



Apolo Silva Marton

# **Controle linear de trajetória de dirigível robótico com propulsão quádrupla**

CAMPINAS  
2016



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Apolo Silva Marton

# Controle linear de trajetória de dirigível robótico com propulsão quádrupla

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. André Ricardo Fioravanti  
Coorientador: Prof. Dr. Ely Carneiro de Paiva

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO  
FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO  
ALUNO Apolo Silva Marton, E ORIENTADO  
PELO PROF. DR. André Ricardo Fioravanti.

  
.....  
ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS  
2016

**Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s):** CAPES, 33003017

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

M36c Marton, Apolo Silva, 1990-  
Controle linear de trajetória de dirigível robótico com propulsão quádrupla /  
Apolo Silva Marton. – Campinas, SP : [s.n.], 2016.

Orientador: André Ricardo Fioravanti.  
Coorientador: Ely Carneiro de Paiva.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade  
de Engenharia Mecânica.

1. Robótica. 2. Robos - Sistemas de controle. 3. Voo - Controle. 4.  
Sistemas de veículos auto-guiados. 5. Sistemas não lineares. I. Fioravanti,  
André Ricardo,1982-. II. Paiva, Ely Carneiro de,1965-. III. Universidade  
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Linear trajectory control of a robotic quad-propelled airship

**Palavras-chave em inglês:**

Robotic

Robots - Control systems

Flight - Control

Auto-guided vehicle systems

Nonlinear systems

**Área de concentração:** Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

**Titulação:** Mestre em Engenharia Mecânica

**Banca examinadora:**

André Ricardo Fioravanti [Orientador]

Paulo Augusto Valente Ferreira

Eurípedes Guilherme de Oliveira Nóbrega

**Data de defesa:** 18-05-2016

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

**Controle linear de trajetória  
de dirigível robótico  
com propulsão quádrupla**

Autor: Apolo Silva Marton  
Orientador: André Ricardo Fioravanti

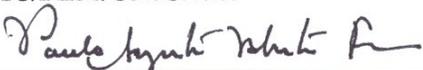
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. André Ricardo Fioravanti  
DMC/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Eurípedes Guilherme de Oliveira Nóbrega  
DMC/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Paulo Augusto Valente Ferreira  
FEEC/UNICAMP

Campinas, 18 de maio de 2016.

# Dedicatória

Aos meus pais, Maurício e Maria Hélia, dos quais sinto muito orgulho e agradeço por tornarem tudo isso possível através do carinho, incentivo e apoio desde sempre.

# Agradecimentos

Primeiramente a Deus que tem me dado força todos os dias para vencer as dificuldades que me aparecem como desafio.

Ao meu orientador, Prof. Dr. André Ricardo Fioravanti por estar sempre disponível nos momentos de dificuldade cooperando para o bom progresso durante todo o trabalho.

Ao meu co-orientador, Prof. Dr. Ely Carneiro de Paiva por ter cooperado com o tema e ideias para o desenvolvimento do trabalho.

Aos membros das bancas de qualificação e defesa por cooperarem para melhor desenvolvimento da pesquisa no âmbito da UNICAMP e do Brasil.

A toda minha família por ter me apoiado durante todo o período de desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos e companheiros de laboratório por me receberem como parte do grupo e por terem incentivado meu crescimento e a conclusão deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Luiz Otávio e todos seus orientandos por disponibilizar o espaço do Laboratório de Supercomputação para conclusão deste trabalho.

A CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo indispensável apoio financeiro.

Ao CNPq pelo apoio financeiro através do Projeto DRONI, chamada 402112/2013-0.

*Não se espante com a altura do voo. É  
quando se está próximo do solo que se  
deve desconfiar.*

---

Alberto Santos Dumont

# Resumo

MARTON, Apolo Silva. Controle linear de trajetória de dirigível robótico com propulsão quádrupla. 2016. 108p. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Nos últimos anos o uso de VANTs tem se popularizado no meio civil, abrangendo aplicações ambientais e monitoramento em agricultura. Neste contexto o projeto DRONI foi proposto em 2013 objetivando a construção de um dirigível robótico com propulsão quádrupla capaz de desempenhar funções de monitoramento ambiental da floresta Amazônica. Diante disso, este trabalho tem como objetivo principal realizar controle de trajetória de um dirigível robótico em voo de cruzeiro. Para tanto foi utilizado um simulador validado pelo projeto AURORA e adaptado para o projeto DRONI. Primeiramente são apresentados o simulador e o modelo do dirigível. Ademais, é feita uma análise de estabilidade do modelo linearizado. Em um segundo momento é apresentado o impacto do uso de diferencial cruzado entre os motores das hélices. Além disso, é proposto um método de controle para seguimento de trajetória utilizando LQR. A fim de aprimorar o desempenho é proposto o uso de controladores  $H_{\infty}$ . Em seguida é feita uma comparação entre ganhos LQR e  $H_{\infty}$  para rastreamento de trajetória na presença de vento. Por fim é apresentada uma análise de robustez do sistema em malha fechada utilizando escalonamento de ganhos LQR e  $H_{\infty}$ .

*Palavras-chave:* Robótica, Robôs - Sistemas de controle, Voo - Controle, Sistemas de veículos auto-guiados, Sistemas não lineares.

# Abstract

MARTON, Apolo Silva. Linear trajectory control of a robotic quad-propelled airship. 2016. 108p. Dissertation (Master degree). School of Mechanical Engineering, State University of Campinas, Campinas.

In the last decade there has been an increasing interest in UAVs from civilian users, namely for air monitoring in agriculture and environmental applications. In this context, the DRONI project was proposed in 2013 aiming to develop a robotic autonomous quad-propelled airship capable to perform air monitoring in the Amazon forest. The main objective of this work is the trajectory control of an robotic airship in cruise flight. Therefore, a simulator validated by AURORA project and adapted to DRONI project was the main tool to verify the techniques presented here. Firstly, some features of the simulator and also the model used to design the controllers are presented. Moreover, a stability analysis of the linearized model is made. In a second moment, the concept of crossed differential thrust is introduced and its impact on the dynamics is analysed. Furthermore, a control method of path tracking using LQR is proposed. In order to improve performance in the presence of disturbances, an  $H_\infty$  approach is proposed. Next, it is shown a comparison between LQR and  $H_\infty$  gains to the path tracking problem. Finally, robustness analysis of the closed-loop system using scheduling of LQR and  $H_\infty$  gains are made.

*Keywords:* Robotic, Robots - Control systems, Flight - control, Auto-guided vehicle systems, Nonlinear systems.

# Lista de Figuras

1.1	Primeiro dirigível navegável construído por Henri Giffardi, 1852 . . . . .	21
1.2	Alberto Santos Dumont contornando a Torre Eiffel com o dirigível (N-6), 1901 . . .	21
1.3	Primeiro dirigível alemão construído por Count Ferdinand von Zeppelin, 1900 . . .	22
1.4	Acidente com o dirigível Hindenburg, 1936 . . . . .	23
1.5	Projeto AURORA (MOUTINHO, 2007) . . . . .	24
1.6	Vista conceitual frontal e em perspectiva do novo dirigível . . . . .	26
1.7	Dirigível com (a) cauda em ‘+’ e (b) cauda em ‘×’ . . . . .	27
2.1	Centro de Volume do Dirigível (CV) e Centro de Gravidade (CG), (figura retirada de (AIR, 2012)) . . . . .	31
2.2	Principais atuadores do dirigível . . . . .	32
2.3	Polos do modelo lateral linearizado . . . . .	37
2.4	Polos do modelo lateral linearizado . . . . .	39
2.5	Vetorização de equilíbrio em função da velocidade <i>airspeed</i> trimada $V_{t_e}$ . . . . .	40
2.6	Relação entre as entradas do modelo lateral e a dinâmica do dirigível em função do <i>airspeed</i> $V_t$ . . . . .	41
2.7	Relação entre as entradas do modelo longitudinal e a dinâmica do dirigível em função do <i>airspeed</i> $V_t$ . . . . .	42
3.1	Entrada do Leme . . . . .	46
3.2	Entrada dos motores ( $\delta_i$ ) . . . . .	46
3.3	<i>Air speed</i> ( $V_t$ ) . . . . .	47
3.4	Altitude . . . . .	47
3.5	Força gerada pelas hélices com $V_t = 1[m/s]$ . . . . .	48
3.6	Força resultante devido às hélices com $V_t = 1[m/s]$ . . . . .	48
3.7	Coeficiente de <i>thrust</i> (CT) . . . . .	49
3.8	Velocidades longitudinal ( $u$ ), lateral ( $v$ ) e vertical ( $w$ ) com $V_t = 1[m/s]$ . . . . .	50
3.9	Ângulos de ataque e escorregamento ( $\alpha, \beta$ ) com $V_t = 1[m/s]$ . . . . .	50
3.10	Velocidade angular em torno dos eixos longitudinal ( $p$ ), lateral ( $q$ ) e vertical( $r$ ) com $V_t = 1[m/s]$ . . . . .	51

3.11	Trajatória realizada com $V_t = 1[m/s]$ . . . . .	51
3.12	Trajatória realizada com $V_t = 3[m/s]$ . . . . .	52
3.13	Trajatória realizada com $V_t = 5[m/s]$ . . . . .	52
4.1	Dinâmica da posição lateral (esquerda) e vertical (direita) . . . . .	55
4.2	Diagrama de blocos em malha fechada . . . . .	57
4.3	Erro de posição lateral( $\epsilon$ ), vertical ( $\delta$ ) e longitudinal ( $\eta$ ) . . . . .	59
4.4	Estimativa do vento e referência do ângulo de guinada . . . . .	60
4.5	Orientação do vetor de velocidade relativa ao ar de referência no sistema de coordenadas <b>NED</b> . . . . .	60
4.6	Trajatória desempenhada pelo dirigível com interferência do vento . . . . .	62
4.7	Ângulos de rolagem ( $\phi$ ), arfagem ( $\theta$ ) e guinada ( $\psi$ ) . . . . .	63
4.8	Ângulos de ataque ( $\alpha$ ) e derrapagem ( $\beta$ ) . . . . .	63
4.9	Entrada de controle do leme . . . . .	64
4.10	Velocidade <i>airspeed</i> . . . . .	64
4.11	Velocidades linear longitudinal ( $u$ ), lateral ( $v$ ) e vertical ( $w$ ) . . . . .	65
4.12	Entrada de controle do elevador . . . . .	65
4.13	Tensão de entrada das hélices ( $\delta_i$ ) . . . . .	65
4.14	Posição vertical do dirigível . . . . .	66
5.1	Diagrama de blocos em malha fechada do escalonamento de ganho . . . . .	68
5.2	Trajatória desempenhada pelo dirigível com interferência do vento utilizando <i>Gain Scheduling</i> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ ) . . . . .	70
5.3	Posição vertical utilizando <i>Gain Scheduling</i> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ ) . . . . .	71
5.4	Entrada de controle elevador utilizando <i>Gain Scheduling</i> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ ) . . . . .	71
5.5	Velocidade <i>airspeed</i> utilizando <i>Gain Scheduling</i> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ ) . . . . .	71
5.6	Entrada de controle leme utilizando <i>Gain Scheduling</i> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ ) . . . . .	72
5.7	Vetorização dos propulsores utilizando <i>Gain Scheduling</i> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ ) . . . . .	73
5.8	Tensão de entrada nos motores utilizando <i>Gain Scheduling</i> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ ) . . . . .	73
5.9	Velocidade linear utilizando <i>Gain Scheduling</i> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ ) . . . . .	74
6.1	Trajatória desempenhada pelo dirigível com interferência do vento utilizando $H_\infty$ para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ ) . . . . .	81

6.2	Posição vertical utilizando $H_\infty$ para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ )	82
6.3	Velocidade <i>airspeed</i> utilizando $H_\infty$ para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ )	82
6.4	Vetorização dos motores utilizando $H_\infty$ para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ )	83
6.5	Tensão de entrada nos motores utilizando $H_\infty$ para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ )	83
6.6	Entrada de controle leme utilizando $H_\infty$ para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ )	84
6.7	Entrada de controle elevador utilizando $H_\infty$ para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ )	84
6.8	Erro lateral	85
6.9	Erro vertical	85
6.10	Erro longitudinal	85
7.1	Sistema nominal em malha fechada	87
7.2	Sistema nominal em malha fechada	88
7.3	Máximo valor singular em malha fechada ( $0 \leq V_t \leq 15[m/s]$ )	90
7.4	Máximo valor singular em malha fechada ( $0 \leq V_t \leq 15[m/s]$ )	90
7.5	Diagrama de valor singular de $G_w(s)$ para $V_t = 7[m/s]$ e $h = 5[m]$	93
7.6	Trajatória do dirigível sob turbulência utilizando <b>LQR</b> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ e $\sigma_g = 2[m/s]$ )	94
7.7	Trajatória do dirigível sob turbulência utilizando $H_\infty$ ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ e $\sigma_g = 2[m/s]$ )	94
7.8	Altitude do dirigível sob turbulência utilizando <b>LQR</b> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ e $\sigma_g = 2[m/s]$ )	94
7.9	Altitude do dirigível sob turbulência utilizando $H_\infty$ ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ e $\sigma_g = 2[m/s]$ )	94
7.10	Erro longitudinal com turbulência	94
7.11	Erro lateral com turbulência	95
7.12	Erro vertical com turbulência	95
7.13	Diagrama de valores singulares de $G_u(s)$ , $G_v(s)$ , $G_w(s)$ para $\sigma_g = 0.5[m/s]$ e $V_t = 7[m/s]$	96
7.14	Diagrama de valores singulares de $G_u(s)$ , $G_v(s)$ , $G_w(s)$ para $\sigma_g = 2[m/s]$ e $V_t = 7[m/s]$	96

7.15	Ângulo de deflexão do elevador com turbulência ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ e $\sigma_g = 2[m/s]$ ) . . . . .	96
7.16	Ângulo de deflexão do leme com turbulência ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ e $\sigma_g = 2[m/s]$ ) . . . . .	96
7.17	Vetorização dos propulsores com turbulência . . . . .	97
7.18	Entrada de tensão normalizada nos propulsores com turbulência utilizando <b>LQR</b> ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ e $\sigma_g = 2[m/s]$ ) . . . . .	97
7.19	Entrada de tensão normalizada nos propulsores com turbulência utilizando $H_\infty$ ( $u_r = 7[m/s]$ , $vento = 3[m/s]$ e $\sigma_g = 2[m/s]$ ) . . . . .	97
A.1	Trajatória realizada com $V_t = 3m/s$ . . . . .	103
A.2	<i>Air speed</i> (Velocidade trimada $V_t = 3m/s$ ) . . . . .	103
A.3	Força gerada pelas hélices com $V_t = 3m/s$ . . . . .	104
A.4	Força resultante devido às hélices com $V_t = 3m/s$ . . . . .	104
A.5	Velocidades longitudinal ( $u$ ), lateral ( $v$ ) e vertical ( $w$ ) com $V_t = 3m/s$ . . . . .	104
A.6	Ângulos de ataque e escorregamento ( $\alpha, \beta$ ) com $V_t = 3m/s$ . . . . .	105
A.7	Velocidade angular em torno dos eixos longitudinal ( $p$ ), lateral ( $q$ ) e vertical( $r$ ) com $V_t = 3m/s$ . . . . .	105
A.8	Trajatória realizada com $V_t = 5m/s$ . . . . .	106
A.9	<i>Air speed</i> (Velocidade trimada $V_t = 5m/s$ ) . . . . .	106
A.10	Força gerada pelas hélices com $V_t = 5m/s$ . . . . .	107
A.11	Força resultante devido às hélices com $V_t = 5m/s$ . . . . .	107
A.12	Velocidades longitudinal ( $u$ ), lateral ( $v$ ) e vertical ( $w$ ) com $V_t = 5m/s$ . . . . .	107
A.13	Ângulos de ataque e escorregamento ( $\alpha, \beta$ ) com $V_t = 5m/s$ . . . . .	108
A.14	Velocidade angular em torno dos eixos longitudinal ( $p$ ), lateral ( $q$ ) e vertical( $r$ ) com $V_t = 5m/s$ . . . . .	108

# Lista de Tabelas

3.1	Modos de operação simulados; <b>DTC</b> . . . . .	45
-----	---	----

# Nomenclatura

## *Tipo de letra*

***negrito*** - variáveis vetoriais ou matriciais

*itálico* - variáveis escalares

## *Subscritos*

$r$  - referência

$e$  - condição de equilíbrio

$a$  - relativa ao ar (para velocidades)

$w$  - vento

## *Operações*

$\times$  - produto vetorial

## *Outras Notações*

$\tilde{\phantom{x}}$  - variação relativa à condição de equilíbrio ou referência

$'$  - transposta da matriz ou vetor

### ***Descrição dos símbolos***

$y$	-	Vetor de saídas
$u$	-	Vetor de entradas
$x$	-	Vetor de estados
$z$	-	Vetor de sinais de performance
$A$	-	Matriz de dinâmica do sistema linearizado
$B$	-	Matriz de entrada do sistema linearizado
$K$	-	Matriz de ganho de realimentação de estados
$Q$	-	Matriz de pesos dos estados no problema LQR
$R$	-	Matriz de pesos das entradas no problema LQR
$B_w$	-	Matriz de distúrbio na dinâmica do sistema
$C_z$	-	Matriz de saída do sinal de performance
$D_{zu}$	-	Matriz de entrada do sinal de performance
$D_{zw}$	-	Matriz de distúrbio do sinal de performance
$S$	-	Matriz de rotação de coordenadas
$p$	-	Vetor de posições cartesianas
$\dot{p}$	-	Vetor de velocidades lineares do dirigível
$V$	-	Vetor de velocidades lineares
$\Omega$	-	Vetor de velocidades angulares
$\Phi$	-	Vetor de ângulos de Euler
$V_t$	-	Velocidade em relação ao ar ( <i>True airspeed</i> )
$u$	-	Velocidade linear longitudinal
$v$	-	Velocidade linear lateral
$w$	-	Velocidade linear vertical
$p$	-	Velocidade angular de rolagem
$q$	-	Velocidade angular de arfagem
$r$	-	Velocidade angular de guinada
$\beta$	-	Ângulo de derrapagem
$\alpha$	-	Ângulo de ataque
$\phi$	-	Ângulo de rolagem ( <i>roll</i> )
$\theta$	-	Ângulo de arfagem ( <i>pitch</i> )
$\psi$	-	Ângulo de guinada ( <i>yaw</i> )

$P_N$	- Posição longitudinal no sistema de coordenadas globais
$P_E$	- Posição lateral no sistema de coordenadas globais
$P_D$	- Posição vertical no sistema de coordenadas globais
$\delta_{tt}$	- Variável de controle de tensão total dos motores
$\delta_{fb}$	- Variável de controle de diferencial frente e traz
$\delta_c$	- Variável de controle de diferencial cruzado
$\delta_r$	- Ângulo de deflexão do leme ( <i>rudder</i> )
$\delta_e$	- Ângulo de deflexão do elevador ( <i>elevator</i> )
$\delta_{vi}$	- Ângulo de vetorização do i-ésimo motor
$\delta_i$	- Tensão de entrada normalizada no i-ésimo motor
$J_i$	- Momento de inércia da i-ésima hélice
$T_i$	- Força gerada pela i-ésima hélice
$\eta$	- Erro de posição longitudinal
$\epsilon$	- Erro de posição lateral
$\delta$	- Erro de posição vertical
$\bar{\sigma}(\mathbf{G}(s))$	- Máximo valor singular da matriz de transferência $\mathbf{G}(s)$
$\underline{\sigma}(\mathbf{G}(s))$	- Mínimo valor singular da matriz de transferência $\mathbf{G}(s)$
$\omega_d$	- Frequência de corte do distúrbio
$\omega_n$	- Frequência de corte do ruído
$\omega$	- Frequência
$\mathbb{R}_+$	- Conjunto dos números reais não negativos
$\mathbb{R}_+^*$	- Conjunto dos números reais positivos
$\mathcal{L}_2$	- Conjunto das funções quadraticamente integráveis

### *Siglas*

<b>CTI</b>	- Centro de Tecnologia da Informação Renato Archer
<b>DRONI</b>	- Dirigível Robótico de Concepção Inovadora
<b>DTC</b>	- Diferencial de Propulsão Cruzado ( <i>Differential Thrust Crossed</i> )
<b>DTFB</b>	- Diferencial Frente e Traz ( <i>Differential Thrust Front-Back</i> )
<b>CT</b>	- Coeficiente de empuxo ( <i>Thrust</i> )
<b>LQR</b>	- Controlador Linear quadratico ( <i>Linear Quadratic Regulator</i> )
<b>MIMO</b>	- Múltiplas entradas e múltiplas saídas ( <i>Multiple-Input Multiple-Output</i> )
<b>LMI</b>	- Desigualdades Matriciais Lineares ( <i>Linear Matricial Inequalities</i> )

# SUMÁRIO

<b>Lista de Figuras</b>	<b>10</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>14</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>15</b>
<b>SUMÁRIO</b>	<b>18</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>20</b>
1.1 Contexto histórico . . . . .	20
1.2 Motivações . . . . .	23
1.3 Controle de dirigíveis robóticos . . . . .	25
1.4 Aspectos Gerais . . . . .	26
1.5 Objetivos . . . . .	28
1.6 Estrutura do trabalho . . . . .	28
<b>2 Modelo do Dirigível</b>	<b>30</b>
2.1 Dinâmica não linear . . . . .	30
2.2 Dinâmica linearizada . . . . .	33
2.2.1 Trimagem e condições de equilíbrio . . . . .	33
2.2.2 Linearização . . . . .	34
2.3 Modelo Longitudinal . . . . .	35
2.4 Modelo Lateral . . . . .	38
2.5 Modelo completo . . . . .	39
2.6 Considerações finais . . . . .	44
<b>3 Impacto do DTC na dinâmica lateral</b>	<b>45</b>
3.1 Resultados . . . . .	47
3.2 Considerações finais . . . . .	53
<b>4 Abordagem clássica de controle linear</b>	<b>54</b>
4.1 Controlador <b>LQR</b> ( <i>Linear Quadratic Regulator</i> ) . . . . .	55

4.2	Cálculo dos erros . . . . .	58
4.2.1	Erro de posição . . . . .	58
4.2.2	Erro de orientação . . . . .	59
4.3	Resultados da Simulação . . . . .	62
4.4	Considerações finais . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Abordagem clássica de <i>Gain scheduling</i></b>	<b>67</b>
5.1	Modificações do modelo linearizado . . . . .	68
5.2	Resultados da Simulação . . . . .	69
5.2.1	Considerações finais . . . . .	74
<b>6</b>	<b><i>Gain scheduling</i> com <math>H_\infty</math></b>	<b>75</b>
6.1	Problema $H_\infty$ . . . . .	75
6.2	Escolha paramétrica . . . . .	77
6.2.1	Índice de desempenho . . . . .	78
6.2.2	Influência do vento na dinâmica . . . . .	79
6.3	Resultados de Simulação . . . . .	80
6.4	LQR vs $H_\infty$ . . . . .	84
6.5	Considerações finais . . . . .	86
<b>7</b>	<b>Análise de robustez</b>	<b>87</b>
7.1	Robustez a ruídos . . . . .	90
7.2	Robustez a distúrbios . . . . .	91
7.3	Considerações finais . . . . .	97
<b>8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>98</b>
	<b>Referências</b>	<b>100</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>103</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>103</b>
<b>A</b>	<b>– Gráficos resultantes dos modos de operação</b>	<b>103</b>
A.1	Airspeed 3[m/s] . . . . .	103
A.2	Airspeed 5[m/s] . . . . .	106

# Introdução

Este trabalho se insere no contexto de veículos mais leves que o ar, mais precisamente, os veículos dirigíveis. Estes veículos apresentam uma trajetória com marcos históricos importantes para a engenharia, a ciência e a humanidade.

## 1.1 Contexto histórico

Historicamente, os dirigíveis possuem uma trajetória peculiar em termos de aplicações. Pioneiros na construção de dirigíveis navegáveis, os franceses fizeram seu primeiro voo em 1852 em um dirigível construído pelo engenheiro Henri Giffardi (Figura 1.1). Posteriormente em 1884 os inventores franceses Charles Renard e Arthur Krebs desenvolveram um dirigível com propulsão elétrica que conseguia voltar à posição de origem.

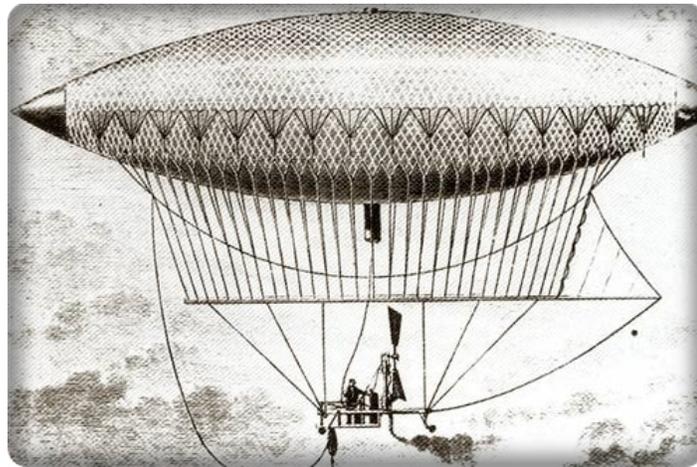


Figura 1.1: Primeiro dirigível navegável construído por Henri Giffardi, 1852

Em 19 de outubro de 1901, o brasileiro Alberto Santos Dumont recebeu o prêmio *Deutsch* ao completar um trajeto partindo do parque Saint Cloud, de Longchamps, chegando à Torre Eiffel e após dar a volta no monumento, retornou à posição de origem com o dirigível *N-6* de 622 metros cúbicos e motor de 20 cavalos (Figura 1.2) em cerca de 30 minutos.

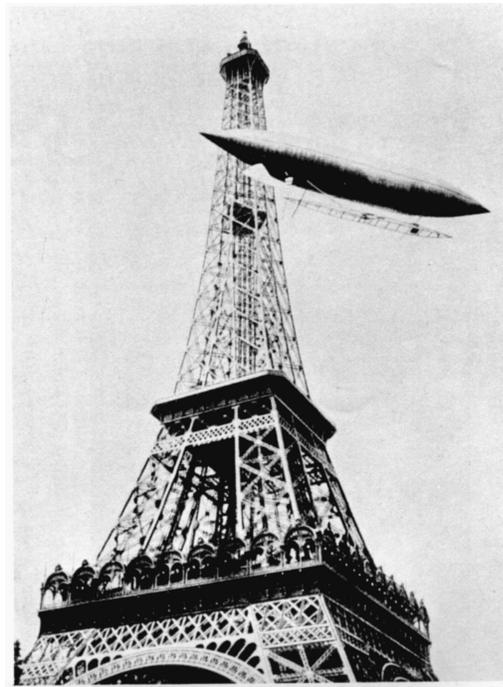


Figura 1.2: Alberto Santos Dumont contornando a Torre Eiffel com o dirigível (N-6), 1901

Um marco histórico importante para a Alemanha foi a criação do primeiro dirigível pelo inventor Count Ferdinand von Zeppelin em 1900 (Figura 1.3). Este dirigível serviu como protótipo para os demais. Até a Primeira Guerra Mundial, a Alemanha possuía dez dirigíveis Zeppelin. Em 1918 já haviam sido construídos 67 dirigíveis pela Alemanha, porém apenas 16 sobreviveram à guerra. Estes foram rendidos aos Aliados pelos termos do tratado de Versailles em 1919.

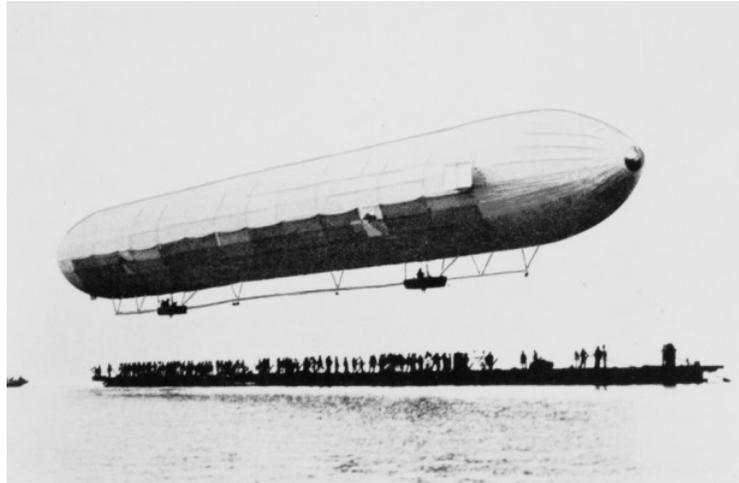


Figura 1.3: Primeiro dirigível alemão construído por Count Ferdinand von Zeppelin, 1900

Todavia os dirigíveis mostraram-se vulneráveis a ataques de aviões, o que causou o abandono de dirigíveis para fins militares. Apenas os Estados Unidos utilizaram um dirigível durante a Segunda Guerra Mundial. A Alemanha passou a usá-los apenas para reconhecimento de áreas e escolta militar.

Em 1936 quando o tratado de Versailles não mais proibia a construção de dirigíveis pela Alemanha, foi construído o Hindenburg, um dirigível para transporte de passageiros que realizava voos transatlânticos. Após realizar dez voos transatlânticos, em 1936 quando iniciava manobra para pouso em Lakehurst, New Jersey, seu gás hidrogênio entrou em combustão e o dirigível explodiu (Figura 1.4).

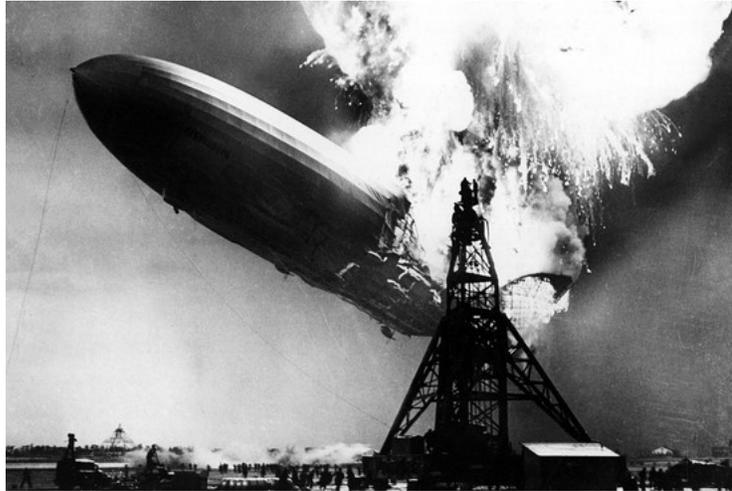


Figura 1.4: Acidente com o dirigível Hindenburg, 1936

Desde o acidente com o Hindenburg, os dirigíveis não são mais utilizados para transporte de passageiros. As aplicações para as quais são destinados envolvem principalmente monitoramento, inspeção e reconhecimento de áreas de difícil acesso.

