

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS MOMENTOS  
NO ESTUDO DO EFEITO DE UMA COBERTURA  
DIELÉTRICA EM UM DIPOLO EM MICROFITA

Antonio José Martins Soares  
Orientador: Prof.Dr.Attílio José Giarola  
Co-Orientador: Prof.Dr.Sérgio B.de A.Fonseca

Tese de Mestrado, apresentada à  
Faculdade de Engenharia da Uni-  
versidade Estadual de Campinas.

Aos meus pais.

Aos meus irmãos.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço:

- Ao Prof.Dr.ATTÍLIO JOSÉ GIAROLA, pela orientação, apoio e confiança em nosso trabalho.
- Ao Prof.Dr.SÉRGIO BARROSO DE ASSIS FONSECA, pelo estímulo, discussões e pelo tema da tese.
- Ao Prof.Dr.RUI FRAGASSI SOUZA, pelas sugestões na redação da tese.
- À CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro.
- Aos meus colegas e professores da UNICAMP.
- Ao Sr.WASHINGTON LUIZ DE PAULA PEREIRA, pelo trabalho datilográfico.

## SUMÁRIO

Neste trabalho é apresentada uma análise teórica da influência de uma cobertura dielétrica em antenas de microfita, com aplicação em dipolo impresso num substrato dielétrico aterrado. Em diversas situações, as antenas de microfita podem ser cobertas por uma camada de neve ou, para a sua proteção, por uma camada dielétrica conveniente. Este carregamento altera as propriedades elétricas das antenas, como a frequência de ressonância, o que, devido à largura de banda limitada das antenas de circuito impresso, pode prejudicar o desempenho do sistema se o efeito do carregamento não for considerado no projeto. A distribuição de corrente é obtida resolvendo-se a equação de Pocklington pelo método dos momentos. O potencial de Hertz apropriado é determinado considerando-se um dipolo elementar num meio estratificado. A função de Green resultante envolve integrais do tipo Sommerfeld, que são de convergência lenta e requerem o conhecimento dos campos na região da fonte. Essas integrais são calculadas utilizando-se uma técnica de integração no eixo real que consiste de etapas numérica e analítica.

## ÍNDICE

	Pág.
CAP. I - INTRODUÇÃO .....	1
CAP. II - FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	7
2.1 - Introdução .....	8
2.2 - Método dos Momentos .....	8
2.3 - Funções Base e Funções Teste .....	11
2.4 - Parâmetros de Redes Generalizadas .....	14
2.5 - Potencial Vetor de Hertz .....	19
CAP. III - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA .....	25
3.1 - Introdução .....	26
3.2 - Corrente Elementar Horizontal num Meio Dividido em Quatro Regiões .....	26
3.3 - Equação Integral de Pocklington .....	41
3.4 - Aplicação do Método dos Momentos na Equação Integral de Pocklington .....	43
CAP. IV - CÁLCULO DAS INTEGRAIS DE SOMMERFELD .....	50
4.1 - Introdução .....	51
4.2 - Integrais de Sommerfeld .....	51

	Pág.
CAP. V - RESULTADOS NUMÉRICOS .....	61
5.1 - Introdução .....	62
5.2 - Impedância de Entrada .....	62
5.3 - Cálculo dos Elementos da Matriz Impedância .....	63
5.4 - Variação na Espessura da Cobertura Dielétrica .....	67
5.5 - Efeito da Variação na Permissividade Relativa da Cobertura Dielétrica .....	77
CAP. VI - CONCLUSÕES .....	83
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	86

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

## CAPÍTULO I

### I - INTRODUÇÃO

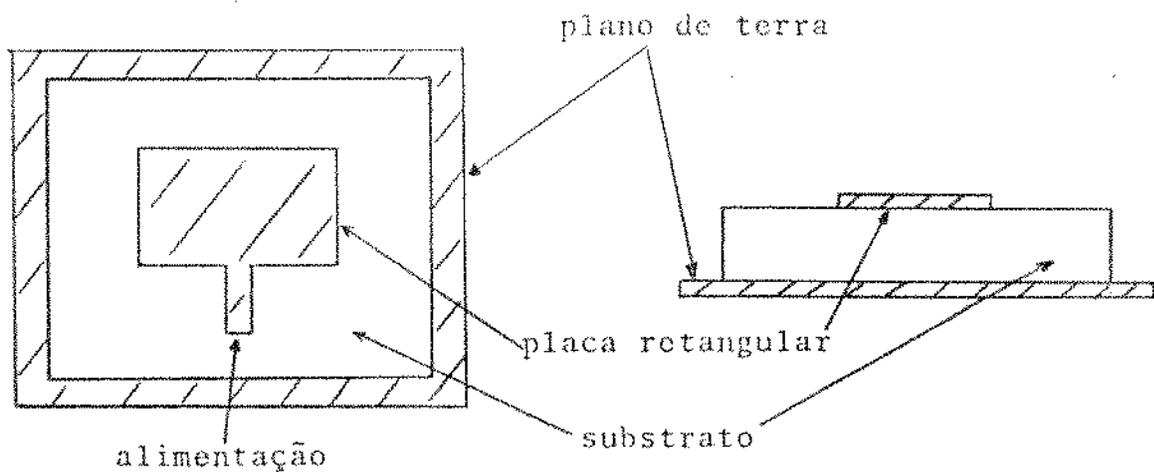
Um dispositivo em microfita, em sua mais simples configuração, consiste de um sanduiche de duas placas condutoras paralelas separadas por um único substrato dielétrico eletricamente fino. O condutor inferior funciona como plano de terra, e o condutor superior pode, no caso de antenas, ser uma única placa retangular ou circular ressonante, um dipolo ressonante, ou um conjunto de placas ou dipolos impressos juntamente com sua rede de alimentação. A antena é alimentada por uma linha de transmissão em microfita conectada aos contornos da placa, ou por um cabo coaxial estendendo-se do plano de terra à placa ressonante. A Fig.1.1 mostra algumas geometrias de antenas em microfita com seus substratos dielétricos e planos de terra associados. Antenas práticas em microfita tem sido construídas para uso na faixa de 400 MHz até 38 GHz aproximadamente, e espera-se que com o desenvolvimento da tecnologia essa faixa se extenda até 60 GHz ou mais [1].

O uso de antenas em microfita está se tornando extremamente popular, já que oferecem vantagens em relação às antenas convencionais, tais como [2]:

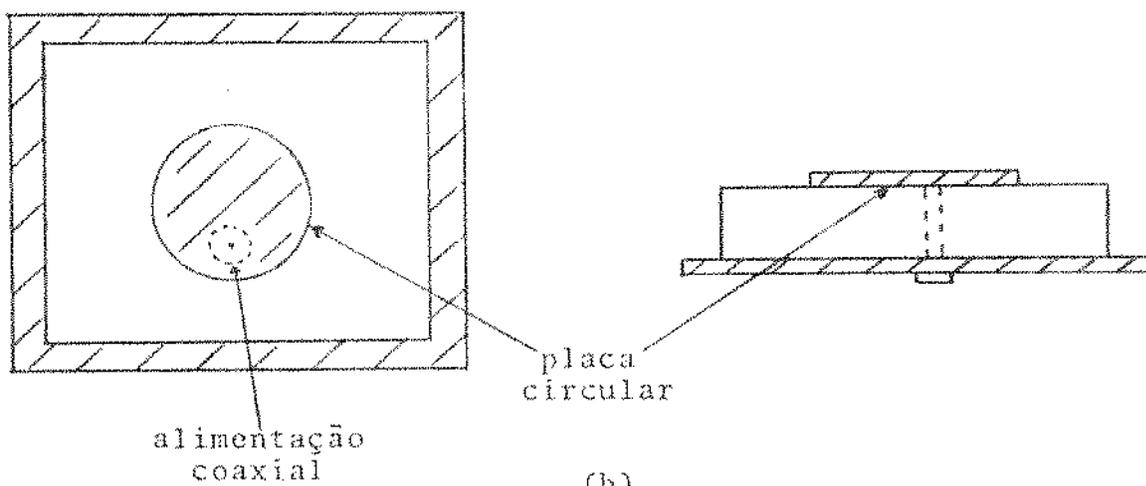
- baixo peso;
- pequeno volume;
- facilidade de fabricação;
- podem ser feitas com pequena espessura, não perturbando a aerodinâmica de veículos espaciais;
- podem ser facilmente montadas em mísseis, foguetes ou satélites sem maiores alterações;

VISTA DE TOPO

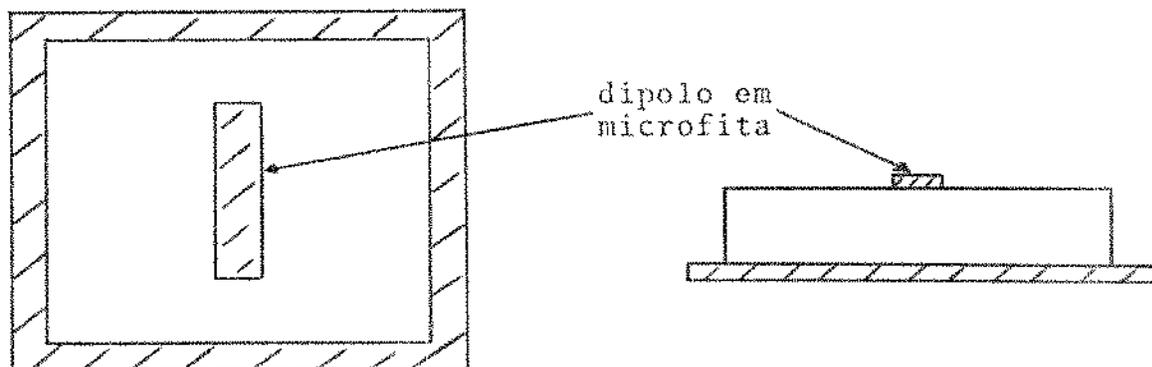
VISTA DE LADO



(a)



(b)



(c)

Fig.1.1 - (a) Antena em Microfita Retangular; (b) Antena em Microfita Circular; (c) Antena Dipolo em Microfita.

- polarização linear e circular são possíveis com uma simples variação na posição de alimentação;
- linhas de alimentação e redes de casamento podem ser fabricadas simultaneamente com a estrutura da antena.

No entanto, antenas em microfita apresentam algumas desvantagens, tais como:

- largura de banda limitada;
- perdas  $\alpha$ , como consequência, baixo ganho;
- dificuldade de isolação entre a linha de alimentação e o elemento irradiante;
- possibilidade de excitação de ondas de superfície.

Elas encontram aplicação em:

- comunicações por satélite;
- radar Doppler;
- controle de mísseis e foguetes;
- alimentação de antenas complexas, etc...

O uso crescente de antenas em microfita justifica o esforço considerável desenvolvido para sua análise. Inúmeros trabalhos apresentados na literatura têm dado contribuição significativa para que as características gerais de antenas impressas sejam conhecidas [3], [7]. Eles baseiam-se principalmente no modelo da linha de transmissão e na técnica de expansão modal [1].

A antena de microfita retangular tem a sua análise simplificada usando-se a teoria da linha de transmissão; nesta técnica, a placa é substituída por duas aberturas paralelas irradiantes. A vantagem deste modelo está na sua simplicidade; a frequência de ressonância e resistência de entrada são obtidas por formulação simples. Essa teoria apresenta os inconvenientes de

ser aplicável apenas a placas retangulares, ignorar as variações do campo ao longo dos contornos irradiantes e não ser adaptada para incluir os efeitos da alimentação.

Na técnica da expansão modal, as desvantagens do modelo da linha de transmissão são eliminadas olhando-se a placa como uma fina cavidade de modo  $TM_z$  com paredes magnéticas [1]. O campo, na cavidade entre as placas e o plano terra, é expandido em termos de uma série de modos ressonantes (auto-funções), com uma frequência de ressonância (auto-valores) associada a cada modo. Isto resulta em uma formulação mais precisa para a impedância de entrada, frequência de ressonância, etc, para as antenas de placas retangulares e circulares.

Em certas aplicações, todavia, esses modelos não apresentam a precisão e versatilidade desejadas, ou não são capazes de calcular todas as quantidades de interesse. Como o uso de antenas em microfita está se tornando crescente, soluções mais exatas e versáteis são necessárias.

As antenas básicas de placas retangular e circular têm sido modificadas para serem utilizadas em algumas aplicações. Para essas geometrias, análise numérica direta torna-se mais adequada para sua caracterização. Diversas técnicas numéricas têm sido propostas na literatura, como o método dos momentos e a técnica do elemento finito. Cada uma dessas técnicas tem certas vantagens e desvantagens. O método dos momentos tem sido utilizado com sucesso para encontrar distribuição de corrente, impedância e frequência de ressonância de antenas retangulares [8], bem como para dipolo em microfita [9], e pode ser adaptado para antenas de geometrias diversas.

Neste trabalho, apresenta-se uma técnica teórica para antenas de circuito impresso, com aplicação em dipolos em microfita coberto com uma camada dielétrica. Em certas aplicações a cobertura dielétrica é necessária para a proteção contra calor, danos físicos e meio-ambiente. A presença da cobertura altera a frequência de ressonância da antena [2], o que pode prejudicar sensivelmente o desempenho do sistema. Como a largura de banda de antenas em microfita é estreita, a determinação do efeito da cober-

tura dielétrica na frequência de ressonância é importante para se efetuarem as correções apropriadas no projeto da antena.

Anteriormente, o problema do dipolo impresso foi tratado assumindo-se uma distribuição de corrente senoidal [10], ou com a distribuição de corrente obtida na ausência do substrato [11]. A consideração de corrente senoidal é válida com a restrição da espessura do substrato ser suficientemente pequena comparada ao comprimento de onda no dielétrico [10], ou com o comprimento do dipolo ressonante. A distribuição de corrente num dipolo impresso foi também obtida resolvendo-se a equação de Pocklington pelo método dos momentos [9].

Para o dipolo em microfita coberto com um material dielétrico o potencial vetor de Hertz foi obtido considerando-se uma corrente elementar localizada num meio dividido em quatro regiões. A função de Green resultante envolve integrais do tipo Sommerfeld que são difíceis de calcular pois necessitam-se conhecer os campos na região da fonte. A função de Green é calculada utilizando-se técnica de integração no eixo real, a qual consiste de etapas analítica e numérica. A solução da equação de Pocklington é, então, obtida aplicando-se o método dos momentos, dando, dessa maneira, a distribuição de corrente, impedância de entrada, espessuras e constantes dielétricas relativas dos substratos.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

## CAPÍTULO II

### II - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

Problemas de irradiação eletromagnética podem sempre ser expressos como uma equação linear não-homogênea da forma

$$\int I(\alpha') K(\alpha, \alpha') d\alpha' = E^i(\alpha)$$

onde o termo desconhecido está dentro da integral.

A equação acima não pode ser resolvida analiticamente. O surgimento de computadores digitais de alta velocidade tem contribuído para que métodos numéricos sejam desenvolvidos para a sua solução. Uma das técnicas utilizadas com essa finalidade é conhecida como "método dos momentos".

Neste capítulo, serão feitas algumas considerações sobre o método dos momentos. Também será introduzida a noção do potencial de Hertz, que será utilizado para a obtenção do campo elétrico.

#### 2.2 - MÉTODO DOS MOMENTOS

A formulação e notação aqui apresentadas estão de acordo com as de Harrington [12]

O método dos momentos é um procedimento geral para se resolverem equações lineares. Seja a equação linear não homogênea

$$L ( f ) = g \tag{2.1}$$

onde  $L$  é um operador linear,  $g$  é a fonte ou excitação conhecida e  $f$  é o campo ou resposta que deseja-se determinar. Expande-se  $f$  em uma série de funções  $f_1, f_2, f_3, \dots$ , no domínio de  $L$ , como

$$f = \sum_n \alpha_n f_n \tag{2.2}$$

onde os coeficientes  $\alpha_n$  são constantes. Chamam-se os  $f_n$  de funções expansão ou funções base. Para soluções exatas (2.2) é usualmente uma somatória infinita e os  $f_n$  formam um conjunto completo de funções base. Para soluções aproximadas (2.2) é uma somatória finita.

Substituindo-se (2.2) em (2.1) e usando-se a linearidade de  $L$ , tem-se

$$\sum_n \alpha_n L ( f_n ) = g \tag{2.3}$$

A expansão de (2.2) leva a uma equação com " $n$ " coeficientes não conhecidos. Ela, sozinha, não é suficiente para se determinarem os termos  $\alpha_n$ ; para isso, é necessário se terem " $n$ " equações linearmente independentes. Necessita-se, então, do produto interno  $\langle f, g \rangle$ , que é uma operação escalar satisfazendo as seguintes condições:

$$\langle f, g \rangle = \langle g, f \rangle$$

$$\langle \alpha f + \beta g, h \rangle = \alpha \langle f, h \rangle + \beta \langle g, h \rangle$$

$$\langle f^*, f \rangle > 0, \text{ se } f \neq 0$$

$$\langle f^*, f \rangle = 0, \text{ se } f = 0$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são escalares, e (\*) indica complexo conjugado. Um típico, mas não único, produto interno é

$$\langle f, g \rangle = \iint_S f \cdot g \, ds \quad (2.4)$$

onde  $S$  é a superfície da estrutura em análise.

Define-se, agora, um conjunto de funções peso ou funções teste  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ , e toma-se o produto interno de (2.3) com cada  $\omega_m$ ; isso resulta em

$$\sum_n \alpha_n \langle \omega_m, L f_n \rangle = \langle \omega_m, g \rangle \quad (2.5)$$

com  $m = 1, 2, 3, \dots$ . Este conjunto de equações pode ser escrito na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} l_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_m \end{bmatrix}$$

onde

$$\begin{bmatrix} l_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \omega_1, L f_1 \rangle & \langle \omega_1, L f_2 \rangle & \dots \\ \langle \omega_2, L f_1 \rangle & \langle \omega_2, L f_2 \rangle & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} g_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \omega_1, g \rangle \\ \langle \omega_2, g \rangle \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

Se a matriz  $[l]$  é não-singular, sua inversa existe. Os  $\alpha_n$  são, então, dados por

$$\begin{bmatrix} \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{mn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_m \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

e a solução "f", dada por (2.2), pode ser escrita como

$$f = \begin{bmatrix} \tilde{f}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{f}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{mn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_m \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

onde

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & \dots \end{bmatrix}$$

Esta solução pode ser exata ou aproximada, dependendo da escolha dos  $f_n$  e  $\omega_n$ . A escolha particular  $\omega_n = f_n$  é conhecida como o método de Galerkin.

### 2.3 - FUNÇÕES BASE E FUNÇÕES TESTE

A solução numérica de algum problema particular, dependerá, em muito, da escolha conveniente das funções base e funções teste. Os  $f_n$  devem ser linearmente independentes e tais que, alguma superposição de (2.2), possa aproximar  $f$  razoavelmente bem.

Teoricamente, existe um número infinito de possíveis funções base. Contudo, somente um número limitado é usado na prática. Algumas dessas funções são chamadas de subseccional, porque cada  $f_n$  existe somente sobre uma subsecção do domínio de  $f$ . Então, cada  $\alpha_n$  da expansão (2.2) afeta a aproximação de  $f$  somente sobre uma subsecção da região de interesse.

Talvez a mais comum das funções base seja a função pulso; para um intervalo dividido em  $N$  segmentos, conforme a Fig. 2.1(a), ela é mostrada na Fig.2.1(b), e é definida por

$$f_n(x) = \begin{cases} 1, & x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ 0, & \text{fora} \end{cases} \quad (2.8)$$

Quando os coeficientes associados são determinados, a representação da função não conhecida é similar à da Fig.2.1(c).

Uma outra representação comum de função base é a função triangular, mostrada na Fig.2.1(d); ela é definida por

$$f_n(x) = \begin{cases} 1 - |x|(N+1), & |x| < \frac{1}{N+1} \\ 0 & , |x| > \frac{1}{N+1} \end{cases} \quad (2.9)$$

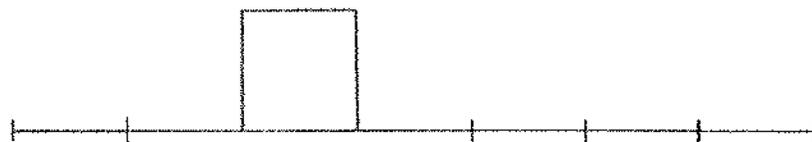
Nota-se que ela cobre dois segmentos; a representação resultante, Fig.2.1(e), é mais suave do que a função pulso.

