



Natália Akemi Hoshikawa Tsuha

**Análise do mecanismo camo-seguidor de
translação sob lubrificação
elastohidrodinâmica**

20/2015

CAMPINAS

2015

i



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Natália Akemi Hoshikawa Tsuha

**Análise do mecanismo camo-seguidor de
translação sob lubrificação
elastohidrodinâmica**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestra em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientadora: Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELA ALUNA NATÁLIA AKEMI HOSHIKAWA TSUHA, E ORIENTADA PELA PROFA. DRA. KATIA LUCCHESI CAVALCA DEDINI.

Katia Lucchesi Cavalca
.....
ASSINATURA DA ORIENTADORA

**CAMPINAS
2015**

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

T789a Tsuha, Natália Akemi Hoshikawa, 1990-
Análise do mecanismo camo-seguidor de translação sob lubrificação
elastohidrodinâmica / Natália Akemi Hoshikawa Tsuha. – Campinas, SP : [s.n.],
2015.

Orientador: Katia Lucchesi Cavalca Dedini.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de
Engenharia Mecânica.

1. Mecanismo - Projeto. 2. Lubrificação. 3. Dinâmica. I. Dedini, Katia Lucchesi
Cavalca. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia
Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Analysis of translating cam-follower mechanism under
elastohydrodynamic lubrication

Palavras-chave em inglês:

Mechanism - Project

Lubrication

Dynamic

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestra em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Katia Lucchesi Cavalca Dedini [Orientador]

Marco Lúcio Bittencourt

Gilberto Pechoto de Melo

Data de defesa: 12-02-2015

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS

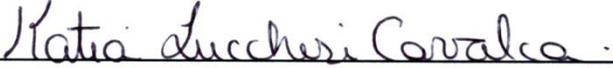
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADEMICO

**Análise do mecanismo camo-seguidor de
translação sob lubrificação
elastohidrodinâmica**

Autora: Natália Akemi Hoshikawa Tsuha

Orientadora: Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini, Presidente
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM



Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM



Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo
Universidade Estadual Paulista – UNESP/FEIS

Campinas, 12 de fevereiro de 2015.

Dedico esse trabalho a Cristina, Heitor e Hélder.

Agradecimentos

Tantas foram as pessoas que participaram e me ajudaram nessa caminhada. Presto homenagem a algumas delas:

À Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini por me orientar não apenas nesse trabalho, mas também nas escolhas sobre o meu futuro. Obrigada por acreditar.

Aos meus pais, Heitor e Cristina, meus exemplos de caráter e perseverança, pelo amor incondicional e pelos sábios ensinamentos que levarei comigo em todos os momentos de minha vida.

Ao meu namorado, Hélder, pela compreensão e apoio nesses tantos anos de relacionamento. Obrigada por todo companheirismo nos momentos difíceis, pelo incentivo nas minhas escolhas e pela paciência nos finais de semana estudando e na frente do computador.

Ao meu irmão, Vinícius, pelo carinho e risadas. Tenho certeza que será um ótimo engenheiro.

À minha avó, Tomoko, que sempre rezou e acreditou em mim. Sua fé me inspira.

Às amigas que fiz na minha república, Priscila, Rosana, Romana, Natasha, Claire, Mariana, Fernanda e Minnie, pela companhia nas horas felizes e tristes.

Aos colegas do laboratório LAMAR, em especial, Letícia, Rafael, Natália, Tiago, Leonardo, Diogo, Felipe, Ricardo, Arthur, Antonio, Larissa, Gustavo, Matheus, Gabriel e aos professores Hélio e Gregory, pela amizade e contribuições nesse trabalho. Gostaria de agradecer

especialmente ao Fábio Nonato, por me ajudar pacientemente com as inúmeras dúvidas “pontuais” mesmo de outro país.

A SAE-Unicamp e ThyssenKrupp Campo Limpo Ltda., pelo apoio financeiro na realização desse projeto.

*All our dreams can come true,
if we have the courage to pursue them.*

Walt Disney

Resumo

Mecanismos camos-seguidores são extremamente importantes em equipamentos modernos, amplamente utilizados em motores de combustão interna e máquinas que exigem movimentos complexos com repetibilidade e confiabilidade. O camo é um corpo sólido e seu perfil em conjunto com o tipo do seguidor define um movimento que pode ser muito difícil, ou mesmo impossível, de reproduzir com outros mecanismos. O projeto do par camo-seguidor envolve muitas variáveis a serem consideradas. Para um deslocamento desejado, fatores, como tensão e desgaste superficial, devem ser minimizados. Para isso, é importante estudar as características do filme de óleo no contato, já que esse reduz o atrito entre o camo e o seguidor. Portanto, o objetivo desta dissertação é analisar o mecanismo desde a sua cinemática, desenho do perfil, curva de força, até a determinação das condições de lubrificação (distribuição de pressão e espessura de filme). O tipo de lubrificação mais comum em camos é a elastohidrodinâmica (EHD), a qual considera tanto a dinâmica do filme de óleo quanto a deformação no contato gerada devido às grandes pressões no lubrificante. Como as equações do modelo EHD não são lineares, foram aplicados métodos numéricos com malha cuja discretização é variável – Métodos Multiníveis (Multigrid e Integração Múltipla Multiníveis – MLMI). A principal dificuldade de estudar lubrificação em camos é decorrente da alteração dos parâmetros do equacionamento durante sua rotação. O raio de curvatura, a velocidade tangencial ao contato e a força são variáveis durante o ciclo e tanto dependem da modelagem dinâmica do mecanismo quanto estão relacionados à sua velocidade de rotação. Para este trabalho, foram comparadas as condições de lubrificação EHD durante um ciclo de operação do camo para os seguidores de face plana e de rolete, ambos em movimento de translação, e a duas velocidades de rotação distintas do camo.

Palavras-Chave: Mecanismo camo-seguidor, análise dinâmica, lubrificação elastohidrodinâmica.

Abstract

Cam-follower mechanisms are extremely important in modern equipment, widely used in automotive engines and machinery that requires complex motion with repeatability and reliability. A cam is a solid body and its shape in conjunction of follower's type defines a movement that can be too difficult or even impossible to reproduce with others mechanisms. The project of cam-follower pair involves many variables to consider. For a desired displacement, factors such as tension and surface wear must be minimized. Thus, it is important to study the oil film characteristics in the contact, since it reduces friction between the cam and the follower. Therefore, the objective of this dissertation is to analyze the mechanism starting from its kinematics, profile design, force curve, until the determination of the lubrication conditions (pressure distribution and film thickness). The most common type of lubrication in cams is the elastohydrodynamic (EHD), which considers both the dynamics of the oil film and the contact deformation created due to high pressures in the lubricant. Due to the nonlinearity of the equations of the EHD model, numerical methods are necessary with variable mesh discretization – Multilevel Methods (Multigrid and Multilevel Multi-Integration – MLMI). The main difficulty of studying lubrication in cams results from the change of the equation parameters along its rotation. The radius of curvature, the contact tangential velocity and the force are variable over the cycle and depend on the dynamic modeling of the mechanism and the rotation speed. For this work, the EHD lubrication conditions were compared over the operating cam cycle for the flat faced and the offset roller followers, both in translation motion, and in two different rotation speeds of the cam.

Key Words: Cam-follower mechanism, dynamic analysis, elastohydrodynamic lubrication.

Lista de Ilustrações

Figura 1.1 – Comando de válvulas laterais de um motor de combustão interna. Detalhe ao camo indicado pela letra L (ARIAS-PAZ, 1970).	1
Figura 1.2 – Vários tipos de camos (ROTHBART, 2004).	2
Figura 2.1 – Características do contato EHD (adaptado de Spikes, 2006).	9
Figura 3.1 – Funções cicloidais usadas em simulações numéricas (adaptado de Mabie e Reinholtz, 1987).	14
Figura 3.2 – Funções harmônicas usadas em simulações numéricas (adaptado de Mabie e Reinholtz, 1987).	14
Figura 3.3 – Funções polinomiais usadas em simulações numéricas (adaptado de Mabie e Reinholtz, 1987).	15
Figura 3.4 – Esquema ilustrativo de camo com seguidor de translação de face plana (adaptado de Doughty, 1988).	16
Figura 3.5 – Esquema ilustrativo de camo com seguidor de translação de rolete (adaptado de Doughty, 1988).	17
Figura 3.6 – Comprimento \overline{OQ} do camo-seguidor de rolete (adaptado de Doughty, 1988).	21
Figura 3.7 – Determinação do perfil do camo-seguidor de translação de rolete (adaptado de Doughty, 1988).	22
Figura 3.8 – Esquema para determinação do raio de curvatura para o camo-seguidor de translação de face plana (adaptado de Doughty, 1988).	23
Figura 3.9 – Esquema para determinação do raio de curvatura para o camo-seguidor de translação de rolete (adaptado de Doughty, 1988).	27
Figura 3.10 – Modelo dinâmico utilizado para sistema camo-seguidor (traduzido e adaptado de Norton, 2009). (A) Sistema físico. (B) Modelo discreto. (C) Diagrama de corpo livre.	29
Figura 3.11 – Exemplo de um mecanismo camo-seguidor aplicado à indústria (traduzido de Norton, 2009).	31

Figura 3.12 – Combinação de massas concentradas para o caso do sistema da Figura 3.11 (traduzido de Norton, 2009).....	32
Figura 3.13 – Sistemas equivalentes. (A) Sistema físico. (B) Massa equivalente no ponto A. (C) Mola equivalente no ponto B (adaptado de Norton, 2009).....	33
Figura 4.1 – Representação do contato em linha ou linear (adaptado de Stachowik e Batchelor, 2006).	36
Figura 4.2 – Geometria do contato linear. (A) Dois cilindros. (B) Contato equivalente.	38
Figura 4.3 – Comparação da viscosidade absoluta obtida pelas relações de Barus e Roelands. Resultados obtidos para três lubrificantes a 38°C: 1 – óleo parafínico sintético; 2 – óleo mineral naftalênico super refinado; 3 – hidrocarboneto sintético (HAMROCK et al., 2004).	41
Figura 4.4 – Variação da densidade em função da pressão.	42
Figura 4.5 – Espessura de filme no contato lubrificado elastohidrodinâmico.....	44
Figura 4.6 – Parâmetros do contato de Hertz em linha.	47
Figura 5.1 – Esquema de hierarquia de malhas dos Métodos Multiníveis.	52
Figura 5.2 – Exemplo de erros de diferentes frequências (GOODYER, 2001). (a) Componente de baixa frequência. (b) Componente de alta frequência. (c) Erro de duas fases.	54
Figura 5.3 – Operadores de restrição.....	59
Figura 5.4 – Operador de interpolação.	59
Figura 5.5 – Ciclo tipo V.....	60
Figura 5.6 – Ciclo tipo W.....	60
Figura 5.7 – FMG com um ciclo V por nível.	61
Figura 5.8 – Kernel do termo $\ln(X - X')$ da deformação elástica do contato unidimensional. .	65
Figura 5.9 – Esquema da técnica MLMI.	67
Figura 5.10 – Resultado obtido por Venner (1991) para M=20 e L=10.....	74
Figura 5.11 – Resultado de simulações obtidas em comparação à Figura 5.10. (A) 6 níveis. (B) 8 níveis. (C) 10 níveis. (D) 12 níveis.....	75
Figura 5.12 – Representação da espessura do filme no contato EHD (traduzido de Nonato e Cavalca, 2014).....	76

Figura 5.13 – Características da pressão e espessura de filme em função de M e L (adaptado de Venner, 1991).....	77
Figura 5.14 – Perfil de pressão para M=2 (A), 5 (B), 10 (C), 20 (D), 50 (E) e 100 (F), e L=10 (VENNER, 1991).....	78
Figura 5.15 – Perfil de pressão para M=2 (A), 5 (B), 10 (C), 20 (D), 50 (E) e 100 (F), e L=10, obtido a partir de simulações numéricas do algoritmo multiníveis implementado neste estudo.	78
Figura 5.16 – Espessura de filme para M=2 (A), 5 (B), 10 (C), 20 (D), 50 (E) e 100 (F), e L=10 (VENNER, 1991).....	79
Figura 5.17 – Espessura de filme para M=2 (A), 5 (B), 10 (C), 20 (D), 50 (E) e 100 (F), e L=10, obtido a partir de simulações numéricas.	79
Figura 5.18 – Perfil de pressão para M=20, L=0 (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E) (VENNER, 1991).....	80
Figura 5.19 – Perfil de pressão para M=20, L=0 (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E), obtido por simulações numéricas.....	80
Figura 5.20 – Detalhe do perfil de pressão para M=20, L=0 (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E) (VENNER, 1991).....	81
Figura 5.21 – Detalhe do perfil de pressão para M=20, L=0 (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E), obtido por simulações numéricas.	81
Figura 5.22 – Espessura de filme para M=20, L=0 (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E) (VENNER, 1991).....	82
Figura 5.23– Espessura de filme para M=20, L=0 (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E), obtido por simulações numéricas.....	82
Figura 6.1 – Componentes físicos do sistema de acionamento de válvulas usado em motor LS-1 de um Chevrolet Corvette (ROTHBART, 2004).	84
Figura 6.2 – Montagem do sistema. (A) Esquema ilustrativo (traduzido de Rothbart, 2004). (B) Considerações dos parâmetros dos componentes (adaptado de Rothbart, 2004).	85
Figura 6.3 – Mecanismo camo-seguidor de rolete. (A) Diagrama de deslocamento do seguidor. (B) Perfil do camo. (C) Derivadas da função de deslocamento.	89

Figura 6.4 – Mecanismo camo-seguidor de rolete. (A) Raio de curvatura. (B) Ângulo de pressão.	90
Figura 6.5 – Diagrama cinemático: deslocamento, velocidade e aceleração do seguidor.....	92
Figura 6.6 – Força no contato desconsiderando a rigidez do sistema.	92
Figura 6.7 – Força no contato com a rigidez mínima calculada.	93
Figura 6.8 – Força discretizada considerando a rigidez mínima.	94
Figura 6.9 – Camo-seguidor de rolete a 1000 rpm. (A) Deslocamento, velocidade e aceleração do seguidor. (B) Velocidade tangencial ao contato.(C) Força no contato. (D) Torque.	95
Figura 6.10 – Força discretizada para camo-seguidor a 1000 rpm.....	96
Figura 6.11 – Parâmetros do contato hertziano. (A) Tensão máxima. (B) Largura do contato. (C) Deformação.....	97
Figura 6.12 – Parâmetros de Moes. (A) Parâmetro de carga M. (B) Parâmetro de lubrificante L.	98
Figura 6.13 – Perfil de pressão e espessura de filme adimensional para o contato camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.....	100
Figura 6.14 – Comparação entre pressões dimensionalizadas para camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.	101
Figura 6.15 – Comparação entre espessuras de filme dimensionalizadas para camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.	102
Figura 6.16 – Detalhe da comparação da espessura de filme para camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.	102
Figura 6.17 – Camo-seguidor a 500 rpm. (A) Deslocamento, velocidade e aceleração do seguidor. (B) Força discretizada. (C) Velocidade tangencial ao contato.(D) Força no contato. (E) Torque.	105
Figura 6.18 – Parâmetros do contato hertziano. (A) Tensão máxima. (B) Largura do contato. (C) Deformação.....	106
Figura 6.19 – Parâmetros de Moes. (A) Parâmetro de carga M. (B) Parâmetro de lubrificante L.	107
Figura 6.20 – Perfil de pressão e espessura de filme adimensional para o contato camo-seguidor de rolete a 500 rpm.....	108
Figura 6.21 – Perfil de pressão e espessura de filme adimensional para o raio base do camo....	109

Figura 6.22 – Comparação entre pressões dimensionalizadas para camo-seguidor de rolete a 500 rpm.	110
Figura 6.23 – Comparação entre espessuras do filme dimensionalizadas para camo-seguidor de rolete a 500 rpm.	110
Figura 6.24 – Detalhe da comparação da espessura de filme para camo-seguidor de rolete a 500 rpm.	111
Figura 6.25 – Camo-seguidor de face plana. (A) Perfil do camo. (B) Raio de Curvatura.	112
Figura 6.26 – Camo-seguidor de face plana a 1000 rpm. (A) Velocidade tangencial ao contato. (B) Tensão máxima de Hertz. (C) Largura do contato. (D) Deformação hertziana.....	113
Figura 6.27 – Parâmetros de Moes. (A) Parâmetro de carga M. (B) Parâmetro de lubrificante L. (C) Detalhe de M. (D) Detalhe de L.	115
Figura 6.28 – Perfil de pressão e espessura de filme adimensional para o contato camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.	116
Figura 6.29 – Comparação entre pressões dimensionalizadas para camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.	117
Figura 6.30 – Comparação entre espessuras de filme dimensionalizadas para camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.	117
Figura 6.31 – Detalhe da comparação da espessura de filme para camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.	118
Figura 6.32 – Camo-seguidor de face plana a 1000 rpm. (A) Velocidade tangencial ao contato. (B) Tensão máxima de Hertz. (C) Largura do contato. (D) Deformação hertziana.....	119
Figura 6.33 – Parâmetros de Moes. (A) Parâmetro de carga M. (B) Parâmetro de lubrificante L. (C) Detalhe de M. (D) Detalhe de L.	120
Figura 6.34 – Perfil de pressão e espessura de filme adimensional para camo-seguidor de face plana a 500 rpm.	122
Figura 6.35 – Comparação entre pressões dimensionalizadas para camo-seguidor de face plana a 500 rpm.	123
Figura 6.36 – Comparação entre espessuras de filme dimensionalizadas para camo-seguidor de face plana a 500 rpm.	124

Figura 6.37 – Detalhe da comparação da espessura de filme para camo-seguidor de face plana a 500 rpm.	124
Figura A.1 – Movimento com repouso e parada utilizando as curvas C-5 e C-6 para o seguidor de rolete. (A) Derivadas da função deslocamento. (B) Perfil do camo. (C) Diagrama cinemático.	137
Figura A.2 – Movimento com repouso e parada utilizando as curvas H-5 e H-6 para o seguidor de face-plana. (A) Derivadas da função deslocamento. (B) Perfil do camo. (C) Diagrama cinemático.	138
Figura A.3 – Movimento com repouso e parada utilizando as curvas P-1 e P-2 para o seguidor de face plana. (A) Derivadas da função deslocamento. (B) Perfil do camo. (C) Diagrama cinemático.	139
Figura A.4 -Mecanismo camo-seguidor de rolete com movimento de ascensão-parada-retorno parada utilizando as curvas H1/H2 e H3/H4. (A) Raio de Curvatura (B) Ângulo de pressão. (C) Derivadas da função de deslocamento. (D) Perfil do camo.....	140

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Variáveis Adimensionais	48
Tabela 4.2 – Regimes de Solução para Lubrificação EHD (VENNER e LUBRECHT, 2000). ...	50
Tabela 5.1 – Comparação de espessura de filme mínima e pico de pressão entre Venner (1991) e os obtidos nas simulações numéricas do programa desenvolvido.	76
Tabela 6.1 – Massas e rigidezes dos componentes do sistema de acionamento de válvulas proposto como estudo de caso.	86
Tabela 6.2 – Dados de projeto para o mecanismo camo-seguidor de rolete.	88
Tabela 6.3 – Parâmetros variáveis dos intervalos do estudo camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.	99
Tabela 6.4 – Valores adimensionais e dimensionais da aproximação dos corpos, espessura de filme mínima e espessura de filme central da análise camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.	103
Tabela 6.5 – Parâmetros variáveis dos intervalos do estudo camo-seguidor de rolete a 500 rpm.	107
Tabela 6.6 – Valores adimensionais e dimensionais da aproximação dos corpos, espessura de filme mínima e espessura de filme central da análise camo-seguidor de rolete a 500 rpm.	111
Tabela 6.7 – Dados de projeto para o mecanismo camo-seguidor de face plana.	112
Tabela 6.8 – Parâmetros variáveis dos intervalos do estudo camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.	114
Tabela 6.9 – Valores adimensionais e dimensionais da aproximação dos corpos, espessura de filme mínima e espessura de filme central da análise camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.	118
Tabela 6.10 – Parâmetros variáveis dos intervalos do estudo camo-seguidor de face plana a 500 rpm.	121

Tabela 6.11 – Valores adimensionais e dimensionais da aproximação dos corpos, espessura de filme mínima e espessura de filme central da análise camo-seguidor de face plana a 500 rpm.	123
Tabela A.1 – Parâmetros de entrada nas simulações do estudo cinemático do sistema camo-seguidor.	136

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

A	Deslocamento angular do camo	[rad]
A_p	Ângulo de pressão	[rad]
b	Metade da largura da área de contato	[m]
B	Ângulo suplementar do ângulo de rotação do camo A e da coordenada polar φ para o seguidor de rolete	[rad]
c	Amortecimento	[N.s/m]
c_c	Amortecimento crítico	[N.s/m]
C	Ângulo a vertical e a reta D_c	[rad]
C^*	Centro de curvatura	
d	Deformação elástica	[m]
D	Distância horizontal entre o centro de rotação do camo e o ponto de contato no seguidor de face plana	[m]
D_c	Reta de comprimento D_c que passa pelo centro de rotação de camo e pelo ponto C^* (centro de curvatura).	[m]
\underline{e}	Erro (Multigrid)	
E	Módulo de elasticidade	[Pa]
E'	Módulo de elasticidade reduzido	[Pa]
f	Função de deslocamento do seguidor	[m]
\underline{f}	Função do lado direito do sistema de equações (Multigrid)	
F	Força aplicada	[N]
F_c	Força no camo	[N]
F_d	Força de amortecimento	[N]
F_{pl}	Força de pré-carga	[N]
F_s	Força elástica	[N]

G	Parâmetro do material de Dowson e Higginson	
h	Espessura do filme do óleo lubrificante	[m]
h_0	Aproximação entre os corpos rígidos	[m]
h_c	Espessura de filme de óleo no centro do contato ($X = 0$)	[m]
h_m	Espessura mínima de filme	[m]
H	Espessura adimensionalizada do filme do óleo lubrificante	
H_0	Aproximação adimensionalizada entre os corpos rígidos	
H_c	Espessura de filme adimensional no centro do contato ($X = 0$)	
H_m	Espessura mínima de filme adimensional	
I_h^H	Operador de restrição da malha refinada para a grosseira	
I_H^h	Operador de interpolação da malha grosseira para a refinada	
\mathbb{I}_H^h	Operador de interpolação da malha grosseira para a refinada (MLMI)	
J	Momento de inércia de massa	[kg.m ²]
k	Rigidez	[N/m]
K	Kernel da deformação elástica	
$K_{i,j}^{hh}$	Aproximação discreta de K	
l	Comprimento longitudinal da área de contato	[m]
L	Parâmetro de lubrificante de Moes	
\mathcal{L}	Operador diferencial	
m	Massa	[kg]
M	Parâmetro de carga de Moes	
n	Número de pontos da malha	
O	Centro de rotação do camo	
p	Pressão do filme de óleo lubrificante	[Pa]
p_0	Pressão atmosférica	[Pa]
p_h	Pressão máxima do contato seco de Hertz	[Pa]
P	Pressão do filme de óleo lubrificante adimensionalizada	
P_p	Somatório do raio de curvatura do camo-seguidor de rolete com o raio do rolete	[m]

P_s	Pico de pressão	[Pa]
r_s	Raio de singularidade	
\underline{r}	Resíduo numérico (Multigrid)	
R	Raio de curvatura	[m]
R_C	Coordenada radial do perfil do camo	[m]
R_f	Raio do seguidor de rolete	[m]
R_o	Raio base	[m]
R_{po}	Raio de circunferência principal quando $A = 0$	[m]
S	Deslocamento do seguidor	[m]
S_o	Deslocamento inicial do seguidor	[m]
t	Tempo	[s]
T_c	Torque no camo	[N/m]
u	Velocidade	[m/s]
u_m	Velocidade média tangencial à área de contato	[m/s]
\underline{u}	Vetor solução (Multigrid)	[m/s]
U	Parâmetro de velocidade de Dowson e Higginson	
v	Deflexão do corpo a partir de um carregamento w	[m]
V_c	Velocidade do camo normal à área de contato	[m/s]
V_f	Velocidade vertical do seguidor	[m/s]
w	Carga aplicada por unidade de comprimento	[N/m]
w_{gs}	Fator de relaxação de Gauss-Seidel	
w_{H_o}	Fator de relaxação no ajuste de H_o	
w_j	Fator de relaxação de Jacobi	
W	Parâmetro de carga de Dowson e Higginson	
x, y e z	Sistema de coordenadas do sistema	[m]
X, Y e Z	Sistema de coordenadas adimensionais do sistema	
z	Índice de pressão da viscosidade	

.....

Letras Gregas

α	Coeficiente de pressão-viscosidade	
$\bar{\alpha}$	Parâmetro adimensional do modelo EHL	
∂	Operador de derivada parcial	
δ	Aproximação da deformação elástica do contato hertziano	[m]
Δ	Constante	
ε	Excentricidade entre o centro de rotação do rolete e o centro de rotação do camo	[m]
ζ	Fator de amortecimento	
η	Viscosidade do fluido lubrificante	[N.s/m ²]
η_0	Viscosidade atmosférica	[N.s/m ²]
$\bar{\eta}$	Viscosidade adimensionalizada do fluido lubrificante	[N.s/m ²]
λ	Parâmetro adimensional de velocidade do modelo EHL	
ν	Coeficiente de Poisson	
ξ	Parâmetro adimensional da Equação de Reynolds	
ρ	Densidade do fluido lubrificante	[kg/m ²]
$\bar{\rho}$	Densidade adimensionalizada do fluido lubrificante	
φ	Coordenada angular do perfil do camo	[rad]
ω	Velocidade de rotação	[rad/s]
ω_n	Frequência natural não amortecida	[rad/s]

.....

Superescritos

h	Malha, malha refinada
H	Malha grosseira
\cdot	Derivada em relação ao tempo
$'$	Derivada em relação ao ângulo de rotação
\sim	Referente à nova aproximação
$\hat{\sim}$	Variável da malha grosseira (Multigrid FAS), aproximação (MLMI)

– Aproximação

.....

Sobrescritos

1, 2, 3 ...	Referente aos corpos 1, 2, 3...
a, b, c ...	Referente aos elementos a, b, c ...
A, B, C ...	Referente aos elementos A, B, C ...
eff	Referente ao parâmetro efetivo/equivalente do sistema
i, j	Índice da malha

.....

Siglas

CS	<i>Correction Scheme</i> – Esquema de Correção
EHD	Elastohidrodinâmico(a)
EHL	Lubrificação Elastohidrodinâmica
FAS	<i>Full Approximation Scheme</i> – Esquema de Aproximação Completo
FEM	Faculdade de Engenharia Mecânica
FMG	<i>Full Multigrid</i> – Multigrid Completo
HD	Hidrodinâmico(a)
LAMAR	Laboratório de Máquinas Rotativas
MLMI	<i>Multilevel Multi-Integration</i> – Integração Múltipla Multiníveis
SAE	Serviço de Apoio ao Estudante
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Divisão do Trabalho	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Dinâmica do Mecanismo Camo-Seguidor	5
2.2	Estudo do Contato com Lubrificação Elastohidrodinâmica.....	8
3	MECANISMO CAMO-SEGUIDOR DE TRANSLAÇÃO	13
3.1	Curvas de Deslocamento Aplicadas à Cinemática de Camos.....	13
3.2	Deslocamento, Velocidade e Aceleração do Seguidor	15
3.3	Perfil do Camo	17
3.4	Raio de Curvatura e Velocidade Tangencial ao Contato	23
3.5	Modelo Dinâmico.....	29
4	LUBRIFICAÇÃO ELASTOHIDRODINÂMICA	36
4.1	Equação de Reynolds	37
4.2	Propriedades dos Lubrificantes: Viscosidade e Densidade.....	39
4.3	Deformação Elástica e Espessura de Filme	42
4.4	Equação do Balanço de Forças	45
4.5	Adimensionalização do Equacionamento	46
5	MÉTODO NUMÉRICO	52
5.1	Método Multinível: Multigrid	53
5.1.1	Esquema de Correção (CS).....	54
5.1.2	Esquema de Aproximação Completo (FAS)	56
5.1.3	Operadores entre Malhas	58
5.1.4	Tipos de Ciclos	59
5.2	Método Multinível: Integração Múltipla Multiníveis (MLMI).....	62
5.3	Discretização do Modelo de Lubrificação EHD	68
5.4	Relaxação das Equações Discretas.....	70
5.5	Validação do Algoritmo	74

6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	84
6.1	Seguidor de Rolete	88
6.1.1	Velocidade de Rotação de 1000 rpm	94
6.1.2	Velocidade de Rotação de 500 rpm	104
6.2	Seguidor de Face Plana	112
6.2.1	Velocidade de Rotação de 1000 rpm	113
6.2.2	Velocidade de Rotação de 500 rpm	118
7	CONCLUSÕES	125
7.1	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	127
	Referências Bibliográficas.....	128
	APÊNDICE A – Análise Cinemática do Camo-Seguidor.....	136
	APÊNDICE B – Interfaces Gráficas	142
B.1	Interface gráfica para a cinemática do mecanismo camo-seguidor de face-plana	142
B.2	Interface gráfica para a cinemática do mecanismo camo-seguidor de rolete.....	143
B.3	Interface gráfica para modelagem dinâmica.....	144

1 INTRODUÇÃO

Um mecanismo é uma combinação de corpos rígidos que são conectados de modo a se moverem de forma dependente com um movimento relativo definido. Um ou mais mecanismos cuja força transmitida é capaz de executar um trabalho hábil formam uma máquina. O par cinemático camo-seguidor – também conhecido como came-seguidor – faz parte desse grupo dos mecanismos e tem sua aplicação mais exaustiva em motores de combustão interna, já que é responsável pelo sincronismo das válvulas de injeção, mas também está presente em diversos formatos em outras máquinas, principalmente aquelas onde alta precisão e repetição dos movimentos são requeridas.

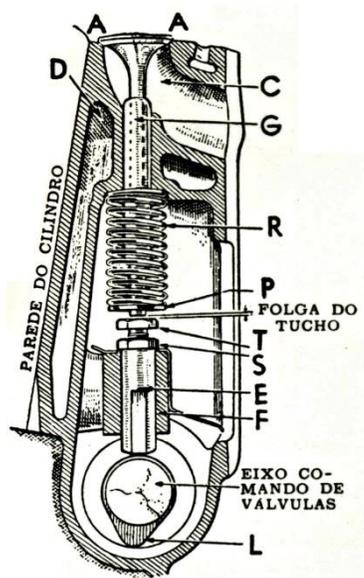


Figura 1.1 – Comando de válvulas laterais de um motor de combustão interna. Detalhe ao camo indicado pela letra L (ARIAS-PAZ, 1970).

O par camo-seguidor é utilizado para transmitir movimento de um acoplamento a outro. O camo é uma peça com uma superfície curva que se encontra em contato a outro corpo, o seguidor. Tanto o camo quanto o seguidor podem adquirir diversas formas dependendo da necessidade de projeto (Figura 1.2), além de apresentar movimento de rotação, translação ou ainda a combinação

dos dois. Há diversos tipos de seguidores e, entre os mais aplicados, estão os de rolete e os de face plana, sendo, portanto, abordados nesse trabalho. Devido a essa versatilidade, esse mecanismo permite obter movimentos irregulares que seriam difíceis, se não impossíveis, de conseguir por meio de outros mecanismos, sendo, portanto, largamente aplicado na indústria em geral.



Figura 1.2 – Vários tipos de camos (ROTHBART, 2004).

Segundo Norton (2009), até o final dos anos 60, os camos eram projetados apenas por técnicas gráficas como as citadas por Mabie e Reinholtz (1987), apesar das características dinâmicas terem assumido importância desde a década de 50. Contudo, com o advento do uso de computadores na engenharia, a forma de projeto e de produção de camos mudou consideravelmente nos últimos anos, tornando-os mais econômicos e precisos.

O estudo de um mecanismo tem duas vertentes: a cinemática e a dinâmica. Para pares camo-seguidor com baixas velocidades, as forças inerciais podem ser desprezadas e a principal preocupação no projeto concerne ao estudo puramente cinemático. Porém, com o desenvolvimento de máquinas, principalmente automatizadas, que necessitam trabalhar em altas velocidades, a dinâmica será de especial preocupação, uma vez que a massa, assim como a rigidez, não pode ser desconsiderada.

Além disso, para uma análise mais realista, segundo Dowson *et al.* (1992), faz-se importante considerar o filme de óleo existente na interface de contato entre o camo e o seguidor. O tipo de lubrificação mais comum em camos é a elastohidrodinâmica, a qual considera tanto a dinâmica do filme lubrificante quanto a deformação no contato gerada devido às grandes pressões em que o óleo é submetido. O estudo de lubrificação em camo foi negligenciado até meados dos anos 80, devido à complexidade do estudo decorrente da variação da força de contato, da velocidade tangencial e da sua geometria (raio de curvatura). Porém, esse se mostrou essencial no projeto, principalmente a partir da crise de energia em meados dos anos 70.

Ademais, aproximadamente 15% da distribuição de energia do combustível em um motor de combustão interna é consumida em perdas mecânicas, de acordo com Taylor (1998). Dessas perdas, 10% ocorrem devido ao atrito nas válvulas. Apesar de não aparentar, em grande escala, essas perdas, se otimizadas, podem significar uma considerável economia de combustível e consequente redução de taxas de emissões.

Dessa forma, o objetivo desse estudo consiste em analisar o mecanismo camo-seguidor desde a sua cinemática, desenho do perfil, curva de força, até a determinação das condições de lubrificação elastohidrodinâmica (distribuição de pressão e espessura de filme).

1.1 Divisão do Trabalho

A presente dissertação é composta de sete capítulos, além dos apêndices, cujo conteúdo está resumido a seguir.

O Capítulo 1 apresenta uma introdução à temática de estudo proposta, assim como seus objetivos principais. Também inclui uma visão geral do conteúdo apresentado nesse trabalho.

Uma revisão bibliográfica do assunto é abordada no Capítulo 2. A fim organizar melhor o conteúdo apresentado, esse capítulo foi dividido em duas partes – dinâmica do mecanismo camo-seguidor e estudo do contato – apesar de serem temas correlatos e dependentes.

O Capítulo 3 trata do equacionamento do mecanismo camo-seguidor. São apresentadas as funções matemáticas aplicadas ao estudo de camos, o equacionamento do deslocamento, da velocidade e da aceleração, além da geração do perfil do camo e alguns parâmetros de dimensionamento de projeto. Além disso, é abordado em um modelo de um grau-de-liberdade para o mecanismo com o equacionamento de forças no contato e o cálculo do torque.

O Capítulo 4 complementa a teoria da lubrificação elastohidrodinâmica. São apresentadas as equações que governam o modelo: Equação de Reynolds, equacionamento das propriedades dos lubrificantes, espessura de filme de óleo e balanço de forças. Essas são adimensionalizadas a fim de reduzir o número de variáveis para a introdução do método numérico.

Como não há solução analítica para o sistema de equações do modelo EHD, houve a necessidade de usar um método numérico. O Capítulo 5 descreve os métodos multiníveis – Multigrid e MLMI – bem como a discretização e o processo de relaxação do equacionamento. A convergência do algoritmo implementado foi verificada por meio de comparação com resultados da literatura.

No Capítulo 6 são apresentados os resultados e as discussões para dois tipos de seguidores (face plana e rolete) a duas velocidades de rotação sugeridas.

Por fim, o Capítulo 7 contém as conclusões finais e apresenta sugestões para futuros trabalhos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão da literatura foi dividida em duas partes: dinâmica de camos e estudo do contato com lubrificação elastohidrodinâmica. Apesar de serem temas correlatos e dependentes, decidiu-se por dividir o texto a fim de agregar um caráter mais didático à leitura.

2.1 Dinâmica do Mecanismo Camo-Seguidor

Até 1925, os camos eram projetados apenas considerando sua cinemática (KOSTER, 1974) e visava-se diminuir os picos de aceleração desse mecanismo como forma de evitar vibrações. Contudo, esse método mostrou-se eficaz apenas para baixas rotações. A partir da década de 1930, houve um aumento considerável de velocidade dos motores e, então, o surgimento das primeiras falhas mecânicas em válvulas de automóveis e aviões incapazes de serem previstas e explicadas pelas análises convencionais de camos (CHEN, 1977).

Segundo Chen (1977), estudos relacionados à dinâmica do sistema foram feitos de forma mais regular somente a partir dos anos 50. Aliado ao desenvolvimento da tecnologia de manufatura dos camos e seus respectivos testes experimentais sob altas velocidades, foi possível demonstrar que os efeitos nas características de resposta – taxa de desgaste, nível de ruído e vida útil – não eram somente consequências do perfil do camo, mas também se fazia essencial considerar a resiliência do sistema camo-seguidor.

Em 1956, Rothbart publicou um livro completo dedicado ao mecanismo de camo, o qual discutia inúmeros aspectos de sistemas camo-seguidor operando a altas velocidades e várias recomendações foram feitas em relação à concepção desse tipo de projeto. Já em 1960, Freudenstein sugeriu uma expressão para aceleração de um sistema específico de duas massas, uma rigidez e sem amortecimento, considerando um *fator de aceleração dinâmico*. Koster (1974) comprovou em medições industriais que o fator de amortecimento varia de 5% a 10%,

justificando as aproximações já feitas por Freudenstein. Como esses sistemas são extremamente subamortecidos, estão sujeitos a altas vibrações, reiterando a importância do estudo dinâmico. No mesmo trabalho, Koster mostrou que sistemas simples de um grau de liberdade podem gerar resultados razoavelmente precisos em relação a onerosos múltiplos graus de liberdade. Um guia simples da síntese dinâmica para modelagem de um grau de liberdade do camo-seguidor foi apresentada por Matthew e Tesar em 1976.

Em 1982, Kim e Newcombe dividiram em três categorias os fatores que afetam o movimento de saída do camo-seguidor: erros de geometria (erros de manufatura, tolerância das máquinas, folgas), erros cinemáticos (velocidade angular não constante, características do movimento escolhido) e efeitos dinâmicos (massa e inércia, rigidez, amortecimento). O estudo cinemático foi o pioneiro e, concomitantemente ao desenvolvimento da dinâmica de camos, foi dada atenção à manufatura dos mesmos, uma vez que a precisão de fabricação da superfície deveria ser correspondente à função matemática prescrita (NORTON, 1988a; NORTON, 1988b).

Grewal e Newcombe (1988) mostraram que a resposta dinâmica é dependente da ondulação do perfil do camo e que erros de alta frequência causam altas amplitudes de vibração, aumentando a tendência de ocorrer o fenômeno indesejado denominado *jump*, ou *salto*, em que ocorre a perda de contato entre o camo e o seguidor. Em 1989, Alamsyah *et al.* consideraram a lubrificação elastohidrodinâmica em seus experimentos relacionados aos efeitos dos processos de manufatura.

Tümer e Ünlüsoy (1991) fizeram uma análise do salto entre camo e seguidor incorporando a elasticidade do trilho do seguidor e a dinâmica da mola de retorno. Para o caso de movimento harmônico simples, chegou-se a uma expressão analítica para o pré-ajuste mínimo da mola de retorno visando evitar a separação entre o camo e o seguidor em termos de quatro parâmetros adimensionais: velocidade, elasticidade, amortecimento e massa. Um estudo posterior sobre a mesma temática foi proposto por Özgür e Pasín (1996), desta vez comparando os efeitos da elasticidade do sistema.

Em 2000, Ahn *et al.* desenvolveram um método para otimizar o controle do mecanismo através da entrada da velocidade. Diferentemente das análises tradicionais, esse método tinha por objetivo o estudo de camos com velocidade angular não constante. Ademais, o modelo dinâmico era baseado no acionamento por mola, aplicação de cargas pesadas e altas acelerações.

Com o aumento da competitividade do mercado, a necessidade de aumentar a produção industrial e, conseqüentemente, o maquinário que operasse a velocidades mais elevadas nas últimas décadas, o estudo dinâmico fora do contexto exclusivamente automobilístico ganhou destaque. Assim, Norton *et al.* (2002) desenvolveram um modelo de camo-seguidor de um grau de liberdade para aplicação industrial. O diferencial desse tipo de análise é a grande quantidade de massa no trilho do seguidor em comparação as válvulas de motores de combustão interna. Posterior a esse trabalho, Norton (2009) criou um manual exclusivo de camos denominado *Cam Design and Manufacturing Handbook*.

Dessa forma, com a necessidade de crescente sofisticação nos modelos, estudos de estabilidade do sistema ganharam mais destaque (CVETICANIN, 2007). Além disso, análises experimentais mais detalhadas visando à medição da resposta dinâmica para comparação com a literatura também ficaram em evidência (NASKAR e ACHARYYA, 2010).

Em 2010, Gatti e Mundo sugeriram reduzir as vibrações indesejadas no sistema por meio de controle do movimento do seguidor, aplicando uma força secundária diretamente nesse componente. Esta abordagem foi considerada diferenciada pelos autores por fugir das soluções típicas de redução de vibrações: seleção de parâmetros de projeto, escolha da curva otimizada e perfil do camo (HSIEH, 2010; CHAVAN e JOSHI, 2011; CARDONA *et al.*, 2013) e por fim, controle da velocidade de entrada do mecanismo (AHN *et al.*, 2000).

Guo *et al.* (2011) desenvolveram um estudo das características dinâmicas do sistema de válvulas, aliando as vibrações torcionais e de flexão do mecanismo de camos e adicionando os efeitos da lubrificação por meio de uma solução analítica para o modelo elastohidrodinâmico. Nesse trabalho, foi enfatizada a importância de considerar os efeitos da variação da espessura do

filme de óleo dentre outros parâmetros na análise dinâmica. Logo, justifica-se a necessidade de adquirir conhecimentos de lubrificação para um estudo dinâmico mais completo.

2.2 Estudo do Contato com Lubrificação Elastohidrodinâmica

As primeiras pesquisas do contato mecânico decorrem do final do século XIX. Hertz (1896) publicou seus estudos sobre o contato entre dois corpos esféricos sem lubrificação (contato seco). O modelo hertziano possibilitou relacionar as pressões com as deformações presentes no contato. Como descrito em Changsen (1991) e Harris (1991), os corpos são previstos como cilindros – para o mecanismo camo-seguidor, dentes de engrenagem e também mancais de rolamento de rolo – e o contato é aproximado para uma área retangular, caracterizando esse tipo de contato como linear ou em linha. A teoria de Hertz é amplamente aplicada até os dias atuais e serviu de alicerce para o EHD.

A base da teoria de lubrificação surgiu, em 1886, quando Reynolds publicou a equação que leva seu nome, visando explicar a geração de pressão em mancais hidrodinâmicos nos experimentos feitos por B. Tower em 1883. Em 1893, Barus complementou as duas últimas contribuições ao relacionar a viscosidade do filme de óleo com a pressão exercida.

Em 1916, Martin aplicou a equação de Reynolds para lubrificação em dentes de engrenagem. Contudo, a espessura do filme de óleo calculada pela teoria hidrodinâmica era muito menor que a rugosidade da superfície, o que gerou incoerência de resultados e demonstrou a necessidade de desenvolvimento de novos modelos de lubrificação para elementos de máquina com geometria pouco conforme e elevados esforços. Apenas com a introdução da equação da deformação elástica e sua combinação com a de Reynolds, foi possível prever uma espessura de lubrificante razoável (ERTEL, 1939).

A primeira solução numérica para o modelo de lubrificação elastohidrodinâmico foi feita por Petrusevicht em 1951. Posteriormente, Dowson e Higginson (1966) forneceram a base das

soluções numéricas modernas, resolvendo o problema de contato em linha para diversas condições com variação de velocidade, carregamento e propriedade dos materiais. Esse trabalho confirmou algumas características peculiares da lubrificação EHD, como a tendência ao modelo hertziano a altas pressões e o pico de pressão na parte final do contato (Figura 2.1). Na mesma década, intensificou-se a pesquisa experimental visando à comparação com os resultados numéricos, utilizando principalmente a medição de capacitância e interferômetros óticos (SPIKES, 2006).

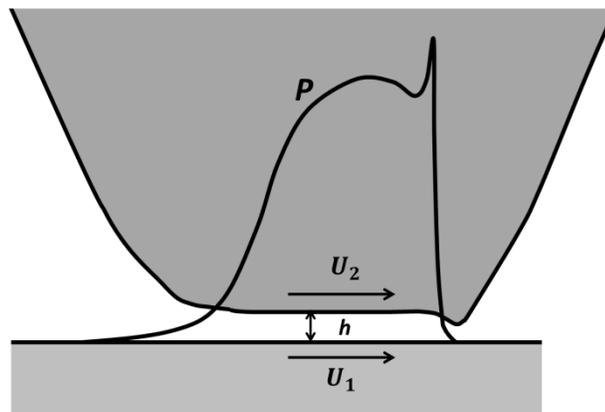


Figura 2.1 – Características do contato EHD (adaptado de Spikes, 2006).

