

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

UM MÉTODO DE SÍNTESE ESTÁTICA DE REDES DE TRANSMISSÃO  
PARA AUXÍLIO AO PLANEJAMENTO A LONGO PRAZO

AMIR SAID

Orientador:

Prof. Dr. Paulo Morelato França

Co-orientador:

Prof. Dr. Anésio dos Santos Jr.

Este exemplar corresponde  
à redação final da tese  
defendida por Amir Said  
e aprovada pela Comissão  
Julgadora em 15/7/88



Paulo M. França  
orientador.

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

- JULHO 1988 -

Aos meus pais e à Celli.

## AGRADECIMENTOS

A todos os que colaboraram realização deste trabalho e especialmente

- ao Paulo França, pela orientação durante o desenvolvimento da tese e pela sua ajuda e estímulo a meu trabalho de pesquisa
- ao Anésio, pelo apoio e orientação
- à Celli pela paciência e ajuda nos momentos mais difíceis
- ao Secundino, pela participação na banca e por permitir a utilização dos recursos computacionais do COSE
- ao Luis Gonzaga pela participação na banca
- à Norma, pela confecção dos desenhos

Esta tese contou com o apoio financeiro da UNICAMP.

## RESUMO

Neste trabalho é apresentado um novo método de síntese estática de redes elétricas, aplicável ao planejamento a longo prazo de redes de transmissão de energia elétrica. O problema de síntese é matematicamente formulado através de um modelo de otimização, com variáveis inteiras representando as decisões do planejador e variáveis contínuas para os fluxos de potência ativa. O objetivo da modelagem é determinar soluções que otimizam o compromisso entre o custo de compra de novos equipamentos e uma satisfatória operação do sistema. Este modelo é solucionado através de eficientes métodos de enumeração implícita e de determinação de fluxos em redes com custo mínimo. O novo método é testado em redes de transmissão brasileiras e os resultados mostram a sua eficiência e a qualidade das suas soluções.

## ÍNDICE

|   |    |
|---|----|
| Capítulo 1 - INTRODUÇÃO . . . . .   | 1  |
| Capítulo 2 - PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA<br>ELÉTRICA . . . . . | 4  |
| 2.1 - Objetivos do planejamento . . . . .   | 5  |
| 2.2 - Características do planejamento a longo prazo . . . . .                         | 9  |
| 2.3 - Métodos usados para o planejamento a longo prazo . . . . .                      | 10 |
| 2.4 - Síntese estática de redes de transmissão . . . . .                              | 20 |
| Capítulo 3 - MODELAGEM DA SÍNTESE ESTÁTICA POR UM PROBLEMA DE<br>OTIMIZAÇÃO . . . . . | 22 |
| 3.1 - Modelagem da rede de transmissão de energia elétrica . . . . .                  | 22 |
| 3.2 - Formulação do problema de síntese estática . . . . .                            | 31 |
| 3.3 - Nova formulação do problema de síntese . . . . .                                | 34 |
| 3.4 - Propriedades da formulação com índice de "mínimo<br>esforço" . . . . .          | 38 |
| 3.5 - Obtenção de soluções inteiras . . . . .   | 44 |
| 3.6 - Resumo dos principais resultados . . . . .                                      | 50 |

|  |     |
|--|-----|
| Capítulo 4 - MÉTODO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO . . . . .                             | 53  |
| 4.1 - Descrição geral do método de resolução . . . . .   | 54  |
| 4.2 - Método de separação e sondagem ("branch-and-bound") . . . . .                            | 56  |
| 4.3 - Resolução do problema de fluxo com custo mínimo . . . . .                                | 65  |
| 4.4 - Procedimento heurístico de ajuste final . . . . .  | 76  |
| <br>   |     |
| Capítulo 5 - TESTES COMPUTACIONAIS - APLICAÇÃO A REDES DE<br>TRANSMISSÃO BRASILEIRAS . . . . . | 84  |
| 5.1 - Considerações práticas . . . . .   | 86  |
| 5.2 - Síntese de uma rede de seis barras . . . . .   | 89  |
| 5.3 - Aplicação ao sistema Sul brasileiro . . . . .  | 94  |
| 5.4 - Aplicação ao sistema Norte-Nordeste brasileiro . . . . .                                 | 97  |
| 5.5 - Análise dos resultados . . . . .   | 104 |
| <br>   |     |
| Capítulo 6 - CONCLUSÃO . . . . .   | 106 |
| <br>   |     |
| Apêndice A - DEMONSTRAÇÃO DA CONVEXIDADE DO MODELO DE<br>OTIMIZAÇÃO . . . . .                  | 110 |
| <br>   |     |
| Apêndice B - UM CRITÉRIO DE ESCOLHA DOS PARÂMETROS " $c_k$ " . . . . .                         | 111 |
| <br>   |     |
| Apêndice C - DADOS DAS REDES USADOS NOS TESTES . . . . .                                       | 117 |
| <br>   |     |
| Referências Bibliográficas . . . . .   | 130 |

## Capítulo 1

### INTRODUÇÃO

Um sistema de transmissão de energia elétrica é uma estrutura extremamente complexa e diversificada. Para planejar este sistema de forma otimizada e com auxílio de técnicas de programação matemática, é preciso que o processo de planejamento seja decomposto em vários sub-problemas, que por sua vez, podem admitir simplificações [15]. Deste modo, é possível contornar algumas dificuldades de modelagem e resolução dos problemas de otimização.

As decisões do planejador podem ser facilitadas pelo uso de métodos científicos de planejamento e sua eficiência pode ser aumentada lançando mão de ferramentas (programas) computacionais para auxiliá-lo a determinar as opções mais satisfatórias. Devido as limitações das técnicas atualmente disponíveis, cabe ao planejador a tarefa de coordenar o uso destas ferramentas, interpretar os resultados e fornecer um elenco de alternativas viáveis baseado em uma visão global do processo de planejamento.

O sucesso desta metodologia de planejamento depende da capacidade de interação entre o planejador e os programas de auxílio à decisão. É preciso que estes programas sejam suficientemente poderosos para solucionar problemas realmente complexos, fornecendo ao planeja-

dor informações precisas e facilmente interpretáveis. Além disto, devem ser capazes de se ajustar facilmente às decisões do planejador, baseadas nas informações gerais sobre o processo completo de planejamento.

Nesté trabalho é apresentado um novo método computacional para síntese estática de redes de transmissão de energia elétrica: uma ferramenta computacional de auxílio ao planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão de energia elétrica. Dentro dos requisitos indicados no parágrafo anterior para estes programas, o objetivo principal foi o de desenvolver um método suficientemente rápido e eficiente, para facilitar o processo de interação programa-planejador. O resultado foi a criação de um método que difere dos outros já existentes pela sua capacidade de fornecer soluções de qualidade equivalente, mas com um esforço computacional bem menor. Este método foi desenvolvido levando-se em conta três aspectos importantes: modelagem matemática do problema de síntese estática, teoria de otimização (programação matemática) e métodos computacionais.

No Capítulo 2, o problema de síntese estática de redes de transmissão é situado dentro do processo de planejamento de sistemas de energia elétrica, é feita uma análise resumida dos métodos existentes, são definidos seus objetivos e justificadas algumas aproximações, consideradas aceitáveis para o planejamento a longo prazo.

O Capítulo 3 apresenta uma modelagem matemática da síntese estática na forma de um problema de otimização e mostra como certas



propriedades desta formulação podem ser matematicamente exploradas para simplificar a resolução do problema.

No Capítulo 4 são apresentados os métodos computacionais escolhidos para resolução do problema de otimização e algumas maneiras de aumentar sua eficiência, adaptando-os às particularidades do problema.

Para avaliação do novo método, no capítulo 5 são feitas algumas considerações de ordem prática e apresentados os resultados dos testes da aplicação do método a redes do sistema brasileiro de transmissão.

Por fim, no Capítulo 6, são apresentadas as conclusões finais, algumas propostas de modificação do método e sugestões de novas pesquisas.

## Capítulo 2

### PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Um sistema interligado de potência, responsável pela geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, tem uma grande influência na economia de um país. Por exigir um alto volume de recursos e pela sua importância estratégica, busca-se centralizar decisões e esforços. Apesar de decisões serem tomadas em várias etapas e em empresas diferentes, estas devem levar em conta os estudos realizados com o sistema interligado, onde são considerados os aspectos globais de planejamento. Estas decisões controlam dois processos básicos:

- **Operação:** que consiste em determinar como deve ser o funcionamento e a manutenção do sistema, usando os equipamentos e recursos disponíveis e satisfazendo certas condições de qualidade de serviço.

- **Planejamento:** é uma análise no tempo de como o sistema deve operar e quais os equipamentos que devem ser instalados de modo a manter a operação nas condições desejadas.

O sistema completo é uma estrutura extremamente complexa, diversificada e distribuída. Para simplificar sua operação e planejamento, procura-se dividi-lo em partes relativamente independentes, a par-

tir de características técnicas e funcionais, de regiões, de companhias operadoras, etc. Contudo, como o processo de decisão é relativamente centralizado, é vantajoso fazer um planejamento que leve em conta o interrelacionamento entre estas partes.

Mais particularmente, em termos de características funcionais o sistema elétrico de potência é composto por:

- sistema de geração;
- sistema de transmissão;
- sistema de subtransmissão;
- sistema de distribuição;

Este processo de divisão faz parte da metodologia de planejamento de sistemas de grande porte e complexos, onde é conhecido como decomposição do problema em subproblemas menores. Um outro processo que será citado posteriormente, e está estreitamente ligado à decomposição é a agregação de parâmetros, onde um conjunto de parâmetros é transformado ou aproximado para apenas um. Várias decisões também podem ser agregadas em apenas uma [15].

## 2.1 - OBJETIVOS DO PLANEJAMENTO

O objetivo do planejamento de um sistema de transmissão é determinar como ampliar a capacidade do sistema, de modo que ele seja capaz de transportar a energia para satisfazer a crescente demanda. A

ampliação da capacidade é feita pela aquisição de novos equipamentos e instalações, compra de serviços, etc. O resultado é composto por um plano de expansão que indica qual o tipo de equipamento, a capacidade das instalações, o local e data da implementação destas obras. Pode também indicar a desativação de unidades obsoletas.

Vários fatores e restrições devem ser levados em conta durante o planejamento, entre os principais temos:

- Minimização do custo com a expansão da capacidade. Como a expansão é um processo dinâmico, com os investimentos distribuídos dentro de um período de planejamento, é preciso levar em conta fatores como taxa de juros, amortização do investimento, etc;

- Minimização dos custos de operação: que podem incluir despesas diretas, como a manutenção ou gasto de combustível, mas também custos indiretos, como os causados pela interrupção ou degradação da qualidade do serviço. Como se trata de um serviço público, para evitar prejuízos aos usuários, são fixados parâmetros rígidos de operação do sistema, evitando a dificuldade de contabilização destes custos;

- Satisfação das restrições técnicas: um sistema elétrico está sujeito a uma série de leis físicas que devem ser consideradas no planejamento como restrições. Como exemplo, temos os limites para a distribuição dos fluxos de potência, a margem de estabilidade transitória, etc.

- Limitação na quantidade de recursos disponíveis ao longo do período de planejamento: como os investimentos necessários à expansão deste sistema podem ser muito grandes é preciso considerar a possibilidade de adiar ou antecipar uma expansão para atender a estas restrições;

- Satisfação de especificações operacionais relacionadas com a qualidade do serviço, tais como a confiabilidade e estabilidade da tensão e frequência.

Alguns destes fatores podem ser quantificados mais facilmente, como por exemplo o custo dos equipamentos e novas instalações, mas também é necessário ponderar fatores de difícil quantificação e não comparáveis entre si, tal como satisfação dos consumidores, efeitos ambientais ou a confiabilidade da operação.

Um sistema de transmissão pode ser considerado complexo e de grande porte não só pela sua dimensão, que pode abranger regiões geograficamente extensas, vários níveis de tensão, centenas de barras, mas também pela dimensão e complexidade do problema de planejamento correspondente. Entre os fatores que aumentam a complexidade e dificultam a resolução do problema de expansão pode-se citar:

- Incertezas com as condições de operação e demanda de energia no futuro, e mudanças econômicas como variações nas taxas de juros, limitações de recursos, etc.

- Ampliação da capacidade em quantidades discretas, o que exige uma modelagem com variáveis inteiras;

- A natureza dinâmica do problema, que aumenta a sua dimensão, por ser necessário especificar o planejamento ao longo de todo o período de planejamento, ou seja, todas as variáveis são função do tempo;

- Complexidade da análise dos resultados das decisões do planejamento e suas consequências sobre as condições de operação do sistema, isto é, a determinação da influência de um conjunto de decisões sobre os custos e qualidade da operação;

O nível de detalhamento de um plano de expansão depende do período a ser considerado (os planos a curto prazo devem ser mais detalhados), do nível de incerteza na previsão das condições futuras e da finalidade do plano (estudos iniciais podem ser menos detalhados). Assim, a exatidão do modelo da expansão do sistema deve ser proporcional ao nível de detalhamento desejado.

## 2.2 - CARACTERÍSTICAS DO PLANEJAMENTO A LONGO PRAZO

Existem duas justificativas básicas para a importância do planejamento a longo prazo (mais de vinte anos) do sistema de transmissão. A primeira é de natureza prática: pode ser necessário um longo

tempo para implantar uma ampliação neste sistema, por isto as decisões devem ser tomadas com uma antecedência adequada. A segunda razão é de natureza metodológica: para evitar decisões "míopes" (que ignoram os efeitos a longo prazo das decisões atuais) é preciso fazer o planejamento para um horizonte de tempo que, na prática, se aproxime de horizontes de tempo infinitos [9].

Os estudos para o planejamento do sistema de transmissão se baseiam em previsões das condições futuras de operação deste sistema, tais como, crescimento e distribuição geográfica da demanda, capacidade de geração instalada, etc. Quanto maior o período de planejamento, maiores as incertezas destas previsões. O efeito econômico destas incertezas é naturalmente reduzido através das fórmulas de valor presente. Por isto, o valor presente relacionado com decisões atuais não é muito influenciado pelas possíveis mudanças das futuras condições de operação [9].

Pelas razões citadas acima, qualquer solução de planejamento a longo prazo não é definitiva, mas é usada para orientar as decisões a curto e médio prazo. Esta condição justifica uma série de aproximações que serão descritas a seguir. De fato, os métodos de planejamento a longo prazo se caracterizam exatamente pela escolha das aproximações consideradas aceitáveis pela existência de incertezas [7]. As principais aproximações são:

- desconsideração dos custos de operação do sistema: isto é aceitável quando não é possível fazer uma previsão razoável, quando são

- considerados independentes das decisões de planejamento ou quando podem ser agregados aos custos dos equipamentos;
- uso dos fluxos de potência como principais fatores da operação, exigindo apenas que satisfaçam as leis físicas e que a capacidade nominal dos equipamentos seja respeitada;
  - cálculo dos fluxos de potência de forma aproximada;
  - o planejamento dos sistemas de transmissão é independente do planejamento dos sistemas de geração e subtransmissão-distribuição, de forma que as gerações e demandas podem ser consideradas fixas;

### 2.3 - MÉTODOS USADOS PARA O PLANEJAMENTO A LONGO PRAZO

Os métodos usados para o planejamento a longo prazo podem, a grosso modo, ser divididos em heurísticos e de otimização [7], apesar de existirem muitos métodos híbridos, que usam modelos de otimização aliados a algoritmos heurísticos. Neste trabalho a palavra heurístico é usada para designar um procedimento baseado em conhecimento empírico, ao invés do sentido usado em heurística, que é relacionado a processos cognitivos.



### 2.3.1 - Métodos heurísticos

Estes métodos fazem o plano de expansão "passo-a-passo", ou seja, para uma dada configuração da rede de transmissão, os equipamentos que aumentam a capacidade do sistema, conforme o aumento da demanda, são adicionados um a um ou em pequenos grupos. Normalmente é feita uma análise da sensibilidade de uma função que avalia o desempenho do sistema e custo de ampliação, em relação a adição de um equipamento específico, para escolher as "melhores" adições.

Estes métodos simulam um procedimento manual clássico, definido pelo seguinte algoritmo:

**PASSO 1:** Analisar a capacidade do sistema de atender a demanda em um novo período de planejamento;

**PASSO 2:** Se existe alguma inadequação (sobrecargas), seleccionar a adição de novos equipamentos baseado em algum critério técnico/econômico; voltar para o passo 1;

**PASSO 3:** Se o sistema é considerado adequado, verificar se alguns dos equipamentos adicionados pode ser retirado mantendo a sua adequação;

**PASSO 4:** Se nenhum elemento pode ser retirado, passar para o próximo período e voltar para o passo 1. O algoritmo termina quando todos os períodos de planejamento já foram estudados.

A desvantagem imediata deste tipo de método é que este procedimento não garante a otimalidade de uma solução. Na maioria dos casos, os métodos heurísticos não conseguem sequer avaliar a qualidade das soluções que encontram. Por mais sofisticados que sejam os critérios de adições de equipamentos e mesmo que testes mostrem soluções satisfatórias, a falta de uma estrutura consistente no método de solução compromete bastante a confiança nas soluções. Em termos técnicos, isto significa que é difícil determinar o domínio de aplicação das regras heurísticas.

A grande vantagem deste tipo de método de solução é a simplicidade de formulação. Em alguns casos, pode-se dizer que o método é uma tentativa do planejador de transformar seu conhecimento e desejo em um programa, adicionando alguma ferramenta matemática e contando com a interferência humana para verificação da validade dos resultados.

Pode-se explicar o atrativo destes métodos para alguns planejadores pelo fato de ser mais simples a consideração de muitos fatores pelos métodos heurísticos, ou seja, podem não garantir soluções ótimas, mas podem levar em consideração uma maior quantidade de fatores que um planejador em particular considere imprescindíveis.

Recentemente, a análise de métodos heurísticos baseados no conhecimento e experiência do planejador tem recebido especial atenção, pelo estudo de inteligência artificial e sistemas especialistas. Porém, seria prematuro afirmar que, com o conhecimento atual, estes

sistemas possam ser usados extensivamente no planejamento de sistemas de transmissão. A maior dificuldade reside na obtenção e validação das regras heurísticas a partir do especialista. No processo de utilização de conhecimento empírico, o sistema especialista deve ser suficientemente sofisticado para validar as condições para sua aplicação.

### 2.3.2 - Métodos de otimização

A diferença fundamental entre estes métodos e os métodos heurísticos é que, neste caso, a decisão sobre a ampliação se faz de modo coletivo, isto é, dentro de certas condições se busca determinar qual o conjunto de adições ótimas. Uma vantagem de se usar estes métodos é que, para determinar uma solução ótima, é preciso fazer uma modelagem formal (matemática) do problema. Assim, é possível explorar matematicamente as propriedades do modelo para criação de um método de resolução mais eficiente.

Devido às dificuldades de modelar um sistema tão complexo como o de transmissão e o compromisso entre a exatidão do modelo e o esforço computacional, estes métodos são normalmente uma mistura de procedimentos exatos e heurísticos. Para simplificar o problema, não se consideram todas as adições e condições existentes na prática, mas um subconjunto limitado. De fato, o uso de um modelo adequado é uma condição crítica para utilização destes métodos. As soluções "ótimas" obtidas a partir de um modelo inadequado podem estar muito distantes das soluções que podem ser consideradas "boas" para o problema real.

A modelagem através de problemas de otimização envolve a definição de três conceitos básicos:

- Um conjunto de variáveis de estado, que define completamente o comportamento do sistema e as decisões do planejamento;
- Um conjunto de restrições, que estabelecem as relações que ligam o comportamento do sistema com as decisões de planejamento e impõem sobre as variáveis de estado as restrições físicas, operacionais e econômicas;
- Uma função objetivo, que contém uma ou mais funções das variáveis de estado que devem ser minimizadas (maximizadas), expressando a "qualidade" de uma solução dentro dos objetivos de síntese.

Duas características principais são desejáveis para um método de otimização:

- Obtenção de soluções ótimas globais, isto é, garante-se que as soluções fornecidas são realmente as melhores que satisfazem o conjunto de restrições. Conforme o problema, pode ser possível ter várias soluções que satisfazem certas condições de otimalidade, mas que não são ótimos globais; o método de otimização deve ser capaz de seleccionar o ótimo global;
- Exigência de um esforço computacional razoável. Se o esforço computacional tende a crescer muito rapidamente com as dimensões do

problema, a aplicação de um método pode se tornar impraticável para sistemas de médio ou grande porte.

### 2.3.3 - Qualidades desejáveis de um método de síntese

Como vimos, tanto os métodos heurísticos quanto os baseados em modelos de otimização têm vantagens e desvantagens. Resumindo, é possível dizer que, na maior parte dos campos de aplicação das técnicas de programação matemática, os métodos heurísticos são atraentes pela rapidez e praticidade de seu uso. Por outro lado, os métodos baseados em modelos de otimização acenam com soluções mais confiáveis, em detrimento da eficiência computacional. No caso específico do planejamento de redes de transmissão, este dilema sem sempre é verdadeiro e este é um dos resultados que esta tese se propõe a defender: métodos que usam modelos de otimização podem fornecer soluções melhores que algumas heurísticas e com tempos computacionais inferiores. Tais objetivos podem ser conseguidos através de manipulações matemáticas convenientes que exploram características particulares do modelo, em conjunto com técnicas eficientes de otimização.

Equidistante desse dilema, é possível relacionar as principais características desejáveis para uma ferramenta de apoio ao planejamento da transmissão:

- métodos iterativos, onde o planejador avalia cada etapa do planejamento e interfere apenas quando necessário; é preciso que o mé-

todo seja suficientemente poderoso para que o processo de interação planejador-programa não se torne tedioso por exigir muitas intervenções;

- uso de modelos de otimização para as etapas mais críticas e métodos heurísticos para detetar e eliminar possíveis discrepâncias geradas pela modelagem aproximada;
- uso de sistemas de apoio à interpretação dos resultados, tal como estações gráficas e programas de simulação, facilitando decisões do planejador.
- determinação, de modo eficiente, de mais de uma solução de boa qualidade, permitindo uma maior gama de escolha.

Qualquer que seja o método usado, cabe ao planejador tomar as decisões finais baseado em uma visão mais global do problema. Normalmente, é preciso ainda aprimorar a solução através de estudos suplementares, como a determinação da confiabilidade do sistema, análise de variações nas previsões, etc. A melhor escolha de um método de resolução depende das características particulares do problema mas, normalmente, a determinação do nível de interferência do planejador está relacionada com a complexidade e dimensão do problema. Fink [8] descreve uma série de problemas que dificultam a atuação do planejador com o aumento da complexidade e dimensão de um sistema de potência.

#### 2.3.4 - Descrição resumida de alguns modelos propostos

A sofisticação e exatidão dos modelos de planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão têm aumentado com a redução dos custos dos recursos computacionais. Além disto, os métodos de otimização têm progredido bastante, em especial no campo dos problemas combinatórios, encorajando seu uso no planejamento de redes elétricas. O relatório do EPRI [7] fornece um excelente resumo dos modelos propostos para planejamento a longo prazo de redes de transmissão. A seguir, será feito apenas um resumo de algumas propostas, indicando suas características mais interessantes, para, a partir do Capítulo 3, apresentar uma proposta de um novo modelo.

Em 1970, Garver [10] propôs um método que utiliza a programação linear para determinação aproximada dos fluxos de potência, através de um modelo de fluxo com custo (linear) mínimo. Este modelo, chamado de modelo de transporte, por ser linear, pode ser resolvido com bastante eficiência, facilitando uma análise de sensibilidade às decisões de síntese. Um procedimento heurístico é usado para interpretar os resultados obtidos pelo modelo de transporte e indicar a adição de novos equipamentos. Este método atualmente pode ser considerado ultrapassado. Mais recentemente, um modelo semelhante foi proposto por Villasana, Garver e Salon [31], onde reconhece-se a necessidade do uso de programação inteira mista, mas opta-se por determinar as variáveis inteiras através de um algoritmo heurístico.

No fim dos anos 70 e começo dos anos 80, com mais facilidade de uso de recursos computacionais, foi possível usar modelos mais precisos para determinação dos fluxos de potência (modelos "c.c." e "c.a."): Passou-se a usar métodos de otimização para problemas mais complexos, tais como programação inteira mista, programação não linear, simulação de eventos aleatórios e programação dinâmica. Do ponto de vista metodológico, também houve avanços significativos, com o desenvolvimento de métodos iterativos [5,22], onde o planejador controla o processo de síntese, superando as aproximações usadas nos métodos de otimização e detectando inadequações nos algoritmos heurísticos. Este processo é realizado simultaneamente com a síntese, tornando-a mais confiável. Para facilitar a interação programa-planejador, mostrou-se a utilidade de sistemas gráficos [25] e programas de simulação.

No Brasil, através de um convênio entre a UNICAMP e ELETROBRAS, foi desenvolvido um programa de síntese [22,29], chamado SINTRA, que está bastante relacionado com o método que será proposto neste trabalho. Neste programa é usado um modelo "c.c." (maiores detalhes sobre este modelo estão no Capítulo 3) para cálculo dos fluxos de potência, aliado a um procedimento heurístico de adições de circuitos, semelhante ao apresentado na seção 2.3.1. Outro programa brasileiro, chamado TANIA [14], têm por objetivo determinar a sequência ótima (ou próxima da ótima) de expansões da síntese dinâmica, baseando-se em métodos de busca no espaço de soluções.



Estes dois programas já foram empregados em estudos de planejamento de redes de transmissão brasileiras. O programa SINTRA, apesar de não garantir soluções ótimas, é preferido por alguns planejadores por sua capacidade de fazer a síntese interativamente e por ser mais rápido. Além disto, o programa TANIA pode exigir um esforço computacional excessivo em redes de grandes dimensões.

Dentro da filosofia de se usar modelos de otimização mais sofisticados, diminuindo a importância de procedimentos heurísticos no método, Pereira e outros [24] desenvolveram um elegante método baseado na decomposição do problema entre as variáveis de síntese e variáveis que descrevem o comportamento do sistema. No artigo que apresenta o modelo não são apresentadas medidas do esforço computacional e o método é testado apenas no sistema Sul brasileiro, mas mostra-se as dificuldades de se obter boas soluções a partir da resolução do problema com restrições relaxadas. Com isto, o seu esforço computacional deve crescer muito rapidamente com aumento das dimensões do problema.

O método proposto neste trabalho [26,28] foi desenvolvido para permitir a síntese de grandes redes, aproveitando as propriedades matemáticas de um determinado modelo para simplificar a determinação de soluções inteiras. Nos próximos capítulos são fornecidos os detalhes deste método, a justificativa desta formulação e explicadas as razões de sua eficiência.

## 2.4 - SÍNTESE ESTÁTICA DE REDES DE TRANSMISSÃO

É economicamente interessante adiar ao máximo os investimentos e antecipar as receitas. Por isto, no planejamento de redes de transmissão, o objetivo de minimizar o custo total com a instalação de novos equipamentos está relacionado com o valor presente destes equipamentos [9]. Assim, a sequência com que os equipamentos vão sendo instalados é importante para minimizar os custos. O problema de determinar quais as adições na rede de transmissão e data de instalação é chamada de síntese dinâmica. Se considerarmos que todos os equipamentos devem ser instalados em um mesmo período, a síntese é chamada de estática.

A resolução do problema de síntese dinâmica normalmente é muito mais complexa do que a resolução de um problema de síntese estática. Por isto, costuma-se lançar mão de métodos de síntese estática para auxiliar no problema de planejamento dinâmico. A forma como as soluções estáticas são aproveitadas depende das dimensões do problema e da precisão desejada.

Um método bastante conhecido consiste em resolver inicialmente o problema de síntese estática para um ano horizonte. Esta solução é depois usada para orientar um processo de "síntese dinâmica incremental", onde, em cada período, uma síntese estática é feita usando a solução do período anterior como a configuração inicial da rede. Os equipamentos presentes na solução do ano horizonte são preferidos nas sínteses estáticas dos períodos intermediários. Este método, apesar de

ser heurístico, é computacionalmente eficiente e é uma forma de evitar uma "miopia" na síntese dinâmica e facilitar a detecção de maiores economias de escala. Sun e outros [30] apresentam uma descrição do uso deste tipo de síntese dinâmica.