Uma das funções mais usadas, em solução pelo método dos momentos, é a senoidal por partes, como mostra a Fig.2.1(f). Ela é definida matematicamente por

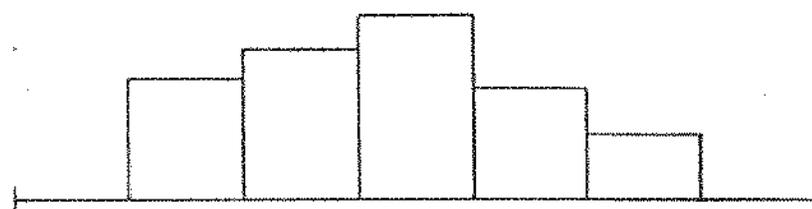
subintervalo



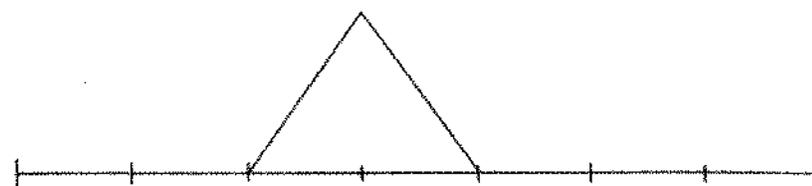
(a) Pontos e subintervalos



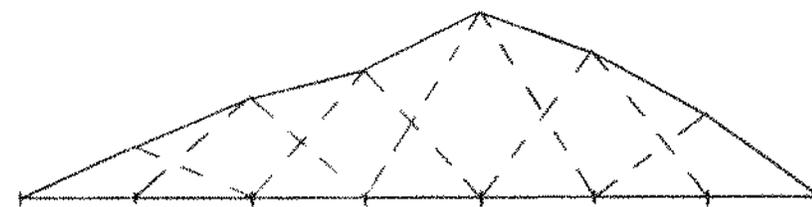
(b) Função Pulso



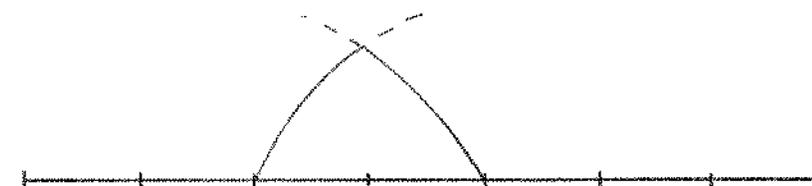
(c) Função representada por Pulsos



(d) Função Triangular



(e) Função representada por Triângulos



(f) Função Senoidal

Fig.2.1 - Funções Base e Representações Aproximadas.

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{\text{senk}(x - x_{n-1})}{\text{senk}(x_n - x_{n-1})}, & x_{n-1} < x < x_n \\ \frac{\text{senk}(x_{n+1} - x)}{\text{senk}(x_{n+1} - x_n)}, & x_n < x < x_{n+1} \\ 0, & \text{fora} \end{cases} \quad (2.10)$$

Os  $\omega_m$  escolhidos para funções teste devem ser linearmente independentes, e tais, que minimize o esforço computacional requerido para calcular o produto interno (2.4).

A condição de independência linear entre elementos e a simplicidade computacional são também características importantes das funções base. Por isso, tipos similares de funções são usadas para ambas, base e teste.

A escolha dos  $f_n$  e  $\omega_n$  devem, também, levar em consideração a precisão da solução desejada, a ordem da matriz que pode ser invertida, e a obtenção de uma matriz [L] bem comportada.

#### 2.4 - PARÂMETROS DE REDES GENERALIZADAS

A Fig.2.2, representa um corpo condutor em um campo impresso  $\vec{E}^i$  produzido por fontes externas. Para condutor perfeito, correntes de superfície  $\vec{J}$  são induzidas em S, e produzem um campo espalhado  $\vec{E}^s$ . Esse campo espalhado pode ser encontrado em termos de  $\vec{J}$  pelo método do potencial integral. A condição de contorno para o problema requer que a componente tangencial do campo ( $\vec{E}^i + \vec{E}^s$ ) seja zero em S. Definindo-se o operador

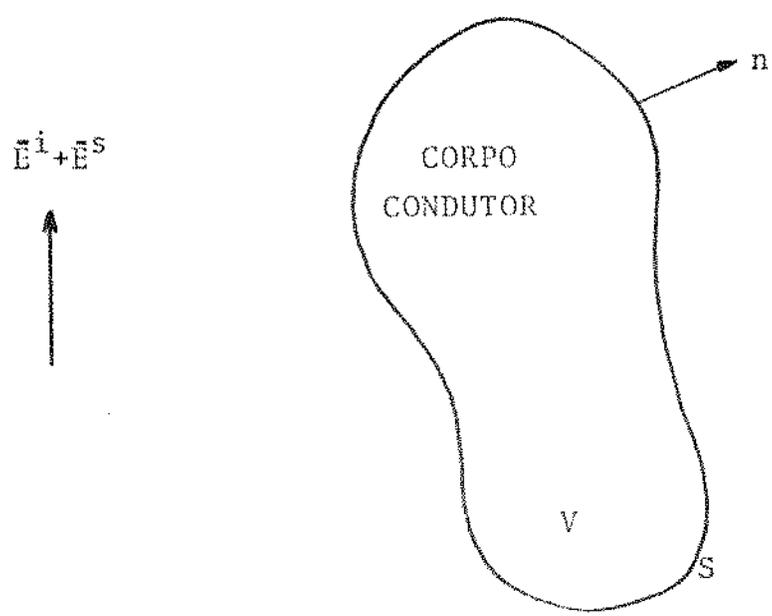


Fig.2.2 - Corpo Condutor e Fonte Externa.

$$L(\bar{J}) = (-\bar{E}^S)_{tg} \quad (2.11)$$

pode-se escrever a equação para  $\bar{J}$  como

$$L(\bar{J}) = (\bar{E}^i)_{tg} \quad (2.12)$$

onde  $(\quad)_{tg}$  significa a componente tangencial da quantidade entre parênteses, em  $S$ .

Um produto interno conveniente para o problema é

$$\langle \bar{J}, \bar{E} \rangle = \iint_S \bar{J} \cdot \bar{E} \, ds \quad (2.13)$$

Nota-se que (2.13) envolve somente componentes tangenciais de  $\bar{E}$ , desde que  $\bar{J}$  é tangencial em  $S$ .

Aplica-se, agora, o método dos momentos em (2.12). Seja  $\bar{J}$  expandida em uma série de funções  $\bar{J}_1, \bar{J}_2, \bar{J}_3, \dots$ , definidas em  $S$ , como

$$\bar{J} = \sum_n I_n \bar{J}_n \quad (2.14)$$

onde os  $I_n$  são coeficientes complexos. Substituindo-se (2.14) em (2.12), e utilizando-se a linearidade de  $L$ , tem-se

$$\sum_n I_n L(\bar{J}_n) = (\bar{E}^i)_{tg} \quad (2.15)$$

Define-se, agora, um conjunto de funções  $\bar{W}_1, \bar{W}_2, \bar{W}_3, \dots$ , que são vetores tangenciais a  $S$ ; isto é, eles são vetores tipo corrente (no método de Galerkin, eles são iguais aos  $\bar{J}_n$ ). 0

método dos momentos requer que (2.15) seja válida para o produto interno com cada  $\bar{W}_m$ ; isto é,

$$\sum_n I_n \langle \bar{W}_m, L(\bar{J}_n) \rangle = \langle \bar{W}_m, \bar{E}^i \rangle \quad (2.16)$$

para todo m. O produto interno envolve somente componentes tangenciais, por isso, torna-se desnecessário o subscrito "tg" em  $\bar{E}^i$ .

Definem-se as matrizes

$$\begin{bmatrix} I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} V_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \bar{W}_1, \bar{E}^i \rangle \\ \langle \bar{W}_2, \bar{E}^i \rangle \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \bar{W}_1, L\bar{J}_1 \rangle & \langle \bar{W}_1, L\bar{J}_2 \rangle & \cdot & \cdot & \cdot \\ \langle \bar{W}_2, L\bar{J}_1 \rangle & \langle \bar{W}_2, L\bar{J}_2 \rangle & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

e reescreve-se (2.16) na forma matricial, como

$$\begin{bmatrix} Z_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_m \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Devido à analogia com as equações de rede, as matrizes  $[Z_{mn}]$ ,  $[I_n]$  e  $[V_m]$  são chamadas matrizes generalizadas de impedância, corrente e voltagem, respectivamente.

A solução para os coeficientes da expansão de  $\tilde{J}$  é dada pela inversão de (2.19), ou

$$[I_n] = [Y_{mn}] [V_m] \quad (2.20)$$

onde

$$[Y_{mn}] = [Z_{mn}]^{-1}$$

é a matriz admitância generalizada. Definindo-se a matriz de funções

$$[\tilde{J}_n] = [\tilde{J}_1 \quad \tilde{J}_2 \quad \tilde{J}_3 \quad \dots] \quad (2.21)$$

pode-se escrever (2.14), como

$$\tilde{J} = [\tilde{J}_n] [I_n] = [\tilde{J}_n] [Y_{mn}] [V_m] \quad (2.22)$$

Este resultado é geralmente aproximado, mas pode ser exato em alguns casos.

Observa-se que o corpo condutor é caracterizado pela matriz impedância generalizada  $[Z]$ , ou pela sua inversa, a matriz admitância generalizada  $[Y]$ . Essas matrizes dependem da geometria do condutor e da frequência, mas não do campo impresso. O campo elétrico impresso determina a voltagem de excitação generalizada  $[V]$  da rede, de acordo com (2.17). A corrente resultante  $[I]$  corresponde à matriz dos coeficientes da expansão da corrente do (2.14).

## 2.5 - POTENCIAL VETOR DE HERTZ

A solução das equações de Maxwell para uma fonte elétrica num meio infinito e homogêneo, de constante dielétrica  $\epsilon$ , permeabilidade  $\mu$  e condutividade  $\sigma=0$ , é facilitada introduzindo-se o potencial vetor de Hertz, do qual os campos eletromagnéticos são realmente calculados.

As equações fundamentais dos campos eletromagnéticos, são

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.23)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (2.24)$$

onde  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  são as intensidades elétrica e magnética vetoriais, respectivamente, e  $\vec{J}$  é o vetor densidade de corrente impressa.

Em um meio homogêneo, a divergência de (2.23) é

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Qualquer vetor com divergência zero pode ser escrito como o rotacional de um outro vetor; então

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.25)$$

onde  $\vec{A}$  é o potencial vetor magnético.

Substituindo-se (2.25) em (2.23), tem-se

$$\nabla \times \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

Um vetor cujo rotacional é zero, é o gradiente de algum escalar, logo

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla \phi \quad (2.26)$$

onde  $\phi$  é o potencial elétrico escalar.

Para obter-se uma equação em  $\vec{A}$ , leva-se (2.25) e (2.26) em (2.24), e como  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  e  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ , obtém-se

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \mu \vec{J} - \mu \epsilon \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.27)$$

A equação acima, por identidade vetorial, pode ser escrita como

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \mu \vec{J} - \mu \epsilon \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.28)$$

Anteriormente, o  $\nabla \times \vec{A}$  foi especificado pela equação (2.25). Pode-se, ainda, escolher livremente o  $\nabla \cdot \vec{A}$ . Utilizando-se a condição de Lorentz

$$\nabla \cdot \vec{A} = -\mu \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.29)$$

a equação (2.28) simplifica-se para

$$\nabla^2 \bar{A} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = -\mu \bar{J} \quad (2.30)$$

que é a equação de Helmholtz.

Para introduzir-se o potencial vetor de Hertz, faz-se

$$\bar{A} = \mu \epsilon \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial t} \quad (2.31)$$

Substituindo-se (2.31) em (2.29) temos o potencial elétrico escalar, em termos do potencial de Hertz, ou

$$\nabla \cdot \bar{\Pi} = -\phi \quad (2.32)$$

As equações dos campos elétrico e magnético são então obtidas de (2.25), (2.26), (2.31) e (2.32), e são dadas por

$$\bar{E} = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{\Pi}}{\partial t^2} + \nabla(\nabla \cdot \bar{\Pi}) \quad (2.33)$$

$$\bar{H} = \epsilon \nabla \times \left( \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial t} \right) \quad (2.34)$$

O potencial vetor de Hertz  $\bar{\Pi}$  satisfaz a seguinte equação [13]

$$\nabla^2 \bar{\Pi} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{\Pi}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon} \bar{P} \quad (2.35)$$

A fonte do vetor elétrico  $\vec{\Pi}$ , e do campo eletromagnético dele derivado, é a distribuição de polarização elétrica  $\vec{P}$ . O vetor  $\vec{P}$  é interpretado como o momento do dipolo elétrico por unidade de volume do meio.

Uma das vantagens de se usar  $\vec{\Pi}$  em lugar de  $\vec{E}$  ou  $\vec{H}$ , é que as componentes retangulares de  $\vec{\Pi}$  tem as componentes retangulares correspondentes de  $\vec{P}$  como suas fontes. Seja uma corrente  $I$  ex tendendo-se sobre um comprimento elementar  $dz$ , formando uma corrente elementar, ou dipolo elétrico de momento  $Idz$ . Toma-se esta corrente elementar na direção  $z$  e situada na origem do sistema de coordenadas, como mostra a Fig.2.3. A corrente está na direção  $z$ , então  $\vec{\Pi}$  tem somente a componente  $z$ ;  $\Pi_z$  satisfaz (2.35) que, para variação com o tempo do tipo  $\exp(-j\omega t)$ , fica

$$\nabla^2 \Pi_z + k^2 \Pi_z = 0 \quad (2.36)$$

em todo o espaço, com exceção da origem, e onde  $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$  é o número de onda do meio no qual a onda se propaga.

A solução, para a situação da Fig.2.3, é dada por [13]

$$\Pi_z = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \frac{e^{jkR}}{R} Idz, \quad R^2 = \rho^2 + z^2 \quad (2.37)$$

Observa-se na equação acima, que o termo  $\exp(jkR)/R$  re apresenta uma onda esférica, caminhando para o infinito. Esse termo pode ser colocado na forma integral, como superposição linear de auto-funções, dadas por

$$\cos n\theta J_n(\lambda\rho) \exp \left[ \pm (\lambda^2 - k^2) z \right] \quad (2.38)$$

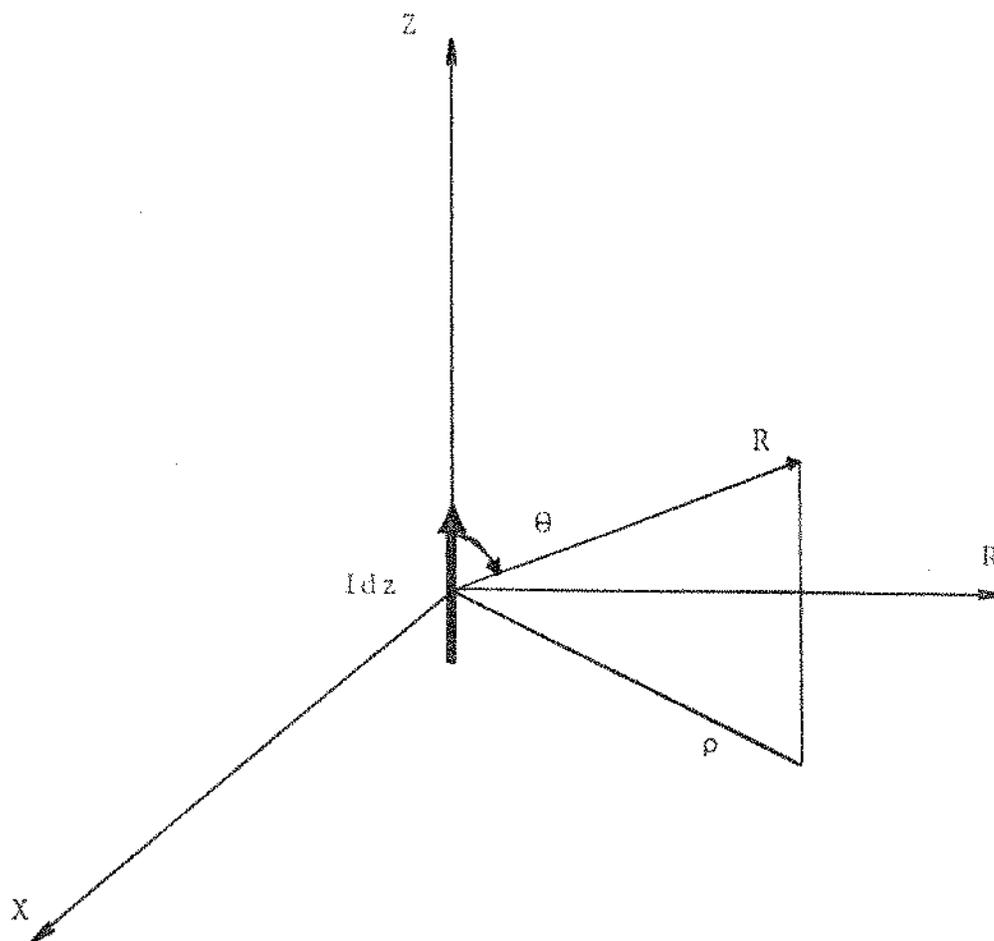


Fig.2.3 - Corrente Elementar na direção  $Z$ , na origem das ordenadas.

onde  $\lambda$  denota os auto-valores, e  $J_n$  é a função de Bessel de primeira espécie e ordem  $n$ .

A expressão para o campo, devido à fonte elementar, é escrita na forma integral, como [11]

$$\frac{e^{jkR}}{R} = \int_0^{\infty} J_0(\lambda\rho) \exp[-\mu|z|] \frac{\lambda}{\mu} d\lambda \quad (2.39)$$

onde  $\mu = (\lambda^2 - k^2)^{1/2}$  é tomado com a parte real positiva, para assegurar a convergência da integral no limite  $z \rightarrow \pm\infty$ . A equação (2.39) também pode ser transformada, de maneira a conter a função de Hankel, para [11]

$$\frac{e^{jkR}}{R} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(1)}(\lambda\rho) \exp[-\mu|z|] \frac{\lambda}{\mu} d\lambda \quad (2.40)$$

Devido à característica assintótica de  $H_0^{(1)}$ , a equação (2.40) tem a vantagem, sobre (2.39), de mostrar que a condição de radiação é satisfeita.

CAPÍTULO III

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

## CAPÍTULO III

### III - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

#### 3.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, obtém-se o potencial vetor de Hertz para uma corrente elementar horizontal localizada em um meio estratificado. A distribuição de corrente, num dipolo coberto com um substrato dielétrico, é calculada aplicando-se o método dos momentos para a equação integral de Pocklington.

#### 3.2 - CORRENTE ELEMENTAR HORIZONTAL NUM MEIO DIVIDIDO EM QUATRO REGIÕES

A Fig.3.1 mostra uma corrente elementar horizontal, orientada na direção  $x$ , e localizada em  $z=z'$ , num meio dividido em quatro regiões. As placas inferior e superior são de espessuras  $h_2$  e  $h_1$ , respectivamente. Assume-se que  $h_2 \leq z' \leq h_1+h_2$ ; o problema do dipolo em microfita coberto com uma camada dielétrica fica caracterizado quando  $z' = h_2$ .

