



ANTONIO MARCELO OLIVEIRA RIBEIRO

CONTRIBUIÇÕES À CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DO CANAL DE  
RÁDIO MÓVEL E ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS POR MÁXIMA  
VEROSSIMILHANÇA

Campinas

2013





UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

ANTONIO MARCELO OLIVEIRA RIBEIRO

Contribuições à Caracterização Estatística do Canal de Rádio  
Móvel e Estimação de Parâmetros por Máxima Verossimilhança

Orientador: Prof. Dr. Evandro Conforti

Tese de Doutorado apresentada ao programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica, na Área de concentração Telecomunicações e Telemática.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO ANTONIO MARCELO OLIVEIRA RIBEIRO E ORIENTADA PELO PROF. DR. EVANDRO CONFORTI.

---

Campinas

2013

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

R354c Ribeiro, Antonio Marcelo Oliveira, 1970-  
Contribuições à caracterização estatística do canal de rádio móvel e estimação de parâmetros por máxima verossimilhança / Antonio Marcelo Oliveira Ribeiro. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Evandro Conforti.  
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Comunicações móveis. 2. Rádio - Transmissores e transmissão - Desvanecimento. 3. Estimador de máxima verossimilhança. 4. Técnicas de medição. 5. Teoria da estimação. I. Conforti, Evandro, 1947-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Contributions to the statistical characterization of mobile radio channel and parameter estimation by maximum likelihood

**Palavras-chave em inglês:**

Mobile communications

Radio - Transmitters and transmission - Fading

Maximum likelihood estimator

Measuring techniques

Theory of estimation

**Área de concentração:** Telecomunicações e Telemática

**Titulação:** Doutor em Engenharia Elétrica

**Banca examinadora:**

Evandro Conforti [Orientador]

José Ewerton Pombo de Farias

Adaildo Gomes D'Assunção

Michel Daoud Yacoub

Gustavo Fraidenraich

**Data de defesa:** 13-09-2013

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Elétrica

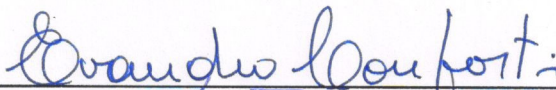
## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

**Candidato:** Antonio Marcelo Oliveira Ribeiro

**Data da Defesa:** 13 de setembro de 2013

**Título da Tese:** "Contribuições à Caracterização Estatística do Canal de Rádio Móvel e Estimação de Parâmetros por Máxima Verossimilhança"

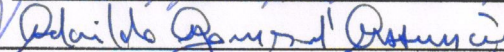
Prof. Dr. Evandro Conforti (Presidente):



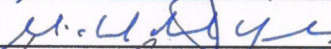
Prof. Dr. José Ewerton Pombo de Farias:



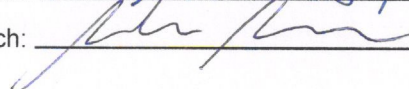
Prof. Dr. Adaildo Gomes D'Assunção:



Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub:



Prof. Dr. Gustavo Fraidenraich:





# Resumo

Os efeitos provocados pelo ambiente de propagação sobre o sinal transmitido, assim como as condições impostas pela mobilidade do receptor, afetam diretamente a qualidade de serviço em sistemas de comunicação sem fios. Portanto, é necessário compreender e analisar os efeitos de degradação que o canal terá sobre um dado sistema de comunicação de dados e, dessa forma, avaliar a necessidade de medidas para mitigar os eventuais efeitos prejudiciais do canal. Neste trabalho, apresenta-se uma caracterização estatística do canal de rádio móvel, a partir de medições em campo nas bandas de 1800, 2500 e 3500 MHz, através de uma técnica simples de aquisição da envoltória do sinal. Em particular, são calculadas, para a envoltória, funções de distribuição de probabilidade, taxas de cruzamentos, duração de desvanecimento e sua distribuição, funções de correlação espacial e em frequência, tempo de coerência e largura de banda de coerência. Realiza-se, igualmente, uma análise comparativa destes resultados com os seguintes modelos estatísticos: Rayleigh, Nakagami, Rice, Weibull, Hoyt (Nakagami-q) e  $\kappa$ - $\mu$ .

Além disso, é dada ênfase à estimação de parâmetros dos modelos de canal de rádio, através de dois métodos: momentos (MoM) e máxima verossimilhança (ML). Neste contexto, obtêm-se expressões para a variância e o intervalo de confiança, assintóticos, de estimadores ML, baseadas na informação de Fisher que uma amostra aleatória contém a respeito do parâmetro a ser estimado.

De forma geral, foi observado um bom ajuste entre as medidas em campo e correspon-

dentess curvas teóricas, para estatísticas de primeira e segunda ordem da envoltória. As medições em campo deste trabalho mostraram que os estimadores ML agruparam mais as curvas teóricas, em torno da curva experimental, quando comparados aos estimadores MoM. Adicionalmente, a matriz de covariância dos estimadores ML para  $\kappa$  e  $\mu$ , obtida a partir das medições em campo, mostrou que a variância do estimador de  $\kappa$  é, pelo menos, dez vezes maior que aquela do estimador de  $\mu$ .

Igualmente, valores medidos de correlação espacial apresentaram bom ajuste aos modelos teóricos, em termos de uma tendência geral de variação. Em particular, curvas de distribuição cumulativa do tempo de coerência,  $T_0$ , para medidas em campo em 3500 MHz, mostraram que  $T_0$  é maior que 1,7 ms, para 90% do tempo, quando o receptor se move a 30 km/h. Por fim, medidas em campo da largura de banda de coerência, em 1800 MHz, revelaram que um valor de  $\Delta f < 60$  kHz irá garantir um nível de correlação da envoltória maior que 0,9, para 90% do tempo.



# Abstract

The propagation environment effects on the transmitted signal as well as the conditions imposed by the receiver mobility directly affect the quality of service (QoS) in wireless communication systems. Therefore, it is necessary to understand and analyze the degradation effects inflicted by the channel on a given data communication system, in order to evaluate the measures to mitigate these deleterious effects. In this thesis, we present a statistical characterization of the mobile radio channel based on field measurements performed over the 1800, 2500, and 3500 MHz bands, using a simple technique for acquiring the signal envelope. In particular, envelope statistics for probability distribution functions were calculated, as well as the crossing rates, duration of fading and its distribution, spatial and frequency correlation functions, coherence time, and coherence bandwidth. A comparative analysis of these results was also carried out against the following statistical models: Rayleigh, Nakagami, Rice, Weibull, Hoyt (Nakagami-q), and  $\kappa$ - $\mu$ .

Also, emphasis is given to the parameter estimation of radio channel models using two methods: moments (MoM) and maximum likelihood (ML). In this context, expressions for the asymptotic variance and confidence interval of ML estimators were obtained, based on the Fisher information a random sample contains over the parameter to be estimated.

In general, there was a good fit between the field measurements and corresponding theoretical curves for envelope statistics of first and second order. Field measurements of this work have shown that ML estimators grouped more the theoretical curves around the ex-

perimental one, when compared to MoM estimators. Additionally, the covariance matrix of ML estimators for  $\kappa$  and  $\mu$ , obtained from field measurements, showed that the variance of  $\kappa$  estimator is at least ten times greater than the one of  $\mu$  estimator.

Moreover, measured values of spatial correlation showed a good fit to the theoretical models, in terms of a general tendency of variation. Particularly, cumulative distribution curves of the coherence time  $T_0$ , for field measurements at 3500 MHz, showed that  $T_0$  is greater than 1.7 ms for 90% of time when the receiver is moving at 30 km/h. Finally, 1800-MHz field measurements of coherence bandwidth revealed that a value of  $\Delta f < 60$  kHz will ensure a level of envelope correlation greater than 0.9 for 90% of time.

# Agradecimentos

Ao Prof. Evandro Conforti, pela amigável, competente e dedicada orientação.

Aos órgãos de fomento FAPESP e CNPq, pelo apoio financeiro e de aquisição de materiais e equipamentos, necessários à realização deste trabalho.

A José Boris Butron, Cláudio Castelli, Ernesto Barrientos e Ugo Dias, pelo essencial auxílio nas campanhas de medição em campo.

Aos meus colegas do laboratório LAPCOM que, direta ou indiretamente, contribuíram para a elaboração desta tese.

Aos meus amigos, pela amizade e pelo apoio durante esses anos.



Aos meus queridos pais,

Rui e Joana.



# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>vii</b>
<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>Glossário</b>	<b>xxiii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Canal de Rádio Móvel . . . . .	1
1.2 Objetivos e Contribuições do Trabalho . . . . .	3
1.3 Estrutura da Tese . . . . .	4
<b>2 Modelos Estatísticos de Canal</b>	<b>7</b>
2.1 Aspectos do Canal Rádio Móvel . . . . .	7
2.1.1 Desvanecimento de Longo Prazo . . . . .	8
2.1.2 Desvanecimento de Curto Prazo . . . . .	8
2.2 Modelos de Desvanecimento de Curto Prazo . . . . .	11
2.2.1 Rayleigh . . . . .	12
2.2.2 Nakagami-m . . . . .	18
2.2.3 Rice . . . . .	21
2.2.4 Weibull . . . . .	24
2.2.5 Hoyt (Nakagami-q) . . . . .	26
2.2.6 $\kappa$ - $\mu$ . . . . .	29
2.3 Estimação de Parâmetros . . . . .	34
2.3.1 Método dos Momentos . . . . .	34
2.3.2 Método de Máxima Verossimilhança . . . . .	35
<b>3 Técnicas de Medição</b>	<b>47</b>
3.1 Breve Introdução à Caracterização do Canal de Rádio . . . . .	47

3.2	Técnicas de Caracterização de Canal . . . . .	49
3.2.1	Técnicas em Banda Larga no Domínio da Frequência . . . . .	50
3.2.2	Técnicas em Banda larga no Domínio do Tempo . . . . .	51
3.2.3	Técnicas de Caracterização em Banda Estreita . . . . .	60
3.3	Áreas de Medições . . . . .	61
3.4	Medições em Campo da Envoltória do Sinal . . . . .	67
3.4.1	Sistema de Medição em Campo . . . . .	67
3.4.2	Técnica de Medição da Envoltória . . . . .	69
3.4.3	Cálculo de Média-Local do Sinal . . . . .	71
3.4.4	Estatísticas do Canal de Rádio e Parâmetros de Aquisição . . . . .	74
<b>4</b>	<b>Resultados e Análises</b>	<b>79</b>
4.1	Pós-processamento das Medidas em Campo . . . . .	79
4.1.1	Transformada Rápida de Fourier (FFT) . . . . .	79
4.1.2	Média-Local . . . . .	81
4.1.3	Amostras de Envoltória Descorrelacionadas . . . . .	83
4.1.4	Envoltória Normalizada ao Valor RMS . . . . .	84
4.2	Estimação de Parâmetros . . . . .	84
4.2.1	Rayleigh . . . . .	84
4.2.2	Nakagami . . . . .	87
4.2.3	Rice . . . . .	90
4.2.4	Weibull . . . . .	93
4.2.5	Hoyt . . . . .	97
4.2.6	$\kappa$ - $\mu$ . . . . .	101
4.3	Estatísticas de Rádio Móvel . . . . .	107
4.3.1	Função de Distribuição Cumulativa (CDF) . . . . .	107
4.3.2	Estatísticas de Cruzamento . . . . .	110
4.3.3	Estatísticas de Correlação . . . . .	117
<b>5</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	<b>125</b>
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>129</b>
	<b>Apêndice A: Derivadas da Função Log-Verossimilhança</b>	<b>139</b>
	<b>Apêndice B: Artigos Publicados pelo Autor</b>	<b>143</b>



# Lista de Figuras

2.1	Resposta de multipercurso de um canal de rádio a um pulso estreito transmitido, como função do atraso relativo e para três posições do receptor, (a)-(c), igualmente espaçadas de $0,4\lambda$ [21]. . . . .	12
2.2	Uma típica componente de onda plana, chegando, com ângulo $\alpha_n$ , aos pontos 0 e 0'. . . . .	15
2.3	Curvas do coeficiente de correlação obtido por Jakes [7], nas suas formas exata (2.25) e aproximada (2.23). Em (a): coeficiente de correlação espacial. Em (b): coeficiente de correlação de frequência. . . . .	19
3.1	Diagrama em blocos de um sistema de medição típico, baseado em VNA. Um cabo de fibra óptica pode ser utilizado para permitir distâncias maiores entre transmissor e receptor. . . . .	51
3.2	Diagrama em blocos de um sistema de sondagem por repetição de pulso, utilizado em [74]. O diagrama inclui transmissor (à esquerda) e receptor (à direita). . . . .	52
3.3	Pulsos ultrarrápidos, gerados por uma técnica eletro-óptica descrita em [82], que podem ser utilizados em sondagem de canal e outras aplicações. . . . .	53
3.4	Resposta típica de multipercurso de um canal de rádio urbano, obtida por sondagem por pulso repetitivo [15]. . . . .	53
3.5	Função de autocorrelação periódica de uma sequência binária pseudoaleatória de máximo comprimento (sequência- $m$ ). . . . .	56
3.6	Sistema de sondagem STDCC, utilizado em [87], para caracterizar um ambiente de propagação suburbano. . . . .	57
3.7	Configuração típica de multipercurso formada no caminho de propagação de rádio: (a) da estação base para o móvel – enlace direto e (b) do móvel para a estação base – enlace reverso. . . . .	62

3.8	Fotografia com a indicação, em amarelo, da antena do transmissor e das áreas de medição I e II. As ruas e avenidas estão identificadas por uma sequência de duas letras. . . . .	66
3.9	Fotos ilustrativas de uma rua e uma avenida, situadas na área I. (a) R. Elis Regina (er). (b) Av. Bertrand Russel (br). . . . .	67
3.10	Fotos ilustrativas de duas ruas, situadas na área II. (a) R. Dr. Shigeo Mori (sm). (b) R. Luverci Pereira de Souza (ls). . . . .	68
3.11	Diagrama em blocos do sistema de medição. Lista de equipamentos (a) Transmissor: Ger. de Sinal – Agilent E8257D 250 kHz - 40 GHz, Amp – Hughes <i>Traveling Wave Tube RF Amplifier</i> , (b) Receptor: Pré-Amp. – Agilent 8449B 1 - 26,5 GHz, Analisador de Espectro – Agilent E4407B e interface USB/GPIB – Agilent 82357A. . . . .	69
3.12	Fotos ilustrativas do sistema de medição. (a) Transmissor: gerador de RF e amplificador de potência. (b) Receptor: analisador de espectro, amplificador de baixo ruído (LNA) e computador portátil. . . . .	70
3.13	Exemplo típico de duas envoltórias de sinal, em 1800 MHz, adquiridas em sequência, a partir de medições em campo a 30 km/h. Cada seção de sinal corresponde a uma janela de aquisição de $50\lambda$ , com 4011 amostras. . . . .	77
4.1	Um arquivo típico de dados da envoltória de um sinal em 1800 MHz, gravado em uma passagem do veículo, pela Av Bertrand Russel, a 30 km/h. . . . .	80
4.2	Espectros de potência típicos para seções da envoltória de um sinal, em 2500 MHz, adquiridas por um veículo a 30 km/h. (a) Quatro espectros individuais de quatro seções selecionadas. (b) A média de 169 curvas de espectro. . . . .	81
4.3	Cálculo de média-local para um arquivo de dados de 12 seções de 8021 amostras, cada. A envoltória do sinal, em 2500 MHz, foi adquirida a 30 km/h. . . . .	82
4.4	(a) Uma seção de envoltória de 307340 amostras, em 2500 MHz, com suas correspondentes amostras descorrelacionadas, indicadas por círculos. (b) Uma janela de 300 ms de (a). . . . .	84
4.5	Log-verossimilhança de Rayleigh, como função de $\Omega$ , calculada para 2564 amostras descorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz. . . . .	87
4.6	Log-verossimilhança de Nakagami, como função de $m$ , calculada para 2564 amostras descorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz. . . . .	90
4.7	Log-verossimilhança de Rice, como função de $K$ , calculada para 2564 amostras descorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz. . . . .	93

4.8	Log-verossimilhança de Weibull, $L(\mathbf{r}; \alpha, \Omega)$ , calculada para 2564 amostras descorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz. . . . .	96
4.9	Log-verossimilhança de Hoyt, como função de $b$ , calculada para 2564 amostras descorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz. . . . .	100
4.10	Função ${}_1F_1(-1/2; \mu; -\kappa\mu)$ (em pontos vermelhos) e seu correspondente modelo ajustado (curva sólida azul). . . . .	103
4.11	Log-verossimilhança $\kappa$ - $\mu$ , $L(\rho; \kappa, \mu)$ , calculada para 2564 amostras descorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz. . . . .	105
4.12	Medições em campo, em 2500 MHz, através da rua sh. CDF experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML. . . . .	108
4.13	Medições em campo, em 2500 MHz, através da rua rs. CDF experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML. . . . .	109
4.14	Medições em campo, em 3500 MHz, através da rua br. CDF experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML. . . . .	110
4.15	Medições em campo, em 2500 MHz, através da rua sh. LCR experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML. . . . .	111
4.16	Estatísticas de LCR experimental, medidas em frequências diferentes, mas para o mesmo ambiente de medição. A comparação a modelos teóricos é realizada através de estimação ML. (a) 2500 MHz. (b) 3500 MHz. . . . .	113
4.17	Medições em campo, em 2500 MHz, através da rua ft. AFD experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML. . . . .	114
4.18	Medições em campo, em 3500 MHz, através da rua sh. AFD experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML. . . . .	115
4.19	Probabilidade que a duração de desvanecimento, abaixo de $\rho$ , seja maior que $u = t/AFD$ . . . . .	116
4.20	Coefficientes de correlação espacial de seções de envoltória típicas, a partir de medições em campo em 2500 MHz. Os coeficientes foram calculados utilizando as expressões (4.92) e (4.93). . . . .	118
4.21	Valores médios do coeficiente de correlação, calculados sobre várias seções de sinal e para diferentes tamanhos de janela de aquisição, $w$ . (a) 1800 MHz. (b) 2500 MHz. . . . .	119
4.22	Estatísticas de correlação experimental, medidas para dois ambientes de propagação. A comparação a modelos teóricos é realizada através de estimação ML. (a) rua br. (b) rua ls. . . . .	119