Todavia, os estudos experimentais modelando a relação camo-seguidor lubrificado foram negligenciados, a princípio por dificuldades técnicas, e ficaram mais recorrentes somente a partir dos anos 80, principalmente no final da década. Hamilton (1980) mediu a espessura do filme de óleo para camos com seguidor de face plana. Segundo seu artigo, quanto menor o raio de curvatura e maior a carga aplicada, mais adequado está o camo ao modelo EHL. Em 1987, Leeuwen *et al.* também fizeram medições experimentais da espessura do filme lubrificante considerando altas cargas, além de avaliar diferentes temperaturas. Em 1989, Gecim investigou as características de lubrificação da interface camo-seguidor, considerando a pressão, a espessura do filme de óleo e a vida em fadiga do sistema.

Na década de 70, foram obtidas respostas não newtonianas dos lubrificantes de EHL. Consequentemente, houve a necessidade de aumentar a robustez das técnicas numéricas para

resolver os problemas de lubrificação EHD. Um dos métodos que recebeu mais destaque foi o *Multigrid*, *Multilevel* ou Multiníveis. Em 1987, Lubrecht *et al.* utilizaram essa técnica em contatos em linha com lubrificação elastohidrodinâmica.

Outros métodos matemáticos, como Newton-Raphson, Gauss-Seidel e Método das Diferenças Finitas, continuaram a ser aplicados para resolução da problemática de lubrificação EHD em camos (AI e YU, 1988; XIAOLAN e HAIQING, 1988; LEEUWEN *et al.*, 1995). Contudo, esses passaram a ser menos recorrentes com o aprimoramento do algoritmo de multiníveis.

Em 1991, Venner propõe em sua tese uma solução mais rápida para o multiníveis, considerando tanto o contato unidimensional linear quanto o bidimensional. Nos anos seguintes, publicou outros artigos correlatos (VENNER e TEN, 1992a; VENNER e TEN, 1992b; VENNER e BOS, 1994). Em 1994, Nijebanning, Venner e Moes estenderam o método multiníveis do contato circular para o caso elíptico com o estudo da influência da elipsidade na condição de lubrificação. Além disso, demonstraram que para casos com a razão de elipsidade bem pequena, esses se aproximam ao contato em linha unidimensional. Dessa forma, Venner e Lubrecht publicaram o livro dedicado exclusivamente ao assunto “*Multilevel Methods in Lubrication*” em 2000.

Paralelo ao desenvolvimento computacional dos métodos matemáticos de resolução do EHL, Taylor (1991) e Dowson *et al.* (1992) demonstraram a necessidade inerente de considerar a lubrificação no projeto de camos para uma modelagem mais realística. Suas análises, tanto teóricas quanto experimentais, endossaram a discrepância dos resultados obtidos pelo contato seco e o modelo de lubrificação EHD.

Alguns estudos focados no contato elíptico (mancal de esferas) foram importantes para o desenvolvimento da teoria de lubrificação EHD. Pode-se citar Goodyer (2001) e sua tese de doutorado sobre otimização do algoritmo de multiníveis, adaptada de Nurgat (1996), com solução transiente por incremento de tempo variável. Mais recentemente, Nonato e Cavalca (2010)

desenvolveram um modelo dinâmico para o contato elíptico sujeito a EHL, aproximando o filme de óleo a um conjunto de rigidez e amortecimento não lineares. A partir desse trabalho foi desenvolvido o modelo completo do mancal de rolamento de esferas com a determinação dos coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal sob lubrificação elastohidrodinâmica para o estudo de dinâmica de rotores (NONATO e CAVALCA, 2014).

Segundo Glovnea e Spikes (2001), as variações de velocidade, de carga e de geometria formam uma combinação complexa de parâmetros no estudo de lubrificação de camos. A variação na velocidade durante o ciclo é particularmente significativa, pois influencia a velocidade do contato e dessa forma, a espessura do filme. Dada tais variações, Messe e Lubrecht (2000) fizeram um estudo da alteração do perfil de pressão e espessura do filme para o contato camo-seguidor de face plana. Nesses casos, o tempo para determinar a solução numérica pode ser muito extenso dada a quantidade de variáveis. Dessa forma, em 2003, Watremetz *et al.* desenvolveram uma forma de otimizar o tempo de processamento para o algoritmo multiníveis aplicado a camos sem a perda de muita precisão ao comparar os termos da equação de Reynolds.

Assim em 2008, Jang utilizou o método multiníveis para determinar a espessura mínima de filme em camos com lubrificação EHD. Posteriormente, foram obtidos resultados experimentais em casos com velocidade variável, mais próximos ao estudo de camos, que concordam com a teoria elastohidrodinâmica (SAMANEK *et al.*, 2010; KRUPKA *et al.*, 2011).

Em 2013, Wiegert *et al.* desenvolveram um modelo simplificado para o contato unidimensional com lubrificação EHD a partir das teorias hidrodinâmica e hertziana. Seus resultados apresentaram uma boa convergência com os métodos mais tradicionais e podem apontar uma nova tendência de modelos EHL.

Portanto, dentro do contexto histórico apresentado, este trabalho visa o estudo do mecanismo camo-seguidor, fundamentados principalmente por Doughty (1988) e Norton (2009), considerando o filme de óleo no contato EHD por meio de análises numéricas (técnicas multiníveis) como as descritas por Venner em 1991 e por Venner e Lubrecht (2000). Nesta

dissertação, o perfil do camo é gerado para atender a uma função específica. A partir da análise cinemática, são definidas as curvas de posição, velocidade e aceleração a serem inseridas no modelo dinâmico, a partir do qual é feita, inicialmente, a busca do valor ótimo da mola de retorno para garantir o contato. Uma vez determinada a força no contato, será inserido o modelo EHD numérico. Desta forma, será avaliada a condição de lubrificação EHD, inicialmente para cada posição angular do camo, a uma certa velocidade de rotação, ou seja, a distribuição de pressão e a espessura de filme no contato.

3 MECANISMO CAMO-SEGUIDOR DE TRANSLAÇÃO

Por muitos anos, o projeto do camo foi baseado na saída de posição do seguidor, de acordo com uma dada função de deslocamento previamente estabelecida, o que era válido e adequado para baixas rotações do camo (MABIE e REINHOLTZ, 1987). Contudo, com o avanço da tecnologia na direção de máquinas com velocidades de operação cada vez mais elevadas, as características dinâmicas do sistema assumiram importância crescente no processo de projeto deste mecanismo, principalmente a partir da década de 1950 (CHEN, 1977).

Dessa forma, o objetivo deste capítulo é explicar a teoria da dinâmica de camos. Primeiramente é apresentada a cinemática do mecanismo: equacionamento do deslocamento, da velocidade e da aceleração do seguidor de face plana e de rolete, bem como a geração do perfil do camo e expressões para o raio de curvatura. O estudo cinético é abordado posteriormente em um modelo de um grau-de-liberdade para o mecanismo com o equacionamento de força no contato, necessária para introduzir o modelo de lubrificação, e o cálculo do torque.

3.1 Curvas de Deslocamento Aplicadas à Cinemática de Camos

Há inúmeras funções matemáticas usadas para definir o movimento do seguidor, e essas estão em contínua fase de desenvolvimento. Algumas curvas conhecidas no estudo de camos são cicloidal, harmônica e polinomial, além de suas respectivas variações. As principais funções aplicadas neste trabalho estão representadas nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3. Como cada tipo de função tem sua peculiaridade, uma breve comparação entre as curvas está apresentada no Apêndice A.

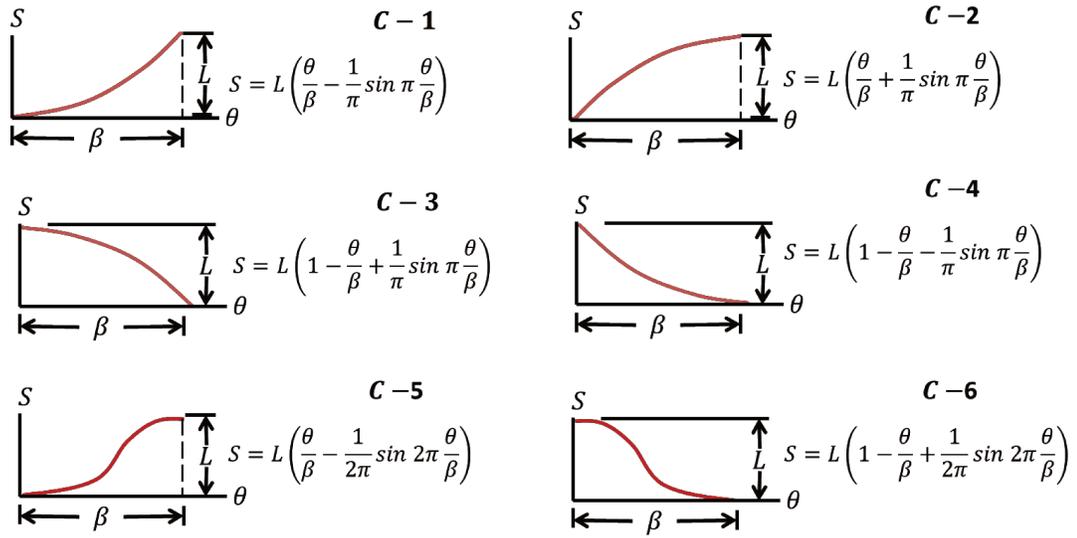


Figura 3.1 – Funções cicloidal usadas em simulações numéricas (adaptado de Mabie e Reinholtz, 1987).

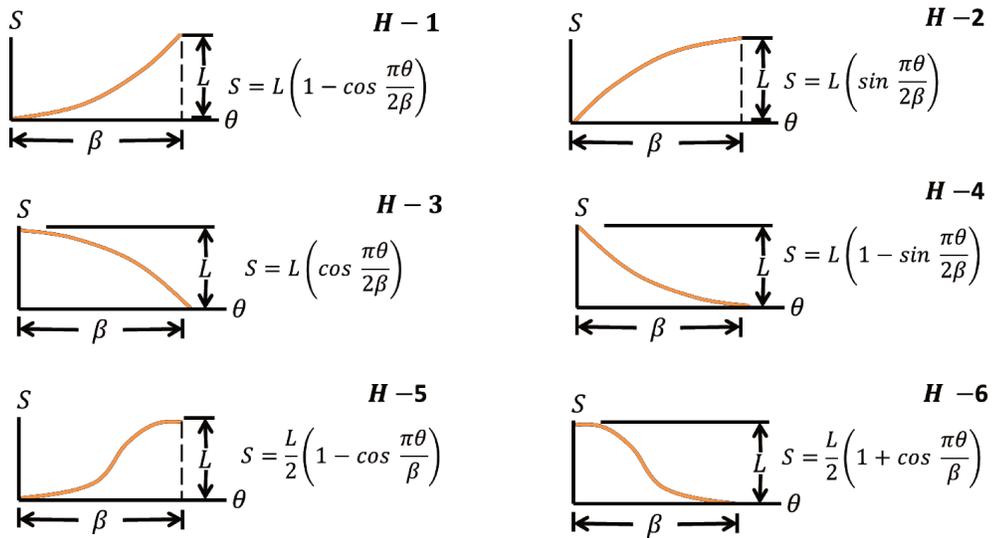


Figura 3.2 – Funções harmônicas usadas em simulações numéricas (adaptado de Mabie e Reinholtz, 1987).

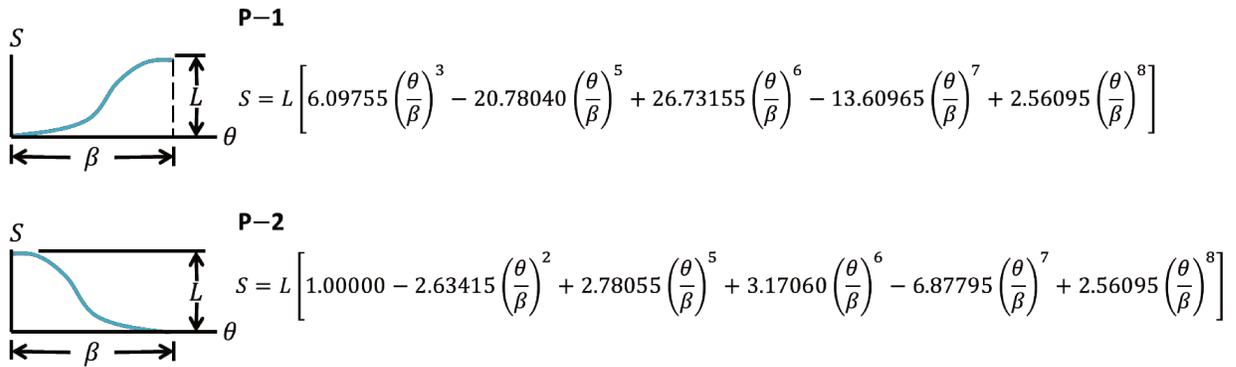


Figura 3.3 – Funções polinomiais usadas em simulações numéricas (adaptado de Mabie e Reinholtz, 1987).

Com o advento dos computadores nas últimas décadas, novas formas de aproximação de curvas foram criadas e desenvolvidas. Os splines, um dos métodos matemáticos de interpolação de pontos, tiveram suas aplicações ampliadas até, inclusive, o desenho de camos, devido a sua versatilidade. Usa-se o spline para traçar a função de posição e a partir dessa, obter as derivadas, velocidade, aceleração, perfil do camo e quaisquer dados que necessitem do deslocamento. No trabalho de Tsuha e Cavalca (2013), foram aplicados splines de sexta ordem no projeto de camo como uma alternativa as funções clássicas da literatura.

3.2 Deslocamento, Velocidade e Aceleração do Seguidor

O deslocamento inicial S_o de um par cinemático camo-seguidor de translação de face plana pode ser considerado igual ao raio base R_o , uma vez que a geometria plana não interfere na altura preliminar (Figura 3.4). Portanto, para o dado caso, a posição do seguidor $S(A)$ pode ser descrita como:

$$S(A) = S_o + f(A) = R_o + f(A) \quad (3.1)$$

onde A é o deslocamento angular do camo e $f(A)$ a função deslocamento do seguidor.

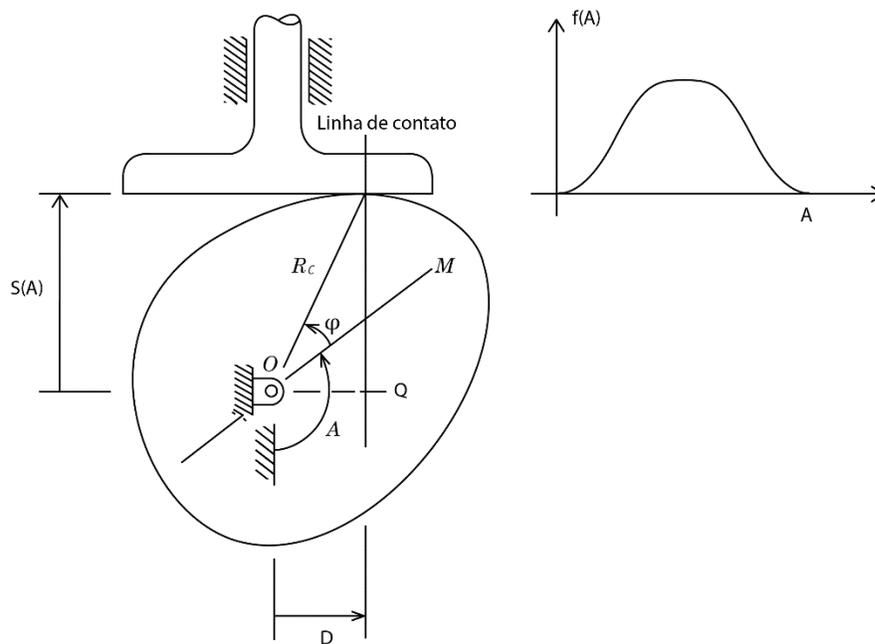


Figura 3.4 – Esquema ilustrativo de camo com seguidor de translação de face plana (adaptado de Doughty, 1988).

Diferente do seguidor de face plana, o deslocamento inicial S_0 do seguidor de rolete pode não ser igual ao raio base, uma vez que é importante considerar a excentricidade em relação ao eixo de rotação (Figura 3.5). Portanto, a função de deslocamento vertical é dada por:

$$S(A) = S_0 + f(A) = \sqrt{R_{po}^2 - \varepsilon^2} + f(A) \quad (3.2)$$

onde R_{po} é o raio da circunferência principal quando $A=0$, e ε é a excentricidade entre o centro de rotação do rolete e o centro de rotação do camo.

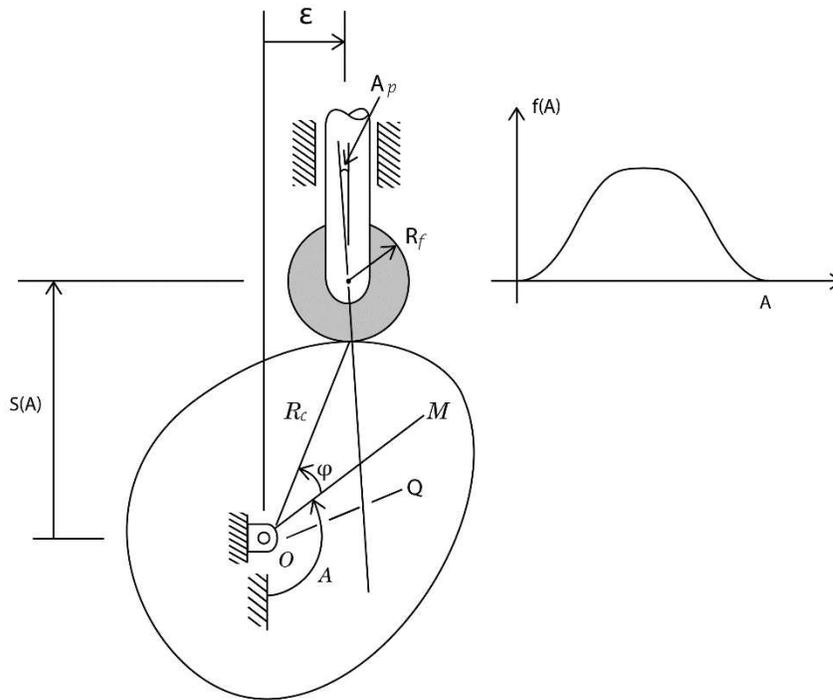


Figura 3.5 – Esquema ilustrativo de camo com seguidor de translação de rolete (adaptado de Doughty, 1988).

Aplicando a regra da cadeia para diferenciação, a velocidade $\dot{S}(A)$ e a aceleração $\ddot{S}(A)$ são dadas respectivamente por:

$$\dot{S}(A) = \frac{df(A)}{dA} \frac{dA}{dt} = f'(A) \dot{A} \quad (3.3)$$

$$\ddot{S}(A) = \ddot{A} f'(A) + f''(A) \dot{A}^2 \quad (3.4)$$

3.3 Perfil do Camo

No passado, as técnicas gráficas eram a única maneira de criar o perfil do camo. Com o desenvolvimento dos computadores, novos processos de projeto foram desenvolvidos. A partir das coordenadas polares (R_c, φ) do ponto de contato, é possível especificar o perfil do camo.

Para o seguidor de face plana (Figura 3.4), pode-se escrever a seguinte expressão em relação à linha OM:

$$\cos(\varphi + A - \pi/2) = D/R_C$$

$$\cos(\varphi + A) \cdot \cos(\pi/2) + \text{sen}(\varphi + A) \cdot \text{sen}(\pi/2) = D/R_C$$

$$R_C \cdot \text{sen}(\varphi + A) = D \tag{3.5}$$

Outra expressão que pode ser encontrada em relação à linha OM é:

$$\text{sen}(\varphi + A - \pi/2) = \frac{S(A)}{R_C}$$

$$\text{sen}(\varphi + A) \cdot \cos(\pi/2) - \text{sen}(\pi/2) \cdot \cos(\varphi + A) = \frac{S(A)}{R_C}$$

$$-R_C \cdot \cos(\varphi + A) = S(A) \tag{3.6}$$

Substituindo a Equação (3.1) na Equação (3.6), tem-se:

$$-R_C \cdot \cos(\varphi + A) = R_o + f(A) \tag{3.7}$$

Ao dividir a Equação (3.5) pela (3.7), obtém-se:

$$-\tan(\varphi + A) = \frac{D}{f(A) + R_o} \tag{3.8}$$

Para determinar D , tem-se que a velocidade do camo V_c normal à área de contato, ou seja, sobre a linha de contato é igual à velocidade vertical do seguidor V_f :

$$V_c = V_f \quad (3.9)$$

Dado que V_c e V_f são, respectivamente:

$$V_c = \dot{A} \overline{OQ} = \dot{A} D \quad (3.10)$$

$$V_f = \dot{S} = \frac{d}{dt} [R_o + f(A)] = \dot{A} f'(A) \quad (3.11)$$

Igualando as velocidades dadas pelas Equações (3.10) e (3.11), conforme Equação (3.9):

$$\dot{A} D = f'(A) \cdot \dot{A}$$

$$D = f'(A) \quad (3.12)$$

Assim, ao substituir o valor de D na Equação (3.8), tem-se:

$$-\tan(\varphi + A) = \frac{f'(A)}{f(A) + R_o}$$

$$\varphi + A = \arctan \left[\frac{f'(A)}{-[f(A) + R_o]} \right] \quad (3.13)$$

Com o objetivo de expandir o domínio de $-\pi/2 \leq A \leq \pi/2$ para $0 \leq A \leq 2\pi$, utiliza-se a função \arctan_2 para converter o ângulo para uma volta completa no camo. Assim:

$$\varphi = -A + A \arctan_2 \{f'(A), -[R_o + f(A)]\} \quad (3.14)$$

Uma vez encontrado o ângulo azimutal, o raio do perfil do camo pode ser descrito em função de $S(A)$ e D , já que esses formam um triângulo retângulo:

$$R_C^2 = [S(A)]^2 + D^2$$

$$R_C^2 = [R_o + f(A)]^2 + [f'(A)]^2$$

$$R_C = \sqrt{[R_o + f]^2 + [f']^2} \quad (3.15)$$

Para determinar as coordenadas polares do seguidor de rolete (Figura 3.5), primeiramente é necessário obter o ângulo de pressão entre a linha de contato e o eixo de movimento do seguidor. A velocidade do camo na linha de contato V_c e a velocidade do seguidor na vertical V_f são respectivamente:

$$V_f = \dot{S} \cos A_p \quad (3.16)$$

$$V_c = \dot{A} \overline{OQ} \quad (3.17)$$

O comprimento \overline{OQ} pode ser determinado geometricamente, conforme Figura 3.6. Assim, V_c é dado como:

$$V_c = \dot{A} (S \sen A_p + \varepsilon \cos A_p) \quad (3.18)$$

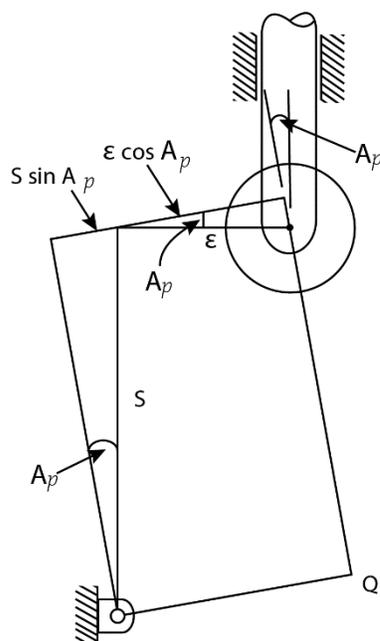


Figura 3.6 – Comprimento \overline{OQ} do camo-seguidor de rolete (adaptado de Doughty, 1988).

Igualando as velocidades V_c e V_f , obtém-se a expressão para o ângulo de pressão:

$$\dot{S} \cos A_p = \dot{A} (S \operatorname{sen} A_p + \varepsilon \cos A_p)$$

$$(\dot{S} - \dot{A}\varepsilon) \cos A_p = \dot{A} S \operatorname{sen} A_p$$

$$\tan A_p = \frac{\dot{S} - \dot{A}\varepsilon}{\dot{A} S} = \frac{1}{S} \left(\frac{\dot{S}}{\dot{A}} - \varepsilon \right) = \frac{1}{S} \left(\frac{dS}{dA} - \varepsilon \right)$$

$$A_p = \operatorname{Arctan} \left[\frac{f'(A) - \varepsilon}{\sqrt{R_{po}^2 - \varepsilon^2 + f(A)}} \right] \quad (3.19)$$

O ângulo de pressão é um parâmetro essencial para o projeto de camos, e seu dimensionamento não deve ultrapassar 30° para pares camo-seguidor de translação, uma vez que valores maiores podem aumentar a carga lateral excessiva, causando o deslizamento do seguidor.

Uma vez desenvolvida uma expressão para o ângulo de pressão, pode-se determinar as coordenadas polares para o seguidor de rolete, considerando sua geometria (Figura 3.7). Dessa forma, dado que R_f é o raio do seguidor, o ângulo B é:

$$B = \text{Arctan} \left[\frac{\varepsilon + R_f \text{sen } A_p}{S(A) - R_f \text{cos } A_p} \right] \quad (3.20)$$

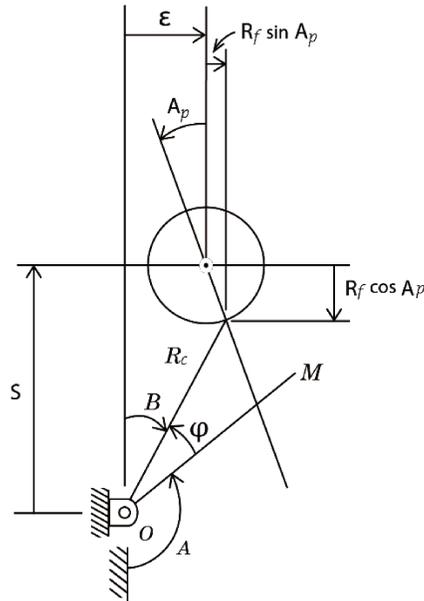


Figura 3.7 – Determinação do perfil do camo-seguidor de translação de rolete (adaptado de Doughty, 1988).

O ângulo B , o ângulo de rotação do camo A e a coordenada polar φ estão relacionados de forma que:

$$A + \varphi + B = \pi \quad (3.21)$$

Ao substituir a Equação (3.20) em (3.21), tem-se uma expressão que relaciona o ângulo azimutal φ com o ângulo de rotação do camo. Para determinar o raio R_c , aplica-se o teorema de Pitágoras (Fig. 3.8). Assim, as coordenadas polares do camo com seguidor de rolete são:

$$\varphi = -\pi - A + \text{Arctan} \left[\frac{\varepsilon + R_f \text{sen } A_p}{S(A) - R_f \text{cos } A_p} \right] \quad (3.22)$$

$$R_C = \sqrt{[S(A) - R_f \cos A_p]^2 + (\varepsilon + R_f \sin A_p)^2} \quad (3.23)$$

3.4 Raio de Curvatura e Velocidade Tangencial ao Contato

Um parâmetro importantíssimo de dimensionamento é o raio de curvatura, que é uma propriedade matemática da função. Se o raio de curvatura tende a zero, indica presença de ponta ou canto vivo no perfil do camo, o que leva a uma condição crítica de tensão. O raio de curvatura é um dos parâmetros essenciais para o estudo do contato. Além disso, é uma das variáveis, no equacionamento da lubrificação elastohidrodinâmica, que se diferenciam no estudo de camos, já que o raio de curvatura varia com o ângulo de rotação, o que não ocorre em outros tipos de elementos, como mancais de rolamento.

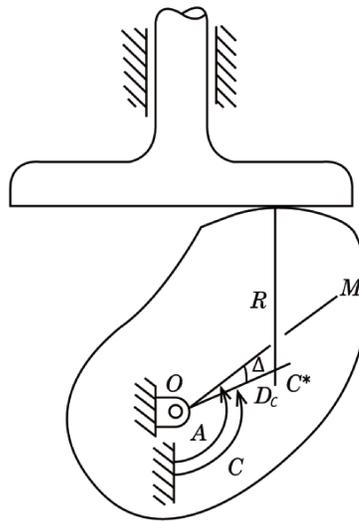


Figura 3.8 – Esquema para determinação do raio de curvatura para o camo-seguidor de translação de face plana (adaptado de Doughty, 1988).

Para o seguidor de face plana, define-se o ângulo C como aquele da reta de comprimento D_c , que passa pelo centro de rotação de camo (O) e pelo ponto C^* (centro de curvatura). Observa-se que este gira solidário ao ângulo de rotação do camo (A), a menos de um valor Δ constante (Figura 3.8). Dessa forma:

$$A = C + \Delta$$

$$C = A - \Delta$$

$$\frac{dC}{dA} = 1 \tag{3.24}$$

Na Figura 3.8, pode-se obter geometricamente a equação de movimento dada por:

$$\cos(C - \pi/2) = \frac{D(A)}{D_c}$$

$$\cos(C) \cdot \cos(\pi/2) + \text{sen}(C) \cdot \text{sen}(\pi/2) = \frac{D(A)}{D_c}$$

$$\text{sen}(C) = \frac{D(A)}{D_c}$$

$$D_c \text{sen}(C) = D(A) \tag{3.25}$$

Como já foi demonstrado anteriormente que $D(A) = f'(A)$, pode-se substituir a Equação (3.12) em (3.25):

$$D_c \text{sen}(C) = f'(A) \tag{3.26}$$

Outra equação de movimento obtida geometricamente na Figura 3.8 é:

$$\text{sen}(C - \pi/2) = \frac{S(A) - R}{D_c}$$

$$\text{sen}(C) \cdot \cos(\pi/2) - \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(C) = \frac{S(A) - R}{D_c}$$

$$-\cos(C) = \frac{S(A) - R}{D_c}$$

$$-D_c \cos(C) = S(A) - R \quad (3.27)$$

Derivando a Equação (3.26) em função de A:

$$\frac{dD}{dA} = f''(A) = D_c \cdot \cos(C) \cdot \frac{dC}{dA} \quad (3.28)$$

Segundo a Equação (3.24), $dC/dA = 1$, logo:

$$f''(A) = D_c \cdot \cos(C) \quad (3.29)$$

Substituindo a Equação (3.29) em (3.27), finalmente é dado o raio de curvatura R para o seguidor de face plana:

$$f''(A) = R - S(A)$$

$$R = R_o + f(A) + f''(A) \quad (3.30)$$

Uma vez determinado o raio de curvatura, o próximo passo consiste em obter uma expressão para a velocidade média no contato u_m . Diferente de V_c , que está sobre a linha de contato, u_m é tangente à área de contato e, portanto necessária para o modelo de lubrificação elastohidrodinâmica, já que é uma das variáveis da Equação de Reynolds. Assim como o raio de curvatura, a velocidade média no contato varia no estudo de camos.

Para o seguidor de face plana, a velocidade no contato é dada apenas pela velocidade com que se movimenta o ponto de contato em D:

$$u_{seguidor} = \dot{D}$$

$$u_{seguidor} = D' \dot{A}$$

Como $D = f'(A)$, segundo Equação (3.12), a velocidade do contato do seguidor é:

$$u_{seguidor} = f''(A) \dot{A} \quad (3.31)$$

A velocidade do contato do camo é dada pela soma da velocidade tangencial à superfície do contato devido à rotação do camo e da velocidade com que o ponto de contato se movimenta no seguidor de face plana :

$$u_{camo} = S(A) \dot{A} + \dot{D}$$

$$u_{camo} = [R_o + f(A)] \dot{A} + f''(A) \dot{A} \quad (3.32)$$

Observa-se que a Equação (3.32) pode ser reescrita em função do raio de curvatura R :

$$u_{camo} = R(A) \dot{A} \quad (3.33)$$

Portanto, a velocidade média no contato para o seguidor de face plana é:

$$u_m = \frac{(u_{seguidor} + u_{camo})}{2}$$

$$u_m = \frac{(R_o + f(A) + 2f''(A))\dot{A}}{2} \quad (3.34)$$

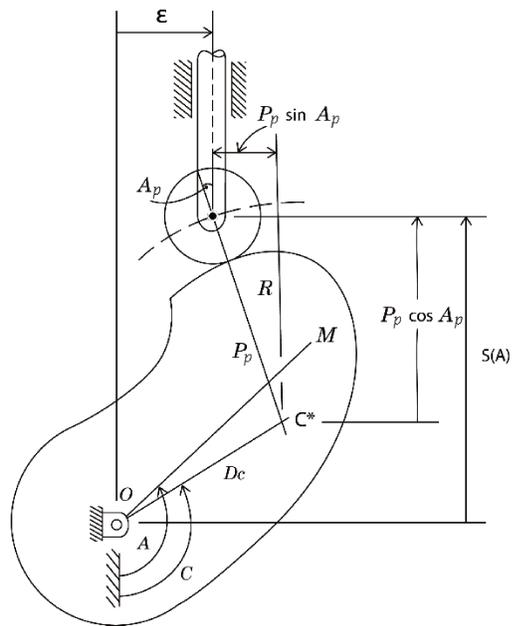


Figura 3.9 – Esquema para determinação do raio de curvatura para o camo-seguidor de translação de rolete (adaptado de Doughty, 1988).

Analogamente, para o seguidor de rolete, pode-se determinar a expressão para o raio de curvatura a partir das equações de posição, dadas geometricamente pela Figura 3.9. O equacionamento da posição vertical é dado por:

$$S(A) = P_p \cdot \cos A_p + D_c \cdot \cos(\pi - C)$$

$$S(A) = P_p \cdot \cos A_p - D_c \cdot \cos(C)$$

$$P_p \cdot \cos A_p = S(A) + D_c \cdot \cos(C) \quad (3.35)$$

E a equação de posição horizontal é determinada da seguinte forma:

$$\varepsilon + P_p \operatorname{sen} A_p = D_c \operatorname{sen}(\pi - C)$$

$$P_p \operatorname{sen} A_p = D_c \operatorname{sen}(C) - \varepsilon \quad (3.36)$$

Logo, derivando a Equação (3.36) em função do ângulo de rotação do camo (A):

$$P_p \cdot \cos A_p \cdot A'_p = D_c \cdot \cos(C) \cdot C' \quad (3.37)$$

Como $C' = +1$ e substituindo a Equação (3.37) na equação de posição horizontal (3.35), tem-se:

$$P_p = \frac{S \sec A_p}{1 - A'_p} \quad (3.38)$$

A'_p pode ser determinado derivando a expressão do ângulo de pressão (Equação (3.19)) em relação ao ângulo A :

$$A'_p = \frac{f'' - f' \tan A_p}{S \sec^2 A_p} \quad (3.39)$$

Após a substituição da Equação (3.39) na Eq. (3.38), e fazendo algumas manipulações matemáticas, P_p é:

$$P_p = \frac{[S^2 + (f' - \varepsilon^2)]^{3/2}}{S^2 - S f'' + (f' - \varepsilon)(2f' - \varepsilon)} \quad (3.40)$$

E o Raio de Curvatura para o seguidor de rolete é dado por:

$$R = P_p - R_f \quad (3.41)$$

Para o cálculo da velocidade média no contato para o seguidor de rolete, dada a hipótese que não ocorreram perdas por atrito entre o camo e o rolete, a velocidade no contato de ambos os corpos é a mesma:

$$u_{camo} = u_{seguidor}$$

Como o ponto de contato não se movimenta para o seguidor de translação de rolete, então:

$$u_{camo} = R(A) \dot{A}$$

Portanto, a velocidade u_m também é dada por:

$$u_m = R(A) \dot{A} \tag{3.42}$$

3.5 Modelo Dinâmico

A partir dos dados obtidos na cinemática, inicia-se o estudo da cinética do par camo-seguidor e, dessa forma, a compreensão mais profunda desse mecanismo. Como é comum na mecânica dos sólidos, o sistema físico será aproximado para um modelo massa-mola-amortecedor (Figura 3.10).

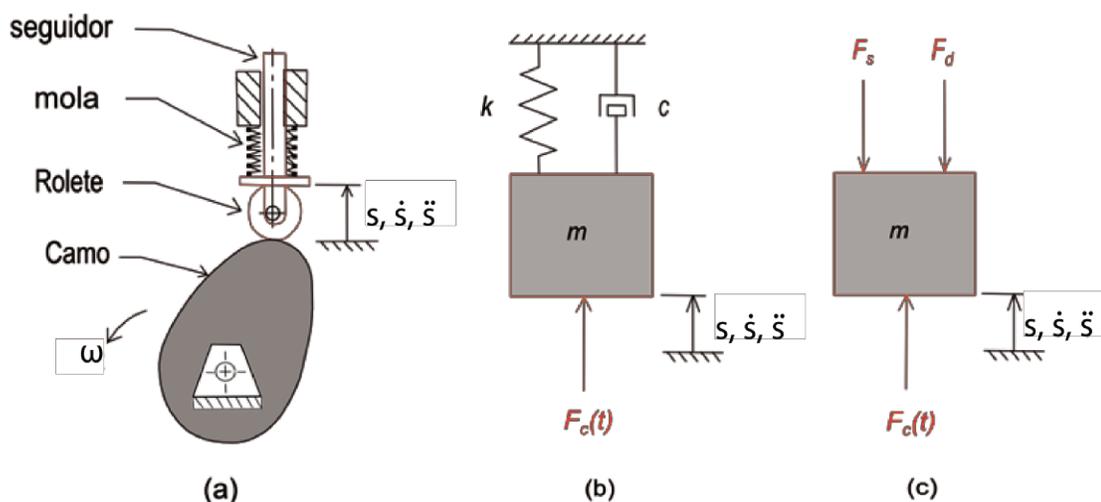


Figura 3.10 – Modelo dinâmico utilizado para sistema camo-seguidor (traduzido e adaptado de Norton, 2009).

(A) Sistema físico. (B) Modelo discreto. (C) Diagrama de corpo livre.

A massa m simboliza toda a massa equivalente que se movimenta no trilho do seguidor, a constante de elasticidade k representa toda a elasticidade contida no sistema e o coeficiente c é uma aproximação para o amortecimento estrutural equivalente do sistema.

Aplicando a Segunda Lei de Newton para esse sistema:

$$\sum F = m a = m\ddot{S}$$

$$F_c(t) - F_d - F_s = m\ddot{S} \quad (3.43)$$

A força elástica representada pela mola é:

$$F_s = kS \quad (3.44)$$

E a força de amortecimento é:

$$F_d = c\dot{S} \quad (3.45)$$

Logo, a Equação (3.43) pode ser escrita:

$$m\ddot{S} + c\dot{S} + kS = F_c(t) \quad (3.46)$$

E a partir da força no camo é possível calcular o torque T_c no eixo de camos:

$$T_c = \frac{F_c \dot{S}}{\omega} \quad (3.47)$$

A Equação diferencial (3.46) é importante, pois relaciona a força do camo com o deslocamento, a velocidade e a aceleração do seguidor, que, por sua vez, são dados da cinemática. Contudo, há três incógnitas: m , c e k . A massa m pode ser aproximada por meio da

teoria de massa efetiva e sistemas equivalentes. A constante k é um parâmetro a ser ajustado de acordo com a equação de equilíbrio para a força no camo, pois depende da elasticidade das barras e da mola de retorno, enquanto que o amortecimento c é aproximado para viscoso equivalente (KOSTER, 1974), sendo, portanto, proporcional a m e k .

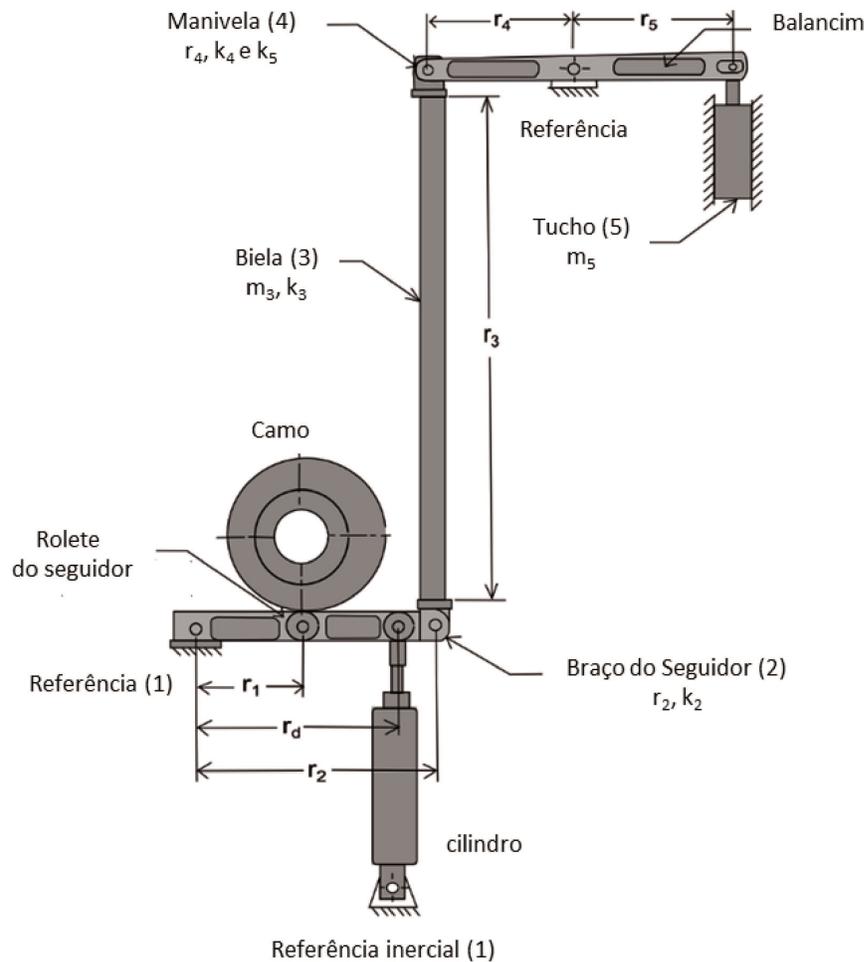


Figura 3.11 – Exemplo de um mecanismo camo-seguidor aplicado à indústria (traduzido de Norton, 2009).

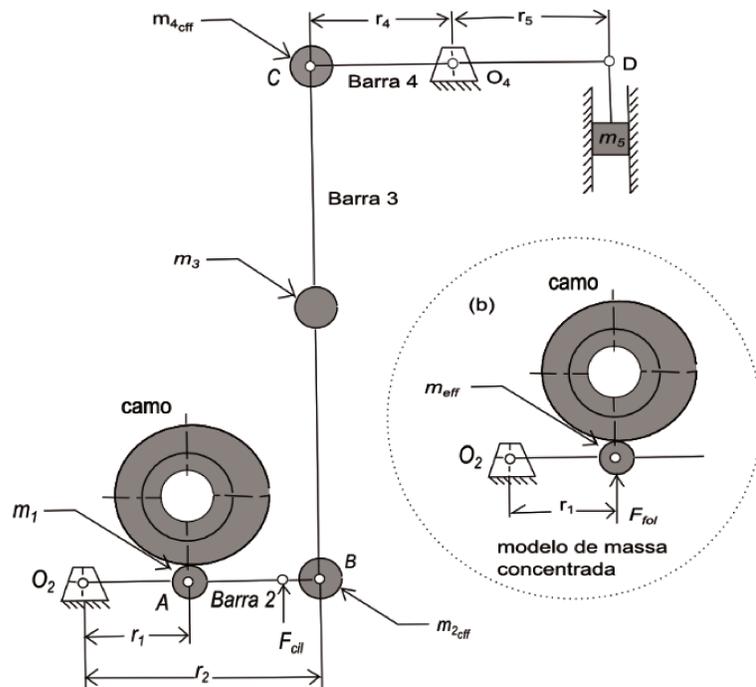


Figura 3.12 – Combinação de massas concentradas para o caso do sistema da Figura 3.11 (traduzido de Norton, 2009).

Sistemas mais complexos (Figura 3.11) contem múltiplas massas, assim como elementos flexíveis e seus amortecimentos estruturais associados. É possível fazer um estudo de cada corpo separadamente de modo a ter um sistema de equações diferenciais de múltipla ordem. Todavia, uma aproximação simplificada com um modelo reduzido de uma única equação diferencial (1 GDL) pode ser suficiente para a análise inicial da dinâmica do sistema (KOSTER, 1974; NORTON, 2009). Alguns sistemas camo-seguidor ainda são ligados a barras longas, as quais podem ser aproximadas como massas concentradas em translação, se sua rotação angular em torno de seu centro de massa é desprezível.

A massa concentrada, denominada de efetiva, é considerada pontual, e a elasticidade linear da barra é representada por um coeficiente de rigidez equivalente. Frente a essas considerações, a massa efetiva m_{eff} pode ser estimada em função do momento de inércia (J) e da distância (r) entre o pivô (centro de rotação) e a localização de m_{eff} .

$$m_{eff} = \frac{J}{r^2} \quad (3.48)$$

Para um sistema como o da Figura 3.11 e 3.12, onde os componentes do sistema são separados por um ponto de aplicação de uma força ou por uma razão de alavanca, e assumindo novamente que a deflexão da barra é pequena, pode-se transferir uma massa equivalente m_{eff} de B para A. Um esquema simplificado pode ser observado na Figura 3.13.