Em termos do potencial vetor de Hertz, os campos eletromagnéticos podem ser obtidos a partir de (2.33) e (2.34). Para uma dependência do tempo da forma  $\exp(-j\omega t)$ , as equações ficam:

$$\vec{E} = k^2 \vec{\Pi} + \nabla(\nabla \cdot \vec{\Pi}) \quad (3.1)$$

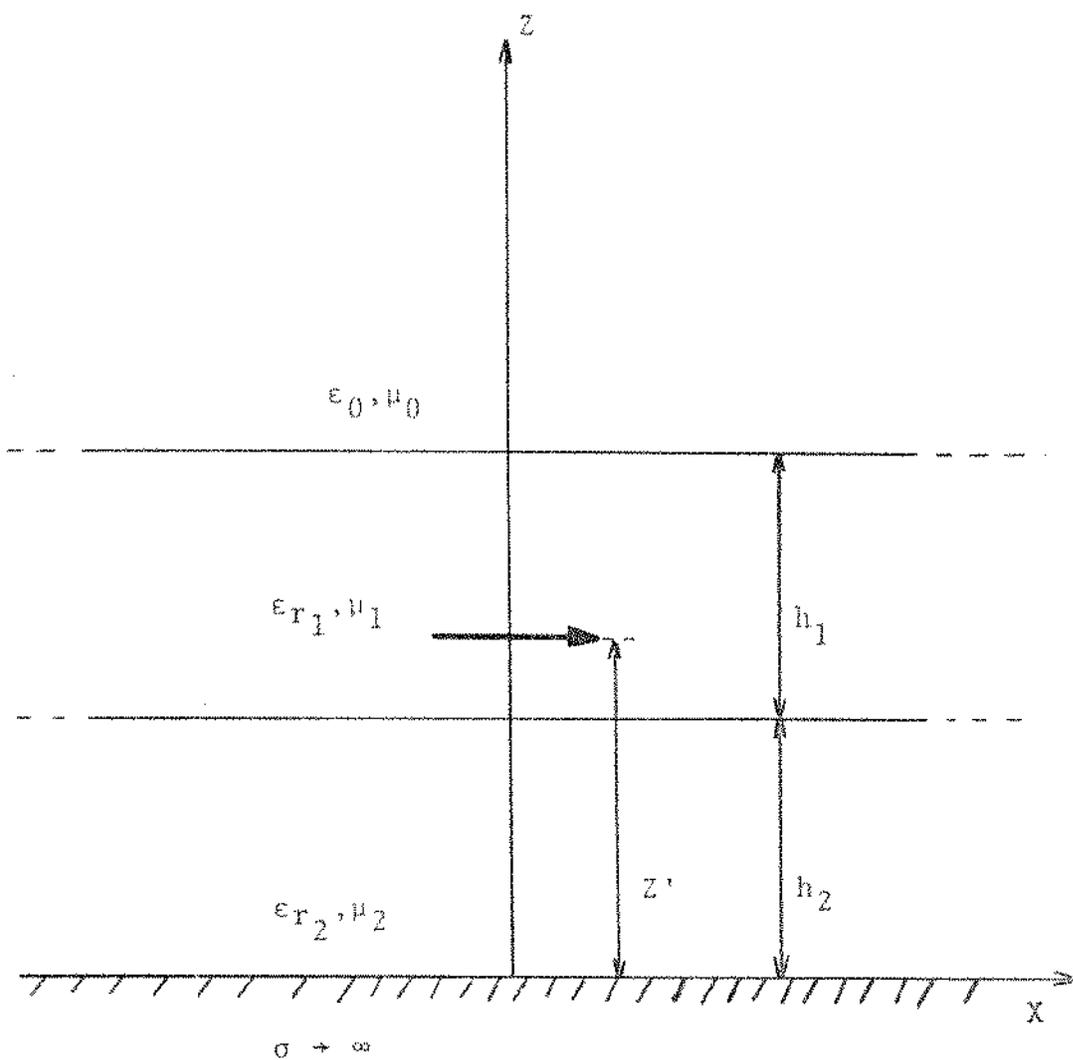


Fig.3.1 - Corrente Elementar Horizontal num Meio Estratificado.

$$\bar{\mathbf{H}} = -j\omega\epsilon\nabla\times\bar{\mathbf{\Pi}} \quad (3.2)$$

As componentes cartesianas  $\Pi_i$  do vetor de Hertz satisfazem a equação de onda escalar  $(\nabla^2+k^2)\Pi_i = 0$ , exceto na região da fonte. Aqui

$$k^2 = \begin{cases} k_0^2 = \omega^2\mu_0\epsilon_0, & z > h_1+h_2 \\ k_1^2 = \omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_{r1}, & h_2 < z < h_1+h_2 \\ k_2^2 = \omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_{r2}, & 0 < z < h_2 \end{cases}$$

Com o objetivo de construir-se uma forma integral apropriada para a solução, deve-se considerar, inicialmente, o campo primário (isto é, todo o espaço preenchido com o dielétrico  $\epsilon_{r1}$ ). Neste caso, de acordo com (2.37), o potencial  $\bar{\mathbf{\Pi}}$  terá somente uma componente em x, dada por

$$\Pi_x^p = K \frac{e^{jk_1 R}}{R} \quad (3.3)$$

onde

$$K = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon_0\epsilon_{r1}}$$

e

$$R = \left[ (z-z')^2 + \rho^2 \right]^{1/2}$$

Usando-se a representação integral (2.39), (3.3) pode ser escrita como

$$\Pi_x^P = K \int_0^{\infty} J_0(\lambda \rho) \exp[-\mu_1 |z-z'|] \frac{\lambda}{\mu_1} d\lambda \quad (3.4)$$

onde  $\mu_1 = (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}$

Para a situação da Fig.3.1, observa-se que, para  $h_2 < z < h_1+h_2$ , é conveniente expressar o vetor de Hertz resultante como a soma dos termos primário e secundário, então

$$\Pi_x^2 = \Pi_x^P + \Pi_x^S, \quad h_2 < z < h_1+h_2$$

A forma integral (3.4) sugere que a influência secundária seja escrita na forma

$$\Pi_x^S = K \int_0^{\infty} [f_2(\lambda) e^{\mu_1 z} + f_3(\lambda) e^{-\mu_1 z}] J_0(\lambda \rho) d\lambda \quad (3.5)$$

onde  $f_2(\lambda)$  e  $f_3(\lambda)$  são determinados a partir das condições de contorno.

Somando-se (3.4) e (3.5), tem-se para  $h_2 < z < h_1+h_2$

$$\Pi_x^2 = K \int_0^{\infty} \left[ \frac{\lambda}{\mu_1} e^{-\mu_1 |z-z'|} + f_2(\lambda) e^{\mu_1 z} + f_3(\lambda) e^{-\mu_1 z} \right] J_0(\lambda \rho) d\lambda \quad (3.6)$$

Para as regiões onde não existe fonte primária, é conveniente escrever-se

$$\Pi_x^1 = K \int_0^{\infty} f_1(\lambda) e^{-\mu_0 z} J_0(\lambda \rho) d\lambda, \quad z > h_1 + h_2 \quad (3.7)$$

$$\Pi_x^3 = K \int_0^{\infty} [f_4(\lambda) e^{\mu_2 z} + f_5(\lambda) e^{-\mu_2 z}] J_0(\lambda \rho) d\lambda, \quad 0 < z < h_2 \quad (3.8)$$

onde  $f_1(\lambda)$ ,  $f_4(\lambda)$  e  $f_5(\lambda)$  são, também, determinados a partir das condições de contorno, e onde

$$\mu_0 = (\lambda^2 - k_0^2)^{1/2}$$

e

$$\mu_2 = (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}$$

Além da componente em x do potencial de Hertz, uma componente em z também é necessária para que as condições de contorno sejam satisfeitas [11]. Para essa componente, as auto-funções (2.38) com  $n=1$ , que são pares sobre  $\vartheta=0$ , são necessárias.

Considerando-se o fato de  $\Pi_z$  não conter fonte primária, tem-se

$$\Pi_z^1 = \cos\vartheta K \int_0^{\infty} g_1(\lambda) e^{-\mu_0 z} J_1(\lambda \rho) d\lambda, \quad z > h_1 + h_2 \quad (3.9)$$

$$\Pi_z^2 = \cos\vartheta K \int_0^{\infty} [g_2(\lambda) e^{\mu_1 z} + g_3(\lambda) e^{-\mu_1 z}] J_1(\lambda \rho) d\lambda, \quad h_2 < z < h_1 + h_2 \quad (3.10)$$

$$\Pi_z^3 = \cos\vartheta K \int_0^{\infty} [g_4(\lambda) e^{\mu_2 z} + g_5(\lambda) e^{-\mu_2 z}] J_1(\lambda \rho) d\lambda, \quad 0 < z < h_2 \quad (3.11)$$

onde  $g_1(\lambda), \dots, g_5(\lambda)$  são determinados das condições de contorno.

As condições de contorno são obtidas das componentes tangenciais dos campos. Para o dipolo elétrico horizontal, considerando-se  $\Pi^i = (\Pi_x^i, \Pi_z^i)$ , tem-se de (3.1)

$$\left. \begin{aligned} E_x &= k_0^2 \Pi_x^1 + \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \bar{\Pi}^1) \\ E_y &= \frac{\partial}{\partial y} (\nabla \cdot \bar{\Pi}^1) \end{aligned} \right\} z \geq h_1 + h_2 \quad (3.12a)$$

$$\left. \begin{aligned} E_x &= k_1^2 \Pi_x^2 + \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \bar{\Pi}^2) \\ E_y &= \frac{\partial}{\partial y} (\nabla \cdot \bar{\Pi}^2) \end{aligned} \right\} h_2 \leq z \leq h_1 + h_2 \quad (3.12b)$$

$$\left. \begin{aligned} E_x &= k_2^2 \Pi_x^3 + \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \bar{\Pi}^3) \\ E_y &= \frac{\partial}{\partial y} (\nabla \cdot \bar{\Pi}^3) \end{aligned} \right\} 0 \leq z \leq h_2 \quad (3.12c)$$

onde  $E_x$  e  $E_y$  são contínuos em  $z=h_2$  e  $z=h_1+h_2$ . Então, das equações acima, obtém-se

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \vec{\Pi}^1 &= \nabla \cdot \vec{\Pi}^2 \\ k_0^2 \Pi_x^1 &= k_1^2 \Pi_x^2 \end{aligned} \right\} z = h_1 + h_2 \quad (3.13a)$$

e

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \vec{\Pi}^2 &= \nabla \cdot \vec{\Pi}^3 \\ k_1^2 \Pi_x^2 &= k_2^2 \Pi_x^3 \end{aligned} \right\} z = h_2 \quad (3.13b)$$

As componentes magnéticas, obtidas de (3.2), são dadas por

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -j\omega\epsilon_0 \frac{\partial \Pi_z^1}{\partial y} \\ H_y &= -j\omega\epsilon_0 \left( \frac{\partial \Pi_x^1}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_z^1}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} z \geq h_1 + h_2 \quad (3.14)$$

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -j\omega\epsilon_0 \epsilon_{r1} \frac{\partial \Pi_z^2}{\partial y} \\ H_y &= -j\omega\epsilon_0 \epsilon_{r1} \left( \frac{\partial \Pi_x^2}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_z^2}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} h_2 \leq z \leq h_1 + h_2 \quad (3.15)$$

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -j\omega\epsilon_0 \epsilon_{r2} \frac{\partial \Pi_z^3}{\partial y} \\ H_y &= -j\omega\epsilon_0 \epsilon_{r2} \left( \frac{\partial \Pi_x^3}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_z^3}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} 0 \leq z \leq h_2 \quad (3.16)$$

Da continuidade de  $\Pi_x$ , tem-se que

$$\Pi_z^1 = \epsilon_{r_1} \Pi_z^2, \quad z = h_1 + h_2 \quad (3.17)$$

$$\epsilon_{r_1} \Pi_z^2 = \epsilon_{r_2} \Pi_z^3, \quad z = h_2 \quad (3.18)$$

e da continuidade de  $\Pi_y$ , tem-se

$$\frac{\partial \Pi_x^1}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_z^1}{\partial x} = \epsilon_{r_1} \left( \frac{\partial \Pi_x^2}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_z^2}{\partial x} \right), \quad z = h_1 + h_2 \quad (3.19)$$

$$\epsilon_{r_1} \left( \frac{\partial \Pi_x^2}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_z^2}{\partial x} \right) = \epsilon_{r_2} \left( \frac{\partial \Pi_x^3}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_z^3}{\partial x} \right), \quad z = h_2 \quad (3.20)$$

As condições (3.17) e (3.18), simplificam (3.19) e (3.20), respectivamente, para

$$\frac{\partial \Pi_x^1}{\partial z} = \epsilon_{r_1} \frac{\partial \Pi_x^2}{\partial z}, \quad z = h_1 + h_2 \quad (3.21)$$

$$\epsilon_{r_1} \frac{\partial \Pi_x^2}{\partial z} = \epsilon_{r_2} \frac{\partial \Pi_x^3}{\partial z}, \quad z = h_2 \quad (3.22)$$

Em  $z = 0$ , o campo elétrico deve ser zero; de (3.12c) obtêm-se

$$\left. \begin{aligned} \Pi_x^3 &= 0 \\ \frac{\partial \Pi_x^3}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} z = 0 \quad (3.23)$$

Então, tem-se as condições (3.13a), (3.13b), (3.21), (3.22) e (3.23) para  $\Pi_x$ , as quais são reescritas abaixo

$$\left. \begin{aligned} \Pi_x^1 &= \epsilon_{r_1} \Pi_x^2 \\ \frac{\partial \Pi_x^1}{\partial z} &= \epsilon_{r_1} \frac{\partial \Pi_x^2}{\partial z} \end{aligned} \right\} z = h_1 + h_2 \quad (3.24a)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{r_1} \Pi_x^2 &= \epsilon_{r_2} \Pi_x^3 \\ \epsilon_{r_1} \frac{\partial \Pi_x^2}{\partial z} &= \epsilon_{r_2} \frac{\partial \Pi_x^3}{\partial z} \end{aligned} \right\} z = h_2 \quad (3.24b)$$

$$\Pi_x^3 = 0, \quad z = 0 \quad (3.24c)$$

Depois de determinado  $\Pi_x$ , obtêm-se  $\Pi_z$  das condições (3.13a), (3.13b), (3.17), (3.18) e (3.23), as quais são repetidas abaixo

$$\left. \begin{aligned} \pi_z^1 &= \epsilon_{r_1} \pi_z^2 \\ \frac{\partial \pi_z^1}{\partial z} - \frac{\partial \pi_z^2}{\partial z} &= \frac{\partial \pi_x^2}{\partial x} - \frac{\partial \pi_x^1}{\partial x} \end{aligned} \right\} z = h_1 + h_2 \quad (3.25a)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{r_1} \pi_z^2 &= \epsilon_{r_2} \pi_z^3 \\ \frac{\partial \pi_z^2}{\partial z} - \frac{\partial \pi_z^3}{\partial z} &= \frac{\partial \pi_x^3}{\partial x} - \frac{\partial \pi_x^2}{\partial x} \end{aligned} \right\} z = h_2 \quad (3.25b)$$

$$\frac{\partial \pi_z^3}{\partial z} = 0 \quad z = 0 \quad (3.25c)$$

Aplicando-se as condições (3.24) em (3.6), (3.7) e (3.8) e fazendo-se  $z' = h_2$ , obtêm-se as seguintes relações entre  $f_1(\lambda), \dots, f_5(\lambda)$ .

$$f_1(\lambda) e^{-\mu_0(h_1+h_2)} = \epsilon_{r_1} \left[ \frac{\lambda}{\mu_1} e^{-\mu_1 h_1} + f_2(\lambda) e^{\mu_1(h_1+h_2)} + f_3(\lambda) e^{-\mu_1(h_1+h_2)} \right] \quad (3.26a)$$

$$f_2(\lambda)e^{\mu_1 h_2} + f_3(\lambda)e^{-\mu_1 h_2} + \frac{\lambda}{\mu_1} \frac{\epsilon_{r_2}}{\epsilon_{r_1}} \left[ f_4(\lambda)e^{\mu_2 h_2} + f_5(\lambda)e^{-\mu_2 h_2} \right] \quad (3.26b)$$

$$\mu_0 f_1(\lambda)e^{-\mu_0(h_1+h_2)} = \epsilon_{r_1} \left[ \lambda e^{-\mu_1 h_1} - \mu_1 f_2(\lambda)e^{\mu_1(h_1+h_2)} + \mu_1 f_3(\lambda)e^{-\mu_1(h_1+h_2)} \right] \quad (3.26c)$$

$$\mu_1 f_2(\lambda)e^{\mu_1 h_2} - \mu_1 f_3(\lambda)e^{-\mu_1 h_2} + \lambda \frac{\epsilon_{r_2}}{\epsilon_{r_1}} \left[ \mu_2 f_4(\lambda)e^{\mu_2 h_2} - \mu_2 f_5(\lambda)e^{-\mu_2 h_2} \right] \quad (3.26d)$$

$$f_4(\lambda) + f_5(\lambda) = 0 \quad (3.26e)$$

Resolvendo-se o sistema de equações acima, obtêm-se

$$f_1(\lambda) = \frac{4\lambda\mu_1\epsilon_{r_1}}{Q(\lambda)} e^{\mu_0(h_1+h_2)} \quad (3.27)$$

$$f_2(\lambda) = \frac{2\lambda(\mu_1-\mu_0)}{Q(\lambda)} e^{-\mu_1(h_1+h_2)} \quad (3.28)$$

$$f_3(\lambda) = \frac{\lambda}{\mu_1 Q(\lambda)} (\mu_1 - \mu_2 \coth \mu_2 h_2) e^{\mu_1 h_2} \left[ (\mu_1 + \mu_0) e^{\mu_1 h_1} + (\mu_1 - \mu_0) e^{-\mu_1 h_1} \right] \quad (3.29)$$

$$f_4(\lambda) = \frac{2\lambda\epsilon_{r_1}}{\epsilon_{r_2}(e^{\mu_2 h_2} - e^{-\mu_2 h_2})Q(\lambda)} \left[ (\mu_1 + \mu_0)e^{\mu_1 h_1} + (\mu_1 - \mu_0)e^{-\mu_1 h_1} \right] \quad (3.30)$$

onde

$$Q(\lambda) = (\mu_1 + \mu_0)(\mu_1 + \mu_2 \coth \mu_2 h_2)e^{\mu_1 h_1} - (\mu_1 - \mu_0)(\mu_1 - \mu_2 \coth \mu_2 h_2)e^{-\mu_1 h_1} \quad (3.31)$$

Aplicando-se as condições (3.25) em (3.9), (3.10) e (3.11), e fazendo-se  $z' = h_2$ , obtêm-se as seguintes relações entre  $g_1(\lambda), \dots, g_5(\lambda)$

$$g_1(\lambda)e^{-\mu_0(h_1+h_2)} = \epsilon_{r_1} \left[ g_2(\lambda)e^{\mu_1(h_1+h_2)} + g_3(\lambda)e^{-\mu_1(h_1+h_2)} \right] \quad (3.32a)$$

$$g_2(\lambda)e^{\mu_1 h_2} + g_3(\lambda)e^{-\mu_1 h_2} = \frac{\epsilon_{r_2}}{\epsilon_{r_1}} \left[ g_4(\lambda)e^{\mu_1 h_2} + g_5(\lambda)e^{-\mu_2 h_2} \right] \quad (3.32b)$$

$$\begin{aligned} \mu_0 g_1(\lambda)e^{-\mu_0(h_1+h_2)} + \mu_1 g_2(\lambda)e^{\mu_1(h_1+h_2)} - \mu_1 g_3(\lambda)e^{-\mu_1(h_1+h_2)} &= \\ &= \lambda \left( \frac{1}{\epsilon_{r_1}} - 1 \right) f_1(\lambda)e^{-\mu_0(h_1+h_2)} \end{aligned} \quad (3.32c)$$

$$\begin{aligned} \mu_1 g_2(\lambda) e^{\mu_1 h_2} - \mu_1 g_3(\lambda) e^{-\mu_1 h_2} - \mu_2 g_4(\lambda) e^{\mu_2 h_2} + \mu_2 g_5(\lambda) e^{-\mu_2 h_2} = \\ = \lambda \left( \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} - 1 \right) f_4(\lambda) \left[ e^{\mu_2 h_2} - e^{-\mu_2 h_2} \right] \end{aligned} \quad (3.32d)$$

$$g_4(\lambda) + g_5(\lambda) = 0 \quad (3.32e)$$

Na obtenção de (3.32c) considerou-se (3.26a), e na obtenção de (3.32d) considerou-se (3.26b) e (3.26e). Do sistema de equações acima, tem-se

$$\begin{aligned} g_1(\lambda) = \frac{4\lambda^2 \mu_1 \epsilon_{r1}}{Q(\lambda)P(\lambda)} e^{\mu_0(h_1+h_2)} \left\{ (1-\epsilon_{r1}) \left[ \left( \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \mu_1 + \mu_2 \tanh \mu_2 h_2 \right) e^{\mu_1 h_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \mu_1 - \mu_2 \tanh \mu_2 h_2 \right) e^{-\mu_1 h_1} \right] + \left( 1 - \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \right) \left[ (\mu_1 + \mu_0) e^{\mu_1 h_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + (\mu_1 - \mu_0) e^{-\mu_1 h_1} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$g_2(\lambda) = \frac{2\lambda^2 e^{-\mu_1 h_2}}{Q(\lambda)P(\lambda)} \left\{ 2\mu_1(1-\epsilon_{r1}) \left( \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \mu_1 + \mu_2 \tanh \mu_2 h_2 \right) + \right. \\ \left. + \left( 1 - \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \right) (\mu_1 - \mu_0 \epsilon_{r1}) e^{-\mu_1 h_1} \left[ (\mu_1 + \mu_0) e^{\mu_1 h_1} + (\mu_1 - \mu_0) e^{-\mu_1 h_1} \right] \right\} \quad (3.34)$$

$$g_3(\lambda) = \frac{2\lambda^2 e^{\mu_1 h_2}}{Q(\lambda)P(\lambda)} \left\{ 2\mu_1(1-\epsilon_{r1}) \left( \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \mu_1 - \mu_2 \tanh \mu_2 h_2 \right) + \right. \\ \left. + \left( 1 - \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \right) (\mu_1 + \mu_0 \epsilon_{r1}) e^{\mu_1 h_1} \left[ (\mu_1 + \mu_0) e^{\mu_1 h_1} + (\mu_1 - \mu_0) e^{-\mu_1 h_1} \right] \right\} \quad (3.35)$$

$$g_4(\lambda) = \frac{2\lambda^2 \epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1} (e^{\mu_2 h_2} + e^{-\mu_2 h_2}) Q(\lambda)P(\lambda)} \left\{ 4\mu_1^2 \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} (1-\epsilon_{r1}) + \left( 1 - \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \right) \left[ (\mu_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \mu_0 \epsilon_{r1}) e^{\mu_1 h_1} + (\mu_1 - \mu_0 \epsilon_{r1}) e^{-\mu_1 h_1} \right] \cdot \left[ (\mu_1 + \mu_0) e^{\mu_1 h_1} + (\mu_1 - \mu_0) e^{-\mu_1 h_1} \right] \right\} \quad (3.36)$$

onde  $Q(\lambda)$  é dado por (3.31) e

$$P(\lambda) = (\mu_1 + \mu_0 \epsilon_{r_1}) \left( \frac{\epsilon_{r_2}}{\epsilon_{r_1}} \mu_1 + \mu_2 \tanh \mu_2 h_2 \right) e^{\mu_1 h_1} -$$

$$-(\mu_1 - \mu_0 \epsilon_{r_1}) \left( \frac{\epsilon_{r_2}}{\epsilon_{r_1}} \mu_1 - \mu_2 \tanh \mu_2 h_2 \right) e^{-\mu_1 h_1} \quad (3.37)$$

