

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica
Departamento de Comunicações

*Este exemplar corresponde à redação final
da tese defendida por Edson José Nagle e
aprovada pela comissão julgadora em 24 de julho de 1989.*

José Geraldo Chiquito

Equalizadores variáveis de Bode aplicados à transmissão digital e à simulação de cabos

Dissertação de mestrado

Edson José Nagle
Orientador: José Geraldo Chiquito

Julho 1989

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Para Maria, Antonio e Geny.

Agradecimentos

O trabalho que resultou nesta dissertação foi muitas vezes solitário, uma vez que não havia outras pessoas estudando assuntos relacionados a seu tema durante toda a sua duração. Entretanto, muitas pessoas e algumas instituições participaram e influenciaram na sua elaboração. Ao lembrar delas, e por não encontrar lugar melhor para isso, aproveito para caracterizar um pouco o ambiente em que este trabalho se concretizou.

Meu orientador, José Geraldo Chiquito, com sua seriedade, objetividade e franqueza no trato de qualquer problema, técnico ou não, e com sua tolerância a idéias e procedimentos algumas vezes radicalmente contrários a suas convicções, superou amplamente minhas expectativas iniciais e possibilitou uma convivência muito rica. Amauri Lopes acompanhou diretamente a trajetória que resultou neste trabalho, desde as aulas de Transmissão de Dados, na graduação, passando por inúmeros papos e discussões técnicas, até a revisão da dissertação. A convivência com estas duas pessoas reforçou em mim uma profunda admiração por elas e por seus trabalhos.

Os trabalhos de Hélio Waldman, José Geraldo Chiquito, Amauri Lopes, Sérgio Bonfá e Eliana Alves, entre outros, formam em conjunto uma base extensa e sólida, que motivou este trabalho, tornou muito interessante a sua fase inicial e foi referenciada ao longo de toda a dissertação. Eliana Alves me cedeu gentilmente os originais de algumas figuras.

Chu Yann Bor, em seu primeiro estágio de iniciação científica, me auxiliou na obtenção dos resultados experimentais. Espero sinceramente que o resultado final deste estágio, no qual a maior fonte de dificuldades foi nossa inexperiência, tenha sido para ele um aprendizado tão importante quanto foi para mim.

Grande parte do tempo consumido por este trabalho foi destinado a uma verdadeira luta com o computador. As condições adversas de uso e os recursos mal distribuídos só foram amenizados pela postura quase sempre cordial do pessoal do Centro de Computação da UNICAMP, e pelos companheiros de terminais, aqueles que ciclicamente compartilham as dificuldades com a programação e as deficiências do sistema. Dentre as várias pessoas que conheci no Centro de Computação, gostaria de destacar o apoio decisivo dado por Cláudio Sérgio da Rós de Carvalho, que me deu as primeiras e as últimas dicas sobre sistema \LaTeX , no qual foi composto este texto. Dentre os companheiros de terminais, para citar apenas alguns, facilitaram muito minha vida as dicas do Ariovaldo, do Furio e, particularmente de Maria

Amélia Biaggio, a Meime, que algumas vezes “passeou” comigo pelos corredores do Instituto de Matemática, na busca de solução para um problema que não era seu. Atitude igualmente marcante foi a de Hiroco Oniki, que, também sem ter nada a ver com isso, compartilhou comigo o sufoco do primeiro relatório enviado à FAPESP, orientando-me na organização da bibliografia e chegando a ajudar na datilografia.

Três outras pessoas leram este trabalho, comentaram e contribuíram na sua revisão. Christiano Lyra Filho se concentrou no capítulo que trata da otimização de circuitos equalizadores; além de diminuírem a minha insegurança, as conversas com ele me levaram a lamentar muito que não tivessem acontecido antes. Carlos Menezes Diniz Júnior leu o trabalho todo pelo menos duas vezes e achou nele até palavras em alemão! Finalmente, a companheirinha Jô leu e releu o trabalho, em partes e no todo, e, pela especificidade e natural desinteresse provocado por um tema tão diferente de seu trabalho, nunca entendeu quase nada; tamanho exercício de abstração eu só posso entender como uma prova de amor.

Citadas algumas pessoas que compartilharam o *habitat* do trabalho, passo às instituições. Este trabalho se desenvolveu exclusivamente com recursos disponíveis na UNICAMP, em seus computadores e no espaço denominado hoje Laboratório de Processamento de Sinais, da Faculdade de Engenharia Elétrica. Foram fundamentais para sua realização bolsas de estudo fornecidas pela FAPESP e UNICAMP (Bolsa de Incentivo Acadêmico, concretizada através de contratação temporária). Desde março deste ano sou bolsista da CAPES.

Gostaria de destacar a seriedade do tratamento dispensado ao bolsista por parte da FAPESP, através de uma amostra bastante simples: o primeiro e único atraso no pagamento da bolsa da FAPESP em mais de dois anos aconteceu por atraso na entrega de um relatório. Além disso, minha pequena experiência indica que a FAPESP, como está estruturada atualmente, nos recebe com um atendimento ágil e gentil, é cuidadosa na aplicação de seus recursos e possui uma burocracia enxuta. Arrisco afirmar que esta instituição é um contra-exemplo à idéia de que a ineficiência é intrínseca a tudo relacionado ao Estado e ao serviço público, ou, ainda, intrínseca ao país em que vivemos. Além de desmistificador, este contra-exemplo aponta algumas mudanças necessárias e urgentes para a Universidade.

Conteúdo

Introdução	1
1 Simuladores de cabo e equalização em sistemas MCP	7
1.1 Transmissão digital via cabos	7
1.2 Caracterização da resposta de cabos multipares	10
1.3 Simuladores de cabo	14
1.4 Conformação do canal de transmissão	16
1.5 Equalização em sistemas de transmissão digital	18
1.6 Critérios para a avaliação do desempenho de equalizadores variáveis	21
1.6.1 Erro de aproximação	22
1.6.2 Diagramas de olho	24
1.6.3 Distorção quadrática média	26
2 Equalizadores variáveis de Bode	29
2.1 Fundamentos teóricos	30
2.2 A configuração clássica	34
2.3 Equalizadores variáveis elementares	41
2.4 Comportamento dos pólos e zeros em função da resistência variável	47
2.5 Implementação da resistência variável	50
2.5.1 Utilização de diodos como resistências variáveis	51
2.5.2 Análise da distorção introduzida pela resistência variável	53
2.5.3 Equalização variável automática	56
3 Projeto de equalizadores variáveis ótimos	61
3.1 O processo de otimização	61
3.2 Uma abordagem inicial: o método do gradiente	63
3.2.1 Determinação da direção de busca	64
3.2.2 Avaliação aproximada de derivadas parciais	64
3.2.3 Busca unidimensional	66
3.2.4 O primeiro algoritmo implementado	67
3.3 Algoritmos de otimização mais eficientes	69
3.3.1 Cálculo aproximado da Hessiana	71
3.3.2 A biblioteca NAG	72

3.3.3	Dificuldades com a convergência	75
3.3.4	O método do politopo (simplex)	81
3.4	Exemplo de projeto	83
3.5	Busca sistemática de soluções ótimas	87
4	Aplicações	99
4.1	Equalizadores variáveis para sistemas MCP	99
4.1.1	Implementação para especificações do MCP-30	99
4.2	Considerações finais	104
A	Os programas e subprogramas desenvolvidos	111
A.1	Programas de otimização usando a biblioteca NAG	111
A.2	Avaliação do erro de amplitude quadrático médio	116
A.3	Avaliação da distorção quadrática média nos instantes de amostragem	118
A.4	Outros subprogramas	120
A.5	Apresentação dos resultados	120
A.6	Listagem dos programas e subprogramas desenvolvidos	120
A.6.1	Programas de otimização	120
A.6.2	Avaliação do erro de amplitude quadrático médio	128
A.6.3	Avaliação da distorção quadrática média nos instantes de amostragem	131
A.6.4	Cálculo do pulso equalizado, da resposta do equalizador variável e da resposta do canal ideal	134
A.6.5	Apresentação dos resultados	136
	Bibliografia	141

Introdução

Uma das características mais interessantes da transmissão digital é a possibilidade de regeneração dos pulsos transmitidos, eliminando-se assim as perturbações introduzidas pelo ruído e pela distorção do canal. Para que a regeneração seja possível, em geral é necessário que o sinal recebido sofra um processamento linear (filtragem). Os objetivos deste processamento são a limitação do ruído introduzido na transmissão e o controle das interferências entre símbolos provocadas pelo alargamento temporal dos pulsos transmitidos, devido à limitação da resposta em frequência do meio de transmissão. Este processo de filtragem, que é conhecido por *equalização*, se constitui numa das operações mais importantes realizadas pelos circuitos de um repetidor regenerativo para sinais modulados em código de pulsos (MCP).

Na transmissão digital via cabos, as características elétricas do meio transmissor não são uniformes, variando, dentro de certos limites, com o comprimento e o calibre dos cabos utilizados e com as condições ambientes (temperatura e umidade). Isto impõe que as curvas de equalização sejam também variáveis, para que se ajustem automaticamente à resposta do cabo utilizado.

Geralmente, os equalizadores de repetidores regenerativos são compostos por dois circuitos conectados em cascata: um *equalizador fixo*, em cuja construção supõe-se que o meio transmissor é um cabo com resposta padronizada, fixa e conhecida, e um *equalizador variável*, que compensa automaticamente as variações da resposta do cabo utilizado em relação à resposta padrão, para a qual o equalizador fixo foi projetado. Esta divisão se justifica pela maior dificuldade de implementação dos equalizadores variáveis. Os equalizadores fixos, por outro lado, podem ser sintetizados com a precisão que se queira com relativa facilidade. Por este motivo, alguns equalizadores variáveis primitivos são formados por conjuntos de equalizadores fixos que, combinados, possibilitam a seleção de uma resposta que se adapte melhor às características do meio de transmissão. Esta idéia é utilizada até hoje para muitas aplicações, como, por exemplo, na transmissão de sinais de vídeo entre a câmara e o equipamento de estúdio. A sua grande deficiência é não permitir a compensação de variações na resposta do cabo devido às condições ambientes, além de exigir um ajuste caso a caso, o que é inviável no caso de linhas MCP.

Uma série de trabalhos desenvolvidos na UNICAMP¹ estudam a compensação

¹Particularmente, os trabalhos *Equalização variável em repetidores MCP* (Chiquito 1983) e *Estudo de um simulador automático de cabo para o repetidor MCP duobinário modificado* (Alves 1985) serão

automática de variações na resposta do cabo transmissor. Esta compensação é tradicionalmente feita (i) especificando-se uma atenuação máxima permitida para o trecho de cabo que une dois repetidores e (ii) utilizando-se um circuito (o equalizador variável) para *simular* um trecho de cabo adicional, de forma que a resposta do conjunto cabo/equalizador variável permaneça constante e se aproxime ao máximo da resposta padrão. Neste caso, o equalizador variável é um *simulador de cabo*, para o qual a atenuação do trecho de cabo simulado é controlada automaticamente a partir do próprio sinal recebido pelo repetidor.

Nos trabalhos citados acima, a equalização variável é obtida através da variação dos pólos de um circuito que contém capacitores variáveis, construídos utilizando-se transistores de reatância. A variação das capacitâncias conduz a respostas que se aproximam às de trechos de cabo com diferentes atenuações. A viabilidade deste tipo de circuito decorre da possibilidade de simular as resposta de trechos de cabo mantendo-se uma proporcionalidade entre os pólos. Ou seja, da possibilidade de controlar as posições dos pólos a partir de um único sinal de controle. Estes equalizadores são denominados *simuladores com pólos relacionados*².

A síntese de equalizadores variáveis é feita, nestes trabalhos, através de tabelas que mapeiam os desempenhos do circuito na simulação de cabos de algumas atenuações, em função da posição de cada um de seus pólos. Para cada atenuação considerada, haverá uma posição ótima para cada pólo. A determinação dos parâmetros do circuito para que seu desempenho seja ótimo é feita em três etapas:

- (i) Define-se um desempenho mínimo para o equalizador variável.
- (ii) Considerando-se a posição de cada pólo no eixo real do plano s , determinam-se as regiões em torno dos pontos ótimos nas quais os desempenhos do simulador para cada atenuação se mantêm acima do mínimo.
- (iii) Obtém-se constantes de proporcionalidade entre as freqüências de corte de cada pólo do circuito, de forma a otimizar o seu desempenho para todas as atenuações consideradas, procurando fazer com que o desempenho do equalizador seja superior ao mínimo em todas as atenuações.

A grande deficiência deste procedimento de síntese, que impede a sua utilização para circuitos mais complexos, é o mecanismo de obtenção dos parâmetros ótimos do circuito: as constantes de proporcionalidade são obtidas a partir da análise do desempenho do circuito simulador para *todas* as combinações possíveis para o posicionamento dos pólos. Para circuitos de um ou dois pólos, esta técnica é eficiente. Entretanto, à medida em que o número de pólos aumenta, o número de combinações cresce exponencialmente. Para três pólos, a obtenção das constantes de proporcionalidade é bastante trabalhosa, sendo impraticável para quatro pólos ou mais³. Uma

referenciados ao longo de toda a dissertação.

²Alves 1985, obra citada.

³Alves 1985, obra citada, cap. 5.

vez que o aumento do número de pólos é inviável, para obter circuitos mais precisos, é necessário utilizar outras técnicas.

Na avaliação experimental do desempenho de sistemas de transmissão digital, entre outras aplicações, são largamente utilizados *simuladores de cabo de precisão*. Estes instrumentos reproduzem com fidelidade as respostas de cabos reais de diferentes atenuações. A construção de simuladores de cabos de laboratório foi pouco estudada anteriormente na UNICAMP⁴. Alguns trabalhos recentes estudam a simulação por computador de linhas de assinantes considerando a possibilidade da existência de derivações (para o estudo das RDSI — Redes Digitais de Serviços Integrados)⁵.

Na construção de simuladores de cabo de laboratório, a solução para a necessidade de respostas precisas para atenuações variando continuamente é, em geral, exatamente a mesma adotada para os primeiros equalizadores variáveis: a síntese de circuitos simuladores para algumas atenuações e a combinação destes circuitos para obter outras respostas. Se o intervalo entre as atenuações simuladas for pequeno, a impossibilidade de obter-se variação contínua na atenuação dos cabos simulados será imperceptível para esta aplicação.

Caracterizamos até aqui dois problemas semelhantes, a construção de simuladores de cabo de precisão e de equalizadores variáveis para repetidores MCP, assim como soluções tradicionais para cada um deles. O objetivo básico deste trabalho é o estudo de estratégias alternativas para solucionar estes dois problemas. Pela semelhança entre os temas, é evidente que as técnicas de simulação da resposta de linhas de transmissão podem ser aplicadas diretamente no projeto de equalizadores variáveis, e vice-versa. Por isso, estes dois problemas são abordados conjuntamente.

Ao procurar soluções alternativas, uma das principais preocupações deste trabalho é desenvolver estratégias que permitam a síntese sistemática de circuitos para estas aplicações. Foram dados dois passos nessa direção:

- (i) Utilização do método de síntese de equalizadores variáveis desenvolvido por Bode, que, como veremos adiante, resulta em circuitos que apresentam uma propriedade muito interessante: para a reprodução de respostas de atenuações suficientemente pequenas, a síntese precisa para uma única atenuação garante um desempenho satisfatório para as demais. Ou seja, nestas condições o problema se reduz, praticamente, à síntese de um equalizador fixo. Como veremos, para um equalizador de Bode, a síntese da resposta para uma determinada atenuação se resume à síntese de uma impedância; para este problema existem métodos bastante conhecidos⁶.
- (ii) Obtenção de desempenhos ótimos, através da aplicação de algoritmos de otimização.

⁴Romano (1974, *Simuladores de linha*) discute a implementação de simuladores para atenuações fixas e Chiquito (1983, obra citada) faz um extenso apanhado bibliográfico, discutindo detalhadamente diversas técnicas de construção de simuladores de cabo.

⁵Almeida 1988, *A linha de assinantes na Rede Digital de Serviços Integrados: Modelamento e simulação*. Freitas 1985, *Digitalização da linha de assinante: Modelamento e simulação*.

⁶Ver, por exemplo, Van Valkenburg 1960, *Introduction to modern network synthesis*, caps. 5 a 8.

Os circuitos conhecidos por *equalizadores variáveis de Bode* foram concebidos para compensar variações com a temperatura nas respostas das primeiras linhas de transmissão telefônica a grandes distâncias⁷. Os grandes atrativos destes circuitos são: análise matemática simples, versatilidade e capacidade de reprodução precisa de respostas variáveis. A idéia de utilizar equalizadores variáveis de Bode em sistemas de transmissão digital é recente mas não é inédita. No repetidor integrado desenvolvido pela GTE-Lenkurt⁸, por exemplo, a compensação de variações na resposta da linha de transmissão é feita por duas células equalizadoras em cascata. Por outro lado, estes circuitos foram aperfeiçoados por métodos de síntese que permitem obter respostas precisas para atenuações limitadas⁹, visando, entre outras aplicações, a equalização de cabos telefônicos submarinos. A possibilidade prática de se obter respostas variáveis precisas reforça a idéia de utilizar estes circuitos na construção de simuladores de cabo de laboratório com variação contínua de atenuação.

Os algoritmos de otimização, através de diferentes estratégias, buscam iterativamente um ponto de mínimo de funções multivariáveis. A elaboração de um programa de otimização se divide basicamente em duas etapas:

- (i) Modelamento e determinação de um *índice de desempenho* para circuito, em função dos parâmetros a serem otimizados e de acordo com a aplicação.
- (ii) Escolha e implementação de um algoritmo de otimização apropriado, em função das características matemáticas da função índice de desempenho adotada.

O resultado da aplicação de um programa de otimização é, idealmente, a obtenção de um ponto de mínimo (ou máximo) local do índice de desempenho, a partir de um ponto inicial fornecido pelo usuário.

Além dos problemas que serão estudados neste trabalho, a construção de simuladores de cabo de precisão e de equalizadores variáveis para repetidores MCP, estão agora definidas as ferramentas que serão aplicadas na sua solução: a utilização de equalizadores variáveis de Bode e o desenvolvimento de programas para a otimização automática do desempenho de circuitos equalizadores. A seguir será apresentada a estruturação da dissertação.

No capítulo 1 são caracterizadas pormenorizadamente as aplicações para as quais estarão voltados os demais capítulos. A partir de vários trabalhos anteriores desenvolvidos na UNICAMP na área de transmissão digital, são desenvolvidos modelos para a caracterização de um canal de transmissão digital e das respostas de cabos telefônicos utilizados em sistemas MCP. O problema da simulação da resposta de cabos é introduzido a partir do estudo das especificações e do funcionamento do simulador de variação discreta de atenuação TRPCM-WG. A seguir, discute-se o problema do controle da interferência entre símbolos em sistemas MCP, resultando na definição de

⁷Bode 1938, "Variable equalizers".

⁸Cheung *et al.* 1979, "Key aspects in the development of a 48-channel Duobinary PCM repeater".

⁹Corbett 1976, "Accurate wide band curve fitting for adjustable equalizers". Haas 1965, "Theory and design of an adjustable equalizer". Brading 1972, "Exact method for adjustable equalizers".

uma resposta necessária para o canal de transmissão, através da aplicação do critério de Nyquist. Determina-se então a resposta do circuito equalizador necessária para que a resposta do canal de transmissão se aproxime da estabelecida pelo critério de Nyquist, em função da resposta do meio de transmissão. Neste ponto, fica evidenciada a semelhança entre as respostas necessárias para o equalizador variável de um sistema de transmissão digital e as respostas desejadas para simuladores de cabo. O primeiro capítulo é concluído com o desenvolvimento de critérios para a avaliação do desempenho de equalizadores variáveis de repetidores MCP e de simuladores de cabo.

No capítulo 2 é apresentado o método de síntese de equalizadores variáveis desenvolvido por Bode. Após uma caracterização inicial genérica, é detalhado o funcionamento da configuração mais difundida dos equalizadores de Bode e são apresentadas as respostas teóricas de alguns equalizadores variáveis elementares. A seguir, é feita a decomposição da resposta de um equalizador de Bode elementar em pólos e zeros, possibilitando a comparação dos deslocamentos observados nestas singularidades, quando se varia o valor da resistência, com o comportamento dos equalizadores tradicionais, cujas diversas respostas são obtidas através da movimentação dos seus pólos sobre o eixo real do plano s . O segundo capítulo é concluído com o desenvolvimento de resistências variáveis que permitam o controle automático das curvas de equalização, através de arranjos contendo diodos semicondutores. Este estudo é acompanhado de uma caracterização experimental, que explicita a dependência do valor da resistência variável com a corrente de polarização dos diodos que a compõem. Finalmente, as distorções introduzidas pela resistência variável implementada foram medidas e comparadas às obtidas através de um único diodo.

No capítulo 3 é estudada a otimização do desempenho de circuitos equalizadores. Após uma discussão genérica sobre o processo de otimização, são descritas as etapas envolvidas na elaboração de um algoritmo de otimização simples, tomando por base a experiência adquirida na implementação de um programa que se baseia no método do gradiente, numa fase inicial deste trabalho. A análise das deficiências deste programa inicial evidenciou a necessidade da utilização de algoritmos de otimização mais eficientes. Na confecção de um novo programa, optou-se pela utilização da biblioteca de *software* NAG. A análise cuidadosa dos algoritmos disponíveis levou à adoção de uma sub-rotina desta biblioteca que utiliza o método de Gauss-Newton corrigido, específico para índices de desempenho compostos por somas de quadrados. Neste método, próprio para funções suaves, a concavidade da função multivariável em otimização é estimada através de aproximações das derivadas de segunda ordem, obtidas a partir da avaliação aproximada do Jacobiano desta função por diferenças finitas (o Jacobiano é composto por derivadas de primeira ordem). É discutida ainda uma sub-rotina alternativa, baseada no método dos politopo. Este método é o mais genérico disponível na biblioteca NAG, sendo potencialmente menos eficiente e indicado apenas para funções mal comportadas. O seu princípio de funcionamento é completamente diferente dos métodos específicos para funções suaves, o que o torna um excelente instrumento para, a partir do cruzamento dos resultados, garantir a qualidade da otimização.

Ainda no capítulo 3, é apresentado um exemplo de projeto, com a finalidade de definir os resultados a serem perseguidos em outros projetos de equalizadores variáveis. Estas informações foram utilizadas na elaboração de uma estratégia para sistematizar a síntese de circuitos equalizadores variáveis. O resultado deste trabalho é um conjunto de tabelas, mostrando o desempenho de circuitos equalizadores formados por até três células básicas para diferentes índices de desempenho e gamas de atenuação. Este conjunto de tabelas forma um catálogo de desempenhos ótimos de equalizadores variáveis, bastante útil para delimitar os desempenhos teóricos que podem ser atingidos por cada configuração, servindo de base para orientar projetos futuros e avaliar comparativamente seus desempenhos.

O capítulo 4 procura mostrar o potencial da junção das ferramentas desenvolvidas nos capítulos 2 e 3 na resolução dos problemas práticos equacionados no primeiro capítulo. Inicialmente, é retomado o estudo do equalizador variável projetado na seção 3.4, baseado nas especificações do sistema MCP-30. Após o cálculo dos valores dos componentes deste circuito, é realizada uma montagem para avaliar os erros introduzidos pela implementação. Os erros de implementação são então comparados com os erros entre a resposta teórica do circuito e a resposta desejada.

O capítulo 4 é concluído com um levantamento dos principais resultados obtidos e com a indicação de possibilidades de investigações futuras relacionadas com o tema deste trabalho.

Os programas de otimização desenvolvidos são apresentados e comentados em apêndice.

As referências foram feitas em nota de rodapé, para informar rapidamente os autores, o ano de publicação, a obra citada, e, eventualmente, delimitar páginas. As referências bibliográficas completas são apresentadas no final da dissertação.

Capítulo 1

Simuladores de cabo e equalização em sistemas MCP

1.1 Transmissão digital via cabos

Os sistemas de Modulação por Codificação de Pulsos (MCP) possibilitam a transmissão de sinais digitais, obtidos muitas vezes a partir da digitalização de sinais analógicos. Particularmente, na transmissão telefônica são realizadas as seguintes operações em cada canal de um sistema MCP:

- (i) os sinais analógicos de vários canais telefônicos são digitalizados — limitados em faixa através de filtragem, amostrados e quantizados — transformando-se de sinais contínuos em conjuntos de dígitos (palavras);
- (ii) as palavras correspondentes aos diversos canais analógicos são multiplexadas no tempo, gerando a seqüência binária a ser transmitida pelo canal digital;
- (iii) esta seqüência binária é codificada, para possibilitar a transmissão;
- (iv) o sinal MCP, um trem de pulsos contendo a seqüência digital codificada, é transmitido através de um canal digital composto por repetidores regenerativos distribuídos regularmente ao longo do meio de transmissão;
- (v) no terminal receptor este trem de pulsos é recuperado e decodificado;
- (vi) o sinal binário resultante é demultiplexado;
- (vii) as palavras digitais correspondentes aos diversos canais são reconvertidas à sua forma analógica.

A figura 1.1 esquematiza estas operações. Por simplicidade, neste esquema foram consideradas apenas trajetórias entre duas centrais telefônicas, numa única direção.

A informação a ser transmitida por um canal digital é uma seqüência binária aleatória $\{a_n\}$. As características físicas do meio de transmissão muitas vezes exigem

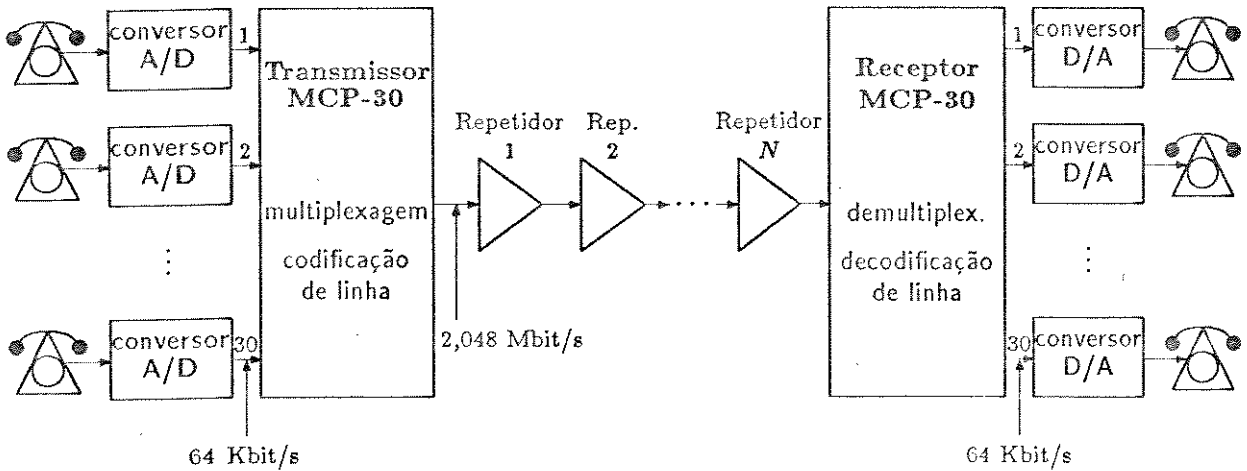


Figura 1.1: Esquema simplificado do sistema MCP-30.

a conversão da seqüência $\{a_n\}$ numa outra, $\{b_n\}$, de acordo com um código de linha. Em geral, o sinal transmitido é uma seqüência de pulsos com amplitudes proporcionais aos termos da seqüência derivada $\{b_n\}$ (*Modulação por Amplitude de Pulsos*). Este sinal é dado por:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n p(t - nT) \quad (1.1)$$

onde $1/T$ é a taxa de transmissão de dígitos e $p(t)$ é o pulso básico de transmissão. A forma do pulso $p(t)$ deve ser tal que cada pulso não se sobreponha aos adjacentes.

O sinal digital $s(t)$ pode ser obtido através da aplicação de um sinal $g(t)$, um trem de impulsos ponderados pela seqüência $\{b_n\}$, a um sistema linear com resposta impulsiva $p(t)$. Ou seja:

$$s(t) = g(t) * p(t) = p(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t - nT) \quad (1.2)$$

Uma das características mais interessantes da transmissão digital é a possibilidade de regeneração dos pulsos transmitidos, eliminando-se assim as perturbações introduzidas pelo meio de transmissão (ruídos e distorções). Quando essas perturbações são suficientemente pequenas, cada repetidor transmite adiante um sinal idêntico ao emitido no terminal transmissor. Como as distorções e ruídos aumentam com a distância entre repetidores, a qualidade da transmissão pode ser controlada pelo número e pela distribuição apropriada de repetidores entre os terminais transmissor e receptor. Neste trabalho consideramos apenas a transmissão de sinais telefônicos através

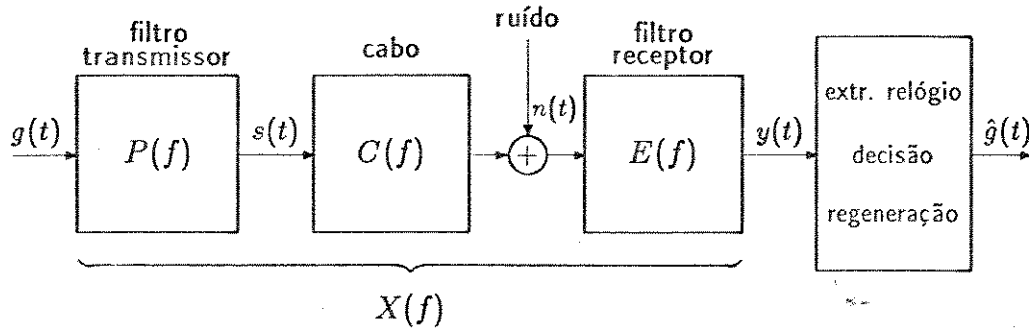


Figura 1.2: Modelo para uma célula regenerativa.

de cabos. O canal digital considerado é formado por trechos de cabo e repetidores regenerativos.

Um canal de transmissão de sinais digitais pode ser decomposto em células regenerativas, formadas pelo circuito transmissor de um determinado repetidor, pelo trecho de cabo que o une ao repetidor seguinte e pelos circuitos de recepção, extração de relógio, decisão e regeneração deste segundo repetidor, como indica a figura 1.2.

Neste esquema, o filtro transmissor $P(f)$, que não existe fisicamente, tem uma resposta igual à transformada de Fourier do pulso básico de transmissão $p(t)$; $C(f)$ é a função de transferência do trecho de cabo que une dois repetidores; $n(t)$ é ruído introduzido pelo cabo; e $E(f)$ é a função de transferência do filtro de recepção (resposta do circuito equalizador). O conjunto filtro transmissor/cabo/equalizador é denominado canal de transmissão, e sua função de transferência é dada por:

$$X(f) = P(f)C(f)E(f) \quad (1.3)$$

A forma do pulso equalizado (dada por $x(t)$, a resposta impulsiva do canal de transmissão) deve ser tal que as interferências entre símbolos produzidas pelo alargamento no tempo dos pulsos transmitidos sejam mínimas. Na ausência de ruído, o sinal na saída do equalizador será uma seqüência de pulsos equalizados ponderados por $\{b_n\}$. Ou seja:

$$y(t) = g(t) * x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n x(t - nT) \quad (1.4)$$

Nos instantes de amostragem, é desejável que o sinal equalizado $y(t)$ não apresente nenhuma interferência de pulsos adjacentes. O sinal $y(t)$, contaminado pelo ruído de transmissão filtrado pelo circuito equalizador e pela interferência entre símbolos residual, é processado pelos circuitos de decisão e regeneração para gerar a seqüência digital $\{\hat{b}_n\}$, contida no sinal $\hat{s}(t)$ a ser enviado ao próximo trecho de cabo. Na ausência de erros de detecção, as seqüências $\{b_n\}$ e $\{\hat{b}_n\}$ são idênticas.

A forma do pulso básico de transmissão é geralmente retangular com largura $\tau = T$ ou $\tau = T/2$ (fator de ocupação 100% ou 50%), onde T é o período de emissão de pulsos, como anteriormente. Esta escolha se justifica (i) pela simplicidade da geração de pulsos retangulares com estas larguras a partir dos circuitos digitais de codificação de linha e da onda de relógio e (ii) pela alta eficiência no aproveitamento da energia da fonte de alimentação através da utilização, no estágio de saída da cada repetidor, de transistores chaveando entre corte e saturação. Para pulsos retangulares de amplitude A e largura τ , a resposta do filtro transmissor é dada por:

$$P(f) = A\tau \operatorname{sinc}(\tau f) \quad (1.5)$$

Na transmissão por cabos telefônicos multipares o ruído predominante é o de diafonia¹, resultado da interferência entre os diversos sinais transmitidos num mesmo cabo. Esta interferência é consequência do acoplamento eletromagnético entre os diversos pares de condutores que compõem um cabo telefônico, e é agravada pelas frequências relativamente altas inerentes ao sinal MCP. Nas proximidades das centrais telefônicas também é significativo o ruído de chaveamento². Esta componente do ruído pode ser controlada pela diminuição da distância entre repetidores nas proximidades das centrais.

Uma descrição do funcionamento dos circuitos não lineares envolvidos no processo de regeneração do trem de pulsos transmitido pode ser encontrada nos trabalhos de Chiquito, Lopes e Bonfá³. Em particular, o problema da extração do sinal de relógio foi estudado mais profundamente por Yumiko Arakaki⁴ e em alguns trabalhos anteriores por ela citados⁵.

Os dois blocos restantes da célula regenerativa da figura 1.2, a linha de transmissão $C(f)$ e circuito equalizador $E(f)$, serão caracterizados com mais detalhes nas próximas seções.

1.2 Caracterização da resposta de cabos multipares

Na transmissão MCP são geralmente utilizados cabos telefônicos, conjuntos de pares de condutores de cobre isolados por papel ou plástico e trançados. Não há, no percurso entre dois repetidores, nem derivações e nem variações no calibre dos fios utilizados. As características elétricas dos cabos são determinantes na escolha da taxa

¹Chiquito 1983, *Equalização variável em repetidores MCP*, seq. II.4, pp. 52-69.

²Alves 1985, *Estudo de um simulador automático de cabo para o repetidor MCP Duobinário Modificado*, p. 12.

³Chiquito 1983, obra citada, cap. VI. Chiquito et al. 1983, *Repetidor duobinário: Circuitos de extração de relógio, decisão, regeneração e saída*.

⁴Arakaki 1986, *Extração de relógio em sistemas duobinários*.

⁵Borelli et al. 1974, *Extração de tempo em repetidores regenerativos*. Motoyama e Waldman 1975, *Decisão e extração da onda do tempo em repetidores regenerativos de sinais MCP em 2,048 Mb/s*.

de símbolos, da máxima distância entre repetidores, do número de canais em cada par de fios e da resposta dos equalizadores.

Os cabos telefônicos são meios dispersivos que introduzem perdas crescentes com a frequência. A resposta em frequência medida para um cabo multipar Pirelli 22 AWG é mostrada na figura 1.3⁶.

A resposta de amplitude de um cabo multipar pode ser bem aproximada por:

$$|C(f)| = 10^{-A(a+b|f|^k)} \quad (1.6)$$

onde a , b e k são constantes positivas e A é a atenuação em dB introduzida pelo cabo numa frequência de referência. Para um conjunto de cabos multipares Pirelli 22 AWG e para A expressando a atenuação do cabo na frequência $f_R = 1,024$ MHz, foram determinados⁷:

$$a = 5,0 \times 10^{-3}$$

$$b = 6,5 \times 10^{-6}$$

$$k = 0,64$$

A figura 1.4⁸ compara as respostas de amplitude obtidas experimentalmente (figura 1.3a) e analiticamente através da expressão (1.6). Os erros de aproximação observados são menores que as diferenças medidas entre as respostas de diversos cabos com a mesma atenuação na frequência de referência e com especificações de fábrica idênticas.

A linha de transmissão é um sistema de fase mínima generalizada⁹, o que implica que sua resposta de fase pode ser decomposta em duas parcelas:

$$\angle C(f) = \angle \hat{C}(f) - 2\pi\tau f \quad (1.7)$$

onde $\angle \hat{C}(f)$ é a componente não linear com a frequência, que pode ser calculada a partir da resposta de amplitude. A componente linear $2\pi\tau f$ produz um atraso de propagação τ igual para todas as frequências do sinal na entrada do cabo. Este atraso é função do comprimento do cabo e da velocidade de propagação. Como o atraso de propagação não altera a forma do sinal transmitido, normalmente não é necessário considerá-lo na transmissão de sinais digitais. Excluída essa componente linear associada ao atraso de propagação, a resposta de fase derivada da expressão (1.6) será dada por¹⁰:

$$\angle \hat{C}(f) = -bA \operatorname{tg} \left(\frac{k\pi}{2} \right) \ln 10 |f|^k \quad [\text{rad.}] \quad (1.8)$$

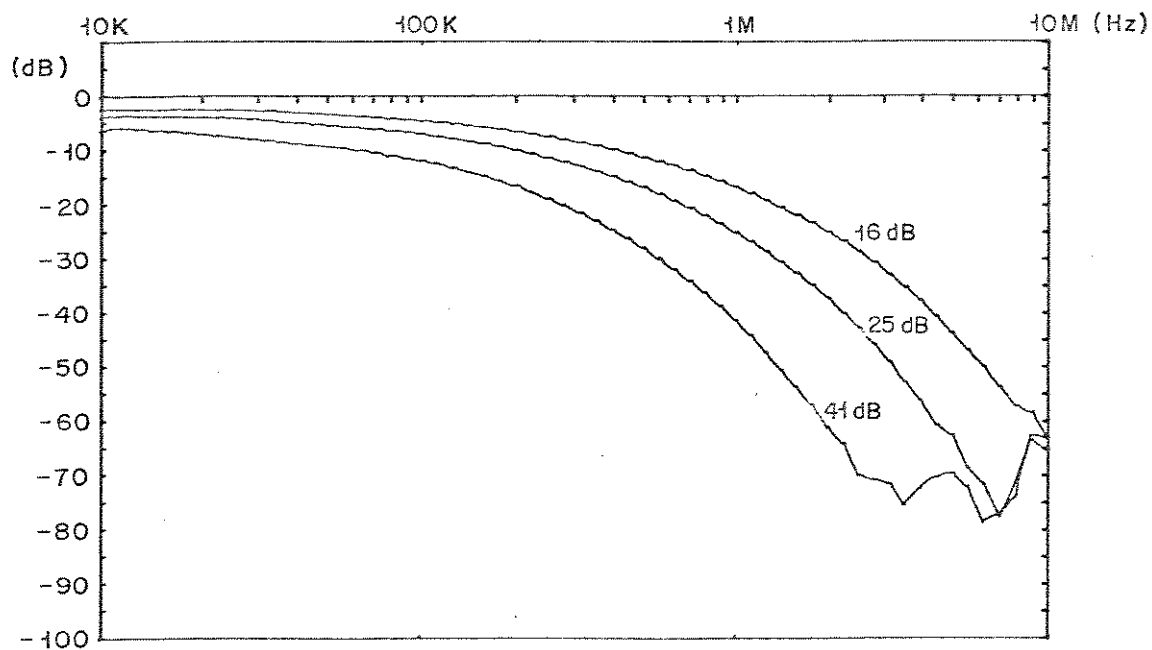
⁶Reproduzida de: Alves 1985, *Estudo de um simulador automático de cabo para o repetidor MCP Duobinário Modificado*, figuras III.2 e III.3, p. 31.

⁷Chiquito 1983, obra citada, p. 177.

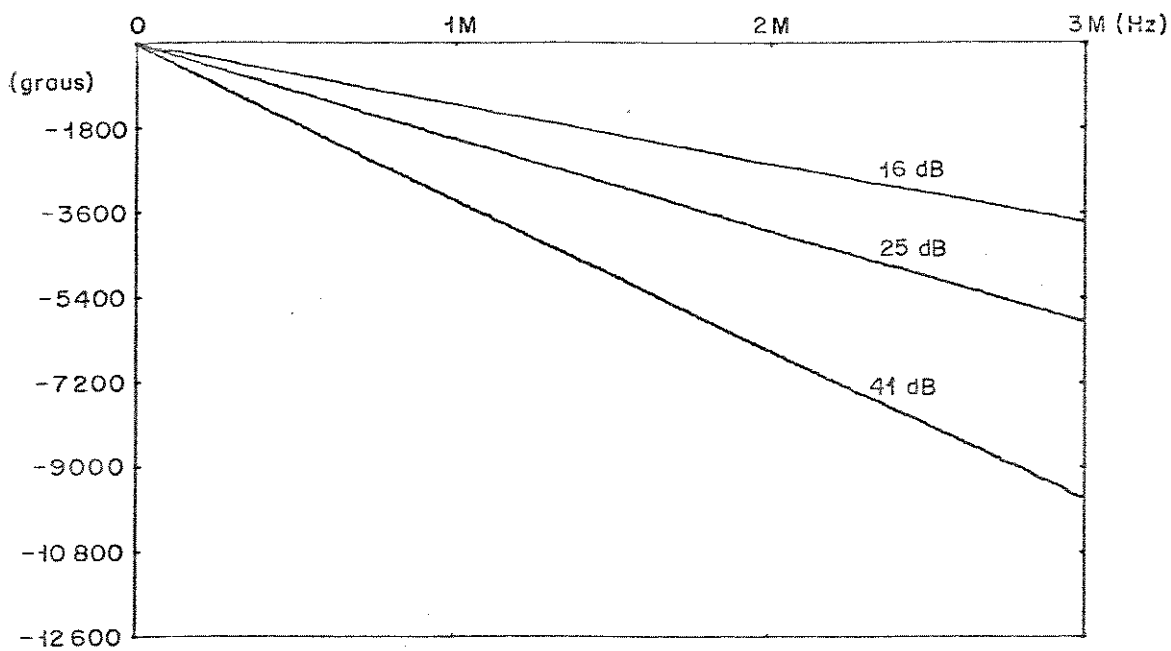
⁸Reproduzida de: Alves 1985, *Estudo de um simulador automático de cabo para o repetidor MCP Duobinário Modificado*, figura III.4, p. 33.

⁹Lopes et al. 1981, *Relações entre amplitude e fase em sistemas lineares realizáveis*, p. 30.

¹⁰Chiquito 1983, obra citada, p. 178. Lopes et al. 1981, obra citada, pp. 80-87.



(a)



(b)

Figura 1.3: Respostas (a) de amplitude e (b) de fase para vários comprimentos de um cabo 22 AWG.

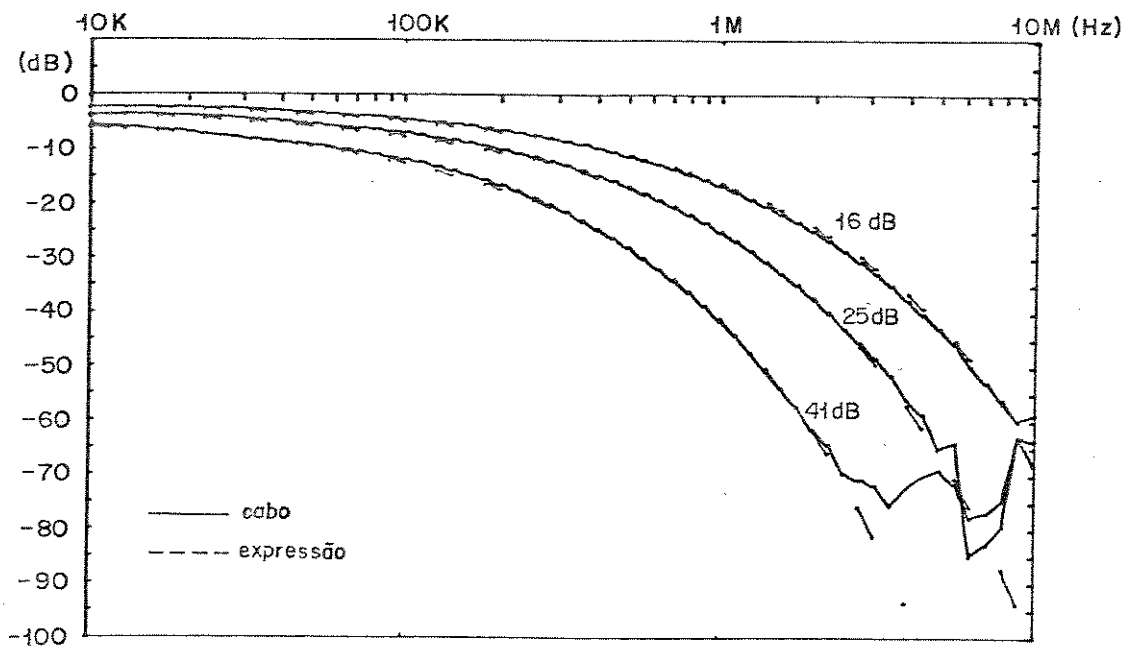


Figura 1.4: Aproximação das respostas de amplitude de cabos de diversos comprimentos pela expressão (1.6).

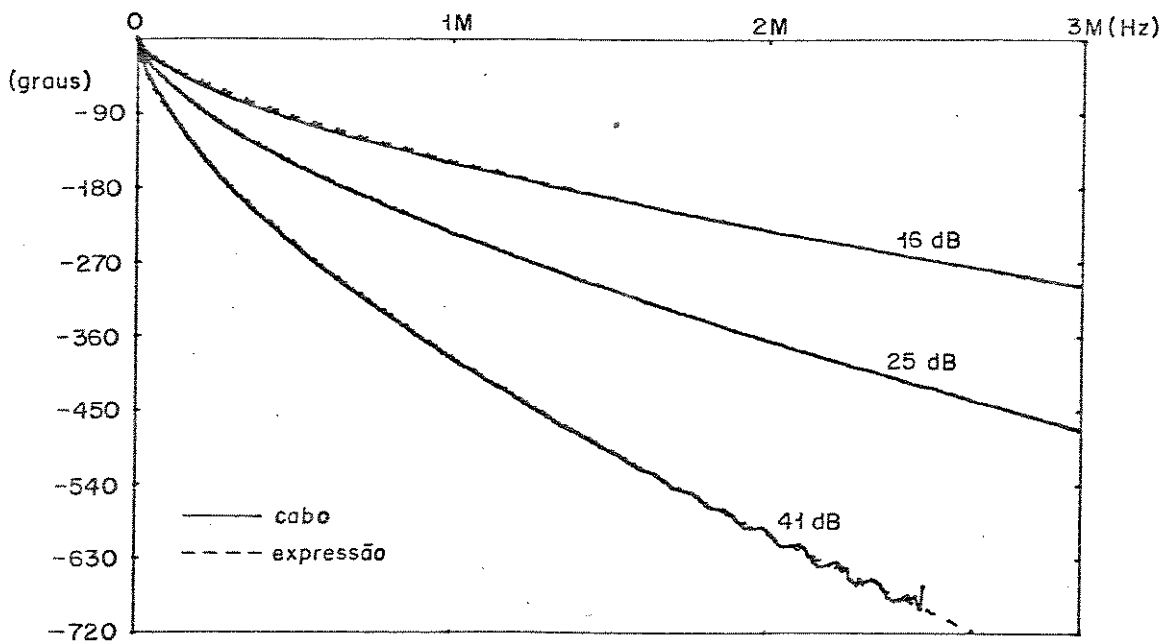


Figura 1.5: Aproximação das respostas de fase de cabos de diversos comprimentos pela expressão (1.8), eliminando-se a componente linear correspondente ao atraso de propagação.

A figura 1.5 compara curvas obtidas pela expressão de aproximação (1.8)¹¹ com medidas das respostas de fase de cabos de mesma atenuação, descontando-se para cada atenuação uma componente linear que minimiza a distância entre as curvas correspondentes.

As figuras 1.4 e 1.5 mostram que as expressões (1.6) e (1.8) descrevem com precisão a resposta em frequência dos cabos considerados, a menos do atraso de propagação. Estas expressões serão utilizadas sempre que for necessário representar analiticamente as respostas de cabos típicos, e serão utilizadas posteriormente neste trabalho na otimização de circuitos de simuladores de cabo e equalizadores variáveis.

1.3 Simuladores de cabo

Muitas vezes, por simplicidade, custo e padronização de testes, o estudo do desempenho de sistemas de transmissão digital é feito substituindo os cabos por simuladores. Os simuladores de cabo são circuitos ativos ou passivos cujas respostas de amplitude e fase se aproximam ao máximo das respostas de cabos reais. Os circuitos simuladores são em geral construídos com elementos concentrados, resultando num atraso de propagação praticamente nulo. Como o atraso de propagação é irrelevante para a transmissão digital, normalmente ele não é considerado na construção de simuladores de cabo. A função dos simuladores de cabo se restringe, portanto, à reprodução da resposta de amplitude e da componente não linear da resposta de fase de cabos de diversas atenuações. A resposta de um simulador de cabo ideal deverá, então, ser dada por:

$$H(f) = |C(f)|e^{j\hat{C}(f)} \quad (1.9)$$

onde $|C(f)|$ e $\hat{C}(f)$ são dados respectivamente pelas expressões (1.6) e (1.8).

Em geral, para construir um simulador de cabo é suficiente obter um circuito de fase mínima cuja resposta de amplitude seja uma boa aproximação de $|C(f)|$ na faixa de frequências de interesse. Neste caso, muito provavelmente a resposta de fase será uma boa aproximação de $\hat{C}(f)$, uma vez que para sistemas de fase mínima generalizados, se as respostas de amplitude forem idênticas, as componentes não lineares das respostas de fase também o serão¹². Entretanto, é importante notar que grandes divergências entre as respostas de amplitude do cabo e do simulador fora da faixa de interesse podem interferir na simulação de fase em frequências dentro dessa faixa.

Os simuladores de cabo são utilizados com dois objetivos principais: (a) projeto e teste de repetidores, substituindo os cabos reais em suas funções de transmissão e de veículos de diafonia, e (b) construção de equalizadores variáveis. No primeiro caso, os simuladores devem apresentar uma resposta em frequência que se aproxime com tolerâncias mínimas da resposta média dos cabos reais. No segundo, os simuladores

¹¹Reproduzida de: Alves 1985, *Estudo de um simulador automático de cabo para o repetidor MCP Duobinário Modificado*, figura III.5, p. 34.

¹²Lopes et al. 1981, obra citada, pp. 98-99.

fazem parte de circuitos equalizadores automáticos e a precisão nas aproximações da resposta do cabo pode ser menor. No restante desta seção será destacada a primeira aplicação, com a apresentação da análise de um simulador de variação discreta de atenuação, estudado no início desta pesquisa.

O simulador TRPCM-WG

Um simulador de cabo de variação discreta de atenuação é composto por uma série de circuitos conectados em cascata, cada um deles reproduzindo com grande precisão a resposta de um trecho de cabo de comprimento diferente. Cada circuito é caracterizado pela atenuação do trecho de cabo correspondente numa frequência de referência. Dois desses circuitos conectados em cascata simulam um trecho de cabo de atenuação igual à soma das atenuações dos cabos simulados por cada circuito isoladamente. Usando N destes circuitos é possível simular cabos de 2^N comprimentos diferentes, selecionando através de chaves a combinação de circuitos a serem conectados em cascata que produza a resposta com atenuação mais próxima da desejada.

O simulador estudado, o TRPCM-WG¹³, é um conjunto de seis circuitos, que simulam cabos de 1, 2, 4, 8, 16 e 16 dB de atenuação em 1 MHz. Estes circuitos, combinados adequadamente, reproduzem as respostas de cabos com atenuações entre 0 e 46 dB em 1 MHz, com variações possíveis em degraus de 1 dB. São usadas portanto apenas 47 das 64 possibilidades para seis circuitos. Cada estágio do simulador TRPCM-WG apresenta duas rotas possíveis para o sinal de entrada, determinadas por transistores de controle de acordo com a posição da chave seletora: ou o sinal passa pelo filtro que simula o cabo de atenuação padrão correspondente, ou o sinal é levado ao estágio seguinte por uma seqüência de seguidores de emissor.