4.23	Funções de distribuição cumulativa do tempo de coerência, $T_0$ , para um nível de correlação de 0,5, calculadas de medições em campo nas ruas sm, rs e sh.	121
4.24	Diagrama esquemático do sistema de medição. Lista de equipamentos: (a) Ger. de Sinal #1 – Agilent E8257D, Ger. de Sinal #2 – Agilent E6380A e Amp – Hughes <i>TWT RF Amplifier</i> 1.4-2.4 GHz; (b) Pré-Amp. – Agilent 87405B, Analis. de Espectro #1 e #2 – Agilent E4408B, <i>Trigger</i> – Agilent 34970A e interface USB/GPIB – Agilent 82357A. . . . .	122
4.25	Funções de distribuição cumulativa dos valores de correlação entre as seções de envoltória, para várias separações de frequência. . . . .	123
4.26	Nível abaixo do qual os valores de correlação permanecem por 10% do tempo, para cada separação de frequência. . . . .	124

# Lista de Tabelas

2.1	Valores de $z_{\alpha/2}$ para Cálculo de Intervalos de Confiança em (2.129). . . . .	45
3.1	Principais Características Geométricas das Células de Rádio . . . . .	61
3.2	Correspondência entre siglas e nomes reais de ruas e avenidas (área I) . . . .	65
3.3	Correspondência entre siglas e nomes reais de ruas e avenidas (área II) . . .	65
3.4	Especificações das Antenas Transmissoras . . . . .	68
3.5	Especificações das Antenas Receptoras em 1800 MHz . . . . .	76
3.6	Parâmetros de Aquisição em 1800 MHz ( $\gamma = 20$ ) . . . . .	76
3.7	Especificações das Antenas Receptoras em 2500 MHz . . . . .	77
3.8	Parâmetros de Aquisição em 2500 MHz . . . . .	78
3.9	Especificações das Antenas Receptoras em 3500 MHz . . . . .	78
3.10	Parâmetros de Aquisição em 3500 MHz . . . . .	78
4.1	Coefficientes calculados, por ajuste de curvas, para (4.74). . . . .	103



# Glossário

**AoA** - Ângulo de Chegada

**AFD** - Tempo Médio de Desvanecimento

**BER** - Taxa de Erro de Bit

**BS** - Estação Base

**CDF** - Função de Distribuição Cumulativa

**CRLB** - Limitante Inferior de Cramer-Rao

**CW** - Onda Contínua

**FFT** - Transformada Rápida de Fourier

**ISI** - Interferência Intersimbólica

**LCR** - Taxa de Cruzamento de Nível

**LoS** - Linha de Visada

**MIMO** - Múltipla-Entrada Múltipla-Saída

**ML** - Método de Máxima Verossimilhança

**MoM** - Método dos Momentos

**MS** - Estação Móvel

**OFDM** - Multiplexação por Divisão de Frequência Ortogonal

**PDF** - Função Densidade de Probabilidade

**PDP** - Perfil Atraso-Potência

**RF** - Rádio Frequência

**RMS** - Valor Eficaz

**SNR** - Relação Sinal-Ruído

**STDDC** - Correlação Cruzada por Varredura de Atraso

**VNA** - Analisador de Redes Vetorial

**VHF** - Frequência Muito Alta

**UHF** - Frequência Ultra Alta

## Símbolos

$\lambda$  - comprimento de onda do sinal;

$\tau$  - atraso de propagação das componentes de multipercurso;

$f_R(r)$  - PDF da envoltória;

$F_R(r)$  - CDF da envoltória;

$r, R$  - envoltória do sinal;

$\Omega$  - potência média do sinal;

$E[\cdot]$  - operador de média estatística;

$\rho, \varrho$  - envoltória normalizada;

**J** - matriz Jacobiana de transformação de variáveis;

$X, Y$  - variável aleatória gaussiana;

$\sigma^2$  - variância da variável aleatória gaussiana;

$\omega_m, f_m$  - desvio Doppler máximo, respectivamente, em rad/s e Hz;

$v$  - velocidade do receptor;

$\xi$  - distância de correlação;

$J_0(\cdot)$  - função de Bessel, de ordem zero e de primeiro tipo;

$\delta(\cdot)$  - coeficiente de correlação;

$\omega, f$  - frequência do sinal, respectivamente, em rad/s e Hz;

$\Delta\omega, \Delta f$  - diferença de frequência entre dois sinais, respectivamente, em rad/s e Hz;

${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$  - função hipergeométrica de Gauss;



- $\text{Var}[\cdot]$  - operador de variância;  
 $m$  - parâmetro de Nakagami;  
 $\Gamma(\cdot)$  - função Gamma;  
 $\text{Cov}[\cdot]$  - operador de covariância;  
 $K$  - parâmetro de Rice;  
 $I_\nu(\cdot)$  - função de Bessel modificada, de ordem  $\nu$  e de primeiro tipo;  
 $Q(\cdot)$  - função Marcum-Q  
 $\alpha$  - parâmetro de forma de Weibull;  
 $b$  - parâmetro de Hoyt;  
 $\kappa$  - parâmetro da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ ;  
 $\mu$  - parâmetro da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ ;  
 $\mathbf{X}$  - amostra aleatória  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ;  
 $\mathbf{x}$  - observações da amostra aleatória  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ;  
 $\theta$  - parâmetro a ser estimado;  
 $\boldsymbol{\theta}$  - vetor de parâmetros a ser estimado;  
 $\hat{\Theta}_{ML}$  - estimador ML de parâmetro estatístico;  
 $\hat{\Theta}_{MoM}$  - estimador MoM de parâmetro estatístico;  
 $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}$  - vetor de estimadores ML;  
 $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$  - PDF conjunta da amostra aleatória  $\mathbf{X}$ ;  
 $f_{X_i}(x_i; \theta)$  - PDF da variável aleatória  $X_i$ ;  
 $L(\mathbf{x}; \theta)$  - função log-verossimilhança;  
 $\mathbf{H}(L)$  - matriz Hessiana de  $L(\mathbf{x}; \theta)$ ;  
 $\gamma$  - fator de sobre-amostragem;  
 $w$  - janela de aquisição do sinal;  
 $2k + 1$  - número de amostras da janela de média-local  
 $T_0$  - tempo de coerência do canal de rádio;  
 $I_n(\cdot)$  - informação de Fisher da amostra aleatória  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ;  
 $I(\cdot)$  - informação de Fisher da variável aleatória  $X$ ;  
 $\mathbf{I}_n$  - matriz de informação de Fisher;  
 $J_n(\cdot)$  - informação de Fisher observada da amostra aleatória  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ;  
 $J(\cdot)$  - informação de Fisher observada da variável aleatória  $X$ ;  
 $\mathbf{J}_n$  - matriz de informação de Fisher observada;  
 $B_c$  - largura de banda de coerência do canal de rádio;  
 $S$  - duração de uma varredura do analisador de espectro;  
 $\psi_0(\cdot)$  - função Digamma;

$\psi_1(\cdot)$  - função Trigamma;

$q$  - parâmetro de Hoyt;

${}_1F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$  - função hipergeométrica confluyente;

${}_1\tilde{F}_1(\cdot; \cdot; \cdot)$  - função hipergeométrica confluyente regularizada;

$F_t(u, \rho)$  - distribuição cumulativa da duração de desvanecimento;

$\delta_\rho(k)$  - estimador do coeficiente de correlação espacial;

$\delta_{\Delta f}$  - estimador do coeficiente de correlação de frequência;

$I_\nu^{(1,0)}(z)$  - derivada de  $I_\nu(z)$ , com relação à ordem  $\nu$ ;

$I_\nu^{(2,0)}(z)$  - segunda derivada de  $I_\nu(z)$ , com relação à ordem  $\nu$ ;

$I_\nu^{(1,1)}(z)$  - derivada de  $I_\nu^{(1,0)}(z)$ , com relação ao parâmetro  $z$ .

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Canal de Rádio Móvel

O objetivo dos sistemas de comunicação sem fios é prover comunicação de voz, dados de alta velocidade e vídeo, com mobilidade e, praticamente, em qualquer lugar. Entretanto, os efeitos provocados pelo ambiente de propagação sobre o sinal transmitido, assim como as condições impostas pela mobilidade do receptor, tornam este objetivo uma tarefa complexa de realizar. De fato, os projetistas estão geralmente preocupados em compreender e analisar os efeitos de degradação que o canal terá sobre um dado sistema de comunicação de dados. Apenas a partir desse conhecimento, estarão em condições de avaliar a necessidade de medidas para mitigar eventuais efeitos prejudiciais do canal e implementar sistemas capazes de garantir uma comunicação confiável e com requisitos mínimos de qualidade.

O primeiro requisito básico para uma comunicação confiável é, obviamente, garantir uma distribuição de potência média (cobertura) do sinal sobre uma área de interesse [1]. Um dos principais fatores, que influenciam a média-local do sinal recebido, é a distância do receptor à antena transmissora — quando o receptor móvel se afasta do transmissor, a média-local do sinal recebido irá gradualmente diminuir. Outro fator bem conhecido são as características físicas do ambiente de propagação, na região entre transmissor e receptor ou nas regiões próximas ao receptor. Este pode estar interno em alguma edificação ou situado em ambiente externo; no segundo caso, poderá estar ainda em condição de linha de visada direta (LoS - *Line of Sight*) com a antena transmissora ou obstruído por alguma edificação, morros ou variações naturais do relevo sobre grandes áreas. Assim, métodos de predição são necessários para estimar o nível de potência média recebida a uma particular distância da antena transmissora, tal que a relação sinal-ruído (SNR - *Signal-to-Noise Ratio*) ou, de forma similar, a relação portadora para sinal interferente (C/I - *Carrier-to-Interference ratio*), possa ser

calculada [1]. A SNR requerida para dada condição de operação, em conjunto com a perda de percurso, calculada por métodos de predição, irão definir parâmetros fundamentais tais como potência necessária do transmissor e áreas de cobertura. Pelo fato de as variações sobre a média-local ocorrerem sobre grandes áreas, este fenômeno é frequentemente denominado de desvanecimento de longo prazo.

Entretanto, sabe-se que, além do desvanecimento de longo prazo, há um efeito de multipercurso sobre o sinal, causado pelo ambiente de propagação. Este efeito dispersivo é denominado desvanecimento de curto prazo e pode provocar mudanças drásticas na amplitude e fase do sinal recebido, quando o receptor se desloca por curtas distâncias, tão pequenas quanto frações do comprimento de onda do sinal. A razão para isto é que, em um ambiente rádio móvel típico, a propagação, entre a antena transmissora e o receptor, ocorre através de múltiplos caminhos, gerados pela dispersão do sinal a partir de edificações urbanas, veículos, variações de relevo e outros obstáculos. Considera-se que o sinal recebido, em qualquer ponto, consiste de um grande número ondas planas uniformes, se propagando horizontalmente, com ângulos de chegada (AoA - *Angle of Arrival*), relativos à direção de movimento do receptor, amplitudes e fases distribuídos de forma aleatória [2]. A interferência entre as componentes de multipercurso irá produzir um padrão de intensidade de campo variável e aleatório, com máximos e mínimos espaçados da ordem de um quarto do comprimento de onda [2]. Ainda, para um determinado esquema de modulação e taxa de bits, se os atrasos relativos entre as componentes de multipercurso se tornarem comparáveis à duração do símbolo transmitido, haverá sobreposição entre o símbolo recebido e cópias de símbolos anteriores, produzindo um efeito conhecido como interferência intersimbólica [3]. O símbolo recebido pode estar distorcido a tal ponto [4] que técnicas sofisticadas de equalização são necessárias para recuperar a informação desejada do pulso.

Além disso, em consequência do movimento do receptor, ou de espalhadores ao seu redor, há um desvio Doppler sobre o sinal recebido. Cada componente de multipercurso, ao percorrer um caminho de propagação diferente, sofrerá um desvio Doppler correspondente, dependendo da velocidade do receptor, frequência de portadora e AoA [5]. O efeito observado, sobre o sinal recebido, é uma espécie de modulação de frequência aleatória, em função dos diferentes desvios Doppler sobre as componentes de multipercurso [6], [7]. Mesmo se uma portadora em onda contínua (CW - *Continuous Wave*), por exemplo, fosse transmitida, o sinal recebido teria um espectro de potência contínuo, espalhado e centrado na portadora do sinal, com largura proporcional à velocidade do receptor e frequência de portadora [3]. O espalhamento Doppler provoca uma dispersão em frequência do sinal recebido e é uma medida de quão rápido o canal varia no tempo ou, de forma similar, uma medida do desvanecimento seletivo

no tempo do canal. Os sistemas de comunicação atuais, para acesso sem fio em banda larga, que utilizam técnicas de múltiplo acesso baseadas em multiplexação por divisão de frequência ortogonal (OFDM - *Orthogonal Frequency-Division Multiplexing*) [8], são particularmente sensíveis ao espalhamento Doppler [9], [10]. Neste caso, a correta demodulação coerente dos símbolos, requer técnicas de estimação de canal através de subportadoras piloto, para compensar as variações temporais de resposta do canal [11].

Portanto, uma consequência imediata do desvanecimento de curto prazo é uma perda de eficiência da comunicação [12]. Sob efeito de desvanecimento de curto prazo, a potência transmitida, necessária para manter uma taxa de erro de bits (BER - *Bit Error Rate*) requerida no receptor, aumenta drasticamente [3], muito além da simples correção de potência para compensar movimentos do receptor sobre grandes áreas ou eventuais efeitos de sombra, referentes ao desvanecimento de longo prazo. De fato, mesmo que a potência média do sinal seja suficiente para a compensar a perda de percurso, a interferência intersimbólica pode degradar o sinal de tal forma que altos valores de BER estarão presentes. Tal condição leva a um limitante inferior para o valor de BER, denominada de taxa de erro de bits irreduzível, ou seja, para uma dada condição de operação — velocidade, frequência de portadora, modulação e taxa de bits, e sem uso de equalização de canal, há um valor mínimo de BER que persistirá, não importa o quanto aumentarmos a potência de transmissão [3], [13].

Dado o exposto acima, a distorção de canal, inerente ao ambiente de propagação rádio móvel, requer que os sistemas de comunicação sejam capazes de lidar com um nível admissível de degradação de sinal, causada pela dispersão de multipercurso. Assim, uma compreensão básica do canal de rádio é importante para encontrar esquemas de modulação, de codificação ou ainda, técnicas de equalização, com o objetivo de prover comunicação com certo grau de confiabilidade e qualidade.

## 1.2 Objetivos e Contribuições do Trabalho

Objetiva-se dar uma contribuição à caracterização de estatísticas de primeira e segunda ordem do canal de rádio móvel, através de uma técnica simples de aquisição, em banda estreita, da envoltória do sinal, que permite caracterizar as principais estatísticas de um canal sob investigação. Dentre os principais estudos e contribuições que foram realizados, destacam-se:

- implementação de uma técnica de medição da envoltória do sinal, através do uso de analisador de espectro e algoritmos de automação do processo de medição;

- medições em campo da envoltória do sinal, em condições de mobilidade, em um ambiente suburbano de propagação, nas frequências de 1800, 2500 e 3500 MHz;
- caracterização do canal de rádio através do cálculo, a partir das medidas em campo, das seguintes estatísticas da envoltória: função distribuição de probabilidade, taxas de cruzamentos, duração de desvanecimento e sua função distribuição, funções de correlação espacial e em frequência, tempo de coerência e largura de banda de coerência;
- estimação de parâmetros dos modelos estatísticos, a partir das medidas em campo, através do método dos momentos (MoM - *Method of Moments*) e do método de máxima verossimilhança (ML - *Maximum Likelihood*);
- cálculo de variâncias e intervalos de confiança assintóticos de estimadores ML, baseado na teoria de informação de Fisher;
- análise comparativa das estatísticas experimentais aos seguintes modelos de curto prazo do canal de rádio: Rayleigh, Nakagami, Rice, Weibull, Hoyt (Nakagami-q) e  $\kappa$ - $\mu$ .

### 1.3 Estrutura da Tese

**Capítulo 2:** Alguns aspectos do canal de rádio móvel são discutidos. Em particular, o desvanecimento de curto prazo — dispersão temporal e mobilidade do receptor, e seus efeitos sobre o sinal recebido são apresentados. Em seguida, apresentam-se os modelos de canal de Rayleigh, Nakagami, Rice, Weibull, Hoyt (Nakagami-q) e  $\kappa$ - $\mu$ , para os quais uma revisão de suas principais estatísticas de primeira e segunda ordem, e de correlação, é realizada. Uma seção trata dos estimadores para os parâmetros de modelos de canal, utilizando os métodos dos momentos e de máxima verossimilhança. O objetivo deste capítulo é prover uma introdução teórica aos modelos de canal de desvanecimento de curto prazo, para permitir uma posterior comparação e validação destas estatísticas com medições em campo, realizadas neste trabalho.

**Capítulo 3:** As diversas técnicas de caracterização de canal são revisadas e discutidas, dividindo-as em técnicas em banda estreita e banda larga, estas no domínio do tempo e da frequência. Neste capítulo também é descrita a técnica de medição utilizada neste trabalho, incluindo a montagem experimental do sistema de medição, a escolha das áreas de medições em campo e uma breve discussão teórica que fundamenta a técnica. A seguir, são enumeradas as estatísticas que serão calculadas a partir das medidas em campo e, por fim, definidos os valores de parâmetros de aquisição importantes como taxa de amostragem, janela de

aquisição, janela de média-local e tempo de varredura do analisador de espectro, para cada uma das bandas de 1800, 2500 e 3500 MHz.

**Capítulo 4:** Neste capítulo são apresentados os resultados das medições em campo. De início, algumas tarefas de pós-processamento das medidas são vistas em detalhe, como análise espectral da envoltória, processo de filtragem de média-local e normalização. Em seguida, o processo de cálculo dos estimadores a partir das medidas em campo é discutido, como também o cálculo de variâncias e intervalos de confiança assintóticos dos estimadores ML. Finalmente, as estatísticas teóricas e experimentais são calculadas e uma análise comparativa entre ambas é realizada. Neste caso, as análises foram divididas em estatísticas de primeira ordem, de segunda ordem e de correlação.

