac{\partial f_s}{\partial T}) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \left( \frac{K}{d} VT \right) \quad (3.27)$$

que tem sua formulação pelo MDF igual a:

$$T'_{i,j} = T_{i,j} + ((T_{i-1,j} \cdot F_{i-1,j}) + (T_{i+1,j} \cdot F_{i+1,j}) + (T_{i,j-1} \cdot F_{i,j-1}) + (T_{i,j+1} \cdot F_{i,j+1}) + ((F_{i,j}-1) \cdot T_{i,j})) / (1 - \frac{H}{c} \frac{\partial f_s}{\partial T}) \quad (3.28)$$

O cálculo da fração sólida em função da temperatura pode considerar a evolução da segregação de soluto. Nesse caso, a temperatura solidus real será, para  $k_0 < 1$ , menor que a temperatura solidus nominal.

Quando isso ocorre, para sistemas metálicos eutéticos, a temperatura solidus terá seu valor mínimo igual a temperatura do patamar eutético do sistema.

b) Transferência de calor no molde

O molde, por permanecer sempre no estado sólido e

ser do tipo maciço, apresenta no seu interior apenas o modo de troca térmica por condução. Assim a capacidade calorífica do mesmo é dada por:

$$C = c_M \cdot d_M \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z / \Delta t \quad (3.29)$$

sendo que  $c_M$  é o calor específico e  $d_M$  é a densidade nesse meio.

A resistência térmica no meio comprimento de um subvolumen no molde, para a direção x, é igual a:

$$R_x = \frac{\Delta x / 2}{\Delta y \cdot \Delta z \cdot K_M} \quad (\text{direção } x) \quad (3.30)$$

onde  $K_M$  é a condutibilidade térmica no referido meio.

c) Transferência de calor entre o metal e o molde<sup>106-108</sup>

O decréscimo da temperatura do metal durante sua solidificação é seguido por uma diminuição nas dimensões do fundido. Este fenômeno, aliado a também contração do molde provoca o descolamento do metal da parede da lingoteira. Esta interrupção no contato metal/molde permite a formação de uma camada de gás que inibe o livre fluxo de calor entre estes dois meios. Nesta separação física entre o metal e o molde, a transferência de calor é dada por:

$$h_i = K_i / X_i \quad (3.31)$$

onde  $K_i$  é a condutibilidade térmica do gás que existe na camada e  $X_i$  é a espessura da mesma.

Entretanto, o valor dessa espessura varia com a evolução do processo, iniciando com um valor nulo e aumentando com o aumento da espessura da camada sólida.

Uma forma de calcular o parâmetro  $X_i$  é dada a seguir:

$$X_i = X_{\text{molde}} + X_{\text{metal}} \quad (3.32)$$

onde  $X_{\text{molde}}$  é a parcela relativa a contração do molde e  $X_{\text{metal}}$  é a relativa a contração desenvolvida pelo metal.

A parcela relativa ao molde é dada por:

$$X_{\text{molde}} = \alpha_{\text{molde}} (T_{\text{molde}} - T_0) \cdot L_1 \quad (3.33)$$

onde:

$\alpha_{\text{molde}}$  é o coeficiente linear de contração do material do molde.

$T_{\text{molde}}$  é a temperatura média do molde

$T_0$  é a temperatura ambiente

$L_1$  é a espessura da parede do molde.

A parcela relativa ao metal é dada por:

$$X_{\text{metal}} = \alpha_{\text{metal}} (T_s - T_{\text{metal}}) \cdot L_2 \quad (3.34)$$

onde:

$\alpha_{\text{metal}}$  é o coeficiente linear de contração do metal

$T_s$  é a temperatura solidus do metal

$T_{\text{metal}}$  é a temperatura média da casca sólida .

$L_2$  é a espessura da casca sólida.

Outro ponto a ser observado refere-se ao contato existente entre a face inferior do metal e o molde. Nesse caso, pela ação da força gravitacional, o valor da resistência térmica local permanece constante.

Assim, a resistência térmica no contato metal/molde é obtida por meio das equações 3.30 a 3.34 e resulta em:

$$R_x = \frac{1}{h_1 \Delta y \cdot \Delta z} \quad (\text{direção } x) \quad (3.35)$$

$$R_x = \frac{(\alpha_{\text{molde}} (T_{\text{molde}} - T_0) L_1 + \alpha_{\text{metal}} (T_s - T_{\text{metal}}) L_2)}{\Delta y \cdot \Delta z \cdot K_1} \quad (3.36)$$



d) Transferência de calor entre o molde ou o metal e o meio envolvente

A troca de calor entre o molde ou o metal e o meio envolvente constitui-se na soma de dois modos de transmissão, quais sejam: processo convectivo e o processo radiativo. Dessa forma pode-se definir um coeficiente global de transferência de calor que sintetize os efeitos da radiação e convecção:

$$h_g = h_R + h_c \quad (3.37)$$

Eventualmente, no cálculo do coeficiente global, o efeito da transmissão de calor por convecção pode ser desprezado basicamente se são analisadas superfícies que se apresentam sob uma temperatura elevada. Por outro lado, quando o processo envolve a solidificação de metais de baixo ponto de fusão, é mais indicado considerar o efeito da convecção, já que nestas condições esse modo é responsável por uma fatia considerável do fluxo de calor total. É oportuno ressaltar que embora a convecção seja importante, a radiação permanece como modo atuante de troca térmica.

Os coeficientes de transmissão térmica por radiação e convecção são obtidos de acordo com as relações:

Radiação

$$h_R = \sigma \epsilon (T_s + T_o) (T_s^2 + T_o^2) \quad (3.38)$$

onde  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann

$\epsilon$  é a emissividade da superfície

$T_s$  é a temperatura da superfície

$T_o$  é a temperatura ambiente

Convecção

O coeficiente desse tipo de troca de calor está ligado com o número de Nusselt (Nu), que por sua vez tem relação com o número de Grashof (Gr) e o de Prandtl (Pr), como é mostrado a seguir:

$$Nu = h_c \frac{X}{K} \quad (3.39)$$

ou

$$h_c = Nu \frac{K}{X} \quad (3.40)$$

$$Nu = K' C_1 (Gr Pr)^N \quad (3.41)$$

$$Gr = \frac{g \gamma d^2 X^3 (T_s - T_o)}{\eta^2} \quad (3.42)$$

$$Pr = \eta \frac{c}{K} \quad (3.43)$$

onde:

X é a dimensão característica que se refere à distância coberta pelo fluido ao passar pela superfície

K é a condutibilidade térmica do fluido

$C_1$  e N são constantes experimentais dependentes da geometria analisada e obtida nas figuras 3.5 a 3.7

$K'$  é o fator corretivo definido nas figuras 3.5 a 3.7

g é a aceleração gravitacional

$\gamma$  é o coeficiente de expansão térmica

d é a densidade do fluido

$\eta$  é a viscosidade do fluido

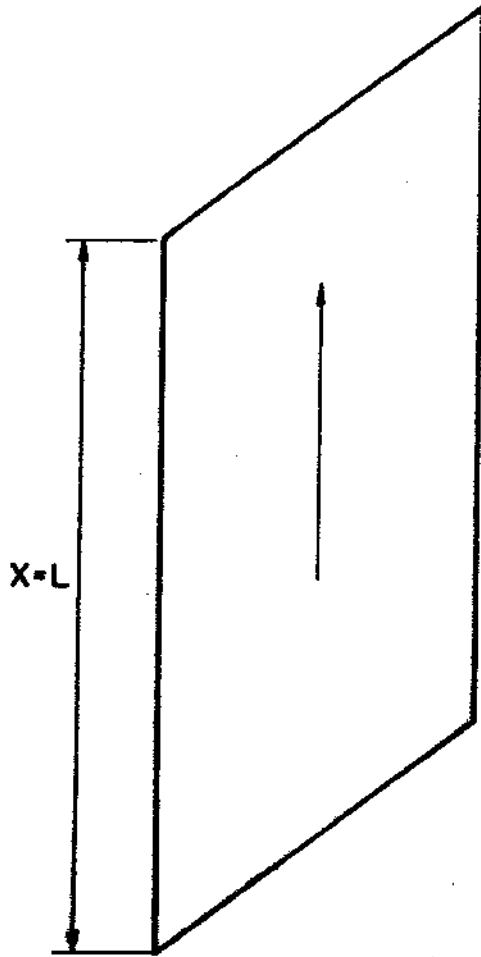
c é o calor específico do fluido

O coeficiente  $h_c$  pode ser obtido relacionando-se as equações 3.40 a 3.43.

Logo:

$$h_c = \frac{K}{X} (K' C_1 \left( \frac{g \gamma d^2 X^3 (T_s - T_o) \cdot c}{\eta K} \right)^N) \quad (3.44)$$

Aplicando-se 3.38 e 3.44 em 3.37, obtém-se:

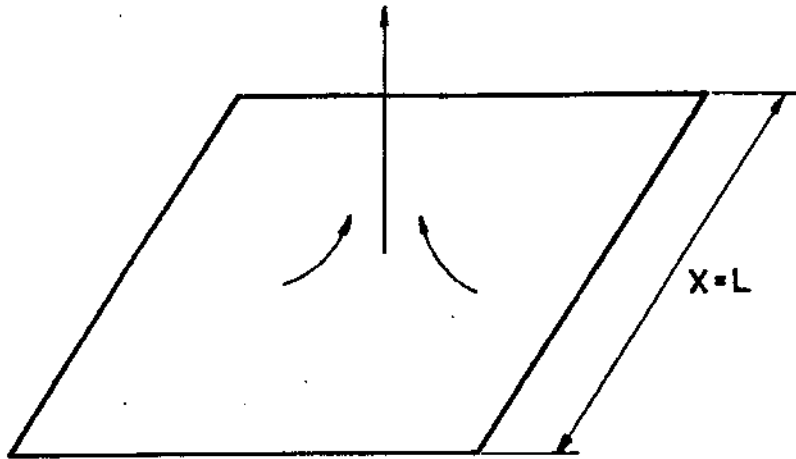


$C_f$	$N$	$K^*$	Fluxo
0,8	$1/4$	$\left[1 + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{Pr}}\right)^2\right]^{-1/4}$	Laminar
0,0246	$2/5$	$\left[\frac{Pr^{1/6}}{1 + 0,494Pr^{2/3}}\right]^{2/5}$	Turbulento

Fluxo Laminar -  $10^4 < Gr.Pr < 10^9$

Fluxo Turbulento -  $Gr.Pr > 10^9$

FIGURA 3.5 - Diagrama do fluxo convectivo em uma placa vertical.

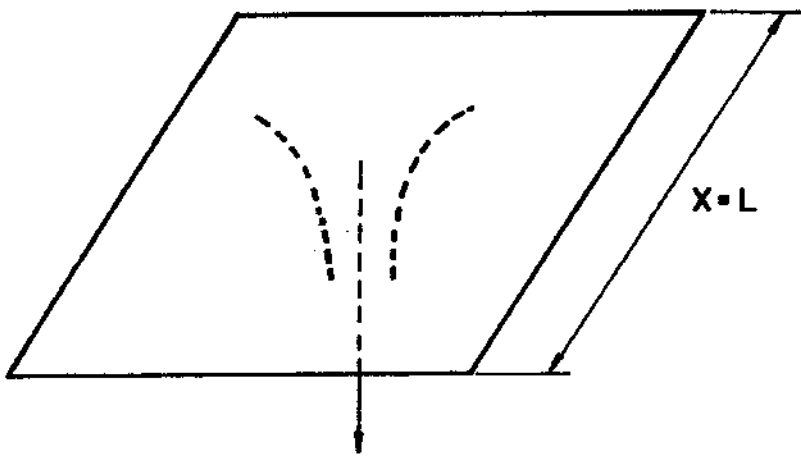


$C_1$	$N$	$K^1$	Fluxo
0,54	$1/4$	1	Laminar
0,14	$1/3$	1	Turbulento

Fluxo Laminar -  $10^4 < Gr.Pr < 10^9$

Fluxo Turbulento -  $Gr.Pr > 10^9$

FIGURA 3.6 - Diagrama do fluxo convectivo em uma placa horizontal, com a face aquecida voltada para cima.



$C_1$	$N$	$K^*$	Fluxo
0,27	1/4	1	Laminar

Fluxo Laminar  $10^4 < Gr.Pr < 10^9$

FIGURA 3.7 - Diagrama do fluxo convectivo em uma placa horizontal, com a face aquecida voltada para baixo.

$$h_g = \sigma \epsilon (T_s + T_o) (T_s^2 + T_o^2) + \frac{K}{X} (K' C_1 \left( \frac{g \gamma d^2 X^3 (T_s - T_o) c}{\eta K} \right)^N) \quad (3.45)$$

Dessa forma, a resistência térmica entre o meio envolvente e o molde ou o metal, para a direção x, é dado por:

$$R_x = \frac{1}{h_g \Delta y \cdot \Delta z} \quad (\text{direção } x) \quad (3.46)$$

Na figura 3.8 apresenta-se um diagrama esquemático dos principais modos de transmissão de calor no sistema metal/molde.

e) Transferência de calor entre o metal e o sistema de cabeça quente<sup>109-115</sup>

Um aspecto bastante particular a ser analisado dentro da evolução térmica em operações de lingotamento de metais, consiste na utilização de sistemas conhecidos como cabeças quentes. Tais dispositivos, que são montados no topo da lingoteira, são necessários para melhorar o perfil de contração do metal durante o processo de solidificação. Estes efeitos estão ilustrados nas figuras 3.9 e 3.10, as quais apresentam o desempenho de dois processos de lingotamento, com e sem sistemas de cabeça quente.

Um conjunto dessa natureza constitui-se essencialmente da introdução de placas isolantes e pós exotérmicos no topo do molde e que provocam um atraso no processo de transformação líquido/sólido nessa região do sistema metal/molde. A figura 3.11 ilustra um sistema típico de cabeça quente usado em operações industriais.

Com o objetivo de incluir a influência dos pós exotérmicos e placas isolantes na modelagem matemática do processo de lingotamento, é necessário analisar o desempenho térmico dos mesmos. Com relação às placas isolantes, praticamente não ocorre grandes modificações na modelagem inicial, já que o surgimento da cabeça quente implica apenas em se estabelecer um novo meio no sistema metal/molde. Por outro lado, o pós exotérmico exige um tratamento mais cuidadoso, já que o comportamento térmico do mes-

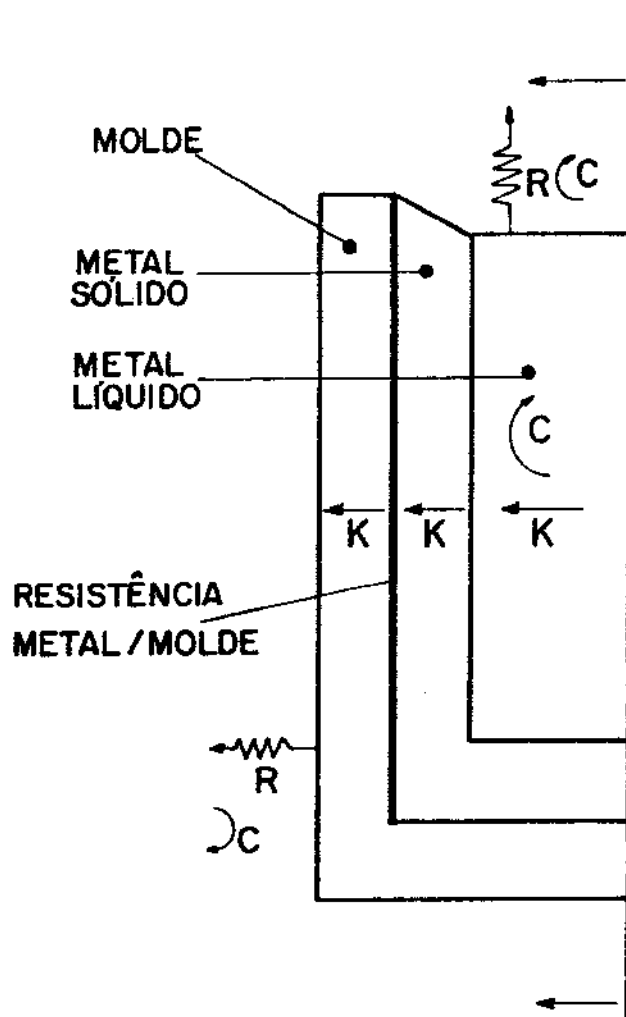


FIGURA 3.8 - Modos de transmissão de calor atuantes dentro de um sistema metal/molde.

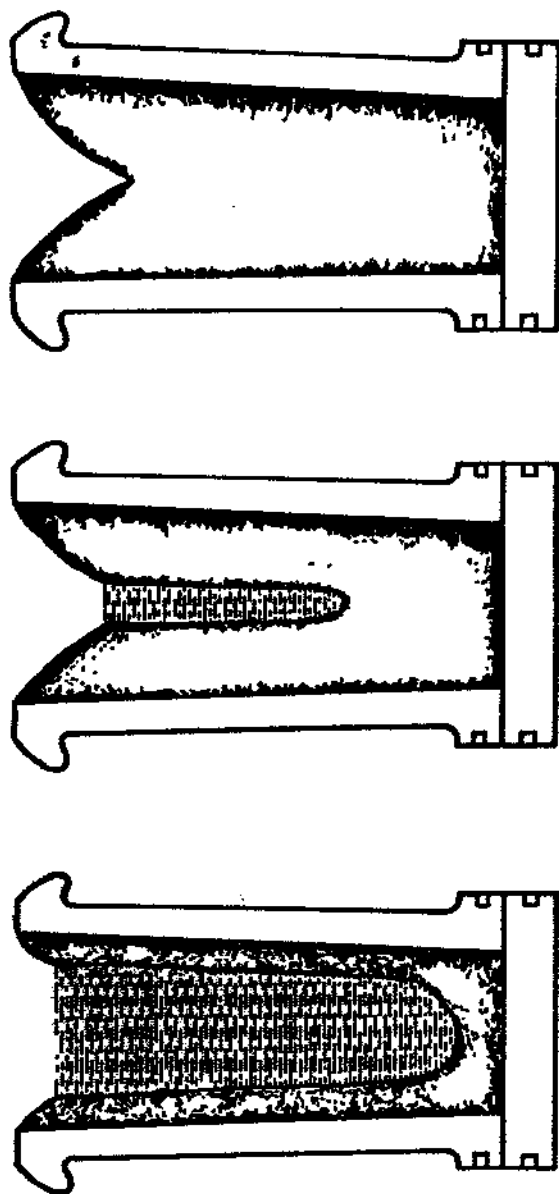


FIGURA 3.9 - Evolução da cavidade de topo durante o processo de lingotamento sem cabeça quente.



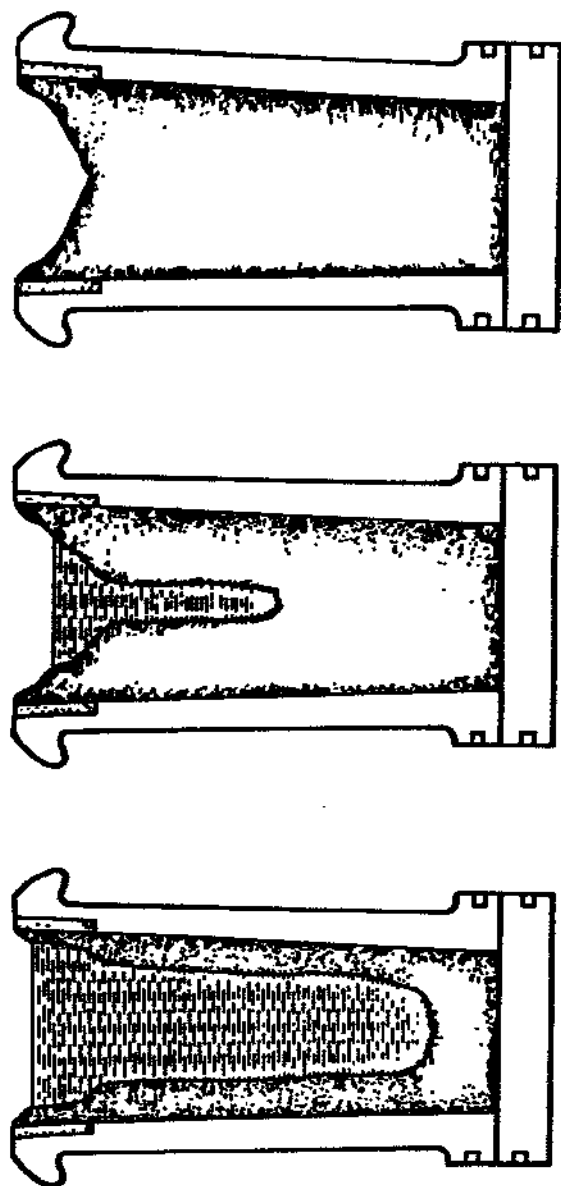


FIGURA 3.10 - Evolução da cavidade de topo durante o processo de lingotamento com cabeça quente.

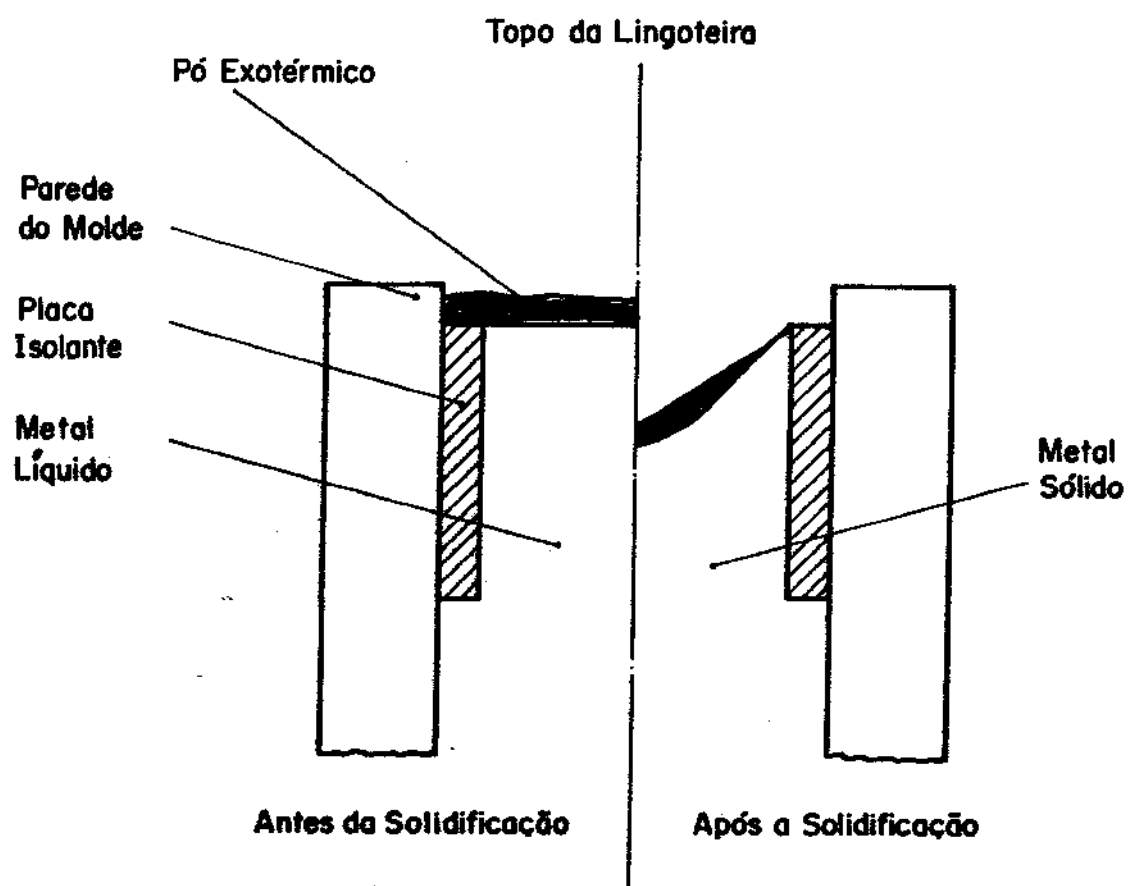


FIGURA 3.11 - Diagrama esquemático de um conjunto cabeça quente usado em processos de lingotamento.

mo é diferente ao longo da evolução do processo e pode ser sintetizado nas seguintes fases:

Inicialmente, quando tal pó entra em contato com o metal líquido, ele age como um sorvedouro de calor, resfriando momentaneamente o metal.

Numa segunda fase, após atingir a temperatura de ativação da reação exotérmica, o pó inicia o processo de liberação de energia para o metal líquido, retardando sua solidificação. Finalmente, quando a reação exotérmica é finalizada, o pó adquire um comportamento diferente, sendo que o efeito observável é o de um isolante térmico.

Na figura 3.12, pode-se observar a evolução do fluxo de calor superficial em relação ao tempo, obtido de um produto tipicamente usado em escala industrial no lingotamento de aço.

A inserção deste tipo de material na modelagem matemática do sistema metal/molde é executada partindo-se da discretização da curva de fluxo térmico característica do mesmo. De acordo com a capacidade de absorção ou geração de energia por unidade de superfície em contato com o metal lingotado, alimenta-se o modelo matemático de diferenças finitas por meio do tratamento individual de cada elemento de volume de metal em contato com o pó.

Inicialmente, tais nós perdem determinada quantidade de energia, de acordo com sua área de contato e sua curva de fluxo de calor versus tempo. Numa segunda etapa, os nós passam a receber a energia gerada pelo pó, sendo que a forma dessa liberação está novamente associada a área superficial e a citada curva.

No final, finda tal geração restará apenas um isolante térmico, facilmente acoplável ao modelo matemático.

Desenvolvidas todas as formas de transporte e geração de calor dentro do sistema metal/molde, o uso da ferramenta MDF consiste em aplicar a equação 3.1 para cada caso, de acordo com suas características de transmissão, absorção ou liberação de calor. É necessário ressaltar que na execução dessa etapa, o valor do incremento de tempo não deve ser elevado, pois se isso ocorre, a solução atinge condições não estáveis. A estabilidade dessa solução está ligada as limitações impostas pela equação 2.34.

Um dos problemas envolvidos no uso de um modelo dessa natureza está ligado ao tempo computacional dispendido na simula

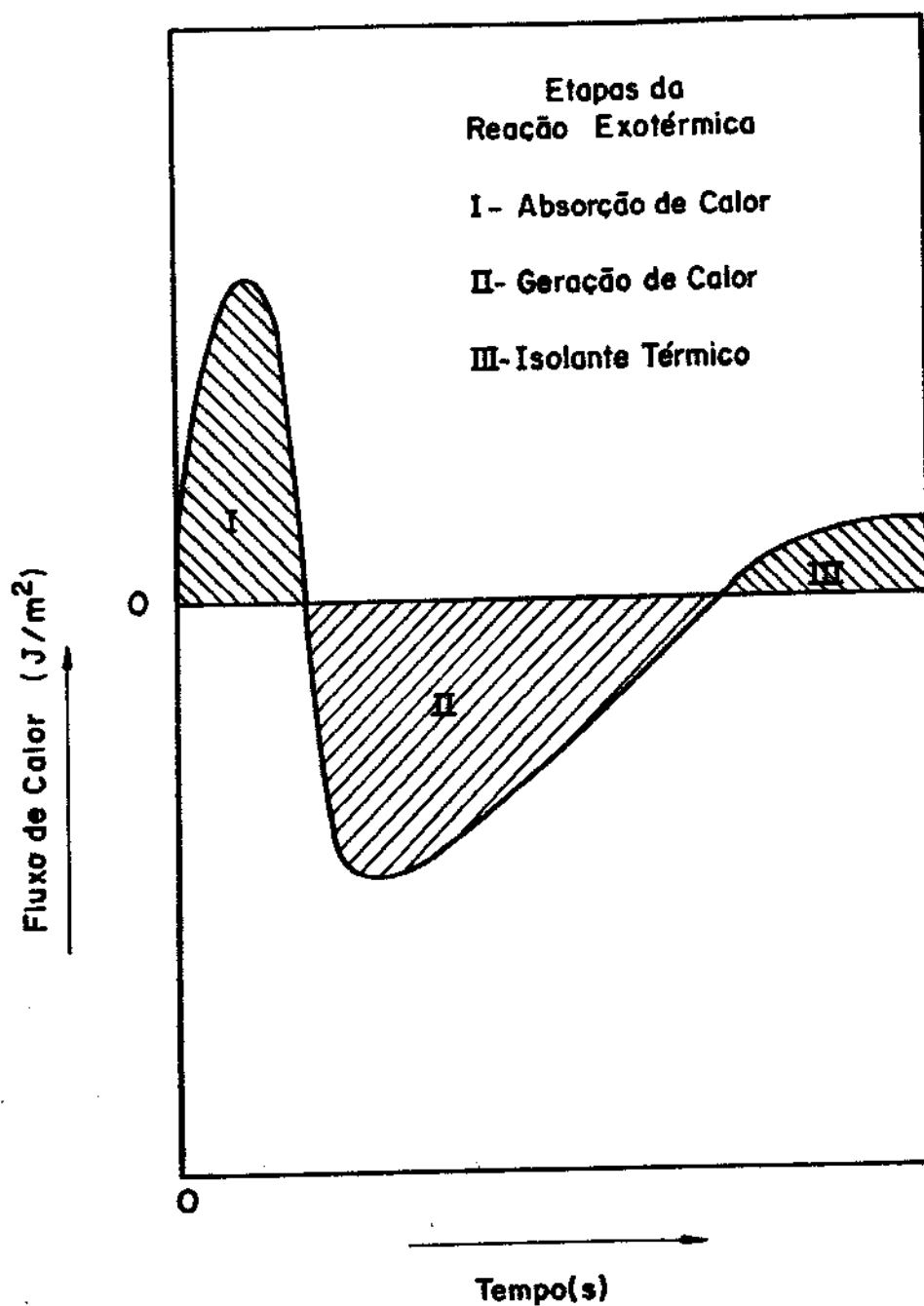


FIGURA 3.12 - Etapas da reação exotérmica em sistemas de cabeça quente. O fluxo indicado no diagrama refere-se ao calor gerado ou absorvido pelo material exotérmico. Etapas I e III - metal perde calor. Etapa II - metal recebe calor.

ção do processo. Esse tempo necessário para a finalização dos cálculos, pode ser razoavelmente minimizado, como também o arquivo de entrada de dados ser simplificado se as vantagens contidas nos planos de simetria do sistema metal/molde são aplicadas. Sabendo-se que durante a solidificação de uma peça, não se observa troca de calor entre uma região e sua imagem, uma simplificação interessante constitui-se em considerar apenas uma fração de modelo. Dessa forma, ao se produzir os mesmos resultados de uma análise completa, esta metodologia permite reduzir consideravelmente os esforços. Na figura 3.13, ilustra-se um exemplo de minimização de esforços obtida através da utilização de vantagens oferecidas por uma análise considerando os planos de simetria. A figura 3.14 apresenta o modelo de diferenças finitas concebido na forma de um fluxograma.

#### 3.4 - APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA OTIMIZAÇÃO DOS PROCESSOS DE FUNDIÇÃO E LINGOTAMENTO DE METAIS<sup>116-117</sup>

A etapa de otimização de um processo de lingotamento de metais torna-se um trabalho difícil, a medida que os progressos obtidos no campo da redução de custos e aumento na eficiência de produção são alcançados por meio de métodos do tipo tentativa e erro. Dessa maneira a importância contida em uma ferramenta que permite simular a evolução da solidificação em operações de fundição e lingotamento de metais é extremamente clara.

O desenvolvimento de formas de análise dessa natureza, como o MDF, oferece a oportunidade de simular o progresso de um processo de transformação líquido/sólido em metais, bem como desempenhar uma série de funções, tal como o projeto de um simples até um complexo sistema de conformação por meio da solidificação.

Dentro desse quadro, a modelagem da solidificação nesse processo permite tecer uma análise baseada em dois tipos básicos de informação, quais sejam: evolução da fração sólida no metal e evolução das temperaturas no conjunto metal/molde.

A evolução da fração sólida pode ser estudada por meio da elaboração de um diagrama que identifique essa fração em função do tempo em qualquer região do metal. Tal instrumento permite

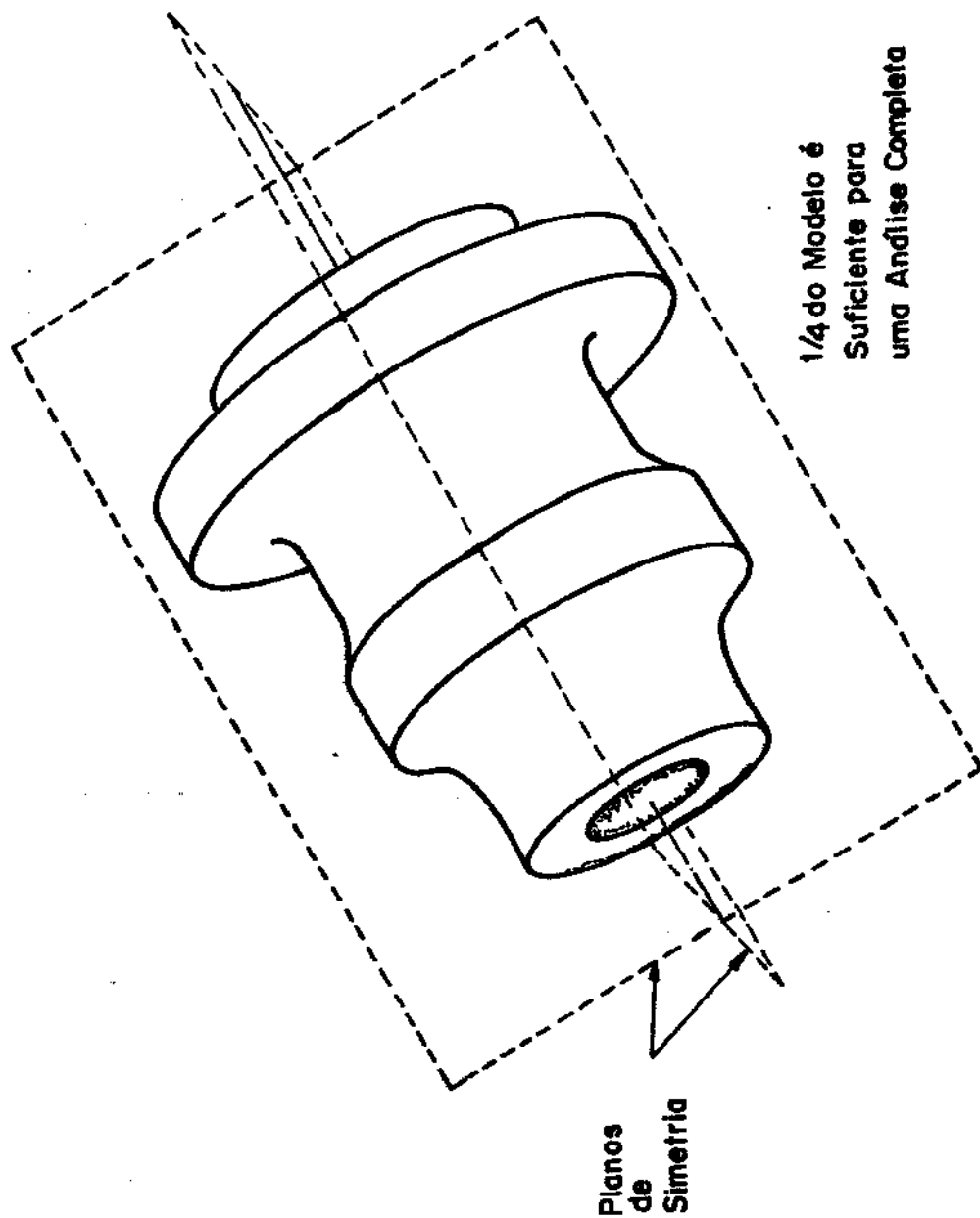


FIGURA 3.13 - Exemplo de minimização de esforços usando planos de simetria durante a modelagem matemática no processo de solidificação.

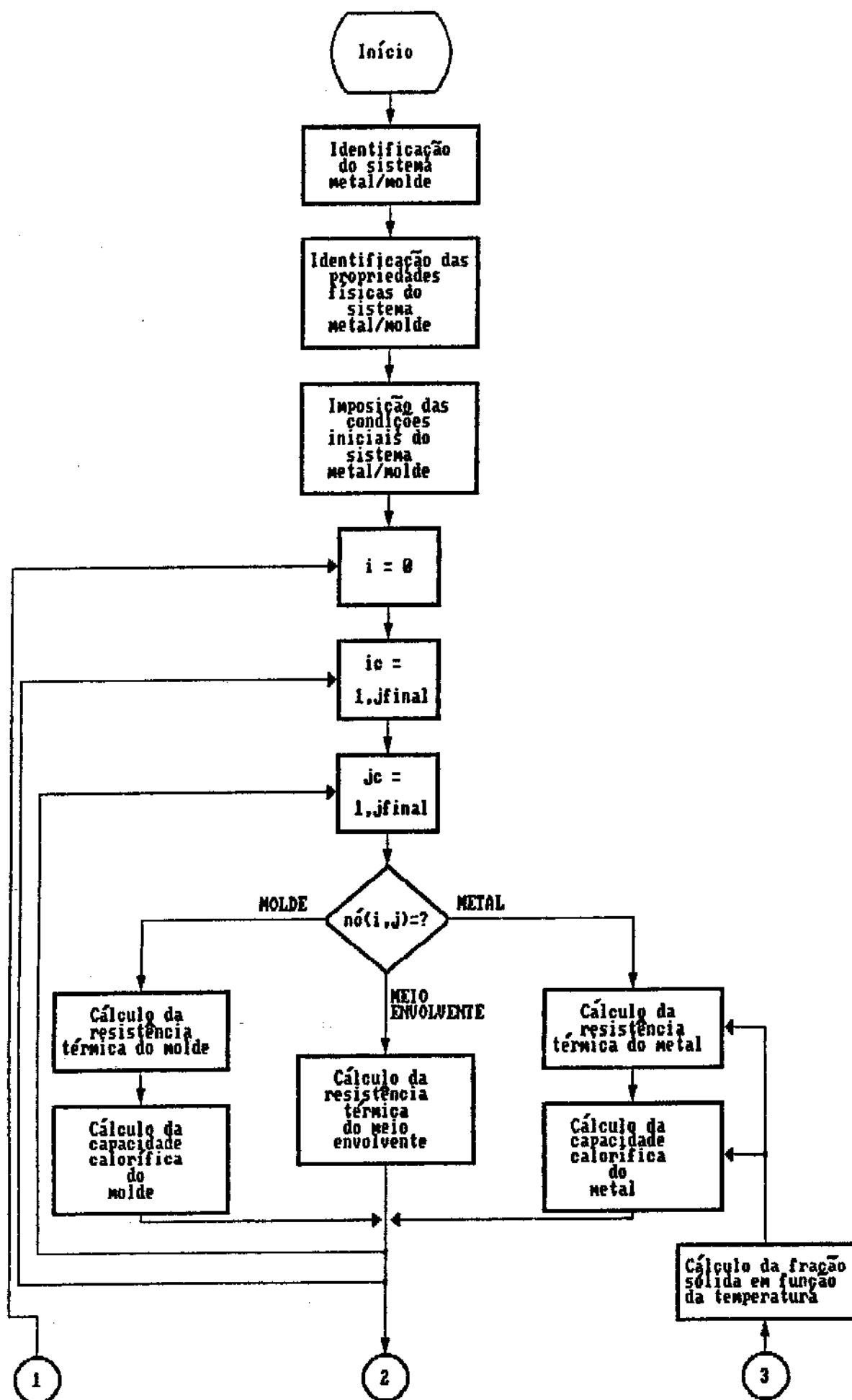


FIGURA 3.14.a - Fluxograma do método de diferenças finitas para análise da solidificação (1ª parte).

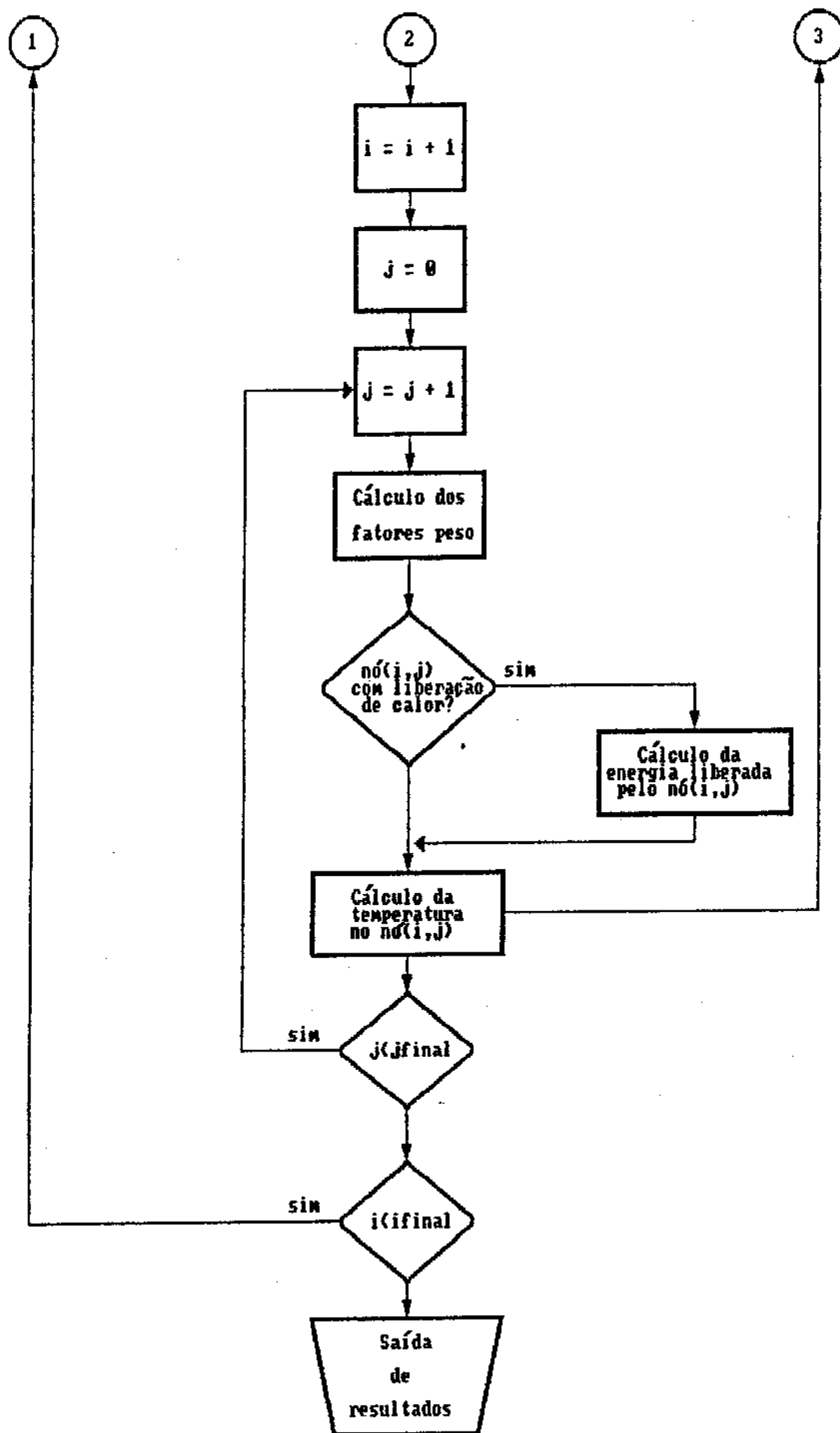


FIGURA 3.14.b - Fluxograma do método de diferenças finitas para análise da solidificação (2ª parte).



delinear a história da solidificação e assim mostrar, por exemplo, o tempo que um dado ponto em solidificação necessita para atingir a temperatura solidus. Por meio dessa informação é possível estabelecer parâmetros que controlam a operação de desmoldagem.