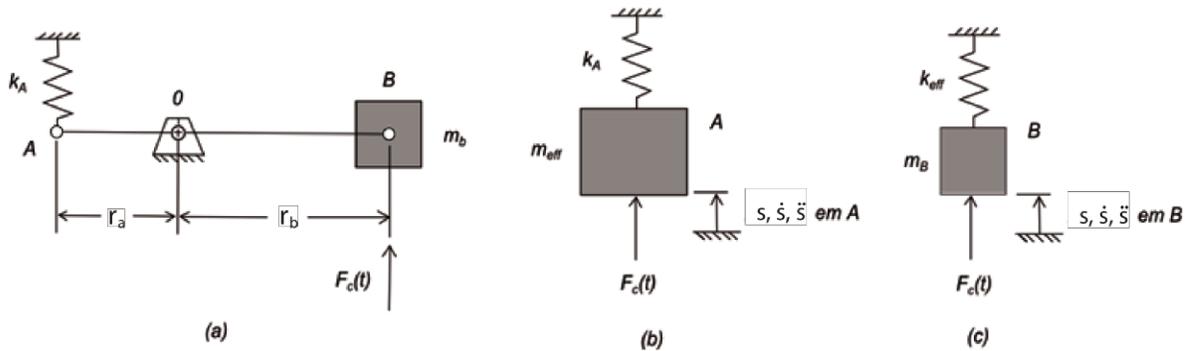


Figura 3.13 – Sistemas equivalentes. (A) Sistema físico. (B) Massa equivalente no ponto A. (C) Mola equivalente no ponto B (adaptado de Norton, 2009).

Considerando a massa efetiva no ponto A da Figura 3.13, ao igualar as energias cinéticas em A e B, desprezando o efeito de flexão das barras:

$$\frac{1}{2} m_B \dot{S}_B^2 = \frac{1}{2} m_{eff} \dot{S}_A^2 \quad (3.49)$$

As massas m_{eff} e m_b rotacionam em torno do pivô O com a mesma velocidade angular. Então, as velocidades lineares/tangenciais podem ser relacionadas:

$$\omega_A = \omega_B$$

$$\frac{\dot{S}_A}{r_a} = \frac{\dot{S}_B}{r_b}$$

$$\dot{S}_A = \left(\frac{r_a}{r_b} \right) \dot{S}_B \quad (3.50)$$

Fazendo a substituição de (3.50) em (3.49):

$$m_{eff} = \left(\frac{r_b}{r_a}\right)^2 m_a \quad (3.51)$$

Além disso, é possível obter relações semelhantes para rigidez e amortecimento através do equilíbrio de momento em torno do pivô O. Para as forças elásticas em A e B:

$$F_{SA} \cdot r_a = F_{SB} \cdot r_b$$

$$k_A \cdot \Delta_{SA} \cdot r_a = k_{eff} \cdot \Delta_{SB} \cdot r_b$$

$$\Delta_{SA} = \theta_A \cdot r_a$$

$$\Delta_{SB} = \theta_B \cdot r_b$$

O deslocamento angular é o mesmo para os pontos A e B, portanto $\theta_A = \theta_B$:

$$k_A \cdot r_a^2 = k_{eff} \cdot r_b^2$$

$$k_{eff} = \left(\frac{r_a}{r_b}\right)^2 k_A \quad (3.52)$$

Analogamente, obtém-se o equilíbrio de momento para a força de amortecimento.

$$c_{eff} = \left(\frac{r_a}{r_b}\right)^2 c_A \quad (3.53)$$

De acordo com a teoria de vibrações, o amortecimento c está relacionado a k e m pelo fator de amortecimento ζ (RAO, 2009):

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (3.54)$$

Sendo o amortecimento crítico c_c :

$$c_c = 2 \cdot m \cdot \omega_n \quad (3.55)$$

E a frequência natural não amortecida é:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.56)$$

O fator de amortecimento típico para camos, encontrado por meio de experimentos, e ajustado por decremento logarítmico, é de aproximadamente 0,06 (KOSTER, 1974; NORTON, 2009). Esse amortecimento é muito pequeno, o que significa que o sistema é predominantemente subamortecido.

Desta forma, o sistema complexo pode ser reduzido aos efeitos dinâmicos no contato, permitindo estimar a força que será suportada pelo filme de óleo. Além disso, parâmetros da cinemática, como o raio de curvatura e a velocidade tangencial ao contato, também são essenciais para obter as condições da lubrificação elastohidrodinâmica que será abordada no próximo capítulo.

4 LUBRIFICAÇÃO ELASTOHIDRODINÂMICA

O mecanismo camo-seguidor está sujeito a grandes forças e, como a área de contato entre os corpos é muito pequena e não conforme, ocorrem grandes pressões e, conseqüentemente, ocorrerem deformações elásticas no contato – principalmente na região de menor raio de curvatura, no caso do camo, e de grande carga aplicada. O uso do lubrificante é essencial para aliviar o efeito de atrito decorrente do movimento relativo de aproximação entre o camo e o seguidor. A pressão existente comprime o óleo, cujas propriedades como densidade e viscosidade deixam de ser constantes, justificando sua relevância no estudo do contato lubrificado.

Dessa forma, o modelo de lubrificação EHD considera simultaneamente as deformações elásticas dos corpos, o balanço de forças (a integral da pressão do filme deve ser igual à força aplicada), a variação das propriedades dos fluidos – viscosidade e densidade – e a dinâmica do filme de óleo dada pela equação de Reynolds. A interação de todas essas equações resulta em um sistema não linear e de solução não trivial. Nesse estudo, não foram considerados efeitos térmicos ou fluidos não Newtonianos e a área de contato delimita-se ao caso unidimensional (Figura 4.1), ou seja, a área de distribuição de pressão é aproximada para um retângulo de largura infinitesimal. Além do par camo-seguidor, tal aproximação também é aplicada a outros tipos de mecanismo e outros elementos de máquinas, como pares engrenados e mancais de rolo.

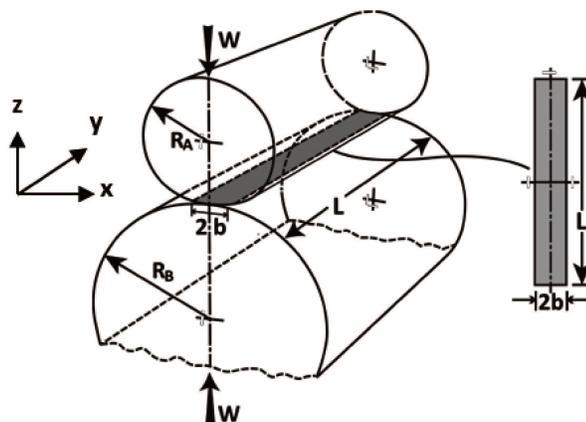


Figura 4.1 – Representação do contato em linha ou linear (adaptado de Stachowik e Batchelor, 2006).

4.1 Equação de Reynolds

A equação de Reynolds descreve a distribuição de pressão no filme lubrificante e foi derivada para fluidos Newtonianos a partir das equações de movimento e continuidade de Navier-Stokes, dadas algumas considerações:

- Não há deslizamento entre as superfícies.
- O regime é laminar.
- As forças de inércia e externas são desprezíveis quando comparadas às forças viscosas.
- Não há variação de pressão através da espessura de lubrificante (direção z da Figura 4.1).

Como a espessura do filme de óleo é muito pequena em relação ao raio de curvatura dos corpos, pode-se considerar a pressão constante, assim como as propriedades do lubrificante, na direção normal à área de contato (direção z). Ademais, a massa – ou inércia – do filme de óleo pode ser desprezada devido à pequena quantidade de lubrificante sujeita a pressão no contato, o que leva as forças de inércia e externas a serem desconsideradas no equacionamento.

Frente a todas essas considerações, Reynolds, em 1886, propôs uma equação para o escoamento entre superfícies próximas que se tornaria um dos alicerces da teoria de lubrificação moderna:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \frac{\partial(u_m \rho h)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} = 0 \quad (4.1)$$

onde $h = h_1 + h_2$ é a espessura de filme do lubrificante, p é a pressão, η é a viscosidade do óleo, ρ é a densidade do fluido, u_m é a velocidade tangencial média entre as superfícies em contato $u_m = (u_1 + u_2)/2$ e t é o tempo. O eixo x está alinhado com a velocidade tangencial às superfícies u_m e com a direção de rotação dos corpos, de acordo com a Figura 4.2.

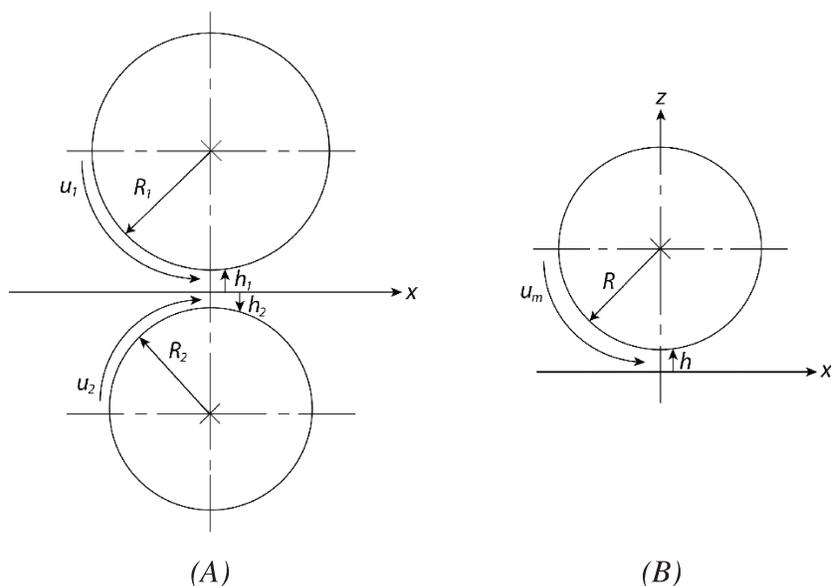


Figura 4.2 – Geometria do contato linear. (A) Dois cilindros. (B) Contato equivalente.

Para o contato linear, a direção y é muito superior a x (Figura 4.1), portanto, aproxima-se uma condição de distribuição de pressão uniforme nesta direção, simplificando o gradiente em y :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\partial(u_m \rho h)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} = 0 \quad (4.2)$$

↓
↓
↓

Poiseuille
Couette
Squeeze

Na Equação (4.2), o primeiro termo é denominado *Poiseuille* e descreve o escoamento em função do gradiente de pressão. O segundo termo é chamado de *Couette* ou *Wedge* e está vinculado à velocidade relativa entre as superfícies em contato. Por fim, o último termo é o *Squeeze* e compõe a parte do fluxo que está relacionada à variação da espessura do filme de óleo ao longo do tempo. Como forma de simplificação, nesse trabalho, os efeitos transientes do termo de *Squeeze* serão, a princípio, desconsiderados:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\partial(u_m \rho h)}{\partial x} = 0 \quad (4.3)$$

De acordo com as premissas utilizadas no equacionamento de Reynolds, nada previne que soluções teóricas para a pressão resultem em valores negativos, o que significaria que o fluido atingiria a pressão de vapor e ocorre o aparecimento de bolhas no fluxo – fenômeno denominado cavitação. Como a pressão de vapor geralmente é muito pequena comparada à pressão no contato EHL, esse fenômeno não é fisicamente aceitável. Assim, visando garantir a presença do filme de óleo e da lubrificação no contato, devem-se assumir pressões positivas em todo o domínio.

Além disso, como a pressão no contato elastohidrodinâmico é, geralmente, muito elevada, a pressão atmosférica pode ser negligenciada, o que leva a considerar pressão nula como condição de contorno imposta na Equação de Reynolds. Essa condição é válida para um domínio que seja suficientemente grande em relação à área de contato.

4.2 Propriedades dos Lubrificantes: Viscosidade e Densidade

A Equação de Reynolds relaciona pressão e espessura de filme de óleo a duas propriedades do lubrificante: viscosidade e densidade. No caso de contatos não conformes, no qual toda força é suportada por uma área muito pequena, as altas pressões fazem com que variações nas propriedades do fluido sejam importantes na modelagem da lubrificação EHD em comparação a aplicações puramente hidrodinâmicas.

À medida que a pressão aumenta, há também um aumento considerável na viscosidade. Uma das relações isotérmicas de viscosidade-pressão, extensivamente utilizados, foi proposta por Barus em 1893:

$$\eta(p) = \eta_0 \exp(\alpha p) \quad (4.4)$$

onde η_0 é a viscosidade atmosférica e α é o coeficiente de pressão-viscosidade.

Ainda que a relação de Barus seja muito utilizada, essa não apresenta uma aplicação geral e é válida como uma aproximação razoável apenas para pressões moderadas (HAMROCK *et al.*, 2004). Desta forma, outras expressões de viscosidade-pressão foram propostas como alternativas a Equação (4.4). Uma expressão mais abrangente, e condizente com dados experimentais, foi desenvolvida por Roelands, em 1966:

$$\eta(p) = \eta_0 \exp \left\{ (\ln(\eta_0) + 9,67) \left[-1 + \left(1 + \frac{p}{p_0} \right)^z \right] \right\} \quad (4.5)$$

em que η_0 é a viscosidade à pressão atmosférica p_0 , z é o índice de pressão da viscosidade η e p é a pressão manométrica em Pa. Tipicamente usa-se $0,5 \leq z \leq 0,7$ e $p_0 = 1,96 \cdot 10^8 \text{ Pa}$.

Segundo Venner (1991), por definição:

$$\alpha = \frac{1}{\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial p} \right)_{p=0}$$

Logo, α , p_0 e z são dependentes:

$$\frac{\alpha p_0}{z} = [\ln(\eta_0) + 9,67]$$

E a equação de Roelands pode ser escrita como:

$$\eta(p) = \eta_0 \exp \left\{ \frac{\alpha p_0}{z} \left[-1 + \left(1 + \frac{p}{p_0} \right)^z \right] \right\} \quad (4.6)$$

A Figura 4.3 mostra uma comparação para diferentes óleos utilizando as equações de Barus e Roelands. A diferença entre as duas expressões é considerável, principalmente para pressões mais elevadas. Nesse caso, devido a grandes valores de viscosidade, o termo de Poiseuille tende a zero e o termo de Couette predomina na Equação de Reynolds. Quando a pressão se aproximada

de zero, as duas relações de viscosidade-pressão apresentam resultados semelhantes. Nesse trabalho, será utilizada, a relação exponencial de Roelands para cálculo da viscosidade do fluido.

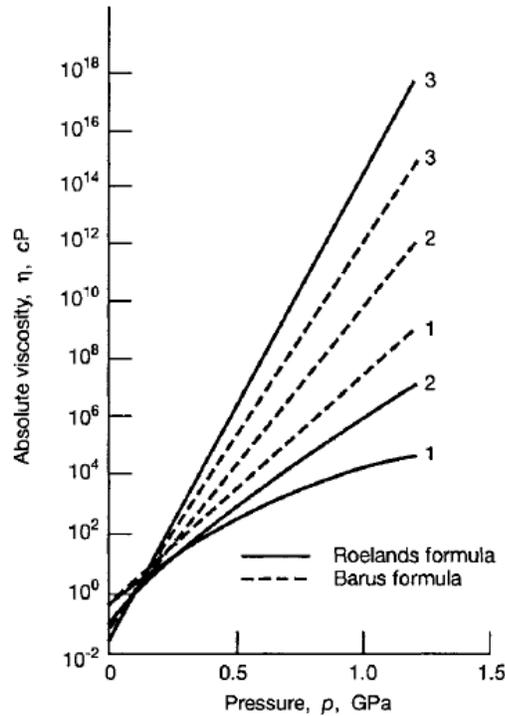


Figura 4.3 – Comparação da viscosidade absoluta obtida pelas relações de Barus e Roelands. Resultados obtidos para três lubrificantes a 38°C: 1 – óleo parafínico sintético; 2 – óleo mineral naftalênico super refinado; 3 – hidrocarboneto sintético (HAMROCK et al., 2004).

Outra propriedade do óleo importante no modelo EHD é a densidade. Como o lubrificante sofre altas pressões, faz-se necessário considerar sua compressibilidade. Uma das relações adimensionais entre densidade e pressão do fluido é dada por Dowson e Higginson (1977), em que ρ_0 é a densidade a pressão ambiente e ρ é dado em Pa:

$$\rho(p) = \rho_0 \left(\frac{5,9 \cdot 10^8 + 1,34 \cdot p}{5,9 \cdot 10^8 + p} \right) \quad (4.7)$$

Para a relação de densidade-pressão utilizada, a baixas pressões, a densidade do fluido tende ao valor da densidade a pressão atmosférica, o que justifica a hipótese de

incompressibilidade do lubrificante a baixas pressões, como em alguns modelos puramente hidrodinâmicos. Para pressões extremamente altas, no entanto, o valor da densidade tende a 134% de ρ_0 , conforme Figura 4.4.

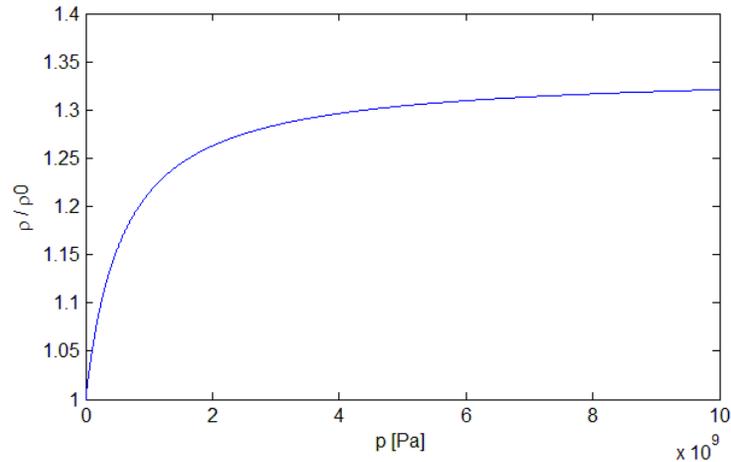


Figura 4.4 – Variação da densidade em função da pressão.

4.3 Deformação Elástica e Espessura de Filme

A Equação de Reynolds é usada para determinar a pressão dada uma espessura de filme entre os corpos. Porém, uma vez que ocorre deformação nos corpos – uma das propostas fundamentais da modelagem EHD – a espessura de óleo também depende da pressão no contato. Portanto, torna-se necessário obter uma relação entre essas duas variáveis. Duas hipóteses são feitas para garantir uma melhor aproximação:

- A deformação é pequena o suficiente para que seja considerada linear elástica e as propriedades de ambos os corpos são uniformes e isotrópicas.
- As dimensões do contato são tão pequenas comparadas aos raios de curvatura dos corpos que esses podem ser aproximados a sólidos semi-infinitos.

Dessa forma, para um contato unidimensional no qual $d(x)$ é a deformação, a equação para a espessura de filme entre os corpos é:

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R} + d(x) \quad (4.8)$$

Na Equação (4.8), h_0 representa a aproximação entre os corpos rígidos. O termo seguinte é decorrente da aproximação geométrica da superfície não deformada, em que R é o raio de curvatura reduzido, dado por:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (4.9)$$

onde R_1 e R_2 são respectivamente os raios de curvatura dos corpos 1 e 2. Para o seguidor de face plana, $R = R_{camo}$.

Na Figura 4.5, podem ser observados os termos que compõem a Equação (4.8), a qual descreve a espessura do filme de óleo. A geometria original dos corpos em contato é considerada uma parábola (linha preta tracejada na Figura 4.5). À medida que os corpos se aproximam, o filme de óleo é comprimido e ocorre a deformação elástica dos mesmos, devido à elevação da pressão, o que caracteriza a lubrificação elastohidrodinâmica – linha verde na Figura 4.5. A curva dada pela cor azul não é considerada a aproximação dos corpos, sendo apenas ilustrativa para o melhor entendimento dos termos da equação da espessura do filme e a distinção dos termos de deformação $d(x)$ e aproximação dos corpos h_0 .

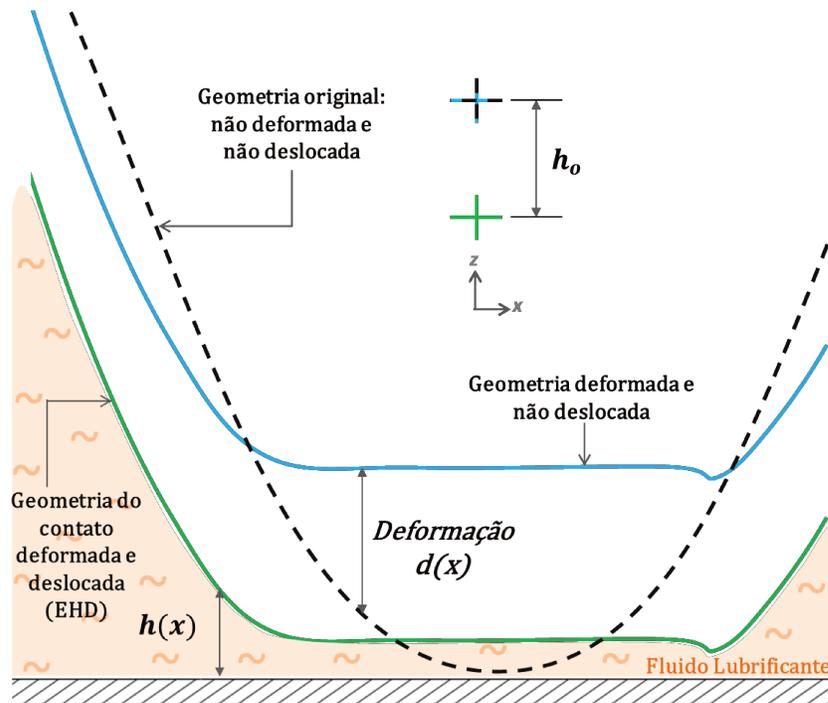


Figura 4.5 – Espessura de filme no contato lubrificado elastohidrodinâmico.

A deformação elástica $d(x)$ é calculada pela soma da deformação das duas superfícies e é causada pela pressão. Essas deflexões são obtidas a partir de um carregamento w sob estado plano de tensões, de acordo com Venner (1991) e Johnson (1985):

$$v(x) = -\frac{2(1-\nu^2)w}{\pi E} \ln \left| \frac{x}{x_0} \right| \quad (4.10)$$

onde w é o carregamento por unidade de comprimento, x_0 é a distância onde $v = 0$, E é o Módulo de Young e ν é o Coeficiente de Poisson.

A deformação elástica em função da pressão $p(x')$ pode, então, ser obtida a partir da Equação (4.10):

$$v(x) = -\frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left| \frac{(x-x')}{x_0} \right| p(x') dx' + C \quad (4.11)$$

Assim, considerando os dois corpos em contato, a deformação elástica $d(x)$ na Equação (4.8) pode ser descrita como:

$$d(x) = - \left\{ \frac{2(1 - \nu_1^2)}{\pi E_1} + \frac{2(1 - \nu_2^2)}{\pi E_2} \right\} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left| \frac{(x - x')}{x_0} \right| p(x') dx' + C \quad (4.12)$$

Portanto, a equação final da espessura de filme é:

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R} - \frac{2}{\pi E'} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x') \ln \left(\frac{x - x'}{x_0} \right)^2 dx' \quad (4.13)$$

onde E' é denominado módulo de elasticidade reduzido:

$$\frac{2}{E'} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (4.14)$$

4.4 Equação do Balanço de Forças

Visando o equilíbrio de forças no modelo, a integral de distribuição de pressão no contato – obtida pela Equação de Reynolds – deve ser igual à carga externa aplicada:

$$w = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) d(x) \quad (4.15)$$

onde w é a carga externa aplicada por unidade de comprimento: $w = F/l$.

A Equação do Balanço de Forças determina o termo de aproximação dos corpos h_0 na Equação (4.13), aplicada no contato. Como o EHL é um tipo de lubrificação com filme completo, assume-se que não ocorre rompimento da cama de óleo, a qual suporta toda a carga externa.

4.5 Adimensionalização do Equacionamento

Nas seções 4.1 a 4.4 foram apresentadas as equações que modelam a lubrificação elastohidrodinâmica isotérmica e permitem obter os perfis de pressão e espessura de filme como características do contato. A ordem de grandeza nesse equacionamento pode variar de 10^9 para a pressão até 10^{-8} para a espessura de filme (GOODYER, 2001), o que cria dificuldades de convergência do algoritmo. Consequentemente, uma recomendação para esse tipo de desafio seria adimensionalizar as variáveis, de forma a obter os valores dentro de uma faixa de interesse, assim como dentro da mesma ordem de grandeza. Ademais, esse processo apresenta a vantagem de reduzir o número de variáveis, simplificando o problema.

Classicamente, a adimensionalização do problema EHL é baseada no modelo Hertziano, cuja teoria permite calcular o perfil de pressão do contato seco, ou seja, sem lubrificação (Figura 4.6):

$$p(x) = \begin{cases} p_h \sqrt{1 - (x/b)^2}, & |x| \leq b \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.16)$$

onde p_h é a pressão máxima dada por:

$$p_h = \frac{2w}{\pi b} \quad (4.17)$$

e b é a metade da largura da área de contato:

$$b = \sqrt{\frac{8wR}{\pi E'}} \quad (4.18)$$

em que w é a carga externa por unidade de comprimento, R é o raio de curvatura e E' é o módulo de elasticidade reduzido.

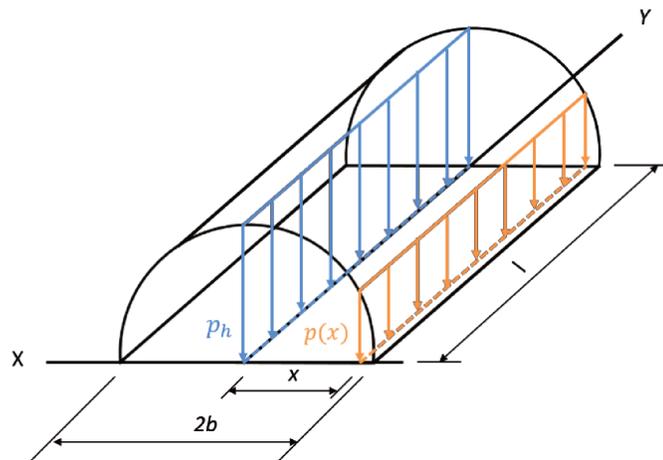


Figura 4.6 – Parâmetros do contato de Hertz em linha.

Diferente do contato circular e do elíptico, o contato unidimensional não apresenta solução analítica para a aproximação entre os corpos, porém, ao longo dos anos, inúmeros autores propuseram expressões para a força no contato e a deformação elástica (JOHNSON, 1985; MACHADO *et al.*; 2012). Nesse trabalho, para efeito de comparação com o modelo lubrificado EHD, será usada a seguinte aproximação (CHANGSEN, 1991; HARRIS, 1991; PALMGREN, 1959):

$$\delta = 3.81 \left[\frac{2}{\pi E'} \right]^{0.9} \frac{F^{0.9}}{l^{0.8}} \quad (4.19)$$

onde F é a força externa aplicada, l é o comprimento do contato e E' é o módulo de elasticidade reduzido.

Dessa forma, uma vez obtidos os parâmetros do contato de Hertz, o sistema EHL pode ser adimensionalizado em função dessas variáveis em conjunto com os dados do lubrificante, conforme Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Variáveis Adimensionais

Parâmetros
$\bar{\rho} = \rho/\rho_0$
$\bar{\eta} = \eta/\eta_0$
$X = x/b$
$P = p/p_h$
$H = h R/b^2$

Utilizando os parâmetros adimensionais da Tabela 4.1 na Equação de Reynolds (4.3), essa é reescrita como:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial X} \right) - \lambda \frac{\partial(\bar{\rho} H)}{\partial X} = 0 \quad (4.20)$$

com a condição de cavitação $P \geq 0$ no domínio e $P = 0$ nas fronteiras.

O parâmetro adimensional λ é dado por:

$$\lambda = \frac{6 \eta_0 u_m R^2}{b^3 p_h} \quad (4.21)$$

Outro parâmetro adimensional (ξ) pode ser definido em função de λ :

$$\xi = \frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\eta} \lambda} \quad (4.22)$$

Assim, a equação (4.20) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\xi \frac{\partial P}{\partial X} \right) - \frac{\partial(\bar{\rho}H)}{\partial X} = 0 \quad (4.23)$$

A viscosidade e a densidade adimensional, respectivamente $\bar{\eta}$ e $\bar{\rho}$, são definidas a partir das Equações (4.6) e (4.7):

$$\bar{\eta}(P) = \exp \left\{ \frac{\alpha p_0}{z} \left[-1 + \left(1 + \frac{P p_h}{p_0} \right)^z \right] \right\} \quad (4.24)$$

$$\bar{\rho}(P) = \frac{5,9 \cdot 10^8 + 1,34 \cdot P \cdot p_h}{5,9 \cdot 10^8 + P \cdot p_h} \quad (4.25)$$

Em relação à Equação da Espessura de Filme (4.13), quando substituídas as variáveis pelos parâmetros adimensionais da Tabela 4.1, essa se torna:

$$H(X) = H_0 + \frac{X^2}{2} - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln|X - X'| P(X) dX' \quad (4.26)$$

Por fim, a expressão do balanço de força, apresentada na Equação (4.15), é adimensionalizada:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(X) dX - \frac{\pi}{2} = 0 \quad (4.27)$$

Portanto, o processo de adimensionalização faz com que um número menor de variáveis independentes seja necessário. Considerando $z = 0,68$, $\alpha = 2,2 \cdot 10^{-8} Pa^{-1}$ e $p_0 = 1,96 \cdot 10^8 Pa$, todas as soluções podem ser caracterizadas por meio de apenas dois parâmetros: λ , dado pela Equação (4.21), e $\bar{\alpha}$ definido por:

$$\bar{\alpha} = \alpha p_h \quad (4.28)$$

Historicamente, outros grupos adimensionais também são usados no estudo da lubrificação EHD, como os sugeridos por Dowson e Higginson (1977): W (parâmetro de carga), U (parâmetro de velocidade) e G (parâmetro do material).

$$W = \frac{w}{E'R} \quad (4.29)$$

$$U = \frac{\eta_0 u_m}{2 E'R} \quad (4.30)$$

$$G = \alpha E' \quad (4.31)$$

Contudo, esses grupos nem sempre apresentaram um valor mínimo para os parâmetros e os intervalos não são definidos claramente (VENNER e LUBRECHT, 2000). Dessa forma, nesse trabalho, como alternativa às variáveis λ e $\bar{\alpha}$, serão utilizados os parâmetros M e L , propostos por Moes (1992). Os diferentes regimes de comportamento da lubrificação elastohidrodinâmica estão listados na Tabela 4.2 em função dos mesmos.

$$M = \frac{w}{E'R} \left(\frac{\eta_0 u_m}{E'R} \right)^{-1/2} \quad (4.32)$$

$$L = \alpha E' \left(\frac{\eta_0 u_m}{E'R} \right)^{1/4} \quad (4.33)$$

Tabela 4.2 – Regimes de Solução para Lubrificação EHD (VENNER e LUBRECHT, 2000).

Regime	M	L
Rígido isoviscoso	Pequeno	0
Rígido piezoviscoso	Pequeno	Grande
Elástico isoviscoso	Grande	0
Elástico piezoviscoso	Grande	Grande

O parâmetro M está vinculado à carga externa aplicada, enquanto a variável L , às características do lubrificante. Esses estão relacionados a λ e $\bar{\alpha}$ de forma que:

$$\lambda = \left(\frac{128 \pi^3}{3 M^4} \right)^{1/3} \quad (4.34)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{L}{\pi} \left(\frac{3 M}{2} \right)^{1/3} \quad (4.35)$$

Portanto, uma vez apresentada toda a modelagem da lubrificação EHD, deve-se buscar a melhor forma de resolver o sistema de equações. Muitas foram as aproximações criadas para esse problema, uma vez que não há solução analítica. Porém, nesse trabalho, optou-se por aplicar um método numérico com robustez suficiente e já amplamente conhecido em aplicações do contato EHL – técnicas multiníveis – abordado no próximo capítulo.

5 MÉTODO NUMÉRICO

Esse capítulo descreve a metodologia de solução para o equacionamento da lubrificação elastohidrodinâmica, uma vez que não há solução analítica para esse tipo de problema. Primeiramente, serão apresentadas duas técnicas multiníveis: Multigrid e Integração Múltipla Multiníveis (MLMI). Esses métodos tem em comum o uso de malhas com mais de uma discretização e visam melhorar a taxa de convergência sem prejudicar a precisão do resultado. A Figura 5.1 ilustra o esquema de malhas usadas no Multiníveis para o caso unidimensional e bidimensional. Nesse trabalho, o programa foi desenvolvido para o contato cuja área é um retângulo (linear), ou seja, as malhas contêm apenas uma dimensão, e o algoritmo implementado foi baseado no trabalho de Nonato (2009) para o contato elíptico.

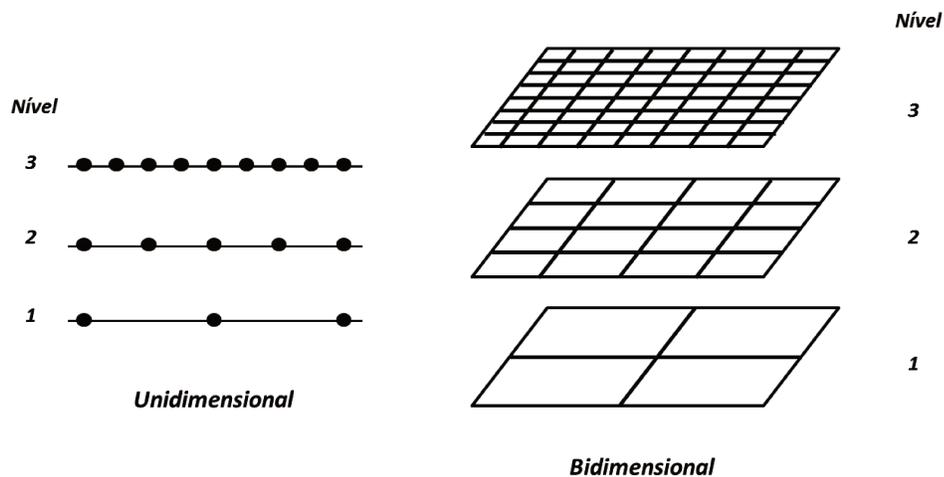


Figura 5.1 – Esquema de hierarquia de malhas dos Métodos Multiníveis.

O algoritmo Multigrid é usado para solucionar equações diferenciais, como a Equação de Reynolds, enquanto o MLMI é um método de integração numérica, aplicado a Equação de Espessura de Filme. Esses serão abordados respectivamente nas seções 5.1 e 5.2. Após a apresentação das técnicas multiníveis, será exposta a discretização do modelo de lubrificação EHD para o contato unidimensional. Sequencialmente, para a solução estável do algoritmo, será utilizado um modelo da relaxação híbrida, já que para regiões de elevadas e baixas pressões são necessárias tipos de relaxação distintos. Por fim, uma comparação com casos da literatura foi feita para validar o algoritmo do multiníveis na última seção.

5.1 Método Multinível: Multigrid

Um sistema de equações diferenciais, ao descrever um problema, toma a seguinte forma:

$$\mathcal{L} \underline{u} = \underline{f} \quad (5.1)$$

onde \mathcal{L} é denominado operador diferencial, \underline{u} é o vetor de solução e \underline{f} é a função do lado direito do sistema de equações.

Ao discretizar a Equação (5.1) em uma malha uniforme de tamanho h tem-se:

$$\mathcal{L}^h \underline{u}^h = \underline{f}^h \quad (5.2)$$

Para resolver o problema discreto, várias técnicas de relaxação podem ser aplicadas, ou seja, a partir de um valor arbitrário inicial, uma nova aproximação para o vetor de soluções é calculada por meio de certas regras determinadas pelo método escolhido. Esse processo se repete até que a diferença entre as soluções encontradas em passos seguidos esteja dentro da tolerância desejada, de forma que o erro \underline{e}^h seja minimizado:

$$\underline{e}^h = \underline{u}^h - \underline{\tilde{u}}^h \quad (5.3)$$

onde \underline{e}^h é o erro entre a solução antes do processo de relaxação \underline{u}^h e o novo vetor resultado $\underline{\tilde{u}}^h$.

Os métodos de relaxação, de acordo com Goodyer (2001) e Venner (1991), são muito bons em reduzir os erros de alta frequência, porém não são eficientes na diminuição das componentes de baixa frequência do equacionamento EHD. Quando o problema apresenta erros de frequências variadas, o uso de uma única malha pode rapidamente eliminar os erros de frequência similar ao tamanho desta malha, mas os componentes de frequência bem inferior praticamente não se alteram. A Figura 5.2 ilustra a composição de frequência de um erro genérico.

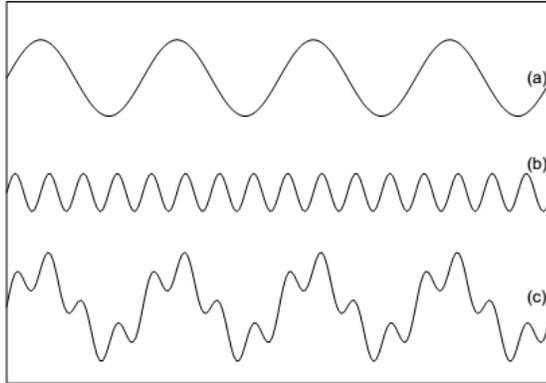


Figura 5.2 – Exemplo de erros de diferentes frequências (GOODYER, 2001).
 (a) Componente de baixa frequência. (b) Componente de alta frequência. (c) Erro de duas fases.

Como alternativa às técnicas de relaxação puras, é utilizado o método Multigrid para a solução de equações diferenciais, uma vez que os erros de alta frequência podem ser reduzidos nas malhas mais refinadas, enquanto os erros de baixa frequência são minimizados de forma mais adequada nas malhas mais grosseiras. Esse processo pode ser feito com diversas variações, mas os dois tipos principais de esquema de solução Multigrid são o Esquema de Correção (*Correction Scheme – CS*) e o Esquema de Aproximação Completo (*Full Approximation Scheme – FAS*).

5.1.1 Esquema de Correção (CS)

O Esquema de Correção, do inglês *Correction Scheme (CS)*, considera que resíduo numérico r^h da equação discretizada do sistema – Equação (5.2) – é calculado de forma que:

$$\underline{r}^h = \underline{f}^h - \mathcal{L}^h \underline{\tilde{u}}^h \quad (5.4)$$

\underline{f}^h é definido como $\underline{f}^h = \mathcal{L}^h \underline{u}^h$, logo:

$$\underline{r}^h = \mathcal{L}^h \underline{u}^h - \mathcal{L}^h \underline{\tilde{u}}^h \quad (5.5)$$

Além disso, se \mathcal{L}^h é considerado um operador linear, tem-se:

$$\underline{r}^h = \mathcal{L}^h(\underline{u}^h - \underline{\tilde{u}}^h) \quad (5.6)$$

A diferença entre a solução antes do processo de relaxação \underline{u}^h e o vetor pós-relaxação $\underline{\tilde{u}}^h$ é o erro. \underline{e}^h (Equação (5.3)).

$$\underline{r}^h = \mathcal{L}^h \underline{e}^h \quad (5.7)$$

Por questões de nomenclatura, H é definido como uma malha mais grossa e h é a malha mais refinada de forma que $H = 2h$. A aproximação do erro da malha grosseira para a mais fina é tal que:

$$\mathcal{L}^H \underline{e}^H = I_h^H \underline{r}^h \quad (5.8)$$

onde \mathcal{L}^H é o operador linear na malha mais grosseira, \underline{e}^H é o erro para esse mesmo refinamento e I_h^H é o operador de restrição da malha fina para grossa, discutido na seção 5.1.3.

A Equação (5.8) tem o mesmo formato de (5.1), o que mostra que ambas podem ser resolvidas utilizando o mesmo processo iterativo. Por fim, uma nova aproximação $\underline{\bar{u}}^h$ pode ser calculada a partir da solução do passo anterior $\underline{\tilde{u}}^h$ e da aproximação do erro na malha grosseira \underline{e}^H .

$$\underline{\bar{u}}^h = \underline{\tilde{u}}^h + I_H^h \underline{e}^H \quad (5.9)$$

5.1.2 Esquema de Aproximação Completo (FAS)

A apresentação do Esquema de Correção é importante, visto que esse é um método introdutório ao Multigrid, que apresenta boa convergência, porém é restrito a problemas lineares. Como as equações da lubrificação elastohidrodinâmica não apresentam essa característica, o Esquema de Aproximação Completo, ou *Full Approximation Scheme (FAS)*, é o mais indicado por ser mais robusto e considerar que o erro tem um comportamento não linear. Nesse método, o operador \mathcal{L}^h não pode ser fatorado como ocorre no Esquema de Correção (CS), ou seja, esse não é mais considerado linear e tampouco o passo entre as Equações (5.5) e (5.6) é permitido. Assim, retomando a Equação (5.5):

$$\underline{r}^h = \mathcal{L}^h \underline{u}^h - \mathcal{L}^h \underline{\tilde{u}}^h$$

Ao substituir \underline{u}^h , conforme a Equação (5.3):

$$\underline{r}^h = \mathcal{L}^h (\underline{\tilde{u}}^h + \underline{e}^h) - \mathcal{L}^h \underline{\tilde{u}}^h \quad (5.10)$$

A Equação (5.10) pode ser rearranjada:

$$\mathcal{L}^h (\underline{\tilde{u}}^h + \underline{e}^h) = \mathcal{L}^h \underline{\tilde{u}}^h + \underline{r}^h \quad (5.11)$$

Cabe aqui definir o sistema de equações na malha mais grosseira H no mesmo formato da Equação (5.2):

$$\mathcal{L}^H \underline{\hat{u}}^H = \underline{\hat{f}}^H \quad (5.12)$$

Na Equação (5.13), $\underline{\hat{u}}^H$ é o vetor de solução, o qual considera tanto a transferência da aproximação $\underline{\tilde{u}}^h$ quanto o erro \underline{e}^h , ambos na malha mais refinada:

$$\underline{\hat{u}}^H = I_h^H \underline{\tilde{u}}^h + \underline{e}^h \quad (5.13)$$

Substituindo $\underline{\hat{u}}^H$ dado pela Equação (5.13) na expressão (5.12), o termo $\underline{\hat{f}}^H$ – denominado lado direito do método FAS – pode ser escrito da seguinte forma:

$$\underline{\hat{f}}^H = \mathcal{L}^H (I_h^H \underline{\tilde{u}}^h) + I_h^H \underline{r}^h \quad (5.14)$$

E a aproximação do erro na malha grosseira $\underline{\tilde{e}}^H$ pode ser calculada a partir da aproximação $\underline{\bar{u}}^H$ para a solução $\underline{\hat{u}}^H$:

$$\underline{\tilde{e}}^H = \underline{\bar{u}}^H - I_h^H \underline{\tilde{u}}^h \quad (5.15)$$

A expressão do erro na malha grossa, por fim, é usada na atualização da solução na malha fina:

$$\underline{\bar{u}}^h = \underline{\tilde{u}}^h + I_H^h \underline{\tilde{e}}^H$$

$$\underline{\bar{u}}^h = \underline{\tilde{u}}^h + I_H^h (\underline{\bar{u}}^H - I_h^H \underline{\tilde{u}}^h) \quad (5.16)$$

Tanto o Esquema de Correção quanto o Esquema de Aproximação Completo foram ilustrados com apenas duas malhas, contudo, a mesma metodologia é expandida a mais níveis. Nesse trabalho será aplicado o FAS devido a não linearidade das equações EHL. Os operadores entre malhas usados para transferir os vetores do nível mais refinado ao mais grosseiro e no sentido oposto serão discutidos na próxima seção.

5.1.3 Operadores entre Malhas

No Esquema de Aproximação Completa (FAS), há três momentos em que ocorre a interação entre níveis: no cálculo do lado direito do sistema da malha grosseira $\underline{\hat{f}}^H$ na Equação (5.14), na aproximação do erro da malha mais grossa $\underline{\tilde{e}}^H$ dada pela Equação (5.15) e na atualização do vetor solução da malha fina $\underline{\bar{u}}^h$ (Equação (5.16)). A forma mais difundida e pouco custosa de transferir valores entre os diferentes níveis é por meio de operadores entre malhas.

Os operadores são escritos em forma de *stencil*, como forma de simplificar a notação e agregar um caráter visual, já que esse é composto de uma matriz para o caso bidimensional e um vetor para o problema unidimensional, cujo elemento central do *stencil* está diretamente ligado ao ponto a ser transferido.

Quando o objetivo é operar de uma malha fina para uma mais grosseira, utiliza-se um operador de restrição I_h^H . Caso a transferência seja feita no sentido oposto – da malha grossa para a mais discretizada –, um operador de expansão I_H^h é necessário. A Figura (5.3) ilustra as duas opções de operadores de restrição: injeção e ponderação completa. A injeção baseia-se na transferência direta dos valores nos pontos coincidentes das malhas e o seu *stencil* para o caso unidimensional é:

$$I_h^H = [0 \quad 1 \quad 0] \quad (5.17)$$

O operador de ponderação completa é um pouco mais sofisticado, pois, como o próprio nome sugere, ocorre a ponderação dos valores nos pontos vizinhos, o que acaba por filtrar os componentes de alta frequência do resíduo (VENNER e LUBRECHT, 2000). Portanto, é preferível usar o operador de restrição com ponderação completa:

$$I_h^H = \frac{1}{4}[1 \quad 2 \quad 1] \quad (5.18)$$

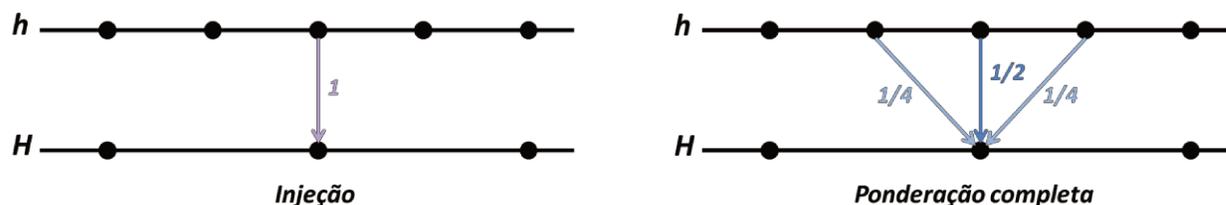


Figura 5.3 – Operadores de restrição.

