

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

UNICAMP

**AUTOMAÇÃO DE TESTES DE PRESSÃO EM
LABORATÓRIO USANDO DECONVOLUÇÃO**

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida pelo Engº Enrique Noel Orellana e aprovada pela comissão julgadora em 10/12/90.

Autor : Enrique Noel Orellana *Enrique Noel Orellana*
Orientador : Antonio Cláudio de França Corrêa

60/90

novembro de 1990

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

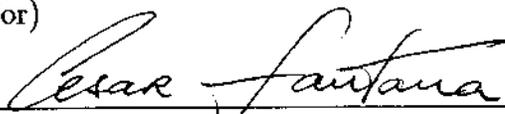
A dissertação "Automação de Testes de Pressão em Laboratório usando Deconvolução", elaborada por Enrique Noel Orellana e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora, foi aceita pela Sub-Comissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 10 de Dezembro de 1990

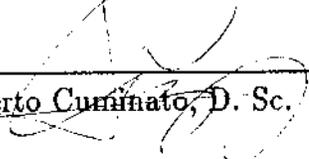
Banca Examinadora



Antonio Cláudio de França Corrêa, Ph. D.
(Orientador)



Cesar Costapinto Santana, D. Sc.



José Alberto Cuminato, D. Sc.

Aos meus pais, Enrique e María Esther;

À minha esposa Eliana;

À minha filha Thaís.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Antonio Cláudio de França Corrêa pela orientação e incentivo;

Ao Prof. Euclides Bonet que acompanhou de perto a parte experimental deste trabalho, dando sugestões e incentivando;

À Petróleo Brasileira S.A. - PETROBRÁS S.A. - pelo suporte financeiro e tecnológico sem os quais seria impossível a realização deste trabalho.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Revisão Bibliográfica	4
2.1	Deconvolução	4
2.2	Análise de Testes Auxiliada por Computador	6
2.3	Medição Transiente de Permeabilidade em Laboratório	8
3	Revisão da Teoria e Descrição dos Métodos Adotados	10
3.1	Deconvolução	10
3.1.1	Aproximação Linear de Δp_w e q_w em cada intervalo de medição	13
3.1.2	Aproximação de Δp_w e q_w em cada intervalo de medição usando splines cúbicos.	15
3.2	Análise Automatizada de Testes	18
3.2.1	Método de Newton	20
3.2.2	Método do "Steepest Descent"	23
3.2.3	Método de Gauss	23
3.2.4	Método de Marquardt	23
3.2.5	Método de Greenstadt	25
3.2.6	Expressão matricial final do sistema linearizado	28
3.2.7	Análise estatística da regressão	29
4	Modelos Físicos e Matemáticos	31
4.1	Teste de injeção à vazão constante com estocagem , fronteira externa selada	34
4.2	Teste de produção à pressão constante, injeção com vazão constante na fronteira externa	41

4.3	Teste de produção contra uma câmara de estocagem, injeção com vazão constante na fronteira externa	44
5	Procedimento Experimental	57
5.1	Reservatório Linear	57
5.2	Instrumentação	65
5.3	Aquisição de Dados	70
5.4	Software empregado	73
5.4.1	Software para aquisição e análise de dados em tempo real	73
5.4.2	Software para ajuste numérico de parâmetros do reservatório	76
5.4.3	Software para deconvolução	77
6	Discussão dos Resultados	78
6.1	Testes na modalidade "closed chamber test"	78
6.1.1	Teste #1	79
6.1.2	Teste #2	87
6.2	Testes de injeção	96
6.2.1	Teste #3	96
6.2.2	Teste #4	103
7	Conclusões e Recomendações	109
7.1	Conclusões	109
7.2	Recomendações	109
	Nomenclatura	111
	Apêndice A: Convolução e Princípio de Duhamel	113
A.1	Teorema da Convolução	113

A.2 Fórmulas de Duhamel	113
Apêndice B: Solução do Teste de Injeção	116
Apêndice C: Solução para Produção à Pressão Constante	121
Apêndice D: Solução para Produção à Pressão Constante, Considerando Superposição no Espaço	125
Apêndice E: Solução do "Closed Chamber Test"	132
Apêndice F: Cálculo dos Gradientes do Teste de Injeção	137
Apêndice G: Cálculo dos Gradientes do "Closed Chamber Test"	142
Referências	147

Lista de Figuras

1	Permeabilímetro Transiente de Jones	8
2	Teste de injeção a vazão constante com estocagem	36
3	Teste de produção a pressão constante, vazão constante na fronteira externa	42
4	Teste de produção contra uma câmara de estocagem, injeção com vazão constante na fronteira externa - Resposta de produção acumulada	46
5	Teste de produção contra uma câmara de estocagem, injeção com vazão constante na fronteira externa - Resposta de pressão	47
6	"Closed Chamber Test" - Produção acumulada versus tempo	49
7	"Closed Chamber Test" - Pressão versus tempo	50
8	Comparação de $We(t)$ deconvoluido com $We(t)$ à pressão constante, vazão constante na fronteira externa	51
9	Comparação de $We(t)$ deconvoluido com $We(t)$ à pressão constante, fronteira externa selada	53
10	Vista Seccional de "Core Holder" HASSLER	59
11	Princípio de Trabalho de Bomba Seringa ISCO	62
12	Esquema do "Closed Chamber Test"	78
13	Test #1 - Pressão versus tempo no "closed chamber test"	80
14	Test #1 - Deconvolução da produção acumulada do "closed chamber test"	81
15	Test #1 - Otimização final	83
16	Test #1 - Permeabilidade nas diversas etapas da otimização	84
17	Test #1 - ϕc_i nas diversas etapas da otimização	85
18	Test #1 - Função objetivo SSR nas diversas etapas da otimização	86
19	Test #1 - Autovalores nas diversas etapas da otimização	88
20	Test #2 - Pressão versus tempo no "closed chamber test"	89

21	Test #2 - Produção acumulada versus tempo no "closed chamber test" . . .	90
22	Test #2 - Otimização final	91
23	Test #2 - Permeabilidade nas diversas etapas da otimização	92
24	Test #2 - ϕc_t nas diversas etapas da otimização	93
25	Test #2 - Função objetivo <i>SSR</i> nas diversas etapas da otimização	94
26	Test #2 - Autovalores nas diversas etapas da otimização	95
27	Esquema do Teste de Injeção	96
28	Test #3 - Otimização final	98
29	Test #3 - Permeabilidade nas diversas etapas da otimização	99
30	Test #3 - ϕc_t nas diversas etapas da otimização	100
31	Test #3 - Função objetivo <i>SSR</i> nas diversas etapas da otimização	101
32	Test #3 - Autovalores nas diversas etapas da otimização	102
33	Test #4 - Otimização final	104
34	Test #4 - Permeabilidade nas diversas etapas da otimização	105
35	Test #4 - ϕc_t nas diversas etapas da otimização	106
36	Test #4 - Função objetivo <i>SSR</i> nas diversas etapas da otimização	107
37	Test #4 - Autovalores nas diversas etapas da otimização	108

Lista de Tabelas

1	Características dos meios porosos disponíveis	57
2	Test #1 - Otimização de Parâmetros	79
3	Teste #2 - Otimização de Parâmetros	87
4	Teste #3 - Otimização de Parâmetros	97
5	Test #4 - Otimização de Parâmetros	103
6	Sistemas de Unidades e constantes dimensionais	117

Sumário

O presente trabalho apresenta a aplicação de métodos de análise automática de testes de pressão e deconvolução em escala de laboratório.

Para tais fins foi construído um reservatório linear capaz de dar uma resposta de pressão e produção acumulada correspondentes aos modelos matemáticos adotados.

A resposta do reservatório às condições de contorno aplicadas é medida em tempo real por meio de uma placa conversora analógico/digital instalada em um microcomputador. Através da análise da resposta do reservatório determinam-se a permeabilidade k e o produto compressibilidade-porosidade ϕc_t do sistema.

A análise dos dados medidos inclui:

- o emprego da deconvolução da pressão e produção acumulada para desuperpor o efeito de uma condição de contorno variável,
- o ajuste não linear de parâmetros segundo o critério dos mínimos quadrados e a modificação de Greenstadt do método de Newton.

As dificuldades encontradas na realização do experimento, assim como as particularidades do acoplamento das suas partes física e computacional, são exploradas em detalhe no presente trabalho. Isto com o intuito de servir de referência para futuros trabalhos nesta área.

Abstract

This work explores the application of automated well test analysis and deconvolution technique in laboratory scale.

To achieve this, a linear reservoir which provides a pressure response corresponding to pre-determined mathematical models, has been constructed.

Reservoir response to applied boundary conditions is monitored in real-time by means of an A/D conversor installed in a microcomputer. Applying specific analysis techniques, permeability (k) and compressibility-porosity ϕc_t product can be obtained from experimental data.

Data analysis includes:

- Deconvolution of accumulated production and pressure responses, i.e. the desuperposition of a variable boundary condition,
- Least squares nonlinear estimation of system parameters. Greenstadt's modification of classical Newton method has been selected to perform parameters optimization.

In order to be a reference to related future experiments, practical aspects and problems associated with the materialization of this experiment, specially those related with the physical experiment-computer techniques interface, are extensively detailed in this work.

1 Introdução

Através da análise de testes de pressão é possível se determinar os parâmetros do sistema poço - reservatório, tais como a permeabilidade da formação rochosa do reservatório, a condição de produtividade do poço, a pressão inicial do mesmo, etc. Em alguns casos é possível detectar-se heterogeneidades do reservatório, tais como barreiras de permeabilidade, fronteiras do reservatório ou fraturas naturais.

Os métodos mais comumente empregados na interpretação dos dados de pressão registrados durante estes testes consideram soluções analíticas da equação da difusividade:

$$\nabla^2 p = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1.1)$$

onde a condição de contorno interna é dada pela produção constante na face da formação.

Estes métodos, ainda que não apresentem dificuldades na interpretação dos dados, nem sempre podem ser aplicados com sucesso por não se conseguir manter constante a produção na face da formação. Isto devido à existência de efeitos de estocagem no poço e ao fato do controle da vazão ser feita na superfície e não no fundo.

Com a aplicação do princípio de Duhamel ou da Superposição é possível obter-se respostas de pressão correspondentes à vazão variável na face da produção. Segundo este princípio o comportamento da pressão para vazão variável é dado pela convolução da solução à vazão constante com a condição de contorno interna, a qual considera a vazão variável na face da formação. O problema inverso denomina-se deconvolução, que corresponde à desuperposição da condição de contorno variável.

Com o emprego da deconvolução e dispondo das ferramentas adequadas para medir simultaneamente pressão e vazão, é possível obter-se os dados de pressão correspondentes a um teste à vazão constante.

A metodologia de análise dos dados medidos consiste geralmente em, uma vez escolhido o modelo de reservatório, conseguir ajustar retas em gráficos cartesianos, semi-log, log-log, etc. Com os coeficientes linear e angular da reta ajustada consegue-se determinar os parâmetros desejados ou parte deles. Dependendo do modelo adotado pode ser necessário o ajuste manual em curvas tipo, geralmente log-log, aumentando ainda mais a subjetividade da interpretação.

Uma forma de diminuir a subjetividade da análise dos dados é com o emprego de métodos numéricos de ajuste. Estes métodos numéricos tem a vantagem adicional de permitir uma posterior análise estatística dos valores obtidos, mediante a determinação de intervalos de confiança.

Como as equações da pressão são não lineares em relação aos parâmetros do reservatório, o problema constitui-se numa regressão não linear de dados de pressão. O presente trabalho pretende estudar em escala de laboratório os métodos de análise automatizado de testes e o emprego da deconvolução a partir de medidas simultâneas de pressão e vazão. Para estes fins, construiu-se um aparelho que simula o comportamento da pressão num reservatório de geometria linear, segundo diversas condições de contorno.

Em torno do aparelho montou-se um sistema completo de Análise de Testes auxiliado por Computador. Tal sistema inclui:

- A coleta de dados em tempo real via transdutores apropriados, placa conversora analógico/digital e microcomputador,
- Apresentação gráfica das medidas em tempo real o que permite o início da análise enquanto o teste está em andamento,
- Aplicação da deconvolução nos dados medidos,
- Ajuste automático de curvas pelo critério dos mínimos quadrados, para determinar

os parâmetros do sistema. A estimativa inicial para esta etapa pode ser obtida graficamente a partir dos dados medidos ou já deconvoluídos.

A automação tanto da coleta como do tratamento e análise dos dados permite aumentar a confiabilidade da análise, reduzindo os erros de leitura e interpretação .

Um sistema de Análise de Testes Auxiliado por Computador em escala de campo oferece a vantagem adicional de reduzir sensivelmente o tempo necessário para a realização do teste e conseqüentemente, o seu custo. O custo de um teste, devido à exigência da preparação do poço por meio de equipamentos e procedimentos especiais, necessita cuidado na determinação da sua duração.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Deconvolução

Em 1949 van Everdingen e Hurst [1] introduziram o uso da transformada de Laplace no estudo de escoamento de fluídos em reservatório. Eles usaram o teorema de Duhamel para obter a resposta de pressão com vazão variável a partir da resposta de pressão à vazão constante.

Em 1965 Odeh e Jones [2] apresentaram um método de análise do fluxo com vazão variável, onde é feita uma integração numérica da fórmula da convolução.

Em 1983 Stewart *et al.* [3] introduziram a aproximação linear por partes (piecewise linear approximation - PLA) dos dados de vazão na integral da convolução. Desta forma, usando medições de pressão e vazão, foi possível melhorar sensivelmente a interpretação dos testes, especialmente no caso de crescimento de pressão. O método assume fluxo radial, o que se constitui na sua maior limitação.

Ainda em 1983 Kuchuk e Ayestaran [4] desenvolveram o enfoque da deconvolução e usaram uma função exponencial para aproximar o comportamento da vazão. Para aproximar a pressão foi usada uma expressão polinomial e a deconvolução é feita no campo de Laplace.

Em 1984 Thompson e Reynolds [5] aproximaram os dados de pressão e vazão linearmente em cada subintervalo de integração. O cálculo da integral da convolução era realizado através da sua linearização.

Em 1988 Romboutsos e Stewart [8] desenvolveram um método no qual a deconvolução e convolução são calculadas no campo de Laplace. A pressão e a vazão são aproximadas linearmente em cada intervalo de medição.

Em 1989 Mendes [6] desenvolveu um algoritmo de deconvolução que aproxima os

dados de pressão e vazão por splines cúbicos. A deconvolução é calculada no espaço de Laplace e não é feita qualquer suposição acerca da natureza do reservatório. Mendes ainda comparou a eficiência do algoritmo em relação aos existentes na literatura, revelando-se mais preciso. Ainda esse ano Mendes, Corrêa e Tygel [7] ilustram numa publicação o uso desse algoritmo com dados simulados e de campo. Mendes, assim como Romboutsos, sugerem cuidado com a aplicação dos algoritmos de deconvolução quando na presença de ruídos de medição devido a eles serem muito sensíveis a este tipos de imprecisões. No campo verificam-se problemas especialmente com a medição da vazão.

Em 1990 Kuchuk, Carter e Ayestaran [9] mostraram a sensibilidade dos métodos de deconvolução à ruídos de medição e propõem métodos de minimização restrita para o cálculo da deconvolução no campo real. As restrições impostas satisfazem as soluções gerais da equação da difusividade.

2.2 Análise de Testes Auxiliada por Computador

Em 1966 Jahns [12], usando uma combinação de simulação de reservatórios e análise de regressão, descreveu um reservatório bidimensional a partir de testes de interferência.

Em 1970 Coats *et al.* [13] formularam uma técnica similar que utilizava mínimos quadrados e programação linear para caracterizar um reservatório a partir do histórico de pressão.

Em 1972 Earlougher e Kersch [14] apresentaram 2 exemplos de análise de teste transiente de pressão com dados de campo. Eles usaram a solução da fonte linear para reservatório infinito e empregaram um método de análise de regressão para determinação de parâmetros de reservatório em testes de interferência e "fall-off".

Ainda em 1972 Hernandez e Swift [15] formularam um algoritmo diferencial por mínimos quadrados para determinar parâmetros de reservatório. Eles aplicavam um método de pseudo-linearização entre os dados de performance e os parâmetros do reservatório.

Em 1973 Chen *et al.* [16] compararam a eficiência de vários métodos ("Steepest Descent", Gauss-Newton e Gradiente Conjugado) para obterem ajustes de históricos de pressão de reservatórios.

Em 1981 Rodgers *et al.* [17] empregaram a análise de regressão não linear para estimar permeabilidade, difusividade, pressão inicial e distância geométrica em reservatórios limitados, considerando o fator de película conhecido e a ausência de efeitos de estocagem.

Em 1983 Rosa e Horne [18] testaram alguns métodos do tipo quase-Newton para ajuste automático de dados de campo em curvas tipo geradas em cada iteração. Os gradientes da solução em relação aos parâmetros foram calculados por inversão numérica das suas respectivas expressões no espaço de Laplace.

Em 1985 Barua e Horne [26] escreveram sobre a escolha e uso de diversos algoritmos para aplicação em regressão não-linear para análise de testes de pressão. Eles exploram o caso de determinação de parâmetros inerentemente mal condicionados como o produto ϕc_t , e como a informação adicional da derivada segunda dos métodos Newton pode ajudar na procura da solução ótima. Introduzem a modificação de Greenstadt do método de Newton e mostram como esta modificação é robusta mesmo na presença de um ou mais parâmetros mal condicionados.

Em 1989 Vidal [19] e posteriormente em 1990 Vidal e Corrêa [20] apresentaram um método para análise automática de testes de pressão em poços não surgentes. O método ajusta os dados de campo com os dados gerados por modelo teórico de reservatório usando uma técnica de regressão irrestrita, não linear, sob o critério dos mínimos quadrados. A solução foi obtida no campo de Laplace e os gradientes foram invertidos numericamente usando os algoritmos de Stehfest e Crump [23].

Em 1989 Portella [27] montou um aparato experimental de coleta e análise de dados em tempo real para testes de deslocamento miscível. Com esse aparato foram testados alguns métodos de interpretação com bons resultados.

2.3 Medição Transiente de Permeabilidade em Laboratório

Em 1971 Jones [28] desenvolveu um método experimental para determinar permeabilidade ao gás, fator de escorregamento de Klinkenberg e o fator de turbulência de Forcheimer através do fluxo transiente de gás num meio poroso. Uma câmara de gás com pressão inicial e volume conhecidos era posto em contato com um meio poroso, pelo qual ocorria fluxo transiente. A pressão do gás era medida e, a partir dela, os parâmetros do fluxo eram determinados. Na figura 1 esquematiza-se o aparelho usado por Jones.

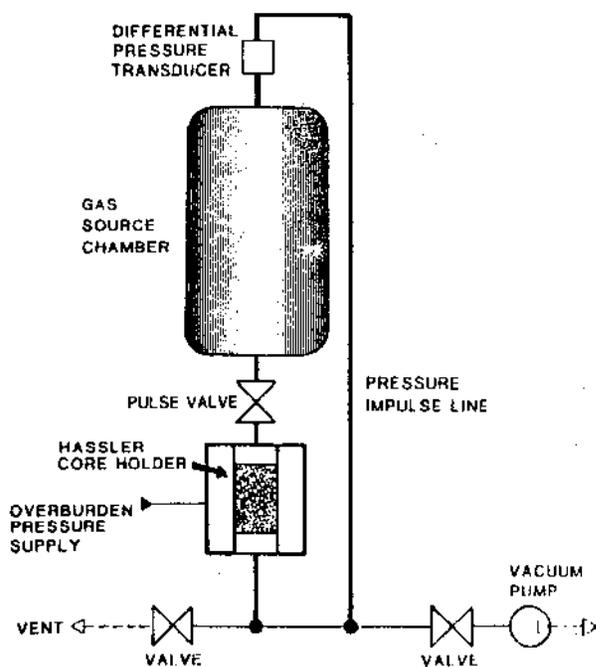


Figura 1: Permeabilímetro Transiente de Jones

Em 1989 Ruth e Kenny [29] apresentam uma análise da performance do permea-

bilímetro transiente de gás desenvolvido por Jones no contexto dos erros experimentais.

Em 1990, Dreyer *et al.* [30] documentaram o emprego de um minipermeabilímetro portátil para medição pontual de permeabilidade.

Este permeabilímetro, ainda que não determine a permeabilidade no regime transiente, possui um princípio de trabalho que pode estimular a concepção de algoritmos para o regime transiente de fluxo. Desta forma poder-se-ia incluir o cálculo do produto ϕc_t por exemplo, cujo intervalo de atuação corresponde ao período transiente de fluxo.

O princípio de trabalho do minipermeabilímetro baseia-se no fato de que: através de um bico de injeção colocado na superfície da rocha, o aparelho provoca um fluxo esférico de gás. São medidas a pressão e vazão de injeção de gás (ar comprimido) na rocha durante o regime permanente. Com o uso de uma forma modificada da equação de Darcy calcula-se a permeabilidade.

3 Revisão da Teoria e Descrição dos Métodos Adotados

3.1 Deconvolução

Como foi mencionado anteriormente, grande parte dos testes de pressão são analisados considerando a solução da equação da difusividade à vazão constante. Quando não é possível manter-se a vazão constante, podemos usar as soluções para vazão constante considerando o teorema da superposição, ou princípio de Duhamel. A superposição no tempo pode ser aplicada devido ao fato da equação da difusividade ser linear.

A vazão variável pode ser aproximada como uma sequência de vazões constantes. A queda de pressão no poço no tempo t , devido à vazão inicial $q_w(t = 0)$ é:

$$\Delta p_{w1} = \frac{q_w(0)\mu}{2\pi kh} p_{sD}(t_D),$$

onde $p_{sD}(t_D)$ é a solução sob forma adimensional da equação da difusividade para vazão constante, sem efeitos de estocagem e incluindo o fator de skin, e o tempo adimensional é definido como:

$$t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}.$$

O efeito de um incremento de vazão $[q_w(t_2) - q_w(t_1)]$ num instante t_2 , na queda de pressão no tempo t , é:

$$\Delta p_{w2} = \frac{\mu}{2\pi kh} [q_w(t_2) - q_w(t_1)] p_{sD}[(t - t_2)_D].$$

Considerando a superposição dos efeitos de sucessivas variações de vazão na queda de pressão, no tempo t , temos:

$$\begin{aligned} \Delta p_w(t) = & \frac{\mu}{2\pi kh} \{q_w(0)p_{sD}(t_D) + [q_w(t_2) - q_w(t_1)]p_{sD}[(t - t_2)_D] + \\ & [q_w(t_3) - q_w(t_2)]p_{sD}[(t - t_3)_D] + \dots\}, \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

ou melhor:

$$\Delta p_w(t) = \frac{\mu}{2\pi kh} \left[q_w(0)p_{sD}(t_D) + \sum_{n=2}^{ndiv} [q_w(t_i) - q_w(t_{i-1})]p_{sD}[(t - t_i)_D] \right]. \quad (3.1.2)$$

Multiplicando-se e dividindo-se o termo do somatório por $t_i - t_{i-1}$, tal que:

$$\sum_{n=2}^{ndiv} \frac{[q_w(t_i) - q_w(t_{i-1})]}{t_i - t_{i-1}} p_{sD}[(t - t_i)_D][t_i - t_{i-1}],$$

e tomando-se o limite para intervalos infinitesimais de tempo, este termo se torna:

$$\int_0^t q'_w(\tau)p_{sD}(t_D - \tau_D)d\tau. \quad (3.1.3)$$

Substituindo a equação 3.1.3 na equação 3.1.2, tem-se:

$$\Delta p_w(t) = \frac{\mu}{2\pi kh} \left[q_w(0)p_{sD}(t_D) + \int_0^t q'_w(\tau)p_{sD}(t_D - \tau_D)d\tau \right]. \quad (3.1.4)$$

Dividindo-se ambos os lados da equação 3.1.4 por uma vazão de referência, q_r , e rearranjando-se o resultado, obtemos:

$$p_{wD}(t_D) = q_{wD}(0)p_{sD}(t_D) + \int_0^{t_D} q'_{wD}(\tau_D)p_{sD}(t_D - \tau_D)d\tau_D, \quad (3.1.5)$$

onde as seguintes variáveis adimensionais são definidas:

$$q_{wD} = \frac{q_w(t)}{q_r},$$

e:

$$p_{wD} = \frac{2\pi kh}{q_r \mu} \Delta p_w(t).$$

Se substituimos τ_D por $t_D - \tau_D$ na integral acima obtemos:

$$p_{wD}(t_D) = q_{wD}(0)p_{sD}(t_D) + \int_0^{t_D} q_{wD}'(t_D - \tau_D)p_{sD}(\tau_D)d\tau_D. \quad (3.1.6)$$

Utilizando propriedades da integral podemos expressar a equação 3.1.6 na forma:

$$p_{wD}(t_D) = q_{wD}(t_D)p_{sD}(0) + \int_0^{t_D} q_{wD}(\tau_D)p_{sD}'(t_D - \tau_D)d\tau_D. \quad (3.1.7)$$

A integral acima indica que a solução da equação da difusividade para vazão variável é a convolução da solução para vazão constante com a condição de contorno interna definida pela vazão variável [1] .

Para poder efetuar a convolução é necessário assumir-se um modelo conhecido para o reservatório, a fim de se definir p_{sD} .

Transformando-se a equação 3.1.6 para o campo de Laplace, resulta:

$$\mathcal{L}[p_{wD}(t_D)] = q_{wD}(0)\mathcal{L}[p_{sD}(t_D)] + \mathcal{L}\left[\int_0^{t_D} q_{wD}'(t_D - \tau_D)p_{sD}(\tau_D)d\tau_D\right], \quad (3.1.8)$$

ou:

$$\overline{p_{wD}}(s) = q_{wD}(0)\overline{p_{sD}}(s) + \mathcal{L}[q_{wD}'(t_D)]\mathcal{L}[p_{sD}(t_D)], \quad (3.1.9)$$

ou ainda:

$$\overline{p_{wD}}(s) = q_{wD}(0)\overline{p_{sD}}(s) + [s\overline{q_{wD}}(s) - q_{wD}(0)]\overline{p_{sD}}(s) = s\overline{q_{wD}}(s)\overline{p_{sD}}(s), \quad (3.1.10)$$

que é a expressão da convolução no campo de Laplace. Observe que é uma forma muito mais simples que a equação 3.1.6.

A operação inversa da convolução denomina-se deconvolução e consiste, no contexto deste trabalho, em achar a solução para vazão constante a partir da solução para vazão variável e da condição de contorno interna.

O sentido físico da deconvolução é a eliminação no tempo dos efeitos de uma condição de contorno variável, para encontrar a expressão original.

Na equação 3.1.6 a deconvolução consiste em determinar p_{sD} , e isto não é uma operação muito simples. Já na equação 3.1.10 a deconvolução é feita realizando a seguinte operação :

$$\overline{p_{sD}}(s) = \frac{\overline{p_wD}(s)}{s\overline{q_wD}(s)}. \quad (3.1.11)$$

A equação 3.1.11 sugere o método de deconvolução a ser usado neste trabalho.

Note-se que para efetuar a deconvolução não é necessário assumir nenhum modelo de reservatório, portanto o método mantém a generalidade.

Um ponto importante para obter bons resultados com este método é a escolha das expressões que representam a pressão e a vazão medidas durante o teste, as que após a transformação produzirão uma expressão para esses dados em função do parâmetro de Laplace s .

Em relação à forma como é feita a interpolação dos dados de teste surgem dois métodos considerados neste trabalho. [6] [7].

3.1.1 Aproximação Linear de Δp_w e q_w em cada intervalo de medição .

Consideremos uma função genérica $f(t)$ definida tabularmente, como por exemplo, medidas f_i associadas a um tempo t_i , tal que: $f_i = f(t_i)$ nos tempos t_i , $i = 1, n$.

Se consideramos que o valor de $f(t)$ varia linearmente em cada intervalo de medição $t \in [t_{i-1}, t_i]$ temos:

$$f_i(t) = f_{i-1} + \frac{f_i - f_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1}), \quad (3.1.1.1)$$

ou definindo-se: $h_i = t_i - t_{i-1}$ e $A_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i}$, resulta:

$$f_i(t) = f_{i-1} + A_i(t - t_{i-1}). \quad (3.1.1.2)$$

Com a utilização da função degrau unitário, definida por:

$$u(t - t_i) = 0, \quad t < t_i,$$

$$u(t - t_i) = 1, \quad t > t_i,$$

podemos obter uma expressão de $f(t)$ para qualquer tempo $t \in [t_1, t_n]$:

$$f(t) = \sum_{i=2}^n f_i(t) [u(t - t_{i-1}) - u(t - t_i)]. \quad (3.1.1.3)$$

No campo de Laplace, esta equação se torna:

$$\overline{f(s)} = \sum_{i=2}^n \left\{ \exp(-t_{i-1}s) \left[\frac{f_{i-1}}{s} + \frac{A_i}{s^2} \right] - \exp(-t_i s) \left[\frac{f_{i-1} + A_i h_i}{s} + \frac{A_i}{s^2} \right] \right\}. \quad (3.1.1.4)$$

Usando esta equação para os dados de pressão e vazão obtemos as suas respectivas expressões no campo de Laplace e, introduzindo-as na equação 3.1.11 obtemos $\overline{p_{sD}}(s)$, que é a transformada da resposta de pressão para produção à vazão constante.

A função $\overline{p_{sD}}(s)$ pode ser invertida para o espaço real usando um algoritmo de inversão numérica como o de Stehfest ou o de Crump. Neste trabalho escolheu-se o algoritmo de Crump, pois é mais sofisticado e menos sensível à variações bruscas nos valores interpolados.

Devido à natureza da transformada de Laplace é preciso extrapolar o comportamento da função $f(t)$ do tempo t_n até o infinito. Considerou-se um comportamento linear até infinito com a mesma inclinação que o intervalo $[t_{n-1}, t_n]$.

Considerando tal extrapolação, a equação 3.1.1.4 fica:

$$\overline{f(s)} = \sum_{i=2}^n \left\{ \exp(-t_{i-1}s) \left[\frac{f_{i-1}}{s} + \frac{A_i}{s^2} \right] - \exp(-t_i s) \left[\frac{f_{i-1} + A_i h_i}{s} + \frac{A_i}{s^2} \right] \right\} + \exp(-t_n s) \left[\frac{f_n}{s} + \frac{A_n}{s^2} \right]. \quad (3.1.1.5)$$

3.1.2 Aproximação de Δp_w e q_w em cada intervalo de medição usando splines cúbicos.

Diferentemente do método anterior, aproximar-se-á a função genérica $f(t)$ por splines cúbicos em cada subintervalo de medição .

Consideremos as seguintes definições:

$$h_i = t_i - t_{i-1}, \quad (3.1.2.1)$$

$$d_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i}, \quad (3.1.2.2)$$

$$x = \frac{t - t_{i-1}}{h_i}, \quad t \in [t_{i-1}, t_i], \quad (3.1.2.3)$$

onde $i = 2, n$.

Define-se a função spline cúbico no intervalo $t \in [t_{i-1}, t_i]$ através da expressão:

$$f_i(t) = x f_i + (1 - x) f_{i-1} + h_i x (1 - x) [(K_{i-1})(1 - x) - (k_i)x], \quad (3.1.2.4)$$

onde $K_1, K_2, K_3, \dots, K_n$ representam as derivadas nos nós, satisfazendo ao sistema tridiagonal dado por:

$$h_{i+1}K_{i-1} + 2(h_i + h_{i+1})K_i + h_iK_{i+1} = 3(h_id_{i+1} + h_{i+1}d_i), \quad (3.1.2.5)$$

$$i = 2, 3, \dots, n-1.$$

As equações acima definem um sistema linear com $(n-2)$ equações e n incógnitas.

Para se obter uma solução única, são necessárias duas condições adicionais:

$$2K_1 + K_2 = 3d_2, \quad (f_2''(t_1) = 0),$$

$$K_{n-1} + 2K_n = 3d_n, \quad (f_n''(t_n) = 0),$$

ou:

$$2K_1 + K_2 = 3d_2, \quad (f_2''(t_1) = 0),$$

$$K_n = 0, \quad (f_n'(t_n) = 0).$$

Resolvendo-se o sistema obtém-se os valores das derivadas nos nós. Pode-se reescrever a equação 3.1.2.4 para o intervalo $t \in [t_{i-1}, t_i]$ da seguinte forma:

$$f_i(t) = f_{i-1} + A_i[t - t_{i-1}] + B_i[t - t_{i-1}]^2 + C_i[t - t_{i-1}]^3, \quad (3.1.2.6)$$

onde:

$$A_i = K_{i-1},$$

$$B_i = \frac{1}{h_i}[-2K_{i-1} - K_i + 3d_i],$$

$$C_i = \frac{1}{h_i^2} [K_{i-1} + K_i - 2d_i],$$

Novamente usamos a função degrau unitário para expressar a função $f(t)$ em qualquer tempo $t \in [t_1, t_n]$:

$$f(t) = \sum_{i=2}^n f_i(t) [u(t - t_{i-1}) - u(t - t_i)]. \quad (3.1.2.7)$$

Utilizando-se a expressão 3.1.2.7 na equação 3.1.2.6 e transformando o resultado para o espaço de Laplace, obtemos:

$$\begin{aligned} \overline{f(s)} = & \sum_{i=2}^n \exp(-t_{i-1}s) \left[\frac{f_{i-1}}{s} + \frac{A_i}{s^2} + \frac{2B_i}{s^3} + \frac{6C_i}{s^4} \right] - \\ & \sum_{i=2}^n \exp(-t_i s) \left[\frac{f_{i-1} + A_i h_i + B_i h_i^2 + C_i h_i^3}{s} + \right. \\ & \left. \frac{A_i + 2B_i h_i + 3C_i h_i^2}{s^2} + \frac{2[B_i + 3C_i h_i]}{s^3} + \frac{6C_i}{s^4} \right]. \end{aligned} \quad (3.1.2.8)$$

À semelhança do método anterior, usamos esta equação para representar os dados de pressão e vazão, e obtemos as suas expressões no campo de Laplace. Usando-as na equação 3.1.11 obtemos $\overline{p_{sD}}(s)$, que é a resposta ao "degrau unitário" e que pode ser invertida numericamente para o campo real.

3.2 Análise Automatizada de Testes

A técnica de ajuste de retas em gráficos log-log, semi-log, cartesianos, etc., nem sempre pode ser aplicada para se analisar dados de teste. Também é comum se dispor de poucos pontos para ajuste de retas em relação à informação existente no teste.

Como vimos anteriormente, pode-se empregar nestes casos o ajuste por curvas tipo, que em geral permite aproveitar a totalidade dos dados em vez de se trabalhar apenas com dados correspondentes a determinados períodos de fluxo. O ajuste por curvas tipo é feito geralmente seguindo um procedimento manual. Uma forma de contornar a subjetividade da interpretação manual é com o emprego de métodos numéricos de ajuste. Neste trabalho empregar-se-á esta última técnica. Partindo de uma estimativa inicial, a qual pode ser obtida por métodos convencionais, e avaliando-se os gradientes em cada iteração, caminha-se em direção à curva que melhor ajusta os dados de teste.

O método escolhido para a estimativa de parâmetros da regressão foi o método dos mínimos quadrados.

Deseja-se encontrar a combinação de parâmetros, sendo que neste trabalho escolheram-se k e ϕc_t , que melhor ajustam o modelo matemático ao conjunto de dados de teste.