Tal operação é função do progresso da casca sólida que surge junto ao molde. Quando tal casca adquire especificações mecânicas que possibilitam que o metal líquido existente no conjunto não provoque o rompimento da mesma, surge então o momento de se desmoldar a peça fundida. Através de um exame da posição da curva solidus, juntamente com o estabelecimento de critérios básicos como a espessura mínima da casca sólida, determina-se o tempo mínimo para a produção de tal peça.

Outro aspecto significativo dentro desse modo de produção, é a possibilidade de um diagrama de evolução da fração sólida, juntamente com uma subrotina numérica estabelecer características precisas da formação de macrocavidades. Usando o modelo matemático de diferenças finitas é possível estabelecer um mapeamento de estados no sistema. Partindo-se desse mapeamento, juntamente com as considerações tecidas sobre a geração desses defeitos e observadas no item 2.2.3, é possível desenvolver um modelo de previsão deste tipo de defeito. A metodologia de cálculo elaborada, inicialmente caracteriza, dentro do metal, todos os pontos da rede em função de seus respectivos estados de agregação. Numa fase posterior, calcula-se a fração sólida do sistema e o respectivo volume de contração, já que esta porção, anteriormente apresentava-se como líquida e conseqüentemente num estado de menor compactação. Impondo o volume contraído na forma de um decréscimo no volume de líquido remanescente, é possível identificar as características das macrocavidades.

Este roteiro é executado continuamente entre pequenos intervalos de tempo e ao final da operação, tal mecanismo de cálculo permitirá descrever com exatidão a forma, posição e dimensões das macrocavidades. Esta rotina de cálculo pode ser melhor apreciada por meio do fluxograma exibido na figura 3.15.

Uma outra aplicação desse tipo de diagrama é provavelmente a mais importante é aquela que possibilita determinar as regiões onde a solidificação ocorre nos últimos instantes do processo. Nesses pontos concentrarão defeitos do tipo segregação de so-

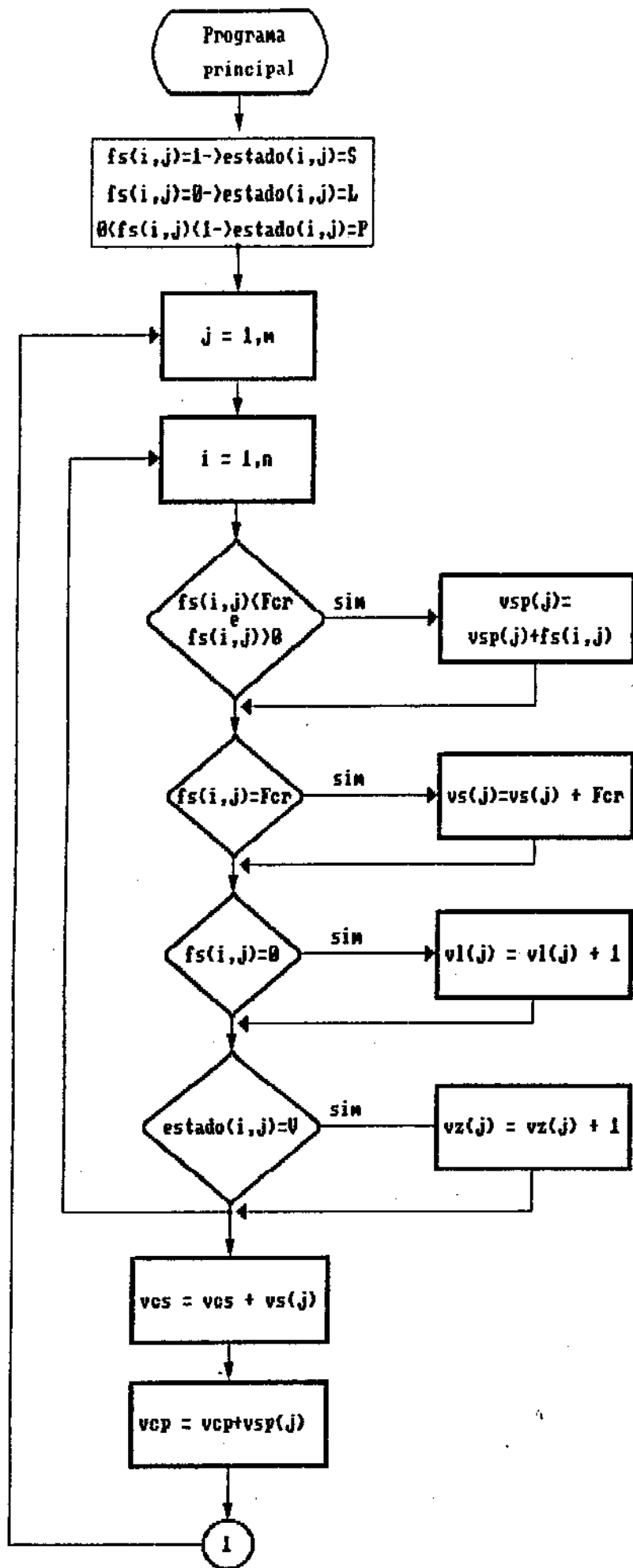
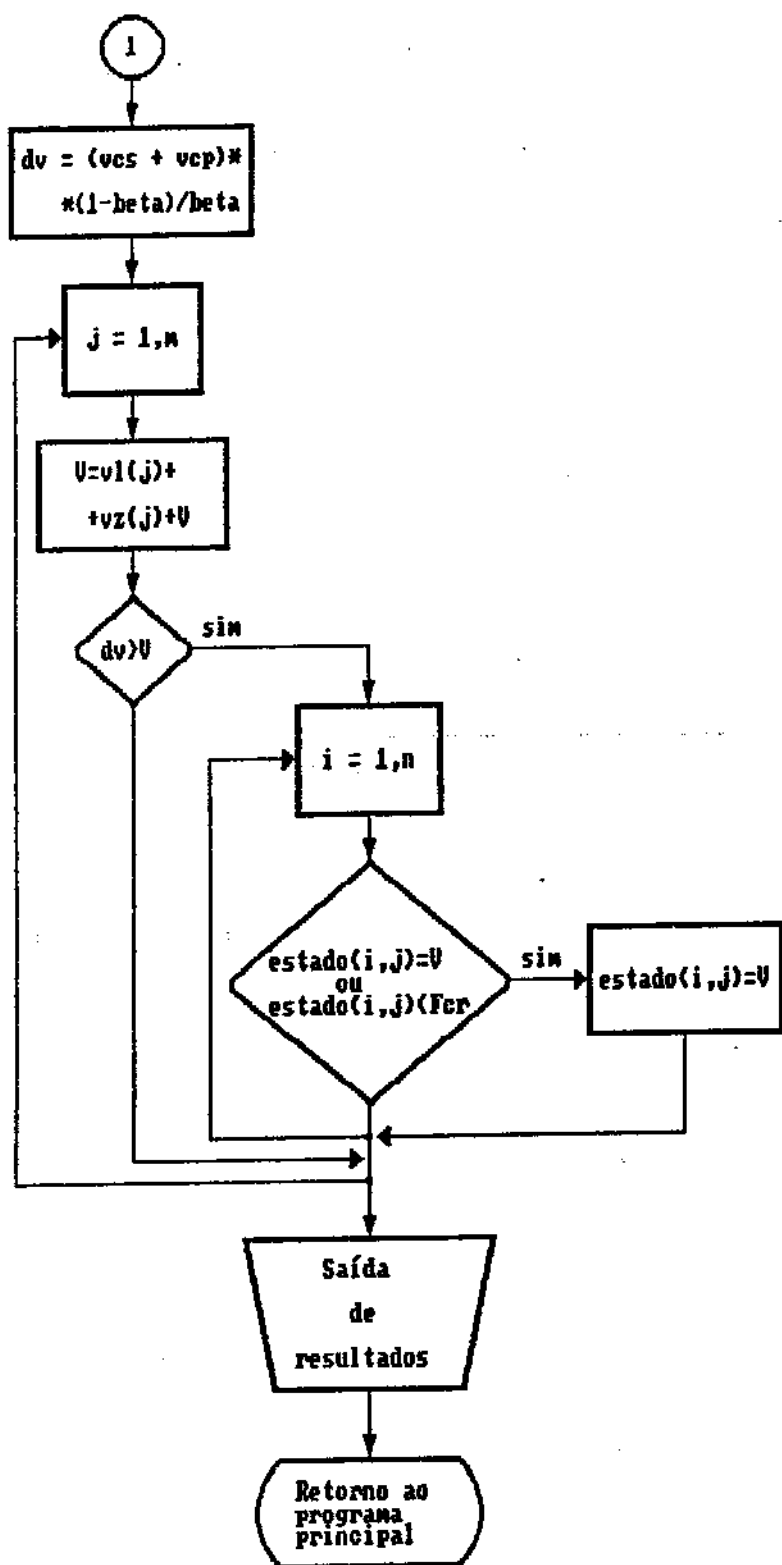


FIGURA 3.15.a - Fluxograma do modelo de previsão do fenômeno de macrocavidades (1ª parte).



Simbologia do Modelo	
beta	- fator de contração na solidificação
dv	- volume contraído de metal
estado(i,j)	- estado do metal
Fcr	- fração sólida crítica
fs(i,j)	- fração sólida
i,j	- posição no metal
L	- líquido
m,n	- dimensões do metal
S	- sólido
V	- volume não-sólido
vcp	- volume de sólido na região pastosa
vcs	- volume de sólido
vl(j)	- volume de líquido numa linha
vs(j)	- volume de sólido numa linha
vsp(j)	- volume de sólido na região pastosa numa linha
vz(j)	- volume de vazio numa linha

FIGURA 3.15.b - Fluxograma do modelo de previsão do fenômeno de macrocavidades (2ª parte)

lutos e porosidades.

Além das aplicações citadas, o diagrama da evolução da fração sólida pode fornecer detalhes a respeito da região pastosa. Delineando-se as propriedades dessa região, como por exemplo sua extensão física, é possível prever os fenômenos de macrosegregação resultantes do fluxo interdendrítico.

O outro tipo de análise que essa abordagem pode oferecer é através da evolução de temperaturas no conjunto metal/molde. Elaborando-se um diagrama que exponha a história térmica de um ponto, é possível identificar parâmetros básicos de um sistema em solidificação. A caracterização do gradiente térmico junto a interface de solidificação ( $G$ ), da velocidade de movimentação da mesma ( $V$ ), bem como da taxa de resfriamento ( $\dot{T}$ ), junto com as propriedades metalúrgicas do produto fundido, possibilitam tecer considerações sobre o resultado final dessa mudança de estado. Em função da intensidade desses parâmetros e seguindo os critérios sobre a evolução do fenômeno de crescimento dendrítico e descritos no item 2.2.2, pode-se elaborar um conjunto de condições que resulte numa programação microestrutural do metal solidificado. Uma forma eficiente de se avaliar uma estrutura crescida dendriticamente consiste em determinar as dimensões dos espaçamentos interdendríticos.

Tais parâmetros exercem influência significativa sobre as propriedades mecânicas do produto moldado, como também controlam de forma intensa, a eficiência de um tratamento de homogeneização de solutos. Outro ponto possível de se investigar, quando parâmetros como o gradiente e a velocidade estão disponíveis, consiste no fenômeno de microsegregação. Regiões onde o gradiente térmico é baixo ( $G < 300 \text{ K/m}$  para aços) é um indicativo que nesses pontos ocorrerá com bastante intensidade problemas de segregação de soluto.

Além das aplicações oferecidas por essa abordagem, a determinação da evolução térmica no sistema abre caminho para um estudo sobre os problemas de sollicitação mecânica que o molde percebe com o acréscimo de sua temperatura. Uma análise de tensões desse molde, baseada na evolução térmica do mesmo, pode contribuir com subsídios para um projeto eficiente de um sistema metal/molde.

## CAPÍTULO 4

### DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL

#### 4.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Concebido o modelo matemático na forma de um método de diferenças finitas capaz de descrever a transformação líquido/sólido em operações de lingotamento e fundição de metais, tornou-se necessário desenvolver um conjunto experimental que permitisse simular as condições operacionais típicas desses processos e assim tecer considerações sobre um confronto entre resultados dessas duas formas de análise.

Partindo-se desse conjunto elaborou-se uma série de experimentos, onde os principais parâmetros das técnicas de lingotamento e fundição foram abordados. Os resultados experimentais permitiram elaborar uma análise pela comparação dos mesmos com previsões fornecidas pelo desenvolvimento teórico.

#### 4.2 - ANÁLISE EXPERIMENTAL

O conjunto experimental é constituído essencialmente de três partes: materiais processados, molde e sistema de medidas.

##### 4.2.1. Materiais Processados (118-122)

No desenvolvimento destes experimentos, os metais foram selecionados na forma de ligas metálicas, pois dessa maneira foi possível obter a solidificação dentro de uma faixa de temperatura, como é o caso da transformação líquido/sólido observada na grande maioria das situações industriais.

O critério de escolha do tipo de liga, basicamente recaiu sobre as propriedades físicas mais importantes nessa investigação e também sobre os aspectos operacionais que facilitassem a

execução das experiências.

Essas propriedades, as quais tem relação íntima com o desenvolvimento dos fenômenos envolvidos no processo em questão, concentraram-se na condutibilidade térmica e no índice de contração volumétrica durante a mudança de estado<sup>(37,42)</sup>. Dentro desse quadro de condições, optou-se pela liga Al-4,5 Cu, a qual além de exibir alto valor de condutibilidade, que permite uma exigente avaliação de modelos teóricos, também apresenta elevado fator de contração, que por sua vez possibilita uma análise mais precisa da formação de cavidades no metal solidificado<sup>(117)</sup>. Em adição a essas particularidades, a liga mencionada está contida em um dos sistemas metálicos não ferrosos mais importantes ao nível industrial.

Na tabela 4.1 são apresentadas algumas propriedades dos metais usados na realização de experimentos e na tabela 4.2 encontram-se as composições químicas dos mesmos. Na figura 4.1, observa-se o diagrama de fase da liga Al-Cu e na tabela 4.3 estão as principais características dessa liga, com a composição mencionada.

#### 4.2.2. Molde

O desenvolvimento experimental executado neste trabalho envolveu a análise dos dois meios básicos de conformação de metais através da solidificação: o processo de lingotamento e o processo de fundição.

O processo de lingotamento foi elaborado a partir de um molde maciço que foi dimensionado com o objetivo de simular condições reais de processos industriais dessa natureza. Suas características permitem produzir um lingote com 0,105 m de altura, 0,08m de largura e 0,12 m de profundidade. Esta lingoteira foi confeccionada em aço 1020, sendo que suas paredes foram montadas através de parafusos. Um desenho esquemático da mesma é apresentado na figura 4.2. Na figura 4.3 pode ser visto o mesmo molde montado e desmontado.

Outro aspecto importante visto na figura 4.2, é o suporte de fixação dos termopares, pois sem esse recurso, os elementos sensores de temperatura poderiam sofrer alterações em seus posi-

TABELA 4.1 - Propriedades físicas dos metais que constituem a liga processada (118-121).

PARÂMETROS	METAL	
	Alumínio	Cobre
$c_L$ (J/kg K)	1080	495
$c_s$ (J/kg K)	1130	385
$d_L$ (Kg/m <sup>3</sup> )	2380	8000
$d_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	2600	8900
H (J/kg)	385.000	209.000
$K_L$ (W/mK)	93	166
$K_s$ (W/mK)	209	397
$T_f$ (K)	933	1356

TABELA 4.2 - Composição química dos metais processados (análise elaborada nos laboratórios da Metal Leve S/A) (43).

METAL	COMPOSIÇÃO QUÍMICA - PORCENTAGEM EM PESO									
	Sn	Zn	Fe	Ni	Mn	Pb	Cu	Si	Mg	Cr
Alumínio	-	-	0,182	0,0148	-	-	0,0242	0,103	0,0013	-
Cobre	-	-	-	-	-	0,002	resto	0,09	-	0,27



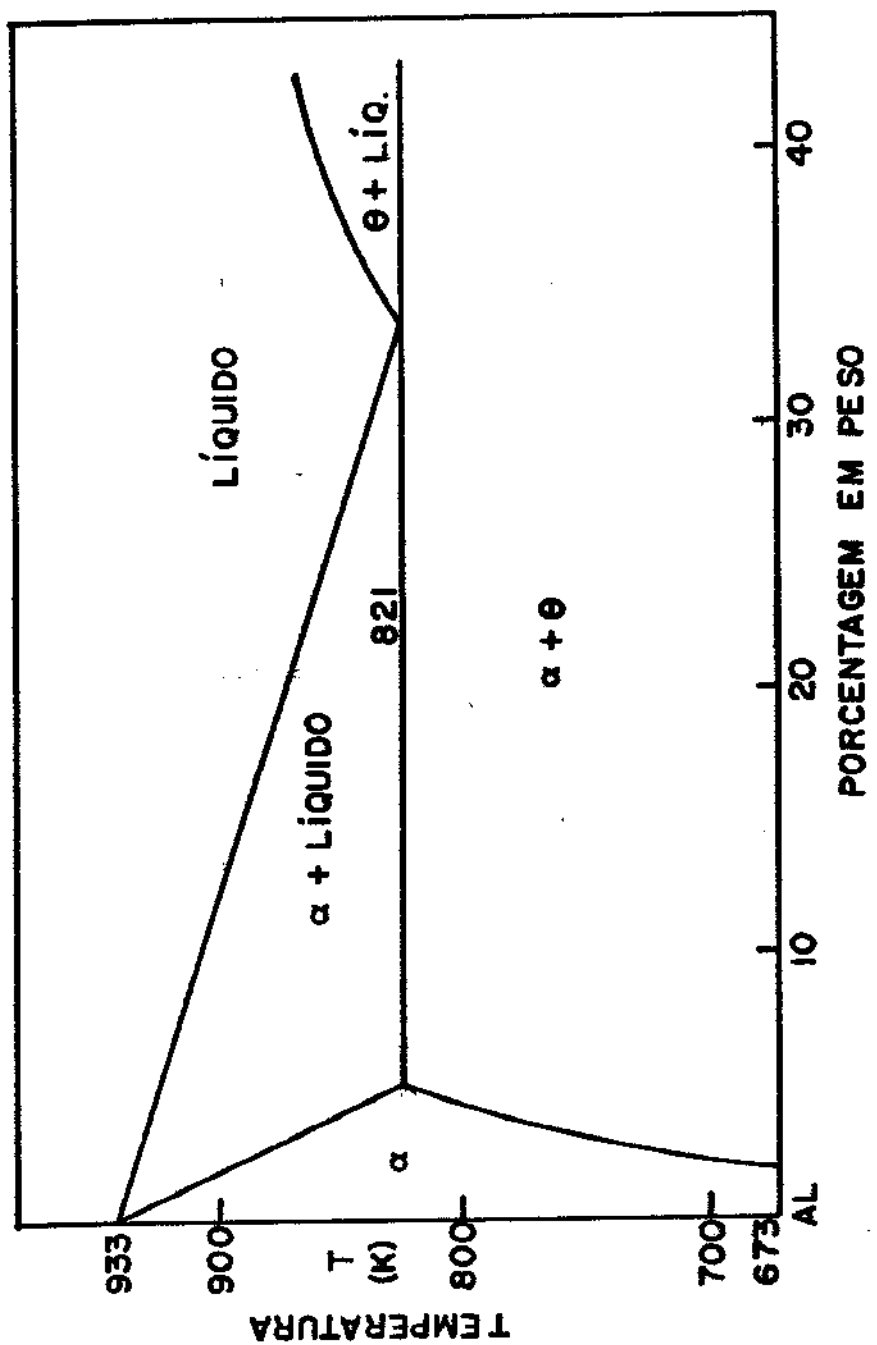


FIGURA 4.1 - Diagrama de equilíbrio da liga Al-Cu (122).

TABELA 4.3.a - Parâmetros característicos da liga Al-4,5 Cu<sup>(43,118-122)</sup>.

PARÂMETRO	Liga Al-4,5 Cu
$c_L$ (J/kg K)	920
$c_s$ (J/kg K)	880
$d_L$ (kg/m <sup>3</sup> )	2650
$d_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	2750
H (J/kg)	360.000
$K_L$ (W/mK)	100
$K_s$ (W/mK)	180
$T_L$ (K)	920
$T_s$ (K)	821

TABELA 4.3.b - Valores característicos de parâmetros usados na determinação da constante J para a liga Al-4,5 Cu<sup>(43)</sup>.

PARÂMETRO	Liga Al-4,5 Cu
$c_e$ (% peso)	33,0
$c_o$ (% peso)	4,5
$D_L$ (m <sup>2</sup> /s)	$5,0 \times 10^{-9}$
H (J/m <sup>3</sup> )	$1,08 \times 10^9$
$k_o$ (Adimensional)	0,17
$m_L$ (k/% peso)	-3,39
$G_{sL}$ (J/m <sup>2</sup> )	$1,2 \times 10^{-1}$

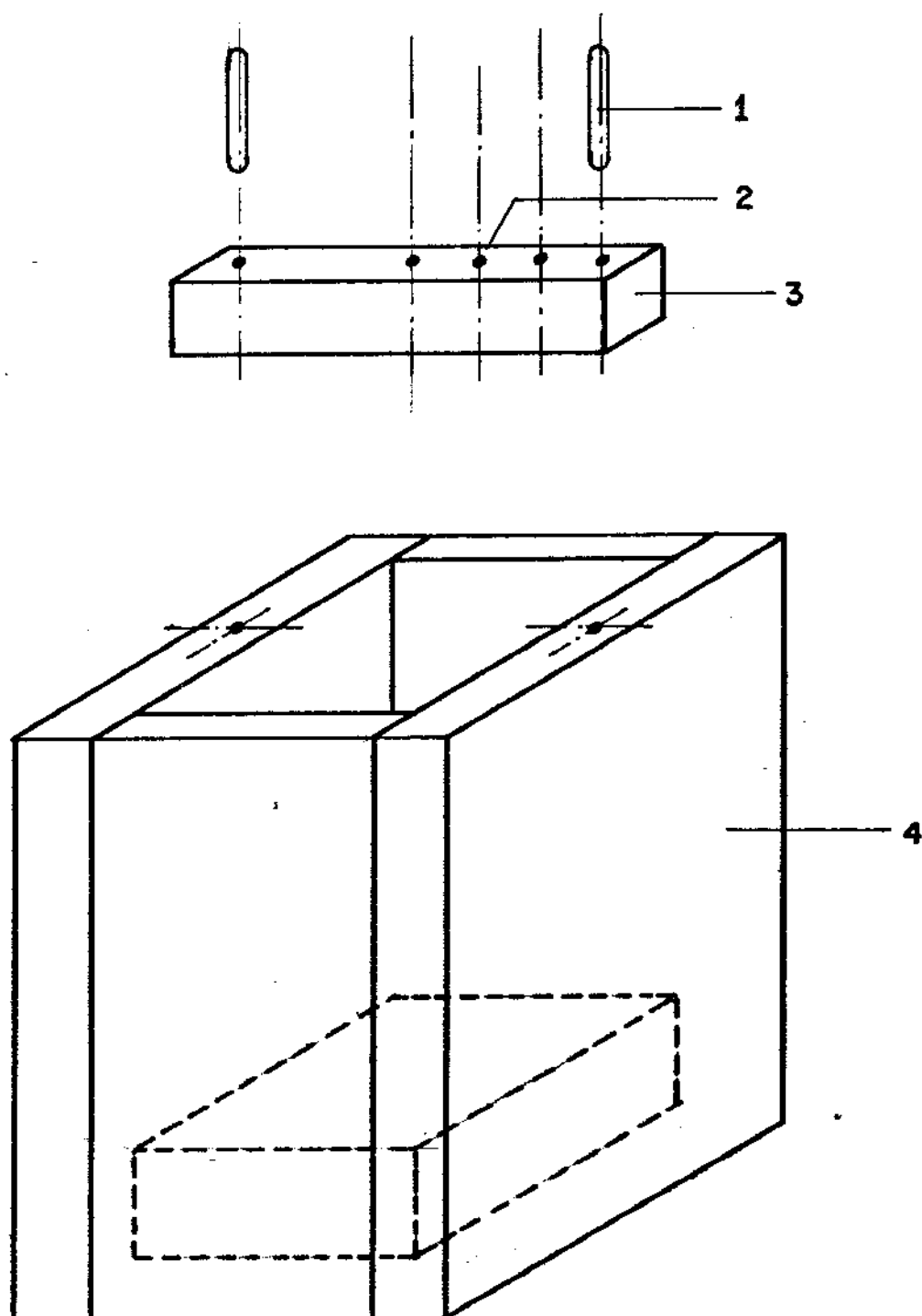
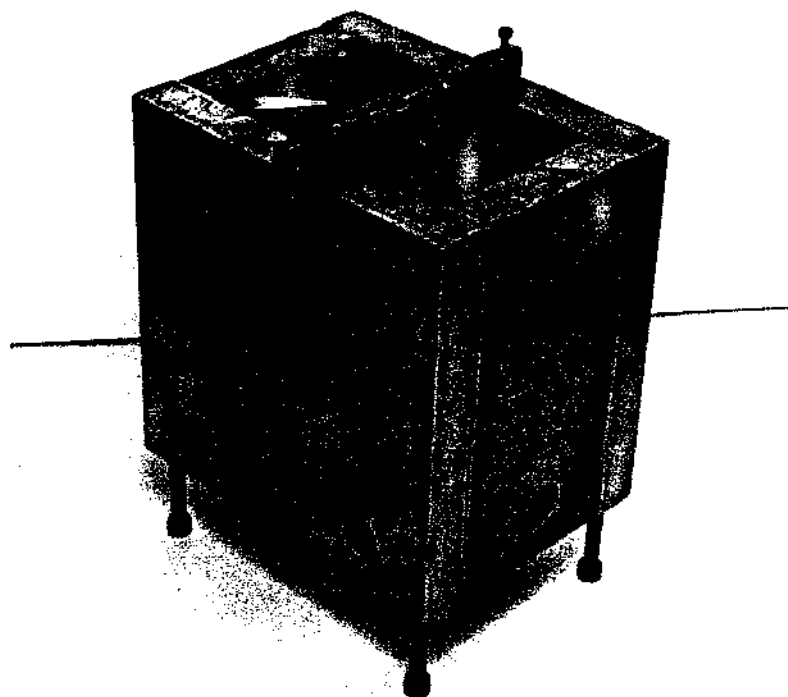
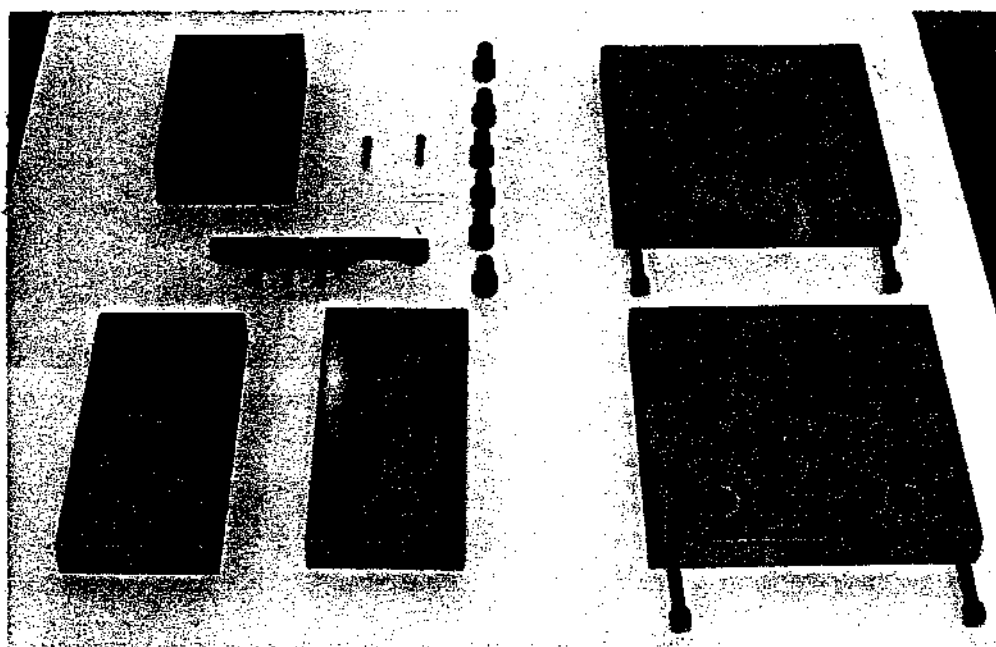


FIGURA 4.2 - Diagrama esquemático do molde usado no lingotamento.

1. Pino Guia do suporte de termopares
2. Orifício de fixação de termopares
3. Suporte dos termopares
4. Molde.



(a)



(b)

FIGURA 4.3 - Molde usado no processo de lingotamento.

a) Montado

b) Desmontado.

cionamentos durante a operação de vazamento do metal líquido, provocando erros nas medidas. Na figura 4.4, observa-se um diagrama do posicionamento dos pontos monitorados pelos termoelementos dentro do sistema metal/molde. Uma característica singular do conjunto simulador do sistema metal/molde industrial, é a possibilidade do mesmo permitir a execução de experimentos onde a parte superior do molde pode acomodar placas isolantes. Tais placas possibilitam analisar a influência de isolantes térmicos na formação da bolsa de topo em lingotes.

A análise experimental da técnica de fundição foi obtida através da solidificação de metais em molde de areia. Com a intenção de conseguir subsídios sobre a aplicabilidade do modelo teórico concebido neste trabalho, no tratamento de peças com geometrias não regulares, foi idealizado um sistema de moldagem apto a produzir peças metálicas fundidas com a forma característica de uma palheta de turbina a gás.

Na execução desse experimento, inicialmente foi construído um modelo da geometria escolhida em madeira, como mostra a figura 4.5. Partindo-se desse modelo, confeccionou-se o molde em areia com resina, conforme ilustra a figura 4.6. Na figura 4.7 é apresentada uma peça obtida por essa técnica. A análise de temperaturas dentro do sistema metal/molde foi elaborada a partir da introdução de termopares dentro do mesmo, como pode ser visto no diagrama da figura 4.8.

Devido as geometrias empregadas nos processos de lingotamento e fundição, os fluxos de calor observados serão preponderantemente bidirecionais no interior do metal.

Na tabela 4.4 apresenta-se uma relação das principais propriedades físicas dos materiais usados na confecção dos moldes.

#### 4.2.3. Sistema de medidas

Os resultados decorrentes das duas formas de análise experimental podem ser agrupados em dois tipos: medidas relativas à cinética de solidificação (mapeamento térmico e avanço das isotermas de transformação solidus e liquidus) e medidas relativas a metalografia do metal solidificado (macro cavidades e espaçamentos interdendríticos). O movimento das isotermas de transformação du-

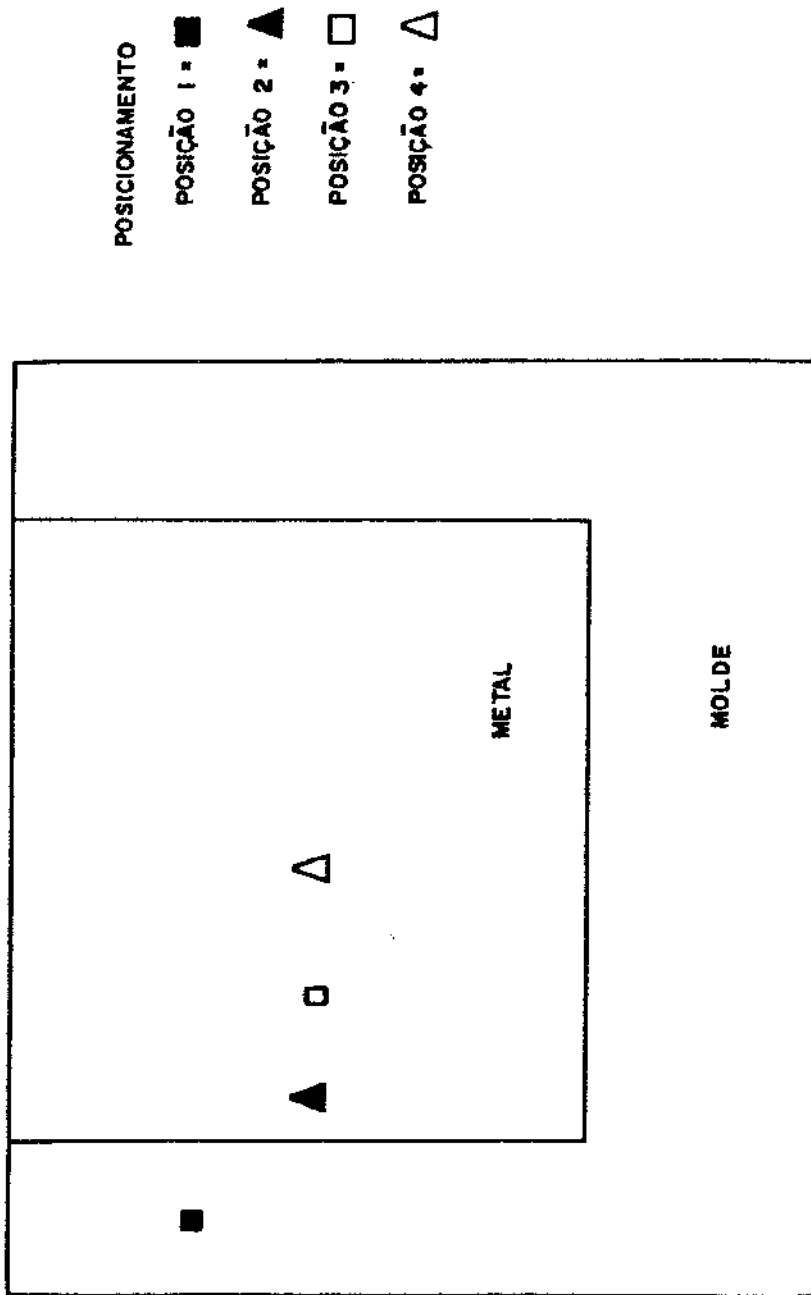


FIGURA 4.4 - Posicionamento dos termopares dentro do sistema metal/molde no processo de lingotamento.

rante o processo, bem como a evolução das temperaturas ao longo do sistema metal/molde, foram obtidos por meio da introdução de termopares em pontos pré-determinados dos dois sistemas (lingotamento e fundição).

TABELA 4.4.- Propriedades físicas dos materiais usados na confecção dos moldes.

PARÂMETRO	MATERIAL	
	AÇO DOCE	AREIA
$C_s$ (J/kgK)	670	1047
$d_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	7800	1600
$K_s$ (W/mK)	29,3	0,84

Os termopares usados eram do tipo K, que são construídos a base de cromel/alumel. Estes sensores tinham diâmetro de  $0,3 \times 10^{-3}$  m, isolamento mineral recoberta com bainha de aço inoxidável de  $1,5 \times 10^{-3}$  m de diâmetro, devidamente acoplados a um registrador de temperaturas multi-canal.

Opcionalmente, estes termopares podiam ser conectados a um termômetro digital que permitia a leitura direta da temperatura.

Estes sensores, para evitar que os mesmos reagissem com o metal líquido, receberam uma camada de grafite em pó em solução com álcool. Esta película, além de proteger os termopares, também facilitava a retirada dos mesmos do interior do metal solidificado.

Os resultados obtidos através do registrador gráfico tinham sua precisão limitada em 0,25% do fundo de escala, que resulta em uma precisão de  $\pm 2$  K quando o fundo de escala era de 1073K. A figura 4.9 mostra um exemplo de registro térmico obtido em um dos experimentos.

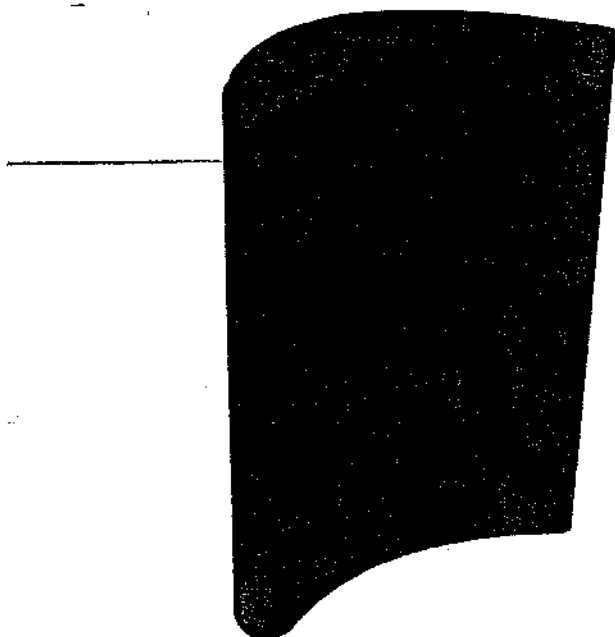


FIGURA 4.5 - Modelo em madeira usado na confecção do molde em areia no processo de fundição.

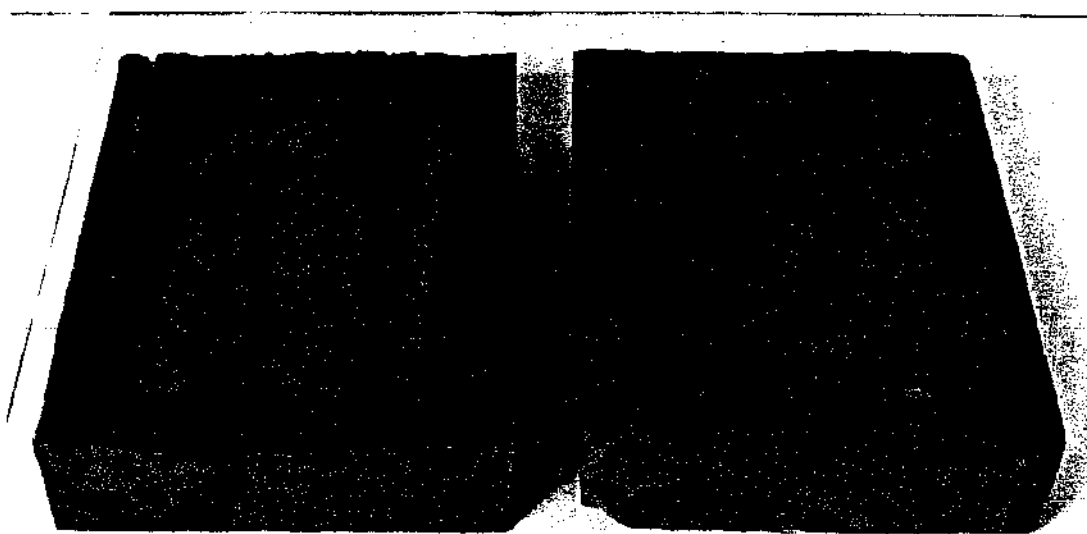


FIGURA 4.6 - Molde em areia usado no processo de fundição.



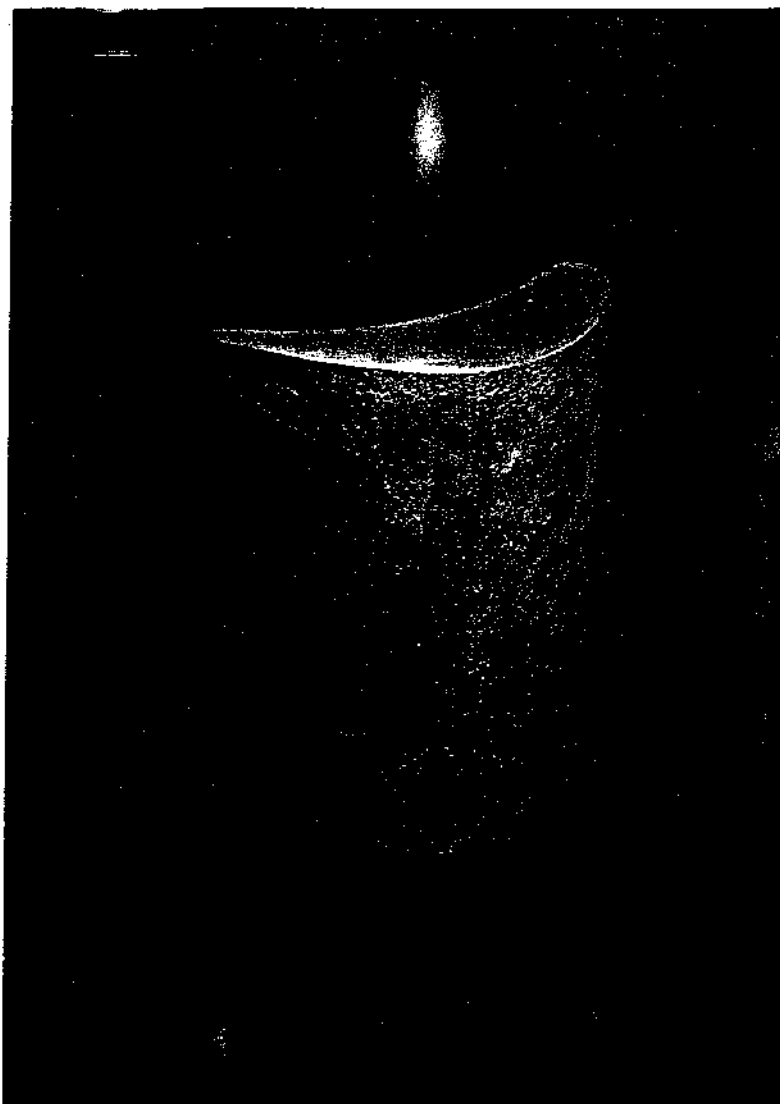


FIGURA 4.7 - Peça metálica obtida no processo de fundição.