## 1.2 Motivações

Atualmente os dirigíveis vêm sendo introduzidos no contexto de robótica de serviço (LIU *e outros*, 2009). Em tarefas de longa duração, tais como: inspeção, monitoramento e reconhecimento, os dirigíveis se mostram bastante promissores, pois, em relação a outros veículos aéreos, são econômicos em missões que exigem voo estático (ELFES *e outros*, 1998).

Neste contexto, o projeto AURORA - *Autonomous Unmanned Remote mOnitoring Robotic Airship* - (Figura 1.5) foi proposto em 1998 (GOMES E RAMOS, 1998), (AZINHEIRA *e outros*, 2000), alcançando marcos históricos ao realizar o segundo voo autônomo de veículo aéreo não-tripulado (VANT) no Brasil e o primeiro voo autônomo de um dirigível robótico não tripulado no mundo (DE PAIVA *e outros*, 2006). Marcos que foram resultado de uma parceria entre DRVC/CenPRA no Brasil, IDMEC/IST em Portugal e ICARE/INRIA na França. Com o objetivo principal de missões de inspeção aérea, este dirigível possuía infraestrutura de sensores, controle e processamento de dados (DE PAIVA *e outros*, 1999).



Figura 1.5: Projeto AURORA (MOUTINHO, 2007)

Nos últimos anos, o Centro de Tecnologia da Informação Renato Archer (CTI - Campinas) vem desenvolvendo o projeto DRONI - Dirigível Robótico de Concepção Inovadora - contando com a parceria de diversas instituições brasileiras (FEM-UNICAMP, CTI, UFAM, ITA e IDSM) e o IST de Lisboa/Portugal, dentro da chamada MCTI/CNPq/CT-Aeronáutico/CT-Espacial N° 22/2013, em vigor desde 2014.

Este projeto tem por objetivo cumprir missões de grande duração e baixo consumo de energia, tais como: voo a baixas velocidades, voo por sustentação aerostática, voo pairado, queda suave em caso de falha, menor potencial de intrusão sonora no ambiente, dentre outras.

Para tanto, o projeto propõe a construção de um novo tipo de dirigível não-tripulado com quatro propulsores elétricos vetorizáveis e quatro superfícies para controle em forma de '×'. O novo dirigível irá possuir 9[m] de comprimento, *payload* de 6[kg] podendo atingir até 60[km/h].

Com base nessas informações, foi definido como objetivo desta dissertação estabelecer estratégias de controle linear para a realização de voos cruzeiro na presença de vento e turbulências.

### 1.3 Controle de dirigíveis robóticos

Diversas abordagens de controle têm sido desenvolvidas nos últimos anos. Pioneiros em controle de voo de dirigíveis, o CTI - Campinas, em parceria com IST de Lisboa abordaram técnicas utilizando controladores **PI** (Proporcional-Integral) e  $H_\infty$  (AZINHEIRA *e outros*, 2000) para seguimento de trajetória. Mais tarde, Azinheira *e outros* (2002a) propuseram um controlador **PD** (Proporcional-Derivativo) para voo pairado baseado em realimentação por servovisão. Ainda utilizando controladores clássicos, Takaya *e outros* (2006) propuseram um controlador **PID** (Proporcional-Integral-Derivativo) para aterrissagem atingindo parâmetros de performance interessantes.

Recentemente, estratégias de controle avançado começaram a ser exploradas. A maioria delas incorporando elementos de sistemas variantes no tempo e altamente não-lineares. Moutinho e Azinheira (2005) propuseram o uso de dinâmica inversa para controle do dirigível robótico AURORA. A análise de estabilidade foi feita através da teoria de estabilidade de Lyapunov. Além disso, foi feita uma análise de robustez a fim de verificar a robustez do sistema na presença de turbulências.

Logo em seguida, foi implementado por Fukao *e outros* (2005) um controle de rastreamento ótimo a fim de aprimorar a performance do controle de um dirigível autônomo. O controle robusto desenvolvido garantia alta estabilidade de voo para o dirigível.

Dentre as técnicas de controle avançado desenvolvidas, *Backstepping control* tem se destacado nos últimos anos dentro do contexto de dirigíveis robóticos. Beji *e outros* (2002) utilizaram *Backstepping control* como estratégia de controle para a estabilização da posição de um dirigível sub-atuado. A estabilização através da lei de realimentação desta abordagem foi provada e implementada no dirigível. Simultaneamente, Hygounenc e Soueres (2002) juntamente com o Laboratório LAAS- CNRS na França, construíram um dirigível robótico e seu controle foi baseado também nas técnicas de *Backstepping control*. O controle desenvolvido nesta abordagem foi projetado para situações de baixa turbulência. Posteriormente, Azinheira e Moutinho (2008) desenvolveram uma técnica para controle de voo pairado destinada a dirigíveis robóticos também utilizando a teoria de *Backstepping control*.

Ko *e outros* (2007) apresentaram um novo tipo de controle por modelo preditivo relacionado a aprendizado por reforço. A partir de um sistema visual, todos os movimentos do dirigível foram

monitorados em laboratório, possibilitando a aquisição de informações sobre a dinâmica do dirigível. A partir disto foi possível identificar o modelo dinâmico do dirigível e realizar a predição do movimento a fim de guiá-lo à posição objetivo.

No trabalho de Moutinho (2007) foram apresentadas várias técnicas de controle não-lineares para rastreamento de trajetória. Primeiramente foi feita uma análise da abordagem clássica de controle linear via realimentação de estado. Em seguida foi analisada a técnica *Gain scheduling* via simulador validado pelo projeto AURORA. Como segunda técnica não-linear foi apresentada a implementação da Dinâmica Inversa. Por fim é analisado o uso de *Backstepping*. Com os resultados obtidos em simulação, estas três técnicas são comparadas em relação à performance e esforço de controle apresentados.

## 1.4 Aspectos Gerais

Dentro do contexto atual de dirigíveis robóticos, o projeto DRONI insere uma proposta inovadora que se baseia na propulsão quádrupla. Esta proposta é uma solução de engenharia desenvolvida pela empresa *Omega AeroSystem*, e de seu criador, o engenheiro aeronáutico Christian do Amaral. O sistema original, que encontra-se em processo de patente, pode ser verificado na Figura 1.6.

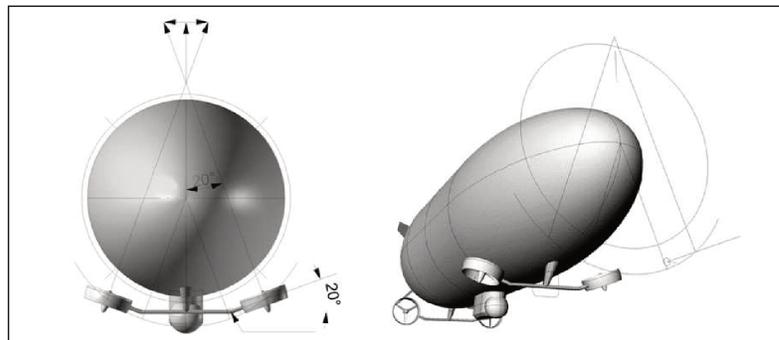


Figura 1.6: Vista conceitual frontal e em perspectiva do novo dirigível

O conceito de vetorização se refere à liberdade de alterar a orientação das hélices. Como exemplo verifica-se pela visão em perspectiva da Figura 1.6 que os motores dianteiros estão vetorizados à  $90^\circ$  enquanto que os traseiros não estão vetorizados (isto é  $0^\circ$  de vetorização). Note que

a inclinação de  $20[^\circ]$  dos propulsores favorece o aparecimento de forças laterais enquanto vetorizados. As quatro hélices podem ser vetorizadas ( $\delta_{vi}$ ) com ângulos entre  $-30[^\circ]$  e  $+120[^\circ]$ . Cada motor possui máxima propulsão de  $40[N]$  e máxima rotação de  $8800[RPM]$ .

Além disto, o dirigível conta com a presença de quatro superfícies de controle em forma de ‘×’ com ângulos de deflexão entre  $-25[^\circ]$  e  $+25[^\circ]$ , responsáveis por gerar o movimento equivalente ao leme ( $\delta_r$ ) e elevador ( $\delta_e$ ) da cauda clássica em forma de ‘+’ (veja Figura 1.7).

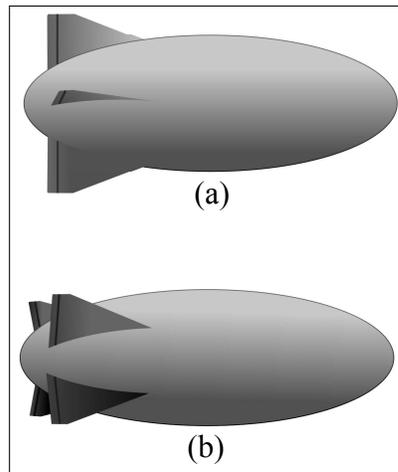


Figura 1.7: Dirigível com (a) cauda em ‘+’ e (b) cauda em ‘×’

A cauda em forma de ‘×’ é utilizada por questões estruturais. Porém, a abordagem clássica de cauda em ‘+’ é mais intuitiva, facilitando o controle. Por esta razão é feita a conversão do sinal de controle gerado da cauda em ‘+’ para a cauda em ‘×’ por meio da solução de um sistema linear, onde as variáveis são os ângulos de deflexão das 4 superfícies de controle atuados 2 a 2. Como ambas as caudas possuem 4 superfícies de controle, a solução é única. Portanto, o modelo para projeto de controle utilizado possuirá cauda em ‘+’ enquanto que o modelo para simulação e o dirigível real possuem cauda em ‘×’. A equivalência entre as caudas é realizada conforme descrito por (MOUTINHO, 2007).

## 1.5 Objetivos

Alguns objetivos foram estabelecidos para a conclusão deste trabalho. De forma geral pode-se citar 4 deles:

- Analisar o impacto da nova abordagem de Diferencial de Propulsão Cruzado (**DTC** - *Differential Thrust Crossed*) na dinâmica do dirigível;
- Propor e analisar soluções para seguimento de trajetória sem restrição de tempo (*Path Following*);
- Propor e analisar soluções para rastreamento de trajetória com restrição de tempo (*Path Tracking*);
- Verificar robustez do controlador sintetizado com relação a turbulências.

## 1.6 Estrutura do trabalho

No Capítulo 2 são apresentadas características da dinâmica do dirigível do Projeto DRONI e do simulador utilizado. Posteriormente é feita uma análise da dinâmica linearizada apresentando alguns conceitos de diferencial utilizados ao longo do trabalho. Os pontos de trimagem obtidos também são analisados apresentando o comportamento das variáveis de controle na dinâmica.

Posteriormente, no Capítulo 3 é apresentada uma análise mais detalhada da dinâmica lateral em relação ao conceito de diferencial de tensão introduzido no Capítulo 2.

Como primeira estratégia de controle, no Capítulo 4 é analisada a abordagem clássica de controle linear com **LQR** (*Linear Quadratic Regulator*) para resolver o problema de seguimento de trajetória. Também são apresentados alguns conceitos para cálculos dos erros de trajetória. Por fim são apresentados alguns resultados de simulação.

Como abordagem mais robusta, no Capítulo 5 é proposto o uso de *Gain scheduling* para rastreamento de trajetória. Esta técnica já possui grande respaldo no controle de aeronaves (RUGH

E SHAMMA, 2000). São apresentadas algumas alterações em relação ao Capítulo 4 e enfim são apresentados resultados de simulação utilizando escalonamento de ganhos **LQR**.

Com o objetivo de aprimorar performance e robustez, no capítulo 6 é proposto o uso de ganhos  $H_\infty$ . Para cálculo destes ganhos foram utilizadas **LMIs**. Assim como o caso **LQR**, esta técnica está sujeita a regulação de parâmetros escolhidos pelo projetista. Portanto foi formulado um meio de manter os mesmos pesos utilizados na abordagem **LQR**. Enfim, são apresentados os resultados de simulação utilizando o escalonamento de ganhos  $H_\infty$ . Para finalizar é apresentada uma comparação de performance entre  $H_\infty$  e **LQR**.

A fim de verificar a robustez das técnicas de controle apresentadas, no Capítulo 7 é apresentada uma análise de robustez. O parâmetro analisado é com relação à capacidade de garantir performance sob a influência de distúrbios externos. Ambas abordagens de *Gain scheduling* utilizando **LQR** e  $H_\infty$  são sujeitas a turbulências e os resultados de simulação são analisados.

No Capítulo 8 são apresentadas as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Modelo do Dirigível

Neste capítulo é apresentada uma análise do modelo do dirigível DRONI. As equações dinâmicas utilizadas em simulação se baseiam em um dirigível antecessor AS800 do projeto AURORA, cujo simulador foi validado experimentalmente em trabalhos anteriores (DE PAIVA *e outros*, 2006).

A principal diferença implementada nas novas equações dinâmicas se baseiam principalmente no sistema de propulsão. O projeto DRONI é um projeto de dirigível cujo sistema de propulsão é baseado em quatro motores elétricos DC do tipo *Brushless* que, por sua vez são vetorizáveis. O modelo dinâmico deste sistema de propulsão foi incorporado ao simulador no trabalho de Azinheira (2002). Esta estrutura permite novas abordagens para controle de trajetória, tais como o uso de diferencial entre motores.

### 2.1 Dinâmica não linear

Um bom conhecimento do comportamento e modelo do dirigível unidos a um simulador confiável são condições essenciais para o projeto de um controlador bem sucedido (DE PAIVA *e outros*, 1999).

A fim de desenvolver um modelo matemático preciso da dinâmica de voo do dirigível para fins de simulação, assumiu-se que a movimentação do dirigível é referenciada por um sistema de eixos ortogonais fixos no veículo. Precisamente, a origem está localizada no Centro de Volume (CV), coincidindo, aproximadamente, com o Centro de Flutuabilidade (CB) - *Center of Bouyancy* - (vide Figura 2.1). Considerou-se, também, que o dirigível é composto por um corpo rígido, portanto,

efeitos aeroelásticos são desprezados (DE PAIVA *e outros*, 2006).

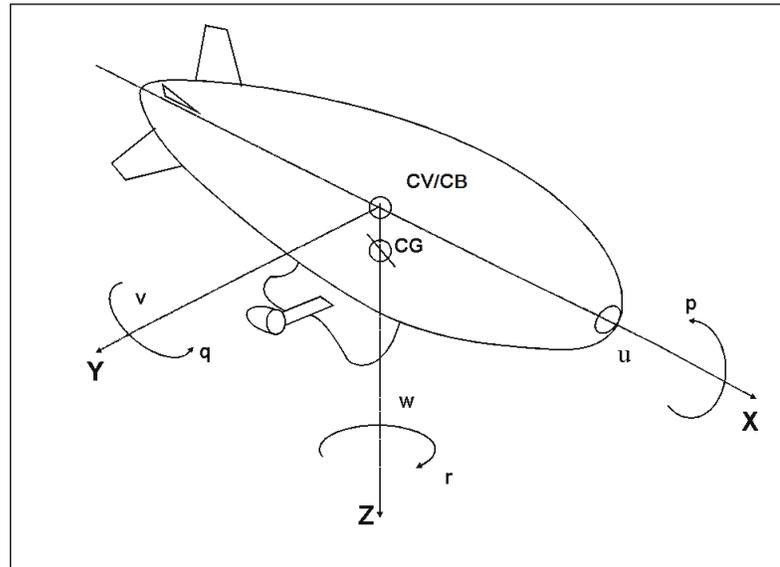


Figura 2.1: Centro de Volume do Dirigível (CV) e Centro de Gravidade (CG), (figura retirada de (AIR, 2012))

O modelo dinâmico é definido no sistema de coordenadas locais do dirigível. A orientação deste sistema de coordenadas fixo no dirigível ( $X, Y, Z$ ) é definida através da obtenção dos ângulos de Euler:  $\phi$  (rolagem),  $\theta$  (arfagem) e  $\psi$  (guinada) tomando o sistema de coordenadas global fixo na Terra ( $X_E, Y_E, Z_E$ ). As velocidades lineares e angulares do dirigível são dadas por  $(u, v, w)$  e  $(p, q, r)$ , respectivamente. Com base nas premissas acima, a dinâmica do dirigível pode ser expressa como:

$$M \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}} \\ \dot{\boldsymbol{\Omega}} \end{bmatrix} = \mathbf{F}_d \left( \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} \right) + \mathbf{F}_a \left( \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} \right) + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_w \quad (2.1)$$

onde  $M$  é a matriz  $6 \times 6$  de massa que inclui inércias reais do dirigível e aparentes dos elementos associados à dinâmica de veículos mais leves que o ar;  $\mathbf{V} = [u \ v \ w]'$  é o vetor  $3 \times 1$  de velocidades lineares do dirigível;  $\boldsymbol{\Omega} = [p \ q \ r]'$  é o vetor  $3 \times 1$  de velocidades angulares do dirigível;  $\mathbf{F}_d$  é o vetor  $6 \times 1$  contendo as dinâmicas de forças centrífugas, pseudoforça de Coriolis e forças induzidas pelo vento (AZINHEIRA *e outros*, 2002b);  $\mathbf{F}_a$  é o vetor  $6 \times 1$  de forças e momentos aerodinâmicos;  $\mathbf{F}_p$  é o vetor  $6 \times 1$  de forças e momentos de propulsão;  $\mathbf{F}_w$  é o vetor  $6 \times 1$  de influência devido à dinâmica do vento e  $\mathbf{F}_g$  é o vetor  $6 \times 1$  de forças e momentos gravitacionais, as quais são função da diferença entre o peso e a força de flutuabilidade.

Portanto, o modelo dinâmico apresenta doze estados dados pelo vetor  $\mathbf{x}$  como indicado



- $\delta_{vi}$  - ângulo de vetorização do  $i$ -ésimo propulsor.

Este modelo não linear de seis graus de liberdade (rotações e translações nas três dimensões do espaço) forma a base de um simulador MATLAB/Simulink que permite o projeto e validação do controle de voo do dirigível (DE PAIVA *e outros*, 2006).

## 2.2 Dinâmica linearizada

Por ser, inevitavelmente, um modelo não-linear, em termos de controle, se torna um problema difícil de resolver. Diante disto, optou-se pela trimagem e linearização do sistema em torno de pontos de equilíbrio desejados.

Um fator muito importante na dinâmica dos dirigíveis é o conceito de *airspeed*. *Airspeed* é a velocidade do dirigível relativa ao ar denotada pelo vetor de três dimensões  $\dot{\mathbf{p}}_a = [u_a \ v_a \ w_a]'$ . A velocidade relativa ao ar define o comportamento dos atuadores na dinâmica do dirigível, o que torna o problema variante no tempo. Um parâmetro muito comum utilizado para se referir ao módulo da velocidade *airspeed* ( $V_t$ ) é dado pela equação 2.4. Portanto, a partir de agora, sempre que for mencionado o termo *airspeed* nos referimos ao parâmetro  $V_t$ . Esta grandeza pode ser aferida através de sensores muito comuns em aeronaves em geral o que nos permite estimar o ponto de operação do dirigível.

$$V_t = \sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2} \quad (2.4)$$

### 2.2.1 Trimagem e condições de equilíbrio

O processo de trimagem é semelhante ao verificado no trabalho de Azinheira (2002) e Moutinho (2007). Primeiramente considerou-se o sistema em repouso sem as interferências externas (tais como vento e turbulências). Sendo assim, tem-se o modelo não-linear dado por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (2.5)$$

O ponto de trimagem é definido como o ponto  $(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e)$  em que o sistema encontra-se em repouso, em outras palavras, não existem acelerações ( $\mathbf{f}(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e) = 0$ ). Isto implica que existe um equilíbrio entre as forças que mantêm o dirigível em uma condição de voo até que seja modificada a entrada de controle ou ocorra uma perturbação externa.

Para a linearização do modelo, o primeiro passo é encontrar esta condição de equilíbrio  $(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e)$  para diferentes condições de *airspeed*. A forma de fazê-lo, no entanto, é através do Método dos Quadrados Mínimos, assunto tratado no trabalho de Azinheira (2002).

## 2.2.2 Linearização

De posse dos valores da condição de equilíbrio  $(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e)$ , é realizada a linearização em torno deste ponto. Esta é obtida numericamente através da perturbação das variáveis de entrada e dos estados e então são computadas as acelerações resultantes. Os elementos das matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  são aproximados como:

$$A_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \approx \frac{f_i(x_e + \Delta x_j, u_e) - f_i(x_e, u_e)}{\Delta x_j} \quad (2.6)$$

$$B_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial u_j} \approx \frac{f_i(x_e, u_e + \Delta u_j) - f_i(x_e, u_e)}{\Delta u_j} \quad (2.7)$$

Com estas matrizes e as variações em torno do equilíbrio dadas por:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_e \quad (2.8)$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_e \quad (2.9)$$

obtêm-se o modelo linearizado dado por:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}} \quad (2.10)$$

cujo vetor de estados é dado por:

$$\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{u} \ \tilde{v} \ \tilde{w} \ \tilde{p} \ \tilde{q} \ \tilde{r} \ \tilde{\phi} \ \tilde{\theta} \ \tilde{\psi} \ P_N \ P_E \ P_D]' \quad (2.11)$$

e o vetor de entradas é dado por:

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\tilde{\delta}_e \tilde{\delta}_r \tilde{\delta}_1 \tilde{\delta}_2 \tilde{\delta}_3 \tilde{\delta}_4 \tilde{\delta}_{v1} \tilde{\delta}_{v2} \tilde{\delta}_{v3} \tilde{\delta}_{v4}]' \quad (2.12)$$

Observe que o sistema linearizado depende das condições de trimagem, em outras palavras, das escolhas particulares de *airspeed*  $V_{te}$  e altitude  $h_e$ , conforme mostrado nos trabalhos de Azinheira (2002) e Moutinho (2007).

É comum em sistemas aeronáuticos desacoplar o sistema linearizado em dois movimentos: o movimento no plano vertical chamado de **Modelo Longitudinal** e o movimento no plano horizontal chamado de **Modelo Lateral**.

## 2.3 Modelo Longitudinal

Primeiramente, é preciso definir quais variáveis de entrada são interessantes para o controle do modelo longitudinal. O vetor de entradas do sistema é dado pela equação (2.12). Porém não é interessante manipular individualmente as variáveis de tensão e vetorização dos motores. Em vez disso, foram estabelecidas relações entre as variáveis de entrada que influenciam apenas o movimento longitudinal nomeadas como  $\delta_{tt}$ ,  $\delta_{fb}$  e  $\delta_{vt}$ .

Sendo assim o vetor de entradas para o modelo longitudinal é dado por  $\mathbf{u}_h = [\tilde{\delta}_e \tilde{\delta}_{tt} \tilde{\delta}_{fb} \tilde{\delta}_{vt}]$ , cujas variáveis são definidas como:

- $\tilde{\delta}_e$  - ângulo de deflexão do elevador.
- $\tilde{\delta}_{tt}$  - propulsão de entrada total dos motores (*Total Thrust*). Esta variável é somada em todas as entradas de tensão dos propulsores.
- $\tilde{\delta}_{fb}$  - diferencial entre os motores dianteiros e traseiros (**DTFB** - *Differential Thrust Front-Back*). Esta entrada é somada nas entradas de tensão dos propulsores dianteiros (1,4) e subtraída nos propulsores traseiros (2,3), gerando um diferencial de tensão entre os motores dianteiros e traseiros e conseqüentemente um diferencial de forças.

- $\tilde{\delta}_{vt}$  - Vetorização total dos propulsores. Esta variável é somada a todas as vetorizações. Note que, desta forma, no presente trabalho serão adotadas vetorizações iguais entre os propulsores.

O vetor de estados também será reduzido contendo apenas as variáveis de interesse para o movimento longitudinal. Portanto, pode-se escrever o modelo longitudinal como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{u}} \\ \dot{\tilde{w}} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \dot{\tilde{\theta}} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_v \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{w} \\ \tilde{q} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_v \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_e \\ \tilde{\delta}_{tt} \\ \tilde{\delta}_{fb} \\ \tilde{\delta}_{vt} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

A posição vertical não influencia na dinâmica do modelo longitudinal, portanto esta não foi considerada nesta análise de estabilidade. Porém, note que a posição vertical  $P_D$  pode ser incluída posteriormente no modelo da seguinte forma:

$$\dot{P}_D = \tilde{w} - V_{t_e} \sin(\tilde{\theta}) \approx \tilde{w} - V_{t_e} \tilde{\theta} \quad (2.14)$$

A Figura 2.3 mostra a evolução dos polos do modelo longitudinal linearizado com a variação do *airspeed*  $V_t$ .

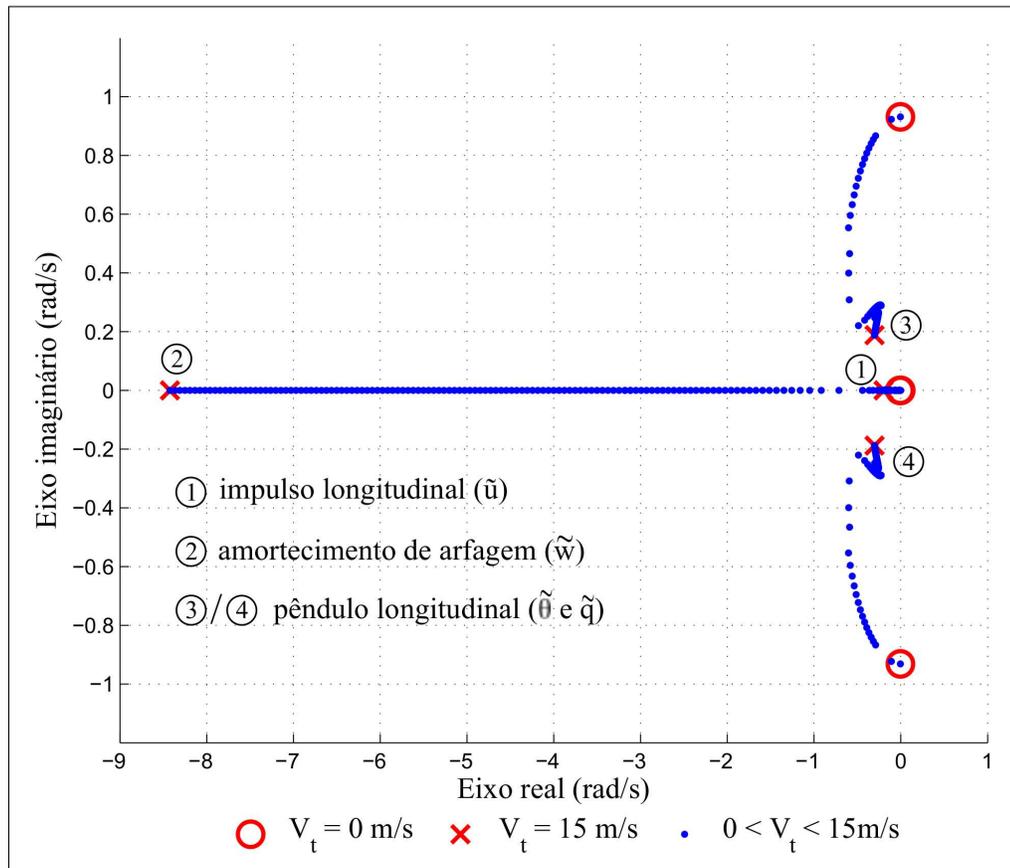


Figura 2.3: Polos do modelo lateral linearizado

Como pode ser visto na Figura 2.3, todos os polos são estáveis. Porém quando o dirigível estiver em situação de voo pairado ( $V_t = 0$ ) os polos são marginalmente estáveis.

À medida em que é aumentada sua velocidade *airspeed*, o polo associado ao estado  $\tilde{w}$  se torna mais rápido, amortecendo o ângulo de ataque  $\tilde{\alpha}$ . No entanto o polo associado ao estado  $\tilde{u}$  continua lento, caracterizando um polo com alta constante de tempo. Já os polos complexos conjugados (associados a  $\tilde{\theta}$  e  $\tilde{q}$ ) reduzem a frequência quando ocorre um aumento de velocidade, portanto mostram grande influência na dinâmica apenas nas condições de voo pairado onde tenderá a se tornar mais oscilatório.

## 2.4 Modelo Lateral

De forma semelhante ao modelo longitudinal, podem ser definidas variáveis de controle mais interessantes tal como o diferencial de propulsão cruzado (**DTC**). Esta abordagem de diferencial é uma abordagem nova introduzida neste projeto a fim de permitir maior liberdade de locomoção no espaço. O impacto deste conceito de diferencial será analisado no capítulo 3. As variáveis de entrada para o modelo lateral são:

- $\tilde{\delta}_r$  - ângulo de deflexão do leme.
- $\tilde{\delta}_c$  - diferencial cruzado entre os motores que permite o surgimento de momentos de guinada. Esta entrada é somada na tensão de entrada dos propulsores (1,3) e subtraída nas entradas dos propulsores (2,4).

O vetor de estados é composto pelos estados  $\tilde{\mathbf{x}}_h = [\tilde{v} \ \tilde{p} \ \tilde{r} \ \tilde{\phi}]$ . O ângulo de guinada  $\tilde{\psi}$  não deve interferir na estabilidade do ponto de trimagem, portanto este não foi considerado. Assim que necessário este será incluído ao modelo através da seguinte equação:

$$\dot{\tilde{\psi}} = \tilde{r} / \cos(\theta_e) \quad (2.15)$$

Portanto pode-se escrever o modelo lateral como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{p}} \\ \dot{\tilde{r}} \\ \dot{\tilde{\phi}} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_h \begin{bmatrix} \tilde{v} \\ \tilde{p} \\ \tilde{r} \\ \tilde{\phi} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_h \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_r \\ \tilde{\delta}_c \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Variando o *airspeed*  $V_t$  com passos de  $0.1[m/s]$  de  $0[m/s]$  a  $15[m/s]$  foram obtidos os polos dados pelo gráfico da Figura 2.4.