O simulador TRPCM-WG é bastante eficiente na reprodução da resposta de amplitude e da fase mínima de cabos telefônicos multipares¹⁴. As suas especificações servem portanto como uma boa referência para avaliar comparativamente simuladores de cabo que vierem a ser desenvolvidos. O projeto dos diversos circuitos que compõem o simulador TRPCM-WG e as suas especificações de fábrica se baseiam numa curva padrão ligeiramente diferente da curva correspondente obtida pela expressão (1.6). As especificações de desempenho foram estabelecidas pelo fabricante através dos seguintes desvios máximos permitidos para a resposta de amplitude em relação à sua curva padrão, para um aparelho em funcionamento¹⁵:

$$\begin{array}{l} \text{de 20 KHz a 1,5 MHz} \\ \text{de 1,5 MHz a 2,0 MHz} \\ \text{de 2,0 KHz a 3,0 MHz} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{de 0 a 20 dB} \\ \text{de 21 a 46 dB} \\ \text{— erro máximo} = \pm 0,3 \text{ dB} \\ \text{— erro máximo} = \pm 0,5 \text{ dB} \\ \text{— erro máximo} = \pm 1,0 \text{ dB} \\ \text{— erro máximo} = \pm 3,0 \text{ dB} \end{array} \right.$$

¹³ *PCM Regenerator Tester PRT-1: Description and operating manual*. Wandel & Goltermann 1977.

¹⁴ Alves 1985, obra citada, figuras III.8 e III.9, p. 37.

¹⁵ *PCM Regenerator Tester PRT-1: Description and operating manual*. Wandel & Goltermann 1977.

1.4 Conformação do canal de transmissão

Consideremos agora a transmissão de pulsos retangulares por cabos telefônicos a taxas da mesma ordem de grandeza das utilizadas nos sinais MCP (2,048 Mbit/s para o sistema MCP-30 e 4,224 Mbit/s para o sistema MCP-60). A perda introduzida pelo cabo aumenta exponencialmente com a frequência, sendo que a sua característica passa-baixas se acentua à medida em que aumenta o seu comprimento. A filtragem das componentes de alta frequência dos pulsos transmitidos provocam um espalhamento no tempo, distorcendo completamente a forma original e aumentando a duração de cada pulso. Para cabos com comprimentos acima de 1 Km, típicos em sistemas MCP, a duração dos pulsos recebidos é dezenas de vezes maior que a dos pulsos transmitidos, muito maior, portanto, do que a janela temporal reservada a cada pulso. A sobreposição entre os diversos pulsos transmitidos (*Interferência Entre Pulsos*) torna irreconhecível o sinal que chega ao terminal receptor. É necessário equalizar este sinal para tentar recuperar a informação que se deseja transmitir.

Na transmissão de sinais digitais o importante é recuperar a seqüência codificada original $\{b_n\}$, a partir da qual é possível recuperar o sinal transmitido $s(t)$. Ou seja, o que interessa, no caso de modulação por amplitude de pulsos, não é a forma dos pulsos transmitidos mas sim os valores de suas amplitudes. Uma das soluções possíveis para este problema é adotar um pulso equalizado $x(t)$ que apresente amplitude proporcional à do pulso de transmissão $p(t)$ para $t = 0$ e amplitudes nulas em todos os instantes múltiplos de T , o período de emissão de pulsos no terminal transmissor ($t = nT$). Neste caso, a recuperação da seqüência transmitida pode ser feita através da amostragem do sinal equalizado a cada intervalo T , uma vez que, descontado o atraso de propagação τ , não haverá sobreposição nos instantes $nT + \tau$.

Na ausência de ruído e supondo a disponibilidade de uma onda de relógio perfeitamente sincronizada com a transmissão, teremos, pela expressão (1.4):

$$y(\tau + kT) = b_k x(\tau) + \underbrace{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty}} b_n x(\tau + (k - n)T) \quad (1.10)$$

Nesta equação, $b_k x(\tau)$ contém a informação sobre a amplitude do pulso transmitido no instante k e a somatória restante é uma perturbação para o processo de reconhecimento de b_k , denominada *Interferência Entre Símbolos (IES)*. Essa interferência entre símbolos será nula se o pulso equalizado for tal que $x(mT) = 0$ para todo $m \neq 0$. Esta condição, que garante a ausência de interferência entre símbolos, é conhecida por *primeiro critério de Nyquist* para a transmissão digital¹⁶; um pulso $x(t)$ deste tipo é denominado *pulso de Nyquist*. Para satisfazer esta condição, é necessário que a resposta do canal de transmissão $X(f)$ seja tal que a sua antitransformada de Fourier, $x(t)$, seja um pulso de Nyquist. A conformação da resposta do canal

¹⁶Nyquist 1928, "Certain topics in telegraph transmission theory".

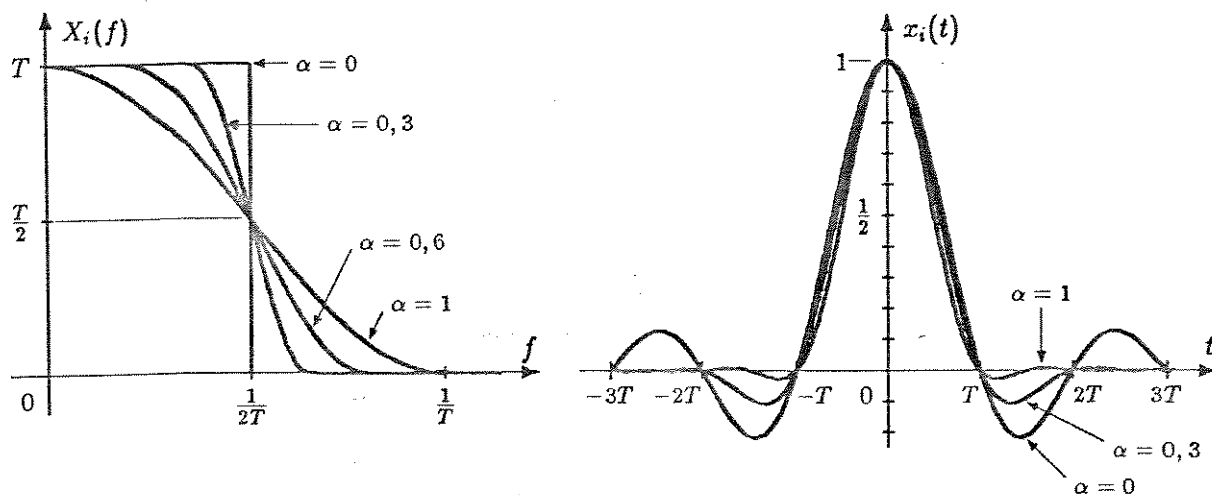


Figura 1.6: Espectros com decaimento senoidal e respectivos pulsos equalizados.

de transmissão é feita pelo circuito equalizador, o primeiro estágio de um repetidor regenerativo (figura 1.2).

Dentre os diversos pulsos ideais que satisfazem a condição de Nyquist, os mais utilizados são os de espectros com decaimento senoidal (co-seno levantado). Os pulsos deste tipo que apresentam maior interesse prático são os de frequência máxima permitida para o canal entre $1/(2T)$ e $1/T$. A resposta do canal de transmissão ideal $X_i(f)$ de espectro com decaimento senoidal é uma característica passa-baixas, com uma transição suave entre a faixa de passagem e a de rejeição, e é dada por:

$$X_i(f) = \begin{cases} T & \text{se } |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2} \left[1 - \text{sen} \left(\pi \frac{T|f| - \frac{1}{2}}{\alpha} \right) \right] & \text{se } \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & \text{se } |f| \geq \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (1.11)$$

onde $0 \leq \alpha \leq 1$. O parâmetro α , denominado *fator de excesso de faixa*, determina a suavidade do decaimento do espectro com a frequência e, conseqüentemente, a largura de faixa do canal ideal.

A forma do pulso equalizado $x_i(t)$ é a antitransformada de Fourier de $X_i(f)$:

$$x_i(t) = \text{sinc} \left(\frac{t}{T} \right) \frac{\cos \left(\alpha \pi \frac{t}{T} \right)}{1 - (2\alpha \frac{t}{T})^2} \quad (1.12)$$

A figura 1.6 mostra as respostas de canais de transmissão obtidos para alguns valores do parâmetro α e os pulsos de Nyquist resultantes. Na prática são utilizadas aproximações realizáveis destas características ideais, uma vez que é impossível construir filtros com resposta nula em uma faixa de frequências. As implementações

podem, contudo, se aproximar suficientemente da resposta ideal, produzindo resultados plenamente satisfatórios.

A escolha do fator de excesso de faixa α envolve fatores conflitantes. Por um lado, a adoção de valores altos para α facilita a implementação dos equalizadores e aumenta a imunidade do sistema ao tremor de relógio. Por outro, esta escolha implica na utilização de faixas de frequência nas quais o cabo introduz atenuações mais elevadas, o que pode levar a relações sinal/ruído desfavoráveis e limitar o aproveitamento da faixa disponível, forçando a adoção de taxas de transmissão menores. Os sistemas analisados neste trabalho adotam os seguintes valores para o fator de excesso de faixa: (a) Sistema MCP-30¹⁷: $\alpha = 0,9$; (b) Sistema Duobinário Modificado UNICAMP-TELEBRÁS¹⁸: $\alpha = 0,3$; e (c) Sistema Duobinário Modificado GTE Lenkurt¹⁹: $\alpha = 0,25$.

1.5 Equalização em sistemas de transmissão digital

Para que um canal de transmissão apresente função de transferência $X(f)$ próxima da resposta ideal estabelecida pelo critério de controle de interferência entre símbolos ($X_i(f)$, dada pela expressão (1.11)), é necessário que a resposta do circuito equalizador seja tal que, em conjunto com o espectro dos pulsos transmitidos e com a resposta da linha de transmissão, se aproxime ao máximo de $X_i(f)$. Uma vez definidos o pulso de transmissão e o pulso equalizado desejado e conhecida a resposta do cabo, a expressão (1.3) determina univocamente a resposta ideal para o circuito equalizador. Entretanto, embora seja bem conhecida na faixa de frequências de interesse para a transmissão digital, a resposta do cabo não é fixa. Os comprimentos dos cabos utilizados nas diversas células regenerativas variam com a localização dos repetidores regenerativos, que muitas vezes não podem ser instalados precisamente nas distâncias padronizadas. Além disso, a resposta do cabo é função de suas características físicas, que também podem variar de uma célula para as outras, e das condições ambientes (temperatura e umidade). As variações na resposta do cabo de transmissão devem ser compensadas para que o canal de transmissão tenha sempre uma função de transferência $X(f)$ próxima a $X_i(f)$. Esta compensação é feita ajustando a resposta do equalizador às características de cada trecho de cabo. Circuitos de equalização que se adaptam automaticamente às variações de resposta do meio de transmissão a partir do sinal recebido são denominados *equalizadores variáveis*.

As variações nas características elétricas do cabo (comprimento, diâmetro, separação entre condutores, resistividade) podem ser inequivocamente traduzidas em variações equivalentes da atenuação na frequência de referência. Dessa forma, toda

¹⁷Chiquito 1983, obra citada, p. 219.

¹⁸Alves 1985, obra citada, p. 23. Lopes 1982, *Sistemas de resposta parcial na transmissão de sinais MCP através de cabos*.

¹⁹Cheung *et al.* 1979, "Key aspects in the development of a 48-channel Duobinary PCM repeater".

a resposta do cabo pode ser determinada pelas expressões (1.6) e (1.8) a partir de uma única variável: a sua atenuação A na frequência de referência. Podemos reescrever (1.3) explicitando a curva de equalização necessária para obter a resposta $X(f)$ desejada, em função da atenuação A do cabo na frequência de referência:

$$E(f, A) = \frac{X(f)}{P(f)C(f, A)} \quad (1.13)$$

Para manter a resposta do canal de transmissão próxima da desejada, o circuito equalizador possui alguns elementos que variam com a atenuação A do cabo. Para possibilitar a análise teórica e facilitar a implementação, os elementos variáveis devem ser poucos e suas leis de variação devem ser simples. Neste trabalho consideramos apenas resistências variáveis, implementáveis através de diodos semicondutores, cujas resistências dinâmicas são inversamente proporcionais à corrente de polarização I_p , como veremos na seção 2.5.

O circuito equalizador pode ser construído em dois estágios em cascata: um *equalizador variável*, que compensa aproximadamente as variações na resposta do cabo, e um *equalizador fixo*, que conforma $X(f)$ a partir da resposta do conjunto cabo/equalizador variável. Ou seja:

$$E(f, A) = E_F(f)E_V(f, A) \quad (1.14)$$

O sinal na saída do equalizador variável terá, agora, características conhecidas e aproximadamente constantes. O conjunto linha de transmissão/equalizador variável, que produz uma resposta em frequência fixa, é equivalente a um cabo de atenuação fixa A_0 . O equalizador fixo pode ser construído conformando precisamente a resposta do canal de transmissão ideal para a atenuação A_0 . A ação do equalizador variável estenderá esta aproximação para uma ampla gama de atenuações. Tomando a atenuação A_0 como referência, deveremos ter:

$$E_F(f) = \frac{X(f)}{P(f)E_V(f, A_0)C(f, A_0)} \quad (1.15)$$

e:

$$E_V(f, A) = E_V(f, A_0) \frac{C(f, A_0)}{C(f, A)} \quad (1.16)$$

As expressões (1.13) e (1.14) são equivalentes. Como a resposta do cabo varia exponencialmente com a atenuação, podemos, a partir das expressões (1.6) e (1.8), reescrever (1.16) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} E_V(f, A) &= E_V(f, A_0) \frac{|C(f, A_0)| e^{j\hat{C}(f, A_0)}}{|C(f, A)| e^{j\hat{C}(f, A)}} \\ &= E_V(f, A_0) 10^{-(A_0 - A)(a + b|f|^k)} e^{-jb(A_0 - A) \operatorname{tg}\left(\frac{k\pi}{2}\right) \ln 10} \\ &= E_V(f, A_0) C(f, A_0 - A) \end{aligned} \quad (1.17)$$

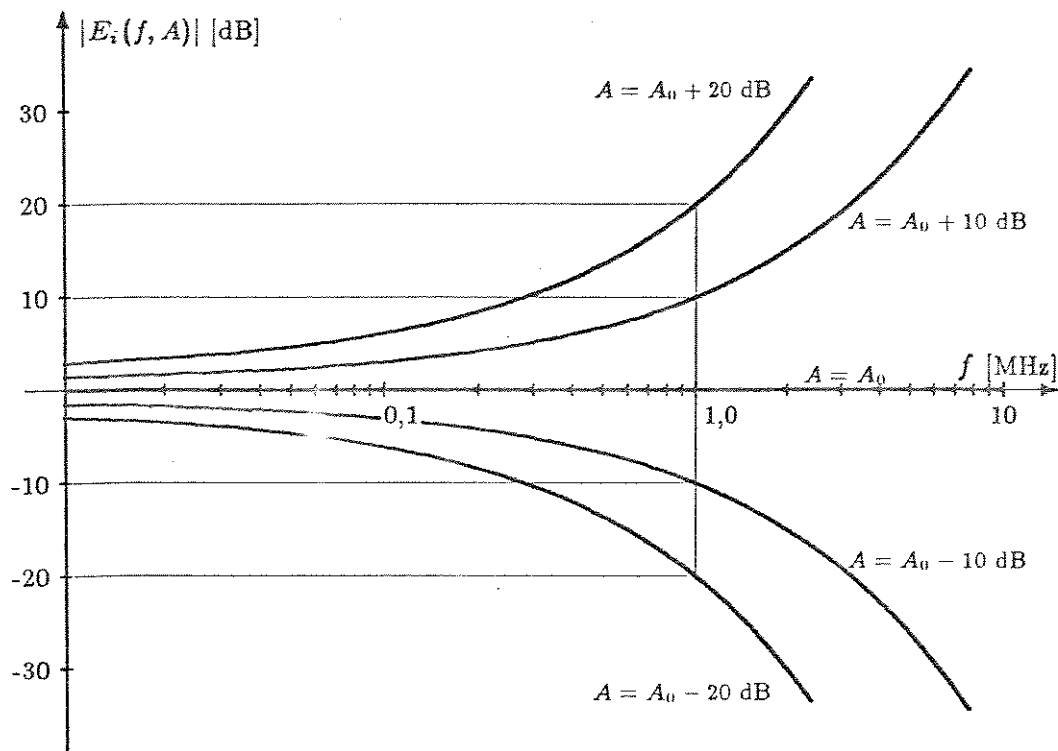


Figura 1.7: Respostas desejadas para o equalizador variável, em função da atenuação introduzida pela linha de transmissão.

Nesta equação, a parcela invariante com a atenuação depende do tipo de equalizador variável utilizado, podendo inclusive ser constante com a frequência. Esta parcela não é importante para o resultado final da equalização, uma vez que seus efeitos poderão ser compensados no projeto do equalizador fixo, como indica a expressão (1.15). O efeito líquido da equalização variável deve ser o de reproduzir a resposta de um trecho de cabo de atenuação $A_0 - A$ quando $A_0 > A$ e o de compensar o efeito de um trecho de cabo de atenuação $A - A_0$ quando $A > A_0$, reproduzindo neste último caso o inverso da sua resposta. A perda por inserção do equalizador variável, em nepers, será dada por:

$$P = P_0 + (A_0 - A) \ln 10 \left\{ a + b \left[1 + j \operatorname{tg} \left(\frac{k\pi}{2} \right) \right] |f|^k \right\} \quad (1.18)$$

onde $P_0 = -\ln E_V(f, A_0)$ é a perda na atenuação de referência. A figura 1.7 mostra as curvas de equalização ideais obtidas por esta expressão na faixa de frequência de interesse, descontando-se a perda introduzida na atenuação de referência, que, como já foi dito, pode ser livremente modificada no projeto do equalizador fixo. Um equalizador variável com estas respostas pode compensar exatamente variações na resposta do cabo de até ± 20 dB em 1 MHz, em relação à atenuação de referência A_0 .

O projeto de equalizadores fixos foi abordado em uma série de trabalhos desen-

volvidos na UNICAMP²⁰, e não será mais considerado neste estudo. Foram também desenvolvidos na UNICAMP equalizadores variáveis para os sistemas MCP-30²¹ e MCP-60 duobinário modificado²², nos quais os elementos variáveis são capacitâncias controladas por transistores de reatância. Em todos estes trabalhos a atenuação de referência A_0 adotada é a máxima permitida para os cabos, em função da distância máxima especificada para dois repetidores adjacentes. Neste caso, a ação dos equalizadores variáveis se resume a complementar as respostas dos cabos, funcionando como um *simulador de cabo*. Esta escolha privilegia a situação de máxima atenuação do sinal, na qual a distorção e o ruído introduzidos pelo cabo são mais críticos.

1.6 Critérios para a avaliação do desempenho de equalizadores variáveis

A otimização do desempenho de uma determinada configuração de circuito equalizador depende da escolha apropriada dos valores de seus componentes. A determinação dos valores ótimos dos componentes pode ser feita analiticamente, por tentativa e erro ou através de um algoritmo de otimização. Para avaliar o desempenho de circuitos equalizadores é necessário adotar um *critério de desempenho*.

Num processo de otimização alguns parâmetros do circuito devem ser ajustados, mudando de valor a cada iteração de forma a aproximar ao máximo a resposta do circuito da resposta desejada. Para indicar a qualidade da aproximação a cada iteração é necessário descrever o desempenho do circuito através de um único número, isto é, definir um *índice de desempenho*. O objetivo do algoritmo de otimização é obter, para os parâmetros do circuito, valores que minimizem o índice de desempenho adotado.

A escolha de um critério para a avaliação de desempenho depende das particularidades de cada aplicação. Ao longo deste trabalho o desempenho de circuitos equalizadores variáveis serão avaliados basicamente de três formas: pelos *erro de aproximação* entre a resposta do circuito e a desejada; através de *diagramas de olho*, isto é, pela distorção de pico na forma do pulso equalizado provocada pela interferência entre símbolos; e pela *distorção quadrática média* na forma do pulso equalizado.

Os dois últimos critérios são específicos para a avaliação do desempenho de sistemas de transmissão digital. Os índices de desempenho derivados destes critérios indicam as distorções na forma temporal do sinal equalizado nos instantes de amostragem. Para determiná-los é necessário o conhecimento completo das características do canal digital (forma dos pulsos transmitidos, código de linha utilizado, respostas

²⁰Chiquito 1983, obra citada, caps. IV e VI. Lopes 1982, obra citada. Chiquito *et al.* 1983, *Especificações gerais, codificadores e equalizador para as linhas MCP de 60 canais*. Lopes *et al.* 1983, "Características e filtro de recepção de um repetidor MCP para 60 canais". Chiquito e Waldman 1984, "Repetidor regenerativo para o sistema MCP-30". Chiquito *et al.* 1984, "Equalizadores de fase em repetidores regenerativos".

²¹Chiquito 1983, obra citada, caps. IV e VI. Chiquito e Waldman 1984, obra citada.

²²Alves 1985, obra citada.

do cabo, do equalizador fixo e do equalizador variável, tremor na onda de tempo, etc.). Esta dificuldade pode ser contornada para a avaliação do equalizador variável separadamente supondo ideais todos os demais elementos. Mesmo assim, os resultados dependerão de particularidades do canal de transmissão, como, por exemplo, o código de linha adotado.

1.6.1 Erro de aproximação

Uma forma imediata de avaliação do desempenho de um circuito equalizador é comparar a sua resposta com a resposta ideal desejada, ou seja, determinar teórica ou experimentalmente o *erro de aproximação*. Seja $E_I(f, A)$ a resposta em frequência desejada para um circuito equalizador e seja $E(f, A, p_1, p_2, \dots, p_N)$ a resposta obtida por uma determinada implementação em função de N parâmetros considerados no projeto para uma atenuação A . O erro de aproximação em função dos parâmetros de projeto, da frequência e da atenuação associada A , é dado por:

$$e(f, A, p_1, p_2, \dots, p_N) = E(f, A, p_1, p_2, \dots, p_N) - E_I(f, A)$$

Ou, adotando uma notação vetorial:

$$e(f, A, \mathbf{p}) = E(f, A, \mathbf{p}) - E_I(f, A) \quad (1.19)$$

onde:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_N \end{bmatrix}$$

Para discriminar as regiões de interesse, indicando a importância relativa do erro de aproximação em cada uma delas, pode ser definida uma *função erro* que inclui na expressão anterior uma *função de ponderação* $W(f)$:

$$e(f, A, \mathbf{p}) = W(f) [E(f, A, \mathbf{p}) - E_I(f, A)] \quad (1.20)$$

Fora das regiões de interesse $W(f)$ pode ser considerada nula.

Na construção de simuladores de cabo de laboratório pode ser utilizada uma função de ponderação adaptada às especificações do instrumento. Podemos, por exemplo, definir uma função de ponderação a partir das especificações do simulador de cabo TRPCM-WG descritas na seção 1.3 atribuindo pesos iguais aos inversos dos desvios máximos (em dB) admitidos pelo fabricante para a resposta de amplitude deste aparelho, nas diversas faixas de frequência:

$$W(f) = \begin{cases} \frac{1}{0,3} & \text{se } 20 \text{ KHz} < f < 1,5 \text{ MHz} \\ 1,0 & \text{se } 1,5 \text{ MHz} < f < 2 \text{ MHz} \\ \frac{1}{3} & \text{se } 2 \text{ MHz} < f < 3 \text{ MHz} \end{cases} \quad (1.21)$$

Na região entre 20 KHz e 1,5 MHz foi adotada a especificação mais estreita. Ao utilizarmos esta função de ponderação temos uma especificação normalizada para o erro de amplitude em decibéis em toda a faixa de freqüências de interesse (de 20 KHz a 3 MHz). Para freqüências mais altas as atenuações do cabo e do circuito simulador aumentam muito rapidamente e, apesar da diferença potencialmente grande entre as respostas de amplitude em dB, numa escala linear as respostas correspondentes estarão bastante atenuadas e, conseqüentemente, a diferença entre elas será insignificante. Isto justifica a utilização de fatores de ponderação menores, à medida em que aumenta a freqüência, e a ausência de especificações para freqüências acima de 3 MHz.

Na otimização de circuito simuladores, foi utilizada neste trabalho a seguinte função de ponderação:

$$W_{WG}(f) = \begin{cases} 1,0 & \text{se } 20 \text{ KHz} < f < 1,5 \text{ MHz} \\ 0,3 & \text{se } 1,5 \text{ MHz} < f < 2 \text{ MHz} \\ 0,1 & \text{se } 2 \text{ MHz} < f < 3 \text{ MHz} \\ 0,03 & \text{se } f > 3 \text{ MHz} \end{cases} \quad (1.22)$$

Esta equação deriva imediatamente da anterior. A faixa de freqüências de interesse foi estendida de 3 MHz para 6 MHz, usando um fator de ponderação menor que os intervalos anteriores. A proporção entre os pesos para freqüências abaixo de 3 MHz foi preservada.

O desempenho de equalizadores variáveis de sistemas de transmissão digital pode ser avaliado através do erro de aproximação entre as respostas de amplitude do circuito para cabos de diversas atenuações e as respectivas curvas de equalização desejadas. Neste caso uma função de ponderação apropriada é a resposta de amplitude do canal ideal, ou seja, fazendo $W(f) = X_i(f)$, onde $X_i(f)$ é dada pela expressão (1.11). Ou seja:

$$W_X(f) = X_i(f) = \begin{cases} T & \text{se } |f| < \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2} \left[1 - \text{sen} \left(\pi \frac{T|f| - \frac{1}{2}}{\alpha} \right) \right] & \text{se } \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| < \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & \text{se } |f| \geq \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (1.23)$$

O erro de aproximação resultante será um indicador da qualidade da conformação da resposta de amplitude do canal de transmissão $X(f)$ em relação à resposta ideal $X_i(f)$ nas diversas atenuações. A principal deficiência deste procedimento é não garantir que a configuração que apresente a melhor conformação de $X(f)$ também apresentará o melhor pulso equalizado $x(t)$.

É possível definir vários índices de desempenho a partir do erro de aproximação definido por (1.20). Neste trabalho, foi muito utilizado o erro quadrático médio na resposta de amplitude, definido por:

$$E_{QM}(A, p) = \int_{f_A}^{f_B} e^2(f, A, p) df$$

$$= \int_{f_A}^{f_B} W^2(f) [E(f, A, \mathbf{p}) - E_I(f, A)]^2 df \quad (1.24)$$

No cálculo numérico do erro, a integral acima é substituída por uma somatória, utilizando um total de M pontos de amostragem f_1, f_2, \dots, f_M , com f_1 e f_M delimitando o intervalo de freqüências de interesse:

$$E_{QM}(A, \mathbf{p}) = \sum_{i=1}^M W^2(f_i) [E(f_i, A, \mathbf{p}) - E_I(f_i, A)]^2 \quad (1.25)$$

Podemos notar que $E_{QM} \geq 0$; teremos $E_{QM} = 0$ se e somente se $E(f_i, A, \mathbf{p}) = E_I(f_i, A)$ em todos os pontos f_i considerados na amostragem. É importante ainda notar que, para garantir que o erro quadrático médio seja um bom indicador do erro de aproximação, os pontos de amostragem devem ser escolhidos suficientemente próximos entre si, evitando assim que a diferença entre as respostas varie significativamente no intervalo entre duas amostras adjacentes. Consideramos sempre M amostras igualmente espaçadas no intervalo de freqüências de interesse (f_A, f_B); ou seja:

$$f_i = \frac{(1/2 + i)(f_B - f_A)}{2M} + f_A, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

O número mínimo de amostras necessário para garantir uma aproximação que não comprometa o processo de otimização depende da suavidade da função índice de desempenho e do número parâmetros a serem otimizados, N . Uma forma prática de se determinar um valor adequado para M , é diminuir o seu valor até o limite em que o valor do índice de desempenho se altere significativamente, para vários pontos. O valor a ser adotado para o número de amostras M deve estar suficientemente afastado deste limite. De qualquer modo, sempre é possível testar a qualidade de um ponto ótimo, retomando a otimização a partir deste ponto utilizando um número de amostras maior.

Pode ser utilizado ainda o critério de Chebyshev (mini-max), que define o índice de desempenho como sendo o valor absoluto máximo assumido pela função de erro ponderado na região de freqüências de interesse. Ou seja:

$$E_C(A, \mathbf{p}) = \max_{f_A < f < f_B} |e(f, A, \mathbf{p})| = \max_{f_A < f < f_B} |W(f) [E(f, A, \mathbf{p}) - E_I(f, A)]| \quad (1.26)$$

Numericamente, E_C é calculado em M amostras de freqüência f_i distribuídas entre os limites do intervalo de interesse (f_A, f_B):

$$E_C(A, \mathbf{p}) = \max_i |W(f_i) [E(f_i, A, \mathbf{p}) - E_I(f_i, A)]|, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (1.27)$$

1.6.2 Diagramas de olho

Um diagrama de olho é o resultado da superposição dos diversos trechos do sinal equalizado deslocados em relação à origem de intervalos de tempo nT , sobre a janela

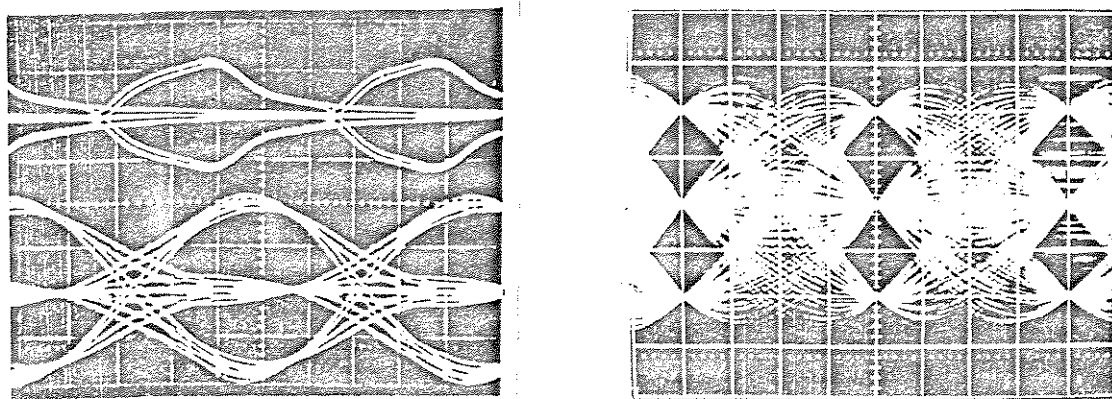


Figura 1.8: Diagramas de olho típicos.

temporal correspondente a um único símbolo. Pode ser obtido na prática sincronizando externamente o sinal de saída do equalizador com um sinal de relógio de frequência igual à de transmissão do sinal, utilizando um tempo de varredura da ordem de alguns períodos de emissão de pulsos e uma seqüência de entrada pseudo-aleatória. A figura 1.8²³ mostra dois exemplos típicos de diagramas de olho, para o código de linha AMI e para diferentes canais de transmissão.

Um diagrama de olho sobrepõe todas as interferências entre pulsos que atingem os possíveis instantes de amostragem para um determinado código de linha. Seus contornos internos indicam as *distorções de pior caso* na forma do pulso equalizado provocadas pelas interferências entre pulsos (relacionadas às piores seqüências de símbolos possíveis para cada nível do código de linha adotado). Fornecem ainda os instantes ótimos de amostragem e a margem contra ruído do sistema para os diferentes instantes de amostragem. A figura 1.9 é um desenho esquemático de tais contornos para um código de linha ternário genérico. Podemos observar a existência de uma posição onde a interferência entre símbolos de pior caso é mínima, correspondente ao instante ótimo de amostragem t_{ot} . A distorção introduzida pelo canal é um indicador da qualidade da equalização, permitindo a avaliação da margem contra ruído na ausência de tremor no sinal de relógio. Este é o parâmetro a ser utilizado como índice de desempenho num programa de otimização. A distorção de pior caso fora dos instantes de amostragem é um bom indicador da sensibilidade do sistema ao tremor da onda de relógio.

O cálculo teórico direto de diagramas de olho requer um enorme esforço computacional. O que se faz normalmente para contornar este problema é calcular apenas os contornos externos dos diagramas. Para estimar a interferência entre símbolos de pior caso no instante ótimo de amostragem t_{ot} é necessário calcular um dos contornos do diagrama nas imediações de t_{ot} e, a partir daí, estimar a IES mínima através

²³Reproduzida de: Chiquito 1983, *Equalização variável em sistemas MCP*, figuras V.26, p. 216 e VI.20, p. 237.

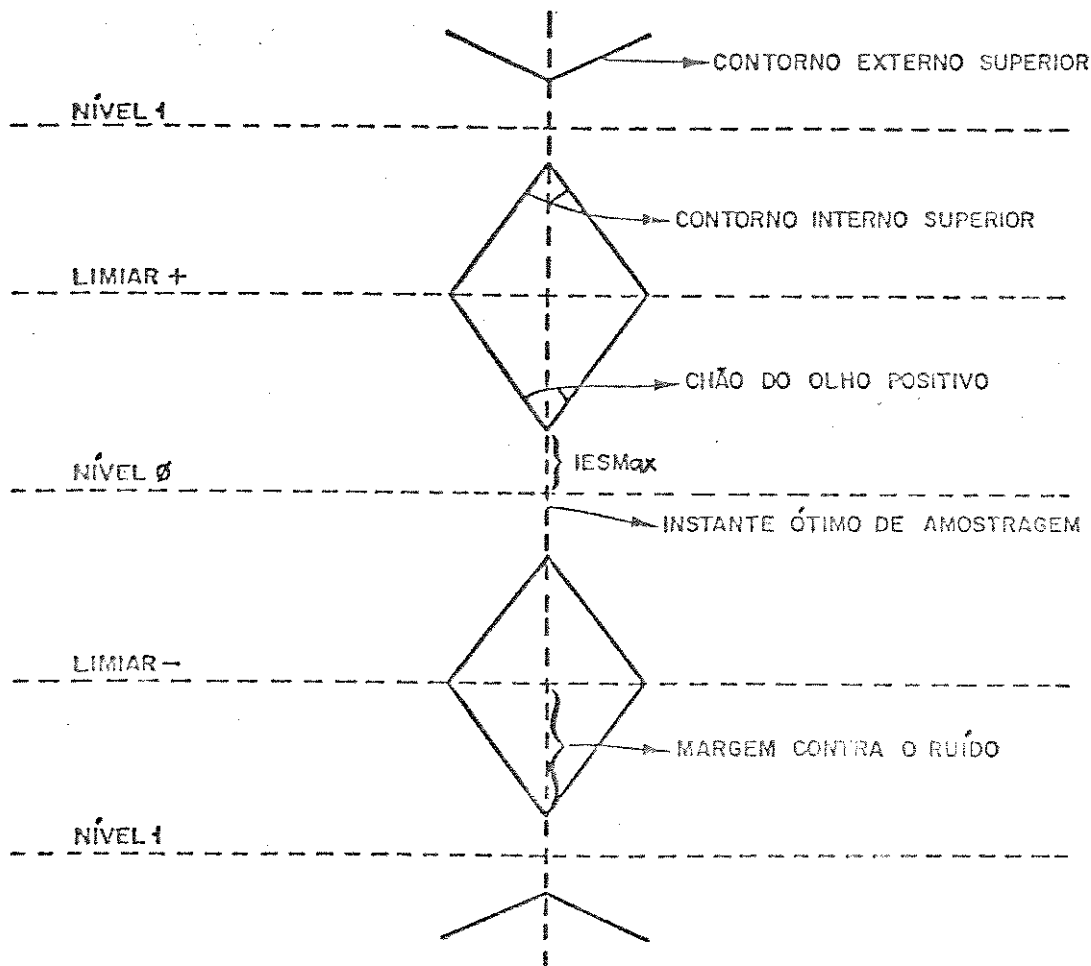


Figura 1.9: Contornos de um diagrama de olho.

de uma otimização unidimensional. Um bom valor inicial para a busca de t_{ot} é a posição do valor máximo assumido por um pulso equalizado isoladamente. Mesmo com estas simplificações o esforço computacional envolvido no cálculo deste índice de desempenho será grande, devido à necessidade de se trabalhar no domínio do tempo e realizar repetidas vezes conversões para o domínio da frequência. Isto inviabiliza a sua utilização em programas de otimização do desempenho de circuitos equalizadores variáveis, que envolvem um grande número de iterações, cada qual exigindo a repetição do cálculo do índice de desempenho várias vezes.

1.6.3 Distorção quadrática média

Um caminho para reduzir consideravelmente o esforço computacional envolvido no cálculo do índice de desempenho, é substituir a distorção de pico pela *distorção quadrática média* na forma do pulso equalizado nos instantes de amostragem²⁴. A distorção quadrática média é um bom indicador do comportamento da interferência

²⁴Lucky et al. 1968, *Principles of data communication*, pp. 75-79.

entre símbolos de pior caso nos instantes de amostragem, podendo ser obtida diretamente no domínio da frequência. A aplicação deste índice de desempenho também requer o conhecimento das estatísticas do sinal a ser transmitido, que dependem do código de linha utilizado, e garante a otimização do sistema apenas nos instantes de amostragem. Este índice de desempenho foi o adotado neste trabalho para otimizar os desempenhos das diversas configurações estudadas de equalizadores variáveis para repetidores MCP.

Como neste trabalho estamos interessados apenas numa caracterização genérica dos desempenhos de diferentes equalizadores variáveis, foi adotado o código de linha bipolar²⁵, que simplifica matematicamente o cálculo da distorção quadrática média. Esta escolha implica na transmissão de uma seqüência binária: cada pulso a ser transmitido pode assumir valores positivos ou negativos, com probabilidade igual, independentemente dos pulsos anteriores.

A distorção quadrática média nos instantes ótimos de amostragem é definida por:

$$D_{QM}(A, \mathbf{p}) = \frac{1}{x^2(t_{ot})} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} x^2(t_{ot} + nT) \quad (1.28)$$

onde:

$$\begin{aligned} x(t) &= \mathcal{F}^{-1}\{X(f, A, \mathbf{p})e^{-j2\pi t_{ot}f}\} \\ X(f, A, \mathbf{p}) &= P(f)C(f, A)E_F(f)E_F(f, A, \mathbf{p}) \end{aligned}$$

$x(t_{ot} + nT)$ é o valor do pulso equalizado no n -ésimo instante de amostragem, distante de nT segundos do instante ótimo de amostragem t_{ot} . No desenvolvimento a seguir, estará sempre implícito que a resposta do canal de transmissão, assim como a distorção resultante, dependem (i) da atenuação A do cabo utilizado e (ii) da resposta do circuito equalizador variável em função desta atenuação e dos parâmetros \mathbf{p} do circuito a serem otimizados. Ou seja: $X(f) = X(f, A, \mathbf{p})$ e $D_{QM} = D_{QM}(A, \mathbf{p})$.

Ao contrário da distorção de pior caso, a distorção quadrática média pode ser determinada sem calcular os valores de cada amostra $x(t_{ot} + nT)$ através de uma transformação inversa de Fourier. Consideremos para isso a seguinte definição:

$$X_{eq}(f) = \begin{cases} \sum_n X(f + \frac{n}{T}) & \text{se } |f| \leq \frac{1}{2T} \\ 0 & \text{se } |f| > \frac{1}{2T} \end{cases} \quad (1.29)$$

X_{eq} é denominado *canal equivalente de Nyquist*, e é formado pela superposição da função de transferência do canal de transmissão, $X(f)$, deslocada de intervalos separados igualmente pela frequência de Nyquist $1/T$, sendo nulo para frequências maiores que $1/2T$. A resposta impulsiva de X_{eq} é idêntica à do canal original $X(f)$ nos instantes de amostragem nT , ou seja: $x(nT) = x_{eq}(nT)$. Podemos então concluir que

²⁵Chiquito 1983, obra citada, pp. 23-25.

D_{QM} , a distorção quadrática média nos instantes de amostragem, pode ser obtida através de uma integral no domínio da frequência, ou seja:

$$x(nT) = \int_{-\infty}^{\infty} X_{eq}(f) e^{j2\pi nTf} df \quad (1.30)$$

Uma vez que $X_{eq}(f)$ é limitado em frequência, esta substituição garante que é possível obter $X_{eq}(f)$ a partir das amostras $x(nT)$, aplicando o teorema da amostragem, e vice-versa. Aplicando o teorema de Parseval, teremos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |X_{eq}(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} x_{eq}(t)^2 dt = T \sum_n x^2(t_{ot} + nT) \quad (1.31)$$

e então:

$$\begin{aligned} D_{QM} &= \frac{1}{x^2(t_{ot})} \left[\frac{1}{T} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} |X_{eq}(f)|^2 df - x^2(t_{ot}) \right] \\ &= \frac{1}{Tx^2(t_{ot})} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} |X_{eq}(f) - Tx(t_{ot})|^2 df \end{aligned} \quad (1.32)$$

O instante ótimo de amostragem t_{ot} é aquele que apresenta interferência entre símbolos mínima. Se a resposta de fase do canal de transmissão $X(f)$ fosse nula, teríamos $t_{ot} = 0$. Como $x_{eq}(t)$, a resposta impulsiva de $X_{eq}(f)$, coincide com a resposta impulsiva do canal de transmissão $x(t)$ somente para $t = nT$, para que o procedimento descrito acima seja válido é necessário deslocar os instantes ótimos de amostragem de $nT + t_{ot}$ para nT , através da subtração de uma componente linear de valor $-2\pi t_{ot}f$ da fase de $X(f)$. Ou seja, para cada resposta $X(f)$ dada, é necessário determinar, antes de mais nada, o valor de t_{ot} que minimiza a distorção quadrática média, uma vez que o importante aqui é a forma final do pulso equalizado, que independe do valor exato do atraso introduzido pelo canal de transmissão.

Aproximando a integral da equação (1.32) por uma somatória de M amostras, para permitir a avaliação numérica, teremos:

$$D_{QM} = \frac{1}{Tx^2(t_{ot})} \frac{1}{2MT} \sum_{i=1}^M |X_{eq}(f_i) - Tx(t_{ot})|^2 \quad (1.33)$$

Agora, para termos amostras espaçadas regularmente, devemos ter: $f_i = (1/2 + i)/(2MT)$, $i = 1, 2, \dots, M$.

Capítulo 2

Equalizadores variáveis de Bode

Com a introdução de sistemas de transmissão de sinais telefônicos a grandes distâncias, na década de 30, surgiu a necessidade de compensar as variações das respostas das linhas de transmissão utilizadas. Estas linhas podiam ter milhares de quilômetros de comprimento, o suficiente para exigir a utilização de repetidores para amplificar e equalizar o sinal (analógico) ao longo da linha, de modo a evitar que a atenuação introduzida fosse muito alta. No entanto, a atenuação introduzida varia bastante com a temperatura para linhas de grandes comprimentos. Num sistema de transmissão de sinais analógicos, é fundamental que os erros de equalização em cada repetidor sejam muito pequenos, para evitar que as distorções acumuladas ao longo da linha tornem o sinal irreconhecível no terminal receptor. É imprescindível, portanto, que as respostas dos equalizadores se ajustem, ao longo do tempo, às possíveis respostas da linha de transmissão.

Nessa época, o uso de equalizadores para compensar distorções fixas introduzidas pelos meios de transmissão já era bastante disseminado. Bode desenvolveu um método pioneiro para construir equalizadores com respostas ajustadas automaticamente, através de termistores distribuídos ao longo da linha¹. Os circuitos resultantes utilizam um único elemento variável, não necessariamente resistivo, podendo alcançar erros de equalização muito pequenos para intervalos de atenuação limitados. Para diminuir as distorções na conformação das respostas em intervalos de atenuação maiores, é possível utilizar dois ou mais equalizadores conectados em cascata, desde que devidamente isolados.

A simplicidade dos equalizadores de Bode e a possibilidade de se obter praticamente qualquer precisão desejada na reprodução de curvas de equalização variáveis para gamas de atenuação limitadas, sem dificultar a análise teórica, os mantém atraentes mesmo na solução de problemas muito diferentes do que motivou o seu aparecimento. Neste trabalho estudamos a sua aplicação à transmissão digital via cabos e à simulação de linhas de transmissão. Refletindo nossa abordagem inicial ao assunto, este capítulo se inicia pelo acompanhamento detalhado de boa parte do trabalho de Bode, introduzindo alguns pontos desenvolvidos em trabalhos posteriores, com

¹Bode 1938, "Variable equalizers".

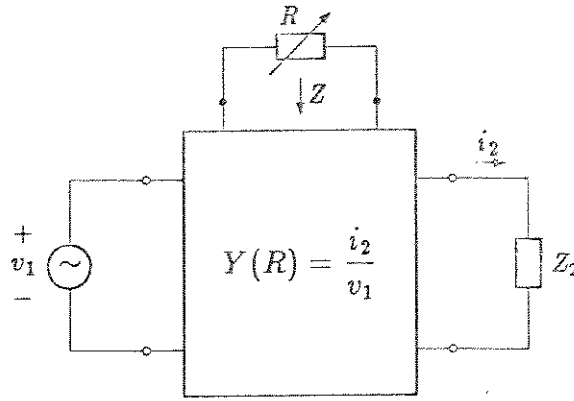


Figura 2.1: Circuito equalizador contendo uma resistência variável.

as adaptações necessárias na notação. Demonstrações de algumas passagens foram incluídas em letras menores.

2.1 Fundamentos teóricos

Consideremos inicialmente a dependência da resposta de uma rede passiva com o valor de uma resistência R conectada a esta rede (figura 2.1). Sejam: Z a impedância desta rede vista pelos terminais da resistência variável R , Y_S a admitância de transferência da rede obtida curtocircuitando os terminais da resistência variável ($R = 0$), e Y_O a admitância de transferência obtida deixando-os em aberto ($R = \infty$). A admitância de transferência Y da rede, que é proporcional à sua função de transferência para terminações resistivas, é dada por:

$$Y = \frac{ZY_S + RY_O}{Z + R} \quad (2.1)$$

Demonstração:

Para uma tensão unitária aplicada nos terminais de entrada, a corrente nos terminais de saída será, pela própria definição de admitância de transferência, dada por: $i_2 = Y$. Para a mesma tensão de entrada e $R = 0$, teremos $i_2 = Y_S$; se $R = \infty$, por outro lado, teremos $i_2 = Y_O$. Esta passagem é ilustrada na figura 2.2a.

Seja v_O a tensão sobre os terminais da resistência R em aberto quando é aplicada uma tensão unitária na entrada, ou seja, para $R = \infty$. Aplicando o teorema da superposição, teremos:

$$Y_O = Y_S + Y_R v_O \quad (2.2)$$

onde: Y_S é a corrente de saída quando os terminais da resistência variável estão curtocircuitados e é aplicada uma tensão unitária nos terminais de entrada; e Y_R é a admitância de transferência entre os terminais de R e a saída. Conseqüentemente, $Y_R v_O$ é a corrente de saída obtida curtocircuitando-se os terminais de entrada e aplicando uma tensão v_O sobre os terminais da resistência variável (figura 2.2b).

Por outro lado, pelo Teorema de Thevenin, para um valor genérico de R e tensão de entrada unitária, a tensão sobre os terminais da resistência variável R , será dada

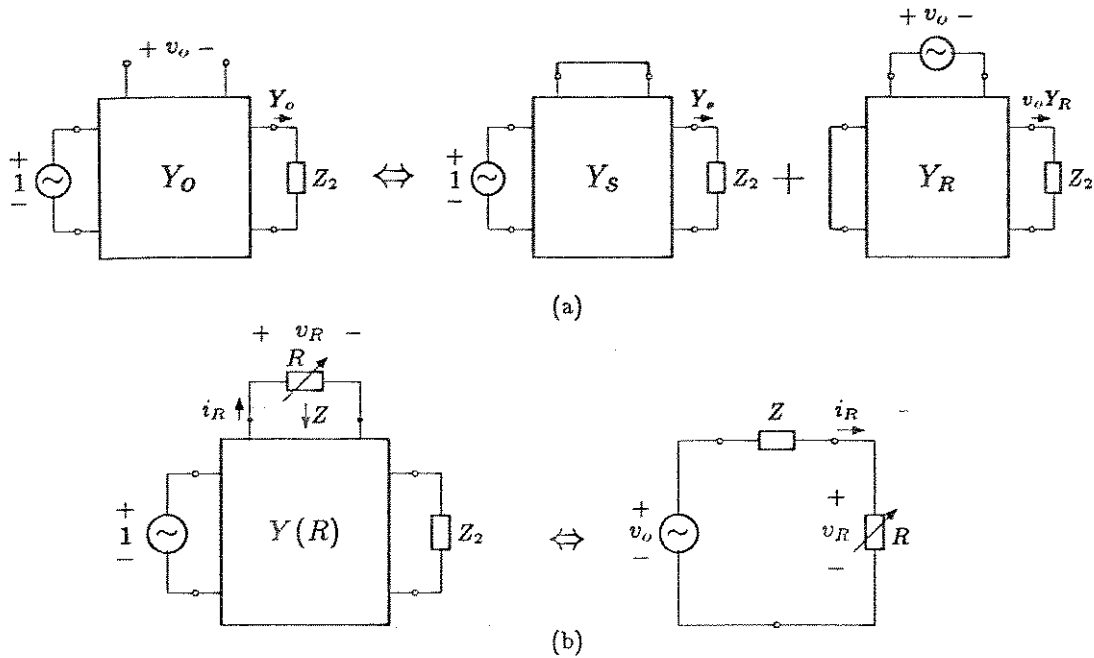


Figura 2.2: Circuitos auxiliares para a demonstração da expressão (2.1).

por:

$$v_R = \frac{Rv_O}{Z + R}$$

Aplicando a este caso o teorema da superposição, teremos:

$$Y = Y_S + Y_R v_R = Y_S + \frac{Y_R R v_O}{Z + R}$$

Mas, por (2.2), temos:

$$Y = Y_S + \frac{(Y_O - Y_S)R}{Z + R}$$

E, finalmente:

$$Y = \frac{ZY_S + RY_O}{Z + R}$$

Na relação (2.1), Z , Y_S e Y_O são funções da frequência. Combinando diferentes funções para cada um destes parâmetros, é possível construir diversos tipos de equalizadores variáveis, como indica o artigo de Bode². É possível, por exemplo, manter as respostas do equalizador simétricas em relação a uma curva média fazendo:

$$Z = R_0 \sqrt{\frac{Y_O}{Y_S}} \tag{2.3}$$

onde R_0 é o valor da resistência variável que resulta na resposta média. Substituindo em (2.1), temos:

$$Y = \frac{R_0 + Z \frac{R}{R_0}}{Z + R} \sqrt{Y_O Y_S} \tag{2.4}$$

²Bode 1938, obra citada.

A função de transferência do equalizador, supondo uma impedância de carga Z_2 , é dada por:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{Z_2 i_2}{v_1} = Z_2 Y = e^{-\theta} \quad (2.5)$$

onde θ é a perda introduzida pelo equalizador, uma função complexa da frequência, sendo que o negativo de sua parte real é a resposta de amplitude em nepers. Para $R = R_0$, temos a resposta média do equalizador:

$$e^{-\theta_0} = Z_2 \sqrt{Y_O Y_S} \quad (2.6)$$

Definindo $x = R/R_0$ e $e^{-\varphi} = Z/R_0$ e substituindo em (2.4), fica:

$$e^{-\theta} = e^{-\theta_0} \frac{1 + xe^{-\varphi}}{x + e^{-\varphi}} \quad (2.7)$$

Portanto, a perda introduzida pelo equalizador será dada por:

$$\theta = \theta_0 + \ln \left(\frac{x + e^{-\varphi}}{1 + xe^{-\varphi}} \right) \quad (2.8)$$

Analisemos agora as condições limites:

$$\begin{aligned} R = R_0 &\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow \theta = \theta_0 \\ R = 0 &\Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow \theta = \theta_0 - \varphi \\ R \rightarrow \infty &\Leftrightarrow x \rightarrow \infty \Rightarrow \theta = \theta_0 + \varphi \end{aligned}$$

A perda $\varphi = -\ln(Z/R_0)$ pode agora ser identificada: e o desvio de atenuação máximo que equalizador variável pode atingir, em relação à perda média θ_0 . As curvas correspondentes a $R = 0$ e $R = \infty$ ($\theta_0 + \varphi$ e $\theta_0 - \varphi$, respectivamente) são simétricas em relação à curva média. Estas curvas limites são definidas no projeto do equalizador e estão associadas respectivamente às admitâncias Y_S e Y_O . A escolha do valor de Z determinado pela expressão (2.3) garante ainda que as respostas para valores recíprocos de x também serão simétricas em relação à curva média θ_0 .