Seja $F(t_i)$ o valor obtido pelo modelo matemático no tempo t_i para dados valores dos parâmetros a serem otimizados e seja f_i o valor observado ou medido.

Pelo critério dos mínimos quadrados, deseja-se minimizar a soma dos resíduos definida por:

$$SSR(\underline{\alpha}) = \sum_{i=1}^N [F(t_i, \underline{\alpha}) - f_i]^2, \quad (3.2.1)$$

onde: $\underline{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m]^T$ são os parâmetros desconhecidos a serem determinados.

SSR é função somente dos parâmetros do reservatório, uma vez que a variável tempo é conhecida. SSR proporciona uma medida da proximidade ou afastamento entre os pon-

tos reais e o modelo teórico, e é conhecida como função objetivo. Como a função $F(t_i, \underline{\alpha})$ é uma função não linear dos parâmetros desconhecidos $\underline{\alpha}$, o processo de minimização da função objetivo consiste em uma regressão não linear.

A determinação do valor mínimo de $SSR(\underline{\alpha})$ constitui-se num procedimento de otimização, o qual pode ser restrito ou irrestrito.

Se nenhuma restrição é imposta sobre os valores que as variáveis independentes podem assumir, o método é dito irrestrito. Alguns destes métodos são:

- gradiente projetado
- gradiente reduzido
- gradiente conjugado
- métodos Newton
- métodos quase-Newton

Aproveitando o fato de certos valores serem inaceitáveis como solução, podem-se aplicar restrições sobre as variáveis, o que leva aos métodos de otimização restrita. Os métodos mais usados são:

- método das penalidades
- método das barreiras
- método da dualidade
- método do lagrangeano aumentado
- método do lagrangeano projetado

3.2.1 Método de Newton

O método considerado como central aos procedimentos mais comumente usados na prática é o método de Newton .

A metodologia consiste em expandir a soma dos quadrados mínimos numa série de Taylor em torno de um valor estimado, a partir de uma solução particular $\underline{\alpha}^0$, e truncar a série após o termo quadrático:

$$SSR^*(\underline{\alpha}) = SSR(\underline{\alpha}^0) + \sum_{k=1}^m (\alpha_k - \alpha_k^0) \left. \frac{\partial SSR}{\partial \alpha_k} \right|_{\underline{\alpha}^0} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m (\alpha_k - \alpha_k^0)(\alpha_j - \alpha_j^0) \left. \frac{\partial^2 SSR}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right|_{\underline{\alpha}^0}. \quad (3.2.1.1)$$

$SSR^*(\underline{\alpha})$ é a aproximação de Newton para o valor de $SSR(\underline{\alpha})$. Para obter o mínimo de $SSR^*(\underline{\alpha})$ em relação a $(\alpha_j - \alpha_j^0)$, o desvio em relação à primeira solução, $SSR^*(\underline{\alpha})$ é diferenciado em relação a cada $(\alpha_j - \alpha_j^0)$, $k = 1, m$. Definindo-se $\underline{\beta} = (\alpha_k - \alpha_k^0)$, e diferenciando-se $SSR^*(\underline{\alpha})$ em relação a cada β_j :

$$\frac{\partial SSR^*}{\partial \beta_j} = \left. \frac{\partial SSR}{\partial \alpha_j} \right|_{\underline{\alpha}^0} + \sum_{k=1}^m \beta_k \left. \frac{\partial^2 SSR}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right|_{\underline{\alpha}^0}, \quad j = 1, m. \quad (3.2.1.2)$$

Quando atingido o mínimo, temos que:

$$\frac{\partial SSR^*}{\partial \beta_j} = 0,$$

e a equação anterior fica:

$$\sum_{k=1}^m \beta_k \left. \frac{\partial^2 SSR}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right|_{\underline{\alpha}^0} = - \left. \frac{\partial SSR}{\partial \alpha_j} \right|_{\underline{\alpha}^0}, \quad j = 1, m, \quad (3.2.1.3)$$

o que constitui um sistema linear de m equações e m incógnitas. Considerando a equação 3.2.1 temos:

$$\frac{\partial SSR}{\partial \alpha_j} \Big|_{\underline{\alpha}^0} = 2 \sum_{i=1}^N [F(t_i, \underline{\alpha}^0) - f_i] \frac{\partial F}{\partial \alpha_k} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i}, \quad j = 1, m, \quad (3.2.1.4)$$

e:

$$\frac{\partial^2 SSR}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \Big|_{\underline{\alpha}^0} = 2 \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial F}{\partial \alpha_k} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} \frac{\partial F}{\partial \alpha_j} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} + [F(t_i, \underline{\alpha}^0) - f_i] \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha_k \partial \alpha_j} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} \right\} \quad (3.2.1.5)$$

$$k = 1, m, \quad j = 1, m. \quad (3.2.1.6)$$

A equação 3.2.1.3 pode ser escrita da seguinte forma:

$$[H^0] \underline{\beta} = \underline{u}, \quad (3.2.1.7)$$

ou ainda:

$$\underline{\beta} = [H^0]^{-1} \underline{u}. \quad (3.2.1.8)$$

$[H^0]$ é a matriz hessiana da função que representa o modelo de reservatório, $F(t_i, \underline{\alpha})$.

Uma vez achado o valor de $\underline{\beta}$ a partir da equação 3.2.1.8, um novo conjunto de valores pode ser determinado usando a fórmula:

$$\alpha_j^1 = \alpha_j^0 + \beta_j, \quad j = 1, m. \quad (3.2.1.9)$$

O procedimento é repetido a partir dos novos valores de $\underline{\alpha}$ até que a convergência seja alcançada.

Enquanto o procedimento progride em direção à convergência, o valor de $\underline{\beta}$ torna-se cada vez menor e a aproximação SSR^* da equação 3.2.1.1 torna-se exata.

Um problema presente no método de Newton reside no fato de que o valor da convergência pode não ser um mínimo. Isto pode acontecer se a topologia da função F

apresentar pontos de sela ou máximos, o que é muito comum nas aplicações de análise de testes.

Para garantir que o valor final de SSR seja um mínimo, a matriz hessiana $[H^0]$ deve ser positivo-definida, isto é os seus autovalores devem ser todos positivos. Ela é sempre positivo-definida na vizinhança do mínimo, mas pode não ser em pontos mais distantes.

O método de Newton converge sempre que a estimativa inicial dos parâmetros está próxima da solução, obtendo-se o valor mínimo da função SSR . Porém, é frequente o método divergir quando a estimativa inicial está razoavelmente afastada da solução .

Para melhorar o desempenho do método de Newton surgiram uma série de métodos, denominados quase-Newton, que propõem modificações no método original com o intuito de forçar a procura do mínimo. As modificações mais importantes do método de Newton são:

- Método do "Steepest Descent"
- Método de Gauss
- Método de Marquardt
- Método de Greenstadt

Estes métodos trabalham modificando a matriz hessiana $[H^0]$ na equação 3.2.1.7, de forma à solução andar sempre na direção de minimização dos resíduos quadrados. Isto pode ser conseguido forçando a matriz $[H^0]$ a ser positivo-definida. É difícil falar da superioridade absoluta de algum método, mesmo quando alguns deles apresentem na teoria melhores características de convergência ou de minimização.

3.2.2 Método do "Steepest Descent"

Consiste em substituir a matriz $[H^0]$ na equação 3.2.1.7 pela matriz identidade $[I]$ multiplicada por um escalar λ . Desta forma o parâmetro α_j é modificado em cada iteração proporcionalmente ao gradiente de SSR em relação ao próprio parâmetro. O cálculo do escalar λ é feito de forma a que SSR seja minimizado na iteração.

Este método é muito simples de implementar, porém é muito lento para atingir a convergência.

3.2.3 Método de Gauss

Consiste em considerar as derivadas de segunda ordem na equação 3.2.1.5 como se fossem nulas. Com isto garante-se que a matriz $[H^0]$ seja positivo-definida. Como não é mais necessário calcular as derivadas segundas da função F , há uma redução considerável do trabalho computacional.

Geralmente o método de Gauss converge tão rápido quanto o método de Newton. Note-se que assim que o modelo de reservatório $F(t, \underline{\alpha})$ se aproximar dos valores observados f_i , o termo ignorado no método de Gauss na equação 3.2.1.5 tende para zero. Isto é, próximo da solução, os métodos de Gauss e de Newton são equivalentes.

Uma desvantagem do método de Gauss reside na sensibilidade à instabilidade numérica presente em sistemas mal condicionados. Isto corresponde a trabalhar com uma matriz $[H^0]$ quase singular. Infelizmente isto é muito comum na análise de testes.

3.2.4 Método de Marquardt

É uma modificação que pode ser feita tanto no método de Gauss, resultando nos métodos de Gauss-Marquardt ou de Levenberg-Marquardt, quanto no método de Newton. Consiste em adicionar a cada um dos termos da diagonal da matriz $[H^0]$ uma constante

λ . Isto tem o efeito de aumentar todos os autovalores em λ .

No caso do método de Newton, o valor de λ pode ser escolhido de forma a fazer positivos todos os autovalores de $[H^0]$, garantindo assim que ela seja positivo-definida.

No método de Gauss, onde os autovalores são todos positivos, a adição do parâmetro de Marquardt garante que nenhum autovalor terá valor zero ou próximo de zero. Desta forma evita-se trabalhar com uma matriz quase singular.

Em cada iteração onde SSR é reduzido diminui-se o valor de λ em 10. Caso contrário, substitui-se λ por 10λ e determina-se uma fator de relaxação θ :

$$\underline{\alpha}^{\nu+1} = \underline{\alpha}^{\nu} + \theta^{\nu+1} \underline{\beta}, \quad (3.2.4.1)$$

tal que:

$$SSR(\underline{\alpha}^{\nu+1}) < SSR(\underline{\alpha}^{\nu}). \quad (3.2.4.2)$$

Após varias iterações em direção à solução, o valor de λ se torna muito pequeno e o método de Marquardt aproxima-se do método original, Newton ou Gauss.

A modificação de Marquardt no método de Newton não é muito usada devido a que pode ser necessária a adição de um valor muito grande de λ para fazer todos os autovalores positivos.

O método de Gauss-Marquardt é muito usado na prática devido ao seu bom desempenho. Porém, quando existe um parâmetro mal condicionado, pode haver problemas com a aplicação do método, sendo necessário usar a informação de segunda ordem do método de Newton.

3.2.5 Método de Greenstadt

Greenstadt propôs um método para garantir uma matriz $[H^0]$ positivo-definida, tirando proveito ainda da informação adicional das derivadas segundas do método de Newton.

O método consiste em fazer uma decomposição espectral de $[H^0]$ para identificar a presença de autovalores negativos, nulos ou quase nulos:

$$[H^0] = \sum_{i=1}^m \lambda_i \xi_i \xi_i^T, \quad (3.2.5.1)$$

onde λ_i são os autovalores e ξ_i são os autovetores correspondentes.

A presença de um autovalor negativo indica que há um dos m vetores de busca maximizando SSR na direção do seu correspondente autovetor. Vale a pena lembrar neste ponto que o método de Newton trabalha determinando o lugar onde a inclinação da função objetivo é zero, e isto pode acontecer não só num mínimo como também num máximo ou num ponto de sela.

A presença de um autovalor nulo ou próximo de zero indica uma insensibilidade do modelo a um dos parâmetros, ou a uma determinada combinação deles. Isto é fácil de acontecer em aplicações de análise de testes, onde há parâmetros cujo efeito faz-se sentir para tempos curtos ou longos, e o teste pode não conter informação correspondente a esses períodos.

Esta modificação aplicada ao método de Gauss garantiria a não singularidade da matriz hessiana $[H]$.

O método de Greenstadt pode ser aplicado de duas formas, descritas a seguir.

Modalidade A Todos os autovalores negativos são substituídos pelo seu valor absoluto. Os autovalores nulos ou quase nulos são substituídos por um número que tende para

infinito. Isto equivale a anular o efeito dos autovalores pequenos demais e "corrigir" a direção dos autovalores negativos.

Considere como ilustração a seguinte propriedade:

$$[H^0]^{-1} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\lambda_i} \xi_i \xi_i^T \quad (3.2.5.2)$$

Modalidade B Todos os autovalores menores que um número determinado são substituídos por um número que tende para infinito. Nesta modalidade anula-se o efeito tanto dos autovalores negativos como dos muito pequenos.

No presente trabalho pretende-se determinar a permeabilidade (k) e o produto ϕc_t a partir de dados de teste de pressão. A combinação destes parâmetros constitui um sistema muito mal condicionado que apresenta grandes problemas para o uso dos métodos convencionais de regressão não linear (Gauss e Gauss-Marquardt).

Após avaliar o desempenho dos vários métodos com dados sintéticos, optou-se pelo método de Newton-Greenstadt na modalidade "B", por demonstrar bastante robustez mesmo quando a estimativa inicial estava muito longe da solução.

Uma vez achado o valor de $\underline{\beta}$, atualiza-se o valor de $\underline{\alpha}$ usando:

$$\underline{\alpha}^{\nu+1} = \underline{\alpha}^{\nu} + \theta \underline{\beta}, \quad i = 1, m, \quad (3.2.5.3)$$

onde θ é o comprimento do passo do vetor $\underline{\beta}$ que minimiza SSR na iteração e a sua determinação é feita pela técnica da busca unidimensional ou "line-searching". A condição de mínimo para tal procura é:

$$\frac{\partial SSR}{\partial \theta} \Big|_{\underline{\alpha} + \theta \underline{\beta}} = 0. \quad (3.2.5.4)$$

Para achar o valor ótimo de θ utilizou-se o métodos das secantes, e a implementação da busca unidimensional em conjunto com a modificação de Greenstadt mostrou grande eficiência em quase todas as circunstâncias, quando feita a regressão com dados sintéticos.

Se a função objetivo $SSR(\underline{\alpha})$ pudesse ser descrita exatamente pela aproximação quadrática do método de Newton, o valor de θ seria a unidade e a convergência seria quadrática.

Infelizmente nas aplicações de análise de testes é inexata a aproximação de Newton e a convergência quadrática não se materializa.

Uma forma de melhorar os aspectos numéricos da solução do sistema linearizado de equações é através da normalização da matriz hessiana e do termo independente. Considere a matriz normalizada $[Hs]$ e o termo independente normalizado \underline{us} definidos como segue:

$$hs_{ij} = \frac{h_{ij}}{\sqrt{h_{ii}}\sqrt{h_{jj}}}, \quad (3.2.5.5)$$

$$us_i = \frac{u_i}{\sqrt{h_{ii}}}. \quad (3.2.5.6)$$

Resolve-se o sistema:

$$[Hs] \underline{\beta s} = \underline{us}, \quad (3.2.5.7)$$

mas, devido ao fato da solução também estar normalizada, obtém-se:

$$\beta_i = \frac{\beta s}{\sqrt{h_{ii}}}. \quad (3.2.5.8)$$

3.2.6 Expressão matricial final do sistema linearizado

Os parâmetros a serem determinados são k e ϕ_{c_t} , isto é:

$$\underline{\alpha} = [k, \phi_{c_t}]^T.$$

A equação 3.2.1.7 fica então:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 SSR}{\partial K^2} & \frac{\partial^2 SSR}{\partial K \partial \phi_{c_t}} \\ \frac{\partial^2 SSR}{\partial \phi_{c_t} \partial K} & \frac{\partial^2 SSR}{\partial (\phi_{c_t})^2} \end{bmatrix}_{\underline{\alpha}^0} \cdot \begin{bmatrix} K - K^0 \\ \phi_{c_t} - (\phi_{c_t})^0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial SSR}{\partial K} \\ \frac{\partial SSR}{\partial \phi_{c_t}} \end{bmatrix}_{\underline{\alpha}^0}, \quad (3.2.6.1)$$

onde:

$$\frac{\partial SSR}{\partial K} \Big|_{\underline{\alpha}^0} = 2 \sum_{i=1}^N [F(t_i, \underline{\alpha}^0) - f_i] \frac{\partial F}{\partial K} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i}, \quad (3.2.6.2)$$

$$\frac{\partial SSR}{\partial \phi_{c_t}} \Big|_{\underline{\alpha}^0} = 2 \sum_{i=1}^N [F(t_i, \underline{\alpha}^0) - f_i] \frac{\partial F}{\partial \phi_{c_t}} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i}, \quad (3.2.6.3)$$

$$\frac{\partial^2 SSR}{\partial K^2} \Big|_{\underline{\alpha}^0} = 2 \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial F}{\partial K} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} \frac{\partial F}{\partial K} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} + [F(t_i, \underline{\alpha}^0) - f_i] \frac{\partial^2 f}{\partial K^2} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} \right\}, \quad (3.2.6.4)$$

$$\frac{\partial^2 SSR}{\partial (\phi_{c_t})^2} \Big|_{\underline{\alpha}^0} = 2 \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial F}{\partial \phi_{c_t}} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} \frac{\partial F}{\partial \phi_{c_t}} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} + [F(t_i, \underline{\alpha}^0) - f_i] \frac{\partial^2 f}{\partial (\phi_{c_t})^2} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} \right\}, \quad (3.2.6.5)$$

$$\frac{\partial^2 SSR}{\partial \phi_{c_t} \partial K} \Big|_{\underline{\alpha}^0} = 2 \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial F}{\partial \phi_{c_t}} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} \frac{\partial F}{\partial K} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} + [F(t_i, \underline{\alpha}^0) - f_i] \frac{\partial^2 f}{\partial \phi_{c_t} \partial K} \Big|_{\underline{\alpha}^0, t_i} \right\}. \quad (3.2.6.6)$$

Se a função genérica F é conhecida no campo de Laplace, podemos avaliá-la, assim como as suas derivadas em relação aos parâmetros α_i , usando um algoritmo de inversão numérica da transformada de Laplace. Desta forma temos:

$$F(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\bar{F}(s)\}, \quad (3.2.6.7)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_i}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\partial \bar{F}}{\partial \alpha_i}(s)\right\}, \quad i = 1, m, \quad (3.2.6.8)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\partial^2 \bar{F}}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j}(s)\right\}, \quad i = 1, m, \quad j = i, m. \quad (3.2.6.9)$$

3.2.7 Análise estatística da regressão

Um ponto importante num processo de regressão não linear é o conhecimento da qualidade do ajuste efetuado. Uma forma de expressar a qualidade do ajuste é através da determinação dos intervalos de confiança dos parâmetros não lineares.

Rosa e Horne [18] apresentaram um método simplificado, compatível com a precisão dos cálculos envolvidos, para a determinação dos intervalos de confiança para aplicações de regressão não linear em análise de testes.

Definindo-se:

$$EMS = \frac{SSR}{n - m}, \quad (3.2.7.1)$$

como sendo o desvio quadrático médio da regressão, "error mean square", e onde n é o número de pontos amostrados e m é o número de parâmetros determinados, então define-se:

$$SEP_j = [EMS \cdot h_{jj}]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.2.7.2)$$

como sendo o desvio padrão do parâmetro α_j e onde h_{jj} é o j -ésimo elemento da diagonal da matriz $[H]^{-1}$ da última iteração.

O valor da distribuição t (ou Student) com $n - m$ graus de liberdade e nível de risco δ é representada por:

$$t_{\delta/2, n-m}. \quad (3.2.7.3)$$

O intervalo de confiança para o parâmetro α_j será dado por:

$$\alpha_j - t_{\delta/2, n-m} SEP_j < \alpha_j < \alpha_j + t_{\delta/2, n-m} SEP_j. \quad (3.2.7.4)$$

A interpretação consiste no valor correto de α_j ter uma probabilidade de $(100 - \delta)$ % de estar contido no intervalo definido na equação 3.2.7.4.

A subrotina para cálculo dos intervalos de confiança está embutida nos programas de regressão escritos para os diferentes modelos considerados, tendo sido adotados intervalos de confiança de 95 % ($\delta = 2.5$).

4 Modelos Físicos e Matemáticos

As características básicas do sistema construído em escala de laboratório são :

- reservatório finito de comprimento L e seção constante A ,
- reservatório é um meio poroso isotrópico e homogêneo de porosidade ϕ e permeabilidade k ,
- geometria de fluxo linear,
- fluxo monofásico,
- fluido newtoniano e de pequena compressibilidade.

O reservatório linear possui duas fronteiras onde são estabelecidas, dependendo do experimento realizado, condições de contorno.

As condições de contorno possíveis são:

- fronteira selada,
- fronteira mantida a uma pressão constante,
- fluxo constante atravessando a fronteira,
- pressão e fluxo que atravessa a fronteira variáveis.

A fronteira em $x = 0$ é definida como fronteira interna e a fronteira em $x = L$ como fronteira externa.

Conseguiram-se reproduzir em Laboratório as seguintes condições de contorno:

- produção à pressão constante,
- fronteira selada,

- câmara de estocagem para simulação de um "closed chamber test",
- câmara de estocagem para teste de injeção .

Uma câmara de estocagem consiste em um compartimento de volume e compressibilidade genéricos V_c e c_c , respectivamente. Pela própria definição de compressibilidade é possível a acumulação de fluido nesta câmara:

- Quando injetamos fluido na câmara ocorre um aumento da pressão interna.
- Inversamente se drenamos fluido da câmara, a pressão interna diminui.

Como será visto na secção referente ao procedimento experimental, não foi possível contar com um medidor de vazão para uso em escala de laboratório, devido ao pequeno volume drenado. Por outro lado, a medida indireta da vazão é contra-indicada, por introduzir ruído excessivo nos dados coletados.

Decidiu-se então monitorar a produção acumulada ao invés da vazão. A produção acumulada, além de ser mais fácil de medir como por exemplo com uma balança, tem a propriedade de suavizar as imprecisões de medição devido ao fato de ser definida como a integral da vazão até o tempo corrente.

Para os experimentos onde a deconvolução é usada, serão medidos simultaneamente a produção acumulada e a pressão, e a saída do algoritmo de deconvolução será a produção acumulada do sistema como se este tivesse produzido à pressão constante.

Os modelos considerados para a realização do experimento proposto são:

- Teste de injeção à vazão constante com estocagem, fronteira externa selada,
- Teste de produção à pressão constante, fronteira externa selada,
- Teste de produção à pressão constante, injeção com vazão constante na fronteira externa,

- Teste de produção contra uma câmara de estocagem, fronteira externa selada, "closed chamber test",
- Teste de produção contra uma câmara de estocagem, injeção com vazão constante na fronteira externa, "closed chamber test".

4.1 Teste de injeção à vazão constante com estocagem , fronteira externa selada

A condição de contorno interna é representada por uma câmara de estocagem conectada ao meio poroso na fronteira interna ($x = 0$), sendo que uma vazão constante de injeção é imposta na câmara de estocagem. Temos então que parte desta vazão é acumulada na câmara de estocagem e parte dela ingressa ao meio poroso, impondo um gradiente de pressão variável em $x = 0$.

A condição de contorno externa é representada por uma superfície impermeável ao fluxo.

O reservatório está inicialmente em equilíbrio a uma pressão p_i , e no tempo $t = 0$ começa-se injetar uma vazão q_{inj} na câmara de estocagem. Se a câmara de estocagem tivesse compressibilidade nula, então a vazão que ingressa ao meio poroso seria constante e igual a q_{inj} .

Considerando a equação da difusividade e as condições de contorno descritas, obtém-se a solução analítica em termos adimensionais, cujo desenvolvimento matemático está apresentado no Apêndice B:

$$\bar{p}_D(0,s) = \frac{\cosh(\sqrt{s})}{s\sqrt{s} \sinh(\sqrt{s}) + s^2 C_D \cosh(\sqrt{s})}. \quad (4.1.1)$$

Se a estocagem C_D fosse nula, a expressão acima se reduziria a:

$$\bar{p}_D(0,s) = \frac{\coth(\sqrt{s})}{s\sqrt{s}}, \quad (4.1.2)$$

que é o caso de injeção com vazão constante na face da formação.

A inversão da equação 4.1.2 para o campo real resulta em:

$$p_D(0,t_D) = \frac{1}{3} + t_D - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp(-n^2 \pi^2 t_D). \quad (4.1.3)$$

Expandindo-se em série a função hiperbólica da equação 4.1.2 e invertendo-se para o espaço real, obtemos outra forma da solução :

$$p_D(0,t_D) = 2\sqrt{\frac{t_D}{\pi}} \left[1 + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{(n+1)^2}{t_D}\right) \right] - 4 \sum_{n=0}^{\infty} (1+n) \operatorname{erfc}\left(\frac{1+n}{\sqrt{t_D}}\right). \quad (4.1.4)$$

Inicialmente não se considerou câmara de estocagem na face da injeção, porém, quando executados os primeiros testes de laboratório, observou-se que não era possível ajustar o modelo da equação 4.1.2 aos dados coletados. Através da análise do equipamento chegou-se à conclusão de que a bomba usada para entregar vazão constante na face interna do reservatório possuía uma câmara de estocagem, a qual deveria ser modelada matematicamente.

Na figura 2 podemos ver o efeito da estocagem no presente modelo, considerando varios valores de compressibilidade da câmara de estocagem. Os valores usados para gerar os dados foram:

$$\begin{aligned} q_{inj} &= 100 \text{ ml/h} \quad (2.778 \times 10^{-2} \text{ ml/s}) \\ k &= 1.0 \text{ md} \quad (9.87 \times 10^{-16} \text{ m}^2) \\ \phi &= 0.15 \\ c_t &= 2.0 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1} \quad (2.901 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}) \\ r &= 1.5 \text{ in} \quad (3.81 \times 10^{-2} \text{ m}) \\ L &= 0.1778 \text{ m} \\ \mu &= 1.0 \text{ cp} \quad (10^{-3} \text{ Pa.s}) \\ p_i &= 200 \text{ psi} \quad (1.3788 \text{ MPa}) \end{aligned}$$

Considerando a definição das variáveis adimensionais, equações B.10 a B.13, e a seguinte propriedade da transformada inversa de Laplace :

$$F(t/c) = \mathcal{L}^{-1} \{ c\bar{F}(cs) \},$$

podemos obter a pressão de injeção a partir da equação 4.1.1:

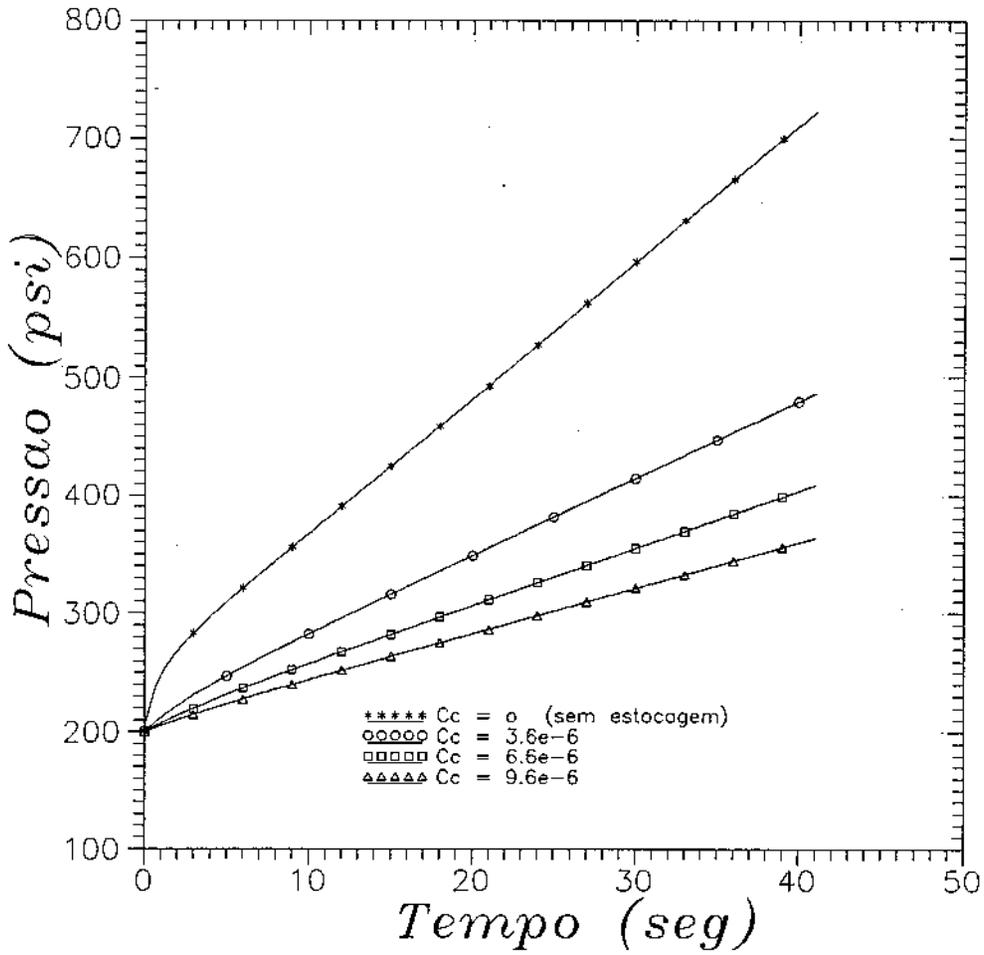


Figura 2: Teste de injeção a vazão constante com estocagem

$$\overline{\Delta p}(0,s) = \frac{q_{inj}\mu LB}{C_2 k A} \frac{\cosh(L\sqrt{\frac{s}{\eta C_3}})}{\frac{L}{\sqrt{\eta C_3}} s^{3/2} \sinh(L\sqrt{\frac{s}{\eta C_3}}) + \frac{L^2}{\eta C_3} s^2 C_D \cosh(L\sqrt{\frac{s}{\eta C_3}})}, \quad (4.1.5)$$

onde:

$$\eta = \frac{k}{\phi \mu c_t},$$

$$C_D = \frac{C_0 C_c V_c C_3}{L C_2 A \phi c_t} = \frac{C_D}{\phi c_t}.$$

Rearranjando-se a equação 4.1.5 fica:

$$\overline{\Delta p}(0,s) = \frac{\cosh(L\sqrt{\frac{s}{\eta C_3}})}{B_1 \phi^{1/2} k^{1/2} s^{3/2} \sinh(L\sqrt{\frac{s}{\eta C_3}}) + B_2 s^2 \cosh(L\sqrt{\frac{s}{\eta C_3}})}, \quad (4.1.6)$$

onde:

$$B_1 = \frac{C_2 A}{B q_{inj}} \sqrt{\frac{c_t}{C_3 \mu}},$$

$$B_2 = \frac{C_2 c_t C_D L A}{C_3 B q_{inj}},$$

$$\overline{\Delta p}(0,s) = \mathcal{L}\{p_i - p(0,t)\}.$$

Para se fazer o ajuste não linear de k e ϕc_t é necessário avaliar a resposta do modelo teórico em cada iteração. Isto pode ser feito a partir da expressão da queda de pressão no campo de Laplace, usando um algoritmo de inversão numérica (Stehfest ou Crump). O mesmo pode ser feito com os gradientes da função em relação aos parâmetros de ajuste.

O algoritmo de Stehfest é mais rápido que o algoritmo de Crump, porém quando a função a se inverter sofre variações muito bruscas, é preciso utilizar o algoritmo de Crump, que possui um critério de convergência e permite assim um melhor controle do erro.

O uso do algoritmo de Stehfest não apresentou problemas e foi adotado nos programas de regressão não linear ao longo deste trabalho.

Para facilitar o cálculo dos gradientes em relação aos parâmetros de ajuste, considerou-se a função a derivar, dada genericamente por uma função F , sob forma de fração :

$$\bar{F}(s, k, \phi_{c_t}) = \frac{SUP}{INF}. \quad (4.1.7)$$

Esta metodologia foi usada para o calculo dos gradientes nos outros modelos adotados.

Após alguma álgebra, as derivadas em relação a k e ϕ_{c_t} ficam:

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial k}(s) = \frac{SUP}{INF} \left[\frac{1}{SUP} \frac{\partial SUP}{\partial k} - \frac{1}{INF} \frac{\partial INF}{\partial k} \right], \quad (4.1.8)$$

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial \phi_{c_t}}(s) = \frac{SUP}{INF} \left[\frac{1}{SUP} \frac{\partial SUP}{\partial \phi_{c_t}} - \frac{1}{INF} \frac{\partial INF}{\partial \phi_{c_t}} \right], \quad (4.1.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{F}}{\partial k^2}(s) = & \frac{SUP}{INF} \left[\frac{1}{SUP} \frac{\partial^2 SUP}{\partial k^2} - \frac{1}{SUP^2} \frac{\partial SUP}{\partial k} \frac{\partial SUP}{\partial k} - \right. \\ & \left. \frac{1}{INF} \frac{\partial^2 INF}{\partial k^2} + \frac{1}{INF^2} \frac{\partial INF}{\partial k} \frac{\partial INF}{\partial k} \right] + \\ & \left[\frac{1}{SUP} \frac{\partial SUP}{\partial k} - \frac{1}{INF} \frac{\partial INF}{\partial k} \right] \frac{\partial \bar{F}}{\partial k}(s), \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{F}}{\partial(\phi_{c_t})^2}(s) &= \frac{SUP}{INF} \left[\frac{1}{SUP} \frac{\partial^2 SUP}{\partial(\phi_{c_t})^2} - \frac{1}{SUP^2} \frac{\partial SUP}{\partial \phi_{c_t}} \frac{\partial SUP}{\partial \phi_{c_t}} - \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{INF} \frac{\partial^2 INF}{\partial(\phi_{c_t})^2} + \frac{1}{INF^2} \frac{\partial INF}{\partial \phi_{c_t}} \frac{\partial INF}{\partial \phi_{c_t}} \right] + \\ &\quad \left[\frac{1}{SUP} \frac{\partial SUP}{\partial \phi_{c_t}} - \frac{1}{INF} \frac{\partial INF}{\partial \phi_{c_t}} \right] \frac{\partial \bar{F}}{\partial \phi_{c_t}}(s), \end{aligned} \quad (4.1.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{F}}{\partial(\phi_{c_t}) \partial k}(s) &= \frac{SUP}{INF} \left[\frac{1}{SUP} \frac{\partial^2 SUP}{\partial(\phi_{c_t}) \partial k} - \frac{1}{SUP^2} \frac{\partial SUP}{\partial \phi_{c_t}} \frac{\partial SUP}{\partial k} - \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{INF} \frac{\partial^2 INF}{\partial(\phi_{c_t}) \partial k} + \frac{1}{INF^2} \frac{\partial INF}{\partial \phi_{c_t}} \frac{\partial INF}{\partial k} \right] + \\ &\quad \left[\frac{1}{SUP} \frac{\partial SUP}{\partial k} - \frac{1}{INF} \frac{\partial INF}{\partial k} \right] \frac{\partial \bar{F}}{\partial \phi_{c_t}}(s). \end{aligned} \quad (4.1.12)$$

Seguindo-se esta metodologia, detalha-se no apêndice F o cálculo dos gradientes da função $\bar{\Delta p}(s)$ dada pela equação 4.1.6.

Para calcular o tamanho do passo e assim efetuar a busca unidimensional, "line-searching", é preciso se calcular:

$$SSR(\underline{\alpha}^0 + \theta \underline{\beta}) = \sum_N^{i=1} [F(\underline{\alpha}^0 + \theta \underline{\beta}, t_i) - f_i]^2. \quad (4.1.13)$$

A condição para a qual θ minimiza SSR na iteração é:

$$\frac{\partial SSR}{\partial \theta}(\underline{\alpha}^0 + \theta \underline{\beta}) = 2 \sum_N^{i=1} [F(\underline{\alpha}^0 + \theta \underline{\beta}, t_i) - f_i] \frac{\partial F}{\partial \theta} \Big|_{\underline{\alpha}^0 + \theta \underline{\beta}, t_i} = 0. \quad (4.1.14)$$

As expressões acima podem ser igualmente calculadas usando a inversão numérica da transformada de Laplace.

