UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Detecção de Falhas em Rotores Sustentados por Mancais Magnéticos Ativos

Autor: Gilberto Machado da Silva Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

07/2006

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA DEPARTAMENTO DE PROJETOMECÂNICO

Detecção de Falhas em Rotores Sustentados por Mancais Magnéticos Ativos

Autor: Gilberto Machado da Silva Orientador: Professor Dr. Robson Pederiva

Curso: Engenharia Mecânica Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado acadêmico apresentado à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2006 S.P – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Si38d	Silva, Gilberto Machado da Detecção de falhas em rotores sustentados por mancais magnéticos ativos / Gilberto Machado da Silva. Campinas, SP: [s.n.], 2006.
	Orientador: Robson Pederiva Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.
	 Localização de falhas (Engenharia). Mancais. Rotores - Dinâmica. Redes neurais (Computação). Pederiva, Robson. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. Título.

Titulo em Inglês: Fault diagnosis in a rotor supported by active magnetic bearings. Palavras-chave em Inglês: Fault diagnosis, Magnetic bearings, Rotor dynamics, Neural networks. Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica Banca examinadora: Robson Pederiva, Douglas Eduardo Zampieri e Valder Steffen Junior. Data da defesa: 04/07/2006

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADEMICO

Detecção de Falhas em Rotores Sustentados por Mancais Magnéticos Ativos

Autor: Gilberto Machado da Silva Orientador: Professor Dr. Robson Pederiva

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

Prof. Dr. Robson Pederiva, Presidente Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP-FEM-DPM

Prof. Dr. Douglas Eduardo Zumpieri (Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP-FEM-DMC

Prof. Dr. Valder Steffen Junior Universidade Federal de Uberlândia – UFU-FEMEC

Campinas, 04 de julho de 2006.

Este trabalho é dedicado à minha esposa Maria Amélia e à minha filha Maísa, pela compreensão, carinho e paciência.

Agradecimentos

Ao Professor Dr. Robson Pederiva os meus agradecimentos pelo trabalho de orientação, pelos ensinamentos e pela amizade.

A todos os colegas do Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo pela constante ajuda. Especial agradecimento aos colegas: Fernando de Castro Junqueira, James Sanches Alves e Paulo Sérgio Pierri, pelas contribuições e pelo constante apoio.

Ao amigo Flávio Yukio Watanabe que me convenceu a fazer mestrado e me apresentou ao DPM da Unicamp.

Á minha esposa Maria Amélia pelo auxilio na digitação e revisão do texto.

Tente E não diga que a vitória está perdida Se é de batalhas que se vive a vida Tente outra vez

(Raul Seixas)

Resumo

SILVA, Gilberto Machado, Detecção de Falhas em Rotores Sustentados por Mancais Magnéticos Ativos, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2006, 96 p. Dissertação (Mestrado)

Aplica-se neste trabalho a metodologia de diagnóstico de falhas em sistemas mecânicos rotativos sustentados por mancais magnéticos ativos em conjunto com um sistema de controle ativo de vibração, excitados por forças de desbalanço e ruído branco. Este diagnóstico baseia-se no emprego das equações de correlações, através da formulação matricial de Ljapunov, para sistemas lineares estacionários juntamente com redes neurais artificiais. Este procedimento utiliza apenas as variáveis de estado medidas, através da correlação das variáveis de saída. É gerado um conjunto de relações envolvendo os parâmetros físicos do sistema juntamente com as matrizes de correlações das variáveis medidas. As falhas no sistema são detectadas através do monitoramento da variação dos parâmetros físicos e da comparação das funções de correlações que envolvem estados que não são medidos. Dado ao grande número de equações de compatibilidade resultantes, é proposta uma metodologia para selecionar as equações relacionadas com as falhas propostas. Com o método de diagnóstico de falhas proposto é possível detectar e discernir as falhas tanto mecânicas quanto elétricas, bem como sua localização no sistema.

Palavras Chave

Detecção de falhas, Mancais Magnéticos, Dinâmica de Rotores, Redes Neurais Artificiais.

Abstract

 SILVA, Gilberto Machado, Fault Diagnosis in a Rotor Supported by Active Magnetic Bearings, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2006.
 96 p. Dissertação (Mestrado)

This work applies the methodology of fault diagnosis in rotating machinery supported by active magnetic bearings and active control systems, excited by unbalance and white noise. This diagnostic applies the correlation matrices based on the Ljapunov matrix formulation and artificial neural network for linear stationary systems. The procedure uses only measured state variables, computing the correlation between the output variables. It is possible to derive specific relations involving the physical parameter of the system and the correlation matrices of the measured variables. Faults in the system can be detected by monitoring the variation functions. Artificial neural networks are used to map the correlations involving the variables, which are difficult to be measured. There is a large number of resultant compatibility equations and it is proposed fault diagnosis method can detect the fault present in the system and it is also possible to distinguish between mechanical and electrical fault as well as their location in the system.

Key Words

Fault Diagnosis, Magnetic Bearings, Rotor Dynamics, Neural Networks.

Índice

Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	vi
Nomenclatura	viii
1 Introdução	1
1.1-Configuração Geral do Sistema	3
1.2-Método de Detecção de Falhas	5
1.3-Contribuição do Trabalho	6
1.4-Divisão do Trabalho	7
2 Revisão da Literatura	8
2.1-Sobre Métodos de Detecção de Falhas	8
2.2-Sobre Falhas Mecânicas	10
2.3-Sobre Falhas Elétricas	11
2.4-Sobre Mancais Magnéticos Ativos	12
3 Modelagem Matemática	14
3.1-Modelo do Mancal Magnético Ativo	14
3.2-Modelo do Controle	17
3.3-Modelagem Matemática do Rotor	20
3.3.1-Elemento de Disco	21
3.3.2-Elemento de Eixo	23
3.4-Formulação da Falha Mecânica	33
3.5-Formulação da Força de Desbalanço	34
3.6-Ruído Branco	36

3.7-Representação do Sistema Mecânico no Espaço de Estados	37
3.8-Modelo para Simulação no Domínio do Tempo	38
4 Formulação para o Diagnóstico de Falhas	41
4.1-Modelagem do Rotor com 16 Graus de Liberdade	41
4.1.1-Elemento de Disco	43
4.1.2-Elemento de Eixo	43
4.2-Representação do Sistema Mecânico no Espaço de Estados	44
4.3-Modelo de Controle	47
4.4-Representação do Sistema em Malha Fechada	50
4.5-Desenvolvimento das Equações de Correlações	52
4.51-Metodologia para Seleção das Equações de Compatibilidade	54
4.5.2-Equações Relacionadas à Rigidez do Eixo e às Forças Magnéticas	55
4.5.3-Equações Relacionadas com Controle e com Sensor de Posição	56
4.6-Redes Neurais Artificiais	59
5 Simulação Numérica	64
5.1-Valores Numéricos do Rotor, Mancal Magnético e Controle	66
5.2-Resposta ao Desbalanço e ao Ruído Branco no Domínio do Tempo	68
5.3- Simulações no Domínio da Freqüência	69
5.4-Dados de Simulação das Redes Neurais Artificiais	73
5.5-Falhas Mecânicas	78
5.5.1-Caso 1-Falha Mecânica no Segmento de Eixo central s ₂	78
5.5.2-Caso 2-Falha Mecânica no Segmento de Eixo s ₁	80
5.5.3-Caso 3-Falha Mecânica no Segmento de Eixo s3	82
5.6-Falhas Elétricas	84
5.6.1-Caso 1-Falha na Corrente do Mancal (i_p)	84
5.6.2-Caso 2-Falha no ganho do sensor de posição (k_s)	86
6 Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos	87
6.1-Conclusões	87
6.2-Sugestões para Continuidade do Trabalho	90
6.2.1-Aplicação de Outros Tipos de Falhas	90

6.2.2-Aplicação de Outros Métodos de Detecção de Falhas	90
Referências Bibliográficas	91

Lista de Figuras

1.1	Diagrama da estrutura da tecnologia Smart Machine	2
1.2	Visão geral do sistema	4
1.3	Diagrama de blocos do sistema em malha fechada	4
1.4	Diagrama de blocos do processo de diagnóstico de falhas	6
3.1	Definição de forças e deslocamentos para a direção Z no mancal	14
3.2	Diagrama esquemático do mancal magnético ativo para uma direção de atuação	17
3.3	Posicionamento dos nós e elementos utilizados no modelo com 28 gdl	20
3.4	Coordenadas do elemento de eixo	23
3.5	Coordenadas do elemento de eixo com falha	33
3.6	Coordenadas da massa de desbalanceamento	34
3.7	Sinal de ruído branco no tempo e sua distribuição normal	37
3.8	Modelo Matlab-Simulink para simulação no tempo	39
4.1	Posicionamento dos nós e elementos no modelo com 16 gdl.	42
4.2	Posicionamento dos controladores sobre o rotor	47
4.3	Modelo não linear de um neurônio	50
4.4	Funções de ativação	50
4.5	Arquitetura da rede MLP com 2 camadas intermediárias	52
5.1	Projeto da bancada de ensaio	65

5.2	Seção transversal do eixo e posicionamento dos discos	66
5.3	Posição dos eixos de controle sobre o rotor	67
5.4	Resposta ao desbalanço e ao ruído branco no domínio do tempo	69
5.5	Resposta em freqüência sistema Livre-Livre	70
5.6	Resposta em freqüência do controle	71
5.7	Resposta em freqüência em malha fechada	72
5.8	Diagrama de Campbell para o sistema em malha fechada	74
5.9	MLP para mapeamento da equação (4.73)-Rede A1	73
5.10	Autocorrelações na saída - Treinamento das redes	76
5.11	Autocorrelações na saída - Teste das redes	77
5.12	Falha Mecânica no segmento s ₂ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$, $L_3 = L_4 = L_d = 0.01m$	78
5.13	Posição dos discos para simulação de falha no segmento de eixo s_1	80
5.14	Posição dos discos para simulação de falha no segmento de eixo s_3	82

Lista de Tabelas

5.1	Valores numéricos dos parâmetros do rotor	67
5.2	Valores numéricos dos parâmetros do mancal magnético	68
5.3	Parâmetros da força de desbalanço	68
5.4	Correlações de entrada e saída das redes para falhas mecânicas	74
5.5	Correlações de entrada e saída das redes para falhas elétricas	74
5.6	MSD - Teste das redes sem falha com ruído branco	77
5.7	MSD - Falha mecânica no segmento s ₂ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_3 = L_4 = L_d = 0.01m$	79
5.8	MSD - Falha mecânica no segmento s ₂ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_2 = L_d = 0.02m$	79
5.9	MSD - Falha mecânica no segmento s ₂ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_5 = L_d = 0.02m$	79
5.10	MSD - Falha mecânica no segmento s ₁ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_2 = L_3 = L_d = 0.01m$	81
5.11	MSD - Falha mecânica no segmento s ₁ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_l = L_d = 0.02m$	81
5.12	MSD - Falha mecânica no segmento s ₁ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_4 = L_d = 0.02m$	82
5.13	MSD - Falha mecânica no segmento s ₃ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_4 = L_5 = L_d = 0.01m$	83
5.14	MSD - Falha mecânica no segmento s ₃ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_6 = L_d = 0.02m$	83
5.15	MSD - Falha mecânica no segmento s ₃ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_3 = L_d = 0.02m$	84
5.16	MSD - Falha elétrica - Alteração na corrente da bobina, eixo y disco $d_1 i_p = 0.250A$	85

5.17 MSD - Falha elétrica- Alteração na corrente da bobina, eixo y disco $d_4 i_p = 0.250A$ 85

5.18 MSD - Falha elétrica – Alteração no ganho do sensor de posição $ks_{yl} = 25000V / m$ 86

5.19 MSD - Falha elétrica - Alteração no ganho do sensor de posição
$$ks_{y4} = 25000V / m$$
 85

Nomenclatura

Letras Latinas

Ac	Matriz dinâmica dos estados de controle	
Af	Matriz dinâmica dos estados em malha fechada	
A_m	Matriz dinâmica dos estados mecânicos	
B_c	Matriz de saída do controlador	
B_{f}	Matriz de saída do sistema em malha fechada	
B_m	Matriz de saída do sistema mecânico	
C_c	Matriz de saída do controlador	
C_m	Matriz de saída do sistema mecânico	
е	Excentricidade da massa de desbalanço	т
Ε	Mean Square Error (Erro Quadrático Médio)	
fe	Vetor de forças externas	Ν
fd	Excitação por desbalanço mais perturbação por ruído branco	Ν
fm	Vetor de forças magnéticas	Ν
$f(\mathbf{v})$	Função de ativação da rede neural	
G,\overline{G}	Matriz de efeito giroscópico e amortecimento viscoso	
G(s)	Função de transferência do controlador	
i	Corrente nas bobinas do atuador	A

i_c	Corrente do controle	A
i_p	Corrente de polarização	A
K, \overline{K}	Matriz de rigidez do eixo	
Kd	Matriz de rigidez do elemento de eixo com falha mecânica	
k _{mi}	Ganho do atuador magnético	N/A
k _{mz}	Anti-mola	N/m
k_p	Ganho do estágio de potência	A/V
k_s	Ganho de sensor	V/m
L_d	Comprimento do elemento de eixo com falha mecânica	m
M, \overline{M}	Matriz de massas	
m_u	massa de desbalanço	kg
Q	Vetor de saída da rede neural	
R	Vetor de entrada da rede neural	
Td	Energia cinética do disco	
Ts	Energia cinética do eixo	
Vi	Tensão de saída do controlador para do eixo (i)	V
u_i	Tensão de entrada do controlador	V
W_k	Peso sináptico	
x_m	Vetor de estados do sistema mecânico	
x_c	Vetor de estados do controlador	
x_{f}	Vetor de estados do sistema em malha fechada	
Letras	Gregas	
β	Ângulo de fase	

δ Delta de Dirac

- ε Esperança matemática
- ϕ Rotação em torno do eixo z
- η Taxa de aprendizado
- θ Rotação em torno do eixo y
- ω Velocidade angular
- $\xi, \overline{\xi}$ Vetor de deslocamentos e rotações do sistema mecânico
- ξ_{b} Porcentagem de perda de inércia
- ξ_s Porcentagem de perda de massa
- τ Espaço fixo de tempo

Superescritos

^{*T*} Transposto

Subscritos

- *m* Sistema mecânico
- *c* Sistema elétrico (controle)
- f Sistema em malha fechada
- *y1, y4* Controlador pertencente ao eixo y discos 1 e 4
- *zl, z4* Controlador pertencente ao eixo z discos 1 e 4

Abreviações

- AI Artificial Inteligence (Inteligência Artificial)
- AMB Active Magnetic Bearing (Mancal Magnético Ativo)
- ANN Artificial Neural Network (Rede Neural Artificial)
- **DOF** *Degree of freedom* (Graus de Liberdade)
- FEM Finite Element Method (Método dos Elementos Finitos)
- **FFT** *Fast Fourier Transform* (Transformada Rápida de Fourier)

- GA Genetic Algorithm (Algoritmo Genético)
- **MBFD** *Model Based Fault Detection* (Detecção de Falha Baseada em Modelo)
- MSE Mean Square Error (Erro Quadrático Médio)
- MSD Mean Square Deviation (Desvio Quadrático Médio)
- MLP *Mult Layer Perceptron* (Rede de Múltiplas Camadas)
- **SISO** Single Input Single Output (uma entrada e uma saída)
- **WPT** *Wavelet Packet Transform* (Transformada de Wavelet Packet)

Capítulo 1

Introdução

As máquinas rotativas modernas têm se tornado cada vez mais complexas e sofisticadas. O desenvolvimento de novos materiais sejam novas ligas ou materiais compostos, mais resistentes e com menor peso, permitem que se trabalhe em rotações nominais cada vez mais elevadas, muitas vezes em rotações supercríticas, com altas cargas de operação e com alta exigência de confiabilidade. Em muitos casos os mancais convencionais, sejam de elementos rolantes ou de filme de óleo podem não atender tais exigências. Por isso nos últimos anos têm aumentado a demanda por máquinas com uso de mancais magnéticos ativos, conhecido na literatura por AMB (*Active Magnetic Bearing*).

Os mancais magnéticos ativos apresentam uma série de vantagens em relação aos mancais convencionais, pois trabalham sem contato mecânico, não exigindo para tanto, sistemas de lubrificação. Isto aumenta consideravelmente a vida útil do equipamento, diminuindo o desgaste, consumo de energia, além de permitir controle ativo de vibrações, facilidade de manutenção e de monitoramento.

São aplicáveis numa série de equipamentos tais como: ultracentrífugas, turbomáquinas, bombas de vácuo, bombas seladas, máquinas ferramenta de precisão, compressores e com potencial aplicabilidade em instrumentos médicos, *hard disks, scanners*, cabeças ópticas e micro motores, Brunet (1988) e Schweitzer (2002).

Em condições criticas de operação os mancais magnéticos ativos necessitam trabalhar com mancais auxiliares (mancais de emergência), dado que uma eventual falha pode levar a conseqüências catastróficas, acarretando perdas econômicas consideráveis, sendo de extrema relevância o uso de algum sistema de detecção de falhas nessa linha de equipamentos.

Esse trabalho procura aplicar um método de detecção de falhas para sistemas rotativos com mancais magnéticos ativos, uma vez que uma falha podendo ser detectada ainda na fase inicial de desenvolvimento, permite que providências possam ser tomadas para evitar a destruição total do rotor propriamente dito, mancais, sensores e sistema de controle. Diversos são os métodos de detecção de falhas. Dentre eles, podemos citar a análise de vibrações, técnicas baseadas em modelo, análise estatística e técnicas de inteligência artificial. A escolha do método a ser utilizado em cada caso depende do nível de conhecimento do sistema, da instrumentação e ferramentas matemáticas disponíveis e do tipo de falhas que se pretende diagnosticar.

Uma nova linha de pesquisa que vem se abrindo em relação aos mancais magnéticos ativos são as chamadas *Smart Machines* (Máquinas Inteligentes) onde, em conjunto com os mancais magnéticos ativos e sistemas de controle integra-se um sistema de diagnóstico, prognóstico e correção do defeito detectado, permitindo a concepção de máquinas de alta performance, alta confiabilidade e longo tempo de vida, Nordmann et. al (2002) e Zhu et. al (2003).



Figura 1.1 – Diagrama da estrutura da tecnologia Smart Machines

O sistema da tecnologia *Smart Machine* consiste basicamente de três partes: A primeira consiste no sistema mecatrônico real (sistema mecânico, controles, atuadores e sensores), a segunda no modelo do sistema mecatrônico (programa computacional que representa a máquina real da forma mais completa possível) e a terceira parte de um sistema de gerenciamento de informações.

A primeira parte coleta os dados do estado do sistema real apresentados pelos sensores. Esses dados são processados em paralelo pelo software que contém o modelo do sistema, que simula o estado do sistema real. Baseado nessas informações é possível fazer um diagnóstico desse estado e detectar possíveis alterações nos parâmetros do sistema, que podem levar ao diagnóstico de possíveis falhas, tanto mecânicas quanto elétricas, ou de alguma alteração do comportamento durante o funcionamento do mesmo.

Baseado nesse diagnostico decide-se sobre a necessidade ou não de um procedimento corretivo, por exemplo: compensação de desbalanço, procedimento especial para passagem por velocidades críticas, mudança de parâmetros durante um processo de usinagem ou uma auto sintonização de parâmetro de controle.

A confiabilidade (robustez) dos mancais magnéticos ativos é um de seus mais importantes aspectos, que pode ser melhorado através de um adequado sistema de gerenciamento das informações disponíveis e pela criação de alguma redundância analítica em conjunto com a redundância de *hardware*, Schweitzer (2002).

1.1 Configuração Geral do Sistema

O sistema mecânico proposto para simulação do método de detecção de falhas em estudo é mostrado na figura 1.2. Esse sistema será composto por um rotor constituído de um eixo vazado, dividido em três segmentos s₁, s₂ e s₃, sobre os quais serão montados quatro discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 eqüidistantes. Nos discos externos d_1 e d_4 atuaram o conjunto de bobinas do mancal magnético, sendo duas bobinas opostas para cada eixo de atuação. No disco interno d_2 atuará um motor de indução composto por um conjunto de bobinas trifásicas que criam um campo girante que atua

sobre um anel metálico ferromagnético que será montado sobre um núcleo de alumínio. No outro disco interno d_3 atuará um sensor de rotação e de referência de fase, constituído por um sensor óptico. Na extremidade do rotor estarão os sensores de posição radial, do tipo indutivo por correntes parasitas, *eddy current*.



Figura 1.2 - Visão geral do sistema

Dado que o mancal magnético é intrinsecamente instável, será necessária uma malha de controle para se obter um comportamento estável conforme a figura 1.3.



Figura 1.3 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada

O funcionamento do sistema em malha fechada se dá basicamente pela leitura do sensor que determina a posição do rotor, passando aos controladores que processam a informação e enviam ao amplificador de potência um sinal que é convertido em um sinal proporcional de corrente. Este sinal é enviado à bobina do atuador do mancal e transformado em força magnética, trabalhando em malha fechada. Os atuadores consistem, em cada eixo, de um par de bobinas excitadas em

contra fase, possibilitando a aplicação de força eletromagnética em ambos os sentidos. O circuito magnético é fechado em material ferro-magnético laminado.

1.2 – Método de Detecção de Falhas.

O desenvolvimento do método baseia-se no conhecimento da estrutura do modelo matemático desenvolvido para o sistema mecânico e de controle, juntamente com as leis de força dos mancais. O modelo do sistema mecânico foi desenvolvido através da formulação padrão de elementos finitos, FEM (*Finite Element Method*), sendo posteriormente adicionados os modelos de mancal e de controle ativo e colocados no espaço de estados em malha fechada.

O sistema é excitado por forças de desbalanço e ruído branco e simulado no domínio do tempo, onde somente seja possível o acesso às variáveis de estado medidas do sistema elétrico e mecânico. A abordagem baseia-se no emprego das Equações de Correlações obtidas da formulação Matricial de Ljapunov para sistemas lineares estacionários.

Através de um processo de escolha chega-se a um conjunto de equações que descrevem o comportamento do sistema envolvendo os parâmetros físicos, juntamente com as equações de correlação entre os sinais medidos. São monitoradas as diferenças entre os sinais das correlações relacionadas a cada defeito proposto seja ele mecânico ou elétrico.

