

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

ÁREA INTERDISCIPLINAR DE PLANEJAMENTO

DE SISTEMAS ENERGÉTICOS - AIPSE

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL

DA TESE DEFENDIDA POR JAMIL HADDAD

E APROVADA PELA

COMISSÃO JULGADORA EM 26/04/93

ORIENTADOR

UMA CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

ELÉTRICA UTILIZANDO A TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY

Autor : Jamil/Haddad n. 127/

Orientador : Prof. Dr. Gilberto de Martino Jannuzzi

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica, da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Abril de 1993



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGRNHARIA MECANICA  
AREA INTERDISCIPLINAR DE PLANEJAMENTO  
DE SISTEMAS ENERGÉTICOS - AIPSE

TESE DE DOUTORADO

UMA CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA  
ELÉTRICA UTILIZANDO A TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY

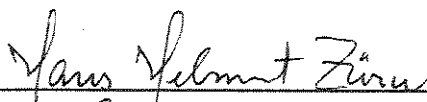
Autor : Jamil Haddad

Orientador : Prof. Dr. Gilberto de Martino Jannuzzi

Aprovado por:



Prof. Dr. Gilberto de Martino Jannuzzi, Presidente



Prof. Dr. Hans Helmut Zürn



Prof. Dr. Germano Lambert Torres



Prof. Dr. Carlos Alberto Luengo



Prof. Dr. Paulo de Barros Correia

Campinas, 26 de Abril de 1993

À minha família e, em especial,  
aos meus pais,

ANTÔNIO e SUZETE e

à minha esposa MARGARIDA  
e filhas:

ANA CAROLINA  
ANA ALICE  
ANA OLÍVIA

## AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. Gilberto de Martino Jannuzzi, orientador dedicado, atento e amigo, pelo constante incentivo, compreensão e participação durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Dr. Germano Lambert Torres, colega e amigo, pela sua contribuição na elaboração do tema e participação marcante neste trabalho.

Ao professor Dr. Afonso Henriques Moreira Santos, também colega e amigo, pela sua contribuição em vários momentos durante a realização deste trabalho.

Aos professores da Área Interdisciplinar de Planejamento de Sistemas Energéticos da Faculdade de Engenharia Mecânica pelos conhecimentos proporcionados. Aos professores e colegas da EFEI pela ajuda e estímulo durante a elaboração deste trabalho. Aos colegas e amigos da AIPSE, com os quais compartilhei momentos de luta e de alegria, pelo agradável ambiente de trabalho e de amizade. À minha irmã Nadime pela companhia e carinho. Às secretárias Marcia, Neuza (AIPSE) e Ana Maria (EFEI) pela atenção e amizade durante todo este tempo. Ao Sr. Ronaldo Ivo Firmo não apenas pela competência nos serviços de datilografia mas também pela atenção e colaboração.

À todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a elaboração deste trabalho.

À CAPES pelo suporte financeiro.

## RESUMO

O trabalho apresenta uma metodologia para a tomada de decisão em estudos envolvendo a conservação de energia elétrica utilizando-se a Teoria dos Conjuntos Fuzzy (Fuzzy Sets). Esta teoria permite manusear e operar proposições exatas e inexatas, ou seja, incorporar dados numéricos (exatos) e o conhecimento do especialista ou analista (inexato). Os conceitos básicos desta teoria são apresentados com suas principais operações e propriedades. Em seguida, após uma conceituação dos modelos clássicos e Fuzzy, é apresentada a metodologia de tomada de decisão utilizada nas análises seguintes. Um primeiro exemplo de aplicação procura avaliar o emprego de lâmpadas mais eficientes através de aspectos como vida útil, preço de aquisição, eficiência luminosa, entre outros. Um segundo exemplo de aplicação analisa o estabelecimento de estratégias de geração e conservação de energia elétrica durante a fase de planejamento da expansão da geração de um sistema elétrico.

## ABSTRACT

A methodology for decision-making in studies involving energy saving by using the Fuzzy Sets Theory is presented. The Fuzzy Sets Theory permits to handle and to operate exact and non-exact propositions, that is, to incorporate both numerical data (exact) and the knowledge of either the expert or the analyst (inexact). The basic concepts of this theory are presented with its main operations and properties. Following, after a conceptualization of the classical and Fuzzy models, the methodology of decision-making used in the following analyses is presented. A first application example seeks to evaluate the use of more efficient lamps through features such as useful life, acquisition costs, luminous efficiency, among others. A second application example assesses the establishment of generation and conservation strategies of electric power during planning of the generation expansion of a electrical system.

# Í N D I C E

## CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

1.1	CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	1
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	3

## CAPÍTULO 2. CONSIDERAÇÕES SOBRE O SISTEMA ELÉTRICO E A CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA.

2.1	INTRODUÇÃO .....	5
2.2	COMPORTAMENTO DO MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA BRASILEIRO .....	6
2.3	A CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA .....	11

## CAPÍTULO 3. CONJUNTOS FUZZY

3.1	INTRODUÇÃO .....	15
3.2	CONCEITO INTUITIVO DE CONJUNTOS FUZZY .....	15
3.3	DEFINIÇÃO DE CONJUNTOS FUZZY .....	18
3.4	SUPORTE, CROSSOVER E SINGLETON FUZZY .....	20
3.5	OPERAÇÕES BÁSICAS COM CONJUNTOS FUZZY .....	20
3.5.1	UNIÃO .....	21
3.5.2	INTERSEÇÃO .....	21
3.5.3	COMPLEMENTAÇÃO .....	22
3.5.4	IGUALDADE .....	23
3.5.5	SOMA DISJUNTIVA .....	23
3.5.6	PRODUTO E SOMA ALGÉBRICA .....	24
3.5.7	PRODUTO E SOMA LIMITADA .....	25
3.5.8	PRODUTO E SOMA DRÁSTICA .....	26
3.5.9	EXPONENCIAÇÃO .....	27
3.5.10	PRODUTO POR ESCALAR .....	27

3.5.11	CONCENTRAÇÃO	27
3.5.12	DILATAÇÃO	29
3.5.13	INTENSIFICAÇÃO DE CONTRASTE	30
3.5.14	FUZZIFICAÇÃO	31
3.6	PROPRIEDADES DOS CONJUNTOS FUZZY	33
3.6.1	COMUTATIVA	33
3.6.2	ASSOCIATIVA	33
3.6.3	IDEMPOTENCIA	33
3.6.4	DISTRIBUITIVA	33
3.6.5	LEIS DE MORGAN	34
3.6.6	OUTRAS	34
3.7	RELAÇÃO FUZZY	34
3.7.1	DEFINIÇÃO	34
3.7.2	OPERAÇÕES UTILIZANDO RELAÇÕES FUZZY	36
3.7.2.1	UNIÃO	37
3.7.2.2	INTERSEÇÃO	38
3.7.2.3	PRODUTO E SOMA ALGÉBRICA	38
3.7.2.4	COMPLEMENTAÇÃO	40
3.7.2.5	SOMA DISJUNTIVA	40
3.7.3	COMPOSIÇÃO DE DUAS RELAÇÕES FUZZY	41
3.7.3.1	DEFINIÇÃO	41
3.7.3.2	COMPOSIÇÃO MAX-MIM	42
3.7.3.3	COMPOSIÇÃO MAX-PRODUTO	43
3.8	VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS	44
3.9	CONJUNTO ORDINÁRIO DE NÍVEL- $\alpha$	49

## CAPÍTULO 4. TOMADA DE DECISÃO UTILIZANDO TÉCNICA FUZZY

4.1	INTRODUÇÃO	52
4.2	UMA VISÃO GERAL DAS TÉCNICAS DE TOMADA DE DECISÃO MULTIOBJETIVO	53
4.2.1	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	53
4.2.2	CARACTERIZAÇÃO DAS SOLUÇÕES	54
4.2.3	GERAÇÃO DE SOLUÇÕES EFICIENTES	60
4.3	METODOLOGIAS CLÁSSICAS EM PROBLEMAS DE TOMADA DE DECISÃO MULTIOBJETIVO	61



4.3.1	ABORDAGEM VIA FUNÇÃO UTILIDADE .....	62
4.3.2	MÉTODO DO ORDENAMENTO LEXICOGRÁFICO .....	63
4.3.3	PROGRAMAÇÃO ALVO .....	64
4.3.4	MÉTODOS INTERATIVOS .....	66
4.3.5	MÉTODOS DISCRETOS .....	68
4.4	TOMADA DE DECISÃO UTILIZANDO TÉCNICA FUZZY .....	70
4.4.1	CONCEITUAÇÃO DO PROBLEMA .....	72
4.4.2	OBJETIVOS E RESTRIÇÕES FUZZY .....	75
4.4.3	ANÁLISE DA DECISÃO FUZZY .....	76
4.4.4	RELAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS CONVENCIONAL E FUZZY .....	78
4.5	TOMADA DE DECISÃO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY .....	80
4.5.1	ANÁLISE DA TOMADA DE DECISÃO MONO-OBJETIVO ATRAVÉS DA P.L. FUZZY .....	81
4.5.2	ANÁLISE DA TOMADA DE DECISÃO MULTI-OBJETIVO ATRAVÉS DA P.L. FUZZY .....	86
4.6	TOMADA DE DECISÃO FUZZY ATRAVÉS DA AVALIAÇÃO DE CRITÉRIOS .....	88
4.6.1	MÉTODO PROPOSTO .....	88

## CAPÍTULO 5. ANÁLISE DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA EM ILUMINAÇÃO UTILIZANDO CONJUNTOS FUZZY

5.1	INTRODUÇÃO .....	92
5.2	FONTES DE LUZ ARTIFICIAL .....	93
5.2.1	LAMPADAS INCANDESCENTES .....	94
5.2.1.1	CONVENCIONAIS .....	94
5.2.1.2	ECONÔMICAS .....	95
5.2.2	LAMPADAS DE DESCARGA .....	97
5.2.2.1	DE BAIXA PRESSÃO .....	98
5.2.2.1.1	FLUORESCENTE TUBULAR .....	98
5.2.2.1.2	FLUORESCENTE ECONÔMICA .....	99
5.2.2.1.3	DE SÓDIO .....	102
5.2.2.2	DE ALTA PRESSÃO .....	102
5.2.2.2.1	VAPOR DE MERCÚRIO .....	102

5.2.2.2.2	LUZ MISTA .....	103
5.2.2.2.3	VAPOR DE SÓDIO .....	104
5.2.2.2.4	VAPOR METÁLICO .....	106
5.3	UMA PROPOSTA PARA ANÁLISE DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA EM ILUMINAÇÃO UTILIZANDO CONJUNTOS FUZZY .....	109
5.3.1	ALTERNATIVAS TECNOLÓGICAS E SUAS CARACTERÍSTICAS .....	109
5.3.2	CARACTERÍSTICAS QUANTIFICADAS .....	110
5.3.3	CARACTERÍSTICAS QUALIFICADAS .....	114
5.3.4	CENÁRIOS DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA E MATRIZES CARACTERÍSTICAS .....	116
5.3.5	CÁLCULO DO CONJUNTO DE DECISÃO FUZZY .....	122
5.3.6	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE .....	125
5.3.6.1	PRIMEIRO CASO .....	126
5.3.6.2	SEGUNDO CASO .....	129
5.3.6.3	TERCEIRO CASO .....	132

## CAPÍTULO 6. UMA APLICAÇÃO EM PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA GERAÇÃO

6.1	INTRODUÇÃO .....	138
6.2	ETAPAS DE ANÁLISE EMPREGADAS NO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DO SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO .....	142
6.2.1	ESTUDOS DE LONGO PRAZO .....	142
6.2.2	ESTUDOS DE MÉDIO PRAZO .....	144
6.2.3	ESTUDOS DE CURTO PRAZO .....	147
6.3	CRITÉRIOS E PARÂMETROS TÉCNICO-ECONÔMICOS UTILIZADOS NO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA GERAÇÃO .....	148
6.3.1	VARIÁVEIS RELATIVAS AS PREVISÕES DA EVOLUÇÃO DO MERCADO .....	151
6.3.2	VARIÁVEIS COM CARACTERÍSTICAS FÍSICO-OPERATIVAS .....	153
6.3.3	VARIÁVEIS COM CARACTERÍSTICAS ECONÔMICO-FINANCEIRAS .....	157

6.3.4	OUTRAS VARIÁVEIS .....	160
6.4	UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY NO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA GERAÇÃO CONSIDERANDO CONSERVAÇÃO DE ENERGIA .....	161
6.4.1	CARACTERIZAÇÃO DA GERAÇÃO E DA CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA .....	162
6.4.2	ESTRATÉGIAS DE ATUAÇÃO .....	171
6.4.3	MATRIZES CARACTERÍSTICAS .....	173
6.4.4	CÁLCULO DO CONJUNTO DE DECISÃO FUZZY .....	179

## CAPÍTULO 7. CONCLUSÕES

CONCLUSÕES .....	183
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	186
ANEXO .....	196

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

### 1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Incerteza. Sem dúvida um dos fatores que mais caracterizam a atividade do planejador é a incerteza presente nas variáveis envolvidas nos diversos estudos a serem realizados. Mas, no caso brasileiro, esta característica torna-se um fator por demais complexo devido as inúmeras mudanças econômicas dos últimos anos. Como exemplo deste fato, basta verificar-se o que ocorreu na década de 80: 7 planos de estabilização da moeda; 13 políticas salariais; 17 mudanças nas regras da política cambial; 53 alterações nas regras de controle de preços; 20 planos de negociação da dívida externa; 18 decretos de austeridade e corte de gastos; 4 tipos diferentes de moedas e 10 tipos de índices diferentes para o cálculo da desvalorização da moeda (Ludmer, 1990) Com tantas variações, torna-se extremamente difícil desenvolver um trabalho de planejamento em qualquer horizonte de tempo proposto.

O planejamento e a implementação de programas de conservação de energia elétrica também sofrem as consequências destas incertezas presentes no cotidiano brasileiro. Políticas de conservação de energia levam anos para terem seus objetivos alcançados. Mesmo as variações nas atividades econômicas não conseguem, a curto e médio prazos, atingir a racionalização do consumo de energia elétrica.

Como causas inibidoras pode-se citar a dificuldade técnica-financeira de substituição dos equipamentos instalados por outros mais eficientes e o conservadorismo dos hábitos existentes.

Além das variações econômicas mencionadas

anteriormente, pode-se também dizer que o Brasil nos últimos 20 anos experimentou (Araújo, 1991) as seguintes fases: fase do "milagre", a 1ª crise do petróleo e o segundo PND, o 2º choque do petróleo e o choque de juros, a recessão e a crise da dívida, recuperação econômica entre 1983 e 1986, o "anti-choque" dos preços do petróleo em 1986, e a nova recessão pela qual estamos passando.

Nestas últimas fases o setor elétrico enfrenta, por exemplo, a escassez de recursos, a falta de investimentos e a defasagem tarifária. Junto a estes aspectos técnico-econômicos, os responsáveis pelo planejamento do setor se deparam também, mais recentemente, com restrições de ordem sócio-ambientais.

Esta diversidade de aspectos econômicos aliada a uma difícil quantificação de algumas variáveis envolvidas, cria para os analistas grandes dificuldades para a formulação e consequente solução dos problemas. Este trabalho apresenta uma contribuição à esta análise através do emprego da Teoria dos Conjuntos Fuzzy levando em consideração, de maneira especial, a conservação de energia elétrica.

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy ("Fuzzy Sets Theory"), proposta pelo professor Lofti A. Zadeh em 1965 (Zadeh, 1965), permite o tratamento, manipulação e operação de dados não exatos (i.e., lingüísticos). Tal teoria tem sido utilizada em profusão pelos japoneses, atingindo desde sofisticados sistemas de controle até aplicações de pequeno porte, como em eletro-domésticos e máquinas fotográficas. Ela pode trabalhar com valores lingüísticos como, por exemplo, "o valor de x é pequeno" ou "o custo de manutenção da alternativa 1 não é muito alto". Onde os valores lingüísticos "pequeno" e "não muito alto" são representados por funções de pertinência.

## 1.2. ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho encontra-se dividido em 7 capítulos que apresentam a estrutura descrita a seguir.

Após esta introdução, o capítulo 2 tece breves considerações sobre o sistema elétrico e a conservação de energia elétrica visando situar a proposta deste trabalho no cenário energético nacional.

O capítulo 3, de natureza básica, mas importante no sentido de que contribui para tornar o trabalho, na medida do possível, auto-explicativo, apresenta o conceito e a definição de conjuntos Fuzzy, suas operações básicas e propriedades. Em seguida, define-se uma relação Fuzzy, suas operações e algumas composições de 2 relações Fuzzy. Finalmente, o mesmo capítulo define e caracteriza uma variável lingüística e conceitua um conjunto ordinário de nível alfa. Neste trabalho, a variável lingüística será utilizada, por exemplo, para uma avaliação econômica do tipo custo de construção ou custo de mão de obra, onde os valores não são totalmente conhecidos ou de difícil quantificação.

O capítulo 4 descreve o método de Tomada de Decisão utilizando-se conjuntos Fuzzy que será utilizado nos capítulos seguintes. O capítulo apresenta ainda uma visão geral das técnicas de Tomada de Decisão Multiobjetivo clássicas e conceitua o mesmo problema empregando-se técnicas Fuzzy.

O capítulo 5 apresenta uma proposta para análise de conservação de energia elétrica em iluminação, que recorre à utilização do método descrito no capítulo anterior, efetuando ainda uma análise de sensibilidades.

---

Inicialmente é descrito um sistema de iluminação procurando, sempre que possível, comparar os sistemas convencionais com os mais eficientes energeticamente. O processo de tomada de decisão, neste exemplo de aplicação, apresenta uma visão pelo lado da demanda, ou seja, do consumidor.

O mesmo modelo de análise é agora utilizado no capítulo 6, através de um exemplo de aplicação no planejamento da expansão da geração considerando também conservação de energia. Procura-se, inicialmente, conceituar o planejamento da expansão da geração enfocando seus vários horizontes de atuação; curto, médio e longo prazos. Em seguida, caracteriza-se algumas variáveis técnica-econômicas e sociais, salientando as incertezas e dificuldades de quantificação associadas à elas. Em seguida aplica-se novamente o modelo de tomada de decisão apresentando agora uma visão oposta a do capítulo anterior, ou seja, uma interpretação pelo lado da oferta de energia.

O capítulo 7 apresenta as principais conclusões derivadas do trabalho desenvolvido e a apresentação de algumas proposições para a realização de trabalhos futuros.



## CAPÍTULO 2

# CONSIDERAÇÕES SOBRE O SISTEMA ELÉTRICO E A CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

## 2.1 INTRODUÇÃO

Nos dias atuais a eletricidade se apresenta como um elemento fundamental para a sociedade tornando sua utilização cada vez mais intensa. Após a primeira crise do petróleo em 1973, a matriz energética mundial voltou sua atenção para a busca de fontes alternativas, incentivando ainda mais o seu emprego. Mas devido, entre outros fatores, aos altos custos para sua geração, transmissão e distribuição, surgiu ao mesmo tempo, por parte de vários países industrializados, a preocupação em se reduzir a intensidade de energia por unidade de produto, desenvolvendo esforços no sentido da conservação. Com estes esforços de conservação procura-se também uma redução do custo energético no produto final.

Este capítulo inicialmente comenta o comportamento do mercado de energia brasileiro nos últimos 40 anos e em seguida analisa alguns aspectos relativos a conservação de energia elétrica.

## 2.2. COMPORTAMENTO DO MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA BRASILEIRO

Em um recente trabalho apresentou-se uma análise da evolução do mercado de energia elétrica no Brasil durante o período de 1950 até 1990 (Afonso, 1992). Conforme tabela 2.1 percebe-se que, nas décadas de 50 e 60, as regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste apresentavam participação percentual reduzida em relação ao consumo total do Brasil. Tal fato se deve em grande parte a restrição de oferta de energia elétrica nestas regiões. Esta restrição foi reduzida na região Nordeste com o início de operação da usina de Paulo Afonso, aumentando de 4,2% em 1955 para 5,5% em 1960 sua participação no consumo de energia do Brasil. Nas décadas de 70 e 80, à medida que tais restrições foram sendo reduzidas, ocorreu um ganho na participação (8,6% e 12,4%). Com a implantação de grandes projetos industriais, públicos e privados, notadamente eletrointensivos, estas regiões registraram um expressivo incremento no consumo industrial de energia elétrica. Não só as indústrias apresentaram um crescimento neste período mas também a classe residencial, devido as novas ligações e pelo aumento do consumo médio, como mostrado na tabela 2.2. É importante registrar que, em boa parte dos sistemas eletricamente isolados, há reduzida disponibilidade de energia para atender a demanda e as condições de atendimento são precárias com freqüentes interrupções de fornecimento e queda de voltagem em algumas localidades.

TABELA 2.1. Mercado de energia elétrica brasileiro por região geográfica.

REGIÃO	CONSUMO (GWh)				
	1950	1960	1970	1980	1990
NORTE	16,1	80,3	365,6	1893,7	8804,0
NORDESTE	267,4	896,2	3105,0	14133,5	31370,2
SUDESTE	5132,1	13855,5	28379,1	80745,1	123951,4
SUL	397,0	1249,8	3626,6	14062,4	28199,2
CENTRO OESTE	23,1	79,8	639,6	3423,5	8447,7
BRASIL	5835,7	16161,6	36115,9	114258,2	200772,5

REGIÃO	CONSUMO (%)				
	1950	1960	1970	1980	1990
Norte	0,3	0,5	1,0	1,7	4,4
Nordeste	4,6	5,5	8,6	12,4	15,6
Sudeste	87,9	85,7	78,6	70,7	61,7
Sul	6,8	7,7	10,0	12,3	14,0
Centro Oeste	0,4	0,5	1,8	3,0	4,2
Brasil	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Fonte: (Afonso, 1992)

Tabela 2.2. Relação consumo (KWh/ano) por consumidor residencial por região geográfica e taxa média de crescimento (TMC)

	1970	1990	T.M.C. (% a.a.)
Norte	1007	1852	3,1
Nordeste	884	1154	1,3
Sudeste	1396	2107	2,1
Sul	911	1752	3,3
Centro Oeste	1235	1925	2,2
Brasil	1232	1820	2,0

Fonte: (Afonso, 1992)

Entre 1950 e 1970, a penetração da energia elétrica ocorreu em todas as classes de consumo, sendo a residencial uma das que mais foram incrementadas, como pode ser visto através da tabela 2.3. Tal resultado foi devido, principalmente, ao grande número de novas ligações que foram feitas no período, chegando em 1970 com 6,9 milhões de residências ligadas. Apesar deste expressivo crescimento do número de consumidores, a taxa de atendimento nesse ano ainda apresentava-se modesta, da ordem de 37%, ou seja, 11,6 milhões de residências ainda não dispunham de eletricidade. O consumo médio por consumidor residencial também cresceu, passando de 811(KWh/ano) em 1950 para 1232(KWh/ano) em 1970, resultando numa taxa de 2,1% ao ano.

O setor industrial também aumentou sua participação em relação ao consumo total, passando de 41,4% em 1950 para 44,7% em 1970, correspondendo a um crescimento médio anual de 10%. No entanto, em 1955 este setor atingiu sua participação mais baixa, ao representar 38,9% do consumo total. Neste período, o mercado industrial correspondia a uma produção de bens voltada para o setor interno e devido as restrições de oferta existente, a atividade industrial contava com capacidade de geração própria, boa parte proveniente de derivados de petróleo.

Tabela 2.3. Mercado de energia elétrica por classes de consumo, estrutura e taxas médias anuais de crescimento.

	CONSUMO (GWh)				
	1950	1960	1970	1980	1990
Residencial	1249,2	3444,9	8407,0	23230,8	48050,3
Comercial	794,9	2303,5	5174,7	13734,3	23818,1
Industrial	2417,6	7047,4	16152,0	61534,0	99873,0
Outras	1374,0	3365,8	6382,2	15759,1	29031,1
Total	5835,7	16161,6	36115,9	114258,2	200772,5
N° de consumidores residenciais (x10 <sup>3</sup> )	1540	3580	6823	14617	26401

	ESTRUTURA DO MERCADO (%)				
	1950	1960	1970	1980	1990
Residencial	21,4	21,3	23,3	20,3	23,9
Comercial	13,6	14,3	14,3	12,0	11,9
Industrial	41,4	43,6	44,7	53,9	49,7
Outras	23,5	20,8	17,7	13,8	14,5
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

	TAXAS MÉDIAS ANUAIS DE CRESCIMENTO (%)				
	1950/60	1960/70	1970/80	1980/90	1950/90
Residencial	10,7	9,3	10,7	7,5	9,6
Comercial	11,2	8,4	10,3	5,7	8,9
Industrial	11,3	8,6	14,3	5,0	9,7
Outras	9,4	6,6	9,5	6,3	7,9
Total	10,7	8,4	12,2	5,8	9,2
N° de consumidores residenciais	8,8	6,7	7,9	6,1	7,4

Fonte: (Afonso, 1992)

A partir da década de 70 tem-se um crescimento do consumo de energia elétrica, com taxas anuais da ordem de 11,5%, elevando sua participação no consumo energético global conforme tabela 2.4.

Tabela 2.4. Consumo total de energia elétrica no Brasil.

ANOS	CONSUMO E.E. (TWh)	CRESCIMENTO ANUAL (% a.a)	PARTICIPAÇÃO E.E. NO CONSUMO ENERGÉTICO (%)
1970	39,5	—	16,9
1971	44,1	11,6	17,7
1972	49,1	11,3	18,4
1973	56,2	14,5	19,4
1974	62,7	11,6	20,3
1975	69,1	10,2	21,4
1976	78,4	13,5	22,8
1977	88,0	12,2	24,4
1978	98,1	11,5	25,7
1979	110,5	12,6	27,2
1980	122,3	10,7	29,1
1981	125,6	2,7	30,6
1982	133,1	6,0	31,8
1983	140,1	5,3	32,6
1984	150,6	7,5	32,8
1985	161,9	7,5	33,4
1986	179,2	10,7	34,9
1987	190,1	6,1	35,5
1988	198,4	4,4	36,3
1999	207,5	4,6	37,0
1990	211,2	1,8	38,6

Fonte: (Afonso, 1992)

Este crescimento do mercado de energia elétrica se deve, entre outros, aos seguintes fatores: aumento do estoque de equipamentos elétricos (industrial e

residencial), penetração crescente da eletricidade na modernização de diversos setores da economia, crescimento populacional e expansão contínua da taxa de urbanização e extensão e difusão da eletricidade nas áreas rurais.

### 2.3. A CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

O Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica, PROCEL, foi criado em 30 de dezembro de 1985, com o objetivo de "racionalizar o uso de energia elétrica e, como decorrência da maior eficiência, propiciar o mesmo produto ou serviço com menor consumo, eliminando desperdícios em novas instalações do sistema elétrico."

O plano original de metas de conservação de energia elétrica previa que, em 2010, 13% da demanda não deveria ser atendida com investimentos em novas instalações do sistema elétrico, e sim com a energia conservada que estaria disponível para o atendimento desta. Estas metas foram revistas em dois diferentes cenários: o cenário 1 corresponde à implementação lenta de projetos, enquanto que o cenário 2 prevê uma alocação mais intensa de recursos e medidas. Desta forma, o primeiro cenário apresenta como meta de conservação 65553 (GWh), aumentando no segundo cenário para 84693 (GWh). Nos dois cenários construídos o setor industrial apresentou-se como o de maior potencial de conservação, seguido pelos setores residencial e terciário.

As previsões de mercado elaboradas pelo Plano 2015 para os próximos vinte e cinco anos (1990 a 2015), foram feitas com base em quatro alternativas de cenários econômicos. Cada um desses cenários deverá traduzir as expectativas dos agentes econômicos no que se refere a



melhoria da eficiência energética dos equipamentos, da entrada no mercado de bens com rendimentos superiores, de melhor utilização dos equipamentos existentes e otimização dos processos produtivos. Estes quatro cenários de conservação de energia elétrica estão mostrados na Tabela 2.5.

**Tabela 2.5. Cenários de conservação de energia elétrica (TWh)**

Cenário	Ano	1995	2000	2005	2010	2015
I		3,00	9,09	21,07	42,84	63,94
II		3,62	14,69	31,33	50,94	75,82
III		4,57	17,81	44,16	70,82	105,28
IV		5,19	20,01	49,48	81,61	123,70

Fonte: (Plano 2015)

As tabelas 2.6 e 2.7 mostram, respectivamente, a previsão provável do mercado futuro de energia elétrica e as taxas de crescimento do PIB - Produto Interno Bruto consideradas na construção destes cenários.

**Tabela 2.6. Previsão do mercado de energia elétrica (TWh)**

Cenário	Ano	1990	1995	2000	2005	2010	2015
I		210,3	246,2	293,8	384,0	467,2	563,0
II		210,3	250,9	329,5	430,6	523,9	631,3
III		210,3	273,7	360,7	473,2	589,7	731,4
IV		210,3	273,7	377,6	495,4	642,6	826,4

Fonte: (Plano 2015)

Tabela 2.7. Taxas de crescimento do PIB

Cenário	Período	90/95	95/00	00/05	05/10	10/15
I		1,6	2,0	5,0	4,0	4,0
II		2,0	5,0	5,0	4,0	4,0
III		3,8	6,0	6,0	5,0	5,0
IV		3,8	7,5	6,0	6,0	6,0

Fonte: (Plano 2015)

A conservação de energia provocou uma redução significativa na intensidade do consumo de energia em diversos países do mundo, como mostrado na tabela 2.8.

TABELA 2.8 Evolução da intensidade energética  
( MJ por Us\$ de 1980 de PNB )

	1973	1979	1983	1985	Variação 73-85
Alemanha	17,1	16,2	14,0	14,0	-18
EUA	35,6	32,9	28,8	27,5	-23
Inglaterra	19,8	18,0	15,8	15,8	-20
Itália	18,5	17,1	15,3	14,9	-6
Japão	18,9	16,7	13,5	13,1	-31
Holanda	19,8	18,9	15,8	16,2	-18
BRASIL	26,5	27,6	30,2	29,9	+13

Fonte: (Marques, 1987)

Nota-se, pela tabela 2.8, que após o primeiro e segundo choque do petróleo, os países industrializados preocuparam-se em reduzir a intensidade de energia por

unidade de produto, quebrando a correlação clássica entre o aumento do emprego da energia e o crescimento econômico. Nota-se, ainda, o aumento da intensidade energética no BRASIL entre 1973 e 1985 resultante, entre outros fatores, da absorção pelo Brasil, de atividades industriais intensivas em energia.

Os esforços dispendidos na conservação vão desde a pesquisa e o desenvolvimento tecnológico passando pelas auditorias energéticas, adequação de preços e tarifas, incentivos financeiros e fiscais, campanhas promocionais e educacionais, entre outros. No campo da energia elétrica pode-se também citar as possibilidades de redução das perdas e crescimento das disponibilidades de energia útil através, por exemplo, do aumento da eficiência de equipamentos e sistemas e a racionalização do uso final.

É importante ressaltar que além destes esforços empregados em ações de conservação de energia, os resultados atingidos também se devem a mudanças estruturais como, por exemplo, o deslocamento de indústrias pesadas, intensivas em energia, para outros países.

CAPÍTULO 3

CONJUNTOS FUZZY

### 3.1. INTRODUÇÃO

A idéia clássica de conjunto obedece a uma lógica binária, ou seja, um elemento pertence ou não pertence a um conjunto, não existindo, desta maneira, outras opções intermediárias.

O conceito de conjuntos Fuzzy ou conjuntos nebulosos ou ainda conjuntos difusos, foi apresentado pela primeira vez por Lofti A. Zadeh (Zadeh, 1965). Atualmente existe uma grande quantidade de trabalhos publicados sobre o assunto e várias aplicações práticas implementadas e em funcionamento.

Uma eleição é um exemplo simples onde a lógica binária não é adequada para representar a realidade. Neste caso, caracterizando uma lógica quaternária, cada eleitor pode escolher, por exemplo, uma das seguintes opções: a favor, ser contra, votar em branco ou anular seu voto.

A característica dos conjuntos Fuzzy é que a fronteira entre pertencer e não pertencer a ele não é bem definida, sugerindo assim, a idéia de graus de pertinência.

O presente capítulo procura conceituar tais conjuntos, caracterizando-os através das propriedades e operações, chegando-se a definição de relação Fuzzy e terminando com o conceito de variáveis linguísticas.

### 3.2. CONCEITO INTUITIVO DE CONJUNTOS FUZZY

Na chamada teoria clássica ou convencional define-se conjunto, por exemplo, como uma coleção de

"objetos" ou "coisas" usualmente caracterizados pela enumeração de seus elementos ou por uma propriedade pertinente aos mesmos.

Assim pode-se tomar como ilustração o conjunto C de cores da bandeira Brasileira:

$$C = \{ \text{branca, azul, verde, amarela} \} \quad (3.1)$$

Com a finalidade de relacionar elemento com conjunto utiliza-se a relação de pertinência dizendo-se, por exemplo, que a cor azul pertence ao conjunto C e que a cor vermelha não pertence.

Desta forma, dado um elemento x e um conjunto C qualquer, é sempre possível estabelecer uma associação ou definir um estado lógico de x em relação a C :

$$x \in C : x \text{ pertence a } C \quad (3.2)$$

$$x \notin C : x \text{ não pertence a } C \quad (3.3)$$

Em muitas circunstâncias é conveniente descrever estes estados através de uma Função Característica  $\mu_C(x)$ :

$$\mu_C(x) \begin{cases} = 1 & \text{Se } x \in C \\ = 0 & \text{Se } x \notin C \end{cases} \quad (3.4)$$

$$(3.5)$$

onde:

$$\mu_C(x) : C \longrightarrow \{0, 1\} \text{ com } x \in C$$

Por outro lado, alguém poderia perguntar: qual tonalidade de cor azul pertence a este conjunto C ? De fato, pode-se escolher uma variedade de tons azuis abrangendo desde o mais suave até aqueles mais acentuados, o que possibilitaria em uma primeira análise, classificar a cor azul em: fraca, média e forte. Mas mesmo entre a cor azul considerada como fraca pode-se também, se for necessário, ponderá-la como mais fraca, menos fraca, etc.

Assim, percebe-se que, associado a este conceito "cor azul" tem-se, se houver necessidade, um elemento ponderador de caráter essencialmente subjetivo.

Estes conceitos estão presentes no chamado conjunto Fuzzy, ou seja, "são conjuntos sem limites precisos em que a transição entre pertencer e não pertencer ao conjunto é gradual e não abrupta".

São exemplos de conjuntos Fuzzy :

- i) Conjunto dos números reais muito maiores do que 1;
- ii) Conjunto formado por pessoas altas;
- iii) Conjunto formado por pessoas jovens;
- iv) Conjunto dos números reais aproximadamente iguais a 10;

e qualquer conjunto em que a fonte de imprecisão seja a ausência de critérios bem definidos para avaliar se um elemento pertence ou não ao conjunto.

A seguir, tenta-se construir uma base conceitual formal para o tratamento das imprecisões tanto do ponto de vista quantitativo quanto qualitativo.

### 3.3. DEFINIÇÃO DE CONJUNTOS FUZZY

Um conjunto Fuzzy  $A$  de um universo de discurso  $U$  pode ser caracterizado por uma função de pertinência  $\mu_A(x)$  também conhecida por **Função Característica** ou **Função de Compatibilidade**, que atribui a cada  $x \in U$  um grau de associação tomada de um conjunto  $M$  que obedeça as propriedades da Teoria das Trelças (Kaufmann, 1973). Portanto um conjunto Fuzzy  $A$  é um conjunto de pares ordenados do tipo:

$$\left\{ (x, \mu_A(x)) \right\}, \quad \forall x \in U \quad (3.6)$$

Como exemplo, considere o conjunto universo formado pelos números inteiros de 0 até 100:

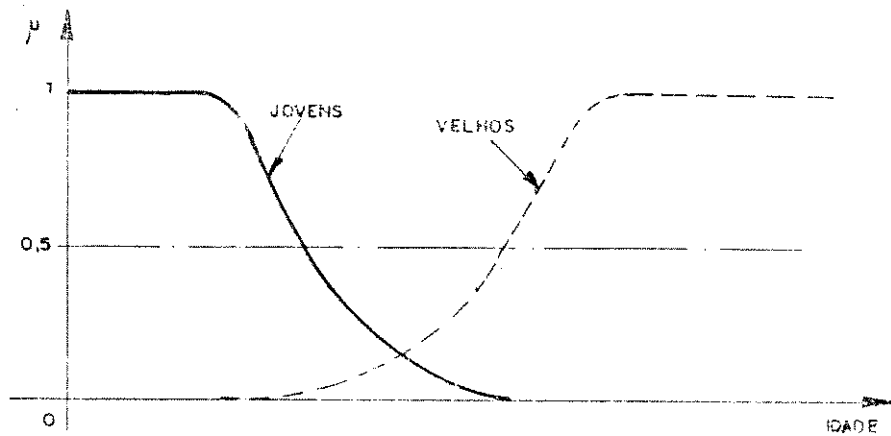
$$U = \left\{ 0, 1, 2, \dots, 99, 100 \right\}$$

Seja agora o conjunto Fuzzy  $A$  constituído pelas pessoas jovens. Pode-se, então, tomando o conjunto  $M$  no intervalo  $[0,1]$  atribuir graus aos elementos de  $U$  como, por exemplo:

$$\mu_A(15) = 0,95 ; \mu_A(30) = 0,70 ; \mu_A(50) = 0,2$$



Neste exemplo, os graus de associação são subjetivos no sentido de que não derivam de resultados provenientes de fórmulas exatas. Para o mesmo universo de discurso  $U$  é possível associar mais de um conjunto Fuzzy e representá-los graficamente como, por exemplo:



**Fig. 3.1 - Representação gráfica dos conjuntos Fuzzy Jovem e Velho.**

Quando o universo de discurso  $U$  é contínuo utiliza-se, para representá-lo de maneira concisa, a seguinte notação:

$$A = \int_U \mu_A(x) / x \quad (3.7)$$

Quando  $U$  é discreto, o conjunto Fuzzy  $A$  pode ser representado por:

$$A = \mu_A(x_1) / x_1 + \mu_A(x_2) / x_2 + \dots + \mu_A(x_n) / x_n \quad (3.8)$$

$$A = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i) / x_i \quad (3.9)$$

Nestas representações, os símbolos de integral e somatório são utilizados por traduzirem o conceito de união e soma, e não pelo seus significados tradicionais de operadores matemáticos. Assim, como exemplo, pode-se representar o conjunto vazio por:

$$\phi = \int_U 0/x \quad (3.10)$$

onde todo elemento  $x$  possui grau de pertinência de valor  $\mu_{\phi}(x) = 0$  e o próprio conjunto universo por :

$$U = \int_U 1/x \quad (3.11)$$

com grau de pertinência unitário para todo  $x \in U$ .

### 3.4. SUPORTE, CROSSOVER E SINGLETON FUZZY

O suporte de um conjunto Fuzzy  $A$  é o conjunto de pontos  $x \in U$  para o qual  $\mu_A(x) > 0$ . Em particular, o elemento  $x \in U$  para o qual  $\mu_A(x) = 0,5$  é conhecido por ponto de cruzamento ou Crossover Point, e um conjunto Fuzzy, cujo suporte seja um único ponto em  $U$ , com  $\mu_A(x)$  valendo 1,0, é chamado de Fuzzy Singleton.

### 3.5. OPERAÇÕES BÁSICAS COM CONJUNTOS FUZZY

Considere dois conjuntos Fuzzy  $A$  e  $B$  de um universo de discurso  $U$  com funções características  $\mu_A(x)$  e  $\mu_B(x)$ , respectivamente. As operações básicas, como por exemplo,

união, interseção e complementação, para os conjuntos Fuzzy, podem ser definidas através das seguintes funções características.

### 3.5.1. UNIÃO

A união dos conjuntos Fuzzy A e B, denotada por  $A \cup B$ , calcula-se através da seguinte expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{A \cup B}(x) = \text{MAX} \left\{ \mu_A(x), \mu_B(x) \right\} \quad (3.12)$$

A figura seguinte ilustra a união dos conjuntos A e B através das funções características  $\mu_A(x)$  e  $\mu_B(x)$ :

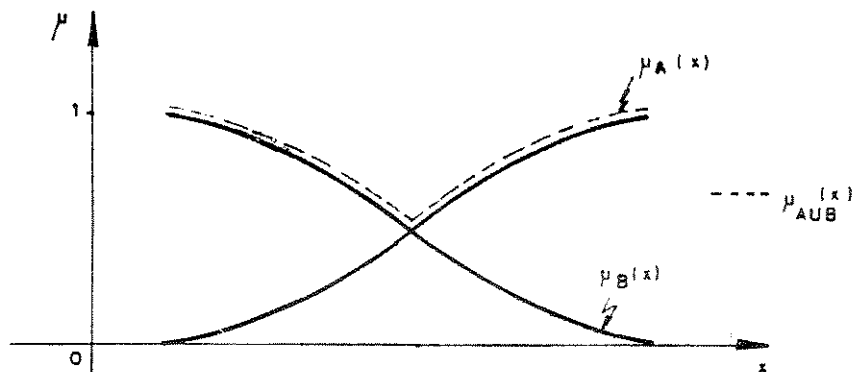


Figura. 3.2 - Representação gráfica da união dos conjuntos Fuzzy A e B.