Para obter-se a distribuição de corrente na antena, necessita-se apenas do conhecimento do potencial de Hertz na região da fonte, dado por  $\vec{\Pi}^2 = (\Pi_x^2, \Pi_z^2)$ . Substituindo-se (3.28) e (3.29) em (3.6), (3.34) e (3.35) em (3.10), as componentes de  $\vec{\Pi}$ , em  $z = z' = h_2$ , são dadas por

$$\Pi_x^2 = \lim_{z \rightarrow h_2} 2K \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda \rho) \lambda}{Q(\lambda)} \left[ (\mu_1 + \mu_0) e^{-\mu_1 (z - h_1 - h_2)} + (\mu_1 - \mu_0) e^{\mu_1 (z - h_1 - h_2)} \right] d\lambda$$

(3.38)

$$\Pi_z^2 = \lim_{z \rightarrow h_2} 2K \int_0^\infty \frac{J_1(\lambda \rho) \lambda^2 \cos \theta}{Q(\lambda) P(\lambda)} \left[ f_+(\lambda) e^{\mu_1 (z - h_2)} + f_-(\lambda) e^{-\mu_1 (z - h_2)} \right] d\lambda$$

(3.39)

onde  $Q(\lambda)$  e  $P(\lambda)$  são dados por (3.31) e (3.37), respectivamente e

$$f_+(\lambda) = 2\mu_1(1-\epsilon_{r1}) \left( \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \mu_1 + \mu_2 \tanh \mu_2 h_2 \right) + \left( 1 - \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \right) (\mu_1 - \mu_0 \epsilon_{r1}) e^{-\mu_1 h_1} \left[ (\mu_1 + \mu_0) e^{\mu_1 h_1} + (\mu_1 - \mu_0) e^{-\mu_1 h_1} \right] \quad (3.40)$$

$$f_-(\lambda) = 2\mu_1(1-\epsilon_{r1}) \left( \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \mu_1 - \mu_2 \tanh \mu_2 h_2 \right) + \left( 1 - \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \right) (\mu_1 + \mu_0 \epsilon_{r1}) e^{\mu_1 h_1} \left[ (\mu_1 + \mu_0) e^{\mu_1 h_1} + (\mu_1 - \mu_0) e^{-\mu_1 h_1} \right] \quad (3.41)$$

### 3.3 - EQUAÇÃO INTEGRAL DE POCKLINGTON

A equação integral de Pocklington, é uma das mais comuns para o tratamento de problemas de antenas. Seja um fio perfeitamente condutor e de raio muito menor que o comprimento de onda no espaço livre ( $a \ll \lambda_0$ ); nestas condições, somente a componente axial da corrente será de importância [14]. Para a situação da Fig.3.1, o vetor de Hertz  $\bar{\Pi}$  é dado, com o índice (2) evitado, por

$$\bar{\Pi} = \Pi_x \bar{a}_x + \Pi_z \bar{a}_z \quad (3.42)$$

Substituindo-se (3.42) em (3.1), a componente do campo elétrico, na direção da corrente  $\vec{e}$

$$E_x = k^2 \Pi_x + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \quad (3.43)$$

Se considera-se o potencial de Hertz obtido a partir de uma corrente elementar  $Jdv'$ , a equação acima torna-se [15].

$$dE_x = \left[ k^2 \Pi_x + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \right] Jdv' \quad (3.44)$$

onde, agora, as componentes de  $\bar{\Pi}$  são devidas a uma corrente elementar, ou dipolo elétrico, e são dadas por (3.38) e (3.39).

A contribuição para o campo total é a integral sobre o volume do fio, ou seja

$$E_x = \iiint_{V'} \left[ k^2 \Pi_x + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \right] Jdv' \quad (3.45)$$

Como o fio tem condutividade infinita, a corrente no fio é superficial, e (3.45) reduz-se a

$$E_x = \oint_C \int_{-L/2}^{L/2} \left[ k^2 \Pi_x + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \right] J_s dx' d\phi' \quad (3.46)$$

onde  $C$  é a curva sobre a seção transversal da superfície do fio, de comprimento  $L$ .

Como  $a \ll \lambda_0$ , a distribuição de corrente é uniforme com respeito a  $\phi'$ , então (3.46) pode ser reduzida a uma integral de linha da corrente, ou

$$E_x = \int_{-L/2}^{L/2} \left[ k^2 \Pi_x + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \right] I(x') dx' \quad (3.47)$$

O campo  $E_x$  em (3.47) pode ser identificado com o negativo do campo espalhado  $E_x^s$ . Isto é,  $E_x^s$  é o campo irradiado no espaço pela corrente equivalente  $I(x')$ . O outro campo presente é o campo incidente ou impresso  $E_x^i$ . Para um fio perfeitamente condutor, a soma dos campos espalhados e incidente é zero na superfície do fio. Então  $-E_x^s = E_x^i$ , e (3.47) é escrita como

$$E_x^i = \int_{-L/2}^{L/2} \left[ k^2 \Pi_x + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \right] I(x') dx' \quad (3.48)$$

A equação acima é conhecida como equação integral de Pocklington. Ela é do tipo de (2.12), e, então, pode ser resolvida numericamente através do método dos momentos.

### 3.4 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS MOMENTOS NA EQUAÇÃO INTEGRAL DE POCKLINGTON

Com o objetivo de se resolver a equação (3.48) de acordo com o método dos momentos, o dipolo é dividido em  $N$  segmentos

iguais. A corrente deve ser expandida em funções convenientes. Expansão em funções senoidais, do tipo (2.10), é escolhida, pois apresenta vantagens [9]

1. As condições de contorno de corrente zero nos finais do dipolo são automaticamente satisfeitas;
2. Uma expansão em forma fechada para o campo é obtida;
3. A impropriedade da função de Green, que ocorre quando  $z \rightarrow h_2$ , é removida.

A forma da n-ésima função expansão, centrado sobre  $x_n$ , é

$$I(x') = \begin{cases} I_n \left[ \frac{\text{sen} k_1 (d - |x' - x_n|)}{\text{sen} k_1 d} \right], & |x - x_n| \leq d \\ 0 & , \text{ fora} \end{cases} \quad (3.49)$$

onde  $d$  é o comprimento de cada segmento, dado por  $d = L/N$ .

Substituindo-se os N-1 termos da expansão da corrente (3.49) em (3.48), tem-se

$$E_x = \frac{1}{\text{sen} k_1 d} \sum_{n=2}^N I_n \left\{ \int_{x_{n-1}}^{x_n} \text{sen} k_1 (d + x' - x_n) \left[ k^2 \Pi_x + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \right] dx' + \int_{x_n}^{x_{n+1}} \text{sen} k_1 (d - x' + x_n) \left[ k^2 \Pi_x + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \right] dx' \right\} \quad (3.50)$$

A equação acima pode ser escrita de forma mais conveniente; sejam as seguintes integrais

$$I_1 = \int_{x_{n-1}}^{x_n} \text{sen}k_1(d+x'-x_n) \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} dx' \quad (3.51a)$$

$$I_2 = \int_{x_{n-1}}^{x_n} \text{sen}k_1(d+x'-x_n) \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} dx' \quad (3.51b)$$

$$I_3 = \int_{x_n}^{x_{n+1}} \text{sen}k_1(d-x'+x_n) \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} dx' \quad (3.51c)$$

$$I_4 = \int_{x_n}^{x_{n+1}} \text{sen}k_1(d-x'+x_n) \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} dx' \quad (3.51d)$$

Notando-se que  $\frac{\partial}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x'}$ , as integrais acima podem ser calculados por partes, dando

$$I_1 = -\text{sen}(k_1 d) \left. \frac{\partial \Pi_x}{\partial x} \right|_{x_n} - k_1 \cos(k_1 d) \Pi_x \Big|_{x_n} + k_1 \Pi_x \Big|_{x_{n-1}} -$$

$$-k_1^2 \int_{x_{n-1}}^{x_n} \text{sen} k_1 (d+x'-x_n) \Pi_x dx' \quad (3.52a)$$

$$I_2 = \text{sen}(k_1 d) \left. \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right|_{x_n} + k_1 \cos(k_1 d) \Pi \Big|_{x_n} - k_1 \Pi \Big|_{x_{n-1}} +$$

$$+k_1^2 \int_{x_{n-1}}^{x_n} \text{sen} k_1 (d+x'-x_n) \Pi dx' \quad (3.52b)$$

$$I_3 = \text{sen}(k_1 d) \left. \frac{\partial \Pi_x}{\partial x} \right|_{x_n} + k_1 \Pi_x \Big|_{x_{n+1}} - k_1 \cos(k_1 d) \Pi_x \Big|_{x_n} -$$

$$-k_1^2 \int_{x_n}^{x_{n+1}} \text{sen} k_1 (d-x'+x_n) \Pi_x dx' \quad (3.52c)$$

$$I_4 = -\text{sen}(k_1 d) \frac{\partial \Pi}{\partial x} \Big|_{x_n}^{x_{n+1}} - k_1 \Pi \Big|_{x_n}^{x_{n+1}} + k_1 \cos(k_1 d) \Pi \Big|_{x_n}^{x_{n+1}} +$$

$$+ k_1^2 \int_{x_n}^{x_{n+1}} \text{sen} k_1 (d - x' + x_n) \Pi dx' \quad (3.52d)$$

Para a obtenção de (3.52), utilizou-se a seguinte condição

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z} = \frac{\partial \Pi}{\partial x'} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x} \quad (3.53)$$

Substituindo-se (3.52) em (3.50), e como  $x_n - d = x_{n-1}$  e  $x_n + d = x_{n+1}$ , a expressão final para o campo, em  $z=h_2$ , fica

$$E_x(x, y, h_2) = \frac{k_1}{\text{sen} k_1 d} \sum_{n=2}^N I_n \left\{ \Pi_x \Big|_{x_{n-1}}^{x_n} + \Pi_x \Big|_{x_{n+1}}^{x_n} - 2 \cos(k_1 d) \Pi_x \Big|_{x_n}^{x_{n+1}} + \right.$$

$$\left. + 2 \cos(k_1 d) \Pi \Big|_{x_n}^{x_{n+1}} - \Pi \Big|_{x_{n-1}}^{x_n} - \Pi \Big|_{x_{n+1}}^{x_n} + \right.$$

$$\left. + k_1 \left[ \int_{x_{n-1}}^{x_n} \text{sen} k_1 (x' - x_{n-1}) \Pi dx' + \int_{x_n}^{x_{n+1}} \text{sen} k_1 (x_{n+1} - x') \Pi dx' \right] \right\} \quad (3.54)$$

onde  $\Pi_x$  é dado por (3.38), e  $\Pi$  obtém-se substituindo (3.39) em (3.53), dando

$$\Pi = \lim_{z \rightarrow h_2} K \int_0^{\infty} \left[ f_+(\lambda) e^{\mu_1(z-h_2)} - f_-(\lambda) e^{-\mu_1(z-h_2)} \right] \frac{J_0(\lambda \rho) \mu_1 d\lambda}{\lambda} \quad (3.55)$$

com  $f_+(\lambda)$  e  $f_-(\lambda)$  dados por (3.40) e (3.41), respectivamente, e

$$\rho = \left[ (x-x')^2 + y^2 \right]^{1/2}$$

Observa-se que a expressão (3.54) não contém derivados de  $\Pi_x$  e  $\Pi_z$ , presentes em (3.50). Essas derivadas resultam em integrais impróprias quando  $z = h_2$ , porque divergem quando  $\lambda \rightarrow \infty$ . A expressão para  $E_x$  está, assim, em forma fechada, pois envolve integrais que são convergentes.

O método de Galerkin é utilizado na escolha das funções teste. Cada lado de (3.54) é multiplicado por funções testes dadas por (3.49), com o subscrito  $n$  substituído por  $m$ , e a variável  $x'$  por  $x$ . A integração com respeito a  $x$  reduz o problema para a forma matricial.

$$[V] = [I] [Z]$$

onde  $[I]$  está relacionado com as correntes nas subsecções, e  $[V]$  com a coluna de excitação eletromagnética. Dependendo do ponto de alimentação, a voltagem de excitação correspondente é feita unitária

na coluna de excitação. Os elementos da matriz impedância são dados por

$$\begin{aligned}
 Z_{mn} = & \int_{x_{m-1}}^{x_{m+1}} \frac{k_1 \operatorname{sen} k_1 (d - |x - x_m|)}{[\operatorname{sen} k_1 d]^2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \Pi_x \Big|_{x_{n-1}} + \Pi_x \Big|_{x_{n+1}} - \\ - 2 \cos(k_1 d) \Pi_x \Big|_{x_n} + 2 \cos(k_1 d) \Pi \Big|_{x_n} - \Pi \Big|_{x_{n-1}} - \Pi \Big|_{x_{n+1}} + \\ + k_1 \left[ \int_{x_{n-1}}^{x_n} \operatorname{sen} k_1 (x' - x_{n-1}) \Pi dx' + \int_{x_n}^{x_{n+1}} \operatorname{sen} k_1 (x_{n+1} - x') \Pi dx' \right] \end{array} \right\} dx \quad (3.56)
 \end{aligned}$$

As integrais (3.38) e (3.55) são do tipo Sommerfeld; o cálculo dessas integrais será tratado no próximo capítulo.

CAPÍTULO IV

CÁLCULO DAS INTEGRAIS DE SOMMERFELD

## CAPÍTULO IV

### IV - CÁLCULO DAS INTEGRAIS DE SOMMERFELD

#### 4.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo trata da integração das funções de Green, obtidas a partir da corrente elementar horizontal, localizada em um meio estratificado. Essas integrais são de convergência lenta quando calculadas no ponto  $z = h_2$ . As integrais são divididas em segmentos, que são resolvidos numérica e analiticamente. A parte numérica é realizada utilizando-se sub-rotina de integração numérica em quadratura Gaussiana com 12 pontos. A parte analítica é feita transformando-se o integrando em uma série altamente convergente, que pode ser integrada termo a termo.

#### 4.2 - INTEGRAIS DE SOMMERFELD

As integrais dadas por (3.38) e (3.55) são integrais do tipo Sommerfeld; elas não estão ainda inteiramente determinadas devido às raízes quadradas

$$\mu_0 = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2} \tag{4.1}$$

$$\mu_1 = \sqrt{\lambda^2 - \epsilon_{r1} k_0^2} \tag{4.2}$$

$$\mu_2 = \sqrt{\lambda^2 - \epsilon_{r_2} k_0^2} \quad (4.3)$$

contidos no integrando, e que podem assumir valores positivo e negativo. Observa-se, no entanto, que o sinal escolhido para os radicais  $\mu_1$  e  $\mu_2$  não afeta os integrandos, porque eles são funções pares de  $\mu_1$  e  $\mu_2$ .

Para o radical dado por (4.1), ramificação que produz uma onda propagando-se para o infinito, ou onda atenuada, deve ser escolhida. Observando-se o sinal em (3.4), que se refere a  $\mu_1$ , mas que também se aplica a  $\mu_0$ , as condições são satisfeitas se

$$\operatorname{Re} [\mu_0] > 0$$

$$\operatorname{Im} [\mu_0] < 0$$

Os integrandos em (3.38) e (3.55) são funções de duplo valor de  $\lambda$  devido às duas ramificações da função  $\mu_0$ . Os pontos de ramificação estão localizados em

$$\lambda = \pm k_0$$

O plano complexo  $\lambda$  deve ser cortado por duas linhas de ramificação, iniciando nos pontos de ramificação, e terminando no infinito, para que os integrandos tenham um único valor. A escolha do corte de ramificação é arbitrária, a menos que ele não intercepte o caminho de integração. Uma possível construção dos cortes de ramificação e do caminho de integração é mostrada na Fig. 4.1. As integrais (3.38) e (3.55) estão, agora, completamente especificadas.

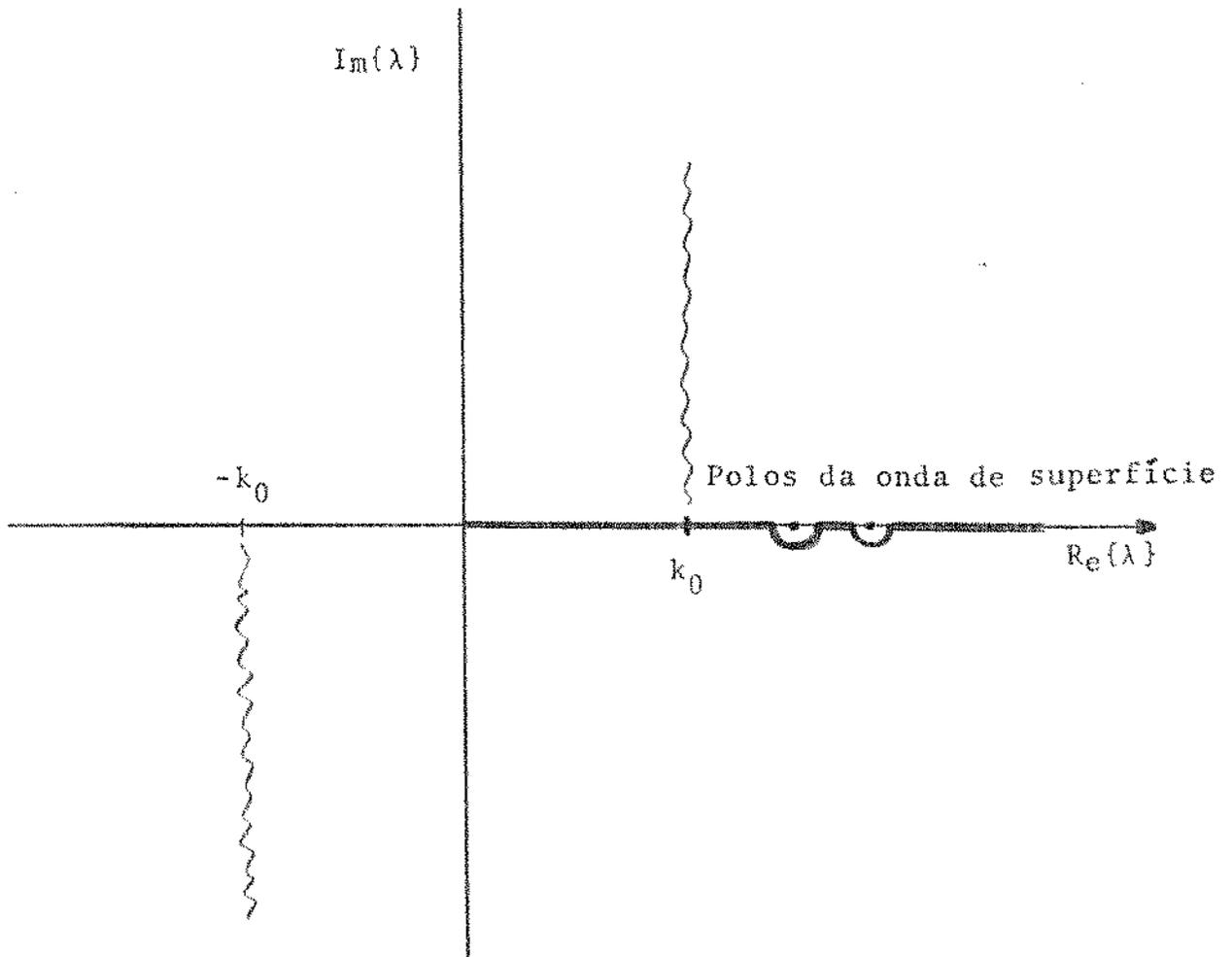


Fig.4.1 - Caminho de Integração.

Os integrandos em (3.38) e (3.55) apresentam, também, singularidades devidas aos polos da onda de superfície. Os modos (TE e TM) das ondas de superfície são definidos, respectivamente, pelas raízas das equações

$$(\mu_1 + \mu_0)(\mu_1 + \mu_2 \coth \mu_2 h_2) e^{\mu_1 h_1} - (\mu_1 - \mu_0)(\mu_1 - \mu_2 \coth \mu_2 h_2) e^{-\mu_1 h_2} = 0 \quad (4.4)$$

e

$$(\mu_1 + \mu_0 \epsilon_{r1}) \left( \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \mu_1 + \mu_2 \tanh \mu_2 h_2 \right) e^{\mu_1 h_1} - (\mu_1 - \mu_0 \epsilon_{r1}) \left( \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \mu_1 - \mu_2 \tanh \mu_2 h_2 \right) e^{-\mu_1 h_2} = 0 \quad (4.5)$$

A determinação das raízes, de (4.4) e (4.5) pode ser realizada numericamente usando-se o método de quadratura de Newton-Raphson. O número de modos excitados depende das espessuras dos substratos  $h_1$  e  $h_2$ , de suas constantes dielétricas  $\epsilon_{r1}$  e  $\epsilon_{r2}$ , e da frequência de operação. Embora a espessura do substrato de antenas em microfita seja escolhida muito menor que o comprimento de onda, o modo fundamental da onda de superfície tem frequência de corte zero [16], e então está sempre presente no substrato. A cobertura dielétrica pode introduzir modos superiores, tornando-se significativa para a determinação das características da antena.