Os termos das equações da correlação relacionadas com estados que não podem ser medidos são mapeados através de Redes Neurais Artificiais. Foi gerada uma rede para cada equação de interesse. Ao final é calculada a diferença entre as correlações medidas (com falha) e as correlações esperadas (sem falha). Através dessas diferenças e da equação onde elas se manifestam chega-se à conclusão quanto ao tipo de falha e sua localização dentro do sistema.

A figura 1.4 apresenta em diagramas de blocos as etapas e seqüência de desenvolvimento do método utilizado:



Figura 1.4 – Diagrama de blocos do processo de diagnóstico de falhas

1.3-Contribuição do Trabalho.

Constata-se uma escassez de trabalhos que envolvem métodos de diagnóstico de falhas em sistemas com controle ativo em malha fechada. Nestes casos o controle pode alterar de forma significativa as características do sistema mecânico. Pode-se citar alterações como freqüências naturais, rigidezes e amortecimentos, mascarando possíveis falhas, seja mecânica ou elétrica. Este trabalho propõe a aplicação de um método de detecção de falhas em sistemas com controle ativo em realimentação como alternativa à observação convencional.

Outra contribuição está na metodologia proposta para a seleção das equações de compatibilidade. Dado ao grande número de graus de liberdade do sistema, o que resulta num grande elenco de equações de correlações, propõe-se através do posicionamento dos parâmetros físicos dentro das matrizes de estado, buscar as equações que melhor traduzam as falhas.

1.4-Divisão do Trabalho.

A seguir, apresenta-se um sumário estruturado dos capítulos desenvolvidos:

Capitulo 1 - Introdução: Objetivos, descrição breve do sistema e do método de detecção de falhas utilizado e contribuição do trabalho.

Capítulo 2 – Revisão da Literatura: Apresenta-se e comentam-se as principais referências utilizadas nesse trabalho.

Capítulo 3 - **Modelagem Matemática**: Modelagem teórica do mancal magnético ativo, do sistema de controle e do sistema mecânico. Apresenta-se a formulação da falha mecânica, das forças de desbalanço e ruído branco. O modelo é colocado no software *Matlab-Simulink*, onde são acrescentados todos os ganhos de sensores, mancal e estágios de potência, para simulação no domínio do tempo.

Capitulo 4 - Formulações para o Diagnóstico de Falhas: Desenvolvimento das equações de correlações através da Equação Matricial de Ljapunov, e escolha das equações de compatibilidade pertinentes e definição dos conceitos de Redes Neurais Artificiais.

Capitulo 5 - Resultados Numéricos e Comentários: Apresenta as simulações numéricas para validação do modelo teórico no domínio do tempo e da freqüência, são inseridas as falhas mecânicas e elétricas, aplica-se a metodologia de diagnóstico de falhas, onde são apresentados os resultados de diagnóstico, discernimento e localização das falhas.

Capitulo 6 - Conclusões e sugestões para próximos trabalhos: Apresentam-se as principais conclusões deste trabalho e sugestões para prosseguimento da linha de pesquisa.

Referências Bibliográficas: Listam-se as referências bibliográficas utilizadas neste trabalho por ordem alfabética.

7

Capítulo 2

Revisão da Literatura

Neste item são apresentadas as principais referências utilizadas nesse trabalho, situando a proposta do trabalho nesse contexto.

2.1 – Sobre Métodos de Detecção de Falhas

Os métodos de detecção de falhas diferem quanto ao tipo de conhecimento em que são baseados e como esse conhecimento é usado para o desenvolvimento do método em questão Entende-se por defeito ou falha qualquer alteração nas características do sistema. A partir da detecção do defeito busca-se diagnosticar o tipo de defeito e sua localização no sistema.

Atualmente existem duas classes principais de métodos para detecção de defeitos em sistemas dinâmicos segundo Isermman e Ballé (1999). São os métodos baseados em modelo matemático, conhecido na literatura como MBFD (*Model Based Fault Detection*), que trabalham com redundância analítica e os métodos baseados no conhecimento que são os métodos heurísticos. Como método baseado em modelos pode-se citar: Observadores de Estado, Geradores de Resíduo, Equações de Paridade, Métodos por Cargas Equivalentes (*Equivalent Load*) e a Identificação e Estimação de Parâmetros. Na classe de métodos baseados no conhecimento podem-se citar os métodos quantitativos que utilizam os recursos de Inteligência Artificial (AI) como as Redes Neurais Artificiais (ANN), Algoritmos Genéticos (GA) e Lógica Fuzzy, além de métodos qualitativos como os Métodos Estatísticos, Análise de Tendência e Sistemas Especialistas.

Com métodos baseados em modelo (MBFD) pode-se citar: Clark e Setzer (1980) e Sinha (1993), que trabalham com detecção de falhas em sensores utilizando método baseado em Observadores de Estados. Watanabe et.al. (1982) utiliza o conceito de geradores de resíduo robusto e filtros de Kalman para de detecção de falhas de instrumentação num reator químico. Através de Cargas Equivalentes e expansão modal Markert et. al. (2000) identifica falha em rotores através de medidas de vibração no domínio do tempo em vários pontos do rotor. Naranjo et. al (2005) utiliza o método da estimativa da dimensão das correlações entre sinais medidos em um turbo-gerador de grande porte, baseado no conhecimento do modelo analítico.

Com métodos baseados no conhecimento (heurístico), Demetriou e Polycarpou (1998), através de redes neurais multicamadas, procuram detectar falhas incipientes em um sistema massa mola simples onde as falhas são modeladas por funções não lineares. Vyas e Satishkumar (2001) utilizam rede neural e o algoritmo de retropropagação para identificar falhas mecânicas de diversas modalidades em um rotor flexível.

No Departamento de Projeto Mecânico – Unicamp desenvolveu-se uma série de trabalhos utilizando métodos baseados em modelo e no conhecimento. Baseado no trabalho de Tse (1975), que estimou parâmetros em sistemas estacionários que contém ruído, utilizando funções de correlação, Pederiva (1992) trabalhou com identificação paramétrica de sistemas excitados por forças estocásticas através de dois conceitos distintos: identificação através da equação de Ljapunov e através da matriz fundamental do sistema. Chiarello (1998) estende essa formulação na detecção e localização de falha baseada na geração de resíduos e na estimação de parâmetros.

Santiago e Pederiva (2002) utilizaram redes neurais para detectar falhas (mecânicas e elétricas) em um sistema composto de motor elétrico e rotor, utilizando padrões de saída para treinamento e comparação. Pederiva e Eduardo (2002) utilizaram modelo de rede neural autoregressivo com média móvel (ARMA) para detecção de defeitos em um sistema sujeito a excitação estocástica e concluíram que os pesos sinápticos da rede tendem para valores iguais aos dos parâmetros do modelo ARMA.

Através da metodologia baseada em modelo em conjunto com Transformada de Wavelets Packets (WPT) e Redes Neurais Artificiais, Santiago (2004) trabalhou na detecção de falhas em rotores no regime transiente. Eduardo (2003) baseia - se no emprego da Equação Matricial de Ljapunov para desenvolver um conjunto de Equações de Correlações relacionadas aos parâmetros físicos do sistema em conjunto com Redes Neurais Artificiais para detecção de falhas mecânicas. Pederiva e Silva (2006) estendem essa formulação para um sistema, com mais graus de liberdades, sustentados por mancais magnéticos ativos e com controle em realimentação em malha fechada, explorando a detecção e localização de falhas mecânicas.

2.2 – Sobre Falhas Mecânicas

As falhas mecânicas caracterizam-se por defeitos que podem surgir no rotor de uma máquina durante a sua vida em operação. Esses defeitos podem ser devido a falhas de processo, manutenção, projeto ou montagem. Podem ocasionar defeitos localizados, falhas transversais (trincas), alteração de balanceamento, empenamentos, desalinhamentos, atrito, etc.

Entre os defeitos localizados podemos citar a perda de massa e consequentemente perda de área da seção transversal e inércia, devido a cargas elevadas de operação e interação fluído e rotor ou devido a choques durante transientes de operação ou manipulação inadequada durante a montagem e manutenção. As falhas transversais que são caracterizadas por trincas que se localizam ao longo da seção transversal do eixo podem surgir devido ao efeito da fadiga do material ou defeitos metalúrgicos durante o processo de conformação e tratamentos térmicos, Wauer (1990). Diretamente pode ser detectada via ultra-som, radiação infravermelha ou elétrica. Entretanto, em máquinas mais complexas não são eficazes devido a altos ruídos envolvidos quando se trabalha em campo. Como alternativa, a sua detecção pode ser obtida via alteração de parâmetros mecânicos através de monitoração de vibração em conjunto com algum método de diagnose de falhas, Nelson e Nataraj (1986). A detecção da falha ainda no estágio inicial de uma trinca é de fundamental importância a fim de evitar danos catastróficos. O mecanismo de abertura e fechamento das trincas síncronizados com a rotação do eixo é chamado de *"breathing"*.Esse efeito introduz não linearidades nas propriedades de rigidez do rotor periodicamente com a rotação, Darpe (2002).

Vários autores propõem modelos matemáticos para representar as trincas transversais e os efeitos por ela causados. Utilizando o método de elementos finitos, Gash (1976) através de um

rotor de Laval simples faz estudo do comportamento de estabilidade considerando excitações por desbalanço e pela própria trinca. Nelson e Nataraj (1986) trabalham com um rotor mais complexo considerando a variação da rigidez com a rotação e com a curvatura do rotor na seção com trinca. Mayes e Davis (1976) sugerem o modelo de falha como uma variação senoidal e Darpe et. al (2004) estuda o comportamento dinâmico de rotores afetados pela trinca, através do acoplamento entre as vibrações longitudinal, lateral e torsional, utilizando um modelo não linear para representar a falha.

Através do estudo do comportamento dinâmico de um rotor com um disco rígido utilizando FEM, para simular o efeito devido à região danificada, Cheng e Ku (1991) consideram que a falha introduz modificações na energia de deformação do eixo e conseqüentemente alteração na rigidez do elemento de eixo onde está situada a falha. O efeito total devido ao dano varia de acordo com a soma de quatro condições: localização, tamanho da falha, flexão efetiva e rigidez ao cisalhamento na região da falha. Simões e Steffen Jr. (2002) utilizaram a mesma formulação avaliando a alteração da rigidez do eixo e obtendo as propriedades dinâmicas do rotor utilizando a equação de movimento, considerando a influência da rigidez modificada e como estratégia de identificação da falha utiliza os algoritmos genéticos (GA). Essa formulação mais simples, porém eficiente, foi utilizada neste trabalho para a modelagem de falha mecânica.

2.3 – Sobre Falhas Elétricas

As falhas elétricas podem ocorrer devido ao mau funcionamento de sensores ou componentes eletro-eletrônicos do controle de mancais magnéticos. Em controles, devido ao elevado número de componentes qualquer um deles que falhe poderá comprometer o funcionamento de todo sistema. As falhas de sensores podem ocorrer devido à alteração de ganho, devido a não linearidades na curva de calibração ou devido a correntes de polarização (bias current), Clark (1978). Neste trabalho as falhas elétricas foram introduzidas no sistema através da modificação de ganhos de sensores de posição e de ganhos de controle através da modificação da corrente nas bobinas dos mancais.

Os métodos convencionais de detecção de falhas elétricas utilizam redundância de *hardware*, que aumenta o custo do sistema e ocupa mais espaço. Nos últimos anos alguns autores têm

utilizado redundância analítica, como opção à redundância de *hardware*. Clark (1978) se baseia em modelos e faz uso de múltiplos observadores como estratégia de detecção. Em outro trabalho, Clark e Setzer (1980) estudam falhas em sensores de um barco hidrofólio utilizando observadores de estado e filtro de Kalman. Watanabe e Himmelblau (1982) utilizam a mesma estratégia para detectar falhas de instrumentação em um reator químico sujeito a ruídos. Através de observador de Luenberger Sinha et. al (1993) trabalham com um sistema de detecção de falhas em acelerômetros num carro em suspensão eletromagnética

2.4 – Sobre Mancais Magnéticos Ativos.

Os mancais magnéticos ativos têm sido utilizados em equipamentos onde a eliminação das superfícies de contato permite um baixíssimo desgaste mecânico, diminuição do consumo do motor e eliminação de lubrificantes. São adequados à construção de equipamentos selados, que precisam operar no vácuo ou em atmosferas sujeitas à contaminação. Tem sido, nas ultimas décadas, foco de estudos de diversos pesquisadores. Brunet (1988) apresenta várias aplicações industriais de mancais magnéticos ativos. Traxler e Sweitzer (1984) e Allaire et.al (1992) estudaram a aplicação de mancais magnéticos em rotores de alta rotação, abordando características dinâmicas de estabilidade e de controles.

Abordando as diferentes etapas e técnicas de implementação de um sistema de controle, Alves et. al (1996) apresentam a representação do modelo de controle via espaço de estados para mancais magnéticos ativos. Pierri et. al. (1988) apresentam um projeto de controlador linear quadrático analógico para rotores rígidos. Porsh (1996) apresenta o projeto de controle baseado em filtros ativos analógicos, para um sistema de bombeamento de um túnel de cavitação apoiado e mancais magnéticos. Salm (1998) estudou a aplicação de mancais magnéticos em rotores flexíveis com controle digital. Zampieri e Schiehlen (1979) modelam um rotor de Laval com molas, amortecedores e atuadores nas extremidades para minimizar vibrações. Alves (2004) utiliza atuadores eletromagnéticos para amenizar vibrações na passagem por velocidades críticas de um rotor flexível contínuo sustentado por mancais de rolamentos. Sweitzer (2002) apresenta num *survey* o estado da arte sobre mancais magnéticos abordando suas vantagens e limitações de seu uso industrialmente. Apresenta exemplos de aplicação, comportamento quanto à temperatura, perdas elétricas, precisão e a potencialidade de aplicação da tecnologia *Smart Machine*. O problema da detecção de falhas em sistemas com mancais magnéticos ativos e sistemas de controle tem sido pouco abordado na literatura, por isso entende-se seja esta uma das contribuições desse trabalho. Embora escassos, pode-se citar Anton e Ulbrich, (1985) que consideram um rotor com propriedades de rigidez e amortecimento assimétricos num modelo de rotor vertical supercrítico de ultracentrifuga com elemento elástico entre dois segmentos. Sinha et. al (1993) estudou falhas em sensores num sistema com suspensão eletromagnética. Utilizam observadores de Luenberger para estimar as variáveis de estado do sistema que são comparados com a leitura dos sensores de saída para detecção de falhas. Zhu et al. (2003) trabalharam com um rotor de Laval sustentado por mancais rígidos e com atuador magnético sobre o disco, aplicou um modelo de trinca sobre o eixo e estudou a dinâmica da trinca sobre rotor e o efeito do controle sobre os sintomas da falha. Nordmann e Aennis (2002) aplicaram um método de detecção de falhas baseado em modelo numa bomba centrifuga com mancais magnéticos. Excitou-se o sistema através do próprio mancal tomando os deslocamentos possíveis de serem medidos. Através da função de resposta em freqüência da excitação de entrada com as variáveis de saída, foi montado o modelo de diagnóstico de falhas.

Capítulo 3

Modelagem Matemática

Nesse capitulo são apresentadas a modelagem matemática do mancal magnético ativo, do sistema de controle e do sistema mecânico. Apresenta-se a formulação da falha mecânica, da força de desbalanço e ruído branco. O modelo é colocado na forma de espaço de estados no software *Matlab*, usando o toolbox *Simulink*, onde são acrescentados os ganhos de sensores, mancal e estágios de potência, para simulação no domínio do tempo.

3.1 - Modelo do Mancal Magnético Ativo

O mancal magnético consiste num conjunto de eletroímãs dispostos de tal forma a permitir a estabilidade do rotor sem necessidade de contato físico. A força eletromagnética é inversamente proporcional à distância, sendo que ao aplicar uma força eletromagnética ao rotor a tendência é dele ser atraído até a mínima distância possível entre sua superfície e o eletroímã.



Figura 3.1 - Definição de forças e deslocamentos para a direção Z no mancal

Para se ter força magnética em ambos os sentidos, trabalha-se com duas bobinas diametralmente opostas para cada eixo de atuação (y e z), considerando dois semi-eixos, um positivo e outro negativo, figura 3.1. As correntes i^+ e i^- são as correntes nas bobinas do semi-eixo Z (positivo) e Z (negativo) respectivamente, valendo o mesmo para o eixo Y. A corrente total de atuação para cada eixo é retificada de tal forma que somente a parcela positiva (semi-ciclo positivo) é enviada ao semi-eixo positivo e analogamente somente a parcela negativa (semi-ciclo negativo) seja enviada ao semi-eixo negativo. Para o atuador, ou seja, o conjunto de bobinas atuantes no mesmo eixo, independente do sinal da corrente, o mesmo exercerá força de atração.

A força aplicada ao rotor em um par de bobinas pode ser expressa pela seguinte expressão, para os dois semi-eixos:

$$f_m = -km \left(\frac{i}{s}\right)^2 \tag{3.1}$$

Onde:

i	corrente	aue	passa	pela	bobina

s folga entre o eixo e a bobina

km constante magnética que depende da construção física do mancal.

Na figura 3.1, chamando de i^+ a corrente do semi-ciclo positivo do estágio de potência com força positiva f^+ , i^- a corrente do semi-ciclo negativo do estágio de potência com força negativa f^- , segundo Pierri et.al. (1988), as forças podem ser representadas por:

$$f_z^+ = km \left(\frac{i^+(t)}{s - z(t)}\right)^2$$
 (3.2) e $f_z^- = -km \left(\frac{i^-(t)}{s + z(t)}\right)^2$ (3.3)

Considerando neste trabalho pequenos deslocamentos em torno do ponto de operação segundo Alves et. al. (1996), a lei de força para um semi-eixo pode ser linearizada para (z_0, i_0) . Para o semi-eixo positivo, tem se:

$$f_{z}^{+}(i,z) = f^{+}(i_{0},s_{0}) + \frac{\partial f^{+}(i,z)}{\partial z} \bigg|_{\substack{z = s_{0} \\ i = i_{0}}} z + \frac{\partial f^{+}(i,z)}{\partial i} \bigg|_{\substack{z = s_{0} \\ i = i_{0}}} i$$
(3.4)

$$fz^{+}(i,z) = fz^{+}(i_{0},s_{0}) + \frac{\partial fz^{+}(i_{0},s_{0})}{\partial z}(z-s_{0}) + \frac{\partial fz^{+}(i_{0},s_{0})}{\partial i}(i-i_{0})$$
(3.5)

$$fz^{+}(i,z) = \frac{km.i_{0}^{2}}{(s-s_{0})^{2}} + \frac{2km.i_{0}^{2}}{(s-s_{0})^{2}}(z-s_{0}) + \frac{2km.i_{0}}{(s-s_{0})^{2}}(i-i_{0})$$
(3.6)

Fazendo o mesmo para o semi-eixo negativo:

$$fz^{-}(i,z) = -\frac{kmi_{0}^{2}}{(s+s_{0})^{2}} + \frac{2kmi_{0}^{2}}{(s+s_{0})^{2}}(z-s_{0}) - \frac{2kmi_{0}}{(s+s_{0})^{2}}(i-i_{0})$$
(3.7)

Em todos os mancais é introduzida uma corrente DC de polarização para que haja certa rigidez em torno do ponto de operação, pois neste ponto se não houver nenhuma perturbação a corrente do controle será nula, ou seja, i(t) = 0. Somando uma corrente contínua com o sinal de corrente que vai para o semi-eixo positivo e subtraindo a mesma corrente contínua que vai para o semi-eixo negativo, fazendo $s_0 = 0$, $i_0 = i_p$ e somando a equação (3.6) com a equação (3.7) tem - se:

$$fz(i,z) = -\frac{4.km.i_p^2}{s^3}.z(t) + \frac{4.km.i_p^2}{s^2}.i(t)$$
(3.8)

Onde:

$$kmz = \frac{4.k_m . i_p^2}{s^3}$$
 (3.9) e $kmi = \frac{4.k_m . i_p}{s^2}$ (3.10)

Então:

$$f_{z}(i,z) = 4.k_{mz}.z(t) - k_{mi}.i_{c}(t)$$
(3.11)

Com:
- k_{mz} fator de força com deslocamento (anti-mola)
- K_{mi} fator de força linearizada com a corrente (ganho do mancal)

O primeiro termo da equação (3.9) k_{mz} depende apenas do deslocamento. Logo pode ser incorporado diretamente à matriz de rigidez mecânica. Como seu valor é positivo será adicionado como uma anti-mola (mola negativa). O segundo termo K_{mi} pode ser escrito para cada eixo com i_p em função de v_ie o estágio de potência considerado como um ganho k_p .

3.2 - Modelo do Controle

Um controle em malha fechada para o sistema rotor e mancais é essencial para a sua operação estável. Os controladores são representados por pólos e zeros ou por funções de transferência sendo permitida a variação paramétrica dos mesmos. Pode-se realizar a síntese dos controladores por alocação de pólos ou através de técnicas de controle tais como: reguladores lineares quadráticos com observadores de estado ou controladores projetados no domínio da freqüência $(H\infty)$, Pierri et. al. (1988).



Figura 3.2 - Diagrama esquemático do mancal magnético ativo para uma direção de atuação

Pela figura 3.2 os sinais dos sensores são somados para a direção de atuação Y e subtraídos para a direção de atuação Z. A soma ou subtração desses sinais são enviados ao controlador de cada eixo. Os controladores processam a informação e enviam um sinal de tensão para os amplificadores de potência, convertendo em sinal proporcional de corrente que é enviado às bobinas.

Nota-se pela figura 3.2 que os sensores não trabalham na direção dos eixos de atuação do mancal. Isso ocorre devido à falta de espaço na cabeceira das bobinas e devido à necessidade de se trabalhar o mais próximo possível do ponto de atuação dos mancais. Como trabalham a 45° dos eixos de atuação, faz se necessária a correção de suas leituras em relação aos eixos.

Segundo Alves (2004), chamando de ls_1 a leitura do sensor 1 e de ls_2 a leitura do sensor 2, temos que as leituras equivalentes nas direções Y e Z são dadas por:

$$y_s = ls_1 \cos(45^\circ) + ls_2 sen(45^\circ)$$
 (3.12) e $z_s = ls_1 \cos(45^\circ) - ls_2 sen(45^\circ)$ (3.13)

Logo:
$$y_s = \frac{\sqrt{2}}{2}(ls_1 + ls_2)$$
 (3.14) e $z_s = \frac{\sqrt{2}}{2}(ls_1 - ls_2)$ (3.15)

Onde:

 $y_s e z_s$ são as leituras equivalentes como se os sensores estivessem na mesma direção do eixo de atuação.