Uma alternativa mais elegante é usar um modelo de otimização para descrever a síntese dinâmica, garantindo a otimalidade dos planos de expansão. Neste caso, é possível criar um modelo onde, através de técnicas de decomposição, cada subproblema é uma síntese estática. A viabilidade prática da resolução destes modelos depende da eficiência com que os subproblemas de síntese estática podem ser resolvidos e da convergência do programa "mestre" (que controla os subproblemas) [14].

## Capítulo 3

### MODELAGEM DA SÍNTESE ESTÁTICA POR UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo é feita uma modelagem e definidas as variáveis significativas do problema de síntese estática de redes de transmissão. São apresentadas certas propriedades do fluxo de potência ativa e o problema de síntese é formulado como um modelo de otimização que leva em conta o "desempenho elétrico" da rede conjuntamente com objetivos econômicos. Será mostrado como, a partir de certas manipulações matemáticas, é possível simplificar bastante o problema original e usar suas propriedades para aumentar a eficiência da sua resolução, diminuindo o esforço computacional de dois fatores fundamentais: cálculo dos fluxos de potência e tratamento de variáveis inteiras. Como vários resultados importantes estão distribuídos em várias seções, uma seção final apresenta um resumo dos principais resultados e conclusões.

#### 3.1 - MODELAGEM DA REDE DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Na figura 3.1 temos o exemplo de uma rede de transmissão, que é composta basicamente por um certo número de barras que operam em vários níveis de tensão. Nestas barras pode-se ter uma geração ou consu-

mo de potência, conforme a barra esteja ligada a um gerador ou a rede de subtransmissão - distribuição. A ligação entre as barras é feita por linhas de transmissão ou, se forem barras de diferentes níveis de tensão, por transformadores.

Dentro da filosofia descrita no capítulo anterior, existe uma decomposição dos problemas de expansão dos sistemas de geração, transmissão e subtransmissão - distribuição. Por isto, pode-se considerar que, dentro do subproblema de expansão do sistema de transmissão, as gerações e demandas no ano horizonte são fixas. Além disto, em uma formulação que será apresentada no final deste capítulo, será mostrado como incluir no modelo os custos de aquisição antecipada de faixas de servidão ("rights-of-way").

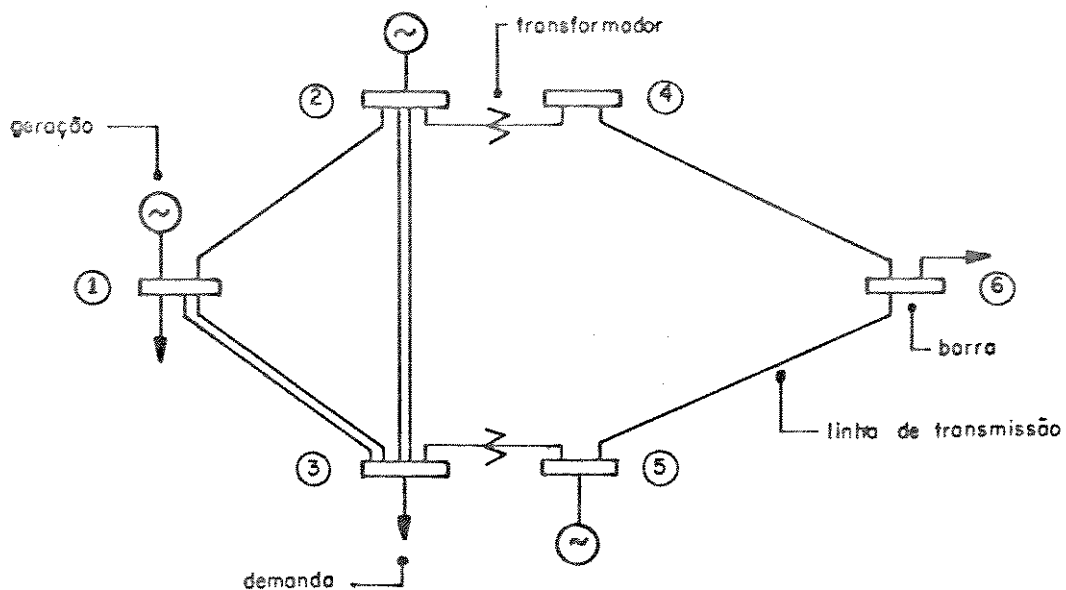


Figura 3.1: Esquema de uma rede de transmissão.

Vamos considerar ainda que o problema de expansão foi aproximado e simplificado, para tornar factível sua resolução, e que um dos subproblemas resultantes é a síntese estática da rede de transmissão, para o ano horizonte, de forma que a capacidade instalada seja suficiente para atender o aumento da demanda prevista neste mesmo ano horizonte.

Basicamente, os equipamentos que devem ser considerados nos estudos iniciais do planejamento a longo prazo são as linhas de transmissão e transformadores de tensão. Outros equipamentos podem ser levados em conta, agregando-se seus custos aos das linhas e transformadores. Por terem uma capacidade finita, as linhas de transmissão e transformadores limitam a capacidade total de transmissão de potência da rede. No planejamento estático das redes de transmissão, devemos considerar que, com o aumento da geração e demanda, a capacidade instalada é insuficiente para atender a demanda. É necessário comprar e instalar novas linhas e transformadores até alcançar uma configuração de rede com capacidade suficiente. Nosso objetivo é minimizar os custos com a compra e instalação destes equipamentos.

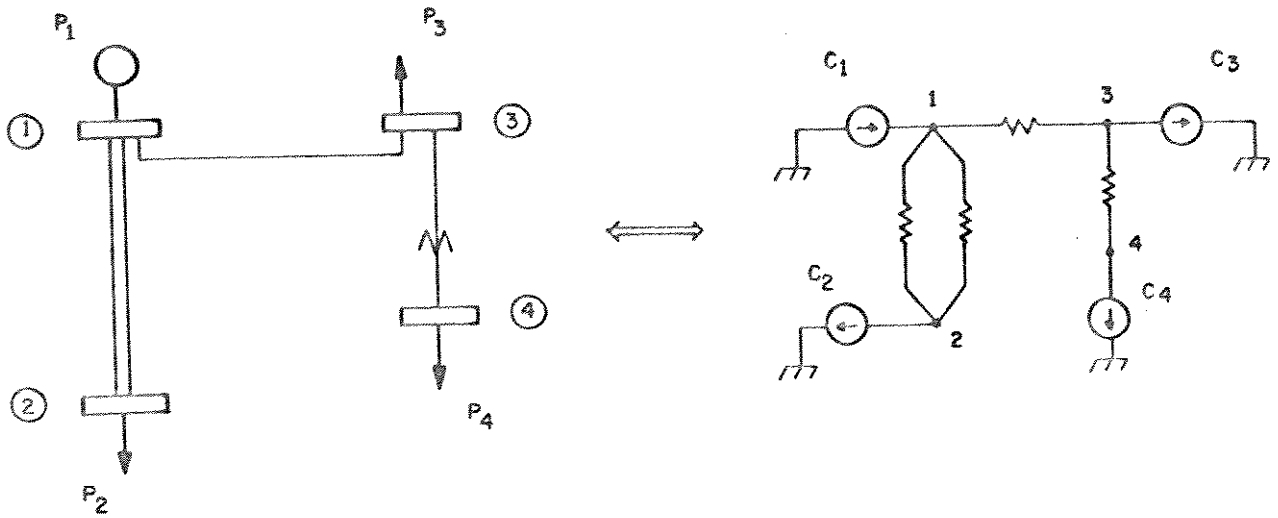
Um fator predominante no planejamento da rede de transmissão é a distribuição dos fluxos de potência ativa. Estes fluxos não podem ser despachados arbitrariamente nas linhas, mas devem obedecer a leis físicas que relacionam os fluxos de potência com a configuração da rede, com os parâmetros das linhas e transformadores e com a geração e consumo de potência nas barras. A eficiência no cálculo destes fluxos é um fator determinante no desempenho do método de síntese.

No planejamento a longo prazo, pode-se usar um modelo simplificado para o cálculo do fluxo de potência ativa, conhecido como fluxo de potência linearizado ou "c.c." [29]. Apesar de ser um modelo aproximado, é suficientemente acurado para o planejamento a longo prazo [7], já que as incertezas quanto às condições de consumo e geração eliminam o sentido prático das soluções mais precisas. Além disto, a "solução ótima" para um horizonte de longo prazo deve ser interpretada como uma "boa solução" para orientar as decisões de curto e médio prazo, onde outros critérios de desempenho e econômicos são levados em conta.

No modelo linearizado, fazendo-se um escalonamento dos parâmetros das linhas e transformadores em unidades pu, pode-se ignorar os diferentes níveis de tensão e considerar igualmente linhas de transmissão e transformadores. Doravante estes equipamentos serão chamados apenas de ligações. É interessante mostrar que, com o modelo linearizado, existe uma correspondência entre os parâmetros da rede de transmissão e os parâmetros de um circuito resistivo de corrente contínua (donde o nome c.c.), conforme mostrado na figura 3.2.

As equações que relacionam as variáveis dos dois circuitos são iguais, obtidas através da formulação das duas Leis de Kirchhoff. Na forma matricial a primeira lei de Kirchhoff, de conservação de potência ativa/corrente, pode ser escrita como:

$$A I = P \quad \Leftrightarrow \quad A \underline{I} = \underline{C} \quad (3-1)$$



Rede de transmissão

$\Leftrightarrow$

Circuito resistivo c.c.

Fluxo de potência ativa - T

$\Leftrightarrow$

Corrente elétrica - I

Ângulo da tensão nodal -  $\theta$

$\Leftrightarrow$

Tensão - V

Reatância série - X

$\Leftrightarrow$

Resistência - R

Geração/consumo de potência - P

$\Leftrightarrow$

Fonte de corrente - C

Figura 3.2: Equivalência dos modelos.

onde A é a matriz de incidência por nó do circuito, definida por:

$$A_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{se o nó } i \text{ é o "início" da ligação } k; \\ -1 & \text{se o nó } i \text{ é o "fim" da ligação } k; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$



A segunda lei de Kirchhoff é expressa por:

$$\mathbf{I} = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}^T \underline{\theta} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{I} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Y} \quad (3-2)$$

onde:  $\mathbf{X} = \text{diag} [x_k]$ ;

$x_k$  é a reatância série da ligação  $k$ ;

$\mathbf{R} = \text{diag} [r_k]$ ;

$r_k$  é a resistência do resistor  $k$ .

Substituindo (3-2) em (3-1), obtemos para as redes de transmissão:

$$\mathbf{A} \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}^T \underline{\theta} = \mathbf{B} \underline{\theta} = \mathbf{P} \quad (3-3)$$

A matriz  $\mathbf{B}$ , chamada de matriz de admitância nodal, têm seus elementos definidos por:

$$B_{ij} = \begin{cases} \sum_{k \in \Omega_i} 1/x_k & \text{se } i=j; \\ -1/x_k & \text{se } i \neq j \text{ e existe uma ligação } k \text{ (3-4)} \\ & \text{entre as barras } i \text{ e } j; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

onde  $\Omega_i$  é o conjunto de ligações conectadas à barra  $i$ .

Como a soma das colunas de  $\mathbf{B}$  é identicamente nula, esta matriz é singular e a solução das variáveis  $\underline{\theta}$  não é única. Se o circuito

ou rede for conexo, fixando arbitrariamente um valor de  $\theta_i$  (normalmente o valor zero é escolhido) obtêm-se uma solução única. A partir desta solução de  $\theta$ , a solução em  $\underline{I}$  também é única e independe do valor arbitrado (que são apenas valores de referência: uma tensão no circuito c.c. e um ângulo de tensão nodal na rede de transmissão).

Esta analogia entre as redes de transmissão e os circuitos c.c. é útil por fornecer um modelo ao qual se está mais familiarizado e para o qual são mais conhecidas certas propriedades, que serão usadas adiante. Os fluxos de corrente em circuitos c.c. podem ser calculados através de um problema de otimização que busca minimizar a soma de uma quantidade conhecida como "conteúdo" dos elementos [16,21]. No nosso caso particular, em que todos os componentes são resistores ideais, o "conteúdo" é igual a potência dissipada pelos resistores. Aplicando esta propriedade em redes de transmissão, verifica-se que os fluxos de potência ativa na rede são iguais à solução do problema:

(P1)      Minimizar     $\frac{1}{2} \underline{I}^T \underline{X} \underline{I} = \frac{1}{2} \sum_k x_k T_k^2$   
 sujeito a

$$A \underline{I} = \underline{P}$$

é possível mostrar a equivalência entre as soluções obtidas a partir das leis de Kirchhoff (3-1,2) e das condições de otimalidade de (P1). Como a função objetivo de (P1) é quadrática e as restrições são de igualdade e lineares, este problema é estritamente convexo se a ma-

trix  $X$  for definida positiva (rede conexa e ligações com reatância positiva), o que garante a existência e unicidade de uma solução ótima para  $\underline{T}$ . Definindo o vetor de multiplicadores de Lagrange  $\underline{\Theta}$  para as restrições  $A \underline{T} = \underline{P}$  (o símbolo  $\underline{\Theta}$  foi escolhido propositalmente, já que se mostrará sua equivalência com o vetor de ângulos da tensão nodal), temos a função lagrangeana:

$$L(\underline{T}, \underline{\Theta}) = \frac{1}{2} \underline{T}^T X \underline{T} + \underline{\Theta}^T (\underline{P} - A \underline{T})$$

cujas condições de otimalidade são:

$$\underline{V}_{\underline{\Theta}} L = \underline{0} \quad \Rightarrow \quad \underline{P} = A \underline{T}$$

$$\underline{V}_{\underline{T}} L = \underline{0} \quad \Rightarrow \quad \underline{T} = X^{-1} A^T \underline{\Theta}$$

Estas duas equações são exatamente iguais àsquelas obtidas pela aplicação das leis de Kirchhoff (3-1,2), significando que os dois problemas são equivalentes (têm mesma solução em  $\underline{T}$ ).

Antes de formular o problema de síntese vamos definir um modelo mais abrangente para representar uma rede de transmissão: um grafo não orientado. É comum termos nas redes de transmissão alguns equipamentos exatamente iguais (mesmas características técnicas) ligados em paralelo e é interessante usar uma representação compacta para estes casos; veremos posteriormente que isto é vantajoso não só em termos de representação, mas também para explicitar certas propriedades úteis do problema de síntese.

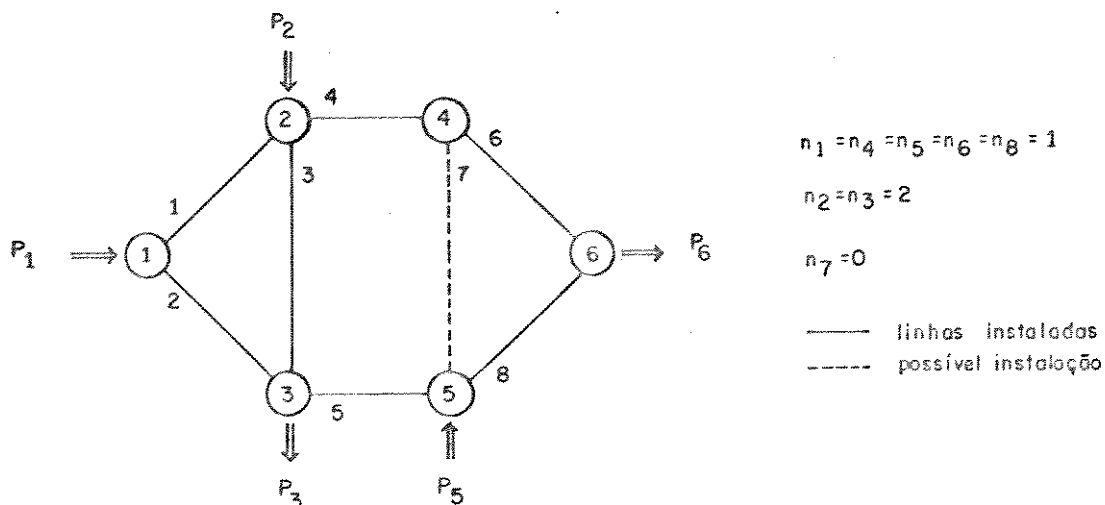


Figura 3.3: Modelagem da rede de transmissão como um grafo.

Assim, o grafo que representa a rede de transmissão tem um nó para cada barra e um arco para cada tipo de equipamento que pode ser ligado em paralelo entre duas barras. Existem duas variáveis relacionadas a cada arco  $k$ : a soma do fluxo de potência ativa  $T_k$  e o número de ligações em paralelo  $n_k$ . Equipamentos com características diferentes (reatância, custo e capacidade) devem ser representados por diferentes arcos, mesmo que ligados em paralelo. Para efeito de planejamento, pode-se ter arcos com  $n_k = 0$ , que correspondem aos arcos em que não há nenhuma ligação instalada. A figura 3.3 mostra este tipo de modelagem, aplicado à rede da figura 3.1. Convém ressaltar que  $T_k$  é a soma dos fluxos nas ligações em paralelo, o fluxo em cada ligação é dado por  $T_k / n_k$  e, se  $n_k = 0$ , deveremos ter  $T_k = 0$ . Assim, o fluxo em cada ligação do arco  $k$  é dado por:

$$\text{fluxo} = \begin{cases} T_k / n_k, & \text{se } n_k \neq 0 \\ 0, & \text{se } n_k = 0 \end{cases}$$

A matriz de admitância nodal é então definida por:

$$B_{ij}(\underline{n}) = \begin{cases} \sum_{k \in \Omega_i} n_k / x_k & \text{se } i=j; \\ -n_k / x_k & \text{se } i \neq j \text{ e existe um arco } k \\ & \text{entre as barras } i \text{ e } j; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3-5)$$

O fluxo de potência ativa "c.c.",  $\underline{I}(\underline{n})$  é calculado reunindo as equações (3-2,3) e usando uma matriz  $\hat{B}(\underline{n})$ , onde foram retiradas as linhas/colunas identicamente nulas e uma linha/coluna relativa ao ângulo de tensão nodal de referência, na forma:

$$\underline{I}(\underline{n}) = [X(\underline{n})]^{-1} A^T [\hat{B}(\underline{n})]^{-1} P \quad (3-6)$$

### 3.2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE SÍNTESE ESTATICA

A capacidade de uma rede de transmissão é aumentada pela adição de novas ligações. No modelo apresentado, as variáveis  $n_k$  representam a quantidade de ligações em paralelo no arco  $k$ . Se no arco  $k$  temos um tipo de ligação cuja capacidade unitária é igual  $L_k$ , a capacidade total neste arco é igual a  $n_k L_k$ , já que a associação em parale-

lo multiplica a capacidade. Como o objetivo da síntese estática é definir uma rede com capacidade suficiente para atender ao consumo no ano horizonte, as variáveis de decisão no processo de síntese são definidas pelo vetor  $\underline{n}$ .

O problema de síntese estática pode ser formulado como um problema matemático de otimização dado por:

$$(P2) \quad \text{Minimizar} \quad \sum_{k \in V} f_k (n_k - n_k^0)$$

sujeito a

$$n_k^0 \leq n_k, \quad \text{para todo } k \in V \quad (3-7)$$

$$n_k \in I_+, \quad \text{para todo } k \in V \quad (3-8)$$

$$|T_k(\underline{n})| - n_k L_k \leq 0, \quad \text{para todo } k \in V \quad (3-9)$$

onde:  $n_k$  é o número total de ligações do arco  $k$ ;

$n_k^0$  é o número de ligações já instaladas no arco  $k$ ;

$f_k$  é o custo por ligação instalada no arco  $k$ ;

$I_+$  é o conjunto dos números inteiros não negativos;

$L_k$  é a capacidade de cada ligação no arco  $k$ ;

$V$  é o conjunto de arcos da rede;

$\underline{n}$  é o vetor de elementos  $n_k$  e dimensão  $|V|$ .

$T(\underline{n})$  é o vetor de fluxos de potência que satisfaz as equações (3-1,2) ou (3-6).

A função objetivo considera o custo de compra e instalação de novas ligações. As ligações já instaladas ( $n_k^0$ ) têm custo zero. As restrições (3-7,8) garantem que o número de ligações instaladas no ano

horizonte seja inteiro e maior ou igual ao número de ligações já instaladas. As restrições (3-9) garantem que a capacidade das ligações, agrupadas por arcos, seja sempre respeitada, ou seja, não deve haver sobrecarga na transmissão de potência.

Note que, nesta formulação, temos como variável apenas o vetor do número de ligações instaladas  $\underline{n}$ . A partir dele, o fluxo de potência ativa é determinado univocamente e, por isto, é levado em conta no problema (nas restrições) como uma função de  $\underline{n}$ .

O modelo (P2), apesar de ser uma simplificação do problema de síntese, apresenta uma séria dificuldade para sua resolução: a presença de variáveis inteiras torna o problema de natureza combinatória, o que significa que o esforço computacional tende a aumentar muito rapidamente com o número de variáveis [27]. Para se ter uma idéia do esforço computacional, supondo que as variáveis inteiras possam assumir apenas um número restrito de valores, digamos  $p$ , o número de soluções existentes que explicitamente ou implicitamente devem ser analisadas é  $p^{|\underline{V}|}$ . Para um problema prático, em que  $p=6$  e  $|\underline{V}|=100$ , teremos um total de  $6^{100} \approx 10^{78}$  soluções a serem analisadas!

Os métodos de programação inteira possibilitam reduzir drasticamente o número de soluções que devem ser efetivamente analisadas. De qualquer modo, com os métodos atualmente disponíveis, o esforço computacional necessário para resolver o problema tende a aumentar exponencialmente com o número de variáveis inteiras e a quantidade de valores discretos que estas variáveis podem assumir. Além disto, para

cada solução analisada é preciso avaliar explicitamente ou implicitamente os fluxos de potência, daí sua importância na eficiência do método de solução.

A formulação do problema (P2) permite visualizar que a solução do problema de síntese, para redes relativamente grandes (mais de 100 barras), depende principalmente da eficiência no tratamento com as variáveis inteiras e no cálculo do fluxo de potência. Apresentaremos a seguir uma formulação alternativa que consegue reunir de forma bastante eficaz estas duas propriedades. A compreensão completa desta formulação é facilitada por um raciocínio circular: o problema será formulado e a partir do estudo de suas propriedades será mais fácil justificar esta formulação.

### 3.3 - NOVA FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE SÍNTESE

Na análise dos custos da rede de transmissão, podemos considerar os limites de capacidade das ligações não como uma restrição, mas estipular um custo relativamente alto pelas sobrecargas, de modo semelhante aos métodos de penalidades usados em programação não linear. O uso de penalizações apenas para as restrições não atendidas têm a desvantagem de produzir soluções infactíveis [19]. Preferimos usar outra abordagem, considerando que existe um "custo de desempenho elétrico" proporcional ao carregamento das ligações, que deve ser suficientemente alto para as linhas ou transformadores sobrecarregados.



No método heurístico usado pelo programa SINTRA [22,29], para orientar uma busca local de adições de ligações, usa-se um índice  $z$ , chamado de índice de "mínimo esforço", definido por:

$$z = \frac{1}{2} \sum_{k \in V} x_k T_k / n_k$$

A partir de uma análise da sensibilidade de  $z$  a variações em  $n_k$  —  $\partial z / \partial n_k$  — e considerando também outros fatores, escolhe-se uma ligação a ser adicionada à configuração inicial da rede. Este processo de escolha e adição é repetido até que a capacidade instalada na rede de transmissão seja suficiente para atender às condições de geração e demanda. A escolha deste índice baseia-se no fato de que, como vimos anteriormente, para circuitos resistivos, o termo equivalente a  $z$  tem o significado físico de ser a potência dissipada pelos resistores, que é "espontaneamente" minimizada. Em redes de transmissão o parâmetro  $z$  não tem uma interpretação física imediata, mas pode ser considerado como um indicador do desempenho de transmissão. Além disto, certas propriedades facilitam o cálculo de  $\partial z / \partial n_k$ .

Dentro de uma abordagem diferente, escolhemos usar o mesmo índice, na seguinte formulação do problema de síntese:

$$(P3) \quad \begin{array}{l} \text{Minimizar} \\ \text{sujeito a} \end{array} \sum_{k \in V} \left\{ f_k (n_k - n_k^0) + c x_k T_k^2 / n_k \right\}$$

$$A \mathbf{T} = \mathbf{P}$$

$$n_k^0 \leq n_k, \text{ para todo } k \in V$$

$$n_k \in I_+, \text{ para todo } k \in V$$

onde:  $A$  é a matriz de incidência por nós da rede;

$c > 0$  é um fator de conversão de "desempenho elétrico" em custo;

$T_k$  é a variável fluxo de potência no arco  $k$  (note que em (P2)  $T$  era uma função de  $n$  e em (P3) é uma variável).

O uso do índice de mínimo esforço traz uma propriedade muito importante para (P3): suas soluções ótimas em  $T$  satisfazem as duas leis de Kirchhoff, ou seja, apesar da segunda lei não ser obedecida para soluções quaisquer, ela é obedecida na solução ótima. Isto é uma consequência do fato de que não há restrições ligando as variáveis  $T$  e  $n$ , garantindo que a solução ótima de (P3) é solução ótima de um problema como (P1), que por sua vez satisfaz as equações do fluxo de potência linearizado ("c.c.").

A constante  $c$  pode ser considerada com um fator de penalização associado às restrições (3-9), de forma que:

- se  $c \rightarrow 0$  então a solução é infactível e "barata"
- se  $c \rightarrow \infty$  então a solução é factível e "cara"

Já que o custo de compra e instalação de novos equipamentos e o custo de "desempenho elétrico" correspondem a objetivos antagônicos, é razoável supor que existe um valor mínimo de  $c$ , tal que a solução de (P3) tenha baixo custo e satisfaça as restrições (3-9). Contudo, por razões práticas relacionadas com a diversidade das características das ligações reais em redes com níveis diferentes de tensão, pode-se obter

soluções de menor custo em (P3) usando em cada arco valores diferentes para a constante que transforma "desempenho elétrico" em custo. Este ponto será melhor discutido no Capítulo 5, a partir da observação dos resultados dos testes. Permitindo o uso de vários valores de  $c_k$ , o problema (P3) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
 \text{(P3')} \quad & \text{Minimizar} && \sum_{k \in V} \left\{ f_k (n_k - n_k^0) + c_k x_k T_k^2 / n_k \right\} \\
 & \text{sujeito a} && \\
 & && A \mathbf{I} = \mathbf{P} \\
 & && n_k^0 \leq n_k, \text{ para todo } k \in V \\
 & && n_k \in I_+, \text{ para todo } k \in V
 \end{aligned}$$

Definindo  $c_k = c e_k$ , para valores de  $e_k \neq 1$  os fluxos de potência da solução ótima de (P3') não são iguais aos do modelo c.c., mas podem ser considerados como os fluxos correspondentes a uma outra rede com parâmetros  $x'_k = e_k x_k$ . Mantendo-se  $e \cong 1$  é possível obter soluções de menor custo, mantendo a solução dos fluxos de potência dentro de uma precisão aceitável. Como foi dito anteriormente, o cálculo dos fluxos de potência não precisa ser exato, podendo fornecer apenas informações aproximadas sobre a relação fluxo/capacidade, para indicar a necessidade de adições. Por esta razão, em alguns trabalhos o fluxo de potência é calculado por um modelo de transporte para tornar o problema de síntese completamente linear e simplificar sua solução [10].

Podemos adiantar que as variações que iremos propor para  $c_k$  resultaram em erros relativamente pequenos, perfeitamente aceitáveis para estudos de longo prazo e, são bem menores que aqueles calculados

por modelos de transporte. Além disto, é apresentado no Capítulo 4 um procedimento heurístico para refinar as soluções de síntese, a partir de cálculos mais precisos dos fluxos de potência.