Assim como a nomenclatura do operador de ponderação completa antecipa a sua lógica, o mesmo ocorre para o operador de interpolação. Para os pontos coincidentes dos níveis, ocorre a injeção de valor direto, enquanto que para os demais, o valor da malha grossa é transferida da malha fina por meio de interpolação linear, conforme Figura 5.4 e *stencil*:

$$I_h^H = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.19}$$

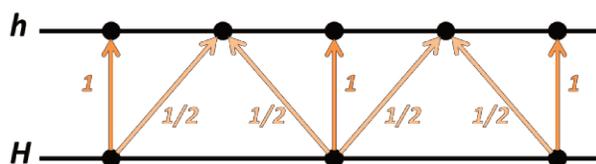


Figura 5.4 – Operador de interpolação.

De acordo com as Equações (5.18) e (5.19), o operador de interpolação tem o dobro do valor do operador de restrição, o que é esperado já que a malha H tem metade da quantidade de pontos da malha h . Esse trabalho se restringe ao caso do contato unidimensional, mas a mesma analogia de operadores entre malha pode ser aplicada a problemas multidimensionais.

5.1.4 Tipos de Ciclos

O algoritmo Multigrid é um método numérico iterativo em que os erros de alta frequência são minimizados na malha fina e os erros de baixa frequência são suavizados progressivamente

nas malhas mais grosseiras, até atingir a precisão desejada e atualizar os valores na malha fina. Esse processo pode ser feito em vários tipos de ciclos.

No ciclo tipo V (Figura 5.5), a partir de um nível mais refinado, v_1 pré-relaxações são feitas até atingir a malha mais grosseira, onde ocorrem v_0 relaxações resultantes da aproximação nos níveis anteriores. Deste modo, esses valores são interpolados para as malhas mais finas com v_2 pós-relaxações por nível. Esse é o tipo de ciclo mais simples e normalmente usa-se valores de quatro ou menos para v_1 e v_2 .

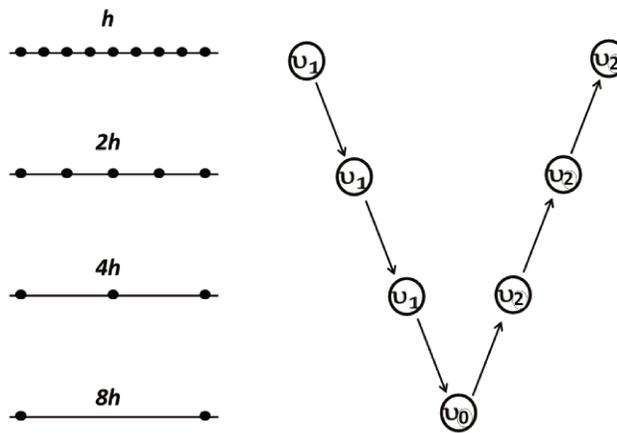


Figura 5.5 – Ciclo tipo V.

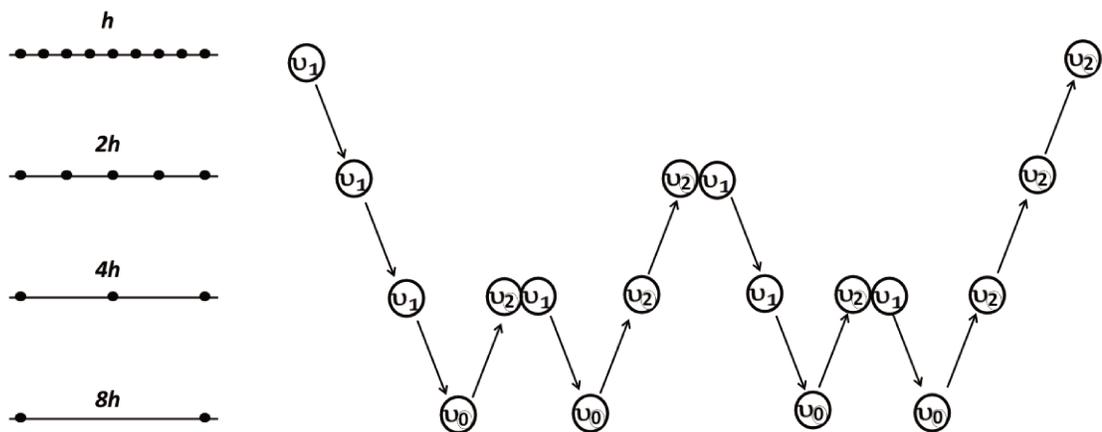


Figura 5.6 – Ciclo tipo W.

O ciclo em W é uma alternativa ao tipo V. A sua principal vantagem, apresentado na Figura 5.6, é que dois ciclos são usados para correção em cada nível, o que significa que possui o dobro de relaxações em relação ao V.

Tanto o ciclo tipo V quanto W usam aproximações iniciais provenientes da malha mais refinada. Porém, ao utilizar a primeira condição decorrente da malha mais grosseira, pode-se reduzir as componentes de alta frequência do erro antes de iniciar o processo iterativo, o que acelera a convergência – processo denominado Multigrid Completo, do inglês *Full Multigrid* (FMG).

O FMG pode ser composto de ciclos V ou W. A Figura 5.7 ilustra um esquema com quatro níveis e foi usado um ciclo V por nível. Ao final de cada grupo de ciclos, tanto V quanto W, a solução é interpolada na malha mais fina.

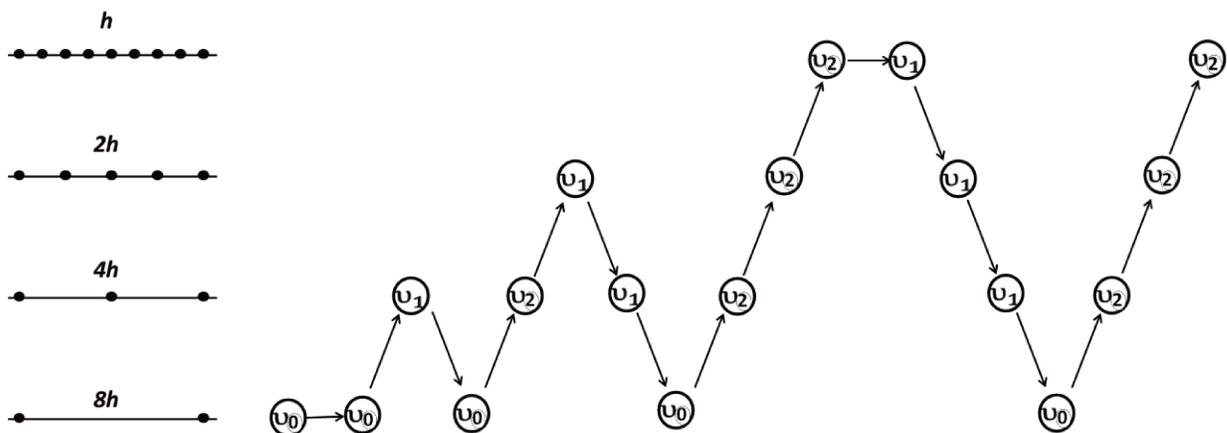


Figura 5.7 – FMG com um ciclo V por nível.

Essa seção completa a introdução dos principais conceitos do algoritmo Multigrid. Posteriormente será abordado outro método multiníveis, MLMI, aplicado em problemas de integração em vez de solução de equações diferenciais.

5.2 Método Multinível: Integração Múltipla Multiníveis (MLMI)

A Integração Múltipla Multiníveis – do inglês, *Multilevel Multi-Integration* (MLMI) – é uma técnica de aceleração do processo de integração numérica, usada principalmente em problemas em que a integral se aplica sobre um domínio Ω e precisa ser avaliada para cada ponto, como é o caso da expressão da deformação das superfícies do contato integral da Equação (4.26).

Dada uma notação geral do problema de integração múltipla:

$$d(x) = \int_{\Omega} K(x, y)u(y)dy \quad (5.20)$$

onde y é a variável auxiliar na integral, que, após adimensionalização torna-se X' , $u(y)$ é uma função conhecida e $K(x, y)$ é denominado *kernel*. A função *kernel* também é conhecida e é dependente tanto da variável x quanto y . No caso da deformação adimensional do contato unidimensional EHD, $(x, y) = (X, X')$ e $K(x, y) = \ln(|X - X'|)$.

A Equação (5.20) pode ser discretizada em uma malha de tamanho h :

$$d^h(x_i^h) = d_i^h = h \sum_j K_{i,j}^{hh} u_j^h \quad (5.21)$$

onde d_i^h e u_j^h são aproximações dos vetores d e u na malha mais fina h e $K_{i,j}^{hh}$ é uma matriz densa.

A substituição da integração (Equação (5.20)) por um problema de multiplicação matriz-vetor (Equação (5.21)) tem como custo um erro da discretização, mas apresenta o benefício de simplificar o problema. As operações nas malhas mais grosseiras são feitas para acelerar a convergência. Assim como na técnica Multigrid, serão usadas apenas duas malhas (H e h , sendo $H = 2h$) para ilustrar a lógica, mas o método pode ser expandido para mais níveis. Essas malhas estão organizadas de forma que $x_{2I}^h = x_I^H$ e $y_{2J}^h = y_J^H$.

Para resolver a Equação (5.21), necessita-se da aproximação $\tilde{K}_{i,j}^{hh}$ da *kernel* discretizada $K_{i,j}^{hh}$:

$$\tilde{K}_{i,j}^{hh} = [\mathbb{I}_H^h K_{i,\bullet}^{hH}]_j \quad (5.22)$$

O termo $\mathbb{I}_H^h K_{i,\bullet}^{hH}$ representa, para cada j , uma função na malha fina obtida pela interpolação na malha grosseira de $K_{i,j}^{hH}$, obtido previamente pela injeção da malha mais fina, ou seja, $K_{i,j}^{hH} = K_{i,2j}^{hh}$. \mathbb{I}_H^h é o operador usado no MLMI, e sua simbologia deve diferenciá-lo de I_H^h , utilizado no Multigrid. Essa diferença de simbologia se dá porque esses não são necessariamente da mesma ordem – o operador do MLMI normalmente é de ordem de grandeza superior. Nesse trabalho, será usada a interpolação de sexta ordem na técnica MLMI, recomendada por Venner e Lubrecht (2000), cujo *stencil* é:

$$(\mathbb{I}_H^h)^T = \frac{1}{16} [-1 \quad 0 \quad 9 \quad 16 \quad 9 \quad 0 \quad -1] \quad (5.23)$$

Partindo, então, da representação da malha fina a partir da malha grossa, e utilizando a Equação (5.22) na Equação (5.21) pode ser reescrita em função $\tilde{K}_{i,j}^{hh}$:

$$d_i^h = h \sum_j \tilde{K}_{i,j}^{hh} u_j^h + h \sum_j (K_{i,j}^{hh} - \tilde{K}_{i,j}^{hh}) u_j^h \quad (5.24)$$

Como $\tilde{K}_{i,j}^{hh}$, proveniente dos pontos das malhas grosseiras, passa diretamente para a malha fina, logo, $(K_{i,j}^{hh} - \tilde{K}_{i,j}^{hh}) = 0$. Portanto, se K é suave o suficiente comparado a u :

$$d_i^h \approx \tilde{d}_i^h = h \sum_j \tilde{K}_{i,j}^{hh} u_j^h = h \sum_j [\mathbb{I}_H^h K_{i,\bullet}^{hH}]_j u_j^h = h \sum_j K_{i,j}^{hH} [(\mathbb{I}_H^h)^T u_\bullet^h]_j \quad (5.25)$$

Se a representação no nível inferior da solução na malha grosseira é:

$$u_j^H = H \left[(\mathbb{I}_H^h)^T u_{\bullet}^h \right]_j \quad (5.26)$$

Então a Equação (5.25) é reduzida a:

$$d_i^h \approx \tilde{d}_i^h = H \sum_J K_{i,j}^{hH} u_j^H \quad (5.27)$$

O mesmo raciocínio pode ser aplicado na direção x , uma vez que a *kernel* mostra comportamento similar em relação a X e X' . Assim, analogamente a $\tilde{K}_{i,j}^{hh}$, dada pela Equação (5.22), a aproximação $K_{i,j}^{hh}$ na direção x é:

$$\hat{K}_{i,j}^{hh} = [\mathbb{I}_H^h K_{\bullet,j}^{Hh}]_i \quad (5.28)$$

Dessa forma, a Equação (5.21) pode ser escrita como:

$$d_i^h = [\mathbb{I}_H^h d_{\bullet}^H]_i + h \sum_j (K_{i,j}^{hh} - \hat{K}_{i,j}^{hh}) u_j^h \quad (5.29)$$

onde $[\mathbb{I}_H^h d_{\bullet}^H]_i$ representa a interpolação de d_I^H na direção x e esse é dado por:

$$d_I^H = d_{2l}^h = h \sum_j K_{l,j}^{Hh} u_j^h = h \sum_j K_{2l,j}^{hh} u_j^h \quad (5.30)$$

Como $K_{I,j}^{Hh}$ é obtido por injeção na malha mais grossa ($K_{I,j}^{Hh} = K_{2I,j}^{hh}$), então $(K_{i,j}^{hh} - \hat{K}_{i,j}^{hh}) = 0$ nos pontos $i = 2I$. Ademais, se K é suave o suficiente na direção x , o erro de interpolação nos demais pontos pode ser desprezado:

$$d_i^h = [\mathbb{I}_H^h d_i^H]_i \quad (5.31)$$

E se a *kernel* K é suave em ambas as direções, tem-se:

$$d_I^H = H \sum_J K_{I,J}^{HH} u_J^H \quad (5.32)$$

Contudo, a função kernel da deformação elástica, $K(x, y) = K(X, X') = \ln(|X - X'|)$, não é suave no domínio inteiro, já que apresenta uma singularidade que pode ser observada na Figura 5.8.

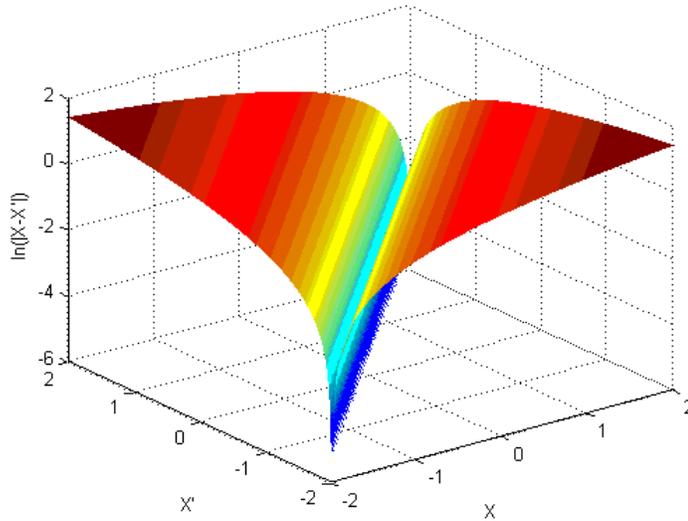


Figura 5.8 – Kernel do termo $\ln(|X - X'|)$ da deformação elástica do contato unidimensional.

Portanto, uma nova expressão de d_i^h que considere a descontinuidade é necessária. Assim, considerando os pontos pares ($i = 2I$):

$$\begin{aligned}
d_i^h &= h \sum_j K_{i,j}^{hh} u_j^h = h \sum_j \tilde{K}_{i,j}^{hh} u_j^h + h \sum_j (K_{i,j}^{hh} - \tilde{K}_{i,j}^{hh}) u_j^h \\
d_i^h &= h \sum_j [\mathbb{I}_H^h K_{i,\bullet}^{hH}]_j u_j^h + h \sum_j (K_{i,j}^{hh} - \tilde{K}_{i,j}^{hh}) u_j^h \\
d_i^h &= d_i^H + h \sum_j (K_{i,j}^{hh} - \tilde{K}_{i,j}^{hh}) u_j^h
\end{aligned} \tag{5.33}$$

Definindo um raio de singularidade m que garante que a distância da área da descontinuidade é grande o suficiente para que a *kernel* seja suave o suficiente e as diferenças entre K e \tilde{K} sejam negligenciadas, a Equação (5.33) pode ser reescrita:

$$d_i^h = d_i^H + h \sum_{|j-i| \leq r_s} (K_{i,j}^{hh} - \tilde{K}_{i,j}^{hh}) u_j^h \tag{5.34}$$

Para os pontos i que não pertencem a malha grosseira (pontos ímpares $i = 2I + 1$), d_i^h é obtido por meio de interpolação dos valores de d_I^H na malha grossa:

$$d_i^h = h \sum_j K_{i,j}^{hh} u_j^h = [\mathbb{I}_H^h d_\bullet^H]_i + h \sum_j (K_{i,j}^{hh} - \hat{K}_{i,j}^{hh}) u_j^h \tag{5.35}$$

Analogamente à expressão para os pontos coincidentes (pares), a Equação (5.35) pode ser dada em função do raio de singularidade sr :

$$d_i^h = [\mathbb{I}_H^h d_\bullet^H]_i + h \sum_{|j-i| \leq sr} (K_{i,j}^{hh} - \hat{K}_{i,j}^{hh}) u_j^h \tag{5.36}$$

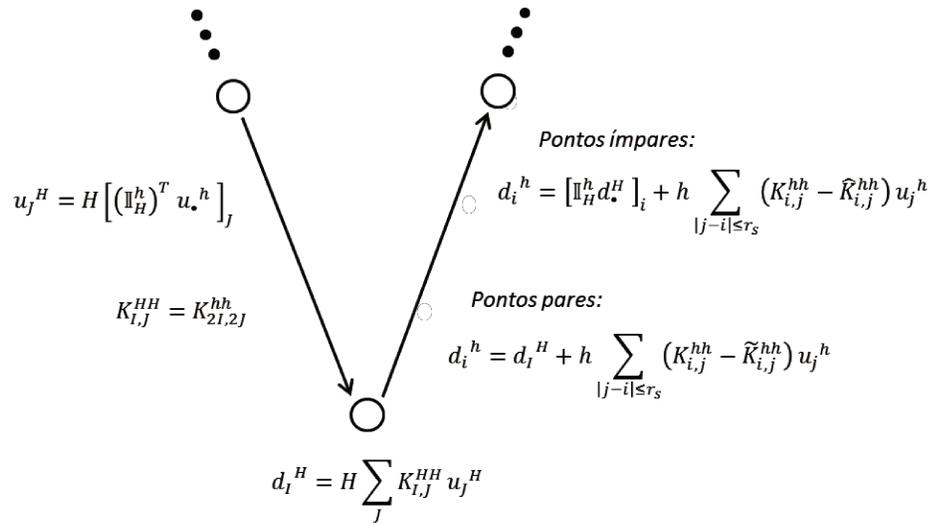


Figura 5.9 – Esquema da técnica MLMI.

Dessa forma, pode-se sintetizar o MLMI de acordo com o esquema da Figura 5.9. Os valores de u_j^H da malha grossa são calculados a partir dos valores da malha fina u_j^h (Equação 5.26). Na malha grosseira, ocorre a somatória para determinar d_1^H por meio da Equação (5.32). Por fim, os valores de d_i^h são interpolados do nível inferior. Para os pontos pares, usa-se a Equação (5.33) e para os ímpares aplica-se a Equação (5.36) a fim de corrigir o valor da deformação na descontinuidade.

Segundo Brandt e Lubrecht (1990), o raio de singularidade é da ordem de grandeza de $\ln(1/h)$ para o problema unidimensional, sendo aqui h o espaçamento da malha. Nesse trabalho, adotou-se a expressão de r_s dada por Venner e Lubrecht (2000):

$$r_s = 3 + \ln(n) \quad (5.37)$$

onde n é o número de pontos da malha.

Uma vez percorridos os dois métodos multiníveis – Multigrid e MLMI – o próximo passo da solução numérica consiste na discretização do sistema de equação do modelo EHD adotado.

5.3 Discretização do Modelo de Lubrificação EHD

A discretização é um processo inerente em qualquer metodologia de solução numérica, tanto em Multiníveis quanto em outros métodos com uma única malha. Foi considerado um domínio em que $X_a \leq X \leq X_b$, a malha é uniforme com espaçamento h e foram utilizadas as equações já adimensionalizadas descritas na seção 4.5. O problema foi, a princípio, considerado estacionário, sendo que, para cada ponto analisado do camo, serão consideradas suas condições instantâneas de geometria, força e velocidade.

Dessa forma, a Equação de Reynolds (4.23) na forma discretizada, em que $X = X_a + i h$, é:

$$\frac{\xi_{i-1/2}P_{i-1} - (\xi_{i-1/2} + \xi_{i+1/2})P_i + \xi_{i+1/2}P_{i+1}}{h^2} - \frac{1,5\bar{\rho}_i H_i - 2\bar{\rho}_{i-1} H_{i-1} + 0,5\bar{\rho}_{i-2} H_{i-2}}{h} = 0 \quad (5.38)$$

onde $P_i \geq 0$ pela condição de cavitação. $\xi_{i+1/2}$ e $\xi_{i-1/2}$ são os valores intermediários de ξ tal que:

$$\xi_{i+1/2} = \frac{\xi_i + \xi_{i+1}}{2} \quad (5.39)$$

$$\xi_{i-1/2} = \frac{\xi_i + \xi_{i-1}}{2} \quad (5.40)$$

E a variável ξ discretizada é obtida por:

$$\xi_i = \frac{\bar{\rho}(P_i) H_i^3}{\bar{\eta}(P_i) \lambda} \quad (5.41)$$

Para o primeiro termo da Equação (5.38), chamado *Poiseuille*, foi aplicada uma discretização central de segunda ordem. Contudo, para o termo de *Couette* ($\bar{\rho}H$), preferiu-se por usar uma discretização de segunda ordem á frente, proposta em Venner e Lubrecht (2000), para

evitar problemas de instabilidade a altas pressões. Porém, para o primeiro ponto, a Equação (5.38) é substituída por:

$$\frac{\xi_{i-1/2}P_{i-1} - (\xi_{i-1/2} + \xi_{i+1/2})P_i + \xi_{i+1/2}P_{i+1}}{h^2} - \frac{\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1}}{h} = 0 \quad (5.42)$$

A deformação elástica adimensionalizada é dada por:

$$d(X) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln|X - X'| P(X) dX' \quad (5.43)$$

Discretizando, a Equação (5.43) toma a forma:

$$d(X_i) = -\frac{1}{\pi} \sum_{j=0}^{j=n} K_{i,j}^{hh} P_j \quad (5.44)$$

onde

$$K_{i,j}^{hh} = \int_{X_j-h/2}^{X_j+h/2} \ln|X_i - X'| dX' \quad (5.45)$$

Assumindo que $(X_i - X') > 0$ para $X_j - \frac{h}{2} \leq X' \leq X_j + h/2$:

$$K_{i,j}^{hh} = (X_i - X_j + h/2)[\ln(X_i - X_j + h/2) - 1] - (X_i - X_j - h/2)[\ln(X_i - X_j - h/2) - 1] \quad (5.46)$$

A Equação (5.46) tem validade quando $X_i \neq X_j$. Venner (1991), mostra, porém, que para $X_i = X_j$, $K_{i,j}^{hh}$ tende a:

$$K_{i,j}^{hh} = \left(\frac{h}{2}\right) \left[\ln\left(\frac{h}{2}\right) - 1 \right] + \left(\frac{h}{2}\right) \left[\ln\left(\frac{h}{2}\right) - 1 \right] \quad (5.47)$$

Ao substituir $X_i = X_j$ na Equação (5.46), tem-se exatamente a expressão dada por (5.47). Portanto, pode-se assumir que a Equação (5.46) é válida para todo domínio $X_a \leq X \leq X_b$ e a equação discretizada da espessura de filme lubrificante é:

$$H_i = H_o + \frac{X_i^2}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{j=0}^n K_{i,j}^{hh} P_j \quad (5.48)$$

Reescrevendo a Equação (5.46) em termos dos pontos da malha:

$$K_{i,j}^{hh} = (i - j + 1/2) [\ln(i - j + 1/2) - 1] - (i - j - 1/2) [\ln(i - j - 1/2) - 1] \quad (5.49)$$

Por fim, a Equação do Balanço de Força, antes dada por (4.27), é discretizada:

$$h \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(P_j + P_{j+1})}{2} - \frac{\pi}{2} = 0 \quad (5.50)$$

5.4 Relaxação das Equações Discretas

Uma das dificuldades da convergência da solução do caso EHL se dá pela variação do coeficiente ξ na Equação de Reynolds. Nas regiões próximas às fronteiras – de baixa pressão – $\xi \gg 1$, pois $\bar{\eta}$ e $\bar{\rho}$ tem o valor da unidade e H^3 é elevado. Em contrapartida, na região mais

central do contato – de altas pressões – $\bar{\eta}$ assume um valor elevado, conforme comportamento exponencial dado pela Equação (4.24), $\bar{\rho}$ se aproxima a 1,33 e H^3 é pequeno.

Segundo Venner (1991), o coeficiente ξ pode variar da ordem de grandeza de 500 vezes nas bordas ($X = X_a$) a 10^{-4} no centro ($X = 0$). Essa mudança brusca de comportamento faz com que o aspecto diferencial seja mais evidente quando ξ é elevado enquanto a característica integral seja mais influente quando ξ é pequeno. Dessa forma, o problema também precisa ser tratado de forma diferente para cada situação.

Considerando que a Equação de Reynolds é o problema a ser resolvido pelo Multigrid:

$$\mathcal{L}(P) = \frac{\partial}{\partial X} \left(\xi \frac{\partial P}{\partial X} \right) - \frac{\partial(\bar{\rho}H)}{\partial X} = 0 \quad (5.51)$$

E sua forma discretizada já apresentada é:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_i^h(P_i) = h^{-2}(\xi_{i-1/2}P_{i-1} - (\xi_{i-1/2} + \xi_{i+1/2})P_i + \xi_{i+1/2}P_{i+1}) \\ - h^{-1}(1,5\bar{\rho}_i H_i - 2\bar{\rho}_{i-1} H_{i-1} + 0,5\bar{\rho}_{i-2} H_{i-2}) = 0 \end{aligned} \quad (5.52)$$

em que:

$$H_i = H_o + \frac{X_i^2}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{j=0}^n K_{i,j}^{hh} P_j \quad (5.53)$$

Se ξ apresenta valores elevados, o termo de *Poiseuille* domina a Equação (5.52) e a relaxação de Gauss-Seidel é suficiente para o problema:

$$\bar{P}_i = \tilde{P}_i + w_{gs} \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}_i^h}{\partial P_i} \right)^{-1} r_i \right] \quad (5.54)$$

onde w_{gs} é uma constante denominada fator de relaxação de Gauss-Seidel e r_i é o resíduo dinâmico:

$$r_i = -h^{-2}(\xi_{i-1/2}\bar{P}_{i-1} - (\xi_{i-1/2} + \xi_{i+1/2})\bar{P}_i + \xi_{i+1/2}\bar{P}_{i+1}) - h^{-1}(1,5\tilde{\rho}_i \tilde{H}_i - 2\tilde{\rho}_{i-1} \tilde{H}_{i-1} + 0,5\tilde{\rho}_{i-2}\tilde{H}_{i-2}) = 0 \quad (5.55)$$

e $\partial \mathcal{L}_i^h / \partial P_i$, de acordo com as Equações (5.52) e (5.53), é aproximado por:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_i^h}{\partial P_i} \approx \frac{-(\xi_{i-1/2} + \xi_{i+1/2})}{h^2} + \frac{1}{\pi} \frac{(1,5\tilde{\rho}_i K_{i,i}^{hh} - 2\tilde{\rho}_{i-1} K_{i-1,i}^{hh} + 0,5\tilde{\rho}_{i-2} K_{i-2,i}^{hh})}{h} \quad (5.56)$$

Na Equação (5.54), a nova aproximação \bar{P}_i , obtida a partir do passo anterior \tilde{P}_i , é usada para a nova aproximação de \bar{H}_i na Equação da Espessura de Filme (5.53). A medida que os valores de ξ diminuem, a convergência pela relaxação de Gauss-Seidel também diminui e uma nova aproximação para a pressão é necessária:

$$\bar{P}_i = \tilde{P}_i + w_j \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}_i^h}{\partial P_i} - \frac{\partial \mathcal{L}_i^h}{\partial P_{i-1}} \right)^{-1} r_i \right] \quad (5.57)$$

onde w_j é o fator de relaxação de Jacobi e r_i é dada por:

$$r_i = -h^{-2}(\xi_{i-1/2}\tilde{P}_{i-1} - (\xi_{i-1/2} + \xi_{i+1/2})\tilde{P}_i + \xi_{i+1/2}\tilde{P}_{i+1}) - h^{-1}(1,5\tilde{\rho}_i \tilde{H}_i - 2\tilde{\rho}_{i-1} \tilde{H}_{i-1} + 0,5\tilde{\rho}_{i-2}\tilde{H}_{i-2}) = 0 \quad (5.58)$$

Além disso, considerando que a *kernel* é simétrica ($K_{i,i-1} = K_{i-1,i}$):

$$\frac{\partial \mathcal{L}_i^h}{\partial P_i} - \frac{\partial \mathcal{L}_i^h}{\partial P_{i-1}} = \frac{(-2\xi_{i-1/2} - \xi_{i+1/2})}{h^2} + \frac{(\tilde{\rho}_i - \tilde{\rho}_{i-1})(K_{i,i}^{hh} - K_{i,i-1}^{hh})}{\pi h} \quad (5.59)$$

A nova aproximação \bar{P}_i dada pela Equação (5.57) é obtida por um processo denominado de relaxação de Jacobi. O resíduo dinâmico r_i , apesar de parecer similar para as duas relaxações, é calculado de forma diferente. Na relaxação de Gauss-Seidel, são usados os valores \bar{P}_i atualizados da pressão, enquanto que na relaxação de Jacobi são incorporados os valores da aproximação \tilde{P}_i do passo anterior.

Dessa forma, a combinação desses dois tipos de relaxação formam uma técnica robusta chamada de relaxação híbrida em que até um valor limite ξ_{min} usa-se a expressão de Jacobi e a partir de ξ_{min} , aplica-se a relaxação de Gauss-Seidel. De acordo com Nonato e Cavalca (2008), um valor recomendado para ξ_{min} é 0,005. Os valores dos fatores de relaxação, tanto para Jacobi quanto para Gauss-Seidel, variam de acordo com a discretização da malha, limitando-se ao máximo de 0,6 para Jacobi e 0,8 para Gauss-Seidel (NONATO, 2009).

Uma das considerações que os métodos de relaxação não consideram automaticamente é a condição de cavitação $P_i \geq 0$. Portanto, a cada passo, se a pressão é calculada como negativa, deve-se impor pressão nula antes de proceder para a próxima iteração.

Por fim, como a cada interação o valor da espessura de filme é atualizado, a constante H_o também deve ser ajustada. Esse cálculo é feito após um determinado número de relaxações da pressão, a partir da Equação do Balanço de Força:

$$H_o \leftarrow H_o - w_{H_o} \left(\frac{\pi}{2} - h \sum_{j=0}^n 0,5 (\tilde{P}_j - \tilde{P}_{j-1}) \right) \quad (5.60)$$

onde w_{H_o} é o fator de relaxação no ajuste de H_o . w_{H_o} é, geralmente, bem pequeno e, nesse trabalho, foi assumido como $w_{H_o} = 0,025$.

Discutido o método numérico a ser aplicado no equacionamento elastohidrodinâmica, buscou-se validar o algoritmo. Dessa forma, foram feitas comparações com resultados da literatura, discutidos na seção 5.5.

5.5 Validação do Algoritmo

Para verificar o algoritmo multiníveis desenvolvido nesse trabalho, o qual foi adaptado da dissertação de Nonato (2009), foram feitas comparações com resultados obtidos por Venner (2001) utilizando os métodos de multiníveis. Para tanto, casos com parâmetros adimensionais de Moes M e L genéricos foram aplicados a fim de compreender o comportamento da pressão e do filme de óleo em função dessas variáveis. A Figura 5.10 representa um caso de $M = 20$ e $L = 10$, obtido por Venner (1991), utilizando FMG em ciclo W com $z = 0,68$, $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-8} Pa^{-1}$, $p_o = 1,96 \cdot 10^8 Pa$ e 14 níveis, sendo a malha menos discretizada dada por 14+1 pontos.

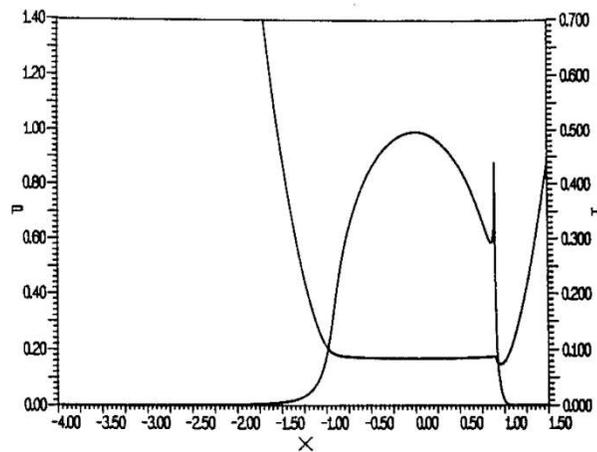


Figura 5.10 – Resultado obtido por Venner (1991) para $M=20$ e $L=10$.

A fim de verificar a influência da malha variável dos métodos multiníveis, foram feitas simulações de 6 a 12 níveis máximos usando os mesmo parâmetros de lubrificante e a mesma malha inicial. Devido a problemas de limitação de memória dos recursos computacionais

disponíveis, não foi possível simular com até 14 níveis. Porém, os resultados obtidos demonstram grande aproximação com o alcançado por Venner (1991). Na Figura 5.11, foram apresentados apenas os níveis pares, mas o algoritmo permite escolher qualquer valor inteiro de níveis máximos. A maior dificuldade do ponto de vista numérico é delimitar o pico de pressão, denominado pico de Petrusevitch, devido a sua descontinuidade.

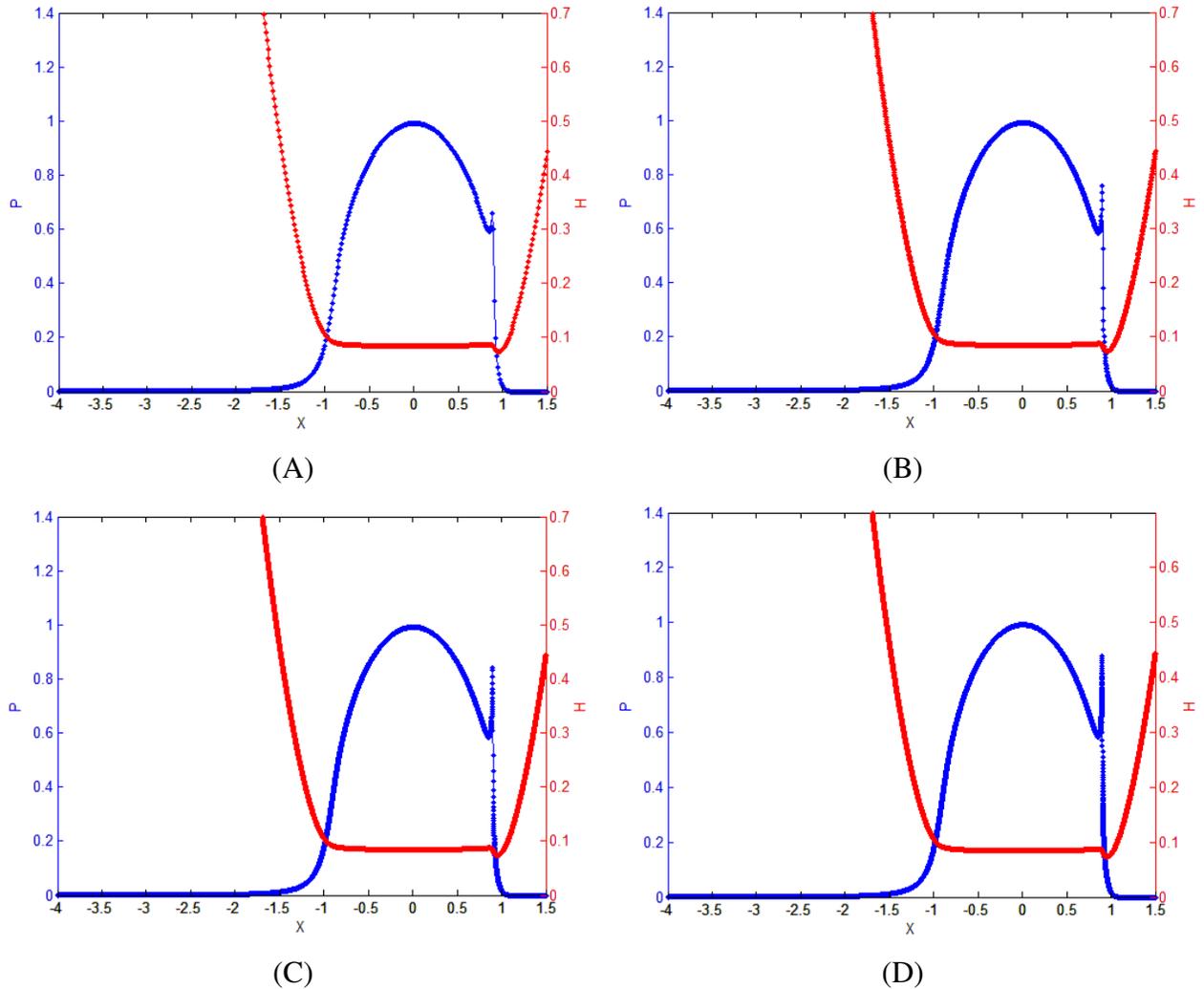


Figura 5.11 – Resultado de simulações obtidas em comparação à Figura 5.10. (A) 6 níveis. (B) 8 níveis. (C) 10 níveis. (D) 12 níveis.

A Tabela 5.1 apresenta uma comparação da espessura mínima adimensional H_m (Figura 5.12) e do pico de pressão P_s obtidos por Venner (1991) e pelos resultados das simulações obtidas pelo algoritmo implementado nesta dissertação. Apesar de não ser usada a

mesma quantidade de níveis máxima do trabalho de Venner (1991), os valores encontrados pelo programa desenvolvido no laboratório se aproximam em concordância muito boa, principalmente para malhas mais discretizadas. Dessa forma, pode-se considerar que o algoritmo implementado para este estudo obteve resultados satisfatórios de convergência em comparação à literatura.

Tabela 5.1 – Comparação de espessura de filme mínima e pico de pressão entre Venner (1991) e os obtidos nas simulações numéricas do programa desenvolvido.

Nível	Hm Venner	Hm	Ps Venner	Ps
6	0,07502	0,07316	0,677	0,6568
7	0,07439	0,07343	0,710	0,7172
8	0,07404	0,07351	0,758	0,7565
9	0,07385	0,07353	0,787	0,8150
10	0,07375	0,07354	0,825	0,8430
11	0,07370	0,07355	0,850	0,8656
12	0,07367	0,07355	0,867	0,8778
13	0,07366	-	0,875	-
14	0,07365	-	0,879	-

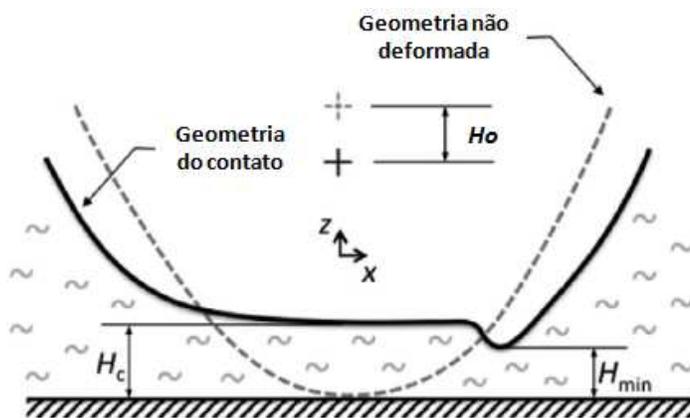


Figura 5.12 – Representação da espessura do filme no contato EHD (traduzido de Nonato e Cavalca, 2014).

Em sua tese, Venner (1991) discutiu a influência das variáveis M e L no comportamento dos perfis de pressão e espessura do óleo. De acordo com o esquema da Figura 5.13, quanto maior o parâmetro de carga, maior a pressão e seu formato se aproxima à parábola do contato hertziano. Em contrapartida, quanto menor a carga, mais próximo o resultado está do modelo de

lubrificação hidrodinâmica. Essa comparação é interessante, pois o EHL une as considerações da dinâmica do filme (hidrodinâmica) com a deformação no contato (modelo de Hertz). Em Wiegert *et al.* (2013), essa analogia é usada para criar um modelo no contato EHD que resulta da rigidez do modelo hertziano e da rigidez proveniente da parte hidrodinâmica.

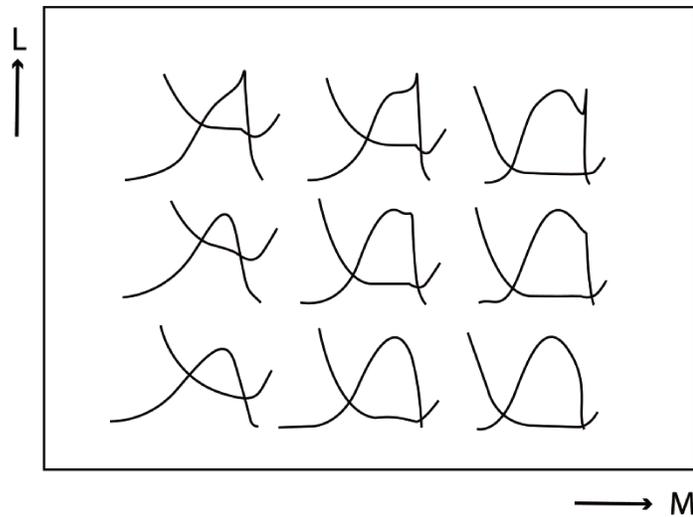


Figura 5.13 – Características da pressão e espessura de filme em função de M e L (adaptado de Venner, 1991).

A Figura 5.14, dada por Venner (1991), e a Figura 5.15 mostram o comportamento para o parâmetro de lubrificante fixo e a carga variável. Como já era esperado, para maiores carga, o perfil de pressão se assemelha ao contato de Hertz e para baixa carga, à lubrificação hidrodinâmica.

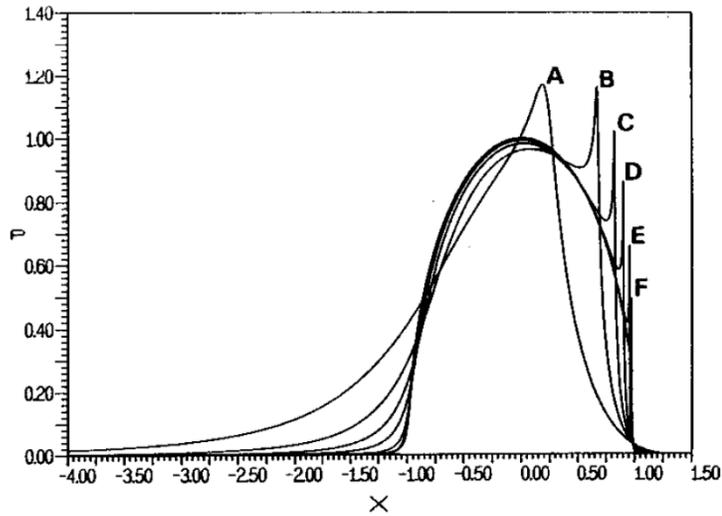


Figura 5.14 – Perfil de pressão para $M=2$ (A), 5 (B), 10 (C), 20 (D), 50 (E) e 100 (F), e $L=10$ (VENNER, 1991).

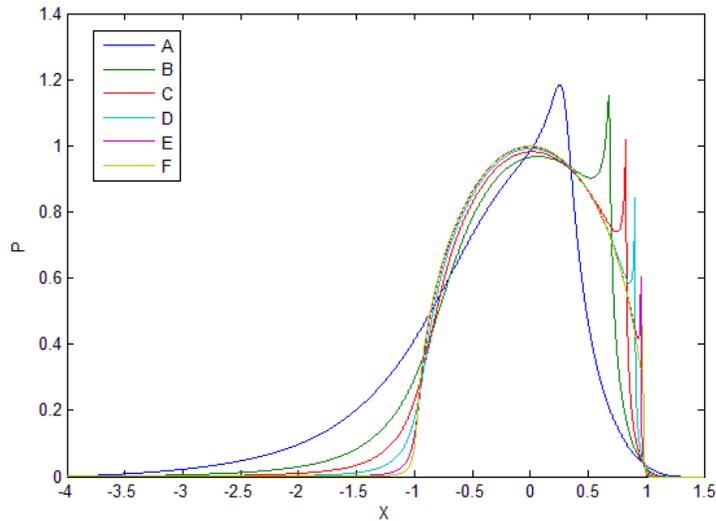


Figura 5.15 – Perfil de pressão para $M=2$ (A), 5 (B), 10 (C), 20 (D), 50 (E) e 100 (F), e $L=10$, obtido a partir de simulações numéricas do algoritmo multiníveis implementado neste estudo.