### 3.5.2. INTERSEÇÃO

A interseção dos conjuntos Fuzzy A e B, denotada por  $A \cap B$ , calcula-se através da seguinte expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{A \cap B}(x) = \text{MIN} \left\{ \mu_A(x), \mu_B(x) \right\} \quad (3.13)$$

A figura seguinte ilustra a interseção dos conjuntos A e B através das funções características  $\mu_A(x)$  e  $\mu_B(x)$ :

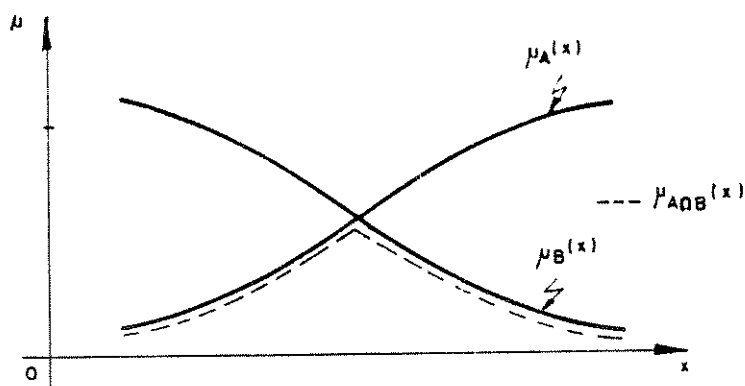


Fig. 3.3 - Representação gráfica da interseção dos conjuntos Fuzzy A e B.

### 3.5.3. COMPLEMENTAÇÃO

A função característica do complemento de um conjunto Fuzzy A, denotada por  $\bar{A}$ , calcula-se através da seguinte expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (3.14)$$

A figura seguinte ilustra esta operação de complementação:

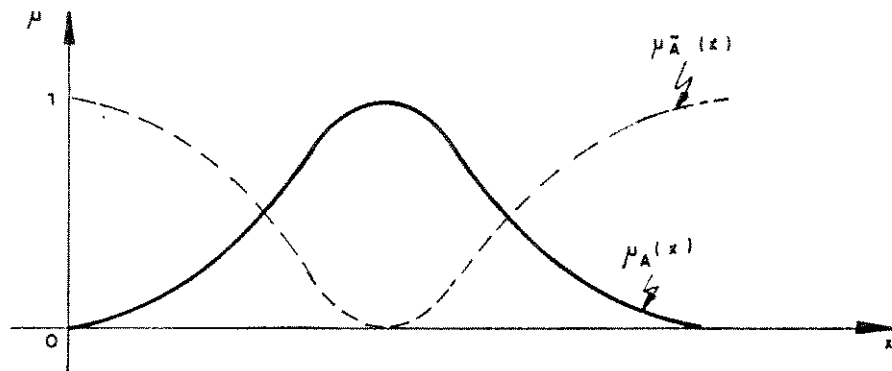


Fig. 3.4 - Representação gráfica do complemento do conjunto Fuzzy.

#### 3.5.4. IGUALDADE

Dois conjuntos Fuzzy  $A$  e  $B$  de um universo de discurso  $U$  são iguais se e somente se :

$$\forall x \in U : \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad (3.15)$$

Tal fato é representado por  $A = B$ . Se pelo menos um  $x \in U$  é tal que a igualdade (3.15) não seja satisfeita, então  $A$  e  $B$  não são iguais e representa-se este fato por  $A \neq B$ .

#### 3.5.5. SOMA DISJUNTIVA

A soma disjuntiva dos conjuntos Fuzzy  $A$  e  $B$  denotada por  $A \Delta B$  utiliza as operações de união e interseção através da seguinte expressão:

$$A \Delta B = [A \cap \bar{B}] \cup [\bar{A} \cap B] \quad (3.16)$$

Considere o seguinte exemplo:

$$A = \left\{ (0,2/x_1), (0,7/x_2), (1,0/x_3) \right\}$$

$$B = \left\{ (0,5/x_1), (0,3/x_2), (1,0/x_3) \right\}$$

Os conjuntos Fuzzy complementares são:

$$\bar{A} = \left\{ (0,8/x_1), (0,3/x_2), (0/x_3) \right\}$$

$$\bar{B} = \left\{ (0,5/x_1), (0,7/x_2), (0/x_3) \right\}$$

Assim pode-se escrever:

$$A \cap \bar{B} = \left\{ (0,2/x_1), (0,7/x_2), (0/x_3) \right\}$$

$$\bar{A} \cap B = \left\{ (0,5/x_1), (0,3/x_2), (0/x_3) \right\}$$

Finalmente tem-se para a soma disjuntiva dos conjuntos A e B o seguinte resultado :

$$A \Delta B = \left\{ (0,5/x_1), (0,7/x_2), (0/x_3) \right\}$$

### 3.5.6. PRODUTO E SOMA ALGÉBRICA

A soma algébrica dos conjuntos Fuzzy A e B denotada por  $A \hat{+} B$  calcula-se através da seguinte expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{A \hat{+} B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad (3.17)$$

O produto algébrico dos conjuntos A e B denotado por  $A \cdot B$  calcula-se através da seguinte expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{A \cdot B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad (3.18)$$

Utilizando-se os conjuntos A e B do item 3.5.5 tem-se os seguintes resultados :

– para o produto algébrico:

$$A \cdot B = \left\{ (0,1/x_1), (0,21/x_2), (1,0/x_3) \right\}$$

– para a soma algébrica:

$$A \hat{+} B = \left\{ (0,60/x_1), (0,79/x_2), (1,0/x_3) \right\}$$

### 3.5.7. PRODUTO E SOMA LIMITADA

A soma limitada dos conjuntos Fuzzy A e B, denotada por  $A \oplus B$ , calcula-se através da expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{A \oplus B}(x) = \text{MIN} \left\{ 1, 0, ( \mu_A(x) + \mu_B(x) ) \right\} \quad (3.19)$$

O produto limitado dos conjuntos Fuzzy A e B, denotado por  $A \odot B$ , calcula-se através da expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{A \odot B}(x) = \text{MAX} \left\{ 0, ( \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1, 0 ) \right\} \quad (3.20)$$

Utilizando-se novamente os conjuntos A e B do exemplo do item 3.5.5, tem-se os seguintes resultados:

– para o produto limitado:

$$A \odot B = \left\{ (0,0/x_1), (0,0/x_2), (1,0/x_3) \right\}$$

- para a soma limitada:

$$A \oplus B = \left\{ (0,7/x_1), (1,0/x_2), (1,0/x_3) \right\}$$

### 3.5.8. PRODUTO E SOMA DRÁSTICA

A soma drástica dos conjuntos Fuzzy A e B, denotada por  $A \cup B$ , calcula-se através da expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{A \cup B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) & \text{se } \mu_B(x) = 0 \\ \mu_B(x) & \text{se } \mu_A(x) = 0 \\ 1 & \text{se } \mu_A(x), \mu_B(x) > 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

O produto drástico dos conjuntos Fuzzy A e B, denotado por  $A \cap B$ , calcula-se através da expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{A \cap B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) & \text{se } \mu_B(x) = 1 \\ \mu_B(x) & \text{se } \mu_A(x) = 1 \\ 0 & \text{se } \mu_A(x), \mu_B(x) < 1 \end{cases} \quad (3.22)$$

Utilizando-se os conjuntos A e B do item 3.5.5 tem-se os seguintes resultados:

- para o produto drástico:

$$A \cap B = \left\{ (0,0/x_1), (0,0/x_2), (1,0/x_3) \right\}$$



- para a soma drástica:

$$A \circ B = \left\{ (1,0/x_1), (1,0/x_2), (1,0/x_3) \right\}$$

### 3.5.9. EXPONENCIAÇÃO

A exponenciação de um conjunto Fuzzy  $A$ , denotada por  $A^\alpha = (A.A.\dots.A)$ ,  $\alpha$  vezes, calcula-se através da seguinte expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{A^\alpha}(x) = (\mu_A(x))^\alpha \quad (3.23)$$

onde  $\alpha$  é um número real positivo.

### 3.5.10. PRODUTO POR ESCALAR

O produto de um escalar real  $\beta$  por um conjunto Fuzzy  $A$ , denotado por  $\beta A$ , calcula-se através da seguinte expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{\beta A}(x) = \beta \cdot \mu_A(x) \quad (3.24)$$

onde  $\beta$  é um número real não negativo.

### 3.5.11. CONCENTRAÇÃO

A ação desta operação sobre um conjunto Fuzzy  $A$ , em um universo de discurso  $U$ , produz como resultado um subconjunto Fuzzy de  $A$ , com uma redução relativamente pequena nos graus de associação dos elementos de  $U$  que tem um alto grau de associação em  $A$ , e uma redução relativamente grande nos graus de associação dos

elementos de  $U$  que têm um baixo grau de associação em  $A$ . Este resultado pode ser obtido elevando-se, por exemplo, a função de pertinência  $\mu_A(x)$  ao quadrado. Assim, a operação de concentração sobre um conjunto Fuzzy  $A$ , denotada por  $\text{CONC}(A)$ , calcula-se, por exemplo, através da seguinte expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{\text{CONC}(A)}(x) = (\mu_A(x))^2 \quad (3.25)$$

Utilizando-se a definição da operação de exponenciação, pode-se representar esta operação de concentração por:

$$\text{CONC}(A) = A^2 \quad (3.26)$$

A figura seguinte ilustra esta operação:

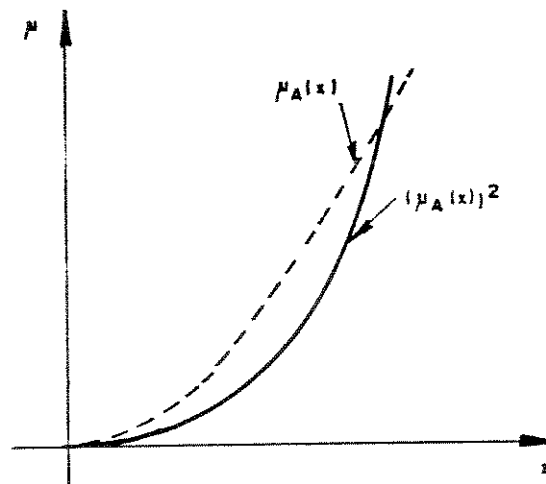


Fig. 3.5 - Representação gráfica da operação de concentração.

Esta operação apresenta as propriedades distributivas sobre a união, a interseção e o produto entre conjuntos Fuzzy e também, pode ser composta com ela própria:  $\text{CONC}(\text{CONC}(A)) = A^4$ . Assim, genericamente para  $\alpha$  inteiro maior ou igual a um tem-se:

$$\text{CONC}^{\alpha}(A) = A^{2^{\alpha}} \quad (3.27)$$

### 3.5.12. DILATAÇÃO

Esta operação apresenta o efeito contrário ao da concentração, ou seja, sua aplicação sobre um conjunto Fuzzy  $A$ , em um universo de discurso  $U$ , produz como resultado um subconjunto Fuzzy, com um aumento relativamente pequeno nos graus de associação dos elementos que possuem um alto grau de associação em  $A$  e um aumento relativamente grande nos graus de associação dos elementos que possuem um baixo grau de associação em  $A$ .

Assim, a operação de dilatação sobre um conjunto Fuzzy  $A$ , denotada por  $\text{DIL}(A)$ , calcula-se, por exemplo, através da seguinte expressão:

$$\forall x \in U : \mu_{\text{DIL}(A)}(x) = (\mu_A(x))^{0,5} \quad (3.28)$$

ou ainda:

$$\text{DIL}(A) = A^{0,5} \quad (3.29)$$

A figura seguinte ilustra esta operação:

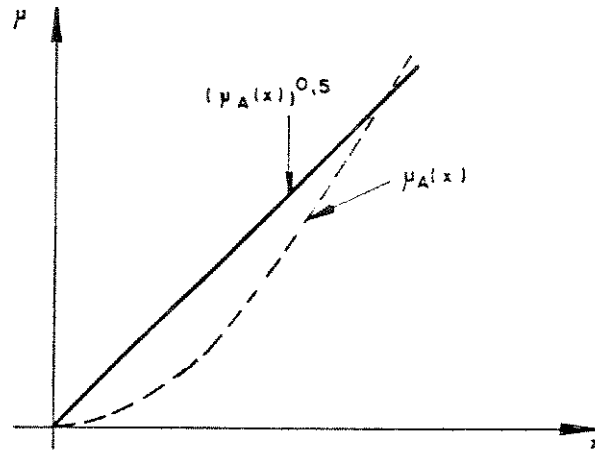


Fig. 3.6 - Representação gráfica da operação de dilatação.

3.5.13. INTENSIFICAÇÃO DE CONTRASTE

Esta operação quando aplicada a um conjunto Fuzzy A, em um universo de discurso U, produz um aumento nos graus de associação  $\mu_A(x)$  que estão acima de 0,5 e um decréscimo nos graus de associação  $\mu_A(x)$  que estão abaixo de 0,5. Assim, a operação de Intensificação de Contraste sobre um conjunto Fuzzy A, denotada por INT(A), calcula-se, segundo Zadeh (Zadeh, 1973), através da seguinte expressão:

$$\mu_{INT(A)}(x) \begin{cases} = 2(\mu_A(x))^2 & \text{se } 0 < \mu_A(x) < 0,5 & (3.30) \\ = 1-2[1-\mu_A(x)]^2 & \text{se } 0,5 < \mu_A(x) < 1,0 & (3.31) \end{cases}$$

Nota-se, portanto, que esta operação tem o efeito de reduzir a nebulosidade do conjunto Fuzzy.

A figura seguinte mostra as operações de Concentração, Dilatação e Intensificação de Contraste para um conjunto Fuzzy A.

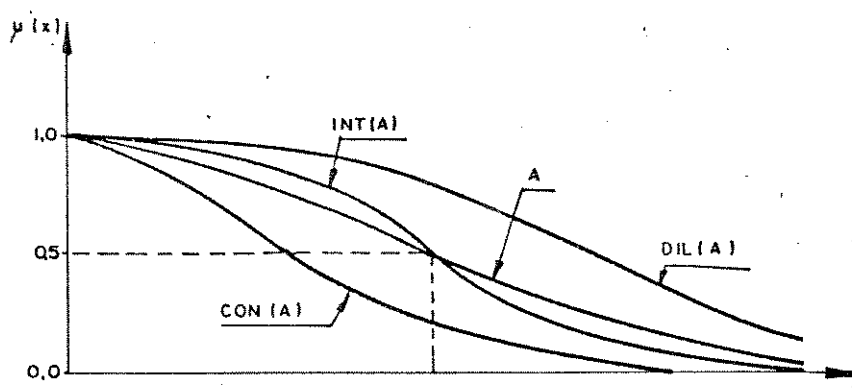


Fig. 3.7 - Algumas operações com conjuntos Fuzzy.

### 3.5.14. FUZZIFICAÇÃO

Esta operação tem por finalidade transformar um conjunto Não-Fuzzy em um conjunto Fuzzy ou ainda aumentar o grau de nebulosidade de um conjunto Fuzzy. Pode-se representar um conjunto  $A$  fuzzificado por  $F(A)$  ou  $\tilde{A}$ , onde o símbolo sob o conjunto representa o fuzzificador.

Considerando-se o conjunto dos números reais como sendo o universo de discurso  $U$ , a expressão " $A \approx 4$ " significa que " $A$  é um número aproximadamente igual a quatro", enquanto " $A = 4$ " significa que " $A$  é um conjunto Fuzzy de números que se aproximam de quatro". Assim enquanto os símbolos "=" e " $\approx$ " representam respectivamente, igualdade e igualdade aproximada, tem-se que os símbolos ">" e " $\gtrsim$ " significam respectivamente, "maior que" e "aproximadamente maior que".

Um fuzzificador  $F$  é caracterizado pelo seu Kernel  $K(y)$  que é o conjunto Fuzzy resultante da aplicação de  $F$  a um Singleton  $1/y$  em  $U$ , ou seja,  $K(y) \triangleq 1/y$ , o que mostra a dependência de  $\tilde{K}(y)$  sobre  $y$ . Geralmente  $\tilde{K}(y)$  é um intervalo Fuzzy cuja função associação  $\mu_{K(y)}(z)$  é uma

função não crescente com a distância entre  $z$  e  $y$  sendo  $y \in U$  e também  $z \in U$ . A operação de fuzzificação é importante para a definição dos chamados Delimitadores Linguísticos como, por exemplo, "mais ou menos", "ligeiramente", "muito", como será visto posteriormente.

O processo que transforma um Singleton Fuzzy  $1/x$ , definido em  $U$ , em um conjunto Fuzzy  $A$  concentrado em torno de  $x$  é conhecido por Fuzzificação Pontual. Em termos de Kernel, o resultado da aplicação do fuzzificador  $F$  a um conjunto Fuzzy qualquer  $A$ , é:

$$F(A,K) \triangleq \int_U [\mu_A(x)/x]K(x) \quad (3.32)$$

onde  $[\mu_A(x)/x]K(x)$  representa o produto do escalar  $\mu_A(x)$  pelo conjunto Fuzzy  $K(x)$  e o símbolo de integral pode ser interpretado como a operação de união dos conjuntos Fuzzy resultantes.

Como exemplo considere o conjunto universo  $U$ , o conjunto Fuzzy  $A$  e  $K(y)$  abaixo:

$$\begin{aligned} U &= \{ 1, 2, 3, 4 \} \\ A &= \{ (0,8/1), (0,6/2) \} \\ K(1) &= \{ (1,0/1), (0,4/2) \} \\ K(2) &= \{ (0,4/1), (1,0/2), (0,4/3) \} \end{aligned}$$

Assim, o resultado da aplicação do fuzzificador  $F$  ao conjunto Fuzzy  $A$  é:

$$\begin{aligned}
 F(A,K) &= 0.8\{(1/1), (0,4/2)\} \cup 0.6\{(0,4/1), (1/2), (0,4/3)\} \\
 &= \{(0,8/1), (0,32/2)\} \cup \{(0,24/1), (0,6/2), (0,24/3)\} \\
 &= \{(0,8/1), (0,6/2), (0,24/3)\}
 \end{aligned}$$

### 3.6. PROPRIEDADES DOS CONJUNTOS FUZZY

Dados três conjuntos Fuzzy A, B e C de um universo de discurso U, as seguintes propriedades são satisfeitas:

#### 3.6.1. COMUTATIVA

$$A \cap B = B \cap A \quad (3.33)$$

$$A \cup B = B \cup A$$

#### 3.6.2. ASSOCIATIVA

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad (3.34)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

#### 3.6.3. IDEMPOTÊNCIA

$$A \cap A = A \quad (3.35)$$

$$A \cup A = A$$

#### 3.6.4. DISTRIBUTIVA

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (3.36)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

### 3.6.5. LEIS DE MORGAN

$$\begin{aligned}\overline{A \cap B} &= \bar{A} \cup \bar{B} \\ \overline{A \cup B} &= \bar{A} \cap \bar{B}\end{aligned}\tag{3.37}$$

### 3.6.6. OUTRAS

Pode-se, ainda, relacionar as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned}A \cap U &= A \\ A \cup U &= U\end{aligned}\tag{3.38}$$

Onde  $U$  é o conjunto universo tal que

$$\forall x \in U : \mu_U(x) = 1,0$$

$$\begin{aligned}A \cap \phi &= \phi \\ A \cup \phi &= A\end{aligned}\tag{3.39}$$

Onde  $\phi$  é o conjunto vazio tal que

$$\forall x \in U : \mu_{\phi}(x) = 0$$

$$\overline{(\bar{A})} = A\tag{3.40}$$

## 3.7. RELAÇÃO FUZZY

### 3.7.1. DEFINIÇÃO

Uma relação Fuzzy  $R$  de dois conjuntos  $A$  e  $B$  define-se como um subconjunto Fuzzy do Produto Cartesiano  $A \times B$ .

$A \times B$  é a coleção de pares ordenados  $(x, y)$  com as seguintes relações de pertinência:  $x \in A$  e  $y \in B$ .



R caracteriza-se por uma função característica de duas variáveis  $\mu_R(x,y)$  expressa por:

$$R \triangleq \int_{A \times B} \mu_R(x,y) / (x,y) \quad (3.41)$$

Uma relação Fuzzy em  $A \times B$  também pode ser representada por:

$$x \in A, y \in B : x R y \quad (3.42)$$

Que significa "x se relaciona com y através da relação R". Como ilustração, considere dois conjuntos A e B:

$$A = \{x_1, x_2, x_3\} \quad e \quad B = \{y_1, y_2\}$$

Uma relação binária Fuzzy entre membros de A e B pode ser expressa, por exemplo, por:

$$R = \left\{ (0,8/(x_1, y_1)), (0,2/(x_1, y_2)), (0,3/(x_2, y_1)), \right. \\ \left. (0,1/(x_2, y_2)), (0,7/(x_3, y_1)), (0,3/(x_3, y_2)) \right\}$$

Alternativamente, tal relação pode ser expressa na forma matricial, onde o elemento de ordem (i,j) é o valor da função característica  $\mu_R(x,y)$  para o "x" de ordem i e o "y" de ordem j :

R	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>
x <sub>1</sub>	0,8	0,2
x <sub>2</sub>	0,3	0,1
x <sub>3</sub>	0,7	0,3

Genericamente, para uma relação Fuzzy n-ária R, ou seja, um subconjunto Fuzzy de  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$  têm-se por definição:

$$R \triangleq \int_{A_1 \times \dots \times A_n} \mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n) / (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.43)$$

### 3.7.2. OPERAÇÕES UTILIZANDO RELAÇÕES FUZZY

Considere dois conjuntos Fuzzy A e B e as relações R<sub>1</sub> e R<sub>2</sub> que se caracterizam pelas expressões:

$$x \in A, y \in B : x R_1 y \quad (3.44)$$

$$x \in A, y \in B : x R_2 y \quad (3.45)$$

e pelas funções características  $\mu_{R_1}(x,y)$  e  $\mu_{R_2}(x,y)$ .

Como exemplos de operações envolvendo as relações Fuzzy tem-se a união, interseção, produto e soma algébrica, soma disjuntiva e complementação.

3.7.2.1. UNIÃO

A união de duas relações Fuzzy  $R_1$  e  $R_2$ , denotada por  $R_1 \cup R_2$  ou  $R_1 + R_2$ , calcula-se através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mu_{R_1 \cup R_2}(x,y) &= \text{MAX} \left[ \mu_{R_1}(x,y) , \mu_{R_2}(x,y) \right] \quad (3.46) \\ &= \mu_{R_1}(x,y) \vee \mu_{R_2}(x,y) \end{aligned}$$

Para n relações, tem-se:

$$\mu_{R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_n}(x,y) = \bigvee_{R_i} \mu_{R_i}(x,y) \quad (3.47)$$

Como ilustração considere as seguintes relações  $R_1$  e  $R_2$  dadas por:

$R_1$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,3	0,2	1,0
$x_2$	0,8	1,0	0,0

$R_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,3	0,0	0,7
$x_2$	0,1	0,8	1,0

Para a união tem-se:

$R_1 \cup R_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,3	0,2	1,0
$x_2$	0,8	1,0	1,0

### 3.7.2.2. INTERSEÇÃO

A interseção de duas relações Fuzzy  $R_1$  e  $R_2$ , denotada por  $R_1 \cap R_2$ , calcula-se através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mu_{R_1 \cap R_2}(x, y) &= \text{MIN} \left[ \mu_{R_1}(x, y), \mu_{R_2}(x, y) \right] \quad (3.48) \\ &= \mu_{R_1}(x, y) \wedge \mu_{R_2}(x, y) \end{aligned}$$

Para  $n$  relações, tem-se:

$$\mu_{R_1 \cap R_2 \cap \dots \cap R_n}(x, y) = \bigwedge_{R_i} \mu_{R_i}(x, y) \quad (3.49)$$

Como ilustração considere as relações  $R_1$  e  $R_2$  do exemplo anterior:

$R_1$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,3	0,2	1,0
$x_2$	0,8	1,0	0,0

$R_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,3	0,0	0,7
$x_2$	0,1	0,8	1,0

Para a interseção tem-se:

$R_1 \cap R_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,3	0,0	0,7
$x_2$	0,1	0,8	0,0

### 3.7.2.3. PRODUTO E SOMA ALGÉBRICA

O produto algébrico de duas relações Fuzzy  $R_1$  e  $R_2$ , denotada por  $R_1 \cdot R_2$ , calcula-se através da seguinte expressão:

$$\mu_{R_1 \cdot R_2}(x, y) = \mu_{R_1}(x, y) \cdot \mu_{R_2}(x, y) \quad (3.50)$$

A soma algébrica de duas relações Fuzzy  $R_1$  e  $R_2$ , denotada por  $R_1 + R_2$ , calcula-se através da seguinte expressão:

$$\mu_{R_1 + R_2}(x, y) = \mu_{R_1}(x, y) + \mu_{R_2}(x, y) - \mu_{R_1}(x, y) \cdot \mu_{R_2}(x, y) \quad (3.51)$$

Considerando as relações  $R_1$  e  $R_2$  do exemplo anterior tem-se:

- para a soma algébrica:

$R_1 + R_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,51	0,20	1,0
$x_2$	0,82	1,0	1,0

- para o produto algébrico:

$R_1 \cdot R_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,09	0,0	0,7
$x_2$	0,08	0,8	0,0

## 3.7.2.4. COMPLEMENTAÇÃO

O complemento da relação Fuzzy  $R$ , denotada por  $\bar{R}$ , calcula-se através da seguinte expressão:

$$\forall (x,y) \in A \times B : \mu_{\bar{R}}(x,y) = 1 - \mu_R(x,y) \quad (3.52)$$

Considerando como exemplo, as relações  $R_1$  e  $R_2$  do item 3.7.2.2, tem-se:

$R_1$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,7	0,8	0,0
$x_2$	0,2	0,0	1,0

$R_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,7	1,0	0,3
$x_2$	0,9	0,2	0,0

## 3.7.2.5. SOMA DISJUNTIVA

A soma disjuntiva de duas relações  $R_1$  e  $R_2$ , denotada por  $R_1 + R_2$ , calcula-se através da seguinte expressão:

$$R_1 + R_2 = (R_1 \cap R_2) \cup (R_1 \setminus R_2) \cup (R_2 \setminus R_1) \quad (3.53)$$

Considerando novamente, como exemplo, as relações  $R_1$  e  $R_2$  do item 3.7.2.2, tem-se:

$$R_1 \cap R_2$$

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,3	0,2	0,3
$x_2$	0,8	0,2	0,0

$$R_1 \cap R_2$$

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,3	0,0	0,0
$x_2$	0,1	0,0	1,0

Finalmente para a soma disjuntiva:

$$R_1 + R_2$$

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,3	0,2	0,3
$x_2$	0,8	0,2	1,0

### 3.7.3. COMPOSIÇÃO DE DUAS RELAÇÕES FUZZY

#### 3.7.3.1. DEFINIÇÃO

Dadas as relações Fuzzy  $R_1$  e  $R_2$  em  $A \times B$  e  $B \times C$  respectivamente, a composição das mesmas é uma relação Fuzzy denotada por  $R_1 \circ R_2$  formada por pares ordenados  $(x,z)$  onde  $x \in A$  e  $z \in C$  e definida por uma expressão que emprega um ou mais operadores.

Desta forma, por exemplo, tem-se as composições que empregam os operadores mínimo e máximo (composição MAX-MIN), produto algébrico (composição MAX-PRODUTO), produto limitado, produto drástico, etc.

## 3.7.3.2. COMPOSIÇÃO MAX-MIN

A composição MAX-MIN calcula-se através da expressão:

$$\begin{aligned} \mu_{R_1 \circ R_2}(x,z) &= \max_y \left[ \min \left( \mu_{R_1}(x,y) ; \mu_{R_2}(y,z) \right) \right] \quad (3.54) \\ &= \bigvee_y \left[ \mu_{R_1}(x,y) \wedge \mu_{R_2}(y,z) \right] \end{aligned}$$

onde  $x \in A$ ,  $y \in B$  e  $z \in C$

$$R_1 \subset A \times B ; R_2 \subset B \times C$$

Como exemplo considere as relações Fuzzy  $R_1$  e  $R_2$  seguintes:

$R_1$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0,1	0,2	0,0
$x_2$	0,3	0,8	0,0

$R_2$	$z_1$	$z_2$
$y_1$	0,9	0,0
$y_2$	0,2	1,0
$y_3$	0,8	0,0

Para o elemento  $(x,z) = (x_1,z_1)$  tem-se:

$$\min \left( \mu_{R_1}(x_1,y_1) ; \mu_{R_2}(y_1,z_1) \right) = \min \left( 0,1 ; 0,9 \right) = 0,1$$

$$\min \left( \mu_{R_1}(x_1,y_2) ; \mu_{R_2}(y_2,z_1) \right) = \min \left( 0,2 ; 0,2 \right) = 0,2$$

$$\min \left( \mu_{R_1}(x_1,y_3) ; \mu_{R_2}(y_3,z_1) \right) = \min \left( 0,0 ; 0,8 \right) = 0,0$$



Utilizando o operador máximo tem-se:

$$\begin{aligned} \text{MAX}_{y_i} \left[ \text{MIN} \left( \mu_{R_1}(x_1, y_i); \mu_{R_2}(y_i, z_1) \right) \right] &= \text{MAX} [0,1; 0,2; 0,0] = \\ &= 0,2 \end{aligned}$$

Analogamente, para todos os elementos (x,z) tem-se a seguinte relação Fuzzy resultante da composição MAX-MIN

$$R = R_1 \circ R_2$$

R	$z_1$	$z_2$
$x_1$	0,2	0,2
$x_2$	0,3	0,8

### 3.7.3.3. COMPOSIÇÃO MAX-PRODUTO

A composição MAX-PRODUTO calcula-se através da expressão:

$$\mu_{R_1 \cdot R_2}(x, z) = \bigvee_y \left[ \mu_{R_1}(x, y) \cdot \mu_{R_2}(y, z) \right] \quad (3.55)$$

Utilizando-se as mesmas relações Fuzzy  $R_1$  e  $R_2$  do exemplo anterior, tem-se para a composição Max-Produto resultante R:

R	$z_1$	$z_2$
$x_1$	0,09	0,2
$x_2$	0,27	0,8

### 3.8. VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS

Empregando-se uma definição concisa, uma variável linguística  $x$ , é aquela cujos valores são palavras ou sentenças da linguagem natural ou artificial. Assim por exemplo, se "idade" é interpretada como uma variável linguística, então o conjunto de termos  $T(x)$ , que é, o conjunto dos valores linguísticos, pode ser:

$$T(x) = \left\{ \begin{array}{l} \text{jovem, velho, muito jovem, não jovem, muito} \\ \text{velho, pouco jovem, ...} \end{array} \right\} \quad (3.56)$$

Cada um dos termos do conjunto  $T(x)$  é um rótulo de um conjunto Fuzzy relativo a um universo de discurso, por exemplo,  $U = [0,100]$ .

Empregando outra definição, matematicamente mais rigorosa, uma variável linguística é caracterizada pela quintupla  $(x, T(x), U, G, M)$  onde:

- $x$  é o nome da variável, por exemplo,  $x = \text{idade}$  ;
- $T(x)$  é o conjunto de termos de  $x$  ;
- $U$  é o universo de discurso, por exemplo,  $U = [0,100]$ ;
- $G$  é uma regra sintática ("Grammar") que define a formação das sentenças em  $T(x)$ ;
- $M$  é uma regra semântica ("Meaning") que associa a cada valor linguístico  $v$  o seu significado  $M(v)$ , onde  $M(v)$  é um conjunto Fuzzy de  $U$ .

Um "termo primário" (ou "termo atômico") em  $T(x)$  é um termo cujo significado pode ser definido *a priori* e serve como uma base para o cálculo do significado dos termos não primários (ou termos compostos) em  $T(x)$ . Os termos atômicos dividem-se em quatro categorias:

1. Termos primários que servem de rótulos para um conjunto Fuzzy específico de um dado universo de discurso;
2. Negação ("não") e conectivos ("e", "ou");
3. Delimitadores, como por exemplo, muito, mais ou menos, e ligeiramente;
4. Marcadores, como por exemplo o "( )" (parênteses).

Por exemplo, os termos primários em (3.56) são jovem e velho, cujos significados podem ser definidos pelas suas respectivas "funções de compatibilidade"  $\mu_{\text{jovem}}$  e  $\mu_{\text{velho}}$ , que associam a cada valor  $u$  de  $U = [0,100]$  suas compatibilidades com os termos jovem e velho.

Diante do exposto, o significado ou as funções de compatibilidade dos termos não primários podem ser calculadas pela aplicação de uma regra semântica como por exemplo:

$$\mu_{\text{muito jovem}} = \left[ \mu_{\text{jovem}} \right]^2$$

$$\mu_{\text{não muito jovem}} = 1 - \left[ \mu_{\text{jovem}} \right]^2$$

Com a composição dos termos atômicos, surge o problema de se encontrar o significado do termo composto. De uma forma geral, pode-se escrever  $x = hv$ , onde  $h$  é um

delimitador e  $v$  é um termo com significado específico, como por exemplo,  $x =$  homem muito alto onde  $h =$  muito e  $v =$  homem alto.

Este delimitador linguístico "h" pode ser definido como um operador que transforma o conjunto Fuzzy  $M(v)$  (significado de  $v$ ) em um conjunto Fuzzy  $M(hv)$ . Logo, tem a função de gerar um conjunto de valores para as variáveis linguísticas, a partir de uma coleção de termos primários. Por exemplo, o termo primário "alto", as conjunções "e" e "não" e o delimitador "muito", podem gerar por exemplo, muito alto, muito muito alto, não muito alto, alto e não muito alto. O operando sobre o qual um delimitador linguístico age deve possuir um significado Fuzzy. Para definir um delimitador como um operador é conveniente empregar algumas das operações básicas apresentadas anteriormente, como por exemplo, concentração, dilatação e fuzzificação. São exemplos deste tipo de delimitador: muito, mais ou menos e ligeiramente.

Assim, o delimitador "muito" age como um intensificador do significado do seu operando. A operação que tem esta propriedade é a concentração. Considere um conjunto Fuzzy  $A$  em um universo de discurso  $U$  representando o significado de um termo  $y$  e  $A^*$  o conjunto Fuzzy resultante da aplicação da operação de concentração sobre  $A$ , com significado  $y^*$ :

$$A^* = \text{CONC}(A) \quad (3.57)$$

$$A^* = A^2 \quad (3.58)$$

e substituindo-se o termo pelo seu significado, tem-se:

$$y^* = \text{muito } y = y^2 \quad (3.59)$$

$$\text{Se } y = \mu_1(x_1)/x_1 + \mu_2(x_2)/x_2 + \dots + \mu_n(x_n)/x_n \quad (3.60)$$

$\forall x \in U$ , então:

$$\text{muito } y = \mu_1^2(x_1)/x_1 + \mu_2^2(x_2)/x_2 + \dots + \mu_n^2(x_n)/x_n \quad (3.61)$$

O delimitador "muito" pode ser composto com ele próprio:

$$\text{muito muito} = x^4$$

Não aconselha-se escrever, por exemplo,  $x = \text{muito não exato}$ , pois a frase pode ser tornar incompreensível. Substitui-se então "não exato" por "inexato", resultando:

$$x = \text{muito inexato} = \text{inexato}^2 = (\text{não exato})^2$$

Já os delimitadores "mais" e "menos" podem ser chamados de acentuadores e desacentuadores, respectivamente, e fornecem graus mais suaves de concentração e dilatação que aqueles associados às operações CONC e DIL. Eles podem ser definidos como:

$$\text{mais } x = x^{1,25} \quad (3.62)$$

$$\text{menos } x = x^{0,75} \quad (3.63)$$

Os expoentes foram escolhidos com o propósito de fazer valer a identidade aproximada:

$$\text{mais mais } x \stackrel{\sim}{=} \text{menos muito } x \quad (3.64)$$

Outra aplicação importante destes delimitadores é na definição dos delimitadores naturais, cujo significado difere ligeiramente de outros, como por exemplo:

altamente = mais muito (3.65)

ou

altamente = menos muito muito (3.66)

Existem outros delimitadores que necessitam do emprego de Algoritmos Fuzzy para a caracterização das suas ações. Estes Algoritmos Fuzzy podem ser representados por uma seqüência de instruções ordenadas que fornecem uma representação aproximada de uma grande variedade de fenômenos complexos. Nestes Algoritmos encontram-se instruções dos seguintes tipos:

1. Declarações de atribuição:

- x é aproximadamente igual a 5;
- x é grande;
- x é positivo;
- x não é grande e x não é pequeno;
- x = 3.

2. Declarações condicionais Fuzzy:

- se x é pequeno, então y é grande, senão y não é grande;
- se x é positivo, então decresça y ligeiramente;
- se x é muito maior que 5, então pare;
- se x é muito pequeno, então vá para 7.

3. Declarações incondicionais:

- multiplique x por x;
- decresça ligeiramente x;
- delete primeiro algumas ocorrências de 2;
- vá para 5;
- pare;
- escreva x.

Estes Algoritmos podem ser classificados de acordo com o tipo de aplicação, podendo ser utilizados para a definição e geração de conjuntos Fuzzy, para a descrição do comportamento de sistemas e de estratégias ou regras

de decisão.

A execução de uma instrução-Fuzzy, apresenta como resultado um conjunto Fuzzy, mas se for necessário a escolha de um único elemento deste conjunto como resposta, pode-se adotar várias estratégias para obtê-la. A estratégia mais comum é escolher o elemento de maior grau de associação no conjunto e no caso de ser mais de um, pode-se escolher um elemento aleatoriamente, ou ainda utilizar um outro critério qualquer. Esta alternativa recebe o nome de Regra da Alternativa Preponderante.

### 3.9. CONJUNTO ORDINÁRIO DE NÍVEL- $\alpha$

O conjunto ordinário de nível- $\alpha$  de um dado conjunto Fuzzy A define-se como sendo aquele onde o grau da pertinência ultrapassa o valor  $\alpha$ . Representando-se este conjunto por  $S_\alpha$ , tem-se:

$$S_\alpha = \left\{ x \mid \mu_A(x) \geq \alpha \right\} \quad (3.67)$$

Como exemplo seja o seguinte conjunto Fuzzy A:

$$A = \left\{ (0.8/x_1), (0.1/x_2), (1.0/x_3), (0.3/x_4) \right\}$$

- para o conjunto de nível 0.3

$$S_{0.3} = \left\{ (1.0/x_1), (0.0/x_2), (1.0/x_3), (1.0/x_4) \right\}$$

- para o conjunto de nível 0.7

$$S_{0.7} = \left\{ (1.0/x_1), (0.0/x_2), (1.0/x_3), (0.0/x_4) \right\}$$

Este conceito é ilustrado na figura seguinte:

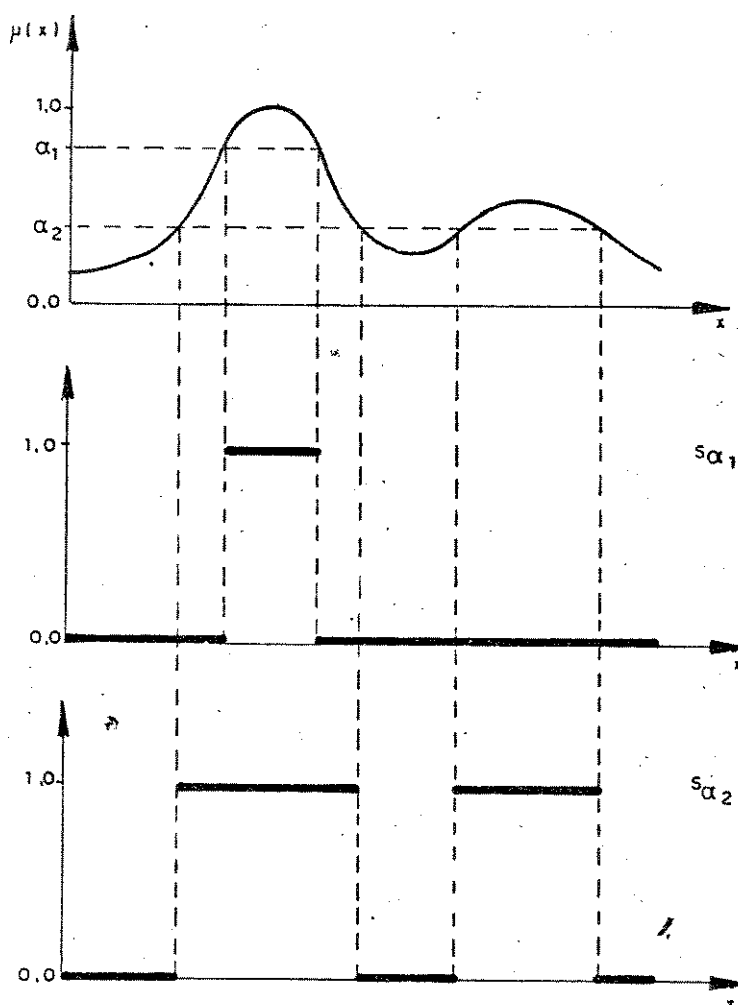


Fig. 3.8 - Exemplos de conjuntos de nível- $\alpha$

Para estes conjuntos de nível pode-se escrever a seguinte propriedade:

$$\text{se } \alpha_1 \geq \alpha_2 \Rightarrow S_{\alpha_1} \subset S_{\alpha_2} \tag{3.68}$$

Qualquer conjunto Fuzzy A pode ser decomposto em um produto de conjuntos ordinários por escalares  $\alpha$  da seguinte forma:

$$A = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha \cdot S_{\alpha} \tag{3.69}$$



CAPÍTULO 4

TOMADA DE DECISÃO UTILIZANDO  
TÉCNICA FUZZY

ou

$$\mu_A(x) = \max_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \cdot \mu_{S_\alpha}(x)] \quad (3.70)$$

Utilizando-se o conjunto Fuzzy A do exemplo anterior tem-se:

$$A = \max \left\{ \begin{array}{l} (0.8) \left\{ (1.0/x_1), (0.0/x_2), (1.0/x_3), (0.0/x_4) \right\}, \\ (0.1) \left\{ (1.0/x_1), (1.0/x_2), (1.0/x_3), (1.0/x_4) \right\}, \\ (1.0) \left\{ (0.0/x_1), (0.0/x_2), (1.0/x_3), (0.0/x_4) \right\}, \\ (0.3) \left\{ (1.0/x_1), (0.0/x_2), (1.0/x_3), (1.0/x_4) \right\} \end{array} \right\}$$

$$A = \left\{ (0.8/x_1), (0.1/x_2), (1.0/x_3), (0.3/x_4) \right\}$$

#### 4.1. INTRODUÇÃO

Os problemas de tomada de decisão multicritério ou multiobjetivo apresentam geralmente objetivos conflitantes com características de incerteza e imprecisão na sua quantificação. Para resolver tais problemas uma variedade de métodos matemáticos foram desenvolvidos e têm sido aplicados em áreas tão diversificadas como engenharia, políticas governamentais e econômicas, negócios e ciências sociais entre outras. Assim pode-se encontrar questões envolvendo, por exemplo, planejamento de transportes e gerenciamento de tráfegos, opções de investimento de capital, gerenciamento de recursos hidráulicos, fixação de tarefas e administração pública.