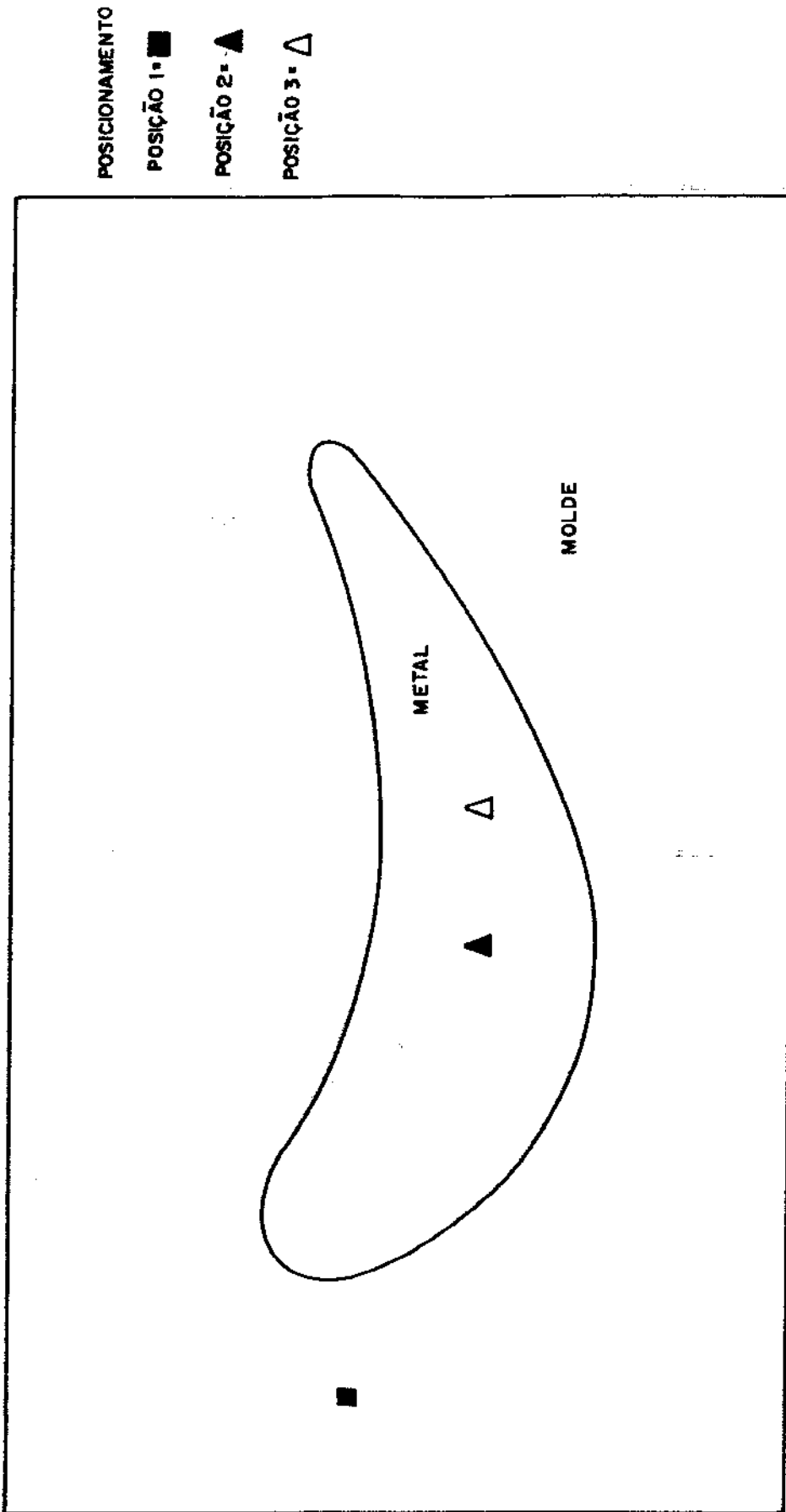


FIGURA 4.8 - Posicionamento dos termopares dentro do sistema metal/molde no processo de fundição.

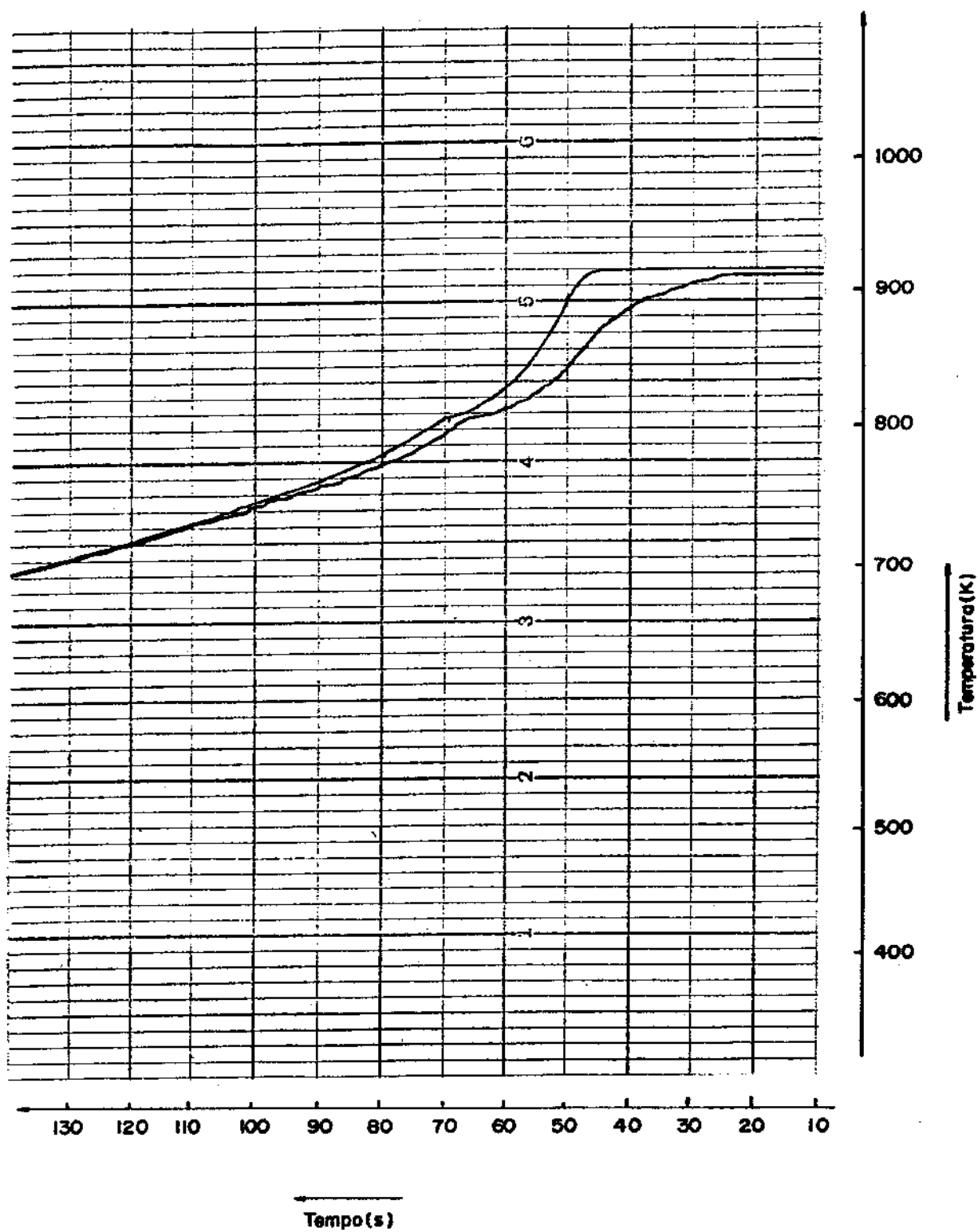


FIGURA 4.9 - Registro térmico obtido durante a execução de um experimento.

A análise metalográfica contemplou essencialmente a identificação de cavidades desenvolvidas ao longo da solidificação e medidas de espaçamento interdendríticos resultantes do crescimento não plano. Esta análise foi executada através de uma etapa inicial onde as peças metálicas solidificadas no processo de lingotamento eram seccionadas, de forma a obter duas partes iguais. Após o corte das amostras, uma destas peças recebia um tratamento metalográfico que constava de polimentos mecânico e eletrolítico.

Através desse procedimento, foi possível determinar a existência, posição e tamanho das macrocavidades, seja no topo do lingote ou no interior do mesmo, bem como revelar as características da estrutura dendrítica. O exame desta estrutura permitiu estabelecer em diversos pontos do metal, os espaçamentos interdendríticos secundários.

#### 4.2.4. Metodologia

Após a elaboração da liga usada na execução dos experimentos, a mesma era fundida em um forno de aquecimento a gás. O controle de temperaturas desses metais foi feito por meio de um termopar tipo K, conectado a um termômetro digital. Quando o metal líquido apresentava a temperatura indicada para o vazamento, o mesmo era realizado. Antecedendo esta etapa, para o caso do lingotamento, as paredes internas do molde sofriam uma fase de polimento, tendo como objetivo melhorar o contato térmico metal/molde.

Na figura 4.10 são mostrados os conjuntos experimentais completos que foram usados durante a condução dos experimentos.

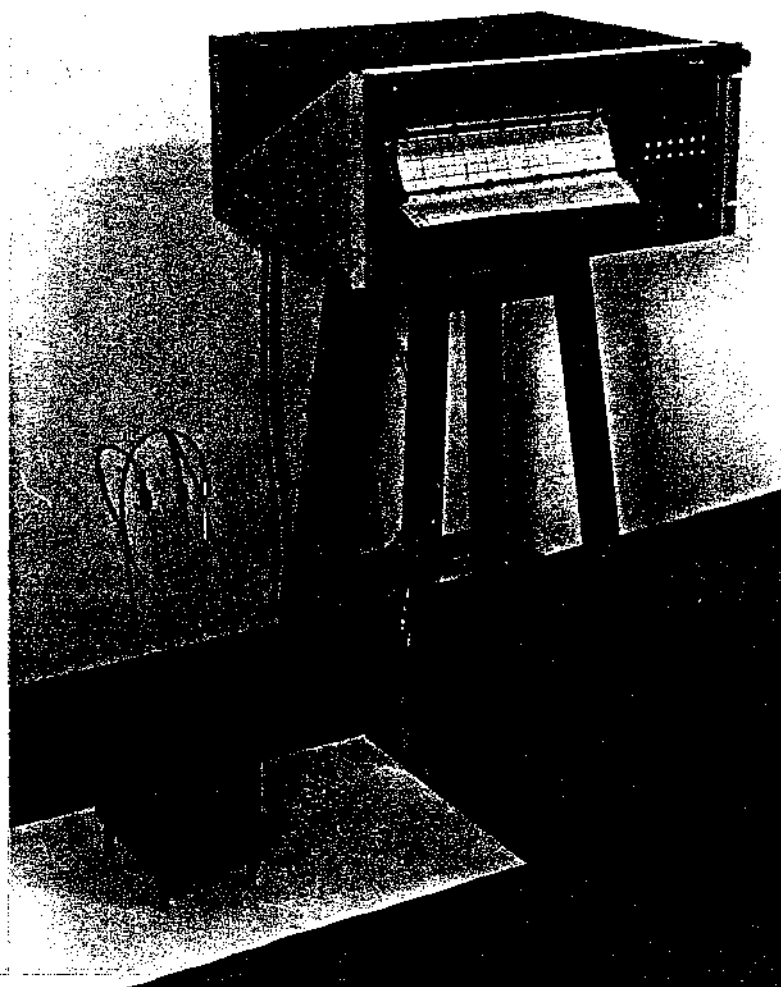


FIGURA 4.10.a - Conjunto experimental usado na condução do experimento de lingotamento.

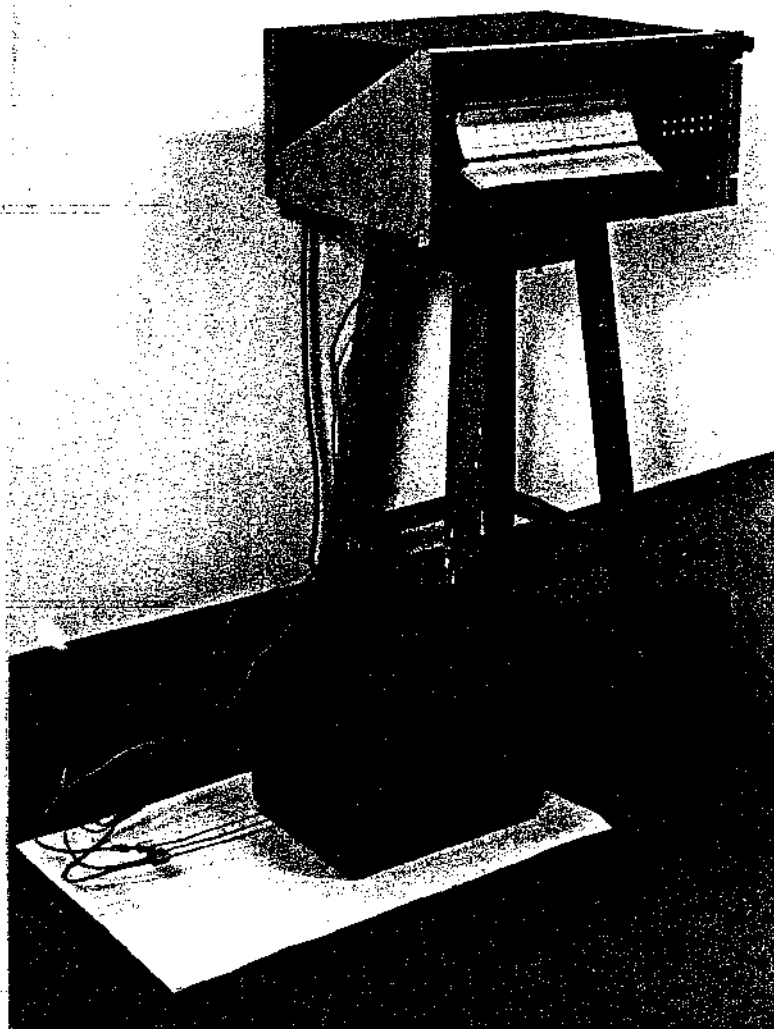


FIGURA 4.10.b - Conjunto experimental usado na condução do experimento de fundição.

## CAPÍTULO 5

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 5.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os resultados experimentais obtidos ao longo do desenvolvimento deste trabalho estão divididos em uma parte onde foi analisada a evolução do campo térmico durante a solidificação e outra onde realizou-se a investigação da macro e microestrutura resultante. Em ambos os casos comparou-se tais resultados com previsões teóricas fornecidas pelo modelo numérico concebido.

#### 5.2 - CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO

Esperimentos relacionados aos processos de fundição e lingotamento da liga Al-4,5Cu permitiram avaliar a eficiência do modelo desenvolvido, quando aplicado ao acompanhamento da evolução térmica no interior do sistema metal/molde.

Inicialmente apresenta-se o resultado obtido da simulação do processo de lingotamento. Isto é feito através da figura 5.1, onde pode ser visto o comportamento térmico de quatro pontos situados no sistema metal/molde e posicionados de acordo com a figura 4.4. Nesta mesma ilustração são mostrados resultados experimentais (linhas contínuas) comparados com as previsões fornecidas pelo método matemático (linhas tracejadas). No experimento em questão, efetuou-se a operação de vazamento com superaquecimento de 3 K, sendo que molde e ambiente estavam em equilíbrio a 300 K.

A figura 5.1.a exibe a evolução de temperaturas num ponto situado dentro do molde e designado de "posição 1". A comparação de resultados experimentais com os obtidos por meio do modelo numérico, mostra que ocorreu uma concordância limitada. Convém salientar que esta diferença é devida basicamente a dois fatores. O primeiro relaciona-se com o aumento da resistência térmica de con

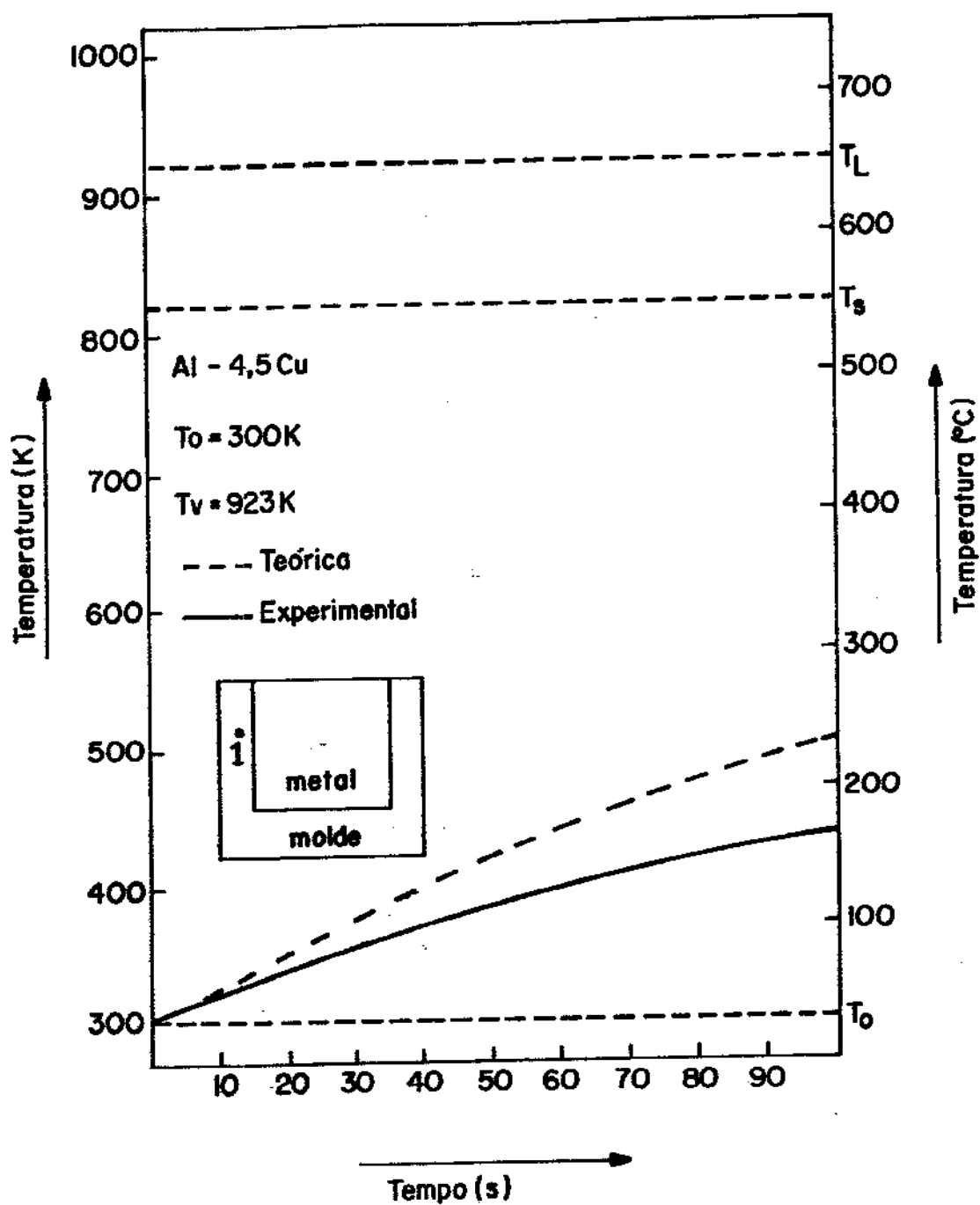


FIGURA 5.1.a - Confronto teórico/experimental da evolução térmica durante a solidificação no processo de lingotamento na posição 1.



tato existente entre o metal e o molde, que se eleva a medida que o metal ao solidificar, contrai, permitindo seu descolamento da lingoteira. O outro fator está ligado a deficiência no contato térmico existente entre o termopar que monitora esta posição e o material do molde. Na figura 5.1.b, apresenta-se a evolução de temperatura na posição 2. Confrontando-se resultados teóricos e experimentais desse ponto, nota-se que as duas formas de análise exibem boa concordância e as diferenças observadas se devem a localização desse ponto (próximo a interface metal/molde), o qual tem seu comportamento térmico diretamente afetado pela variação do coeficiente de transmissão de calor entre os dois meios dessa interface ( $h$ ). Mesmo assim, o método numérico permitiu acompanhar a evolução do perfil térmico durante a solidificação, ocorrendo diferenças após o ponto já ter solidificado, quando então a influência da variação de  $h$  tornou-se mandatória. A figura 5.1.c apresenta a história térmica relativa a posição 3, que está situada no metal. Uma avaliação do estudo comparativo teórico/experimental permite afirmar que apesar da concordância exibida inicialmente, ao final da solidificação surge certa divergência entre as duas formas de análise. O motivo de tal discordância, além da variação da resistência de contato metal/molde, está calcada no fenômeno de formação de cavidade de topo no lingote. A liga Al-4,5Cu apresenta um significativo grau de contração volumétrica durante a solidificação. Em função desse fato, a cavidade formada na parte superior do metal é relativamente grande, o que propicia troca térmica por radiação e convecção mais intensa, entre a região central do lingote e o meio ambiente. Dessa maneira, o processo de solidificação nessa região é mais rápido que o previsto teoricamente. O modelo numérico foi idealizado de forma a prever tal fenômeno, caso contrário a discordância obtida entre as duas técnicas de análise deveria ser maior.

Na figura 5.1.d, retrata-se a evolução térmica da posição 4 da figura 4.4. Os resultados teóricos e experimentais mostram-se como coerentes, pois nesse caso a alteração da troca térmica imposta pela cavidade formada no topo do metal foi eficientemente prevista pelo modelo numérico e também a resistência de contato metal/molde, por estar distante desse ponto, não afetou significativamente o comportamento do mesmo durante a solidificação.

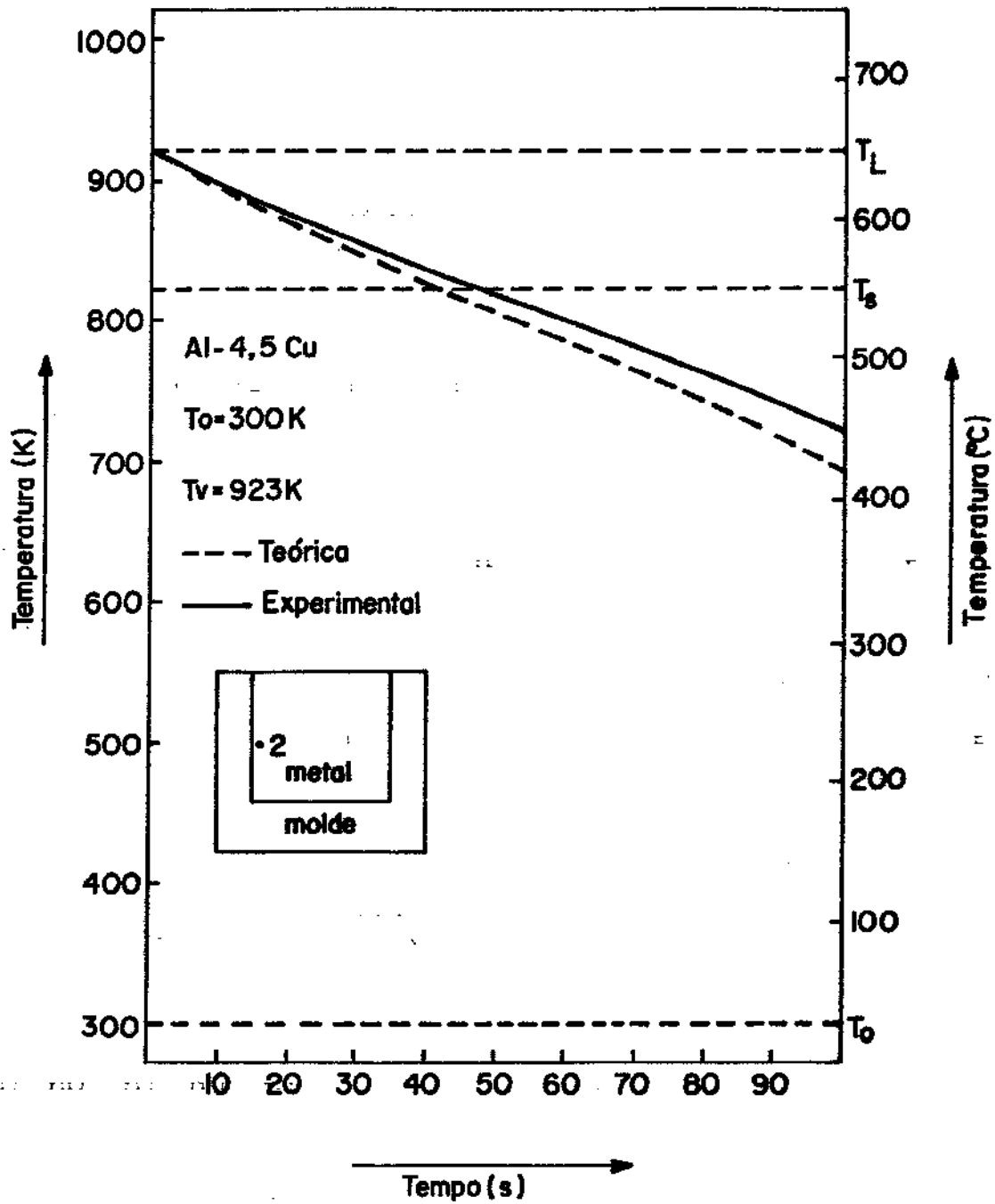


FIGURA 5.1.b - Confronto teórico/experimental da evolução térmica durante a solidificação no processo de lingotamento na posição 2.

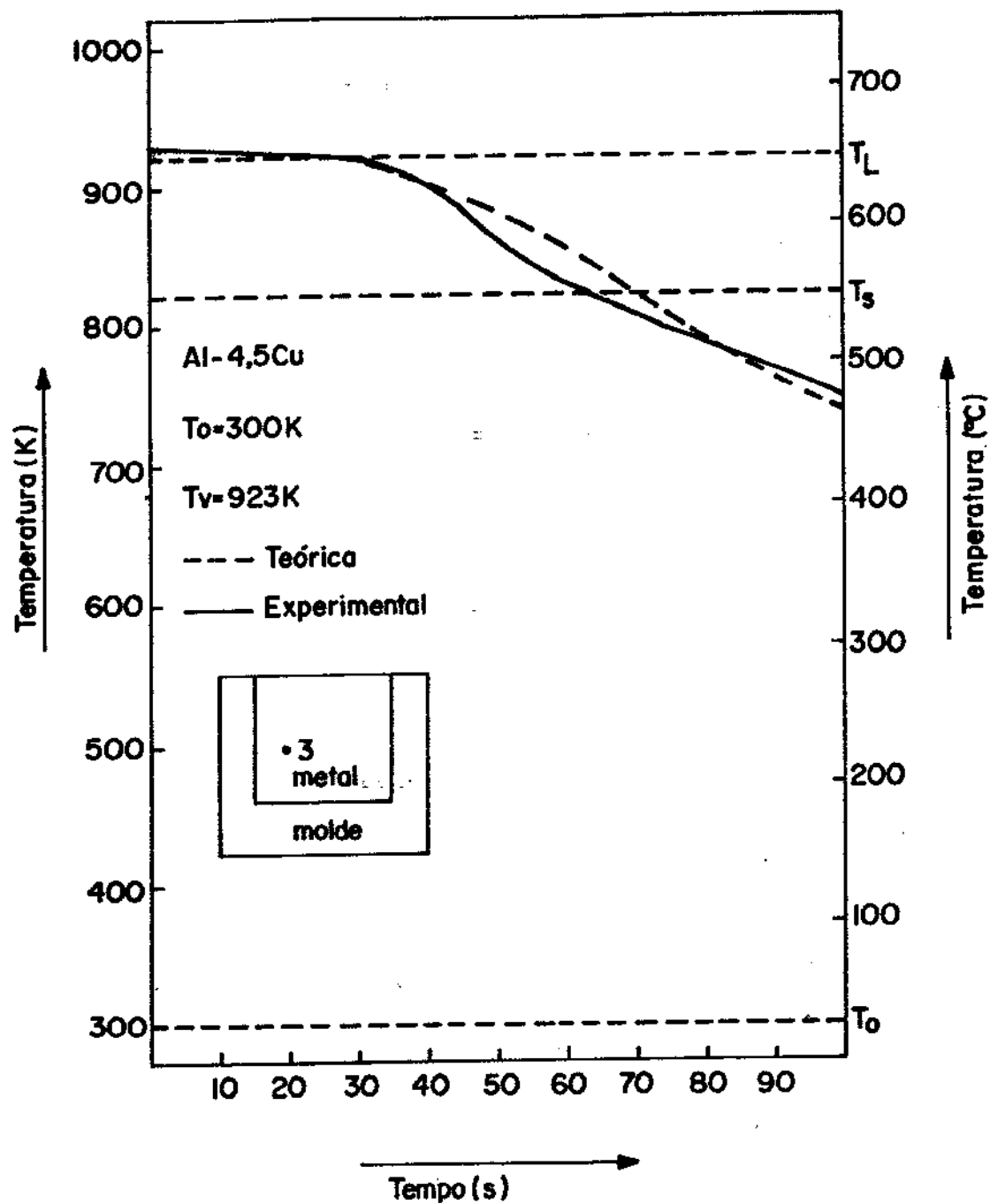


FIGURA 5.1.c - Confronto teórico/experimental da evolução térmica durante a solidificação no processo de lingotamento na posição 3.

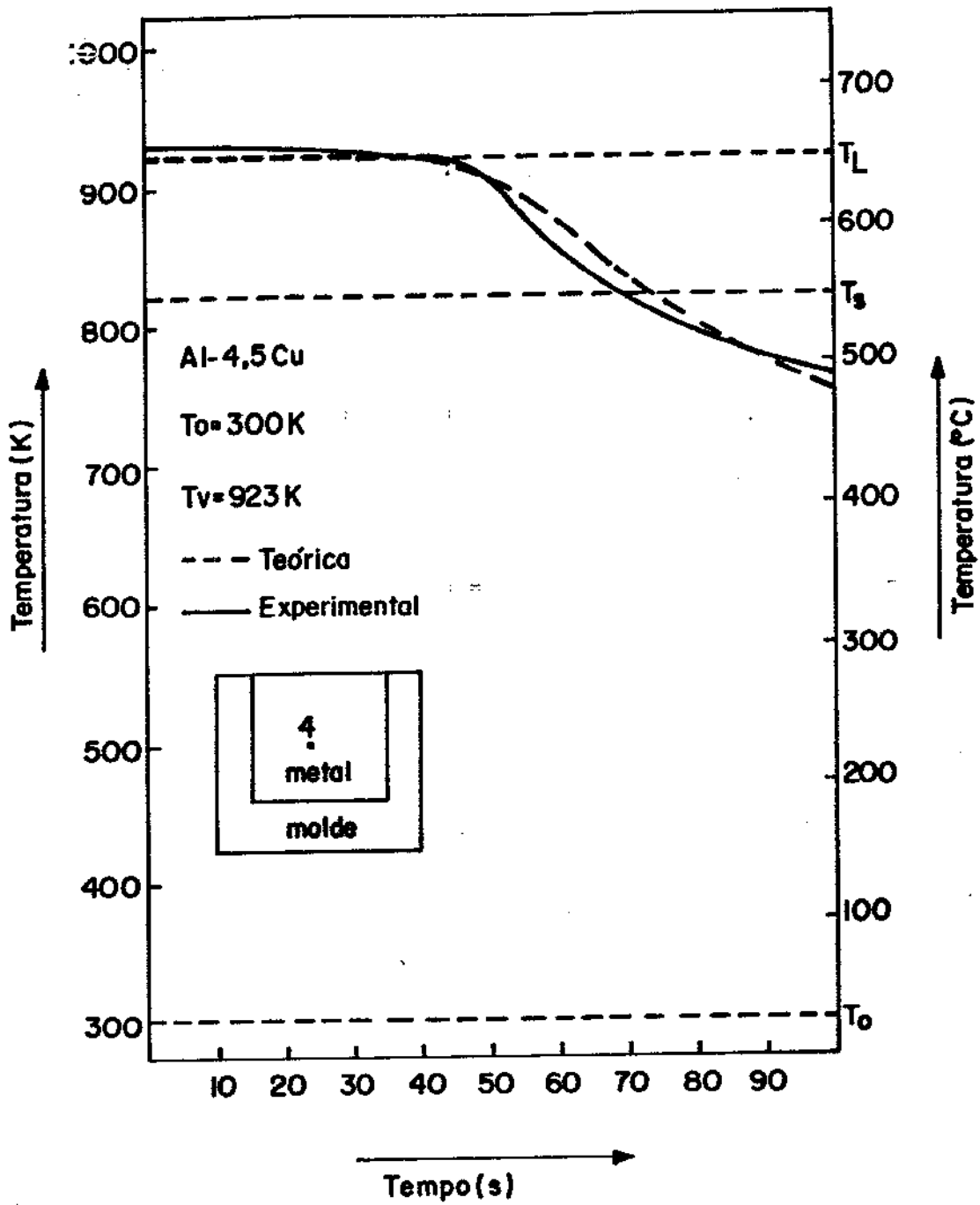


FIGURA 5.1.d - Confronto teórico/experimental da evolução térmica durante a solidificação no processo de lingotamento na posição 4.

Além dos aspectos mencionados anteriormente, vale lembrar que o modelo matemático usado, foi concebido para o tratamento de fluxo de calor bidimensional, o que nem sempre é válido para o conjunto experimental utilizado neste trabalho, já que no mesmo existem regiões que exibem troca térmica envolvendo as três dimensões. Com relação ao coeficiente de transferência de calor entre o metal e as paredes do molde, a partir de dados fornecidos por diversos autores<sup>92,107,108</sup> e considerando as condições experimentais utilizadas, estimou-se que este parâmetro assumiu o valor igual a  $1.200 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Entretanto, o contato térmico do metal com a superfície inferior da cavidade do molde foi considerado como sendo igual a  $1500 \text{ W/m}^2\text{K}$  e também nesse caso, esta consideração está baseada em dados fornecidos pelas mesmas referências citadas anteriormente.

O confronto teórico/experimental de todos os pontos mencionados, sugere que os valores do coeficiente de transmissão de calor na interface metal/molde deveriam ser progressivamente alterados ao longo do processo, de forma a compatibilizá-lo com a evolução da solidificação. Obtida tal formulação, a mesma seria introduzida no modelo teórico, com o objetivo de aprimorá-lo. O tempo necessário para que a solidificação desse lingote se completasse foi igual a 75 segundos. Por outro lado, o uso do sistema computacional (tempo de CPU) consumiu em torno de 60 minutos.

Os resultados obtidos com relação ao experimento de fundição estão apresentados na figura 5.2. Este experimento, por ser realizado em molde de areia (baixa difusividade de calor) resultou em um tempo de solidificação total próximo de 420 segundos. Nesse caso, também foram usadas as mesmas condições iniciais do caso anterior, superaquecimento de 3 K e temperatura do molde e do ambiente iguais a 300 K.

A figura 5.2.a mostra a evolução térmica da posição 1 (figura 4.8). Observa-se que novamente ocorreu boa concordância entre dados experimentais e teóricos. Entretanto, a discordância observada ao final do processo, sugere que o valor do coeficiente de transmissão de calor metal/molde, como no caso do lingotamento não permaneceu constante ao longo da solidificação. Nesta simulação, o coeficiente de transmissão de calor na interface metal/molde foi estimado como igual a  $850 \text{ W/m}^2\text{K}$ , sendo que este valor tam-

bem foi obtido dos mesmos trabalhos já mencionados<sup>92,107,108</sup>. Nas figuras 5.2.b e 5.2.c, são apresentadas as evoluções térmicas das posições 2 e 3 no metal em solidificação. Apesar desses pontos estarem em posições próprias, os comportamentos térmicos dos mesmos são bastante semelhantes, o que indica que estes estão na mesma isoterma durante o processo.

Nesses pontos, a concordância inicial foi ótima. Porém, ao final do processo notou-se o distanciamento entre os resultados. Sem dúvida, a principal causa desta incoerência consiste na adoção do valor do coeficiente de transmissão de calor entre o metal e o molde constante durante a evolução da solidificação. Um ponto interessante a ser destacado dessa análise, é o patamar de temperatura obtido durante a realização do experimento. Esse patamar, que somente é perceptível se a evolução da transformação for relativamente lenta, situa-se na temperatura solidus e confirma a formação do eutético Al-Al<sub>2</sub>Cu, que é perfeitamente previsível quando se utiliza a equação da Scheil para se estabelecer a evolução da fração sólida. O tempo necessário para que toda peça se apresentasse sólida, foi compatível com o previsto pelo modelo teórico. Outro aspecto que convém salientar, é que as possíveis discrepâncias observadas entre as duas formas de estudo do processo de solidificação, se devem principalmente ao fluxo de calor tridimensional, que ocorre em certos pontos do conjunto metal/molde experimental e também, o já comentado anteriormente coeficiente de transmissão de calor metal/molde, que se modifica ao longo do processo. Uma análise otimizada do processo de solidificação, deve necessariamente estabelecer a evolução de tal resistência de contato em função do tempo, seja através de modelos simuladores ou por medidas experimentais. A simulação numérica deste processo consumiu aproximadamente 90 minutos de uso do sistema computacional (tempo de CPU).

### 5.3 - ANÁLISE MACRO E MICROESTRUTURAL

Esta análise teve como objetivo principal avaliar o fenômeno de formação de cavidades no metal solidificado e também examinar a microestrutura do mesmo.

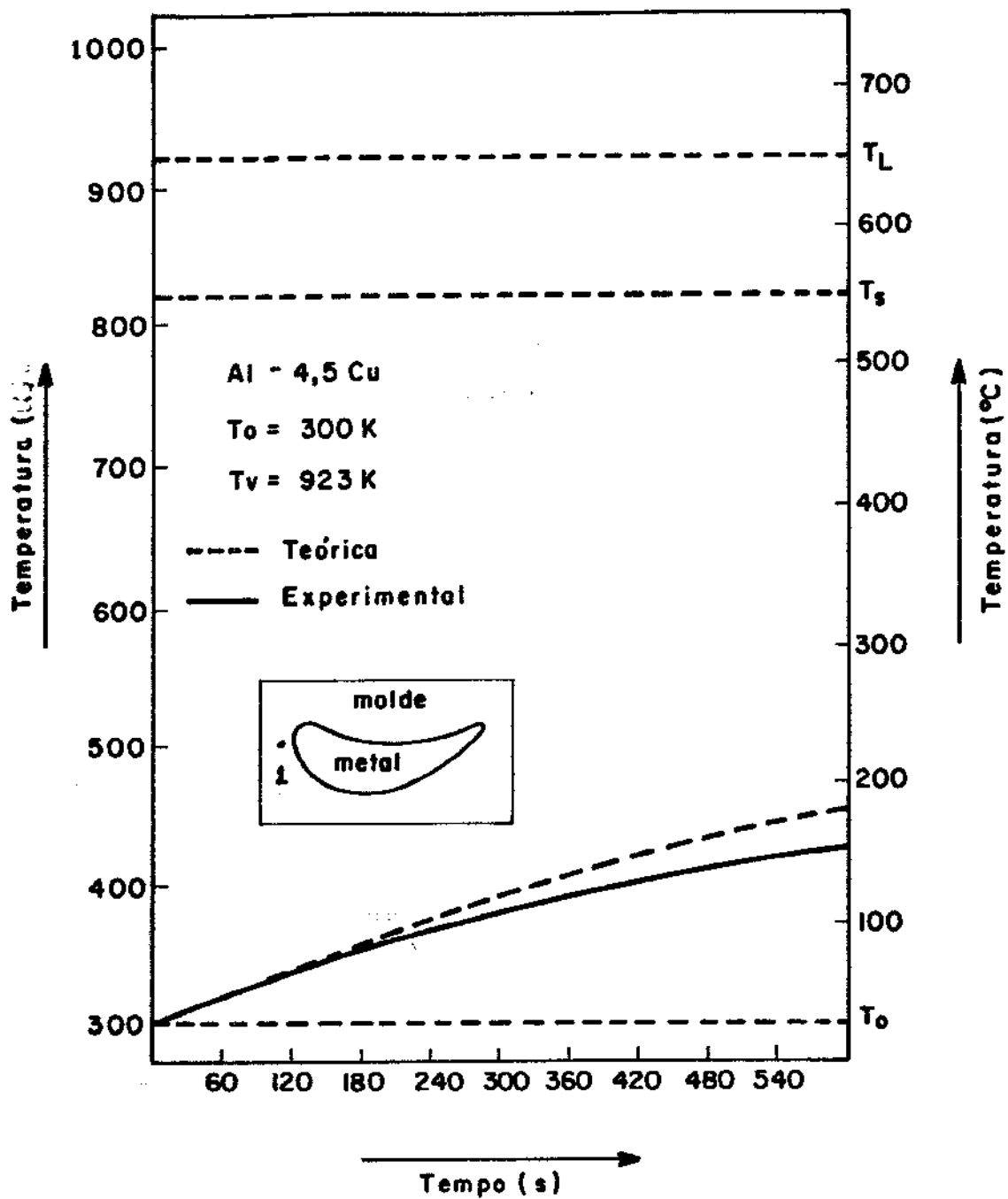


FIGURA 5.2.a - Confronto teórico/experimental da evolução térmica durante a solidificação no processo de fundição na posição 1.