Quando a antena é impressa no substrato, em  $z = h_2$ , as integrais (3.38) e (3.55) são do tipo

$$I = \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda)}{g(\lambda)} d\lambda \quad (4.6)$$

A integração ao longo do intervalo  $0 < \lambda < \infty$  é realizada calculando-se o valor de Cauchy da integral, na vizinhança das raízes dos modos da onda de superfície. Para valores de  $\epsilon_{r1}$  e  $\epsilon_{r2}$  reais, essas raízes estão localizadas no segmento  $k_0 < \lambda < \sqrt{\epsilon_{r2}} k_0$ . A integral (4.6), desta maneira, resulta em

$$I = \left\{ \int_0^{k_0} + \int_{k_0}^{\sqrt{\epsilon_{r2}} k_0} + \int_{\sqrt{\epsilon_{r2}} k_0}^R + \int_R^{\infty} \right\} \frac{f(\lambda) d\lambda}{g(\lambda)} + j\pi \Sigma \text{ Resíduos} \quad (4.7)$$

O segundo termo em (4.7) é devido às singularidades dos polos, e contribui para a resistência de radiação. Os resíduos são dados por

$$\text{Res} = \left. \frac{f(\lambda)}{g'(\lambda)} \right|_{\lambda = \lambda_p} \quad (4.8)$$

onde

$$g'(\lambda) = 2\lambda \left\{ \cosh \mu_1 h_1 \left[ \frac{\mu_1 + \mu_0}{\mu_0 \mu_1} + \mu_1 h_1 + \mu_1 h_2 (1 - \coth^2 \mu_2 h_2) + \coth \mu_2 h_2 \left( \frac{\mu_2}{\mu_1} + \frac{\mu_1}{\mu_2} + \frac{\mu_0 \mu_2 h_1}{\mu_1} \right) \right] + \sinh \mu_1 h_1 \left[ 2 - \mu_0 h_1 + \mu_0 h_2 (1 - \coth^2 \mu_2 h_2) + \coth \mu_2 h_2 \left( \frac{\mu_0}{\mu_2} + \frac{\mu_2}{\mu_0} - \mu_2 h_1 \right) \right] \right\} \quad (4.9)$$

para modos TE, e

$$\begin{aligned}
 g'(\lambda) = 2\lambda \left\{ \cosh \mu_1 h_2 \left[ \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \mu_1 + \epsilon_{r2} \frac{\mu_0}{\mu_1} + \mu_1 h_2 \operatorname{sech}^2 \mu_2 h_2 + \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} h_1 \mu_2 + \right. \right. \\
 \left. \left. + \tanh \mu_2 h_2 \left( \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_2 \mu_1} + \frac{\epsilon_{r1} \mu_0 \mu_2 h_1}{\mu_1} \right) \right] + \sinh \mu_1 h_1 \left[ 2 \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} - \epsilon_{r2} \mu_0 h_1 + \right. \right. \\
 \left. \left. + \epsilon_{r1} \mu_0 h_2 \operatorname{sech}^2 \mu_2 h_2 + \epsilon_{r1} \tanh \mu_2 h_2 \left( \frac{\mu_0 + \mu_2}{\mu_2 \mu_0} - \frac{\mu_2 h_1}{\epsilon_{r1}} \right) \right] \right\} \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

para modos TM.

As integrais em (4.7) são calculadas da seguinte maneira:

- 1)  $0 < \lambda < k_0$ : Integração numérica, utilizando-se a fórmula em quadratura Gaussiana com 12 pontos, é realizada neste intervalo. A integral contribui para a resistência de radiação e para a parte reativa da impedância de entrada.
- 2)  $k_0 < \lambda < \sqrt{\epsilon_{r2}} k_0$ : O integrando tem polos neste intervalo. Os polos correspondem aos modos da onda de superfície excitadas pela antena e devem ser evitadas no caminho de integração, conforme a Fig.4.1.

A integral pode ser escrita como

$$\int_{k_0}^{\sqrt{\epsilon_{r_2}} k_0} \frac{f(\lambda)}{g(\lambda)} d\lambda = \int_{k_0}^{\lambda_p - \epsilon} \frac{f(\lambda)}{g(\lambda)} d\lambda + \int_{\lambda_p - \epsilon}^{\lambda_p + \epsilon} \frac{f(\lambda)}{g(\lambda)} d\lambda + \int_{\lambda_p + \epsilon}^{\sqrt{\epsilon_{r_2}} k_0} \frac{f(\lambda)}{g(\lambda)} d\lambda \quad (4.11)$$

Em (4.11) o integrando é singular no intervalo  $\lambda_p - \epsilon < \lambda < \lambda_p + \epsilon$ . A singularidade é subtraída na integração numérica, de modo a transformar o integrando numa função suave próximo de  $\lambda_p$ . Isso é feito fazendo-se

$$\int_{\lambda_p - \epsilon}^{\lambda_p + \epsilon} \frac{f(\lambda)}{g(\lambda)} d\lambda = \int_{\lambda_p - \epsilon}^{\lambda_p + \epsilon} \left[ \frac{f(\lambda)}{g(\lambda)} - \frac{\text{Res}}{\lambda - \lambda_p} \right] d\lambda \quad (4.12)$$

onde Res é dado por (4.8).

3)  $\sqrt{\epsilon_{r_2}} k_0 < \lambda < R$ : Integração numérica ainda é utilizada neste intervalo. A escolha do número R depende principalmente da espessura  $h_2$  e da constante dielétrica  $\epsilon_{r_2}$  do substrado inferior. O fator R deve satisfazer

$$\coth \left[ \sqrt{\lambda^2 - \epsilon_{r_2} k_0^2} \cdot h_2 \right] = 1. , \text{ para todo } \lambda > R \quad (4.13)$$

4)  $R < \lambda < \infty$ : Neste intervalo, o uso de (4.13) simplifica os integrandos de (3.38) e (3.55) para expressões que envolvem os radicais  $\mu_1$  e  $\mu_2$ . As integrais ficam

$$I_1 = 2K \int_R^{\infty} \frac{J_0(\lambda\rho)\lambda}{\mu_1^{\nu_1+\nu_2}} d\lambda \quad (4.14)$$

e

$$I_2 = 2K \int_R^{\infty} \frac{(\epsilon_{r_2} - \epsilon_{r_1})}{(\epsilon_{r_2} + \epsilon_{r_1})} \frac{J_0(\lambda\rho)\lambda}{\mu_1^{\nu_1+\nu_2}} d\lambda \quad (4.15)$$

para (3.38) e (3.55), respectivamente.

Observa-se que, a menos de uma constante, (4.14) e (4.15) são semelhantes. Então, ambas podem ser resolvidas da mesma maneira. A integral (4.14), substituindo-se os radicais  $\mu_1$  e  $\mu_2$  por seus valores dados em (4.2) e (4.3), torna-se

$$I_1 = K \int_R^{\infty} J_0(\lambda\rho) \left[ \frac{2\lambda}{(\lambda^2 - \epsilon_{r_1} k_0^2)^{1/2} + (\lambda^2 - \epsilon_{r_2} k_0^2)^{1/2}} \right] d\lambda \quad (4.16)$$

Expandindo-se em sêrie binomial os dois termos do denominador de (4.16), encontra-se

$$(\lambda^2 - \epsilon_{r_1} k_0^2)^{1/2} = \lambda \left[ 1 - \frac{\epsilon_{r_1} k_0^2}{2\lambda^2} - \frac{\epsilon_{r_1}^2 k_0^4}{8\lambda^4} - \frac{\epsilon_{r_1}^3 k_0^6}{16\lambda^6} - \dots \right] \quad (4.17)$$

$$(\lambda^2 - \epsilon_{r_2} k_0^2)^{1/2} = \lambda \left[ 1 - \frac{\epsilon_{r_2}}{2} \frac{k_0^2}{\lambda} - \frac{\epsilon_{r_2}^2}{8} \frac{k_0^4}{\lambda^4} - \frac{\epsilon_{r_1}^3}{16} \frac{k_0^6}{\lambda^6} - \dots \right] \quad (4.18)$$

Somando-se algebricamente (4.16) e (4.17), tem-se

$$(\lambda^2 - \epsilon_{r_1} k_0^2)^{1/2} + (\lambda^2 - \epsilon_{r_2} k_0^2) = 2\lambda \left[ 1 - \frac{(\epsilon_{r_1} + \epsilon_{r_2})}{4} \frac{k_0^2}{\lambda^2} - \frac{(\epsilon_{r_1}^2 + \epsilon_{r_2}^2)}{8} \frac{k_0^4}{\lambda^4} - \frac{(\epsilon_{r_1}^3 + \epsilon_{r_2}^3)}{16} \frac{k_0^6}{\lambda^6} - \dots \right] \quad (4.19)$$

Levando-se (4.19) em (4.16), encontra-se que (4.14) é dada por

$$I_1 = \int_R^{\infty} d\lambda J_0(\lambda \rho) \left[ 1 + \frac{XL}{\lambda^2} + \frac{XT}{\lambda^4} + \frac{XC}{\lambda^6} + \dots \right] \quad (4.20)$$

onde

$$XL = L k_0^2$$

$$XT = (L^2 + M) k_0^4$$

$$XC = (L^3 + 2LM + N) k_0^6$$

com

$$L = (\epsilon_{r_1} + \epsilon_{r_2})/4$$

$$M = (\epsilon_{r_1}^2 + \epsilon_{r_2}^2)/16$$

$$N = (\epsilon_{r_1}^3 + \epsilon_{r_2}^3) / 32$$

O integrando em (4.20) fica reduzido a uma série altamente convergente, e integração analítica pode ser realizada termo a termo, resultando em

$$I_1 = K \left\{ \frac{1}{\rho} \left[ 1 - \int_0^{\rho R} J_0(y) dy \right] + XLI_2 + XTI_4 + XCI_6 \right\} \quad (4.21)$$

onde

$$I_2 = \frac{\rho J_0(y)}{y} \Big|_{y=\rho R} \quad (4.22)$$

$$I_4 = \rho^3 \left\{ \frac{J_0(y)}{3y} \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{y^2} \right) - \frac{J_1(y)}{9y^2} \right\} \Big|_{y=\rho R} \quad (4.23)$$

$$I_6 = \rho^5 \left\{ \frac{J_1(y)}{25y^2} \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{y^2} \right) - \frac{J_0(y)}{5y} \left( \frac{1}{45} + \frac{1}{15y^2} - \frac{1}{y^4} \right) \right\} \Big|_{y=\rho R} \quad (4.24)$$

CAPÍTULO V

RESULTADOS NUMÉRICOS

## V - RESULTADOS NÚMÉRICOS

### 5.1 - INTRODUÇÃO

Com base na análise desenvolvida anteriormente, cálculos numéricos foram realizados utilizando-se programa em computador digital. O efeito da espessura e da permissividade relativa da cobertura dielétrica foi determinado para um dipolo impresso em um substrato de poliestireno ( $\epsilon_{r2} = 2,6$ ) e espessura  $h_2 = 0,112\lambda_0$ . Para a aplicação do método dos momentos, o dipolo foi dividido em 16 segmentos. Testes de convergência, com o dipolo dividido em 32 segmentos, foram realizados, conduzindo, praticamente, aos mesmos resultados, confirmando como satisfatória a nossa escolha de 16 segmentos. Os dados obtidos mostram que a distribuição de corrente e a impedância de entrada são sensíveis à variação nos parâmetros da cobertura dielétrica. Nas curvas apresentadas, o conjugado da impedância de entrada é tomado para que ela seja igualmente definida como é feito normalmente em circuitos elétricos, tendo em vista que assume-se  $\exp(-j\omega t)$  nessa análise. Por conveniência as dimensões foram normalizadas em relação ao comprimento de onda no espaço livre.

### 5.2 - IMPEDÂNCIA DE ENTRADA

O problema da distribuição de corrente num dipolo em microfita foi formulado nos capítulos anteriores. A solução descrita usa função expansão senoidal e método de Galerkin, enquanto que o dipolo é suposto ser excitado por uma fonte ideal, com o gerador de "gap" delta. Se o comprimento do "gap" de excitação for menor que  $0,1\lambda_0$ , a impedância de entrada não será crítica [9]. Nos cálculos da distribuição de corrente, a variação circunferencial da antena foi desprezada, devido ao fato de, se um dispositivo for usado para medir a impedância, ele será insensível à variação circunferencial da corrente, quando o fio for muito fino [14]. Para os

resultados mostrados escolheu-se um dipolo de raio  $a = 0,0005\lambda_0$ .

A impedância de entrada da antena, para uma excitação de entrada de 1. V, é dada por

$$Z_{in} = \frac{1,0}{I_{in}}$$

onde  $I_{in}$  é a corrente nos terminais de entrada da antena, obtida do conhecimento da distribuição de corrente.

### 5.3 - CÁLCULO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ IMPEDÂNCIA

Conforme a análise desenvolvida, a distribuição de corrente pode ser determinada através da inversão da matriz impedância  $[Z]$ . Os elementos de  $[Z]$  foram obtidos, a partir da equação (3.56), utilizando-se um programa em linguagem FORTRAN desenvolvido para esse fim, e do qual serão feitas algumas considerações.

Como passo inicial para o cálculo dos elementos da matriz impedância, a determinação das integrais dadas por (3.38) e (3.55) é necessária. Essas integrais são calculadas através da técnica de integração no eixo real, discutida no Capítulo IV. A parte de convergência lenta de (3.38) e (3.55) é subtraída do integrando e calculada em forma fechada. O restante da integral foi obtido numericamente através de integração em quadratura Gaussiana com 12 pontos. Para assegurar a precisão do método de integração em quadratura, as singularidades no caminho de integração foram removidas, conforme mostram as Figs. 5.1 e 5.2. Os polos das ondas de superfície, dados por (4.4) e (4.5), foram obtidos utilizando-se a subrotina RTMI (IBM Application Program) que fornece as raízes de uma equação do tipo  $F(x) = 0$  por processo iterativo. Os valores das funções de Bessel de ordem zero e ordem um foram determinados através de subrotina apropriada.

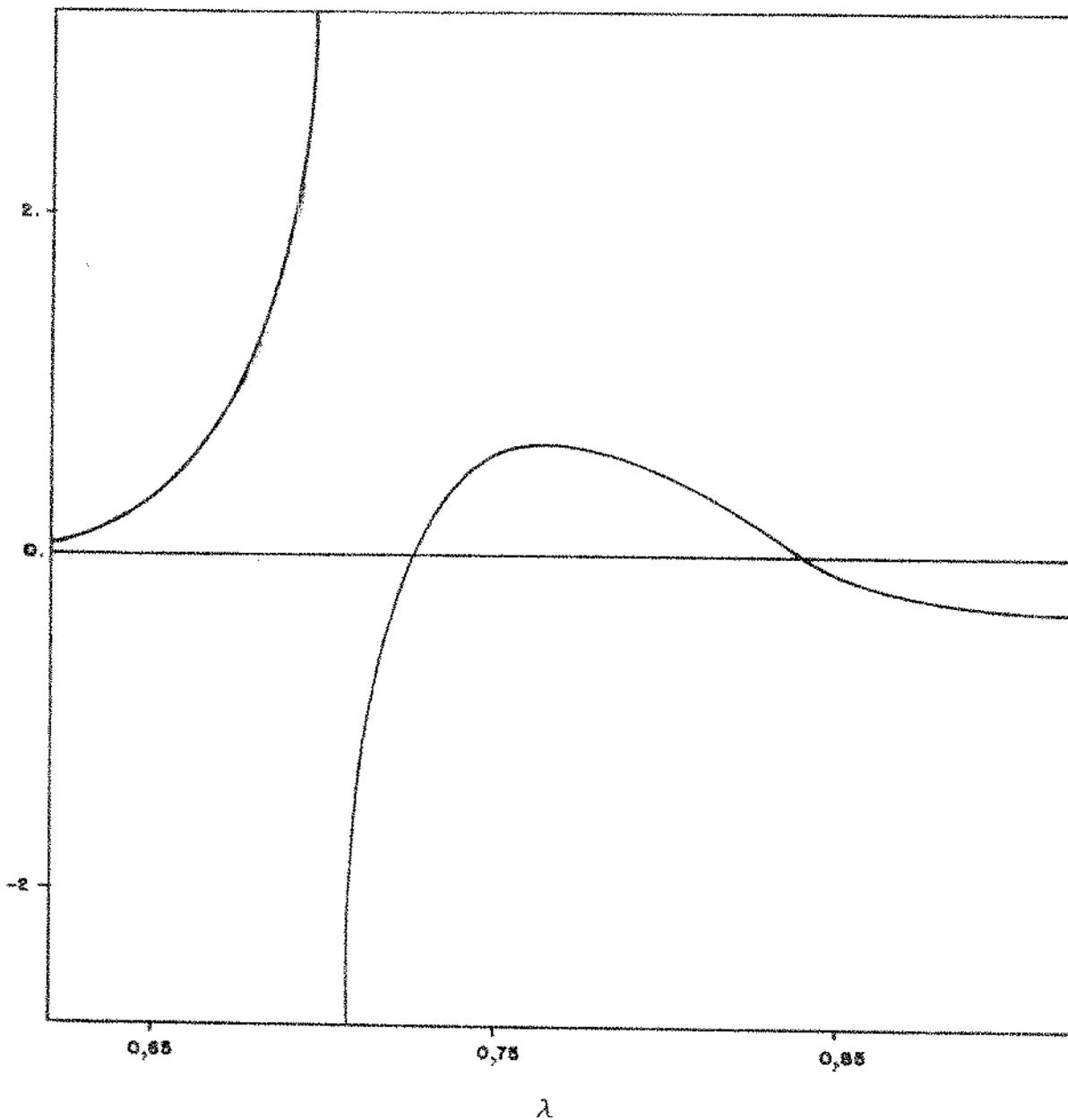


Fig.5.1 - Comportamento do Integrande da Equação (3.38), antes da remoção da singularidade para  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2,6$ ,  $h_1 = 0,159\lambda_0$ ,  $h_2 = 0,112\lambda_0$  e  $a=0,0005\lambda_0$ .

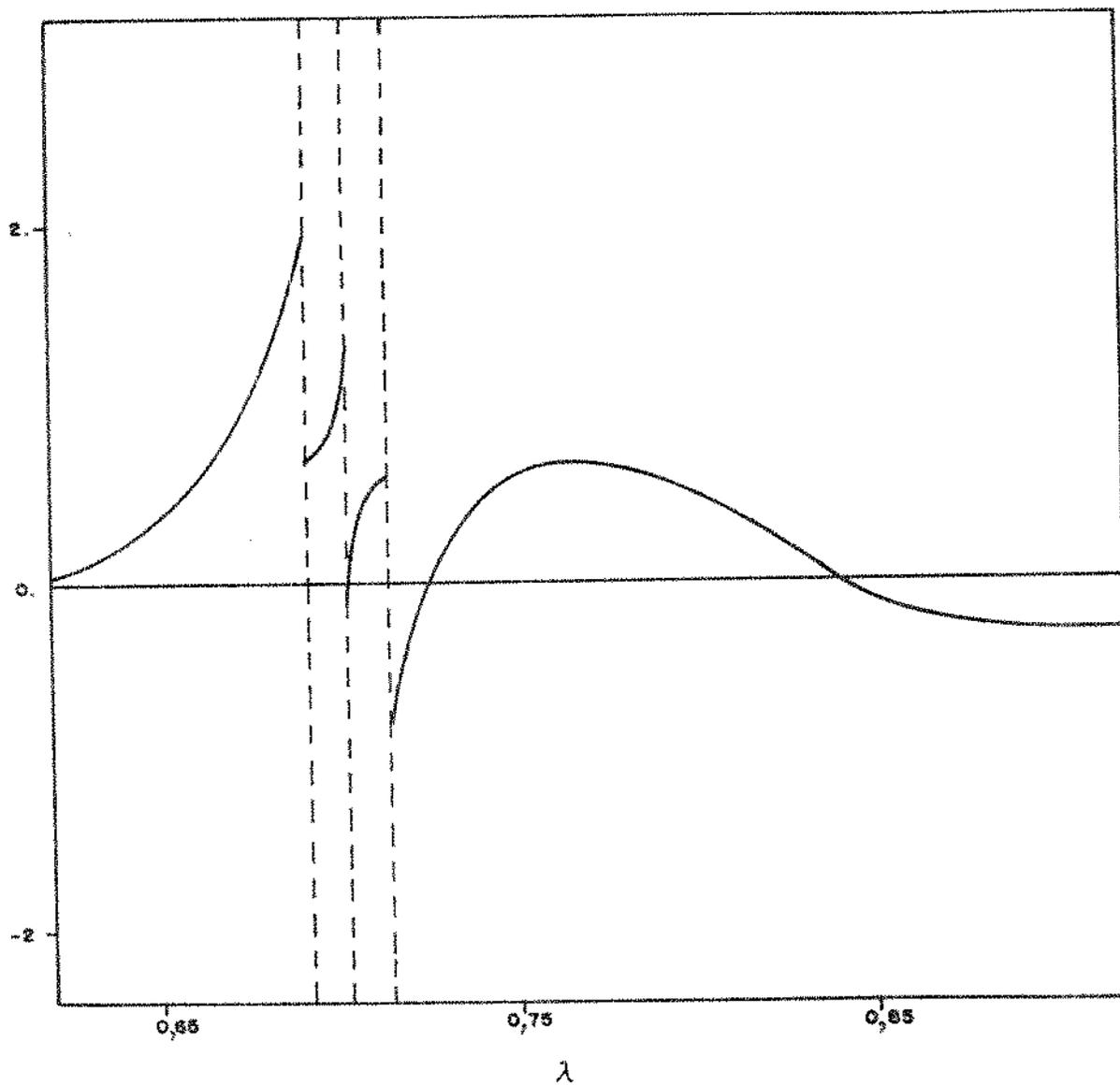


Fig.5.2 - Comportamento do Integrande da Equação (3.38), depois da remoção da singularidade para  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2,6$ ,  $h_1 = 0,159\lambda_0$ ,  $h_2 = 0,112\lambda_0$  e  $a=0,0005\lambda_0$ .