Como elementos que incorporam incertezas, pode-se mencionar, as previsões econômicas e sociais de longo prazo, a natureza abstrata de algumas informações subjetivas e a heterogeneidade de dados utilizados em alguns modelos de análise. Considerando estas circunstâncias, a teoria dos Conjuntos Fuzzy torna-se uma ferramenta metodologicamente capaz de tratar sistematicamente a incerteza presente em tais situações.

Este capítulo apresenta inicialmente o problema de tomada de decisão multiobjetivo definindo-o e caracterizando-o. Em seguida, apresenta-se alguns métodos de tomada de decisão multiobjetivos tradicionais e finalmente são analisados alguns algoritmos que utilizam a teoria dos Conjuntos Fuzzy.

## 4.2. UMA VISÃO GERAL DAS TÉCNICAS DE TOMADA DE DECISÃO MULTIOBJETIVO

### 4.2.1. Definição do Problema

Pode-se definir o Problema de Tomada de Decisão Multi-Objetivo (PMO) ou Multicritério no espaço das variáveis de decisão e com  $n$  objetivos a minimizar da seguinte forma:

$$\text{Min}_{\underline{x}} \left\{ f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}), \dots, f_l(\underline{x}) \right\} \quad (4.1)$$

s.a.:

$$g_k(\underline{x}) \leq 0$$

Onde:

$f_i(\underline{x})$ ,  $i = 1, 2, \dots, l$ ; são as funções objetivo;

$g_k(\underline{x})$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ ; são as funções de restrição

$\underline{x}$  é o vetor de dimensão  $n$  das variáveis de decisão

Nos problemas que envolvem o mundo real tem-se geralmente,  $n \gg m$ . A expressão (4.1) pode também ser escrita de uma forma mais compacta., utilizando notação vetorial, como:

$$\text{Min } \underline{f}(\underline{x})$$

$$\text{s.a. } \underline{g}(\underline{x}) \leq \underline{0} \quad (4.2)$$

onde  $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de decisão;  $\underline{f}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$  é o vetor da

função objetivo;  $\underline{g}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  é o vetor da função restrição e  $\underline{0} \in \mathbb{R}^m$  é o vetor cujos elementos são todos nulos.

**Alguns Comentários:**

i) O significado da desigualdade " $\leq$ " pode ser explicada da seguinte forma: para quaisquer dois vetores,  $\underline{y} \in \mathbb{R}^k$  e  $\underline{z} \in \mathbb{R}^k$  tem-se  $\underline{y} \leq \underline{z}$  se e somente se  $y_i \leq z_i$  para todo  $i = 1, 2, \dots, k$ , onde o subscrito  $i$  representa o  $i$ -ésimo elemento do vetor;

ii) As restrições  $\underline{g}(\underline{x}) \leq \underline{0}$  determinam o conjunto possível  $T$  de valores para o vetor de decisão  $\underline{x}$  onde  $T = \{\underline{x} | \underline{g}(\underline{x}) \leq \underline{0}\}$ . Cada vetor  $\underline{x} \in T$  determina um único valor  $\underline{f}(\underline{x})$  e existe um conjunto  $S$  de valores possíveis para  $\underline{f}(\underline{x})$  onde  $S = \{\underline{f}(\underline{x}) | \underline{x} \in T\}$ . Assim, um PMO pode ser considerado como:

$$\begin{aligned} \text{Min } \underline{f}(\underline{x}) & & (4.3) \\ \text{s.a.: } \underline{f}(\underline{x}) \in S & \end{aligned}$$

ou ainda:

$$\begin{aligned} \text{Min } \underline{f}(\underline{x}) & & (4.4) \\ \text{s.a.: } \underline{x} \in T & \end{aligned}$$

Onde: s.a. significa "sujeito a",

$S$  é conhecido como "espaço dos objetivos" e

$T$  é conhecido como "espaço das decisões factíveis".

#### 4.2.2. CARACTERIZAÇÃO DAS SOLUÇÕES DO PROBLEMA DE PMO

Uma solução ótima ou solução superior é aquela que consegue assumir o mínimo valor de todas as funções simultaneamente:  $\underline{x}^*$  é um ótimo para o problema descrito

em (4.4) se e somente se  $\underline{x}^* \in T$  e  $\underline{f}(\underline{x}^*) \leq \underline{f}(\underline{x})$  para todo  $\underline{x} \in T$ .

Geralmente, em um problema de programação multi-objetivo, não existe esta solução conhecida por ótimo. Assim, por exemplo, duas funções  $f_1(\underline{x})$  e  $f_2(\underline{x})$  podem atingir seus mínimos para valores diferentes da variável de decisão  $\underline{x}$ , ou ainda, os mínimos de tais funções não são obtidos simultaneamente. De outra forma, considere  $\bar{f}_i$  como sendo o global mínimo da função objetivo de ordem  $i$  quando se ignora os outros  $(l-1)$  objetivos. Para as  $n$  funções tem-se  $\bar{\underline{f}} = (\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_l)$ . Quando  $\bar{\underline{f}} \notin S$  (espaço dos objetivos) significa que não existe a solução ótima.

Não utilizando esta solução ótima aplica-se o conceito de solução eficiente, também conhecida por solução não-inferior ou Pareto-Ótimo. Koopmans (Koopmans, 1951) definiu um ponto eficiente para funções multiobjetivas na economia de mercado quando o aumento em uma das coordenadas (por exemplo, lucro na produção de um bem) pode ser realizado somente ao custo do decréscimo em uma outra coordenada (lucro na produção de um outro bem).

Uma solução possível ou factível  $\underline{x}^*$  é eficiente se não existir qualquer outra solução  $\underline{x} \in T$  tal que  $\underline{f}(\underline{x}) < \underline{f}(\underline{x}^*)$  e  $\underline{f}(\underline{x}) \neq \underline{f}(\underline{x}^*)$  (isto é,  $f_i(\underline{x}) < f_i(\underline{x}^*)$  para todo "i" e  $f_i(\underline{x}) < f_i(\underline{x}^*)$  para pelo menos um "i"). Esta solução obviamente pode não ser única. Enquanto a idéia de solução eficiente se refere aos pontos no espaço de decisão à de dominância se aplica aos vetores no espaço dos objetivos. Assim, dados 2 vetores objetivos (ou 2 funções objetivas)  $\underline{f}_1(\underline{x})$  e  $\underline{f}_2(\underline{x})$  tem-se  $\underline{f}_1(\underline{x})$  dominando  $\underline{f}_2(\underline{x})$  se e somente se  $\underline{f}_1(\underline{x}) < \underline{f}_2(\underline{x})$  e  $\underline{f}_1(\underline{x}) \neq \underline{f}_2(\underline{x})$ .

Para exemplificar os conceitos até agora emitidos, considere inicialmente o seguinte problema de programação

linear (PL): uma certa indústria processa dois produtos ( $x_1$  e  $x_2$ ) sob certas restrições de capacidade. Com a venda do primeiro produto ela consegue obter um lucro de 2 unidades monetárias (u.m.) por peça e com o segundo obtém-se 1 (u.m.) também por peça. Visando a maximização do lucro e considerando as restrições de capacidade envolvida no processo tem-se:

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & f_1 = 2x_1 + x_2 & \text{função objetivo} \\ \\ \text{s. a.} & -x_1 + 3x_2 \leq 21 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 27 \\ & 4x_1 + 3x_2 \leq 45 & \text{restrições} \\ & 3x_1 + x_2 \leq 30 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

A figura 4.1 ilustra graficamente o problema acima. Sendo fechada, convexa e poliedral, a região factível  $T$  possui 6 pontos extremos:  $x^1, x^2, x^3, x^4, x^5$  e  $x^6$ . Por ser um problema de maximização busca-se um ou mais pontos que maximize a função objetivo. Sabe-se da teoria (Goicoechea, 1982) que se um PL tem uma solução ótima, pelo menos um dos pontos extremos de  $T$  é solução.

Assim o ponto  $x^4$  ( $x_1 = 9$  e  $x_2 = 3$ ) é ótimo com respeito a função objetivo:  $f_1(x^4) = 21$ .

Na figura também estão as curvas de nível (representadas pelas linhas tracejadas) e os gradientes associados a função objetivo (representados pela seta normal a tais curvas). A curva de nível de uma função linear é o conjunto de pontos que satisfazem um dado valor da função objetivo  $f_1$ . Neste exemplo estão mostradas as curvas de nível (em  $\mathbb{R}^2$  as mesmas são linhas retas) para  $f_1 = 0$  ( $x_1 = x_2 = 0$ ) e  $f_1 = 21$  ( $x_1 = 9$  e  $x_2 = 3$ ).

Associada as mesmas tem-se os gradientes indicando a direção (dado pelas constantes 2 e 1 das variáveis do lado direito da função  $f_1$ ) do aumento da função objetivo.

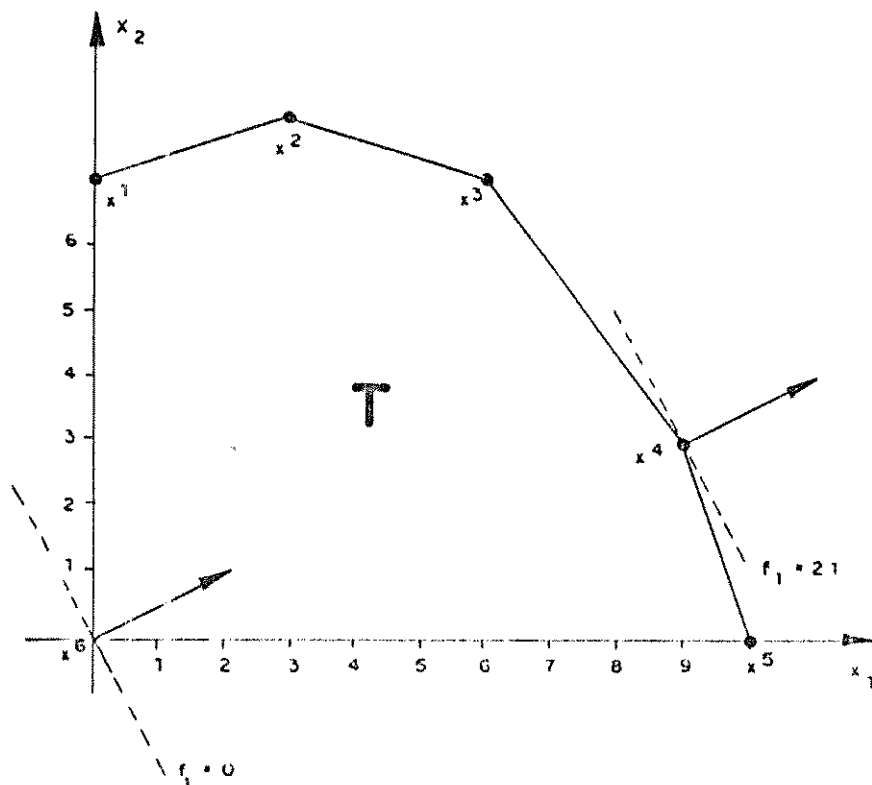


Fig. 4.1 - Exemplo de um PL mono objetivo.

Considerando, agora, o mesmo problema acrescido de uma segunda função objetivo dada por  $f_2 = -x_1 + 2x_2$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \text{Max } f_1 &= 2x_1 + x_2 \\ f_2 &= -x_1 + 2x_2 \end{aligned} \quad \text{funções objetivo}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a.:} \quad -x_1 + 3x_2 &\leq 21 \\ x_1 + 3x_2 &\leq 27 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 45 \\ 3x_1 + x_2 &\leq 30 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned} \quad \text{restrições}$$



A segunda função possui seu valor máximo, considerando os pontos extremos da região factível, em  $x^1(x_1 = 0$  e  $x_2 = 7)$ . Seu valor ótimo é então  $f_2(x^1) = 14$ .

Assim nota-se que as funções dadas atingem seus máximos para valores diferentes das variáveis de decisão  $x_1$  e  $x_2$ , ou seja, enquanto a função objetivo  $f_1$  assume seu máximo para  $x_1 = 9$  e  $x_2 = 3$  o valor máximo de  $f_2$  é 14 mas para  $x_1 = 0$  e  $x_2 = 7$ . A idéia usual de solução ótima para o problema de programação multi-objetivo (PMO) fica, desta forma, descaracterizada. Em seu lugar tem-se o conjunto de *soluções eficientes* ou *dominantes* representada na figura 4.2 pela linha sombreada.

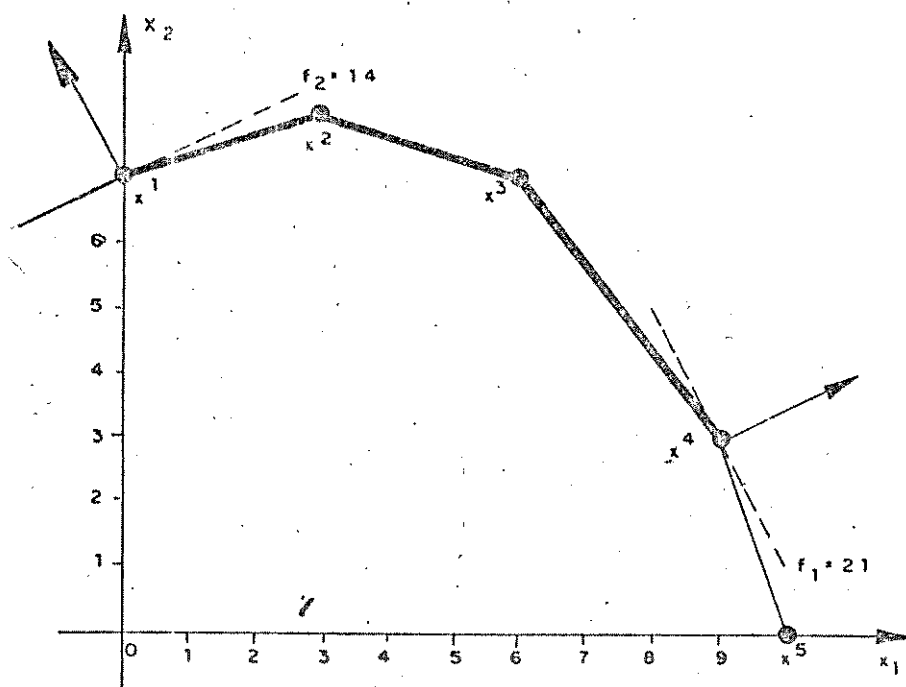


Fig. 4.2 - Exemplo de um PL bi-objetivo.

Além do espaço de decisão  $T$  pode-se construir também o espaço dos objetivos  $S$  da figura 4.3. Nesta, a linha sombreada representa as funções objetivo  $f(\underline{x})$  não dominadas.

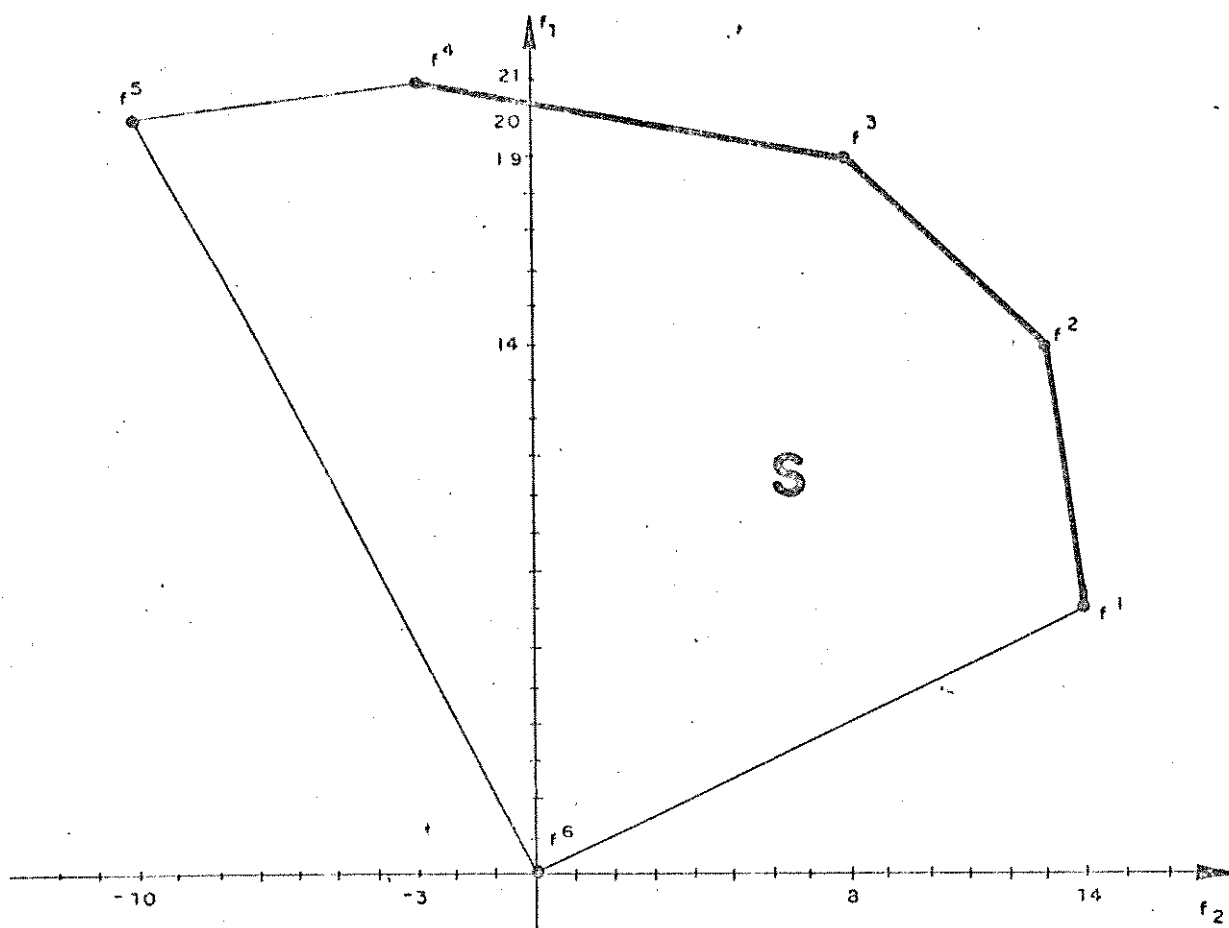


Fig. 4.3 - Espaço dos objetivos de um PLMO.

Inicialmente qualquer elemento do conjunto das soluções eficientes pode ser uma possível solução do PMO não existindo, como já visto, uma que seja considerada ótima em relação às demais. Desta forma, torna-se importante o papel desempenhado pelo *Tomador de Decisão* (*Decision Maker*) ou *Decisor*, que através de critérios

subjetivos adicionais, procura encontrar uma solução de compromisso entre os objetivos pretendidos. Pode-se dividir a solução de um problema multiobjetivo em 2 aspectos: análise e síntese. No primeiro busca-se gerar as soluções eficientes e no segundo procura-se, através do auxílio de métodos de procedimento, obter a resposta.

#### 4.2.3. GERAÇÃO DE SOLUÇÃO EFICIENTES

Entre as várias técnicas para se gerar soluções eficientes, serão comentadas aquelas relativas aos Métodos da Ponderação ( $P\omega$ ) e das  $\varepsilon$ -Restrições ( $P\varepsilon$ ).

A idéia básica de atribuir pesos para as várias funções objetivo, combinando-as em uma outra função mono-objetiva e variando parametricamente os pesos para gerar o conjunto de soluções eficientes, foi inicialmente proposto por Zadeh (Zadeh, 1963).

Matematicamente o método da ponderação pode ser descrito como:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^l \omega_i f_i(\underline{x}) \quad (4.5)$$

onde  $\underline{x} \in T$

$$\text{e: } \omega \in W \triangleq \left\{ \omega \in R^l: \omega_i > 0 \text{ e } \sum_{i=1}^l \omega_i = 1 \right\}$$

O coeficiente  $\omega_i$  operando sobre a função  $f_i(\underline{x})$  é chamado de peso e não deve ser interpretado como o "peso

ou valor relativo proporcional" deste objetivo quando comparado aos outros objetivos. São apenas parâmetros para a geração de soluções eficientes.

A técnica dos  $\epsilon$ -Restrições requer do Decisor a especificação dos níveis máximos permissíveis  $(\epsilon_2, \epsilon_3, \dots, \epsilon_l)$  para os  $(l-1)$  objetivos  $(f_2, f_3, \dots, f_l)$ . A solução eficiente é, então, aquela que resolve o seguinte problema:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f_1(\underline{x}) \\ & \text{s.a.: } f_j(\underline{x}) \leq \epsilon_j \quad j = 2, 3, \dots, l \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde  $\underline{x} \in T$ .

O conjunto de soluções eficientes do problema é gerado a partir da variação dos  $\epsilon_j$ 's,  $j = 2, 3, \dots, l$  (Haddad, 1992a).

#### 4.3. ALGUMAS METODOLOGIAS CLASSICAS DE TOMADA DE DECISÃO MULTIOBJETIVO

Várias são as metodologias existentes aplicadas à solução do problema de Tomada de Decisão envolvendo vários objetivos. Várias também são as metodologias utilizadas na classificação dos métodos e aplicações da PMO (Steuer, 1986), (Goicoechea, 1982), (Psarras, 1990).

Em alguns destes métodos o Decisor estabelece julgamentos de valor e preferências sobre as alternativas de solução do problema antes mesmo que o problema seja efetivamente resolvido (métodos com indicação a priori de preferências). Em outros o Decisor é chamado a indicar suas preferências a cada iteração orientando o processo de solução do problema. Também pode-se classificar alguns

métodos em métodos interativos e métodos não interativos. Nos processos onde o Decisor assume uma participação ativa com o modelo, tem-se geralmente, uma possibilidade maior de que a solução final obtida seja aceita como a melhor solução de compromisso do problema.

A forma de relacionamento do Decisor com a solução do problema pode ser através da indicação de níveis mínimos para os objetivos, ordenação lexicográfica ou caracterização da estrutura de preferências através de uma função utilidade, entre outros.

A seguir, comenta-se de maneira sucinta alguns destes métodos.

#### 4.3.1. ABORDAGEM VIA FUNÇÃO UTILIDADE

Uma função  $u(f)$  que associa um número real a cada ponto do espaço dos objetivos  $S$  é denominada Função Utilidade representativa das preferências do Decisor.

Assim o PMO pode ser escrito na forma:

$$\text{Min } u(\underline{f}(\underline{x})) \quad (4.7)$$

$$\text{s. a.: } \underline{x} \in T$$

Considerando que  $u(\underline{f})$  seja uma função não decrescente em relação a cada objetivo têm-se, no mínimo, uma solução eficiente para (4.7). A estruturação das preferências do Decisor pode ser obtida através das curvas de nível da sua função utilidade, as quais são também conhecidas como curvas de indiferença ou isopreferência. A solução do problema será um ponto onde o conjunto das soluções eficientes for tangente às curvas

de indiferença. A dificuldade em se obter a função de utilidade, gera no entanto, barreiras para o emprego deste método.

#### 4.3.2. MÉTODO DO ORDENAMENTO LEXICOGRÁFICO

O Método do Ordenamento Lexicográfico requer que os objetivos sejam ordenados em ordem de importância pelo Decisor. Considerando  $\{f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}), \dots, f_n(\underline{x})\}$  o conjunto dos objetivos ordenados pelo Decisor tem-se:

$$\text{Min } f_i(\underline{x}) \quad (4.8)$$

$$\text{s.a.: } \underline{x} \in T$$

A solução final é obtida resolvendo-se (4.8) seqüencialmente para  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ . Uma desvantagem deste método é que a solução preferida  $\underline{x}^*$  é muito sensível ao ordenamento, o que é indesejável se os objetivos tiverem aproximadamente a mesma importância. Com a finalidade de reduzir esta sensibilidade, uma variação deste método foi proposta por Waltz (Waltz, 1967):

- após o primeiro objetivo ser minimizado, o segundo é minimizado dentro de uma faixa percentual do valor ótimo encontrado no anterior (este valor percentual é determinado pelo Decisor). O terceiro objetivo é então minimizado, observado os resultados dos dois primeiros, também dentro de uma certa percentagem. Este processo se repete até que todos os objetivos tenham sido considerados.

## 4.3.3. PROGRAMAÇÃO ALVO

A Programação Alvo (PA) também conhecida por Goal Programming (GP) foi inicialmente concebida para resolver problemas lineares e atingiu um grande desenvolvimento e popularidade nas últimas décadas. Este método requer do Decisor o conjunto de metas que ele gostaria que cada objetivo pudesse atingir. Representando o conjunto de metas pelo vetor  $\hat{y}$  a formulação matemática do problema é:

$$\text{Min } || \underline{f}(\underline{x}) - \hat{y} || \quad (4.9)$$

$$\text{s.a.: } \underline{x} \in T$$

Onde  $|| \cdot ||$  representa alguma norma.

Uma outra formulação comum do problema, utilizando a soma dos valores absolutos dos desvios como norma é mostrada em seguida.

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n \left[ (d_i^- + d_i^+)^p \right]^{1/p} \quad p \geq 1 \quad (4.10)$$

$$\text{s.a.: } f_i(\underline{x}) + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

$$d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

$$d_i^- \cdot d_i^+ = 0$$

$$\underline{x} \in T$$

onde  $b_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  são as metas estabelecidas pelo Decisor para os objetivos  $f_i(\underline{x})$ ,  $d_i^+$  representa quanto o objetivo  $f_i(\underline{x})$  excedeu a meta estipulada  $b_i$  e  $d_i^-$  representa quanto o objetivo  $f_i(\underline{x})$  ficou abaixo da meta

estipulada  $b_i$ . O valor de  $p$  depende da forma com que os desvios são ponderados. Em geral,  $p \approx 1$ .

A solução preferida é definida como aquela que apresenta o menor desvio total em relação aos alvos ou metas desejados.

Pode-se também utilizar uma hierarquia para o modelo incorporando-se um ordenamento lexicográfico aos desvios. Seja então  $a = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  o conjunto ordenado, onde  $a_i = a_i(d^+, d^-)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  é uma função linear qualquer dos desvios  $d^+$  e  $d^-$ . Assim, em substituição a (4.10) resolve-se:

$$\text{Min } a_1 \quad (4.11)$$

$$\text{s.a.: } f_i(\underline{x}) + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

$$d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

$$d_i^- \cdot d_i^+ = 0$$

$$\underline{x} \in T$$

Obtendo-se  $a_1^*$ . Os problemas seguintes serão, para  $i = 2, 3, \dots, n$

$$\text{Min } a_i \quad (4.12)$$

$$\text{s.a.: } f_i(\underline{x}) + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

$$d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

$$d_i^- \cdot d_i^+ = 0$$

$$a_j(d^+, d^-) \leq a_j^*, \quad j=1, \dots, (i-1) \text{ e } \underline{x} \in T$$



Como já mencionado no método do Ordenamento Lexicográfico, a solução obtida com (4.12) é muito sensível à ordenação e às metas propostas pelo Decisor. Em contrapartida uma vantagem deste método é a flexibilidade de formulação facilitando a sua utilização.

Existe ainda uma outra formulação deste método empregando-se um vetor de pesos  $\underline{\omega}$ , conhecido também por método da realização das metas (Gembicki, 1973), cuja formulação é a seguinte:

$$\begin{array}{ll} \text{Min } z & \\ \text{s. a.: } & \underline{f}(\underline{x}) - \underline{\omega}z \leq \hat{\underline{f}} \\ & \underline{x} \in T \\ & \underline{\omega} > \underline{0} \end{array} \quad (4.13)$$

onde  $z$  é um escalar.

#### 4.3.4. MÉTODOS INTERATIVOS

Os métodos interativos também conhecidos por métodos com indicação progressiva de preferências pelo Decisor têm conseguido, nos últimos anos, uma aceitação cada vez maior por parte dos pesquisadores e usuários. Estes métodos são possíveis de serem implementados, considerando as particularidades de cada processo de decisão, através de um software de programação matemática adequado. Como o Decisor interage com o modelo, indicando preferências a cada iteração, pode-se obter uma solução final aceita como a melhor solução de compromisso do problema.

A figura 4.4 mostra de maneira esquemática, a estrutura geral, deste tipo de problema.

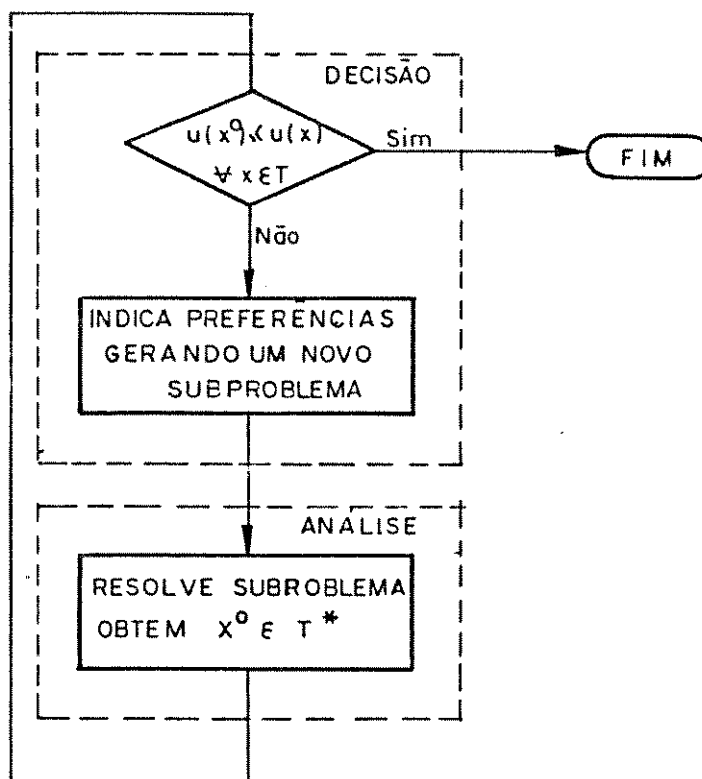


Fig. 4.4 - Estrutura geral de um problema PMO com método interativo.

Pode-se, de maneira genérica, caracterizar estes métodos interativos em dois níveis: um nível inferior ou de análise e outro superior ou de decisão. No primeiro encontra-se o modelo matemático adotado para o método em questão cuja solução é influenciada pelas preferências do Decisor. Estas preferências são fornecidas no nível superior onde o Decisor procura, através delas, induzir o nível de análise a fornecer soluções que estejam de acordo com as suas preferências. A forma de como isto se processa é o que diferencia os métodos, com por exemplo, o uso de uma função de utilidade implícita na Programação Alvo Interativa, taxas marginais de substituição no método de Geoffrion, Dyer e Feinberg (GDF) e trade-off's locais na vizinhança de uma dada alternativa viável como

no método SWT ("Surrogate Worth trade-off-Method") (Goicoechea, 1982); (Steuer, 1986).

#### 4.3.5. MÉTODOS DISCRETOS

Em muitos métodos de PMO, com variáveis de decisão contínuas, a situação de escolha envolve um número enorme de alternativas possíveis. Existem muitas situações de decisão, na qual o Decisor, deve escolher entre um número finito de alternativas avaliadas sobre múltiplos critérios incomensuráveis. Problemas deste tipo ocorrem em várias situações práticas, como por exemplo, a escolha de um empregado entre quatro candidatos ou qual entre cinco alternativas de sistemas de geração elétrica pode ser implementada.

Em problemas semelhantes o processo de solução pode ser descrito como se segue. Inicialmente uma análise descrevendo os objetivos gerais é feita. Depois as alternativas devem ser identificadas e compreendidas. Posteriormente o conjunto comum dos critérios relevantes para avaliar as propostas devem ser especificados. Em seguida, os níveis dos critérios para cada alternativa são estabelecidos. Finalmente é realizada a escolha da alternativa preferida através de um procedimento formal ou informal de avaliação.

Usualmente a estrutura do problema discreto pode ser representado por uma matriz relacionando os critérios com as alternativas através de um dado valor. Esta matriz é conhecida por matriz de impactos genéricos ou matriz de alternativas ou ainda por matriz de *payoff*. Na figura 4.5 a avaliação do critério de ordem  $i$  para a alternativa de ordem  $j$  ( $i = 1, 2, \dots, m$  e  $j = 1, 2, \dots, n$ ) é representada por  $a_{ij}$ .

CRITERIOS	ALTERNATIVAS			
	1	2	.....	n
1	$a_{11}$	$a_{12}$	.....	$a_{1n}$
2	$a_{21}$	$a_{22}$	.....	$a_{2n}$
⋮	⋮	⋮	.....	⋮
⋮	⋮	⋮	.....	⋮
m	$a_{m1}$	$a_{m2}$	.....	$a_{mn}$

Fig. 4.5 - Exemplo de uma matriz de Payoff.

Devido à estrutura deste tipo de formulação envolver várias alternativas e critérios de análises diferenciados, torna-se necessário por vezes, algum tipo de ajuda de especialistas ou de pessoas com experiências de muitos anos. Mesmo trabalhando com pessoal qualificado alguns sentem dificuldade em transformar informações técnicas ou intuitivas em formas adequadas para o processo de análise em questão. Assim, é importante utilizar métodos analíticos que possam ajudar na determinação da importância das várias alternativas submetidas aos vários critérios. A ferramenta dos conjuntos Fuzzy, como será visto posteriormente, facilita a interface do especialista com o problema.

Procura-se, por exemplo, a alternativa que maximize a utilidade do Decisor. Como exemplo de método discreto pode-se citar o método ELECTRE.

O método ELECTRE (Elimination et Choix Tradussant de la Realite) é uma ferramenta particularmente adequada para problemas de tomada de decisão de múltiplos objetivos que envolve um número discreto de alternativas. Este método foi inicialmente sugerido por Benayoun, Roy e Sussaman em 1966 (Benayoun et al., 1966) e aperfeiçoado por Roy em 1971 (Roy & Bertier, 1971). Recentemente aplicamos este método em um processo de seleção de alternativas visando a conservação de água (Haddad & Santos, 1992).

#### 4.4. TOMADA DE DECISÃO UTILIZANDO TÉCNICAS FUZZY

Em vários métodos de Tomada de Decisão Multiobjetivo os resultados são influenciados pela natureza das informações fornecidas pelo Decisor. Assim, em algumas situações os objetivos, as restrições e conseqüentemente as possíveis decisões não são precisas, podendo ainda serem inconsistentes e sujeitas a erros. Para quantificar esta imprecisão pode-se utilizar os conceitos e técnicas da teoria da probabilidade, entendendo-se que desta forma que a imprecisão pode ser relacionada com a aleatoriedade. Outros (Bellman, 1970) julgam ser melhor associar esta imprecisão aos conjuntos Fuzzy pois enquanto aleatoriedade trata com as incertezas da pertinência ou não de um elemento em relação a um conjunto ordinário, o grau de subjetividade ou "nebulosidade" reflete os valores intermediários entre a pertinência total e a não pertinência. Assim, como ilustração, a frase "A empresa x tem uma moderna perspectiva" é imprecisa devido a característica Fuzzy do termo "moderna perspectiva".

Já a frase "A probabilidade da empresa x está operando com prejuízo é 0,7" é uma medida da incerteza

proveniente da mesma se encontrar na classe de conjuntos não-Fuzzy das empresas que estão operando com prejuízo. Como consequência, as técnicas matemáticas para tratar com esta nebulosidade são diferentes daquelas da teoria da probabilidade.

De outra forma pode-se também dizer que, enquanto a teoria da probabilidade lida com a aleatoriedade referente a incerteza da ocorrência ou não de algum evento, a imprecisão dos conjuntos Fuzzy trata com a pertinência ou não pertinência de um objeto em um conjunto com limites não bem delimitados ou imprecisos.

Os processos de decisão envolvendo conjuntos Fuzzy podem ser classificados sob diversos aspectos, como por exemplo, envolvendo um ou vários Decisores ou através de um ou mais estágios do processo de decisão. As ferramentas metodológicas abrangem, entre outras, programação linear, programação dinâmica, programação inteira, podendo ainda ser ou não interativa.

Entre os vários trabalhos publicados sobre o assunto geralmente, cita-se o de Zimmermann (Zimmermann, 1978) publicado em 1978, como sendo o pioneiro em programação multicritério a tratar da teoria dos conjuntos Fuzzy. O mesmo envolvendo apenas problemas lineares e o processo não interativo, mostra, entre outros aspectos que as soluções obtidas são diferenciadas pelos vários graus de satisfação adotados.

A seguir procura-se inicialmente conceituar o problema de tomada de decisão em um ambiente Fuzzy; analisar os objetivos, restrições e decisão e finalmente mostrar a relação entre os processos de Tomada de Decisão convencional e Fuzzy.

#### 4.4.1. CONCEITUAÇÃO DO PROBLEMA

Assim como na teoria convencional sobre Tomada de Decisão pode-se, analisar o problema de Tomada de Decisão Fuzzy através dos seguintes pontos: as variáveis de decisão, as restrições e os objetivos. A noção de nebulosidade pode então ser introduzida em todos estes elementos básicos. Geralmente as variáveis de decisão são consideradas como permanecendo determinísticas (ou, no máximo, probabilísticas) e apenas os objetivos e restrições constituem classes de alternativas cujos limites não estão muito bem definidos.

Segundo Bellman (Bellman, 1970) a função objetivo e a restrição Fuzzy podem ser caracterizadas por sua função de pertinência. A finalidade é satisfazer ambos os objetivos e as restrições; portanto, uma decisão Fuzzy é considerada como a interseção das restrições e os objetivos Fuzzy. Pode-se definir a estrutura geral deste problema como se segue.

Seja  $A$  um conjunto de possíveis ações de decisão alternativa. Um objetivo Fuzzy  $G$  é um subconjunto Fuzzy em  $A$  caracterizado por sua função de pertinência dado por  $\mu_G: A \rightarrow [0,1]$ . Uma restrição Fuzzy  $C$  é um subconjunto Fuzzy em  $A$ , caracterizado por sua função de pertinência  $\mu_C: A \rightarrow [0,1]$ .

A decisão Fuzzy  $D$  resultante do objetivo  $G$  e a restrição  $C$  é a interseção de ambos, logo:

$$D = G \cap C \quad (4.14)$$

e utilizando-se a expressão 3.13 do capítulo anterior, tem-se para a função de pertinência, com  $x \in A$  :

$$\mu_D(x) = \text{MIN} \left\{ \mu_G(x), \mu_C(x) \right\} \quad (4.15)$$

A Decisão D resultante de n objetivos Fuzzy  $G_1 \dots G_n$  e m restrições Fuzzy  $C_1 \dots C_m$  pode ser calculada através da expressão:

$$D = G_1 \cap G_2 \cap \dots \cap G_n \cap C_1 \cap C_2 \cap \dots \cap C_m \quad (4.16)$$

Por exemplo, considere um objetivo G e uma restrição C expressas como:

G: x deve ser muito maior que 5.

C: x deve estar perto de 10.