**Capítulo 5:** Este capítulo apresenta as conclusões do trabalho, principais contribuições e algumas considerações finais.

**Apêndice A:** Cálculos das segundas derivadas, com relação aos parâmetros, da função log-verossimilhança, para as distribuições de Hoyt e  $\kappa$ - $\mu$ .

**Apêndice B:** Trabalhos publicados pelo autor em conferências e periódicos.





## Capítulo 2

# Modelos Estatísticos de Canal

### 2.1 Aspectos do Canal Rádio Móvel

Os fenômenos que governam a rádio-propagação em ambientes suburbano e urbano são complexos e diversos e podem ser geralmente atribuídos a três mecanismos básicos de propagação: *reflexão*, *difração* e *espalhamento* [1].

A reflexão ocorre quando o sinal de rádio-frequência (RF - *Radio Frequency*) atinge uma obstrução cuja dimensão é muito grande, comparada ao comprimento de onda do sinal,  $\lambda$ . Reflexões da superfície terrestre, de prédios e de outras grandes construções urbanas produzem ondas refletidas que podem interferir construtivamente ou destrutivamente no receptor.

A difração ocorre quando o caminho de propagação, entre transmissor e receptor, está obstruído por um obstáculo, através do qual o sinal de rádio não consegue atravessar. Baseado no princípio de Huygens, ondas secundárias são formadas atrás da obstrução, mesmo sem condições de LoS entre transmissor e receptor. A difração explica como sinais de RF podem se propagar através de áreas rurais e suburbanas sem condições de LoS, pois o campo eletromagnético difratado alcança o receptor mesmo que este esteja *na sombra* de uma grande obstrução.

O espalhamento ocorre quando, no canal de rádio, estão presentes objetos com dimensões da ordem do comprimento de onda do sinal propagante ou menor que este. Espalhamento, que segue os mesmos princípios físicos da difração, faz com que o sinal de rádio seja retransmitido em muitas direções diferentes. O espalhamento tem mostrado ser o mais difícil dos três mecanismos de propagação para realizar a predição nos sistemas de comunicações sem fio [1]. Por exemplo, em sistemas microcelulares urbanos, postes de iluminação e placas de sinalização podem espalhar o sinal de rádio em muitas direções, portanto, fornecendo cobertura de sinal

de RF para locais que poderiam não receber sinal por meio de reflexão ou difração.

Quando há movimento do receptor através do ambiente, os três mecanismos de propagação têm um impacto, em diferentes formas, sobre o sinal instantâneo recebido. Por exemplo, se o receptor tem uma clara condição de LoS para a antena do transmissor, difração e espalhamento são menos prováveis que dominem a propagação. Por outro lado, se o receptor se desloca em uma rua de uma área densamente urbana, sem condição de LoS com o transmissor, difração e espalhamento são mais prováveis dominarem a propagação [1]. Adicionalmente, como já citado, os mecanismos de propagação são influenciados pelo comprimento de onda do sinal transmitido. Na prática, a frequência do sinal de rádio deve ser maior que 30 MHz para que componentes de multipercurso do sinal transmitido sejam formadas em ambientes urbanos e suburbanos típicos [6].

Como citado no Capítulo 1, há dois tipos de desvanecimentos que caracterizam o canal de rádio: *desvanecimento de longo prazo* e *desvanecimento de curto prazo*. A seguir, estes dois fenômenos serão descritos em maior detalhe.

### 2.1.1 Desvanecimento de Longo Prazo

Desvanecimento de longo prazo representa a atenuação na média-local do sinal recebido, ou perda de percurso, devido ao movimento do receptor sobre grandes áreas. Este fenômeno é afetado por, entre outros, contornos do terreno (morros, florestas, grandes construções urbanas etc.) entre transmissor e receptor, alturas das antenas transmissoras e receptoras, distância entre as antenas, frequência de transmissão, largura e orientação de ruas em áreas urbanas e condições atmosféricas [5]. A potência média do sinal é atenuada rapidamente à medida que o receptor se afasta da antena transmissora, caindo com o inverso da potência de ordem  $\alpha$  da distância, com  $\alpha$  assumindo valores típicos de 3 à 4, dependendo do ambiente de propagação e características do sistema de comunicação [5]. Em geral, é aceito que o desvanecimento de longo prazo segue uma distribuição de probabilidade log-normal, em torno do seu valor médio [14]. Isto significa que o logaritmo da potência de média-local varia de acordo com uma distribuição de probabilidade Gaussiana. Tipicamente, a média-local do sinal de rádio móvel é calculada sobre movimentos do receptor de 5 a  $40\lambda$  do sinal [1].

### 2.1.2 Desvanecimento de Curto Prazo

Desvanecimento de curto prazo, por outro lado, se refere às mudanças drásticas de amplitude e fase do sinal, resultantes de pequenas variações (tão pequenas quanto frações de  $\lambda$ ) na separação espacial entre receptor e transmissor. Este fenômeno é causado pela in-

terferência entre duas ou mais contribuições do sinal transmitido, que chegam ao receptor em instantes de tempo levemente diferentes. Estas contribuições, chamadas de componentes de *multipercorso*, combinam-se vetorialmente no receptor, resultando em um sinal que pode variar amplamente em amplitude e fase. Sob efeito de desvanecimento de curto prazo, são comuns variações no sinal da ordem de 40 dB abaixo de seu valor médio, quando o receptor se move apenas uma fração de  $\lambda$  [7].

Desta forma, o multipercorso, em canais rádio móvel, cria variações de curto prazo sobre o sinal recebido. Os três efeitos mais importantes são [15]:

- dispersão temporal causada pelos atrasos de propagação de multipercorso;
- variações rápidas de intensidade sobre pequenas variações de deslocamento ou intervalo de tempo;
- modulação de frequência aleatória, devido aos correspondentes desvios Doppler sobre os diferentes multipercursos.

### Dispersão Temporal do Sinal

Uma condição de linha de visada direta nem sempre existe entre transmissor e receptor, por causa de obstruções causadas por edificações urbanas e obstáculos naturais do terreno. O resultado é que o ambiente de propagação cria múltiplas versões do sinal transmitido, geradas, em grande parte, através de reflexões do sinal sobre grandes áreas ou por meio de difração e espalhamento, a partir de edificações urbanas, veículos e obstáculos menores. A presença de múltiplas componentes do sinal, com diferentes amplitudes, atrasos de propagação e AoAs, dá origem a um canal de rádio complexo e variante no tempo [16]. Modelos amplamente aceitos trabalham com a hipótese de que o sinal é a soma de suas muitas contribuições, chegando à antena do receptor, em geral horizontalmente, com amplitudes, atrasos e AoAs aleatórios [2], [7], [17]. Pelo fato de os multipercursos terem respectivos atrasos, amplitudes e AoAs distribuídos de forma aleatória, o sinal resultante recebido também se comporta de forma aleatória, levando à sua dispersão temporal no ambiente de propagação.

Se atrasos relativos entre diferentes caminhos de propagação forem da ordem de duração do símbolo transmitido, haverá *interferência intersimbólica* (ISI - *Intersymbol Interference*) [16]. Neste caso, o uso de equalizadores de canal é necessário para mitigar os efeitos severos de dispersão sobre o sinal [18]. Alternativamente, pode-se afirmar que a dispersão de multipercorso dá origem a um *desvanecimento seletivo em frequência* do canal, o que implica que dois sinais, suficientemente espaçados em frequência, sofrerão desvanecimentos decorrelacionados [16]. Caso o sinal tenha uma largura de banda grande o suficiente, tal que haja

descorrelação entre duas componentes de frequência quaisquer em sua banda, haverá uma distorção indesejada do espectro de frequência do sinal.

Em sistemas digitais, a interferência intersimbólica pode distorcer seriamente o símbolo recebido. Dependendo do nível de distorção, aumentar a relação sinal-ruído não produz uma queda correspondente na taxa de erro de bits. A dispersão de multipercursos define, então, um limitante inferior para o valor da BER, conhecido frequentemente como taxa de erro de bits *irredutível* [3], como já citado no Capítulo 1. Para que os projetistas estejam aptos a determinar os esquemas ótimos para mitigar a degradação de multipercursos, é essencial que o canal de rádio seja caracterizado de forma satisfatória.

### Mobilidade do Receptor

Em aplicações que envolvem mobilidade do receptor, o canal é variante no tempo, pois o movimento relativo entre transmissor e receptor, assim como o movimento de espalhadores no canal, resultam em mudanças nos caminhos de propagação. Pode-se afirmar que, em cada ponto do espaço, há um padrão de interferência particular das componentes de multipercursos, e se o receptor se desloca a uma determinada velocidade,  $v$ , através deste ambiente, as variações espaciais do sinal recebido serão vistas como rápidas variações temporais de amplitude e fase. Dessa forma, a variação espacial do canal pode ser vista, de forma complementar, como um fenômeno temporal. Devido a essa dualidade espaço-tempo do canal, os termos desvanecimento de curto prazo e desvanecimento de longo prazo também são chamados de *desvanecimento rápido* e *desvanecimento lento*, respectivamente.

Além de variações aleatórias de amplitude e fase do sinal, descritas acima, o movimento do receptor produz um *desvio Doppler* sobre cada componente de multipercursos, que depende da velocidade do receptor, frequência de portadora e ângulo de chegada, relativo à direção de movimento do receptor [5]. Em ambientes urbanos, com alta densidade de espalhadores, edificações e outros obstáculos, o espalhamento Doppler está presente, através do qual o sinal sofre uma espécie de modulação de frequência aleatória, devido aos múltiplos desvios Doppler associados à cada componente de multipercursos [6], [7]. O resultado é um sinal cujo espectro é espalhado em frequência, ou seja, há uma dispersão em frequência do sinal recebido, dependentes dos três fatores já citados.

Em situação de mobilidade, para que sistemas de comunicação digital não apresentem distorção de símbolo, é necessário que a duração do símbolo seja muito menor que o intervalo de tempo em que ocorrem mudanças significativas na resposta do canal [14]. Nesta condição, durante a ocorrência de um símbolo, a resposta do canal pode ser considerada aproximadamente constante e distorções sobre o formato do pulso serão minimizadas. Como

está associado ao movimento do receptor, o espalhamento Doppler fornece uma medida da rapidez com a qual a resposta do canal varia e, portanto, caracteriza o *desvanecimento seletivo no tempo* do canal de propagação. A variação temporal do canal é particularmente crítica para sistemas de comunicação digital utilizando esquemas de modulação OFDM [8], nos quais a largura de banda de subportadora pode ser tão estreita quanto 10 kHz [19], [20]. Seus receptores devem ser capazes de demodular subportadoras com desvios de frequência devido ao espalhamento Doppler ou prover técnicas de correção ou estimação de canal, para garantir a demodulação correta dos símbolos [11].

Um exemplo ilustrando os dois mecanismos nos quais se manifesta o desvanecimento de curto prazo é a Fig. 2.1, que mostra a resposta do canal para um pulso estreito transmitido, em função do atraso relativo,  $\tau$ , e para diferentes posições da antena (ou instantes de tempo, assumindo velocidade constante do receptor). Pode ser observado que, na Fig. 2.1(a)-(c), há duas referências de tempo distintas — atraso relativo,  $\tau$ , e tempo de transmissão ou observação,  $t$ . O atraso relativo se refere à dispersão temporal sobre o sinal transmitido, que resulta de uma resposta ao impulso não ótima do canal e está associado à propagação em multipercurso. Assim, cada uma das respostas do canal, de (a) a (c) na Fig. 2.1, ajuda a responder a seguinte questão: “Para um impulso transmitido através do canal, como a potência média recebida varia em função do atraso de tempo relativo ao instante de transmissão?” [18]. O tempo de transmissão, entretanto, está associado ao movimento do receptor ou às suas variações espaciais, como pode ser visto na Fig. 2.1, onde as três respostas do canal, de (a) a (c), estão associadas a três diferentes posições do receptor, respectivamente. Estas diferentes respostas do canal, para cada instante ou posição do receptor, são vistas como mudanças no caminho de propagação e, portanto, são percebidas como um comportamento variante no tempo do canal. A Figura 2.1(a)-(c) mostra a sequência de perfis de potência recebidos, a medida que o receptor se move em uma sucessão de posições igualmente espaçadas, onde o intervalo entre posições da antena é  $0,4\lambda$  [21]. Para os casos de (a) a (c), a resposta do canal difere significativamente em termos do atraso relativo das componentes de multipercurso, do número dessas componentes, suas magnitudes e potência total recebida (área) no perfil de potência.

## 2.2 Modelos de Desvanecimento de Curto Prazo

Apresenta-se, a seguir, uma breve discussão sobre modelos de desvanecimento de curto prazo, amplamente utilizados em análise estatística de canais de rádio. Em particular, são discutidos os seguintes modelos de desvanecimento: Rayleigh, Nakagami, Rice, Weibull, Hoyt

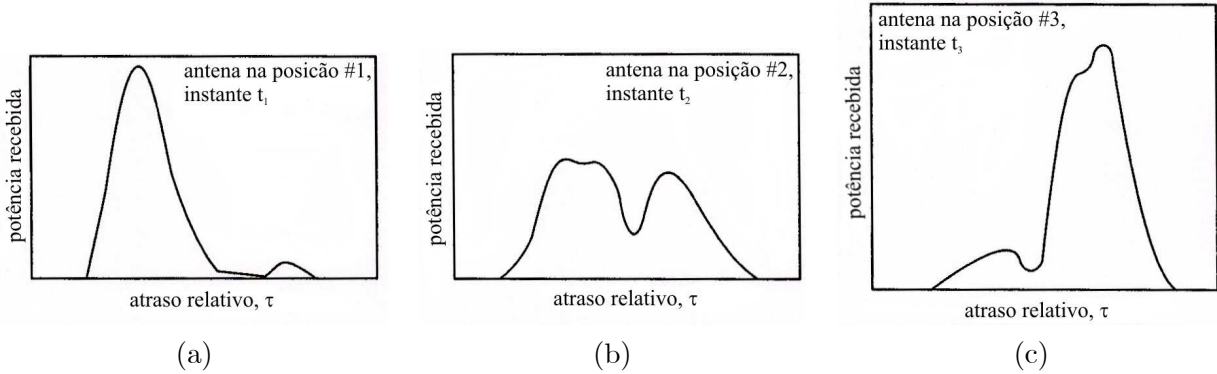


Figura 2.1: Resposta de multipercurso de um canal de rádio a um pulso estreito transmitido, como função do atraso relativo e para três posições do receptor, (a)-(c), igualmente espaçadas de  $0,4\lambda$  [21].

(Nakagami- $q$ ) e  $\kappa$ - $\mu$ . Estatísticas de primeira e segunda ordem destes modelos, bem como estatísticas de correlação, estão apresentadas e discutidas.

### 2.2.1 Rayleigh

O modelo de Rayleigh é bem aceito para caracterizar variações da envoltória,  $R$ , em ambientes rádio móvel, quando o sinal recebido é formado de várias componentes de multipercurso com potências semelhantes, ou seja, há ausência de uma componente predominante no sinal. Sua *função densidade de probabilidade* (PDF - *Probability Density Function*) é dada por [22]

$$f_R(r) = \frac{2r}{\Omega} \exp\left(\frac{-r^2}{\Omega}\right), \quad (2.1)$$

onde  $\Omega = E[R^2]$  é a potência média do sinal e  $E[\cdot]$  é o operador de média estatística. A sua *função de distribuição cumulativa* (CDF - *Cumulative Distribution Function*) vale

$$\begin{aligned} F_R(r) &= \int_0^r f_Z(z) dz \\ &= 1 - \exp\left(\frac{-r^2}{\Omega}\right), \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde  $z$  é usado no lugar de  $r$ , como variável de integração.

Se a envoltória está normalizada em relação ao seu valor *eficaz* (RMS - *Root Mean Square*),  $\rho = r/\sqrt{\Omega}$ , onde  $\sqrt{\Omega}$  é o valor RMS da envoltória, então, usando o procedimento padrão de transformação de variáveis aleatórias, sua PDF normalizada pode ser calculada como

$$f_\rho(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2), \quad (2.3)$$

onde  $\varrho = R/\sqrt{\Omega}$ . A sua CDF correspondente é dada por

$$F_{\varrho}(\rho) = 1 - \exp(-\rho^2). \quad (2.4)$$

Utilizando o modelo de Clarke [17], é possível descrever teoricamente a distribuição de Rayleigh. De acordo com este modelo, é assumido que o sinal recebido é formado de  $N$  componentes, chegando de diferentes direções, com a  $i$ -ésima componente dada por  $r_i e^{j\theta_i}$ , um fasor com envoltória  $r_i$  e fase  $\theta_i$ . Na antena do receptor, estas  $N$  componentes se adicionam vetorialmente, resultando em

$$R e^{j\Theta} = \sum_{i=1}^N r_i e^{j\theta_i}. \quad (2.5)$$

Sobre pequenas áreas e com ausência de uma componente de LoS, ou de potência predominante, Clarke assume que os valores de  $r_i$  são aproximadamente iguais,  $r_i = r'$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , e, portanto,

$$R e^{j\Theta} = r' \sum_{i=1}^N e^{j\theta_i}. \quad (2.6)$$

Assumindo que as fases são uniformemente distribuídas entre 0 e  $2\pi$ , o problema se reduz a obter a distribuição para a soma de um grande número de senóides, com amplitudes constantes e fases aleatórias e uniformemente distribuídas. As componentes *em fase* e *em quadratura*,  $X$  e  $Y$ , do sinal recebido,  $R e^{j\Theta} = X + jY$ , serão variáveis aleatórias independentes, e, pelo teorema do limite central, com distribuição Gaussiana de média zero e variância  $\sigma^2$  [13]. A PDF conjunta entre  $R = (X^2 + Y^2)^{1/2}$  e  $\Theta = \tan^{-1}(Y/X)$  pode ser obtida a partir da PDF conjunta entre  $X$  e  $Y$ ,

$$f_{XY}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2.7)$$

através de uma transformação das variáveis  $X$  e  $Y$  para as novas variáveis  $R$  e  $\Theta$ , cujo Jacobiano da transformação é dado por

$$\mathbf{J} = \frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix}. \quad (2.8)$$

As PDFs conjuntas das variáveis aleatórias novas e antigas estão relacionadas através do módulo de  $\mathbf{J}$  [13]:

$$f_{R\Theta}(r, \theta) = f_{XY}(x, y) |\mathbf{J}| = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2.9)$$

A PDF de  $\Theta$  pode ser obtida integrando (2.9) em  $R$ , o que resulta em uma distribuição uniforme:

$$f_{\Theta}(\theta) = \int_0^{\infty} f_{Z\Theta}(z, \theta) dz = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 0 & \theta < 0 \text{ ou } \theta > 2\pi \end{cases}. \quad (2.10)$$

Por outro lado, a PDF de  $R$  é dada pela integração de (2.9) em  $\Theta$ , obtendo (2.1), com  $\Omega = 2\sigma^2$  e  $r \geq 0$ . De fato, pode ser mostrado que a potência média para a distribuição de Rayleigh é dada por

$$E[R^2] = \int_0^{\infty} z^2 f_Z(z) dz = 2\sigma^2. \quad (2.11)$$

A suposição que os valores de  $r_i$  sejam iguais não é realista, pois implicaria a mesma atenuação sofrida por cada percurso. Entretanto, já foi mostrado que se as magnitudes de  $r_i$  não são iguais, mas nenhum dos percursos contribui com uma fração significativa da potência recebida ( $r_i^2 \ll \sum r_i^2$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ), então a distribuição de Rayleigh ainda pode ser usada pra descrever as variações de amplitude do sinal recebido [22].

Duas importantes estatísticas que caracterizam as variações temporais do canal de rádio móvel são a *taxa de cruzamento de nível* (LCR - *Level Crossing Rate*) e *tempo médio de desvanecimento* (AFD - *Average Fade Duration*). A LCR é o número de vezes por segundo que a envoltória cruza um dado nível na direção negativa, enquanto que a AFD representa o tempo médio em que a envoltória permanece abaixo de dado nível, uma vez este tenha sido cruzado em seu sentido negativo. Para o modelo de desvanecimento de Rayleigh, as estatísticas de LCR e AFD da envoltória, normalizada ao valor RMS, são dadas, respectivamente, por [23]

$$LCR(\rho) = \sqrt{2\pi} f_m \rho \exp(-\rho^2) \quad (2.12)$$

e

$$AFD(\rho) = \frac{\exp(\rho^2) - 1}{\sqrt{2\pi} f_m \rho}, \quad (2.13)$$

onde  $f_m = v/\lambda$  é o *desvio Doppler máximo*.

## Correlação Espacial

Em condições de mobilidade do receptor, estatísticas de correlação do canal de rádio são necessárias para se determinar quão rápido a resposta do canal varia com a posição do móvel ou com o tempo. A função de correlação espaço-temporal do canal permite determinar que nível de correlação existe na resposta do canal entre duas posições do receptor,  $s_1$  e  $s_2 = s_1 + \xi$ , ou entre dois intervalos de tempo nos quais o sinal é recebido,  $t_1$  e  $t_2 = t_1 + \tau$ . Esse conhecimento é de fundamental importância para as modernas redes sem fio de acesso



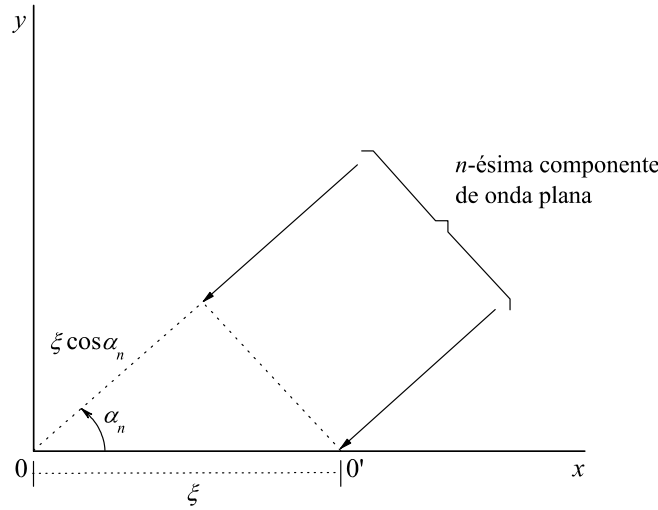


Figura 2.2: Uma típica componente de onda plana, chegando, com ângulo  $\alpha_n$ , aos pontos 0 e 0'.

em banda larga, como já citado neste capítulo, assim como para sistemas *múltipla-entrada múltipla-saída* (MIMO - *Multiple-Input-Multiple-Output*) [24], que fazem uso de múltiplas antenas de transmissão e recepção, explorando diversidade espacial do canal.

Sob a hipótese de que o campo elétrico total, recebido em qualquer ponto, seja verticalmente polarizado e formado pela superposição de  $N$  ondas planas uniformes, a  $n$ -ésima onda chegando em um ângulo  $\alpha_n$  com o eixo  $x$ , veja Fig. 2.2, com fase  $\varphi_n$ , então no ponto 0 [17]:

$$E_z = E_0 \sum_{n=1}^N \exp(j\varphi_n), \quad (2.14)$$

onde  $E_0$  é a amplitude comum às  $N$  ondas planas. Como citado anteriormente,  $E_z$  terá partes real e imaginária aproximadamente Gaussianas e independentes, de média zero e igual variância. Esta aproximação será melhor com grandes valores de  $N$  e desde que as fases  $\varphi_n$  sejam uniformemente distribuídas entre 0 e  $2\pi$ .

No outro ponto 0', a uma distância  $\xi$  de 0 na direção  $x$ , a fase da  $n$ -ésima componente de onda será  $\varphi_n + k\xi \cos \alpha_n$ , onde  $k = 2\pi/\lambda$  é a constante de fase do espaço livre. O produto do complexo conjugado de  $E_z$  (no ponto 0) com  $E'_z$  (no ponto 0') é [17]

$$\begin{aligned} E_z^* E'_z &= E_0^2 \sum_{n=1}^N \exp(-j\varphi_n) \sum_{n=1}^N \exp[j(\varphi_n + k\xi \cos \alpha_n)] \\ &= E_0^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \exp[j(\varphi_m - \varphi_n)] \exp(jk\xi \cos \alpha_m). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Aplicando o operador de média estatística em ambos os lados de (2.15), e dado que  $E_z$  é uma variável Gaussiana complexa de média zero, obtém-se a função de autocovariância de  $E_z$ :

$$\begin{aligned} R_{E_z}(\xi) &= E[E_z^* E_z'] & (2.16) \\ &= E_0^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N E[\exp[j(\varphi_m - \varphi_n)]] E[\exp(jk\xi \cos \alpha_m)]. \end{aligned}$$

Por hipótese, há independência estatística entre  $\varphi_n$  e  $\alpha_n$  [17] e, em consequência, o lado direito de (2.16) pode ser escrito como um produto entre duas médias estatísticas. Igualmente, assumiu-se que as diferentes fases  $\varphi_n$  são independentes entre si. Neste caso, a primeira média é zero exceto quando  $m = n$ , assim

$$\begin{aligned} R_{E_z}(\xi) &= E_0^2 \sum_{n=1}^N E[\exp(jk\xi \cos \alpha_n)] & (2.17) \\ &= NE_0^2 \int_{-\pi}^{\pi} p(\alpha) \exp(jk\xi \cos \alpha) d\alpha, \end{aligned}$$

onde a PDF  $p(\alpha)$  dá a probabilidade que uma componente de onda ocorra no setor de azimute entre  $\alpha$  e  $\alpha + d\alpha$ . No caso particular quando as  $N$  ondas chegam ao receptor de qualquer direção, com igual probabilidade, então

$$p(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \quad -\pi \leq \alpha < \pi, \quad (2.18)$$

e a função de autocovariância espacial do campo elétrico é dada por

$$R_{E_z}(\xi) = E[E_z^* E_z'] = NE_0^2 J_0(k\xi), \quad (2.19)$$

onde  $J_0(\cdot)$  é função de Bessel de primeiro tipo e de ordem zero.

Na prática, entretanto, as componentes do campo complexo  $E_z$  não podem ser medidas. Contudo, é possível medir sua magnitude, na forma de envoltória  $|E_z|$  ou potência  $|E_z|^2$ . Clarke mostrou que a função de autocovariância normalizada de  $|E_z|^2$  é igual ao quadrado da função de autocovariância normalizada do próprio campo elétrico complexo. Em termos matemáticos [17]:

$$\delta_{|E_z|^2}(\xi) = \left( \frac{R_{E_z}(\xi)}{NE_0^2} \right)^2 = J_0^2(k\xi). \quad (2.20)$$

Em (2.20), o fator de normalização  $NE_0^2$  corresponde à variância de  $E_z$ . Este valor pode ser calculado diretamente de (2.14), dada a hipótese que as fases  $\varphi_n$  são independentes entre si

e uniformemente distribuídas entre 0 e  $2\pi$ . Com relação à envoltória de  $E_z$ , Clarke também mostrou que a função de autocovariância normalizada de  $|E_z|$  é aproximadamente igual ao quadrado da função de autocovariância normalizada do próprio campo elétrico complexo. Assim, para  $|E_z|$ , tem-se

$$\begin{aligned}\delta_{|E_z|}(\xi) &\cong \left( \frac{R_{E_z}(\xi)}{NE_0^2} \right)^2 \\ &= J_0^2(k\xi).\end{aligned}\tag{2.21}$$

Esta equação é também o *coeficiente de correlação* entre as envoltórias do sinal em duas antenas espaçadas de  $\xi$ , localizadas em um receptor que se move, com velocidade uniforme, em um ambiente de propagação com multipercurso isotrópico.

De forma alternativa, o coeficiente de correlação pode ser visto em termos de correlação temporal substituindo  $\xi = v\tau$  em (2.21):

$$\delta_{|E_z|}(\tau) \cong J_0^2(kv\tau).\tag{2.22}$$

Esta equivalência entre correlação espacial e temporal é importante e conhecida como dualidade espaço-temporal do canal de rádio.

### Correlação de Frequência

Jakes desenvolveu um modelo de correlação que inclui os atrasos de propagação das componentes de multipercurso [7]. Seu objetivo foi investigar as propriedades de correlação de dois sinais recebidos, como função da separação de frequência,  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi f_2 - 2\pi f_1$ , entre ambos, e do atraso de tempo no qual eles são recebidos,  $\tau$ . Se as componentes de onda individuais do sinal possuírem fases independentes e uniformemente distribuídas, com uma distribuição dos ângulos de chegada uniforme, e se os atrasos de propagação tiverem distribuição exponencial, o coeficiente de correlação da envoltória do campo elétrico será dado por [7]

$$\delta(\Delta\omega, \tau) = \frac{J_0^2(\omega_m\tau)}{1 + \Delta\omega^2\sigma_\tau^2},\tag{2.23}$$

onde  $\omega_m = 2\pi f_m$  e  $\sigma_\tau$  é o valor RMS da dispersão de atraso, um parâmetro que mede o espalhamento das componentes de multipercurso e que será definido no Capítulo 3.

A partir de (2.23), é possível definir a *largura de banda de coerência*,  $B_c$ , como a separação de frequência entre dois sinais que correspondem a uma determinada correlação entre suas envoltórias. Uma medida de  $B_c$  corresponde ao valor de  $\Delta\omega$ , tal que a correlação entre

os sinais seja 0, 5. Neste caso, e para  $\tau = 0$ , tem-se  $\Delta\omega = 2\pi\Delta f = 1/\sigma_\tau$  ou, de forma similar,  $B_c = 1/2\pi\sigma_\tau$ . Observe também que, para  $\Delta\omega = 0$ , as equações (2.23) e (2.21) são equivalentes.

Para calcular (2.23), Jakes usou uma aproximação para a função hipergeométrica de Gauss  ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$  [25]. A mesma aproximação foi utilizada igualmente por Clarke [17] para obter seu correspondente coeficiente de correlação espacial, dado por (2.21). Mais precisamente, a correlação entre as envoltórias de dois sinais, espaçados em frequência, pode ser expressa em termos de uma função hipergeométrica como [7]

$$R_r(\Delta\omega, \tau) = \frac{\pi}{2}\sigma^2 {}_2F_1\left(-1/2, -1/2; 1; v^2\right), \quad (2.24)$$

onde  $v^2 = J_0^2(\omega_m\tau)/(1 + \Delta\omega^2\sigma_\tau^2)$ . Dado que a envoltória segue uma distribuição de Rayleigh, com  $E[R] = \sigma\sqrt{\pi/2}$  e  $\text{Var}[R] = (4 - \pi)\sigma^2/2$  [13], então  $\delta(\Delta\omega, \tau)$  pode ser obtido a partir da função de autocovariância normalizada da envoltória:

$$\begin{aligned} \delta(\Delta\omega, \tau) &= \frac{R_r(\Delta\omega, \tau) - E[R]^2}{\text{Var}[R]} = \frac{\pi}{4 - \pi} \left[ {}_2F_1\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; v^2\right) - 1 \right] \\ &\cong v^2, \end{aligned} \quad (2.25)$$

onde  $\text{Var}[\cdot]$  denota o operador de variância. A Figura 2.3 compara duas curvas do coeficiente de correlação,  $\delta(\Delta\omega, \tau)$ , obtidas por meio da fórmula exata (2.25), em termos da função hipergeométrica, e da aproximação dada em (2.23). Pode-se observar que as curvas são muito próximas e, portanto, para efeitos práticos, a aproximação pode ser utilizada como uma alternativa mais simples à fórmula exata. Um olhar mais detalhado sobre as curvas irá revelar que a fórmula aproximada de  $\delta(\Delta\omega, \tau)$  sobre-estima, com pequeno erro, os valores de correlação em relação à fórmula exata.

## 2.2.2 Nakagami-m

O modelo de canal Nakagami-m é baseado em extensivas medições em campo de desvanecimento de curto prazo, em alta frequência [26]. A distribuição de Nakagami é bem conhecida por descrever as mais variadas condições de desvanecimento do canal de rádio móvel. A PDF de sua envoltória  $R$  e seu momento de ordem  $p$  são dados, respectivamente, por [26]

$$f_R(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) \quad (2.26)$$

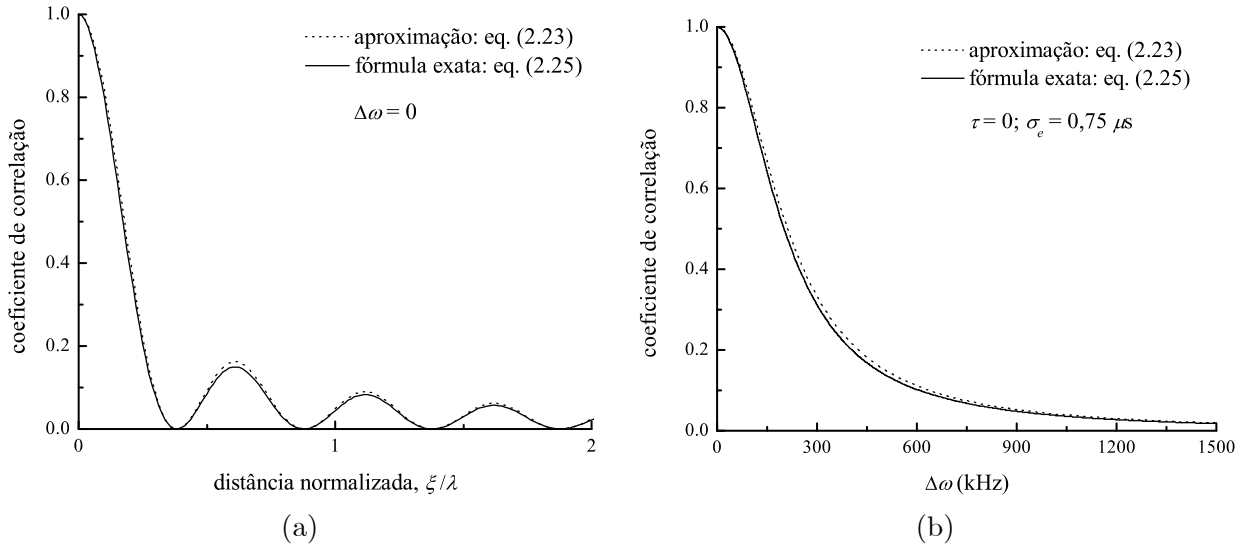


Figura 2.3: Curvas do coeficiente de correlação obtido por Jakes [7], nas suas formas exata (2.25) e aproximada (2.23). Em (a): coeficiente de correlação espacial. Em (b): coeficiente de correlação de frequência.

e

$$\mu_p = E [R^p] = \frac{\Gamma (m + p/2)}{\Gamma (m)} \left( \frac{\Omega}{m} \right)^{p/2}, \quad (2.27)$$

onde  $m \geq 1/2$  e  $\Omega = E[R^2] = \mu_2$ . Em (2.26) e (2.27),  $\Omega$  é a potência média do sinal,  $m$  é o parâmetro de Nakagami e

$$\Gamma (m) = \int_0^\infty x^{m-1} \exp (-x) dx \quad (2.28)$$

é a função *Gamma*.

Uma forma conveniente de representar a PDF de Nakagami é em função da sua envoltória normalizada ao valor RMS,  $\rho = r/\sqrt{\Omega}$ . Aplicando a transformação de variáveis  $f(\rho) |d\rho| = f(r) |dr|$ , a PDF de Nakagami, normalizada ao valor RMS, é dada por

$$f_e(\rho) = \frac{2m^m \rho^{2m-1}}{\Gamma (m)} \exp (-m\rho^2), \quad (2.29)$$

com sua CDF correspondente:

$$F_e(\rho) = \frac{\Gamma (m, m\rho^2)}{\Gamma (m)}, \quad (2.30)$$

onde

$$\Gamma (a, b) = \int_0^b z^{a-1} \exp (-z) dz \quad (2.31)$$

é a função *Gamma* incompleta inferior.

A distribuição de Nakagami tem sido amplamente aceita como um modelo de desvanecimento de curto prazo, desde que foi proposta. Esta grande receptividade vem de sua flexibilidade em descrever os mais variados ambientes de desvanecimento [26]. A PDF de Nakagami, para  $m < 1$ , cobre mesmo condições mais severas de desvanecimento, do que aquelas descritas por Rayleigh. Em particular, o modelo de Nakagami inclui a PDF de Rayleigh, para  $m = 1$ , e aproxima a PDF de Rice, para  $m > 1$ .

Em [27], foi proposto um modelo de desvanecimento que permitiu obter a fórmula exata da distribuição de Nakagami, bem como de expressões exatas para LCR e AFD, considerando o modelo isotrópico de Clarke [17]:

$$LCR(\rho) = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-(1/2)}}{\Gamma(m)} \rho^{2m-1} \exp(-m\rho^2) \quad (2.32)$$

e

$$AFD(\rho) = \frac{\Gamma(m, m\rho^2)}{\sqrt{2\pi} f_m m^{m-(1/2)} \rho^{2m-1}} \exp(m\rho^2). \quad (2.33)$$

## Correlação

O coeficiente de correlação,  $\delta_n$ , entre duas variáveis aleatórias de Nakagami, foi derivado em [26], para iguais parâmetros  $m$ , e  $n$  inteiro e positivo. Neste caso,  $\delta_n$  tem a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \delta_n &= \frac{\text{Cov}[R_1^n, R_2^n]}{\sqrt{\text{Var}[R_1^n] \text{Var}[R_2^n]}} \\ &= \frac{\Gamma^2(m + \frac{n}{2})}{\Gamma(m)\Gamma(m+n) - \Gamma^2(m + \frac{n}{2})} \left( {}_2F_1\left(-\frac{n}{2}, -\frac{n}{2}; m; \delta_2\right) - 1 \right) \simeq \delta_2. \end{aligned} \quad (2.34)$$

O parâmetro  $\delta_2$  é o coeficiente de correlação entre  $R_{R_1}^2$  e  $R_{R_2}^2$ , onde  $R_{R_i}$ ,  $i = 1, 2$ , são variáveis aleatórias de Rayleigh [26]. A partir dos resultados obtidos em [7], tem-se

$$\delta_2 = \frac{\text{Cov}[R_{R_1}^2, R_{R_2}^2]}{\sqrt{\text{Var}[R_{R_1}^2] \text{Var}[R_{R_2}^2]}} = \frac{J_0^2(k\xi)}{1 + \Delta\omega^2\sigma_\tau^2}. \quad (2.35)$$

Para  $n = 1$  e  $R_1 = R_2$  em (2.34), tem-se o coeficiente de correlação para a envoltória de Nakagami, obtido como

$$\delta = \frac{\Gamma^2(m + \frac{1}{2})}{\Gamma(m)\Gamma(m+1) - \Gamma^2(m + \frac{1}{2})} \left( {}_2F_1\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; m; \delta_2\right) - 1 \right) \simeq \delta_2. \quad (2.36)$$

Observe que, para  $m = 1$ , as equações (2.36) e (2.25) são equivalentes, como esperado. O coeficiente de correlação espacial é obtido a partir de (2.36), fazendo  $\Delta\omega = 0$ . Por outro lado, definindo a distância entre os pontos de recepção igual a zero ( $\xi = 0$ ), a correlação de frequência pode ser analisada. De forma mais geral, se houver necessidade de se correlacionar as envoltórias de duas variáveis de Nakagami, com  $m$  arbitrário, pode-se recorrer ao coeficiente de correlação cruzado obtido em [28].

### 2.2.3 Rice

Quando o sinal recebido é formado de um grande número de componentes de multipercurso e de uma componente de potência significativa em linha de visada direta, sua envoltória, devido ao desvanecimento de curto prazo, segue uma distribuição de Rice. À medida que a componente de onda direta tende a zero, a distribuição de Rice se aproxima da distribuição de Rayleigh [14]. A distribuição de Rice é adequada pra descrever flutuações na envoltória do sinal recebido, em ambientes de propagação onde há uma condição de LoS entre transmissor e receptor. A PDF de Rice da envoltória  $R$  é dada por [29]

$$f_R(r) = \frac{2(1+K)r}{\Omega} \exp\left(-K - \frac{(1+K)r^2}{\Omega}\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{K(1+K)}{\Omega}}r\right), \quad (2.37)$$

onde  $\Omega = E[R^2]$ ,  $I_n(\cdot)$  é a função de Bessel modificada de primeiro tipo e de ordem  $n$  [30], e  $K \geq 0$  é o parâmetro de Rice, definido como a razão da potência da componente de onda direta para a potência total de multipercurso. Normalizando  $R$  em relação ao seu valor RMS, obtém-se a PDF de Rice normalizada, como função de  $\rho = r/\sqrt{\Omega}$  [31]:

$$f_\rho(\rho) = 2(1+K)\rho \exp[-K - (1+K)\rho^2] I_0\left(2\sqrt{K(1+K)}\rho\right). \quad (2.38)$$

Sua CDF também pode ser calculada como [29]

$$F_\rho(\rho) = 1 - Q\left(\sqrt{2K}, \sqrt{2(1+K)}\rho\right), \quad (2.39)$$

onde  $Q(\cdot, \cdot)$  é a função Marcum-Q, definida por

$$Q(a, b) = \int_b^\infty x \exp\left(-\frac{x^2 + a^2}{2}\right) I_0(ax) dx. \quad (2.40)$$

Em [29] foram deduzidas expressões para as estatísticas de LCR e AFD para Rice, con-

siderando o modelo isotrópico de Clarke [17]:

$$LCR(\rho) = \sqrt{2\pi(1+K)}f_m\rho \exp[-k - (1+K)\rho^2] I_0\left(2\sqrt{K(1+K)}\rho\right) \quad (2.41)$$

e

$$AFD(\rho) = \frac{\left[1 - Q\left(\sqrt{2K}, \sqrt{2(1+K)}\rho\right)\right] \exp[K + (1+K)\rho^2]}{\sqrt{2\pi(1+K)}f_m\rho I_0\left(2\sqrt{K(1+K)}\rho\right)}. \quad (2.42)$$

Os sistemas reais de transmissão de dados são projetados para operar com valores de BER relativamente baixos, implicando em operação com alta SNR e que apenas desvanecimentos de maior intensidade (profundos) causarão erros de bits. Neste sentido, Rice obteve uma expressão aproximada para a distribuição da duração desvanecimentos profundos, considerando a envoltória de um ruído Gaussiano em banda estreita [32]. Esta função distribuição significa a probabilidade que ocorra um desvanecimento abaixo do nível  $\rho$  (assumido muito menor que o valor RMS do sinal) por um período maior que  $t$  segundos:

$$F_t(u, \rho) = (2/u) I_1(2/\pi u^2) \exp(-2/\pi u^2), \quad (2.43)$$

onde  $u$  corresponde à variável  $t$  normalizada ao valor de  $AFD(\rho)$ . Uma nota a respeito dessa distribuição deve ser comentada aqui. De acordo com o método seguido por Rice, os valores de (2.43), para desvanecimentos de maior duração (para grandes valores de  $u$ ), foram extrapolados a partir da região para desvanecimentos de curta duração e, portanto, devem ser considerados como meras estimativas [32].

## Correlação

Em [33] e [34], baseado na teoria de Clarke para análise de correlação [17], foram obtidos coeficientes de correlação entre as potências de dois sinais, para condições de desvanecimento Rice. Estes coeficientes de correlação da potência podem ser usados para aproximar correspondentes coeficientes de correlação da envoltória, da mesma forma que em Rayleigh, pois, como evidenciado pelos autores, esta aproximação também se mantém para o modelo de Rice.

Em particular, a formulação para a correlação espacial da potência, em desvanecimento Rice, foi obtida em [34], para um modelo que consiste de uma componente de onda estacionária e uma componente de onda incoerente. A onda estacionária aparece em sistemas de comunicações na forma de uma componente em linha de visada direta, e a onda incoerente tem origem nas componentes de multipercurso do sinal. Baseado neste modelo, pode-se



mostrar que o coeficiente de correlação espacial da potência, em banda estreita, para um caso particular no qual as ondas de multipercurso chegam ao receptor com distribuição angular uniforme, é

$$\delta(\xi) = \frac{2J_0(k\xi) \cos(k\xi \cos \theta_b) + s^2 J_0^2(k\xi)}{2 + s^2}, \quad (2.44)$$

onde  $\theta_b$  é ângulo de incidência da onda direta, em relação à direção de movimento do receptor, e  $s^2$  é a razão da potência média de multipercurso para a potência da onda direta. Aqui, novamente,  $\xi$  é a separação entre as duas antenas receptoras ou a distância entre os pontos 0 e 0' de posição do receptor. Este modelo é adequado para descrever as condições de propagação em linha de visada direta, comumente encontradas em ambientes suburbanos, tais como as áreas de medições em campo deste trabalho, descritas no Capítulo 3.

Para analisar a correlação de frequência, os autores, em [33], calcularam o coeficiente de correlação da potência entre dois sinais de Rice, com uma separação de frequência  $\Delta\omega$  entre eles. Neste caso, a distribuição dos atrasos de propagação das componentes de multipercurso foi assumida exponencial. A conclusão é que o coeficiente de correlação da potência, como função de  $\Delta\omega$ , não depende da razão entre a potência média de multipercurso e a potência média de onda direta. Em adição, a dependência deste coeficiente com  $\Delta\omega$  é idêntica ao do modelo de Rayleigh, ou seja,

$$\delta(\Delta\omega) = \frac{1}{1 + \Delta\omega^2 \sigma_\tau^2}. \quad (2.45)$$

De forma alternativa, em [35], foi realizada uma investigação detalhada sobre a estatística conjunta de dois sinais de banda estreita, com separação espacial e em frequência, para o modelo de canal de Rice. Após descreverem o modelo de canal, os autores calcularam o coeficiente de correlação generalizado entre as envoltórias dos dois sinais. Para comparar os novos resultados com aqueles já disponíveis para o desvanecimento de Rayleigh, parâmetros gerais do modelo foram especificados de modo a manter esta compatibilidade. Entre as principais conclusões estão que, em ambientes estacionários, ambos, o fator de Rice,  $K$ , e o ângulo de chegada da componente direta, influenciam o coeficiente de correlação espacial da envoltória mas não tem qualquer efeito sobre seu coeficiente de correlação de frequência. Ainda para ambientes estacionários, os coeficientes de correlação em frequência da envoltória, para os modelos de Rice e de Rayleigh, são os mesmos.

O coeficiente de correlação, obtido em [35], é generalizado no sentido em que permite calcular a correlação entre duas envoltórias, para ordens e parâmetros  $K$  arbitrários, e para condições mais gerais que aquelas específicas ao modelo de Rayleigh. Dado que, neste trabalho, o interesse é calcular apenas o coeficiente de correlação espacial da envoltória, para determinado valor de  $K$ , será suficiente utilizar (2.44), em razão de sua maior simplicidade

computacional. Note que, para a correlação em frequência da envoltória, os resultados obtidos por [35] são coincidentes com aqueles obtidos em [33]. Portanto, pode-se afirmar que, em ambientes estacionários, e para o modelo de Rice, a componente do sinal que determina a largura de banda de coerência é, de fato, aquela proveniente de multipercurso [35].

### 2.2.4 Weibull

A distribuição de Weibull é frequentemente usada em análise de confiabilidade, para modelar o tempo de vida, até a primeira falha, de muitos diferentes sistemas físicos. Recentemente, o modelo de Weibull foi utilizado para descrever o canal de rádio em ambientes internos [22]. De fato, a distribuição de Weibull é um modelo estatístico simples e flexível para descrever desvanecimento de multipercurso, tanto para ambientes de propagação internos, como externos [36]. A PDF de Weibull é dada por [37]

$$f_R(r) = \frac{\alpha r^{\alpha-1}}{\Omega} \exp\left(-\frac{r^\alpha}{\Omega}\right), \quad (2.46)$$

onde  $\Omega = E[R^\alpha]$  é o parâmetro de escala e  $\alpha \geq 0$  é o parâmetro de forma, que expressa quão severo é o desvanecimento. À medida que o valor de  $\alpha$  aumenta, a severidade do desvanecimento decresce e, particularmente, para  $\alpha = 2$ , (2.46) se reduz à bem conhecida PDF de Rayleigh. Seus correspondentes momentos de ordem  $p$  e CDF podem ser obtidos, respectivamente, como [37]

$$E[R^p] = \Omega^{p/\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{p}{\alpha}\right) \quad (2.47)$$

e

$$F_R(r) = 1 - \exp\left(-\frac{r^\alpha}{\Omega}\right). \quad (2.48)$$

Note que a potência média,  $\Omega$ , é obtida diretamente de (2.47) para  $p = 2$ .

Normalizando a envoltória em relação ao seu valor RMS,  $\rho = r/\sqrt{E[R^2]}$ , com  $\sqrt{E[R^2]} = (\Omega^{1/\alpha})/\sqrt{a}$  e  $a = 1/\Gamma(1 + 2/\alpha)$ , as PDF e CDF normalizadas de Weibull podem ser obtidas, respectivamente, por uma transformação de variáveis:

$$f_\rho(\rho) = \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{\rho}{\sqrt{a}}\right)^\alpha \exp\left[-\left(\frac{\rho}{\sqrt{a}}\right)^\alpha\right] \quad (2.49)$$

e

$$F_\rho(\rho) = \int_0^\rho f_Z(z) dz = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\rho}{\sqrt{a}}\right)^\alpha\right]. \quad (2.50)$$

A função LCR de Weibull foi obtida em [38]:

$$LCR(\rho) = \sqrt{2\pi} f_m \left( \frac{\rho}{\sqrt{a}} \right)^{\alpha/2} \exp \left[ - \left( \frac{\rho}{\sqrt{a}} \right)^\alpha \right]. \quad (2.51)$$

Sua função AFD segue diretamente, substituindo (2.51) em  $AFD(\rho) = F_R(\rho) / LCR(\rho)$  [38]:

$$\begin{aligned} AFD(\rho) &= \frac{F_R(\rho)}{LCR(\rho)} \\ &= \frac{1 - \exp \left[ - \left( \frac{\rho}{\sqrt{a}} \right)^\alpha \right]}{\sqrt{2\pi} f_m \left( \frac{\rho}{\sqrt{a}} \right)^{\alpha/2} \exp \left[ - \left( \frac{\rho}{\sqrt{a}} \right)^\alpha \right]}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Novamente, note que quando  $\alpha = 2$ , (2.51) e (2.52) se reduzem, respectivamente, às bem conhecidas estatísticas LCR e AFD de Rayleigh.

### Correlação

A envoltória resultante, para o modelo de Weibull, é obtida como um função não-linear das componentes de multipercurso. Suponha que tal não-linearidade ocorra por meio de um parâmetro de potência  $\alpha > 0$ , tal que a envoltória resultante  $R$  é obtida como [39]

$$R^\alpha = X^2 + Y^2, \quad (2.53)$$

onde  $X$  e  $Y$  são processos Gaussianos mutuamente independentes, com  $E[X] = E[Y] = 0$  e  $E[X^2] = E[Y^2] = E[R^\alpha] / 2$ . Para o modelo de Rayleigh, sabe-se que sua envoltória é dada por  $R_R^2 = X^2 + Y^2$ , de forma que, de (2.53), tem-se

$$R^\alpha = R_R^2. \quad (2.54)$$

Como resultado, a estatística conjunta de Weibull pode ser obtida a partir de alguns resultados, já disponíveis na literatura, para a distribuição de Rayleigh. Neste contexto, em [39], é obtido o coeficiente de correlação generalizado para duas variáveis de Weibull,  $R_1$  e  $R_2$ , como

$$\begin{aligned} \delta_{p,q} &= \frac{\text{Cov}[R_1^p, R_2^q]}{\sqrt{\text{Var}[R_1^p] \text{Var}[R_2^q]}} \\ &= \frac{\Gamma\left(1 + \frac{p}{\alpha_1}\right) \Gamma\left(1 + \frac{q}{\alpha_2}\right) \left[ {}_2F_1\left(-\frac{p}{\alpha_1}, -\frac{q}{\alpha_2}; 1; \delta_2\right) - 1 \right]}{\sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2p}{\alpha_1}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{p}{\alpha_1}\right)} \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2q}{\alpha_2}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{q}{\alpha_2}\right)}}, \end{aligned} \quad (2.55)$$

onde  $R_1$  e  $R_2$  são descritas, respectivamente, pelos parâmetros  $\alpha_1, E[R^{\alpha_1}]$  e  $\alpha_2, E[R^{\alpha_2}]$ . Em [39], também foi mostrado que  $\delta_2$ , em (2.55), é dado pelo coeficiente de correlação entre  $R_{R_1}^2$  e  $R_{R_2}^2$ , onde  $R_{R_i}$   $i = 1, 2$  são variáveis aleatórias de Rayleigh, expresso em (2.35). É direto verificar que, para  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  e  $p = q$ , a equação (2.55) reduz-se a (2.34), com  $m = 1$ . Para  $p = q = 1$  e  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , tem-se o coeficiente de correlação da envoltória de Weibull:

$$\delta = \frac{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \left[ {}_2F_1\left(-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\alpha}; 1; \delta_2\right) - 1 \right]. \quad (2.56)$$

Novamente, para  $\alpha = 2$ , verifica-se que as equações (2.56) e (2.25) são equivalentes, como seria esperado.

### 2.2.5 Hoyt (Nakagami-q)

A distribuição de Hoyt foi introduzida primeiramente em [40], como funções de probabilidade de módulo e ângulo da variável aleatória Gaussiana complexa. Normalmente observada em enlaces de satélite sujeitos a intensa cintilação ionosférica, a distribuição de Hoyt pode representar desvanecimentos de variáveis Gaussianas Unilaterais até Rayleigh [41]. Adicionalmente, o modelo de Hoyt tem sido usado em análise de desempenho e de correlação de canais de rádio móvel, como também, em predição de desvanecimentos, encontrados em situações reais de propagação [42], [43] e [44].

A envoltória de Hoyt  $R$  é obtida como o módulo do processo Gaussiano complexo, isto é,

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}, \quad (2.57)$$

onde  $X$  e  $Y$  são variáveis aleatórias Gaussianas independentes, de médias nulas e variâncias  $\sigma_X^2$  e  $\sigma_Y^2$ , respectivamente. Hoyt obteve sua PDF, em seu artigo original, como

$$f_R(r) = \frac{2r}{\Omega\sqrt{1-b^2}} \exp\left(-\frac{r^2}{\Omega(1-b^2)}\right) I_0\left(\frac{br^2}{\Omega(1-b^2)}\right), \quad (2.58)$$

onde  $I_0$  é a função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem zero,  $-1 \leq b \leq 1$  é parâmetro de Hoyt e  $\Omega = E[R^2]$  é a potência média do sinal. O parâmetros  $b$  e  $\Omega$  se relacionam com  $\sigma_X^2$  e  $\sigma_Y^2$  pelas equações

$$\Omega = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \quad \text{e} \quad b = \frac{\sigma_X^2 - \sigma_Y^2}{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}. \quad (2.59)$$

Em (2.59), pode-se tratar apenas com valores positivos de  $b$ , isto é,  $0 \leq b \leq 1$ , pois é fácil

verificar que  $f_R(r; -b) = f_R(r; b)$ . Note que, quando  $b = 0$ , a distribuição de Hoyt se reduz à distribuição de Rayleigh.

Como uma alternativa, é possível expressar (2.58) como função de  $\sigma_X^2$  e  $\sigma_Y^2$ , substituindo seus parâmetros  $\Omega$  e  $b$ , através de (2.59), para obter

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma_X \sigma_Y} \exp \left[ -\frac{r^2}{4} \left( \frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2} \right) \right] I_0 \left[ \frac{r^2}{4} \left( \frac{1}{\sigma_Y^2} - \frac{1}{\sigma_X^2} \right) \right]. \quad (2.60)$$

Para  $b = 1$ , há uma dificuldade para calcular-se numericamente (2.58), pois, de forma clara,  $I_0[\cdot] \rightarrow \infty$ . Hoyt contornou isto, utilizando a função

$$N_0(Z) = \sqrt{2\pi Z} \exp(-Z) I_0(Z), \quad (2.61)$$

cuja série assintótica [40], para valores suficientemente grandes de  $Z$ ,

$$N_0(Z) \sim 1 + \frac{1^2}{1!8Z} + \frac{1^2 3^2}{2!(8Z)^2} + \frac{1^2 3^2 5^2}{3!(8Z)^3} + \dots, \quad (2.62)$$

mostra que  $N_0(\infty) = 1$ . Portanto, substituindo  $I_0(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi Z}} \exp(Z) N_0(Z)$ , com  $Z = br^2/(1-b^2)$ , em (2.58), tem-se

$$f_R(r) = \frac{2}{\sqrt{2\pi b\Omega}} \exp \left( -\frac{r^2}{\Omega(1+b)} \right) N_0 \left( \frac{br^2}{\Omega(1-b^2)} \right). \quad (2.63)$$

Como resultado, para  $b = 1$ , obtém-se a expressão assintótica para a distribuição de Hoyt como

$$f_R(r)|_{b=1} = \frac{2}{\sqrt{2\pi\Omega}} \exp \left( -\frac{r^2}{2\Omega} \right). \quad (2.64)$$

Normalizando a envoltória de Hoyt em relação ao seu valor RMS,  $\sqrt{\Omega}$ , a equação (2.58) é expressa na forma

$$f_\rho(\rho) = \frac{2\rho}{\sqrt{1-b^2}} \exp \left( -\frac{\rho^2}{1-b^2} \right) I_0 \left( \frac{b\rho^2}{1-b^2} \right). \quad (2.65)$$

A partir de (2.65), obtém-se, por integração numérica, a CDF da envoltória normalizada de Hoyt [40]:

$$F_\rho(\rho) = \int_0^\rho \frac{2z}{\sqrt{1-b^2}} \exp \left( -\frac{z^2}{1-b^2} \right) I_0 \left( \frac{bz^2}{1-b^2} \right) dz. \quad (2.66)$$

Uma expressão analítica, para a  $LCR$  da envoltória de Hoyt, foi obtida em [44], como

$$LCR(r) = \frac{r}{(2\pi)^{3/2}\sigma_X\sigma_Y} \int_0^{2\pi} \exp \left[ -\frac{r^2}{2\sigma_X^2\sigma_Y^2} (\sigma_Y^2 \cos^2(\theta) + \sigma_X^2 \sin^2(\theta)) \right] \times \sqrt{\beta_Y + (\beta_X - \beta_Y) \cos^2(\theta)} d\theta, \quad (2.67)$$

onde  $\beta_a = 2(\pi\sigma_a f_{m_a})^2$ ,  $a = X, Y$ . Para permitir a representação da  $LCR$  normalizada em relação ao desvio Doppler máximo, será adotada a seguinte simplificação em (2.67):  $f_{m_X} = f_{m_Y} = f_m$ . Embora, os autores, em [44], tenham estimado valores diferentes para  $f_{m_X}$  e  $f_{m_Y}$ , através de um procedimento numérico de otimização, não há impedimento para considerar que os desvios Doppler máximos dos processos Gaussianos  $X$  e  $Y$  sejam iguais. Assim, fazendo  $f_{m_X} = f_{m_Y} = f_m$  em  $\beta_a$ ,  $a = X, Y$ , a expressão (2.67) é simplificada para

$$LCR(r) = \frac{f_m r}{2\sqrt{\pi}\sigma_X\sigma_Y} \int_0^{2\pi} \exp \left[ -\frac{r^2}{2\sigma_X^2\sigma_Y^2} (\sigma_Y^2 \cos^2(\theta) + \sigma_X^2 \sin^2(\theta)) \right] \times \sqrt{\sigma_Y^2 + (\sigma_X^2 - \sigma_Y^2) \cos^2(\theta)} d\theta. \quad (2.68)$$

Por outro lado, a estatística de  $AFD(r)$ , para a distribuição de Hoyt, é calculada aplicando a clássica definição [7]

$$AFD(r) = \frac{F_R(r)}{LCR(r)}. \quad (2.69)$$

Aqui,  $F_R(r)$  é a CDF da envoltória de Hoyt, como função do nível  $r$ . A expressão para  $F_R(r)$  pode ser calculada através da integral numérica [44]

$$F_R(r) = \int_0^r f_Z(z) dz \quad (2.70)$$

$$= \int_0^r \frac{z}{\sigma_X\sigma_Y} \exp \left[ -\frac{z^2}{4} \left( \frac{1}{\sigma_X^2} + \frac{1}{\sigma_Y^2} \right) \right] I_0 \left[ \frac{z^2}{4} \left( \frac{1}{\sigma_Y^2} - \frac{1}{\sigma_X^2} \right) \right] dz.$$

Neste caso, a PDF  $f_R(r)$ , em (2.70), é dada por (2.60), mas, de forma equivalente, pode-se ainda utilizar  $f_R(r)$  expressa em (2.58). Como demonstrado em [44], as expressões de  $LCR(r)$  e  $AFD(r)$  acima, quando confrontadas com resultados de medições em campo, demonstraram habilidade para descrever o comportamento estatístico de canais reais de propagação.

## Correlação

Em [43], foi obtido uma expressão geral e exata para o coeficiente de correlação entre duas potências instantâneas e normalizadas,  $\hat{W}_i = W_i/E[W_i]$ ,  $i = 1, 2$ , do sinal de Hoyt. De

acordo com o modelo de Hoyt, o sinal de potência instantânea normalizada é [43]

$$\hat{W}_i = \frac{W_i}{E[W_i]} = \frac{R_i^2}{E[R_i^2]} = \frac{X_i^2 + Y_i^2}{\sigma_{X_i}^2 + \sigma_{Y_i}^2} \quad i = 1, 2, \quad (2.71)$$

Especificamente, os autores calcularam os momentos conjuntos arbitrários,  $E[\hat{W}_1^{n_1} \hat{W}_2^{n_2}]$ , entre as duas potências de Hoyt, e seus momentos marginais,  $E[\hat{W}_i^{n_i}]$ . A partir destes resultados, foi possível obter uma expressão para o coeficiente de correlação entre  $\hat{W}_1^{n_1}$  e  $\hat{W}_2^{n_2}$ , com  $n_1$  e  $n_2$  inteiros positivos:

$$\delta_{n_1, n_2} = \frac{E[\hat{W}_1^{n_1} \hat{W}_2^{n_2}] - E[\hat{W}_1^{n_1}] E[\hat{W}_2^{n_2}]}{\sqrt{\text{Var}[\hat{W}_1^{n_1}] \text{Var}[\hat{W}_2^{n_2}]}}. \quad (2.72)$$

Pode ser mostrado que o coeficiente de correlação entre  $W_1^{n_1}$  e  $W_2^{n_2}$  é igual ao coeficiente de correlação entre as potências normalizadas  $\hat{W}_1^{n_1}$  e  $\hat{W}_2^{n_2}$ . Portanto,  $\delta_{n_1, n_2}$  é também o coeficiente de correlação entre  $W_1^{n_1}$  e  $W_2^{n_2}$ .

Quando  $n_1 = n_2 = 1$ , obtém-se o coeficiente de correlação da potência desejado, expresso como [43]

$$\delta = \frac{\mu_1^2(1 + \eta_1\eta_2) + \mu_2^2(\eta_1 + \eta_2)}{\sqrt{(1 + \eta_1^2)(1 + \eta_2^2)}}, \quad (2.73)$$

onde  $\eta_i = \sigma_{X_i}^2/\sigma_{Y_i}^2$ ,  $i = 1, 2$ , e os parâmetros  $\mu_1$  e  $\mu_2$  assumem o modelo físico descrito por Jakes [43]:

$$\mu_1 = \frac{J_0(k\xi)}{1 + \Delta\omega^2\sigma_\tau^2} \quad \text{e} \quad \mu_2 = -\frac{\Delta\omega\sigma_\tau J_0(k\xi)}{1 + \Delta\omega^2\sigma_\tau^2}. \quad (2.74)$$

Adicionalmente, os autores mostraram que, para o modelo de Hoyt, o coeficiente de correlação da envoltória é bem aproximado pelo coeficiente de correlação da potência, dado por (2.73), como é o caso para o modelo de Rayleigh.

### 2.2.6 $\kappa$ - $\mu$

A distribuição  $\kappa$ - $\mu$  foi proposta recentemente como um modelo de desvanecimento para representar variações de curto-prazo do sinal de rádio, sob condições de linha de visada direta [45]. O modelo de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  considera um sinal formado por grupos (*clusters*) de ondas de multipercurso, propagando-se em um ambiente não-homogêneo. Dentro de qualquer um dos grupos, as fases das ondas de multipercurso são aleatórias e têm atrasos de propagação similares, com valores de dispersão de atraso entre diferentes grupos sendo relativamente grande. O autor assumiu que os grupos possuem ondas de multipercurso de

potências idênticas, mas, dentro de cada grupo, há uma componente dominante com potência arbitrária.

Uma vez especificado o modelo físico para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , sua envoltória pode ser dada em termos de componentes em fase e em quadratura do sinal [45],

$$R^2 = \sum_{i=1}^n (X_i + p_i)^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i + q_i)^2, \quad (2.75)$$

onde  $X_i$  e  $Y_i$  são processos Gaussianos mutuamente independentes, com  $E[X_i] = E[Y_i] = 0$  e  $E[X_i^2] = E[Y_i^2] = \sigma^2$ . Os parâmetros  $p_i$  e  $q_i$  são, respectivamente, os valores médios das componentes em fase e em quadratura das ondas de multipercurso do grupo  $i$ , e  $n$  é o número de grupos que formam o sinal.

Considerando a envoltória normalizada do sinal com desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ ,  $\rho = r/\sqrt{E[R^2]}$ , sua PDF,  $f_{\varrho}(\rho)$  é escrita como [45]

$$f_{\varrho}(\rho) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \rho^{\mu} \exp[-\mu(1+\kappa)\rho^2] I_{\mu-1} \left[ 2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho \right], \quad (2.76)$$

onde  $\kappa > 0$  é a razão entre a potência total das componentes dominantes e a potência total das componentes de multipercurso, e o parâmetro  $\mu > 0$  é definido como

$$\mu = \frac{1}{\text{Var}[\varrho^2]} \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2}, \quad (2.77)$$

onde  $\varrho = R/\sqrt{E[R^2]}$ . Observe que a ordem,  $\nu$ , de  $I_{\nu}[\cdot]$  em (2.76), depende do parâmetro  $\mu$ , em particular,  $\nu = \mu - 1$ . A CDF da envoltória, sob desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ , é obtida como [45]

$$F_{\varrho}(\rho) = 1 - Q_{\mu} \left( \sqrt{2\kappa\mu}, \sqrt{2(1+\kappa)\mu}\rho \right) \quad (2.78)$$

onde

$$Q_{\nu}(a, b) = \frac{1}{a^{\nu-1}} \int_b^{\infty} x^{\nu} \exp\left(-\frac{x^2+a^2}{2}\right) I_{\nu-1}(ax) dx \quad (2.79)$$

é a função Marcum Q generalizada.

A distribuição  $\kappa$ - $\mu$  contém um número de outras distribuições, como casos especiais [45]. Em particular,  $\kappa$ - $\mu$  inclui a distribuição de Rice quando  $\mu = 1$ , para o qual o parâmetro  $\kappa$  coincide com o parâmetro  $K$ , de Rice. Em consequência, para  $\mu = 1$ , e fazendo  $\kappa \rightarrow 0$ , a distribuição de Rayleigh é obtida de forma exata. Adicionalmente, foi mostrado que, quando  $\kappa \rightarrow 0$ , a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  descreve de maneira exata a distribuição de Nakagami. De forma



similar, neste caso, o parâmetro  $\mu$  coincide com o bem conhecido parâmetro  $m$ . Por último, a distribuição Gaussiana Unilateral é obtida de  $\kappa$ - $\mu$ , para  $\kappa \rightarrow 0$  e definindo  $\mu = 0, 5$ .

As estatísticas de cruzamento,  $LCR$  e  $AFD$ , para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , foram obtidas em [46]. Em particular, a expressão para a LCR de  $\kappa$ - $\mu$  é dada por

$$LCR(\rho) = \frac{\sqrt{2\pi\mu}f_m(1+\kappa)^{\frac{\mu}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}}\exp(\mu\kappa)}\rho^\mu \exp[-\mu(1+\kappa)\rho^2] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho\right]. \quad (2.80)$$

Recorrendo novamente à clássica definição  $AFD(\rho) = F_R(\rho)/LCR(\rho)$ , e utilizando (2.78) e (2.80), a expressão desejada de  $AFD(\rho)$  é diretamente calculada:

$$AFD(\rho) = \frac{1 - Q_\mu\left(\sqrt{2\kappa\mu}, \sqrt{2(1+\kappa)\mu}\rho\right)}{LCR(\rho)}. \quad (2.81)$$

De forma alternativa, as estatísticas de cruzamento, para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , foram igualmente obtidas em [47]. Neste mesmo trabalho, foi mostrado que (2.80) forneceu boa predição às curvas de taxas de cruzamento, obtidas em uma medição em campo, no qual transmissor e receptor foram posicionados em duas pessoas, que se movem de forma independente no interior de uma edificação.

## Correlação

A estatística de correlação, para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , foi obtida em [48], onde os autores calcularam o coeficiente de correlação entre as potências instantâneas de dois sinais, para um modelo muito geral de desvanecimento. Este modelo considera cada sinal como composto por grupos (*clusters*) de ondas. As componentes em fase e em quadratura de cada *cluster* são variáveis Gaussianas com médias e variâncias arbitrárias.

Sejam  $S_1$  e  $S_2$  os dois sinais, para os quais se deseja obter estatísticas marginais e conjuntas. Cada sinal, para o modelo geral de desvanecimento, consiste de *clusters* de ondas, e cada *cluster* é composto de uma onda dominante e de ondas de multipercurso. Se  $R_i$  denota a envoltória de  $S_i$ , a potência instantânea  $W_i$  é dada por [48]

$$W_i = R_i^2 = \sum_{n=1}^{N_i} R_{i,n}^2 \quad i = 1, 2, \quad (2.82)$$

onde  $N_i$  é o número de *clusters* de  $S_i$ . Para cada sinal, as variáveis  $R_{i,n}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N_i$ ,

são mutuamente independentes e dadas por

$$R_{i,n}^2 = X_{i,n}^2 + Y_{i,n}^2 \quad n = 1, 2, \dots, N_i, \quad (2.83)$$

onde  $X_{i,n}$  e  $Y_{i,n}$  são variáveis aleatórias Gaussinas descorrelacionadas, que correspondem, respectivamente, às componentes em fase e em quadratura de cada *cluster*. As variáveis  $X_{i,n}$  e  $Y_{i,n}$  têm médias  $m_{X_{i,n}}$  e  $m_{Y_{i,n}}$ , geradas pela onda dominante do  $n$ -ésimo *cluster*, e variâncias  $\sigma_{X_{i,n}}^2$  e  $\sigma_{Y_{i,n}}^2$ , que advêm das ondas de multipercurso do  $n$ -ésimo *cluster*.

Para obter as estatísticas conjuntas de  $S_1$  e  $S_2$ , assume-se que a dependência entre os sinais ocorre por meio de  $N_0$  *clusters* compartilhados, onde  $N_0 \leq N_1 \leq N_2$ . No  $n$ -ésimo *cluster* compartilhado,  $X_{1,n}$ ,  $Y_{1,n}$ ,  $X_{2,n}$  e  $Y_{2,n}$  são variáveis aleatórias conjuntamente Gaussianas, com coeficientes de correlação definidos como [48]

$$\begin{aligned} \nu_{1,n} &\triangleq \frac{E[X_{1,n}X_{2,n}] - m_{X_{1,n}}m_{X_{2,n}}}{\sigma_{X_{1,n}}\sigma_{X_{2,n}}} \\ &\triangleq \frac{E[Y_{1,n}Y_{2,n}] - m_{Y_{1,n}}m_{Y_{2,n}}}{\sigma_{Y_{1,n}}\sigma_{Y_{2,n}}}, \\ \nu_{2,n} &\triangleq \frac{E[X_{1,n}Y_{2,n}] - m_{X_{1,n}}m_{Y_{2,n}}}{\sigma_{X_{1,n}}\sigma_{Y_{2,n}}} \\ &\triangleq -\frac{E[Y_{1,n}X_{2,n}] - m_{Y_{1,n}}m_{X_{2,n}}}{\sigma_{Y_{1,n}}\sigma_{X_{2,n}}}, \end{aligned} \quad (2.84)$$

onde  $n = 1, 2, \dots, N_0$ .