Demonstração:

Seja $x' = 1/x$. Teremos neste caso:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 + \ln \left(\frac{x + e^{-\varphi}}{1 + xe^{-\varphi}} \right) = \theta_0 + \Delta\theta \\ \theta' &= \theta_0 + \ln \left(\frac{x' + e^{-\varphi}}{1 + x'e^{-\varphi}} \right) \\ &= \theta_0 + \ln \left(\frac{1/x + e^{-\varphi}}{1 + e^{-\varphi}/x} \right) \\ &= \theta_0 + \ln \left(\frac{1 + xe^{-\varphi}}{x + e^{-\varphi}} \right) = \theta_0 - \Delta\theta \end{aligned}$$

Descontando a perda média θ_0 (fixa), as perdas $\Delta\theta$ introduzidas pelo equalizador para os vários valores de R serão simétricas em relação a zero. Para valores recíprocos de x , as perdas variáveis introduzidas, $\Delta\theta(R)$, terão o mesmo valor absoluto e sinais contrários. É importante lembrar que a resposta final do circuito equalizador resulta da associação em cascata dos equalizadores fixo e variável, sendo que a perda fixa introduzida pelo equalizador variável, θ_0 , poderá ser compensada no projeto do equalizador fixo. Portanto, a perda média θ_0 pode ser ignorada no projeto do equalizador variável, uma vez que é possível alterá-la livremente através da conexão em cascata de um equalizador fixo apropriado.

Comparando (2.8) com (1.18) fica evidente que θ não varia linearmente com φ , o que é uma condição necessária para a compensação da resposta de um cabo, como detalharemos a seguir. Entretanto, expandindo a expressão (2.8) em série de Taylor, temos:

$$\theta = \theta_0 + \frac{x-1}{x+1}\varphi + \frac{x-x^2}{3(x+1)^3}\varphi^3 + \frac{x-11x^2+11x^3-x^4}{60(x+1)^5}\varphi^5 + \dots$$

Ou, fazendo $y = (x-1)/(x+1)$:

$$\theta = \theta_0 + y\varphi + g_3(y)\varphi^3 + g_5(y)\varphi^5 + \dots \quad (2.9)$$

Os valores máximos das funções $g_3(y)$ e $g_5(y)$ podem ser calculados analiticamente, e são independentes da função complexa φ que condiciona os desvios máximos de atenuação. Os valores máximos dos coeficientes de terceira e quinta ordem são respectivamente 0,032 e 0,002; os valores máximos dos coeficientes decaem rapidamente quando a sua ordem aumenta. Evidentemente, se os valores absolutos de φ forem mantidos suficientemente baixos, os termos não lineares com φ desta série podem ser desprezados, obtendo-se uma resposta para o equalizador variável proporcional às curvas limites $\pm\varphi$ e à variável y . Como y é função da resistência variável R , a relação (2.9) indica que um equalizador variável deste tipo pode satisfazer a condição (1.18), se devidamente projetado de forma que:

$$\varphi = a + b \left[1 + j \operatorname{tg} \left(\frac{k\pi}{2} \right) \right] |f|^k$$

e desde que se construa um circuito de controle que, a partir do sinal recebido em função da atenuação introduzida pelo cabo, estabeleça automaticamente um valor para a resistência variável R tal que:

$$y = \frac{R/R_0 - 1}{R/R_0 + 1} = (A_0 - A) \ln 10$$

Como vimos, quando são utilizados circuitos de fase mínima é suficiente obter uma boa aproximação para a resposta de amplitude, uma vez que, neste caso, a componente não linear da resposta de fase do circuito tende automaticamente a se ajustar à desejada. Então, no caso ideal devemos ter:

$$\operatorname{Re}[\varphi] = a + b|f|^k$$

O valor máximo da distorção introduzida para os diferentes valores da resistência variável, é função do intervalo máximo de variação de atenuação utilizado, e pode ser estimado a partir das distorções máximas de terceira e quinta ordem, desprezando os demais termos da série. Consideremos, por exemplo, a construção de um simulador de cabos que opere no intervalo de interesse da transmissão digital usando cabos multipares, que é de 40 dB em 1 MHz, aproximadamente. Se for conectado ao equalizador um circuito fixo, de forma que a resposta conjunta seja constante quando $y = y_{min}$, para simular as respostas do cabo até 1 MHz será necessário um desvio φ de pelo menos 20 dB (2,3 nepers) em módulo. A distorção máxima para este intervalo de atenuações será de:

$$D_{max} = 0,032 \times (2,3)^3 + 0,002 \times (2,3)^5 = 0,52 \text{ nepers} = 4,5 \text{ dB}$$

Esta distorção pode ser diminuída utilizando-se dois ou mais equalizadores em cascata para obter a gama de atenuações desejada. A distorção total será agora dada pela soma das distorções de cada célula equalizadora isoladamente, que, como mostra a equação (2.9), será menor à medida em que aumente o número de células. Usando duas células equalizadoras idênticas, para o mesmo intervalo de 40 dB deveremos ter desvios máximos de pelo menos 10 dB (1,14 nepers) em cada uma. Teremos então:

$$D_{max} = 2(0,032 \times (1,14)^3 + 0,002 \times (1,14)^5) = 2 \times 0,053 \text{ nepers} = 0,92 \text{ dB}$$

TRPCM-WG?

Portanto, através deste procedimento é possível reduzir a qualquer nível que se queira a distorção entre as diferentes curvas de equalização obtidas variando R . Evidentemente, diminuir esta distorção além da precisão na conformação de φ não melhora em nada o resultado final. Para obter respostas mais precisas é necessário, além da introdução de mais células equalizadoras, que os circuitos utilizados sejam capazes de reproduzir mais precisamente a sua parcela da resposta final.

2.2 A configuração clássica

Existem muitas estruturas que satisfazem as condições de simetria estabelecidas na seção anterior, que podem ser analisadas através das relações ali apresentadas. O próprio trabalho de Bode³ indica várias possibilidades de implementação. Destas, a primeira configuração considerada, que será apresentada nesta seção, merece uma análise mais detalhada. As outras estruturas propostas por Bode foram tratadas genericamente, indicando as suas particularidades e possíveis aplicações. Todos os trabalhos posteriores que estudamos ignoram as estruturas alternativas propostas, denominando *equalizadores de Bode* unicamente a configuração destacada nesta seção, tomando-a como base para a implementação de novos tipos de equalizadores⁴, adap-

³Bode 1938, obra citada.

⁴Takasaki *et al.* 1976, "Inductorless variable equalizers using feedback and feedforward".

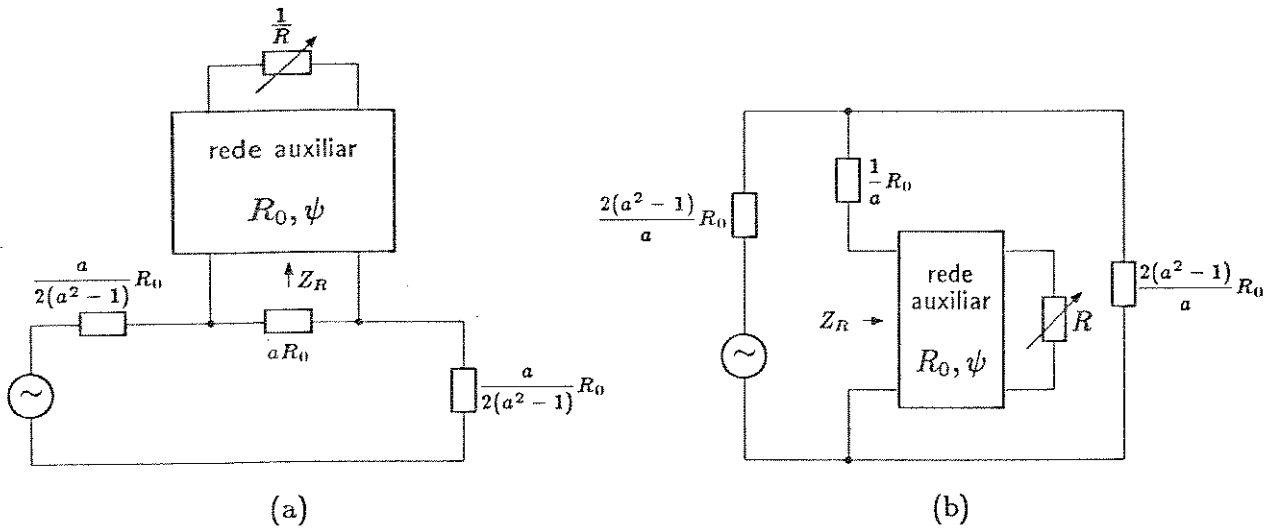


Figura 2.3: Configuração clássica dos equalizadores de Bode.

tando-a para a solução de um problema específico⁵ ou desenvolvendo formas alternativas de analisá-la e mecanismos de obtenção de respostas com grande precisão⁶. Talvez isto se justifique pela possibilidade de se obter uma grande variedade de respostas, inclusive a maioria das obtidas através das estruturas apresentadas por Bode, considerando a combinação do equalizador variável com um equalizador fixo. A figura 2.3 mostra esquemas duais para a implementação desta configuração. Nesta figura, $a > 1$ é uma constante que determina a resposta média do equalizador, e a rede auxiliar, usualmente um T em ponte, tem impedância imagem resistiva R_0 e função de transferência imagem ψ .

Para a rede auxiliar transparente que se obtém fazendo $\psi = 0$, isto é, substituindo a impedância Z_R vista pelos terminais da rede auxiliar pela resistência variável R , o equalizador se resume a um circuito resistivo para o qual temos:

$$Y = \frac{i_2}{e_1} = \frac{(a^2 - 1)(R + aR_0)}{a^2 R_0 (R_0 + aR)}$$

$$Y_S = Y(R = 0) = \frac{a^2 - 1}{aR_0}$$

$$Y_O = Y(R = \infty) = \frac{a^2 - 1}{a^3 R_0} = \frac{Y_S}{a^2}$$

⁵Cheung *et al.* 1979, "Key aspects in the development of a 48-channel Duobinary PCM repeater".

⁶Brading 1972, "Exact method for adjustable equalizers". Haas 1965, "Theory and design of an adjustable equalizer". Corbett 1976, "Accurate wide band curve fitting for adjustable equalizers".

$$Z = \frac{R_0}{a} = R_0 \sqrt{\frac{Y_O}{Y_S}} \quad (2.10)$$

Este circuito satisfaz a condição (2.3), apresentando portanto respostas simétricas em relação à resposta central. A perda por inserção neste caso será dada por:

$$\begin{aligned} \theta &= \ln \left(\frac{a(R_0 - aR)}{R + aR_0} \right) \\ &= \ln(a) + \ln \left(\frac{1 + ax}{x + a} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Comparando com a relação (2.8), podemos identificar:

$$\begin{aligned} \theta(R = R_0) &= \theta_0 = \ln(a) \\ \theta(R = 0) &= \theta_0 - \varphi = 0 \\ \theta(R = \infty) &= \theta_0 + \varphi = \ln(a^2) = 2 \ln(a) \end{aligned}$$

Uma vez que o circuito é resistivo, a atenuação introduzida é, obviamente, constante com a frequência, variando com R de 0 a $2 \ln(a)$ nepers. É interessante notar que o parâmetro a define tanto a resposta média como o desvio máximo em relação a esta resposta:

$$\varphi = \theta_0 = \ln(a) \Leftrightarrow e^{\theta_0} = e^\varphi = a \quad (2.12)$$

Analisemos agora os efeitos da introdução da rede auxiliar de impedância característica R_0 e função de transferência imagem ψ . A impedância Z_R da rede auxiliar terminada com a resistência variável R será dada por⁷:

$$Z_R = \frac{x + \operatorname{tgh}(\psi)}{1 + x \operatorname{tgh}(\psi)} R_0 \quad (2.13)$$

onde, como anteriormente, $x = R/R_0$. Agora, a perda introduzida pelo equalizador será variável com a frequência e com o valor de R . Quando $R = R_0$, a impedância característica da rede auxiliar, teremos $Z_R = R_0$ (resistiva), e a resposta do equalizador será a atenuação média $\theta_0 = \ln(a)$, constante com a frequência. Para valores recíprocos de x , os valores correspondentes da relação $X = Z_R/R_0$ também serão recíprocos, o que garante a simetria em relação à resposta média.

Demonstração:

Seja $x' = 1/x$. Neste caso, teremos:

$$\begin{aligned} X' &= \frac{Z'_R}{R_0} = \frac{x' + \operatorname{tgh}(\psi)}{1 + x' \operatorname{tgh}(\psi)} \\ &= \frac{1/x + \operatorname{tgh}(\psi)}{1 + \operatorname{tgh}(\psi)/x} \\ &= \frac{1 + x \operatorname{tgh}(\psi)}{x + \operatorname{tgh}(\psi)} \\ &= \frac{1}{X} \end{aligned}$$

⁷Romano 1982, *Filtros e linhas*, p. 66.

Podemos repetir a análise feita para o circuito resistivo sem a rede auxiliar considerando o circuito completo. Substituindo na relação (2.9) $x = R/R_0$ por $X = Z_R/R_0$, fica:

$$\theta = \theta_0 + \frac{X-1}{X+1}\varphi + \dots \quad (2.14)$$

Considerando que:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x + \operatorname{tgh}(\psi)}{1 + x \operatorname{tgh}(\psi)} \\ &= \frac{x(e^\psi + e^{-\psi}) + (e^\psi - e^{-\psi})}{(e^\psi + e^{-\psi}) + x(e^\psi - e^{-\psi})} \\ &= \frac{(x+1)e^\psi + (x-1)e^{-\psi}}{(x+1)e^\psi + (1-x)e^{-\psi}} \\ &= \frac{1 + ye^{-2\psi}}{1 - ye^{-2\psi}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Resulta:

$$\begin{aligned} \frac{X-1}{X+1} &= \frac{1 + ye^{-2\psi} - (1 - ye^{-2\psi})}{1 + ye^{-2\psi} + 1 - ye^{-2\psi}} \\ &= ye^{-2\psi} \end{aligned}$$

E, portanto:

$$\theta = \theta_0 + ye^{-2\psi}\varphi + \dots \quad (2.16)$$

Para a manipulação em computador é interessante usar a expressão exata para a perda por inserção θ , tanto para o cálculo dos índices de desempenho utilizados nos programas de otimização como para a avaliação exata da distorção na forma da resposta do equalizador com a variação de y . Partindo da rede resistiva, para a qual $\theta_0 = \varphi = \ln(a)$, e substituindo x por X na relação (2.8) para adaptá-la à introdução da rede auxiliar, temos:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 + \ln\left(\frac{X + e^{-\varphi}}{1 + Xe^{-\varphi}}\right) \\ &= \ln(a) + \ln\left(\frac{1 + aX}{a + X}\right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Mas, por (2.15), temos:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 + \ln\left(\frac{1 + ye^{-2\psi} + (1 - ye^{-2\psi})e^{-\varphi}}{1 - ye^{-2\psi} + (1 + ye^{-2\psi})e^{-\varphi}}\right) \\ &= \theta_0 + \ln\left(\frac{1 + e^{-\varphi} + (1 - e^{-\varphi})ye^{-2\psi}}{1 + e^{-\varphi} + (e^{-\varphi} - 1)ye^{-2\psi}}\right) \end{aligned}$$

Definindo:

$$\rho = \frac{1 - e^{-\varphi}}{1 + e^{-\varphi}} = \frac{a - 1}{a + 1} \quad (2.18)$$

a equação anterior fica:

$$\theta = \theta_0 + \ln \left(\frac{1 + \rho y e^{-2\psi}}{1 - \rho y e^{-2\psi}} \right) \quad (2.19)$$

A distorção provocada pela não linearidade da variação da resposta do equalizador com o parâmetro y é dada pela diferença entre a resposta exata e a obtida considerando apenas os dois primeiros termos da expansão em série de Taylor. Ou seja:

$$D(y) = y e^{-2\psi} \varphi - \ln \left(\frac{1 + \rho y e^{-2\psi}}{1 - \rho y e^{-2\psi}} \right) \quad (2.20)$$

É importante ressaltar o vínculo entre a gama de atenuações coberta pelo equalizador e os valores possíveis para o produto ρy . A variável y é função da resistência variável R . Seu intervalo de variação é limitado, dependendo diretamente do tipo de resistência variável utilizado. Isto implica na impossibilidade prática de obtenção das respostas teóricas limites (para $y = \pm 1$), e, conseqüentemente, na diminuição da gama de atenuações que o equalizador pode cobrir.

Como vimos, para o equalizador da figura 2.3, a perda média θ_0 , assim como φ , o desvio máximo de atenuação em relação a θ_0 , é função do parâmetro a . O valor de a é determinado pela rede resistiva à qual é conectada a rede auxiliar (figura 2.3), podendo ser controlado facilmente em amplos limites. O parâmetro ρ , por sua vez, é função de a , podendo variar no intervalo $(0, 1)$ para a variando entre 1 e ∞ . Entretanto, à medida em que ρ aumenta, a atenuação média $\theta_0 = \ln(a)$ introduzida pelo equalizador também aumenta. Os custos da utilização de valores de ρ próximos da unidade são: (i) a necessidade de amplificação por um fator muito alto, e (ii) uma maior incidência de ruído sobre o sinal equalizado. É interessante, por estes motivos, usar o menor valor possível para ρ . Por outro lado, a diminuição de ρ tem um efeito semelhante à diminuição do intervalo de variação de y , significando uma redução na gama de atenuações cobertas pelo equalizador.

Vamos considerar agora a implementação da rede auxiliar indicada na figura 2.3 utilizando um circuito T em ponte de impedância característica resistiva e constante, como o mostrado na figura 2.4.

O T em ponte da figura 2.4 é uma rede simétrica que, pelo teorema da bissecção, pode ser transformado em uma rede em treliça⁸, como indica a figura 2.5. Neste caso, deveremos ter:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \left(\frac{Z_A}{2} \right) // R_0 \\ Z_2 &= R_0 + 2Z_B \end{aligned}$$

⁸Van Valkenburg 1960, *Introduction to modern network synthesis*, pp. 356-359. Romano 1982, obra citada, pp. 81-84.

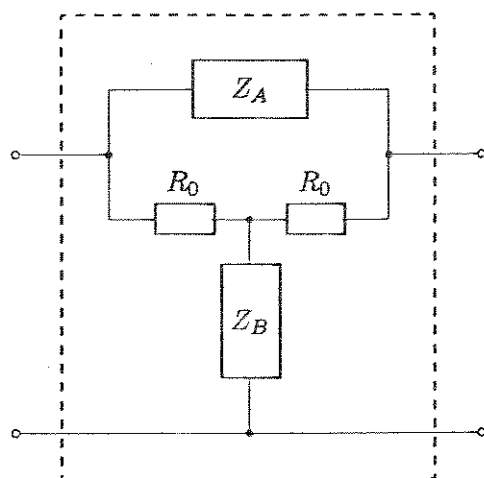


Figura 2.4: Rede auxiliar T em ponte.

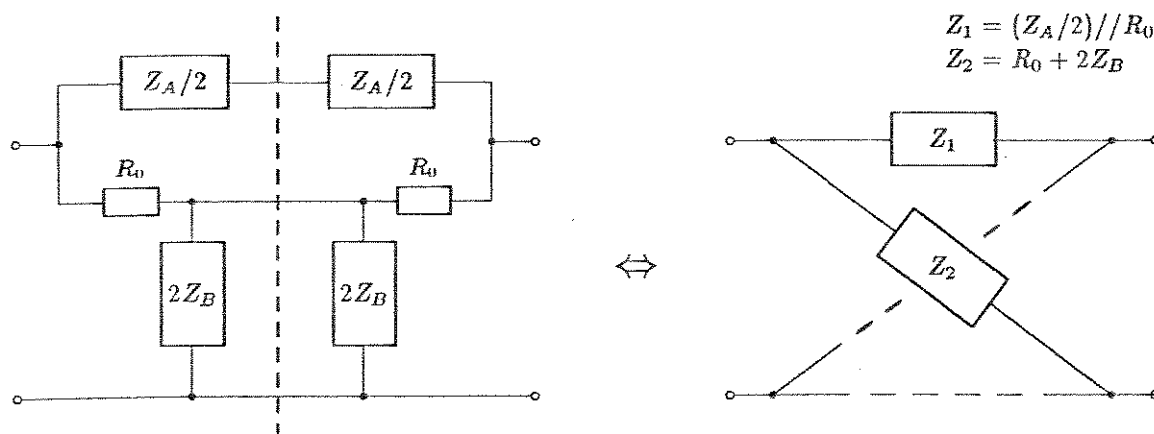


Figura 2.5: Circuitos equivalentes ao T em ponte da figura 2.4.

Para que uma rede em treliça tenha impedância característica resistiva e constante, isto é, para que a impedância nos terminais de entrada e saída seja sempre uma resistência R_0 quando o outro é terminado por uma resistência R_0 , é necessário que⁹:

$$Z_0 = \sqrt{Z_1 Z_2} = R_0$$

Ou, para a rede auxiliar T em ponte:

$$\begin{aligned} Z_1 Z_2 &= \frac{R_0 + 2Z_B}{1/R_0 + 2/Z_A} = R_0^2 \\ \frac{1 + 2\frac{Z_B}{R_0}}{1 + 2\frac{R_0}{Z_A}} R_0^2 &= R_0^2 \\ 2\frac{Z_B}{R_0} &= 2\frac{R_0}{Z_A} \end{aligned}$$

Portanto, deveremos ter:

$$Z_A Z_B = R_0^2 \quad (2.21)$$

Esta condição será satisfeita, por exemplo, se para cada admitância em paralelo que forma a impedância Z_A do braço superior do T em ponte existir uma impedância dual associada conectada em série para compor a impedância Z_B do braço central, cada par satisfazendo isoladamente a exigência. Ou seja, se:

$$Z_A Z_B = \frac{Z_B}{Y_A} = \frac{Z_{B1} + Z_{B2} + \dots + Z_{Bn}}{Y_{A1} + Y_{A2} + \dots + Y_{An}}$$

e se:

$$\frac{Z_{B1}}{Y_{A1}} = \frac{Z_{B2}}{Y_{A2}} = \dots = \frac{Z_{Bn}}{Y_{An}} = R_0^2$$

teremos obviamente:

$$Z_A Z_B = R_0^2 \quad (2.22)$$

A função de transferência imagem para uma estrutura em treliça com impedância característica resistiva e constante é dada por¹⁰:

$$\psi = \ln \left(\frac{1 + Z_1/R_0}{1 - Z_1/R_0} \right) \quad (2.23)$$

Portanto, para a rede auxiliar T em ponte equivalente temos:

$$e^\psi = \frac{1 + \frac{Z_A}{2R_0 + Z_A}}{1 - \frac{Z_A}{2R_0 + Z_A}} = 1 + \frac{Z_A}{R_0} \quad (2.24)$$

⁹Van Valkenburg 1960, obra citada, p. 452.

¹⁰Van Valkenburg 1960, obra citada, p. 452. Romano 1982, obra citada, p. 89.

Substituindo em (2.19), a perda por inserção em nepers do equalizador da figura 2.3, em função da impedância do braço superior do T em ponte Z_A , será dada por:

$$\begin{aligned}\theta &= \theta_0 + \ln \left[\frac{1 + \rho y (1 + Z_A/R_0)^{-2}}{1 - \rho y (1 + Z_A/R_0)^{-2}} \right] \\ &= \theta_0 + \ln \left[\frac{(1 + Z_A/R_0)^2 + \rho y}{(1 + Z_A/R_0)^2 - \rho y} \right]\end{aligned}\quad (2.25)$$

onde, novamente:

$$\begin{aligned}\theta_0 = \varphi &= \ln(a) \\ \rho &= \frac{1 - e^{-\varphi}}{1 + e^{-\varphi}} = \frac{a - 1}{a + 1} \\ y &= \frac{x - 1}{x + 1} = \frac{R/R_0 - 1}{R/R_0 + 1}\end{aligned}$$

As respostas de um circuito equalizador de Bode com uma rede auxiliar T em ponte de impedância característica R_0 e impedância do braço superior Z_A são obtidas facilmente através de (2.25). Para cada impedância Z_A , as respostas do equalizador formarão uma família de curvas aproximadamente proporcionais a:

$$e^{-2\psi} \varphi = \frac{\ln(a)}{(1 + Z_A/R_0)^2}$$

O projeto de equalizadores deste tipo se resume, portanto, à escolha de uma impedância Z_A que se adapte satisfatoriamente às respostas desejadas para o circuito. A impedância Z_B , do braço central do T em ponte, é dependente dos valores de Z_A e da impedância característica da rede R_0 , como mostrado acima. A escolha do parâmetro a determina a atenuação média θ_0 e o máximo desvio de atenuação φ . Na seção seguinte analisamos as respostas de equalizadores obtidos utilizando algumas impedâncias Z_A simples e a aplicabilidade destes circuitos na compensação da variação da resposta de cabos multipares.

2.3 Equalizadores variáveis elementares

Nesta seção são apresentadas as respostas de circuitos equalizadores de Bode em sua configuração clássica, para algumas das redes auxiliares T em ponte mais simples. Como vimos na seção anterior, a resposta deste tipo de circuito depende basicamente da impedância Z_A do braço superior do T em ponte. Os circuitos elementares aqui estudados servem de base para o projeto de um equalizador variável genérico. Dentre estes circuitos, são indicados os mais apropriados para a simulação da resposta de cabos e a compensação de variações destas respostas pelo equalizador.

Na simulação de um trecho de cabo multipar com uma determinada atenuação, a resposta de amplitude do equalizador deve se aproximar ao máximo da obtida

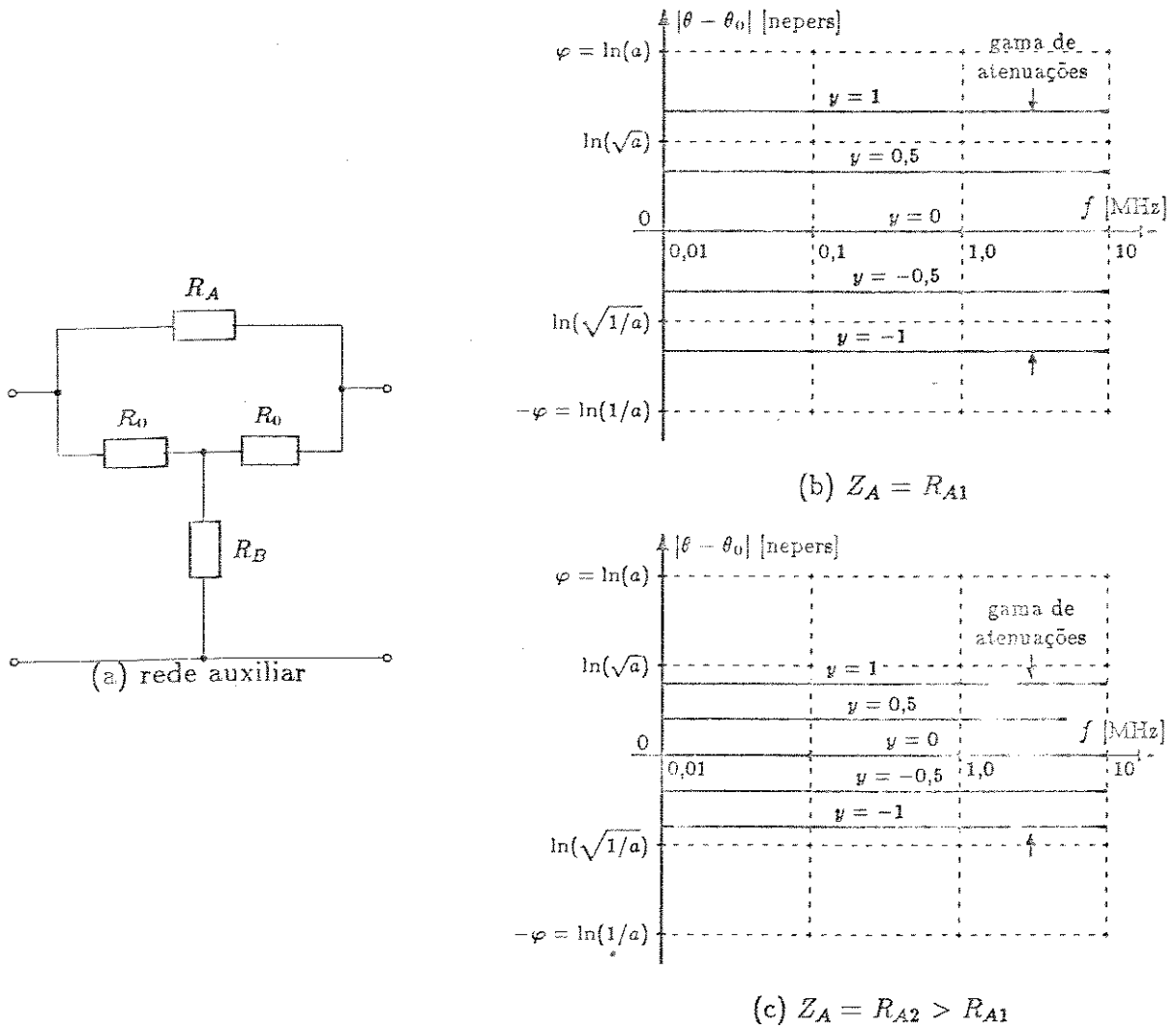


Figura 2.6: Equalizador de Bode para $Z_A = R_A$.

pela expressão (1.6) para esta atenuação. A resposta de fase, por sua vez, deve se aproximar ao máximo da componente não linear da resposta de fase do trecho de cabo, dada pela expressão (1.8). Na compensação da variação da resposta de cabos multipares, as respostas desejadas para o equalizador variável em função da atenuação introduzida pelo cabo são dadas pela expressão (1.18) e ilustradas na figura 1.7. A menos de uma eventual constante de proporcionalidade, as respostas ideais para simuladores de cabo e equalizadores variáveis são idênticas.

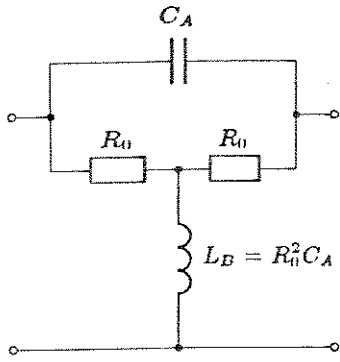
Consideremos inicialmente a rede resistiva obtida fazendo $Z_A = R_A$ e $Z_B = R_0^2/R_A$ (figura 2.6a). Como no caso em que é utilizada uma rede auxiliar transparente ($\psi = 0$), discutido na seção anterior, a resposta deste equalizador também é constante com a frequência, sendo que a atenuação introduzida varia apenas com o

valor da resistência variável R (figuras 2.6b e 2.6c). As respostas do circuito resultante são proporcionais à variável y . O valor da resistência R_A determina a gama de atenuações varrida com a variação de y . O circuito com a rede auxiliar transparente é um caso particular deste, para o qual temos: $Z_A = 0$ e $Z_B = \infty$. Neste caso, à medida em que R varia entre zero e infinito, o módulo da perda por inserção do circuito varia entre zero e $2 \ln(a)$. No outro caso limite, para $Z_A = \infty$ e $Z_B = 0$, a resposta será constante e igual à resposta média $\theta_0 = \ln(a)$ nepers, independentemente da frequência e do valor da resistência variável R . Para valores intermediários de R_A , os limites de variação da atenuação introduzida podem ser ajustados entre 0 e $\ln(a)$ nepers acima e abaixo da atenuação média. Como ilustram as figuras 2.6b e 2.6c, quanto maior for o valor de R_A , menor será a gama de atenuações constantes introduzida por este circuito. Esta conclusão pode ser estendida para as respostas de amplitude do equalizador que usa a rede auxiliar genérica (figura 2.4), substituindo R_A por $|Z_A|$, resultando num bom mecanismo para a análise qualitativa destes equalizadores: *quanto maior for o módulo da impedância Z_A numa determinada frequência, menor será o desvio da resposta do equalizador em relação à atenuação média nesta frequência, para um determinado valor da resistência variável.*

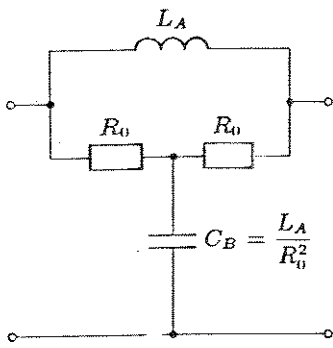
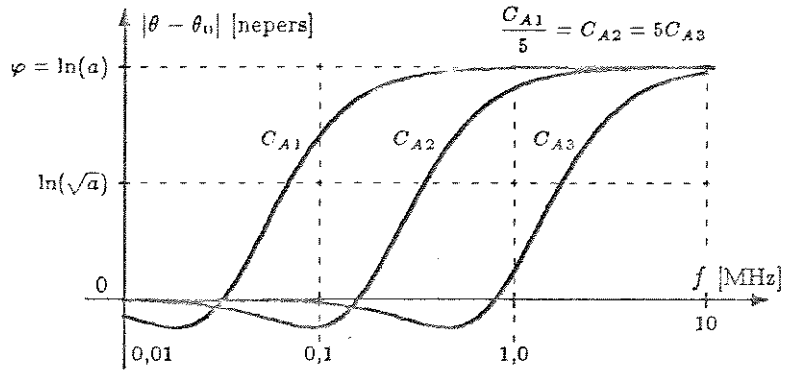
Consideremos agora algumas impedâncias não resistivas. Para $Z_A = 1/(sC_A)$, uma impedância puramente capacitiva, teremos $Z_B = sR_0^2 C_A$ (figura 2.7a). Neste circuito, para frequências suficientemente baixas, o capacitor C_A é equivalente a um circuito aberto e o indutor L_B a um curto-circuito; nestas frequências, independentemente do valor da resistência variável R , a impedância da rede auxiliar terminada em R será R_0 e a perda introduzida pelo equalizador é idêntica à perda média. Por outro lado, para frequências suficientemente altas o capacitor é um curto-circuito, podendo ser ignorada; teremos, portanto, nesta faixa de frequências, um comportamento idêntico ao da rede transparente. As respostas deste equalizador são mostradas na figura 2.7a para $y = 1$ e para três valores de C_A ($C_{A1} > C_{A2} > C_{A3}$). As curvas correspondentes aos demais valores de y foram omitidas e serão, para gamas de atenuação suficientemente pequenas ($a \rightarrow 1$), proporcionais à curva limite obtida para $y = 1$, de acordo com o valor assumido pela variável y . As três curvas são idênticas, a menos de um deslocamento de frequência proporcional ao valor de C_A . As transições entre as atenuações limites se assemelham, em uma faixa de frequências limitada, às respostas desejadas para o equalizador variável, permitindo a sua utilização na compensação da variação da resposta de cabos, dependendo da aplicação.

Para um indutor no braço superior do T em ponte (figura 2.7b), temos: $Z_A = sL_A$ e $Z_B = 1/(sC_B) = L_A/(sR_0^2)$. Temos agora uma inversão entre as atenuações para as frequências muito altas e muito baixas, em relação ao caso anterior, mantendo-se inalterados os valores limites. Entretanto, ao contrário do caso anterior, as transições não se assemelham com as respostas de trechos de cabos (ou os seus inversos), não servindo isoladamente para compensar as variações na resposta da linha de transmissão.

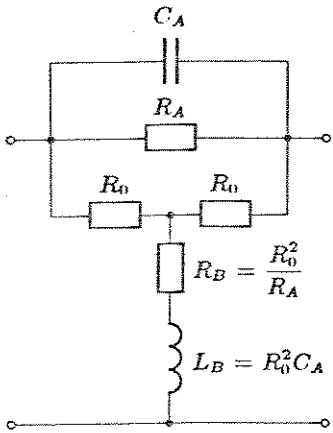
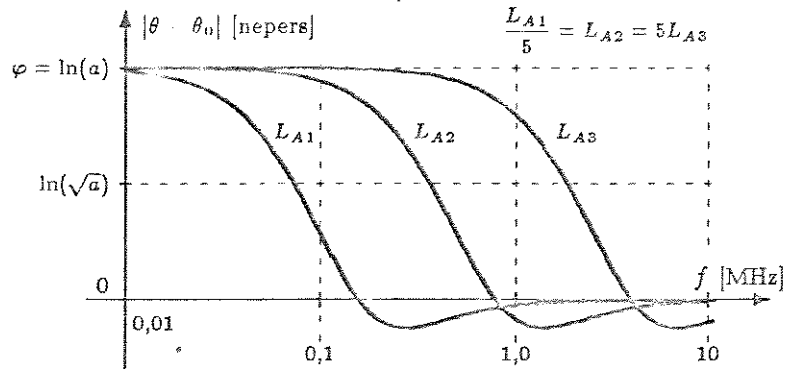
Analisemos agora alguns equalizadores formados através da combinação de dois tipos de impedância para formar Z_A . A figura 2.7c mostra a rede auxiliar formada



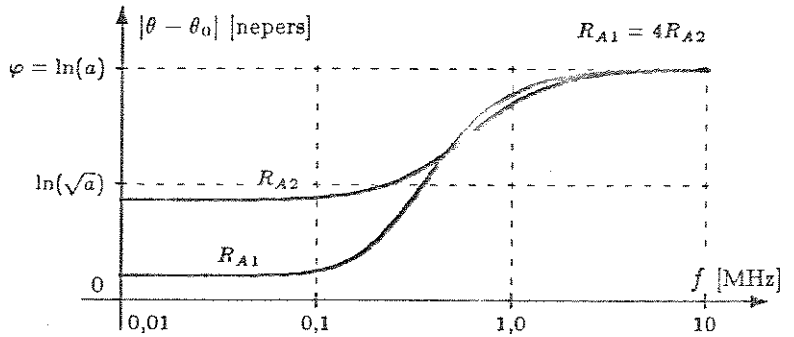
(a) $Z_A = \frac{1}{sC_A}$

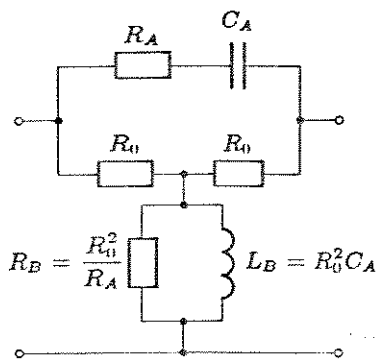


(b) $Z_A = sL_A$

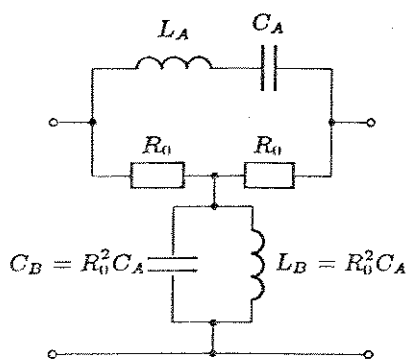
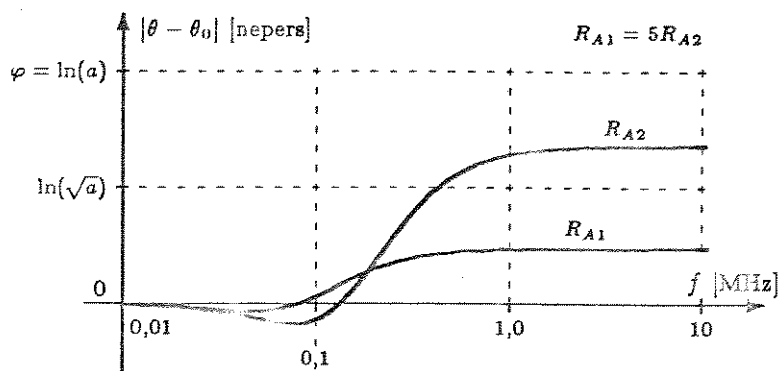


(c) $Z_A = R_A // \frac{1}{sC_A}$

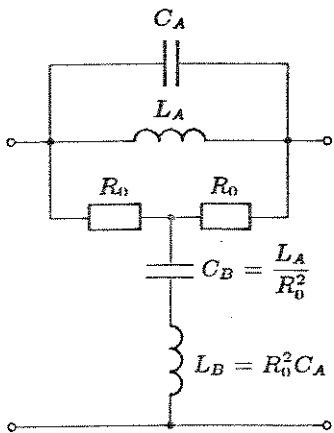
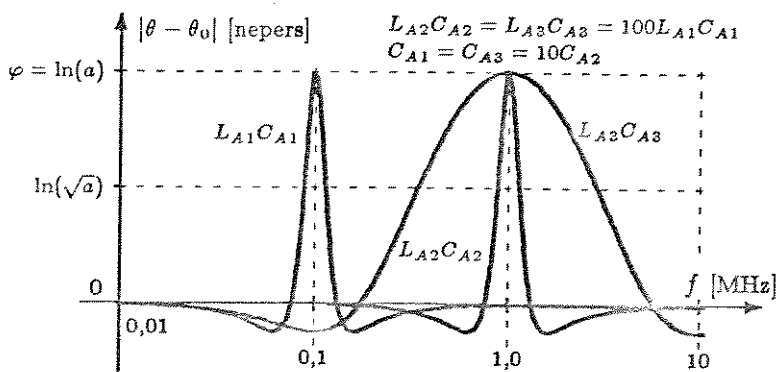




(d) $Z_A = R_A + \frac{1}{sC_A}$



(e) $Z_A = sL_A + \frac{1}{sC_A}$



(f) $Z_A = sL_A // \frac{1}{sC_A}$

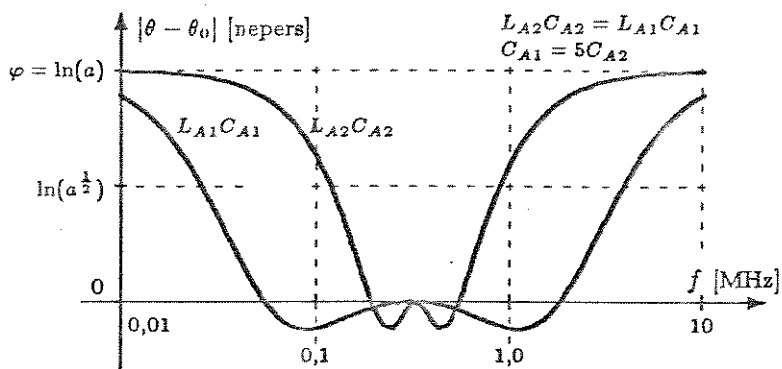


Figura 2.7: Equalizador de Bode para diversas impedâncias ZA.

pela associação em paralelo de um resistor e um capacitor: $Z_A = R_A // 1/(sC_A)$. Para frequências suficientemente baixas, a impedância Z_A será determinada pelo valor da resistência R_A e o comportamento do equalizador será idêntico ao da figura 2.6. Nas frequências altas o capacitor é predominante e a resposta do circuito é idêntica ao da figura 2.7a, para os mesmos valores da capacitância C_A . É interessante notar que a introdução de uma resistência $R_A < 2R_0$ provoca o desaparecimento da oscilação observada na figura 2.7a, no início da transição entre as atenuações limites. Podemos, a partir do comportamento observado para este equalizador, considerar o caso de uma impedância genérica Z'_A conectada em paralelo à resistência R_A , no braço superior do T em ponte. A resistência limita o módulo da impedância total Z_A a no máximo $R_A \Omega$. Se $|Z'_A| \gg R_A$ a resistência R_A é predominante ($Z_A \rightarrow R_A$). Por outro lado, quando $|Z'_A| \ll R_A$ a impedância Z'_A é predominante. Na figura 2.7c temos $Z'_A = 1/(sC_A)$, e o efeito da resistência R_A só é sentido nas frequências baixas. Portanto, a escolha de um valor apropriado para R_A pode ajustar as respostas do equalizador nestas frequências.

Para Z_A formada por um resistor R_A em série com um capacitor C_A (figura 2.7d), temos: nas frequências baixas o efeito do capacitor é predominante e a resposta do equalizador é semelhante à figura 2.7a; nas frequências altas a impedância do capacitor é relativamente pequena e, somada a R_A , pode ser desprezada. O comportamento do equalizador se assemelha agora ao da figura 2.6. Generalizando, o efeito da conexão de um resistor em série com uma impedância Z'_A no braço superior do T em ponte é o de limitar a gama de atenuações cobertas pelo equalizador. Impedâncias deste tipo podem ser utilizadas para ajustar a resposta do equalizador numa determinada faixa de frequências, conectadas em paralelo a uma impedância base Z''_A , sendo que sua influência na resposta final do circuito dependerá inversamente dos valores das resistências em série associadas a cada impedância de ajuste Z'_A .

É interessante ainda a possibilidade de conformar respostas de cabos de pequena atenuação (ou os seus inversos) utilizando várias associações em série de resistências e capacitâncias. Cada conjunto RC deve ser escolhido para conformar a resposta do equalizador numa faixa de frequências. O valor da capacitância C_{A_i} determinará as frequências de transição entre os desvios de atenuação mínimo e máximo causadas pelo conjunto i . Estes desvios de atenuação serão determinados, por sua vez, pelos valores das resistências $R_{A_{i-1}}$ e R_{A_i} , respectivamente. Ou seja, as capacitâncias determinam a faixa de frequências em que os diversos conjuntos RC atuam e as resistências a influência de cada conjunto na declividade da resposta final do equalizador nesta faixa. A máxima declividade que pode ser obtida por um conjunto RC é de 20 dB/década, o que limita este tipo de aplicação a cabos cujas respostas não ultrapassem este valor.

Para Z_A formada por um capacitor C_A em série com um indutor L_A , as respostas do equalizador serão ressonantes. Agora, as respostas são simétricas em relação à frequência de ressonância, como mostra a figura 2.7e. A frequência de ressonância é função do produto LC . Para LC mantido constante, a variação dos valores de L e C modificará apenas as transições entre os limites de atenuação, tornando-as mais abruptas ou mais suaves à medida em que o valor do indutor L_A aumenta ou

diminui (ou, equivalentemente, à medida em que o valor do capacitor C_A diminui ou aumenta). Esta configuração pode ser usada para se obter transições mais abruptas que as possíveis no caso anterior, com uma única célula equalizadora (figura 2.7d).

Para Z_A formada por um capacitor C_A em paralelo com um indutor L_A as respostas obtidas são as mostradas na figura 2.7f. A análise desta configuração é muito semelhante ao caso anterior.

2.4 Comportamento dos pólos e zeros em função da resistência variável

Os equalizadores variáveis do sistema MCP-30¹¹ e do estudo para a implementação de um repetidor duobinário modificado para o sistema MCP-60¹², desenvolvidos na UNICAMP, são compostos respectivamente por dois e três pólos (e nenhum zero) que se deslocam conjuntamente no eixo real do plano s de acordo com o valor de pico do sinal equalizado. Brota daí nosso interesse no estudo do comportamento dos pólos e zeros de equalizadores de Bode, procurando ao mesmo tempo abordar o problema por um ângulo diferente do tradicional e comparar os resultados com os obtidos pelos trabalhos citados acima. Infelizmente, as relações entre a localização dos pólos e zeros dos equalizadores de Bode com os valores da resistências variáveis não são tão simples como nestes outros equalizadores, o que dificulta a sua utilização como ferramenta de análise. A seguir decomporemos a função de transferência do equalizador básico da figura 2.7a em pólos e zeros, o que permitirá determinar as trajetórias por eles descritas com a variação do parâmetro y (que é função do valor da resistência variável R). O procedimento descrito a seguir pode ser aplicado sempre que for possível decompor a função de transferência de um equalizador variável em pólos e zeros.

A função de transferência de uma rede terminada na entrada e na saída por resistências iguais se relaciona com sua função de transferência imagem por¹³:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e^{-\theta} = \frac{1}{2} e^{-\theta} \quad (2.26)$$

Substituindo na equação (2.25):

$$\begin{aligned} \frac{V_2}{V_1} &= \frac{1}{2} e^{-\theta_0} \frac{(1 + Z_A/R_0)^2 - \rho y}{(1 + Z_A/R_0)^2 + \rho y} \\ &= K \frac{(Z_A/R_0)^2 + 2Z_A/R_0 + 1 - \rho y}{(Z_A/R_0)^2 + 2Z_A/R_0 + 1 + \rho y} \end{aligned} \quad (2.27)$$

¹¹Chiquito 1983, *Equalização variável em repetidores MCP*, pp. 147-150 e 220-225.

¹²Alves 1985, *Estudo de um simulador automático de cabo para o repetidor MCP Duobinário Modificado*, pp. 79-90.

¹³Van Valkenburg 1960, obra citada, pp. 428 e 466.

Se a impedância Z_A for simples, é possível decompor analiticamente a função de transferência em pólos e zeros. Para o equalizador que utiliza a rede auxiliar da figura 2.7a, por exemplo, para o qual $Z_A = 1/(sC_A)$, temos:

$$\frac{V_2}{V_1} = K \frac{1 + 2R_0C_A s + (1 - \rho y)R_0^2C_A^2 s^2}{1 + 2R_0C_A s + (1 + \rho y)R_0^2C_A^2 s^2} \quad (2.28)$$

Calculando os valores das raízes dos polinômios de segunda ordem do numerador e denominador, obtemos respectivamente os dois zeros e os dois pólos deste circuito equalizador:

$$\begin{aligned} z_1 &= -\frac{1}{R_0C_A(1 + \sqrt{\rho y})} \\ z_2 &= -\frac{1}{R_0C_A(1 - \sqrt{\rho y})} \\ p_1 &= -\frac{1}{R_0C_A(1 - j\sqrt{\rho y})} \\ p_2 &= -\frac{1}{R_0C_A(1 + j\sqrt{\rho y})} \end{aligned}$$

A função de transferência deste equalizador pode ser reescrita explicitando os pólos e zeros que a compõem:

$$\frac{V_2}{V_1} = K \frac{(1 - \rho y)(s - z_1)(s - z_2)}{(1 + \rho y)(s - p_1)(s - p_2)} \quad (2.29)$$

Esta equação mostra que tanto o ganho c.c. como as posições dos pólos deste equalizador variam com y . Para $y = 0$ ($R = R_0$), os dois pólos e os dois zeros se localizam todos no mesmo ponto, $s = -1/(R_0C_A)$, cancelando-se mutuamente. Neste caso, comprovando as análises anteriores, a resposta do equalizador será constante com a frequência:

$$\frac{V_2}{V_1} = K = \frac{e^{-\theta_0}}{2} = \frac{1}{2a}$$

Para $y > 0$ ($R > R_0$) os zeros são reais e os pólos complexos conjugados. Para $y < 0$ ($R < R_0$) a situação se inverte: os pólos são reais e os zeros complexos conjugados. Como era de se esperar, para valores de y de mesmo módulo e sinais contrários (valores recíprocos de $x = R/R_0$), as posições dos pólos se invertem com as dos zeros. A figura 2.8 mostra a posição dos pólos e zeros da função de transferência do equalizador da figura 2.7a, em função do valor da resistência variável R , para $R_0 \leq R \leq \infty$ ($0 \leq y \leq 1$). À medida em que o valor de y aumenta, os pólos e os zeros se afastam do ponto $s = -1/(R_0C_A)$, os zeros em trajetória retilínea sobre o eixo real do plano s e os pólos em trajetória circular com centro em $s = -1/(2R_0C_A)$ e raio $1/(R_0C_A)$. Invertendo as posições dos pólos com as dos zeros, a figura 2.8 passa a descrever a trajetória dos pólos e zeros do equalizador para $0 \leq R \leq R_0$ ($-1 \leq y \leq 0$).