Que estão ilustradas na figura 4.6 e possuindo as seguintes funções de pertinência:

$$\mu_G(x) = \begin{cases} 1 - (1 + (0.2(x-5))^2)^{-1} & \text{para } x > 5 \\ 0 & \text{para } x \leq 5 \end{cases}$$

$$\mu_C(x) = (1 + (x-10)^2)^{-1}$$



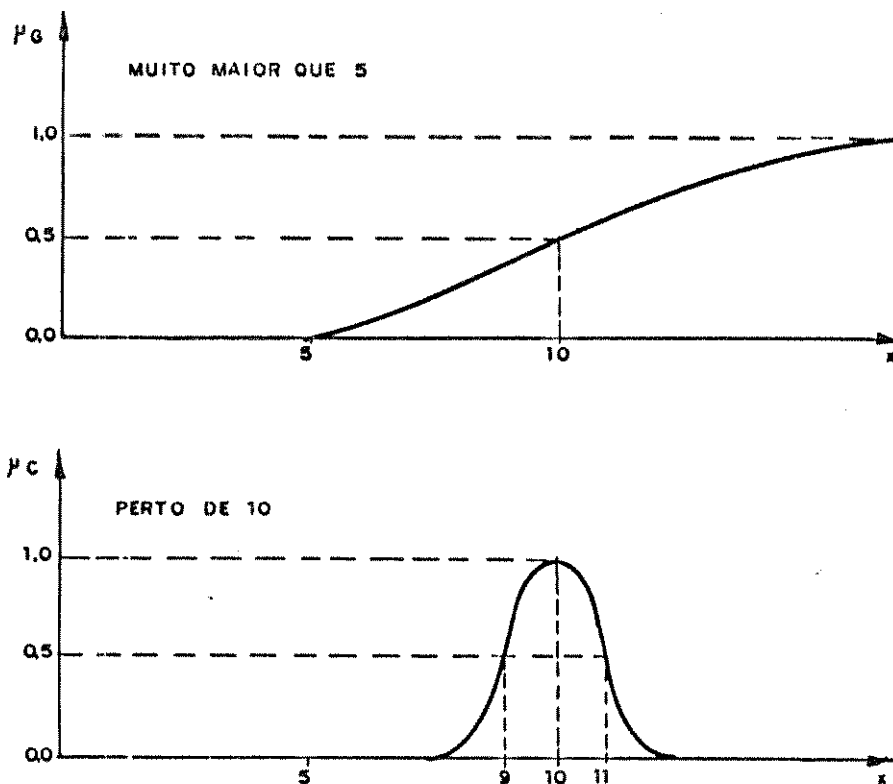


FIG. 4.6. Exemplo de Objetivo e restrição Fuzzy.

A decisão Fuzzy  $D$  é a interseção de ambos os conjuntos Fuzzy ( $D = G \cap C$ ) e está mostrada na figura seguinte 4.7.

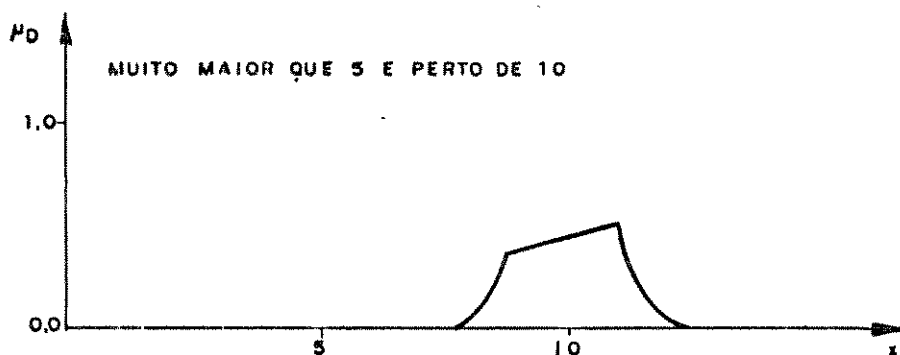


FIG. 4.7. Exemplo de Decisão Fuzzy.

#### 4.4.2. Objetivos e Restrições Fuzzy

Nos processos de tomada de Decisão convencional a direção na qual o processo deve se desenvolver pode ser induzida por uma função objetivo ou de desempenho, como por exemplo, a função de utilidade. Esta função ordena o conjunto de alternativas de acordo com a preferência do tomador de Decisão e, embora não haja menção de uma função objetivo mas de um objetivo (Fuzzy), está claro que a função de pertinência,  $\mu_G(x)$ , pode servir ao mesmo propósito.

O conceito de "grau de pertinência de  $x$  no objetivo  $G$ " não está longe do conceito de "nível de aceitação de  $x$  em vista do objetivo  $G$ " que corresponde a uma ordenação de preferência das ações de Decisão alternativa  $x \in T$  (espaço das variáveis de decisão). A razão para se adotar esta noção ligeiramente diferente está no fato de que os objetivos e restrições podem ser tratadas do mesmo modo, sendo ambos conceitos matematicamente idênticos.

Como a Decisão deve satisfazer os objetivos e as restrições, sua definição como a interseção destes dois parece auto evidente. Entretanto, deve ser notado que a definição usual de interseção como operação mínima é arbitrária e tem a desvantagem de uma falta de interdependência. Em outras palavras, enquanto  $\mu_A \geq \mu_B$ , a interseção  $\text{MIN} \{ \mu_A, \mu_B \}$  é absolutamente independente do valor de  $\mu_A$ . Se for desejável que a Decisão Fuzzy reflita sempre os valores dos objetivos e restrições envolvidos e alguma condição de interesse no processo (como, por exemplo, conservação de energia), pode-se introduzir uma definição alternativa para o cálculo de  $\mu_D$ .

Procura-se, ainda, que a definição de uma Decisão Fuzzy reflita o significado semântico desejado mas, possuindo pelo menos alguma elegância algébrica como, por exemplo, as propriedades associativa e distributiva.

#### 4.4.3. ANÁLISE DA DECISÃO FUZZY

Embora possa haver situações onde o Decisor esteja satisfeito com soluções na forma de conjuntos Fuzzy, como por exemplo, "x é muito maior que 7" e "x aproximadamente entre 10 e 12", é aceitável que ocorram muitas situações onde a decisão final a ser tomada tenha que ser exata, bem definida, portanto, não Fuzzy. A questão que se coloca é como deve se avaliar a decisão Fuzzy resultante para se obter uma decisão não Fuzzy representativa.

Um modo de se avaliar uma decisão Fuzzy  $D$  é pela divisão do conjunto Fuzzy em seus conjuntos de nível- $\alpha$ . Como visto no terceiro capítulo, item 3.9, um conjunto de nível- $\alpha$  (ou corte  $\alpha$ )  $S_\alpha$  de um conjunto Fuzzy  $D$  em  $T$  pode ser definido por:

$$S_\alpha = \{x \in T \mid \mu_D(x) \geq \alpha\} \quad (4.17)$$

Este conjunto de nível- $\alpha$  é obviamente um conjunto não Fuzzy. Por meio deste conceito pode-se construir uma série de conjuntos de acordo com seus níveis mas ainda não leva a uma Decisão simples em particular. Um modo muito fácil é procurar aquela resposta onde a Decisão Fuzzy consegue sua função pertinência máxima. Assim pode-se definir o conjunto Decisão  $M$  ótimo (ou máximo) do objetivo Fuzzy  $G$  por:

$$M = \left\{ x_0 \in T \mid \mu_G(x_0) = \max_{x \in T} \mu_G(x) \right\} \quad (4.18)$$

Note que restrições adicionais devem ser impostas sobre  $G$  para assegurar que haja apenas um  $x_0 \in M$ . Na maior parte,  $M$  consiste de mais de um elemento.

Uma avaliação final bastante simples poderia consistir em se tomar a média  $x_M$  de todos  $x_0 \in M$  e  $x_M$  representar o conjunto Fuzzy  $G$ . Este procedimento de avaliação é arbitrário e tem a desvantagem de que depende apenas do máximo do conjunto Fuzzy. O restante deste conjunto - sua forma ou contorno - não é considerado.

Uma maneira diferente pode ser que, ao invés de procurar um valor simples e exato, designe-se um valor linguístico àquela decisão Fuzzy. Assim, como vimos no terceiro capítulo, item 3.8, dados um conjunto de valores linguísticos básicos como "grande", "pequeno", etc.; um conjunto de limites linguísticos como "muito", "bastante", "mais ou menos", e o conjunto de conectivos usuais "e", "ou", "não", pode-se construir um procedimento de avaliação que designe à resultante Decisão Fuzzy um termo linguístico tal como "nem pequeno e nem muito grande". Iterativamente, o termo gerado é comparado com a Decisão Fuzzy real, e de acordo com alguns critérios, o termo ou é designado à Decisão ou não (Wenstop, 1976). Kaufmann (Kaufmann, 1975) apresenta outros critérios para a designação dos termos linguísticos às decisões Fuzzy, conforme Figura 4.8.

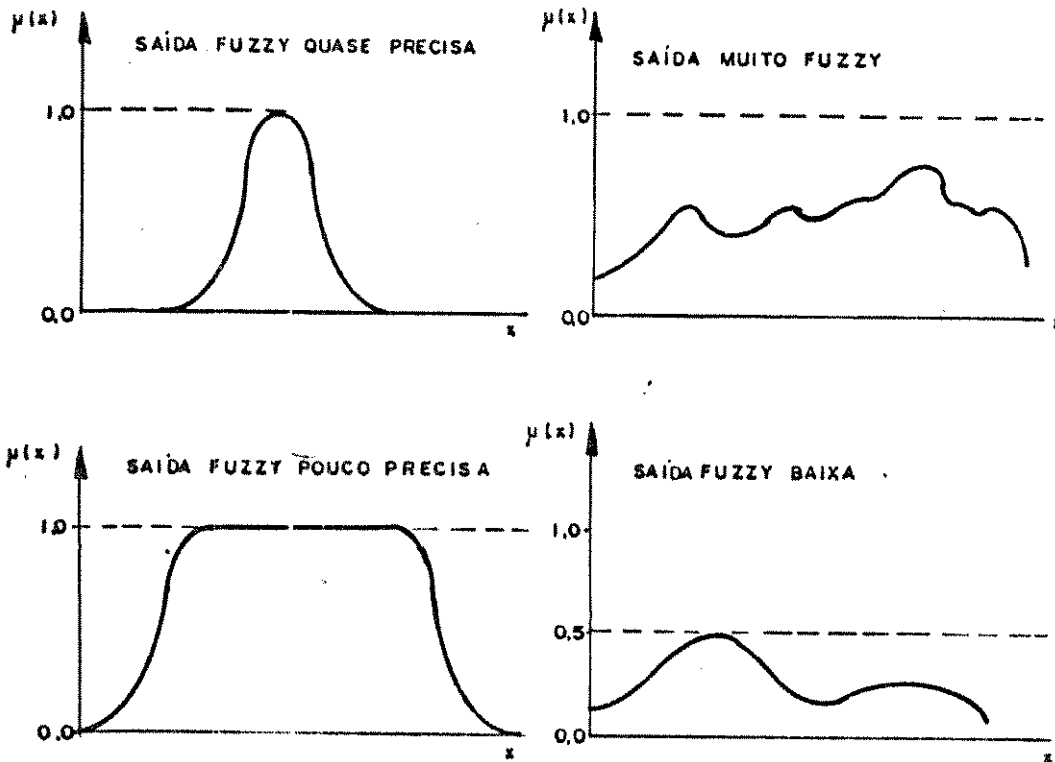


FIG. 4.8. Designação de termos linguísticos à Decisão Fuzzy.

#### 4.4.4 RELAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS CONVENCIONAL E FUZZY

Considere uma função objetivo  $f: A \rightarrow \mathbb{R}^+$  onde  $A$  seja o conjunto de alternativas e  $A = \mathbb{R}^n$ . Considere também uma restrição Fuzzy  $C$  em  $A$  caracterizada pela sua função de pertinência  $\mu_C: A \rightarrow [0, 1]$ .

Suponha agora que  $f$  seja uma função limitada, isto é,  $f(x) \leq M, x \in A$ . Então, assumindo-se  $\mu_G(x) = f(x)/M$  de forma que  $\mu_G$  seja de fato uma função tomando valores entre 0 e 1,  $\mu_G: A \rightarrow [0, 1]$ , tem-se agora transformada a função objetivo em um objetivo Fuzzy. O problema da Tomada de Decisão Fuzzy consiste em se encontrar o máximo

da Decisão Fuzzy D:

$$\text{Max}_{x \in A} \mu_D(x) = \text{Max}_{x \in A} [\mu_C(x) \wedge \mu_G(x)] \quad (4.19)$$

Em Negoita e Ralescu (Negoita,1975) é apresentado um teorema onde, com algumas suposições, mostra que este caso se reduz ao problema de Tomada de Decisão convencional onde se busca o seguinte máximo:

$$\text{Max}_{x \in B} \mu_G(x) \quad (4.20)$$

sujeito à restrição:

$$B = \{x \in A \mid \mu_C(x) - \mu_G(x) \geq 0\} \quad (4.21)$$

Geralmente, este teorema também vale no caso de  $n$  restrições Fuzzy  $C_1 \dots C_n$  em  $A$ , e neste caso assume-se simplesmente:

$$C = C_1 \cap C_2 \cap \dots \cap C_n \quad (4.22)$$

A demonstração deste teorema (Negoita,1975) pode ser resumida nas seguintes etapas:

- inicialmente prova-se que:

$$\text{Max}_{x \in A} \mu_D(x) = \text{Max}_{\alpha \in [0,1]} \left[ \alpha \wedge \text{Max}_{x \in C_\alpha} \mu_G(x) \right] \quad (4.23)$$

onde  $C_\alpha = \{x \in A \mid \mu_C(x) \geq \alpha\}$  é o conjunto de nível- $\alpha$  de  $C$ . Esta também vale quando  $C = C_1 \cap \dots \cap C_n$ .

- Define-se  $\varphi(\alpha) = \text{Max}_{x \in C_\alpha} \mu_G(x)$

Se  $\varphi$  for contínuo em  $[0,1]$  então:

$$\begin{aligned} \exists \alpha \in [0,1] \text{ de forma que } \varphi(\bar{\alpha}) = \bar{\alpha} & \quad (4.24) \\ \text{e } \max_{x \in A} \mu_D(x) = \bar{\alpha} = \varphi(\bar{\alpha}) & \end{aligned}$$

- Finalmente, prova-se que  $C_{\bar{\alpha}} \subset B$  de forma que:

$$\max_{x \in B} \mu_G(x) \geq \max_{x \in C_{\bar{\alpha}}} \mu_G(x) = \bar{\alpha} \quad (4.25)$$

e, portanto:

$$\max_{x \in A} \mu_D(x) = \max_{x \in B} \mu_G(x) \quad (4.26)$$

onde termina a demonstração do teorema original.

A suposição de que  $\varphi(\alpha)$  é contínuo em  $\alpha \in [0,1]$  é suficientemente satisfeita pela condição de que  $\mu_C(x)$  deve ser estritamente convexo. Por definição um subconjunto Fuzzy  $R^n \rightarrow [0,1]$  é chamado estritamente convexo se para todos  $x, y$  fora do conjunto de suporte de  $\mu$ , com  $x \neq y$ , tem-se:

$$\mu(\lambda x + (1 - \lambda)y) > \mu(x) \wedge \mu(y) \quad (4.27)$$

para todos  $\lambda \in [0,1]$ .

#### 4.5. TOMADA DE DECISÃO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY

Inicialmente será visto a Programação Linear Fuzzy (PLF) mono-objetivo e em seguida a Programação Linear Fuzzy multi-objetivo (PLMF).

#### 4.5.1. ANÁLISE DA TOMADA DE DECISÃO MONO-OBJETIVO ATRAVÉS DA PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY

O primeiro trabalho que se tem conhecimento sobre Tomada de Decisão Fuzzy envolvendo Programação Linear (PL) é de autoria de Zimmermann (Zimmermann, 1976). Ele transformou o problema de programação linear convencional:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } Z &= cx, & (4.28) \\ \text{sujeito às restrições: } Ax &\leq b \\ &x \geq 0, \end{aligned}$$

para a seguinte versão Fuzzy:

$$\begin{aligned} cx &\lesssim Z \\ Ax &\lesssim b \\ x &\lesssim 0 \end{aligned} \quad (4.29)$$

onde  $c$  é o vetor de coeficientes da função objetivo,  $b$  é o vetor de restrições, e  $A$  é a matriz coeficiente. O símbolo  $\lesssim$  denota "essencialmente menor ou igual a". Este conceito de desigualdade Fuzzy é operacionalizada tomando-se como sua função pertinência uma função  $f$  que deve, pelo menos, satisfazer as seguintes condições :

$$f(Ax, cx) = \begin{cases} 0 & \text{se } Ax \leq b \text{ e } cx \leq Z \text{ forem fortemente} \\ & \text{violados.} \\ 1 & \text{se } Ax \geq b \text{ e } cx \geq Z \text{ forem satisfeitos.} \end{cases} \quad (4.30)$$

e que, entre estes extremos, indica o nível de violação ou aceite das combinações de variáveis  $Ax$  e  $cx$ . A versão mais simples de tal função é uma linear que aumenta gradualmente de zero a um entre os extremos.



Além do mais, considerando-se as restrições  $Ax \leq b$  e os objetivos  $cx \leq Z$  como dois conceitos matematicamente idênticos - como é o objetivo da definição de uma Decisão Fuzzy - e definindo-se a decisão como a interseção de ambos, chega-se à seguinte função pertinência para o conceito de desigualdade Fuzzy:

$$f(Bx) = \min_i f_i((Bx)_i) \quad (4.31)$$

onde:

$$f_i((Bx)_i) = \begin{cases} 1 & \text{para } (Bx)_i \leq b_i \\ 1 - \frac{(Bx)_i - b_i}{d_i} & \text{para } b_i < (Bx)_i \leq b_i + d_i \\ 0 & \text{para } (Bx)_i > b_i + d_i \end{cases} \quad (4.32)$$

onde B é uma matriz formada pela adição da fila c à matriz A, e onde  $f_i((Bx)_i)$  é a função da i-ésima fila  $(Bx)_i$  do sistema Bx.

A interpretação do  $d_i$  é que estes são constantes de violações admissíveis das restrições. A função final

$$\min_i f_i((Bx)_i) \quad (4.33)$$

é a "Decisão Fuzzy" do problema, que corresponde à definição usual daquele conceito como a interseção dos objetivos e restrições Fuzzy. O problema de se achar a decisão máxima:

$$\max_x \min_i f_i((Bx)_i) \quad (4.34)$$

pode ser mostrado como sendo equivalente ao problema de programação linear. Para isto substitua

$$b'_i = \frac{b_i}{d_i} \qquad B'_i = \frac{B_i}{d_i} \qquad (4.35)$$

e elimine o 1 da função  $f_i((Bx)_i)$ . Assim tem-se o problema reduzido à seguinte forma:

$$\text{Max}_{x \geq 0} \text{Min}_i (b'_i - (Bx)_i) \qquad (4.36)$$

Este problema equivale à solução do seguinte problema de programação linear convencional:

$$\begin{aligned} &\text{maximize } \lambda \\ &\text{sujeito as restrições: } \lambda \leq b'_i - (Bx)_i \qquad (4.37) \\ &\qquad \qquad \qquad x \geq 0 \end{aligned}$$

Em Negoita (Negoita, 1975) prova-se que a identidade que Zimmermann encontrou para funções de pertinência lineares é válida em geral. Assim, dado um conjunto de alternativas A, um conjunto de m restrições Fuzzy  $f_i: A \rightarrow [0,1]$ ,  $i = 1, \dots, m$ , e um objetivo Fuzzy  $f_0: A \rightarrow [0,1]$ , o problema de Decisão Fuzzy é achar  $x^* \in A$  tal que:

$$\mu_D(x^*) = \text{Max}_x \mu_D(x) = \text{Max}_x \text{Min}_i (f_i(x)) \qquad (4.38)$$

A alternativa  $x^* \in A$  é uma decisão ótima se o vetor  $(x^*, \lambda) \in \mathbb{R} \times [0,1]$  onde:

$$\lambda = \text{Min}_i f_i(x^*) \text{ , com } i = 0, 1, 2, \dots, m \qquad (4.39)$$

seja uma solução do seguinte PL:

$$\begin{aligned}
 &\text{achar Max } \lambda \\
 &\text{sujeito a: } \lambda < f_i(x) \\
 &\quad \lambda \geq 0 \\
 &\text{com } i = 1, 2, \dots, m \\
 &\quad x \in \mathbb{R}
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

Como exemplo (Zimmermann, 1976) considere a situação onde se deva decidir o tamanho e a estrutura de uma frota de caminhões. Neste exemplo, os métodos convencional não Fuzzy e Fuzzy são aplicados e comparados.

Foram considerados quatro caminhões de tamanhos diferentes ( $x_1$  a  $x_4$ ). O objetivo era de minimizar custos, e as restrições eram que certas grandezas mínimas tinham que ser transportadas e que um número mínimo de clientes tinham que ser visitados a cada dia. Em complemento, pelo menos seis dos caminhões menores tinham que ser incluídos na frota. Aplicando-se PL linear não Fuzzy tem-se:

$$\text{Minimizar: } 41.000x_1 + 44.300x_2 + 48.100x_3 + 49.100x_4$$

sujeito às restrições:

$$0,84x_1 + 1,44x_2 + 2,16x_3 + 2,40x_4 \geq 170$$

$$16x_1 + 16x_2 + 16x_3 + 16x_4 \geq 1300$$

$$x_1 \geq 6$$

A solução é  $x_1 = 6$ ;  $x_2 = 17,85$ ;  $x_3 = 0$ ;  $x_4 = 58,64$  com custos = 3.918.850. A formulação flexível do problema na forma de um programa linear Fuzzy está mostrado na tabela 4.2.

Tabela 4.2. Formulação Fuzzy do problema.

	Não Fuzzy	Fuzzy	
		$\mu = 0$	$\mu = 1$
Função objetiva		4.200.000	3.700.000
Primeira restrição	170	170	180
Segunda restrição	1.300	1.300	1.400
Terceira restrição	6	6	12

O problema não Fuzzy equivalente então é:

Maximizar  $\lambda$

sujeito às restrições:

$$\lambda \leq 7,4 - 0,083x_1 - 0,089x_2 - 0,096x_3 - 0,098x_4$$

$$\lambda \leq -18 + 0,084x_1 + 0,144x_2 + 0,216x_3 + 0,24x_4$$

$$\lambda \leq -14 + 0,16x_1 + 0,16x_2 + 0,16x_3 + 0,16x_4$$

$$\lambda \leq -2 + 0,167$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

cuja solução está mostrada na tabela 4.3.

Desta forma, o Decisor formulando o problema através de limites superior e inferior se defronta, neste exemplo, com custos adicionais de cerca de 1,7%.

Tabela 4.3. Soluções dos programas lineares.

Não Fuzzy	Fuzzy
$x_1 = 6$	$x_1 = 17,41$
$x_2 = 17,85$	$x_4 = 66,54$
$x_4 = 58,65$	
$Z = 3.918.850$	$Z = 3.988.257$
Restrições	
1. 171,5	174,2
2. 1.320	1.342,4
3. 6	17,4

#### 4.5.2. ANÁLISE DA TOMADA DE DECISÃO MULTI-OBJETIVO ATRAVÉS DA PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY

Como já descrito no item anterior um programa linear "Fuzzy" é uma "Fuzzificação" do usual problema de PL:

Minimizar  $z = cx$   
 sujeito às restrições:  $Ax \leq b$  e  $x \geq 0$

que em uma versão "Fuzzy" assume a forma:

$$\begin{aligned} cx &\lesssim z \\ Ax &\lesssim b \\ x &\lesssim 0 \end{aligned}$$

onde o símbolo  $\lesssim$  denota "essencialmente menor ou igual". Esta desigualdade "Fuzzy" é operacionalizada tomando-se funções de pertinência  $\mu_1(Ax, cx)$  que assumem o valor zero se as condições forem muito violadas e o valor um se as condições forem satisfeitas.

Considerando-se agora uma abordagem multi-objetivo Fuzzy, pode-se caracterizá-la, essencialmente, através das seguintes etapas:

- inicialmente resolve-se o problema relativo ao cálculo do máximo de vetor obtendo-se as soluções "melhor" e "pior";

- em seguida utilize estas soluções como os limites das faixas "Fuzzy" no correspondente problema PL "Fuzzy" e resolva-o.

Utilizando o exemplo do item 4.2.2, tem-se para as funções de pertinência correspondentes os valores:

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } z_1(x) \leq 7 \\ \frac{z_1(x) - 7}{14} & \text{para } 7 < z_1(x) \leq 21 \\ 1 & \text{para } 21 < z_1(x) \end{cases}$$

$$\mu_2(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } z_2(x) \leq -3 \\ \frac{z_2(x) + 3}{17} & \text{para } -3 < z_2(x) \leq 14 \\ 1 & \text{para } 14 < z_2(x) \end{cases}$$

porque os valores mais altos possíveis de se obter dos objetivos foram de 14 unidades de exportação líquida ( $z_2(x)=14$ ) e 21 unidades de lucro ( $z_1(x)=21$ ) e os valores mais baixos dos objetivos foram 3 unidades de importação ( $z_2(x)=-3$ ) e 7 unidades de lucro ( $z_1(x)=7$ ).

Assim, em analogia ao descrito no item 4.5.1 e mantendo-se as restrições fornecidas pelo problema, tem-se a seguinte formulação Fuzzy:

Max  $\lambda$

sujeito a:

$$\lambda \leq -0,0588x_1 + 0,117x_2 + 0,1764$$

$$\lambda \leq +0,1429x_1 + 0,0714x_2 - 0,5$$

$$21 \geq -x_1 + 3x_2$$

$$27 \geq x_1 + 3x_2$$

$$45 \geq 4x_1 + 3x_2$$

$$30 \geq 3x_1 + x_2$$

$$x \geq 0$$

A solução que dá o grau mais alto de "satisfação global" ( $\mu = 0,74$ ) é  $x^* = (5,03; 7,32)$  produzindo uma exportação de  $z_2 = 9,61$  e um lucro de  $z_1 = 17,38$ .

#### 4.6. TOMADA DE DECISÃO FUZZY ATRAVÉS DA AVALIAÇÃO DE CRITÉRIOS

Existem várias maneiras de se analisar o problema de Tomada de Decisão Fuzzy quando se emprega algum método que envolva uma avaliação de critérios. Neste ítem vamos apresentar o método que será utilizado nos capítulos seguintes. Para melhor compreensão do mesmo é apresentado no anexo deste trabalho um exemplo com todos os passos.

##### 4.6.1. MÉTODO PROPOSTO

Podemos descrever o método adotado (Dhar, 1979) da seguinte forma:

- i) Escolha das alternativas a serem utilizadas;
- ii) Caracterizar cada alternativa tecnológica através de parâmetros que possam representar as diferenças existentes entre elas;
- iii) Adotar cenários de conservação de energia elétrica

com graus de pertinência de 0 a 1;

- iv) Combinar todos os cenários de conservação com todas as alternativas tecnológicas, obtendo-se uma matriz chamada Matriz Característica, atribuindo-se um peso (adotado de 0 a 10) ao se considerar cada parâmetro utilizado como característica no item (ii);
- v) Obter para cada matriz característica do item anterior os conjuntos fuzzy  $U_i$  formados pelos pesos atribuídos através de critérios subjetivos e pelas pertinências dos cenários adotados no item (iii).

$$U_i = ( \mu_{\text{CEN}}(x_{ij}) / p_{ij} ) \quad (4.41)$$

onde:

$i = 1, 2, \dots, n$  (No de tecnologias em análise)

$j = 1, 2, \dots, m$  (No de cenários adotados)

$\mu_{\text{CEN}}(x_{ij})$  - representa a pertinência atribuída ao cenário  $j$ ;

$p_{ij}$  - representa o peso atribuído a tecnologia  $i$  e o cenário  $j$  para uma dada matriz característica.

- vi) Obter conjuntos fuzzy  $L_i$  formados pelos pesos  $p_{ij}$  atribuídos a matriz característica com pertinência dada pelo quociente entre cada peso pelo maior valor entre todos os pesos da mesma matriz em consideração.

$$L_i = ( \mu_{\text{LIM}}(x_{ij}) / p_{ij} ) \quad (4.42)$$

onde



$$\mu_{LIM}(x_{ij}) = \frac{P_{ij}}{M.P.C.} \quad (4.43)$$

M.P.C. = maior peso da matriz característica em consideração.

vii) A partir dos conjuntos fuzzy  $U_i$  e  $L_i$  obtemos o conjunto fuzzy característico  $C_i$  para cada alternativa tecnológica.

$$C_i = (\mu_{CAR}(x_{ij})/P_{ij}) \quad (4.44)$$

onde

$$\mu_{CAR}(x_{ij}) = \min(\mu_{CEN}(x_{ij}), \mu_{LIM}(x_{ij})) \quad (4.45)$$

OBS: Utilizamos o operador min, pois as pertinências de cada cenário de conservação "E" de cada peso atribuído a matriz característica são igualmente importantes.

viii) Para cada matriz característica obtemos um conjunto fuzzy de alternativas tecnológicas  $A$  formado pela tecnologia  $a_i$  com pertinência  $\mu_A(x_i)$ .

$$A_k = (\mu_A(x_i)/a_i) \quad (4.46)$$

onde

$i = 1, 2, \dots, n$  (No de tecnologias em análise)

$k = 1, 2, \dots, l$  (No de matrizes cracterísticas)

$$\mu_{A_i}(x_i) = \text{Max}_i (\mu_{\text{CAR}}(x_{ij}))$$

OBS: Utilizamos o operador *max* pois para uma mesma tecnologia com as varias pertinências já ponderadas pelos cenários de conservação de uma dada característica técnica, nos interessa aquela de maior valor.

ix) Obter o chamado conjunto de decisão fuzzy D através da combinação pela soma algébrica, definida abaixo, das pertinências de cada alternativa tecnológica  $a_i$  de todos os conjuntos Fuzzy  $A_k$ .

$$\mu(x) \hat{+} \mu(y) = \mu(x) + \mu(y) - \mu(x) \cdot \mu(y) \quad (4.47)$$

OBS: Pode-se também optar por uma média ponderada das pertinências de cada alternativa tecnológica  $a_i$ , atribuindo-se um peso para cada parâmetro utilizado na montagem da matriz característica.

x) Finalmente a partir do conjunto de decisão fuzzy D, podemos dizer que a alternativa tecnológica  $a_i$  de maior pertinência é aquela que melhor atende a análise em questão.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA  
ELÉTRICA EM ILUMINAÇÃO  
UTILIZANDO CONJUNTOS FUZZY

## 5.1. INTRODUÇÃO

O Brasil possuía até o ano de 1990 uma capacidade instalada de geração elétrica de 52892 Mw (BEN, 1991) e necessita entre outras formas de energia, da eletricidade para continuar a crescer e oferecer uma melhor qualidade de vida para sua população. Considerando que grande parte desta população possui baixos padrões de qualidade de vida, é desejável que qualquer redução do consumo de energia se processe sem dificultar o oferecimento dos serviços disponíveis através da eletricidade.

Desta forma o emprego de novas tecnologias em equipamentos podem desempenhar um importante papel diminuindo o consumo de energia tendo em vista a maior eficiência dos mesmos. Pode-se dizer (Goldemberg, 1985) que, por exemplo, no caso da iluminação, por cada dólar gasto pelo consumidor em lâmpadas incandescentes, a concessionária deve gastar cerca de dez dólares nos sistemas elétricos novos. Assim a substituição, por exemplo, de lâmpadas incandescentes de 40 w , por lâmpadas compactas fluorescentes de 13 w , pode significar uma economia de 27 w de demanda de pico. Neste período, como se sabe, o sistema funciona com uma carga pesada e as tarifas de energia elétrica e de demanda são as mais elevadas. Considerando-se ainda as perdas verificadas na transmissão e na distribuição, a redução da demanda de pico na usina elétrica pode atingir valores superiores a 30 w .

As lâmpadas energeticamente mais eficientes disponíveis no mercado possuem características diversificadas entre si como ,por exemplo, vida útil, preço de aquisição e eficiência luminosa. A utilização de uma em detrimento das outras pode também ser uma opção de política energética mais abrangente com enfoques, entre

outros, sociais e ambientais.

Este capítulo apresenta inicialmente uma análise dos sistemas de iluminação existentes abrangendo as lâmpadas existentes. Procura-se, sempre que possível, ressaltar nesta análise características relacionadas com a conservação de energia. Em seguida aplica-se a Teoria dos Conjuntos Fuzzy no processo de Tomada de Decisão.

## 5.2 FONTES DE LUZ ARTIFICIAL

A invenção da lâmpada incandescente em 1881 por THOMAS ALVA EDISON, assim como os outros tipos, não são fatos isolados mas sim, o resultado de vários anos de pesquisas de sistemas e materiais por um grande número de pesquisadores.

Atualmente as fontes de luz artificial podem ser agrupadas em dois grupos principais: lâmpadas incandescentes e lâmpadas de descarga. Estas lâmpadas, ao longo dos anos, alcançaram algumas melhorias tecnológicas que possibilitaram uma maior eficiência energética como por exemplo, aumento de vida útil e menor consumo.

Por outro lado ao se fazer uma opção por um tipo de lâmpada deve-se considerar outros fatores tais como perfil de utilização, tipo de atividade a ser desenvolvida no local, custos de manutenção, etc. Desta forma, o emprego adequado de metodologia de análise que leve em consideração vários objetivos pode auxiliar na tomada de Decisão.

### 5.2.1 LAMPADAS INCANDESCENTES

As lâmpadas incandescentes operam através do aquecimento de um fio fino de tungstênio pela passagem da corrente elétrica. Elas são comumente compostas de um bulbo de vidro incolor ou leitoso, de uma base de cobre ou outras ligas e um conjunto de peças que contém o filamento. Os filamentos das primeiras lâmpadas eram de carvão, mas atualmente são de tungstênio que, possuem um ponto de fusão de aproximadamente 3400 graus celsius, temperatura esta que não é atingida nem pela lâmpada de 1500 w . No interior dos bulbos de vidro das lâmpadas incandescentes usuais é feito o vácuo, isto é, retira-se todo o oxigênio a fim de que o filamento não se queime, já que o oxigênio alimenta a combustão.

Estas lâmpadas podem ser empregadas em decoração, iluminação específica (geladeira, fogão, uso fotográfico, etc.) e iluminação geral. Para esta última finalidade podemos classifica-las em lâmpadas incandescentes convencionais e lâmpadas incandescentes econômicas.

#### 5.2.1.1 LAMPADAS INCANDESCENTES CONVENCIONAIS

As lâmpadas incandescentes convencionais podendo ser utilizadas em ambientes residenciais, comerciais e industriais, possuem geralmente potências de 15 a 500 w , permitindo assim sua instalação com um baixo investimento inicial sem necessidade de dispositivos auxiliares, fácil manutenção, tamanho reduzido e podem ser utilizadas para iluminação geral e localizada de interiores. Por outro lado possuindo uma baixa eficiência luminosa, apresentam um custo de utilização elevado além de alta produção de calor e uma vida média reduzida. A tabela 5.1 fornece alguns valores médios típicos de

algumas destas lâmpadas:

**Tabela 5.1. Valores Médios Típicos Para Lâmpadas Incandescentes.**

TIPO LAMP. INCANDESC.	POTEN. [W]	FLUXO [ lm ]	VIDA MÉDIA [ horas ]	EFICIÊNCIA [ lm / W ]
COMUM	15	140	1000	9,33
	25	240	1000	9,60
	40	470	1000	11,75
	60	805	1000	13,42
	75	1085	1000	14,47
	100	1515	1000	15,15
	150	2475	1000	16,50
COMERCIAL	200	3150	1000	15,75
E	300	5000	1000	16,67
INDUSTRIAL	500	8400	1000	16,80

Fonte: Catálogos dos Fabricantes G.E. do Brasil e OSRAM

### 5.2.1.2 LÂMPADAS INCANDESCENTES ECONÔMICAS

Atualmente, as lâmpadas incandescentes convencionais são as fontes de luz menos eficientes energeticamente, ou seja, gasta-se mais energia nestas para se obter um mesmo fluxo luminoso do que em outras fontes. No entanto, existem várias aplicações nas quais a lâmpada incandescente, devido as suas características de excelente reprodução de cores, funcionamento instantâneo, baixo custo inicial, facilidade de instalação, portabilidade, etc., ainda é uma opção viável de uso. Devido a estes fatores, a indústria tem procurado desenvolver um

trabalho de melhoria deste produto produzindo novas lâmpadas economizadoras de energia ou com vida útil maior.

As primeiras permitem economizar energia pois as mesmas proporcionam uma redução de 10% na potência elétrica, praticamente sem reduzir o nível de iluminação. As outras permitem reduzir os custos de manutenção e são ideais para locais de difícil acesso e sua vida média é geralmente o dobro ou mais das lâmpadas incandescentes comuns. A tabela 5.2 apresenta alguns valores médios típicos de algumas dessas lâmpadas econômicas.

**Tabela 5.2. Valores Médios Típicos Para Lâmpadas Incandescentes Econômicas.**

TIPO DE LÂMPADA INCAND.	POTÊN. [ W ]	FLUXO LUMINOSO [ lm ]			VIDA MÉDIA [ HORAS ]
		115 [ V ]	127	220	
ECONOMI_ _ZADORA DE ENERGIA	36	440	425	355	1000
	54	750	720	635	1000
	67	1010	955	860	1000
	90	1405	1370	1205	1000
VIDA MÉDIA MAIOR	40	-	380	320	2000
	60	-	650	570	2000
	75	-	865	775	2000
	100	-	1230	1080	2000

Fonte: Catálogo do Fabricante G.E. do Brasil



### 5.2.2 LAMPADAS DE DESCARGA

A luz de uma lâmpada deste tipo é produzida por uma descarga elétrica num gás ou em um vapor ionizado, às vezes em combinação com a luminescência de fósforos, que são excitados pela radiação da descarga.

Estas lâmpadas são geralmente compostas de um tubo de descarga, de eletrodos geralmente feitos de tungstênio, de um bulbo externo e de uma base que poderá ser do tipo rosca ou baioneta. As lâmpadas de descarga podem ser de baixa (em torno de 0,7 Pa) e alta pressão (em torno de  $10^4$  Pa). Como exemplo das primeiras tem-se as lâmpadas fluorescentes tubulares e as lâmpadas de sódio de baixa pressão enquanto que para as demais podemos citar as lâmpadas de mercúrio e vapor de sódio de alta pressão.

Equipamentos auxiliares, como reator e starter, são comumente utilizados com lâmpadas de descarga. Um reator é normalmente uma combinação de indutores e capacitores, que limitam a corrente na lâmpada ao valor recomendado. Todas as lâmpadas de descarga, com exceção da lâmpada de mercúrio de alta pressão, necessitam de uma voltagem superior a da rede para iniciar a descarga. Desta forma, tais lâmpadas devem ser operadas com um starter ou ignitor que, fornecendo pulsações de tensão, ionizam o caminho da descarga provocando a partida. Este poderá ser uma peça separada do equipamento de controle, poderá formar uma parte integrante do reator ou poderá ser incorporado na própria lâmpada (Haddad, 1992b).

A ignição é seguida pela estabilização do gás ou vapor, que poderá demorar alguns minutos, dependendo do tipo de lâmpada. Durante este tempo, o fluxo luminoso aumenta com o aumento do consumo até a lâmpada atingir

seu valor nominal. As lâmpadas fluorescentes tubulares possuem um tempo de estabilização menor, sendo maior nas lâmpadas de alta pressão.

#### 5.2.2.1 LÂMPADAS DE DESCARGA DE BAIXA PRESSÃO

Entre as lâmpadas que se enquadram nesta classificação, veremos as lâmpadas fluorescentes e as lâmpadas de vapor de sódio de baixa pressão.

##### 5.2.2.1.1 LAMPADA FLUORESCENTE TUBULAR

É um tipo de lâmpada de descarga de baixa pressão onde a luz é predominantemente produzida por pós fluorescentes ativados pela energia ultravioleta da descarga. Consistem de um bulbo tubular longo, contendo vapor de mercúrio em seu interior e portando em suas extremidades eletrodos de tungstênio. A superfície interna do bulbo é coberta com um pó fluorescente ou fósforo cuja composição determina a quantidade e cor da luz emitida.

É utilizada largamente em iluminação comercial e industrial, bem como em letreiros luminosos e vem estendendo sua aplicação residencial. Esta abrangência no uso das lâmpadas fluorescentes se deve a sua boa eficiência luminosa, boa reprodução de cores e baixo custo operacional. As lâmpadas fluorescentes necessitam geralmente, para o seu funcionamento, de um reator e de um starter. O primeiro serve para produzir a sobretensão necessária ao início da descarga e para limitar a corrente enquanto o starter é utilizado para ligar e desligar os eletrodos. Os reatores de partida rápida não necessitam de starter.