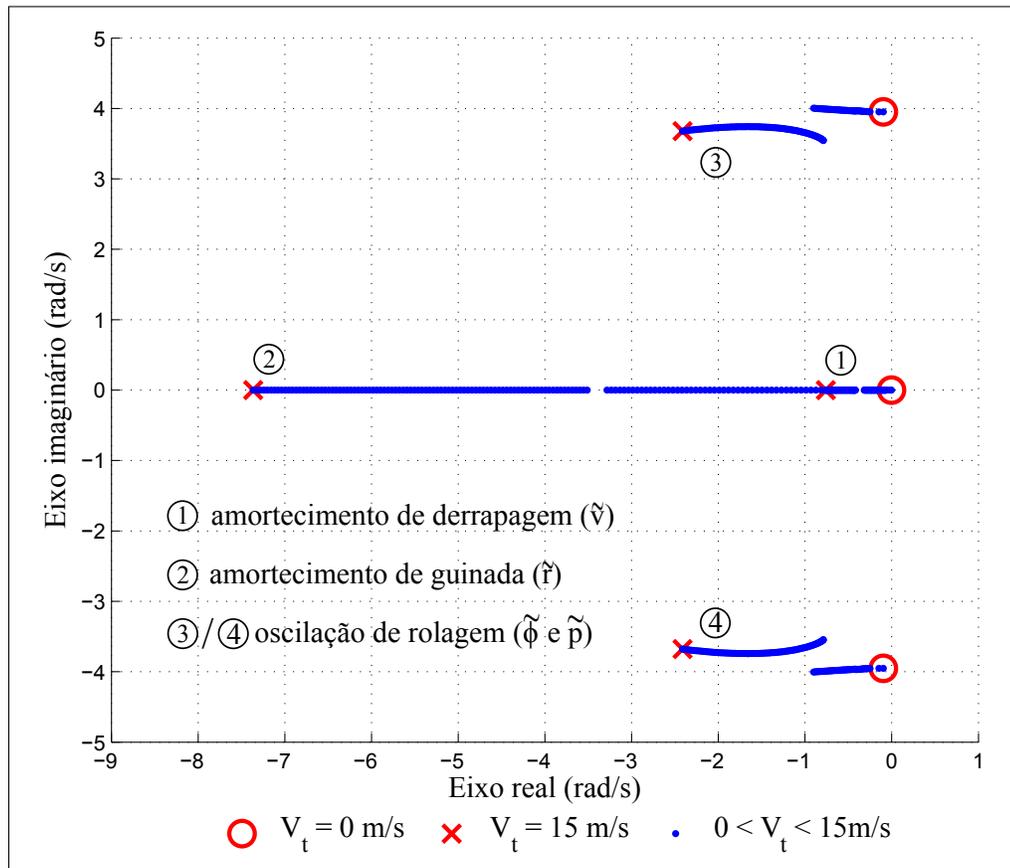


Figura 2.4: Polos do modelo lateral linearizado

Assim como no modelo longitudinal todos os polos são estáveis, porém são marginalmente estáveis na condição de voo pairado ( $V_t = 0$ ). O polo associado ao estado  $\tilde{v}$  é responsável pelo amortecimento do ângulo de derrapagem  $\beta$ . Já o polo associado ao estado de velocidade angular  $\tilde{r}$  é responsável pelo amortecimento da taxa de guinada sendo o polo mais rápido do sistema à medida que a velocidade  $V_t$  cresce. Enquanto isso, os polos conjugados associados aos estados  $\tilde{\phi}$  e  $\tilde{p}$  inserem no sistema o fator de oscilação de rolagem.

## 2.5 Modelo completo

Como mostrado anteriormente foram escolhidas entradas de controle julgadas mais intuitivas, que são os casos dos diferenciais de tensão. Porém, para que isto seja feito a matriz  $B$  de entradas

do sistema linearizado deve ser alterada para contemplar a dinâmica destas novas entradas. Isto é feito através da solução do problema linear. Porém note que foram escolhidas apenas 3 variáveis de controle relacionadas às tensões, enquanto que existem 4 entradas de tensão. Caracterizando um sistema com múltiplas soluções. Foi escolhida a solução de menor norma (através da pseudo-inversa) que é dada por:

$$\tilde{\delta}_{fb} = \frac{\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2 - \tilde{\delta}_3 + \tilde{\delta}_4}{4} \quad (2.17)$$

$$\tilde{\delta}_{tt} = \frac{\tilde{\delta}_1 + \tilde{\delta}_2 + \tilde{\delta}_3 + \tilde{\delta}_4}{4} \quad (2.18)$$

$$\tilde{\delta}_c = \frac{\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2 + \tilde{\delta}_3 - \tilde{\delta}_4}{4} \quad (2.19)$$

Para o caso da vetorização a única variável de controle vinculada às vetorizações é  $\tilde{\delta}_{vt}$ , portanto  $\tilde{\delta}_{v1} = \tilde{\delta}_{v2} = \tilde{\delta}_{v3} = \tilde{\delta}_{v4} = \tilde{\delta}_{vt}$ . Sendo assim, a solução de menor norma é:

$$\tilde{\delta}_{vt} = \frac{\tilde{\delta}_{v1} + \tilde{\delta}_{v2} + \tilde{\delta}_{v3} + \tilde{\delta}_{v4}}{4} \quad (2.20)$$

Devido à forma como o dirigível foi projetado, a vetorização altera a influência das variáveis de entrada tanto no modelo lateral quanto no longitudinal. Sendo assim, para controle desacoplado o indicado seria deixar as vetorizações constantes uma vez que as relações de forças laterais e longitudinais são alteradas quando ocorre a vetorização. Isto acontece devido à inclinação de  $20^\circ$  dos motores.

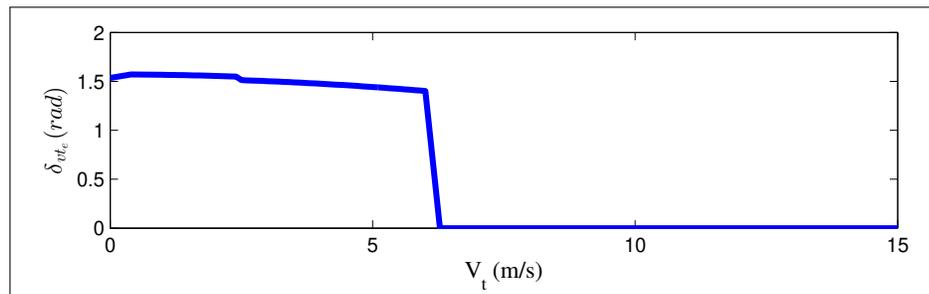


Figura 2.5: Vetorização de equilíbrio em função da velocidade *airspeed* trimada  $V_{t_e}$

Ao variar a velocidade *airspeed* trimada, a vetorização de equilíbrio é alterada (Figura 2.5) e portanto as relações entre as variáveis de entrada e a dinâmica do dirigível também são alteradas

conforme mostram as Figuras 2.7 e 2.6. Note que as variáveis de entrada longitudinais influenciam apenas nos estados do modelo longitudinal e as entradas laterais influenciam apenas o modelo lateral.

Contudo, ao analisar a velocidade trimada de 6[m/s] a 7[m/s] é possível notar que ocorre uma variação acentuada da influência das variáveis de entrada relacionadas às tensões e vetorizações. Isto ocorre devido à vetorização utilizada para atingir a condição de equilíbrio (Figura 2.5). Portanto, ao alterar a vetorização, indiretamente a relação entre variáveis de diferencial de tensão e os estados é alterada. Por esta razão, torna-se difícil o desacoplamento entre modelos longitudinal e lateral.

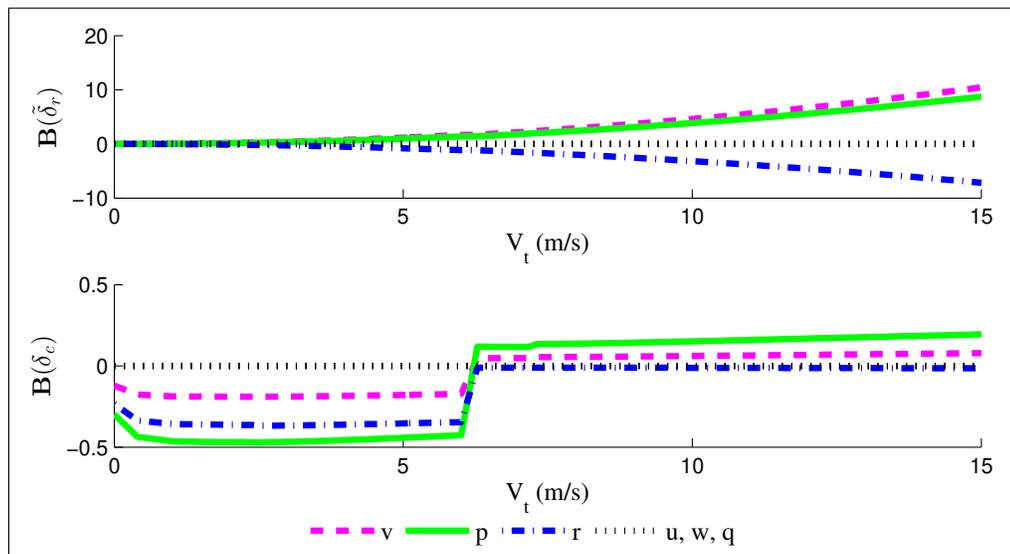


Figura 2.6: Relação entre as entradas do modelo lateral e a dinâmica do dirigível em função do *airspeed*  $V_t$

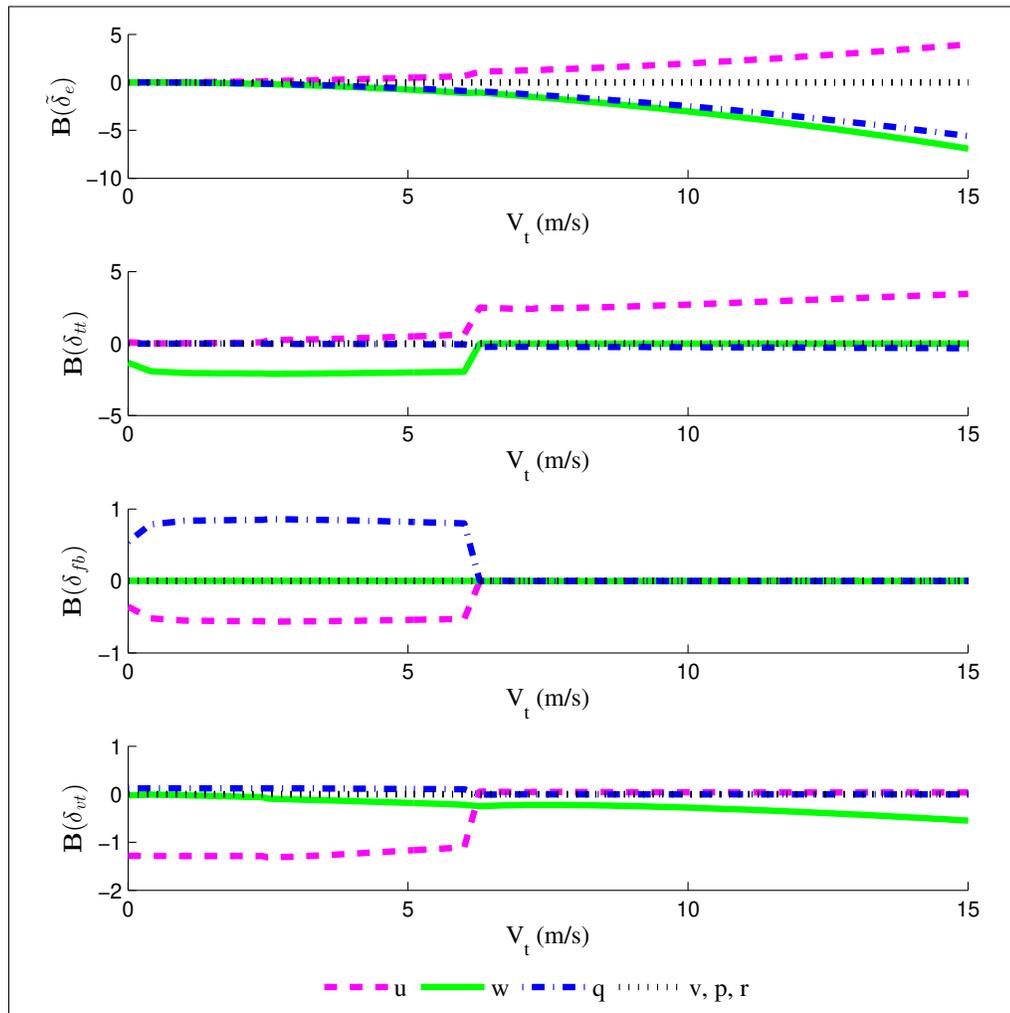


Figura 2.7: Relação entre as entradas do modelo longitudinal e a dinâmica do dirigível em função do *airspeed*  $V_t$

Portanto, foi elaborado um modelo completo para realizar controle de trajetória nos problemas de *Path Tracking* e *Path Following*. Este modelo acopla os modelos longitudinal e lateral.

Pode-se, então, escrever o modelo acoplado linearizado como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{u}} \\ \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{w}} \\ \dot{\tilde{p}} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \dot{\tilde{r}} \\ \dot{\tilde{\phi}} \\ \dot{\tilde{\theta}} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_c \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \\ \tilde{p} \\ \tilde{q} \\ \tilde{r} \\ \tilde{\phi} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_c \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_e \\ \tilde{\delta}_r \\ \tilde{\delta}_{tt} \\ \tilde{\delta}_{fb} \\ \tilde{\delta}_c \\ \tilde{\delta}_{vt} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Este modelo acoplado possui polos advindos dos modelos lateral e longitudinal ligeiramente modificados devido ao acoplamento. Pode-se verificar também que o modelo acoplado mantém a estabilidade.

As matrizes  $\mathbf{A}_c$  e  $\mathbf{B}_c$  variam de acordo com a velocidade *airspeed* ( $V_t$ ) trimada. Como exemplo em (2.22) e (2.23) podem ser verificadas as matrizes  $\mathbf{A}_c$  e  $\mathbf{B}_c$  para  $V_t = 7m/s$ .

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -0.124 & 0.095 & -0.041 & 0 & 0.466 & 0 & 0 & -0.517 \\ 0 & 0.834 & 0 & -0.021 & 0 & 3.263 & -5.543 & 0.006 \\ -0.086 & -0.090 & -0.607 & 0.0004 & 8.013 & 0 & -0.0003 & -0.112 \\ 0 & 3.396 & 0 & -2.984 & 0 & 9.365 & -15.385 & 0.018 \\ 0.038 & -0.107 & 0.106 & 0 & -3.638 & 0 & 0 & -0.856 \\ 0 & -0.181 & 0 & -0.081 & 0 & -3.901 & -0.418 & 0.0005 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.169 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 1.2307 & 0.0005 & 2.3866 & 0 & 0 & 0.0439 \\ 0 & 2.2474 & 0 & 0 & 0.0472 & 0 \\ -1.4681 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2187 \\ 0 & 1.8798 & 0 & 0 & 0.1170 & 0 \\ -1.2433 & 0 & -0.2238 & 0 & 0 & -0.0041 \\ 0 & -1.5446 & 0 & 0 & -0.0106 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

No capítulo 3 foram feitas análises da dinâmica lateral do dirigível mostrando o impacto da nova abordagem de diferencial cruzado (**DTC**) na dinâmica do dirigível.

## 2.6 Considerações finais

Neste capítulo foram apresentados aspectos da dinâmica não-linear do dirigível que serviram como base para o desenvolvimento de um simulador em ambiente MATLAB/*Simulink*. Posteriormente foi abordado o método de linearização utilizado a fim de apresentar uma análise do movimento lateral e longitudinal do dirigível em relação aos estados e entradas do sistema. Alguns conceitos de diferencial foram introduzidos, nomeadamente: **DTFB** e **DTC**. Sendo que o **DTFB** é um abordagem já utilizada anteriormente nos trabalhos de Azinheira (2002) e Moutinho (2007). Já o **DTC** é uma abordagem nova que foi detalhada no capítulo 3.

Conforme mostrado, o dirigível em questão apresenta alto grau de acoplamento entre os modelos longitudinal e lateral, o que trás dificuldades para controle desacoplado. Isto ocorre devido à influência direta da vetorização no comportamento das variáveis de diferencial em relação à dinâmica do dirigível.

# Capítulo 3

## Impacto do DTC na dinâmica lateral

Conforme apresentado anteriormente, a estrutura do projeto DRONI foi projetada de forma a gerar forças laterais enquanto os motores estiverem vetorizados. Sendo assim, utilizando o conceito de diferencial cruzado, é possível gerar momentos de guinada facilitando a realização de curvas durante o seguimento de trajetória.

Uma abordagem semelhante foi utilizada no trabalho de (MOUTINHO, 2007), onde foi mencionado o uso do **DTFB**. Os resultados obtidos foram importantes para o projeto AURORA. Portanto, foi considerado viável o uso de **DTFB** para este novo projeto. A grande questão é: Qual o impacto do uso de **DTC** (*Differential Thrust Crossed*) na dinâmica do dirigível?

Na análise a seguir foram definidos três modos de operação conforme a tabela abaixo:

Modo de operação	Deflexão do Leme [°]	DTC
Conjunto	25	SIM
Motores	0	SIM
Leme	25	NÃO

Tabela 3.1: Modos de operação simulados; **DTC**

Nas simulações realizadas o dirigível encontrava-se em situação de equilíbrio obtida pela trimagem. Todos os modos de operação foram executados para pontos de trimagem com *airspeed* igual a  $1[m/s]$ ,  $3[m/s]$  e  $5[m/s]$ . Foram escolhidos estes pontos pois são velocidades baixas o suficiente para manter os motores vetorizados em situação de equilíbrio.

Os modos de operação consistem na aplicação de um sinal degrau no leme (Figura 3.1) e/ou de um degrau na tensão de entrada dos motores (**DTC**) no instante 10[s].

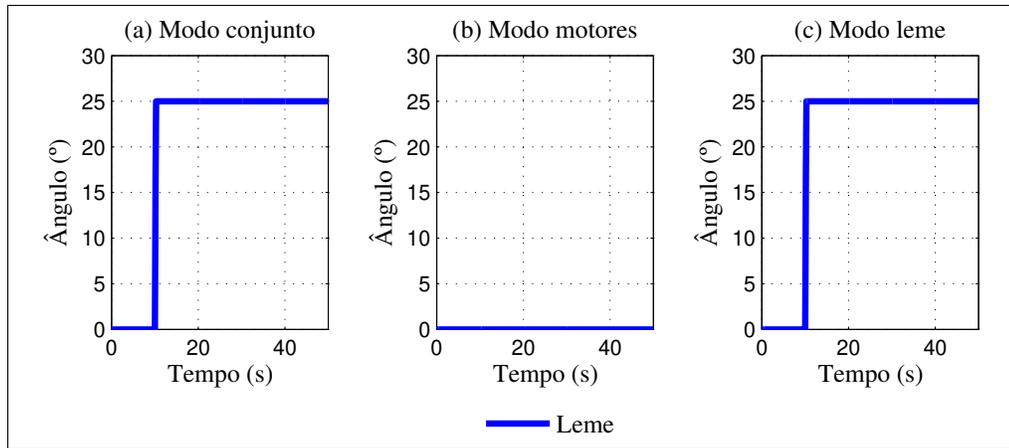


Figura 3.1: Entrada do Leme

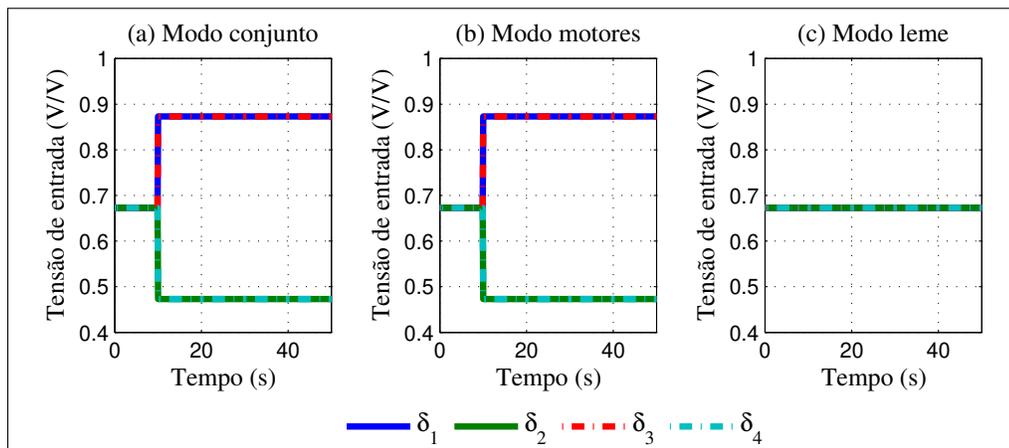


Figura 3.2: Entrada dos motores ( $\delta_i$ )

O **DTC** consiste em aumentar a tensão de entrada nos motores 1 e 3, e diminuir, na mesma proporção, a tensão de entrada nos motores 2 e 4 (Figura 3.2), de forma a forçar o dirigível a realizar curva no sentido anti-horário.

### 3.1 Resultados

Durante a simulação foram mantidas as configurações de entrada trimadas do elevador e de vetorização dos motores.

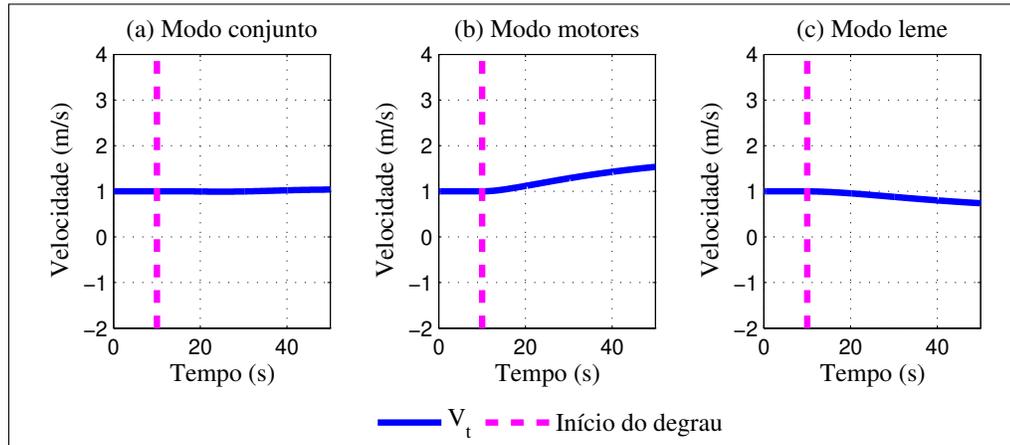


Figura 3.3: Air speed ( $V_t$ )

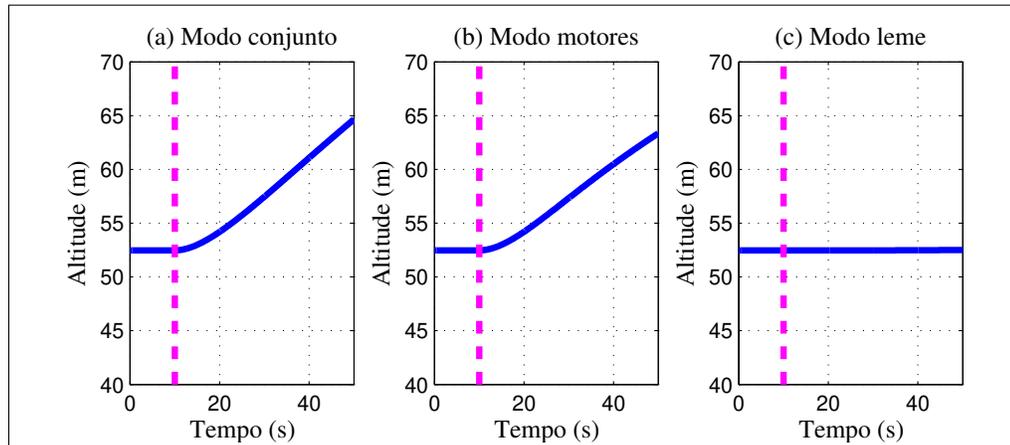


Figura 3.4: Altitude

Feita a trimagem com *airspeed* ( $V_t$ ) igual a 1[m/s], foi obtida a curva da Figura 3.3 após 50[s] de simulação.

Como é possível notar pelas Figuras 3.3 e 3.4 utilizando apenas **DTC** (modo motores), o dirigível tende a ganhar velocidade *airspeed* e altitude enquanto que ao utilizar apenas o leme

(modo leme) este tende a perder velocidade. Isto acontece uma vez que no modo motores ocorre um aumento de rotação das hélices 1 e 3 enquanto que nas hélices 2 e 4 a rotação é diminuída.

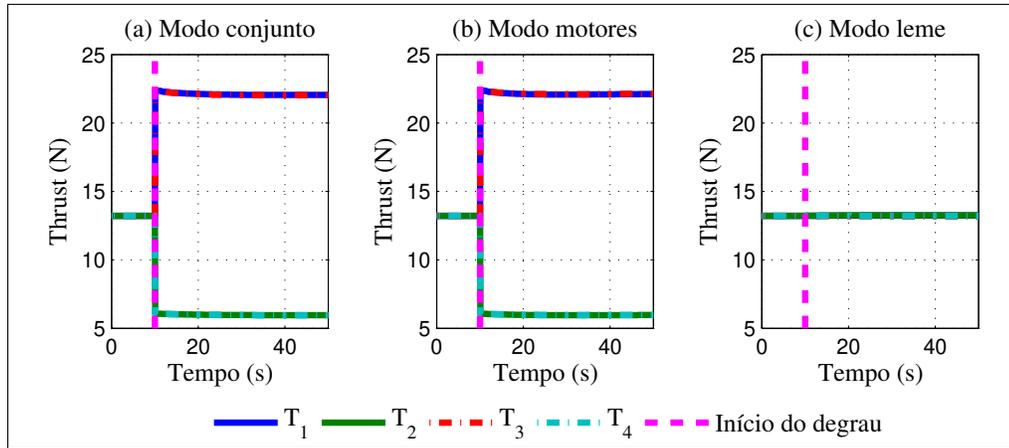


Figura 3.5: Força gerada pelas hélices com  $V_t = 1[m/s]$

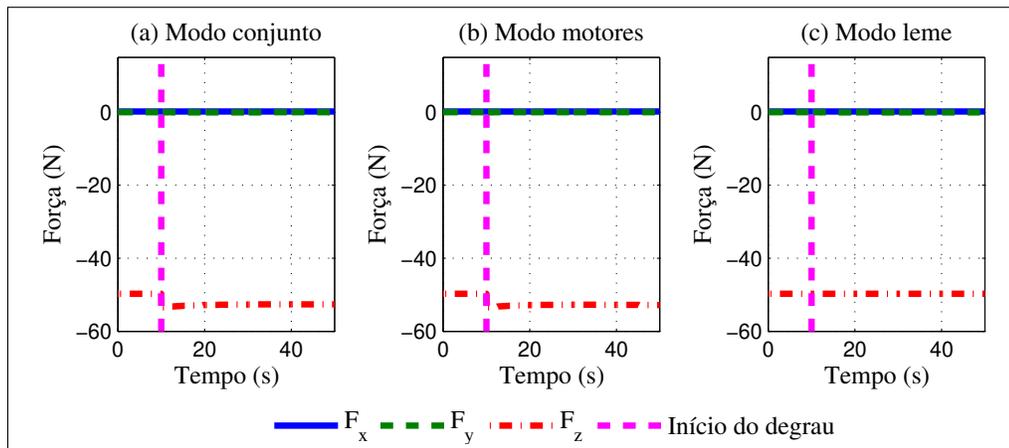


Figura 3.6: Força resultante devido às hélices com  $V_t = 1[m/s]$

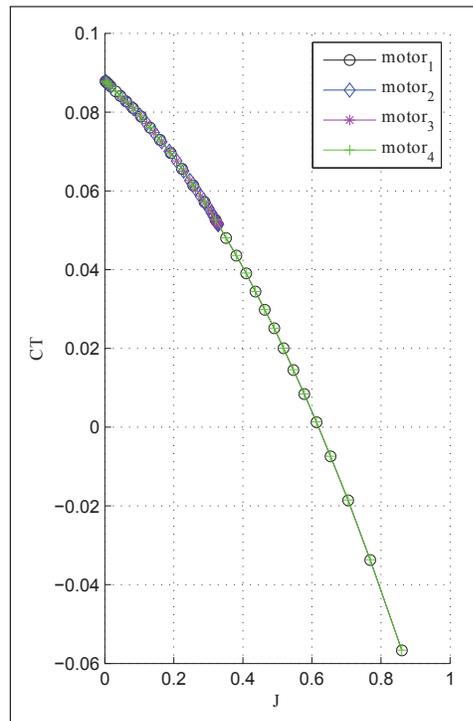


Figura 3.7: Coeficiente de *thrust* (CT)

$$J_i = \frac{V_t}{2r_{prop} \frac{\omega_{pi}}{2\pi}} \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.1)$$

$$T_i = \frac{4}{\pi^2} \rho_{air} r_{prop}^4 \omega_{pi}^2 CT_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.2)$$

Porém o aumento de força gerado devido às hélices 1 e 3 é superior à diminuição devido as hélices 2 e 4 (Figura 3.5), uma vez que estas forças são calculadas através do coeficiente de *thrust* (CT) conforme equações (3.1) e (3.2) como descrito em (ARIAS, 2014). Observe que estes dados são obtidos a partir de interpolação feita pelo gráfico experimental dado pela Figura 3.7, gerando uma força resultante devido às hélices dada pelo gráfico da Figura 3.6. Em outras palavras, no teste realizado não houve conservação de energia. Por esta razão surgem acelerações nos eixos longitudinal e vertical do dirigível, conforme Figura 3.8.

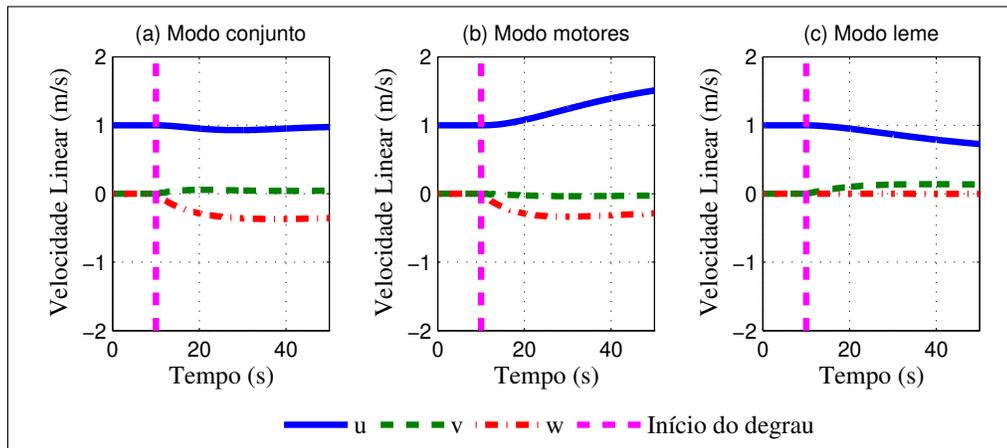


Figura 3.8: Velocidades longitudinal ( $u$ ), lateral ( $v$ ) e vertical ( $w$ ) com  $V_t = 1[m/s]$

Este fenômeno é mais visível a baixas velocidades de *airspeed*, onde uma pequena variação de rotação tem grande impacto no valor do coeficiente  $C_T$  e conseqüentemente na força gerada pelas hélices.