Para os mesmos casos das Figuras 5.14 e 5.15, a espessura de filme varia consideravelmente com a alteração do parâmetro M . Quanto maior a força, mais comprimido é o filme lubrificante, o que leva à diminuição da espessura de filme no contato (Figuras 5.16 e 5.17).

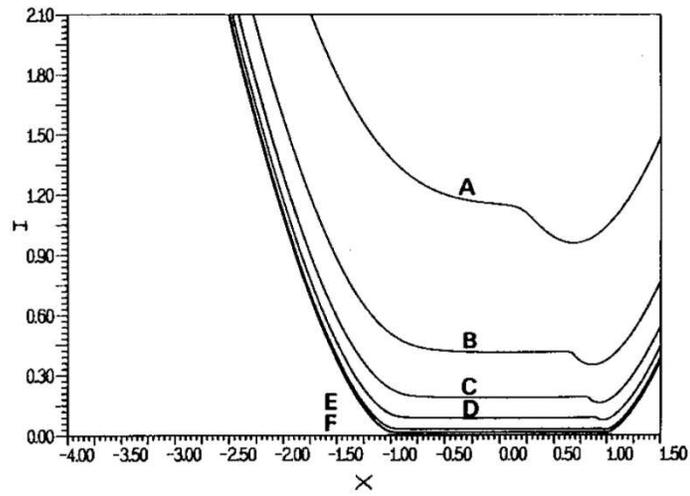


Figura 5.16 – Espessura de filme para $M=2$ (A), 5 (B), 10 (C), 20 (D), 50 (E) e 100 (F), e $L=10$ (VENNER, 1991).

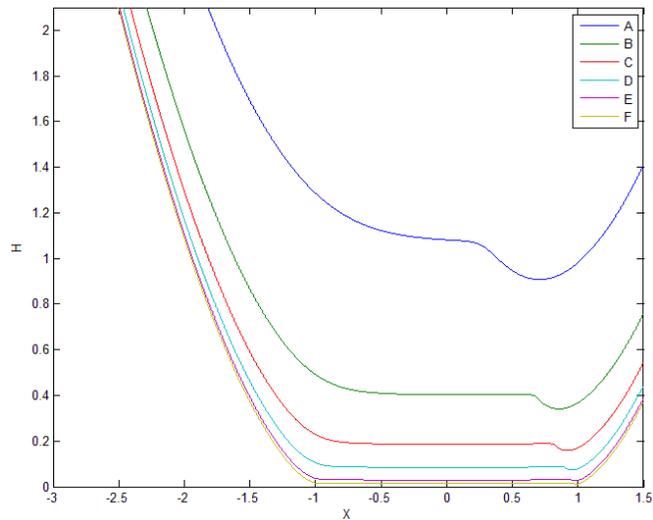


Figura 5.17 – Espessura de filme para $M=2$ (A), 5 (B), 10 (C), 20 (D), 50 (E) e 100 (F), e $L=10$, obtido a partir de simulações numéricas.

Ao fixar o parâmetro de carga M e variar L , percebe-se, pelas Figuras 5.18 e 5.19, que o perfil de pressão pouco se altera, com excessão do pico, cujos detalhes podem ser visualizados nas Figuras 5.20 e 5.21.

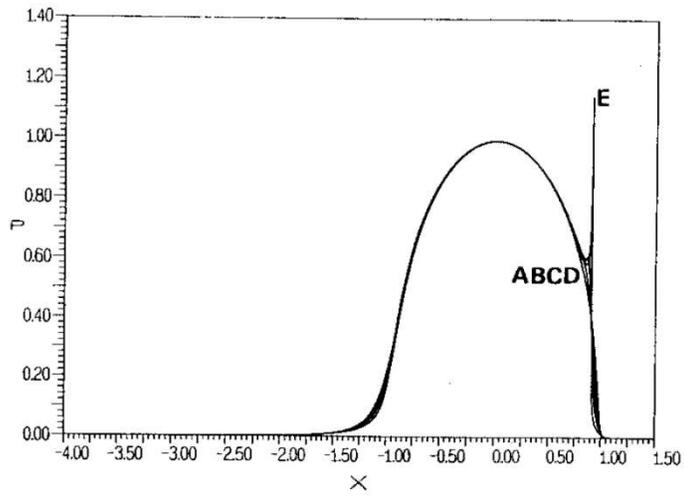


Figura 5.18 – Perfil de pressão para $M=20$, $L=0$ (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E) (VENNER, 1991).

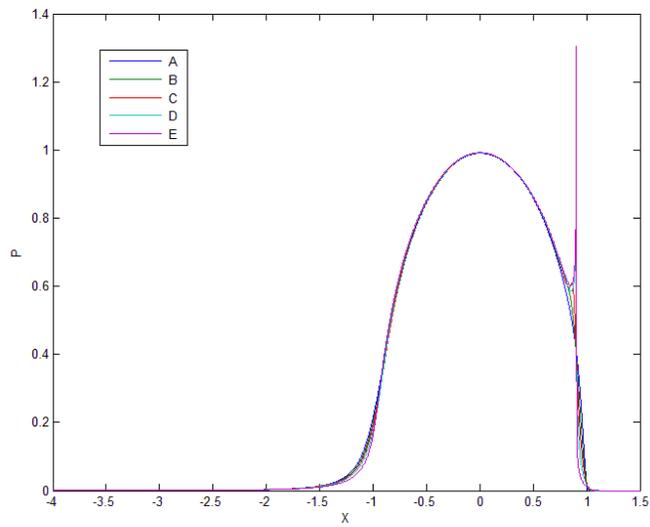


Figura 5.19 – Perfil de pressão para $M=20$, $L=0$ (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E), obtido por simulações numéricas.

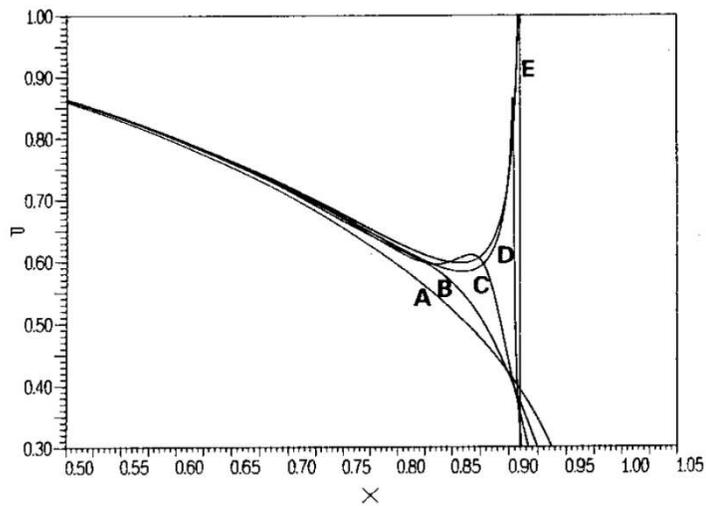


Figura 5.20 – Detalhe do perfil de pressão para $M=20$, $L=0$ (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E) (VENNER, 1991).

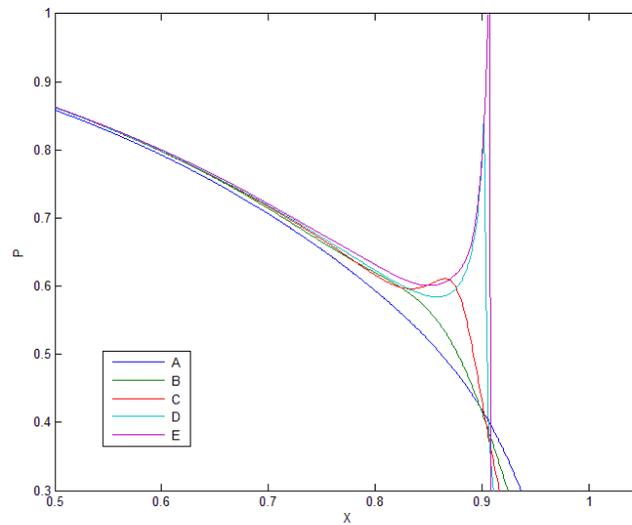


Figura 5.21 – Detalhe do perfil de pressão para $M=20$, $L=0$ (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E), obtido por simulações numéricas.

Ao analisar o pico de pressão para um parâmetro de lubrificante variável, observa-se que quanto maior o L , maior o pico de Petrusевич. De acordo com Venner (1991), é comumente aceito que o pico ocorre devido à relação exponencial de viscosidade. Além disso, quanto maior a velocidade tangencial ao contato, maior o valor do parâmetro do lubrificante. Portanto, se considerada a analogia em que o modelo EHD une características de Hertz e de lubrificação HD,

pode-se considerar que o pico seja consequente da parte hidrodinâmica do modelo, já que com o aumento da velocidade – e de L – esse se eleva. Além disso, a espessura do filme do lubrificante eleva-se com o aumento do parâmetro L , como pode ser visto nas Figuras 5.22 e 5.23.

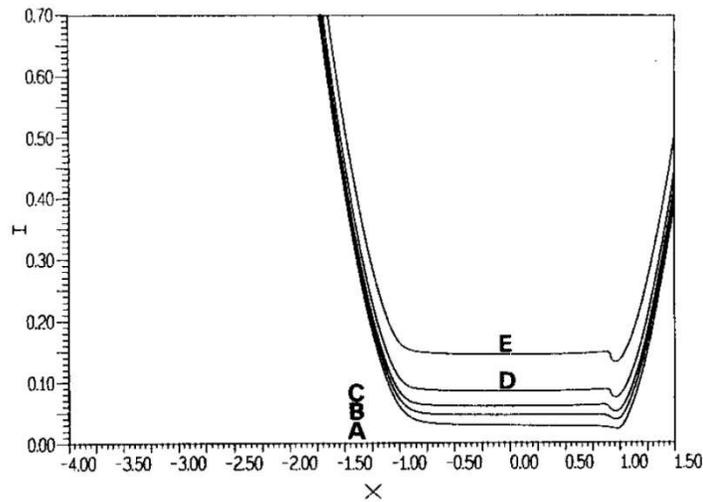


Figura 5.22 – Espessura de filme para $M=20$, $L=0$ (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E) (VENNER, 1991).

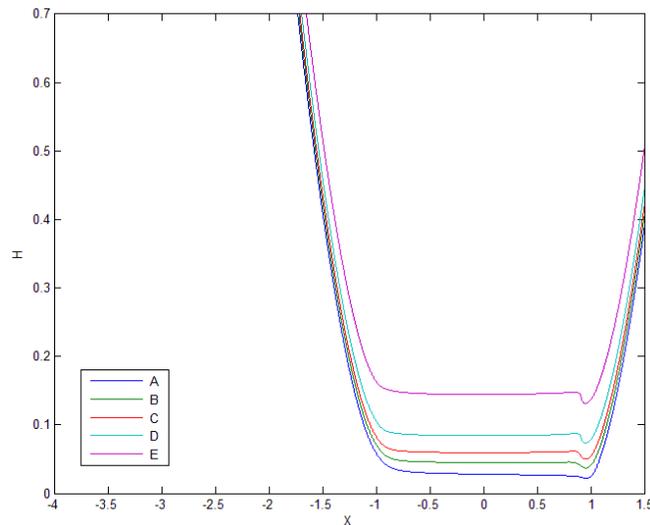


Figura 5.23– Espessura de filme para $M=20$, $L=0$ (A), 2,5 (B), 5 (C), 10 (D), 25 (E), obtido por simulações numéricas.

Uma vez descrita toda a modelagem numérica usada na solução da lubrificação elastohidrodinâmica no contato e verificado o algoritmo, pode-se finalmente determinar as condições EHD ao redor do camo. Dessa forma, aliando os conhecimentos da dinâmica do mecanismo aos fundamentos tribológicos, o capítulo seguinte apresenta os resultados tanto para o seguidor de face plana quanto para o de rolete.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Até o presente capítulo, dinâmica de camos e lubrificação elastohidrodinâmica foram abordadas separadamente. A cinemática, o desenho do perfil, os parâmetros geométricos e a força no contato do mecanismo camo-seguidor ficaram restritos ao Capítulo 2, enquanto o modelo EHL foi apresentado no Capítulo 3 e seu método numérico de solução foi discutido no Capítulo 4. Porém, esses não são assuntos independentes, uma vez que a dinâmica interfere no contato e a lubrificação também influencia no projeto do mecanismo. Dessa forma, os resultados serão apresentados e discutidos com o objetivo de criar uma conexão entre ambos os temas.

Para ilustrar a metodologia da análise do mecanismo camo-seguidor sob lubrificação EHD, foi feito um estudo de caso de um sistema de acionamento de válvulas adaptado de Rothbart, 2004. A Figura. 6.1 mostra os componentes físicos do sistema enquanto a Figura 6.2, o esquema ilustrativo do sistema montado.

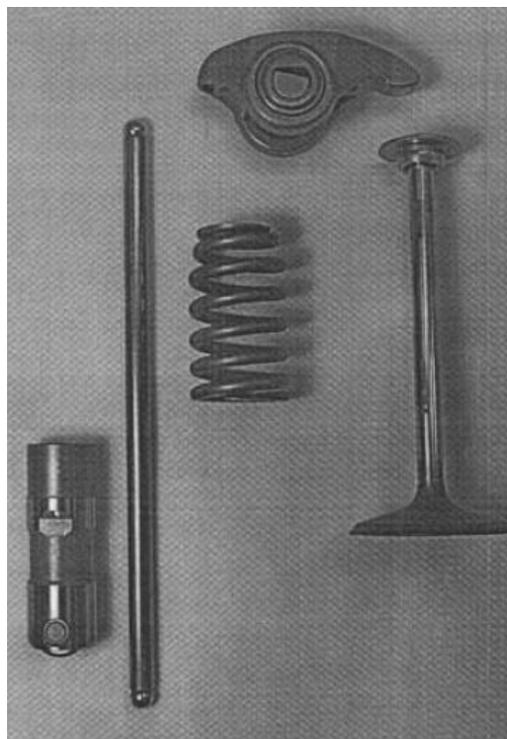


Figura 6.1 – Componentes físicos do sistema de acionamento de válvulas usado em motor LS-1 de um Chevrolet Corvette (ROTHBART, 2004).

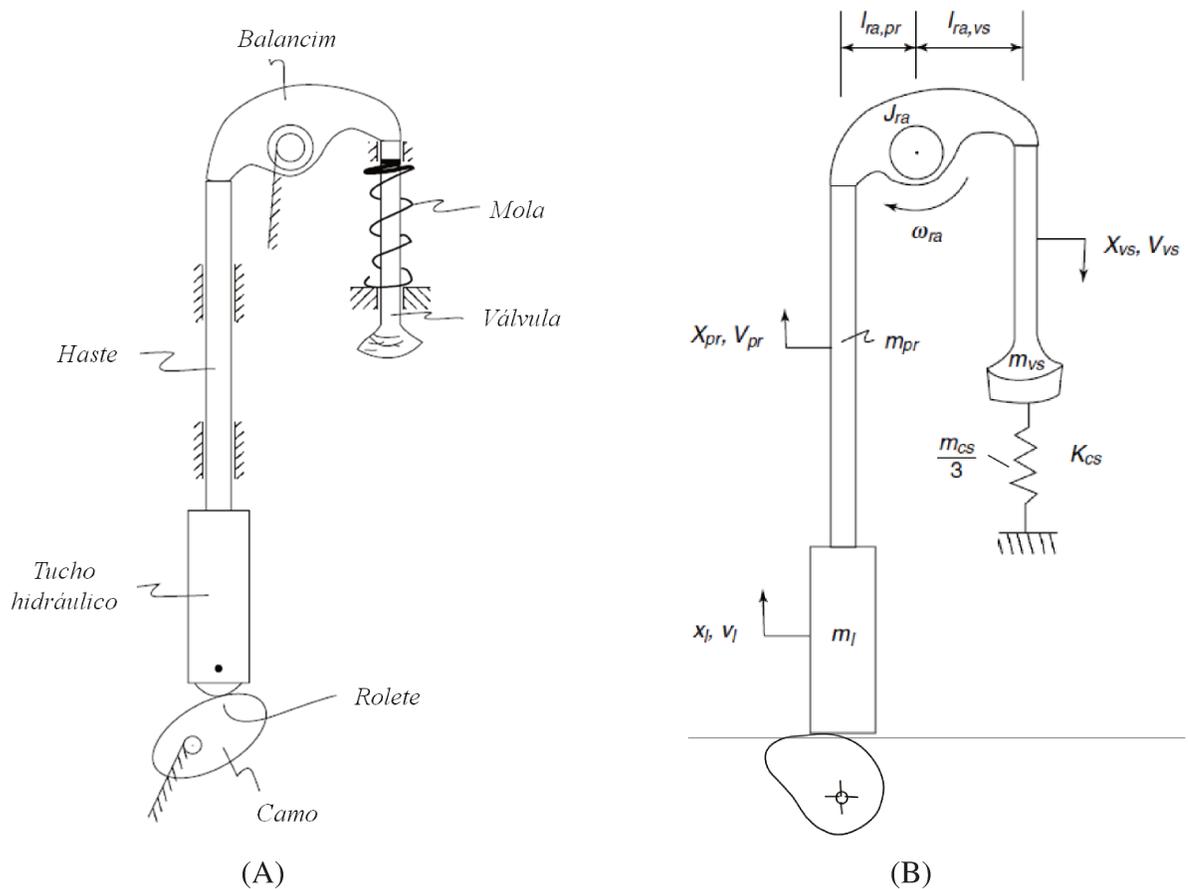


Figura 6.2 – Montagem do sistema. (A) Esquema ilustrativo (traduzido de Rothbart, 2004). (B) Considerações dos parâmetros dos componentes (adaptado de Rothbart, 2004).

Inicialmente, serão calculados a massa, a rigidez e o amortecimento efetivos – ou equivalentes – do sistema para uma posterior análise cinemática do problema. Os parâmetros físicos de massa e rigidez dos componentes se encontram na Tabela 6.1. Nesse caso, tanto a rigidez do balancim quanto do tucho hidráulico foram desconsideradas como uma primeira aproximação do sistema, já que esses apresentam rigidez muito elevada (PISANO e FREUDESNTEN, 1983; ROTHBART, 2004), ou seja, entram na análise dinâmica como termos de inércia (massas concentradas) ou corpos rígidos.

Tabela 6.1 – Massas e rigidezes dos componentes do sistema de acionamento de válvulas proposto como estudo de caso.

Componente	Massa ou Inércia	Rigidez
Tucho hidráulico	$m_l = 0,122 \text{ kg}$	-
Haste	$m_{pr} = 0,052 \text{ kg}$	$k_{pr} = 5,25 \cdot 10^7 \text{ N/m}$
Balancim	$J_{ra} = 0,0000386 \text{ kg.m}^2$	-
Válvula	$m_{vs} = 0,114 \text{ kg}$	$k_{vs} = 8,23 \cdot 10^7 \text{ N/m}$
Mola	$m_{cs} = 0,069 \text{ kg}$	$k_{cs} = 4,03 \cdot 10^4 \text{ N/m}$

Equacionando a energia cinética do sistema e igualando com a energia de um sistema equivalente com massa m_{eff} , tem-se:

$$\frac{1}{2} m_{eff} v_l^2 = \frac{1}{2} m_l v_l^2 + \frac{1}{2} m_{pr} v_{pr}^2 + \frac{1}{2} J_{ra} \omega_{ra}^2 + \frac{1}{2} m_{vs} v_{vs}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m_{cs} \right) v_{vs}^2$$

Foi utilizado apenas um terço da massa da mola no equacionamento da energia cinética. Em muitas situações, uma mola considerada ideal tem apenas rigidez, uma vez que sua inércia é tão pequena comparada a sua rigidez que essa é desprezada. Contudo, segundo Rothbart (2004), uma melhor aproximação no caso de uma mola acoplada a uma massa concentrada se dá se um terço da massa da mola for considerado no equacionamento da energia cinética.

Como a haste e o tucho foram considerados rígidos, suas velocidades são iguais, logo, para pequenos deslocamentos angulares do balancim a velocidade de rotação é:

$$\omega_{ra} = \frac{v_l}{l_{ra,pr}} = \frac{v_{vs}}{l_{ra,vs}}$$

Portanto, a equação da energia cinética é reduzida a:

$$m_{eff} = \left[m_l + m_{pr} + \frac{J_{ra}}{l_{ra,pr}^2} + m_{vs} \left(\frac{l_{ra,vs}}{l_{ra,pr}} \right)^2 + \frac{1}{3} m_{cs} \left(\frac{l_{ra,vs}}{l_{ra,pr}} \right)^2 \right]$$

Dado que $l_{ra,pr} = 0,022 \text{ m}$ e $l_{ra,vs} = 0,038 \text{ m}$, ao fazer a substituição dos parâmetros da Tabela 6.1, obtém-se o valor da massa equivalente do sistema:

$$m_{eff} = 0,122 \text{ kg} + 0,052 \text{ kg} + \frac{0,0000386 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{(0,022\text{m})^2} + 0,114 \text{ kg} \left(\frac{0,038\text{m}}{0,022\text{m}}\right)^2 + \frac{1}{3} 0,069 \text{ kg} \left(\frac{0,038\text{m}}{0,022\text{m}}\right)^2$$

$$m_{eff} = 0,662 \text{ kg}$$

Analogamente para a rigidez, calcula-se um valor equivalente para o sistema completo. Assim, considerando que as molas do sistema estão em série, a rigidez efetiva é:

$$\frac{1}{k_{eff}} = \left(\left(\frac{l_{ra,pr}}{l_{ra,vs}}\right)^2 \frac{1}{k_{cs}} + \left(\frac{l_{ra,pr}}{l_{ra,vs}}\right)^2 \frac{1}{k_{vs}} + \frac{1}{k_{pr}} \right)$$

$$\frac{1}{k_{eff}} = \left(\left(\frac{0,022\text{m}}{0,038\text{m}}\right)^2 \frac{1}{4,03 \cdot 10^4 \text{ N/m}} + \left(\frac{0,022\text{m}}{0,038\text{m}}\right)^2 \frac{1}{8,23 \cdot 10^7 \text{ N/m}} + \frac{1}{5,25 \cdot 10^7 \text{ N/m}} \right)$$

$$k_{eff} = 1,199 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

Logo, a frequência natural não amortecida desse sistema é:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eff}}{m_{eff}}} = \sqrt{\frac{1,199 \cdot 10^5 \text{ N/m}}{0,662 \text{ kg}}} = 425 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 67,6 \text{ Hz}$$

Portanto, assume-se, de forma simplificada, que esse sistema pode operar até 50 Hz, ou 3000 rpm, sem entrar em ressonância, o que corresponde a um valor de operação razoável para eixo de camos. Além disso, a partir da frequência natural, da massa equivalente do sistema e do fator de amortecimento de 0,06 experimental fornecido pela literatura, pode-se calcular o

amortecimento estrutural proporcional pelas Equações (3.54), (3.55) e (3.56). Dessa forma, o amortecimento estimado para esse caso é:

$$c = 33,8 \text{ N.s/m}$$

Uma vez determinados os parâmetros físicos do sistema equivalente de camo-seguidor, o próximo passo do estudo consiste em analisar a cinemática. Nesse caso, foram utilizadas curvas polinomiais de oitavo grau, já que essas apresentam um bom comportamento para movimentos de ascensão-retorno-reposo, típicos de acionamento de válvulas. Inicialmente foi analisado o problema para o seguidor de rolete, ilustrado nas Figuras 6.1 e 6.2. Todavia, o seguidor de translação de face plana foi avaliado como uma alternativa devido à diferença na condição de lubrificação EHD, uma vez que a geometria e a velocidade tangencial ao contato variam de acordo com o tipo de seguidor selecionado.

6.1 Seguidor de Rolete

A principal vantagem do seguidor de translação de rolete, em relação ao de face plana, é a redução de atrito entre as superfícies de contato do camo e do seguidor. Em contrapartida, uma desvantagem é o seu custo inicial de projeto mais elevado. Os parâmetros utilizados na análise cinemática para o seguidor de rolete estão listados na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Dados de projeto para o mecanismo camo-seguidor de rolete.

Camo-seguidor de rolete	
Levantamento total	20 mm
Espessura do perfil do camo	15 mm
Módulo de elasticidade (camo e seguidor)	210 GPa
Coefficiente de Poisson (camo e seguidor)	0,3
Raio da circunferência principal	50 mm
Excentricidade	5 mm
Raio do rolete	10 mm

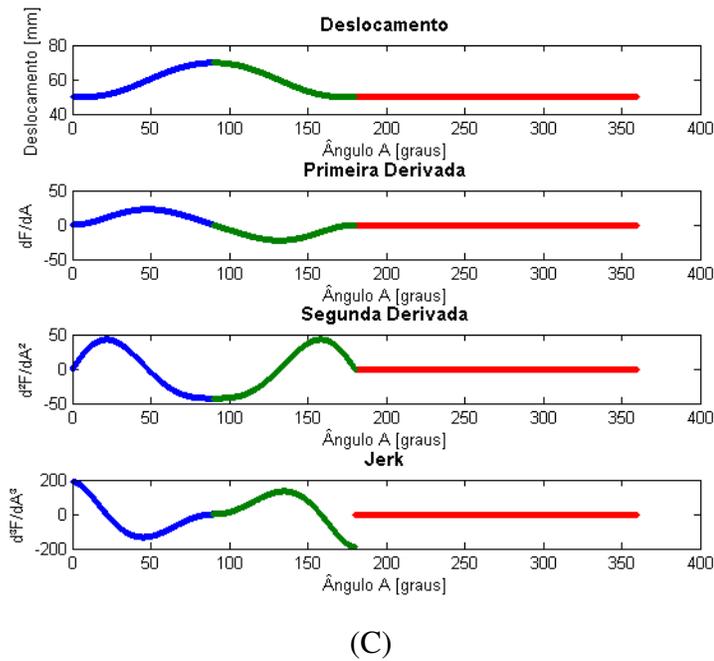
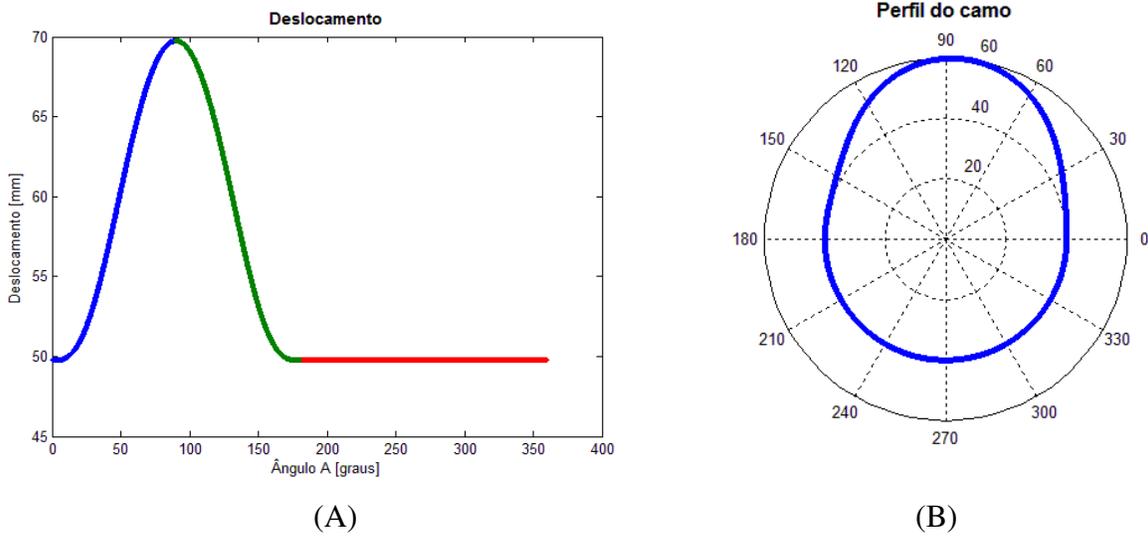


Figura 6.3 – Mecanismo camo-seguidor de rolete. (A) Diagrama de deslocamento do seguidor. (B) Perfil do camo. (C) Derivadas da função de deslocamento.

A Figura 6.3 apresenta o estudo em que o movimento de ascensão do seguidor tem um intervalo de $0 \leq A \leq \pi/2$, o período de retorno à condição inicial de $\pi/2 \leq A \leq \pi$ e por fim, o seguidor fica em repouso em $\pi \leq A \leq 2\pi$. O período de elevação é caracterizado pela cor azul na curva do deslocamento, enquanto as cores verde e vermelha são, respectivamente, os momentos de descida e repouso.

Como foram selecionadas funções polinomiais de oitavo grau para descrever o movimento do mecanismo, coerentes com a análise feita no Apêndice A, essas não apresentaram descontinuidades nas derivadas primeira e segunda e, dessa forma, a terceira derivada – denominada *jerk* – é finita durante todo o ciclo (Figura 6.3-C). Portanto, como consequência, o raio de curvatura (Figura 6.4-A) não apresentou descontinuidades.

Apesar dos movimentos de ascensão e retorno serem simétricos, assim como o perfil do camo (Figura 6.3-B), o raio de curvatura não apresenta simetria devido à excentricidade considerada entre o seguidor e o camo. O ângulo de pressão, de acordo com a Figura 6.4-B, encontra-se dentro do limite esperado de 30° para movimento de translação. Dessa forma, até o processo de síntese de perfil de camo, o projeto atende as expectativas.

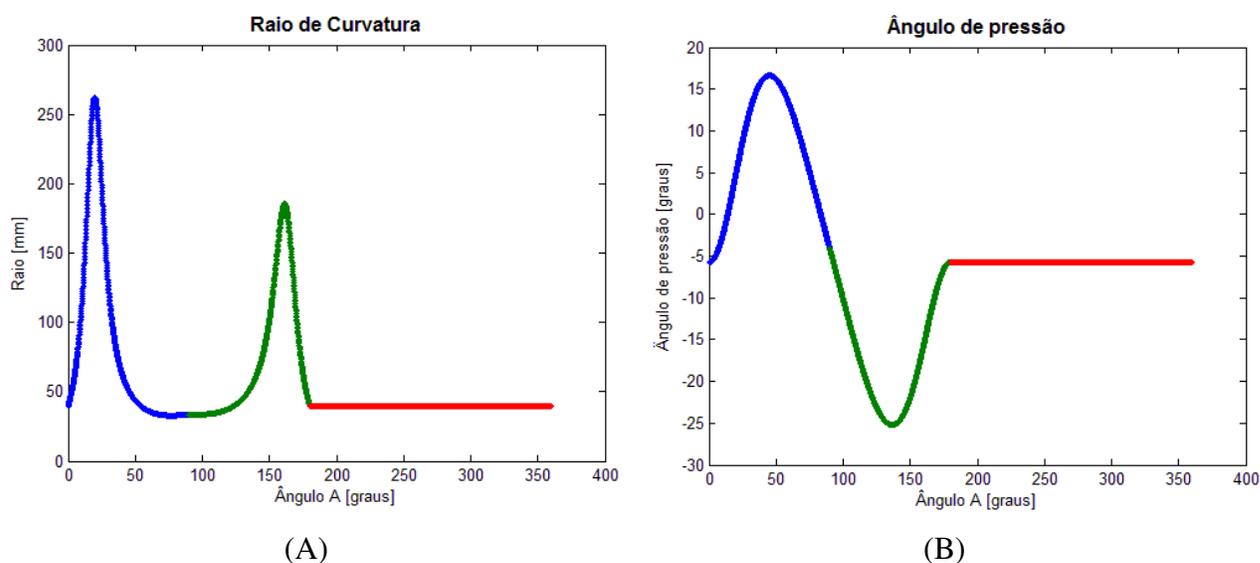


Figura 6.4 – Mecanismo camo-seguidor de rolete. (A) Raio de curvatura. (B) Ângulo de pressão.

Tanto o deslocamento quanto o perfil do camo, o raio de curvatura e o ângulo de pressão são independentes da velocidade de rotação em que o camo opera, diferente da velocidade, aceleração do seguidor e, conseqüentemente, da força. Porém, antes de estudar a cinemática e a cinética do mecanismo, é importante verificar a validade do modelo EHD para o caso estudado.

EHL é um tipo de lubrificação em que não ocorre o contato metal-metal (*full film lubrication*), uma vez que essa considera que o filme de óleo não é rompido durante toda a operação. Por esse mesmo motivo, também não pode haver a perda de contato entre as superfícies, pois significaria que o filme lubrificante não é contínuo. Dessa forma, para que o modelo EHD discutido possa ser aplicado, deve-se garantir que ocorra o contato entre as superfícies com o filme de óleo presente entre essas.

A perda de contato entre o camo e o seguidor é um fenômeno denominado salto, do inglês *jump*, e ocorre principalmente quando a inércia ou velocidade é muito elevada em comparação à rigidez do sistema, o que ocasiona forças no contato negativas. Portanto, para que seja introduzido o estudo da lubrificação, é necessária verificar se a condição de contato durante todo o ciclo é atendida. Tal característica é desejável do ponto de vista dinâmico, pois a perda de contato significa que há vibrações e problemas de impacto, o que tem como consequência desgaste superficial.

As duas formas mais simples de garantir o contato entre o camo e o seguidor são através da avaliação da força de pré-carga e da rigidez do sistema. Se a força é negativa em algum momento do ciclo, pode-se elevar a taxa pré-compressão da mola, por exemplo, e assim aumentar o valor da força de pré-carga. Outra alternativa seria alterar a mola de forma a elevar a rigidez equivalente sem a necessidade de mudar os demais parâmetros físicos. Em casos mais extremos, ambas as medidas técnicas podem ser aplicadas.

Nesse trabalho, optou-se por fixar a força de pré-carga $F_{pl} = 1000N$ baseada na literatura (DOUGHTY, 1988; NORTON, 2009) e calcular uma rigidez mínima para a velocidade de 3000 rpm (50 Hz), que será considerada a velocidade de operação máxima segura antes da frequência natural (67,6 Hz). Visando avaliar a força no contato para 3000 rpm, a velocidade e aceleração do seguidor foram calculadas, dada a aceleração angular nula, pelas Equações (3.3) e (3.4) para cinco ciclos de movimento ascensão-retorno-reposo e estão representadas na Figura 6.5.

Para a determinação da rigidez mínima que garante o contato, foi considerado inicialmente um sistema hipotético sem rigidez, e conseqüentemente, sem amortecimento, já que esse é proporcional à rigidez, em que a força é calculada apenas pelo termo relacionado à inércia (Figura 6.6).

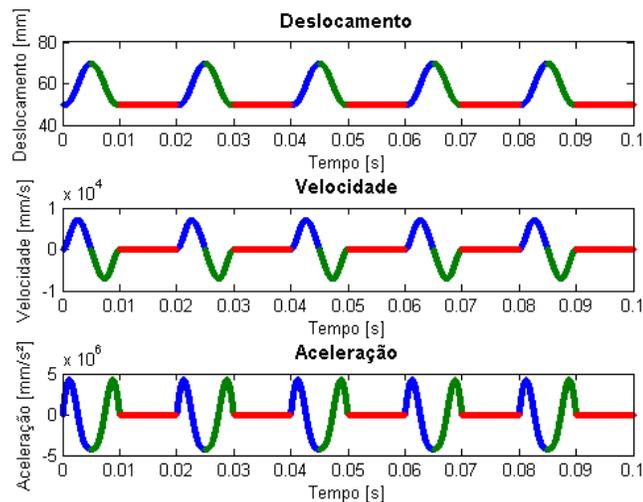


Figura 6.5 – Diagrama cinemático: deslocamento, velocidade e aceleração do seguidor.

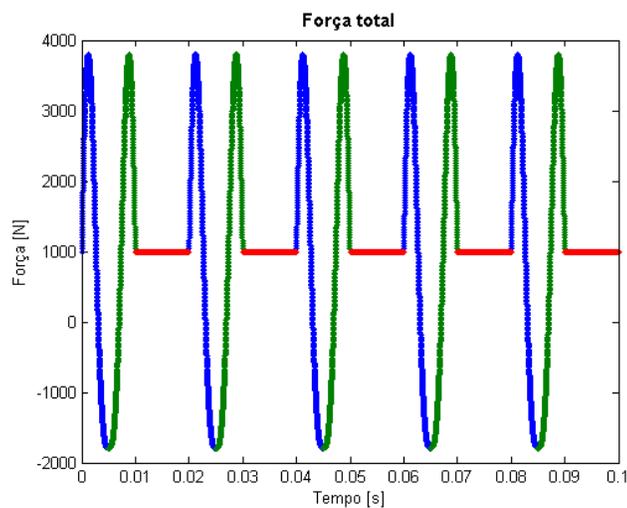


Figura 6.6 – Força no contato desconsiderando a rigidez do sistema.

Pode-se observar na Figura 6.6 que, ao desconsiderar os termos de rigidez e amortecimento, a força tem o comportamento da segunda derivada e essa é negativa principalmente na troca do movimento de ascensão para retorno. A rigidez mínima que o sistema de 1 GDL deve ter para

garantir que a força resultante no contato seja sempre positiva ou nula durante todo o movimento pode ser calculada de forma simples avaliando, a partir da Equação (3.46):

$$m\ddot{S} + c\dot{S} + kS + F_{pl} \geq 0$$

O amortecimento c é dado em função da rigidez, da massa e do fator de amortecimento:

$$m\ddot{S} + 2\sqrt{m}\zeta\sqrt{k}\dot{S} + k.S \geq -F_{pl}$$

Assim, calculam-se para todos os pontos do intervalo de rotação, os parâmetros k que tornam a inequação acima verdadeira. Dos valores obtidos, seleciona-se o maior para determinar a rigidez mínima que garante que toda força no contato seja positiva. Para esse caso, obteve-se o valor de $k_{min} = 9,42 \times 10^4 N/m$ para velocidade de rotação de 3000 rpm, e o diagrama de força está representado na Figura 6.7.

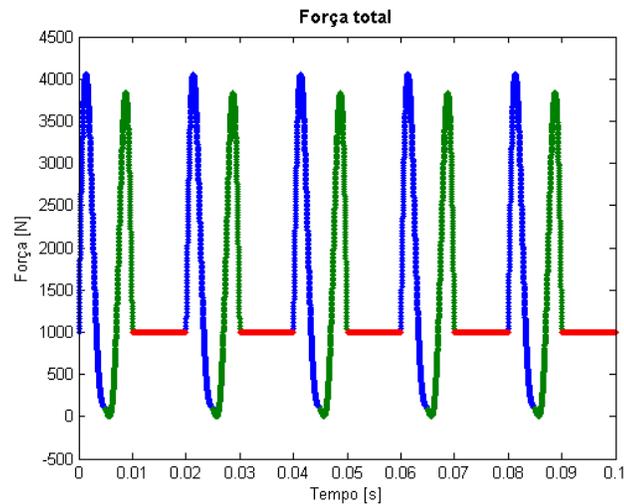


Figura 6.7 – Força no contato com a rigidez mínima calculada.

A princípio, pode-se esperar que a força tivesse um valor absoluto maior quando o camo está no levantamento total – entre a ascensão e o retorno – e a mola está mais comprimida. Porém, na Figura 6.7, observa-se que isso não ocorre. Nesse caso, a velocidade de rotação é suficientemente elevada de forma que a parcela da força relacionada à inércia do sistema tem

uma contribuição maior do que a de rigidez, conforme Figura 6.8. A parcela do amortecimento é a menor, devido ao fator de amortecimento ser relativamente pequeno. Para problemas com elevadas rotações, seria interessante usar um modelo com mais graus de liberdade para comparação.

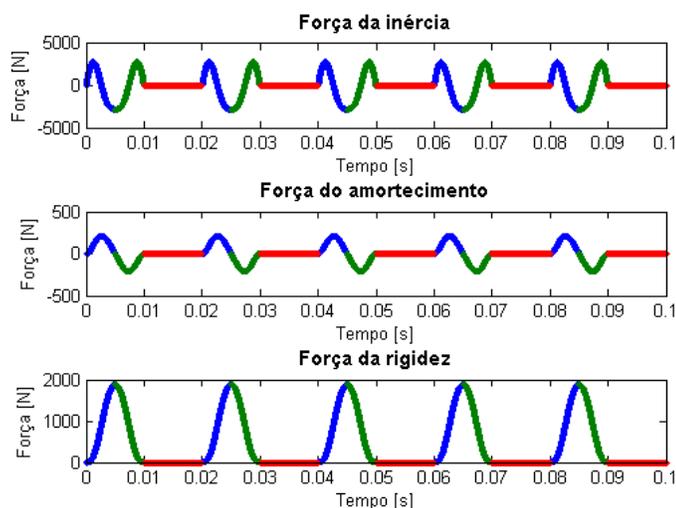


Figura 6.8 – Força discretizada considerando a rigidez mínima.

Uma vez otimizada a rigidez para o sistema, sabe-se que essa tem um valor inferior àquela calculada na modelagem ($k_{min} = 9,42 \times 10^4 \text{ N/m}$ enquanto $k_{eq} = 1,199 \times 10^5 \text{ N/m}$). Portanto, o mecanismo opera, a princípio, sem problemas de perda de contato. Dessa forma, duas velocidades de rotações distantes da frequência natural foram escolhidas para o estudo da condição de lubrificação: 1000 rpm e 500 rpm.

6.1.1 Velocidade de Rotação de 1000 rpm

Analogamente a rotação de 3000 rpm, foram determinadas a velocidade e a aceleração para 1000 rpm (Figura 6.9-A) a fim de avaliar a força entre o camo e o seguidor (Figura 6.9-C) e dessa forma, calcular o torque gerado pelo mecanismo (Figura 6.9-D) por meio da Equação (3.47). Além disso, a partir do raio de curvatura e da velocidade angular, pode-se definir a velocidade

tangencial ao contato (Figura 6.9-B), segundo Equação (3.42), necessária no equacionamento de Reynolds da dinâmica do filme.

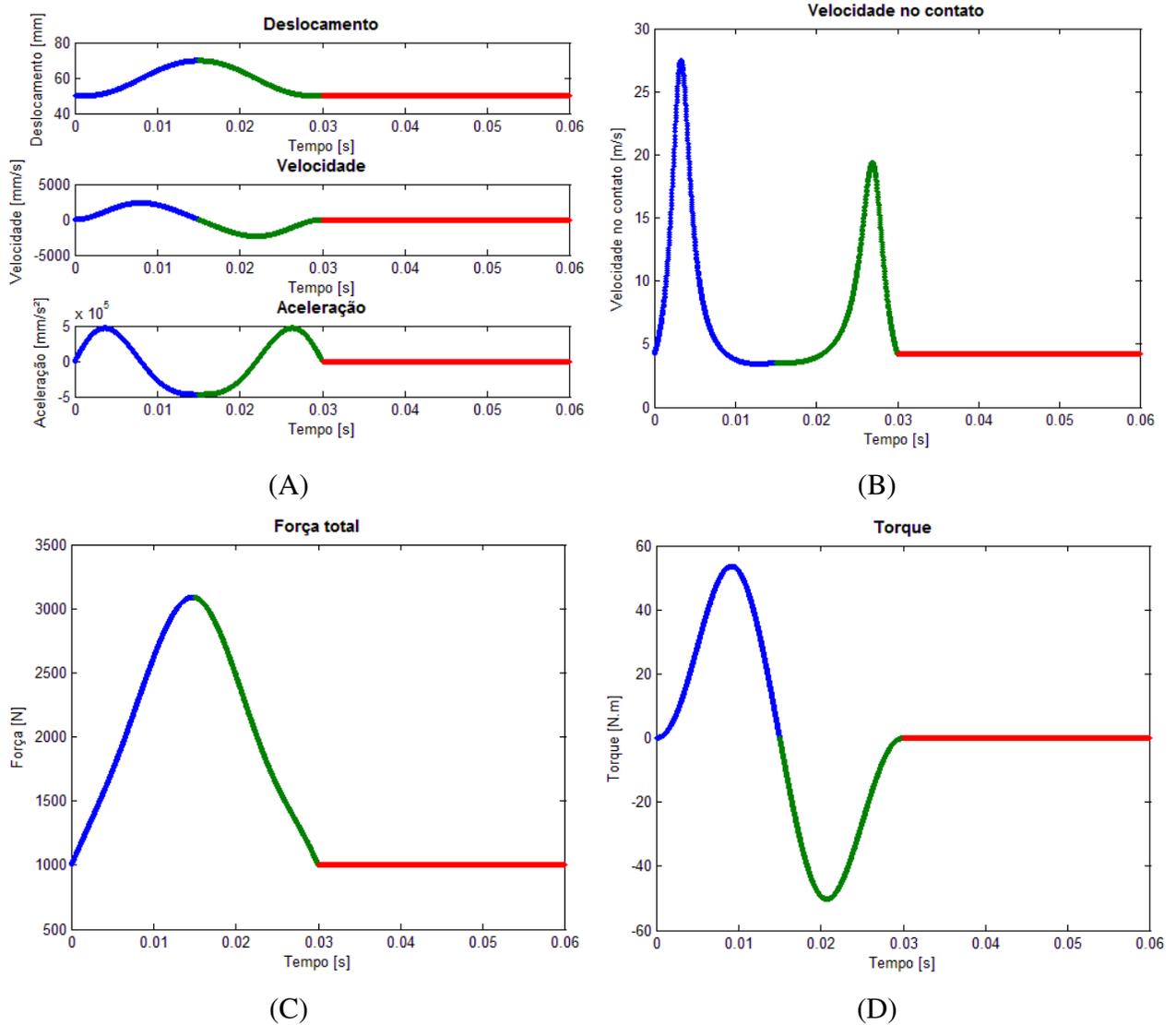


Figura 6.9 – Camo-seguidor de rolete a 1000 rpm. (A) Deslocamento, velocidade e aceleração do seguidor. (B) Velocidade tangencial ao contato. (C) Força no contato. (D) Torque.