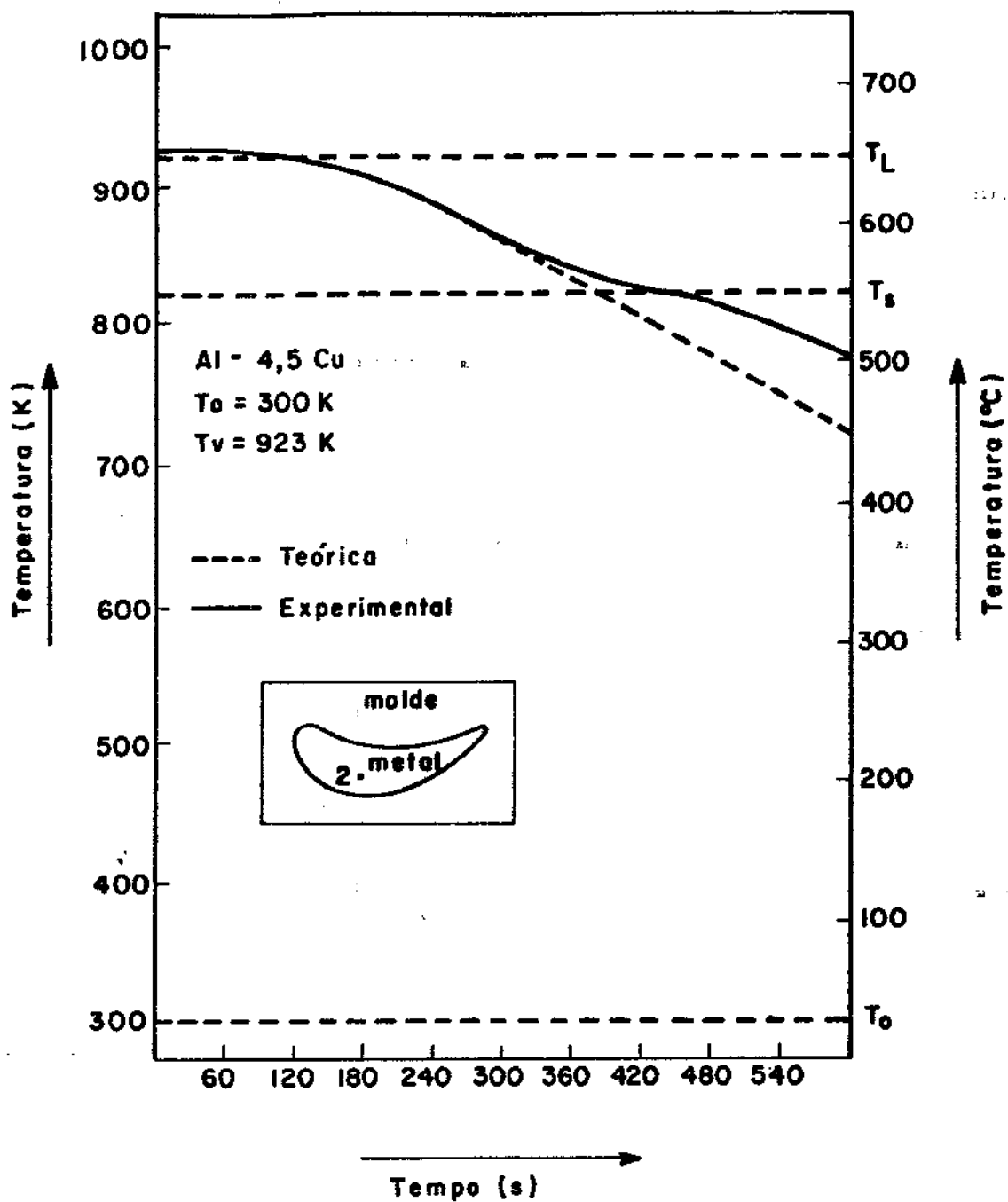


FIGURA 5.2.b - Confronto teórico/experimental da evolução térmica durante a solidificação no processo de fundição na posição 2.



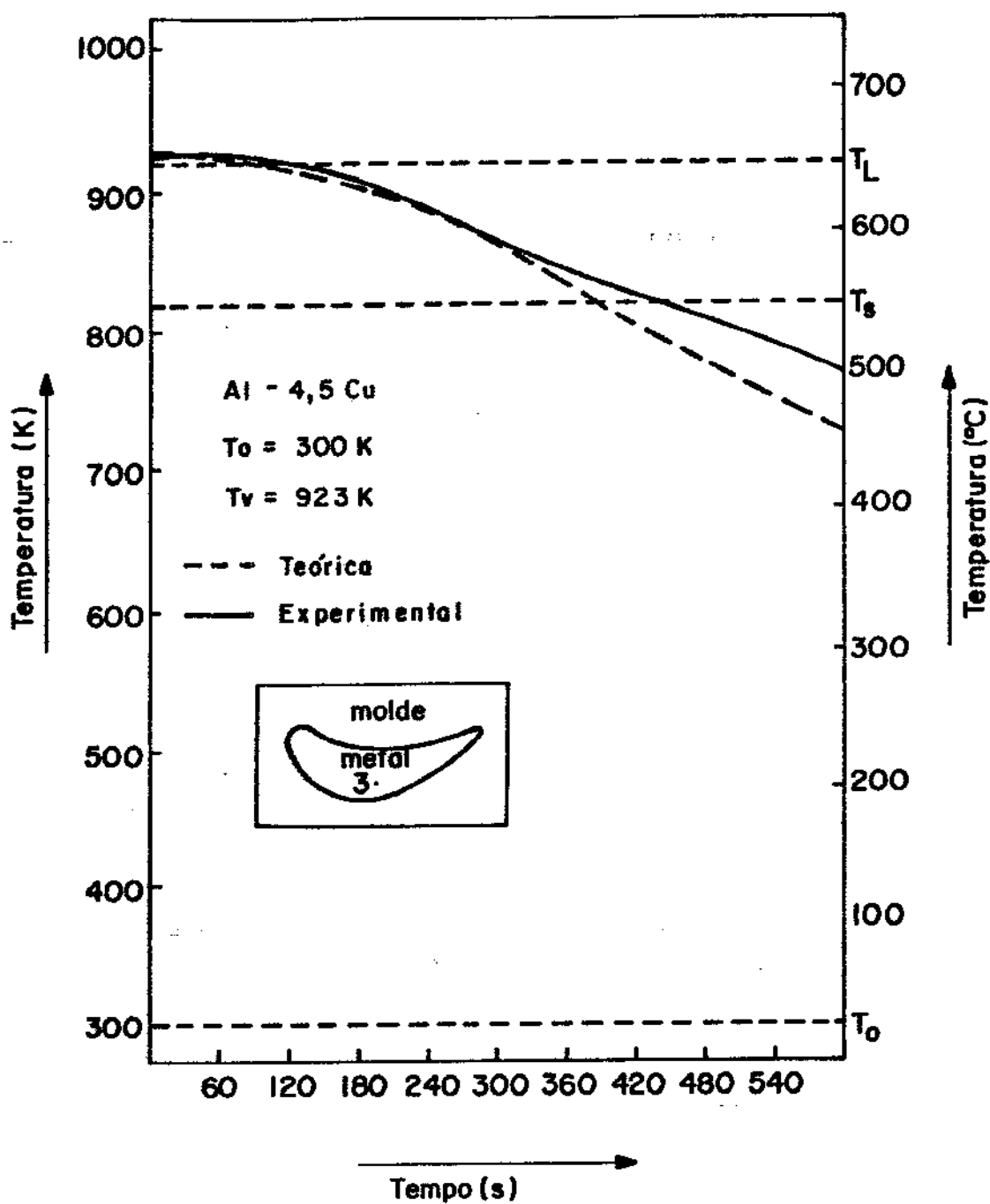


FIGURA 5.2.c - Confronto teórico/experimental da evolução térmica durante a solidificação no processo de fundição na posição 3.

Devido ao alto grau de contração volumétrica observado na solidificação de ligas de alumínio, a produção de lingotes ou mesmo peças obtidas pelo processo de fundição, deve ser criteriosamente examinada, a fim de que tais defeitos não afetem, de forma significativa o desempenho do produto final. Essencialmente, a contração desenvolvida pelo metal, provoca a formação de macrocavidades, que no caso do lingotamento de alumínio, concentram-se no surgimento de cavidade de topo, que pode ser vista na figura 5.3.

A figura 5.4 exhibe peças fundidas obtidas do processamento por lingotamento da liga Al-4,5Cu e seccionadas para permitir uma melhor análise deste tipo de defeito. Na mesma ilustração podem ser vistas as diferenças nos perfis das cavidades resultantes de dois casos onde os superaquecimentos foram respectivamente de 10 K (esquerda) e 3 K (direita). A figura 5.5 apresenta os perfis do primeiro caso (superaquecimento de 10 K) obtidos teoricamente (figura 5.5.a) e experimentalmente (figura 5.5.b). Na figura 5.6 mostra-se dados teóricos (figura 5.6.a) e experimentais (figura 5.6.b) para o caso de superaquecimento igual a 3 K.

A análise destes dois casos permite afirmar que as diferenças observadas nas profundidades das cavidades se devem a evolução térmica de cada caso. O confronto teórico/experimental para ambos os casos mostra que a concordância obtida é bastante aceitável, principalmente quando é lembrado que o modelo teórico foi desenvolvido para a execução de estudos visando fluxos de calor bidimensionais e nestes experimentos, em determinadas regiões do sistema metal/molde, nota-se a presença de fluxos tridimensionais. Outro fato importante que o modelo matemático não abrange, são alterações dimensionais que o molde exhibe durante a evolução de temperaturas e que invariavelmente provocam divergências entre as duas formas de investigação.

Os estudos sobre a microestrutura do metal solidificado concentram-se na determinação de parâmetros relacionados ao crescimento dendrítico da liga. Nessa etapa, mediu-se espaçamentos interdendríticos secundários ao longo da amostra processada e no item 6.4, estas medidas serão utilizadas na proposição de um modelo de variação do coeficiente de transmissão de calor na interface metal/

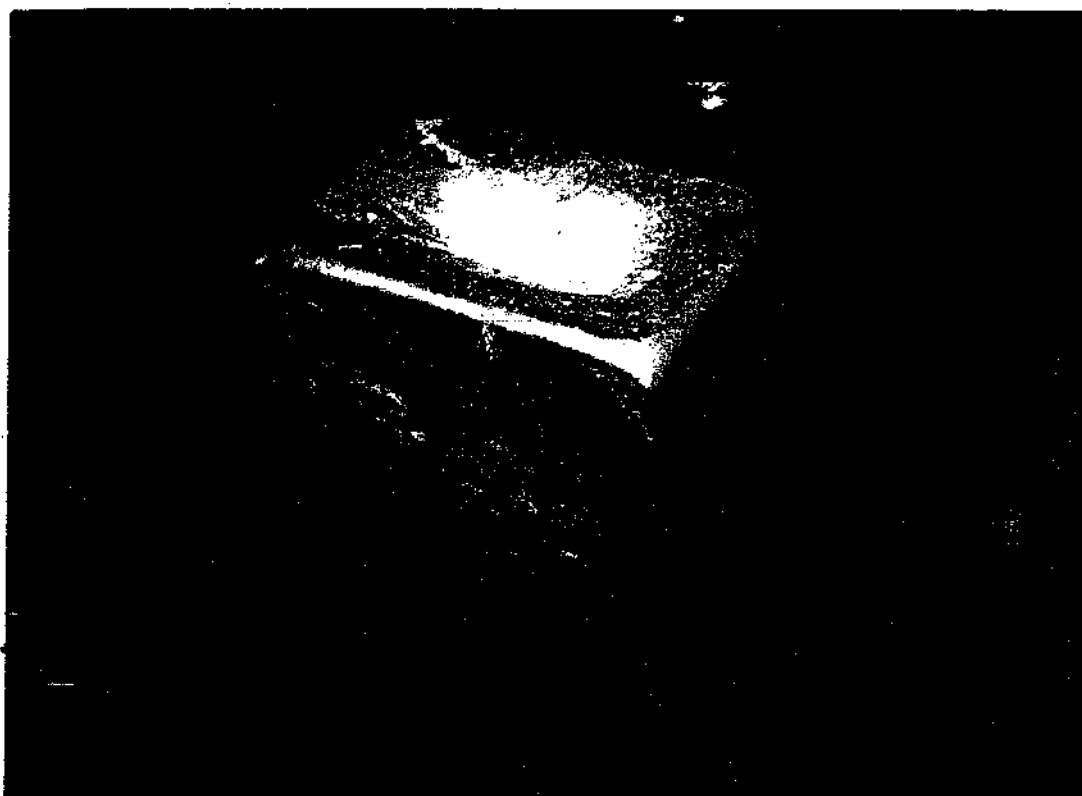


FIGURA 5.3 - Lingote de Al-4,5Cu apresentando cavidade de topo.

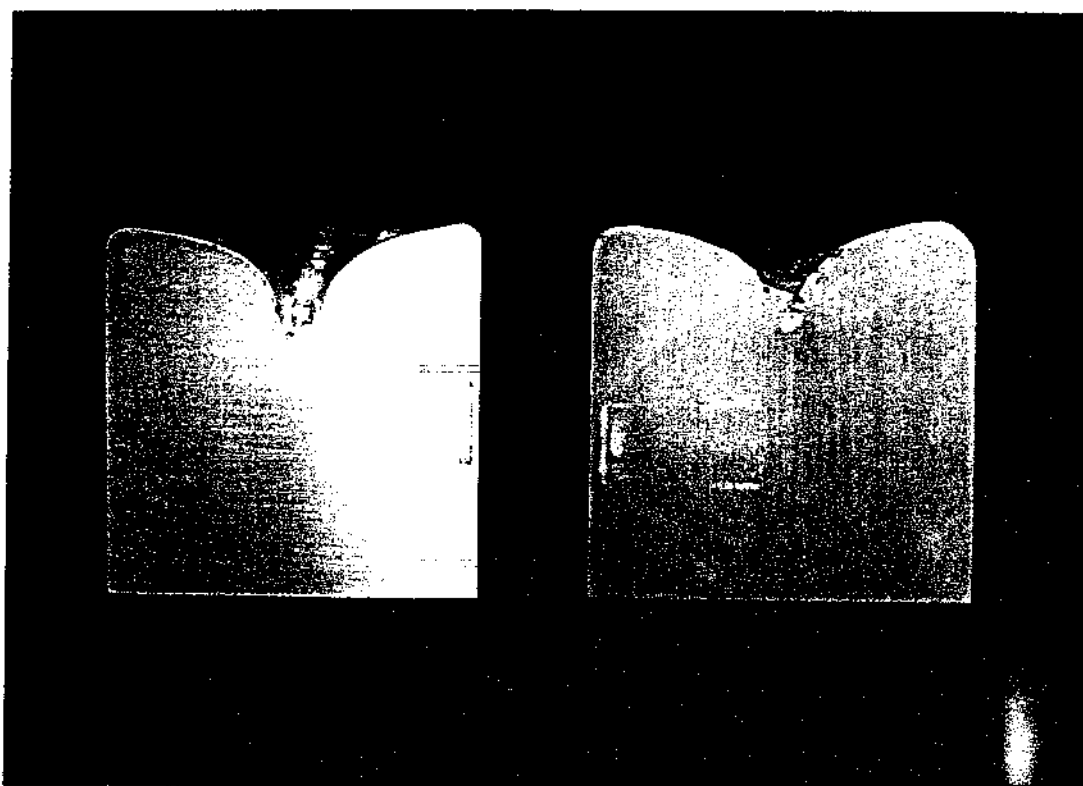
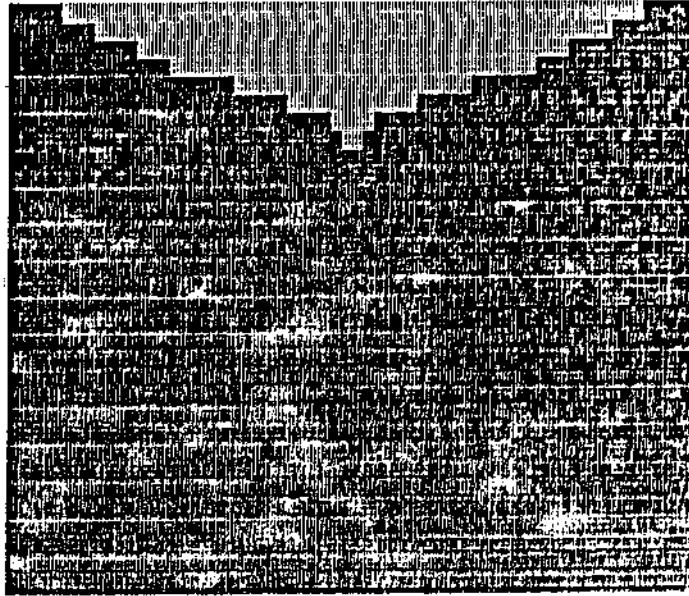
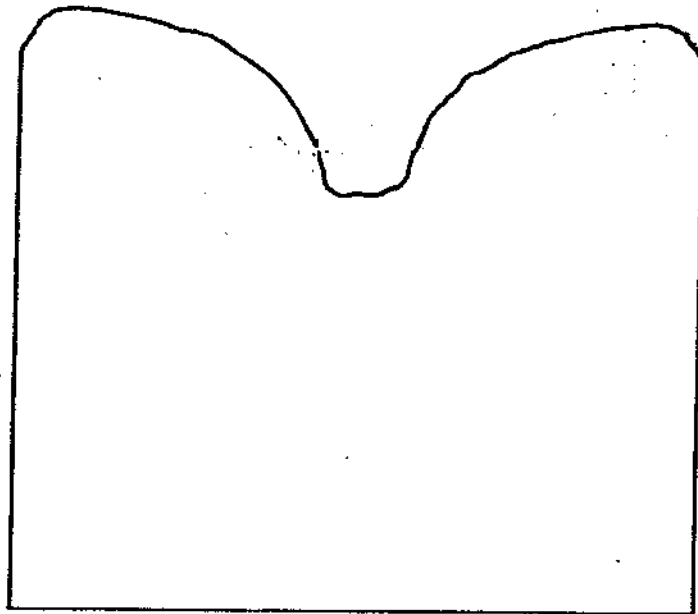


FIGURA 5.4 - Lingotes seccionados de Al-4,5Cu obtidos a partir de superaquecimentos de 10 K (esquerda) e 3 K (direita).

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - |||



(a)



(b)

FIGURA 5.5 - Perfis da cavidade de topo obtidos com superaquecimento de 10 K.

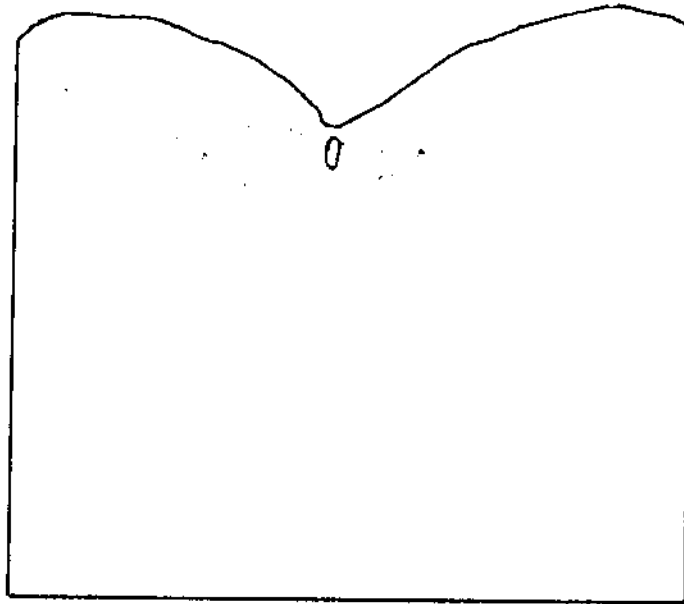
(a) Perfil teórico.

(b) Perfil experimental.

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - □



(a)



(b)

FIGURA 5.6 - Perfis da cavidade de topo obtidos com superaquecimento de 3 K.

(a) Perfil teórico

(b) Perfil experimental

molde. Esta metodologia está baseada na relação existente entre tais espaçamentos com o tempo local de solidificação e pode ser obtida por diversos modelos, dentre os quais encontra-se o de Feurer. (equação 2.17). Na figura 5.7 são exibidas microestruturas dendríticas observadas em diversos pontos da amostra, sendo interessante notar que o espaçamento interdendrítico de segunda ordem é ampliado a medida que o ponto considerado distancia-se da superfície do lingote, pois quando isto ocorre, o tempo local de solidificação também aumenta.

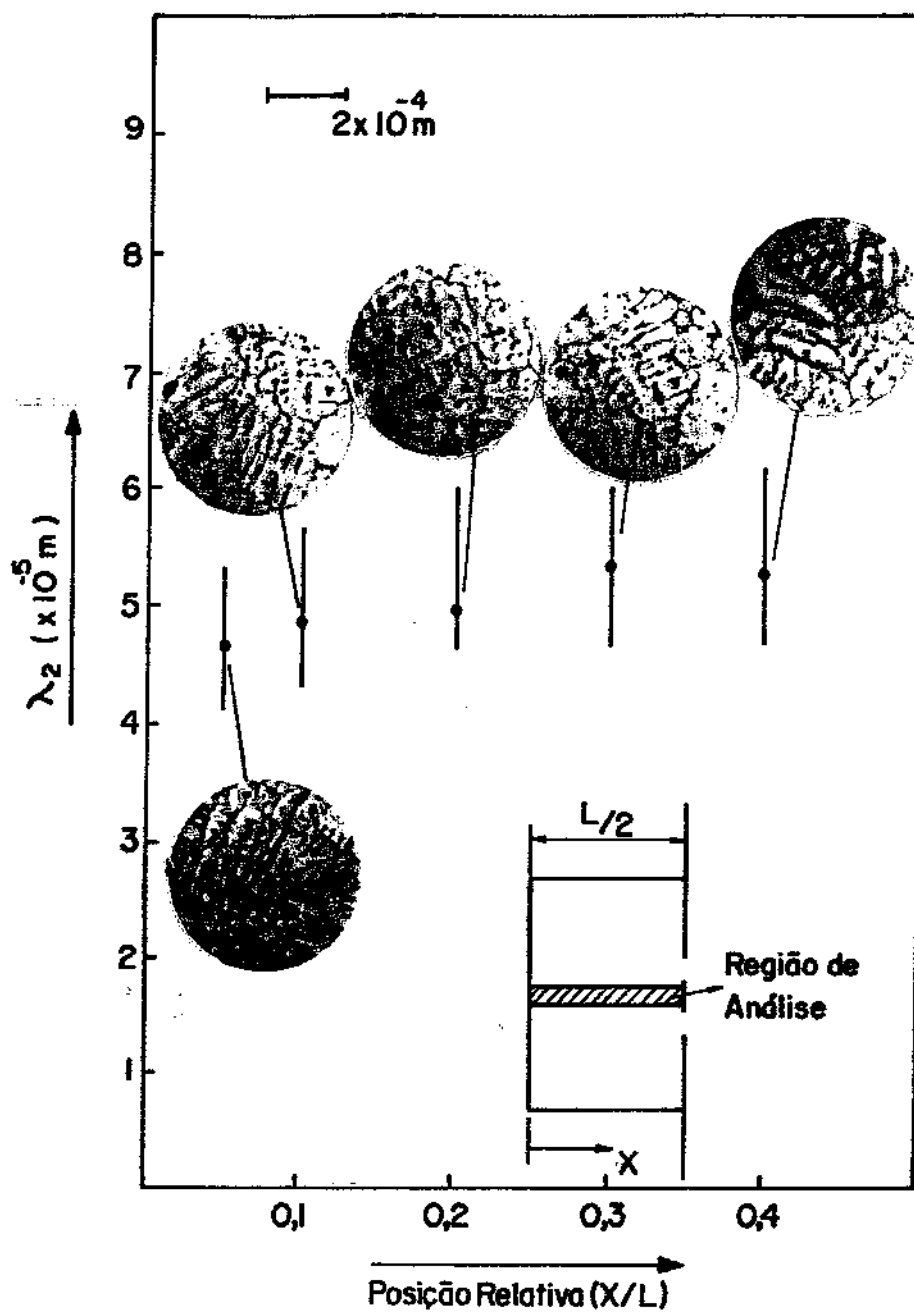


FIGURA 5.7 - Espaçamentos interdendríticos obtidos ao longo da meia espessura do lingote, juntamente com a microestrutura típica de cada ponto (aumento de 50 X).

## CAPÍTULO 6

### APLICAÇÃO DO MODELO DESENVOLVIDO NA ANÁLISE DE SISTEMAS METAL/MOLDE

#### 6.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O instrumento matemático produzido ao longo deste trabalho mostra-se como uma ferramenta indispensável no estudo de processos de produção baseados na solidificação. Com esse instrumento, é possível analisar estes processos sem que para isso elevados recursos financeiros sejam dispendidos, mas apenas facilidades computacionais.

Como exemplo da versatilidade apresentada pelo modelo proposto, apresenta-se algumas aplicações típicas em operações de fundição e lingotamento.

#### 6.2 - SIMULAÇÃO DA SOLIDIFICAÇÃO DE PALHETAS DE TURBINAS

Neste exercício de simulação, é possível observar a capacidade do modelo em analisar peças fundidas com geometria regular, bem como as com geometrias complexas. A investigação desenvolvida é inicialmente elaborada através da aproximação da peça em estudo, por meio de pequenos elementos retangulares. A obtenção das temperaturas nodais nessa rede discretizada é feita segundo o tipo de meio encontrado em cada região do sistema metal/molde. Dessa forma, um número-código é associado a cada elemento para indicar seu conteúdo, como sendo meio envolvente (ar, água de refrigeração, etc.), molde, metal em solidificação ou outro meio qualquer. Esta codificação é associada com a temperatura do nó, possibilitando o estabelecimento de suas propriedades termofísicas e assim, tornando possível a correta aplicação das mesmas na equação 3.1.



Na fase de identificação destes elementos dentro da geometria analisada, a entrada de dados é uma tarefa extremamente árdua. Isto ocorre, a medida que o número de elementos é bastante elevado, já que este sistema numérico permite que análises bidimensionais sejam efetuadas dividindo o conjunto segundo matrizes com até milhares de pontos nodais. A dinamização de tal tarefa é possível e consiste em utilizar sistemas computacionais que possuam acoplamentos para canetas óticas ou mesmo mesa digitalizadoras. Tais equipamentos permitem eliminar a operação de identificar o conjunto ponto a ponto.

A figura 6.1 exhibe o diagrama típico do sistema computacional empregado no processamento do modelo. Para avaliar corretamente a eficiência deste método, o mesmo foi usado no acompanhamento do processo de fundição de uma palheta de turbina a gás em molde de areia. A geometria desta peça pode ser vista na figura 6.2 e o estudo foi desenvolvido considerando que a mesma foi produzida em aço. Tal processo de fundição foi simulado a partir da divisão do sistema metal/molde por uma matriz de 644 elementos, sendo que o mesmo teve seu uso de CPU, próximo de 60 minutos, até que o último elemento transformasse em sólido. Como forma de avaliar a influência das dimensões do sistema metal/molde no tempo de uso de CPU, simulou-se um mesmo sistema segundo matrizes de diversos tamanhos, ou seja, mantendo as dimensões físicas do conjunto, porém alterando o número de elementos. Os resultados desse estudo são apresentados na tabela 6.1.

Elaborando-se a investigação da evolução térmica durante a solidificação, a partir de uma matriz de 28 colunas e 23 linhas, atingiu-se uma aproximação geométrica da peça estudada bastante razoável, como demonstra a figura 6.3. Resultados mais precisos poderiam ser obtidos desde que as dimensões dos elementos fossem decrescidas e assim aumentado o número total desses. Por outro lado, esta operação significaria acréscimos substanciais no tempo de processamento computacional, bem como maiores esforços na fase de alimentação de dados relativos a geometria simulada.

Na figura 6.4, pode-se constatar os resultados obtidos sobre o progresso da fração sólida com o tempo. Inicialmente, num momento igual a 1.000 segundos após o vazamento, existe predominância da fase líquida. Após 5.000 segundos do início do proces-

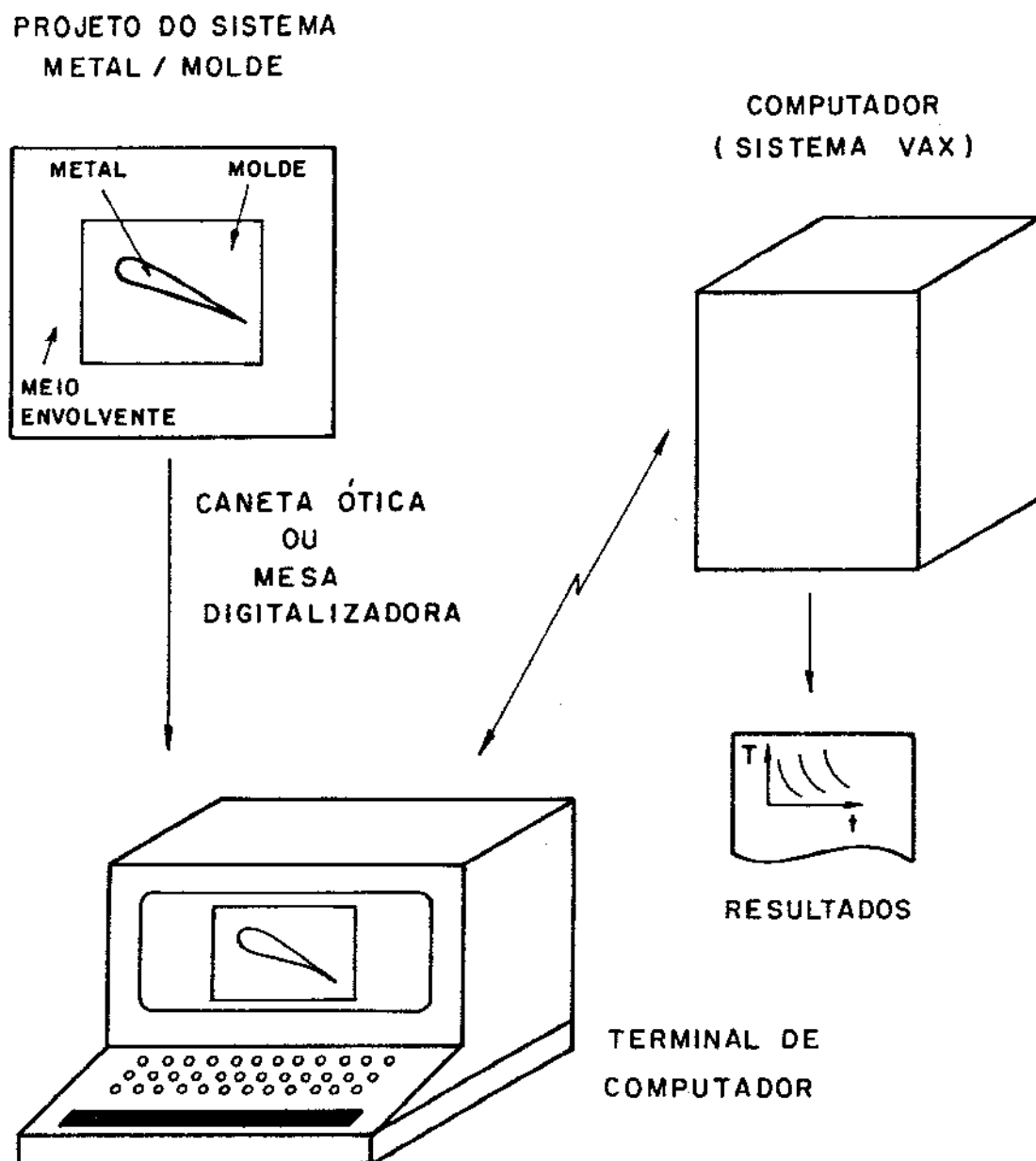


FIGURA 6.1 - Diagrama esquemático do sistema computacional empregado.

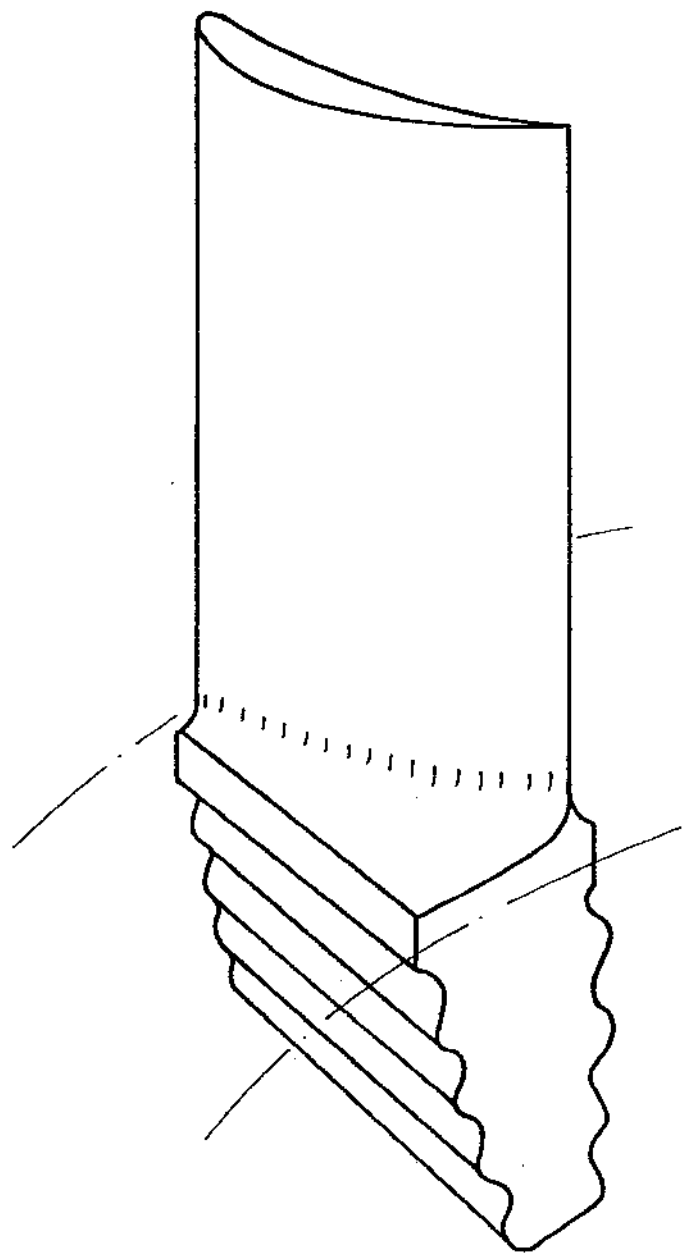


FIGURA 6.2 - Palheta de turbina a gás obtida pelo processo de fundição.

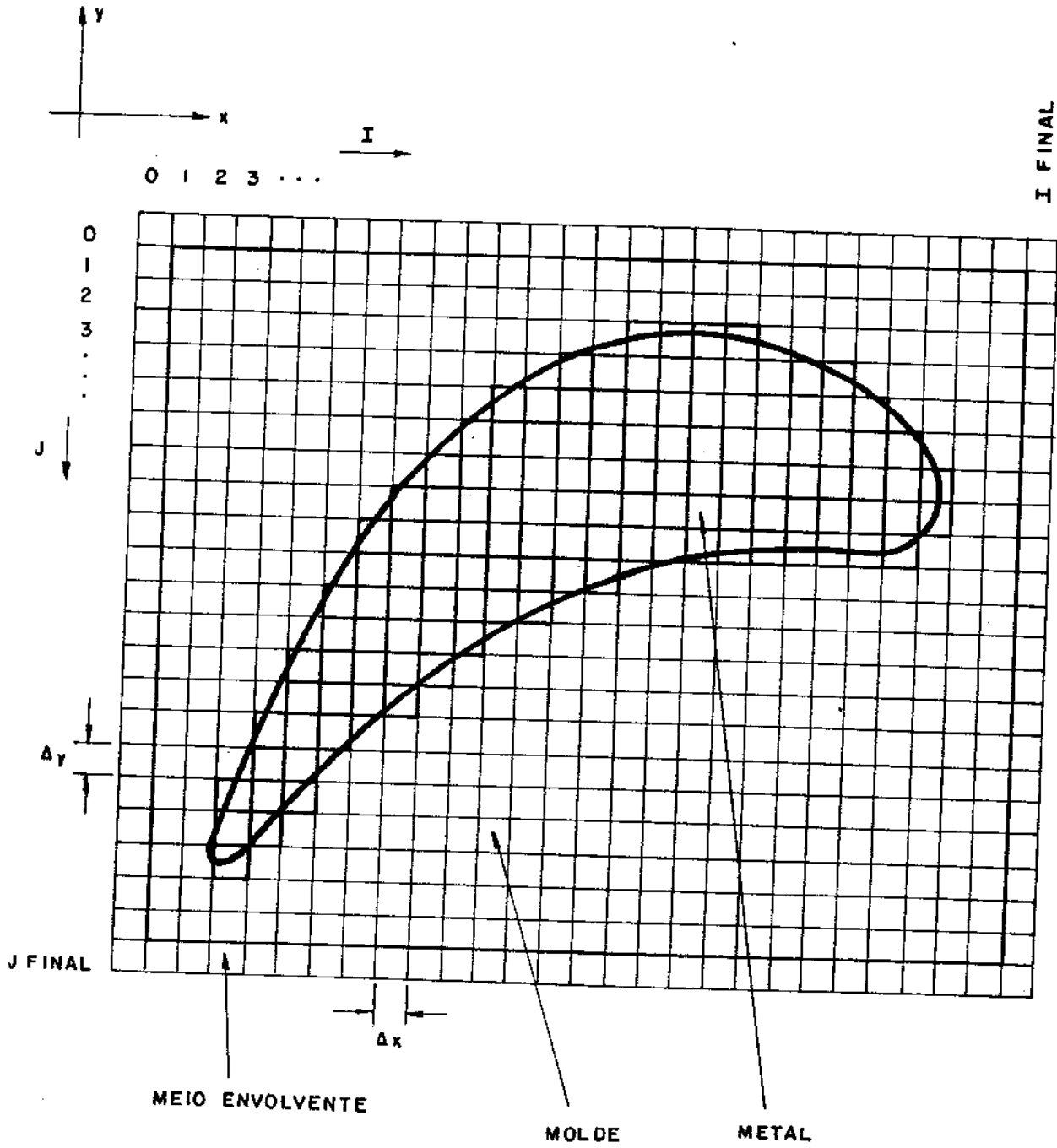


FIGURA 6.3 - Sistema metal/molde subdividido em elementos retangulares.

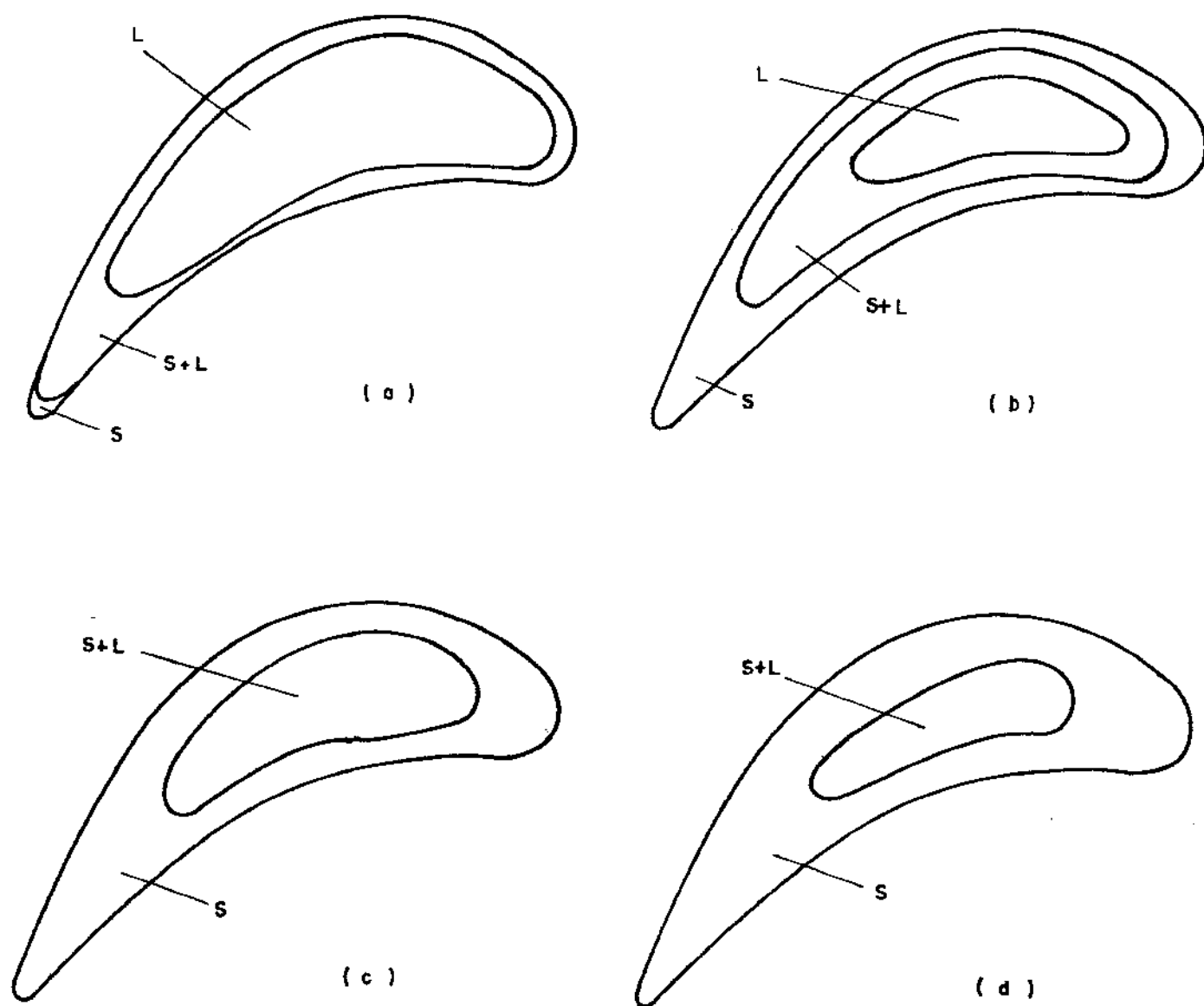


FIGURA 6.4 - Evolução das isothermas liquidus e solidus com o tempo.  
(a) 1000s após o vazamento.  
(b) 5000s após o vazamento.  
(c) 10000s após o vazamento.  
(d) 15000s após o vazamento.