### 3.4 - PROPRIEDADES DA FORMULAÇÃO COM ÍNDICE DE "MÍNIMO ESFORÇO".

Um obstáculo para a determinação analítica da relação entre as variáveis  $T$  e  $n$ , no problema (P3') é a presença das restrições de integralidade. Considerando que se for aplicado ao problema (P3') um procedimento de enumeração implícita, uma das etapas de solução será a relaxação das restrições de integralidade, iremos formular o problema sem as restrições de integralidade e verificar quais propriedades podem ser usadas para aumentar a eficiência da resolução do problema original de síntese.

O problema (P3') com as restrições de integralidade relaxadas tem a forma:

$$(P4) \quad \text{Minimizar} \quad \sum \left\{ f_k (n_k - n_k^0) + c_k x_k T_k^2 / n_k \right\}$$

sujeito a

$$n_k^0 \leq n_k, \text{ para todo } k \in V$$

$$A T = P$$

No Apêndice A é mostrado que o problema (P4) é convexo, uma propriedade que será usada na obtenção de alguns resultados apresentados a seguir.

A convexidade do problema e a independência entre as variáveis  $\mathbb{I}$  e  $\mathbb{n}$ , presentes na formulação de (P4), permitem fazer uma projeção nas variáveis  $\mathbb{I}$  [11]. Por esta razão, o problema (P4) pode ser reescrito como:

$$(P5) \quad \underset{\mathbb{I}}{\text{Minimizar}} \left\{ \inf_{\mathbb{n}} \left[ \sum_{k \in V} f_k (n_k - n_k^0) + c_k x_k T_k^2 / n_k \right] \right. \\ \left. \text{s.a. } n_k^0 \leq n_k, \text{ para todo } k \in V \right\}$$

sujeito a  $A \mathbb{I} = \mathbb{P}$

O ínfimo relativo a  $\mathbb{n}$  deve ser calculado supondo um valor de  $\mathbb{I}$  constante, que chamaremos de  $\hat{\mathbb{I}}$ . A solução de (P5) pode ser obtida da solução do seguinte problema:

$$(P6) \quad \underset{\mathbb{n}}{\text{Minimizar}} w = \sum_{k \in V} \left\{ f_k (n_k - n_k^0) + c_k x_k \hat{T}_k^2 / n_k \right\}$$

sujeito a

$$n_k^0 \leq n_k, \text{ para todo } k \in V$$

A solução de (P6) é facilitada pelo fato deste problema ser separável e ter sua solução ótima,  $w^*$ , dada por:

$$(P6') \quad w^* = \sum_{k \in V} \min_{n_k} \left\{ f_k (n_k - n_k^0) + c_k x_k \hat{T}_k^2 / n_k \right. \\ \left. \text{s.a. } n_k^0 \leq n_k \right\}$$

A solução de (P6') pode ser facilmente obtida e tem a forma:

$$n_k^* = \max (n_k^0, \bar{n}_k) \quad (3-10)$$

onde  $\bar{n}_k$  satisfaz a equação:

$$\nabla w = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \bar{n}_k = \sqrt{c_k x_k / f_k} \quad |\hat{T}_k| \quad (3-11)$$

Substituindo o valor de  $n$  correspondente ao ínfimo,  $n^*$ , no problema (P5), obtemos o problema (P7), equivalente a (P5):

(P7)      Minimizar       $\sum_{k \in V} H_k(T_k)$   
              sujeito a

$$A \underline{T} = \underline{P}$$

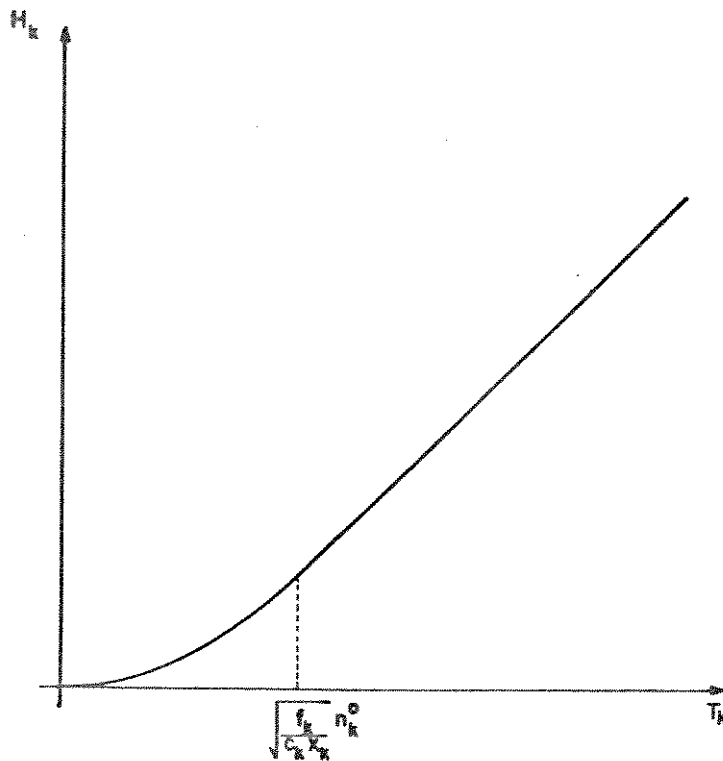


Figura 3.4: Gráfico da função  $H_k(T_k)$ .

onde:

$$H_k(T) = \begin{cases} c_k x_k T^2 / n_k & \text{se } |T| \leq \sqrt{f_k / (c_k x_k)} n_k^0 \\ 2 \sqrt{f_k c_k x_k} & |T| = f_k n_k^0 \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (3-12)$$

A Figura 3.4 mostra o gráfico da função  $H_k(T_k)$  para  $T_k \geq 0$  (a função  $H_k$  é simétrica). A seguir serão apresentados alguns comentários sobre esta função e os resultados obtidos acima.

a) Verificamos que se a equação (3-11) é satisfeita, isto é, se

$$\bar{n}_k = \sqrt{c_k x_k / f_k} |T_k|$$

substituindo este valor de  $\bar{n}$  na restrição (3-9) de (P2), que evita sobrecargas nas ligações,

$$|T_k| \leq \bar{n}_k L_k$$

chegamos a restrição:

$$c_k \geq f_k / (x_k L_k^2) \quad (3-13)$$

ou seja, a restrição que proíbe sobrecargas nas ligações é sempre satisfeita para um valor mínimo de  $c_k$ , conforme esperado. A equação (3-13) permite-nos saber exatamente este valor mínimo; se desejamos uma solução mais precisa dos fluxos de potência podemos fazer  $c_k = c$ , para todo  $k \in V$ , onde:

$$c = \max_k (f_k / (x_k L_k^2)) \quad (3-14)$$

Estas duas últimas equações foram apresentadas nesta seção apenas para mostrar a consistência da formulação de (P4) em relação ao problema original de síntese. No Apêndice B será apresentado como calcular os valores de  $c_k$  que mais se adaptam ao problema prático, inclusive levando em conta a obtenção de soluções inteiras. No Capítulo 5, serão apresentados os resultados de alguns testes de diferentes critérios de escolha dos parâmetros  $c_k$ .

- b) A forma  $n_k^* = \max (\sqrt{c_k x_k / f_k} |T_k|, n_k^0)$  estabelece um tipo de relação que pode-se dizer "natural": aumenta-se o número de ligações depois que a capacidade instalada já está esgotada e o aumento é diretamente proporcional ao fluxo de potência. Este resultado não é uma coincidência, mas uma das justificativas de escolher-se o termo  $T_k^2/n_k$  para ponderar o custo de "desempenho elétrico".
- c) O problema (P7) tem uma função objetivo não linear, convexa e separável, e apenas restrições de conservação de fluxo no grafo associado à rede de transmissão. Trata-se, portanto, de um problema de fluxo com custo mínimo em redes, onde os arcos têm função de custo convexa e não linear. Para este tipo de problema existem algoritmos especializados muito mais eficientes do que os métodos gerais de programação não linear para problemas restritos [16].



d) As únicas variáveis de (P7) são os fluxos de potência, pois os valores ótimos  $\underline{n}^*$  são uma função de  $\underline{T}^*$ . Este resultado, a princípio, parece contradizer o senso comum de que o planejador deve inicialmente decidir sobre a configuração da rede e calcular os fluxos de potência como uma função desta configuração. Na formulação aqui proposta podem existir muitas configurações que tem a mesma solução de fluxo de potência. Em geral, os métodos de síntese costumam seguir a sequência: decidir sobre a configuração e depois analisar os resultados dos fluxos de potência.

Ocorre que, ao formularmos a síntese como um problema de otimização na forma de (P3), estamos procurando apenas a solução ótima e esta tem a propriedade de gerar uma correspondência biunívoca entre as soluções em  $\underline{n}$  (configuração) e  $\underline{T}$  (fluxos). Pode-se tanto procurar um vetor  $\underline{n}$  de custo mínimo, considerando que  $\underline{T}(\underline{n})$  sempre satisfaz as duas leis de Kirchhoff, quanto pode-se procurar uma solução de fluxos  $\underline{T}$ , que satisfaz as duas leis de Kirchhoff, dado que  $\underline{n}(\underline{T})$  sempre tem custo mínimo. Escolhemos a segunda alternativa pelas seguintes razões:

- facilidade em se obter analiticamente a solução de (P6')
- possibilidade de tratar as restrições (3-9) com relativa facilidade através de uma escolha acertada dos parâmetros  $c_k$
- dificuldade de resolução analítica do problema pelas variáveis  $\underline{n}$ .

### 3.5 - OBTENÇÃO DE SOLUÇÕES INTEIRAS

Todas as propriedades mencionadas acima valem para as soluções de (P3) com restrições de integralidade de  $\underline{n}$  relaxadas. É importante verificar como estas propriedades podem ser exploradas na resolução do problema com variáveis inteiras.

Veremos que, na prática, as variáveis inteiras podem ser tratadas de modo bem mais simples do que se poderia supor para um problema deste tipo. Na figura 3.5 temos o gráfico da função objetivo de (P3), relativo a um único arco  $k$ , para diferentes valores de  $n_k$  e para  $n_k^0 = 1$ . Ao seu lado, temos a função  $H_k(T_k)$  correspondente à relaxação da restrição de integralidade.

Mesmo com  $\underline{n}$  discreto, são válidas as observações sobre a independência das restrições em  $\underline{n}$  e  $\underline{T}$ , de forma que as soluções de mínimo custo devem corresponder ao ínfimo, em relação à variável  $\underline{n}$ , da função objetivo para cada valor de  $\underline{T}$ . Graficamente podemos ver a função correspondente como o ínfimo ponto a ponto da família de parábolas geradas pelos diferentes valores inteiros de  $n_k$ , representada pelo contorno mais grosso. Note-se a semelhança entre este contorno e a função  $H_k(T_k)$  ao lado, mostrado na superposição das duas funções (figura 3.5 (c)). Esta semelhança ocorre porque, para  $n_k$  inteiro, os "degraus" da função  $f_k n_k$  são suavizados pela adição do termo proporcional a  $T_k^2/n_k$ .

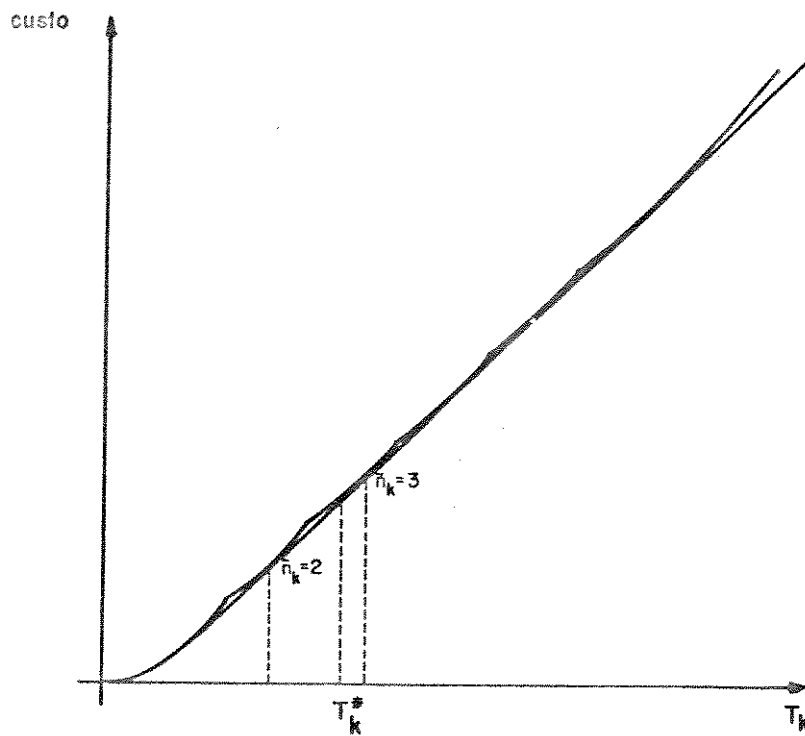
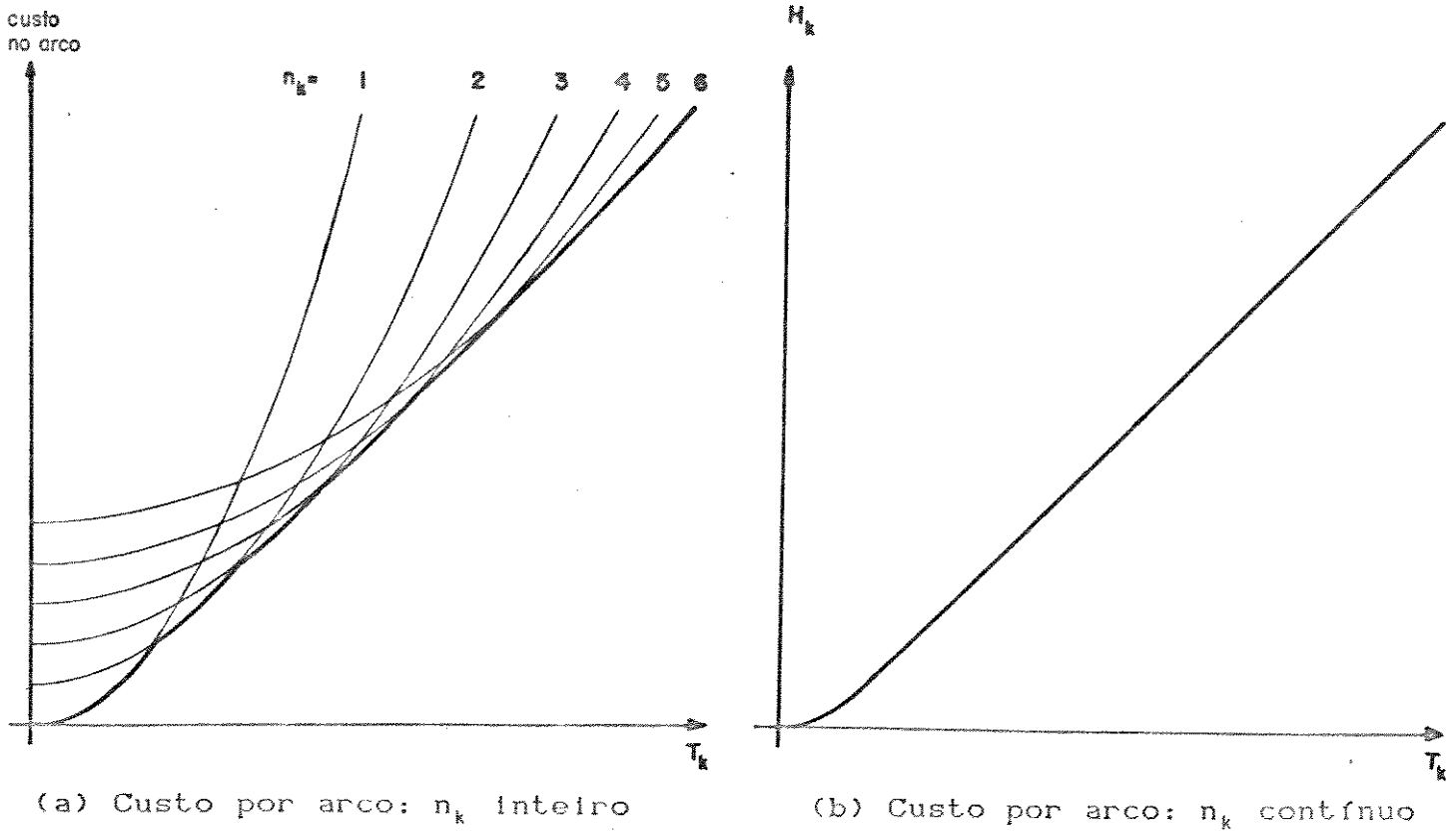


Figura 3.5: Comparação da função objetivo de (P3) com a função  $H_k(T_k)$ , com parâmetro  $n_k^0=1$ .

A aproximação entre as duas funções objetivo possibilita a relaxação da restrição de integralidade sobre os elementos de  $\underline{n}$ . O problema relaxado é resolvido com esforço computacional significativamente menor e é possível obter boas soluções inteiras a partir da solução relaxada, conforme mostram os resultados obtidos (apresentados no Capítulo 5).

O método de aproximação pode ser melhor entendido com a ajuda da figura 3.5 (c). O objetivo é determinar o valor inteiro de  $n_k$ , chamado de  $\hat{n}_k$ , cujo custo mais se aproxima de  $H_k(T_k)$ , isto é, correspondente à parábola de menor custo. Para determinar este valor, inicialmente deve-se notar que as duas curvas de custo se encontram quando os valores de  $\tilde{n}_k$  (equação 3-11) são inteiros e, neste caso, a solução inteira que mais se aproxima é obviamente  $\hat{n}_k = \tilde{n}_k$ . Observando a figura 3.5 (c), vemos que, se  $\tilde{n}_k$  não é inteiro, as duas funções de custo são diferentes, mas apenas duas parábolas podem corresponder à solução inteira de menor custo, correspondendo aos dois inteiros mais próximos de  $\tilde{n}_k$ . Desta forma, depois de calcular  $\tilde{n}_k$ , sabemos que o valor procurado de  $\hat{n}_k$  só pode ser igual ao menor inteiro maior ou igual a  $\tilde{n}_k$ , que chamaremos de  $\tilde{n}_k$ , ou igual a  $\tilde{n}_k - 1$ .

A partir desta observação, é fácil determinar  $\hat{n}_k$ : basta substituir estes dois valores na função objetivo de (P3) e determinar o que corresponde ao menor custo. Desta forma, o valor  $\hat{n}_k = \tilde{n}_k$  será escolhido se:

$$f_k(\tilde{n}_k - n_k^0) + c_k x_k (T_k^*)^2 / \tilde{n}_k \leq f_k(\tilde{n}_k - 1 - n_k^0) + c_k x_k (T_k^*)^2 / (\tilde{n}_k - 1)$$

Após algumas manipulações algébricas, a condição de escolha de  $\hat{n}_k = \tilde{n}_k$  pode ser transformada em:

$$f_k \tilde{n}_k (\tilde{n}_k - 1) \leq c_k x_k (T_k^*)^2 \quad (3-15)$$

É claro que, se esta restrição não é satisfeita, então deve-se escolher  $\hat{n}_k = \tilde{n}_k - 1$ . Como existem as restrições  $n_k \geq n_k^0$ , a solução ótima  $n_k^*$  é definida por uma condição semelhante a (3-10):

$$n_k^* = \max(\hat{n}_k, n_k^0) \quad (3-16)$$

Um aspecto que foi propositalmente deixado de lado na discussão acima, para simplificar a exposição, é que a aproximação entre os custos em um arco  $k$ , para os casos em que  $n_k$  é inteiro ou contínuo, não é suficientemente acurada para o caso especial em que  $n_k^0 = 0$  (nenhuma linha está inicialmente instalada no arco  $k$ ) e se  $n_k < 1$ , conforme é mostrado na figura 3.6.

Na formulação original de (P3), o valor  $n_k = 0$  não é permitido, por significar uma divisão por zero. Contudo, em termos práticos,  $n_k = 0$  significa que nenhuma linha deve ser instalada e  $T_k$  deve ser obrigatoriamente igual a zero. Logo, o custo total de uma linha com  $n_k = 0$  é nulo. Vemos, na Figura 3.6, que a função objetivo, para os valores inteiros de  $n_k$ , tem uma discontinuidade em  $T_k = 0$ , correspondente ao custo da primeira expansão,  $f_k$ .

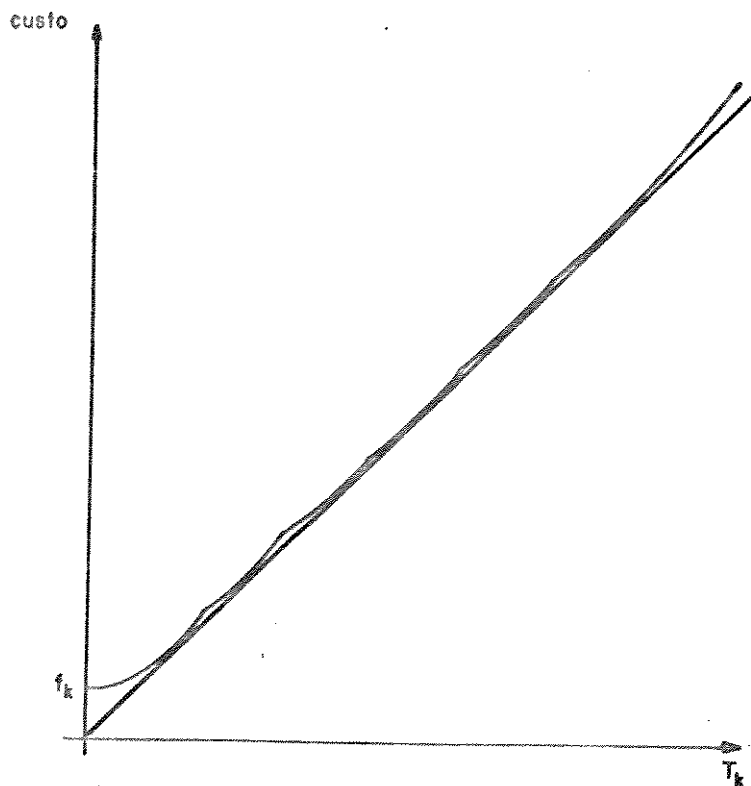


Figura 3.6: Comparação da função objetivo de (P3) com a função  $H_k(T_k)$ , com parâmetro  $n_k^0=0$ .

Este problema de aproximação só existe quando  $n_k^0=0$  e para  $0 < n_k < 1$ . Para ser contornado, deve-se proibir as variáveis  $n$  de assumir, na solução ótima, valores neste intervalo. Isto é possível através da definição de variáveis auxiliares, que estabelecem a decisão de instalar uma ou mais ligações ou nenhuma. Chamando de  $y_k$  estas variáveis inteiras, de valor 0-1, definidas para o conjunto  $W$  de arcos  $k$  tal que  $n_k^0=0$ , temos o problema:

$$(P8) \quad \text{Minimizar } \sum_{k \in V} \left\{ f_k (n_k - n_k^0) + c_k x_k T_k^2 / n_k \right\} + \sum_{k \in W} g_k y_k$$

sujeito a

$$A I = P$$

$$n_k^0 \leq n_k, \quad \text{para todo } k \in V-W$$

$$y_k \leq n_k \leq M y_k, \quad \text{para todo } k \in W$$

$$y_k \in (0, 1), \quad \text{para todo } k \in W$$

Onde:  $g_k$  pode ser usado para representar um custo fixo inicial, tal como o custo de aquisição de faixas de serviço;

$M$  é uma constante de valor muito grande (maior que o número máximo de ligações a ser ligadas no arco).

Na verdade as variáveis  $y_k$  poderiam ser incluídas já na formulação dos problemas (P2) e (P3) para modelagem de custos fixos ("fixed charge costs"), tais como custo de aquisição de faixas de serviço. Preferiu-se adiar sua inclusão até este ponto para simplificar a notação e discussões. Assim, de modo geral temos:

$$y_k = \begin{cases} 1 & \text{se é decidido fazer ampliação no arco } k; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Por esta razão, as variáveis  $y_k$  são chamadas de variáveis de decisão.

O problema (P8) é uma aproximação de (P3), usado para facilitar sua resolução, já que no problema (P3) temos  $|V|$  variáveis inteiras, que podem assumir valores  $n_k^0, n_k^0+1, \dots$ , enquanto que em (P8) temos  $|W|$  variáveis inteiras que podem assumir apenas os valores 0 ou 1.

### 3.6 - RESUMO DOS RESULTADOS

Neste capítulo temos um número relativamente grande de resultados, obtidos a partir de certas premissas, cuja análise é crucial para entendimento do método de solução a ser proposto. Nesta seção é feito um resumo das principais propostas e resultados.

Inicialmente, o problema (P2) foi apresentado por ter uma forma mais "intuitiva" do problema de síntese, para mostrar quais as dificuldades básicas na resolução do planejamento de redes de transmissão, quando formulado como um problema de otimização. Estas dificuldades são basicamente:

- Tratamento das variáveis inteiras, que exigem um grande esforço computacional de enumeração para obtenção da solução ótima;
- dificuldade no tratamento mais eficiente da informação relativa às consequências das mudanças na rede (mudança no número de linhas instaladas) sobre os fluxos de potência.

O problema (P3) foi proposto como uma formulação alternativa, menos "natural", mas justificada a partir dos resultados das manipulações matemáticas. A análise desta formulação é feita a partir do problema com restrições de integralidade relaxadas, já que este é um processo natural, durante a resolução por métodos de enumeração implícita. Mostra-se que este problema pode ser transformado no problema (P7), que tem as seguintes propriedades:



- As soluções (síntese) são consistentes com o problema original: minimização dos custos de expansão e, satisfazendo as leis físicas que determinam a distribuição dos fluxos de potência, atendimento da demanda sem sobrecargas;
- A relação entre a síntese ótima e os fluxos de potência é determinada analiticamente, permitindo que o problema de síntese seja resolvido usando apenas os fluxos de potência como variáveis;
- A convexidade da função objetivo e linearidade das restrições de (P7) permitem a aplicação de eficientes algoritmos para determinação de fluxos em redes com custo mínimo.

A partir da demonstração de que é possível solucionar o problema considerando as variáveis  $\underline{n}$  de modo implícito, verificou-se que existe uma grande similaridade entre as funções objetivo de (P3) e (P4), depois de feita a projeção do problema nas variáveis  $\underline{I}$ . Foi proposto então o problema (P8) como uma aproximação de (P3), que pode ser solucionado mais facilmente. Para simplificar a exposição, apenas neste ponto foram incluídos comentários sobre a possível inclusão, no modelo de síntese, de custos iniciais fixos, como a compra de faixas de servidão.

Poder-se-ia até propor o problema (P8) como uma aproximação de (P3) a partir das simples observação das figuras 3.5 e 3.6, mas a análise dos problemas (P4) a (P7) permite-nos uma interpretação mais

fórmula e completa dos resultados. Obviamente o uso de certas aproximações ainda necessita ser validado, o que será feito no Capítulo 5, através da aplicação desta metodologia à síntese de redes de transmissão reais.

## Capítulo 4

### MÉTODO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo são apresentados os métodos computacionais utilizados na resolução do problema de otimização definido no Capítulo 3. Inicialmente é feita uma descrição geral do processo de resolução, que é seguida da descrição dos vários métodos computacionais utilizados. Dentro da descrição de cada método, são analisadas as razões da escolha de um método em particular, é apresentada uma descrição geral do método, a maneira como o problema original está relacionado com este método e, finalmente, é feita a verificação de quais particularidades do problema podem ser exploradas para aumentar a eficiência do processo de solução.

O primeiro método a ser considerado é o de Separação e Sondagem ("Branch and Bound"), que trata das variáveis inteiras. A seguir é descrito o algoritmo de solução do problema de fluxo em redes com custo mínimo, especializado para arcos com custo não linear. No final do capítulo é apresentado um procedimento heurístico que detecta e elimina possíveis situações desfavoráveis originadas pelas aproximações do modelo, aproveitando melhor as particularidades da rede.