Um controlador em sua versão analógica é formado por uma seqüência de filtros lineares, tais como: integrador, avançadores de fase, filtros passa baixas e filtros a variáveis de estado. Neste trabalho optou-se por um controlador SISO (single in – single out) de sexta ordem. Essa escolha deve-se ao fato de ser um controlador já desenvolvido de fácil implementação, com características dinâmicas bem próximas à necessidade de controle do sistema, que é a de amortecer basicamente o primeiro modo de flexão durante a passagem pela ressonância. Para cada eixo de atuação, a função de transferência é dada por:

$$G(s) = \frac{c_5 \cdot S^5 + c_4 \cdot S^4 + c_3 \cdot S^3 + c_2 \cdot S^2 + c_1 \cdot S + c_0}{S^6 + a_5 \cdot S^5 + a_4 \cdot S^4 + a_3 \cdot S^3 + a_2 \cdot S^2 + a_1 \cdot S + a_0}$$
(3.16)

Cada controlador, correspondente a cada direção de atuação, pode ser colocado na forma de estados. Segundo Pierri et. al (1998), para o eixo (*i*) é dado por:

$$\dot{x}_{ci}(t) = A_{ci} x_{ci}(t) + B_{ci} u_i(t)$$
(3.17)

$$v_i = C_{ci} x_{ci}(t)$$
 (3.18)

Onde:

A matriz dinâmica do controlador (i)
$$A_{ci} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{6x6}$$
(3.19)

A matriz de entrada do controlador (*i*)
$$B_{ci} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0_{5xl} \end{bmatrix}_{6xl}$$
(3.20)

A matriz de saída do controle eixo (i) $C_{ci} = \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \end{bmatrix}_{Ix6}$ (3.21)

Os termos da matriz: $a_0, a_1, ..., a_5$ e $c_0, c_1, ..., c_5$ vêm da função de transferência do controle, equação (3.16), e os estados de entrada e de saída são dados por:

 v_i tensão de saída do controlador (*i*) e de entrada do estágio de potência.

$$u_i$$
 tensão de entrada do controlador (*i*)

 x_{ci} vetor de estados do controlador (*i*). Como o controlador é de 6^a ordem esse vetor é composto por seis estados.

3.3-Modelagem Matemática do Rotor

O modelo matemático consiste na estruturação do sistema real através de elementos de eixo, disco e mancal. Pela combinação das características dinâmicas de cada elemento é possível ajustar-se um modelo matemático satisfatoriamente ao sistema real. Como técnica de modelagem, pode-se usar um sistema multi-corpos, onde o sistema mecânico é representado através de corpos rígidos unidos por elementos de rigidez e amortecimento. Sobre tal sistema aplicam-se as equações de Newton-Euler ou Lagrange e deduzem-se as equações de movimento. Neste trabalho foi utilizada a formulação padrão de elementos finitos (FEM), segundo Lallane e Ferraris (1990).

A figura 3.3 mostra o sistema que se constitui de um rotor composto por quatro discos (d₁, d₂ d₃ e d₄) e três segmentos de eixos (s₁, s₂ e s₃). Nos discos externos d₁ e d₄ atuará um par de mancais magnéticos; no disco interno d₂ acopla-se o motor, e no disco d₆ o sensor de rotação. O segmento de eixo intermediário s₂ foi dividido em quatro elementos de eixos correspondendo, no total, a 28 graus de liberdade. Considera-se o sistema fixo de coordenadas (X,Y e Z) e o sistema móvel (x, y e z). Os eixos X e x são colineares com a linha de centro do eixo não deformado. O sistema gira com uma velocidade angular ω . Desconsideram-se pequenos deslocamentos axiais que possam ocorrer. A seção transversal do eixo e os discos tem seus movimentos descritos pelas translações y(t) e z(t) e pelas rotações $\theta(t) e \phi(t)$ em torno dos eixos Y e Z respectivamente.



Figura 3.3 – Posicionamento dos nós e elementos utilizados no modelo com 28 gdl Considera-se que o sistema possa ser representado pela equação diferencial:

$$M.\ddot{\xi}(t) + G.\dot{\xi}(t) + K.\xi(t) = f_e(t)$$
(3.22)

Onde:

<i>M</i> _{28x28}	matriz de massa, dada por: $M = Md + Me + Ms$ com: Md massa dos discos, Me massa dos elementos de eixo e Ms inércia dos eixos.
<i>G</i> _{28x28}	matriz giroscópica e de amortecimento viscoso dada por: $G = Gd + Ge + C$ com: Gd efeito giroscópico do disco, Ge efeito giroscópio do eixo e C matriz de amortecimento viscososo.
<i>K</i> _{28x28}	matriz de rigidez do eixo
fe_{28x28}	vetor de excitações externas, dado por $f_e = fm + fd$ com: <i>fm</i> vetor de forças magnéticas, <i>fd</i> vetor de forças de desbalanço e ruído
	branco.

O vetor de deslocamentos e rotações foi agrupado por planos (plano xy e xz) respectivamente, dado por:

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 & y_7 & \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 & \phi_5 & \phi_6 & \phi_7 & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 & z_6 & z_7 & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 \end{bmatrix}^T$$
(3.23)

3.3.1 – Elemento de Disco

O elemento de disco é assumido com um elemento rígido. Portanto deve ser considerada apenas a sua energia cinética. Seu movimento é definido pelos graus de liberdade composto por dois deslocamentos y(t) e z(t), e duas rotações $\phi(t)$ e $\theta(t)$ em torno dos eixos Y e Z respectivamente. Considera-se sua massa m_d e os momentos de inércia em torno dos eixos Y e Z por Id_y e Id_z , respectivamente. Portanto, a expressão da energia cinética do elemento de disco no regime estacionário com velocidade angular constante ω é dada por:

$$Td = \frac{1}{2}m_{d}(\dot{y}^{2} + \dot{z}^{2}) + \frac{1}{2}Id_{y}(\dot{\phi}^{2} + \dot{\theta}^{2}) + Id_{z}\frac{1}{2}(2\omega\dot{\theta}\phi + \omega^{2})$$
(3.24)

Definindo o vetor de deslocamentos nodais do disco como $q = [y, z, \phi, \theta]^T$ e aplicando a equação de Lagrange na equação (3.24), segundo Lalane e Ferraris (1990), obtém-se para o elemento de disco a seguinte equação de movimento na forma matricial:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial Td}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial Td}{\partial q} = Md \{ \ddot{q} \} + \omega [Gd \{ \dot{q} \}]$$
(3.25)

Md é a matriz de translação do disco e Gd é a matriz giroscópica do disco. Considera-se que os discos possuem massas md_1 , md_2 , md_3 e md_4 e momentos de inércia Id_1 , Id_2 , Id_3 e Id_4 , tanto em relação ao eixo Y como em relação ao eixo Z. Os discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 estão posicionados nos nós 1, 2, 6 e 7 respectivamente, logo a matriz de massa e inércias dos discos, de acordo com as coordenadas $\xi(t)$, é dada por:

$$Md = \begin{bmatrix} Mdy & Mdz \end{bmatrix}$$

Com:

$$Mdy = diag.[md_1 \ md_2 \ 0 \ 0 \ md_3 \ md_4 \ Id_1 \ Id_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ Id_3 \ Id_4]$$
 (3.26)

e

$$Mdy = Mdz$$

A matriz que considera o efeito giroscópio Gd é dada por:

$$Gd = \begin{bmatrix} 0_{7x7} & 0_{7x7} & 0_{7x7} & 0_{7x7} \\ 0_{7x7} & 0_{7x7} & 0_{7x7} & Gd_{\theta} \\ 0_{7x7} & 0_{7x7} & 0_{7x7} & 0_{7x7} \\ 0_{7x7} & Gd_{\phi} & 0_{7x7} & 0_{7x7} \end{bmatrix}$$
(3.27)

Onde:

$$Gd_{\phi} = -Gd_{\theta} \tag{3.29}$$

Sendo Ip_1 , Ip_2 , Ip_3 e Ip_4 os momentos de inércia polar dos discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 respectivamente.

3.3.2 - Elemento de Eixo

O elemento de eixo é considerado como um elemento de viga. Possui área de seção transversal circular *S*, momento de inércia de área I_e , densidade de massa por unidade de volume ρ e diâmetro constante ao longo de todo comprimento *L* no intervalo [*a*, *b*]. Considerando o elemento de eixo *L* tem-se:



Figuras 3.4 - Coordenadas do elemento de eixo

Para um elemento de eixo de comprimento L, a energia cinética no regime estacionário é dada por:

$$Ts = \frac{\rho S}{2} \int_{0}^{L} (\dot{y}^{2} + \dot{z}^{2}) dx + \frac{\rho S}{2} \int_{0}^{L} (\dot{\phi}^{2} + \dot{\theta}^{2}) dx + \rho I_{e} L \omega^{2} + 2\rho L \omega \int_{0}^{L} \dot{\theta} \phi dx$$
(3.30)

O elemento de eixo mostrado na figura 3.4, possui dois nós e oito graus de liberdade. As relações entre as translações e rotações são:

$$\phi = \frac{\partial y}{\partial x} \tag{3.31}$$

$$\theta = -\frac{\partial z}{\partial x} \tag{3.32}$$

O vetor de deslocamentos nodais é dado por:

$$q = [y_a, z_a, \phi_a, \theta_a, y_b, z_b, \phi_b, \theta_b]^T$$
(3.33)

Os deslocamentos q_y e q_z correspondentes aos movimentos y e z respectivamente, são dados por:

$$q_{y} = \left[y_{a}, \phi_{a}, y_{b}, \phi_{b}\right]$$
(3.34) e $q_{z} = \left[z_{a}, \theta_{a}, z_{b}, \theta_{b}\right]$ (3.35)

O deslocamento em qualquer ponto do elemento de eixo ao longo do seu comprimento é dado por:

$$y = N_z(x).q_y$$
 (3.36) e $z = N_z(x).q_z$ (3.37)

Onde:

$$N_{y}(x) = \left[I - \frac{3x^{2}}{L^{2}} + \frac{2x^{3}}{L^{3}}; -x + \frac{2x^{2}}{L} - \frac{x^{3}}{L^{2}}; \frac{3x^{2}}{L^{2}} - \frac{2x^{3}}{L^{3}}; \frac{x^{2}}{L} - \frac{x^{3}}{L^{2}} \right]$$
(3.38)

$$N_{z}(x) = \left[1 - \frac{3x^{2}}{L^{2}} + \frac{2x^{3}}{L^{3}}; x - \frac{2x^{2}}{L} + \frac{x^{3}}{L^{2}}; \frac{3x^{2}}{L^{2}} - \frac{2x^{3}}{L^{3}}; -\frac{x^{2}}{L} + \frac{x^{3}}{L^{2}}\right]$$
(3.39)

A energia cinética do eixo dada pela expressão (3.24) pode então ser escrita por:

$$Ts = \frac{\rho \cdot S}{2} \int_{0}^{L} (q\dot{y}^{T} + N_{y}^{T} \cdot N_{y}q\dot{y} + q\dot{z}^{T} N_{z}^{T} \cdot N_{z}q\dot{z})dx +$$

+ $\frac{\rho \cdot I_{e}}{2} \int_{0}^{L} (q\dot{y}^{T} \frac{dN_{y}^{T}}{dx} \cdot \frac{dN_{y}}{dx}q\dot{y} + q\dot{z}^{T} \frac{dN_{z}^{T}}{dx} \cdot \frac{dN_{z}}{dx} \cdot q\dot{z})dx + \rho I_{e}L\omega^{2} - 2\rho L\omega \int_{0}^{L} q\dot{y}^{T} \frac{dN_{y}^{T}}{dx} \cdot \frac{dN_{z}}{dx}qzdx$
(3.40)

Substituindo as equações (3.38) e (3.39) e suas derivadas na equação (3.40) obtém - se a equação para a energia cinética do eixo:

$$Ts = \frac{1}{2}q\dot{y}^{T}M_{1}.q\dot{y} + \frac{1}{2}q\dot{z}^{T}M_{2}q\dot{z} + \frac{1}{2}q\dot{y}^{T}M_{3}q\dot{y} + \frac{1}{2}q\dot{z}^{T}M_{4}q\dot{z} + \omega q\dot{y}^{T}M_{5}qz + \rho I_{e}L\omega \quad (3.41)$$

Onde:

 M_1 e M_2 são as matrizes de translação de massa; M_3 e M_4 são as matrizes de inércia rotatória e M_5 é a matriz giroscópica do eixo.

Segundo Lalane e Ferraris (1990), aplicando a equação de Lagrange na equação (3.41) obtém-se a equação do movimento na forma matricial:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ts}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial Ts}{\partial q} = \left[Me + Ms\right]\!\!\left\{\ddot{q}\right\} + \left[Ge\right]\!\!\left\{\dot{q}\right\} \tag{3.42}$$

Onde: Me e Ms são obtidas respectivamente de M_1 , M_2 , M_3 e M_4 e a matriz Ge da matriz M_5 .

Considerando todos os seis elementos (L_1 , L_2 , L_3 L_4 , L_5 e L_6) de eixos definidos na figura 3.3 e a seqüência de coordenadas definidas na equação (3.26), as matrizes de massa e giroscópica do eixo são dadas por:

$$Me = \begin{bmatrix} Mey & 0_{14x14} \\ 0_{14x14} & Mez \end{bmatrix}$$
(3.43)

$$Mey = \begin{bmatrix} Mey_{11} & Mey_{12} \\ Mey_{21} & Mey_{22} \end{bmatrix}$$
(3.44)
$$e \qquad Mez = \begin{bmatrix} Mez_{11} & Mez_{12} \\ Mez_{21} & Mez_{22} \end{bmatrix}$$
(3.45)

Com:

[156.q,	54.q,	0	0	0	0	0]	((3.46)
	$54.q_1$	$156.(q_1+q_2)$	$54.q_{2}$	0	0	0	0		
	0	54.q2	$156.(q_2 + q_3)$	$54.q_{3}$	0	0	0		
$Mey_{11} = Mez_{11} =$	0	0	$54.q_{3}$	$156.(q_3 + q_4)$	$54.q_4$	0	0		
	0	0	0	54.q ₄	$156.(q_4+q_5)$	$54.q_5$	0		
	0	0	0	0	$54.q_{5}$	$156.(q_5 + q_6)$	54. q_6		
	0	0	0	0	0	54.q ₆	156.q6		

	22.L1.q1	13.L1.q1	0	0	0	0	0]
	-13.L1.q1	22.(<i>L</i> 1. <i>q</i> 1– <i>L</i> 2. <i>q</i> 2)	13 . L2 . q2	0	0	0	0
	0	-13.L2.q2	22 . (<i>L</i> 2 . <i>q</i> 2 <i>-L</i> 3 . <i>q</i> 3)	13 . L3.q3	0	0	0
$Mey_{12} = Mez_{11} =$	0	0	-13 . L3.q3	22 . (<i>L</i> 3 . <i>q</i> 3– <i>L</i> 4 . <i>q</i> 4)	13 . L4 . q4	0	0
	0	0	0	-13 . L4 . q4	22 . (<i>L</i> 4 . <i>q</i> 4 <i>-L</i> 5 . <i>q</i> 5)	13 . L5 . q5	0
	0	0	0	0	-13 . L5 . q5	22.(L5.q5-L6.q6)	13 . L6.q6
	0	0	0	0	0	-13 . L6.q6	22 . L6 . q6
							(3.47)

	22.L1.q1	-13.L1.q1	0	0	0	0	0]	
	13.L1.q1	$22.(L1.q_1-L2.q_2)$	-13.L2.q2	0	0	0	0	
	0	13 . L2 . q2	22 . (<i>L</i> 2 . <i>q</i> 2 <i>-L</i> 3 . <i>q</i> 3)	-13 . L3 . q3	0	0	0	
Mey21=Mez21=	0	0	13 . L3.q3	$22.(L3.q_3-L4.q_4)$	-13 . L4 . q4	0	0	
	0	0	0	13 . L4 . q4	22.(L4.q4-L5.q5)	-13 . L5 . q5	0	
	0	0	0	0	13 . L5 . q5	22.(L5.q5-L6.q6)	-13.L6.q6	
	0	0	0	0	0	13 . L6.q6	22 . L6 . q6	
							(3.4	48)

	$4.L1^2.q_1$	$-3.L1^2.q_1$	0	0	0	0	0]
	$-3.L1^2.q_1$	$4.(Ll^2.q_1+L2^2.q_2)$	$-3.L2^2.q_2$	0	0	0	0
	0	$-3.L2^2.q_2$	$4.(L2^2.q_2+L3^2.q_3)$	$-3.L3^2.q_3$	0	0	0
$Mey_{22} = Mez_{22} =$	0	0	$-3.L3^2.q_3$	$4.(L3^2.q_3 + L4^2.q_4)$	$-3.L4^2.q_4$	0	0
	0	0	0	$-3.L4^2.q_4$	$4.(L4^2.q_4 + L5^2.q_5)$	$-3.L5^2.q_5$	0
	0	0	0	0	$-3.L5^2.q_5$	$4.(L5^2.q_5 + L6^2.q_6)$	$-3.L6^2.q_6$
	0	0	0	0	0	$-3.L6^2.q_6$	$4.L6^{2}.q6$
							(3.49)

Com:

$$q_{1} = \frac{\rho.S.L_{1}}{420}, \ q_{2} = \frac{\rho.S.L_{2}}{420}, \ q_{3} = \frac{\rho.S.L_{3}}{420}, \ q_{4} = \frac{\rho.S.L_{4}}{420}, \ q_{5} = \frac{\rho.S.L_{5}}{420} \ e \ q_{6} = \frac{\rho.S.L_{6}}{420}$$
(3.50)

A matriz devido ao efeito de inércia do eixo é dada por:

$$Ms = \begin{bmatrix} Msy & 0_{14x14} \\ 0_{14x14} & Msz \end{bmatrix}$$
(3.51)

Onde:

$$Msy = \begin{bmatrix} Msy_{11} & Msy_{12} \\ Msy_{21} & Msy_{22} \end{bmatrix}$$
(3.52) e
$$Msz = \begin{bmatrix} Msz_{11} & Msz_{12} \\ Msz_{21} & Msz_{22} \end{bmatrix}$$
(3.53)

	36 . w1	-36 . w1	0	0	0	0	0]
	-36.w1	36.(w1+w2)	-36 . w2	0	0	0	0	
	0	-36 . w2	36.(w2+w3)	-36 . w3	0	0	0	
Msy11=Msz11=	0	0	-36 . w3	w6.(w3+w4)	-36 . w4	0	0	
	0	0	0	-36 . w4	36.(w4+w5)	-36 . w5	0	(3.54)
	0	0	0	0	-36 . w5	36.(w5+w6)	-36 . w6	
	0	0	0	0	0	-36 . w6	36 . w6 . w6	

Msy12=Msz12=	3.L1.w1 3.L1.w1 0 0 0 0 0	-3.L1.w1 3.(L1.w1-L2.w2) 3.L2.qw2 0 0 0 0 0	0 -3.L2.w2 22.(L2.w2-L3.w3) 3.L3.w3 0 0 0	0 0 -3.L3.w3 3.(L3.w3-L4.w4) 3.L4.w4 0 0	0 0 -3.L4.w4 3.(L4.w4-L5.w5 3.L5.w5 0	0 0 0) -3.L5.w5 w.(L5.w5-L6.w6 3.L6.w6	0 0 0 0 -3.L6.w6 3.L6.w6 (3.55)
Msy21=Msz21=	3.L1.w1 -3.L1.w1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	3.L1.w1 3.(L1.w1-L2.w2) -3.L2.qw2 0 0 0 0	0 3.L2.w2 22.(L2.w2-L3.w3) -3.L3.w3 0 0 0	0 0 3.L3.w3 3.(L3.w3-L4.w4) -3.L4.w4 0 0	0 0 3.L4.w4 3.(L4.w4-L5.w5) -3.L5.w5 0	0 0 0 3.L5.w5 w.(L5.w5-L6.w6) -3.L6.w6	0 0 0 3.L6.w6 3.L6.w6 (3.56)



A matriz devido ao efeito giroscópio do eixo é dada por:

$$Ge = \begin{bmatrix} 0_{14x14} & Gez\\ Gey & 0_{14x14} \end{bmatrix}$$
(3.58)

$$Gey = \begin{bmatrix} Gey_{11} & Gey_{12} \\ Gey_{21} & Gey_{22} \end{bmatrix}_{14\times 14}$$
(3.59) e $Gez = \begin{bmatrix} Gez_{11} & Gez_{12} \\ Gez_{21} & Gez_{22} \end{bmatrix}_{14\times 14}$ (3.60)

Onde:

	[36.w ₁	36.n ₁	0	0	0	0	0]	
	-36.n	$36.(n_1 + n_2)$	36.n ₂	0	0	0	0	
	0	$-36.n_{2}$	$36.(n_2 + n_3)$	36.n ₃	0	0	0	(3.61)
$Gez_{11} = -Gey_{11} =$	0	0	-36.n	$36.(n_3 + n_4)$	36.n ₄	0	0	(3.01)
11 11	0	0	0	$-36.n_4$	$36.(n_4 + n_5)$	36.n ₅	0	
	0	0	0	0	-36.n5	$36.(n_5 + n_6)$	36.n ₆	
	0	0	0	0	0	-36.n	36.n6	

	[3.L1.n] [3.L1.n]	-3.L1.n1 3.($L1.n1-L2.n2$)	0 -3.L2.n2	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}$	0 0	
	0	3.L2.n2	22.(<i>L</i> 2. <i>n</i> 2 <i>–L</i> 3. <i>n</i> 3)	-3.L3.n3	0	0	0	
Gez12=-Gey12=	0	0	3.L3.n3	3.(L3.n3-L4.n4)	-3.L4.n4	0	0	(262)
	0	0	0	3.L4.n4	3.(L4.n4-L5.n5)	-3.L5.n5	0	(3.02)
	0	0	0	0	3.L5.n5	w.(L5.n5-L6.n6)	-3.L6.n6	
	0	0	0	0	0	3.L6.n6	3.L6.n6	