Podemos então considerar:

$$\bar{F}(\underline{\alpha}^0 + \theta \underline{\beta}, t_i) = \frac{SUP^*}{INF^*}, \quad (4.1.15)$$

sendo que a derivada desta equação em relação a θ fica:

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial \theta}(\underline{\alpha}^0 + \theta \underline{\beta}, t_i) = \frac{SUP^*}{INF^*} \left[\frac{1}{SUP^*} \frac{\partial SUP^*}{\partial \theta} - \frac{1}{INF^*} \frac{\partial INF^*}{\partial \theta} \right]. \quad (4.1.16)$$

4.2 Teste de produção à pressão constante, injeção com vazão constante na fronteira externa

A condição de contorno interna é representada como a manutenção da pressão em um valor constante $p = p_w$ em $x = 0$ (fronteira interna), enquanto o meio poroso produz à uma vazão variável $q(t)$.

A condição de contorno externa está representada pela imposição de uma vazão constante de injeção q_e na fronteira externa, $x = L$. O caso em que a fronteira externa é selada ou impermeável ao fluxo está englobada nesta seção pois corresponde a se fazer $q_e = 0$ nos resultados analíticos.

O reservatório está inicialmente em equilíbrio a uma pressão p_i , e no tempo $t = 0$ inicia-se a produção á pressão constante, enquanto começa-se simultaneamente a se injetar uma vazão q_e na fronteira externa.

No apêndice C detalha-se o desenvolvimento matemático da solução.

A solução analítica para a produção acumulada, em forma adimensional, é dada pela equação :

$$\overline{W_{eD}}(s) = \frac{\tanh(\sqrt{s})}{s\sqrt{s}} + \frac{q_{De}}{s^2 \cosh(\sqrt{s})}. \quad (4.2.1)$$

Na figura 3 podemos ver a resposta de produção acumulada deste modelo, considerando varios valores para a vazão na fronteira externa q_e . Os valores usados para gerar os dados foram:

$$\begin{aligned} k &= 1.0 \text{ md} \quad (9.87 \times 10^{-16} \text{m}^2) \\ \phi &= 0.15 \\ c_t &= 2.0 \times 10^{-5} \text{psi}^{-1} \quad (2.901 \times 10^{-9} \text{Pa}^{-1}) \\ r &= 1.5 \text{ in} \quad (3.81 \times 10^{-2} \text{ m}) \\ L &= 0.1778 \text{ m} \\ \mu &= 1.0 \text{ cp} \quad (10^{-3} \text{ Pa.s}) \\ p_i &= 2000 \text{ psi} \quad (13.788 \text{ MPa}) \\ p_w &= 0 \text{ psi} \end{aligned}$$

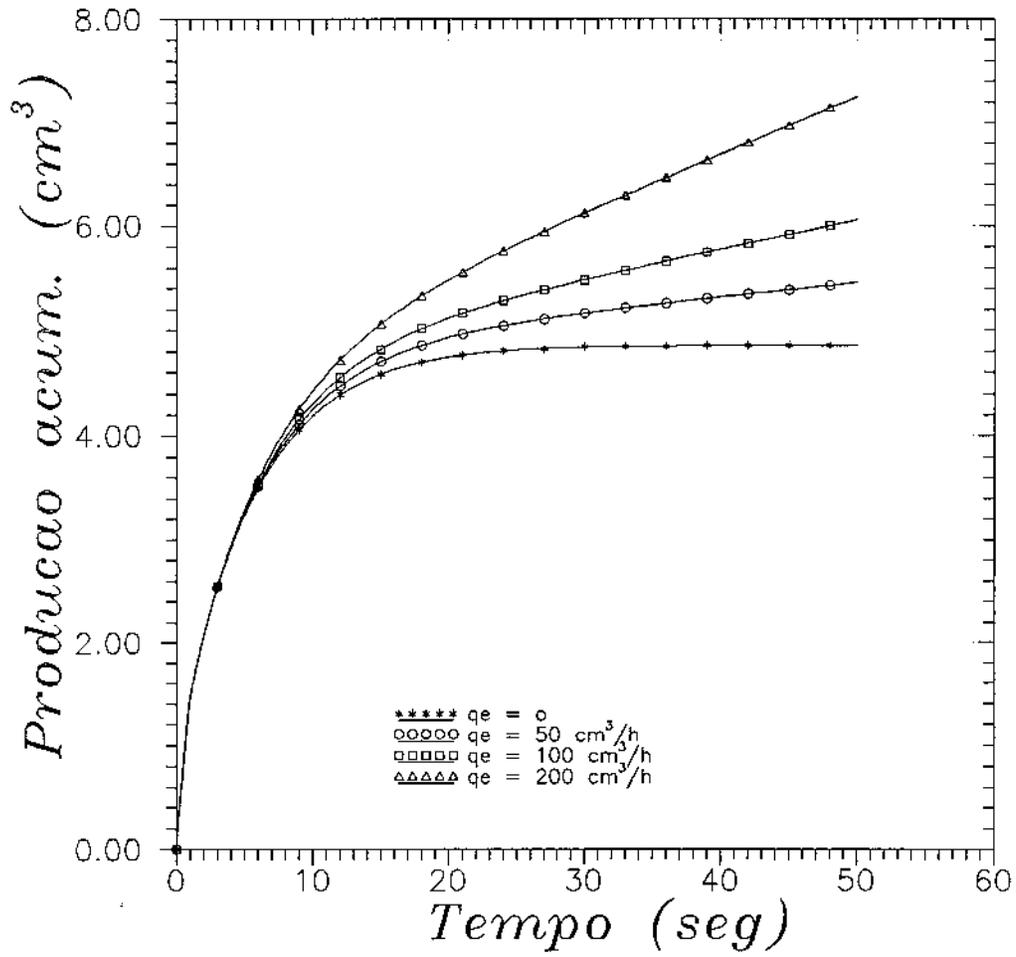


Figura 3: Teste de produção a pressão constante, vazão constante na fronteira externa

Este modelo será utilizado em conjunto com a deconvolução dos dados medidos para a interpretação de testes em processos mais complexos, como por exemplo quando se produz contra uma câmara de estocagem, tal que a pressão na face produtora varia continuamente.

Para os casos em que o meio poroso produz com pressão variável $p(t)$, medindo-se simultaneamente esta pressão e a produção acumulada $We(t)$, pode-se utilizar o processo de deconvolução sobre os dados medidos de forma a obter-se a resposta de produção acumulada equivalente ao caso de produção com pressão constante, a qual é dada pela equação 4.2.1.

Usando os valores deconvoluídos pretende-se ajustar o modelo da equação 4.2.1 para a determinação dos parâmetros do sistema (k e ϕc_t).

Como veremos mais adiante, só é possível ajustar o modelo da equação 4.2.1 quando faz-se $q_e = 0$, isto é, quando a condição de contorno externa é homogênea.

4.3 Teste de produção contra uma câmara de estocagem, injeção com vazão constante na fronteira externa

A condição de contorno interna é representada pelo meio poroso produzindo contra uma câmara de estocagem na fronteira interna ($x = 0$). Tal câmara de estocagem tem volume V_c e compressibilidade c_c . Todo líquido drenado pelo meio poroso é acumulado na câmara de estocagem ao mesmo tempo que ocorre uma variação contínua da pressão na face da formação. A variação de pressão na câmara é função do volume da câmara, da sua compressibilidade e da produção acumulada.

Desta forma, monitorando-se apenas a pressão de produção, que é a própria pressão na face da formação para $t > 0$, podemos determinar indiretamente a produção acumulada.

Da definição de compressibilidade:

$$c_c = -\frac{1}{V_c} \frac{\partial V_c}{\partial p}, \quad (4.3.1)$$

considerando-se c_c constante durante a faixa de trabalho de pressão e integrando-se de uma pressão de referência p_0 a p temos:

$$c_c[p(t) - p_0] = \ln \left(\frac{V_{c0}}{V_c(t)} \right), \quad (4.3.2)$$

onde V_{c0} corresponde ao volume da câmara na pressão de referência p_0 .

Como $We(t) = V_{c0} - V_c(t)$, então temos que:

$$We(t) = V_{c0} [1 - \exp[c_c(p_0 - p(t))]], \quad (4.3.3)$$

que é a expressão com a qual podemos conhecer o valor da produção acumulada a partir da medida da pressão no tempo t .

A condição de contorno externa é semelhante ao caso anterior, ou seja a imposição de uma vazão constante de injeção q_e em $x = L$.

No apêndice E detalha-se a solução analítica para este modelo.

A produção acumulada é dada pela fórmula:

$$\overline{W_{eD}}(s) = \frac{C_D[\sinh(\sqrt{s}) + \frac{q_{De}}{\sqrt{s}}]}{\sqrt{s}[C_{Ds} \cosh(\sqrt{s}) + \sqrt{s} \sinh(\sqrt{s})]} \quad (4.3.4)$$

A pressão na face de produção que corresponde à pressão da câmara, é obtida de:

$$\overline{p_D}(0,s) = \frac{C_D \cosh(\sqrt{s}) - \frac{q_{De}}{s}}{C_{Ds} \cosh(\sqrt{s}) + \sqrt{s} \sinh(\sqrt{s})} \quad (4.3.5)$$

Nas figuras 4 e 5 podemos ver as respostas de produção acumulada e pressão respectivamente deste modelo, para diferentes valores de compressibilidade da câmara de estocagem. Os valores usados para gerar os dados foram:

$$\begin{aligned} q_e &= 50 \text{ ml/h} \quad (1.388 \times 10^{-2} \text{ ml/s}) \\ k &= 1.0 \text{ md} \quad (9.87 \times 10^{-16} \text{ m}^2) \\ \phi &= 0.15 \\ c_t &= 2.0 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1} \quad (2.901 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}) \\ r &= 1.5 \text{ in} \quad (3.81 \times 10^{-2} \text{ m}) \\ L &= 0.1778 \text{ m} \\ V_c &= 107.4 \text{ ml} \\ \mu &= 1.0 \text{ cp} \quad (10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}) \\ p_i &= 2000 \text{ psi} \quad (13.788 \text{ MPa}) \\ p_w &= 0 \text{ psi} \end{aligned}$$

Para testar a compatibilidade entre os modelos adotados geraram-se dados sintéticos a partir das equações 4.3.4 e 4.3.5. Uma vez realizada a deconvolução sem fazer nenhuma consideração sobre o modelo de reservatório, compararam-se os resultados obtidos com a solução da produção acumulada à pressão constante dada pela equação 4.2.1.

Nas figuras 6 e 7 mostra-se a resposta de produção acumulada e pressão que vão ser deconvoluídos. A vazão na fronteira externa foi fixada em 50 ml/h e, para comparação,

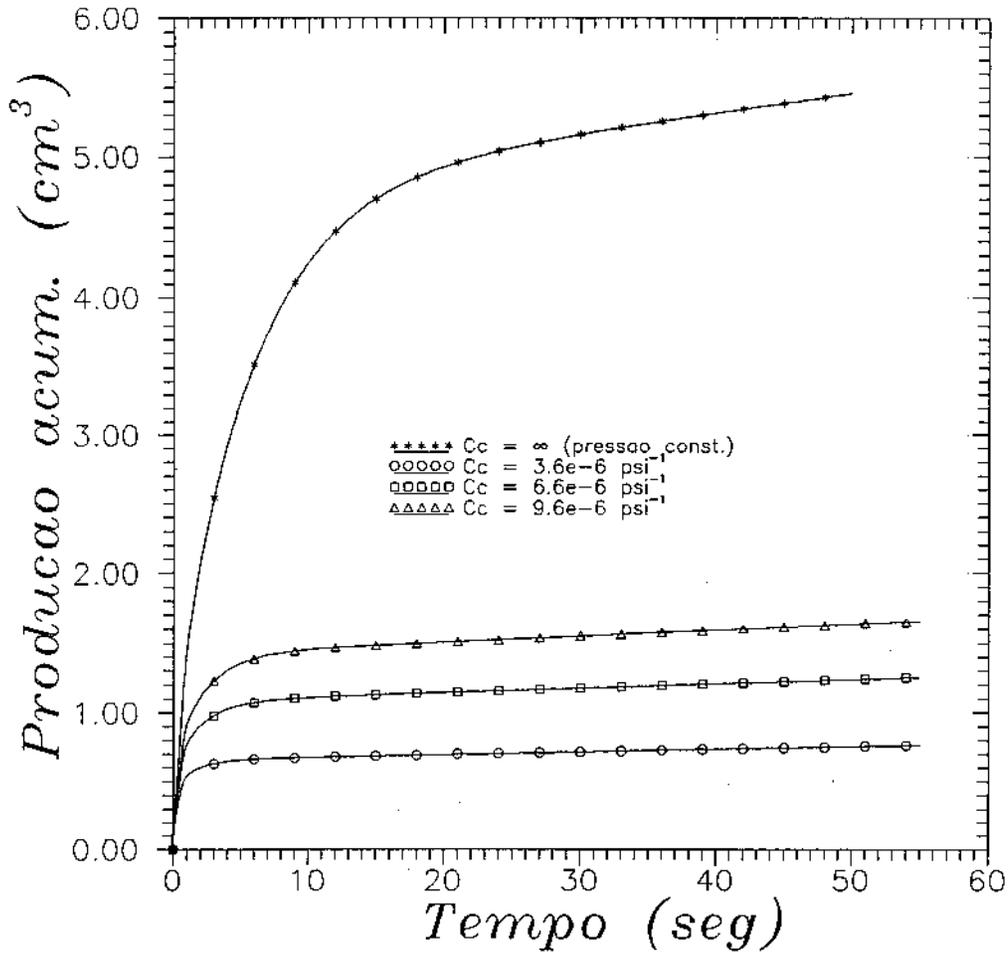


Figura 4: Teste de produção contra uma câmara de estocagem, injeção com vazão constante na fronteira externa - Resposta de produção acumulada

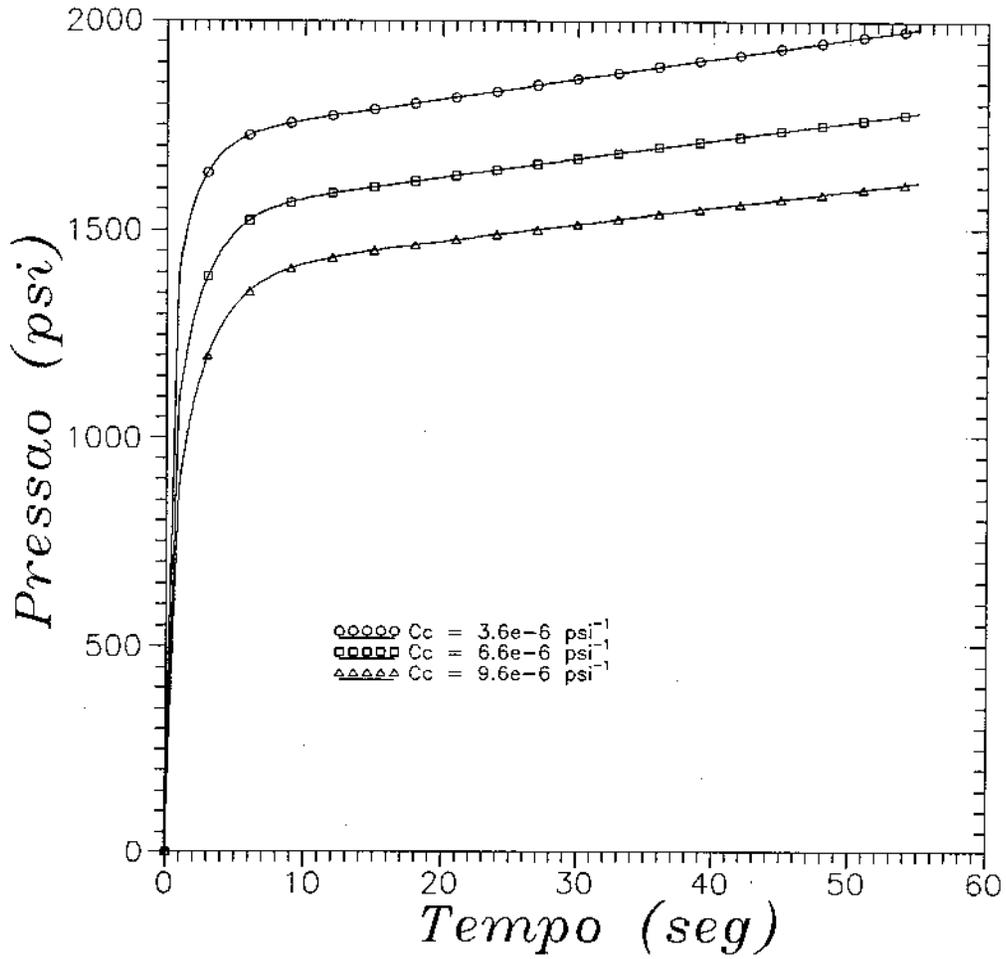


Figura 5: Teste de produção contra uma câmara de estocagem, injeção com vazão constante na fronteira externa - Resposta de pressão

considerou-se também o caso onde a fronteira externa é selada. Como pode ser visto na figura 8, não foi possível ajustar satisfatoriamente os dados deconvoluídos ao modelo de produção à pressão constante.

Isto pode ser explicado pela existência de uma condição de contorno não homogênea na fronteira externa enquanto se produz pela fronteira interna com uma condição de contorno variável. Os seguintes fatos são relevantes:

- A condição de contorno interna variável pode ser considerada como uma superposição no tempo de varias condições de contorno constantes atuando em tempos muito pequenos (equação 3.1.2). No limite consegue-se a integral de Duhamel que é a propria expressão da deconvolução (equação 3.1.7).
- O efeito da condição de contorno externa pode ser considerada como a superposição no espaço do modelo de injeção constante na fronteira externa, mantendo-se a fronteira interna na pressão inicial, com o modelo de produção à pressão variável com fronteira externa selada.

Como se pode concluir, para reproduzir a resposta de produção acumulada com pressão constante, considerando-se a deconvolução dos dados do modelo aqui considerado, é preciso antes desuperpor no espaço a condição de contorno externa.

Para ilustração do exposto, resolve-se no Apêndice D a equação da difusividade para o caso de um teste de produção à pressão constante, injeção com vazão constante na fronteira externa, como sendo a superposição no espaço de duas soluções .

Este raciocínio induz a concluir que no caso específico de fronteira externa selada (vazão de injeção externa $q_e = 0$), não é necessário desuperpor a condição de contorno externa, uma vez que esta é homogênea.

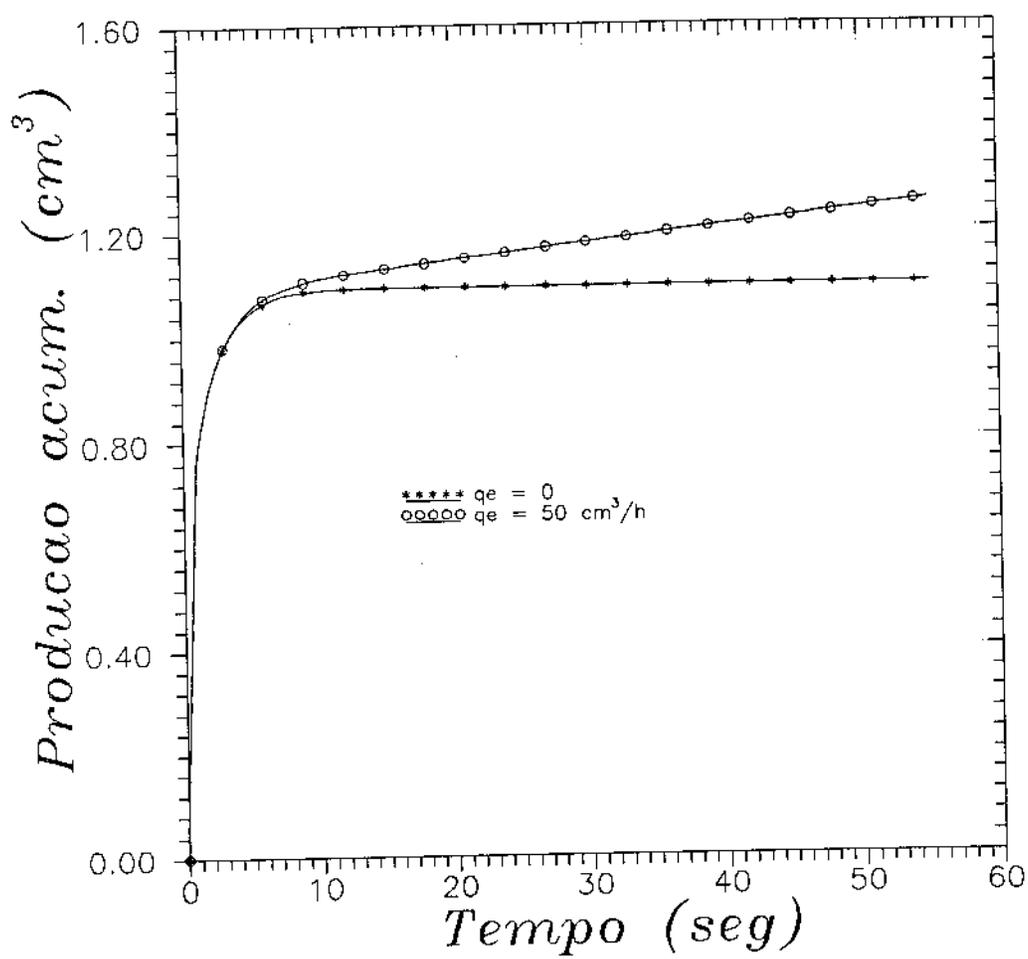


Figura 6: "Closed Chamber Test" - Produção acumulada versus tempo

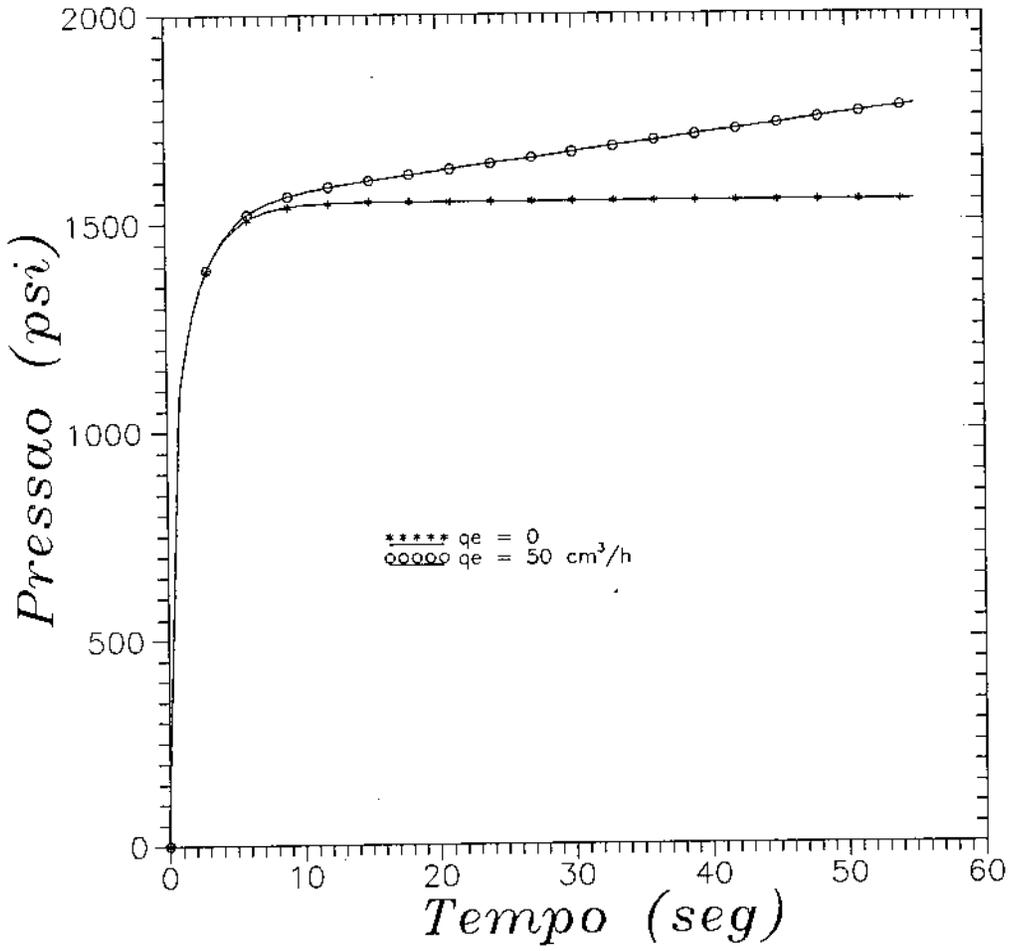


Figura 7: "Closed Chamber Test" - Pressão versus tempo

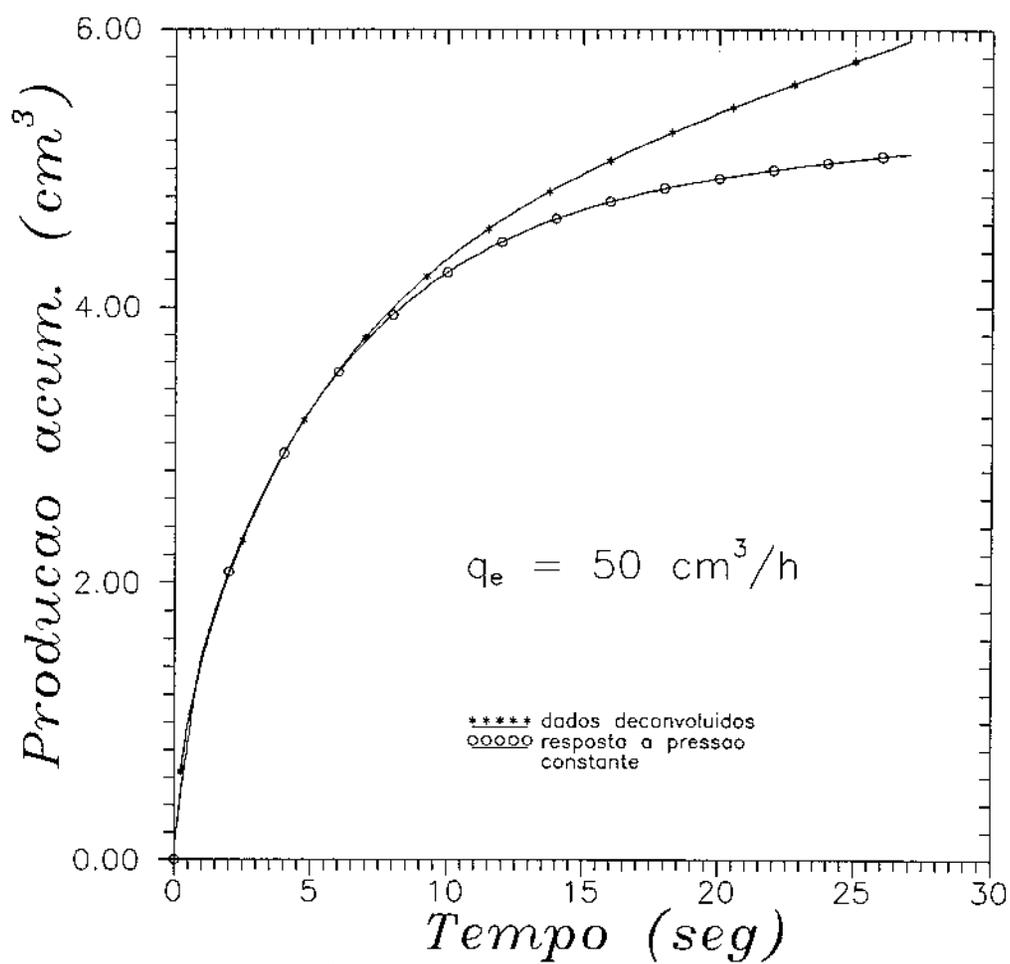


Figura 8: Comparação de $We(t)$ deconvoluido com $We(t)$ à pressão constante, vazão constante na fronteira externa

Na figura 9 verifica-se esta afirmação, pois os dados deconvoluídos coincidem com o modelo de produção à pressão constante.

Consideremos o caso de injeção constante na fronteira externa, dado pela equação 4.2.1, ou seja:

$$\overline{We_{D@p=cte.}}(s) = \frac{\tanh(\sqrt{s})}{s\sqrt{s}} + \frac{q_{De}}{s^2 \cosh(\sqrt{s})}, \quad (4.3.6)$$

a qual corresponde à resposta de produção acumulada devido a produção à pressão constante.

Consideremos as equações 4.3.4 e 4.3.5, a partir das quais pretende-se reproduzir a equação anterior por meio da deconvolução .

A expressão da deconvolução no campo de Laplace é:

$$\overline{We_{Ddeconvoluido}}(s) = \frac{\overline{We_D}(s)}{s\overline{p_D}(0,s)}. \quad (4.3.7)$$

Substituindo as equações 4.3.4 e 4.3.5 na equação 4.3.7 temos:

$$\overline{We_{Ddeconvoluido}}(s) = \frac{C_D[\sinh(\sqrt{s}) + \frac{q_{De}}{\sqrt{s}}]}{s\sqrt{s}[C_D \cosh(\sqrt{s}) - \frac{q_{De}}{s}]}. \quad (4.3.8)$$

Obviamente comparando-se as equações 4.3.6 e 4.3.8, tem-se que:

$$\overline{We_{Ddeconvoluido}}(s) \neq \overline{We_{D@p=cte.}}(s).$$

Pela observação da equação 4.3.8 deduz-se que ela coincide com a equação 4.3.6 nos seguintes casos:

- quando $q_{De} = 0$ (fronteira externa selada),
- quando $C_D \rightarrow \infty$, o que equivale a se produzir com pressão constante,
- para tempos muito curtos, isto é quando $s \rightarrow \infty$.

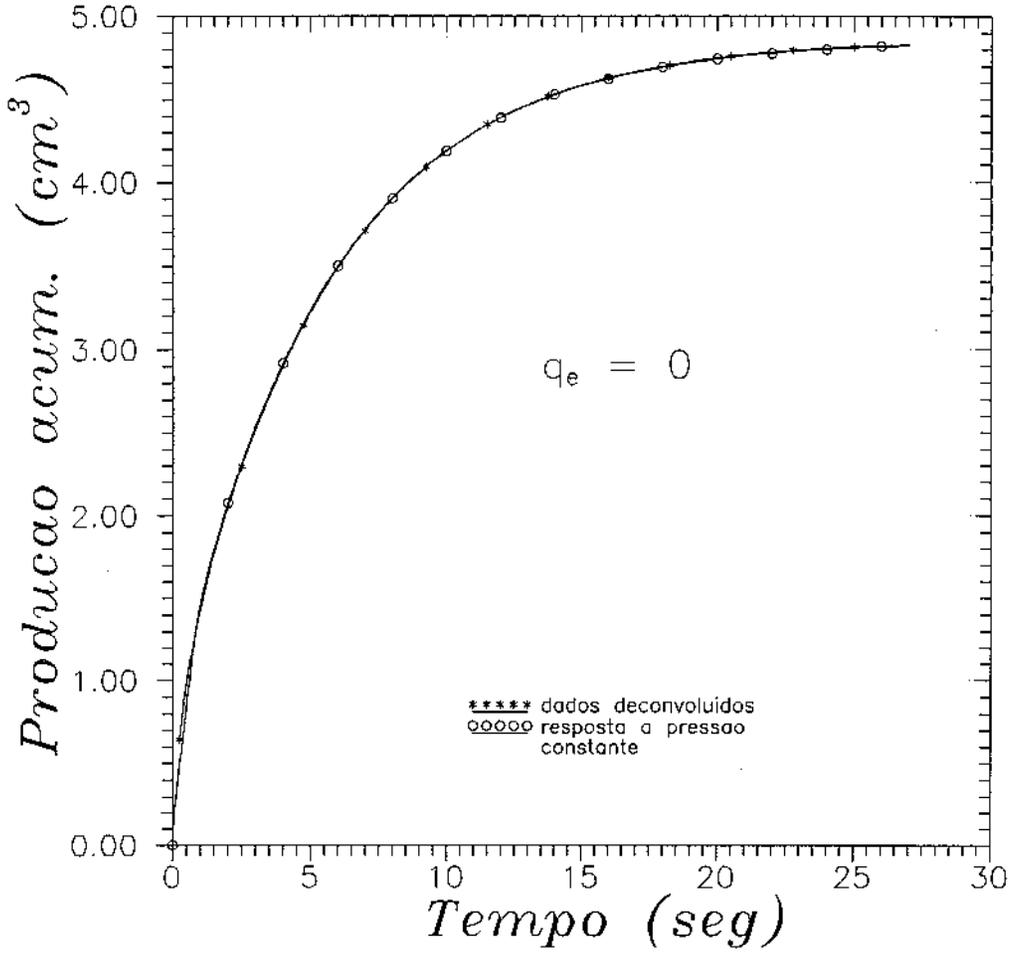


Figura 9: Comparação de $W_e(t)$ deconvoluido com $W_e(t)$ à pressão constante, fronteira externa selada

Tanto a equação 4.3.6 como a 4.3.8 tendem, para tempos curtos, para a seguinte expressão:

$$\overline{We}_{DC.T.}(s) = \frac{1}{s\sqrt{s}}.$$

Invertendo-se para o campo real, temos:

$$We_{DC.T.}(t_D) = 2\sqrt{\frac{t_D}{\pi}}.$$

Para ajuste dos dados deconvoluídos usar-se-á a expressão analítica da produção acumulada deconvoluída, equação 4.3.8, pois ela permite o ajuste mesmo quando a fronteira externa é submetida a um gradiente de pressão diferente de zero. Para vazão externa de injeção nula, estaremos ajustando o modelo correspondente à pressão constante de produção.

O tempo durante o qual a produção acumulada $We(t)$ é linear com \sqrt{t} é o tempo no qual vale a aproximação de reservatório infinito, ou seja, quando ainda não se fez sentir o efeito da fronteira externa na face de produção. Segundo Nabor [32], um reservatório linear com fronteira selada tem um comportamento de reservatório infinito até o tempo adimensional de $t_{D\infty} = 0.3$. Com a inclinação m_w da reta $We(t)$ versus \sqrt{t} , e com o tempo t_∞ até o qual o reservatório comporta-se como reservatório infinito, podemos obter uma estimativa inicial dos parâmetros, k^0 e $(\phi_{ci})^0$. Considerando as variáveis adimensionais definidas no Apêndice E:

$$k^0 = \sqrt{MUL \cdot DIV}, \quad (4.3.9)$$

$$(\phi_{ci})^0 = \sqrt{\frac{MUL}{DIV}}, \quad (4.3.10)$$

onde:

$$MUL = \mu \left(\frac{Bm_w}{A(p_i - p_0)C_5} \right)^2, \quad (4.3.11)$$

$$DIV = \frac{t_{D\infty} \mu L^2}{t_\infty C_5}. \quad (4.3.12)$$

A equação 4.3.8 em termos dimensionais, seguindo o mesmo roteiro usado no caso da injeção, pode ser expressa como:

$$\overline{We}(0,s) = \frac{\frac{B_1 \phi_{c_i}}{k} \sinh(ARG) + B_2 (\phi_{c_i})^{1/2} k^{-3/2} s^{-1/2}}{(\phi_{c_i})^{1/2} k^{-3/2} s^{1/2} [B_3 s \cosh(ARG) - B_4]}, \quad (4.3.13)$$

$$ARG = L \sqrt{\frac{s}{\eta C_3}}, \quad (4.3.14)$$

$$B_1 = \frac{C_1 A L^3 \mu (p_i - p_0) C_D}{B C_3}, \quad (4.3.15)$$

$$B_2 = \frac{C_1 C_D L^3 q_e \mu^{3/2}}{C_2 C_3^{1/2}}, \quad (4.3.16)$$

$$B_3 = \frac{L^3 \mu^{3/2} C_D}{C_3^{3/2}}, \quad (4.3.17)$$

$$B_4 = \frac{L^2 \mu^{3/2} q_e B}{C_3^{1/2} (p_i - p_0) A C_2}. \quad (4.3.18)$$

Podemos igualmente expressar esta equação sob forma de uma fração, para facilitar o cálculo das derivadas de $We(t)$ em relação a k e ϕ_{c_i} :

$$\overline{We}(0,s) = \frac{SUP}{INF}. \quad (4.3.19)$$

O cálculo detalhado dos gradientes da função da equação 4.3.8 em relação aos parâmetros do sistema consta do Apêndice G.