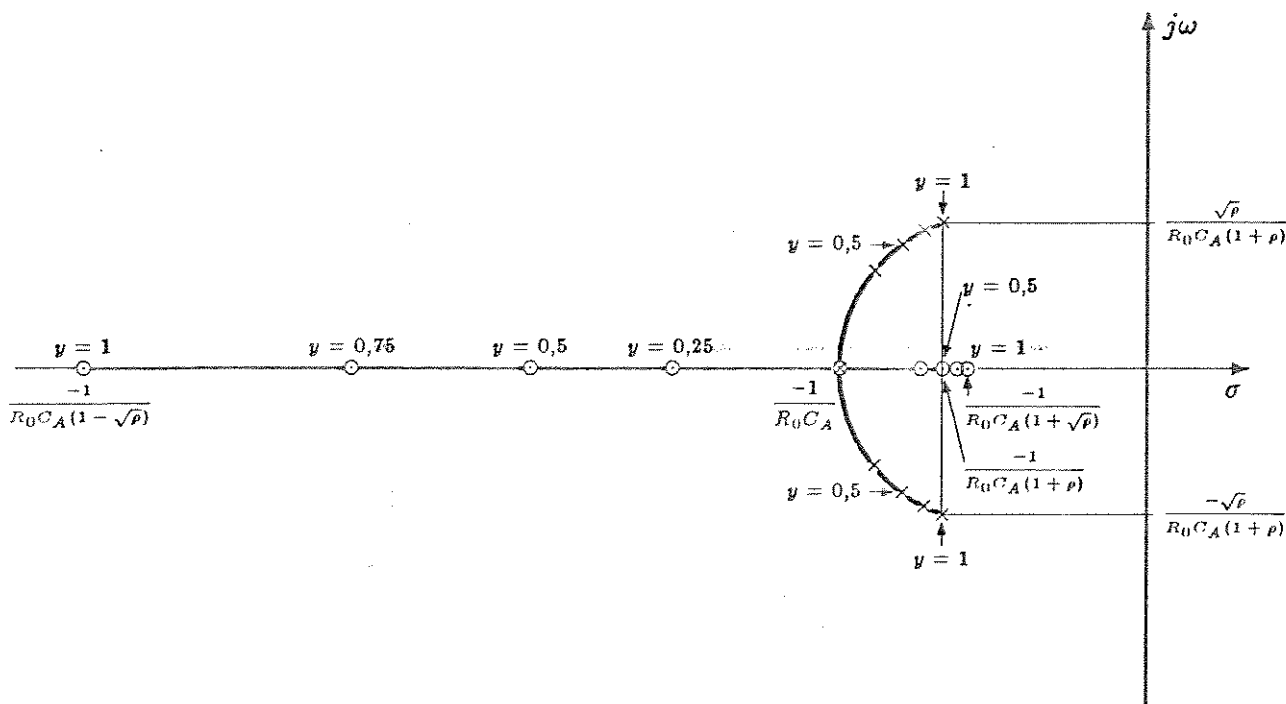


Figura 2.8: Trajetória dos pólos e zeros da função de transferência do equalizador de Bode que utiliza a rede auxiliar da figura 2.7a para R variando de R_0 a ∞ .

A resposta deste equalizador para $y = 1$, mostrada na figura 2.7a descontando-se a resposta média ($y = 0$), pode ser relacionada à ação de cada pólo ou zero do circuito. Seja $s = j2\pi f$. Quando $f \rightarrow 0$ a resposta do equalizador tende a permanecer constante com a freqüência. Para freqüências um pouco maiores, os efeitos dos pólos conjugados se cancelam e o zero mais próximo do eixo imaginário é dominante, provocando o ligeiro decréscimo na resposta observado na figura 2.7a. Aumentando o valor da freqüência para acima da freqüência de ressonância associada aos pólos complexos conjugados, a ação conjunta destes provoca um aumento assintótico de 40 dB/década, que, somado ao efeito do primeiro zero, provoca um aumento líquido com a freqüência de 20 dB/década de declividade. O efeito do zero mais distante do eixo imaginário só será significativo para freqüências ainda mais altas, quando provocará uma queda assintótica na resposta de 20 dB/década. Esta queda, somada aos efeitos das outras singularidades, torna a resposta constante com a freqüência (para f suficientemente grande). Este raciocínio pode ser facilmente estendido para os demais valores da variável y .

Na figura 2.8 podemos observar que à medida em que o valor de y aumenta em módulo, os pólos e zeros se afastam da posição central ($y = 0$). O pólo que se afasta do eixo imaginário com o aumento de y se mantém sempre a uma distância relativamente maior que a distância entre o outro pólo e os dois zeros complexos conjugados. O

comportamento da resposta do equalizador devido à ação conjunta deste segundo pólo e dos dois zeros pode ser aproximado pelo de um único zero dominante. Ou seja, a resposta deste equalizador se aproxima da que poderia ser obtida através de um circuito composto por apenas um pólo e um zero. Portanto, a resposta do circuito será constante para $f \rightarrow 0$ e para $f \rightarrow \infty$, e a máxima declividade que pode ser obtida na transição entre estes limites será de 20 dB/década.

Para outras redes auxiliares, esta análise pode ser repetida. É necessário observar, entretanto, que a ordem dos polinômios que descrevem a função de transferência do equalizador aumenta rapidamente com a complexidade da impedância Z_A considerada, tornando impraticável a descrição analítica da trajetória dos seus pólos e zeros.

2.5 Implementação da resistência variável

Como vimos nas seções anteriores, a função dos equalizadores variáveis em sistemas de transmissão digital é compensar automaticamente variações nas respostas do meio de transmissão, procurando minimizar as distorções provocadas por estas variações na forma do sinal equalizado. Para realizar esta tarefa, é necessário que: (i) a resposta do equalizador variável se adapte às possíveis respostas do meio de transmissão, reduzindo ao máximo as variações na resposta final do canal de transmissão $X(f)$; para isso são introduzidos no circuito equalizador variável *um ou mais elementos cujos valores possam ser controlados eletronicamente*; e (ii) se estabeleça uma forma de *controle da resposta do equalizador variável*, através do estabelecimento de valores adequados para os elementos variáveis, em função do próprio sinal recebido.

Para o repetidor MCP-30 foi desenvolvido um circuito que funciona como uma capacitância variável de valor proporcional à corrente de polarização de um transistor de reatância¹⁴. Os elementos variáveis utilizados pelos equalizadores de Bode estudados neste trabalho são resistências, cuja implementação é relativamente simples. Nada impede, entretanto, que sejam utilizados outros elementos variáveis, como observa Bode no final de seu artigo¹⁵.

A variação das respostas dos equalizadores de Bode em função dos valores das resistências variáveis utilizadas foi estudada pormenorizadamente nas seções anteriores deste capítulo. Nesta seção estudamos a implementação de resistências variáveis através de diodos semicondutores, controlando-se o valor da resistência através da corrente de polarização. A seguir, discutimos rapidamente o controle do valor da resistência variável de uma célula equalizadora de Bode a partir do sinal equalizado, ou seja, a determinação, na prática, do valor que as resistências variáveis devem assumir para que o circuito equalizador conforme adequadamente a resposta do canal

¹⁴Chiquito 1983, obra citada, pp. 160-163 e 223-224. Estes capacitores variáveis foram aproveitados sem modificações no projeto do equalizador variável para o sistema MCP-60 duobinário modificado (Alves 1985, obra citada, pp. 41-44).

¹⁵Bode 1938, obra citada.

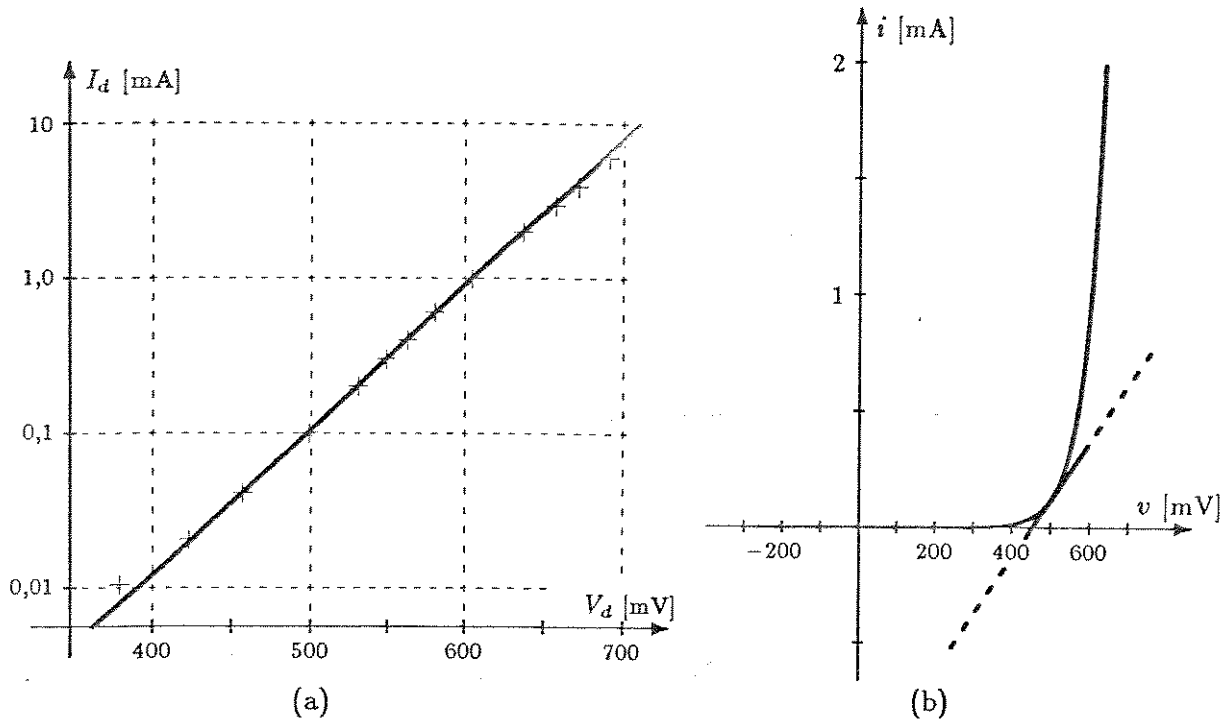


Figura 2.9: Característica $I \times V$ de um diodo BAX13.

de transmissão, de acordo com a resposta do cabo utilizado.

2.5.1 Utilização de diodos como resistências variáveis

É possível obter resistências variáveis através de diodos semicondutores, para sinais de pequena amplitude, a partir da variação de sua resistência dinâmica com o valor da corrente de polarização I_p . A característica estática $I_d \times V_d$ (corrente \times tensão) de um diodo é exponencial:

$$I_d \approx I_s e^{\frac{q}{kT} V_d} = I_s e^{\frac{V_d}{V_T}} \quad (2.30)$$

A figura 2.9a compara diversos pontos da característica $I_d \times V_d$, obtidos experimentalmente para um diodo BAX13, com uma aproximação exponencial. Como a figura mostra, esta aproximação é válida em uma ampla região. A partir desta curva, foram obtidos:

$$\begin{aligned} V_T &= 46,2 \text{ mV} \\ I_s &= 2,25 \times 10^{-6} \text{ mA} \end{aligned}$$

Para sinais c.a. suficientemente pequenos, esta exponencial pode ser aproximada por um segmento de reta, cuja declividade dependerá do valor da corrente de polarização (figura 2.9b). Ou seja, a resistência dinâmica de um diodo varia com a corrente de polarização, para sinais pequenos, podendo ser controlada pelo valor determinado

para I_p . Esta resistência é dada por:

$$\begin{aligned} r_d &= \frac{dV_d}{dI_d} = \frac{V_T}{I_s e^{\frac{V_d}{V_T}}} \\ &= \frac{V_T}{I_d} = \frac{V_T}{I_p + i_d} \\ &\approx \frac{V_T}{I_p} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Portanto, para sinais c.a. suficientemente pequenos, resistência dinâmica de um diodo é inversamente proporcional à corrente de polarização I_p .

A não linearidade da característica $I_d \times V_d$ provocará distorção no sinal aplicado à resistência variável, que será tanto maior quanto maior for a amplitude deste sinal. Para manter a distorção dentro de limites toleráveis é necessário limitar a tensão aplicada ao diodo. Para diminuir esta distorção, a resistência variável pode ser implementada através da associação de diodos mostrada na figura 2.10a. Neste esquema, a corrente de polarização é a mesma para os dois diodos, o que garante que as suas resistências dinâmicas serão iguais para cada corrente de polarização, se os diodos forem casados. Para sinais c.a., por outro lado, os diodos estão associados em paralelo. Uma tensão c.a. v aplicada à resistência provocará, em cada diodo, desvios em relação à tensão de polarização V_p idênticos em módulo mas com sinais contrários. A corrente instantânea que flui em cada diodo é dada por:

$$\begin{aligned} I_{d1} &\approx I_s e^{\frac{V_p - v}{V_T}} = I_p e^{-\frac{v}{V_T}} \\ I_{d2} &\approx I_s e^{\frac{V_p + v}{V_T}} = I_p e^{\frac{v}{V_T}} \end{aligned}$$

Portanto, a corrente c.a. que flui pelos terminais da resistência variável será dada por:

$$\begin{aligned} i &= I_{d2} - I_{d1} = I_p \left(e^{\frac{v}{V_T}} - e^{-\frac{v}{V_T}} \right) \\ &= \frac{I_p}{2} \sinh \left(\frac{v}{V_T} \right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

$\sinh(\cdot)$ é uma função ímpar. Não há, portanto, harmônicas pares na composição da distorção introduzida pela resistência variável.

A figura 2.10b mostra a característica $i \times v$ quase estática desta resistência variável. Nesta figura, podemos observar que a região em torno da origem para a qual é possível aproximar esta curva por um segmento de reta é bem maior em relação às características quase estáticas de cada diodo isoladamente (as curvas mostradas em pontilhado, multiplicadas por um fator 1/2). O cancelamento da distorção ocorre porque, enquanto a corrente instantânea que flui através de um diodo for maior que a corrente de polarização I_p , a do outro será necessariamente menor que I_p . Desta forma, um diodo compensa parte da não linearidade do outro, gerando a simetria ímpar.

A figura 2.11 mostra o comportamento da resistência da figura 2.10a e a resistência dinâmica de um diodo BAX13 isoladamente, para sinais pequenos, em função da

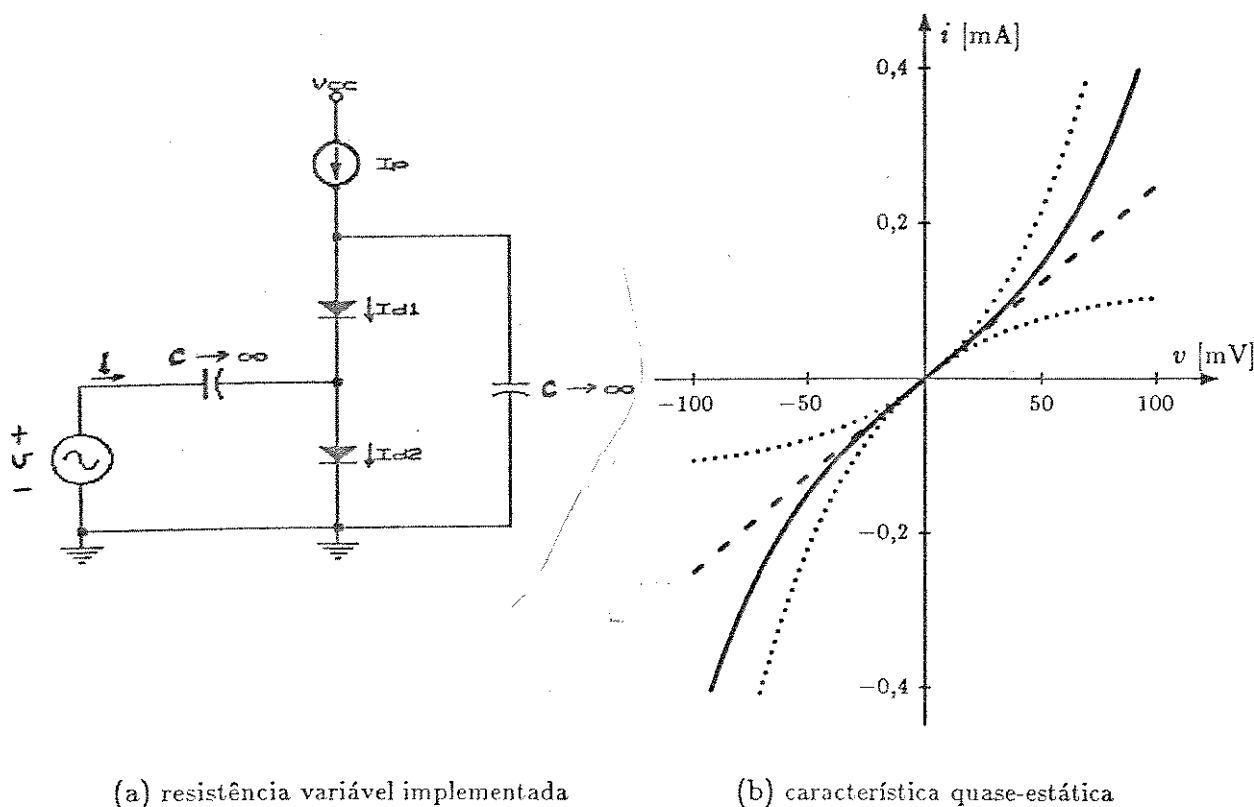


Figura 2.10: Implementação da resistência variável usando diodos.

corrente de polarização aplicada aos diodos. Os valores da resistência variável obtidos experimentalmente a partir dos valores da tensão e da corrente c.a. medidas nos terminais de R , para cada corrente de polarização I_p . Estas medidas foram obtidas tomando o cuidado de manter o sinal suficientemente pequeno, para não sair da região em que a aproximação da característica $i \times v$ da resistência variável por um segmento de reta é válida. Os diodos utilizados (BAX13) são diodos de chaveamento, bastante rápidos. Por este motivo, a caracterização da resistência variável foi realizada para uma única frequência dentro da faixa de interesse (500 KHz). Podemos assumir a validade destes resultados para todas as frequências de interesse.

2.5.2 Análise da distorção introduzida pela resistência variável

Foram realizadas algumas medidas de laboratório para avaliar a distorção introduzida em função da amplitude do sinal aplicado à resistência variável. Para obter esta distorção é necessário extrair a frequência fundamental e medir o sinal resultante. Como os sinais envolvidos são pequenos e a distorção é muitas vezes uma pequena parcela do sinal, podendo se confundir com o ruído ambiente, a sua medição direta é

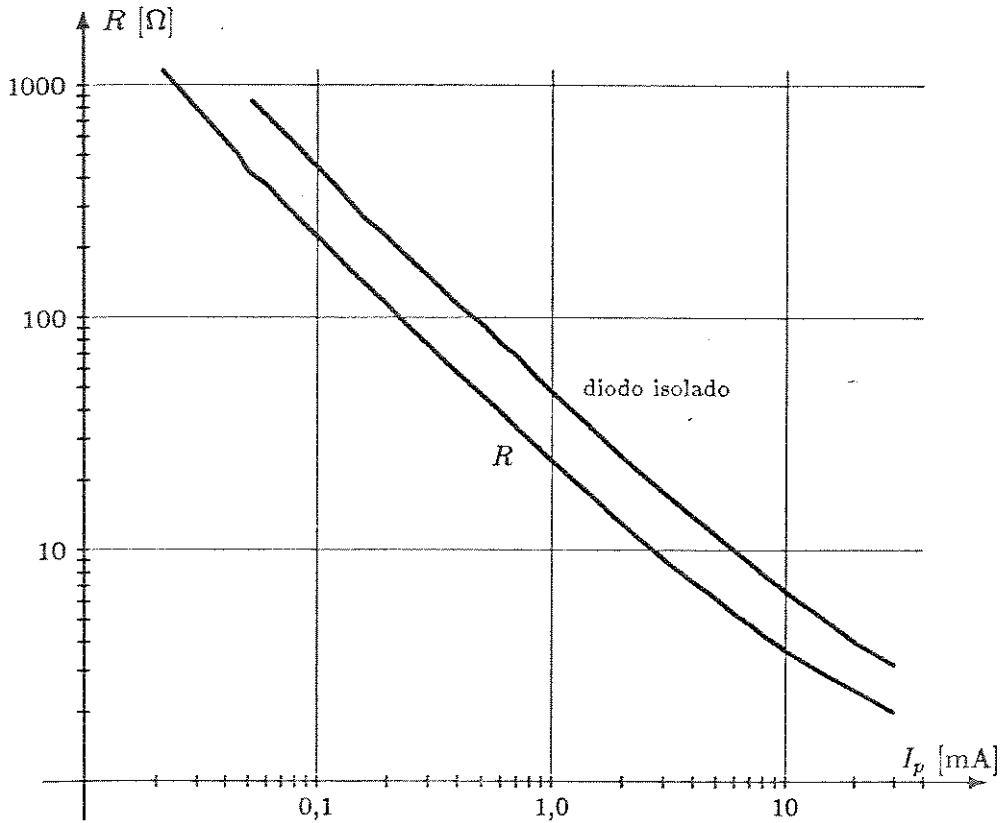


Figura 2.11: Curvas $R \times I_p$ (resistência dinâmica \times corrente de polarização) para resistências variáveis construídas através de diodos.

inviável. Para estas medições foi desenvolvido o circuito da figura 2.12, que possibilita, para frequências fixas, a avaliação das harmônicas do sinal aplicado à resistência variável. Este circuito é formado, basicamente, por dois filtros em cascata. O primeiro é um filtro rejeita faixa, cuja finalidade é extrair a harmônica fundamental. Os valores indicados na figura produzem um zero em 530 KHz; este zero é obtido através de um ajuste fino no potenciômetro. O segundo é um filtro passa faixa variável que, através do chaveamento dos valores das indutâncias, varre a faixa de frequências entre a segunda e a décima terceira harmônicas. Este estágio é composto por duas ressonâncias LC, formadas cada uma por um indutor e por um capacitor variável. Por construção, os capacitores variáveis C_{V1} e C_{V2} apresentam sempre o mesmo valor e as chaves CH_1 e CH_2 selecionam sempre indutores com o mesmo valor. Através do acoplamento pelo capacitor de 1 pF, se configura uma ressonância de segunda ordem, resultando numa faixa de passagem estreita o suficiente para separar bem cada harmônica das demais, até a décima terceira, e do ruído de faixa larga que contamina o sinal. O transistor T_1 fornece um ganho de tensão que depende do fator Q das ressonâncias, variável portanto com a frequência (tabela 2.1). O seguidor de emissor da saída (em Darlington) serve apenas para isolar as ressonâncias da impedância de

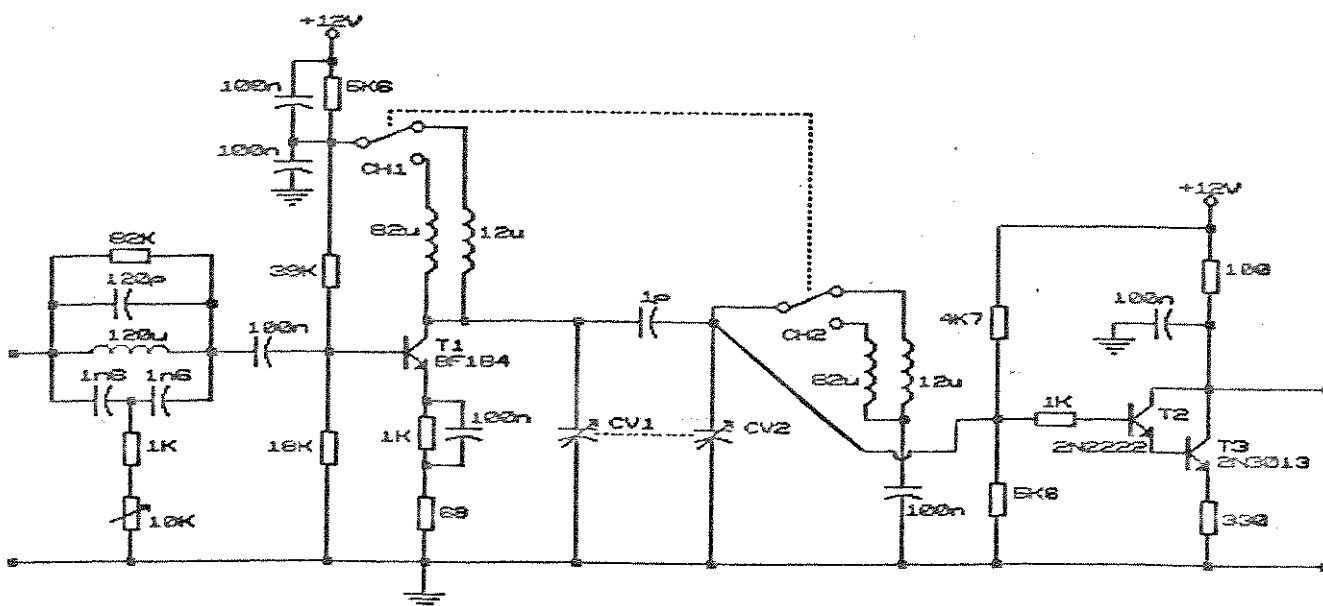


Figura 2.12: Circuito desenvolvido para medir as distorções harmônicas introduzidas pela não linearidade da resistência variável.

harmônica	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
freqüência [KHz]	1060	1600	2120	2630	3160	3680
ganho	35	140	230	260	260	45

harmônica	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª
freqüência [KHz]	4200	4720	5280	5800	6320	6840
ganho	61	65	83	92	93	77

Tabela 2.1: Ganhos do circuito medidor de distorções para um sinal senoidal com freqüência de 530 KHz.

entrada do voltímetro utilizado (HP 3400A), eliminando assim o carregamento das ressonâncias e possíveis oscilações decorrentes disso.

A distorção introduzida pela não linearidade da resistência variável pode ser estimada pela soma das parcelas relativas a cada harmônica. Ou:

$$D_h = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{d_i}{g_i}\right)^2} \quad (2.33)$$

onde d_i e g_i são respectivamente a distorção *RMS* medida e o ganho do circuito medidor para a i -ésima harmônica do sinal de entrada.

Na medida da distorção introduzida pela resistência variável foi utilizado o oscilador HP 204D, que apresenta, dentre os aparelhos disponíveis em nosso laboratório, a resposta senoidal com menor distorção. A distorção deste aparelho na frequência de 530 KHz, obtida através do medidor desenvolvido, varia entre 0,41 % e 0,46 % para tensões geradas entre 10 mV e 470 mV.

A figura 2.13 mostra a variação da distorção introduzida pela não-linearidade da resistência variável com a amplitude do sinal a ela aplicado para alguns valores da corrente de polarização I_p . Para comparação, nesta figura são mostradas também as distorções introduzidas por uma resistência variável composta por um único diodo. As curvas resultantes se apresentam agrupadas, a menos para correntes de polarização pequenas. Isto indica que a distorção introduzida não é fortemente dependente da corrente de polarização, sendo função apenas da amplitude da tensão v_d aplicada aos diodos. Os dois grupos de curvas podem ser bem aproximados por segmentos de reta (para v_d entre 10 e 50 mV para a associação de dois diodos e v_d menor que 30 mV para um único diodo formando a resistência variável). Para as correntes de polarização menores, a distorção introduzida é bem menor, em função da suavização da característica $I \times V$ do diodo, podendo ser desconsiderada.

2.5.3 Equalização variável automática

Para controlar automaticamente a resposta do equalizador variável é necessário, em primeiro lugar, obter a partir do sinal recebido um parâmetro que indique a atenuação introduzida pelo cabo no sinal transmitido. Isto geralmente é feito através do valor de pico do sinal equalizado, que diminui à medida em que a atenuação do trecho de cabo utilizado aumenta. O valor assumido pela resistência variável R é determinado pela corrente de polarização dos diodos que a compõem. A vinculação entre o valor da resistência variável e o valor de pico do sinal equalizado pode ser concretizada fazendo a corrente de polarização dos diodos proporcional à saída de um circuito detetor de pico¹⁶.

É possível demonstrar que o valor de pico de pulsos de espectro de decaimento senoidal (co-seno levantado) varia monotonamente com a atenuação do cabo utilizado, se for considerada nula a fase do erro de equalização¹⁷. Este resultado é válido na prática para casos mais gerais, nos quais ocorre um deslocamento no tempo do valor máximo do pulso equalizado. Devemos observar, entretanto, que o sinal equalizado é formado por uma seqüência de pulsos que se superpõem. O valor de pico do sinal equalizado é determinado pela combinação das interferências entre os diversos pulsos, coincidindo com o ponto máximo do contorno externo do diagrama de olho do canal. Para que este parâmetro possa ser utilizado no controle do valor da resistência variável, é necessário que ele também varie monotonamente com a atenuação do cabo.

A interferência entre os diversos pulsos de espectro de decaimento senoidal que compõem o sinal equalizado faz com que o valor de pico do sinal equalizado seja

¹⁶Chiquito 1983, obra citada, pp. 227-229.

¹⁷Chiquito 1983, obra citada, pp. 166-167.

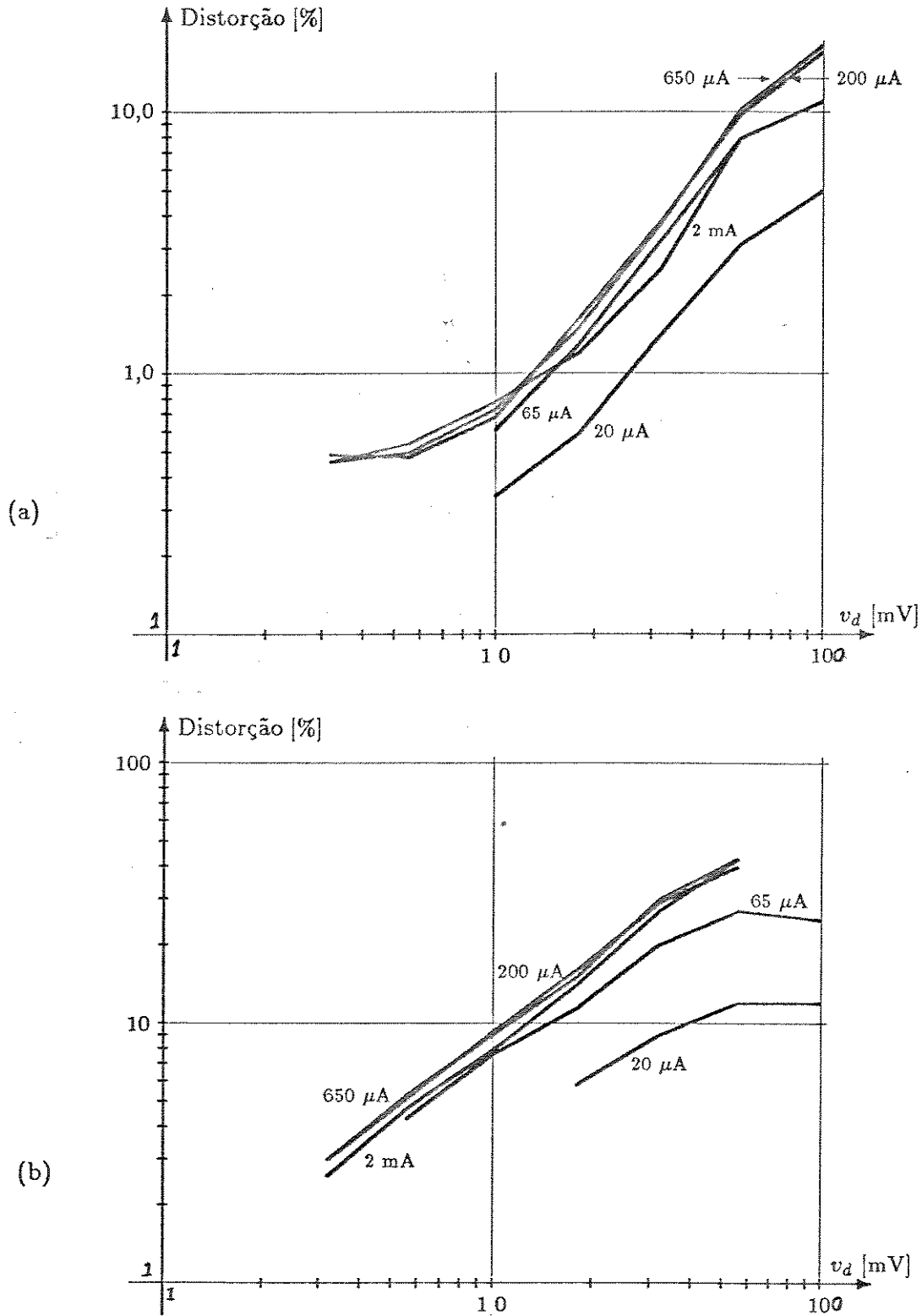


Figura 2.13: Distorções introduzidas (a) pela resistência variável da figura 2.10 e (b) por um diodo isoladamente, em função da corrente de polarização I_p e da tensão c.a. v aplicada aos diodos.

maior que a amplitude de um pulso isolado. Quanto menor for o fator de excesso de faixa α adotado, maior será a diferença entre a amplitude do pulso básico e o valor de pico do sinal equalizado. Para um mesmo canal de transmissão, contudo, mesmo na presença de erros de equalização relativamente grandes (que resultam em diagramas de olho fechados), os valores de pico do pulso e do sinal equalizado se mantêm aproximadamente proporcionais para todas as atenuações do cabo permitidas, como ilustra a figura 2.14¹⁸. Isso garante que o valor de pico do sinal equalizado varia monotonamente com a atenuação do cabo utilizado, podendo ser adotado no controle do valor das resistências variáveis de cada célula equalizadora. Mantendo constante o valor de pico do sinal equalizado, garantimos que a resposta do equalizador variável se aproxima da ótima para cada atenuação do cabo.

¹⁸ Adaptada de: Alves 1985, *Estudo de um simulador automático de cabo para o repetidor MCP Duobinário Modificado*, figura V.12, pp. 93-94.

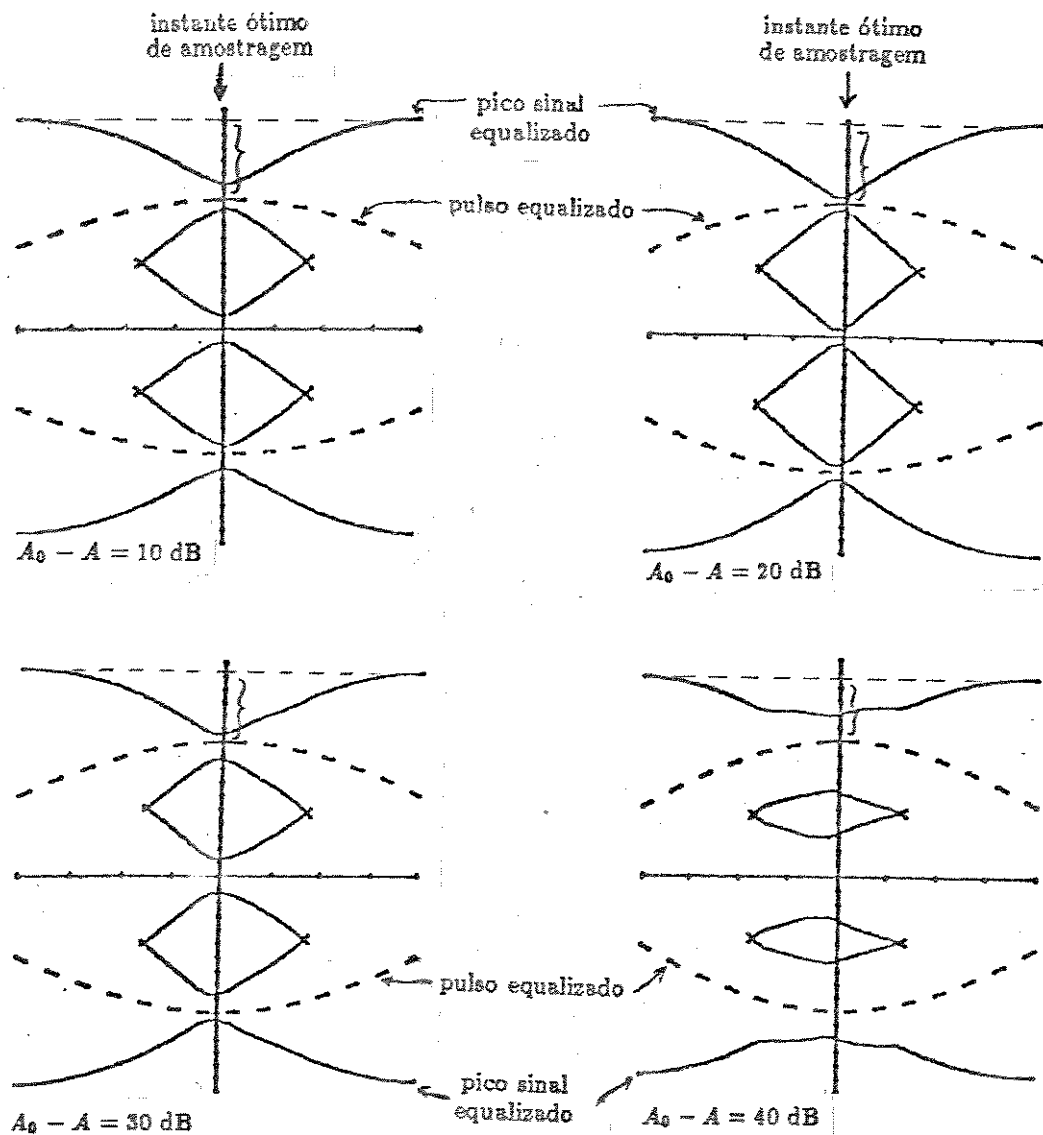


Figura 2.14: Relação entre a amplitude do pulso equalizado no instante ótimo de amostragem e o valor de pico do sinal equalizado, para um equalizador variável típico e para cabos de diversas atenuações.

Capítulo 3

Projeto de equalizadores variáveis ótimos

3.1 O processo de otimização

Um procedimento direto para otimizar o desempenho de um circuito em relação a um determinado conjunto de especificações, quando o número de parâmetros a serem ajustados não é muito elevado, é através de tabelas que indiquem o comportamento do índice de desempenho adotado com a variação destes parâmetros. Estas tabelas fornecem informações sobre o comportamento dos subespaços de desempenho constante. É possível, a partir disso, estimar a localização de mínimos e máximos do índice de desempenho. Nas proximidades dos possíveis pontos de mínimo podem ser definidas novas regiões de busca, menores que a anterior, para as quais podem ser confeccionados novos conjuntos de tabelas. Repetindo sucessivamente este procedimento é possível determinar, com a precisão que se queira, a localização dos diversos pontos de mínimo do índice de desempenho. Este procedimento de tentativa e erro é muitas vezes denominado *ajuste de curvas*, e foi utilizado, por exemplo, na obtenção das aproximações analíticas das respostas de cabos multipares adotadas neste trabalho (expressões (1.6) e (1.8)) e na determinação dos parâmetros ótimos para os equalizadores variáveis desenvolvidos por Eliana Alves¹.

No procedimento descrito acima, a realimentação dos novos intervalos de variação para cada iteração é feita manualmente, a partir da análise das tabelas obtidas anteriormente. Uma forma alternativa para localizar pontos de mínimo é utilizar algoritmos de otimização que, através de diferentes estratégias, realizem automaticamente a busca dos mínimos. Em geral, estes algoritmos são iterativos: a partir de um ponto inicial, a cada iteração é determinado um novo ponto com desempenho melhor que o anterior. Esta seqüência de pontos converge para um ponto de mínimo local. A otimização termina quando se obtém um ponto suficientemente próximo do mínimo,

¹Alves 1985, *Estudo de um simulador automático de cabo para o repetidor MCP Duobinário Modificado*

ou quando as especificações do problema são satisfeitas.

O processo de otimização pode ser decomposto da seguinte forma²:

1. *Especificações.* Estabelecem o desempenho desejado para o circuito e os desvios toleráveis, em função do problema considerado. Podem ser omitidas; neste caso, a qualidade das soluções encontradas a cada iteração é avaliada através da comparação do índice de desempenho obtido com as iterações anteriores.
2. *Aproximação inicial.* O algoritmo de otimização pode apenas melhorar os valores dos componentes de um circuito já existente. É necessário, para a sua inicialização, o estabelecimento de valores para todos os componentes do circuito (os que serão ajustados e os fixos). Esta aproximação inicial pode ser feita de diversas formas: (i) a partir de uma análise gráfica como a da figura 2.7; (ii) escolhendo alguns pontos da curva de especificação e forçando a resposta teórica do circuito a coincidir com a resposta desejada nestes pontos, através da manipulação dos parâmetros do circuito a serem ajustados; (iii) a partir da análise de tabelas que indiquem aproximadamente a variação do índice de desempenho com os parâmetros do circuito a serem ajustados; ou (iv) através de resultados de otimizações anteriores obtidos em circunstâncias próximas do caso em estudo. A escolha de uma boa aproximação inicial é fundamental, sobretudo para os circuitos mais complexos, para garantir a convergência do processo de otimização para uma solução próxima ao mínimo global. É interessante ainda repetir a otimização para várias aproximações iniciais diferentes. Aumentamos assim a probabilidade de obtermos uma solução próxima da ótima absoluta.
3. *Avaliação do índice de desempenho.* A cada iteração é necessário calcular o valor do índice de desempenho, em função dos novos valores dos N parâmetros ajustáveis do circuito, indicados pelo vetor \mathbf{p} . Quando for necessário se referir ao valor assumido por uma variável numa determinada iteração, será usado um índice superescrito. Por exemplo, o valor do parâmetro p_i na j -ésima iteração será indicado por $p_i^{(j)}$. Na seção 1.6 são discutidos os vários índices de desempenho considerados neste trabalho.
4. *Teste de convergência.* O desempenho do circuito que está sendo otimizado deve ser comparado, a cada iteração j , com as especificações e com o desempenho nas iterações anteriores. O final do processo de otimização pode ser determinado, por exemplo, pelo preenchimento das especificações, pela ausência de alterações significativas no valor do índice de desempenho $D(\mathbf{p}^{(j)})$ em várias iterações, pela anulação das derivadas parciais do índice de desempenho em relação a cada parâmetro em otimização, pela fixação de um número máximo de iterações, ou ainda pela combinação de várias destas regras ou pela utilização de outros critérios.

²Temes e LaPatra 1977, *Introduction to circuit synthesis and design*, pp. 451-456.

5. *Reajustamento dos parâmetros.* Esta é a etapa crucial do processo de otimização, a que diferencia os diversos algoritmos. Consiste em melhorar, de acordo com uma determinada estratégia, os valores dos parâmetros a serem otimizados $p_i^{(j)}$, procurando diminuir ao máximo o valor do índice de desempenho $D(\mathbf{p}^{(j)})$. Esta etapa é geralmente subdividida em duas: primeiro é calculada uma direção de busca, de acordo com o método de otimização utilizado, e então é realizada uma busca unidimensional, que determina a distância a ser percorrida nesta direção de forma a obter o índice de desempenho mínimo.

Em resumo, um algoritmo de otimização deve construir uma seqüência $\{\mathbf{p}^{(j)}\}$ tal que, a cada iteração j , tenhamos:

$$D(\mathbf{p}^{(j+1)}) < D(\mathbf{p}^{(j)})$$

Na maior parte dos métodos de otimização, a seqüência $\{\mathbf{p}^{(j)}\}$ é obtida iterativamente fazendo:

$$\mathbf{p}^{(j+1)} = \mathbf{p}^{(j)} + \lambda^{(j)} \mathbf{d}^{(j)} \quad (3.1)$$

onde o vetor $\mathbf{d}^{(j)}$ é a *direção de busca* na iteração j , determinada segundo o método de otimização adotado, e $\lambda^{(j)}$ é o *passo*, geralmente resultante da minimização unidimensional na direção de busca. A repetição sucessiva destas buscas unidimensionais deve, idealmente, determinar um ponto de mínimo da função índice de desempenho. Ou seja:

$$\mathbf{p}^* = \lim_{j \rightarrow \infty} \mathbf{p}^{(j)} = \text{mínimo local de } D(\mathbf{p})$$

Nas próximas duas seções apresentaremos alguns dos métodos para determinar pontos de mínimo de uma função multivariável estudados neste trabalho.

3.2 Uma abordagem inicial: o método do gradiente

Um dos métodos de otimização mais simples e difundidos para funções multivariáveis suaves é o denominado *método do gradiente* (em inglês, também denominado "*steepest descent*"). Por sua simplicidade, o método do gradiente é em geral o primeiro a ser experimentado na solução de um problema desconhecido³, além de servir de referência na avaliação da velocidade de convergência de algoritmos mais elaborados. O que caracteriza este método é a utilização, a cada iteração, do negativo do gradiente como direção de busca. Nesta seção apresentamos algumas particularidades do primeiro programa de otimização desenvolvido neste trabalho, baseado no método do gradiente. Além de caracterizar a trajetória percorrida na obtenção de métodos mais eficientes, o objetivo desta seção é desenvolver alguns conceitos que serão úteis na discussão dos programas de otimização definitivos, na próxima seção.

³Luenberger 1984, *Linear and nonlinear programming*, pp. 214-220.

3.2.1 Determinação da direção de busca

Sejam p_i , $i = 1, 2, \dots, N$ os parâmetros em otimização de um determinado circuito e $D(\mathbf{p})$ o índice de desempenho para estes valores do vetor \mathbf{p} . O vetor gradiente do índice de desempenho D é definido por:

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \nabla D(\mathbf{p}) = \left[\frac{\partial D(\mathbf{p})}{\partial p_i} \right]_{N \times 1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial D(\mathbf{p})}{\partial p_1} \\ \frac{\partial D(\mathbf{p})}{\partial p_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial D(\mathbf{p})}{\partial p_N} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Nas vizinhanças de \mathbf{p} , o índice de desempenho pode ser aproximado pelos dois primeiros termos da sua expansão em série de Taylor em relação a \mathbf{p} :

$$D(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}) \approx D(\mathbf{p}) + \mathbf{g}^T(\mathbf{p})\Delta\mathbf{p} \quad (3.3)$$

O gradiente de uma função multivariável num ponto \mathbf{p} indica a direção de máximo crescimento desta função a partir de \mathbf{p} . Portanto, o negativo do gradiente é a direção de máximo decaimento nas proximidades de \mathbf{p} . Se o gradiente não se anula no ponto $\mathbf{p}^{(j)}$, para um incremento infinitesimal na direção do negativo do gradiente, ou seja, para $\Delta\mathbf{p} = -\lambda\mathbf{g}(\mathbf{p}^{(j)})$ quando $\lambda \rightarrow 0$, teremos necessariamente uma diminuição no valor do índice de desempenho D . Através de uma busca unidimensional é possível determinar o valor mínimo do índice de desempenho na direção do negativo do gradiente. O ponto de mínimo nesta direção, $\mathbf{p}^{(j+1)}$, será necessariamente melhor que o anterior. Não se satisfazendo as especificações ou o critério de convergência adotado, este procedimento deve ser repetido. Determina-se sucessivamente os novos gradientes e realiza-se buscas na direção de seus negativos, até a convergência para um ponto de mínimo local. Este procedimento, no qual as direções de busca a cada iteração j são dadas por:

$$\mathbf{d}^{(j)} = -\mathbf{g}(\mathbf{p}^{(j)}) = -\nabla D(\mathbf{p}^{(j)}) \quad (3.4)$$

é conhecido por *método do gradiente*.

A garantia teórica de convergência do método do gradiente, entretanto, não assegura eficiência na convergência. Nas proximidades de um ponto de mínimo, o desempenho do algoritmo depende fortemente do escalamento dos parâmetros. Se as sensibilidades do índice de desempenho com a variação de cada parâmetro p_i forem da mesma ordem de grandeza, o desempenho do algoritmo será aceitável. Caso contrário, ocorrerão muitas iterações sem melhoras significativas no desempenho do circuito. Estas sensibilidades dependem diretamente da escala associada a cada parâmetro p_i .

3.2.2 Avaliação aproximada de derivadas parciais

A obtenção analítica do vetor gradiente dos índices de desempenho descritos no capítulo 1 (seção 1.6) é impraticável. Temes e LaPatra⁴ apresentam um método

⁴Temes e LaPatra 1977, obra citada, cap. 10.

(rede adjunta) para o cálculo da sensibilidade da resposta de um circuito à variação de um determinado parâmetro, que pode ser aplicado, por exemplo, na obtenção das derivadas parciais que compõem o vetor gradiente do erro de amplitude quadrático médio, com grande precisão e com um custo computacional menor que outras técnicas de diferenciação. Entretanto, mesmo este método é inviável para o cálculo das derivadas parciais da distorção quadrática média nos instantes de amostragem (D_{QM}), cuja relação com a resposta do circuito equalizador é relativamente complexa. Por este motivo, as derivadas parciais necessárias para a determinação dos gradientes dos diversos índices de desempenho considerados foram calculadas através de aproximações por *diferenças finitas*⁵.

Sejam h_i um intervalo finito e não nulo, associado à i -ésima componente do vetor \mathbf{p} , e \mathbf{e}_i o vetor com componente unitária na dimensão i e componentes nulas nas demais dimensões (ou seja: $e_{i,j} = 1$ se $j = i$ e $e_{i,j} = 0$ se $j \neq i$). Cada componente do vetor gradiente pode então ser aproximada por:

$$g_i(\mathbf{p}) = \frac{\partial D}{\partial p_i} = \frac{D(\mathbf{p} + h_i \mathbf{e}_i) - D(\mathbf{p})}{h_i} + O(h_i) \quad (3.5)$$

onde $|O(h_i)| \leq M|h_i|$ para algum valor de M tal que $0 < M < \infty$ para qualquer h_i finito. São necessárias, portanto, $N + 1$ avaliações do índice de desempenho para obter esta aproximação do gradiente para um ponto \mathbf{p} .

Analogamente, para maior precisão, podem ser utilizadas aproximações pela *diferença central*⁶:

$$g_i(\mathbf{p}) = \frac{\partial D}{\partial p_i} = \frac{D(\mathbf{p} + h_i \mathbf{e}_i) - D(\mathbf{p} - h_i \mathbf{e}_i)}{2h_i} + O(h_i^2) \quad (3.6)$$

onde, temos agora: $|O(h_i^2)| \leq M|h_i|^2$ para algum valor de M tal que $0 < M < \infty$ para qualquer h_i finito. À medida em que os valores de $|h_i|$ diminuem, a taxa de redução do erro de aproximação será tanto maior quanto maior for a ordem p do resíduo $|O(h_i^p)|$. Por isso, para valores pequenos de $|h_i|$ a aproximação pela diferença central tende a ser mais precisa que no caso anterior. Na avaliação do gradiente pela diferença central são necessárias $2N$ avaliações do índice de desempenho.

A utilização de aproximações de derivadas parciais por diferenças finitas envolve basicamente três fontes de erro⁷:

- *Erro de truncamento.* É provocado pela aproximação do índice de desempenho por uma reta nas proximidades do ponto em questão, considerando apenas o termo linear da expansão em série de Taylor ao redor deste ponto. O erro de truncamento é representado nas equações (3.5) e (3.6) respectivamente por $O(h_i)$ e $O(h_i^2)$, e é tanto menor quanto menores forem os incrementos h_i utilizados.

⁵Gill et al. 1981, *Practical Optimization*, p. 54.

⁶Gill et al. 1981, obra citada, p. 54.

⁷Gill et al. 1981, obra citada, p. 127.

- *Erro de cancelamento.* É a perda de algarismos significativos no resultado de uma subtração de dois números de precisão finita muito próximos entre si. Dois números de precisão finita iguais possuem os mesmos algarismos, e a sua diferença é nula. A avaliação numérica dos índices de desempenho é sempre acompanhada de erro de arredondamento, que torna sem significado seus algarismos de ordem menor. Os dígitos de ordem maior, por outro lado, coincidem para pontos muito próximos, cancelando-se. Este cancelamento aumenta a influência dos dígitos de menor ordem no resultado da aproximação, diminuindo, portanto, a sua precisão. Podemos então concluir que o erro de cancelamento será tanto maior quanto mais próximos forem os pontos considerados na avaliação por diferenças finitas, ou seja, quanto menores forem os incrementos h_i utilizados (o erro de cancelamento é inversamente proporcional aos incrementos h_i).
- *Erro de arredondamento.* É provocado pelas operações de subtração e divisão envolvidas no cálculo das expressões (3.5) e (3.6). É desprezível em relação aos anteriores.