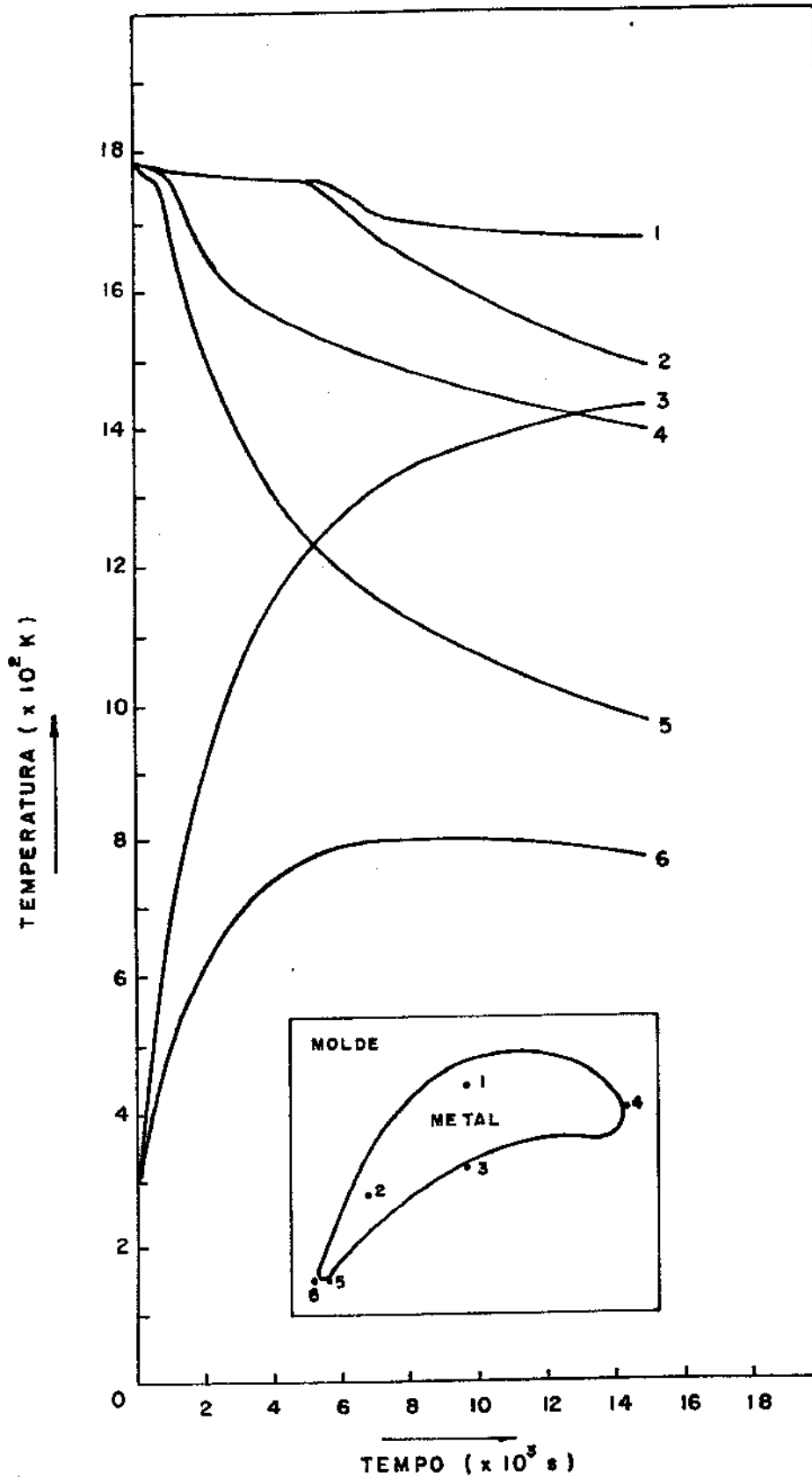


FIGURA 6.5 - Evolução de temperatura dentro do sistema metal/molde.

TABELA 6.1 - Relação entre dimensões do sistema e o tempo total de CPU necessário para simular o processo até o final da transformação, num caso típico de utilização do modelo concebido.

Dimensões do sistema			Tempo de utilização de CPU H:M:S
I	J	Total	
10	10	100	00:10:45
15	15	225	00:25:33
20	20	400	00:55:37
30	30	900	01:45:11
40	40	1600	03:12:53

so, nota-se o avanço das isotermas de transformação, onde a quantidade de sólido foi significativamente aumentada. No instante quando passaram-se 10.000 segundos do vazamento, a solidificação mostra-se bastante avançada. Finalmente após 15.000 segundos, o sistema apresenta-se quase que totalmente constituído de sólido restando apenas uma pequena região para mudar de estado. É interessante observar que do avanço da frente de solidificação com o tempo, pode-se avaliar com precisão, a região onde a transformação ocorre por último e portanto onde parte razoável de defeitos poderá concentrar-se.

Na figura 6.5, apresenta-se curvas da evolução térmica no sistema metal/molde. Dessas é possível estabelecer o comportamento das temperaturas em diversos pontos do conjunto. Em função dessa evolução, pode-se determinar parâmetros interessantes, como o gradiente térmico ou a taxa de resfriamento, que permitem prever a microestrutura final do fundido.

### 6.3 - OTIMIZAÇÃO DA ESPESSURA DO MOLDE EM OPERAÇÕES DE LINGOTAMENTO

A evolução da solidificação de metais está estreitamente ligada à perda de calor que o mesmo exibe a partir do momento em que a operação de vazamento é efetuada. O exame desta transferência térmica revela que parte da energia envolvida é diretamente transferida ao meio ambiente (radiação e convecção no topo do lingote), enquanto a outra parcela restante é momentaneamente absorvida pelo molde. A relação existente entre estas duas quantidades definirá a velocidade do processo e dependerá, dentre outros fatores, das características do conjunto (propriedades físicas, etc.) e do contato térmico metal/molde, porém será função direta da espessura do molde, pois num sistema dessa natureza existe um compromisso entre este parâmetro e a taxa de extração de calor do metal.

A análise da otimização do processo de lingotamento de metais, visando minimização do custo de produção, demonstra que parte significativa do mesmo está atrelada a dois pontos principais, quais sejam: o tempo consumido até a operação de desmoldagem e o custo do material empregado na confecção da lingoteira. Como pode ser notado, estes dois pontos apresentam uma relação extremamente forte, pois o menor tempo de desmoldagem é obtido quando são usados moldes com características semelhantes daqueles considerados como semi-infinitos, ou seja, quando a superfície externa do mesmo não chega a aquecer durante o processo, tornando a extração de calor quase que independente da radiação e convecção. Conhecendo-se a espessura ideal para que isso ocorra, evita-se o emprego de lingoteiras superdimensionadas, que conseqüentemente implicam na elevação do custo de construção das mesmas. A determinação da espessura ótima da parede do molde para um dado sistema em solidificação, não é uma operação simples, pois a mesma envolve a influência de uma gama bastante ampla de parâmetros típicos desse processo. Entretanto, o uso da modelagem numérica surge como uma maneira bastante prática de superar tal obstáculo. Considerando estes fatos, aplicou-se o modelo concebido na otimização da espessura de parede no sistema onde a liga Al-4,5Cu foi vazada em molde de aço. Essa operação de lingo



tamento foi executada com coeficiente de transmissão de calor na interface metal/molde igual à  $1200 \text{ W/m}^2\text{K}$  (valor proposto em diversos trabalhos<sup>92,107,108</sup>) e superaquecimento de  $3\text{K}$ , valores iguais àqueles adotados por ocasião do procedimento experimental. É oportuno salientar que durante essa otimização, a espessura da base do molde foi mantida constante, pois a redução dessa dimensão poderia comprometer a resistência estrutural e a estabilidade do conjunto, como também diminuir a vida útil do mesmo, já que por ocasião do vazamento, existe um constante ataque do metal líquido a superfície desta base, resultando na formação de crateras na mesma. Em operações industriais, a espessura das paredes laterais da lingoteira é bem menor que a espessura da base da mesma.

A figura 6.6 apresenta resultados obtidos da aplicação do modelo matemático neste estudo de otimização. Tal estudo considerou que o ponto ideal para se proceder a etapa de desmoldagem equivale ao instante em que o lingote exibe 80% de seu volume no estado sólido. Isto se justifica pelo fato de que sob tais condições, a casca sólida que surgiu durante a evolução do processo apresentará resistência mecânica suficiente para suportar as solicitações impostas pela parcela de metal não transformada em sólido. Nessa ilustração, observa-se a evolução do tempo necessário para a obtenção desta parcela de sólido, em função da espessura relativa da parede do molde. Supondo que a espessura do metal ( $L$ ) permaneceu constante, alterou-se a espessura do molde ( $X$ ). Desse modo, obteve-se a espessura relativa do mesmo ( $X/L$ ), a qual assumiu o valor mínimo de 6,25%, sendo que a mesma foi progressivamente elevada até atingir 100%. A análise da curva obtida, demonstra que valores de  $X/L$  maiores que 35%, praticamente não alteram o tempo de processamento, já que a massa de molde com espessuras superiores a este valor são suficientes para absorver o calor contido no metal, sem que para isso a superfície externa da lingoteira aqueça. Por outro lado, valores inferiores a 10%, provocam acréscimos demasiados no tempo de desmoldagem. Isto é resultado do aquecimento prematuro do molde e a consequente saturação de calor do mesmo. Sob tais condições, a extração de calor do metal dependerá estritamente da energia que o sistema metal/molde troca com o meio ambiente, através de processos radiativos e convectivos.

Diante dos dados extraídos dessa investigação, para o

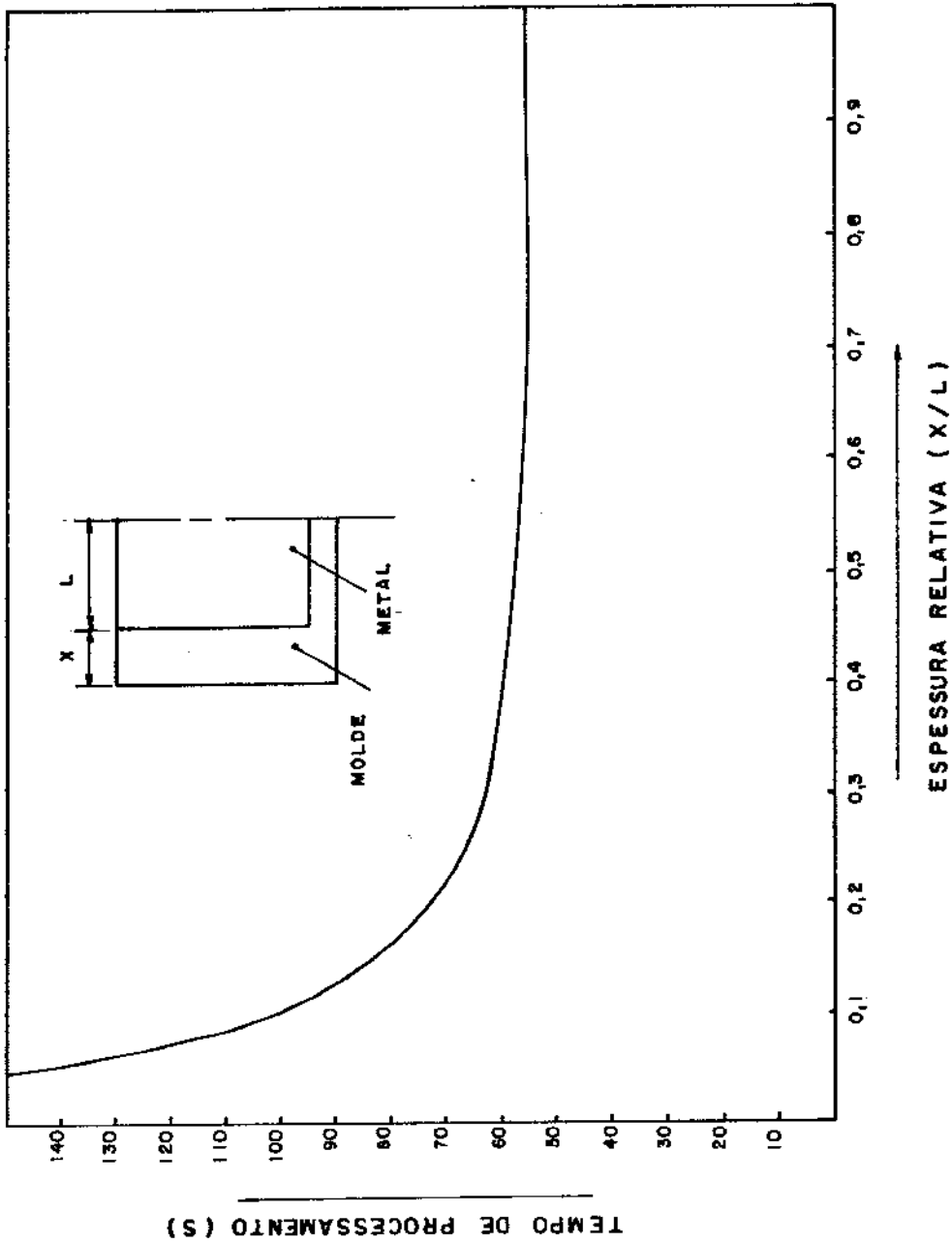


FIGURA 6.6 - Evolução do tempo de processamento (80% de sólido) em função da espessura relativa do molde (X/L), no processo de lingotamento estático.

caso particular do conjunto metal/molde examinado, a espessura relativa ideal do molde, ou seja, aquela que minimizaria o tempo de produção (operação de desmoldagem), bem como o custo de confecção do molde, deve ser escolhida dentro da faixa de valores contidos entre 15% e 25%.

#### 6.4 - PROPOSIÇÃO DE UM MÉTODO DE AVALIAÇÃO DO COEFICIENTE DE TRANSMISSÃO DE CALOR METAL/MOLDE

Uma das maiores dificuldades encontradas na análise do processo de solidificação, em operações de lingotamento ou fundição de metais, reside no obstáculo representado pela falta de dados que quantifiquem a evolução da resistência de contato metal/molde ao longo do processo. Fazendo-se uso do modelo matemático de análise da solidificação é possível estabelecer um relacionamento entre parâmetros microestruturais do metal solidificado com parâmetros térmicos do conjunto e assim estimar a evolução do coeficiente de transmissão de calor na interface metal/molde durante a solidificação.

Partindo da microestrutura, pode-se medir os espaçamentos interdendríticos ao longo de um dado setor a partir da superfície do metal. A seguir, tais medidas podem ser eficientemente relacionadas com o tempo local de solidificação a partir de vários modelos, dentre os quais encontra-se o de Feurer, que está descrito no item 2.2.2 e dado pela equação 2.17. O uso dessa equação para liga Al-4,5Cu, que tem seus parâmetros apresentados na tabela 4.3.b, resulta em:

$$\lambda_2 = 12,1 (t_{SL})^{1/3} \quad (6.1)$$

onde  $\lambda_2$  é dado em  $\mu\text{m}$  e  $t_{SL}$  em segundos.

Espaçamentos interdendríticos secundários obtidos experimentalmente e os tempos locais de solidificação extraídos do tratamento desses pontos pela equação 6.1 são apresentados pela figura 6.7.

No processo mencionado, observa-se que no início da so-

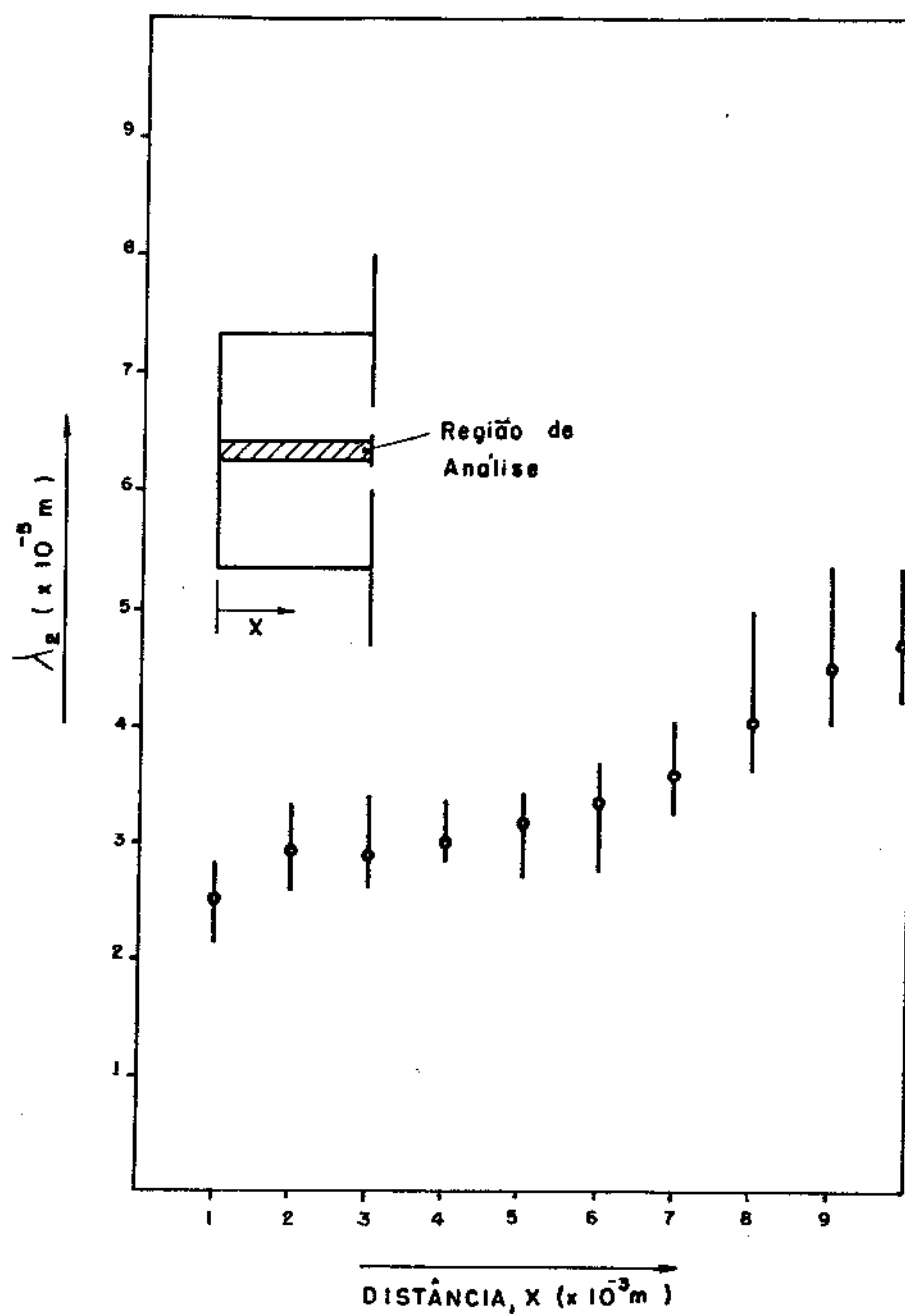


FIGURA 6.7.a - Espaçamentos interdendríticos obtidos experimentalmente no lingotamento estático da liga Al-4,5 Cu.

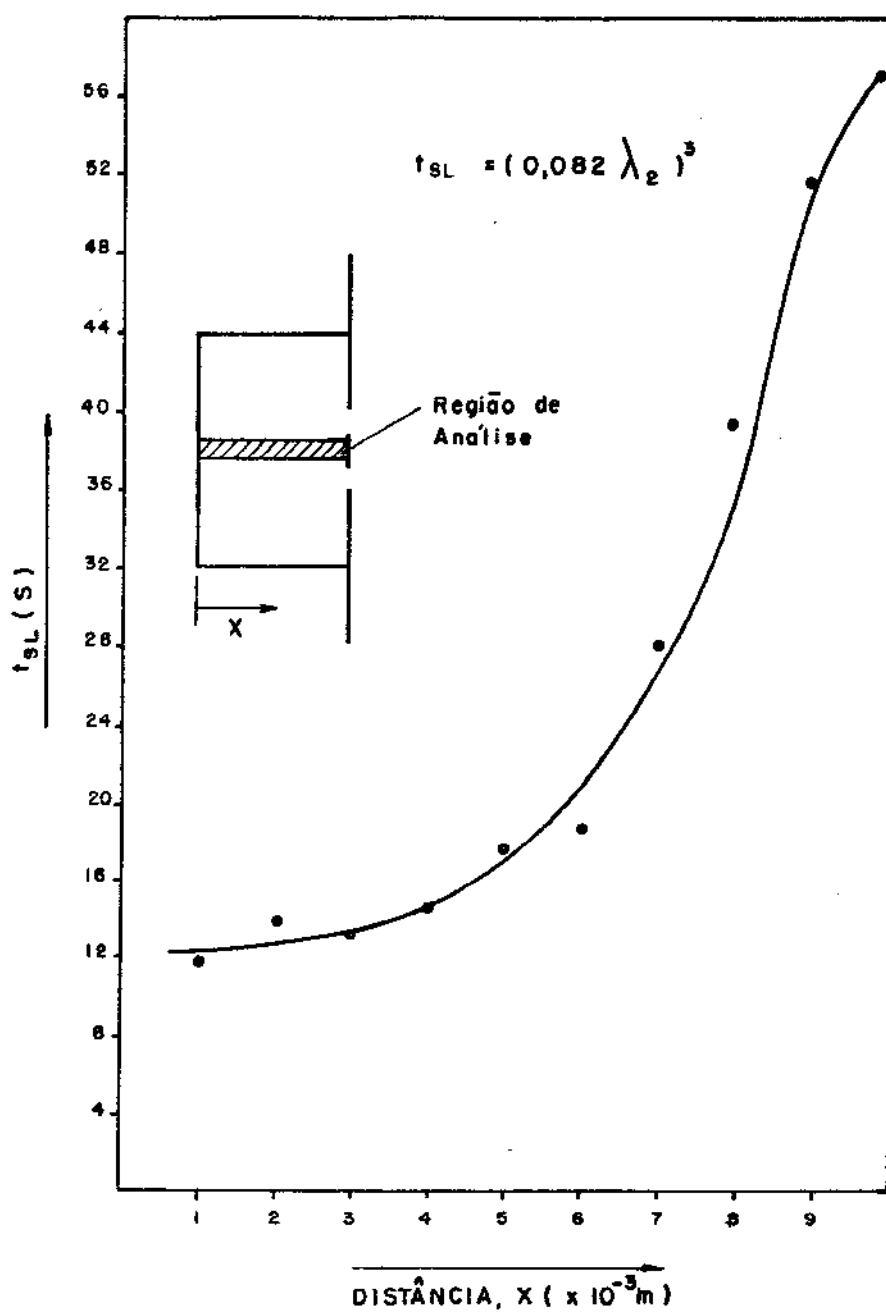


FIGURA 6.7.b - Tempo local de solidificação obtido através do tratamento de FEURER (equação 6.1), imposto aos pontos experimentais da figura 6.7.a ( $\lambda_2$  em  $\mu m$  e  $t_{SL}$  em segundos).

lidificação, o contato térmico metal/molde é elevado, fornecendo condições para que o tempo local de solidificação seja pequeno. Consequentemente os espaçamentos interdendríticos relativos a pontos próximos à superfície mostrarão valores baixos. À medida que a camada de sólido junto ao molde progride, ocorre o descolamento metal/molde, empobrecendo o contato interfacial e assim a microestrutura formada apresentará, de forma progressiva, acréscimos nos valores do espaçamento, até o momento em que este parâmetro tem seu valor estabilizado. Nessa ocasião, além do coeficiente de transmissão de calor metal/molde mostrar valores essencialmente constante, tem também sua influência na microestrutura reduzida pela distância existente entre a interface metal/molde e a região de solidificação.

O uso do modelo numérico permitiu determinar valores de tal coeficiente compatíveis com valores do tempo local de solidificação ao longo do processo. Desta relação surge como resultado a curva dada pela figura 6.8, a qual fornece a evolução do coeficiente mencionado em função do tempo de processamento.

#### 6.5 - FORMAÇÃO DE BOLSAS DE TOPO NO LINGOTAMENTO ESTÁTICO

A transformação líquido/sólido presente nos processos de lingotamento estático e fundição de metais envolve profundas alterações nas dimensões do sistema, que por sua vez contribuem para a formação dos defeitos de contração no metal solidificado.

A presença dessas falhas metalúrgicas produz sensíveis modificações na características do material processado, cabendo ressaltar que os pontos mais problemáticos consistem na deterioração das propriedades mecânicas quando o defeito é localizado no interior da peça processada, bem como perda de volume útil do lingote por excesso de profundidade da cavidade. Utilizando o modelo de diferenças finitas resultante desse trabalho, simulou-se diversas condições operacionais do lingotamento estático da liga Al-4,5Cu em molde de aço, examinando para cada caso a ocorrência de cavidades no produto final. Esta investigação foi desenvolvida por meio do estudo de alguns aspectos do processo como o grau de superaquecimento do metal líquido por ocasião do vazamento, o coeficiente de transmissão de calor na in

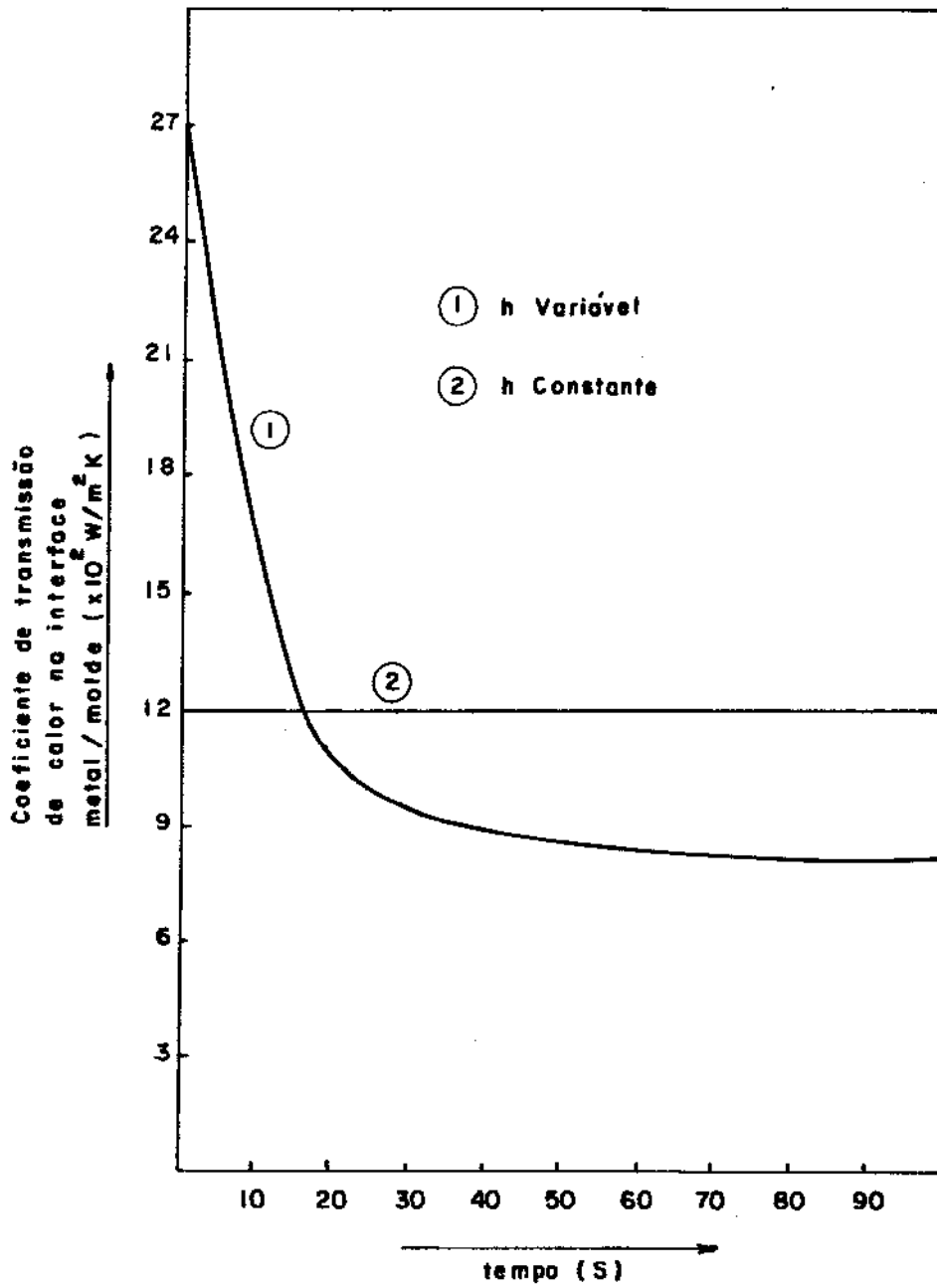


FIGURA 6.8 - Evolução do coeficiente de transmissão de calor metal/molde, estimada a partir de parâmetros microestruturais.

terface metal/molde, a geometria do sistema, bem como a presença ou não de placas isolantes no topo do lingote (placas laterais e superiores) e a relação dos mesmos com a formação do citado defeito em lingotes. Nessa análise, o aspecto investigado constituiu-se em examinar a relação existente entre a profundidade da cavidade e a altura do lingote (C/A).

A figura 6.9 ilustra a evolução do processo de transformação líquido/sólido, como também mostra a formação da cavidade de topo, frequentemente denominada de rechupe. Esta história metalúrgica foi obtida através da simulação do processo pelo modelo matemático de diferenças finitas e dessa forma, a cavidade resultante é construída por uma sequência de pontos discretos (degraus). Na realidade, o perfil desse defeito é contínuo, sendo que uma melhor visão do fenômeno pode ser conseguida se uma curva interpolada for imposta ao resultado computacional, como exhibe a mesma ilustração.

A figura 6.10 apresenta resultados obtidos da simulação do lingotamento estático executada segundo três valores de superaquecimento: 0 K, 10 K e 20 K. Os lingotes resultantes de tal estudo indicam que vazamentos executados em temperaturas próximas da temperatura líquida (superaquecimento nulo), causam cavidades com profundidades pouco acentuadas (figura 6.10.a).

Isto é explicado a partir do exame do processo de formação do defeito, pois a intensidade do mesmo está diretamente relacionada com a direção de deslocamento das isoterms de transformação. Quando tal deslocamento assume a direção das paredes do molde (fluxo de calor lateral), a cavidade terá profundidade bem acentuada. Se esta direção é influenciada de forma decisiva pela troca térmica existente na parte superior do lingote, a transformação apresentará direção vertical, resultando em cavidades com baixas profundidades. Assim sendo, se o superaquecimento é pequeno, o processo de transformação líquido/sólido presente na parte superior do sistema terá início imediato, permitindo que a solidificação evolua significativamente na direção vertical. Por outro lado, quando a temperatura de vazamento é aumentada, ou seja, se o grau de superaquecimento é ampliado (superaquecimento 10 K), o resultado observado (figura 6.10.b) mostra o aumento nítido da profundidade formada. Neste caso, a troca de calor entre o metal



LEGENDA SOLIDO - ■ PASTOSO - ■ LIQUIDO - ■ VAZIO - \*

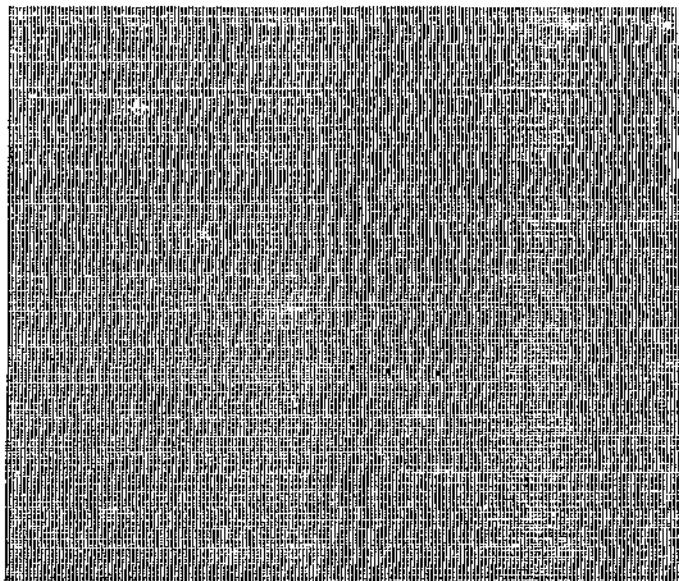


FIGURA 6.9.a - Evolução da solidificação em lingotes - logo após o vazamento.

LEGENDA SOLIDO - ■ PASTOSO - ■ LIQUIDO - ■ VAZIO - \*

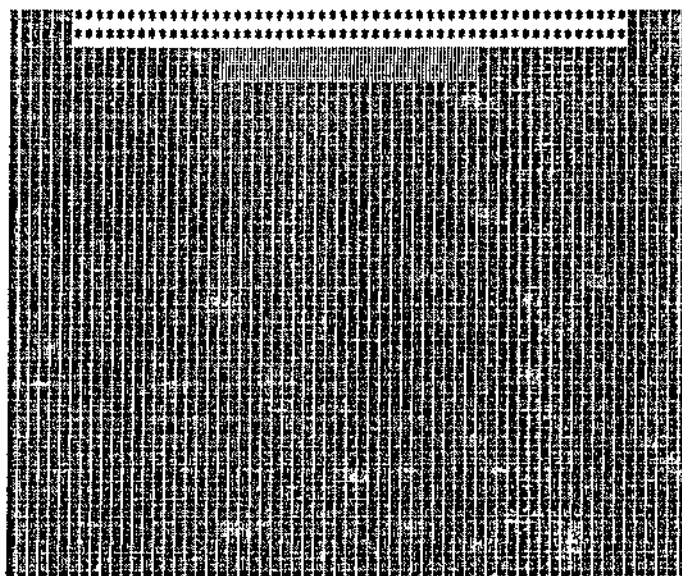


FIGURA 6.9.b - Evolução da solidificação em lingotes - 10s do vazamento.

LEGENDA SOLIDO - ■ PASTOSO - ▨ LIQUIDO - ▧ VAZIO - ◊

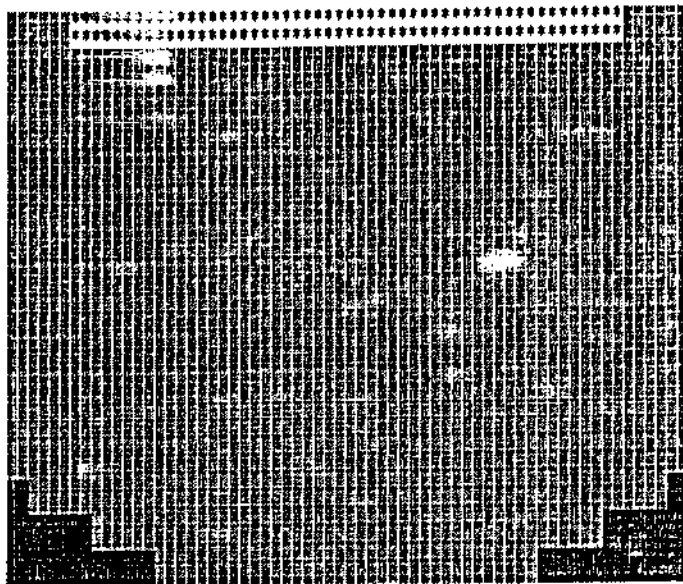


FIGURA 6.9.c - Evolução da solidificação em lingotes - 25s do vazamento.

LEGENDA SOLIDO - ■ PASTOSO - ▨ LIQUIDO - ▧ VAZIO - ◊

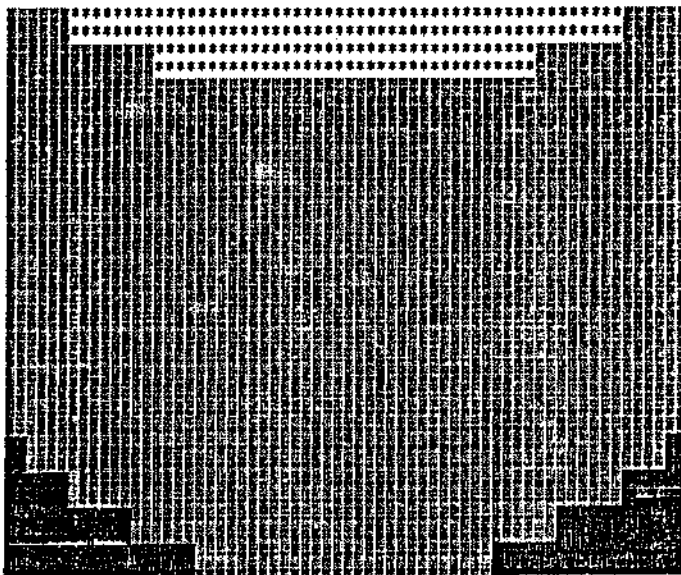


FIGURA 6.9.d - Evolução da solidificação em lingotes - 35s do vazamento.

LEGENDA SOLIDO - ■ PASTOSO - ■ LIQUIDO - ||| VAZIO - \*

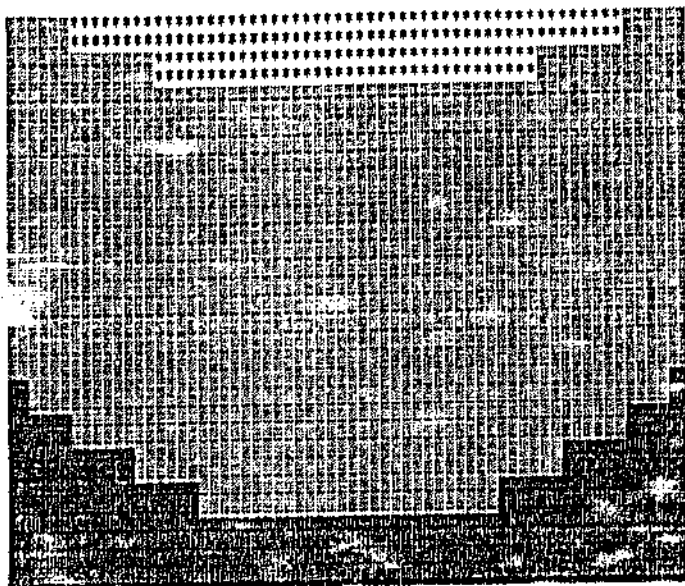


FIGURA 6.9.e - Evolução da solidificação em lingotes - 50s do vazamento.

LEGENDA SOLIDO - ■ PASTOSO - ■ LIQUIDO - ||| VAZIO - \*

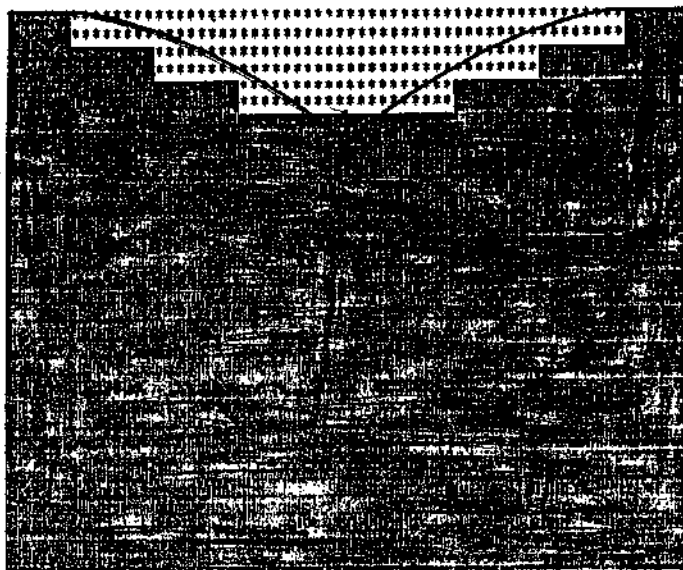


FIGURA 6.9.f - Evolução da solidificação em lingotes - 70s do vazamento, juntamente com o perfil contínuo imposto à cavidade de topo.

e as paredes laterais é mais eficiente que os processos convectivos e radiativos presentes na parte superior do lingote, assim a existência do superaquecimento resultará na solidificação preponderantemente lateral, permitindo a ocorrência de cavidades acentuadas. Quando o processo é efetuado com superaquecimento maior (20 K), a avaliação dos resultados (figura 6.10.c) mostra que o mecanismo proposto, mais uma vez foi comprovado, pois nesse caso a cavidade formada exhibe profundidade superior. Na figura 6.10.d é exibida a evolução da profundidade da cavidade (C/A), em função do grau de superaquecimento.

Do exame da influência do contato térmico metal/molde na geração de cavidades (figura 6.11) conclui-se que este parâmetro também é importante. A simulação do processo revela que utilizando baixos valores deste coeficiente de transmissão de calor ( $500 \text{ W/m}^2\text{K}$ ), ou seja admitindo a presença de contato térmico pobre, obtêm-se defeitos de pequenas profundidades (figura 6.11.a), já que neste caso a direção da solidificação será mais intensamente afetada pelo fluxo de calor vertical. Quando o contato interfacial é aprimorado ( $1.200 \text{ W/m}^2\text{K}$ ), o fluxo de calor lateral é privilegiado possibilitando que a solidificação ocorra direcionada às paredes laterais. Se a transformação líquido/sólido tem características dessa natureza, o lingote produzido (figura 6.11.b) apresentará cavidades mais profundas que o caso anterior. A comprovação que a direção de solidificação afeta diretamente o processo de formação de cavidades, pode ser extraída através da análise da situação onde o coeficiente apresenta um valor mais elevado que os anteriores ( $2.000 \text{ W/m}^2\text{K}$ ), pois nesse lingote (figura 6.11.c), a cavidade formada terá profundidade ampliada. Na figura 6.11.d é exibida a evolução da profundidade da cavidade (C/A), em função do tipo de contato térmico (h).

A formação dos defeitos de contração pode ainda ser examinada em função da geometria do sistema metal/molde, onde o parâmetro estudado é dado pela relação existente entre a altura e a largura (A/L) do lingote. Na figura 6.12, compara-se resultados extraídos do uso do modelo concebido entre o lingote referência (A/L=0,94), visto na figura 6.12.a, com o caso onde A/L assume o valor de 1,25 (figura 6.12.b). Nessas condições, observa-se que a modificação imposta implicou numa cavidade relativa (C/A) igual à

## CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA METAL/MOLDE

- 1) ESPESSURA RELATIVA DA PAREDE DO MOLDE = 50 %
- 2) GRAU DE SUPERAQUECIMENTO = 0 K
- 3) COEFICIENTE DE TRANS. DE CALOR METAL/MOLDE = 1200 W/m<sup>2</sup>K
- 4) SISTEMA SEM CABECA QUENTE
- 5) ALTURA/LARGURA DO SISTEMA METAL/MOLDE = .74

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - ▨

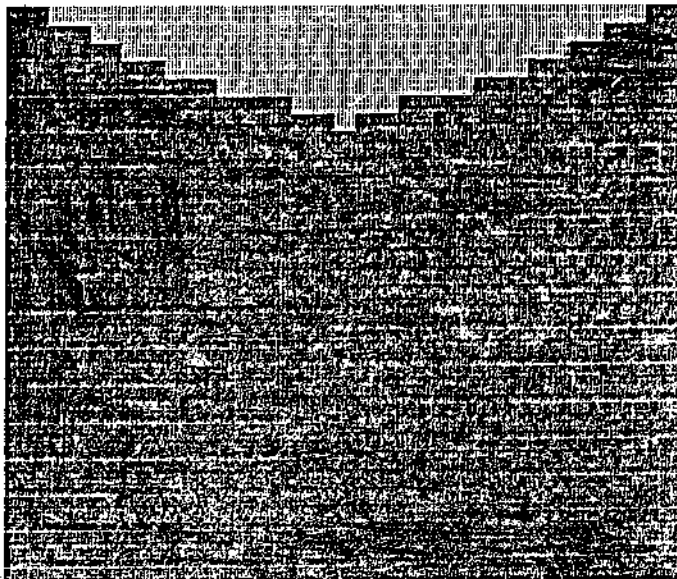


FIGURA 6.10.a - Cavidade de contração obtida no lingotamento estático com superaquecimento nulo.

## CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA METAL/MOLDE

- 1) ESPESSURA RELATIVA DA PAREDE DO MOLDE = 50 %
- 2) GRAU DE SUPERAQUECIMENTO = 10 K
- 3) COEFICIENTE DE TRANS. DE CALOR METAL/MOLDE = 1200 W/m<sup>2</sup>K
- 4) SISTEMA SEM CABECA QUENTE
- 5) ALTURA/LARGURA DO SISTEMA METAL/MOLDE = .74

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - ▨

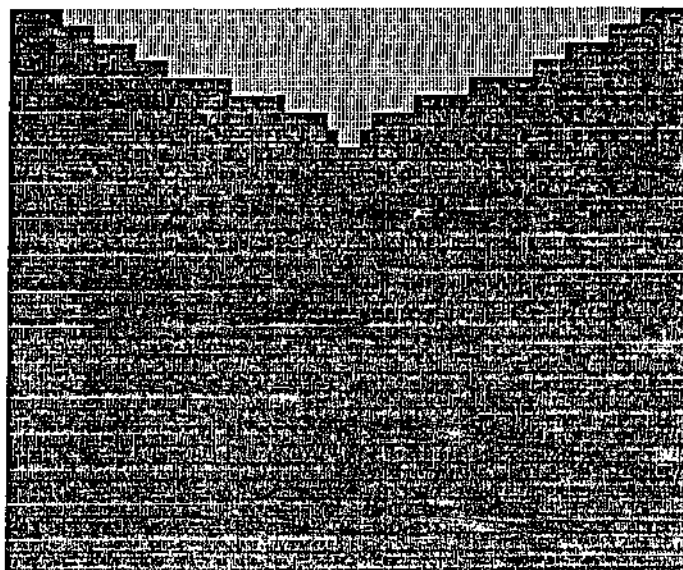


FIGURA 6.10.b - Cavidade de contração obtida no lingotamento estático com superaquecimento de 10 K.

## CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA METAL/MOLDE

- 1) ESPESURA RELATIVA DA CAMADA DO LINGOTE = 50 %
- 2) GRAU DE SUPERAQUECIMENTO = 20 K
- 3) COEFICIENTE DE TRANSF. DE CALOR METAL/MOLDE = 1200 W/m<sup>2</sup>K
- 4) SISTEMA SEM CAMADA QUENTE
- 5) ALTURA/LARGURA DO SISTEMA METAL/MOLDE = 0,94

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - ||

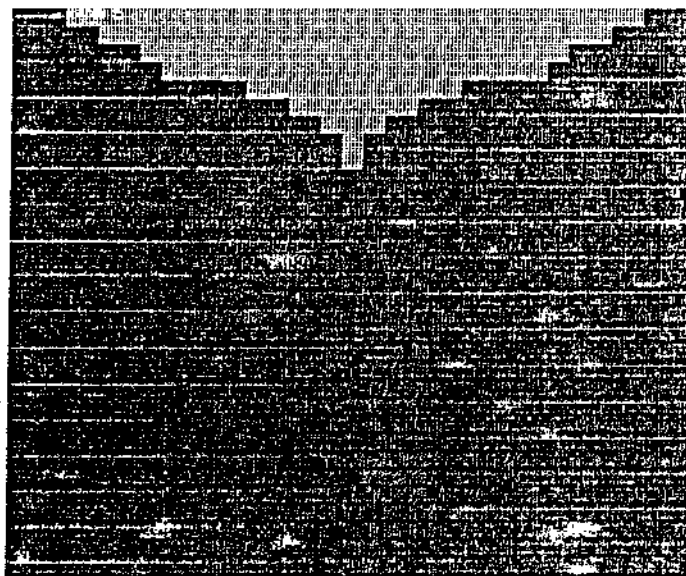


FIGURA 6.10.c - Cavidade de contração obtida no lingotamento estático com superaquecimento de 20 K.

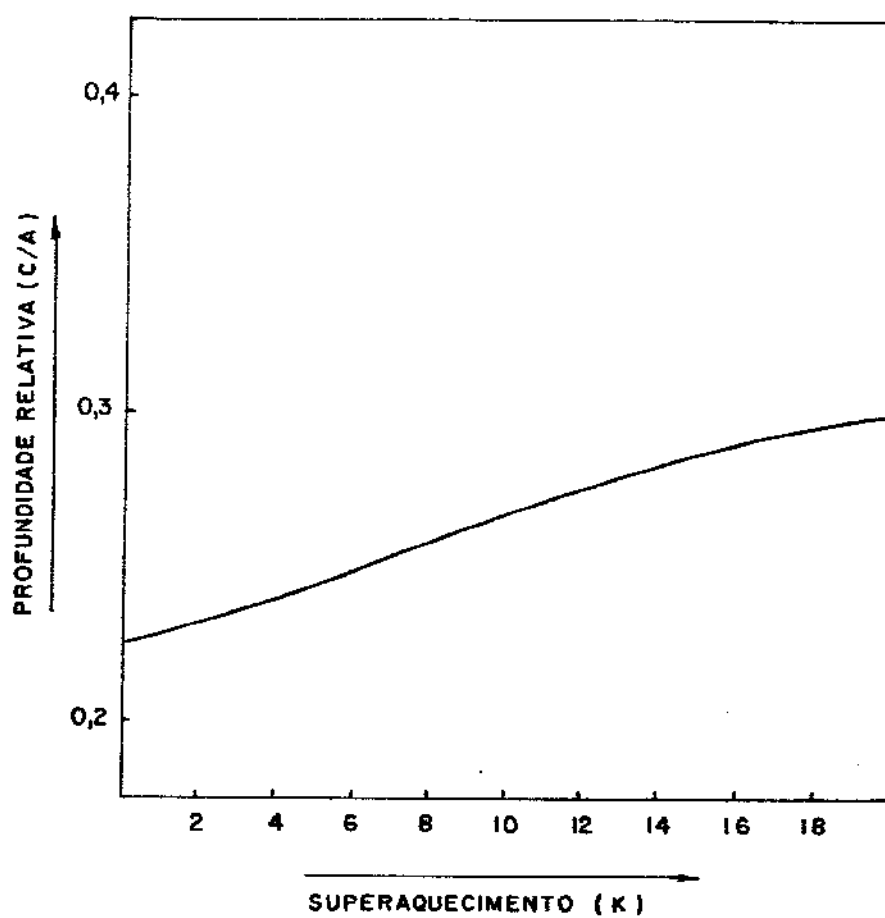


FIGURA 6.10.d - Evolução da profundidade relativa da cavidade de topo em função do grau de superaquecimento do metal líquido.

## CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA METAL/MOLDE

- 1) ESPESSURA RELATIVA DA PAREDE DO MOLDE = 50 %
- 2) GRAU DE SUPERAQUECIMENTO = 3 K
- 3) COEFICIENTE DE TRANS. DE CALOR METAL/MOLDE = 500 W/m<sup>2</sup>K
- 4) SISTEMA SEM CABECA QUENTE
- 5) ALTURA/LARGURA DO SISTEMA METAL/MOLDE = .94

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - □

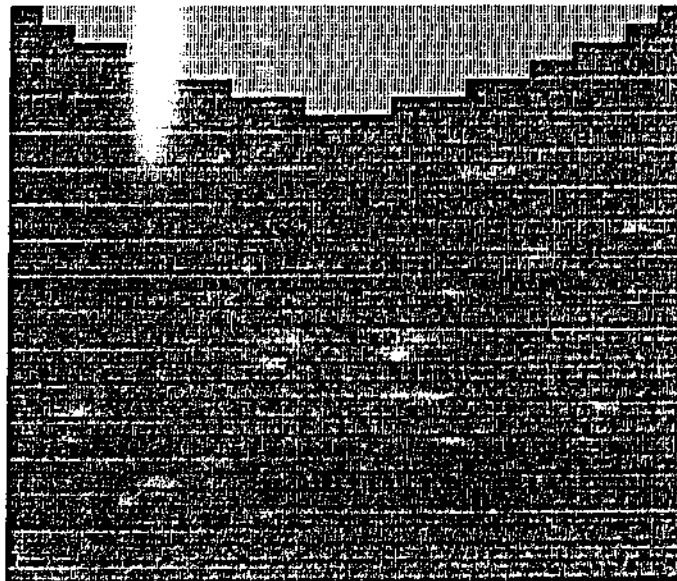


FIGURA 6.11.a - Cavidade de contração obtida no lingotamento estático com contato térmico metal/molde de 500 W/m<sup>2</sup>K.

## CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA METAL/MOLDE

- 1) ESPESSURA RELATIVA DA PAREDE DO MOLDE = 50 %
- 2) GRAU DE SUPERAQUECIMENTO = 3 K
- 3) COEFICIENTE DE TRANS. DE CALOR METAL/MOLDE = 1200 W/m<sup>2</sup>K
- 4) SISTEMA SEM CABECA QUENTE
- 5) ALTURA/LARGURA DO SISTEMA METAL/MOLDE = .94

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - □

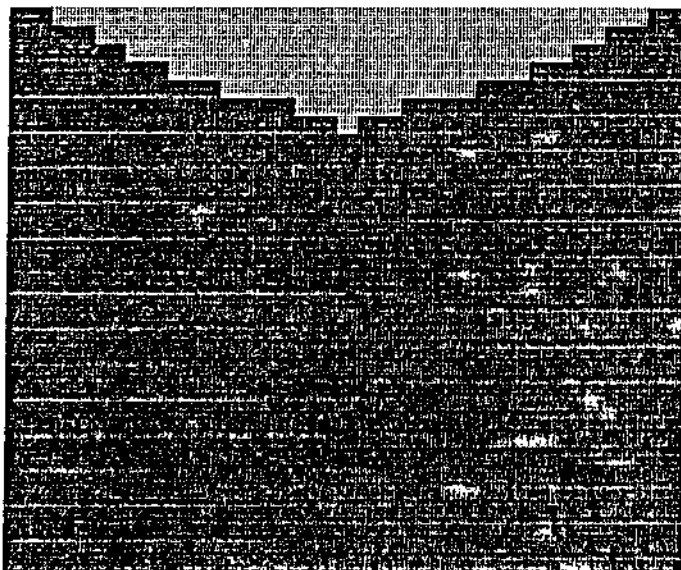


FIGURA 6.11.b - Cavidade de contração obtida no lingotamento estático com contato térmico metal/molde de 1200 W/m<sup>2</sup>K.



## CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA METAL/MOLDE

- 1) ESPESURA RELATIVA DA PAREDE DO MOLDE = 50 %
- 2) GRAU DE SUPERAQUECIMENTO = 3 K
- 3) COEFICIENTE DE TRANS. DE CALOR METAL/MOLDE = 2000 W/m<sup>2</sup>K
- 4) SISTEMA SEM CABECA QUENTE
- 5) ALTURA/LARGURA DO SISTEMA METAL/MOLDE = .94

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - □

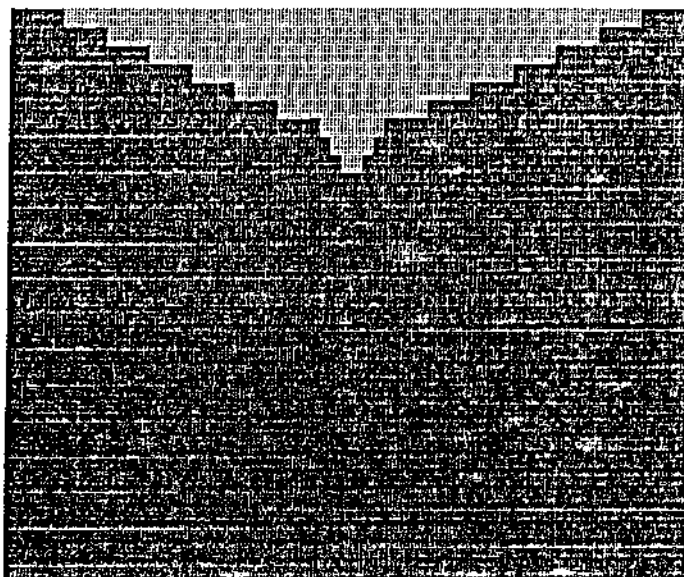


FIGURA 6.11.c - Cavidade de contração obtida no lingotamento estático com contato térmico metal/molde de 2000 W/m<sup>2</sup>K.

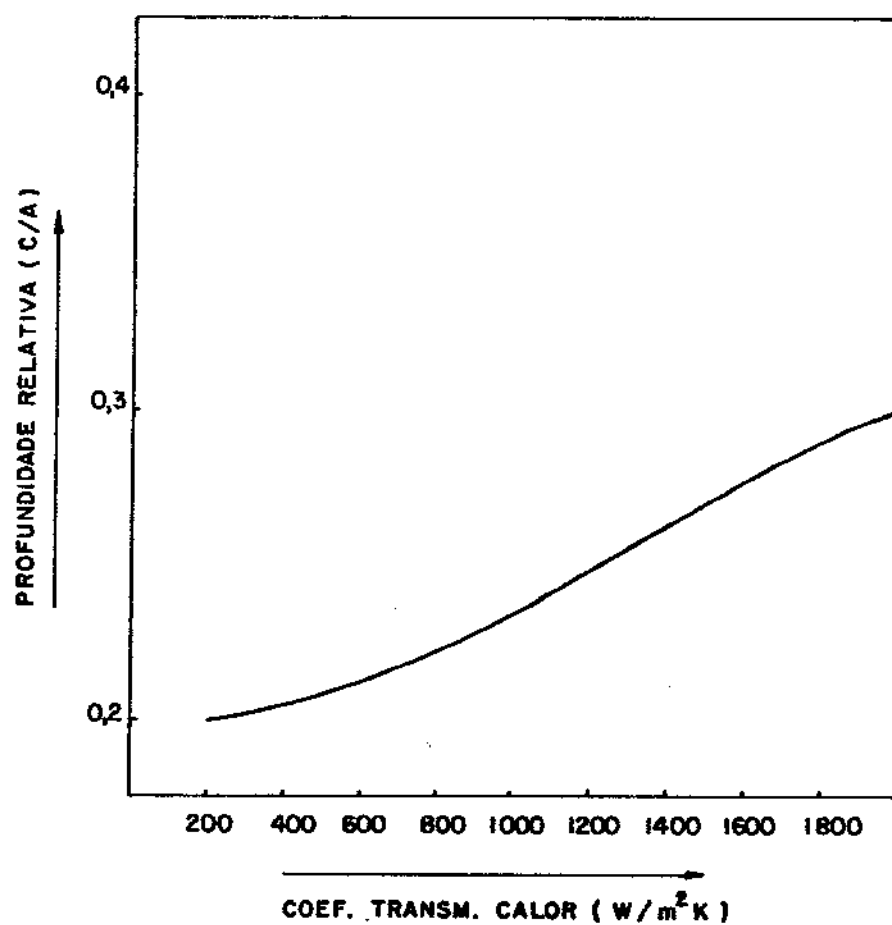


FIGURA 6.11.d - Evolução da profundidade relativa da cavidade de topo em função do coeficiente de transmissão de calor na interface metal/molde.

0,20, que é inferior ao modelo referência ( $C/A=0,23$ ). Se a relação  $A/L$  for diminuída ( $A/L=,75$ ), o resultado observado (figura 6.12.c) apresenta queda na eficiência do processo, pois dessa forma a relação  $C/A$  é igual a 0,25. Na figura 6.12.d é exibido a evolução da profundidade da cavidade, em função da geometria do sistema.

Finalmente, o uso do modelo desenvolvido permite analisar sistemas que apresentem a técnica de minimização de defeitos chamada de "cabeça quente". Na figura 6.13.a observa-se um sistema metal/molde apresentando placas laterais no topo do mesmo. O resultado desta modificação pode ser visto na figura 6.13.b e na mesma nota-se que a cavidade formada exibe profundidade nitidamente inferior quando comparado com casos onde não existe tal dispositivo. Tal fenômeno origina-se da defasagem que a solidificação mostra neste local, pois quando a parte superior do lingote apresenta velocidade de transformação menor que outros pontos do mesmo, ou seja, tem transferência de calor mais restrita, a formação do defeito será função da direção da transformação líquido/sólido, porém somente ocorrerá dentro da região que ainda permanece líquida, o que limita bastante a geometria de tal defeito. Quando placas isolantes de cobertura do metal líquido são adicionadas ao conjunto anterior (figura 6.14.a), os resultados obtidos demonstram que o fenômeno ocorrido no mesmo conjunto é agora mais pronunciado e produz um lingote com cavidade menos profunda (figura 6.14.b).

## 6.6 - CONCEPÇÃO DE UM SISTEMA METAL/MOLDE OTIMIZADO

O conjunto de dados e idéias provenientes da realização da análise dos diversos aspectos já tratados, serviram como subsídios para nortear a concepção de um modelo otimizado do processo de lingotamento estático. Tomando como sistema básico, o processo concebido na execução do desenvolvimento experimental, procedeu-se alterações que transformaram o modelo original em um modelo mais eficiente com relação a custos de produção, bem como qualidade do produto final, pois a verificação preliminar da operação de lingotamento usando tal sistema aperfeiçoado, resultou num lingo-

CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA METAL/MOLDE

- 1) ESPESURA RELATIVA DA PAREDE DO MOLDE = 50 %
- 2) GRAU DE SUPERADUECIMENTO = 3 %
- 3) COEFICIENTE DE TRANS. DE CALOR METAL/MOLDE = 1200 W/m<sup>2</sup>K
- 4) SISTEMA SEM CABECA QUENTE
- 5) ALTURA/LARGURA DO SISTEMA METAL/MOLDE = .94

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - ▨

138

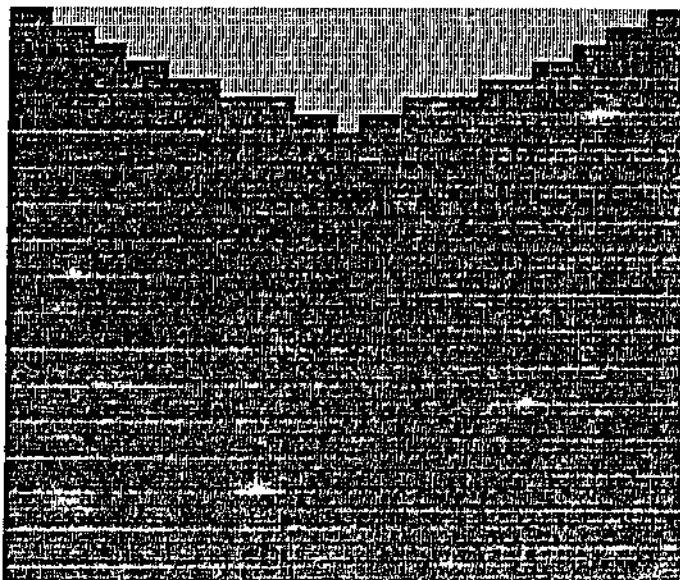


FIGURA 6.12.a - Cavidade de contração obtida no lingotamento estático com  $A/L = 0,94$ .

CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA METAL/MOLDE

- 1) ESPESURA RELATIVA DA PAREDE DO MOLDE = 50 %
- 2) GRAU DE SUPERADUECIMENTO = 3 %
- 3) COEFICIENTE DE TRANS. DE CALOR METAL/MOLDE = 1200 W/m<sup>2</sup>K
- 4) SISTEMA SEM CABECA QUENTE
- 5) ALTURA/LARGURA DO SISTEMA METAL/MOLDE = 1.25

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - ▨

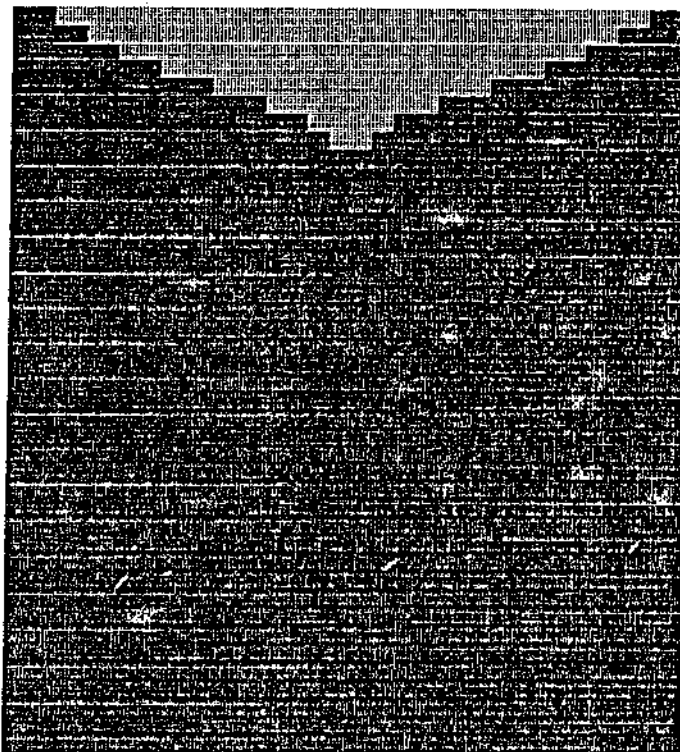


FIGURA 6.12.b - Cavidade de contração obtida no lingotamento estático com  $A/L = 1,25$ .

## CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA METAL/MOLDE

- 1) ESPESSURA RELATIVA DA PAREDE DO MOLDE = 50 %
- 2) GRAU DE SUPERAQUECIMENTO = 3 K
- 3) COEFICIENTE DE TRANS. DE CALOR METAL/MOLDE = 1200 W/m<sup>2</sup>K
- 4) SISTEMA SEM CARDECA QUENTE
- 5) ALTURA/LARGURA DO SISTEMA METAL/MOLDE = .75

LEGENDA METAL - ■ VAZIO - □

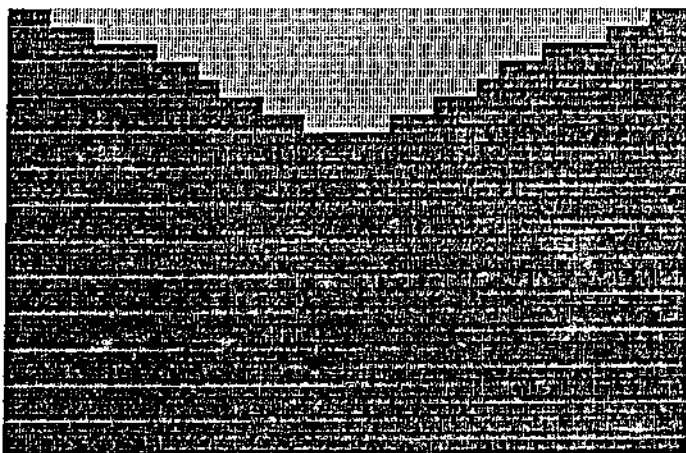


FIGURA 6.12.c - Cavidade de contração obtida no lingotamento estático com  $A/L = 0,75$ .

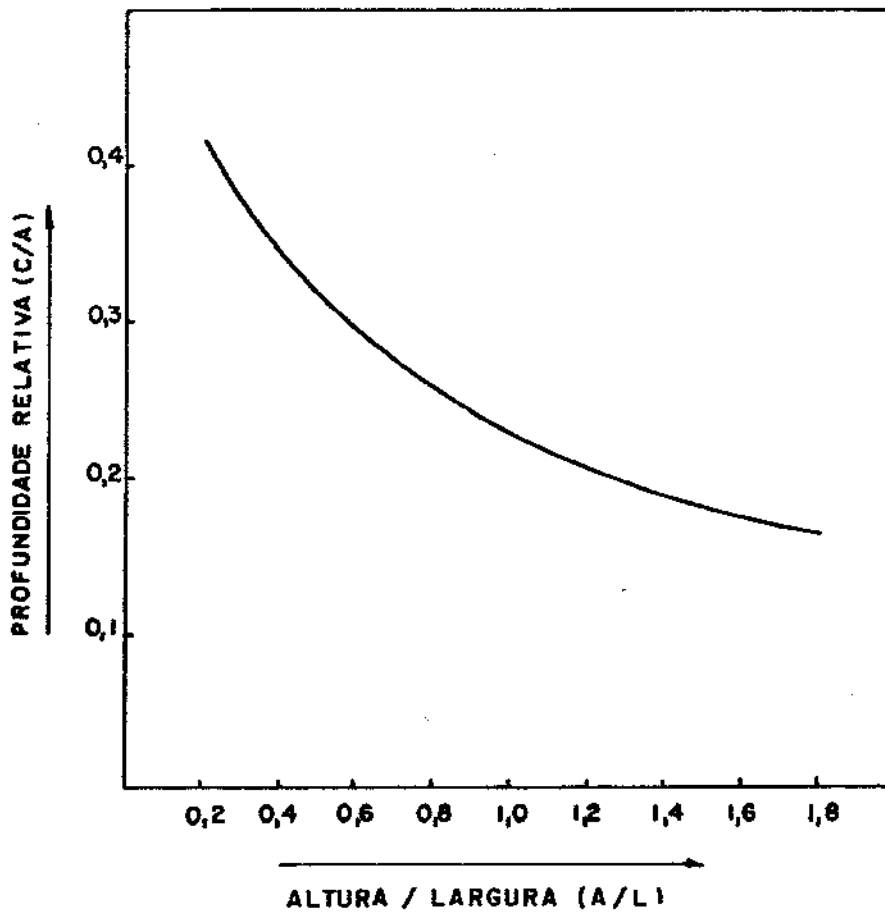
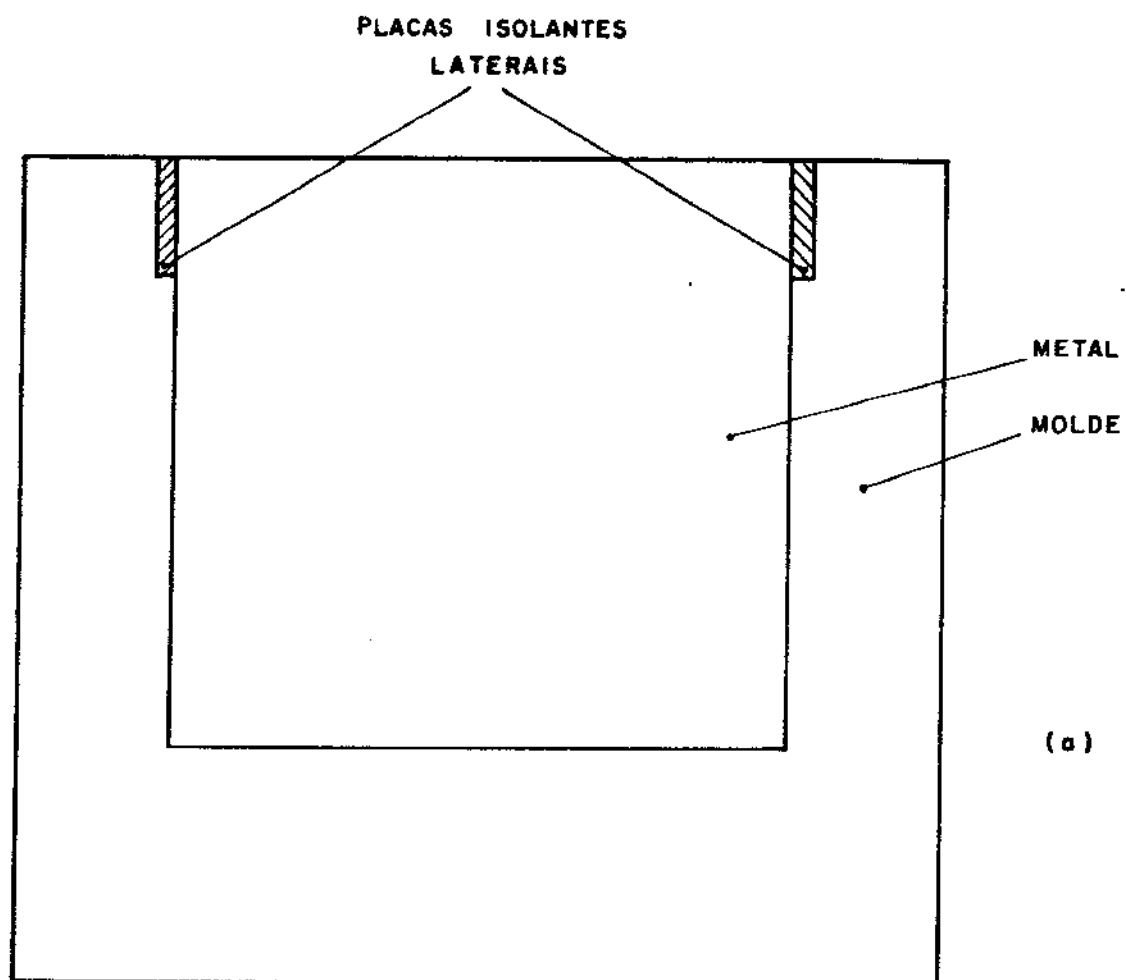


FIGURA 6.12.d - Evolução da profundidade relativa da cavidade de topo em função da relação altura/largura do lingote.



LEGENDA METAL - ■ VAZIO - ▨

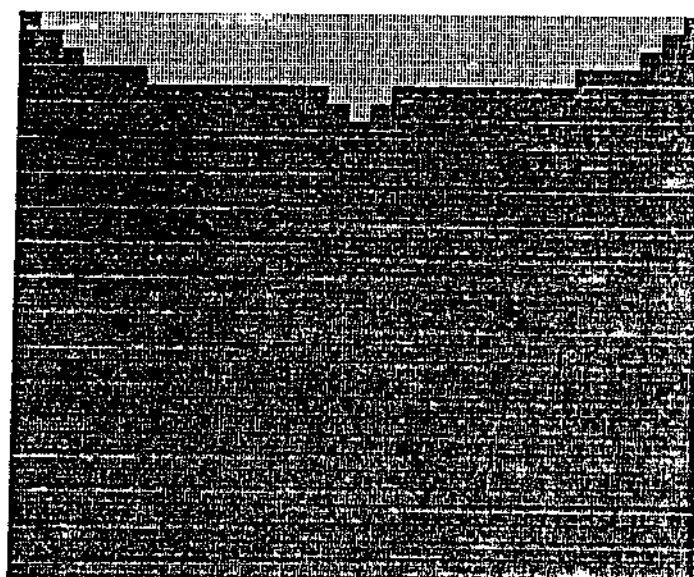
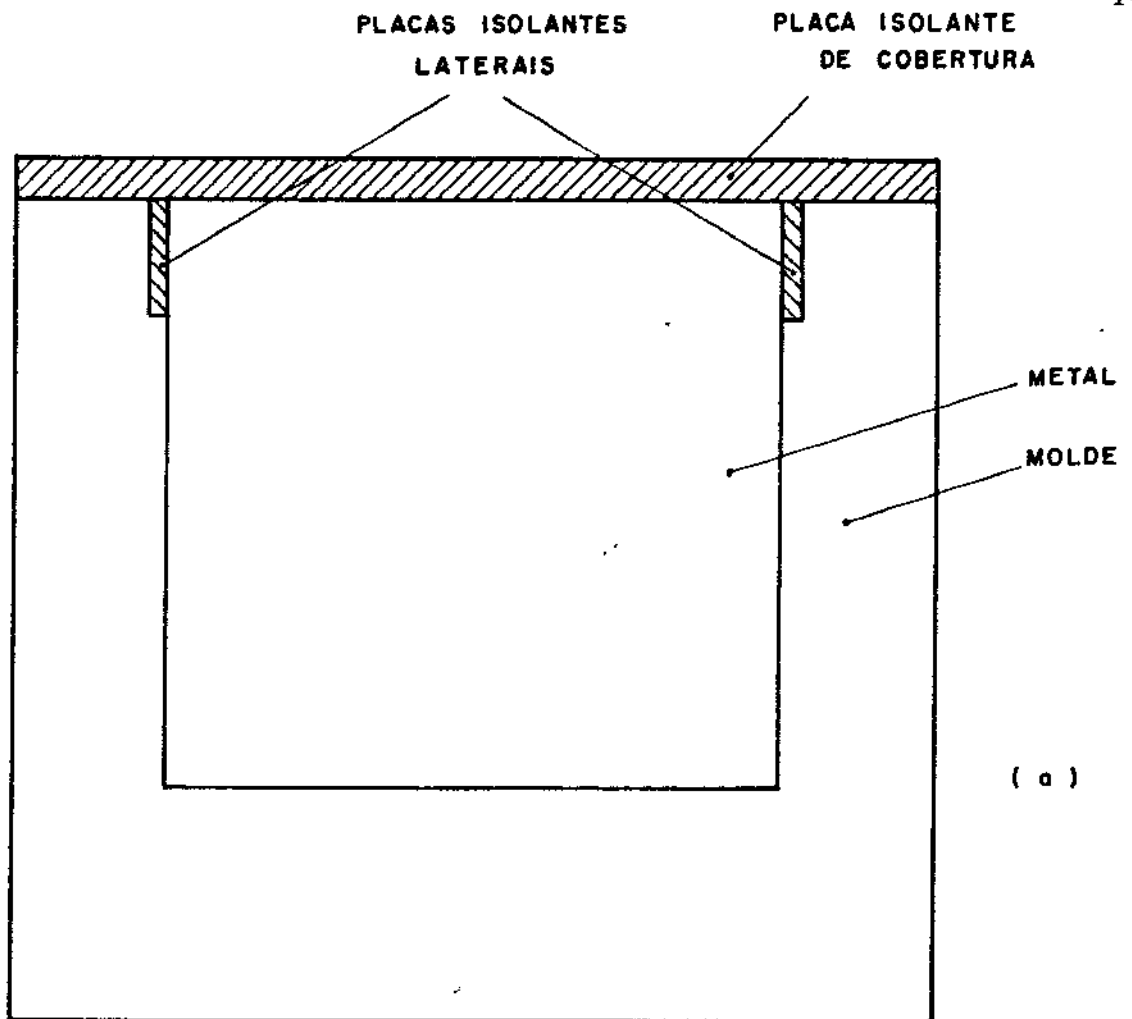


FIGURA 6.13 - Sistema metal/molde incluindo placas isolantes laterais.

(a) Disposição física.

(b) Perfil da cavidade formada.



LEGENDA METAL - ■ VAZIO - ▨

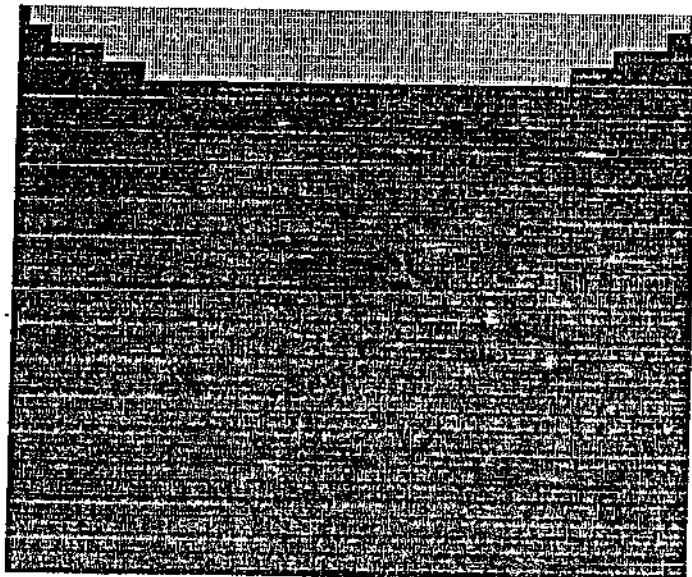


FIGURA 6.14 - Sistema metal/molde incluindo placas isolantes laterais e de cobertura.  
(a) Disposição física.  
(b) Perfil da cavidade formada.

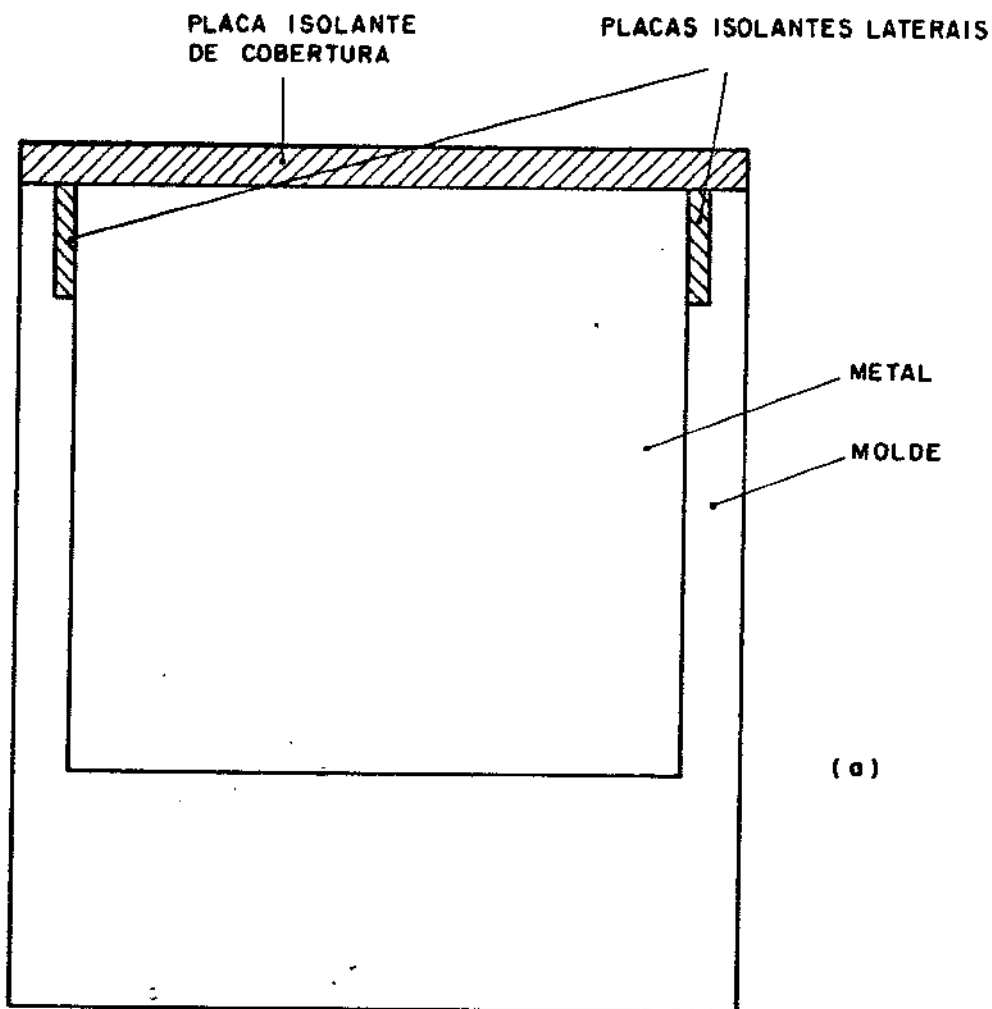


te que apresenta sua cavidade de topo extremamente abaulada (cavidade menos profunda) e que no caso de processamento industrial exigiria perda de metal significativamente inferior.

A idealização do novo conjunto consistiu principalmente da introdução de placas isolantes na região superior do molde, da otimização da espessura da parede da lingoteira, do aprimoramento do contato térmico metal/molde e também da adoção, na operação de vazamento do metal líquido, de um grau de superaquecimento compatível com as necessidades de ampliar a eficiência da técnica de lingotamento. O processo de lingotamento estático usando placas isolantes do tipo lateral e de cobertura permitiu retardar o progresso da transformação no topo do lingote e assim resultando em uma cavidade bem menos acentuada. Utilizando os princípios de otimização da espessura das paredes do molde, desenvolveu-se o processo usando a espessura relativa da lingoteira igual a 18,75% e este valor acarretou em sensível redução da quantidade de material necessário para a confecção da mesma (próximo de 35%), sem que isso significasse um acréscimo substancial no tempo de desmoldagem (próximo de 10%). O aprimoramento do contato térmico metal/molde que pode ser obtido através do decréscimo da rugosidade do molde, resultou na ampliação da velocidade do processo, que está diretamente ligada ao tempo de desmoldagem e finalmente a adoção de um valor de superaquecimento conveniente (5 K), possibilitou a produção do lingote em um tempo não elevado (próximo de 70 segundos) e também não provocou alterações significativas na formação da cavidade de topo. Como resultado deste estudo surge o modelo de lingotamento ilustrado na figura 6.15.a, sendo que o lingote por ele produzido é apresentado pela figura 6.15.b.

As principais características do sistema metal/molde otimizado são:

- 1) Espessura relativa da parede do molde = 18,75%
- 2) Grau de superaquecimento = 5 K
- 3) Coeficiente de transmissão de calor metal/molde =  $1.400 \text{ W/m}^2\text{K}$
- 4) Relação altura/largura do sistema metal/molde = 0,94
- 5) Sistema metal/molde com cabeça quente (placas isolantes laterais e de cobertura com condutibilidade térmica igual a  $0,5 \text{ W/m}^2\text{K}$ ).



LEGENDA METAL - [hatched pattern] VAZIO - [white]

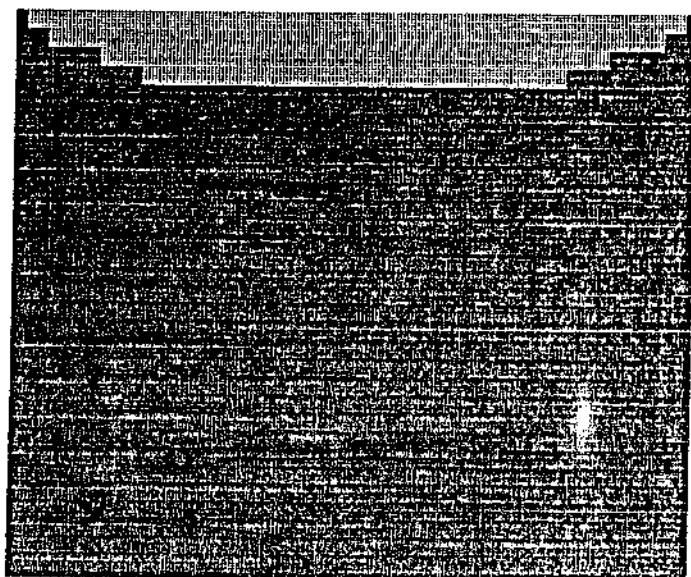


FIGURA 6.15 - Sistema metal/molde otimizado.

(a) Disposição física.