### 5.2.2.1.2 LÂMPADA FLUORESCENTE ECONÔMICA

Pode-se encontrar no mercado vários tipos de lâmpadas fluorescentes econômicas, tais como aquelas de potências iguais à 16 e 32 w , de 26 mm de diâmetro, que substituem as convencionais, de 20 e 40 w , respectivamente e de 38 mm de diâmetro Podem ser utilizadas com reatores eletromagnéticos ou eletrônicos e apresentam como vantagens, entre outros fatores, uma potência 20% menor para produzir o mesmo nível de iluminância, uma melhor estética devido ao seu menor volume, um menor obstáculo à reflexão das luminárias e uma melhor reprodução de cores.

Estas vantagens se devem a várias causas (Reche, 1991), onde destacam-se os pólos empregados de maior eficiência e maior resistência a temperatura, alteração do diâmetro do tubo, do gás utilizado e dos projetos do eletrodo e filamento.

Também existem as lâmpadas fluorescentes econômicas de 40 w de até 20% mais eficiência na relação lumens/watt quando comparadas às fluorescentes comuns de 40 w . Possuem diâmetro de 33,5 mm proporcionando, quando associada à luminária, maior eficiência luminosa e, pelo fato de possuírem a mesma potência das fluorescentes comuns de 40 w , permitem a utilização dos mesmos reatores

Quando a necessidade primordial da instalação de iluminação for a quantidade de luz por comprimento, por exemplo em luminárias em linhas contínuas, recomenda-se a fluorescente tipo HIGH OUTPUT (H.O.) que apresenta grandes vantagens sob o ponto de vista econômico e prático. São normalmente, encontradas em 85 w ou 110 w de potência empregando reatores de partida rápida

apropriado e possuindo diâmetro aproximado de 38 mm e comprimento de 183 cm (lâmpadas de 85 w ) ou 244 cm (lâmpadas de 110 w ).

Um outro tipo de lâmpada fluorescente diferente das convencionais são aquelas que possuem sua vida média aumentada, em média, de 7500 para 12000 horas. A diferença fundamental está nos seus catodos e na sua nova mistura emissiva especialmente desenvolvidos para alongar a vida da lâmpada. São encontradas geralmente nas potências de 20 e 40 w , possuem diâmetro de 38 mm e comprimento de 61 cm (lâmpadas de 20 w ) e 122 cm (lâmpadas de 40 w ).

A lâmpada compacta fluorescente PL é uma lâmpada de descarga de gás de mercúrio a baixa pressão, com base provida de starter e capacitor à qual estão conectados os dois tubos de descarga interligados. O capacitor tem o objetivo de evitar o efeito de rádio interferência Para seu perfeito desempenho em corrente alternada é necessário ligá-las a reatores que proporcionem condições de partida, limitem a corrente e ainda forneçam potência total às lâmpadas.

Estas lâmpadas possuem as boas características de reprodução de cor da lâmpada incandescente com um consumo consideravelmente menor e vida útil cerca de 8 vezes maior. Podem, desta forma, substituir as lâmpadas convencionais em várias aplicações utilizando-se um adaptador, que é o próprio reator, e possuindo a mesma base (rosca) das lâmpadas incandescentes. A lâmpada é encontrada geralmente nas potências de 5, 7, 9, 11 e 13 w . A tabela 5.3 fornece alguns valores médios típicos para as lâmpadas fluorescentes:

**Tabela 5.3. Valores Médios Típicos Para as Lâmpadas Fluorescentes Ligadas em 127 [Volts].**

TIPO DE LAMP. FLUORESCENTE	POTÊNC. [ W ]	FLUXO LUMINOSO [ LUMENS ]	VIDA MÉDIA [ HORAS ]
COMUM	15	850	7500
	20	1060	7500
	30	2000	7500
	40	2700	7500
ECONÔMICA- MAIOR EFIC. LUMINOSA	16	1020	10000
	32	2500	10000
	40	3200	7500
ECONÔMICA- MAIOR VIDA ÚTIL	20	1060	12000
	40	2700	12000
ECONÔMICA- ( H.O. )	60	3850	12000
	85	5900	12000
	110	8200	12000
ECONÔMICA- COMPACTA ( P.L. )	5	250	8000
	7	400	8000
	9	600	8000
	11	900	8000
	13	900	8000

Fonte: Catálogo dos Fabricantes G. E. e PHILIPS

### 5.2.2.1.3. LÂMPADA DE SÓDIO DE BAIXA PRESSÃO

Este tipo de lâmpada de descarga se caracteriza por apresentar uma radiação quase monocromática na cor amarela, alta eficiência luminosa, podendo atingir até 200 lm/w e longa vida útil. Por este motivo, a lâmpada encontra aplicação onde a reprodução de cor é de reduzida importância e onde, especialmente, reconhecimentos por contrastes são importantes como, por exemplo, em rodovias, portos e pátios de manobras. Estas lâmpadas podem ser encontradas nas potências de 18 à 180 w .

### 5.2.2.2 LÂMPADAS DE DESCARGA DE ALTA PRESSÃO

Entre as lâmpadas de descarga de alta pressão veremos as de mercúrio de alta pressão, lâmpada de luz mista, lâmpada de vapor de sódio a alta pressão e a lâmpada de vapor metálico.

#### 5.2.2.2.1 LÂMPADA DE MERCÚRIO DE ALTA PRESSÃO

Estas lâmpadas possuem um bulbo semelhante ao das incandescentes mas operam como as fluorescentes, através da descarga elétrica numa mistura de vapor de mercúrio com pequena quantidade de argônio, atingindo altas pressões internas durante seu funcionamento.

Básicamente são formadas por um bulbo de vidro claro que encerra em seu interior um tubo de arco, onde se produz o efeito luminoso. O bulbo externo normalmente contém um gás inerte (sob pressão atmosférica quando a lâmpada está operando) que estabiliza a lâmpada, mantendo uma temperatura praticamente constante sobre a faixa normal das condições ambientais.

A lâmpada de mercúrio de alta pressão tem a aparência BRANCA AZULADA, não obstante o arco produza de fato um espectro de linha com uma emissão na região visível nos comprimentos de onda de amarelo, verde, azul, faltando, porém, a radiação vermelha. O arco de mercúrio possui uma aparência e reprodução de cor pobres, porém, emite uma quantidade significativa de sua energia na região ultravioleta do espectro. Usando-se uma camada de fósforo na parede interna do envólucro, esta energia ultravioleta poderá introduzir um componente vermelho melhorando a reprodução de cor e a cor aparente. Assim a cor clara (lâmpada com envólucro tubular de vidro claro) deve ser utilizada em ambientes em que não haja necessidade de distinguir detalhes, iluminação de grandes áreas e fachadas, como por exemplo, iluminação de ruas, postos de gasolina, estacionamentos, pátios e áreas livres. Para aplicações onde há necessidade de uma melhor reprodução de cor, utiliza-se a lâmpada com fósforo, como por exemplo, em ambientes industriais e comerciais.

#### 5.2.2.2.2 LAMPADAS DE LUZ MISTA

Esta lâmpada pertence também a família de lâmpadas de alta intensidade de descarga, sendo baseada nas lâmpadas de vapor de mercúrio. Podem ser encontradas geralmente nas potências de 160, 250 e 500 w para uma tensão de 220 ou de 230 v. Diferentemente das lâmpadas de vapor de mercúrio a luz desta é produzida pela passagem da corrente elétrica, através de um vapor de gás sob pressão, e de um filamento incandescente, conectado em série com o tubo de descarga, que além de funcionar como fonte luminosa, se comporta como resistência estabilizadora da descarga do vapor de mercúrio. Esta lâmpada não utiliza reatores e podem ser ligadas diretamente à rede. Isto significa que as instalações de iluminação existentes que usam lâmpadas incandescentes,

podem ser modernizadas com o emprego de lâmpadas de luz mista, que têm quase 6 vezes a vida daquelas, sem custo extra em termos de reatores, fiação ou luminárias.

No começo do acendimento o filamento brilha produzindo fluxo luminoso superior ao nominal, posto que quase toda a tensão da rede está aplicada nos seus extremos. A medida que o fluxo aumenta no tubo de descarga é reduzida a tensão aplicada no filamento, até que os dois (filamento e arco) atinjam o seu valor nominal. Se a lâmpada for desligada, esta só poderá ser reacendida, após passado alguns minutos, pois, a pressão no tubo de descarga estará muito alta no instante do desligamento, impossibilitando o início da descarga.

O bulbo externo pode quebrar-se, em operação, se atingido por líquido frio ou parte fria da luminária. A lâmpada deve ser instalada em luminária com boa proteção contra choques térmicos e mecânicos, sem superaquecimento para a lâmpada e, no caso de uso externo, em luminária fechada com boa vedação. Podem ser utilizadas, por exemplo, em ambientes internos ou externos de áreas industriais e iluminação de ruas e praças.

#### 5.2.2.2.3 LÂMPADAS DE VAPOR DE SÓDIO A ALTA PRESSÃO

Este tipo é o mais eficiente da família de lâmpadas de descargas de alta intensidade. Sua aparência é de cor BRANCO AMARELADA, agradável, apresentando uma grande vida média, sendo sua vida útil maior quando se usa acendimento contínuo. Elas irradiam energia sobre uma grande parte do espectro visível e em comparação com as lâmpadas de sódio de baixa pressão, proporcionam uma reprodução de cor razoavelmente boa em qualquer ambiente.



É utilizada em iluminação de ruas, avenidas, indústrias, áreas internas, externas e de proteção, em fachadas e monumentos. Podem ser geralmente encontradas nas potências de 50, 70, 150, 250 e 400 w . As potências menores servem para aplicações internas e externas de pequena altura de montagem.

A lâmpada não possui eletrodo de partida, sendo portanto, sua ignição realizada pelo gás xenon. Para o arranque é utilizado um circuito eletrônico que trabalha com os componentes magnéticos do reator. O tubo de descarga é construído com cerâmica de óxido de alumínio policristalino. É utilizado este material pela resistência que apresenta ao efeito corrosivo do sódio a altas temperaturas.

Se ocorrer uma interrupção de força, esta lâmpada retornará ao seu brilho máximo em aproximadamente um minuto necessitando, para isto, de um período de aquecimento de 3 à 4 minutos. Durante este período de aquecimento, há diversas trocas de calor emitidas. Inicialmente, vemos um brilho azul branco, produzido pela descarga do xenon, o qual é rapidamente transformado na típica cor azul do vapor de mercúrio. Posteriormente temos a passagem para uma cor amarela monocromática, característica da descarga do vapor de sódio.

Para a ignição, a lâmpada requer tensões extremamente elevadas, devido a geometria do tubo de descarga, o qual deverá ser comprido e estreito, a fim de obter a máxima eficácia. Com esta geometria e o fato desta lâmpada não possuir eletrodo de partida, é necessário um ignitor, trabalhando em conjunto com o reator, de modo que o primeiro forneça a lâmpada, um curto pulso de alta tensão, em cada ciclo ou metade do ciclo de alimentação. O pulso tem suficiente amplitude e duração, para ionizar

o gás xenon e desta forma iniciar a seqüência de arranque da lâmpada. O reator é utilizado por uma tensão de circuito aberto suficiente para manter a operação do arco; outra função do reator é a de limitar a corrente de operação da lâmpada e regular sua potência. Durante a operação, uma parte do sódio é perdida em forma de amálgama, com mercúrio; para se evitar perda de eficiência é introduzida uma quantidade ligeiramente superior de sódio.

Existe no mercado lâmpadas de vapor de sódio de alta pressão intercambiáveis com a vapor de mercúrio de potência imediatamente superior, proporcionando, por simples substituição, melhoria no nível de iluminação e redução da potência instalada. Assim, por exemplo, basta desenroscar uma lâmpada de 250 ou 400 w existente e colocar em seu lugar uma lâmpada de vapor de sódio de alta pressão de 215 ou 360 w , respectivamente. Estas lâmpadas, porém, não devem ser instaladas em redes sujeitas a quedas de tensão superior a 5% .

#### 5.2.2.2.4. LÂMPADA DE VAPOR METÁLICO

As lâmpadas de vapores metálicos fornecem luz com cor agradável e com alto índice de reprodução de cor dos objetos iluminados. Podem ser utilizadas em aplicações industriais com potências geralmente a partir de 175 w, possibilitando altos níveis de iluminância. O atual estágio inclui tipos cuja estabilidade de cor, de lâmpada para lâmpada, e a temperatura de cor possibilitam o emprego em aplicações comerciais, inclusive internas. A utilização se estende a depósitos, corredores de shoppings e iluminação geral de lojas e vitrines.

A iluminação a projetores é outra aplicação para as lâmpadas de vapores metálicos, principalmente as do tipo

claro (bulbo sem pintura). A iluminação esportiva é ainda outro campo onde tais lâmpadas fornecem altos níveis de luz com boa cor. A aplicação das lâmpadas de vapores metálicos cresce hoje no mundo com o surgimento de novas potências, como por exemplo as de 32 [watts], e com o uso da eletrônica nos equipamentos auxiliares.

As lâmpadas de vapores metálicos têm alta eficiência luminosa, abaixo apenas das lâmpadas de sódio a alta pressão. Seus valores de lúmens por watt de potência superam em muito àqueles apresentados pelas lâmpadas de mercúrio e, excedem ainda, a eficiência das lâmpadas fluorescentes com trifósforo. Assim, por exemplo, uma lâmpada de vapores metálicos de 250 w produz até 20500 lúmens, enquanto uma lâmpada de mercúrio de 250 w apresenta 12500 lúmens. São até 82 contra 50 lúmens por watt de potência. Estas lâmpadas também são fontes de luz de longa vida, podendo chegar à vida média de 20000 horas. Estas expectativas de vida fazem com que a escolha da lâmpada seja uma solução econômica, especialmente quando os custos de diferentes sistemas de iluminação são avaliados ao longo da vida.

Externamente, estas lâmpadas são bastante parecidas com as lâmpadas de vapor de mercúrio, mas internamente diferem das mesmas. Esta lâmpada possui um tubo de descarga ligeiramente menor que o das lâmpadas de vapor de mercúrio de potência equivalente. Este tubo também contém gás argônio e mercúrio e mais iodetos de sódio, tório e escândio. A adição destes três últimos materiais é o responsável pela alta performance desta lâmpada. Nos extremos do tubo existe um revestimento para retenção do calor controlando a temperatura destas áreas que é essencial para a operação dessas lâmpadas. A tabela 5.4 fornece alguns valores médios típicos para as lâmpadas de descarga de alta pressão.

**Tabela 5.4. Valores Médios Típicos Para as Lâmpadas de Descarga de Alta Pressão.**

TIPO DE LÂMP. DE DESCARGA DE ALTA PRESSÃO	POTÊNC. [ W ]	TENSÃO [ V ]	FLUXO LUMINOSO [ LÚMENS ]	VIDA MÉDIA [ HORAS ]
VAPOR DE MERCÚRIO	80	115	3500	12000
	125	115	6000	15000
	250	130	12600	15000
	400	135	22000	15000
	1000	265	63000	24000
MISTA	160	220	3000	6000
	250	220	5500	6000
	500	220	12500	6000
VAPOR DE SÓDIO	50	220	3400	16000
	70	220	6000	16000
	150	220	15000	24000
	250	220	26000	24000
	400	220	47500	24000
VAPOR METÁLICO	175	220	16000	20000
	250	220	20500	20000
	400	220	26000	20000
	1000	220	80000	20000
	2000	220	170000	20000
	3500	220	300000	20000

Fonte: Catálogo dos Fabricantes G. E. e PHILIPS

### 5.3. UMA PROPOSTA PARA ANÁLISE DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA EM ILUMINAÇÃO UTILIZANDO CONJUNTOS FUZZY

O objetivo deste exemplo é empregar a metodologia apresentada no item 4.6, página 88, do capítulo anterior, na tomada de decisão em estudos de conservação de energia, particularmente na utilização de lâmpadas mais eficientes (Haddad, 1992c), sob a ótica do usuário.

Como já visto, as lâmpadas energeticamente mais eficientes, disponíveis no mercado, possuem características diversificadas entre si como, por exemplo, vida útil, preço de aquisição e eficiência luminosa. De todas as lâmpadas descritas, neste exemplo optou-se por trabalhar com algumas lâmpadas dos tipos incandescentes e fluorescentes, pois são aquelas de maior penetração no mercado consumidor utilizadas em iluminação nos setores residencial e de serviço.

#### 5.3.1. ALTERNATIVAS TECNOLÓGICAS E SUAS CARACTERÍSTICAS

Através de dados obtidos junto aos fabricantes, comerciantes e usuários do setor, pode-se construir a tabela 5.5 para as seguintes alternativas tecnológicas de iluminação:

NÚMERO	DESCRIÇÃO DA LÂMPADA
01	Incandescente comum .....100 w
02	Incandescente comum .....60 w
03	Incandescente econômica ...90 w
04	Incandescente econômica ...54 w
05	Fluorescente comum .....40 w
06	Fluorescente econômica ....32 w
07	Fluorescente compacta .....9 w
08	Fluorescente compacta .....13 w

TABELA 5.5 Características das lâmpadas e reatores.

	FLUXO LUMINOSO (Lumens)	EFICIÊNCIA LUMINOSA (lm/w)	VIDA MÉDIA LAM./REATOR (horas)	CUSTO LAM./REATOR (US\$)
01	1480	14,8	1000	0,82
02	780	13,0	1000	0,63
03	1320	14,7	1000	0,96
04	710	13,1	1000	0,80
05	2700	67,5	8000/20000	2,6/9,4
06	2500	78,1	8000/20000	6,4/8,2
07	600	66,7	8000/20000	8,0/5,2
08	900	69,2	8000/20000	10/7,0

PERDAS REATOR (w)	01	02	03	04	05	06	07	08
	-	-	-	-	8,0	6,4	2,0	9,0

Observando cada alternativa nota-se que apresentam vantagens e desvantagens entre si. Assim, por exemplo, as lâmpadas incandescentes são de menor custo mas, por outro lado, possuem vida média menor que as lâmpadas fluorescentes.

Na ausência de alguns dados ou devido a pouca confiabilidade dos mesmos não se pode quantificá-los com precisão. Contudo considerando a experiência de quem trabalha na manutenção e operação de sistemas com iluminação, pode-se incluir nesta análise as variáveis linguísticas.

### 5.3.2. CARACTERÍSTICAS QUANTIFICADAS

As características quantificadas escolhidas são as seguintes:

- Custo de aquisição da lâmpada em US\$;
- Custo de aquisição do reator em US\$;
- Eficiência luminosa da lâmpada em (lm/w);
- Vida média da lâmpada e

- Custo de utilização do sistema de iluminação.

Colocando-se os custos das lâmpadas e dos reatores em uma mesma base anual (considerando 365 dias e utilização média de 4 horas/dia) tem-se:

TABELA 5.6. Custo anualizado conjunto lâmpada e reator.

	CUSTO (US\$)
01	1,20
02	0,92
03	1,40
04	1,17
05	1,16
06	1,77
07	1,84
08	2,33

Normalizando os custos tem-se a seguinte tabela:

TABELA 5.7. Custo anual normalizado do conjunto lâmpada-reator.

ALTERNATIVAS	01	02	03	04	05	06	07	08
CUSTO	0,51	0,39	0,60	0,50	0,50	0,76	0,79	1,00

Desta forma é possível construir um conjunto Fuzzy denominado "Custo Anualizado Crescente" (C.A.C.) onde a alternativa tecnológica fluorescente compacta de 13 w (em conjunto com seu reator) possui o maior valor, e por tanto, pertinência:

$$\mu_{CAC}(x) = 1 \quad (5.1)$$

Assim tem-se:

$$C.A.C. = \left\{ \begin{array}{l} (0,51/1) , (0,39/2) , (0,60/3) , (0,50/4) , \\ (0,50/5) , (0,76/7) , (0,79/6) , (1,00/8) \end{array} \right\}$$

Da mesma maneira pode-se também construir um outro conjunto Fuzzy intitulado "Eficiência Luminosa Crescente" (E.L.C.) onde a alternativa tecnológica fluorescente econômica de 32 w possui o maior valor e portanto, pertinência:

$$\mu_{ELC}(x) = 1,0 \quad (5.2)$$

Portanto:

$$E.L.C. = \left\{ \begin{array}{l} (0,19/1) , (0,17/2) , (0,19/3) , (0,17/4) , \\ (0,86/5) , (1,0/6) , (0,85/7) , (0,89/8) \end{array} \right\}$$

Colocando a vida das lâmpadas em bases anuais (considerando-se 365 dias e utilização de 4 horas/dia) tem-se:



TABELA 5.8. Vida média anual das lâmpadas.

ALTERNATIVA	VIDA MEDIA ANUALIZADA
01	0,685
02	0,685
03	0,685
04	0,685
05	5,479
06	5,479
07	5,479
08	5,479

Normalizando os valores tem-se:

TABELA 5.9. Vida média anual do conjunto de lâmpadas normalizado.

ALTERNATIVAS	01	02	03	04	05	06	07	08
V. MEDIA	0,125	0,125	0,125	0,125	1,00	1,00	1,00	1,00

O conjunto Fuzzy intitulado vida média crescente das lâmpadas (V.C.M.L.) será:

$$V.C.M.L. = \left\{ (0,125/1); (0,125/2); (0,125/3); (0,125/4) \right. \\ \left. (1,00/5); (1,00/6); (1,00/7); (1,00/8) \right\}$$

Para o custo de utilização ou consumo do sistema de iluminação considera-se a potência de cada lâmpada e, quando for o caso, do reator correspondente. Considera-se também para cada sistema uma utilização média de 4 horas/dia durante 365 dias do ano. Desta forma tem-se:

TABELA 5.10. Consumo anual do conjunto lâmpada e reator.

ALTERNATIVA	CONSUMO (KWh/ano)
01	146
02	87,6
03	131,4
04	78,84
05	70,10
06	56,06
07	16,06
08	23,36

Normalizando todos os valores de consumo tem-se:

TABELA 5.11. Consumo anual do conjunto lâmpada e reator normalizado.

ALTERNATIVA	01	02	03	04	05	06	07	08
CONSUMO	1,0	0,6	0,9	0,54	0,48	0,38	0,11	0,16

### 5.3.3. CARACTERÍSTICAS QUALIFICADAS

Para as características qualificadas tem-se o:

- Custo de instalação do sistema de iluminação e
- A performance relativa à reprodução de cor.

Para o custo de instalação optou-se por utilizar uma variável lingüística devido a dificuldade de se avaliar com precisão, por exemplo, o custo de mão de obra e a duração do serviço.

Assim, tem-se a seguinte tabela:

TABELA 5.12. Custo de instalação das lâmpadas e reatores.

ALTERNATIVA	CUSTO
01	PEQUENO
02	PEQUENO
03	PEQUENO
04	PEQUENO
05	ELEVADO
06	ELEVADO
07	REGULAR
08	REGULAR

Para a performance das lâmpadas em relação a reprodução de cores tem-se a tabela 5.13.

TABELA 5.13. Performance das lâmpadas em relação a reprodução de cores.

ALTERNATIVA	REPRODUCAO DE COR
01	OTIMO
02	MUITO BOM
03	OTIMO
04	MUITO BOM
05	BOM
06	BOM
07	BOM
08	BOM

#### 5.3.4. CENÁRIOS DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA E MATRIZES CARACTERÍSTICAS

Na tabela seguinte estão alguns possíveis cenários que se pode alcançar no futuro com as respectivas energias conservadas. Esta tabela de cenários não é única podendo sofrer alterações de acordo com as políticas de conservação adotadas. Nota-se que o cenário "nível de energia conservada regular" recebeu o maior grau de pertinência por ser considerado neste exemplo o de maior interesse.

TABELA 5.14. Cenários de conservação de energia elétrica.

CENÁRIO POSSÍVEL	NÍVEL DE ENERGIA CONSERVADA	GRAU DE PERTINÊNCIA
01	MUITO PEQUENO	0,10
02	PEQUENO	0,30
03	REGULAR	0,80
04	MUITO REGULAR	0,60
05	ELEVADO	0,30
06	MUITO ELEVADO	0,10

Para cada possível cenário projetado pode-se associar um valor dado pela função característica, constituindo assim, o seguinte conjunto Fuzzy:

$$S = \left\{ (0,10/1), (0,30/2), (0,80/3), (0,60/4), \right. \\ \left. (0,30/5), (0,10/6) \right\} \quad (5.3)$$

Onde S representa o conjunto Fuzzy de possíveis cenários. Combinando-se cada característica das diversas alternativas tecnológicas com os possíveis cenários pode-se construir matrizes com a atribuição de um valor numérico (considerado neste exemplo variando de 0 a 10) ou lingüístico (alto, médio, baixo, muito alto, etc.) que represente subjetivamente a importância considerada para cada alternativa tecnológica e respectivo cenário:

**TABELA 5.15. Matriz característica - custo anual.**

TECNOLOGIAS	CENÁRIOS					
	1	2	3	4	5	6
01	1	2	5	6	7	8
02	2	3	7	8	9	10
03	1	2	4	5	6	7
04	1	2	5	6	7	8
05	1	2	5	6	7	8
06	1	1	1	2	3	4
07	1	1	1	2	3	4
08	1	1	1	2	3	3

Nota: Tecnologia, vide item 5.3.1

TABELA 5.16. Matriz característica - Eficiência luminosa.

CENÁRIOS TECNOLOGIA	1	2	3	4	5	6
01	1	1	2	2	3	4
02	1	1	1	2	3	3
03	1	1	2	2	3	4
04	1	1	1	2	3	3
05	4	5	6	7	8	9
06	5	6	7	8	9	10
07	4	5	6	7	8	9
08	4	5	6	7	8	9

TABELA 5.17. Matriz característica - Vida média.

CENÁRIOS TECNOLOGIAS	1	2	3	4	5	6
01	1	1	2	2	3	3
02	1	1	2	2	3	3
03	1	1	2	2	3	3
04	1	1	2	2	3	3
05	5	6	8	9	10	10
06	5	6	8	9	10	10
07	5	6	8	9	10	10
08	5	6	8	9	10	10

TABELA 5.18. Matriz característica - Custo de utilização.

TECNOLOGIAS	CENÁRIOS					
	1	2	3	4	5	6
01	1	1	1	1	1	2
02	1	1	2	2	3	4
03	1	1	1	1	2	3
04	1	1	2	3	4	5
05	1	2	3	4	5	6
06	2	3	4	5	6	7
07	4	5	7	8	10	10
08	3	4	6	7	9	9

TABELA 5.19. Matriz característica - Custo de instalação.

TECNOLOGIA	CENÁRIOS					
	1	2	3	4	5	6
01	MM	MM	A	A	MA	MA
02	MM	MM	A	A	MA	MA
03	MM	MM	A	A	MA	MA
04	MM	MM	A	A	MA	MA
05	MB	MB	MB	B	B	B
06	MB	MB	MB	B	B	B
07	M	M	M	MM	MM	MM
08	M	M	M	MM	MM	MM

TABELA 5.20. Matriz característica - Reprodução de cor.

TECNOLOGIA	CENÁRIOS	1	2	3	4	5	6
01		MM	MM	MM	A	A	A
02		M	M	M	MM	MM	MM
03		MM	MM	MM	A	A	A
04		M	M	M	MM	MM	MM
05		B	B	B	M	M	M
06		B	B	B	M	M	M
07		B	B	B	M	M	M
08		B	B	B	M	M	M

As variáveis lingüísticas ALTO (A), MÉDIO (M) e BAIXO (B) utilizadas nas tabelas 5.19 e 5.20 podem ser definidas, por exemplo, pelos seguintes conjuntos Fuzzy:

$$A = \left\{ (0,0/5), (0,2/6), (0,4/7), (0,6/8), (0,8/9), (1,0/10) \right\}$$

$$M = \left\{ (0,0/0), (0,2/1), (0,4/2), (0,6/3), (0,8/4), (1,0/5), \right. \\ \left. (0,8/6), (0,6/7), (0,4/8), (0,2/9), (0,0/10) \right\}$$

$$B = \left\{ (1,0/0), (0,8/1), (0,6/2), (0,4/3), (0,2/4), (0,0/5) \right\}$$

Através da operação de concentração, vista no capítulo 3, pode-se gerar as variáveis Muito Alto (MA), Muito Médio (MM) e Muito Baixo (MB):

$$MA = \left\{ (0,0/5), (0,04/6), (0,16/7), (0,36/8), (0,64/9), \right. \\ \left. (1,0/10) \right\}$$



$$MM = \left\{ (0,0/0), (0,04/1), (0,16/2), (0,36/3), (0,64/4), \right. \\ \left. (1,0/5), (0,64/6), (0,36/7), (0,16/8), (0,04/9), \right. \\ \left. (0,0/10) \right\}$$

$$MB = \left\{ (1,0/0), (0,64/1), (0,36/2), (0,16/3), (0,04/4), \right. \\ \left. (0,0/5) \right\}$$

A figura 5.1 mostra gráficamente estes conjuntos:

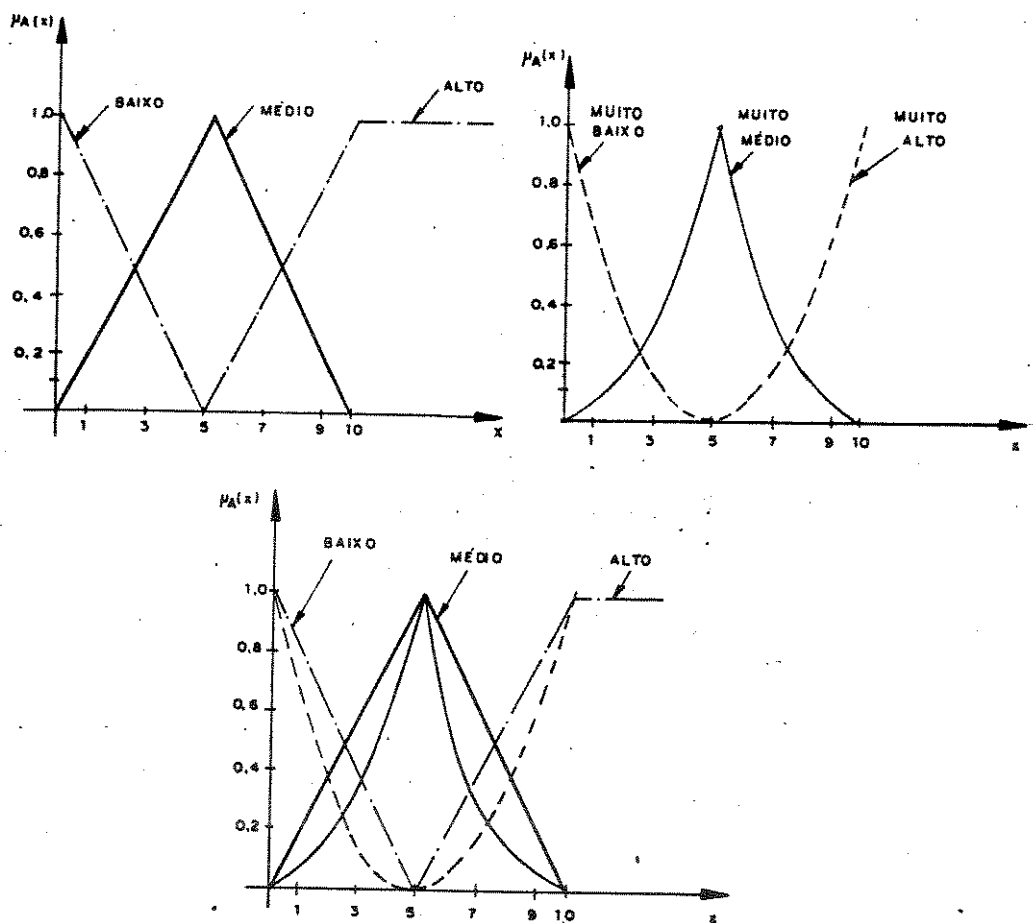


FIGURA 5.1. Representação gráfica das variáveis linguísticas.

## 5.3.5. CÁLCULO DO CONJUNTO DE DECISÃO FUZZY

Para cada matriz característica pode-se associar a pertinência do possível cenário com os respectivos pesos atribuídos subjetivamente para cada alternativa tecnológica. Desta forma obtém-se por exemplo, para a matriz característica Vida Média, os seguintes conjuntos Fuzzy  $U_i$  ( onde  $i = 1,2,\dots,8$ ):

$$U_1 = \left\{ (0,10/1), (0,30/1), (0,80/2), (0,60/2), (0,30/3), (0,10/3) \right\}$$

$$U_2 = U_3 = U_4 = U_1$$

$$U_5 = \left\{ (0,10/5), (0,30/6), (0,80/8), (0,60/9), (0,30/10), (0,10/10) \right\}$$

$$U_6 = U_7 = U_8 = U_5$$

Nota-se que no conjunto Fuzzy  $U_1$  aparece entre outros, os elementos  $(0,10/1)$  e  $(0,30/1)$ . Assim para o mesmo peso 1 tem-se dois graus de pertinência que combinados pela soma algébrica através da expressão :

$$\mu(x) \hat{+} \mu(y) = \mu(x) + \mu(y) - \mu(x) \cdot \mu(y) \quad (5.4)$$

nos fornece:

$$\begin{aligned} 0,10 \hat{+} 0,30 &= 0,10 + 0,30 - 0,10 * 0,30 \\ &= 0,37 \end{aligned}$$

Assim tem-se:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = \left\{ (0,37/1), (0,92/2), (0,37/3) \right\}$$

$$U_5 = U_6 = U_7 = U_8 = \left\{ \begin{array}{l} (0,10/5), \quad (0,30/6), \quad (0,80/8), \\ (0,60/9), \quad (0,37/10) \end{array} \right\}$$

Como os pesos de 0 a 10 foram atribuídos através de critérios subjetivos pode ocorrer em alguns casos, uma variação desproporcional decorrente de um erro de análise. Para se evitar excessos vamos construir um outro conjunto Fuzzy limitador (L) cujos graus dos pesos são dados pelo quociente entre cada peso pelo maior valor entre todos os pesos daquela matriz característica.

Assim tem-se:

$$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = \left\{ (0,10/1), (0,20/2), (0,30/3) \right\}$$

$$L_5 = L_6 = L_7 = L_8 = \left\{ \begin{array}{l} (0,50/5), \quad (0,60/6), \quad (0,80/8), \\ (0,90/9), \quad (1,0/10) \end{array} \right\}$$

Em seguida, calcula-se o conjunto Fuzzy característico (Ci) para cada uma das 8 alternativas tecnológicas considerando os conjunto Fuzzy  $U_i$  e  $L_i$ , tomando-se o menor valor para a respectiva pertinência:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = \left\{ (0,10/1), (0,20/2), (0,30/3) \right\}$$

$$C_5 = C_6 = C_7 = C_8 = \left\{ \begin{array}{l} (0,10/5), \quad (0,30/6), \quad (0,80/8), \\ (0,60/9), \quad (0,37/10) \end{array} \right\}$$

Finalmente o conjunto Fuzzy de cada alternativa tecnológica A, é formado pelo maior valor da pertinência encontrada no respectivo conjunto Fuzzy característico C<sub>i</sub>, associada a alternativa a<sub>i</sub>:

$$A = \left\{ (0,30/a_1), (0,30/a_2), (0,30/a_3), (0,30/a_4), (0,80/a_5), (0,80/a_6), (0,80/a_7), (0,80/a_8) \right\}$$

Repetindo este procedimento para as demais matrizes características obtém-se o resultado mostrado da Tabela seguinte:

TABELA 5.21. Conjuntos Fuzzy de alternativas tecnológicas.

CRITÉRIO DE ANÁLISE	GRAUS DE PERTINÊNCIA DAS ALTERNATIVAS TECNOLÓGICAS
Custo de Aquisição	$A = \left\{ (0,60/a_1); (0,70/a_2); (0,50/a_3); (0,60/a_4); (0,60/a_5); (0,30/a_6); (0,30/a_7); (0,30/a_8) \right\}$
Eficiência luminosa	$A = \left\{ (0,30/a_1); (0,30/a_2); (0,30/a_3); (0,30/a_4); (0,60/a_5); (0,70/a_6); (0,60/a_7); (0,60/a_8) \right\}$
Vida Média	$A = \left\{ (0,30/a_1); (0,30/a_2); (0,30/a_3); (0,30/a_4); (0,80/a_5); (0,80/a_6); (0,80/a_7); (0,80/a_8) \right\}$
Custo de utilização	$A = \left\{ (0,10/a_1); (0,30/a_2); (0,20/a_3); (0,30/a_4); (0,40/a_5); (0,50/a_6); (0,70/a_7); (0,60/a_8) \right\}$

TABELA 5.21. Continuação.

CRITÉRIO DE ANÁLISE	GRAUS DE PERTINÊNCIA DAS ALTERNATIVAS TECNOLÓGICAS
Custo de Instalação	$A = \left\{ (0,95/a_1); (0,95/a_2); (0,95/a_3); (0,95/a_4); (0,30/a_5); (0,30/a_6); (0,70/a_7); (0,70/a_8) \right\}$
Reprodução de cor	$A = \left\{ (0,77/a_1); (0,70/a_2); (0,77/a_3); (0,70/a_4); (0,60/a_5); (0,60/a_6); (0,60/a_7); (0,60/a_8) \right\}$

Utilizando-se uma média ponderada, onde todos os critérios de análise sejam igualmente considerados, tem-se para os graus de pertinência de cada alternativa tecnológica  $a_i$ , o seguinte conjunto de decisão Fuzzy D:

$$D = \left\{ (0,503/a_1); (0,542/a_2); (0,503/a_3); (0,525/a_4); (0,550/a_5); (0,533/a_6); (0,617/a_7); (0,600/a_8) \right\}$$

Assim, nesta análise simulada, considerando as diversas tecnologias envolvidas e os respectivos cenários de conservação energética, tem-se como melhor opção tecnológica a lâmpada fluorescente compacta de 9 w (alternativa  $a_7$ ) seguida de perto pela lâmpada fluorescente compacta de 13 w (alternativa  $a_8$ ).

### 5.3.6. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Com o objetivo de se verificar o comportamento deste método quando se modificam algumas variáveis, considere, por exemplo, os seguintes casos:

- 1º CASO: Alteração das variáveis lingüísticas;
- 2º CASO: Alteração dos graus de pertinência dos cenários de conservação de energia elétrica;
- 3º CASO: Alteração dos pesos dos critérios de análise.

#### 5.3.6.1. PRIMEIRO CASO

As variáveis lingüísticas Alto (A), Médio (M), Baixo (B), Muito Alto (MA), Muito Médio (MM) e Muito Baixo (MB) já foram definidas, no item 5.3.4, por certos conjuntos Fuzzy. Redefinindo-as por novos conjuntos assumem, por exemplo, a seguinte forma:

$$A' = \left\{ (0,50/7), (0,70/8), (0,90/9), (1,0/10) \right\}$$

$$M' = \left\{ (0,50/4), (0,70/5), (1,0/6), (0,70/7), (0,50/8) \right\}$$

$$B' = \left\{ (0,50/2), (0,70/3), (1,0/4), (0,70/5), (0,50/6) \right\}$$

$$MA' = \left\{ (0,25/7), (0,49/8), (0,81/9), (1,0/10) \right\}$$

$$MM' = \left\{ (0,25/4), (0,49/5), (1,0/6), (0,49/7), (0,25/8) \right\}$$

$$MB' = \left\{ (0,25/2), (0,49/3), (1,0/4), (0,49/5), (0,25/6) \right\}$$

A figura 5.2 mostra, graficamente, estes novos conjuntos Fuzzy.