#### 4.1 - DESCRIÇÃO GERAL DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO

O problema de otimização (P8) tem dois tipos de variáveis: as variáveis de decisão  $y_k$  e as variáveis contínuas  $n_k$  e  $T_k$ ; por isto (P8) é chamado de um problema de programação inteira mista. Como as restrições de integralidade não são convexas, a única maneira de solucionar o problema é através de um processo de enumeração, explícita ou implícita, de todos os possíveis valores inteiros que podem ser assumidos pelos elementos do vetor  $y$ . No caso particular do problema (P8) temos  $2^{|W|}$  soluções. Para se ter uma idéia da complexidade deste problema, para uma rede com  $|W|$  igual a 40 ou 100, que seriam redes de tamanho médio, temos, respectivamente,  $10^{12}$  e  $10^{30}$  soluções, o que torna impraticável a enumeração completa.

Contudo, é possível reduzir drasticamente o número de soluções a serem analisadas usando os métodos especiais de programação inteira [27]. Normalmente, estes métodos fazem uma decomposição hierárquica do problema. De um lado temos um programa mestre (PM) que controla o estado das variáveis inteiras e a partir deste estado é resolvido um subproblema de otimização (SPO) nas variáveis contínuas. A solução ótima do SPO fornece informações ao programa mestre, que as usa para decidir sobre o próximo conjunto de estados, de forma a diminuir o número de SPOs resolvidos. Após um número finito de iterações, normalmente muito inferior ao usado para enumeração completa, a solução ótima é encontrada.

Pelas características do problema (P8), o (SPD) corresponde a um problema de fluxo em redes com custo mínimo (PFCM). A solução ótima de (P8) é dada pelos vetores de decisão  $\gamma^*$  e os fluxos de potência correspondentes à solução de síntese de mínimo custo  $\underline{T}^*$ . Após a resolução de (P8), usa-se o processo descrito na seção 3.5 para determinar as soluções inteiras de  $\underline{n}$ . Por fim, através de cálculos mais precisos dos fluxos de potência "c.c.", verifica-se se a solução de síntese pode ser melhorada através de pequenos ajustes. A figura 4.1 mostra esquematicamente este processo.

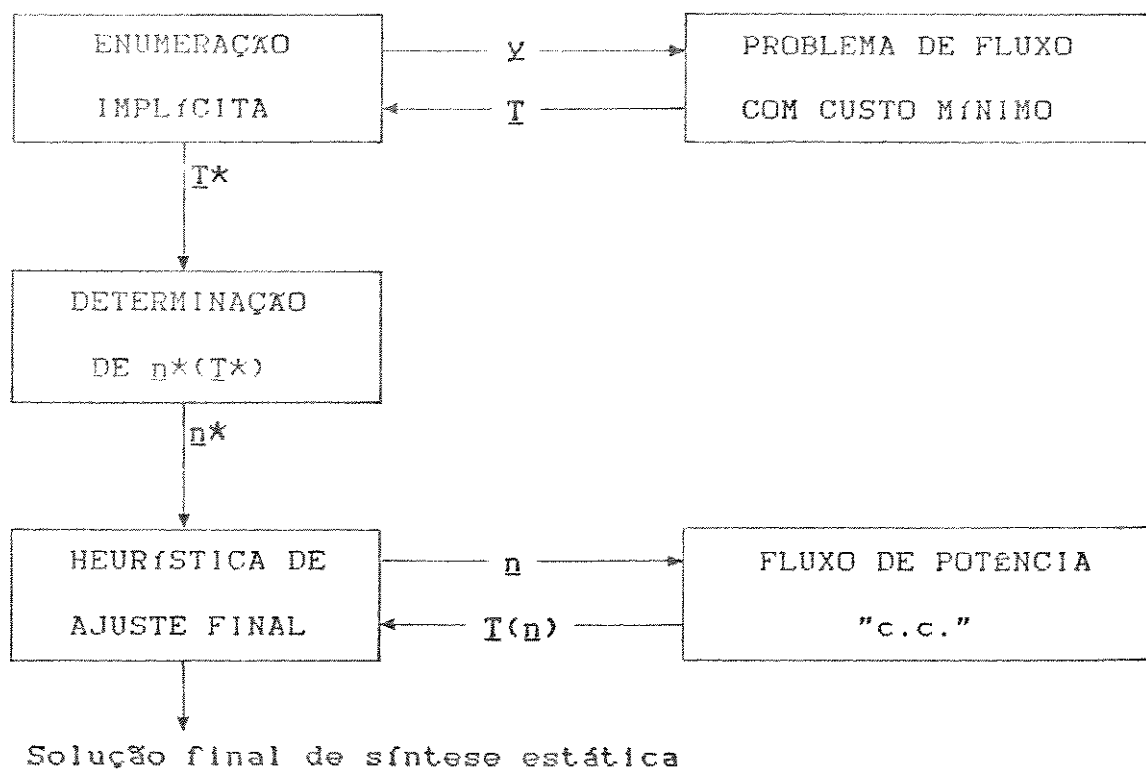


Figura 4.1: Esquema do processo de resolução do problema (P8).

#### 4.2 - MÉTODO DE SEPARAÇÃO E SONDAGEM ("BRANCH AND BOUND")

O processo de enumeração implícita pode ser feito através de vários métodos. Entre os mais eficientes temos a Decomposição de Benders e Separação e Sondagem ("Branch and Bound") [12,27]. Para solução do problema (P8) optou-se pelo método de Separação e Sondagem pelas seguintes razões:

- testes práticos demonstram que este método é bastante eficiente quando aplicado a problemas similares de fluxos em redes com variáveis inteiras do tipo 0-1 [2,16,17];
- é um método relativamente simples. Isto é vantajoso tanto do ponto de vista conceitual, pois facilita sua adaptação às particularidades do problema, quanto computacional, já que normalmente esta simplicidade se traduz por menor esforço computacional na resolução do PM [2];
- a presença de custos não lineares pode comprometer a eficiência dos métodos baseados em linearização externa, tais como a Decomposição de Benders.

Dentro do método de Separação e Sondagem as variáveis de decisão podem assumir um dos três estados S:

$S_k = 0$   $\rightarrow$  a variável  $y_k$  é fixa no valor um;

$S_k = 1$   $\rightarrow$  a variável  $y_k$  é fixa no valor zero;

$S_k = L$   $\rightarrow$  a restrição de integralidade da variável  $y_k$  é relaxada ( $y_k$  está "livre"), o que significa  $y_k$  pode assumir qualquer valor no intervalo  $[0,1]$ .

Para um determinado vetor de estados, o SPD é definido um como um problema na forma de (P4) que, por sua vez, pode ser solucionado através de um problema na forma de (P7). Na seção 4.3 são dados maiores detalhes sobre a construção do SPD e o método usado para sua resolução. Nesta seção, é suficiente considerarmos que, para um vetor de estados  $\underline{S}$ , a solução correspondente do SPD é tal que  $y_k$  assume um valor  $y_k^*$  que minimiza o valor do SPD. Assim, chamaremos a solução obtida pela resolução de um SPD de  $T^*(\underline{S})$ ,  $y^*(\underline{S})$  e o valor desta solução será  $z^*(\underline{S})$ . Veremos a seguir como esta informação será usada pelo PM.

Apenas os estados  $S_k=0$  e  $S_k=1$  correspondem a soluções inteiras. Por isto, serão chamados de estados factíveis e os vetores que contêm apenas estes dois estados serão chamados de vetores de estados factíveis. O estado  $S_k=L$  é usado para auxiliar no processo de enumeração, possibilitando a enumeração implícita de várias soluções.

No método de Separação e Sondagem, o vetor de estados inicial tem todos estados  $S_k=L$ . A enumeração completa de todos os vetores de estados factíveis é representada por uma árvore, chamada de árvore de decisão, onde cada nó representa um vetor de estados diferente. Esta árvore é formada de modo que, se um nó tem um valor de  $S_k=0$  ou 1, en-

tão este estado  $S_k$  não se altera para todos os nós descendentes. A figura 4.2 mostra um exemplo de uma árvore de decisão (por convenção a árvore é representada no sentido inverso). Diz-se que um nó está em um nível  $r$  se este é o seu número de ancestrais ou, equivalentemente, o número de estados diferentes de  $L$ . O estado que é alterado em cada nível pode ser diferente para os vários ramos.

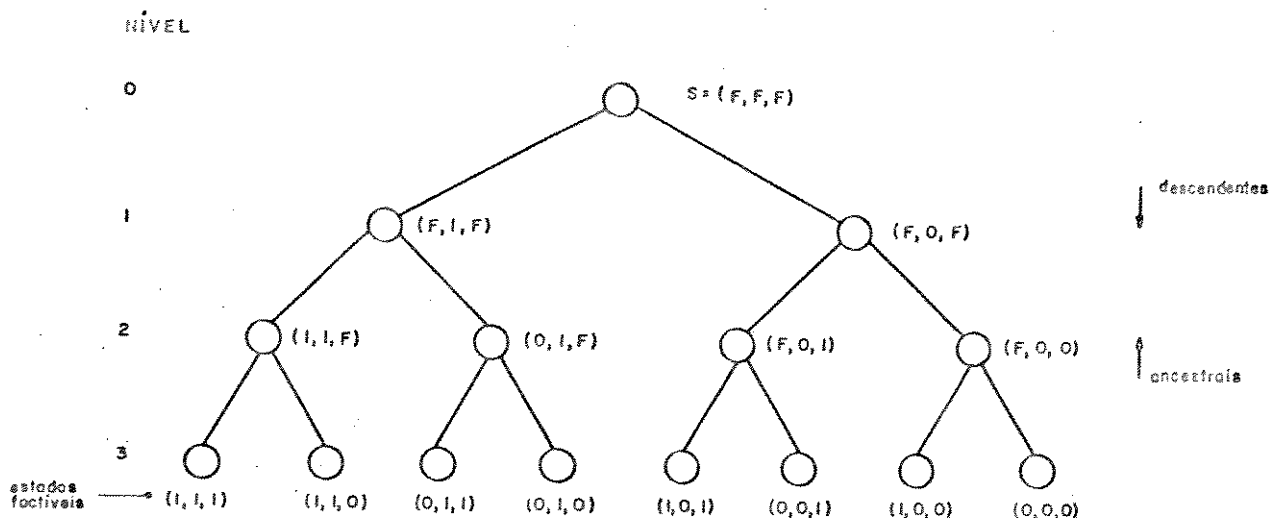


Figura 4.2: Representação de uma árvore de decisão.

Chamando de  $p=|W|$  o número de variáveis 0-1, vemos que estas árvores têm  $p+1$  níveis e um total de  $2^{p+1} - 1$  nós. Nem todos os estados possíveis são enumerados, mas todos os vetores de estados factíveis são enumerados no nível  $p$ . Existem aproximadamente duas vezes mais nós do que soluções factíveis, de forma que sua enumeração completa significa um esforço maior que a enumeração completa das soluções factíveis. Contudo, a idéia principal do método de Separação e Sondagem é usar a informação obtida nos nós que estão nos níveis inferiores (em



número muito menor que o total) para "sondar" seus descendentes, ou seja, descartá-los como caminhos que podem levar a solução ótima.

Veremos a seguir que, a partir da solução do SPO, é possível verificar as condições em que todos os nós descendentes de um nó analisado podem ser desconsiderados. Diz-se então que o nó foi sondado ou que houve uma enumeração implícita das soluções factíveis descendentes deste nó. Em termos numéricos, isto significa que é possível avaliar  $2^{p-r}$  soluções factíveis pela resolução de apenas um SPO, correspondente a um nível  $r$ . Assim, quanto menor o valor de  $r$  mais soluções podem ser eliminadas. Na seção seguinte serão apresentados os fatores que determinam a eficiência deste método.

#### 4.2.1 - Limitantes inferiores e superiores

O valor de uma solução factível qualquer, que chamaremos de  $Z$ , é um limitante superior de  $Z^*$ , o valor da solução ótima. Durante o processo de enumeração, várias soluções factíveis, não necessariamente ótimas, são obtidas. A solução com menor valor de  $Z$ , obtida até uma certa iteração, é chamada de solução incumbente, e seu valor será denotado por  $Z^i$ .

Para um nó com vetor de estados  $\underline{s}^a$ , podemos definir o conjunto  $U(\underline{s}^a)$ , contendo todos os conjuntos de vetores de estados relativos aos nós descendentes de  $\underline{s}^a$  e que correspondem a soluções factíveis, por:

$$U(\underline{s}^0) = \left\{ \underline{s}: S_k = S_k^0 \text{ se } S_k^0 = 0 \text{ ou } S_k^0 = 1 \text{ e} \right. \\ \left. S_k \in (0,1) \text{ se } S_k^0 = L \right\}$$

A solução ótima de um SPD de otimização, com valor  $z^*(\underline{s})$ , é obtida a partir da relaxação das restrições de integralidade das variáveis  $y_k$  tal que  $S_k=L$ . Este valor  $z^*(\underline{s})$  é um limitante inferior de todas as soluções factíveis correspondentes aos nós descendentes do nó com vetor de estados  $\underline{s}$ , já que estas soluções, por serem inteiras, são mais restritas que a solução relaxada. Pela definição da árvore de decisão, as restrições de integralidade em um nó se mantêm para todos os seus nós descendentes. Assim, temos que:

$$z^*(\underline{s}^0) \leq z^*(\underline{s}^d) \text{ para todo } \underline{s}^d \in U(\underline{s}^0) \quad (4-1)$$

Se o valor de  $z^*(\underline{s}^0)$  satisfaz:

$$z^*(\underline{s}^0) \geq Z^i \quad (4-2)$$

então, da equação (4-1), teremos:

$$z^*(\underline{s}^d) \geq Z \text{ para todo } \underline{s}^d \in U(\underline{s}^0) \quad (4-3)$$

A equação (4-3) garante que nenhuma solução factível presente nos nós descendentes do nó com vetor de estados  $\underline{s}^0$  tem valor menor que a solução incumbente. Portanto, todos estes nós podem ser desconsiderados, já que, obviamente, não contêm a solução ótima. Um nó em que a condição (4-2) é satisfeita é dito sondado pela resolução do SPD cor-

respondente. Caso contrário, é necessário continuar a enumeração, através da resolução dos dois novos SPOs relativos aos nós descendentes diretos (processo de separação dos subproblemas). As soluções factíveis (inteiras) sempre satisfazem a restrição (4-2), desde que  $Z^i$  seja atualizado antes de fazer a comparação.

Como todas as soluções factíveis são enumeradas, implicitamente ou explicitamente, a solução incumbente no final do processo é ótima. Para que o método seja eficiente, é preciso que o problema a ser resolvido satisfaça as seguintes condições:

- a) Disponibilidade de boas soluções factíveis no começo do processo de enumeração, para aumentar a eficácia da condição (4-2). Quanto menor o limitante superior mais soluções podem ser descartadas sem serem analisadas.
- b) É preciso que  $z^*(\underline{S})$  seja próximo de  $\min \{z^*(\underline{S}^d)\}$ , para todos os vetores  $\underline{S}^d \in U(\underline{S})$ , e para vetores  $\underline{S}$  nos níveis inferiores da árvore de enumeração. Com isto é possível sondar os nós dos níveis inferiores, que são em número muito menor que os dos níveis superiores. Esta condição é conhecida como a disponibilidade de limitantes inferiores "fortes".
- c) O número de soluções factíveis com valor próximo do ótimo deve ser pequeno. Caso contrário, é difícil sondar estas soluções a partir de nós em níveis superiores, aumentando o número de nós analisados.

A primeira condição pode ser satisfeita com a disponibilidade de uma boa solução inicial, obtida, por exemplo, por um método heurístico. Usando um processo chamado de busca em profundidade na árvore de decisão (que veremos a seguir), aliado a um bom critério de escolha dos estados, é possível obter boas soluções factíveis, dentro do processo de enumeração, após a resolução de relativamente poucos SPOs.

A segunda condição depende do problema e também do processo de escolha dos estados. No caso particular do problema (PB) os limitantes inferiores são "fortes", pois as variáveis  $y_k$  estão relacionadas apenas ao intervalo  $[0,1]$  das variáveis  $n_k$ . Muitas delas assumem valores 0 ou 1, mesmo que  $S_k=L$ , ou seja, várias restrições de integridade são satisfeitas, mesmo que estejam relaxadas.

Problemas que não satisfazem a terceira condição ainda podem ser solucionados eficientemente ao custo de não se obter exatamente a solução ótima. Sob o ponto de vista prático, isto é aceitável se a solução obtida tem um valor suficientemente próximo do valor ótimo. Soluções que têm uma diferença relativa máxima de  $e\%$ , em relação ao valor ótimo, podem ser obtidas substituindo a desigualdade (4-2) por:

$$(1+e/100) z^*(\underline{S}) \geq Z^i \quad (4-4)$$

#### 4.2.2 - Processo de busca em profundidade na árvore de decisão

É interessante fazer com que a análise dos nós da árvore de decisão seja orientada (pela escolhas dos estados) de forma a minimi-

zar o esforço computacional para controle da sequência em que os nós devem ser analisados, mas sem aumentar muito o número de nós pesquisados. Um procedimento que se mostrou eficiente para problemas similares [2,16] é conhecido como busca em profundidade.

Com este critério, cada vez que um nó não é sondado, um dos seus nós descendentes diretos é colocado em uma lista para análise posterior e o outro é analisado imediatamente. Se um nó é sondado, o próximo nó a ser analisado é retirado da lista, que é do tipo "último a entrar - primeiro a sair" (LIFO). O processo de enumeração termina quando a lista estiver vazia.

Neste método, o comprimento máximo da lista de nós a ser analisado é  $p=|W|$ . Nesta lista, pela sequência com que os SPOs são resolvidos, duas soluções consecutivas são relativamente parecidas, o que permite eliminar a armazenagem das soluções dos nós contidos na lista e facilita o gerenciamento realizado pelo programa mestre. Em cada momento apenas uma solução é disponível, que é alterada para resolver o SPO seguinte.

#### 4.2.3 - Obtenção de soluções factíveis e critério de separação

É possível obter boas soluções factíveis com pequeno esforço computacional a partir das soluções dos SPOs. Como vimos na subseção anterior, isto permite aumentar a eficiência do método de enumeração e sondagem. Como é um processo que depende do problema em questão, mos-

traremos como isto pode ser feito para o caso particular do problema (P8) e, como foi aplicado nos testes computacionais, com  $g_k=0$ .

A figura 4.3 mostra o gráfico do custo de um arco  $k$ , em que a variável de decisão tem estado  $S_k=L$ . Os estados 0 e 1 não precisam ser considerados porque já são factíveis. Junto está o gráfico com o custo original deste arco, que é sempre maior que o do caso relaxado. A diferença entre estes dois custos chamaremos de  $d_k$ . Particularmente, temos  $d_k=0$  para todo  $T_k^*(\underline{S}) \geq \sqrt{f_k / (c_k x_k)}$ .

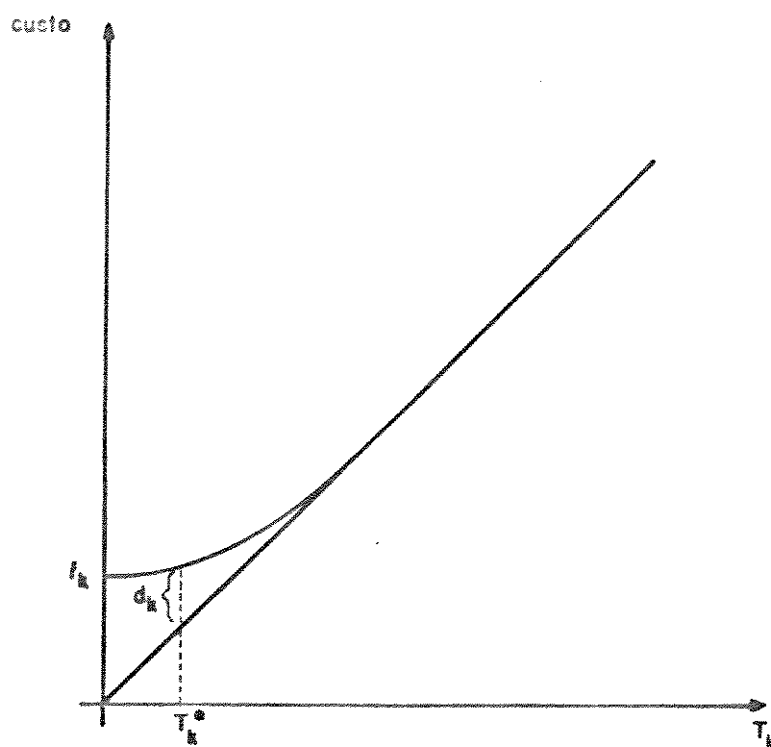


Figura 4.3: custo original e com restrição de integralidade relaxada.

Após a resolução de um SPD, para um vetor de estados  $\underline{S}$ , as soluções em que:

$$y_k = \begin{cases} 0 & \text{se } T_k^*(\underline{S})=0 \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4-5)$$

são sempre factíveis. Como esta solução é factível, seu custo total é calculado usando os custos originais de cada arco:

$$Z(\underline{S}) = z^*(\underline{S}) + \sum_{k \in W} d_k(\underline{S}) \quad (4-6)$$

Este valor pode ser usado como limitante superior. Se temos  $Z(\underline{S}) < Z^i$ , o valor da solução incumbente, então o valor de  $Z^i$  é convenientemente atualizado e a solução factível obtida pela equação (4-5) é guardada como melhor solução encontrada. Como o valor de  $z^*(\underline{S})$  já foi calculado no SPD, o esforço computacional para determinar esta solução se reduz ao cálculo de (4-6).

A escolha do próximo estado a ser alterado (geração dos nós descendentes diretos) pode ser feita escolhendo o estado correspondente à variável  $y_k$  com maior valor de  $d_k$  [16]. Se  $T_k^*(\underline{S}) \geq 0,5 \sqrt{f_k / (c_k x_k)}$  então, no nó que vai ser imediatamente analisado, este  $y_k$  deve ter estado  $S_k=1$  e, caso contrário, deve ter estado  $S_k=0$ .

#### 4.3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO COM CUSTO MÍNIMO

Conforme foi explicado no Capítulo 3, a função das variáveis  $y_k$  é representar a decisão de instalar pelo menos uma ligação ou ne-

nhuma ligação. Veremos que, qualquer que seja o conjunto de estados definido pelo programa mestre (PM), o subproblema de otimização (SPD) é um problema na forma de (P4). Este problema é resolvido através de (P7), onde apenas os fluxos de potência são variáveis e a função de custo em cada arco é  $H_k(T_k)$  (equação 3-12). Se generalizarmos a função  $H_k$  para:

$$H_k(T, w) = \begin{cases} c_k x_k T^2 / w, & \text{se } w > 0 \text{ e } |T| \leq \sqrt{f_k / (c_k x_k)} w \\ 2 \sqrt{f_k c_k x_k} |T| - f_k w, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4-7)$$

Vemos que  $w$  substitui o valor número de ligações inicialmente instalada,  $n_k$ , usado na definição inicial. Veremos agora como esta generalização é usada para definir o SPD.

Quando  $n_k^0 \geq 1$  ( $k \in V-W$ ), a definição de  $y_k$  não é necessária, portanto, para manter as condições iniciais do problema usamos  $w = n_k^0$ . Se  $n_k^0 = 0$  ( $k \in W$ ), o número mínimo e máximo de ligações no arco irá depender das decisões tomadas pelo PM, ou seja, do vetor de estados  $\underline{S}$ . Se  $S_k = 1$ , decidiu-se instalar pelo menos uma ligação, portanto usa-se  $w = 1$  para representar esta decisão. Se  $S_k = L$ , a relaxação de integralidade da variável  $y_k$  é equivalente a não se impor a restrição de instalar pelo menos uma ou nenhuma ligações. Sem esta restrição, temos o custo no arco definido conforme a situação inicial, ou seja,  $w = n_k^0 = 0$ . Por fim, se  $S_k = 0$ , decidiu-se não instalar nenhuma ligação no arco  $k$ , portanto é preciso que tenhamos, na solução do SPD,  $T_k^* = 0$ . A partir destas observações, vemos que, para um dado conjunto de estados  $\underline{S}$ , o SPD correspondente é definido por:



$$\begin{aligned}
 \text{SPO}(\underline{S}) \quad \text{Minimizar} \quad z(\underline{S}) = & \sum_{k \in V-W} H_k(T_k, n_k^0) + \sum_{k: S_k=1} \{H_k(T_k, 1) + f_k\} + \\
 & + \sum_{k: S_k=L} H_k(T_k, 0) + \sum_{k: S_k=0} G |T_k| \\
 \text{sujeito a:} & \\
 & A \underline{T} = \underline{P}
 \end{aligned}$$

onde  $G$  é um custo suficientemente grande para garantir que  $T_k^* = 0$  se  $S_k = 0$ . No caso em que  $S_k = 1$ ,  $f_k$  foi somado à função objetivo para estabilizar o custo da decisão de instalar pelo menos uma ligação.

Este é um problema de fluxo em redes, com custo mínimo, onde os arcos têm uma função de custo contínua, convexa e com uma parte não linear. Para solucioná-lo é possível adaptar métodos gerais de programação não linear, como gradiente conjugado ou gradiente reduzido [19]. Como todos os arcos têm uma região de custo linear, pensou-se na possibilidade de usar as potencialidades de métodos de programação linear. Ao mesmo tempo, notou-se que a eficiência dos métodos de programação não linear pode ficar comprometida pela presença de descontinuidades na primeira derivada e existência de regiões de segundas derivadas nulas. Por isto, optou-se por fazer uma linearização por partes das regiões não lineares e usar o método simplex, especializado para problemas de fluxos em redes. A desvantagem deste processo é a obtenção de soluções menos precisas, mas como erros nos fluxos de potência também são gerados pelas aproximações usadas no Capítulo 3, isto foi considerado aceitável.

Foram tomados cuidados especiais para que o uso de custos linearizados por partes não comprometesse a eficiência do método simplex. Foi desenvolvida uma estrutura de dados especial para representação dos arcos. O algoritmo foi modificado para aproveitar esta estrutura e foi incluída uma etapa que, de certa forma, é equivalente a uma busca unidimensional como as usadas nos algoritmos de programação não linear.

O método simplex, quando aplicado a problemas de fluxos em redes pode explorar a estrutura da matriz de restrições  $A$ , que tem apenas dois elementos não nulos por coluna, 1 e -1. Neste caso, todas soluções básicas podem ser representadas por uma árvore, chamada de árvore básica, contendo todos os nós da rede. Como uma das linhas da matriz  $A$  é redundante, o número de arcos básicos é igual ao número de nós da rede menos um. A representação da base por uma árvore é equivalente a uma triangularização da matriz da base, facilitando o cálculo do vetor de custos atualizado, usado pelo método simplex.

O algoritmo com o método simplex especializado para fluxos em redes é:

**PASSO (1):** Obter uma solução inicial factível, criar a árvore que representa a base e calcular o vetor de custos atualizado;

**PASSO (2):** A partir do vetor de custos atualizado, escolher um arco não básico, que não satisfaz as condições de otimalidade, para entrar na base (aumentando ou diminuindo o fluxo neste

arco). Caso todos os arcos não básicos satisfaçam estas condições, o algoritmo termina, pois a solução é ótima;

**PASSO (3):** Determinar qual o arco que deve sair da base dentro do ciclo formado pela inclusão do novo arco.

**PASSO (4):** Se o arco que deve sair da base é diferente do que deve entrar, reestruturar a árvore básica para esta nova solução, atualizar os fluxos para manter a factibilidade e calcular novo vetor de custos atualizados. Voltar para o passo (2).

As estruturas de dados que representam a árvore básica, os procedimentos usados para sua reestruturação e o modo com que o vetor de custos atualizados é calculado não são alterados pela presença de custos linearizados por partes. Como a representação da árvore básica e sua manipulação são relativamente complexas e o método básico usado já é apresentado de forma algorítmica nas referências [3,16], não serão descritos detalhadamente neste trabalho. Como, no nosso caso, o problema deve ser resolvido muitas vezes, a velocidade de solução foi preferida em relação ao uso de memória. Assim, as árvores que representam a base no algoritmo simplex foram representadas pelos seguintes vetores:

- "profundidade" do nó na árvore;
- nó predecessor
- nó sucessor, listados em pré-ordem
- arco ligando ao nó predecessor
- variáveis duais relativas aos nós.