A escolha dos intervalos mais adequados à avaliação aproximada das derivadas parciais por diferenças finitas é, portanto, uma solução de compromisso entre os erros de truncamento e cancelamento. Realizamos alguns testes para escolher intervalos adequados aos índices de desempenho utilizados, calculando as suas derivadas parciais em diversos pontos, para incrementos variando exponencialmente entre 10^{-1} e 10^{-15} , considerando quatro amostras por década. Estes testes indicaram que os melhores intervalos para a avaliação das derivadas da distorção quadrática média por diferenças finitas são entre 10^{-4} e 10^{-6} menores que valores absolutos de cada parâmetro em otimização (isto é, $10^{-6}\|p\| < h_i < 10^{-4}\|p\|$), quando é utilizada a precisão dupla do computador VAX/785 do Centro de Computação da UNICAMP (sistema operacional VMS). Para estes incrementos, as derivadas parciais são calculadas com uma precisão de cinco a seis algarismos significativos. Estes resultados foram obtidos considerando-se o número de algarismos das derivadas calculadas que permanecem constantes ao serem variados os incrementos.

É possível ainda obter aproximações para derivadas parciais de segunda ordem por diferenças finitas a partir dos valores das derivadas de primeira ordem. Entretanto, quando as primeiras derivadas não podem ser descritas analiticamente, a perda de algarismos significativos provocada pelo cálculo da diferença de números muito próximos se acentua, diminuindo consideravelmente a precisão dos resultados obtidos, tornando muitas vezes inviável a sua utilização.

3.2.3 Busca unidimensional

Uma vez definida uma direção de busca, cada iteração do processo de otimização é completada através de uma minimização unidimensional nesta direção. Uma forma

direta de encontrar um ponto de mínimo na direção de busca é estabelecer um incremento nesta direção, $\Delta \mathbf{d}$, e calcular sucessivamente os valores do índice de desempenho separados de $\Delta \mathbf{d}$ a partir do ponto obtido na iteração anterior até obter um ponto para o qual o valor do índice de desempenho seja maior que o anterior. O ponto de mínimo dentre os calculados será, então, o penúltimo ponto calculado. Este procedimento, conhecido por *busca uniforme*, é a forma mais elementar de busca unidimensional, e foi o utilizado na nossa primeira implementação do método do gradiente. Se for desejável obter uma precisão maior, é possível realizar uma nova busca uniforme, com um incremento $\Delta \mathbf{d}$ menor, na região compreendida pelos três últimos pontos calculados, na qual é certa a presença de um mínimo.

Uma forma mais eficiente de se obter a localização precisa de um ponto de mínimo na direção de busca é através de uma interpolação polinomial, a partir de valores do índice de desempenho calculados anteriormente. Para funções suaves, nas imediações de um ponto de mínimo o comportamento do índice de desempenho é aproximadamente quadrático. Nessas regiões, a variação do índice de desempenho na direção de busca pode ser bem aproximada por uma parábola. Ou seja:

$$D(\mathbf{p}^{(j)} + \lambda \mathbf{d}^{(j)}) = D(\lambda) \approx \hat{D}(\lambda) = \frac{1}{2}a\lambda^2 + b\lambda + c$$

onde os coeficientes a , b e c podem ser determinados a partir de três pontos calculados na direção de busca, para três valores de λ diferentes, $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$, fazendo $D(\lambda_1) = \hat{D}(\lambda_1)$, $D(\lambda_2) = \hat{D}(\lambda_2)$ e $D(\lambda_3) = \hat{D}(\lambda_3)$. Se o valor do índice de desempenho no ponto central λ_2 for menor que os dos pontos extremos, isto é, se $D(\lambda_2) < D(\lambda_1)$ e $D(\lambda_2) < D(\lambda_3)$, teremos $a > 0$ e a aproximação quadrática do índice de desempenho na direção de busca, $\hat{D}(\lambda)$, terá um mínimo $\hat{\lambda}^*$ no intervalo (λ_1, λ_3) . Este mínimo acontece para:

$$\hat{\lambda}^* = -\frac{b}{a}$$

Este procedimento pode ser repetido várias vezes para melhorar a precisão da busca unidimensional. Os três primeiros pontos $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ podem ser obtidos através de uma busca uniforme. Uma vez que a convergência para o mínimo tende a ser mais rápida quando se utiliza a interpolação quadrática, é interessante que na busca uniforme inicial os incrementos na direção de busca não sejam muito pequenos. Por outro lado, a adoção de um incremento muito grande pode ultrapassar a região nas proximidades de $\mathbf{p}^{(j)}$ para a qual é garantido o decaimento no valor do índice de desempenho na direção do negativo do gradiente. Para contornar esta dificuldade, pode ser utilizado um incremento variável, pequeno no início, que aumente a cada iteração à medida em que se afasta do ponto de partida, até atingir uma região em torno de um mínimo (configurando-se a condição $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$).

3.2.4 O primeiro algoritmo implementado

O programa de otimização utilizando o método do gradiente foi implementado seguindo as etapas descritas na seção 3.1, com as seguintes particularidades:

- Não foram estabelecidas especificações mínimas, ou seja, o algoritmo de otimização nunca é interrompido ao ser atingido um desempenho considerado satisfatório para o circuito.
- A *aproximação inicial* a cada execução do programa é fornecida pelo usuário, com base numa avaliação prévia do desempenho do circuito, ou na interpretação, muitas vezes subjetiva, de resultados de execuções anteriores.
- Os *índices de desempenho* adotados foram os erros de amplitude quadrático médio e de Chebyshev, descritos respectivamente pelas equações (1.25) e (1.27) da seção 1.6.1, utilizando a função de ponderação definida pela equação (1.22), calculados em 31 pontos espaçados igualmente a cada 100 KHz, entre 20 e 3020 KHz.
- O *critério de parada* estabelecido é bastante simples: o número de iterações (buscas unidimensionais) é limitado pelo usuário, variando tipicamente entre 5 e 50. A avaliação da qualidade da otimização deve ser feita pelo usuário, com base no acompanhamento de algumas execuções do programa. Uma forma adotada para assegurar a qualidade da solução obtida consiste em exigir a convergência para o mesmo ponto a partir de pontos iniciais diferentes. A escolha deste critério de parada se justifica pela necessidade de o usuário intervir constantemente no processo de otimização, para contornar as deficiências do algoritmo, como descreveremos adiante.
- O *reajustamento dos parâmetros* a cada iteração j foi feito através da busca de um ponto de mínimo na direção de máximo decaimento do índice de desempenho, (seção 3.2.1). Este procedimento de busca foi implementado da seguinte forma:
 - Determinação da direção de busca (negativo do gradiente): cálculo das derivadas parciais do índice de desempenho em relação a cada parâmetro, por aproximação pela diferença central, dada pela equação (3.6). Os parâmetros h_i , $i = 1, 2, \dots, N$ foram arbitrados respectivamente em 10^{-3} e 10^{-5} , dependendo da utilização de precisão simples ou dupla.
 - Busca unidimensional, na direção da aproximação obtida para o negativo do gradiente: determinação do valor de λ que minimiza a função $D(\mathbf{p}^{(j)}) - \lambda \nabla D(\mathbf{p}^{(j)})$. Nas primeiras versões do programa, esta minimização unidimensional era feita através de busca uniforme. Posteriormente foi incorporada a interpolação quadrática, tratada na seção anterior.

Este programa de otimização apresentou uma série de deficiências. A seguir descrevemos algumas dessas deficiências e algumas das providências tomadas na tentativa de melhorar o desempenho deste programa.

- A aproximação das derivadas parciais do índice de desempenho por diferença central se mostrou eficiente para pontos distantes do ponto de mínimo. Entretanto, à medida que os valores das derivadas se aproximam de zero, nas imediações de um ponto de mínimo, observa-se o aparecimento de oscilações, com praticamente nenhum progresso de uma iteração para a seguinte. Para contornar esta dificuldade, introduzimos fatores de ponderação para diminuir artificialmente os valores das derivadas parciais que eventualmente se mostrem dominantes na composição da direção de busca. Devido à simplicidade do cálculo do erro quadrático médio, esta providência permitiu, ao custo de uma necessidade de monitoramento por parte do usuário no andamento normal da otimização, obter valores confiáveis para mínimos de circuitos mais simples. Entretanto, para a distorção quadrática média, este processo de ajuste manual torna a otimização excessivamente lenta. Por outro lado, para estudar o comportamento de um grande número de circuitos, como fazemos no final deste trabalho, assim como para otimizar circuitos mais complexos, este procedimento é totalmente inviável.
- Uma tentativa realizada para diminuir a dependência dos ajustes manuais no decorrer da otimização foi aumentar a precisão na avaliação das derivadas parciais por diferença central, utilizando precisão dupla. Esta alteração praticamente não surtiu efeito algum, mesmo com a utilização dos incrementos ótimos descritos na seção 3.2.2, o que indica que a imprecisão no cálculo das derivadas parciais não é a causa principal do desempenho deficiente deste programa de otimização.
- O escalamento das variáveis a cada execução do programa, restringindo-as a valores iniciais entre 0,1 e 10, produziu uma melhora mais significativa no desempenho do programa. Entretanto, a convergência para o mínimo permaneceu lenta, não eliminando a necessidade de realizar os ajustes manuais.

A partir destas observações, concluímos que a ineficiência do programa é inerente ao algoritmo de otimização baseado no método do gradiente. Esta conclusão leva imediatamente a outra: para que o programa de otimização seja eficiente é necessário implementar algoritmos que utilizem métodos de otimização mais eficientes, o que trataremos a seguir.

3.3 Algoritmos de otimização mais eficientes

No método do gradiente a direção de busca é obtida considerando-se apenas os dois primeiros termos da expansão em série de Taylor da função índice de desempenho, como visto na seção anterior. Para obter melhores resultados é necessário levar em conta, além da constante e do termo linear com o incremento $\Delta \mathbf{p}$, o termo de segunda

ordem. Incluindo na expressão (3.3) o termo quadrático, teremos:

$$D(\mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}) \approx D(\mathbf{p}) + \mathbf{g}(\mathbf{p})^T \Delta\mathbf{p} + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{p}^T \mathbf{H}(\mathbf{p}) \Delta\mathbf{p} \quad (3.7)$$

onde: \mathbf{p} é o vetor composto pelas variáveis em otimização; $\Delta\mathbf{p}$ é um desvio infinitesimal que define um ponto próximo a \mathbf{p} ; $D(\mathbf{p})$ é o valor do índice de desempenho no ponto \mathbf{p} ; $\mathbf{g}(\mathbf{p})$ é o vetor gradiente do índice de desempenho em \mathbf{p} ; e $\mathbf{H}(\mathbf{p})$ é a *matriz Hessiana* do índice de desempenho em \mathbf{p} , definida por:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{p}) &= \nabla^2 D(\mathbf{p}) = \left[\frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_i \partial p_j} \right]_{N \times N} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_1 \partial p_2} & \dots & \frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_1 \partial p_N} \\ \frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_2 \partial p_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_N \partial p_1} & \frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_N \partial p_2} & \dots & \frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_N^2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Se a Hessiana $H(\mathbf{p}^{(j)})$ for positiva-definida no ponto $\mathbf{p}^{(j)}$, a aproximação quadrática da função índice de desempenho definida por (3.7) terá um único ponto de mínimo. Se $\widehat{\Delta\mathbf{p}}^{(j)}$ for o desvio em relação ao ponto $\mathbf{p}^{(j)}$ que leva a este ponto de mínimo, teremos⁸:

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}^{(j)}) + \mathbf{H}(\mathbf{p}^{(j)}) \widehat{\Delta\mathbf{p}}^{(j)} = 0 \quad (3.9)$$

Esta equação vetorial representa um sistema de N equações lineares com N incógnitas, que pode ser resolvido através de eliminação gaussiana ou através do método denominado *fatorização de Cholesky*⁹. Neste caso, a busca unidimensional pode ser dispensada. A direção indicada pelo vetor $\widehat{\Delta\mathbf{p}}^{(j)}$, a solução de (3.9), é denominada *direção de Newton*.

Nas redondezas de um ponto de mínimo o comportamento da função índice de desempenho será aproximadamente quadrático, o que garante uma rápida convergência nestas regiões (se a função fosse exatamente quadrática, o ponto de mínimo seria atingido em uma única iteração). Entretanto, em regiões afastadas do mínimo esta aproximação é, via de regra, ruim, podendo o algoritmo convergir lentamente ou inclusive divergir. Uma forma de contornar esta dificuldade é aplicar o método de Newton apenas depois de se atingir as proximidades de um ponto de mínimo através de outros algoritmos de otimização, como, por exemplo, o método do gradiente descrito na seção anterior.

⁸Temes e LaPatra 1977, obra citada, p. 472.

⁹Temes e LaPatra 1977, obra citada, p. 472. Gill *et al.* 1981, obra citada, pp. 36-37 e 108-111.

3.3.1 Cálculo aproximado da Hessiana

A maior dificuldade para aplicação do método de Newton reside no cálculo da matriz Hessiana $\mathbf{H}(\mathbf{p})$, principalmente quando as segundas derivadas do índice de desempenho não podem ser explicitadas algebricamente. No caso da distorção quadrática média (D_{QM}), onde apenas os valores da função são disponíveis, a avaliação das segundas derivadas por diferenças finitas é impraticável. Para contornar este problema é possível utilizar algoritmos que calculam o valor da Hessiana iterativamente, melhorando aos poucos a sua precisão, como por exemplo os métodos *quase-Newton* e *gradiente conjugado*¹⁰. Existe ainda a possibilidade de contornar este problema utilizando-se de propriedades intrínsecas da função índice de desempenho, de forma a possibilitar o cálculo aproximado da Hessiana. Este é justamente o caso dos índices de desempenhos adotados, a distorção quadrática média e o erro de amplitude quadrático médio, que podem ser aproximados por somas de quadrados, como indicam as expressões (1.33) e (1.25).

Consideremos um determinado índice de desempenho $D(\mathbf{p})$ composto por uma soma de quadrados, ou seja:

$$D(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^M d_i^2(\mathbf{p}) = \|\mathbf{d}(\mathbf{p})\|^2 \quad (3.10)$$

Consideremos ainda a definição da matriz $M \times N$, denominada *Jacobiano* do vetor $\mathbf{d}(\mathbf{p})$, cujos (i, j) -ésimos elementos são definidos por:

$$\mathbf{J}(\mathbf{p}) = [J_{i,j}(\mathbf{p})]_{M \times N} = \left[\frac{\partial d_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} \right]_{M \times N} \quad (3.11)$$

O vetor gradiente e a matriz Hessiana do índice de desempenho podem ser escritos da seguinte forma:

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \left[\frac{\partial D(\mathbf{p})}{\partial p_i} \right] = 2 \left[\sum_{j=1}^M \frac{\partial d_j}{\partial p_i} d_j \right] = 2 \mathbf{J}(\mathbf{p})^T \mathbf{d}(\mathbf{p}) \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{p}) &= \left[\frac{\partial^2 D(\mathbf{p})}{\partial p_i \partial p_j} \right] = 2 \left[\sum_{k=1}^M \frac{\partial d_k}{\partial p_i} \frac{\partial d_k}{\partial p_j} \right] + 2 \left[\sum_{k=1}^M \frac{\partial^2 d_k}{\partial p_i \partial p_j} d_k \right] \\ &= 2 \mathbf{J}(\mathbf{p})^T \mathbf{J}(\mathbf{p}) + \mathbf{Q}(\mathbf{p}) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Nas proximidades dos pontos de mínimo, os resíduos de segunda ordem $\mathbf{Q}(\mathbf{p})$ geralmente podem ser desprezados. Neste caso, a Hessiana pode ser aproximada com precisão pelo termo de primeira ordem envolvendo o Jacobiano do vetor $\mathbf{d}(\mathbf{p})$, evitando-se assim o cálculo de derivadas de segunda ordem. Este procedimento é utilizado no *método de Taylor* de minimização de soma de potências¹¹, que estudamos e iniciamos a implementação, e no *método de Gauss-Newton corrigido*¹², adotado no principal algoritmo de otimização utilizado, como veremos adiante.

¹⁰Gill *et al.* 1981, obra citada, cap. 4. Luenberger 1984, obra citada, caps. 8 e 9.

¹¹Temes e LaPatra 1977, obra citada, pp. 475-482.

¹²Gill *et al.* 1981, obra citada, pp. 138-139.

3.3.2 A biblioteca NAG

A biblioteca NAG (*Numerical Algorithms Group*) é um pacote de software desenvolvido conjuntamente pelos centros de computação de cinco universidades e um laboratório de pesquisa ingleses. É composta por um conjunto de subprogramas em FORTRAN cobrindo uma grande variedade de aplicações matemáticas e estatísticas. As sub-rotinas de otimização da biblioteca NAG são destinadas a minimizar diversos tipos de funções multivariáveis, sujeitas possivelmente a restrições nos valores permitidos para as variáveis. A função a ser otimizada é denominada *função objeto*, e as restrições nos valores das variáveis são definidas por um conjunto de *funções de restrição*.

A escolha de um método de otimização apropriado depende fortemente do problema a ser resolvido. Não existe um método que solucione todos os problemas de otimização eficientemente. Os problemas mais complexos exigem algoritmos específicos, quase sempre mais complexos e ineficientes que os aplicáveis aos problemas mais simples. Por outro lado, quanto mais geral é o método de otimização, isto é, quanto menor for a quantidade de informações sobre a função objeto exigida pelo método de otimização, menor será a sua eficiência. As sub-rotinas de otimização da biblioteca NAG, assim como os métodos de otimização de uma maneira geral, são classificados de acordo com as propriedades da função objeto e das funções de restrição. Na classificação adotada, as funções objeto são divididas em: *lineares*, *soma de quadrados de funções lineares*, *quadráticas*, *soma de quadrados de funções não lineares*, e *não lineares*. Quanto às respectivas funções de restrição, os problemas de otimização são divididos em: *irrestritos*, *com limites simples nos valores das variáveis*, *com restrições lineares*, e *com restrições não lineares*. Os algoritmos de otimização podem ainda ser classificados de acordo com o número de variáveis permitido, pela necessidade de determinação precisa do vetor gradiente e/ou da matriz Hessiana, e pelos recursos computacionais que a sua implementação exige. Algumas sub-rotinas possuem ainda versões para usuários pouco experientes, nas quais são atribuídos valores típicos para a maior parte dos parâmetros de controle exigidos pelo método de otimização utilizado, exigindo-se do usuário apenas os parâmetros essenciais para a definição do problema.

No caso das funções objeto consideradas neste trabalho, a distorção quadrática média (D_{QM}) e o erro de amplitude quadrático médio (E_{AQM}), que são compostos por somas de quadrados, podem ser utilizados: (i) algoritmos para funções objeto não lineares; ou (ii) algoritmos para funções objeto compostas por somas de quadrados de funções não lineares. As restrições impostas pelo problema são limites simples nos valores dos parâmetros a serem otimizados (os valores das resistências, capacitâncias e indutâncias que compõem os circuitos equalizadores não podem ser negativos); para utilizar algoritmos de otimização sem restrições nos valores das variáveis é necessário monitorar os valores de cada variável para garantir que eles nunca ultrapassem a região factível (ou seja, confinar os valores das variáveis dentro dos limites permitidos). A principal sub-rotina utilizada, E04FDF, foi definida através do mapa de

seleção para problemas sem restrições nos valores das variáveis da biblioteca NAG. Na escolha desta sub-rotina foram consideradas as seguintes características inerentes ao problema: (i) o número de variáveis a serem otimizadas é maior do que um e menor do que dez ($1 < N < 10$); (ii) não existe restrição em relação à capacidade de memória exigida pela sub-rotina escolhida; (iii) a função pode ser expressa através de uma soma de quadrados; (iv) não são disponíveis expressões analíticas para as derivadas parciais de primeira ou de segunda ordem do índice de desempenho. Esta sub-rotina utiliza o *método de Gauss-Newton corrigido*¹³, e supõe que a função a ser otimizada é *contínua e possui derivadas de primeira e segunda ordem contínuas* (embora, segundo o manual de utilização¹⁴, possa em geral funcionar mesmo quando estas derivadas apresentem algumas descontinuidades). É aplicável a índices de desempenho com N variáveis a serem otimizadas que sejam formados por uma soma de M funções não lineares, onde $M \geq N$. Para possibilitar a otimização, o usuário deve fornecer uma sub-rotina que calcule os valores destas funções não lineares para qualquer ponto \mathbf{p} (o algoritmo é próprio para problemas sem restrições nos valores das variáveis em otimização) e uma aproximação inicial. Para maiores detalhes sobre a implementação do programa de otimização com a sub-rotina E04FDF, ver seções A.1 e A.6 do apêndice.

Além do algoritmo de otimização utilizado, o mais apropriado segundo o mapa de seleção do manual, poderiam ter sido utilizados alguns outros da biblioteca NAG. Dentre estes estão algumas sub-rotinas que utilizam o *método quase-Newton*¹⁵ para obter informações sobre a curvatura da função a ser otimizada, através de estimativas da Hessiana aprimoradas iterativamente. A direção inicial de busca nos métodos quase-Newton é, em geral, o negativo do gradiente. À medida em que a aproximação da Hessiana melhora, a direção de busca se aproxima da direção de Newton. A sub-rotina E04CGF da NAG, que utiliza o método quase-Newton e não exige o fornecimento de derivadas da função objeto, foi comparada no início de nossos estudos com a sub-rotina principal adotada, E04FDF, para diversos equalizadores simples. A partir de pontos iniciais idênticos, a sub-rotina E04CGF apresentou invariavelmente desempenhos semelhantes ou inferiores aos da sub-rotina adotada, própria para funções objeto formadas por soma de quadrados. Neste caso, portanto, a escala de prioridades estabelecida pelo mapa de seleção da biblioteca se justificou plenamente.

Outros dois algoritmos da biblioteca NAG poderiam ser aplicados ao problema. O primeiro se baseia no *método do politopo*, que também foi utilizado neste trabalho e será descrito adiante (seção 3.3.4), e que é próprio para funções objeto que apresentam muitas descontinuidades. O outro é o *método do gradiente conjugado de Fletcher e Reeves*¹⁶, que é recomendado pelo mapa de seleção no caso de haver problemas

¹³Gill e Murray 1978, "Algorithms for the solution of the non-linear least squares problem". Gill et al. 1981, obra citada, pp. 138-139.

¹⁴NAG Fortran Library Reference Manual 1981.

¹⁵Gill et al. 1981, obra citada, cap. 4. Luenberger 1984, obra citada, cap. 9. Bazaraa e Shetty 1979, *Nonlinear programming: theory and algorithms*, pp. 301-306.

¹⁶Gill et al. 1981, obra citada, pp. 144-153. Bazaraa e Shetty 1979, obra citada, pp. 306-310.

de espaço na memória do computador utilizado. Neste caso, as informações sobre a curvatura da função objeto são obtidas iterativamente sem a necessidade de armazenar aproximações da matriz Hessiana. Para funções quadráticas, o seu desempenho é idêntico ao de um método quase-Newton, atingindo o mínimo em N iterações. Para funções não lineares gerais, entretanto, seu desempenho é inferior. Este método é indicado apenas para problemas nos quais o número de variáveis a serem otimizadas é muito grande¹⁷ e não foi utilizado neste trabalho. Entretanto, podemos ressaltar duas virtudes dos métodos que utilizam direções conjugadas: a simplicidade, que facilita a sua implementação, e a capacidade de evitar a principal deficiência do método do gradiente, a ocorrência de “zigue-zague” longe de um ponto de mínimo em regiões onde as magnitudes das derivadas parciais que compõem o vetor gradiente são muito diferentes entre si.

Otimização unidimensional e determinação de zeros

Como será visto em detalhes no apêndice, na avaliação dos índices de desempenho em função dos parâmetros em otimização é necessário realizar minimizações unidimensionais para determinar os valores ótimos de outros parâmetros. No caso do erro de amplitude quadrático médio, é necessário obter os valores dos parâmetros y , que por sua vez determinam os valores da resistência variável ótima para cada atenuação considerada, de acordo com os valores correntes dos parâmetros em otimização. Além da obtenção iterativa dos valores de y para garantir que a amplitude do pulso equalizado nos instantes de amostragem seja constante nas atenuações consideradas, é necessária, para a distorção quadrática média, a determinação do instante ótimo de amostragem. Estas minimizações unidimensionais exigem que o cálculo do índice de desempenho se repita pelo menos dez a vinte vezes a cada iteração, o que implica na multiplicação do tempo necessário a cada avaliação por um fator dessa ordem.

Pudemos observar, por outro lado, que os valores destes parâmetros variam muito lentamente no decorrer da otimização. Isso indica que a repetição destas buscas unidimensionais a cada iteração é em grande parte redundante. A forma encontrada para eliminar a necessidade desta repetição de cálculos redundantes, aumentando com isso a eficiência do programa de otimização, foi otimizar conjuntamente os parâmetros do circuito e as variáveis a serem determinadas por minimização unidimensional (y no caso de erro de amplitude quadrático médio e t_{ot} no caso de distorção quadrática média nos instantes de amostragem). Para que isso seja possível, é essencial uma boa aproximação inicial de seus valores, que pode ser obtida através de uma única minimização unidimensional antes do início da otimização. Devemos notar que o aumento de variáveis a serem otimizadas acarreta um aumento na complexidade do problema, provocando inevitavelmente um aumento no número de iterações necessárias para se obter uma solução. Entretanto, devido à lenta variação dos valores destes parâmetros durante a otimização, esta troca de um menor número de avaliações dos índices de desempenho por um maior número de iterações para se atingir a solução do problema

¹⁷Gill *et al.* 1981, obra citada, p. 150.

se mostrou altamente compensadora.

Devemos notar que no caso da distorção quadrática média continua sendo necessário obter iterativamente o valor de y que mantém constante a amplitude do pulso equalizado, através de uma minimização unidimensional ou de uma sub-rotina capaz de determinar zeros. Além disso, é necessário, na etapa de inicialização, a otimização preliminar dos parâmetros que serão agregados aos parâmetros do circuito para a otimização conjunta. Para realizar estas tarefas, foram utilizadas duas sub-rotinas da biblioteca NAG, E04ABF e C05ADF, específicas para a otimização unidimensional e localização de zeros, respectivamente. A sub-rotina E04ABF busca um mínimo de uma função contínua de uma variável dentro de um intervalo finito a ela fornecido; o método por ela utilizado se baseia principalmente na interpolação quadrática a partir de valores da função calculados nas iterações imediatamente anteriores. A sub-rotina C05ADF localiza um zero de uma função contínua dentro de um intervalo a ela fornecido, através de uma combinação dos métodos de interpolação linear, extrapolação e biseção¹⁸; os valores da função nos limites do intervalo inicial fornecido a esta sub-rotina devem apresentar sinais contrários.

3.3.3 Dificuldades com a convergência

O programa de otimização desenvolvido, tendo por base a sub-rotina E04FDF da biblioteca NAG, foi utilizado intensamente na obtenção do material apresentado nas próximas seções, notadamente na confecção das tabelas da seção 3.5. Seu desempenho foi quase sempre satisfatório. Contudo, para os circuitos de duas e três células e para os índices de desempenho E_{AQM} que utiliza a função de ponderação $W_{WG}(f)$ e D_{QM} , muitas vezes o fim da otimização era acompanhado de mensagens de erro. Nem sempre a repetição do processo a partir de pontos iniciais diferentes, próximos ou afastados do resultado da otimização deficiente, elimina estas mensagens de erro. Este fato gerou alguma insegurança quanto à validade do resultado obtido, indicando ainda que o algoritmo utilizado não pode ser considerado totalmente eficiente na sua tarefa. Nesta seção discuto algumas das hipóteses levantadas para explicar o mal funcionamento da otimização e proponho algumas tentativas de solução para este problema.

A sub-rotina E04FDF emite vários tipos de mensagens de erro. O primeiro tipo indica o fornecimento de algum parâmetro fora da faixa esperada, o que indica falha na implementação do programa que chama esta sub-rotina. Um outro tipo de mensagem de erro indica que houve alguma falha em uma das sub-rotinas da biblioteca chamadas internamente durante a otimização. As demais indicam possíveis falhas na obtenção de um ponto de mínimo da função objeto. Elas podem ocorrer nas seguintes circunstâncias:

- O número de avaliações da função objeto ultrapassou o limite de $400 \times N$, estabelecido internamente, sem que os critérios de convergência fossem satisfeitos,

¹⁸ NAG Fortran Library Reference Manual 1981.

mas a otimização ainda progredia ao longo do tempo. Esta mensagem indica que a convergência para o mínimo é lenta, provavelmente devido à escolha uma aproximação inicial ruim ou a um mal escalamento das variáveis. Na maior parte das vezes esta falha é contornada através do reinício da otimização no ponto em que o processo foi interrompido.

- O ponto final obtido não satisfaz as condições estabelecidas pela sub-rotina para caracterizar um ponto de mínimo, mas não foi possível obter melhor resultado. Esta mensagem é a mais grave, pois evidencia que o algoritmo é incapaz de chegar a um ponto de mínimo. É causada, muito provavelmente, por descontinuidades na função objeto.
- Há dúvidas de que o ponto encontrado seja realmente um mínimo da função objeto. Isto é, as condições de convergência não foram totalmente satisfeitas. Esta mensagem é acompanhada de uma gradação em quatro níveis, que procuram indicar a probabilidade de o ponto encontrado ser uma boa aproximação de um mínimo, variando entre “provável” e “muito improvável”. Neste caso, é recomendado reiniciar a otimização a partir de uma aproximação inicial diferente do mínimo “suspeito”, de forma a evitar a região em que ocorreu a falha. Segundo o manual, a repetição da falha é um indicador de que ela é intrínseca à formulação do problema.

Seguindo os passos descritos por Gill *et al.*¹⁹, levantamos algumas das causas mais prováveis para as dificuldades de convergência encontradas pelo programa de otimização, e algumas possíveis soluções.

Escalamento deficiente

Nas primeiras implementações do nosso programa de otimização não foi adotado nenhum tipo de escalamento. O valor absoluto dos parâmetros em otimização podem variar, nos problemas estudados, aproximadamente entre 10^3 e 10^{-8} . De outro lado, os algoritmos de otimização da biblioteca NAG *pressupõem* que na solução do problema a ordem de grandeza de cada uma das variáveis ótimas não é muito diferente da unidade. Com base nesta suposição, por exemplo, na sub-rotina de otimização utilizada as derivadas são aproximadas por diferenças finitas utilizando um incremento h fixo da ordem de 10^{-6} , *independentemente do valor absoluto desta variável*. É fácil ver que estas aproximações das derivadas parciais do índice de desempenho podem não ter nenhum significado, dependendo do valor absoluto da variável a que se refere. Um escalamento ruim pode comprometer gravemente o desempenho da otimização, independentemente do método ou do algoritmo utilizados. A justificativa apresentada no manual da biblioteca NAG para encarregar o usuário do fornecimento de um problema já escalado é que um bom escalamento depende fortemente do tipo

¹⁹Gill *et al.* 1981, obra citada, caps. 7 (“Modeling”) e 8 (“Practicalities”).

de problema. Não existem regras precisas que garantam que um mesmo tipo de escalamento tornará a otimização mais eficiente para qualquer função objeto. Por isso, o escalamento feito pelo usuário tende a ser mais eficiente do que o realizado por qualquer sub-rotina automática que fosse incorporada à biblioteca.

Um dos principais métodos de escalamento consiste em converter as variáveis a serem otimizadas de sua representação original, que utiliza unidades que refletem a natureza física do problema, em variáveis expressas em unidades e intervalos de variação adequados à otimização. Esta conversão deve ser feita de forma a satisfazer ao máximo algumas condições, que são desejáveis do ponto de vista do processo de otimização:

- as variáveis do problema escalado devem ter magnitude similar na região de interesse, da ordem da unidade;
- um incremento fixo em qualquer das variáveis em otimização deve produzir variações semelhantes, com a mesma ordem de grandeza deste incremento;
- as variáveis devem ser transformadas de forma a evitar erro de cancelamento no cálculo da função objeto, evitando, por exemplo, a subtração de números muito próximos entre si.

O escalamento adotado se restringiu a procurar cobrir a primeira destas condições, através de uma estratégia bastante simples: antes do início da otimização os valores das aproximações iniciais de cada variável são atribuídos aos respectivos fatores de escala, fornecendo-se à sub-rotina de otimização valores iniciais sempre idênticos à unidade. A recuperação da escala inicial é feita multiplicando-se o valor de cada variável fornecido pela sub-rotina de otimização pelo respectivo fator de escala, antes de cada avaliação do índice de desempenho. Dessa forma, a otimização se faz sempre em relação à aproximação inicial fornecida pelo usuário. Se esta aproximação inicial for próxima de um ponto de mínimo, os valores finais das variáveis serão todos da ordem da unidade.

A grande deficiência desta estratégia é exatamente quando a aproximação inicial é ruim. Neste caso, é sensível a queda no desempenho do programa de otimização à medida em que uma ou mais variáveis se afastam de seus valores iniciais. Uma tentativa de contornar esta deficiência implementada consiste em limitar internamente o intervalo permitido para os valores das variáveis em otimização, considerado irrestrito pelo método de otimização, da seguinte forma: se a sub-rotina de otimização fornece valores fora dos limites pré-estabelecidos, as sub-rotinas auxiliares os ignoram, assumindo que o valor de cada uma destas variáveis é exatamente o respectivo valor limite que foi ultrapassado. É interessante notar que a avaliação das derivadas parciais por diferenças finitas de variáveis fora de seus limites resulta sempre em valores nulos, o que tira totalmente a influência destas variáveis no prosseguimento da otimização, tornando-as *inativas*. Uma vez ultrapassado o seu valor limite, uma variável tende, pelo cancelamento artificial de suas derivadas parciais, a permanecer sempre com o mesmo valor. É necessário, portanto, verificar no final da otimização se alguma

variável se tornou inativa; se a resposta for positiva, é necessário repetir o processo de otimização, a não ser que seja possível garantir que a influência das variáveis inativas no desempenho do circuito tenha se tornado insignificante. O intervalo permitido para cada variável foi arbitrado, com base na observação do comportamento durante a otimização das variáveis que se distanciavam de seus valores iniciais, em:

$$0,01p_i^{(0)} \leq p_i \leq 100p_i^{(0)}, \quad 1 \leq i \leq N$$

onde $p_i^{(0)}$ é aproximação inicial da variável p_i . Com estes intervalos, o tempo necessário para uma variável cujo valor ótimo é distante de sua aproximação inicial atingir os limites não é, em geral, excessivamente grande. Além de auxiliar no escalamento, a fixação destes intervalos elimina a possibilidade de os parâmetros trocarem de sinal durante a otimização, o que é necessário se levarmos em conta que os principais parâmetros otimizados neste trabalho são resistências e capacitâncias, que não podem assumir valores negativos.

A piora no desempenho do programa de otimização devido ao não cumprimento da segunda condição também pôde ser claramente percebido na obtenção dos circuitos ótimos descritos nas seções seguintes. Quando, por exemplo, uma resistência associada em paralelo a uma outra impedância qualquer tender a infinito, a sua influência na composição final do valor da impedância equivalente tenderá a se anular. A influência dessa resistência no valor de uma função objeto que dependa dela também tenderá, portanto, a se anular, mesmo para grandes variações em seus valores. A avaliação de casos como este deve ser feita através da monitoração da evolução da otimização.

Descontinuidades provocadas pelo modelo utilizado para o cálculo do índice de desempenho

Qualquer avaliação numérica de uma função é intrinsecamente descontínua. Para problemas bem escalados, estas descontinuidades podem em geral ser desprezadas, uma vez que não afetam o desempenho de métodos de otimização para funções suaves, em geral mais eficientes. Contudo, assim como o escalamento deficiente, a forma de calcular numericamente os valores da função pode contribuir bastante para aumentar a sua granulação. Essa maior granulação, embora seja muitas vezes insignificante se comparada com a imprecisão do modelo matemático utilizado para expressar uma realidade física, pode comprometer o funcionamento do algoritmo de otimização, possibilitando a convergência para um mínimo espúrio ou obtendo resultados absurdos em aproximações de derivadas parciais por diferenças finitas.

A descontinuidade intrínseca na avaliação de um índice de desempenho pode ser bastante agravada quando esta avaliação envolve a resolução de subproblemas, tais como o cálculo de uma integral, a resolução de um sistema de equações diferenciais, ou a realização de otimizações unidimensionais. Todos os índices de desempenho considerados neste trabalho são aproximações de integrais por somatórias. Além disso, como é mostrado em detalhes no apêndice (seção A.3), na avaliação da distorção

quadrática média é inevitável a otimização unidimensional para determinar o valor da variável y que garante a amplitude unitária do pulso equalizado no instante ótimo de amostragem. Está configurada, portanto, outra provável causa das dificuldades de convergência encontradas pela principal sub-rotina de otimização utilizada.

A biblioteca NAG possui algumas sub-rotinas “de serviço”, que são utilizadas pelas sub-rotinas de otimização para determinar a precisão relativa proporcionada pelo computador utilizado, para estimar a precisão das funções utilizadas no cálculo do índice de desempenho e para estimar os intervalos mais apropriados para se obter boas aproximações por diferenças finitas. Ou seja, para estimar os diversos níveis de granulação existentes no problema. A resolução numérica de subproblemas para a avaliação do índice de desempenho pode comprometer o funcionamento destas sub-rotinas. Uma estimativa errada da granulação pode refletir-se principalmente (i) no cálculo aproximado de derivadas parciais, usadas para determinar as sucessivas direções de busca, tornando lenta a convergência para um mínimo, e (ii) na verificação dos critérios de convergência. Praticamente todas as mensagens de erro que indicam um mal funcionamento das sub-rotinas de otimização podem ser causadas por estas duas falhas potenciais.

Pudemos observar na prática alguns indicativos da subestimação da precisão no cálculo dos índices de desempenho a serem otimizados:

- O incremento utilizado na avaliação de derivadas parciais por diferenças finitas adotado para a sub-rotina de otimização E04FDF é, como já foi dito, da ordem de 10^{-7} , para todas as variáveis, quando o índice de desempenho é a distorção quadrática média. Este incremento está fora do intervalo em que o cálculo deste índice de desempenho apresenta o maior número de algarismos significativos, quando calculado pela diferença central, (10^{-4} , 10^{-6}), como vimos na seção 3.2.2.
- Logo após a avaliação de novas derivadas parciais, que podem ser detetadas no monitoramento do programa de otimização pela repetição do cálculo do índice de desempenho em pontos separados de um ponto inicial apenas por incrementos da ordem de 10^{-7} na direção de cada variável, é calculada uma nova aproximação obtida para a matriz Hessiana. O próximo passo do algoritmo de otimização é buscar o ponto de mínimo na *direção de Gauss-Newton corrigida*, determinada a partir da aproximação quadrática da função objeto, utilizando essa aproximação da Hessiana. À medida em que se aproxima do mínimo, é de se esperar que a aproximação quadrática da função objeto melhore, convergindo para o mínimo a uma taxa supra-linear, tendendo a quadrática²⁰. Esta expectativa não se confirma na prática, uma vez que os primeiros pontos obtidos logo após a avaliação de uma nova aproximação da Hessiana quase que invariavelmente apresentam desempenho inferior ao ponto de partida, mesmo nas proximidades do mínimo. Os decréscimos mais significativos foram obtidos

²⁰Gill *et al.* 1981, obra citada, p. 134.

sempre na continuação da busca unidimensional na direção de Gauss-Newton corrigida. Isso é um indicador de que as aproximações da matriz Hessiana obtidas não são boas.

- Uma implementação do método do polítopo, a sub-rotina E04CCF descrita a seguir (seção 3.3.4), apresentou, para as funções mais simples, desempenho não muito inferior ao método de Gauss-Newton corrigido, adotado na sub-rotina E04FDF. Isso indica um mal funcionamento do principal algoritmo utilizado, uma vez que este deveria chegar a um ponto de mínimo num número muito menor de iterações, por ser mais apropriado ao tipo de função em questão (soma de quadrados de funções não lineares suaves).

Possíveis soluções

Apresentamos a seguir alguns encaminhamentos decorrentes da análise das dificuldades descritas acima, que, se aplicados, poderiam melhorar o desempenho do programa de otimização que utiliza a sub-rotina E04FDF da biblioteca NAG, e, eventualmente, eliminar as mensagens de erro.

- Utilizar um escalamento mais elaborado. Além das condições citadas acima, há uma série de propriedades desejáveis para as derivadas parciais de primeira e segunda ordem e para o próprio valor do índice de desempenho, que, se incorporadas ao programa de otimização, poderiam aumentar a sua eficiência²¹. Há ainda métodos de escalamento próprios para funções objeto formadas por somas de quadrados²². Esta opção implica numa cuidadosa revisão do modelo empregado no cálculo dos diversos índices de desempenho.
- Obter melhores aproximações para as derivadas parciais do índice de desempenho, utilizando aproximações pela diferença central ou técnicas mais elaboradas de diferenciação. Esta opção implica na utilização de uma outra implementação do algoritmo adotado, a sub-rotina E04HFF da biblioteca NAG, que, além dos valores da função nos pontos determinados pela sub-rotina de otimização, exige o fornecimento de informações sobre as primeiras derivadas de cada função que compõe a soma de quadrados.
- Aumentar a interação do usuário com o algoritmo de otimização. Uma terceira implementação do algoritmo de otimização adotado, a sub-rotina E04FCF da biblioteca NAG, utiliza uma série de parâmetros adicionais de controle, tais como: (i) o limite máximo permitido para o número de avaliações do índice de desempenho; (ii) as precisões desejadas para o índice de desempenho e as variáveis em otimização; e (iii) a escolha do algoritmo interno de busca unidimensional, assim como a precisão desejada e o passo máximo permitido para essa busca. A utilização desta sub-rotina permite potencialmente aumentar o

²¹Gill *et al.* 1981, obra citada, seção 8.7

²²Gill *et al.* 1981, obra citada, seção 7.5.2

controle do usuário sobre o processo de otimização, “sintonizando” melhor o método ao problema, e, conseqüentemente, aumentar a eficiência do algoritmo.

- Utilizar método de otimização específico para funções descontínuas.

O último encaminhamento é, sem dúvida, o mais simples de ser implementado, tendo, por isso, sido o adotado.

3.3.4 O método do polítopo (simplex)

O método do polítopo, muitas vezes denominado *simplex*, é um método de otimização por busca direta, indicado apenas para funções extremamente irregulares. A escolha do método do polítopo se baseia na premissa de que a incapacidade do método de Gauss-Newton corrigido de obter sempre um ponto de mínimo deve-se à granulação excessiva dos índices de desempenho considerados. Essa granulação, segundo esse raciocínio, seria também a causa das mensagens de erros que acompanham alguns dos mínimos obtidos pelo método de Gauss-Newton corrigido, indicando o não cumprimento de uma ou mais das condições de otimalidade testadas pelo algoritmo.

Descrição do método

O funcionamento do método do polítopo é totalmente diverso dos demais métodos considerados neste trabalho. Para N variáveis em otimização, o algoritmo retém os $N + 1$ melhores pontos calculados até então, com os respectivos valores da função em otimização, ordenando-os da seguinte forma: $D(\mathbf{p}_1) \leq D(\mathbf{p}_2) \leq \dots \leq D(\mathbf{p}_N) \leq D(\mathbf{p}_{N+1})$. Os pontos $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_{N+1}$ são os vértices de um polítopo num espaço N -dimensional. A cada iteração é gerado um novo polítopo, substituindo o pior ponto, \mathbf{p}_{N+1} , por um novo. Este novo ponto pode ser obtido da seguinte forma:

1. Calcula-se o *centróide* dos N melhores vértices do atual polítopo, definido por:

$$\mathbf{c} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i$$

2. (*Etapa de reflexão*). Gera-se um novo ponto $\mathbf{p}_R = \mathbf{c} + \alpha(\mathbf{c} - \mathbf{p}_{N+1})$, onde $\alpha > 0$ é o *coeficiente de reflexão*. Calcula-se $D(\mathbf{p}_R)$.

3. Dependendo do valor de $D(\mathbf{p}_R)$, teremos:

- Se $D(\mathbf{p}_1) \leq D(\mathbf{p}_R) \leq D(\mathbf{p}_N)$, isto é, se \mathbf{p}_R não é nem o melhor nem o pior ponto do conjunto formado comparando-o aos N melhores pontos da iteração anterior. Substituir \mathbf{p}_{N+1} por \mathbf{p}_R e retornar à primeira etapa.
- Se $D(\mathbf{p}_R) < D(\mathbf{p}_1)$, isto é, \mathbf{p}_R é o melhor ponto obtido (*etapa de expansão*). Gera-se um novo ponto $\mathbf{p}_E = \mathbf{c} + \beta(\mathbf{p}_R - \mathbf{c})$, onde $\beta > 1$ é o *coeficiente de expansão*. Se $D(\mathbf{p}_E) < D(\mathbf{p}_R)$, a expansão na direção de reflexão é bem sucedida e \mathbf{p}_{N+1} deve ser substituído por \mathbf{p}_E . Caso contrário, substituir \mathbf{p}_{N+1} por \mathbf{p}_R . Retornar à primeira etapa.

- Se $D(\mathbf{p}_R) > D(\mathbf{p}_N)$, isto é, existem pelo menos N pontos já calculados melhores que o novo. O politopo deve então diminuir (*etapa de contração*), fazendo:

$$\mathbf{p}_C = \begin{cases} \mathbf{c} + \gamma(\mathbf{p}_{N+1} - \mathbf{c}) & \text{se } D(\mathbf{p}_R) \geq D(\mathbf{p}_{N+1}) \\ \mathbf{c} + \gamma(\mathbf{p}_R - \mathbf{c}) & \text{se } D(\mathbf{p}_R) < D(\mathbf{p}_{N+1}) \end{cases}$$

onde $0 < \gamma < 1$ é o *coeficiente de contração*. A contração é bem sucedida se $D(\mathbf{p}_C) < \min\{D(\mathbf{p}_R), D(\mathbf{p}_{N+1})\}$; neste caso, \mathbf{p}_{N+1} deve ser substituído por \mathbf{p}_C . Caso contrário, repetir esta etapa de contração. Retornar à primeira etapa.

Este é, basicamente, o funcionamento do método do politopo. Para maiores detalhes, ver descrição e bibliografia citada por Gill *et al.*²³.

Comparação com o método de Gauss-Newton corrigido

O método do politopo é teoricamente muito menos eficiente que o método de Gauss-Newton corrigido, para índices de desempenho formados por somas de quadrados de funções suaves. Entretanto, o seus desempenhos na otimização de alguns circuitos mais simples, para os quais o número de iterações e o tempo de convergência não são significativos, são praticamente equivalentes. Isso é um forte indicativo de que a sub-rotina que utiliza o método específico para soma de quadrados não funciona plenamente bem.

Pudemos notar, através da repetida utilização do algoritmo que utiliza o método do politopo da biblioteca NAG, uma série de desvantagens e algumas vantagens importantes em relação ao método Gauss-Newton corrigido. As desvantagens estão quase sempre relacionadas com a não utilização de informações sobre as derivadas da função objeto (direções de maior decaimento e concavidade):

- Maior sensibilidade a escalamento deficiente. Particularmente crítico quando algum dos parâmetros em otimização tende a infinito, diminuindo com isso a sensibilidade do índice de desempenho com a sua variação. Neste caso, o progresso se torna muito lento. Esta dificuldade pode ser contornada definindo-se um número máximo de iterações pequeno, aumentando-se com isso a influência do usuário na otimização, através da retomada do processo a partir do ponto final obtido anteriormente quantas vezes for necessário (neste trabalho os programas de otimização foram desenvolvidos com a preocupação de facilitar esta repetição, escrevendo arquivos que podem ser lidos automaticamente numa nova execução) ou ainda através da definição manual de novos valores para os parâmetros, a partir da análise de resultados de execuções anteriores.
- Maior susceptibilidade a encontrar mínimos locais distantes do ponto de mínimo global. Para contornar esta dificuldade é necessário repetir a otimização muitas vezes, partindo de aproximações iniciais diferentes.

²³Gill *et al.* 1981, obra citada, p. 94 e p. 98.

- Menor precisão na avaliação do mínimo. Também pode ser contornado repetindo algumas vezes a otimização a partir dos resultados de otimizações anteriores, ou variando um pouco os valores dos parâmetros ótimos e observando se o processo converge para o mesmo ponto (repetindo, em caso de dúvida, um procedimento que já é utilizado internamente pelo algoritmo no teste de convergência²⁴).

Por outro lado, as vantagens do método do politopo em relação ao método de Gauss-Newton corrigido se devem à sua robustez a grandes erros de arredondamento provocados pela necessidade de resolução numérica de subproblemas para o cálculo do índice de desempenho, e à sua simplicidade:

- Apenas um tipo de mensagem de erro, indicando que não foi possível encontrar o mínimo no número máximo de iterações especificado, contra a grande variedade encontrada na sub-rotina E04FDF.
- Não é necessário avaliar derivadas parciais por diferenças finitas, eliminando-se assim uma provável fonte de erros
- É possível, para os problemas mais simples, torná-lo bastante eficiente através do aumento da influência do usuário no processo de otimização, observadas as formas de contornar as deficiências descritas acima.

Podemos concluir desta comparação que praticamente todas as desvantagens do método do politopo em relação ao método de Gauss-Newton corrigido podem ser traduzidas em um aumento do número de iterações necessário para se atingir o mínimo. Este método é intermediário entre o método do gradiente implementado, que exige uma interação muito maior do usuário com o programa de otimização, tornando-o inviável para as aplicações destacadas neste trabalho, e um método de otimização ideal, que poupa o usuário de praticamente qualquer participação no processo de otimização. O método de Gauss-Newton corrigido se aproxima mais do método ideal; sua principal deficiência é a fragilidade em relação às imprecisões numéricas intrínsecas ao cálculo dos índices de desempenho utilizados.

Os resultados apresentados nas seções seguintes foram todos obtidos pela combinação da sub-rotina de otimização principal, E04FDF, uma implementação do método de Gauss-Newton corrigido, com uma sub-rotina auxiliar, E04CCF, que adota o método do politopo, ambas extraídas da biblioteca NAG.

3.4 Exemplo de projeto

Descreveremos a seguir as diversas etapas envolvidas no projeto de um equalizador variável de Bode²⁵. O material desta seção serve de introdução à seção 3.5, que trata

²⁴Ver Gill *et al.* 1981, obra citada, pp. 94-95

²⁵Esta seção é uma adaptação do trabalho *Equalizadores variáveis de Bode aplicados à transmissão digital via cabos*, apresentado no 5^o Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, em setembro de 1987,

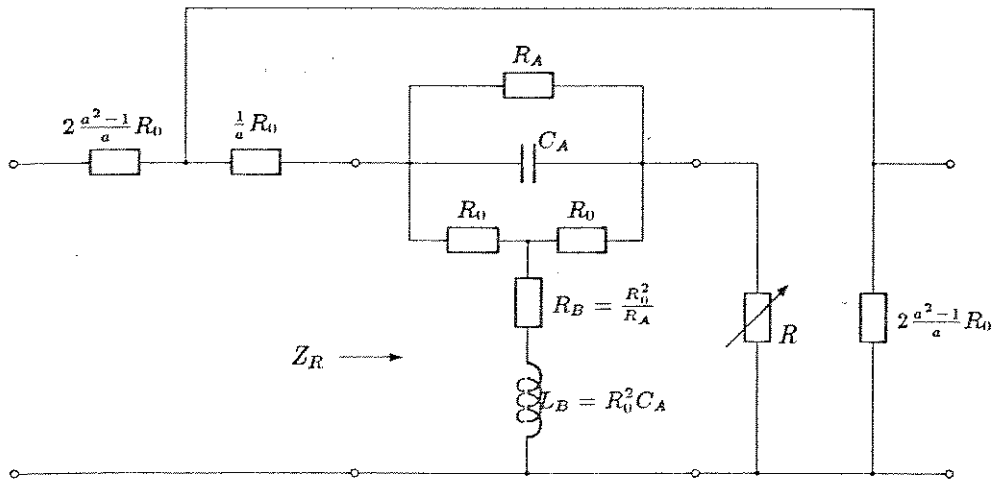


Figura 3.1: Célula equalizadora básica para o projeto.

da busca sistemática de soluções ótimas, generalizando os resultados aqui obtidos para outras especificações. No capítulo 4, o circuito resultante deste exemplo de projeto será avaliado experimentalmente.