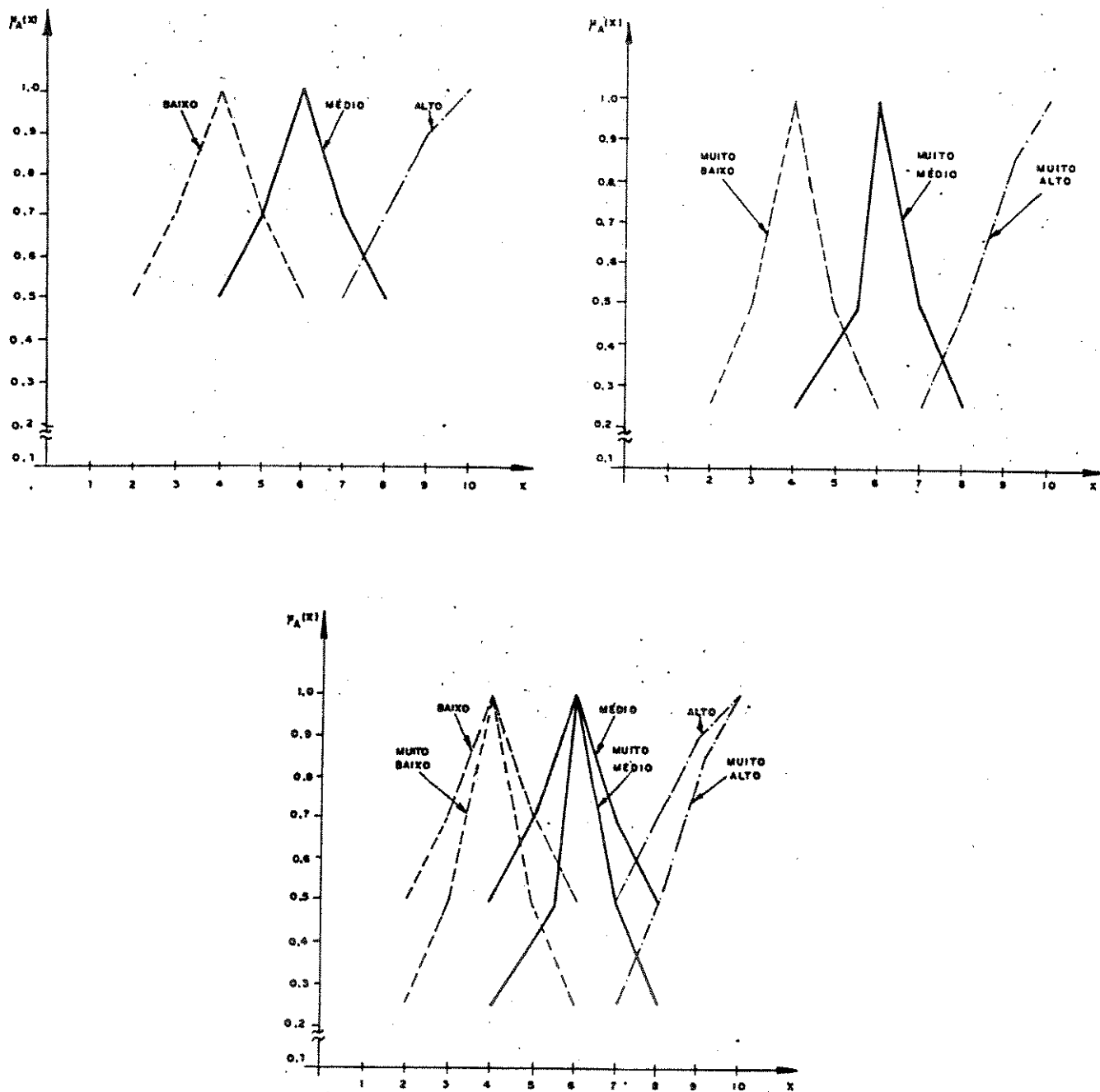


FIGURA 5.2. Representação gráfica das novas variáveis lingüísticas.

Utilizando-se o mesmo exemplo anterior mudando-se apenas as variáveis lingüísticas tem-se o resultado apresentado na tabela 5.22. Nesta mesma tabela, para facilitar a comparação, está escrito o resultado do caso anterior denominado de "Caso Base".

**TABELA 5.22. Análise de sensibilidade. Alteração das variáveis lingüísticas.**

TECNOLOGIAS	GRAUS DE PERTINÊNCIAS		CLASSIFICAÇÃO DAS MELHORES OPÇÕES TECNOLÓGICAS	
	CASO BASE	CASO NOVO	CASO BASE	CASO NOVO
01	0,503	0,508	7. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>
02	0,542	0,552	4. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>
03	0,503	0,508	7. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>
04	0,525	0,535	6. <sup>a</sup>	6. <sup>a</sup>
05	0,550	0,617	3. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>
06	0,533	0,600	5. <sup>a</sup>	4. <sup>a</sup>
07	0,617	0,643	1. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>
08	0,600	0,627	2. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>

Nota: Tecnologia, vide item 5.3.1

Nota-se não existir grandes diferenças entre as colocações obtidas pelas alternativas tecnológicas. As três melhores opções, assim como as três últimas colocações são iguais em ambos os casos. A única diferença se apresenta nas quarta e quinta colocações com uma inversão de opções tecnológicas.

A tabela 5.22 foi construída considerando-se uma média ponderada mas com todos os pesos, para os critérios de análise, iguais a unidade. Assumindo-se, agora, a seguinte distribuição dos pesos:

CRITÉRIO DE ANÁLISE	PESO	IMPORTANCIA PERCENTUAL DO CRITÉRIO
- Custo de aquisição	2	16,67%
- Eficiência luminosa	3	25,00%
- Vida média	2	16,67%
- Custo de utilização	3	25,00%
- Custo de instalação	1	8,33%
- Reprodução de cor	1	8,33%



tem-se os resultados mostrados na tabela 5.23 onde o índice p representa os novos pesos utilizados na análise.

**TABELA 5.23. Análise de sensibilidade. Alteração das variáveis lingüísticas e dos pesos dos critérios de análise.**

TECNOLOGIAS	GRAUS DE PERTINÊNCIAS		CLASSIFICAÇÃO DAS MELHORES OPÇÕES TECNOLÓGICAS	
	CASO BASE <sub>P</sub>	CASO NOVO <sub>P</sub>	CASO BASE <sub>P</sub>	CASO NOVO <sub>P</sub>
01	0,393	0,396	8. <sup>a</sup>	8. <sup>a</sup>
02	0,454	0,459	5. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>
03	0,402	0,404	7. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>
04	0,437	0,442	6. <sup>a</sup>	6. <sup>a</sup>
05	0,558	0,592	3. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>
06	0,558	0,592	3. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>
07	0,617	0,630	1. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>
08	0,592	0,605	2. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>

Assim, valorizando, pela atribuição de pesos maiores, os critérios "Eficiência luminosa" e "Custo de Utilização", percebe-se, através dos resultados mostrados na tabela 5.23 não haver diferença entre os 2 casos analisados.

#### 5.3.6.2. SEGUNDO CASO

Ao se atribuir graus de pertinência diferentes para os cenários de conservação de energia elétrica, procura-se estabelecer estratégias de atuação para os níveis de energia conservada no futuro. Assim, quando no exemplo desenvolvido no item 5.3.4, denominado de Caso Base, atribui-se a maior pertinência para o nível denominado regular (Cenário 3), procura-se desenvolver programas de

conservação nem muito otimista e nem muito pessimista em relação aos resultados almejados.

Variando-se estas pertinências tem-se, por exemplo, os casos mostrados na tabela 5.24.

**TABELA 5.24. Alterações nas pertinências dos cenários de conservação de energia elétrica.**

CENÁRIO POSSIVEL	NÍVEL DE ENERGIA CONSERVADA	GRAUS DE PERTINÊNCIA			
		CASO BASE	CASO A	CASO B	CASO C
01	Muito Pequeno	0,10	0,20	0,90	0,80
02	Pequeno	0,30	0,20	0,90	0,60
03	Regular	0,80	0,20	0,90	0,30
04	Muito Regular	0,60	0,20	0,90	0,20
05	Elevado	0,30	0,20	0,90	0,20
06	Muito Elevado	0,10	0,20	0,90	0,10

Considerando-se todos os pesos, para os critérios de análise, iguais a unidade, ou seja, todos têm a mesma importância, tem-se os resultados mostrados na tabela 5.25.

**TABELA 5.25. Análise de sensibilidade. Alteração dos graus de pertinência dos cenários de conservação de energia elétrica.**

TECNOLOGIAS	GRAUS DE PERTINÊNCIA			
	CASO BASE	CASO A	CASO B	CASO C
01	0,503	0,377	0,617	0,377
02	0,542	0,393	0,600	0,407
03	0,503	0,377	0,627	0,393
04	0,525	0,393	0,600	0,407
05	0,550	0,292	0,698	0,403
06	0,533	0,292	0,648	0,403
07	0,617	0,385	0,763	0,487
08	0,600	0,402	0,732	0,483

Para uma melhor visualização dos resultados obtidos, considere a tabela 5.26 onde estão relacionadas as classificações das melhores opções tecnológicas para cada caso considerado.

**TABELA 5.26. Análise de sensibilidade. Classificação das melhores opções tecnológicas.**

ALTERNATIVA TECNOLÓGICA	CLASSIFICAÇÃO DAS MELHORES OPÇÕES TECNOLÓGICAS			
	CASO BASE	CASO A	CASO B	CASO C
01	7. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>	8. <sup>a</sup>
02	5. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>
03	7. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>
04	6. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>
05	3. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>
06	4. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>	4. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>
07	1. <sup>a</sup>	4. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>
08	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>

Nota: Alternativa Tecnológica: vide item 5.3.1

Casos BASE, A, B e C: Vide Tabela 5.24

Nota-se, pelos resultados obtidos, uma tendência pelas lâmpadas fluorescentes compactas, quando se procura atribuir valores maiores de pertinências para os cenários onde o nível de conservação de energia são mais significativos, Caso Base e Caso B. Quando se atribui um valor maior para o cenário "Muito Pequeno" (Caso C), tem-se também uma opção pelas lâmpadas fluorescentes compactas, mas aparecendo neste caso, como terceira opção as lâmpadas incandescentes comuns de 60 w e econômicas de 54 w (opções de números 2 e 4).

Por outro lado, quando se atribui para todos os cenários um valor baixo (Caso A), tem-se como melhor

opção a alternativa 08 (lâmpada fluorescente compacta de 13 w) e aparecendo em seguida a alternativa 04 (lâmpada incandescente de 54 w).

Nota-se, que o modelo procura se ajustar de maneira coerente, com as variações das pertinências dos cenários, favorecendo ou não a conservação de energia elétrica através da escolha das opções tecnológicas.

### 5.3.6.3. TERCEIRO CASO

Utilizando-se a mesma alteração de pesos dos critérios de análise do primeiro caso tem-se os resultados mostrados na tabela 5.27.

CRITÉRIO DE ANÁLISE	IMPORTANCIA PERCENTUAL	
	PESO	DO CRITÉRIO
- Custo de aquisição	2	16,67%
- Eficiência luminosa	3	25,00%
- Vida média	2	16,67%
- Custo de utilização	3	25,00%
- Custo de instalação	1	8,33%
- Reprodução de cor	1	8,33%

Os casos BASE<sub>p</sub>, A<sub>p</sub>, B<sub>p</sub> e C<sub>p</sub> utilizam as variáveis lingüísticas definidas no item 5.3.4 (figura 1) e os novos pesos definidos acima.

**TABELA 5.27. Análise de sensibilidade. Alteração dos pesos dos critérios de análise e dos graus de pertinência dos cenários de conservação de energia elétrica.**

TECNOLOGIAS	GRAUS DE PERTINÊNCIA			
	CASO BASE <sub>p</sub>	CASO A <sub>p</sub>	CASO B <sub>p</sub>	CASO C <sub>p</sub>
01	0,393	0,297	0,500	0,287
02	0,454	0,322	0,517	0,332
03	0,402	0,297	0,508	0,312
04	0,437	0,322	0,525	0,332
05	0,558	0,259	0,748	0,410
06	0,558	0,259	0,707	0,418
07	0,617	0,332	0,812	0,477
08	0,592	0,349	0,773	0,465

Nota: Alternativa Tecnológica: vide item 5.9.1

Casos BASE, A, B e C: vide tabela 5.24

Na tabela 5.28 estão relacionadas as classificações das melhores opções tecnológicas para cada caso em questão:

**TABELA 5.28. Análise de sensibilidade. Classificação das melhores opções tecnológicas com os novos pesos para os critérios de análise e novas pertinências para os cenários de conservação de energia elétrica.**

ALTERNATIVA TECNOLÓGICA	CLASSIFICAÇÃO DAS MELHORES OPÇÕES TECNOLÓGICAS			
	CASO BASE <sub>p</sub>	CASO A <sub>p</sub>	CASO B <sub>p</sub>	CASO C <sub>p</sub>
01	8. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>	8. <sup>a</sup>	8. <sup>a</sup>
02	5. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	6. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>
03	7. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>
04	6. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>
05	3. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	4. <sup>a</sup>
06	3. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>	4. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>
07	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>
08	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>

Nota: Alternativa Tecnológica: vide item 5.3.1

Casos BASE, A, B, e C: vide tabela 5.24

Atribuindo-se um peso maior ou uma importância maior (25%) para os critérios "Eficiência Luminosa" e "Custo de Utilização", percebe-se uma tendência de se favorecer, em todos os casos, as lâmpadas mais econômicas e eficientes. Percebe-se também, de maneira menos acentuada, a opção por lâmpadas incandescentes (3.<sup>a</sup> opção) quando não se estimula o cenário de conservação de energia elétrica, como é o caso A<sub>p</sub>.

Também neste caso, o modelo procura se ajustar, de maneira coerente e lógica, com as variações das pertinências dos usuários e com os pesos dos critérios de análise, favorecendo ou não a conservação de energia elétrica através da escolha das opções tecnológicas.

Considerando-se agora uma nova distribuição de importância para os critérios de análise, favorecendo fortemente o critério de aquisição, tem-se, por exemplo, a seguinte distribuição de pesos:

CRITÉRIO DE ANÁLISE	PESO	IMPORTANCIA PERCENTUAL DO CRITÉRIO
- Custo de aquisição	5	41,67%
- Eficiência luminosa	1	8,33%
- Vida média	2	16,67%
- Custo de utilização	1	8,33%
- Custo de instalação	2	16,67%
- Reprodução de cor	1	8,33%

Nota-se que a população, de modo geral, leva em consideração somente o preço da lâmpada para resolver qual delas deve comprar, desprezando (ou desconhecendo), desta forma, a eficiência luminosa e o seu consumo.

Com esta nova distribuição de pesos tem-se os resultados apresentados nas tabelas 5.29 e 5.30 onde os casos  $BASE_q$ ,  $A_q$ ,  $B_q$  e  $C_q$  utilizam as variáveis lingüísticas definidas no item 5.3.4 (figura 1) e os novos pesos definidos acima.

TABELA 5.29. Análise de sensibilidade. Alteração dos pesos dos critérios de análise e dos graus de pertinência dos cenários de conservação de energia elétrica.

TECNOLOGIAS	GRAUS DE PERTINÊNCIA			
	CASO BASE <sub>q</sub>	CASO A <sub>q</sub>	CASO B <sub>q</sub>	CASO C <sub>q</sub>
01	0,556	0,335	0,683	0,368
02	0,608	0,343	0,708	0,383
03	0,522	0,335	0,650	0,377
04	0,567	0,343	0,675	0,383
05	0,567	0,267	0,723	0,377
06	0,458	0,267	0,565	0,343
07	0,533	0,347	0,656	0,418
08	0,525	0,389	0,607	0,443

Nota: Alternativa Tecnológica: vide item 5.3.1

Casos BASE, A, B e C: vide tabela 5.24

TABELA 5.30. Análise de sensibilidade. Classificação das melhores opções tecnológicas com os novos pesos para os critérios de análise e novas pertinências para os cenários de conservação de energia elétrica.

ALTERNATIVA TECNOLÓGICA	CLASSIFICAÇÃO DAS MELHORES OPÇÕES TECNOLÓGICAS			
	CASO BASE <sub>q</sub>	CASO A <sub>q</sub>	CASO B <sub>q</sub>	CASO C <sub>q</sub>
01	4. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>
02	1. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>
03	7. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>	6. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>
04	2. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	4. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>
05	2. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>
06	8. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>	8. <sup>a</sup>	8. <sup>a</sup>
07	5. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	5. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>
08	6. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	7. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>



Com esta nova distribuição de importância favorecendo bastante o critério custo de aquisição, percebe-se que nos casos onde o nível de conservação de energia é mais significativo (Casos BASE e B), ocorre uma substituição das lâmpadas fluorescentes compactas (alternativas 07 e 08) por outras incandescentes (comuns e econômicas) e fluorescentes comuns.

Por outro lado, nos casos onde se atribui uma pertinência menor para os cenários que favorecem a conservação de energia (casos A e C), repete-se as primeiras opções pelas lâmpadas compactas fluorescentes (alternativas 07 e 08).

## CAPÍTULO 6

# UMA APLICAÇÃO EM PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA GERAÇÃO

## 6.1 INTRODUÇÃO

Após a crise do petróleo de 1973, os aspectos econômicos da geração, transmissão e distribuição da energia elétrica (Lambert Torres, 1991) têm ganhado cada vez mais importância. A isto vem ainda se juntar as dificuldades econômicas que o país vem enfrentando ultimamente como escassez de recursos, falta de investimentos, altos juros e tarifas defasadas. Diante deste quadro, qualquer esforço no sentido de minimizar possíveis gastos desnecessários é bem vindo. Como reflexo deste esforço os modelos de oferta e previsão de demanda de energia foram, ao longo do tempo, sendo aperfeiçoados empregando-se, por exemplo, métodos econométricos sofisticados e programação matemática (Bajay, 1983 a), (Bajay, 1983 b), (Santos, 1990), (Lambert Torres, 1989). Outros trabalhos envolvendo, por exemplo, a determinação do ponto ótimo de operação, alocação ótima da geração e planejamento integrado da expansão do parque gerador e sistema de transmissão também têm sido desenvolvidos visando, entre outros objetivos, reduzir custos da geração e transmissão de energia, aumentar a eficiência e a confiabilidade do sistema elétrico (Ramos, 1986), (Allan, 1979), (Pinheiro, 1982), (Ramos, 1989).

A ELETROBRÁS, através do Departamento de Estudos Energéticos, desenvolveu um modelo para a Determinação da Expansão do Sistema Elétrico a longo prazo (DESELP), que tem como objetivo determinar a composição ótima do parque gerador para estágios selecionados de um dado horizonte de planejamento. Sua concepção está voltada para sistemas com participação hidrelétrica significativa, tendo sido dada atenção especial à flexibilidade de incorporação de políticas de expansão e à análise de um grande número de alternativas. A partir de um cadastro de projetos

candidatos, o modelo determina a expansão do sistema gerador e quantifica as necessidades de transmissão associada. A solução minimiza o valor atual dos custos anuais de investimento, operação e manutenção dos diferentes estágios futuros (Trinckenreich, 1990a).

Tal modelo é formulado em programação linear adotando-se como algoritmo de solução o sistema desenvolvido pela IBM, Mathematical Programming System Extended/370 (MPSX/370).

Esta metodologia de planejamento ao mínimo custo ("least-cost planning") garantindo o suprimento, dentro de certos limites, é criticada por outros (Santos, 1990), (Bajay, 1991). Uma das críticas considera que o conjunto de alternativas a ser otimizado (usinas hidrelétricas e termelétricas, cogeração, PCH's, nucleares, opções de gerenciamento de cargas, etc.) será sempre mutável e parcial. Parcial, pois não se pode incluir no planejamento alternativas sobre as quais não se tenha um relativo controle e mutável, pois as tecnologias ditas "a priori" anti-econômicas ou tecnicamente arriscadas, poderiam se tornar a médio prazo interessantes, graças principalmente as transformações tecnológicas, assim como podem se inviabilizarem face as mudanças institucionais. Como exemplo, pode-se citar a atual onda ambientalista. Desta forma, observa-se que a situação de "mínimo custo", dentro desta análise, não existe de fato, principalmente quando se trabalha com decisões que terão efeitos a médio e longo prazos.

Em um trabalho recente Crousillat mostra uma série de dados onde os erros cometidos pelos modelos de demanda e suprimento de energia utilizados no planejamento, foram aumentando a medida que o tempo passava. (Crousillat, 1989). Assim, como exemplo, após um ano de realizadas as

previsões de demanda, os desvios típicos foram da ordem de (+ ou -) 5%. Cinco anos após, os desvios eram de -10% a 50% e 7 anos depois era de -50% a +100%.

Erros de previsão também são comuns de ocorrerem no planejamento do setor elétrico brasileiro. O Plano 2010 previa para os anos de 1986 e 1990, uma potência total instalada respectivamente de 42,7 Gw e 58,5 Gw, e um consumo total de energia elétrica de 175,7 e 233,9 Twh. Segundo dados fornecidos pelo Balanço Energético Nacional (BEN, 1991), em 1986 a potência instalada atingia 44,9 Gw para um consumo de 202,1 Twh enquanto que em 1990 a potência total instalada alcançava 52,9 Gw para um consumo de 222,2 Twh de energia elétrica, conforme a tabela 6.1.

**Tabela 6.1. Comparação entre os valores previstos e realizados para a potência instalada e o consumo total de energia elétrica no Brasil.**

	1986		
	PREVISTO	REALIZADO	VARIAÇÃO %
Potência instalada [Gw]	42,7	44,9	+5,1
Consumo total [Twh]	175,7	202,1	+15,0

	1990		
	PREVISTO	REALIZADO	VARIAÇÃO %
Potência instalada [Gw]	58,5	52,9	-9,6
Consumo total [Twh]	233,9	222,2	-5,0

Fonte: Plano 2010 e Balanço Energético Nacional (B. E. N.)

No atual contexto onde a variedade de incertezas técnicas e econômicas estão cada vez mais presentes no planejamento do setor elétrico, a ferramenta dos conjuntos Fuzzy pode se revelar útil para estabelecer **estratégias de expansão do sistema** (Lambert Torres, 1990a), (Lambert Torres, 1990b).

Assim, incertezas como, por exemplo, as relativas ao deficit de energia, projeção de demanda, restrições ambientais, restrições financeiras, e conservação de energia podem ser equacionadas por restrições e objetivos Fuzzy visando, em uma primeira análise, o estabelecimento de estratégias de planos de expansão do sistema elétrico.

Atualmente procura-se desenvolver o **Planejamento Integrado de Recursos (IRP)**, que é o processo pelo qual as opções de oferta e demanda são consistentemente planejadas, implementadas e avaliadas, para garantir serviços de energia a um custo que equilibre todos os interesses envolvidos (Bauer, 1992), (Megdal, 1992), (Mitcholl, 1992), (Rabl, 1992). Os objetivos do IRP evoluíram do planejamento do custo mínimo e do encorajamento da gerência da demanda para questões mais amplas e complexas, como por exemplo, a gerência de riscos e o intercâmbio de combustíveis. O IRP enfrenta importantes desafios, como provar ser um método de planejamento robusto para atender as necessidades de serviço energético da sociedade. A capacidade excessiva dos anos 80 pode desaparecer no final deste século e as concessionárias terão que planejar a retirada de uma fração substancial de sua atual e envelhecida capacidade instalada. Por outro lado, a geração não estatal e a gerência do lado da demanda podem desempenhar papéis importantes no atendimento de futuras necessidades de recursos. Ao mesmo tempo, os custos ambientais e outros de não mercado da entrega de serviços de energia têm

aumentado em importância. Para que o IRP obtenha sucesso, ele deve balancear estas preocupações para assegurar quotas iguais de mercado para estas (e outras, ainda desconhecidas) opções para se garantir futuros serviços energéticos.

Este sexto capítulo apresenta inicialmente as metodologias empregadas no planejamento da expansão do sistema elétrico brasileiro. Em seguida, são mostrados alguns critérios e parâmetros técnico-econômicos utilizados no planejamento da expansão da geração e finalmente aplica-se a Teoria dos Conjuntos Fuzzy visando estabelecer estratégias de geração e conservação de energia elétrica sob a ótica da oferta de energia.

## 6.2 ETAPAS DE ANÁLISE EMPREGADAS NO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DO SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO

O planejamento da expansão do sistema elétrico brasileiro é coordenado pela Diretoria de Planejamento e Engenharia da Eletrobrás, através do Grupo Coordenador do Planejamento do Sistema (GCPS) e é dividido em horizontes de planejamento de longo, médio e curto prazos.

### 6.2.1 ESTUDOS DE LONGO PRAZO

Nestes estudos que abrangem um horizonte de, aproximadamente, 30 anos, procura-se definir as linhas centrais do desenvolvimento do sistema, a composição esperada do parque gerador e grandes troncos de transmissão, os programas de desenvolvimento tecnológico-industrial e as metas para o horizonte de médio prazo.

A evolução do parque gerador é analisada pelos modelos ORDENAÇÃO e DESELP e a evolução da transmissão através do modelo SINTRA, conforme mostrado na fig. 6.1.

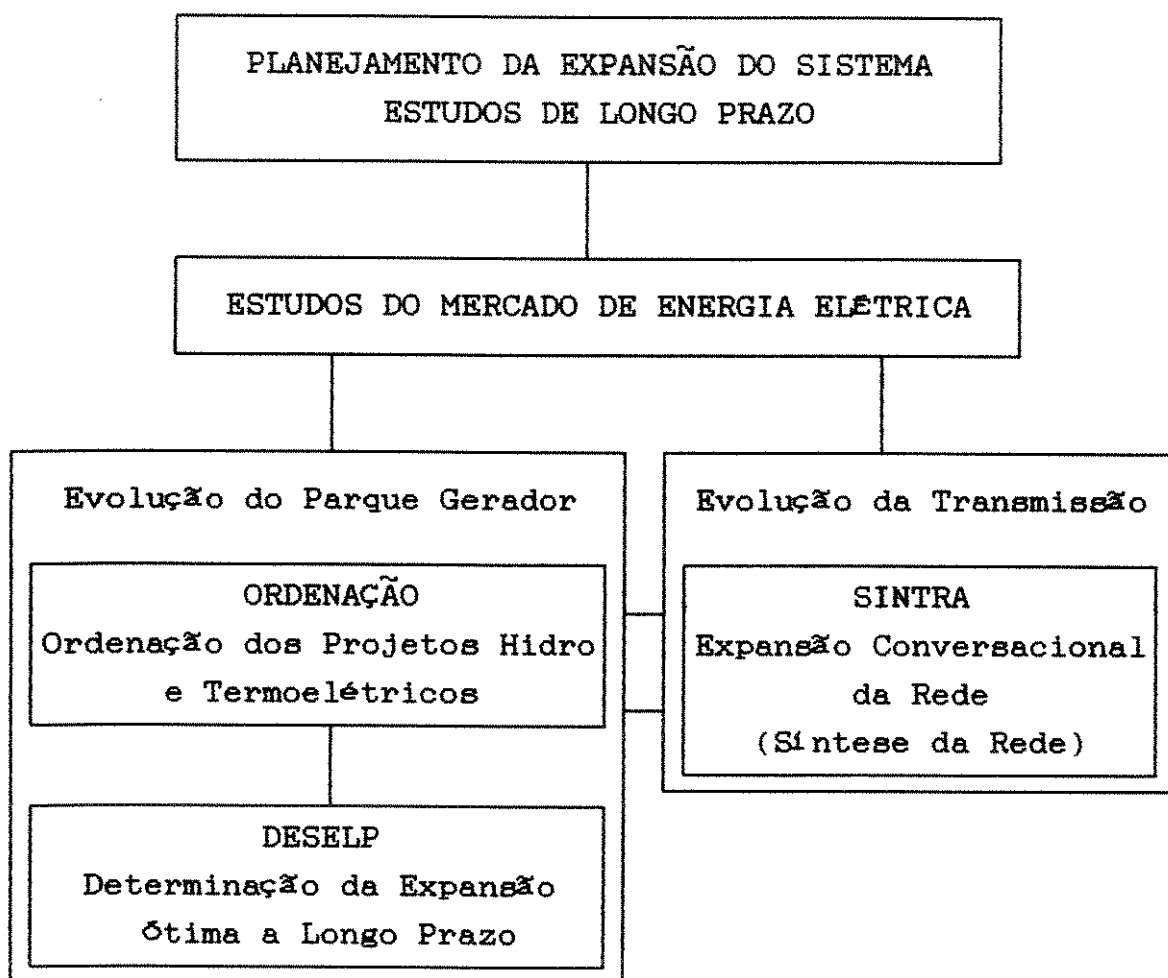


Fig. 6.1. Estudos de longo prazo.

Fonte: (Bajay, 1991)

O modelo de Ordenação de Usinas Hidroelétricas e Termoelétricas (ORDENAÇÃO ou RANKING) tem como objetivo ordenar usinas hidráulicas e térmicas considerando-se o incremento de custo anual decorrente da introdução da usina considerada no sistema existente, assim como, o benefício em energia firme obtido por sua operação integrada ao sistema. Esta lista ordenada obtida é utilizada no modelo DESELP para a determinação, através de um algoritmo de programação linear, da expansão ótima a longo prazo. A formulação do problema representa a operação do sistema através de um despacho de potência a 3 patamares (cargas pesada, intermediária e leve) em



todos os estágios e para todos os projetos, respeitando as restrições operativas (disponibilidade de potência, máxima produção de energia, etc.) e levando em conta a energia secundária dos projetos hidrelétricos. O horizonte de 30 anos é subdividido em intervalos de 5 anos e o sistema elétrico é subdividido em regiões elétricas interligadas por linhas de transmissão existentes ou planejadas. Cada região vem caracterizada por valores prováveis de consumo de energia e demanda máxima a serem atendidas nos diferentes intervalos de tempo do horizonte de planejamento.

O modelo tem como restrições que a demanda de energia prevista em todas as regiões, em todos os intervalos do horizonte de planejamento, deverá ser atendida pela energia firme gerada pelo sistema e as demandas máximas previstas, acrescidas de uma reserva de potência, também deverão ser atendidas. Considera-se, naturalmente, as restrições de energia e potência máximas e mínimas disponíveis em cada planta.

Utiliza-se programação linear para minimizar a função objetivo correspondente aos custos anuais envolvidos (investimento, operação e manutenção, inclusive combustível) atualizados para uma data de referência pré-fixada.

### 6.2.2 ESTUDOS DE MÉDIO PRAZO

Nos estudos de médio prazo são analisados o atendimento ao mercado nos próximos 15 anos e estabelecido o programa de expansão do sistema elétrico, condicionado aos resultados dos estudos de longo prazo, que atende aos requisitos previstos, compatibilizando-o

com as variações vigentes no setor bem como com sua evolução. Projeções do mercado de energia elétrica para o período de planejamento em questão são utilizadas na formulação de alternativas de expansão tanto do parque gerador como da rede de transmissão, conforme mostrado na figura 6.2. Antes da formulação das alternativas de geração realiza-se, através do modelo ORDENAÇÃO, uma ordenação dos projetos hidro e termoelétricos.

O modelo DINAMICA define as estratégias de operação, em particular, de cada categoria de usina termoelétrica, através do uso de um algoritmo de programação dinâmica estocástica. O modelo GERASER gera séries sintéticas de vazões afluentes aos reservatórios das usinas hidroelétricas e os modelos MSSE e MSSSE simulam a operação do sistema interligado, empregando o conceito de reservatórios energeticamente equivalentes.

Os modelos MSUI e MISS simulam esta operação através de uma representação individualizada para os reservatórios das usinas hidroelétricas. O modelo CONFGER possibilita a análise da confiabilidade do parque gerador, em relação ao atendimento dos requisitos de ponta, através do cálculo da probabilidade de perda da carga - LOLP (Loss-of-Load Probability).

Na formulação das alternativas de expansão da transmissão, o modelo SINTRA permite, assim como nos estudos de longo prazo, a determinação de uma expansão conversacional da rede. Esta expansão é analisada quanto aos fluxos de carga (modelo PECO) e quanto a estabilidade e transitórios da rede (modelos TRANSDIR, EMTP).

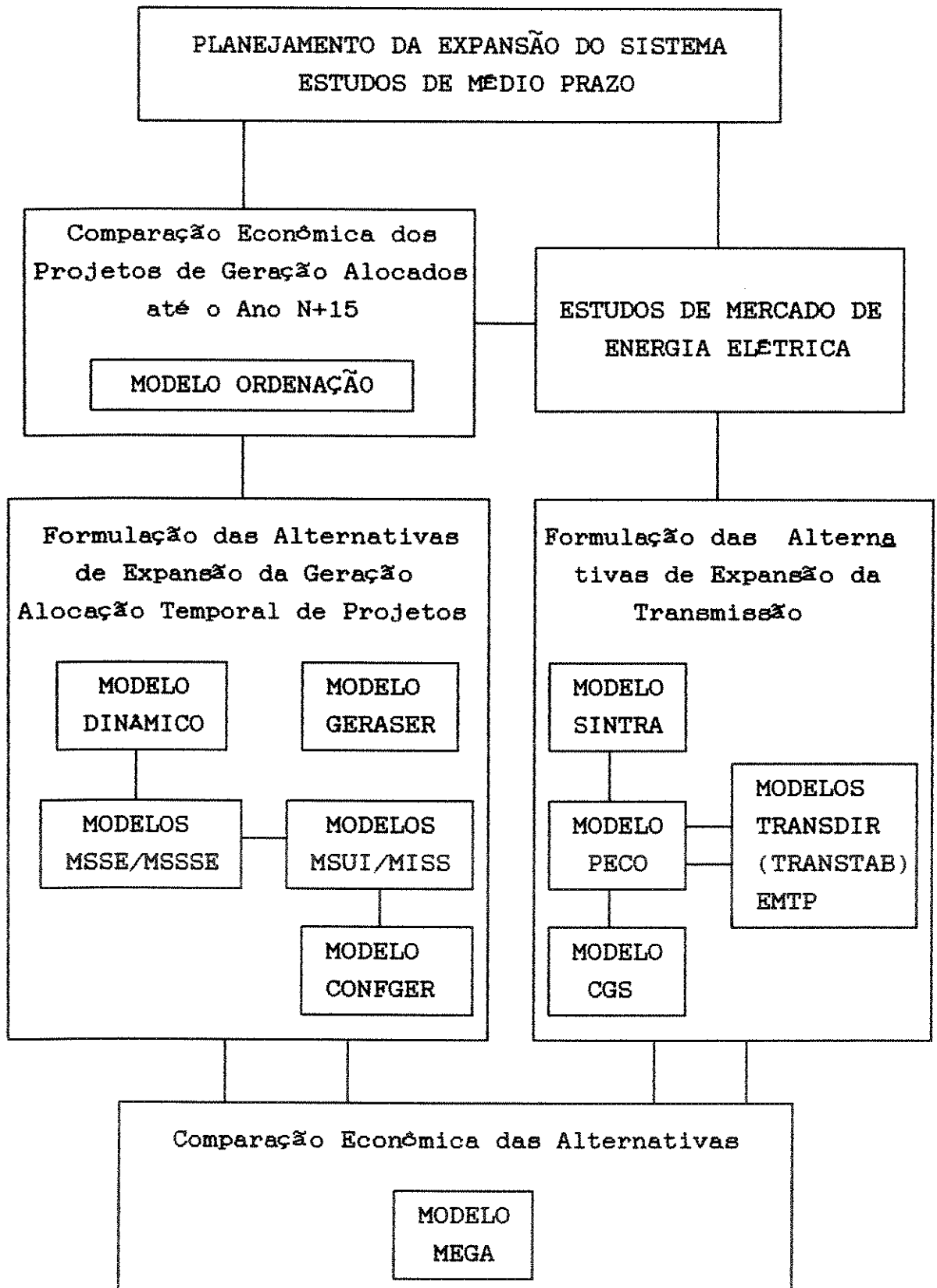


Fig. 6.2. Estudos de médio prazo. Fonte: (Bajay, 1991)

O modelo CGS possibilita a avaliação da confiabilidade da transmissão e o modelo MEGA permite a comparação econômica das alternativas de expansão, tanto do parque gerador como da rede de transmissão, escolhendo aquelas consideradas como as melhores.

### 6.2.3 ESTUDOS DE CURTO PRAZO

Nos estudos de curto prazo são desenvolvidos ajustes nas decisões da alternativa de médio prazo devido as possíveis variações conjunturais do mercado, restrições de investimento e cronograma de obras. Seu horizonte de análise é, normalmente, de 10 anos.

O GCPS produz a cada ano um Programa Decenal de Obras de Geração que é incorporado ao Plano Nacional de Energia Elétrica (PLANO 2010, PLANO 2015) constituindo-se desta forma, em uma referência básica da expansão do setor.

Neste ciclo anual de planejamento são utilizados como dados de entrada o programa de expansão de médio prazo (15 anos), o programa decenal do ciclo anterior, as projeções de mercado mais recentes, os cronogramas físico-financeiros das obras, os custos de combustível do parque termoelétrico e os limites de intercâmbio entre sub-sistemas. Assim, obtem-se como produtos desta análise o novo programa decenal, os novos riscos de deficit no período de planejamento, os custos marginais atualizados de expansão e do deficit e os despachos típicos de geração e interligações regionais.

Na análise das condições de atendimento e ajuste do programa decenal de geração se emprega os mesmos modelos

utilizados nos estudos de médio prazo e, eventualmente, modelos de pré-despacho de carga, que alocam a geração das várias usinas no atendimento da curva de carga, utilizando os resultados dos modelos MSUI e MISS, conforme mostrado na figura 6.3. Além dos modelos já citados nos estudos de médio prazo, à análise do desempenho da rede elétrica e os ajustes no programa decenal de transmissão utiliza-se também do modelo PECO (NET FAULT) para avaliar as condições de curto-circuito no sistema.

A análise e programação financeira do setor elétrico é um fator importante nos estudos de curto prazo e relaciona-se iterativamente na definição do novo programa decenal de geração e também no novo programa decenal de transmissão. Nota-se, ainda, que a formulação do programa de expansão da distribuição depende e se relaciona de maneira iterática com os programas de expansão da transmissão e da programação financeira do setor.

### 6.3 CRITÉRIOS E PARÂMETROS TÉCNICO-ECONÔMICOS

Conforme visto no item anterior, as etapas do planejamento da expansão da geração têm periodicidades diferentes. Para o planejamento a longo prazo, os estudos são realizados a cada quatro ou cinco anos, fazendo parte dos planos nacionais de energia elétrica (planos 2010 e 2015). Os estudos de médio prazo possuem intervalos aproximados de dois anos enquanto os de curto prazo, que definem os Programas Decenais de Geração, são analisados anualmente.

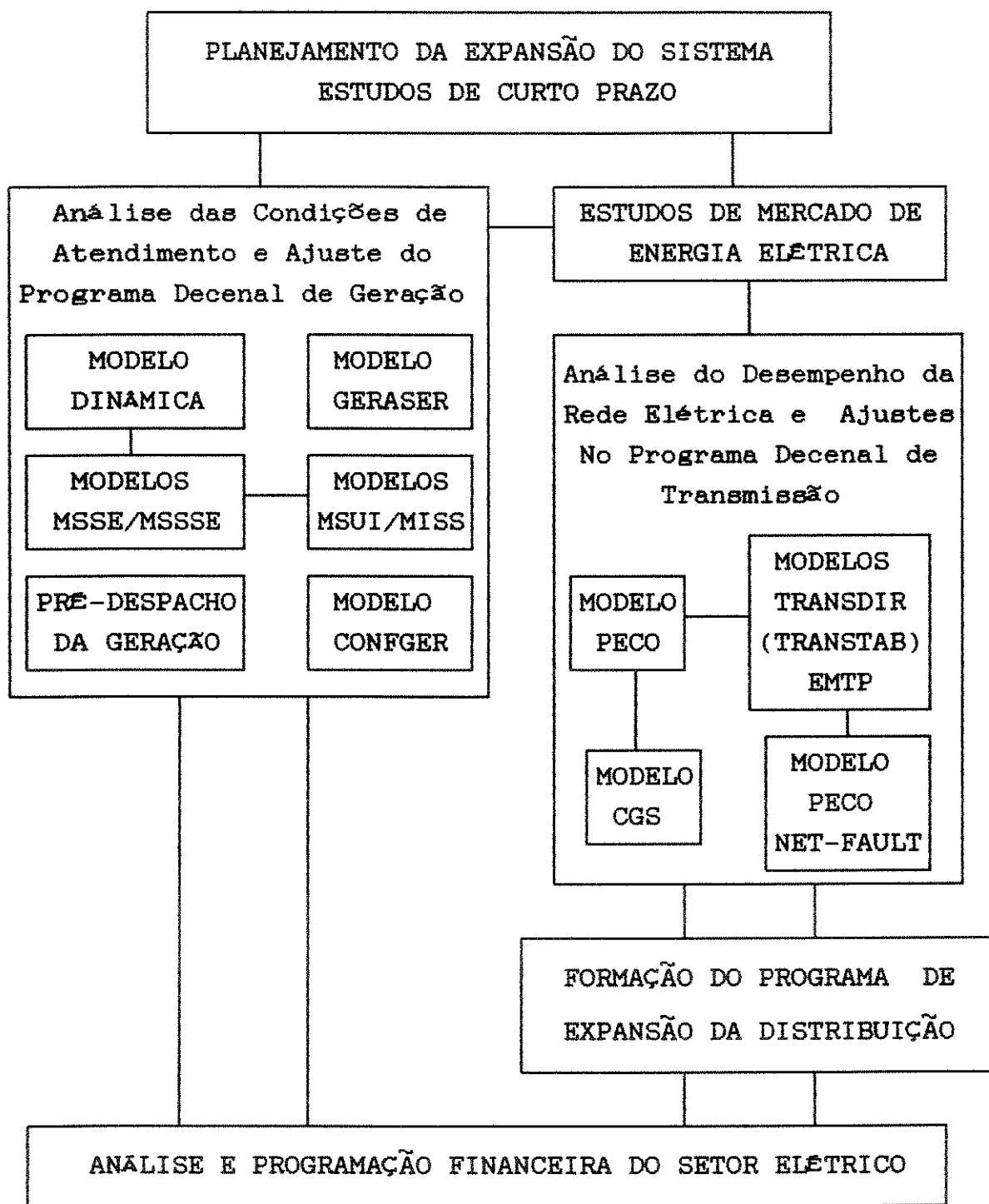


Fig. 6.3. Estudos de curto prazo.

Fonte: (Bajay, 1991)

Basicamente, os estudos de longo prazo para a expansão do sistema de geração procuram obrigar a distribuição dos recursos energéticos primários envolvendo diferentes cenários de crescimento do mercado de energia elétrica, desenvolvimento tecnológico e custos de geração.

O parque gerador que se procura alcançar nestes estudos deve evoluir de forma equilibrada, isto é, a oferta de energia deve atender o crescimento da demanda ao longo do tempo de forma a preservar a qualidade do serviço.