	$\left[-3.L1.n\right]$	$-3.L1.n_{1}$	0	0	0	0	0]	
	3.L1.w	$3.(L1.n_1 - L2.n_2)$	$-3.L2.n_{2}$	0	0	0	0	
	0	3.L2.n2	$22.(L2.n_2 - L3.n_3)$	$-3.L3.n_{3}$	0	0	0	(3.63)
$Gez_{2} = Gey_{2} =$	0	0	3.L3.n ₃	$3.(L3.n_3 - L4.n_4)$	$-3.L4.n_{4}$	0	0	(5.05)
21 21	0	0	0	3.L4.n ₄	$3(L4.n_4 - L5.n_5)$	$-3.L5.n_{5}$	0	
	0	0	0	0	3.L5.n ₅	$w.(L5.n_5 - L6.n_6)$	$-3.L6.n_{6}$	
	0	0	0	0	0	3.L6.n ₆	3.L6.n6	

	$[4.L1^2.n_1]$	$-L1^{2}.n_{1}$	0	0	0	0	0]	
	$-L1^2.w_1$	$4.(L1^2.n_1+L2^2.n_2)$	$-L2^{2}.n_{2}$	0	0	0	0	
	0	$-L2^{2}.n_{2}$	$4.(L2^2.n_2 + L3^2.n_3)$	$-L3^{2}.n_{3}$	0	0	0	
$Gez_{22} = -Gey_{22} =$	0	0	$-L3^{2}.n_{3}$	$4.(L3^2.n_3{+}L4^2.n_4)$	$-L4^{2}.n_{4}$	0	0	
	0	0	0	$-L4^{2}.n_{4}$	$4.(L4^2.n_4{+}L5^2.n_5)$	$-L5^{2}.n_{5}$	0	
	0	0	0	0	$-L5^{2}.n_{5}$	$4.(L5^2.n_5 + L6^2.n_6)$	$-L6^2.n_6$	
	0	0	0	0	0	$-L6^{2}.n_{6}$	$4.L6^{2}.n6$	
							((3.64)

Onde:

$$n_{1} = \frac{\rho . I_{e} . \omega}{15 . L_{1}}, n_{2} = \frac{\rho . I_{e} . \omega}{15 . L_{2}}, n_{3} = \frac{\rho . I_{e} . \omega}{15 . L_{3}}, n_{4} = \frac{\rho . I_{e} . \omega}{15 . L_{4}}, n_{5} = \frac{\rho . I_{e} . \omega}{15 . L_{5}} \quad e \quad n_{6} = \frac{\rho . I_{e} . \omega}{15 . L_{6}}$$
(3.65)

A energia de deformação de um elemento de eixo de comprimento L, segundo Lalane e Ferraris (1990), é dada pela expressão:

$$U = \frac{EI_e}{2} \int_0^L \left\{ \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right) \right\} dx + \frac{F_o}{2} \int_0^L \left\{ \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \right\} dx$$
(3.66)

Substituindo as equações (3.38) e (3.39) na equação (3.66):

$$U = \frac{E I_e}{2} \int_0^L \left\{ q_y^T + \frac{d^2 N_y^T}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_y}{dx^2} q_y + q_z^T \frac{d^2 N_z^T}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_z}{dx^2} q_z \right\} dx$$

$$+ \frac{F_o}{2} \int_0^L \left\{ q_y^T + \frac{d^2 N_y^T}{dx} \cdot \frac{d^2 N_y}{dx} q_y + q_z^T \frac{d^2 N_z^T}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_z}{dx^2} q_z \right\} dx$$
(3.67)

Desprezando os esforços axiais ($F_0 = 0$) e integrando a equação (3.67) tem – se:

$$U = \frac{1}{2}q_{y}^{T}K_{1}q_{u} + \frac{1}{2}q_{z}^{T}K_{2}q_{z}$$
(3.68)

Onde K_1 e K_2 são as matrizes à flexão e aplicando a equação de Lagrange na expressão da energia potencial total, equação (3.67), resulta:

$$\frac{\partial U}{\partial q} = K_c q \tag{3.69}$$

A matriz K_c vem das matrizes $K_1 \in K_2$, equação (3.68), definida como a matriz de rigidez à flexão. Considerando todos os seis elementos (L_1 , L_2 , L_3 , L_4 , $L_5 \in L_6$) de eixos definidos na figura 3.3 e a seqüência de coordenadas definidas na equação (3.23), a matriz de rigidez do eixo devido à flexão é dada por:

$$Kc = \begin{bmatrix} Kcy & 0_{14x14} \\ 0_{14x14} & Kcz \end{bmatrix}$$
(3.70)

$$Kcy = \begin{bmatrix} Kcy_{11} & Ky_{12} \\ Kcy_{21} & Ky_{22} \end{bmatrix}$$
(3.71) e $Kcz = \begin{bmatrix} Kcz_{11} & Kcz_{12} \\ Kcz_{21} & Kcz_{22} \end{bmatrix}$ (3.72)

Onde:

(3.73)

	$\begin{bmatrix} 12.y_1\\ 12.y_2 \end{bmatrix}$	$-12.y_1$	0 12 v	0	0	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
	0	$-12.y_2$	$12.y_2$ $12.(y_2+y_3)$	$-12.y_{3}$	0	0	0
$Kcy_{11} = Kcz_{11} =$	0 0	0 0	$-12.y_{3}$	$12.(y_3 + y_4) - 12.y_4$	$-12.y_4$ $12.(y_4 + y_5)$	$0 - 12.y_5$	
	0 0	0 0	0 0	0 0	$-12.y_5$ 0	$12.(y_5 + y_6) - 12.y_6$	-12.y ₆ 12.y6





	6.L1.y1	6.L1.y1	0	0	0	0	0
	-6.Ll.y1	6.(<i>L</i> 1. <i>y</i> 1– <i>L</i> 2. <i>y</i> 2)	6.L2.y2	0	0	0	0
	0	-6.L2.y2	6.(<i>L</i> 2. <i>y</i> 2 <i>–L</i> 3. <i>y</i> 3)	6.L3.y3	0	0	0
Kcy21 = Kcz12 =	0	0	-3.L3.y3	6.(<i>L3.y3–L4.y4</i>)	6.L4.y4	0	0
	0	0	0	-6 . L4 . y4	6.(<i>L</i> 4. <i>y</i> 4 <i>-L</i> 5. <i>y</i> 5)	6.L5.y5	0
	0	0	0	0	-6.L5.y5	6.(L5.y5-L6.y6)	6.L6.y6
	0	0	0	0	0	-6 . L6 . y6	6 . L6 . y6



	$(4+a).Ll^2.y_1$	$(2-a)Ll^2.y_1$	0	0	0	0	0]	
	$(2-a)Ll^2.y_1$	$(4+a).(Ll^2.y_1+L2^2.y_2)$	$(2-a)L2^2.y_2$	0	0	0	0	
	0	$(2-a)L2^2.y_2$	$(4+a).(L2^2.y_2+.L3^2.y_3)$	$(2-a)L3^2.y_3$	0	0	0	(3.76)
Kcy ₂₂	0	0	$(2-a)L3^2.y_3$	$(4+a).(L3^2.y_3+2.L4^2.y_4)$	$(2-a)L4^2.y_4$	0	0	(3.70)
	0	0	0	$(2-a)L4^2.y_4$	$(4+a).(L4^2.y_4+L5^2.y_5)$	$(2-a)L5^2.y_5$	0	
	0	0	0	0	$(2-a)L5^2.y_5$	$(4+a).(L5^2.y_5+L6^2.y_6)$	$(2-a)L6^2.y_6$	
	0	0	0	0	0	$(2-a)L6^2.y_6$	$(4+a).L6^2.y6$	

Onde:

 $kcz_{22} = kcy_{22}$

32

$$y_{1} = \frac{2.E.I_{e}}{(1+a_{i})L_{1}^{3}}, \quad y_{2} = \frac{2.E.I_{e}}{(1+a_{i})L_{2}^{3}}, \quad y_{3} = \frac{2.E.I_{e}}{.(1+a_{i})L_{3}^{3}}, \quad y_{4} = \frac{2.E.I_{e}}{(1+a_{i})L_{4}^{3}}, \quad y_{5} = \frac{2.E.I_{e}}{(1+a_{i})L_{5}^{3}}e \qquad y_{6} = \frac{2.E.I_{e}}{(1+a_{i})L_{6}^{3}}$$
(3.77)

$$a_{1} = \frac{12.E.I_{e}}{G.S.L_{1}^{2}}, \quad a_{2} = \frac{12.E.I_{e}}{G.S.L_{2}^{2}}, \quad a_{3} = \frac{12.E.I_{3}}{G.S.L_{3}^{2}}, \quad a_{4} = \frac{12.E.I_{e}}{G.S.L_{4}^{2}}, \quad a_{5} = \frac{12.E.I_{e}}{G.S.L_{5}^{2}}, \quad a_{6} = \frac{12.E.I_{e}}{G.S.L_{6}^{2}}, \quad (3.78)$$

3.4 – Formulação da Falha Mecânica

A falha mecânica foi modelada através do método de elementos finitos e introduzida na matriz de rigidez, da equação do sistema mecânico (3.70). Supõe-se a existência de falha mecânica localizada no comprimento L_d entre o intervalo [a,b] do elemento de eixo, figura 3.5. Considera-se o dano uniforme por unidade de comprimento. Segundo Simões e Steffen (2002), a falha introduz modificações na energia de deformação do elemento e, conseqüentemente, na matriz de rigidez.



Figuras 3.5 - Coordenadas do elemento de eixo com falha

A energia de deformação U_d da região com falha pode ser definida como:

$$U_{d} = \frac{Ek_{b}}{2} \int_{a}^{b} \left[(\ddot{y})^{2} + (\ddot{z})^{2} \right] dx$$
(3.79)

Desenvolvendo a equação (3.79) e utilizando a mesma metodologia do sistema mecânico, obtémse a matriz de rigidez de um elemento de eixo com falha, dado por:

$$k_{d} = \frac{E.k_{b}}{\left(l+a_{d}\right)L_{d}^{3}} \begin{bmatrix} 12 & -12 & -6L_{d} & -6L_{d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 6L_{d} & 6L_{d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (4+a_{d}).L_{d}^{2} & (2-a_{d}).L_{d}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (4+a_{d}).L_{d}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & -12 & 6.L_{d} & 6.L_{d} \\ 12 & -6.L_{d} & -6.L_{d} \\ simétrico & (4+a_{d}).L_{d}^{2} & (2-a_{d}).L_{d}^{2} \\ (4+a_{d}).L_{d}^{2} \end{bmatrix}$$

(3.80)

$$y_d = \frac{E.k_b}{(l+ad).L_d^{-3}}$$
 (3.81) e $ad = \frac{12.E.k_b}{G.Ks.L_d^{-2}}$ (3.82)

Onde: G é o módulo de elasticidade transversal e E o módulo de Young do material do eixo.

$$k_b = \xi_b . Ie \tag{3.83}$$

$$k_s = \xi_s.Sr \tag{3.84}$$

Onde:

 k_b está associado a deterioração das propriedades de inércia do elemento de eixo dentro da região de dano

- k_s está associado a área reduzida da secção transversal danificada.
- ξ_b e ξ_s determinam a magnitude da falha relativos à perda de inércia e perda de área da seção transversal respectivamente.

A matriz Kd será introduzida na matriz geral de rigidez do sistema mecânico K na posição do elemento de eixo que apresentar falha.

3.5 – Formulação da Força de Desbalanço.

O desbalanceamento é definido como uma massa m_u situada a uma distância *e* do centro geométrico do eixo *C*, mostrado na figura 3.6.



Figuras 3.6 – Coordenadas da massa de desbalanceamento

Em sistemas rotativos, o desbalanceamento pode ser causado por massas excêntricas localizadas em diferentes planos e posições angulares dos discos. Como a massa de desbalanceamento é muito menor que a massa do disco, a equação da energia cinética pode ser escrita, segundo Lalane e Ferraris (1990), como:

$$Tu = m_u \cdot \omega \cdot e(\dot{y} \cdot \cos(\omega t) - \dot{z} \cdot sen(\omega t))$$
(3.85)

Aplicando a equação de Lagrange na equação (3.85), chega-se ao vetor de força de desbalanço, onde:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial T}{\partial q} = -m_u \cdot e \cdot \omega^2 \begin{bmatrix} sen(\omega t) \\ \cos(\omega t) \end{bmatrix}$$
(3.86)

com: $q = [y, z]^T$

A equação (3.86) corresponde à massa de desbalanceamento situada no eixo Y no tempo t = 0. Para o caso de influência de várias massas atuando simultaneamente, considera-se a posição angular β respectivo ao eixo Y. No tempo t = 0, suas forças são dadas por:

$$\begin{bmatrix} f_{y} \\ f_{z} \end{bmatrix} = m_{u} \cdot e \cdot \omega^{2} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \beta) \\ sen(\omega t + \beta) \end{bmatrix}$$
(3.87)

Podendo ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} f_y \\ f_z \end{bmatrix} = fd_1 sen(\omega t) + fd_z \cos(\omega t)$$
(3.88)

Com:

$$fd_{1} = m_{u}.e.\omega^{2}.\begin{bmatrix}\cos\beta\\-sen\beta\end{bmatrix}$$
(3.89)

$$fd_2 = m_u \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \begin{bmatrix} sen\beta \\ \cos\beta \end{bmatrix}$$
(3.90)

3.6 – Ruído Branco

O ruído branco é por definição aquele que tem a sua potência distribuída uniformemente no espectro de freqüência, ou seja, $S_w(f) = N_w$ é uma constante. O nome ruído branco advém da analogia com o espectro eletromagnético na faixa de luz. A luz branca contém todas as freqüências do espectro visível, daí o nome adotado. Na natureza, encontramos ruídos com essa característica constante até cerca de 1.000 GHz, Lee (1994).

O ruído branco e o ruído rosa são os mais importantes encontrados na natureza e têm a propriedade de serem ruídos com distribuição Gaussiana, com valor médio nulo (ruídos com outros tipos de distribuição são artificialmente produzidos). Se os sinais de ruído são sinais de tensão V_R (também podem ser sinais de corrente), significa que a distribuição desses sinais, a Função Densidade de Probabilidade $f(V_R)$, segue a curva de Gauss, segundo Proakis (1995), dada por:

$$f(V_{R}) = \frac{l}{(\sqrt{2\pi}).\sigma} e^{\frac{V_{R}^{2}}{2\sigma^{2}}}$$
(3.91)

A área sob a curva de distribuição normal, figura 3.8, indica a probabilidade de ocorrência do sinal no tempo. Por exemplo, a probabilidade da ocorrência de V_R estar compreendida entre - σ e + σ é de 68,26%. A probabilidade da ocorrência de V_R estar compreendida entre - 3σ e + 3σ é de 99,74%, ou seja, praticamente todo o sinal. Pode ser mostrado, para processos ergódicos como é o caso, que o desvio padrão é o valor eficaz da tensão de ruído, V_{RMS} .

Um processo aleatório é dito ergódico quando suas propriedades estatísticas podem ser determinadas a partir de uma amostra do processo. A figura 3.8, mostra como o ruído branco se comporta no domínio do tempo e sua distribuição normal.



Figura 3.7 – Sinal de ruído branco no tempo e sua distribuição normal

Neste trabalho o ruído branco está sendo introduzido como uma excitação externa, como forma de testar a robustez a perturbações não mensuráveis.

3.7 – Representação do Sistema Mecânico no Espaço de Estados

Tomando a equação (3.22) do sistema mecânico, dada por:

$$M.\ddot{\xi}(t) + G.\dot{\xi}(t) + K.\xi(t) = f_e(t)$$
(3.92)

Definindo que:

$$\begin{cases} x_1 = \xi(t) \\ x_2 = \dot{\xi}(t) \end{cases}$$
(3.93)

Pode-se escrever que:

$$\dot{x}_{1} = x_{2}$$

$$\dot{x}_{2} = M^{-1} \cdot \left(f_{e} - G \cdot x_{2} - K \cdot x_{1} \right)$$
(3.94)

Colocando o Sistema Mecânico na forma de espaço de estados temos que:

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m f_e(t)$$
 (3.95)

$$y_m(t) = C_m x_m \tag{3.96}$$

Matriz dinâmica mecânica é dada por:

$$A_{m} = \begin{bmatrix} 0_{28x28} & I_{28x28} \\ -M^{-1}.K & -M^{-1}.G \end{bmatrix}_{56x56}$$
(3.97)

Considerando excitações externas nos quatro discos nas direções y e z, logo a matriz de entradas é dada por:

$$B_m = \begin{bmatrix} 0_{28x8} \\ -M^{-1} \end{bmatrix}_{56x8}$$
(3.98)

Consideram-se como medidas os oito deslocamentos e as oito velocidades de translação dos discos d_1 , d_2 , d_3 e d₄, logo se tem a matriz de saída:

$$C_m = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix}_{16x56} \tag{3.99}$$

e o vetor dos estados mecânico:
$$x_m(t) = \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix}_{56xI}$$
 (3.100)

3.8 - Modelo para Simulação no Domínio do Tempo

Colocou-se o modelo desenvolvido no programa *Matlab*, através do toolbox *Simulink*, figura 3.8, para simular a resposta ao desbalanço imposto no domínio do tempo com e sem perturbação devido ao ruído branco, para a condição de falha e sem falha.

Na figura 3.8, o bloco "*Estados Mecânicos*" representa o sistema mecânico colocado na forma de estados através das matrizes dinâmica *Am*, de entrada *Bm* e de saída *Cm*, equações (3.95) e (3.96). O sistema é excitado por forças de desbalanço e ruído branco, sendo realimentado pelas forças magnéticas, oriundas de cada eixo de atuação do mancal. São adicionadas através do somador colocado na entrada do sistema mecânico. O bloco "*Demux*" desmultiplexa os

deslocamentos de saída que são medidos pelos sensores ks_{y1} , ks_{y4} , ks_{z1} e ks_{z4} , com os respectivos ganhos. Esses ganhos transformam a leitura de deslocamento em um sinal de tensão que são enviados a cada eixo de controle, designados pelos blocos "*Estados de controle* y₁, y₄, z₁ e z₄".



Figura 3.8 - Modelo Matlab - Simulink para simulação no domínio do tempo

Os controladores são do tipo SISO (single in – single out), onde cada eixo funciona como um controle independente, cada bloco foi implementado na forma de espaço de estados, equações (3.19), (3.20) e (3.21). Cada um desses blocos de controle recebe como entrada a tensão do

sensor correspondente, processa a informação e envia aos estágios de potência um sinal de tensão. Os estágios de potência são modelados como ganhos representados na saída de cada controlador pelos ganhos kp_{y1},kp_{y4},kp_{z1} e kp_{z4}. Esses ganhos transformam o sinal de tensão em sinais proporcionais de corrente que são enviados aos atuadores do mancal magnético.

Os atuadores estão representados pelos ganhos km_{y1} , km_{y4} , km_{z1} e km_{z4} , que transformam o sinal de corrente enviado pelo estágio de potência em sinal de força magnética e o bloco "*Mux*", multiplexa os sinais convenientemente, que realimentam o sistema mecânico corrigindo a posição do rotor.

As forças de excitação pelo desbalanço foram implementas no bloco de entrada como descrito pelas equações (3.88), (3.89) e (3.90). A excitação devido ao ruído branco de média zero possui função de probabilidade descrita pela equação (3.91) e implementada pelo bloco específico fornecido pelo *toolbox do Simulink*. A função exponencial colocada em conjunto com a função de desbalanço garante que a excitação seja colocada suavemente evitando dessa forma oscilações desnecessárias do sistema no inicio da simulação e o temporizador determina o tempo de simulação.

A falha mecânica foi implementada de acordo com a equação (3.80), sendo colocada no elemento de eixo desejado. As falhas elétricas foram introduzidas pela mudança no ganho dos sensores e através da mudança da corrente da bobina do mancal, alterando conseqüentemente o ganho do atuador magnético, equação (3.11).

È interessante notar que essa configuração, com sistema mecânico com 28 graus de liberdade, e um controle de sexta ordem, ao se fechar a malha tem-se uma matriz dinâmica no espaço de estados de ordem 80x80, sendo que o vetor de estados mecânicos possui ordem 56x1 e o vetor de estados de controle 24x1. O vetor de estados em malha fechada será um vetor de ordem 80x1.

Capítulo 4

Formulações para o Diagnóstico de Falhas

Nesse capitulo é apresentado um modelo mecânico mais simples, com 16 graus de liberdade, juntamente com o modelo do mancal e do controle em malha fechada, com o posterior desenvolvimento das equações de correlações através da formulação da Equação Matricial de Ljapunov. Optou-se pelo modelo mais simples para o desenvolvimento da formulação para o diagnóstico, pois no modelo desenvolvido no capitulo anterior, necessitou-se dividir um segmento de eixo em quatro elementos para inserir a falha mecânica. Isso aumentaria demasiadamente o número de equações de compatibilidade e consequentemente o número de parâmetros a elas relacionados. Como se considera apenas os deslocamentos e velocidades medidas nos quatro discos pode-se optar pelo modelo mais simplificado que apresenta um menor número de equações de compatibilidade. Logo a simulação no domínio o tempo será executada com o modelo completo desenvolvido no capitulo anterior. Com os resultados dessas simulações, serão calculadas as correlações entre os sinais. Essas correlações serão utilizadas nas equações de compatibilidade desenvolvidas com o modelo mais simplificado. A seguir uma metodologia para escolha das equações de compatibilidade pertinentes, relacionadas às falhas impostas é proposta. Apresenta-se também o princípio de Redes Neurais Artificiais para mapeamento dos termos das equações de compatibilidade relacionados a correlações cujos sinais são de difícil acesso.

4.1 – Modelagem do Rotor com 16 Graus de Liberdade

Para o desenvolvimento do equacionamento do método de detecção de falhas através das equações matriciais de Ljapunov, optou-se em trabalhar com um modelo mais simples onde não é

considerada a massa dos eixos e seu efeito de inércia e apenas três segmentos de eixo dados por L_1 , L_2 e L_3 e os discos d_1 , d_2 , d_3 , e d_4 que estão dispostos nos nós 1, 2, 3 e 4 respectivamente, figura 4.1.



Figura 4.1 - Posicionamento dos nós e elementos no modelo com 16 gdl.

Considerando que o novo sistema possa ser representado pela equação de segunda ordem:

$$\overline{M}.\ddot{\overline{\xi}} + \overline{G}.\dot{\overline{\xi}} + \overline{K}.\overline{\xi} = f_{\rho}$$
(4.1)

Os traços sobre as matrizes são para diferir do equacionamento apresentado no capitulo anterior com 28 graus de liberdade.