5 Procedimento Experimental

A experiência realizada consta de um reservatório linear, equipado com instrumentos para medição da resposta de pressão do reservatório e um sistema de aquisição e análise de dados em tempo real.

Nesta secção descreve-se cada uma das partes constituintes do experimento, a metodologia empregada e as dificuldades encontradas nas diversas fases do trabalho.

5.1 Reservatório Linear

O aparelho que simula a resposta de pressão e produção acumulada do reservatório idealizado consta dos seguintes componentes:

- Meio poroso,
- Encapsulamento do meio poroso para isolamento do ambiente exterior,
- Simulação das condições de contorno aplicadas nas fronteiras físicas do meio poroso.

O meio poroso a ser utilizado deve ser homogêneo, isotrópico e permitir a obtenção de transiente de pressão compatível com as escalas de tempo de laboratório.

Através do Centro de Pesquisas da Petrobrás, CENPES, foi possível obter os meios porosos relacionados na Tabela 1.

testemunho	raio (in.)	comprimento (in.)	permeabilidade (md.)	porosidade (fração)
1	1.5	7.0	0.15	0.142
2	2.0	7.5	34.0	0.161
3	2.0	5.125	73.4	0.158

Tabela 1: Características dos meios porosos disponíveis

Sómente o meio poroso de mais baixa permeabilidade permitiu a obtenção de um transiente adequado (testemunho # 1).

Como fluido de trabalho consideraram-se duas opções :

- água, viscosidade de 1 cp. Para evitar o inchamento da argila que porventura pudesse existir dentro da rocha foi usada uma solução de KCl a 30000 ppm.
- óleo mineral nujol, com viscosidade de 130 cp.

Como a duração do transiente está relacionado diretamente com a viscosidade do fluido de trabalho, é possível obter com o uso do nujol transientes até 100 vezes mais longos.

Para encapsular o meio poroso utilizou-se um porta-testemunho ("core holder") HASSLER modelo #120, que permite trabalhar com meios porosos de até 11.5 in. de comprimento, para vários diâmetros: 3.0, 3.5, 4.0 in.

O porta-testemunho possui uma camisa de borracha que envolve o meio poroso na direção longitudinal, havendo um cabeçote fixo numa extremidade e outro deslizante na outra extremidade para adaptar-se aos diversos comprimentos de amostras. Os cabeçotes estão dotados de tubos de saída de 1/8" O.D., os quais permitem a entrada e saída de fluidos no meio poroso.

Para isolar o meio poroso do exterior e forçar o fluxo na direção longitudinal do testemunho, é aplicada uma pressão externa à camisa de borracha, de forma a pressionar o meio poroso. Isto permite ainda a simulação da pressão de soterramento presente no ambiente original de onde foi extraído o testemunho.

O limite imposto pelo fabricante do "core-holder" é de 6000 psi para a pressão externa, sendo que a pressão interna deve ser obviamente menor. A pressão interna a ser aplicada está em torno de 2500 psi, e a pressão externa a ser aplicada na camisa de

borracha aproxima cerca de 3500 psi.

A comunicação do meio poroso com o exterior é feita pelos tubos de aço conectados aos cabeçotes do "core-holder". É nestes tubos que se impõem as condições de contorno que determinam o tipo de teste a se realizar.

Para o controle da aplicação das condições de contorno dotaram-se os tubos de saída do porta-testemunhos com válvulas de alta pressão .

Uma das dificuldades encontradas ao longo do experimento foi o comportamento da camisa de borracha do porta-testemunho HASSLER, em operações de rápida descompressão ou pressurização. Não se tem referências de alguma aplicação destes porta-testemunhos em testes transientes. Na figura 10 podemos ver em corte o porta-testemunhos HASSLER.

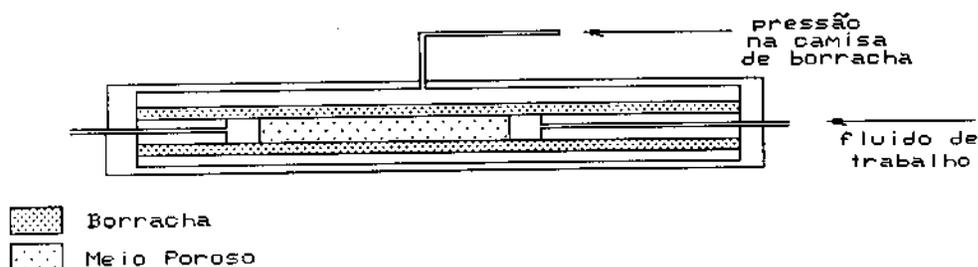


Figura 10: Vista Seccional de "Core Holder" HASSLER

Observou-se que, mesmo tendo aplicado uma pressão externa superior em quase 1000 psi à pressão interna, o manômetro que indica a pressão externa denunciava aumento de pressão quando o meio poroso era submetido a uma pressurização rápida, como por

exemplo, nos casos de teste de injeção.

Quando o meio poroso era inicialmente colocado a uma pressão alta para depois ser posto em produção abrindo-se uma das suas fronteiras, ocorria o oposto, isto é, uma ligeira queda na pressão externa da borracha. O efeito global apresentou-se mais acentuado durante uma pressurização do meio poroso.

Isto induz a concluir que o testemunho deverá apresentar um comportamento de pressão ou produção acumulada comparável ao de um reservatório com uma maior compressibilidade, pois este efeito elástico da borracha deverá ser incorporado ao meio poroso quando do tratamento dos dados coletados durante um teste transiente. A compressibilidade deverá apresentar-se maior durante o teste de injeção que durante o teste de produção contra a câmara de estocagem, pois no primeiro caso as variações de pressão são maiores.

Para efetuar a saturação do meio poroso utilizou-se o porta-testemunho, pois não se dispunha de uma garrafa de saturação adequada. O porta-testemunho não era capaz de manter o vácuo necessário para efetuar uma boa saturação. A fim de contornar este problema, seguiu-se o procedimento descrito abaixo:

- deslocar o ar presente no meio poroso com CO_2 . Na prática injetaram-se 20 volumes porosos de CO_2 .
- fazer o melhor vácuo possível e mantê-lo enquanto bombeia-se água pela outra extremidade (mais ou menos 1/2 volume poroso).
- quando preciso saturar com nujol, antes deverá circular-se abundante água a fim de se retirar em solução o CO_2 remanescente no testemunho. Uma vez feito isso, procede-se a injetar nujol e deslocar a água do meio poroso. A razão de mobilidade nujol/água é favorável para um deslocamento eficiente da água.

As condições de contorno são impostas ao meio poroso por meio das válvulas nas extremidades do "core-holder".

Para a simulação de pressão constante de produção, abre-se simplesmente a válvula correspondente à atmosfera.

Para conseguir uma pressão constante diferente da pressão atmosférica, é preciso conectar a fronteira correspondente com uma fonte de pressão constante, como por exemplo uma garrafa de gás. Esta opção não foi considerada neste trabalho.

Para garantir uma fronteira selada ao fluxo, basta fechar a válvula correspondente.

Para a simulação de injeção constante numa fronteira utilizou-se uma bomba seringa de vazão constante, marca ISCO, modelo LC-5000. Ela possui um controle de vazão que permite o trabalho com vazões de 0.06 a 400 *ml/h*. Tem uma capacidade de 500 *ml* e a pressão máxima de trabalho é de 3700 *psi*.

A bomba seringa tem o seguinte princípio de funcionamento: a rotação de um motor é transformada em movimento linear com velocidade constante, velocidade esta que vai depender da vazão requerida. Este movimento linear é conectado a um pistão que pressiona uma câmara cheia de fluido a ser bombeado. A vazão de fluido deve igualar-se com a varredura do pistão para pressões de trabalho baixas.

Porém, quando são aplicadas altas pressões, a câmara da bomba passa a se comportar como um elemento de acumulação de fluido, isto é, parte do fluido varrido pelo pistão é acumulado na câmara e a outra parte é efetivamente bombeada para o exterior da bomba. Na figura 11 mostra-se o princípio de trabalho da bomba. O corpo da bomba pode então ser comparado a uma câmara de estocagem. Os detalhes do modelamento matemático foram explorados no Apêndice B.

Quando realizados os primeiros testes de injeção, desconhecia-se este efeito de estocagem presente na bomba, e como tal esperávia-se um comportamento da pressão para

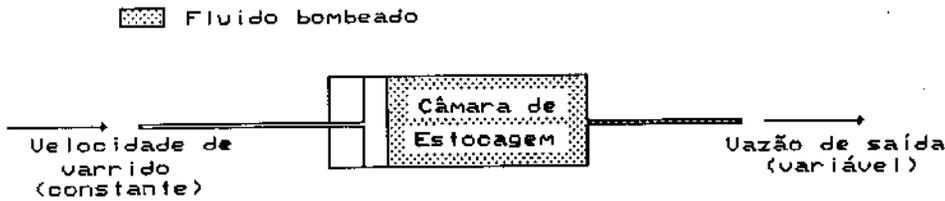


Figura 11: Princípio de Trabalho de Bomba Seringa ISCO

tempos curtos como sendo linear com \sqrt{t} , ou seja comportamento de reservatório infinito. Este comportamento obviamente não se materializou, o que evidenciou a má adequação do modelo inicialmente considerado.

Uma vez corrigido o modelo para representar o problema físico da injeção, viu-se a necessidade de se determinar a compressibilidade da câmara de líquido da bomba.

Para conseguir isto, considerou-se a câmara como sendo composta de duas partes: o líquido contido dentro da bomba e a tubulação que leva o líquido da bomba ao "core-holder". Foi injetado água contra a tubulação, cuja extremidade oposta manteve-se fechada, e monitorou-se o comportamento da pressão como função do tempo, usando o sistema de aquisição de dados em tempo real a ser descrito na próxima seção.

Consideremos a equação 4.3.2 da página 44. Substituindo $V_c(t)$ por $V_{c0} - q_{inj}t$ e rearranjando temos:

$$p(t) = p_0 + \frac{1}{C_c} \ln(V_{c0}) - \frac{1}{C_c} \ln(V_{c0} - q_{inj}t), \quad (5.1.1)$$

onde:

- V_c = Volume de líquido na bomba e nas tubulações associadas,
 V_{c0} = Valor de V_c correspondente à pressão p_0 ,
 C_c = Compressibilidade do sistema bomba-tubulações ,
 q_{inj} = Vazão de injeção nominal ,
 p_0 = Pressão de referência (pressão atmosférica).

Plotando $p(t)$ versus $\ln(V_{c0} - q_{inj}t)$ deve obter-se uma linha reta de inclinação $-\frac{1}{C_c}$.

O resultado obtido não foi uma reta para todo o espectro de pressão, mas apenas para pressões acima de 600 *psi*. Abaixo deste valor obteve-se uma curva que indicava uma compressibilidade decrescente com a pressão.

Isto evidencia uma complicação adicional, que é a existência de uma câmara de acumulação com estocagem variável. O modelo matemático finalmente adotado assume este efeito de estocagem como sendo constante ao longo do experimento.

Vemos assim que, para obter resultados coerentes, é preciso considerar uma pressão inicial de trabalho acima de 600 *psi* na face onde vai impor-se uma injeção constante associada a uma câmara de estocagem.

Este fato explica o porque do afastamento exagerado do modelo idealizado nos primeiros testes de injeção realizados. Nestes testes iniciava-se a injeção de líquido à pressão atmosférica.

Numa fase posterior, adotou-se pressão inicial de trabalho na faixa dos 200 *psi* prevendo qualquer efeito inercial no sistema bomba-tubulações. O comportamento da curva melhorou sensivelmente, mas ainda não era satisfatório para garantir um bom ajuste do modelo matemático.

Quando finalmente adotada a pressão de trabalho inicial acima de 600 *psi*, conseguiu-se bom ajuste do modelo matemático.

Houve uma tentativa de se contornar o problema da existência de uma câmara de estocagem na bomba seringa, o que consistiu basicamente em descontar o fluido acumulado no sistema bomba-tubulações durante um teste de injeção no meio poroso. Para isto

dispunha-se de curvas $p(t)$ versus t correspondentes ao sistema bomba-tubulações e seguiu-se o seguinte raciocínio:

- Se o sistema bomba-tubulações precisa de uma quantidade de líquido injetado igual a $q_{inj}t_b$ para a sua pressão variar de p_0 a p , e,
- se o sistema bomba-tubulações-meio poroso precisa de uma quantidade de líquido injetado igual a $q_{inj}t$ para a pressão na face da formação variar de p_0 a p ,

então:

- do volume $q_{inj}t$ injetado, $q_{inj}t_b$ foram acumulados no sistema bomba-tubulações e apenas $q_{inj}[t-t_b]$ foram introduzidos no meio poroso. Sómente esta quantidade introduzida no meio poroso é responsável pelo aumento da pressão na face da formação.

Se ao coletar os dados consideramos o tempo corrigido $t^* = t - t_b$, onde t_b é obtido por interpolação linear entre pontos de medida na curva p vs. t_b correspondente ao sistema bomba-tubulações, deveremos encontrar a curva correspondente a uma injeção constante na face interna do meio poroso.

Infelizmente não houve sucesso nesta tentativa de filtrar o efeito da câmara de estocagem, pois a curva apresentou bastante ruído e o seu formato não correspondia ao modelo em questão, ou seja, injeção constante na fronteira interna. Por este motivo desistiu-se desta tentativa e o efeito de estocagem constante foi incluído no modelo matemático.

5.2 Instrumentação

O propósito de presente trabalho é testar a eficiência de métodos de deconvolução e de análise automática de testes de pressão em escala de laboratório. Para manter o máximo de fidelidade na coleta dos dados a amostragem será feita em tempo real e enviada diretamente ao microcomputador por uma placa conversora A/D, sem intervenção do operador.

Estes dispositivos de conversão analógico-digital exigem um sinal padronizado proveniente dos instrumentos de medição, neste caso entre -5V e +5V.

O evento a ser monitorado, especificamente a pressão, pode sofrer variações bruscas durante o experimento. Isto leva a exigir dos instrumentos uma resposta rápida e com o mínimo ruído possível. São conhecidos os problemas decorrentes do uso de algoritmos de deconvolução quando há ruído presente nos dados de trabalho.

Neste trabalho pretende-se monitorar basicamente pressão e produção acumulada.

Medição de pressão Durante a realização do presente trabalho foram utilizados dois tipos de transdutor de pressão :

- transdutores de pressão de relutância variável,
- transdutores a base de "strain gages".

Inicialmente trabalhou-se com um transdutor de relutância variável marca Validyne. Estes transdutores medem a deflexão de um diafragma de aço inoxidável magneticamente permeável, sob o efeito de uma pressão aplicada. O diafragma encontra-se no interior de um campo magnético formado por duas bobinas. Quando ele é defletido numa direção há uma variação da relutância do sistema, o que é transformado numa variação de tensão de saída.

A deflexão do diafragma é linear com a pressão aplicada, portanto a tensão de saída é linear com a pressão aplicada. Quando o diafragma está em posição de deflexão nula a tensão de saída é nula. Quando é aplicada a pressão que provoca a deflexão máxima do diafragma, a tensão de saída assume o valor de 10 V d.c.

O transdutor de pressão Validyne é construído de forma a permitir o trabalho com diferentes faixas de pressão com a simples troca do diafragma.

Quando testado em condições estáticas de medição apresentou grande precisão, além disso a sua calibração é muito fácil. Porém, quando submetido à variações bruscas de pressão, revelou uma inércia muito acentuada no sinal analógico de saída. Isto durante um teste de pressão introduziria bastante ruído nos dados amostrados.

No caso específico do "closed chamber test", onde a produção acumulada é medida indiretamente a partir da pressão instantânea, é importante a ausência de ruídos nos dados, uma vez que os dados coletados são introduzidos num algoritmo de deconvolução .

A adoção deste tipo de transdutores faria necessário o emprego de algoritmos de suavização de dados, como por exemplo, o uso de B-splines por mínimos quadrados. Esta suavização dos dados, apesar de evitar os problemas numéricos com o emprego da deconvolução, não garante a precisão dos dados.

O outro tipo de indicador de pressão utilizado foi um transdutor, marca Instrutherm a base de "strain gage". Neste caso o elemento sensor é um cristal com a propriedade de ter a sua resistência elétrica proporcional á carga nele aplicada.

Apesar da calibração do sinal de saída e do "display" digital ser feita diretamente nos "trimpots" do circuito integrado, este tipo de transdutor apresentou ausência de inércia, quando submetido à variações bruscas de pressão.

Coordenando diretamente com o fabricante do instrumento, conseguiu-se deslocar o sinal originalmente de 0V a 10V para a faixa -5V a +5V, que é a voltagem requerida

para o melhor aproveitamento das características do conversor analógico - digital.

Medição de produção acumulada Um aspecto já abordado neste trabalho foi a impossibilidade de se medir diretamente a vazão em escala de laboratório. A medição indireta da vazão foi desestimulada, devido a que gerava excessivo ruído nos dados quando avaliada por diferenças finitas. Por exemplo :

$$q(t_i) = \frac{We(t_{i+1}) - We(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}},$$

pode ser uma má aproximação, se consideramos que num meio poroso linear produzindo a pressão constante, a vazão é linear com $\frac{1}{\sqrt{t}}$ para tempos pequenos. Por este motivo optou-se por monitorar a produção acumulada.

Para a medição da produção acumulada levantaram-se duas possibilidades:

- medição direta por meio de uma balança eletrônica digital,
- medição indireta quando a produção é feita contra uma câmara de estocagem usando a definição da compressibilidade.

Para a implementação da primeira opção partiu-se de uma balança eletrônica Marte modelo A-1000, com capacidade de 1000 gr. Em coordenação com o fabricante do aparelho, extraiu-se um sinal analógico de voltagem proporcional ao peso aplicado no prato da balança. Este sinal, proveniente de uma fase anterior à conversão A/D geradora da indicação digital no "display" da balança, estava relacionado linearmente com o peso aplicado pela seguinte equação :

$$Peso(gr) = -0.01064 \cdot Voltagem - 2.643227.$$

Considerando as dimensões máximas do compartimento no porta-testemunhos HAS-SLER, calculou-se que o fluido drenado durante um transiente típico de produção estava

em torno de algumas dezenas de gramas. Sendo assim, a balança eletrônica em conjunto com a placa conversora analógico digital não teria uma sensibilidade para sentir variações de peso menores que uma grama.

Para contornar este obstáculo, projetou-se e construiu-se um circuito eletrônico para tratamento do sinal proveniente da balança. O sinal correspondente à faixa de peso de 0 a 100 gramas foi amplificado e colocado entre $-5V$ a $+5V$. Com isto melhorou-se a sensibilidade do conjunto balança-placa conversora A/D para 0.097 gr.

Infelizmente os meios porosos obtidos junto ao CENPES, Tabela 1, página 57, eram de dimensões muito reduzidas, e não foi possível aproveitar a balança para medir produção acumulada por falta de sensibilidade.

Este fato motivou a busca de uma forma de medir indiretamente a produção acumulada, mesmo para quantidades muito pequenas.

Inicialmente pensou-se em colocar o meio poroso para produzir contra uma câmara de gás. Monitorando a pressão da câmara e aplicando a equação dos gases reais seria possível reproduzir, em cada tempo de medição, a correspondente produção acumulada. Ao dimensionar a câmara, devido à pouca quantidade de líquido drenada, chegou-se a um tamanho de câmara muito pequena para o trabalho proposto.

Modificando esta idéia inicial, trocou-se a câmara de gás por uma câmara de líquido, que devido ao fato do líquido ser pouco compressível, pode oferecer uma resposta mais adequada e mais rápida à quantidade de líquido drenada. Esta configuração constituiu-se num "closed chamber test", e foi adotada para a geração de respostas de pressão e produção acumulada variáveis segundo às condições de contorno impostas no nosso reservatório.

A expressão usada para medir $We(t)$ a partir da pressão é a equação 4.3.3. Nesta equação fica evidente a necessidade de conhecer tanto a compressibilidade como o vo-

lume exato da câmara, sob pena de introduzir erros de medição incompatíveis com os requerimentos numéricos dos algoritmos de deconvolução implementados.

Um aspecto que impediu a realização imediata do experimento foi a necessidade de se determinar exatamente a compressibilidade da câmara usada no "closed chamber test". Para a medição da compressibilidade é preciso equipamento especialmente projetado e calibrado para controle de quantidade de fluido injetado. Já vimos anteriormente que não é possível contar com a bomba seringa como uma fonte de vazão constante para qualquer faixa de pressão. Porém, não havia a disponibilidade de equipamento melhor para estes fins, e teve-se de confiar nos valores obtidos com a bomba seringa.

Efetuiu-se uma injeção "constante" na câmara, e com o emprego da equação 5.1.1 pode-se determinar a compressibilidade do sistema bomba-tubulações-câmara, c_{total} . Se consideramos a compressibilidade do sistema bomba-tubulações c_b medido anteriormente, seguindo-se um procedimento similar, a compressibilidade da câmara c_c é dada pela equação :

$$c_c = \frac{1}{V_c} [c_{total}V_{total} - c_bV_b], \quad (5.2.1)$$

onde:

$$\begin{aligned} V_c &= \text{Volume da câmara ,} \\ V_b &= \text{Volume do sistema bomba-tubulações ,} \\ V_{total} &= \text{Volume do sistema bomba-tubulações-câmara } (V_{total} = V_c + V_b) . \end{aligned}$$

Os primeiros testes na modalidade "closed-chamber-test" não deram resultados satisfatórios devido a uma superestimação da compressibilidade da câmara, decorrente de vazamentos na bomba, os quais foram posteriormente detectados.

Uma vez trocada a bomba e repetido o cálculo da compressibilidade, conseguiu-se ajustar o resultado do "closed chamber test" ao modelo matemático adotado.

5.3 Aquisição de Dados

O sinal analógico proveniente dos instrumentos é convertido para informação digital utilizando uma placa conversora A/D - D/A, modelo CAD 10/26 da Lynx Tecnologia Eletrônica Ltda. Esta placa CAD 10/26 é ligada a conectores de expansão de um microcomputador SCOPUS, permitindo conversão A/D com 10 bits ($2^{10} = 1024$ posições), e conversão D/A com 8 bits ($2^8 = 256$ posições). Possui 16 canais de conversão A/D e 2 canais de conversão D/A, permitindo adicionalmente o uso de 3 canais para modo DMA, ou seja acesso direto à memória.

O sinal analógico de entrada e de saída é padronizado no intervalo $-5V$ a $+5V$, o que permite uma resolução de leitura e conversão de $9.7mV/bit$.

A placa CAD 10/26 ocupa 8 endereços contíguos da área de E/S (entrada / saída) do microcomputador. A localização desse bloco deve ser selecionada de forma a não coincidir com áreas já ocupadas pelo "hardware" do microcomputador, ou outras interfaces nele instaladas.

Na configuração padrão o endereço base da região ocupada pela placa é 720 (02D0h na notação hexadecimal). Este endereço pode ser redefinido, se necessário, através de uma chave interna da placa.

A coleta e conversão de dados pode ser feita por acesso direto à memória (DMA), ou através de interrupções.

Conversão por DMA Consiste em transferir as leituras do conversor A/D diretamente para a memória da máquina, sem a intervenção do microcomputador. Esta característica permite a aquisição de dados na maior velocidade permitida para o conversor utilizado, aproximadamente 40000 amostras/segundo. Por outro lado, não há nenhum controle por parte do operador sobre as atividades de coleta da placa .

No modo DMA é utilizado um dos tres contadores da placa (especificamente o contador # 2) para disparar a conversão, e o controle da taxa de transferência é feita pelo intervalo programado no contador # 2.

No microprocessador existem 4 canais de DMA, sendo que 3 deles podem ser utilizados pela placa CAD 10/26.

Conversão por Interrupções É o modo de conversão usado neste trabalho por permitir um melhor contrôle da forma como é realizada a coleta dos dados. Isto é muito importante na monitoração de eventos em tempo real.

Consiste em gerar interrupções por "hardware" para realizar a coleta e conversão dos dados. No conector de expansão do microcomputador estão disponíveis 6 entradas para pedido de interrupção. Quando devidamente programadas e acionadas, estas entradas interrompem o trabalho normal do processador central para que ele possa executar um programa de tratamento do dispositivo que pediu a interrupção (programa de interrupção). Uma vez realizado o tratamento do dispositivo, o programa interrompido continua a ser executado normalmente.

A interrupção é uma ferramenta muito útil na monitoração de eventos em tempo real, pois evita ter que monitorá-los continuamente.

Os temporizadores presentes na placa CAD 10/26 permitem gerar interrupções na CPU em periodos bem definidos, de modo a permitir que a aquisição de dados seja feita a intervalos constantes.

Toda vez que uma interrupção é requisitada, executa-se uma rotina de tratamento da interrupção, cujo endereço deve ser previamente escrito em área reservada de memória. A rotina de tratamento da interrupção deve ser carregada em área reservada da memória do microcomputador, e deve salvar na pilha todos os registradores e "flags" que utilizar,

para que possa restaurá-los antes de retomar a execução do programa principal.

5.4 Software empregado

Para a realização do experimento desenvolveram-se 2 tipos de software:

- Software para aquisição e análise de dados em tempo real,
- Software para ajuste numérico de parâmetros do reservatório.

Utilizou-se também uma adaptação do algoritmo de deconvolução usando splines cúbicos desenvolvido por Mendes [6] [7]. Este algoritmo é muito mais preciso que o algoritmo que usa aproximação linear por partes para a interpolação das funções .

5.4.1 Software para aquisição e análise de dados em tempo real

A partir de exemplos fornecidos pelo fabricante da placa e do programa usado por Portella [27], escreveram-se dois programas em Turbo Pascal 5.0, sendo um para o teste de injeção e outro para o "closed chamber test". Estes dois programas diferem apenas na forma como são apresentados os dados medidos em tempo real e na análise prévia dos dados usando aproximações de curto ou longo tempo. Os programas deveram executar basicamente as seguintes tarefas:

- Programar o intervalo de interrupção da placa CAD 10/26 e controlar a frequência de coleta de dados durante a realização do experimento,
- Sincronizar o início e fim do experimento com o início e fim da coleta de dados (teclas F1 e F2),
- Apresentação gráfica dos dados medidos para início da análise durante a realização do experimento,
- Deconvolução dos dados medidos no caso do "closed chamber test",

- Estimativa dos parâmetros pelo método gráfico, isto é, usando aproximações de longo e curto tempo.

O controle do intervalo de interrupção é feito por meio da escrita de uma palavra de controle num endereço reservado de memória. A placa é programada para requerer 100 interrupções por segundo. O controle da frequência de coleta é feito por meio de um contador, o qual é decrementado em cada interrupção, sendo que este contador é inicializado em 100 no início do programa, o que corresponde a uma frequência de coleta de 1 seg.

Durante a execução do programa é possível aumentar ou diminuir em dez vezes a frequência de coleta com o uso das teclas \uparrow e \downarrow . Desta forma é possível realizar medidas de transientes muito rápidos sem perder informações assim como diminuir o intervalo de coleta quando não são necessárias medidas tão frequentes.

Um ponto importante neste trabalho é a sincronização exata tanto da abertura da válvula no "closed chamber test" quanto do início da injeção no teste de injeção, com o início da coleta dos dados. Uma demora ou antecipação da imposição da condição de contorno em relação ao início da coleta provoca um deslocamento do eixo do tempo. Como a estimativa para curto tempo é feita num gráfico em \sqrt{t} , qualquer erro de sincronização ϵ , será magnificado quando considerarmos $\sqrt{t + \epsilon}$.

Uma sofisticação possível para futuros trabalhos nesta área é o aproveitamento da capacidade de emitir sinais analógicos vindos do conversor D/A para sincronizar a abertura de válvulas e partida da bomba com o tempo experimental zero, por meio de relés digitais.

No programa desenvolvido para o teste de injeção é usado apenas um canal de leitura, e a visualização dos dados é feita através de duas telas. A tela superior permite a visualização da pressão de injeção alternadamente na forma $p(t)$ vs. t ou $p(t)$ vs. \sqrt{t} ,

para detetar o comportamento de reservatório infinito. Na verdade, com a presença de estocagem na bomba, não é possível obter-se um comportamento linear da pressão com \sqrt{t} . A tela inferior é usada para amplificar a curva da pressão para tempos curtos, sendo que isto é importante para detectar a presença de ruídos de medição .

No programa desenvolvido para o "closed chamber test" são usados dois canais de leitura, um para registrar a pressão inicial no reservatório linear e outro para monitorar a pressão ao longo do experimento. Em caso de usar a balança para medir a produção acumulada, pode-se implementar facilmente mais um canal de leitura. A tela superior mostra a progressão da produção acumulada ao longo do tempo. Ao toque da tecla F3 é possível alternar a escala do tempo: t ou \sqrt{t} . A tela inferior mostra a variação da pressão com o tempo.

Uma vez finalizado o teste pode-se optar pela utilização da deconvolução dos dados amostrados, no caso do "closed chamber test", e obter-se assim a resposta de produção acumulada à pressão constante de produção. O algoritmo implementado para a deconvolução neste programa foi construído aproximando a pressão e a produção acumulada linearmente em cada intervalo de medição. Para a inversão numérica pode-se optar pelo método de Stehfest ou o de Crump. Devido à pouca capacidade computacional do microcomputador usado para a aquisição de dados, e ao fato da linguagem Turbo Pascal não implementar variáveis complexas, não se dotou este programa do algoritmo de deconvolução que usa aproximação por splines cúbicos.

Os dados deconvoluídos são apresentados numa nova tela (no caso da injeção são os mesmos dados coletados), onde é possível ajustar retas para curto tempo (p versus \sqrt{t}), ou para longo tempo (p versus t). A tela alterna as escalas de tempo, t ou \sqrt{t} , novamente ao toque da tecla F3. Quando pressionada a tecla F1 são solicitados os limites máximos e mínimos para ajustar uma reta na escala de tempo corrente.

Uma vez ajustadas as retas desejadas encerra-se o programa apertando a tecla F2, quando então são solicitados dados de teste que permitam a estimativa inicial dos parâmetros do reservatório: vazão de injeção, dimensões do meio poroso, viscosidade do fluido empregado. No caso do "closed chamber test", também é solicitado o tempo até o qual foi observado um comportamento de reservatório infinito, correspondente à linha reta $We(t)$ versus \sqrt{t} nos dados deconvoluídos.

Finalmente, os resultados obtidos são escritos em arquivos de saída para processamento posterior, que constitui o ajuste de um modelo matemático usando todo o espectro de dados do teste.

5.4.2 Software para ajuste numérico de parâmetros do reservatório

Elaboraram-se igualmente dois programas em linguagem FORTRAN 77 para regressão não-linear objetivando o ajuste do modelo matemático aos dados amostrados. A diferença entre os dois programas reside apenas na expressão analítica empregada para o ajuste:

- Solução da pressão para a injeção com câmara de estocagem,
- Solução da produção acumulada deconvoluída para o "closed chamber test".

Os programas lêem os dados amostrados (ou deconvoluídos) e os parâmetros do sistema que são conhecidos, tais como a compressibilidade e volume das câmaras de estocagem, viscosidade, dimensões do meio poroso, vazões e pressões constantes impostas nas fronteiras.

A seguir são solicitadas estimativas iniciais dos parâmetros requeridas pelo processo de otimização. Pode-se optar para aplicar a modificação de Greenstadt do método de Newton, ou pelo método de Gauss.

5.4.3 Software para deconvolução

Adaptou-se um programa em FORTRAN 77 usado por Mendes [6], onde a deconvolução é feita aproximando as funções por splines cúbicos e transformando-as para o espaço de Laplace com a posterior inversão para o espectro do tempo usando o algoritmo de Crump. Este algoritmo permite efetuar a deconvolução com maior precisão e menor instabilidade aos erros de medição.

6 Discussão dos Resultados

Estão documentados no presente trabalho resultados de 4 experimentos, a saber:

- 2 experimentos do tipo "closed chamber test",
- 2 experimentos correspondentes a testes de injeção.

O meio poroso usado é o meio poroso #1 da Tabela 1. A permeabilidade registrada nesta Tabela é a permeabilidade à água medida no laboratório no regime permanente. Como fonte de vazão constante foi usada a bomba seringa ISCO.

6.1 Testes na modalidade "closed chamber test"

A disposição dos componentes para este teste é mostrada na figura 12. Inicialmente a válvula V1 está fechada e é aberta no tempo $t = 0$.

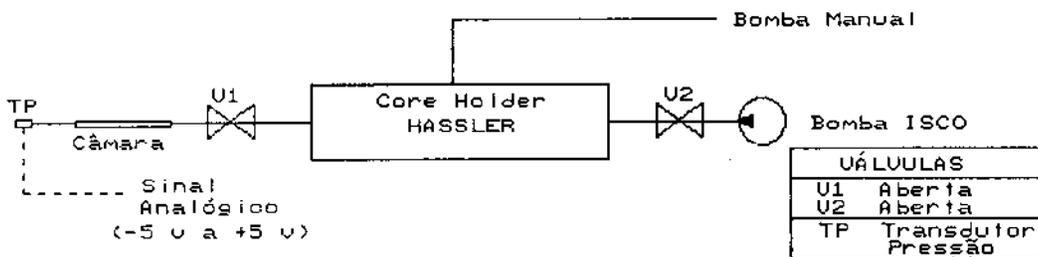


Figura 12: Esquema do "Closed Chamber Test"

Os testes na modalidade "closed chamber test" foram realizados com a fronteira externa selada ao fluxo, devido ao fato, como já foi visto em secções anteriores, a bomba

seringa usada no experimento não entregar vazão constante nas condições do teste.

Uma dificuldade presente nos testes "closed chamber" foi a sincronização do início do teste com a abertura da válvula que conecta o meio poroso com a câmara de estocagem.

6.1.1 Teste #1

Os dados do teste são os seguintes:

$$\begin{aligned}
 q_e &= 0 \\
 r &= 1.5 \text{ in} \quad (3.81 \times 10^{-2} \text{ m}) \\
 L &= 0.1778 \text{ m} \\
 \mu &= 1.0 \text{ cp} \quad (10^{-3} \text{ Pa.s}) \\
 p_i &= 2495.213 \text{ psi} \quad (17.2022 \text{ MPa}) \\
 p_w &= 121.06 \text{ psi} \quad (0.8346 \text{ MPa}) \\
 c_c &= 3.126876 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \quad (4.53556 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}) \\
 V_c &= 107.4 \text{ ml}
 \end{aligned}$$

Nas figuras 13 e 14 mostram-se os dados de pressão e produção acumulada coletados durante o teste.