Diferente do caso de $\omega = 3000 \text{ rpm}$, a parcela proveniente da rigidez é a que domina no comportamento da curva da força, de modo que essa tem o maior valor na parte mais aguda do camo (chamada de *nose*), próximo a 90° , onde ocorre a transição do movimento de subida-retorno

e no momento em que a mola está mais comprimida. A influência de cada termo no cálculo da força está ilustrada na Figura 6.10.

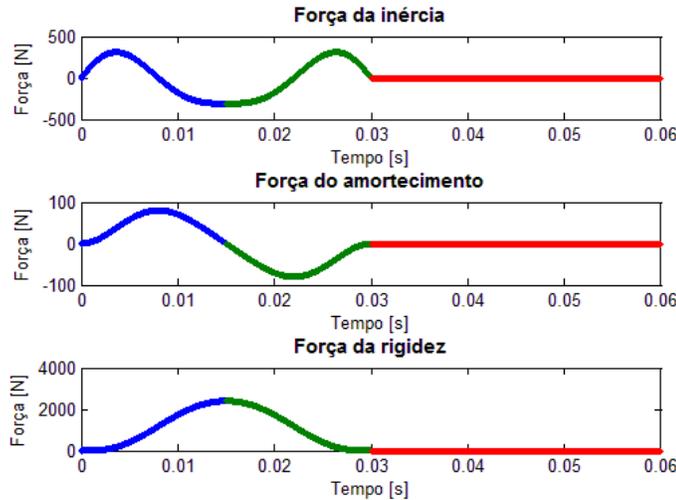


Figura 6.10 – Força discretizada para camo-seguidor a 1000 rpm.

Como já foi apresentado na seção 4.5, a lubrificação EHD usa os parâmetros do contato seco de Hertz – tensão e largura da área de contato – como referência para a sua modelagem, o que ratifica a sua importância nesse tipo de estudo.

A tensão máxima de Hertz apresenta valores da ordem de grandeza de $10^8 Pa$, de acordo com a Figura 6.11-A, os quais são suficientemente elevados para considerar que a lubrificação está no regime elastohidrodinâmico e não mais hidrodinâmico, principalmente na região mais aguda, onde as tensões se aproximam a $1 GPa$.

A deformação tem uma curva cujo comportamento é idêntico à força (Figura 6.11-C), uma vez que sua expressão obtida da literatura é dependente apenas da carga e de parâmetros do material. A largura do contato $2b$, por outro lado, é influenciada tanto pela força quanto pelo raio de curvatura. Ambos têm seus valores máximos, para uma rotação completa do camo, a 90° .

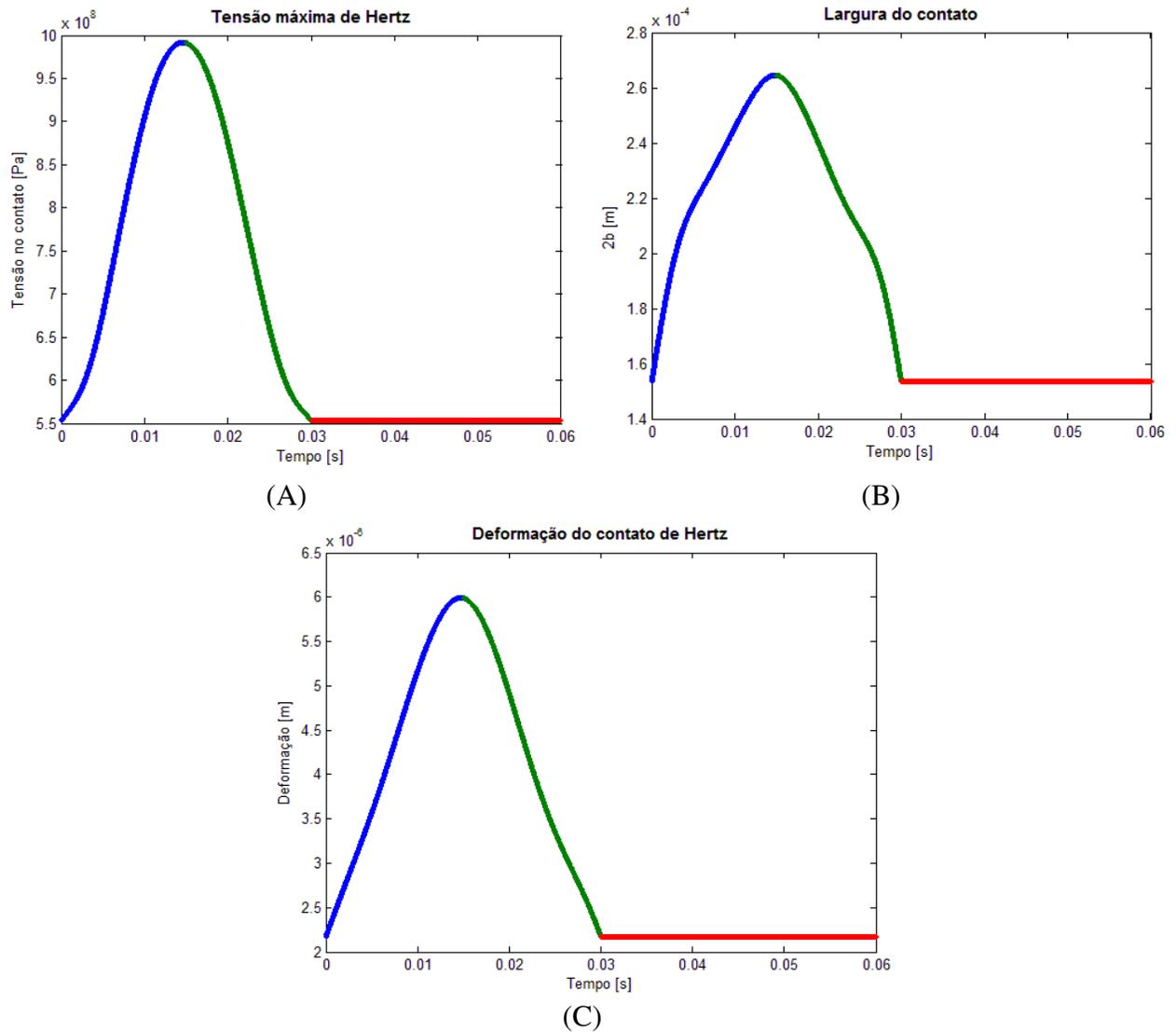


Figura 6.11 – Parâmetros do contato hertziano. (A) Tensão máxima. (B) Largura do contato. (C) Deformação.

Uma vez determinadas todas as variáveis necessárias para o equacionamento EHL, pode-se calcular os parâmetros de Moes, M e L , que caracterizam o modelo EHD e dessa forma, determinar a pressão e a espessura de filme no contato. O algoritmo de multiníveis, apesar de acelerar a convergência do processo de resolução numérica, para malhas bem discretizadas – como as usadas nos resultados de camos, FMG com ciclo tipo W, 12 níveis e 14 pontos na malha mais grosseira, ou seja, mais de 20000 nós na malha mais refinada – também carece de um considerável tempo de simulação. Assim, será avaliada a condição de lubrificação para cada

posição angular do camo com um intervalo de 15° . Os parâmetros usados na modelagem do lubrificante são $z = 0,68$, $\alpha = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$ e $p_o = 1,96 \cdot 10^8 \text{ Pa}$.

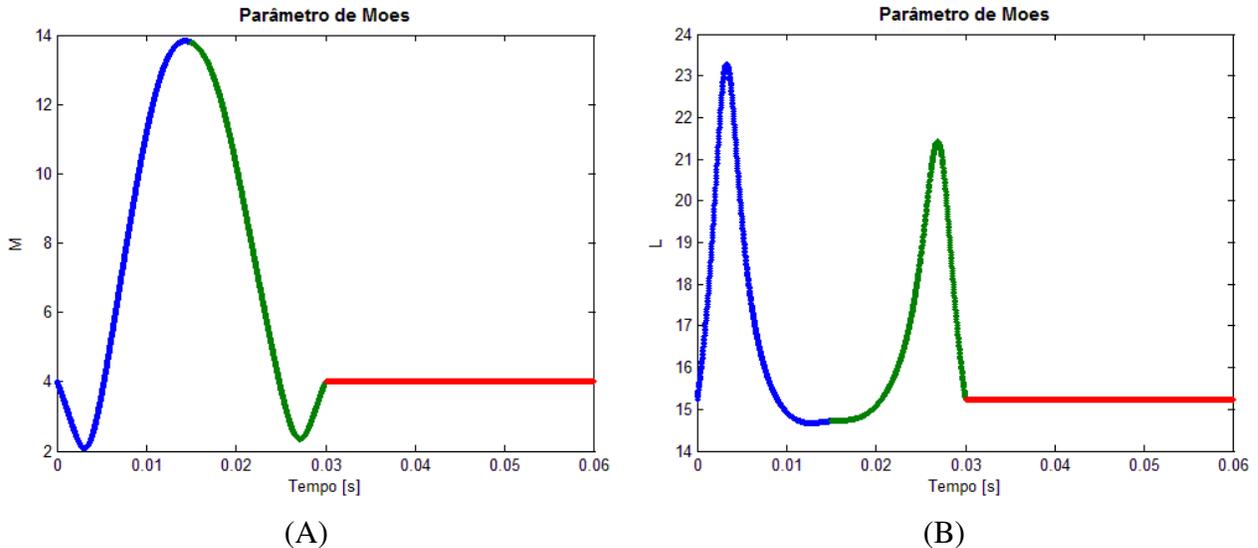


Figura 6.12 – Parâmetros de Moes. (A) Parâmetro de carga M . (B) Parâmetro de lubrificante L .

Na Figura 6.12, pode-se observar que a curva do parâmetro de carga M tem comportamento dominado pela força, enquanto o parâmetro de lubrificante L varia de acordo com o raio de curvatura. Quando o seguidor está na fase de repouso, não há variação de M e L , visto que tanto a força, quanto o raio de curvatura e a velocidade não variam. Na Tabela 6.3 são apresentados os valores dos parâmetros de Moes para os intervalos de estudo, assim como as variáveis que se alteram ao longo da rotação do camo.

Apesar da pressão máxima de Hertz no contato ser elevada ao longo do ciclo do camo, esse nem sempre está em regime de lubrificação EHD. Ao simular os intervalos em que o camo está em repouso – ou seja, em seu raio base – a variável H_o convergiu para valores no sentido oposto ao de aplicação da força, o que significa que os corpos estão se afastando. Tal suposição não é realista, pois ao aplicar uma força, espera-se que o deslocamento ocorra no mesmo sentido. Esse problema ocorreu nos casos de menor carga, o que indica a possibilidade de outro tipo de lubrificação, como a hidrodinâmica. Portanto, nesse trabalho, serão considerados os casos em que H_o assumiu valores negativos, expressos em termos absolutos, pois representam a aproximação relativa dos corpos.

Tabela 6.3 – Parâmetros variáveis dos intervalos do estudo camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.

Ângulo	M	L	R [m]	u_m [m/s]	F [N]
0°, 180° a 360°	4,005	15,245	0,00800	4,188	1000,000
15°	2,238	21,803	0,00952	20,858	1360,530
30°	3,644	19,570	0,00926	13,169	1736,091
45°	7,521	16,029	0,00836	5,351	2170,113
60°	11,177	14,932	0,00783	3,772	2619,769
75°	13,405	14,669	0,00767	3,441	2969,977
90°	13,784	14,720	0,00770	3,503	3087,990
105°	12,787	14,764	0,00773	3,558	2891,925
120°	10,256	15,082	0,00791	3,968	2478,873
135°	6,949	16,046	0,00837	5,378	2011,174
150°	3,801	18,664	0,00911	10,714	1619,927
165°	2,402	20,836	0,00943	17,223	1320,266

Os intervalos analisados que apresentaram um valor coerente para o H_o são 45°, 60°, 75°, 90°, 105°, 120° e 135°, ou seja, são os casos com parâmetros M mais elevados. Observa-se que para esse problema especificamente, o raio de curvatura e a velocidade tangencial não se alteram de forma brusca nessa região do camo, enquanto que a força tem uma variação de 2170,113 N a 3087,990 N.

A Figura 6.13 ilustra o perfil de pressão e a espessura de filme adimensionalizados de 45° a 135°. Cabe aqui ressaltar que as adimensionalizações são diferentes para cada ponto do contato, já que a espessura de filme é adimensionalizada em função do raio de curvatura e da largura do contato, enquanto a pressão EHL, em relação à pressão do contato seco de Hertz.

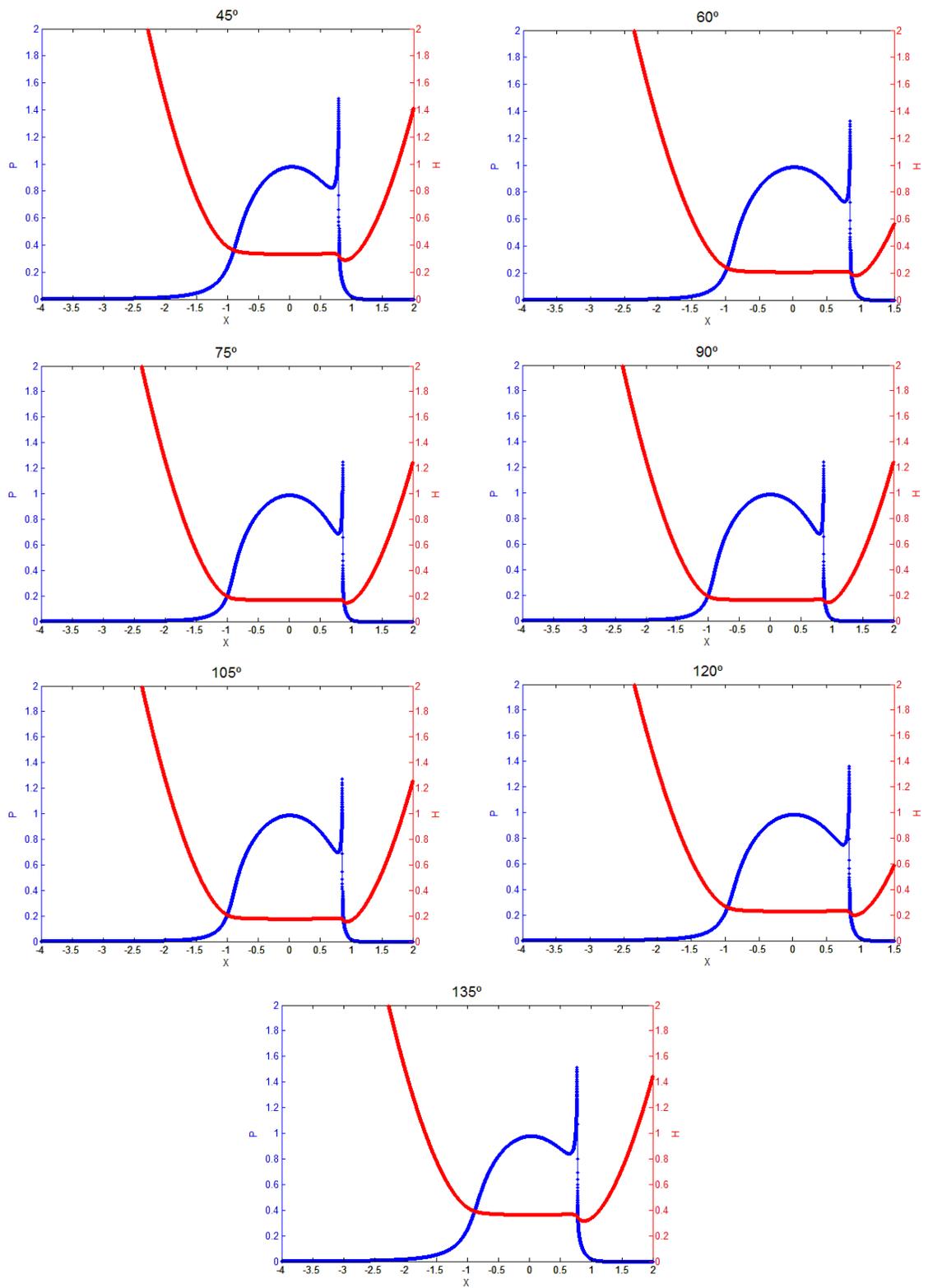


Figura 6.13 – Perfil de pressão e espessura de filme adimensional para o contato camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.

Todos os intervalos da Figura 6.13 apresentam um pico de pressão elevado com grande descontinuidade. Tal característica se dá devido ao parâmetro L , cujo valor é alto, devido à combinação de reduzidos valores de raio de curvatura e de elevadas velocidades tangenciais no contato. Além disso, pode-se observar nos perfis de pressão que o pico de pressão sempre ocorre pouco antes de $X = 1$, região da borda da largura do contato de Hertz. Conseqüentemente, logo após a esse aumento repentino de pressão, o filme de óleo diminui, sendo, portanto, onde se localiza a espessura mínima do fluido lubrificante no contato EHD.

O processo de adimensionalização é importante para o método numérico EHL, porém, para uma comparação real entre os pontos de contato, faz-se necessário dimensionalizar tanto a pressão (Figura 6.14) quanto a espessura de filme (Figura 6.15).

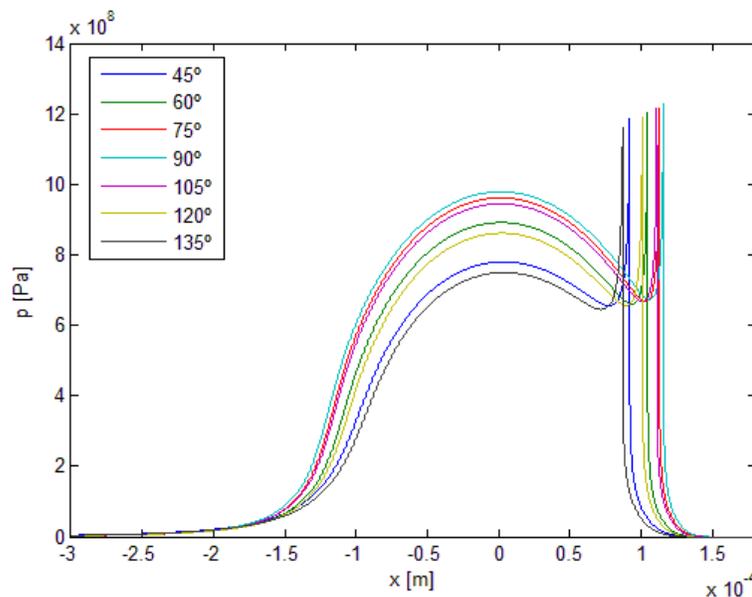


Figura 6.14 – Comparação entre pressões dimensionalizadas para camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.

O resultado da pressão calculada pelo modelo EHD foi coerente com o esperado, pois maiores cargas resultaram em perfis de pressão com valores mais elevados. Em 90° , por exemplo, é aplicada a maior força e o valor da pressão é maior em toda a área de contato. Além disso, com o aumento da carga, o perfil de pressão se aproximada à parábola do contato hertziano (Figura 4.5) dada pela Equação 4.16.

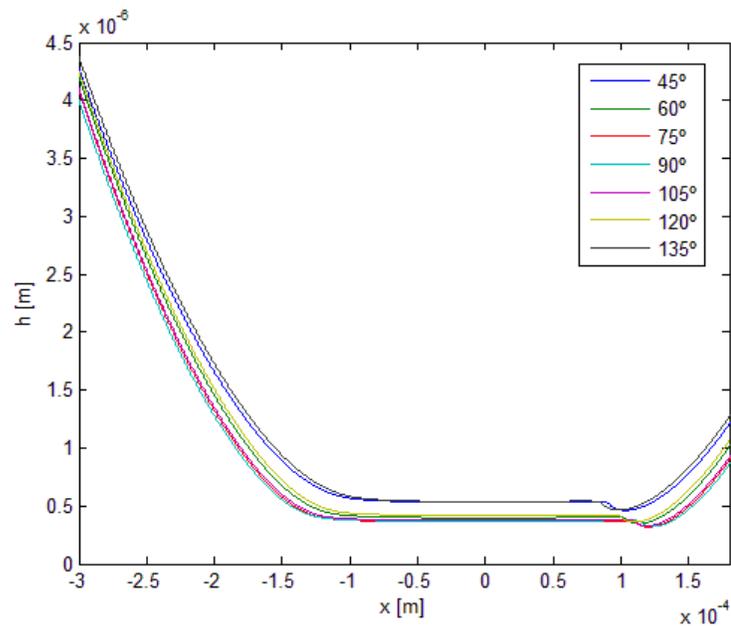


Figura 6.15 – Comparação entre espessuras de filme dimensionalizadas para camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.

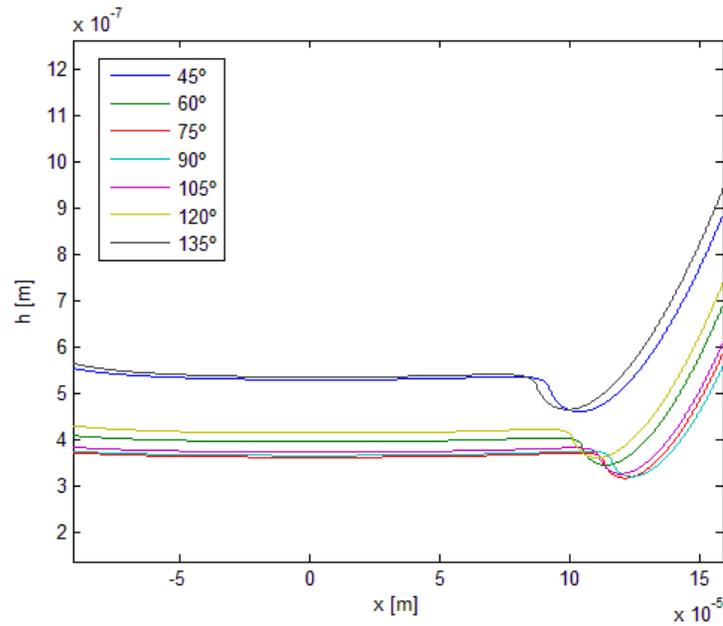


Figura 6.16 – Detalhe da comparação da espessura de filme para camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.

Na Figura 6.15, estão representadas as espessuras do filme lubrificante. Como algumas curvas se aproximam, a visualização ficou um pouco comprometida. Dessa forma, na Figura 6.16 foram ilustrados os detalhes da Figura 6.15. No caso mais carregado, 90°, esperava-se que a espessura de filme central dimensionalizada h_c fosse menor em relação aos demais pontos. Porém, na Figura 6.16, percebe-se que a menor espessura de filme central (h_c) e mínima (h_m) se dá em 75°. A comparação dos parâmetros adimensionais da espessura central (H_c), mínima (H_m) e aproximação dos corpos (H_0), assim como seus respectivos valores dimensionalizados (h_c, h_m, h_o) estão apresentados na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 – Valores adimensionais e dimensionais da aproximação dos corpos, espessura de filme mínima e espessura de filme central da análise camo-seguidor de rolete a 1000 rpm.

Ângulo	H_0	H_m	H_c	h_0 [m]	h_m [m]	h_c [m]
45°	0,2435	0,2895	0,3325	$3,8873 \cdot 10^{-7}$	$4,6217 \cdot 10^{-7}$	$5,3082 \cdot 10^{-7}$
60°	0,3766	0,1801	0,2061	$7,2580 \cdot 10^{-7}$	$3,4709 \cdot 10^{-7}$	$3,9720 \cdot 10^{-7}$
75°	0,4187	0,146	0,1665	$9,1480 \cdot 10^{-7}$	$3,1899 \cdot 10^{-7}$	$3,6378 \cdot 10^{-7}$
90°	0,4238	0,1419	0,1617	$9,6274 \cdot 10^{-7}$	$3,2235 \cdot 10^{-7}$	$3,6733 \cdot 10^{-7}$
105°	0,4084	0,1543	0,1762	$8,6885 \cdot 10^{-7}$	$3,2826 \cdot 10^{-7}$	$3,7486 \cdot 10^{-7}$
120°	0,3532	0,1991	0,2281	$6,4409 \cdot 10^{-7}$	$3,6308 \cdot 10^{-7}$	$4,1596 \cdot 10^{-7}$
135°	0,2115	0,3155	0,3628	$3,1292 \cdot 10^{-7}$	$4,6679 \cdot 10^{-7}$	$5,3677 \cdot 10^{-7}$

Na Tabela 6.4, observa-se que a aproximação dos corpos h_0 é superior a 90°, o que significa que a aproximação entre o camo e o seguidor, nesse caso, é maior para carga mais elevada. A espessura de filme $h(x)$ é composta de dois termos: aproximação dos corpos e deformação, conforme ilustrado na Figura 5.12. A medida que os corpos se aproximam, o filme é comprimido e esse deforma as superfícies de forma que a relação entre pressão e deformação no contato não é linear. Dessa forma, a 90°, os corpos se deslocaram mais que a 75° e a deformação no ponto mais carregado não foi proporcionalmente maior, conseqüente de um parâmetro do lubrificante L mais elevado a 90°, o que resultou em uma espessura de filme maior a 90° que a 75°.

No contato de Hertz, a velocidade tangencial não é considerada no equacionamento. Portanto, espera-se que o modelo elastohidrodinâmico tenha um comportamento mais hertziano e menos hidrodinâmico à medida que a velocidade tangencial diminui, como discutido em Nonato (2013). Dessa forma, o mesmo caso foi estudado com uma velocidade de rotação mais baixa para averiguar qual a sua influência no comportamento EHD.

6.1.2 Velocidade de Rotação de 500 rpm

Ao diminuir a velocidade de rotação do camo, tanto a velocidade e a aceleração do seguidor (Figura 6.17-A) quanto a velocidade tangencial ao contato são alteradas (Figura 6.17-C). Os termos relacionados à inércia e ao amortecimento no cálculo da força de contato também têm sua influência diminuída, o que leva a força a ser dominada pela rigidez do sistema (Figuras 6.17-B e 6.17-D). Dessa forma, a partir da nova curva de força, pode-se calcular o torque desenvolvido pelo mecanismo (Figura 6.17-E).

O raio de curvatura não é dependente da velocidade de rotação, mas como a carga aplicada foi alterada, faz-se necessário recalcular a tensão máxima de Hertz, a largura do contato e a deformação hertziana (Figura 6.18). A curva de força não sofre grandes variações, mas a velocidade tangencial ao contato é reduzida a metade com a diminuição da velocidade de rotação de 1000 rpm a 500 rpm, o que leva a consideráveis alterações nos parâmetros de Moes (Figura 6.19). O parâmetro de carga M sofre um aumento, enquanto o de lubrificante L , uma redução.

Na Tabela 6.5 estão listadas as variáveis para os intervalos estudados. Assim como no caso anterior, o ciclo do camo foi dividido a cada 15°. Valores coerentes para a aproximação dos corpos foram encontrados para todos os pontos, com exceção de 15°, 30° e 165°.

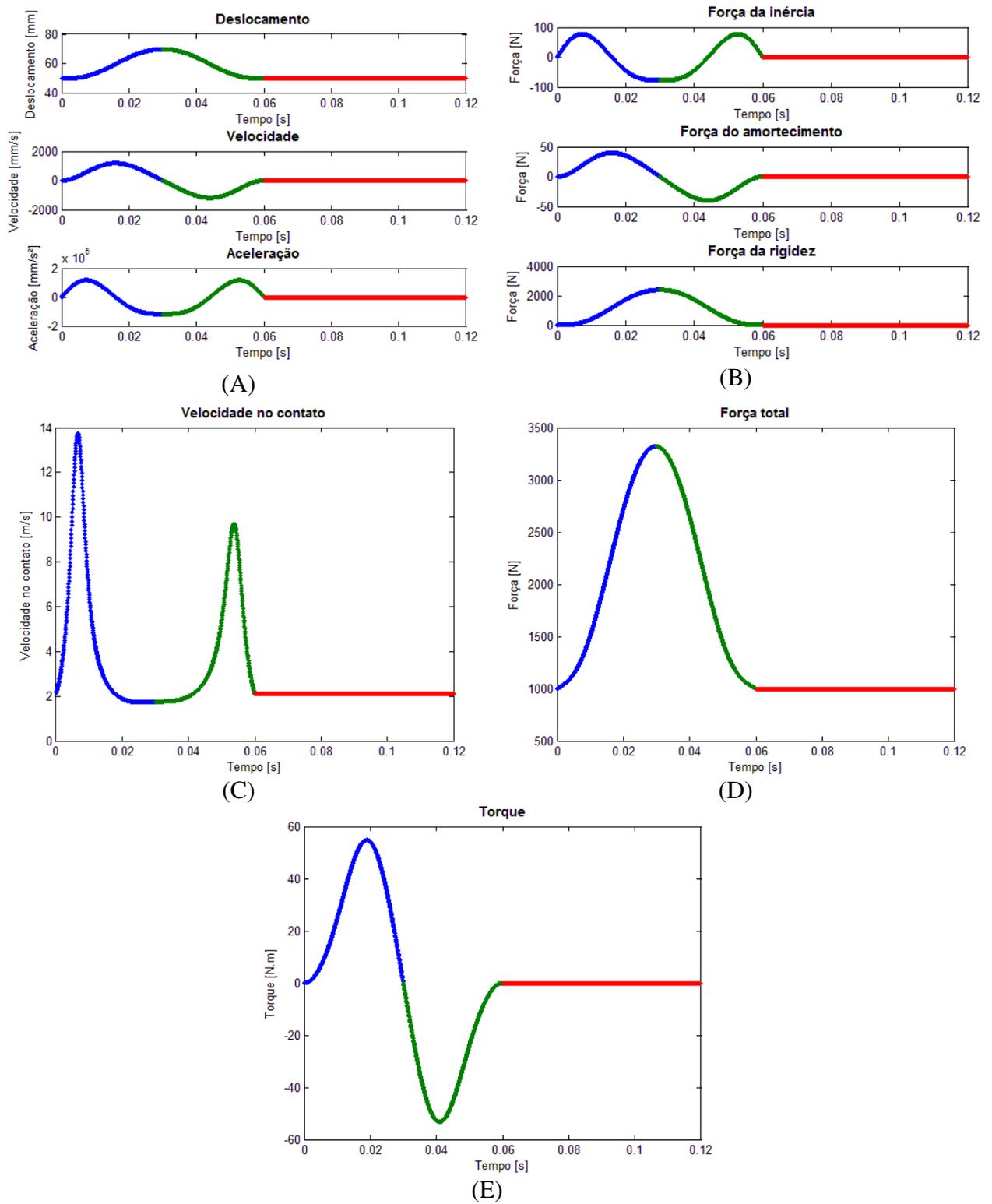
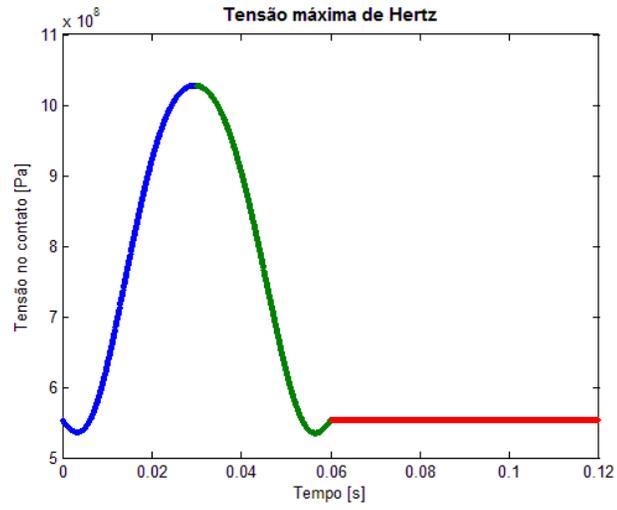
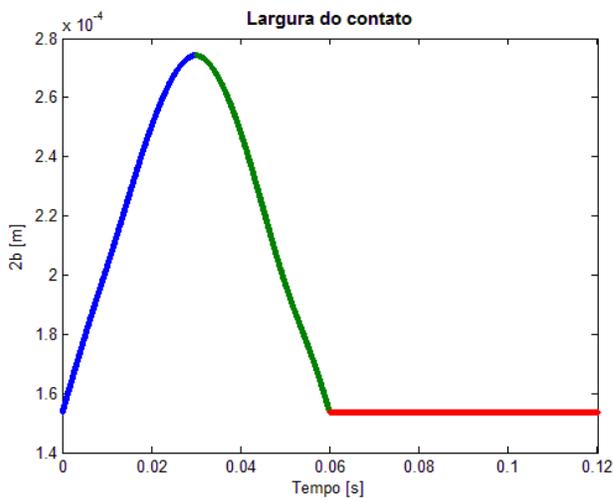


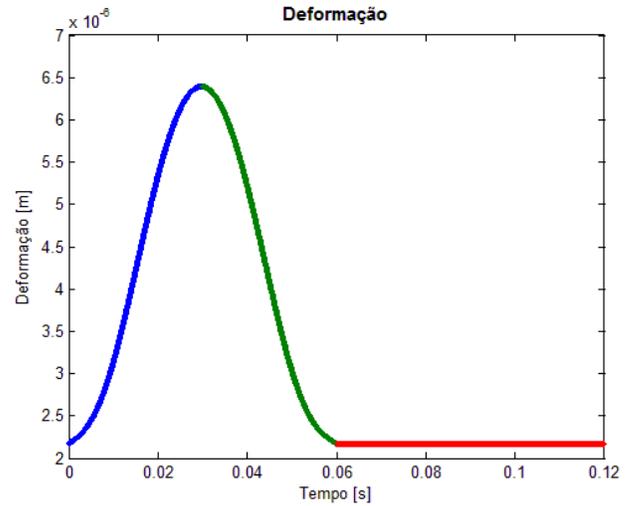
Figura 6.17 – Camo-seguidor a 500 rpm.
 (A) Deslocamento, velocidade e aceleração do seguidor. (B) Força discretizada.
 (C) Velocidade tangencial ao contato. (D) Força no contato. (E) Torque.



(A)



(B)



(C)

Figura 6.18 – Parâmetros do contato hertziano. (A) Tensão máxima. (B) Largura do contato. (C) Deformação.

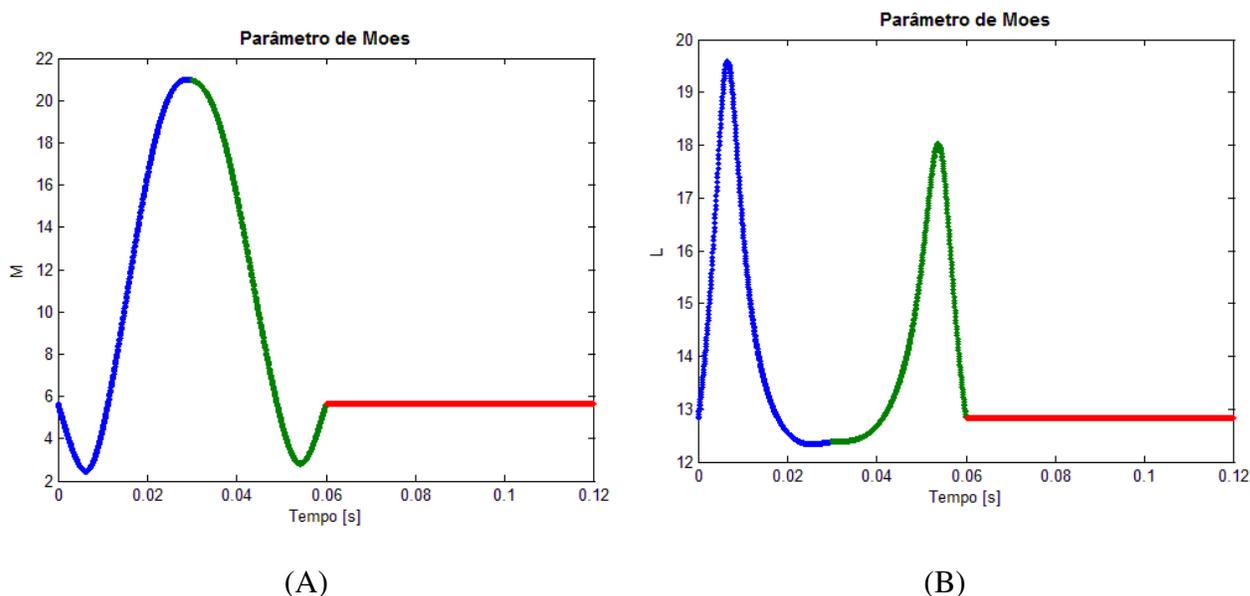


Figura 6.19 – Parâmetros de Moes. (A) Parâmetro de carga M. (B) Parâmetro de lubrificante L.

Tabela 6.5 – Parâmetros variáveis dos intervalos do estudo camo-seguidor de rolete a 500 rpm.

Ângulo	M	L	R [m]	u_m [m/s]	F [N]
0°, 180° a 360°	5,666	12,820	0,00800	2,094	1000,000
15°	2,657	18,334	0,00952	10,429	1142,076
30°	4,471	16,456	0,00926	6,584	1506,366
45°	10,259	13,478	0,00836	2,675	2093,241
60°	16,400	12,557	0,00783	1,886	2718,111
75°	20,234	12,335	0,00767	1,720	3169,878
90°	20,961	12,378	0,00770	1,752	3320,497
105°	19,578	12,415	0,00773	1,779	3130,850
120°	15,492	12,682	0,00791	1,984	2647,662
135°	9,840	13,493	0,00837	2,689	2013,772
150°	4,806	15,694	0,00911	5,357	1448,284
165°	2,887	17,521	0,00943	8,611	1121,943

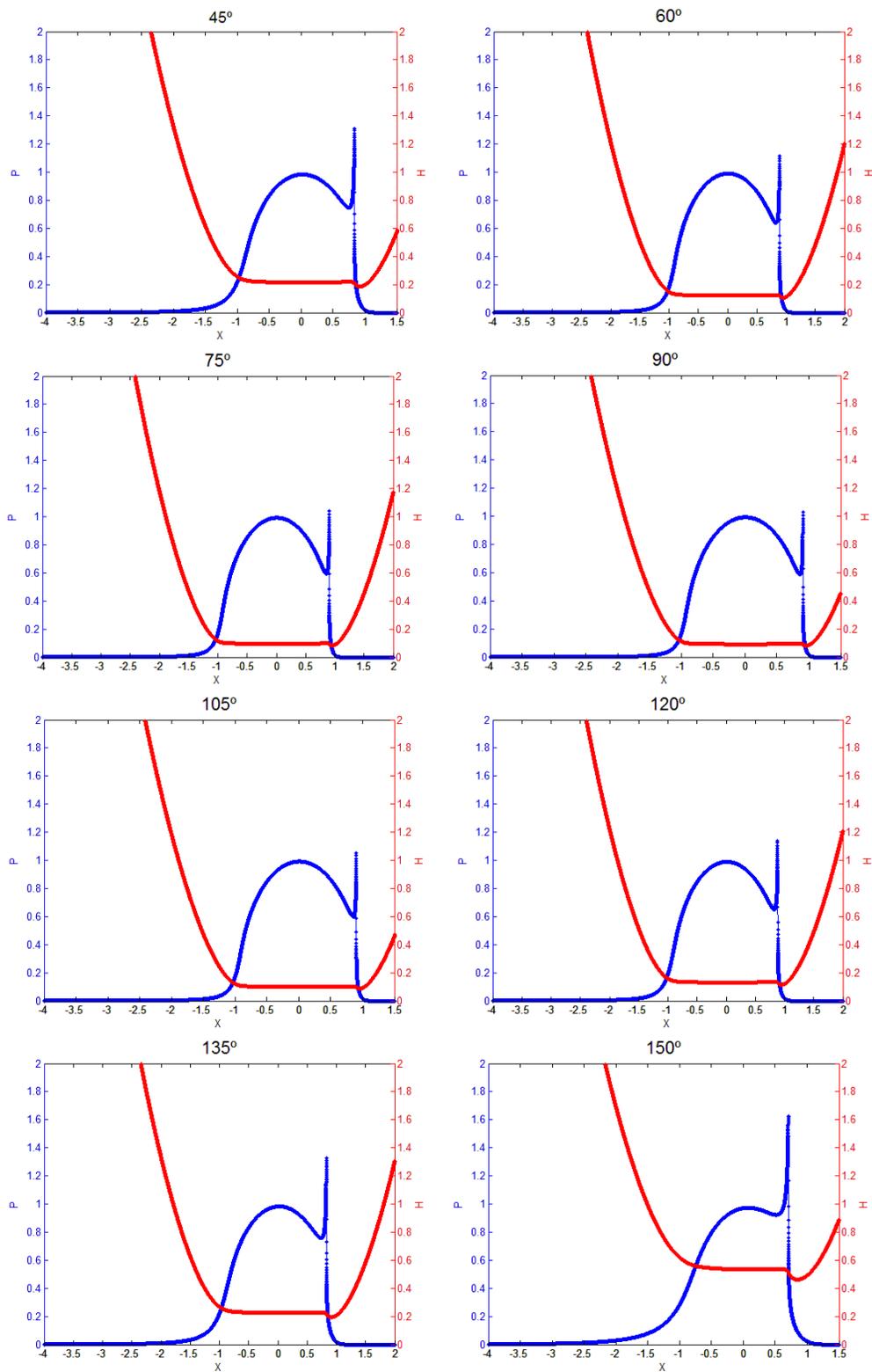


Figura 6.20 – Perfil de pressão e espessura de filme adimensional para o contato camo-seguidor de rolete a 500 rpm.

Para $\omega = 1000 \text{ rpm}$, a parte referente ao movimento de repouso (raio base do camo) apresentou um valor de H_o no sentido oposto à aplicação de força. Para o presente problema, no entanto, foi obtido um valor coerente com o modelo EHD para o termo de aproximação dos corpos (Figura 6.21). Tal resultado mostra que durante a maior parte do ciclo, o contato está sob lubrificação elastohidrodinâmica. Os intervalos que não convergiram para um valor de H_o coerente – 15° , 30° e 165° – são os que apresentam a maior velocidade tangencial ao contato, o que é um indício de que nesses pontos há uma tendência a lubrificação hidrodinâmica.

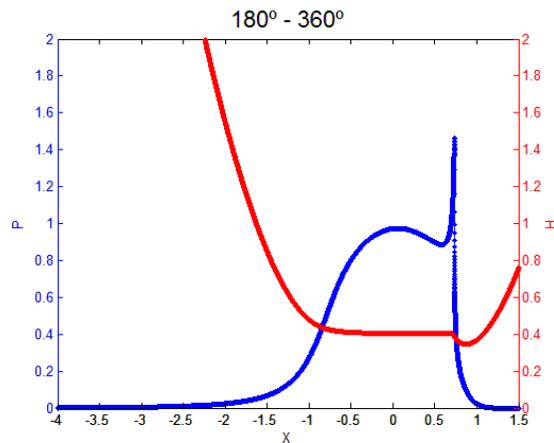


Figura 6.21 – Perfil de pressão e espessura de filme adimensional para o raio base do camo.

A fim de comparar os intervalos sob EHL, tanto o perfil de pressão quanto a espessura do filme de óleo foram dimensionalizadas de acordo com os dados de cada ponto. Esses estão ilustrados nas Figuras 6.22, 6.23 e 6.24.

Como era esperado, o perfil de pressão na base do camo – a 0° , ou de 180° a 360° – é o que apresenta menores valores, seguido dos casos menos carregados. Além disso, à medida que a força aplicada diminui, a curva de pressão mais se aproxima ao perfil hidrodinâmico, o que já é esperado e coerente com a Figura 5.12. A maior pressão encontra-se na região menos abaulada do camo (*nose*).

De acordo com a Tabela 6.6, os maiores valores tanto de espessura mínima quanto a espessura central ocorrem a 150° , devido a sua maior velocidade tangencial ao contato em relação aos demais intervalos.