Para o cálculo numérico, a equação (3.56) foi dividida em

$$Z = Z_1 + Z_2$$

onde  $Z_1$  envolve integrais em  $X$  e  $Z_2$  envolve integrais duplas em  $X$  e  $X'$ .

O termo  $Z_1$  é calculado a partir de um subprograma que usa a regra de Simpson para integração numérica.

O termo  $Z_2$  é obtido aplicando-se sucessivamente dois subprogramas que utilizam a regra de Simpson para integração numérica. O primeiro faz a integração em  $X'$ , e o segundo faz a integração em  $X$ .

No cálculo dos três primeiros elementos da matriz impedância, que representam impedância própria e impedância mútua entre elementos adjacentes, são necessários 24 pontos na regra de Simpson para convergência numérica, enquanto que, para os elementos restantes, com apenas 4 pontos na regra de Simpson a convergência é alcançada.

Nota-se, na equação (3.56), que os elementos da matriz impedância dependem apenas de  $|X-X'|$ , isso significa que a primeira linha é igual a primeira coluna, todos os elementos da diagonal principal são iguais, e qualquer diagonal fora da principal tem essa propriedade, o que caracteriza uma matriz toeplitz. Para a inversão matricial utiliza-se uma subrotina geral que envolve matriz toeplitz [15].

Antes da apresentação dos resultados numéricos é importante comparar os dados obtidos neste trabalho, com os reportados na literatura. No entanto, a não disponibilidade de resultados práticos ou teóricos, sobre a influência da cobertura dielétrica num dipolo impresso, na bibliografia especializada, impediu que se fizessem comparações com os resultados obtidos através do presente trabalho. Fica-se limitado, então, ao problema do dipolo impresso sem a cobertura dielétrica, do qual existe um trabalho feito por Rana e Alexopoulos [9].

Em [9] foi detectado um erro no valor do raio do dipolo apresentado pelos autores, além de as curvas de impedância de entrada serem construídas para  $\exp(j\omega t)$ , embora a análise apresentada tenha sido feita para  $\exp(-j\omega t)$ . Esses erros foram notificados pelos autores à revista na qual foi publicado o trabalho, tendo então sido informado o valor correto do raio do dipolo como sendo  $a = 10^{-4}\lambda_0$ .

A Fig.5.3 mostra as partes real e imaginária da distribuição de corrente de um dipolo de comprimento  $L = 0,5\lambda_0$  sobre o plano terra ( $\epsilon_{r2} = 1$ ). Observa-se que os resultados obtidos neste trabalho coincidem com aqueles de Rana e Alexopoulos. Isso assegura que todas as subrotinas utilizadas estão concordantes, com exceção daquelas relacionadas com a integração dupla em  $X'$  e  $X$ , pois, neste caso, a parte  $Z_2$  de (3.55) é zero.

A Fig.5.4 compara os resultados obtidos quando o dipolo é impresso sobre um substrato de valor  $\epsilon_{r2} = 3,25$ . Nota-se que, enquanto se observa a concordância na parte real, existe uma pequena diferença na parte imaginária para a região do dipolo localizada entre  $0 < x < 0,125\lambda_0$ . Acredita-se que esta diferença ocorre devido à precisão obtida no método de integração dupla em  $X'$  e  $X$ . Rana e Alexopoulos mencionam, em [9], que obtiveram a integração dupla por uma técnica numérica que faz uso da natureza "overlapping" da função de Green mas não relacionam nenhuma referência sobre esse assunto e também não apresentam previsão quanto à precisão dos resultados usando esse método. Neste trabalho, a integração dupla foi feita através da aplicação sucessiva de subrotinas de integração numérica, sendo que o número de pontos de integração foi testado até que a convergência tivesse sido alcançada. Embora o tempo de computação necessário não seja desprezível, a precisão do método é assegurada.

#### 5.4 - VARIAÇÃO NA ESPESSURA DA COBERTURA DIELÉTRICA

A permissividade relativa e a espessura da cobertura dielétrica foram variadas para um dipolo impresso num substrato de

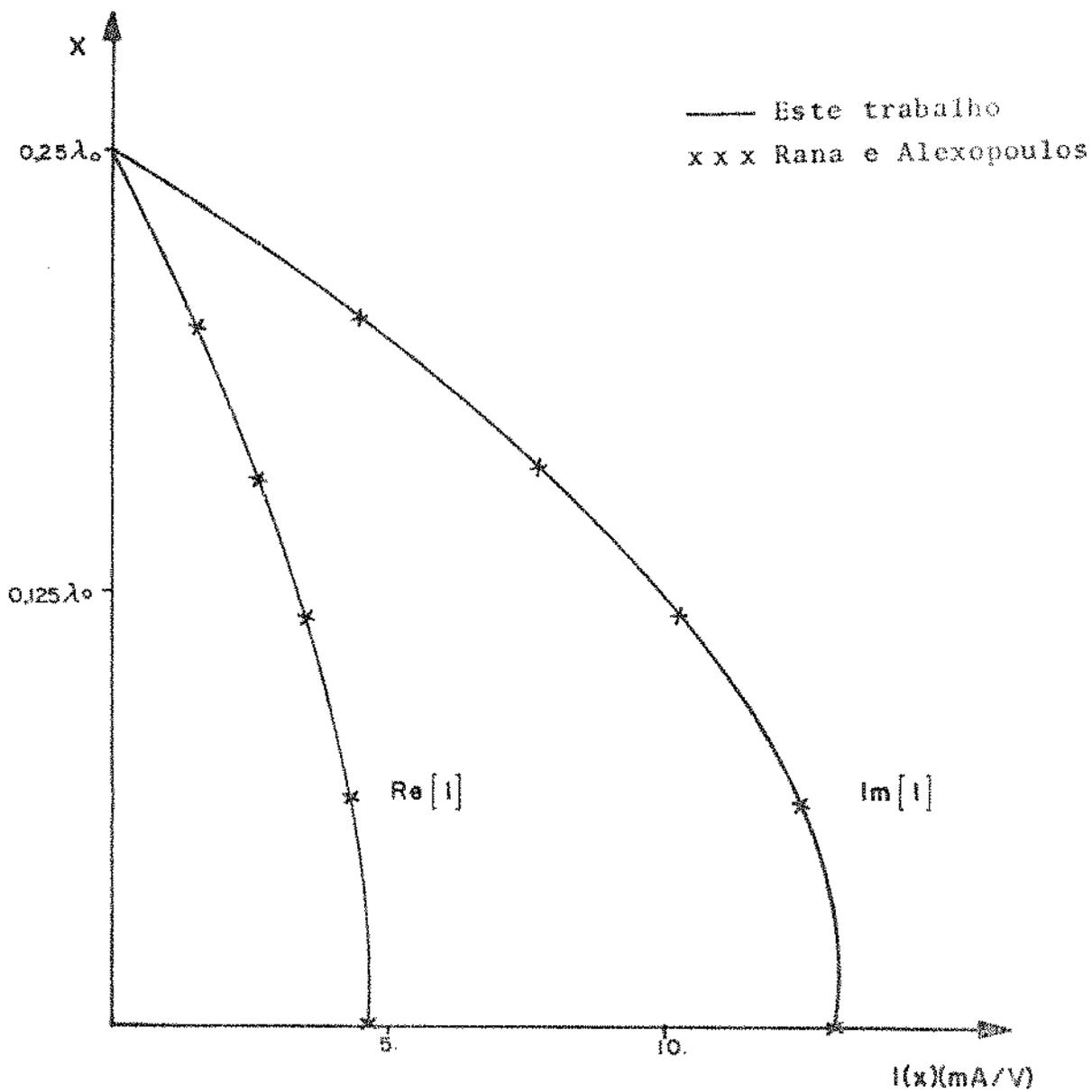


Fig.5.3 - Distribuição de Corrente num Dipolo sobre o plano terra para  $\epsilon_{r2} = \epsilon_{r1} = 1$ ,  $h_2 = 0,1016\lambda_0$  e  $a = 0,0001\lambda_0$ .

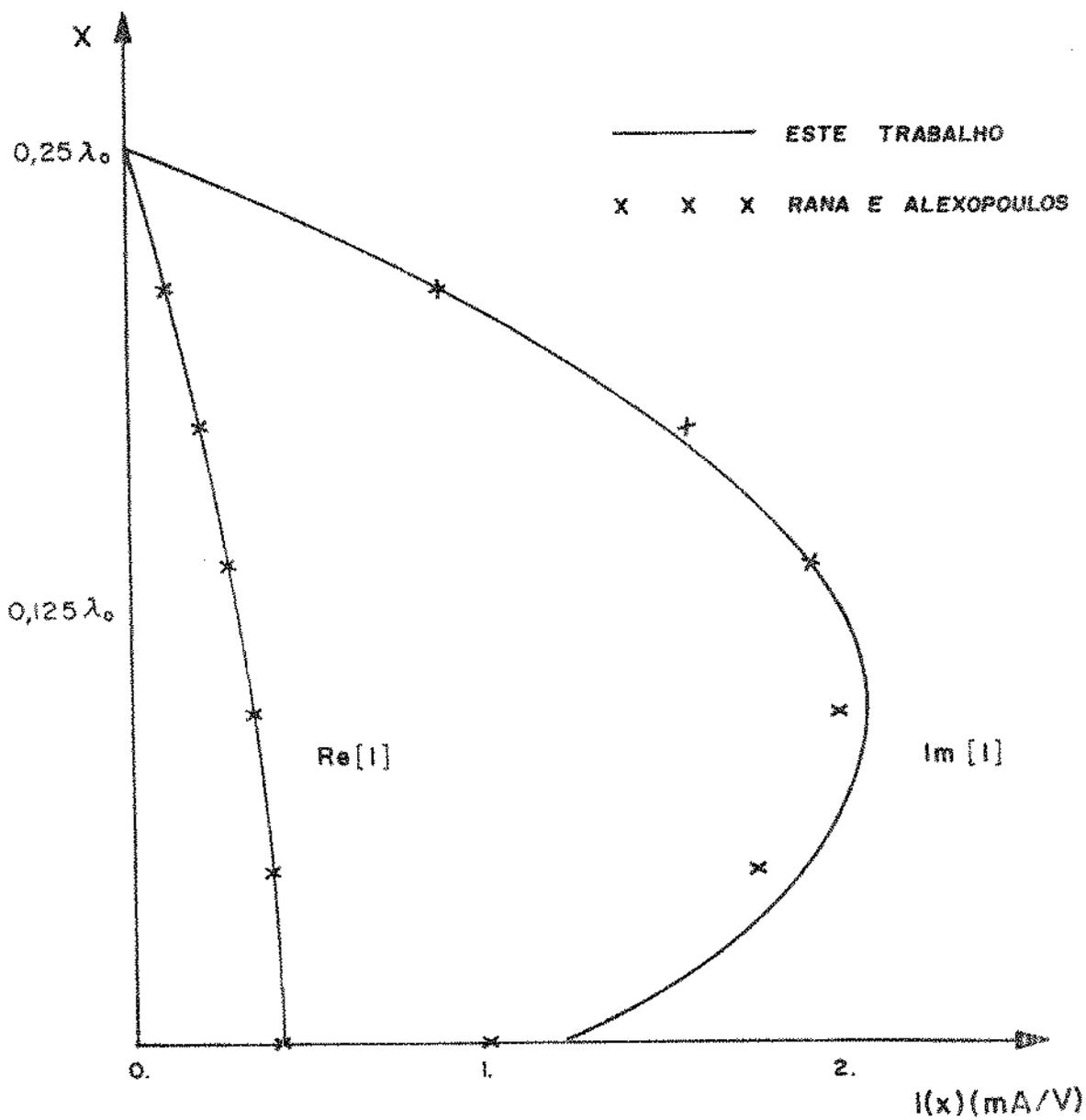


Fig.5.4 - Distribuição de Corrente num Dipolo Impresso para  $\epsilon r_2 = 3,25$  ,  $h_2 = 0,1016\lambda_0$  e  $a = 0,0001\lambda_0$ .

parâmetros fixados. A Fig.5.5 mostra as componentes real e imaginária da distribuição de corrente num dipolo de comprimento  $L=0,5\lambda_0$ , impresso num substrato de permissividade relativa  $\epsilon_{r2} = 2,6$ , espessura  $h_2 = 0,112\lambda_0$  e sem a cobertura dielétrica. Neste caso, apenas o modo fundamental  $TM_0$  da onda de superfície está presente no substrato. Quando o dipolo está localizado no semi-espaço ( $\epsilon_{r2}=1$ ) a corrente é cerca de 10 vezes maior em magnitude sobre o dipolo impresso, como indicado pela comparação entre as Figs.5.5 e 5.6. Observa-se também, na Fig.5.5, que a distribuição de corrente apresenta um menor nível no ponto de alimentação, devido ao fato da presença do substrato aumentar o comprimento efetivo do dipolo  $|10|$ .

Com a permissividade relativa da cobertura dielétrica igual à do substrato do dipolo ( $\epsilon_{r1} = 2,6$ ), determinou-se o efeito, na distribuição de corrente e na impedância de entrada, da variação na espessura da cobertura. Os valores de  $h_1$  foram escolhidos de maneira que o modo  $TE_0$  da onda de superfície fosse excitado no dielétrico; isso ocorre para  $h_1 = 0,112\lambda_0$  ou  $h_1 = 0,159\lambda_0$ .

Baseando-se nos resultados obtidos, e mostrados nas Figs.5.7 a 5.10, pode-se observar que:

- A parte real da distribuição de corrente sofre uma influência maior da cobertura dielétrica na parte central do dipolo ( $0 < x < 0,125\lambda_0$ ), sendo que essa influência é desprezível quando a cobertura tem espessura  $h_1 = 0,112\lambda_0$  e  $h_1 = 0,159\lambda_0$ .
- Com relação à parte imaginária da distribuição de corrente a influência maior ocorre, também, na parte central do dipolo. Nota-se que o nível de corrente sofre um decréscimo na entrada da antena, indicando um aumento no comprimento elétrico efetivo do dipolo, embora esse aumento seja pouco acentuado na faixa de  $h_1$  considerada.
- A parte real da impedância de entrada decresce e a diminuição do comprimento ressonante fica evidenciada na observação da parte imaginária da impedância de entrada.

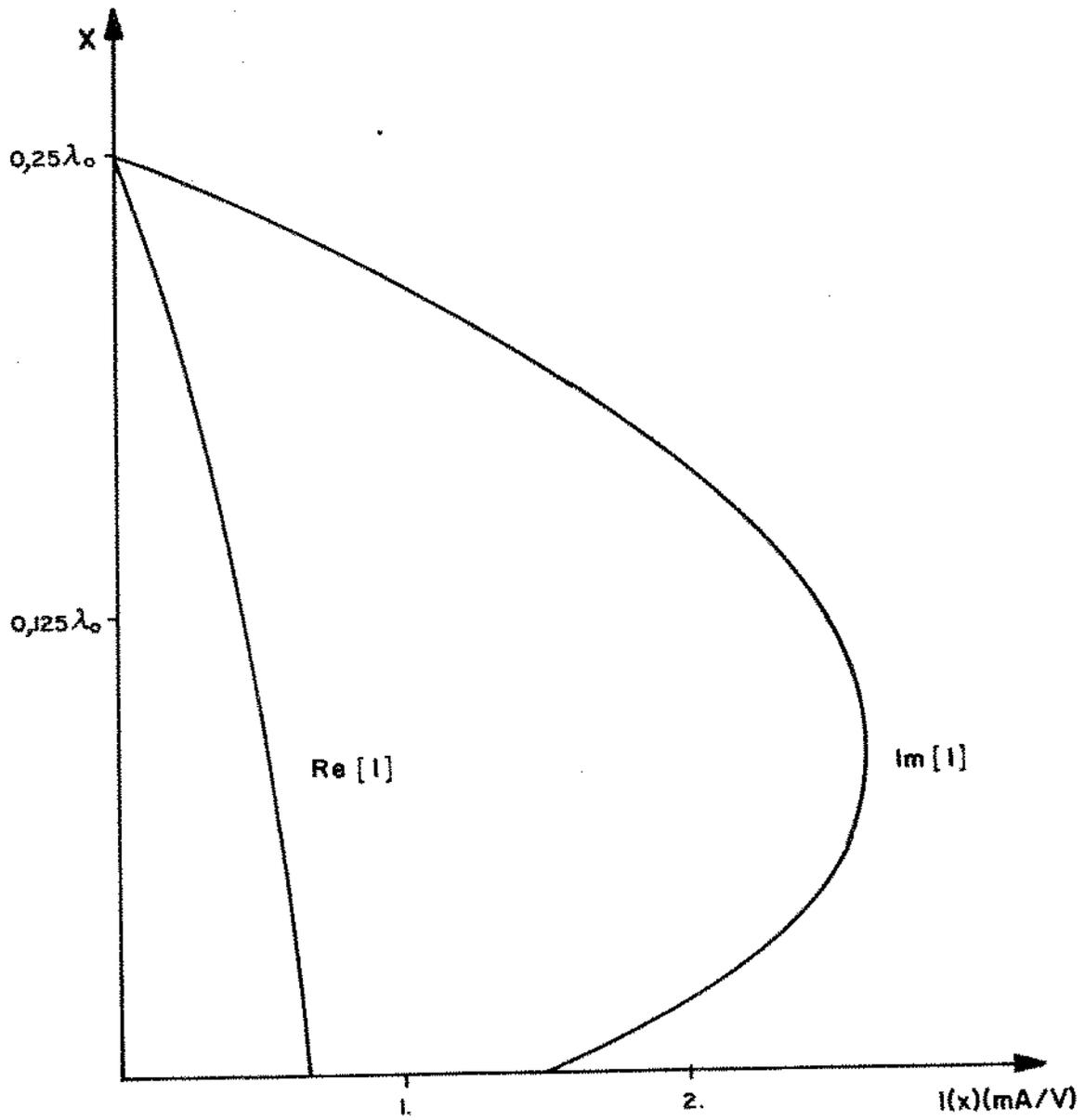


Fig.5.5 - Distribuição de Corrente num Dipolo Impresso para  $\epsilon_{r2} = 2,6$  ,  $h_2 = 0,112\lambda_0$  e  $a = 0,0005\lambda_0$ .

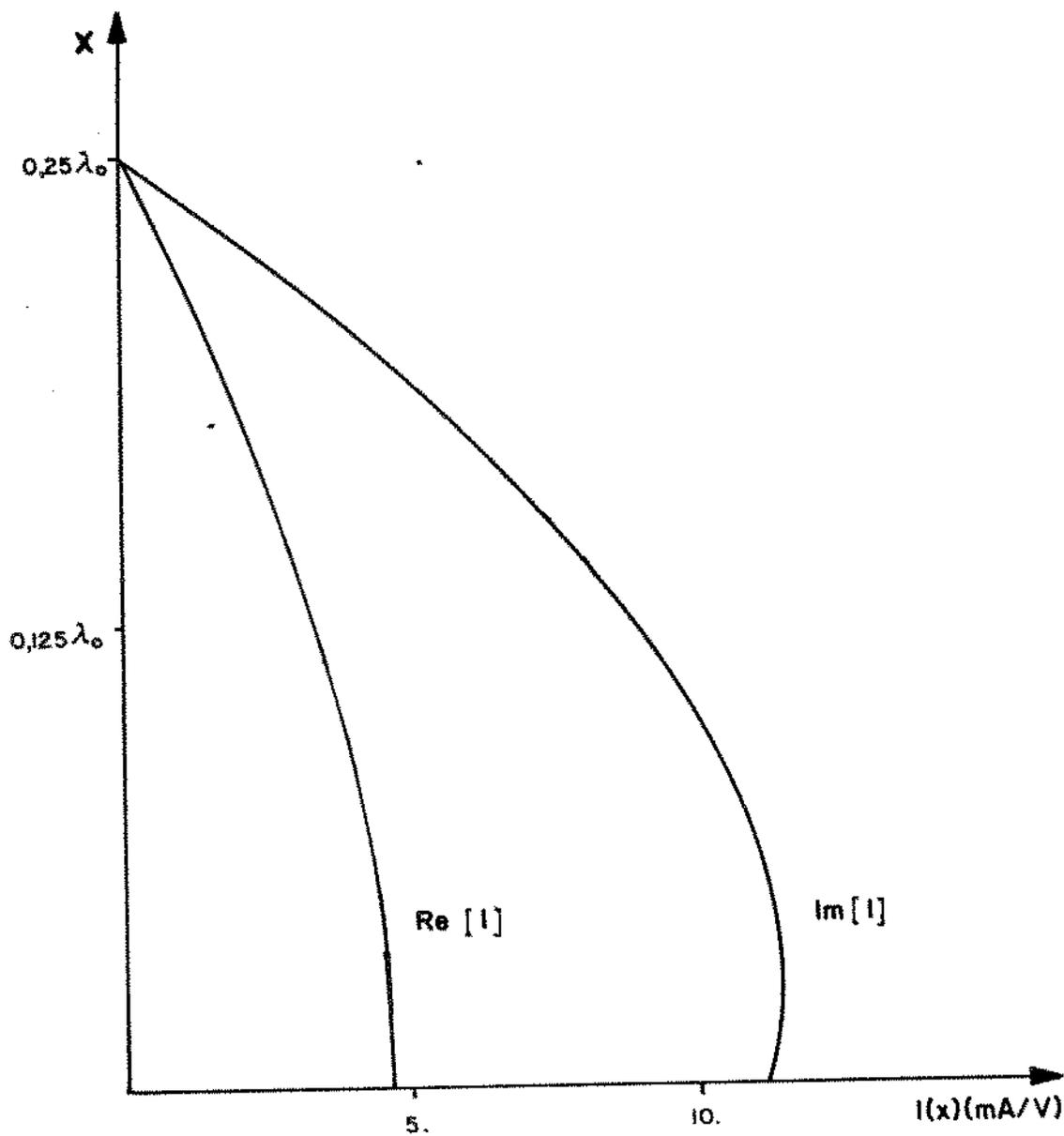


Fig.5.6 - Distribuição de Corrente num Dipolo sobre o plano terra para  $\epsilon_{r2}=\epsilon_{r1}=1$ ,  $h_2=0,112\lambda_0$  e  $a=0,0005\lambda_0$ .