Já os passos (1), (2) e (3) foram adaptados para explorar a presença dos custos linearizados por partes. A seguir será mostrado como foram feitas estas modificações.

#### 4.3.1 - Obtenção de uma solução básica factível inicial

Como as variáveis  $T$  podem ser positivas ou negativas e não são limitadas, toda solução básica é também factível. Esta propriedade do problema pode ser usada para se obter boas soluções iniciais de forma eficiente. Como as soluções básicas são equivalentes a árvores básicas, um algoritmo de determinação de árvores com mínimo custo pode ser usado para determinar uma boa solução básica inicial [18].

Os custos não lineares  $H_k(T)$  não podem ser usados por este algoritmo, mas é possível definir, empiricamente, um novo "custo" a partir das características das linhas de transmissão e transformadores dos arcos. Para representar este "custo" foi escolhido um índice  $p_k$ , definido por:

$$p_k = f_k x_k / [L_k (n_k^0 + 1)]$$

O algoritmo que fornece uma árvore de custo mínimo é bastante simples:

**PASSO (1):** Ordenar os arcos da rede pelos índices  $p_k$ , de forma crescente, e definir um conjunto  $Q$  dos arcos da árvore, inicialmente vazio;

**PASSO (2):** Pela ordem determinada no passo (1), verificar se a adição de um arco não gera um ciclo com os arcos no conjunto  $Q$ , neste caso, incluir este arco no conjunto  $Q$ ; ir para o passo (3);

**PASSO (3):** Passar para o próximo arco na sequência crescente de  $p_k$ , até que o número de arcos em  $Q$  seja igual ao número de nós da rede menos um. Se todos os arcos foram enumerados e ainda existem conjuntos de nós não ligados entre si, então a rede é desconexa.

A partir do conjunto  $Q$  é possível estruturar uma árvore de forma conveniente a ser usada pelo método simplex e calcular o vetor de fluxos desta solução.

#### 4.3.2 - Condições de otimalidade com custos linearizados por partes e escolha do arco que deve entrar na base

Um arco com custo convexo, linear por partes, como o representados na figura 4.4, pode ser decomposto em  $r$  arcos paralelos capacitados, para permitir a aplicação imediata dos programas disponíveis para este tipo de problema. No nosso caso, a linearização é tanto melhor quanto maior o número de intervalos linearizados; empiricamente, constatou-se que, para se obter uma precisão razoável, são necessários de 10 a 30 intervalos de linearização. Por isto, para resolver o

(SPO), este processo de decomposição de arcos torna-se ineficiente, por gerar um número excessivo de arcos em paralelo. Veremos a seguir uma forma alternativa de tratar os custos linearizados por partes.

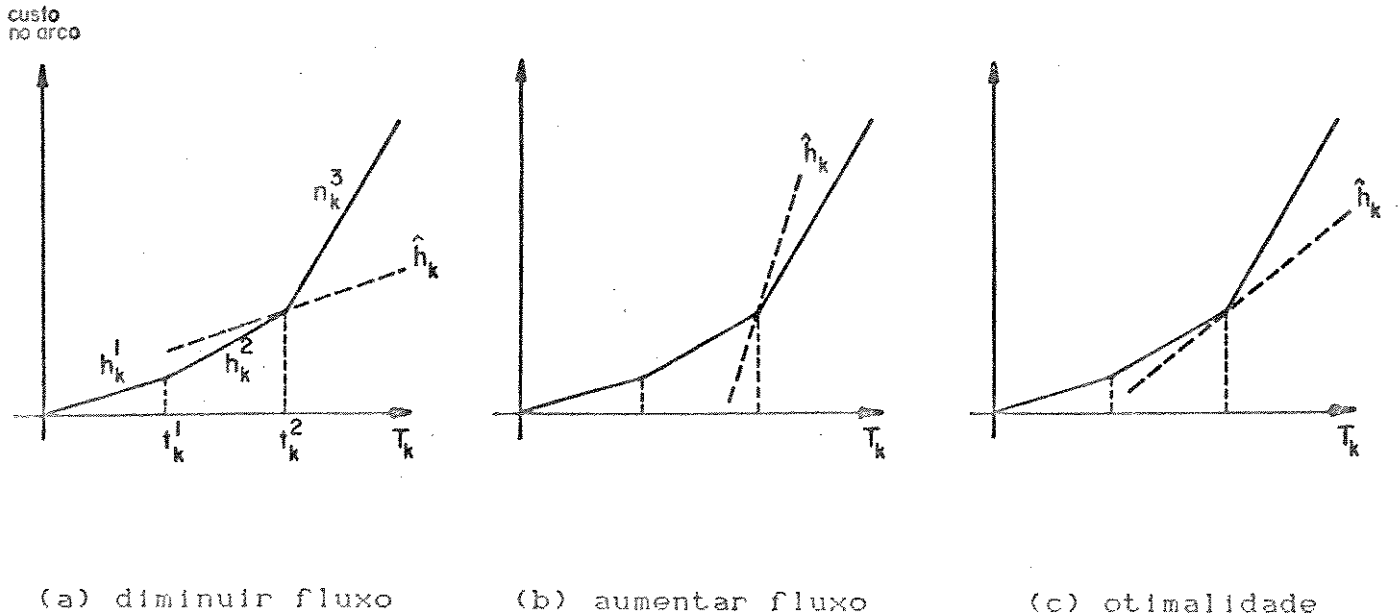


Figura 4.4: Função de custo dos arcos após linearização por partes e critério de otimalidade.

O primeiro passo para aumentar a eficiência do método simplex é usar uma estrutura de dados compacta e convenientemente adaptada ao método simplex. O conjunto de arcos é representado pelos seguintes vetores:

- nós extremos: o arco é orientado para se ter uma referência na direção dos fluxos;

- vetor  $h_k^i$ , com custos por unidade de fluxo em cada intervalo de linearização  $i$ ;
- vetor  $t_k^i$ , com os valores de fluxo em que há descontinuidades no custo por unidade de fluxo (ver figura 4.4).

Como, no caso particular do SPO, a função de custo é simétrica, pode-se economizar memória armazenando apenas a informação relativa a  $T$  positivo. Usando as definições acima, pode-se caracterizar as soluções básicas: os arcos básicos podem assumir fluxos dentro de um dos intervalos  $[t_k^i, t_k^{i+1}]$ , enquanto que os arcos não básicos devem obrigatoriamente ter fluxo igual a um valor de  $t_k$ . No método simplex primal, ainda é necessário que estes fluxos sempre satisfaçam a restrição  $A T = P$ .

Uma das informações contidas na representação da árvore básica é o conjunto de variáveis duais,  $u_j$ , definidas para cada nó da rede. Pela teoria da dualidade, se um arco tem custo  $h_k$ , o seu custo atualizado em uma solução é:

$$\hat{h}_k = h_k - A' \underline{u} = h_k + u_j - u_l$$

onde  $j$  e  $l$  são os nós onde o arco  $k$  está ligado.

O vetor  $\underline{u}$  é calculado para que  $\hat{h}_k = 0$  se o arco  $k$  é básico. A condição de otimalidade de um arco é  $\hat{h}_k \geq 0$  se o fluxo no arco é zero e  $\hat{h}_k \leq 0$  se o fluxo é igual a capacidade do arco. Se uma destas condições

não é satisfeita então este arco deve entrar na base, aumentando o fluxo no primeiro caso e diminuindo no segundo. No caso em que o custo é linear por partes, o processo é semelhante, porém, é preciso considerar, para um mesmo arco as duas condições citadas acima, já que o fluxo sempre pode aumentar ou diminuir. A condição de otimalidade é, então, composta de duas partes:

$$\begin{aligned}\hat{h}_k &= h_k^i + u_j - u_i \leq 0 \\ \tilde{h}_k &= -h_k^{i+1} + u_i - u_j \leq 0\end{aligned}\tag{4-8}$$

Se a primeira condição não é satisfeita, a solução pode ser melhorada aumentando o fluxo; se a segunda condição não é satisfeita então a solução é melhorada diminuindo o fluxo. Um critério de escolha do arco que deve entrar na base é seleccionar o que indica maior variação no custo da solução, isto é, o arco não básico com maior valor de  $\hat{h}_k$  ou  $\tilde{h}_k$ . Outros critérios podem ser usados, para evitar a inspeção, em cada iteração, de todos os arcos não básicos.

Desta forma, apenas duas comparações devem ser feitas por arco não básico. Usando o processo de separação de arcos e usando um programa não especializado, todos os arcos definidos pelos intervalos de custo linear seriam candidatos, aumentando bastante o número de comparações. O fato das redes de transmissão serem normalmente poucas, aliado a este processo de eliminação de arcos candidatos a entrar na base e o uso de um procedimento de aceleração (descrito na próxima subsecção) justificam a conveniência, neste problema, do critério de escolha do arco com maior  $\hat{h}_k$  ou  $\tilde{h}_k$ , para entrar na base do método simplex.



#### 4.3.3 - Determinação do arco que deve sair da base

Após a inclusão de um arco na árvore básica, é formado um ciclo. Um arco que deve sair da base é retirado deste ciclo e a árvore é reestruturada. A alteração do fluxo no arco que entra na base deve alterar também os fluxos nos arcos do ciclo para manter a factibilidade. O arco que sai da base é o que atingir primeiro um dos pontos  $t_k^i$ , o que representa, no simplex, uma das variáveis atingindo seu limite inferior ou superior.

Um esforço computacional significativo é necessário para atualizar a árvore básica depois de uma troca de arcos. Para diminuir este esforço, devemos aproveitar o fato de que, cada vez que um arco sai da base, é possível que ele ainda satisfaça a condição para reentrar na base, mas com o fluxo em outro intervalo de linearização. Com isto é possível fazer com que os arcos do ciclo entrem e saiam da base sem reestruturar a árvore básica.

Este processo, conhecido como super-iteração [23] é equivalente a fazer uma otimização unidimensional, pela variação dos fluxos apenas nos arcos que formam o ciclo. No final do processo um dos arcos do ciclo atinge a condição de otimalidade e deve sair da base. Só então a árvore é reestruturada.

#### 4.4 - HEURÍSTICA DE AJUSTE FINAL

A solução do problema (P8) nos fornece os fluxos de potência ótimos  $\underline{I}^*$  e, a partir deles, usando a equação (3-23), o vetor de síntese ótima  $\underline{n}^*$ , com componentes inteiras. Para esta síntese, pode ocorrer que os fluxos de potência que satisfazem as leis de Kirchhoff,  $\underline{I}(\underline{n}^*)$ , não sejam iguais a  $\underline{I}^*$ , os fluxos calculados pelo algoritmo de fluxo com custo mínimo. As origens destes erros podem ser:

- o processo de obtenção de soluções inteiras através de (P8), que é uma simplificação do problema original (P3);
- uso de valores de  $c_k$  diferentes entre si;
- erros introduzidos pela linearização por partes dos custos quadráticos.

Os dois primeiros casos são os mais importantes e seus efeitos podem se acumular para alguns arcos. Por isto é necessário calcular os fluxos da síntese e verificar se ajustes finais são necessários na síntese. Como não são muito comuns os erros de magnitude suficientes para requerer uma ajustagem de  $\underline{n}^*$ , achou-se que um procedimento heurístico seria suficiente para fazer este ajuste final. De fato, nos testes realizados, este procedimento foi pouco requerido.

O procedimento heurístico adotado é definido pelo seguinte algoritmo:

PASSO (1) - Repetir os passos (2) e (3) até que o vetor  $\underline{n}^*$  não seja mais alterado.

PASSO (2) - Calcular o vetor de fluxos de potência c.c.  $\underline{I}(\underline{n}^*)$ , conforme definido pela equação (3-6);

PASSO (3) - Atualizar  $n_k^* \leftarrow \lceil |IT_k(\underline{n}^*)|/L_k \rceil$ , onde  $\lceil x \rceil$  denota o menor inteiro maior ou igual a  $x$ .

Como vimos no Capítulo 3, a determinação de  $\underline{I}(\underline{n})$  é feita a partir da solução de um sistema de equações (3-3). Para redes de transmissão normais, a matriz deste sistema de equações,  $B(\underline{n})$ , tem as seguintes propriedades:

- grande esparsidade (a maior parte de seus elementos são nulos)
- é simétrica e semi-definida positiva
- a diagonal é estritamente dominante

Os algoritmos de solução direta [6], baseados na decomposição de Cholesky, com representação especial da esparsidade da matriz, são os mais eficientes para este tipo de problema. Sua desvantagem é que são relativamente complexos, já que exigem estruturas especiais de dados, reordenação de linhas/colunas, etc., dificultando sua adaptação a casos específicos. Além disto, conforme as dimensões do sistema e sua esparsidade, o "preenchimento" das matrizes de decomposição pode diminuir a eficiência destes métodos.

O problema a ser resolvido no procedimento de ajuste final tem as seguintes características:

- não necessita de grande precisão; erros da ordem de 1% são perfeitamente aceitáveis
- são disponíveis soluções iniciais aproximadas
- o sistema de equações é resolvido algumas vezes, para pequenas mudanças na matriz  $B(n)$
- a diagonal dominante serve como boa matriz pré-condicionante.

Devido a estas características o método dos Gradientes Conjugados pré-condicionado torna-se competitivo com os métodos de solução direta, com a vantagem extra de ser muito simples, facilitando adaptações, como o tratamento de barras que, na solução final de síntese ficaram desconectadas (mas que têm geração/demanda nula). A seguir temos uma descrição do algoritmo que foi usado.

#### 4.4.1 - O método dos gradientes conjugados para calcular os fluxos de potência ativa "c.c."

Teoricamente, o método dos gradientes conjugados, quando aplicado à resolução de sistemas de equações lineares, pode ser considerado um método exato, já que, usando cálculos exatos, a solução exata é atingida após um número finito de iterações. Na prática, pequenos erros gerados pelo uso de precisão finita impedem este tipo de conver-

gência, fazendo com que sejam usados como métodos iterativos. Em compensação, quando as soluções não precisam ser exatas, é possível obter precisões razoáveis em relativamente poucas iterações. A taxa de convergência do método,  $t_c$ , é, no pior caso, dada por [4]:

$$t_c \leq 4 \left[ \frac{(\sqrt{\epsilon} - 1)}{(\sqrt{\epsilon} + 1)} \right]^2 \quad (4-9)$$

onde  $\epsilon$  é a razão entre o maior e menor autovalor da matriz com os coeficientes do sistema. Note-se que quanto menor esta razão, isto é, quanto mais agrupados estiverem os autovalores, melhor a convergência.

Para calcular os fluxos de potência "c.c." da configuração do sistema dada por  $\underline{n}^*$ , é preciso resolver o sistema de equações (equação 3-6):

$$B(\underline{n}^*) \underline{\theta} = \underline{P} \quad (4-10)$$

Definindo a matriz  $D = \text{diag} [B_{ii}]$ , ou seja,  $D$  é uma matriz diagonal cujos elementos são iguais à diagonal de  $B$ , o sistema (4-10) é equivalente a:

$$D^{-1/2} B D^{-1/2} \underline{z} = R \underline{z} = \underline{q} \quad (4-11)$$

onde  $\underline{\theta} = D^{-1/2} \underline{z}$ ,  $\underline{q} = D^{-1/2} \underline{P}$ . A vantagem de resolver o sistema (4-11) ao invés de (4-10) é que, como  $B$  tem diagonal dominante,  $R$  aproxima-se da matriz identidade e seus autovalores estão agrupados em torno do valor 1. Este procedimento para aumentar a eficiência do método dos gradientes conjugados é chamado de pré-condicionamento [4,13].

No método dos gradientes conjugados novas soluções são iterativamente obtidas calculando-se apenas produtos escalares de vetores e o produto da matriz R por um vetor. Por isto, é muito fácil explorar a esparsidade da matriz R, conforme mostraremos a seguir. Definindo  $I(k)$  e  $F(k)$  como os nós ligados ao arco  $k$  ("início e fim" respectivamente) e definindo  $\Omega_i$  como o conjunto de arcos ligados ao nó  $i$ , temos que:

$$D_{ii} = \sum_{k \in \Omega_i} n_k^* / x_k$$

onde  $n_k^*$  é o número final de ligações e  $x_k$  é a reatância de cada ligação. Definindo  $d_i = 1/\sqrt{D_{ii}}$ , a matriz R é definida por:

$$R_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i=j, \\ o_k = - n_k^* d_i d_j / x_k & \text{se existe um arco } k \text{ tal que} \\ & I(k)=i \text{ e } F(k)=j, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A partir desta forma de R, é possível calcular eficientemente um produto na forma  $\underline{f} = R \underline{p}$ , usando o seguinte procedimento:

- Inicializar  $\underline{f} \leftarrow \underline{p}$ ;

- Para todo arco  $k$  fazer:

$$\begin{aligned} f_{I(k)} &\leftarrow f_{I(k)} + o_k f_{F(k)} \\ f_{F(k)} &\leftarrow f_{F(k)} + o_k f_{I(k)} \end{aligned}$$

é importante observar que, usando este procedimento, o produto da matriz  $R$  por um vetor exige um número de operações proporcional ao número de arcos da rede, aproveitando completamente a esparsidade da matriz  $R$  e diminuindo bastante o esforço computacional.

Uma boa solução inicial de  $\underline{\theta}$  pode ser obtida dos resultados do algoritmo de fluxo com custo mínimo. Como vimos na seção 3.1, o vetor  $\underline{\theta}$  que é solução de (4-10) corresponde aos multiplicadores de Lagrange ótimos do problema (P1) (com o índice de "mínimo esforço"), em relação às restrições de conservação de fluxo,  $A \underline{T} = \underline{P}$ . O problema (P3), usa o mesmo índice de mínimo esforço na sua função objetivo e a mesma restrição de conservação de fluxo. A única diferença é que na função objetivo de (P3) o índice de mínimo esforço é multiplicado por  $c$ , enquanto que em (P1) é multiplicado por  $1/2$ . Chamando de  $\underline{y}$  a este vetor de multiplicadores de Lagrange de (P3), pelas suas condições de otimalidade, deveremos ter:

$$\underline{y} = 2c \underline{\theta}. \quad (4-12)$$

A multiplicação pela constante  $2c$  pode ser considerada como um simples reescalonamento da função objetivo de (P3) para que o índice de mínimo esforço fique igual nos dois problemas. Um vetor de variáveis duais (multiplicadores de Lagrange)  $\underline{u}$  foi calculado pelo algoritmo de fluxo com custo mínimo para resolver um problema na forma de (P4). Este vetor  $\underline{u}$  não é exatamente igual a  $\underline{y}$ , devido às aproximações usadas (uso de diferentes valores de  $c_k$ , obtenção de soluções inteiras, etc.), mas é suficientemente próximo para se obter uma boa solução inicial de  $\underline{\theta}$ , sem exigir nenhum esforço computacional extra.

O algoritmo para cálculo dos fluxos de potência "c.c.", usando o método dos gradientes conjugados tem a seguinte forma:

**PASSO (1):** A partir da solução ótima de (PB),  $\underline{x}^*$ , calcular  $\underline{u}^*$ . Caso se use um único valor de  $c_k = c$ , as variáveis duais obtidas pelo método simplex,  $\underline{u}$ , devem dar uma boa aproximação inicial de  $\underline{q} = (2c) \underline{u}$ . Se valores distintos de  $c_k$  foram usados, pode-se usar um valor médio de  $c_k$  na obtenção desta solução inicial.

**PASSO (2):** Inicializar o método dos gradientes conjugados com:

$$\underline{z} = D^{1/2} \underline{\theta}, \quad \underline{q} = D^{-1/2} \underline{P}, \quad \underline{p} = \underline{r} = \underline{q} - R \underline{z}, \quad \gamma = \underline{r}^T \underline{r}.$$

Onde  $\underline{r}$  é o vetor de resíduos do sistema (4-11):  $\underline{r} = \underline{q} - R\underline{z}$ .

**PASSO (3):** Fazer uma iteração do método dos gradientes conjugados, calculando:

$$\begin{aligned} \underline{f} &\leftarrow R \underline{p} & \alpha &\leftarrow \gamma / (\underline{p}^T \underline{f}) \\ \underline{z} &\leftarrow \underline{z} + \alpha \underline{p} & \underline{r} &\leftarrow \underline{r} - \alpha \underline{f} \\ \delta &\leftarrow \gamma & \gamma &\leftarrow \underline{r}^T \underline{r} \\ \beta &\leftarrow \gamma / \delta & \underline{p} &\leftarrow \underline{r} + \beta \underline{p} \end{aligned}$$

Ir para o passo (4).



PASSO (4): Se a norma dos resíduos  $\sqrt{\gamma}$  for maior que uma precisão pré-estabelecida, repetir o passo (3). Caso contrário, calcular a solução final:

$$\underline{\theta} = D^{1/2} \underline{z}, \quad T_k^* (\underline{n}^*) = (z_{I(k)}/d_{F(k)} - z_{F(k)}/d_{I(k)})$$

Quando o vetor  $\underline{n}^*$  é alterado, pode-se aproveitar o último valor de  $\underline{\theta}$  como uma boa solução inicial e recomeçar o algoritmo do passo (2).

É interessante notar que, usando este método, é fácil contornar a presença de nós (barras) com geração/demanda nula que não são conectados a nenhuma ligação. Definindo, para estas barras,  $d_i=0$  e, na solução inicial,  $z_i=0$ , as componentes relativas a estas barras nos vetores usados pelo método dos gradientes conjugados serão sempre nulas, o que é equivalente a se eliminar estas barras do sistema.

## Capítulo 5

### TESTES COMPUTACIONAIS - APLICAÇÃO A REDES DE TRANSMISSÃO BRASILEIRAS

Iniciando este capítulo são apresentadas algumas recomendações sobre o uso prático e ajustes do método de síntese estática proposto nos capítulos anteriores. A seguir, é mostrado um exemplo didático da aplicação do método a uma pequena rede e, depois, os resultados da síntese estática obtidos para as redes de transmissão brasileiras Norte-Nordeste e Sul. Estes resultados são comparados com os obtidos através do programa SINTRA [22,29].

Os algoritmos de resolução do modelo de otimização, descritos no Capítulo 4, foram codificados em linguagem PASCAL e executados em um computador VAX 11/780. Este programa recebeu o nome de EXTRA. O programa SINTRA foi codificado em FORTRAN e executado em um computador DEC 10. Através de uma versão do programa EXTRA codificada em FORTRAN e executada no computador DEC 10, foi possível verificar que, para efeito de comparação, os tempos de CPU usados pelo programa EXTRA no computador VAX são aproximadamente a metade dos tempos no DEC 10, possibilitando uma melhor comparação entre os tempos de computação dos programas EXTRA e SINTRA.

Para a rede Sul, foram usados os dados da rede com a condição inicial para o ano-base 1980 e a síntese é feita para os anos horizon-

tes de 1988 e 1990. Estes dados estão desatualizados, mas são semelhantes aos usados pelo programa SINTRA, na referência [1], permitindo algumas comparações interessantes. Além disto, por serem dados reais, sua obsolescência não impede de testar efetivamente o novo método. Pelas mesmas razões, os dados da rede Norte-Nordeste são também de 1980, mas sua condição inicial é para o ano de 1990 e a síntese é feita para os anos horizonte de 2002 e 2008. A listagem dos dados usados está no Apêndice C.

Todos os resultados obtidos pelo programa SINTRA, que serão usados para comparação, estão disponíveis na referência [1]. Em princípio, os dois programas usam os mesmos dados, mas não se pode garantir que a comparação seja exata, pois podem haver pequenas diferenças nas condições iniciais (os dados usados em [1] não estão disponíveis). Por causa disto, as comparações entre os custos das soluções devem ser consideradas com alguma reserva. Já as dimensões dos problemas podem ser consideradas iguais, facilitando a comparação dos tempos de computação. O objetivo do trabalho [1] (uma tese de mestrado) é avaliar alguns critérios de adição de circuitos que podem ser usados no programa SINTRA. Como muitos resultados são apresentados para os diferentes critérios, a comparação será feita apenas com os que resultaram em soluções de menor custo de expansão e também com a solução obtida pelo programa SINTRA original, conforme apresentado em [1].

## 5.1 - CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS

Um fator determinante na qualidade da solução é a escolha dos parâmetros  $c_k$ . Conforme foi explicado no Capítulo 3, estes parâmetros transformam o "desempenho elétrico" de um arco em custo ou, dito de outra forma, penalizam os fluxos de potência das ligações. A avaliação dos valores de  $c_k$  que irão produzir bons resultados pode ser feita de inúmeras maneiras.

Relembrando o que foi explicado no Capítulo 3, para uma perfeita equivalência entre a formulação de "mínimo esforço" e o modelo de fluxos de potência "c.c.", deve-se ter todos os  $c_k$  iguais. Desta forma, as soluções do algoritmo de fluxo com custo mínimo devem ser bastante próximas dos fluxos do modelo "c.c.". Em contrapartida, escolhendo valores para os parâmetros  $c_k$  diferentes entre si pode levar a soluções com menor custo de expansão, mas com maiores erros nos fluxos de potência.

No Apêndice B é feita uma análise de um critério de escolha dos valores de  $c_k$ , diferentes entre si, com o objetivo de minimizar os custos de expansão e é explicado como a seguinte equação foi obtida:

$$c_k = f_k (n_k^0 + 3) / [x_k L_k (n_k^0 + 2)] \quad (5-1)$$

A seguir são apresentadas os dois critérios para escolha dos parâmetros  $c_k$ , que foram testados nas sínteses de uma rede de seis barras e da rede Norte-Nordeste.

**Critério (a):** Usar apenas um valor  $c_k = c$ , em todos os arcos, o que acarreta fluxos de potência mais precisos. Para obter soluções de menor custo, deve-se testar vários valores de  $c$ . Um procedimento possível é inicializar  $c$  com um valor  $\bar{c}$ , igual a média dos  $c_k$  definidos pela equação (5-1) e ir diminuindo este valor até obter uma solução satisfatória.

**Critério (b):** Usar os valores de  $c_k$  conforme definidos pela equação (5-1) e deixar que a heurística de ajuste final detecte as variações significativas nos fluxos de potência e realize os ajustes necessários.

Nos testes que serão apresentados a seguir, estes critérios serão avaliados a partir do custo de compra de novos equipamentos na solução final,  $f^T(\underline{n}^* - \underline{n})$ , e dos erros no cálculo dos fluxos de potência. Para avaliar estes erros, um erro relativo é definido por:

$$e_k = |T_k^* - T_k(\underline{n}^*)| / (n_k^* L_k) \quad (5-2)$$

A razão de não se usar a definição normal de erro relativo ao valor exato  $T(\underline{n}^*)$ , pode ser entendida com um pequeno exemplo. Na síntese apresentada na seção 4.2, temos um arco com  $L_k=100$ ,  $T_k(\underline{n}^*)=3,6$  e  $T_k^*=0$ , ou seja, um erro pouco significativo. Usando a definição (5-2), o erro é de 3,6% da capacidade, enquanto que, em relação ao valor de  $T(\underline{n}^*)$  o erro é de 100%. Como se pode ver, os erros relativos definidos

pela relação (5-2) dão uma medida mais realista de sua importância na solução de síntese.

Como é normal na resolução de problemas de engenharia, durante o desenvolvimento do método buscou-se minimizar os efeitos das aproximações em termos relativos (por exemplo: erros de fluxos em relação à capacidade, variações na linearização por parte em relação ao custo total, etc.). Se, em uma rede, existem ligações com características (capacidade, custo, etc.) muito diferentes, na solução final os erros que são relativamente pequenos para um arco podem originar erros relativamente maiores em outros arcos com parâmetros muito menores. Como, nas redes de transmissão, as características das ligações estão, normalmente, relacionadas com o nível de tensão, é preciso um certo cuidado ao se incluir, na mesma formulação, níveis de tensão muito diferentes.