Assim, uma parte fundamental das análises envolvendo este planejamento é aquela relativa a construção dos cenários de demanda de energia elétrica. Pode-se empregar modelos de projeção de demanda que trabalhem com macro-variáveis como, por exemplo, Produto Interno Bruto (PIB), crescimento demográfico e níveis de renda (Erber, 1983), (Girod, 1977).

Em uma análise estrutural pode-se admitir que não existam restrições financeiras rígidas e atrasos nos cronogramas físicos. Por outro lado, uma análise conjuntural leva em consideração restrições de origem financeira que possam comprometer este cronograma, ocasionando no futuro uma deterioração nos níveis de qualidade de suprimento.

Nestas condições, dentro de um quadro conjuntural onde a médio prazo existem, por exemplo, perspectivas concretas de racionamento e níveis extremos de geração térmica, pode-se antecipar alguns projetos com custos unitários de geração elevados.

Pode-se caracterizar as várias variáveis envolvidas

na solução do problema do planejamento da operação da geração em:

- variáveis relativas as previsões da evolução do mercado;
- variáveis com características físico-operativas;
- variáveis com características econômico-financeiras;
- outras variáveis.

Através destas variáveis procura-se tomar decisões envolvendo a distribuição, no tempo e no espaço, das unidades geradoras necessárias ao crescimento da demanda ao longo do horizonte de planejamento.

### 6.3.1 VARIÁVEIS RELATIVAS AS PREVISÕES DA EVOLUÇÃO DO MERCADO

A previsão do mercado de energia elétrica no Brasil resulta de um processo iterativo, no qual a ELETROBRÁS, que atua como coordenadora dos estudos, responsabilizou-se pela preocupação de previsões, a nível nacional e regional, que servem como elementos balizadores na análise das previsões de mercado das concessionárias.

Como dito anteriormente, os requisitos do mercado de energia são estimados com base em hipóteses sobre a evolução provável de um conjunto de variáveis macro-econômicas, demográficas, habitacionais e sociais e com base em informações quanto a programas setoriais específicos, a nível federal e estadual e quanto a novos contratos de suprimento de porte significativo.



Realizam-se também estudos específicos sobre os principais setores do mercado industrial, e sobre as possibilidades de racionalização do emprego dos recursos energéticos disponíveis, mediante adoção de mecanismos para promover a conservação e substituição entre eles.

O mais recente estudo desenvolvido pela ELETROBRÁS sobre o setor de energia elétrica e a economia brasileira, a nível de planejamento, se encontra no PLANO 2015 que está em fase final de elaboração.

A evolução metodológica destes estudos de mercado do setor elétrico vai desde o emprego de ferramentas estatísticas clássicas (regressão, gráficos, etc.) passando por técnicas de construção de cenários (após o primeiro e segundo "choque do petróleo") e chegando aos dias de hoje na otimização e melhor aproveitamento dos recursos energéticos disponíveis.

Entre as variáveis relevantes que resultam destes estudos tem-se a previsão dos requisitos do mercado em seus valores de energia (Mwh) e de ponta (Mw).

Os requisitos anuais de energia, expressos geralmente em Mw/ano ou em Mwh, correspondem ao fluxo de energia fornecida pelo sistema supridor, durante o ano. Caso este suprimento seja referido à saída das usinas, tais requisitos incorporam, em sua definição, além das estimativas de consumo, uma estimativa das perdas do sistema de suprimento.

Enquanto o consumo e energia correspondem a conceitos de fluxo, a ponta de carga corresponde a um conceito de estoque, indicando a potência máxima requerida pelo sistema de suprimento no ano, em função do qual deverá ser feito o dimensionamento da capacidade dos

sistemas elétricos, considerando ainda, as reservas necessárias ao adequado funcionamento do mesmo.

Assim, procura-se atingir uma evolução nas técnicas de abordagem e prospecção de mercado, aliando a elaboração de cenários ao hábito de consumo. Procura-se também, com estas metodologias mais recentes, quantificar o impacto de políticas macro-econômicas no universo de uma empresa concessionária através de mudanças de hábitos do consumidor, mudanças tecnológicas nos equipamentos consumidores de energia, formulação de políticas conservacionistas e transferência de parcelas de mercado para energéticos mais viáveis (Jannuzzi, 1991) (Magalhães, 1985).

### 6.3.2 VARIÁVEIS COM CARACTERÍSTICAS FÍSICO-OPERATIVAS

Como visto, procura-se estabelecer um nível de qualidade e confiabilidade para o atendimento do mercado futuro quando se planeja a expansão do sistema de geração. Quando se trata de sistemas termoelétricos este planejamento baseia-se principalmente no estabelecimento de um nível de confiabilidade para o atendimento da demanda máxima futura e aos requisitos de uma certa reserva de potência para as situações de manutenções programadas, falhas de unidades geradoras, erros de previsão de carga e necessidades de regulação da frequência do sistema. Quando se trata de sistemas hidrelétricos o planejamento procura atender o mercado de energia futuro. As necessidades de acréscimo do parque gerador são dimensionadas em função da capacidade de geração de energia das novas usinas e de um critério de garantia de suprimento de energia.

Assim, na evolução da capacidade instalada de um sistema hidrelétrico existe uma folga no balanço entre capacidade de geração e carga de energia, associada ao critério de garantia de suprimento de energia, enquanto em sistemas termoelétricos, este ajustamento ocorre para a demanda.

Durante a operação em tempo real, o atendimento ao mercado ocorre através do constante ajuste das unidades geradoras concomitante às variações da carga, mas devido a fatores aleatórios associados tanto às capacidades de produção quanto às previsões de mercado, é impossível obter-se uma garantia total de atendimento. Para sistemas geradores hidrotérmicos, os fatores determinantes do risco de deficit estão associados à falta de combustível (insuficiência das vazões afluentes para as hidroelétricas ou limitações de combustível para as termoelétricas) e às indisponibilidades das usinas geradoras.

É importante comentar que os deficits de suprimento também podem ser provocados por outros fatores, além dos relacionados com o sistema de geração, como por exemplo, saídas forçadas de linhas de transmissão ou distribuição e falhas em equipamentos de subestações.

As variáveis que caracterizam os critérios de suprimento de energia e de potência podem ser de natureza determinística ou probabilística.

Usualmente, para o critério determinístico de garantia de suprimento de energia são empregados os conceitos de energia firme, energia secundária e período hidrológico crítico.

A energia firme de um sistema de geração é o maior

valor possível de energia capaz de ser produzido continuamente pelo sistema, com as mesmas características do mercado, sem a ocorrência de deficits, no caso de repetição das afluências do registro histórico. Já a energia firme de uma usina é dada pela sua contribuição para a energia firme do sistema, ou seja, é o valor médio de energia que a usina é capaz de gerar ao longo do período crítico do sistema, com este atendendo à sua energia firme.

A energia secundária de um sistema ou usina é o excesso de energia, em relação a energia firme, possível de ser produzido nas sequências favoráveis. É usualmente calculada como sendo a diferença entre a geração média em todo o histórico de vazões e a energia firme.

O período hidrológico crítico é o período de tempo que corresponde à sequência de vazões do histórico, em que o armazenamento do sistema vai de seu nível máximo (todos os reservatórios cheios) ao seu nível mínimo (todos os reservatórios vazios), sem reenchimentos totais intermediários no atendimento da energia firme do sistema.

A figura 6.4 mostra a relação entre as energias firme (EFs), média (EMs), secundária no sistema (ESs) e o período crítico. No eixo das abscissas tem-se o sistema hidráulico através do seu histórico de vazões afluentes e no eixo das ordenadas a energia armazenada no sistema (EARM).

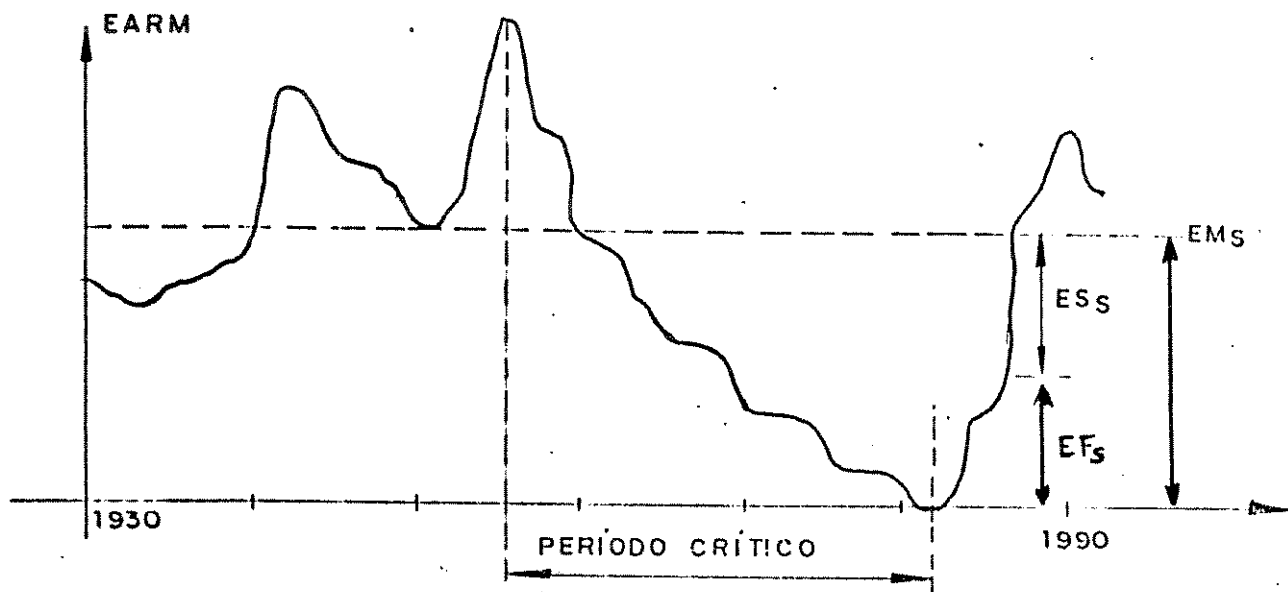


Fig 6.4. Representação das energias firme, secundária e período crítico.

Os critérios probabilísticos de garantia de suprimento foram estabelecidos pela ELETROBRÁS no final de 1985 (GCPS, 1985).

Tais critérios permitem, entre outros fatores, a quantificação dos riscos de suprimento, consideradas as regras de operação ótima do sistema hidrotérmico e levar em conta a expansão do sistema gerador e dos principais troncos de transmissão. Com as metodologias existentes que adotam estes critérios, pode-se formular o problema do planejamento da expansão do parque gerador como a determinação de um cronograma de expansão que minimize os custos de investimento mais o valor esperado dos custos de operação. No planejamento da expansão e da operação do sistema interligado brasileiro adota-se, atualmente, um risco de deficit de energia de 5% ao ano.

Em relação ao suprimento de potência, os critérios determinísticos dimensionam a capacidade de geração a ser instalada de modo a atender a demanda máxima prevista e uma margem de reserva necessária para manter a qualidade no atendimento. Por outro lado, os critérios probabilísticos de suprimento de potência admitem o emprego de abordagens alternativas de risco ou custo de deficit pré-fixado.

Usualmente, denomina-se como análise probabilística das condições de atendimento de um sistema gerador a avaliação de sua confiabilidade. Para o cálculo dos índices de confiabilidade de geração podem ser empregados métodos analíticos e métodos de simulação.

### 6.3.3 VARIÁVEIS COM CARACTERÍSTICAS ECONÔMICO-FINANCEIRAS

A utilização de variáveis com características econômicas é freqüente quando se quer comparar diferentes tipos de fontes de geração em estudos do planejamento da expansão. Deve-se utilizar critérios que considere as peculiaridades de cada sistema de geração, no que se refere, por exemplo, aos custos e características técnico-operativas. Um dos critérios é aquele que emprega um "índice de mérito" ou "índice custo/benefício" da usina, dado em unidades monetárias por unidade de energia produzida (US\$/Mwh). Nesta relação, o numerador abrange os custos associados a cada tipo de fonte e o denominador representa a energia produzida pela usina. Para permitir a comparação entre usinas com vidas úteis econômicas diferentes, esta relação é expressa em custo anual (US\$/ano) por energia anual produzida (Mwh/ano).

Entre as variáveis que representam este custo tem-se, por exemplo, as seguintes (Fortunato et alii, 1990), (M. Santos, 1992):

#### a) Custos de combustível

Esta parcela representa as despesas com combustível, sendo decisiva para a determinação da competitividade econômica de usinas termoelétricas. Para usinas hidrelétricas podem significar, quando for o caso, o pagamento de direitos (royalties) pela utilização da água.

Pode-se adotar preços internacionais quando for uma termoelétrica que utiliza o óleo combustível e preços nacionais para o carvão nacional.

#### b) Custos de operação e manutenção (O & M)

Estes custos representam as despesas com manutenção e operação da usina, inclusive mão-de-obra. Para usinas hidroelétricas pode-se utilizar curvas que procuram relacionar a potência instalada com o custo de O&M, obtendo-se valores que oscilam aproximadamente em torno de 3 US\$/Kw/ano (para usinas de grande porte) e de 7 US\$/Kw/ano (para usinas de menor porte). Para usinas termoelétricas pode-se considerar o custo anual de O&M na faixa de 1 a 3% do custo anual equivalente de investimento na usina, em função do porte e tipo da mesma.

#### c) Custos de investimento

Os custos de investimento representa o capital empregado na usina incluindo as obras civis, despesas com infra-estrutura para a execução do projeto, compra de

equipamentos, etc. Pode-se representar este custo, para cada usina, por US\$/kw ou US\$/Mw.

#### d) Custos em transmissão

Os custos devido aos investimentos em transmissão representam o capital utilizado no sistema de transmissão associado a usina.

Assim, o índice custo/benefício (ICB) de uma fonte geradora pode ser representado por:

$$\text{ICB} = \text{CAI} + \text{CAOM} + \text{CAIT} + \text{CAC} \quad (6.1)$$

onde as parcelas são dadas em US\$/Mwh e representam:

**CAI** - custo anual do investimento

**CAOM** - custo anual de operação e manutenção

**CAIT** - custo anual de investimentos em transmissão

**CAC** - custo anual de combustível

Além destes custos, outros componentes podem ser considerados como, por exemplo, investimento em complemento de ponta e operação e manutenção da transmissão. Um elemento importante para caracterizar a competitividade econômica das diversas usinas é o chamado Fator de Capacidade. Multiplicando-se este fator pela capacidade instalada tem-se, para um dado período, o valor da produção de energia da usina.

O fator de capacidade médio de uma usina é definido como sendo a relação percentual entre a potência média produzida em um período e a potência máxima que se



poderia produzir, no mesmo período, considerando o despacho da capacidade instalada da usina sem limitações de combustível. Para usinas hidrelétricas o combustível é considerado como sendo a água armazenada nos reservatórios e as vazões afluentes. Outros fatores importantes como os juros durante a construção da usina e as formulações que permitem calcular as parcelas que compõem o índice custo/benefício não serão apresentadas aqui, por não serem os objetivos principais deste trabalho, mas podem ser encontrados na bibliografia referenciada (GCPS, 1981), (Eletrobrás, 1986).

#### 6.3.4 OUTRAS VARIÁVEIS

Nos dias de hoje tem aumentado cada vez mais a parcela da população com participação política nas decisões técnico-econômicas dos órgãos governamentais. Como consequência deste fato, o setor elétrico pode se deparar com manifestações a nível nacional, regional e até local contrárias aos projetos hidrotérmicos. Estas populações consideram os aspectos sociais, ambientais, políticos, paisagísticos, culturais e as vezes, poucos estão interessados nas relações custo/benefício ou nos benefícios públicos decorrentes dos novos projetos de geração de energia elétrica.

Estas manifestações podem gerar conflitos ou provocar até a paralização de estudos ou projetos básicos como foi o caso recente da termoeletrica da CESP na região de Campinas. Dentro desta nova realidade política vigente no Brasil é que as empresas do setor devem repensar e refazer alguns dos estudos de aproveitamentos e também considerar novas variáveis nos estudos de

planejamento da expansão da geração como, por exemplo, "custos ambientais" e "custos sociais".

Utilizando-se a ferramenta dos conjuntos Fuzzy é possível quantificar e/ou qualificar estas variáveis dentro de um processo de tomada de decisão.

#### 6.4 UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY NO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA GERAÇÃO CONSIDERANDO CONSERVAÇÃO DE ENERGIA.

Usualmente nos estudos relativos ao planejamento da expansão da geração, considera-se a conservação de energia elétrica nas projeções de mercado, estabelecendo-se metas de conservação a serem cumpridas pelos programas pertinentes como, por exemplo, o Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica - PROCEL.

Este estudo é feito a partir dos principais usos finais da eletricidade: força motriz, processos eletrotérmicos, iluminação, refrigeração e condicionamento ambiental. Considera-se quatro hipóteses de crescimento da economia. Cada um desses cenários deverá traduzir as expectativas dos agentes econômicos no que se refere à melhoria da eficiência energética dos equipamentos, da entrada no mercado de bens com rendimentos superiores, de melhor utilização dos equipamentos existentes e otimização dos processos produtivos (Plano 2015).

A seguir, pretende-se empregar a metodologia apresentada no item 4.6 do quarto capítulo no planejamento da expansão da geração a longo prazo,

considerando-se também a conservação de energia elétrica. Neste exemplo pretende-se analisar a estratégia de expansão, a longo prazo, do sistema de geração para uma dada região macroeconômica. As opções de geração são usinas hidrelétricas (H) e usinas termoelétricas do tipo nuclear (N), gás natural (GN), carvão (C) e óleo combustível (OC). Pretende-se também, associar esta política de expansão com investimentos em programas de conservação de energia elétrica procurando-se, dentro de alguns cenários, estabelecer uma escala de opções de geração e de medidas de conservação.

#### 6.4.1 CARACTERIZAÇÃO DA GERAÇÃO E DA CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

A caracterização sob o ponto de vista quantitativo e qualitativo, de cada uma destas plantas, é mostrada na Tabela 6.2. Alguns dados foram obtidos da Eletrobrás (Trinkenreich, 1990b).

Tabela 6.2. Características quantitativas e qualitativas dos sistemas de geração.

	CUSTO DE CONSTRUÇÃO (US\$/kw)	CUSTO DE O&M (US\$/kw/ano)	CUSTO UNITÁRIO DE GERAÇÃO (US\$/Kwh)
H	1500	7	0,032
N	1660	44	0,059
GN	1100	22	0,051
C	1400	28	0,045
OC	1200	12	0,073

Tabela 6.2. Continuação

	CUSTOS AMBIENTAIS	CONFIABILIDADE DA GERAÇÃO	FACILIDADE DE IMPLEMENTAÇÃO
H	Pequeno	Muito Elevado	Pequeno
N	Muito Elevado	Elevado	Elevado
GN	Pequeno	Regular	Regular
C	Regular	Regular	Regular
OC	Regular	Regular	Regular

Assim como para o sistema gerador tem-se os custos de construção e de geração, para a conservação de energia elétrica tem-se o "custo da redução da demanda" e o "custo da energia economizada", dados respectivamente por (US\$/kw) e (US\$/kwh).

O custo da energia conservada (CCE) é o custo anual de se implementar uma medida dividido pela quantia anual de kWh economizados, onde considera-se:

I = investimento inicial (US\$);

r = taxa de recuperação de capital;

Q = incremento de custos anuais de operação e manutenção (US\$);

E = quantia anual de energia conservada (kwh).

$$CCE = \frac{(I \times r) + Q}{E} \text{ (US\$/kWh)} \quad (6.2)$$

A taxa de recuperação de capital, "r", passa os investimentos para uma base anual utilizando uma

determinada taxa de desconto, "d", e uma vida útil, "n", sendo dada pela expressão:

$$r = \frac{d}{(1 - (1 + d)^{-n})} \quad (6.3)$$

O custo da redução da demanda (CEP) em horário de pico é a relação entre o valor presente dos investimentos necessários durante todo o tempo de vida útil de uma usina e a capacidade instalada poupada, possuindo a seguinte expressão:

$$CEP = \frac{VPL \text{ (Invest. + Variação do Custo de O\&M)}}{\text{Capacidade Instalada Poupada}} \text{ (US\$/kW)} \quad (6.4)$$

As tabelas seguintes ilustram valores destes custos para vários setores e usos finais de energia elétrica (Geller, 1990); (Januzzi, 1992).

Tabela 6.3. Custos de conservação de energia elétrica - setor residencial.

	CUSTO DA REDUÇÃO DA DEMANDA (US\$/kw)	CUSTO DA ENERGIA ECONOMIZADA (US\$/kwh)
Refrigeração	1200 - 1500	0,02 - 0,03
Iluminação	330 - 1200	0,02 - 0,06
Aquecimento de água	200 - 600	0,01 - 0,02

Fonte: (Geller, 1990) e (Januzzi, 1992)

Tabela 6.4. Custos de conservação de energia elétrica - setor comercial.

	CUSTO DA REDUÇÃO DA DEMANDA (US\$/kw)	CUSTO DA ENERGIA ECONOMIZADA (US\$/kwh)
Refrigeração	300 - 900	0,01 - 0,04
Iluminação	300 - 1200	0,01 - 0,02
Aquecimento de água	300 - 1300	0,01 - 0,06

Fonte: (Geller, 1990) e (Jannuzzi, 1992)

Tabela 6.5. Custos de conservação de energia elétrica - setor industrial.

	CUSTO DA REDUÇÃO DA DEMANDA (US\$/kW)	CUSTO DA ENERGIA ECONOMIZADA (US\$/kWh)
Motores	200 - 1600	0,02 - 0,04
Aquecimento direto (Fornos)	200 - 1200	0,02 - 0,03
Aquecimento indireto (caldeira e aquecimento de água)	200 - 900	0,01 - 0,02
Processos eletroquímicos	200 - 600	0,01 - 0,03
Iluminação	200 - 1300	0,02 - 0,04

Fonte: (Geller, 1990) e (Jannuzzi, 1992)

A variação dos valores dos custos das tabelas anteriores se deve, entre outros fatores, às diferentes tecnologias utilizadas para cada uso final. Assim, por exemplo, para a iluminação pode-se empregar em substituição às lâmpadas incandescentes de 60 w as lâmpadas incandescentes econômicas de 54 w ou lâmpadas

fluorescentes tubulares comuns de 20 w ou ainda lâmpadas compactas fluorescentes de 13 w. Para cada uma destas opções os custos da energia economizada serão diferentes, conforme mostrado pela tabela 6.6.

**Tabela 6.6. Comparação das diferentes opções de iluminação**

TIPO DE LÂMPADA	POTENCIA (w)	VIDA MÉDIA (Horas)	CUSTO DA ENERGIA ECONOMIZADA (US\$/kwh)	
			A	B
Incandescente econômica (I1)	54	1000	0,027	0,026
Fluorescente tubular comum (I2)	20	6000	0,031	0,026
Fluorescente compacta (I3)	13	8000	0,060	0,049

Notas:

A: Considerando 9 horas/dia de operação

B: Considerando 10 horas/dia de operação

Fonte: (Geller, 1990) e (Jannuzzi, 1992)

Para os motores, principal consumidor de energia elétrica no setor industrial, pode-se atuar em programas de conservação de energia que procurem, por exemplo, uma melhor utilização e adequação no processo industrial (MOTOR 1), o emprego de motores mais eficientes (MOTOR 2) ou até a utilização de controladores de velocidade variável (MOTOR 3) aplicados a motores de torque variável. Cada uma destas opções apresenta diferentes custos de energia economizada, conforme mostrado pela tabela 6.7.

**Tabela 6.7. Comparação dos diferentes custos dos programas de conservação de energia elétrica em motores.**

TIPO DE PROGRAMA	CUSTO DA ENERGIA ECONOMIZADA (US\$/kWh)
Motor 1 (M1)	0,01
Motor 2 (M2)	0,02
Motor 2 (M3)	0,04

Fonte: (Geller, 1990) e (Jannuzzi, 1992)

Considerando, entre outras informações, os dados das tabelas 6.3 a 6.7 pode-se, comparando com a tabela 6.2, caracterizar de maneira quantitativa e qualitativa as diversas tecnologias visando a conservação de energia elétrica, dentro de um horizonte de planejamento.

**Tabela 6.8 . Características quantitativas e qualitativas das ações nos usos finais visando a conservação de energia elétrica - setor industrial.**

	CUSTO DE REDUÇÃO DA DEMANDA (US\$/kW)	CUSTO DE O&M DA AÇÃO	CUSTO DA ENERGIA ECONOMIZADA US\$/kWh
Motores	200	Muito regular	0,02
Aquecimento direto	200	Regular	0,03
Aquecimento indireto	200	Pequeno	0,02
Processos eletroquímicos	200	Regular	0,02
Iluminação	200	Muito pequeno	0,02



Tabela 6.8. Continuação.

	CUSTOS AMBIENTAIS	CONFIABILIDADE DA AÇÃO	FACILIDADE DE IMPLEMENTAÇÃO
Motores	Muito pequeno	Pequeno	Regular
Aquecimento direto	Muito pequeno	Pequeno	Pequeno
Aquecimento indireto	Pequeno	Regular	Pequeno
Processos eletroquímicos	Pequeno	Pequeno	Pequeno
Iluminação	Muito pequeno	Regular	Muito regular

Tabela 6.9. Características quantitativas e qualitativas das ações nos usos finais visando a conservação de energia elétrica - setor residencial.

	CUSTO DE REDUÇÃO DA DEMANDA (US\$/kW)	CUSTO DE O&M DA AÇÃO	CUSTO DA ENERGIA ECONOMIZADA US\$/kWh
Refrigeração	1200	Regular	0,02
Iluminação	330	Pequeno	0,06
Aquecimento de água	200	Pequeno	0,01

	CUSTOS AMBIENTAIS	CONFIABILIDADE DA AÇÃO	FACILIDADE DE IMPLEMENTAÇÃO
Refrigeração	Pequeno	Pequeno	Pequeno
Iluminação	Muito pequeno	Regular	Muito regular
Aquecimento de água	Pequeno	Pequeno	Pequeno

**Tabela 6.10. Características quantitativas e qualitativas das ações nos usos finais visando a conservação de energia elétrica - setor comercial.**

	CUSTO DE REDUÇÃO DA DEMANDA (US\$/kW)	CUSTO DE O&M DA AÇÃO	CUSTO DA ENERGIA ECONOMIZADA US\$/kWh
Refrigeração	300	Regular	0,04
Iluminação	300	Regular	0,01
Condicionamento ambiental	300	Muito regular	0,01

	CUSTOS AMBIENTAIS	CONFIABILIDADE DA AÇÃO	FACILIDADE DE IMPLEMENTAÇÃO
Refrigeração	Pequeno	Pequeno	Pequeno
Iluminação	Muito pequeno	Regular	Muito regular
Condicionamento ambiental	Pequeno	Pequeno	Regular

As tabelas 6.11 e 6.12 caracterizam, segundo o uso final, o consumo de energia elétrica para cada um dos três setores (Geller, 1990).

**Tabela 6.11. Uso final da eletricidade no Brasil em 1987.  
Setores residencial e comercial.**

	RESIDENCIAL (GWh)	%	COMERCIAL (GWh)	%
Refrigeração	12,3	32	3,5	17
Iluminação	9,2	24	9,0	44
Aquecimento de água	10,0	26	—	—
Ar condicionado	1,2	3	4,1	20
Televisão	2,3	6	—	—
Cozimento	0,5	1	1,6	8
Outros	2,9	8	2,3	11
<b>TOTAL</b>	<b>38,4</b>	<b>100</b>	<b>20,5</b>	<b>100</b>

Fonte: (Geller, 1990)

**Tabela 6.12. Uso final da eletricidade no Brasil em 1987.  
Setor industrial.**

	INDUSTRIAL (GWh)	%
Motor	42,7	49
Aquecimento indireto (Caldeiras, aquecimento de água)	8,72	10
Aquecimento direto (Fornos)	27,9	32
Processos eletroquímicos	6,1	7
Iluminação	1,78	2
<b>TOTAL</b>	<b>87,2</b>	<b>100</b>

Fonte: (Geller, 1990)

#### 6.4.2. ESTRATÉGIAS DE ATUAÇÃO

Nos vários cenários de conservação de energia elétrica no horizonte de planejamento, pode-se ter atuações diferenciadas nos setores industrial, residencial e comercial, cada qual satisfazendo uma dada estratégia e política adotada. Pode-se também, se for conveniente, atuar-se em um único setor, como por exemplo o setor residencial.

Assim, uma estratégia seria desenvolver esforços apenas naquele uso final mais intensivo em energia elétrica (refrigeração) e outra seria atuar em todos para, entre outras finalidades, tentar difundir e implementar junto a população uma educação visando a conservação de energia. Caracterizando estas estratégias por níveis baixo, médio e alto tem-se, por exemplo, para este setor residencial, a seguinte situação:

- RESIDENCIAL BAIXO (RB): Nível de energia conservada considerado baixo no setor residencial. Pretende-se atuar não intensamente em cada equipamento consumidor de energia elétrica ou atuar, de uma forma mais intensiva, no(s) equipamento(s) que consome(m) pouco como, por exemplo, ar condicionado e televisão.
  
- RESIDENCIAL MÉDIO (RM): Nível de energia conservada considerado médio no setor residencial. Pretende-se atuar,

de maneira intensiva, nos equipamentos que consomem mais energia elétrica como, por exemplo, aqueles para refrigeração, aquecimento de água e iluminação.

- RESIDENCIAL ALTO (RA): Nível de energia conservada considerado alto no setor residencial. Pretende-se atuar, de maneira intensiva e por um período maior, em todos os equipamentos e particularmente naqueles responsáveis pelo maior consumo de energia elétrica.

A tabela 6.13 mostra algumas possibilidades de se atuar nos diversos níveis de conservação de energia elétrica neste setor:

**Tabela 6.13. Maneiras de se atuar no setor residencial visando a conservação de energia elétrica.**

	PERÍODO DE DURAÇÃO DA AÇÃO			INTENSIDADE DA AÇÃO			CONSUMO DE E.E. DOS EQUIPAMENTOS ESCOLHIDOS		
	MENOR	MÉDIO	MAIOR	MENOR	MÉDIO	MAIOR	MENOR	MÉDIO	MAIOR
RB	X			X			X	X	X
	X					X	X		
RM		X			X				X
			X	X					X
RA			X		X		X	X	X
			X			X			X

De maneira semelhante podemos estabelecer estratégias de conservação de energia elétrica CB, CM, CA para o setor comercial e IB, IM, IA para o setor industrial.

A combinação destas estratégias nos diversos setores levarão a possíveis estados de conservação de energia elétrica nos vários cenários de planejamento, como por exemplo, o da tabela 6.14.

Nota-se nesta tabela que a estratégia global deste cenário favorece a atuação no setor industrial, sendo que neste a preferência recai (em dobro) sobre a "estratégia industrial alta" em relação a "estratégia industrial média".

**Tabela 6.14. Cenário de conservação de energia elétrica no horizonte de planejamento.**

POSSÍVEIS ESTADOS	DESCRIÇÃO	GRAU DE PERTINÊNCIA
RM	Residencial Médio	0,3
IM	Industrial Médio	0,4
IA	Industrial Alto	0,8
CB	Comercial Baixo	0,2

#### 6.4.3 MATRIZES CARACTERÍSTICAS

Atribuindo-se um peso, por exemplo, de 0 a 10, ou uma variável linguística Fuzzy, que represente subjetivamente a importância de cada planta de geração e as ações de conservação de energia elétrica nos usos finais, pode-se construir as chamadas matrizes características.

As variáveis linguísticas adotadas Baixo (B), Médio (M) e Alto (A) são definidas pelos seguintes conjuntos Fuzzy, conforme visto no capítulo 5:

$$B = \left\{ (1,0/0), (0,8/1), (0,6/2), (0,4/3), (0,2/4), (0,0/5) \right\}$$

$$M = \left\{ (0,0/0), (0,2/1), (0,4/2), (0,6/3), (0,8/4), (1,0/5), \right. \\ \left. (0,8/6), (0,6/7), (0,4/8), (0,2/9), (0,0/10) \right\}$$

$$A = \left\{ (0,0/5), (0,2/6), (0,4/7), (0,6/8), (0,8/9), (1,0/10) \right\}$$

Portanto, conforme visto no capítulo 3, utilizando a operação de concentração podemos gerar as variáveis Muito Baixo (MB), Muito Médio (MM) e Muito Alto (MA):

$$MB = \left\{ (1,0/0), (0,64/1), (0,36/2), (0,16/3), (0,04/4), (0/5) \right\}$$

$$MM = \left\{ (0,0/0), (0,04/1), (0,16/2), (0,36/3), (0,64/4), (1,0/5), \right. \\ \left. (0,64/6), (0,36/7), (0,16/8), (0,04/9), (0,0/10) \right\}$$

$$MA = \left\{ (0,0/5), (0,04/6), (0,16/7), (0,36/8), (0,64/9), (1,0/10) \right\}$$

As matrizes características serão construídas para os seguintes critérios de análise:

- Custo de construção ou custo de redução da demanda;
- Custo de O & M;

- Custo de geração ou custo da energia economizada;
- Custos ambientais;
- Confiabilidade da geração ou confiabilidade da ação;
- Facilidade de implementação e
- Utilidade para o empreendedor.

As opções de geração são aquelas relacionadas na tabela 6.2 e os usos finais visando a conservação de energia elétrica, para este exemplo, são os motores e a iluminação, conforme tabelas 6.6 e 6.7.

**Tabela 6.15. Matriz característica - custo de construção (custo de redução da demanda)**

ALTERNATIVAS	ESTADOS	RM	IM	IA	CB
H		3	4	4	3
N		2	3	3	2
GN		6	7	7	6
C		4	5	5	4
OC		5	6	6	5
I1		9	2	2	10
I2		7	2	2	8
I3		5	1	1	6
M1		2	10	10	3
M2		1	8	8	2
M3		1	3	3	1



Tabela 6.16. Matriz característica - custo de O&amp;M

ALTERNATIVAS	ESTADOS	RM	IM	IA	CB
H		8	9	10	7
N		2	2	2	2
GN		3	3	4	3
C		2	2	3	2
OC		5	6	7	5
I1		MA	A	A	MM
I2		A	MM	MM	M
I3		A	MM	MM	M
M1		MB	MM	MM	MB
M2		MB	MM	MM	MB
M3		MB	M	M	MB

Tabela 6.17. Matriz característica - custo da geração  
(custo de energia economizada)

ALTERNATIVAS	ESTADOS	RM	IM	IA	CB
H		6	7	7	6
N		4	5	5	4
GN		4	5	5	4
C		5	6	6	5
OC		2	3	3	2
I1		7	2	2	8
I2		6	2	2	7
I3		5	2	2	5
M1		1	10	10	1
M2		1	9	9	1
M3		1	5	5	1

**Tabela 6.18. Matriz característica - custos ambientais.**

ALTERNATIVAS	ESTADOS	RM	IM	IA	CB
H		MB	B	B	MB
N		MB	B	B	MB
GN		M	M	M	M
C		MB	M	M	MB
OC		MB	M	M	MB
I1		MA	MA	MA	MA
I2		MA	MA	MA	MA
I3		MA	MA	MA	MA
M1		A	A	A	A
M2		A	A	A	A
M3		A	A	A	A

**Tabela 6.19. Matriz característica - confiabilidade da geração (confiabilidade da ação)**

ALTERNATIVAS	ESTADOS	RM	IM	IA	CB
H		MM	MA	MA	A
N		M	A	A	MM
GN		M	MM	MM	M
C		M	MM	MM	M
OC		M	MM	MM	M
I1		MM	M	M	MM
I2		M	MM	MM	MM
I3		MM	B	B	MM
M1		MB	M	M	MB
M2		MB	M	M	MB
M3		MB	M	M	MB

**Tabela 6.20. Matriz característica - facilidade de implementação.**

ALTERNATIVAS	ESTADOS	RM	IM	IA	CB
H		MB	B	B	MB
N		MM	A	A	MM
GN		M	MM	MM	M
C		M	MM	MM	M
OC		M	MM	MM	M
I1		MM	M	M	MM
I2		M	M	M	M
I3		M	M	M	M
M1		MB	MM	MM	MB
M2		MB	M	M	MB
M3		MB	M	M	MB

**Tabela 6.21. Matriz característica - utilidade para o empreendedor.**

ALTERNATIVAS	ESTADOS	RM	IM	IA	CB
H		A	MA	MA	A
N		MB	B	B	MB
GN		M	M	M	M
C		M	M	M	M
OC		M	B	B	M
I1		B	B	B	B
I2		B	B	B	B
I3		B	B	B	B
M1		MB	MB	MB	MB
M2		MB	MB	MB	MB
M3		MB	MB	MB	MB

## 6.4.4. CÁLCULO DO CONJUNTO DE DECISÃO FUZZY

Usando a metodologia descrita no capítulo 4, obtém-se os seguintes conjuntos Fuzzy:

**Tabela 6.22. Graus de pertinência das alternativas para os critérios de análise.**

CRITÉRIOS DE ANÁLISE	GRAUS DE PERTINÊNCIA DAS ALTERNATIVAS DE GERAÇÃO E CONSERVAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA
Custo de construção (redução da demanda)	$A = \left\{ (0.40/H), (0.30/N), (0.70/GN), (0.50/C), (0.60/OC), (0.30/I1), (0.30/I2), (0.30/I3), (0.88/M1), (0.80/M2), (0.30/M3) \right\}$
Custo de O&M	$A = \left\{ (0.80/H), (0.20/N), (0.40/GN), (0.30/C), (0.70/OC), (0.92/I1), (0.64/I2), (0.64/I3), (0.60/M1), (0.60/M2), (0.60/M3) \right\}$
Custo da geração (energia economizada)	$A = \left\{ (0.70/H), (0.50/N), (0.50/GN), (0.60/C), (0.30/OC), (0.30/I1), (0.30/I2), (0.44/I3), (0.88/M1), (0.88/M2), (0.50/M3) \right\}$
Custos Ambientais	$A = \left\{ (0.33/H), (0.33/N), (0.78/GN), (0.67/C), (0.67/OC), (0.98/I1), (0.98/I2), (0.98/I3), (0.98/M1), (0.98/M2), (0.98/M3) \right\}$

Tabela 6.22. Continuação

Confiabilidade	$A = \left\{ (0.90/H), (0.88/N), (0.64/GN), (0.64/C), (0.64/OC), (0.74/I1), (0.67/I2), (0.44/I3), (0.67/M1), (0.67/M2), (0.67/M3) \right\}$
Facilidade de implementação	$A = \left\{ (0.30/H), (0.88/N), (0.64/GN), (0.64/C), (0.64/OC), (0.74/I1), (0.78/I2), (0.78/I3), (0.64/M1), (0.67/M2), (0.67/M3) \right\}$
Utilidade	$A = \left\{ (0.93/H), (0.30/N), (0.70/GN), (0.70/C), (0.44/OC), (0.64/I1), (0.64/I2), (0.64/I3), (0.50/M1), (0.50/M2), (0.50/M3) \right\}$

Atribuindo-se um peso que represente, entre outros fatores, a importância de cada critério de análise para o tomador de decisão, temos:

Custo de construção (redução da demanda)	peso 4	(20%)
Custo de O & M	peso 2	(10%)
Custo da geração (energia economizada)	peso 4	(20%)
Custos ambientais	peso 1	(5%)
Confiabilidade	peso 2	(10%)
Facilidade de implementação	peso 2	(10%)
Utilidade	peso 5	(25%)

Combinando-se de maneira ponderada, através de todos os critérios de análise os graus de pertinência para cada alternativa, tem-se o seguinte conjunto de decisão Fuzzy D:

$$D = \left\{ (0.6703/H), (0.4476/N), (0.6223/GN), (0.5867/C), \right. \\ (0.5257/OC), (0.5692/I1), (0.5375/I2), (0.5432/I3), \\ \left. (0.7165/M1), (0.7032/M2), (0.5272/M3) \right\}$$

Assim, para as condições consideradas, tem-se a seguinte estratégia de investimentos em conservação e geração de energia elétrica:

- 1.<sup>a</sup> Opção: Melhorar a utilização e adequação do motor no processo industrial.
- 2.<sup>a</sup> Opção: Empregar motores mais eficientes no processo industrial.
- 3.<sup>a</sup> Opção: Geração hidroelétrica.
- 4.<sup>a</sup> Opção: Geração termoelétrica a gás natural.
- 5.<sup>a</sup> Opção: Geração termoelétrica a carvão;
- 6.<sup>a</sup> Opção: Substituir lâmpadas incandescentes comuns por lâmpadas incandescentes mais econômicas.
- 7.<sup>a</sup> Opção: Substituir lâmpadas incandescentes comuns por lâmpadas fluorescentes compactas.
- 8.<sup>a</sup> Opção: Substituir lâmpadas incandescentes comuns por lâmpadas fluorescentes tubulares.

- 9.<sup>a</sup> Opção: Utilizar controladores de velocidade variável nos motores no processo industrial.
- 10.<sup>a</sup> Opção: Geração termoelétrica a óleo combustível.
- 11.<sup>a</sup> Opção: Geração termoelétrica nuclear.

Considere como ilustração, que o potencial de conservação de energia elétrica através do emprego da 1.<sup>a</sup> opção seja de 8(Twh) e da 2.<sup>a</sup> opção de 5(Twh). Considere também uma previsão no horizonte de planejamento do mercado de energia elétrica da ordem de 60(Twh).