Consideremos uma célula equalizadora que contém a rede auxiliar da figura 2.7c, mostrada na figura 3.1. Este circuito possui apenas dois parâmetros a serem ajustados: R_A e C_A . Os demais poderão ser determinados da seguinte forma:

- O intervalo de variação da resistência variável (R_{min}, R_{max}) determina a impedância característica da rede auxiliar R_0 . Para obter desvios máximos simétricos em relação à atenuação central, devemos escolher $R_0 = \sqrt{R_{min} R_{max}}$. Neste caso, teremos $y_{min} = -y_{max}$.
- (R_{min}, R_{max}) determina ainda o intervalo de variação de y , (y_{min}, y_{max}), que por sua vez determina o valor mínimo de ρ que permite atingir a gama de atenuações desejada (ver equação (2.25)): $\rho y_{min} \leq \rho y(A_{min})$ e $\rho y_{max} \geq \rho y(A_{max})$, onde o produto $\rho y(A)$ deve ser tal que o valor de pico do sinal equalizado se mantenha aproximadamente constante, para qualquer valor da atenuação A do cabo utilizado. A partir daí, pela relação (2.25) obtemos: $a = (1 - \rho)/(1 + \rho)$.
- Para que a rede auxiliar tenha impedância constante R_0 , por (2.22), devemos ter: $R_B = R_0^2/R_A$ e $L_B = R_0^2 C_A$.

Os valores dos parâmetros R_A e C_A devem ser escolhidos de forma a otimizar um índice de desempenho. Neste exemplo, o índice desempenho adotado é a *distorção quadrática média* do pulso equalizado nos instantes de amostragem (D_{QM}), em Campinas (Nagle e Chiquito 1987).

$A_0 - A$ [dB]	R_A/R_0	$C_A R_0 (\times 10^6)$	ρy	$\sqrt{D_{QM}} (\times 10^3)$
$\pm 20,0$	0,861	2,18	$\pm 0,810$	49,0
$\pm 15,0$	0,912	1,65	$\pm 0,708$	46,7
$\pm 10,0$	0,967	1,31	$\pm 0,538$	37,7
$\pm 5,0$	1,010	1,11	$\pm 0,298$	21,8
$\pm 2,5$	1,021	1,04	$\pm 0,154$	11,4

Tabela 3.1: Otimização do equalizador de uma célula para algumas atenuações isoladamente.

definida pela equação (1.33). Para simplificar matematicamente o cálculo de D_{QM} , foi escolhido o código de linha bipolar, como indicado na seção 1.6.

O canal de transmissão foi suposto, na ausência de erros na equalização variável, um espectro ideal $X_i(f)$ de decaimento senoidal e fator de excesso de faixa $\alpha = 1,0$. A velocidade de transmissão foi arbitrada em 2 Mbit/s. Os valores adotados para α e para a taxa de transmissão são bastante próximos das especificações do sistema MCP-30²⁶.

Os valores do produto ρy são determinados de forma a manter constante a amplitude do pulso equalizado nos instantes de amostragem. Esta escolha simula o mecanismo utilizado na prática para a fixação do valor do elemento variável, a partir do valor de pico do sinal equalizado, como descrito na seção 2.5.3. Assumiu-se aqui que o valor de pico do sinal equalizado é idêntico ao valor do pulso equalizado no instante ótimo de amostragem $x(t_{ot})$, quando na realidade estes valores são apenas aproximadamente proporcionais. O valor da resistência variável R é escolhido de forma a igualar $x(t_{ot})$ ao valor do pulso ideal $x_i(t_{ot})$ que seria obtido se a compensação da distorção introduzida pelo cabo fosse perfeita; estabelecemos assim uma relação unívoca entre as variáveis A e y , vinculando a resposta do equalizador variável à do cabo. O instante ótimo de amostragem t_{ot} é obtido através da minimização da distorção quadrática média D_{QM} , adicionando-se uma componente linear $-2\pi t_{ot} f$ à resposta de fase do canal $X(f)$.

Consideremos inicialmente a otimização do equalizador formado por uma única célula, idêntico ao da figura 3.1. Considerando isoladamente um cabo de atenuação A , ignorando portanto o desempenho do equalizador para as demais atenuações, obtivemos os resultados mostrados na tabela 3.1 para diferentes valores de A . Para $A = A_0$, se for mantida a condição (c), a resposta do equalizador variável será plana e a distorção quadrática média devido aos erros na equalização variável será sempre nula. Podemos observar que os valores ótimos dos parâmetros R_A e C_A dependem da atenuação considerada na otimização. Para outras atenuações, obviamente o desempenho do equalizador não será o melhor possível.

Para otimizar globalmente o equalizador, utilizamos como índice de desempenho a

²⁶Chiquito 1983, obra citada, pp. 217 e 219.

$A_0 - A$ [dB]	R_A/R_0	$C_A R_0 (\times 10^6)$	ρy	$\sqrt{D_{QM}} (\times 10^3)$
$\pm 20,0$	0,910	1,54	$\pm 0,974$	68,9
$\pm 15,0$			$\pm 0,731$	48,4
$\pm 10,0$			$\pm 0,510$	46,0
$\pm 5,0$			$\pm 0,269$	35,7

Tabela 3.2: Otimização global do equalizador de uma célula.

soma das distorções quadráticas médias para quatro atenuações espaçadas igualmente no intervalo de interesse; ou seja, para $A_0 - A = A_{max}/n$, $n = 1, \dots, 4$, onde $A_{max} = \pm 20$ dB. Neste caso, obtivemos os desempenhos mostrados na tabela 3.2. Agora, os valores ótimos para R_A e C_A são resultado de um compromisso entre os desempenhos obtidos para cada atenuação considerada. Como a dispersão entre os valores ótimos de R_A e C_A obtidos para cada atenuação isoladamente é grande, ocorre uma grande degradação nos resultados, principalmente para as atenuações extremas. Para gamas de atenuação menores, a distorção na forma da resposta do equalizador para diversos ρy diminui, aproximando as soluções individuais entre si. Além disso, o valor de y necessário para os desvios de atenuação máximos (± 20 dB) é muito próximo da unidade, o que exige da resistência R um intervalo de variação impossível de ser atingido na prática. É necessário então utilizar mais do que uma célula equalizadora para cobrir este intervalo de atenuações.

Um equalizador formado por duas células da figura 3.1 em cascata terá quatro parâmetros a serem ajustados, R_{A1} , C_{A1} , R_{A2} e C_{A2} . Quando $R_{A1} = R_{A2}$ e $C_{A1} = C_{A2}$, o desempenho global obtido é equivalente ao anterior, apesar dos valores ótimos dos parâmetros para cada atenuação apresentarem dispersões menores. Também foi verificado que a utilização de quatro células idênticas não melhora o desempenho global. Isto indica que para obter um desempenho global melhor é necessário aumentar a precisão na conformação das respostas do equalizador para cada atenuação. Uma forma imediata de se obter respostas mais precisas sem introduzir circuitos mais complexos é utilizar duas células diferentes. Para este caso, obtivemos os resultados ótimos mostrados na tabela 3.3, para cabos de diferentes atenuações A .

Otimizando globalmente o circuito equalizador de duas células, obtivemos a tabela 3.4. É interessante notar que os valores ótimos globais dos componentes do circuito equalizador de duas células se aproximam bastante dos obtidos através da otimização isolada para $A_0 - A = \pm 15$ dB.

Para obter melhores desempenhos, é necessário: utilizar mais células equalizadoras, aumentando o número de parâmetros a serem otimizados e/ou melhorar a precisão de cada célula.

$A_0 - A$ [dB]	R_{A1}/R_0	$C_{A1}R_0(\times 10^6)$	R_{A2}/R_0	$C_{A2}R_0(\times 10^6)$	ρy	$\sqrt{D_{QM}}(\times 10^3)$
$\pm 20,0$	0,779	5,26	23,0	0,549	$\pm 0,568$	17,5
$\pm 15,0$	0,808	4,51	14,3	0,516	$\pm 0,454$	14,7
$\pm 10,0$	0,834	3,98	10,8	0,491	$\pm 0,319$	10,9
$\pm 5,0$	0,855	3,62	9,5	0,468	$\pm 0,166$	6,0
$\pm 2,5$	0,863	3,50	9,3	0,457	$\pm 0,085$	3,1

Tabela 3.3: Otimização do equalizador de duas células para algumas atenuações isoladamente.

$A_0 - A$ [dB]	R_{A1}/R_0	$C_{A1}R_0(\times 10^6)$	R_{A2}/R_0	$C_{A2}R_0(\times 10^6)$	ρy	$\sqrt{D_{QM}}(\times 10^3)$
$\pm 20,0$	0,798	4,68	17,1	0,512	$\pm 0,585$	19,3
$\pm 15,0$					$\pm 0,455$	15,4
$\pm 10,0$					$\pm 0,313$	13,6
$\pm 5,0$					$\pm 0,160$	8,7
$\pm 2,5$					$\pm 0,080$	4,8

Tabela 3.4: Otimização global do equalizador de duas células.

3.5 Busca sistemática de soluções ótimas

Nesta seção procuramos determinar os limites de desempenho inerentes a alguns equalizadores variáveis, em relação a diferentes especificações. Foram consideradas neste estudo combinações de uma, duas ou três células equalizadoras em cascata, do tipo da mostrada na figura 3.1; os valores dos componentes de cada célula foram considerados variáveis independentes na otimização. Foram especificadas duas faixas de frequência e cinco gamas de atenuação diferentes, procurando-se com isso testar o desempenho de cada circuito em condições mais apertadas ou brandas. Para quantificar os desempenhos de cada circuito foram utilizados três índices de desempenho diferentes: os erros de amplitude quadráticos médios obtidos utilizando as duas funções de ponderação definidas na seção 1.6, $W_{WG}(f)$ e $W_X(f)$ obtidos respectivamente substituindo as relações (1.22) e (1.23) em (1.25), e a distorção quadrática média nos instantes de amostragem, definida por (1.33). A combinação de todas essas possibilidades forma uma espécie de catálogo de desempenhos de circuitos equalizadores variáveis de Bode. Este "catálogo" pode ser útil de diversas formas: (i) para delimitar os desempenhos teóricos que podem ser atingidos por cada configuração; (ii) como base para indicar as estruturas mais apropriadas para projetos mais elaborados; (iii) como referência para quantificar as eventuais melhoras de desempenho obtidas por circuitos complexos em relação aos mais simples.

Os resultados obtidos foram agrupados em seis tabelas, anexadas no final desta seção. A figura 3.2 esquematiza as diferenças entre cada uma destas tabelas. O

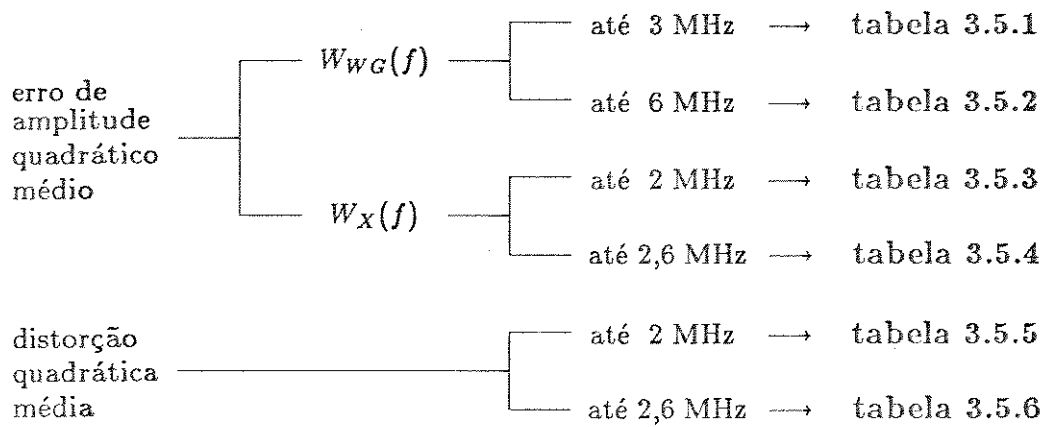


Figura 3.2: Busca sistemática de soluções ótimas: índices de desempenho, e faixas de frequência considerados.

índice de desempenho adotado nas quatro primeiras tabelas é o erro de amplitude quadrático médio. O funcionamento das sub-rotinas de cálculo do erro quadrático médio utilizadas na confecção destas tabelas é descrito na seção A.2 do apêndice. As duas primeiras foram construídas a partir das especificações de fabricante do simulador de cabos TRPCM-WG. A tabela 3.5.1 utiliza a mesma faixa de frequências especificada para o simulador TRPCM-WG, de 20 KHz a 3 MHz, e uma função de ponderação derivada dos desvios máximos permitidos para a resposta de amplitude em decibéis deste simulador, $W_{WG}(f)$, definida pela equação (1.22). A tabela 3.5.2 utiliza a mesma função de ponderação, estendida agora até 6 MHz. Estas duas tabelas procuram avaliar a capacidade de simulação da resposta de cabos nestas faixas de frequências, para cada circuito considerado.

As duas tabelas seguintes utilizam uma definição do erro quadrático médio mais adequada à avaliação do desempenho de equalizadores de sistemas de transmissão digital. Agora, o índice de desempenho é obtido através do quadrado das diferenças lineares entre a resposta de amplitude teórica do circuito e a resposta desejada, ao invés de se considerar diferenças destas respostas em dB. A função de ponderação adotada, $W_X(f)$, é a resposta do canal de transmissão ideal, definida pela equação (1.23). A função de ponderação utilizada na obtenção da tabela 3.5.3 se aproxima da resposta do canal MCP-30 ideal: é uma característica co-seno levantado com fator de excesso de faixa $\alpha = 1$, considerando-se a transmissão a uma taxa de 2 Mbit/s. Nestas condições, $W_X(f)$ é uma curva plana até 1 MHz, com uma transição bastante suave a partir desta frequência até se anular para frequências acima de 2 MHz, como mostra a figura 1.6. A tabela 3.5.4 foi obtida utilizando-se como função de ponderação a resposta ideal do canal duobinário modificado adotado no trabalho de Eliana Alves²⁷: $W_X(f)$ é agora uma característica co-seno levantado com fator de excesso de faixa

²⁷ Alves 1985, obra citada, p. 23.

$\alpha = 0,3$ e a taxa de transmissão é 4 Mbit/s. Para estes valores, $W_X(f)$ é plana até 2 MHz e a transição é relativamente abrupta, se anulando para frequências acima de 2,6 MHz, como indica a figura 1.6.

Nas duas últimas tabelas, o índice de desempenho adotado é a distorção quadrática média nos instantes de amostragem, para os mesmos canais de transmissão considerados nas tabelas 3.5.3 e 3.5.4. Agora, o índice de desempenho reflete a influência dos erros de equalização na interferência entre símbolos nos instantes de amostragem resultante. A tabela 3.5.5 mostra os desempenhos dos equalizadores considerados para um canal co-seno levantado com fator de excesso de faixa $\alpha = 1$ e taxa de transmissão de 2 Mbit/s (as tabelas 3.1 e 3.3 são casos particulares da tabela 3.5.5). Na tabela 3.5.6, a taxa de transmissão é de 4 Mbit/s e $\alpha = 0,3$.

Cada tabela é dividida em três partes, contendo respectivamente os resultados ótimos para circuitos formados por um, duas ou três células equalizadoras elementares, idênticas às utilizadas na seção anterior. Para cada circuito foram obtidos resultados ótimos, segundo o índice de desempenho adotado em cada tabela, para cinco atenuações de referência diferentes: $\pm 2,5$, ± 5 , ± 10 , ± 15 e ± 20 dB em 1 MHz, em relação à atenuação central. (Uma vez que as curvas teóricas são simétricas em relação à atenuação central, os desempenhos para desvios de atenuação de mesmo módulo e sinais contrários são idênticos.) Na otimização, foi considerada em cada caso apenas a diferença entre a resposta do equalizador e a desejada na atenuação de referência, e não algum tipo de otimização global como o adotado na obtenção das tabelas 3.2 e 3.4 da seção anterior. (As tabelas 3.1 e 3.3 da seção anterior são casos particulares da tabela 3.5.5, para uma e duas células respectivamente.) A escolha dos resultados obtidos para uma destas atenuações de referência depende de uma análise global dos dados, de acordo com a aplicação.

Finalmente, para cada circuito equalizador e para cada atenuação de referência (ou seja, para cada coluna em cada uma das três partes em que se divide cada tabela) são indicados: (i) os valores dos parâmetros ajustáveis de cada célula equalizadora, associados às resistências e capacitâncias que formam a impedância Z_A do braço superior da rede auxiliar T em ponte; (ii) os valores do produto ρy , que determinam, para cada circuito equalizador, o valor assumido pela resistência variável para obter as respostas ótimas para cinco atenuações diferentes (os mesmos valores das atenuações de referência consideradas na otimização); e (iii) os desempenhos do circuito equalizador para cada uma destas atenuações. Em cada coluna foram destacados, através de impressão em negrito, os desempenhos nas atenuações de referência, para as quais o circuito foi otimizado, e os respectivos valores de ρy . Estes desempenhos são os melhores que se pode obter para o circuito para cada atenuação de referência considerada.

Passamos agora a exemplificar algumas das informações que podem ser extraídas da análise destas tabelas.

Como foi discutido na seção anterior, a dispersão entre os valores ótimos dos parâmetros ajustáveis de um circuito equalizador, obtidos para atenuações de referência diferentes, é um bom indicador da degradação nos resultados provocada pela dis-

torção entre as curvas de equalização. Esta distorção é insignificante para desvios de atenuação menores que 5 dB, como pode ser verificado em todas as tabelas, aumentando à medida em que aumenta a gama de atenuações a ser coberta pelo equalizador. A análise da degradação dos desempenhos em relação aos valores ótimos, a partir das tabelas, além de indicar a sensibilidade do circuito a erros de implementação, permite o estabelecimento de compromissos para garantir um bom desempenho global para o circuito. Na construção de simuladores de cabo, por exemplo, admite-se erros de equalização maiores para atenuações maiores. No projeto de equalizadores variáveis para sistemas de transmissão digital, por outro lado, é desejável que os erros de equalização sejam distribuídos uniformemente numa ampla gama de atenuações.

Para gamas de atenuação pequenas, as respostas de um equalizador de Bode são aproximadamente proporcionais à variável y , como indica a expressão 2.17. Nestas condições, o erro de aproximação será tanto maior quanto maior for a atenuação do cabo a ser compensado e/ou simulado. A ocorrência de valores do índice de desempenho mais altos para atenuações menores, como acontece em todas as tabelas para atenuações de referência $A_0 - A = \pm 20$ dB, indica que a componente não linear com y é predominante. Neste caso, podemos concluir que uma melhor conformação da resposta desejada para uma atenuação será ineficaz se não for acompanhada de uma diminuição da gama de atenuações coberta por cada célula equalizadora. Ou seja, melhores desempenhos para o conjunto das respostas do equalizador só poderão ser obtidos através da introdução de novas células.

A comparação dos resultados contidos em cada tabela mostra as melhoras de desempenho obtidas com a introdução de mais células equalizadoras em cada caso. Estas melhoras não são uniformes para todos os índices de desempenho. Comparemos, por exemplo, os desempenhos dos equalizadores de duas e três células otimizados para $\pm 2,5$ dB (atenuação de referência) nas diversas tabelas. Nas tabelas 3.5.3, 3.5.4 e 3.5.5, a introdução da terceira célula reduz o erro quadrático médio (a distorção quadrática média na tabela 3.5.5) praticamente à metade, em todas as atenuações. Nas demais tabelas, o valor do índice de desempenho é mais afetado para as atenuações maiores. Na tabela 3.5.1, por exemplo, com a introdução da terceira célula, para $A_0 - A = 2,5$ dB o erro quadrático médio passa de 0,035 dB para 0,028 dB, enquanto que para $A_0 - A = 15$ dB este índice diminui de 0,45 dB para 0,16 dB. Neste último caso, fica nítida a diminuição da distorção entre as curvas de equalização devido à utilização de mais uma célula.

Os valores do produto ρy são limitados teoricamente ao intervalo $(-1,1)$. Na prática, a obtenção valores muito próximos dos limites teóricos é impossível, por dois motivos:

- (i) Examinando a figura 3.1, observamos que os resistores de entrada e saída de cada célula equalizadora aumentam proporcionalmente com o valor de a , para valores grandes de a . Por outro lado, a variável ρ é definida em função da atenuação média $\theta_0 = \ln(a)$, como indica a expressão (2.18). Se $\rho \rightarrow 1$, então: $\theta_0, a \rightarrow \infty$. A atenuação média θ_0 introduzida por cada célula equalizadora

precisa ser compensada através de uma amplificação com ganho da mesma ordem de grandeza. O valor de θ_0 é limitado pelo valor do ganho possível de ser obtido na prática para estes amplificadores. Além disso, a introdução de atenuações muito grandes pode reduzir muito a amplitude do sinal equalizado, reduzindo a relação sinal/ruído. Para $\theta_0 = 20$ dB, por exemplo, temos $a = 10$ e $\rho = 0,82$, sendo necessária uma amplificação com ganho 10. Para $\theta_0 = 40$ dB, temos $a = 100$ e $\rho = 0,98$.

- (ii) As resistências variáveis obteníveis na prática não variam entre zero e infinito, o que reduz o intervalo de variação de y . Para $R_{max}/R_{min} = 100$ e para $R_0 = \sqrt{R_{min}R_{max}}$, por exemplo, y pode variar aproximadamente no intervalo $(-0,82, +0,82)$. Para $R_{max}/R_{min} = 1000$, y pode variar no intervalo $(-0,94, +0,94)$.

Podemos então concluir que a dificuldade de implementação aumenta à medida em que os valores do produto ρy necessários para se obter as respostas ótimas se aproximam de ± 1 , inviabilizando a construção de equalizadores que operem próximos a estes limites. Examinando a tabela 3.5.1, por exemplo, vemos que esta restrição inviabiliza a utilização do equalizador de uma célula para desvios de atenuação $A_0 - A$ maiores que ± 10 dB em 1 MHz, assim como a do equalizador de duas células para $A_0 - A = \pm 20$ dB.

Tabela 3.5.1: Equalizadores variáveis ótimos

Índice de desempenho: Erro de amplitude quadrático médio (em dB)
 Função de ponderação: $W_{WG}(f)$. Freqüências consideradas: até 3 MHz.

Circuito formado por uma célula equalizadora						
Atenuação de referência [dB]		±2,5	±5,0	±10,0	±15,0	±20,0
Parâmetros otimizados	R_A/R_0	1,04	1,03	0,99	1,00	1,01
	$C_A R_0 (\times 10^6)$	0,524	0,549	0,657	0,910	1,63
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	±2,5 dB	±0,213	±0,208	±0,192	±0,171	±0,148
	±5,0 dB	±0,424	±0,414	±0,381	±0,338	±0,292
	±10,0 dB	±0,871	±0,840	±0,751	±0,652	±0,559
	±15,0 dB	—	—	±1,000	±0,994	±0,784
	±20,0 dB	—	—	—	—	±1,000
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	±2,5 dB	103	103	117	169	287
	±5,0 dB	200	199	218	318	558
	±10,0 dB	395	378	341	473	983
	±15,0 dB	—	—	1590	380	1093
	±20,0 dB	—	—	—	—	721
Circuito formado por duas células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		±2,5	±5,0	±10,0	±15,0	±20,0
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	1,03	1,03	1,03	1,00	0,96
	$C_{A1} R_0 (\times 10^6)$	1,29	1,32	1,45	1,47	1,76
	R_{A2}/R_0	13,5	17,2	∞	∞	18,0
	$C_{A2} R_0 (\times 10^6)$	0,173	0,171	0,160	0,132	0,126
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	±2,5 dB	±0,141	±0,142	±0,147	±0,157	±0,149
	±5,0 dB	±0,280	±0,282	±0,291	±0,310	±0,294
	±10,0 dB	±0,541	±0,543	±0,556	±0,586	±0,559
	±15,0 dB	±0,768	±0,769	±0,779	±0,812	±0,775
	±20,0 dB	±1,000	±1,000	±1,000	±1,000	±0,968
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	±2,5 dB	35	36	51	122	194
	±5,0 dB	70	69	90	226	374
	±10,0 dB	170	158	127	307	626
	±15,0 dB	450	433	354	184	592
	±20,0 dB	1022	1010	987	1075	199
Circuito formado por três células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		±2,5	±5,0	±10,0	±15,0	±20,0
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	1,03	1,03	1,01	0,96	0,92
	$C_{A1} R_0 (\times 10^6)$	2,50	2,39	2,27	2,51	2,83
	R_{A2}/R_0	∞	∞	∞	∞	∞
	$C_{A2} R_0 (\times 10^6)$	0,305	0,292	0,271	0,277	0,266
	R_{A3}/R_0	∞	∞	∞	∞	∞
	$C_{A3} R_0 (\times 10^6)$	0,0923	0,0883	0,0847	0,0939	0,101
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	±2,5 dB	±0,111	±0,114	±0,119	±0,116	±0,116
	±5,0 dB	±0,222	±0,227	±0,236	±0,231	±0,232
	±10,0 dB	±0,433	±0,444	±0,460	±0,450	±0,451
	±15,0 dB	±0,625	±0,638	±0,659	±0,645	±0,644
	±20,0 dB	±0,785	±0,800	±0,821	±0,805	±0,800
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	±2,5 dB	28	28	31	42	70
	±5,0 dB	52	51	55	77	135
	±10,0 dB	85	83	76	108	218
	±15,0 dB	160	165	145	88	206
	±20,0 dB	369	397	412	261	113

Tabela 3.5.2: Equalizadores variáveis ótimos

Índice de desempenho: Erro de amplitude quadrático médio (em dB)
 Função de ponderação: $W_{WG}(f)$. Frequências consideradas: até 6 MHz.

Circuito formado por uma célula equalizadora						
Atenuação de referência [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_A/R_0	1,05	1,03	1,00	1,00	1,01
	$C_A R_0 (\times 10^6)$	0,478	0,499	0,570	0,909	1,64
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,224$	$\pm 0,219$	$\pm 0,205$	$\pm 0,172$	$\pm 0,149$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,447$	$\pm 0,436$	$\pm 0,408$	$\pm 0,340$	$\pm 0,294$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,944$	$\pm 0,908$	$\pm 0,821$	$\pm 0,656$	$\pm 0,561$
	$\pm 15,0$ dB	—	—	—	$\pm 0,999$	$\pm 0,787$
	$\pm 20,0$ dB	—	—	—	—	$\pm 1,000$
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	89	89	93	138	218
	$\pm 5,0$ dB	172	172	177	262	426
	$\pm 10,0$ dB	303	297	288	414	761
	$\pm 15,0$ dB	—	—	—	323	881
	$\pm 20,0$ dB	—	—	—	—	618
Circuito formado por duas células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	1,10	1,11	1,05	1,06	0,97
	$C_{A1} R_0 (\times 10^6)$	0,960	0,986	1,09	1,15	1,70
	R_{A2}/R_0	43,7	373	∞	∞	16,2
	$C_{A2} R_0 (\times 10^6)$	0,127	0,124	0,119	0,0879	0,123
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,173$	$\pm 0,176$	$\pm 0,174$	$\pm 0,178$	$\pm 0,151$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,342$	$\pm 0,346$	$\pm 0,342$	$\pm 0,351$	$\pm 0,298$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,651$	$\pm 0,656$	$\pm 0,646$	$\pm 0,662$	$\pm 0,565$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 1,000$	$\pm 1,000$	$\pm 0,921$	$\pm 0,950$	$\pm 0,784$
	$\pm 20,0$ dB	—	—	—	—	$\pm 1,000$
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	35	36	57	141	142
	$\pm 5,0$ dB	69	67	99	261	275
	$\pm 10,0$ dB	209	190	124	344	463
	$\pm 15,0$ dB	586	576	407	155	453
	$\pm 20,0$ dB	—	—	—	—	168
Circuito formado por três células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	1,03	1,03	1,04	1,00	0,99
	$C_{A1} R_0 (\times 10^6)$	1,41	1,44	1,56	1,80	1,77
	R_{A2}/R_0	9,68	12,1	65,5	∞	12,0
	$C_{A2} R_0 (\times 10^6)$	0,214	0,209	0,193	0,184	0,147
	R_{A3}/R_0	∞	∞	∞	∞	∞
	$C_{A3} R_0 (\times 10^6)$	0,0692	0,0678	0,0647	0,0699	0,0477
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,137$	$\pm 0,139$	$\pm 0,145$	$\pm 0,147$	$\pm 0,151$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,273$	$\pm 0,276$	$\pm 0,288$	$\pm 0,290$	$\pm 0,298$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,528$	$\pm 0,533$	$\pm 0,551$	$\pm 0,552$	$\pm 0,565$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 0,752$	$\pm 0,756$	$\pm 0,772$	$\pm 0,767$	$\pm 0,784$
	$\pm 20,0$ dB	$\pm 1,000$	$\pm 1,000$	$\pm 1,000$	$\pm 0,948$	$\pm 0,996$
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	21	21	31	62	135
	$\pm 5,0$ dB	41	40	55	115	261
	$\pm 10,0$ dB	96	89	69	156	442
	$\pm 15,0$ dB	261	255	213	89	424
	$\pm 20,0$ dB	641	643	648	464	105

Tabela 3.5.3: Equalizadores variáveis ótimos

Índice de desempenho: Erro de amplitude quadrático médio (linear)

Função de ponderação: $W_X(f)$, $\alpha = 1,0$. Freqüências consideradas: até 2 MHz.

Circuito formado por uma célula equalizadora						
Atenuação de referência [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_A/R_0	1,02	1,02	0,99	0,94	0,90
	$C_A R_0 (\times 10^6)$	0,85	0,93	1,15	1,48	1,93
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,165$	$\pm 0,158$	$\pm 0,144$	$\pm 0,131$	$\pm 0,121$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,328$	$\pm 0,314$	$\pm 0,285$	$\pm 0,259$	$\pm 0,238$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,658$	$\pm 0,626$	$\pm 0,560$	$\pm 0,503$	$\pm 0,459$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 1,000$	$\pm 0,984$	$\pm 0,845$	$\pm 0,737$	$\pm 0,662$
	$\pm 20,0$ dB	—	—	$\pm 1,000$	$\pm 1,000$	$\pm 0,861$
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	7,1	7,2	8,6	11,4	14,7
	$\pm 5,0$ dB	12,1	11,9	13,2	17,3	22,8
	$\pm 10,0$ dB	19,8	18,3	16,5	19,2	26,0
	$\pm 15,0$ dB	27,9	24,2	19,5	16,9	20,5
	$\pm 20,0$ dB	—	—	38,4	18,2	15,2
Circuito formado por duas células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	0,925	0,916	0,895	0,866	0,815
	$C_{A1} R_0 (\times 10^6)$	2,40	2,60	3,09	3,69	4,34
	R_{A2}/R_0	12,8	15,5	33,7	∞	∞
	$C_{A2} R_0 (\times 10^6)$	0,303	0,318	0,348	0,379	0,416
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,102$	$\pm 0,100$	$\pm 0,095$	$\pm 0,091$	$\pm 0,086$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,204$	$\pm 0,199$	$\pm 0,189$	$\pm 0,181$	$\pm 0,171$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,401$	$\pm 0,391$	$\pm 0,372$	$\pm 0,355$	$\pm 0,335$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 0,589$	$\pm 0,573$	$\pm 0,544$	$\pm 0,518$	$\pm 0,489$
	$\pm 20,0$ dB	$\pm 0,773$	$\pm 0,749$	$\pm 0,706$	$\pm 0,669$	$\pm 0,630$
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	2,2	2,3	2,6	3,2	4,0
	$\pm 5,0$ dB	3,9	3,8	4,1	5,1	6,3
	$\pm 10,0$ dB	6,6	6,1	5,5	6,1	7,8
	$\pm 15,0$ dB	10,3	9,2	7,0	5,9	7,0
	$\pm 20,0$ dB	15,4	14,0	10,8	7,5	5,9
Circuito formado por três células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	0,838	0,826	0,791	0,757	0,723
	$C_{A1} R_0 (\times 10^6)$	3,95	4,18	4,96	5,82	6,85
	R_{A2}/R_0	6,17	6,34	8,31	11,7	19,1
	$C_{A2} R_0 (\times 10^6)$	0,570	0,593	0,646	0,696	0,748
	R_{A3}/R_0	∞	∞	∞	∞	∞
	$C_{A3} R_0 (\times 10^6)$	0,179	0,186	0,200	0,213	0,229
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,078$	$\pm 0,077$	$\pm 0,073$	$\pm 0,070$	$\pm 0,068$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,156$	$\pm 0,153$	$\pm 0,146$	$\pm 0,140$	$\pm 0,135$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,310$	$\pm 0,303$	$\pm 0,289$	$\pm 0,278$	$\pm 0,267$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 0,457$	$\pm 0,448$	$\pm 0,427$	$\pm 0,410$	$\pm 0,395$
	$\pm 20,0$ dB	$\pm 0,598$	$\pm 0,586$	$\pm 0,558$	$\pm 0,536$	$\pm 0,516$
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	1,2	1,2	1,4	1,7	2,1
	$\pm 5,0$ dB	2,1	2,1	2,2	2,7	3,3
	$\pm 10,0$ dB	3,4	3,2	2,9	3,2	4,0
	$\pm 15,0$ dB	5,0	4,5	3,5	3,1	3,5
	$\pm 20,0$ dB	7,3	6,6	4,8	3,4	2,7

Tabela 3.5.4: Equalizadores variáveis ótimos

Índice de desempenho: Erro de amplitude quadrático médio (linear)

Função de ponderação: $W_X(f)$, $\alpha = 0,3$. Freqüências consideradas: até 2,6 MHz.

Circuito formado por uma célula equalizadora						
Atenuação de referência [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_A/R_0	1,08	1,08	1,05	1,02	0,99
	$C_A R_0 (\times 10^6)$	0,494	0,557	0,760	1,09	1,62
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,222$	$\pm 0,211$	$\pm 0,187$	$\pm 0,169$	$\pm 0,156$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,442$	$\pm 0,417$	$\pm 0,368$	$\pm 0,331$	$\pm 0,303$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,921$	$\pm 0,845$	$\pm 0,709$	$\pm 0,621$	$\pm 0,563$
	$\pm 15,0$ dB	—	—	$\pm 1,000$	$\pm 0,893$	$\pm 0,776$
	$\pm 20,0$ dB	—	—	—	$\pm 1,000$	$\pm 0,993$
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	11,2	11,7	16,9	25,5	35,0
	$\pm 5,0$ dB	18,7	18,0	23,1	35,9	51,2
	$\pm 10,0$ dB	31,3	27,7	22,2	31,2	51,1
	$\pm 15,0$ dB	—	—	37,4	19,8	32,2
	$\pm 20,0$ dB	—	—	—	50,4	16,0
Circuito formado por duas células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	1,03	1,02	1,01	0,951	0,906
	$C_{A1} R_0 (\times 10^6)$	1,43	1,58	1,92	2,27	2,67
	R_{A2}/R_0	14,8	22,9	∞	∞	∞
	$C_{A2} R_0 (\times 10^6)$	0,187	0,196	0,214	0,232	0,239
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,135$	$\pm 0,131$	$\pm 0,125$	$\pm 0,119$	$\pm 0,117$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,267$	$\pm 0,260$	$\pm 0,248$	$\pm 0,236$	$\pm 0,231$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,520$	$\pm 0,506$	$\pm 0,482$	$\pm 0,457$	$\pm 0,444$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 0,756$	$\pm 0,733$	$\pm 0,693$	$\pm 0,654$	$\pm 0,631$
	$\pm 20,0$ dB	$\pm 1,000$	$\pm 1,000$	$\pm 0,904$	$\pm 0,833$	$\pm 0,793$
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	3,5	3,6	4,4	5,8	8,3
	$\pm 5,0$ dB	5,9	5,8	6,6	8,8	13,2
	$\pm 10,0$ dB	10,9	9,5	7,8	10,0	16,3
	$\pm 15,0$ dB	19,5	17,1	11,9	8,8	13,2
	$\pm 20,0$ dB	28,9	24,7	21,1	13,5	8,6
Circuito formado por três células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	0,953	0,939	0,908	0,878	0,829
	$C_{A1} R_0 (\times 10^6)$	2,33	2,54	3,08	3,79	4,66
	R_{A2}/R_0	6,97	8,18	14,6	58,3	∞
	$C_{A2} R_0 (\times 10^6)$	0,350	0,365	0,395	0,429	0,480
	R_{A3}/R_0	∞	∞	∞	∞	∞
	$C_{A3} R_0 (\times 10^6)$	0,113	0,118	0,126	0,138	0,159
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,103$	$\pm 0,101$	$\pm 0,096$	$\pm 0,092$	$\pm 0,086$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,205$	$\pm 0,200$	$\pm 0,191$	$\pm 0,182$	$\pm 0,170$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,403$	$\pm 0,393$	$\pm 0,376$	$\pm 0,359$	$\pm 0,336$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 0,589$	$\pm 0,575$	$\pm 0,549$	$\pm 0,524$	$\pm 0,491$
	$\pm 20,0$ dB	$\pm 0,766$	$\pm 0,745$	$\pm 0,709$	$\pm 0,674$	$\pm 0,633$
Desempenhos [$\sqrt{E_{AQM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	1,9	2,0	2,4	3,3	4,4
	$\pm 5,0$ dB	3,3	3,2	3,7	4,9	6,4
	$\pm 10,0$ dB	5,7	5,1	4,4	5,2	7,1
	$\pm 15,0$ dB	9,1	7,9	5,5	4,3	5,5
	$\pm 20,0$ dB	14,6	13,0	9,4	5,7	3,6

Tabela 3.5.5: Equalizadores variáveis ótimos						
Índice de desempenho: Distorção quadrática média nos instantes de amostragem						
Taxa de transmissão: 2 Mbit/s. Fator de excesso de faixa: $\alpha = 1,0$.						
Circuito formado por uma célula equalizadora						
Atenuação de referência [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_A/R_0	1,021	1,010	0,966	0,912	0,861
	$C_A R_0 (\times 10^6)$	1,04	1,10	1,31	1,65	2,19
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,154$	$\pm 0,151$	$\pm 0,143$	$\pm 0,134$	$\pm 0,124$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,304$	$\pm 0,298$	$\pm 0,280$	$\pm 0,262$	$\pm 0,212$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,596$	$\pm 0,578$	$\pm 0,537$	$\pm 0,484$	$\pm 0,429$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 0,889$	$\pm 0,858$	$\pm 0,787$	$\pm 0,701$	$\pm 0,611$
	$\pm 20,0$ dB	$\pm 1,000$	$\pm 1,000$	$\pm 1,000$	$\pm 0,941$	$\pm 0,809$
Desempenhos [$\sqrt{D_{QM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	11,4	11,7	14,8	21,7	30,0
	$\pm 5,0$ dB	22,2	21,8	26,3	40,8	48,9
	$\pm 10,0$ dB	50,8	46,1	37,7	55,5	94,9
	$\pm 15,0$ dB	86,1	82,1	64,9	46,7	80,3
	$\pm 20,0$ dB	102,6	97,3	80,1	65,7	49,0
Circuito formado por duas células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	0,863	0,855	0,834	0,808	0,779
	$C_{A1}R_0 (\times 10^6)$	3,50	3,62	3,98	4,51	5,26
	R_{A2}/R_0	9,3	9,5	10,8	14,3	23,0
	$C_{A2}R_0 (\times 10^6)$	0,457	0,468	0,491	0,516	0,549
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,085$	$\pm 0,084$	$\pm 0,082$	$\pm 0,080$	$\pm 0,078$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,168$	$\pm 0,166$	$\pm 0,163$	$\pm 0,159$	$\pm 0,155$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,330$	$\pm 0,326$	$\pm 0,319$	$\pm 0,311$	$\pm 0,302$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 0,484$	$\pm 0,478$	$\pm 0,467$	$\pm 0,454$	$\pm 0,439$
	$\pm 20,0$ dB	$\pm 0,628$	$\pm 0,621$	$\pm 0,606$	$\pm 0,588$	$\pm 0,567$
Desempenhos [$\sqrt{D_{QM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	3,1	3,1	3,6	4,5	6,1
	$\pm 5,0$ dB	6,1	6,0	6,5	8,2	11,1
	$\pm 10,0$ dB	13,0	12,0	10,9	12,6	17,5
	$\pm 15,0$ dB	25,1	22,8	17,6	14,7	18,7
	$\pm 20,0$ dB	51,1	47,0	36,2	24,2	17,5
Circuito formado por três células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	0,743	0,735	0,716	0,691	0,660
	$C_{A1}R_0 (\times 10^6)$	6,59	6,81	7,40	8,27	9,65
	R_{A2}/R_0	5,53	5,65	6,17	7,27	9,22
	$C_{A2}R_0 (\times 10^6)$	0,93	0,95	1,00	1,05	1,13
	R_{A3}/R_0	∞	∞	∞	∞	∞
	$C_{A3}R_0 (\times 10^6)$	0,288	0,292	0,302	0,314	0,334
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,062$	$\pm 0,061$	$\pm 0,060$	$\pm 0,059$	$\pm 0,057$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,123$	$\pm 0,122$	$\pm 0,120$	$\pm 0,118$	$\pm 0,114$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,243$	$\pm 0,241$	$\pm 0,237$	$\pm 0,232$	$\pm 0,225$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 0,359$	$\pm 0,356$	$\pm 0,349$	$\pm 0,342$	$\pm 0,330$
	$\pm 20,0$ dB	$\pm 0,471$	$\pm 0,466$	$\pm 0,457$	$\pm 0,447$	$\pm 0,432$
Desempenhos [$\sqrt{D_{QM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	1,4	1,5	1,8	2,6	3,9
	$\pm 5,0$ dB	2,8	2,8	3,2	4,5	7,0
	$\pm 10,0$ dB	6,5	5,9	5,1	6,4	10,6
	$\pm 15,0$ dB	12,9	11,6	8,8	7,0	10,2
	$\pm 20,0$ dB	23,13	21,5	17,0	11,9	8,5

Tabela 3.5.6: Equalizadores variáveis ótimos						
Índice de desempenho: Distorção quadrática média nos instantes de amostragem						
Taxa de transmissão: 4 Mbit/s. Fator de excesso de faixa: $\alpha = 0,3$.						
Circuito formado por uma célula equalizadora						
Atenuação de referência [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_A/R_0	1,04	1,02	0,971	0,967	1,60
	$C_A R_0 (\times 10^6)$	0,449	0,476	0,598	0,928	1,30
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,233$	$\pm 0,227$	$\pm 0,206$	$\pm 0,180$	$\pm 0,168$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,464$	$\pm 0,451$	$\pm 0,408$	$\pm 0,355$	$\pm 0,331$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,981$	$\pm 0,929$	$\pm 0,797$	$\pm 0,672$	$\pm 0,623$
	$\pm 15,0$ dB	—	—	$\pm 1,000$	$\pm 0,999$	$\pm 0,861$
	$\pm 20,0$ dB	—	—	—	—	$\pm 1,000$
Desempenhos [$\sqrt{D_{QM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	22,5	22,7	27,2	43,0	59,4
	$\pm 5,0$ dB	43,4	42,8	49,8	82,3	115,5
	$\pm 10,0$ dB	89,1	84,3	70,4	126,4	201,2
	$\pm 15,0$ dB	—	—	169,3	87,8	203,4
	$\pm 20,0$ dB	—	—	—	—	195,0
Circuito formado por duas células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	1,02	1,02	1,02	0,982	0,938
	$C_{A1} R_0 (\times 10^6)$	1,32	1,35	1,44	1,43	1,83
	R_{A2}/R_0	14,3	18,4	∞	∞	25,0
	$C_{A2} R_0 (\times 10^6)$	0,174	0,172	0,159	0,127	0,130
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,141$	$\pm 0,141$	$\pm 0,147$	$\pm 0,160$	$\pm 0,150$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,279$	$\pm 0,280$	$\pm 0,291$	$\pm 0,316$	$\pm 0,297$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,541$	$\pm 0,542$	$\pm 0,558$	$\pm 0,596$	$\pm 0,562$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 0,770$	$\pm 0,771$	$\pm 0,785$	$\pm 0,825$	$\pm 0,775$
	$\pm 20,0$ dB	$\pm 1,000$	$\pm 1,000$	$\pm 1,000$	$\pm 1,000$	$\pm 0,952$
Desempenhos [$\sqrt{D_{QM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	6,6	6,7	10,1	24,3	34,9
	$\pm 5,0$ dB	13,1	12,9	17,6	44,7	66,7
	$\pm 10,0$ dB	33,2	30,7	24,1	60,4	112
	$\pm 15,0$ dB	86,4	83,1	69,0	35,5	113
	$\pm 20,0$ dB	167	169	158	90,4	38,4
Circuito formado por três células equalizadoras						
Atenuação ótima [dB]		$\pm 2,5$	$\pm 5,0$	$\pm 10,0$	$\pm 15,0$	$\pm 20,0$
Parâmetros otimizados	R_{A1}/R_0	0,961	0,954	0,939	0,930	0,902
	$C_{A1} R_0 (\times 10^6)$	2,12	2,15	2,31	2,64	2,93
	R_{A2}/R_0	6,04	6,69	11,7	56,0	116
	$C_{A2} R_0 (\times 10^6)$	0,329	0,324	0,309	0,297	0,280
	R_{A3}/R_0	∞	∞	∞	∞	∞
	$C_{A3} R_0 (\times 10^6)$	0,107	0,106	0,101	0,101	0,106
Valores de ρy [$R = R(\rho y)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	$\pm 0,107$	$\pm 0,107$	$\pm 0,110$	$\pm 0,111$	$\pm 0,112$
	$\pm 5,0$ dB	$\pm 0,212$	$\pm 0,214$	$\pm 0,219$	$\pm 0,221$	$\pm 0,222$
	$\pm 10,0$ dB	$\pm 0,417$	$\pm 0,419$	$\pm 0,428$	$\pm 0,432$	$\pm 0,434$
	$\pm 15,0$ dB	$\pm 0,606$	$\pm 0,609$	$\pm 0,620$	$\pm 0,624$	$\pm 0,626$
	$\pm 20,0$ dB	$\pm 0,772$	$\pm 0,775$	$\pm 0,785$	$\pm 0,786$	$\pm 0,785$
Desempenhos [$\sqrt{D_{QM}} (\times 10^3)$] para algumas atenuações $A_0 - A$	$\pm 2,5$ dB	3,9	3,9	4,5	7,3	13,7
	$\pm 5,0$ dB	7,7	7,6	8,4	13,7	26,2
	$\pm 10,0$ dB	15,5	15,0	13,7	19,8	42,8
	$\pm 15,0$ dB	30,7	29,4	24,4	17,1	39,7
	$\pm 20,0$ dB	70,5	69,0	63,3	46,5	21,7

Capítulo 4

Aplicações

4.1 Equalizadores variáveis para sistemas MCP

4.1.1 Implementação para especificações do MCP-30

Na seção 3.4 foi apresentado um exemplo de projeto de equalizador variável ótimo. O circuito resultante deste estudo é formado por duas células equalizadoras idênticas à mostrada na figura 3.1. Os valores dos parâmetros ajustáveis de cada célula, que otimizam a distorção quadrática média nos instantes de amostragem, são indicados na tabela 3.4. A tabela 3.4 mostra ainda que esta configuração pode, teoricamente, compensar desvios na resposta do cabo utilizado de até ± 20 dB em 1 MHz em relação à resposta média, introduzindo uma distorção quadrática média menor que 2 %. Ou seja, permite cobrir um intervalo de atenuações de 40 dB, maior do que a faixa especificada para o sistema MCP-30 (de 0 a 37 dB em 1 MHz). Nesta seção apresentamos inicialmente os procedimentos necessários para a implementação deste projeto. Posteriormente, será feita uma avaliação do desempenho experimental de uma montagem do equalizador resultante, através da comparação de suas respostas de amplitude medidas em laboratório com as respostas teóricas do circuito e com as respostas desejadas, para alguns valores da resistência variável. Podemos assim avaliar as restrições adicionadas ao desempenho deste equalizador por uma implementação prática.

Para determinar os valores dos componentes do circuito ótimo de duas células, foram seguidas as etapas descritas na seção 3.4, a partir dos dados fornecidos na tabela 3.4.

- (a) Para resistências variáveis implementadas através de diodos BAX13, é possível obter um intervalo de variação (R_{min}, R_{max}) que vai pelo menos de $R = 2 \Omega$ para $I_P = 30$ mA a $R = 2,3$ K Ω para $I_P = 10 \mu A$ (a figura 2.11 mostra a variação de R para valores de I_P entre 20 μA e 30 mA). Portanto, é possível obter, através de diodos, resistências variáveis R tais que $R_{max}/R_{min} > 1000$.

Para minimizar a potência dissipada nos repetidores regenerativos, é interessante utilizar correntes de polarização com o menor valor possível. Por este

motivo, foi escolhido um intervalo de variação $(R_{min}, R_{max}) = (20 \Omega, 2 \text{ K}\Omega)$, o que resulta numa relação $R_{max}/R_{min} = 100$. Para obter desvios máximos simétricos em relação à atenuação central, devemos escolher:

$$R_0 = \sqrt{R_{min}R_{max}} = 200 \Omega$$

(b) Para $R_{min} = 20 \Omega$, $R_{max} = 2 \text{ K}\Omega$ e $R_0 = 200 \Omega$, temos:

$$y_{min} = -0,819$$

$$y_{max} = +0,819$$

Adotando $a = 7$, é possível obter desvios de até $\pm 16,9$ dB em relação à atenuação central para $y = \pm 1$ (ou seja, para $R = \infty$ ou 0), para cada célula, o que resulta em desvios máximos de $\pm 33,8$ dB para duas células conectadas em cascata. Neste caso, temos $\rho = 0,75$ e:

$$|\rho y_{max}| = |\rho y_{min}| = 0,614$$

Com ρy podendo variar no intervalo $(-0,614, +0,614)$ é possível compensar variações na resposta de cabos em toda a faixa de interesse, entre -20 dB e $+20$ dB em 1 MHz, como indica a tabela 3.4.

(c) A partir dos dados fornecidos pela tabela 3.4, obtemos:

(i) Primeira célula:

$$\frac{R_{A1}}{R_0} = 0,798 \Rightarrow R_{A1} = 160 \Omega$$

$$C_{A1}R_0 = 4,68 \times 10^{-6} \Rightarrow C_{A1} = 23,4 \text{ nF}$$

$$R_{B1} = \frac{R_0^2}{R_{A1}} = 251 \Omega$$

$$L_{B1} = R_0^2 C_{A1} = 0,936 \text{ mH}$$

$$R_1 = 2R_0 \frac{a^2 - 1}{a} = 2,74 \text{ K}\Omega$$

$$R_2 = \frac{R_0}{a} = 28,6 \Omega$$

(ii) Segunda célula:

$$\frac{R_{A2}}{R_0} = 17,1 \Rightarrow R_{A2} = 3,42 \text{ K}\Omega$$

$$C_{A2}R_0 = 0,512 \times 10^{-6} \Rightarrow C_{A2} = 2,56 \text{ nF}$$

$$R_{B2} = \frac{R_0^2}{R_{A2}} = 11,7 \Omega$$

$$L_{B2} = R_0^2 C_{A2} = 102 \mu\text{H}$$

$$R_1 = 2R_0 \frac{a^2 - 1}{a} = 2,74 \text{ K}\Omega$$

$$R_2 = \frac{R_0}{a} = 28,6 \Omega$$

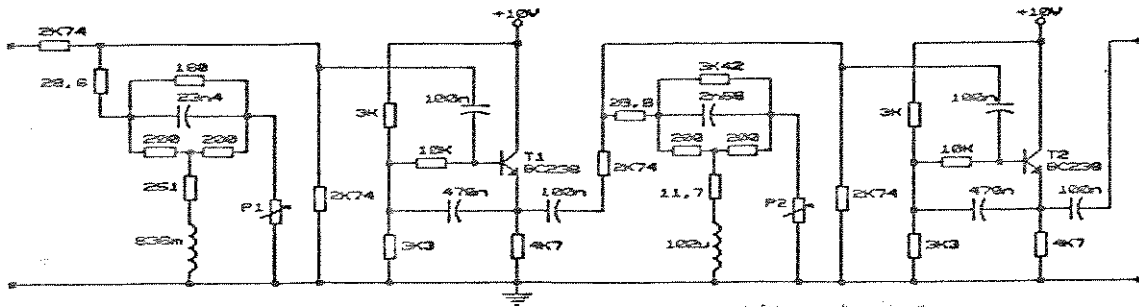


Figura 4.1: Equalizador variável implementado.