Nos testes computacionais realizados com o sistema Norte/Nordeste, não houve problemas em se incluir na mesma formulação equipamentos de níveis de tensão de 230 KV e 1050 KV. Contudo, estas recomendações sobre equipamentos muito diferentes são incluídas para orientar sobre a aplicação prática do método. Como exemplo, no sistema Norte/Nordeste, a influência de uma ligação de 138 KV pode ser mascarada pelos erros nas ligações de 1050 KV e a solução final, para o arco de 138 KV, pode não ser ótima. Contudo, o método busca minimizar o custo total de expansão e deve decidir corretamente se a ligação de 1050 KV irá influenciar todo um grupo de ligações em níveis de tensão mais baixos, ou seja, os erros, se ocorrerem, devem ser isolados e de pouca importância econômica.

Se, ainda assim, o planejador achar que estes erros são significativos, deve-se seguir uma recomendação aplicável a todo tipo de problema de planejamento: fazer uma decomposição hierárquica do problema, considerando primeiro as linhas de tensões mais altas, que têm maior capacidade, envolvem mais recursos, abrangem regiões maiores e têm maior economia de escala. Depois, é feito um planejamento mais localizado, das linhas com menor nível de tensão. Desta forma evita-se que pequenos erros nas ligações de maior porte mascarem os custos nas ligações de pequeno porte. A seguir, verifica-se se o custo total de expansão não pode ser reduzido mudando-se a configuração das linhas de maior nível de tensão, repetindo todo o processo até obter a solução ótima global.

Para finalizar, é interessante adiantar que, se as observações acima podem indicar que este método exige ajustes complicados e tediosos, a experiência prática mostra que isto não acontece. Os ajustes não são críticos e o método é suficientemente rápido para que resultados satisfatórios sejam obtidos em pouco tempo e depois de poucas interações com o planejador.

## 5.2 - SÍNTESE DE UMA REDE DE SEIS BARRAS

Garver, em seu artigo [10], apresenta um pequeno problema de síntese estática. Como a rede usada neste exemplo tem apenas 6 barras, é possível apresentar alguns detalhes da sua síntese.

As características desta rede são:

- 6 barras, sendo que 5 já estão interligadas na configuração inicial;
- apenas um nível de tensão;
- 15 arcos (ramos), sendo que 9 não têm nenhuma ligação instalada na configuração inicial.

Nos dados da referência [10], não são incluídos os custos das linhas, mas apenas o seu comprimento. Partindo do princípio que todas as linhas são do mesmo tipo, usou-se o comprimento da linha como seu custo. A Figura 5.1 mostra as configurações inicial desta rede e as adições feitas pelo programa EXTRA. Os arcos candidatos não são incluídos para não congestionar a figura, mas pelos dados do problema, é possível instalar ligações entre todas as barras.

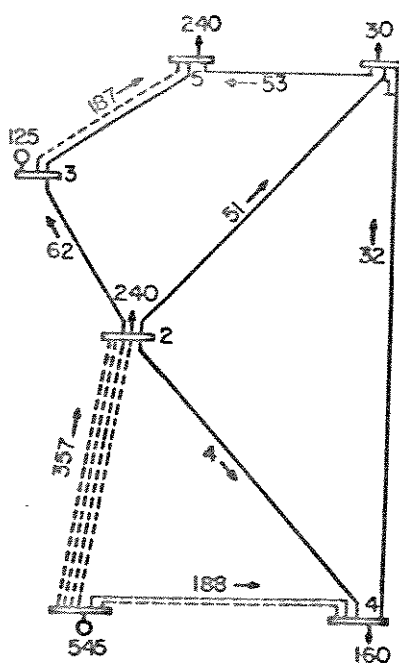


Figura 5.1: Configuração inicial e final da rede de Garver



A tabela 5.1 apresenta os principais resultados da síntese, usando os dois critérios propostos de seleção dos parâmetros  $c_k$ . Como a rede possui apenas um nível de tensão e as características dos arcos são muito semelhantes, as soluções também são muito parecidas. Conforme previsto, o uso de valores distintos de  $c_k$  produz uma ligeira degradação na precisão dos fluxos de potência calculados através do algoritmo de fluxo com custo mínimo. As variações são geradas pelo processo de obtenção de soluções inteiras e pela linearização por partes (neste e em todos os outros testes, os custos quadráticos foram linearizados em 20 intervalos).

| arco  | conf.<br>inicial<br>$n_k^0$ | resultados   |             |             |       |              |             |             |       | fluxos<br>"c.c."<br>$T_k(\underline{n}^*)$ |
|-------|-----------------------------|--------------|-------------|-------------|-------|--------------|-------------|-------------|-------|--|
|       |                             | critério (a) |             |             |       | critério (b) |             |             |       |  |
|       |                             | $T_k^*$      | $\bar{n}_k$ | $\hat{n}_k$ | $e_k$ | $T_k^*$      | $\bar{n}_k$ | $\hat{n}_k$ | $e_k$ |  |
| 1 - 2 | 1                           | 57           | 1,00        | 1           | 5,7%  | 47           | 1,00        | 1           | 4,3%  | 51,3                                       |
| 1 - 4 | 1                           | 24           | 1,00        | 1           | 9,7%  | 32           | 1,00        | 1           | 0,2%  | 31,8                                       |
| 1 - 5 | 1                           | 51           | 1,00        | 1           | 2,0%  | 49           | 1,00        | 1           | 4,0%  | 53,0                                       |
| 2 - 3 | 1                           | 64           | 1,00        | 1           | 2,0%  | 66           | 1,00        | 1           | 4,0%  | 62,0                                       |
| 2 - 4 | 1                           | 0            | 1,00        | 1           | 3,6%  | 0            | 1,00        | 1           | 3,6%  | 3,6  |
| 2 - 6 | 0                           | 361          | 3,95        | 4           | 1,0%  | 353          | 4,05        | 4           | 1,0%  | 356,9                                      |
| 3 - 5 | 1                           | 189          | 2,02        | 2           | 1,0%  | 191          | 2,18        | 2           | 2,0%  | 187,0                                      |
| 4 - 6 | 0                           | 184          | 2,02        | 2           | 2,1%  | 192          | 2,17        | 2           | 1,9%  | 188,1                                      |

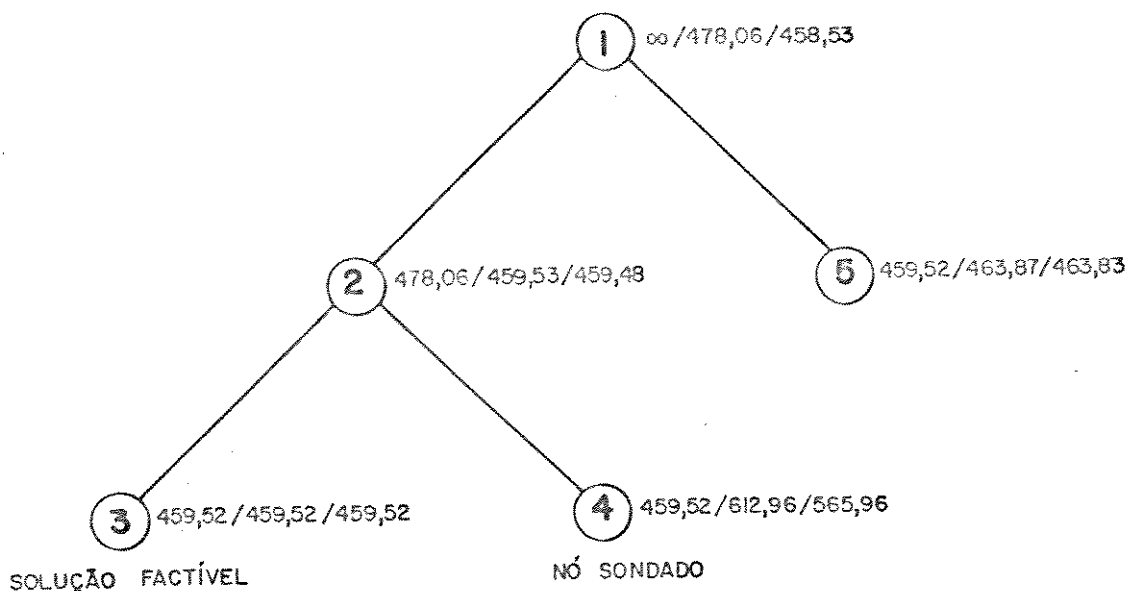
Tabela 5.1 - Resultados da síntese para o sistema de seis barras

Vejamos agora como esta solução foi obtida. Inicialmente, as funções de custo dos arcos  $H_k(T_k, n_k^0)$  são calculadas a partir dos parâmetros dos arcos e linearizadas por partes. Para os arcos com  $n_k^0 = 0$ , são criadas as variáveis de decisão  $y_k$  e a função custo do estado livre,  $H_k(T_k, 0)$ , é armazenada (neste caso a função custo é linear). A seguir é calculada uma solução básica factível que deve ser usada pelo algoritmo de fluxo com custo mínimo. A partir desta solução inicial, calcula-se a solução de fluxo com custo mínimo considerando que as restrições de integralidade de todas as variáveis  $y_k$  estão relaxadas. É importante notar que, neste algoritmo, não importa que existam nós (barras) não conectadas na configuração inicial; a única restrição é que, incluindo as possíveis expansões, a rede seja conexa.

Nesta etapa começa o algoritmo de separação e sondagem, para decidir quais arcos com  $n_k^0 = 0$  podem ser ampliados. Nesta rede de seis barras, a geração na barra desconectada é relativamente grande, em consequência, na solução relaxada inicial, dois arcos com  $n_k^0 = 0$  (2-6 e 4-6) passam a ter fluxos que correspondem a  $\bar{n}_k > 1$  e  $y_k = 1$ , enquanto que a maioria dos outros arcos candidatos tem fluxo 0, correspondendo a  $n_k = 0$  e  $y_k = 0$ . Assim, já na primeira solução, a maior parte das variáveis  $y_k$ , mesmo relaxadas, tem valor inteiro. Nas duas iterações seguintes do algoritmo de separação e sondagem, duas variáveis  $y_k$ , tal que  $0 < y_k < 1$ , são sequencialmente fixadas em 0 e uma solução com todos  $y_k$  inteiros, que também é ótima, é encontrada. Com mais duas iterações o algoritmo de separação e sondagem passa a fixar em 1 as variáveis  $y_k$  que foram fixadas em 0, buscando melhores soluções. Como os limitantes inferiores destas soluções são maiores que o valor da solução factível

já encontrada, o algoritmo termina, avaliando, com apenas cinco SPOs, 512 possíveis soluções inteiras de  $y$ . A figura 5.2 mostra a árvore de decisão correspondente ao processo de enumeração implícita.

Estes detalhes de resolução foram incluídos nesta seção para se entender como o algoritmo de separação e sondagem consegue enumerar implicitamente uma quantidade tão grande de soluções em poucas iterações. Nas redes com dimensões reais o problema de enumeração é muito mais complexo, mas o comportamento acima parece se repetir localmente nestas redes, facilitando a enumeração implícita.



NOTAÇÃO:  $Z^i$  - melhor solução /  $Z(S)$  - limitante superior /  $z(S)$  - limitante inferior

Figura 5.2: árvore de decisão correspondente à síntese do sistema de 6 barras

### 5.3 - APLICAÇÃO AO SISTEMA SUL BRASILEIRO

As características deste sistema são:

- 46 barras, sendo que 35 já estão interligadas na configuração inicial;
- 2 níveis de tensão: 230 KV e 500 KV;
- 75 arcos (ramos), sendo que 29 não tem nenhuma ligação na configuração inicial;
- períodos de planejamento de 8 e 10 anos.

Como este sistema de transmissão tem apenas dois níveis de tensão e o período de planejamento não é muito grande (devem ocorrer poucas expansões), pelas conclusões da seção 5.1 e 5.2, é possível supor que o critério (b) fornece valores satisfatórios de  $c_k$ .

#### 5.3.1 - Síntese para o ano 1988

Usando uma precisão de 1% no algoritmo de enumeração e sondagem (equação 4-4), foram obtidos os seguintes resultados:

- Custo de ampliação: US\$  $107.968 \cdot 10^3$
- Tempos de CPU:
  - Separação e sondagem: 1,2 seg. (19 subproblemas)

- heurística de ajuste final: 0,3 seg. (1 aplicação)

(0 arcos modificados)

- Precisão dos fluxos de potência:

- erro relativo médio: 7,9 %

- erro relativo máximo: 28,4 %

- desvio padrão: 6,8 %

Os resultados obtidos com o programa SINTRA foram:

- Custo da expansão e tempo de CPU:

- programa original: US\$  $139.061 \cdot 10^3$  - 9,9 seg.

- usando critério 1: US\$  $107.968 \cdot 10^3$  - 7,7 seg.

- usando critério 2: US\$  $134.369 \cdot 10^3$  - 8,4 seg.

Como se pode perceber, a síntese obtida com o programa EXTRA tem custo igual ao melhor resultado obtido pelo programa SINTRA (mostrando que os dados usados devem ser iguais para os dois programas).

### 5.3.2 - Síntese para o ano 1990

Usando uma precisão de 1% no algoritmo de separação e sondagem, a síntese fornecida para o ano 1990 tem as seguintes características:

- Custo de ampliação: US\$  $173.415 \cdot 10^3$  US\$

- Tempos de CPU:
  - separação e sondagem: 1,8 seg. (31 subproblemas)
  - heurística de ajuste final: 0,3 seg. (1 aplicação)
  - (0 arcos modificados)
  
- Precisão dos fluxos de potência:
  - erro relativo médio: 5,1 %
  - erro relativo máximo: 48,8 %
  - desvio padrão: 7,8 %

Os resultados obtidos com o programa SINTRA foram:

- Custo da expansão e tempo de CPU:
  - programa original: US\$  $204.631 \cdot 10^3$  - 9,1 seg.
  - usando critério 1: US\$  $177.942 \cdot 10^3$  - 13,4 seg.
  - usando critério 2: US\$  $256.962 \cdot 10^3$  - 14,4 seg.

Como se pode ver, o programa EXTRA conseguiu obter uma solução de menor custo. Na verdade, na solução do EXTRA existe uma sobrecarga de 0,7% da capacidade de um arco. Como esta sobrecarga é muito pequena, a heurística de ajuste final não aumentou a capacidade deste arco, mas forneceu um aviso para que o planejador decida se este evento é significativo ou se pode ser desconsiderado.

A figura 5.3 mostra as novas ligações da síntese para o ano 1990.

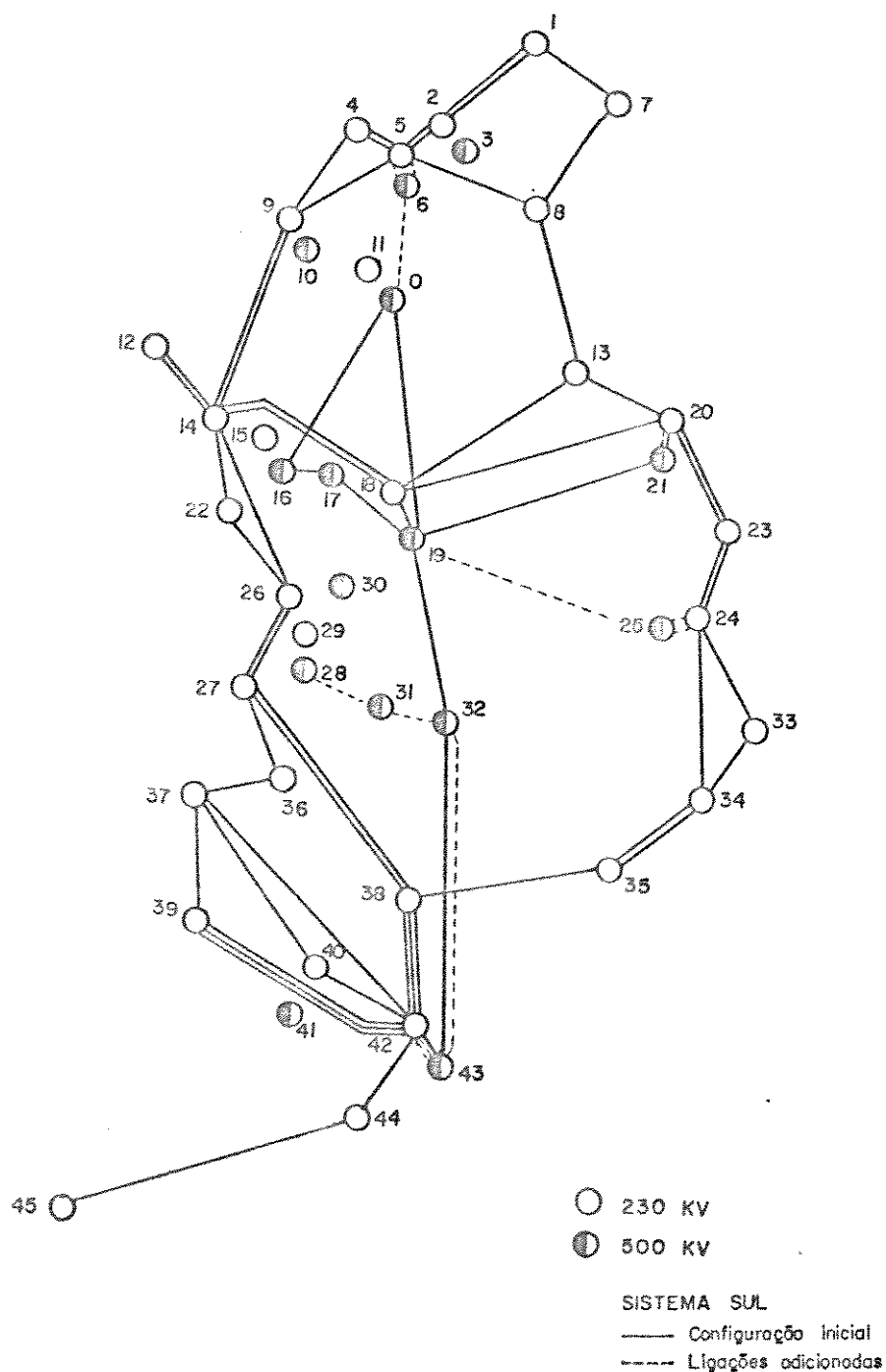


Figura 5.3: Solução de síntese para o ano 1990 - sistema Sul.

#### 5.4 - APLICAÇÃO AO SISTEMA NORTE-NORDESTE BRASILEIRO

As características deste sistema são:

- 87 barras, sendo que 51 já estão interligadas na configuração inicial;

- 3 níveis de tensão: 230 KV, 525 KV e 1050 KV;
- 183 arcos (ramos), com 102 sem nenhuma ligação na configuração inicial;
- períodos de planejamento de 14 e 18 anos.

Apesar desta rede ter pouco mais que o dobro das dimensões da rede Sul, para os métodos heurísticos esta síntese é muito mais complexa, pois o número de expansões é bem maior. Já para o programa EXTRA, onde o maior esforço é apenas para decidir onde começar a instalar novas linhas, sua complexidade é bem menor, exigindo tempos computacionais que não são muito maiores que os do sistema SUL.

Ambos os métodos podem encontrar dificuldades pela presença de mais níveis de tensão. Por isto, para esta rede, os critérios de escolha dos parâmetros  $c_k$  e da precisão usada pelo algoritmo de separação e sondagem serão melhor analisados.

#### 5.4.1 - Avaliação dos critérios de escolha dos parâmetros $c_k$

Na tabela 5-II, temos os resultados da síntese obtidos para o ano 2008, usando os dois critérios de cálculo dos parâmetros  $c_k$ . Na primeira linha estão os resultados obtidos usando-se o critério (b); nas outras linhas um único valor  $c_k$ , mostrado na primeira coluna, é usado para todos os arcos (critério (a)). Em todos os casos, a precisão usada pelo algoritmo de separação e sondagem foi de 1%. Como referência, o valor médio dos valores de  $c_k$  calculados pela equação (5-1) é 0,0201.



| critério  | custo da expansão<br>(10 <sup>9</sup> US\$) | erro relativo dos fluxos de potência |        |               |
|-----------|---|--------------------------------------|--------|---------------|
|           |   | média                                | máximo | desvio padrão |
| b         | 2,84  | 10,0 %                               | 50,4 % | 9,9 %         |
| a - 0,020 | 3,07  | 2,6 %                                | 14,3 % | 2,5 %         |
| a - 0,017 | 2,95  | 6,2 %                                | 33,2 % | 5,5 %         |
| a - 0,014 | 2,87  | 4,7 %                                | 26,4 % | 5,1 %         |
| a - 0,012 | 2,94  | 4,4 %                                | 31,8 % | 5,3 %         |

Tabela 5-II: avaliação dos critérios de escolha dos parâmetros  $c_k$

Pode-se notar que a adoção do critério (a) realmente leva a soluções com fluxos de potência mais precisos. Contudo, sob o aspecto do custo da expansão, o melhor resultado foi obtido usando o critério (b), com a vantagem adicional do programa fornecer boas soluções de modo automático, dispensando a calibração necessária quando apenas um valor de  $c_k$  é empregado. Este resultado pode ser explicado, considerando-se que, para a síntese, erros da ordem de 10% (como foi o valor médio) não são tão significativos. Além disto, como foi explicado anteriormente, o erro relativo é menor para as linhas de mais alta tensão, que têm maior importância econômica.

Um outro resultado que deve ser notado é que, usando um único valor de  $c_k$  para todos os arcos — critério (a), o custo de expansão da solução de síntese não sofreu grandes variações com a mudança deste parâmetro. Isto demonstra que, com a ajuda da heurística de ajuste final, o método não precisa de ajustes delicados.

#### 5.4.2 - Escolha da precisão usada no algoritmo de separação e sondagem

Usando o critério (a) e variando a precisão usada pelo algoritmo de separação e sondagem, obteve-se os resultados da tabela 5-III (síntese para o ano 2008).

| precisão | custo da solução<br>(10 <sup>9</sup> US\$) | subproblemas<br>resolvidos | tempo de CPU<br>(s) |
|----------|--|----------------------------|---------------------|
| 0,5 %    | 2,84                                       | 109                        | 12,7                |
| 1,0 %    | 2,84                                       | 37                         | 5,5                 |
| 3,0 %    | 2,91                                       | 13                         | 2,8                 |

Tabela 5-III: avaliação da precisão usada pelo algoritmo de separação e sondagem.

Esta grande variação do número de subproblemas resolvidos com a precisão usada indicam que existe um número muito grande de soluções com custo próximo ao da solução ótima. O fato das soluções obtidas com precisões de 0,5% e 1,0% terem o mesmo custo pode ser uma coincidência ou resultado desta solução ser a primeira encontrada pela busca em profundidade, no algoritmo de separação e sondagem, eliminando todas as "concorrentes". Isto leva a crer que a solução ótima é determinada basicamente por um conjunto restrito de linhas de alta tensão. Após a escolha ótima deste conjunto, as linhas restantes são escolhidas de modo quase automático, porque precisões como 1% eliminam uma série de decisões sem importância econômica.

### 5.4.3 - Síntese para o ano 2002 - comparação dos resultados

Usando uma precisão de 1% no algoritmo de separação e sondagem, os resultados da síntese fornecida para o ano 2002 foram:

- Custo de ampliação:  $1,57 \cdot 10^9$  US\$
  
- Tempos de CPU:
  - separação e sondagem: 9,4 seg. (53 subproblemas)
  - heurística de ajuste final: 1,6 seg. (3 aplicações)
  
- Precisão dos fluxos de potência:
  - erro relativo médio: 8,9%
  - erro relativo máximo: 46,2%
  - desvio padrão: 10.0%

Os resultados obtidos com o programa SINTRA foram:

- Custo da expansão e tempo de CPU:
  - programa original:  $1,62 \cdot 10^9$  US\$ - 129 seg.
  - usando critério 1:  $1,84 \cdot 10^9$  US\$ - 793 seg.
  - usando critério 2:  $1,57 \cdot 10^9$  US\$ - 505 seg.

#### 5.4.4 - Síntese para o ano 2008 - comparação dos resultados

Usando uma precisão de 1% no algoritmo de separação e sondagem, a síntese fornecida para o ano 2008, os resultados obtidos foram:

- Custo de ampliação:  $2,85 \cdot 10^9$  US\$
- Tempos de CPU:
  - separação e sondagem: 5,9 seg. (37 subproblemas)
  - heurística de ajuste final: 1,6 seg. (3 aplicações)

Os resultados obtidos com o programa SINTRA foram:

- Custo da expansão e tempo de CPU:
  - programa original:  $3,63 \cdot 10^9$  US\$ - 216 seg.
  - usando critério 1:  $3,28 \cdot 10^9$  US\$ - 1223 seg.
  - usando critério 2:  $2,90 \cdot 10^9$  US\$ - 628 seg.

Na figura 5.4 temos o diagrama da síntese da rede Norte-Nordeste. O número de ligações em cada arco não é apresentada para tornar a figura compreensível. A indicação dos arcos que não tinham nenhuma ligação na configuração inicial e que foram ampliados permite verificar quais os "caminhos" e níveis de tensão escolhidos pelo programa. Analisando esta solução, pode-se perceber que a maior parte das adições é de linhas de 500 KV, instaladas de forma a atender as grandes demandas nas capitais. Ao contrário de alguns métodos heurísticos, o programa EXTRA pode detectar a economia de escala de usar um nível de

tensão mais alto. Além disto, verificou que as linhas de 1050 KV, apesar de ter economia de escala ainda maior, exigem um investimento inicial bem maior, não se justificando sua instalação, exceto para ligação de grandes geradores, localizadas no extremo oeste da rede, com a região próxima a Salvador.

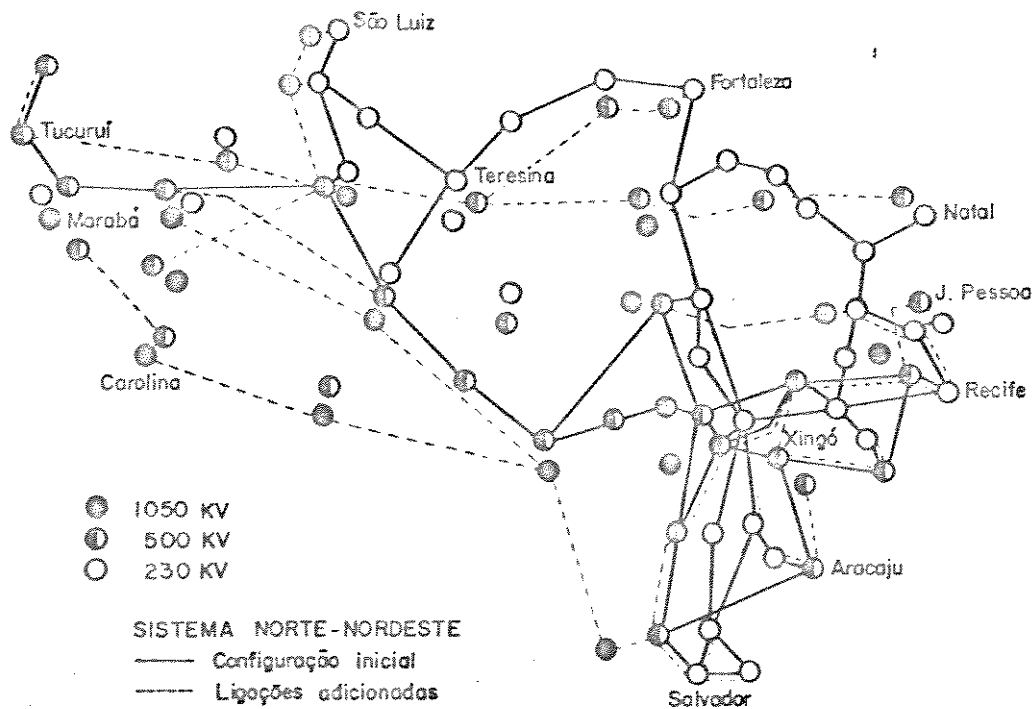


Figura 5.4 - Síntese para o ano 2008 - sistema Norte-Nordeste.

## 5.5 - COMENTARIOS

Talvez a característica mais marcante do programa EXTRA seja sua velocidade. Entre os programas de síntese, o SINTRA pode ser considerado como um programa rápido. Realmente, para a rede Sul, os dois programas exigem tempos de computação muito semelhantes. Já para a rede Norte-Nordeste, o EXTRA mostrou ser muito mais rápido, com tempos não muito maiores que os exigidos para a rede Sul.