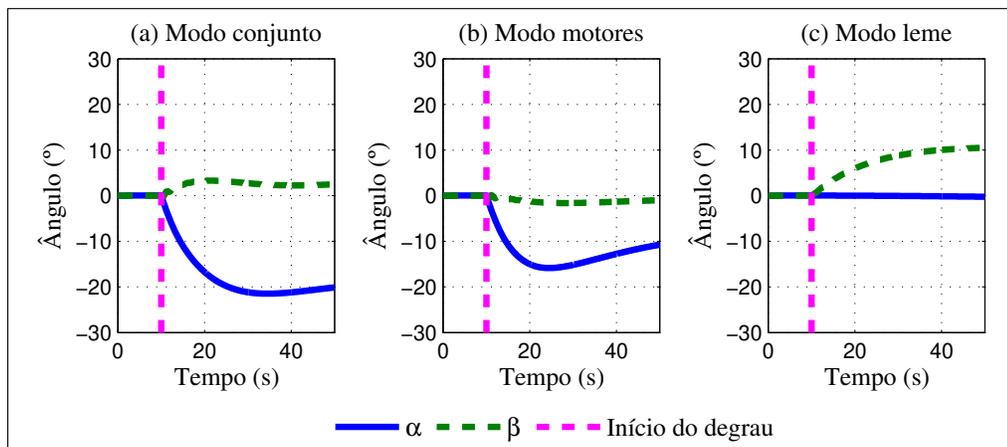


Figura 3.9: Ângulos de ataque e escorregamento ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) com  $V_t = 1[m/s]$

Conseqüentemente o ângulo de ataque do dirigível diminui (Figura 3.9), uma vez que este possui deslocamento vertical, conforme mostra a Figura 3.8.

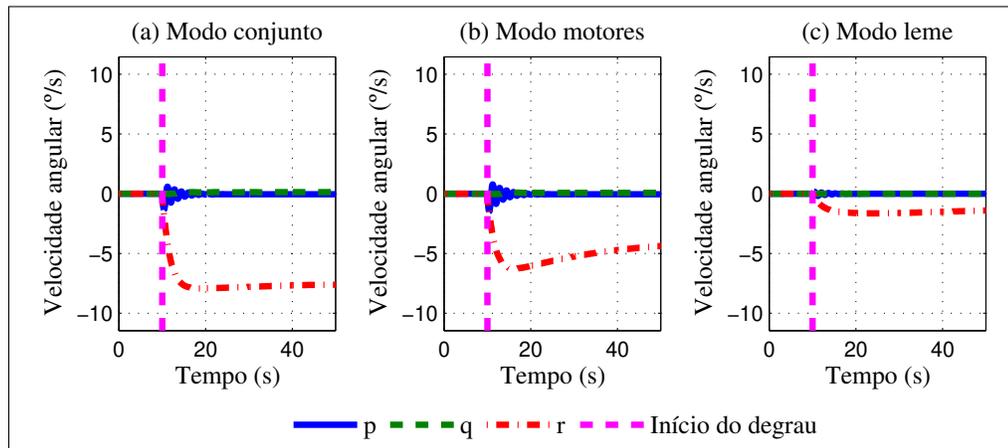


Figura 3.10: Velocidade angular em torno dos eixos longitudinal ( $p$ ), lateral ( $q$ ) e vertical ( $r$ ) com  $V_t = 1[m/s]$

Já no modo leme, o maior impacto acontece no ângulo de derrapagem. Conseqüentemente esta reorientação ocasiona em uma perda de velocidade longitudinal e ganho de velocidade lateral, conforme mostrado no modo leme da Figura 3.8.

Para a velocidade *airspeed* de  $1[m/s]$  é possível verificar que o modo motores apresenta maior impacto na velocidade angular ( $r$ ) em torno do eixo vertical do dirigível (Figura 3.10). Isto ocorre devido à vetorização das hélices que propiciam o surgimento de forças laterais no dirigível.

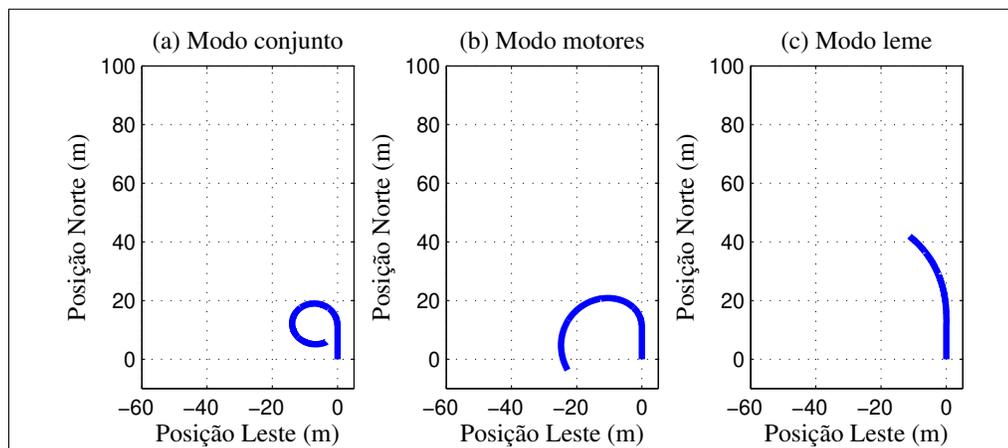


Figura 3.11: Trajetória realizada com  $V_t = 1[m/s]$

Sendo assim, a curva realizada no modo motores apresenta menor raio que no modo leme,

porém maior raio que no modo conjunto, conforme mostra a Figura 3.11.

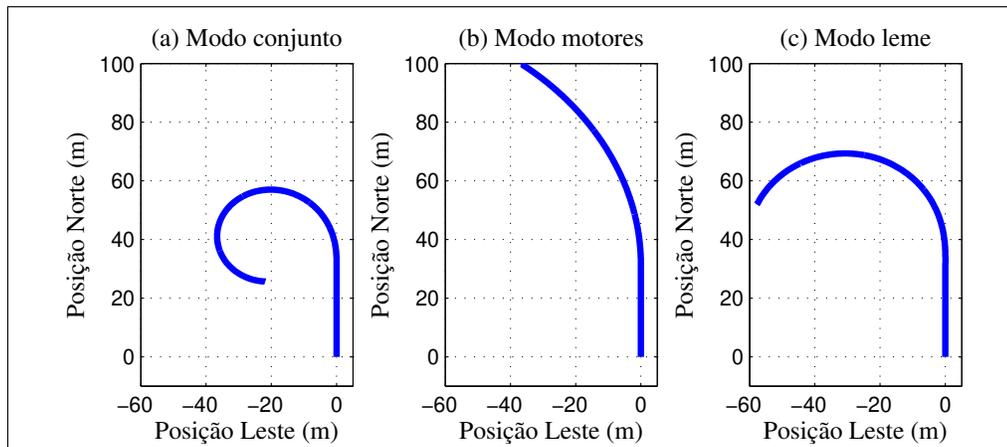


Figura 3.12: Trajetória realizada com  $V_t = 3[m/s]$

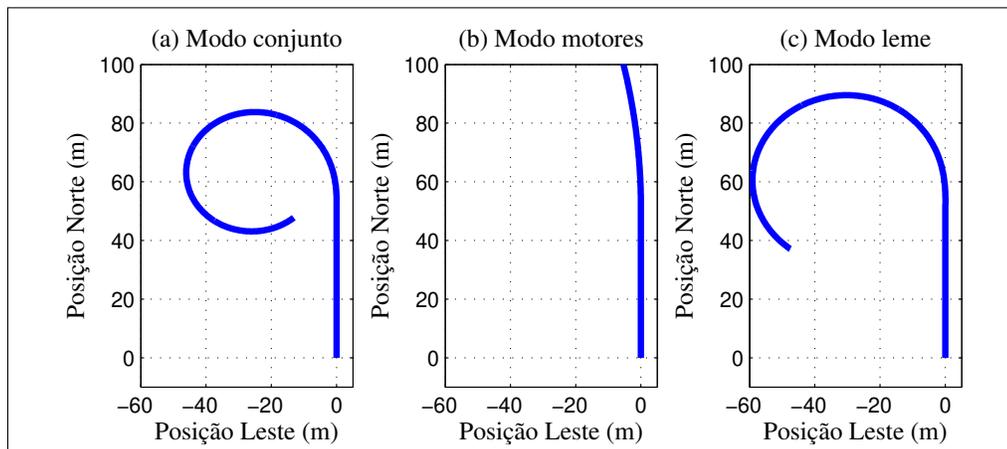


Figura 3.13: Trajetória realizada com  $V_t = 5[m/s]$

Nos casos em que a velocidade trimada é  $V_t = 3[m/s]$  e  $V_t = 5[m/s]$ , a vetorização obtida aumenta o raio de curvatura utilizando apenas **DTC** (modo motores) enquanto que mantém o mesmo raio de curvatura utilizando apenas o leme conforme mostram as Figuras 3.12 e 3.13. Isso torna mais favorável o uso do leme em curvas de alta velocidade e o uso de **DTC** a baixas velocidades. Portanto a combinação dos dois é naturalmente mais eficiente do que utilizá-las separadamente em qualquer caso de *airspeed*.

Os demais gráficos para  $V_t = 3[m/s]$  e  $V_t = 5[m/s]$  estão disponíveis no Apêndice A.

## 3.2 Considerações finais

Neste capítulo foi abordado o conceito de diferencial de tensão cruzado ou **DTC**. Através de simulações em malha aberta foi apresentada uma análise da dinâmica do dirigível mostrando a influência do **DTC** ao realizar curvas. Foram apresentadas 3 condições de velocidade: 1m/s, 3m/s e 5m/s. Nota-se que à baixas velocidades, devido à vetorização, o **DTC** apresenta maior influência na dinâmica, enquanto que em altas velocidades este não tem grande atuação. De certa forma, podemos concluir que o **DTC** serve como um complemento de atuação lateral para o leme, pois em todas as simulações a combinação dos dois mostrou-se muito eficiente. Além disso, o uso de **DTC** irá ser regulado naturalmente pela matriz de entrada conforme mostram gráficos da Figura 2.6, propiciando maior atuação em altas velocidades e menor atuação a baixas velocidades.

## Abordagem clássica de controle linear

Em um primeiro momento foi definido como problema o seguimento de trajetória sem restrição de tempo chamado de *Path Following*. O problema de *Path Following*, conforme descrito por Moutinho (2007), considera uma trajetória de referência definida por um conjunto de pontos, portanto não é uma trajetória com restrição de tempo. Isto significa que os erros lateral ( $\delta$ ) e vertical ( $\epsilon$ ) são definidos com base no ponto mais próximo ao dirigível. Desta forma, não existe o erro longitudinal ( $\eta$ ) neste problema.

Como forma de resolver o problema, foi definido como objetivo manter a velocidade relativa ao ar constante. Pois desta forma tem-se a garantia de que o dirigível se manterá na região de equilíbrio do sistema linearizado. Consequentemente, este problema pode ser solucionável através de um ganho estático de realimentação de estados.

Para sintetizar um controlador de realimentação de estados é necessário incluir os erros de posição lateral ( $\delta$ ) e vertical ( $\epsilon$ ) como estados na dinâmica linearizada do sistema. Supondo que o dirigível se encontra próximo à região de equilíbrio e desprezando os ângulos de ataque ( $\alpha$ ) e derrapagem ( $\beta$ ), os erros de posição irão ter uma progressão com base na velocidade linear do dirigível e de sua configuração aerodinâmica (mais especificamente ângulo de arfagem e guinada) conforme mostra a Figura 4.1. Sendo assim, a dinâmica dos erros de posição lateral, vertical e angular (guinada) obedecem às seguintes equações diferenciais:

$$\dot{\tilde{P}}_E = \dot{\epsilon} = V_{t_e} \sin \tilde{\psi} \approx V_{t_e} \tilde{\psi} \quad (4.1)$$

$$\dot{\tilde{P}}_D = \dot{\delta} = \tilde{w} \cos(\tilde{\theta}) - V_{t_e} \sin(\tilde{\theta}) \approx \tilde{w} - V_{t_e} \tilde{\theta} \quad (4.2)$$

$$\dot{\psi} = \tilde{r} / \cos \theta_e \quad (4.3)$$

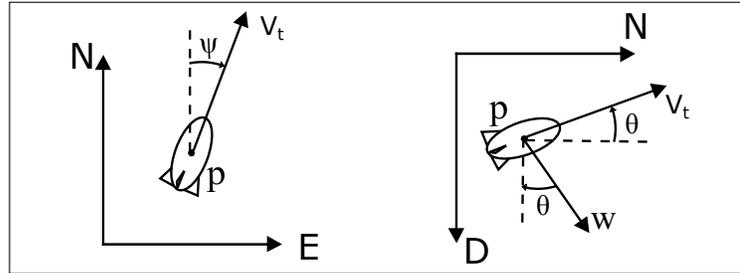


Figura 4.1: Dinâmica da posição lateral (esquerda) e vertical (direita)

A partir disto obtêm-se o modelo da equação (4.4), incluindo os erros de posição lateral e vertical.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{u}} \\ \dot{\tilde{v}} \\ \dot{\tilde{w}} \\ \dot{\tilde{p}} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \dot{\tilde{r}} \\ \dot{\tilde{\phi}} \\ \dot{\tilde{\theta}} \\ \dot{\tilde{\psi}} \\ \dot{\epsilon} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}}_f \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \\ \tilde{p} \\ \tilde{q} \\ \tilde{r} \\ \tilde{\phi} \\ \tilde{\theta} \\ \tilde{\psi} \\ \epsilon \\ \delta \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{B}}_f \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_e \\ \tilde{\delta}_r \\ \tilde{\delta}_{tt} \\ \tilde{\delta}_{fb} \\ \tilde{\delta}_c \\ \tilde{\delta}_{vt} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

## 4.1 Controlador LQR (*Linear Quadratic Regulator*)

*Linear Quadratic Regulator* (**LQR**) está entre as técnicas mais utilizadas para projeto de controladores de sistemas **MIMO** (*Multiple-Input Multiple-Output*). **LQR** é um controlador obtido através da solução de um problema de otimização que garante estabilidade em malha fechada,

atinge certos níveis de robustez e é fácil de se calcular. É obtido através da minimização da função de custo quadrático sujeito a restrições da dinâmica do sistema.

Normalmente, a síntese de controladores **LQR** é feita através de um método iterativo com três etapas básicas: escolha de valores para as matrizes de pesos, análise em malha fechada e reajuste das constantes. Este processo é repetido até que as especificações de robustez e performance sejam satisfeitas.

As matrizes de pesos são a forma com que o projetista pode balancear a relação: erro de estado e esforço de controle. Tendo em vista todos estes aspectos, **LQR** foi a técnica escolhida inicialmente para síntese dos controladores neste trabalho.

Considere o sistema dinâmico linear e invariante no tempo dado por:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}, \quad \tilde{\mathbf{x}}(t_0) = \tilde{\mathbf{x}}_0 \quad (4.5)$$

onde o vetor  $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  é o vetor de estados e o vetor  $\tilde{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$  é o vetor de entradas de controle. Se o par  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  é estabilizável então existe uma solução para o problema **LQR**. Considere a lei de controle como:

$$\tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}} \quad (4.6)$$

onde  $\mathbf{K}$  é o ganho de realimentação de estados.

O objetivo da regulação de estados do dirigível é levar qualquer erro de condição inicial para zero garantindo a estabilidade. Isto pode ser alcançado selecionando a entrada de controle  $\tilde{\mathbf{u}}$  que minimiza o custo quadrático dado por:

$$J = \int_{t_0}^{\infty} (\tilde{\mathbf{x}}' \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{u}}' \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}) dt \quad (4.7)$$

Neste índice de performance, a dimensão dos estados  $\tilde{\mathbf{x}}$  e o esforço de controle  $\tilde{\mathbf{u}}$  são balanceados através das matrizes definidas positivas  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , respectivamente. A minimização do custo  $J$

é um problema geral de minimização de energia. O objetivo é minimizar a energia nos estados sem utilizar muita energia nas entradas de controle. Maiores pesos na matriz  $\mathbf{R}$  geram menor atuação nas entradas de controle  $\tilde{\mathbf{u}}$ , enquanto que maiores pesos na matriz  $\mathbf{Q}$  fazem com que o vetor  $\tilde{\mathbf{x}}$  vá para zero mais rapidamente com o tempo.

Como mostrado por (BRIAN E JONH, 1989) o ganho ótimo que minimiza este custo quadrático  $J$  pode ser obtido pela solução da equação de Riccati dada por:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}'\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \quad (4.8)$$

Com a matriz  $\mathbf{P} = \mathbf{P}' > 0$  solução da equação de Riccati, o ganho ótimo pode ser recuperado da seguinte forma:

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P} \quad (4.9)$$

O projeto do controlador linear envolve apenas as variações dos estados e das entradas ( $\tilde{\mathbf{u}}$  e  $\tilde{\mathbf{x}}$ ), mas sua implementação requer os estados completos e produz as entradas completas ( $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{u}$ ). Conseqüentemente, a atuação  $\mathbf{u}$  tem uma realimentação  $\tilde{\mathbf{u}}$  e uma componente de realimentação direta (*feedforward*)  $\mathbf{u}_e$  (MOUTINHO, 2007), como mostra a Figura 4.2.

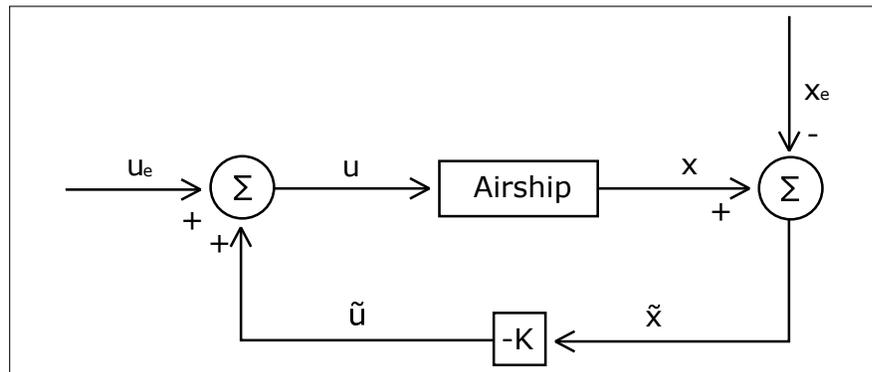


Figura 4.2: Diagrama de blocos em malha fechada

## 4.2 Cálculo dos erros

Como referência foram utilizados os valores trimados dos estados a fim de manter um mesmo *airspeed*. Sendo assim,  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_e$ . Porém, para os estados de posição ( $\epsilon, \delta$ ) e orientação ( $\tilde{\psi}, \tilde{\theta}$ ) a referência deve obedecer à trajetória desejada. Além disso, nesta aplicação deseja-se *airspeed*  $V_t = V_{te}$  constante, portanto, o erro de velocidade é calculado utilizando a velocidade relativa ao ar  $\dot{\mathbf{p}}_a$  e a velocidade relativa ao ar de equilíbrio  $\dot{\mathbf{p}}_{ae}$ , isto é:

$$\dot{\tilde{\mathbf{p}}} = \dot{\mathbf{p}}_a - \dot{\mathbf{p}}_{ae} \quad (4.10)$$

Desta forma será necessário um único ganho mantendo o sistema na região do ponto de equilíbrio trimado.

### 4.2.1 Erro de posição

Os estados  $\epsilon$  e  $\delta$  correspondem aos erros de posição lateral e vertical do dirigível em relação à trajetória desejada. Estes erros são calculados através da seguinte forma:

1. Primeiramente é feita uma transformação de coordenadas do sistema global a fim de transformar a reta tangente à trajetória no eixo longitudinal (a matriz de rotação que realiza esta transformação será nomeada  $\mathbf{S}_r$ ).
2. Em seguida é utilizada esta transformação para calcular a posição do dirigível em relação a este sistema de coordenadas.
3. Enfim é obtido o erro  $\epsilon$  que é dado pela coordenada lateral do dirigível neste sistema de coordenadas, conforme mostra a Figura 4.3. E o erro vertical é a coordenada vertical.

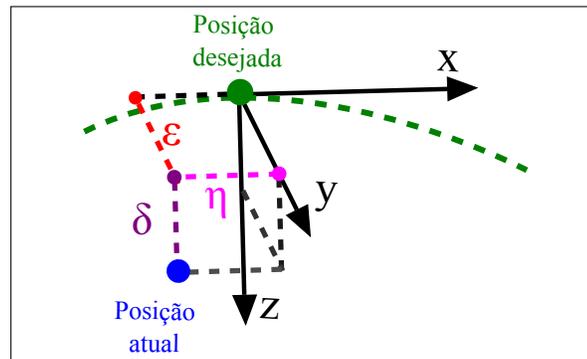


Figura 4.3: Erro de posição lateral ( $\epsilon$ ), vertical ( $\delta$ ) e longitudinal ( $\eta$ )

Note que, desta forma, é possível obter também o erro de posição longitudinal ( $\eta$ ) em uma aplicação em que a posição é dependente do tempo (*Path Tracking*).

#### 4.2.2 Erro de orientação

No caso da orientação de referência, esta deve estar alinhada à trajetória, exceto nos casos em que existe a interferência do vento. Nestes casos irão surgir momentos de auto alinhamento e a orientação de referência deve ser tal que o dirigível evite a saturação dos atuadores (principalmente do leme) conforme mostra a Figura 4.4.

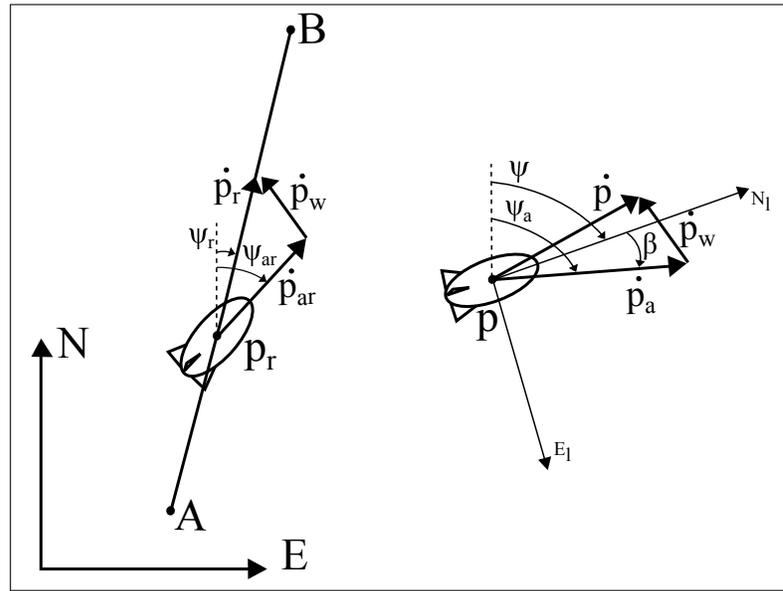


Figura 4.4: Estimativa do vento e referência do ângulo de guinada

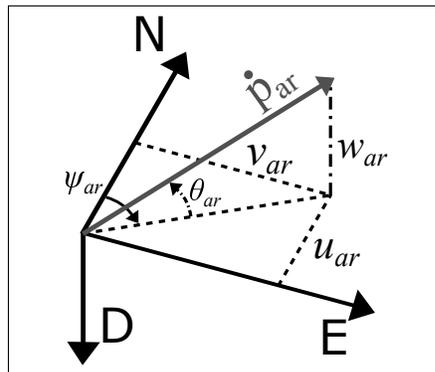


Figura 4.5: Orientação do vetor de velocidade relativa ao ar de referência no sistema de coordenadas **NED**

Portanto, primeiramente é feita uma estimativa de velocidade do dirigível em relação ao ar ( $\dot{\mathbf{p}}_a$ ) nos eixos longitudinal, lateral e vertical, a partir do valor de *airspeed* ( $V_t$ ) e dos ângulos de ataque ( $\alpha$ ) e derrapagem ( $\beta$ ) do dirigível, conforme a equação (4.11) (STEVENS E LEWIS, 1992).

$$\dot{\mathbf{p}}_a = \begin{bmatrix} V_t \cos(\alpha) \cos(\beta) \\ V_t \sin(\alpha) \cos(\beta) \\ V_t \sin(\beta) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Sendo assim, a estimativa do vento é obtida pela equação (4.12) onde  $\dot{\mathbf{p}}$  é a velocidade linear do dirigível em relação ao solo e  $\mathbf{S}$  é a matriz de rotação que leva o sistema de coordenadas global para o sistema de coordenadas local do dirigível.

$$\dot{\mathbf{p}}_w = \mathbf{S}'(\dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}_a) \quad (4.12)$$

De posse desta estimativa e da velocidade de referência ( $\dot{\mathbf{p}}_r$ ) obtêm-se o vetor  $\dot{\mathbf{p}}_{a_r}$  através da equação (4.14). Observe que, para o caso de *Path following*, a velocidade relativa ao solo de referência ( $\dot{\mathbf{p}}_r$ ) para cálculo da orientação de referência ( $\Phi_{a_r}$ ) é dada pelo módulo da velocidade desempenhada pelo dirigível na direção da trajetória, uma vez que esta aplicação não possui erro longitudinal. Portanto:

$$\dot{\mathbf{p}}_r = \mathbf{S}'_r \begin{bmatrix} |\dot{\mathbf{p}}| \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_{a_r} = \begin{bmatrix} u_{a_r} \\ v_{a_r} \\ w_{a_r} \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{p}}_r - \dot{\mathbf{p}}_w \quad (4.14)$$

A partir disto, pode ser determinada a orientação de referência  $\psi_{a_r}$  e  $\theta_{a_r}$  conforme a equação (4.15), como mostra a Figura 4.5.

$$\Phi_{a_r} = \begin{bmatrix} \phi_{a_r} \\ \theta_{a_r} \\ \psi_{a_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tan^{-1} \left( \frac{-w_{a_r}}{\sqrt{u_{a_r}^2 + v_{a_r}^2}} \right) \\ \tan^{-1} \left( \frac{v_{a_r}}{u_{a_r}} \right) \end{bmatrix} + \theta_e \quad (4.15)$$

Com estes valores de referência é possível enfim calcular os erros:

$$\tilde{\Phi} = \Phi - \Phi_{a_r} \quad (4.16)$$

### 4.3 Resultados da Simulação

Na simulação realizada, o dirigível foi colocado em condição inicial de equilíbrio com *airspeed*  $V_t = 5[m/s]$ , e após realizar uma curva e estabilizar-se (instante  $t = 70[s]$ ) foi aplicado um vento de  $3[m/s]$ . O resultado da trajetória realizada pode ser verificado na Figura 4.6. Para o cálculo do ganho **LQR** foram utilizadas as matrizes  $\mathbf{Q} = \text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 5 \ 5])$  e  $\mathbf{R} = \text{diag}([500 \ 500 \ 1000 \ 10000 \ 1000 \ 1000])$ .

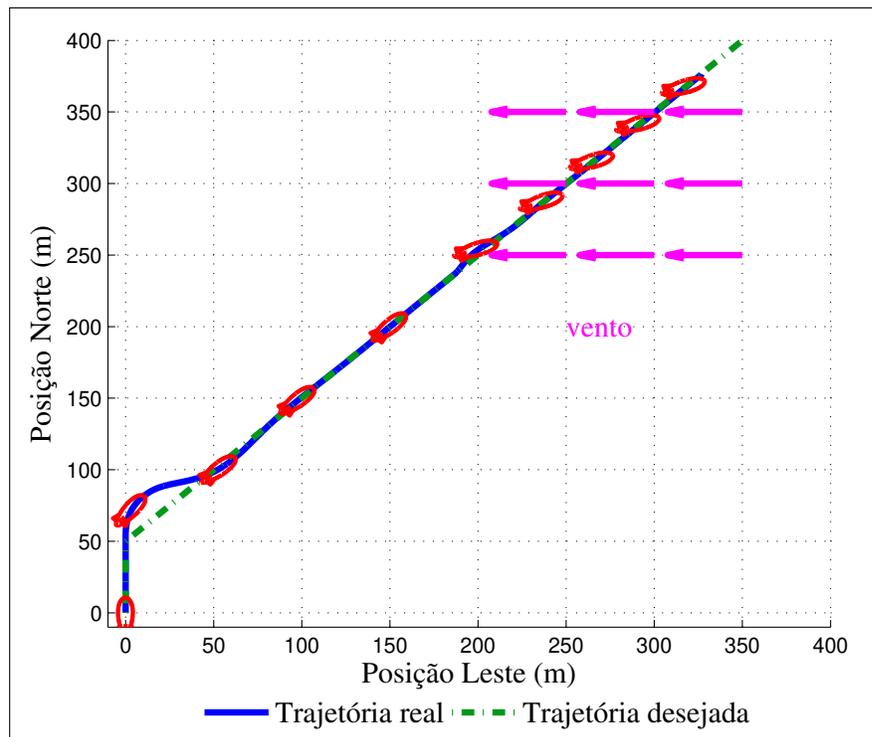


Figura 4.6: Trajetória desempenhada pelo dirigível com interferência do vento

Na simulação, é perceptível um leve desvio de trajetória assim que o dirigível atinge a posição (250[m] North, 180[m] East) devido ao vento aplicado. Porém a correção ocorre logo em seguida e este retorna à trajetória, porém com menor velocidade longitudinal para compensar a velocidade relativa ao ar e manter a mesma velocidade *airspeed*  $V_t$ .

A correção ocorre principalmente em seu ângulo de guinada. O ângulo de guinada, inicialmente permanece constante em cerca de  $45^\circ$  e no instante  $70[s]$  é modificado até estabilizar-se em cerca de  $70^\circ$ , enquanto que o seu ângulo de rolagem permanece abaixo de  $5^\circ$  conforme mostra

a Figura 4.7.