Onde:

 \overline{M}_{16x16} matriz de massa diagonal \overline{G}_{16x16} matriz de amortecimento viscoso mais efeito giroscópio \overline{K}_{16x16} matriz de rigidez f_e vetor de forças externas

O vetor de deslocamentos e rotações é dado por:

$$\xi(t) = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ \phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \phi_4 \ z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]^T$$
(4.2)

4.1.1 – Elemento de Disco

A matriz de massa dos discos de acordo com o sistema de coordenadas é dada por:

$$\overline{M} = diag. \left[md_1 \quad md_2 \quad md_3 \quad md_4 \quad Id_1 \quad Id_2 \quad Id_3 \quad Id_4 \quad md_1 \quad md_2 \quad md_3 \quad md_4 \quad Id_1 \quad Id_2 \quad Id_3 \quad Id_4 \right]$$
(4.3)

A matriz que considera o efeito giroscópio é dada por:

$$\overline{G} = \begin{bmatrix} 0_{4x4} & 0_{4x4} & 0_{4x4} & 0_{4x4} \\ 0_{4x4} & 0_{4x4} & 0_{4x4} & G_{\theta} \\ 0_{4x4} & 0_{4x4} & 0_{4x4} & 0_{4x4} \\ 0_{4x4} & 0_{\phi} & 0_{4x4} & 0_{4x4} \\ 0_{4x4} & 0_{\phi} & 0_{4x4} & 0_{4x4} \end{bmatrix}_{I6xI6}$$
(4.4)

Com:

$$G_{\theta} = \omega \begin{bmatrix} Ip_{I} & 0 & 0 & 0\\ 0 & Ip_{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & Ip_{3} & 0\\ 0 & 0 & 0 & Ip_{4} \end{bmatrix}_{4x4}$$
(4.5) e $G_{\phi} = -G_{\theta}$ (4.6)

4.1.2 – Elemento de Eixo

A matriz de rigidez devido ao carregamento de flexão é dada pela matriz \overline{K} :

$$\overline{K} = \begin{bmatrix} K_{CY} & 0_{8x8} \\ 0_{8x8} & K_{CZ} \end{bmatrix}_{16x16}$$
(4.7)

$$Kcy = \begin{bmatrix} Kcy_{11} & Kcy_{12} \\ Kcy_{21} & Kcy_{22} \end{bmatrix}_{8x8}$$
(4.8) e $Kz = \begin{bmatrix} Kcz_{11} & Kcz_{12} \\ Kcz_{21} & Kcz_{22} \end{bmatrix}_{8x8}$ (4.9)

Onde:

$$Kcy_{11} = Kcz_{11} = \begin{bmatrix} 12y_1 & -12y_1 & 0 & 0\\ -12y_1 & 12(y_1 + y_2) & -12y_2 & 0\\ 0 & -12y_2 & 12(y_2 + y_3) & -12y_3\\ 0 & 0 & -12y_3 & 12y_3 \end{bmatrix}$$
(4.10)

$$Kcy_{12} = Kcz_{12} = \begin{bmatrix} 6L1.y_1 & -6L1y_1 & 0 & 0\\ 6L1y_1 & 6(L1y_1 + L2y_2) & -6L2y_2 & 0\\ 0 & 3L2y_2 & 6(L2y_2 + L2y_3) & -6L3y_3\\ 0 & 0 & 6L3y_3 & 6L3y_3 \end{bmatrix}$$
(4.11)

$$Kcy_{21} = Kcz_{21} = \begin{bmatrix} 6L1.y_1 & 6L1y_1 & 0 & 0\\ -6L1y_1 & 6(L1y_1 - L2y_2) & 6L2y_2 & 0\\ 0 & -6L2y_2 & 6(L2y_2 - L2y_3) & 6L3y_3\\ 0 & 0 & -6L3y_3 & 6L3y_3 \end{bmatrix}$$
(4.12)

$$Kcy_{22} = \begin{bmatrix} (4+a)Ll^2 \cdot y_1 & (2-a)Ll^2 y_1 & 0 & 0\\ (2-a)Ll^2 y_1 & (4+a)(Ll^2 y_1 + L2^2 y_2) & (2-a)L2^2 y_2 & 0\\ 0 & (2-a)L2^2 y_2 & (4+a)(L2^2 y_2 + L2^2 y_3) & (2-a)L3^2 y_3\\ 0 & 0 & (2-a)L3^2 y_3 & (4+a)L3^2 y_3 \end{bmatrix}$$

$$(4.13)$$

$$Kcy_{22} = Kcz_{22}$$
 (4.14)

Com:

$$y_1 = \frac{E.I_e}{L_1^3}, \quad y_2 = \frac{E.I_e}{L_2^3} e \ y_3 = \frac{E.I_e}{L_3^3}$$
 (4.15)

$$a_1 = \frac{12.E.I_e}{G.S.L_l^2}, \quad a_2 = \frac{12.E.I_e}{G.S.L_2^2} e a_3 = \frac{12.E.I_e}{G.S.L_3^2}$$
 (4.16)

4.2 – Representação do Sistema Mecânico no Espaço de Estados

Tomando o Sistema Mecânico e colocando na forma de espaço de estados temos que:

$$\dot{\overline{x}}_m(t) = \overline{A}_m . \overline{x}_m(t) + \overline{B}_m . f_e(t)$$
(4.17)

$$\overline{y}_m(t) = \overline{C}_m \overline{x}_m(t) \tag{4.18}$$

Matriz dinâmica:

$$\overline{A}_{m} = \begin{bmatrix} 0_{16x16} & I_{16x16} \\ A_{1} & A_{2} \end{bmatrix}_{32x32}$$
(4.19)

$$A_1 = -\overline{M}^{-1}.\overline{K} \qquad (4.20) \qquad \qquad e \qquad \qquad A_2 = -\overline{M}^{-1}.\overline{G} \qquad (4.21)$$

Considerando que as sub-matrizes $A_1 e A_2$, possuem a seguinte estrutura:

$A_{l=}$	k11 k21 k31 k41 k51 k61 k71 k81 0	k12 k22 k32 k42 k52 k62 k72 k82 0 0 0 0 0 0 0	k13 k23 k33 k43 k53 k63 k73 k83 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	k 14 k 24 k 34 k 44 k 54 k 64 k 74 k 84 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	k15 k25 k35 k45 k46 k47 k75 k85 0 0 0 0 0 0 0 0 0	k16 k26 k36 k46 k56 k66 k76 k86 0 0 0 0 0 0 0 0	k17 k27 k37 k47 k57 k67 k77 k87 0 0 0 0 0 0 0 0 0	k18 k28 k38 k48 k58 k68 k78 k88 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 k11 k21 k31 k51 k51 k61 k71 k81	0 0 0 0 0 k12 k22 k32 k42 k52 k62 k72	0 0 0 0 0 k13 k23 k33 k43 k53 k63 k73	0 0 0 0 0 k14 k24 k34 k44 k54 k64 k74	0 0 0 0 0 k15 k25 k35 k45 k55 k65 k75	0 0 0 0 0 k166 k26 k36 k56 k66 k76	0 0 0 0 0 k17 k27 k37 k47 k57 k67 k77	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	(4.22)
	0	0	0	0	0	0	0	0	к 81 k 91	к72 k82	к75 k83	к74 k84	к75 k85	к70 k86	к// k87	к78 k88	

Os termos da matriz A_1 estão relacionados com a rigidez dos elementos de eixo.

	$\begin{bmatrix} c11\\0\\0\\0\\0\\0 \end{bmatrix}$	$\begin{array}{c} 0 \\ c 22 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$	$0 \\ 0 \\ c33 \\ 0 \\ 0 \\ 0$	$0\\0\\c44\\0$	$\begin{array}{c} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{array}$	$\begin{array}{c} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0 \end{array}$	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	$\begin{array}{c} 0\\ 0\\ 0\\ -g_1\\ 0 \end{array}$		0 0 0 0	0 0 0 0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0^{s_2}	-g.	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0^{3}	$-g_{\Lambda}$	(1.00)
A_{2-}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\vec{0}$	(4.23)
2-	0	0	0	0	0	0	0	0	c99	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	c1010	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	c1111	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	c1212	0	0	0	0	
	0	0	0	0	g_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	Ó	<i>g</i> ,	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	Õ	g_{3}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	Ő	g_4	0	0	0	0	0	0	0	0	

Os termos da diagonal principal da matriz A_2 , c_{11} a c_{1212} representam o amortecimento viscoso colocados nos discos e os termos g_1 , g_2 , g_3 e g_4 representam o efeito giroscópico.

A matriz de entradas, considerando excitações externas nos quatros discos nas direções y e *z*, é dada por:

$$\overline{B}_{m} = \begin{bmatrix} 0_{16x8} \\ B_{1} \end{bmatrix}_{32x8}$$
(4.24) com $B_{1} = -\overline{M}^{-1}$ (4.25)

Como neste modelo não é considerado a massa do eixo, a matriz de massa é constituída apenas pelas massas e inércias dos discos, logo essa matriz é diagonal, equação (4.3). Pela equação (4.25), como os termos da matriz B_1 estão relacionados com os termos da matriz de massa diagonal, a matriz B_1 também será diagonal e possui a seguinte estrutura:

Como se considera como medidas os deslocamentos dos quatro discos e suas velocidades nas direções y e z, a matriz de saída é dada por:

$$\overline{C}_m = [I_{32x16} \quad 0_{32x16}]_{32X32} \tag{4.25}$$

E o vetor de estados:

$$\overline{x}(t) = \begin{bmatrix} \overline{\xi}(t) \\ \dot{\overline{\xi}}(t) \end{bmatrix}_{32x1}$$
(4.26)

4.3 - Modelo de Controle

Os mancais magnéticos atuam nos discos d_1 e d_4 nas direções y e z, logo se tem um controlador (SISO) para cada direção de atuação do mancal como mostrado na figura 4.2.



Figura 4.2 – Posição dos controladores sobre o rotor

Considerando as equações (3.17) e (3.18) definidas no capitulo anterior para uma dada direção de controle na forma de espaço de estados é dado que:

$$\dot{x}_{ci}(t) = A_{ci} \cdot x_{ci}(t) + B_{ci} \cdot u_{ci}(t)$$
 (4.27) e $v_i = C_{ci} \cdot x_{ci}(t)$ (4.28)

Os estágios de potência podem ser modelados como um ganho kp_i , considerando também o ganho do atuador km_i , tem-se que a força magnética de atuação da direção correspondente ao controlador, é dada por:

$$fm_i = kp_i km_i v_i \tag{4.29}$$

Da mesma forma u(i) pode ser colocado em função do vetor e deslocamentos de $y_i(t)$ (componente do vetor y_m) e do ganho do sensor ks_i . Então, reescrevendo a equação do controlador em função $y_i(t)$.

$$u_i = k s_i . y_i \tag{4.30}$$

A equação de um controlador em função do deslocamento e força, é dada por:

$$\dot{x}_{ci}(t) = A_{ci} \cdot x_{ci}(t) + B^*_{ci} \cdot y_i(t)$$
 (4.31) e $f_{mi} = C^*_{ci} \cdot x_{ci}(t)$ (4.32)

Incorporando os ganhos de sensores com a matriz de entrada e os ganhos do estágio de potência e do mancal:

$$B^*c_i = B_{ci}ks_i$$
 (4.33) e $C^*c_i = C_{ci}km_i kp_i$ (4.34)

Para quatro controladores tem-se:

$$\dot{x}_{c}(t) = Ac.x_{c}(t) + Bc.y_{c}(t)$$
 (4.35) e $f_{mi} = Cc.x_{c}(t)$ (4.36)

Como o controlador é de sexta ordem a matriz dinâmica dos quatro controladores é da por:

$$Ac = \begin{bmatrix} Ac_{y1} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x6} & Ac_{y4} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x6} & 0_{6x6} & Ac_{z1} & 0_{6x6} \\ 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & Ac_{z4} \end{bmatrix}_{24x24}$$
(4.37)

As sub-matrizes, termos da matriz da equação (4.37) estão explicitados na equação (3.19).

Cada controlador recebe como entrada os sinais de tensão do sensor do respectivo eixo de atuação, então se tem a matriz de entradas:

$$Bc = \begin{bmatrix} B^* c_{y1} & 0_{6X1} & 0_{6X1} & 0_{6X1} \\ 0_{6X1} & B^* c_{y4} & 0_{6X1} & 0_{6X1} \\ 0_{6X1} & 0_{6X1} & B^* c_{z1} & 0_{6X1} \\ 0_{6X1} & 0_{6X1} & 0_{6X1} & B^* c_{z4} \end{bmatrix}_{24x4}$$
(4.38)

Pela equação (4.33) a estrutura da matriz de entrada é dada por:

$$B^{*}c_{yl} = \begin{bmatrix} b_{yl} \\ 0_{5xl} \end{bmatrix}_{6xl} (4.39) \qquad B^{*}c_{y4} = \begin{bmatrix} b_{y4} \\ 0_{5xl} \end{bmatrix}_{6xl} (4.40)$$

$$B^{*}c_{zI} = \begin{bmatrix} b_{zI} \\ 0_{5xI} \end{bmatrix}_{6xI} (4.41) \qquad B^{*}c_{z4} = \begin{bmatrix} b_{z4} \\ 0_{5xI} \end{bmatrix}_{6xI} (4.42)$$

A saída de cada controlador será um sinal de tensão, convertido posteriormente em força magnética, cuja matriz é dada por:

$$Cc = \begin{bmatrix} C^* c_{yl} & 0_{1x6} & 0_{1x6} & 0_{1x6} \\ 0_{1x6} & C^* c_{y4} & 0_{1x6} & 0_{1x6} \\ 0_{1x6} & 0_{1x6} & C^* c_{z1} & 0_{1x6} \\ 0_{1x6} & 0_{1x6} & 0_{1x6} & C^* c_{z4} \end{bmatrix}_{8x24}$$
(4.43)

Os termos da matriz de saída de acordo com os eixos de atuação definidos na figura 4.2, equação (4.34) e (4.43), são dados por:

$$C^{*}c_{y1} = [c_{y11} \quad c_{y12} \quad c_{y13} \quad c_{y14} \quad c_{y15} \quad c_{y16}]_{1x6}$$
(4.44)

$$C^{*}c_{y4} = [c_{y41} \quad c_{y42} \quad c_{y43} \quad c_{y44} \quad c_{y45} \quad c_{y46}]_{1x6}$$
(4.45)

$$C^* c_{z1} = [c_{z11} \quad c_{z12} \quad c_{z13} \quad c_{z14} \quad c_{z15} \quad c_{z16}]_{1x6}$$
(4.46)

$$C^{*}c_{z4} = \begin{bmatrix} c_{z41} & c_{z42} & c_{z43} & c_{z44} & c_{z45} & c_{z46} \end{bmatrix}_{1x6}$$
(4.47)

Como o controlador é de 6^a ordem, para cada eixo de atuação têm-se seis estados de controle, logo para os quatro controladores:

$$x_{c} = [xc_{y1} \quad xc_{y4} \quad xc_{z1} \quad xc_{z4}]_{24x1}^{T}$$
(4.48)

Com:

$$xc_{y1} = \begin{bmatrix} y_{11c} & y_{12c} & y_{13c} & y_{14c} & y_{15c} & y_{16c} \end{bmatrix}_{6x1}^{T}$$
(4.49)

$$xc_{y4} = \begin{bmatrix} y_{41c} & y_{42c} & y_{43c} & y_{44c} & y_{45c} & y_{46c} \end{bmatrix}_{6x1}^{T}$$
(4.50)

$$xc_{z1} = \begin{bmatrix} z_{11c} & z_{12c} & z_{13c} & z_{14c} & z_{15c} & z_{16c} \end{bmatrix}_{6x1}^{T}$$
(4.51)

$$xc_{z4} = \begin{bmatrix} z_{41c} & z_{42c} & z_{43c} & z_{44c} & z_{45c} & z_{46c} \end{bmatrix}_{6x1}^{T}$$
(4.52)

4.4 – Representação do Sistema em Malha Fechada

Ao se fechar a malha de controle com o sistema mecânico a força de atuação magnética, que no sistema mecânico aparecia como força externa, será agora incorporada como elemento interno do sistema. Faz-se necessário então separar a força magnética *fm*, da força de excitação externa *fe*, desenvolvida no capitulo anterior. Tomando as equações (4.17) e (4.18) e separando o vetor de forças externas em duas componentes tem-se:

$$\dot{\overline{x}}_m(t) = \overline{A}_m . \overline{x}_m(t) + \overline{B}_m . fd(t) + \overline{B}_m fm(t)$$
(4.53)

$$\overline{y}_m = \overline{C}_m . \overline{x}_m(t) \tag{4.54}$$

com:

$$fe = fm + fd \tag{4.55}$$

Onde: f_e vetor de forças externas (força magnética, desbalanço e ruído branco), f_m vetor de forças magnéticas e f_d vetor de forças externas (desbalanço e ruído branco).

Tomando a equação do espaço de estados de controle, equações (4.35) e (4.36), tem-se:

$$\dot{x}_{c}(t) = Ac.x_{c}(t) + Bc.y_{c}(t)$$
 (4.56)

Sabendo que:

 $\overline{y}_m = y_c$, $fm = Cc.x_c(t)$ e substituindo nas equações (4.54) e (4.55), tem-se:

$$\dot{\overline{x}}_m(t) = \overline{A}_m \cdot \overline{x}_m(t) + \overline{B}_m Cc. x_c(t) + \overline{B}_m \cdot fe(t)$$
(4.57)

$$\dot{x}_{c}(t) = Ac.x_{c}(t) + Bc.\overline{C}_{m}\overline{x}_{m}(t)$$
(4.58)

Colocando na forma vetorial:

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{m} \\ \bar{x}_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{A}_{m} & \overline{B}_{m}C_{c} \\ B_{c}\overline{C}_{m} & A_{c} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{x}_{m} \\ x_{c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{B}_{m} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot f_{d}$$
(4.59)

Chamando:

$$A_{f} = \begin{bmatrix} \overline{A}_{m} & \overline{B}_{m}C_{c} \\ B_{c}\overline{C}_{m} & A_{c} \end{bmatrix}_{56x56}$$
(4.60)
$$B_{f} = \begin{bmatrix} \overline{B}_{m} \\ 0_{24x8} \end{bmatrix}_{56x8}$$
(4.61)
$$x_{f} = \begin{bmatrix} \overline{x}_{m} \\ x_{c} \end{bmatrix}_{56x1}$$
(4.62)

Onde:

 $A_{f(56x56)}$ Matriz dinâmica do sistema em malha fechada

 $B_{f(56x8)}$ Matriz de entrada do sistema em malha fechada

 $x_{f(56xI)}$ Vetor de estados do sistema em malha fechada

A equação em malha fechada no espaço de estados é dada por:

$$x_f(t) = A_f . x_f(t) + B_f . f_d(t)$$
(4.63)

4.5 – Desenvolvimento das Equações de Correlações

A partir da equação no espaço de estados do sistema em malha fechada, equação (4.63), e da definição de correlação dada por:

$$Rx_{f}x_{f}(\tau_{i}) = \varepsilon \left\{ x_{f}(t).x_{f}^{T}(t+\tau_{i}) \right\}$$
(4.64)

 $Rx_f x_f(\tau_i)$ é a correlação entre os estados do vetor x_f , por definição:

$$Rx_{f}x_{f}(\tau_{i}) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T - \tau} \int_{0}^{T - \tau} x_{f}(t)x_{f}^{T}(t + \tau)dt$$

$$(4.65)$$

$$Rx_{f}x_{n}(\tau_{i}) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T - \tau} \int_{0}^{T - \tau} x_{f}(t)x_{n}^{T}(t + \tau)dt$$

$$(4.66)$$

$$Rx_n x_f(\tau_i) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T - \tau} x_n(t) x_f^T(t + \tau) dt$$
(4.67)

Onde $\tau \acute{e}$ o intervalo fixo de tempo.

Considera-se o sistema invariante com entradas estacionárias. Nessas condições as funções de correlações assumem valores constantes no tempo e dependem apenas da defasagem temporal τ_i . Aplicando - se as regras de derivação na equação (4.65), Chiarello (1998), têm-se:

$$\dot{R}x_{f}x_{f}(\tau_{i}) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T - \tau} \int_{0}^{T - \tau} \dot{x}_{f}(t)x_{f}^{T}(t + \tau)dt + \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T - \tau} \int_{0}^{T - \tau} x_{f}(t)\dot{x}_{f}^{T}(t + \tau)dt = 0$$
(4.68)

Substituindo a equação (4.63) em (4.68) segue que:

$$Af_{56x56} \cdot Rx_f x_{f_{56x56}} + Rx_f x_{f_{56x56}} \cdot Af^{T_{56x56}} + Bf_{56x8} \cdot Rx_n x_{f_{8x56}} + Rx_f x_{n56x8} \cdot Bf^{T_{8x56}} = 0$$
(4.69)

A equação (4.69) é chamada equação matricial de Ljapunov para sistemas lineares estacionários e é a base para o desenvolvimento do método de diagnóstico de falhas proposto nesse trabalho.
A matriz de correlações dos estados do sistema é dada por:

$$Rx_{f}x_{f} = \begin{bmatrix} R\overline{x}_{m}x_{m} & R\overline{x}_{m}x_{c} \\ Rx_{c}\overline{x}_{m} & Rx_{c}x_{c} \end{bmatrix}$$
(4.70)

 $R\overline{x}_{m}\overline{x}_{m}$ matriz de correlações entre os estados mecânicos

 $R\bar{x}_m x_c$ matriz de correlações entre os estados mecânicos e de controle

 $Rx_c \bar{x}_m$ matriz de correlações entre os estados de controle e mecânicos

 $Rx_c x_c$ matriz de correlações dos estados de controle

As matrizes de correlações dos desbalanços com os estados do sistema são dadas por:

$$Rx_n x_f = \begin{bmatrix} Rx_n \overline{x}_m & Rx_n x_c \end{bmatrix}$$
(4.71)

 $Rx_n \overline{x}_m$ matriz de correlações dos desbalanços com os estados mecânicos

 $Rx_n x_c$ matriz de correlações dos desbalanços com os estados de controle

A matriz de correlações dos estados do sistema com os desbalanços é dada por:

$$Rx_{f}x_{n} = \begin{bmatrix} R\overline{x}_{m}x_{n} \\ Rx_{c}x_{n} \end{bmatrix}$$
(4.72)

 $R\overline{x}_{m}x_{n}$ matriz de correlações dos estados mecânicos e desbalanços $Rx_{c}x_{n}$ matriz de correlações dos estados de controle com os desbalanços.