Ainda na figura 14 são mostrados os dados deconvoluídos de produção acumulada, obtidos a partir dos dados de teste.

A partir dos valores deconvoluídos e usando as rotinas gráficas do software de aquisição de dados, obteve-se uma estimativa inicial para os parâmetros desconhecidos.

Partindo desta estimativa inicial, o programa de ajuste não linear encontra os valores dos parâmetros que minimiza os resíduos quadrados *SSR*.

Na Tabela 2 apresentam-se os resultados da otimização e os respectivos intervalos de confiança para os parâmetros ajustados.

Parâmetro	Valor inicial	Valor encontrado	Intervalo de confiança
Permeabilidade (md)	0.268	0.15711	$\pm 2.0328 \times 10^{-3}$
ϕc_t (psi ⁻¹)	7.71×10^{-7}	1.1456×10^{-6}	$\pm 4.0514 \times 10^{-9}$

Tabela 2: Test #1 - Otimização de Parâmetros

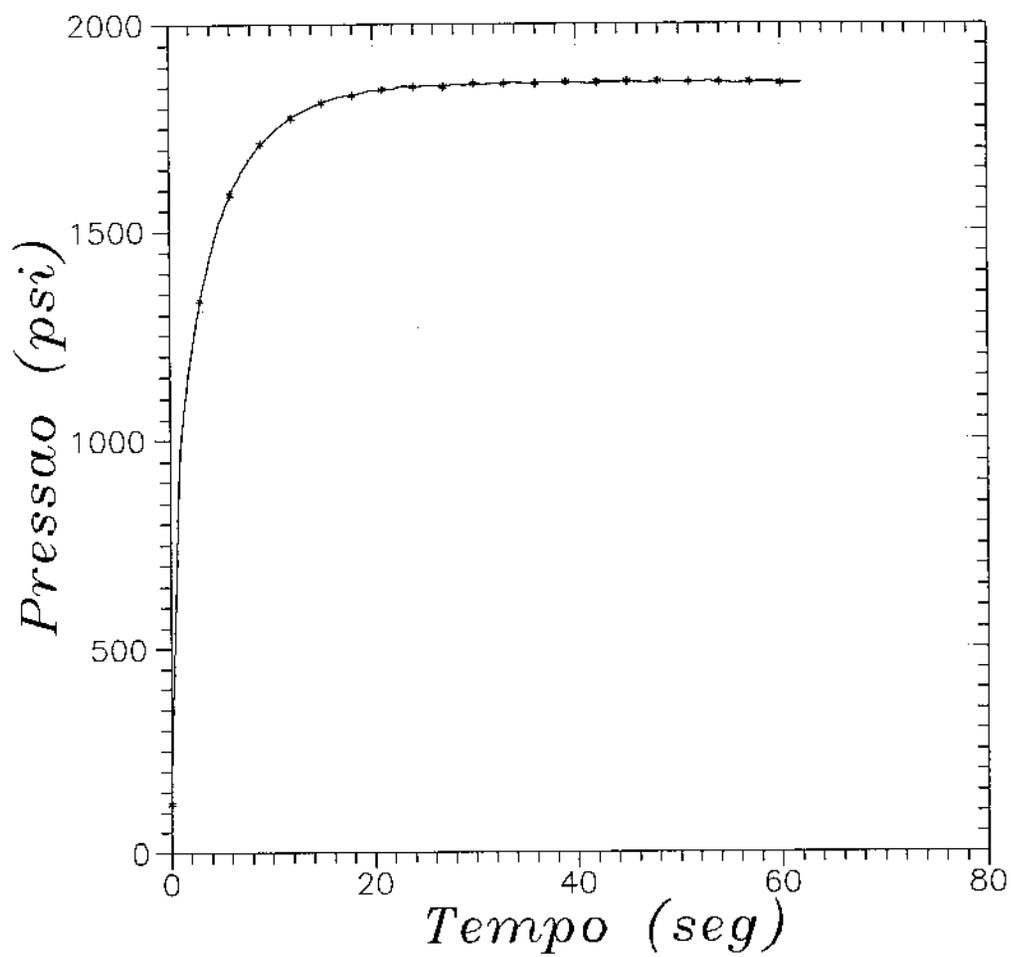


Figura 13: Test #1 - Pressão versus tempo no "closed chamber test"

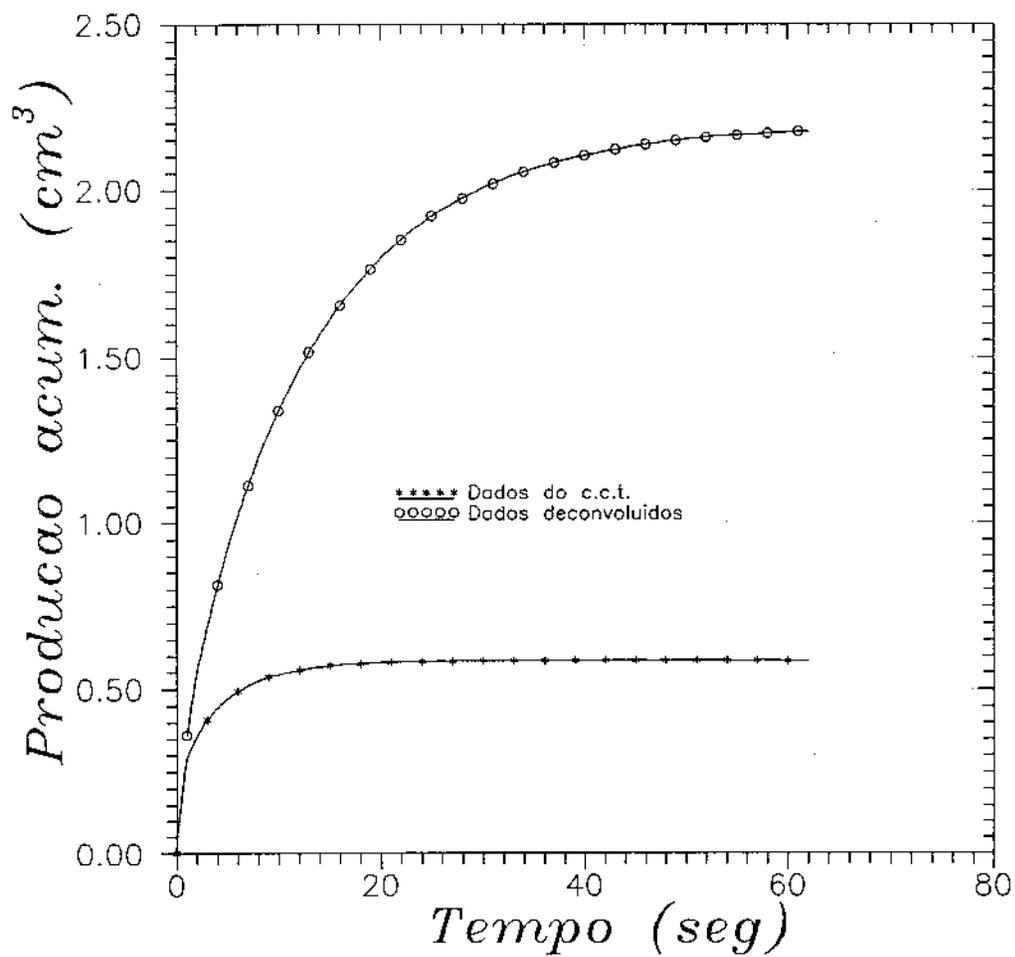


Figura 14: Test #1 - Deconvolução da produção acumulada do "closed chamber test"

Na figura 15 mostra-se a curva ajustada junto com os dados deconvoluídos provenientes do laboratório. Como se pode observar, a qualidade do ajuste é boa em todo o espectro de tempo.

Nas figuras 16 e 17 mostra-se a progressão de k e ϕ_{c_i} em direção à solução. Para a regressão não linear foi imposto um critério de convergência muito rígido. A variação dos resíduos quadrados devia ser menor que 1.0×10^{-8} e as derivadas da função objetivo deviam ser menores que 1.0 para poder considerar que a convergência foi alcançada.

Há no entanto uma exceção para esta regra. Se não é possível encontrar um tamanho de passo positivo entre os valores 0 e $\min(5, \theta_{max})$, onde θ_{max} é o máximo valor que θ pode assumir sem fazer k ou ϕ_{c_i} negativos, é realizado uma mudança para o método de Gauss. Desta forma as derivadas de segunda ordem da função analítica a ser ajustada são desprezadas.

Se isto acontece novamente, considera-se que a convergência foi atingida, pois o programa está oscilando em torno de valores que podem ser aceitos como solução.

Outra situação na qual é realizada a mudança do método original para o método de Gauss-Greenstadt, é quando são encontrados dois autovalores negativos. Isto indica que as duas direções principais de otimização estão apontando para um máximo, e que é necessário descartar a informação de segunda ordem para poder obter uma matriz hessiana positivo-definida.

Na figura 18 mostra-se a evolução da função objetivo SSR com as iterações. Pode-se observar que não é necessário mais do que 6 iterações para conseguir uma solução aceitável.

Na figura 19 podemos acompanhar a evolução dos autovalores durante a otimização, antes de filtrados os autovalores negativos. O autovalor negativo obtido na segunda iteração foi eliminado para que a busca do mínimo global fosse acelerada. Na saída visual

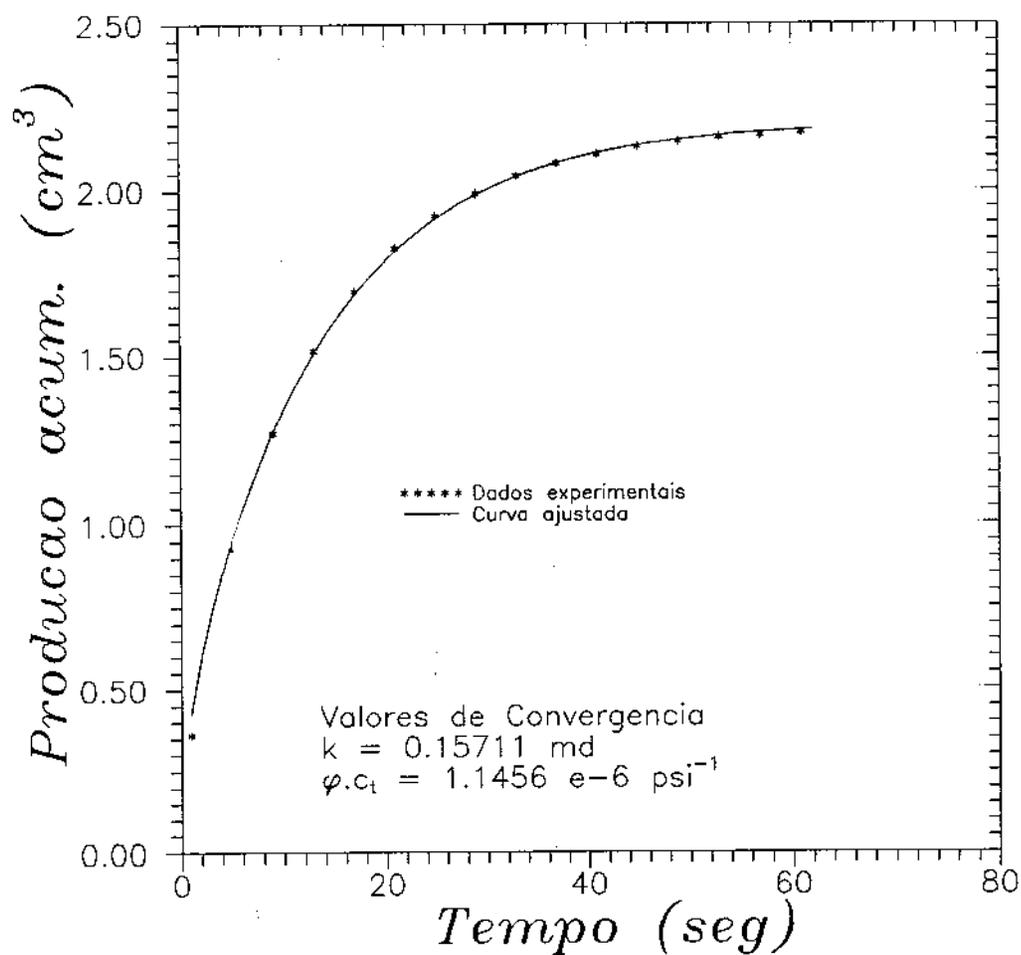


Figura 15: Test #1 - Otimização final

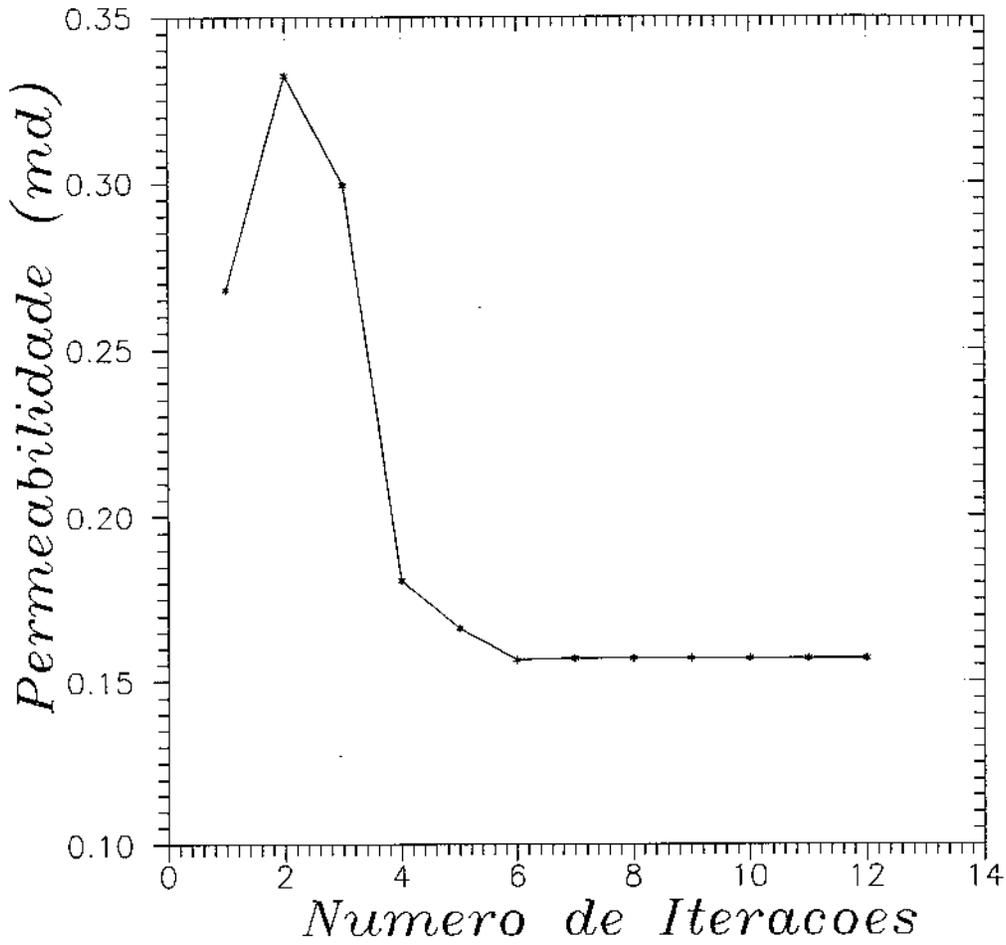


Figura 16: Test #1 - Permeabilidade nas diversas etapas da otimização

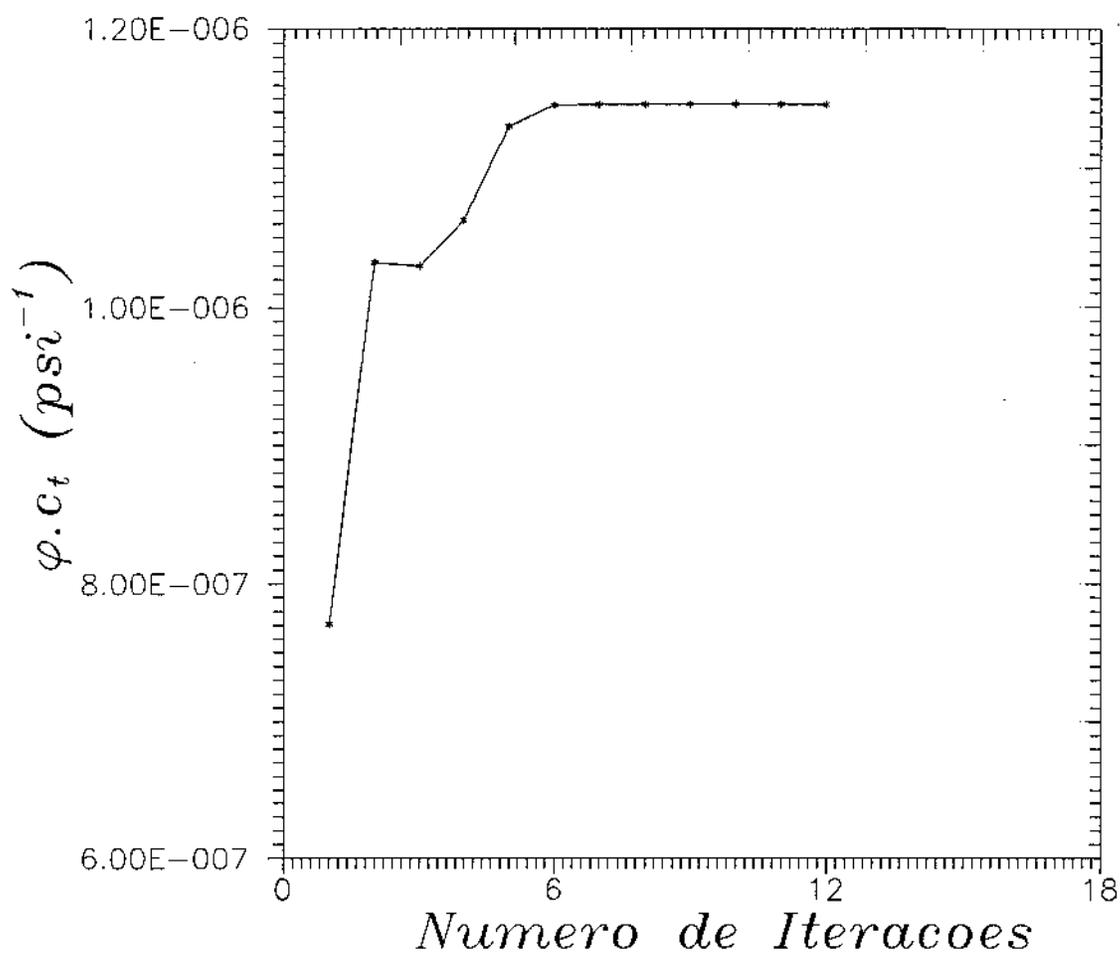


Figura 17: Test #1 - ϕc_t nas diversas etapas da otimização

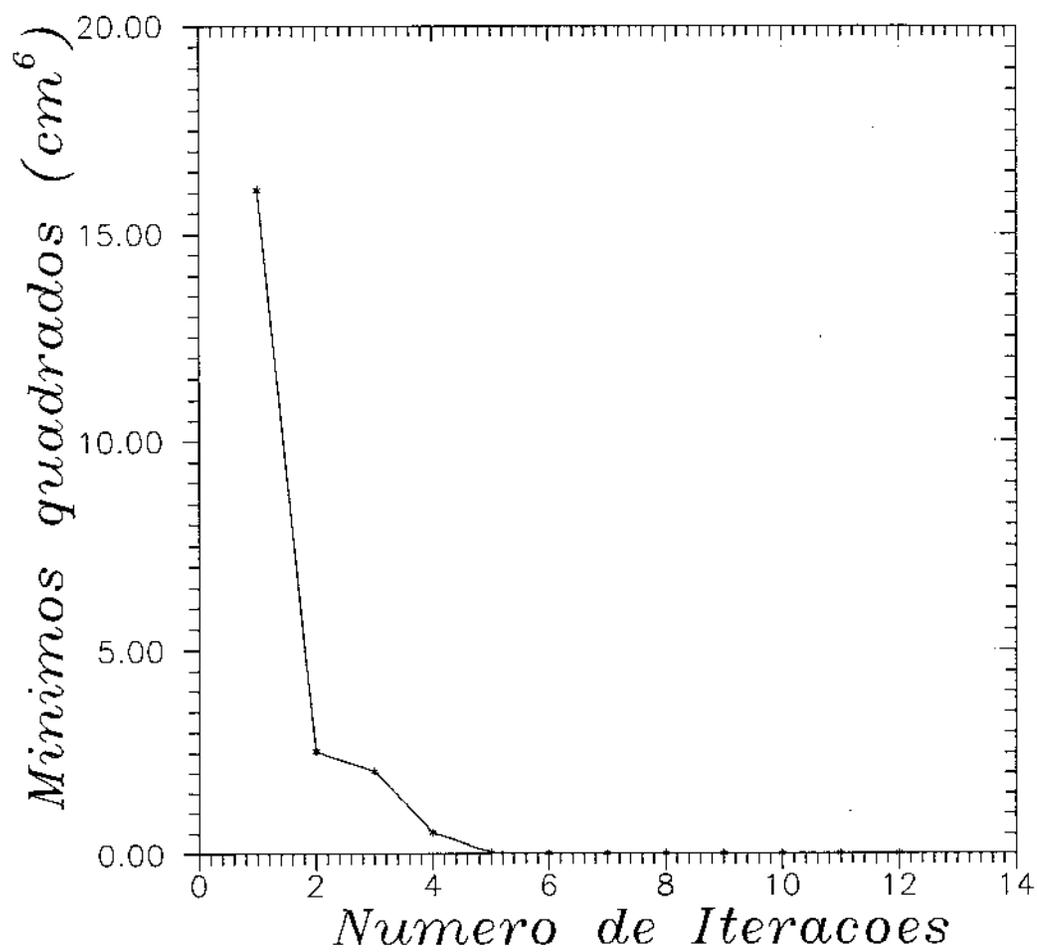


Figura 18: Test #1 - Função objetivo *SSR* nas diversas etapas da otimização

do programa foi observado, que se este autovalor negativo não tivesse sido eliminado, a permeabilidade teria sido incrementada ao invés de diminuída.

6.1.2 Teste #2

Os dados do teste são os seguintes:

$$\begin{aligned}
 q_e &= 0 \\
 r &= 1.5 \text{ in} \quad (3.81 \times 10^{-2} \text{ m}) \\
 L &= 0.1778 \text{ m} \\
 \mu &= 1.0 \text{ cp} \quad (10^{-3} \text{ Pa.s}) \\
 p_i &= 2495.213 \text{ psi} \quad (17.2022 \text{ MPa}) \\
 p_w &= 103.4812 \text{ psi} \quad (0.71341 \text{ MPa}) \\
 c_c &= 3.126876 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \quad (4.53556 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}) \\
 V_c &= 107.4 \text{ ml}
 \end{aligned}$$

Similarmente ao caso anterior, mostram-se nos gráficos 20 e 21 os valores medidos de pressão e produção acumulada, assim como os dados de produção acumulada já deconvoluídos.

Na tabela 3 estão os valores inicialmente fornecidos ao programa de otimização e os valores de convergência com os respectivos intervalos de confiança.

Parâmetro	Valor inicial	Valor encontrado	Intervalo de confiança
Permeabilidade (md)	0.3	0.16578	$\pm 3.6975 \times 10^{-3}$
ϕc_t (psi^{-1})	7.6634×10^{-7}	1.6365×10^{-6}	$\pm 2.0307 \times 10^{-8}$

Tabela 3: Teste #2 - Otimização de Parâmetros

Observando o gráfico 22, podemos comparar os dados deconvoluídos com a curva final da otimização. O ajuste, mais uma vez, foi de boa qualidade, o que se reflete, como no teste #1, nos intervalos de confiança.

Também com o passo das iterações, foi detectado um autovalor negativo que teve de ser eliminado.

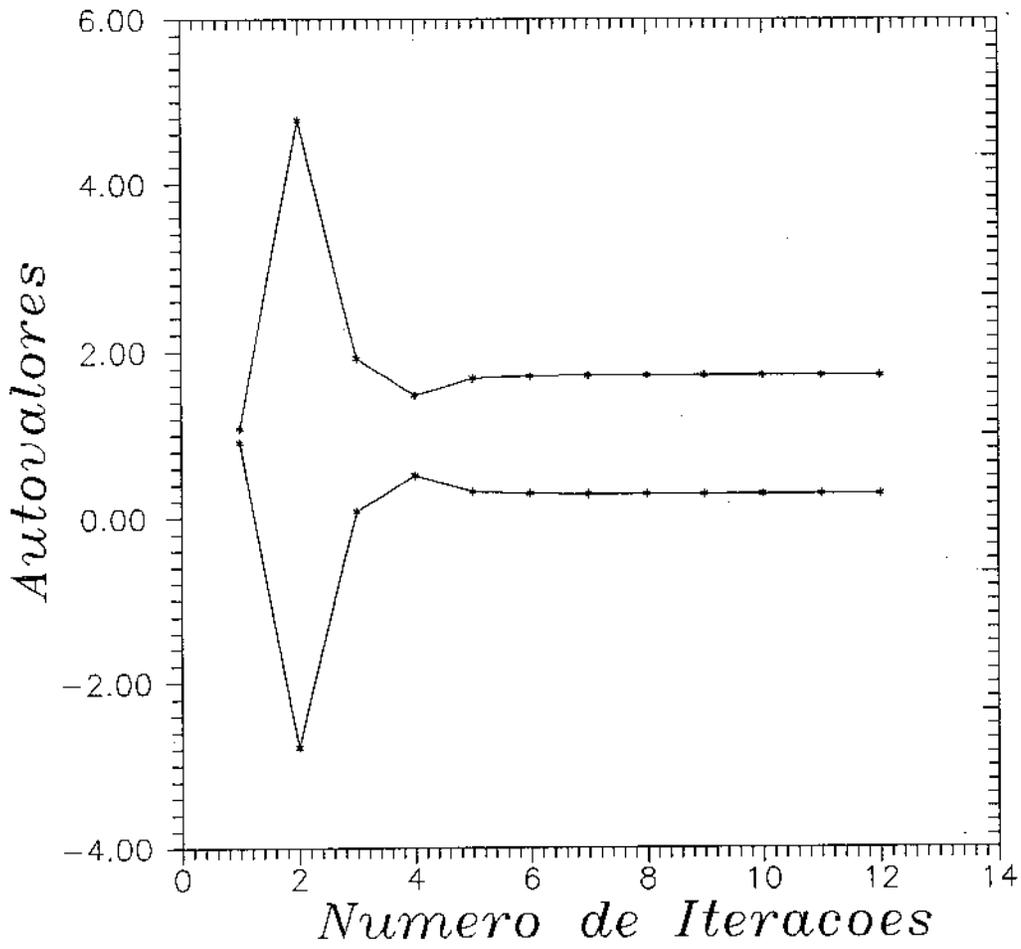


Figura 19: Test #1 - Autovalores nas diversas etapas da otimização

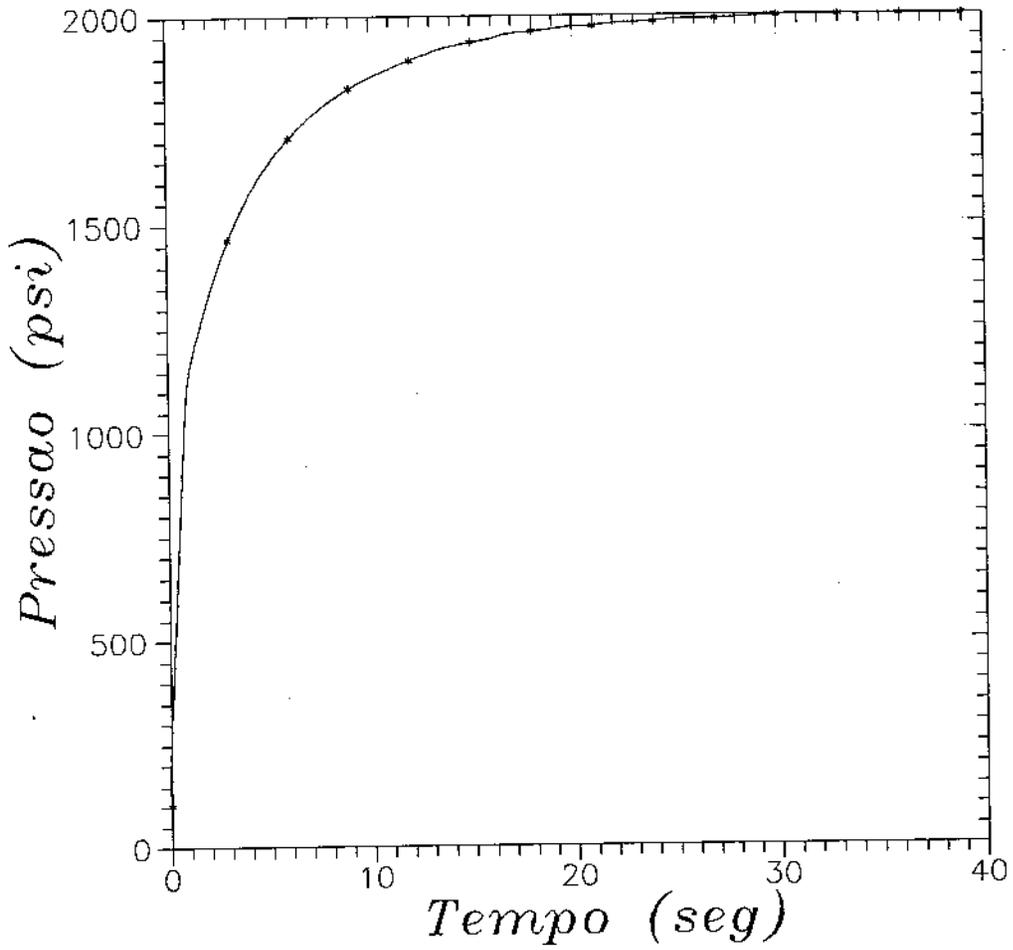


Figura 20: Test #2 - Pressão versus tempo no "closed chamber test"

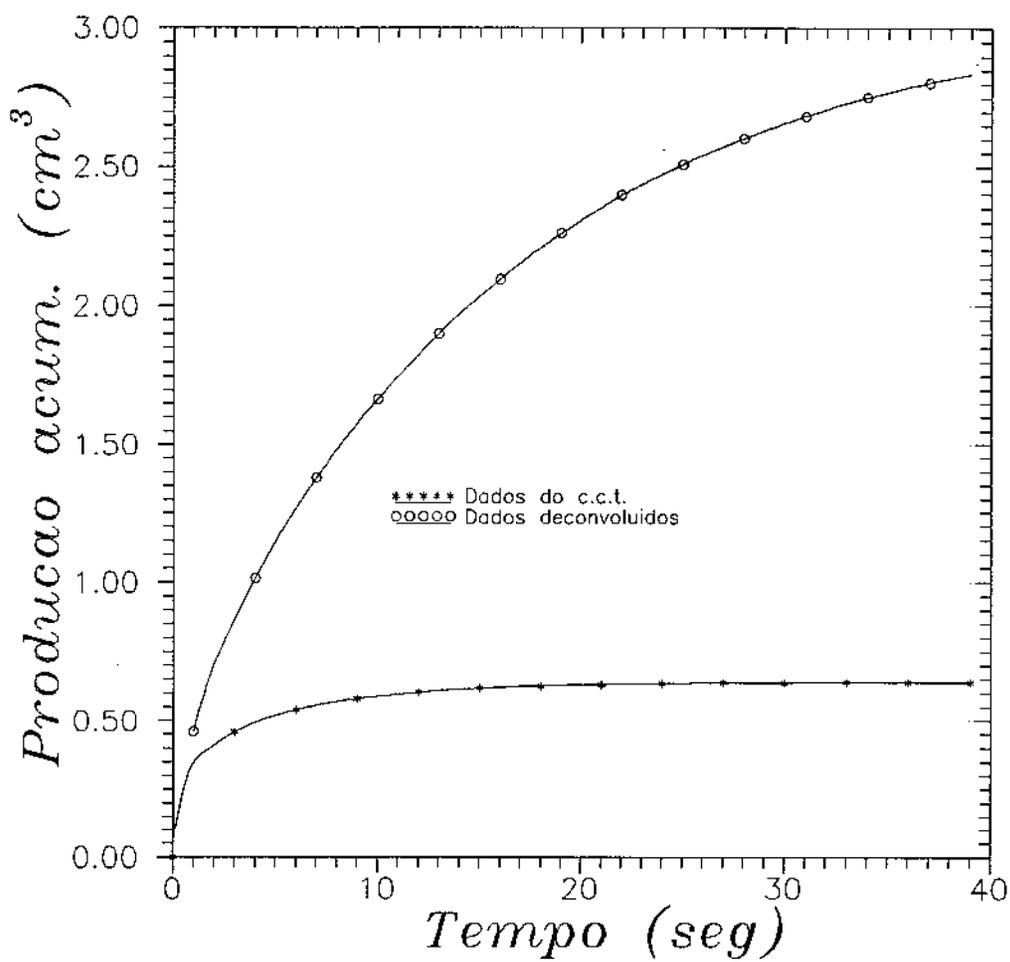


Figura 21: Test #2 - Produção acumulada versus tempo no "closed chamber test"