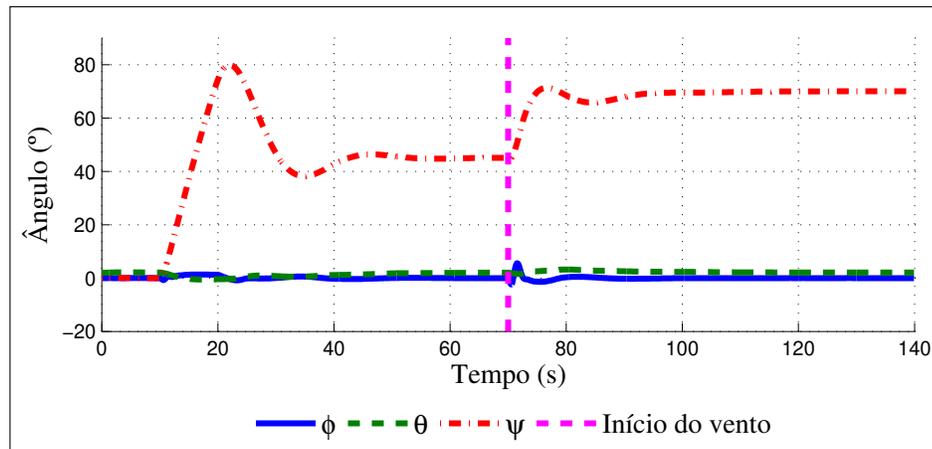


Figura 4.7: Ângulos de rolagem ( $\phi$ ), arfagem ( $\theta$ ) e guinada ( $\psi$ )

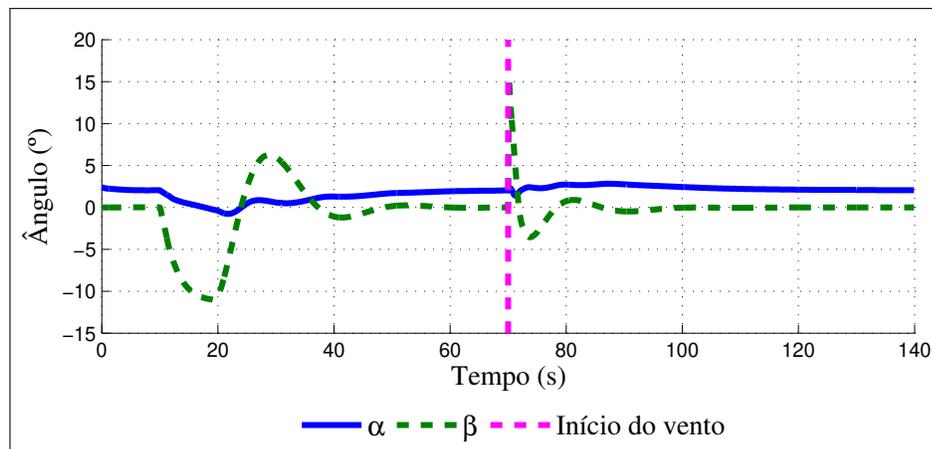


Figura 4.8: Ângulos de ataque ( $\alpha$ ) e derrapagem ( $\beta$ )

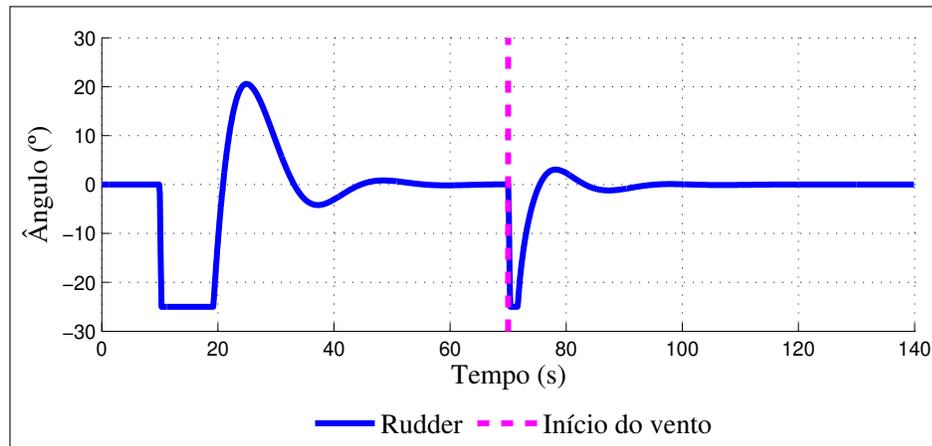


Figura 4.9: Entrada de controle do leme

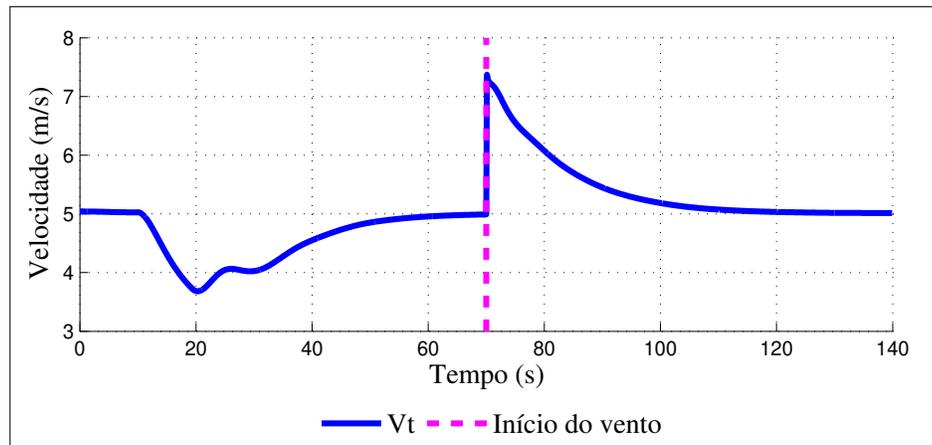


Figura 4.10: Velocidade *airspeed*

Consequentemente, o ângulo de derrapagem ( $\beta$ ) sofre mudanças enquanto que o de ataque ( $\alpha$ ) é alterado principalmente nos momentos em que ocorre variação do *airspeed* (Figura 4.10), conforme evidenciado na Figura 4.8. É importante notar que, ao realizar curvas, o ângulo de derrapagem do dirigível sofre grande variação principalmente nos instantes em que existe variação no leme (Figura 4.9), confirmando as análises de dinâmica lateral feitas anteriormente.

Todas estas alterações impactam na posição vertical e na velocidade longitudinal do dirigível.

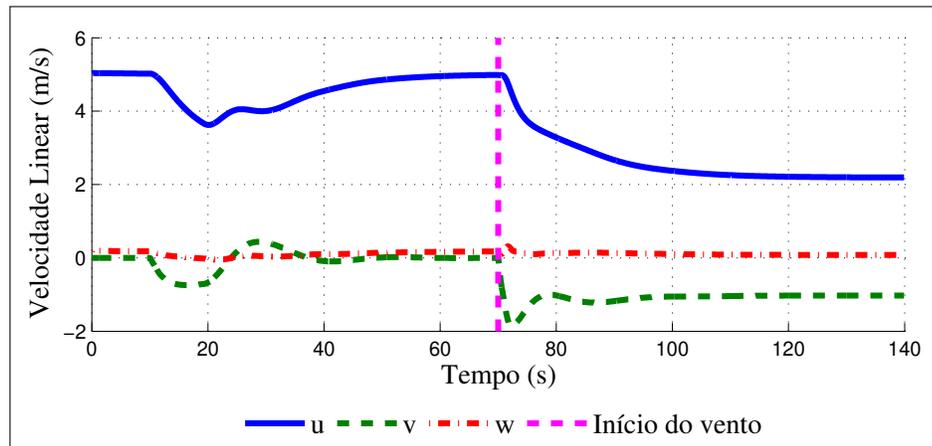


Figura 4.11: Velocidades linear longitudinal ( $u$ ), lateral ( $v$ ) e vertical ( $w$ )

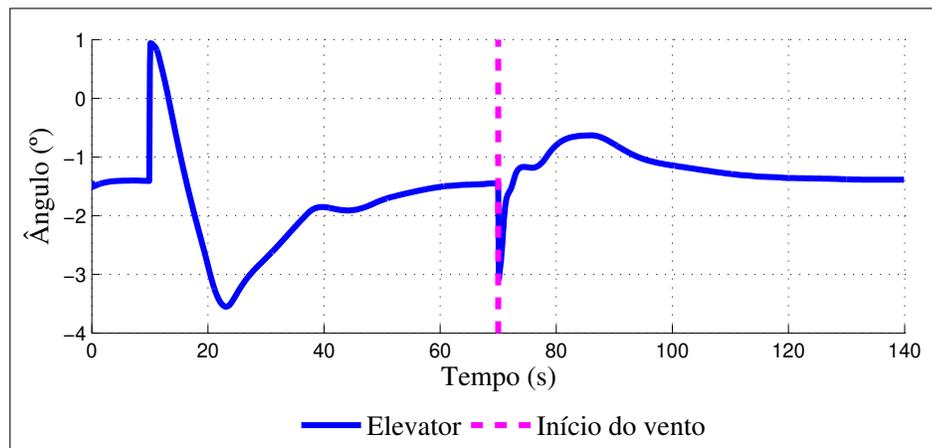


Figura 4.12: Entrada de controle do elevador

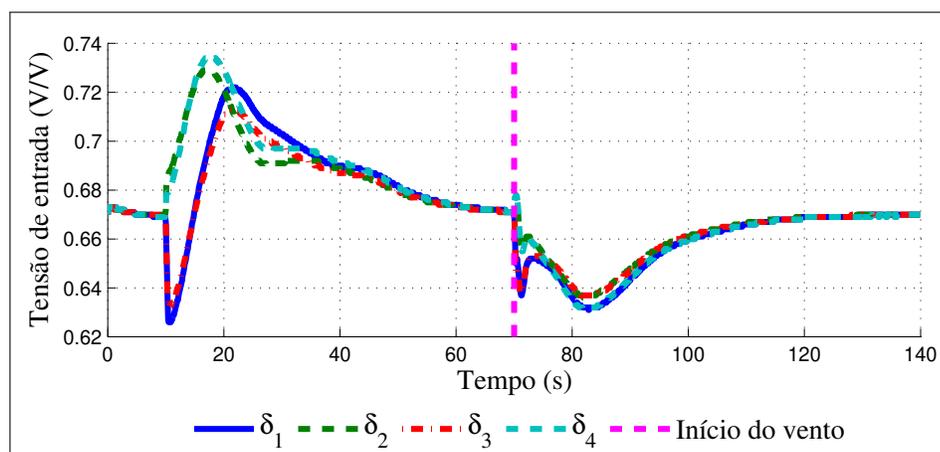


Figura 4.13: Tensão de entrada das hélices ( $\delta_i$ )

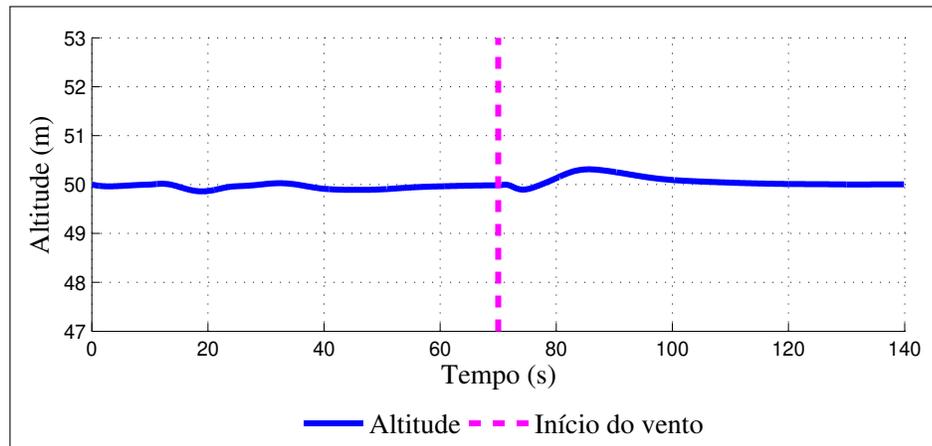


Figura 4.14: Posição vertical do dirigível

A posição vertical objetivo da missão é mantida constante a 50[m] de altura, sendo assim ao analisar os gráficos da Figura 4.14, verifica-se que o erro de posição vertical mais expressivo se mostra na presença de vento, que por sua vez também não se mostra um grande problema.

Conforme o gráfico da Figura 4.11, sua velocidade longitudinal ( $u$ ) sofre uma pequena variação na curva realizada e no instante em que é aplicado o vento. Porém ao aplicar o vento, esta cai para que seja mantida a mesma velocidade *airspeed*.

No momento da curva é evidente na Figura 4.13 a ação do **DTC**, pois os motores 2 e 4 recebem maior tensão no início da curva (instante 10[s]).

## 4.4 Considerações finais

Neste capítulo foram definidos os cálculos de referência para manter o dirigível em uma trajetória desejada. Primeiramente foram feitas simulações com referência fixa de velocidade relativa ao ar. Dessa forma, o objetivo principal foi manter o dirigível em uma condição de equilíbrio fixa.

Como resultado foram obtidos baixos erros de posição durante a simulação atingindo performance aceitável. Mostrando que localmente (para uma dada condição de equilíbrio) esta abordagem de controle é interessante em termos de performance.

# Capítulo 5

## Abordagem clássica de *Gain scheduling*

Como mencionado anteriormente, com a abordagem utilizada de cálculo de erro de posição, é possível obter o erro longitudinal. A aplicação em que este erro é considerado é nomeada *Path tracking* (Rastreamento de trajetória).

Neste tipo de aplicação a posição longitudinal de referência do dirigível varia ao longo do tempo. Em outras palavras, é necessário controlar a velocidade de deslocamento em relação à Terra (*groundspeed*).

Até então, o controle de trajetória foi realizado de forma a manter a velocidade relativa ao ar (*airspeed*) constante, a fim de manter o mesmo ponto de trimagem e conseqüentemente o mesmo ganho **LQR**. Porém, ao seguir *groundspeed* serão necessários controladores diferentes em condições de vento diferentes.

Uma forma de contornar esta situação é o uso do escalonamento de ganho (*Gain-scheduling*) conforme ilustrado no diagrama de blocos da Figura 5.1.

*Gain-scheduling* continua sendo a metodologia predominante para projeto de controle de voo (RUGH E SHAMMA, 2000). Esta solução convencional executa projetos pontuais para um grande conjunto de condições de trimagem e então constrói um cronograma de ganhos considerando as condições de voo.

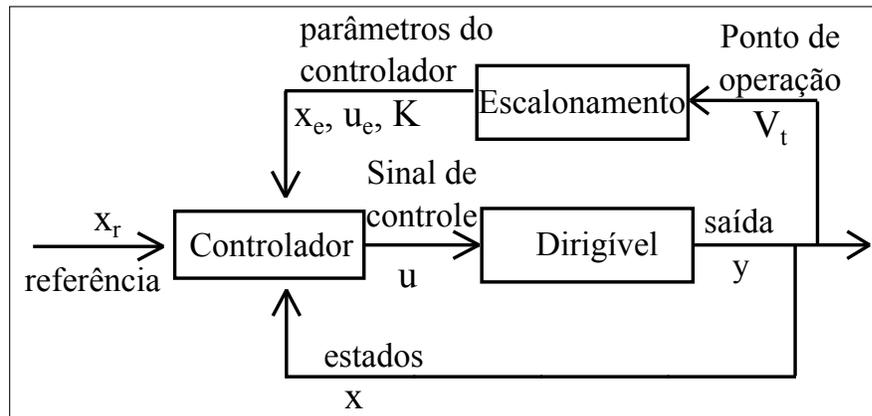


Figura 5.1: Diagrama de blocos em malha fechada do escalonamento de ganho

É importante lembrar que a estabilidade desta abordagem não é garantida. Porém, conforme mostrado por Khalil (2000), se o parâmetro escalonado varia lentamente e a condição inicial está suficientemente próxima do ponto de equilíbrio, então o erro vai, eventualmente, ser da ordem da derivada do parâmetro escalonado e tender a zero se o parâmetro escalonado se aproxima de um limite constante. Por esta razão, a prática tem sido de que pode-se escalar parâmetros variantes no tempo caso esta seja lenta em relação à dinâmica do sistema (KHALIL, 2000).

## 5.1 Modificações do modelo linearizado

O modelo linearizado apresentado anteriormente recebeu algumas alterações para que o problema de *Path tracking* fosse solucionado.

Primeiramente, foi adicionado o estado  $\eta$  referente ao erro de posição longitudinal. Este erro varia de acordo com os erros de velocidade linear longitudinal e vertical, dado o ângulo de arfagem do dirigível conforme mostra a Figura 4.1. Conseqüentemente, deve-se adicionar uma linha às matrizes  $\tilde{A}_f$  e  $\tilde{B}_f$  e uma coluna à matriz  $\tilde{A}_f$ , obedecendo à equação diferencial da variável  $\eta$  dada pela equação (5.1).

$$\dot{\tilde{P}}_N = \dot{\eta} \approx \cos \theta_e \tilde{u} + \sin \theta_e \tilde{w} \approx \tilde{u} + \theta_e \tilde{w} \quad (5.1)$$

Sendo assim, obtêm-se as matrizes  $\tilde{\mathbf{A}}_t$  e  $\tilde{\mathbf{B}}_t$ .

$$\tilde{\mathbf{A}}_t = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_f & \mathbf{0}_{12 \times 1} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta_e & \mathbf{0}_{1 \times 9} \end{bmatrix} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_t = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_f \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Além da modificação do modelo, também foram modificados os cálculos dos erros de velocidades longitudinal, lateral e vertical conforme as equações abaixo:

$$\tilde{u} = u_a - u_{a_r} = V_t \cos \alpha \cos \beta - u_{a_r} \quad (5.4)$$

$$\tilde{v} = v_a - v_{a_r} = V_t \sin \beta - v_{a_r} \quad (5.5)$$

$$\tilde{w} = w_a - w_{a_r} = V_t \sin \alpha \cos \beta - w_{a_r} \quad (5.6)$$

onde  $\dot{\mathbf{p}}_{a_r} = [u_{a_r} \ v_{a_r} \ w_{a_r}]'$  é a velocidade relativa ao ar de referência que pode ser calculada pela equação (4.14) (mais detalhes veja (MOUTINHO, 2007)).

## 5.2 Resultados da Simulação

O escalonamento de ganho é realizado uma vez que a velocidade *airspeed* do dirigível extrapola uma margem considerada aceitável para se utilizar um ponto de trimagem específico como referência para cálculo do controlador. Uma vez que esta margem é ultrapassada, um novo ganho **LQR** é utilizado para controlar o dirigível.

Para computo dos ganhos foram utilizadas matrizes  $\mathbf{Q} = \text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 10 \ 10 \ 10])$  e  $\mathbf{R} = \text{diag}([1500 \ 1500 \ 15000 \ 10000 \ 10000 \ 4000])$  para todos os casos de *airspeed*  $V_t$  selecionados. Foram mantidas constantes as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  para síntese dos controladores nos vários pontos de equilíbrio selecionados, pois a matriz  $\mathbf{B}$  do sistema linearizado varia conforme a variação do *airspeed*, conforme mostrado nas Figuras 2.7 e 2.6 no Capítulo 2. Desta forma, a própria matriz  $\mathbf{B}$  do sistema linearizado irá regular os pesos sobre as variáveis conforme condição de equilíbrio,

restando ao projetista apenas regular as dimensões. Desta forma, o diferencial cruzado será mais utilizado em baixas velocidades de  $V_t$  do que em altas velocidades de  $V_t$  naturalmente, satisfazendo as conclusões do Capítulo 3.

Foram selecionados pontos de equilíbrio para os seguintes valores de *airspeed*:  $V_t = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, 15[m/s]$  e a margem considerada é de  $0.75[m/s]$ . Portanto, para o caso em que o dirigível se encontrar com  $V_t = 6[m/s]$ , ao atingir  $V_t = 6.75[m/s]$  ou  $V_t = 5.25[m/s]$ , um novo ganho  $\mathbf{K}$  e entrada trimada  $\mathbf{u}_e$  são selecionados.

Nas simulações realizadas foi dada como referência a velocidade linear  $\dot{\mathbf{p}}_r = [7 \ 0 \ 0]^T m/s$ . Foram obtidos os resultados abaixo com vento a  $45[^\circ]$  e  $3[m/s]$ .

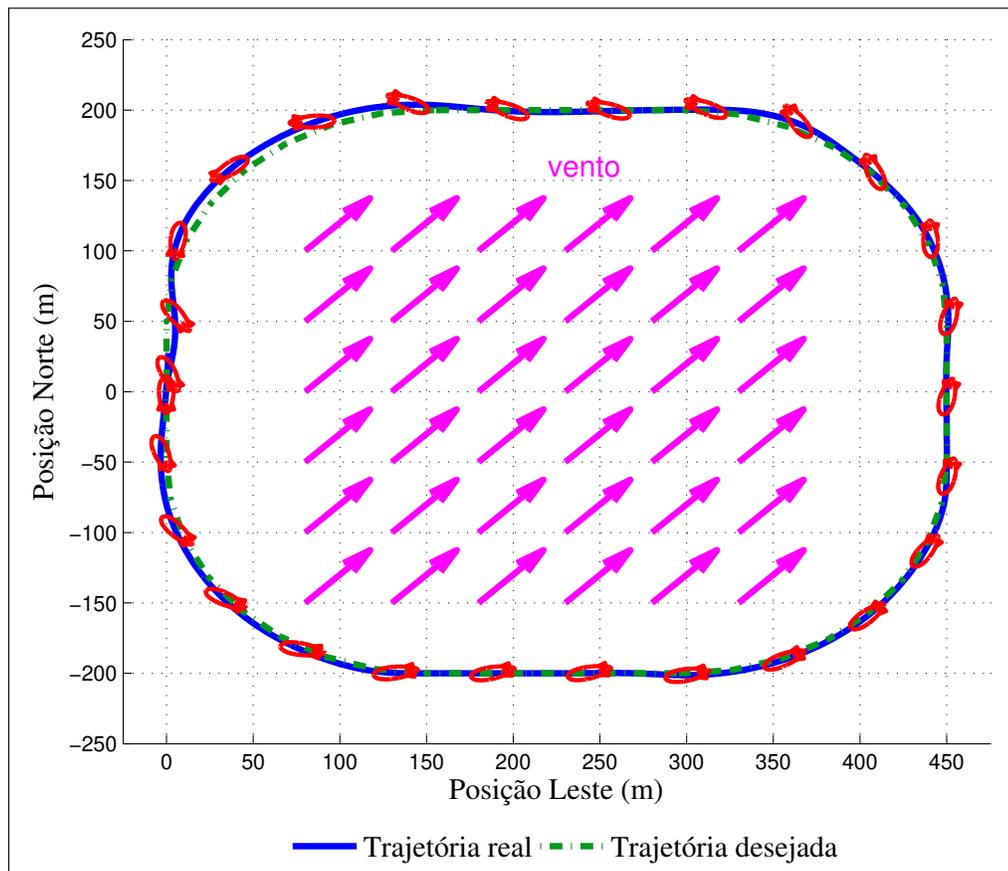


Figura 5.2: Trajetória desempenhada pelo dirigível com interferência do vento utilizando *Gain Scheduling* ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

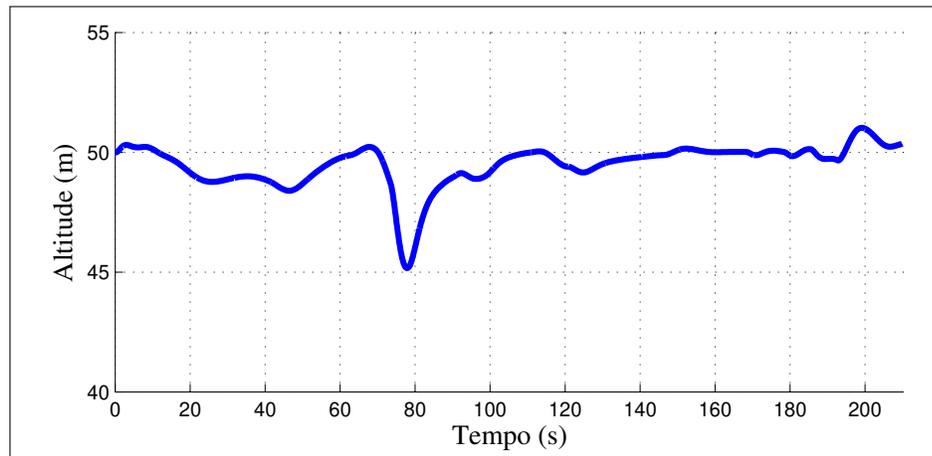


Figura 5.3: Posição vertical utilizando *Gain Scheduling* ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

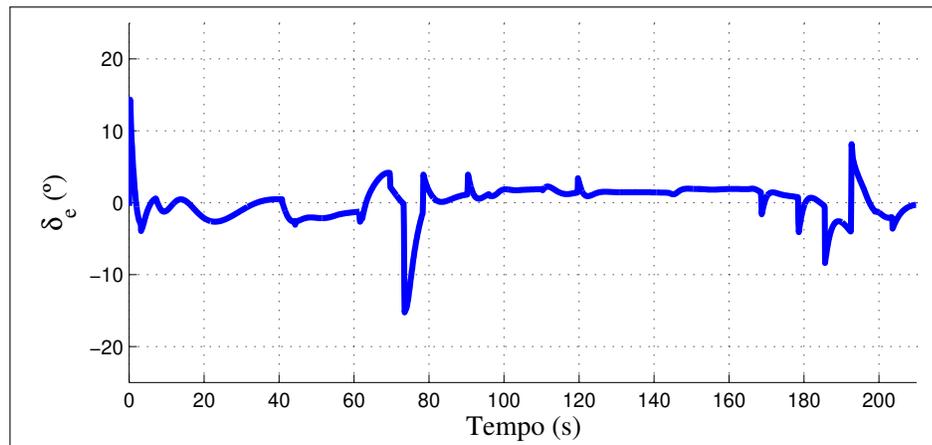


Figura 5.4: Entrada de controle elevador utilizando *Gain Scheduling* ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

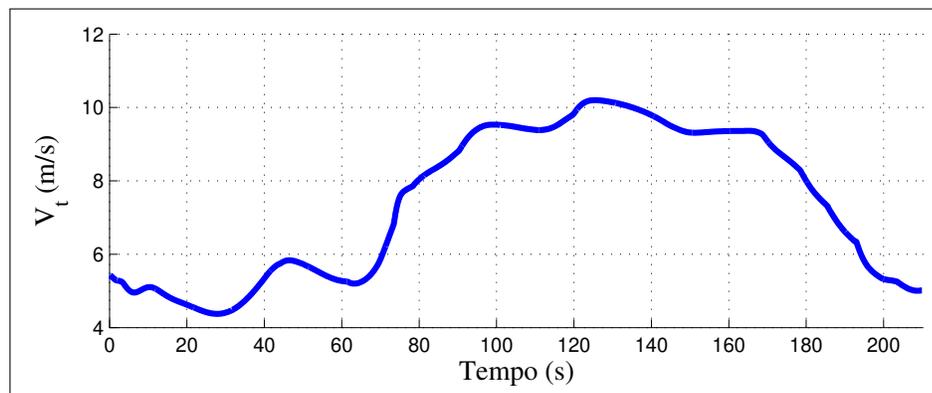


Figura 5.5: Velocidade *airspeed* utilizando *Gain Scheduling* ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

Na situação inicial do dirigível o vento na direção do movimento faz com que sua velocidade *airspeed* seja menor do que o esperado, conseqüentemente este altera sua entrada trimada e ganhos gerando uma variação significativa no ângulo de deflexão do leme (Figura 5.6), e nas entradas de tensão e vetorização dos motores (Figuras 5.8 e 5.7 respectivamente). Note que, nesta condição inicial, sua velocidade *airspeed* é baixa (Figura 5.5), conseqüentemente, nota-se o uso do DTC e do DTFB nas entradas de tensão da Figura 5.8).

Note que quando o dirigível atinge posição aproximada de 350[m] leste e 200[m] norte este inicia uma curva. Isto ocasiona o aumento da velocidade do ar (Figura 5.5), conseqüentemente, um novo ponto de trimagem é escalonado alterando a configuração da vetorização dos propulsores imediatamente (Figura 5.7). Estes fatos influenciam diretamente na altitude do dirigível (Figura 5.3) por um curto período de tempo, especificamente no instante  $70s < t < 80s$  gerando uma perda de altitude elevada. Note, também, pela Figura 5.9 que a velocidade vertical ( $w$ ) se eleva exatamente nos pontos em que estas transições de pontos de trimagem ocorrem. Já a velocidade longitudinal ( $u$ ) apresenta oscilações no início da simulação, devido à transição das condições de *airspeed* iniciais e a velocidade lateral ( $v$ ) varia conforme a direção do vento durante toda a missão.

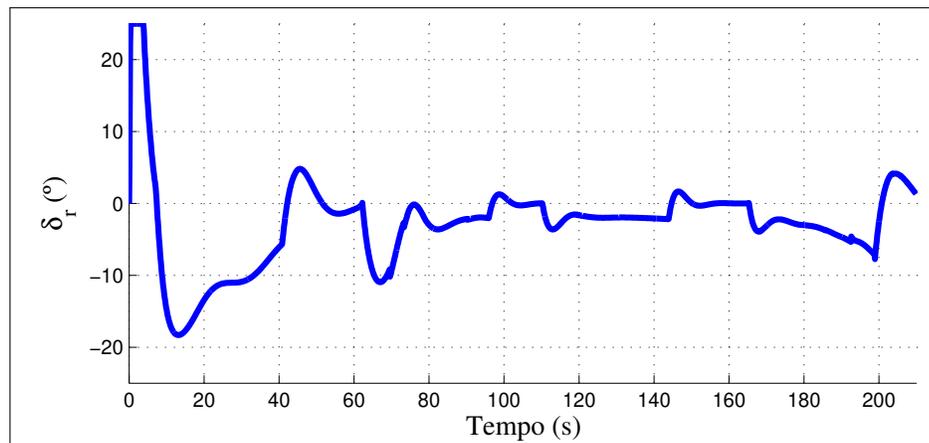


Figura 5.6: Entrada de controle leme utilizando *Gain Scheduling* ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $v_{vento} = 3[m/s]$ )

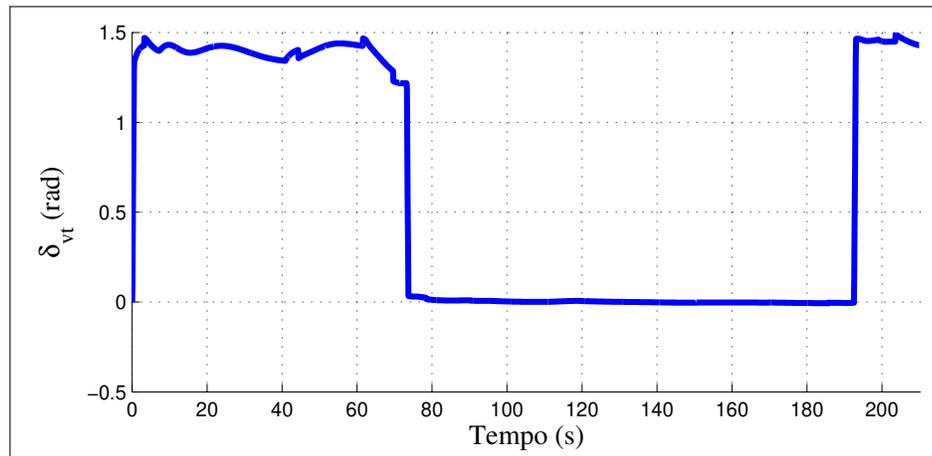


Figura 5.7: Vetorização dos propulsores utilizando *Gain Scheduling* ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

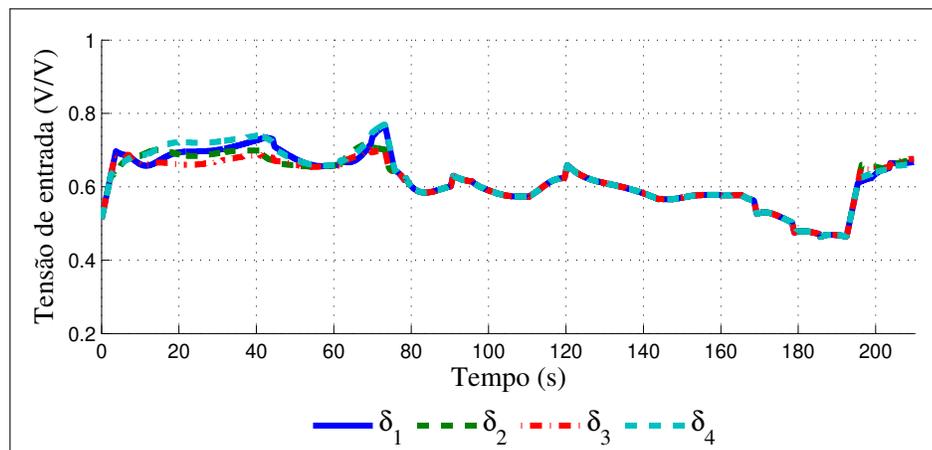


Figura 5.8: Tensão de entrada nos motores utilizando *Gain Scheduling* ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

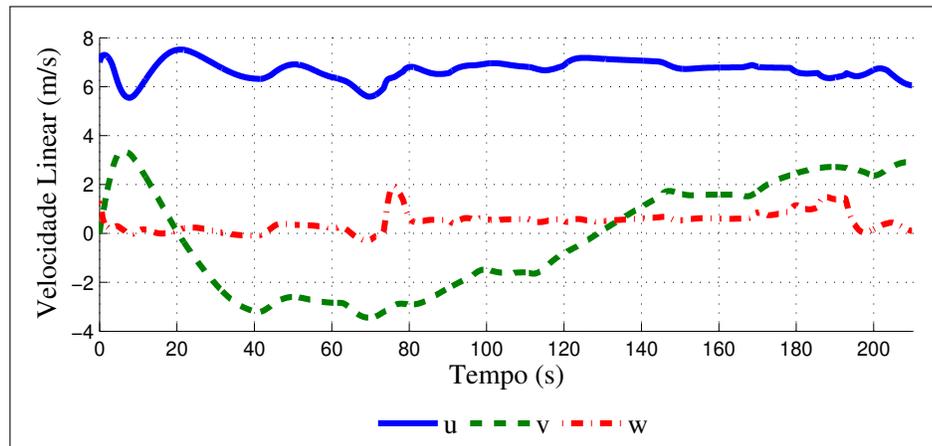


Figura 5.9: Velocidade linear utilizando *Gain Scheduling* ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

### 5.2.1 Considerações finais

Neste capítulo foi analisada a abordagem de controle *Gain Scheduling* clássica utilizando ganhos LQR. Conforme a trajetória desejada, foram feitas transições entre condições de equilíbrios diferentes. Para cada condição de equilíbrio selecionada um novo ganho é escalonado. Como resultado obteve-se performance aceitável com baixos erros de posição.