(b) Perfil da cavidade formada.

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSÕES

Os resultados obtidos, decorrentes da análise teórica e experimental da solidificação em operações de lingotamento e fundição de metais, permitem que sejam extraídas as seguintes conclusões:

7.1 - O método de diferenças finitas, concebido na forma explícita e bidimensional, mostrou ser ferramenta essencial na análise da solidificação em processos de lingotamento e fundição de metais, sendo extremamente eficiente na simulação da evolução da transferência de calor envolvida nos mesmos, permitindo avaliar a cinética de solidificação e a história térmica durante e após a transformação líquido/sólido. Na forma adotada, esta técnica exibiu ter formulação abrangente e versátil, bem como não requer elevado tempo de uso do sistema computacional quando comparado com outros métodos e também permitiu a investigação de sistemas metal/molde que apresentem geometrias complexas.

Com tal ferramenta é possível não apenas acompanhar a solidificação, bem como obter subsídios para o projeto e otimização de sistemas metal/molde que permitam aumentar a eficiência dos processos mencionados, minimizando tempo e custos de produção.

É oportuno salientar, que na aplicação dessa ferramenta matemática, dois dos pontos mais sensíveis referem-se a escolha do tipo de equacionamento da liberação do calor latente durante a solidificação e da formulação da evolução da resistência térmica de contato metal/molde.

7.2 - Os dispositivos experimentais concebidos para o desenvolvimento de experimentos de fundição e lingotamento de metais e especialmente construídos para o presente estudo, revelaram-se extremamente versáteis e eficientes durante a condução dos ensaios. Através dos mesmos foi possível executar experimentos que simulassem condições operacionais observadas em situações

utilizadas industrialmente, possibilitando a análise de diferentes fatores que influenciam estes processos.

Os resultados obtidos desses experimentos fazem concluir que o sistema de medidas, os materiais utilizados e geometrias dos moldes adotados, mostraram-se extremamente apropriados para o tipo de análise idealizada.

7.3 - Os resultados experimentais extraídos de operações de lingotamento e fundição, em diversos pontos do sistema metal/molde foram confrontados com expectativas teóricas fornecidas pelo modelo numérico. Desse confronto foi possível observar boa concordância entre as duas formas, sendo que os pontos onde notou-se discordâncias, as mesmas foram decorrentes principalmente da resistência térmica de contato metal/molde, que varia ao longo do processo e também do contato térmico imperfeito existente entre os termopares e as posições monitoradas. Dessa forma, tal comparação de resultados permite afirmar que o modelo teórico concebido revelou ser um instrumento eficaz na análise de processos que envolvam a solidificação de metais.

7.4 - A determinação da espessura ótima da parede de molde em operações de lingotamento pode ser obtida por meio de simulações de operações do processo, evitando dessa maneira, o desperdício de material na fabricação de lingoteiras.

7.5 - O modelo proposto de estimativa da evolução do coeficiente de transmissão de calor metal/molde, baseado em dados experimentais sobre a microestrutura do metal solidificado (espaçamentos interdendríticos) e na aplicação de modelo numérico concebido associado a modelos de crescimento microestrutural, mostrou ser eficaz na caracterização dessa resistência de contato.

7.6 - O exame da formação de cavidades de contração superior em lingótes por meio do modelo numérico concebido, mostra que tal defeito é sensivelmente diminuído se o superaquecimento do metal líquido é reduzido, se a resistência térmica de contato metal/molde é ajustada ao longo da lingoteira e também quando a relação altura/largura do lingote é elevada. Também foi constatado que este defeito é minimizado se placas isolantes laterais e de

cobertura são introduzidas no topo do sistema metal/molde.

É importante lembrar que a análise da formação de cavidades de topo através do modelo concebido, permite estabelecer parâmetros qualitativos sobre a evolução deste fenômeno, sendo que um exame quantitativo do mesmo somente produz resultados precisos se a abordagem da transferência de calor considerar o fluxo tridimensional do mesmo.

7.7 - A experiência adquirida através da análise teórico-experimental forneceu subsídios fundamentais, que permitiram nortear a concepção de um modelo otimizado do processo de lingotamento estático de metais. Tal modelo permite obter lingotes com cavidades de contração extremamente abauladas, o que significa maximização do volume útil de material, tempo de produção minimizado e lingoteiras com custos de fabricação reduzidos.

Além desses aspectos de otimização, o modelo serve ainda como programador estrutural, localizando estrategicamente defeitos, bem como permitindo a obtenção de microestruturas de características exigidas em aplicações específicas.

## LINHAS DE PESQUISA DECORRENTES DESTE TRABALHO

Em função da investigação elaborada durante a execução deste trabalho, é possível propor as seguintes linhas de pesquisa decorrentes do mesmo:

- a) Aplicação do modelo matemático concebido, na determinação da evolução do coeficiente de transmissão de calor metal/molde durante a solidificação, para os principais sistemas usados industrialmente.
- b) Aplicação do modelo matemático concebido, na determinação da influência da formulação da evolução da fração sólida durante a solidificação para os principais sistemas metálicos.
- c) Aplicação do modelo matemático concebido, na análise de fenômenos de micro e macrosegregação durante a solidificação.
- d) Aplicação do modelo matemático concebido, na análise da formação de porosidades durante a solidificação.
- e) Aplicação do modelo matemático concebido, na análise de geometrias complexas e estabelecer critérios de eficiência do mesmo neste caso.
- f) Desenvolvimento de um modelo matemático de diferenças finitas que permita analisar o fluxo de calor tridimensional durante o processo de solidificação.
- g) Aplicação de um modelo matemático de diferenças finitas tridimensional para caracterizar com precisão o perfil de cavidades de topo, levando inclusive em consideração a liberação de calor de materiais exotérmicos.

## BIBLIOGRAFIA

1. ARGYROPOULOS, S.; CLOSSET, B.; GRUZLESKI, J.E. - Application of Microprocessors in Metal Casting Studies, *AFS Transactions*, V. 25, p. 515, 1983.
2. BAMBERGER, M.; PRINZ, B. - Mathematical Modelling of the Temperature Field in Continuous Casting, *Z. Metallkunde*, V. 77, p. 237, 1986.
3. BAPTIZMANSKII, V.S. et al. - Mathematical Model for Investigating Pipe Formation in Ingots of Killed Steel, *Izvestiy Vuz Chernaya Metallurgiya*, V. 8, p. 43, 1978.
4. BELLO-OCHEDE, F.L. - A Numerical Study of Natural Convection in Horizontal Elliptic Cylinders, *Revista Brasileira de Mecânica*, V.7, p. 353, 1985.
5. BERRY, J.T.; PEHLKE, R.D. - Computer-Aided Design for Castings, *AFS Transactions*, V. 51, p. 101, 1984.
6. BERRY, J.T.; PEHLKE, R.D. - Progress Report on the Computer - Aided Design Systems Project, *AFS Transactions*, V. 103, p.615, 1980.
7. BIDULYA, P. - Steel Foundry Practice, Peace Publishers, Moscow, 1960.
8. BOICHENKO, M.C. - Continuous Casting of Steel, Butterworth, London, 1961.
9. BOWER, T.F.; BRODY, H.D.; FLEMINGS, M.C. - Measurements of Solute Redistribution in Dendritic Solidification, *Transactions of AIME*, V. 236, p. 624, 1966.

10. BRIMACOMBE, J.K. - Design of Continuous Casting Machines based on a Heat Flow Analysis: State-of-the Art Review, *Canadian Metallurgical Quarterly*, V. 15, p. 1, 1976.
11. BRODY, H.D.; FLEMINGS, M.C. - Solute Redistribution in Dendrite Solidification, *Transactions of AIME*, V. 236, p. 515, 1966.
12. BROWN, D.; HEINE, R.W. - Riser Conversion from White Iron to Ductile Iron Casting, *AFS Transactions*, V. 61, p. 73, 1982.
13. BURDEN, M.H.; HUNT, J.D. - Some Observations on Primary Dendrite Spacing, *Metal Science*, V. 29, p. 156, 1976.
14. BURTON, J.A.; PRIM, R.C.; SLICHTER, W.P. - The Distribution of Solute in Crystals Growth from the Melt, Part I - Theoretical, *The Journal of Chemical-Physics*, V. 21, p. 1987, 1953.
15. CARAM, R. - Análise de Fatores de Influência em Processos de Purificação baseados na Transformação Líquido-Sólido, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1983.
16. CARAM, R.; BERTAZZOLI, R.; GARCIA, A. - Purificação de Metais e Compostos Orgânicos por Fusão Zonal - Uma Otimização, *Metallurgia ABM*, V. 40, p. 507, 1984.
17. CARAM, R.; GARCIA, A. - Análise de Parâmetros Operacionais de Influência na Redistribuição de Solutos no Processo de Solidificação Fracionada, *Anais do CONFIT/ABM*, V. 1, p. 33, 1983.
18. CARAM, R.; GARCIA, A. - Simulação do Processo de Fusão Zonal através de Compostos Orgânicos, *Anais do 5º CBECIMAT*, V. 1, p. 309, 1982.
19. CARAM, R.; IERARDI, M.C.; GARCIA, A. - Transferência de Calor e Estrutura de Solidificação no Lingotamento de Metais. *Anais do 41º Congresso da ABM*, V. 2, p. 541, São Paulo, 1986.



20. CARAM R.; IERARDI, M.C.; GARCIA, A. - Modelagem Numérica Aplicada a Solidificação de Peças Metálicas no Processo de Fundição, *Anais do 42º Congresso da ABM*, V.4 , p.59 , Salvador, 1987.
21. CARSLAW, H.S.; JAEGER, J.C. - *Conduction of Heat in Solids*, Claredon Press, Oxford, 1959.
22. CHALMERS, B. - *Principles of Solidification*, John Wiley and Sons, New York, 1964.
23. CLYNE, T.W. - Numerical Modelling of Directional Solidification of Metallic Alloys, *Metal Science*, V. 16, p. 441, 1982.
24. CLYNE, T.W. - The Use of Heat Flow Modelling to Explore Solidification Phenomena, *Metall. Trans.*, V. 138, p. 471, 1982.
25. CLYNE, T.W.; GARCIA, A. - The Application of a New Solidification Heat Flow Model to Splat Cooling, *Journal of Material Science*, V. 16, p. 1643, 1981.
26. CLYNE, T.W.; GARCIA, A.; ACKERMANN, P.; KURZ, W. - The Use of Empirical, Analytical and Numerical Models to Describe Solidification of Steel during Continuous Casting, *Modelling of Casting and Welding Processes*, p. 93, The Metallurgical Society of AIME, New Hampshire, 1980.
27. CLYNE, T.W.; KURZ, W. - Solute Redistribution During Solidification with Rapid Solid State Diffusion, *Metall. Trans.*, V. 12A, p. 965, 1981.
28. COOK, G.G. - *Engineered Casting*, McGraw-Hill Co., New York, 1962.
29. CREESE, R.C. - Cylindrical Top Riser Design Relationships for Evaluating Insulating Materials, *AFS Transactions*, V.43, p. 354, 1981.

30. DALLMER, D.A. - Use of the Computer in the Foundry, *AFS Transactions*, V. 175, p. 757, 1984.
31. DAS, P.K. - Finite Element Analysis Method in the Design of Casting, *AFS Transactions*, V. 128, p. 597, 1979.
32. DAVIES, G. - Solidification and Casting, Applied Science Publishers Ltda, London, 1973.
33. DAVIS, K.G.; MAGNY, J.G. - Computer - Aided Riser Calculation for Steel Casting, *AFS Transactions*, V. 174, p. 73, 1984.
34. DESAI, C.S. - Elementary Finite Element Method, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, 1979.
35. DESAI, P.V.; BERRY, J.T.; KIM, C. - Computer Simulation of Forced and Natural Convection During Filling of a Casting, *AFS Transactions*, V. 97, p. 519, 1984.
36. DUSINBERRE, G.M. - Numerical Analysis of Heat Flow, McGraw-Hill Co., New York, 1949.
37. FERZIGER, J. - Numerical Methods for Engineering Application, John Wiley and Sons, New York, 1981.
38. FEURER, U. - Influence of Alloy Composition and Solidification Conditions on Dendrite Arm Spacing, Feeding and Hot Tearing Properties of Aluminium Alloys, *Proceedings of the Symposium on Quality Control of Engineering Alloys*, Delft, V.1, p. 131, 1977.
39. FLEMINGS, M.C. - Solidification Processing, Ed. McGraw-Hill Co., New York, 1974.
40. GARCIA, A. - Desenvolvimento e Verificação Experimental de um Modelo para Análise da Solidificação Unidirecional de Metais, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1978.

41. GARCIA, A. - Mathematical Heat Transfer Model for the Analysis of Solidification of Binary Alloys, *Proceeding of Multi-Phase Flow and Heat Transfer*, Amsterdam, V. 1, p. 591, 1984.
42. GARCIA, A. - Transferência de Calor e Solidificação no Processo de Lingotamento Contínuo, Tese de Livre Docência, Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1981.
43. GARCIA, A.; PRATES, M. - Determinação Experimental da Condutância Térmica Metal/Molde no Processo de Solidificação, *Anais do 5º Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, V.B, p. 1, 1979.
44. GARCIA, A.; PRATES, M. - Mathematical Model for the Analysis of Plan Front Solidification, *Multiphase Transport*, V. 1, p. 487, Hemisphere Publishing Co., New York, 1980.
45. GARCIA, A.; PRATES, M. - The Application of a Mathematical Model to Analyse Ingot Thermal Behaviour During Continuous Casting, *Proceedings of the 4th IFAC Symposium*, Helsinki, Finland, V.1, p. 273, 1983.
46. GARIEPY, B.; GOLLER, R. - Effect of Mold Material and Feeding on Volume Change in Ductile Iron Casting, *AFS Transactions*, V. 75, p. 157, 1981.
47. GEIGER, G.H.; POIRER, D.R. - Transport Phenomena in Metallurgy, Addison Wesley Publishing Co., New York, 1973.
48. GRAHM, H. - Computer Graphics for Casting Design, *AFS Transactions*, V. 184, p. 597, 1981.
49. HANSEN, M. - Constitution of Binary Alloys, Ed. McGraw-Hill Co., New York, 1958.
50. HANSEN, P.N. - Modelling of Solidification Processes in Castings using FDM-Techniques, *Proceedings of State of the Art of Computer Simulation of Casting and Solidification Processes*, Strasbourg, France, V. 1, p. 27, 1986.

51. HARVEY, R.L.; BLOODWORTH, D.J.; ALEXANDER, I.C. - Hot Top for Steel Ingots: A Review of Developments, *Solidification Technology in Foundry and Cast House*, p. 469, The Metals Soc., London, 1983.
52. HEINE, R.W.; ROSENTHAL, P.C. - Principles of Metal Casting , McGraw-Hill Co., New York, 1965.
53. HENZEL, J.G.; KEVERIAN, J. - Gap Formation in Permanent Mold Casting, *AFS Transactions*, V. 62, p. 373, 1960.
54. HENZEL, J.G.; KEVERIAN, J. - The Theory and Application of a Digital Computer in Predicting Solidification Patterns, *Journal of Metals*, V. 17, p. 561, 1965.
55. HO, K.; PEHLKE, R.D. - Mechanisms of Heat Transfer at a Metal -Mold Interface, *AFS Transactions*, V. 61, p. 587, 1984.
56. HUEBNER, K.H. - The Finite Element Method for Engineers, John Wiley and Sons, New York, 1973.
57. HUNT, J.D. - Cellular and Primary Dendrite Arm Spacings, *Solidification and Casting of Metals*, p. 3, The Metals Soc., London, 1979.
58. HURTUK, D.J. - Computer Simulation of Ingot Solidification, *Steel Progress*, V. 4, p. 15, 1985.
59. IERARDI, M.C.; CARAM, R.; GARCIA, A. - Influência de Parâmetros Térmicos nos Processos de Lingotamento Estático e Contínuo de Metais, *Anais do 7º CBECIMAT*, V. 1, p. 135, 1986.
60. IERARDI, M.C.; CARAM, R.; GARCIA, A. - Modelamento Matemático da Solidificação no Processo de Lingotamento Contínuo. *Metallurgia ABM*, V. 42, p. 521, 1986.

61. IERARDI, M.C.; CARAM, R.; GARCIA, A. - Modelling of Heat Transfer in Static and Continuous Casting, *Proceeding of 4th Miami International Symposium on Multi-Phase Transport & Particulate Phenomena*, V.1, p. 10, 1986.
62. IMAFUKU, I.; CHIJIWA, K. - A Mathematical Model for Shrinkage Cavity Prediction in Steel Castings, *AFS Transactions*, V.10, p. 527, 1983.
63. INOUE, T. et al. - Heat Transfer in the Continuous Casting Mold, *Nippon Steel Technical Report*, V. 12, p. 86, 1978.
64. ISACHENKO, V.; OSIPOVA, V.; SUKOMEL, A. - Heat Transfer, Mir Publishers, Moscow, 1974.
65. JACOBI, H.; PITSCH, W. - Investigation of the Crystallization Sequence During Solidification of Low Alloy Steels, *Archiv Eisenhüttenwes*, V. 46, p. 417, 1975.
66. JACOBI, J.; SCHWERTFEGGER, K. - Dendrite Morphology of Steady State Unidirectionally Solidified Steel, *Metallurgical Transactions*, V. 74, p. 811, 1976.
67. JOHNS, R.A. - Riserling Steel Castings Easily and Efficiently, *AFS Transactions*, V. 5, p. 77, 1980.
68. KERNS, J.K. - Computer Simulation of the Permanent Mold Process, *Modern Casting*, V. 76, p. 32, 1986.
69. KOPCHENOVA, N.; MARON, I. - Computational Mathematics, Mir Publishers, Moscow, 1975.
70. KREITH, F. - Princípios de Transmissão de Calor, Edgar Blücher Ltda., São Paulo, 1977.
71. KRIVANEK, R.A.; MOBLEY, C.E. - A Computer Model for the Solidification of Cast-Iron Chill Tests, *AFS Transactions*, V. 85, p. 311, 1984.

72. KURZ, W.; FISCHER, D. - Fundamentals of Solidification, Trans. Tech. Publications, Aedermannsdorf, 1984.
73. LAKI, R.; BEECH, J.; DAVIES, G. - Curved - Boundary Heat-Transfer Model and its Application to Meniscus Zone during Casting, *Iron-Making and Steel Making*, V. 11, p. 283, 1984.
74. LANGFORD, D. - The Heat Balance Integral, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, V. 16, p. 2424, 1973.
75. LEWIS, R.W.; SEETHARAMU, K.N.; MORGAN, K. - Applications of the finite Element Method in the Study of ingot castings, *Solidification Technology in Foundry and Casthouse*, p. 40, The Metals Soc., London, 1980.
76. MEDEIROS, M. - Influência do Superaquecimento no Comportamento Térmico de Sistemas Metal/Molde durante a Solidificação, *Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia, UNICAMP*, 1979.
77. MEHRABIAN, R.; WADLEY, H. - Needs for Process Control in Advanced Processing of Materials, *Journal of Metals*, V. 37, p. 51, 1985.
78. *Metals Handbook*, American Society for Metals, Ohio, V. 8, 1973.
79. MIZIKAR, E.A., - Mathematical Heat Transfer Model for Solidification of Continuously Cast Steel Slabs, *Transactions of AIME*, V. 239, p. 1747, 1967.
80. MOHAN, V.; SHENOY, R.N. - Prediction of Solidification Time of Iron Castings in Coated Cast Iron Molds, *AFS Transactions*, V. 80, p. 435, 1982.
81. MONDOLFO, L.F. - *Aluminium Alloys-Structure and Properties*, Butterworths, London, 1976.

82. MOORE, J.J.; SHAH, N.A.; WOLLER, V. - The Control of Channel Segregation in Cast Steel - A Review, *AFS Transactions*, V.08, p. 297, 1983.
83. OHNAKA, I.; FUKUSAKO, T. - Calculation of Solidification of Casting by a Matrix Method, *Transactions I.S.I.J.*, V. 17, p. 410, 1977.
84. OHNAKA, I.; KOBAYASHI, K. - Flow Analysis during Solidification by the Direct Finite Difference Method, *Transactions I.S.I.J.*, V. 26, p.322, 1986.
85. OHTSUKA, Y.; MIZUNO, K.; YAMADA, J. - Application of a Computer Simulation System to Aluminum Permanent Mold Castings , *AFS Transactions*, V. 89, p. 635, 1982.
86. PASCHKIS, V. - Solidification of Cylinder, *AFS Transactions* , V. 61, p. 142, 1953.
87. PASCHKIS, V. - Study on Solidification of Steel Spheres, *AFS Transactions*, V. 1948, p. 373, 1956.
88. PATANKAR, S. - Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill Co., New York, 1980.
89. PERKINS, A.; IRVING, W.R. - Two-Dimensional Heat Transfer Model for Continuous Casting of Steel, *Proceedings of the Conference on Mathematical Process Model in Iron and Steel-making*, p. 187, The Metals Society, 1973.
90. PFANN, W.G. - Redistribution of Solute During Freezing, *Liquid Metals and Solidification*, ASME, Cleveland, Ohio, 1958.
91. PHAM, Q.T. - A Fast, Unconditionally Stable Finite - Difference Scheme for Heat Conduction with Phase Change, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, V. 28, p. 2079, 1985.

92. PRATES, M.; DAVIES, G. - Solidificação e Fundição de Metais e suas Ligas, Ed. LTC/Edusp, São Paulo, 1978.
93. PRATES, M.; PIRES, O. - A Resistência Térmica da Interface Metal/Molde e sua Importância na Solidificação de Lingotes, *Metallurgia ABM*, V. 29, p. 157, 1973.
94. PULLINS, J.; WALTHER, M.K. - Simulation for Designing Metal-Casting Molds, *Computer-Aided Engineering Journal*, V.1, p.62, 1984.
95. RAJENDRAN, S.; WILCOX, W. - Steady State Thermal Modelling of Casting of Silicon, *Journal of Crystal Growth*, V. 69, p. 62, 1984.
96. RAMAKRISHNA, P.; SASTRI, V.M.K. - Efficient Numerical Method for Two-Dimensional Phase Change Problems, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, V. 27, p. 2077, 1984.
97. RUDDLE, R.W. - A Computer Program for Steel Riser, *AFS Transactions*, V.2, p. 227, 1982.
98. SAITOH, T. - Numerical Method for Multi-Dimensional Freezing Problems, in Arbitrary Domains, *Trans. of the ASME*, V. 100, p. 294, 1978.
99. SANTOS, R. - Desenvolvimento de um Método para Análise da Solidificação de Metais em Geometrias Cilíndricas, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1980.
100. SANTOS, R. - Influência da Espessura de Parede de Molde no Tempo de Solidificação e na Estrutura de Fundição da Liga Eutética Alumínio - 12% Silício, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1977.
101. SAMONDS, M.; MORGAN, K.; LEWIS, R.W. - Finite Element Modelling of Solidification in Sand Casting Employing an Implicit-Explicit Algorithm, *Appl. Math. Modelling*, V. 9, p. 170, 1985.



102. SARJANT, R.J.; SLACK, M.R. - Internal Temperature Distribution in the Cooling and Reheating of Steel Ingots, *Journal Iron and Steel Institute*, V. 177, p. 428, 1954.
103. SCHNIEWIND, J. - Solution of the Solidification Problem of One-Dimensional Medium by a New Numerical Method, *Journal Iron and Steel Institute*, V. 98, p. 594, 1963.
104. SCIAMA, G. - Transmission de Chaleur et Solidification, *Fonderie*, V. 218, p. 138, 1964.
105. SELKI, J.L.; BIHAM, R.C. - An Evaluation of Disposable Hot Tops, *Journal of Metals*, V. 17, p. 150, 1965.
106. SIMPSON, B.L. - History of the Metals Casting Industry, *American Foundrymen's Society*, 1969.
107. SMILEY, L.E. - Solidification Modeling on a PC: *Foundrymen's Approach*, *Modern Casting*, V. 77, p. 32, 1987.
108. SMITH, V.G.; TILLER, W.A.; RUTTER, J.W. - A Mathematical Analysis of Solute Redistribution During Solidification, *Canadian Journal of Physics*, V. 33, p. 723, 1955.
109. SMITHELLS, C.J. - Metals Reference Book, Butterworths, London, 1976.
110. TACKE, K.; MIYAZAWA, K.; SCHWERDTFEGGER, K.- Macrosegregation in Strand Cast Steel: Computation of Concentration Profiles with a Diffusion Model, *Arch Eisenhüttenwes*, V. 52, p. 15, 1981.
111. THAMBAN, M.I., PANCHANATHAN, V. - Numerical Simulation of Solidification of Aluminum Alloys in Cast Iron Molds, *AFS Transactions*, V. 53, p. 167, 1980.

112. TILLER, W.A.; JACKSON, K.A.; RUTTER, J.W.; CHALMERS, B. - The Redistribution of Solute During the Solidification of Metals, *Acta Metallurgica*, V. 1, p. 428, 1953.
113. YAZANA, K.M.; MUCHI, I. - Mathematical Model for Determining Solidification Profiles of Slab in the Vertical Type and the Circular-Arc Type Continuous Casting Machines, *Trans. of the I.S.I.J.*, V. 15, p. 37, 1975.
114. YU, J.R.; HSU, T.R. - Analysis of Heat Conductions in Solids by Space-Time Finite Element Method, *Int. Journal for Numer. Meth. in Engineering*, V. 21, p. 2001, 1985.
115. ZENG, X.C.; PEHLKE, R.D. - Numerical Simulation of Solidification for a Copper-Base Alloy Casting, *AFS Transactions*, V. 111, p. 479, 1981.
116. ZIEF, M.; WILCOX, W.R. - Fractional Solidification, Ed. M. Dekker Inc., New York, 1967.
117. WASHBURN, E.W. - International Critical Tables, V. 5, McGraw-Hill Co., New York, 1972.
118. WEI, C.S.; BERRY, J.T. - Extending the Modulus Approach to Feeding to Account for Corner Effects, *AFS Transactions*, V. 30, p. 193, 1982.
119. WEI, C.S.; BERRY, J.T. - Solidification Simulation Based on the Edge Function Approach, *AFS Transactions*, V. 34, p. 509, 1983.
120. WEINBERG, F. - The Casting of Steel, *Metallurgical Transactions*, V. 6A, p. 1971, 1975.
121. WELLS, K.J.; COLWELL, G.T.; BERRY, J.T. - Two-Dimensional Numerical Simulation of Casting Solidification with Heat Pipe Controlled Boundary Conditions, *AFS Transactions*, V. 95, p. 429, 1984.

122. WELTY, J. - Engineering Heat Transfer, John Wiley and Sons ,  
New York, 1978.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. MEHRABIAN, R.; WADLEY, H. - Needs for Process Control in Advanced Processing of Materials, *Journal of Metals*, V. 37, p. 51, 1985.
2. HENZEL, J.G.; KEVERIAN, J. - The Theory and Application of a Digital Computer in Predicting Solidification Patterns, *Journal of Metals*, V. 17, p. 561, 1965.
3. SIMPSON, B.L. - History of the Metals Casting Industry, American Foundrymen's Society, 1969.
4. KURZ, W.; FISCHER, D. - Fundamentals of Solidification, Trans. Tech. Publications, Aedermannsdorf, 1984.
5. INOUE, T. et al. - Heat Transfer in the Continuous Casting Mold, *Nippon Steel Technical Report*, V. 12, p. 86, 1978.
6. KRIVANEK, R.A.; MOBLEY, C.E. - A Computer Model for the Solidification of Cast-Iron Chill Tests, *AFS Transactions*, V. 85, p. 311, 1984.
7. PASCHKIS, V. - Solidification of Cylinder, *AFS Transactions*, V. 61, p. 142, 1953.
8. PASCHKIS, V. - Study on Solidification of Steel Spheres, *AFS Transactions*, V. 1948, p. 373, 1956.
9. PERKINS, A.; IRVING, W.R. - Two-Dimensional Heat Transfer Model for Continuous Casting of Steel, *Proceedings of the Conference on Mathematical Process Models in Iron and Steelmaking*, p. 187, The Metals Society, 1973.
10. RAJENDRAN, S.; WILCOX, W. - Steady State Thermal Modelling of Casting of Silicon, *Journal of Crystal Growth*, V. 69, p. 62, 1984.

11. RAMAKRISHNA, P.; SASTRI, V.M.K. - Efficient Numerical Method for Two-Dimensional Phase Change Problems, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, V. 27, p. 2077, 1984.
12. SAITOH, T. - Numerical Method for Multi-Dimensional Freezing Problems, in Arbitrary Domains, *Trans. of the ASME*, V. 100, p. 294, 1978.
13. SANTOS, R. - Desenvolvimento de um Método para Análise da Solidificação de Metais em Geometrias Cilíndricas, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1980.
14. SANTOS, R. - Influência da Espessura de Parede de Molde no Tempo de Solidificação e na Estrutura de Fundição da Liga Eutética Alumínio - 12% Silício, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1977.
15. SCIAMA, G. - Transmission de Chaleur et Solidification, *Fonderie*, V. 218, p. 138, 1964.
16. ARGYROPOULOS, S.; CLOSSET, B.; GRUZLESKI, J.E. - Application of Microprocessors in Metal Casting Studies, *AFS Transactions*, V. 25, p. 515, 1983.
17. BAMBERGER, M.; PRINZ, B. - Mathematical Modelling of the Temperature Field in Continuous Casting, *Z. Metallkunde*, V. 77, p. 237, 1986.
18. BERRY, J.T.; PEHLKE, R.D. - Progress Report on the Computer - Aided Design Systems Project, *AFS Transactions*, V. 103, p. 615, 1980.
19. BIDULYA, P. - Steel Foundry Practice, Peace Publishers, Moscow, 1960.
20. BOICHENKO, M.C. - Continuous Casting of Steel, Butterworth, London, 1961.

21. OHNAKA, I.; FIKUSAKO, T. - Calculation of Solidification of Casting by a Matrix Method, *Transactions I.S.I.J.*, V. 17, p. 410, 1977.
22. MIZIKAR, E.A. - Mathematical Heat Transfer Model for Solidification of Continuously Cast Steel Slabs, *Transactions of AIME*, V. 239, p. 1747, 1967.
23. MOHAN, V.; SHENOY, R.N. - Prediction of Solidification Time of Iron Castings in Coated Cast Iron Molds, *AFS Transactions*, V. 80, p. 435, 1982.
24. HEINE, R.W.; ROSENTHAL, P.C. - Principles of Metal Casting, McGraw-Hill Co., New York, 1965.
25. LAKI, R.; BEECH, J.; DAVIES, G. - Curved - Boundary Heat-Transfer Model and its Application to Meniscus Zone during Casting, *Iron-Making and Steel Making*, V. 11, p. 283, 1984.
26. CLYNE, T.W.; GARCIA, A. - The Application of a New Solidification Heat Flow Model to Splat Cooling, *Journal of Material Science*, V. 16, p. 1643, 1981.
27. CLYNE, T.W.; GARCIA, A.; ACKERMANN, P.; KURZ, W. - The Use of Empirical, Analytical and Numerical Models to Describe Solidification of Steel during Continuous Casting, *Modelling of Casting and Welding Processes*, p. 93, The Metallurgical Society of AIME, New Hampshire, 1980.
28. GRAHAM, H. - Computer Graphics for Casting Design, *AFS Transactions*, V. 184, p. 597, 1981.
29. YAZANA, K.M.; MUCHI, I. - Mathematical Model for Determining Solidification Profiles of Slab in the Vertical Type and the Circular-Arc Type Continuous Casting Machines, *Trans. of the I.S.I.J.*, V. 15, p. 37, 1975.

30. WEI, C.S.; BERRY, J.T. - Solidification Simulation Based on the Edge Function Approach, *AFS Transactions*, V. 34, p. 509, 1983.
31. WEINBERG, F. - The Casting of Steel, *Metallurgical Transactions*, V. 6A, p. 171, 1975.
32. WELLS, K.J.; COLWELL, G.T.; BERRY, J.T. - Two-Dimensional Numerical Simulation of Casting Solidification with Heat Pipe Controlled Boundary Conditions, *AFS Transactions*, V. 95, p. 429, 1984.
33. ZIEF, M.; WILCOX, W.R. - Fractional Solidification, Ed. M. Dekker Inc., New York, 1967.
34. TACKE, K.; MIYAZAWA, K.; SCHWERDTFEGER, K. - Macrosegregation in Strand Cast Steel: Computation of Concentration Profiles with a Diffusion Model, *Arch Eisenhüttenwes*, V. 52, p. 15, 1981.
35. GEIGER, G.H.; POIRER, D.R. - Transport Phenomena in Metallurgy, Addison Wesley Publishing Co., New York, 1973.
36. MOORE, J.J.; SHAH, N.A.; WOLLER, V. - The Control of Channel Segregation in Cast Steel - A Review, *AFS Transactions*, V.08, p. 297, 1983.
37. IERARDI, M.C.; CARAM, R.; GARCIA, A. - Influência de Parâmetros Térmicos nos Processos de Lingotamento Estático e Contínuo de Metais, *Anais do 7º CBECIMAT*, V. 1, p. 135, 1986.
38. BRIMACOMBE, J.K. - Design of Continuous Casting Machines based on a Heat Flow Analysis: State-of-the Art Review, *Canadian Metallurgical Quarterly*, V. 15, p. 1, 1976.
39. BAPTIZMANSKII, V.S. et al. - Mathematical Model for Investigating Pipe Formation in Ingots of Killed Steel, *Izvesty Vuz Chernaya Metallurgya*, V. 8, p. 43, 1978.

40. OHNAKA, I.; KOBAYASHI, K. - Flow Analysis during Solidification by the Direct Finite Difference Method, *Transactions I. S.I.J.*, V. 26, p.322, 1986.
41. SARJANT, R.J.; SLACK, M.R. - Internal Temperature Distribution in the Cooling and Reheating of Steel Ingots, *Journal Iron and Steel Institute*, V. 177, p. 428, 1954.
42. IERARDI, M.C.; CARAM, R.; GARCIA, A. - Modelling of Heat Transfer in Static and Continuous Casting, *Proceeding of 4th Miami International Symposium on Multi-Phase Transport & Particulate Phenomena*, V. 1, p. 10, 1986.
43. GARCIA, A. - Desenvolvimento e Verificação Experimental de um Modelo para Análise da Solidificação Unidirecional de Metais, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1978.
44. GARCIA, A.; PRATES, M. - The Application of a Mathematical Model to Analyse Ingot Thermal Behaviour During Continuous Casting, *Proceedings of the 4th IFAC Symposium, Helsinki, Finland*, V. 1, p. 273, 1983.
45. MEDEIROS, M. - Influência do Superaquecimento no Comportamento Térmico de Sistemas Metal/Molde durante a Solidificação, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1979.
46. GARCIA, A. - Mathematical Heat Transfer Model for the Analysis of Solidification of Binary Alloys, *Proceeding of Multi-Phase Flow and Heat Transfer*, Amsterdam, V. 1, p. 591, 1984.
47. GARCIA, A. - Transferência de Calor e Solidificação no Processo de Lingotamento Contínuo, Tese de Livre Docência, Faculdade de Engenharia de Campinas, UNICAMP, 1981.
48. GARCIA, A.; PRATES, M. - Determinação Experimental da Condutância Térmica Metal/Molde no Processo de Solidificação, *Anais do 5º Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, V. B, p. 1, 1979.



49. GARCIA, A.; PRATES, M. - Mathematical Model for the Analysis of Plan Front Solidification, *Multiphase Transport*, V. 1. p. 487, Hemisphere Publishing Co., New York, 1980.
50. PATANKAR, S. - Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, Co., New York, 1980.
51. IERARDI, M.C.; CARAM, R.; GARCIA, A. - Modelamento Matemático da Solidificação no Processo de Lingotamento Contínuo, *Meta-lurgia ABM*, V. 42, p. 521, 1986.
52. DUSINBERRE, G.M. - Numerical Analysis of Heat Flow, McGraw-Hill Co. New York, 1949.
53. CHALMERS, B. - Principles of Solidification, John Wiley and Sons, New York, 1964.
54. CARAM, R.; GARCIA, A. - Análise de Parâmetros Operacionais de Influência na Redistribuição de Solute no Processo de Solidificação Fracionada, *Anais do COMFIT/ABM*, V. 1, p. 33, 1983.
55. CARAM, R.; IERARDI, M.C.; GARCIA, A. - Transferência de Calor e Estrutura de Solidificação no Lingotamento de Metais, *Anais do 41º Congresso da ABM*, V. 2, p. 541, São Paulo, 1986.
56. DAVIES, G. - Solidification and Casting, Applied Science Publishers Ltda, London, 1973.
57. TILLER, W.A.; JACKSON, K.A.; RUTTER, J.W.; CHALMERS, B. - The Redistribution of Solute during the Solidification of Metals, *Acta Metallurgica*, V. 1, p. 428, 1953.
58. BURDEN, M.H.; HUNT, J.D. - Some Observations on Primary Dendrite Spacings, *Metal Science*, V. 29, p. 156, 1976.
59. IMAFUKU, I.; CHIJIWA, K. - A Mathematical Model for Shrinkage Cavity Prediction in Steel Castings, *AFS Transactions*, V. 10, p. 527, 1983.

60. PRATES, M.; DAVIES, G. - Solidificação e Fundição de Metais e suas Ligas, Ed. LTC/Edusp, São Paulo, 1978.
61. CARAM, R.; GARCIA, A. - Simulação do Processo de Fusão Zonal através de Compostos Orgânicos, *Anais do 5º CBECIMAT*, V. 1, p. 309, 1982.
62. PFANN, W.G. - Redistribution of Solute During Freezing, *Liquid Metals and Solidification*, ASME, Cleveland, Ohio, 1958.
63. CARAM, R.; BERTAZZOLI, R.; GARCIA, A. - Purificação de Metais e Compostos Orgânicos por Fusão Zonal - Uma Otimização, *Meta-lurgia ABM*, V. 40, p. 507, 1984.
64. BURTON, J.A.; PRIM, R.C.; SLICHTER, W.P. - The Distribution of Solute in Crystals Growth from the Melt, Part I - Theoretical, *The Journal of Chemical-Physics*, V. 21, p. 1987, 1953.
65. SMITH, V.G.; TILLER, W.A.; RUTTER, J.W. - A Mathematical Analysis of Solute Redistribution during Solidification, *Canadian Journal of Physics*, V. 33, p. 723, 1955.
66. FLEMINGS, M.C. - Solidification Processing, Ed. McGraw-Hill Co., New York, 1974.
67. FEURER, U. - Influence of Alloy Composition and Solidification Conditions on Dendrite Arm Spacing, Feeding and Hot Tearing Properties of Aluminium Alloys, *Proceedings of the Symposium on Quality Control of Engineering Alloys*, Delft, V. 1, p.131, 1977.
68. BRODY, H.D.; FLEMINGS, M.C. - Solute Redistribution in Dendrite Solidification, *Transactions of AIME*, V. 236, p. 515, 1966.
69. HUNT, J.D. - Cellular and Primary Dendrite Arm Spacings, *Solidification and Casting of Metals*, p. 3, The Metals, Soc., London, 1979.

70. BOWER, T.F.; BRODY, H.D.; FLEMINGS, M.C. - Measurements of Solute Redistribution in Dendritic Solidification, *Transactions of AIME*, V. 236, p. 624, 1966.
71. JACOBI, J.; SCHWERDTFEGER, K. - Dendrite Morphology of Steady State Unidirectionally Solidified Steel, *Metallurgical Transactions*, V. 74, p. 811, 1976.
72. GARIEPY, B.; GOLLER, R. - Effect of Mold Material and Feeding on Volume Change in Ductile Iron Castings, *AFS Transactions*, V. 75, p. 157, 1981.
73. ISACHENKO, V.; OSIPOVA, V.; SUKOMEL, A. - Heat Transfer, Mir Publishers, Moscow, 1974.
75. COOK, G.G. - Engineered Casting, McGraw-Hill Co., New York, 1962.
76. WELTY, J. - Engineering Heat Transfer, John Wiley and Sons, New York, 1978.
77. LANDFORD, D. - The Heat Balance Integral, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, V. 16, p. 2424, 1973.
78. LEWIS, R.W.; SEETHARAMU, K.N.; MORGAN, K. - Applications of the finite Element Method in the Study of ingot castings, *Solidification Technology in Foundry and Casthouse*, p. 40, The Metals Soc., London, 1980.
79. HURTUK, D.J. - Computer Simulation of Ingot Solidification, *Steel Progress*, V.4, p. 15, 1985.
80. HANSEN, P.N. - Modelling of Solidification Processes in castings using FDM-Techniques, *Proceedings of State of the Art of Computer Simulation of Casting and Solidification Processes*, Strasbourg, France, V. 1, p. 27, 1986.
81. KERNS, J.K. - Computer Simulation of the Permanent Mold Process, *Modern Casting*, V. 76, p. 32, 1986.

82. KOPCHENOVA, N.; MARON, I. - Computational Mathematics, Mir publishers, Moscow, 1975.
83. FERZIGER, J. - Numerical Methods for Engineering Application, John Wiley and Sons, New York, 1981.
84. PULLINS, J.; WALTHER, M.K. - Simulation for Designing Metal-Casting Molds, *Computer-Aided Engineering Journal*, V.1, p.62, 1984.
85. DESAI, P.V.; BERRY, J.T.; KIM, C. - Computer Simulation of Forced and Natural Convection During Filling of a Casting, *AFS Transactions*, V. 97, p. 519, 1984.
86. KREITH, F. - Princípios de Transmissão de Calor, Edgar Blücher Ltda., São Paulo, 1977.
87. SCHNIEWIND, J. - Solution of the Solidification Problem of One-Dimensional Medium by a New Numerical Method, *Journal Iron and Steel Institute*, V. 98, p. 594, 1963.
88. BELLO-OCHEDE, F.L. - A Numerical Study of Natural Convection in Horizontal Elliptic Cylinders, *Revista Brasileira de Mecânica*, V. 7, p. 353, 1985.
89. BERRY, J.T.; PEHLKE, R.D. - Computer-Aided Design for Castings, *AFS Transactions*, V. 51, p. 101, 1984.
90. THAMBAN, M.I.; PANCHANATHAN, V. - Numerical Simulation of Solidification of Aluminum Alloys in Cast Iron Molds, *AFS Transactions*, V. 53, p. 167, 1980.
91. OHTSUKA, Y.; MIZUNO, K.; YAMADA, J. - Application of a Computer Simulation System to Aluminum Permanent Mold Castings, *AFS Transactions*, V. 89, p. 635, 1982.