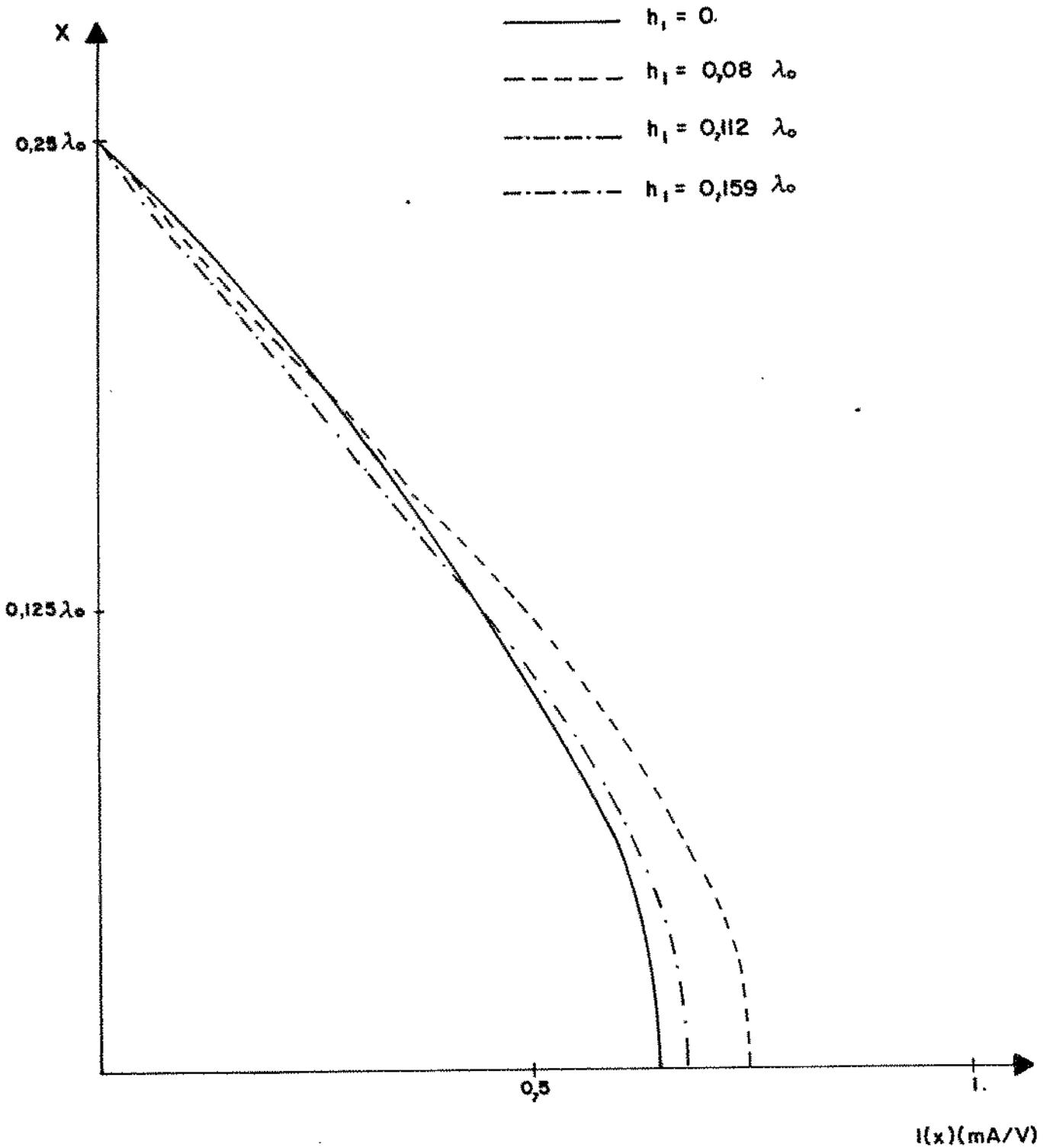


Fig.5.7 - Parte Real da Distribuição de Corrente num Dipolo coberto com uma camada dielétrica  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2,6$ ,  $h_2 = 0,112\lambda_0$  e  $a = 0,0005\lambda_0$ .

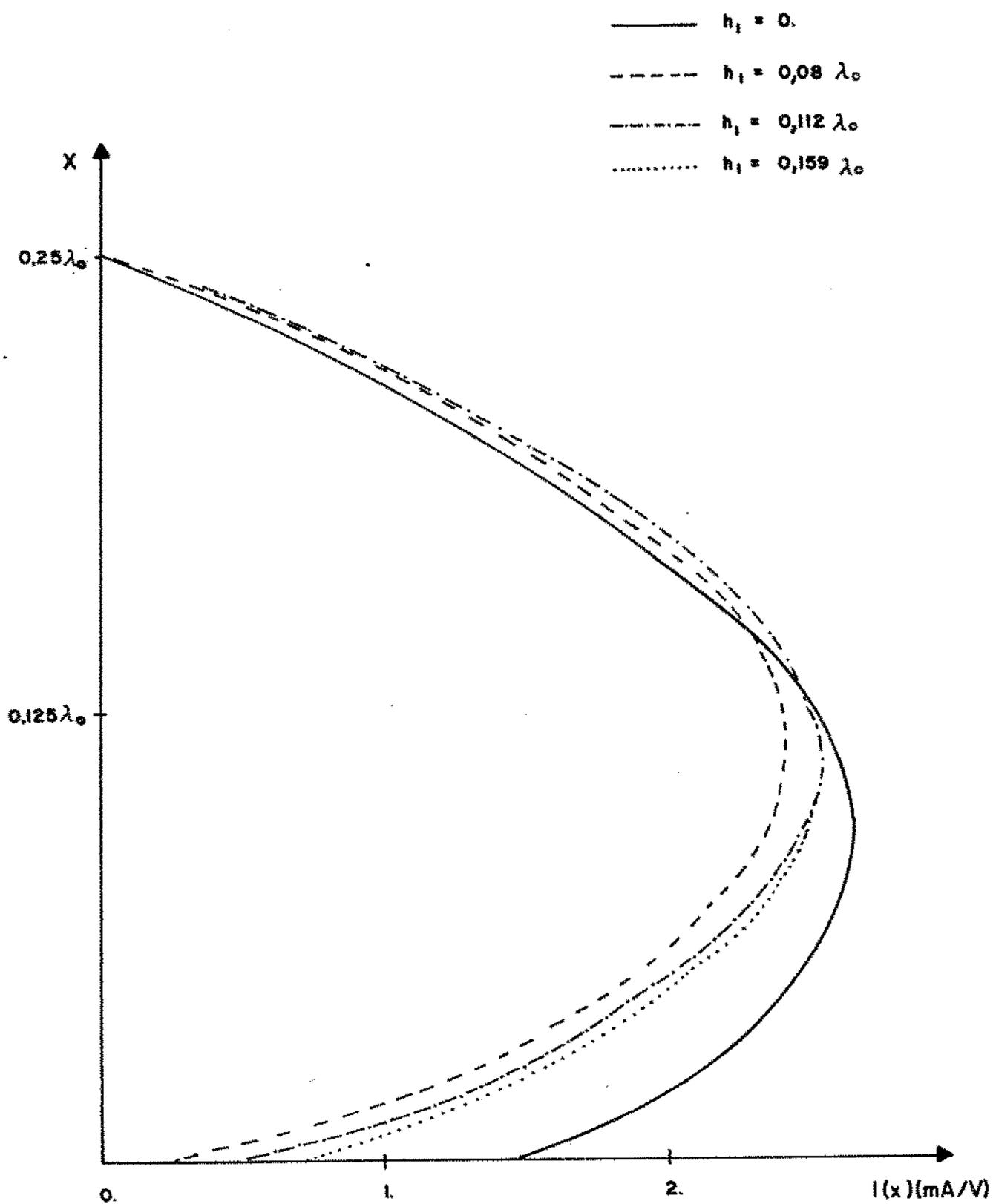


Fig.5.8 - Parte Imaginária da Distribuição de Corrente num Dipolo Impresso coberto com uma camada dielétrica para  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2,6$ ,  $h_2 = 0,112\lambda_0$  e  $a = 0,0005\lambda_0$ .

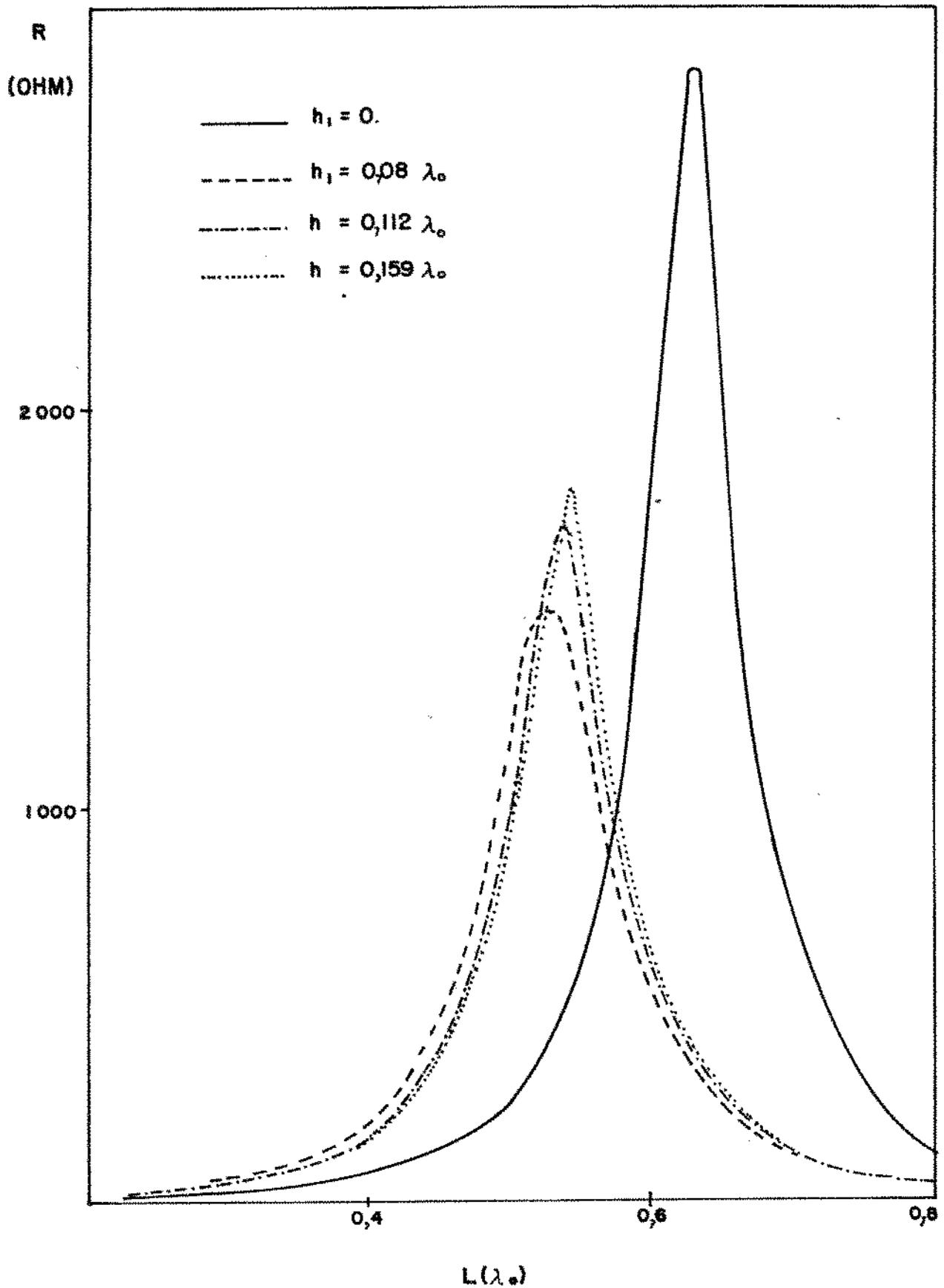


Fig.5.9 - Parte Real da Impedância de Entrada de um Dipolo Impresso coberto com uma camada dielétrica para  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2,6$  ,  $h_2 = 0,112\lambda_0$  e  $a = 0,0005\lambda_0$ .

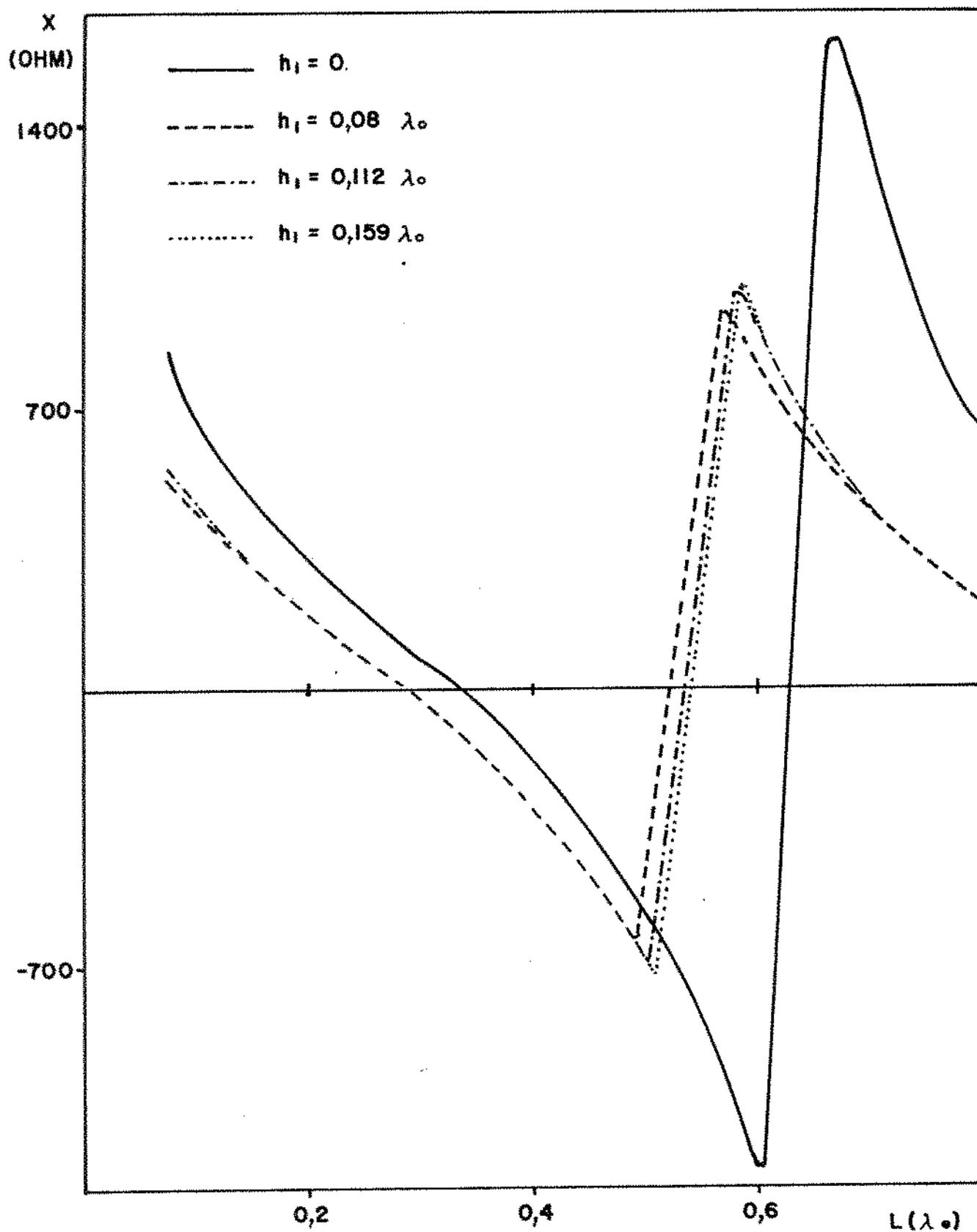


Fig.5.10 - Parte Imaginária da Impedância de Entrada de um Dipolo Impresso coberto com uma camada dielétrica para  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2,6$ ,  $h_2 = 0,112\lambda_0$  e  $a = 0,0005\lambda_0$ .

### 5.5 - EFEITO DA VARIAÇÃO NA PERMISSIVIDADE RELATIVA DA COBERTURA DIELÉTRICA

O efeito da variação na permissividade da cobertura dielétrica, na distribuição de corrente e impedância de entrada do dipolo, é demonstrada para uma cobertura de espessura  $h_1 = 0,112\lambda_0$ . Foram utilizados três valores de permissividade relativa, correspondendo aos seguintes materiais: poliestireno ( $\epsilon_{r1} = 2,6$ ), neve ( $\epsilon_{r1} = 3,2$ ) e mica ( $\epsilon_{r1} = 5$ ).

Com base nos resultados obtidos e mostrados nas Figs. 5.11 a 5.14, podem-se fazer as observações seguintes:

- A parte real da distribuição de corrente sofre uma mudança considerável para  $\epsilon_{r1} = 5$ , sendo pouco sensível para os outros valores de  $\epsilon_{r1}$ .
- A parte imaginária da distribuição de corrente é bastante alterada para  $\epsilon_{r1} = 5$ , mudando, inclusive, de sinal. Para os outros valores de  $\epsilon_{r1}$  a mudança maior ocorre na entrada da antena.
- Nota-se também que, quando  $\epsilon_{r1}$  aumenta, a parte real da impedância de entrada e o comprimento ressonante do dipolo decrescem.
- Dos resultados observados, pode-se concluir que, quanto maior for  $\epsilon_{r1}$ , maior é a energia acoplada na cobertura dielétrica, na forma de onda de superfície, implicando, assim, que a eficiência da antena deve diminuir com o aumento de  $\epsilon_{r1}$ .

Comparação dos comprimentos de ressonância  $L_r$  e da impedância de entrada  $Z_{in}$ , para todos os casos mencionados, é feita na Tabela I. A parte real de  $Z_{in}$  é composta da resistência de radiação mais a resistência da onda de superfície presente no substrato. Com uma cobertura de espessura  $h_1 = 0,08\lambda_0$ , a impedância ressonante aumenta de 37 para 42  $\Omega$ . Lembrando-se que com esse valor da cobertura apenas o modo fundamental da onda de superfície está presente no substrato, o aumento no valor da impedância de

entrada ressonante é devido ao fato da presença da cobertura aumentar tanto a onda de superfície como a eficiência de irradiação. Para todos os outros valores de parâmetros da cobertura o modo  $TE_0$  da onda de superfície está presente, o que afeta as características de ressonância do dipolo. O aumento em  $\epsilon_{r1}$  reduz o comprimento ressonante da antena.