Como mostrado no Capítulo 2 a dinâmica longitudinal do dirigível torna-se mais oscilatória a baixas velocidades *airspeed*, razão pela qual é perceptível variações abruptas da altitude. Portanto, seria interessante avaliar outro método de otimização para síntese dos ganhos do controlador a fim de obter maior robustez.

# Capítulo 6

## *Gain scheduling* com $H_\infty$

Exploramos também a possibilidade do uso de  $H_\infty$ . Basicamente, seria substituir os ganhos LQR por ganhos  $H_\infty$ .

### 6.1 Problema $H_\infty$

Seja o sistema dinâmico a tempo contínuo com realização dada por:

$$\dot{x} = Ax + B_u u + B_w w \quad (6.1)$$

$$z = C_z x + D_{zu} u \quad (6.2)$$

Supondo  $u = -Kx$  obtêm-se o seguinte sistema equivalente:

$$\dot{x} = \bar{A}x + B_w w \quad (6.3)$$

$$z = \bar{C}_z x \quad (6.4)$$

onde  $\bar{A} = A - BK$  e  $\bar{C}_z = C_z - D_{zu}K$

A norma  $H_\infty$  deste sistema é dada por:

$$\|H\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \|H(j\omega)\|_2 \quad (6.5)$$

em que  $\|\cdot\|_2$  é a norma induzida no espaço de matrizes  $\mathbb{C}^{m \times n}$ , que corresponde ao maior valor singular da matriz (SOUZA, 2015). Diremos que  $\mathbf{H} \in H_\infty$  se, e somente se, o sistema  $\mathbf{H}$  for assintoticamente estável, condição que assegura que (6.5) seja um número finito. No domínio do tempo, podemos mostrar que a condição  $\|\mathbf{H}\|_\infty^2 < \mu^2$  é equivalente a:

$$\|\mathbf{z}\|_2^2 < \mu^2 \|\mathbf{w}\|_2^2, \quad \forall \mathbf{w} \in \mathcal{L}_2 \quad (6.6)$$

sendo  $\mathcal{L}_2$  o espaço de funções quadraticamente integráveis.

Portanto supondo que  $\mathbf{w} \in \mathcal{L}_2$  não é identicamente nula, desta condição decorre a clássica definição temporal da norma  $H_\infty$  (SOUZA, 2015):

$$\|\mathbf{H}\|_\infty^2 = \inf_{\mu \in \mathbb{R}_+^*} \left\{ \mu : (6.6) \right\} = \sup_{0 \neq \mathbf{w} \in \mathcal{L}_2} \frac{\|\mathbf{z}\|_2^2}{\|\mathbf{w}\|_2^2} \quad (6.7)$$

A fim de minimizar a norma  $H_\infty$  do sistema em malha fechada através de um ganho  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{p \times n}$  de realimentação de estados podemos enunciar o teorema a seguir (SOUZA, 2015) que considera o caso a tempo contínuo (6.1) e (6.2):

**Teorema - Controle Ótimo  $H_\infty$ .** Considere um sistema dinâmico com realização de estado dado por (6.1) e (6.2), sujeito à condição inicial  $\mathbf{x}_0 = 0$ , e seja  $\mu \in \mathbb{R}_+^*$  dado. As seguintes afirmações são equivalentes:

1. Existe um ganho  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{p \times n}$  tal que a entrada de controle  $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$  estabiliza o sistema e assegura  $\|\mathbf{H}\|_\infty^2 < \mu^2$
2. Considerando  $\gamma = \mu^2$ , então existem uma matriz simétrica definida positiva  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  e uma matriz  $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{p \times n}$  tais que:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}' + \mathbf{B}_u\mathbf{L} + \mathbf{L}'\mathbf{B}_u' & * & * \\ & \mathbf{B}_w' & -\gamma\mathbf{I} & * \\ & \mathbf{C}_z\mathbf{X} + \mathbf{D}_{zu}\mathbf{L} & 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (6.8)$$

Quando factíveis, as condições fornecem o ganho  $\mathbf{K} = -\mathbf{L}\mathbf{X}^{-1}$ .

Note que o valor mínimo da norma  $H_\infty$  do sistema em malha fechada pode ser calculada resolvendo-se o problema de otimização convexa:

$$\|H\|_\infty^2 = \inf_{\gamma \in \mathbb{R}_+^*, \mathbf{X} > 0, \mathbf{X} = \mathbf{X}' \in \mathbb{R}^{n \times n}, \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{p \times n}} \left\{ \gamma : (6.8) \right\} \quad (6.9)$$

Além disso, pode-se observar que para qualquer  $\mu \in \mathbb{R}_+^*$  factível, as condições de otimalidade aplicadas a este problema fornecem o ganho ótimo chamado de *ganho de realimentação de estados central*. Esta solução tem importantes propriedades do ponto de vista numérico, uma vez que o problema de otimização (6.9) pode apresentar soluções mal condicionadas (frágeis), tipicamente caracterizadas por ganhos com norma expressiva.

Uma possível estratégia para obter soluções bem comportadas para problemas de controle ótimo  $H_\infty$  consiste na resolução do problema (6.9) e, então, aplicar uma pequena perturbação  $\Delta \in \mathbb{R}_+^*$  ao valor ótimo  $\gamma$ , ou seja,  $\gamma \leftarrow \gamma + \Delta$  e utilizar este novo valor no problema de otimização (6.8) para obter a solução central da seguinte forma:

$$\inf_{\mathbf{X} > 0, \mathbf{X} = \mathbf{X}' \in \mathbb{R}^{n \times n}, \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{p \times n}} \left\{ \text{Tr}(\mathbf{X}^{-1}) : (6.8) \right\} \quad (6.10)$$

Para maiores detalhes veja (SOUZA, 2015).

## 6.2 Escolha paramétrica

As matrizes  $A$  e  $B_u$  da condição LMI apresentadas em (6.8) são as matrizes do sistema linearizado  $\tilde{A}_t$  e  $\tilde{B}_t$ . Porém restam definir as matrizes que definem desempenho e a dinâmica do distúrbio.

As matrizes  $C_z$  e  $D_{zu}$  irão definir o índice de desempenho do sistema. Já a matriz  $B_w$  irá definir qual a influência do distúrbio no sistema.

### 6.2.1 Índice de desempenho

Na síntese do controlador **LQR**, foram utilizadas matrizes  $Q$  e  $R$  para definir o índice de desempenho. Portanto, uma escolha interessante seria definir matrizes  $C_z$  e  $D_{zu}$  que mantenham o mesmo índice de desempenho, a fim de que possa ser realizada uma comparação justa entre os resultados dos ganhos **LQR** e  $H_\infty$ .

É conhecido o fato de que o problema **LQR** é um caso particular do problema  $H_2$ . Então basta definir para que valores de  $C_z$  e  $D_{zu}$  tem-se custo equivalente para ambos os casos **LQR** e  $H_2$ .

No problema  $H_2$  deseja-se minimizar a norma  $H_2$  do sinal de desempenho  $z$ . Sendo assim, obtêm-se a seguinte função de custo:

$$J = \|z\|_2^2 = \int_{t_0}^{+\infty} (C_z x + D_{zu} u)^* (C_z x + D_{zu} u) dt \quad (6.11)$$

O que resulta em:

$$J = \int_{t_0}^{+\infty} x' C_z' C_z x + u' D_{zu}' D_{zu} u + 2x' C_z' D_{zu} u dt \quad (6.12)$$

Portanto nos casos em que  $Q = C_z' C_z$ ,  $R = D_{zu}' D_{zu}$  e  $C_z' D_{zu} = 0$  o problema **LQR** é equivalente ao problema  $H_2$ . Diante disto foram escolhidas matrizes  $C_z \in \mathbb{R}^{q \times n}$  e  $D_{zu} \in \mathbb{R}^{q \times p}$  através da decomposição de Cholesky das matrizes  $Q$  e  $R$  utilizadas para computo do ganho **LQR**. Porém, para que estas matrizes sejam ortogonais entre si, foram adicionadas linhas nulas, isto é:

$$\tilde{C}_z = \begin{bmatrix} C_z \\ 0_{q \times n} \end{bmatrix}, \quad \tilde{D}_{zu} = \begin{bmatrix} 0_{q \times p} \\ D_{zu} \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Portanto, para manter os pesos utilizados no **LQR** o índice de desempenho para a síntese dos controladores  $H_\infty$  é dado por:

$$\tilde{z} = \tilde{C}_z x + \tilde{D}_{zu} u \quad \tilde{z} \in \mathbb{R}^{2q \times 1} \quad (6.14)$$

### 6.2.2 Influência do vento na dinâmica

Para a matriz  $B_w$  foi estudada a influência do vento na dinâmica do dirigível a fim de obter uma aproximação de como o vento atuará sobre o dirigível. Esta influência é tratada em (AZINHEIRA e outros, 2002b).

Assumindo vento constante  $V_w = [u_w \ v_w \ w_w]'$  e também supondo velocidades angulares do vento nulas têm-se que a força induzida pelo vento no dirigível será:

$$F_w = -M_{Ba}\Omega \times V_w + \Omega \times M_{Ba}V_w \quad (6.15)$$

onde  $M_{Ba}$  é matriz de massa aparente do ar no envelope e  $\Omega$  é o vetor de velocidades angulares do dirigível.

Portanto, pode ser definido o vetor  $w$  de distúrbios das equações (6.1) e (6.2) como sendo  $w = V_w = [u_w \ v_w \ w_w]'$ . Sabendo que:

$$M_{Ba} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} + m_b I_3 \quad (6.16)$$

onde  $a$  e  $b$  são coeficientes instrumentados de flutuabilidade do ar no envelope. Conseqüentemente, a matriz  $B_w$  fica definida como:

$$B_w = (a - b) \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ r & 0 & 0 \\ -q & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ 0_{9 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Porém, note que a matriz  $B_w$  torna-se dependente de velocidades angulares do dirigível. Dessa forma se torna impraticável a escolha desta matriz, uma vez que deixa de ser linear nas variáveis de estado.

Todavia, é evidente que sempre existirá uma componente de distúrbio externo influenciando

os estados  $u$ ,  $v$  e  $w$ . E a relação é dada por:

$$\mathbf{F}_w = (a - b) \begin{bmatrix} v_w r - w_w q \\ u_w r \\ -u_w q \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Portanto foi escolhida matriz  $\mathbf{B}_w$  de forma a somar os distúrbios externos regulados por pesos escolhidos de forma empírica. Note que o vetor de distúrbios  $\mathbf{w}$  passa a ser uma relação entre as velocidades do vento. Porém, esta relação não possui um significado físico relevante para o projeto e não será tratada aqui.

$$\mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \\ 0_{9 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

Como a primeira componente de  $\mathbf{F}_w$  irá receber maior influência do vento (das componentes  $v_w$  e  $w_w$ ), a constante  $c_1$  escolhida é maior que as demais, resultando na escolha:

$$\mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \\ 0_{9 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

com unidades apropriadas.

### 6.3 Resultados de Simulação

Durante a síntese dos ganhos do sistema linearizado alguns problemas numéricos surgiram. Em condições *airspeed* muito extremas ( $V_t > 10[m/s]$  ou  $V_t < 3[m/s]$ ), o ganho ótimo é frágil apresentando norma expressiva. Nestes casos foi utilizado o conceito de ganho central apresentado no problema de otimização (6.10) utilizando o parâmetro  $\Delta = 0.2$ .

Enfim, utilizando os ganhos  $H_\infty$  para escalonamento, foram obtidos os gráficos das Figuras 6.1 e 6.2 no mesmo cenário apresentado anteriormente para o problema **LQR**.

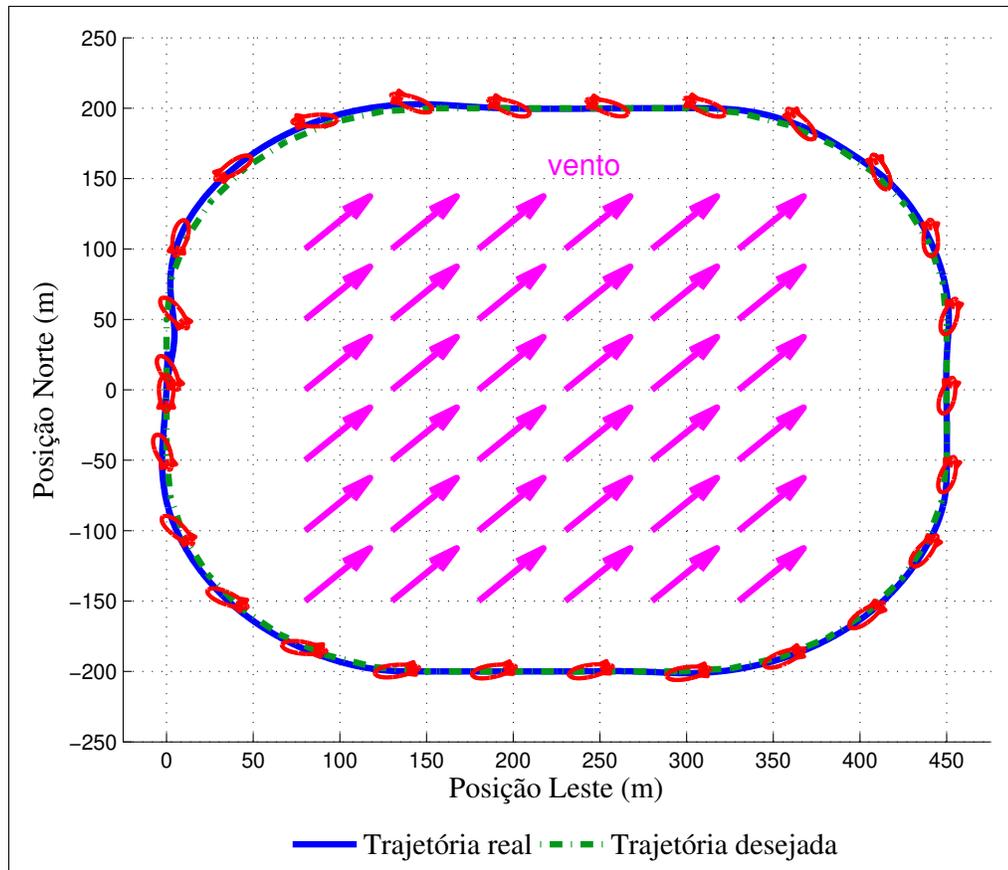


Figura 6.1: Trajetória desempenhada pelo dirigível com interferência do vento utilizando  $H_\infty$  para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

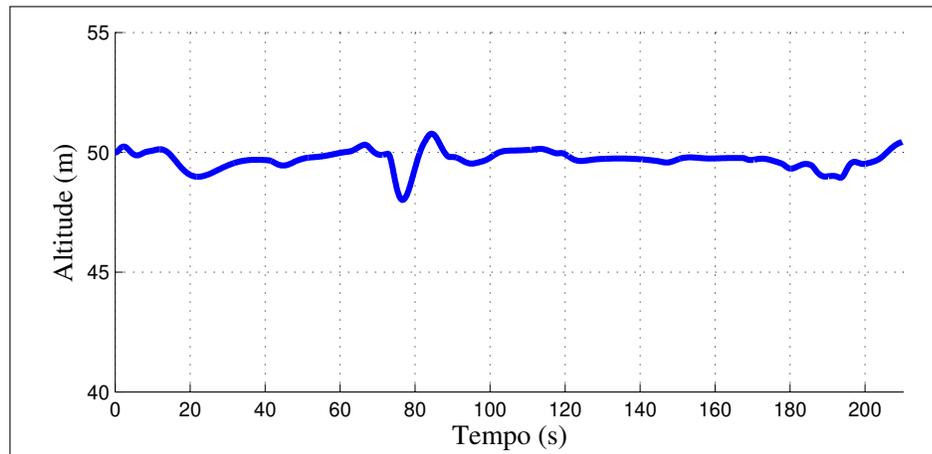


Figura 6.2: Posição vertical utilizando  $H_\infty$  para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

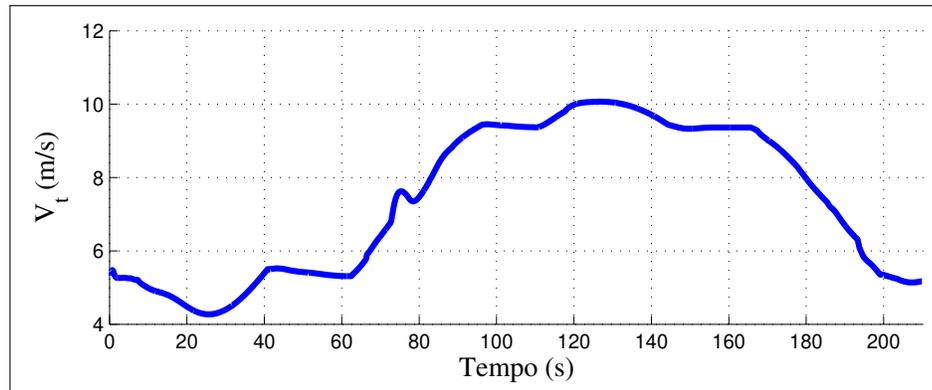


Figura 6.3: Velocidade *airspeed* utilizando  $H_\infty$  para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

De forma semelhante ao **LQR**, utilizando  $H_\infty$  ocorre a perda de altitude (Figura 6.2). O comportamento, no geral, permaneceu o mesmo em relação ao **LQR**. Ocorre apenas uma tênue diferença no módulo das variáveis de entrada (Figuras 6.4, 6.5, 6.6 e 6.7). O que impacta nos erros de posição longitudinal, lateral e vertical.

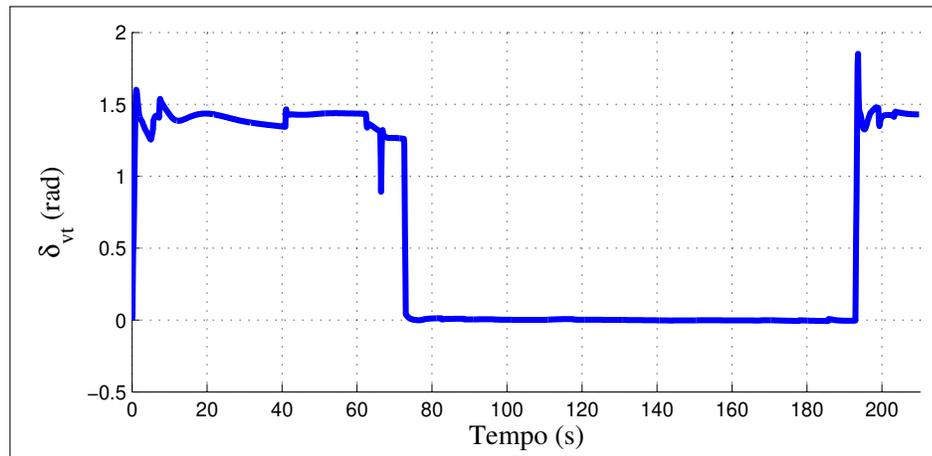


Figura 6.4: Vetorização dos motores utilizando  $H_\infty$  para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

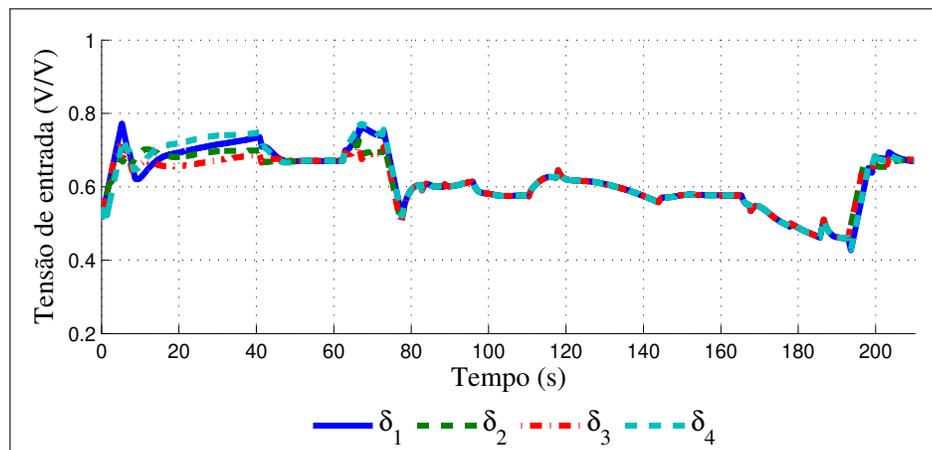


Figura 6.5: Tensão de entrada nos motores utilizando  $H_\infty$  para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

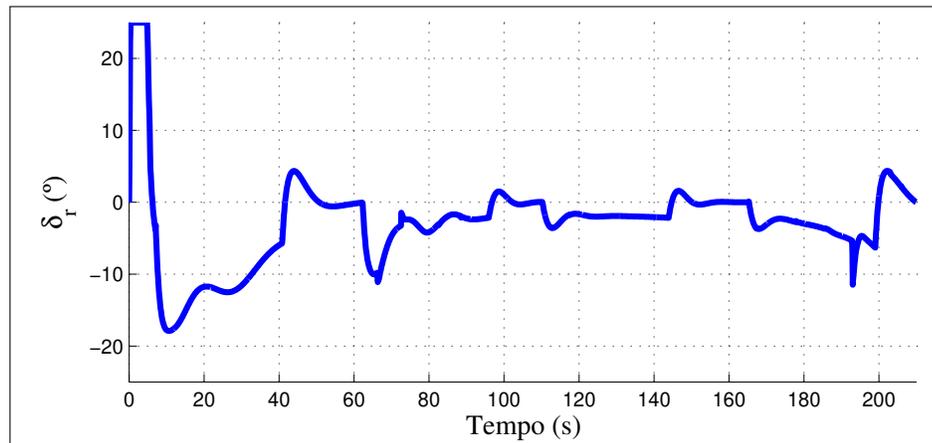


Figura 6.6: Entrada de controle leme utilizando  $H_\infty$  para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

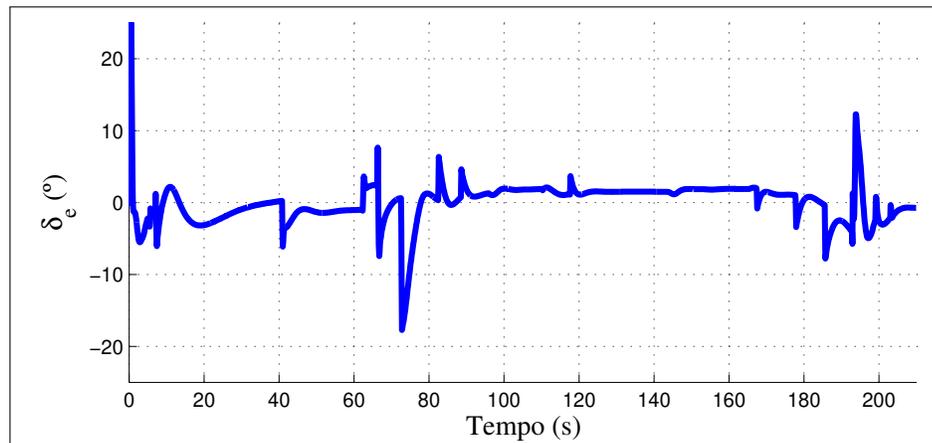


Figura 6.7: Entrada de controle elevador utilizando  $H_\infty$  para escalonamento ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$ )

## 6.4 LQR vs $H_\infty$

A fim de estabelecer uma comparação de performance entre os ganhos **LQR** e  $H_\infty$  utilizados foram plotados os gráficos de erro de posição longitudinal, lateral e vertical abaixo:

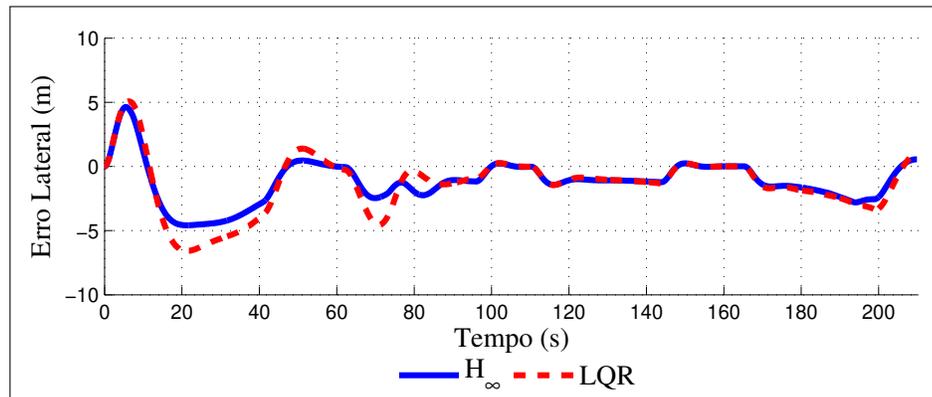


Figura 6.8: Erro lateral

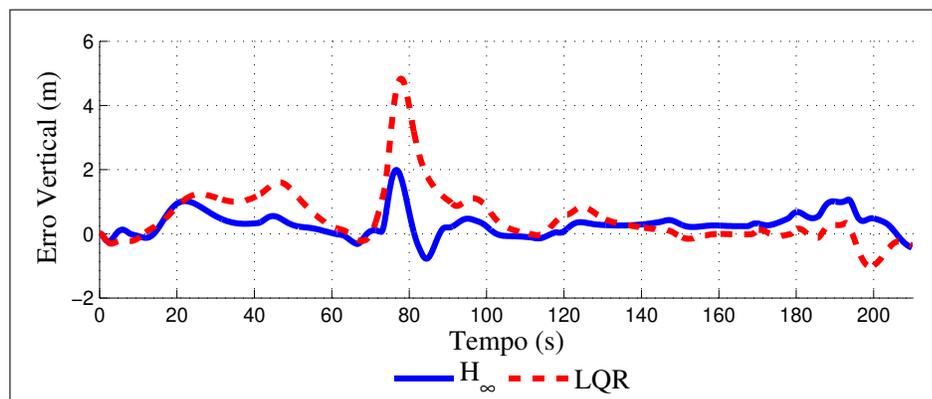


Figura 6.9: Erro vertical

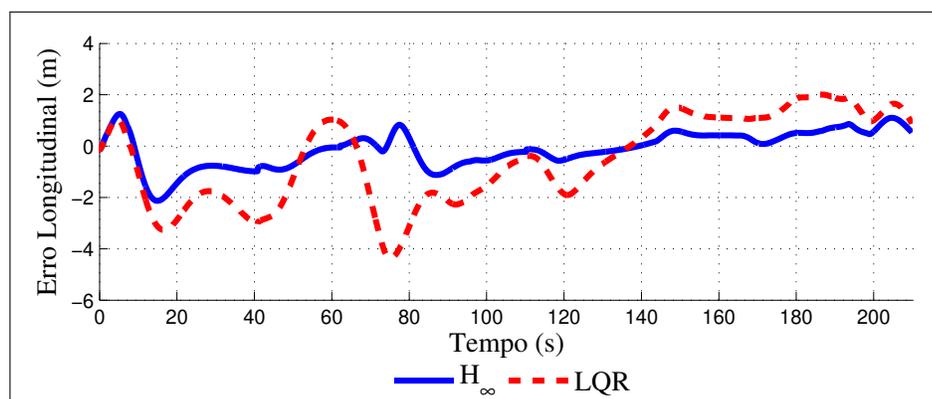


Figura 6.10: Erro longitudinal

Como é possível notar pela Figura 6.8, utilizando o ganho  $H_\infty$  o dirigível tem desempenho

semelhante ao **LQR** em relação ao erro lateral. Porém, observando as Figuras 6.9 e 6.10, os ganhos  $H_\infty$  mostra melhor performance ao manter a altitude e velocidade do dirigível com menos oscilações.

## 6.5 Considerações finais

Neste capítulo foi mostrado o uso de escalonamento de ganhos  $H_\infty$ . Assim como na abordagem **LQR** algumas matrizes de pesos devem ser escolhidas para síntese dos ganhos. Com base nisso, foi obtida uma relação entre o custo da abordagem  $H_\infty$  e a abordagem **LQR** para selecionar pesos equivalentes no sinal de performance a ser otimizado.

As condições de otimalidade apresentadas para cômputo dos ganhos  $H_\infty$  podem gerar soluções mal condicionadas. Portanto foi utilizado o conceito de *ganho de realimentação de estados central* nos casos de *airspeed* em que o ganho ótimo se mostra mal condicionado.

Notou-se através das simulações que esta abordagem apresenta performance aceitável e um pouco melhor que a abordagem **LQR**, porém, ao custo de alto esforço de controle.

# Capítulo 7

## Análise de robustez

Em uma missão é comum ocorrerem turbulências ou variações imprevisíveis no vento. Portanto, é importante analisar o impacto destes distúrbios nas abordagens propostas (STEVENS E LEWIS, 1992).