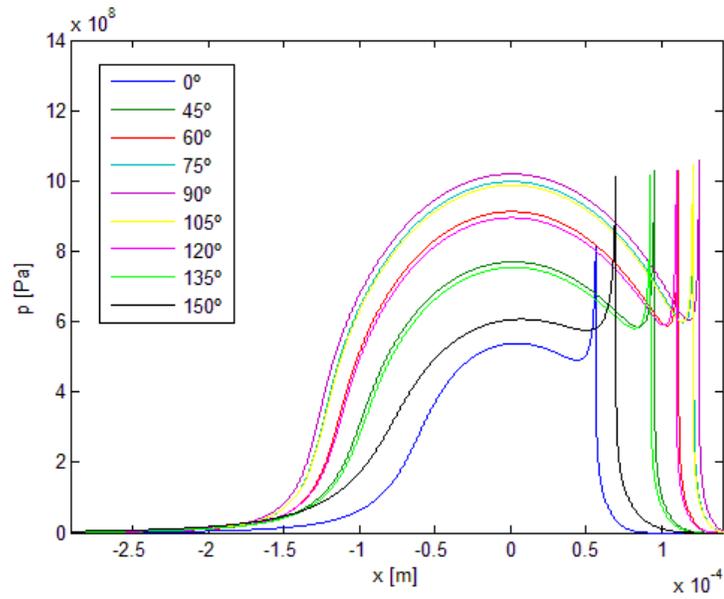


Figura 6.22 – Comparação entre pressões dimensionalizadas para camo-seguidor de rolete a 500 rpm.

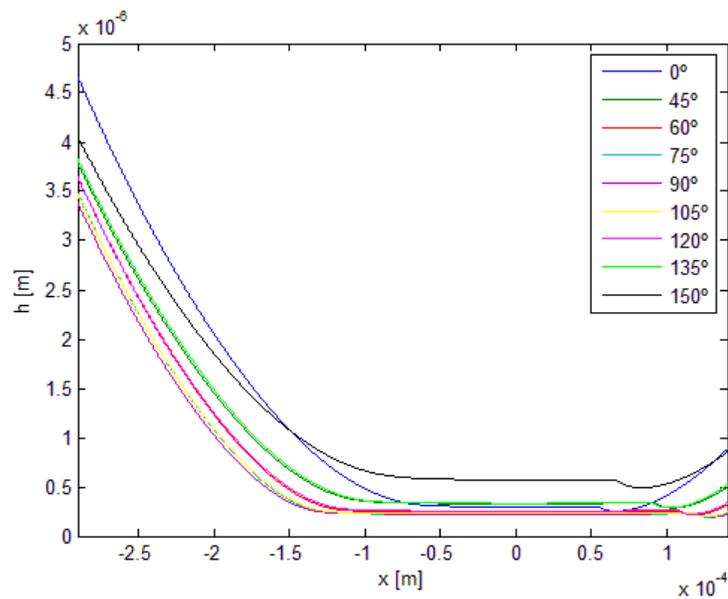


Figura 6.23 – Comparação entre espessuras do filme dimensionalizadas para camo-seguidor de rolete a 500 rpm.

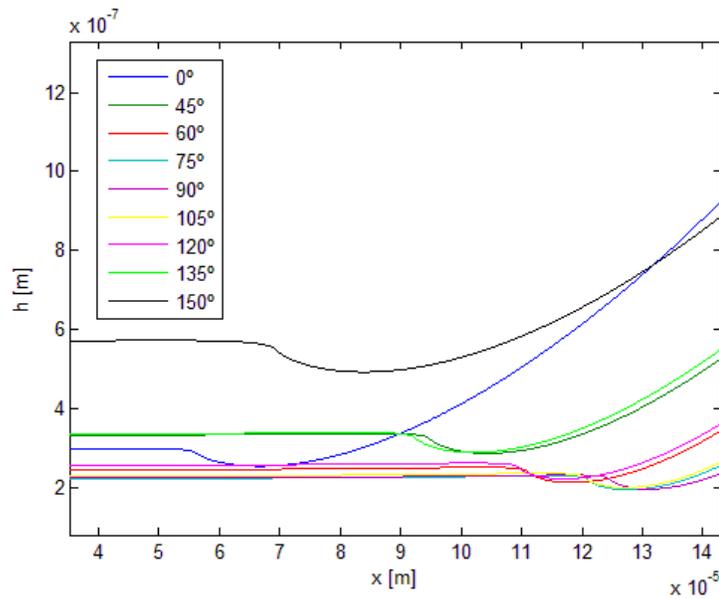


Figura 6.24 – Detalhe da comparação da espessura de filme para camo-seguidor de rolete a 500 rpm.

Tabela 6.6 – Valores adimensionais e dimensionais da aproximação dos corpos, espessura de filme mínima e espessura de filme central da análise camo-seguidor de rolete a 500 rpm.

Ângulo	H_0	H_m	H_c	h_0 [m]	h_m [m]	h_c [m]
0°	0,1642	0,3447	0,4038	$1,2077 \cdot 10^{-7}$	$2,5358 \cdot 10^{-7}$	$2,9706 \cdot 10^{-7}$
45°	0,3667	0,1859	0,2144	$5,6468 \cdot 10^{-7}$	$2,8627 \cdot 10^{-7}$	$3,3015 \cdot 10^{-7}$
60°	0,4657	0,1061	0,1216	$9,3125 \cdot 10^{-7}$	$2,1216 \cdot 10^{-7}$	$2,4315 \cdot 10^{-7}$
75°	0,4945	0,0832	0,0949	$1,1531 \cdot 10^{-6}$	$1,9392 \cdot 10^{-7}$	$2,2123 \cdot 10^{-7}$
90°	0,4983	0,0801	0,0913	$1,2172 \cdot 10^{-6}$	$1,9574 \cdot 10^{-7}$	$2,2307 \cdot 10^{-7}$
105°	0,4902	0,0866	0,0989	$1,1290 \cdot 10^{-6}$	$1,9946 \cdot 10^{-7}$	$2,2767 \cdot 10^{-7}$
120°	0,4563	0,1138	0,1304	$8,8876 \cdot 10^{-7}$	$2,2165 \cdot 10^{-7}$	$2,5399 \cdot 10^{-7}$
135°	0,3556	0,1947	0,2248	$5,2680 \cdot 10^{-7}$	$2,8843 \cdot 10^{-7}$	$3,3303 \cdot 10^{-7}$
150°	0,2991	0,462	0,5352	$3,1863 \cdot 10^{-7}$	$4,9223 \cdot 10^{-7}$	$5,7022 \cdot 10^{-7}$

Analisadas as condições de lubrificação para o camo-seguidor de rolete, a próxima seção introduz o estudo do seguidor de face-plana.

6.2 Seguidor de Face Plana

Para uma melhor comparação, optou-se por escolher uma curva de deslocamento igual ao camo-seguidor de rolete para o seguidor de face plana, de forma que ao usar a mesma função de deslocamento – polinomial de oitavo grau – no mesmo intervalo de ascensão-retorno-reposo, a força no contato é idêntica. Os parâmetros utilizados na análise cinemática para o seguidor de face plana estão listados na Tabela 6.7.

Tabela 6.7 – Dados de projeto para o mecanismo camo-seguidor de face plana.

Camo-seguidor de face plana	
Levantamento total	20 mm
Espessura do perfil do camo	15 mm
Módulo de elasticidade (camo e seguidor)	210 GPa
Coefficiente de Poisson (camo e seguidor)	0,3
Raio Base	49,7494 mm

Dessa forma, as principais diferenças em termos de projeto entre o seguidor de rolete e o de face plana ocorrem devido ao raio de curvatura e o perfil do camo. O perfil do camo (Figura 6.25-A) é ainda mais agudo que o de rolete, enquanto que o raio de curvatura (Figura 6.25-B) é obtido analiticamente pela Equação (3.30) e apresenta simetria neste caso, uma vez que não há excentricidade como no caso anterior.

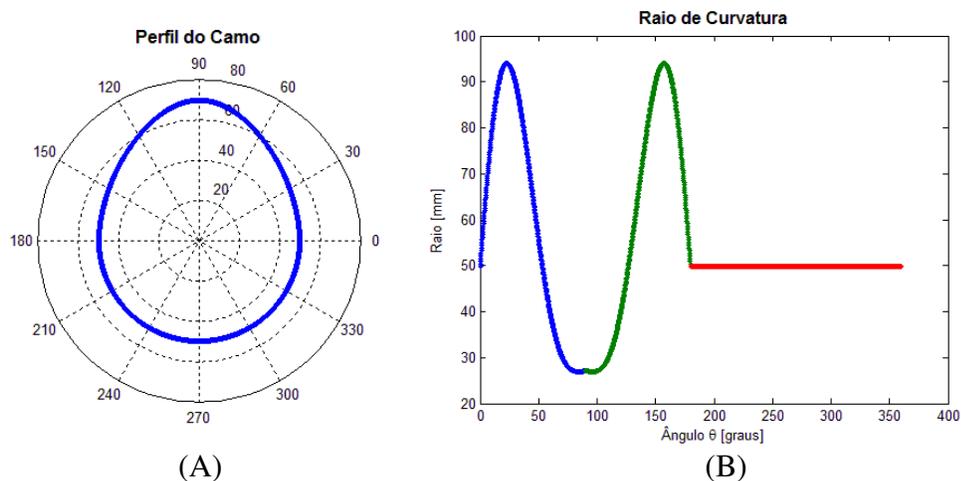


Figura 6.25 – Camo-seguidor de face plana. (A) Perfil do camo. (B) Raio de Curvatura.

6.2.1 Velocidade de Rotação de 1000 rpm

Como os componentes físicos e o sistema de acionamento de válvulas foram considerados iguais ao problema anterior e foram usadas as mesmas funções polinomiais para o deslocamento, o mesmo deslocamento inicial S_0 e os mesmos intervalos – o que resultou na velocidade e na aceleração do seguidor idênticas ao problema precedente – a força no contato, assim como o torque, são os idênticos ao seguidor de rolete a 1000 rpm. Porém, como se tem uma nova função do raio de curvatura, é necessário reavaliar a velocidade tangencial ao contato e os parâmetros do contato seco de Hertz (Figura 6.26).

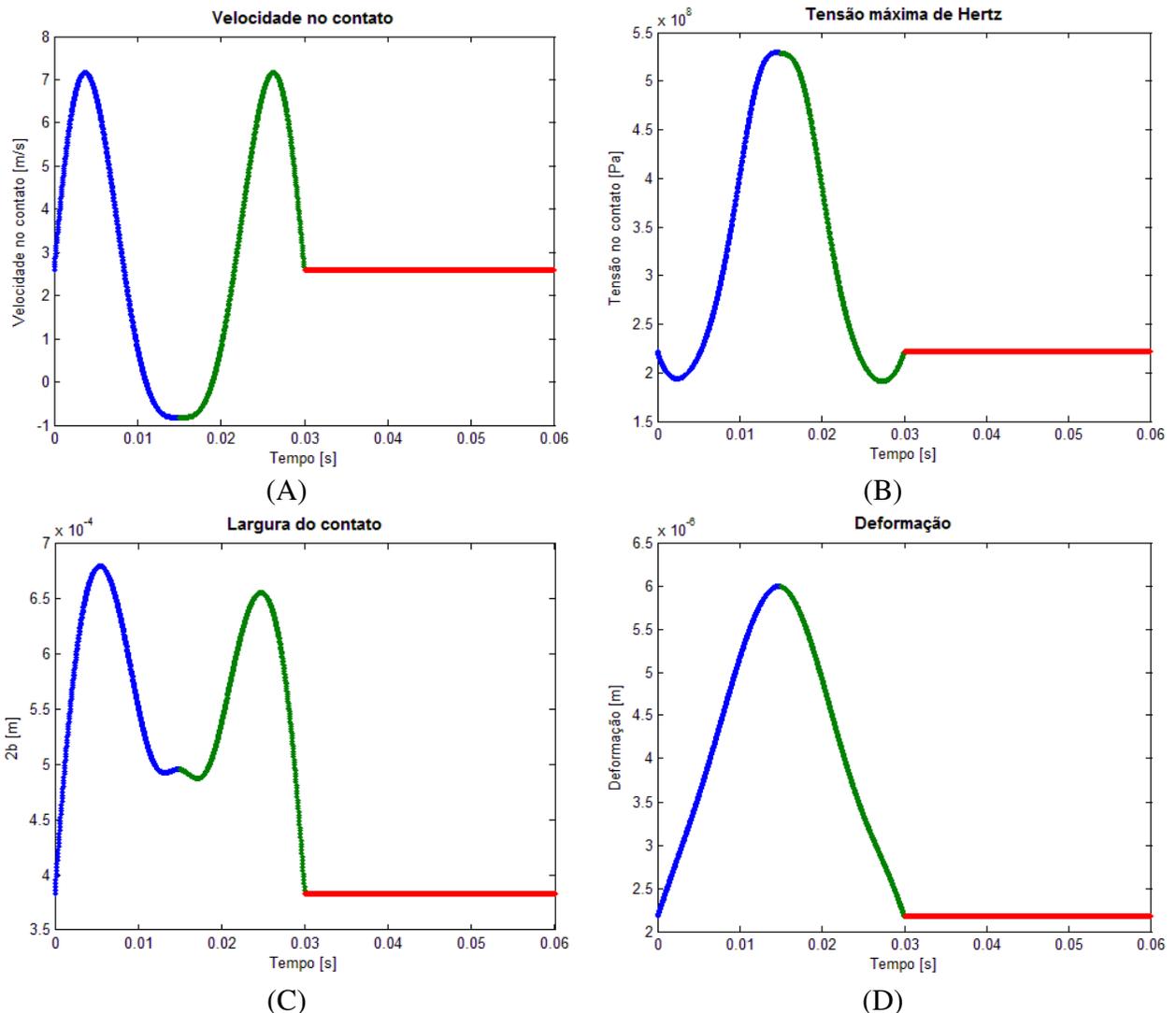


Figura 6.26 – Camo-seguidor de face plana a 1000 rpm. (A) Velocidade tangencial ao contato. (B) Tensão máxima de Hertz. (C) Largura do contato. (D) Deformação hertziana.

Para o seguidor de rolete, usa-se o raio de curvatura reduzido, o qual considera tanto o raio de curvatura do camo quanto o do rolete, pela Equação (4.9), no cálculo dos parâmetros de Hertz. Para o seguidor de face plana, o raio de curvatura reduzido é o próprio raio de curvatura do camo, o que significa que esse tem um valor maior que no seguidor de rolete. Dessa forma, ao determinar a largura do contato, o raio de curvatura do seguidor de face plana leva ao resultado da Figura 6.26.

Uma vez determinadas as novas variáveis, calculam-se os parâmetros de Moes para introduzir o estudo da lubrificação. Pela Tabela 6.8, pode-se observar que a velocidade tangencial muda de sentido na região próxima ao pico do camo (Figura 6.26-A). Isso se dá devido ao movimento que o camo faz no seguidor de face plana, pois o ponto de contato é variável ao longo do seguidor. Para efeito de solução numérica, é considerado apenas o módulo dessa velocidade.

Tabela 6.8 – Parâmetros variáveis dos intervalos do estudo camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.

Ângulo	M	L	R [m]	u_m [m/s]	F [N]
0°, 180° a 360°	2,036	8,573	0,049749	2,6049	1000,000
15°	1,301	9,379	0,088544	6,6402	1360,530
30°	1,646	9,341	0,090031	6,6439	1736,091
45°	3,206	8,789	0,065253	3,7738	2170,113
60°	10,853	6,735	0,039625	0,7903	2619,769
75°	16,213	6,980	0,027995	-0,6442	2969,977
90°	15,203	7,478	0,027046	-0,8198	3087,990
105°	15,788	6,980	0,027996	-0,6441	2891,925
120°	10,269	6,735	0,039625	0,7903	2478,873
135°	2,971	8,789	0,065253	3,7738	2011,174
150°	1,536	9,341	0,090031	6,6439	1619,927
165°	1,262	9,379	0,088544	6,6402	1320,266

No instante em que a velocidade troca de sentido (tende à zero), uma descontinuidade surge nos parâmetros de Moes (Figura 6.27). Como nesse trabalho foram selecionados alguns pontos para a análise, evitou-se o intervalo em que esse fenômeno ocorre.

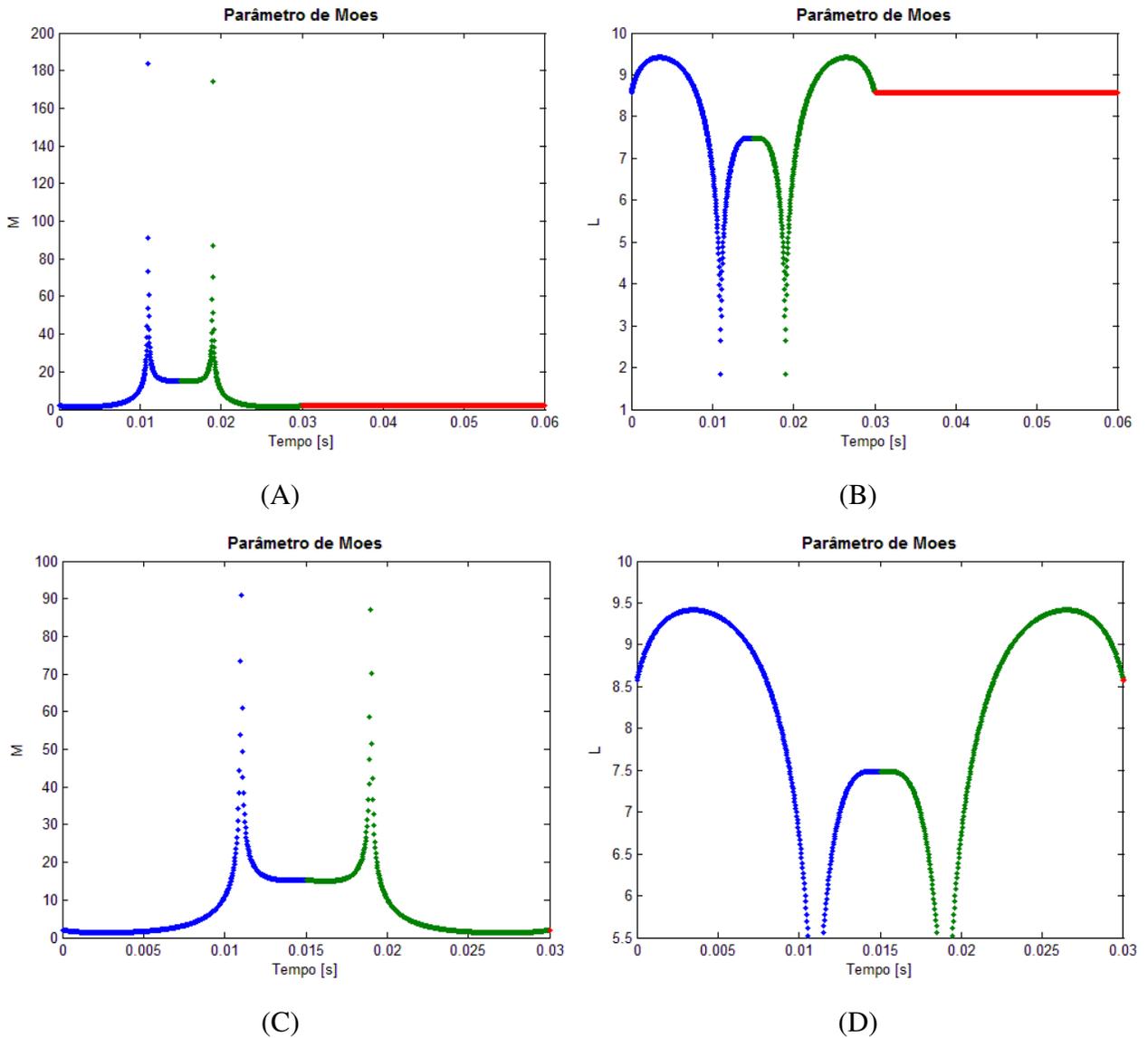


Figura 6.27 – Parâmetros de Moes. (A) Parâmetro de carga M . (B) Parâmetro de lubrificante L . (C) Detalhe de M . (D) Detalhe de L .

A Figura 6.28 ilustra os pontos nos quais o modelo EHD mostrou-se coerente com o sentido de H_0 . Para o seguidor de face plana, a velocidade tangencial ao contato é menor, o que leva a redução do parâmetro de lubrificante L . Dessa forma, o pico de pressão é bem menos evidente que nos casos anteriores.

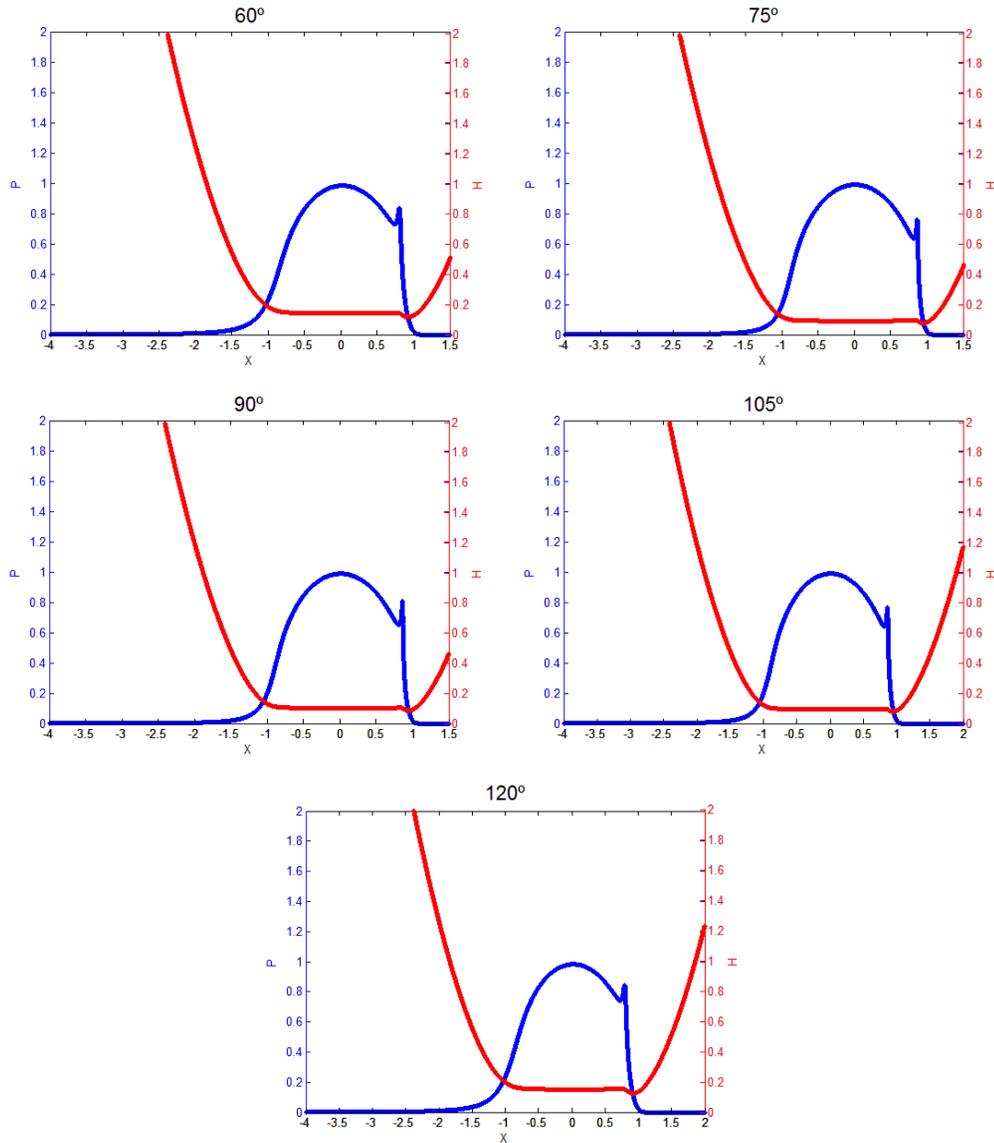


Figura 6.28 – Perfil de pressão e espessura de filme adimensional para o contato camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.

Nas Figuras 6.29 e 6.30 estão apresentadas, respectivamente, as pressões e as espessuras de filme dimensionalizadas. Como já era esperado, a maior tensão ocorre para a maior carga, assim

como o maior valor de aproximação dos corpos. Nos intervalos onde a velocidade tangencial ao contato é menor, as espessuras de filme, mínima e central, apresentam os menores valores, conforme Tabela 6.9. O detalhe do perfil de espessura do filme lubrificante encontra-se na Figura 6.31.

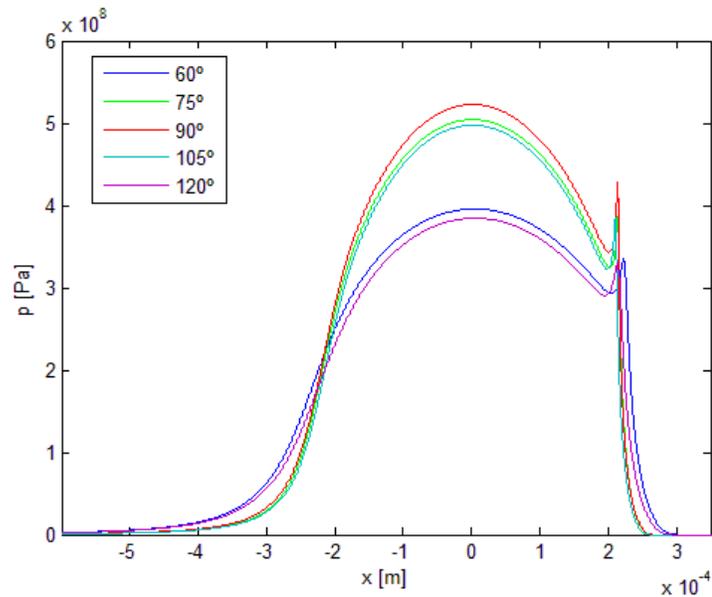


Figura 6.29 – Comparação entre pressões dimensionalizadas para camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.

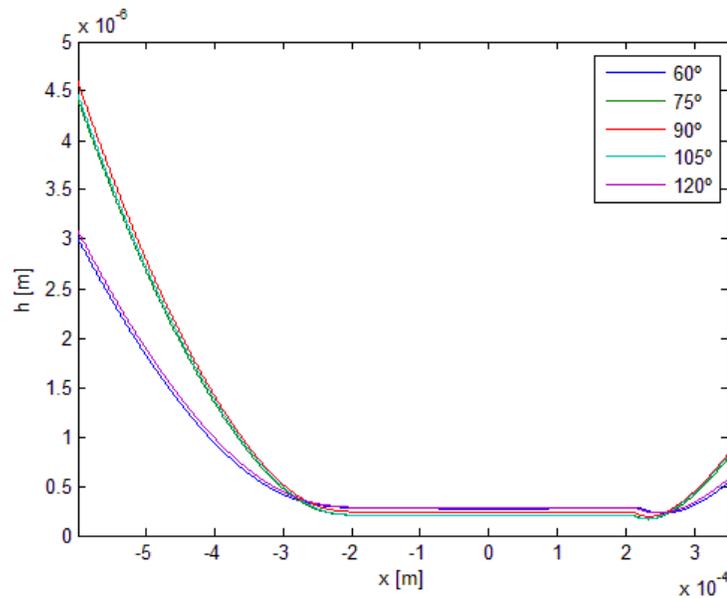


Figura 6.30 – Comparação entre espessuras de filme dimensionalizadas para camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.

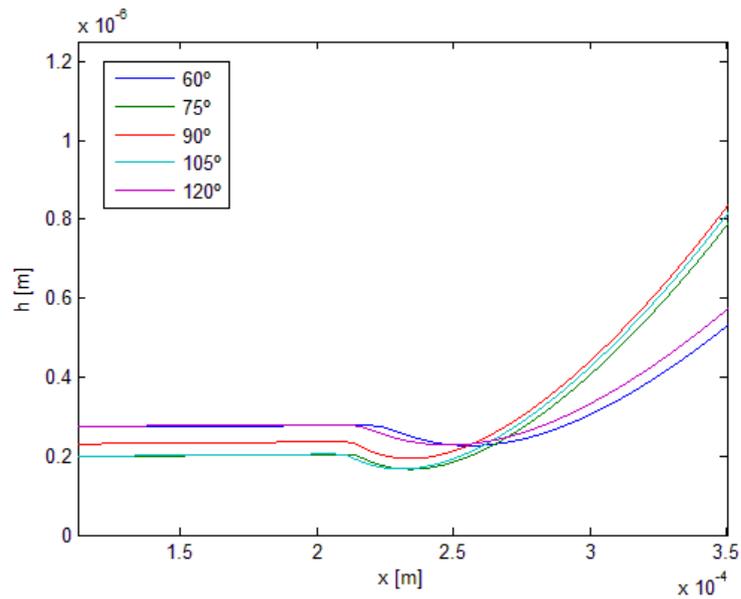


Figura 6.31 – Detalhe da comparação da espessura de filme para camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.

Tabela 6.9 – Valores adimensionais e dimensionais da aproximação dos corpos, espessura de filme mínima e espessura de filme central da análise camo-seguidor de face plana a 1000 rpm.

Ângulo	H_0	H_m	H_c	h_0 [m]	h_m [m]	h_c [m]
60°	0,4392	0,1174	0,1410	$8,4644 \cdot 10^{-7}$	$2,2626 \cdot 10^{-7}$	$2,7174 \cdot 10^{-7}$
75°	0,4961	0,0762	0,0904	$1,0839 \cdot 10^{-6}$	$1,6657 \cdot 10^{-7}$	$1,9756 \cdot 10^{-7}$
90°	0,4850	0,0852	0,1008	$1,1018 \cdot 10^{-6}$	$1,9343 \cdot 10^{-7}$	$2,2899 \cdot 10^{-7}$
105°	0,4930	0,0786	0,0932	$1,0488 \cdot 10^{-7}$	$1,6711 \cdot 10^{-7}$	$1,9834 \cdot 10^{-7}$
120°	0,4288	0,1249	0,1503	$7,8195 \cdot 10^{-7}$	$2,2777 \cdot 10^{-7}$	$2,7408 \cdot 10^{-7}$

6.2.2 Velocidade de Rotação de 500 rpm

Por fim, o mesmo procedimento de análise foi feito para o mecanismo camo-seguidor de face plana a 500 rpm. A força no contato, a velocidade e a aceleração do seguidor já foram determinadas no estudo com o seguidor de rolete à mesma velocidade de rotação. O raio de curvatura também foi obtido, pois esse é dependente apenas da função de deslocamento e do raio

base. Portanto, é necessário calcular apenas a nova velocidade tangencial ao contato e os parâmetros de Hertz (Figura 6.32).

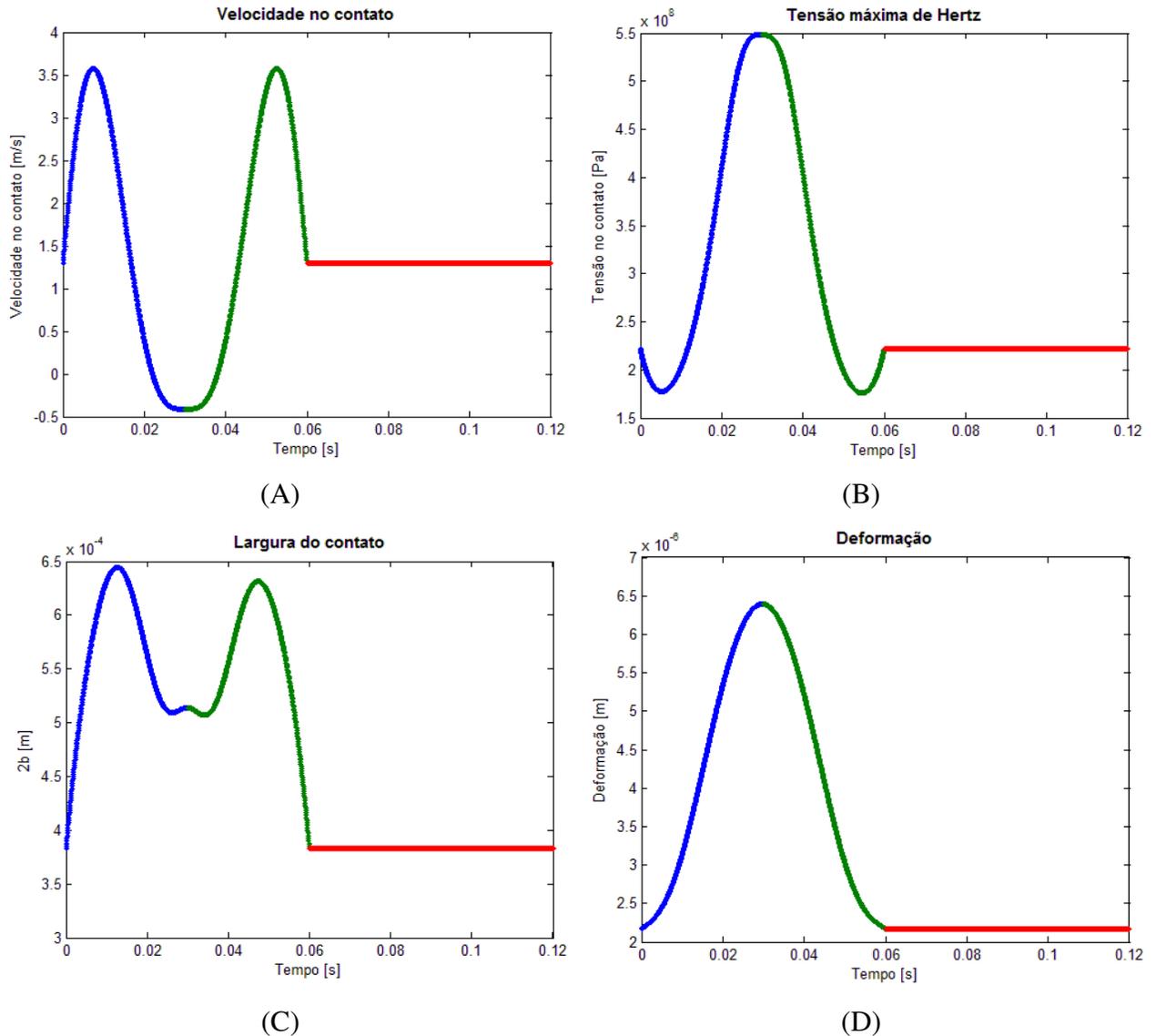
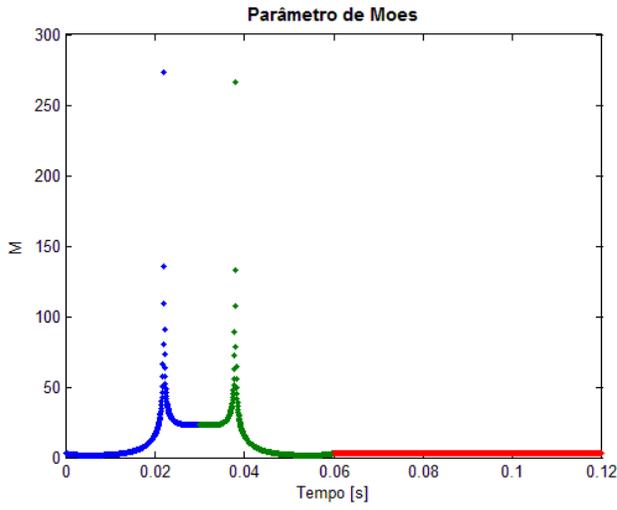
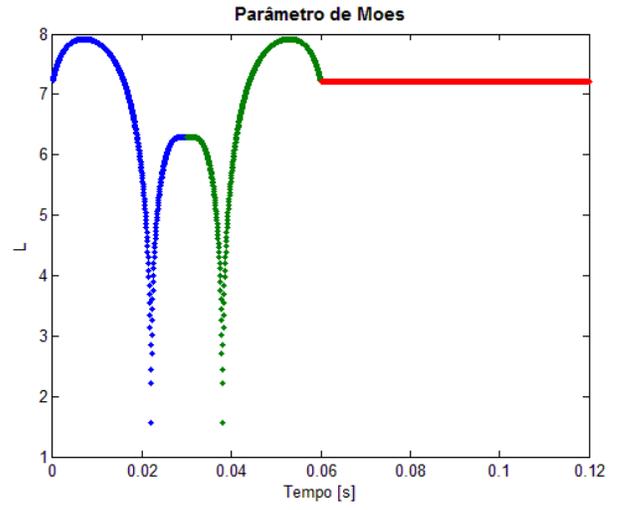


Figura 6.32 – Camo-seguidor de face plana a 1000 rpm. (A) Velocidade tangencial ao contato. (B) Tensão máxima de Hertz. (C) Largura do contato. (D) Deformação hertziana.

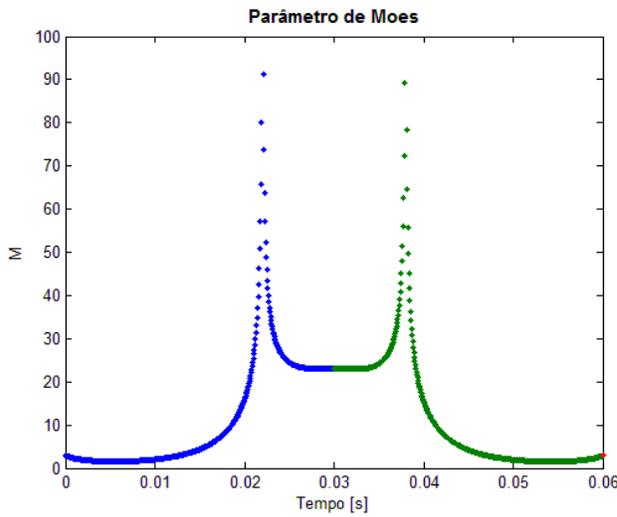
Como a velocidade no contato sempre inverte o sentido no camo-seguidor de translação de face plana, essa sempre apresenta valores negativos (Tabela 6.10). Na iminência de troca de sentido da velocidade tangencial, essa tende à zero, o que resulta na descontinuidade dos parâmetros de Moës, como já foi comentado na seção anterior.



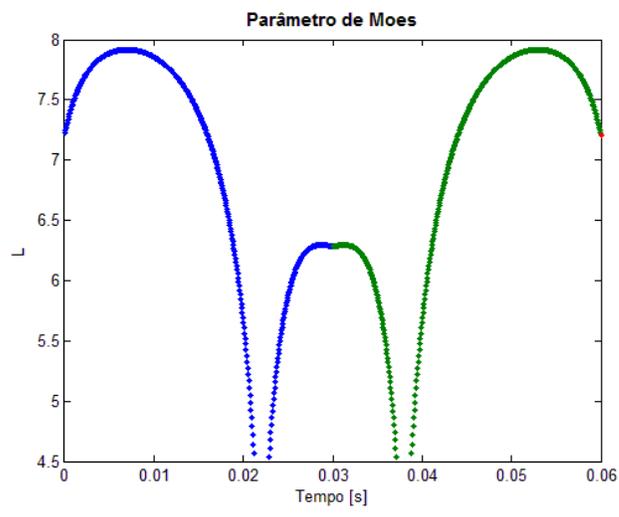
(A)



(B)



(C)



(D)

Figura 6.33 – Parâmetros de Moes. (A) Parâmetro de carga M . (B) Parâmetro de lubrificante L . (C) Detalhe de M . (D) Detalhe de L .

Tabela 6.10 – Parâmetros variáveis dos intervalos do estudo camo-seguidor de face plana a 500 rpm.

Ângulo	M	L	R [m]	u_m [m/s]	F [N]
0°, 180° a 360°	2,880	7,209	0,049749	2,605	1000,000
15°	1,544	7,886	0,088544	6,640	1142,076
30°	2,019	7,855	0,090031	6,644	1506,366
45°	4,373	7,390	0,065253	3,774	2093,241
60°	15,924	5,663	0,039625	0,790	2718,111
75°	24,472	5,870	0,027995	-0,644	3169,878
90°	23,119	6,288	0,027046	-0,820	3320,497
105°	24,172	5,869	0,027996	-0,644	3130,850
120°	15,511	5,664	0,039625	0,790	2647,662
135°	4,207	7,390	0,065253	3,774	2013,772
150°	1,941	7,855	0,090031	6,644	1448,284
165°	1,517	7,886	0,088544	6,640	1121,943

Em relação ao problema camo-seguidor de face plana à velocidade de 1000 rpm, os parâmetros do lubrificante são menores e os de carga são maiores, decorrente da redução da velocidade. Portanto, esperava-se que os picos de pressão fossem reduzidos, o que se mostrou coerente com as simulações do algoritmo de multiníveis. Os perfis de pressão e de espessura de filme adimensionais estão ilustrados na Figura 6.34.

Para velocidade de 500 rpm, uma maior região está em regime de lubrificação EHD (60° a 120° para 1000 rpm e 45° a 135° para 500 rpm), similar ao problema com seguidor de rolete. A comparação para a pressão dimensionalizada encontra-se na Figura 6.35, enquanto que para a espessura de filme, nas Figuras 6.36 e 6.37. As espessuras de filme mínima e central são menores para a velocidade de rotação inferior, quando comparados os valores das Tabelas 6.9 e 6.11.

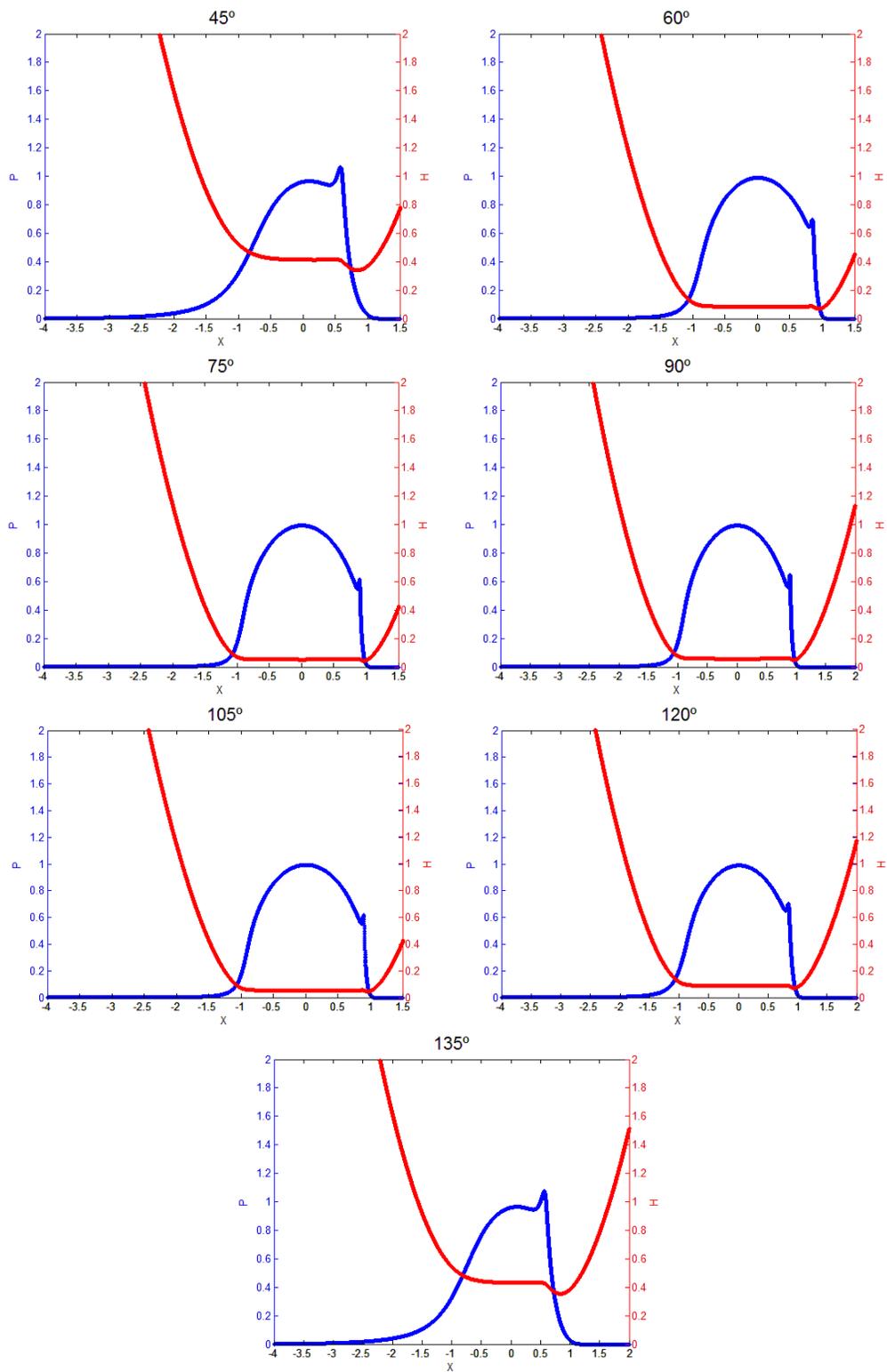


Figura 6.34 – Perfil de pressão e espessura de filme adimensional para camo-seguidor de face plana a 500 rpm.

Tabela 6.11 – Valores adimensionais e dimensionais da aproximação dos corpos, espessura de filme mínima e espessura de filme central da análise camo-seguidor de face plana a 500 rpm.