TABELA I

EFEITO DA COBERTURA DIELÉTRICA NOS PARÂMETROS DO DIPOLO IMPRESSO

Nº DE MODOS DE ONDA DE SUPERFÍCIE	$\epsilon_{r1}$	$h_1(\lambda_0)$	$L_r(\lambda_0)$	$Z_{in}$ (Ressonância)	$Z_{in}(L=0,5\lambda_0)$
1	1,0	0,0	0,34	37 + j0	240 - j560
1	2,6	0,08	0,285	42 + j0	1.120 -j500
2	2,6	0,112	0,286	36 + j0	1.020 -j690
2	2,6	0,159	0,287	35 + j0	930 -j780
2	3,2	0,112	0,273	32 + j0	1.402 -j337
2	5,0	0,112	0,242	34 + j0	563 +j582

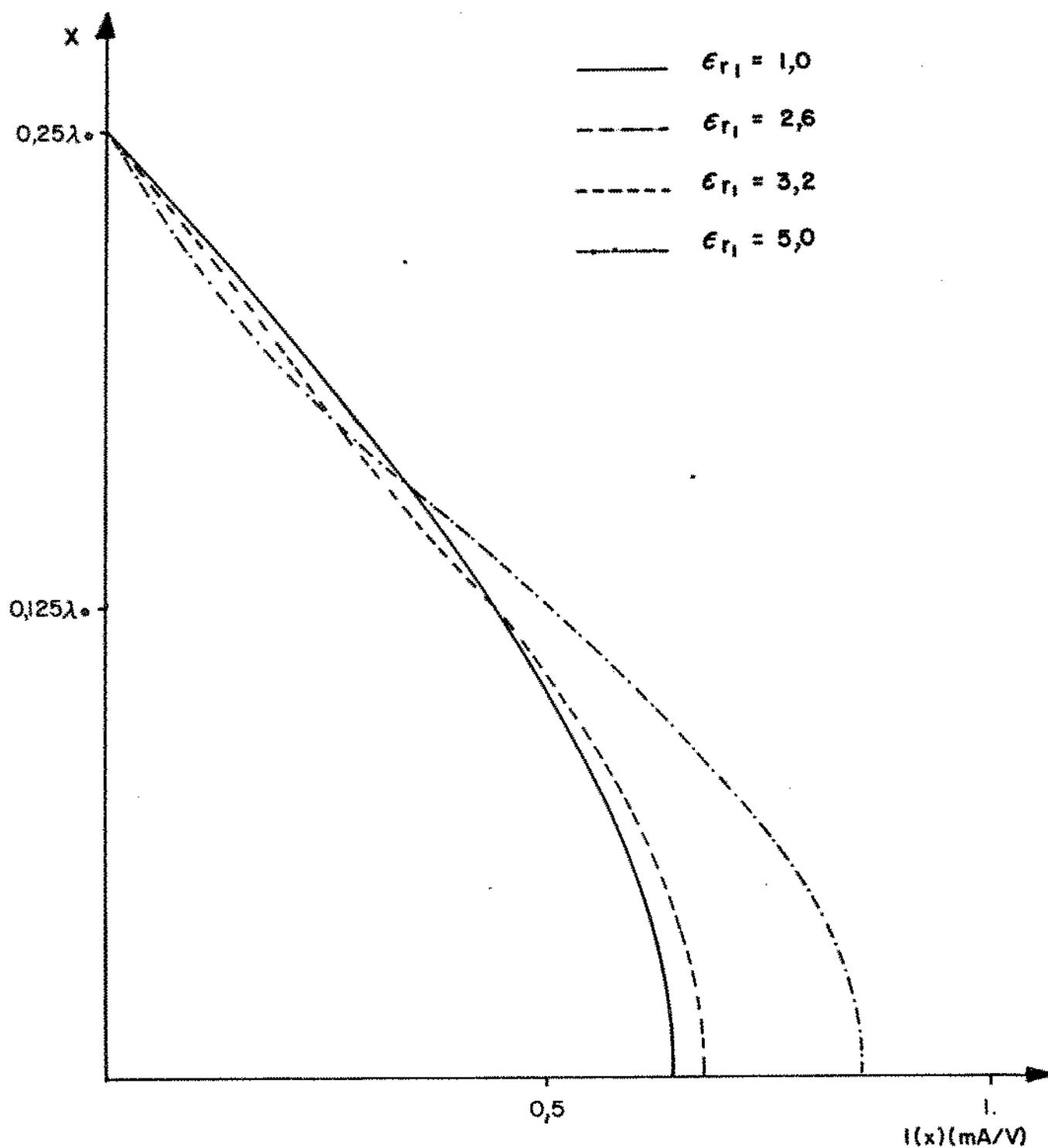


Fig.5.11 - Parte Real da Distribuição de Corrente num Dipolo Impresso coberto com uma camada dielétrica para  $\epsilon_{r2} = 2,6$  ,  $h_1 = h_2 = 0,112\lambda_0$  e  $a = 0,0005\lambda_0$ .

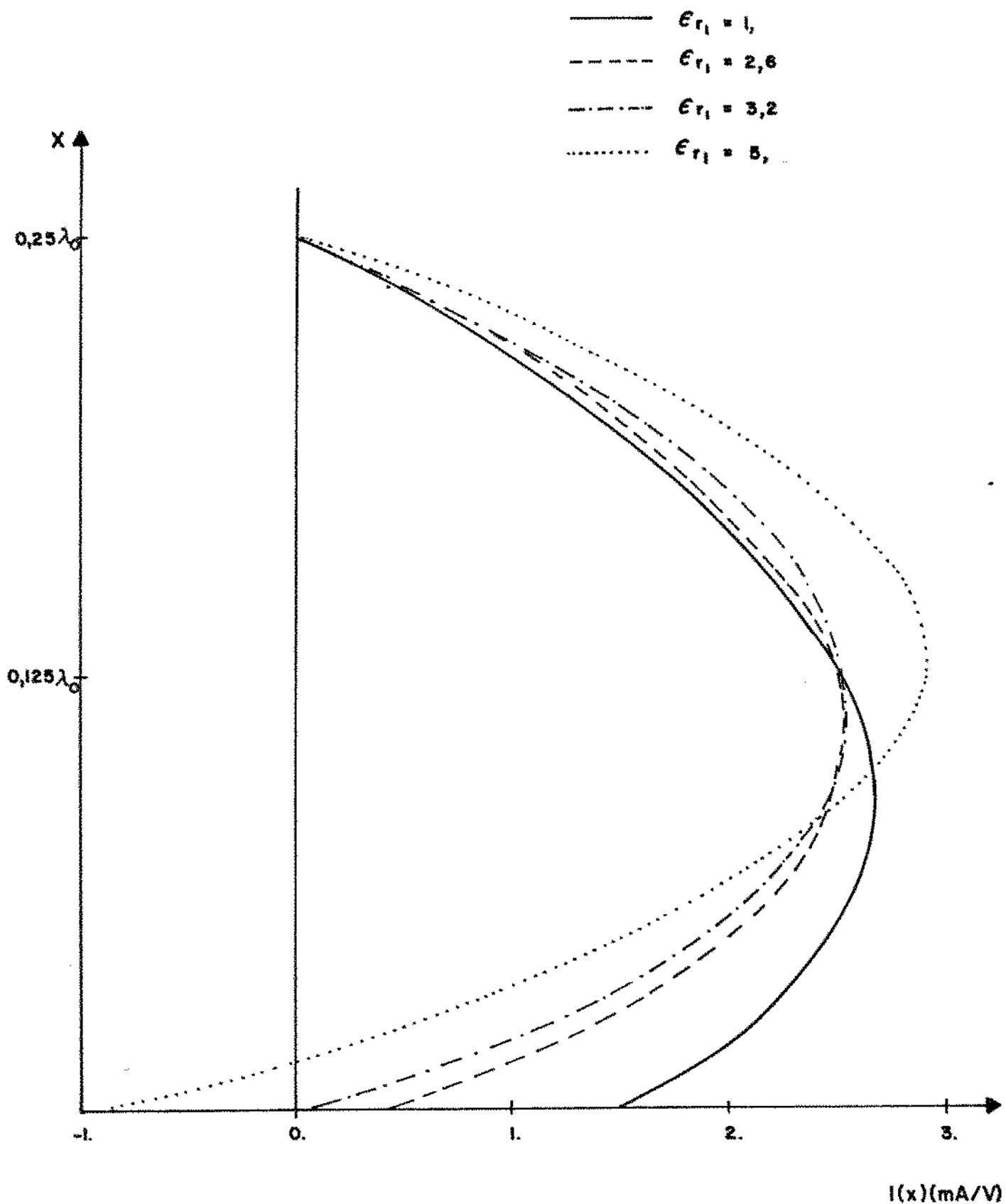


Fig.5.12- Parte Imaginária da Distribuição de Corrente num Dipolo Impresso coberto com uma camada dielétrica para  $\epsilon_{r2} = 2,6$  ,  $h_1 = 0,112\lambda_0$  e  $a = 0,0005\lambda_0$ .

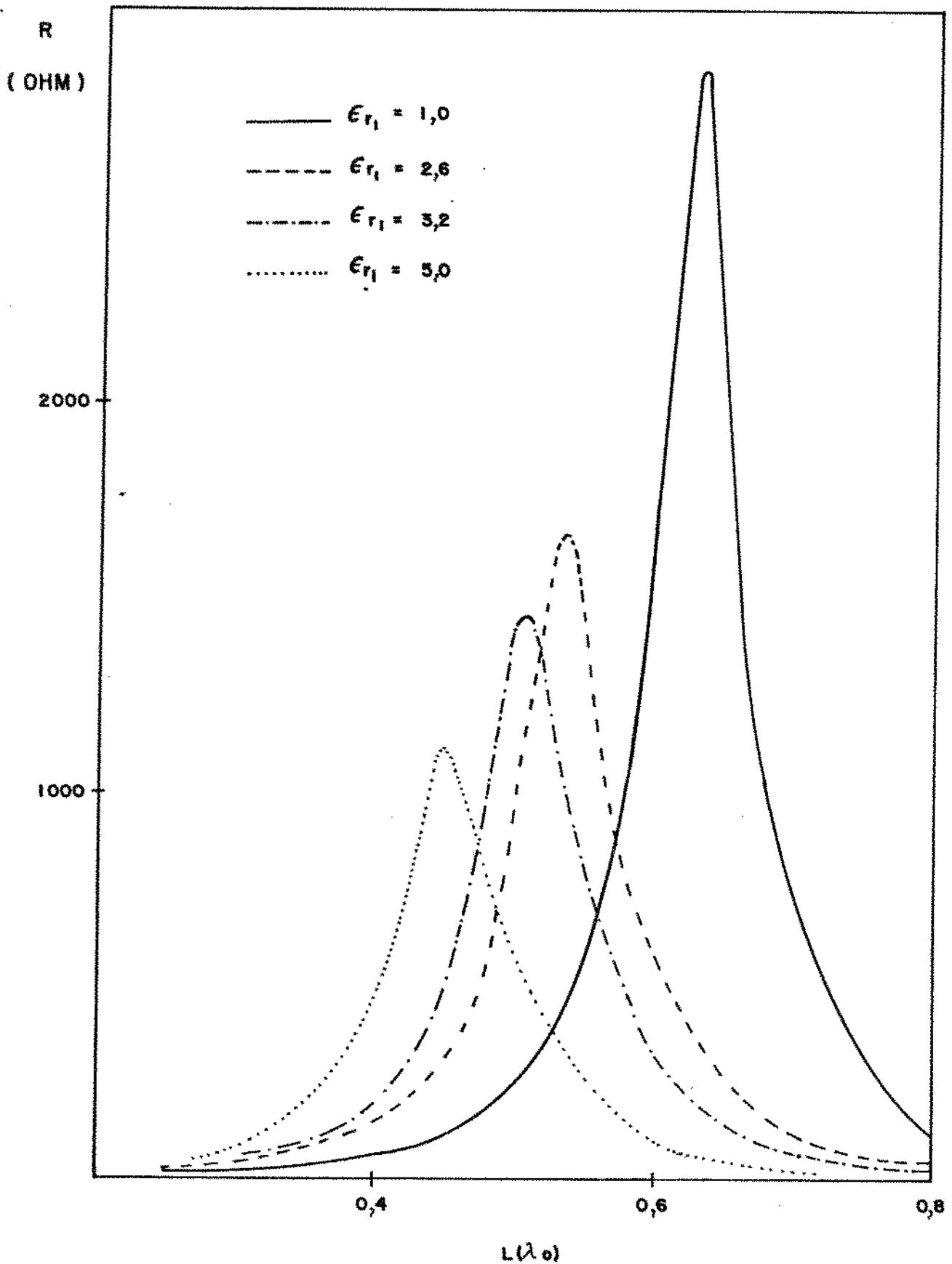


Fig.5.13 - Parte Real da Impedância de Entrada de um Dipolo Impresso coberto com uma camada dielétrica para  $\epsilon_{r2} = 2,6$  ,  $h_1 = h_2 = 0,112\lambda_0$  e  $a = 0,0005\lambda_0$ .

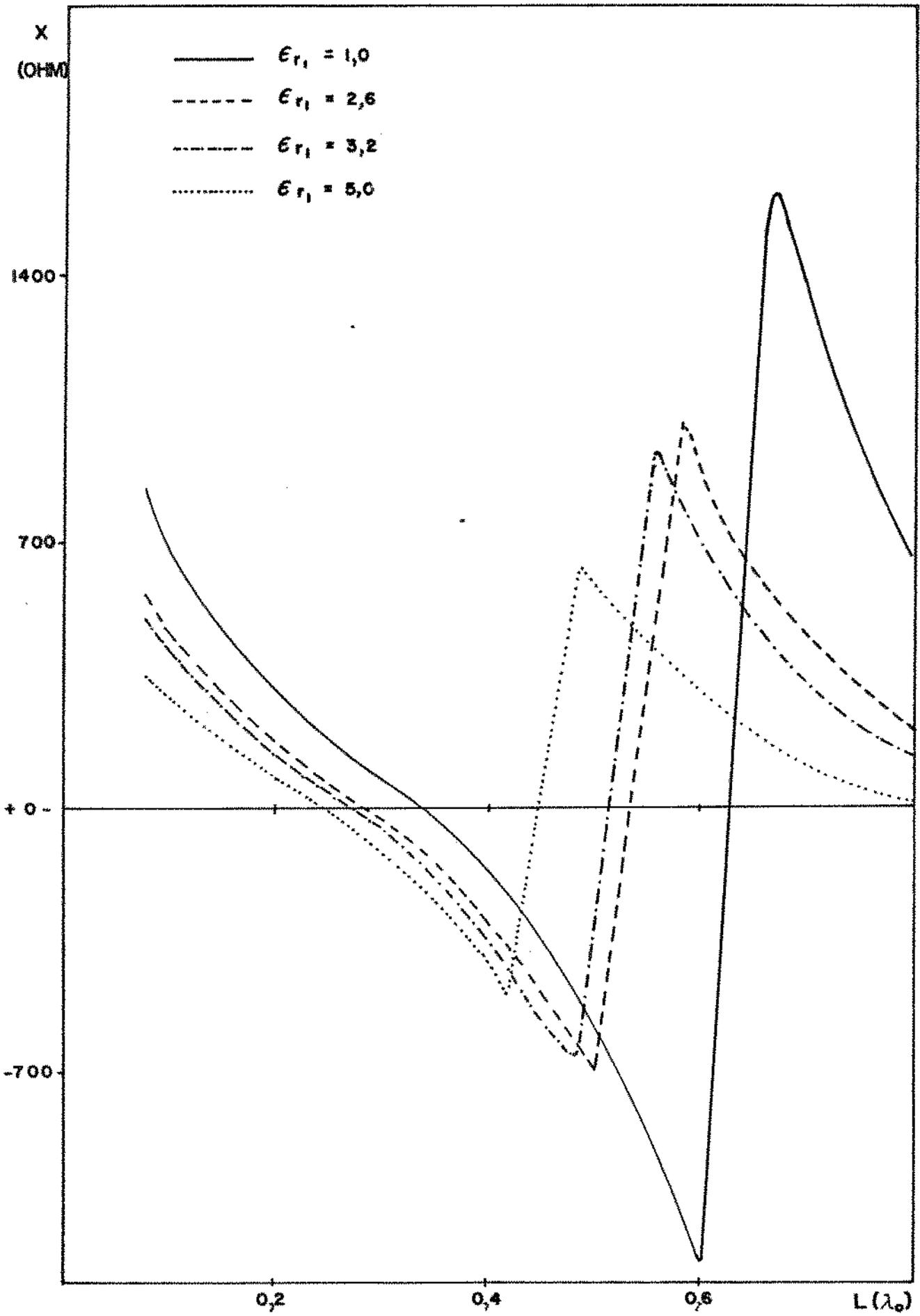


Fig.5.14 - Parte Imaginária da Impedância de Entrada de um Dipolo Impresso coberto com uma camada dielétrica para  $\epsilon_{r2} = 2,6$ ,  $h_1 = h_2 = 0,112\lambda_0$  e  $a = 0,0005\lambda_0$ .

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

## CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi estudar a aplicação do método dos momentos em teoria eletromagnética. Esse método tem sido largamente utilizado em muitos problemas que não tem solução em forma fechada. No presente caso, o método é utilizado para analisar-se o efeito de uma cobertura dielétrica num dipolo em microfita.

A distribuição de corrente no dipolo impresso foi obtida resolvendo-se a equação integral de Pocklington pelo método dos momentos. O uso de função expansão senoidal e do método de Galerkin eliminaram as impropriedades das integrais do tipo Sommerfeld, que ocorrem quando a observação é feita no substrato dielétrico que contém a fonte.

O potencial de Hertz apropriado foi determinado considerando-se um dipolo elementar localizado num meio estratificado. A integração da função de Green resultante foi realizada ao longo do eixo real com etapas numérica e analítica.

A cobertura dielétrica é necessária, em alguns casos, para a proteção do elemento irradiante, e pode ser, também, devida ao acúmulo de neve na estrutura da antena. Os resultados obtidos mostram que o carregamento afeta a frequência de ressonância do dipolo, o que pode prejudicar o desempenho do sistema, tendo-se em vista a largura de banda limitada das antenas de circuito impresso.

A não disponibilidade, na literatura especializada, de dados práticos ou analíticos impediram a comparação da maioria dos resultados mostrados. A única referência existente sobre o problema [9], que se tem conhecimento, analisa o dipolo impresso sem a cobertura dielétrica; no capítulo referente aos resultados numéricos discutem-se as curvas apresentadas em [9] com as obtidas neste trabalho.

A aplicação do método dos momentos em antenas de microfita justifica-se devido à sua crescente utilização, inclusive na

área militar. O estudo do efeito da cobertura dielétrica, no diagrama de irradiação do dipolo impresso num substrato dielétrico aterrado, embora não tenha sido realizado aqui tendo em vista a extensão que isso representaria, é relevante e seria uma notável continuação do presente trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] K.R.Carver e J.W.Mink, "Microstrip Antenna Tecnology", IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol. AP-29, nº 1, pag.02-24, jan. 1981.
- [2] I.J.Bahl e P.Bhartia, Microstrip Antennas, Artech House, Dedham, MA, 1980.
- [3] Y.T.Lo, D.Solomon e W.F.Richards, "Theory and Experiment on Microstrip Antennas", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-27, nº 2, pag. 137-145, março, 1979.
- [4] W.F.Richards, Y.T.Lo e D.D.Harrison, "Improved Theory for Microstrip Antennas", IEE Electronics Letters, vol. 15, nº 2, pag. 42-44, jan. 1979.
- [5] R.S.Elliott e G.J.Stern, "The Design of Microstrip Dipole Arrays Including Mutual Coupling, Part I: Theory", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-29, nº 5, pag. 757-760, set. 1981.
- [6] G.J.Stern e R.S.Elliott, "The Design of Microstrip Dipole Arrays Including Mutual Coupling, Part II: Experiment", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-29, nº 5, pag. 761-765, set. 1981.
- [7] H.G.Oltman e D.A.Huebner, "Electromagnetically Coupled Microstrip Dipoles", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-29, nº 1, pag. 151-157, jan. 1981.
- [8] E.H.Newman e P.Tulyathan, "Analysis of Microstrip Antennas Using Moment Methods", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-29, nº 1, pag. 47-53, jan. 1981

- [9] I.E.Rana e N.G.Alexopoulos, "Current Distribution and Input Impedance of Printed Dipoles", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-29, n° 1, pag. 99-105, jan. 1981.
- [10] N.K.Uzunoglu, N.G.Alexopoulos e J.G.Fikioris, "Radiation Properties of Microstrip Dipoles", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-27, n° 6, pag. 853-858, nov. 1979.
- [11] A.Sommerfeld, Partial Differential Equations In Physics, Academic Press, New York, 1967, vol. VI.
- [12] R.F.Harrington, Field Computation by Moment Methods, The Macmillan Company, New York, 1968.
- [13] J.A.Stratton, Eletromagnetic Theory, Mc Graw-Hill, New York , 1941.
- [14] P.Tulyathan e E.H.Newman, "The Circunferential Variation of The Axial Component of Current in Closely Spaced Thin-Wire Antennas", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-27, n° 1, pag. 46-50, jan. 1979.
- [15] W.L. Stutzman e G.A.Thiele, Antenna Theory and Design, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- [16] R.E.Collin, Field Theory of Guided Waves, Mc Graw-Hill, New York, 1960.
- [17] R.F.Harrington, Time-Harmonic Eletromagnetics Fields, Mc Graw-Hill, New York, 1961.
- [18] J.R.Wait, "Characteristics of Antennas Over Lossy Earth", em Antenna Theory, Parte 2, Cap. 23, Mc Graw-Hill, New York, 1969.

- [19] J.R.Wait, "Eletromagnetic Fields of Sources in Lossy Media", em Antenna Theory, Parte 2, Cap. 24, Mc Graw-Hill, New York, 1969.
- [20] I.J.Bahl, P.Bhartia e S.S.Stuchly, "Design of Microstrip Antennas Covered With a Dielectric Layer", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-30, n° 2, pag. 314-318, mar. 1982.
- [21] P.Parhami, Y.Rahmat-Samii e R.Mittra, "An Efficient Approach for Evaluating Sommerfeld Integrals Encontred in the Problem of a Current Element Radiating over Lossy Ground", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-28, n° 1, pag. 100-104, jan. 1980.
- [22] W.A.Imbriale e P.G.Ingerson, "On Numerical Convergence of Moment Solutions of Moderately Thick Wire Antennas Using Sinusoidal Basis Functions", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-21, pag. 363-366, mai. 1973.
- [23] P.B.Katehi e N.G.Alexopoulos, "On the Effect of Substrate Thickness and Permittivity on Printed Circuit Dipole Properties", IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. AP-31, n° 1, pag. 34-39, jan. 1983.