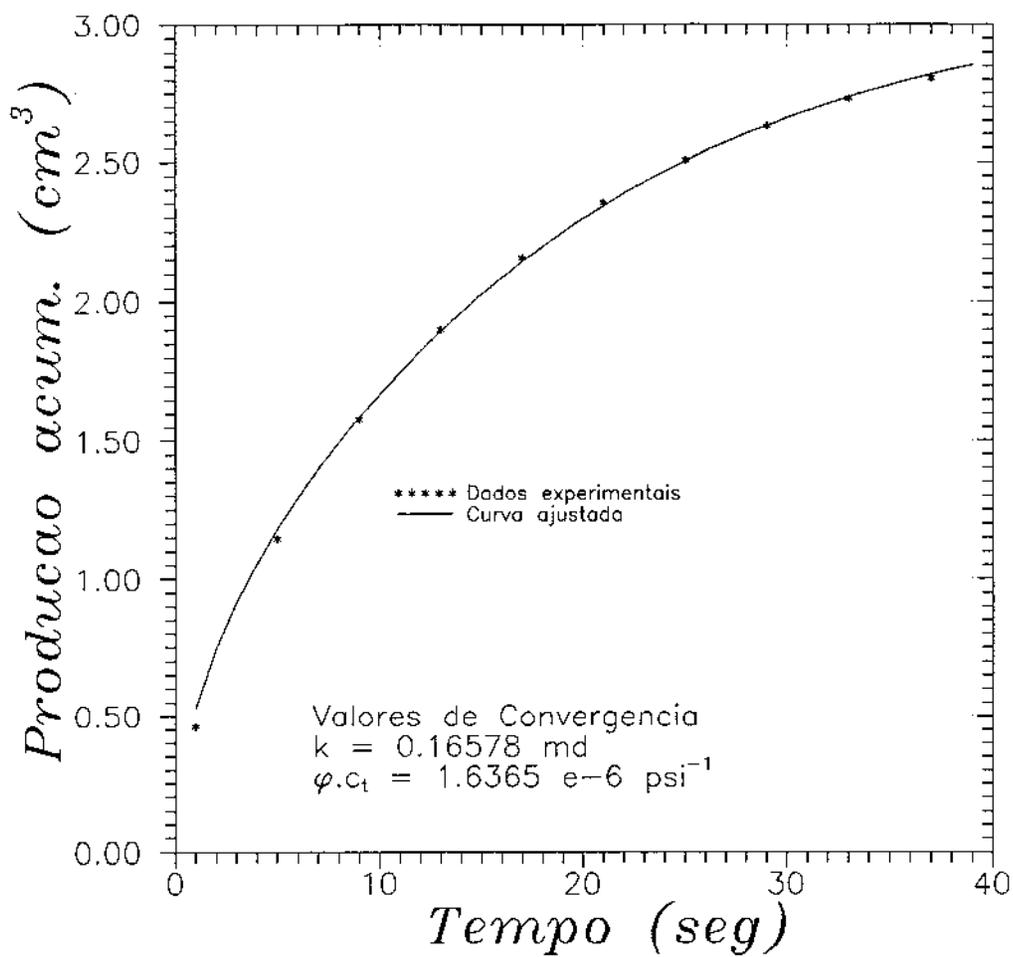


Figura 22: Test #2 - Otimização final

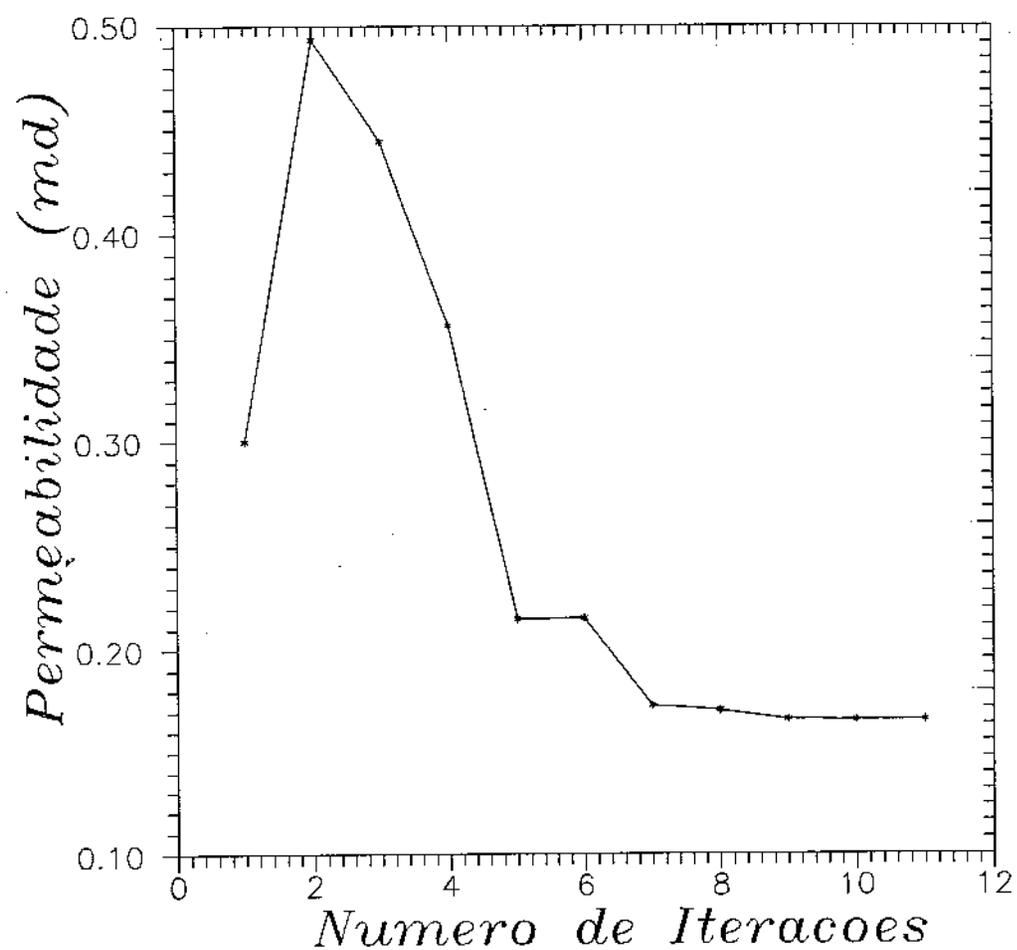


Figura 23: Test #2 - Permeabilidade nas diversas etapas da otimização

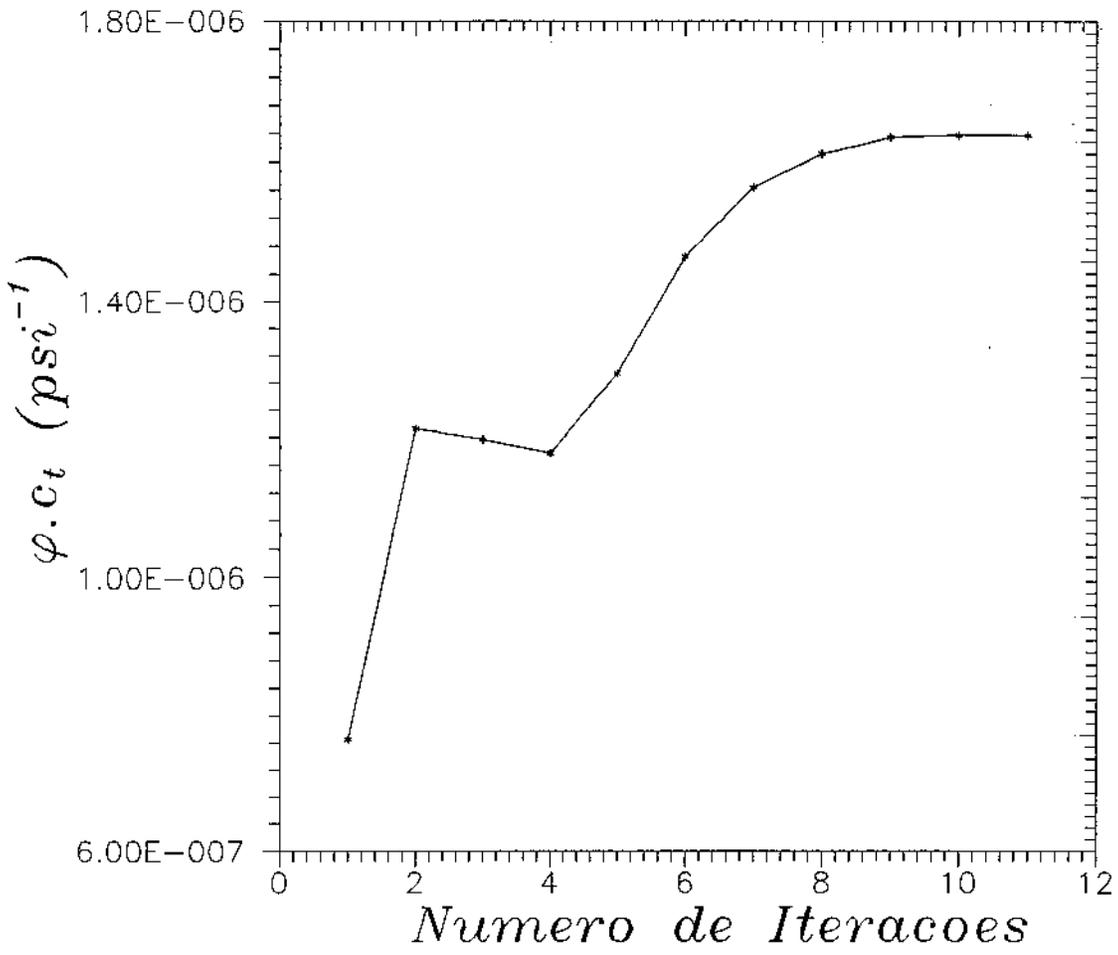


Figura 24: Test #2 - ϕc_t nas diversas etapas da otimização

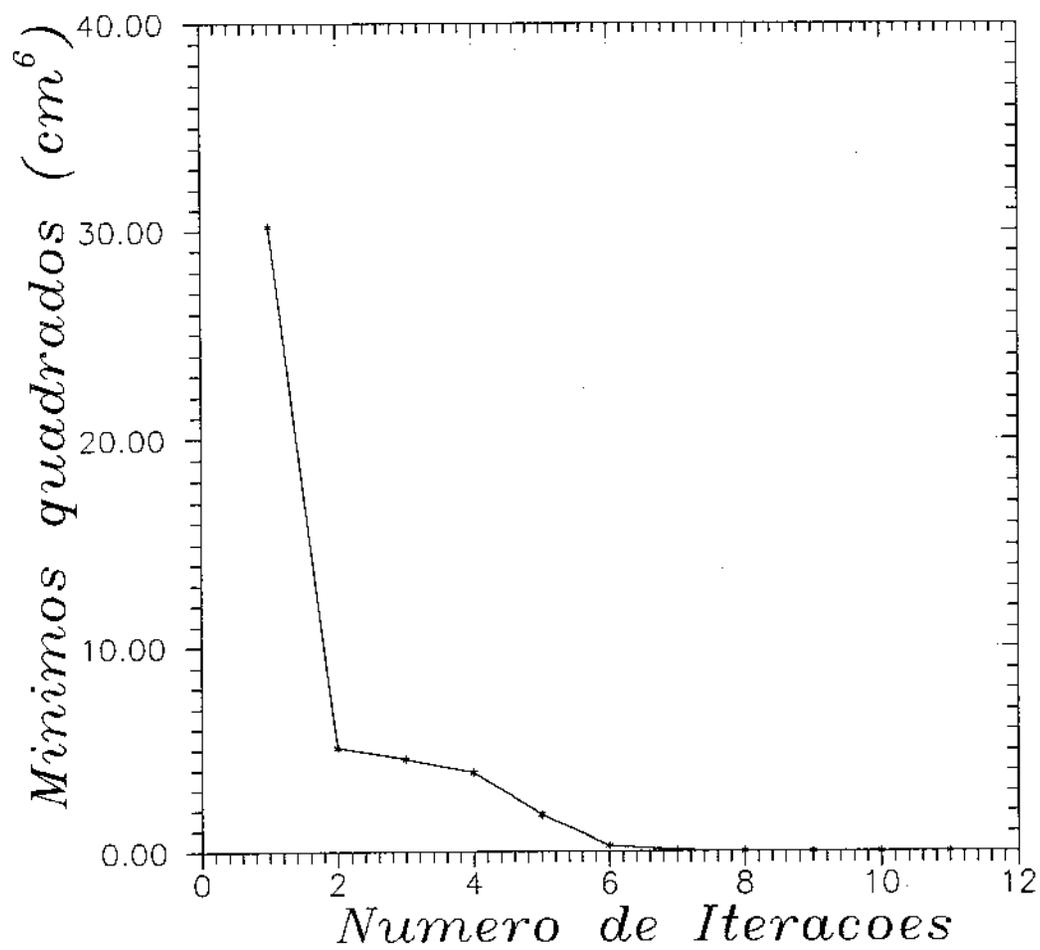


Figura 25: Test #2 - Função objetivo *SSR* nas diversas etapas da otimização

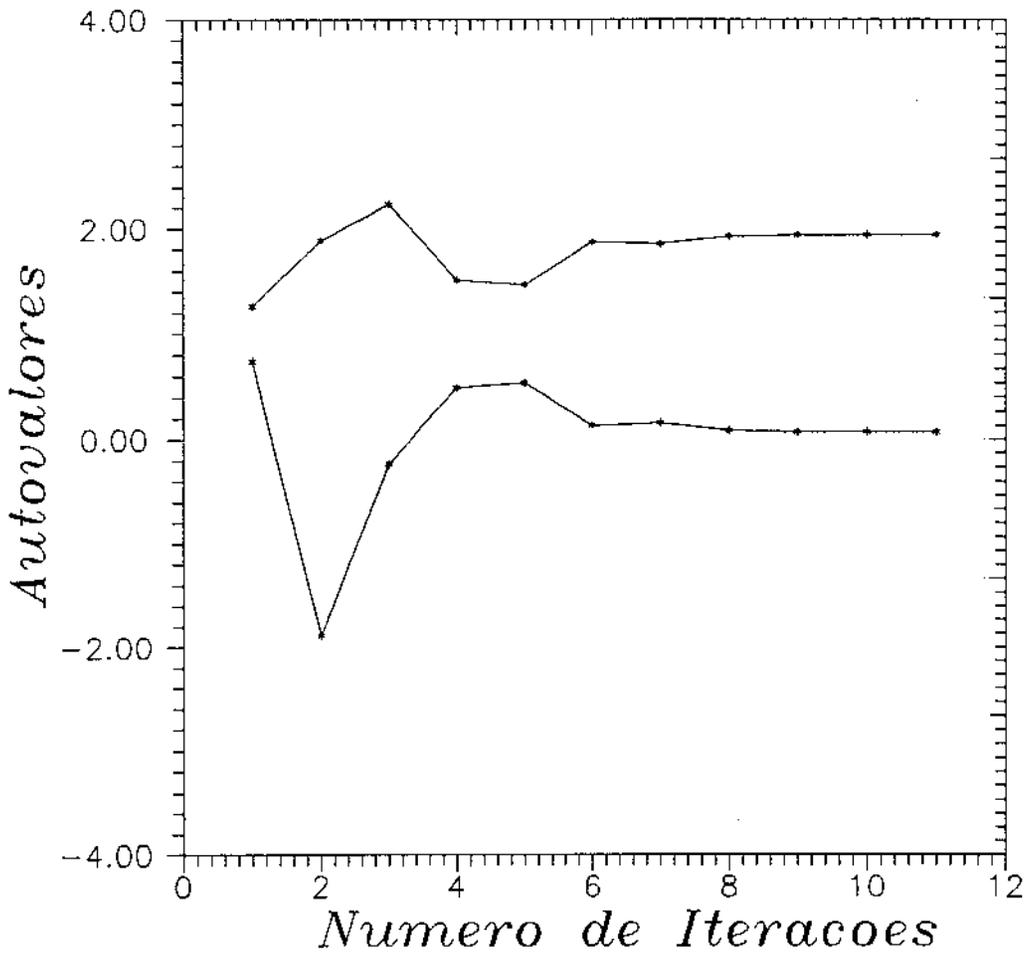


Figura 26: Test #2 - Autovalores nas diversas etapas da otimização

6.2 Testes de injeção

A disposição dos componentes para este teste é mostrada na figura 27.

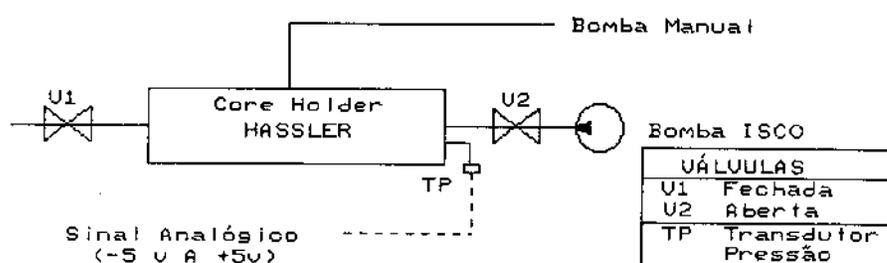


Figura 27: Esquema do Teste de Injeção

Neste teste a fronteira externa é selada ao fluxo e utilizou-se a bomba seringa como fonte de vazão constante na câmara de estocagem. A pressão inicial adotada nestes testes de injeção foi tal que permitisse trabalhar numa faixa onde a compressibilidade da câmara é constante.

É importante esperar pela estabilização da pressão no meio poroso antes de iniciar o teste. Isto devido ao modelo matemático considerar a pressão inicial como sendo a mesma em todos os pontos do reservatório linear.

6.2.1 Teste #3

Os dados do teste são os seguintes:

$$\begin{aligned}
 q_{inj} &= -60 \text{ ml/h} \quad (1.667 \times 10^{-2} \text{ ml/s}) \\
 r &= 1.5 \text{ in} \quad (3.81 \times 10^{-2} \text{ m}) \\
 L &= 0.1778 \text{ m} \\
 \mu &= 1.0 \text{ cp} \quad (10^{-3} \text{ Pa.s}) \\
 p_i &= 771.4756 \text{ psi} \quad (5.318 \text{ MPa}) \\
 c_c &= 3.6 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \quad (5.2218 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}) \\
 V_c &= 500 \text{ ml}
 \end{aligned}$$

Os valores amostrados no laboratório são mostrados na Figura 28, juntamente com a curva final da otimização. Note-se que o ajuste é bom, porém de inferior qualidade ao ajuste conseguido no "closed chamber test". Este fato aponta para os problemas já expostos quando da descrição do procedimento experimental, que é a má adequação do modelo matemático ao sistema bomba seringa-tubulações. Suspeita-se que o comportamento de vazão da bomba, quando existem restrições à montante, como por exemplo pressão alta, não pode ser simplesmente descrito como uma bomba de vazão constante com uma câmara de estocagem.

Adicionalmente existe o comportamento não ideal da borracha do "core holder" HASSLER, que apresenta oscilações de até 200 psi em sua parte externa, quando da realização de teste de injeção. Esta expansão da borracha é incorporada à compressibilidade do meio poroso durante o teste transiente, tal fenômeno não foi modelado no presente trabalho.

Esta observação é confirmada pelo fato de que, os testes de injeção revelam valores de ϕc_t maiores que os encontrados nos testes "closed chamber".

Parâmetro	Valor inicial	Valor encontrado	Intervalo de confiança
Permeabilidade (md)	0.2352	0.11	$\pm 4.1329 \times 10^{-3}$
ϕc_t (psi ⁻¹)	1.5855×10^{-6}	2.0807×10^{-6}	$\pm 2.0663 \times 10^{-8}$

Tabela 4: Teste #3 - Otimização de Parâmetros

Durante a otimização foi encontrado um autovalor negativo de pequena magnitude, como mostra a Figura 32.

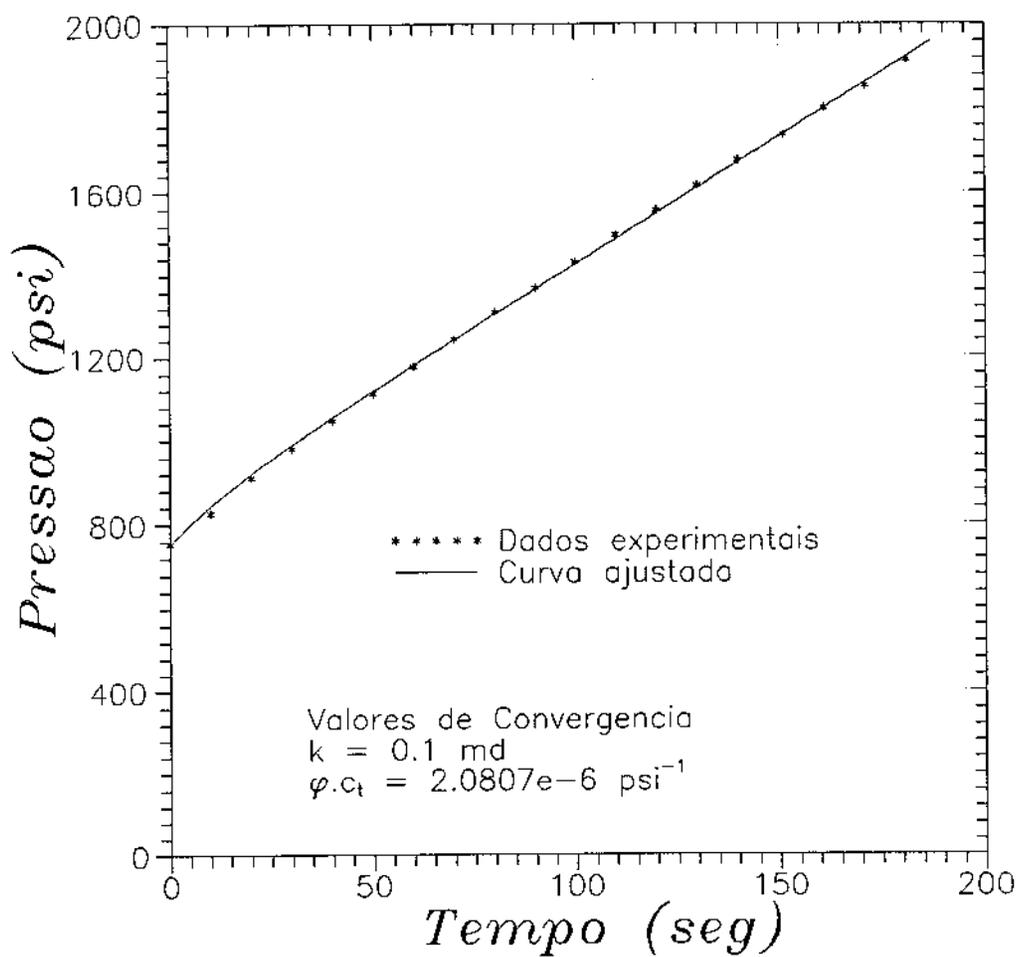


Figura 28: Test #3 - Otimização final

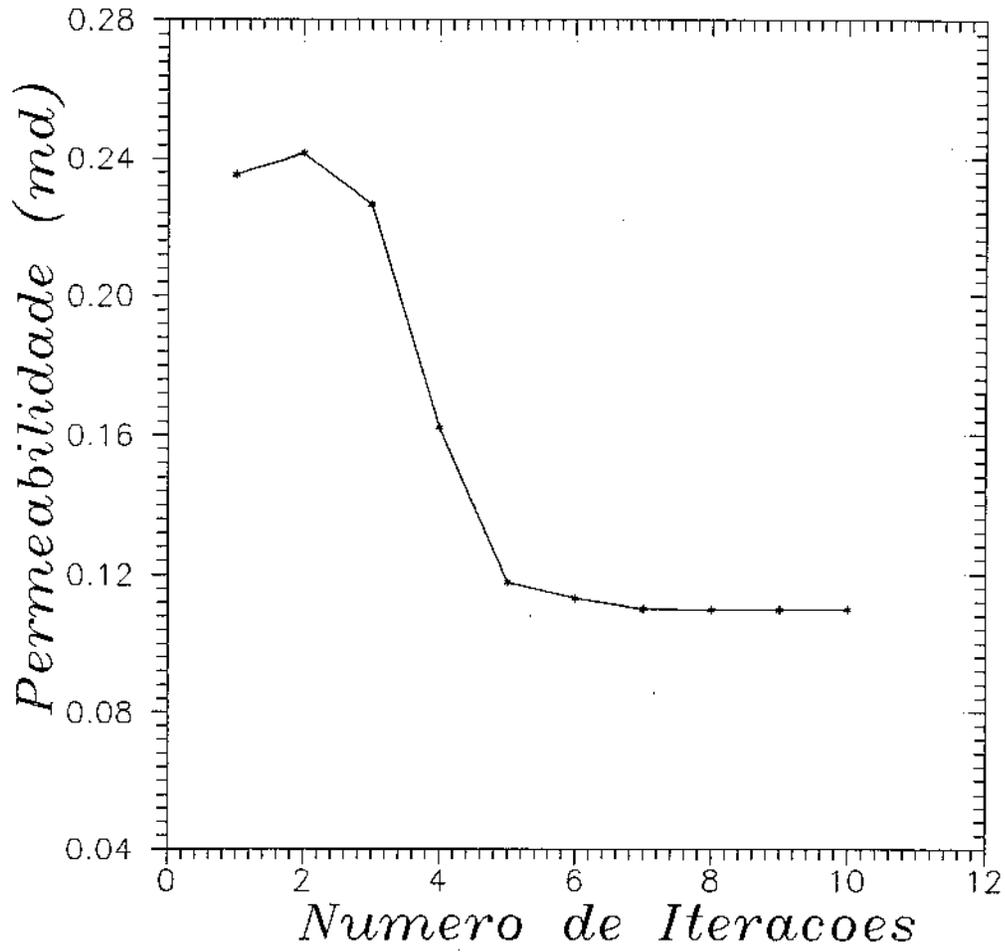


Figura 29: Test #3 - Permeabilidade nas diversas etapas da otimização

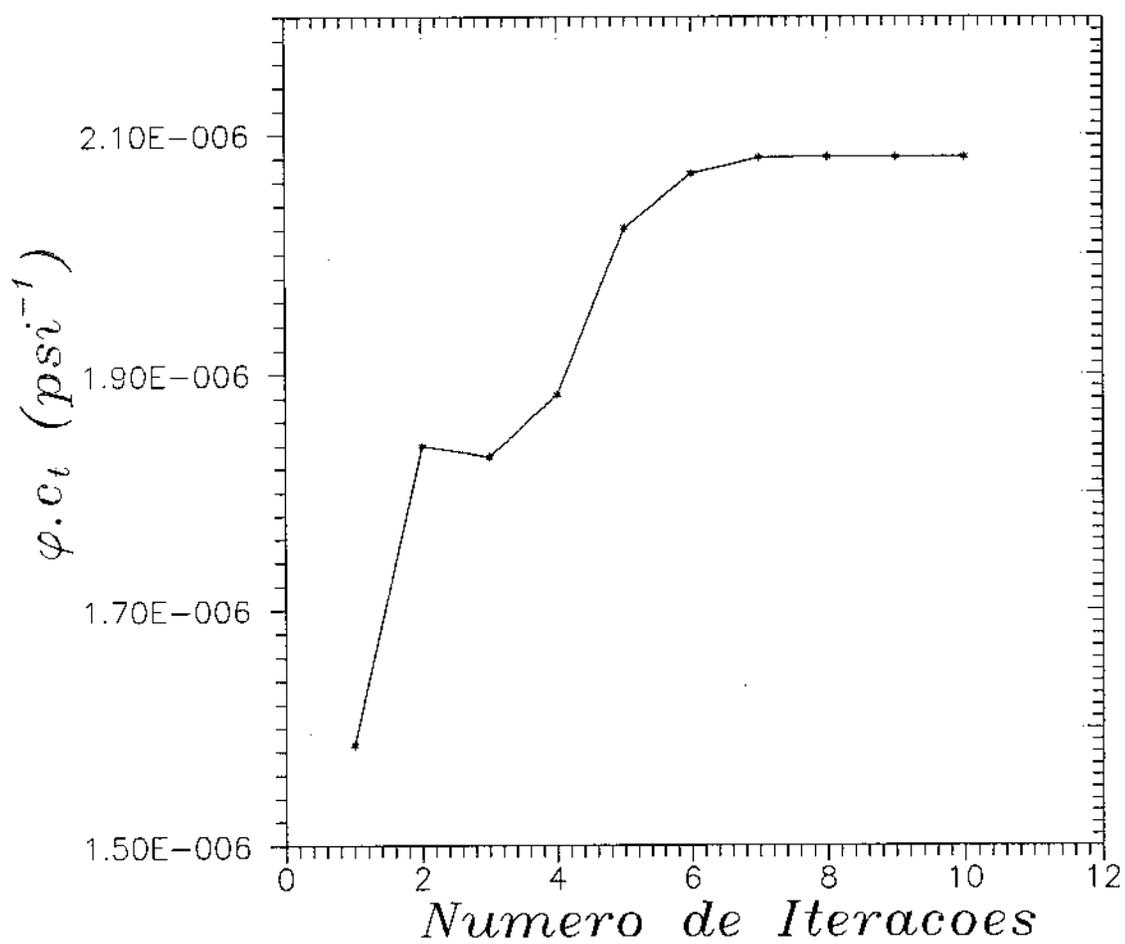


Figura 30: Test #3 - ϕc_i nas diversas etapas da otimização

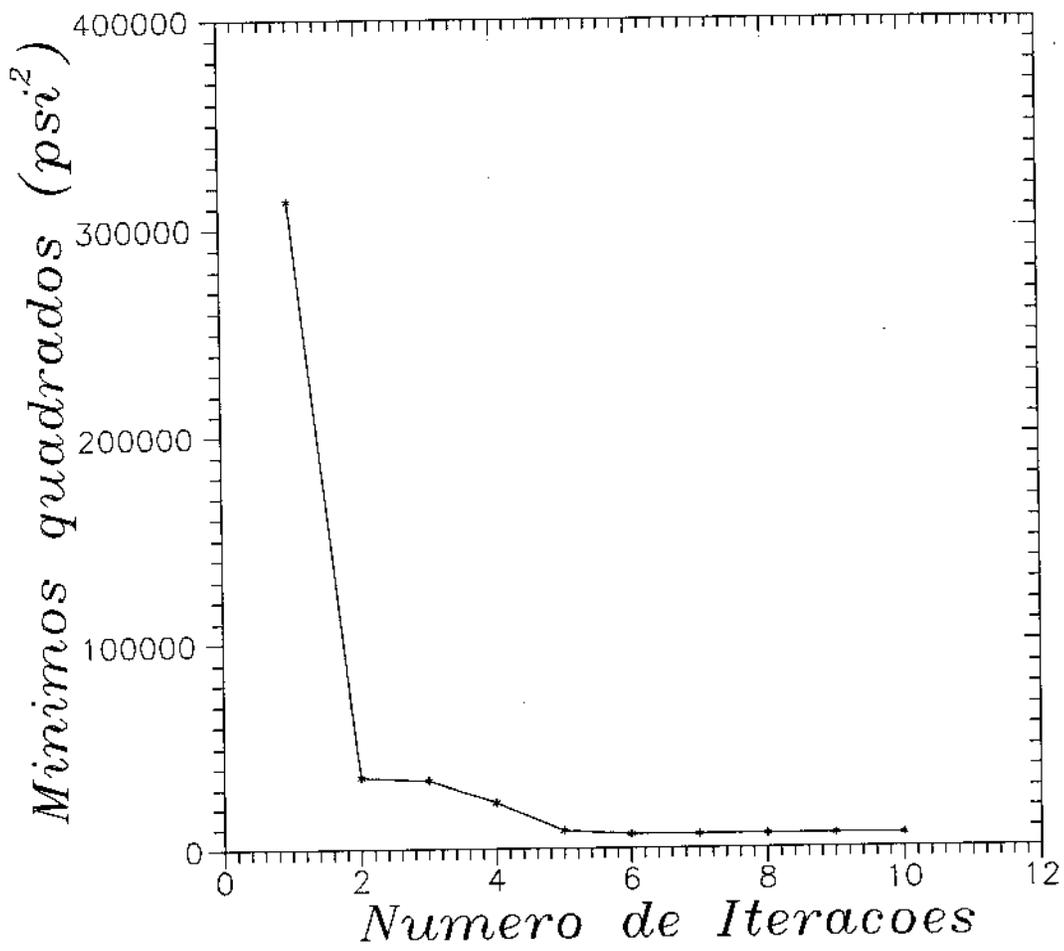


Figura 31: Test #3 - Função objetivo *SSR* nas diversas etapas da otimização

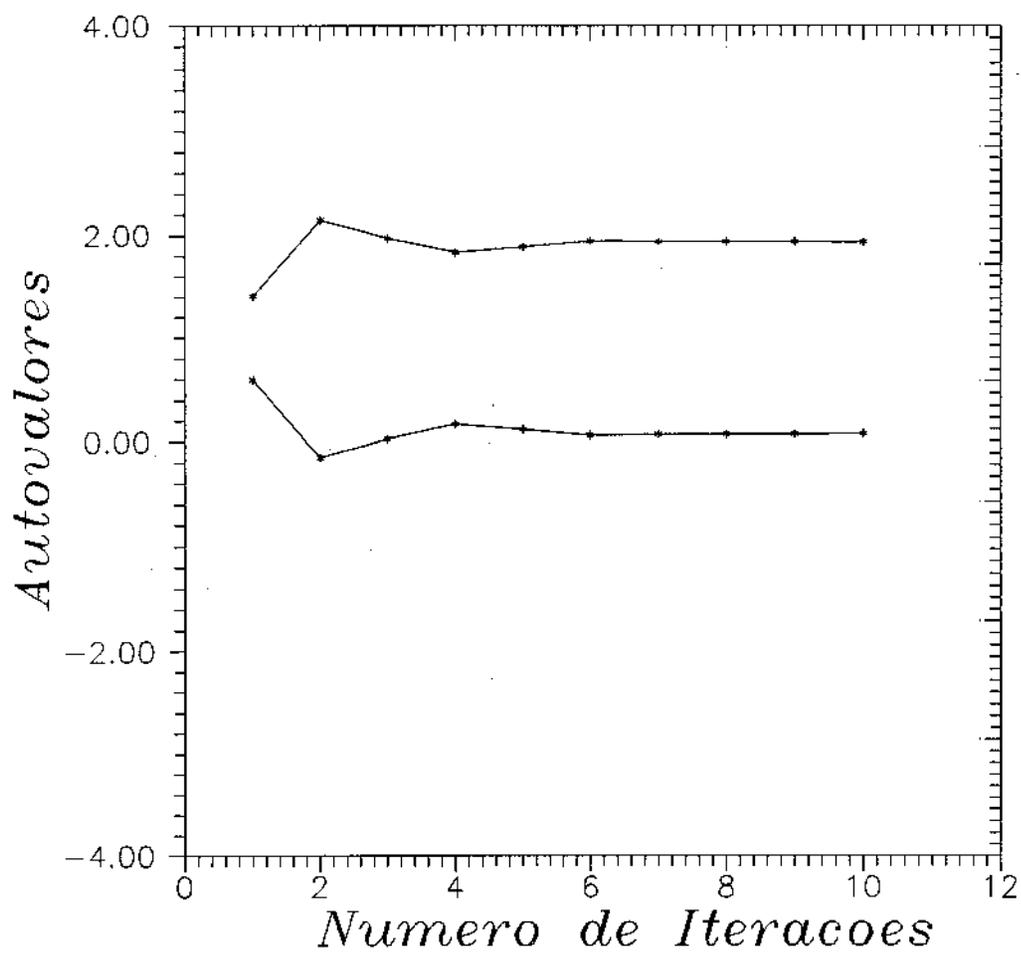


Figura 32: Test #3 - Autovalores nas diversas etapas da otimização

6.2.2 Teste #4

Os dados do teste são os seguintes:

$$\begin{aligned}
 q_{inj} &= -75 \text{ ml/h} \quad (2.0833 \times 10^{-2} \text{ ml/s}) \\
 r &= 1.5 \text{ in} \quad (3.81 \times 10^{-2} \text{ m}) \\
 L &= 0.1778 \text{ m} \\
 \mu &= 1.0 \text{ cp} \quad (10^{-3} \text{ Pa.s}) \\
 p_i &= 753.8968 \text{ psi} \quad (5.1953 \text{ MPa}) \\
 c_c &= 3.6 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \quad (5.2218 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}) \\
 V_c &= 500 \text{ ml}
 \end{aligned}$$

Na Figura 33 são mostrados os dados experimentais, juntamente com a curva final de otimização. O ajuste realizado foi bom, conseguindo-se intervalos de confiança pequenos, ver Tabela 5

Parâmetro	Valor inicial	Valor encontrado	Intervalo de confiança
Permeabilidade (md)	0.342	0.14692	$\pm 6.506 \times 10^{-3}$
ϕc_t (psi^{-1})	1.61×10^{-6}	1.976×10^{-6}	$\pm 1.7813 \times 10^{-8}$

Tabela 5: Test #4 - Otimização de Parâmetros

Nas Figuras 34 e 35 podemos acompanhar a progressão de k e ϕc_t no processo iterativo.