Na rede Norte-Nordeste temos mais de 100 variáveis de decisão, correspondendo a  $2^{100}$  soluções; poder-se-ia esperar que o número de soluções analisadas fosse muito maior que o encontrado. Esta eficiência pode ser explicada por duas razões principais:

- O que acontece na rede de seis barras, onde grandes mudanças na geração/demanda determinam imediatamente soluções correspondentes a  $y_k$  inteiro, deve se repetir localmente em partes da rede Norte-Nordeste. A possibilidade de conseguir soluções inteiras, mesmo que a restrição de integralidade esteja relaxada, permite o cálculo de limitantes inferiores muito "fortes", aumentando muito a eficiência do algoritmo de separação e sondagem.

- Um número grande de decisões são economicamente pouco relevantes. Com isto, usando-se uma precisão da ordem de 1% (precisão exageradamente pequena para os requisitos de planejamento a longo prazo) no algoritmo de separação e sondagem, todas estas decisões são desconsideradas. Apenas as decisões mais importantes exigem um esforço computacional na sua enumeração.

Nos resultados do programa SINTRA, pode-se perceber uma característica comum aos métodos heurísticos: os custos de expansão, que até certo ponto medem a qualidade da solução, variam bastante conforme o critério usado para adição de circuitos. Além disto, o critério que fornece a melhor solução em um caso, pode fornecer soluções ruins em outros casos: para a rede Sul, os melhores resultados foram obtidos usando o "critério 1", enquanto que, para rede Norte-Nordoste, o "critério 2" produziu soluções melhores. Sob este aspecto, as soluções fornecidas pelo programa EXTRA podem ser consideradas mais confiáveis. Esta qualidade deve ser creditada à forma de resolução do problema: realizar a síntese a partir de um modelo de otimização.

Nos métodos heurísticos a solução final depende do "caminho" percorrido no espaço de soluções. É preciso uma certa sorte para que o "ótimo" local (que satisfaz a condição de parada da heurística) encontrado nesta "caminhada" seja realmente o ótimo global ou que, pelo menos seja uma boa solução. O programa EXTRA, por ser baseado em um modelo de otimização, obtém suas soluções de um modo completamente diferente; a otimalidade das soluções depende das aproximações do modelo e do método de solução, mas não do "caminho" seguido no espaço de soluções, já que todas as soluções são explicitamente ou implicitamente analisadas.

## Capítulo 6

### CONCLUSÃO

Os resultados dos testes computacionais mostram que os objetivos principais no desenvolvimento do novo método foram atingidos: através de uma formulação conveniente do problema de síntese estática, aplicação da teoria de otimização e escolha de métodos computacionais eficientes, foi possível criar um método que fornece boas soluções com um pequeno esforço computacional, apesar da complexidade do problema.

De forma resumida, os resultados obtidos em cada uma destas etapas são:

a) Na formulação do problema:

- soluções consistentes com o objetivo da síntese: minimização dos custos de ampliação da rede, respeitando as limitações dos equipamentos e leis físicas que determinam a distribuição dos fluxos de potência na rede;
- solução final dada por um número inteiro de linhas de transmissão ou transformadores.



b) Usando a teoria de otimização:

- redução do número de variáveis inteiras e da quantidade de valores discretos que estas podem assumir;
- uma relação analítica, entre o número ótimo de ligações em paralelo e os fluxos de potência correspondentes, permite que alguns subproblemas da síntese possam ser transformados em problemas de fluxos com custo mínimo.

c) Pela escolha dos métodos computacionais:

- facilidade de obter várias soluções alternativas, ao invés de apenas uma "ótima";
- eficiência na obtenção de boas soluções factíveis e limitantes inferiores "fortes" durante o processo de enumeração implícita;
- resolução dos subproblemas de determinação dos fluxos com custo mínimo por um método eficiente baseado no método simplex, especializado para problemas deste tipo.

Como o método é baseado em uma modelagem matemática, inúmeras modificações podem ser incluídas na formulação original para sua adaptação ao planejamento de uma rede em particular. Cabe, então, ao planejador a determinação destas modificações e sua implementação. Como

exemplo, se as perdas nas linhas da rede forem significativas, pode-se usar formular o problema (PB) como um problema de fluxo generalizado, com perdas nos arcos [16]. Na referência [22] temos um modo aproximado de se considerar estas perdas, que pode ser facilmente incorporado a este modelo.

Dentro do planejamento a longo prazo do sistema de transmissão, o novo método mostrou-se suficientemente rápido para ser usado várias vezes. Por pode ser empregado por um dentro método de um método de síntese dinâmica, como explicado no Capítulo 2. Outra aplicação é para análise de sensibilidade da síntese a mudanças nas condições de geração e demanda.

Para o planejador, é desejável se ter várias soluções alternativas, que podem ser melhor analisadas, ao invés de apenas uma, considerada "ótima" pelo modelo. Com pequenas modificações no algoritmo de Separação e Sondagem, descrito no Capítulo 4, é possível selecionar, durante o processo de enumeração implícita, várias soluções. Contudo, se as soluções forem escolhidas baseadas apenas em seu custo, é possível que as melhores soluções sejam muito parecidas, o que não interessa ao planejador. Uma alternativa que nos parece mais interessante é permitir que o planejador interfira em algumas das decisões dentro do algoritmo de Separação e Sondagem, selecionando o conjunto de soluções que lhe são mais atraentes.

Por fim, a síntese de redes capazes de suportar contingências (perda temporária de uma ou mais linhas) pode ser feita unindo este

método com um procedimento heurístico, como o proposto na referência [22]. Contudo, é preciso ainda mais pesquisas para a resolução ótima deste tipo de problema, já que sua complexidade é bastante aumentada pela análise de muitas das possíveis contingências e pela possibilidade de se fazer um redespacho de potência na geração.

## Apêndice A

### DEMONSTRAÇÃO DA CONVEXIDADE DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO

A função objetivo do problema (P4),  $z(\underline{n}, \underline{T})$ , é convexa se, para todo  $\alpha$  e  $\beta$  tal que  $\alpha + \beta = 1$ ,  $\alpha \geq 0$  e  $\beta \geq 0$ , tivermos:

$$\alpha z(\underline{n}', \underline{T}') + \beta z(\underline{n}'', \underline{T}'') - z(\alpha \underline{n}' + \beta \underline{n}'', \alpha \underline{T}' + \beta \underline{T}'') \geq 0$$

Substituindo  $z(\underline{n}, \underline{T}) = \sum_{k \in V} \left[ f_k (n_k - n_k^0) + c_k x_k T_k^2 / n_k \right]$  temos:

$$\begin{aligned} & \alpha z(\underline{n}', \underline{T}') + \beta z(\underline{n}'', \underline{T}'') - z(\alpha \underline{n}' + \beta \underline{n}'', \alpha \underline{T}' + \beta \underline{T}'') = \\ & = \sum_{k \in V} c_k x_k \left\{ \frac{\alpha (T'_k)^2}{n'_k} + \frac{\beta (T''_k)^2}{n''_k} - \frac{(\alpha T'_k + \beta T''_k)^2}{(\alpha n'_k + \beta n''_k)} \right\} = \\ & = \alpha \beta \sum_{k \in V} \frac{c_k x_k (n''_k T'_k - n'_k T''_k)^2}{n'_k n''_k (\alpha n'_k + \beta n''_k)} \end{aligned}$$

Esta última expressão é sempre positiva se  $n'_k > 0$  e  $n''_k > 0$ . Portanto a função objetivo de (P4) é convexa. Como as restrições de (P4) também são convexas, (P4) é um problema convexo.

## Apêndice B

UM CRITÉRIO DE ESCOLHA DOS PARÂMETROS " $c_k$ "

Dentro da modelagem definida no Capítulo 3, cada arco do grafo, é definido por três parâmetros das ligações: o custo ( $f_k$ ), a reatância série ( $x_k$ ) e a capacidade nominal ( $L_k$ ). Como foi explicado no comentário (a) da seção 3.4, pode-se escolher os valores de  $c_k$ , a partir da substituição da equação (3-11) na restrição que impede a ocorrência de sobrecargas nos arcos, isto é, substituir:

$$n_k^* = \max (n_k^0, \sqrt{c_k x_k / f_k} |T_k^*|) \quad (B-1)$$

na restrição:

$$|T_k| \leq n_k L_k \quad \Rightarrow \quad T_k^2 \leq n_k^2 L_k^2 \quad (B-2)$$

Para o caso em que  $n_k \geq \sqrt{c_k x_k / f_k} |T_k^*|$ , temos:

$$c_k x_k / f_k \geq 1/L_k^2 \quad \Rightarrow \quad |T_k^*| \leq n_k^* L_k$$

Para o caso em que  $n_k < \sqrt{c_k x_k / f_k} |T_k^*|$ , por simples substituição, temos:

$$T_k^2 \leq n_k^2 L_k^2 = [f_k / (c_k x_k)] T_k^*^2 L_k^2$$

Em ambos os casos, a restrição que evita sobrecargas é satisfeita se escolhermos:

$$c_k \geq f_k / (x_k L_k^2)$$

que pode ser escrita como:

$$c_k = b_k f_k / (x_k L_k^2) \quad (B-3)$$

Onde  $b_k$  é um novo parâmetro do arco, definido apenas para facilitar a notação. A escolha  $b_k \geq 1$  garante que a expansão da capacidade do arco será feita de modo que não ocorram sobrecargas neste arco.

O parâmetro  $c_k$  serve como um fator de conversão do carregamento das ligações em custo. Quanto menores forem os valores de  $c_k$ , menor o custo de instalação de novos equipamentos. Logo, se desejamos obter soluções de mínimo custo de expansão mas sem a ocorrência de sobrecargas, deve-se usar o valor mínimo dos parâmetros  $b_k$  da equação (B-3), isto é,  $b_k = 1$  para todos os arcos. Neste caso, interpretando as equações acima, podemos concluir que haverá expansão em um arco apenas quando os fluxos de potência atingem a capacidade máxima das ligações inicialmente instaladas ( $n_k^0 L_k$ ) e as expansões correspondem a manter a capacidade instalada nos arcos exatamente igual ao fluxo de potência.

Contudo, estas conclusões são válidas para as soluções de fluxo de potência calculadas pelo algoritmo de fluxo com custo mínimo.

Para que esta solução esteja próxima dos fluxos que realmente satisfazem as equações do modelo "c.c." é preciso que os valores de  $c_k$ , calculados pela relação (B-3) estejam próximos entre si.

Para se avaliar como os valores de  $c_k$ , calculados pela relação (B-3) e com  $b_k=1$ , variam em redes reais, a tabela B.I. mostra alguns valores obtidos a partir dos parâmetros de transformadores e linhas de transmissão, presentes na rede Norte-Nordeste do sistema brasileiro.

| tipo de ligação          | $f_k$<br>( $10^3$ US\$) | $x_k$<br>(p.u.) | $L_k$<br>(kW) | $c_k$  |
|--------------------------|-------------------------|-----------------|---------------|--------|
| linha de transm. 230 kV  | 4895                    | 7,57            | 170           | 0,0223 |
| " " " 525 kV             | 44056                   | 3,74            | 1000          | 0,0118 |
| " " " 1050 kV            | 92253                   | 0,78            | 3200          | 0,0116 |
| transformador 230-500 kV | 8926                    | 1,17            | 600           | 0,0212 |
| " 500-1050 kV            | 21232                   | 0,58            | 1200          | 0,0254 |

Tabela B.I - Valores de  $c_k$  para linhas de transmissão e transformadores reais.

Como se pode ver, usando a relação (B-3), as diferenças entre os valores de  $c_k$  não são desprezíveis, mas sua importância na qualidade da solução só pôde ser avaliada pelos testes práticos apresentados no Capítulo 5.

Um fator que altera a análise da escolha dos parâmetros  $c$  é que, na realidade, a solução contínua de  $n_k^*$  dada pela equação (B-1) não é a solução final do problema, mas servirá para escolher soluções inteiras. No Capítulo 3 mostrou-se que a solução inteira cujo custo mais se aproxima da solução contínua deve ser um dos inteiros imediatamente maior ou menor que o valor de  $n_k$  dado pela solução contínua. Escolhendo  $b_k=1$ , se a solução final for igual a  $n_k^0$  (nenhuma ampliação) ou se a solução inteira for maior que a contínua, a restrição de sobrecargas (B-2) é imediatamente satisfeita. Já no caso em que a solução inteira é menor que a solução contínua, teremos um fluxo de potência maior que a capacidade instalada no arco.

Assim, vemos que a escolha de  $b_k=1$  pode levar a sobrecargas e folgas quando se faz o arredondamento final da solução. É preciso escolher um valor de  $b_k > 1$  que, ao mesmo tempo, evite as sobrecargas devidas ao arredondamento e leve a soluções de baixo custo de ampliação. Para isto, devemos tentar fazer que, mesmo com o processo de obtenção de soluções inteiras, as expansões só sejam feitas quando o fluxo de potência atingir a capacidade instalada. A desigualdade (3-15), quando transformada em igualdade, indica o valor exato de  $T_k$  em que ocorrem as expansões de  $n_k$  inteiro, chamado de  $\tilde{n}_k$ , na forma:

$$c_k \times_k T_k = f_k \tilde{n}_k (\tilde{n}_k - 1)$$

Substituindo, nesta equação, o fluxo total no arco,  $T_k$ , pela capacidade instalada antes da expansão,  $(\tilde{n}_k - 1) L_k$ , obtemos:



$$c_k = r_k \tilde{n}_k / [(\tilde{n}_k - 1) x_k L_k^2] \quad (B-4)$$

Como se pode ver, esta equação é exatamente igual a (B-3), com  $b_k = \tilde{n}_k / (\tilde{n}_k - 1)$ . É importante observar que  $n_k$  é um inteiro maior ou igual a 1. Infelizmente, o parâmetro  $b_k$ , definido desta forma, depende do valor de  $\tilde{n}_k$ , de forma não linear. Uma informação que pode ser usada da equação (B-4) é que os valores de  $b_k$  são uma função decrescente de  $n_k$ , tendendo ao valor 1 quando  $n_k$  aumenta.

Assim, se escolhermos um valor de referência, de forma que não ocorra sobrecarga se  $n_k^*$  assumir este valor, teremos a certeza de que não ocorrerão sobrecargas para  $n_k^*$  maior que este valor de referência. A partir desta conclusão, um valor óbvio de  $n_k$  que pode ser usado como referência é  $\max(n_k^0 + 1, 2)$  já que  $n_k^*$  nunca será menor que  $n_k^0$ , e a primeira expansão corresponde a  $n_k^0 + 1$ . Para os arcos com  $n_k^0 = 0$ , o algoritmo de separação e sondagem irá decidir se pelo menos uma ligação ou nenhuma ligação devem ser instaladas no arco  $k$ . Após se decidir em fazer pelo menos uma expansão, a próxima expansão corresponde a  $n_k = 2$  e, por isto, este deve ser o valor mínimo de referência a ser usado na equação (B-4).

Os objetivos de obter soluções com mínimo custo de expansão e evitar sobrecargas são antagônicos. A necessidade de se escolher um valor de referência para a equação (B-4) reflete a dificuldade de escolher valores de  $c_k$  que sempre satisfazem o compromisso entre os dois objetivos, pela aproximação feita para obter soluções inteiras. O uso

do valor de referência igual a  $\max(n_k^0+1, 2)$  pode levar a soluções com capacidade instalada maior que a necessária de o valor de  $n_k^*$  não estiver próximo de  $n_k^0$ . Para evitar este problema, usou-se um critério empírico, escolhendo  $c_k$  para os testes do Capítulo 5, pela equação:

$$c_k = f_k (n_k^0 + 3) / [x_k L_k^2 (n_k^0 + 2)] \quad (B-5)$$

A equação (B-5), apesar de empírica, foi escolhida considerando que devem ser feitas poucas expansões nos arcos com custo mais alto (que são economicamente mais importantes). A escolha de um valor de referência maior que  $n_k^0+1$  visa diminuir o valor de  $c_k$  para obter soluções com menor custo de expansão, com o risco de ocorrer algumas sobrecargas após o arredondamento final, mas os resultados mostram que estas sobrecargas são pouco prováveis ou de pouca importância, sendo eliminadas pela heurística de ajuste final.

Uma outra alternativa, que não foi testada, consiste em resolver o problema usando os valores de  $c_k$  definidos pela equação (B-5) e, depois, usar  $n_k^*$ , desta solução, como valores de referência da equação (B-4).

## Apêndice C

## DADOS DAS REDES DE TRANSMISSÃO USADOS NOS TESTES

Em cada listagem será usada a seguinte notação:

- $i$  - número da barra
- $P_i$  - geração/demanda em uma barra  $i$  ( $P_i > 0$  significa geração)
- $V_i$  - nível de tensão da barra (em KV)
  
- $k$  - número do arco
- $I(k)$  - barra "início" do arco  $k$
- $F(k)$  - barra "fim" do arco  $k$
- $n_k^0$  - número de ligações do arco  $k$  na configuração inicial da rede
- $L_k$  - capacidade nominal de cada ligação do arco  $k$  (em kW)
- $x_k$  - reatância série de uma ligação no arco  $k$  (em p.u.)
- $f_k$  - custo de instalação de uma ligação no arco  $k$

## C.1 - Dados da rede de Garver

Dados das barras:

| $i$ | $P_i$ |
|-----|-------|
| 1   | -30   |
| 2   | -240  |
| 3   | 125   |
| 4   | -160  |
| 5   | -240  |
| 6   | 545   |

Dados dos arcos:

| $k$ | $I(k)$ | $F(k)$ | $n_k^0$ | $L_k$ | $x_k$ | $f_k$ |
|-----|--------|--------|---------|-------|-------|-------|
| 1   | 1      | 2      | 1       | 100   | 0.40  | 40.0  |
| 2   | 1      | 3      | 0       | 100   | 0.38  | 38.0  |
| 3   | 1      | 4      | 1       | 80    | 0.60  | 60.0  |
| 4   | 1      | 5      | 1       | 100   | 0.20  | 20.0  |
| 5   | 1      | 6      | 0       | 70    | 0.68  | 68.0  |
| 6   | 2      | 3      | 1       | 100   | 0.20  | 20.0  |
| 7   | 2      | 4      | 1       | 100   | 0.40  | 40.0  |
| 8   | 2      | 5      | 0       | 100   | 0.31  | 31.0  |
| 9   | 2      | 6      | 0       | 100   | 0.30  | 30.0  |
| 10  | 3      | 4      | 0       | 82    | 0.59  | 59.0  |
| 11  | 3      | 5      | 1       | 100   | 0.20  | 20.0  |
| 12  | 3      | 6      | 0       | 100   | 0.48  | 48.0  |
| 13  | 4      | 5      | 0       | 75    | 0.63  | 63.0  |
| 14  | 4      | 6      | 0       | 100   | 0.30  | 30.0  |
| 15  | 5      | 6      | 0       | 78    | 0.61  | 61.0  |

## C.2 - Dados do sistema de transmissão Sul brasileiro

## DADOS DAS BARRAS:

| i  | NOME         | V <sub>i</sub> | P <sub>i</sub> |       |
|----|--------------|----------------|----------------|-------|
|    |              |                | 1988           | 1990  |
| 1  | Assis        | 230            | 0              | 1     |
| 2  | Londrina     | 230            | -370           | -443  |
| 3  | Londrina     | 500            | 0              | 0     |
| 4  | Maringá      | 230            | -251           | -301  |
| 5  | Apucarana    | 230            | -199           | -238  |
| 6  | Apucarana    | 500            | 0              | 0     |
| 7  | Xavantes     | 230            | 0              | 0     |
| 8  | Figueira     | 230            | -56            | -72   |
| 9  | Campo Mourão | 230            | 0              | 0     |
| 10 | Campo Mourão | 500            | 0              | 0     |
| 11 | Ivaiporã     | 230            | 0              | 0     |
| 12 | Cascavel     | 230            | -421           | -512  |
| 13 | Ponta Grossa | 230            | -155           | -186  |
| 14 | Salto Osório | 230            | 944            | 944   |
| 15 | Santiago     | 230            | 0              | 0     |
| 16 | Santiago     | 500            | 1226           | 1366  |
| 17 | Segredo      | 500            | 1000           | 1000  |
| 18 | Foz do Areia | 230            | 0              | 0     |
| 19 | Foz do Areia | 500            | 803            | 773   |
| 20 | Curitiba     | 230            | -858           | -1091 |
| 21 | Curitiba     | 500            | 0              | 0     |
| 22 | Pato Branco  | 230            | -60            | -82   |
| 23 | Joinville    | 230            | -379           | -458  |
| 24 | Blumenau     | 230            | -393           | -478  |
| 25 | Blumenau     | 500            | 0              | 0     |
| 26 | Xanxerê      | 230            | -193           | -232  |
| 27 | Passo Fundo  | 230            | 77             | 54    |
| 28 | Itá          | 500            | 0              | 730   |
| 29 | Salto Caxias | 500            | 0              | 0     |
| 30 | Salto Caxias | 230            | 0              | 0     |

|    |              |     |       |       |
|----|--------------|-----|-------|-------|
| 31 | Cascavel     | 500 | 0     | 310   |
| 32 | Barracão     | 500 | 600   | 450   |
| 33 | Palhoça      | 230 | -190  | -229  |
| 34 | J. Lacerda   | 230 | 252   | 221   |
| 35 | Siderópolis  | 230 | -180  | -216  |
| 36 | Sta. Marta   | 230 | -76   | -90   |
| 37 | Passo Real   | 230 | 227   | 212   |
| 38 | Farroupilha  | 230 | -186  | -216  |
| 39 | Itauba       | 230 | 259   | 221   |
| 40 | V. Aires     | 230 | -225  | -262  |
| 41 | V. Aires     | 500 | 0     | 0     |
| 42 | Porto Alegre | 230 | -1369 | -1608 |
| 43 | Porto Alegre | 500 | 0     | 0     |
| 44 | Camaquã      | 230 | -68   | -79   |
| 45 | Candiota     | 230 | -39   | -87   |
| 46 | Ivaiporã     | 500 | 280   | 599   |

## DADOS DOS ARCOS:

| k  | I(k) | F(k) | $n_k^0$ | $L_k$ | $x_k$ | $f_k$   |
|----|------|------|---------|-------|-------|---------|
| 1  | 1    | 2    | 2       | 270   | 10.65 | 7696.0  |
| 2  | 1    | 7    | 1       | 270   | 6.15  | 4964.0  |
| 3  | 2    | 3    | 0       | 600   | 1.25  | 8253.0  |
| 4  | 2    | 5    | 2       | 270   | 3.24  | 3199.0  |
| 5  | 3    | 46   | 0       | 1800  | 2.04  | 26610.0 |
| 6  | 4    | 5    | 2       | 270   | 5.66  | 4667.0  |
| 7  | 4    | 9    | 1       | 270   | 9.23  | 6839.0  |
| 8  | 4    | 11   | 0       | 240   | 14.14 | 9942.0  |
| 9  | 5    | 6    | 0       | 600   | 1.25  | 8253.0  |
| 10 | 5    | 8    | 1       | 270   | 11.31 | 8107.0  |
| 11 | 5    | 9    | 1       | 270   | 11.73 | 8358.0  |
| 12 | 5    | 11   | 0       | 270   | 9.15  | 6866.0  |
| 13 | 6    | 46   | 0       | 2000  | 1.28  | 18161.0 |
| 14 | 7    | 8    | 1       | 270   | 10.23 | 7451.0  |
| 15 | 8    | 13   | 1       | 240   | 13.47 | 9431.0  |
| 16 | 9    | 10   | 0       | 600   | 1.25  | 8253.0  |
| 17 | 9    | 14   | 2       | 220   | 17.55 | 11917.0 |
| 18 | 10   | 46   | 0       | 2000  | 0.81  | 12959.0 |
| 19 | 11   | 46   | 0       | 600   | 1.25  | 8253.0  |
| 20 | 12   | 14   | 2       | 270   | 7.40  | 5735.0  |

|    |    |    |   |      |       |         |
|----|----|----|---|------|-------|---------|
| 21 | 13 | 18 | 1 | 220  | 18.05 | 12229.0 |
| 22 | 13 | 20 | 1 | 270  | 10.73 | 7767.0  |
| 23 | 14 | 15 | 0 | 270  | 3.74  | 3508.0  |
| 24 | 14 | 18 | 2 | 240  | 15.14 | 10451.0 |
| 25 | 14 | 22 | 1 | 270  | 8.40  | 6356.0  |
| 26 | 14 | 26 | 1 | 220  | 16.14 | 11080.0 |
| 27 | 15 | 16 | 0 | 600  | 1.25  | 8253.0  |
| 28 | 16 | 17 | 1 | 2000 | 0.78  | 12486.0 |
| 29 | 16 | 28 | 0 | 1800 | 2.22  | 28695.0 |
| 30 | 16 | 32 | 0 | 1400 | 3.12  | 38711.0 |
| 31 | 16 | 46 | 1 | 1800 | 2.04  | 26521.0 |
| 32 | 17 | 19 | 1 | 2000 | 0.62  | 10687.0 |
| 33 | 17 | 32 | 0 | 1700 | 2.33  | 29878.0 |
| 34 | 18 | 19 | 1 | 600  | 1.25  | 8253.0  |
| 35 | 18 | 20 | 1 | 200  | 19.96 | 13401.0 |
| 36 | 19 | 21 | 1 | 1500 | 2.79  | 34710.0 |
| 37 | 19 | 25 | 0 | 1400 | 3.26  | 40289.0 |
| 38 | 19 | 32 | 1 | 1800 | 1.96  | 25604.0 |
| 39 | 19 | 46 | 1 | 1800 | 2.22  | 28585.0 |
| 40 | 20 | 21 | 1 | 600  | 1.25  | 8253.0  |
| 41 | 20 | 23 | 2 | 270  | 9.32  | 6918.0  |
| 42 | 21 | 25 | 0 | 2000 | 1.75  | 23386.0 |
| 43 | 22 | 26 | 1 | 270  | 7.90  | 6052.0  |
| 44 | 23 | 24 | 2 | 270  | 7.74  | 5935.0  |
| 45 | 24 | 25 | 0 | 600  | 1.25  | 8253.0  |
| 46 | 24 | 33 | 1 | 240  | 14.47 | 10079.0 |
| 47 | 24 | 34 | 1 | 220  | 16.47 | 11298.0 |
| 48 | 25 | 32 | 0 | 1400 | 3.20  | 39657.0 |
| 49 | 26 | 27 | 2 | 270  | 8.32  | 6310.0  |
| 50 | 26 | 29 | 0 | 270  | 5.41  | 4568.0  |
| 51 | 27 | 29 | 0 | 270  | 9.98  | 7397.0  |
| 52 | 27 | 36 | 1 | 270  | 9.15  | 6824.0  |
| 53 | 27 | 38 | 2 | 200  | 20.79 | 13956.0 |
| 54 | 28 | 30 | 0 | 2000 | 0.58  | 10383.0 |
| 55 | 28 | 31 | 0 | 2000 | 0.70  | 9861.0  |
| 56 | 28 | 41 | 0 | 1300 | 3.40  | 41925.0 |
| 57 | 28 | 43 | 0 | 1200 | 4.07  | 49494.0 |
| 58 | 29 | 30 | 0 | 600  | 1.25  | 8253.0  |
| 59 | 31 | 32 | 0 | 2000 | 0.47  | 9078.0  |
| 60 | 31 | 41 | 0 | 1500 | 2.79  | 35164.0 |

|    |    |    |   |      |       |         |
|----|----|----|---|------|-------|---------|
| 61 | 32 | 41 | 0 | 1400 | 3.10  | 38562.0 |
| 62 | 32 | 43 | 1 | 1400 | 3.10  | 38255.0 |
| 63 | 33 | 34 | 1 | 270  | 12.64 | 8961.0  |
| 64 | 34 | 35 | 2 | 270  | 4.91  | 4230.0  |
| 65 | 35 | 38 | 1 | 200  | 19.80 | 13354.0 |
| 66 | 36 | 37 | 1 | 270  | 10.56 | 7693.0  |
| 67 | 37 | 39 | 1 | 270  | 2.83  | 2957.0  |
| 68 | 37 | 40 | 1 | 270  | 12.81 | 9077.0  |
| 69 | 37 | 42 | 1 | 200  | 21.04 | 14128.0 |
| 70 | 38 | 42 | 3 | 270  | 9.07  | 6787.0  |
| 71 | 39 | 42 | 3 | 200  | 20.29 | 13672.0 |
| 72 | 40 | 41 | 0 | 600  | 1.25  | 8253.0  |
| 73 | 40 | 42 | 1 | 270  | 9.31  | 6939.0  |
| 74 | 40 | 45 | 0 | 180  | 22.04 | 14881.0 |
| 75 | 41 | 43 | 0 | 2000 | 1.40  | 19525.0 |
| 76 | 42 | 43 | 1 | 600  | 1.25  | 8253.0  |
| 77 | 42 | 44 | 1 | 270  | 12.06 | 8629.0  |
| 78 | 44 | 45 | 1 | 200  | 18.63 | 12666.0 |