A partir dessa equação básica de Ljapunov equação (4.69) desenvolve-se as equações de correlações que possam ser estimadas a partir dos estados $x_f(t)$ possíveis de serem medidos.

4.5.1 – Metodologia para Seleção das Equações de Compatibilidade

A equação (4.69) foi solucionada utilizando o software *Mathematica*, tendo como resultado uma matriz de dimensão (56x56), onde cada elemento dessa matriz corresponde a uma equação de compatibilidade, que forneceu um elenco de 3136 equações de compatibilidade a serem escolhidas para o desenvolvimento do método de detecção de falhas.

Para selecionar as equações que continham as correlações com as falhas propostas, adotou-se o seguinte procedimento:

a) Identificou-se os parâmetros físicos relacionadas às falhas propostas

b) Procurou-se nas matrizes mecânicas, equações (4.22) e (4.23) ou elétricas, equações (4.37), (4.38) e (4.43) a posição desses parâmetros.

Supondo uma falha mecânica no segmento de eixo s_1 , todos os elementos da primeira linha da matriz A_1 estão relacionados com a rigidez desse segmento de eixo.

Γ	$\lceil k \rceil$	k11	k12	k13	k14	k15	k16	k17	k18	0	0	0	0	0	0	0	0	Linha 1
	k	k21	k22	k23	k24	k 25	k26	k27	k 28	0	0	0	0	0	0	0	0	
	k	k31	k32	k33	k34	k35	k36	k37	k38	0	0	0	0	0	0	0	0	
	k	k41	k42	k43	k44	k45	k46	k47	k48	0	0	0	0	0	0	0	0	
	k	k51	k 52	k 53	k 54	k46	k56	k57	k58	0	0	0	0	0	0	0	0	
	k	k61	k62	k63	k64	k47	k66	k67	k68	0	0	0	0	0	0	0	0	
	k	k71	k72	k73	k74	k75	k76	k77	k78	0	0	0	0	0	0	0	0	
A	$j_{-} k$	k81	k82	k83	k84	k85	k86	k87	k88	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1-	0	0	0	0	0	0	0	0	k11	k12	k13	k14	k15	k166	k17	k18	
		0	0	0	0	0	0	0	0	k21	k 22	k23	k 24	k25	k26	k27	k 28	
		0	0	0	0	0	0	0	0	k31	k32	k 33	k34	k35	k 36	k37	k38	
		0	0	0	0	0	0	0	0	k51	k42	k43	k44	k45	k46	k47	k48	
		0	0	0	0	0	0	0	0	k61	k52	k 53	k54	k 55	k 56	k57	k58	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	k71	k62	k63	k64	k65	k66	k67	k68	
		0	0	0	0	0	0	0	0	k81	k72	k73	k74	k75	k76	k77	k78	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	k91	k82	k83	k84	k85	k 86	k87	k88	
																	_	

c) Localizou-se na matriz dinâmica de estados em malha fechada, equação (4.60), a posição desta linha:

$$\begin{bmatrix}
0 & I & \overline{B_m C_c} \\
A_I & A_2 & A_c
\end{bmatrix}$$
Linha 17

d) Na matriz de correlações, equação (4.70), buscou-se as colunas com o maior número de correlações relacionadas a estados possíveis de serem medidos:

$$\begin{bmatrix} R\overline{x}_m\overline{x}_m & R\overline{x}_mx_c \\ Rx_c\overline{x}_m & Rx_cx_c \end{bmatrix}$$
coluna 1

e) Ao realizar a multiplicação das duas matrizes, equação (4.69), a equação de interesse terá no elenco de equações resultantes sua posição na linha 17 e na coluna 1. Através do comando de "procura" do software *Mathematica*, localizou-se a equação de interesse.

O mesmo critério foi adotado para selecionar todas as equações de interesse, as demais linhas da matriz A_1 estão relacionadas a outros segmentos de eixo. Para as falhas de controle buscou-se os parâmetros na matriz dinâmica de controle Ac, equação (4.37).

As equações selecionadas relacionadas com as falhas propostas mecânicas ou elétricas são listadas a seguir:

4.5.2 - Equações Relacionadas com a Rigidez do Eixo e Forças Magnéticas:

• Parâmetros e correlações relacionados ao nó 1 estado y₁

$$k_{11} \cdot Ry_{1}y_{1} + k_{12} \cdot Ry_{2}y_{1} + k_{16} \cdot R\phi_{2}y_{1} + R\dot{y}_{1}\dot{y}_{1} + b_{1} \cdot Ry_{1n}y_{1} + b_{1} \cdot c_{y11}Ry_{11c}y_{1} + b_{1} \cdot c_{y12}Ry_{12c}y_{1} + b_{1} \cdot c_{y13}Ry_{13c}y_{1} + b_{1} \cdot c_{y13}Ry_{13c}y_{1} + b_{1} \cdot c_{y16}Ry_{16c}y_{1} + c_{11}R\dot{y}_{1}y_{1} = 0$$

$$(4.73)$$

• Parâmetros e correlações relacionados ao nó 2 estado y₂

$$k_{21} \cdot Ry_1 y_2 + k_{22} \cdot Ry_2 y_2 + k_{23} \cdot Ry_3 y_2 + k_{25} \cdot R\phi_1 y_1 + k_{27} \cdot R\phi_3 y_2 + R\dot{y}_2 \dot{y}_2 + b_2 \cdot Ry_{2n} y_2 + c_{22} R\dot{y}_2 y_2 = 0$$
(4.74)

• Parâmetros e correlações relacionados ao nó 3 estado y₃

$$k_{23} \cdot Ry_{2}y_{3} + k_{33} \cdot Ry_{3}y_{3} + k_{34} \cdot Ry_{4}y_{3} + k_{36} \cdot R\phi_{2}y_{3} + k_{37} \cdot R\phi_{3}y_{3} + R\dot{y}_{3}\dot{y}_{3} + b_{3} \cdot Ry_{3n}y_{3} + c_{33}R\dot{y}_{3}y_{3} = 0$$
(4.75)

• Parâmetros e correlações relacionados ao nó 2 estado y₄

$$k_{43} \cdot Ry_{3}y_{4} + k_{44} \cdot Ry_{4}y_{4} + k_{47} \cdot R\phi_{3}y_{4} + R\dot{y}_{4}\dot{y}_{4} + b_{4} \cdot Ry_{4n}y_{4} + b_{4} \cdot c_{y41}Ry_{41c}y_{4} + b_{4} \cdot c_{y42}Ry_{42c}y_{4} + b_{4} \cdot c_{y43}Ry_{43c}y_{4} + b_{4} \cdot c_{y43}Ry_{43c}y_{4} + b_{4} \cdot c_{y43}Ry_{44c}y_{4} + b_{4} \cdot c_{y43}Ry_{45c}y_{4} + b_{4} \cdot c_{y46}Ry_{46c}y_{4} + c_{44}R\dot{y}_{4}y_{4} = 0$$

$$(4.76)$$

4.5.3 - Equações Relacionadas com o Controle e Sensor de Posição

• Parâmetros e correlações relacionados ao controle eixo y_{1c}

$$b_{y1} \cdot Ry_{1}y_{1} + ac_{y11}Ry_{11c}y_{1} + ac_{y12}Ry_{12c}y_{1} + ac_{y13}Ry_{13c}y_{1} + ac_{y14}Ry_{14c}y_{1} + ac_{y15}Ry_{15c}y_{1} + ac_{y16}Ry_{16c}y_{1} + Ry_{11c}\dot{y}_{1} = 0$$
(4.77)

• Parâmetros e correlações relacionados ao controle eixo y_{4c}

$$b_{y4} \cdot Ry_{4} y_{4} + ac_{y41} Ry_{41c} y_{4} + ac_{y42} Ry_{42c} y_{4} + ac_{y43} Ry_{43c} y_{4} + ac_{y44} Ry_{44c} y_{4} + ac_{y45} Ry_{45c} y_{1} + ac_{y46} Ry_{46c} y_{4} + Ry_{41c} \dot{y}_{4} = 0$$

$$(4.78)$$

• Parâmetros e correlações relacionados ao controle eixo z_{1c}

$$b_{z1} \cdot Rz_{1}z_{1} + ac_{z11}Rz_{11c}z_{1} + ac_{z12}Rz_{12c}z_{1} + ac_{z13}Rz_{13c}z_{1} + ac_{z14}Rz_{14c}z_{1} + ac_{z15}Rz_{15c}z_{1} + ac_{y16}Rz_{16c}z_{1} + Rz_{11c}\dot{z}_{1} = 0$$
(4.79)

• Parâmetros e correlações relacionados ao controle eixo z_{4c}

$$b_{z4} \cdot Rz_{4} z_{4} + ac_{z41} Rz_{41c} z_{4} + ac_{z42} Rz_{42c} z_{4} + ac_{z43} Rz_{43c} z_{4} + ac_{z44} Rz_{44c} z_{4} + ac_{z45} Rz_{45c} z_{4} + ac_{z46} Rz_{46c} z_{4} + Rz_{41c} \dot{z}_{4} = 0$$

$$(4.80)$$

Considera-se que os estados medidos sejam os deslocamentos lineares e velocidades dos 4 discos nas direções vertical e horizontal e todos os 24 estados de controle. É interessante notar entre as equações de correlações selecionadas, diferentes relações com os parâmetros físicos do sistema, seja elétrico ou mecânico. Alterações em um dado parâmetro que esteja relacionado à equação provocará mudanças na igualdade da respectiva equação. Essa mudança é um indicativo de que a equação é sensível á variação desse parâmetro. Deve-se definir uma tolerância, a partir da qual essas mudanças indicam uma determinada falha.

As equações de compatibilidade (4.73) a (4.76) possuem diferentes relações com os parâmetros físicos do sistema mecânico e de mancal. As equações (4.73) e (4.76) são sensíveis apenas à variação de rigidez dos elementos de eixo k_{ij} relacionados aos nós (1) e (4), figura 4.1; e aos termos de amortecimento viscoso, que atuam nos discos d_1 e d_4 , parâmetros c_{11} e c_{44} . Como nos nós 1 e 4 estão os atuadores do mancal, pode-se observar também a presença de termos da matriz de saída do sistema elétrico, parâmetros c_{yij} , que estão relacionados diretamente à força de atuação do mancal, equações (4.34), (4.44) e (4.45); e de termos b_i da matriz de entrada do sistema mecânico equação (4.26).

As equações (4.74) e (4.75), são sensíveis apenas à rigidez de eixo relacionadas aos nós (2) e (3) e do amortecimento viscoso c_{22} e c_{33} , que atuam nos discos d_2 e d_3 , e dos termos da matriz de entrada do sistema mecânico b_2 e b_3 equação (4.26).

As equações (4.77) a (4.80) são sensíveis aos parâmetros de controle e de mancal nos nós (1) e (4), discos d_1 e d_4 nas direções y e z. Estas propriedades são importantíssimas para o método usado, pois permitem a detecção da variação dos parâmetros de controle e do mancal relacionados a cada nó e em cada eixo. Essas equações estão relacionadas aos parâmetros da matriz dinâmica de controle ac_{yij} ou ac_{zij} , equações (3.19) e (4.37), e aos parâmetros da matriz de entrada do sistema elétrico b_{yij} e b_{zij} , que são termos relacionados aos ganhos dos sensores de cada eixo de controle equações (4.33) e (4.39) a (4.42). Para o método utilizado, basta saber a que correlações estão associadas cada parâmetro, não sendo necessário saber os valores numéricos desses parâmetros, a variação da relação entre as correlações indicará que houve variação nos parâmetros a elas associadas, dependendo em que equação isso ocorreu será o indicativo de falha ou não e sua localização no sistema.

4.6 – Redes Neurais Artificiais

As equações cujas correlações que correspondem a estados que não podem ser medidos serão mapeadas através de Redes Neurais Artificiais (RNA's). As redes neurais artificiais são estruturadas por elementos interconectados chamados neurônios, dispostos em camadas, sendo que cada neurônio é responsável pelo mapeamento dos dados de entrada e de saída, determinado pela função de ativação.

O funcionamento de uma RNA é dado por um modelo simplificado de um neurônio humano. Sua concepção é baseada na plausibilidade neurofisiológica que desempenha uma função de soma, onde os pesos nas conexões entre os neurônios correspondem às sinapses inibidoras e excitadoras de um neurônio real. As propriedades mais importantes de uma rede neural consistem na sua habilidade de aprender e generalizar. A generalização se refere ao fato de uma rede neural produzir saídas adequadas para entradas que não estavam presentes durante o treinamento, chamado de aprendizagem, Haykin (1999). Pode ser aplicada em problemas de aproximação de funções, classificação de padrões e diagnóstico de falhas.

Uma rede neural é constituída por diversos neurônios conectados entre si, sendo que as maneiras como os mesmos estão dispostos caracteriza a arquitetura a rede, o neurônio pode ser entendido como uma unidade de processamento.

Um neurônio recebe como entrada um sinal r_i multiplicado pelo um peso sináptico w_j , essas entradas são somadas e tratadas por uma função de ativação f(v) produzindo um sinal de saída q_k , é representado graficamente na figura 4.3.



Figura 4.3 – Modelo não linear de um neurônio

Um neurônio pode ser representado matematicamente através das seguintes expressões:

$$v_{k} = \sum_{j=1}^{m} w_{kj} r_{j}$$

$$e$$

$$q_{k} = f(v_{k} + \theta_{k})$$
(4.81)
(4.82)

onde:

- $r_1, r_2, r_3, ..., r_n$ são sinais de entrada, $w_{k1}, w_{k2}, w_{k3}, ..., w_{km}$ são os pesos sinápticos v_k é a saída do combinador linear,f(v) a função de ativação
- θ_k é valor da bias ou entrada de polarização e q_k o sinal de saída do neurônio.

As funções de ativação convertem um domínio infinito em outro finito, delimitado por valores pré-determinados. Podem ser funções do tipo: limiar, linear e a função sigmoidal, mostradas na figura (4.4):



Figura 4.4 - Funções de Ativação

Essas funções possuem comportamento assintótico, onde para valores muito grandes ou muito pequenos de f(v) elas tendem para um valor constante.

A função de ativação Limiar figura 4.2 (a), pode ser escrita como:

$$f(v) = \begin{cases} 1, & v \ge 0 \\ 0, & v \le 0 \end{cases}$$
(4.83)

A função de ativação linear, figura 4.2 (b) é uma função onde assume-se que o fator de ampliação dentro da região não linear é a unidade, esta forma de função de ativação pode ser vista como uma aproximação de um amplificador não linear, definida como:

$$f(v) = \begin{cases} 1, & v \ge +\frac{1}{2} \\ v, & -\frac{1}{2} < v < +\frac{1}{2} \\ 0, & v \le -\frac{1}{2} \end{cases}$$
(4.84)

A função sigmoidal, figura 4.2 (c), cujo gráfico tem a forma de um "S" é a forma mais comum de função de ativação utilizada na construção de redes neurais. É definida como uma função estritamente crescente que exibe um balanceamento entre o comportamento linear e não linear.

$$f(v) = \frac{1}{1 + \exp(a - v)}.$$
 (4.85)

onde: a é o parâmetro de inclinação da função sigmóide.

As redes neurais que contém uma camada de entrada, uma ou mais camadas ocultas e uma camada de saída são chamadas de perceptrons de múltiplas camadas MLP (*multlayer*

perceptron), as quais representam uma generalização do perceptron de camada única. A figura 4.4, mostra uma rede MLP.



Figura 4.5 - Arquitetura da rede MLP com 2 camadas intermediárias

Os vetores *R* representam a entrada da rede neural, $f_1 e f_2$ as funções de ativação, a saída está associada ao peso sináptico w_k e à função de ativação, *n* é o número de entradas, *l* e *m* o número de neurônios da camada 1 e 2 respectivamente e o vetor *Q* representa a saída da rede.

Tem se utilizado mais comumente os perceptrons através de seu treinamento com o algoritmo de retropropagação de erros (*backpropagation*), que tem sido testado na solução de diversos problemas com bons resultados para os diversos casos, Vyas (2001). No algoritmo backpropagation os valores dos pesos sinapticos são determinados durante o treinamento da rede com dados de entrada-saída, o qual funciona a partir de dois passos através da camada da rede, um passo para frente, a propagação, e um passo para trás a retropropagação. No passo para frente, um padrão de entrada ou sinal é propagado através das camadas da rede enquanto os pesos sinápticos são mantidos fixos. Esse resultado na saída da rede é subtraído da resposta desejada e o erro é então propagado através da rede. Durante esse passo os pesos sinápticos são então atualizados. O algoritmo modifica individualmente os pesos sinápticos até o erro global pré-estabelecido ser alcançado pela rede, Santiago (2004).

O erro global é calculado através do erro quadrático médio (*Mean Square Error*), dado pela expressão:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} (q_k - a_k)^2$$
(4.86)

Onde a_k é a saída desejada.

O algoritmo *backpropagation* pode utilizar diferentes métodos de otimização, dentre eles podemos citar o método do gradiente descendente, gradiente descendente com momento, Fletches-Reeves, Polack-Ribiere, quasi-Newton, Levemberg-Marquart, Haykin (1999).

Capítulo 5

Simulação Numérica

O sistema descrito rapidamente no capitulo 1, figura 1.2, é apresentado com mais detalhes neste capitulo. O projeto da bancada de teste com todas as dimensões utilizadas na simulação é mostrada na figura 5.1. A base da bancada é constituída por uma chapa de aço em perfil U sobre a qual foram montados os suportes dos atuadores magnéticos, do motor e do sensor de rotação.

O rotor é constituído por um eixo de alumínio vazado, com as dimensões da sua seção transversal mostradas na figura 5.2. Sobre o eixo são montados quatro discos de alumínio revestidos com material ferromagnético. Os discos externos d_1 e d_4 , constituem-se por polias de alumínio sobre o qual foi montado um pacote de lâminas de ferro-silício, material que possui boas características magnéticas. Sobre os discos internos d_2 e d_3 , montou-se um anel de aço especial chamado "maraging", onde atuará o motor e o sensor de rotação.

Os atuadores magnéticos são compostos de dois pares de semi-eixos contrapostos para cada direção *y* e *z*. Cada semi-eixo faz força apenas de tração e a presença de dois contrapostos garante força nos dois sentidos. No estator cada semi-eixo compõe-se de um conjunto de bobinas cujo núcleo é constituído de ferro-magnético (ferro-silicio) para evitar perdas. A força de atração se dá pela excitação das bobinas com uma corrente elétrica enviada pelos amplificadores de potência. Cria-se um fluxo magnético cujo circuito passa pelo núcleo das bobinas e é fechado através do material ferro-magnético do rotor, Alves (2004).



Figura 5.1 – Projeto da bancada de ensaio

Os amplificadores de potência são dispositivos eletrônicos que recebem os sinais de controle em tensão e os convertem em uma corrente proporcional que será enviada às bobinas dos atuadores. São modelados como ganhos que transformam sinal de tensão em corrente.

O motor de indução compõe-se de um conjunto de bobinas trifásicas no estator que criam um campo girante que atua sobre um anel metálico ferro-magnético, chamado de anel de histerese. É acionado por um conversor de freqüências através do qual se pode variar a freqüência do campo girante enviado ao motor.

Os sensores de deslocamento são sensores magnéticos por correntes parasitas (*eddy current*) que compõe-se de uma bobina integrante de um circuito ressonante que é excitado por uma onda com freqüência na faixa do Mhz. Nota-se na figura 5.2 (vista D) que os mesmos estão posicionados a 45° dos atuadores, daí a necessidade de corrigir suas leituras, como se estivessem alinhados com o eixo dos atuadores, equações 3.14 e 3.15.

O sensor de rotação e referência de fase é um sensor óptico, que se compõe de um foto-diodo transmissor e um foto-transistor receptor de infravermelho, que através de marcas claras e escuras sobre o disco fornece um sinal baixo de tensão na parte clara e alta tensão na parte escura. Se as marcas envolverem o disco em 180⁰, consegue-se uma onda quadrada.

Os quatro discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 , possuem um diâmetro de aproximadamente 62 mm e espessura de 12 mm, e estão posicionados numa distância de 150 mm cada um, que delimitam três segmentos de eixos s_1 , s_2 e s_3 . O eixo possui diâmetro externo de 6 mm e diâmetro interno de 4 mm.

5.1 - Valores Numéricos do Rotor, Mancal Magnético e Controle.

As tabelas a seguir listam os valores geométricos do rotor, sua rotação de simulação e os valores dos parâmetros do mancal magnético e do controle. A figura 5.2 mostra a nomenclatura e valores numéricos utilizados para montar a tabela 5.1.



Figura 5.2 – Seção transversal do eixo e posição dos discos

A tabela (5.1) mostra os valores dos parâmetros mecânicos do rotor, considerados como padrão, sem falha, valores utilizados no treinamento das redes neurais. O rotor é constituído por um eixo vazado de alumínio, subdividido em três segmentos s_1 , s_2 e s_3 , juntamente com 4 elementos de discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 .

Parâmetros	Descrição	Valores	Unidades
$md_1 = md_2 = md_3 = md_4$	Massa dos discos	8,8×10 ⁻²	Kg
$Id_1 = Id_2 = Id_3 = Id_4$	Momento de inércia transversal dos discos	$3,1 \times 10^{-5}$	$Kg.m^2$
$Ip_1 = Ip_2 = Ip_3 = Ip_4$	Momento de inércia polar dos discos	6,02×10 ⁻⁵	$Kg.m^2$
$c_{11} = c_{22} = c_{33} = c_{44}$	Amortecimento viscoso nos discos	5×10^{-1}	N.s / m
$L_1 = L_6$	Comprimento dos elementos de eixo	$1,5 \times 10^{-1}$	т
$L_2 = L_3 = L_4 = L_5$	Comprimento dos elementos de eixo	3,75×10 ⁻²	т
Ie	Momento de inércia de área do eixo	5,1×10 ⁻¹¹	$Kg.m^2$
S	Área da secção transversal do eixo	1,57 × 10 ⁻⁵	m^2
ω	Velocidade angular do disco	315	rad / s

Tabela 5.1 - Valores numéricos dos parâmetros do rotor

Na tabela 5.1 note que os comprimentos L_1 , L_2 L_3 , L_4 , L_5 e L_6 e a posição dos discos sobre o eixo, figura 5.2, podem mudar de acordo com o segmento de eixo (s₁, s₂ ou s₃) onde a falha mecânica será simulada. Os amortecimentos viscosos introduzidos nos discos d_1 , d_2 , d_3 e d_4 de valores muito baixos, são necessários apenas para evitar instabilidades numéricas durante a simulação.