Nesta sessão foi feita uma análise de robustez dos ganhos utilizados para controle do dirigível. O único parâmetro que será comparado aqui é em relação à capacidade de garantir performance mesmo sob influência de distúrbios externos. Esta análise segue a metodologia utilizada no trabalho de Moutinho (2007). Para tanto foi considerado o seguinte diagrama de blocos:

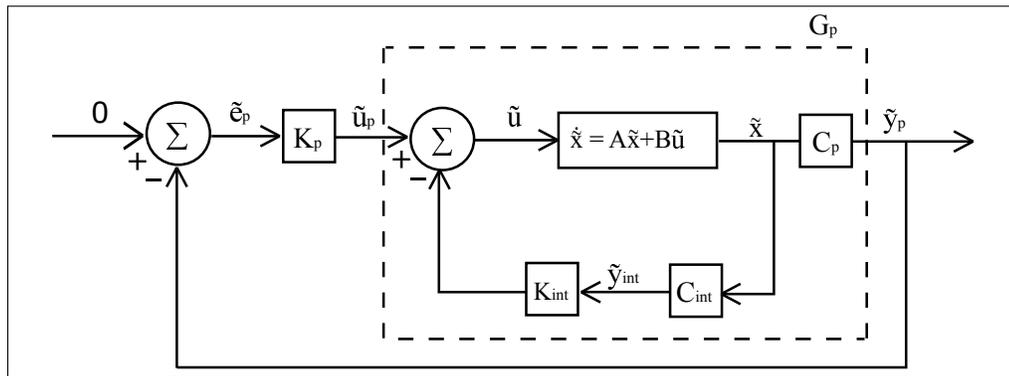


Figura 7.1: Sistema nominal em malha fechada

Neste sistema nominal em malha fechada é feita uma realimentação de estados interna dos estados  $\tilde{y}_{int} = [\tilde{v}' \ \tilde{\omega}' \ \tilde{\Phi}']'$  e uma realimentação de estados externa das posições cartesianas  $\tilde{y}_p = [\eta \ \epsilon \ \delta]$ .

Portanto, a função de transferência da planta  $G_p$  é dada por:

$$G_p(s) = C_p(sI - A + BK_{int}C_{int})^{-1}B \quad (7.1)$$

Agora considere o seguinte diagrama de blocos em malha fechada com atuação de distúrbios e ruídos de medição.

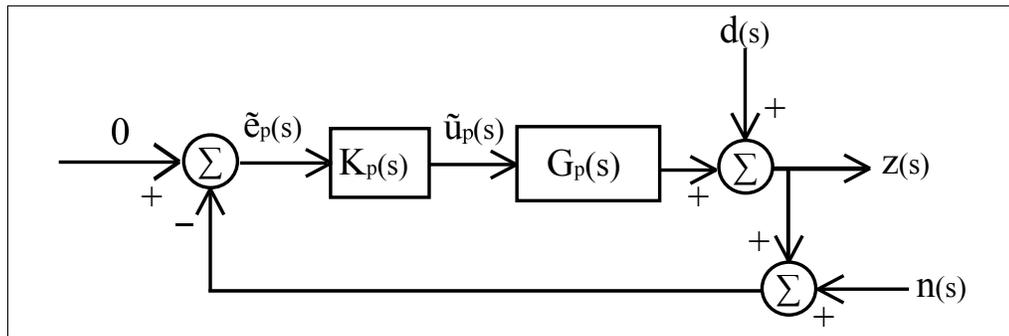


Figura 7.2: Sistema nominal em malha fechada

Os distúrbios ocorrem normalmente em baixas frequências, abaixo de algum valor  $\omega_d$ . Já os ruídos atingem as altas frequências acima de um valor  $\omega_n$ .

O erro de regulação é dado por:

$$e(t) = -z(t) \quad (7.2)$$

Devido a presença de ruídos,  $e(t)$  não pode ser representado na Figura 7.2. Então o sinal  $e_p(t)$  é dado por:

$$e_p(t) = -z(t) - n(t) = e(t) - n(t) \quad (7.3)$$

Aplicando a transformada de Laplace é possível obter as seguintes relações do sistema em malha fechada:

$$\hat{z}(s) = -G(s)K(s)\hat{e}_p(s) + \hat{d}(s) \quad (7.4)$$

$$\hat{e}_p(s) = \hat{e}(s) - \hat{n}(s) \quad (7.5)$$

$$\hat{\mathbf{e}}(s) = \hat{\mathbf{z}}(s) \quad (7.6)$$

Pode-se, então, reescrever  $\hat{\mathbf{z}}(s)$  e  $\hat{\mathbf{e}}(s)$  da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{z}}(s) = -\mathbf{T}(s)\hat{\mathbf{n}}(s) + \mathbf{S}(s)\hat{\mathbf{d}}(s) \quad (7.7)$$

$$\hat{\mathbf{e}}(s) = -\mathbf{S}(s)\hat{\mathbf{d}}(s) + \mathbf{T}(s)\hat{\mathbf{n}}(s) \quad (7.8)$$

Sendo que  $\mathbf{S}(s)$  é a função de sensibilidade dada por:

$$\mathbf{S}(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{G}_p(s)\mathbf{K}_p(s))^{-1} \quad (7.9)$$

E a função de sensibilidade complementar  $\mathbf{T}(s)$  é dada por:

$$\mathbf{T}(s) = \mathbf{I} - \mathbf{S}(s) = \mathbf{G}_p(s)\mathbf{K}_p(s)(\mathbf{I} + \mathbf{G}_p(s)\mathbf{K}_p(s))^{-1} \quad (7.10)$$

Portanto deseja-se que para frequências  $\omega \leq \omega_d$ , a norma  $\|\mathbf{S}\|_2$  seja pequena para que sejam garantidos pequenos erros de regulação.

Considere uma função de transferência dada por  $\mathbf{H}(j\omega)$ . O mínimo valor singular de  $\mathbf{H}(j\omega)$  é denotado por  $\underline{\sigma}(\mathbf{H}(j\omega))$  e seu valor singular máximo denotado por  $\bar{\sigma}(\mathbf{H}(j\omega))$ . De fato, a magnitude de  $\mathbf{H}(j\omega)$  para qualquer frequência  $\omega$  é limitada pelos seus valores singulares máximos e mínimos.

O operador  $\mathcal{L}_2$  denotado por  $\|\mathbf{H}\|_2$  é definido como:

$$\|\mathbf{H}\|_2 = \max_{\omega \in \mathbb{R}} |\bar{\sigma}(\mathbf{H}(j\omega))| \quad (7.11)$$

## 7.1 Robustez a ruídos

Ruídos de sensores geralmente ocorrem em altas frequências acima de um valor conhecido  $\omega_n$ . Suponha, que não haja influência de distúrbios ( $\mathbf{d}(t) = 0$ ), portanto o erro se torna:

$$\hat{\mathbf{e}}(s) = \mathbf{T}(s)\hat{\mathbf{n}}(s) \quad (7.12)$$

Consequentemente, para manter o erro de regulação  $\|\hat{\mathbf{e}}\|_2$  pequeno deve-se garantir que a norma  $\|\mathbf{T}\|_2$  é pequena em frequências acima de  $\omega_n$ . Em altas frequências têm-se:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{T}) = \bar{\sigma}[\mathbf{G}_p\mathbf{K}_p(\mathbf{I} + \mathbf{G}_p\mathbf{K}_p)^{-1}] \approx \bar{\sigma}(\mathbf{G}_p\mathbf{K}_p) \quad (7.13)$$

Portanto, o menor erro de regulação é garantido se:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{G}_p\mathbf{K}_p(j\omega)) \ll 1, \text{ para } \omega \geq \omega_n \quad (7.14)$$

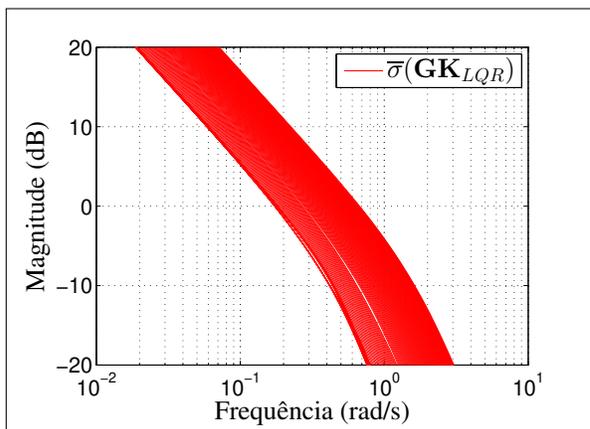


Figura 7.3: Máximo valor singular em malha fechada ( $0 \leq V_t \leq 15[m/s]$ )

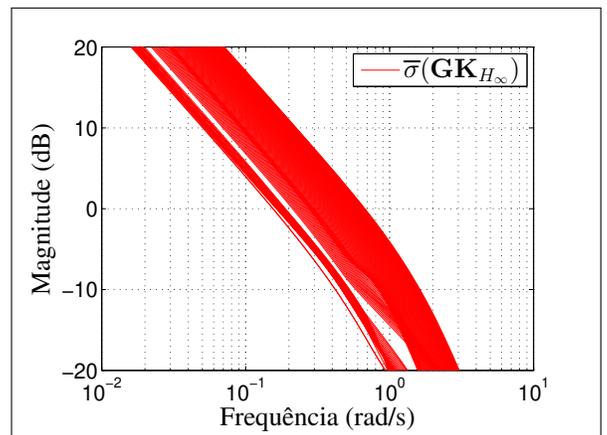


Figura 7.4: Máximo valor singular em malha fechada ( $0 \leq V_t \leq 15[m/s]$ )

Através do diagrama de valores singulares máximos das Figuras 7.3 e 7.4 verifica-se que a frequência de corte de ambas abordagens ficam entre  $0.1[rad/s] \leq \omega \leq 0.9[rad/s]$ , portanto o sistema é robusto a ruídos, já que os ruídos normalmente influenciam altas frequências bem acima

de  $0.9[\text{rad/s}]$ .

## 7.2 Robustez a distúrbios

Suponha agora que em baixas frequências o ruído é nulo ( $\mathbf{n}(t) = 0$ ), portanto têm-se o seguinte erro de regulação:

$$\hat{\mathbf{e}}(s) = -\mathbf{S}(s)\mathbf{d}(s) \quad (7.15)$$

Para este caso, para que seja mantida a norma do erro de regulação  $\|\hat{\mathbf{e}}\|_2$  pequena deve-se garantir que a norma  $\|\mathbf{S}\|_2$  é pequena em todas as frequências. Isto é alcançado garantindo que o  $\bar{\sigma}(\mathbf{S})$  é pequeno nestas frequências. Note que em baixas frequências têm-se:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{S}) = \bar{\sigma}[(\mathbf{I} + \mathbf{G}_p\mathbf{K}_p)^{-1}] = \frac{1}{\underline{\sigma}(\mathbf{I} + \mathbf{G}_p\mathbf{K}_p)} \approx \frac{1}{\underline{\sigma}(\mathbf{G}_p\mathbf{K}_p)} \quad (7.16)$$

isto pode ser garantido se for selecionado:

$$\underline{\sigma}(\mathbf{G}_p\mathbf{K}_p) \gg 1 \text{ para } \omega \leq \omega_d \quad (7.17)$$

onde  $\mathbf{d}(s)$  é significativo para  $\omega \geq \omega_d$ .

Para a dinâmica do dirigível, pode ser considerado como distúrbio externo as eventuais turbulências que podem ocorrer. Para simular estas turbulências foi utilizado o modelo Dryden (MCLEAN, 1990). Este modelo de turbulências introduz rajadas de vento em velocidades constantes no tempo porém distribuídas espacialmente. As funções de transferência que impactam diretamente nas velocidades lineares do vento são dadas por:

$$G_u(s) = \frac{\sqrt{K_u}}{(s + \lambda_u)} \quad (7.18)$$

$$G_v(s) = \sqrt{K_v} \frac{(s + \beta_v)}{(s + \lambda_v)^2} \quad (7.19)$$

$$G_w(s) = \sqrt{K_w} \frac{(s + \beta_w)}{(s + \lambda_w)^2} \quad (7.20)$$

onde:

$$K_u = \frac{3V_t\sigma_g^2}{hh_0\pi}, K_v = \frac{3V_t\sigma_g^2}{\sqrt{hh_0}\pi}, K_w = \frac{3V_t\sigma_g^2}{h\pi} \quad (7.21)$$

$$\beta_u = \beta_v = \frac{V}{\sqrt{3hh_0}}, \beta_w = \frac{V}{\sqrt{3h}} \quad (7.22)$$

$$\lambda_u = \lambda_v = \frac{V_t}{\sqrt{hh_0}}, \lambda_w = \frac{V_t}{h} \quad (7.23)$$

Como pode-se notar existem 3 parâmetros cruciais para determinar o comportamento da turbulência. O primeiro deles é o próprio valor de *airspeed*  $V_t$  do dirigível. Ademais, o parâmetro  $\sigma_g$  diz respeito à intensidade da turbulência podendo assumir valores entre  $0[m/s]$  e  $7[m/s]$ . Deve assumir valor  $0[m/s]$  para condições sem turbulência e  $7[m/s]$  para condição de tempestade. Além disso, este modelo possui o parâmetro  $h$ , que diz respeito à altitude em que esta turbulência está ocorrendo. Note que existe uma constante  $h_0 = 533[m]$  que é um limitante superior para  $h$ , ou seja,  $h \leq h_0$ .

Para efeito de análise foi considerado o caso de  $V_t = 7[m/s]$  com  $h = 50[m]$  de altura.

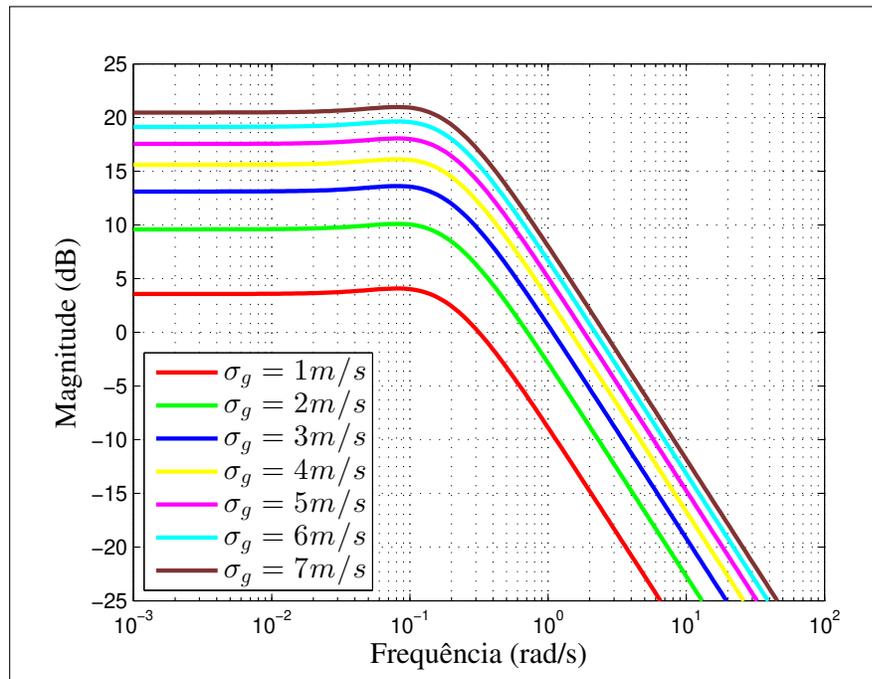


Figura 7.5: Diagrama de valor singular de  $G_w(s)$  para  $V_t = 7[m/s]$  e  $h = 5[m]$

Através da Figura 7.5 verifica-se que a frequência de corte da turbulência aumenta conforme o parâmetro  $\sigma_g$  cresce.

Aplicando as mesmas condições das simulações anteriores e inserindo turbulências  $\sigma_g = 2[m/s]$ , são obtidos os resultados de trajetória das Figuras 7.6 e 7.8 usando ganhos **LQR** e das Figuras 7.7 e 7.9 usando ganhos  $H_\infty$ . Como mostram estes gráficos, a turbulência prejudica a performance de ambas as abordagens, porém a abordagem com  $H_\infty$  obteve melhor desempenho. Pois, como pode ser verificado pelas Figuras 7.10, 7.11 e 7.12, os erros de posição se mostram maiores utilizando **LQR**.

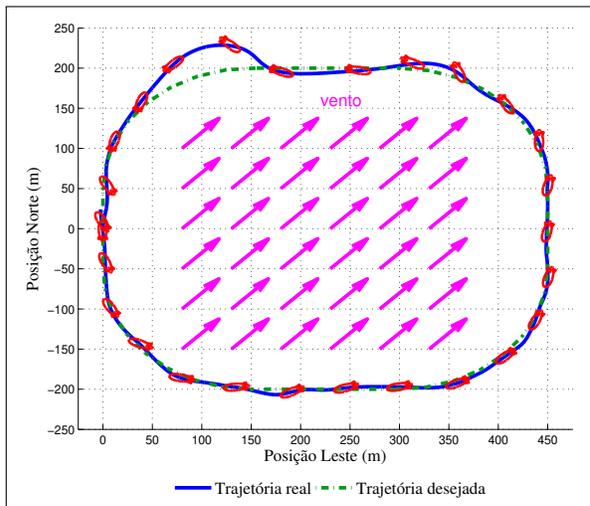


Figura 7.6: Trajetória do dirigível sob turbulência utilizando **LQR** ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$  e  $\sigma_g = 2[m/s]$ )

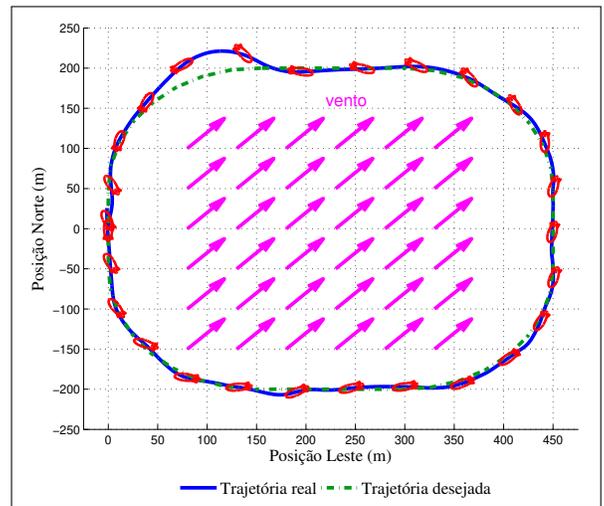


Figura 7.7: Trajetória do dirigível sob turbulência utilizando  $H_\infty$  ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$  e  $\sigma_g = 2[m/s]$ )

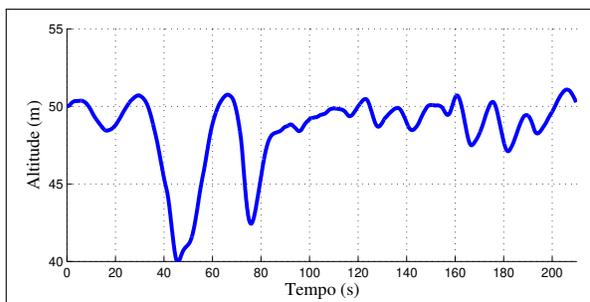


Figura 7.8: Altitude do dirigível sob turbulência utilizando **LQR** ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$  e  $\sigma_g = 2[m/s]$ )

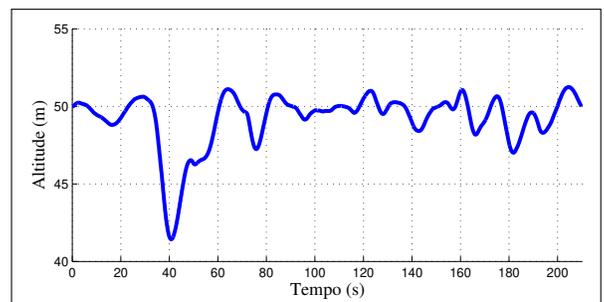


Figura 7.9: Altitude do dirigível sob turbulência utilizando  $H_\infty$  ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$  e  $\sigma_g = 2[m/s]$ )

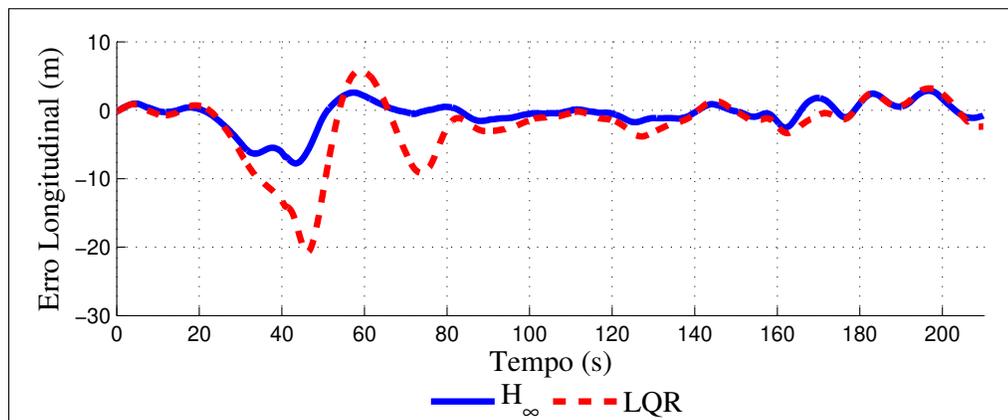


Figura 7.10: Erro longitudinal com turbulência

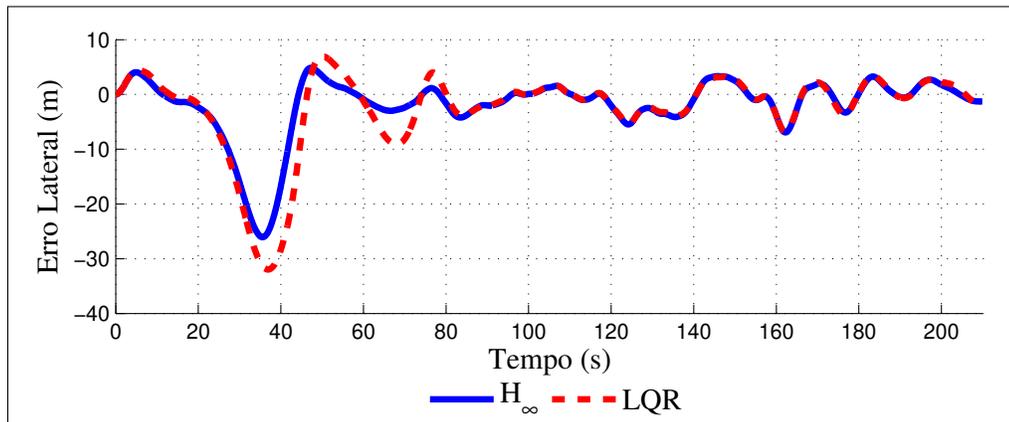


Figura 7.11: Erro lateral com turbulência

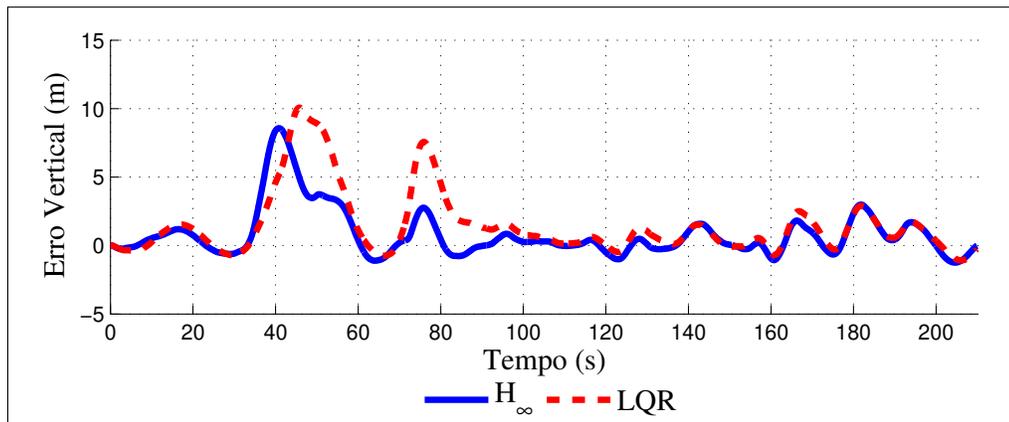


Figura 7.12: Erro vertical com turbulência

De fato, analisando o diagrama de valores singulares em relação à turbulência inserida verifica-se que ambas abordagens não são robustas à turbulências  $\sigma_g = 2[m/s]$  (Figura 7.14). Todavia, pelo gráfico da Figura 7.13 verifica-se que o sistema é robusto para  $\sigma_g \leq 0.5[m/s]$ . Note que a abordagem  $H_\infty$  possui frequência de corte superior, sugerindo que esta é mais robusta. Porém, analisando as entradas de controle (Figuras 7.17, 7.15, 7.16, 7.18 e 7.19) verifica-se que a abordagem  $H_\infty$  também possui maior esforço de controle.

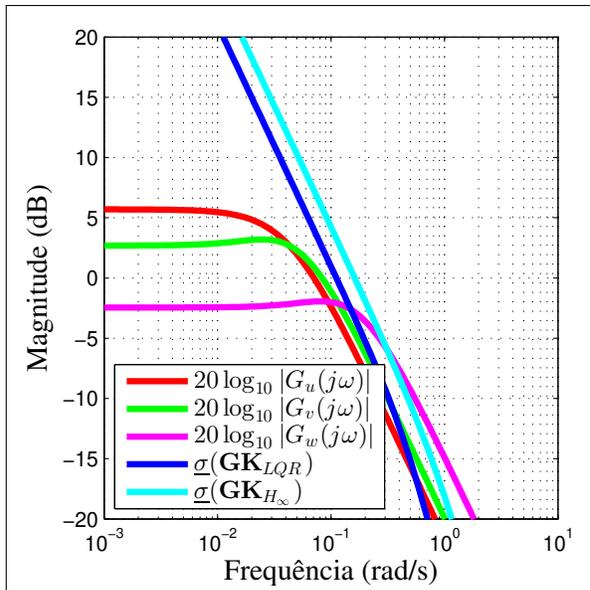


Figura 7.13: Diagrama de valores singulares de  $G_u(s)$ ,  $G_v(s)$ ,  $G_w(s)$  para  $\sigma_g = 0.5[m/s]$  e  $V_t = 7[m/s]$

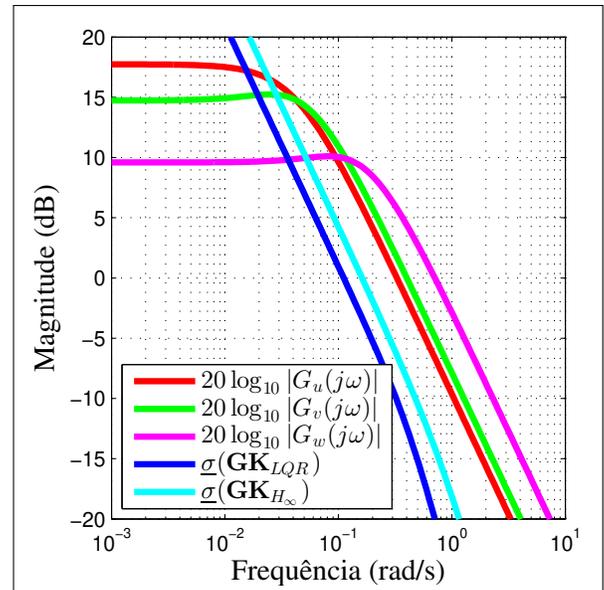


Figura 7.14: Diagrama de valores singulares de  $G_u(s)$ ,  $G_v(s)$ ,  $G_w(s)$  para  $\sigma_g = 2[m/s]$  e  $V_t = 7[m/s]$

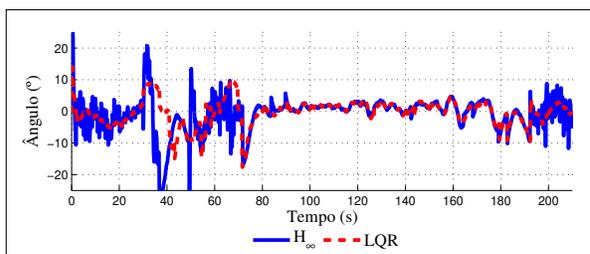


Figura 7.15: Ângulo de deflexão do elevador com turbulência ( $u_r = 7[m/s]$ , vento =  $3[m/s]$  e  $\sigma_g = 2[m/s]$ )

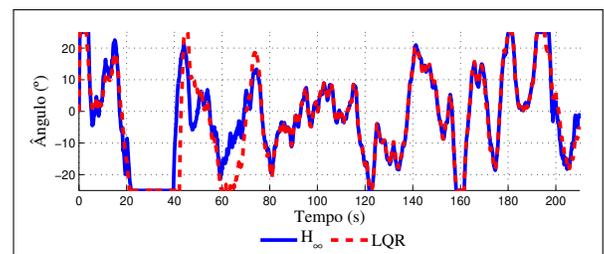


Figura 7.16: Ângulo de deflexão do leme com turbulência ( $u_r = 7[m/s]$ , vento =  $3[m/s]$  e  $\sigma_g = 2[m/s]$ )

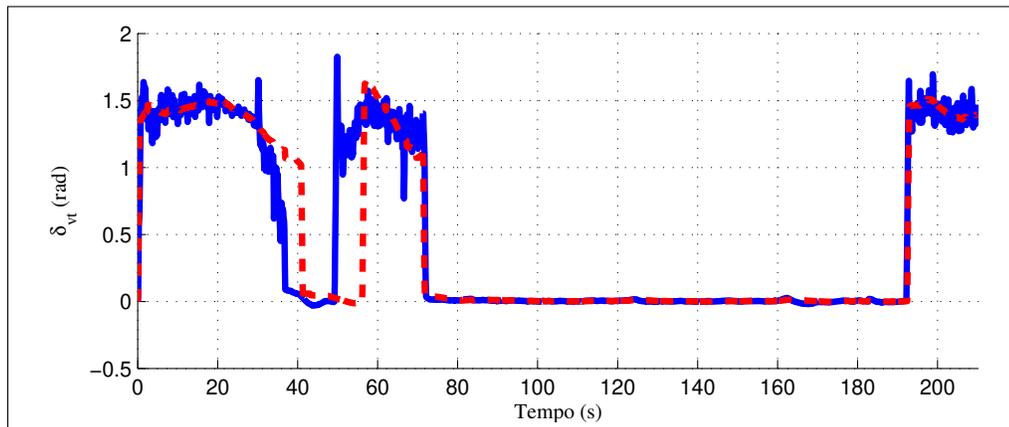


Figura 7.17: Vetorização dos propulsores com turbulência

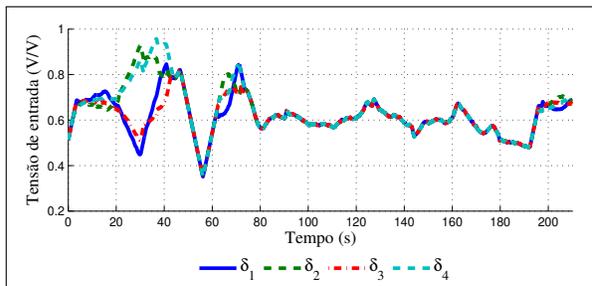


Figura 7.18: Entrada de tensão normalizada nos propulsores com turbulência utilizando **LQR** ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$  e  $\sigma_g = 2[m/s]$ )

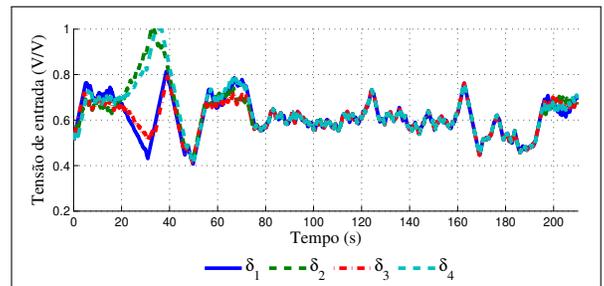


Figura 7.19: Entrada de tensão normalizada nos propulsores com turbulência utilizando  $H_\infty$  ( $u_r = 7[m/s]$ ,  $vento = 3[m/s]$  e  $\sigma_g = 2[m/s]$ )

### 7.3 Considerações finais

Neste capítulo foi feita a análise de robustez das abordagens de escalonamento de ganho apresentadas. Esta análise avalia a capacidade de garantir performance sob a influência de turbulências.