Ângulo	H_0	H_m	H_c	h_0 [m]	h_m [m]	h_c [m]
45°	0,1401	0,3390	0,4130	$2,1574 \cdot 10^{-7}$	$5,2202 \cdot 10^{-7}$	$6,3598 \cdot 10^{-7}$
60°	0,5025	0,06954	0,0835	$1,0048 \cdot 10^{-6}$	$1,3905 \cdot 10^{-7}$	$1,6696 \cdot 10^{-7}$
75°	0,5389	0,04358	0,05157	$1,2566 \cdot 10^{-6}$	$1,0163 \cdot 10^{-7}$	$1,2026 \cdot 10^{-7}$
90°	0,5330	0,04825	0,05697	$1,3021 \cdot 10^{-6}$	$1,1786 \cdot 10^{-7}$	$1,3916 \cdot 10^{-7}$
105°	0,5380	0,04419	0,05231	$1,2392 \cdot 10^{-6}$	$1,0178 \cdot 10^{-7}$	$1,2048 \cdot 10^{-7}$
120°	0,4996	0,07164	0,08609	$9,7308 \cdot 10^{-7}$	$1,3954 \cdot 10^{-7}$	$1,6768 \cdot 10^{-7}$
135°	0,1202	0,3538	0,4312	$1,7802 \cdot 10^{-7}$	$5,2413 \cdot 10^{-7}$	$6,3879 \cdot 10^{-7}$

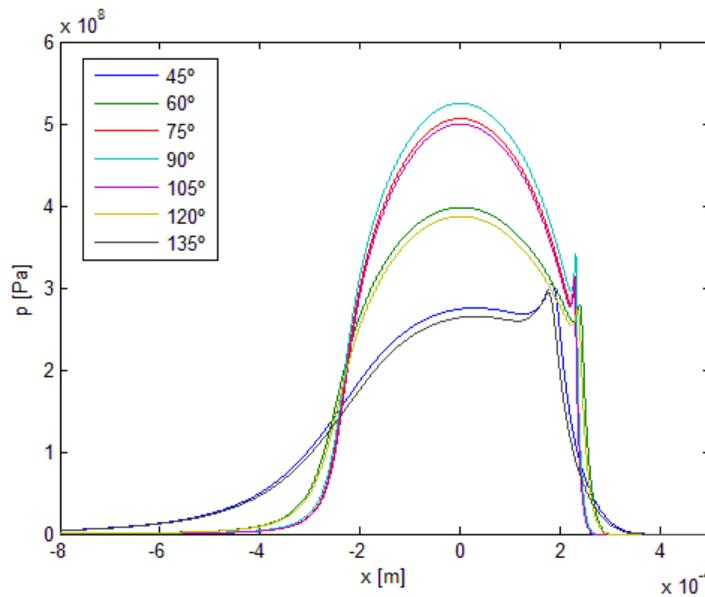


Figura 6.35 – Comparação entre pressões dimensionalizadas para camo-seguidor de face plana a 500 rpm.

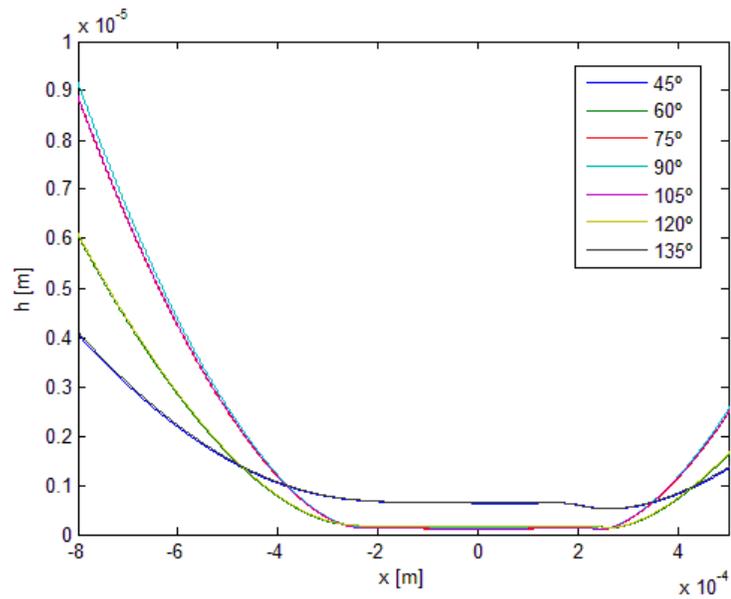


Figura 6.36 – Comparação entre espessuras de filme dimensionalizadas para camo-seguidor de face plana a 500 rpm.

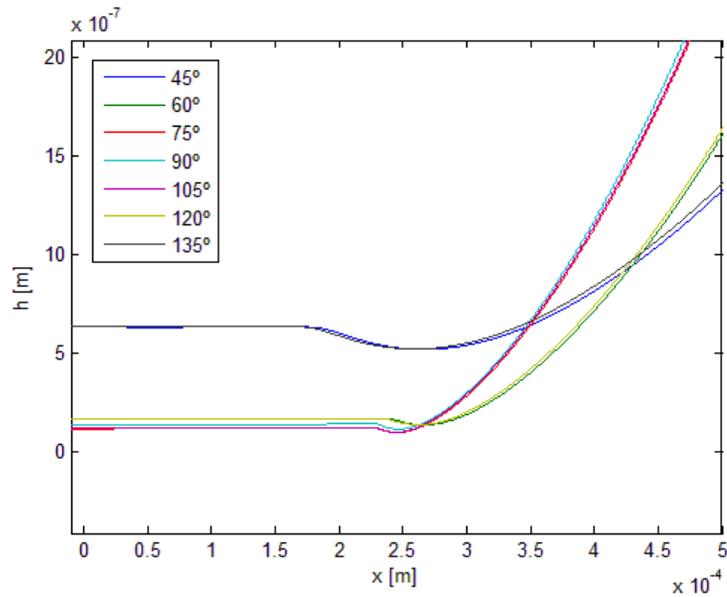


Figura 6.37 – Detalhe da comparação da espessura de filme para camo-seguidor de face plana a 500 rpm.

Uma vez discutidos os resultados do camo-seguidor de translação de face plana e de rolete, tanto à velocidade de rotação de 1000 rpm quanto de 500 rpm, as conclusões serão apresentadas no próximo capítulo.

7 CONCLUSÕES

O projeto de um sistema mecânico envolve muitas variáveis a serem consideradas. No caso do par camo-seguidor, deseja-se que um deslocamento seja percorrido e, concomitantemente, que sejam minimizados fatores indesejados como tensões e desgastes superficiais causados por esse movimento. Para isso, é importante estudar a lubrificação no contato, já que essa reduz o atrito entre o camo e o seguidor, o que aumenta a vida em fadiga do mecanismo.

Porém, antes de introduzir o modelo EHL, é importante analisar os parâmetros geométricos, a cinemática do sistema e determinar a força aplicada no contato. Portanto, o primeiro passo consiste em selecionar adequadamente a função de deslocamento, já que cada tipo de curva apresenta suas próprias peculiaridades. Para que ocorram transições na velocidade e na aceleração mais suaves possíveis, a terceira derivada da função (*jerk*) deve ser finita em toda a rotação. Tal condição faz com que as derivadas primeira e segunda sejam contínuas e, por conseguinte, não haja mudanças abruptas ou descontinuidades na velocidade e na aceleração do seguidor causadas por esse comportamento indesejável.

O cálculo da força entre o camo e o seguidor também se mostrou essencial no projeto, pois a inércia combinada a elevadas rotações pode causar perda de contato e, conseqüentemente, impacto e desgaste. Além disso, para a contemplação da modelagem EHD apresentada, esse fenômeno não pode ocorrer. Nesse caso, a rigidez deve ser suficientemente grande para equilibrar as forças inerciais e por isso, sempre é necessário estimar a rigidez mínima do sistema. Dessa forma, se essa não atende as condições de projeto, é necessário reavaliar os componentes presentes e, por exemplo, trocar a mola para uma com a rigidez mais adequada. Além disso, a partir do estudo da força de interação camo-seguidor, pode-se calcular o torque e também fazer uma análise da lubrificação do contato.

A principal dificuldade de estudar lubrificação elastohidrodinâmica em camos é decorrente da alteração dos parâmetros necessários ao equacionamento EHL ao longo da sua rotação. O raio

de curvatura, a velocidade tangencial ao contato e a força são variáveis durante o ciclo e dependem tanto da modelagem dinâmica do mecanismo quanto são relacionados à sua velocidade de rotação. Para esse trabalho, foram utilizados dois tipos de seguidores – face plana e rolete – a duas velocidades distintas e o ciclo de rotação do camo foi discretizado a cada 15° para a avaliação da condição de lubrificação EHD. Os parâmetros adimensionais de Moes foram usados como referência.

A principal diferença entre os dois tipos de seguidor ocorreu no pico de pressão. O pico de Petrusевич mostrou-se mais evidente no seguidor de rolete, tanto para 1000 rpm quanto para 500 rpm, pois esse apresenta velocidades tangenciais relativas ao contato u_m superiores – e consequentemente parâmetros do lubrificante L mais elevados – uma vez que tanto o camo quanto o rolete se movimentam.

Em todos os casos estudados, ao comparar a distribuição de pressão entre os intervalos, os valores eram mais elevados quando a carga era maior. Além disso, quanto maior a força aplicada no contato, mais os corpos se aproximavam. Tal relação foi demonstrada por Nonato (2013) para contatos elípticos. Era esperado que a espessura de filme, tanto mínima quanto central, fosse influenciada principalmente pela carga, pois a força comprimiria o filme de óleo. Para os casos estudados nesse trabalho, porém, a espessura de filme está relacionada também fortemente com a velocidade no contato, pois essa se mostrou menor para a velocidade mais baixa.

Por fim, pode-se concluir que a lubrificação elastohidrodinâmica é uma combinação das considerações do modelo de contato seco de Hertz e da lubrificação hidrodinâmica. À medida que a velocidade tangencial ao contato é reduzida e a carga aplicada é elevada, há uma tendência de comportamento mais próximo ao hertziano. Em oposição, quanto maior a velocidade e menor a força aplicada no contato, há mais semelhanças com o modelo HD.

7.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Há várias possibilidades de continuação para trabalhos futuros. A primeira sugestão seria a introdução do termo de *Squeeze* na Equação de Reynolds a fim de avaliar a sua influência nas condições de lubrificação do mecanismo camo-seguidor quando sujeito a vibrações. Outra possibilidade seria a implementação de um modelo dinâmico do sistema com mais graus de liberdade a fim de avaliar a força no contato de forma mais precisa. Nesse trabalho foi usado um modelo de 1 GDL, que é aplicado a sistemas mais simples, mas pode apresentar dificuldades em representar problemas mais complexos.

Além disso, é interessante estudar a possibilidade de desenvolver um modelo EHL de rigidez e amortecimento para o mecanismo camo-seguidor, como foi feito por Nonato e Cavalca (2014) para o mancal de rolamento de esfera. Por fim, o modelo de lubrificação elastohidrodinâmica para contato unidimensional pode ser aplicado a outros mecanismos – como engrenagens e outros tipos de camo-seguidor – ou elementos de máquinas – por exemplo, mancais de rolamento de rolo.

Referências Bibliográficas

AHN, K. Y.; KIM, J. H.; KIM, S. H. Design of a spring-actuated high-speed cam mechanism with non-constant angular velocity. **Mechanics Research Communcations**, v. 27, n. 5, p.529-538, 2000.

AI, X.; YU, H. A full numerical solution for general transient elastohydrodynamic line contacts and its application. **Wear**, v. 121, p. 143-159, 1988.

ALAMSYAH, C; DILLICH, S.; PETTTIT, A. Effects of initial surface finish on cam wear. **Wear**, v.134, p.29-41, 1989.

ARIAS-PAZ, M. **Manual de automóveis**. São Paulo: Editora Mestre Jou, 1970. 752p.

BARUS, C. Isothermals, isopiestic and isometrics relative to viscosity. **Am. J. of Science**, v.45, p.87-96, 1893.

BRANDT, A.; LUBRECHT, A. A. Multilevel Matrix Multiplication and Fast Solution of Integral Equations. **Journal of Computational Physics**, v. 90, p. 348-370, 1990.

CARDONA, S; ZAYAS, E. E.; JORDI, L.; CATALÀ, P. Synthesis of displacement functions by Bézier curves in constant-breadth cams with parallel flat-faced double translating and oscillating followers. **Mechanism and Machine Theory**, v.62, p.51-62, 2013.

CHANGSEN, W. **Analysis of Rolling Element Bearings**. London: Mechanical Engineering Publications LTD. 1991.

CHAVAN, U., JOSHI, S. Synthesis of cam profile using classical splines and the effect of knot locations on the acceleration, jump, and interface force of cam follower system. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, v.225, n.12, p.3019-3030, 2011.

CHEN, F.Y. A survey of the state of the art of cam system dynamics. **Mech. Machine Theory**, v.12, p.201–224, 1977.

CVETICANIN, L. Stability of motion of the cam–follower system. **Mechanism and Machine Theory**, v.42, p.1238–1250, 2007.

DOUGHTY, S. **Mechanics of Machines**. USA: John Wiley & Sons. 1988. 467p.

DOWSON, D.; HIGGINSON, G.R. **Elastohydrodynamic Lubrication, The Fundamentals of Roller and Gear Lubrication**. Oxford: Pergamon Press. 1966.

DOWSON, D., HIGGINSON, G. R. **Elasto-hydrodynamic Lubrication – SI Edition**. Oxford: Pergamon Press. 1977.

DOWSON, D.; TAYLOR, C. M.; ZHU, G. A transient elastohydrodynamic lubrication analysis of a cam and follower. **J. Phys. D: Appl. Phys.**, v.25, p. A313–A320, 1992.

ERTEL, A. M. Hydrodynamic Lubrication based on New Principles. **Akad. Nauk SSSR Prikadnaya Mathematicai Mekhanika**, v.3, n.2, p. 41-52, 1939.

FREUDENSTEIN, F. On the Dynamics of High-Speed Cam Profiles. **Int. J. Mech. Sci.**, v.1, p.342-349, 1960.

GATTI, G.; MUNDO, D. On the direct control of follower vibrations in cam-follower mechanisms. **Mechanism and Machine Theory**, v.45, p.23–35, 2010.

GECIM, B. A. Lubrication and fatigue analysis of a cam and roller follower. **Tribology Series**, v.14, p. 91-100, 1989.

GLOVNEA, R. P.; SPIKES, H.A. The Influence of Cam-Follower Motion on Elastohydrodynamic Film Thickness. **In: Proceedings of the 27th Leeds-Lyon Symposium on Tribology**, v.39, p.485-493, 2001.

GOODYER, C. E. **Adaptive Numerical Methods for Elastohydrodynamic Lubrication**. 2001. 179p. Tese (Doutorado) - University of Leeds, Leeds, England.

GREWAL, P. S.; NEWCOMBE, W. R. Dynamic performance of high-speed semi-rigid follower cam systems – Effects of cam profile errors. **Mech. Mach. Theory**, v.23, n.2, p.121-133, 1988.

GUO, J.; ZHANG, W.; ZUO, D. Investigation of dynamic characteristics of a valve train system. **Mechanism and Machine Theory**, v.46, p.1950–1969, 2011.

HAMROCK, B. J.; SCHMID, S. R.; JACOBSON, B. O. **Fundamentals of Fluid Film Lubrication**. New York: Marcel Dekker, 2nd edition, 2004. 728p.

HAMILTON, G. M. The hydrodynamics of a cam follower. **Tribology International**, v.13, n.3, p.113-119, 1980.

HARRIS, T. A. **Rolling Bearing Analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1991. 1013p.

HERTZ, H. **Hertz's Miscellaneous Papers**. London: Macmillan, 1896. Chaps. 5 and 6.

HSIEH, J. Design and analysis of cams with three circular-arc profiles. **Mechanism and Machine Theory**, v.45, p.955–965, 2010.

JANG, S. Transient elastohydrodynamic lubrication film thickness in sliding and rolling line contacts. **Journal of Mechanical Science and Technology**, v. 22, p. 946-956, 2008.

JOHNSON, K. L. **Contact Mechanics**. Cambridge: Cambridge University Press, 1985. 452p.

KIM, H. R.; NEWCOMBE, W. R. The Effect of Cam Profile Errors and System Flexibility on Cam Mechanism Output. **Mechanism and Machine Theory**, v.17, n.1, p. 57-72, 1982.

KOSTER, M. P. **Vibrations of Cam Mechanisms**. London: Phillips Technical Library Series, Macmillan Press Ltd, 1974. 246p.

KRUPKA, I.; HARTL, M.; ZIMMERMAN, M.; HOUSKA, P.; JANG, S. Effect of surface texturing on elastohydrodynamically lubricated contact under transient speed conditions. **Tribology Internacional**, v.44, p. 1144-1150, 2011.

LEEUWEN, H.; MEIJER, H.; SCHOUTEN, M. Elastohydrodynamic film thickness and temperature measurements in dynamically loaded concentrated contacts: eccentric cam-flat follower. **Tribology Series**, v.11, p. 611-625, 1987.

LEEUWEN, H.; HAAGH, G.; BAVEL, P. Transient EHD Lubrication of Concentrated Line Contacts - Part 1: Steady-State and Pure Squeeze Cases. **Tribology Series**, v.30, p. 525-543, 1995.

LUBRECHT, A. A.; BREUKINK, G. A. C.; MOES, H.; NAPEL, W. E.; BOSMA, R. Solving Reynolds' equation for E. H. L. line contacts by application of a multigrid method. **Tribology Series**, v.11, p-175-182, 1987.

MABIE, H. H.; REINHOLTZ, C. F. **Mechanisms and Dynamics of Machinery**. New York: John Wiley and Sons. 1987.

MACHADO, M; MOREIRA, M; FLORES, P; LANKARANI, H. Compliant contact force models in multibody dynamics: Evolution of the Hertz contact theory. **Mechanism and Machine Theory**, v. 53, p. 99-121, 2012.

MARTIN, H. M. Lubrication of gear teeth. **Engineering**, v.102, p.119–121, 1916.

MATTHEW, G. K.; TESAR, D. Cam system design: the dynamic synthesis and analysis of the one degree of freedom model. **Mechanism and Machine Theory**, v.11, p.247–257, 1976.

MESSÉ, S.; LUBRECHT, A. A. Transient elastohydrodynamic analysis of an overhead cam/tappet contact. **Proc. Instn. Mech. Engrs.**, v. 214, p. 415-425, 2000.

MOES, H. Optimum Similarity Analysis with Applications to Elastohydrodynamic Lubrication. **Wear**, v. 159, 57-66, 1992.

NASKAR, T. K.; ACHARYYA, S. Measuring cam–follower performance. **Mechanism and Machine Theory**, v.45, p.678–691, 2010.

NIJENBANNING, G.; VENNER, C. H.; MOES, H. Film thickness in elastohydrodynamically lubricated elliptic contacts. **Wear**, v. 176, p. 217-229, 1994.

NONATO, F.; CAVALCA, K. L. Performance Evaluation of the Relaxation Methods in the Multi-Level Model of Elastohydrodynamic Lubricated Contacts, **In: XIX CILAMCE-Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, 2008, 15p.

NONATO, F. **Modelo Dinâmico para Mancais de Elementos Rolantes Radiais de Esferas Considerando os Efeitos da Lubrificação Elastohidrodinâmica**. 20013. 117p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

NONATO, F.; CAVALCA, K. L. On the non-linear dynamic behavior of elastohydrodynamic lubricated point contact. **Journal of Sound and Vibration**, v. 329, p.4656-4671, 2010.

NONATO, F. **Modelo Dinâmico para o Contato em Mancais de Elementos Rolantes Sujeito à Lubrificação Elastohidrodinâmica**. 2009. 132p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

NONATO, F.; CAVALCA, K. L. An approach for including the stiffness and damping of elastohydrodynamic point contacts in deep groove ball bearing equilibrium models. **Journal of Sound and Vibration**, v. 333, p.6960-6978, 2014.

NORTON, R. L. Effect of manufacturing method on dynamic performance of cams – an experimental study. Part I – Eccentric Cams. **Mech. Mach. Theory**, v.23, n.3, p. 191-199, 1988a.

NORTON, R. L. Effect of manufacturing method on dynamic performance of cams – an experimental study. Part II – Double Dwell Cams. **Mech. Mach. Theory**, v.23, n.3, p. 201-208, 1988b.

NORTON, R. L.; GILLIS, C. A.; MAYNARD, C. N. Dynamic modeling of the typical industrial cam-follower system Part 1: single-degree-of-freedom models. **In: Proceedings of DETC'02, ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference**, Montreal, Canada, 2002, pp. 1–8.

NORTON, R. L. **Cam Design and Manufacturing Handbook**. New York: Industrial Press, 2nd edition, 2009. 591p.

NURGAT, E.; BERZINS, M. Multigrid methods for EHL problems. **Seventh Copper Mountain Conference on Multigrid Methods**, v.2, p. 623-636, 1996.

ÖZGÜR, K.; PASÍN, F. Separation phenomena in force closed cam mechanisms. **Mech. Mach. Theory**, v.31, n.4, p. 487-499, 1996.

PALMGREN, A. **Ball and Roller Bearing Engineering**. Philadelphia: S.H. Burbank, 3rd ed., 1959, 264p.

PETRUSEVITCH, A. I. Fundamental conclusions from the contact-hydrodynamic theory of lubrication. **Izvestiya Akademii Nauk SSSR (OTN)**, v.3, p.209–233, 1951.

PISANO, A. P.; FREUDENSTEIN, F. An Experimental and Analytical Verification of a High Speed Cam-Follower System. **American Society of Mechanical Engineers Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design**, v.105, 692-704, 1983.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. Brasil: Editora Pearson Education, 4th ed., 2009. 424p.

REYNOLDS, O. On the Theory of Lubrication and its Application to Mr Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. **Phil. Trans. Roy. Soc.**, v.177, p.157-234, 1886.

ROELANDS, C. J. A. **Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils**. 1966. Tese (Doutorado) – Technical University Delft, Delft, The Netherlands.

ROTHBART, H. A. **CAMS – Design, Dynamics, and Accuracy**. New York: John Wiley and Sons, 1956.

ROTHBART, H. A. **Cams Design Handbook**. USA: McGraw-Hill (Ed.), 2004, 606p.

SAMANEK, O.; ZIMMERMAN, M.; SVOBODA, P.; KRUPKA, I.; VRBKA, M. Influence of surface texturing on lubricant filme formation and surface fatigue. **Engineering MECHANICS**, v.17, n.1, p.27-36, 2010.

SPIKES, H. A. Sixty Years of EHL. **Lubrication Science**, v.18, p.265-291, 2006.

STACHOWIAK, G. W.; BATCHELOR, A. W. **Engineering Tribology**. Australia: Butterworth-Heinemann, 2006, 801p.

TAYLOR, C. M. Valve train lubrication analysis. **In: Proc. 17th Leeds-Lyon Symposium on Tribology**, ed. D. Dowson, Leeds University, Leeds 1991, p. 119.

TAYLOR, C. M. Automobile engine tribology — design considerations for efficiency and durability. **Wear**, v.221, p. 1-8, 1998.

TOWER, B. First Report on Friction Experiments (Friction of Lubricated Bearings). **Proc. Inst. Mech. Engrs**, p.632–659, 1883.

TSUHA, N. A. H.; CAVALCA, K. L. Synthesis and Analysis of Translating Cam-Follower Mechanism. In: 22nd Internacional Congress of Mechanical Engineering (COBEM), 2013, Ribeirão Preto. **Anais...** Ribeirão Preto: ABCM, 2013.

TÜMER, S. T.; ÜNLÜSOY, Y. S. Nondimensional analysis of jump phenomenon in force-closed cam mechanisms. **Mech. Mach. Theory**, v.26, n.4, p.421-432, 1991.

UICKER, J.J.; PENNOCK G.R.; SHIGLEY, J.E. **Theory of Machinery and Mechanisms**. Oxford University Press, 3^a edition, 2003, 734p.

VENNER, C. H. **Multilevel solution of the EHL line and point contact problems**. 1991. 340p. Tese (Doutorado) – University of Twente, Enschede, The Netherlands.

VENNER, C.H.; TEN Napel, W.E. Multilevel solution of the elastohydrodynamically lubricated circular contact problem Part I: theory and numerical algorithm. **Wear**, v.152, p.351-367, 1992a.

VENNER, C.H.; TEN Napel, W.E. Multilevel solution of the elastohydrodynamically lubricated circular contact problem Part II: smooth surface results. **Wear**, v.152, p.369-381, 1992b.

VENNER, C.H.; BOS, J. Effects of lubricant compressibility on the film thickness in EHL line and circular contacts. **Wear**, v.173, p.151-165, 1994.

VENNER, C. H.; LUBRECHT, A. A. **Multilevel Methods in Lubrication**. Netherlands: Elsevier, Tribology Series, v.37, 2000, 400p.

WATREMETZ, B; COLIN, F.; VENNER, C. H.; LUBRECHT, A. A. Optimum Time Step in a Transient EHL Contact. **Tribology Series**, v. 43, p. 591-697, 2003.

WIEGERT, B.; HETZLER, H.; SEEMANN, W. A simplified elastohydrodynamic contact model capturing the nonlinear vibration behavior. **Tribology International**, v.59, p.79-89, 2013.

XIAOLAN, A.; HAIQING, Y. A full numerical solution for general transient elastohydrodynamic line contacts and its application. **Wear**, v.121, p.143-159, 1988.

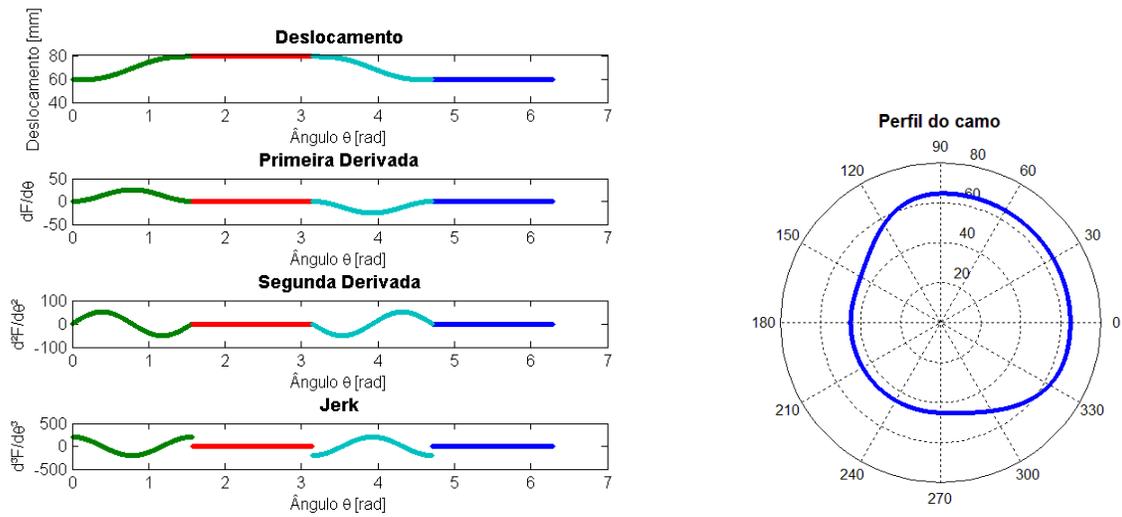
APÊNDICE A – Análise Cinemática do Camo-Seguidor

Os parâmetros de entrada utilizados nas simulações numéricas para o estudo cinemático estão presentes na Tabela A.1 e foram baseados na literatura especializada (DOUGHTY, 1988; NORTON, 2009).

Tabela A.1 – Parâmetros de entrada nas simulações do estudo cinemático do sistema camo-seguidor.

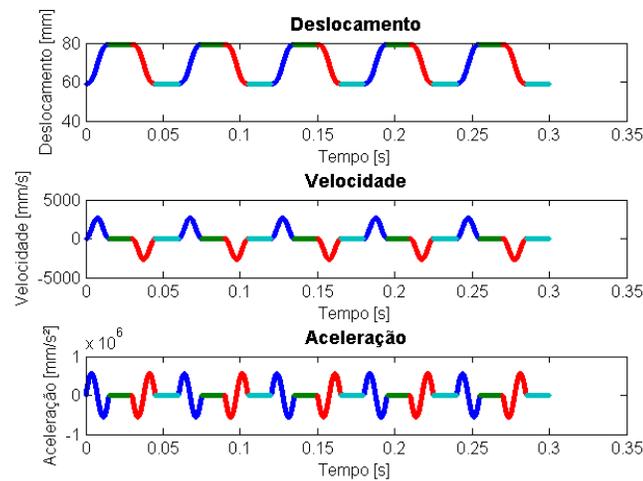
Levantamento Total		20 mm	
Espessura do perfil do camo		10 mm	
Módulo de Elasticidade - camo		200 GPa	
Módulo de Elasticidade - seguidor		200 GPa	
Rotação		180 rpm	
Face Plana		Rolete	
Raio base	60 mm	Raio da circunferência principal	60 mm
		Excentricidade	10 mm
		Raio do rolete	15 mm

Cada função de deslocamento de camo tem a sua própria particularidade e, durante anos, houve uma discussão sobre qual seria a curva mais otimizada. No entanto, ainda não há consenso geral na comunidade científica sobre esta questão. A curva cicloidal (Figura A.1), por exemplo, apresenta derivadas segundas nulas nos seus limites de fronteira, o que torna a terceira derivada – *jerk* – finita em movimentos com e sem paradas e repousos. O fato de o *jerk* ser finito em todo o intervalo é essencial na concepção dos camos, uma vez que proporciona uma transição suave da velocidade e da aceleração sem descontinuidades. As curvas cicloidais tem a vantagem de propiciar uma variedade de combinações de movimentos, contudo também apresentam picos de acelerações, que podem ser críticos e, conseqüentemente, picos nas forças de contato e tensões superficiais.



(A)

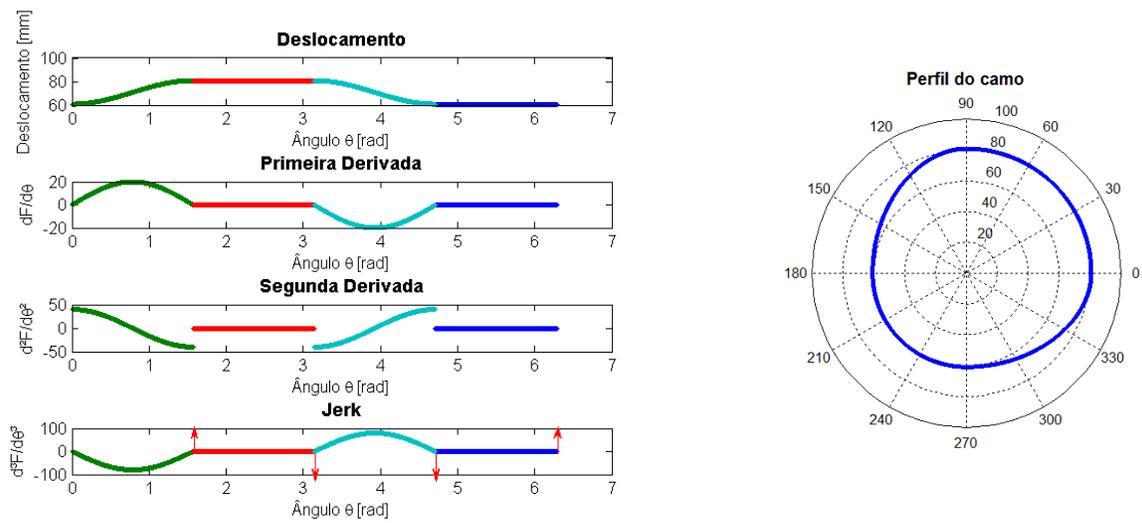
(B)



(C)

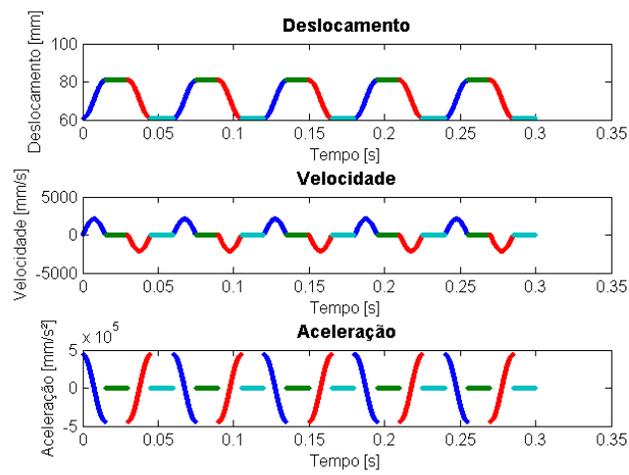
Figura A.1 – Movimento com repouso e parada utilizando as curvas C-5 e C-6 para o seguidor de rolete. (A) Derivadas da função deslocamento. (B) Perfil do camo. (C) Diagrama cinemático.

A curva harmônica apresenta menores picos de aceleração que as cicloidais e as polinomiais de oitavo grau. Em contrapartida, como suas segundas derivadas não são nulas nos limites do intervalo, esta função é indicada para casos em que a aceleração na fronteira é igualada com a aceleração do limite sucessivo. Logo, estas curvas são indicadas para movimento contínuo, ou seja, sem paradas. Se o movimento for alternado com repouso, o *jerk* pode tender ao infinito em alguns pontos e, conseqüentemente, haverá descontinuidade na aceleração (Figura A.2).



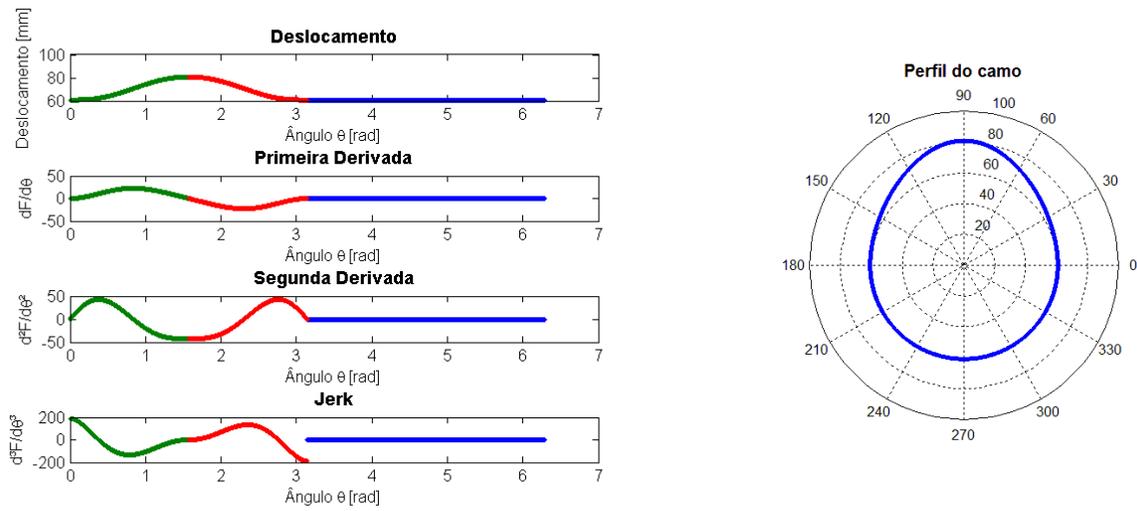
(A)

(B)



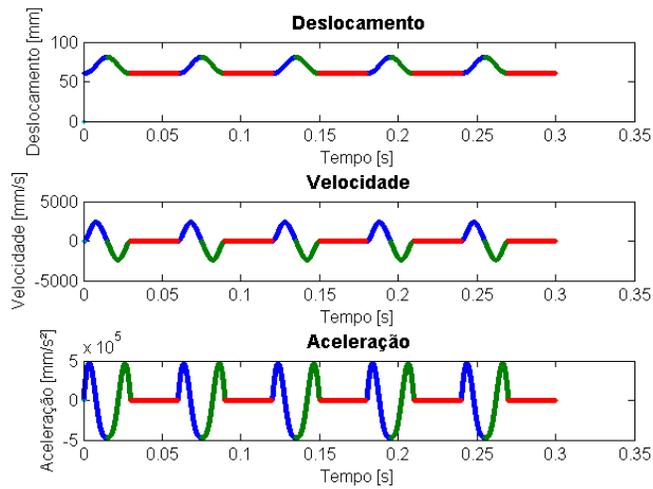
(C)

Figura A.2 – Movimento com repouso e parada utilizando as curvas H-5 e H-6 para o seguidor de face-plana. (A) Derivadas da função deslocamento. (B) Perfil do camo. (C) Diagrama cinemático.



(A)

(B)

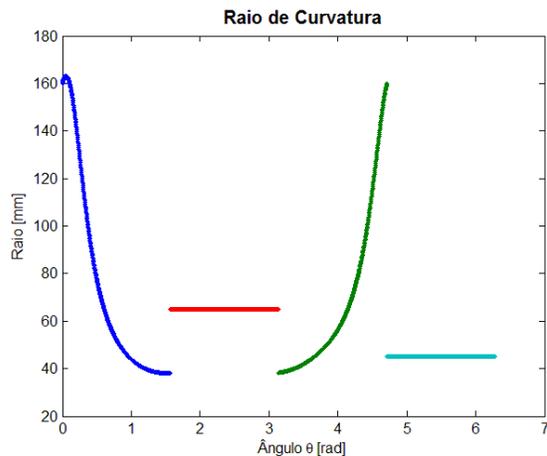


(C)

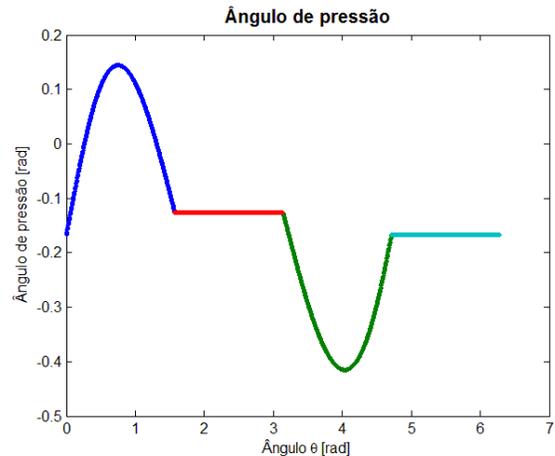
Figura A.3 – Movimento com repouso e parada utilizando as curvas P-1 e P-2 para o seguidor de face plana. (A) Derivadas da função deslocamento. (B) Perfil do camo. (C) Diagrama cinemático.

As curvas polinomiais apresentam os picos intermediários de aceleração em comparação com as funções anteriores (Figura A.3). A função de subida P-1 tem derivada segunda nula no início do movimento, mas é diferente de zero no final. A função de retorno P-2 tem comportamento oposto, já que a segunda derivada é nula no final e diferente de zero no início.

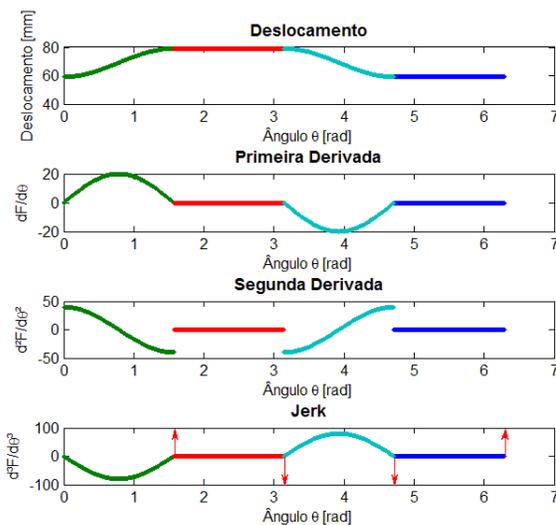
Assim, essas curvas são recomendadas em movimentos com subida-descida-reposo ou apenas ascensão e retorno.



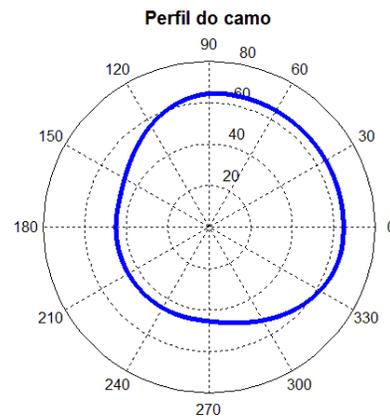
(A)



(B)



(C)



(D)

Figura A.4 -Mecanismo camo-seguidor de rolete com movimento de ascensão-parada-retorno parada utilizando as curvas H1/H2 e H3/H4. (A) Raio de Curvatura (B) Ângulo de pressão. (C) Derivadas da função de deslocamento. (D) Perfil do camo.

O raio de curvatura é um dos principais fatores no dimensionamento de camos. O perfil deve apresentar uma tangente contínua e suave, sem cantos vivos, os quais resultariam em regiões de concentração de tensão. Para as curvas cicloidais, harmônicas e polinomiais estudadas,

observou-se que existe apenas uma descontinuidade no raio de curvatura quando essa ocorre na primeira ou segunda derivada, ou seja, quando o *jerk* tende ao infinito (Fig. A.4).

Ângulo de pressão é outro fator relevante no dimensionamento de camos com seguidor do tipo rolete. Portanto, quando esse ângulo é igual a zero, a força total é transmitida ao seguidor. Quando é igual a 90° , a força leva a maximizar a velocidade de deslizamento, o que não é desejado. Segundo Uicker *et al.* (2003), se o ângulo de pressão é demasiado alto, o seguidor pode ficar preso na trajetória. Se esse for muito pequeno, corresponde a um aumento nas dimensões do camo, influenciando a estabilidade a velocidades elevadas. Portanto, recomenda-se que o ângulo de pressão fique entre 0 e 30° para seguidores em translação.

APÊNDICE B – Interfaces Gráficas

B.1 Interface gráfica para a cinemática do mecanismo camo-seguidor de face-plana

Dados do projeto:

Raio base (mm):

Levantamento total (mm):

Espessura (mm):

Módulo de elasticidade do seguidor (MPa):

Módulo de elasticidade do camo (MPa):

Numero de ciclos:

Frequencia do camo (rpm):

Aceleracao (rad/s²):

Tipo de aceleracao:
 nula
 constante

Funcoes:

Escolha sua funcao de subida:

Escolha sua funcao de descida:

Sintese e Analise do mecanismo camo-seguidor de translacao plano

Subida

Para as curvas combinadas C1 e C2 ou H1 e H2:

Inicio do movimento (rad):

Final de 1 e inicio de 2 (rad):

Final do movimento 2 (rad):

Levantamento de 1 (mm):

Levantamento de 2 (mm):

Numero de pontos de 1:

Numero de pontos de 2:

Para as demais curvas:

Inicio do movimento (rad):

Final do movimento (rad):

Numero de pontos:

Descida:

Para as curvas combinadas C3 e C4 ou H3 e H4:

Inicio do movimento 1 (rad):

Final de 1 e inicio de 2 (rad):

Final do movimento 2 (rad):

Levantamento de 1 (mm):

Levantamento de 2 (mm):

Numero de pontos de 1:

Numero de pontos de 2:

Para as demais curvas:

Inicio do movimento (rad):

Final do movimento (rad):

Numero de pontos:

Parada:

Inicio do movimento (rad):

Final do movimento (rad):

Numero de pontos:

Reposo:

Inicio do movimento (rad):

Final do movimento (rad):

Numero de pontos:

Dados

Velocidade maxima (mm/s): 1303.23

Aceleracao maxima (mm/s²): 137618

Raio de curvatura minimo (mm): 27.1512

Tensao maxima (Pa): 153.1249

Diagramas

Reset

Diagrama de Deslocamento

Derivadas

Perfil do camo

Diagrama cinematico

Raio de curvatura

Tensões de contato

Diagrama do Deslocamento

Deslocamento [mm]

Angulo total [radianos]

B.2 Interface gráfica para a cinemática do mecanismo camo-seguidor de rolete

Dados do projeto:

Raio do círculo principal (mm):

Excentricidade (mm):

Levantamento total (mm):

Raio do rolete (mm):

Funcões

Escolha sua função de subida:

C1: $S = L_1 \sin(\theta/\theta_{1\beta})$

Escolha sua função de descida:

C3: $S = L_1 [1 - \sin(\theta/\theta_{1\beta})]$

Subida

Para as curvas combinadas C1 e C2 ou H1 e H2:

Início do movimento 1 (rad):

Final de 1 e início de 2 (rad):

Final do movimento 2 (rad):

Levantamento de 1 (mm):

Levantamento de 2 (mm):

Numero de pontos de 1:

Numero de pontos de 2:

Descida:

Para as curvas combinadas C3 e C4 ou H3 e H4:

Início do movimento 1 (rad):

Final de 1 e início de 2 (rad):

Final do movimento 2 (rad):

Levantamento de 1 (mm):

Levantamento de 2 (mm):

Numero de pontos de 1:

Numero de pontos de 2:

Diagramas

Diagrama de Deslocamento

Diagrama da Derivada

Diagrama da Derivada Segunda

Diagrama do Jerk

Gráficos

Reset

Diagrama de Deslocamento

Derivadas

Perfil do camo

Diagrama cinemático

Raio de curvatura

Tensões de contato

Dados

Velocidade máxima (mm/s): 1303.23

Aceleração máxima (mm/s²): 137818

Raio de curvatura mínimo (mm): 31.2307

Tensão máxima (Pa): 250.6506

Parada:

Início do movimento (rad):

Final do movimento (rad):

Numero de pontos:

Repouso:

Início do movimento (rad):

Final do movimento (rad):

Numero de pontos:

