

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECANICA

Este exemplar corresponde
à redação final de Tese
defendida por Jorge Isaias
Llagostera Beltrán e aprovada
pela Comissão Julgadora em
05/12/90.



BELTRÁN

CONVECÇÃO MISTA SOBRE CAVIDADE

POROSA ABERTA

30/90

Autor: Jorge Isaias Llagostera Beltrán

Orientador: Prof. Dr. Osvaldo Vidal Trevisan



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECANICA

Tese de: Doutorado

Título da Tese: Convecção Mista sobre Cavidade
Porosa Aberta

Autor: Jorge Isaias Llagostera Beltrán

Orientador: Prof. Dr. Osvalir Vidal Trevisan

Aprovado por



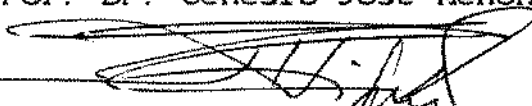
Prof. Dr. Osvalir Vidal Trevisan, Presidente



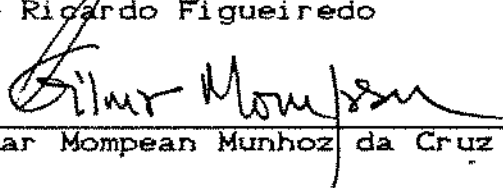
Prof. Dr. Euclides Carvalho Fernandes



Prof. Dr. Genésio José Menon



Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo



Prof. Dr. Gilmar Mompean Munhoz da Cruz

Campinas, 5 de dezembro de 1990.

A todas as pessoas de boa vontade.

JO VINC D'UN SILENCI

Jo vinc d'un silenci
antic i molt llarg
de gent que va alçant-se
des del fons dels segles,
de gent que anomenen
classes subalternes,
jo vinc d'un silenci
antic i molt llarg.

Jo vinc de les places
i dels carrers plens
de xiquets que juguen
i de vells que esperen,
mentre homes i dones
estan treballant
als petits tallers,
a casa o al camp.

Jo vinc d'un silenci
que no és resignat,
d'on comença l'horta
i acaba el secà,
d'esforç i blasfèmia
perquè tot va mal:
qui perd els orígens
perd identitat.

Jo vinc d'un silenci
antic i molt llarg,
de gent sense místics
ni grans capitans,
que viuen i moren
en l'anonimat,
que en frases solemnes
no han cregut mai.

Jo vinc d'una lluita
que és sorda i constant,
jo vinc d'un silenci
que romprà la gent
que ara vol ser lliure
i estima la vida,
que exigeix les coses
que li han negat.

Jo vinc d'un silenci
antic i molt llarg,
jo vinc d'un silenci
que no és resignat,
jo vinc d'un silenci
que la gent romprà,
jo vinc d'una lluita
que és sorda i constant.

EU VENHO DE UM SILÊNCIO

Eu venho de um silêncio
antigo e muito longo
de gente que vai erguendo-se
do fundo dos séculos,
de gente que chamam de
classes subalternas,
eu venho de um silêncio
antigo e muito longo.

Eu venho das praças
e das ruas cheias
de crianças que brincam
e de velhos que esperam,
enquanto homens e mulheres
estão trabalhando
nas pequenas oficinas,
em casa ou no campo.

Eu venho de um silêncio
que não é resignado,
de onde começa a horta
e acaba a lavoura,
de esforço e blasfêmia
porque tudo vai mal:
quem perde as origens
perde identidade.

Eu venho de um silêncio
antigo e muito longo,
de gente sem místicos
nem grandes capitães,
que vivem e morrem
no anonimato,
que em frases solenes
não creram jamais.

Eu venho de uma luta
que é surda e constante,
eu venho de um silêncio
que romperá a gente
que agora quer ser livre
e que ama a vida,
que exige as coisas
que lhe têm negado.

Eu venho de um silêncio
antigo e muito longo,
eu venho de um silêncio
que não é resignado,
eu venho de um silêncio
que a gente romperá,
eu venho de uma luta
que é surda e constante.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Osvair Vidal Trevisan pela orientação dedicada e segura.

Aos meus pais Isaias Llagostera Nongaillong e Palmira Beltrán Porcar de Llagostera pelo exemplo de dignidade e perseverança e por tudo que me proporcionaram.

À minha companheira Ana A. Granzotto Llagostera e aos nossos filhos Enric e Isabel, pelo carinho e compreensão.

A todos os meus professores e em particular ao Prof. Carlos Alberto Carrasco Altemani pelos ensinamentos transmitidos.

A todos os companheiros do Departamento de Energia e aos colegas da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp, pelo excelente ambiente de trabalho e de cooperação.

Aos funcionários da Unicamp pela colaboração, em particular às Srtas. Neusa de Andrade Maria e Márcia de Jesus Rogério, à Sra. Iracema Cândida da Silva, e aos Srs. Fernando Pinelli Cardoso e Jefferson Antonio de Souza.

Aos alunos do curso de Engenharia Mecânica da Unicamp pela esperança que sempre nos comunicam.

Aos meus amigos e ex-companheiros da extinta Assessoria de Pesquisa e Desenvolvimento da CPFL, Srs. Sérgio Salazar, George Andrew Oliva e Paulo de Barros Correia pelo apoio.

RESUMO

Este trabalho apresenta um extenso conjunto de resultados de simulação numérica sobre a convecção mista, natural e forçada em uma configuração porosa aberta. A configuração estudada é formada por uma camada horizontal que apresenta em sua parede inferior uma cavidade de secção transversal retangular. A parede de fundo da cavidade é aquecida e a parede superior da camada horizontal é resfriada, ambas isotermicamente. O problema em regime permanente é analisado procurando-se estabelecer os efeitos sobre o escoamento e sobre a transferência de calor do gradiente de pressão imposto externamente à camada horizontal e dos efeitos de empuxo térmico. É também considerada a influência das dimensões geométricas da configuração. Foram obtidos resultados para as taxas globais e locais de transferência de calor ao longo das paredes quente e fria da configuração e são apresentados mapas de linhas de corrente e de isotermas. Foi também estudado analiticamente o escoamento forçado na configuração, utilizando a transformação de Schwarz-Christoffel e as funções e integrais elípticas de Jacobi.

ABSTRACT

The present work reports an extensive numerical simulation on mixed, natural and forced convection occurring in an horizontal porous layer displaying a lateral rectangular cavity. The bottom wall of the cavity is heated while the upper wall is cooled, both maintained at constant temperatures. The steady-state regime is examined for several intensities of the pressure gradient imposed on the horizontal layer. In the mixed convection part of the study the imposed pressure variations were combined with buoyancy effects due to temperature variations. The interaction mechanisms between the forced flow and the buoyant effects are studied for wide ranges of modified Rayleigh and Peclet numbers. The effects of the geometric aspect ratios on the fluid flow and heat transfer characteristics are also examined. Global and local Nusselt numbers are reported for the heated and cooled walls. Aspects of the fluid flow and temperature fields are illustrated by contour maps. The case of pure forced fluid flow is analyzed using Schwarz-Christoffel transformation and solutions were implicitly obtained in terms of Jacobian elliptic integrals.

CONVECÇÃO MISTA SOBRE CAVIDADE
POROSA ABERTA

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS.....	x
LISTA DE FIGURAS.....	xiii
NOMENCLATURA.....	xx
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Definição do trabalho e esquema de apresentação.....	7
2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....	11
2.1 Formulação dos casos de convecção forçada ou mista..	13
2.2 Formulação dos casos de convecção natural.....	18
2.3 Cálculo das taxas de transferência de calor.....	23
2.4 Cálculo do balanço global de energia no domínio.....	23
3. SOLUÇÃO ANALÍTICA DO ESCOAMENTO EM CONVECÇÃO FORÇADA....	26
3.1 Formulação do problema.....	27
3.2 Aplicação do método das transformações conformes....	28
3.2.1 <i>Transformação de Schwarz-Christoffel.....</i>	29
3.2.2 <i>Utilização das funções e das integrais</i>	
<i>elípticas.....</i>	33
3.2.3 <i>Procedimentos de cálculo.....</i>	41
3.2.4 <i>Transformação final.....</i>	44

3.3	Determinação de valores da função corrente no domínio original.....	46
3.4	Resultados e discussão.....	48
4.	MÉTODO NUMÉRICO E ALGORITMO COMPUTACIONAL.....	51
4.1	Discretização das equações diferenciais.....	51
4.1.1	Discretização da equação de Poisson.....	57
4.1.2	Discretização da equação de transporte de energia.....	58
4.1.3	Condições de contorno.....	60
4.1.4	Relaxação.....	61
4.2	Solução do sistema de equações algébricas.....	62
4.2.1	Aspectos específicos do programa computacional	66
5.	CONVECÇÃO FORÇADA.....	69
5.1	Observações específicas sobre a solução numérica....	69
5.2	Resultados e discussão.....	79
5.2.1	Efeito de Peclet para a configuração $H/L=B/L=1$	79
5.2.2	Efeito da espessura da camada horizontal B/L ..	84
5.2.3	Efeito de H/L com $Pe=10$ e $Pe=50$	86
6.	CONVECÇÃO NATURAL.....	95
6.1	Observações específicas sobre a solução numérica....	95
6.2	Resultados e discussão.....	101
6.2.1	Efeito de Rayleigh para as configurações $H/L=B/L=0,25$ e $H/L=B/L=1$	101
6.2.2	Efeito de H/L para as configurações com	

<i>B/L=0,25 e B/L=1 para Ra=200.....</i>	106
6.2.3 <i>Efeito de Rayleigh para as configurações</i>	
<i>com H/L=0,10 e H/L=0,20 para B/L=0,25.....</i>	116
6.2.4 <i>Efeito de B/L para as configurações com</i>	
<i>H/L=0 e H/L=1 para Ra=200.....</i>	122
7. CONVECÇÃO MISTA.....	131
7.1 Observações específicas sobre a solução numérica....	131
7.2 Resultados e discussão.....	134
7.2.1 <i>Configuração geométrica H/L=B/L=1.....</i>	135
7.2.2 <i>Configuração geométrica H/L=B/L=0,25.....</i>	172
8. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	192
8.1 Conclusões.....	192
8.1.1 <i>Convecção forçada.....</i>	192
8.1.2 <i>Convecção natural.....</i>	194
8.1.3 <i>Convecção mista.....</i>	197
8.2 Recomendações e sugestões.....	200
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	205
ANEXOS	
1. Programa para a solução analítica do escoamento forçado.	214
2. Programa para solução numérica do problema de convecção.	220

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	- Parâmetros da transformação de Schwarz-Christoffel.....	31
Tabela 3.2	- Sumário das mudanças de variáveis.....	37
Tabela 3.3	- Parâmetros de transformação obtidos para diferentes geometrias.....	48
Tabela 5.1	- Análise do efeito do refinamento da malha, com resultados para $Pe=10$ e $H/L=B/L=1$	72
Tabela 5.2	- Verificação do efeito da subdivisão dos volumes de controle junto às paredes, para $Pe=10$ e $H/L=B/L=1$, a partir da malha básica de 163×42 ..	73
Tabela 5.3	- Resultados para Nusselt global em função de Peclet, com $H/L=B/L=1$	81
Tabela 5.4	- Avaliação do efeito de B/L sobre Nusselt global em alguns casos de interesse.....	86
Tabela 5.5	- Taxas globais de transferência de calor em função do aspecto geométrico da cavidade, para o caso puramente difusivo ($Pe=0$), para $Pe=10$ e para $Pe=50$	90
Tabela 6.1	- Análise do efeito do número de ciclos de varredura ($B/L=H/L=0,25$; $Ra=200$; malha: 62×42).	97
Tabela 6.2	- Análise do efeito do refinamento da malha ($B/L=H/L=0,25$; $Ra=200$).....	98
Tabela 6.3	- Verificação do efeito da subdivisão dos volumes junto às paredes ($B/L=H/L=0,25$; $Ra=200$; malha: 62×42).....	99

Tabela 6.4	- Comparação com resultados obtidos por outros autores em convecção natural (Nu_H).....	100
Tabela 6.5	- Resultados para Nusselt global ($H/L=B/L=0,25$)..	103
Tabela 6.6	- Resultados para Nusselt global ($H/L=B/L=1$).....	104
Tabela 6.7	- Resultados para Nusselt global em função de H/L para $B/L=0,25$ e $Ra=200$	109
Tabela 6.8	- Resultados para Nusselt global em função de H/L para $B/L=1$ e $Ra=200$	111
Tabela 6.9	- Resultados para Nusselt global em função de Rayleigh para $B/L=0,25$ e $H/L=0,10$	118
Tabela 6.10	- Resultados para Nusselt global em função de Rayleigh para $B/L=0,25$ e $H/L=0,20$	119
Tabela 6.11	- Resultados para Nusselt global em função de B/L para $H/L=1$ e $Ra=200$	125
Tabela 6.12	- Nusselt global em função de B/L para $H/L=0$ e $Ra=200$	127
Tabela 7.1	- Análise do efeito do refinamento da malha, com resultados para $Pe=10$, $Ra=100$ e $H/L=B/L=1$	133
Tabela 7.2	- Comparação com resultados obtidos por outros autores com $H/L=0$ e $B/L=1$	135
Tabela 7.3	- Resultados para Nusselt global em função de Rayleigh, com $Pe=0,1$ e $H/L=B/L=1$	136
Tabela 7.4	- Resultados para Nusselt global em função de Rayleigh, com $Pe=1$ e $H/L=B/L=1$	140
Tabela 7.5	- Resultados para Nusselt global em função de Rayleigh, com $Pe=10$ e $H/L=B/L=1$	143
Tabela 7.6	- Resultados para Nusselt global em função de Rayleigh, com $Pe=50$ e $H/L=B/L=1$	144
Tabela 7.7	- Resultados máximos obtidos em função de Peclet, com $5 \leq Ra \leq 400$ e $H/L=B/L=1$	150
Tabela 7.8	- Resultados para Nusselt global em função de Peclet, com $Ra=200$ e $H/L=B/L=0,25$	173

Tabela 7.9 - Resultados para Nusselt global em função de
Peclet, com $Ra=400$ e $H/L=B/L=0,25$ 173

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	- Esquema da configuração estudada.....	11
Figura 2.2	- Esquema da configuração para os casos de convecção forçada e mista.....	13
Figura 2.3	- Esquema da configuração para os casos de convecção natural.....	19
Figura 3.1	- Representação do domínio do escoamento forçado.....	27
Figura 3.2	- Transformação de Schwarz-Christoffel.....	30
Figura 3.3	- Transformação final.....	44
Figura 3.4	- Distribuição da função corrente na linha de simetria do domínio calculada por método analítico.....	49
Figura 4.1	- Esquema do volume de controle típico.....	54
Figura 4.2	- Esquema indicativo dos subdomínios e das varreduras executadas em cada iteração.....	64
Figura 4.3	- Fotografia do monitor de estação de trabalho com os mapas finais de linhas de corrente e de isoterma, para $H/L=B/L=0,25$, $Pe=1$, $Ra=400$, $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,04$ da faixa [modo gráfico DRAM 640x 480].....	67
Figura 5.1	- Comparação de resultados obtidos para a função corrente, por método numérico e analítico.....	74
Figura 5.2	- Comparação de resultados obtidos para a função corrente, por método numérico e analítico (detalhe).....	75

Figura 5.3	- Comparação entre resultados obtidos para Nusselt local na parede quente por similaridade e por método numérico com $H/L=0$ e $0 \leq x \leq 0,5$	77
Figura 5.4	- Comparação entre resultados obtidos para Nusselt local na parede quente por similaridade e por método numérico com $H/L=0$ e $0,5 \leq x \leq 1$	78
Figura 5.5	- Mapa de linhas de corrente (a), mapas de isoterms para $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ [(b) $Pe=0,01$; (c) $Pe=1$; (d) $Pe=10$; (e) $Pe=50$]..	80
Figura 5.6	- Nusselt global para convecção forçada em função de Peclet, com $H/L=B/L=1$	82
Figura 5.7	- Nusselt local para a parede fria para diversos valores de Peclet, com $H/L=B/L=1$	83
Figura 5.8	- Nusselt local para a parede quente para diversos valores de Peclet, com $H/L=B/L=1$	85
Figura 5.9	- Distribuição da componente vertical (v) da velocidade na abertura da cavidade ($y=H/L$) com $H/L=0,25$ e $H/L=2$	89
Figura 5.10	- Taxas globais de transferência de calor em função do aspecto geométrico da cavidade para o caso difusivo ($Pe=0$) e para $Pe=10$ e $Pe=50$	91
Figura 5.11	- Mapas de isoterms para diversos aspectos geométricos da cavidade para $Pe=10$ e $\Delta\theta=0,1$ [(a) $H/L=0$; (b) $H/L=0,5$; (c) $H/L=1,5$; (d) $H/L=2$].....	92
Figura 5.12	- Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para diversos valores de H/L , com $Pe=10$	93
Figura 6.1	- Efeito convectivo sobre as taxas globais de transferência de calor em função do número de Rayleigh ($H/L=B/L=0,25$ e $H/L=B/L=1$).....	102
Figura 6.2	- Mapas de linhas de corrente e de isoterms para $H/L=B/L=0,25$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=200$; (b) $Ra=400$; (c) $Ra=1600$].....	105

Figura 6.3	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $H/L=B/L=1$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=25$; (b) $Ra=50$; (c) $Ra=100$; (d) $Ra=500$].	107
Figura 6.4	- Nusselt global e número de células (n) em função de H/L para $B/L=0,25$ e $B/L=1$, com $Ra=200$.	108
Figura 6.5	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $B/L=0,25$ com $Ra=200$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $H/L=0$; (b) $H/L=0,20$; (c) $H/L=0,25$; (d) $H/L=1$].	110
Figura 6.6	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $B/L=1$ com $Ra=200$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $H/L=0$; (b) $H/L=4$].	112
Figura 6.7	- Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para $B/L=0,25$ e $Ra=200$.	114
Figura 6.8	- Distribuição de Nusselt local ao longo da parede fria para $B/L=0,25$ e $Ra=200$.	115
Figura 6.9	- Efeito convectivo em função de Rayleigh, com $B/L=0,25$ para $H/L=0,10$ e $0,20$.	117
Figura 6.10	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $B/L=0,25$ com $H/L=0,10$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=71,4$; (b) $Ra=286$; (c) $Ra=571$].	120
Figura 6.11	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $B/L=0,25$ com $H/L=0,20$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=167$; (b) $Ra=222$; (c) $Ra=444$].	121
Figura 6.12	- Efeito convectivo em função de $\Delta\psi = \psi_{max}-\psi_{min}$, com $B/L=0,25$ para $H/L=0,10$ e $0,20$.	123
Figura 6.13	- Nusselt global em função de B/L para $H/L=1$ e $H/L=0$ com $Ra=200$.	124
Figura 6.14	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $H/L=1$ com $Ra=200$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $B/L=0,25$; (b) $B/L=1$; (c) $B/L=4$].	126
Figura 6.15	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas	

	para $H/L=0$, $B/L=0,50$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=100$, $\psi_i=\theta_i=0$; (b) $Ra=200$, a partir de (a); (c) $Ra=200$, $\psi_i=\theta_i=0$].....	128
Figura 6.16	- Distribuição de Nusselt local ao longo do trecho quente para as duas soluções obtidas para $H/L=0$, $B/L=0,5$ e $Ra=200$	129
Figura 7.1	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=0,1$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=5$; (c) $Ra=10$; (d) $Ra=25$].....	138
Figura 7.2	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=0,1$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=50$; (b) $Ra=100$; (c) $Ra=200$; (d) $Ra=400$].....	139
Figura 7.3	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=1$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=5$; (c) $Ra=10$; (d) $Ra=25$].....	141
Figura 7.4	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=1$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=50$; (b) $Ra=100$; (c) $Ra=200$; (d) $Ra=400$].....	142
Figura 7.5	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=10$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=5$; (c) $Ra=10$; (d) $Ra=25$].....	145
Figura 7.6	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=10$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=50$; (b) $Ra=100$; (c) $Ra=200$; (d) $Ra=400$].....	146
Figura 7.7	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=50$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=5$; (c) $Ra=10$; (d) $Ra=25$].....	148

Figura 7.8	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=50$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=50$; (b) $Ra=100$; (c) $Ra=200$; (d) $Ra=400$].	149
Figura 7.9	- Distribuição de Nusselt global em função de Rayleigh para $H/L=B/L=1$.	151
Figura 7.10	- Comparação entre convecção mista e forçada em função de Rayleigh, para $H/L=B/L=1$.	153
Figura 7.11	- Comparação entre convecção mista e natural em função de Rayleigh para $H/L=B/L=1$.	154
Figura 7.12	- Distribuição de Nusselt global em função de Peclet para $H/L=B/L=1$.	156
Figura 7.13	- Comparação entre convecção mista e forçada em função de Peclet para $H/L=B/L=1$.	157
Figura 7.14	- Comparação entre convecção mista e natural em função de Peclet para $H/L=B/L=1$.	158
Figura 7.15	- Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para $Pe=0,1$, com $H/L=B/L=1$.	160
Figura 7.16	- Distribuição de Nusselt local ao longo da parede fria para $Pe=0,1$, com $H/L=B/L=1$.	161
Figura 7.17	- Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para $Ra=400$, com $H/L=B/L=1$.	163
Figura 7.18	- Distribuição de Nusselt local ao longo da parede fria para $Ra=400$, com $H/L=B/L=1$.	164
Figura 7.19	- Nusselt em função de Rayleigh para convecção natural em meio domínio e domínio completo, com $H/L=B/L=1$.	166
Figura 7.20	- Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção natural no domínio completo, com $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=5$; (c) $Ra=10$; (d) $Ra=25$].	168

Figura 7.21 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção natural no domínio completo, com $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=50$; (b) $Ra=100$; (c) $Ra=200$; (d) $Ra=400$].	169
Figura 7.22 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para convecção natural no domínio completo, $H/L=B/L=1$.	170
Figura 7.23 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para convecção natural em meio domínio, $H/L=B/L=1$.	171
Figura 7.24 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=0,1$; $H/L=B/L=0,25$; $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=400$].	175
Figura 7.25 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=1$; $H/L=B/L=0,25$; $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=400$].	176
Figura 7.26 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=10$; $H/L=B/L=0,25$; $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=400$].	177
Figura 7.27 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=50$; $H/L=B/L=0,25$; $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=400$].	178
Figura 7.28 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=100$; $H/L=B/L=0,25$; $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=400$].	179
Figura 7.29 - Nusselt global em função de Peclet para $H/L=B/L=1$ e $H/L=B/L=0,25$, com $Ra=200$ e $Ra=400$.	181
Figura 7.30 - Efeito convectivo em função de Peclet para $H/L=B/L=1$ e $H/L=B/L=0,25$, com $Ra=200$ e 400 .	182

Figura 7.31 - Comparação entre convecção mista e convecção forçada em função de Peclet para $H/L=B/L=1$ e $H/L=B/L=0,25$, com $Ra=200$ e 400	183
Figura 7.32 - Comparação entre convecção mista e convecção natural em função de Peclet para $H/L=B/L=1$ e $H/L=B/L=0,25$, com $Ra=200$ e 400	185
Figura 7.33 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para $Ra=400$, com $H/L=B/L=0,25$	186
Figura 7.34 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede fria para $Ra=400$, com $H/L=B/L=0,25$	187
Figura 7.35 - Mapas de linhas de corrente e de isotermas para convecção natural no domínio completo para $H/L=B/L=0,25$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=400$].....	189
Figura 7.36 - Distribuições de Nusselt local na parede quente para convecção natural com $Ra=400$, em meio domínio e no domínio completo.....	191

NOMENCLATURA

Caracteres latinos

- a - coeficientes das equações discretizadas
- a - parâmetro definido por $a = \tau/i$
- A - área da face de volume de controle (m^2)
- A - esquema da lei de potência, eq. (4.9)
- b - coeficiente definido na eq. (4.16)
- B - espessura da camada horizontal (m)
- cn - função cosinus amplitudinis de Jacobi
- c - valores determinados de ϵ
- C - altura total do domínio (m)
- C_0, C_1 - constantes de integração
- C_2, C_3 - constantes de integração
- dn - função delta amplitudinis de Jacobi
- Da - número de Darcy, eq. (2.1)
- D - termo difusivo, eq. (4.6)
- ΔE - diferença relativa no balanço de energia no domínio
eq. (2.48)
- E - taxas de transferência de energia através das fronteiras
do domínio, eqs. (2.49) a (2.52)
- F - termo convectivo, eq. (4.5)
- g - aceleração da gravidade (m/s^2)

- h_x - coeficiente local de transferência de calor na parede quente (W/m^2K)
- h'_x - coeficiente local de transferência de calor na parede fria (W/m^2K)
- i - número imaginário ($\sqrt{-1}$)
- H - profundidade da cavidade (m)
- J - coeficiente convectivo-difusivo
- k - condutividade térmica efetiva do meio poroso saturado ($W/m K$)
- k, k' - módulos complementares das funções elípticas, eq. (3.14)
- k_p - constantes associadas aos vértices do domínio, eq. (3.4)
- K - permeabilidade do meio poroso (m^2)
- K, K' - integrais elípticas completas de primeira espécie associadas
- L - largura da cavidade (m)
- Nu - número de Nusselt global, eq. (2.46)
- Nu_F - número de Nusselt em convecção forçada
- Nu_M - número de Nusselt em convecção mista
- Nu_N - número de Nusselt em convecção natural
- ΔNu_R - variação relativa de Nusselt no processo iterativo
- $Nu(x)$ - número de Nusselt local na parede quente, eq. (2.46)
- $Nu'(x)$ - número de Nusselt local na parede fria, eq. (2.47)
- \mathcal{A} - vértice do domínio, Fig. 3.1 ($+\infty$)
- \mathcal{O} - vértice do domínio, Fig. 3.1
- Pe - número de Peclet modificado, eq. (2.25)
- P - número de Peclet celular, eq. (4.7)
- \mathcal{P} - vértice do domínio, Fig. 3.1
- \mathcal{Q} - vértice do domínio, Fig. 3.1

- r - razões geométricas definidas nas eqs. (4.22) e (4.29)
 Ra - número de Rayleigh modificado, eq.(2.24)
 Re - número de Reynolds poroso, eq. (2.1)
 R_ϕ - fator de relaxação (4.31)
 x - vértice do domínio, Fig. 3.1
 r - variável definida na eq. (3.11)
 sn - função sinus amplitudinis de Jacobi
 S - termo fonte de equação de conservação genérica
 \bar{S} - termo fonte médio em volume de controle
 y - vértice do domínio, Fig. 3.1 ($+\infty$)
 s - variável definida na eq. (3.13)
 T - temperatura (K)
 u, v - componentes da velocidade adimensional
 u^*, v^* - componentes da velocidade (m/s)
 U - velocidade na entrada da camada horizontal (m/s)
 ΔV - volume de volume de controle (m^3)
 V - velocidade de penetração (m/s)
 u, ψ - coordenadas cartesianas do plano complexo \mathcal{W}
 u_N - pontos correspondentes aos vértices do domínio
 \mathcal{W} - plano complexo $\mathcal{W} = u + i\psi$
 x, y - coordenadas cartesianas adimensionais, eq. (2.13)
 x_1, x_2 - limites adimensionais do domínio de cálculo
 X, Y - coordenadas cartesianas (m)
 x, y - coordenadas cartesianas utilizadas para a transformação de Schwarz-Christoffel

Caracteres gregos

- \mathcal{Z} - plano complexo $\mathcal{Z} = X + iY$
- Z - função zeta de Jacobi
- α - difusividade térmica efetiva do meio poroso saturado (m^2/s)
- α_p - ângulos associados aos vértices $O, P, Q, e R$
- β - coeficiente isobárico de expansão térmica (K^{-1})
- δ - constante definida na Tabela 3.1
- (δx) - distância entre nós adjacentes na direção x
- $(\delta x)^\pm$ - distância entre centro e face de volume de controle
- (δy) - distância entre nós adjacentes na direção y
- $(\delta y)^\pm$ - distância entre centro e face de volume de controle
- ϕ - variável dependente de equação de conservação genérica
- γ - parâmetro definido na equação (3.14)
- Γ - coeficiente difusivo associado à grandeza ϕ
- ψ - função corrente adimensional, eq. (2.32)
- Ψ - função corrente adimensional, eq. (2.13)
- Ψ^* - função corrente (m^2/s), eq. (2.2)
- λ - constante definida na Tabela 3.1
- μ - viscosidade dinâmica do fluido (Pa s)
- $\Pi(\tau, \omega)$ - integral elíptica de terceira espécie na forma de Jacobi
- θ - temperatura adimensional, eq. (2.13)
- Θ - coordenada do plano complexo ζ
- θ_1 - função teta um de Jacobi
- θ_s, θ_N - funções teta conforme notação de Neville
- ρ - massa específica do fluido (kg/m^3)
- σ - argumento de função elíptica, eq. (3.19)

- τ - argumento de função elíptica, eq. (3.19)
- $\Delta \xi_R$ - relação genérica de acompanhamento de convergência
- ζ - plano complexo definido por $\zeta = \theta + i\psi^*$

Subscritos

- n, s, e, w - identificação de faces de volume de controle
- N, S, E, W - identificação da posição de pontos localizados
ou de fronteiras do domínio completo

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A transferência convectiva de calor e massa em meios porosos saturados vem merecendo atenção crescente como objeto de pesquisas básicas e aplicadas em áreas bastante diversas, compondo um amplo conjunto de problemas de engenharia. Nesse contexto podem ser destacadas as seguintes áreas:

- projeto de sistemas de isolamento térmico utilizando materiais fibrosos ou granulares, particularmente quanto aos aspectos relativos a penetração de umidade nos mesmos e seus efeitos sobre a resistência térmica do isolante;
- engenharia de reservatórios de petróleo e gás, em especial quanto a processos térmicos de recuperação terciária;
- aproveitamento energético de recursos geotérmicos;
- processos de secagem e estocagem de grãos;
- estudo da contaminação do solo e de lençóis subterrâneos de água por efluentes químicos ou radioativos, particularmente quando a temperaturas superiores à temperatura do ambiente;
- migração de fertilizantes no solo;
- estudo de enchimentos porosos, utilizados como catalisadores na indústria química.

Essas pesquisas têm contribuído fortemente para a correta interpretação de parâmetros térmicos obtidos em campo e tem fornecido uma base teórica adequada para a análise de dados na determinação das características da transferência de calor e

massa em meios porosos.

Em termos de convecção em meios porosos, grande parte dos trabalhos de pesquisa tem se voltado para o estudo de escoamentos dirigidos por um único efeito de empuxo, particularmente o devido às variações de temperatura, como foi destacado por TREVISAN (1986) que investigou o movimento convectivo de misturas fluidas confinadas em cavidades e em circunstâncias duplamente difusivas, por meio de diferentes técnicas. Segundo BEJAN (1984), os fenômenos envolvendo convecção natural em camadas porosas constituem importante campo de interesse. São destacadas as geometrias de camadas horizontais com lados verticais mantidos em diferentes temperaturas e as camadas porosas aquecidas em sua parte inferior.

Como pode ser constatado por meio dos trabalhos de revisão de literatura elaborados por BEJAN (1987), CATTON (1985), CHENG (1978 e 1985), NIELD (1984), e de outras revisões importantes como as de COMBARNOUS & BORIES (1975), e de BEAR (1972), é grande o destaque conferido aos estudos envolvendo convecção natural em meios porosos. Esta constatação induz a prever que a combinação dos fenômenos da convecção natural e da convecção forçada, constituindo uma extensão de maior complexidade e abrangência do problema, tende a receber maior atenção como objeto de pesquisa. Esta tendência pode ser hoje comprovada, por exemplo, por meio do acompanhamento das revisões de literatura elaboradas por ECKERT e outros (1989, 1988, 1987, 1986 e 1985).

Na verdade, a hipótese de que o fluido à distância é estacionário configura-se como uma limitação dos modelos

envolvendo convecção natural. Na maior parte das situações concretas há efetivamente movimento dos fluidos à distância, podendo ser verificada, dependendo da intensidade desse movimento, a combinação da convecção forçada com a convecção natural, ou simplesmente a convecção forçada.

A compreensão da interação entre esses mecanismos é relevante, pois o comportamento de muitos sistemas depende da mesma. A análise da transição entre a predominância de um mecanismo e a predominância do outro é um ponto que merece especial atenção, pois ocorrem alterações bastante significativas nos processos de transferência de calor e de massa ao longo dessa transição. Nos estudos envolvendo convecção em escoamentos laminares a análise combinada da convecção forçada e da convecção natural constitui, há vários anos, um campo bastante consolidado, como pode ser atestado por trabalhos como os de SPARROW & GREGG (1959), SZEWCZYK (1964) e LLOYD & SPARROW (1970).

Entre os primeiros trabalhos importantes sobre convecção natural e forçada combinadas em meios porosos estão os experimentos de COMBARNOUS (1970) e de COMBARNOUS & BIA (1971). Nesses trabalhos os autores investigam o efeito da imposição de um escoamento de baixa velocidade, sobre a estabilidade do processo de transferência de calor em camadas porosas, horizontais ou inclinadas, limitadas por superfícies paralelas isotérmicas. Os resultados experimentais referentes ao estabelecimento da convecção foram comparados, no caso de camadas horizontais, aos resultados teóricos obtidos por PRATS (1966).

Posteriormente foram obtidas soluções numéricas por HORNE & O'SULLIVAN (1974a), CHENG & LAU (1975), e CHENG &

TECKCHANDANI (1977) no estudo dos efeitos da retirada de fluido de reservatórios geotérmicos. SCHROCK & LAIRD (1976) realizaram trabalhos experimentais sobre a retirada e a injeção simultânea de fluidos em meios porosos.

Diversos estudos experimentais e numéricos em transferência convectiva de calor em meios porosos demonstraram a existência, em muitos casos, de camadas limites térmicas adjacentes a superfícies impermeáveis aquecidas ou resfriadas. Assim, nessas situações, pode ser estudada a aplicação de aproximações análogas às da teoria clássica da camada limite, sempre que a espessura da mesma seja significativamente superior ao diâmetro médio dos poros. Destacam-se nesse campo as soluções por similaridade, envolvendo convecção natural e forçada combinadas, entre as quais os trabalhos de CHENG (1977a, 1977b, 1982, 1977c) abordando os efeitos da injeção de fluido quente e da retirada de fluido frio sobre a espessura da camada limite térmica ao longo de superfícies impermeáveis (1977a); e, estudando a convecção mista sobre superfícies impermeáveis verticais ou quase verticais (1977b), sobre cilindros horizontais e esferas (1982), e sobre superfícies horizontais aquecidas (1977c); além do trabalho de CHENG & CHANG (1976), a respeito de escoamentos induzidos por efeitos de empuxo em regiões adjacentes a superfícies horizontais impermeáveis.

Especificamente, em relação ao estudo das características do fenômeno da convecção em camadas porosas horizontais aquecidas em sua parte inferior, muitos avanços foram obtidos. Os trabalhos de HORTON & ROGERS (1945) e de LAPWOOD (1948) analisando a estabilidade da convecção celular em meios

porosos foram seguidos por numerosos estudos posteriores, utilizando métodos analíticos, numéricos e experimentais. Além dos critérios para o estabelecimento da convecção, tem sido estudadas as taxas locais e globais de transferência de calor, a estabilidade do escoamento, a estrutura das células e seu comportamento oscilatório em diversas situações. Em trabalhos mais recentes tem-se investigado os efeitos das condições de contorno térmicas, da variação das propriedades físicas, das relações geométricas do domínio, e de outros aspectos envolvidos no problema. As revisões de literatura já citadas apresentam inúmeros desses trabalhos.

Vem sendo estudado, nesse contexto, um problema de interesse prático relacionado, por exemplo, ao estudo de reservatórios geotérmicos e também de possíveis efeitos da deposição de rejeitos nucleares em sítios geológicos considerados adequados. Refere-se ao aquecimento localizado de uma parte limitada da parede inferior de camadas horizontais. Várias pesquisas tem sido desenvolvidas no sentido de estudar o escoamento decorrente dos efeitos de empuxo e a transferência de calor associada ao mesmo em camadas horizontais porosas com aquecimento limitado em sua parte inferior. Nesse campo podem ser citados os trabalhos de ELDER (1967a, 1967b), de HORNE & O'SULLIVAN (1974b) e de PRASAD & KULACKI (1986, 1987). Nesses trabalhos são descritas diversas características do fenômeno, como o crescimento e a estabilidade das células convectivas, a inversão do gradiente de temperatura e a extensão dos efeitos termo-convectivos como função da dimensão da região aquecida e da intensidade do aquecimento, bem como o comportamento das taxas locais e globais de transferência de

calor. EL-KHATIB & PRASAD (1987) estudaram os efeitos de estratificação térmica linear imposta por um gradiente externo de temperatura sobre o processo de convecção natural em uma camada porosa horizontal com aquecimento localizado em sua parte inferior.

PRASAD, LAI e KULACKI (1986, 1988) estudaram numericamente o problema de convecção mista, em regime permanente, em camadas porosas horizontais aquecidas de forma localizada em sua parte inferior. As características mais relevantes destes trabalhos são resumidas a seguir por tratar-se dos trabalhos publicados de maior semelhança com o estudo aqui apresentado.

A importância relativa dos efeitos do escoamento forçado e do empuxo causado por gradientes de temperatura foi analisada para amplas faixas de valores dos números de Rayleigh e de Peclet modificados. Os autores observaram que o escoamento induzido externamente tem efeito significativo para números de Peclet acima da unidade. Fixando-se o número de Peclet, o aumento do número de Rayleigh produziu escoamentos recirculantes multicelulares próximos à região aquecida, elevando a transferência de calor por meio do mecanismo da convecção natural. Por outro lado, fixando-se o número de Rayleigh, o aumento de Peclet não necessariamente conduziu a um aumento das taxas de transferência de calor. Dessa maneira, foi verificada a existência de um Peclet crítico, função do número de Rayleigh, para o qual a taxa global de transferência de calor é mínima. Os autores concluíram que a transferência de calor, é, em geral, dominada pelos efeitos de empuxo para Peclet menor que a unidade, enquanto esses efeitos são praticamente desprezíveis para Peclet superior a dez, com

Rayleigh inferior ou igual a dez.

Na formulação do problema os autores assumiram a aplicabilidade da Lei de Darcy, expressando as equações de conservação em termos de função corrente e de temperatura, de modo similar ao utilizado anteriormente por PRASAD & KULACKI (1984c), em estudo a respeito do efeito do aspecto geométrico de cavidades porosas retangulares sobre o escoamento e as taxas de transferência de calor. Quanto à discretização das equações, o método empregado por esses autores é o mesmo descrito por GOSMAN e outros (1969). Foi utilizado o processo de diferenças a montante para os termos convectivos da equação da energia, com base nas considerações de ROACHE (1982). O sistema de equações algébricas foi resolvido utilizando o método Gauss-Seidel ponto-a-ponto, e foi usada sobre-relaxação no cálculo das temperaturas a fim de acelerar a convergência. O esquema numérico adotado foi detalhado por PRASAD (1986) em estudo sobre convecção natural no interior de um duto vertical poroso de secção anular.

1.1 Definição do trabalho e esquema de apresentação

O presente trabalho foi definido no âmbito onde estão inseridos os trabalhos referidos. Foi estudado o fenômeno de transferência de calor e transporte de massa, sob diversas condições, em uma configuração porosa aberta. A configuração geométrica do problema pode ser compreendida como uma extensão da configuração de camadas horizontais porosas que apresentam um trecho aquecido limitado em sua parede inferior. É formada por uma camada porosa horizontal que apresenta em sua parede inferior

uma depressão transversal, também porosa, de seção retangular, constituindo uma configuração porosa contínua e aberta. A parte inferior da cavidade é aquecida isotermicamente, enquanto a parede superior da camada horizontal encontra-se a uma temperatura menor, também uniforme. O aspecto geométrico da configuração pode ser definido por duas relações geométricas adimensionais independentes, desde que a camada seja suficientemente extensa nas direções longitudinal e transversal. No caso limite em que a profundidade da cavidade é nula, o problema se reduz a uma camada horizontal porosa com um trecho limitado aquecido em sua parede inferior.

É importante observar também que diversos estudos envolvendo geometrias similares, mas não em meios porosos, foram realizados por vários autores. AUNG (1983) realizou experimentos sobre escoamento laminar em túnel de vento de baixa velocidade sobre cavidade de seção transversal retangular localizada em uma parede plana, investigando por interferometria os perfis de velocidade e analisando o processo de transferência de calor para diversos aspectos geométricos da cavidade.

HUMPHREY & JACOBS (1981) investigaram numericamente o problema de convecção mista sobre uma cavidade de seção transversal quadrada localizada na parede de um canal com inclinação variável, analisando a influência de diversos parâmetros sobre o escoamento e a transferência de calor.

YAMAMOTO, SEKI e FUKUSAKO (1979) realizaram trabalhos experimentais a respeito do fenômeno de convecção forçada em um canal com uma cavidade de seção transversal retangular em uma de suas paredes. O fundo da cavidade era aquecido e as paredes

próximas eram isoladas termicamente. Os autores utilizaram técnicas de visualização no estudo do escoamento e efetuaram medições para determinar as distribuições de pressão e de temperatura no fundo da cavidade.

SPARROW & CHEN (1979) estudaram numericamente o escoamento laminar em um canal com uma cavidade de seção transversal retangular em uma das paredes. Os autores trataram o domínio irregular convertendo-o em retangular por meio da consideração hipotética de um fluido de viscosidade infinita na região não pertencente ao domínio físico do fenômeno analisado que, no entanto, era considerada no processo de cálculo.

JOHNSON & DHANAK (1976) realizaram um estudo experimental e numérico a respeito dos efeitos da injeção de fluido na transferência de calor associada a um escoamento laminar de ar sobre uma cavidade de seção transversal quadrada.

Os problemas estudados no desenvolvimento do presente trabalho podem ser ordenados de acordo com as características de formulação: (a) problemas envolvendo somente convecção forçada, causada por gradiente de pressão imposto externamente à camada horizontal; (b) problemas envolvendo somente convecção natural causada por empuxo devido a gradientes de temperatura; e (c) situações em que se configura a convecção mista, ou seja, os efeitos da convecção forçada e da convecção natural são combinados.

Conforme a sequência, no Capítulo II são descritas as hipóteses físicas assumidas no modelamento, e é apresentada a formulação matemática dos problemas tratados. Detalha-se então o equacionamento da conservação da massa, da quantidade de

movimento e da energia, bem como das respectivas condições de contorno em cada caso.

O escoamento forçado, imposto por gradientes de pressão externos à camada horizontal, foi analisado matematicamente para a configuração estudada por meio do método de Schwarz-Christoffel de mapeamento conforme, envolvendo a aplicação das funções elípticas de Jacobi e de integrais elípticas. O tratamento desenvolvido é exposto no Capítulo III, e os correspondentes resultados são posteriormente comparados no Capítulo V com os obtidos por meio de método numérico.

O Capítulo IV apresenta o procedimento adotado para a discretização das equações diferenciais, visando a solução numérica dos sistemas de equações obtidos. São também apresentados aspectos relevantes do algoritmo elaborado para essa resolução em domínio de cálculo irregular.

As soluções numéricas obtidas para os problemas de convecção forçada, natural e mista, na configuração descrita, são apresentadas e discutidas nos Capítulos V, VI e VII, respectivamente. Foi investigado o efeito sobre o escoamento e sobre as taxas locais e globais de transferência de calor dos diversos aspectos relevantes envolvidos, caracterizados basicamente pelos parâmetros adimensionais correspondentes aos números de Peclet e de Rayleigh modificados e às relações geométricas independentes.

As conclusões gerais do trabalho são apresentadas no Capítulo VIII, bem como as sugestões tendo em vista possíveis desdobramentos do mesmo.

CAPÍTULO II

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A configuração bidimensional para a qual foram estudados em regime permanente os fenômenos de convecção forçada, natural e mista está representada pelo esquema da Figura 2.1.

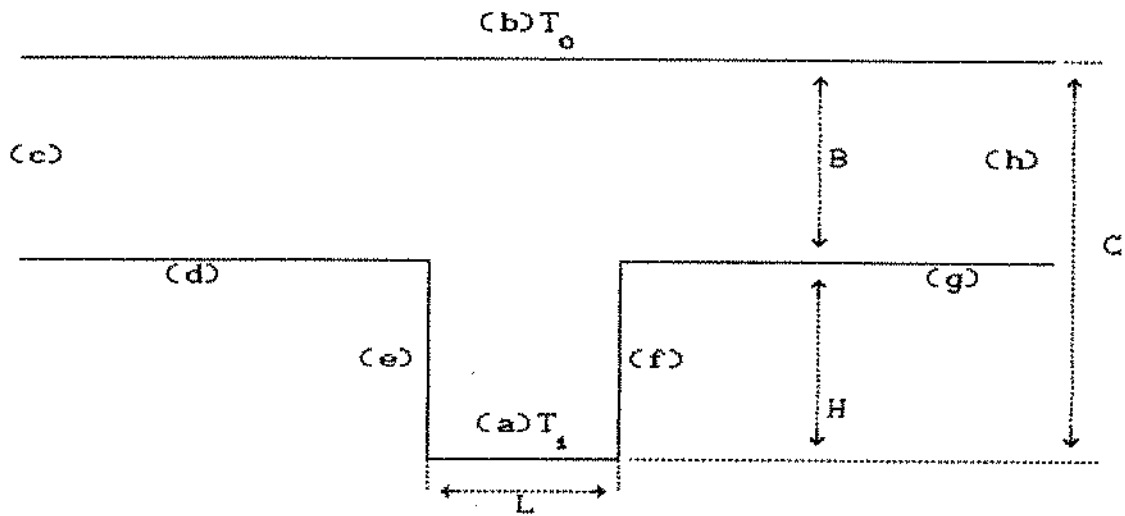


Figura 2.1 - Esquema da configuração estudada.

A configuração geométrica em questão pode ser descrita como a de uma camada horizontal, de espessura B , que apresenta uma depressão de secção retangular, com altura H e comprimento L . Todas as paredes representadas são impermeáveis. O fundo da depressão, representado pela parede (a), é aquecido isotermicamente, sendo mantido à temperatura T_1 . A parede

superior da camada horizontal (b) é mantida a uma temperatura inferior T_0 , também de modo isotérmico. As demais paredes são adiabáticas. Todo o domínio é preenchido por um meio poroso saturado.

Os problemas estudados referem-se a um fluido incompressível, de propriedades constantes, escoando em regime permanente através de um meio poroso rígido, homogêneo e isotrópico. Os efeitos de empuxo, decorrentes de gradientes de temperatura no fluido, são considerados por meio da aproximação de Boussinesq, nas situações envolvendo convecção natural e mista.

Nas situações estudadas foi assumida a validade do modelo de Darcy (DARCY, 1856), sendo desprezados os termos viscosos e os termos de inércia das equações de conservação da quantidade de movimento. Equivale a assumir que os números de Darcy e de Reynolds, definidos de acordo com as expressões (2.1), são suficientemente pequenos.

$$Da = \frac{K}{L^2} \quad Re = \frac{\rho V K^{1/2}}{\mu} \quad (2.1)$$

Nas expressões (2.1) K representa a permeabilidade do meio poroso saturado, L uma dimensão característica do problema, ρ a massa específica do fluido, μ a viscosidade dinâmica do mesmo, e V corresponde à velocidade média de penetração local.

Desse modo, não são considerados neste trabalho os efeitos decorrentes de altas permeabilidades ou de velocidades

elevadas, descritos na literatura por formulações alternativas como a dos modelos de BRINKMAN (1947) e de FORCCHIMER (1901). Assume-se, também, que em qualquer ponto do meio, a matriz porosa e o fluido estão em equilíbrio térmico.

2.1 Formulação dos casos de convecção forçada ou mista

Nos casos envolvendo convecção forçada ou convecção mista considera-se a existência de um gradiente de pressão imposto externa e longitudinalmente sobre a camada horizontal, o que induz o movimento do fluido ao longo da camada, como indicado na Figura 2.2.

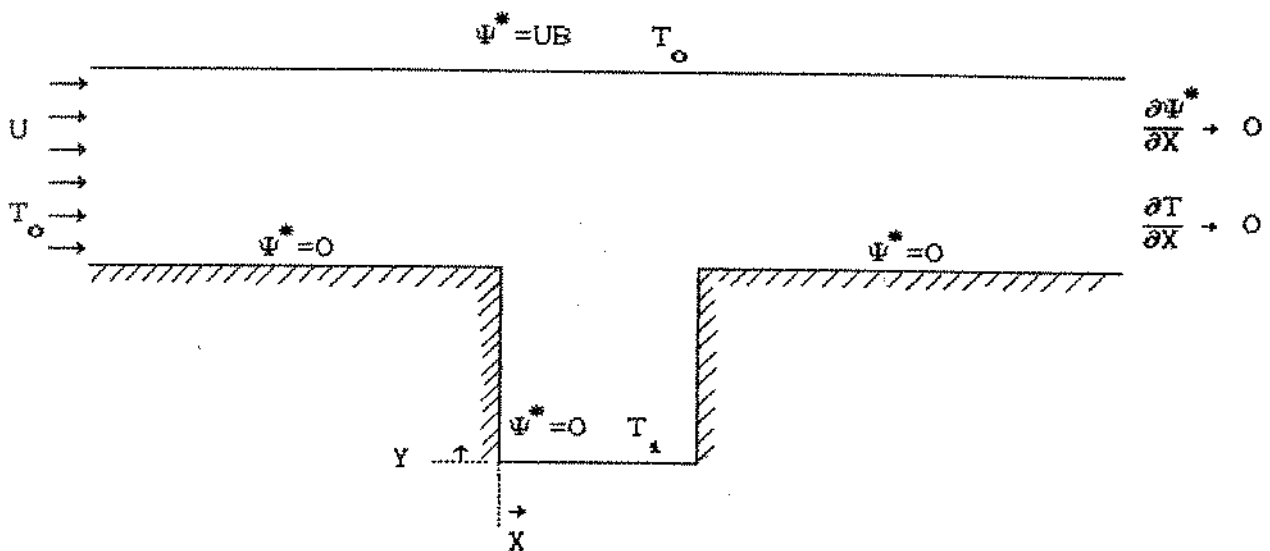


Figura 2.2 - Esquema da configuração para os casos de convecção forçada e mista.

Em convecção mista são também considerados os efeitos de empuxo decorrentes do aquecimento da parede inferior da depressão, enquanto em convecção forçada esses efeitos não são considerados. Em termos de formulação, o caso de convecção forçada constitui um caso particular da situação mais geral envolvendo convecção mista.

De acordo com a Figura 2.2, considera-se que, a montante da depressão e a uma distância suficientemente grande da mesma, o fluido escoar a uma velocidade uniforme U e tem sua temperatura mantida constante e igual a T_0 .

A partir das hipóteses expostas, as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento podem ser resumidas em uma única equação envolvendo a função corrente (Ψ^*), definida por

$$u^* = \frac{\partial \Psi^*}{\partial Y} \quad , \quad v^* = - \frac{\partial \Psi^*}{\partial X} \quad (2.2)$$

onde u^* e v^* representam as componentes da velocidade de penetração nas direções X e Y , respectivamente. A equação obtida é expressa por

$$\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial Y^2} = - \frac{Kg\beta\rho}{\mu} \frac{\partial T}{\partial X} \quad (2.3)$$

onde g representa a aceleração da gravidade e β corresponde ao coeficiente isobárico de expansão térmica do fluido.

Quanto à conservação da energia, a equação obtida é apresentada abaixo.

$$\frac{\partial \Psi^*}{\partial Y} \frac{\partial T}{\partial X} - \frac{\partial \Psi^*}{\partial X} \frac{\partial T}{\partial Y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) \quad (2.4)$$

Nesta equação T representa a temperatura de equilíbrio local entre a matriz porosa e o fluido, enquanto α corresponde à difusividade térmica efetiva, ou seja, o quociente entre a condutividade térmica efetiva do meio poroso saturado e a capacidade térmica específica do fluido.

O procedimento adotado para a obtenção das equações (2.3) e (2.4) foi semelhante ao descrito por PRASAD & KULACKI (1984c) e baseado nas mesmas hipóteses gerais de formulação.

As condições de contorno correspondentes ao problema, de acordo com as indicações das Figura 2.1 e 2.2, são as seguintes:

$$(a) \quad X \in [0, L] \quad \wedge \quad Y = 0 \quad \rightarrow \quad \Psi^* = 0 \quad \wedge \quad T = T_1 \quad (2.5)$$

$$(b) \quad X \in (-\infty, +\infty) \quad \wedge \quad Y = C \quad \rightarrow \quad \Psi^* = UB \quad \wedge \quad T = T_0 \quad (2.6)$$

$$(c) \quad X \rightarrow -\infty \quad \wedge \quad Y \in [H, C] \quad \rightarrow \quad \Psi^* = UCY - HD \quad \wedge \quad T = T_0 \quad (2.7)$$

$$(d) \quad X \in (-\infty, 0] \quad \wedge \quad Y = H \quad \rightarrow \quad \Psi^* = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial T}{\partial Y} = 0 \quad (2.8)$$

$$(e) X = 0 \wedge Y \in [0, H] \rightarrow \Psi^* = 0 \wedge \frac{\partial T}{\partial X} = 0 \quad (2.9)$$

$$(f) X = L \wedge Y \in [0, H] \rightarrow \Psi^* = 0 \wedge \frac{\partial T}{\partial X} = 0 \quad (2.10)$$

$$(g) X \in [L, +\infty) \wedge Y = H \rightarrow \Psi^* = 0 \wedge \frac{\partial T}{\partial Y} = 0 \quad (2.11)$$

$$(h) X \rightarrow +\infty \wedge Y \in [H, C] \rightarrow \frac{\partial \Psi^*}{\partial X} \rightarrow 0 \wedge \frac{\partial T}{\partial X} \rightarrow 0 \quad (2.12)$$

Foi efetuada a adimensionalização das equações (2.3) a (2.12) de modo a facilitar a análise do problema, sendo definidas as seguintes variáveis:

$$x = \frac{X}{L} \quad y = \frac{Y}{L} \quad \Psi = \frac{\Psi^*}{UL} \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \quad (2.13)$$

Com o uso dessas variáveis as equações diferenciais podem ser reescritas, obtendo-se:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = - \frac{Kg\beta\rho(T_1 - T_0)}{\mu U} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\alpha}{UL} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right] \quad (2.15)$$

e, da mesma forma tem-se as condições de contorno correspondentes:

$$(a) \quad x \in [0,1] \wedge y = 0 \quad \rightarrow \quad \Psi = 0 \quad \wedge \quad \theta = 1 \quad (2.16)$$

$$(b) \quad x \in (-\infty, +\infty) \wedge y = \frac{C}{L} \quad \rightarrow \quad \Psi = \frac{B}{L} \quad \wedge \quad \theta = 0 \quad (2.17)$$

$$(c) \quad x \rightarrow -\infty \wedge y \in \left[\frac{H}{L}, \frac{C}{L} \right] \quad \rightarrow \quad \Psi = y - \frac{H}{L} \quad \wedge \quad \theta = 0 \quad (2.18)$$

$$(d) \quad x \in (-\infty, 0] \wedge y = \frac{H}{L} \quad \rightarrow \quad \Psi = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad (2.19)$$

$$(e) \quad x = 0 \wedge y \in \left[0, \frac{H}{L} \right] \quad \rightarrow \quad \Psi = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (2.20)$$

$$(f) \quad x = 1 \wedge y \in \left[0, \frac{H}{L} \right] \quad \rightarrow \quad \Psi = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (2.21)$$

$$(g) \quad x \in [1, +\infty) \wedge y = \frac{H}{L} \quad \rightarrow \quad \Psi = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad (2.22)$$

$$(h) \quad x \rightarrow +\infty \wedge y \in \left[\frac{H}{L}, \frac{C}{L} \right] \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (2.23)$$

Analisando as expressões (2.14) a (2.23) podem ser identificados os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\text{número de Rayleigh modificado} \quad Ra = \frac{Kg\beta\rho L(T_1 - T_0)}{\mu\alpha} \quad (2.24)$$

número de Peclet modificado $Pe = \frac{U L}{\alpha}$ (2.25)

relações geométricas independentes $\frac{H}{L}$, $\frac{B}{L}$ (2.26)

A adimensionalização das equações permite identificar os parâmetros que afetam o fenômeno estudado. A avaliação desta influência passa então a constituir o objetivo básico dos estudos efetuados. A forma final das equações é apresentada a seguir:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = - \frac{Ra}{Pe} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Pe} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right] \quad (2.28)$$

No caso que envolve apenas convecção forçada a equação de Poisson (2.27) reduz-se a uma equação de Laplace, já que o segundo membro torna-se nulo, ao não serem considerados os efeitos de empuxo. Nesse caso, o escoamento não depende do campo de temperaturas, e pode ser determinado diretamente a partir da solução da equação (2.27).

2.2 Formulação dos casos de convecção natural

Nos casos envolvendo convecção natural pura são conside-

rados somente os efeitos de empuxo decorrentes do aquecimento da parede inferior da depressão, não sendo considerado qualquer gradiente de pressão imposto externamente.

Em termos de formulação, o caso de convecção natural conduz a uma abordagem um pouco diferente da apresentada no item anterior. De acordo com a Figura 2.3, considera-se que, a montante e a jusante da depressão - a uma distância suficientemente grande da mesma - , os gradientes de temperatura podem ser desprezados.

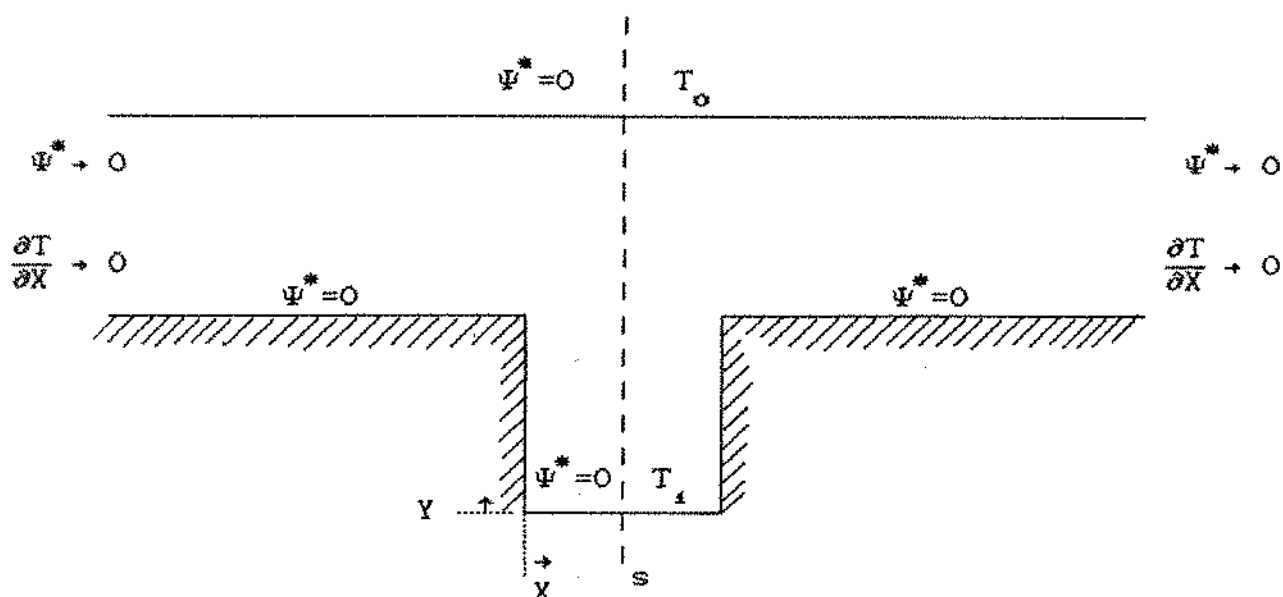


Figura 2.3 - Esquema da configuração para os casos de convecção natural.

As equações de conservação (2.3) e (2.4) podem também ser utilizadas neste caso, mantendo todas as grandezas o mesmo significado. As condições de contorno correspondentes ao pro-

blema, de acordo com as indicações das Figuras 2.1 e 2.3, são as apresentadas nas equações (2.5) a (2.12), exceto para as fronteiras (b), (c) e (h)

$$(b) X \in (-\infty, +\infty) \wedge Y = C \rightarrow \Psi^* = 0 \wedge T = T_0 \quad (2.29)$$

$$(c) X \rightarrow -\infty \wedge Y \in [H, C] \rightarrow \Psi^* \rightarrow 0 \wedge \frac{\partial T}{\partial X} \rightarrow 0 \quad (2.30)$$

$$(h) X \rightarrow +\infty \wedge Y \in [H, C] \rightarrow \Psi^* \rightarrow 0 \wedge \frac{\partial T}{\partial X} \rightarrow 0 \quad (2.31)$$

Para a situação envolvendo somente convecção natural foi efetuada uma adimensionalização da função corrente distinta da utilizada para a convecção mista ou forçada:

$$\psi = \frac{\Psi^*}{\alpha} \quad (2.32)$$

Com o uso desta variável e de x , y e θ definidas em (2.13) as equações diferenciais podem ser reescritas, obtendo-se

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = - \frac{Kg\beta\rho L(T_1 - T_0)}{\mu\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (2.34)$$

e, da mesma forma tem-se as condições de contorno correspondentes, apresentadas a seguir para todas as fronteiras.

$$(a) \quad x \in [0,1] \wedge y = 0 \quad \Rightarrow \quad \psi = 0 \quad \wedge \quad \theta = 1 \quad (2.35)$$

$$(b) \quad x \in (-\infty, +\infty) \wedge y = \frac{C}{L} \quad \Rightarrow \quad \psi = 0 \quad \wedge \quad \theta = 0 \quad (2.36)$$

$$(c) \quad x \rightarrow -\infty \wedge y \in \left[\frac{H}{L}, \frac{C}{L}\right] \quad \Rightarrow \quad \psi \rightarrow 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} \rightarrow 0 \quad (2.37)$$

$$(d) \quad x \in (-\infty, 0] \wedge y = \frac{H}{L} \quad \Rightarrow \quad \psi = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad (2.38)$$

$$(e) \quad x = 0 \wedge y \in \left[0, \frac{H}{L}\right] \quad \Rightarrow \quad \psi = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (2.39)$$

$$(f) \quad x = 1 \wedge y \in \left[0, \frac{H}{L}\right] \quad \Rightarrow \quad \psi = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (2.40)$$

$$(g) \quad x \in [1, +\infty) \wedge y = \frac{H}{L} \quad \Rightarrow \quad \psi = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad (2.41)$$

$$(h) \quad x \rightarrow +\infty \wedge y \in \left[\frac{H}{L}, \frac{C}{L}\right] \quad \Rightarrow \quad \psi \rightarrow 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} \rightarrow 0 \quad (2.42)$$

Analisando as expressões (2.33) a (2.42) são identificados os parâmetros adimensionais: número de Rayleigh modificado e relações geométricas independentes, já apresentados nas expressões (2.24) e (2.26). Na análise da convecção natural pura são esses os parâmetros que afetam o fenômeno.

A forma final das equações é apresentada a seguir:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = - Ra \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right] \quad (2.44)$$

Os resultados obtidos para convecção natural pura, apresentados no Capítulo VII, foram calculados considerando-se apenas a metade do domínio da Figura 2.3. O procedimento de redução é possível devido à simetria do domínio e das condições de contorno estabelecidas para o problema. Para esses casos, as condições de contorno no plano de simetria definido por $x=0,5$ são

$$x = 0,5 \wedge y \in [0, \frac{C}{L}] \quad \rightarrow \quad \psi = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (2.45)$$

Sendo admitida a validade do modelo de Darcy, a condição de simetria para a função corrente pode ser expressa, indiferentemente, pelo valor nulo da função corrente ou de seu gradiente na direção normal ao plano de simetria. Em outras palavras, o plano de simetria equivale à presença de uma parede impermeável na mesma posição. Diversamente do modelamento de transporte em meios fluidos plenos, neste caso não prevalece a condição de não deslizamento junto a fronteiras impermeáveis. No Capítulo VII são apresentados e discutidos diversos casos envolvendo convecção natural pura calculados considerando o domínio completo. Esses

casos foram calculados para comparação de resultados de convecção mista obtidos para o mesmo domínio com idêntica malha.

2.3 Cálculo das taxas de transferência de calor

Para a análise da transferência de calor nos diversos casos foram definidos os valores de Nusselt local e Nusselt global em relação à parede quente (a), e o valor local para a parede fria (b), utilizando sempre como comprimento característico a dimensão L, de acordo com as seguintes expressões:

$$(a) \quad Nu(x) = \frac{h_x L}{k} = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} \quad Nu = \int_0^1 - \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} dx \quad (2.46)$$

$$(b) \quad Nu'(x) = \frac{h'_x L}{k} = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=c/L} \quad (2.47)$$

2.4 Cálculo do balanço global de energia no domínio

Em todos os casos estudados numericamente foi calculado o balanço global de energia no domínio. O balanço foi avaliado por meio da razão ΔE_R mostrada na expressão (2.48), a qual fornece uma indicação, em termos relativos, da diferença entre a energia que entra no domínio através da parede aquecida,

correspondente a E_S e a energia que deixa o domínio através das fronteiras (b), (c) e (h), indicadas na Figura 2.1, e correspondentes aos termos E_N , E_W e E_E , respectivamente.

$$\Delta E_R = \frac{E_S - (E_N - E_W + E_E)}{E_S + (E_N - E_W + E_E)} \quad (2.48)$$

onde,

$$E_S = \int_0^1 - \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} dx \quad (2.49)$$

$$E_N = \int_{x_1}^{x_2} - \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=c/L} dx \quad (2.50)$$

$$E_W = \int_{H/L}^{c/L} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=x_1} dy \quad (2.51)$$

$$E_E = Pe \int_{H/L}^{c/L} (u \theta)_{x=x_2} dy \quad (2.52)$$

Nas equações (2.50) a (2.52), x_1 e x_2 representam as coordenadas adimensionalizadas, na direção x , das fronteiras

mais distantes da região aquecida efetivamente utilizadas para representar, no cálculo numérico, os limites definidos analiticamente por $x \rightarrow -\infty$ e $x \rightarrow +\infty$, respectivamente.

CAPÍTULO III

SOLUÇÃO ANALÍTICA DO ESCOAMENTO EM CONVECÇÃO FORÇADA

Considerando o problema de convecção forçada na geometria representada pelos esquemas das Figuras 2.1 e 2.2, constata-se que o escoamento não depende do campo de temperaturas. O transporte do fluido é completamente descrito pela equação de Laplace da variável função corrente e pelas respectivas condições de contorno. A equação de Laplace pode ser considerada como correspondente ao caso particular da equação (2.2) em que o termo de empuxo é desconsiderado. As condições de contorno são as especificadas pelas expressões (2.4) a (2.11).

Neste capítulo busca-se desenvolver uma solução matemática exata para o problema do escoamento forçado. A metodologia adotada envolve o emprego da teoria clássica de transformações conformes. Ao longo do texto são apresentadas as diversas etapas formais do encaminhamento da solução, bem como são detalhados os procedimentos utilizados para a obtenção dos resultados finais.

A solução analítica apresentada permite a avaliação da correção do cálculo do campo de velocidades em convecção forçada realizado por meio de método numérico. Os resultados mais relevantes obtidos através do método exato proposto são apresentados em forma de gráfico para diferentes razões geométricas da cavidade.

3.1 Formulação do problema

Assumindo todas as hipóteses anteriormente apresentadas no Capítulo II, o domínio do problema pode ser rerepresentado sob a forma esquematizada na Figura 3.1. Nesta figura as coordenadas x e y são definidas de modo distinto do empregado nos demais capítulos, com o intuito de simplificar as expressões apresentadas ao longo do desenvolvimento proposto.

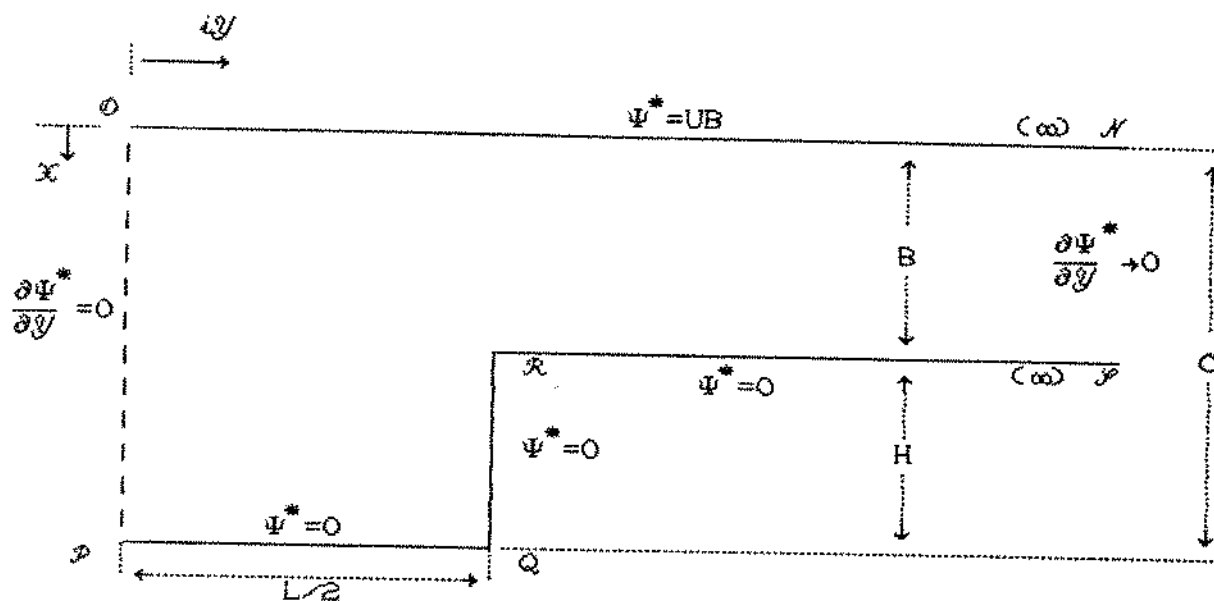


Figura 3.1 - Representação do domínio do escoamento forçado.

De acordo com a Figura 3.1, as coordenadas x e y definem um plano complexo \mathcal{Z} , tal que $\mathcal{Z} = x + iy$, onde a equação (2.2) será representada por

$$\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial y^2} = 0 \quad (3.1)$$

As condições de contorno a serem satisfeitas pela solução desta equação estão também representadas na Figura 3.1.

Sob esta formulação, o problema é matematicamente descrito, portanto, por uma equação de Laplace e condições de contorno de Dirichlet e de Neumann, sendo estas últimas homogêneas, o que caracteriza uma situação conveniente para a aplicação do método das transformações conformes.

3.2 Aplicação do método das transformações conformes

Para uma função analítica de variável complexa, pode-se demonstrar que suas partes real e imaginária são soluções da equação de Laplace, satisfazem as equações de Cauchy-Riemann e são constituídas de funções harmônicas. Pode-se definir, por meio de uma função $\mathcal{F} = \mathcal{F}(Z)$, uma transformação do plano complexo definido por $Z = X + iy$, para um novo plano complexo definido por $\mathcal{W} = \mathcal{U} + i\mathcal{V}$.

Se a função \mathcal{F} é analítica num ponto Z_0 , e a sua derivada nesse ponto é não nula, essa transformação é denominada conforme, preservando a magnitude e o sinal do ângulo entre qualquer par de curvas que passem por Z_0 (HILDEBRAND, 1976).

Numa transformação conforme, uma função harmônica $\Psi^*(X, y)$ continuará harmônica após a mudança de variáveis decorrente da transformação, e $\Psi^*(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ satisfará a equação

$$\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial v^2} = 0 \quad (3.2)$$

Ainda também, as condições de contorno dadas por um valor constante de Ψ^* , ou por derivadas nulas na direção normal ao contorno, serão transformadas em condições de contorno do mesmo tipo.

As características do problema são, portanto, adequadas à utilização do método, que foi bastante empregado na solução de problemas de formulação semelhante, como o escoamento bidimensional de fluidos ideais, como pode ser visto nos trabalhos de LAMB (1945), e de MILNE-THOMSON (1967).

3.2.1 Transformação de Schwarz-Christoffel

Por meio da transformação de Schwarz-Christoffel, é possível efetuar a correspondência entre pontos localizados sobre um contorno poligonal no plano \mathcal{Z} e pontos localizados sobre o eixo real do plano \mathcal{W} ($\mathcal{V} = 0$). O domínio esquematizado na Figura 3.1 pode ser compreendido como a região do plano \mathcal{Z} interior a uma linha poligonal com quatro vértices (\mathcal{O} , \mathcal{P} , \mathcal{Q} e \mathcal{R}), e extremidades (\mathcal{A} e \mathcal{B}) infinitamente distantes, que pode ser transformado em um semi-plano infinito em \mathcal{W} .

A transformação referida pode ser representada pela relação $\mathcal{Z} = f(\mathcal{W})$, tal que

$$\frac{d\mathcal{Z}}{d\mathcal{W}} = C_0 \left[\mathcal{W} - u_1 \right]^{k_1} \left[\mathcal{W} - u_2 \right]^{k_2} \dots \dots \left[\mathcal{W} - u_N \right]^{k_N} \quad (3.3)$$

onde u_1, u_2, \dots, u_N representam a posição de N pontos tomados ordenadamente sobre o eixo real no plano \mathcal{W} , com $u_1 < u_2 < \dots < u_N$, e onde k_1, k_2, \dots, k_N são constantes reais e C_0 é uma constante real ou complexa. O valor das constantes k_p pode ser obtido a partir dos ângulos internos α_p indicados na Figura 3.2, referente à correspondência entre os pontos u_1, u_2, u_3 e u_4 e os vértices O, P, Q e R , respectivamente.

Dessa forma, e considerando que $0 \leq \alpha_p \leq 2\pi$, o valor de k_p é obtido para $p = 1, 2, 3$ e 4 , por meio da equação

$$k_p = \frac{\alpha_p}{\pi} - 1 \quad (3.4)$$

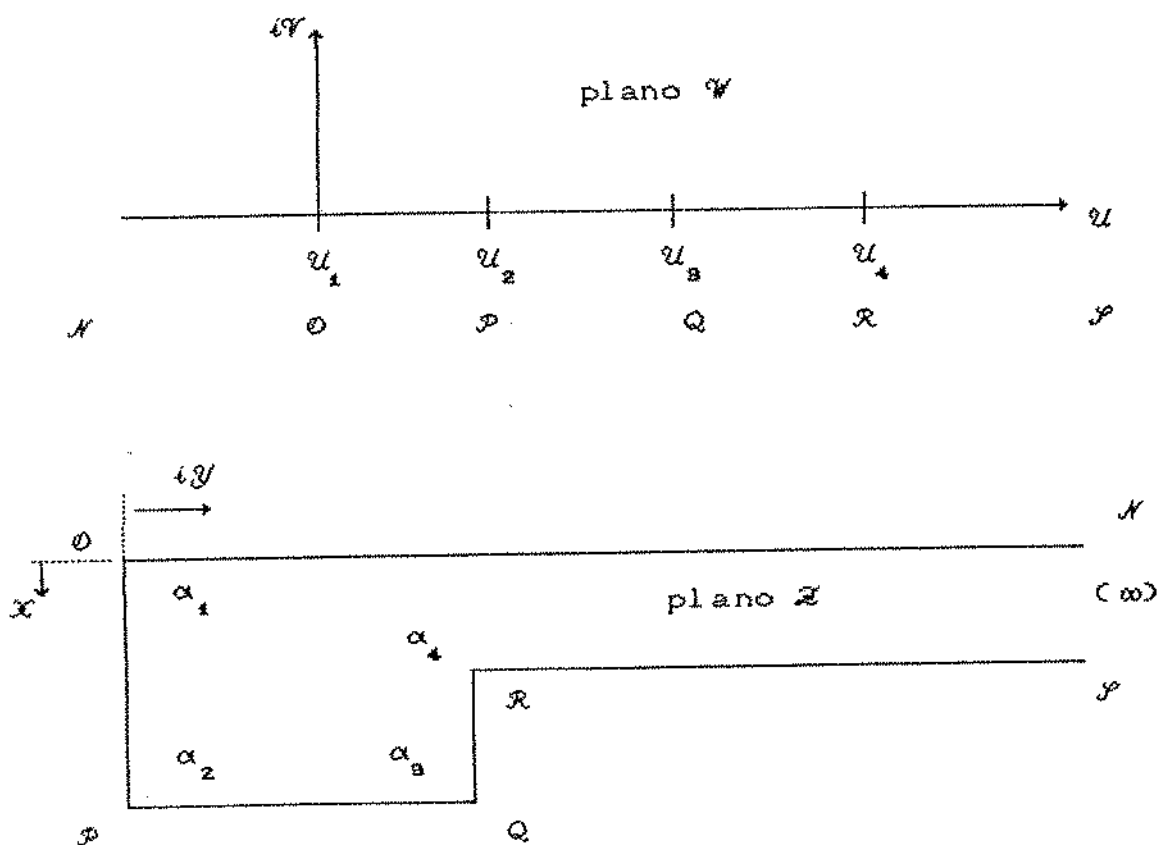


Figura 3.2 - Transformação de Schwarz-Christoffel.

Deve-se observar que a sequência em que os vértices são ordenados, indicada na Figura 3.2, implica em que a região interior à linha poligonal no plano \mathcal{Z} corresponde, no plano \mathcal{W} , ao semi-plano superior.

Na transformação de Schwarz-Christoffel, três dos valores u_1, u_2, \dots, u_N podem ser definidos arbitrariamente. Em casos como o indicado na Figura 3.2, no entanto, em que o polígono pode ser considerado como tendo um vértice infinitamente distante e sendo correspondido no plano \mathcal{W} por $u \rightarrow +\infty$ e $u \rightarrow -\infty$, apenas dois dos valores u_1, u_2, \dots, u_N podem ser definidos de modo arbitrário (HILDEBRAND, 1976).

De acordo com essas considerações, foram definidos de forma arbitrária e conveniente os valores $u_1 = 0$ e $u_4 = 1$. Na Tabela 3.1 são apresentados também os valores de k_p obtidos para o caso. Por conveniência foi adotada deste ponto do texto em diante a notação $\delta = u_2$ e $\lambda = u_3$.

Tabela 3.1 - Parâmetros da transformação de Schwarz-Christoffel.

Pontos	1	2	3	4
Vértices	0	\mathcal{P}	\mathcal{Q}	\mathcal{R}
\mathcal{Z}	0	C	$C + iL/2$	$B + iL/2$
\mathcal{W}	0	$u_2 = \delta$	$u_3 = \lambda$	1
α_p	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$3\pi/2$
k_p	-0,5	-0,5	-0,5	0,5

Substituindo os valores estabelecidos na equação (3.3), obtém-se a equação

$$\frac{dz}{d\psi} = C_0 \frac{\sqrt{\psi - 1}}{\sqrt{\psi} \sqrt{\psi - \delta} \sqrt{\psi - \lambda}} \quad (3.5)$$

e, conseqüentemente,

$$z = C_0 \int \frac{\sqrt{\psi - 1}}{\sqrt{\psi} \sqrt{\psi - \delta} \sqrt{\psi - \lambda}} d\psi \quad (3.6)$$

A integral da equação (3.6) envolve em seu cálculo a utilização das funções elípticas de Jacobi e das integrais elípticas, cujas características e propriedades são apresentadas por MILNE-THOMSON (1965a, e 1965b). Outras informações bastante úteis no procedimento de integração podem ser encontradas nos trabalhos de CARTER (1926), de COCKCROFT (1928), e de LUNDKVIST (1929).

Inicialmente pode-se determinar o valor da constante C_0 , a partir da geometria do domínio no plano z . Para uma variação de ψ entre $-\infty$ e $+\infty$ sobre o eixo real u , a variação correspondente de z será dada pela dimensão B , de acordo com a Figura 3.1. Por outro lado, para $\psi \rightarrow \pm\infty$ tem-se:

$$z \rightarrow C_0 \int \frac{\sqrt{\psi}}{\sqrt{\psi} \sqrt{\psi} \sqrt{\psi}} d\psi \rightarrow z \rightarrow C_0 \int \frac{1}{\psi} d\psi \quad (3.7)$$

Dessa forma, para \mathcal{W} variando de $-\infty$ até $+\infty$ sobre o eixo real \mathcal{U} , os limites correspondentes de $\ln(\mathcal{W})$ resultantes da integração indicada em (3.7) sofrerão variação igual a $-\pi i$, pois

$$\ln(\mathcal{W}) = \ln|\mathcal{W}| + i(\theta + 2\pi n) \quad (3.8)$$

e, portanto, conclui-se que

$$B = C_0(-\pi i) \rightarrow C_0 = i \frac{B}{\pi} \quad (3.9)$$

A equação (3.6) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathcal{Z} = \frac{B}{\pi} \int \frac{\sqrt{1-\mathcal{W}}}{\sqrt{\mathcal{W}} \sqrt{\mathcal{W}-\delta} \sqrt{\mathcal{W}-\lambda}} d\mathcal{W} \quad (3.10)$$

3.2.2 Utilização das funções e das integrais elípticas

Com o propósito de reduzir a integral da equação (3.10) ao formato usual das integrais elípticas de terceira espécie, é conveniente efetuar uma mudança adequada de variáveis. Fazendo inicialmente a substituição:

$$\mathcal{W} = \frac{r^2}{1+r^2} \quad (3.11)$$

obtém-se, após simplificações não detalhadas para guardar a concisão do texto, a expressão

$$z = \frac{2B}{\pi} \int \frac{dr}{(1+r^2) \sqrt{\delta-(1-\delta)r^2} \sqrt{\lambda-(1-\lambda)r^2}} \quad (3.12)$$

Operando uma nova mudança de variáveis com

$$r = s \sqrt{\frac{\delta}{1-\delta}} \quad (3.13)$$

e definindo,

$$k^2 = \left[\frac{\delta}{1-\delta} \right] \left[\frac{1-\lambda}{\lambda} \right] \quad \text{e} \quad \gamma^2 = \frac{\delta}{\delta-1} \quad (3.14)$$

tem-se, após simplificações, a equação

$$z = \frac{2B}{\pi \sqrt{\lambda} \sqrt{1-\delta}} \int \frac{ds}{(1-\gamma^2 s^2) \sqrt{1-s^2} \sqrt{1-k^2 s^2}} \quad (3.15)$$

Lembrando que k e γ dependem apenas das dimensões do domínio, a expressão (3.15) pode ainda ser reduzida a

$$z = i \frac{2B \sqrt{k^2 - \gamma^2} \sqrt{1-\gamma^2}}{\pi \gamma} \int \frac{ds}{(1-\gamma^2 s^2) \sqrt{1-s^2} \sqrt{1-k^2 s^2}} \quad (3.16)$$

A integral da equação (3.16) constitui uma integral elíptica de terceira espécie. Por outro lado, a forma de Jacobi para esse tipo de integral elíptica é dada pela expressão

$$\Pi(\tau, \alpha) = \int_0^{\tau} \frac{k^2 \operatorname{sn} \alpha \operatorname{cn} \alpha \operatorname{dn} \alpha \operatorname{sn}^2 \tau}{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 \alpha \operatorname{sn}^2 \tau} d\tau \quad (3.17)$$

onde sn , cn e dn representam as funções elípticas de Jacobi: sinus amplitudinis, cosinus amplitudinis e delta amplitudinis, respectivamente. Fatorando a equação (3.17), obtém-se

$$\Pi(\tau, \alpha) = \frac{\operatorname{cn} \alpha \operatorname{dn} \alpha}{\operatorname{sn} \alpha} \int_0^{\tau} \frac{k^2 \operatorname{sn}^2 \alpha \operatorname{sn}^2 \tau}{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 \alpha \operatorname{sn}^2 \tau} d\tau \quad (3.18)$$

Comparando os integrandos das equações (3.16) e (3.18), podem ser efetuadas as seguintes mudanças de variáveis no integrando da primeira equação:

$$s = \operatorname{sn}(\tau, k) \quad \text{e} \quad \gamma = k \operatorname{sn}(\alpha, k) \quad (3.19)$$

onde aparece explicitado o parâmetro k da função sinus. Assim, a determinação dos valores de δ e de λ pode ser obtida por meio da obtenção de k^2 e de γ^2 , ou, ainda, de k^2 e de α . Uma vez fixadas as dimensões do domínio, todos esses parâmetros permanecerão inalterados.

Efetuando-se as mudanças de variáveis da equação (3.19),

e valendo-se das propriedades das funções elípticas de Jacobi (BOWMAN, 1961), tem-se como resultado a expressão

$$\int_0^{\theta} \frac{d\theta}{(1-\gamma^2\theta^2)\sqrt{1-\theta^2}\sqrt{1-k^2\theta^2}} = \tau + \frac{\operatorname{sn} \sigma}{\operatorname{cn} \sigma} \frac{d\operatorname{sn} \sigma}{d\sigma} \Pi(\tau, \sigma) \quad (3.20)$$

Substituindo (3.20) na expressão (3.16), e considerando que

$$\sqrt{k^2 - \gamma^2} = k \sqrt{1 - \operatorname{sn}^2 \sigma} \quad (3.21)$$

e,

$$\sqrt{1 - \gamma^2} = \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 \sigma} \quad (3.22)$$

tem-se

$$z = i \frac{2B}{\pi} \left[\tau \frac{\operatorname{cn} \sigma}{\operatorname{sn} \sigma} \frac{d\operatorname{sn} \sigma}{d\sigma} + \Pi(\tau, \sigma) \right] + C_1 \quad (3.23)$$

onde C_1 representa uma constante de integração.

Antes de prosseguir, é conveniente sumarizar a sequência de mudanças de variáveis operadas até aqui, e os valores dessas variáveis nos pontos correspondentes aos vértices do domínio original, o que é efetuado por meio da Tabela 3.2. Nessa tabela K e K' representam respectivamente $K(k)$ e $K'(k) = K(k')$, que são as integrais elípticas completas de primeira espécie associadas, com k e $k' = \sqrt{1-k^2}$ sendo denominados módulos complementares.

Tabela 3.2 - Sumário das mudanças de variáveis

Pontos	1	2	3	4
Vértices	0	\mathcal{P}	Q	\mathcal{R}
z	0	C	$C + iL/2$	$B + iL/2$
η	0	δ	λ	1
t	0	$\sqrt{\delta/(1-\delta)}$	$\sqrt{\lambda/(1-\lambda)}$	-
s	0	1	$1/k$	-
τ	0	\mathbb{K}	$\mathbb{K} + i\mathbb{K}'$	-

Pode-se agora passar à determinação de C_1 . No ponto 0

$$z = 0 \Rightarrow \tau = 0 \Rightarrow \Pi(0, \sigma) = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \quad (3.24)$$

Para o ponto \mathcal{P} , tem-se

$$z = C \Rightarrow \tau = \mathbb{K} \Rightarrow \Pi(\mathbb{K}, \sigma) = \mathbb{K} Z(\sigma) \quad (3.25)$$

onde $Z(\sigma)$ é a função zeta de Jacobi. Essa última igualdade é decorrente da seguinte propriedade das integrais elípticas.

$$\Pi(\tau, \sigma) - \Pi(\sigma, \tau) = \tau Z(\sigma) - \sigma Z(\tau) \quad (3.26)$$

A partir dessas informações obtém-se da expressão (3.23) a seguinte relação:

$$C = i \frac{2B}{\pi} K \left[\frac{\operatorname{cn} \sigma \operatorname{dn} \sigma}{\operatorname{sn} \sigma} + Z(\sigma) \right] \quad (3.27)$$

Para o ponto Q tem-se:

$$z = C + iL/2 \Rightarrow \tau = K + iK' \Rightarrow \quad (3.28)$$

$$\rightarrow \Pi(K+iK', \sigma) = [K + iK'] Z(\sigma) + i \frac{\pi \sigma}{2K} \quad (3.29)$$

A relação (3.29) é obtida também a partir da propriedade apresentada na expressão (3.26). Substituindo os valores obtidos na equação (3.23) resulta para o ponto Q

$$C + i \frac{L}{2} = i \frac{2B}{\pi} \left\{ [K+iK'] \left[\frac{\operatorname{cn} \sigma \operatorname{dn} \sigma}{\operatorname{sn} \sigma} + Z(\sigma) \right] + i \frac{\pi \sigma}{2K} \right\} \quad (3.30)$$

Utilizando as expressões (3.27) e (3.30) obtém-se

$$\sigma = i \frac{1}{B} \left[C K' - \frac{L}{2} K \right] \quad (3.31)$$

Acrescente-se que uma vez conhecido o valor de k podem ser determinados K e K' . No caso, para a obtenção de σ e k , é necessário mais uma equação, que pode ser obtida a partir da equação (3.27) e das seguintes propriedades das funções elípticas. Considerando que, no presente caso, σ é um imaginário

tal que $\sigma = i a$, onde a é real.

$$\operatorname{sn} \sigma = \operatorname{sn}(ia, k) = i \frac{\operatorname{sn}(a, k')}{\operatorname{cn}(a, k')} \quad (3.32)$$

$$\operatorname{cn} \sigma = \operatorname{cn}(ia, k) = \frac{1}{\operatorname{cn}(a, k')} \quad (3.33)$$

$$\operatorname{dn} \sigma = \operatorname{dn}(ia, k) = \frac{\operatorname{dn}(a, k')}{\operatorname{cn}(a, k')} \quad (3.34)$$

Utilizando as propriedades (3.32 - 3.34) obtém-se

$$\frac{\operatorname{cn} \sigma}{\operatorname{sn} \sigma} \frac{\operatorname{dn} \sigma}{\operatorname{sn} \sigma} = -i \frac{\operatorname{dn}(a, k')}{\operatorname{cn}(a, k') \operatorname{sn}(a, k')} \quad (3.35)$$

É necessário também utilizar uma outra propriedade, agora envolvendo a função zeta de Jacobi, de acordo com a relação

$$Z(\sigma) = Z(ia, k) = -i \left[Z(a, k') + \frac{\pi a}{2iKk'} - \frac{\operatorname{sn}(a, k') \operatorname{dn}(a, k')}{\operatorname{cn}(a, k')} \right] \quad (3.36)$$

Substituindo as expressões (3.35) e (3.36) na equação (3.27), obtém-se

$$C = \frac{2BK}{\pi} \left[\frac{\operatorname{dn}(a, k') \operatorname{cn}(a, k')}{\operatorname{sn}(a, k')} + Z(a, k') + \frac{\pi a}{2iKk'} \right] \quad (3.37)$$

A função zeta pode ser calculada por meio das funções zeta de Jacobi, as quais são expressas por meio de séries de

rápida convergência. Utilizando as relações apresentadas por MILNE-THOMSON (1965a), pode-se demonstrar que:

$$Z(a, k') = \frac{\pi}{2k'} \frac{\vartheta_1' \left(\frac{\pi a}{2k'} \right)}{\vartheta_1 \left(\frac{\pi a}{2k'} \right)} - \frac{cn(a, k') dn(a, k')}{sn(a, k')} \quad (3.38)$$

onde ϑ_1 representa a função teta um de Jacobi e ϑ_1' representa sua derivada em relação ao argumento.

Substituindo a expressão (3.38) na equação (3.37), chega-se, após simplificações, a

$$\frac{C}{B} = \frac{K}{K'} \left[\frac{\vartheta_1' \left(\frac{\pi a}{2k'} \right)}{\vartheta_1 \left(\frac{\pi a}{2k'} \right)} + \frac{a}{K} \right] \quad (3.39)$$

Por outro lado, a equação (3.31) pode ser reescrita sob a forma

$$a = \frac{C}{B} K' - \frac{L}{2B} K \quad (3.40)$$

As equações (3.39) e (3.40) são empregadas para determinar os parâmetros do problema, através da determinação do valor do módulo k que satisfaça simultaneamente as duas equações. O valor de k obtido possibilita o cálculo de K e de K' , os quais, por meio da equação (3.40), conduzem à determinação do parâmetro a . O valor de a é então usado para o cálculo do termo envolvendo as funções teta de Jacobi. Esse resultado, satisfazendo à equação

(3.39), conduz à solução da transformação, pois será possível determinar σ e também

$$\gamma = k \operatorname{sn}(\sigma, k) = k \operatorname{sn}(ia, k) \quad (3.41)$$

Posteriormente, pode-se calcular δ e λ , por meio da definição de k e de γ apresentada nas expressões (3.14).

3.2.3 Procedimentos de cálculo

Para a realização dos cálculos envolvidos na determinação do valor dos parâmetros da transformação descrita no item anterior, foram utilizados os procedimentos apresentados a seguir, obtidos a partir das propriedades das funções teta de Jacobi (MILNE-THOMSON, 1965a), e de recursos de integração numérica (HILDEBRAND, 1974).

a. Cálculo de K e de K' a partir de k

Por definição,

$$K = \int_0^1 \frac{ds}{\sqrt{1-s^2} \sqrt{1-k^2 s^2}} \quad (3.42)$$

$$K' = \int_0^1 \frac{ds}{\sqrt{1-s^2} \sqrt{1-(k')^2 s^2}} \quad (3.43)$$

K e K' são integrais elípticas completas de primeira espécie, onde k é o módulo e k' é o módulo complementar. Neste trabalho, as integrais de (3.42) e (3.43) foram calculadas pelo método de quadratura de Chebyshev-Gauss, expresso por

$$\int_0^1 \frac{f(\theta)}{\sqrt{1-\theta^2}} d\theta = \frac{\pi}{2n} \sum_{j=1}^n f\left\{ \cos\left[\frac{2j-1}{4n} \pi \right] \right\} \quad (3.44)$$

cujo erro pode ser avaliado por meio da equação

$$e = \frac{\pi}{2^{4n} [4n]!} f^{(4n)}(\Delta), \quad |\Delta| < 1 \quad (3.45)$$

Nos cálculos efetuados o valor de n igual a 5 (cinco) foi suficiente para prover coincidência de dez casas decimais na comparação efetuada com as tabelas de MILNE-THOMSON (1965b), para diversos valores de k .

b. Cálculo da fração envolvendo a função ϑ_1 e sua derivada

Pode-se mostrar (MILNE-THOMSON, 1965a) que

$$\frac{\vartheta_1' \left(\frac{\pi a}{2k}, \right)}{\vartheta_1 \left(\frac{\pi a}{2k}, \right)} = \cot \left(\frac{\pi a}{2k}, \right) + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^{2n}}{1-q^{2n}} \sin \left(2n \frac{\pi a}{2k}, \right) \quad (3.46)$$

onde,

$$q = e^{-\pi(K/K')} \quad (3.47)$$

c. Cálculo do parâmetro γ

Como definido anteriormente, e por meio das propriedades das funções elípticas, tem-se que

$$\gamma = k \operatorname{sn}(ia, k) = ik \frac{\operatorname{sn}(a, k')}{\sqrt{1 - \operatorname{sn}^2(a, k')}} \quad (3.48)$$

O valor de $\operatorname{sn}(a, k')$ pode ser obtido, a partir das funções teta definidas conforme a notação de Neville (MILNE-THOMSON, 1965a), para este caso da seguinte maneira:

$$\operatorname{sn}(a, k') = \frac{\vartheta_S(a, k')}{\vartheta_N(a, k')} \quad (3.49)$$

$$\vartheta_S(a, k') = \left[\frac{2\pi q^{1/2}}{k'kK'} \right]^{1/2} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^{n(n+1)} \sin \left[(2n+1) \frac{\pi a}{2K'} \right] \right\} \quad (3.50)$$

$$\vartheta_N(a, k') = \left[\frac{\pi}{2kK'} \right]^{1/2} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n q^{n^2} \cos \left[2n \frac{\pi a}{2K'} \right] \right\}$$

3.2.4 Transformação final

Uma vez realizada a transformação do plano Z para o plano W , é conveniente no caso, efetuar uma segunda transformação de Schwarz-Christoffel. Desta vez a transformação leva do plano W para o plano ζ definido por $\zeta = \Theta + i\Psi^*$. Ambos os planos estão representados na Figura 3.3.

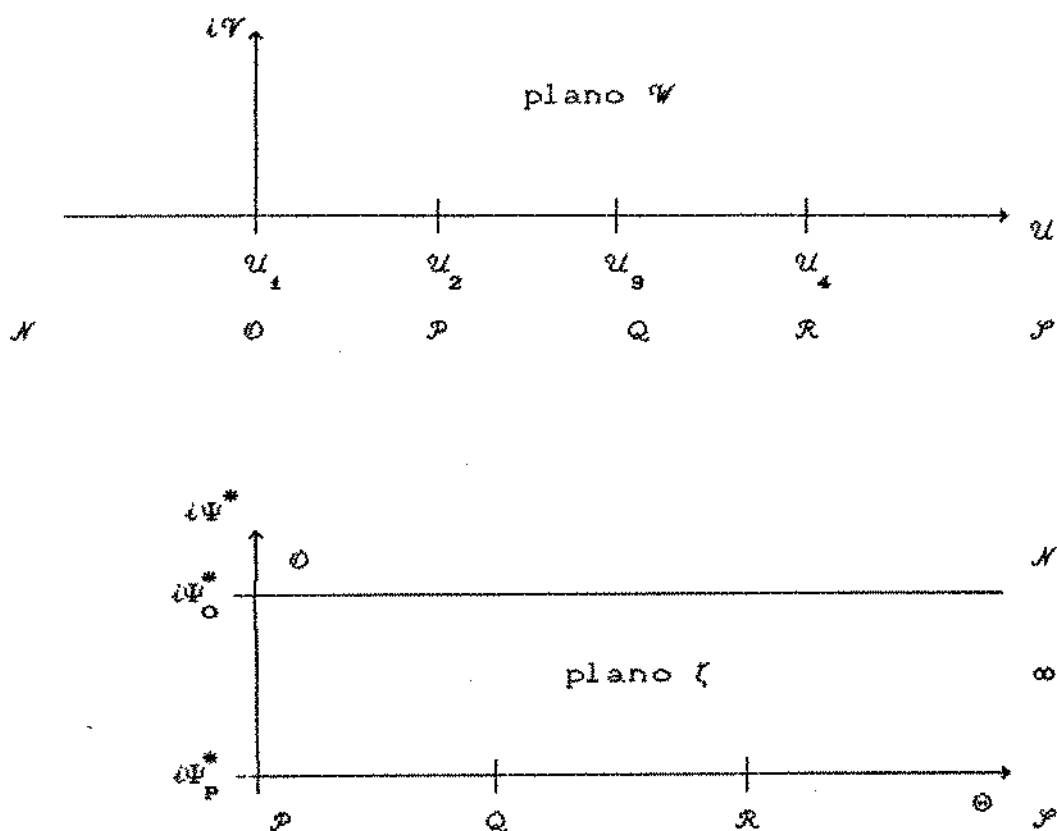


Figura 3.3 - Transformação final.

Por intermédio desta transformação, o domínio definido

por um semi-plano infinito no plano \mathcal{W} passa a corresponder a um retângulo, com um dos lados infinitamente distante no plano ζ . No plano ζ , o eixo imaginário é representado pela variável Ψ^* , que é a função procurada como solução da equação de Laplace (3.1) e satisfazendo as correspondentes condições de contorno.

Dessa maneira, no plano ζ o valor de Ψ^* é dado por

$$\Psi^* = \text{Im}(\zeta) \quad (3.51)$$

Considerando a Figura 3.3 e as condições de contorno do problema original, tem-se $\Psi_0^* = UB$ e $\Psi_P^* = 0$.

Adotando um procedimento análogo ao apresentado anteriormente, pode-se efetuar a transformação de Schwarz-Christoffel descrita por meio de

$$\frac{d\zeta}{d\mathcal{W}} = C_2 \frac{1}{\sqrt{\mathcal{W}} \sqrt{\mathcal{W} - \delta}} \quad + \quad \zeta = C_2 \int \frac{d\mathcal{W}}{\sqrt{\mathcal{W}} \sqrt{\mathcal{W} - \delta}} \quad (3.52)$$

A integral da equação (3.52) pode ser resolvida utilizando funções trigonométricas, obtendo-se

$$\zeta = -i \geq C_2 \arctan \left\{ \sqrt{\frac{\mathcal{W} - \delta}{\mathcal{W}}} \right\} + C_3 \quad (3.53)$$

Considerando os valores de \mathcal{W} para os pontos correspondentes a \mathcal{P} e \mathcal{O} tem-se, respectivamente,

$$\Psi = \delta \Rightarrow \zeta = 0 \Rightarrow C_3 = 0 \quad (3.54)$$

$$\Psi = 0 \Rightarrow \zeta = i \Psi_0^* \Rightarrow C_2 = -\Psi_0^*/\pi \Rightarrow C_2 = -UB/\pi \quad (3.55)$$

Substituindo os resultados para C_2 e C_3 em (3.53):

$$\zeta = i \frac{2UB}{\pi} \arctan \left\{ \sqrt{\frac{\delta - \Psi}{\Psi}} \right\} \quad (3.56)$$

A equação (3.56) pode ser expressa em termos de θ e γ , definidos em (3.13) e (3.14), resultando em

$$\zeta = i \frac{2UB}{\pi} \arctan \left\{ \frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{1 - \theta^2}{1 - \gamma^2}} \right\} \quad (3.57)$$

Por meio das equações (3.16) e (3.57) é possível determinar o valor da função Ψ^* em pontos do domínio original, ou seja, especificados no plano \mathcal{Z} .

3.3 Determinação de valores de Ψ^* no domínio original

Como um dos principais objetivos da abordagem apresentada neste capítulo é possibilitar a comparação de resultados obtidos analiticamente com os determinados por meio de método numérico, foi escolhida a região do domínio original definida pela linha de simetria e representada na Figura 3.1 pelo

segmento que une os pontos \mathcal{O} e \mathcal{P} .

De acordo com a Tabela 3.2, esse segmento corresponde aos valores da variável s compreendidos no intervalo $s \in (0,1)$. Assim, para um dado valor c pertencente a esse intervalo, tem-se:

$$\Psi_c^* = \frac{2UB}{\pi} \arctan \left\{ \frac{1}{c} \sqrt{\frac{1-c^2}{1-\gamma^2}} \right\} \quad (3.57)$$

e, inversamente, para um dado $\Psi_c^* \in (0,UB)$, tem-se

$$c = \left\{ (1-\gamma^2) \tan^2 \left[\frac{\pi}{2UB} \Psi_c^* \right] + 1 \right\}^{-1/2} \quad (3.58)$$

Com referência ao sistema de coordenadas apresentado na Figura 3.1, que define o plano \mathcal{X} , utilizando a equação (3.16) pode-se obter o valor de X_c correspondente a Ψ_c^*

$$X_c = \frac{2B\gamma \sqrt{k^2 - \gamma^2} \sqrt{1-\gamma^2}}{\pi\gamma} \int_0^c \frac{ds}{(1-\gamma^2 s^2) \sqrt{1-s^2} \sqrt{1-k^2 s^2}} \quad (3.59)$$

No cálculo de X_c , k e γ são obtidos de acordo com os procedimentos descritos anteriormente. A integração pode ser efetuada pelo método de Chebyshev-Gauss. Pode-se então calcular

os valores de X correspondentes a diversos valores arbitrados de Ψ^* e assim obter a distribuição da função corrente ao longo do segmento que une os pontos O e P .

A listagem do programa elaborado em Pascal para operação dos cálculos descritos neste capítulo é apresentada no Anexo 1.

3.4 Resultados e discussão

A metodologia descrita foi utilizada para a obtenção da distribuição da função corrente Ψ^* ao longo da linha de simetria do domínio original, para os casos apresentados na Tabela 3.3 e no gráfico da Figura 3.4. Todos os casos referem-se ao escoamento forçado representado na Figura 2.2, com $B/L=1$.

Tabela 3.3 - Parâmetros de transformação obtidos para diferentes geometrias.

Casos	Parâmetros Calculados	
	k^2	γ^2
0,25	0,5902958	-3,1324263
0,50	0,8973792	-3,7922592
0,75	0,9777540	-3,9553955
1,00	0,9953343	-3,9906638
1,50	0,9997994	-4,0719906

Analisando os valores de k^2 pode-se concluir que o

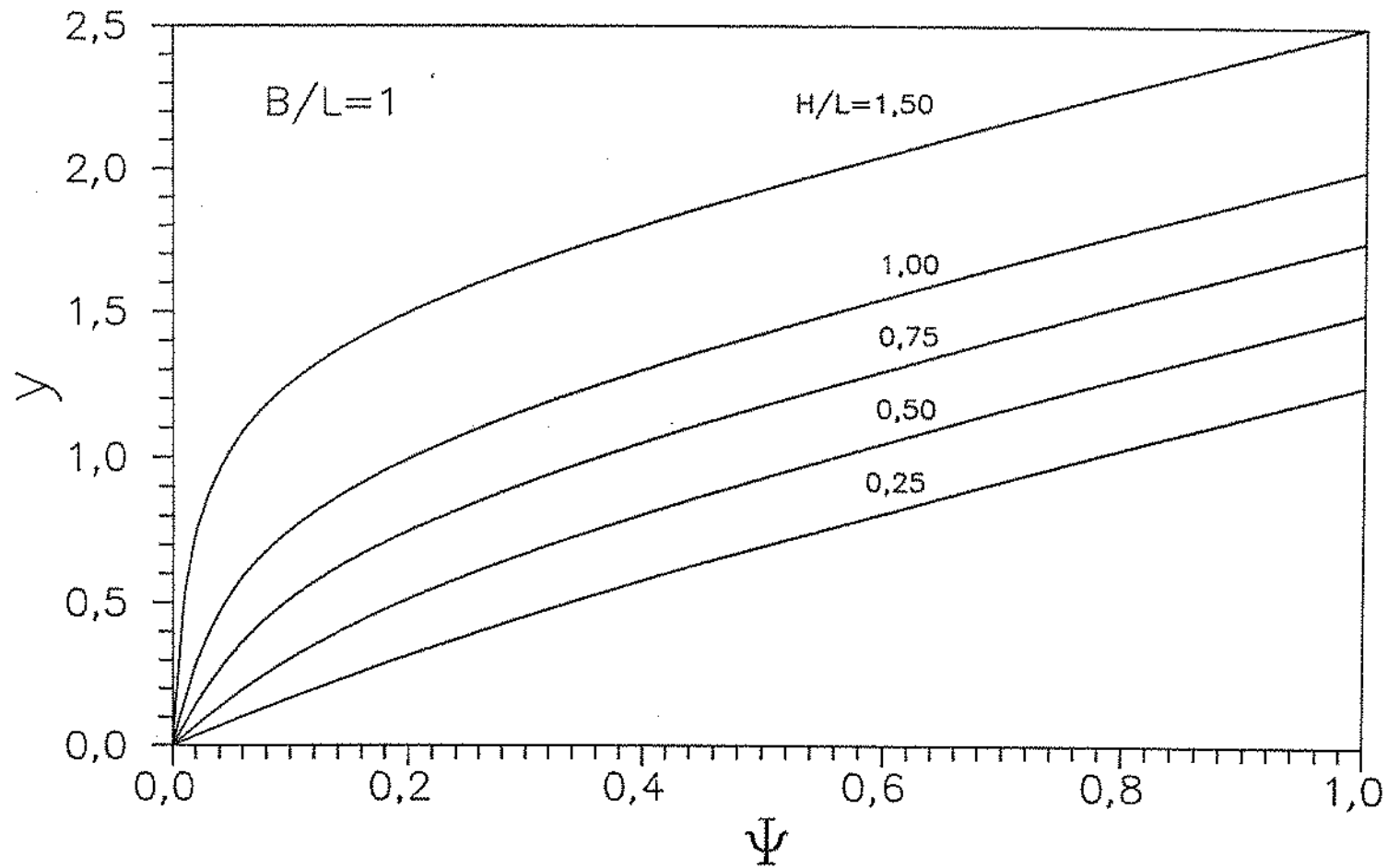


Figura 3.4 - Distribuição da função corrente na linha de simetria do domínio calculada por método analítico .

módulo k tende rapidamente para o valor 1 à medida que H/L aumenta, sendo que para $H/L = 1,50$ aquele valor é já muito próximo da unidade. Verifica-se, também, que para valores superiores de H/L , correspondentes a cavidades mais profundas, o escoamento sofre alterações muito pequenas na região da camada horizontal ($C/L \leq H/L$), conforme pode ser observado na Figura 3.4.

Para todos os casos foram calculados 120 pontos ao longo da linha de simetria. Com os resultados obtidos foram traçadas as curvas apresentadas na Figura 3.4. Para a construção do gráfico a função corrente foi adimensionalizada de acordo com a expressão (2.12).

A ordenada y corresponde à distância adimensionalizada de cada ponto em relação ao fundo da cavidade. No Capítulo V, esses resultados são comparados aos obtidos por meio do método numérico.

CAPÍTULO IV

MÉTODO NUMÉRICO E ALGORITMO COMPUTACIONAL

As equações diferenciais apresentadas no Capítulo II foram resolvidas numericamente, para os diversos casos estudados, por meio de um programa computacional elaborado no âmbito deste trabalho, especificamente para o tratamento de problemas em domínios irregulares do tipo estudado.

Nos últimos anos diversos métodos numéricos tem sido formulados e desenvolvidos, visando a resolução de problemas de transferência de calor e de escoamento de fluidos. Observou-se mesmo a caracterização da área de métodos computacionais em transferência de calor como um novo e promissor campo de atuação, com crescente impacto na pesquisa, projeto, e também no ensino de engenharia. O rápido desenvolvimento dos computadores tem estimulado e viabilizado essa evolução, e muitas técnicas computacionais tem sido propostas, testadas e desenvolvidas. Apesar disso não se verificou ainda um nítido consenso a favor de algum método específico. A avaliação cuidadosa e controlada dos diferentes métodos propostos é considerada necessária (PATANKAR, 1988).

4.1 Discretização das equações diferenciais

Os problemas analisados neste trabalho, por se referirem a configurações bidimensionais e permitirem a

formulação em termos da função corrente, tendo em vista as premissas estabelecidas, dispensam a determinação do campo de pressões no escoamento para sua resolução.

As equações diferenciais elípticas acopladas que descrevem os fenômenos aqui analisados foram discretizadas segundo os procedimentos descritos por PATANKAR (1981), caracterizados como um método que envolve a integração aproximada das equações em volumes de controle finitos.

As equações diferenciais relativas aos problemas estudados podem ser representadas, de modo geral, pela equação

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho u_i \phi \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S \quad (4.1)$$

Nesta equação foi utilizada a notação tensorial em coordenadas cartesianas, onde ϕ representa a variável dependente analisada, u_i corresponde à velocidade na direção da coordenada x_i , ρ corresponde à massa específica do fluido, Γ representa o coeficiente difusivo associado à grandeza ϕ , e S refere-se ao termo fonte.

O valor das variáveis dependentes (no caso, a função corrente e a temperatura) foi calculado em pontos discretos no interior do domínio, aqui referidos como nós, os quais definem uma malha, que pode ser regular ou irregular. As equações discretizadas são obtidas por meio da integração das equações diferenciais do problema nos subdomínios que envolvem cada nó, denominados volumes de controle finitos.

A definição da malha e dos volumes de controle foi feita neste trabalho, por meio da divisão do domínio da Figura 2.1 em retângulos, representando, cada um deles, um volume de controle. Os pontos discretos do domínio de cálculo foram alocados no centro geométrico de cada volume de controle, definindo dessa maneira a malha a ser utilizada. Em todo o contorno do domínio foram considerados volumes de controle com dimensão infinitesimal na direção normal ao contorno.

A integração da equação (4.1) sobre um dado volume de controle pode ser efetuada de modo conveniente por meio da combinação dos fluxos difusivos e convectivos indicada na equação

$$J_i = \rho u_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (4.2)$$

A equação diferencial resultante é expressa na forma

$$\frac{\partial J_i}{\partial x_i} = S \quad (4.3)$$

A integração dessa equação em um dado volume de controle fornece

$$J_w A_w - J_e A_e + J_s A_s - J_n A_n + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (4.4)$$

Na equação (4.4) os termos J representam os fluxos correspondentes a cada face de um dado volume de controle bidimensional, cuja representação é esquematizada na Figura 4.1. Os termos A referem-se à área de cada face e \bar{S} representa o termo fonte médio

no volume de controle, de volume ΔV .

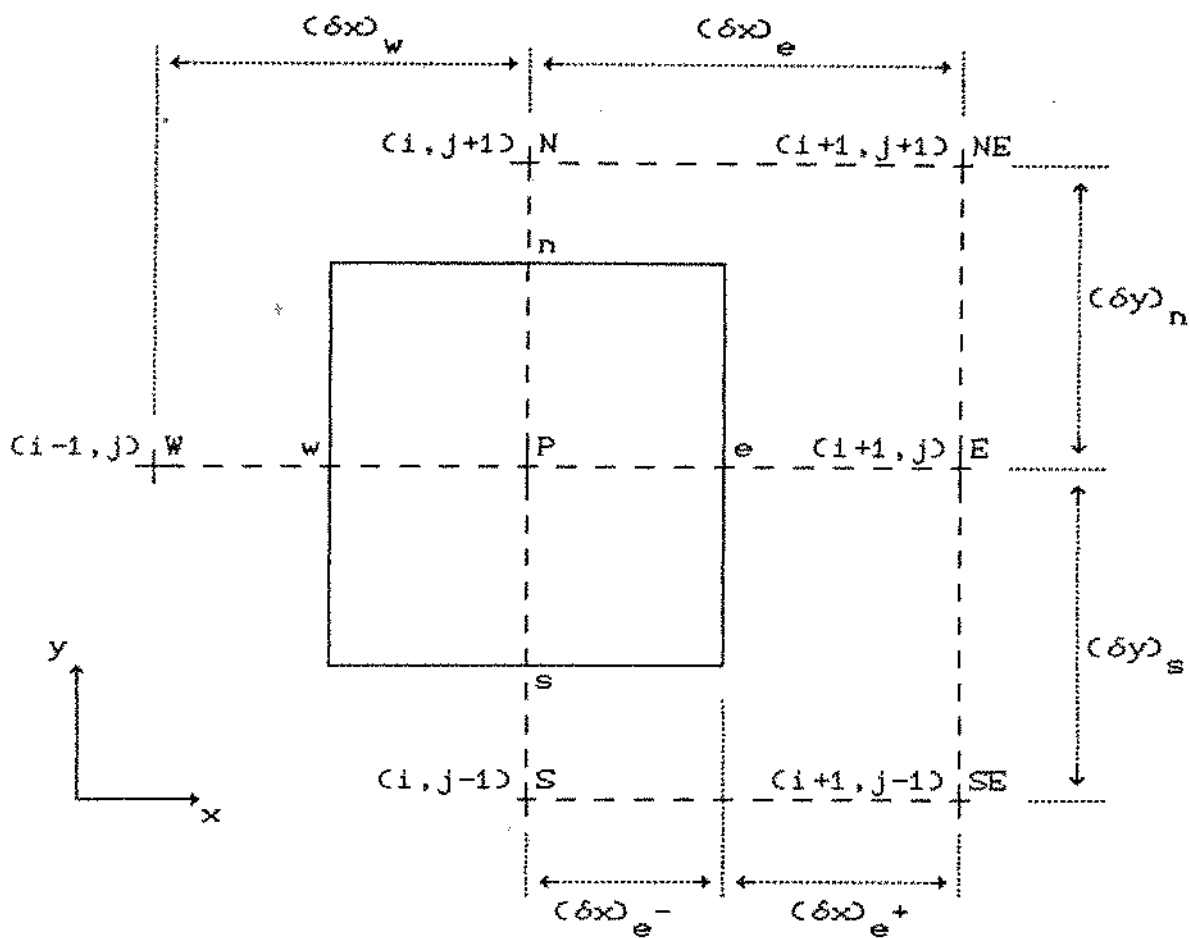


Figura 4.1 - Esquema do volume de controle típico.

Assumindo-se que o coeficiente de difusão Γ é uniforme no interior do volume, definem-se as grandezas F_e e D_e , bem como o Peclet celular P_e para a face (e), de acordo com as equações

$$F_e = (\rho u)_e A_e \quad (4.5)$$

$$D_e = A_e \left[\frac{(\delta x)_{e^-}}{\Gamma_P} + \frac{(\delta x)_{e^+}}{\Gamma_E} \right]^{-1} \quad (4.6)$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \quad (4.7)$$

Pode-se expressar o esquema da lei de potência adotado neste trabalho para a discretização dos fluxos convectivos-difusivos conforme

$$J_e = F_e \phi_P + \left\{ D_e AC |P_e| + \max [-F_e, 0] \right\} (\phi_P - \phi_E) \quad (4.8)$$

onde $\max [a, b]$ representa o maior valor entre a e b , e

$$AC |P| = \max [0, (1 - 0,1 |P|)^5] \quad (4.9)$$

Quanto ao termo fonte, o mesmo pode ser linearizado de acordo com a expressão

$$S = S_C + S_P \phi_P \quad (4.10)$$

A equação discretizada para um nó genérico interno ao domínio será então finalmente expressa (PATANKAR, 1981) pelas

equações

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (4.11)$$

onde,

$$a_E = D_e AC |P_e| \Delta x + \max [-F_e, 0] \quad (4.12)$$

$$a_W = D_w AC |P_w| \Delta x + \max [F_w, 0] \quad (4.13)$$

$$a_N = D_n AC |P_n| \Delta x + \max [-F_n, 0] \quad (4.14)$$

$$a_S = D_s AC |P_s| \Delta x + \max [F_s, 0] \quad (4.15)$$

$$b = S_c \Delta V \quad (4.16)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V \quad (4.17)$$

Deve-se observar que alternativamente ao esquema da lei de potência tem sido propostos e utilizados outros esquemas para a discretização dos fluxos convectivo-difusivos, como pode ser visto em FIGUEIREDO (1988). A opção efetuada neste trabalho pelo esquema da lei de potência mostrou-se satisfatória em todos os testes realizados. Não foi incluída no escopo do presente trabalho uma possível comparação entre esquemas de discretização.

4.1.1 Discretização da equação de Poisson

Nos problemas analisados neste trabalho, a discretização da equação de Poisson, ou de Laplace nos casos em que o efeito de empuxo não foi considerado, foi efetuada observando que, para essa equação, a variável dependente é a função corrente adimensionalizada. Ainda, nessas circunstâncias, o coeficiente difusivo (Γ) deve ser igualado à unidade, os termos convectivos correspondentes são nulos, S_p é também nulo, e quanto ao termo S_c :

$$\text{em convecção forçada:} \quad S_c = 0 \quad (4.18)$$

$$\text{em convecção natural:} \quad S_c = Ra \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_P \quad (4.19)$$

$$\text{em convecção mista:} \quad S_c = \frac{Ra}{Pe} \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_P \quad (4.20)$$

O cálculo da derivada parcial de θ na direção x , no ponto P , foi calculada por meio da expansão em série de Taylor da função θ na vizinhança desse ponto, considerando inclusive os termos de segunda ordem, utilizando-se a equação

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_P = \left\{ \theta_E - r_{ew}^2 \theta_W - [1 - r_{ew}^2] \theta_P \right\} \left\{ [1 + r_{ew}] (\delta x)_e \right\}^{-1} \quad (4.21)$$

onde,

$$r_{ew} = \frac{(\delta x)_e}{(\delta x)_w} \quad (4.22)$$

Como os termos convectivos não estão presentes nesta equação, não é necessário empregar o esquema da lei de potência. Os coeficientes da equação discretizada (a_E , a_W , a_N , a_S) igualam-se às condutâncias difusivas (D_e , D_w , D_n , D_s) de modo correspondente.

4.1.2 Discretização da equação de transporte de energia

Já para o caso da equação de conservação de energia, a variável dependente é a temperatura adimensionalizada. Os termos convectivos estão presentes, o termo fonte S é nulo em todos os casos, e o coeficiente difusivo é dado por

convecção forçada e mista: $\Gamma = \frac{1}{Pe} \quad (4.23)$

convecção natural: $\Gamma = 1 \quad (4.24)$

A fim de explicitar o procedimento utilizado neste trabalho para a consideração dos termos convectivos, será indicado o cálculo da vazão celular F_e através da face (e) de um dado volume de controle. Em termos formais, a massa específica do fluido foi adotada como $\rho = 1$. Nesta apresentação, a função corrente será representada por Ψ , com caráter genérico, em relação aos casos estudados.

O valor de u_e foi calculado de acordo com a equação

$$u_e = \frac{(\delta x)_e^+}{(\delta x)_e} u_P + \frac{(\delta x)_e^-}{(\delta x)_e} u_E \quad (4.25)$$

onde,

$$u_P = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right|_P \quad e \quad u_E = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right|_E \quad (4.26)$$

Os termos u_P e u_E representam as derivadas parciais da função corrente na direção y , nos pontos P e E , respectivamente. As equações (4.27) e (4.28) correspondem, no cálculo dessas derivadas, à consideração dos termos de segunda ordem inclusive, das expansões em série de Taylor da função corrente na vizinhança desses pontos.

$$u_P = \left\{ \Psi_N - r_{ns}^2 \Psi_S - [1 - r_{ns}^2] \Psi_P \right\} \left\{ [1 + r_{ns}] (\delta y)_n \right\}^{-1} \quad (4.27)$$

$$u_E = \left\{ \Psi_{NE} - r_{ns}^2 \Psi_{SE} - [1 - r_{ns}^2] \Psi_E \right\} \left\{ [1 + r_{ns}] (\delta y)_n \right\}^{-1} \quad (4.28)$$

e,

$$r_{ns} = \frac{(\delta y)_n}{(\delta y)_s} \quad (4.29)$$

Do mesmo modo foi calculado o valor das derivadas em

todos os pontos do domínio, como indicado nas equações

$$u_p = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right|_p \quad \text{e} \quad v_p = - \left. \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right|_p \quad (4.30)$$

A partir dos valores das derivadas e por meio de equações semelhantes à equação (4.25), foram calculados os valores de F_e , F_w , F_n e F_s , que neste caso, são iguais a $u_e A_e$, $u_w A_w$, $u_n A_n$ e $u_s A_s$, respectivamente.

4.1.3 Condições de contorno

As equações discretizadas para os nós internos que possuem um nó vizinho sobre a fronteira do domínio apresentam o valor da variável dependente ϕ nesse ponto (ϕ_F).

A discretização das equações dos nós vizinhos a uma fronteira onde são impostas condições de contorno de Dirichlet, ou seja, onde é conhecido o valor da variável dependente, foi efetuada de acordo com os procedimentos já descritos.

Nos casos estudados neste trabalho, além de condições de contorno de Dirichlet, ocorrem também condições de contorno de Neumann, ou seja, quando o valor especificado é o da derivada parcial da variável dependente na direção normal à fronteira. Em todas as situações aqui analisadas essas condições de contorno de Neumann são também homogêneas. O procedimento adotado na discretização das equações para os nós vizinhos a fronteiras com condições de Neumann homogêneas foi o de considerar nulo o

coeficiente difusivo Γ no volume de controle de espessura infinitesimal definido ao redor do nó localizado na fronteira. Nas fronteiras constituídas por paredes impermeáveis, o procedimento adotado equivale algebricamente a anular o coeficiente de ϕ_F nas equações discretizadas correspondentes aos nós internos vizinhos à parede. Naquelas fronteiras não coincidentes com paredes impermeáveis, o procedimento adotado implica em zerar a componente difusiva presente no coeficiente de ϕ_F , enquanto a componente convectiva permanece. Considerando que o sistema de equações algébricas obtido para cada caso é resolvido iterativamente, o valor de ϕ_F é aproximado pelo valor obtido para o nó interior vizinho na iteração anterior.

Nos casos analisados envolvendo convecção forçada e convecção mista o coeficiente correspondente a ϕ_F anula-se nas equações dos pontos vizinhos à fronteira através da qual o fluido deixa o domínio, como pode ser constatado por meio da análise da equação (4.8).

A opção de anular a componente difusiva dos coeficientes da variável dependente mostrou-se muito conveniente, quando comparada ao procedimento de simplesmente adotar para ϕ_F o valor obtido na iteração anterior para o nó vizinho interior ao domínio. A primeira escolha acelerou significativamente a convergência do processo de resolução.

4.1.4 Relaxação

Nem sempre o processo de resolução por meio de iterações sucessivas é naturalmente convergente para uma solução de

significado físico coerente. Podem ocorrer oscilações da variável dependente, ou mesmo divergência. O método utilizado neste trabalho incorpora diversas características que procuram minimizar a ocorrência de divergência no processo de resolução (PATANKAR, 1980). Além da obediência aos princípios gerais de construção de um algoritmo estável, às vezes pode se tornar necessário retardar o processo iterativo, diminuindo-se as variações da variável dependente de iteração para iteração por meio da técnica de subrelaxação. Na montagem do esquema de solução optou-se por incluir no procedimento de discretização a possibilidade da utilização desta técnica, caso seu emprego fosse necessário. Com esse objetivo, definindo $R_\phi \in (0,1)$ como fator de subrelaxação, e indicando por ϕ_P^* o valor de ϕ_P obtido na iteração anterior, as equações foram discretizadas obedecendo à equação

$$a_P \phi_P = R_\phi \left[a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \right] + (1-R_\phi) a_P \phi_P^* \quad (4.31)$$

4.2 Solução do sistema de equações algébricas

Se as equações algébricas obtidas fossem efetivamente lineares e independentes, as mesmas poderiam ser resolvidas por métodos diretos de solução. No entanto, nos casos em estudo, isto seria possível apenas na situação envolvendo convecção forçada, onde uma vez resolvida a equação de Laplace em Ψ , seu resultado poderia ser utilizado para a resolução da equação da energia. Para as situações envolvendo convecção natural e mista, a equação

de Poisson (em ψ ou Ψ) é acoplada por meio do termo de empuxo à equação da energia, e portanto as equações algébricas obtidas são lineares apenas aparentemente. Em função do acoplamento, o sistema de equações é resolvido iterativamente, de forma que a sucessiva resolução parcial das equações algébricas, formalmente lineares e independentes, convirja para uma solução aproximada do sistema de equações diferenciais acopladas.

Em função do acoplamento das equações a natureza do processo geral de solução é iterativa. O uso de métodos diretos para a solução de cada equação em cada iteração seria computacionalmente desvantajoso em relação aos métodos iterativos, já que em cada iteração é suficiente a obtenção de uma solução intermediária, ainda não convergida.

Optou-se pela utilização da técnica linha-a-linha, caracterizada pelo uso do algoritmo de resolução direta de sistemas lineares com matriz tridiagonal de coeficientes, denominado usualmente pela sigla TDMA e também conhecido como algoritmo de Thomas.

O TDMA foi utilizado de modo a varrer todas as linhas de nós do domínio, nas duas direções, e em ambos os sentidos para cada direção. Dessa forma, cada iteração é composta por um ciclo de quatro varreduras do domínio. No cálculo de cada linha são utilizados os resultados imediatamente disponíveis relativos à linha vizinha calculada na mesma varredura, e os resultados obtidos na varredura anterior para a outra linha vizinha ainda não visitada na sequência de varredura.

As características irregulares do domínio relativo aos problemas analisados foram tratadas por meio da divisão do mesmo

em subdomínios convexos, apenas para efeito da varredura sobre a geometria. Assim, conforme os diagramas da Figura 4.2, as linhas paralelas ao eixo x são calculadas inicialmente no sentido indicado em (a), e a seguir no sentido apresentado em (b). As linhas paralelas ao eixo y são então calculadas no sentido indicado em (c), e finalmente no sentido apresentado em (d). Os algarismos 1 e 2 representam os subdomínios utilizados na varredura das linhas horizontais, e 3, 4, e 5 os empregados para as linhas verticais.

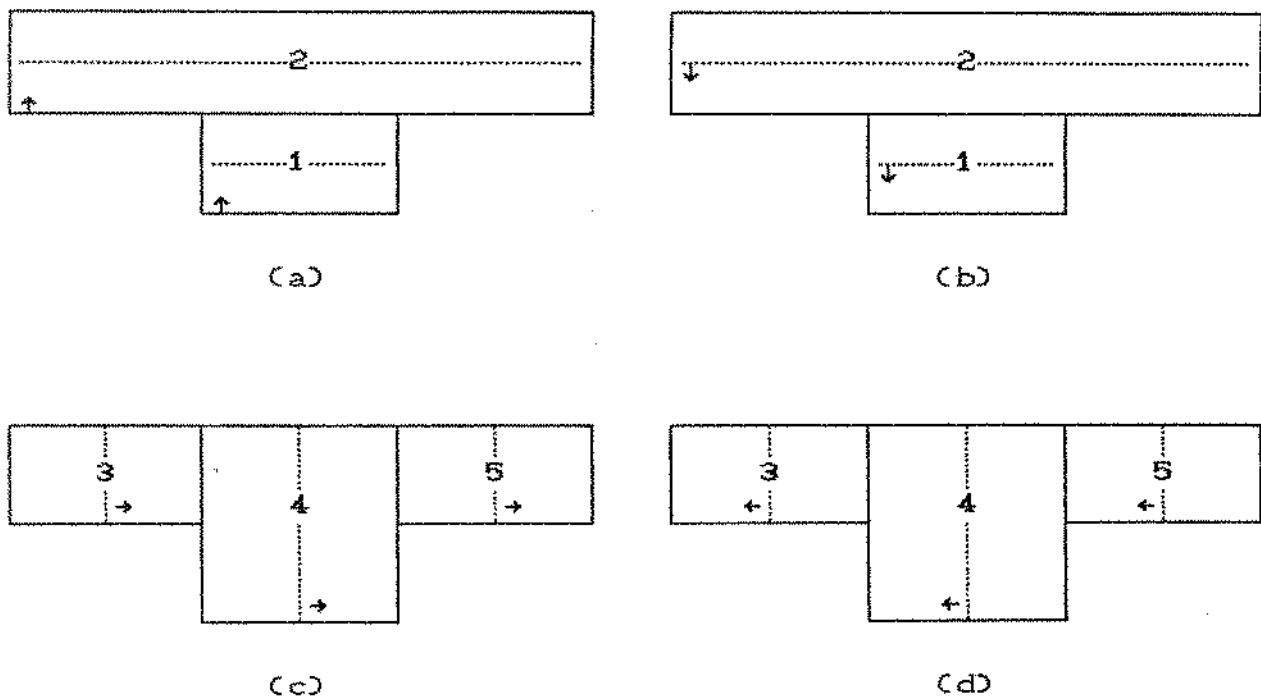


Figura 4.2 - Esquema indicativo dos subdomínios e das varreduras executadas em cada iteração.

O algoritmo permite especificar números diferentes de ciclos de varredura em cada iteração para o cálculo de Ψ e de θ . A flexibilidade assim proporcionada é bastante útil para acelerar o processo de convergência do sistema. Em cada iteração foram realizados, em geral, quatro ciclos de varredura para Ψ e quatro ciclos para θ , o que se mostrou conveniente em termos de tempo de processamento.

O algoritmo foi elaborado de modo que a transição de um subdomínio para outro é efetuada sem qualquer descontinuidade no cálculo sucessivo das linhas. Também deve ser observado que o algoritmo permite o tratamento de geometrias da mesma família, tipo degrau ascendente ou descendente, e também de domínios regulares no sistema cartesiano.

O processo iterativo é interrompido no algoritmo somente depois que os valores de Ψ (ou ψ), de θ , e de Nusselt global na parede aquecida tivessem satisfeito os critérios expressos nas equações

$$\Delta \xi_R = \frac{\sum_{i,j} |\xi_n - \xi_{n-1}|}{\sum_{i,j} |\xi_n|} < \delta \quad (4.32)$$

$$\Delta Nu_R = \frac{|Nu_n - Nu_{n-1}|}{|Nu_n|} < \delta \quad (4.33)$$

onde n representa a iteração mais recente, e ξ corresponde aos

valores de Ψ (ou ψ) e de θ .

O valor de δ adotado neste trabalho foi 10^{-5} , considerado adequado para a determinação das taxas globais de transferência de calor e para a obtenção de resíduos suficientemente pequenos no balanço de energia, calculados conforme a equação 2.48.

4.2.1 Aspectos específicos do programa computacional

No Anexo 2 é apresentada a listagem completa da versão do programa elaborada para utilização nas estações Proceda 5370 ou 4270-AT. Esta versão corresponde à síntese das versões utilizadas ao longo do trabalho para simulação dos casos de convecção forçada, natural e mista. Por meio desse programa são apresentados, além da malha, mapas de linhas de corrente e de isotermas no monitor gráfico da estação de modo simultâneo ao processo de cálculo. Esse recurso revelou-se de grande utilidade para a verificação da malha adotada, da correção das condições de contorno e para o acompanhamento do processo de simulação numérica. Na Figura 4.3 é apresentada uma fotografia do monitor da estação com os mapas de linhas de corrente (parte superior) e de isotermas (parte inferior) para um caso envolvendo convecção mista. A escala de valores está associada ao espectro de cores HSV, utilizado em computação gráfica. Assim o crescimento do valor da variável corresponde sucessivamente à sequência de tonalidades: vermelho, amarelo, verde, azul, violeta.

Os dados básicos de cada problema são fornecidos via arquivo de dados gerais e arquivos iniciais de função corrente e temperatura. Estes últimos são utilizados quando o ponto de

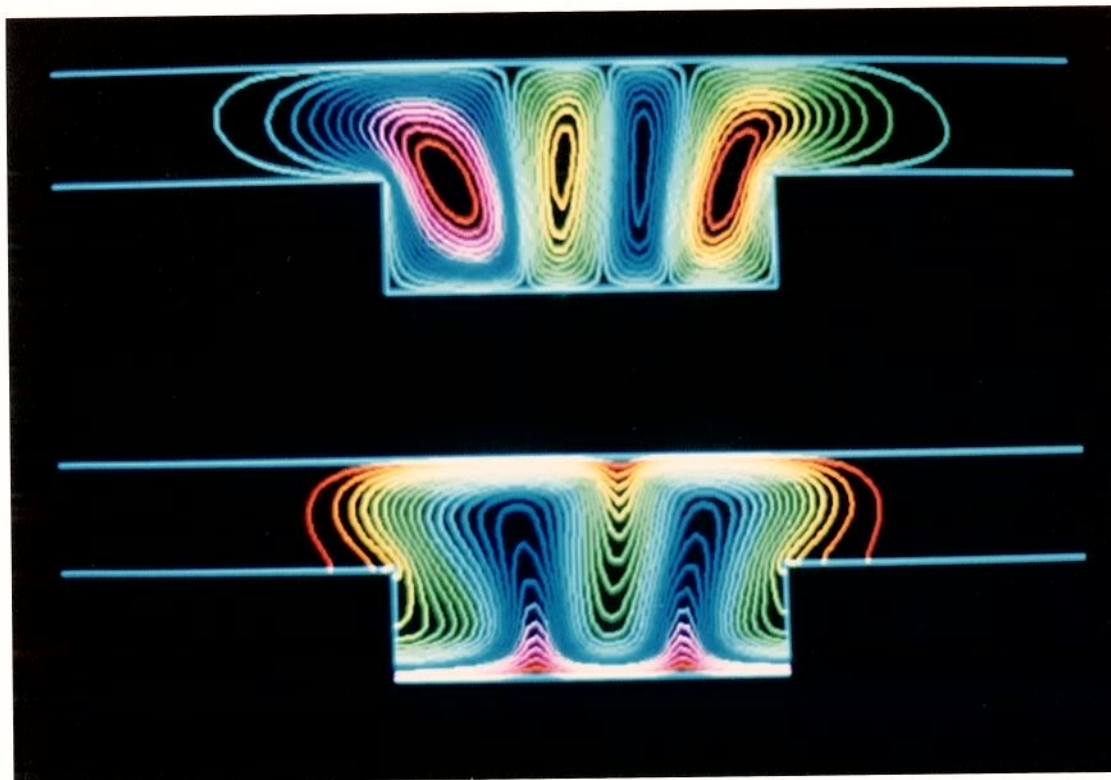


Figura 4.3 - Fotografia do monitor de estação de trabalho com os mapas finais de linhas de corrente e de isothermas, para $H/L=B/L=0,25$, $Pe=1$, $Ra=400$, $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,04$ da faixa [modo gráfico DRAM 640x480].

partida para o processo de simulação não são distribuições nulas no interior do domínio. Alguns dados complementares, necessários para a operação do programa, são solicitados via teclado visando maior flexibilidade operacional.

A partir dos dados iniciais o programa principal inicializa as variáveis do problema, e aciona a subrotina MALHA, responsável pela definição de um variado conjunto de parâmetros geométricos.

Em termos de cálculo o processo iterativo se desenvolve basicamente por meio do uso sucessivo das subrotinas POISSON e ENERGIA, que calculam os coeficientes das equações discretizadas correspondentes. Estas subrotinas acionam outras como a COMPLE que fornece os valores dos coeficientes de difusão, termos fonte e velocidades e a LINSOL que desenvolve o processo de cálculo linha-a-linha.

A parte gráfica é composta por diversas subrotinas. A subrotina ISCL define a traçagem da malha, do contorno do domínio e dos mapas de linhas de corrente e de isoterms. A traçagem propriamente dita é feita por meio da subrotina TRACA. A lógica de interpolação linear utilizada para definir os níveis e as respectivas linhas dos mapas é desenvolvida pela subrotina SELET. Este conjunto de subrotinas foi elaborado no âmbito do presente trabalho. Diversas subrotinas básicas da biblioteca gráfica GRAPHLIB são utilizadas no programa. O modo gráfico utilizado na versão apresentada no Anexo 2 é DRAM 640x480 (256 cores) na estação 5370, e VRAM 1024x768 (256 cores) na estação 4270-AT.

CAPÍTULO V

CONVECÇÃO FORÇADA

Neste capítulo são considerados a transferência de calor e o movimento do fluido em escoamento forçado sobre a cavidade aberta da configuração esquematizada nas Figuras 2.1 e 2.2.

Conforme explicitado no Capítulo II, a formulação matemática do problema, de acordo com o modelo adotado, conduz às equações diferenciais da continuidade e conservação da quantidade de movimento (2.27) e da conservação da energia (2.28). Nas situações envolvendo convecção forçada o segundo membro da equação (2.27) torna-se nulo, ao não ser considerado o termo de empuxo. As condições de contorno correspondentes estão expressas nas equações (2.16) a (2.23).

Nos casos estudados em convecção forçada os parâmetros adimensionais relevantes são o número de Peclet modificado e duas relações geométricas independentes, apresentados nas equações (2.25) e (2.26). A avaliação da influência desses parâmetros sobre o comportamento geral do fenômeno e sobre as suas características de transporte constitui o objetivo básico da análise efetuada.

5.1 Observações específicas sobre a solução numérica

As equações diferenciais foram resolvidas numericamente por meio de programa computacional elaborado especificamente para

domínios irregulares deste tipo, cujas características gerais foram apresentadas no Capítulo IV.

A malha utilizada foi refinada nas regiões próximas às paredes e na região central do escoamento, incluindo a cavidade, com o propósito de melhor representar os gradientes nas proximidades das paredes, e as características do fenômeno na região onde ocorrem as maiores taxas de transferência de calor.

A representação das condições de contorno para $x \rightarrow \pm\infty$, no âmbito da resolução numérica, foi estudada de forma a permitir que as mesmas pudessem ser satisfeitas adequadamente, apesar de serem adotados valores finitos de x nas fronteiras correspondentes do domínio de cálculo. Em consequência dessa análise o domínio de cálculo na direção x , dado pelo intervalo $[x_1, x_2]$, foi definido da seguinte maneira: para $Pe \leq 1$, $x \in [-5, 6]$, caracterizando um domínio simétrico, e para $Pe > 1$, $x \in [-3, 8]$, correspondente a um domínio assimétrico, mais compatível com a natureza de escoamentos onde o transporte convectivo de energia é predominante em relação ao difusivo.

Em cada iteração foram realizados dez ciclos de varredura para Ψ e quatro ciclos para θ , de forma a acelerar a solução do escoamento em relação à solução do transporte de energia. Este procedimento possibilita obter uma boa penetração das informações relativas às condições de contorno até o interior do domínio, diminuindo o número total de iterações necessárias e avançando consideravelmente, em cada iteração, na direção da solução do sistema de equações. Apesar da equação de Laplace em termos de Ψ poder ser resolvida antes da equação da energia, optou-se pela resolução concomitante de ambas as equações. Este

procedimento mostrou-se, de forma geral, mais econômico em termos do tempo de execução. Nos casos de domínio e geometria fixos, com variação apenas do número de Peclet entre uma simulação e outra, a solução obtida para Ψ foi utilizada como dado de entrada. Nestes casos, o problema fica reduzido à equação da energia, uma vez que a solução para o campo de Ψ é independente, de acordo com a formulação adotada.

O processo iterativo foi interrompido somente depois que os valores de Ψ , θ e Nu satisfizeram os critérios estabelecidos nas equações (4.32) e (4.33). O resíduo no balanço de energia, ΔE_R , foi avaliado de acordo com as expressões (2.48) a (2.52).

O efeito do refinamento da malha, particularmente na região próxima à cavidade, foi também analisado. A Tabela 5.1 ilustra a abordagem utilizada na análise. Na tabela o item "malha" refere-se à uma malha retangular contendo o domínio irregular. Os procedimentos de cálculo foram executados somente para os pontos da malha pertencentes ao domínio irregular.

Com a finalidade de melhor representar os gradientes de temperatura na região próxima às paredes, os volumes de controle com uma face na superfície das mesmas foram subdivididos na direção normal a essa superfície. A verificação do efeito da subdivisão é apresentada na Tabela 5.2.

As malhas adotadas para a resolução dos casos abordados neste capítulo foram semelhantes à de 169×51 , esta composta por 8619 pontos, dos quais 5423 correspondem a volumes de controle de dimensões não nulas contidos no domínio de cálculo. Estes últimos, e mais 440 pontos situados nas fronteiras do domínio são os nós considerados no processo de resolução das equações.

Tabela 5.1 - Análise do efeito do refinamento da malha, com resultados para $Pe=10$ e $H/L=B/L=1$.

Intervalo	Número de Volumes de Controle em cada Caso				
	A	B	C	D	E
$x \in [-3, -1]$	10	20	20	20	20
$x \in [-1, 0]$	10	10	15	20	20
$x \in [0, 1]$	10	10	15	20	41
$x \in [1, 2]$	10	10	15	20	20
$x \in [2, 8]$	30	60	60	60	60
$y \in [0, 1]$	10	10	15	20	20
$y \in [1, 2]$	10	10	15	20	20
Malha	72x22	112x22	127x32	142x42	163x42
Nu	0,9936	0,9936	0,9914	0,9904	0,9902
ΔE_R (%)	1,34	1,34	0,78	0,53	0,55
Iterações	11	13	23	36	52
CPU (índice)	5	8	23	58	100

Em relação à estabilidade e convergência do processo de resolução os resultados foram bastante satisfatórios, não tendo sido necessário o uso de fatores de relaxação.

Quanto à validação do método e do algoritmo utilizados foram efetuados dois conjuntos de testes.

O primeiro consistiu na comparação dos resultados obtidos analiticamente para o escoamento forçado, apresentados no Capítulo III, com resultados obtidos numericamente por meio do algoritmo elaborado para a realização deste trabalho.

Tabela 5.2 - Verificação do efeito da subdivisão dos volumes de controle junto às paredes, para $Pe=10$ e $H/L=B/L=1$, a partir da malha básica de 163×42 .

	Denominador da Subdivisão			
	1	2	3	4
Malha	163x42	165x45	167x48	169x51
Nu	0,99021	0,99009	0,99013	0,99015
ΔE_R (%)	0,553	0,496	0,484	0,478
Iterações	52	54	56	58
CPU (índice)	100	116	135	154

Nos gráficos das Figuras 5.1 e 5.2 são mostrados os resultados numéricos obtidos para a função corrente (Ψ) na linha de simetria do domínio, definida por $x=0,5$, representados por pontos discretos. As curvas contínuas representam cada uma das distribuições obtidas por meio da solução analítica exposta no Capítulo III. O gráfico da Figura 5.2 foi elaborado para permitir a comparação de resultados para pequenos valores de Ψ e de y . Como pode ser observado, a concordância dos resultados obtidos pelas distintas metodologias é bastante significativa, constituindo indicação favorável quanto ao método e algoritmo empregados.

Para a configuração com $H/L=0$, a qual representa a situação de uma camada porosa horizontal sem a presença da cavidade na parede inferior, foram comparados os resultados obtidos por meio do algoritmo utilizado neste trabalho com

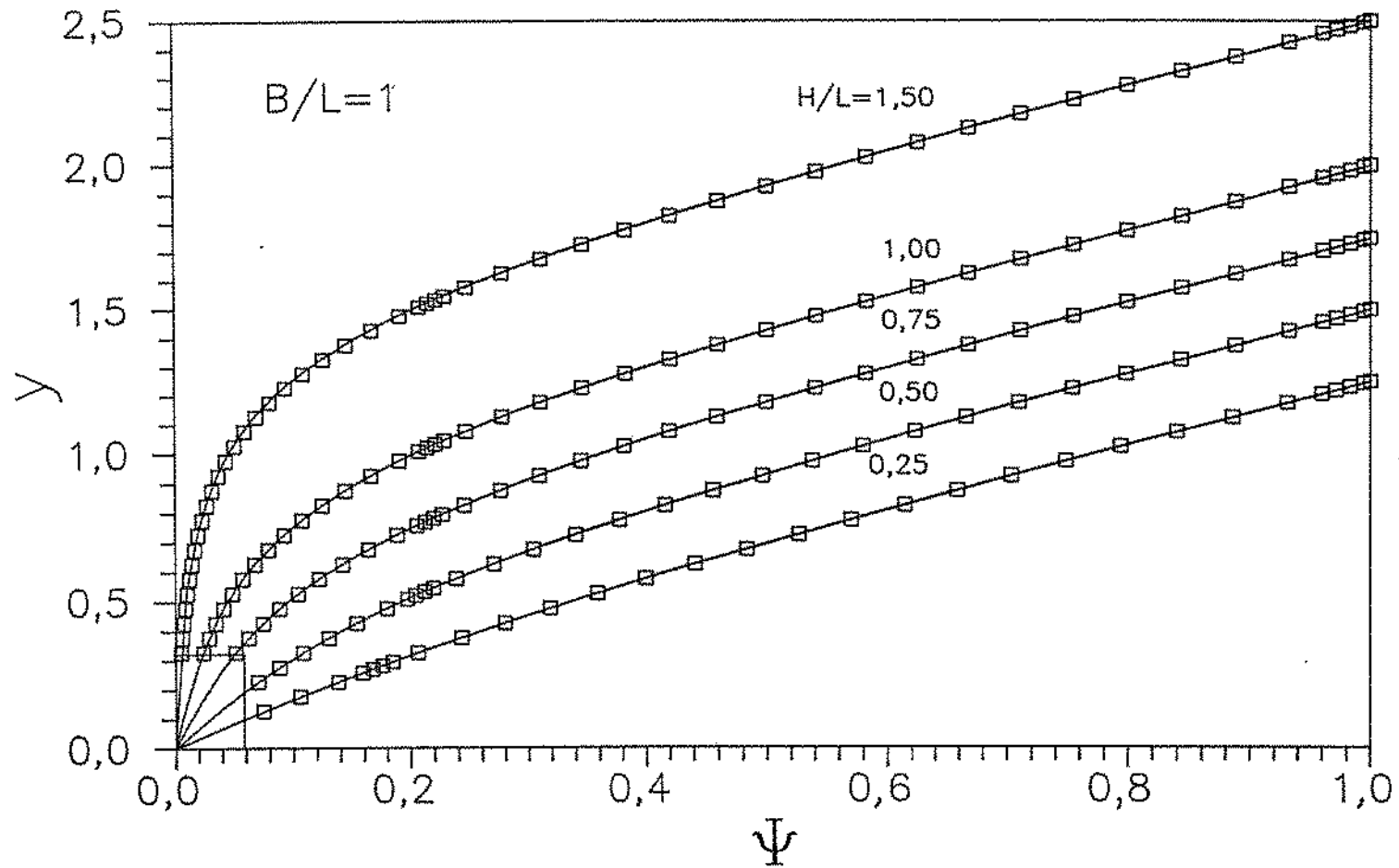


Figura 5.1 - Comparação de resultados obtidos para a função corrente, por método numérico e analítico.

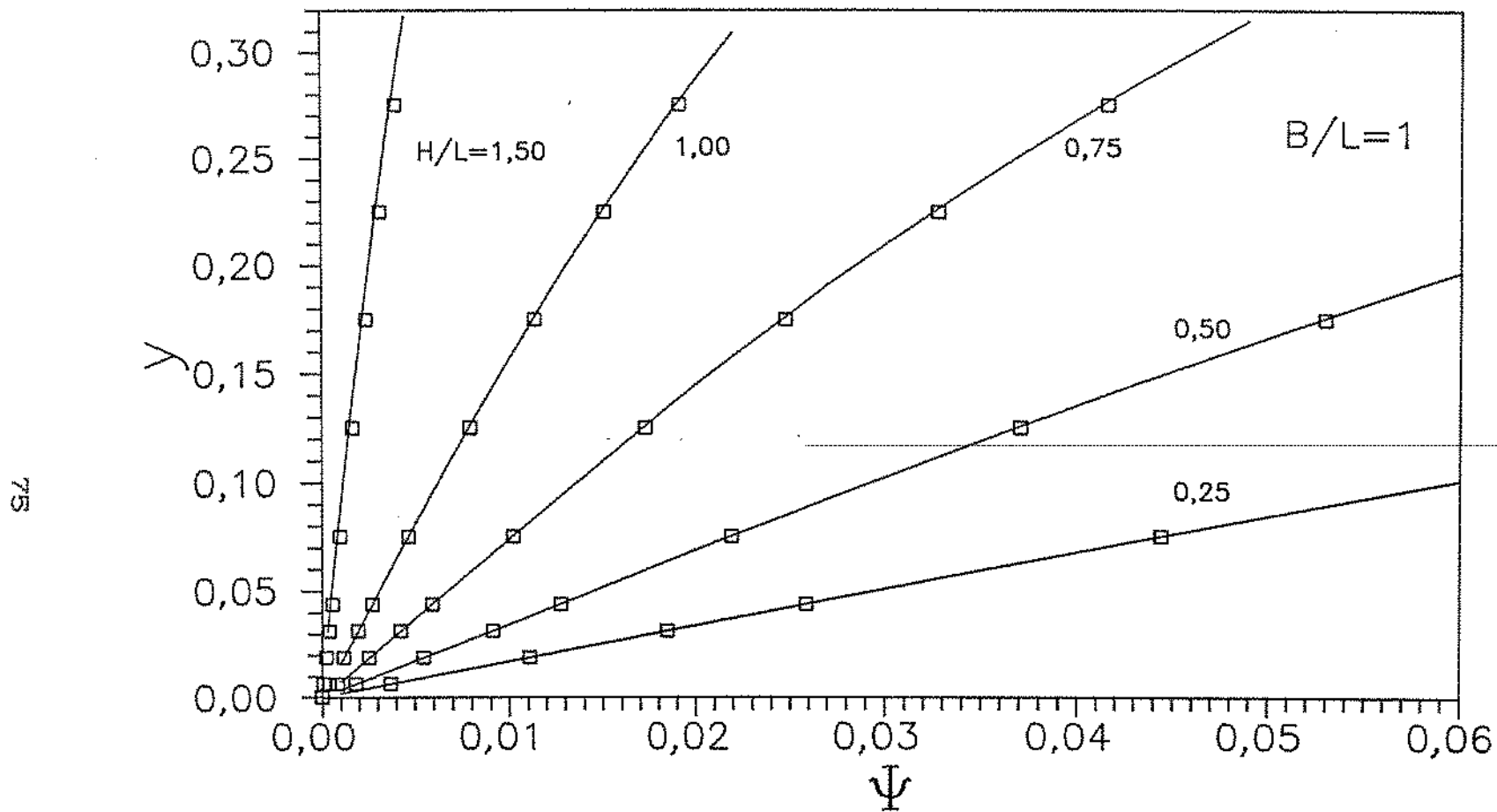


Figura 5.2 - Comparação de resultados obtidos para a função corrente, por método numérico e analítico (detalhe).

resultados publicados por CHENG (1977c). O aquecimento isotérmico ao longo da extensão L , na presença de um escoamento forçado representa proximamente a situação envolvendo uma placa plana finita submetida a convecção forçada. CHENG (1977c) obteve uma expressão para as taxas locais de transferência de calor ao longo de uma placa plana semi-infinita exposta a um escoamento forçado paralelo à placa, utilizando hipóteses de camada limite e similaridade. Os resultados de CHENG são apresentados para $Pe=10$ e $Pe=50$ nas curvas contínuas mostradas na Figura 5.3, para o trecho $0 \leq x \leq 0,5$, e na Figura 5.4, para $0,5 \leq x \leq 1$. Os trechos são apresentados em gráficos diferentes para permitir melhor visualização, em função da disparidade entre as escalas dos valores correspondentes de Nusselt local. Nas mesmas figuras são representados por meio de pontos discretos os resultados obtidos com o algoritmo utilizado neste trabalho. O refinamento da malha utilizada foi semelhante ao empregado neste capítulo.

De modo geral observou-se uma concordância grandemente favorável entre os dois conjuntos de resultados. A discrepância observada no trecho final, para valores de x próximos à unidade é decorrente da finitude do trecho considerado, de comprimento L no presente trabalho. Nesta configuração há uma queda da temperatura nas proximidades do final da região aquecida, o que eleva as taxas locais de transferência de calor. Essa discrepância diminui com o incremento de Peclet pois o efeito convectivo passa a ser crescentemente significativo em relação à difusão.

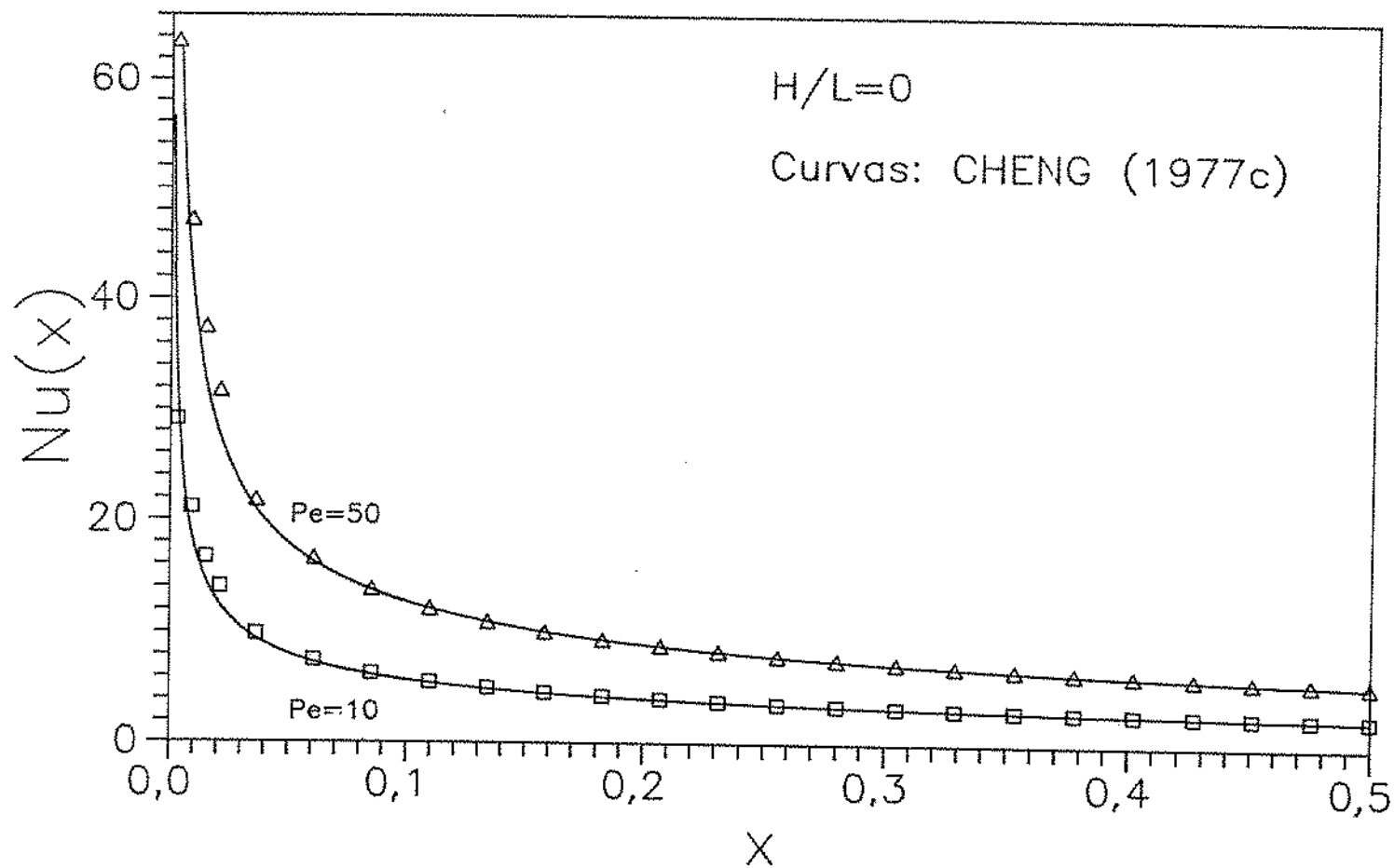


Figura 5.3 - Comparação entre resultados obtidos para Nusselt local na parede quente por similaridade e por método numérico com $H/L=0$ e $0 \leq x \leq 0,5$.

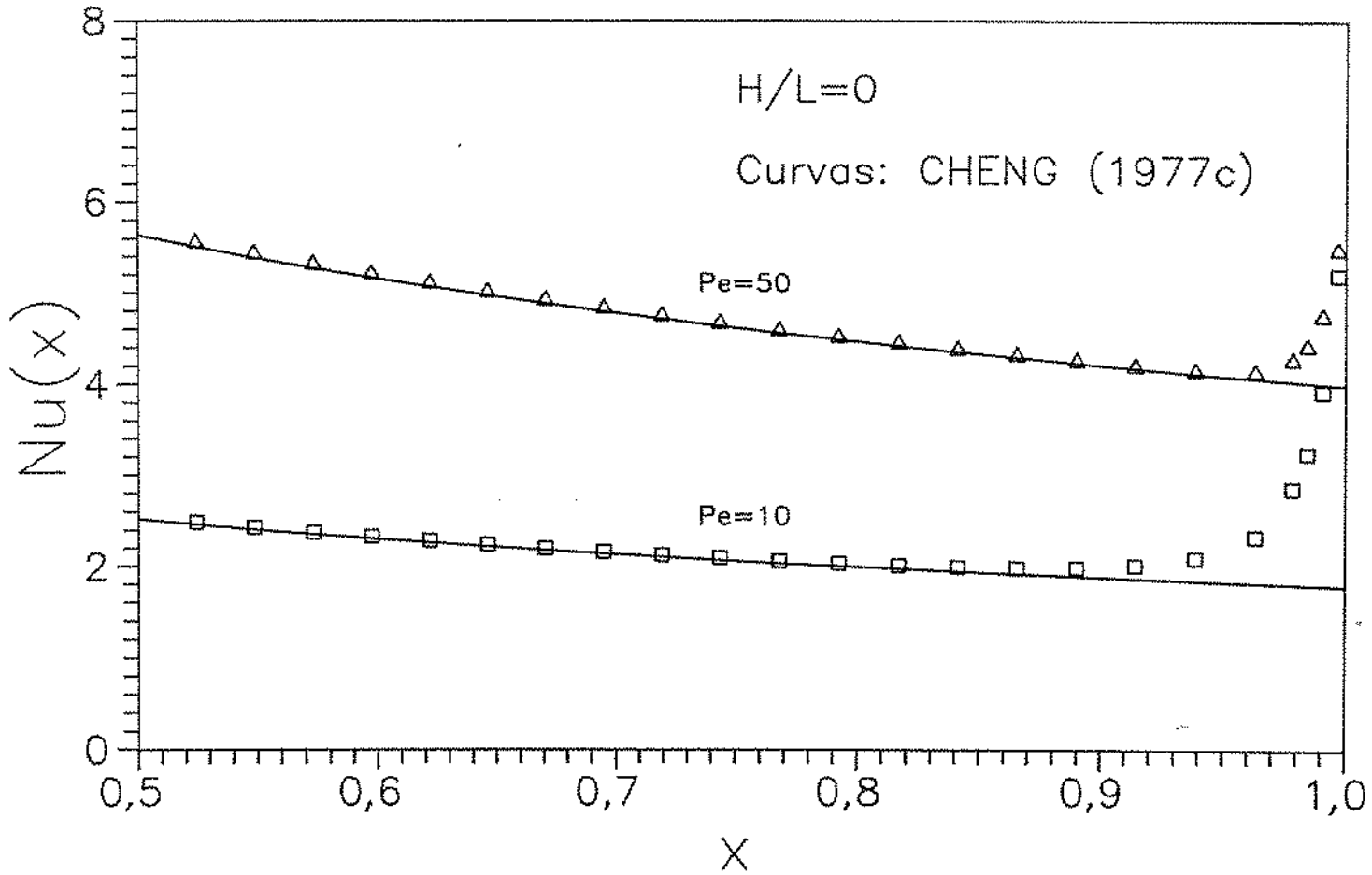


Figura 5.4 - Comparação entre resultados obtidos para Nusselt local na parede quente por similaridade e por método numérico com $H/L=0$ e $0,5 \leq x \leq 1$.

5.2 Resultados e Discussão

5.2.1 Efeito de Peclet para a configuração $H/L=B/L=1$

Inicialmente foi estudada a influência do número de Peclet (Pe), sobre as taxas local e global de transferência de calor para a configuração geométrica dada por $H/L=1$ e $B/L=1$. O levantamento dos resultados foi feito sobre uma extensa faixa de números de Peclet, cobrindo o espectro de 0,01 a 100. Na Figura 5.5 é apresentado o mapa de linhas de corrente, válido para todos os casos com a mesma configuração, e também os mapas de isothermas para $Pe=0,01$, $Pe=1$, $Pe=10$ e $Pe=50$.

Pode-se observar na Figura 5.5 que a distribuição de temperaturas para $Pe=1$ é ainda bastante próxima de uma distribuição simétrica, característica de um processo envolvendo somente difusão no domínio considerado.

Para $Pe=10$ e $Pe=50$ a influência do transporte convectivo é muito mais evidente. As isothermas são deslocadas cada vez mais na direção a jusante do escoamento, e o centro quente do fluido posiciona-se à direita, na geometria da Figura 2.2.

Esse fato fica também evidenciado por meio dos resultados apresentados na Tabela 5.3. O valor de Nusselt global (Nu) mantém-se praticamente constante entre $Pe=0,01$ e $Pe=1$, observando-se a partir daí seu crescimento em função de Pe .

Pode-se também analisar a evolução do parâmetro E_N/E_S que representa a fração da energia que sai do domínio através da parede fria, em relação à energia que entra pela parede quente, de acordo com as expressões (2.49) e (2.50). Para $Pe \leq 1$ essa

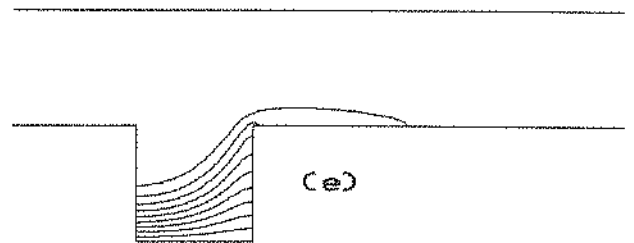
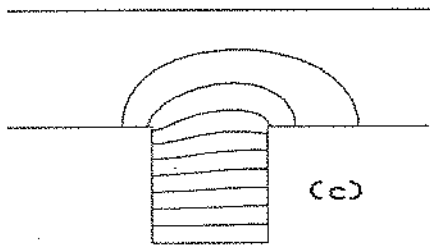
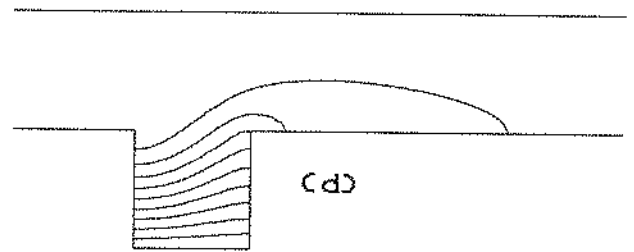
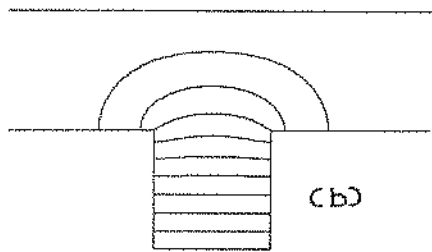
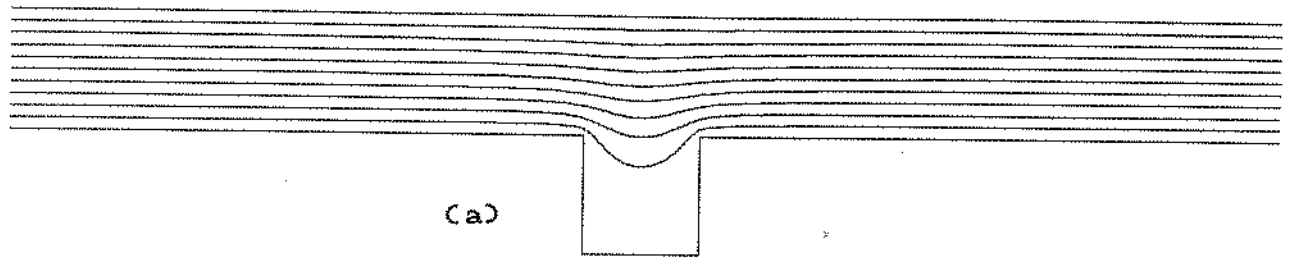


Figura 5.5 - Mapa de linhas de corrente (a), mapas de isoter-
 mas para $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$
 [(b) $Pe=0,01$; (c) $Pe=1$; (d) $Pe=10$; (e) $Pe=50$].

Tabela 5.3 - Resultados para Nusselt global em função de Peclet, com $H/L=B/L=1$.

Peclet	Nu	E_N/E_S	ΔE_R (%)
0,01	0,6439	0,9990	0,04
0,1	0,6440	0,9991	0,03
0,5	0,6474	0,9990	0,04
1	0,6571	0,9985	0,01
5	0,8175	0,9589	0,02
10	0,9901	0,7842	0,48
20	1,241	0,4800	1,12
50	1,760	0,1311	1,87
100	2,372	0,0206	2,50

fração é muito próxima de 1, e para $Pe > 1$ observa-se a sua progressiva diminuição, confirmando a importância crescente do transporte convectivo de energia com o aumento de Pe . Os valores do resíduo no balanço de energia efetuado no domínio de acordo com a expressão (2.48) e correspondentes a cada caso, são também apresentados. A Figura 5.6 apresenta graficamente a dependência do Nusselt global em função de Peclet, e ilustra as observações expostas acima. A variação de Nusselt local na superfície fria, apresentada na Figura 5.7, demonstra claramente a evolução do efeito convectivo com o aumento de Peclet. Observa-se o progressivo deslocamento para jusante do ponto de máximo das curvas, bem como a diminuição do valor da taxa local correspondente, particularmente para $Pe > 1$.

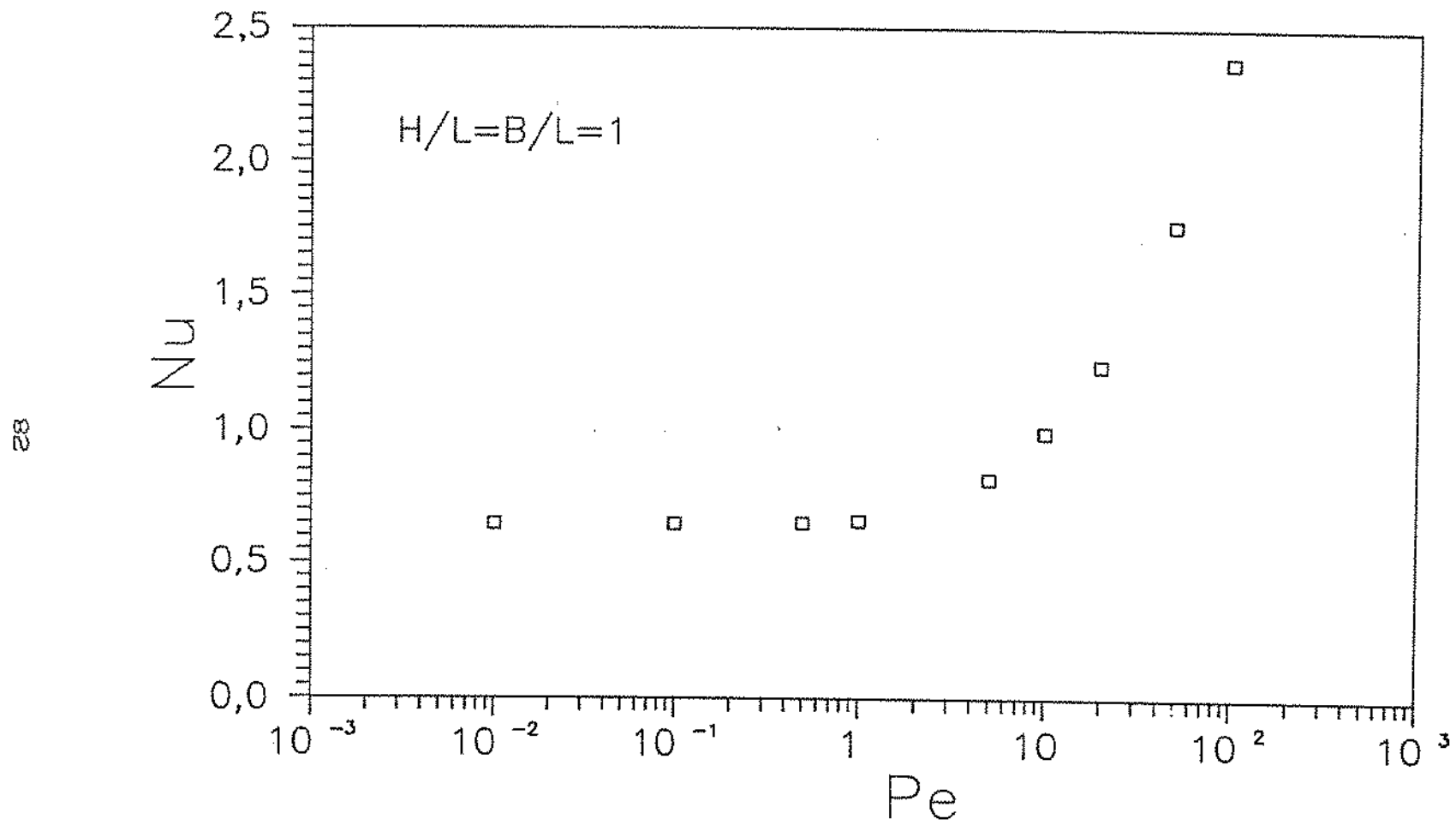


Figura 5.6 - Nusselt global para convecção forçada em função de Peclet, com $H/L=B/L=1$.

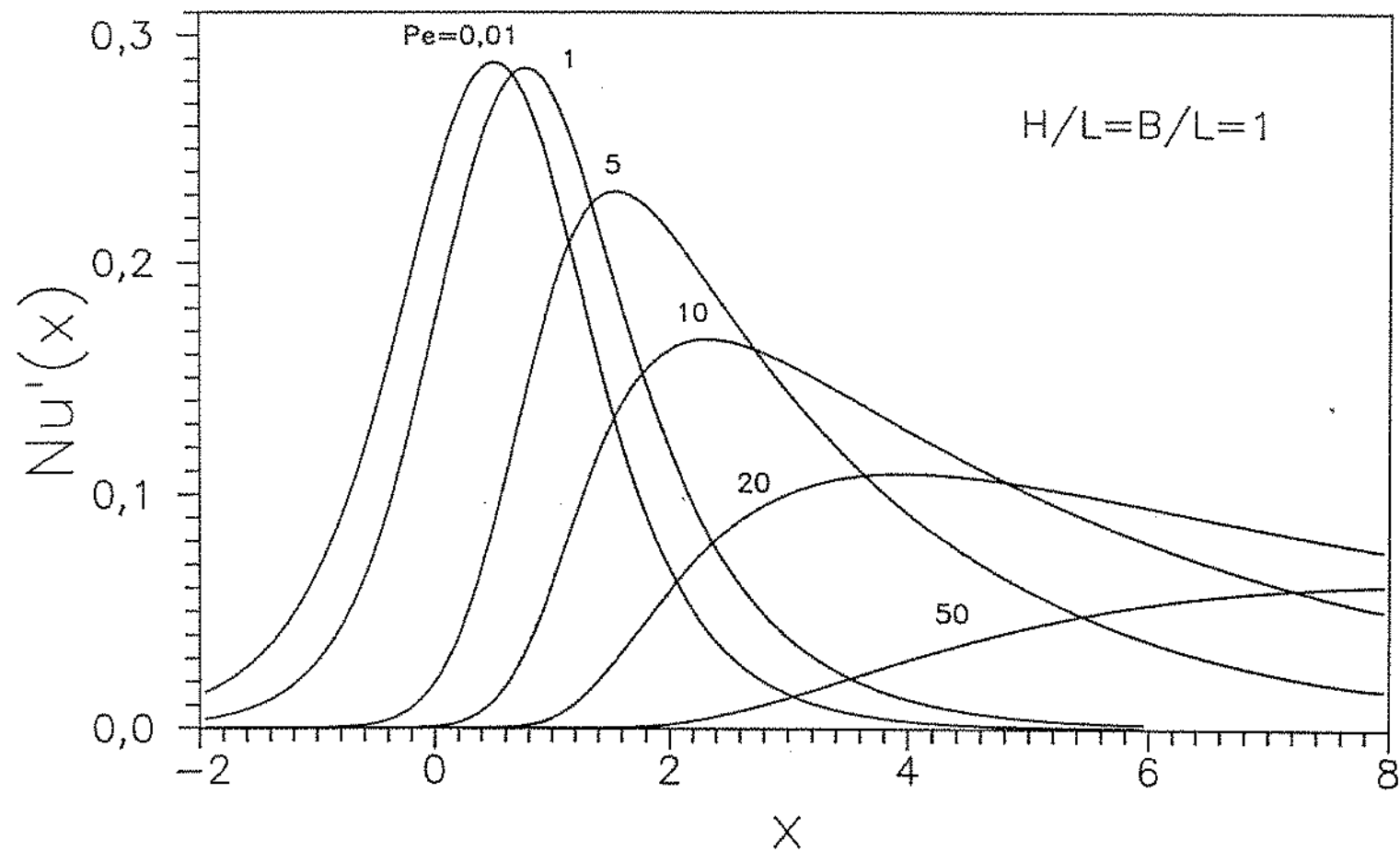


Figura 5.7 - Nusselt local na parede fria para diversos valores de Peclet, com $H/L=B/L=1$.

Quanto à superfície aquecida, como pode ser observado na Figura 5.8, o valor de Nusselt local é basicamente uniforme para $Pe \leq 1$. Para valores superiores, o valor de Nusselt local apresenta uma distribuição decrescente com um ponto de inflexão localizado ao redor de $x=0,6$. Esse comportamento pode ser compreendido lembrando que o fluido penetra na cavidade ainda frio, o que eleva naturalmente as taxas locais no trecho inicial da região. À medida que a temperatura do fluido se eleva em função da troca de calor com a região aquecida, as taxas locais de transferência de calor decrescem.

Nesta última figura, nas regiões próximas a $x=0$ e $x=1$, observa-se uma variação suave das taxas locais, conseqüência da relativa estagnação do fluido nos cantos inferiores da cavidade.

5.2.2 Efeito da espessura da camada horizontal B/L

Dado que neste estudo o efeito da cavidade merece maior atenção que o efeito da espessura da camada onde ocorre o escoamento forçado, foram analisados apenas alguns casos visando avaliar a extensão da influência dessa espessura sobre o fenômeno, particularmente em situações em que o efeito convectivo é relevante. Como pode ser visto na Tabela 5.4, a duplicação da espessura da camada de escoamento forçado tem um efeito bastante pequeno sobre a taxa global de transferência de calor, mesmo quando a cavidade inexistente.

Para valores mais elevados de Peclet o efeito da espessura da camada porosa é ainda menos relevante, dado o maior efeito convectivo. As diferenças são apenas numéricas acima de um

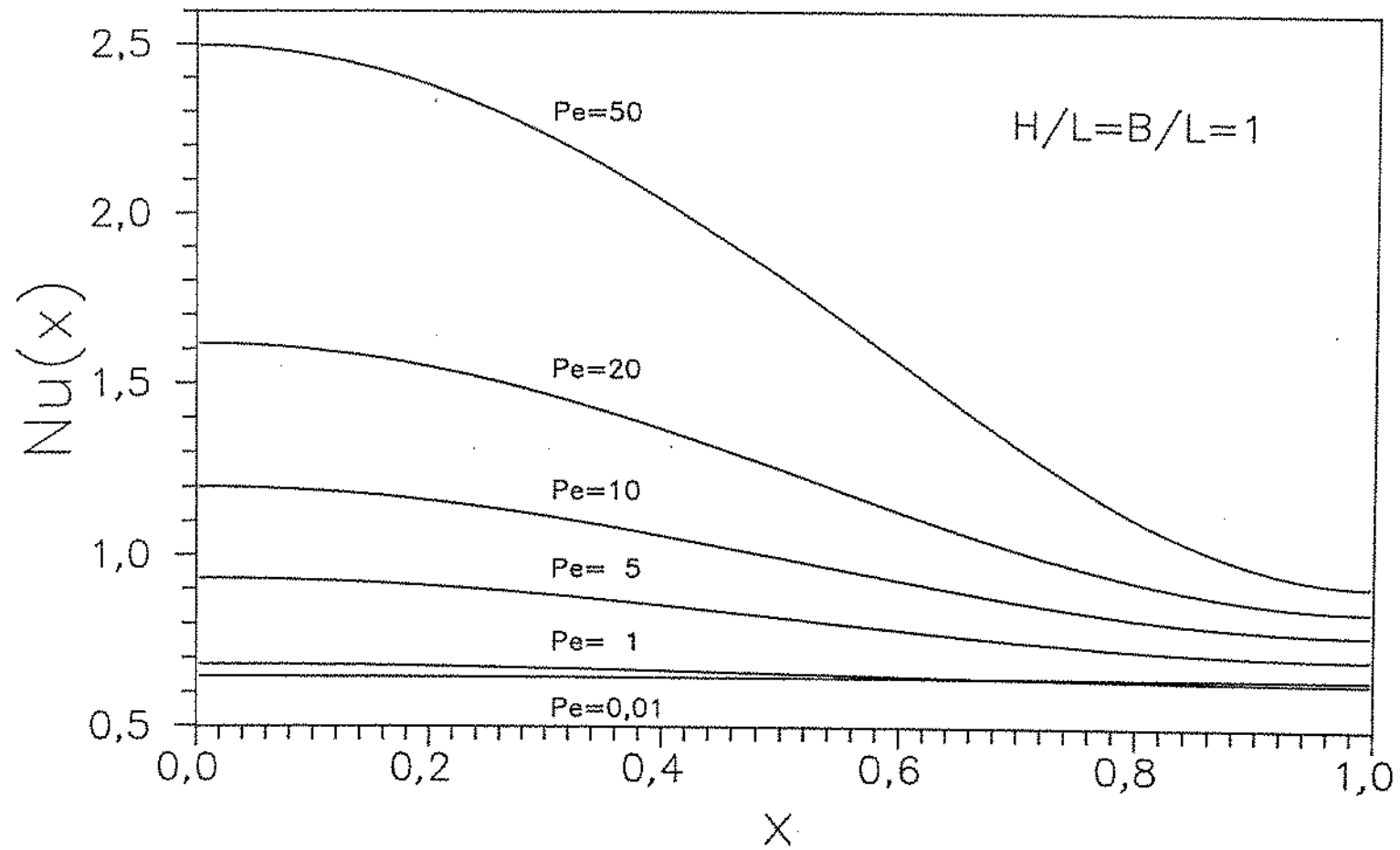


Figura 5.8 - Nusselt local na parede quente para diversos valores de Peclet, com $H/L=B/L=1$.

Tabela 5.4 - Avaliação do efeito de B/L sobre Nusselt global em alguns casos de interesse.

Caso	Nu ($B/L=1$)	Nu ($B/L=2$)
$H/L=1, Pe=5$	0,8175	0,8220
$H/L=1, Pe=10$	0,9901	0,9989
$H/L=0, Pe=10$	3,628	3,626

determinado Peclet, ou seja, para elevados valores de Pe a parede superior pode ser considerada infinitamente distante, mesmo com B/L relativamente baixo. Para a resolução dos casos com $B/L=2$ foram utilizadas malhas com a mesma densidade da malha definida anteriormente, o que conduziu à utilização de um número total de pontos bem superior.

5.2.3 Efeito de H/L para $B/L=1$ com $Pe=10$ e $Pe=50$

Outro aspecto a ser analisado, e de maior interesse neste caso, é o aspecto geométrico da cavidade. Foram analisados diversos aspectos geométricos, com H/L variando entre 0,25 e 2,0, sendo também considerado o caso de cavidade inexistente ($H/L=0$). Foram escolhidos os valores de $Pe=10$ e $Pe=50$, dado que os mesmos encontram-se no interior da faixa onde o efeito convectivo é relevante. Em todos esses casos foi utilizado $B/L=1$.

Com a finalidade de comparar esses resultados com a situação puramente difusiva para cada geometria, foi equacionado o problema correspondente à mesma, caracterizado pela resolução

de uma equação de Laplace em termos de θ , com as mesmas condições térmicas de contorno, na ausência de qualquer escoamento ($Pe=0$). A taxa global de transferência de calor nessa situação puramente difusiva foi avaliada por meio da expressão (5.6), similar à definição de Nusselt global para os casos envolvendo convecção.

$$D = \int_0^1 - \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} dx \quad (5.6)$$

Com a determinação da taxa adimensional D pode-se avaliar a intensidade do efeito convectivo para cada caso, comparando o valor de Nu com o valor de D , para a mesma geometria.

Nos casos envolvendo convecção o escoamento é semelhante para todas as situações em que está presente a cavidade. Na Figura 5.9 é apresentado o gráfico das velocidades verticais na abertura da cavidade ($y=H/L$), para $H/L=0,25$ e $H/L=2,0$. As velocidades foram adimensionalizadas em relação a U e portanto os valores de v obtidos não dependem de Pe , variando somente com a geometria. Mesmo assim, essa variação é muito discreta, como pode ser depreendido por meio da análise das curvas obtidas para os valores extremos de H/L estudados.

Maiores informações sobre o escoamento podem ser obtidas por meio da análise dos valores da função corrente Ψ ao longo da região definida por $x=0,5$. A extensão da região em que $\partial\Psi/\partial y$ é praticamente nula aumenta proporcionalmente com H/L . Em todos os

casos com $H/L \geq 0,5$ a vazão de fluido que penetra na cavidade é próxima a 20% da vazão total ($y=H/L \rightarrow \psi \approx 0,2$), o que pode ser visualizado por meio da Figura 5.1, já referida.

Em relação ao transporte de energia, os resultados obtidos quanto à taxa global de transferência de calor são apresentados na Tabela 5.5. Observa-se a diminuição acentuada das taxas, à medida em que aumenta a profundidade relativa da cavidade, sendo que para $H/L=2$ os valores já se aproximam bastante dos resultados obtidos para a situação puramente difusiva, indicando que para valores maiores de H/L as taxas globais sofreriam reduções já bastante pequenas, como pode ser depreendido da Figura 5.10. Deve ser observado que a queda dos valores de Nusselt global, quando se compara o caso sem cavidade com o correspondente a $H/L=0,25$, é pequena em relação às demais variações. Esse fato é devido à exposição relativamente intensa da região aquecida ao escoamento forçado para valores pequenos da relação H/L .

Os resultados de Nusselt global obtidos para $H/L=0$, podem também ser comparados, demonstrando grande concordância, com os publicados por CHENG (1977c) e já referidos no item 5.1, para convecção forçada sobre uma placa plana isotérmica. Os resultados obtidos pela solução analítica são identificados pela sigla "cf" na Tabela 5.5.

Analisando os resultados obtidos para a situação puramente difusiva observa-se a diminuição da taxa D com o aumento de H/L , causada pelo aumento da distância entre as regiões quente e fria. Além desse efeito, nos casos envolvendo convecção verifica-se que quanto maior for a profundidade da

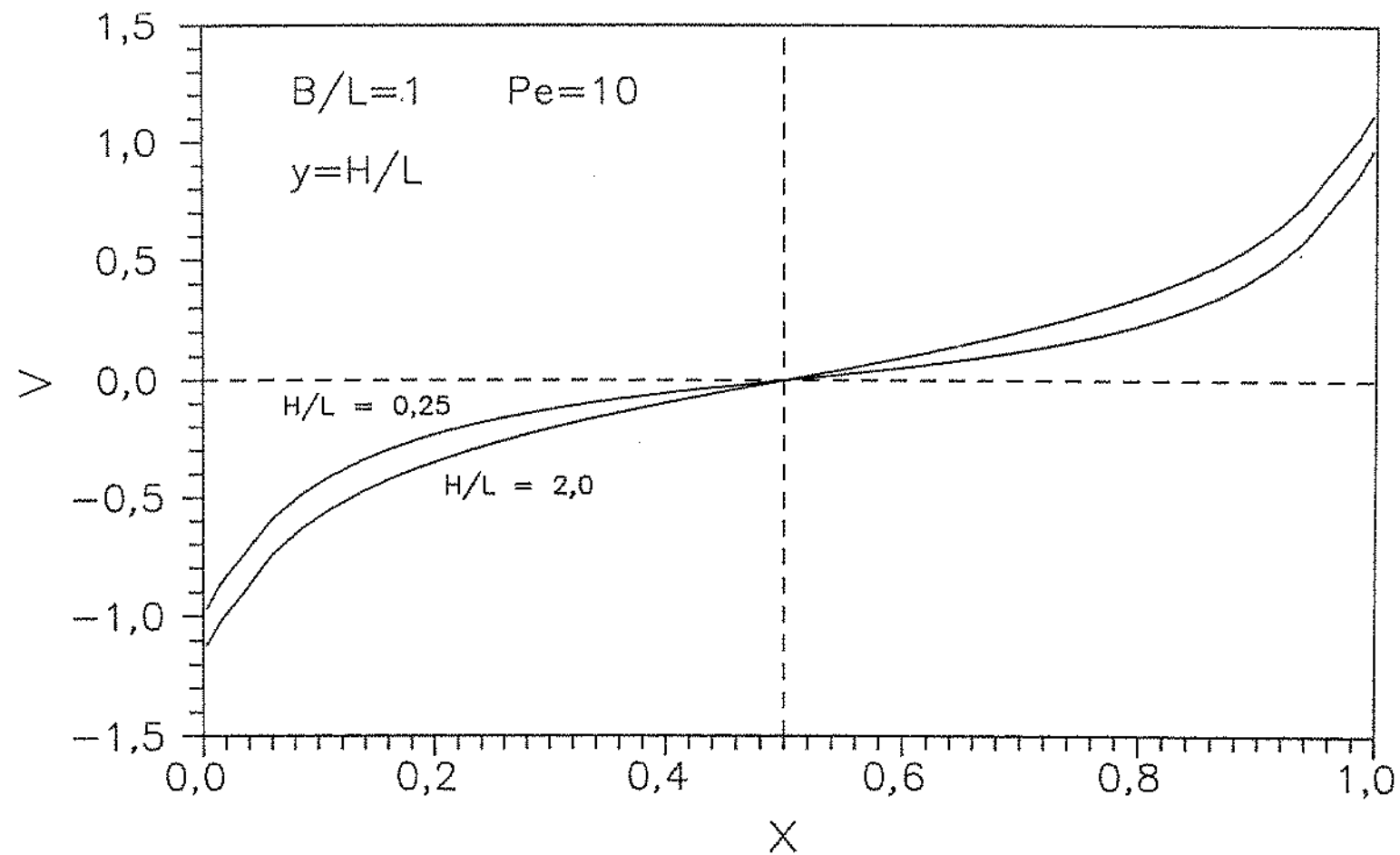


Figura 5.9 - Distribuição da componente vertical (v) da velocidade na abertura da cavidade ($y=H/L$) com $H/L=0,25$ e $H/L=2$.

Tabela 5.5 - Taxas globais de transferência de calor em função do aspecto geométrico da cavidade, para o caso puramente difusivo ($Pe=0$), para $Pe=10$ e para $Pe=50$.

H/L	D ($Pe=0$)	Nu ($Pe=10$)	Nu ($Pe=50$)
cf	-	3,568	7,978
0,0	1,861	3,628	7,914
0,25	1,245	2,411	5,210
0,50	0,9494	1,724	3,561
0,75	0,7673	1,278	2,472
1,0	0,6439	0,9901	1,760
1,5	0,4871	0,6676	1,004
2,0	0,3919	0,5009	0,6742

cavidade a região quente ficará menos exposta ao escoamento forçado, acentuando a diminuição das taxas globais.

Na Figura 5.11 são apresentados os mapas de isoterms para diversos aspectos geométricos da cavidade, obtidos para $Pe=10$. Por meio desses diagramas é possível observar o efeito atenuador sobre a transferência de calor exercido pela crescente profundidade da cavidade.

O efeito do aspecto geométrico sobre o valor das taxas locais é ilustrado por meio da Figura 5.12, elaborada com os resultados para $Pe=10$, onde destaca-se o comportamento qualitativamente distinto da curva obtida para $H/L=0$ em relação aos demais casos. Nesta situação, não havendo cavidade, a região

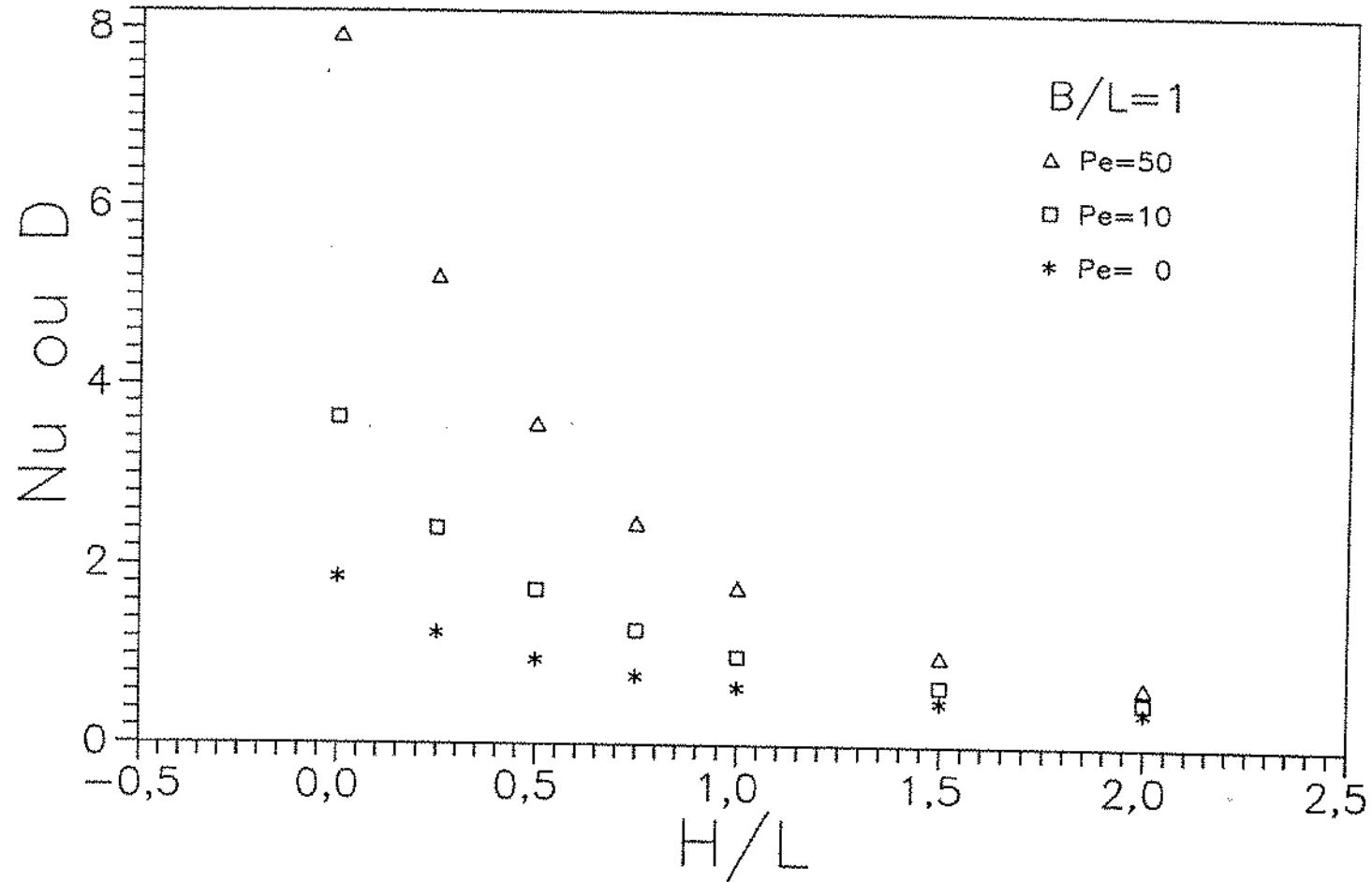


Figura 5.10 - Taxas globais de transferência de calor em função do aspecto geométrico da cavidade para o caso difusivo ($Pe=0$) e para $Pe=10$ e $Pe=50$.

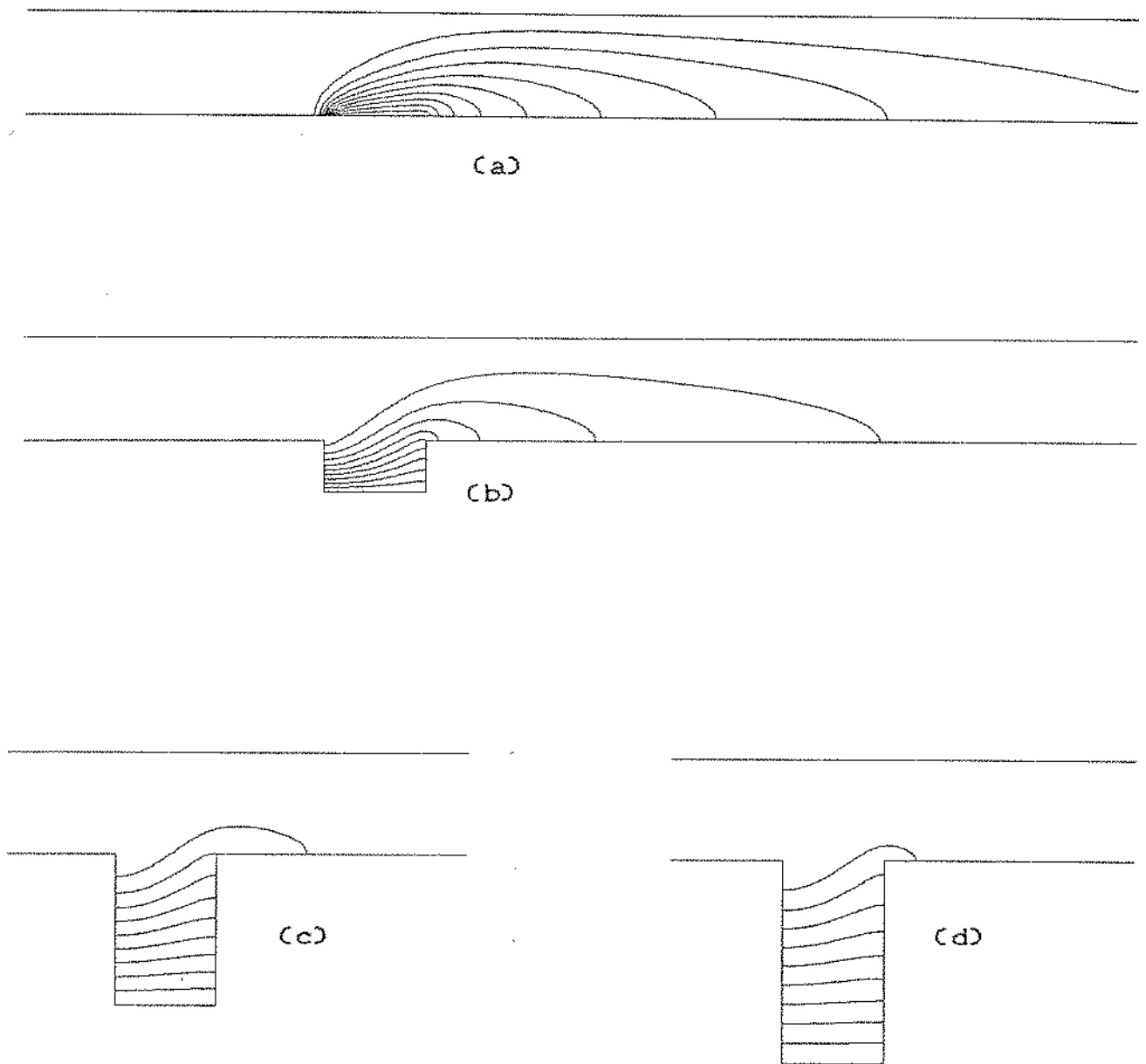


Figura 5.11 - Mapas de isoterma para diversos aspectos geométricos da cavidade para $Pe=10$ e $\Delta\theta=0,1$
 [(a) $H/L=0$; (b) $H/L=0,5$; (c) $H/L=1,5$;
 (d) $H/L=21$].

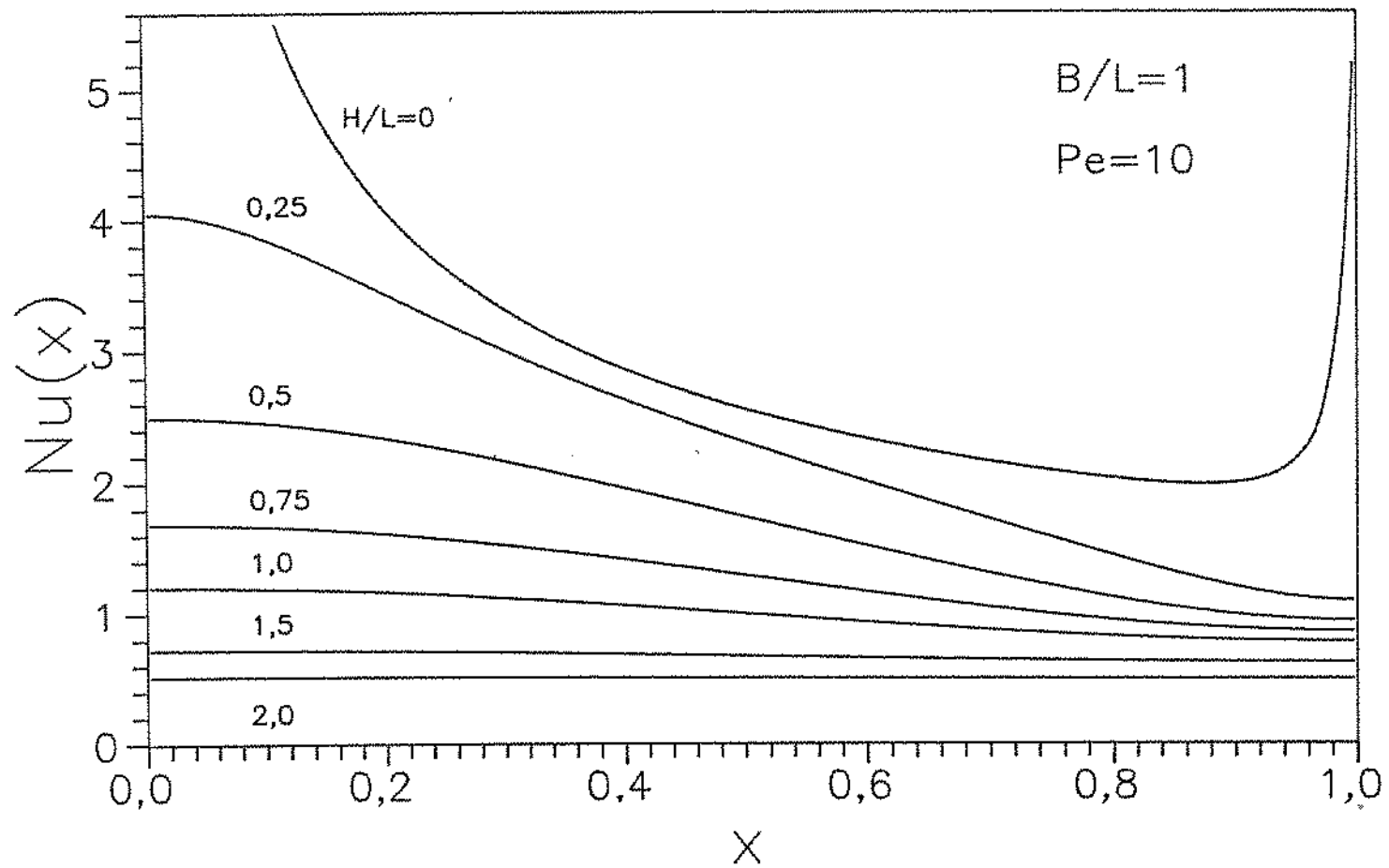


Figura 5.12 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para diversos valores de H/L , com $Pe=10$.

quente está exposta mais diretamente ao escoamento. Observa-se variações acentuadas de $Nu(x)$ nas proximidades de $x=0$ e de $x=1$, correspondentes às extremidades do trecho aquecido. À medida em que H/L aumenta, a distribuição torna-se cada vez mais uniforme, sendo que para $H/L=2$ a mesma pode ser considerada praticamente constante em relação a x .

CAPÍTULO VI

CONVECÇÃO NATURAL

Este capítulo trata do transporte de energia e de massa induzido pelo diferencial de temperatura entre os limites superior e inferior da geometria representada nas Figuras 2.1 e 2.3. A complexidade da configuração demanda uma abordagem numérica para o desenvolvimento da solução do problema de convecção natural.

Conforme apresentado no Capítulo II, a formulação do problema de convecção natural conduz às equações diferenciais da continuidade e da conservação da quantidade de movimento (2.43) e da conservação da energia (2.44). Para a análise dos problemas envolvendo convecção natural a função corrente foi adimensionalizada de acordo com a expressão (2.32). As condições de contorno correspondentes foram anteriormente explicitadas por meio das equações (2.35) a (2.42).

O estudo efetuado procurou verificar a influência do número de Rayleigh modificado (2.24) e de duas relações geométricas independentes (2.26) sobre o escoamento e sobre as taxas de transferência de calor.

6.1 Observações específicas sobre a solução numérica

As equações diferenciais foram discretizadas e resolvidas numericamente por meio de programa computacional

elaborado especificamente para tratar domínios irregulares deste tipo. O procedimento de discretização e as características gerais do algoritmo foram apresentadas no Capítulo IV.

Foram definidas como objeto de estudo as situações em que a extensão da camada horizontal é grande comparada com as demais dimensões da geometria, e em particular em relação à espessura da camada (δ). Por meio da análise de diversos casos concluiu-se pelo uso de uma extensão horizontal do domínio completo superior a 8δ , de modo a contemplar essa premissa de trabalho. Em casos envolvendo números de Rayleigh elevados foram utilizados valores superiores a 10δ .

Em função da simetria do problema em relação ao plano "s" da Figura 2.3, as soluções numéricas foram desenvolvidas para o meio domínio correspondente a $x \geq 0,5$. No plano de simetria dado por $x=0,5$ foram estabelecidas as condições de contorno descritas em (2.45). Os valores de Nusselt global apresentados referem-se sempre ao comprimento L , a fim de facilitar a comparação com os resultados obtidos nos Capítulos V e VII. Durante o processo de solução numérica foram realizados quatro ciclos de varredura para ψ e para θ em cada iteração, a fim de reduzir o número de iterações necessárias, como indicado na Tabela 6.1.

Em todos os casos estudados foram adotadas, como ponto de partida para o processo iterativo, distribuições nulas de temperatura e da função corrente, exceto quando especificamente assinalado em contrário.

O processo iterativo foi interrompido somente depois que os valores de ψ , θ e Nu satisfizeram os critérios expressos nas equações (4.32) e (4.33). O resíduo no balanço de energia, ΔE_R ,

foi calculado de acordo com as equações (2.48) a (2.52).

Tabela 6.1 - Análise do efeito do número de ciclos de varredura ($B/L=H/L=0,25$; $Ra=200$; malha: 62×42).

	Ciclos em (ψ/θ)			
	(1/1)	(2/2)	(3/3)	(4/4)
Nusselt	5,8052	5,8056	5,8057	5,8057
ΔE_r (%)	0,335	0,327	0,325	0,324
Iterações	153	86	62	49
CPU (índice)	152	116	106	100

O efeito do refinamento da malha foi analisado. A Tabela 6.2 ilustra a abordagem utilizada na análise. Na tabela o item "malha" refere-se à uma malha retangular contendo o domínio irregular. Os procedimentos de cálculo foram executados somente para os pontos da malha pertencentes ao domínio, indicados também na tabela.

A fim de verificar a possibilidade de melhor representar os gradientes de temperatura na região próxima às paredes, por meio da subdivisão dos volumes de controle com uma face na parede, foram analisados os casos apresentados na Tabela 6.3, onde "pontos" representa os nós da malha interiores ao domínio para os quais ψ e θ foram efetivamente calculados.

Tabela 6.2 - Análise do efeito do refinamento da malha
($CB/L=H/L=0,25$; $Ra=200$).

Intervalo	Número de Volumes de Controle				
	A	B	C	D	E
$x \in [1/2, 1]$	15	20	25	30	40
$x \in [1, 2]$	30	40	50	60	80
$y \in [0, 1/4]$	15	20	25	30	40
$y \in [1/4, 1/2]$	15	20	25	30	40
Malha	47x32	62x42	77x52	92x62	122x82
Pontos	900	1600	2500	3600	7200
Nusselt	5,753	5,806	5,832	5,846	5,861
ΔEr (%)	0,49	0,32	0,23	0,18	0,12
Iterações	31	49	74	107	197
CPU (índice)	17	44	100	211	746

Pode ser observado na Tabela 6.3 que a subdivisão causou um aumento brusco no número de iterações necessário e, portanto, no tempo total necessário à obtenção da solução. A evolução do cálculo ao longo do processo iterativo foi acompanhada por meio da elaboração de mapas de linhas de corrente e de isoterms apresentados no monitor da estação de trabalho. Dessa forma constatou-se que, nos casos em que houve o aumento do número de iterações, durante a evolução do processo iterativo de solução formaram-se zonas adicionais de recirculação que demandaram tempo significativo para serem desfeitas. Semelhantes zonas de recirculação não foram observadas nos casos em que a malha

utilizada não foi subdividida.

Tabela 6.3 - Verificação do efeito da subdivisão dos volumes junto às paredes ($B/L=H/L=0,25$; $Ra=200$; malha: 62×42).

	Denominador da Subdivisão			
	1	2	3	4
Malha	62x42	64x45	66x48	68x51
Pontos	1600	1826	2064	2314
Nusselt	5,8057	5,8172	5,8202	5,8219
ΔEr (%)	0,324	0,249	0,226	0,214
Iterações	49	109	117	124
CPU (índice)	44	109	130	155

Em função dessas considerações optou-se pelo uso de malhas não subdivididas nas paredes e com grau de refinamento similar ao da malha C, apresentada na Tabela 6.2, de modo que ao longo do comprimento aquecido considerado houvessem ao menos 25 volumes de controle.

Em relação à estabilidade e convergência do processo de resolução os resultados foram bastante satisfatórios, não tendo sido necessário o uso de fatores de relaxação.

Com a finalidade de testar o desempenho do algoritmo em situações envolvendo convecção natural, foram resolvidos alguns casos de convecção natural em cavidades fechadas para os quais

TREVISAN & BEJAN (1987) publicaram resultados. A comparação de resultados é apresentada na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 - Comparação com resultados obtidos por outros autores em convecção natural (Nu_H).

Ra_H	H/L	TREVISAN & BEJAN		Neste		
		Nu_H	$ \hat{\psi} _{max}$	Nu_H	$ \hat{\psi} _{max}$	ΔE_R (%)
50	1,00	1,42	0,0396	1,429	0,0411	-7×10^{-5}
100	1,25	2,68	0,0471	2,643	0,0474	3×10^{-3}
200	1,89	4,05	0,0313	3,998	0,0313	2×10^{-3}
200	2,00	4,04	-	3,988	0,0298	2×10^{-3}
400	2,83	6,26	0,0189	6,085	0,0191	4×10^{-3}
400	5,00	3,27	-	3,308	0,00735	8×10^{-3}
1000	5,00	11,08	0,00912	10,717	0,00919	9×10^{-4}

Os autores apresentaram informações detalhadas sobre as malhas utilizadas em cada caso, permitindo a comparação de resultados sem a influência de possíveis diferenças de malha. O problema refere-se a cavidades porosas retangulares, de largura L e altura H. A parede inferior da cavidade foi mantida, de modo isotérmico, a uma temperatura mais elevada que a da parede superior, também isotérmica. Para diversos valores do aspecto geométrico da cavidade, dado por H/L, e do número de Rayleigh modificado definido em função da altura H (Ra_H) foram calculadas

as taxas de transferência de calor, dadas pelo Nusselt global referido à altura H (Nu_H). Os resultados obtidos para (Nu_H) por TREVISAN & BEJAN, podem ser comparados favoravelmente com os obtidos por meio do algoritmo elaborado para este trabalho. São também apresentados valores da função corrente adimensionalizada com relação ao produto (αRa_H). Na coluna da direita são mostrados os valores percentuais obtidos para ΔE_R , definido pela expressão (2.48).

6.2 Resultados e discussão

6.2.1 Efeito de Rayleigh para as configurações $H/L=B/L=0,25$ e $H/L=B/L=1$

Inicialmente foi estudada a influência do número de Rayleigh (Ra), variando entre 0 e 1600, sobre as taxas locais e global de transferência de calor para as configurações geométricas dadas por $H/L=B/L=0,25$ e $H/L=B/L=1$.

O número de Nusselt global, calculado na parede quente de acordo com a equação (2.46), foi dividido para todos os casos pelo parâmetro D . Esse parâmetro representa a taxa de transferência de calor na situação puramente difusiva, sendo calculado conforme a equação (5.6). Os resultados estão representados na Figura 6.1, para as duas configurações geométricas citadas. Por meio do gráfico da Figura 6.1 pode-se observar o incremento da influência do efeito convectivo sobre a transferência de calor à medida em que Rayleigh aumenta, sendo que esse efeito nos dois casos passa a ser significativo a partir

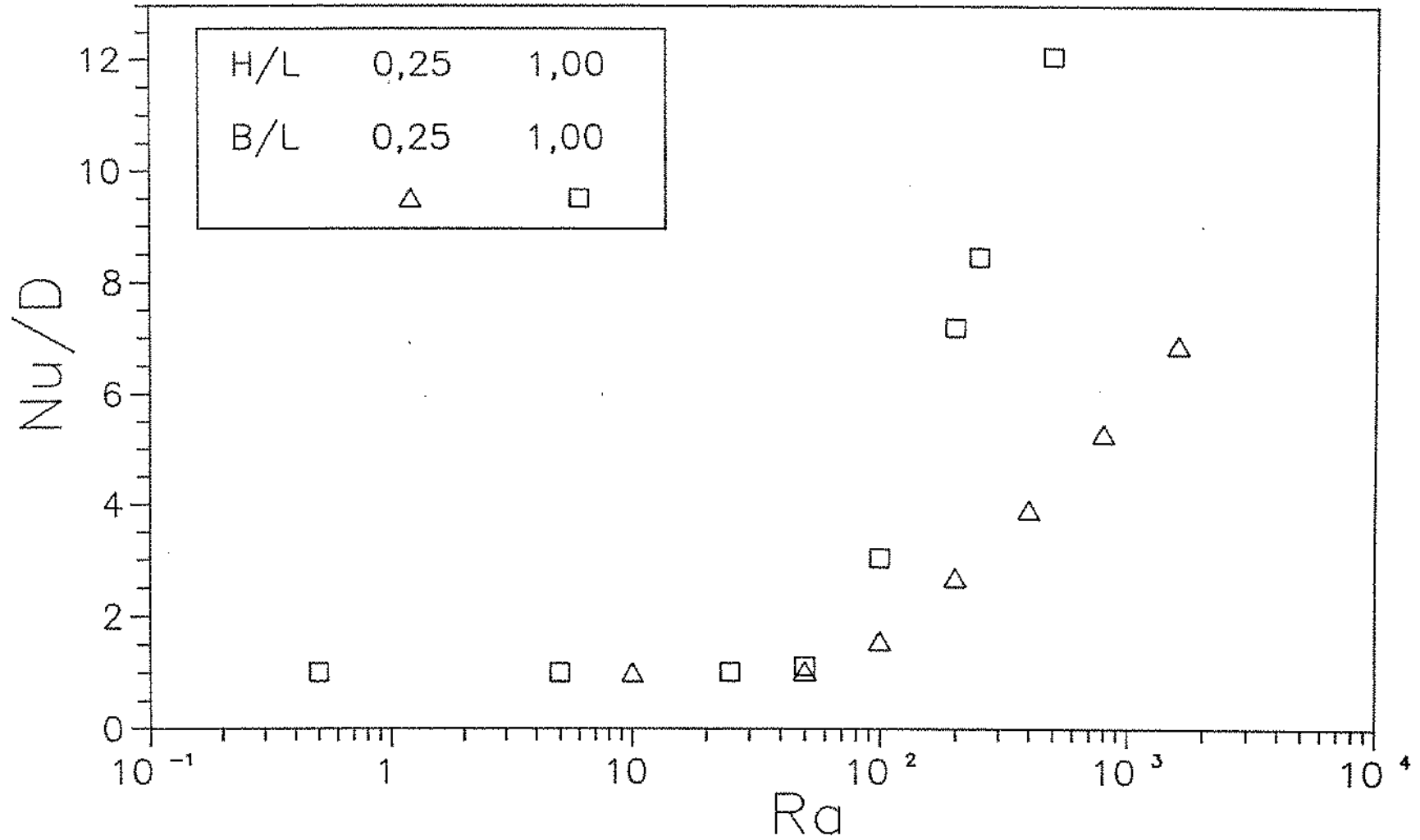


Figura 6.1 - Efeito convectivo sobre as taxas globais de transferência de calor em função do número de Rayleigh ($H/L=B/L=0,25$ e $H/L=B/L=1$).

do intervalo dado por $50 < Ra < 100$.

Observa-se também que o efeito convectivo é mais acentuado para a geometria definida por $B/L=H/L=1$, situação em que a resistência térmica puramente difusiva é bem superior. Para as duas configurações, em todos os casos, observou-se a ocorrência de uma única zona de circulação. O sinal negativo da função corrente sempre indica, nos casos estudados, circulação no sentido horário, como pode ser mostrado a partir da formulação adotada para a função corrente, de acordo com a expressão (2.2).

Nas Tabelas 6.5 e 6.6 são apresentados os resultados obtidos para essas configurações.

Tabela 6.5 - Resultados para Nusselt global ($H/L=B/L=0,25$).

Rayleigh	Nusselt	ψ_{min}	ΔE_R (%)
0	2,162	0,000	0,02
10	2,162	-0,058	-0,07
50	2,213	-0,471	-0,38
100	3,389	-2,519	-0,35
200	5,812	-5,628	-0,37
400	8,457	-9,256	-0,40
800	11,424	-13,874	-0,66
1600	14,867	-20,124	-1,11

Na Tabela 6.5 pode-se observar que para $Ra=50$ já é possível notar um pequeno efeito convectivo no valor de Nusselt

global, bem como na intensidade da circulação dada pelo valor do mínimo de ψ . Para a geometria dada por $H/L=B/L=1$, de acordo com a Tabela 6.6, o mesmo fenômeno pode ser observado para $Ra=25$. Nas duas geometrias o movimento do fluido se estabelece para qualquer valor positivo de Rayleigh. Pode-se também observar que para valores similares de Rayleigh, os casos referentes à geometria $H/L=B/L=1$ apresentam valores superiores de $|\psi_{min}|$, o que é coerente com o efeito convectivo mais acentuado observado na Figura 6.1 para essa geometria.

Tabela 6.6 - Resultados para Nusselt global ($H/L=B/L=1$).

Rayleigh	Nusselt	ψ_{min}	ΔE_R (%)
0,0	0,643	0,000	-0,08
0,5	0,643	-0,007	-0,09
5	0,643	-0,069	-0,22
25	0,650	-0,410	-0,82
50	0,717	-1,042	-1,58
100	1,952	-3,554	-0,87
200	4,615	-7,562	-0,34
250	5,431	-8,985	-0,29
500	7,740	-14,322	-0,40

Na Figura 6.2 são mostrados mapas de linhas de corrente e de isotermas para a geometria $H/L=B/L=0,25$, observando-se o

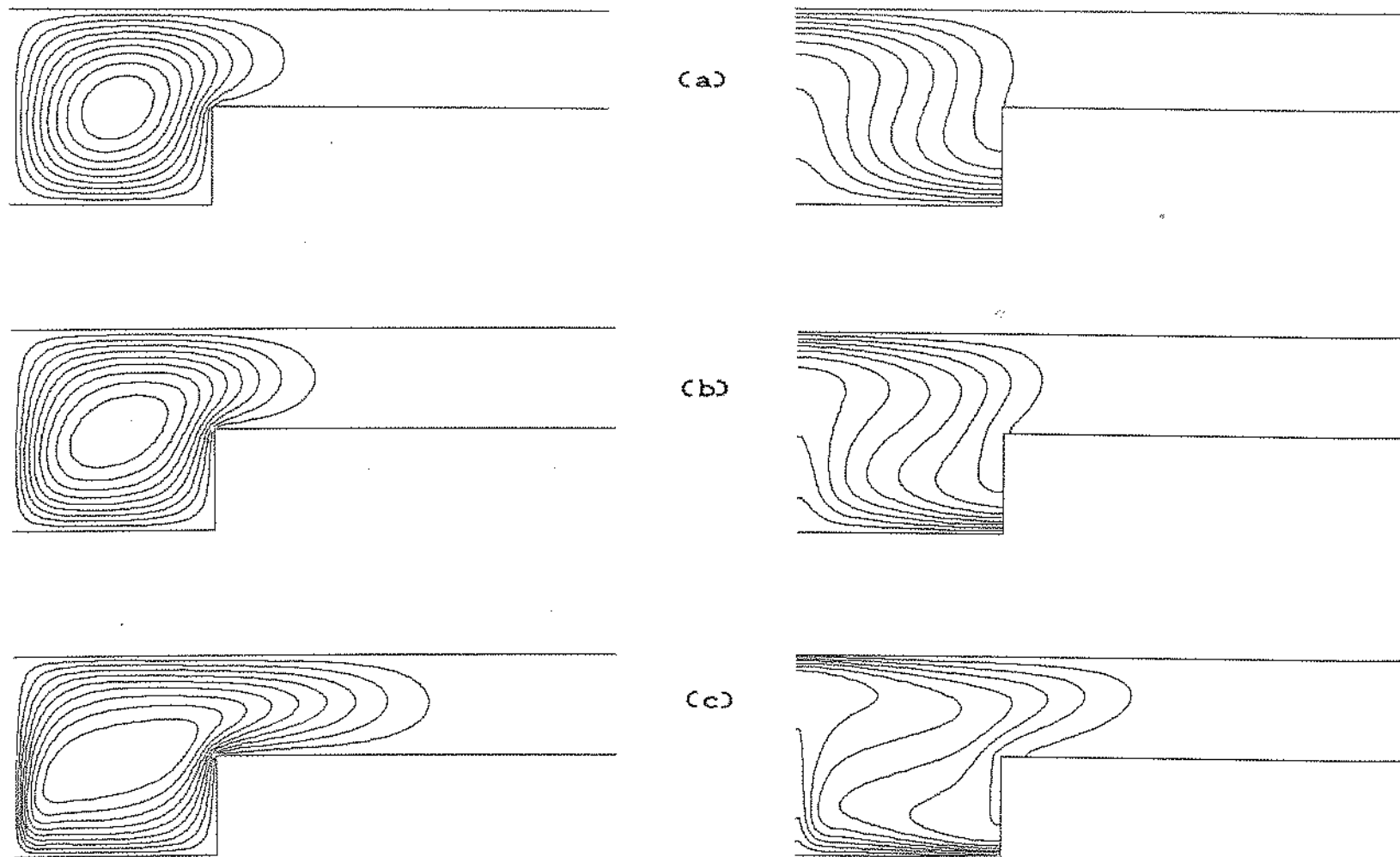


Figura 6.2 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $H/L=B/L=0,25$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=200$; (b) $Ra=400$; (c) $Ra=16001$.

efeito de alongamento da zona de recirculação com a elevação de Ra , e a compressão das linhas de corrente junto à borda da cavidade, indicando altas velocidades de escoamento nessa região, bem como nas proximidades do plano de simetria.

Para a geometria $H/L=B/L=1$ a Figura 6.3 apresenta os mapas de linhas de corrente e de isotermas para alguns casos. Obteve-se também somente uma zona de recirculação, observando-se que para $Ra \leq 50$ as linhas de corrente indicam baixas velocidades horizontais ao longo da parede aquecida, ao contrário do que ocorreu para $Ra \geq 100$. Os mapas de isotermas indicam também alterações significativas entre $Ra=50$ e $Ra=100$.

6.2.2 Efeito de H/L para as configurações com $B/L=0,25$ e $B/L=1$ para $Ra=200$

Foi também analisado o efeito de H/L sobre os parâmetros característicos do fenômeno. Na Figura 6.4 são apresentados os resultados obtidos para duas configurações geométricas dadas, respectivamente, por $B/L=0,25$ e $B/L=1$. Neste conjunto de casos, manteve-se $Ra=200$, valor para o qual o efeito convectivo é apreciável.

Por meio da Figura 6.4 pode-se observar que os resultados obtidos para as duas configurações tem uma distribuição similar e valores próximos. O principal efeito do aumento de H/L é o da redução progressiva da transferência de calor. Este efeito é mais pronunciado nas configurações de cavidades profundas o que induz a uma diminuição relativa da diferença entre os resultados para as duas configurações em questão.

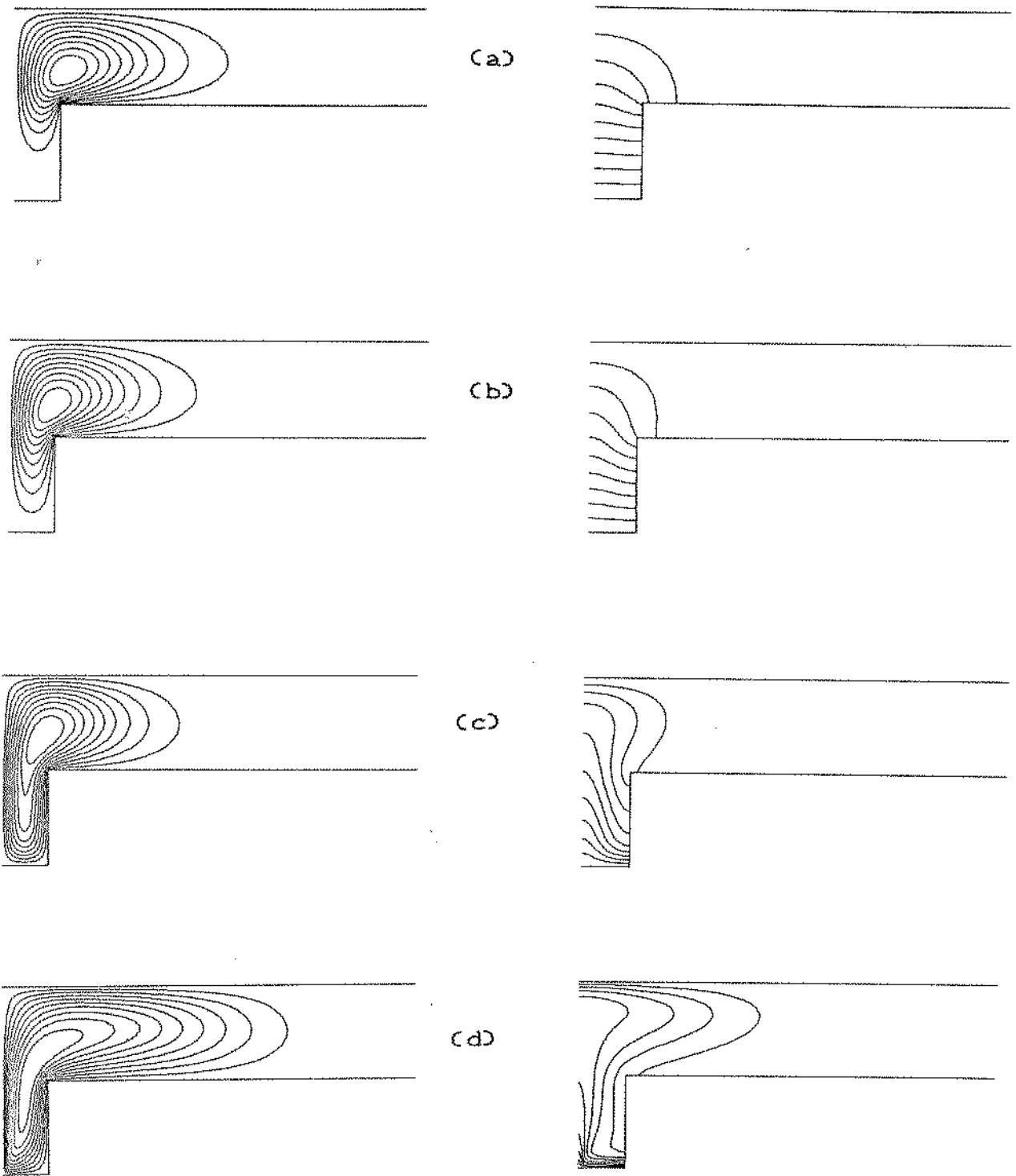


Figura 6.3 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $H/L=B/L=1$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=25$; (b) $Ra=50$; (c) $Ra=100$; (d) $Ra=500$].

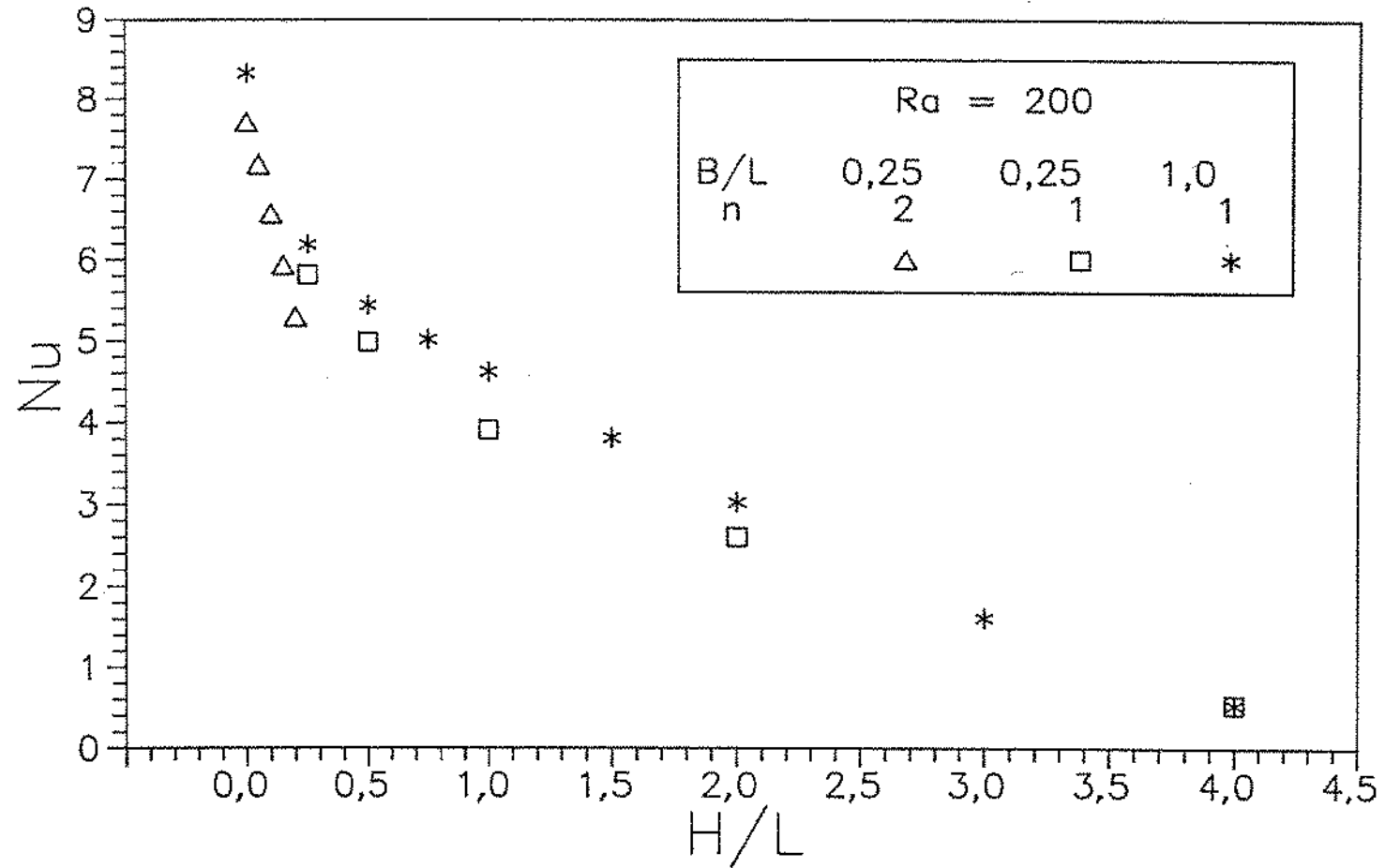


Figura 6.4 - Nusselt global e número de células (n) em função de H/L para $B/L=0,25$ e $B/L=1$, com $Ra=200$.

Para todos os casos com $B/L=1$ foi obtida uma única célula de circulação ($n=1$), enquanto que para os casos onde $B/L=0,25$ observou-se a transição de duas células ($n=2$) para uma única célula ($n=1$) entre $H/L=0,20$ e $H/L=0,25$. Esta alteração pode ser visualizada por meio da Figura 6.5, que apresenta mapas de linhas de corrente e de isotermas correspondentes a configurações com $B/L=0,25$. Por meio da Tabela 6.7 conclui-se que a transição de duas para uma célula é acompanhada de um incremento no valor de Nusselt global. É interessante observar que este aumento é acompanhado de uma redução na vazão, indicada por $\psi_{\max}-\psi_{\min}$.

Tabela 6.7 - Resultados para Nusselt global em função de H/L para $B/L=0,25$ e $Ra=200$.

H/L	Nusselt	ψ_{\min}	ψ_{\max}	$\psi_{\max}-\psi_{\min}$
0,00	7,743	-3,286	2,154	5,440
0,05	7,175	-3,594	2,669	6,263
0,10	6,567	-3,818	2,675	6,493
0,15	5,928	-3,978	2,466	6,444
0,20	5,288	-4,065	2,053	6,118
0,25	5,812	-5,628	0,000	5,628
0,50	4,983	-6,239	0,000	6,239
1,00	3,904	-6,031	0,000	6,031
2,00	2,600	-4,910	0,000	4,910
4,00	0,533	-1,841	0,000	1,841

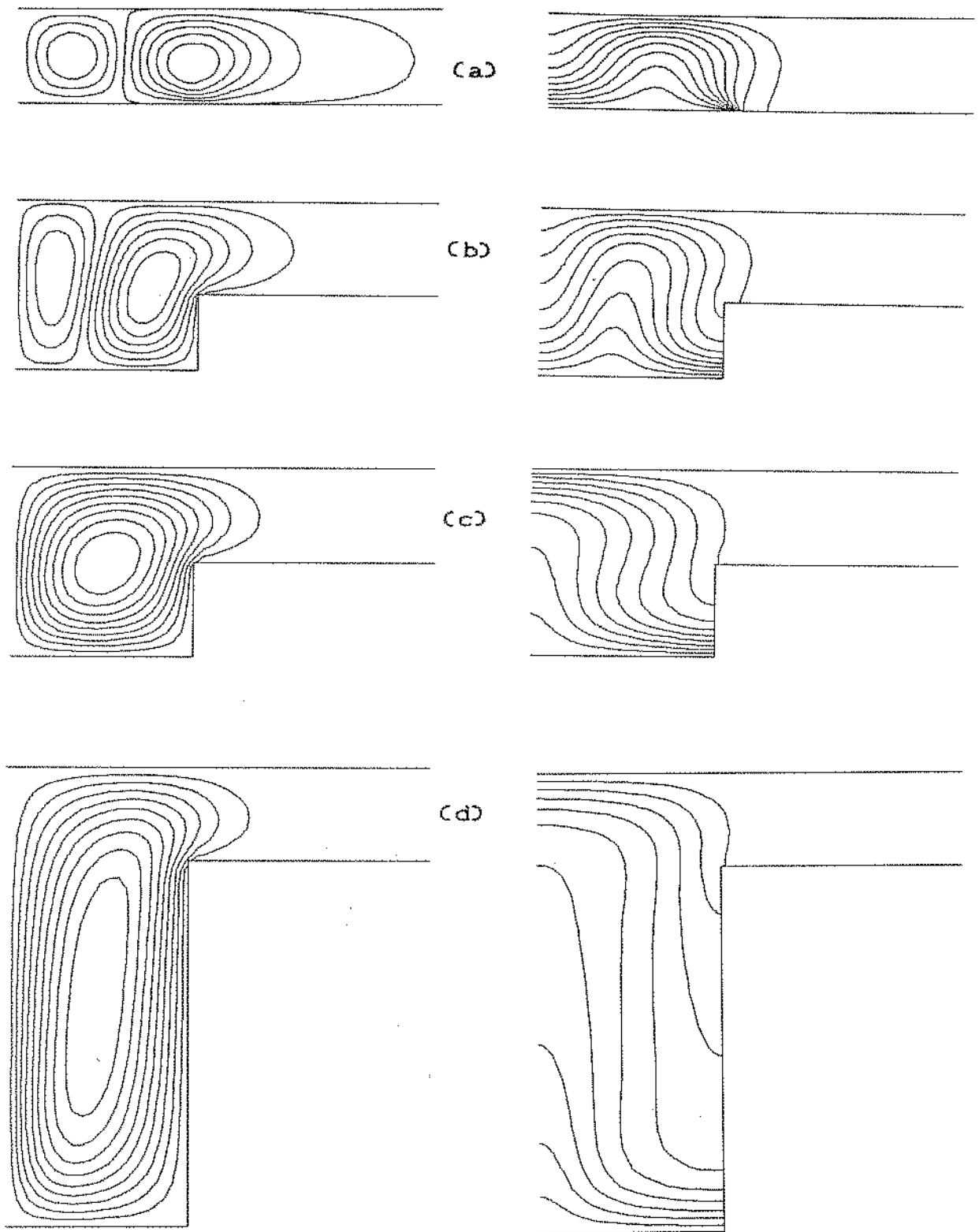


Figura 6.5 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $B/L=0,25$ com $Ra=200$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $H/L=0$; (b) $H/L=0,20$; (c) $H/L=0,25$; (d) $H/L=1$].

Na Tabela 6.8 são apresentados os valores de Nusselt global e os correspondentes valores mínimos da função corrente em função de H/L para a configuração $B/L=1$. Também por meio desta tabela pode ser constatado que todos os casos estudados apresentaram uma única zona de recirculação, e que para $H/L > 2$, o valores de Nusselt caem de modo acentuado, bem como o valor de $\psi_{\max} - \psi_{\min}$. Os mapas de linhas de corrente e de isothermas para $H/L=0$ e para $H/L=4$ são mostrados na Figura 6.6.

Tabela 6.8 - Resultados para Nusselt global em função de H/L para $B/L=1$ e $Ra=200$.

H/L	Nusselt	ψ_{\min}	ψ_{\max}	$\psi_{\max} - \psi_{\min}$
0,00	8,322	-8,966	0,000	8,966
0,25	6,187	-8,384	0,000	8,384
0,50	5,434	-8,079	0,000	8,079
0,75	5,014	-7,839	0,000	7,839
1,00	4,615	-7,562	0,000	7,563
1,50	3,805	-6,935	0,000	6,935
2,00	3,022	-6,242	0,000	6,242
3,00	1,601	-4,603	0,000	4,603
4,00	0,5259	-2,493	0,000	2,493

Com a finalidade de estudar com mais detalhes a alteração do padrão de escoamento ocorrida entre $H/L=0,20$ e $H/L=0,25$, para $B/L=0,25$ e $Ra=200$, a variação de Nusselt local na

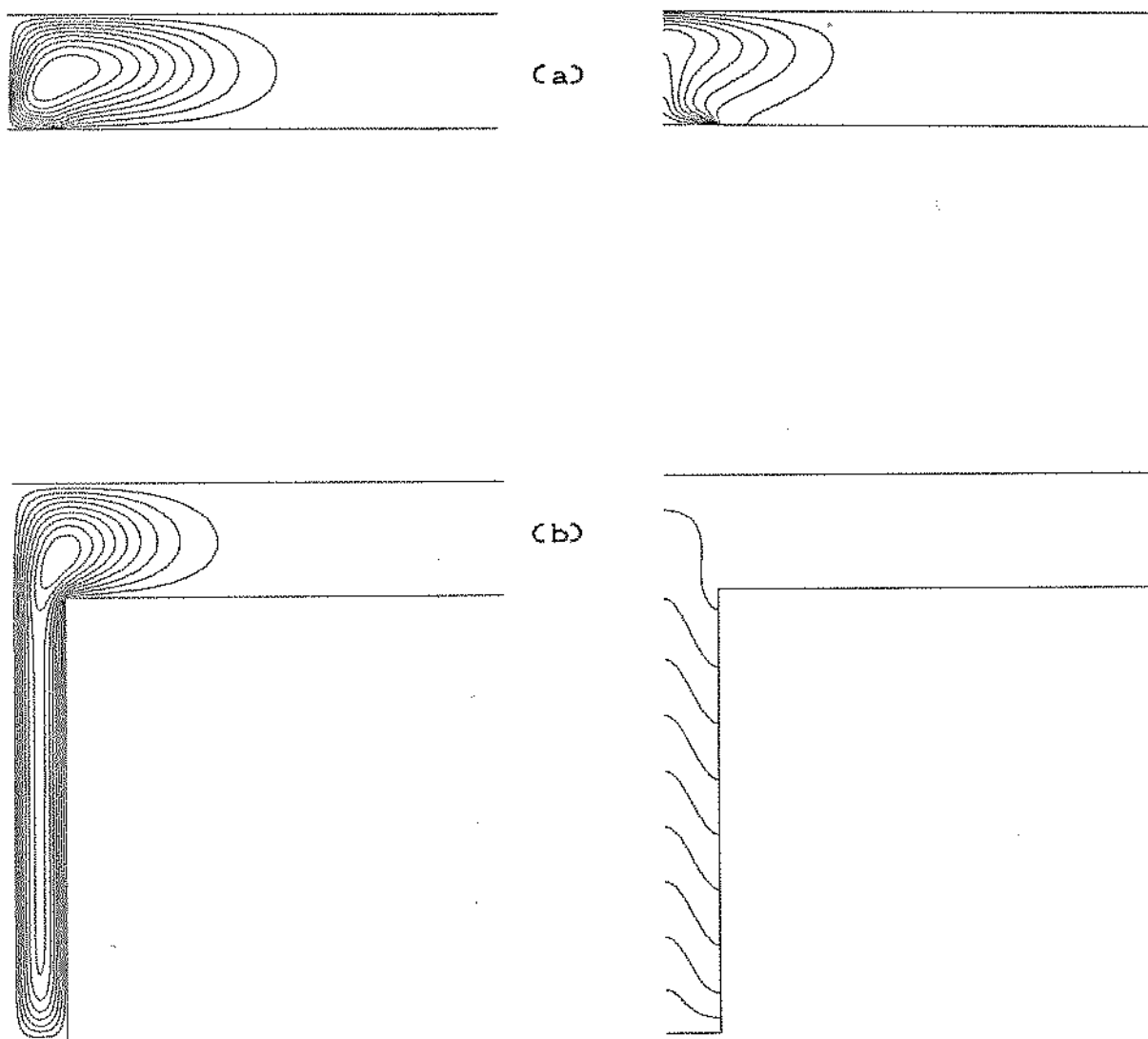


Figura 6.6 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $B/L=1$ com $Ra=200$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $H/L=0$; (b) $H/L=4$].

parede quente é apresentada na Figura 6.7, para casos com estes valores de B/L e de Ra .

O ponto de mínimo observado no gráfico da Figura 6.7 onde ocorrem duas células, desloca-se progressivamente para a esquerda com o aumento de H/L . O valor da taxa local de transferência de calor nos pontos de mínimo mantém-se praticamente constante nos diversos casos com duas células. Esse fato corresponde ao progressivo alargamento da região inferior da célula da direita (circulação no sentido horário) com o aumento de H/L . Destaca-se também o comportamento qualitativamente distinto da curva obtida para $H/L=0$ em relação aos demais casos. Nessa situação observa-se uma variação acentuada de Nusselt local próximo a $x=1$, correspondente ao final do trecho aquecido.

Nos casos em que uma única célula se desenvolve, as curvas são crescentes ao longo da parede quente. À medida em que H/L aumenta, a distribuição torna-se cada vez mais uniforme. Com $H/L=4$ a distribuição de Nusselt local é basicamente uniforme, indicando que para valores maiores de H/L os resultados sofrerão apenas pequenas alterações.

Para os mesmos casos abordados na Figura 6.7 são apresentadas as curvas de distribuição de Nusselt local ao longo da parede fria na Figura 6.8. Nos casos que apresentaram duas células as curvas apresentam pontos de máximo que decrescem com o incremento de H/L .

Para $H/L=0$ o ponto de máximo situa-se à direita dos pontos de máximo registrados para $H/L=0,10$ e para $H/L=0,20$, sendo que nestes dois casos o máximo ocorre praticamente no mesmo local da parede fria ($x \cong 0,74$).

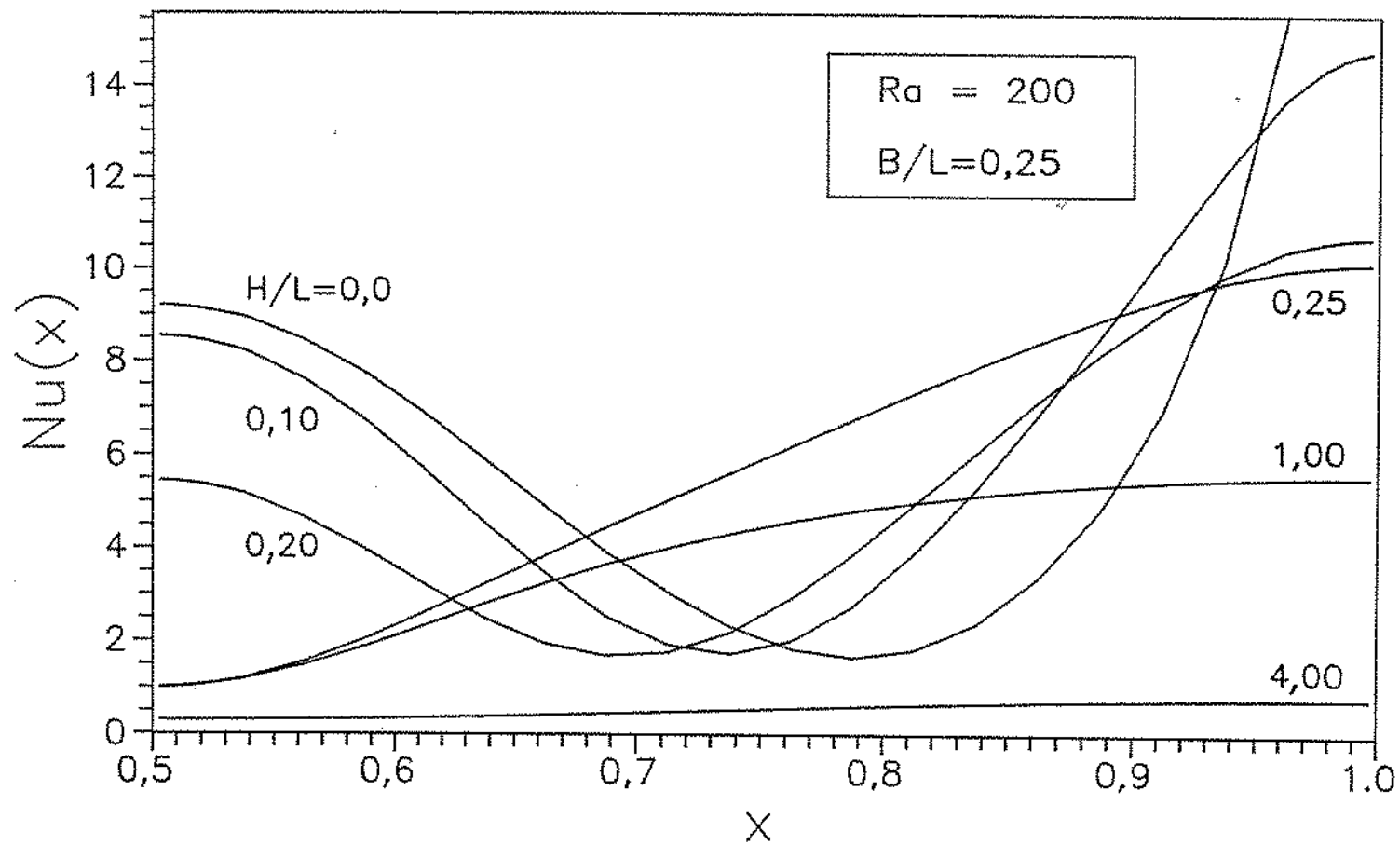


Figura 6.7 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para $B/L=0,25$ e $Ra=200$.

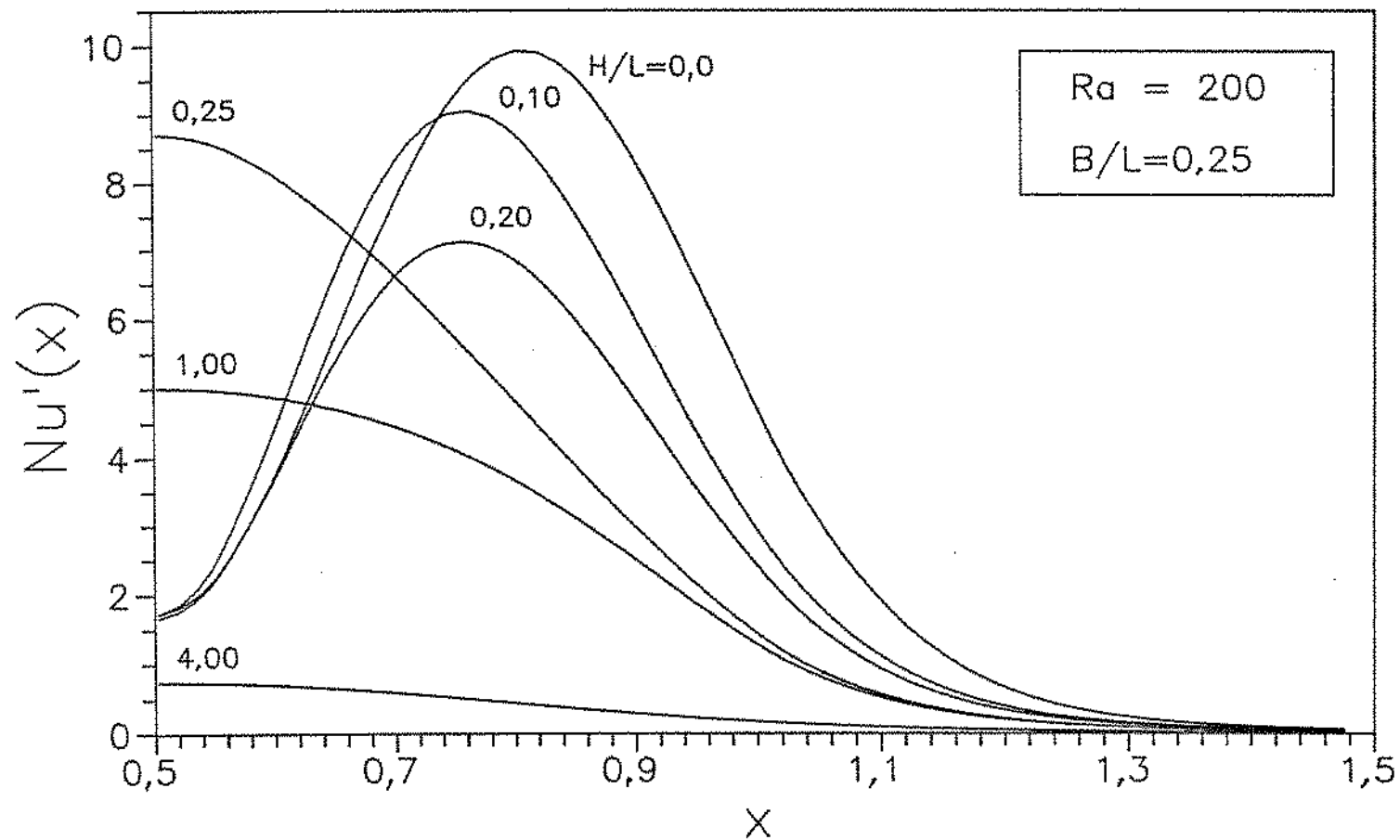


Figura 6.8 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede fria para $B/L=0,25$ e $Ra=200$.

A Figura 6.8 é também ilustrativa a respeito da extensão da parede superior afetada pela transferência de calor proveniente da base da cavidade. A profundidade da cavidade aparentemente pouco altera o alcance do efeito térmico sobre a fronteira superior. Pode-se também observar que em todos os casos o valor de Nusselt local na parede fria é praticamente nulo para $x > 1,5$.

6.2.3 Efeito de Rayleigh para as configurações com $H/L=0,10$ e $H/L=0,20$ para $B/L=0,25$.

Com o objetivo de explorar o surgimento de diversas células em função do número de Rayleigh considerou-se interessante analisar dois conjuntos de casos com $B/L=0,25$, para $H/L=0,10$ e para $H/L=0,20$.

Na Figura 6.9 são apresentados os resultados obtidos em termos da razão entre o valor de Nusselt global e o valor da taxa obtida na situação puramente difusiva, para $H/L=0,10$ e para $H/L=0,20$, ambos com $B/L=0,25$. Nessa figura podem ser comparados os dois conjuntos de resultados e o correspondente número de células observado em cada caso. De modo geral, as duas famílias de valores são bastante próximas, mas pode-se observar um efeito convectivo ligeiramente superior para $H/L=0,20$, confirmando a tendência já constatada através do gráfico da Figura 6.1. Para os dois valores de H/L estudados, pode ser observada a passagem de uma para duas células e de duas para três células, com o incremento do número de Rayleigh. A ocorrência da alteração do número de células para $H/L=0,10$ verifica-se para valores

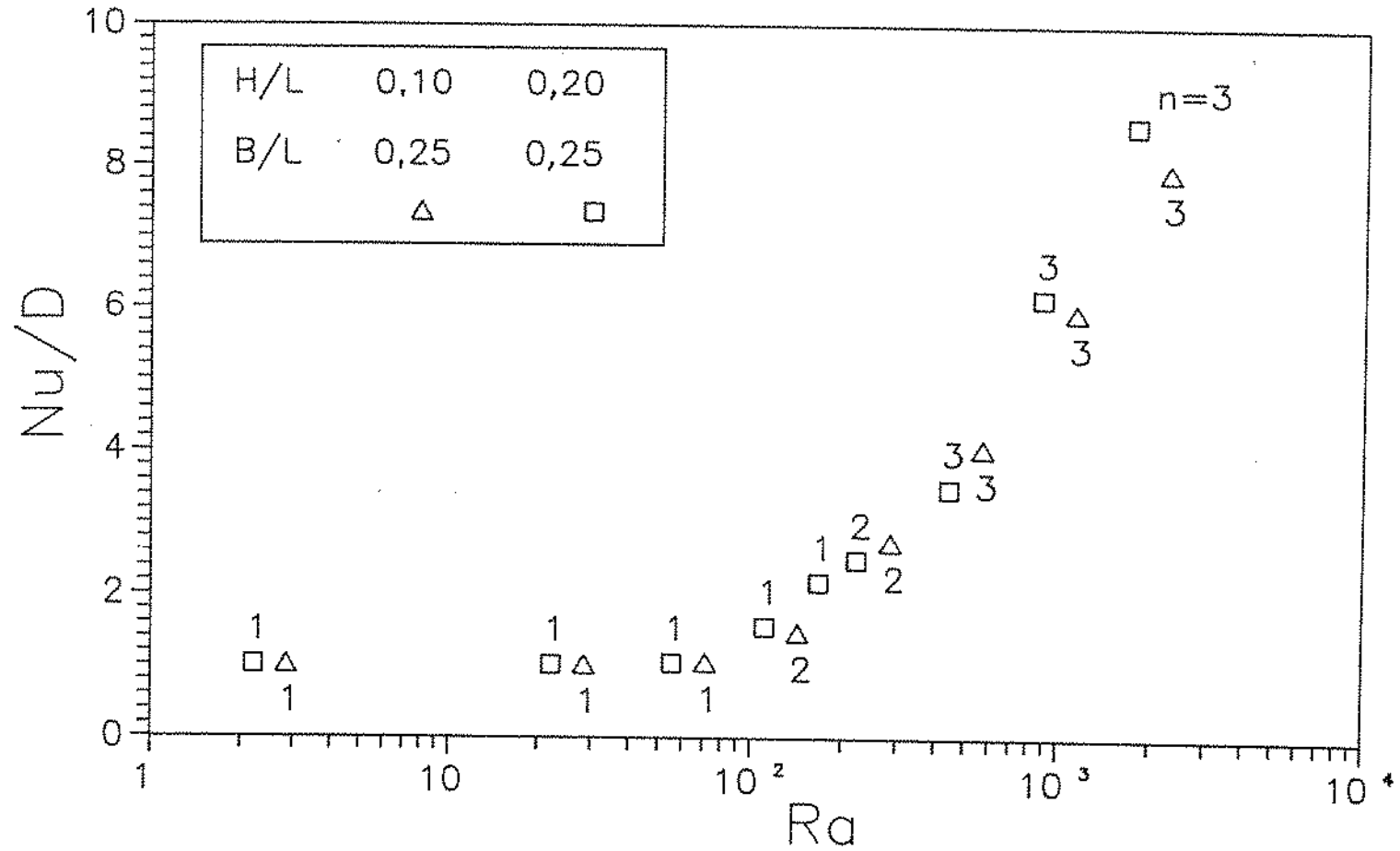


Figura 6.9 - Efeito convectivo em função de Rayleigh, com $B/L=0,25$ para $H/L=0,10$ e $0,20$.

inferiores de Rayleigh, em comparação à ocorrência correspondente aos casos para $H/L=0,20$.

É interessante observar que apesar da alteração do número de células, o comportamento geral dos resultados para as taxas globais de transferência de calor não sofre mudanças significativas quanto à sua tendência de evolução em função do número de Rayleigh.

Nas Tabelas 6.9 e 6.10 são mostrados os valores de Nusselt global, o número de células de circulação (n) e os máximos e mínimos de ψ obtidos, bem como $\Delta\psi = \psi_{\max} - \psi_{\min}$ para os casos estudados com $B/L=0,25$, para $H/L=0,10$ e $H/L=0,20$, respectivamente.

Tabela 6.9 - Resultados para Nusselt global em função de Rayleigh para $B/L=0,25$ e $H/L=0,10$.

Ra	$Ra \frac{C}{L}$	Nu	ψ_{\min}	ψ_{\max}	$\psi_{\max} - \psi_{\min}$	n
2,86	1	3,213	-0,113	0,000	0,113	1
28,6	10	3,221	-0,242	0,000	0,242	1
71,4	25	3,335	-0,803	0,000	0,803	1
143	50	4,704	-2,568	1,170	3,738	2
286	100	8,779	-5,383	4,179	9,562	2
571	200	12,98	-8,127	4,667	12,79	3
1143	400	19,10	-13,01	7,879	20,88	3
2286	800	25,53	-19,67	11,80	31,47	3

São também apresentados nestas Tabelas os valores de RaC/L , em função dos quais os casos foram efetivamente simulados numericamente.

Tabela 6.10 - Resultados para Nusselt global em função de Rayleigh para $B/L=0,25$ e $H/L=0,20$.

Ra	$Ra \frac{C}{L}$	Nu	ψ_{min}	ψ_{max}	$\psi_{max} - \psi_{min}$	n
2,22	1	2,428	-0,013	0,000	0,013	1
22,2	10	2,432	-0,152	0,000	0,152	1
55,6	25	2,500	-0,559	0,000	0,559	1
111	50	3,747	-2,614	0,000	2,614	1
167	75	5,259	-4,452	0,000	4,452	1
222	100	6,026	-4,543	2,623	7,166	2
444	200	8,462	-6,686	3,085	9,771	3
889	400	14,92	-11,47	6,557	18,02	3
1778	800	20,84	-18,28	10,79	29,07	3

Mapas de linhas de corrente e de isotermas para casos em que ocorreram uma, duas e três células de circulação para $B/L=0,25$ e $H/L=0,10$ são apresentados na Figura 6.10, e para $B/L=0,25$ e $H/L=0,20$ na Figura 6.11. Em todos os casos, a circulação da célula localizada na região próxima a $x=1$ ocorre no sentido horário.

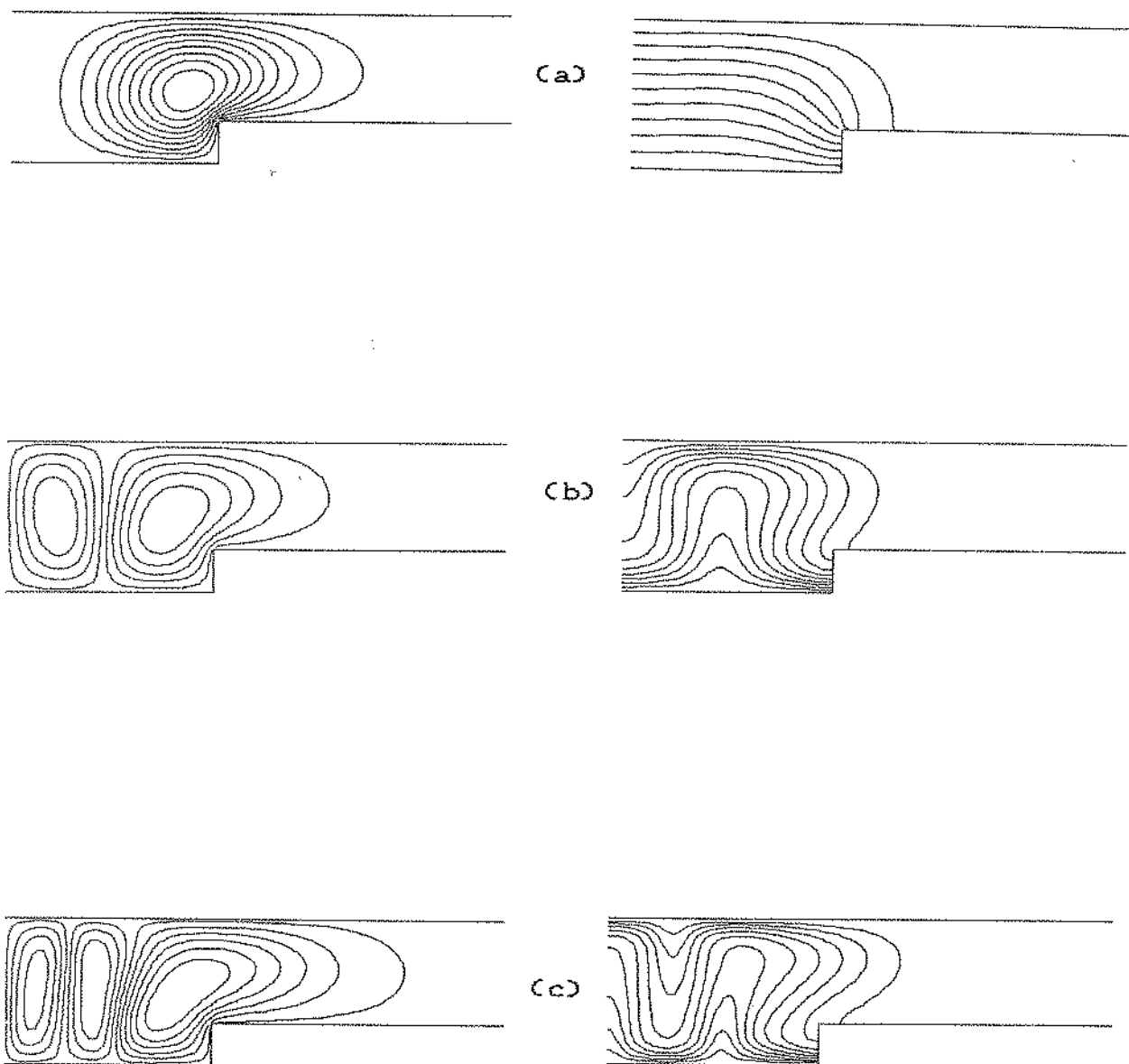


Figura 6.10 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $B/L=0,25$ com $H/L=0,10$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=71,4$; (b) $Ra=286$; (c) $Ra=571,1$].

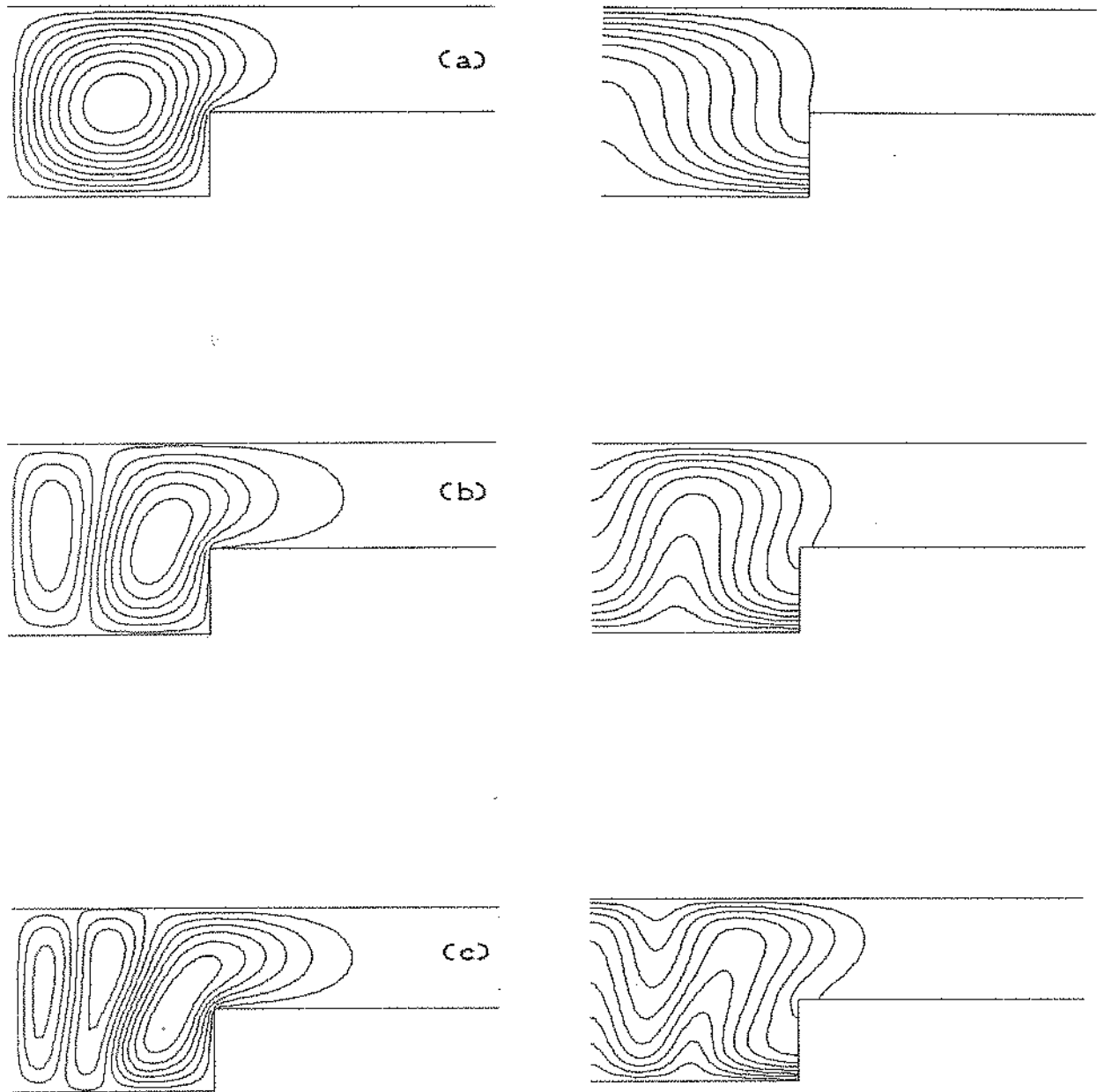


Figura 6.11 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $B/L=0,25$ com $H/L=0,20$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=167$; (b) $Ra=222$; (c) $Ra=4441$].

Estudando-se a variação de Nu/D em relação à evolução da faixa de variação de ψ ($\Delta\psi$) nos casos em que o efeito convectivo dado por Nu/D foi superior a 1,01 observou-se uma forte correlação entre os mesmos. Foi feita regressão linear, cujo resultado é apresentado na Figura 6.12.

Para $H/L = 0,10$ o coeficiente da regressão foi 0,235, e o coeficiente de correlação foi 0,994. Para $H/L = 0,20$ o coeficiente da regressão foi 0,272 e o coeficiente de correlação obtido foi 0,997. Esses resultados indicam uma intensa correlação linear entre o efeito convectivo na transferência de calor e a vazão representada adimensionalmente por $\Delta\psi = \psi_{max} - \psi_{min}$.

6.2.4 Efeito de B/L para as configurações com $H/L=0$ e $H/L=1$ para $Ra=200$

Procurou-se também estudar o efeito do parâmetro B/L sobre as taxas de transferência de calor. Para tanto foram analisadas duas situações com $Ra=200$, para os valores $H/L=1$ e $H/L=0$, e os resultados estão representados na Figura 6.13.

Para $H/L=1$ observa-se um aumento significativo de Nusselt global em função de B/L para valores desse parâmetro entre 0,125 e 1,0, sendo que para valores superiores de B/L o efeito dos sucessivos incrementos torna-se progressivamente menos importante. A Tabela 6.11, onde são mostrados os resultados obtidos com $H/L=1$ e $Ra=200$, confirma essas observações. Em todos os casos estudados com $H/L=1$ foram obtidas soluções com uma única célula de circulação no sentido horário.

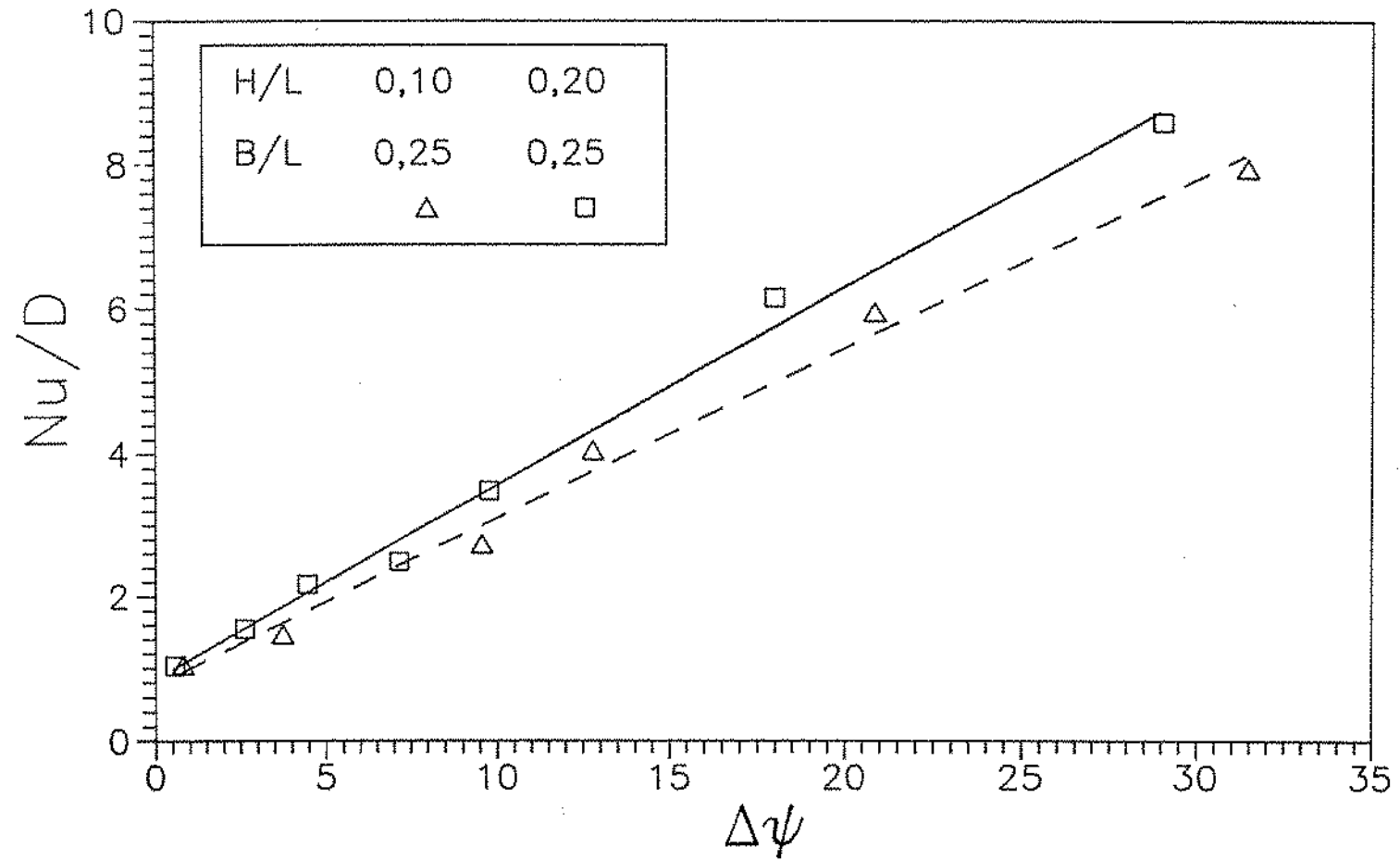


Figura 6.12 - Efeito convectivo em função de $\Delta\psi = \psi_{\max} - \psi_{\min}$, com $B/L=0,25$ para $H/L=0,10$ e $0,20$.

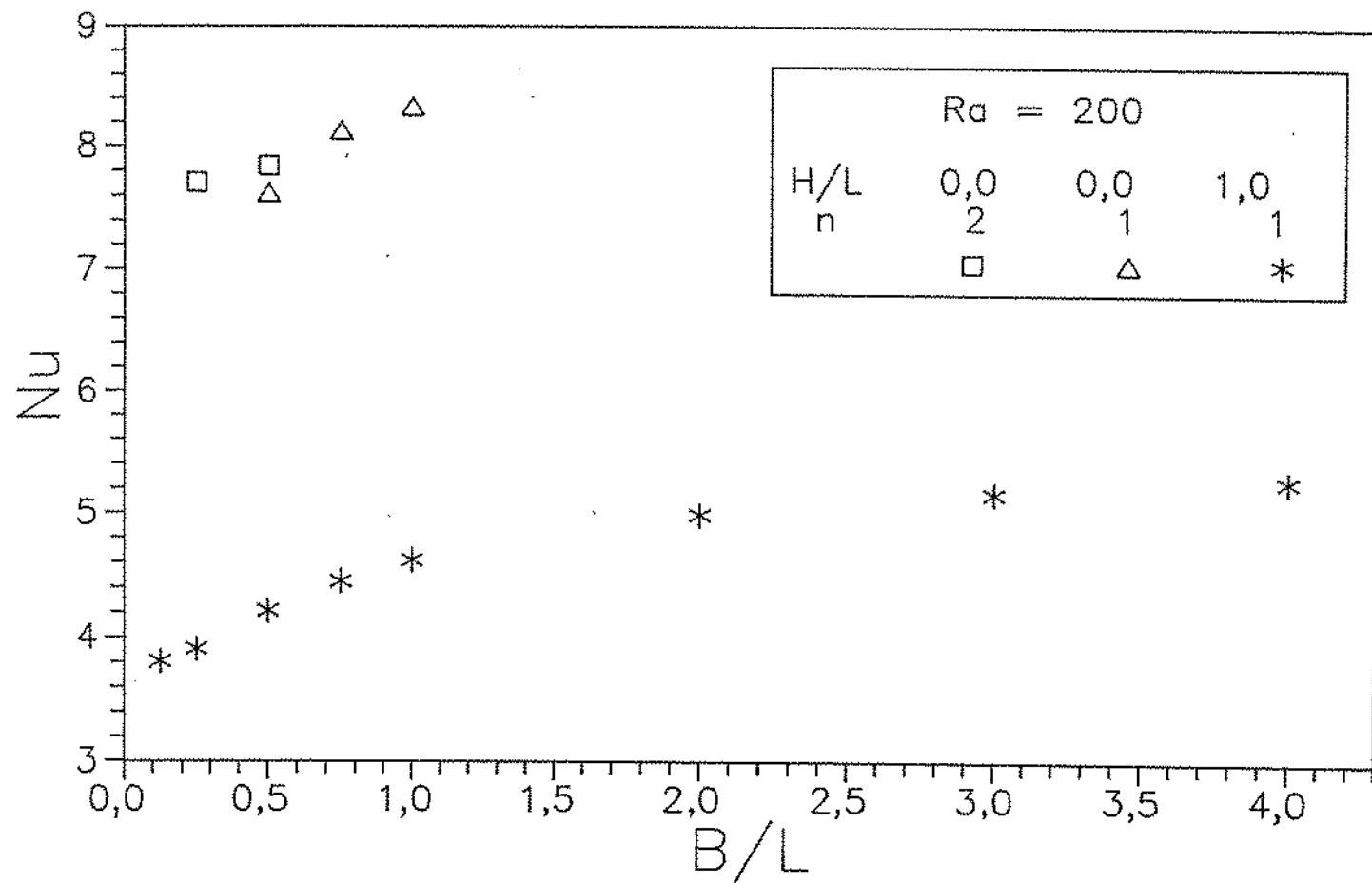


Figura 6.13 - Nusselt global em função de B/L para $H/L=1$ e $H/L=0$ com $Ra=200$.

Tabela 6.11 - Resultados para Nusselt global em função de B/L para $H/L=1$ e $Ra=200$.

B/L	Nusselt	ψ_{\min}	ψ_{\max}	$\psi_{\max} - \psi_{\min}$
0,125	3,801	-5,888	0,000	5,888
0,25	3,904	-6,031	0,000	6,031
0,50	4,210	-6,383	0,000	6,383
0,75	4,446	-6,932	0,000	6,932
1,00	4,615	-7,563	0,000	7,563
2,00	4,985	-9,772	0,000	9,772
3,00	5,160	-11,46	0,000	11,46
4,00	5,268	-12,82	0,000	12,82

Na Figura 6.14 são mostrados os mapas de linhas de corrente e de isotermas para os casos com $B/L=0,25$, $B/L=1$ e $B/L=4$, constatando-se que com o aumento de B/L , tanto as linhas de corrente como as isotermas elevam-se e deslocam-se para a direita, ampliando a região da camada horizontal afetada pela transferência de calor.

Para $H/L=0$ o domínio corresponde a um retângulo com um trecho aquecido em sua parede inferior. Nestes casos foi observada, além do crescimento de Nusselt global em função de B/L , a mudança de duas células para uma célula, com o aumento da espessura da camada horizontal correspondente a B/L .

Verificou-se também a ocorrência, extensivamente testada e confirmada, de duas soluções diferentes para o caso com $H/L=0$ e $B/L=0,5$, situado na transição de um padrão de escoamento para o

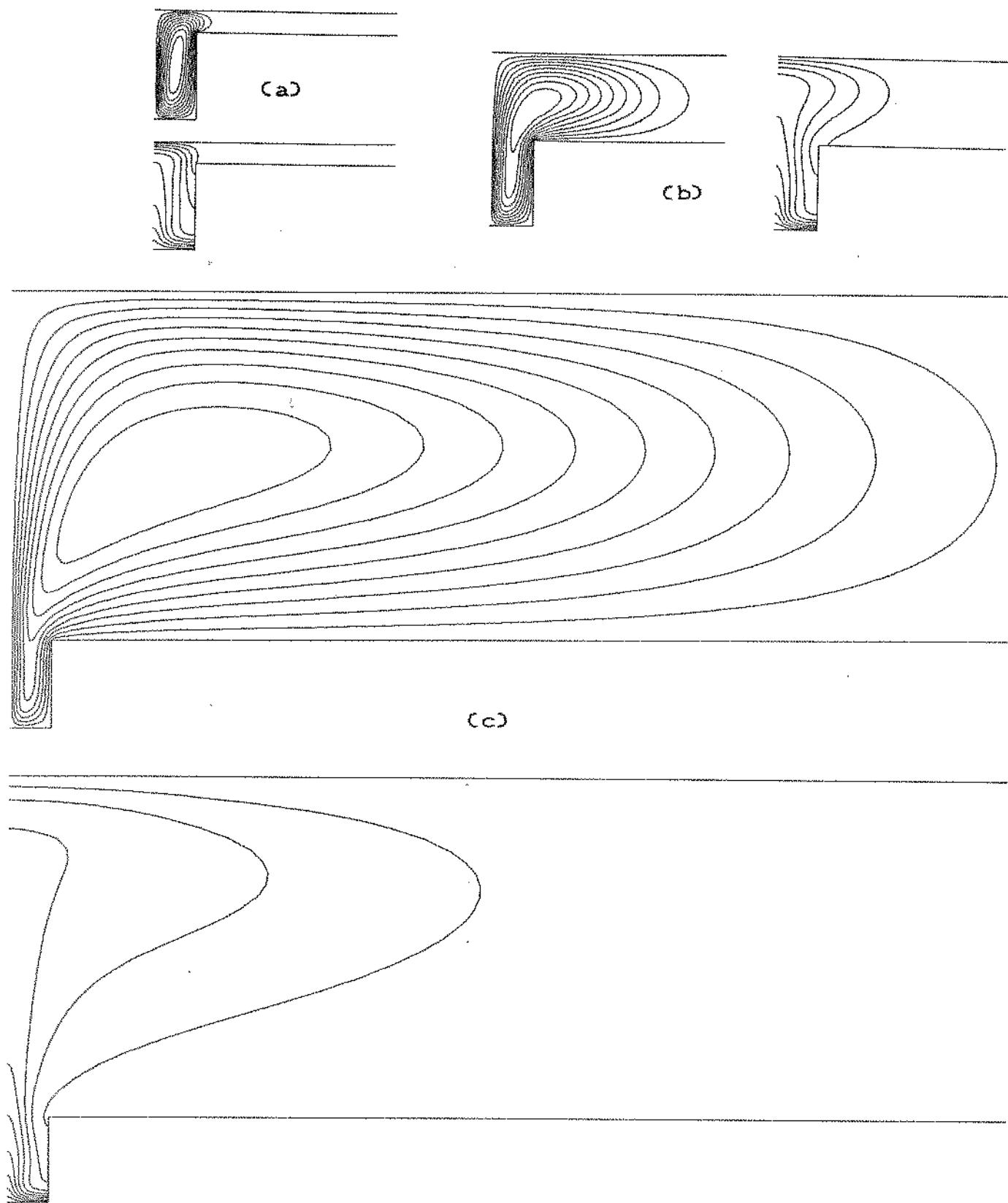


Figura 6.14 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $H/L=1$ com $Ra=200$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $B/L=0,25$; (b) $B/L=1$; (c) $B/L=4$].

outro, ambas representadas no gráfico da Figura 6.13, já referido. Os resultados obtidos para essas soluções estão incluídos na Tabela 6.12, onde são mostrados os resultados para $H/L=0$ e $Ra=200$ para diversos valores de B/L .

Tabela 6.12 - Nusselt global em função de B/L para $H/L=0$ e $Ra=200$.

B/L	Nu	ψ_{min}	ψ_{max}	$\psi_{max} - \psi_{min}$
0,25	7,743	-3,286	2,154	5,440
0,50	7,921	-5,568	3,039	8,607
0,50	7,692	-6,271	0,000	6,271
0,75	8,224	-7,956	0,000	7,956
1,00	8,430	-8,974	0,000	8,974

Partindo-se de distribuições iniciais nulas para os campos de temperatura e de velocidades, foi obtida a solução com duas células, cujos correspondentes mapas de linhas de corrente e de isotermas são apresentados na Figura 6.15(c). Partindo-se de solução anterior, com padrão de escoamento de uma só célula, obtida para $Ra=100$, cujos respectivos mapas são mostrados na Figura 6.15(a), obteve-se a segunda solução, com uma única célula, representada na Figura 6.15(b).

Na Figura 6.16 são apresentadas as distribuições de Nusselt local na parede quente para as duas soluções obtidas, observando-se que na região próxima a $x=1$ as duas curvas se

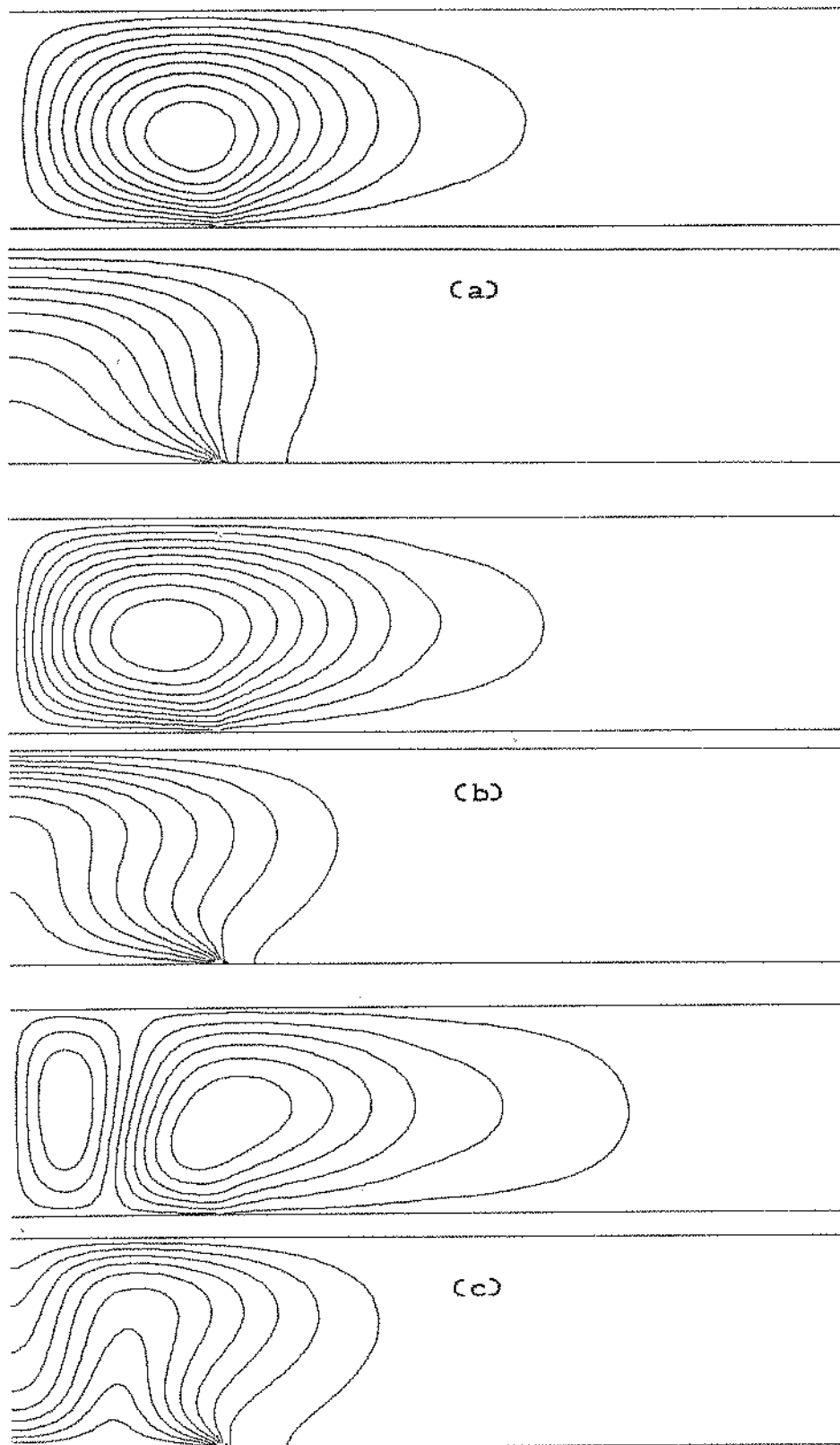


Figura 6.15 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para $H/L=0$, $B/L=0,50$ e $\Delta\psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=100$, $\psi_i=\theta_i=0$; (b) $Ra=200$, a partir de (a); (c) $Ra=200$, $\psi_i=\theta_i=0,1$].

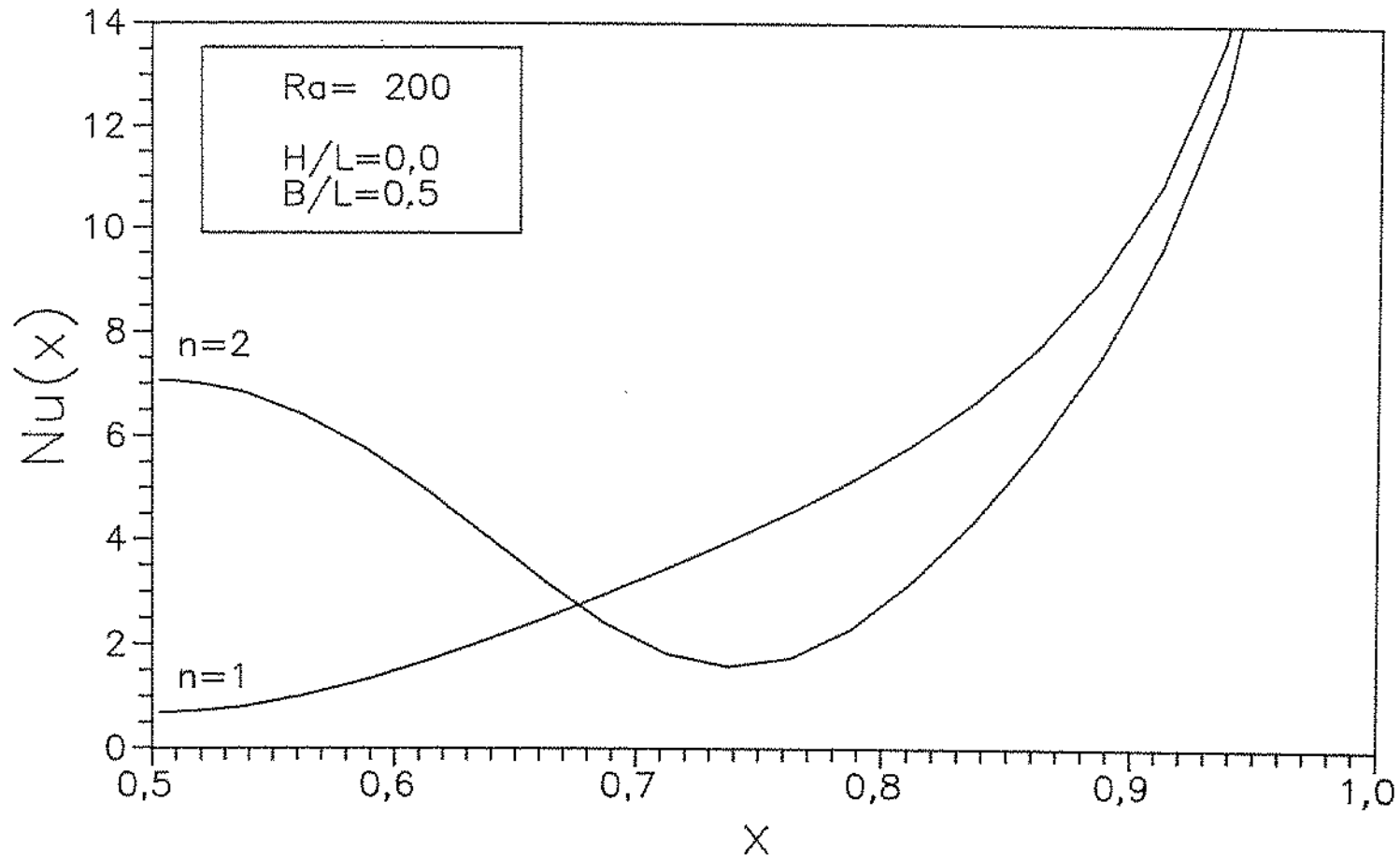


Figura 6.16 - Distribuição de Nusselt local ao longo do trecho quente para as duas soluções obtidas para $H/L=0$, $B/L=0,5$ e $Ra=200$.

aproximam. A solução com duas células apresentou Nusselt global, e faixa de variação da função corrente ψ , superiores ao da solução com uma célula. A possibilidade de ocorrência de múltiplas soluções em problemas de convecção natural em meios porosos foi verificada numericamente por ROBILLARD, WANG & VASSEUR (1988) para o caso de uma cavidade quadrada, com aquecimento na região central da parede inferior e o uso de perturbações iniciais adequadas. Os autores citados afirmam que em regime permanente várias soluções são possíveis envolvendo diferente número de células, e que o sentido de rotação dessas células pode ser revertido em alguns casos.

CAPÍTULO VII

CONVECÇÃO MISTA

Neste capítulo são estudados a transferência de calor e o escoamento do fluido na configuração apresentada na Figura 2.2. São considerados conjuntamente os efeitos de um diferencial de pressão imposto externamente sobre a camada horizontal e os efeitos de empuxo térmico, caracterizando um problema de convecção mista.

Conforme explicitado no Capítulo II, a formulação matemática do problema é feita através das equações diferenciais da continuidade e da conservação da quantidade de movimento (2.27) e da conservação da energia (2.28). Os parâmetros adimensionais que afetam o fenômeno estudado são os números de Rayleigh (2.24) e de Peclet (2.25) modificados e duas relações geométricas independentes (2.26).

As condições de contorno correspondentes estão expressas nas equações (2.16) a (2.23).

A avaliação da influência dos números de Peclet e de Rayleigh sobre o escoamento e sobre as taxas de transferência de calor para uma dada configuração geométrica constitui o objetivo básico da análise efetuada.

7.1 Observações específicas sobre a solução numérica

As equações diferenciais foram resolvidas numericamente

por meio de programa computacional elaborado especificamente para domínios irregulares deste tipo, cujas características gerais foram apresentadas no Capítulo IV.

A representação das condições de contorno para $x \rightarrow \pm\infty$, no âmbito da resolução numérica, foi estudada de forma a permitir que as mesmas pudessem ser satisfeitas adequadamente. Os valores finitos de x nas fronteiras correspondentes do domínio de cálculo foram atribuídos conforme os mesmos critérios adotados no caso de convecção forçada. Assim, o domínio de cálculo na direção x , dado pelo intervalo $[x_1, x_2]$, foi definido, em geral, da seguinte maneira: para $Pe \leq 1$, $x \in [-5, 6]$, caracterizando um domínio simétrico, e para $Pe > 1$, $x \in [-3, 8]$, correspondente a um domínio assimétrico, adequado às características de escoamentos onde o transporte convectivo de energia é predominante em relação ao difusivo.

Em cada iteração foram realizados quatro ciclos de varredura para Ψ e quatro ciclos para θ . O processo iterativo foi interrompido somente depois que os valores de Ψ , θ e Nu tivessem satisfeito os critérios estabelecidos nas equações (4.32) e (4.33). O resíduo no balanço de energia, ΔE_R , foi avaliado de acordo com as expressões (2.48) a (2.52).

Como o domínio é bastante longo foi necessário adotar malha não uniforme na direção x . No estudo referente aos casos de convecção natural foi observado que mudanças bruscas do tamanho dos volumes de controle finitos podem afetar a dinâmica do processo iterativo, e em alguns casos a própria solução final obtida. Em função desta observação adotou-se o procedimento de utilizar uma malha uniforme na região da parede aquecida, e a

partir daí, nos dois sentidos, utilizou-se uma malha não uniforme, com relação entre as dimensões de volumes vizinhos não superior a 1,07, de modo a operar uma transição suave. Assim, foram utilizadas malhas em progressão geométrica nas regiões $x \leq 0$ e $x \geq 1$.

O efeito da malha utilizada sobre os resultados foi analisado, e a Tabela 7.1 ilustra a abordagem empregada. Na Tabela o item "malha" refere-se a um retângulo que contém o domínio irregular. Os procedimentos de cálculo foram executados somente para os pontos da malha pertencentes ao domínio.

Tabela 7.1 - Análise do efeito do refinamento da malha, com resultados para $Pe=10$, $Ra=100$ e $H/L=B/L=1$.

Intervalo	Número de Volumes de Controle em cada Caso					
	A	B	C	D	E	F
$x \leq 0$	25	11	17	23	30	40
$x \in [0, 1]$	10	10	20	30	41	50
$x \geq 1$	80	19	27	35	45	60
$y \in [0, 1]$	10	10	20	25	25	30
$y \in [1, 2]$	10	10	20	25	25	30
Razão	1,00	1,13	1,11	1,09	1,07	1,05
Malha	115x22	42x22	66x42	90x52	118x52	152x62
Nu	3,4461	3,4460	3,4617	3,4636	3,4625	3,4656
ΔE_R (%)	0,96	0,84	0,35	0,28	0,28	0,26
Iterações	17	16	35	56	69	95
CPU (índice)	9,9	3,9	22,1	61,5	100	211

As malhas adotadas para a resolução dos casos abordados neste capítulo foram similares à indicada por "E" na Tabela 7.1, para a geometria $H/L=B/L=1$, enquanto que para a geometria definida por $H/L=B/L=0,25$ foi possível utilizar malhas regulares. Em relação à estabilidade e convergência do processo de resolução, também nestes casos os resultados foram bastante satisfatórios, não tendo sido necessário o uso de fatores de relaxação.

Com a finalidade de testar o algoritmo foram resolvidos alguns casos com $H/L=0$. PRASAD, LAI & KULACKI (1988) desenvolveram um trabalho numérico sobre esta geometria em situações envolvendo convecção mista, enquanto CHENG (1977c) publicou resultados para a solução de camada limite da convecção forçada sobre uma placa plana isotérmica. A comparação de alguns resultados obtidos com o algoritmo desenvolvido para o presente trabalho com os publicados nos dois trabalhos referidos é apresentada na Tabela 7.2. Verifica-se uma proximidade entre os resultados suficiente para a validação do algoritmo em problemas de caráter semelhante.

7.2 Resultados e Discussão

Nesta etapa do trabalho desenvolveu-se um estudo sobre a influência do número de Peclet e do número de Rayleigh, sobre as taxas locais e global de transferência de calor para a configuração geométrica dada por $H/L=B/L=1$, e em menor grau, para a configuração dada por $H/L=B/L=0,25$. A investigação se estende sobre a faixa de 0,1 a 100 para o número de Peclet e para o número de Rayleigh variando entre 5 e 400.

Tabela 7.2 - Comparação com resultados obtidos por outros autores com $H/L=0$ e $B/L=1$.

Peclet	Rayleigh	PRASAD et alii	CHENG	Neste
0,1	100	5,669	-	5,764
1	10	2,093	-	1,964
1	100	5,623	-	5,714
1	500	12,367	-	12,679
5	0	2,792	2,523	2,659
10	0	3,803	3,568	3,625
10	100	5,494	-	5,434
50	0	8,376	7,978	7,948

7.2.1 Configuração geométrica $H/L=B/L=1$

Nas Tabelas 7.3 a 7.6 são apresentados, para a configuração dada por $H/L=B/L=1$, os valores de Nusselt global obtidos, na parede quente, para $Pe=0,1$, $Pe=1$, $Pe=10$ e $Pe=50$, respectivamente. Nessas Tabelas são também apresentadas as relações entre os valores de Nusselt global para a mesma geometria e com a mesma malha, nos casos limites correspondentes à convecção forçada (Nu_F), e à convecção natural (Nu_N). Nos casos limites de convecção natural, os cálculos foram efetuados utilizando o domínio completo e não apenas a metade da geometria do mesmo. Para cada caso estudado são também apresentados os valores máximo e mínimo da função corrente, os quais fornecem uma indicação da intensidade do escoamento.

Em relação à Tabela 7.3, correspondente aos casos com $Pe=0,1$, observa-se que com $Ra=5$ o efeito do empuxo sobre o

escoamento já é significativo, ocorrendo a formação de duas células de circulação, correspondentes aos valores de Ψ_{MAX} e de Ψ_{MIN} . À medida em que Rayleigh aumenta, a intensidade da circulação no escoamento vai crescendo de modo expressivo.

Tabela 7.3 - Resultados para Nusselt Global em função de Rayleigh, com $Pe=0,1$ e $H/L=B/L=1$.

Rayleigh	Nu_M	Nu_M/Nu_F	Nu_M/Nu_N	Ψ_{MAX}	Ψ_{MIN}
5	0,6438	0,999	1,000	1,179	-0,359
10	0,6442	0,999	1,000	1,899	-1,046
25	0,6550	1,016	1,006	4,841	-3,483
50	1,297	2,012	1,038	28,07	-12,81
100	2,098	3,254	1,066	48,71	-33,15
200	4,661	7,229	0,999	76,99	-74,96
400	7,107	11,023	1,000	125,67	-123,26

Analisando os resultados em comparação aos obtidos para convecção natural (Nu_M/Nu_N), nota-se que as taxas globais obtidas em convecção mista são ligeiramente superiores na faixa $Ra \leq 100$, o máximo dessa relação sendo obtido para $Ra=100$. Para $Ra \geq 200$ os valores obtidos são inferiores aos obtidos em convecção natural, mas muito próximos. Já em comparação com os resultados obtidos para convecção forçada (Nu_M/Nu_F) observa-se que as taxas globais são muito próximas para $Ra \leq 25$, e a partir daí bastante

superiores, de modo sempre crescente com o incremento de Rayleigh.

De modo geral pode-se concluir que o comportamento tanto térmico como hidrodinâmico, para $Pe=0,1$, é bastante similar ao observado para a situação envolvendo convecção natural. Ocorre um crescimento acentuado das taxas de transferência de calor e da intensidade do escoamento com o número de Rayleigh. Esse valor de Peclet é insuficiente para alterar as características gerais obtidas na situação de convecção natural.

Nas Figuras 7.1 e 7.2 são apresentados os mapas de linhas de corrente e de isotermas para $Pe=0,1$. Pode-se observar que a distribuição de temperaturas é muito próxima à da convecção forçada para $Ra \leq 10$. Mesmo para valores pequenos de Rayleigh o escoamento é fortemente afetado pelo empuxo, com o surgimento de zonas de recirculação, e grande simetria a partir de $Ra=200$. Nas configurações de escoamentos com $Pe=1$, cujos resultados são dispostos na Tabela 7.4, notam-se algumas alterações importantes nesse quadro. Apenas para $Ra \geq 25$ verificou-se o surgimento de regiões de circulação. O crescimento da intensidade do escoamento em função de Rayleigh, apesar de importante, foi muito menos acentuado que o observado para $Pe=0,1$.

A comparação dos resultados para a transferência de calor com os obtidos em convecção natural (Nu_M / Nu_N), indica muita proximidade para $Ra \leq 10$, uma elevação crescente da relação para $Ra \leq 100$, e queda acentuada para $Ra \geq 200$. Nessa última faixa os resultados obtidos para convecção mista foram mesmo inferiores aos da convecção natural, indicando clara perturbação do processo de transferência de calor e mesmo do escoamento.

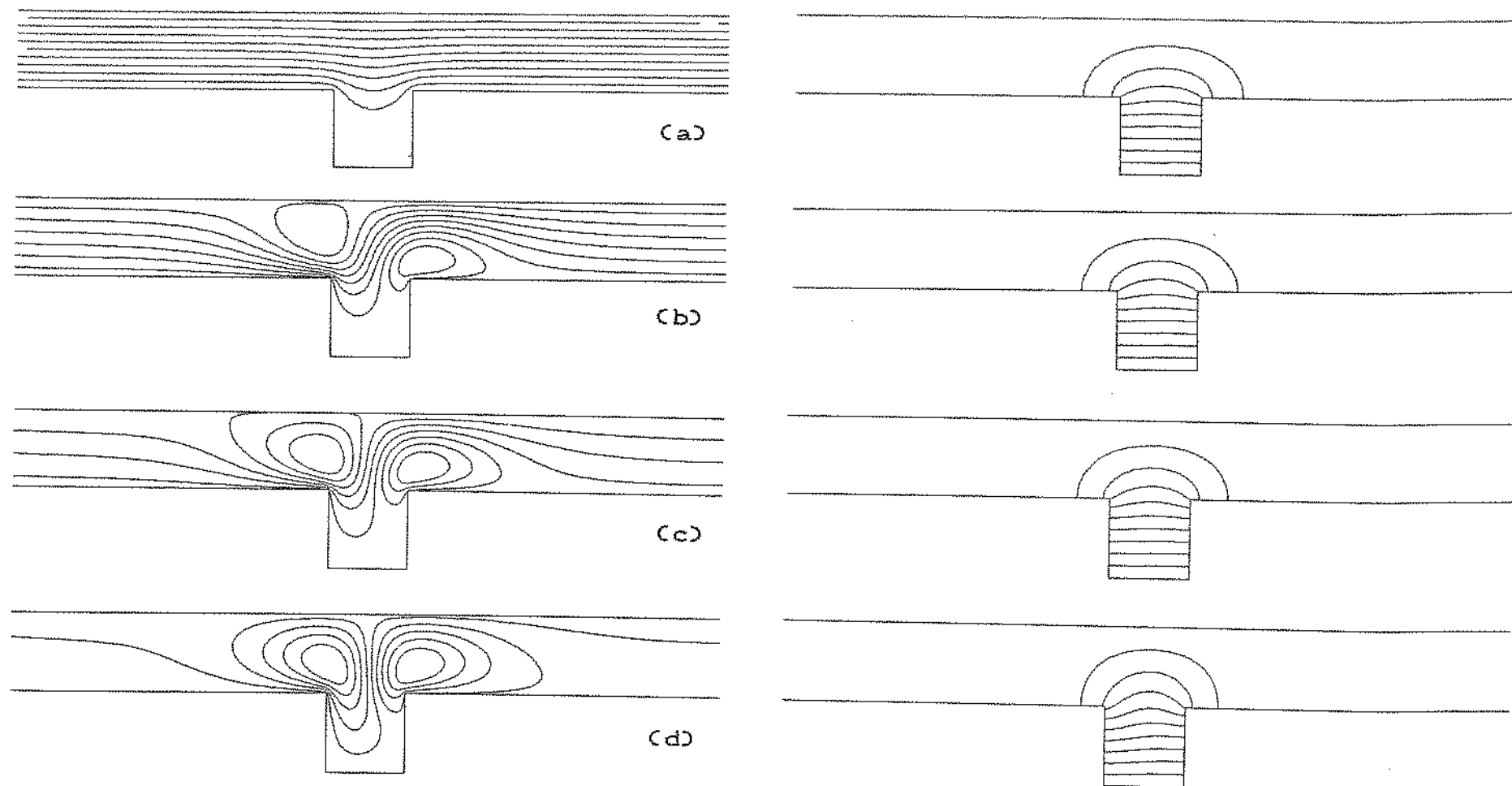


Figura 7.1 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=0,1$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=5$; (c) $Ra=10$; (d) $Ra=25$].

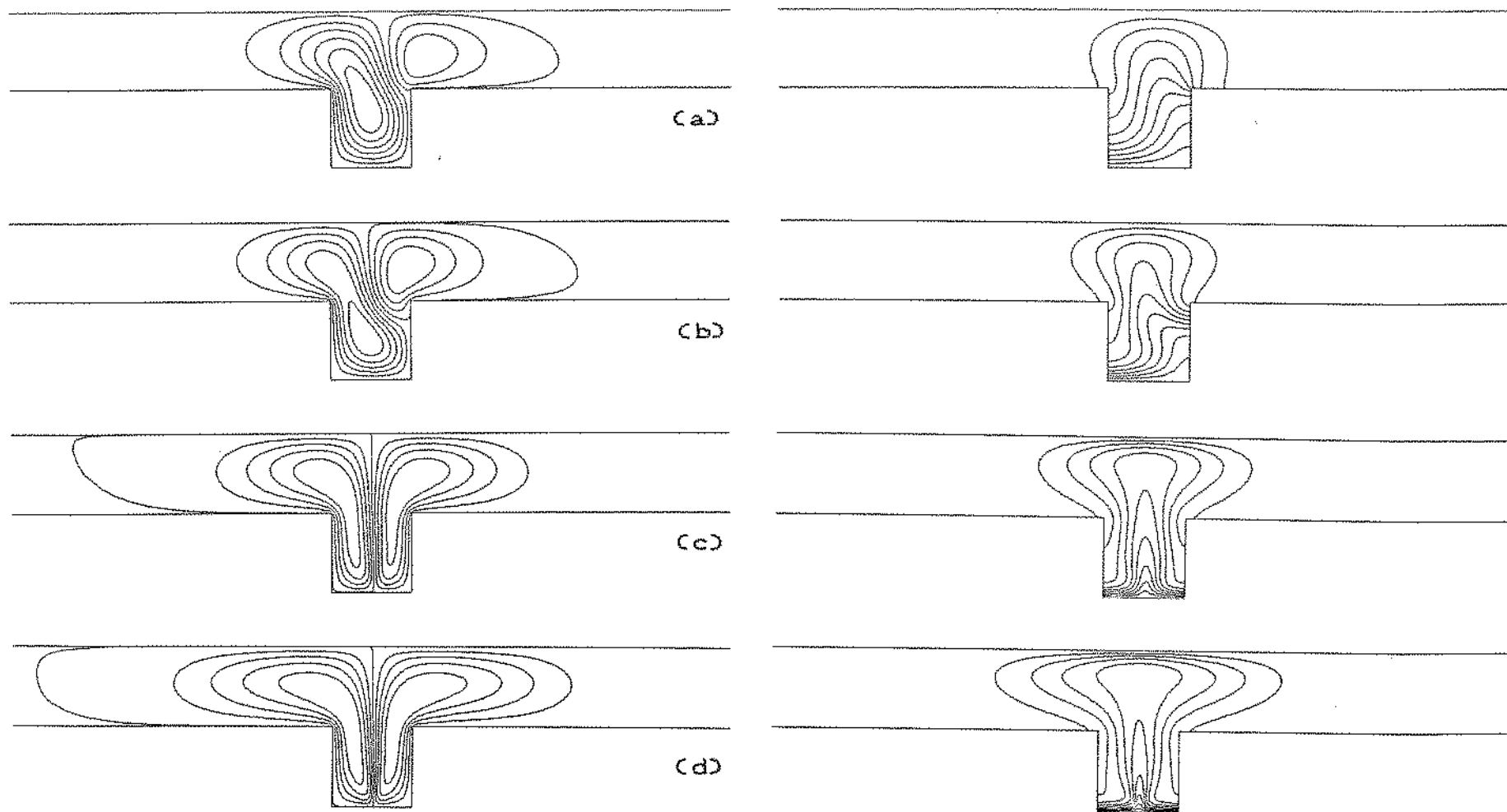


Figura 7.2 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=0,1$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=50$; (b) $Ra=100$; (c) $Ra=200$; (d) $Ra=400$].

Tabela 7.4 - Resultados para Nusselt Global em função de Rayleigh, com $Pe=1$ e $H/L=B/L=1$.

Rayleigh	Nu_M	Nu_M/Nu_F	Nu_M/Nu_N	Ψ_{MAX}	Ψ_{MIN}
5	0,6597	1,003	1,025	1,0	0,0
10	0,6665	1,013	1,035	1,0	0,0
25	0,8097	1,231	1,243	1,286	-0,075
50	1,645	2,500	1,316	3,624	-0,930
100	2,634	4,005	1,339	6,228	-2,759
200	3,708	6,636	0,795	8,789	-5,761
400	5,027	7,642	0,707	12,665	-9,525

Comparando os resultados com os obtidos em convecção forçada (Nu_M/Nu_F), observa-se novamente que para $Ra \leq 10$ os resultados são levemente superiores, passando a ser nitidamente mais elevados a partir dessa faixa. Pode-se afirmar que para $Pe=1$ os efeitos do gradiente de pressão imposto ao escoamento podem ser observados de modo já bastante evidente.

Nas Figuras 7.3 e 7.4 são apresentados os mapas de linhas de corrente e de isoterms para $Pe=1$. Neste caso o escoamento apresenta claramente zonas de recirculação a partir de $Ra=25$, não sendo obtidos, mesmo para valores elevados de Rayleigh, escoamentos com características próximas às da simetria. A distribuição de temperaturas começa a apresentar alterações significativas também a partir de $Ra=25$.

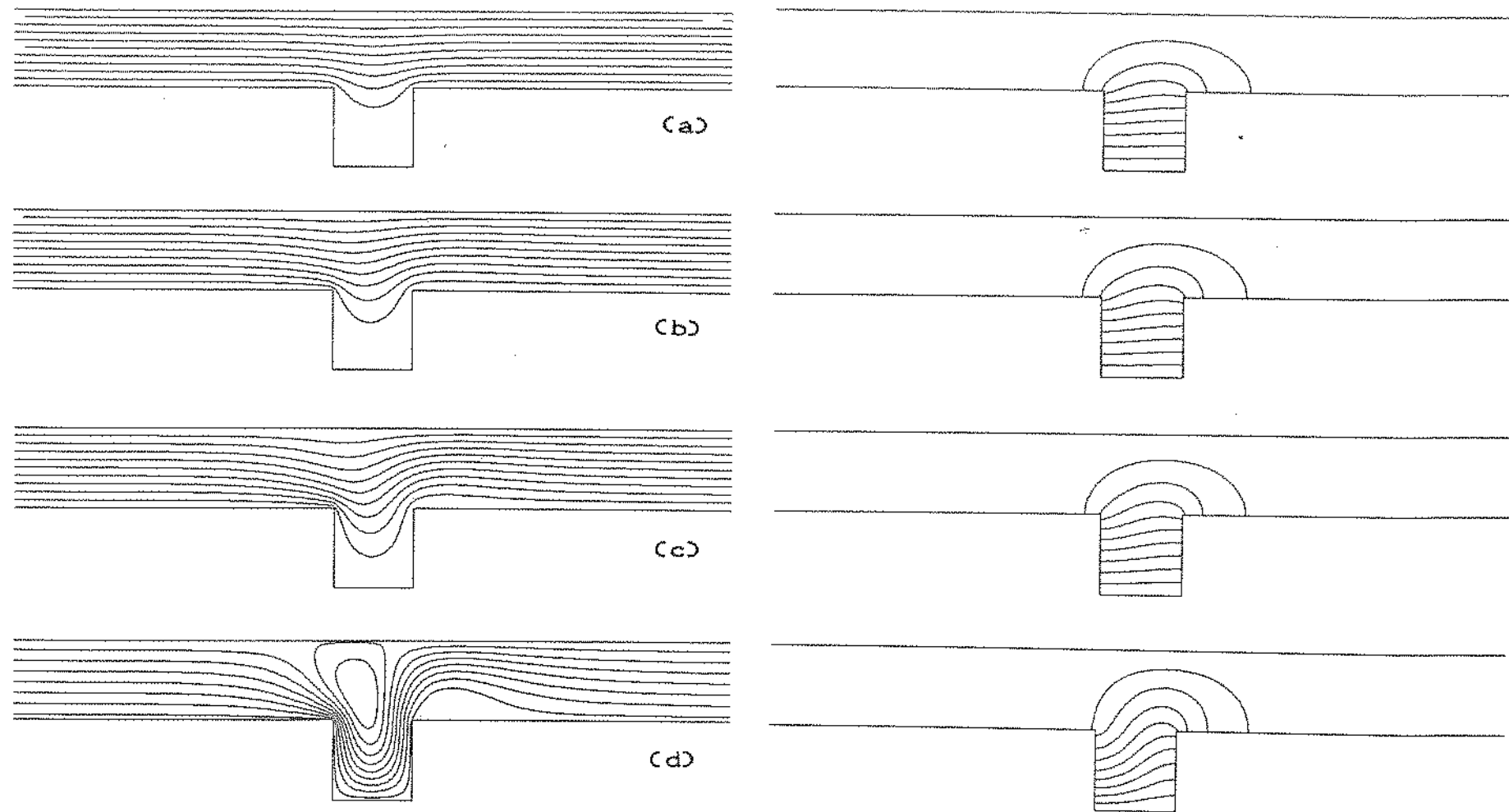


Figura 7.3 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=1$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=5$; (c) $Ra=10$; (d) $Ra=251$].

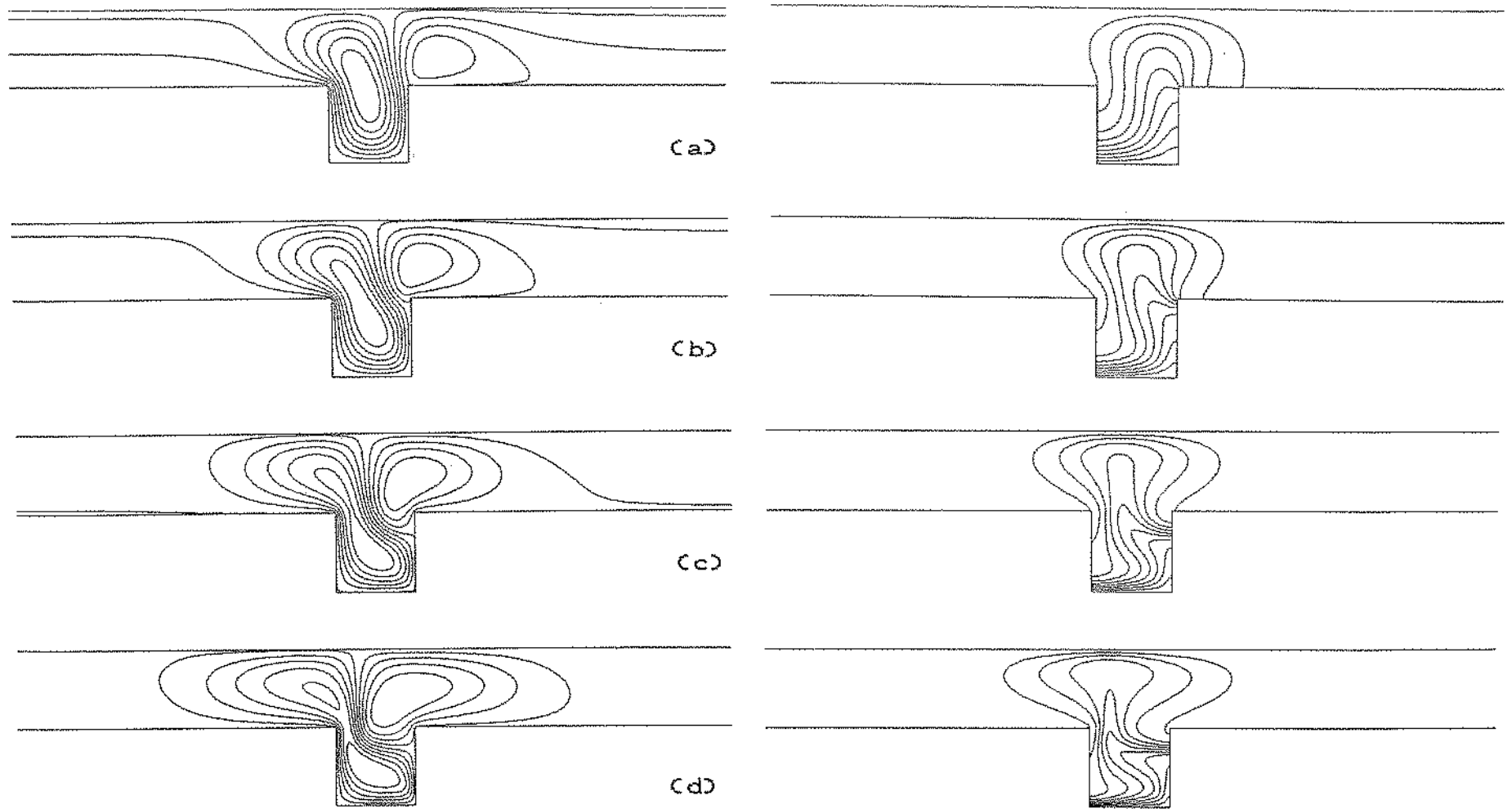


Figura 7.4 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=1$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=50$; (b) $Ra=100$; (c) $Ra=200$; (d) $Ra=4001$].

Analisando a composição de casos para $Pe=10$, com resultados resumidos na Tabela 7.5, verifica-se que somente para os casos em que $Ra \geq 100$ o escoamento apresentou regiões com circulação, sendo que para $Ra=100$ e $Ra=200$ ocorreu apenas uma célula, e para $Ra=400$ ocorreram duas células. A relação Nu_M/Nu_N apresentou seu máximo valor para $Ra=25$, sendo a partir daí decrescente com o aumento de Rayleigh, e caindo abaixo da unidade para $Ra \geq 200$.

Tabela 7.5 - Resultados para Nusselt Global em função de Rayleigh, com $Pe=10$ e $H/L=B/L=1$.

Rayleigh	Nu_M	Nu_M/Nu_F	Nu_M/Nu_N	Ψ_{MAX}	Ψ_{MIN}
5	1,034	1,045	1,606	1,0	0,0
10	1,097	1,109	1,703	1,0	0,0
25	1,464	1,480	2,247	1,0	0,0
50	2,379	2,406	1,904	1,0	0,0
100	3,463	3,501	1,760	1,032	0,0
200	4,466	4,516	0,957	1,440	0,0
400	4,607	4,658	0,648	1,608	-0,950

Quanto à relação Nu_M/Nu_F observou-se, como nos casos anteriores, se bem que com menor intensidade, seu crescimento em função de Rayleigh.

Conclui-se que a situação definida por $Pe=10$ apresenta

características mais próximas ao padrão da convecção forçada, todavia, há influência considerável dos efeitos de empuxo.

Nas Figuras 7.5 e 7.6 são apresentados os mapas de linhas de corrente e de isotermas para $Pe=10$. O escoamento apresenta zonas de recirculação a partir de $Ra=100$, enquanto a distribuição de temperaturas caracteriza-se pelo progressivo deslocamento para jusante até $Ra=100$. A partir de então a distribuição de temperaturas é perturbada de modo mais intenso pelo movimento de recirculação do fluido, sendo que para $Ra=400$ desenvolve-se uma zona de recirculação no interior da cavidade.

Os resultados apresentados na Tabela 7.6, correspondentes aos casos envolvendo $Pe=50$, indicam que somente ocorreu recirculação para $Ra \geq 200$, afetando de modo significativo as taxas de transferência de calor nessa faixa.

Tabela 7.6 - Resultados para Nusselt Global em função de Rayleigh, com $Pe=50$ e $H/L=B/L=1$.

Rayleigh	Nu_M	Nu_M / Nu_F	Nu_M / Nu_N	Ψ_{MAX}	Ψ_{MIN}
5	1,837	1,046	2,854	1,0	0,0
10	1,928	1,097	2,994	1,0	0,0
25	2,249	1,280	3,453	1,0	0,0
50	2,810	1,599	2,248	1,0	0,0
100	3,573	2,034	1,816	1,0	0,0
200	2,836	1,614	0,608	1,0	-0,096
400	3,684	2,097	0,518	1,0	-0,168

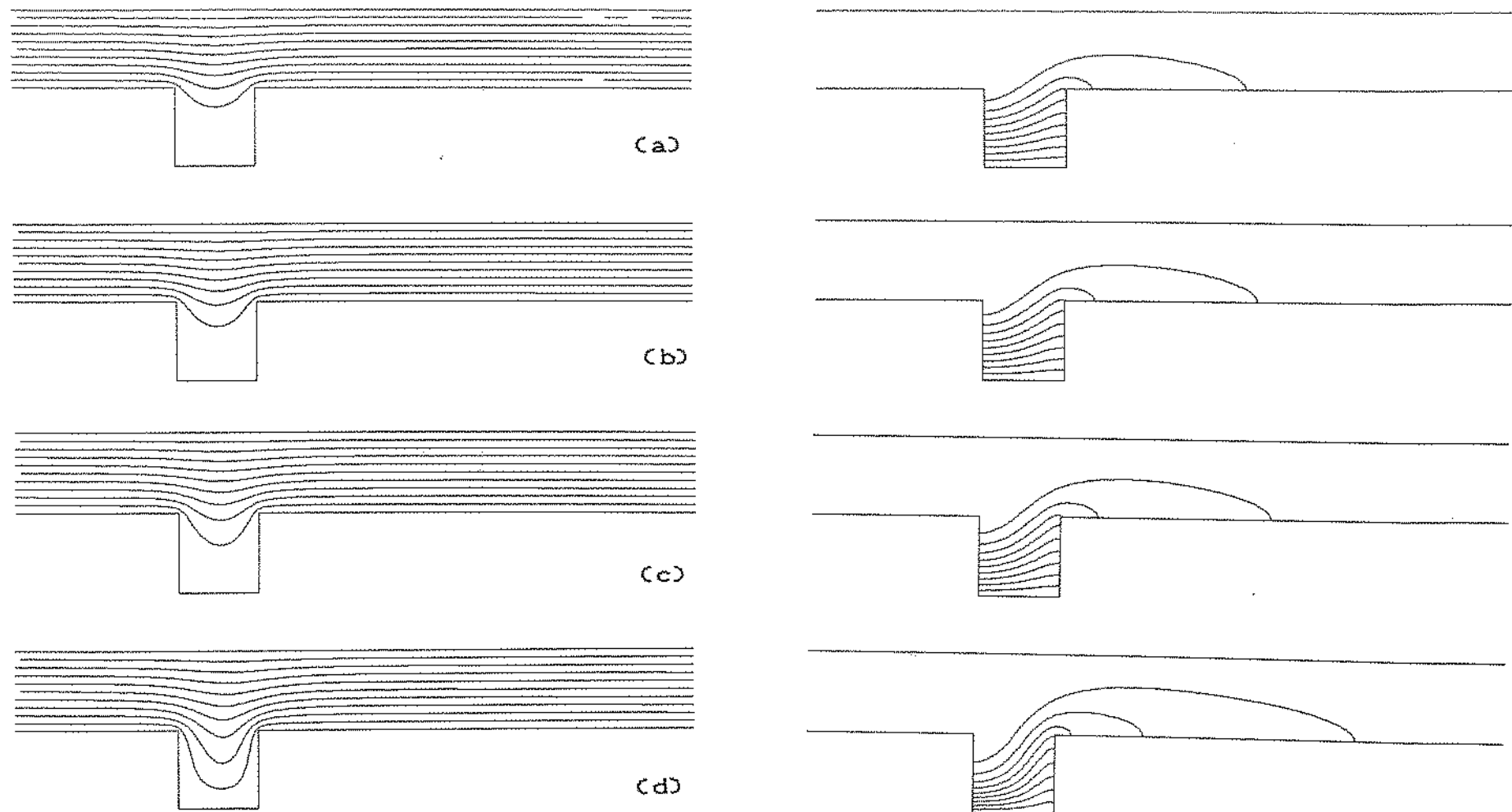


Figura 7.5 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=10$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=5$; (c) $Ra=10$; (d) $Ra=251$].

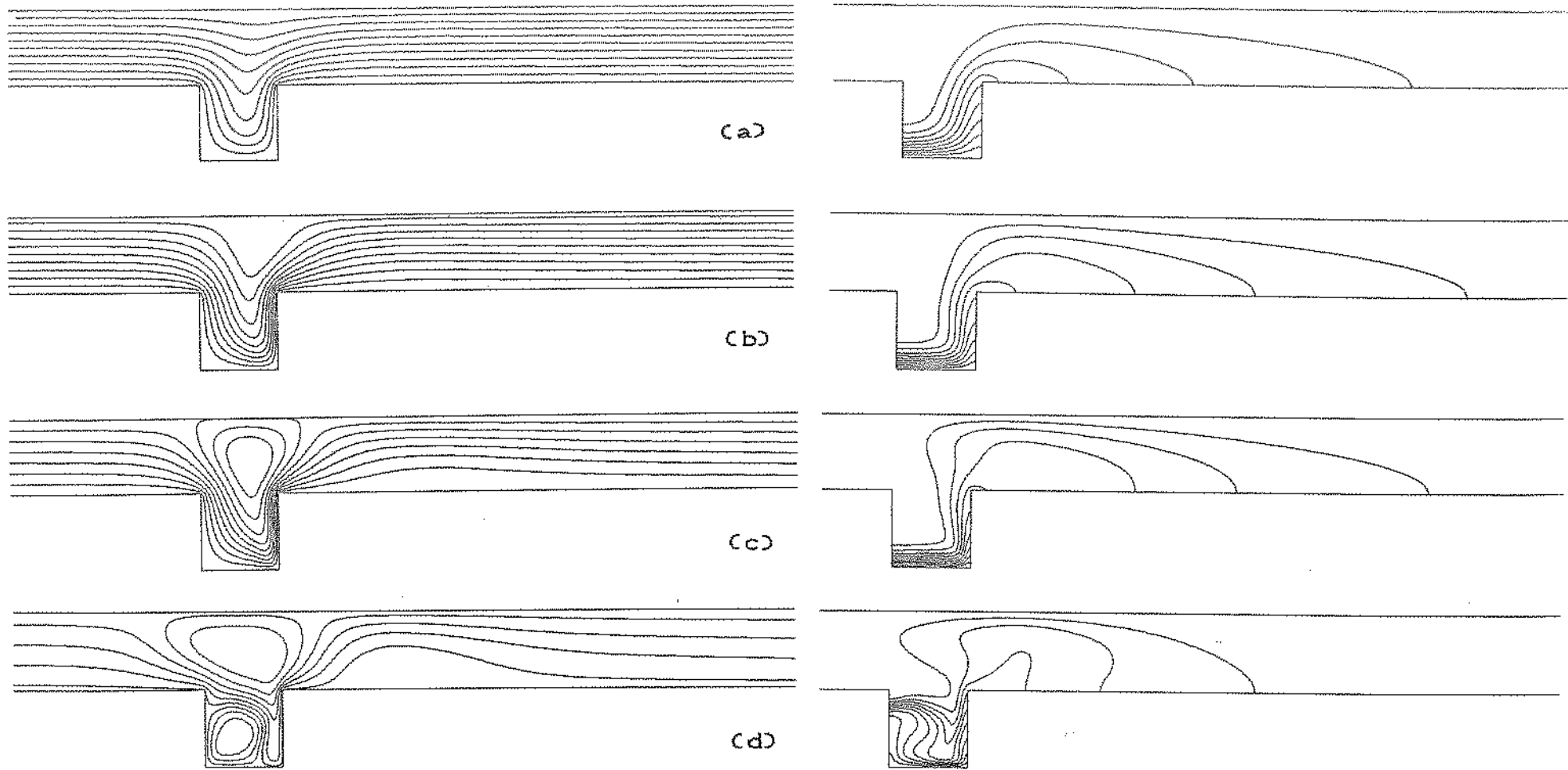


Figura 7.6 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=10$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=50$; (b) $Ra=100$; (c) $Ra=200$; (d) $Ra=4001$].

O valor máximo da razão de comparação com a convecção natural (Nu_M/Nu_N) foi obtido também para $Ra=25$. Para a relação comparativa com a convecção forçada (Nu_M/Nu_F), o comportamento foi similar ao obtido nos casos anteriores para $Ra \leq 100$, confirmando também a progressiva diminuição da taxa de incremento da relação em função de Rayleigh. Para $Ra \geq 200$ observa-se uma alteração no comportamento desta relação devido à recirculação na cavidade.

O padrão do escoamento obtido para $Pe=50$ é dominado pela convecção forçada. O efeito do empuxo sobre as taxas globais de transferência de calor é significativo, apesar de menos intenso do que o verificado nos casos anteriores.

Os mapas de linhas de corrente e de isoterms obtidos para $Pe=50$ são mostrados nas Figuras 7.7 e 7.8. Também aqui o progressivo deslocamento para jusante da distribuição de temperaturas é característico. São observadas alterações qualitativas importantes no escoamento para $Ra \geq 200$, com o surgimento de recirculação no interior da cavidade.

Na Tabela 7.7 são apresentados os valores máximos, em módulo, apresentados nas colunas de cada uma das Tabelas 7.3 a 7.7. Verifica-se, com o aumento de Peclet, a redução das intensidades máximas de escoamento e o crescimento do máximo valor obtido para a relação Nu_M/Nu_N , indicando a progressiva influência do gradiente de pressão imposto externamente.

A variação dos máximos valores de Nu_M/Nu_F , com o aumento de Peclet, indica a progressiva redução da importância dos efeitos de empuxo sobre as taxas globais de transferência de calor.

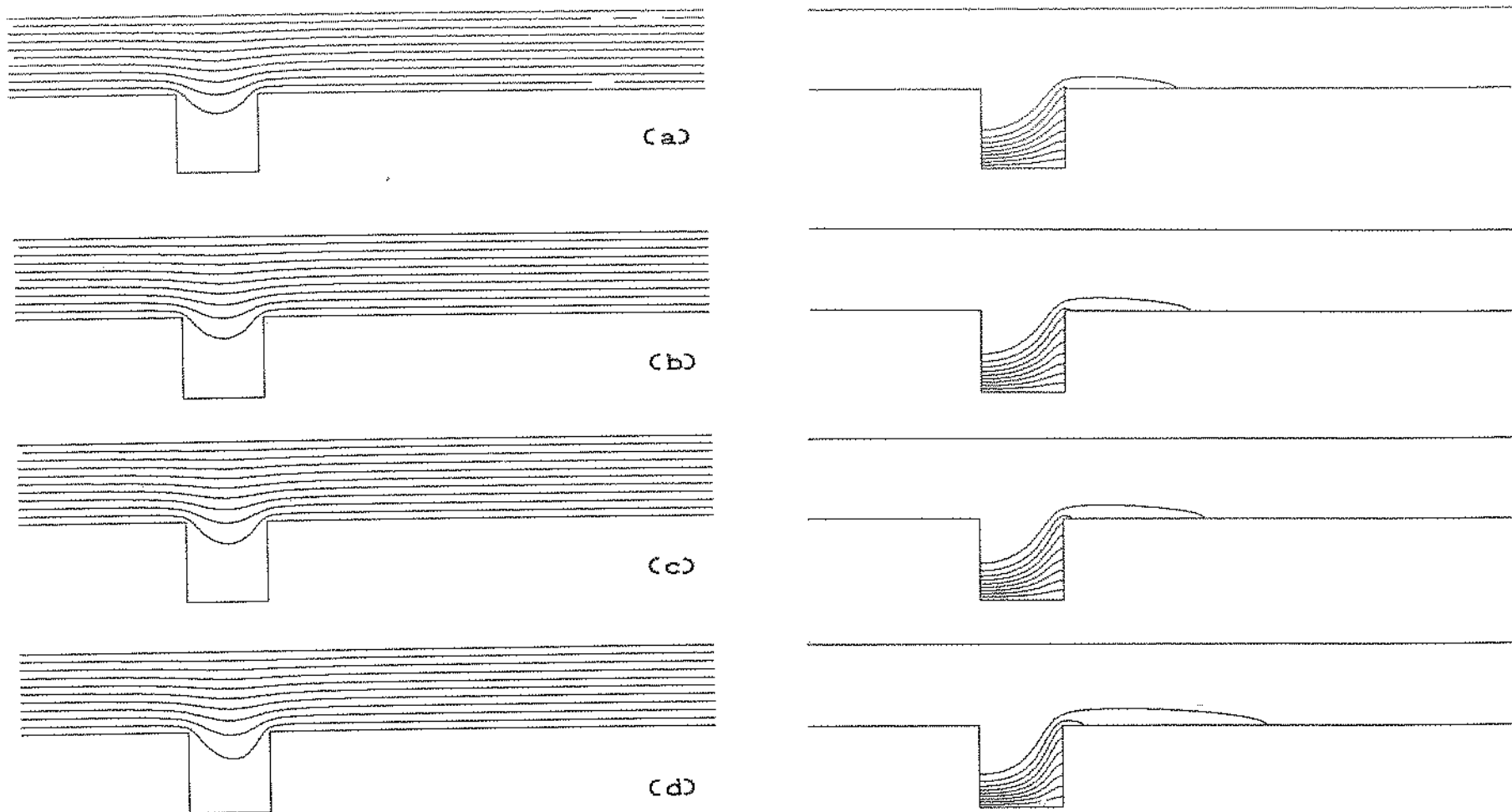


Figura 7.7 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=50$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=5$; (c) $Ra=10$; (d) $Ra=25$].

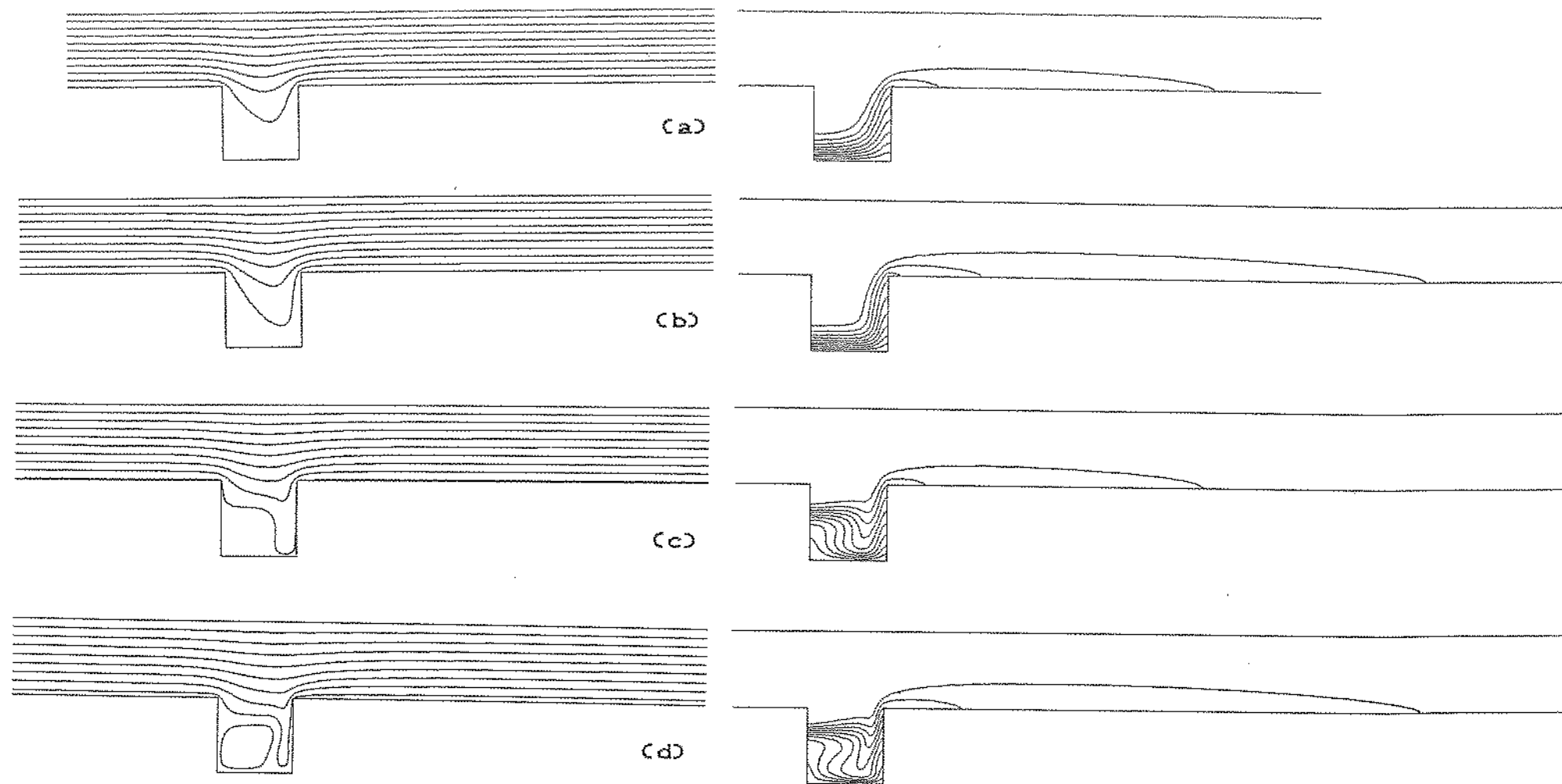


Figura 7.9 - Mapas de linhas de corrente e de isotermas para convecção mista com $Pe=50$; $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa (a) $Ra=50$; (b) $Ra=100$; (c) $Ra=200$; (d) $Ra=4001$.

Tabela 7.7 - Resultados máximos obtidos em função de Peclet, com $5 \leq Ra \leq 400$ e $H/L=B/L=1$.

Peclet	Nu_M	Nu_M / Nu_F	Nu_M / Nu_N	$ \Psi_{MAX} $	$ \Psi_{MIN} $
0,1	7,107	11,023	1,066	125,67	123,26
1	5,027	7,642	1,316	12,67	9,525
10	4,607	4,516	2,247	1,608	0,950
50	3,684	2,097	3,453	1,0	0,168

Deve-se comentar o fato do valor máximo de Nusselt global (Nu_M) ser decrescente com o aumento de Peclet, caracterizando seu efeito perturbador do padrão de escoamento.

Na Figura 7.9 é apresentado o gráfico do Nusselt global em função do número de Rayleigh, para o conjunto dos casos de geometria $H/L=B/L=1$. Nota-se que com $Ra \leq 10$ a variação do Nusselt é bastante pequena, para os diversos valores de Peclet.

O valor de Nusselt para $Pe=0,1$ e $Pe=1$ apresenta um comportamento similar para $Ra \leq 100$, sendo que os valores obtidos para $Pe=1$, nessa faixa, apresentam-se superiores. No entanto, para $Ra > 200$ observa-se uma inversão desse comportamento, fazendo com que os valores de Nusselt obtidos para $Pe=0,1$ ultrapassem os obtidos para $Pe=1$. Observa-se, portanto, que há um valor de Peclet abaixo da unidade, a partir do qual o padrão próximo ao da convecção natural é claramente afetado pelo gradiente de pressão imposto externamente, provocando uma queda relativa acentuada na transferência de calor.

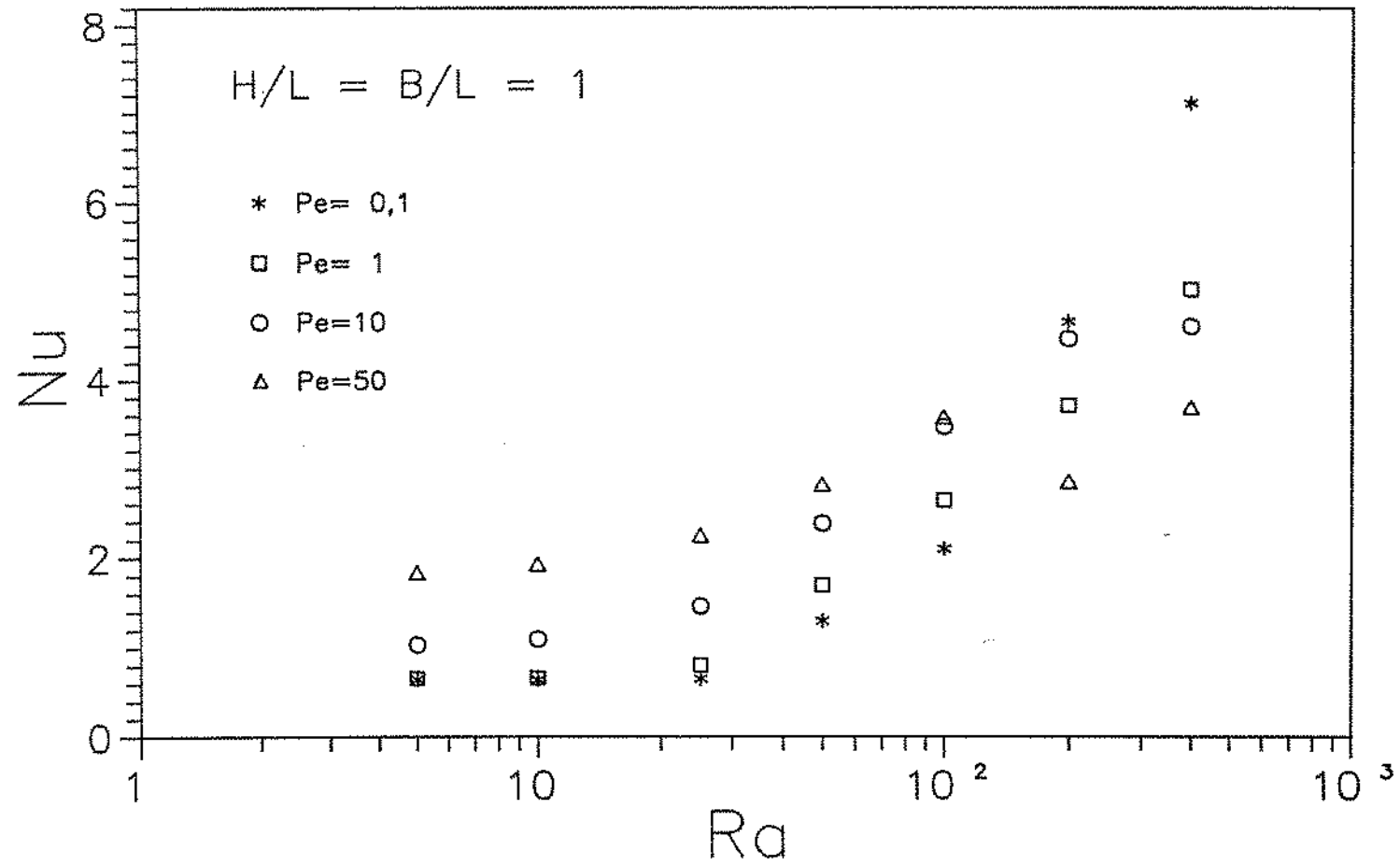


Figura 7.9 - Distribuição de Nusselt global em função de Rayleigh para $H/L=B/L=1$.

Nota-se que dentre os valores de Peclet estudados, apenas para $Pe=0,1$ ocorre o predomínio intenso do padrão de escoamento da convecção natural.

Para $Pe=10$, na faixa de $Ra \geq 200$ os valores de Nusselt diminuem sua taxa de incremento em função de Rayleigh, e para $Pe=50$ observa-se mesmo sua queda, basicamente em consequência da recirculação confinada no interior da cavidade. Observa-se para $Ra > 100$ uma supremacia do Nusselt obtido para $Pe=10$, invertendo o comportamento apresentado para valores inferiores de Rayleigh. Ainda para esses valores de Peclet, com $Ra < 100$, o valor de Peclet influi bastante no Nusselt obtido.

É interessante, também, observar que para $Ra \geq 200$, o Nusselt obtido com $Pe=0,1$ ultrapassa todos os demais.

Na Figura 7.10 é apresentada a distribuição obtida para a relação Nu_M / Nu_F , utilizada para comparação dos resultados obtidos para convecção mista com os resultados correspondentes para a convecção forçada. Nota-se na Figura que para $Ra \leq 10$, todos os valores de Nu_M / Nu_F são muito próximos de um. Para $Ra \geq 25$, todos os valores de Nu_M / Nu_F são crescentes com Rayleigh, exceto para $Pe=50$, observando-se que os maiores valores da relação são obtidos para os menores valores de Peclet, o que se verifica sem exceções para $Ra=200$ e para $Ra=400$. Para esses valores, o efeito de Rayleigh é tanto mais expressivo quanto menor o valor de Peclet. Novamente pode-se observar um comportamento distinto dos valores obtidos para $Pe=0,1$.

Na Figura 7.11 é apresentada a distribuição da relação Nu_M / Nu_N em função de Rayleigh, para comparação dos resultados obtidos em convecção mista e natural. O comportamento geral

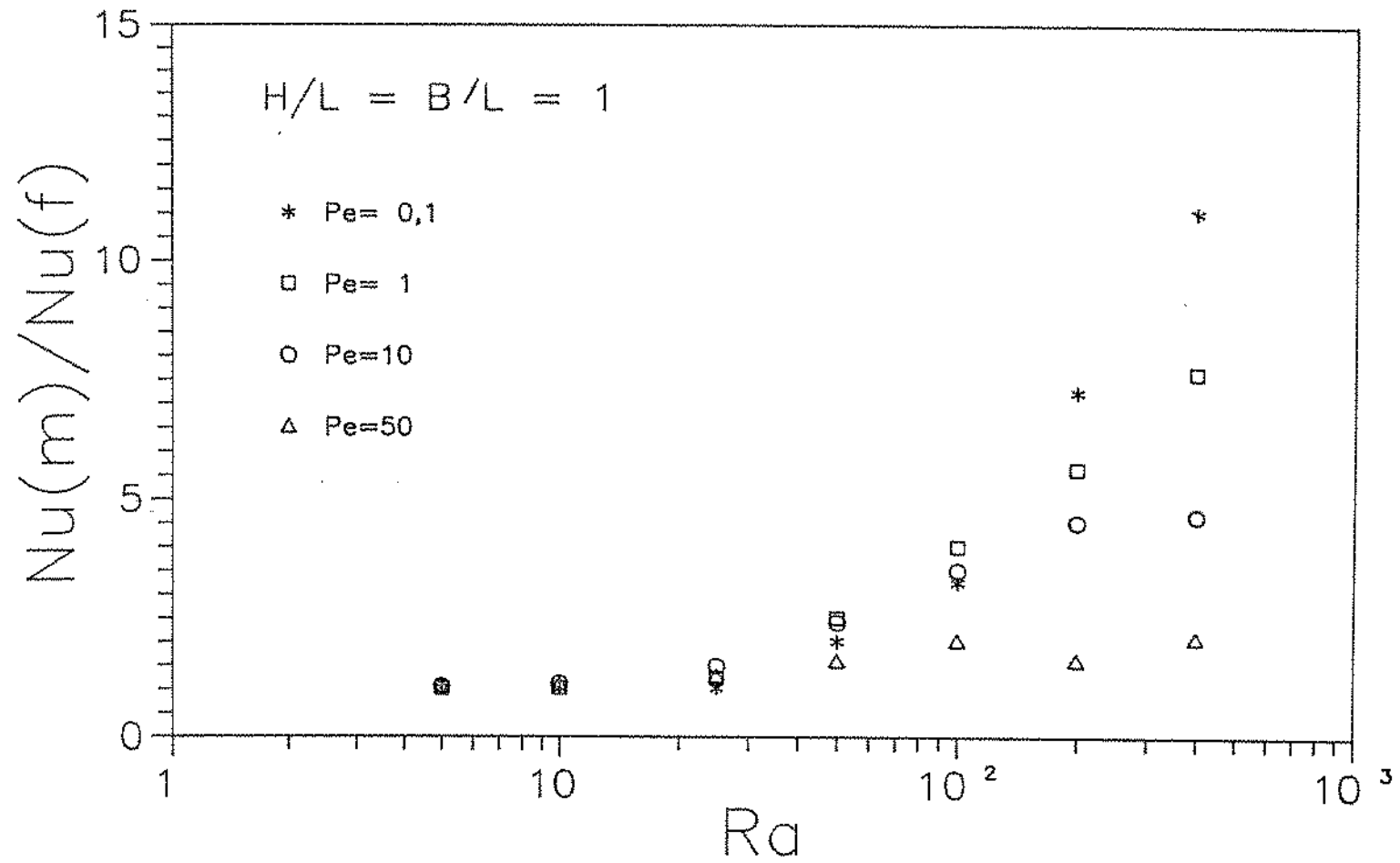


Figura 7.10 - Comparação entre convecção mista e forçada em função de Rayleigh, para $H/L=B/L=1$.

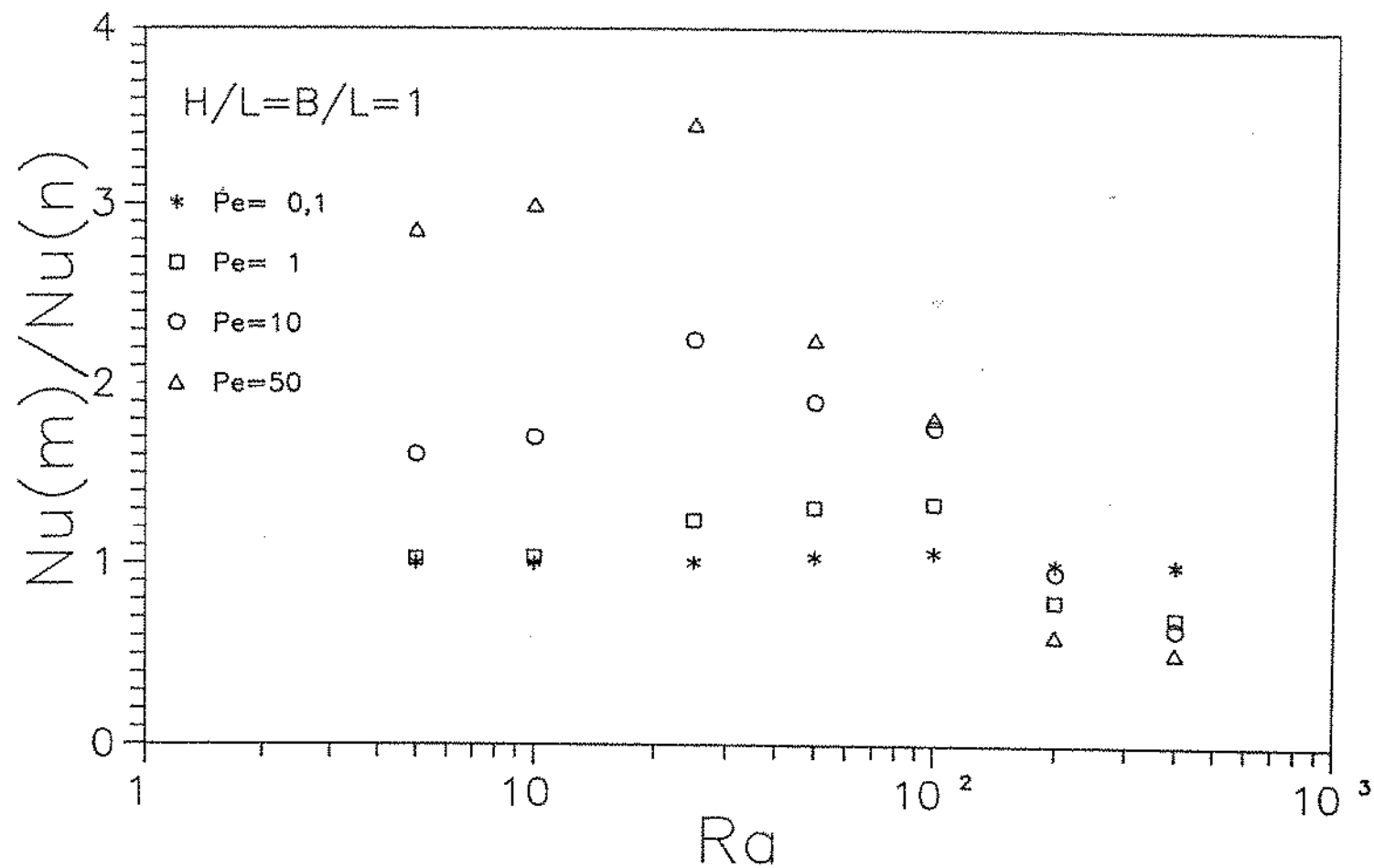


Figura 7.11 - Comparação entre convecção mista e natural em função de Rayleigh para $H/L=B/L=1$.

indica para todos os valores de Peclet a ocorrência de um máximo, para $Ra=100$ (com $Pe \leq 1$) e para $Ra=25$ (com $Pe \geq 10$). Mais uma vez observa-se que para $Pe=0,1$, o comportamento é bastante próximo ao verificado para convecção natural e que para valores elevados de Peclet as taxas obtidas são muito afetadas por $Ra \geq 200$. Para $Ra \leq 100$ quanto maiores os valores de Peclet, maiores foram os resultados obtidos para Nu_M / Nu_N .

A fim de avaliar de modo mais direto a dependência das taxas de transferência de calor em função de Peclet foram construídos os gráficos das Figuras 7.12 a 7.14.

A Figura 7.12 apresenta os valores de Nusselt global em função de Peclet, para cada valor de Rayleigh. Neste gráfico observa-se para $Ra \geq 200$ uma tendência de queda do Nusselt a partir de $Pe=0,1$, sendo que para $Ra=200$ observa-se um aumento relativo de Nusselt com $Pe=10$. Nota-se também que para $Ra=50$ ocorre uma transição no comportamento das curvas na faixa definida por $Pe \geq 1$. Nesta faixa, as curvas apresentam inclinação crescente para $Ra < 50$ e decrescente para $Ra > 50$, indicando o aumento ou diminuição relativa da influência de Peclet.

A comparação entre a convecção mista e a convecção forçada, em função de Peclet é apresentada na Figura 7.13. Verifica-se que, de modo geral, para $Pe \geq 1$ e $Ra \geq 50$ o valor de Nu_M / Nu_F diminui com o incremento de Peclet.

Na Figura 7.14 são comparados os resultados para convecção mista e para convecção natural pura, em função de Peclet. Observa-se nesse gráfico que as curvas para $Ra \leq 25$ tem um aspecto similar, com valores crescentes de Nu_M / Nu_N para Peclet crescente e Rayleigh crescente. Para $Ra=50$ e $Ra=100$ já é notada

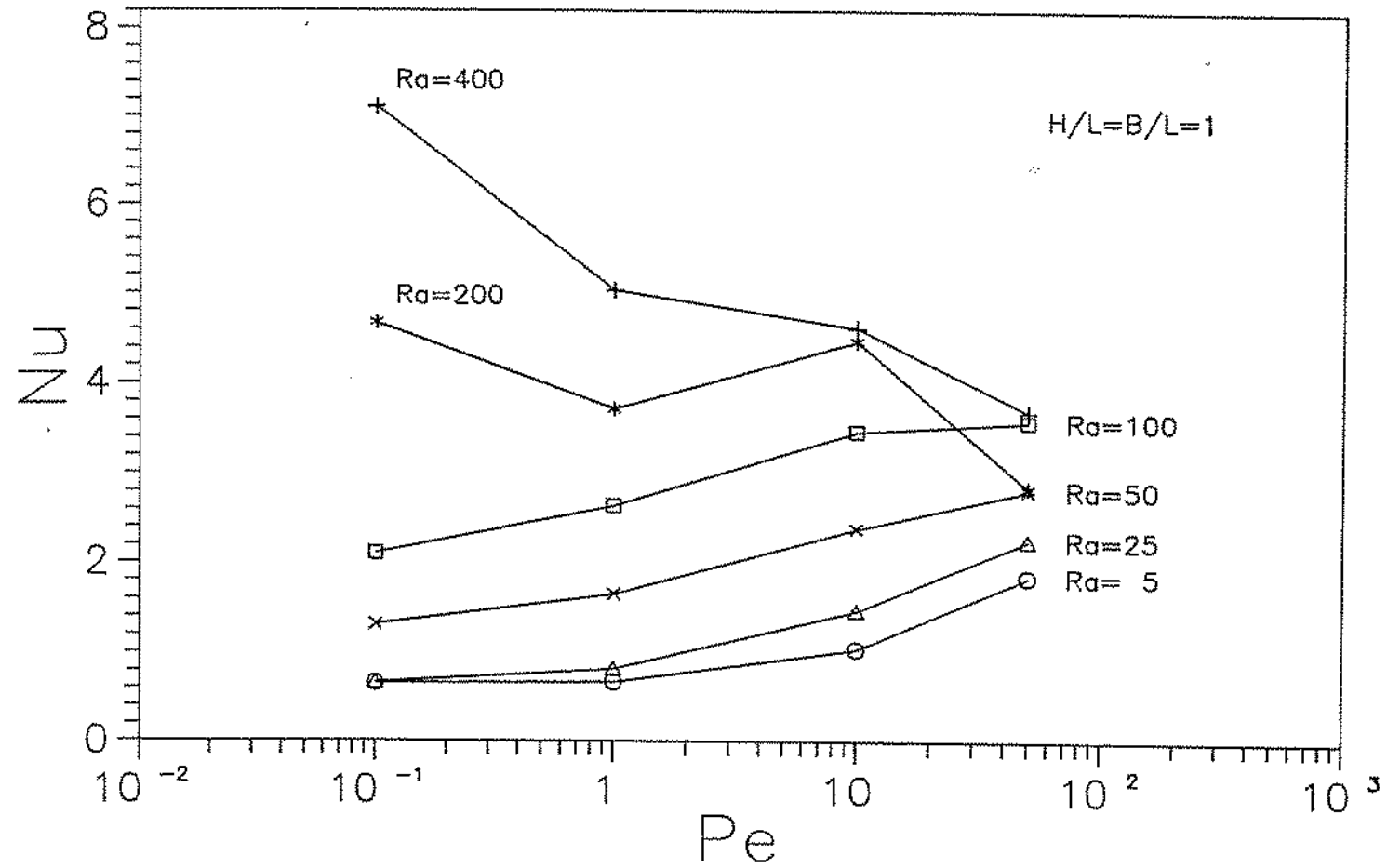


Figura 7.12 - Distribuição de Nusselt global em função de Peclet para $H/L=B/L=1$.

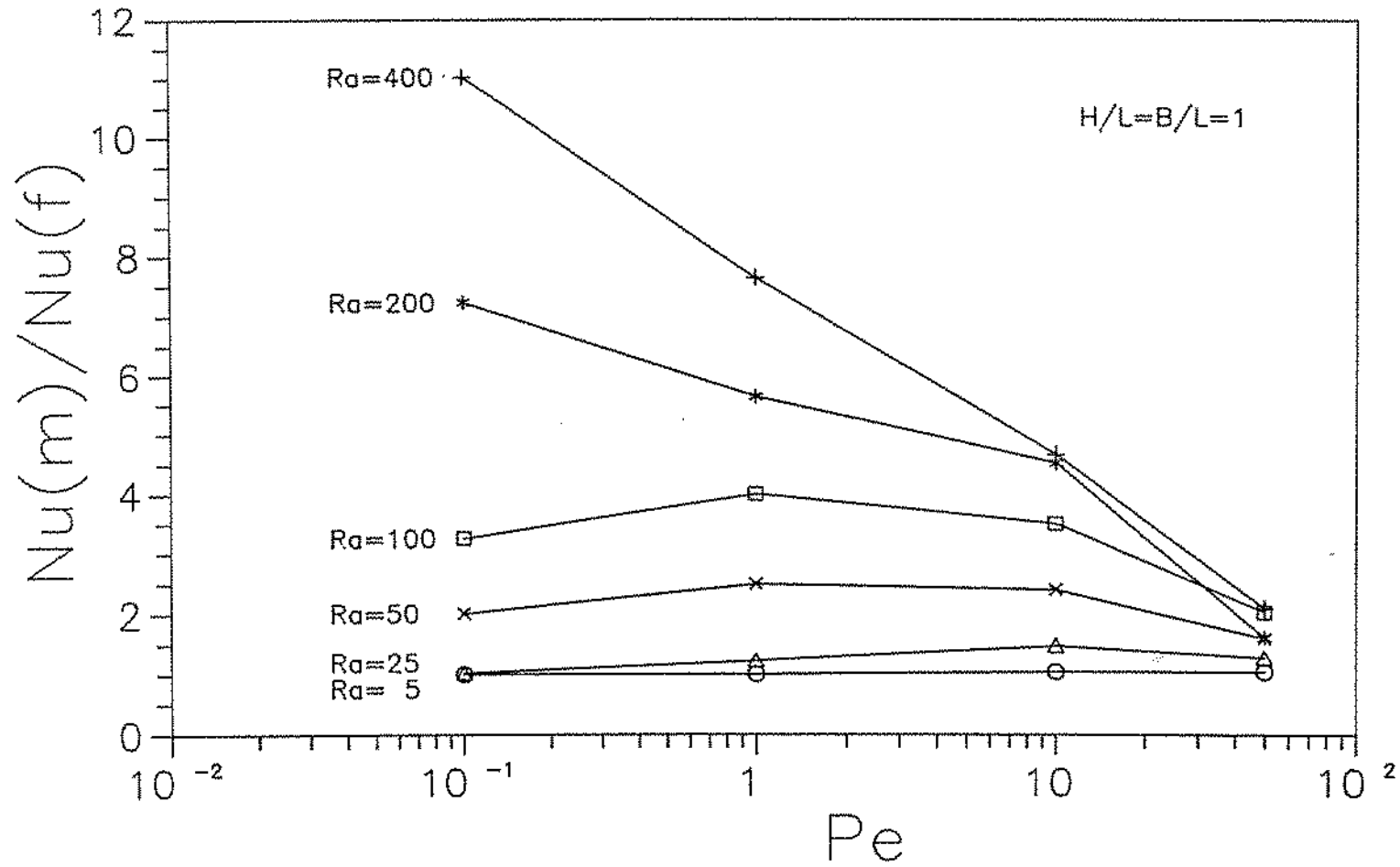


Figura 7.13 - Comparação entre convecção mista e forçada em função de Peclet para $H/L=B/L=1$.

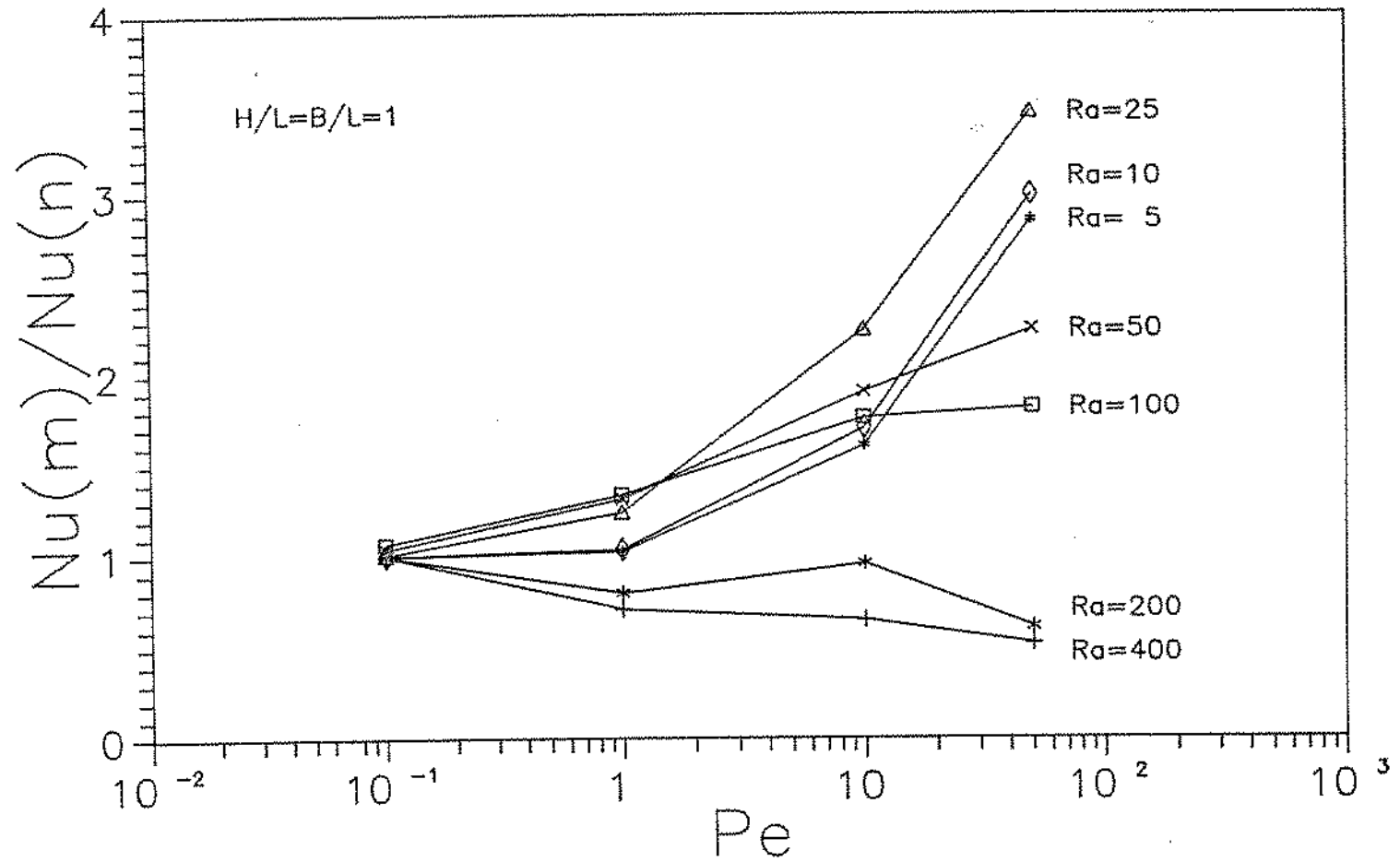


Figura 7.14 - Comparação entre convecção mista e natural em função de Peclet para $H/L=B/L=1$.

uma alteração no aspecto das curvas, com uma redução importante do efeito de Peclet, e a queda da relação com o aumento de Rayleigh. Esta queda manifesta-se também para $Ra=200$ e $Ra=400$, cujas curvas são bastante próximas, indicando que ulteriores incrementos de Rayleigh pouco devem influir sobre Nu_M / Nu_N . Nesses últimos casos o aumento de Peclet de 10 para 50, aproximou os valores correspondentes da relação Nu_M / Nu_N . Com $Pe \leq 1$ as curvas para $Ra \leq 100$ são crescentes e para $Ra \geq 200$ são decrescentes.

Visando sintetizar as observações expostas, pode-se dizer que, de modo geral, em termos das taxas de transferência de calor, para $Ra \leq 25$, a situação é dominada pelo gradiente de pressão externo, prevalecendo os efeitos da convecção forçada, enquanto que para $Ra \geq 200$ prevalecem os efeitos de empuxo, perturbando severamente o escoamento e afetando a transferência de calor.

Na Figura 7.15 é apresentada a distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente, para $Pe=0,1$, com $Ra=25, 50, 100$ e 200 . Observa-se que com $Ra=100$ a intensidade do escoamento horizontal sobre a parede aquecida, decorrente do padrão bicelular do escoamento, é já bastante significativa. A presença do padrão de duas células para $Ra=200$ nas proximidades da parede aquecida eleva as taxas locais de transferência de calor. Para $Ra=100$ tem-se um estágio intermediário quanto a esse aspecto, com uma única célula afetando diretamente a parede quente. Para os mesmos casos, na Figura 7.16 são apresentadas as distribuições de Nusselt local na parede fria, não se observando então nenhuma diferença qualitativa entre os casos.

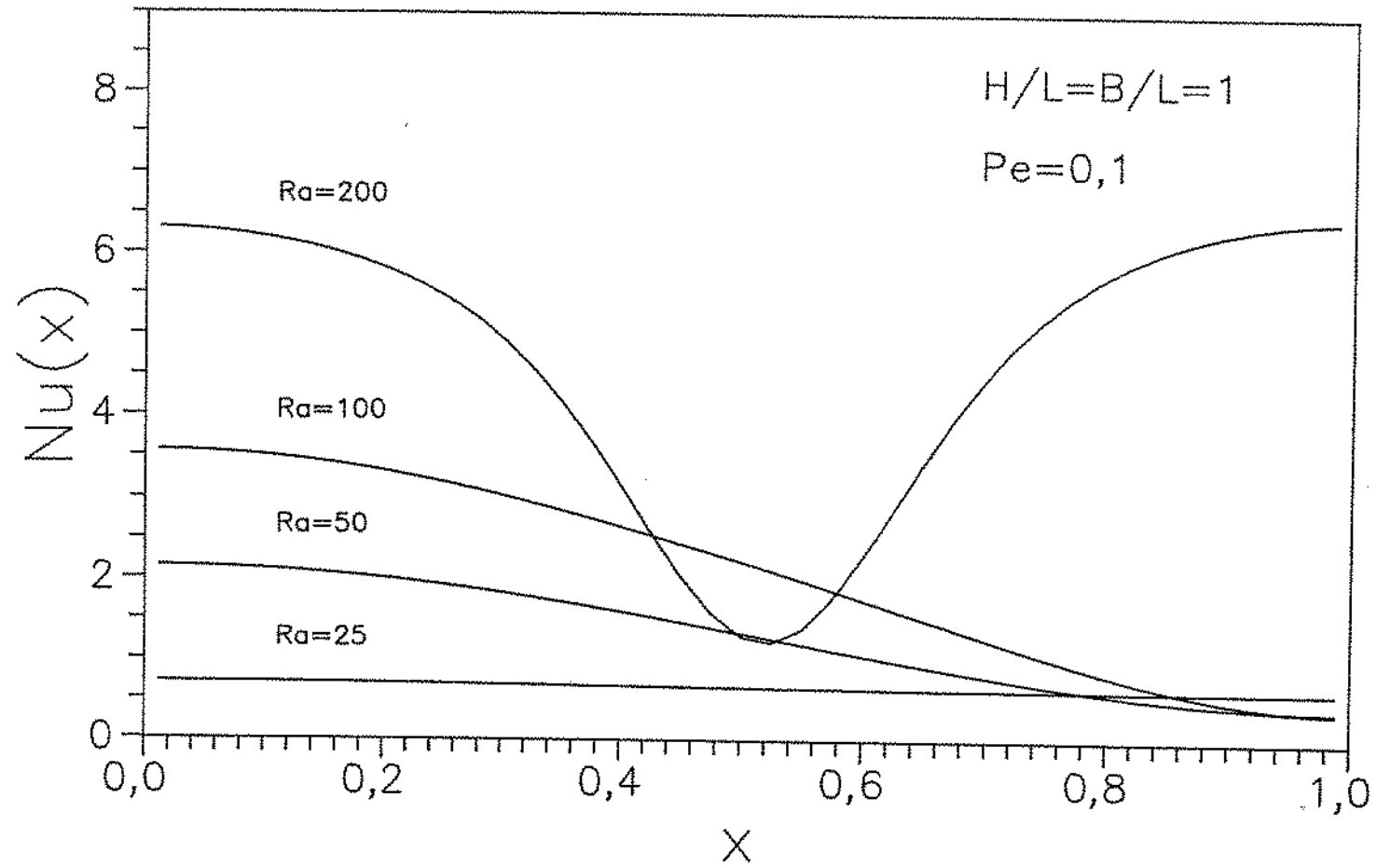


Figura 7.15 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para $Pe=0,1$, com $H/L=B/L=1$.

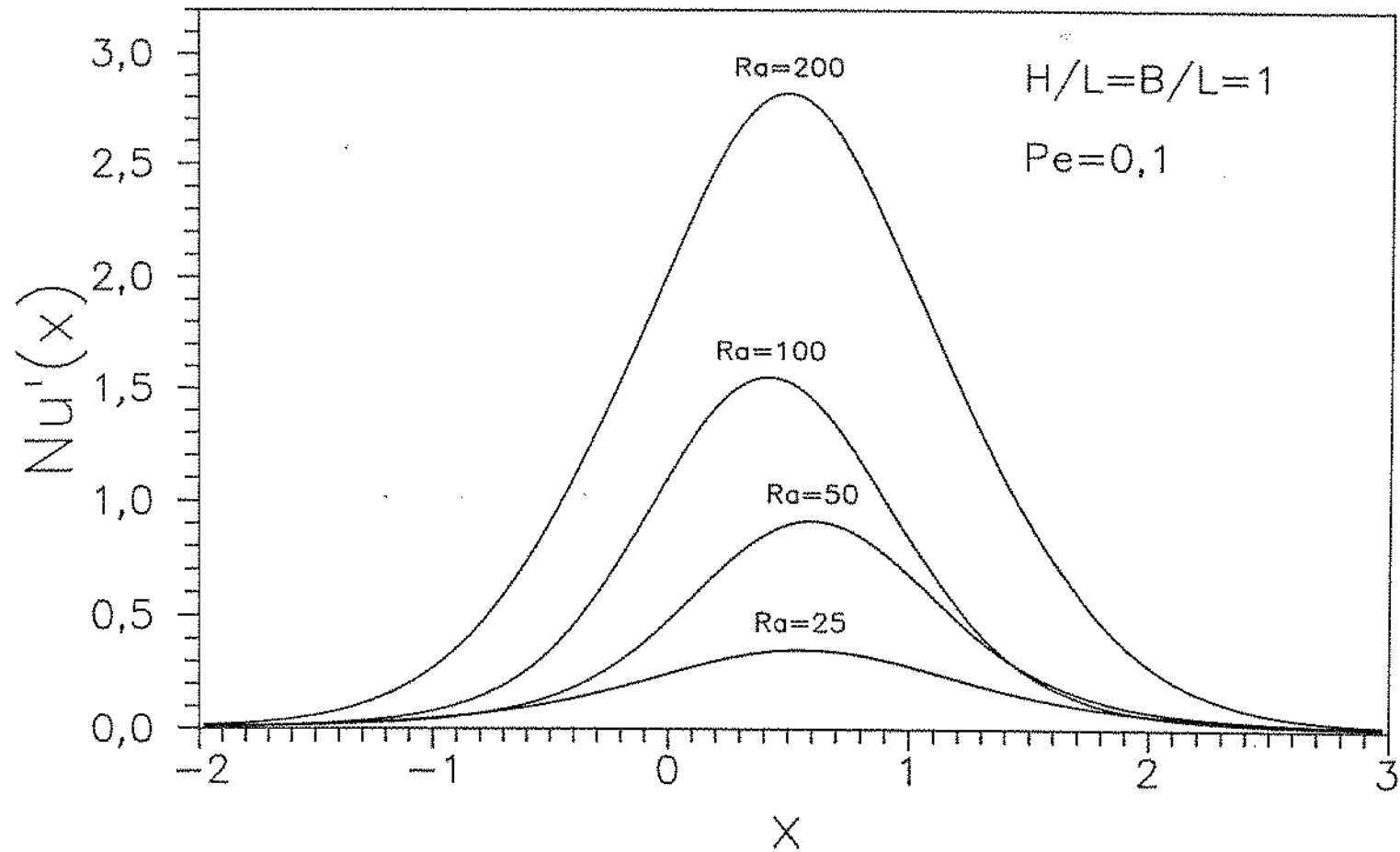


Figura 7.16 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede fria para $Pe=0,1$, com $H/L=B/L=1$.

A distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para $Ra=400$ é mostrada na Figura 7.17, onde nota-se que o aspecto das curvas para $Pe=0,1$, $Pe=1$ e $Pe=10$ é qualitativamente distinto, consequência direta dos diferentes padrões de escoamento observados.

Na Figura 7.18 é apresentada a distribuição de Nusselt local ao longo da parede fria, para os mesmos casos, observando-se claramente o valor mais elevado das taxas para $Pe=0,1$ em comparação a $Pe=1$, e o deslocamento acentuado para jusante da curva correspondente a $Pe=10$.

Na comparação com os resultados de convecção mista optou-se por refazer os cálculos da convecção natural, agora considerando o domínio completo do problema, visando eliminar possíveis efeitos oriundos de diferenças na malha.

Neste processo observou-se, para $Ra=50$ e $H/L=B/L=1$ um fato que merece ser registrado. A solução obtida para o campo de escoamento e de temperaturas no domínio completo apresentou assimetria e forneceu um valor para Nusselt de 1,250, enquanto a solução obtida considerando apenas a metade do domínio forneceu o valor de 0,717 para Nusselt, calculado em referência ao comprimento L .

Frente ao inusitado da solução encontrada foram realizados diversos ensaios, utilizando malhas absolutamente uniformes, bastante refinadas, e também malhas não uniformes, além do uso de critérios mais rigorosos para a interrupção do processo iterativo de cálculo, obtendo-se sempre a mesma solução assimétrica. Tentou-se também adotar como ponto de partida soluções simétricas obtidas para valores superiores e inferiores

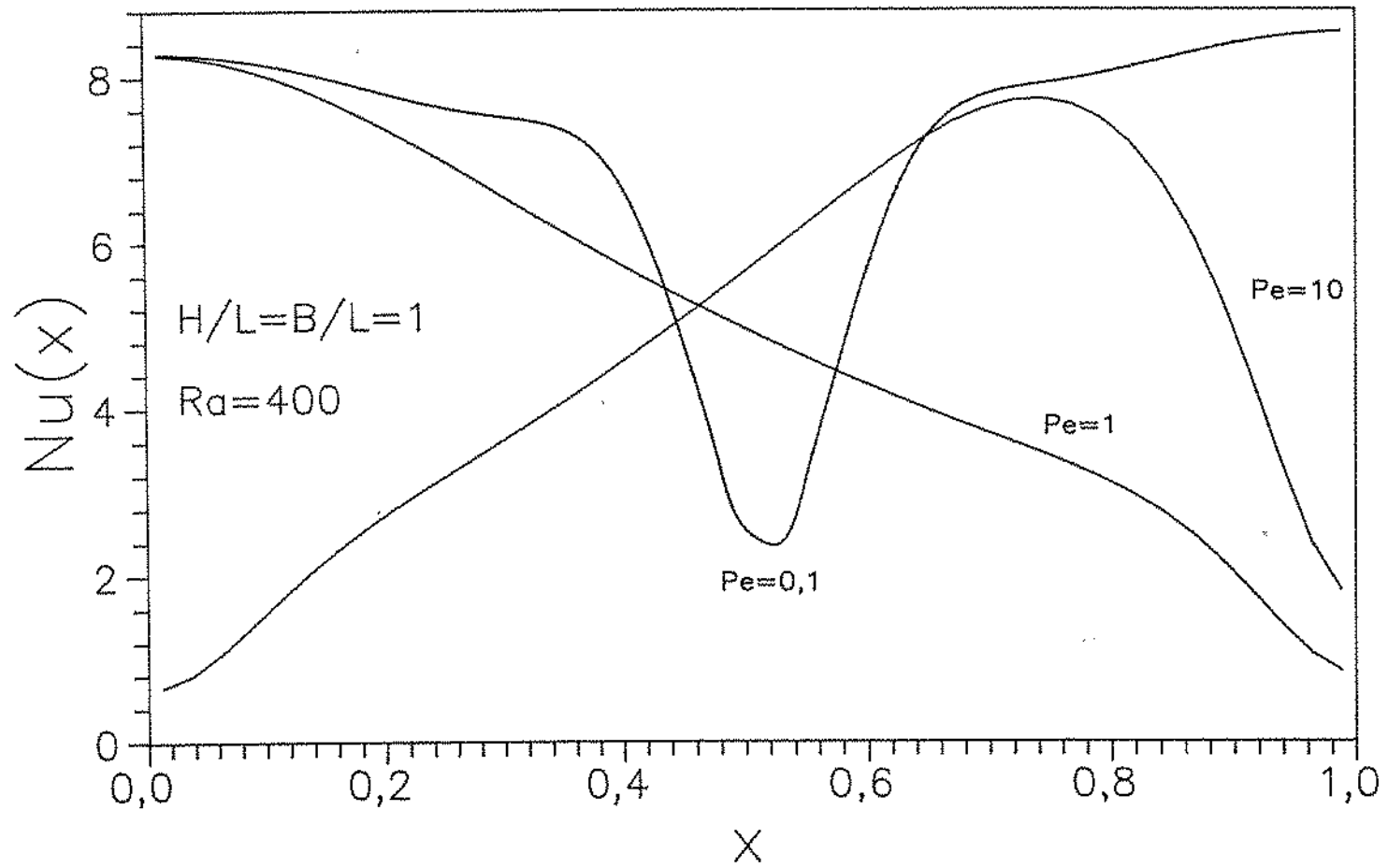


Figura 7.17 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para $Ra=400$, com $H/L=B/L=1$.

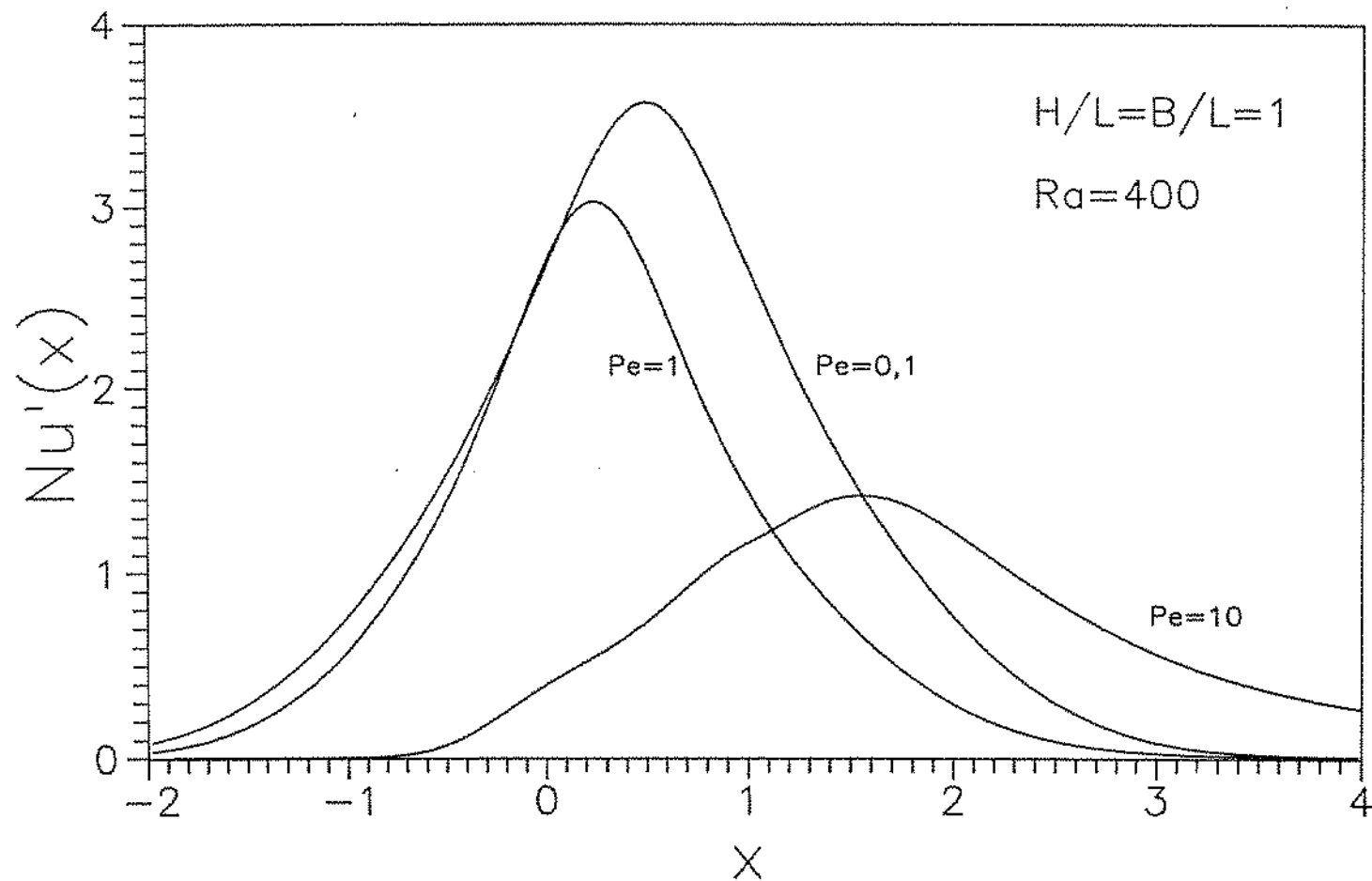


Figura 7.18 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede fria para $Ra=400$, com $H/L=B/L=1$.

de Rayleigh, o que continuou conduzindo à assimetria. Em uma das simulações obteve-se a mesma solução assimétrica, mas com disposição reversa.

Em resumo, nenhum dos ensaios efetuados com $Ra=50$ conduziu a uma solução simétrica no domínio completo, dado por $H/L=B/L=1$. Deve-se comentar também que apesar da solução ser assimétrica, em nenhum dos casos constataram-se dificuldades no processo de convergência. Observou-se também, ao acompanhar o processo de cálculo por meio dos mapas de linhas de corrente e de isoterms apresentados no monitor da estação de trabalho durante a execução das diversas tentativas, que o processo inicialmente tendia a conduzir a uma solução simétrica. No entanto, quando a simetria parecia ficar caracterizada, o padrão de escoamento não se estabilizava, evoluindo de forma relativamente rápida para a assimetria.

No gráfico da Figura 7.19 são apresentados os resultados obtidos para convecção natural pura na geometria $H/L=B/L=1$ nas duas configurações, ou seja, considerando apenas meio domínio e considerando o domínio completo. Nota-se que o único resultado não coincidente refere-se a $Ra=50$, e está situado exatamente na faixa de transição onde o efeito convectivo vem a se tornar significativo em termos de transferência de calor. Nota-se também que para a série referente ao domínio completo a transição se dá de modo menos brusco.

Observando-se os mapas de linhas de corrente da Figura 6.3 para convecção natural em meio domínio, com Rayleigh 25, 50 e 100 a transição também é nítida. Observa-se claramente que em $Ra=100$ as linhas de corrente indicam velocidades horizontais

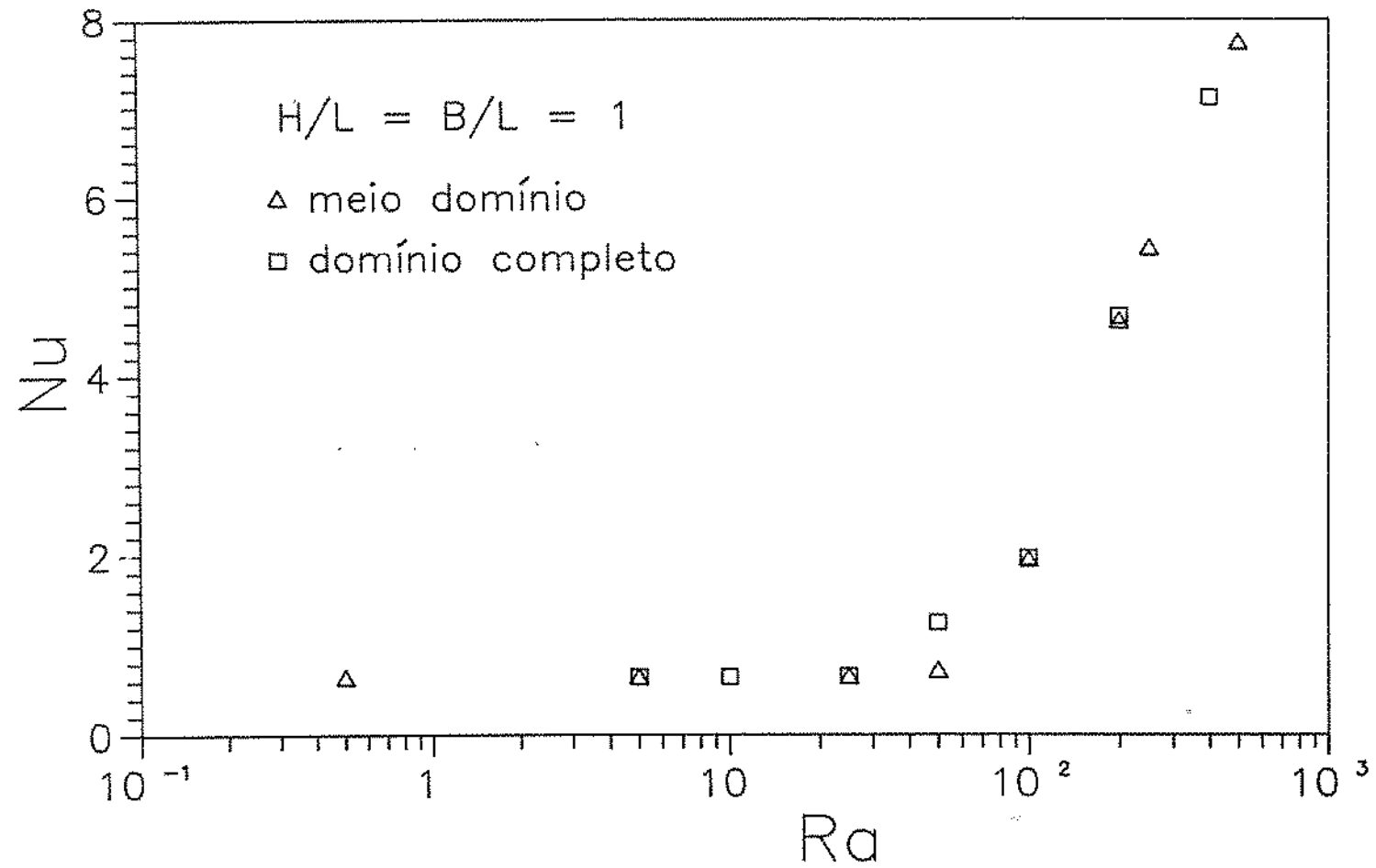


Figura 7.19 - Nusselt em função de Rayleigh para convecção natural em meio domínio e domínio completo, com $H/L=B/L=1$.

significativas ao longo da parede do fundo da depressão, enquanto que para os outros valores isso ainda não se verifica. Constatação semelhante pode ser feita analisando os mapas de linhas de corrente da Figuras 7.20 e 7.21 para convecção natural no domínio completo, observando-se então a assimetria para $Ra=50$ de modo muito evidente. Na avaliação da relação Nu_M/Nu_N , para $Ra=50$, optou-se por utilizar como referência de convecção natural o valor obtido para o domínio completo, basicamente porque o padrão do escoamento obtido em convecção mista para $Pe=0,1$ é semelhante ao obtido para convecção natural para esse valor de Rayleigh, como pode ser constatado por meio da Figura 7.1.

Nas Figuras 7.22 e 7.23 são apresentadas as distribuições de Nusselt local ao longo da parede quente para convecção natural em domínio completo e meio domínio, respectivamente, por meio das quais a diferença entre as soluções obtidas para $Ra=50$ fica também patente, bem como o fato desse valor de Rayleigh estar numa faixa de transição, onde o escoamento bicelular começa a se fazer presente de modo significativo sobre a parede quente. Na Figura 7.23 os trechos tracejados indicam que os mesmos foram obtidos simplesmente pelo rebatimento da solução calculada na outra metade do domínio.

Se a solução simétrica para convecção natural for instável, o fator perturbador representado por um Peclet baixo (em testes com $Pe=0,01$ um padrão semelhante também ficou caracterizado), pode ter um efeito similar ao do próprio procedimento de cálculo que é assimétrico. De modo que a solução assimétrica obtida representa de fato a situação limite da convecção mista com $Ra=50$, quando Peclet tende a zero.

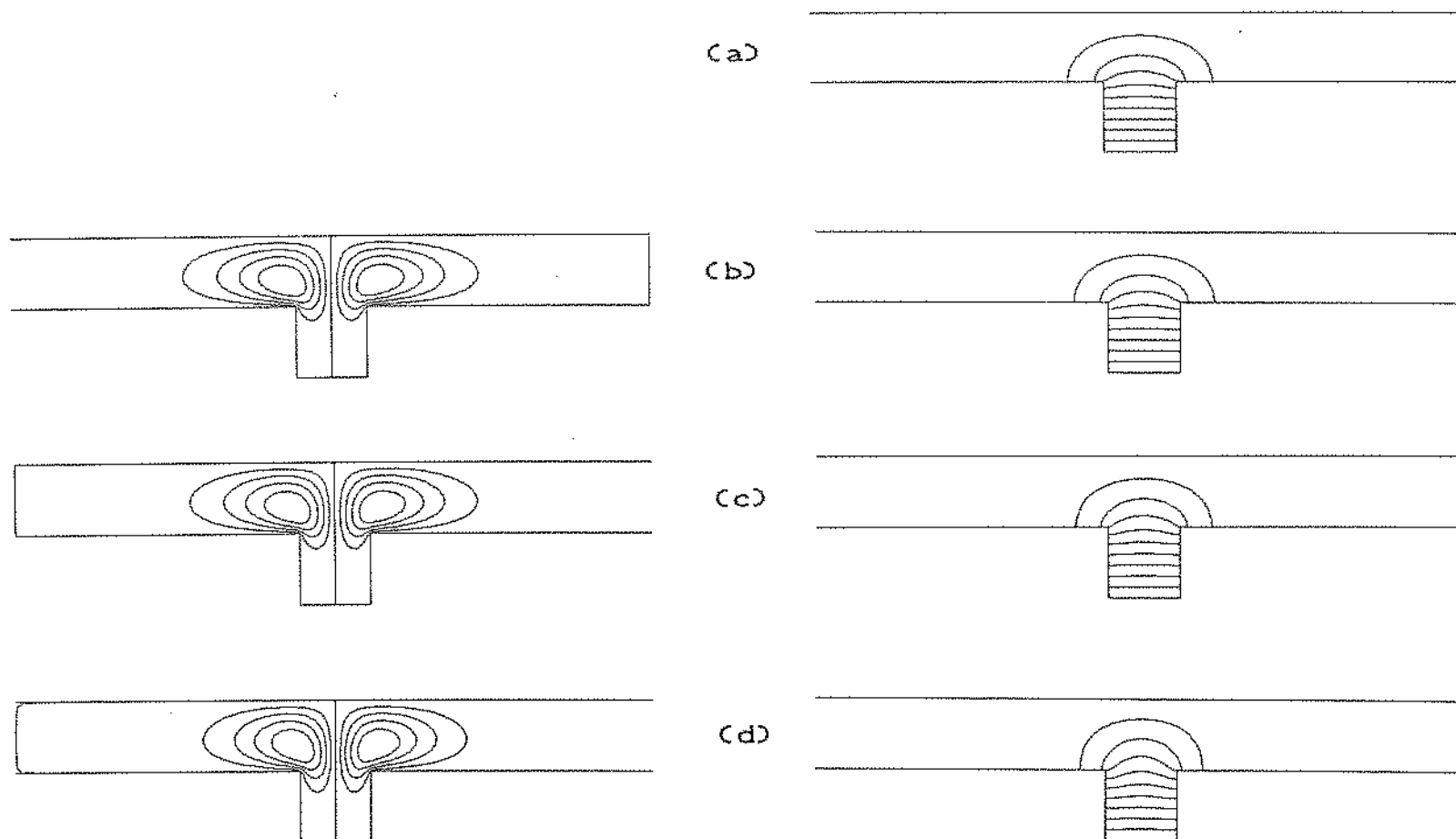


Figura 7.20 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção natural no domínio completo, com $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=5$; (c) $Ra=10$; (d) $Ra=25$].

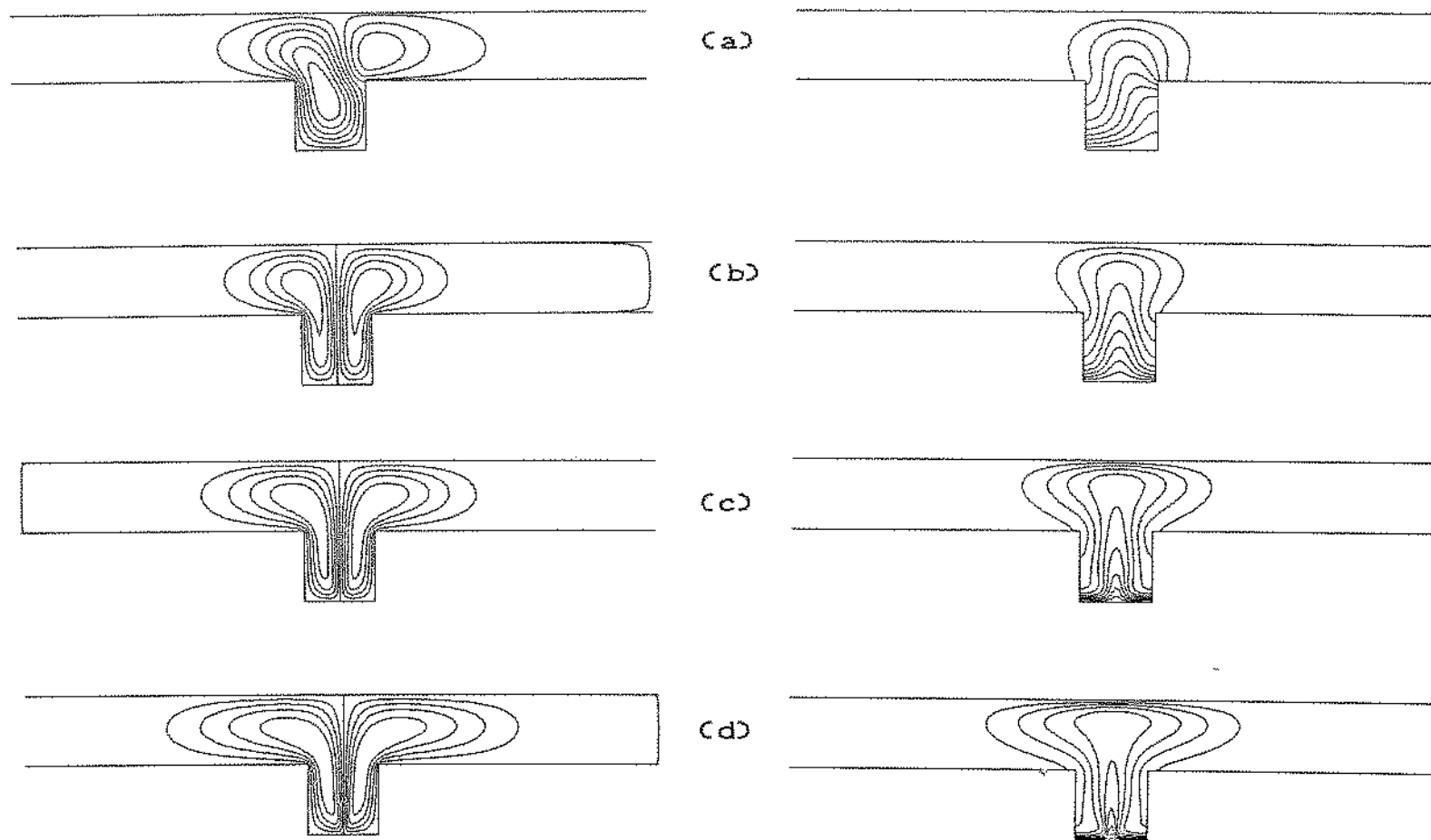


Figura 7.21 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção natural no domínio completo, com $H/L=B/L=1$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=50$; (b) $Ra=100$; (c) $Ra=200$; (d) $Ra=4001$].

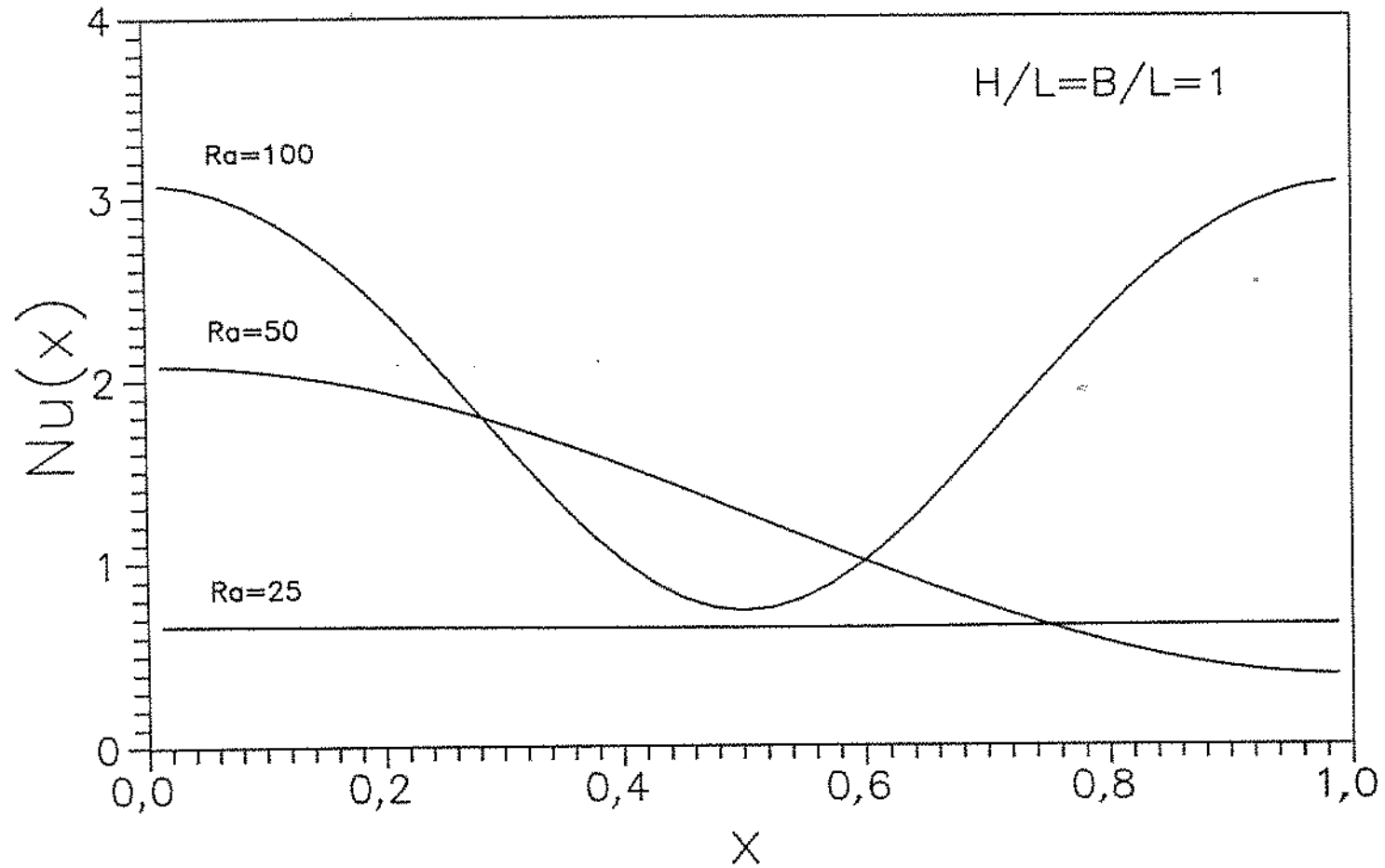


Figura 7.22 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para convecção natural no domínio completo, $H/L=B/L=1$.

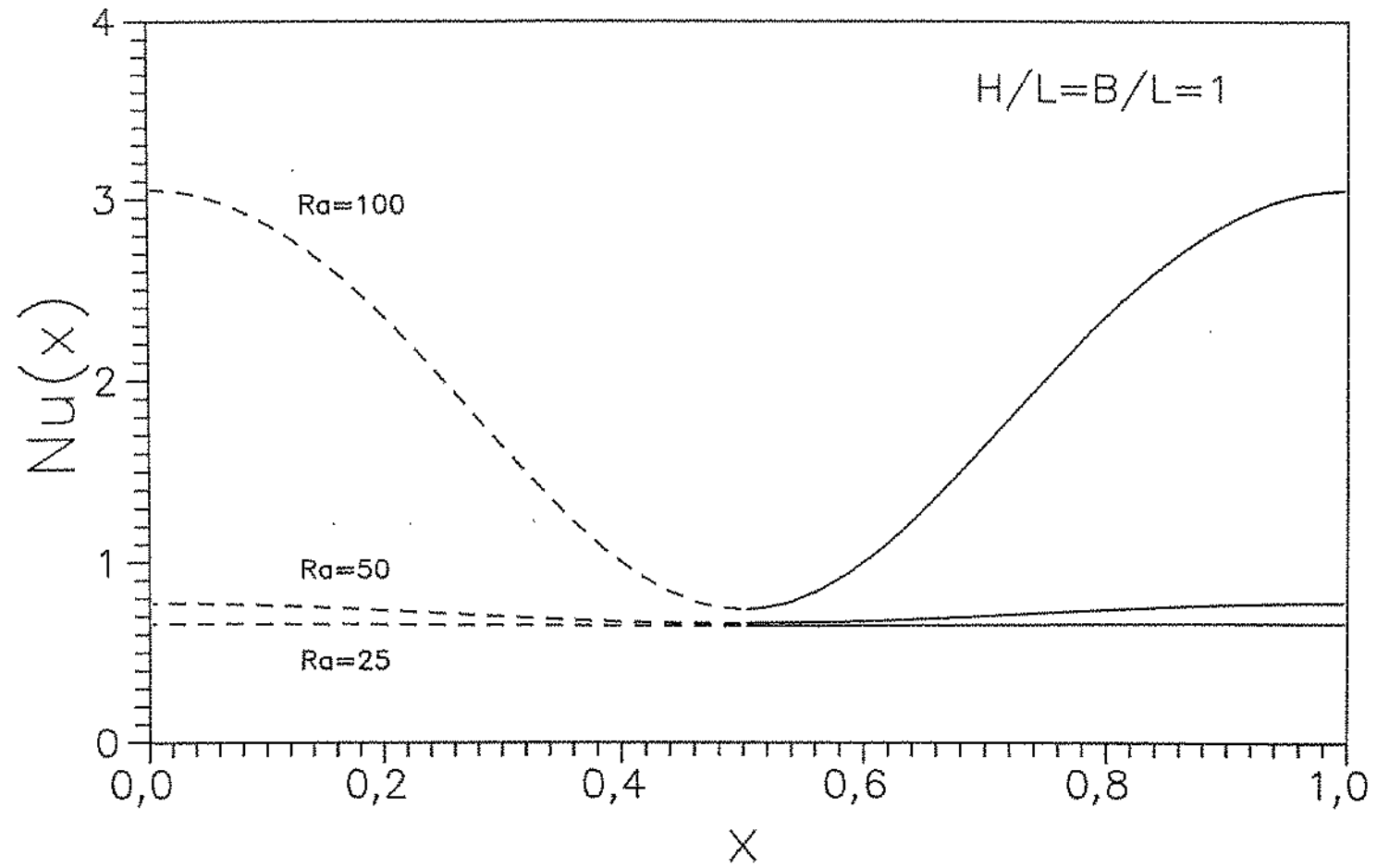


Figura 7.23 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para convecção natural em meio domínio, $H/L=B/L=1$.

7.2.2 Configuração geométrica $H/L=B/L=0,25$

Neste item são apresentados e comentados os resultados para a configuração geométrica descrita por $H/L=B/L=0,25$. Nas Tabelas 7.8 e 7.9 são apresentados valores de Nusselt global para $Ra=200$ e $Ra=400$, respectivamente, visando a análise de casos envolvendo diversas células de circulação, na faixa de Peclet entre 0,1 e 100. Nas mesmas Tabelas são apresentadas as relações entre esses valores e os obtidos, com a mesma geometria e com a mesma malha, para os casos limites correspondentes à convecção forçada (Nu_F) e à convecção natural (Nu_N). Também neste caso, os cálculos da convecção natural foram efetuados para o domínio completo e não apenas para a metade do mesmo. Para cada caso estudado são apresentados os valores máximo e mínimo da função corrente, bem como o correspondente número de células.

Os resultados obtidos para $Ra=200$ são apresentados na Tabela 7.8. Verificou-se que o valor de Nusselt global apresentou um mínimo para $Pe=10$. A relação Nu_M/Nu_F foi decrescente com o aumento de Peclet, indicando uma progressiva redução relativa dos efeitos de empuxo.

A relação Nu_M/Nu_N em toda a faixa não se afastou muito da unidade, indicando a forte influência de Rayleigh sobre as taxas de transferência de calor em todos os casos. A influência de Peclet sobre o escoamento é bastante evidente. Para $Pe \leq 10$ observaram-se duas células de circulação, com redução expressiva dos valores absolutos de Ψ_{MAX} e de Ψ_{MIN} com o aumento de Peclet. Para $Pe \geq 50$ o escoamento não apresentou nenhuma célula de circulação.

Tabela 7.8 - Resultados para Nusselt Global em função de Peclet, com $Ra=200$ e $H/L=B/L=0,25$.

Peclet	Nu_M	Nu_M / Nu_F	Nu_M / Nu_N	n_{CEL}	Ψ_{MAX}	Ψ_{MIN}
0,1	5,813	2,687	1,000	2	56,47	-56,06
1	5,805	2,680	0,999	2	5,823	-5,400
10	4,643	1,889	0,799	2	0,645	-0,107
50	6,109	1,329	1,059	0	0,250	0,0
100	7,626	1,182	1,312	0	0,250	0,0

Na Tabela 7.9 estão relacionados os resultados obtidos para $Ra=400$ e $H/L=B/L=0,25$. O valor de Nusselt global apresentou também um mínimo, neste caso para $Pe=50$.

Tabela 7.9 - Resultados para Nusselt Global em função de Peclet, com $Ra=400$ e $H/L=B/L=0,25$.

Peclet	Nu_M	Nu_M / Nu_F	Nu_M / Nu_N	n_{CEL}	Ψ_{MAX}	Ψ_{MIN}
0,1	8,924	4,125	1,000	4	75,90	-74,32
1	8,857	4,089	0,993	4	8,171	-8,707
10	7,916	3,221	0,887	2	1,088	-0,560
50	7,260	1,579	0,814	1	0,288	0,0
100	8,503	1,318	0,953	0	0,250	0,0

Os valores de Nu_M/Nu_F são também decrescentes com o incremento de Peclet, indicando a progressiva redução relativa dos efeitos de empuxo. Os valores de Nu_M/Nu_N foram próximos da unidade, caracterizando situações onde o Rayleigh é elevado.

Os efeitos de Peclet sobre o escoamento foram bastante nítidos, observando-se quatro células de circulação para $Pe=0,1$ e $Pe=1$. A atividade de circulação cai progressivamente para duas células, uma e zero, com o aumento de Peclet. O valor de $\Delta\Psi = \Psi_{MAX} - \Psi_{MIN}$ para $Ra=400$ também apresentou queda notável com o incremento de Peclet.

Nas Figuras 7.24 a 7.28 são apresentados os mapas de linhas de corrente e de isoterms para convecção forçada ($Ra=0$) e para $Ra=200$ e $Ra=400$, com valores de Peclet entre 0,1 e 100. Para $Pe=0,1$ são mostrados na Figura 7.24 os padrões de duas e de quatro zonas de recirculação, para $Ra=200$ e $Ra=400$, respectivamente. Esse mesmo padrão repete-se, com pequenas alterações para $Pe=1$, como pode ser visto na Figura 7.25. Já para $Pe=10$, observa-se na Figura 7.26 a ruptura do padrão de quatro células com $Ra=400$, passando para duas, com aspecto semelhante ao obtido para $Ra=200$. A distribuição de temperaturas para a situação de convecção forçada aparece já deslocada para jusante. Com $Pe=50$, conforme a Figura 7.27, tem-se para $Ra=200$ o desaparecimento das zonas de recirculação, com uma distribuição de temperaturas semelhante à obtida na situação de convecção forçada. Para $Ra=400$ resta apenas uma célula de recirculação situada acima da cavidade. Finalmente, na Figura 7.28, para $Pe=100$ nenhum dos casos apresenta zonas de recirculação, e o aspecto de todos os mapas é qualitativamente semelhante.

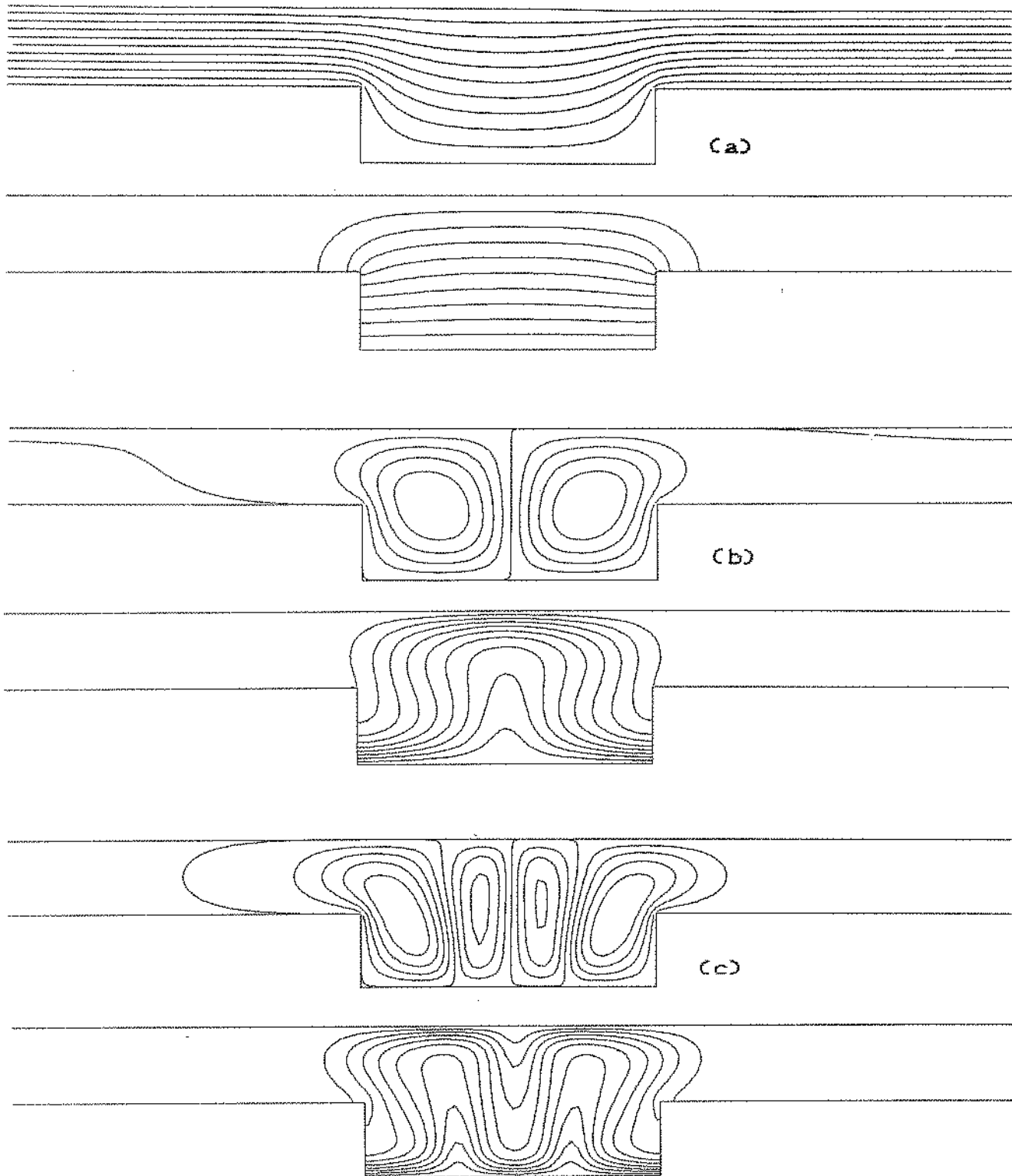


Figura 7.24 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=0,1$; $H/L=B/L=0,25$; $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=4001$].

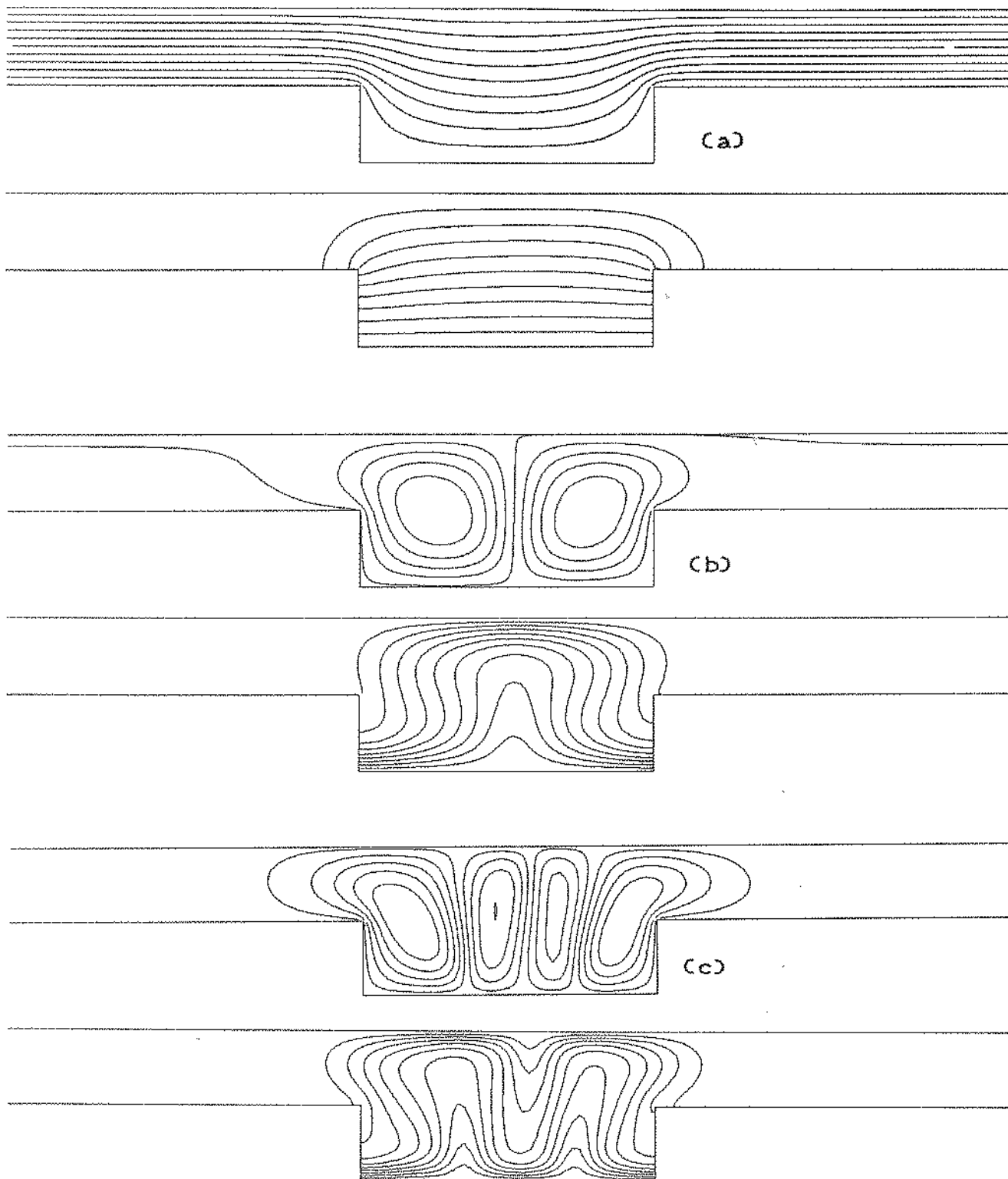


Figura 7.25 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=1$; $H/L=B/L=0,25$; $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=4001$].

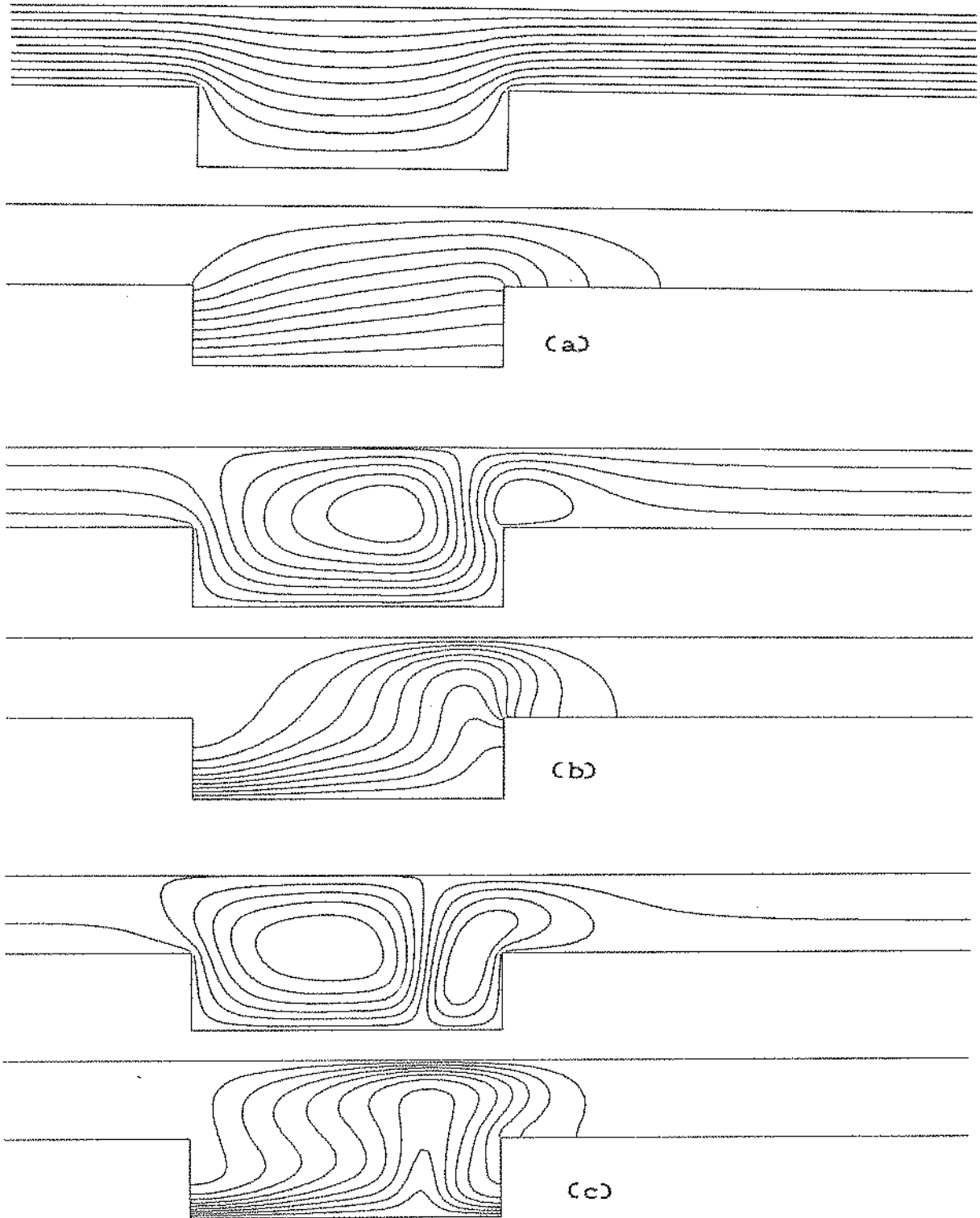


Figura 7.26 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=10$; $H/L=B/L=0,25$; $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=4001$].

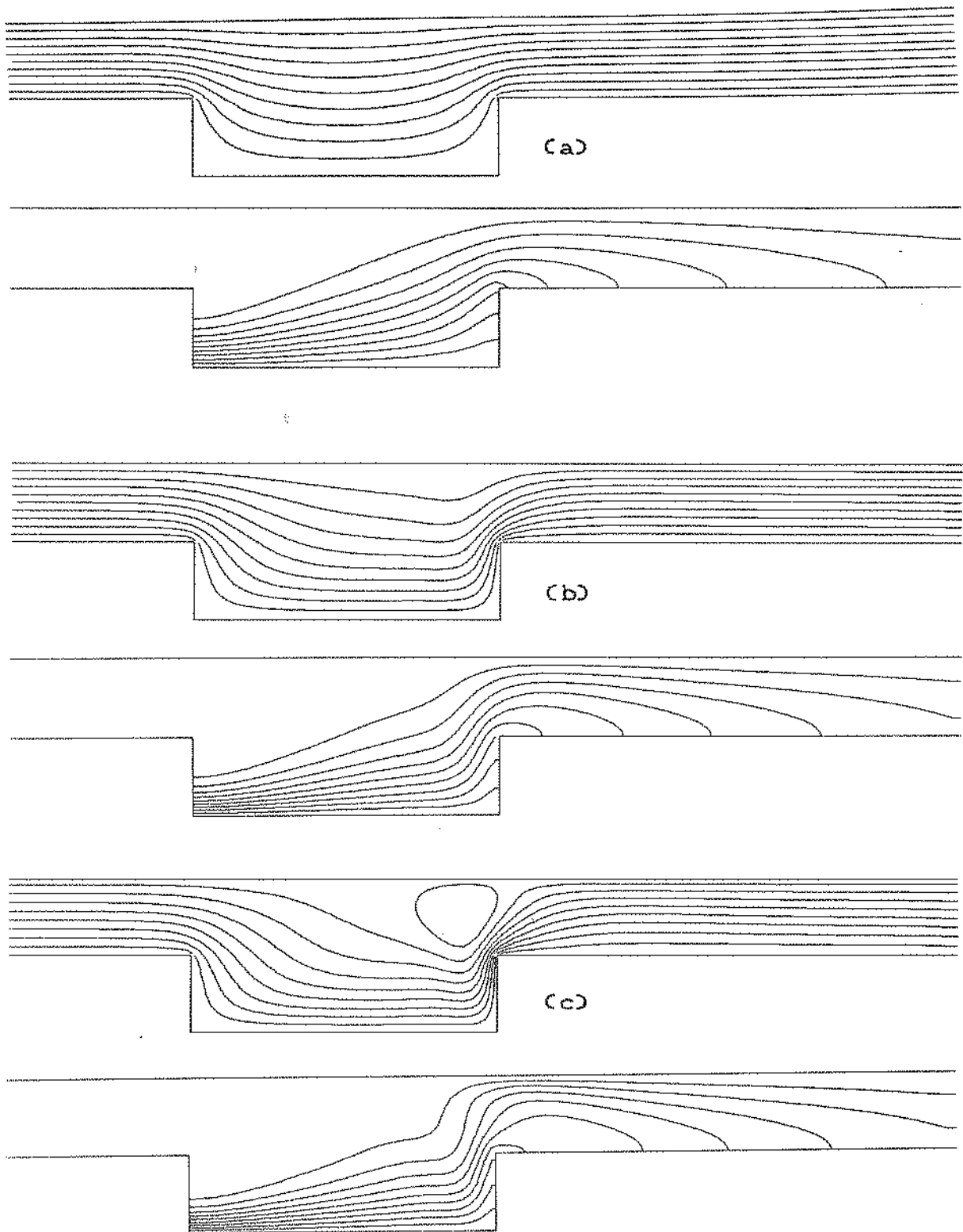


Figura 7.27 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=50$; $H/L=B/L=0,25$; $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=4001$].

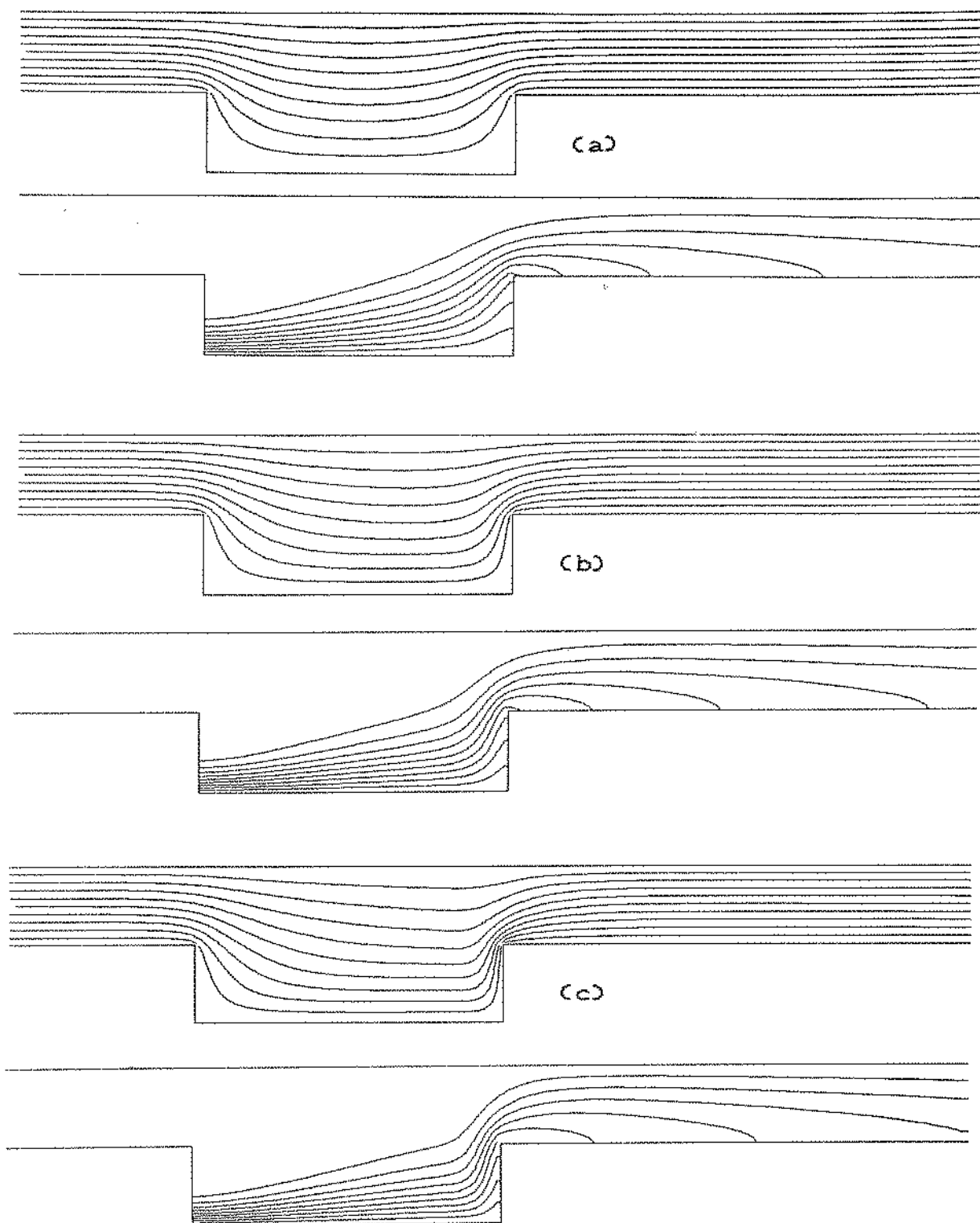


Figura 7.28 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção mista com $Pe=100$; $H/L=B/L=0,25$; $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=400$].

No gráfico da Figura 7.29 são mostrados os resultados obtidos para o Nusselt global, com $Ra=200$ e $Ra=400$, com as geometrias $H/L=B/L=0,25$ e 1 , em função de Peclet. Observa-se que as curvas apresentam mínimos, situados em $Pe=50$ para $H/L=B/L=1$ e entre $Pe=10$ e $Pe=50$ para $H/L=B/L=0,25$.

Para permitir melhor comparação entre as duas geometrias, foi calculada a taxa de transferência de calor (D) na situação puramente difusiva para cada geometria. O cálculo foi feito através da expressão (5.6), semelhante à definição do Nusselt global utilizada nos casos envolvendo convecção. No gráfico da Figura 7.30 são mostrados os valores de Nu/D , que informam a respeito da intensidade do efeito convectivo para cada caso.

Analisando a Figura 7.30 observa-se que a intensidade do efeito convectivo é bem mais acentuada para a geometria $H/L=B/L=1$, apesar dos valores de Nusselt serem inferiores, quando comparados os casos para o mesmo Rayleigh.

Os valores da relação Nu_M/Nu_F , comparativa entre a situação de convecção mista e a de convecção forçada pura são apresentados na Figura 7.31. De modo geral observa-se que os maiores valores foram obtidos para a geometria $H/L=B/L=1$, indicando que essa configuração é mais sensível aos efeitos de empuxo, em termos de transferência de calor. Além disso observa-se a progressiva redução de Nu_M/Nu_F com o aumento de Peclet, indicando a diminuição da influência relativa dos efeitos de empuxo. Observa-se também que para $H/L=B/L=0,25$, com $Pe \leq 1$ os efeitos de Peclet sobre a razão Nu_M/Nu_F são muito pequenos. Já na discussão da Figura 7.29, poderia ter sido feita essa

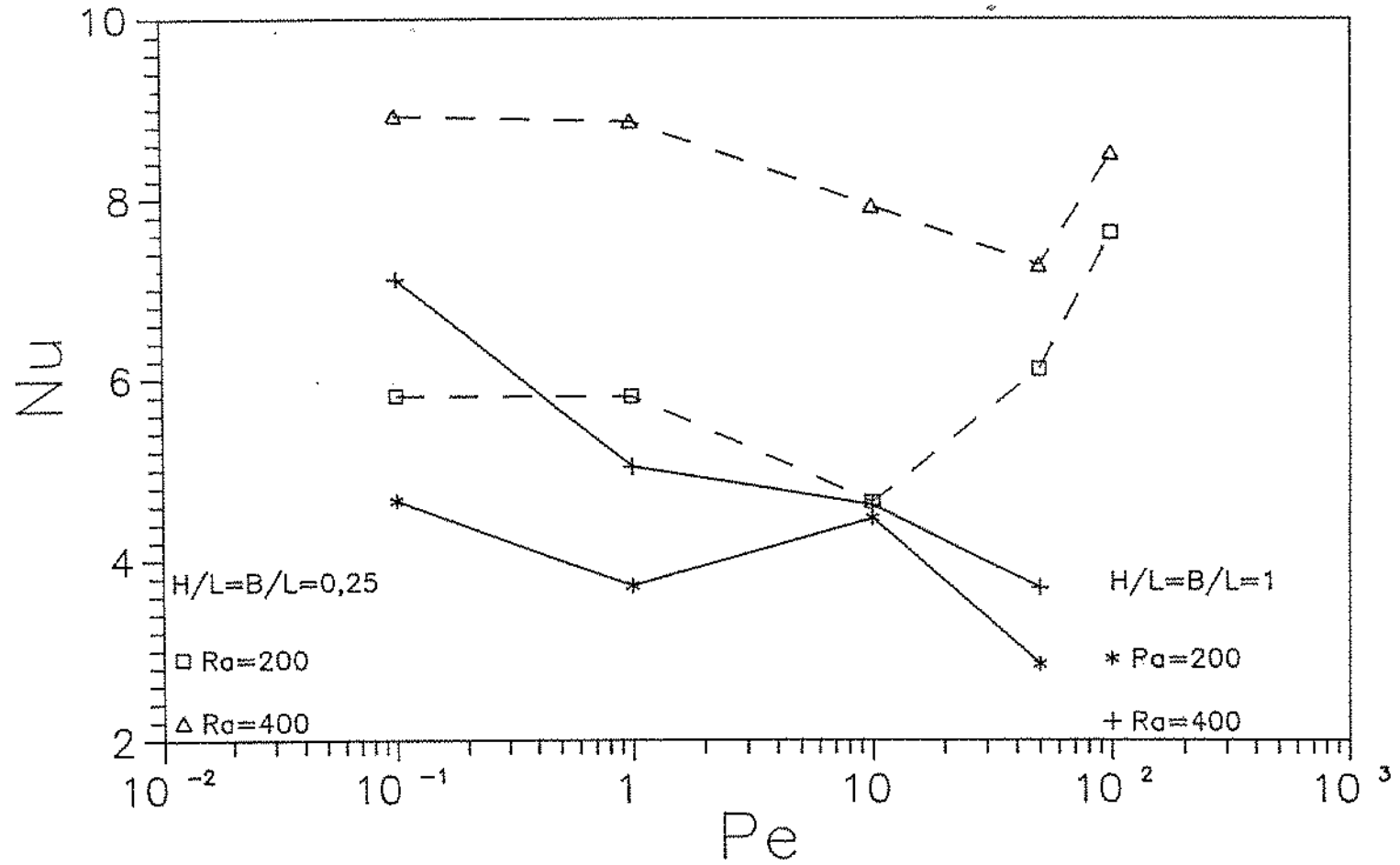


Figura 7.29 - Nusselt global em função de Peclet para $H/L=B/L=1$ e $H/L=B/L=0,25$, com $Ra=200$ e $Ra=400$.

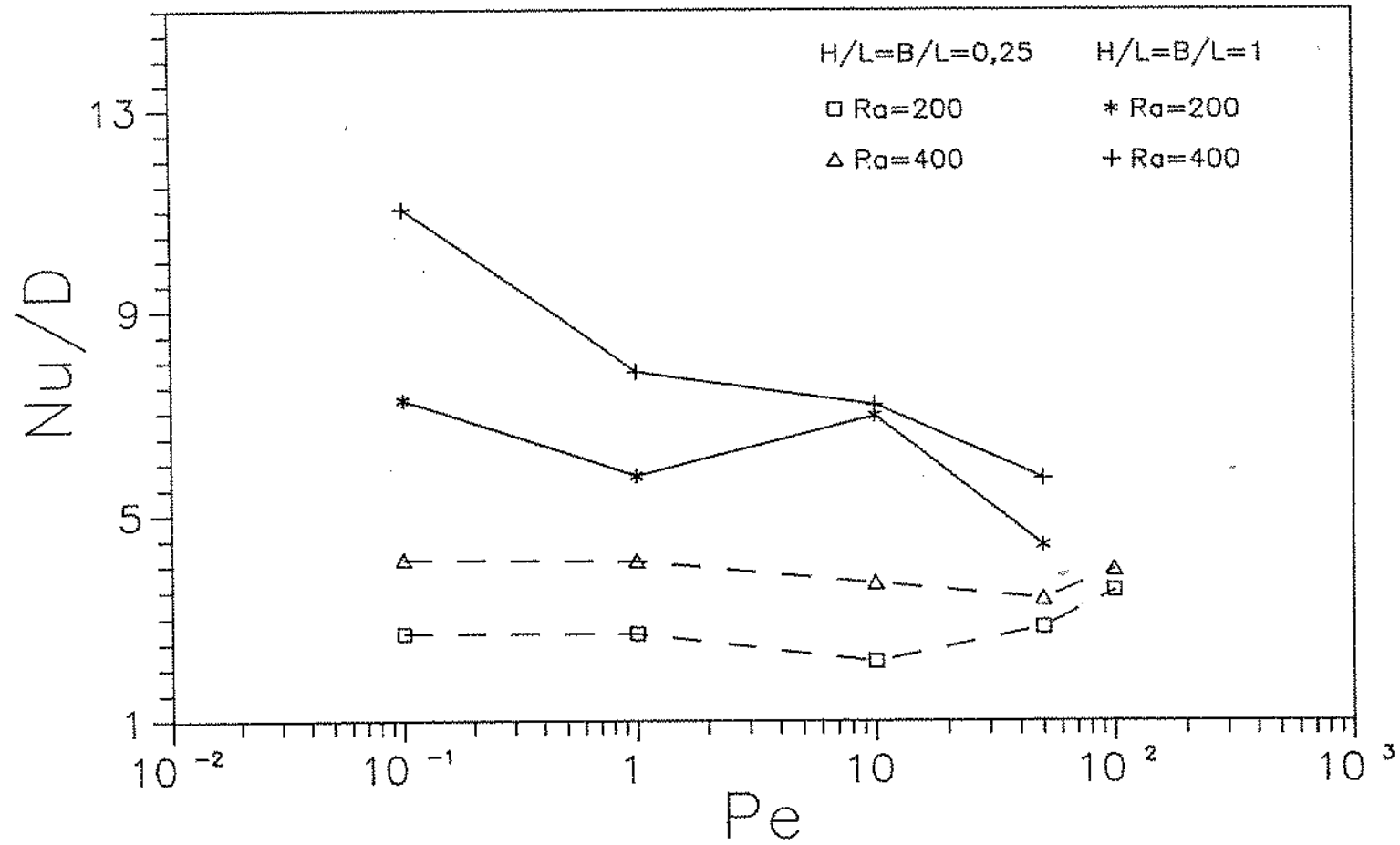


Figura 7.30 - Efeito convectivo em função de Peclet para $H/L=B/L=1$ e $H/L=B/L=0,25$, com $Ra=200$ e 400.

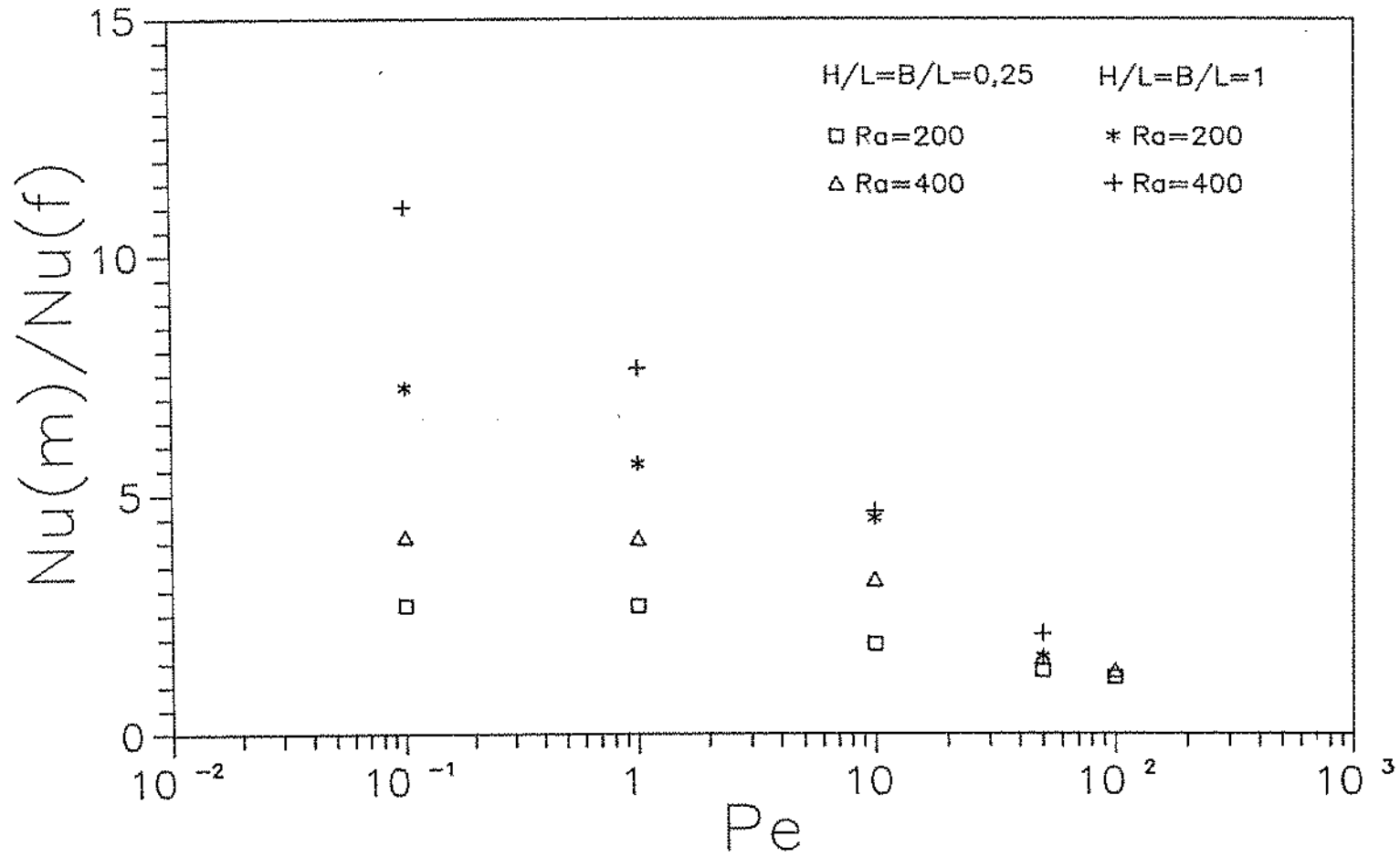


Figura 7.31 - Comparação entre convecção mista e convecção forçada em função de Peclet para $H/L=B/L=1$ e $H/L=B/L=0,25$, com $Ra=200$ e 400 .

constatação. Ainda sobre a geometria mais rasa, verifica-se que para $Pe \geq 50$ o valor da razão aproxima-se muito da unidade, caracterizando o predomínio absoluto do padrão da convecção forçada pura.

A comparação entre a convecção mista e a convecção natural pura pode ser acompanhada por meio da Figura 7.32, que apresenta os valores de Nu_M / Nu_N , para $H/L=B/L=0,25$ e 1 , com $Ra=200$ e $Ra=400$. Nesse gráfico observam-se os mínimos já referidos anteriormente, constatando-se que os mesmos ocorrem com valores de Nu_M / Nu_N inferiores à unidade. Revelam-se, portanto, situações em que mesmo com Rayleigh elevado o efeito de Peclet chega a perturbar de modo significativo o processo de transferência de calor. Deve-se ressaltar também que o conjunto de valores da razão Nu_M / Nu_N está relativamente próximo da unidade, caracterizando o predomínio dos efeitos de empuxo, implícito nos valores elevados de Rayleigh considerados.

Nas Figuras 7.33 e 7.34 são apresentadas as distribuições de Nusselt local para $Ra=400$, com $Pe=1, 10$ e 50 , ao longo da parede quente e ao longo da parede fria, respectivamente. Observam-se claramente os efeitos sobre a parede quente dos padrões de escoamento envolvendo quatro células ($Pe=1$) e duas células ($Pe=10$), enquanto para $Pe=50$ tem-se o escoamento num único sentido ao longo da parede quente. A ocorrência de máximos e mínimos nas curvas correspondentes a situações em que há recirculação se dá nas posições de fronteira entre células. É interessante notar a coincidência de mínimos nas curvas de $Pe=1$ e $Pe=10$, indicando a não alteração significativa do tamanho da célula à direita da cavidade com a mudança do número de Peclet.

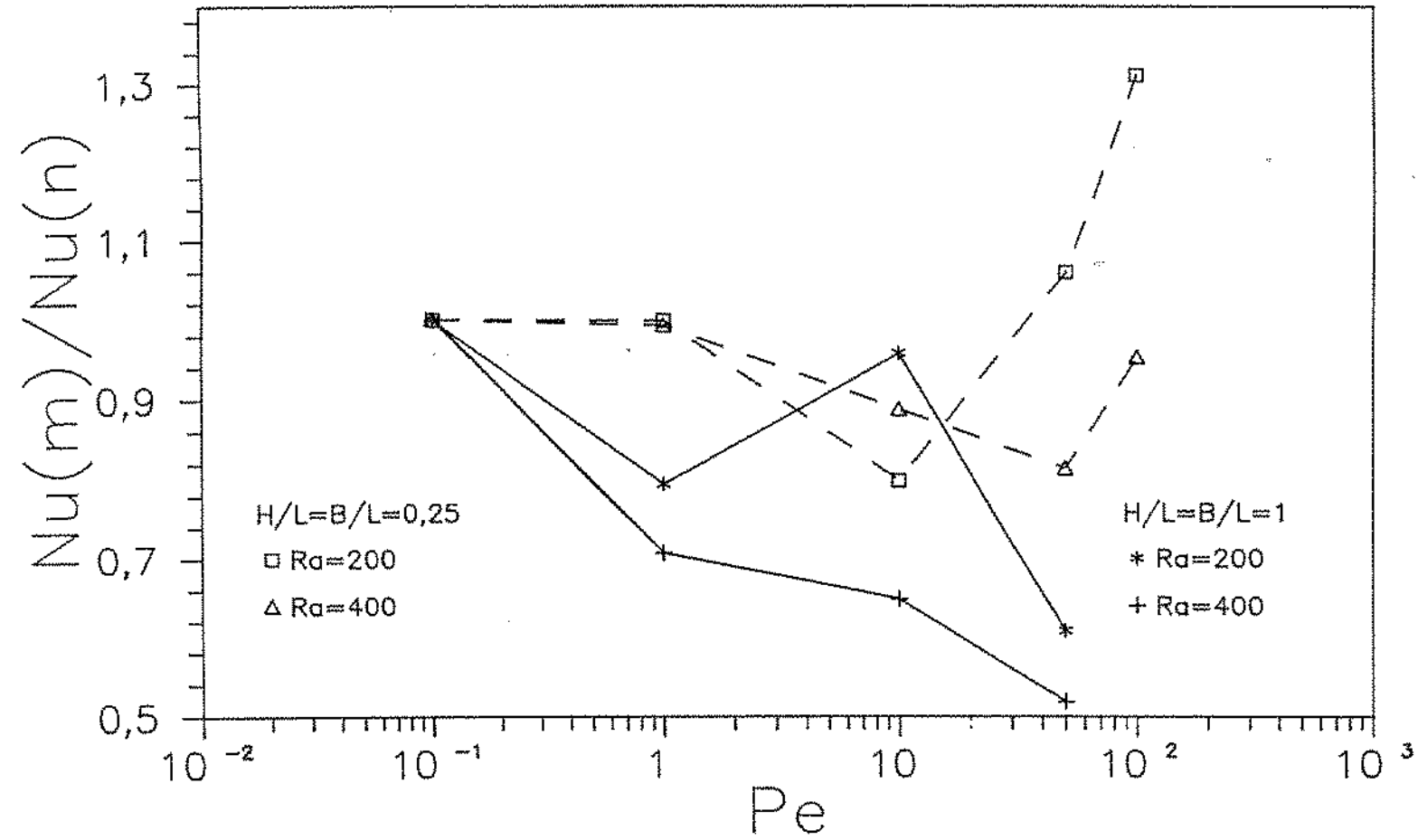


Figura 7.32 - Comparação entre convecção mista e convecção natural em função de Pecllet para $H/L=B/L=1$ e $H/L=B/L=0,25$, com $Ra=200$ e 400 .

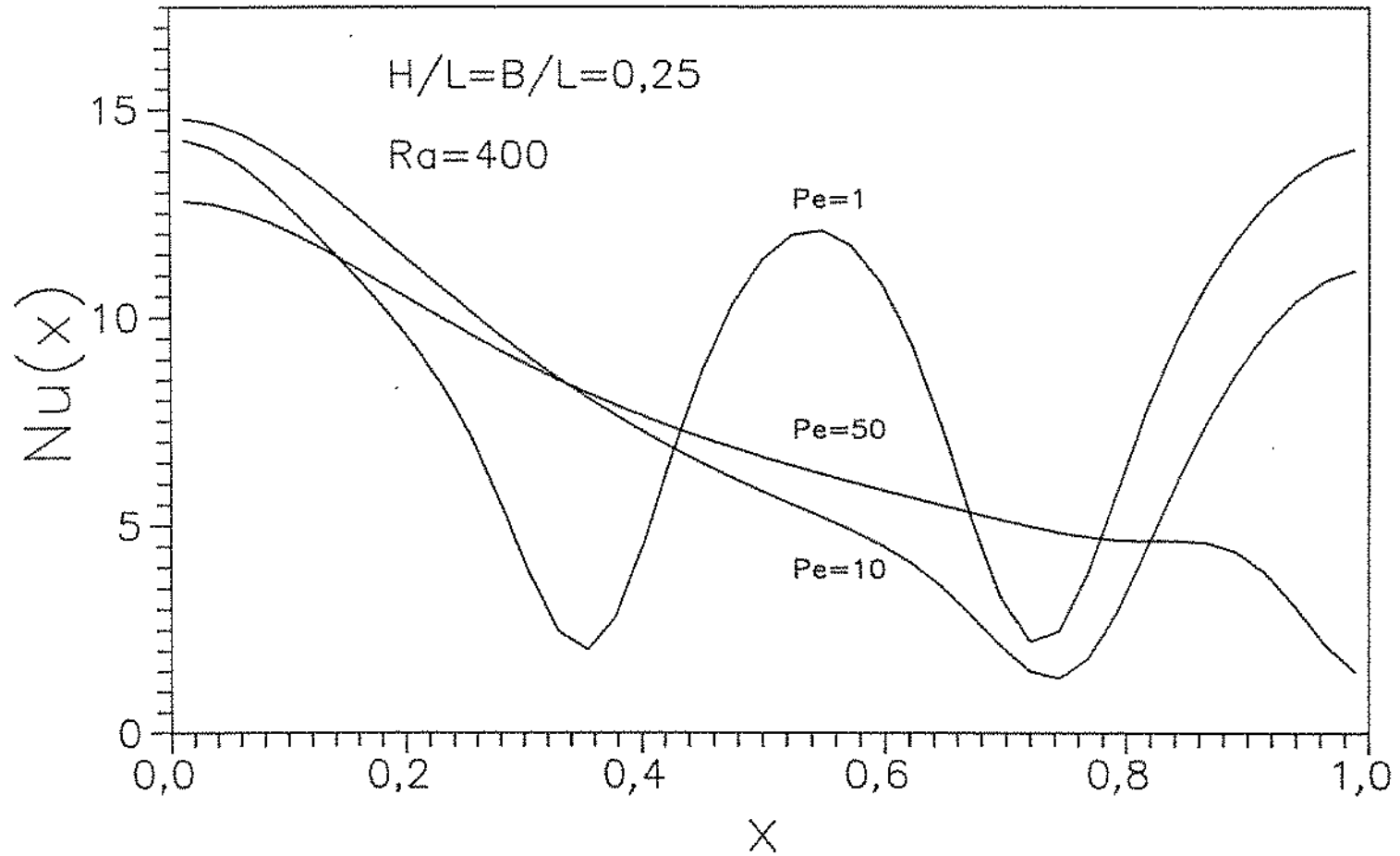


Figura 7.33 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede quente para $Ra=400$, com $H/L=B/L=0,25$.

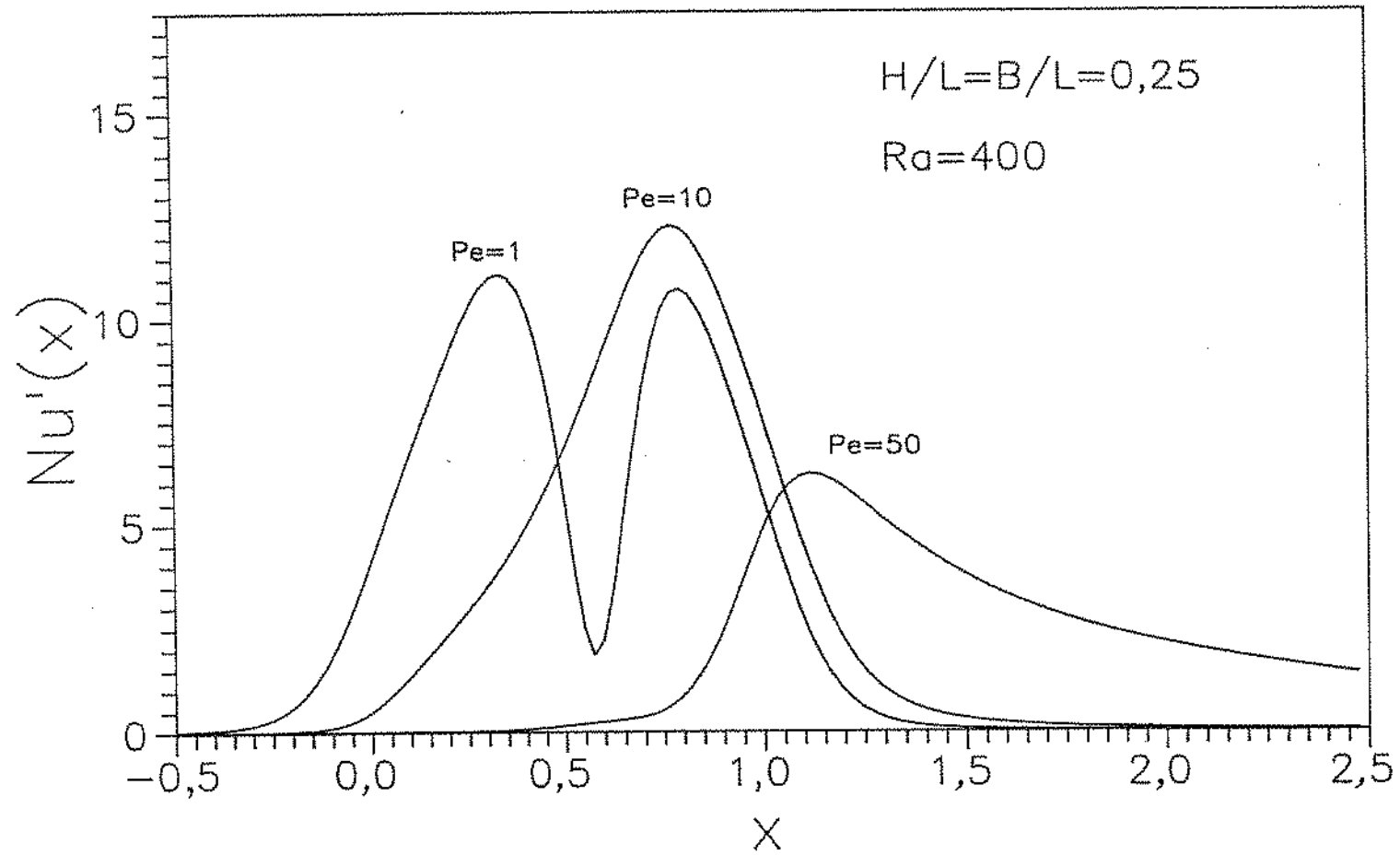


Figura 7.34 - Distribuição de Nusselt local ao longo da parede fria para $Ra=400$, com $H/L=B/L=0,25$.

Quando foram calculados os casos de convecção natural no domínio completo para $Ra=200$ e $Ra=400$, na geometria $H/L=B/L=0,25$, objetivando a comparação com os resultados de convecção mista, observou-se para $Ra=400$ a formação de quatro células de circulação, enquanto pela solução efetuada em meio domínio apenas duas deveriam estar presentes. A solução obtida para o domínio completo é simétrica, fornecendo um valor de Nusselt de 8,924 enquanto a solução obtida considerando apenas a metade do domínio forneceu Nusselt igual a 8,457. A fim de explorar estas diferenças realizaram-se também neste caso vários ensaios, utilizando procedimentos similares aos empregados no caso da assimetria registrada para $H/L=B/L=1$. Em todos os casos foi obtida a mesma solução para $Ra=400$, com quatro células, utilizando o domínio completo. No entanto, utilizando meio domínio apenas, bastou somente utilizar uma malha irregular para rapidamente obtermos uma solução com duas células, que rebatida para a outra metade do domínio, corresponde à solução com quatro células obtida usando o domínio completo, com valores equivalentes de Nusselt e de Ψ .

Na Figura 7.35 são apresentados os mapas de linhas de corrente e de isotermas para o cálculo de convecção natural no domínio completo para $Ra=200$ e $Ra=400$, bem como as isotermas para difusão pura, correspondentes a $Ra=0$.

Na avaliação da relação Nu_M/Nu_N , para $Ra=400$, com $H/L=B/L=0,25$, optou-se por utilizar como referência de convecção natural o valor obtido para o domínio completo, basicamente porque o padrão do escoamento obtido em convecção mista para $Pe=0,1$ é semelhante ao obtido para convecção natural para esse

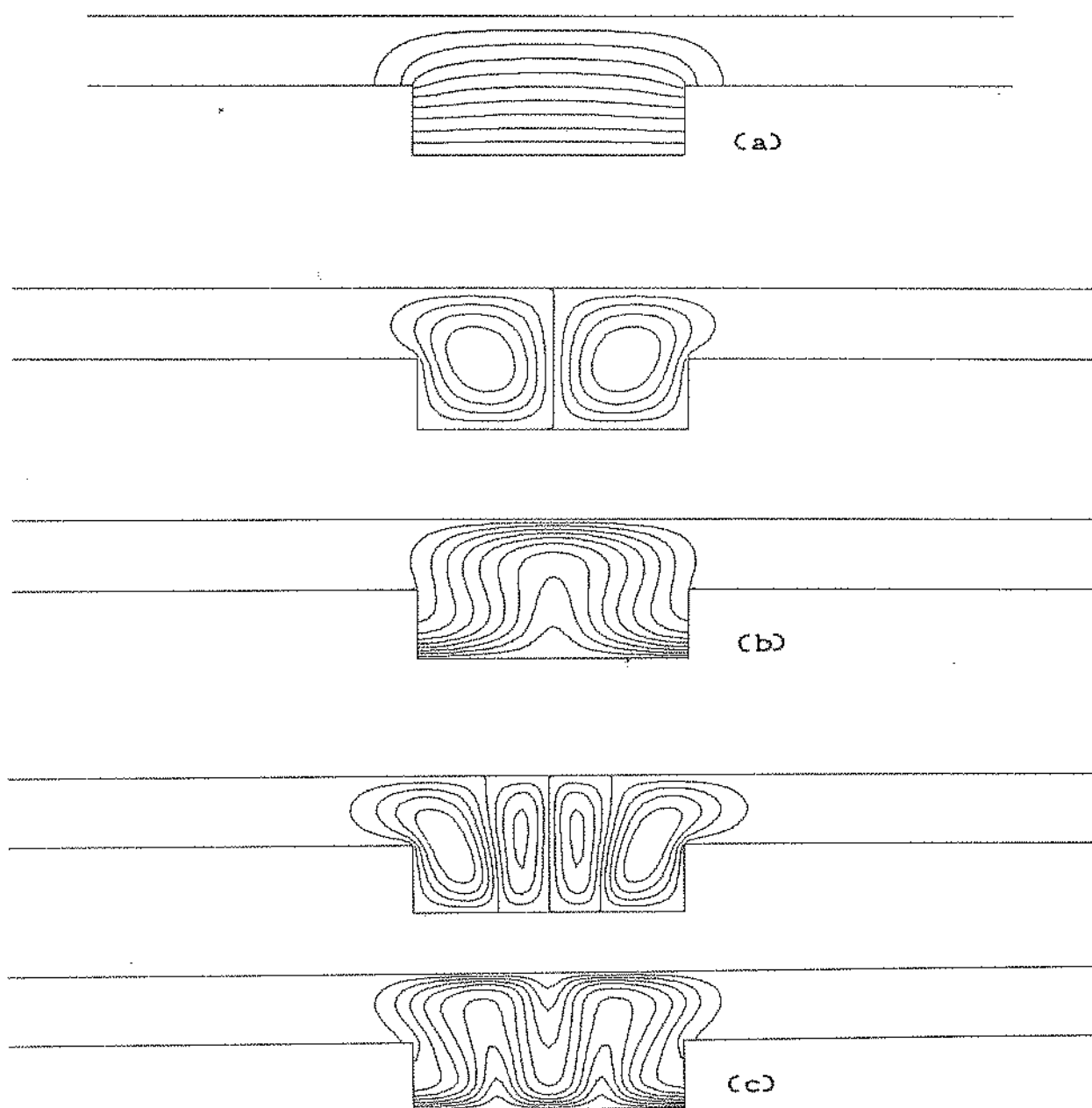


Figura 7.35 - Mapas de linhas de corrente e de isothermas para convecção natural no domínio completo para $H/L=B/L=0,25$ e $\Delta\Psi=\Delta\theta=0,1$ da faixa [(a) $Ra=0$; (b) $Ra=200$; (c) $Ra=400$].

valor de Rayleigh, como pode ser constatado por meio da Figura 7.28. Considerando a Figura 7.36, que compara a solução em meio domínio com a obtida com o domínio completo em $Ra=400$, em termos das distribuições de Nusselt local ao longo da parede aquecida, observa-se também a semelhança da curva obtida para o domínio completo com a correspondente para $Pe=0,1$, na Figura 7.33.

Se a solução para convecção natural obtida para o meio domínio for instável em termos do domínio completo, o fator perturbador representado por um Peclet baixo (em testes com $Pe=0,01$ um padrão semelhante também ficou caracterizado), pode ter um efeito similar ao do próprio procedimento de cálculo iterativo. Destaca-se também que a solução assimétrica obtida representa de fato a situação limite da convecção mista com $Ra=400$, quando Peclet tende a zero.

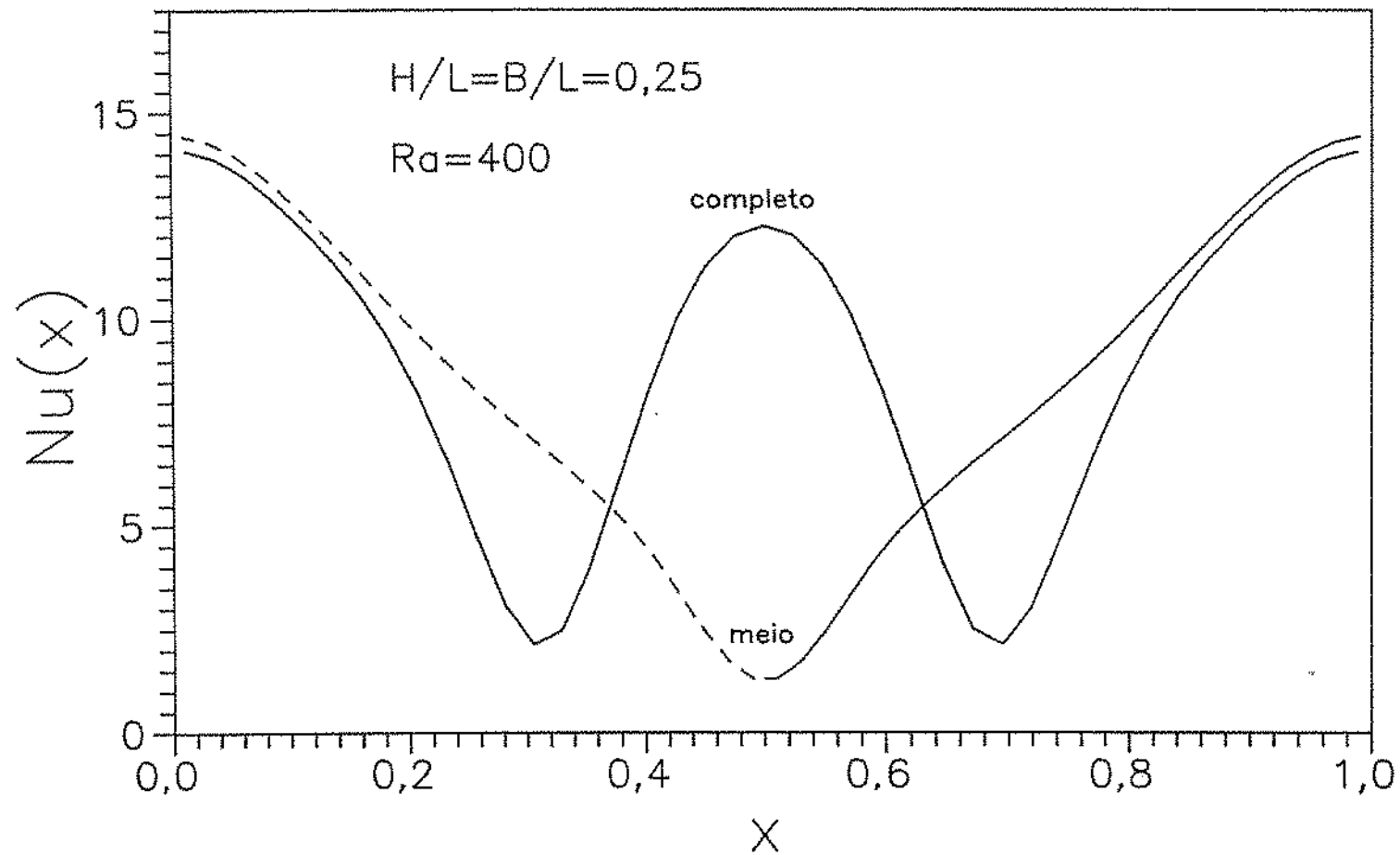


Figura 7.36 - Distribuições de Nusselt local na parede quente para convecção natural com $Ra=400$, em meio domínio e no domínio completo.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste capítulo são expostas as conclusões gerais do trabalho bem como são apresentadas sugestões e recomendações visando desenvolvimentos futuros.

8.1 Conclusões

Foi estudado o problema de transferência de calor e de transporte de massa na configuração porosa descrita como uma camada horizontal que apresenta em sua parede inferior uma cavidade de seção retangular com o fundo aquecido. As situações abordadas podem ser classificadas em função dos mecanismos de convecção envolvidos: convecção forçada, convecção natural e a sua combinação, definida como convecção mista.

8.1.1 Convecção forçada

Foi analisada a situação limite em que o escoamento é definido exclusivamente pelo gradiente de pressão imposto sobre a camada horizontal.

A solução analítica obtida para o escoamento forçado indicou que para camadas horizontais com espessura da ordem de grandeza da largura da cavidade ($B/L=1$), o incremento da

profundidade da cavidade além de $H/L=1,5$ não provoca alterações significativas sobre o escoamento na camada horizontal e na região superior da depressão. Esse aspecto foi também confirmado por meio da simulação numérica. Com $H/L \geq 0,5$ a vazão de fluido que penetra na cavidade é próxima de 20% da vazão total.

Para a configuração padrão ($H/L=B/L=1$) o efeito do número de Peclet sobre as taxas de transferência de calor começa a ser significativo a partir de $Pe=5$. O efeito convectivo sobre os valores de Nusselt não alcançou o fator 4, para valores de Peclet iguais ou inferiores a 100.

Para profundidade da cavidade $H/L=1$ o aumento da espessura da camada horizontal para valores além de $B/L=1$, com valores de $Pe \geq 10$, afeta muito pouco as taxas de transferência de calor e o escoamento sobre a cavidade.

Com valores de Peclet elevados ($Pe \geq 10$) e espessura da camada $B/L=1$ o efeito da profundidade da cavidade foi o de diminuir drasticamente o efeito convectivo sobre as taxas de transferência de calor, de modo que, com $H/L=2$ os valores obtidos de Nusselt aproximam-se bastante dos correspondentes à difusão pura.

De modo geral o efeito do incremento de Peclet sobre a distribuição de temperaturas no escoamento foi o de deslocar o centro quente do mesmo a jusante da cavidade e de aumentar o gradiente de temperaturas no interior da depressão.

A situação definida por $H/L=0$, sem cavidade, apresenta características qualitativamente distintas, com valores locais de Nusselt bastante elevados nas extremidades do trecho aquecido,

pois o escoamento nesse caso é paralelo às paredes da camada horizontal, e a superfície aquecida é exposta de modo direto ao escoamento na camada.

Foi possível observar, também, que o efeito de irregularidades e transições relativamente bruscas da malha não afetaram significativamente as soluções numéricas obtidas para convecção forçada.

8.1.2 Convecção natural

Outra situação limite estudada diz respeito à consideração exclusiva das forças de empuxo térmico na definição do escoamento.

Neste caso observou-se que a presença de irregularidades na malha e, particularmente, de transições bruscas, afetou de modo significativo o processo iterativo de solução numérica. Como o escoamento não sofre imposição de nenhum gradiente externo de pressão, o mesmo depende exclusivamente, e de forma interdependente, do campo de temperaturas para o seu estabelecimento. Em consequência, foram utilizadas malhas regulares para a simulação destes casos, de modo a evitar problemas causados por irregularidades da malha. Isto foi também possível porque, sendo o problema simétrico, optou-se por simular o problema considerando apenas metade do domínio, o que reduziu o comprimento do mesmo, facilitando o emprego de malhas regulares.

Em decorrência do fundo aquecido da cavidade constituir um trecho limitado do domínio, mesmo para valores muito baixos de

Rayleigh observa-se sempre a presença de zonas de recirculação.

Considerando a geometria padrão ($H/L=B/L=1$), observou-se que somente a partir de valores de Rayleigh próximos a 50 o efeito convectivo sobre as taxas de transferência de calor passa a ser notado. O mesmo pode ser observado sobre a geometria $H/L=B/L=0,25$. Para esta última o efeito convectivo do incremento de Rayleigh é bem menor do que o obtido com a primeira configuração, pois a taxa de difusão pura com $H/L=B/L=0,25$ é bastante superior. Por outro lado, os valores obtidos para Nusselt e para a variação da função corrente com $H/L=B/L=0,25$ foram sempre superiores aos obtidos com $H/L=B/L=1$, para os mesmos valores de Rayleigh.

Fixando-se o valor de Rayleigh em 200, situação em que o efeito convectivo é apreciável, foi analisado o efeito da profundidade da cavidade para espessuras da camada horizontal $B/L=1$ e $B/L=0,25$. Concluiu-se que a profundidade afeta de modo muito semelhante as taxas de transferência de calor de ambas as configurações, e que, portanto, a variação da espessura da camada horizontal tem um efeito bem menos expressivo do que a variação da profundidade da cavidade. O incremento da profundidade induz a uma redução acentuada das taxas de transferência de calor. Concluiu-se também que a variação da profundidade conduz a alterações no padrão do escoamento para $H/L=B/L=0,25$, onde ocorre a mudança de duas para uma zona de recirculação entre $H/L=0,20$ e $H/L=0,25$. Foi observado ainda que a extensão da parede superior afetada pela transferência de calor foi pouco alterada pela variação da profundidade.

Com a finalidade de explorar o surgimento de múltiplas células em configurações com cavidades largas e rasas foi analisada a variação de Rayleigh com $B/L=0,25$ para $H/L=0,10$ e $H/L=0,20$, observando-se um comportamento semelhante para as duas configurações. O efeito convectivo passa a ser relevante a partir de $Ra=50$ e ambas as geometrias apresentam transições do padrão de escoamento de uma para duas e de duas para três zonas de recirculação com o incremento de Rayleigh. As transições não provocam alterações muito significativas nos valores de Nusselt. Concluiu-se também que o efeito convectivo guarda estreita correlação linear com a faixa de variação da função corrente, indicativa da intensidade do escoamento. Confirmou-se novamente, que o efeito convectivo é mais intenso para as geometrias com cavidades mais profundas.

Para as configurações com $H/L=0$ e $H/L=1$ foi estudado o efeito da variação da espessura da camada horizontal B/L para $Ra=200$. Concluiu-se que para a geometria com $H/L=1$ ocorre um aumento significativo do Nusselt global em função de B/L para valores desse parâmetro entre 0,125 e 1, sendo que para valores superiores de B/L o efeito dos aumentos subsequentes torna-se progressivamente menos importante. Com $H/L=0$ observou-se uma variação suave dos valores de Nusselt para valores de B/L entre 0,25 e 1. Foi verificada nessa configuração a obtenção de duas soluções numericamente estáveis para $B/L=0,5$, calculadas a partir de distintas distribuições iniciais de temperatura e de função corrente. Observou-se que a solução mais estável numericamente foi a que apresentou Nusselt mais elevado.

Para $Ra=50$ na geometria $H/L=B/L=1$, e para $Ra=400$ na geometria $H/L=B/L=0,25$ os resultados obtidos considerando apenas meio domínio e considerando o domínio completo no cálculo foram diferentes e estáveis numericamente. Pode-se efetivamente concluir que em problemas do tipo analisado neste estudo a ocorrência de múltiplas soluções numéricas estáveis é possível, constituindo a análise de seus diversos condicionantes um objeto específico de pesquisa. Neste sentido observou-se também que irregularidades bruscas da malha aumentam a ocorrência das soluções que apresentam valores superiores de Nusselt, precipitando o seu estabelecimento. As distribuições iniciais de temperatura e de função corrente adotadas como ponto de partida para o cálculo também tem influência importante em situações onde a multiplicidade ocorre.

8.1.3 Convecção mista

Foram obtidos resultados para situações onde são combinados os efeitos de convecção forçada e de convecção natural, considerando a imposição de um escoamento na camada horizontal e o empuxo térmico.

Para a configuração dada por $H/L=B/L=1$ foram considerados valores de Peclet na faixa entre 0,1 e 50 e valores de Rayleigh entre 5 e 400. Concluiu-se que para $Pe=0,1$ o padrão geral do escoamento aproxima-se bastante do obtido para convecção natural pura, sendo que os maiores valores de Nusselt para $Ra=200$ e $Ra=400$ foram obtidos com $Pe=0,1$.

O valor de Nusselt para $Pe=0,1$ e $Pe=1$ apresenta um comportamento similar para $Ra \leq 100$, sendo que os valores obtidos para $Pe=1$ nessa faixa são ligeiramente superiores, particularmente para $25 \leq Ra \leq 100$. No entanto para $Ra > 100$ há uma inversão desse comportamento, fazendo com que os valores de Nusselt para $Pe=0,1$ ultrapassem de modo significativo os obtidos para $Pe=1$, e também os correspondentes a $Pe=10$ e a $Pe=50$ em $Ra=400$. Conclui-se portanto que para um determinado valor de Peclet abaixo da unidade o padrão próximo ao da convecção natural passa a ser claramente alterado pelo escoamento imposto na camada, provocando queda acentuada nas taxas de transferência de calor, para valores elevados de Rayleigh ($Ra > 100$). Observa-se também que após essa queda os valores de Nusselt começam novamente a subir com o aumento de Peclet.

Concluiu-se também que para todos os valores de Peclet analisados os resultados obtidos para Nusselt na faixa de $Ra \leq 25$ são bastante próximos aos obtidos em convecção forçada pura.

Por outro lado, para $Ra \geq 200$ os resultados obtidos são próximos aos correspondentes à convecção natural, destacando-se as situações com $Pe=10$ e $Pe=50$, onde os valores estão nitidamente abaixo dos obtidos em convecção natural. Com $Ra \geq 200$ o efeito de Rayleigh sobre as taxas de transferência de calor quando comparadas às obtidas em convecção forçada é tanto mais importante quanto menor o valor de Peclet, em todos os casos.

Para $Pe=50$ o padrão do escoamento assemelha-se bastante ao obtido em convecção forçada, para valores de $Ra \leq 100$. Para $Ra \geq 200$ ocorre a formação de uma zona de recirculação

confinada no interior da cavidade pelo escoamento na camada horizontal, o que afeta de modo notável a transferência de calor, reduzindo os valores de Nusselt.

Em termos de transferência de calor, os maiores desempenhos da convecção mista em relação à convecção natural são verificados na faixa $Ra \leq 100$, para os diversos valores de Peclet, e com maior intensidade na faixa $Ra \leq 25$.

Entre $Ra=25$ e $Ra=50$, para $Pe \geq 10$, observa-se uma transição do comportamento da razão entre o Nusselt de convecção mista e o Nusselt de convecção natural, que é crescente, de modo geral, em função de Rayleigh para $Ra \leq 25$, e passa a ser decrescente para $Ra \geq 25$.

Com $Pe=0,1$ ocorreram duas zonas de recirculação em todos os casos. Para $Pe=1$ não houve recirculação para $Ra \leq 10$ e verificaram-se duas zonas para $Ra \geq 25$. Com $Pe=10$ ocorreram duas zonas de recirculação para $Ra=400$, uma zona de recirculação para $100 \leq Ra \leq 200$, e nenhuma com $Ra \leq 50$. Finalmente, para $Pe=50$ ocorreu apenas uma zona de recirculação, confinada à cavidade, para $Ra \geq 200$. Os valores máximos de intensidade de recirculação foram decrescentes em função de Peclet.

Em relação à convecção mista na configuração $H/L=B/L=0,25$ foram estudados casos com $Ra=200$ e $Ra=400$, basicamente para verificar situações envolvendo um maior número de células de recirculação. Para $Ra=200$ observou-se duas células com $Pe \leq 10$ e nenhuma célula com $Pe \geq 50$. Com $Ra=400$ obtiveram-se quatro células para $Pe \leq 1$, duas para $Pe=10$, uma para $Pe=50$ e nenhuma para $Pe=100$. Os valores mínimos de Nusselt foram obtidos

para $Pe=10$ no conjunto de situações com $Ra=200$ e para $Pe=50$ para o conjunto com $Ra=400$. Todos os valores obtidos não se distanciaram muito dos valores correspondentes à convecção natural. Para a geometria $H/L=B/L=1$, com $Ra=200$ e $Ra=400$, houve quedas importantes na razão entre o Nusselt de convecção mista e o de natural. Para a geometria $H/L=B/L=0,25$ essas quedas são evidentes já na análise dos valores de Nusselt, e foram referidas acima. De modo geral essas quedas estão associadas às situações que precedem alterações do padrão de escoamento, que afetam as condições em que se dá a transferência de calor entre a superfície aquecida e o meio poroso saturado. De modo geral, após a alteração do padrão de escoamento as taxas voltam a subir.

8.2 Recomendações e sugestões

Visando futuros desenvolvimentos do presente trabalho e possíveis desdobramentos do mesmo, são apresentadas algumas sugestões e recomendações.

Tendo em vista a complexidade do fenômeno de convecção mista em geometrias porosas irregulares, considera-se que a realização de trabalhos experimentais nesse campo tem grande importância, já que não existem resultados disponíveis até o momento envolvendo configurações porosas como a estudada no presente trabalho.

A metodologia analítica apresentada para a análise da convecção forçada pode ser utilizada para um estudo mais detalhado dos efeitos da variação conjunta da espessura da camada

horizontal e da profundidade da cavidade, permitindo determinar, além da distribuição da função corrente, também componentes da velocidade e a fração do fluido em escoamento que penetra na cavidade.

Considera-se importante o estudo dos efeitos do esquema adotado para a discretização das equações diferenciais sobre o processo de resolução e sobre as próprias soluções obtidas, particularmente nos casos envolvendo convecção natural com malhas irregulares. As situações em que podem ser obtidas múltiplas soluções merecem ênfase, já que nessas circunstâncias foi observada sensibilidade especial em relação a irregularidades bruscas da malha. O esquema de Allen e generalizações propostas (FIGUEIREDO, 1988) parecem indicar possibilidades promissoras nesse aspecto.

Também em relação à questão de múltiplas soluções, é interessante o estudo desses problemas por meio de algoritmos que considerem o fenômeno em regime transitório, de modo a permitir a exploração do efeito de perturbações sobre as soluções obtidas, procurando verificar a estabilidade relativa das mesmas.

A análise dos problemas com a aplicação da Segunda Lei da Termodinâmica, pode também auxiliar a estabelecer critérios associados às taxas de transferência de calor em relação à estabilidade relativa de diversas soluções. Ao longo da realização deste trabalho, em diversas situações, as soluções que apresentaram maiores taxas de transferência de calor mostraram-se mais estáveis numericamente. Utilizando o conceito de geração de entropia como definido por BEJAN (1982), conclui-se que nas

situações envolvendo múltiplas soluções, aquelas em que as taxas de transferência de calor são maiores apresentam uma geração de entropia mais elevada, envolvendo portanto maiores irreversibilidades termodinâmicas. Deve ser observado que a geração de entropia depende não só da diferença de temperaturas entre a fonte quente e a fria mas também do nível dessas temperaturas em termos absolutos. Esse aspecto conduziria à consideração dos níveis absolutos das temperaturas, o que não é feito no equacionamento usual dos problemas de convecção. Dessa forma, para um dado ΔT a geração de entropia seria tanto maior quanto mais baixo o nível das temperaturas em termos absolutos.

Um aspecto interessante nos problemas estudados que merece atenção diz respeito às alterações observadas no padrão de escoamento envolvendo o aumento ou diminuição do número de células de recirculação. O melhor conhecimento dos fatores e mecanismos que conduzem a essas alterações pode facilitar a compreensão do fenômeno de transferência de calor e de transporte de massa em seu conjunto.

Outro aspecto que pode merecer atenção no futuro é a consideração de um fluxo de calor determinado na parede aquecida, no lugar do aquecimento isotérmico considerado neste estudo, de modo a explorar os efeitos desse tipo de condições de contorno sobre as características do escoamento.

Também pode ser relevante o estudo dos efeitos da possível inclinação da configuração analisada em relação ao campo gravitacional, o que pode conduzir a alterações importantes no fenômeno observado.

Em termos do modelamento utilizado pode-se incluir a consideração dos termos viscosos nas equações de conservação da quantidade de movimento proposta por BRINKMAN (1947), o que permitiria analisar situações envolvendo meios com grande permeabilidade. Também a inclusão dos termos de inércia proposta por FORCCHIMER (1901) permitiria a obtenção de resultados aplicáveis a casos onde as velocidades sejam elevadas, expressas em termos do número de Reynolds para o meio poroso. Outro aspecto a considerar poderia ser a avaliação do campo de validade da aplicação extensivamente utilizada da aproximação de Boussinesq, por meio da qual os efeitos da temperatura sobre o escoamento se resumem à consideração da variação da densidade no termo de empuxo. Alternativamente, poderiam ser considerados os efeitos da temperatura sobre as propriedades do fluido, e mais além, sobre as propriedades da matriz porosa.

Mesmo sem alterar o modelamento utilizado, em função do caráter exploratório deste estudo, muitos aspectos específicos do problema podem merecer atenção futura. No caso mais geral há quatro parâmetros adimensionais influenciando o fenômeno, e neste trabalho apenas uma parcela dos aspectos passíveis de análise foi abordada, de modo a se obter uma noção geral a respeito da relevância dos diversos parâmetros envolvidos.

Outro aspecto que merece ser mencionado diz respeito à implementação no algoritmo de cálculo numérico de rotina de traçagem de mapas de linhas de corrente e de isotermas, bem como da visualização da grade e do domínio, de modo "on-line" em monitor de estação de trabalho. Este expediente mostrou-se de

grande valia para o acompanhamento visual do processo de cálculo e para a verificação da grade, da extensão do domínio adotado e mesmo da imposição das condições de contorno. Particularmente em fenômenos transitórios esse procedimento pode ser ainda de maior utilidade. Assim sugere-se fortemente que, dispondo de estações de trabalho com monitor gráfico, rotinas de traçagem sejam implementadas nos algoritmos de cálculo para visualização da evolução dos processos de simulação numérica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AUNG, W. An interferometric investigation of separated forced convection in laminar flow past cavities. *J. Heat Transfer*, vol.105, p.505-512, 1983.
- BEAR, J. *Dynamics of fluids in porous media*. New York: Am. Elsevier, 1972.
- BEJAN, A. *Entropy generation through heat and fluid flow*. New York: John Wiley, 1982.
- BEJAN, A. *Convection heat transfer*. New York: John Wiley, 1984.
- BEJAN, A. Convective heat transfer in porous media. In: KAKAÇ, S.; SHAH, R.K.; AUNG, W., eds. *Handbook of single-phase convective heat transfer*. New York: John Wiley, 1987.
- BOWMAN, F. *Introduction to elliptic functions*. New York: Dover, 1961.
- BRINKMAN, H.C. A calculation of the viscous force extended by a flowing fluid on a dense swarm of particles. *Appl. Sci. Res.*, vol.A1, p.26-34, 1947.
- CARTER, F.W. The magnetic field of the dynamo-electric machine. *Journal of the Institution of the Electrical Engineers*, vol.64, p.1115-1138, 1926.
- CATTON, I. Natural convection heat transfer in porous media. In: *Natural convection: fundamentals and applications*. New York: Hemisphere, 1985.

- CHENG, P. The influence of lateral mass flux on free convection boundary layers in a saturated porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.20, p.201-206, 1977a.
- CHENG, P. Combined free and forced convection flow about inclined surfaces in porous media. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.20, p.807-814, 1977b.
- CHENG, P. Similarity solutions for mixed convection from horizontal impermeable surfaces in saturated porous media. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.20, p.893-898, 1977c.
- CHENG, P. Heat transfer in geothermal systems. *Adv. Heat Transfer*, vol.14, p.1-105, 1978.
- CHENG, P. Mixed convection about a horizontal cylinder and a sphere in a fluid-saturated porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.25, p.1245-1247, 1982.
- CHENG, P. Geothermal heat transfer. In: ROHSENOW, W.M.; HARTNETT, J.P.; GANIČ, E.N., eds. *Handbook of heat transfer applications*. 2.ed. New York: Mc Graw-Hill, 1985.
- CHENG, P. & CHANG, I-Dee Buoyance induced flows in a porous medium adjacent to impermeable horizontal surfaces. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.19, p.1267-1272, 1976.
- CHENG, P. & LAU, K.H. The effect of steady withdrawal of fluid in geothermal reservoirs. In: UNITED NATIONS. *Development and use of geothermal resources: proceedings of the 2nd symposium on ... held in 1973*, v.3, pp.1591-1598, 1977.

- CHENG, P. & TECKCHANDANI, L. The transient heating and withdrawal of fluids in a liquid-dominated geothermal reservoir. In: AM. GEOPHYS. UNION. The natural and physical properties of the earth's crust. AGU Monogr. vol.20, p.705-721, 1977.
- COCKCROFT, J.D. The effect of curved boundaries on the distribution of electrical stress round conductors. Journal of the Institution of the Electrical Engineers, vol.66, p.385-409, 1928.
- COMBARNOUS, M. Convection naturelle et convection mixte en milieu poreux. Paris: Editions Technip, 1970. (These, Univ. de Paris).
- COMBARNOUS, M.A. & BIA, P. Combined free and forced convection in porous media. Soc. Petrol. Engng. Jl. , vol.11, p.399-405, 1971.
- COMBARNOUS, M.A. & BORIES, S.A. Hydrothermal convection in saturated porous media. Advances in Hydroscience, vol.10, p.231-307, 1975.
- DARCY, H. Les fontaines publiques de la ville de Dijon, Paris: Victor Dalmont, 1856.
- ECKERT, E.R.G. et alii Heat transfer - a review of 1984 literature. Int. J. Heat Mass Transfer, vol.28, p.2181-2227, 1989.
- ECKERT, E.R.G. et alii Heat transfer - a review of 1985 literature. Int. J. Heat Mass Transfer, vol.29, p.1767-1842, 1986.
- ECKERT, E.R.G. et alii Heat transfer - a review of 1986 literature. Int. J. Heat Mass Transfer, vol.30, p.2449-2523, 1987.

ECKERT, E.R.G. et alii Heat transfer - a review of 1987 literature. Int. J. Heat Mass Transfer, vol.31, p.2401-2488, 1988.

ECKERT, E.R.G. et alii Heat transfer - a review of 1988 literature. Int. J. Heat Mass Transfer, vol.32, p.2211-2280, 1989.

ELDER, J.W. Steady free convection in a porous medium heated from below, J. Fluid Mech., vol.27, p.29-48, 1967a.

ELDER, J.W. Transient convection in a porous medium, J. Fluid Mech., vol.27, p.609-623, 1967b.

EL-KHATIB, G. & PRASAD, V. Effects of stratification on thermal convection in horizontal porous layers with localized heating from below. J. Heat Transfer, vol.109, p.683-687, 1987.

FIGUEIREDO, J.R. Generalizacao e aproximacao do esquema discretizante de Allen para equacoes de transporte em fluidos. Campinas: Unicamp, 1988. (Tese de Doutorado).

FORCHHEIMER, P.H. Z. Ver. Dtsch. Ing., vol.45, p.1782-1788, 1901. apud BEJAN (1987)

GOSMAN, A.D. et alii Heat and mass transfer in recirculating flows. New York: Academic Press, 1969.

HILDEBRAND, F.B. Introduction to numerical analysis. 2.ed. New York: McGraw-Hill, 1974.

HILDEBRAND, F.B. Advanced calculus for applications. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1976.

- HORNE, R.N. & O'SULLIVAN, M.J. Oscillatory convection in a porous medium: the effect of throughflow. In: UNIVERSITY OF CANTERBURY. Fifth australasian conference on hydraulics and fluid mechanics ... held in Christchurch, New Zealand, 9-13 December, 1974a.
- HORNE, R.N. & O'SULLIVAN, M.J. Oscillatory convection in a porous medium heated from below. *J. Fluid Mech.*, vol.66, p.339-352, 1974b.
- HORTON, C.W. & ROGERS, R.T. Convection currents in a porous medium. *J. Appl. Phys.*, vol.16, p.367-370, 1945.
- HUMPHREY, J.A.C. & JACOBS, E.W. Free-forced laminar flow convective heat transfer from a square cavity in a channel with variable inclination. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.24, p.1589-1597, 1981.
- JOHNSON, R.W. & DHANAK, A.M. Heat transfer in laminar flow past a rectangular cavity with fluid injection. *J. Heat Transfer*, vol.98, p.226-231, 1976.
- KOBER, H. Dictionary of conformal representations. New York: Dover, 1957.
- LAI, F.-C.; KULACKI, F.A.; PRASAD, V. Mixed convection in horizontal porous layers: effects of thermal boundary conditions. In: Mixed convection heat transfer - 1987, ASME HTD, vol.84, p.91-96, 1987.
- LAI, F.-C.; PRASAD, V.; KULACKI, F.A. Effects of the size of heat source on mixed convection in horizontal porous layers heated from below. Proc. 2nd ASME/JSME Thermal Engng. Jt. Conf., Honolulu, vol.2, p.413-419, 1987.
- LAMB, H. Hydrodynamics. 6.ed. New York: Dover, 1945.

LAPWOOD, E.R. Convection of a fluid in a porous medium. Proceedings, Cambridge Philosophical Society, vol.44, p.508-521, 1948.

LLOYD, J.R. & SPARROW, E.M. Combined forced and free convection flow on vertical surfaces. Int. J. Heat Mass Transfer, vol.13, p.434-438, 1970.

LUNDKVIST, H. The measurement of temperature by thermo-couples. The relation between the temperature read by a thermo-couple between the conductors and the true copper temperature in a slot containing two conductors. A. S. E. A. Journal, vol.6(6), p.90-93, 1929.

MILNE-THOMSON, L.M. Jacobian elliptic functions and theta functions. In: ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I.A., eds. Handbook of mathematical functions. New York: Dover, 1965a.

MILNE-THOMSON, L.M. Elliptic integrals. In: ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I.A., eds. Handbook of mathematical functions. New York: Dover, 1965b.

MILNE-THOMSON, L.M. Theoretical hydrodynamics. 5.ed. New York: Macmillan, 1967.

NIELD, D.A. Recent research on convection in a saturated porous medium. In: INSTITUTE OF PHYSICAL SCIENCES. Convective flows in porous media ... held in Wairakei, New Zealand, 3-4 May, 1984.

PATANKAR, S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. New York: Hemisphere, 1980.

PATANKAR, S.V. A calculation procedure for two-dimensional elliptic situations. Numer. Heat Transfer, vol.4, p.409-425, 1981.

PATANKAR, S.V. Recent developments in computational heat transfer. *J. Heat Transfer*, vol.110, p.1037-1045, 1988.

PRASAD, V. Numerical study of natural convection in a vertical porous annulus with constant heat flux on the inner wall. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.29, p.841-853, 1986.

PRASAD, V. & KULACKI, F.A. Natural convection in a vertical porous annulus. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.27, p.207-219, 1984a.

PRASAD, V. & KULACKI, F.A. Natural convection in a rectangular porous cavity with constant heat flux on one vertical wall. *J. Heat Transfer*, vol.106, p.152-157, 1984b.

PRASAD, V. & KULACKI, F.A. Convective heat transfer in a rectangular porous cavity - effect of aspect ratio on flow structure and heat transfer. *J. Heat Transfer*, vol.106, p.158-165, 1984c.

PRASAD, V. & KULACKI, F.A. Effects of the size of heat source on natural convection in horizontal porous layers heated from below. In: *Heat transfer 1986*. vol.5, p.2677-2682, New York: Hemisphere, 1986.

PRASAD, V. & KULACKI, F.A. Natural convection in horizontal porous layers with localized heating from below. In: *Heat transfer in porous media and particular flows*. *J. Heat Transfer*, vol.109, p.795-798, 1987.

PRASAD, V.; LAI, F.-C.; KULACKI, F.A. Mixed convection in horizontal porous layers heated from below. Presented at the AIAA/ASME Thermophysics and Heat Transfer Conf., Boston, 86-HT-16, 1986.

- PRASAD, V.; LAI, F.-C.; KULACKI, F.A. Mixed convection in horizontal porous layers heated from below. *J. Heat Transfer*, vol.110, p.395-402, 1988.
- PRATS, M. The effect of horizontal fluid flow on thermally induced convection currents in porous media. *J. Geophys. Res.*, vol.71, p.4835-4838, 1966.
- ROACHE, P.J. *Computational fluid dynamics*. Albuquerque, N.M.: Hermosa, 1982.
- ROBILLARD, L.; WANG, C.H.; VASSEUR, P. Multiple steady states in a confined porous medium with localized heating from below. *Numerical Heat Transfer*, vol.13, p.91-110, 1988.
- SCHROCK, V.E. & LAIRD, A.D.K. Physical modeling of combined forced and natural convection in wet geothermal formations. *J. Heat Transfer*, vol.98, p.213-220, 1976.
- SPARROW, E.M. & CHEN, D.M. Laminar channel flow with a blocked branch line - transformation of a nonregular domain into a rectangular domain. *Numer. Heat Transfer*, vol.2, p.345-358, 1979.
- SPARROW, E.M. & GREGG, J.L. Buoyancy effects in forced-convection flow and heat transfer. *J. Appl. Mech.*, vol.26, p.133-134, 1959.
- SZEWCZYK, A.A. Combined forced and free-convection laminar flow. *J. Heat Transfer*, vol.86, p.501-507, 1964.
- TREVISAN, O.V. *Convecção natural por difusão dupla em cavidades*. Campinas: Unicamp, 1986. (Tese de Doutorado).

TREVISAN, O.V. & BEJAN, A. Mass and heat transfer by high Rayleigh number convection in a porous medium heated from below. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 30, p.2341-2356, 1987.

YAMAMOTO, H.; SEKI, N.; FUKUSAKO, S. Forced convection heat transfer on heated bottom surface of a cavity. *J. Heat Transfer*, vol.101, p.475-479, 1979.

ANEXO 1

PROGRAMA PARA A SOLUÇÃO ANALÍTICA DO ESCOAMENTO FORÇADO

```

(*****)
  program SCHWARZ_CHRISTOFFEL;
(*****)
  ANEXO 1
  Solucao analitica para o escoamento forçado
  versao 5 - 05.11.90 - Adequado para a variacao de geometria
  FEM/UNICAMP - Departamento de Energia
  Jorge Isaias Llagostera Beltran
  *****)
  const
    imax=500;
  type
    nomarq = string[12];
    vetor  = array[1..imax] of real;
  var
    k2,klin2,KK,KKlin           : real;
    a_3_40,Exp_3_46,Ids,a_3_39  : real;
    snJ,gama2,c,tang,Xc,psimax,del : real;
    cont1,conts,cont3,njac      : real;
    B,H,CC,L,DDD,EEE           : real;
    aux1,aux2                   : real;
    i,j                          : integer;
    entrada,saida1,saida2       : text;
    arquivo0,arquivo1,arquivo2  : nomarq;
    psi,y                        : vetor;
(*****)
  procedure Elip1com (var k2,cont1,KK : real);
(*****)
    Calcula a integral eliptica completa de primeira especie.
    Pode ser usada para calcular K e K', a partir de k e k',
    respectivamente.
    Foi usado cont1 = 100.
  *****)
  var
    tquad,lcont,somatorio,argum,abscissa,funcao : real;
    fim                                          : integer;

  begin
    fim :=round(cont1)+1;
    lcont:=1.0;
    somatorio:=0.0;

```

```

repeat
  argum: =(2.0*lcont-1.0)*pi/(4.0*cont1);
  abscissa: =cos(argum);
  tquad: =sqr(abscissa);
  funcao: =1.0/sqrt(1.0-k2*tquad);
  somatorio: =somatorio+funcao;
  lcont: =lcont+1.0;
until fim = round(lcont) ;
KK: =pi*somatorio/(2.0*cont1)

```

```
end ( Elipicom );
```

```
(*****)
```

```
procedure serieA(var KK, KKlin, a_3_40, conts, Exp_3_46 : real);
```

```
(*****)
```

```
Calcula a serie cujo valor deve ser igual a L/(2*B).
```

```
(*****)
```

```
var
```

```
  argucot, argusin, q, lser, somatorio, qelev, qquad : real;
  fim : integer;
```

```
begin
```

```
  somatorio: =0.0;
  lser: =1.0;
  qelev: =1.0;
  fim: =round(conts)+1;
  argucot: =a_3_40*pi/(2.0*KKlin);
  q: =exp(-1.0*pi*KK/KKlin);
  qquad: =sqr(q);
```

```
repeat;
```

```
  argusin: =2.0*lser*argucot;
  qelev: =qelev*qquad;
  somatorio: =somatorio+qelev*sin(argusin)/(1.0-qelev);
  lser: =lser+1.0;
until fim = round(lser);
```

```
Exp_3_46: =1.0*cos(argucot)/sin(argucot)+4.0*somatorio
```

```
end ( serieA );
```

```
(*****)
```

```
procedure Snjacobi(var a_3_40, klin2, KK, KKlin, snJ, njac : real);
```

```
(*****)
```

```
Calcula a funcao sn de Jacobi, no caso com troca de papeis entre k e k', e entre K e K'.
```

```
(*****)
```

```
var
```

```
  fim : integer;
  q, argucot, somaS, somaN, ncont, qn : real;
  qn2, sinal : real;
```

```
begin
```

```
  q: =exp(-pi*KK/KKlin);
  argucot: =pi*a_3_40/(2.0*KKlin);
  somaS: =0.0;
```



```

somaN: =0.0;
ncont: =1.0;
fim: =round(njac)+1;
sinal: =1.0;
qn: =q;
qn2: =q;

repeat
  sinal: =-1.0*sinal;
  somaS: =somaS+sinal*qn2*qn*sin((2.0*ncont+1.0)*argucot);
  somaN: =somaN+sinal*qn2*qn*cos(2.0*ncont*argucot);
  ncont: =ncont+1.0;
  qn2: =qn2*qn*qn*q;
  qn: =qn*q;
until fim = round(ncont);

somaS: =somaS+sin(argucot);
somaN: =somaN*2.0+1.0;
snJ: =2.0*sqrt(sqrt(q/clin2))*somaS/somaN;

end ( Snjacobi );

```

```

(*****)
procedure Elip3incom(var gama2,k2,cont3,c,Ids :real);
(*****)
  Calculo da integral eliptica incompleta de terceira especie
  Parametros algebricos, integral de 0 a cepec
(*****)
var
  lcont,somatorio,argum,abscissa,rquad,t,termo1 :real;
  tquad,funcao :real;
  fim :integer;

begin ( Elip3incom )
  fim:=round(cont3)+1;
  lcont:=1.0;
  somatorio:=0.0;

repeat
  argum:=(2.0*lcont-1.0)*pi/(2.0*cont3);
  abscissa:=cos(argum);
  rquad:=sqr(abscissa);
  t:=c*(abscissa+1.0)/2.0;
  tquad:=sqr(t);
  termo1:=(1.0-rquad)/((1.0-k2*tquad)*(1.0-tquad));
  funcao:=sqrt(termo1)/(1.0-gama2*tquad);
  somatorio:=somatorio+funcao;
  lcont:=lcont+1.0;
until fim = round(lcont);

  Ids:=c*pi*somatorio/(2.0*cont3);

end ( Elip3incom );

```

```

(*****)
  Programa principal: calculo dos valores de y em funcao de psi
(*****)

```

```

begin
write('Forneca o valor de B/L..... : ');
readln(B);
write('Forneca o valor de H/L..... : ');
readln(H);
L:=1.0;
CC:=B+H;
DDD:=0.5*L/B;
EEE:=CC/B;
<entrada de informações via teclado>
write('Digite nome do arquivo de pontos..... : ');
readln(arquivo0);
write('Digite nome do arquivo de saída dos resultados : ');
readln(arquivo1);
write('Digite nome do arquivo de saída complementar.. : ');
readln(arquivo2);

<abertura de arquivos>
assign(entrada,arquivo0);
reset(entrada);
assign(saida1,arquivo1);
rewrite(saida1);
assign(saida2,arquivo2);
rewrite(saida2);

<leitura de pontos do arquivo0>
i:=1;
while not eof(entrada)
begin
read(entrada,psi[i]);
i:=i+1;
end;
close(entrada);

<gravacao de dados no arquivo2>
write(saida2, 'pontos para Ids : ');
cont1:=100.0;
writeln(saida2,cont1);
write(saida2, 'numero de termos da serie : ');
conts:=10.0;
writeln(saida2,conts);
writeln(saida2, '*****');

k2:= 0.0;
del:= 0.1;
repeat
repeat
k2:= k2+del;
if k2 >= 0.99999999 then
begin
k2:=k2-del;
del:=del/10.0;
k2:=k2+del
end;
writeln('k quadrado = ',k2);
klin2:=1.0-k2;

```

```

Elip1com(k2,cont1,KK);
Elip1com(klin2,cont1,KKlin);

writeln(saida2,'          K = ',KK);
writeln(saida2,'          K" = ',KKlin);
a_3_40:=EEE*KKlin-DDD*KK;
writeln(saida2,'a (Exp. 3.40) = ',a_3_40);

SerieA(KK,KKlin,a_3_40,conts,Exp_3_46);

writeln(saida2,'Expressao 3.46 = ',Exp_3_46);
writeln(saida2,'B/2L          = ',DDD);
a_3_39:=EEE*KKlin-Exp_3_46*KK;
writeln(saida2,'a (Exp. 3.39) = ',a_3_39);
writeln(saida2,' k quadrado   = ',k2);
writeln(saida2,'          ');
writeln(saida2,'*****');
writeln(saida2,'          ');

until Exp_3_46 > DDD;
k2:=k2-del;
del:=del/10.0;
until del < 1.0E-12 ;

write(saida2,' numero de termos serie sn : ');
njac:=10.0;
writeln(saida2,round(njac));

Snjacobi(a_3_40,klin2,KK,KKlin,snJ,njac);

writeln(saida2,' sn(a_3_40,klinha)          = ',snJ);

<calculo de x2>

gama2:=-k2*snJ*snJ/(1.0-snJ*snJ);
writeln(saida2,' x quadrado          = ',gama2);
writeln(saida2,'*****');

<calculo dos valores de y correspondentes a psi>
j:=0;
cont3:=1000.0;
psimax:=B/L;
aux1:=pi/(2.0*psimax);
aux2:=2.0*B*sqrt((k2-gama2)*(1.0-gama2)/(-gama2))/pi;
Xc:=0.0;
repeat
  j:=j+1;
  tang:=sin(aux1*psi[j])/cos(aux1*psi[j]);
  c:=1.0/sqrt((1.0-gama2)*sqr(tang)+1.0);

  Elip3incom(gama2,k2,cont3,c,I ds);

  Xc:=aux2*I ds;
  y[j]:=CC-Xc;
  writeln(saida1,y[j],psi[j]);
  write('ponto = ',j);
until j=i;

```

```
    writein('FIM');  
close(saida2);  
close(saida1);  
  
end.
```

ANEXO 2

PROGRAMA PARA SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE CONVECÇÃO

```

C#####
PROGRAM LLUNA
$SYSTEM
C*****
C ANEXO 2
C PROGRAMA LLUNA.FOR * VER. 6
C DATA : 03.11.90 - VERSAO PARA "ESTACAO" PROCEDA
C CONVECCAO NATURAL OU MISTA
C USAR PECKET =1 PARA CONVECCAO NATURAL
C FEM/UNICAMP - DEPARTAMENTO DE ENERGIA
C Jorge Isaias LLagostera Beltran
C*****
PARAMETER(LUC=201, MUC=137, NNUC=6)
CHARACTER*20 DADOS, AROPSI, AROTMP, RESULT, SESULT, GRFPSI, GRFTMP
CHARACTER*20 ORGPSI, ORGTMP, NUI NFR, NUSUPR, VELABR, SCHWARZ
CHARACTER*8 DIA
CHARACTER*14 CAB
LOGICAL LOGR, LOGW, LOGF
COMMON/C1/XT, YT, LCD, LBD, LAD, MCD, MBD, MAD
COMMON/C1A/XXL1, XXL2, XXL3, XXL4, NXX1, NXX2, NXX3, NXX4, NXX5
COMMON/C1B/KDGRAD, YA2, NY1, NY2, NDI V, NDVOL
COMMON/C2/IA(5), IB(5), IC(5), JA(5), JB(5), JC(5)
COMMON/C3/LC(5), LB(5), LA(5), MC(5), MB(5), MA(5)
COMMON/C4/XC(LUC), XCV(LUC), XU(LUC), YC(LUC), YCV(LUC), YV(LUC)
COMMON/C5/XDF(LUC), YDF(LUC), XDFE(5), XDFW(5), YDFN(5), YDFS(5)
COMMON/C6/PXW(LUC), PXE(LUC), PYS(LUC), PYN(LUC)
COMMON HCLUC, MUC, NNUC)
COMMON/C7/G, GW(5), GE(5), GS(5), GN(5), BC(LUC, MUC), AP(LUC, MUC)
COMMON/C8/AE(LUC, MUC), AW(LUC, MUC), AN(LUC, MUC), AS(LUC, MUC)
COMMON/C9/NQ, NOX, ITR, ITRX, NVZ(5)
COMMON/C10/DNSD, RLX(5), LOGR(5), LOGW(5), CAB(5)
COMMON/C11/GBR, GPSI, GTMP, IVEL
COMMON/C12/FFF, DDD, DAP
COMMON/C13/ERPX, ERPM, ERTX, ERTM, ECRT, ERNS
COMMON/C14/LOGF
COMMON/C15/TO(LUC, MUC), PSIO(LUC, MUC)
COMMON/C17/KPHIC
COMMON/C18/FP, FN, FE, FNE, XP, XE, YP, YN
COMMON/C19/CURVAC(1024), NUMER, ZXT, ZYT, ZXU, ZYU, NIVEL
COMMON/C20/I, J
COMMON/C21/ISCAL, IWWW, IHHH, GMIN, GMAX
COMMON/C25/KIVEL(1300)
C*****

```

```

DIMENSION UCLUC,MUC),VCLUC,MUC),FNUSS(LUC),XFNUCLUC)
EQUIVALENCE(HC1,1,1),UC1,1),CHC1,1,2),VC1,1)
DIMENSION TCLUC,MUC),PSI(LUC,MUC),GNUSS(LUC),XNUCLUC)
EQUIVALENCE(HC1,1,5),PSI(1,1)
EQUIVALENCE(HC1,1,6),TC1,1)
C*****
C *** DADOS PARA A OPERACAO DO PROGRAMA
C *****
      KIVEL(1282)=0
      CALL LOAD_GRAPH_LIB
      CALL INIT_GRAPH(KIVEL(1282))
      NGOLA=0
      WRITE(*,*)'-----'
      WRITE(*,*)'          OPCOES INICIAIS'
      WRITE(*,*)
      WRITE(*,*)'OPCAO PARA MALHA GRADUAL (KDGRAD/1000). : '
      WRITE(*,*)'ESCALA. .... : '
      WRITE(*,*)'NUMERO DE CURVAS. .... : '
      WRITE(*,*)'INTERVALO DE APRESENTACAO. .... : '
      WRITE(*,*)'ESCOLHA COR DO CONTO RNO (1 A NCURV).. : '
      WRITE(*,*)'OPCAO PARA SUPERPOSICAO (0 OU 1)..... : '
      WRITE(*,*)
      WRITE(*,*)'DGRAD,ESCAL,NCURV,INTV,COR CONT.,SUPER'
      WRITE(*,*)'-----'
      WRITE(*,*)
      READ(*,*)KDGRAD,ISCAL,NUMER,NI TRXX,KIVEL(1270),KIVEL(1281)
C*****
C *** MANUTENCAO DA MALHA : SIM=1 ,NAO=0 (DADO INICIAL)
      KIVEL(1280)=1
C*****
C *** DADOS SOBRE A GEOMETRIA DO PROBLEMA E OUTROS
C*****
      WRITE(*,*)
      WRITE(*,*)'CONV. NATURAL IVEL=0 -- CONV. MISTA IVEL=1'
      READ(*,*)IVEL
      WRITE(*,*)
      WRITE(*,*)'OBS: PARA CONV. NATURAL USAR PECLET=1 NO ARQUIVO'
      WRITE(*,*)'"ARQUIVO DE DADOS":'
      READ(*,*)DADOS
      WRITE(*,*)
      OPEN(UNIT=4,FILE=DADOS,STATUS='OLD')
      READ(4,*)DIA,NDVOL,NDIV,ITRX,ECRT,KTRE
      READ(4,*)PECLET,RAYLEIGH,RLX(5),RLX(6),NVZ(5),NVZ(6)
      READ(4,*)XT,XXL1,XXL2,XXL3,XXL4, NXX1,NXX2,NXX3,NXX4,NXX5
      READ(4,*)YT, YA2, NYY1,NYY2
      READ(4,*)KARQ,ARQPSI,ARQTMP,KFIG,GRFPSI,GRFTMP
      READ(4,*)KLEIT,ORGPSI,ORGTMP,KLOCQ,KLOCF,RESULT,KSSU,SESULT
      READ(4,*)NUI NFR,NUSUPR,VELABR,SCHWARZ
      CLOSE(UNIT=4)
C*****
C *** DIMENS0ES BASICAS DO DOMINIO
C*****
      CALL MALHA
C*****
      XLL7=1.0
      YBB7=YCMCD)-YA2
      YCC7=YCMCD)

```

```

XMM7=X(LCD)
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)'DIMENSOES REAIS DO DOMINIO X(LCD) Y(MCD) : '
WRITE(*,*)X(LCD),Y(MCD)
WRITE(*,*)
C*****
C *** INICIALIZACAO DE VARIAVEIS
C*****
C *** INICIALIZACAO DE B,AP,U,V
DO 10 J=1,MCD
DO 10 I=1,LCD
UCI,J)=0.
VCI,J)=0.
BCI,J)=0.
APCI,J)=0.
10 CONTINUE

TQT=1.0
TFR=0.0
DO 20 I=1,LCD
DO 20 J=1,MCD
TCI,J)=TFR
PSICI,J)=0.0
20 CONTINUE

IF(CIVEL.EQ.1)THEN
C ***** PARA CONVECCAO MISTA
UEN=1.0
ELSE
C ***** PARA CONVECCAO NATURAL
UEN=0.0
END IF

DO 30 J=JBC(2),MBC(2)
PSI(IAC(2),J)=(YC(J)-YA2)*UEN
UCIBC(2),J)=UEN
30 CONTINUE

DO 40 I=IAC(2),LCC(2)
PSI(I,MCC(2))=YBB7*UEN
40 CONTINUE

C*****
C *** LEITURA OPCIONAL DE ARQUIVOS
C*****
IF(KLEIT.EQ.1)THEN

OPEN(UNIT=4,FILE=ORGPSI,STATUS='OLD')
DO 50 K=2,1,-1
READ(4,*)LIX1,LIX2,LIX3,LIX4
IF((LIX1.NE.JACK).OR.(LIX2.NE.MCCK).OR.(LIX3.NE.IACK).OR.
&(LIX4.NE.LCCK))THEN
WRITE(*,*)'ATENCAO! - ARQUIVO PSI INADEQUADO'
STOP
END IF
READ(4,*)(CHCI,J,5),J=JACK,MCC),I=IACK,LCC)
50 CONTINUE

```

```

CLOSE(UNIT=4)

OPEN(UNIT=4,FILE=ORGTMP,STATUS='OLD')
DO 60 K=2,1,-1
  READ(4,*)LIX1,LIX2,LIX3,LIX4
  IF((LIX1.NE.JACK).OR.(LIX2.NE.MCKK).OR.(LIX3.NE.IACK).OR.
&(LIX4.NE.LCCK))THEN
    WRITE(*,*)' ATENCAO! - ARQUIVO TMP INADEQUADO'
    STOP
  END IF
  READ(4,*)((CHI,J,6),J=JACK,MCKK),I=IACK,LCCK)
60  CONTINUE
CLOSE(UNIT=4)

END IF

C*****
C *** DEFINICAO DE PARAMETROS DAS EQUACOES
C*****
GPSI=1.
GBR=RAYLEIGH/(PECLET*YCC7)
GTMP=1./PECLET

C*****
C *** DETERMINACAO DO UNIVERSO DE CORES
C *****
IF(KFIG.EQ.1)THEN
C *** COR DE FUNDO = 0
  CALL SET_PALETTE(0,0,0,0)
C *** DEFINICAO DAS CORES EM FUNCAO DO NUMERO DE CURVAS
  IF(NUMER.LE.255)THEN
    NUMER=NUMER+1
    DO 70 IZOO=1,NUMER
      CALL HSV_TO_RGB(IZOO*360.0/FLOAT(NUMER),1.0,1.0,R,G,B)
      CALL SET_PALETTE(IZOO,R,G,B)
      KABUM=IHHH-IZOO-210
      CALL SET_COLOR(IZOO)
      KIVEL(IZOO)=IZOO
70  CONTINUE
    ELSE
      LCROMZZ=0
      DO 80 ICROMZZ=1,255
        CALL HSV_TO_RGB(ICROMZZ*360.0/256.0,1.0,1.0,R,G,B)
        CALL SET_PALETTE(ICROMZZ,R,G,B)
      DO 80 NCROMZZ=1,4
        LCROMZZ=LCROMZZ+1
        KIVEL(LCROMZZ)=ICROMZZ
80  CONTINUE
      END IF
    ENDIF
C*****
C*** CICLO ITERATIVO COMECA AQUI

DO 800 ITR=0,ITRX+1
C*****
C *** VALORES NO CONTORNO
C*****
C *** SUBDOMINIOS 3, 4 E 5

```



```

C*****
DO 400 K=3,5
DO 400 I=IBC(K),LBC(K)
C *** FACE SUL
TCI,JACK))=TCI,JBC(K))
IFCK.EQ.4)TCI,JACK))=TQT

C *** FACE NORTE
400 CONTINUE
C*****
C *** SUBDOMINIOS 1 E 2
C*****
C *** FACES LESTE E OESTE
DO 410 J=JBC(1),MBC(1)
TCLCC(1),J)=TCLBC(1),J)
TCIAC(1),J)=TCIBC(1),J)
410 CONTINUE

DO 412 J=JAC(2),MCC(2)
TCLCC(2),J)=TCLBC(2),J)
IFCIVEL.EQ.0)TCIAC(2),J)=TCIBC(2),J)
412 CONTINUE

IFCIVEL.EQ.1)THEN
C ***** PARA CONVECCAO MISTA
DO 415 J=JBC(2),MBC(2)
UCLCC(2),J)=HCLBC(2),J,3)
VCLCC(2),J)=VCLBC(2),J)
PSI(LCC(2),J)=PSI(LBC(2),J)
415 CONTINUE
VCLCC(2),JBC(2))=0.0
END IF
C*****
C *** CALCULOS NUSSELT
C*****
GNUSS=0.
DO 610 I=IBC(1),LBC(1)
CNUSS(I)=(TCI,JAC(1))-TCI,JBC(1)))/YDFSC(1)
XNUC(I)=X(I)-XXL2
GNUSS=GNUSS+CNUSS(I)*XCVC(I)
610 CONTINUE
ERNS=ABS(GNUSS-GNUSS0)/ABS(GNUSS+1.E-28)
GNUSS0=GNUSS

FSNUSS=0.
DO 611 I=IBC(2),LBC(2)
FNUSS(I)=(TCI,MB(2))-TCI,MCC(2)))/YDFNC(2)
XFNUC(I)=X(I)-XXL2
FSNUSS=FSNUSS+FNUSS(I)*XCVC(I)
611 CONTINUE
FGNUSS=FSNUSS/XMM7
C*****
C *** INICIO DA ABERTURA DE ARQUIVOS
C*****
C *** GERACAO DO ARQUIVO HISTORICO LLU
C*****
C *** INTRODUCAO: EXECUTADO SO NA ITERACAO ZERO

```

```

IFC ITR. EQ. 0) THEN

OPENC UNIT=4, FILE=RESULT, STATUS='NEW')
WRITEC 4, 621) DIA
WRITEC 4, 622)
621 FORMAT(15X, '      RESULTADOS (FASE III) - ', A8)
622 FORMAT(14X, 40C1H*), //)
WRITEC 4, *) ' ARQUIVO DE DADOS      = ', DADOS
WRITEC 4, *) '
WRITEC 4, *) ' ARQUIVO DE RESULTADOS = ', RESULT
WRITEC 4, *) '
WRITEC 4, *) '

WRITEC *, 631)
WRITEC 4, 631)
631 FORMATC '      ITR', 6X, 'ERPX', 6X, 'ERPM', 3X, '      ERTX',
&2X, '      ERTM', 2X, '      ERNS', 6X, 'GAUXNUSS')

END IF
C*****
C *** ESTAS QUATRO LINHAS SAO EXECUTADAS SEMPRE
GAUXNUSS=GNUSS
WRITEC 4, 634) ITR, ERPX, ERPM, ERTX, ERTM, ERNS, GAUXNUSS
634 FORMATC I6, 2X, 1P5E10. 2, 1PE14. 6)
WRITEC *, 634) ITR, ERPX, ERPM, ERTX, ERTM, ERNS, GAUXNUSS
C*****
C *** VERIFICACAO DO CRITERIO DE CONVERGENCIA
C*****
IFC KTR. EQ. 0) THEN
IFC (CERPM. LT. ECRTD). AND. (CERTM. LT. ECRTD). AND. (CERN. LT. ECRTD)
& LOGF=. TRUE.
ENDIF
IFC KTR. EQ. 1) THEN
IFC (CERPM. LT. ECRTD). AND. (CERTM. LT. ECRTD) LOGF=. TRUE.
ENDIF
C*****

C*****
C *** GERACAO DE FIGURAS NA TELA COLORIDA
C *****
C *** ENTRADA NA SECAO DE TRACAGEM
C *****
IFC (CKFIG. EQ. 1). AND. (ITR. EQ. NGOLA). OR. LOGF) THEN

CALL SCR_WIDTHC(IWWW)
CALL SCR_HEIGHTC(IHHH)
WRITEC *, *)
WRITEC *, *) '-----'
WRITEC *, *) ' ATUAL RESOLUCAO DA TELA : ', IWWW, IHHH
WRITEC *, *) ' ATUAL ESCALA : ', ISCAL
WRITEC *, *) ' ATUAL NUMERO DE NIVEIS : ', NUMER
WRITEC *, *) ' ATUAL INTERVALO : ', NI TRXX
WRITEC *, *) ' ATUAL COR DO CONTORNO : ', KI VELC(1270)
WRITEC *, *) '-----'
WRITEC *, *)

C*****

```

```

C *** ABAIXO EXECUTADO ANTES DA PRIMEIRA APRESENTACAO
IFC ITR.EQ. NI TRXX) THEN
  WRITE(*,*)
  WRITE(*,*) 'DECIDE MANTER A MALHA (0 OU 1) : '
  READ(*,*) KIVEL(1280)
  WRITE(*,*)
  IF(KIVEL(1280).EQ.0) CALL CLEAR_SCR
END IF
C *** ACIMA EXECUTADO ANTES DA PRIMEIRA APRESENTACAO
C*****
C *** APRESENTACAO DOS MAPAS FINAIS NA TELA
IFC LOGF) THEN
  WRITE(*,*)
  WRITE(*,*) 'SOLUCAO FINAL (QUALQUER TECLA) : '
  CALL READ_KEY(MSCAN,MCODE)
  CALL CLEAR_SCR
END IF
C*****
C *** CHAMADA DA SUBROTINA DE DESENHO
C*****
      NGOLA=NGOLA+NI TRXX
C *** EXECUTADO NO CASO DE NAO SUPERPOSICAO, EXCETO ITR=0
      IF((KIVEL(1281).EQ.0).AND.(ITR.NE.0)) THEN
        WRITE(*,*)
        WRITE(*,*) 'QUALQUER TECLA PARA NOVA TELA : '
        CALL READ_KEY(MSCAN,MCAOS)
        CALL CLEAR_SCR
      END IF

      KPHIC=5
      CALL ISCL
      PS9MX=GMAX
      PS9MN=GMIN
      KPHIC=6
      CALL ISCL
      TM9MX=GMAX
      TM9MN=GMIN

C *** SAIDA DA SECAO DE TRACAGEM
      END IF
C *****
C *****
C *** NESTE PONTO COMECAM EXECUCOES FINAIS
C *****
      IFC LOGF) THEN
C*****
C *** CALCULO DE TAXAS E BALANCOS DE ENERGIA
C*****
      QSUL=GNUSS
      QNOR=FSNUSS
      SQEAS=0.0
      SQWES=0.0
      DO 637 J=JBC(2),MBC(2)
      SQEAS=SQEAS+UK(LCC(2),J)*YCV(J)*T(LCC(2),J)
      SQWES=SQWES+(T(I BC(2),J)-T(I AC(2),J))*YCV(J)/XDF(I BC(2))
637 CONTINUE

```

```

QEAS=PECLET*SQEAS
QWES=SQWES
QSR=1.0
QNR=QNOR/QSUL
QER=QEAS/QSUL
QWR=QWES/QSUL
QCALC1=QSUL
QCALC2=QNOR+QEAS+QWES
QCALC3=QNOR+QEAS
QERRA=(QCALC1-QCALC2)/(QCALC1+QCALC2)
QERRB=(QCALC1-QCALC3)/(QCALC1+QCALC3)

```

C*****

C *** GRAVACAO DE RESULTADOS FINAIS

```

WRITEC(4,648)
648 FORMAT(//69C1H*)
WRITEC(4,*) ' RESUMO GERAL '
WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' PARAMETROS DO CASO: '
WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) '          PECLET   = ',PECLET
WRITEC(4,*) '          RAYLEIGH = ',RAYLEIGH
WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' VALORES DE NUSSELT PARA A REGIAO AQUECIDA: '
WRITEC(4,*) ' '
IF (KLOCQ.EQ.1) THEN
WRITEC(4,*) ' NUSSELT LOCAL '
WRITEC(4,690)(CNUSS(I),I=IBC(1),LBC(1))
WRITEC(4,*) ' '
END IF
WRITEC(4,*) ' NUSSELT GLOBAL - INF = ',GAUXNUSS
WRITEC(4,648)

WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' VALORES DE NUSSELT PARA A REGIAO FRIA: '
WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' NUSSELT GLOBAL - SUP = ',FGNUSS
WRITEC(4,648)

```

C *** REGISTRO DOS RESULTADOS DE BALANCO DE ENERGIA

```

WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' RESULTADOS DO BALANCO DE ENERGIA '
WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' VALORES RELATIVOS : '
WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' QSUL      = ',QSR
WRITEC(4,*) ' QNORTE   = ',QNR
WRITEC(4,*) ' QLESTE   = ',QER
WRITEC(4,*) ' QOESTE   = ',QWR
WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' VALORES ABSOLUTOS : '
WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' QSUL      = ',QSUL
WRITEC(4,*) ' Q(N+E+W) = ',QCALC2
WRITEC(4,*) ' Q(N+E)    = ',QCALC3
WRITEC(4,*) ' '

```

```

WRITEC(4,*) ' CALCULO DE DIFERENCAS NO BALANCO DE ENERGIA'
WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' ERRO A (CS - NEW)/(CS + NEW) = ', QERRA
WRITEC(*,*)
WRITEC(*,*) ' DELTA BALANCO DE ENERGIA = ', QERRA
WRITEC(*,*)
WRITEC(4,*)
WRITEC(4,*) ' ERRO B (CS - NE )/(CS + NE ) = ', QERRB
WRITEC(4,*) ' '
C *****
WRITEC(4,*) ' VALORES EXTREMOS DE PSI E TMP : '
WRITEC(4,*) ' PSIMAX = ', PSOMX
WRITEC(4,*) ' PSIMIN = ', PSOMN
WRITEC(4,*) ' TMPMAX = ', TMOMX
WRITEC(4,*) ' TMPMIN = ', TMOMN
WRITEC(4,*) ' '
WRITEC(4,*) ' DIMENSOES DO DOMINIO X(LCD) Y(MCD) : '
WRITEC(4,*) X(LCD), Y(MCD)
WRITEC(4,*)
WRITEC(4,*) ' XXL1 , XXL2, XXL3, XXL4 : '
WRITEC(4,*) XXL1, XXL2, XXL3, XXL4
WRITEC(4,*)
WRITEC(4,*) ' RAZAO DADA POR KDGRAD/1000 , VALOR DE KDGRAD : '
WRITEC(4,*) KDGRAD
C *****
CLOSEC(UNIT=4)
C*****
C *** GERACAO DE ARQUIVO - NUSSELT INFERIOR
C*****
OPENC(UNIT=4, FILE=NUI NFR, STATUS='NEW')
WRITEC(4,651)(XNUC(I), CNUSSC(I), I=IBC(1), LBC(1))
651 FORMAT(1X, 2(E18.7))
CLOSEC(UNIT=4)
C*****
C *** GERACAO DE ARQUIVO - NUSSELT SUPERIOR
C*****
OPENC(UNIT=4, FILE=NUSUPR, STATUS='NEW')
WRITEC(4,651)(XFNUC(I), FNUSSC(I), I=IBC(2), LBC(2))
CLOSEC(UNIT=4)
C*****
C *** GERACAO DE ARQUIVO - VELOCIDADES NA ABERTURA
C*****
OPENC(UNIT=4, FILE=VELABR, STATUS='NEW')
WRITEC(4,651)(XFNUC(I), HCI, MCC(1), 2), I=IBC(1), LBC(1))
CLOSEC(UNIT=4)
C*****
C *** GERACAO ARQUIVO PSI LINHA SIMETRIA DOMINIO
C NUMERO DE VOLUMES IMPAR EM X NA CAVIDADE
C*****
WARZO=0.5*(FLOAT(IBC(1))+FLOAT(LBC(1)))
IWARZ=NIINT(WARZO)
OPENC(UNIT=4, FILE=Schwarz, STATUS='NEW')
WRITEC(4,651)(PSI(IWARZ, J), YC(J), J=1, MCD)
CLOSEC(UNIT=4)
C*****
C *** GRANDE ARQUIVO SUPLEMENTAR
C*****

```

```

IFCKSSU. EQ. 1) THEN
OPEN(UNIT=4, FILE=SESULT, STATUS='NEW')
WRITE(4, 621) DIA
WRITE(4, 622)
WRITE(4, *) ' ARQUIVO DE DADOS      =', DADOS
WRITE(4, *) '
WRITE(4, *) ' ARQUIVO DE RESULTADOS =', SESULT
WRITE(4, *) '
WRITE(4, *) '
C*****
CALL GRAVAC
C*****
CLOSE(UNIT=4)
END IF
C*****
C *** GERACAO DO ARQUIVO PSI FUNCAO CORRENTE
C*****
IFCKARQ. EQ. 1) THEN
OPEN(UNIT=4, FILE=ARQPSI, STATUS='UNKNOWN')
DO 710 K=2, 1, -1
WRITE(4, 680) JACK, MCCK, IACK, LCCK
680  FORMAT(1X, 4I18)
WRITE(4, 690) (CHCI, J, 5), J=JACK, MCCK, I=IACK, LCCK)
690  FORMAT(1X, 4(E18.7))
710  CONTINUE
WRITE(4, *) ARQPSI, ' ', DIA
CLOSE(UNIT=4)
ENDIF
C*****
C *** GERACAO DO ARQUIVO TETA TEMPERATURA
C*****
IFCKARQ. EQ. 1) THEN
OPEN(UNIT=4, FILE=ARQTMP, STATUS='UNKNOWN')
DO 740 K=2, 1, -1
WRITE(4, 680) JACK, MCCK, IACK, LCCK
WRITE(4, 690) (CHCI, J, 6), J=JACK, MCCK, I=IACK, LCCK)
740  CONTINUE
WRITE(4, *) ARQTMP, ' ', DIA
CLOSE(UNIT=4)
ENDIF
C*****
END IF
C*****
C *** FINAL DA EXECUCAO DO PROGRAMA
C*****
IF(CLOGF) THEN
CALL FINAL_GRAPH(KIVEL(1282))
CALL KILL_GRAPH_LIB
STOP
END IF
C*****
C *** SECAO DE SOLUCAO DAS EQUACOES
C*****
NQ=5
CALL COMPLE
CALL POISSON
NQ=6

```

```

CALL COMPLE
CALL ENERGIA
C*****
IFC(ITR, GE, ITRX) LOGF=. TRUE.
C*****
C *** CICLO ITERATIVO TERMINA AQUI
C*****
800 CONTINUE
END
C*****

C#####

SUBROUTINE COMPLE
C*****
C *** FORNECE PROPRIEDADES DE DIFUSAO, FONTES E VELOCIDADES
C*****
PARAMETER(LUC=201, MUC=137, NNUC=6)
COMMON/C1/XT, YT, LCD, LBD, LAD, MCD, MBD, MAD
COMMON/C2/IA(5), IB(5), IC(5), JA(5), JB(5), JC(5)
COMMON/C3/LC(5), LB(5), LA(5), MC(5), MB(5), MA(5)
COMMON/C5/XDF(LUC), YDF(LUC), XDFEC(5), XDFWC(5), YDFNC(5), YDFSC(5)
COMMON/C6/PXW(LUC), PXE(LUC), PYS(LUC), PYN(LUC)
COMMON HC(LUC, MUC, NNUC)
COMMON/C7/G, GW(5), GE(5), GS(5), GN(5), BC(LUC, MUC), AP(LUC, MUC)
COMMON/C8/AE(LUC, MUC), AW(LUC, MUC), AN(LUC, MUC), AS(LUC, MUC)
COMMON/C9/NQ, NOX, ITR, ITRX, NVZ(6)
COMMON/C11/GBR, GPSI, GTMP, IVEL
C*****
DIMENSION UC(LUC, MUC), VC(LUC, MUC)
EQUIVALENCE(CH(1,1,1), UC(1,1)), (CH(1,1,2), VC(1,1))
DIMENSION TC(LUC, MUC), PSI(LUC, MUC)
EQUIVALENCE(CH(1,1,5), PSI(1,1))
EQUIVALENCE(CH(1,1,6), TC(1,1))
C*****
C *** PROPRIEDADES DE DIFUSAO
C*****
DO 600 J=1, MCD
DO 600 I=1, LCD
IF(NQ, EQ. 5) G=GPSI
IF(NQ, EQ. 6) G=GTMP
600 CONTINUE
DO 604 K=1, 5
GW(K)=G
GE(K)=G
GN(K)=G
GS(K)=G
604 CONTINUE
C*****
IF(IVEL, EQ. 1) THEN
C *** PARA CONVECCAO MISTA
IF(NQ, EQ. 6) THEN
GW(1)=0.0
GE(1)=0.0

```

```

        GSC(3)=0.0
        GSC(5)=0.0
    END IF

    GEC(2)=0.0
    GEC(5)=0.0

    ELSE
C *** PARA CONVECCAO NATURAL

        IFCNQ. EQ. 6) THEN
            GWC(1)=0.0
            GEC(1)=0.0
            GWC(2)=0.0
            GEC(2)=0.0
            GSC(3)=0.0
            GSC(5)=0.0
        END IF

    END IF

C*****
C *** CALCULO DOS TERMOS FONTE
C*****
C *** EXECUTADO APENAS PARA A EQUACAO DE POISSON
    IFCNQ. EQ. 5) THEN
        DO 610 K=1,2
            DO 610 J=JBCK),MBCK)
                BCIBCK),J)=GBR*DER2(TCIACK),J),TCIBCK),J),TCICCK),J),
                &XDFWCK),XDFCICCK))
                BCLBCK),J)=GBR*DER2(TCLACK),J),TCLBCK),J),TCLCCK),J),
                &XDFCLBCK),XDFECK))
            DO 610 I=ICCK),LACK)
                BCI,J)=GBR*DER2(TCI-1,J),TCI,J),TCI+1,J),XDFCI),XDFCI+1))
610    CONTINUE
        END IF

C*****
C *** CALCULO DAS VELOCIDADES
C*****
C *** EXECUTADO APENAS PARA A EQUACAO DA ENERGIA
    IFCNQ. EQ. 6) THEN
C*****
C *** CALCULO DA COMPONENTE V (4) NOS PONTOS
C*****
        DO 630 K=1,2
            DO 630 J=JBCK),MBCK)
                HCIBCK),J,4)=-DER2(PSI(IAK),J),PSI(IBCK),J),PSI(ICCK),J),
                &XDFWCK),XDFCICCK))
                HCLBCK),J,4)=-DER2(PSI(LAK),J),PSI(LBCK),J),PSI(LCCK),J),
                &XDFCLBCK),XDFECK))
            DO 630 I=ICCK),LACK)
                HCI,J,4)=-DER2(PSI(I-1,J),PSI(I,J),PSI(I+1,J),XDFCI),
                &XDFCI+1))
630    CONTINUE

C*****
C *** CALCULO DA COMPONENTE U (3) NOS PONTOS
C*****
        DO 635 K=3,5

```



```

DO 635 I=IBCK),LBCK)
HCI,J,3)=DER2(PSCI,I,JACK),PSCI,I,JBCK),PSCI,I,JCCK),
&YDFSCK),YDFCJCK))
HCI,MBCK),3)=DER2(PSCI,I,MAK),PSCI,I,MBCK),PSCI,I,MCCK),
&YDFCMBCK),YDFNC))
DO 635 J=JCK),MAK)
HCI,J,3)=DER2(PSCI,I,J-1),PSCI,I,J),PSCI,I,J+1),YDFCJ),
&YDFC(J+1))
635 CONTINUE
C*****
C *** CALCULO DA COMPONENTE U (1) NAS FACES
C*****
DO 660 K=1,2
DO 660 I=IC(K),LBCK)
DO 660 J=JBCK),MBCK)
UCI,J)=PXECI)*HCI-1,J,3)+PXWCI)*HCI,J,3)
660 CONTINUE
C*****
C *** CALCULO DA COMPONENTE V (2) NAS FACES
C*****
DO 665 K=3,5
DO 665 J=JCK),MBCK)
DO 665 I=IBCK),LBCK)
VCI,J)=PYN CJ)*HCI,J-1,4)+PYSCJ)*HCI,J,4)
665 CONTINUE
C*****
END IF

RETURN
END
C*****

C#####

SUBROUTINE POISSON
C*****
C *** CALCULO DOS COEFICIENTES DE EQUACAO DE POISSON
C*****
PARAMETER(LUC=201,MUC=137,NUUC=6)
CHARACTER*14 CAB
LOGICAL LOGR,LOGW,LOGF
COMMON/C1/XT,YT,LCD,LBD,LAD,MCD,MBD,MAD
COMMON/C2/IA(5),IB(5),IC(5),JA(5),JB(5),JC(5)
COMMON/C3/LC(5),LB(5),LA(5),MC(5),MB(5),MA(5)
COMMON/C4/XCLUC),XCVCLUC),XUCLUC),YCLUC),YCVCLUC),YVCLUC)
COMMON/C5/XDFCLUC),YDFCLUC),XDFEC(5),XDFWC(5),YDFNC(5),YDFSC(5)
COMMON/C6/PXWCLUC),PXEC(LUC),PYSC(LUC),PYNCLUC)
COMMON HC(LUC),MUC,NUUC)
COMMON/C7/G,GWC(5),GEC(5),GSC(5),GNC(5),BC(LUC),MUC),AP(LUC),MUC)
COMMON/C8/AECLUC),MUC),AWCLUC),MUC),ANCLUC),MUC),ASCLUC),MUC)
COMMON/C9/NQ,NQX,I TR,I TRX,NVZ(6)
COMMON/C10/DNSD,RLX(6),LOGR(6),LOGWC(6),CABC(6)
COMMON/C12/FFF,DDD,DAP
COMMON/C13/ERPX,ERPM,ERTX,ERTM,ECRT,ERNS

```

```

COMMON/C14/LOGF
COMMON/C15/TOCLUC, MUC), PSI(1,1), CH(1,1,5), PSI(1,1), CH(1,1,6), TC(1,1)
C*****
DIMENSION PSI(LUC, MUC), TC(LUC, MUC)
EQUIVALENCE (CH(1,1,5), PSI(1,1)), (CH(1,1,6), TC(1,1))
C*****
C *** DETERMINACAO DOS COEFICIENTES
C*****
REL=1. -RLX(NQ)
C*****
C *** FACES SUL DOS SUBDOMINIOS 3, 4 E 5
C*****
DO 602 K=3,5
DO 602 I=IB(K), LB(K)
DDD=XCVC(I)*GSK(Y)/YDFSK(Y)
AW(I, JB(K))=DDD
602 CONTINUE
C*****
C *** FACES OESTE DOS SUBDOMINIOS 1 E 2
C*****
DO 625 K=1,2
DO 625 J=JB(K), MB(K)
DDD=YCVC(J)*GWK(X)/XDFWK(X)
AW(IB(K), J)=DDD
625 CONTINUE
C*****
C *** FACES OESTE E LESTE DOS DEMAIS VOLUMES DE CONTROLE
C *** SUBDOMINIOS 1 E 2
C*****
DO 630 K=1,2
DO 630 J=JB(K), MB(K)
DO 630 I=IB(K), LB(K)

C *** PARA I=LB(K)
IF(I.EQ.LB(K)) THEN
DDD=YCVC(J)*GEC(X)/XDFEC(X)

C *** PARA TODOS OS DEMAIS
ELSE
DDD=YCVC(J)*G(XDFCI+1)
END IF

AW(I+1, J)=DDD
AEC(I, J)=AW(I+1, J)
630 CONTINUE
C*****
C *** FACES SUL E NORTE DOS DEMAIS VOLUMES DE CONTROLE
C *** SUBDOMINIOS 3, 4 E 5
C*****
DO 640 K=3,5
DO 640 J=JB(K), MB(K)
DO 640 I=IB(K), LB(K)

C *** PARA J=MB(K)
IF(J.EQ.MB(K)) THEN
DDD=XCVC(I)*GNK(Y)/YDFNK(Y)

```

```

C *** PARA TODOS OS DEMAIS
  ELSE
    DDD=XCVCI)*G/YDFC(J+1)
  END IF
  ASCI,J+1)=DDD
  ANCI,J)=ASCI,J+1)
640  CONTINUE
C*****
C *** CALCULO DE PARAMETROS ADICIONAIS
C*****
  DO 650 K = 1,2
    DO 650 J=JBCK),MBCK)
      DO 650 I=IBCK),LBCK)
        VOL=YCV(J)*XCVCI)
        APCI,J)=C-APCI,J)*VOL+AECI,J)+AWCI,J)+ANCI,J)+ASCI,J))/
        &RLX(NQ)
        BCI,J)=BCI,J)*VOL+REL*APCI,J)*HCI,J,NQ)
650  CONTINUE
C*****
  DO 660 K=1,2
    DO 660 I=IBCK),LBCK)
      DO 660 J=JBCK),MBCK)
        PSIOCI,J)=PSICI,J)
660  CONTINUE
C*****
  CALL LINSOL
C*****
  ERPS=0.0
  ERPL=0.0
  ERPX=0.0
  DO 670 K=1,2
    DO 670 I=IBCK),LBCK)
      DO 670 J=JBCK),MBCK)
        ERP=ABSC(PSI(I,J))-PSIOCI,J))
        ERPS=ERPS+ERP
        ERPX=AMAX1(ERPX,ERP)
        ERPL=ERPL+ABSC(PSI(I,J))
670  CONTINUE
  ERPM=ERPS/(ERPL + 1.0E-28)
C*****
  RETURN
  END
C*****

```

#####

SUBROUTINE ENERGIA

```

C*****
C *** CALCULO DOS COEFICIENTES DE EQUACAO DA ENERGIA
C*****
  PARAMETER(LUC=201, MUC=137, NNUC=6)
  CHARACTER*14 CAB
  LOGICAL LOGR, LOGW, LOGF

```

```

COMMON/C1/XT, YT, LCD, LBD, LAD, MCD, MBD, MAD
COMMON/C2/IA(5), IB(5), IC(5), JA(5), JB(5), JC(5)
COMMON/C3/LC(5), LB(5), LA(5), MC(5), MB(5), MA(5)
COMMON/C4/XC(LUC), XCVC(LUC), XUC(LUC), YC(LUC), YCVC(LUC), YV(LUC)
COMMON/C5/XDF(LUC), YDF(LUC), XDFEC(5), XDFWC(5), YDFN(5), YDFSC(5)
COMMON/C6/PXWC(LUC), PXEC(LUC), PYSC(LUC), PYN(LUC)
COMMON      HCLUC, MUC, NNUC)
COMMON/C7/G, GWC(5), GEC(5), GSC(5), GNC(5), BC(LUC, MUC), APCLUC, MUC)
COMMON/C8/AE(LUC, MUC), AW(LUC, MUC), AN(LUC, MUC), AS(LUC, MUC)
COMMON/C9/NO, NOX, ITR, ITRX, NVZ(6)
COMMON/C10/DNSD, RLX(6), LOGRC(6), LOGWC(6), CAB(6)
COMMON/C12/FFF, DDD, DAP
COMMON/C13/ERPX, ERPM, ERTX, ERTM, ECRT, ERNS
COMMON/C14/LOGF
COMMON/C15/TO(LUC, MUC), PSIO(LUC, MUC)
C*****
DI MENSION UC(LUC, MUC), VC(LUC, MUC)
EQUIVALENCE (HC(1,1,1), UC(1,1)), (HC(1,1,2), VC(1,1))
DI MENSION PSIO(LUC, MUC), TC(LUC, MUC)
EQUIVALENCE (HC(1,1,5), PSIO(1,1)), (HC(1,1,6), TC(1,1))
C*****
C *** DETERMINACAO DOS COEFICIENTES
C*****
REL=1. -RLX(NO)
C*****
C *** FACES SUL DOS SUBDOMINIOS 3, 4 E 5
C*****
DO 6020 K=3, 5
DO 6020 I=IB(K), LB(K)
FFF=XCVC(I)*VC(I, JB(K))*DNSD
DDD=XCVC(I)*GSC(K)/YDFSC(K)
C*****
CALL POLIN
C*****
ASCI, JB(K))=DAP+AMAX1(O., FFF)
6020 CONTINUE
C*****
C *** FACES OESTE DOS SUBDOMINIOS 1 E 2
C*****
DO 6025 K=1, 2
DO 6025 J=JB(K), MB(K)
FFF=YCVC(J)*UCIB(K), J)*DNSD
DDD=YCVC(J)*GWC(K)/XDFWC(K)
C*****
CALL POLIN
C*****
AWCIB(K), J)=DAP+AMAX1(O., FFF)
6025 CONTINUE
C*****
C *** FACES OESTE E LESTE DOS DEMAIS VOLUMES DE CONTROLE
C *** SUBDOMINIOS 1 E 2
C*****
DO 6030 K=1, 2
DO 6030 J=JB(K), MB(K)
DO 6030 I=IB(K), LB(K)
C *** PARA I=LB(K)

```

```

IFCI.EQ.LBCK) THEN
FFF=YCVC(J)*UCLCK),J)*DNSD
DDD=YCVC(J)*GECK)/XDFECK)

C *** PARA TODOS OS DEMAIS
ELSE
FFF=YCVC(J)*UCI+1,J)*DNSD
DDD=YCVC(J)*G/XDFCI+1)
END IF
C*****
CALL POLIN
C*****
AWCI+1,J)=DAP+AMAX1(O.,FFF)
AECI,J)=AWCI+1,J)-FFF
6030 CONTINUE
C*****
C *** FACES SUL E NORTE DOS DEMAIS VOLUMES DE CONTROLE
C *** SUBDOMINIOS 3, 4 E 5
C*****
DO 6040 K=3,5
DO 6040 J=JBCK),MBCK)
DO 6040 I=IBCK),LBCK)

C *** PARA J=MBCK)
IFCJ.EQ.MBCK) THEN
FFF=XCVC(I)*VCI,MCCK)*DNSD
DDD=XCVC(I)*GNCK)/YDFNCK)

C *** PARA TODOS OS DEMAIS
ELSE
FFF=XCVC(I)*VCI,J+1)*DNSD
DDD=XCVC(I)*G/YDFCJ+1)
END IF
C*****
CALL POLIN
C*****
ASCI,J+1)=DAP+AMAX1(O.,FFF)
ANCI,J)=ASCI,J+1)-FFF
6040 CONTINUE
C*****
C *** CALCULO DE PARAMETROS ADICIONAIS
C*****
DO 6050 K = 1,2
DO 6050 J=JBCK),MBCK)
DO 6050 I=IBCK),LBCK)
VOL=YCVC(J)*XCVC(I)
APCI,J)=C-APCI,J)*VOL+AECI,J)+AWCI,J)+ANCI,J)+ASCI,J))/
&RLXCNQ)
BCI,J)=BCI,J)*VOL+REL*APCI,J)*HCI,J,NQ)
6050 CONTINUE
C*****
DO 6060 K=1,2
DO 6060 I=IBCK),LBCK)
DO 6060 J=JBCK),MBCK)
TOCI,J)=TCI,J)
6060 CONTINUE
C*****

```

```

CALL LINSOL
C*****
  ERTS=0.0
  ERTL=0.0
  ERTX=0.0
  DO 6070 K=1,2
  DO 6070 I=IBCK),LBCK)
  DO 6070 J=JBCK),MBCK)
  ERT=ABSCT(I,J)-TOX(I,J)
  ERTS=ERTS+ERT
  ERTX=AMAX1(ERTX,ERT)
  ERTL=ERTL+ABSCT(I,J)
6070 CONTINUE
  ERTM=ERTS/ERTL
C*****
  RETURN
  END
C*****

```

C#####

```

SUBROUTINE POLIN
C*****
C *** CALCULO DE COEFICIENTES (APROXIMACAO POLINOMIAL)
C*****
COMMON/C1 Z/FFF,DDD,DAP
C*****
  DAP=DDD
  IFCFFF.EQ.0.) RETURN
  AUX=DDD-ABS(FFF)*0.1
  DAP=0.
  IFC AUX.LE.0) RETURN
  AUX=AUX/DDD
  DAP=DDD*AUX*AUX*AUX*AUX*AUX
  RETURN
  END
C*****

```

C#####

```

SUBROUTINE LINSOL
C*****
C *** RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES LINHA A LINHA (2 SENTIDOS)
C*****
PARAMETER(LUC=201,MUC=137,NUUC=6)
COMMON/C1/XT,YT,LCD,LBD,LAD,MCD,MBD,MAD
COMMON/C2/IA(5),IB(5),IC(5),JAC(5),JBC(5),JCC(5)
COMMON/C3/LC(5),LB(5),LA(5),MC(5),MB(5),MA(5)
COMMON HC(LUC,MUC,NUUC)
COMMON/C7/G,GWC(5),GEC(5),GSC(5),GNC(5),B(LUC,MUC),AP(LUC,MUC)
COMMON/C8/AE(LUC,MUC),AW(LUC,MUC),AN(LUC,MUC),AS(LUC,MUC)
COMMON/C9/NQ,NOX,I TR,I TRX,NVZ(5)

```

```

C*****
      DIMENSION CFACLUC),CFBCLUC),IT1(5),IT2(5),JT1(5),JT2(5)
C*****
C *** LIMITES E PARAMETROS DOS SUBDOMINIOS
C*****
      DO 10 K=1,5
      IT1(K) =LBCK) +IBCK)
      IT2(K) =LACK) +IBCK)
      JT1(K) =MBCK) +JBCK)
      JT2(K) =MACK) +JBCK)
10    CONTINUE
C*****
      DO 500 NT=1,NVZCNQ)
C*****
C *** OPERACAO NA DIRECAO X
C*****
      DO 40 K=1,2
      DO 40 J=JBCK),MBCK)
      CFACIACK))=0.
      CFBCIACK))=HCIACK),J,NQ)
      DO 20 I=IBCK),LBCK)
      CFF=APCI,J)-CFACI-1)*AWCI,J)
      CFACI)=AECI,J)/CFF
      AUX=BCI,J)+ANCI,J)*HCI,J+1,NQ)+ASCI,J)*HCI,J-1,NQ)
      CFBCI)=(AUX+AWCI,J)*CFBCI-1)/CFF
20    CONTINUE
      DO 30 II=IBCK),LBCK)
      I=IT1(K)-II
30    HCI,J,NQ)=HCI+1,J,NQ)*CFACI)+CFBCI)
40    CONTINUE
C*****
      DO 140 K=2,1,-1
      DO 140 JJ=JBCK),MACK)
      J=JT2(K)-JJ
      CFACIACK))=0.
      CFBCIACK))=HCIACK),J,NQ)
      DO 120 I=IBCK),LBCK)
      CFF=APCI,J)-CFACI-1)*AWCI,J)
      CFACI)=AECI,J)/CFF
      AUX=BCI,J)+ANCI,J)*HCI,J+1,NQ)+ASCI,J)*HCI,J-1,NQ)
      CFBCI)=(AUX+AWCI,J)*CFBCI-1)/CFF
120   CONTINUE
      DO 130 II=IBCK),LBCK)
      I=IT1(K)-II
130   HCI,J,NQ)=HCI+1,J,NQ)*CFACI)+CFBCI)
140   CONTINUE
C*****
C *** OPERACAO NA DIRECAO Y
C*****
      DO 240 K=3,5
      DO 240 I=IBCK),LBCK)
      CFACJACK))=0.
      CFBCJACK))=HCI,JACK),NQ)
      DO 220 J=JBCK),MBCK)
      CFF=APCI,J)-CFACJ-1)*ASCI,J)
      CFACJ)=ANCI,J)/CFF
      AUX=BCI,J)+AECI,J)*HCI+1,J,NQ)+AWCI,J)*HCI-1,J,NQ)

```

```

CFBCJ) = (AUX + ASCI, J) * CFBCJ-1)) / CFF
220 CONTINUE
DO 230 JJ = JBCK), MBCK)
J = JT1(K) - JJ
230 HCI, J, NQ) = HCI, J+1, NQ) * CFACJ) + CFBCJ)
240 CONTINUE
C*****
DO 340 K = 5, 3, -1
DO 340 II = IBCK), LACK)
I = IT2(K) - II
CFACJACK) = 0.
CFBCJACK) = HCI, JACK), NQ)
DO 320 J = JBCK), MBCK)
CFF = APCI, J) - CFACJ-1) * ASCI, J)
CFACJ) = ANCI, J) / CFF
AUX = BCI, J) + AECI, J) * HCI+1, J, NQ) + AWCI, J) * HCI-1, J, NQ)
CFBCJ) = (AUX + ASCI, J) * CFBCJ-1)) / CFF
320 CONTINUE
DO 330 JJ = JBCK), MBCK)
J = JT1(K) - JJ
330 HCI, J, NQ) = HCI, J+1, NQ) * CFACJ) + CFBCJ)
340 CONTINUE
C*****
500 CONTINUE
DO 600 K = 1, 2
DO 600 J = JBCK), MBCK)
DO 600 I = IBCK), LBCK)
BCI, J) = 0.
APCI, J) = 0.
600 CONTINUE
RETURN
END
C*****

```

C#####

FUNCTION DER2C(ZZ, ZZE, XW, XE)

```

C*****
PRO = XE / XW
DER2 = (ZZE - PRO * PRO * ZZW - (1. - PRO * PRO) * ZZ) / ((PRO + 1.) * XE)
RETURN
END
C*****

```

C#####

SUBROUTINE MALHA

```

C*****
C *** DETERMINA AS VARIAVEIS DE MALHA PARA O PROBLEMA
C*****
PARAMETER(LUC=201, MUC=137, NNUC=6)

```



```

COMMON/C1/XT, YT, LCD, LBD, LAD, MCD, MBD, MAD
COMMON/C1A/XXL1, XXL2, XXL3, XXL4, NXX1, NXX2, NXX3, NXX4, NXX5
COMMON/C1B/KDGRAD, YA2, NYY1, NYY2, NDI V, NDVOL
COMMON/C2/IAC(5), IBC(5), ICC(5), JAC(5), JBC(5), JCC(5)
COMMON/C3/LCC(5), LBC(5), LAC(5), MCC(5), MBC(5), MAC(5)
COMMON/C4/XC(LUC), XCV(LUC), XUC(LUC), YC(LUC), YCV(LUC), YV(LUC)
COMMON/C5/XDF(LUC), YDF(LUC), XDFEC(5), XDFWC(5), YDFNC(5), YDFSC(5)
COMMON/C6/PXW(LUC), PXEC(LUC), PYS(LUC), PYN(LUC)
C*****
C *** GERACAO DE PARAMETROS PARA MALHA NAO UNIFORME
C*****
C *** MALHA NA DIRECAO X
*****
      LX0=2
      LX1=LX0+NXX1
      LX2=LX1+NXX2
      LX3=LX2+NDI V*NDVOL
      LX4=LX3+NXX3-2*NDVOL
      LX5=LX4+NDI V*NDVOL
      LX6=LX5+NXX4
      LX7=LX6+NXX5
      LCD=LX7
      IBC(1)=LX2
      LBC(1)=LX5-1
C*****
      LCC(1)=LBC(1)+1
      LCC(2)=LCD
      LCC(3)=IBC(1)
      LCC(4)=LCC(1)
      LCC(5)=LCD
C*****
      LBD=LCD-1
      LAD=LBD-1

      DO 10 K=1,5
         LBC(K)=LCC(K)-1
         LACK(K)=LBC(K)-1
10      CONTINUE

      IBC(1)=LCC(3)
      IBC(2)=2
      IBC(3)=2
      IBC(4)=LCC(3)
      IBC(5)=LCC(1)

      DO 12 K=1,5
         IACK(K)=IBC(K)-1
         ICC(K)=IBC(K)+1
12      CONTINUE
C*****
C *** ALTERNATIVA PARA MEIO DOMINIO OU RETANGULO
C *** DEFINICAO DO TAMANHO DOS VOLUMES EM CADA INTERVALO
      IF(NXX1.EQ.0) THEN
         DXX1=0.0
      ELSE
         DXX1=XXL1/FLOAT(NXX1)
      ENDIF

```

```

IFC NXX2. EQ. 0) THEN
  DXX2=0.0
ELSE
  DXX2=(XXL2-XXL1)/FLOAT(NXX2)
ENDIF

DXX3=(XXL3-XXL2)/FLOAT(NXX3)

IFC NXX4. EQ. 0) THEN
  DXX4=0.0
ELSE
  DXX4=(XXL4-XXL3)/FLOAT(NXX4)
ENDIF

IFC NXX5. EQ. 0) THEN
  DXX5=0.0
ELSE
  DXX5=(XT-XXL4)/FLOAT(NXX5)
ENDIF

C *** FIM DA ALTERNATIVA PARA MEIO DOMINIO OU RETANGULO
C *****
C *** ALTERACAO PARA MALHA GRADUAL
  IFCKDGRAD. NE. 1000) THEN
    DXX5=DXX3
    DXX1=DXX3
  END IF
C*****
  RAZAO=1.00000
  IFCKDGRAD. NE. 1000) RAZAO=FLOAT(KDGRAD)/1000.00
  XUC(LX1)=0.0
  DO 15 I=LX1-1,2,-1
    DXX1=DXX1*RAZAO
    XUC(I)=XUC(I+1)+DXX1
15  CONTINUE
    ABCX=XUC(2)
    XUC(2)=0.0
    XUC(LX1)=0.0
    DO 29 I=3,LX1
      XUC(I)=ABCX-XUC(I)
29  CONTINUE
C *** FIM DA ALTERACAO PARA GRADUAL (ESQUERDA)
C*****
  DO 30 I=LX1+1,LX2
30  XUC(I)=XUC(I-1)+DXX2
    DO 40 I=LX2+1,LX3
40  XUC(I)=XUC(I-1)+DXX3/FLOAT(NDI V)
    DO 50 I=LX3+1,LX4
50  XUC(I)=XUC(I-1)+DXX3
    DO 60 I=LX4+1,LX5
60  XUC(I)=XUC(I-1)+DXX3/FLOAT(NDI V)
    DO 70 I=LX5+1,LX6
70  XUC(I)=XUC(I-1)+DXX4
C*****
C *** ALTERACAO PARA MALHA GRADUAL (DIREITA)
  DO 80 I=LX6+1,LCD

```

```

      DXX5=DXX5*RAZAO
80    XUCI)=XUCI-1)+DXX5
C*****
      XXL1=XUCLX1)
      XXL2=XUCLX2)
      XXL3=XUCLX5)
      XXL4=XUCLX6)
C*****
C *** MALHA NA DIRECAO Y
C*****
      MY0=2
      MY1=MY0+NDIV*NDVOL
      MY2=MY1+NYY1-NDVOL
      IFCNYY1.EQ.0)THEN
      MY1=MY0
      MY2=MY1
      END IF
      MY3=MY2+NDIV*NDVOL
      MY4=MY3+NYY2-2*NDVOL
      MY5=MY4+NDIV*NDVOL
      MCD=MY5
      JBC2)=MY2
C*****
      MCC1)=JBC2)
      MCC2)=MCD
      MCC3)=MCD
      MCC4)=MCD
      MCC5)=MCD
C*****
      MBD=MCD-1
      MAD=MBD-1
      DO 510 K=1,5
      MBC(K)=MCC(K)-1
      MAC(K)=MBC(K)-1
510   CONTINUE

      JBC1)=2
      JBC2)=MCC1)
      JBC3)=MCC1)
      JBC4)=2
      JBC5)=MCC1)

      DO 515 K=1,5
      JACK)=JBC(K)-1
      JCK(K)=JBC(K)+1
515   CONTINUE
C*****
      IFCNYY1.NE.0)THEN
      DYY1=YA2/FLOAT(NYY1)
      END IF
      DYY2=(YT-YA2)/FLOAT(NYY2)
C*****
      YVC2)=0.0
      DO 520 J=3,MY1
520   YVC(J)=YVC(J-1)+DYY1/FLOAT(NDIV)
      DO 530 J=MY1+1,MY2
530   YVC(J)=YVC(J-1)+DYY1

```

```

      DO 540 J=MY2+1,MY3
540   YVC(J)=YVC(J-1)+DYY2/FLOAT(NDIV)
      DO 550 J=MY3+1,MY4
550   YVC(J)=YVC(J-1)+DYY2
      DO 560 J=MY4+1,MCD
560   YVC(J)=YVC(J-1)+DYY2/FLOAT(NDIV)
C*****
C *** PARAMETROS GERAIS
C*****
      X(1)=XUC(2)
      DO 1005 I=2,LBD
1005  X(I)=0.5*(XUC(I+1)+XUC(I))
      X(LCD)=XUC(LCD)
      Y(1)=YVC(2)
      DO 1010 J=2,MBD
1010  Y(J)=0.5*(YVC(J+1)+YVC(J))
      Y(MCD)=YVC(MCD)
      DO 1015 I=2,LCD
1015  XDF(I)=X(I)-X(I-1)
      DO 1018 I=2,LBD
1018  XCV(I)=XUC(I+1)-XUC(I)
      DO 1035 J=2,MCD
1035  YDF(J)=Y(J)-Y(J-1)
      DO 1040 J=2,MBD
1040  YCV(J)=YVC(J+1)-YVC(J)
      DO 1085 I=3,LBD
      PXW(I)=0.5*XCV(I-1)/XDF(I)
1085  PXE(I)=1.-PXW(I)
      PXW(2)=0.
      PXE(2)=1.
      PXW(LCD)=1.
      PXE(LCD)=0.
      DO 1090 J=3,MBD
      PYS(J)=0.5*YCV(J-1)/YDF(J)
1090  PYN(J)=1.-PYS(J)
      PYS(2)=0.
      PYN(2)=1.
      PYS(MCD)=1.
      PYN(MCD)=0.
C*****
C *** DEFINICAO DE DISTANCIAS NAS FRONTEIRAS
      DO 1093 K=1,5
      XDFE(K)=XCV(LBCK))/2.
      XDFW(K)=XCV(IBCK))/2.
      YDFN(K)=YCV(MBCK))/2.
      YDFS(K)=YCV(JBCK))/2.
1093  CONTINUE
      RETURN
      END
C*****

C#####

SUBROUTINE ISCL

```

```

C*****
C   ROTINA DE TRACAGEM - PARTE PRINCIPAL
C   PROGRAMA ISCL.FOR * REV. 3
C           DATA : 03.04.90
C*****
PARAMETER(C LUC=201 , MUC=137 , NNUC=6)
CHARACTER*20 DADOS, ORGARQ, TRACARQ, COMPLARQ
CHARACTER*8 DIA
COMMON/C1/XZTOT, YZTOT, LCD, LBD, LAD, MCD, MBD, MAD
COMMON/C1A/XXL1, XXL2, XXL3, XXL4, NXX1, NXX2, NXX3, NXX4, NXX5
COMMON/C1B/KDGRAD, YA2, NYY1, NYY2, NDI V, NDVOL
COMMON/C2/IAC(5), IBC(5), ICC(5), JAC(5), JBC(5), JCC(5)
COMMON/C3/LC(5), LBC(5), LAC(5), MCC(5), MBC(5), MAC(5)
COMMON/C4/XC(LUC), XCV(LUC), QUC(LUC), YC(LUC), YCV(LUC), YVC(LUC)
COMMON/C5/XDF(LUC), YDF(LUC), XDFEC(5), XDFWC(5), YDFNC(5), YDFSC(5)
COMMON/C6/PXW(LUC), PXE(LUC), PYS(LUC), PYN(LUC)
COMMON/C9/NQ, NQX, ITR, ITRX, NVZ(6)
COMMON/C14/LOGF
COMMON/C17/KPHIC
COMMON/C18/FP, FN, FE, FNE, XP, XE, YP, YN
COMMON/C19/CURVAC1024), NUMER, XT, YT, XU, YU, NIVEL
COMMON/C20/I, J
COMMON/C21/ISCAL, IWWW, IHHH, GMIN, GMAX
COMMON   PHI(LUC, MUC, NNUC)
COMMON/C25/KIVEL(1300)
C*****
C *** ESTE TRECHO E EXECUTADO PARA ELABORACAO DA MALHA NA TELA

      IF(C ITR.EQ.0).OR.(KIVEL(1280).EQ.1)) THEN
C*****
      NIVEL=KIVEL(1270)
      DO 10 ITPP =1, LBC(3)
        XT=X(ITPP)
        YT=YA2
        XU=X(ITPP)
        YU=Y(MCD)
        CALL TRACA
10      CONTINUE
        XT=XXL2
        YT=Y(1)
        XU=XXL2
        YU=YA2
        CALL TRACA
        DO 20 ITPP=IBC(4), LBC(4)
          XT=X(ITPP)
          YT=Y(1)
          XU=X(ITPP)
          YU=Y(MCD)
          CALL TRACA
20      CONTINUE
        XT=XXL3
        YT=Y(1)
        XU=XXL3
        YU=YA2
        CALL TRACA
        DO 30 ITPP=IBC(5), LCD
          XT=X(ITPP)

```

```

        YT=YA2
        XU=X(CITPP)
        YU=Y(MCD)
        CALL TRACA
30      CONTINUE
        DO 40 JTPP=1,MBC1)
            XT=XXL2
            YT=Y(JTPP)
            XU=XXL3
            YU=Y(JTPP)
            CALL TRACA
            XT=X(1)
            YT=YA2
            XU=XXL2
            YU=YA2
            CALL TRACA
            XT=XXL3
            YT=YA2
            XU=X(LCD)
            YU=YA2
            CALL TRACA
40      CONTINUE
        DO 60 JTPP=JBC2),MCD
            XT=X(1)
            YT=Y(JTPP)
            XU=X(LCD)
            YU=Y(JTPP)
            CALL TRACA
60      CONTINUE
C *** ACIMA FOI CONCLUIDO O DESENHO DA MALHA COM CONTORNO
C *****
C *** DESVIO NA ITERACAO 0

        IFC( ITR.EQ.0)GO TO 1000

C *** ABAIXO TERMINA O TRECHO DE DESENHO DA MALHA
C *****
        END IF
C*****
101     CONTINUE
        XFW=XXL2
        XFE=XXL3
        YF =YA2
C*****
        GMIN=PHI(1,1,KPHIC)
        GMAX=GMIN
        DO 500 I=1,LCD
            DO 500 J=1,MCD
                P=PHI(I,J,KPHIC)
                IF (GMIN.GT.P) GMIN=P
                IF (GMAX.LT.P) GMAX=P
500     CONTINUE
        WRITE(*,*)
        WRITE(*,*) ' KPHIC, GMIN, GMAX : '
        WRITE(*,*) KPHIC, GMIN, GMAX
        WRITE(*,*)
C*****

```

```

DO 510 NIVEL = 1, NUMER
CURVAC(NIVEL) = GMIN + (GMAX-GMIN)*FLOATC(NIVEL)/
& FLOATC(NUMER+1)
510 CONTINUE
C*****
C *** DADOS PARA TRACAGEM DO CONTO RNO DO DOMINIO
C*****
      NIVEL=KIVELC(1270)
      XT=XFW
      YT=YC(1)
      XU=XFE
      YU=YC(1)
      CALL TRACA
      XT=XFE
      YT=YC(1)
      XU=XFE
      YU=YF
      CALL TRACA
      XT=XFE
      YT=YF
      XU=X(LCD)
      YU=YF
      CALL TRACA
      XT=X(LCD)
      YT=YF
      XU=X(LCD)
      YU=Y(MCD)
      CALL TRACA
      XT=X(LCD)
      YT=Y(MCD)
      XU=X(1)
      YU=Y(MCD)
      CALL TRACA
      XT=X(1)
      YT=Y(MCD)
      XU=X(1)
      YU=YF
      CALL TRACA
      XT=X(1)
      YT=YF
      XU=XFW
      YU=YF
      CALL TRACA
      XT=XFW
      YT=YF
      XU=XFW
      YU=YC(1)
      CALL TRACA
C*****
C *** DADOS PARA TRACAGEM DAS CURVAS
C*****
C *** FASE I
      I=IAC(2)
C *** PARTE 1
DO 520 J=JBC(2), MAC(2)
      CALL ATRIB
      CALL SELET

```

```

520 CONTINUE
C *** FASE II
C *** PARTE 2
      DO 540 I=IBC(3),LAC(3)
      DO 530 J=JAC(2),MBC(2)
      CALL ATRIB
      IFCJ.EQ.JAC(2))YP=YF
      CALL SELET
530 CONTINUE
540 CONTINUE
C *** ROTULO 01 PARTE 2
      I=LBC(3)
      DO 550 J=JBC(2),MBC(2)
      CALL ATRIB
      CALL SELET
550 CONTINUE
C *** ROTULO 02 PARTE 2
      DO 570 I=IBC(4),LAC(4)
      DO 560 J=JAC(2),MBC(2)
      CALL ATRIB
      CALL SELET
560 CONTINUE
570 CONTINUE
C *** ROTULO 03 PARTE 2
      I=LBC(4)
      DO 580 J=JBC(2),MBC(2)
      CALL ATRIB
      CALL SELET
580 CONTINUE
C *** ROTULO 04 PARTE 2
      DO 600 I=IBC(5),LAC(5)
      DO 590 J=JAC(2),MBC(2)
      CALL ATRIB
      IFCJ.EQ.JAC(2))YP=YF
      CALL SELET
590 CONTINUE
600 CONTINUE
C *** ROTULO 05 PARTE 2
      I=LBC(5)
      DO 610 J=JBC(2),MAC(2)
      CALL SELET
610 CONTINUE
C *** FASE III
C *** PARTE 3
      I=IAC(1)
      DO 620 J=JBC(1),MAC(1)
      CALL ATRIB
      XP=XFW
      CALL SELET
620 CONTINUE
C *** FASE IV
C *** PARTE 4
      DO 640 I=IBC(1),LAC(1)
      DO 630 J=JAC(1),MAC(1)
      CALL ATRIB
      CALL SELET
630 CONTINUE

```



```
640 CONTINUE
C *** ROTULO PARTE 4
  I=LBC1)
  DO 650 J=JBC1),MAC1)
    CALL ATRIB
    XE=XFE
    CALL SELET
```

```
650 CONTINUE
1000 CONTINUE
  RETURN
  END
```

C*****

C#####

SUBROUTINE ATRIB

```
C*****
  PARAMETER(LUC=201 , MUC=137 , NNUC=6)
  COMMON/C4/X(LUC) , XCV(LUC) , XU(LUC) , Y(LUC) , YCV(LUC) , YV(LUC)
  COMMON/C17/KPHIC
  COMMON/C18/FP , FN , FE , FNE , XP , XE , YP , YN
  COMMON/C20/I , J
  COMMON      PHI(LUC , MUC , NNUC)
```

C*****

```
  FP=PHI(I , J , KPHIC)
  FN=PHI(I , J+1 , KPHIC)
  FE=PHI(I+1 , J , KPHIC)
  FNE=PHI(I+1 , J+1 , KPHIC)
  XP=X(I)
  XE=X(I+1)
  YP=Y(J)
  YN=Y(J+1)
  RETURN
  END
```

C*****

C#####

SUBROUTINE SELET

```
C*****
  COMMON/C18/FP , FN , FE , FNE , XP , XE , YP , YN
  COMMON/C19/CURVAC(1024) , NUMER , XT , YT , XU , YU , NI VEL
  COMMON/C21 /I SCAL , I WWW , I HHH , GMIN , GMAX
  COMMON/C25/KI VEL(1300)
```

C*****

```
  DO 1000 NI VEL=1 , NUMER
    FF=CURVAC(NI VEL)
```

```
  IF((FP .GT. FF) .AND. (FN .GT. FF) .AND. (FE .GT. FF) .AND. (FNE .GT.
& FF)) .OR. ((FP .LT. FF) .AND. (FN .LT. FF) .AND. (FE .LT. FF) .AND.
```

& (FNE. LT. FF)) GOTO 900

IF ((FP. GT. FF). AND. (FE. GT. FF). AND. (FN. LT. FF). AND. (FNE. LT.
& FF)). OR. ((FP. LT. FF). AND. (FE. LT. FF). AND. (FN. GT. FF). AND.
& (FNE. GT. FF))) THEN XT=XP
YT=YP+(YN-YP)*(FF-FP)/(FN-FP)
XU=XE
YU=YP+(YN-YP)*(FF-FE)/(FNE-FE)
CALL TRACA

ELSE IF ((FP. GT. FF). AND. (FN. LE. FF). AND. (FE. LE. FF). AND.
& (FNE. LT. FF)). OR. ((FP. LT. FF). AND. (FN. GE. FF). AND. (FE. GE. FF).
& AND. (FNE. GT. FF))) THEN
XT=XP
YT=YP+(YN-YP)*(FF-FP)/(FN-FP)
XU=XP+(XE-XP)*(FF-FP)/(FE-FP)
YU=YP
CALL TRACA

ELSE IF ((FN. GT. FF). AND. (FNE. LE. FF). AND. (FP. LE. FF). AND.
& (FE. LT. FF)). OR. ((FN. LT. FF). AND. (FNE. GE. FF). AND. (FP. GE. FF).
& AND. (FE. GT. FF))) THEN
XT=XP
YT=YP+(YN-YP)*(FF-FP)/(FN-FP)
XU=XP+(XE-XP)*(FF-FN)/(FNE-FN)
YU=YN
CALL TRACA

ELSE IF ((FE. GT. FF). AND. (FP. LT. FF). AND. (FNE. LT. FF). AND.
& (FN. LT. FF)). OR. ((FE. LT. FF). AND. (FP. GT. FF). AND. (FNE. GT. FF).
& AND. (FN. GT. FF))) THEN
XT=XP+(XE-XP)*(FF-FP)/(FE-FP)
YT=YP
XU=XE
YU=YP+(YN-YP)*(FF-FE)/(FNE-FE)
CALL TRACA

ELSE IF ((FNE. GT. FF). AND. (FE. LT. FF). AND. (FN. LT. FF). AND.
& (FP. LT. FF)). OR. ((FNE. LT. FF). AND. (FE. GT. FF). AND. (FN. GT. FF).
& AND. (FP. GT. FF))) THEN
XT=XP+(XE-XP)*(FF-FN)/(FNE-FN)
YT=YN
XU=XE
YU=YP+(YN-YP)*(FF-FE)/(FNE-FE)
CALL TRACA

ELSE IF ((FP. GT. FF). AND. (FN. GT. FF). AND. (FE. LT. FF). AND.
& (FNE. LT. FF)). OR. ((FP. LT. FF). AND. (FN. LT. FF). AND. (FE. GT. FF).
& AND. (FNE. GT. FF))) THEN
XT=XP+(XE-XP)*(FF-FP)/(FE-FP)
YT=YP
XU=XP+(XE-XP)*(FF-FN)/(FNE-FN)
YU=YN
CALL TRACA

ELSE IF ((FP. EQ. FF). AND. (FN. EQ. FF)) THEN
XT=XP

```
YT=YP
XU=XP
YU=YN
CALL TRACA
```

```
ELSE IF ((FP. EQ. FF). AND. (FE. EQ. FF)) THEN
XT=XP
YT=YP
XU=XE
YU=YP
CALL TRACA
```

```
ELSE IF ((FN. EQ. FF). AND. (FNE. EQ. FF)) THEN
XT=XP
YT=YN
XU=XE
YU=YN
CALL TRACA
```

```
ELSE IF ((FE. EQ. FF). AND. (FNE. EQ. FF)) THEN
XT=XE
YT=YP
XU=XE
YU=YN
CALL TRACA
```

```
END IF
900 CONTINUE
1000 CONTINUE
```

```
RETURN
END
```

```
C*****
```

```
C#####
```

SUBROUTINE TRACA

```
C*****
```

```
C TRACA CURVAS DE NIVEL COLORIDAS
```

```
C*****
```

```
COMMON/C17/KPHIC
```

```
COMMON/C19/CURVAC(1024), NUMER, XT, YT, XU, YU, NIVEL
```

```
COMMON/C21/ISCAL, IWWW, IHHH, GMIN, GMAX
```

```
COMMON/C25/KIVEL(1300)
```

```
C*****
```

```
I VEL=KIVEL(NIVEL)
```

```
XXT=XT*ISCAL
```

```
XXU=XU*ISCAL
```

```
YYT=YT*ISCAL
```

```
YYU=YU*ISCAL
```

```
IXT=NINTC(XXT)+10
```

```
IXU=NINTC(XXU)+10
```

```
IF(KPHIC. EQ. 5) THEN
```

```
IYT=IHHH/2-NINTC(YYT)
```

```

IYU=IHHH/2-NINTCYUD
ELSE
IYT=IHHH-NINTCYTD)-20
IYU=IHHH-NINTCYUD)-20
END IF

```

```

CALL SET_COLORCIVEL)
CALL G_ALINECIXT,IYT,IXU,IYUD
RETURN
END

```

C*****

C#####

SUBROUTINE GRAVAC

C*****

C *** GRAVACAO OPCIONAL

C*****

```

PARAMETER(LUC=201, MUC=137, NNUC=6)
CHARACTER*14 CAB
LOGICAL LOGR, LOGW, LOGF
COMMON/C1/XT, YT, LCD, LBD, LAD, MCD, MBD, MAD
COMMON/C2/IA(5), IB(5), IC(5), JA(5), JB(5), JC(5)
COMMON/C3/LC(5), LB(5), LA(5), MC(5), MB(5), MA(5)
COMMON/C4/XCLUC), XCV(LUC), XUCLUC), YCLUC), YCV(LUC), YV(LUC)
COMMON HC(LUC, MUC, NNUC)
COMMON/C7/G, GW(5), GE(5), GS(5), GN(5), BC(LUC, MUC), APC(LUC, MUC)
COMMON/C9/NO, NOX, ITR, ITRX, NVZ(6)
COMMON/C10/DNSD, RLX(6), LOGR(6), LOGW(6), CAB(6)

```

C*****

```

WRITE(4,*) ' '
IFINL=0
DO 35 ICONTR=5, LCD+5, 5
IFC IFINL. LE. LCD) THEN
ICOMC=IFINL+1
IFINL=ICONTR
IFINL=MINO(IFINL, LCD)
WRITE(4,*) ' '
WRITE(4,20)(I, I=ICOMC, IFINL)
20  FORMAT(1X, 'I =', 2X, 5(I4, 9X))
WRITE(4,30)(XC(I), I=ICOMC, IFINL)
30  FORMAT(1X, 'X =', 1P5E13.5)
ENDIF
35  CONTINUE

```

C*****

```

JFINL=0
WRITE(4,*) ' '
DO 65 JCONTR=5, MCD+5, 5
IFC JFINL. NE. MCD) THEN
JCOMC=JFINL+1
JFINL=JCONTR
JFINL=MINO(JFINL, MCD)
WRITE(4,*) ' '
WRITE(4,50)(J, J=JCOMC, JFINL)
50  FORMAT(1X, 'J =', 2X, 5(I4, 9X))

```

```

WRITEC 4, 60) (CYCJ), J=JCOMC, JFINL)
60  FORMAT(1X, 'Y =', 1PSE13.5)
    ENDIF
65  CONTINUE
C*****
DO 500 NQ=1, NOX
IFC LOGWC NQ) THEN
WRITEC 4, *) ' '
WRITEC 4, 400) CAB(NQ)
400  FORMAT(1X, 26C '*' ), 1X, A14, 1X, 26C '*' )
    IPRI=1
    JPRI=1
    IFINL=0
    IFC NQ. EQ. 1) IPRI=2
    IFC NQ. EQ. 2) JPRI=2
    ICOMC=IPRI-7
    DO 460 I ICTR=IPRI, LCD+7, 7
    IFC IFINL. LT. LCD) THEN
        ICOMC=ICTR
        IFINL=ICOMC+6
        IFINL=MINOCIFINL, LCD)
        WRITEC 4, *) ' '
        WRITEC 4, 420) (I, I=ICOMC, IFINL)
420  FORMAT(1X, ' I =', 16, 6I0)
        WRITEC 4, 430)
430  FORMAT(1X, ' J')
        JFL=JPRI+MCD
        DO 450 JJ=JPRI, MCD
        J=JFL-JJ
        WRITEC 4, 440) J, (HCI, J, NQ), I=ICOMC, IFINL)
440  FORMAT(1X, I2, 3X, 1P7E9.2)
450  CONTINUE
    ENDIF
460  CONTINUE
ENDIF
500  CONTINUE
    RETURN
    END
C*****

```

C#####

BLOCK DATA ORIGIN

```

C*****
CHARACTER*14 CAB
LOGICAL LOGR, LOGW, LOGF
C*****
COMMON/C9/NQ, NOX, ITR, ITRX, NVZ(6)
COMMON/C10/DNSD, RLX(6), LOGRC(6), LOGWC(6), CAB(6)
COMMON/C14/LOGF
C*****
DATA LOGF/.FALSE./
DATA NOX/6/
DATA LOGR/4*.FALSE., 2*.TRUE./
DATA LOGW/6*.TRUE./

```

```
DATA ITR/0/
DATA RLX/6*1./
DATA NVZ/6*1/
DATA DNSD/1./
DATA CAB(1)/ ' U NAS FACES '/
DATA CAB(2)/ ' V NAS FACES '/
DATA CAB(3)/ ' U NOS PONTOS '/
DATA CAB(4)/ ' V NOS PONTOS '/
DATA CAB(5)/ ' PSI - PONTOS '/
DATA CAB(6)/ ' TEMPERATURA '/
END
```

```
C*****
```