Assim, esgotadas as 2 primeiras opções de conservação, ocorreria um deficit de 47(Twh). Utilizando-se a política de se evitar este deficit somente através da geração e considerando-se potenciais de geração hidrelétrica de 25(Twh), geração termoelétrica a gás natural de 10(Twh) e a carvão de 20(Twh) tem-se a seguinte estratégia:

Conservação: 13(Twh) representando 22% da demanda de energia

Geração: 47(Twh) representando 78% da demanda de energia

Atuação da conservação: Utilizar 1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> opções

Atuação da geração: Usinas hidrelétricas representando 53% da geração

Termelétricas a gás natural representando 21% da geração

Termelétricas a carvão representando 26% da geração.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES



## CONCLUSÕES

Este trabalho procura contribuir na análise de conservação de energia elétrica através da utilização da teoria dos Conjuntos Fuzzy. A análise de questões energéticas, associadas ao desenvolvimento econômico, passaram a levar em consideração não apenas a importância do aumento da oferta de energia, mas também a necessidade de se analisar o conteúdo deste desenvolvimento, relacionando-o, por exemplo, com questões sócio-ambientais e estudos de demanda e uso final de energia.

Assim considerando esta filosofia aplicou-se um modelo de Tomada de Decisão em duas situações: a escolha de um sistema de iluminação e o estabelecimento de estratégias de expansão da geração considerando a conservação de energia elétrica.

No primeiro exemplo de aplicação nota-se, através da análise de sensibilidade realizada, que o modelo proposto responde de maneira adequada e coerente com as variações das condições de contorno impostas, apresentando desta forma, uma certa robustez.

Entre as várias opções tecnológicas analisadas e considerando os dados de entrada utilizados, as lâmpadas fluorescentes compactas foram, quase sempre, às que melhores colocações obtiveram. Opção esta que se fortalece, quando se procura, dentro dos vários cenários considerados, valorizar a conservação de energia. Por outro lado, nota-se que, nestes mesmos cenários, ocorre uma substituição destas lâmpadas fluorescentes compactas por outras tecnologias quando se favorece o critério de

análise "custo de aquisição".

O segundo exemplo de aplicação mostrou a possibilidade do emprego do modelo para estabelecer estratégias de investimentos em geração e conservação de energia elétrica, considerando aspectos quantitativos e qualitativos das variáveis envolvidas na análise.

No exemplo apresentado, as duas primeiras opções encontradas foram aquelas visando a conservação de energia elétrica, ou sejam, "melhorar a utilização e adequação do motor no processo industrial" e "empregar motores mais eficientes no processo industrial". Em seguida as melhores opções encontradas foram pertinentes a geração de energia elétrica: geração hidrelétrica (primeira opção), geração termoelétrica a gás natural (segunda opção) e geração termoelétrica a carvão (terceira opção).

Estes exemplos mostram o potencial de análise da ferramenta e modelo utilizados possibilitando, em casos mais complexos e reais, obter-se resultados que possam ajudar no processo de tomada de decisão. Pode-se também ampliar o número de variáveis envolvidas no problema em questão pois o modelo possui uma forma sistemática de manipular, incluir e operar valores nem sempre bem quantificados ou qualificados. Pode-se também fornecer valores lingüísticos ou numéricos para as diversas variáveis ou critérios de análise empregados no estudo a ser realizado.

Como possíveis extensões para este trabalho sugere-se em relação a modelagem, o emprego de métodos interativos e como aplicação do modelo, a análise

---

setorial visando o estabelecimento de estratégias de geração e conservação para o lado da oferta e para o lado da demanda de energia. Pode-se também incorporar uma análise econômica utilizando para tal conceitos do tipo Taxa de desconto Fuzzy, Juros Fuzzy, etc.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**(Afonso, 1992)**

Afonso, Carlos A. de C. e de Azevedo, James B. L. "O Mercado de Energia Elétrica Brasileiro : Histórico e Perspectivas". XI SENDI, Blumenau, Setembro de 1992.

**(Allan, 1979)**

Allan, R. N. and Howr, I R. "Modelling and Evaluating the Reliability of Distribution Systems" - IEEE, Trans. on PAS, Novembro-Dezembro 1979.

**(Araújo, 1991)**

de Araújo, João L. "Perspectivas do Consumo de Eletricidade no Curto e Médio Prazos". Área de Energia da COPPE/UFRJ, 1991.

**(Bajay, 1983a)**

Bajay, S.V. "Long Term Electricity Demand Forecasting Models: A Review of Methodologies". UNICAMP, Brasil, 1983.

**(Bajay, 1983b)**

Bajay, S.V., "Production Scheduling Models for Hydrothermal Power Systems: A Review of Methodologies, UNICAMP, Brasil, 1983.

**(Bajay, 1991)**

Bajay, S. V. "Estudo Preliminar Sobre a Atual Situação do Setor Elétrico Brasileiro". Relatório Técnico, Convênio COPESP/UNICAMP/FUNCAMP, 1991.

**(Bauer, 1992)**

Bauer, Douglas C. and Eto, Joseph H. "Future Directions: Integrated Resource Planning". ACEEE 1992 Summer Study on Energy Efficiency in Buildings. Proceedings Panel 8, pp 8.1-8.16, 1992.

**(Bellman, 1970)**

Bellman, R. E. and Zadeh, L. A. "Decision-making in a Fuzzy Environment. Management Science, Vol. 17, No. 4, pp. 141-164, 1970.

**(Benayoun et alli, 1966)**

Benayoun, R., Roy, B. and Sussman, B., "ELECTRE: Une Méthode Pour Guider le Choix en Presence de Points de Vue Multiples", SEMA (Metra Internacional), Direction Scientifique, Note de Travail 49, Paris, June 1966.

**(B. E. N., 1991)**

Balanço Energético Nacional. Publicação do Ministério das Minas e Energia, Brasília, DF, 1991.

**(Crousillat, 1989)**

Crousillat, E. O. "Incorporating Risk and Uncertainty in Power System Planning". The World Bank, Washington, EUA, 1989.

**(Dhar, 1979)**

Dhar, S. B. "Power System Long-Range Decision Analysis Under Fuzzy Environment". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, No. 2 March-April, 1979.

**(Erber, 1983)**

Erber, P. et alli. "Metodologia Empregada nas Previsões do Mercado de Energia Elétrica". Eletrobrás/DEME, IT-426, Janeiro de 1983.

**(ELETROBRÁS, 1986)**

Análise de Longo Prazo com o Modelo DESELPE. Departamento de Geração. Informação Técnica 049/86, 1986.

(Fortunato et alli, 1990)

Fortunato, Luiz A. M. et alli, "Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica". Editora Universitária, Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990.

(GCPS, 1985)

Grupo Coordenador do Planejamento de Sistemas; Grupo Coordenador para a Operação Interligada. Estabelecimento de Critérios Probabilísticos de Suprimento de Energia e Potência e sua Aplicação. Subgrupo Misto GCPS/GCOI para análise de critérios de atendimento. Relatório Final, Outubro 1985.

(GCPS, 1981)

Grupo Coordenador do Planejamento de Sistemas. Critérios para Avaliação Econômica e Comparação de Programas de Expansão. Relatório Final CGPS-GTPE, Outubro/1981.

(Geller, 1990)

Geller, Howard S. "Electricity Conservation in Brazil: Status Report and Analysis", Eletrobrás, USP and American Council for an Energy-Efficient Economy, Março/1990.

(Gembicki, 1973)

Gembicki, F. "Vector Optimization for Control with Performance and Parameter Sensitivity Indices". Ph. D. Dissertation, Case Western Reserve University, 1973.

(Girod, 1977)

Girod, J. "La Demande d'Energie: Methods et Techniques de Modelisation". Paris: Centre National de la Recherche Scientifique, 1977.

**(Goicoechea, 1982)**

Goicoechea, A. et alli. "Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications". John Wiley and Sons, 1982.

**(Goldemberg, 1985)**

Goldemberg, José e Willians, Robert H. "Economia da Conservação de Energia nos Países em Desenvolvimento". CESP, S.P., 1985.

**(Haddad & Santos, 1992)**

Haddad, J. & dos Santos, V. F. "Seleção de Alternativas de Conservação de Água Através da Metodologia de Tomada de Decisão Multicritério". IV ENCIT, Rio de Janeiro, Dezembro de 1992.

**(Haddad, 1992a)**

Haddad, Jamil e da Silva, Rogério J. e Bortoni, E. da Costa. "Otimização Com Controle e Restrições: Uma Aplicação em Indústrias de Cimento". 9<sup>o</sup> Congresso Brasileiro de Automática, CBA, UFES, Vitória, ES, Setembro de 1992.

**(Haddad, 1992b)**

Haddad, Jamil et alli. "Avaliação Técnica-Econômica de Reatores Eletrônicos para Lâmpadas Fluorescentes". I Conferência Panamericana de Iluminação- Lux América 92, ABILUX, São Paulo, Agosto de 1992.

**(Haddad, 1992c)**

Haddad, Jamil e Jannuzzi, Gilberto de M. "Análise de Conservação de Energia Elétrica na Iluminação Industrial: Uma Abordagem Utilizando Conjuntos Fuzzy". Conferência Internacional sobre Aplicação Industrial de Eletricidade. IEEE Seção Sul Brasil, SP, Junho de 1992.



(Jannuzzi, 1991)

Jannuzzi, Gilberto de M. and Schipper, Lee. "The Structure of Electricity Demand in the Brazilian Household Sector". Energy Policy, Nov/91, pp.879/891.

(Jannuzzi, 1992)

Jannuzzi, Gilberto de M. et alli. "Estimativa do Consumo de Eletricidade para o Ano 2000 para o Estado de São Paulo e Região de Campinas". Relatório preliminar. Convênio Fundação Althon - W. Jones Foudation, Wasghinton, Fevereiro de 1993.

(Kaufmann, 1973)

Kaufmann, A. "Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets". Academic Press, New York, 1973.

(Kaufmann, 1975)

Kaufmann, A. "Introduction à la théorie des sous-ensembles flous. Thome 3: Applications à la classification et à la reconnaissance des formes, aux automates et aux systèmes, aux choix des critères. Masson, Paris, 1975.

(Koopmans, 1951)

Koopmans, T. C. "Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities". Activity Analysis of Production, Cowles Comission Monograph 13. Edited by T. C. Koopmans, Wiley, New York, 1951.

(Lambert Torres, 1989)

Lambert-Torres, G.; Valiquette, B.; e Mukhedkar, D. - "Short-te Load Forecasting: An Expert System Using Fuzzy Logic", IFAC Congress, International Symposium on Power Systems and Power Plant Control, pp. 455-460, 1989.

**(Lambert Torres, 1990a)**

G. Lambert Torres et alli "Bus Load Forecasting Using Fuzzy Techniques". Transactions Engineering and Operating Division, Canadian Electrical Association, 1990.

**(Lambert Torres, 1990b)**

G. Lambert Torres et alli "Short-Term Power System Planning Using a Fuzzy Knowledge-Based System", 10th International Workshop on Expert Systems & Their Applications, Avignon, França, 1990.

**(Lambert Torres, 1991)**

G. Lambert Torres et alli - "Computer Program Package for Power System Protection and Control". CIGRÉ Biennial Meeting, Paris, França, 1991.

**(Ludmer, 1990)**

Ludmer, Paulo. "Energia Confiável está na Base da Modernidade". Revista Eletricidade Moderna, página 50, Outubro de 1990.

**(M. Santos, 1992)**

dos Santos, E. M. "Reprospecto da Política Nuclear no Brasil e Perspectivas de Utilização de Pequenas Centrais Nucleares no Sistema Elétrico Brasileiro". Tese de Mestrado, FEM, AIPSE, UNICAMP, 1992.

**(Magalhães, 1985)**

Magalhães, Cecília H.N. et alli. "Metodologia de Agregação/Desagregação de Carga por Segmento de Consumo: Aplicação da Previsão de Mercado." X SNTPEE, Curitiba/PR, CTBA/GPL/I1, 1985.

**(Marques, 1987)**

Marques, José M. "A Conservação de Energia e o PROCEL". Palestra proferida no IV Congresso Brasileiro de Energia, Agosto de 1987.

**(Megdal, 1992)**

Megdal, Lori and Rammaha, Hasan. "The Development of a Local Electric Energy Efficiency Economic Impact Model for Use in Integrated Resource Planning". ACEEE 1992 Summer Study on Energy Efficiency in Buildings. Proceedings Panel 8, pp. 8.127-8.134, 1992.

**(Mitchell, 1992)**

Mitchell, C. "Integrated Resource Planning Survey: Where the States Stand", in Electricity Journal, pp. 10-15, May, 1992.

**(Negoita, 1975)**

Negoita, C. V. and Ralescu, D. A. "Applications of Fuzzy Sets to Systems Analysis". Birkhauser, Basel, 1975.

**(Plano 2015)**

Plano 2015 - Projeto 3 "Perspectivas do Mercado de Energia Elétrica e da Conservação". ELETROBRÁS, Rio de Janeiro, 1991.

**(Pinheiro, 1982)**

Pinheiro, S.F. e Trinkenreich, J. "Expansão a Longo Prazo do Sistema Elétrico Usando a Programação Linear", XV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Anais I, 8 a 11.11.82, Rio de Janeiro, RJ, pág. 243-258, 1982.

**(Psarras, 1990)**

Psarras, J. et alli. "Multiobjective Programming". ENERGY, Vol. 15, No. 78, pp. 583-605, 1990.

**(Rabl, 1992)**

Rabl, V. "DSM: What's Happening Today". Presented at Resource and Investment Planning Forum: Integrated Resource Planning for the 1990's, Opportunities, Challenges, and Responses. Atlanta, Georgia, 17 March 1992.

**(Ramos, 1986)**

D. S. Ramos, M.M. Filho, M.T. Schilling. "Confiabilidade Integrada ao Planejamento de Sistemas Elétricos. Potencialidades e Experiência de Aplicação" - VIII SNPTEE - SP/GPL/21-SP-1986.

**(Ramos, 1989)**

D. S. Ramos, Morozowski Filho, M.; Pereira, M.V.F. "Integração do Planejamento da Expansão do Parque Gerador e Sistema de Transmissão Interligado Brasileiro - Aspectos Conceituais e Metodologias", X SNPTEE - Curitiba/PR - GPL/10 - 1989.

**(Reche, 1991)**

Reche, Ana Lúcia R. da S. "Conservação de Energia em Sistemas de Iluminação de Edificações". Tese de Mestrado, F.E.M./AIPSE, UNICAMP, 1991.

**(Roy & Bertier, 1971)**

Roy, B. and Bertier, B. "La Méthode ELECTRE II : Une Méthode the Classement en Présence de Critéries Multiples". Note de Travail 142, Direction Scientifique Grupe Metra, Avril, 1971.

**(Santos, 1990)**

Santos, Afonso H. M. "Tendências do Planejamento da Geração de Energia Elétrica". Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI, 1990.

(Steuer, 1986)

Steuer, R. E. "Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application". John Wiley and Sons, 1986.

(Trinkenreich, 1990a)

Trinkenreich, Jorge. "Modelo de determinação de Expansões do Setor Elétrico a Longo Prazo (DESELP)", Seminário sobre Planejamento de Oferta e Demanda de Eletricidade, São José, Costa Rica, de 10 a 19/12/90.

(Trinkenreich, 1990b)

Trinkenreich, J.; Castro, A.C.R. "Principais Recursos Energéticos Disponíveis para Geração de Energia Elétrica: Quantificação e Custos". Eletrobrás, DPE/DPEP, Rio de Janeiro, Julho/1990, Informação Técnica nº 043/90.

(Waltz, 1967)

Waltz, F. M. "An Engineering Approach : Hierarchical Optimization Criteria". IEEE Transactions, Vol. AC-12, 1967.

(Wenstop, 1976)

Wenstop, F. "Deductive Verbal Models of Organizations". International Journal of Man-Machine Studies, Vol. 8, pp. 293-311, 1976.

(Zadeh, 1963)

Zadeh, L. A. "Optimality and Non-Scalar Valued Performance Criteria". IEEE Transactions on Automatic Control, AC-8, No 59, 1963.

(Zadeh, 1965)

Zadeh, L. A. "Fuzzy Sets". Information Control, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.

**(Zadeh, 1973)**

Zadeh, L. A. "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes". IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, Vol. 3: 28-44, 1973.

**(Zimmermann, 1976)**

Zimmermann, H. J. "Description and Optimization of Fuzzy Systems". Int. J. General Systems, Vol. 2, pp. 209-215, 1976.

**(Zimmermann, 1978)**

Zimmermann, H. J. "Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions". Fuzzy Sets and Systems, Vol. 1, No. 1, pp. 44-56, 1978.

A N E X O

## 1. ALGORITMO UTILIZADO NO PROGRAMA ACRIPLAN

Este anexo descreve o algoritmo utilizado pelo programa ACRIPLAN - Avaliador de Critérios de Planejamento. Este algoritmo fornece o encaminhamento para que se possa calcular a pertinência ótima da avaliação que se deseja fazer, sendo dividido em duas partes.

A primeira, apresenta os passos que possibilitarão ao usuário trabalhar com valores numéricos, enquanto a segunda, por sua vez, apresenta os passos quando valores inexatos forem apresentados. Em seguida, os passos de cada parte do algoritmo serão apresentados.

### 1.1. DESCRIÇÃO DO ALGORITMO

Os passos abaixo descrevem o método adotado:

- 1- Caracterizar cada análise através de critério de méritos que possam representar as diferenças existentes entre elas;
- 2- Adotar os possíveis estados do estudo em questão com graus de pertinência de 0 a 1;
- 3- Obter uma matriz chamada Matriz de Utilidade ou Matriz Característica, para cada critério de mérito em análise, combinando os possíveis estados com as alternativas;
- 4- Obter para cada alternativa da Matriz de Utilidade, o conjunto Fuzzy  $U_i^f$ , formado pelos estados atribuídos por critérios subjetivos e pelas pertinências adotadas no passo (2);



OBS: Durante a computação dos valores de pertinência, os estados de certas alternativas podem aparecer mais de uma vez nos conjuntos Fuzzy. Em tal situação, as pertinências desses estados são combinadas, como demonstrado a seguir.

$$\lambda_1 \wedge \lambda_2 = \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \cdot \lambda_2 \quad (1)$$

$$\lambda U_i(u_j) = \lambda SC(s_j)$$

$$U_i^f = (\lambda U_i(u_j), u_j) \quad (2)$$

Onde:

$$u_j = u_{ij}$$

$\lambda U_i(u_j)$  = representa a pertinência atribuída ao estado da descrição semântica adotada;

$u_{ij}$  = representa os estados atribuídos a cada alternativa da matriz de utilidade;

$i = 1, 2, \dots, k$  (número de alternativas da análise)

$j = 1, 2, \dots, z$  (número de estados adotados)

5- Obter o estado  $u_{max}$  de possíveis valores de utilidade.  $u_{max}$  é o estado de maior valor, obtido dos conjuntos Fuzzy  $U_i^f$  do passo (4);

6- Obtem-se o conjunto  $U_{im}^f$  de maximização para todas as alternativas, da seguinte forma:

$$\lambda U_{im}(\mathbf{u}_j) = \frac{u_j}{u_{max}} \tag{3}$$

Então

$$U_{ik}^f = (\lambda U_{im}(\mathbf{u}_j), u_j) \tag{4}$$

		Estados do Sistema							
		1	2	3	...	j	...	(z-1)	z
Alternativas	1	$U_{11}$	$U_{12}$	$U_{13}$	...	$U_{1j}$	...	$U_{1z-1}$	$U_{1z}$
	2	$U_{21}$	$U_{22}$	$U_{23}$	...	$U_{2j}$	...	$U_{2z-2}$	$U_{2z}$
	...								
	i	$U_{i1}$	$U_{i2}$	$U_{i3}$	...	$U_{io}$	...	$U_{iz-1}$	$U_{iz}$
	...								
k	$U_{k1}$	$U_{k2}$	$U_{k3}$	...	$U_{kj}$	...	$U_{kz-1}$	$U_{kz}$	

Dimensão da matriz de utilidade

Onde:

$$u_o = (U_{ij})$$

$$i = 1, 2, \dots, k$$

$$j = 1, 2, \dots, z$$

z = número de estados do sistema

k = número de alternativas do projeto

7- Comparar o passo (4) com o passo (6) e utilizando o operador  $\text{MIN}_i$ , obtemos o conjunto Fuzzy  $U_{ic}^f$  com as pertinências de menor valor e seus respectivos estados em cada alternativa;

$$\lambda U_{ic}^f(\mathbf{u}_j) = \text{MIN}_i (\lambda U_{im}(\mathbf{u}_j), \lambda U_i) \tag{5}$$

Então

$$U_{ic}^f = (\lambda U_{ic}^f(\mathbf{u}_j), u_j) \tag{6}$$

8- Obter a pertinência de maior valor para cada alternativa, utilizando os conjuntos Fuzzy  $U_{ic}^f$  de cada alternativa do passo (8), e o operador  $\text{MAX}_i$ , como mostrado abaixo:

$$\lambda_{z_i} = \text{MAX}_i (\lambda U_{ic}^f(u_j)) \quad (7)$$

A alternativa que tiver a pertinência de maior valor é a alternativa ótima para o dado critério. e  $Z^f$ , forma o conjunto Fuzzy das pertinências de maior valor de todas as alternativas.

$$\lambda Z_o(z_o) = \max_i \lambda Z(z_i) \quad (8)$$

$$Z^f = (\lambda z(z_i), z_i) \quad (9)$$

OBS: Se diferentes alternativas são filtradas como alternativa ótima para diferentes critérios de mérito, então o passo adicional seguinte será requerido para determinar a alternativa ótima:

9- O conjunto de decisão Fuzzy  $D^f$  é formado como a seguir:

$$\lambda D(Z_{oi}) = \lambda Z_o(z_o) \quad (10)$$

$$D^f = (\lambda D(z_{oi}), z_{oi}) \quad (11)$$

$$i = 1, 2, \dots, k$$

Onde  $Z_o$  é a alternativa ótima.

## 1.2. - EXEMPLO DE APLICAÇÃO UTILIZANDO VALORES NUMERICOS

Com os dados da tabela abaixo, e a matriz de utilidade podemos calcular o conjunto de decisão Fuzzy:

Critério de mérito: Custo de utilização

ESTADO POSSIVEL	NIVEL DE ENERGIA CONSERVADA (descrição semântica)	GRAU DE PERTINÊNCIA
01	MUITO BAIXO	0,10
02	BAIXO	0,30
03	MÉDIO	0,80
04	MUITO MÉDIO	0,60
05	ALTO	0,30
06	MUITO ALTO	0,10

Tabela 01- Estados de conservação de energia

Para cada estado projetado, podemos associar um valor de pertinência, constituindo assim, o seguinte conjunto Fuzzy  $S^f$ :

$$S^f = \{ (0.10,1), (0.30,2), (0.80,3), (0.60,4), (0.30,5), (0.10,6) \}$$

Onde  $S^f$  representa o conjunto difuso dos possíveis estados.

ESTADOS ALTERNATIVAS						
	1	2	3	4	5	6
01	1	1	2	2	3	3
02	1	1	2	2	3	3
03	1	1	2	2	3	3
04	1	1	2	2	3	3
05	5	6	8	9	10	10
06	5	6	8	9	10	10
07	5	6	8	9	10	10
08	5	6	8	9	10	10

Tabela-02- Matriz de utilidade para custo de utilização

De acordo com o passo (4), citado anteriormente, obtém-se o conjunto Fuzzy  $U_1^f$ :

$$U_1^f = \langle (0.10,1), (0.30,1), (0.80,2), (0.60,2), \\ (0.30,3), (0.10,3) \rangle$$

$$U_1^f = U_2^f = U_3^f = U_4^f$$

$$U_5^f = \langle (0.10,5), (0.30,6), (0.80,8), (0.60,9), \\ (0.30,10), (0.10,10) \rangle$$

$$U_5^f = U_6^f = U_7^f = U_8^f$$

Notamos que no conjunto Fuzzy  $U_1^f$  aparece entre outros, os elementos  $(0.10,1)$  e  $(0.30,1)$ . Assim para o mesmo estado 1, temos dois graus de pertinência que combinados pela soma algébrica através da expressão [1] do passo (4) temos:

$$0.10 \wedge 0.30 = 0.10 + 0.30 - 0.10 \cdot 0.30 = 0.37$$

Assim temos:

$$U_1^f = U_2^f = U_3^f = U_4^f = \langle (0.37,1), (0.92,2), (0.37,3) \rangle$$

$$U_5^f = U_6^f = U_7^f = U_8^f = \langle (0.10,5), (0.30,6), (0.80,8), \\ (0.60,9), (0.37,10) \rangle$$

Podemos obter através dos passos (5) e (6) o conjunto Fuzzy  $U_{1m}^f$ . Assim temos:

$$U_{1m}^f = U_{2m}^f = U_{3m}^f = U_{4m}^f = \langle (0.10,1), (0.20,2), (0.30,3) \rangle$$

$$U_{5m}^f = U_{6m}^f = U_{7m}^f = U_{8m}^f = \langle (0.50,5), (0.60,6), (0.80,8), (0.90,9), \\ (1.0,10) \rangle$$

Através do passo (8), obtém-se o conjunto Fuzzy  $U_{1c}^f$  com as pertinências de menor valor. Assim temos:

$$U_{1c}^f = U_{2c}^f = U_{3c}^f = U_{4c}^f = \langle (0.10,1), (0.20,2), (0.30,3) \rangle$$

$$U_{5c}^f = U_{6c}^f = U_{7c}^f = U_{8c}^f = \langle (0.10,5), (0.30,6), (0.80,8), \\ (0.60,9), (0.37,10) \rangle$$

Finalmente o conjunto Fuzzy  $Z^f$  das alternativas é formado pelo maior valor da pertinência de todas as alternativas encontradas no respectivo conjunto Fuzzy  $U_{1c}^f$ .

$$Z^f = \{0.30z_1, 0.30z_2, 0.30z_3, 0.30z_4, 0.80z_5, 0.80z_6, \\ 0.80z_7, 0.80z_8\}$$

### 1.3. EXEMPLO DE APLICAÇÃO UTILIZANDO VARIÁVEIS LINGÜÍSTICAS

Critério de Mérito: Custo de Instalação

Neste exemplo, os méritos relativos da alternativa é avaliado pelo estado do sistema Fuzzy. Utilizando da tabela 01 e da matriz de utilidade Fuzzy podemos descrever o exemplo. O grau de pertinência Fuzzy das variáveis lingüísticas, são definidas pelos seguintes conjuntos Fuzzy:

Baixo: [(0.30,2), (0.50,3), (0.80,4), (0.50,5), (0.30,6)]

Médio: [(0.50,4), (0.65,5), (0.80,6), (0.70,7), (0.50,8)]

Alto: [(0.30,7), (0.50,8), (0.80,9), (1.0,10)]

Muito baixo: [(0.10,2), (0.35,3), (0.80,4),  
(0.10,5), (0.50,6)]

Muito médio: [(0.10,4), (0.60,5), (1.0,6),  
(0.35,7), (0.35,8)]

Muito alto: [(0.10,7), (0.50,8), (0.80,9),  
(1.0,10)]

ALTERNATIVAS	ESTADOS					
	1	2	3	4	5	6
01	M	M	B	MB	B	B
02	M	M	B	MB	B	B
03	A	A	MM	MM	MB	M
04	MA	A	M	MM	MB	A
05	MA	A	M	MM	MB	A
06	B	A	MA	MB	M	MM
07	B	A	MA	MB	M	MM
08	B	A	MA	MB	M	MM

Tabela-03- Matriz de utilidade Fuzzy para custo de instalação

Do passo (4) e utilizando a matriz de utilidade Fuzzy para custo de instalação, obtém-se os conjuntos de utilidade Fuzzy:

$$U_1^f = U_2^f = [(0.10, M), (0.30, M), (0.80, B), (0.60, MB), (0.30, B), (0.10, B)]$$

No conjunto Fuzzy  $U_1^f$  aparece entre outros, os elementos  $(0.10, M)$  e  $(0.30, M)$ . Assim para a mesma variável lingüística temos dois graus de pertinência que combinados pela soma algébrica através da expressão [1] do passo (4) temos:

$$0.10 \wedge 0.30 = 0.10 + 0.30 - 0.10 * 0.30 = 0.37$$

Então,



$$U_1^f = U_2^f = [(0.37, MD), (0.87, B), (0.60, MB)]$$

$$U_3^f = [(0.37, A), (0.92, MM), (0.30, MB), (0.10, MD)]$$

$$U_4^f = U_5^f = [(0.10, MA), (0.37, A), (0.80, MD), (0.60, MM), (0.30, MB)]$$

$$U_6^f = U_7^f = U_8^f = [(0.10, B), (0.30, A), (0.80, MA), (0.60, MB), (0.30, MD), (0.10, MM)]$$

Seguindo, os valores das variáveis lingüísticas B, M, A, MB, MM e MA, são substituídos pelas suas pertinências e estados, Assim temos:

$$U_1^f = U_2^f = [(0.37), \{(0.50, 4), (0.65, 5), (0.80, 6), (0.70, 7), (0.50, 8)\}, (0.87) \{(0.30, 2), (0.50, 3), (0.80, 4), (0.50, 5), (0.30, 6)\}, (0.60) \{(0.10, 2), (0.35, 3), (0.80, 4), (0.35, 5), (0.50, 6)\}]$$

Usando a equação (5) do operador  $\min$ , teremos as pertinências de menor valor com seus respectivos estados, comparando as pertinências de cada alternativa com as pertinências das variáveis substituídas.

Como foi dito anteriormente, para as pertinências onde houverem estados repetidos usar a expressão (1) para simplificá-las

$$U_1^f = U_2^f = [\{(0.37, 4), (0.37, 5), (0.37, 6), (0.37, 7), (0.37, 8)\} \{(0.30, 2), (0.50, 3), (0.80, 4), (0.50, 5)\}, \{(0.10, 2), (0.35, 3), (0.60, 4), (0.35, 5), (0.50, 6)\}]$$

Logo,

$$U_1^f = U_2^f = [(0.94,4), (0.79,5), (0.77,6), (0.37,7), \\ (0.37,8), (0.37,2), (0.67,3)]$$

Usando a equação (3) e (4) do passo (6), obtemos novos valores de pertinência e os conjuntos de utilidade Fuzzy

$U_1^f = U_2^f$  ficam:

$$U_1^f = U_2^f = [(0.40,4), (0.50,5), (0.60,6), (0.70,7), \\ (0.80,8), (0.20,2), (0.30,3)]$$

Logo,

$$U_1^f = U_2^f = [(0.40,4), (0.50,5), (0.60,6), (0.37,7), \\ (0.37,8), (0.20,2), (0.30,3)]$$

Utilizar a equação (7) de operador  $\max$  para obter os maiores valores de pertinência, comparando os valores de pertinência de  $U_1^f = U_2^f$  com os valores de pertinência dos próprios conjuntos quando foi usado a função operador  $\min$  temos:

$$U_1^f = U_2^f = [(0.40,4), (0.50,5), (0.60,6), (0.37,7), \\ (0.37,8), (0.20,2), (0.30,3)]$$

Similarmente os outros conjuntos de utilidade Fuzzy são obtidos:

$$U_9^f = [(0.63,7), (0.63,8), (0.37,9), (0.10,10), (0.40,4), \\ (0.50,5), (0.60,6), (0.10,2), (0.30,3)]$$

$$U_4^f = U_5^f = [(0.70,7), (0.80,8), (0.43,9), (0.10,10), \\ (0.40,4), (0.50,5), (0.60,6), \\ (0.10,2), (0.30,3)]$$

$$U_6^f = U_7^f = U_8^f = [(0.19,2), (0.30,3), (0.40,4), \\ (0.50,5), (0.60,6), (0.70,7), \\ (0.80,8), (0.90,9), (0.10,10)]$$

Portanto o conjunto Fuzzy com as pertinências de maior valor de todas as alternativas é dado por:

$$Z^f = (0.60z_1, 0.60z_2, 0.63z_3, 0.80z_4, 0.80z_5, 0.86z_6, \\ 0.86z_7, 0.86z_8)$$

## 2. ACRIPLAN - AVALIADOR DE CRITÉRIOS DE PLANEJAMENTO

O programa ACRIPLAN, foi desenvolvido em linguagem C utilizando a Teoria dos Conjuntos Difusos (FUZZY SETS THEORY), para manipular e operar valores exatos e inexatos.

O principal objetivo desta teoria é aproximar a matemática clássica do mundo real, trabalhando com valores lingüísticos e valores numéricos.

O programa possui uma interface amigável com menus de barras que facilitará o trabalho do usuário. A forma no qual os dados serão acessados, minimizarão os erros de digitação devido ao fácil acesso. O usuário para utilizar o programa deverá seguir os seguintes passos:

- 1- Acessar o Menu de Edição;
- 2- Escolher com que método deseja trabalhar se Fuzzy ou Numérico, e a análise que deseja fazer;
- 3- Após alimentar o programa com os dados, executar a análise acessando a opção Executa;
- 4- Ao aparecer a mensagem indicando o fim da análise, acessar o menu de resultados;
- 5- Para obter o resultado da análise, acessar a opção Valores;
- 6- Para obter o resultado da análise em um gráfico de barras, acessar a opção Gráfico;
- 7- Para listar o resultado da análise em valores e em gráfico na impressora, acessar a opção Impressora.

As figuras 1 a 4 apresentam algumas telas do programa

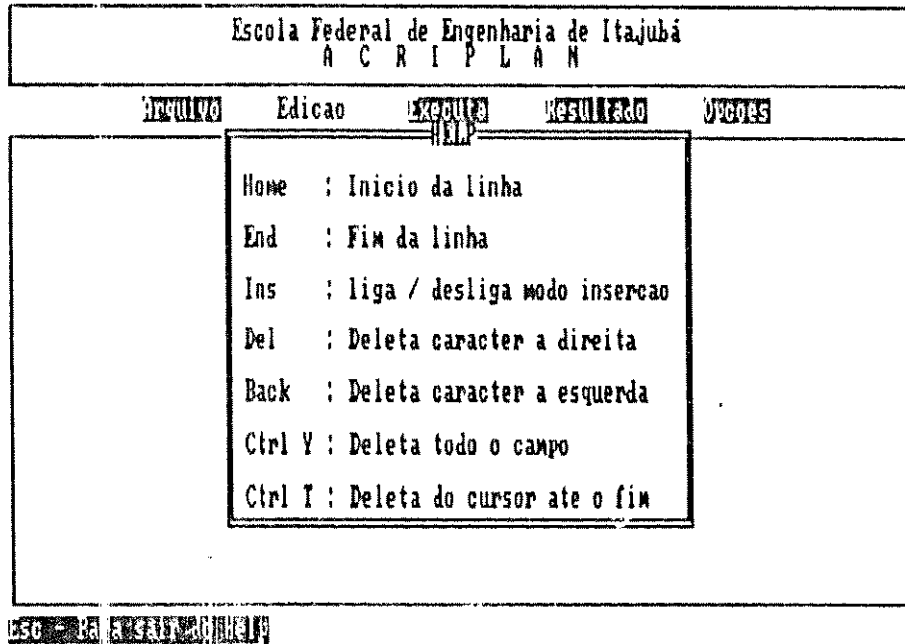


Figura 1 Tela de Edição do ACRIPLAN

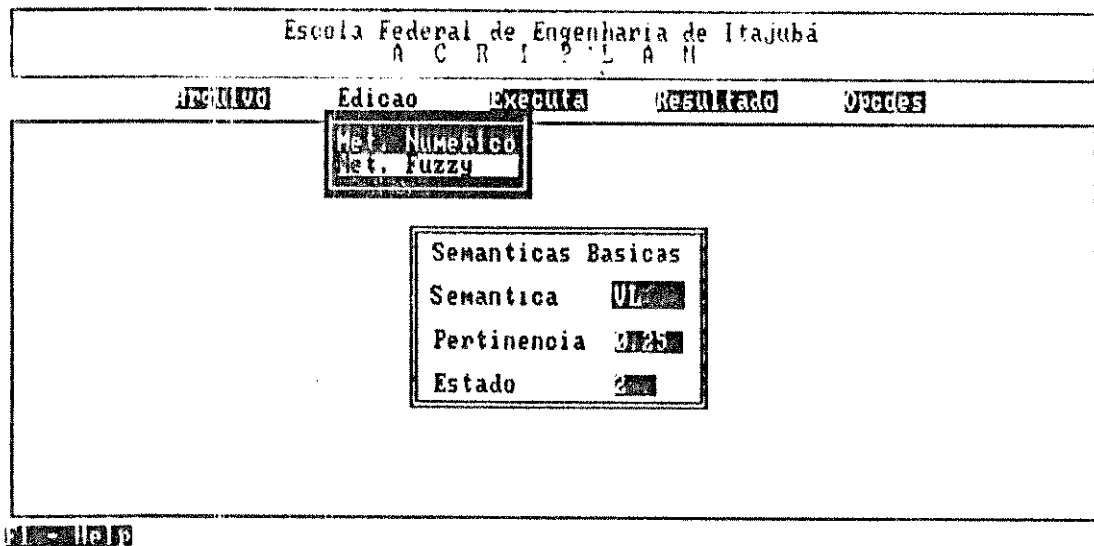


Figura 2 - Entrada de Dados Semânticos

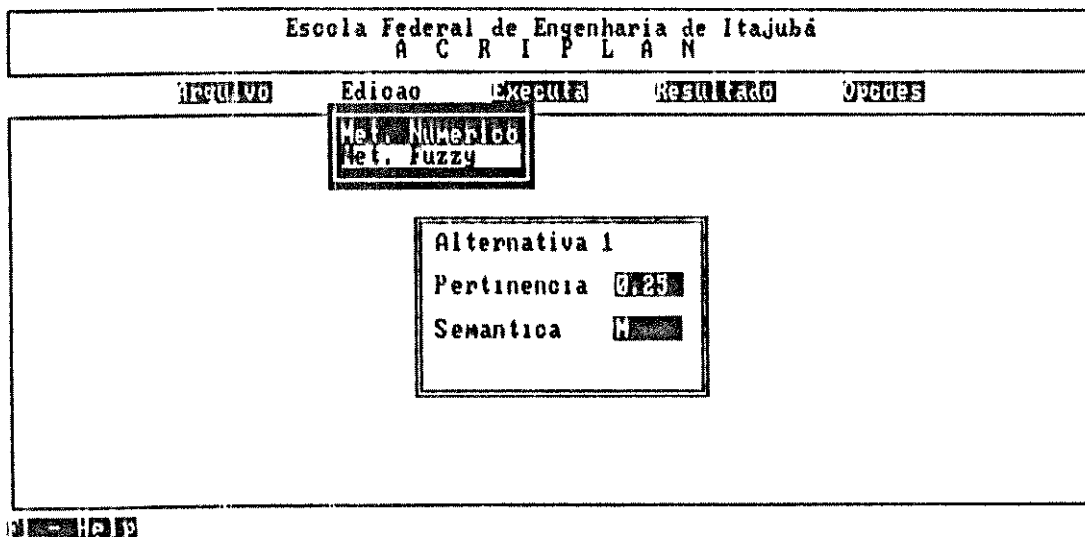


Figura 3 - Entrada de Alternativas

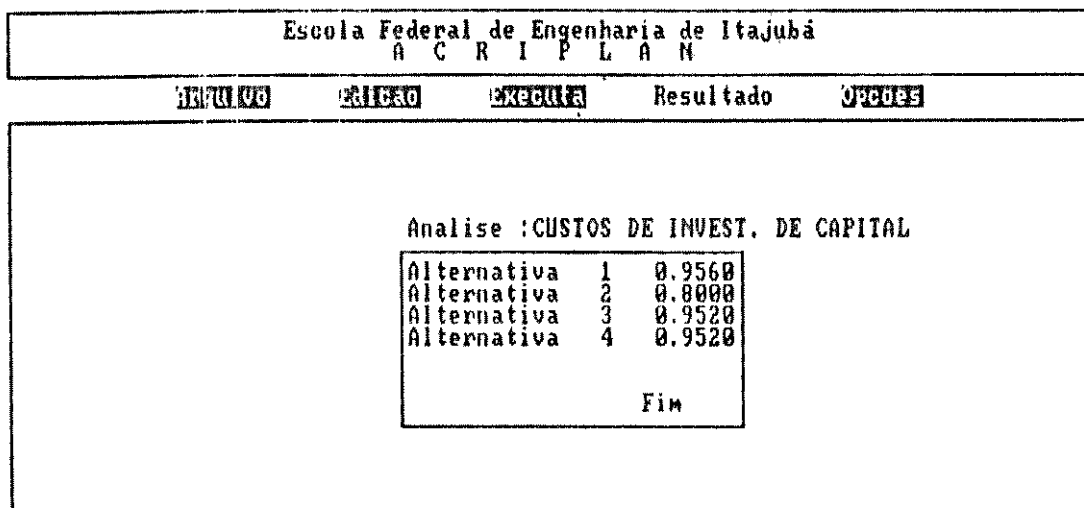


Figura 4 - Apresentação de Resultados