## C.3 - Dados do sistema de transmissão Norte-Nordeste brasileiro

## DADOS DAS BARRAS:

| i  | NOME          | $V_i$ | $P_i$ |       |
|----|---------------|-------|-------|-------|
|    |               |       | 2002  | 2008  |
| 1  | V. do Conde   | 525   | -1857 | -2747 |
| 2  | Tucuruí       | 525   | 4048  | 4550  |
| 3  | Marabá        | 1050  | 0     | 0     |
| 4  | Imperatriz    | 525   | 517   | 6422  |
| 5  | Pres. Dutra   | 525   | 0     | 0     |
| 6  | Boa Esperança | 525   | 0     | 0     |
| 7  | S. J. do Pia  | 525   | -31   | -31   |
| 8  | Sobradinho    | 525   | 403   | 82    |
| 9  | Oroco         | 525   | 465   | 465   |
| 10 | Ibó           | 525   | 538   | 538   |
| 11 | Itaparica     | 525   | 2200  | 2260  |
| 12 | Paulo Afonso  | 525   | 2257  | 4312  |
| 13 | Xingó         | 525   | 4510  | 5900  |
| 14 | P. de Acuc.   | 525   | 542   | 542   |
| 15 | Angelim       | 525   | 0     | 0     |
| 16 | Recife        | 525   | 0     | 0     |
| 17 | Olindina      | 525   | 0     | 0     |
| 18 | Salvador      | 525   | 0     | 0     |
| 19 | Peritoró      | 230   | -86   | -125  |
| 20 | Miranda       | 230   | -125  | -181  |
| 21 | São Luiz      | 230   | -722  | -1044 |
| 22 | Teresina      | 230   | -291  | -446  |
| 23 | Piripiri      | 230   | -58   | -84   |
| 24 | Sobral        | 230   | -159  | -230  |
| 25 | Fortaleza     | 230   | -1502 | -2273 |
| 26 | Banabuiú      | 230   | -47   | -68   |
| 27 | Milagres      | 230   | -378  | -546  |
| 28 | Bom Nome      | 230   | -189  | -273  |
| 29 | Russas        | 230   | -47   | -68   |
| 30 | Mossoró       | 230   | -189  | -273  |

|                     |     |       |       |
|---------------------|-----|-------|-------|
| 31   Açú            | 230 | -110  | -225  |
| 32   Imperatriz     | 230 | 0     | 0     |
| 33   Carolina       | 230 | 0     | 0     |
| 34   Santa Cruz     | 230 | -28   | -107  |
| 35   Paulo Afonso   | 230 | 1635  | 1531  |
| 36   São Caetano    | 230 | -225  | -325  |
| 37   Boa Esperança  | 230 | 169   | 114   |
| 38   Pres. Dutra    | 230 | 0     | 0     |
| 39   Campina Grande | 230 | -186  | -269  |
| 40   Rio Largo      | 230 | -1201 | -1738 |
| 41   Natal          | 230 | -520  | -752  |
| 42   Goianinha      | 230 | -341  | -494  |
| 43   Sobral         | 525 | 0     | 0     |
| 44   Recife         | 230 | -4022 | -5819 |
| 45   Rio Largo      | 525 | 0     | 0     |
| 46   Angelim        | 230 | -205  | -297  |
| 47   C. Dantas      | 230 | 0     | 0     |
| 48   Camaçari       | 230 | -347  | -432  |
| 49   G. Mangabeira  | 230 | -777  | -1124 |
| 50   Salvador       | 230 | -5189 | -7628 |
| 51   Itabaiana      | 230 | -290  | -420  |
| 52   Aracajú        | 230 | -707  | -1024 |
| 53   Milagres       | 525 | 0     | 0     |
| 54   Banabulú       | 525 | 0     | 0     |
| 55   Fortaleza      | 525 | 0     | 0     |
| 56   Miranda        | 525 | 0     | 0     |
| 57   São Luiz       | 525 | 0     | 0     |
| 58   Teresina       | 525 | 0     | 0     |
| 59   Aracajú        | 525 | 0     | 0     |
| 60   Intermed. 1    | 525 | 0     | 0     |
| 61   João Pessoa    | 525 | 0     | 0     |
| 62   Intermed. 2    | 525 | 0     | 0     |
| 63   Mossoró        | 525 | 0     | 0     |
| 64   Natal          | 525 | 0     | 0     |
| 65   Marabá         | 230 | 0     | 0     |
| 66   Intermed. 3    | 230 | 0     | 0     |
| 67   Carolina       | 525 | 1242  | 1242  |
| 68   Santo Antonio  | 525 | 888   | 888   |
| 69   Santa Isabel   | 525 | 902   | 902   |
| 70   Intermed. 4    | 525 | 0     | 0     |

|    |                |      |      |      |
|----|----------------|------|------|------|
| 71 | Carolina       | 1050 | 0    | 0    |
| 72 | Intermed. 5    | 1050 | 0    | 0    |
| 73 | Sobradinho     | 1050 | 0    | 0    |
| 74 | Salvador       | 1050 | 0    | 0    |
| 75 | Boa Esperança  | 1050 | 0    | 0    |
| 76 | Milagres       | 1050 | 0    | 0    |
| 77 | Recife         | 1050 | 0    | 0    |
| 78 | Teresina       | 1050 | 0    | 0    |
| 79 | Banabuiú       | 1050 | 0    | 0    |
| 80 | Pres. Dutra    | 1050 | 0    | 0    |
| 81 | Imperatriz     | 1050 | 0    | 0    |
| 82 | Intermed. 6    | 1050 | 0    | 0    |
| 83 | Santo Antonio  | 1050 | 0    | 0    |
| 84 | Paulo Afonso   | 1050 | 0    | 0    |
| 85 | João Pessoa    | 230  | -487 | -705 |
| 86 | Campina Grande | 525  | 0    | 0    |
| 87 | Marabá         | 525  | 0    | 0    |

## DADOS DOS ARCOS:

| k  | I(k) | F(k) | $n_k^0$ | $L_k$ | $x_k$ | $f_k$   |
|----|------|------|---------|-------|-------|---------|
| 1  | 1    | 2    | 2       | 1000  | 3.74  | 44056.0 |
| 2  | 2    | 4    | 0       | 1000  | 4.06  | 48880.0 |
| 3  | 2    | 60   | 0       | 1000  | 4.35  | 52230.0 |
| 4  | 2    | 87   | 1       | 1000  | 2.59  | 31192.0 |
| 5  | 3    | 71   | 0       | 3200  | 0.78  | 92253.0 |
| 6  | 3    | 81   | 0       | 3200  | 0.49  | 60153.0 |
| 7  | 3    | 83   | 0       | 3200  | 0.43  | 53253.0 |
| 8  | 3    | 87   | 0       | 1200  | 0.58  | 21232.0 |
| 9  | 4    | 5    | 1       | 1000  | 4.35  | 52230.0 |
| 10 | 4    | 6    | 0       | 1000  | 4.87  | 58260.0 |
| 11 | 4    | 32   | 0       | 300   | 2.33  | 7510.0  |
| 12 | 4    | 60   | 0       | 1000  | 2.15  | 26770.0 |
| 13 | 4    | 68   | 0       | 1000  | 0.70  | 10020.0 |
| 14 | 4    | 69   | 0       | 1000  | 1.62  | 20740.0 |
| 15 | 4    | 81   | 0       | 1200  | 0.58  | 21232.0 |
| 16 | 4    | 87   | 1       | 1000  | 2.18  | 26502.0 |
| 17 | 5    | 6    | 1       | 1000  | 2.41  | 29852.0 |
| 18 | 5    | 38   | 2       | 600   | 1.17  | 8926.0  |
| 19 | 5    | 56   | 0       | 1000  | 2.35  | 29182.0 |
| 20 | 5    | 58   | 0       | 1000  | 2.20  | 27440.0 |

|    |    |    |   |      |      |         |
|----|----|----|---|------|------|---------|
| 21 | 5  | 60 | 0 | 1000 | 2.61 | 32130.0 |
| 22 | 5  | 68 | 0 | 1000 | 4.06 | 48880.0 |
| 23 | 5  | 70 | 0 | 1000 | 4.64 | 55580.0 |
| 24 | 5  | 80 | 0 | 1200 | 0.58 | 21232.0 |
| 25 | 6  | 7  | 1 | 1000 | 2.88 | 35212.0 |
| 26 | 6  | 37 | 1 | 300  | 2.33 | 7510.0  |
| 27 | 6  | 67 | 0 | 1000 | 4.64 | 55580.0 |
| 28 | 6  | 68 | 0 | 1000 | 4.76 | 56920.0 |
| 29 | 6  | 70 | 0 | 1000 | 3.71 | 44860.0 |
| 30 | 6  | 75 | 0 | 1200 | 0.58 | 21232.0 |
| 31 | 7  | 8  | 1 | 1000 | 2.34 | 29048.0 |
| 32 | 7  | 53 | 0 | 1000 | 4.52 | 54240.0 |
| 33 | 7  | 62 | 0 | 1000 | 2.55 | 31460.0 |
| 34 | 8  | 9  | 1 | 1000 | 1.86 | 23420.0 |
| 35 | 8  | 12 | 0 | 1000 | 3.94 | 47540.0 |
| 36 | 8  | 17 | 0 | 1000 | 4.47 | 53570.0 |
| 37 | 8  | 53 | 1 | 1200 | 3.65 | 44190.0 |
| 38 | 8  | 62 | 0 | 1000 | 4.29 | 51560.0 |
| 39 | 8  | 73 | 0 | 1200 | 0.58 | 21232.0 |
| 40 | 9  | 10 | 1 | 1000 | 0.46 | 7340.0  |
| 41 | 10 | 11 | 1 | 1000 | 1.33 | 17390.0 |
| 42 | 11 | 12 | 1 | 1200 | 0.41 | 6670.0  |
| 43 | 11 | 15 | 1 | 1200 | 2.97 | 36284.0 |
| 44 | 11 | 17 | 1 | 1200 | 2.86 | 35078.0 |
| 45 | 11 | 53 | 1 | 1000 | 2.54 | 31326.0 |
| 46 | 12 | 13 | 1 | 1200 | 0.46 | 7340.0  |
| 47 | 12 | 15 | 1 | 1200 | 2.56 | 31594.0 |
| 48 | 12 | 17 | 1 | 1200 | 2.46 | 30388.0 |
| 49 | 12 | 35 | 2 | 600  | 1.17 | 8926.0  |
| 50 | 12 | 84 | 0 | 1200 | 0.58 | 21232.0 |
| 51 | 13 | 14 | 0 | 1200 | 0.75 | 10690.0 |
| 52 | 13 | 15 | 0 | 1200 | 2.15 | 26770.0 |
| 53 | 13 | 17 | 0 | 1200 | 2.32 | 28780.0 |
| 54 | 13 | 45 | 1 | 1200 | 2.90 | 35480.0 |
| 55 | 13 | 59 | 1 | 1200 | 2.32 | 28780.0 |
| 56 | 14 | 17 | 0 | 1200 | 2.32 | 28780.0 |
| 57 | 14 | 45 | 0 | 1200 | 2.32 | 28780.0 |
| 58 | 14 | 59 | 0 | 1200 | 1.57 | 20070.0 |
| 59 | 15 | 16 | 2 | 1200 | 1.97 | 24760.0 |
| 60 | 15 | 45 | 0 | 1200 | 1.03 | 13906.0 |

|  |
|--|
| 61   15   46   1   600   1.17   8926.0   |
| 62   15   53   0   1000   4.23   50890.0 |
| 63   16   44   4   600   1.17   8926.0   |
| 64   16   45   0   1200   2.20   27440.0 |
| 65   16   61   0   1000   1.28   16720.0 |
| 66   16   77   0   1200   0.58   21232.0 |
| 67   17   18   2   1200   1.70   21678.0 |
| 68   17   59   0   1200   1.70   21678.0 |
| 69   18   50   4   600   1.17   8926.0   |
| 70   18   59   1   1200   3.31   40170.0 |
| 71   18   74   0   1200   0.58   21232.0 |
| 72   19   20   1   170   9.34   5885.0   |
| 73   19   22   1   170   18.77   11165.0 |
| 74   20   21   1   300   7.15   6960.0   |
| 75   20   21   1   170   10.32   6435.0  |
| 76   20   38   2   300   13.82   12840.0 |
| 77   20   56   0   600   1.17   8926.0   |
| 78   20   66   0   170   20.64   12210.0 |
| 79   21   57   0   600   1.17   8926.0   |
| 80   22   23   1   170   15.14   9130.0  |
| 81   22   37   2   170   20.15   11935.0 |
| 82   22   58   0   300   2.33   7510.0   |
| 83   23   24   1   170   16.51   9900.0  |
| 84   24   25   1   170   21.53   12705.0 |
| 85   24   43   0   300   2.33   7510.0   |
| 86   25   26   2   300   10.73   29636.0 |
| 87   25   26   3   170   16.91   10120.0 |
| 88   25   55   0   600   1.17   8926.0   |
| 89   26   27   2   300   14.04   25500.0 |
| 90   26   27   3   170   22.12   12760.0 |
| 91   26   29   1   170   10.81   6710.0  |
| 92   26   54   0   600   1.17   8926.0   |
| 93   27   28   3   170   8.26   5335.0   |
| 94   27   35   2   300   13.67   25000.0 |
| 95   27   53   1   600   1.17   8926.0   |
| 96   28   35   3   170   16.71   9900.0  |
| 97   29   30   1   170   6.88   4510.0   |
| 98   30   31   1   170   6.39   4235.0   |
| 99   30   63   0   300   2.33   7510.0   |
| 100   31   34   1   170   14.06   8525.0 |

|     |    |    |   |      |       |         |
|-----|----|----|---|------|-------|---------|
| 101 | 32 | 33 | 0 | 170  | 19.66 | 11660.0 |
| 102 | 33 | 67 | 0 | 300  | 2.33  | 7510.0  |
| 103 | 34 | 39 | 2 | 170  | 11.60 | 7150.0  |
| 104 | 34 | 39 | 2 | 80   | 29.68 | 6335.0  |
| 105 | 34 | 41 | 2 | 170  | 9.93  | 6215.0  |
| 106 | 35 | 46 | 4 | 170  | 21.72 | 12705.0 |
| 107 | 35 | 47 | 2 | 170  | 13.27 | 8085.0  |
| 108 | 35 | 51 | 3 | 170  | 16.02 | 9625.0  |
| 109 | 36 | 39 | 2 | 170  | 11.89 | 7315.0  |
| 110 | 36 | 46 | 2 | 170  | 6.39  | 4235.0  |
| 111 | 39 | 42 | 1 | 170  | 9.73  | 6105.0  |
| 112 | 39 | 86 | 0 | 300  | 2.33  | 7510.0  |
| 113 | 40 | 45 | 1 | 600  | 1.17  | 8926.0  |
| 114 | 40 | 46 | 3 | 170  | 8.75  | 5500.0  |
| 115 | 41 | 64 | 0 | 300  | 2.33  | 7510.0  |
| 116 | 42 | 44 | 2 | 170  | 6.98  | 4565.0  |
| 117 | 42 | 85 | 2 | 170  | 5.01  | 3465.0  |
| 118 | 43 | 55 | 0 | 1000 | 2.54  | 31326.0 |
| 119 | 43 | 58 | 0 | 1000 | 3.13  | 38160.0 |
| 120 | 44 | 46 | 3 | 170  | 16.71 | 10010.0 |
| 121 | 47 | 48 | 2 | 170  | 19.66 | 11660.0 |
| 122 | 48 | 49 | 1 | 170  | 7.57  | 4895.0  |
| 123 | 48 | 50 | 2 | 170  | 2.56  | 2090.0  |
| 124 | 48 | 51 | 2 | 170  | 21.63 | 12760.0 |
| 125 | 49 | 50 | 1 | 170  | 8.35  | 5335.0  |
| 126 | 51 | 52 | 2 | 170  | 5.60  | 3795.0  |
| 127 | 52 | 59 | 1 | 600  | 1.17  | 8926.0  |
| 128 | 53 | 54 | 0 | 1000 | 2.70  | 32120.0 |
| 129 | 53 | 70 | 0 | 1000 | 3.71  | 44860.0 |
| 130 | 53 | 76 | 0 | 1200 | 0.58  | 21232.0 |
| 131 | 53 | 86 | 0 | 1000 | 3.89  | 46870.0 |
| 132 | 54 | 55 | 0 | 1000 | 2.06  | 25028.0 |
| 133 | 54 | 58 | 0 | 1000 | 5.10  | 60940.0 |
| 134 | 54 | 63 | 0 | 1000 | 2.03  | 25430.0 |
| 135 | 54 | 70 | 0 | 1000 | 3.60  | 43520.0 |
| 136 | 54 | 79 | 0 | 1200 | 0.58  | 21232.0 |
| 137 | 56 | 57 | 0 | 1000 | 1.22  | 16050.0 |
| 138 | 58 | 78 | 0 | 1200 | 0.58  | 21232.0 |
| 139 | 60 | 66 | 0 | 300  | 2.33  | 7510.0  |
| 140 | 60 | 87 | 0 | 1000 | 3.77  | 45530.0 |

|     |    |    |   |      |       |          |
|-----|----|----|---|------|-------|----------|
| 141 | 61 | 64 | 0 | 1000 | 1.86  | 23420.0  |
| 142 | 61 | 85 | 0 | 300  | 2.33  | 7510.0   |
| 143 | 61 | 86 | 0 | 1000 | 1.39  | 18060.0  |
| 144 | 62 | 67 | 0 | 1000 | 4.64  | 55580.0  |
| 145 | 62 | 68 | 0 | 1000 | 5.57  | 66300.0  |
| 146 | 62 | 72 | 0 | 1200 | 0.58  | 21232.0  |
| 147 | 63 | 64 | 0 | 1000 | 2.90  | 35480.0  |
| 148 | 65 | 66 | 0 | 170  | 31.46 | 18260.0  |
| 149 | 65 | 87 | 0 | 300  | 2.33  | 7510.0   |
| 150 | 67 | 68 | 0 | 1000 | 2.90  | 35480.0  |
| 151 | 67 | 69 | 0 | 1000 | 2.09  | 26100.0  |
| 152 | 67 | 71 | 0 | 1200 | 0.58  | 21232.0  |
| 153 | 68 | 69 | 0 | 1000 | 1.39  | 18060.0  |
| 154 | 68 | 83 | 0 | 1200 | 0.58  | 21232.0  |
| 155 | 68 | 87 | 0 | 1000 | 1.86  | 23240.0  |
| 156 | 69 | 87 | 0 | 1000 | 1.39  | 18060.0  |
| 157 | 70 | 82 | 0 | 1200 | 0.58  | 21232.0  |
| 158 | 71 | 72 | 0 | 3200 | 1.08  | 125253.0 |
| 159 | 71 | 75 | 0 | 3200 | 1.08  | 125253.0 |
| 160 | 71 | 83 | 0 | 3200 | 0.67  | 80253.0  |
| 161 | 72 | 73 | 0 | 3200 | 1.00  | 116253.0 |
| 162 | 72 | 83 | 0 | 3200 | 1.30  | 149253.0 |
| 163 | 73 | 74 | 0 | 3200 | 1.30  | 149253.0 |
| 164 | 73 | 75 | 0 | 3200 | 1.30  | 149253.0 |
| 165 | 73 | 84 | 0 | 3200 | 0.92  | 107253.0 |
| 166 | 74 | 84 | 0 | 3200 | 1.08  | 125253.0 |
| 167 | 75 | 76 | 0 | 3200 | 1.62  | 185253.0 |
| 168 | 75 | 81 | 0 | 3200 | 1.13  | 131253.0 |
| 169 | 75 | 82 | 0 | 3200 | 0.86  | 101253.0 |
| 170 | 75 | 83 | 0 | 3200 | 1.11  | 128253.0 |
| 171 | 76 | 77 | 0 | 3200 | 1.30  | 149253.0 |
| 172 | 76 | 82 | 0 | 3200 | 0.86  | 101253.0 |
| 173 | 76 | 84 | 0 | 3200 | 0.59  | 70953.0  |
| 174 | 77 | 79 | 0 | 3200 | 1.51  | 173253.0 |
| 175 | 77 | 84 | 0 | 3200 | 1.15  | 132753.0 |
| 176 | 78 | 79 | 0 | 3200 | 1.19  | 137253.0 |
| 177 | 78 | 80 | 0 | 3200 | 0.51  | 62253.0  |
| 178 | 79 | 82 | 0 | 3200 | 0.84  | 98253.0  |
| 179 | 80 | 81 | 0 | 3200 | 1.01  | 117753.0 |
| 180 | 80 | 82 | 0 | 3200 | 1.08  | 125253.0 |
| 181 | 80 | 83 | 0 | 3200 | 0.94  | 110253.0 |
| 182 | 81 | 83 | 0 | 3200 | 0.16  | 23253.0  |
| 183 | 82 | 84 | 0 | 3200 | 1.35  | 155253.0 |

## Referências Bibliográficas

- [1] BAPTISTA, M.M. - Avaliação de Critérios de Ordenação de Adições no Planejamento a Longo Prazo de Redes de Transmissão de Energia Elétrica, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Campinas, UNICAMP, 1984.
- [2] BARR, R.S., GLOVER, F. & KLINGMAN, D. - "A New Optimization Method for Large Scale Fixed Charge Transportation Problems". Operations Research, Vol. 29, No. 3, p. 448-463, 1981.
- [3] BRADLEY, G.H., BROWN, G.G. & GRAVES, G.W. - "Design and Implementation of Large Scale Primal Transshipment Algorithms". Management Science, Vol. 24, No. 1, p. 1-34, 1977.
- [4] CONCUS, P., GOLUB, G.H. & O'LEARY, D.P. - "A Generalized Conjugate Gradient Method for the Solution of Elliptical Partial Differential Equations". In: Sparse Matrix Computations (eds. BUNCH, J.R. & ROSE, D.J.), p. 309-332, Academic Press, New York, 1976.
- [5] DECHAMPS, C. & JAMOULLE, E. - "Interactive Computer Program for Planning the Expansion of Meshed Transmission Networks". Electric Power & Energy Systems, Vol. 2, p. 103-108, 1980.



- [6] DUFF, I.S., ERISMAN, A.M & REID, J.K. - Direct Methods for Sparse Matrices. Clarendon Press, Oxford, 1986. (Monographs on Numerical Analysis).
- [7] EPRI, "Long-Range Transmission Expansion Models", EPRI Technical Planning Study TPS 79-728, EL-1569, Final Report, 1980.
- [8] FINK, L.H. - "Large Scale in Electric Energy Systems". In: Large Scale Systems (ed. HAINES, Y.Y.), North-Holland Pub. Co., Amsterdam, p. 143-154, 1982. (Studies in Management Science and Systems, Vol. 7).
- [9] FREIDENFELDS, J. - Capacity Expansion. North-Holland Pub. Co., New York, 1981.
- [10] GARVER, L.L. - "Transmission Network Estimation Using Linear Programming". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, No. 7, p. 1688-1697, 1970.
- [11] GEOFFRION, A.M. - "Elements of Large-Scale Mathematical Programming". In: Perspectives on Optimization (ed. Geoffrion, A.M.), Addison-Wesley, Reading, Mass., p. 25-57, 1972.
- [12] GEOFFRION, A.M. - "Generalized Benders Decomposition". Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 10, p. 237-260, 1972.

- [13] GILL, P.E., MURRAY, W. & WRIGHT, M.H. - Practical Optimization. Academic Press, London, 1981.
- [14] GONZAGA, C.C. & PERSIANO, R.C.M. - "Otimização e Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia". Relatório final COPPETEC, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1979.
- [15] HAIMES, Y.Y. - "Modelling of Large-Scale Systems in a Hierarchical Multiobjective Framework". In: Large Scale Systems (ed. HAIMES, Y.Y.), North-Holland Pub. Co., Amsterdam, p. 1-17, 1982. (Studies in Management Science and Systems, Vol. 7).
- [16] JENSEN, P.A. & BARNES, J.W. - Network Flow Programming, John Wiley & Sons, New York, 1980.
- [17] KENNINGTON, J. & UNGER, E. - "A New Branch-and-Bound Algorithm for the Fixed-Charge Transportation Problem". Management Science, Vol. 22, No. , p. 1116-1126, 1976.
- [18] KRUSKAL, J.B. - "On the Shortest Spanning Subtree of a Graph and the Traveling Salesman Problem". Proc. Amer. Math. Soc., Vol. 71 p. 48-50, 1956.
- [19] LUENBERGER, D.G. - Linear and Nonlinear Programming. Addison-Wesley, Reading, Mass., 2nd ed., 1984.

- [20] LEE, S.T.Y., HICKS, K.L. & HNYILICZA, E. - "Transmission Expansion by Branch-and-Bound Integer Programming with Optimal Cost-Capacity Curves". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, No. 5, p. 1390-1400, 1974.
- [21] MILLAR, W. - "Some General Theorems for Nonlinear Systems Possessing Resistance". Philosophy Magazine, Vol. 13, p. 1150-1160, 1951.
- [22] MONTICELLI, A., SANTOS Jr., A., PEREIRA, M.V., CUNHA, S.H., PARKER, B.J. & PRAÇA, J.G. - "Interactive Transmission Network Planning Using a Least-Effort Criterion". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 10, p. 3919-3925, 1982.
- [23] NAKAGAWA, J.M. - Planejamento de Redes Telefônicas: Alocação de Centros de Fios. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Campinas, UNICAMP, 1984.
- [24] PEREIRA, M.V.F., PINTO, L.M.V.G, CUNHA, S.H.F & OLIVEIRA, G.G. - "A Decomposition Approach to Automated Generation/Transmission Expansion Planning". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No. 11, p. 3074-3083, 1985.

- [25] ROMAN, H.T., SWEETMAN, N. & Van OLINDA, P. - "The Graphic Planning System - An Interactive Planning Tool for Power System Analysis". IEEE Paper A76 507-4, apresentado no PES Summer Meeting, Portland, Or., julho 1976.
- [26] SAID, A., FRANÇA, P.M. & SANTOS Jr., A. - "An Efficient Optimization Method for Transmission Expansion Planning". Preprints of the IEAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems, p. 167-172, Rio de Janeiro, julho, 1985.
- [27] SALKIN, H.M. - Integer Programming. Addison-Wesley, Reading, Mass., 1975.
- [28] SANTOS Jr., A., FRANÇA, P.M. & SAID, A. - "An Optimization Model for Long-Range Transmission Expansion Planning". IEEE/PES 1988 Winter Meeting, paper 88 WM 207-3, New York, Feb., 1988. (a ser publicado no IEEE Transactions on Power Systems).
- [29] SANTOS Jr., A. - Síntese Conceitual Estática de Redes de Energia Elétrica. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Campinas, UNICAMP, 1981.
- [30] SUN, D.I., FARRIS, D.R., COTE, P.J., SHOULTS, R.R. & CHEN, M.S. - "Optimal Distribution Substation and Primary Feeder Planning Via the Fixed Charge Network Formulation". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, p. 602-608, 1982.

- [31] VILLASANA, R., GARVER, L.L & SALON, S.J. - "Transmission Network Planning Using Linear Programming". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No. 2, p. 349-356, 1985.