Foi verificado que ambas abordagens possuem baixa robustez a turbulências com resultados muito semelhantes. Nota-se ainda, que a abordagem  $H_\infty$  apresenta erros ligeiramente menores, por outro lado, apresenta maior esforço de controle saturando várias vezes os atuadores da cauda.

# Capítulo 8

## Conclusões

Neste trabalho foram apresentadas uma análise de impacto do **DTC** na dinâmica e de controle nos problemas de *Path Following* e *Path tracking*.

Primeiramente foram apresentados resultados em malha aberta do uso de diferencial entre os motores para gerar momentos de guinada. Observou-se que conforme seus motores são vetorizados, o diferencial entre motores apresenta maior influência. Sendo assim, o diferencial se torna mais eficiente em baixas velocidades de *airspeed*, o que naturalmente proporciona maior flexibilidade ao dirigível para realizar manobras quando combinados ambos **DTC** e leme.

Em um segundo momento foram feitas simulações para controle de trajetória utilizando ganhos **LQR** obtidos através da solução da equação de Riccati. Com o objetivo inicial de seguimento de trajetória, foram feitas simulações utilizando a abordagem clássica de controle linear com ganho estático de realimentação de estados. Esta abordagem se baseou em manter o dirigível em uma condição de equilíbrio enquanto uma trajetória é seguida.

Como o objetivo principal do dirigível é o monitoramento de fauna e flora na Amazônia, algumas aplicações piloto irão exigir rastreamento de trajetória dependente do tempo (*Path tracking*). Considerando o modelo completo apresentado, para cada ponto de equilíbrio é obtido um controlador que garante a estabilidade em malha fechada. Sendo assim, o ganho **LQR** é escalonado conforme ocorre a transição entre pontos de equilíbrio conhecidos.

Para termos de comparação foram sintetizados ganhos  $H_\infty$  de realimentação de estados. E utilizando a mesma estratégia de escalonamento de ganhos, foram realizadas simulações.

A estratégia utilizada apresentou performance aceitável para ambos os casos (LQR e  $H_\infty$ ). Porém, através da análise de robustez a ruídos e distúrbios foi verificado que ambos controladores **LQR** e  $H_\infty$  apresentam robustez moderada a turbulências. Além disso, a estabilidade desta abordagem só é garantida para dinâmicas lentas em relação ao parâmetro escalonado. A dinâmica do dirigível varia de acordo com a velocidade *true airspeed*, portanto, sendo lenta o suficiente para garantir a estabilidade da abordagem. Porém, para casos com turbulência isto nem sempre ocorre caracterizando a baixa robustez à turbulências. Ademais, existe a necessidade de se definir precisamente os objetivos essenciais de performance do controlador para uma escolha mais adequada das matrizes de custo utilizadas nos projetos de controlador propostos.

Em um trabalho futuro novas estratégias de controle devem ser investigadas com o objetivo principal de realizar uma missão completa com turbulências (decolagem, voo pairado, voo cruzeiro e aterrissagem) visando sanar as restrições de um controle linear. Além disso, uma abordagem de realimentação de saída poderia ser explorada. Ademais, outros tipos de diferencial podem ser explorados, como por exemplo, diferentes vetorizações entre os propulsores.

# Referências

**Airship Technology (Cambridge Aerospace Series).** Cambridge University Press, 2012.

ARIAS, Ronald Ricardo Martínez. **Modelagem de um dirigível robótico com propulsão elétrica de quatro motores.** 2014. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas.

AZINHEIRA, J.; DE PAIVA, E.C.; RAMOS, J. e BUENO, S. Mission path following for an autonomous unmanned airship. Em **Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings.** Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2000.

AZINHEIRA, J. e MOUTINHO, A. Hover control of an UAV with backstepping design including input saturations. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 16, n. 3, pp. 517–526, maio, 2008.

AZINHEIRA, J.; RIVES, P.; CARVALHO, J.; SILVEIRA, G.; DE PAIVA, E. e BUENO, S. Visual servo control for the hovering of all outdoor robotic airship. Em **Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation.** Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2002a.

AZINHEIRA, J.R. Numerical trimming and linearized model of aurora airship dynamics. No2, ICONAR, 2002.

AZINHEIRA, J.R.; DE PAIVA, E.C. e BUENO, S.S. Influence of wind speed on airship dynamics. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 25, n. 6, pp. 1116–1124, novembro, 2002b.

BEJI, L.; ABICHOU, A. e BESTAOUI, Y. Stabilization of a nonlinear underactuated autonomous

airship-a combined averaging and backstepping approach. Em **Proceedings of the Third International Workshop on Robot Motion and Control**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2002.

BRIAN, D.O.A. e JONH, B.M. **Optimal Control: Linear Quadratic Methods**. Prentice-Hall, 1989.

DE PAIVA, E.; BUENO, S.; GOMES, S.; RAMOS, J. e BERGERMAN, M. A control system development environment for AURORA's semi-autonomous robotic airship. Em **Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 1999.

DE PAIVA, E.C.; AZINHEIRA, J.R.; JR., J.G.R.; MOUTINHO, A. e BUENO, S.S. Project AURORA: Infrastructure and flight control experiments for a robotic airship. **Journal of Field Robotics**, v. 23, n. 3-4, pp. 201-222, 2006.

ELFES, A.; BUENO, S.S.; BERGERMAN, M. e RAMOS, J. A semi-autonomous robotic airship for environmental monitoring missions. Em **Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 1998.

FUKAO, T.; KANZAWA, T. e OSUKA, K. Inverse optimal tracking control of an aerial blimp robot. Em **Proceedings of the Fifth International Workshop on Robot Motion and Control**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2005.

GOMES, S. e RAMOS, J. Airship dynamic modeling for autonomous operation. Em **Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 1998.

HYGOUNENC, E. e SOUERES, P. Automatic airship control involving backstepping techniques. Em **IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2002.

KHALIL, H.K. **Nonlinear Systems**. Prentice-Hall, 3<sup>a</sup> ed., 2000.

KO, J.; KLEIN, D.J.; FOX, D. e HAEHNEL, D. Gaussian processes and reinforcement learning for identification and control of an autonomous blimp. Em **Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), abril, 2007.

LIU, Y.; PAN, Z.; STIRLING, D. e NAGHDY, F. Control of autonomous airship. Em **IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2009.

MCLEAN, D. **Automatic flight control systems**. Prentice-Hall, 1990.

MOUTINHO, A. e AZINHEIRA, J. Stability and robustness analysis of the AURORA airship control system using dynamic inversion. Em **Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2005.

MOUTINHO, A. B. **Modeling and nonlinear control for airship autonomous flight**. 2007. Tese (Doutorado). Instituto Superior Técnico.

RUGH, W.J. e SHAMMA, J.S. Research on gain scheduling. **Automatica**, v. 36, n. 10, pp. 1401–1425, outubro, 2000.

SOUZA, Matheus. **Contribuição à Teoria de Sistemas Amostrados: Análise, Controle e Estimação**. 2015. Tese (Doutorado). Universidade de Campinas.

STEVENS, B.L. e LEWIS, F.L. **Aircraft Control and Simulation**. John Wiley and Sons, 1992.

TAKAYA, T.; KAWAMURA, H.; MINAGAWA, Y.; YAMAMOTO, M. e OHUCHI, A. PID landing orbit motion controller for an indoor blimp robot. **Artif Life Robotics**, v. 10, n. 2, pp. 177–184, novembro, 2006.

## APÊNDICE A – Gráficos resultantes dos modos de operação

Os dados apresentados a seguir correspondem aos gráficos dos modos operação

### A.1 Airspeed 3[m/s]

Os gráficos a seguir apresentam resultados dos modos de operação com *airspeed*  $V_t = 3[m/s]$

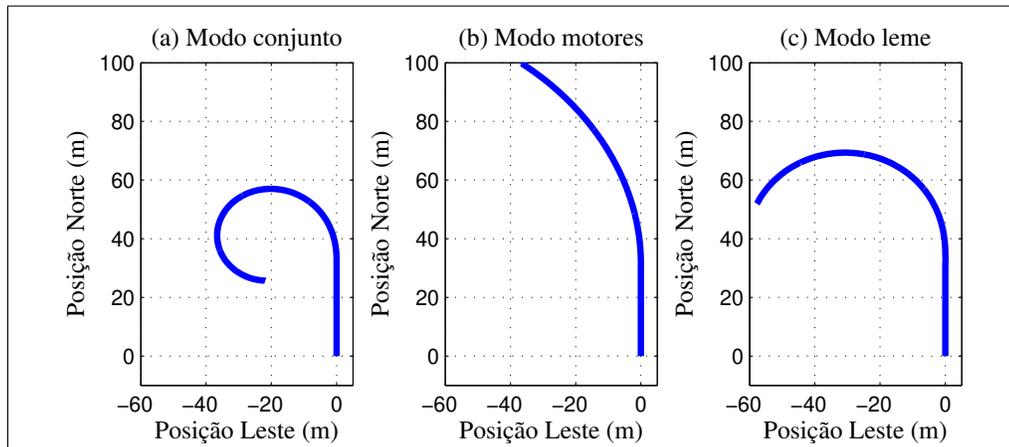


Figura A.1: Trajetória realizada com  $V_t = 3m/s$

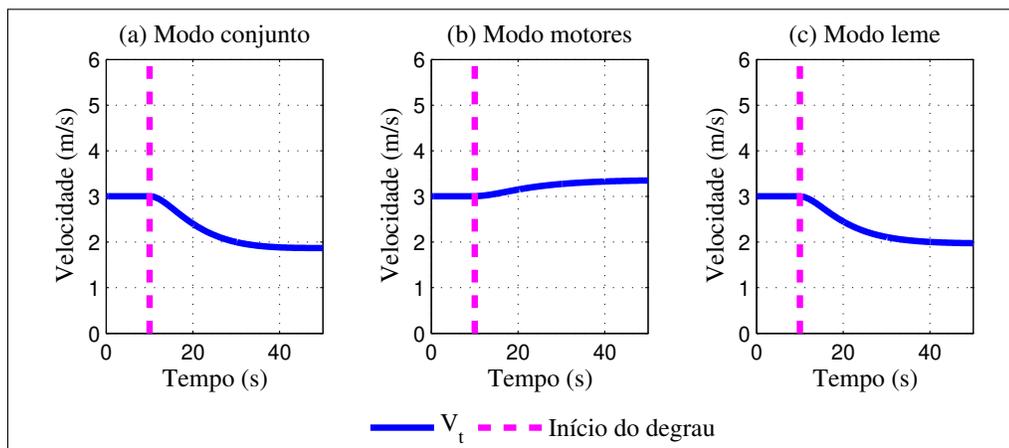


Figura A.2: Air speed (Velocidade trimada  $V_t = 3m/s$ )

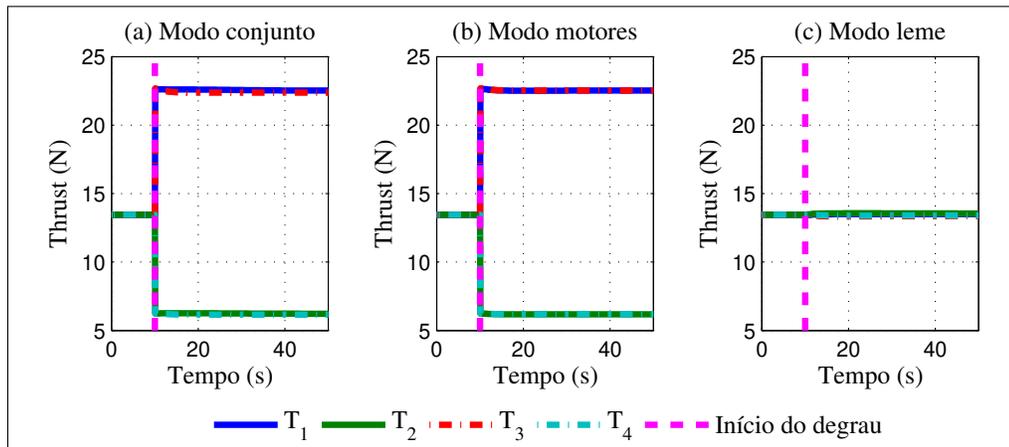


Figura A.3: Força gerada pelas hélices com  $V_t = 3m/s$

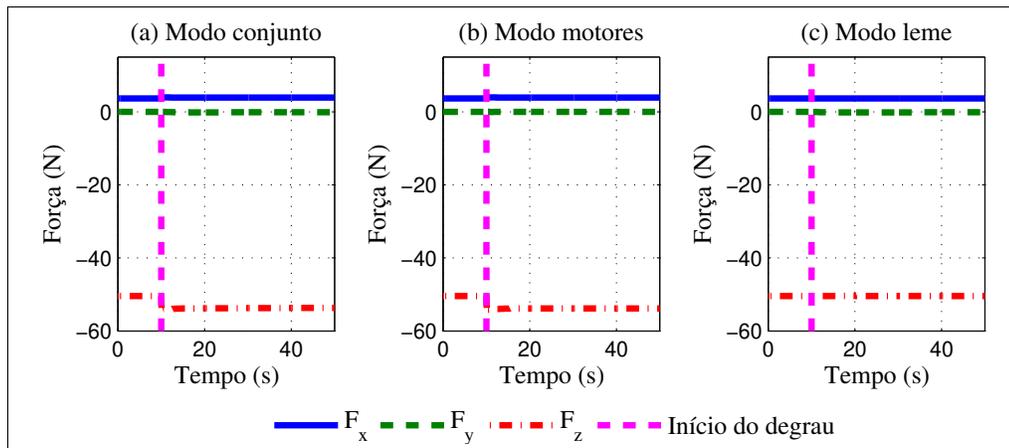


Figura A.4: Força resultante devido às hélices com  $V_t = 3m/s$

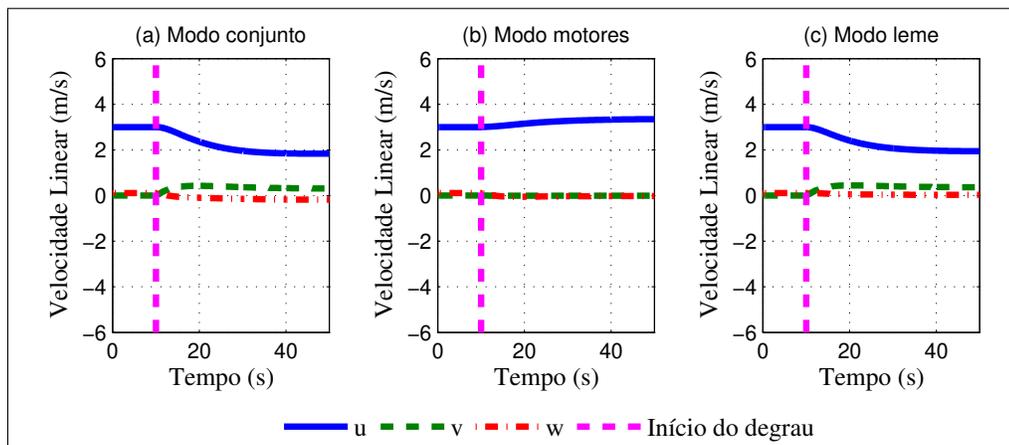


Figura A.5: Velocidades longitudinal ( $u$ ), lateral ( $v$ ) e vertical ( $w$ ) com  $V_t = 3m/s$

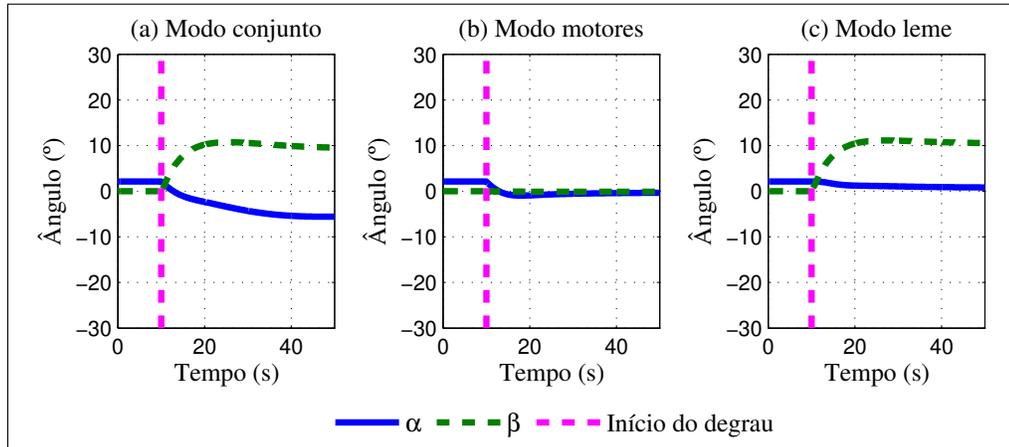


Figura A.6: Ângulos de ataque e escorregamento ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) com  $V_t = 3m/s$

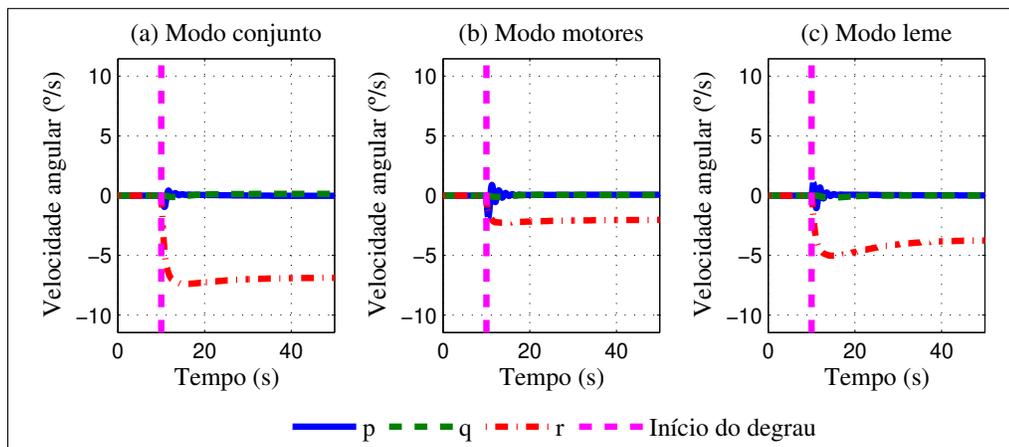


Figura A.7: Velocidade angular em torno dos eixos longitudinal ( $p$ ), lateral ( $q$ ) e vertical ( $r$ ) com  $V_t = 3m/s$

## A.2 Airspeed 5[m/s]

Os gráficos a seguir apresentam resultados dos modos de operação com *airspeed*  $V_t = 5[m/s]$

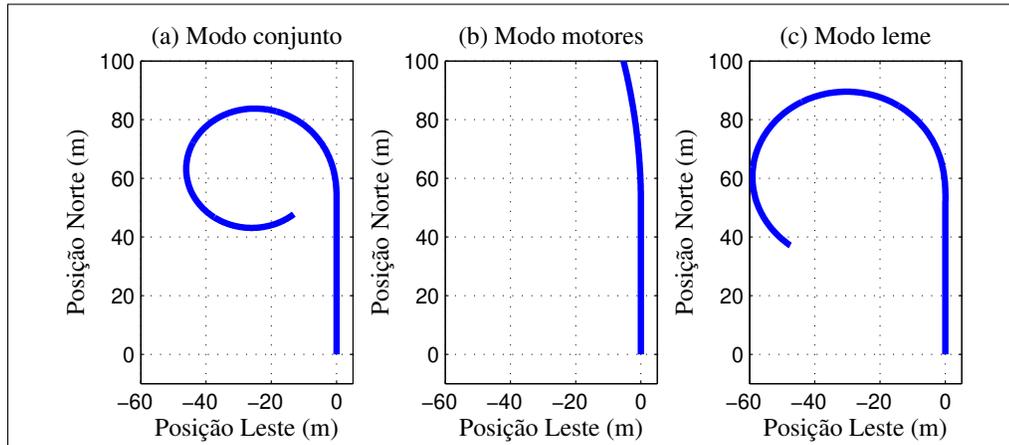


Figura A.8: Trajetória realizada com  $V_t = 5m/s$

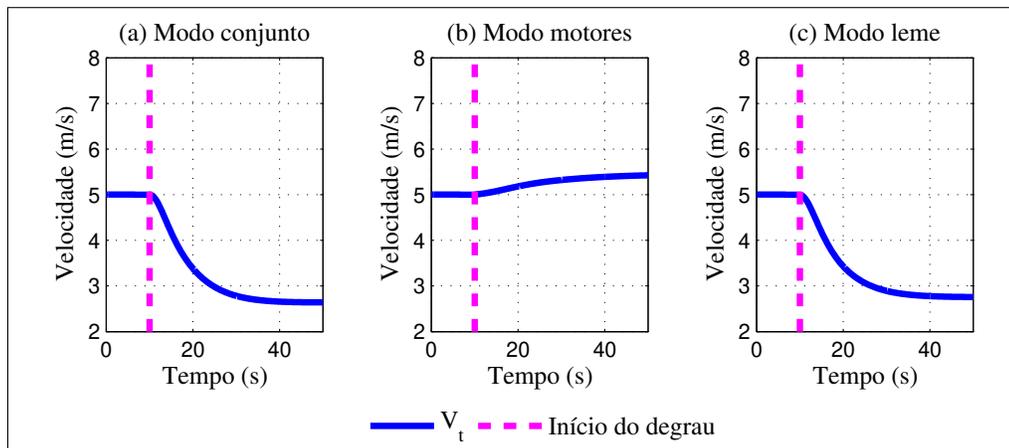


Figura A.9: Air speed (Velocidade trimada  $V_t = 5m/s$ )

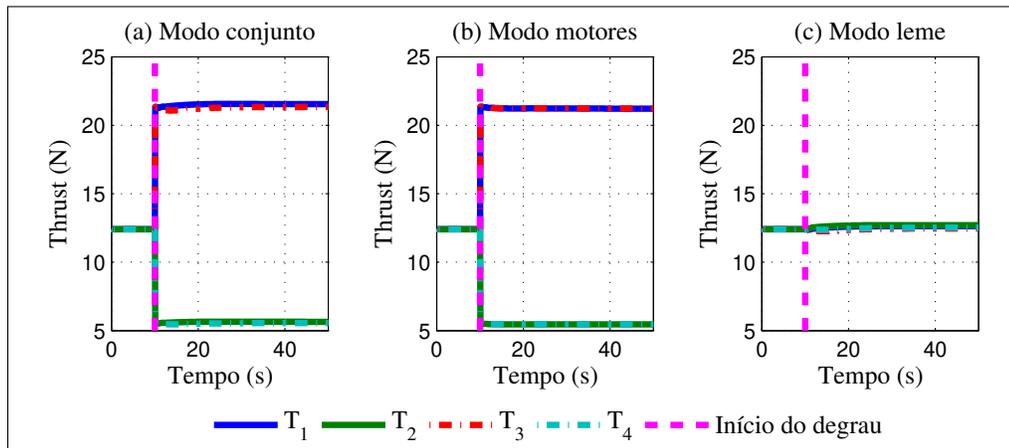


Figura A.10: Força gerada pelas hélices com  $V_t = 5m/s$

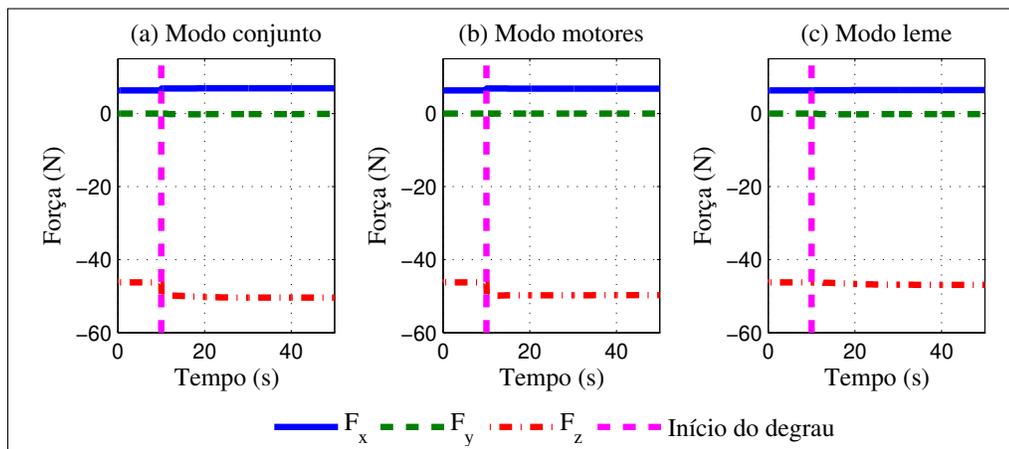


Figura A.11: Força resultante devido às hélices com  $V_t = 5m/s$

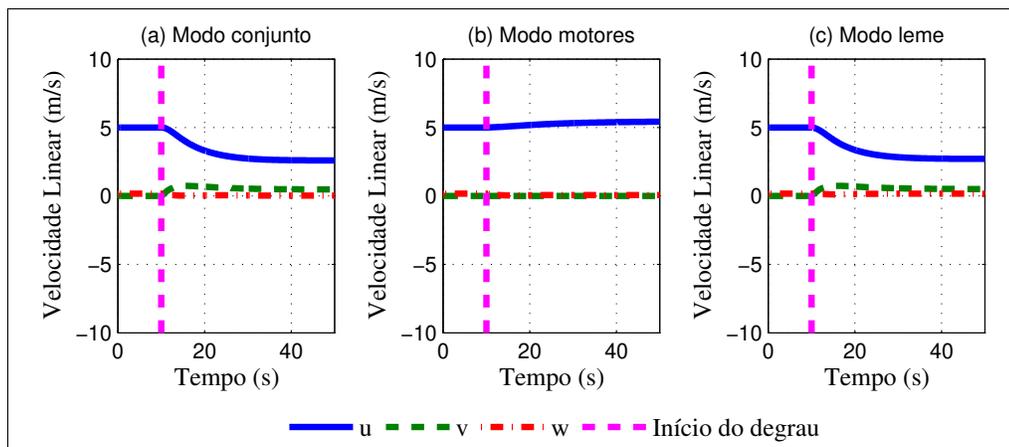


Figura A.12: Velocidades longitudinal ( $u$ ), lateral ( $v$ ) e vertical ( $w$ ) com  $V_t = 5m/s$

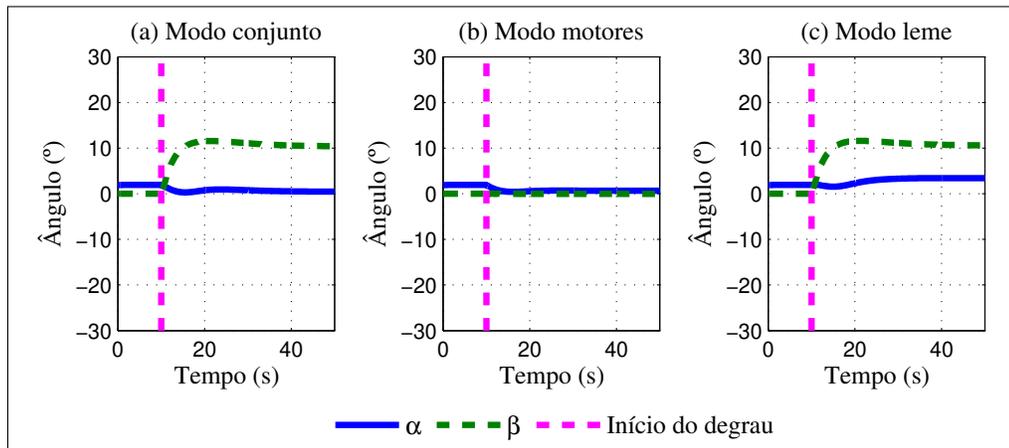


Figura A.13: Ângulos de ataque e escorregamento ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) com  $V_t = 5m/s$

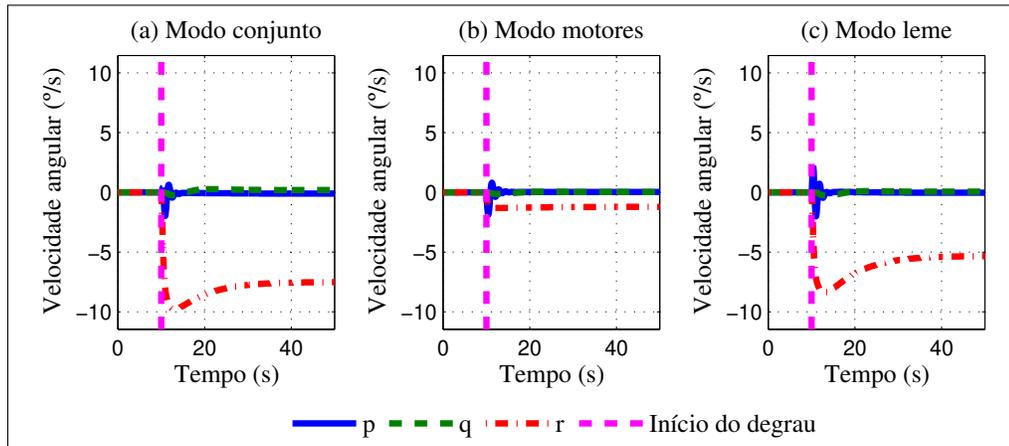


Figura A.14: Velocidade angular em torno dos eixos longitudinal ( $p$ ), lateral ( $q$ ) e vertical ( $r$ ) com  $V_t = 5m/s$