Figura 5.3 - Posição dos eixos de controle sobre o rotor

A figura 5.3 mostra a posição dos parâmetros de mancal sobre o rotor nos eixos y e z, sobre os discos d_1 e d_4 . Na tabela 5.2, os ganhos de sensores de mancal e a anti-mola estão designados pelos sub-indices que discriminam os eixos e os discos ao qual pertencem.

Parâmetros	Descrição	Valores	Unidades
$k_{sy1} = k_{sz1} = k_{sy4} = k_{sz4}$	Ganho equivalente dos sensores	19000	V/m
$k_{py1} = k_{pz1} = k_{py4} = k_{pz4}$	Ganho dos estágios de potência	-0,25	A/V
$k_{my1} = k_{mz1} = k_{my4} = k_{mz4}$	Ganho dos atuadores	8	N / A
$K_{y1} = k_{y4} = k_{z1} = k_{z4}$	Anti – mola	-2450	N/m
$i_y = i_z$	Corrente das bobinas	0,307	A
S	Folga do mancal	10 ⁻³	т

Tabela 5.2 - Valores numéricos dos parâmetros do mancal magnético

5.2 – Resposta ao Desbalanço e Ruído Branco no Domínio do Tempo

Através do modelo *Simulink*, figura 3.7, foram realizadas algumas simulações no domínio do tempo. O modelo de desbalanço utilizado descrito pelas equações (3.82), (3.83) e (3.84), cuja configuração foi escolhida de modo a excitar ao máximo o primeiro modo de flexão, é dada pela tabela 5.3.

Parâmetros	Descrição	Disco d_1	Disco d ₂	Disco d_3	Disco d ₄	unidade
m_u	Massa de desbalanço	5×10^{-4}	5×10^{-4}	5×10^{-4}	5×10^{-4}	Kg
е	Raio de desbalanço	$2,5 \times 10^{-2}$	$2,5 \times 10^{-2}$	$2,5 \times 10^{-2}$	$2,5 \times 10^{-2}$	m
β	Ângulo de fase	0°	180°	180°	0°	graus

Tabela 5.3 - Parâmetros da força de desbalanço

A seguir são apresentadas as respostas no domínio do tempo devido às excitações pelo desbalanço e ruído branco. Utilizou-se para obtenção das respostas discretizadas no tempo a função integradora (*ODE4*) do *Matlab*, com *step* de tempo fixo. A magnitude de ruído branco imposto na entrada do sistema corresponde a 20% do valor RMS do sinal de controle. As medidas foram feitas no sensor do grau de liberdade 1, estado y₁ da saída mecânica e no estado y_{1c} saída de controle.



Figura 5.4 – Resposta ao desbalanço e ao ruído branco no domínio do tempo

Nota-se pela figura 5.4 que o ruído branco é mais intenso nos sinais de controle que no sinal mecânico, uma vez que a magnitude do sinal de controle é muito inferior que dos sinais mecânicos.

5.3 – Simulações no Domínio da Freqüência

Utilizando as equações no espaço de estados do modelo de 28 graus de liberdade apresentado no capitulo 3, equações (3.95) e (3.96) para o sistema mecânico e (3.17) e (3.18) para os controladores, as respostas discretizadas no tempo foram obtidas usando a função (*ODE 4*) do *Matlab*. O estudo se restringirá aos 2 primeiros modos de flexão, pois a freqüência de rotação de trabalho estará entre essas duas freqüências. Aplicando uma força unitária no grau de liberdade 1 e medindo a resposta no mesmo sensor y₁, realizou-se simulações no domínio do tempo. Através da aplicação de uma FFT (*Fast Fourier Transform*) ou Transformação Rápida de Fourier, levantou-se os gráficos de resposta em freqüência.



Figura 5.5 - Resposta em freqüência do sistema livre – livre

Para a condição simulada mostrada na figura 5.5, retirou-se completamente a atuação do controlador. A condição mostrada representa apenas o sistema mecânico, que apresenta duas freqüências naturais de flexão: a primeira em 18 Hz e segunda em 70 Hz.

A seguir é apresentado o gráfico de resposta em freqüência do controlador cuja função de transferência é dada pela equação (3.16), na forma de espaço de estados nas equações (4.27) e (4.28). Para obter a resposta em freqüência do controlador, como descrito no capitulo1, pela figura 1.2, aplicou-se uma excitação elétrica no ponto 3 e tomando como saída o ponto 2 obteve-se a resposta em freqüência do controlador.



Figura 5.6 – Resposta em freqüência do controle

Para a mesma excitação descrita anteriormente, pela figura 1.2, tirando-se a função de transferência entre os sinais dos pontos 3 e do ponto 1, obtém-se a função de malha fechada para o mesmo eixo, que leva em consideração a atuação do controle sobre o sistema e os ganhos de mancal e estágio de potência, mostrado na figura 5.7.



Figura 5.7 - Resposta em freqüência em malha fechada

Nota-se que a atuação do controle muda completamente a resposta em freqüência do sistema, adicionando rigidez e amortecimento ao mancal, mudando, portanto os valores das freqüências naturais e dos coeficientes de amortecimento.

Com a mesma configuração descrita anteriormente, aplicou-se no sistema em malha fechada uma excitação e obtiveram-se as freqüências naturais para a faixa de rotações de 0a 100 Hz e levantou-se o diagrama de Campbell. Na figura 5.8, a linha inclinada (tracejada) representa a rotação.



Figura 5.8 – Diagrama de Campbell para o sistema em malha fechada

5.4 – Dados de Simulação da Rede Neural Artificial

Os parâmetros das equações de compatibilidade (4.73) a (4.80), de difícil medição, serão mapeados pelas Redes Neurais. Nas equações (4.73) e (4.77), a autocorrelação Ry_1y_1 foi isolada do lado direito da equação, na equação (4.74) Ry_2y_2 , equação (4.75) Ry_3y_3 , equações (4.76) e (4.78) Ry_4y_4 , equação (4.79) Rz_1z_1 e na equação (4.80) a autocorrelação Rz_4z_4 . Em todos os casos os outros parâmetros ficaram divididos pelo parâmetro relacionado a cada autocorrelação isolada. Os termos difíceis de serem medidos foram excluídos, e as correlações possíveis de medição foram colocadas como entradas da rede. Os termos isolados na saída de cada rede neural correspondente a cada equação de compatibilidade selecionada, como mostram as tabelas (5.4) e (5.5).

Equ.	Estados		Entradas da Rede	Saídas	Arquitetura
4.73	У1	\Rightarrow	$Ry_{2}y_{1}, Ry_{11c}y_{1}, Ry_{12c}y_{1}, Ry_{13c}y_{1}, Ry_{14c}y_{1}$	$\Rightarrow - Ry_1y_1$	$\Rightarrow A_1$
4.74	<i>Y</i> 2	\Rightarrow	$Ry_1y_2, Ry_3y_2, R\dot{y}_2\dot{y}_2, R\dot{y}_2y_2$	$\Rightarrow - Ry_2 y_2$	$\Rightarrow A_2$
4.75	<i>Уз</i>	\Rightarrow	$Ry_2y_3, Ry_4y_3, R\dot{y}_3\dot{y}_3, R\dot{y}_3y_3$	$\Rightarrow - Ry_3 y_3$	$\Rightarrow A_3$
4.76	<i>Y</i> 4	\Rightarrow	$Ry_{3}y_{4}, Ry_{41c}y_{4}, Ry_{42c}y_{4}, Ry_{43c}y_{4}, Ry_{44c}y_{4}$	\Rightarrow - $Ry_4 y_4$	$\Rightarrow A_4$

Tabela 5.4 - Correlações de entrada e saída das redes para Falhas Mecânicas

Equ.	Estados		Entradas da Rede	Saídas	Arquitetura
4.77	y1c	\Rightarrow	$Ry_{11c}y_1, Ry_{12c}y_1, Ry_{13c}y_1, Ry_{14c}y_1, Ry_{15c}y_1$	$\Rightarrow - Ry_1y_1$	$\Rightarrow A_5$
4.78	Y4c	\Rightarrow	$Ry_{41c}y_4, Ry_{42c}y_4, Ry_{43c}y_4, Ry_{44c}y_4, Ry_{45c}y_4$	\Rightarrow - Ry_4y_4	$\Rightarrow A_6$
4.79	Z.1c	\Rightarrow	$Rz_{11c}z_1, Rz_{12c}z_1, Rz_{13c}z_1, Rz_{14c}z_1, Rz_{15c}z_1$	\Rightarrow - Rz_1z_1	$\Rightarrow A_7$
4.80	Z_{4c}	⇒	$Rz_{41c}y_4, Rz_{42c}y_4, Rz_{43c}y_4, Rz_{44c}y_4, Rz_{45c}y_4$	\Rightarrow - $Rz_4 z_4$	$\Rightarrow A_8$

Tabela 5.5 - Correlações de entrada e saída das redes para falhas elétricas

Para cada equação foi criada uma Rede Neural para mapear as correlações cujos estados são de difícil medição. A fig 5.9 mostra a rede montada para mapear a equação (4.73), arquitetura de rede A_{I} como exemplo.



Figura 5.9 – Rede MLP para mapeamentos da equação (4.73) - Rede A_1 .

Para cada equação de compatibilidade foi montada uma rede neural, arquiteturas (A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , A_6 , $A_7 e A_8$). Cada rede possui 1 camada de entrada, cujo número de entradas varia para cada configuração (tabelas 5.4 e 5.5), 2 camadas intermediárias e uma camada de saída. Para a camada intermediaria #1 utilizou-se função de ativação sigmoidal, para a camada intermediara #2 e para as camadas de entrada e saída utilizou-se a função de ativação linear. As arquiteturas A_1 , A_2 , A_3 e A_4 mapearão as equações cujos parâmetros estejam relacionados às falhas mecânicas e de mancal, enquanto as arquiteturas A_5 , A_6 , A_7 e A_8 mapearão as equações cujos parâmetros estejam relacionados com falhas de controle. A figura 5.9, mostra a arquitetura A_1 . As redes neurais inicialmente foram treinadas para valores de funções de correlação cujos parâmetros não representam falhas tabelas 5.1 e 5.2, excitados por forças de desbalanço tabela 5.3. Os resultados do treinamento são mostrados na figura 5.10.

As autocorrelações de saída das arquiteturas (A_1 a A_8), depois de treinadas, são comparadas com os casos sem falha e com ruído branco, para teste das redes, e com falhas (elétrica ou mecânica) e com ruído branco para a detecção de defeitos. Esta comparação entre os dois resultados, é feita através do calculo do desvio quadrático médio *MSD* (*Mean Square Deviation*), segundo Eduardo (2004), é dado por:

$$MSD = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (Rx_f x_f - \overline{R}x_f x_f)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$
(5.1)

Onde:

 $Rx_f x_f$ é a autocorrelação de saída da rede (com defeito)

 $\overline{R}x_f x_f$ é a autocorrelação de saída da rede esperada (sem defeito)

N é o número de dados de treinamento.

Em seguida o sistema foi excitado por ruído branco, e calculadas a funções de correlações, esses resultados foram utilizados para testar a rede. O elenco de dados de treinamento deve diferir do elenco de dados de teste ou de simulação, Haykin (1999). Os resultados da saída da rede sem falha e sem ruído (treinamento das redes) e sem falha e com ruído (teste das redes), foram comparados através do calculo do desvio quadrático médio (*MSD*), equação (4.86). As figuras 5.10 e 5.11 mostram as autocorrelações estimadas pela rede, para treinamento e teste. Utilizou-se

para treinamento das redes o algoritmo de Levenberq Marquart, ajustado para as seguintes características:

- 2 camadas intermediárias
- 10 neurônios em cada camada
- Função de ativação sigmoidal (primeira camada oculta)
- Função de ativação Linear (nas camadas de entrada, saída e segunda camada oculta).
- Erro global admissível: $E = 10^{-5}$
- Taxa de aprendizagem: $\eta = 10^{-4}$
- Número de interações: N=1000



Figura 5.10 - Autocorrelações na saída - treinamento das redes



Figura 5.11 - Autocorrelações na saída - teste das Redes

A figura 5.11 mostra as autocorrelações nas saídas das redes treinadas sem falha e sem ruído branco e de teste sem falha com ruído branco. Os mesmos resultados estão resumidos na tabela 5.6.

Arquitetura	A1	A2	Aз	A4	A5	A ₆	<i>A</i> ₇	A ₈
estados	Y 1	y 2	y 3	y 4	y 1c	y 4c	Z1c	Z4c
MSD (%)	0.0006	0.00001	0.0001	0.0003	0.00014	0.00009	0.00016	0.00011

Tabela 5.6 - MSD – Teste das redes sem falha com ruído branco

Nota-se, pela tabela 5.6, que as redes simuladas com ruído branco apresentaram diferenças desprezíveis em relação aos valores treinados (sem ruído branco), o que mostra boa capacidade de generalização em relação ao ruído.

Em seguida foram simuladas condições de falhas tanto mecânicas como elétricas, juntamente com ruído branco. Os valores das autocorrelações de saída com falha e sem falha foram comparados, com os valores desejados, através do cálculo do desvio (*MSD*), equação (5.1).

5.5 – Falhas Mecânicas

5.5.1 - Caso 1 – Falha Mecânica no Segmento de Eixo Central S₂

A figura 5.12 apresenta os resultados de falha mecânica no segmento deixo s₂, para a simulação deste caso os discos d_1 e d_2 estão nos nós 1 e 2 e os discos d_3 e d_4 nos nós 6 e7 respectivamente e o segmento de eixo s₂ encontra-se dividido entre os elementos de eixos L_2 , L_3 L_4 e L_5 . A comparação das autocorrelações do sinal com falha e sem falha é indicada pelo índice *MSD* equação (5.1) para caso $\xi_s = \xi_b = 0.7$, equações (3.90) e (3.91) e $L_d = 0.01$ m, equação (3.87) aplicado nos elementos de eixo L3 e L4.



Figura 5.12 – Falha mecânica no segmento s₂ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_3 = L_4 = L_d = 0.01m$

Os resultados da figura 5.12, estão resumidos na tabela 5.7 que apresenta os maiores erros para as arquiteturas $A_2 e A_3$, que estão diretamente relacionadas com os parâmetros de rigidez do segmento de eixo s₂ do rotor.

				_ 1 falha				
Arquitetura	A1	A 2	Aз	A4	A5	A ₆	<i>A</i> 7	A8
estados	y 1	y 2	y 3	y 4	у 1с	y _{4c}	Z _{1c}	Z _{4c}
MSD (%)	0.0012	35.36	36.01	0.0069	0.0062	0.0052	0.0012	0.0018

Tabela 5.7 – MSD - Falha mecânica no segmento s₂ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_3 = L_4 = L_d = 0.01m$

Em seguida, para a mesma posição dos discos, foi introduzida uma falha mecânica no elemento de eixo L2, mais próxima ao disco d2. Nota-se nessa tabela que o maior erro aconteceu na arquitetura de rede relacionada ao nó 2, rede A_2 , embora tenha sido possível detectar a falha também no nó 3, rede A_3 .



Arquitetura	A_1	A2	A ₃	A4	A5	A_{6}	<i>A</i> ₇	A ₈
estados	y 1	y 2	уз	y 4	у 1с	y _{4c}	Z1c	Z4c
MSD (%)	0.0081	37.74	17.49	0.0012	0.0038	0.0042	0.0075	0.0097

Tabela 5.8 - MSD - Falha mecânica no segmento s₂ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ - $L_2 = L_d = 0.02m$

Na posição oposta no segmento de eixo central s_2 foi introduzida a mesma falha agora no elemento de eixo L_5 próximo ao disco d₃. Os pontos que apresentaram os maiores erros estão relacionados com as arquiteturas A_2 e A_3 , com erro maior no ponto 3.

Arquitetura	A1	A2	Аз	A4	A5	Ав	A7	A8				
estados	y 1	y 2	уз	y 4	у 1с	y _{4c}	Z _{1c}	Z4c				
MSD (%)	0.0014	14.23	38.64	0.0065	0.0011	0.0067	0.0022	0.0039				

Tabela 5.9 - MSD - Falha mecânica no segmento s₂ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ - $L_5 = L_d = 0.02m$

Pela tabela 5.7, convém notar que as diferenças estão igualmente distribuídas nos pontos 2 e 3, arquiteturas A_2 e A_3 , ou seja, pontos mais próximos da região central do eixo. Na tabela 5.8 como a falha está próxima ao disco d_2 o maior erro aconteceu no ponto 2 sendo detectado pela arquitetura A_3 . Na tabela 5.9 a situação inverteu-se para o disco d_3 , pois a falha está mais próxima do ponto 3. É importante notar que apenas um sensor nos discos centrais já garante a detecção de falha mecânica nessa região.

5.5.2 - Caso 2 – Falha Mecânica no Segmento de Eixo S1



Figura 5.13 – Posição dos discos para simulação de falha no segmento de eixo s_1

As tabelas 5.10, 5.11 e 5.12 apresentam os resultados de falha mecânica no segmento de eixo s₁. Para a simulação deste caso o disco d_1 está no nó 1, o disco d_2 no nó 5 e os discos d_3 e d_4 nos nós 6 e7 respectivamente e o elemento de eixo s₁ encontra-se dividido entre os elementos L_1 , L_2 L_3 e L_4 , como mostra a figura 5.13.

A matriz de massa $Md = \begin{bmatrix} Mdy & Mdz \end{bmatrix}$ alterada, fica com a seguinte estrutura:

$$Mdy = diag.[md_1 \ 0 \ 0 \ md_2 \ md_3 \ md_4 \ Id_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ Id_2 \ Id_3 \ Id_4] (5.2)$$
$$Mdy = Mdz$$
(5.3)

A comparação das autocorrelações do sinal com falha e sem falha é indicada pelo índice *MSD*, equação (5.1) para caso $\xi_s = \xi_b = 0.7$, equações (3.90) e (3.91) e $L_d = 0.01$ m, equação (3.87) aplicado nos elementos de eixo $L_2 e L_3$, do segmento de eixo s₁.

				2 3 ∎ alha	4			
Arquitetura	A1	A2	Аз	A4	A5	A_{6}	A7	A8
estados	y 1	y 2	уз	y 4	y 1c	y _{4c}	Z1c	Z4c
MSD (%)	0.9867	7.067	0.0009	0.0014	0.0011	0.0094	0.0013	0.0122

Tabela 5.10 - MSD – falha mecânica no segmento s₁ – $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_2 = L_3 = L_d = 0.01m$

Nota-se pela tabela 5.10 que o maior erro ocorreu na arquitetura A2 cujos parâmetros estão relacionados com a rigidez do elemento de eixo em questão, porém relativamente à arquitetura A_1 , o erro não foi tão pronunciado.

Para a mesma posição dos discos foi introduzida uma falha mecânica no elemento de eixo L_1 , mais próxima ao disco d_1 .

Arquitetura	A1	A2	Аз	A_4	A5	Aв	<i>A</i> ₇	$\mathcal{A}_{\mathcal{B}}$				
estados	y 1	y 2	уз	y 4	y 1c	y _{4c}	Z1c	Z4c				
MSD (%)	0.5801	0.9101	0.0024	0.0012	0.0014	0.0082	0.0039	0.0079				

Tabela 5.11 - MSD - Falha mecânica no segmento s₁ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ - $L_1 = L_d = 0.02m$

Nota-se nessa tabela (5.11) que o maior erro aconteceu na arquitetura de rede relacionada ao nó 2, arquitetura A_2 e arquitetura A_1 , porém são erros insignificantes perante outros casos já analisados embora tenham se mostrados coerentes devido à localização da falha.

Na posição oposta do segmento de eixo s_1 , foi introduzida a mesma falha agora no elemento de eixo L_4 próximo ao nó 5, disco d_2 .

1 2 3 4 falha											
Arquitetura	A1	A2	Aз	A4	A5	Aв	<i>A</i> ₇	A ₈			
estados	y 1	y 2	уз	y 4	У 1с	y _{4c}	Z _{1c}	Z4c			
MSD (%)	1.4182	12.23	0.1682	0.0025	0.0013	0.0067	0.0096	0.0012			

Tabela 5.12 - MSD - Falha mecânica no segmento s₁ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ - $L_4 = L_d = 0.02m$

Na tabela (5.2), os pontos que apresentaram os maiores erros estão relacionados com as arquiteturas A_1 e A_2 , com erro maior na arquitetura A_2 , com pequeno erro na arquitetura A_1 .

5.5.3 - Caso 3 – Falha Mecânica no Segmento de Eixo S₃

As tabelas 5.13, 5.14 e 5.15 apresentam os resultados de falha mecânica no segmento de eixo s₃. Para a simulação deste caso o disco d_1 , d_2 e d_3 estão nos nós 1, 2 e 3 respectivamente e o disco d_4 no nó 7, e o elemento de eixo s₃ encontra-se subdividido entre os elementos L_3 , L_4 L_4 e L_6 , como mostra a figura 5.14. A comparação das autocorrelações do sinal com falha e sem falha é indicada pelo índice *MSD* equação (5.1) para caso $\xi_s = \xi_b = 0.7$, equações (3.90) e (3.91) e $L_d = 0.01$ m, equação (3.87) aplicado nos elementos de eixo L_4 e L_5 .



Figura 5.14 – Posição dos discos para simulação de falha no eixo s₃

A matriz de massa, $Md = \begin{bmatrix} Mdy & Mdz \end{bmatrix}$ alterada, para essa posição de falha, fica então com a seguinte estrutura:

$$Mdy = diag \cdot [md_1 \ md_2 \ md_3 \ 0 \ 0 \ md_4 \ Id_1 \ Id_2 \ Id_3 \ 0 \ 0 \ Id_4] (5.4)$$
$$Mdy = Mdz$$
(5.5)

1 2 3 4 falha										
Arquitetura	A ₁	<i>A</i> ₂	A ₃	A_4	A_5	A_{6}	<i>A</i> ₇	$\mathcal{A}_{\mathcal{B}}$		
estados	y 1	y 2	y 3	y 4	у 1с	y _{4c}	Z _{1c}	Z _{4c}		
MSD (%)	0.0031	0.0823	8.0678	1.0125	0.0013	0.0097	0.0013	0.0106		

Tabela 5.13 - MSD – Falha mecânica no segmento s₃ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ e $L_4 = L_5 = L_d = 0.01m$

Pela tabela 5.13, nota-se que o maior erro ocorreu na arquitetura A_3 cujos parâmetros estão relacionados com a rigidez do elemento de eixo em questão, porém na arquitetura A_4 , o erro não foi tão pronunciado.