Na Figura 36 apresenta-se a evolução da função onjetivo, SSR , durante a otimização. Como pode onservar-se nesta Figura, na 6a. iteração a otimização já apresentava um resultado aceitável.

Durante a otimização foi encontrado um autovalor negativo na segunda iteração, o qual foi eliminado.

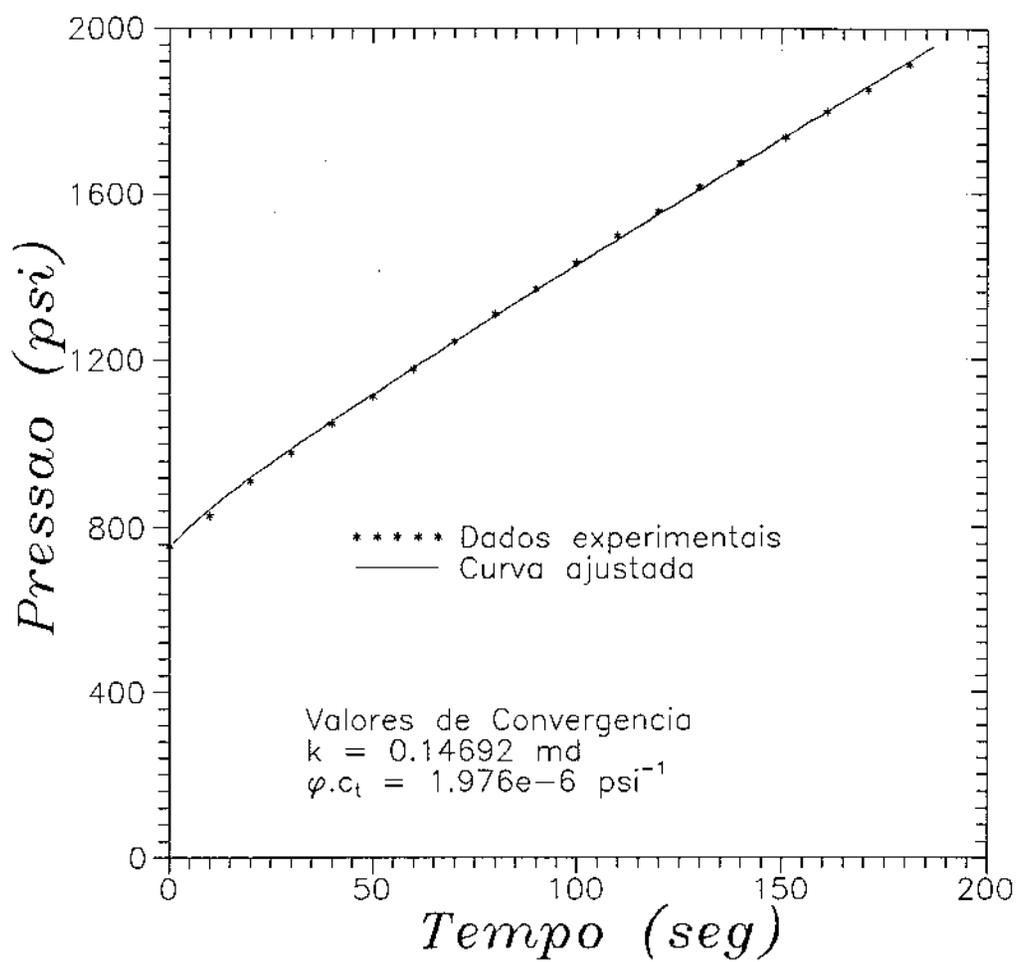


Figura 33: Test #4 - Otimização final

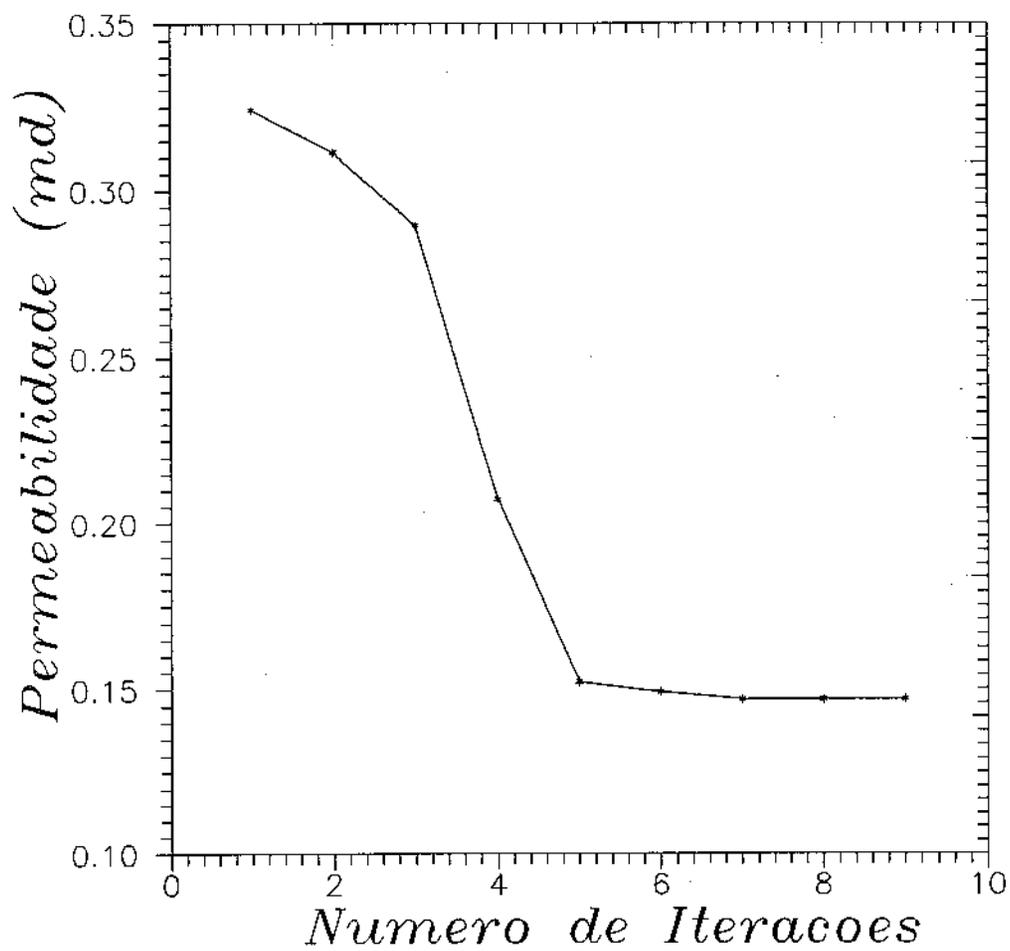


Figura 34: Test #4 - Permeabilidade nas diversas etapas da otimização

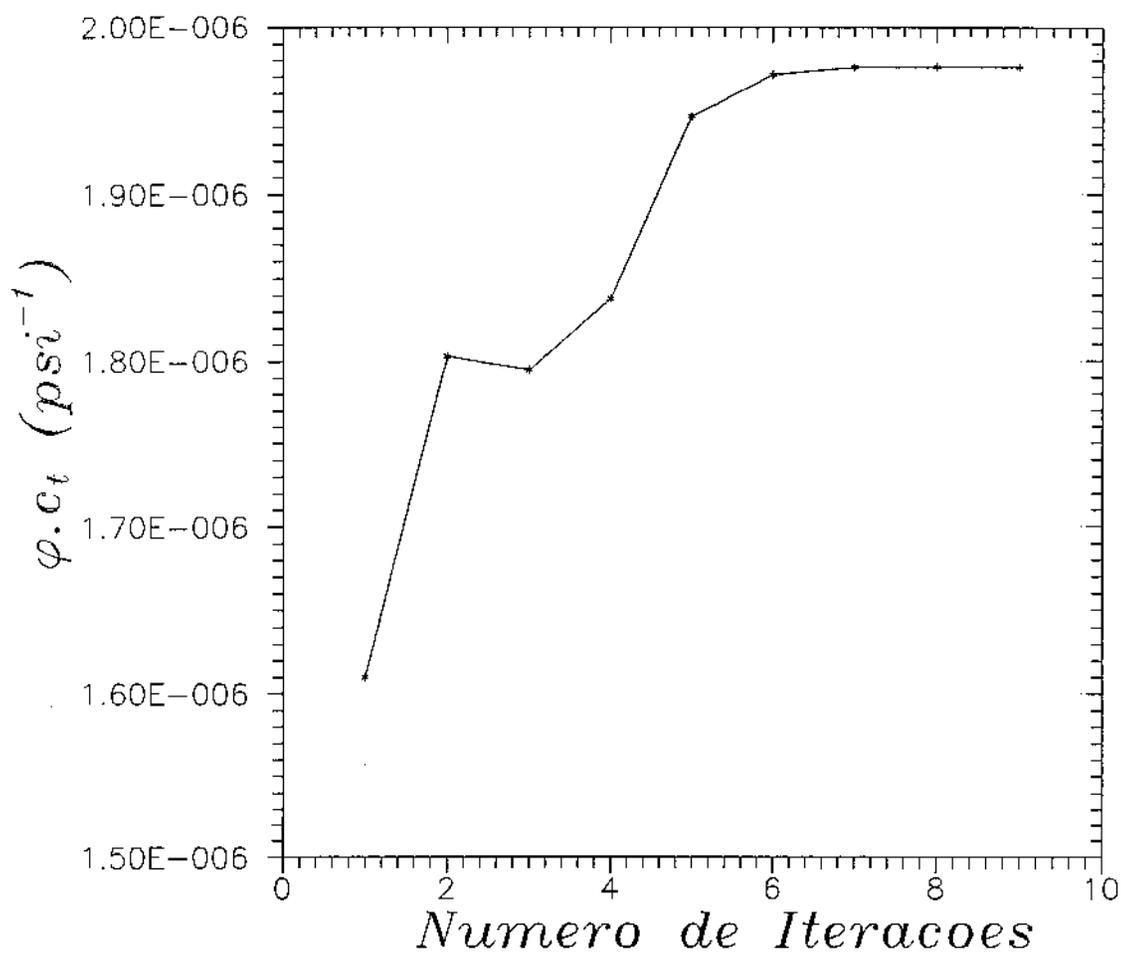


Figura 35: Test #4 - ϕc_t nas diversas etapas da otimização

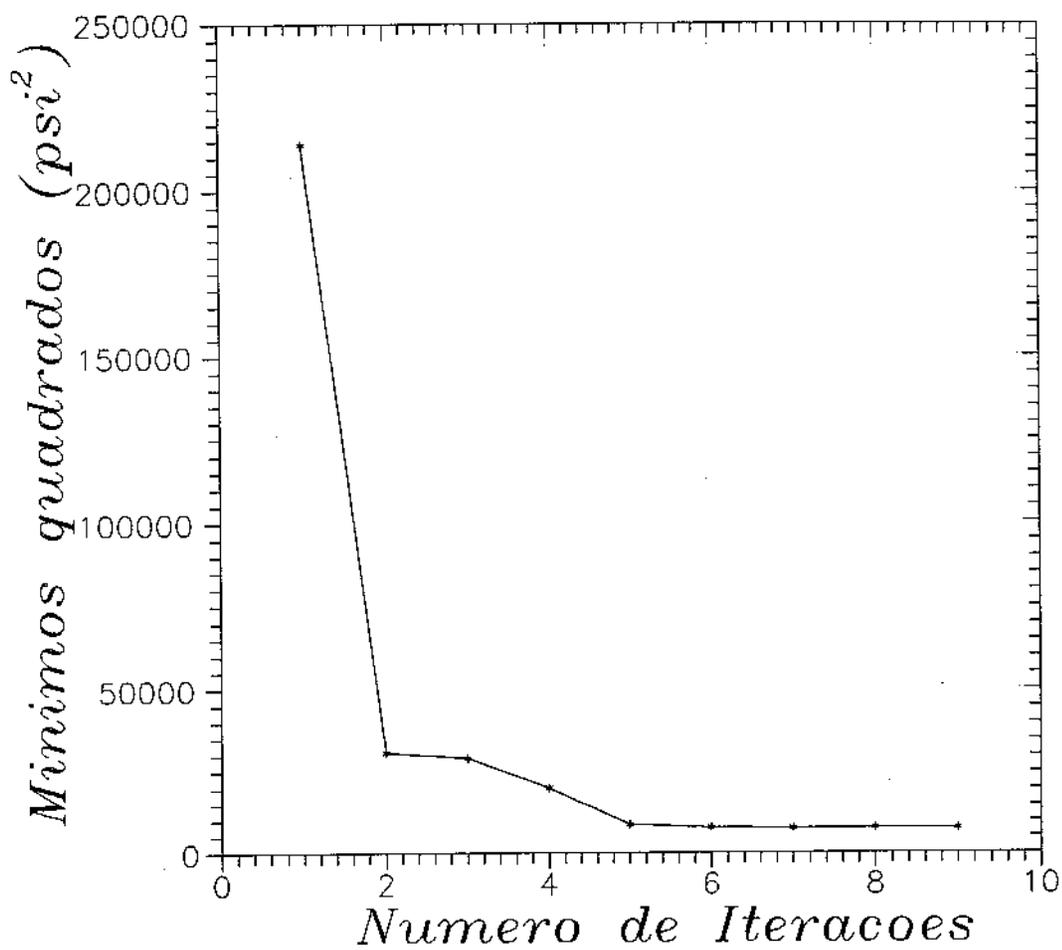


Figura 36: Test #4 - Função objetivo *SSR* nas diversas etapas da otimização

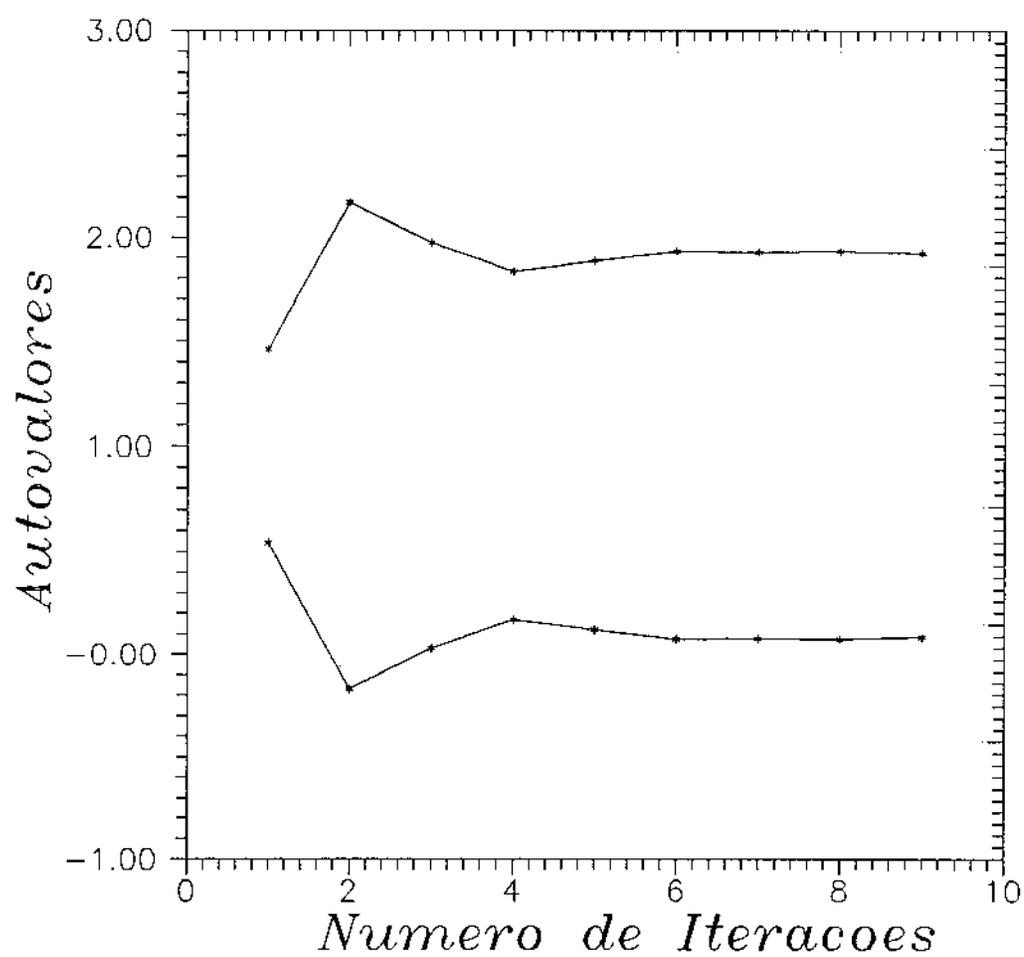


Figura 37: Test #4 - Autovalores nas diversas etapas da otimização

7 Conclusões e Recomendações

7.1 Conclusões

- A realização de testes transientes de pressão em escala de laboratório mostrou ser uma ferramenta útil para a determinação da permeabilidade e do produto ϕc_t das rochas reservatório, possível.
- O bom comportamento dos métodos numéricos aqui utilizados estimula o aprimoramento de este tipo de experiências. Podem-se prever resultados positivos para outras geometrias de fluxo, como por exemplo a radial.
- Uma análise mais rigorosa dos erros inerentes à parte experimental deste trabalho pode ajudar na melhora da qualidade dos resultados deste permo-porosímetro transiente.
- É de se esperar bons resultados da adaptação deste experimento para escala de campo, com o uso de um microcomputador portátil, conversor analógico/digital, e ferramentas de poço para medição simultânea de pressão e vazão de fundo.

7.2 Recomendações

- Para futuros trabalhos sugere-se a determinação exata das compressibilidades das câmaras de estocagem por meio de aparelhos especiais.
- Sugere-se também aumentar o nível de automação deste experimento, de forma a sincronizar melhor a abertura do "poço" para produzir.

- Para se obter maior precisão nos cálculos, é recomendável tentar correlacionar de alguma forma o intervalo de coleta, com as dimensões ou outras características do sistema a analisar.
- A fim de se obter uma maior precisão no cálculo de ϕ_{c_t} , deve-se desenvolver um meio de se manter a pressão externa na camisa de borracha em um valor constante.
- Este procedimento pode ser estendido para quantificação das heterogeneidades de rochas que apresentem comportamento de dupla porosidade.

Nomenclatura

Simbolos romanos

A	=	área transversal do meio poroso, $[L]^2$
L	=	comprimento do meio poroso, $[L]$
h	=	espessura da formação (geometria radial), $[L]$
p	=	pressão, $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
q	=	vazão, $[L]^3[T]^{-1}$
W_e	=	produção acumulada, $[L]^3$
t	=	tempo, $[T]$
x	=	distância, $[L]$
k	=	permeabilidade, $[L]^2$
B	=	fator volume de formação
c_t	=	compressibilidade total do sistema meio poroso-fluido, $[M]^{-1}[L][T]^2$
c_c	=	compressibilidade da câmara de estocagem, $[M]^{-1}[L][T]^2$
V_c	=	volume da câmara, $[L]^3$
V_{c0}	=	volume da câmara à pressão de referência p_0 , $[L]^3$
p_i	=	pressão inicial do reservatório, $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
p_w	=	pressão de produção, $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
p_0	=	pressão de referência, $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
C_D	=	coeficiente adimensional de estocagem
$[H]$	=	matriz hessiana
SSR	=	soma dos quadrados dos resíduos
EMS	=	desvio quadrático médio da regressão
SEP_j	=	desvio padrão do parâmetro α_j
n	=	número de pontos para ajuste não linear
m	=	número de parâmetros a serem determinados
s	=	parâmetro de Laplace
\mathcal{L}	=	operador transformada de Laplace
$A_i \quad i = 1, 4$	=	constantes
$B_i \quad i = 1, 4$	=	constantes
$C_i \quad i = 1, 4$	=	constantes dimensionais
C_D	=	coeficiente adimensional de estocagem
$t_{\delta/2, n-m}$	=	distribuição student com nível de risco δ e $n - m$ graus de liberdade

Simbolos gregos

- $\underline{\alpha}$ = vetor dos parâmetros desconhecidos
 $\underline{\beta}$ = vetor solução da minimização de SSR
 μ = viscosidade, $[M][L]^{-1}[T]^{-1}$
 ϕ = porosidade
 θ = fator de relaxação usado no processo de otimização
 λ = parâmetro adicionado à diagonal da matriz $[H]$
 η = difusividade hidráulica, $[L]^2[T]^{-1}$
 λ_i = autovalor
 ξ_i = autovetor
 δ = nível de risco do intervalo de confiança

Subscrito

- D = adimensional
 i, j, k = índices
 0 = inicial
 w = propriedade na face de produção

Sobrescrito

- ν = número da iteração
 0 = inicial
 $'$ = derivada primeira
 T = transposto

Unidades Físicas

- $[M]$ = massa
 $[L]$ = comprimento
 $[T]$ = tempo

APÊNDICE A: Princípio de Duhamel e Convolução

A.1 Teorema da Convolução

Sejam $G(s)$ e $F(s)$ as transformadas de Laplace de $g(t)$ e $f(t)$, respectivamente.

Seja $y(t)$ a convolução de $g(t)$ e $f(t)$. Isto é:

$$y(t) \equiv \int_{0_-}^{t_+} g(t - \tau)f(\tau)d\tau. \quad (\text{A.1})$$

Então vale a relação :

$$Y(s) = \mathcal{L} \{y(t)\} = G(s)F(s). \quad (\text{A.2})$$

Na equação A.1 consideraram-se 0_- e t_+ como limites de integração pois se $f(t)$ ou $g(t)$ têm um impulso na origem, ele deve ser incluído no cálculo.

Uma aplicação prática importante do teorema acima é a possibilidade de se determinar a resposta de um sistema a uma excitação qualquer, conhecendo-se sua resposta a uma função degrau unitário, como será mostrado a seguir.

A.2 Fórmulas de Duhamel

Todo sistema físico capaz de responder a uma excitação qualquer pode ser imaginado como um esquema que transforma uma função de entrada (excitação), $g(t)$, em uma função de saída (resposta), $y(t)$:

$$g(t) \longrightarrow \boxed{\text{Sistema Físico}} \longrightarrow y(t).$$

Assumindo que todas as condições iniciais são nulas no instante em que $g(t)$ é aplicada ao sistema, como por exemplo, em testes de formação, onde a queda de pressão no

reservatório é nula antes de se começar a produzir, e resolvendo-se as equações diferenciais que descrevem o sistema por meio de transformadas de Laplace, obtém-se a transformada da função resposta na seguinte forma:

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = \frac{G(s)}{Z(s)}, \quad (\text{A.3})$$

onde $Z(s)$ é uma função que depende somente de parâmetros do sistema. Pode-se representar isto através do esquema:

$$\mathcal{L}\{\text{excitação}\} = G(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{Z(s)}} \longrightarrow \mathcal{L}\{\text{resposta}\} = Y(s). \quad (\text{A.4})$$

A função $\frac{1}{Z(s)}$ é chamada de função transferência.

Se uma função degrau unitário é aplicada ao sistema, então:

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = \frac{\mathcal{L}\{u(t)\}}{Z(s)} = \frac{1}{sZ(s)}. \quad (\text{A.5})$$

Chamando de $f(t)$ a resposta ao degrau unitário, ou seja,

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{1}{sZ(s)}, \quad (\text{A.6})$$

e utilizando-se a equação A.6, pode-se reescrever a equação A.3 na forma:

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = \frac{\mathcal{L}\{g(t)\}}{Z(s)} = \frac{s\mathcal{L}\{g(t)\}}{sZ(s)} = s\mathcal{L}\{g(t)\} \mathcal{L}\{f(t)\}. \quad (\text{A.7})$$

Pelo teorema de convolução, tem-se que:

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = s\mathcal{L}\left\{\int_0^t g(\tau)f(t-\tau)d\tau\right\} = s\mathcal{L}\left\{\int_0^t g(t-\tau)f(\tau)d\tau\right\}. \quad (\text{A.8})$$

Usando a propriedade da transformada de Laplace da derivada, segue que:

$$y(t) = \frac{d}{dt} \left[\int_0^t g(\tau) f(t - \tau) d\tau \right] = \frac{d}{dt} \left[\int_0^t g(t - \tau) f(\tau) d\tau \right]. \quad (\text{A.9})$$

Realizando-se as diferenciações, resultam as seguintes formulas equivalentes:

$$y(t) = \int_0^t g(\tau) f'(t - \tau) d\tau + f(0)g(t) \quad (\text{A.10})$$

$$y(t) = \int_0^t g'(t - \tau) f(\tau) d\tau + f(t)g(0) \quad (\text{A.11})$$

Como $f(t)$ é, por definição, a resposta de um sistema inicialmente passivo, a equação A.10 pode ser simplificada para:

$$y(t) = \int_0^t g(\tau) f'(t - \tau) d\tau \quad (\text{A.12})$$

Fazendo-se uma mudança de variáveis nas equações A.11 e A.12, tem-se respectivamente:

$$y(t) = \int_0^t g'(\tau) f(t - \tau) d\tau + f(t)g(0) \quad (\text{A.13})$$

$$y(t) = \int_0^t g(t - \tau) f'(\tau) d\tau \quad (\text{A.14})$$

As equações A.13 e A.14 servem para expressar a resposta de um sistema linear a uma excitação qualquer $g(t)$, em termos da resposta do sistema a uma função degrau unitário, e são conhecidas como fórmulas de Duhamel.

APÊNDICE B: Solução do Teste de Injeção

A equação diferencial que descreve o comportamento de pressão em um meio linear, isotrópico e homogêneo, com fluido de viscosidade constante e pequena compressibilidade, é dada por:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta C_3} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{B.1})$$

A condição inicial é:

$$p(x,0) = p_i. \quad (\text{B.2})$$

A condição de contorno externa, representando a fronteira externa selada é :

$$\frac{\partial p}{\partial x}(L,t) = 0. \quad (\text{B.3})$$

A condição de contorno interna, considerando a câmara de estocagem no sistema bomba-tubulação , é:

$$\frac{C_2 k A}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}(0,t) - q_{accum}(t) = q_{inj}, \quad (\text{B.4})$$

onde:

$$q_{accum}(t) = C_0 c_c V_c \frac{\partial p_c}{\partial x}(0,t). \quad (\text{B.5})$$

A condição inicial na câmara e a sua relação com a pressão no meio poroso são dadas por:

$$p_c(0) = p_i, \quad (\text{B.6})$$

$$p_c(t) = p(0,t). \quad (\text{B.7})$$

Substituindo as equações B.5 , B.6 e B.7 na equação B.4 temos:

$$\frac{C_2 k A}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}(0,t) - C_0 c_c V_c \frac{\partial p}{\partial x}(0,t) = q_{inj}, \quad (\text{B.8})$$

onde C_0, C_2, C_3 são constantes dimensionais dadas na tabela 6 e a difusividade hidráulica do sistema é definida por:

$$\eta = \frac{k}{\phi \mu c_l}. \quad (\text{B.9})$$

	Sistema Darcy	Sistema Internacional	Usado no Laboratório
Vazão	cm^3/s	m^3/h	cm^3/h
Pressão	$atm.$	Pa	psi
Produção acumulada	cm^3	m^3	cm^3
Permeabilidade	D	m^2	md
Area	cm^2	m^2	ft^2
Comprimento	cm	m	ft
Viscosidade	cp	$Pa.s$	cp
Compressibilidade	atm^{-1}	Pa^{-1}	psi^{-1}
Tempo	s	s	s
Porosidade	fração	fração	fração
Constantes dimensionais			
C_0	1	3600	1
C_2	1	7.4657645	1
C_3	1	$0.7333e - 7$	1
C_5	$\frac{2}{\sqrt{\pi}}$	8.64124	$\frac{2}{\sqrt{\pi}}$

Tabela 6: Sistemas de Unidades e constantes dimensionais

Definimos as seguintes variáveis adimensionais:

$$p_D = \frac{kAC_2(p_i - p)}{q_{inj}BL\mu}, \quad (\text{B.10})$$

$$t_D = \frac{C_3 \eta t}{L^2}, \quad (\text{B.11})$$

$$x_D = \frac{x}{L}, \quad (\text{B.12})$$

$$q_D = \frac{q}{q_{inj}}. \quad (\text{B.13})$$

Em termos adimensionais a equação B.1 fica:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (\text{B.14})$$

com as seguintes condições auxiliares:

$$p_D(x_D, 0) = 0, \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D}(1, t_D) = 0, \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D}(0, t_D) - C_D \frac{\partial p_D}{\partial t_D}(0, t_D) = -1, \quad (\text{B.17})$$

onde:

$$C_D = \frac{C_0 C_3}{C_2} \frac{V_c c_c}{A \phi L c_i}. \quad (\text{B.18})$$

Aplicando-se a Transformada de Laplace à equação B.14 temos:

$$\frac{\partial^2 \overline{p_D}}{\partial x_D^2} = s\overline{p_D} - p_D(x_D, 0). \quad (\text{B.19})$$

Aplicando a condição auxiliar definida na equação B.15, esta equação se reduz a:

$$\frac{\partial^2 \overline{p_D}}{\partial x_D^2} = s\overline{p_D}. \quad (\text{B.20})$$

Transformando-se para o espaço de Laplace as relações B.16 e B.17, obtemos respectivamente:

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(1, s) = 0, \quad (\text{B.21})$$

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(0, s) - C_D [s\overline{p_D}(0, s) - p_D(0, 0)] = -\frac{1}{s}. \quad (\text{B.22})$$

Aplicando a condição auxiliar definida na equação B.15 na equação B.22, obtemos:

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(0, s) - C_D \overline{p_D}(0, s) = -\frac{1}{s}. \quad (\text{B.23})$$

A solução de B.20 é:

$$\overline{p_D}(x_D, s) = \mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}x_D) + \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s}x_D). \quad (\text{B.24})$$

Derivando-se esta solução em relação a x_D temos:

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(x_D, s) = \sqrt{s}[\mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}x_D) - \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s}x_D)]. \quad (\text{B.25})$$

Aplicando a equação B.21 temos:

$$\sqrt{s}[\mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}) - \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s})] = 0, \quad (\text{B.26})$$

ou melhor:

$$\mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}) - \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s}) = 0. \quad (\text{B.27})$$

Aplicando a equação B.23 temos:

$$\sqrt{s}[\mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2] - sC_D[\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2] = -\frac{1}{s}, \quad (\text{B.28})$$

ou melhor:

$$[\sqrt{s} - sC_D]\mathcal{A}_1 - [\sqrt{s} + sC_D]\mathcal{A}_2 = -\frac{1}{s}. \quad (\text{B.29})$$

Resolvendo para \mathcal{A}_1 e \mathcal{A}_2 obtemos:

$$\mathcal{A}_1 = \frac{1}{2s} \frac{\exp(-\sqrt{s})}{\sqrt{s} \sinh(\sqrt{s}) + sC_D \cosh(\sqrt{s})}, \quad (\text{B.30})$$

$$\mathcal{A}_2 = \frac{1}{2s} \frac{\exp(\sqrt{s})}{\sqrt{s} \sinh(\sqrt{s}) + sC_D \cosh(\sqrt{s})}. \quad (\text{B.31})$$

A pressão de injeção é dada a partir da eq. B.24 por:

$$\overline{p}_D(0,s) = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2. \quad (\text{B.32})$$

Substituindo os valores de \mathcal{A}_1 e \mathcal{A}_2 obtemos:

$$\overline{p}_D(0,s) = \frac{\cosh(\sqrt{s})}{s\sqrt{s} \sinh(\sqrt{s}) + s^2 C_D \cosh(\sqrt{s})}. \quad (\text{B.33})$$

APÊNDICE C: Solução para Produção à Pressão Constante

A equação diferencial que descreve o fenômeno para escoamento linear é:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta C_3} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{C.1})$$

A condição inicial é:

$$p(x,0) = p_i. \quad (\text{C.2})$$

A condição de contorno externa para injeção à vazão constante é:

$$\frac{C_2 k A}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}(L,t) = q_e, \quad (\text{C.3})$$

e a condição de contorno interna para produção à pressão constante é:

$$p(0,t) = p_w. \quad (\text{C.4})$$

As constantes de transformação de unidades C_2 e C_3 são dadas na tabela 6, e a difusividade hidráulica é:

$$\eta = \frac{k}{\phi \mu c_t}. \quad (\text{C.5})$$

As seguintes variáveis adimensionais são definidas para este modelo:

$$p_D = \frac{p_i - p}{p_i - p_w}, \quad (\text{C.6})$$

$$t_D = \frac{C_3 \eta t}{L^2}, \quad (\text{C.7})$$

$$x_D = \frac{x}{L}, \quad (\text{C.8})$$

$$q_D = \frac{qBL\mu}{(p_i - p_w)kAC_2}. \quad (\text{C.9})$$

Aplicando-se estas definições , o sistema fica reduzido à seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (\text{C.10})$$

com as seguintes condições auxiliares:

$$p_D(x_D, 0) = 0, \quad (\text{C.11})$$

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D}(1, t_D) = -q_{De}, \quad (\text{C.12})$$

$$p_D(0, t_D) = 1. \quad (\text{C.13})$$

Aplicando-se a Transformada de Laplace à equação C.10, temos:

$$\frac{\partial^2 \overline{p_D}}{\partial x_D^2} = s\overline{p_D} - p_D(x_D, 0), \quad (\text{C.14})$$

a qual, após utilização da condição auxiliar definida na equação C.11, resulta em:

$$\frac{\partial^2 \overline{p_D}}{\partial x_D^2} = s\overline{p_D}. \quad (\text{C.15})$$

As condições dadas pelas equações C.12 e C.13 são transformadas para:

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(1,s) = -\frac{q_{De}}{s}, \quad (\text{C.16})$$

$$\overline{p_D}(0,s) = \frac{1}{s}. \quad (\text{C.17})$$

A solução de C.15 é:

$$\overline{p_D}(x_D,s) = \mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}x_D) + \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s}x_D). \quad (\text{C.18})$$

Aplicando a equação C.17 temos:

$$\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = \frac{1}{s}. \quad (\text{C.19})$$

Derivando em relação a x_D temos:

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(x_D,s) = \sqrt{s}[\mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}x_D) - \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s}x_D)]. \quad (\text{C.20})$$

Aplicando a equação C.16 temos:

$$\sqrt{s}[\mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}) - \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s})] = -\frac{q_{De}}{s}. \quad (\text{C.21})$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações C.21 e C.21 temos:

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\sqrt{s} \exp(-\sqrt{s}) - q_{De}}{2s\sqrt{s} \cosh(\sqrt{s})}, \quad (\text{C.22})$$

$$\mathcal{A}_2 = \frac{\sqrt{s} \exp(\sqrt{s}) + q_{De}}{2s\sqrt{s} \cosh(\sqrt{s})}. \quad (\text{C.23})$$

A pressão de produção é dada por:

$$\overline{p_D}(0,s) = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2. \quad (\text{C.24})$$

A vazão de produção é dada por:

$$\overline{q_{wd}}(s) = -\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(0,s) = \sqrt{s}[\mathcal{A}_2 - \mathcal{A}_1]. \quad (\text{C.25})$$

A produção acumulada é dada por:

$$\overline{We_D}(s) = \frac{\overline{q_{wd}}(s)}{s} = \frac{1}{\sqrt{s}}[\mathcal{A}_2 - \mathcal{A}_1]. \quad (\text{C.26})$$

Substituindo o valor das constantes \mathcal{A}_2 e \mathcal{A}_1 , obtemos:

$$\overline{We_D}(s) = \frac{\tanh(\sqrt{s})}{s\sqrt{s}} + \frac{q_{De}}{s^2 \cosh(\sqrt{s})}. \quad (\text{C.27})$$

Invertendo esta expressão para o campo real temos:

$$\begin{aligned} We_D(t_D) = & q_{De} \left[t_D - \frac{1}{2} - \frac{16}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^3} \exp\left(-\frac{(2n-1)^2 \pi^2 t_D}{4}\right) \right] \\ & + 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left(-\frac{(2n-1)^2 \pi^2 t_D}{4}\right). \end{aligned} \quad (\text{C.28})$$

APÊNDICE D: Solução para Produção à Pressão Constante, Considerando Superposição no Espaço

Neste Apêndice pretende-se reproduzir a solução encontrada no Apêndice C, considerando a superposição no espaço de duas soluções :

- SOLUÇÃO A : reservatório produzindo à pressão constante, fronteira externa selada.
- SOLUÇÃO B : reservatório com a fronteira interna ($x = 0$) mantida à pressão inicial, sendo que na fronteira externa é imposta uma vazão de injeção constante .