92. PHAM, Q.T. - A Fast, Unconditionally Stable Finite - Difference Scheme for Heat Conduction with Phase Change, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, V. 28, p. 2079, 1985.
93. DALLMER, D.A. - Use of the Computer in the Foundry, *AFS Transactions*, V. 1975, p. 757, 1984.
94. RUDDLE, R.W. - A Computer Program for Steel Riserling, *AFS Transactions*, V. 2, p. 227, 1982.
95. ZENG, X.C.; PEHLKE, R.D. - Numerical Simulation of Solidification for a Copper-Base Alloy Casting, *AFS Transactions*, V. 111, p. 479, 1981.
96. HUEBNER, K.H. - The Finite Element Method for Engineers, John Wiley and Sons, New York, 1973.
97. SAMONDS, M.; MORGAN, K.; LEWIS, R.W. - Finite Element Modelling of Solidification in Sand Casting Employing and Implicit-Explicit Algorithm, *Appl. Math. Modelling*, V. 9, p. 170, 1985.
98. YU, J.R.; HSU, T.R. - Analysis of Heat Conductions in Solids by Space-Time Finite Element Method, *Int. Journal for Numer. Meth. in Engineering*, V. 21, p. 2001, 1985.
99. DESAI, C.S. - Elementary Finite Element Method, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, 1979.
100. DAS, P.K. - Finite Element Analysis Method in the Design of Casting, *AFS Transactions*, V. 128, p. 597, 1979.
101. CARAM, R. - Análise de Fatores de Influência em Processos de Purificação baseados na Transformação Líquido-Sólido, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia, UNICAMP, 1983.

102. CLYNE, T.W.; KURZ, W. - Solute Redistribution During Solidification with Rapid Solid State Diffusion, *Metall. Trans.*, V. 12A, p. 965, 1981.
103. JACOBI, H.; PITTSCH, W. - Investigation of the Crystallization Sequence During Solidification of Low Alloy Steels, *Archiv Eisenhüttenwes*, V. 46, p. 417, 1975.
104. CLYNE, T.W. - Numerical Modelling of Directional Solidification of Metallic Alloys, *Metal Science*, V. 16, p. 441, 1982.
105. CLYNE, T.W. - The Use of Heat Flow Modelling to Explore Solidification Phenomena, *Metall. Trans.* V. 138, p. 471, 1982.
106. PRATES, M.; PIRES, O. - A Resistência Térmica da Interface Metal/Molde e sua Importância na Solidificação de Lingotes, *Metalurgia ABM*, V. 29, p. 157, 1973.
107. HENZEL, J.G.; KEVERIAN, J. - Gap Formation in Permanent Mold Casting, *AFS Transactions*, V.62, p. 373, 1960.
108. HO, K.; PEHLKE, R.D. - Mechanisms of Heat Transfer at a Metal Mold Interface, *AFS Transactions*, V. 61, p. 587, 1984.
109. HARVEY, R.L.; BLOODWORTH, D.J.; ALEXANDER, I.C. - Hot Top for Steel Ingots: A Review of Developments, *Solidification Technology in Foundry and Cast House*, p. 469, The Metals, Soc., London, 1983.
110. SELKY, J.L.; BIHAM, R.C. - An Evaluation of Disposable Hot Tops, *Journal of Metals*, V. 17, p. 150, 1965.
111. BROWN, D.; HEINE, R.W. - Riser Conversion from White Iron to Ductile Iron Casting, *AFS Transactions*, V. 61, p. 73, 1982.

112. WEI, C.S.; BERRY, J.T. - Extending the Modulus Approach to Feeding to Account for Corner Effects, *AFS Transactions*, V. 30, p. 193, 1982.
113. DAVIS, K.G.; MAGNY, J.G. - Computer - Aided Riser Calculation for Steel Casting, *AFS Transactions*, V. 174, p. 73, 1984.
114. CREESE, R.C. - Cylindrical Top Riser Design Relationships for Evaluating Insulating Materials, *AFS Transactions*, V. 42, p. 354, 1981.
115. JOHNS, R.A. - Riser Designing Steel Castings Easily and Efficiently, *AFS Transactions*, V. 5, p. 77, 1980.
116. SMILEY, L.E. - Solidification Modeling on a PC: Foundrymen's Approach, *Modern Casting*, V. 77, p. 32, 1987.
117. CARAM, R.; IERARDI, M.C.; GARCIA, A. - Modelagem Numérica Aplicada a Solidificação de Peças Metálicas no Processo de Fundição, *Anais do 42º Congresso da ABM*, V.4, p.59, Salvador, 1987.
118. WASHBURN, E.W. - International Critical Tables, V. 5, McGraw-Hill Co., New York, 1972.
119. MONDOLFO, L.F. - Aluminium Alloys-structure and Properties, Butterworths, London, 1976.
120. Metal Handbook, American Society for Metals, Ohio, V.8, 1973.
121. SMITHELLS, C.J. - Metals Reference Book, Butterworths, London 1976.
122. HANSEN, M. - Constitution of Binary Alloys, Ed. McGraw-Hill Co., New York, 1958.

## APÊNDICE 1

### SIMBOLOGIA UTILIZADA

#### A.1. PARÂMETROS DIMENSIONAIS (Unidades S.I.)

- a - difusividade térmica -  $K/cm^2 (m^2/s)$
- A - área de troca térmica ( $m^2$ )
- c - calor específico ( $J/kgK$ )
- C - capacidade calorífica ( $J/K$ )
- C - concentração (% peso)
- d - densidade ( $kg/m^3$ )
- D - difusividade atômica ( $m^2/s$ )
- g - aceleração gravitacional -  $9,81 (m/s^2)$
- G - gradiente térmico ( $K/m$ )
- h - coeficiente de transmissão de calor ( $W/m^2.K$ )
- H - calor latente de fusão ( $J/kg$ )
- K - condutividade térmica ( $W/mK$ )
- m - inclinação da linha liquidus ou solidus ( $K/\%$  peso)
- $\dot{q}$  - fluxo de calor ( $W/m^2$ )
- R - resistência térmica ( $K/W$ )
- t - tempo (s)
- T - temperatura (K)
- V - velocidade de solidificação ( $m/s$ ) ou volume de metal ( $m^3$ )
- X - dimensão principal coberta por um fluido (m)
- x,y,z - coordenadas cartesianas
- $\beta$  - variação volumétrica durante a solidificação (% volume)



- $\gamma$  - coeficiente de expansão térmica -  $T^{-1}$  para gases  
 $(K^{-1})$
- $\delta$  - espessura da camada de difusão (m)
- $\Delta t$  - incremento de tempo (s)
- $\Delta T$  - diferença de temperaturas (K)
- $\Delta x$  - incremento de distância na direção x (m)
- $\Delta y$  - incremento de distância na direção y (m)
- $\Delta z$  - incremento de distância na direção z (m)
- $\lambda$  - espaçamento interdendrítico (m)
- $\eta$  - viscosidade de um fluido (Kg/ms)
- $\sigma$  - constante de Stefan-Boltzmann -  $5,67 \times 10^{-8} W/m^2 K^4$  ou  
 tensão superficial entre dois meios.

## A.2. PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

- $k$  - coeficiente de distribuição de soluto
- $\alpha$  - parâmetro de Brody-Flemings
- $\partial$  - derivada parcial
- $\epsilon$  - emissividade
- $\Omega$  - parâmetro de Clyne-Kurz

## A.3. SUB-ÍNDICES USADOS NA IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

- $c$  - contato ou convecção
- $e$  - refere-se:
  - temperatura e concentração - eutético
  - coeficiente de distribuição de soluto - efetivo
- $f$  - fusão
- $g$  - global

- i - interface metal/molde
- i,j - posição na rede (coluna/linha)
- L - líquido ou liquidus
- M - molde
- o - refere-se:
- temperatura-ambiente
  - composição-inicial
  - coeficiente de distribuição de soluto-equilíbrio
- r - radiação
- s - refere-se:
- metal - sólido ou solidus
  - posição - superfície
- V - vazamento
- 1 - primário
- 2 - secundário

#### A.4. FUNÇÕES UTILIZADAS

$$a) \nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

$$b) \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

## APÊNDICE 2

### DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DA CONDUÇÃO DE CALOR

Considerando um pequeno elemento de volume num corpo sólido. O elemento tem forma de um paralelepípedo, de lados  $dx$ ,  $dy$  e  $dz$  paralelos, respectivamente, aos eixos coordenados  $x$ ,  $y$  e  $z$ , como mostrado na Figura A.2.1. Para obter a equação da distribuição de temperaturas, escreve-se um balanço de energia para o elemento, que semanticamente adquire a forma:

calor que entra no elemento por unidade de tempo	+ calor gerado no elemento por unidade de tempo	= calor que sai do elemento por unidade de tempo	+ variação da energia in- terna por unidade de tempo
--	---	--	--

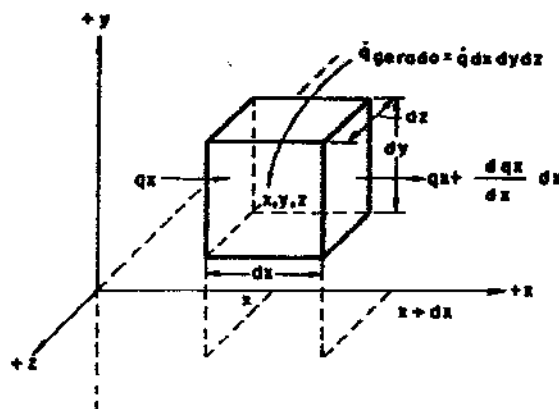


FIGURA A.2.1 - Diagrama Esquemático do Fluxo de Calor em um Elemento de Volume.

ou algebricamente segundo a figura:

$$(q_x + q_y + q_z) + \dot{q}(dx dy dz) = (q(x+dx) + q(y+dy) + q(z+dz)) + (dx dy dz) \frac{\partial T}{\partial t} c d$$

onde  $\dot{q}$ , o calor gerado por unidade de tempo e por unidade de volume, e a temperatura  $T$  são, em geral, funções das três coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , bem como do tempo  $t$ .

O calor transmitido para o elemento por unidade de tempo através da face à esquerda, na direção  $x$ ,  $q_x$ , pode ser escrito como:

$$q_x = \left(-K \frac{\partial T}{\partial x}\right) dy dz$$

O gradiente de temperatura é expresso como uma derivada parcial porque  $T$  não é apenas função de  $x$ , mas também de  $y$ ,  $z$  e  $t$ . O calor transmitido para fora do elemento por unidade de tempo através da face à direita, em  $(x+dx)$ ,  $q(x+dx)$  é:

$$q(x+dx) = \left[ \left(-K \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(-K \frac{\partial T}{\partial x}\right) dx \right] dy dz$$

Subtraindo-se o calor conduzido para fora do elemento do calor conduzido para dentro do elemento, obtêm-se:

$$q_x - q(x+dx) = \frac{\partial \left(K \frac{\partial T}{\partial x}\right)}{\partial x} dx dy dz$$

e procedendo-se analogamente para as direções  $y$  e  $z$ , obtêm-se:

$$q_y - q(y+dy) = \frac{\partial \left(K \frac{\partial T}{\partial y}\right)}{\partial y} dx dy dz$$

$$q_z - q(z+dz) = \frac{\partial \left(K \frac{\partial T}{\partial z}\right)}{\partial z} dx dy dz$$

Substituindo essas relações no balanço térmico de energia e dividindo cada termo por  $dx dy dz$ , tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = c.d. \frac{\partial T}{\partial t}$$

Esta equação pode ser colocada nas seguintes formas:

a) Equação de Fourier (sem geração de calor)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial T}{\partial z} \right) = c.d. \frac{\partial T}{\partial t}$$

b) Equação de Poisson (regime permanente, com geração de calor)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = 0$$

c) Equação de Laplace (regime permanente, sem geração de calor)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0$$

## APÊNDICE 3

### LISTAGENS COMPUTACIONAIS



```

C   COEF. TRANS. CALOR [W/m2K]
C   HI
C   CALOR LATENTE [J/Kg]
C   CALAT
C   SIGMA [J/Sm2K4]
C   SIGMA=STEFAN-BOLTZMANN
C   TAMANHO DA MATRIZ
C   IFINAL
C   JFINAL
C   FRACAO SOLIDA CRITICA
C   FCR
C
C   ENTRADA DE DADOS

   READ (10,*) TF,TMO,TV,TE,T0,TS,TLI,K,CONDL,CONDS,CONDMO,CEL,
*CES,CM,DL,DS,DM,DX,DY,DZ,DT,HI,CALAT,EPS,SIGMA,
*IFINAL,JFINAL,KFS,FCR
   WRITE (20,47) TF,TMO,TV,TE,T0,TS,TLI,K,CONDL,CONDS,CONDMO,
*CEL,CES,CM,DL,DS,DM,DX,DY,DZ,DT,CALAT,IFINAL,JFINAL,KFS,FCR
47  FORMAT (20X,'DADOS DO SISTEMA METAL/MOLDE',/,/,
*5X,'TF=',F7.1,/,/,5X,'TMO=',F7.1,/,/,5X,'TV=',F7.1,/,/,5X,'TE=',F7.1,
*/,5X,'T0=',F6.1,/,/,5X,'TS=',F7.1,/,/,5X,'TLI=',F7.1,
*/,5X,'K=',F5.3,/,/,5X,'CONDL=',F6.2,/,/,5X,'CONDS=',F6.2,
*/,5X,'CONDMO=',F6.2,/,/,5X,'CEL=',F6.1,/,/,5X,'CES=',F6.1,
*/,5X,'CM=',F6.1,/,/,5X,'DL=',F7.1,/,/,5X,'DS=',F7.1,/,/,5X,
*'DM=',F7.1,/,/,5X,'DX=',F8.5,/,/,5X,'DY=',F8.5,/,/,5X,'DZ='
*,F8.5,/,/,5X,'DT=',F8.5,/,/,5X,
*'CALOR LAT.=',F9.1,/,/,5X,'IFINAL=',I4,/,/,5X,'JFINAL=',I4),
*/,5X,'TIPO DE Fs=',I1,/,/,5X,'FCR=',F7.4)

   BETA=DL/DS

C   ENTRADA DA GEOMETRIA DO SISTEMA METAL/MOLDE

   READ (50,53) ((TIPO(LI,LJ),LI=0,IFINAL),LJ=0,JFINAL)
53  FORMAT (2X,50I1)

C   IMPOSICAO DAS TEMPERATURAS INICIAIS
   DO 90 IA=0,IFINAL
   DO 90 JA=0,JFINAL
   IF (TIPO(IA,JA).EQ.3) T(IA,JA)=TV
   IF (TIPO(IA,JA).EQ.2) T(IA,JA)=TMO
   IF (TIPO(IA,JA).EQ.1) T(IA,JA)=T0
   TL(IA,JA)=T(IA,JA)
90  CONTINUE

   WRITE (20,102)
102  FORMAT (/,/,20X,'GEOMETRIA DO SISTEMA METAL/MOLDE',
*/,/,10X,'LEGENDA',/,/,10X,' 1 - MEIO ENVOLVENTE',/,/,10X,
*' 2 - MOLDE',/,/,10X,' 3 - METAL',/,/,)
   WRITE (20,100)((TIPO(JK,G),JK=0,IFINAL),G=0,JFINAL)
100  FORMAT (10X,20I1)
   WRITE (31,127)
127  FORMAT (11X,'t',10X,'T4',10X,'T3',9X,'T2',8X,'T1')
270  I=0
   DO 120 IC=0,IFINAL
   DO 120 JC=0,JFINAL

```



```

IF (KFS.EQ.4) GOTO 144
IF (KFS.EQ.5) GOTO 145
141 FS(IC,JC)=(TLI-T(IC,JC))/(TLI-TS)
GOTO 170
142 FS(IC,JC)=(1/(K-1))*(T(IC,JC)-TLI)/(TF-T(IC,JC))
GOTO 170
143 FS(IC,JC)=1.-((TF-TLI)/(TF-T(IC,JC)))**(1/(1-K))
GOTO 170
144 FS(IC,JC)=(1-ALFA*K)*(1-(((TF-TLI)/(TF-T(IC,JC)))**(1/(1-K))))
GOTO 170
145 FS(IC,JC)=(1/(1-2*OMEGA*K))*(1-((TF-T(IC,JC))/(TF-TLI))
***((1-2*OMEGA*K)/(K-1)))
GOTO 170
150 FS(IC,JC)=0.
GOTO 170
160 FS(IC,JC)=1.
170 FL(IC,JC)=1.-FS(IC,JC)
CE(IC,JC)=CES*FS(IC,JC)+CEL*FL(IC,JC)
DE(IC,JC)=DS*FS(IC,JC)+DL*FL(IC,JC)
COND(IC C)=CONDS*FS(IC,JC)+CONDL*FL(IC,JC)
CAP(IC,JC)=CE(IC,JC)*DE(IC,JC)*DX*DY*DZ/DT
RX(IC,JC)=DX/(2.*DY*DZ*COND(IC,JC))
RY(IC,JC)=DY/(2.*DX*DZ*COND(IC,JC))
120 CONTINUE
IF (KFS.EQ.1) GOTO 201
IF (KFS.EQ.2) GOTO 202
IF (KFS.EQ.3) GOTO 203
IF (KFS.EQ.4) GOTO 204
IF (KFS.EQ.5) GOTO 205
201 TS=TS
GOTO 260
202 TS=(.95*(1.-K)*TF-TLI)/(.99*(1.-K)-1)
GOTO 260
203 TS=TF+(TLI-TF)*(.01)**(K-1)
GOTO 260
204 TS=TF+(TLI-TF)*(1-.99/(1+ALFA*K))**(K-1)
GOTO 260
205 TS=TF+(TLI-TF)*(1-.99/(1-2*OMEGA*K))**((K-1)/(1-2*OMEGA*K))
260 IF (TS.LE.TE) TS=TE
I=I+1
J=0
250 J=J+1
IF (TIPO(I,J).EQ.1) GOTO 200
RH(I-1,J)=0.
RH(I+1,J)=0.
RH(I,J-1)=0.
RH(I,J+1)=0.
IF (T(I,J).GE.TLI) HIX=HI
IF (T(I,J).LT.TLI) HIX=HI
IF (T(I,J).GE.TLI) HIY=HI
IF (T(I,J).LT.TLI) HIY=.5*HI
IF (TIPO(I-1,J).NE.1.AND.TIPO(I-1,J).NE.TIPO(I,J))
*RH(I-1,J)=1./(HIX*DY*DZ)
IF (TIPO(I+1,J).NE.1.AND.TIPO(I+1,J).NE.TIPO(I,J))
*RH(I+1,J)=1./(HIX*DY*DZ)
IF (TIPO(I,J-1).NE.1.AND.TIPO(I,J-1).NE.TIPO(I,J))
*RH(I,J-1)=1./(HIY*DX*DZ)

```

```

IF (TIPO(IC,JC).NE.1) GOTO 130
CHX(IC,JC)=0.001
CHY(IC,JC)=0.001

```

```

IF (TIPO(IC+1,JC).EQ.2.OR.TIPO(IC+1,JC).EQ.3) CHX(IC,JC)=
*1.31*((T(IC+1,JC)-T0+.001)**(1./3.))+.001+
*SIGMA*.8*(T(IC+1,JC)+T0)*((T(IC+1,JC)**2)-(T0**2))

```

```

IF (TIPO(IC-1,JC).EQ.2.OR.TIPO(IC-1,JC).EQ.3) CHX(IC,JC)=
*1.31*((T(IC-1,JC)-T0+.001)**(1./3.))+.001+
*SIGMA*.8*(T(IC-1,JC)+T0)*((T(IC-1,JC)**2)-(T0**2))

```

```

IF (TIPO(IC,JC+1).EQ.2.OR.TIPO(IC,JC+1).EQ.3) CHY(IC,JC)=
*1.32*((T(IC,JC+1)-T0+.001)/(IFINAL*DX)**1./4.))+.001+
*SIGMA*.3*(T(IC,JC+1)+T0)*((T(IC,JC+1)**2)-(T0**2))

```

```

IF (TIPO(IC,JC-1).EQ.2.OR.TIPO(IC,JC-1).EQ.3) CHY(IC,JC)=
*1.32*((T(IC,JC-1)-T0+.001)/(IFINAL*DX)**1./4.))+.001+
*SIGMA*.3*(T(IC,JC-1)+T0)*((T(IC,JC-1)**2)-(T0**2))

```

```

RX(IC,JC)=1./(CHX(IC,JC)*DY*DZ)
RY(IC,JC)=1./(CHY(IC,JC)*DX*DZ)

```

```
GOTO 120
```

## C TRANSFERENCIA DE CALOR NO MOLDE

```

130 IF (TIPO(IC,JC).NE.2) GOTO 140
CAP(IC,JC)=CM*DM*(DX*DY*DZ)/DT
RX(IC,JC)=DX/(2.*DY*DZ*CONDMO)
RY(IC,JC)=DY/(2.*DX*DZ*CONDMO)
GOTO 120

```

## C TRANSFERENCIA DE CALOR NO METAL

```

140 IF (T(IC,JC).GE.TLI) GOTO 150
IF (T(IC,JC).LE.TS) GOTO 160

```

## C EVOLUCAO DA FRACAO SOLIDA

```
C 1 - LINEAR
```

```
C 2 - REGRA DA ALAVANCA
```

```
C 3 - EQUACAO DE SCHEIL
```

```
C 4 - BRODY-FLEMINGS
```

```
C 5 - CLYNE-KURZ
```

```

IF (KFS.EQ.1) GOTO 141
IF (KFS.EQ.2) GOTO 142
IF (KFS.EQ.3) GOTO 143

```

```

IF(TIPO(I,J+1).NE.1.AND.TIPO(I,J+1).NE.TIPO(I,J))
*RH(I,J+1)=1./(HIY*DX*DZ)

```

185

C FATORES PESO

```

FAP(I-1,J)=1/((RX(I-1,J)+RX(I,J)+RH(I-1,J))/CAP(I,J))
FAP(I+1,J)=1/((RX(I+1,J)+RX(I,J)+RH(I+1,J))/CAP(I,J))
FAP(I,J-1)=1/((RY(I,J-1)+RY(I,J)+RH(I,J-1))/CAP(I,J))
FAP(I,J+1)=1/((RY(I,J+1)+RY(I,J)+RH(I,J+1))/CAP(I,J))
FAP(I,J)=(1.-(FAP(I-1,J)+FAP(I+1,J)+FAP(I,J-1)+FAP(I,J+1)))
IF (FAP(I,J).LE.0) GOTO 180

```

C CALCULO DAS TEMPERATURAS

```

TL(I,J)=T(I,J)*FAP(I,J)+(T(I-1,J)*FAP(I-1,J)+T(I+1,J)*
*FAP(I+1,J)+T(I,J-1)*FAP(I,J-1)+T(I,J+1)*FAP(I,J+1))
IF (TIPO(I,J).NE.3) GOTO 200
IF (FS(I,J).EQ.0..OR.FS(I,J).EQ.1.) GOTO 200
IF (KFS.EQ.1) GOTO 191
IF (KFS.EQ.2) GOTO 192
IF (KFS.EQ.3) GOTO 193
IF (KFS.EQ.4) GOTO 194
IF (KFS.EQ.5) GOTO 195
191 DFST=1./(TS-TLI)
GOTO 196
192 DFST=((1./(1.-K))*((TLI-TF)/(TF-T(I,J)))**2.))
GOTO 196
193 DFST=(1/(K-1))*((TF-TLI)/((TF-T(I,J)))**(2-K))**(1/(1-K))
GOTO 196
194 DFST=(1/(K-1))*(1-ALFA*K)*((TF-TLI)/((TF-T(I,J)))**(2-K))
***(1/(1-K))
GOTO 196
195 DFST=(1/(K-1))*(TF-T(I,J))**((2*OMEGA*K-1)/(K-1))
**((TF-T(I,J))**((2-2*OMEGA*K-K)/(K-1)))
196 DTH=((T(I-1,J)*FAP(I-1,J)+T(I+1,J)*FAP(I+1,J)+T(I,J-1)*
*FAP(I,J-1)+T(I,J+1)*FAP(I,J+1))+(FAP(I,J)-1)*T(I,J))/
*(1.-(CALAT/CE(I,J))*DFST)
TL(I,J)=T(I,J)+DTH
200 IF (J.NE.JFINAL-1) GOTO 250
IF (I.NE.IFINAL-1) GOTO 260
DO 230 IR=0,IFINAL
DO 230 JR=0,JFINAL
T(IR,JR)=TL(IR,JR)
IF (TIPO(IR,JR).EQ.1) ES(IR,JR)='A'
IF (TIPO(IR,JR).EQ.2) ES(IR,JR)='M'
230 CONTINUE
IT=IT+1
A=IT*DT
IF (IT/100*100.EQ.IT) GOTO 666
GOTO 273

```

C IMPRESSAO DE RESULTADOS

```

WRITE (30,124) ((ES(W,G),W=0,49),G=0,JFINAL)
124 FORMAT (3X,50A1)

WRITE (30,125) A

```

125 FORMAT (20X,F10.3)

273 IF (AT.EQ.10000) GOTO 433

186

C ANALISE DA FORMACAO DE DEFEITOS DE CONTRACAO

```
DO 800 IA=1,15
VS(IA)=0
VL(IA)=0
VZ(IA)=0
VSP(IA)=0
VLP(IA)=0
800 CONTINUE
VCS=0
VCP=0
V=0
DO 801 J1=1,15
DO 801 I1=9,40
IF (ES(I1,J1).EQ.'V') GOTO 801
IF (FS(I1,J1).EQ.1.) ES(I1,J1)='S'
IF (FS(I1,J1).EQ.0.) ES(I1,J1)='L'
IF (FS(I1,J1).LT.1..AND.FS(I1,J1).GT.0.) ES(I1,J1)='P'
801 CONTINUE
DO 810 J1=1,15
DO 810 I1=9,40
IF (ES(I1,J1).EQ.'V') GOTO 890
IF (FS(I1,J1).LT.FCR..AND.FS(I1,J1).GT.0.) VSP(J1)=
*VSP(J1)+FS(I1,J1)
IF (FS(I1,J1).GT.FCR) VS(J1)=VS(J1)+FCR
IF (FS(I1,J1).EQ.0.) VL(J1)=VL(J1)+1
890 IF (ES(I1,J1).EQ.'V') VZ(J1)=VZ(J1)+1
820 CONTINUE
VCS=VCS+VS(J1)
VCP=VCP+VSP(J1)
810 CONTINUE
DV=(VCS+VCP)*(1-BETA)/BETA
DO 830 J1=1,15
V=VL(J1)+VZ(J1)+VLP(J1)+V
IF (V.LE.DV) GOTO 840
GOTO 830
840 DO 850 I1=9,49
IF (ES(I1,J1).EQ.'V'.OR.FS(I1,J1).LT.FCR) ES(I1,J1)='V'
850 CONTINUE
830 CONTINUE
GOTO 270
180 TYPE 290
290 FORMAT(5X,'INCONSISTENCIA DE DADOS')
433 STOP
END
```

\*\*\*\*\*

METODO NUMERICO DE DIFERENCAS FINITAS-EXPLICITO PARA

187

ANALISE DO PROCESSO DE SOLIDIFICACAO EM OPERACOES DE

FUNDICAO DE METAIS.

Rubens Caram Junior

- UNICAMP -

1988

\*\*\*\*\*

INTEGER TIPO(0:100,0:100),EST(0:100,0:100),G,W,AT  
DIMENSION ES(0:100,0:100),VS(0:100),VL(0:100),VZ(0:100),VSP(0:  
\*100),VLP(0:100)  
DOUBLE PRECISION TL(0:100,0:100),T(0:100,0:100),CAP(0:100,0:100),  
\*R(0:100,0:100),FS(0:100,0:100),FL(0:100,0:100)  
\*DE(0:100,0:100),COND(0:100,0:100),CE(0:100,0:100),  
\*RH(0:100,0:100),FAP(0:100,0:100),  
\*CHX(0:100,0:100),CHY(0:100,0:100),  
\*RX(0:100,0:100),RY(0:100,0:100)

REAL K

TEMPERATURA [K]

TF=FUSAO

TMO=MOLDE

TV=VAZAMENTO

TE=EUTETICA

T0=AMBIENTE

TS=SOLIDUS

TLI=LIQUIDUS

COEF. DIST. DE SOLUTO

K

CONDUTIBILIDADE [W/mK]

CONDL=LIQUIDO

CONDS=SOLIDO

CONDMO=MOLDE

CALOR ESPECIFICO [J/KgK]

CEL=LIQUIDO

CES=SOLIDO

CM=MOLDE

DENSIDADE [Kg/m3]

DL=LIQUIDO

DS=SOLIDO

DM=SOLIDO

DX [m]

DX=INCREMENTO EM X

DY [m]

DY=INCREMENTO EM Y

DZ [m]

DZ=INCREMENTO EM Z

DT [s]

DT=INCREMENTO DE TEMPO

```

C   COEF. TRANS. CALOR [W/m2K]
C   HI
C   CALOR LATENTE [J/Kg]
C   CALAT
C   SIGMA [J/Sm2K4]
C   SIGMA=STEFAN-BOLTZMANN
C   TAMANHO DA MATRIZ
C   IFINAL
C   JFINAL
C   FRACAO SOLIDA CRITICA
C   FCR
C
C   ENTRADA DE DADOS

```

```

47  READ (10,*) TF,TMO,TV,TE,T0,TS,TLI,K,CONDL,CONDS,CONDMO,CEL,
    *CES,CM,DL,DS,DM,DX,DY,DZ,DT,HI,CALAT,EPS,SIGMA,
    *IFINAL,JFINAL,KFS,FCR
    WRITE (20,47) TF,TMO,TV,TE,T0,TS,TLI,K,CONDL,CONDS,CONDMO,
    *CEL,CES,CM,DL,DS,DM,DX,DY,DZ,DT,CALAT,IFINAL,JFINAL,KFS,FCR
    FORMAT (20X,'DADOS DO SISTEMA METAL','OLDE',/,/,
    *5X,'TF=',F7.1,/,/,5X,'TMO=',F7.1,/,/,5X,'TV=',F7.1,/,/,5X,'TE=',F7.1,
    */,5X,'T0=',F6.1,/,/,5X,'TS=',F7.1,/,/,5X,'TLI=',F7.1,
    */,5X,'K=',F5.3,/,/,5X,'CONDL=',F6.2,/,/,5X,'CONDS=',F6.2,
    */,5X,'CONDMO=',F6.2,/,/,5X,'CEL=',F6.1,/,/,5X,'CES=',F6.1,
    */,5X,'CM=',F6.1,/,/,5X,'DL=',F7.1,/,/,5X,'DS=',F7.1,/,/,5X,
    *'DM=',F7.1,/,/,5X,'DX=',F8.5,/,/,5X,'DY=',F8.5,/,/,5X,'DZ='
    *,F8.5,/,/,5X,'DT=',F8.5,/,/,5X,
    'CALOR LAT.=',F9.1,/,/,5X,'IFINAL=',I4,/,/,5X,'JFINAL=',I4),
    */,5X,'TIPO DE Fs=',I1,/,/,5X,'FCR=',F7.4)

```

```
BETA=DL/DS
```

```

C   ENTRADA DA GEOMETRIA DO SISTEMA METAL/MOLDE

```

```

53  READ (50,53) ((TIPO(LI,LJ),LI=0,IFINAL),LJ=0,JFINAL)
    FORMAT (2X,50I1)

```

```

C   IMPOSICAO DAS TEMPERATURAS INICIAIS
    DO 90 IA=0,IFINAL
    DO 90 JA=0,JFINAL
    IF (TIPO(IA,JA).EQ.3) T(IA,JA)=TV
    IF (TIPO(IA,JA).EQ.2) T(IA,JA)=TMO
    IF (TIPO(IA,JA).EQ.1) T(IA,JA)=T0
    TL(IA,JA)=T(IA,JA)
90  CONTINUE

```

```

102  WRITE (20,102)
    FORMAT (/,/,20X,'GEOMETRIA DO SISTEMA METAL/MOLDE',
    */,/,10X,'LEGENDA',/,/,10X,' 1 - MEIO ENVOLVENTE',/,/,10X,
    *' 2 - MOLDE',/,/,10X,' 3 - METAL',/,/,)
    WRITE (20,100)((TIPO(JK,G),JK=0,IFINAL),G=0,JFINAL)
100  FORMAT (10X,20I1)
    WRITE (31,127)
127  FORMAT (.11X,'t',10X,'T4',10X,'T3',9X,'T2',8X,'T1')
270  I=0
    DO 120 IC=0,IFINAL
    DO 120 JC=0,JFINAL

```

```
IF (TIPO(IC,JC).NE.1) GOTO 130
CHX(IC,JC)=0.001
CHY(IC,JC)=0.001
```

```
IF (TIPO(IC+1,JC).EQ.2.OR.TIPO(IC+1,JC).EQ.3) CHX(IC,JC)=
*1.31*((T(IC+1,JC)-T0+.001)**(1./3.))+.001+
*SIGMA*.8*(T(IC+1,JC)+T0)*((T(IC+1,JC)**2)-(T0**2))
```

```
IF (TIPO(IC-1,JC).EQ.2.OR.TIPO(IC-1,JC).EQ.3) CHX(IC,JC)=
*1.31*((T(IC-1,JC)-T0+.001)**(1./3.))+.001+
*SIGMA*.8*(T(IC-1,JC)+T0)*((T(IC-1,JC)**2)-(T0**2))
```

```
IF (TIPO(IC,JC+1).EQ.2.OR.TIPO(IC,JC+1).EQ.3) CHY(IC,JC)=
*1.32*((T(IC,JC+1)-T0+.001)/(IFINAL*DX))*1./4.+.001+
*SIGMA*.3*(T(IC,JC+1)+T0)*((T(IC,JC+1)**2)-(T0**2))
```

```
IF (TIPO(IC,JC-1).EQ.2.OR.TIPO(IC,JC-1).EQ.3) CHY(IC,JC)=
*1.32*((T(IC,JC-1)-T0+.001)/(IFINAL*DX))*1./4.+.001+
*SIGMA*.3*(T(IC,JC-1)+T0)*((T(IC,JC-1)**2)-(T0**2))
```

```
RX(IC,JC)=1./((CHX(IC,JC)*DY*DZ)
RY(IC,JC)=1./((CHY(IC,JC)*DX*DZ)
```

```
GOTO 120
```

## C TRANSFERENCIA DE CALOR NO MOLDE

```
130 IF (TIPO(IC,JC).NE.2) GOTO 140
CAP(IC,JC)=CM*DM*(DX*DY*DZ)/DT
RX(IC,JC)=DX/(2.*DY*DZ*CONDMO)
RY(IC,JC)=DY/(2.*DX*DZ*CONDMO)
GOTO 120
```

## C TRANSFERENCIA DE CALOR NO METAL

```
140 IF (T(IC,JC).GE.TLI) GOTO 150
IF (T(IC,JC).LE.TS) GOTO 160
```

## C EVOLUCAO DA FRACAO SOLIDA

```
C 1 - LINEAR
```

```
C 2 - REGRA DA ALAVANCA
```

```
C 3 - EQUACAO DE SCHEIL
```

```
C 4 - BRODY-FLEMINGS
```

```
C 5 - CLYNE-KURZ
```

```
IF (KFS.EQ.1) GOTO 141
IF (KFS.EQ.2) GOTO 142
IF (KFS.EQ.3) GOTO 143
IF (KFS.EQ.4) GOTO 144
```

```

IF (KFS.EQ.5) GOTO 145
141 FS(IC,JC)=(TLI-T(IC,JC))/(TLI-TS)
    GOTO 170
142 FS(IC,JC)=(1/(K-1))*(T(IC,JC)-TLI)/(TF-T(IC,JC))
    GOTO 170
143 FS(IC,JC)=1.-((TF-TLI)/(TF-T(IC,JC)))**(1/(1-K))
    GOTO 170
144 FS(IC,JC)=(1-ALFA*K)*(1-(((TF-TLI)/(TF-T(IC,JC)))**(1/(1-K))))
    GOTO 170
145 FS(IC,JC)=(1/(1-2*OMEGA*K))*(1-((TF-T(IC,JC))/(TF-TLI))
    ***((1-2*OMEGA*K)/(K-1)))
    GOTO 170
150 FS(IC,JC)=0.
    GOTO 170
160 FS(IC,JC)=1.
170 FL(IC,JC)=1.-FS(IC,JC)
    CE(IC,JC)=CES*FS(IC,JC)+CEL*FL(IC,JC)
    DE(IC,JC)=DS*FS(IC,JC)+DL*FL(IC,JC)
    COND(IC,JC)=CONDS*FS(IC,JC)+CONDL*FL(IC,JC)
    CAP(IC,JC)=CE(IC,JC)*DE(IC,JC)*DX*DY*DZ/DT
    RX(IC,JC)=DX/(2.*DY*DZ*COND(IC,JC))
    RY(IC,JC)=DY/(2.*DX*DZ*COND(IC,JC))
120 CONTINUE
    IF (KFS.EQ.1) GOTO 201
    IF (KFS.EQ.2) GOTO 202
    IF (KFS.EQ.3) GOTO 203
    IF (KFS.EQ.4) GOTO 204
    IF (KFS.EQ.5) GOTO 205
201 TS=TS
    GOTO 260
202 TS=(.95*(1.-K)*TF-TLI)/(.99*(1.-K)-1)
    GOTO 260
203 TS=TF+(TLI-TF)*(.01)**(K-1)
    GOTO 260
204 TS=TF+(TLI-TF)*(1-.99/(1+ALFA*K))**(K-1)
    GOTO 260
205 TS=TF+(TLI-TF)*(1-.99/(1-2*OMEGA*K))**((K-1)/(1-2*OMEGA*K))
260 IF (TS.LE.TE) TS=TE
    I=I+1
    J=0
250 J=J+1
    IF (TIPO(I,J).EQ.1) GOTO 200
    RH(I-1,J)=0.
    RH(I+1,J)=0.
    RH(I,J-1)=0.
    RH(I,J+1)=0.
    IF (T(I,J).GE.TLI) HIX=HI
    IF (T(I,J).LT.TLI) HIX=HI
    IF (T(I,J).GE.TLI) HIY=HI
    IF (T(I,J).LT.TLI) HIY=.5*HI
    IF (TIPO(I-1,J).NE.1.AND.TIPO(I-1,J).NE.TIPO(I,J))
    *RH(I-1,J)=1./(HIX*DY*DZ)
    IF (TIPO(I+1,J).NE.1.AND.TIPO(I+1,J).NE.TIPO(I,J))
    *RH(I+1,J)=1./(HIX*DY*DZ)
    IF (TIPO(I,J-1).NE.1.AND.TIPO(I,J-1).NE.TIPO(I,J))
    *RH(I,J-1)=1./(HIY*DX*DZ)
    IF (TIPO(I,J+1).NE.1.AND.TIPO(I,J+1).NE.TIPO(I,J))

```



\*RH(I,J+1)=1./((HIY\*DX\*DZ)

191

C FATORES PESO

```
FAP(I-1,J)=1/((RX(I-1,J)+RX(I,J)+RH(I-1,J))/CAP(I,J))
FAP(I+1,J)=1/((RX(I+1,J)+RX(I,J)+RH(I+1,J))/CAP(I,J))
FAP(I,J-1)=1/((RY(I,J-1)+RY(I,J)+RH(I,J-1))/CAP(I,J))
FAP(I,J+1)=1/((RY(I,J+1)+RY(I,J)+RH(I,J+1))/CAP(I,J))
FAP(I,J)=(1.-(FAP(I-1,J)+FAP(I+1,J)+FAP(I,J-1)+FAP(I,J+1)))
IF (FAP(I,J).LE.0) GOTO 180
```

C CALCULO DAS TEMPERATURAS

```
TL(I,J)=T(I,J)*FAP(I,J)+(T(I-1,J)*FAP(I-1,J)+T(I+1,J)*
*FAP(I+1,J)+T(I,J-1)*FAP(I,J-1)+T(I,J+1)*FAP(I,J+1))
IF (TIPO(I,J).NE.3) GOTO 200
IF (FS(I,J).EQ.0..OR.FS(I,J).EQ.1.) GOTO 200
IF (KFS.EQ.1) GOTO 191
IF (KFS.EQ.2) GOTO 192
IF (KFS.EQ.3) GOTO 193
IF (KFS.EQ.4) GOTO 194
IF (KFS.EQ.5) GOTO 195
191 DFST=1./((TS-TLI)
GOTO 196
192 DFST=((1./(1.-K))*((TLI-TF)/(TF-T(I,J))**2.))
GOTO 196
193 DFST=(1/(K-1))*((TF-TLI)/((TF-T(I,J))**(2-K)))*(1/(1-K))
GOTO 195
194 DFST=(1/(K-1))*(1-ALFA*K)*((TF-TLI)/((TF-T(I,J))**(2-K)))
***(1/(1-K))
GOTO 196
195 DFST=(1/(K-1))*(TF-T(I,J))**((2*OMEGA*K-1)/(K-1))
**((TF-T(I,J))**((2-2*OMEGA*K-K)/(K-1))
196 DTH=((T(I-1,J)*FAP(I-1,J)+T(I+1,J)*FAP(I+1,J)+T(I,J-1)*
*FAP(I,J-1)+T(I,J+1)*FAP(I,J+1))+(FAP(I,J)-1)*T(I,J))/
*(1.-(CALAT/CE(I,J))*DFST)
TL(I,J)=T(I,J)+DTH
200 IF (J.NE.JFINAL-1) GOTO 250
IF (I.NE.IFINAL-1) GOTO 260
DO 230 IR=0,IFINAL
DO 230 JR=0,JFINAL
T(IR,JR)=TL(IR,JR)
IF (TIPO(IR,JR).EQ.1) ES(IR,JR)='A'
IF (TIPO(IR,JR).EQ.2) ES(IR,JR)='M'
IF (TIPO(IR,JR).EQ.3.AND.FS(IR,JR).GT.0.) ES(IR,JR)='P'
IF (TIPO(IR,JR).EQ.3.AND.FS(IR,JR).EQ.1.) ES(IR,JR)='S'
IF (TIPO(IR,JR).EQ.3.AND.FS(IR,JR).EQ.0.) ES(IR,JR)='L'

230 CONTINUE
IT=IT+1
A=IT*DT
IF (IT/100*100.EQ.IT) GOTO 666
GOTO 273
```

C IMPRESSAO DE RESULTADOS

```
666 WRITE (30,124) ((ES(W,G),W=0,49),G=0,JFINAL)
```

```
124  FORMAT (3X,50A1)
      WRITE (30,125) A
175  FORMAT (20X,F10.3)
273  IF (AT.EQ.10000) GOTO 433
      GOTO 270
180  TYPE 290
290  FORMAT(5X,'INCONSISTENCIA DE DADOS')
433  STOP
      END
```