Para a mesma posição dos discos foi introduzida uma falha mecânica no elemento de eixo L6 mais próximo ao nó 4 disco d4. Nota – se nessa tabela que o maior erro aconteceu na arquitetura de rede relacionada ao nó 3 A_3 e arquitetura A_4 , porém, como aconteceu no caso anterior, são erros insignificantes perante outros casos já analisados, embora tenha se mostrado coerente devido à localização da falha.



Arquitetura	A1	A2	Аз	A4	A5	A ₆	A ₇	A ₈
estados	y 1	y 2	уз	y 4	y 1c	y _{4c}	Z1c	Z4c
MSD (%)	0.0081	0.0172	0.4235	0.5660	0.0136	0.0075	0.0018	0.0040

Tabela 5.14 - MSD - Falha mecânica no segmento s₃ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ - $L_6 = L_d = 0.02m$

Na posição oposta do segmento de eixo s_3 , foi introduzida a mesma falha agora no elemento de eixo L_3 próximo ao disco d_3 .



Arquitetura	A ₁	A2	Аз	A4	A5	A ₆	<i>A</i> ₇	A ₈
estados	y 1	y 2	уз	y 4	y 1c	y _{4c}	Z _{1c}	Z4c
MSE (%)	0.0104	0.2230	17.15	1.0985	0.0139	0.0067	0.0090	0.0098

Tabela 5.15 - MSE - Falha mecânica no segmento s₁ - $\xi_s = \xi_b = 0.7$ - $L_3 = L_d = 0.02m$

Na tabela 5.15, os pontos que apresentaram os maiores erros estão relacionados com as arquiteturas A_3 e A_4 , com erro maior no ponto 3 e apresentando no ponto 4 um erro pequeno, porém coerente com a posição da falha.

Nas simulações escritas acima se mostrou apenas os resultados para magnitudes de perda de área e de momento de inércia em 30%, ou seja, $\xi_s = \xi_b = 0.7$. Porém foram simuladas outras amplitudes de perdas e os resultados mostraram que aumentando ξ_s e ξ_b , as diferenças (*MSD's*), aumentam na mesma proporção e que diminuindo as amplitudes as diferenças (*MSD's*) também diminuem.

5.6 – Falha elétrica

5.6.1 - Caso 1 – Falha na Corrente do Mancal (i_p)

As falhas relacionadas aos parâmetros do mancal foram simuladas alterando-se a corrente da bobina i_p do mancal dos eixos y_{1c} e y_{4c} . Variou-se $i_p=0.307A$ para $i_p=0.250A$, significando numa perda de aproximadamente 20% na corrente de um dos eixos, acarretando uma perda no ganho do mancal km_{y1} e km_{y4} na mesma proporção, equações (3.9), e de aproximadamente 35% no valor da anti-mola. A tabela 5.16, mostra os resultados de aplicação desta falha na direção y de controle no nó 1. As diferenças entre as autocorrelações de saídas das redes para o caso proposto e para o sistema sem falha são mostradas pelo índice *MSD*.

falha no eixo do mancal y_{1c}



Arquitetura	A1	A2	Аз	A4	A5	A"6	A ₇	A ₈
estado	y 1	y 2	Уз	y 4	y 1c	y _{4c}	Z1c	Z4c
MSD (%)	24.19	2.32	0.784	0.1393	86.01	0.2014	0.0022	0.0089

Tabela 5.16 - MSD - Falha elétrica – Corrente da bobina eixo y do disco d_1 - $i_p = 0.250A$

Pela tabela 5.16 nota-se que as maiores diferenças aparecem no ponto do mancal do eixo y_1 arquitetura A_1 e de controle y_{1c} , arquitetura A_5 , É importante salientar o aparecimento de pequenos erros nas arquiteturas A_2 , nos nós próximos ao aparecimento da falha, cujos parâmetros não estão relacionados com a falha.

Em seguida alterou-se a corrente da bobina do mancal oposto no eixo y_{4c} , mostrado na tabela 5.17, com a mesma amplitude de grandeza, descrita anteriormente.



Arquitetura	A1	A2	Aз	A4	A5	A ₆	<i>A</i> 7	A ₈
estado	y 1	y 2	Уз	y 4	y 1c	y4c	Z1c	Z4c
MSD (%)	0.0410	0.0145	4.3487	87.21	0.038	87.76	0.0011	0.0048

Tabela 5.17 - MSD - Falha elétrica – Corrente da bobina do eixo y do disco d_4 - $i_b = 0.250A$

Na tabela 5.17 nota-se, como descrito anteriormente, que as maiores diferenças aparecem no ponto do mancal do eixo y_4 arquitetura A_4 e do controle y_{4c} , arquitetura A_7 . Neste caso também é importante notar o aparecimento de pequeno erro na arquitetura A_3 nos nós próximos ao aparecimento da falha, cujos parâmetros não estão relacionados com a falha.

5.6.2 - Caso 2 – Falha no Sensor de Posição (k_s)

Outra falha elétrica imposta foi a alteração do ganho do sensor de deslocamento ks_{y1} e ks_{y4} , variando de ks=19000 V/m para ks=25000 V/m, o que equivale a uma alteração de aproximadamente 25% de ganho. A tabela 5.18, apresenta os resultados das diferenças através do índice *MSD*, para o caso de falha no sensor Ks_{y1} .

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$										
Arquitetura	A ₁	<i>A</i> ₂	A3	A4	A_5	A_{6}	<i>A</i> ₇	A ₈		
estado	y 1	y 2	Уз	y 4	у 1с	y _{4c}	Z1c	Z4c		
MSD (%)	3.602	0.167	0.676	0.060	84.69	0.0112	0.0036	0.0040		

Tabela 5.18 - MSD - Falha elétrica – Sensor de posição ks_{y1}=25000 V/m

Neste caso a mesma falha descrita anteriormente foi introduzida no sensor ksy4.

1 - 2 - 3 - 4										
Arquitetura	A1	A2	Аз	A_4	A_5	A_6	A ₇	A ₈		
estado	y 1	y 2	уз	y 4	y 1c	y _{4c}	Z _{1c}	Z4c		
MSD (%)	0.0016	0.0033	0.356	4.894	0.0097	56.402	0.0028	0.0069		

Tabela 5.19 - MSD - Falha elétrica – Sensor de posição ks_{v4}=25000 V/m

Como o parâmetro de ganho de sensor está relacionado apenas às equações de controle, as maiores diferenças aparecem na arquitetura A_5 , controle y_{1c} tabela 5.18 e na arquitetura A_6 , controle y_{4c} , tabela 5.19. Porém como no caso anterior, vale a pena ressaltar o aparecimento de pequenos erros nas arquiteturas A_1 e A_4 , tabela 5.18 e 5.19, respectivamente. Embora estas alterações sejam pequenas frente a variação que ocorra na arquitetura esperada, a sua origem deve ser melhor investigada.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos.

Nesse capítulo apresentam-se as principais conclusões deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros e prosseguimento da linha de pesquisa.

6.1 – Conclusões

Este trabalho mostrou a aplicação do método de detecção de falhas em um rotor flexível sustentado por mancais magnéticos ativos com controle em realimentação. O método baseia-se na formulação matricial de Ljapunov para sistemas lineares estacionários, que relaciona as matrizes de entrada com as funções de correlação entre os sinais medidos do sistema. O procedimento de diagnóstico de defeitos utiliza somente as variáveis medidas. As funções de correlações relacionadas a estados que não podem ser estimadas diretamente são mapeadas através de redes neurais artificiais multicamadas.

Para a aplicação do método foram desenvolvidos dois modelos matemáticos, baseados no método de elementos finitos (FEM) para o rotor. Sendo o primeiro com 28 graus de liberdade para a simulação numérica no domínio do tempo, onde se considerou o sistema excitado por forças de desbalanceamento e ruído branco, juntamente com o modelo de mancal magnético e com controle ativo em realimentação. Um segundo modelo mais simples com 16 graus de liberdade foi utilizado para o desenvolvimento das equações de compatibilidade e as funções de correlações.

Foi proposta uma metodologia para selecionar as equações de compatibilidade, através da matriz dinâmica mecânica e de controle do sistema juntamente com a matriz de correlações, onde se buscou as correlações com o maior número possível de estados medidos e os parâmetros físicos do sistema relacionados com as falhas propostas (falhas mecânicas e falhas elétricas).

Para cada equação selecionada foi montada uma rede neural artificial multicamadas (MLP), que foi treinada para o caso em que o sistema não apresenta falhas e sem excitação por ruído branco, excitado apenas por forças de desbalanço. Com o sistema excitado também por ruído branco levantou-se as funções de correlações que foram comparadas com as saídas de treinamento com a finalidade de teste das arquiteturas de redes neurais. Aplicou-se ao sistema diversas falhas mecânicas e elétricas, e os resultados comparados com as saídas treinadas (sem falha). Através do desvio quadrático médio (*MSD*), avaliou-se as alterações nos parâmetros físicos do sistema.

Foram introduzidas falhas mecânicas nos três segmentos de eixo do rotor $(s_1,s_2 e s_3)$, segmento esquerdo, central e direito. Com a alteração da posição dos discos sobre o eixo e com pequenas alterações no modelo, sem a necessidade, porém de alterar a matriz de rigidez do eixo.

Inicialmente aplicou-se as falhas em 3 elementos no segmento de eixo central, segmento s_2 (Caso 1), através dos elementos modelados previamente no modelo com 28 graus de liberdade, que apresentaram os maiores desvios próximos do ponto de aplicação das falhas, arquitetura A_2 e A_3 .

Aplicaram-se falhas no segmento de eixo s_2 , (Caso 2). Os desvios apresentados pelas arquiteturas de redes A_1 e A_2 , para o caso de falha próximo ao disco d_1 , apresentaram valores de desvios em torno de 1%. Quando a falha proposta se afasta do disco d_1 e se aproxima do disco d_2 , apresentaram desvios mais destacados. Contudo a arquitetura A_1 relacionada ao ponto 1 não apresentou erros que pudessem ser caracterizados como falha.

A aplicação de falhas no segmento direito de eixo s_3 (Caso 3), apresentou desvios bem parecidos com o (Caso 2), nas arquiteturas A_3 e A_4 . Também apresentando desvios em torno de 1% para falha próxima ao disco d_4 .
Os casos de falhas mecânicas estudados apresentaram resultados satisfatórios, mostrou ser possível distinguir a localização da falha dentro do sistema. O método apresentou algumas limitações para o caso de falhas próximas aos mancais pelo fato do sistema excitar basicamente o primeiro modo e esses pontos estarem próximos dos nós do modo.

Ainda com relação às falhas mecânicas, torna-se necessário trabalhar com pelo menos um sensor nos discos internos d_2 e d_3 , para detectar falhas nos elementos de eixos centrais, caso não fosse a necessário para o mancal magnético trabalhar com sensores em dois planos para cada ponto de atuação, para aplicação do método seria satisfatório com sensores em apenas um plano.

Em relação às falhas elétricas foi possível através do método utilizado detectar e localizar falhas nos eixos de controle. Para o caso de falha na corrente da bobina do mancal os maiores desvios apareceram nas arquiteturas A_1 e A_5 para falhas nos eixos de controle y_{1c} disco d_1 e y_{4c} disco d_4 , como mostram as tabelas 5.16 e 5.17 respectivamente. Para o caso de falha no sensor os maiores erros apareceram nas arquiteturas A_5 e A_8 do eixo de controle y_{1c} e y_{4c} , tabelas 5.18 e 5.19 respectivamente.

O método apresentou algumas limitações nesses casos, pois apareceram alguns erros nos pontos próximos ao local da falha introduzida, possivelmente isso se deve à simplificação de monitoração do sistema, exigindo a modelagem do efeito das correlações não medidas pelas redes neurais, o que pode não ter sido suficiente.

É interessante notar que para a aplicação do método não é necessário conhecer os valores dos parâmetros do modelo e sim sua estrutura e a relação com as funções de correlações, que para casos práticos em equipamentos de grande porte e difícil identificação de parâmetros se traduz numa grande vantagem em relação aos métodos que se baseiam em modelo.

O método mostrou-se robusto e viável para outras aplicações futuras, seja para aplicar em outros tipos de equipamentos seja para outros tipos de falhas, mecânicas ou elétricas. Finalmente ficou demonstrado que o objetivo primordial do trabalho que é o de detectar, localizar e discernir falhas mecânicas e elétricas foi atingido.

6.2 – Sugestões para Continuidade do Trabalho.

Validar o método experimentalmente. Vale ressaltar a dificuldade em medir os estados de controle devido aos valores muito baixos em tensão.

Utilizar a metodologia proposta num sistema on-line de detecção de falha, juntamente com o sistema experimental, para se estudar as potencialidades da tecnologia *Smart Machines*.

6.2.1 - Aplicação de Outros Tipos de Falhas

- Modelar e simular outros defeitos mecânicos tais como: adicionar um modelo de breathing, empenamento do rotor, atrito, e outras configurações de desbalanceamento.
- Modelar e simular outras falhas elétricas, eventualmente um transitório de levitação magnética.

6.2.2 - Aplicação de Outros Métodos de Detecção de Falhas

Confrontar o método proposto com outros métodos de detecção de falhas, para testar sua robustez, conhecendo melhor suas limitações. Eventualmente trabalhar com dois ou mais métodos ao mesmo tempo aproveitando as potencialidades especificas que cada um oferece. Entre os métodos que poderiam ser explorados com esse fim pode-se citar:

- Observadores de estados para estimar as os estados que não podem ser medidos
- Utilizar o método de cargas equivalentes (*equivalent load*) com condensação modal para trabalhar com equações e modelos mais simplificados.
- Método das *Wavelets* para análise em transiente, partidas e paradas de rotores sustentados por mancais magnéticos ativos.

Referências Bibliográficas

- Ali, M. M. Failure Detection and Identification. *IEEE Transaction on Automatic Control*, VOL.34, n.3, pp.316-321, march 1989.
- Alves, J. S. Otimização Teórico-Experimental da Passagem por Velocidades Críticas de um Rotor Flexível Contínuo. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, Tese de Mestrado, 2004.
- Alves, J. S. Betti F., Pierri, P. S., Porsh, M. C. Sistemas de Controle para Mancais Magnéticos Ativos. Anais do II Congresso Brasileiro de Automática São Paulo, SP, VOL.1, pp.135-140, 1996.
- Anton, E , Ulbrich, H. Active Control of Vibration in The Case of Assymmetrical High-Speed Rotors by Using Magnetic Bearings, *Journal of Vibration, Acoustics, Strees, and Reability in Design*, Vol. 107, pp. 410-415,1985.
- Brunet, M. Practical Application of the Active Magnetic Bearing to Industrial World. Proc. First International Symposium on Magnetic Bearings, Zurich, Swiss, pp.225-244, 1988.
- Chen, L.W., Ku, D.M. Whirl Speeds and Unbalance Response of a Shaft-Disk System With Flaws. *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*. Vol. 6, pp. 279-289,1991.

- Chiarello, A. G. Detecção e Localização de Falhas em Sistemas Mecânicos Estacionários Através de Funções de Correlação. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Tese de Doutorado, 1998.
- Clark, R. N. A Simplified Instrument Failure Detection Scheme, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES 14, pp. 558-563,1978.
- Clark, R. N., Setzer, W. Sensor Fault Detection in a System with Random Disturbance, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES 16, pp. 468-473, July 1980.
- Demuth, H., Beale, M. Neural Netword Toolbox User's Guide. By Mathworks, Inc. Version 3, 1998.
- Darpe, A. K., Gupta, K: Coupled Bending, Longitudinal and Torsional Vibrations of a Cracked Rotor. *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 269, pp. 33–60, 2004.
- Demetriou, M. A., Polycarpou, M. M. Incipient Fault Diagnosis of Dynamical System Using on Line Aproximators, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 43, pp. 1612-1617, 1988.
- Eduardo, A. C. *Diagnóstico de Defeitos em Sistemas Mecânicos Rotativos Através da Análise de Correlações e Redes Neurais Artificiais.* Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Tese de Doutorado, 2003.
- Gash, R. A Survey of the Dynamic Behaviour of a Simple Rotating Shaft with a Transverse Crack, *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 160(2), pp. 313–332, February 1993.
- Haykin, S. Neural Networks: A Comprehensive Foundation, Printice Hall, New Jersey, USA, 1999.

- Isermman, R., Balé, P. Trends in the Application of Model Based Fault Detection and Diagnosis of Technical Processing, *Automatica*, vol. 229, n.4, pp 815-835, 1999.
- Iman, I., Azzaro, S.H., Bankert, R. J., Scheibel, J. Development of On-Line Rotor Crack Detection and Monitoring System, *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reability Design*, Vol.111, pp. 241-250,1989.
- Knospe, C. R., Humphris, R. R., Maslen, E. H., Allaire, P. E., Active Balancing of a High Speed Rotor in Magnetic Bearing. Proc. International Conference on Rotating Machine Dynamics - Rotordynamics - 92, pp 19-26, Venice, 1992.
- Lalanne, M., Ferraris, G. *Rotordynamics Prediction in Engineering*, 2nd Ed., John Wiley and Sons, Chichester, England, 1990.
- Lee, E. A., Messerchmidt D. G. *Digital Communication*, Sec. Edition, Kluwer Academic Publishers, 1994
- Mayes, I. W., Davies, W. G. R. Analysis of the Response of a Multi-Rotor-Bearing System Containing a Transverse Crack in a Rotor, *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reability in Design*, Vol. 106, pp. 139-145,1984.
- Markert, R., Platz R., Seidler, M. Model Based Fault Identification in Rotor Systems by Last Squares Fitting. Proc. 8th Int'l Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery - ISROMAC, Honolulu, Hawaii, 2000.
- Naranjo, A. R., Otero, M. R. M. A Method for The Correlation Dimension Estimation for online Condition Monitoring of Large Rotating Machinery, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 19, pp. 939-954, 2005.
- Nelson, H. D., Nataraj, C. The Dynamics of a Rotor System with a Cracked Shaft, *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 108, pp. 189–206, 1986.

- Nordmann, R., Aenis, M. Fault Diagnosis in a Centrifugal Pump Using Active Magnetic Bearing. Proc. Sixth International Conference on Rotor Dynamics - IFToMM, Sydney, Australia, pp.46-55, 2002.
- Pederiva, R. Identificação Paramétrica de Sistemas Mecânicos Excitados Estocasticamente, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Tese de Doutorado, 1992.
- Pederiva, R., Eduardo, A.C. Parameter Monitoring on a Rotor System Excited by Stochastic Forces. Proc. Sixth International Conference on Rotor Dynamics - IFToMM, Sydney, Australia, pp 310-317, 2002.
- Pederiva, R., Eduardo A.C. Fault Diagnosis in Stationary Systems Through Correlation Analysis and Artificial Neural Network. Proc. 17th International Congress of Mechanical Engineering - COBEM, São Paulo, Brasil, 2003.
- Porch, M. C. Projeto de Um Sistema de Controle para um Rotor Apoiado por Mancais Magnéticos, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, Tese de Mestrado, 1996.
- Pierri, P. S., Betti, F., Silva, P. S. Design of a Controller for Magnetic Levation Proc. First International Symposium on Magnetic Bearings, Zurich, Swiss, pp.129-136, 1988.
- Proakis, J. G. Digital Communications, Third Ed., McGraw-Hill, New York, 1995.
- Salm, J. R. Active Electromagnetic Suspension of an Elastic Rotor: Modeling, Control, and Experimental, *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 110, pp. 493–500, 1988.

- Santiago, D. F. A. Diagnóstico de Falhas em Máquinas Rotativas Utilizando Transformada de Wavelet e Redes Neurais Artificiais, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 117p., Tese de Doutorado, 2004.
- Santiago, D. F. A., Brito J. N., Pedriva, R. Diagnóstico de Falhas em Máquinas Rotativas Utilizando Redes Neurais, Anais do II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica -CONEM, João Pessoa Paraíba, 2002.
- Silva, G. M., Pederiva, R. Fault Diagnosis in a Rotor Supported by Active Magnetic Bearings, (Trabalho Aceito) 7th International Conference on Rotor Dynamics – IFToMM, Vienna, Austria, 2006.
- Simões, R. C., Steffen Jr., V. Sobre o Problema da Identificação de Falhas em Máquinas Rotativas, Anais do II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM, João Pessoa Paraíba, pp 9-14, 2002.
- Sinha, P. K., Zhou, F. B., Kutiyal, R. S. Fault Detection in Electromagnetic Suspension Systems with State Estimation Methods, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.29, pp. 2950–2952, 1993.
- Schweitzer, G. Active Magnetic Bearing Chances and Limitations, Proc Sixth International Conference on Rotor Dynamics – IFToMM, Sydney, Australia, 2002.
- Traxler, A., Schweitzer, G. Measurement of the Force Characteristic Contact less Electromagnetic Rotor Bearing, International Measurement Conference - IMEKO, Symposium on Measurement and Estimation, Italy, 1984.
- Tse, E., Weinert, H. L. Strcture determination and Parameter Identification for Multivariable Stochastic Linear Systems. IEE Transactions on Automatic Control, Vol. ac.20, n.5, p. 603-613.

- Watanabe, K., Himmelblau, D. M. Instrument Fault Detection in Systems with Uncertainties, International Journal of System Science, vol. 13, pp 137-158, 1982.
- Wauer, J. On The Dynamics of Cracked Rotors-A Literature Survey, Applied Mechanical Review, vol. 43, pp 13-17, 1990.
- Zampieri., D. E., Schiehlen.,W. Influência de Mancais Ativos no Comportamento Dinâmico de um Rotor Horizontal, Anais do V Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM, Campinas, Brasil, 1979.
- Zhang, S., Ganesan, S., Xistris G. D. Self Organizing Neural Network for Automated Machinery Monitoring Systems, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 10, pp. 517-532, 1996.
- Zhu, C. D. A., Robb, D., Ewins, I The Dynamics of a cracked Rotor with an Active Magnetic Bearing, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 265, pp. 469-487, 2002.