A equação diferencial que descreve o fenômeno é:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta C_3} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (D.1)$$

Solução A

A condição inicial é:

$$p(x,0) = p_i \quad (D.2)$$

A condição de fronteira externa selada é descrita por:

$$\frac{\partial p}{\partial x}(L,t) = 0, \quad (D.3)$$

e a condição de fronteira interna produzindo à pressão constante é:

$$p(0,t) = p_w, \quad (D.4)$$

onde C_2 e C_3 são constantes dimensionais dadas na tabela 6, e:

$$\eta = \frac{k}{\phi\mu c_t}. \quad (\text{D.5})$$

As variáveis adimensionais a serem utilizadas nesta seção são:

$$p_D = \frac{p_i - p}{p_i - p_w}, \quad (\text{D.6})$$

$$t_D = \frac{C_3\eta t}{L^2}, \quad (\text{D.7})$$

$$x_D = \frac{x}{L}. \quad (\text{D.8})$$

Em termos adimensionais, o sistema fica da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (\text{D.9})$$

com as seguintes condições auxiliares:

$$p_D(x_D, 0) = 0, \quad (\text{D.10})$$

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D}(1, t_D) = 0, \quad (\text{D.11})$$

$$p_D(0, t_D) = 1. \quad (\text{D.12})$$

Aplicando-se a Transformada de Laplace à equação D.9, resulta:

$$\frac{\partial^2 \overline{p_D}}{\partial x_D^2} = s\overline{p_D} - p_D(x_D, 0), \quad (\text{D.13})$$

que, após a utilização da condição inicial dada pela equação D.10, reduz-se a:

$$\frac{\partial^2 \overline{p_D}}{\partial x_D^2} = s\overline{p_D}. \quad (\text{D.14})$$

As condições D.11 e D.12 são transformadas para:

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(1, s) = 0, \quad (\text{D.15})$$

$$\overline{p_D}(0, s) = \frac{1}{s}. \quad (\text{D.16})$$

A solução de D.14 é:

$$\overline{p_D}(x_D, s) = \mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}x_D) + \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s}x_D). \quad (\text{D.17})$$

Aplicando as condições de contorno dadas por D.15 e D.16, chegamos ao sistema de equações :

$$\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = \frac{1}{s}, \quad (\text{D.18})$$

$$\sqrt{s}[\mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}) - \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s})] = 0, \quad (\text{D.19})$$

cuja solução é:

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\exp(-\sqrt{s})}{2s \cosh(\sqrt{s})}, \quad (\text{D.20})$$

$$\mathcal{A}_2 = \frac{\exp(\sqrt{s})}{2s \cosh(\sqrt{s})}. \quad (\text{D.21})$$

A produção acumulada é dada por:

$$\overline{We_D}(s) = \frac{1}{\sqrt{s}}[\mathcal{A}_2 - \mathcal{A}_1]. \quad (\text{D.22})$$

Substituindo o valor das constantes \mathcal{A}_2 e \mathcal{A}_1 , obtemos:

$$\overline{We_D}(s) = \frac{\tanh(\sqrt{s})}{s\sqrt{s}}. \quad (\text{D.23})$$

Solução B

A condição inicial é a mesma que na solução A.

A condição de contorno para injeção constante na fronteira externa é:

$$\frac{C_2 k A}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}(L, t) = q_e, \quad (\text{D.24})$$

e a condição de pressão original na fronteira interna é:

$$p(0, t) = p_i. \quad (\text{D.25})$$

Considerando as mesmas variáveis adimensionais da solução A, e adicionalmente:

$$q_D = \frac{q B L \mu}{(p_i - p_w) k A C_2}, \quad (\text{D.26})$$

o sistema fica da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (\text{D.27})$$

com as seguintes condições auxiliares:

$$p_D(x_D, 0) = 0, \quad (\text{D.28})$$

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D}(1, t_D) = -q_{D_e}, \quad (\text{D.29})$$

$$p_D(0, t_D) = 0. \quad (\text{D.30})$$

Aplicando-se a Transformada de Laplace as equações D.27 a D.30 e utilizando-se a condição inicial dada por D.28, temos:

$$\frac{\partial^2 \overline{p}_D}{\partial x_D^2} = s \overline{p}_D, \quad (\text{D.31})$$

$$\frac{\partial \overline{p}_D}{\partial x_D}(1, s) = -\frac{q_{D_e}}{s}, \quad (\text{D.32})$$

$$\overline{p}_D(0, s) = 0. \quad (\text{D.33})$$

A solução de D.31 é:

$$\overline{p}_D(x_D, s) = \mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}x_D) + \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s}x_D). \quad (\text{D.34})$$

Aplicando a condição de contorno interna, equação D.30, obtemos:

$$\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = 0, \quad (\text{D.35})$$

$$\mathcal{A}_1 = -\mathcal{A}_2 = \mathcal{A}. \quad (\text{D.36})$$

A equação D.34 fica então:

$$\overline{p_D}(x_D, s) = 2\mathcal{A} \sinh(\sqrt{s}x_D). \quad (\text{D.37})$$

Aplicando a condição de contorno externa, equação D.29, resulta:

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(1, s) = 2\sqrt{s}\mathcal{A} \cosh(\sqrt{s}) = -\frac{q_{De}}{s}. \quad (\text{D.38})$$

Explicitando-se o valor da constante \mathcal{A} , obtemos:

$$\mathcal{A} = -\frac{q_{De}}{2s\sqrt{s} \cosh(\sqrt{s})}. \quad (\text{D.39})$$

A vazão de produção é dada por:

$$\overline{q_{wd}}(s) = -\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(0, s) = -2\mathcal{A}\sqrt{s}. \quad (\text{D.40})$$

A produção acumulada é dada por:

$$\overline{We_D}(s) = \frac{\overline{q_{wd}}(s)}{s} = -\frac{2\mathcal{A}}{\sqrt{s}}. \quad (\text{D.41})$$

Substituindo o valor da constante \mathcal{A} , resulta:

$$\overline{We_D}(s) = \frac{q_{De}}{s^2 \cosh(\sqrt{s})}. \quad (\text{D.42})$$

Superpondo as soluções A e B, obtemos:

$$\overline{We_D}(s) = [\overline{We_D}(s)]_A + [\overline{We_D}(s)]_B = \frac{\tanh(\sqrt{s})}{s\sqrt{s}} + \frac{q_{De}}{s^2 \cosh(\sqrt{s})}, \quad (\text{D.43})$$

que é a solução encontrada no apêndice C.

APÊNDICE E: Solução do "Closed Chamber Test"

A equação diferencial que descreve o fenômeno é:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta C_3} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (\text{E.1})$$

com a condição inicial:

$$p(x,0) = p_i. \quad (\text{E.2})$$

A condição de injeção com vazão constante na fronteira externa é:

$$\frac{C_2 k A}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}(L,t) = q_e. \quad (\text{E.3})$$

A condição de produção através da fronteira interna para o interior de uma câmara de estocagem, é:

$$C_0 c_c V_c \frac{\partial p_c}{\partial t} = q_{prod}(t), \quad (\text{E.4})$$

onde:

$$q_{prod}(t) = \frac{C_2 k A}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}(0,t). \quad (\text{E.5})$$

A condição inicial na câmara e a sua relação com a pressão no meio poroso são :

$$p_c(0) = p_0, \quad (\text{E.6})$$

$$p_c(t) = p(0,t), \quad t > 0. \quad (\text{E.7})$$

Combinando as equações E.4 , E.5 e E.7 temos:

$$C_0 c_c V_c \frac{\partial p}{\partial t}(0,t) = \frac{C_2 k A}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}(0,t), \quad (\text{E.8})$$

onde C_0 , C_2 e C_3 são constantes dimensionais dadas na tabela 6, e:

$$\eta = \frac{k}{\phi \mu c_i}. \quad (\text{E.9})$$

As seguintes variáveis adimensionais serão definidas para esta secção :

$$p_D = \frac{p_i - p}{p_i - p_0}, \quad (\text{E.10})$$

$$t_D = \frac{C_3 \eta t}{L^2}, \quad (\text{E.11})$$

$$x_D = \frac{x}{L}, \quad (\text{E.12})$$

$$q_D = \frac{q B L \mu}{(p_i - p_0) k A C_2}. \quad (\text{E.13})$$

O sistema fica reduzido à seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (\text{E.14})$$

com as seguintes condições auxiliares:

$$p_D(x_D, 0) = 0, \quad (\text{E.15})$$

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D}(1, t_D) = -q_{De}, \quad (\text{E.16})$$

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D}(0, t_D) = C_D \frac{\partial p_D}{\partial t_D}(0, t_D), \quad (\text{E.17})$$

onde:

$$C_D = \frac{C_0 C_3}{C_2} \frac{V_c c_c}{A \phi L c_t}. \quad (\text{E.18})$$

Combinando E.6 e E.7 temos a seguinte condição :

$$p_D(0,0) = 1 \quad (\text{E.19})$$

Aplicando a Transformada de Laplace ao sistema formado pelas equações E.14 a E.17 temos:

$$\frac{\partial^2 \overline{p_D}}{\partial x_D^2} = s \overline{p_D} - p_D(x_D, 0), \quad (\text{E.20})$$

e utilizando a condição auxiliar definida na equação E.15:

$$\frac{\partial^2 \overline{p_D}}{\partial x_D^2} = s \overline{p_D}, \quad (\text{E.21})$$

e ainda:

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(1, s) = -\frac{q_{De}}{s}, \quad (\text{E.22})$$

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(0, s) - C_D [s \overline{p_D}(0, s) - p_D(0, 0)] = 0. \quad (\text{E.23})$$

Aplicando a equação E.19, a equação E.23 se reduz a:

$$\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D}(0, s) - C_D [s \overline{p_D}(0, s) - 1] = 0, \quad (\text{E.24})$$

ou:

$$C_D s \bar{p}_D(0, s) - \frac{\partial \bar{p}_D}{\partial x_D}(0, s) = C_D. \quad (\text{E.25})$$

A solução de E.21 é:

$$\bar{p}_D(x_D, s) = \mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s} x_D) + \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s} x_D). \quad (\text{E.26})$$

Derivando em relação a x_D temos:

$$\frac{\partial \bar{p}_D}{\partial x_D}(x_D, s) = \sqrt{s} [\mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s} x_D) - \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s} x_D)]. \quad (\text{E.27})$$

Aplicando a equação E.22 temos:

$$\sqrt{s} [\mathcal{A}_1 \exp(\sqrt{s}) - \mathcal{A}_2 \exp(-\sqrt{s})] = -\frac{q_{D\epsilon}}{s}. \quad (\text{E.28})$$

Aplicando a equação E.25 temos:

$$C_D s [\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2] - \sqrt{s} [\mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2] = C_D, \quad (\text{E.29})$$

ou:

$$[C_D s - \sqrt{s}] \mathcal{A}_1 + [C_D s + \sqrt{s}] \mathcal{A}_2 = C_D. \quad (\text{E.30})$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações E.28 e E.30 temos:

$$\mathcal{A}_1 = \frac{1}{2} \frac{C_D \exp(-\sqrt{s}) - [C_D s + \sqrt{s}] \frac{q_{D\epsilon}}{s\sqrt{s}}}{C_D s \cosh(\sqrt{s}) + \sqrt{s} \sinh(\sqrt{s})}, \quad (\text{E.31})$$

$$\mathcal{A}_2 = \frac{1}{2} \frac{[C_D s - \sqrt{s}] \frac{q_{D\epsilon}}{s\sqrt{s}} + C_D \exp(\sqrt{s})}{C_D s \cosh(\sqrt{s}) + \sqrt{s} \sinh(\sqrt{s})}. \quad (\text{E.32})$$

A pressão de produção é dada por:

$$\overline{p_D}(0,s) = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2. \quad (\text{E.33})$$

A vazão de produção é dada por:

$$\overline{q_{wd}}(s) = -\frac{\partial \overline{p_D}}{\partial x_D} = \sqrt{s}[\mathcal{A}_2 - \mathcal{A}_1]. \quad (\text{E.34})$$

A produção acumulada é dada por:

$$\overline{We_D}(s) = \frac{\overline{q_{wd}}(s)}{s} = \frac{1}{\sqrt{s}}[\mathcal{A}_2 - \mathcal{A}_1]. \quad (\text{E.35})$$

Substituindo o valor das constantes \mathcal{A}_2 e \mathcal{A}_1 , obtemos:

$$\overline{p_D}(0,s) = \frac{C_D \cosh(\sqrt{s}) - \frac{q_{Dc}}{s}}{C_D s \cosh(\sqrt{s}) + \sqrt{s} \sinh(\sqrt{s})}, \quad (\text{E.36})$$

$$\overline{We_D}(s) = \frac{C_D [\sinh(\sqrt{s}) + \frac{q_{Dc}}{\sqrt{s}}]}{\sqrt{s} [C_D s \cosh(\sqrt{s}) + \sqrt{s} \sinh(\sqrt{s})]}. \quad (\text{E.37})$$

APÊNDICE F: Cálculo dos Gradientes do Teste de Injeção

Seguindo o procedimento descrito nas equações 4.1.7 a 4.1.12, calculam-se os gradientes da pressão em relação aos parâmetros de regressão:

$$\overline{\Delta p}(0,s) = \frac{SUP}{INF}, \quad (F.1)$$

onde:

$$SUP = \cosh(ARG), \quad (F.2)$$

$$INF = B_1(\phi c_t)^{1/2} k^{1/2} s^{3/2} \sinh(ARG) + B_2 s^2 \cosh(ARG), \quad (F.3)$$

$$ARG = L \sqrt{\frac{s}{\eta C_3}}, \quad (F.4)$$

$$B_1 = \frac{C_2 A}{B q_{inj}} \sqrt{\frac{c_t}{C_3 \mu}}, \quad (F.5)$$

$$B_2 = \frac{C_2 c_t C_D L A}{C_3 B q_{inj}}, \quad (F.6)$$

$$\overline{\Delta p}(0,s) = \mathcal{L}\{p_i - p(0,s)\}. \quad (F.7)$$

Calculam-se as seguintes derivadas:

$$\frac{\partial SUP}{\partial k} = \sinh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k}, \quad (F.8)$$

$$\frac{\partial SUP}{\partial \phi_{c_i}} = \sinh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_i}}, \quad (F.9)$$

$$\frac{\partial^2 SUP}{\partial k^2} = \sinh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial k^2} + \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k} \frac{\partial ARG}{\partial k}, \quad (F.10)$$

$$\frac{\partial^2 SUP}{\partial (\phi_{c_i})^2} = \sinh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial (\phi_{c_i})^2} + \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_i}} \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_i}}, \quad (F.11)$$

$$\frac{\partial^2 SUP}{\partial \phi_{c_i} \partial k} = \sinh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial \phi_{c_i} \partial k} + \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_i}} \frac{\partial ARG}{\partial k}, \quad (F.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial INF}{\partial k} &= \mathcal{B}_1 (\phi_{c_i})^{1/2} k^{1/2} s^{3/2} \left[\frac{\sinh(ARG)}{2k} + \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k} \right] + \\ &\quad \mathcal{B}_2 s^2 \sinh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k}, \end{aligned} \quad (F.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial INF}{\partial \phi_{c_i}} &= \mathcal{B}_1 (\phi_{c_i})^{1/2} k^{1/2} s^{3/2} \left[\frac{\sinh(ARG)}{2\phi_{c_i}} + \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_i}} \right] + \\ &\quad \mathcal{B}_2 s^2 \sinh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_i}}, \end{aligned} \quad (F.14)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 INF}{\partial k^2} &= \mathcal{B}_1(\phi_{c_t})^{1/2} k^{1/2} s^{3/2} \left\{ \sinh(ARG) \left[-\frac{1}{2k} + \frac{\partial ARG}{\partial k} \frac{\partial ARG}{\partial k} \right] + \right. \\
&\quad \left. \cosh(ARG) \left[\frac{1}{k} \frac{\partial ARG}{\partial k} + \frac{\partial^2 ARG}{\partial k^2} \right] \right\} + \\
&\quad \mathcal{B}_2 s^2 \left[\sinh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial k^2} + \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k} \frac{\partial ARG}{\partial k} \right], \quad (F.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 INF}{\partial(\phi_{c_t})^2} &= \mathcal{B}_1(\phi_{c_t})^{1/2} k^{1/2} s^{3/2} \left\{ \sinh(ARG) \left[-\frac{1}{2\phi_{c_t}} + \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \right] + \right. \\
&\quad \left. \cosh(ARG) \left[\frac{1}{\phi_{c_t}} \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} + \frac{\partial^2 ARG}{\partial(\phi_{c_t})^2} \right] \right\} + \\
&\quad \mathcal{B}_2 s^2 \left[\sinh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial(\phi_{c_t})^2} + \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \right], \quad (F.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 INF}{\partial \phi_{c_t} \partial k} &= \mathcal{B}_1(\phi_{c_t})^{1/2} k^{1/2} s^{3/2} \left\{ \frac{1}{2\phi_{c_t}} \left[\frac{1}{2k} \sinh(ARG) + \cosh(ARG) \right] + \right. \\
&\quad \left. \sinh(ARG) \left[\frac{1}{k} \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} + \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \frac{\partial ARG}{\partial k} \right] + \cosh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial(\phi_{c_t}) \partial k} \right\} + \\
&\quad \mathcal{B}_2 s^2 \left[\sinh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial(\phi_{c_t}) \partial k} + \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \frac{\partial ARG}{\partial k} \right], \quad (F.17)
\end{aligned}$$

onde:

$$\frac{\partial ARG}{\partial k} = -\frac{ARG}{2k}, \quad (F.18)$$

$$\frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} = \frac{ARG}{2\phi_{c_t}}, \quad (F.19)$$

$$\frac{\partial^2 ARG}{\partial k^2} = \frac{3ARG}{4k^2}, \quad (F.20)$$

$$\frac{\partial^2 ARG}{\partial(\phi c_t)^2} = -\frac{ARG}{4(\phi c_t)^2}, \quad (F.21)$$

$$\frac{\partial^2 ARG}{\partial\phi c_t \partial k} = -\frac{ARG}{4\phi c_t k}. \quad (F.22)$$

Seguindo o procedimento descrito nas equações 4.1.15 a 4.1.16 calculam-se as derivadas necessárias para o cálculo do tamanho do passo:

$$SUP^* = \cosh(ARG^*), \quad (F.23)$$

$$INF^* = B_1(\phi c_t + \theta\beta_2)^{1/2}(k + \theta\beta_1)^{1/2}s^{3/2} \sinh(ARG^*) + B_2s^2 \cosh(ARG^*), \quad (F.24)$$

$$ARG^* = L\sqrt{\frac{s}{\eta^*C_3}}, \quad (F.25)$$

$$\eta^* = \frac{k + \theta\beta_1}{\mu(\phi c_t + \theta\beta_2)}, \quad (F.26)$$

$$\frac{\partial SUP^*}{\partial\theta} = \sinh(ARG^*)\frac{\partial ARG^*}{\partial\theta}, \quad (F.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial INF^*}{\partial\theta} &= B_1s^{3/2}(\phi c_t + \theta\beta_2)^{1/2}(k + \theta\beta_1)^{1/2} \left\{ \cosh(ARG^*)\frac{\partial ARG^*}{\partial\theta} + \right. \\ &\quad \left. 0.5 \sinh(ARG^*) \left[\frac{\beta_1}{k + \theta\beta_1} + \frac{\beta_2}{\phi c_t + \theta\beta_2} \right] \right\} + \\ &\quad B_2s^2 \sinh(ARG^*)\frac{\partial ARG^*}{\partial\theta}, \end{aligned} \quad (F.28)$$

$$\frac{\partial ARG^*}{\partial \theta} = 0.5L \sqrt{\frac{\mu}{C_3}} s^{1/2} (\phi c_t + \theta \beta_2)^{-1/2} (k + \theta \beta_1)^{-1/2} \left[\beta_2 - \frac{(\phi c_t + \theta \beta_2)}{(k + \theta \beta_1)} \beta_1 \right], \quad (F.29)$$

APÊNDICE G: Cálculo dos Gradientes do "Closed Chamber Test"

Seguindo o procedimento descrito nas equações 4.1.7 a 4.1.12 calculam-se os gradientes da pressão em relação aos parâmetros de regressão:

$$\overline{\Delta p(0,s)} = \frac{SUP}{INF}, \quad (G.1)$$

onde:

$$SUP = \frac{B_1 \phi c_t}{k} \sinh(ARG) + B_2 (\phi c_t)^{1/2} k^{-3/2} s^{-1/2}, \quad (G.2)$$

$$INF = (\phi c_t)^{1/2} k^{-3/2} s^{1/2} [B_3 s \cosh(ARG) - B_4], \quad (G.3)$$

$$ARG = L \sqrt{\frac{s}{\eta C_3}}, \quad (G.4)$$

$$B_1 = \frac{C_1 A L^3 \mu (p_i - p_0) C_D}{B C_3}, \quad (G.5)$$

$$B_2 = \frac{C_1 C_D L^3 q_e \mu^{3/2}}{C_2 C_3^{1/2}}, \quad (G.6)$$

$$B_3 = \frac{L^3 \mu^{3/2} C_D}{C_3^{3/2}}, \quad (G.7)$$

$$B_4 = \frac{L^2 \mu^{3/2} q_e B}{C_3^{1/2} (p_i - p_0) A C_2}. \quad (G.8)$$

Calculam-se as seguintes derivadas:

$$\frac{\partial SUP}{\partial k} = \frac{B_1 \phi_{c_t} \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k}}{k} - \frac{1}{k} \left[SUP + 0.5 B_2 (\phi_{c_t})^{1/2} k^{-3/2} s^{-1/2} \right], \quad (G.9)$$

$$\frac{\partial SUP}{\partial \phi_{c_t}} = \frac{B_1}{k} \left[\phi_{c_t} \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} + \sinh(ARG) \right] + 0.5 B_2 (\phi_{c_t})^{-1/2} s^{1/2} k^{-3/2}, \quad (G.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 SUP}{\partial k^2} &= \frac{B_1 \phi_{c_t}}{k} \left[\cosh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial k^2} + \sinh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k} \frac{\partial ARG}{\partial k} \right] - \\ &\frac{2 \partial SUP}{k \partial k} + 0.75 B_2 (\phi_{c_t})^{1/2} k^{-7/2} s^{-1/2}, \end{aligned} \quad (G.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 SUP}{\partial \phi_{c_t}^2} &= \frac{B_1}{k} \left[2 \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} + \phi_{c_t} \cosh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial (\phi_{c_t})^2} + \right. \\ &\left. \phi_{c_t} \sinh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \right] - 0.25 B_2 (\phi_{c_t})^{-3/2} s^{1/2} k^{-3/2}, \end{aligned} \quad (G.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 SUP}{\partial \phi_{c_t} \partial k} &= \frac{B_1}{k} \left[\phi_{c_t} \cosh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial \phi_{c_t} \partial k} + \phi_{c_t} \sinh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k} \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} + \right. \\ &\left. \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k} \right] - \frac{1}{k} \left[\frac{\partial SUP}{\partial \phi_{c_t}} + \right. \\ &\left. 0.25 B_2 (\phi_{c_t})^{-1/2} k^{-3/2} s^{-1/2} \right], \end{aligned} \quad (G.13)$$

$$\frac{\partial INF}{\partial k} = B_3 (\phi_{c_t})^{1/2} s^{3/2} k^{-3/2} \sinh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k} - \frac{3 INF}{2 k}, \quad (G.14)$$

$$\frac{\partial INF}{\partial \phi_{c_t}} = \mathcal{B}_3(\phi_{c_t})^{1/2} s^{3/2} k^{-3/2} \sinh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} + \frac{1}{2} \frac{INF}{\phi_{c_t}}, \quad (G.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 INF}{\partial k^2} &= \mathcal{B}_3(\phi_{c_t})^{1/2} s^{3/2} k^{-3/2} \left[\sinh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial k^2} + \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k} \frac{\partial ARG}{\partial k} \right] - \\ &\frac{3}{k} \frac{\partial INF}{\partial k} - \frac{3}{4k^2} INF, \end{aligned} \quad (G.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 INF}{\partial (\phi_{c_t})^2} &= \mathcal{B}_3(\phi_{c_t})^{1/2} s^{3/2} k^{-3/2} \left[\sinh(ARG) \frac{\partial^2 ARG}{\partial (\phi_{c_t})^2} + \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \right] + \\ &\frac{1}{\phi_{c_t}} \frac{\partial INF}{\partial \phi_{c_t}} - \frac{3}{4(\phi_{c_t})^2} INF, \end{aligned} \quad (G.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 INF}{\partial \phi_{c_t} \partial k} &= \mathcal{B}_3(\phi_{c_t})^{1/2} s^{3/2} k^{-3/2} \left[\sinh(ARG) \left(\frac{\partial^2 ARG}{\partial \phi_{c_t} \partial k} + \frac{1}{2\phi_{c_t}} \frac{\partial ARG}{\partial k} \right) + \right. \\ &\left. \cosh(ARG) \frac{\partial ARG}{\partial k} \frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} \right] - \frac{3}{2k} \frac{\partial INF}{\partial \phi_{c_t}}, \end{aligned} \quad (G.18)$$

onde:

$$\frac{\partial ARG}{\partial k} = -\frac{ARG}{2k}, \quad (G.19)$$

$$\frac{\partial ARG}{\partial \phi_{c_t}} = \frac{ARG}{2\phi_{c_t}}, \quad (G.20)$$

$$\frac{\partial^2 ARG}{\partial k^2} = \frac{3ARG}{4k^2}, \quad (G.21)$$

$$\frac{\partial^2 ARG}{\partial(\phi c_t)^2} = -\frac{ARG}{4(\phi c_t)^2}, \quad (G.22)$$

$$\frac{\partial^2 ARG}{\partial\phi c_t \partial k} = -\frac{ARG}{4\phi c_t k}. \quad (G.23)$$

Seguindo o procedimento descrito nas equações 4.1.15 a 4.1.16 calcula-se as derivadas necessárias para o cálculo do tamanho do passo:

$$SUP^* = \frac{B_1(\phi c_t + \theta\beta_2)}{k + \theta\beta_1} \sinh(ARG^*) + B_2(\phi c_t + \theta\beta_2)^{1/2}(k + \theta\beta_1)^{-3/2}s^{-1/2}, \quad (G.24)$$

$$INF^* = (\phi c_t + \theta\beta_2)^{1/2}(k + \theta\beta_1)^{-3/2}s^{1/2}[B_3s \cosh(ARG^*) - B_4], \quad (G.25)$$

$$ARG^* = L\sqrt{\frac{s}{\eta^*C_3}}, \quad (G.26)$$

$$\eta^* = \frac{k + \theta\beta_1}{\mu(\phi c_t + \theta\beta_2)}, \quad (G.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial SUP^*}{\partial\theta} = & \frac{B_1(\phi c_t + \theta\beta_2)}{k + \theta\beta_1} \left[\cosh(ARG^*) \frac{\partial ARG^*}{\partial\theta} + \right. \\ & \left. \sinh(ARG^*) \left(\frac{\beta_1}{k + \theta\beta_1} + \frac{\beta_2}{\phi c_t + \theta\beta_2} \right) \right] + \\ & 0.5B_2s^{-1/2}(\phi c_t + \theta\beta_2)^{1/2}(k + \theta\beta_1)^{-3/2} \left[-3\frac{\beta_1}{k + \theta\beta_1} + \right. \\ & \left. \frac{\beta_2}{\phi c_t + \theta\beta_2} \right], \quad (G.28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial INF^*}{\partial \theta} = & B_3(\phi c_t + \theta \beta_2)^{1/2}(k + \theta \beta_1)^{-3/2} \left[\sinh(ARG^*) \frac{\partial ARG^*}{\partial \theta} + \frac{\beta_2 \cosh(ARG^*)}{2(\phi c_t + \theta \beta_2)} - \right. \\ & \left. \frac{3\beta_1 \cosh(ARG^*)}{2(k + \theta \beta_1)} \right] - 0.5B_4(\phi c_t + \theta \beta_2)^{1/2}(k + \theta \beta_1)^{-3/2} s^{1/2} \left[-3 \frac{\beta_1}{k + \theta \beta_1} + \right. \\ & \left. \frac{\beta_2}{\phi c_t + \theta \beta_2} \right], \end{aligned} \quad (G.29)$$

$$\frac{\partial ARG^*}{\partial \theta} = 0.5L \sqrt{\frac{\mu}{C_3}} s^{1/2} (\phi c_t + \theta \beta_2)^{-1/2} (k + \theta \beta_1)^{-1/2} \left[\beta_2 - \frac{(\phi c_t + \theta \beta_2)}{(k + \theta \beta_1)} \beta_1 \right]. \quad (G.30)$$

Referências

- [1] Van Everdingen, A.F. e Hurst, W. : "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", Trans. AIME, (1949), V. 186, 305 - 24.
- [2] Odeh, A.S. e Jones, L.G. : "Pressure Drawdown Analysis, Variable Rate Case", Journal of Petroleum Technology (May, 1965), 960-64; Trans. AIME, 234.
- [3] Stewart, G., Wittman, M.J. e Meunier, D.: "Afterflow Measurements and Deconvolution in Well Test Analysis", SPE paper 12174, (1983).
- [4] Kuchuk, F. e Ayestaran, L. : "Analysis of Simultaneously Measured Pressure and Sandface Flow Rate in Transient Well Testing", SPE paper 12177, (1983).
- [5] Thompson, L.G. e Reynolds, A.C. : "Analysis of Variable Rate Well Test Pressure Data Using Duhamel's Principle", SPE paper 13080, (1984).
- [6] Mendes, L.C.C. : "Análise de Testes de Poços Utilizando Deconvolução de Pressão e Vazão", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, (Março, 1989).
- [7] Mendes, L.C.C., Tygel, M. e Corrêa, A.C.F. : "A Deconvolution Algorithm for Analysis of Variable Rate Well Test Pressure Data", SPE paper 19815, (1989).
- [8] Romboutsos, A. e Stewart,G. : "A Direct Deconvolution or Convolution Algorithm for Well Test Analysis", SPE paper 18157, (1988).
- [9] Kuchuk, F.J., Carter, R.G. e Ayestaran, L. : "Deconvolution of Wellbore Pressure and Flow Rate", SPEFE(March, 1990), p. 53-59.

- [10] Ramey, H.J. : "Verification of the Glatfelter-Tracy-Wilsey Concept for Wellbore Storage-Dominated Transient Pressures during Production", Journal of Canadian Petroleum Technology, (April/June, 1976).
- [11] Earlougher, R.C. : "Advances in Well Test Analysis", Monograph Vol. 5, Henry L. Doherty Series, SPE of AIME, Dallas, Texas (1977).
- [12] Jahns, H.O. : "A Rapid Method for Obtaining a Two-Dimensional Reservoir Description from Well Pressure Response Data" SPEJ, (Dec, 1966), 315; Trans. AIME, 237.
- [13] Coats, K.H., Dempsey, J.R e Henderson, J.H. : "A New Technique for Determining Reservoir Description from Field Performance Data", SPEJ, (March, 1970), 66; Trans. AIME, 249.
- [14] Earlougher, R.C. e Kersch, K.M. : "Field Examples of Automatic Transient Test Analysis", JPT, (Oct, 1972), 1271.
- [15] Hernandez, V.M. e Swift, G.W. : "A Method for Determining Reservoir Parameters from Early Drawdown Data", SPE paper 3982, (1972).
- [16] Chen, W.H., Gavalas, G.R., Seinfeld, J.H. e Wasserman, M.L. : "A New Algorithm for Automatic History Matching", SPE paper 4545, (1973).
- [17] Rodgers, J.S., Coble, L.E., Boybin, R.S. e Mokha, J.C. : "Nonlinear Well Test Analysis Reveals Reservoir Boundary Shape", Oil and Gas Journal, (Sept, 1981).
- [18] Rosa, A.J. e Horne, R.N. : "Automated Type-Curve Matching in Well Test Analysis Using Laplace Space Determination of Parameter Gradients" SPE paper 12131, (1983).

- [19] Vidal, J.O. : "Análise Automatizada de Testes de Pressão em Poços não Surgentes ", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, (Março, 1989).
- [20] Vidal, J.O. e Corrêa, A.C.F. : "Automated Interpretation of Drill-stem Tests Pressure Data", SPE paper 21144, (1990).
- [21] Westerberg, A.W. e Director, S.W. : "A Modified Least Squares Algorithm for Solving Sparse $N \times N$ Sets of Nonlinear Equations", Computers and Chemical Engineering, Vol. 2, (1978), p. 77-81.
- [22] Greenstadt, J.L. : "On the Relative Efficiencies of Gradient Methods", Mathematics of Computation, 21, (1967), p. 360-367.
- [23] Stehfest, H. : "Algorithm 368, Numerical Inversion of Laplace Transforms", D-5, Communications of ACM, (Jan, 1970), p. 48-49.
- [24] Marquardt, D.W. : "An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameters", J. Soc. Indust.App. Math. vol. 11, N0. 2, 431-41 (Jun, 1963).
- [25] Levenberg, K. : "A Method for the Solution of Certain Problems in Least Squares", Quart. Appl. Math., (1944), p. 164-168.
- [26] Barua, J. e Horne, R.N : "Improved Estimation Algorithms for Automated Type-Curve Analysis of Well Test Data", SPE paper 14255, (1985).
- [27] Portella, R.C.M. : "Interpretação e Automação de Teste de Deslocamento Miscível Usando Soluções no Espaço de Laplace e Deconvolução", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, (Março, 1989).

REFERÊNCIAS

- [28] Jones, S.C. : "A Rapid Accurate Unsteady-State Klinkenberg Permeameter", SPEJ Vol.12, No.5, (1972), p. 383-397.
- [29] Ruth, D.W. e Kenny, J. : "The Unsteady-State Gas Permeameter", JCPT, Vol. 28, No.3, (1989), p. 67-72.
- [30] Dreyer, T., Scheie, A. e Walderhaug, O. : "Minipermeameter-Based Study of Permeability Trends in Channel Sand Bodies", AAPG Bulletin, V. 74, No. 4 (April 1990), p. 359-374.
- [31] Crump, K.S. : "Numerical Inversion of Laplace Transforms using a Fourier Series Approximation", J. ACM, Vol.23, No.1, (Jan, 1976).
- [32] Nabor, G.W. e Barham, R.H. : "Linear Aquifer Behavior", JPT (May, 1964).
- [33] Lynx Tecnologia Eletrônica Ltda. " CAD 10/26 - Conversor Analógico-Digital Digital-Analógico - 10 bits - para IBM PC/XT , Manual do usuário e de referência" - (Out, 1987)