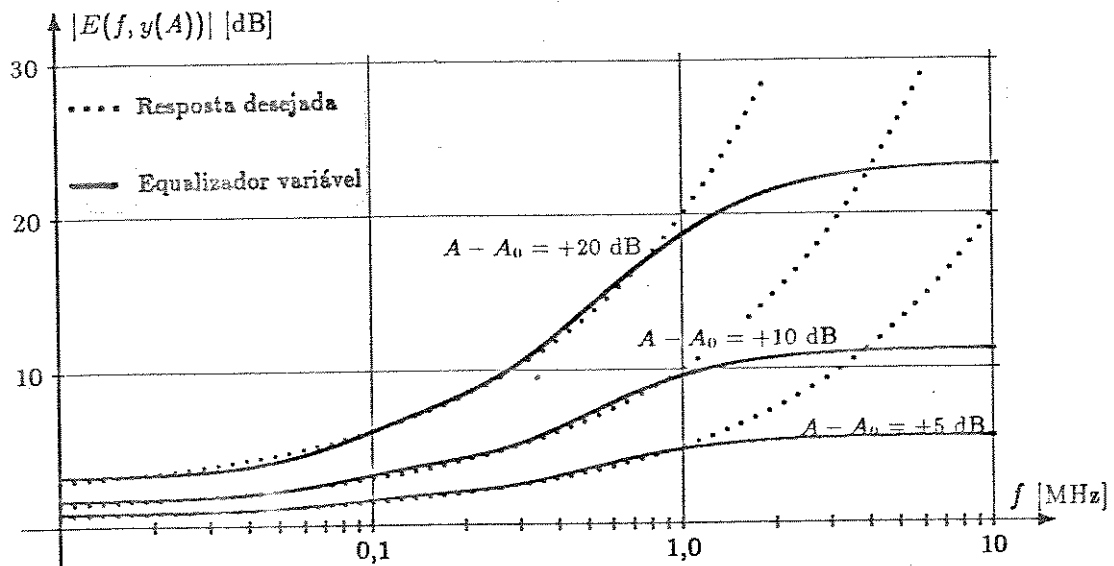


Figura 4.2: Respostas teóricas do equalizador da figura 4.1 para alguns valores da resistência variável.

Para isolar as células equalizadoras e diminuir o efeito das capacitâncias parasitas na medição, foram utilizados isoladores ativos (seguidores de emissor). O circuito resultante é mostrado na figura 4.1.

A figura 4.2 compara, para algumas atenuações, as respostas de amplitude teóricas deste circuito (linhas cheias) com as respostas de amplitude desejadas (linhas pontilhadas), obtidas a partir da equação 1.17. Nesta figura foram considerados apenas desvios positivos em relação à atenuação central. Para desvios de atenuação negativos, tanto as respostas de amplitude teóricas do circuito como as desejadas são

simétricas em relação ao eixo f .

A montagem deste equalizador foi feita utilizando-se componentes de uso geral. Para não inserir grandes erros na implementação, tomou-se o cuidado de selecionar componentes com a máxima precisão possível, através da medição de seus valores. Algumas vezes, valores precisos para os componentes só puderam ser obtidos através de associações. As resistências variáveis de cada célula foram implementadas através dos potenciômetros P_1 e P_2 .

Para avaliar o desempenho experimental deste equalizador, foi utilizado um analisador de redes HP 3330B, em conjunto com um sintetizador de frequências de alta precisão HP 3570A. As medidas da resposta em frequência da rede em estudo são obtidas depois de uma filtragem passa-faixa bastante estreita, com frequência central idêntica à da senóide aplicada na entrada e faixa de passagem variando entre 10 Hz e 3 KHz. Quando se utiliza o filtro de 10 Hz de faixa de passagem, elimina-se praticamente qualquer ruído com frequência diferente da aplicada na entrada, obtendo-se assim medidas bastante precisas.

A figura 4.3 mostra as respostas do equalizador para alguns valores da resistência variável. Os valores da resistência variável foram escolhidos de forma a obter respostas compatíveis com os desvios em relação à atenuação de referência ($A_0 - A$) indicados na tabela 3.4. Para cada desvio de atenuação considerado, é necessário ajustar os valores das resistências variáveis de cada célula de acordo com o valor correspondente do produto ρy indicado na tabela 3.4. Estes valores do produto ρy , por sua vez, foram determinados de forma a manter constante a amplitude do pulso equalizado no instante ótimo de amostragem, quando é utilizado um cabo de atenuação A (ver seção A.3 do apêndice). Os valores de R , a serem ajustados nos potenciômetros de cada célula, foram determinados a partir de ρy através da seguinte relação:

$$R = \frac{1 + \rho y / \rho}{1 - \rho y / \rho} = \frac{a - 1 + (a + 1)\rho y}{a - 1 - (a + 1)\rho y}$$

A tabela 4.1 mostra os valores teóricos da resistência variável calculados para cada desvio de atenuação considerado, R_T , e os valores medidos depois do ajuste cuidadoso dos potenciômetros de cada célula, R_{P1} e R_{P2} , acompanhados dos respectivos valores do produto ρy .

A figura 4.4 reproduz a figura 4.3, acrescentando as respostas desejadas (ideais) para cada atenuação considerada. Como no caso das respostas teóricas da figura 4.2, podemos observar na figura 4.4 que as respostas experimentais se aproximam bastante das ideais para frequências menores que 1 MHz. Isso indica que os desempenhos obtidos na prática não são muito diferentes dos teóricos.

Para avaliar melhor os erros de implementação, foram traçadas, para algumas atenuações, as diferenças entre as respostas de amplitude teóricas e as experimentais (figura 4.5), que chamaremos de *erros de implementação*, e as diferenças entre as respostas teóricas e as ideais (figura 4.6), ou *erros de aproximação*.

A figura 4.5 mostra que, até 1 MHz, os erros de implementação foram sempre menores que 0,25 dB, mantendo-se abaixo de 1 dB até frequências acima de 5 MHz,

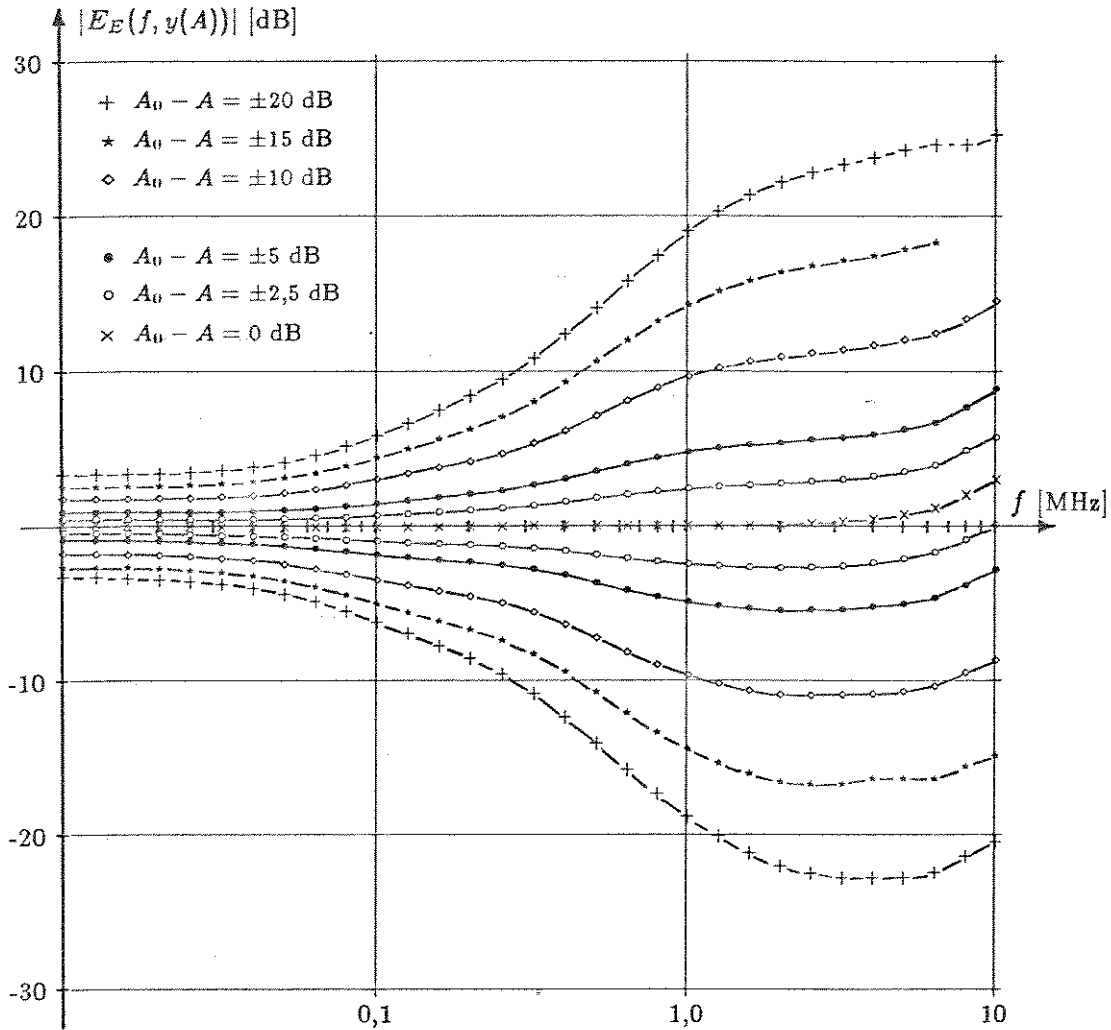


Figura 4.3: Respostas experimentais do equalizador da figura 4.1 para alguns valores da resistência variável.

independentemente da atenuação $A_0 - A$. Na figura 4.6, por outro lado, os erros entre as respostas teóricas e as ideais são maiores para atenuações $A_0 - A$ maiores; até 1 MHz os erros se mantêm abaixo de 0,5 dB para $A_0 - A = \pm 20$ dB, abaixo de 0,4 dB para $A_0 - A = \pm 10$ dB, e abaixo de 0,25 dB para $A_0 - A = \pm 5$ dB. Nesta faixa, o erro de implementação, independentemente da atenuação, foi da mesma ordem que o erro de aproximação obtido para $A_0 - A = 5$ dB. Para frequências maiores que 1 MHz, o erro de aproximação cresce rapidamente, tornando o erro de implementação desprezível. Este aumento de erro de aproximação se deve ao fato de a densidade espectral de potência do sinal estar concentrada em frequências abaixo de 1 MHz, o que torna esta faixa predominante na composição da distorção quadrática média nos instantes de amostragem (o índice de desempenho adotado na otimização).

É interessante notar que as curvas do erro de implementação (figura 4.5) permanecem relativamente agrupadas para todas as frequências, independentemente da

$A_0 - A$ [dB]	$\rho y(A)$	$y(A)$	R_T [Ω]	R_{P1} [Ω]	R_{P2} [Ω]
0,0	0,000	0,000	200,0	200,2	200,0
+2,5	+0,080	+0,107	247,9	247,6	248,0
-2,5	-0,080	-0,107	161,4	161,6	161,5
+5,0	+0,160	+0,213	308,0	308,3	308,2
-5,0	-0,160	-0,213	129,8	130,0	130,0
+10,0	+0,313	+0,417	486,0	486,3	486,1
-10,0	-0,313	-0,417	82,2	82,1	82,3
+15,0	+0,455	+0,607	818,4	818,3	817,5
-15,0	-0,455	-0,607	48,4	48,7	48,8
+20,0	+0,585	+0,780	1617	1616	1616
-20,0	-0,585	-0,780	24,7	24,9	24,8

Tabela 4.1: Valores teóricos e experimentais da resistência variável associados a alguns desvios de atenuação.

atenuação $A_0 - A$ a ser compensada (a maior dispersão ocorre entre as curvas onde $A_0 - A = \pm 20$ dB, para frequências acima de 2 MHz, não ultrapassando 1 dB de diferença). Isto significa que existe uma curva média independente da atenuação, que poderia ser descontada na implementação do equalizador fixo, resultando num melhor desempenho global para o circuito e em erros de aproximação menores para praticamente todas as curvas.

Podemos concluir, a partir dos resultados obtidos, que o erro de implementação foi menor do que o erro de aproximação para desvios atenuações $A_0 - A$ maiores em módulo que 5 dB, podendo ser negligenciados para esta aplicação. É importante notar, entretanto, que os erros de implementação e de aproximação são da mesma ordem de grandeza. Isto significa que será necessário um maior cuidado na implementação de respostas mais precisas, uma vez que uma precisão muito maior na conformação das respostas teóricas não seria reproduzida pelo circuito implementado.

4.2 Considerações finais

A seguir, serão retomadas as diversas partes que compõem esta dissertação, com o objetivo de destacar algumas contribuições e resultados obtidos.

No primeiro capítulo foram definidas as aplicações de interesse para este trabalho: a construção de (i) equalizadores variáveis para sistemas MCP e (ii) simuladores de cabo de precisão. Este capítulo inicial forneceu alguns subsídios importantes para o desenvolvimento posterior do trabalho, entre os quais podemos destacar:

- a definição precisa das respostas desejadas para circuitos equalizadores variáveis de sistemas MCP e simuladores de cabo, formando uma base para o desenvolvimento de técnicas para a síntese destes circuitos.

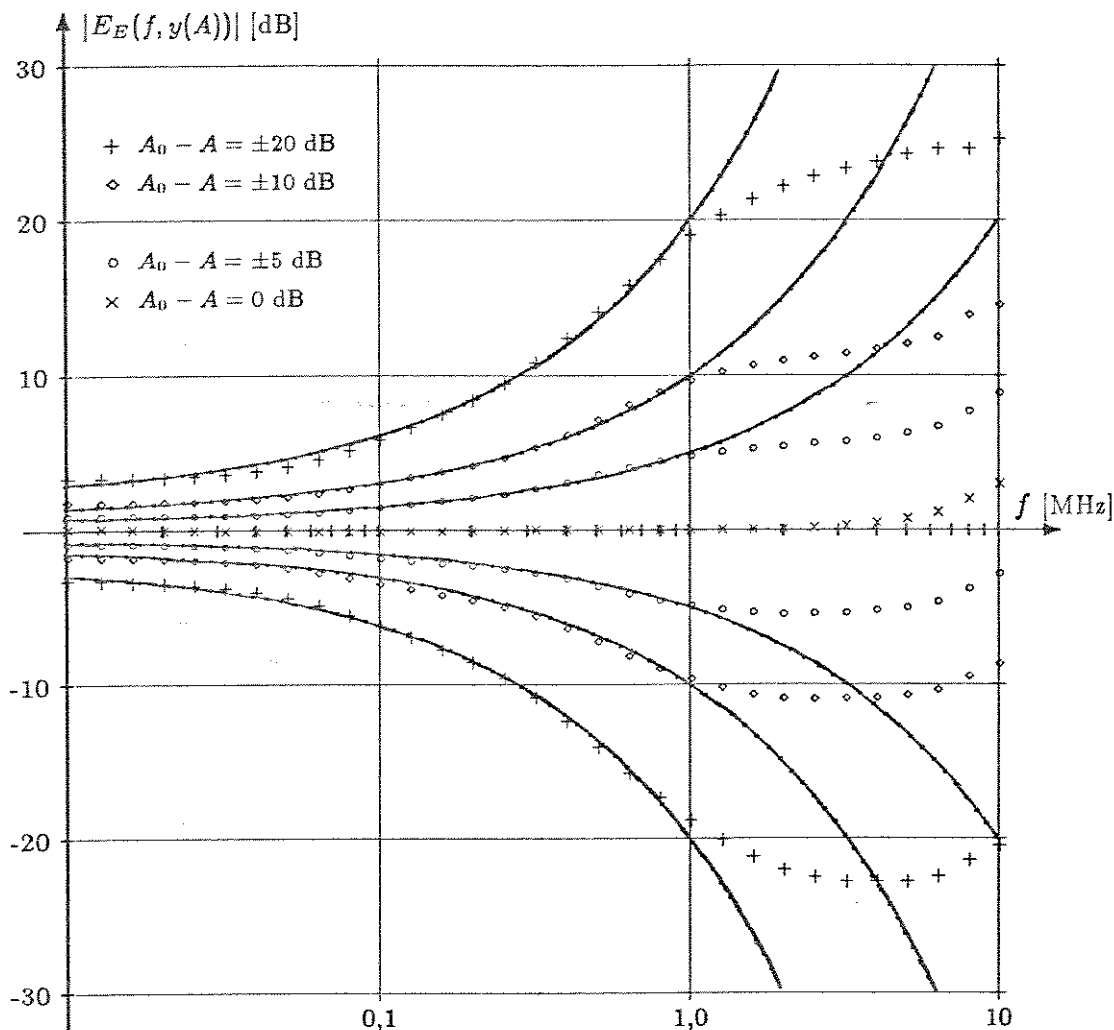


Figura 4.4: Comparação das respostas experimentais do equalizador da figura 4.1 com as respectivas respostas ideais (linhas cheias), para alguns valores da resistência variável.

- o estabelecimento de critérios de avaliação do desempenho de equalizadores variáveis, apropriados ao uso em programas de otimização.

No segundo capítulo, foi introduzido o método de síntese de equalizadores variáveis desenvolvido por Bode, e foi estudada a sua aplicação aos problemas de interesse. Deste estudo, podemos destacar as seguintes contribuições:

- agrupamento de literatura dispersa, adaptando-a às aplicações de interesse.
- demonstração de algumas passagens não triviais, implícitas nos trabalhos originais.
- redução, a partir das propriedades dos equalizadores de Bode, da síntese de conjuntos de respostas variáveis à síntese de impedâncias.

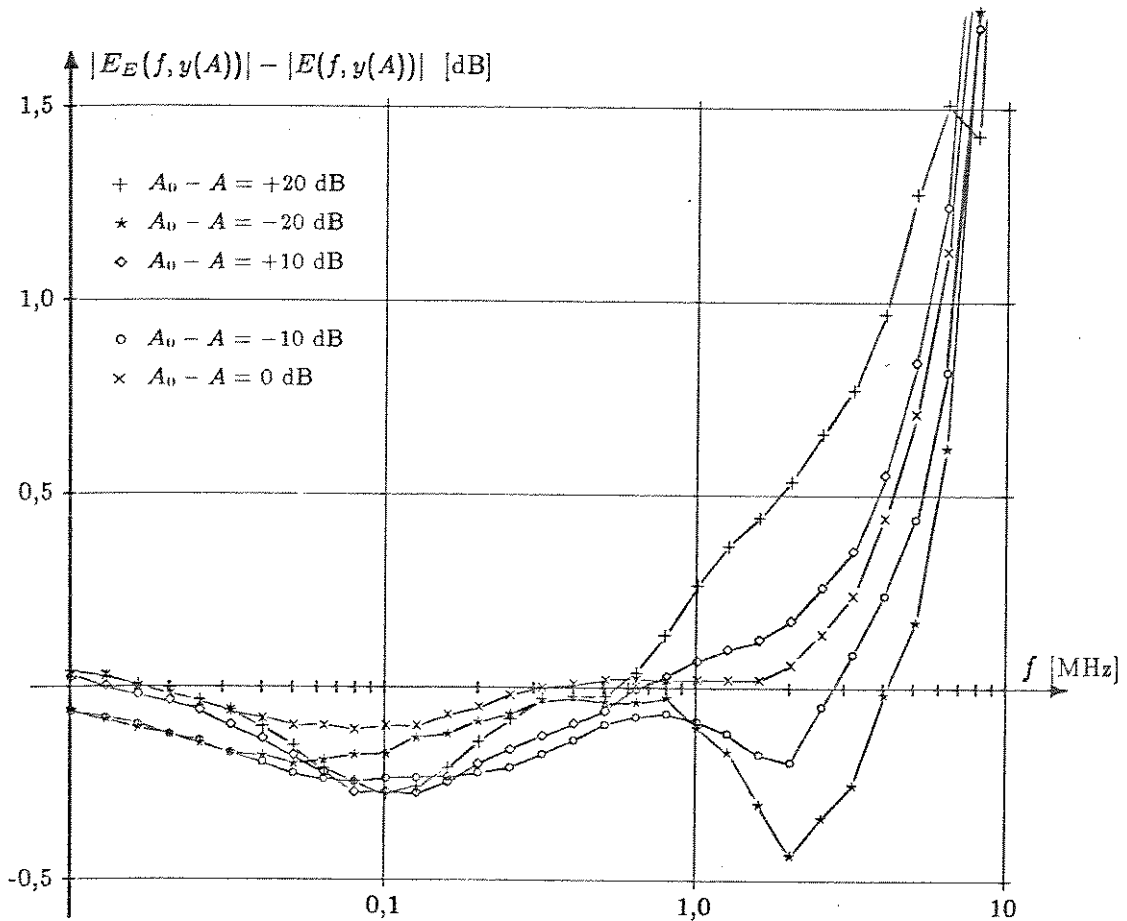


Figura 4.5: Erros de implementação para o equalizador da figura 4.1, para alguns valores da resistência variável.

- obtenção de respostas de alguns equalizadores variáveis elementares.
- associação destas respostas às impedâncias que as geram, através de análise qualitativa.
- definição de estruturas adequadas às aplicações de interesse.
- adaptação da teoria envolvida para a manipulação por programas de otimização.
- estudo e implementação de resistências variáveis utilizando diodos semicondutores:
 - desenvolvimento, através de uma associação de diodos, de uma resistência variável que apresenta simetria ímpar em relação ao ponto de polarização;

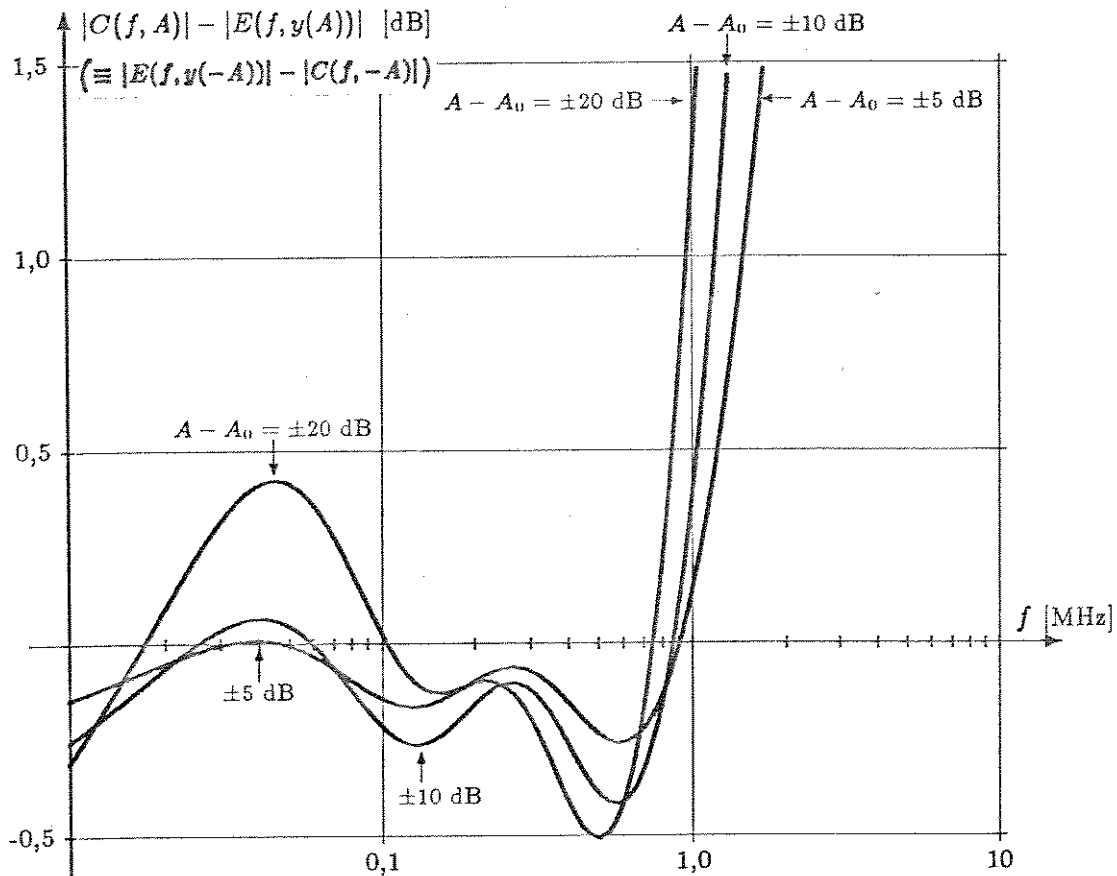


Figura 4.6: Erros de aproximação para o equalizador da figura 4.1, para alguns valores da resistência variável.

esta propriedade elimina as componentes da distorção associadas às harmônicas pares, especialmente a segunda harmônica, que é predominante na composição da não-linearidade de um diodo isoladamente.

- determinação experimental da característica $R \times I_P$ (valor da resistência variável em função da corrente de polarização dos diodos que a compõem) e da gama de resistências que podem ser obtidas usando diodos BAX13, em função da corrente de polarização: estas resistências podem variar aproximadamente de $R = 2 \Omega$ para $I_P = 30 \text{ mA}$ a $R = 2,3 \text{ K}\Omega$ para $I_P = 10 \mu\text{A}$.
- análise experimental da distorção harmônica introduzida pela não linearidade, para diferentes valores da resistência variável R , e das melhoras obtidas em relação à utilização de um único diodo como resistência variável:
 - para $v_d = 50 \text{ mV}$, a distorção da resistência implementada será menor

que 4 %, enquanto que a de um diodo isoladamente atingirá até 30 %.

- para $v_d = 10$ mV, a distorção da resistência implementada será menor que 0,7 %, enquanto que a de um diodo isoladamente pode atingir até 9 %.

No terceiro capítulo são desenvolvidos e aplicados programas para a otimização do desempenho de equalizadores variáveis. Deste estudo, resultou:

- implementação de dois programas de otimização, aplicando métodos bastante diferentes em cada um; o cruzamento dos resultados obtidos separadamente em cada programa garantem soluções ótimas com grande confiabilidade.
- utilização destes programas como ferramenta para a síntese sistemática de equalizadores variáveis; esta ferramenta permite tratar a principal deficiência da abordagem tradicional a este problema: a impossibilidade de obtenção de desempenhos ótimos para circuitos mais complexos.
- obtenção de um conjunto de tabelas, que determinam os limites de desempenho de equalizadores de Bode formados por até três células básicas.
- desenvolvimento, através das tabelas, de uma base para o projeto de equalizadores variáveis de Bode destinados à simulação de cabos e à compensação de variações na resposta de linhas de transmissão de sistemas MCP.

O último capítulo procura mostrar o potencial da junção das ferramentas desenvolvidas nos dois capítulos que o precedem, a síntese de equalizadores variáveis de Bode e o projeto de circuitos com desempenhos otimizados, na resolução dos problemas práticos equacionados no primeiro capítulo: a construção de simuladores de cabo e equalizadores variáveis para repetidores MCP.

Inicialmente, são apresentados os resultados da implementação do equalizador variável projetado na seção 3.4. O desempenho teórico deste equalizador mantém a distorção quadrática média nos instantes de amostragem menor que 2 % em todas as atenuações de interesse (-20 dB $< A_0 - A < 20$ dB), como mostra a tabela 3.4. Através de uma montagem cuidadosa, utilizando componentes de uso geral, foi possível obter erros de implementação menores que 0,25 dB para frequências menores que 1 MHz. O erro de implementação obtido para o conjunto de atenuações a serem cobertas pelo equalizador variável é da mesma ordem do erro de aproximação para $A_0 - A = \pm 5$ dB (o erro de aproximação chega a 0,5 dB, em módulo, para $A_0 - A = \pm 20$ dB). Para frequências acima de 1 MHz, o circuito deixa de acompanhar a resposta desejada, ou seja, o erro de aproximação aumenta rapidamente, enquanto que o erro de implementação permanece menor que 0,5 dB em módulo. Neste projeto, os erros de implementação são pouco significativos se comparados com os erros de aproximação do equalizador proposto.

Possibilidades de investigações futuras

Para concluir, relacionamos a seguir algumas possibilidades de investigações futuras e algumas aplicações alternativas às destacadas neste trabalho.

- Busca de melhores desempenhos através da introdução de redes auxiliares secundárias em cascata com a original. A literatura nos conduz a dois tipos de soluções: redes tipo passa-tudo¹, ou com ressonâncias múltiplas localizadas nas proximidades das regiões de erro de amplitude máximo do circuito original².
- Estudo de equalizadores e simuladores de Bode com curva média não plana, partindo das sugestões indicadas no final do artigo de Bode³.
- Estudo de equalizadores ativos sem indutores, para facilitar a construção de repetidores inteiramente integrados⁴.
- Utilização de elementos variáveis não resistivos, como, por exemplo, os capacitores variáveis contruídos a partir de transistores de reatância utilizados nos trabalhos anteriores da UNICAMP⁵. O método de análise desenvolvido por Bode se estende facilmente para o caso em que a resistência variável é substituída por uma impedância variável⁶.
- Aplicação nas Redes Digitais de Serviços Integrados (RDSI), procurando compensar as variações na resposta da linha principal e isolar os efeitos das distorções causadas pelas derivações⁷.
- Compensação automática das variações da resposta de cabos coaxiais, causadas principalmente por variações de comprimento, na transmissão de sinais analógicos de vídeo a médias distâncias (entre a câmara e o equipamento de estúdio, por exemplo).
- Aplicação dos programas desenvolvidos na otimização de outros tipos de equalizadores variáveis. Estes programas poderiam ser utilizados, por exemplo, na otimização das respostas de simuladores com mais de três pólos relacionados⁸, impraticável quando é usada a abordagem tradicional.

¹Haas 1965, "Theory and design of an adjustable equalizer". Brading 1972, "Exact method for adjustable equalizers".

²Corbett 1976, "Accurate wide band curve fitting for adjustable equalizers".

³Bode 1938. "Variable equalizers".

⁴Takasaki *et al.* 1976. "Inductorless variable equalizers using feedback and feedforward".

⁵Chiquito 1983, *Equalização variável em repetidores MCP*. Alves 1985, *Estudo de um simulador automático de cabo para o repetidor MCP Duobinário Modificado*.

⁶Bode 1938, obra citada.

⁷Inoue *et al.* 1981. "Time shared two-wire Digital Subscriber Transmission System and its application to the Digital Telephone Set".

⁸Alves 1985, obra citada. Chiquito 1983, obra citada.

Apêndice A

Os programas e subprogramas desenvolvidos

A.1 Programas de otimização usando a biblioteca NAG

As diversas sub-rotinas de otimização da sub-rotina *NAG* exigem o fornecimento de uma série de informações sobre o problema considerado, tais como o número de parâmetros a serem otimizados e uma aproximação inicial para cada um deles, e assumem que o modelamento do problema foi feito levando-se em conta as necessidades do processo de otimização, como, por exemplo, o escalamento adequado de cada parâmetro a ser otimizado. Para que o programa seja versátil é necessário que o usuário possa alterar com facilidade as diversas variáveis envolvidas no processo de otimização. Por outro lado, uma inicialização cuidadosa pode evitar a obtenção de resultados espúrios, ou economizar muitas iterações na otimização. A utilização de sub-rotinas de otimização de uma boa biblioteca de software não poupa totalmente o usuário do conhecimento dos métodos envolvidos, nem necessariamente torna o programa de otimização trivial, como poderíamos supor numa abordagem inicial.

Cada uma das sub-rotinas de otimização utilizadas exige o fornecimento de parâmetros iniciais e sub-rotinas específicas, assim como a reserva de área na memória e a criação de vetores e matrizes que serão utilizados internamente. Por isso, para cada sub-rotina de otimização utilizada (*E04FDF* e *E04CCF*), foram criados programas principais e algumas sub-rotinas auxiliares diferentes, com pequenas adaptações de um conjunto para o outro. A estrutura destes programas é a mesma, podendo ser dividida em quatro etapas — entrada de dados, inicialização, otimização e organização dos resultados — ilustradas na figura A.1. Estas etapas são enumeradas e detalhadas a seguir:

1. **Entrada de dados.** Arquivos utilizados, valores iniciais para os parâmetros a serem otimizados, parâmetros de controle da otimização.

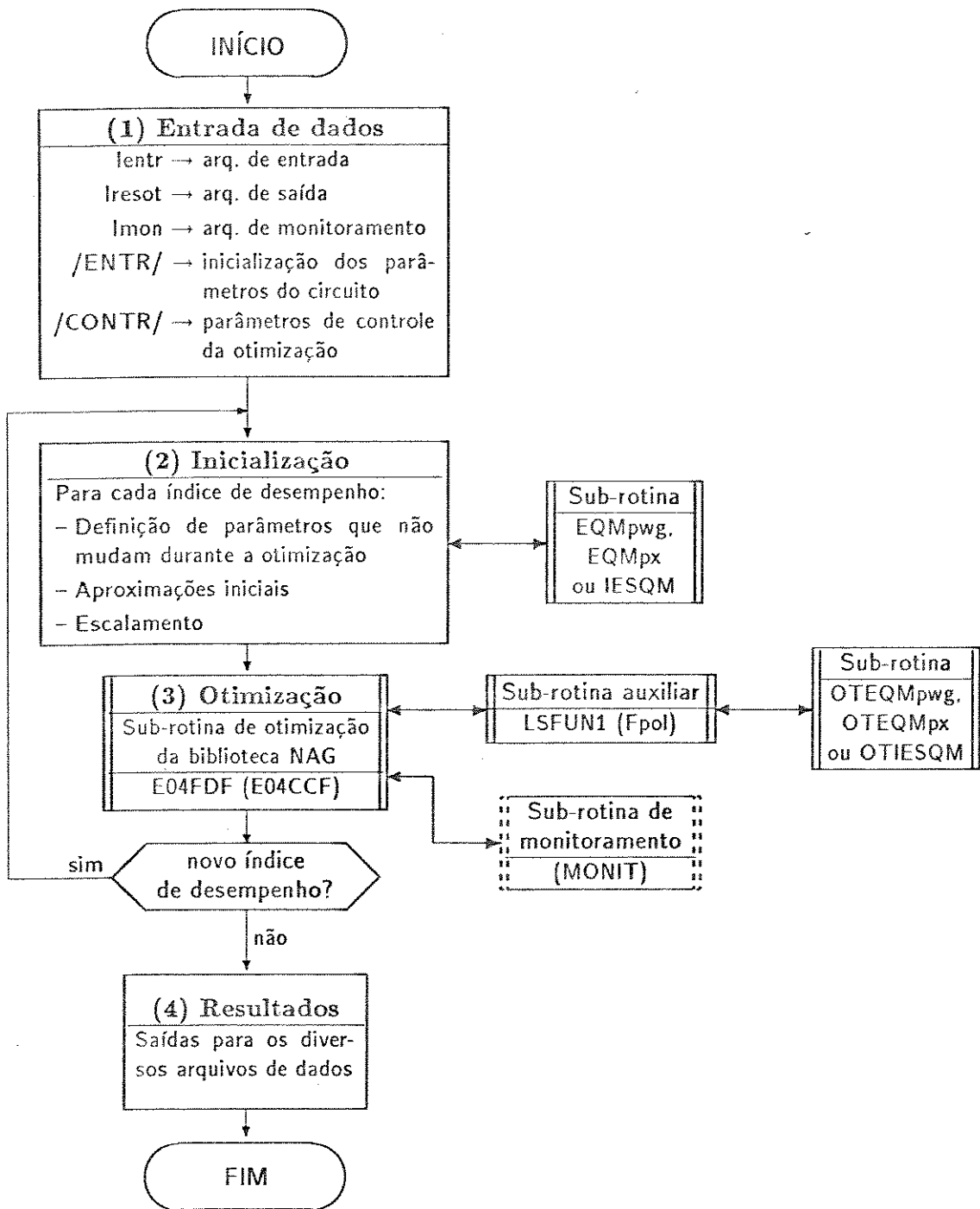


Figura A.1: Esquema dos programas de otimização desenvolvidos.

- l_{entr} — arquivo de entrada.
- l_{resot} — arquivo de saída.
- l_{mon} — arquivo de monitoramento (em geral o próprio terminal).
- N_{po} — número de parâmetros do circuito equalizador a serem otimizados.
- p — aproximação inicial para os parâmetros do circuito equalizador a serem otimizados.
- J_{desI}, J_{desMax} — determinam os índices de desempenho a serem otimizados.
- N_{cels} — número de células do equalizador variável considerado.
- $I_{I_{max}}$ — indica o número de amostras a serem consideradas na avaliação dos índices de desempenho.
- K_0 — indica a curva de referência a ser descontada na equalização fixa (recurso não utilizado neste trabalho).
- y_0 — fixa o valor da resistência variável R para a curva na atenuação de referência a ser descontada na equalização fixa.
- K_M — número de atenuações diferentes consideradas na otimização global do circuito equalizador.
- A_M — atenuação máxima considerada na otimização.
- f_N — fixa a frequência máxima considerada no cálculo do índice de desempenho; utilizado diferentemente, dependendo do índice de desempenho.
- α — fator de excesso de faixa; não utilizado em todos os índices de desempenho.

2. Inicialização. Cálculo dos valores de variáveis e vetores que permanecem constantes durante a otimização; aproximações para os parâmetros adicionais; escalamento De acordo com o índice de desempenho, são realizadas as seguintes etapas:

- Definição, de acordo com o índice de desempenho e o número de atenuações consideradas na otimização global, do número de parâmetros a serem otimizados, N , e do número de amostras a serem consideradas na otimização, M .
- Definição da frequência inicial, f_i , e do incremento de frequências, df ; M , f_i e df determinam as amostras a serem utilizadas no cálculo dos índices de desempenho.
- Cálculo das respostas que permanecem constantes durante a otimização — a resposta do cabo $C(f)$, e, em alguns casos, a resposta do canal ideal $X_i(f)$.

- Aproximação inicial precisa para os parâmetros adicionais a serem otimizados em conjunto com os parâmetros do circuito, para cada atenuação considerada na otimização — y quando o índice de desempenho for erro de amplitude quadrático médio e t_{ot} quando for distorção quadrática média nos instantes de amostragem.
- Escalamento: fazer, antes da otimização, $P_X(i) = 1$ e $C_{DP}(i) = p_i$, para $i = 1, \dots, N$, onde o vetor \mathbf{p} contém os parâmetros a serem otimizados, na escala utilizada no cálculo dos índices de desempenho, o vetor \mathbf{P}_X contém os valores destes parâmetros devidamente escalados para melhorar o desempenho da sub-rotina de otimização, e o vetor \mathbf{C}_{DP} contém os N fatores de escala utilizados. Antes de cada avaliação do índice de desempenho é necessário fazer: $p_i = P_X(i)C_{DP}(i)$. No final da otimização, o vetor \mathbf{C}_{DP} contém os valores da aproximação inicial, uma vez que seus valores não são alterados por nenhuma das sub-rotinas envolvidas.

3. Otimização.

- Definição das constantes exigidas pela sub-rotina de otimização utilizada.
- Passagem do controle do programa para uma das sub-rotinas de otimização da biblioteca NAG (E04FDF ou E04CCF, neste trabalho), que retornará com os valores dos parâmetros em um ponto de mínimo local, dentro das restrições aos valores das variáveis introduzidas nas sub-rotinas que calculam os índices de desempenho, ou emitirá um indicador de erro. A sub-rotina de otimização interage com uma ou mais sub-rotinas auxiliares, fornecidas pelo usuário. Estas sub-rotinas auxiliares fornecem os dados necessários para a otimização a partir dos valores dos parâmetros \mathbf{p}_X enviados pela sub-rotina de otimização a cada iteração. A sub-rotina E04DDF permite ainda a utilização de uma sub-rotina de monitoração, para facilitar o acompanhamento da evolução do processo de otimização.
- Recolhimento dos resultados e de eventuais mensagens de erro.

4. Apresentação dos resultados. Os resultados obtidos são escritos nos seguintes arquivos:

- *Arquivo de entrada.* São acrescentados ao arquivo de entrada a aproximação inicial (agora armazenada no vetor \mathbf{C}_{DP}) e os valores otimizados dos parâmetros do circuito (valores finais do vetor \mathbf{p}), de forma a facilitar a sua utilização para outros índices de desempenho ou atenuações, ou no caso de a otimização não ter sido totalmente bem sucedida (por não atingir, por exemplo, um mínimo local após um determinado número de iterações, ou por um ou mais parâmetros atingirem os limites de variação impostos pelas sub-rotinas que calculam os índices de desempenho).

- *Arquivo de saída.* São apresentados os resultados, ou seja, os valores obtidos para os parâmetros em otimização e os valores dos índices de desempenho globais e para cada uma das atenuações envolvidas. Para facilitar o aproveitamento destes resultados por outros programas, como o utilizado na confecção das tabelas apresentadas na seção 3.5, o início do arquivo de saída é parecido com o de entrada de dados. Isto permite que um arquivo resultante da otimização de um determinado circuito equalizador possa ser usado posteriormente como entrada do mesmo programa que o criou.
- *Arquivo de monitoramento.* Indica a evolução do processo de otimização. Serve principalmente para detetar eventuais inconsistências nos resultados obtidos ou causas de eventuais falhas na otimização.

Sub-rotinas auxiliares exigidas pelas sub-rotinas de otimização

A sub-rotina de otimização E04FDF da biblioteca NAG exige que o usuário forneça uma sub-rotina com nome LSFUN1, que deve, a partir dos valores das variáveis N (o número de parâmetros em otimização) e M (o número de quadrados cuja soma define o índice de desempenho adotado) e a partir do vetor $\mathbf{P}_{XC}^{(j)}$ ($1 \times N$, que contém os valores dos parâmetros em otimização fornecidos pela sub-rotina E04FDF a cada iteração j), retornar um vetor $\mathbf{f}_{VECC}^{(j)}$ ($1 \times M$), cujos elementos elevados ao quadrado e somados resultam no valor do índice de desempenho adotado para cada conjunto de valores das variáveis em otimização $\mathbf{P}_{XC}^{(j)}$.

A sub-rotina E04CCF, por sua vez, requer do usuário o fornecimento de duas sub-rotinas, cujos nomes são definidos pelo usuário. A primeira destas sub-rotinas, analogamente ao caso anterior, exige o cálculo do valor do índice de desempenho adotado $D(\mathbf{P}_{XC}^{(j)})$ a cada iteração j , a partir de N , o número de variáveis em otimização, e do vetor $\mathbf{P}_{XC}^{(j)}$ ($1 \times N$), fornecido pela sub-rotina E04CCF. A segunda é uma sub-rotina de monitoramento, que é chamada a cada iteração da sub-rotina E04CCF; esta sub-rotina pode ser usada para informar ao usuário os valores de uma série de parâmetros, possibilitando o acompanhamento da evolução da otimização.

A estes módulos foram acrescentados blocos de subprogramas, para o cálculo dos diversos índices de desempenho e para a obtenção dos parâmetros iniciais necessários à otimização, na etapa de inicialização. Estes subprogramas serão descritos nas seções seguintes.

A.2 Avaliação do erro de amplitude quadrático médio

O erro de amplitude quadrático médio, definido pela equação (1.25), é dado por:

$$E_{AQM}(A, \mathbf{p}) = \sum_{i=1}^M W^2(f_i) \left[|E(f_i, y, \mathbf{p})| - |E_I(f_i, A_0)| \right]^2 \quad (\text{A.1})$$

onde $|E(f_i, y, \mathbf{p})|$ e $|E_I(f_i, A)|$ são respectivamente a resposta de amplitude do equalizador variável e a resposta desejada nas M freqüências de interessê, em função do valor da resistência variável (que determina o valor de y) e da atenuação A do cabo a ser simulado/compensado; e \mathbf{p} são os parâmetros do equalizador a serem otimizados. Neste trabalho foram consideradas funções de ponderação $W(f)$ definidas respectivamente pelas expressões (1.22) e (1.23).

$$W_{WG}(f) = \begin{cases} 1,0 & \text{se } 20 \text{ KHz} < f < 1,5 \text{ MHz} \\ 0,3 & \text{se } 1,5 \text{ MHz} < f < 2 \text{ MHz} \\ 0,1 & \text{se } 2 \text{ MHz} < f < 3 \text{ MHz} \\ 0,03 & \text{se } f > 3 \text{ MHz} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

$$W_X(f) = X_i(f) = \begin{cases} T & \text{se } |f| < \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2} \left[1 - \text{sen} \left(\pi \frac{T|f| - \frac{1}{2}}{\alpha} \right) \right] & \text{se } \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| < \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & \text{se } |f| \geq \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Quando $W(f) = W_{WG}(f)$ as M amostras consideradas são igualmente espaçadas entre 0 e $1,5f_N$. O erro de amplitude é obtido a partir da diferença entre as respostas de amplitude do equalizador e do trecho de cabo a ser simulado em *decibéis*. Ou seja:

$$E_{AQM}(A, \mathbf{p}) = \sum_{i=1}^M W_{WG}^2(f_i) \left[20 \log \left(\frac{|E(f_i, y, \mathbf{p})|}{|C(f_i, A_0 - A)|} \right) \right]^2 \quad (\text{A.4})$$

Para $W(f) = W_X(f)$, por outro lado, as M amostras consideradas são igualmente espaçadas entre 0 e $(1+\alpha)f_N/2$ e as respostas de amplitude envolvidas no cálculo do erro não sofrem nenhuma transformação:

$$E_{AQM}(A, \mathbf{p}) = \sum_{i=1}^M W_X^2(f_i) \left[|E(f_i, y, \mathbf{p})| - |C(f_i, A_0 - A)| \right]^2 \quad (\text{A.5})$$

As sub-rotinas para o cálculo do erro de amplitude quadrático para cada uma destas funções de ponderação são bastante simples. O funcionamento destas sub-rotinas é esquematizado na figura A.2. As sub-rotinas EQMpwg e EQMpx, cujas listagens são apresentadas na seção A.6, foram construídas com base neste esquema. Estas sub-rotinas determinam o valor do erro quadrático médio entre a resposta de

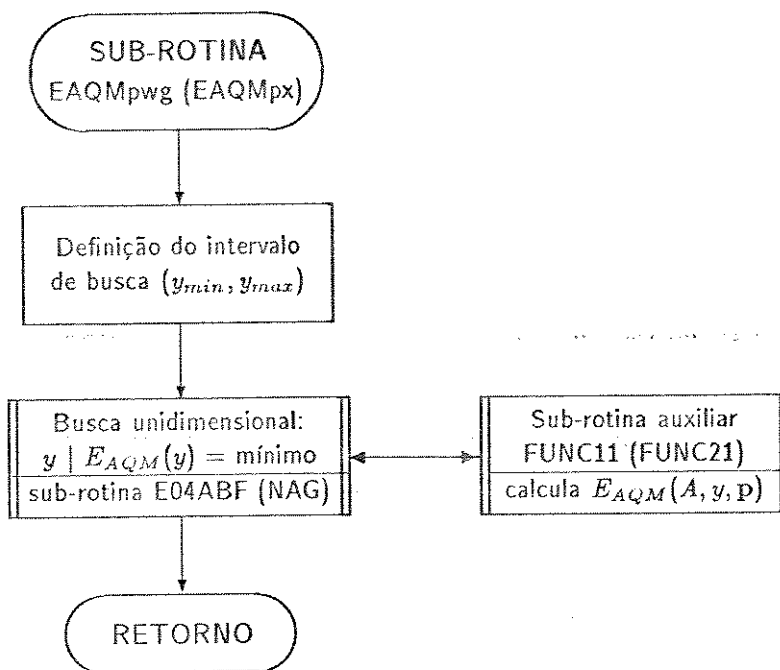


Figura A.2: Esquema das sub-rotinas de cálculo do erro de amplitude quadrático médio, usando apenas os parâmetros ajustáveis do circuito equalizador.

amplitude do circuito e a resposta desejada, para o valor ótimo da resistência variável R . O valor ótimo de R é obtido através da minimização unidimensional do erro de amplitude quadrático médio em relação à variável y .

A necessidade de se buscar o valor ótimo da variável y cada vez que as sub-rotinas EQMpwg ou EQMpx são chamadas, o que consome aproximadamente de 8 a 20 avaliações do erro quadrático médio, não é desejável quando este índice de desempenho é utilizado em programas de otimização, que exigem potencialmente um grande número de iterações. Neste caso, são utilizadas as sub-rotinas OTEQMpwg e OTEQMpx (ver seção A.6), que calculam o erro de amplitude quadrático médio para o valor do parâmetro y fornecido pelo programa que as chama. Os parâmetros do circuito e a variável y são otimizados conjuntamente. As sub-rotinas EQMpwg e EQMpx são utilizadas na etapa de inicialização do programa de otimização e na avaliação do erro de amplitude quadrático médio para atenuações diferentes das ótimas.

A.3 Avaliação da distorção quadrática média nos instantes de amostragem

A distorção quadrática média é definida pela equação (1.33):

$$D_{QM} = \frac{1}{Tx^2(t_{ot})} \frac{1}{2MT} \sum_{i=1}^M |X_{eq}(f_i) - Tx(t_{ot})|^2 \quad (A.6)$$

onde $X_{eq}(f)$ é definido pela equação (1.29), em função da resposta do canal de transmissão $X(f)$:

$$X_{eq}(f_i) = X(f_i)e^{-j2\pi t_{ot}Tf_i} + X(f_i - 1/T)e^{-j2\pi t_{ot}T(f_i - 1/T)} \quad (A.7)$$

Foram consideradas M amostras espaçadas regularmente entre 0 e $f_N/2$. Ou seja: $f_i = (1/2 + i)/(2MT)$, $i = 1, 2, \dots, M$.

A avaliação da distorção quadrática média nos instantes de amostragem, em função dos parâmetros do circuito, é feita pela sub-rotina IESQM, cujo esquema é apresentado na figura A.3. Esta sub-rotina supõe que existe uma boa aproximação inicial para o valor da variável y , obtida, por exemplo, na iteração anterior do processo de otimização. Caso não seja disponível, esta aproximação pode ser obtida antes da chamada de IESQM, através da sub-rotina EAQMpx (descrita na seção anterior), como é feito na etapa de inicialização do programa de otimização quando o índice de desempenho é a distorção quadrática média. Em função deste valor inicial de y é obtida uma aproximação inicial para o instante ótimo de amostragem t_{ot} , através de uma busca uniforme entre $-T$ e $2T$, com passo de $0,1T$. A partir dos valores iniciais das variáveis y e t_{ot} , a distorção quadrática média é obtida através do encadeamento de duas buscas unidimensionais, como indica a figura A.3: a primeira fixa o valor de y de forma a manter constante $x(t_{ot})$, a amplitude do pulso equalizado no instante de amostragem, e a segunda procura, para cada valor de y , o instante t_{ot} para o qual a distorção quadrática média é mínima.

Durante a otimização é comum ocorrerem pontos espúrios, nos quais o desempenho do equalizador é muito inferior aos imediatamente anteriores. Para diminuir a influência destes pontos na qualidade da aproximação para a variável y , a busca do valor ótimo de y é feita apenas nas proximidades do valor obtido na iteração anterior, evitando-se assim variações bruscas. Esta restrição produz ainda uma diminuição nas iterações de buscas necessárias para se determinar este valor ótimo, uma vez que o intervalo de busca resultante é menor; por este motivo, uma restrição semelhante foi introduzida na busca do instante ótimo de amostragem t_{ot} .

Para tornar a avaliação da distorção quadrática média mais rápida, foi criada a sub-rotina OTIESQM, para a qual o valor de t_{ot} deve ser fornecido pelo programa de otimização que a chama, sendo otimizado em conjunto com os parâmetros de circuito. A determinação do valor ótimo de y , entretanto, continua sendo feito através de busca unidimensional. A eliminação desta otimização interna só é possível através

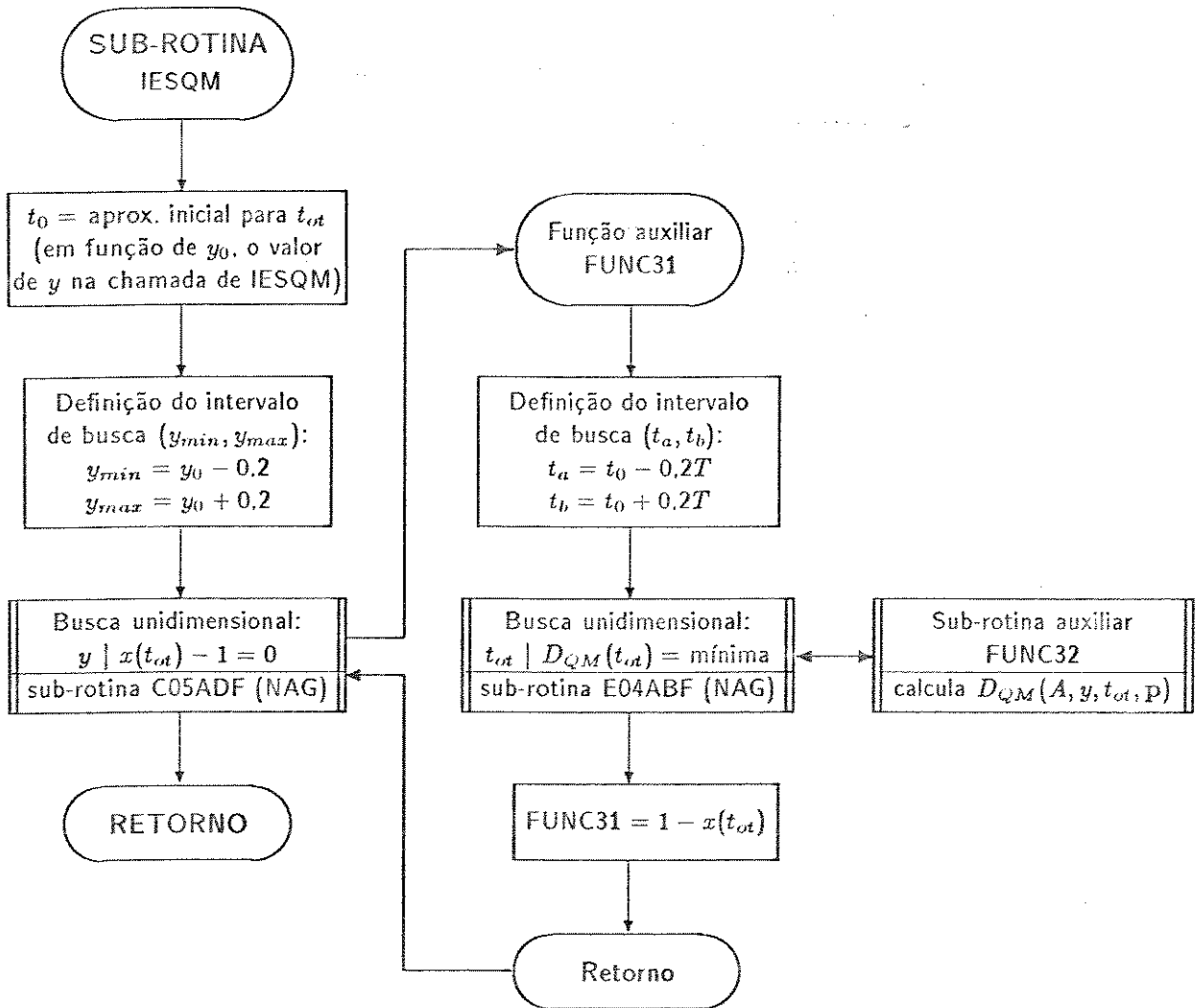


Figura A.3: Esquema da sub-rotina de cálculo da distorção quadrática média nos instantes de amostragem, usando apenas os parâmetros ajustáveis do circuito equalizador.

da modificação da definição do índice de desempenho adotado, introduzindo, por exemplo, uma componente que se anule quando a amplitude do pulso equalizado no instante de amostragem for igual à unidade e que cresça à medida em que se afaste deste valor. Esta alternativa não foi implementada.

A.4 Outros subprogramas

Os programas de otimização e os subprogramas de avaliação dos índices de desempenho desenvolvidos utilizam alguns subprogramas auxiliares, para o cálculo do pulso equalizado, da resposta do equalizador variável e da resposta do canal ideal. O pulso equalizado $x(t)$ é obtido através de uma transformação inversa de Fourier, a partir da resposta do canal de transmissão $X(f)$ nos $2M$ pontos considerados na avaliação da distorção quadrática média nos instantes de amostragem (ver seção A.6, função Fx0). A resposta do equalizador variável é obtida através do cálculo da resposta teórica de cada célula que o compõe, em função dos parâmetros ajustáveis do circuito, do valor da resistência variável e da frequência fornecidos na sua chamada (ver seção A.6, função Fx0). A resposta do canal ideal é obtida diretamente a partir de sua definição, equação (1.11) (ver seção A.6, função FXi). Estes subprogramas são bastante simples.

A.5 Apresentação dos resultados

Este é o programa utilizado na confecção das tabelas apresentadas na seção 3.5. Sua estrutura é semelhante às dos programas de otimização, substituindo-se a chamada da sub-rotina de otimização pelo cálculo dos desempenhos do circuito já otimizado para algumas atenuações.

A.6 Listagem dos programas e subprogramas desenvolvidos

A.6.1 Programas de otimização

Método Gauss-Newton modificado (utilizando a sub-rotina E04FDF da biblioteca NAG)

```
C***** OTEQBSQ.FOR *****
c  Otimiza os parametros variaveis de equalizadores de Bode utilizando
c  a subrotina E04FDF da biblioteca NAG. Utiliza otimizacao
c  unidimensional para inicializar os valores de Vy(k) e t0(k).
C*****
c  Subrotinas utilizadas: E04FDF (NAG), LSFUN1, EAQMpwg, EAQMpx, IESQM.
c  Funcoes externas utilizadas: FXi, FEQB.
C*****

      IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
      INTEGER IW(22)
      real*8 PX(20),W(5000),Wa(50)
```

```

complex*16 C,X,Xeq,FC,FEQB,FX,j
COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1 /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1 /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,y0
1 /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1 /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp
1 /SAIDA/ lentr,lresot,lmon

NAMELIST /ENTR/ NPO,P,CDP
NAMELIST /CONTR/ JdesI,JdesMax,Ncels,IImax,KO,KM,ATM,YO,fn,alfa

C-- VALORES INICIAIS DAS CONSTANTES; DEFINICAO DAS FUNCOES UTILIZADAS ---
PARAMETER (PI=3.141592653589793238d0,j=(0d0,1d0))

C-- Via FUNCTION: -----
c-- Resposta do canal ideal FXi(f,fn,alfa)
c-- Resposta do equalizador FEQB(f,y,P)
C-----
C-- Resposta do trecho de cabo a ser compensado -----
FC(f,AT) = 1d1**(-AT*(5e-3 + 6.5e-6*abs(f)**.64))*
1 exp(-j*sign(1.58d0,0d0+f)*AT*6.5E-6*abs(f)**.64*log(1d1))
C-----
C-- Resposta do canal real supondo equalizacao fixa perfeita -----
FX(f,t0a) = FXi(f,fn,alfa)*FEQB(f,y,P)/FC(f,AT)*
1 exp(-j*2*PI*t0a*f/fn)
C-----

C-- (1) ENTRADA DE DADOS -----
write(*,3)
3 format(/,' arq. entrada, arq. saida, arq monitoramento = ', $)
read(*,*) lentr,lresot,lmon

READ (lentr,CONTR)
READ (lentr,ENTR)
write(lmon,ENTR)
write(lmon,CONTR)
WRITE(lresot,CONTR)

C-----

ATi = ATM
do 500 Jdes=JdesI,JdesMax

C-- (2) INICIALIZACAO -----
do k=1,KM
a = 10**(1.3*ATM/20/Ncels*k/KM)
Vy(k) = (1-a)/(1+a)
VAT(k) = ATM*K/KM
end do

if (Jdes.eq.1) Indes=1
if (Jdes.eq.2) Indes=2
if (Jdes.eq.3) Indes=3
if (Jdes.eq.4) Indes=1
if (Jdes.eq.5) Indes=3
if (Jdes.eq.6) Indes=2
if (Jdes.eq.7) Indes=1
if (Jdes.eq.8) Indes=3

if (Indes.eq.1) then
N = Npo + KM
M = 2*IIMAX
df = 1.5*fn/M
fi = df/2

do k=1,KM
f = fi

```

```

      AT = VAT(K)
      do I=1,M
        C(I,K) = FC(f,AT)
        f = f + df
      end do
      P(Npo+k) = Vy(k)
    end do

    do k=1,KM
      call EAQMpwg
      P(Npo+k) = Vy(k)
    end do
  end if

  if ((Indes.eq.2).or.(Indes.eq.3)) then
    N = Npo + KM
    M = 2*IIMAX
    df = fn*(1.+alfa)/2./M
    fi = df/2

    f = fi
    do I=1,M
      Xi(I) = FXi(f,fn,alfa)
      do k=1,KM
        AT = VAT(K)
        C(I,K) = FC(f,AT)
      end do
      f = f + df
    end do

    do k=1,KM
      call EAQMpx
      P(Npo+k) = Vy(k)
    end do
  end if

  if (Indes.eq.3) then
    N = Npo + KM
    M = IIMAX
    df = fn/2/IIMax
    fi = df/2

    f = fi
    do I=1,IIMax
      Id = I + IIMax
      fd = f - fn
      Xi(I) = FXi(f,fn,alfa)
      Xi(Id) = FXi(fd,fn,alfa)
      do k=1,KM
        AT = VAT(K)
        C(I,K) = FC(f,AT)
        C(Id,K) = FC(fd,AT)
      end do
      f = f + df
    end do

    do k=1,KM
      call IESQM
      P(k+Npo) = t0(k)
    end do
  end if
C-----

C-- (3) OTIMIZACAO ATRAVES DA SUBROTINA EO4FDF -----
      do I=1,N
        PX(I) = 1d0
        CDP(I) = P(I)
      end do
496  Ibus = 0

      LIW = N+2
      LW = N*(7 + 2*(M+N)) + 3*M
      IFAIL = 1
      CALL EO4FDF(M,N,PX,FSUMSQ,IW,LIW,W,LW,IFAIL)
      if (IFAIL.ne.0) write(lmon,17) IFAIL

```



```

17  FORMAT(5X,' E04FDF: ERRO TIPO ',I2,/)
    IF (IFAIL.eq.1) go to 500
    do I=1,N
      P(I) = PX(I)*CDP(I)
      if (PX(i).gt.100d0) P(i) = 100*CDP(i)
      if (PX(i).lt.0.01d0) P(i) = 0.01*CDP(i)
    end do
    do k=1,KM
      t0(k) = P(k+NPO)
    end do
C-----
C-- (4) APRESENTACAO DOS RESULTADOS OBTIDOS -----
WRITE(lresot,18) InDes,Jdes,Ibus,ATM,FSUMSQ,SQRT(FSUMSQ)
write(lmon,18) InDes,Jdes,Ibus,ATM,FSUMSQ,SQRT(FSUMSQ)
18  FORMAT(///,' Indice de desempenho',I2,'; Jdes =',I3,/,
      1      ' NAG:',I5,' chamadas de LSFUN1',/,
      1      ' ATM, ERRO, IESQM =',F6.1,2G,/)
    if (IFAIL.ne.0) write (lresot,17) IFAIL
    WRITE(lresot,ENTR)
    WRITE(lentr,ENTR)
    write(lresot,19) (Vy(k),k=1,KM)
19  format(/,' Vy(k) =',10f12.5)
    write(lmon,ENTR)
C-----
500  continue
    END

```

```

C*****          subrotina auxiliar LSFUN1          *****
c  Fornece os valores dos diversos indices de desempenho durante a
c  otimizacao, nos pontos indicados pela subrotina E04FDF.
C*****
c  Subrotinas utilizadas: OTEAQMpwg, OTEAQMpx, OTIESQM.
C*****

```

```

SUBROUTINE LSFUN1 (M,N,PXC,FVECC)
IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
real*8 PXC(N),FVECC(M)
complex*16 C,X,Xeq,j

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1  /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1  /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,YO
1  /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1  /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp
1  /SAIDA/ lentr,lresot,lmon

```

```

C-- VALORES DAS CONSTANTES E INCREMENTOS -----
PARAMETER (PI=3.141592653589793238d0,j=(0d0,1d0))

```

```

    Trp = Ibus/50e0 - Ibus/50
    Ibus = Ibus + 1
    DO i=1,N
      P(i) = PXC(i)*CDP(i)
      if (PXC(i).gt.100d0) P(i) = 100*CDP(i)
      if (PXC(i).lt.0.01d0) P(i) = 0.01*CDP(i)
    end do
C-----
    do 10 I=1,M
      FVECC(I) = 0d0
    cdes = 0d0
    do 20 k=1,KM
      if (indes.eq.1) call OTEAQMpwg
      if (indes.eq.2) call OTEAQMpx
    end do
10
20

```

```

        if (indes.eq.3) call OTIESQM
        do 15 I=1,M
15          FVECC(I) = FVECC(I) + Des(I)/KM
20          Cdes = Cdes + Eqm(k)/KM
        do 25 I=1,M
25          FVECC(I) = SQRT(FVECC(I))
          cdesrms = sqrt(cdes)
          if (Trp.lt.1e-2) then
            write(lmon,45) (PXC(I),I=1,N)
            write(lmon,46) (SQRT(Eqm(k)),k=1,KM)
            write(lmon,47) Ibus,Cdes,SQRT(Cdes)
          end if
45          format (' PXC(I) = ',10F12.5)
46          format (' Eqm(k) = ',10F12.5)
47          format (' Iter.',I4,' Cdes,Cdesrms = ',2F16.8,/)
          ER(1) = Cdes
          ER(3) = x0
        return
      end

```

Método do politopo (utilizando a sub-rotina E04CCF da biblioteca NAG)

```

C***** OTEQBP.FOR *****
c  Otimiza os parametros variaveis de equalizadores de Bode, pelo
c  metodo dos politopos, utilizando a subrotina E04CCF da biblioteca
c  NAG. Inicializao dos valores de Vy(k) e t0(k) por otimizacao
c  unidimensional.
C*****
c  Subrotinas utilizadas: E04CCF (NAG), Fpol, MONIT, EAQMpwg, EAQMpx,
      IESQM.
c  Funcoes externas utilizadas: FXi, FEQB.
C*****

      IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
      INTEGER IW(22)
      real*8 PX(20),W(5000),Wa(50)
      complex*16 C,X,Xeq,FC,FEQB,FX,j
      REAL*8 Fnag, Rnag, TOLnag
      REAL*8 SIM(21,20), W1(20),W2(20),W3(20),W4(20),W5(21),Xnag(20)
      REAL*8 SQRT, X02AAF

      COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
      1 /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
      1 /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,y0
      1 /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
      1 /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp
      1 /SAIDA/ lentr,lresot,lmon

      NAMELIST /ENTR/ Npo,P,CDP
      NAMELIST /CONTR/ JdesI,JdesMax,Ncels,IImax,KO,KM,ATM,y0,fn,alfa
      EXTERNAL Fpol, MONIT

C-- VALORES INICIAIS DAS CONSTANTES; DEFINICAO DAS FUNCOES UTILIZADAS ---
      PARAMETER (PI=3.141592653589793238d0,j=(0d0,1d0))

C-- Via FUNCTION: -----
C-- Resposta do canal ideal FXi(f,fn,alfa)
C-- Resposta do equalizador FEQB(f,y,P)
C-----
C-- Resposta do trecho de cabo a ser compensado -----
      FC(f,AT) = 1d1**(-AT*(5e-3 + 6.5e-6*abs(f)**.64))*
      1 exp(-j*sign(1.58d0,0d0+f)*AT*6.5E-6*abs(f)**.64*log(1d1))
C-----

```

```

C-- Resposta do canal real supondo equalizacao fixa perfeita -----
    FX(f,t0a) = FXi(f,fn,alfa)*FEQB(f,y,P)/FC(f,AT)*
    1      exp(-j*2*PI*t0a*f/fn)
C-----

C-- (1) ENTRADA DE DADOS -----
3      write(*,3)
    format(/,'  arq. entrada, arq. saida, arq monitoramento = ', $)
    read(*,*) lentr,lresot,lmon

    READ (lentr,CONTR)
    READ (lentr,ENTR)
    if(lmon.ne.0) write(lmon,ENTR)
    if(lmon.ne.0) write(lmon,CONTR)
    WRITE(lresot,CONTR)

C-----

    do 500 Jdes=JdesI,JdesMax

C-- (2) INICIALIZACAO -----
    do k=1,KM
        a = 10**(1.3*ATM/20/Ncels*k/KM*fn/1d6)
        Vy(k) = (1-a)/(1+a)
        VAT(K) = ATM*K/KM
    end do

    if (Jdes.eq.1) Indes=1
    if (Jdes.eq.2) Indes=2
    if (Jdes.eq.3) Indes=3
    if (Jdes.eq.4) Indes=1
    if (Jdes.eq.5) Indes=3
    if (Jdes.eq.6) Indes=2
    if (Jdes.eq.7) Indes=1
    if (Jdes.eq.8) Indes=3

    if (Indes.eq.1) then
        N = Npo + KM
        M = 2*IIMAX
        df = 1.5*fn/M
        fi = df/2

        do k=1,KM
            f = fi
            AT = VAT(K)
            do I=1,M
                C(I,K) = FC(f,AT)
                f = f + df
            end do
            P(Npo+k) = Vy(k)
        end do

        do k=1,KM
            call EAQMpwg
            P(Npo+k) = Vy(k)
        end do
    end if

    if ((Indes.eq.2).or.(Indes.eq.3)) then
        N = Npo + KM
        M = 2*IIMAX
        df = fn*(1.+alfa)/2./M
        fi = df/2

        f = fi
        do I=1,M
            Xi(I) = FXi(f,fn,alfa)
            do k=1,KM
                AT = VAT(K)
                C(I,K) = FC(f,AT)
            end do
        end do
    end if

```

```

        end do
        f = f + df
        end do

do k=1,KM
    call EAQMPx
    P(Npo+k) = Vy(k)
end do
end if

if (Indes.eq.3) then
    N = Npo + KM
    M = IIMAX
    df = fn/2/IIMax
    fi = df/2

    f = fi
do I=1,IIMax
    Id = I + IIMax
    fd = f - fn
    Xi(I) = FXi(f,fn,alfa)
    Xi(Id) = FXi(fd,fn,alfa)
do k=1,KM
    AT = VAT(K)
    C(I,K) = FC(f,AT)
    C(Id,K) = FC(fd,AT)
end do
    f = f + df
end do

do k=1,KM
    call IESQM
    P(k+Npo) = tO(k)
end do
end if
C-----

C-- (3) OTIMIZACAO ATRAVES DA SUBROTINA EO4CCF -----
do I=1,N
    PX(I) = 1d0
    CDP(I) = P(I)
end do
496 Ibus = 0

TOLnag = SQRT(XO2AAF(Rnag))
N1 = N + 1
MAXCAL = 1000
IFAIL = 1
CALL EO4CCF(N, PX, Fnag, TOLnag, N1, W1, W2, W3, W4, W5,
1          SIM, Fpol, MONIT, MAXCAL, IFAIL)

Fsumsq = Fnag
if(lmon.ne.0) write(lmon,99998) Fnag
if(lmon.ne.0) write(lmon,99997) (PX(I),I=1,N)
if(lmon.ne.0) write(lmon,99996) IFAIL

17 if (IFAIL.ne.0) write(lmon,17) IFAIL
FORMAT(/,5X,' EO4CCF: ERRO TIPO ',I2)
IF (IFAIL.eq.1) go to 500

do I=1,N
    P(I) = PX(I)*CDP(I)
    if (PX(i).gt.100d0) P(i) = 100*CDP(i)
    if (PX(i).lt.0.01d0) P(i) = 0.01*CDP(i)
end do
do k=1,KM
    tO(k) = P(k+NPO)
end do
C-----

C-- (4) APRESENTACAO DOS RESULTADOS OBTIDOS -----
WRITE(lresot,18) InDes,Jdes,Ibus,ATM,FSUMSQ

```

```

18      if(lmon.ne.0) write(lmon,18) InDes,Jdes,Ibus,ATM,FSUMSQ
        FORMAT(///,' Indice de desempenho',I2,','; Jdes =',I3,/,
1          ' NAG:',I5,' chamadas de LSFUN1',/,
1          ' ATM, ERRO, IESQM =',F6.1,2G,/)
        if (IFAIL.ne.0) write (lresot,17) IFAIL
        WRITE(lresot,ENTR)
        WRITE(lentr,ENTR)
        write(lresot,19) (Vy(k),k=1,KM)
19      format(/,' Vy(k) =',10f12.5)
        if(lmon.ne.0) write(lmon,ENTR)
C-----
500     continue
        END

```

```

C*****          subrotina auxiliar Fpol          *****
c  Fornece os valores dos diversos indices de desempenho durante a
c  otimizacao, nos pontos indicados pela subrotina E04CCF.
C*****
c  Subrotinas utilizadas: OTEAQmpwg, OTEAQmpx, OTIESQM.
C*****

```

```

SUBROUTINE Fpol(N, PXC, FC)
IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
REAL*8 FC
INTEGER N
REAL*8 PXC(N)
REAL*8 EXP
complex*16 C,X,Xeq,j

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1      /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1      /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,YO
1      /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1      /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp
COMMON /SAIDA/ lentr,lresot,lmon

```

```

C-- VALORES DAS CONSTANTES E INCREMENTOS
PARAMETER (PI=3.141592653589793238d0,j=(Od0,1d0))

```

```

Trp = Ibus/50e0 - Ibus/50
Ibus = Ibus + 1
DO i=1,N
  P(i) = PXC(i)*CDP(i)
  if (PXC(i).gt.100d0) P(i) = 100*CDP(i)
  if (PXC(i).lt.0.01d0) P(i) = 0.01*CDP(i)
end do

```

```

C-----
20      Cdes = Od0
        do 20 k=1,KM
          if (indes.eq.1) call OTEAQmpwg
          if (indes.eq.2) call OTEAQmpx
          if (indes.eq.3) call OTIESQM
          Cdes = Cdes + Eqm(k)/KM
        cdesrms = sqrt(cdes)
        FC = cdesrms

        if (Trp.lt.1e-2) then
          if(lmon.ne.0) write(lmon,45) (PXC(I),I=1,N)
          if(lmon.ne.0) write(lmon,46) (SQRT(Eqm(k)),k=1,KM)
          if(lmon.ne.0) write(lmon,47) Ibus,Cdes,SQRT(Cdes)
        end if
45      format (' PXC(I) =',10F12.5)
46      format (' Eqm(k) =',10F12.5)

```

```

47  format (' Iter.',I4,'   Cdes,Cdesrms =',2F16.8,/)
      ER(1) = Cdes
      ER(3) = x0
      return
      end

```

```

C*****          subrotina de monitoramento MONIT          *****
c  Possibilita acompanhar o andamento da otimizacao.
C*****
      SUBROUTINE MONIT(FMIN, FMAX, SIM, N, N1, NCALL)
      REAL*8 FMAX, FMIN
      INTEGER N, NCALL, N1
      REAL*8 SIM(N1,N)
      INTEGER I, J, NOUT
      COMMON /SAIDA/ lentr,lresot,lmon

      if(lmon.ne.0) write(lmon,10) NCALL, FMIN, FMAX
      do i=1,N1
      if(lmon.ne.0) write(lmon,20) (SIM(I,J),J=1,N)
      end do

      RETURN
10  FORMAT (' Iteracao', I5, ': Fmin, Fmax = ',
1      2F12.6,'. SIMPLEX:')
20  FORMAT (12F10.5)
      END

```

A.6.2 Avaliação do erro de amplitude quadrático médio

```

C*****          Subrotina OTEAQMpwg          *****
c  Calcula o erro de amplitude quadratico medio utilizando a funcao de
c  ponderacao Wwg, para o valor da variavel y especificado na chamada.
C*****
c  Funcao externa utilizada: FEQB.
C*****

      SUBROUTINE OTEAQMpwg
      IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
      complex*16 C,X,Xeq,j,FEQB

      COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1      /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1      /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,YO
1      /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1      /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp

      Vy(k) = P(k+Npo)
      Yot = Vy(k)

      Eqm(k) = Od0
      f = fi
      do 30 I=1,2*IImax
      if (f.lt.1.5e6) then
          Cpwg = 1
          else if(f.lt.2e6) then
              Cpwg = 0.3d0
          else if(f.lt.3e6) then
              Cpwg = 0.1d0
          else
              Cpwg = 0.03d0
          end if
      Des(I) = (Cpwg*20*log10(abs(FEQB(f,Yot,P))/abs(C(I,k))))

```

```

1          **2/2/IImax
Eqm(k) = eqm(k) + Des(I)
30      f = f + df
        RETURN
        END

```

```

C***** Subrotina OTEAQmpx *****
c   Calcula o erro de amplitude quadratico medio utilizando a funcao de
c   ponderacao Wx, para o valor da variavel y especificado na chamada.
C*****
c   Funcao externa utilizada: FEQB.
C*****

```

```

SUBROUTINE OTEAQmpx
IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
complex*16 C,X,Xeq,j,FEQB

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1      /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1      /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,YO
1      /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1      /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp

Vy(k) = P(Npo+k)
Yot = Vy(k)

Eqm(k) = Od0
f = fi
do 30 I=1,2*IImax
Des(I) = ((abs(FEQB(f,Yot,P))-abs(C(I,k)))*Xi(I)*fn)**2/2/IImax
Eqm(k) = eqm(k) + Des(I)
30      f = f + df

RETURN
END

```

```

C***** Subrotina EAQMpwg *****
c   Calcula o erro de amplitude quadratico medio utilizando a funcao de
c   ponderacao Wwg. O valor da variavel y obtido atravs de uma
c   minimizacao unidimensional da funcao indice de desempenho.
C*****
c   Subrotinas utilizadas: EO4ABF (NAG), FUNC11.
C*****

```

```

SUBROUTINE EAQMpwg
IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
complex*16 C,X,Xeq,j

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1      /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,YO
1      /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1      /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp
1      /SAIDA/ lentr,lresot,lmon

EXTERNAL FUNC11

E1 = Od0
E2 = Od0
Ya = Vy(k) - .5
Yb = Vy(k) + .5
if (Ya.lt.-1d0) Ya=-1d0
if (Yb.gt.1d0) Yb=1d0
MAXCAL = 30
IFAIL = 1
CALL EO4ABF (FUNC11,E1,E2,Ya,Yb,MAXCAL,Yot,EAQ,IFAIL)

```

```

      IF (IFAIL.ne.1) go to 15
      write(lmon,14)
      STOP
14    format (' parametro absurdo em EO4ABF')
15    IF (IFAIL.eq.2) write(lmon,16) MAXCAL,k
16    format (I3,' buscas, insuf. p/ determinar o minimo; k =',I3)

      write(lmon,19) k,maxcal,Vy(k),Yot,sqrt(EAQ)
19    format (/, ' EAQMpx: k,num.buscas, yi,Yot,EAQM = ',2I3,5F9.5)

      Vy(k)=Yot
      RETURN
      END

C***** Subrotina auxiliar FUNC11 *****
c      Calcula, para a subrotina EO4ABF da biblioteca NAG, o erro de
c      amplitude quadratico medio em funcao do valor da variavel yc
c      Calcula o erro de amplitude quadratico medio em funcao do valor da variavel yc
c      Funcao externa utilizada: FEQB.
C*****

      SUBROUTINE FUNC11(yc,EAQ)
      IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
      complex*16 C,X,Xeq,j,FEQB

      COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
      1      /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
      1      /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,YO
      1      /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
      1      /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp

      Eqm(k) = Od0
      f = fi
      do 30 I=1,2*IImax
      if (f.lt.1.5e6) then
          Cpwg = 1
      else if(f.lt.2e6) then
          Cpwg = 0.3d0
      else if(f.lt.3e6) then
          Cpwg = 0.1d0
      else
          Cpwg = 0.03d0
      end if
      Des(I) = (Cpwg*20*log10(abs(FEQB(f,yc,P))/abs(C(I,k))))
      1      **2/2/IImax
      Eqm(k) = eqm(k) + Des(I)
30    f = f + df

      EAQ = Eqm(k)

      RETURN
      END

C***** Subrotina EAQMpx *****
c      Calcula o erro de amplitude quadratico medio utilizando a funcao de
c      ponderacao Wx. O valor da variavel y obtido atravs de uma
c      minimizao unidimensional da funcao indice de desempenho.
C*****
c      Subrotinas utilizadas: EO4ABF (NAG), FUNC21.
C*****

      SUBROUTINE EAQMpx
      IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
      complex*16 C,X,Xeq,j

```



```

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1 /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,YO
1 /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1 /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp
1 /SAIDA/ lentr,lresot,lmon

EXTERNAL FUNC21

E1 = Od0
E2 = Od0
Ya = Vy(k) - .5
Yb = Vy(k) + .5
if (Ya.lt.-1d0) Ya=-1d0
if (Yb.gt.1d0) Yb=1d0
MAXCAL = 30
IFAIL = 1
CALL EO4ABF(FUNC21,E1,E2,Ya,Yb,MAXCAL,Yot,EAQ,IFAIL)
IF (IFAIL.ne.1) go to 15
write(lmon,14)
STOP
14 format (' parametro absurdo em EO4ABF')
15 IF (IFAIL.eq.2) write(lmon,16) MAXCAL,k
16 format (I3,' buscas, insuf. p/ determinar o minimo; k =',I3)
write(lmon,19) k,maxcal,Vy(k),Yot,sqrt(EAQ)
19 format (/, ' EAQMpx: k,num.buscas, yi,Yot,EAQMpx = ',2I3,5F9.5)
Vy(k)=Yot
RETURN
END

```

```

C***** Subrotina auxiliar FUNC21 *****
c Calcula, para a subrotina EO4ABF da biblioteca NAG, o erro de
c amplitude quadratico medio em funcao do valor da variavel yc
c especificado na chamada.
C*****
c Funcao externa utilizada: FEQB.
C*****

```

```

SUBROUTINE FUNC21(yc,EAQ)
IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
complex*16 C,X,Xeq,j,FEQB
COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1 /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1 /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1 /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp

Eqm(k) = Od0
f = fi
do 30 I=1,2*IImax
Des(I) = ((abs(FEQB(f,Yc,P))-abs(C(I,k)))*Xi(I)*fn)**2/2/IImax
Eqm(k) = eqm(k) + Des(I)
30 f = f + df

EAQ = Eqm(k)

RETURN
END

```

A.6.3 Avaliação da distorção quadrática média nos instantes de amostragem

```

SUBROUTINE OTIESQM

```

```

IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
complex*16 C,X,Xeq,j

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1 /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1 /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,YO
1 /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1 /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp
1 /SAIDA/ lentr,lresot,lmon

EXTERNAL FUNC3

Eqma = Eqm(k)

E1 = Od0
E2 = Od0
MAXCAL = 30
IFAIL = 1
Ya = Vy(k) - .1
Yb = Vy(k) + .1
if (Ya.lt.-1d0) Ya=-1d0
if (Yb.gt.1d0) Yb=1d0
MAXCAL = 30
IFAIL = 1
CALL EO4ABF(FUNC3,E1,E2,Ya,Yb,MAXCAL,Yot,Ex0q,IFAIL)
IF (IFAIL.ne.1) go to 15
write(lmon,14)
STOP
14 format (' parametro absurdo em EO4ABF')
15 IF (IFAIL.eq.2) write(lmon,16) MAXCAL,k
16 format (I3,' buscas, insuf. p/ determinar o minimo; k =',I3)
if (Trp.lt.1e-2) write(lmon,19) k,maxcal,Yot,x0
19 format (' k, num.buscas, Yot, x0 = ',2I3,3F9.5)
if (Eqma.gt.Eqm(k)) Vy(k)=Yot

RETURN
END

```

FUNCTION FUNC3(yc,fc)

```

IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1 /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1 /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,YO
1 /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1 /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp

xOr = 1
x0 = Fx0(P,yc)
fc = (xOr - x0)**2

return
end

```

SUBROUTINE IESQM

```

IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
complex*16 C,X,Xeq,j

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
1 /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1 /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,YO
1 /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1 /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp

```

```

1      /SAIDA/ lentr,lresot,lmon
EXTERNAL FUNC31
Eqma = 10e30
ER(k) = 0
t0a = -1
dt0a = .1
t0b = t0a
do i=-10,20
  ya = Vy(k)
  P(k+Npo) = t0a
  t0(k) = t0a
  x0 = Fx0(P,ya)
  if (Eqma.gt.Eqm(k)) then
    Eqma = Eqm(k)
    ER(k) = x0
    t0b = t0a          ! - dt0a
  end if
  t0a = t0a + dt0a
end do
t0(k) = t0b
P(k+Npo) = t0b

13    write(lmon,13) k,ya,ER(k),t0b,sqrt(Eqma)
      format(' IESQM: k,yi,x0,t0i,Dqm =',i3,5f12.5)

ER(5) = 0
Eqma = Eqm(k)

Eps = 1d-8
Eta = 0d0
Ya = Vy(k) - .2
Yb = Vy(k) + .2
if (Ya.lt.-1d0) Ya=-1d0
if (Yb.gt.1d0) Yb=1d0
MAXCAL = 30
IFAIL = 1
CALL COSADF(Ya,Yb,Eps,Eta,FUNC31,Yot,IFAIL)
MAXCAL = ER(5)
if (ifail.ne.0) then
  write(lmon,16) Ifail
  IF (IFAIL.ne.1) go to 15
  if (abs(func31(Yb)).gt.abs(func31(Ya))) Yot=Ya
  write(lmon,17)
15    IF (IFAIL.eq.4) write(lmon,18) MAXCAL,k
      end if
16    format (' COSADF: ERRO TIPO ',I2)
17    format (' parametro absurdo em COSAJF')
18    format (I3,' buscas, insuf. p/ determinar o zero; k =',I3)

write(lmon,19) k,maxcal,Yot,x0,t0(k),sqrt(Eqm(k))
19    format (' IESQM: k,num.buscas,yot,x0,t0ot,Dqm =',2I3,5F9.5)

if (Eqma.gt.Eqm(k)) Vy(k)=Yot

RETURN
END

```

FUNCTION FUNC31(yc)

IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)

1 /INTINTEGR/ fi,fn,df;IImax,Ibus

1 /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp

1 /SAIDA/ lentr,lresot,lmon

EXTERNAL FUNC32

ER(5) = ER(5) + 1

```

xOr = 1
x0 = Fx0(P,yc)
E1 = Od0
E2 = Od0
t0a = t0(k) - .2
t0b = t0(k) + .2
MAXCAL = 30
IFAIL = 1
CALL EO4ABF(FUNC32,E1,E2,t0a,t0b,MAXCAL,t0ot,Dqm,IFAIL)
IF (IFAIL.ne.1) go to 15
  write(lmon,14)
  STOP
14 format (' parametro absurdo em EO4ABF')
15 IF (IFAIL.eq.2) write(lmon,16) MAXCAL,k
16 format (I3,' buscas, insuf. p/ determinar o minimo; k =',I3)
17 format (' k, num.buscas, yc ,x0, t0ot, Dqm = ',2I3,5F9.5)
  if (Eqm(k).gt.Dqm) t0(k) = t0ot
  Eqm(k) = Dqm
FUNC31 = xOr - x0
return
end

```

```

SUBROUTINE FUNC32(t0a,Dqm)
IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
complex*16 C,X,Xeq,j
COMMON /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1 /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1 /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp
PARAMETER (PI=3.141592653589793238d0,j=(Od0,1d0))
x0 = Od0
f = fi
do 10 I=1,IImax
  fd = f - fn
  Id = I + IImax
  Xeq(I,k) = X(I,k)*exp(-j*2*PI*t0a*f/fn)
  1 + X(Id,k)*exp(-j*2*PI*t0a*fd/fn)
  x0 = x0 + 2*DREAL(Od0+Xeq(I,k))*df
10 f = f + df
25 Ceq = SQRT(2*fn*df)
Dqm = Od0
f = fi
do 30 I=1,IImax
  Des(I) = abs((Xeq(I,k)/x0 - 1/fn)*Ceq)**2
  Dqm = Dqm + Des(I)
30 f = f + df

RETURN
END

```

A.6.4 Cálculo do pulso equalizado, da resposta do equalizador variável e da resposta do canal ideal

```

C***** Funcao Fx0 *****
c Calcula a resposta do equalizador variavel.
C*****
c Funcao externa utilizada: FEQB.
C*****

FUNCTION Fx0(P,y)

```

```

IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
complex*16 C,X,Xeq,FEQB,j
real*8 P(20)

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,pa(20),CDP(20),ER(20)
1      /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
1      /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
1      /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp

PARAMETER (PI=3.141592653589793238d0,j=(Od0,1d0))

t0(k) = P(k+NPO)
Fx0 = Od0
f = fi
do 10 I=1,IImax
  Id = I + IImax
  fd = f - fn
  X(I,k) = Xi(I)*FEQB(f,y,P)/C(I,k)
  X(Id,k) = Xi(Id)*FEQB(fd,y,P)/C(Id,k)
  Xeq(I,k) = X(I,k)*exp(-j*2*PI*t0(k)*f/fn)
  1      + X(Id,k)*exp(-j*2*PI*t0(k)*fd/fn)
10     Fx0 = Fx0 + 2*DREAL(Od0+Xeq(I,k))*df
      f = f + df
25     Ceq = SQRT(2*fn*df)
Eqm(k) = Od0
f = fi
do 30 I=1,IImax
  Des(I) = abs((Xeq(I,k)/Fx0 - 1/fn)*Ceq)**2
  Eqm(k) = Eqm(k) + Des(I)
30     f = f + df

RETURN
END

C***** Funcao FEQB *****
c  Calcula a resposta do equalizador variavel.
C*****

COMPLEX*16 FUNCTION FEQB(f,Qy,P)
IMPLICIT real*8(A-G,P-X), complex*16(Y,Z)
real*8 P(20)
complex*16 s,CTR

COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,Pa(20),CDP(20),ER(20)

C--- VALORES DOS COMPONENTES E CONSTANTES DO CIRCUITO -----
PARAMETER (PI=3.141592653589793238D0)
PARAMETER (RO=1.)

R1 = P(1)
C1 = P(2)
R2 = P(3)
C2 = P(4)
R3 = P(5)
C3 = P(6)

C-----
s=DCMPLX(0.d0,1d-20+2.*PI*f)

Y1 = 1/R1
Y2 = s*C1
ZA = 1/(Y1+Y2)
CTR = 1/(1+ZA/RO)**2
FEQB = ((1+Qy*CTR)/(1-Qy*CTR))

if (Ncels.gt.1) then
  Y1 = 1/R2
  Y2 = s*C2
  ZA = 1/(Y1+Y2)
  CTR = 1/(1+ZA/RO)**2

```

```

FEQB = FEQB*((1+Qy*CTR)/(1-Qy*CTR))
end if
if (Ncels.gt.2) then
  Y1 = 1/R3
  Y2 = s*C3
  ZA = 1/(Y1+Y2)
  CTR = 1/(1+ZA/RO)**2
  FEQB = FEQB*((1+Qy*CTR)/(1-Qy*CTR))
end if
RETURN
END

```

```

C***** Funcao FXi *****
c  Calcula a resposta do canal de transmissao ideal.
C*****

```

```

FUNCTION FXi(f,fn,alfa)
  IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
  PARAMETER (PI=3.141592653589793238D0)
  if (abs(f/fn).le.(1-alfa)/2) then
    Fxi = 1/fn
  else if (abs(f/fn).ge.(1+alfa)/2) then
    Fxi = 0.
  else
    Fxi = 1/fn/2*(1-sin(pi*(abs(f/fn)-.5)/alfa))
  end if
RETURN
END

```

A.6.5 Apresentação dos resultados

```

C***** RESEQB.FOR *****
c  Determina os indices de desempenho de um circuito equalizador de
c  Bode para cinco atenuacoes: 2.5, 5, 10, 15 e 20 dB.
c  Utiliza unicamente os valores dos componentes do circuito,
c  obtendo automaticamente os parametros t0 e y.
C*****
c  Subrotinas utilizadas: EAQMpwg, EAQMpx, IESQM.
c  Funcoes externas utilizadas: FXi, FEQB.
C*****

```

```

  IMPLICIT real*8 (A-G,P-Z)
  integer IW(22)
  real*8 PX(20),W(5000),Wa(50)
  complex*16 C,X,Xeq,FC,FEQB,FX,j
  COMMON /PAROTM/ Ncels,Npo,P(20),CDP(20),ER(20)
  1 /INTINTEGR/ fi,fn,df,IImax,Ibus
  1 /PARCANAL/ ALFA,VAT(10),VY(10),KO,KM,ATM,y0
  1 /RESP/ Xi(200),C(200,10),X(200,10),Xeq(100,10)
  1 /DESEMPI/ K,x0,Eqm(10),t0(10),INDES,Des(200),Trp
  1 /SAIDA/ lentr,lresot,lmon
  NAMELIST /ENTR/ NPO,P,CDP
  NAMELIST /CONTR/ JdesI,JdesMax,Ncels,IImax,KO,KM,ATM,YO,fn,alfa

```

```

C-- VALORES INICIAIS DAS CONSTANTES; DEFINICAO DAS FUNCOES UTILIZADAS ---
PARAMETER (PI=3.141592653589793238d0,j=(0d0,1d0))

```

```

C-- Via FUNCTION: -----
c-- Resposta do canal ideal FXi(f,fn,alfa)

```

```

c--          Resposta do equalizador FEQB(f,y,P)
C-----
C-- Resposta do trecho de cabo a ser compensado -----
      FC(f,AT) = id1**(-AT*(5e-3 + 6.5e-6*abs(f)**.64))*
      1      exp(-j*sign(1.58d0,Od0+f)*AT*6.5E-6*abs(f)**.64*log(id1))
C-----
C-- Resposta do canal real supondo equalizacao fixa perfeita -----
      FX(f,t0a) = FXi(f,fn,alfa)*FEQB(f,y,P)/FC(f,AT)*
      1      exp(-j*2*PI*t0a*f/fn)
C-----
C-- VALORES INICIAIS DAS CONSTANTES, VARIAVEIS E INCREMENTOS -----
      write(*,3)
3      format(/,'  arq. entrada, arq. saida, arq monitoramento = ', $)
      read(*,*) lentr,lresot,lmon

      READ (lentr,CONTR)
      READ (lentr,ENTR)
      write(lmon,ENTR)
      write(lmon,CONTR)

      p1 = fn/1e6
      write(lresot,30) Ncels,p1,alfa,ATM
      write(lmon,30) Ncels,p1,alfa,ATM
30     format(//,' Ncels,fn,alfa,ATM = ',i2,3f9.2)
      px(1) = p(1)
      px(2) = p(2)*1e6
      px(3) = p(3)
      px(4) = p(4)*1e6
      px(5) = p(5)
      px(6) = p(6)*1e6
      write(lresot,31) npo,(px(i),i=1,NPO)
      write(lmon,31) npo,(px(i),i=1,NPO)
31     format(' NPO,P(I)=' ,i2,2(4f12.6,/))
C-----

      ATi = ATM

      do 500 Jdes=JdesI,JdesMax
      do k=1,KM
      a = 10**(1.3*ATM/20/Ncels*k/KM)
      Vy(k) = (1-a)/(1+a)
      VAT(K) = ATM*K/KM
      end do

      if (Jdes.eq.1) Indes=1
      if (Jdes.eq.2) Indes=2
      if (Jdes.eq.3) Indes=3
      if (Jdes.eq.4) Indes=1
      if (Jdes.eq.5) Indes=3
      if (Jdes.eq.6) Indes=2
      if (Jdes.eq.7) Indes=1
      if (Jdes.eq.8) Indes=3

      write(lresot,18) InDes
      write(lmon,18) InDes
18     FORMAT(/,' ***** Indice de desempenho ',I3,' *****')

      ATM = ATi
      dAT = 5d0
      do 501 lat=1,6

      if (Indes.eq.1) then
      N = Npo + KM
      M = 2*IIMAX
      df = 1.5*fn/M
      fi = df/2

```

```

do k=1,KM
  f = fi
  VAT(k) = ATM*K/KM
  AT = VAT(k)
  do I=1,M
    C(I,K) = FC(f,AT)
    f = f + df
  end do
end do

do k=1,KM
  if (lat.ne.1) Vy(k)=yi*VAT(k)/ATi
  call EAQMpwg
  if (lat.eq.1) call EAQMpwg
  if (lat.eq.1) call EAQMpwg
  P(Npo+k) = Vy(k)
end do
if (lat.eq.1) yi=Vy(KM)
end if

if ((Indes.eq.2).or.(Indes.eq.3)) then
  N = Npo + KM
  M = 2*IIMAX
  df = fn*(1+alfa)/2/M
  fi = df/2

  f = fi
  do I=1,M
    Xi(I) = FXi(f,fn,alfa)
    do k=1,KM
      VAT(k) = ATM*K/KM
      AT = VAT(k)
      C(I,K) = FC(f,AT)
    end do
    f = f + df
  end do

  do k=1,KM
    if (lat.ne.1) Vy(k)=yi*VAT(k)/ATi
    call EAQMpx
    if (lat.eq.1) call EAQMpx
    if (lat.eq.1) call EAQMpx
    P(Npo+k) = Vy(k)
  end do
  if (lat.eq.1) yi=Vy(KM)
end if

if (Indes.eq.3) then
  N = Npo + KM
  M = IIMAX
  df = fn/2/IIMAX
  fi = df/2

  f = fi
  do I=1,IIMAX
    Id = I + IIMAX
    fd = f - fn
    Xi(I) = FXi(f,fn,alfa)
    Xi(Id) = FXi(fd,fn,alfa)
    do k=1,KM
      VAT(k) = ATM*K/KM
      AT = VAT(k)
      C(I,K) = FC(f,AT)
      C(Id,K) = FC(fd,AT)
    end do
    f = f + df
  end do

  do k=1,KM
    call IESQM
    P(k+Npo) = t0(k)
  end do

```



```
    end if
    ya = yi*ATM/ATi
    Cdes = sqrt(Eqm(km))*1e3
    write(lresot,19) ATi,ATM,ya,Vy(km),Cdes
    write(lmon,19) ATi,ATM,ya,Vy(km),cdes
19  format(/,' Aot,A = ',2f10.1,/,', Yp, y, Cdes =',2F10.4,f12.3)
    ATM = ATM + dAT
    if ((ATM-dAT).lt.5.0) ATM=5d0
    if (lat.eq.1) ATM=2.5d0
501  continue
500  continue
    END
```


Bibliografia

Almeida, Maria das Graças.

A linha de assinantes na Rede Digital de Serviços Integrados: Modelamento e simulação.

Dissertação de Mestrado. FEE/UNICAMP, abril 1988.

Alves, Eliana.

Estudo de um simulador automático de cabo para o repetidor MCP Duobinário Modificado.

Dissertação de Mestrado. FEC/UNICAMP, março 1985.

Arakaki, Yumiko.

Extração de relógio em sistemas duobinários.

Dissertação de Mestrado. FEC/UNICAMP, abril 1986.

Bazaraa, Mokhtar S. e Shetty, C.M.

Nonlinear programming: theory and algorithms.

John Wiley & Sons, janeiro 1979.

Bode, Hendrik W.

"Variable equalizers".

Bell System Technical Journal, vol. 17, n^o 2, pp. 229-244, abril 1938.

Borelli, W.C.; Motoyama, S. e Waldman, H.

Extração de tempo em repetidores regenerativos.

UNICAMP/TELEBRÁS, Relatório Técnico RT-09, 1974.

Brading, W.A.

"Exact method for adjustable equalizers".

Electrical Communication, vol. 47, n^o 3, pp. 164-168, 1972.

Cheung, H.W.; Stalick, V.J. e Thomas, J.A.

"Key aspects in the development of a 48-channel Duobinary PCM repeater".
IEEE Transactions on Communications, vol. COM-27, n^o 2, pp. 379-389, fevereiro 1979.

Chiquito, José Geraldo.

Equalização variável em repetidores MCP.
Tese de Doutorado. FEC/UNICAMP, dezembro 1983.

Chiquito, J.G. e Waldman, H.

"Repetidor regenerativo para o sistema MCP-30".
Anais do 2^o Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, pp. 107-114, setembro 1984.

Chiquito, J.G.; Lopes, A. e Bonfá, S.

Especificações gerais, codificadores e equalizador para as linhas MCP de 60 canais.
UNICAMP/TELEBRÁS, Relatório Técnico RT-104, dezembro 1983.

Chiquito, J.G.; Lopes, A. e Bonfá, S.

Repetidor duobinário: Circuitos de extração de relógio, decisão, regeneração e saída.
UNICAMP/TELEBRÁS, Relatório Técnico RT-106, 1983.

Chiquito, J.G.; Lopes, A. e Waldman, H.

"Equalizadores de fase em repetidores regenerativos".
Anais do 2^o Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, pp. 151-158, setembro 1984.

Corbett, S.G.

"Accurate wide band curve fitting for adjustable equalizers".
Electrical Communication, vol. 51, n^o 2, pp. 112-115, 1976.

Freitas, José Pedro.

Digitalização da linha de assinante: Modelamento e simulação.
Dissertação de Mestrado. FEC/UNICAMP, março 1985.

Gill, P.E. e Murray, W.

"Algorithms for the solution of the non-linear least squares problem".
SIAM Journal of Numerical Analysis, n^o 15, pp. 977-992, 1978.

Gill, P.E.; Murray, W. e Wright M.W.

Practical Optimization.

Academic Press, maio 1981.

Haas, W.

"Theory and design of an adjustable equalizer".

Electrical Communication, vol. 40, n^o 2, pp. 225-232, 1965.

Inoue, N.; Ryoichi, K. e Inoue, Y.

"Time shared two-wire Digital Subscriber Transmission System and its application to the Digital Telephone Set".

IEEE Transactions on Communications, vol. COM-29, n^o 11, pp. 1565-1572, novembro 1981.

Lamport, Leslie.

L^AT_EX: A document preparation system.

Addison-Wesley, maio 1986.

Lopes, Amauri.

Sistemas de resposta parcial na transmissão de sinais MCP através de cabos.

Tese de Doutorado. FEC/UNICAMP, dezembro 1982.

Lopes, A.; Chiquito, J.G. e Bonfá, S.

"Características e filtro de recepção de um repetidor MCP para 60 canais".

Anais do 1^o Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, vol. 2, pp. 9.11-9.16, setembro 1983.

Lopes, A.; Chiquito, J.G. e Waldman, H.

Relações entre amplitude e fase em sistemas lineares realizáveis.

UNICAMP/TELEBRÁS, Relatório Técnico RT-83, junho 1981.

Lucky, R.W.; Salz, J. e Weldon, E.J.

Principles of data communication.

McGraw-Hill, 1968.

Luenberger, David G.

Linear and nonlinear programming.

2^a ed. revisada. Addison-Wesley, 1984.

Motoyama, S. e Waldman, H.

Decisão e extração da onda de tempo em repetidores regenerativos de sinais MCP em 2,048 Mb/s.

UNICAMP/TELEBRÁS, Relatório Técnico RT-17, 1975.

NAG Fortran Library Reference Manual (Mark 9).

Numerical Algorithms Group Limited, Oxford, Inglaterra, outubro 1981.

Nagle, E.J. e Chiquito, J.G.

“Equalizadores variáveis de Bode aplicados à transmissão digital via cabos”.

Anais do 5º Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, pp. 342-346, setembro 1987.

Nyquist, H.

“Certain topics in telegraph transmission theory”.

Transactions AIEE, pp. 617-644, abril 1928.

PCM Regenerator Tester PRT-1: Description and operating manual.

Wandel & Goltermann, Reutlingen, Alemanha Ocidental, setembro 1977.

Romano, Hélio Drago.

Filtros e linhas.

2ª ed. revisada. Editora Campus, 1982.

Romano, Hélio Drago.

Simuladores de linha.

FEC/UNICAMP, Relatório Técnico, 1974.

Takasaki, Y.; Kita, Y.; Maeda, N.; Nakagawa, J. e Ishizuka, K.

“Inductorless variable equalizers using feedback and feedforward”.

IEEE Transactions on Circuits and Synthesis, vol. CAS-23, nº 6, pp. 389-394, junho 1976.

Temes, Gabor C. e LaPatra, Jack W.

Introduction to circuit synthesis and design.

McGraw-Hill, 1977.

Van Valkenburg, M.E.

Introduction to modern network synthesis.

John Willey & Sons, fevereiro 1960.