Considerando *clusters* identicamente distribuídos, para os quais as estatísticas marginais são idênticas para todos os *clusters*,

$$\begin{aligned} m_{X_{i,n}} &= m_{X_i} & m_{Y_{i,n}} &= m_{Y_i} & n &= 1, 2, \dots, N_i, \\ \sigma_{X_{i,n}} &= \sigma_{X_i} & \sigma_{Y_{i,n}} &= \sigma_{Y_i} & n &= 1, 2, \dots, N_i, \end{aligned} \quad (2.85)$$

e as estatísticas conjuntas são iguais para todos os *clusters* compartilhados,

$$\nu_{1,n} = \nu_1 \quad \nu_{2,n} = \nu_2 \quad n = 1, 2, \dots, N_0, \quad (2.86)$$

os autores mostraram que o coeficiente de correlação da potência, para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , é calculado como

$$\delta_W = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \frac{\alpha [\rho^2 + 2\rho\sqrt{\kappa_1\kappa_2} \cos(\phi + \varphi_1 - \varphi_2)]}{\sqrt{(1 + 2\kappa_1)(1 + 2\kappa_2)}}. \quad (2.87)$$

Em (2.87),  $\kappa_i$  e  $\mu_i$  são os parâmetros da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , correspondentes ao sinal  $S_i$ , e

definidos, respectivamente, por [45]

$$\kappa_i = \frac{m_{X_i}^2 + m_{Y_i}^2}{2\sigma_i^2} \quad \text{e} \quad \mu_i = N_i, \quad i = 1, 2, \quad (2.88)$$

onde é assumido que  $\sigma_{X_i} = \sigma_{Y_i} = \sigma_i$ , e os demais parâmetros são dados como

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2}, \\ \phi &= \arg(\nu_1 + j\nu_2), \\ \varphi_i &= \arg(m_{X_i} + jm_{Y_i}) \quad i = 1, 2, \\ \alpha &= \frac{\mu_0}{\mu_1}, \quad \mu_0 = N_0. \end{aligned} \quad (2.89)$$

Em particular, o parâmetro  $\alpha$  representa a proporção de *clusters* de  $S_1$  que são compartilhados com  $S_2$ .

Se ambientes estacionários são assumidos, as estatísticas de  $S_1$  são equivalentes às estatísticas correspondentes de  $S_2$ . Neste caso, obtêm-se  $N_1 = N_2 = N$  e

$$\begin{aligned} m_{X_{1,n}} &= m_{X_{2,n}} & m_{Y_{1,n}} &= m_{Y_{2,n}} & n &= 1, 2, \dots, N, \\ \sigma_{X_{1,n}} &= \sigma_{X_{2,n}} & \sigma_{Y_{1,n}} &= \sigma_{Y_{2,n}} & n &= 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Portanto, deve-se substituir as equações  $\mu_1 = \mu_2$ ,  $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ ,  $\varphi_1 = \varphi_2$  e  $\alpha = 1$  em (2.87), para obter

$$\delta_W = \frac{\rho^2 + 2\kappa\nu_1}{1 + 2\kappa}. \quad (2.91)$$

Com o objetivo de manter compatibilidade com os resultados já disponíveis para o modelo de Rayleigh [7], os coeficientes de correlação  $\nu_1$  e  $\nu_2$  são [48]

$$\nu_1 = \frac{J_0(k\xi)}{1 + \Delta\omega^2\sigma_\tau^2} \quad \text{e} \quad \nu_2 = -\frac{\Delta\omega\sigma_\tau J_0(k\xi)}{1 + \Delta\omega^2\sigma_\tau^2}. \quad (2.92)$$

A partir de (2.91), o coeficiente de correlação espacial,  $\delta_W(\xi)$ , e o coeficiente de correlação de frequência,  $\delta_W(\Delta\omega)$ , são obtidos fazendo, respectivamente,  $\Delta\omega = 0$  e  $\xi = 0$ .

Observa-se, para ambientes estacionários, que  $\delta_W$  não depende do parâmetro  $\mu$  e é função apenas de  $\kappa$ ,  $\nu_1$  e  $\nu_2$ . Além disso, de forma similar ao modelo de correlação de Rice, o coeficiente de correlação de frequência,  $\delta_W(\Delta\omega)$ , é simplesmente expresso como

$$\delta_W(\Delta\omega) = \frac{1}{1 + \Delta\omega^2\sigma_\tau^2} \quad (2.93)$$

e, portanto, independente dos parâmetros da distribuição  $\kappa\text{-}\mu$ .

## 2.3 Estimação de Parâmetros

Uma vez que um modelo estatístico esteja especificado com seus parâmetros, e os dados experimentais sejam medidos, pode-se então avaliar se este modelo garante uma boa predição aos dados experimentais. O interesse é encontrar os valores dos parâmetros que forneçam o melhor ajuste do modelo considerado aos dados observados – um procedimento conhecido como *estimação de parâmetros*.

Em estatística, o vetor de dados  $\mathbf{X} = [X_1 \ X_2 \ \cdots \ X_n]$  é uma *amostra aleatória* de  $n$  elementos, obtida de uma população que, por hipótese, segue uma determinada distribuição de probabilidade. Esta distribuição representa, na verdade, uma família de distribuições possíveis, indexadas pelos valores de seus  $k$  parâmetros  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \cdots \ \theta_k]$ . O objetivo é, através da estimação de  $\boldsymbol{\theta}$ , identificar a população que é mais provável ter gerado os dados observados. Neste trabalho, discutem-se dois métodos de estimação de parâmetros: *método dos momentos* (MoM), baseado no cálculo de momentos estatísticos, e *método de máxima verossimilhança* (ML), o qual estima os parâmetros maximizando uma função de verossimilhança.

### 2.3.1 Método dos Momentos

O Método dos Momentos tenta estimar os parâmetros,  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \cdots \ \theta_k]$ , de uma distribuição, igualando um número conveniente de momentos amostrais da variável aleatória,  $\hat{\mu}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^j$ , aos seus correspondentes momentos teóricos, que são funções dos parâmetros a serem determinados [49]:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^j = E [X^j; \boldsymbol{\theta}] \quad j = 1, 2, \cdots, k, \quad (2.94)$$

onde  $X_1 \ X_2 \ \cdots \ X_n$  são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid), que representam uma amostra aleatória da população sob estudo. Considerando  $k$  equações para  $k$  parâmetros a serem estimados, e resolvendo as equações resultantes com respeito aos parâmetros, estimativas destes últimos são obtidas [49]. Este método, geralmente requer cálculos comparativamente simples na prática.

A partir de propriedades das distribuições dos momentos amostrais [49], é possível afirmar que, sob certas condições gerais, a distribuição de um estimador MoM será assintoticamente Gaussiana para  $n$  grande, e que a diferença entre a média do estimador e o valor real do

parâmetro será da ordem de  $n^{-1}$ . Por outro lado, seu desvio padrão será assintoticamente da forma  $c/\sqrt{n}$ , onde  $c$  é uma constante. Cramer [49], entretanto, apontou que os estimadores MoM não são os mais eficientes possíveis, ou seja, eles não têm as menores variâncias possíveis para grandes amostras.

Além disso, em [50], é enfatizado que momentos amostrais de menor ordem possível devem, ser preferencialmente, utilizados para estimação de parâmetros. De fato, ao modelar dados experimentais (que têm um intervalo finito de valores) utilizando PDFs teóricas, logo, de cauda infinita, os momentos amostrais de ordem superior se desviam dos respectivos momentos teóricos de forma significativa [51]. Isto ocorre porque os momentos teóricos de alta ordem são principalmente afetados pela cauda da PDF e apresentam valores muito maiores que os correspondentes momentos amostrais. Esta diferença entre momentos teóricos e amostrais pode resultar em erros significativos ao estimar parâmetros através de (2.94).

Apesar de tudo, o método dos momentos, geralmente, produz estimadores simples de se calcular, por meio de equações algébricas, e sua aplicação é bastante utilizada para uma variedade de modelos de canal [52], [53], [54]. Adicionalmente, estimadores MoM têm provado sua utilidade prática ao serem validados por medições em campo [27], [55], [36]. Ainda, algumas vezes, é interessante utilizar os estimadores MoM como uma primeira aproximação, a partir da qual estimadores mais eficientes podem ser calculados por outros métodos [49].

### 2.3.2 Método de Máxima Verossimilhança

Do ponto de vista teórico, o método de máxima verossimilhança é o mais importante método geral de estimação de parâmetros conhecido [49]. O princípio de máxima verossimilhança, introduzido, primeiramente, por R. A. Fisher, é um método sistemático para estimar parâmetros, que maximiza a probabilidade de observar os dados de uma amostra aleatória [56].

Seja  $\mathbf{X} = [X_1 \ X_2 \ \cdots \ X_n]$  uma amostra de  $n$  variáveis aleatórias, representando observações  $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n$  de uma população que, por hipótese, segue certa distribuição de probabilidade, indexada por um parâmetro  $\theta$ . Suponha que se está interessado em estimar  $\theta$ , a partir das observações. Para isso, assumimos que a PDF conjunta de  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , dada por  $f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$ , depende de  $\theta$ . O método de máxima verossimilhança encontra o valor para  $\theta$  que é mais provável de ter gerado os dados observados, isto é, uma vez que as observações  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sejam dadas,  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$  é função apenas de  $\theta$ , e o valor de  $\theta$  que maximiza esta PDF conjunta é definido como o estimador de máxima verossimilhança  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$  [57].

Dadas as observações  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , a PDF conjunta  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$  é definida como a *função*

de verossimilhança, e o estimador ML pode ser determinado a partir da equação de verossimilhança [57]:

$$\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x}) = \underset{\theta}{Max} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta). \quad (2.95)$$

Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são variáveis aleatórias iid, a PDF conjunta destas será o produto de suas PDFs individuais,  $f_{X_i}(x_i; \theta)$  [58], e (2.95) é escrita como

$$\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x}) = \underset{\theta}{Max} \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i; \theta). \quad (2.96)$$

Se  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$  é diferenciável e  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$  existe, então a seguinte equação deve ser satisfeita:

$$\left. \frac{\partial}{\partial \theta} \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i; \theta) \right|_{\theta=\hat{\Theta}_{ML}} = 0. \quad (2.97)$$

Dado que derivar produtos de  $n$  funções pode ser uma tarefa complexa, é mais conveniente tomar o logaritmo natural de  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$ , definido como *função log-verossimilhança*:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{x}; \theta) &= \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta) \\ &= \sum_{i=1}^n \ln f_{X_i}(x_i; \theta). \end{aligned} \quad (2.98)$$

O logaritmo é uma função estritamente crescente no domínio real, portanto, o valor de  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$  que maximiza  $L(\mathbf{x}; \theta)$  é o mesmo valor que maximiza  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$ , o que resulta em

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_{i=1}^n \ln f_{X_i}(x_i; \theta) \right|_{\theta=\hat{\Theta}_{ML}} &= \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial \ln f_{X_i}(x_i; \theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\Theta}_{ML}} \\ &= 0. \end{aligned} \quad (2.99)$$

A equação de log-verossimilhança (2.99) representa uma condição necessária para a existência do estimador  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$ . Uma segunda equação deve ser satisfeita para assegurar que  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$  seja um ponto de máximo para  $L(\mathbf{x}; \theta)$ , pois apenas a derivada primeira não garante essa condição. Para que  $L(\mathbf{x}; \theta)$  esteja em um ponto de máximo, quando calculada em  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$ , a derivada segunda de  $L(\mathbf{x}; \theta)$  deve ser negativa:

$$\sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial^2 \ln f_{X_i}(x_i; \theta)}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\hat{\Theta}_{ML}} < 0. \quad (2.100)$$

Com algumas distribuições, a solução de (2.99) fornece fórmulas exatas para  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$  [56]. Contudo, nem sempre é possível resolver (2.99) para uma solução analítica de  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$ . Neste caso, deve-se resolvê-la numericamente através de métodos iterativos não lineares [56]. Mesmo que uma solução numérica seja encontrada, não há garantia que ela maximize unicamente  $L(\mathbf{x}; \theta)$ , pois pode haver mais de uma solução para (2.99) e  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$  pode representar apenas um máximo local para  $L(\mathbf{x}; \theta)$ . Infelizmente, não há um método iterativo geral que permita encontrar uma solução ótima para todas as situações. O usuário deve analisar cada função log-verossimilhança em particular e selecionar o método iterativo que seja mais adequado ao seu caso. Contudo, para a maioria dos problemas gerais encontrados na prática, existirá um único estimador ML que maximiza  $L(\mathbf{x}; \theta)$  e que pode ser encontrado por métodos iterativos [59].

Para o caso multiparâmetro, quando a distribuição é indexada por  $k$  parâmetros distintos  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_k]$ , deve-se resolver  $k$  equações simultâneas da forma (2.99) para obter o vetor de estimadores  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$ :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln f_{X_i}(x_i; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \Big|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\Theta}_{ML}} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (2.101)$$

Para garantir que a solução  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$  seja um ponto de máximo da função multivariável  $L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ , a matriz Hessiana,  $\mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\Theta}_{ML}}$ , deve ser *definida negativa* [59], isto é, para qualquer vetor coluna real não-nulo  $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_k]^T$ , a forma quadrática  $\mathbf{z}^T \mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\Theta}_{ML}} \mathbf{z}$  deve ser menor que zero, onde  $\mathbf{z}^T$  denota o vetor transposto de  $\mathbf{z}$ . A matriz Hessiana  $\mathbf{H}$ , de uma função de  $k$  variáveis, é definida como a matriz de derivadas parciais de segunda ordem desta função [60]. Para  $\mathbf{H}(L)$ , tem-se

$$\mathbf{H}(L) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_1^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_1 \partial \theta_k} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_2 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_2 \partial \theta_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_k \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_k \partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_k^2} \end{bmatrix}. \quad (2.102)$$

Para condições mais gerais, onde  $L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$  tem derivadas parciais de segunda ordem contínuas,  $\partial^2 L / \partial \theta_i \partial \theta_j = \partial^2 L / \partial \theta_j \partial \theta_i$  e, portanto,  $\mathbf{H}(L)$  é uma matriz simétrica. Um método mais direto de verificar se  $\mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\Theta}_{ML}}$  é definida negativa, é calcular seus autovalores. Pode ser mostrado que uma matriz real simétrica é definida negativa se, e apenas se, todos os seus autovalores são negativos [61].

## Informação de Fisher

Devido ao amplo uso do método de máxima verossimilhança na estimação de parâmetros de modelos matemáticos, uma importante questão surge a respeito da variância destes estimadores. Determinar a variância de um estimador significa quantificar a incerteza que o valor estimado carrega consigo. De forma alternativa, significa determinar um intervalo de confiança, nas proximidades do valor estimado, que contenha o valor real do parâmetro com alguma probabilidade. Quanto menor a variância do estimador, menor este intervalo e com mais exatidão será possível estimar o valor real do parâmetro. O cálculo de tais intervalos de confiança é um problema essencial na estimação de parâmetros, o que, tipicamente, requer o conhecimento da distribuição de probabilidade destes estimadores e de suas variâncias ou matrizes de covariância.

Ao se repetir o processo de estimação um grande número de vezes, a partir de amostras aleatórias representativas de uma população, seria desejável que, na média, o valor do estimador fosse igual ao valor real do parâmetro. Um estimador que apresenta tal propriedade é chamado de estimador *não polarizado*. Em outras palavras, um estimador  $\hat{\Theta}(\mathbf{x})$  é definido como não polarizado se, e apenas se, [56]

$$E[\hat{\Theta}] = \theta, \quad (2.103)$$

para todo valor de  $\theta$ . A diferença entre a média do estimador e o valor real do parâmetro é definida como *polarização* do estimador,  $b = E[\hat{\Theta}] - \theta$ . Assim, um estimador  $\hat{\Theta}(\mathbf{x})$  é não polarizado se, e apenas se, sua polarização,  $b$ , é zero para todo  $\theta$ .

Do exposto acima, fica evidente que estimadores com baixa variância e não polarizados são desejáveis para a estimação de parâmetros estatísticos [57]. O objetivo, portanto, é encontrar um estimador não polarizado para  $\theta$  com a menor variância possível. Neste contexto, o *limitante inferior de Cramer-Rao* (CRLB - *Cramer-Rao Lower Bound*) [57] torna possível encontrar o estimador com estas propriedades, pois estabelece um valor mínimo para a variância de todos os estimadores não polarizados para  $\theta$ .

Se  $\hat{\Theta}(\mathbf{x})$  representa um estimador não polarizado de um parâmetro  $\theta$ , baseado nas observações de uma amostra aleatória  $\mathbf{X} = [X_1 \ X_2 \ \cdots \ X_n]$ , com PDF conjunta  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$ , então o limitante inferior de Cramer-Rao é dado por [57]

$$\text{Var}[\hat{\Theta}] \geq \frac{1}{E \left[ \left( \frac{\partial \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 \right]} = \frac{1}{-E \left[ \frac{\partial^2 \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta^2} \right]}, \quad (2.104)$$



desde que certas condições de regularidades sejam satisfeitas. Tais condições assumem que a função log-verossimilhança,  $\ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$ , seja uma função regular no sentido em que a ordem das operações de integração e diferenciação possa ser invertida. Detalhes a respeito das condições de regularidade e da prova de (2.104) podem ser verificados em [49] e [57]. O operador  $E[\cdot]$ , no denominador de (2.104), é tomado sobre a variável aleatória observada  $X \geq 0$ , assim,

$$\begin{aligned} E \left[ \left( \frac{\partial \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 \right] &= \int_0^\infty \left( \frac{\partial \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta) d\mathbf{X} \\ &= \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty \left( \frac{\partial \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta) dx_1 \cdots dx_n \\ &= - \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty \frac{\partial^2 \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta^2} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta) dx_1 \cdots dx_n. \end{aligned} \quad (2.105)$$

O denominador em (2.104) é a *informação de Fisher*,  $I_n(\theta)$ , definida como uma medida da quantidade de informação que a amostra aleatória  $X_1, X_2, \dots, X_n$  contém a respeito do parâmetro  $\theta$  [57]:

$$I_n(\theta) = E \left[ \left( \frac{\partial \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 \right] = -E \left[ \frac{\partial^2 \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta^2} \right]. \quad (2.106)$$

A partir da segunda igualdade de (2.106), a informação de Fisher pode ser interpretada como uma medida da curvatura da função  $\ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$ , próxima ao valor do parâmetro  $\theta$ . Um valor pequeno de  $|\partial^2 \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)/\partial \theta^2|$  implica em um ponto de máximo pouco definido, devido à baixa curvatura de  $\ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$  na vizinhança de  $\theta$ , e, portanto, em um baixo valor de  $I_n(\theta)$ . Por outro lado, um grande valor de  $|\partial^2 \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)/\partial \theta^2|$  denota uma alta curvatura de  $\ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$  próximo a  $\theta$ , com um conseqüente máximo bem definido e uma alta informação de Fisher correspondente.

Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são variáveis aleatórias iid, então  $\ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta) = \sum_{i=1}^n \ln f_{X_i}(x_i; \theta)$  representa a soma de  $n$  variáveis aleatórias independentes e, como resultado, [57]

$$\begin{aligned} E \left[ \left( \frac{\partial \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 \right] &= \sum_{i=1}^n E \left[ \left( \frac{\partial \ln f_{X_i}(x_i; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 \right] \\ &= nE \left[ \left( \frac{\partial \ln f_X(x; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 \right] = nI(\theta), \end{aligned} \quad (2.107)$$

onde  $I(\theta)$  é a informação de Fisher que uma única variável aleatória  $X$  contém a respeito de  $\theta$ .

A primeira igualdade em (2.107) vem do fato de os termos cruzados de  $E [(\partial \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)/\partial \theta)^2]$  serem médias de produtos de variáveis independentes. Dado que as condições de regularidade, assumidas em (2.104), resultam em  $E [\partial \ln f_X(x; \theta)/\partial \theta] = 0$  [57], os produtos cruzados se anulam, restando apenas os termos quadráticos. A segunda igualdade, por sua vez, resulta do fato de as variáveis aleatórias serem iid e, portanto,  $X_i = X, i = 1, 2, \dots, n$ .

Pode ser verificado, com igual facilidade, que

$$\begin{aligned} -E \left[ \frac{\partial^2 \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta^2} \right] &= -nE \left[ \frac{\partial^2 \ln f_X(x; \theta)}{\partial \theta^2} \right] \\ &= nI(\theta). \end{aligned} \quad (2.108)$$

As equações (2.107) e (2.108) revelam que a informação de Fisher, contida em uma amostra aleatória de  $n$  variáveis iid, é igual a  $n$  vezes a informação de Fisher carregada por qualquer uma das variáveis individuais. Isto posto, o CRLB pode ser simplificado como

$$\text{Var} [\hat{\Theta}] \geq \frac{1}{nE \left[ \left( \frac{\partial \ln f_X(x; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 \right]} = \frac{1}{-nE \left[ \frac{\partial^2 \ln f_X(x; \theta)}{\partial \theta^2} \right]} = \frac{1}{nI(\theta)}. \quad (2.109)$$

De acordo com (2.109), quando  $I(\theta)$  aumenta, a variância do estimador decresce e, em consequência, sua incerteza em estimar  $\theta$  diminui. O estimador não polarizado  $\hat{\Theta}(\mathbf{x})$ , cuja variância satisfaz a igualdade em (2.109), ou seja, atinge o mínimo valor possível, é definido como um estimador *eficiente* para  $\theta$  [57]. Portanto, se um estimador eficiente existe para  $\theta$ , ele é o melhor estimador do ponto de vista de mínima variância. Observe que, como bem apontado em [57], um estimador eficiente não necessita existir em todos os casos e, em alguns casos, o estimador ML pode mesmo ser polarizado.

Cramer provou que se um estimador eficiente  $\hat{\Theta}(\mathbf{x})$  existe, ele será único e, necessariamente, dado pelo estimador  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$  [49]. Ainda, pode ser mostrado que, sob certas condições de regularidade [49], a equação (2.99) tem uma solução que converge em probabilidade para o valor real de  $\theta$ , quando  $n \rightarrow \infty$ . Esta solução é um estimador assintoticamente Gaussiano e assintoticamente eficiente de  $\theta$  [49]. Em resumo, Cramer mostrou que o estimador ML tem uma distribuição assintótica Gaussiana,  $G(\theta, \frac{1}{nI(\theta)})$ , com média  $\theta$  e variância  $1/nI(\theta)$ , onde  $G(\cdot, \cdot)$  representa a distribuição Gaussiana. De forma equivalente:

$$\sqrt{nI(\theta)}(\hat{\Theta}_{ML} - \theta) \sim G(0, 1). \quad (2.110)$$

As equações e definições acima podem ser generalizadas para multiparâmetros, onde um vetor de  $k$  parâmetros desconhecidos,  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_k]$ , deve ser estimado. Definindo o *gradi-*

ente como o vetor coluna de operadores de derivadas parciais  $\nabla = [\partial/\partial\theta_1 \ \partial/\partial\theta_2 \ \cdots \ \partial/\partial\theta_k]^T$ , é possível expressar as  $k$  equações de log-verossimilhança (2.101) na forma vetorial. Lembrando que  $L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \ln f_{X_i}(x_i; \boldsymbol{\theta})$  é uma função escalar de  $\mathbf{x}$  e  $\boldsymbol{\theta}$ , então a equação (2.101) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \nabla L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}} &= [\partial/\partial\theta_1 \ \partial/\partial\theta_2 \ \cdots \ \partial/\partial\theta_k]^T L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) \Big|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}} \\ &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (2.111)$$

Da mesma forma, o CRLB pode ser estendido para o caso de multiparâmetros. Considere que  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(\mathbf{x}) = [\hat{\Theta}_1 \ \hat{\Theta}_2 \ \cdots \ \hat{\Theta}_k]$  representa um estimador não polarizado do parâmetro  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \cdots \ \theta_k]$ , baseado nas observações de uma amostra aleatória  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , com PDF conjunta  $f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_n; \boldsymbol{\theta}) = f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ . A matriz de *covariância* para  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(\mathbf{x})$  é dada por

$$\text{Cov}[\hat{\boldsymbol{\Theta}}] = E[(\hat{\boldsymbol{\Theta}} - \boldsymbol{\theta})^T (\hat{\boldsymbol{\Theta}} - \boldsymbol{\theta})]. \quad (2.112)$$

Note que  $\text{Cov}[\hat{\boldsymbol{\Theta}}]$  é uma matriz  $k \times k$  e os elementos de sua diagonal principal,  $\text{Cov}[\hat{\boldsymbol{\Theta}}]_{ii}$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ , são as variâncias dos estimadores  $\hat{\Theta}_i$ , respectivamente. O CRLB neste caso tem a forma [57]

$$\text{Cov}[\hat{\boldsymbol{\Theta}}] \geq \mathbf{I}_{\mathbf{n}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}), \quad (2.113)$$

onde  $\mathbf{I}_{\mathbf{n}}(\boldsymbol{\theta})$  é a matriz de informação de Fisher que a amostra aleatória  $X_1, X_2, \dots, X_n$  contém sobre o parâmetro  $\boldsymbol{\theta}$  e  $\mathbf{I}_{\mathbf{n}}^{-1}$  representa a matriz inversa de  $\mathbf{I}_{\mathbf{n}}$ . O estimador não polarizado  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(\mathbf{x})$ , cuja matriz de covariância satisfaz a igualdade em (2.113), é definido como um estimador *conjuntamente eficiente* para  $\boldsymbol{\theta}$  [49].

As entradas de  $\mathbf{I}_{\mathbf{n}}(\boldsymbol{\theta})$  são obtidas como [57]

$$[\mathbf{I}_{\mathbf{n}}(\boldsymbol{\theta})]_{ij} = E \left[ \left( \frac{\partial \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \right) \left( \frac{\partial \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \right) \right] \quad i, j = 1, 2, \dots, k. \quad (2.114)$$

Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são variáveis aleatórias iid, e estendendo os resultados de (2.107) para o caso de multiparâmetros, é possível mostrar que [62]

$$\begin{aligned} [\mathbf{I}_{\mathbf{n}}(\boldsymbol{\theta})]_{ij} &= nE \left[ \left( \frac{\partial \ln f_X(x; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \right) \left( \frac{\partial \ln f_X(x; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \right) \right] \\ &= n [\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, k, \end{aligned} \quad (2.115)$$

onde  $\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})$  representa a matriz de informação de Fisher contida em uma única variável  $X$ . Uma definição alternativa, e em geral mais conveniente, de  $\mathbf{I}_{\mathbf{n}}(\boldsymbol{\theta})$  é baseada na matriz de

derivadas parciais de segunda ordem de  $\ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ . De acordo com [62], se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são iid, e usando (2.102),

$$\begin{aligned} [\mathbf{I}_{\mathbf{n}}(\boldsymbol{\theta})]_{ij} &= -E[\mathbf{H}(L)]_{ij} = -E\left[\frac{\partial^2 \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j}\right] \\ &= -nE\left[\frac{\partial^2 \ln f_X(x; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j}\right] = n[\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, k, \end{aligned} \quad (2.116)$$

onde a matriz Hessiana  $\mathbf{H}(L)$  pode ser expressa na forma vetorial como [60]

$$\mathbf{H}(L) = \nabla^2 L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) = \nabla (\nabla^T) L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}). \quad (2.117)$$

Observe que, em (2.113), os elementos da diagonal principal de  $\mathbf{I}_{\mathbf{n}}^{-1}(\boldsymbol{\theta})$  são os valores de CRLB para  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(\mathbf{x}) = [\hat{\Theta}_1 \hat{\Theta}_2 \dots \hat{\Theta}_k]$ :

$$\text{Var}[\hat{\Theta}_i] \geq [\mathbf{I}_{\mathbf{n}}^{-1}]_{ii} \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (2.118)$$

Ainda generalizando para multiparâmetros, se um estimador conjuntamente eficiente,  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(\mathbf{x}) = [\hat{\Theta}_1 \hat{\Theta}_2 \dots \hat{\Theta}_k]$ , existe, este será, necessariamente, o estimador  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}(\mathbf{x})$ , obtido pela solução única da equação (2.111) [49]. Além disso, foi mostrado que a solução de (2.111) resulta em um estimador, assintoticamente, Gaussiano e conjuntamente eficiente, de  $\boldsymbol{\theta}$  [49].

Para representar a distribuição assintótica de  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}(\mathbf{x})$ , de forma similar à (2.110), é utilizado um vetor coluna  $k \times 1$ ,  $\mathbf{t} = [0 \ 0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0]^T$ , com componentes nulos, exceto  $t_i = 1$ . Assim, o  $i$ -ésimo estimador de  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}(\mathbf{x})$  é dado por  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}(\mathbf{x})\mathbf{t}$ , da mesma forma,  $[\mathbf{I}_{\mathbf{n}}^{-1}]_{ii} = \mathbf{t}^T (\mathbf{I}_{\mathbf{n}}^{-1}) \mathbf{t}$  são seus respectivos valores de CRLB. Portanto, a distribuição assintótica para cada um dos estimadores escalares  $\hat{\Theta}_{ML_i}$  é

$$\begin{aligned} \frac{(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML} - \boldsymbol{\theta})\mathbf{t}}{\sqrt{\mathbf{t}^T (\mathbf{I}_{\mathbf{n}}^{-1}) \mathbf{t}}} &= \frac{\hat{\Theta}_{ML_i} - \theta_i}{\sqrt{[\mathbf{I}_{\mathbf{n}}^{-1}]_{ii}}} \quad i = 1, 2, \dots, k. \\ &\sim G(0, 1) \end{aligned} \quad (2.119)$$

### Informação de Fisher Observada

Estritamente falando, a definição dada em (2.106) corresponde à informação de Fisher *esperada*. Se for descartado o operador  $E[\cdot]$ , de (2.106), é obtida uma informação dependente dos dados observados, definida como informação de Fisher *observada* [63]:

$$J_n(\theta) = -\frac{\partial^2 \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta^2}. \quad (2.120)$$

Nem sempre é possível calcular a informação de Fisher esperada. Em alguns casos, o operador  $E[\cdot]$ , uma integral definida, não pode ser calculado, ou numericamente exige muito tempo ou recurso de processamento. Entretanto, se for possível calcular  $\ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$ , pode-se obter a informação de Fisher observada,  $J_n(\theta)$ . Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são variáveis aleatórias iid, e usando (2.98),  $J_n(\theta)$  é, de forma alternativa,

$$J_n(\theta) = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 \ln f_{X_i}(x_i; \theta)}{\partial \theta^2}. \quad (2.121)$$

Como as variáveis  $X_i$  são iid, os termos da somatória de (2.121) são também variáveis iid e a *lei fraca dos grandes números* [58] estabelece que a média amostral dos  $n$  termos, para  $n$  grande o suficiente, converge para a média estatística de qualquer um dos termos individuais. Utilizando esta propriedade e (2.108), tem-se

$$\begin{aligned} \frac{J_n(\theta)}{n} &= -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 \ln f_{X_i}(x_i; \theta)}{\partial \theta^2} \\ &\sim -E \left[ \frac{\partial^2 \ln f_X(x; \theta)}{\partial \theta^2} \right] = I(\theta). \end{aligned} \quad (2.122)$$

A aproximação em (2.122) será tanto melhor quanto maior for  $n$ . Assim, para grandes amostras,  $J_n(\theta) \sim nI(\theta) = I_n(\theta)$  e, portanto, pode-se utilizar a informação de Fisher observada como boa aproximação de sua contrapartida esperada.

De forma semelhante,  $J_n(\theta)$  pode ser estendida para multiparâmetros, resultando em uma matriz  $k \times k$  de informação de Fisher observada

$$\mathbf{J}_n(\boldsymbol{\theta}) = -\mathbf{H}(L), \quad (2.123)$$

cujos elementos são dados, de acordo com (2.102), por

$$\begin{aligned} [\mathbf{J}_n(\boldsymbol{\theta})]_{ij} &= -\mathbf{H}(L)_{ij} \\ &= -\frac{\partial^2 \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \\ &= -\sum_{m=1}^n \frac{\partial^2 \ln f_{X_m}(x_m; \theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \quad i, j = 1, 2, \dots, k. \end{aligned} \quad (2.124)$$

Note que  $\mathbf{J}_n(\boldsymbol{\theta})$  é definida simplesmente como o negativo da matriz Hessiana de  $L(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ . Em particular, como não há média estatística tomada sobre  $X$  em (2.124),  $\mathbf{J}_n(\boldsymbol{\theta})$  depende diretamente dos valores individuais da amostra aleatória  $\mathbf{X}$ . Aplicando a lei fraca dos grandes

números a cada dos elementos de  $\mathbf{J}_n(\boldsymbol{\theta})$  em (2.124), e para  $\mathbf{X}$  iid, é possível inferir que  $\mathbf{J}_n(\boldsymbol{\theta}) \sim n\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$ , desde que  $n$  seja grande o suficiente. Em consequência, para grandes amostras, os elementos da diagonal principal de  $\mathbf{J}_n^{-1}(\boldsymbol{\theta})$  são boas aproximações dos valores de CRLB para  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(\mathbf{x}) = [\hat{\Theta}_1 \ \hat{\Theta}_2 \ \cdots \ \hat{\Theta}_k]$ , dados em (2.118).

## Intervalos de Confiança

Como citado anteriormente, determinar o intervalo de confiança de um estimador requer o conhecimento de sua distribuição, média e variância ou matriz de covariância. Neste contexto, interessa encontrar um intervalo de confiança, que contenha o valor real do parâmetro, com probabilidade  $1 - \alpha$  ou, simplesmente, um intervalo de confiança de  $(1 - \alpha) \times 100\%$ . Em outras palavras, se intervalos de confiança do estimador foram calculados um grande número de vezes, encontrar-se-ia que, em aproximadamente  $(1 - \alpha) \times 100\%$  do tempo, o intervalo calculado conteria o valor real do parâmetro. Em particular, o estimador  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}(\mathbf{x})$  possui propriedades assintóticas, para grandes amostras, que tornam possível calcular seu intervalo de confiança de forma sistemática.

De acordo com (2.119), se a única solução da equação de log-verossimilhança (2.111) é dada pelo estimador  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}(\mathbf{x})$ , então, sob certas condições de regularidade, seu valor converge em probabilidade para o valor real de  $\boldsymbol{\theta}$ , quando  $n \rightarrow \infty$ . Além disso, sua distribuição amostral é assintoticamente Gaussiana com

$$E[\hat{\Theta}_{ML_i}] \rightarrow \theta_i \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.125)$$

e

$$\text{Var}[\hat{\Theta}_{ML_i}] \rightarrow [\mathbf{I}_n^{-1}]_{ii} \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (2.126)$$

É importante notar que a informação  $\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$  é função de  $\boldsymbol{\theta}$  (o valor real do parâmetro a ser estimado) e, portanto, desconhecida. Entretanto,  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}(\mathbf{x})$  converge em probabilidade para o valor real de  $\boldsymbol{\theta}$ , quando  $n \rightarrow \infty$ . Um estimador que apresenta esta propriedade é definido com um estimador *consistente* de  $\boldsymbol{\theta}$  [49]. A consistência de  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}(\mathbf{x})$  permite inferir que [56]

$$\mathbf{I}_n(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}) \rightarrow \mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta}), \quad (2.127)$$

quando  $n \rightarrow \infty$ . Como resultado, para grandes amostras, pode-se utilizar o valor de  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}(\mathbf{x})$  para estimar  $\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$  e, em consequência, a matriz de informação observada  $\mathbf{J}_n(\boldsymbol{\theta})$ . Isto posto, a teoria sobre intervalos de confiança, para variáveis aleatórias Gaussianas [58], permite

Tabela 2.1: Valores de  $z_{\alpha/2}$  para Cálculo de Intervalos de Confiança em (2.129).

$1 - \alpha$	0,90	0,95	0,99
$z_{\alpha/2}$	1,645	1,960	2,576

calcular o intervalo  $(\mathbf{l}(\mathbf{x}), \mathbf{u}(\mathbf{x}))$  para  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$ , a partir de (2.119), como

$$P \left[ -z \leq \frac{\hat{\Theta}_{MLi} - \theta_i}{\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{ii}}} \leq z \right] = 1 - 2Q(z) \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (2.128)$$

onde  $Q(z) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_z^\infty \exp(-t^2/2) dt$  é a probabilidade da cauda da PDF Gaussiana normalizada [58]. Se  $z_{\alpha/2}$  for definido tal que  $\alpha = 2Q(z_{\alpha/2})$ , então

$$P \left[ \hat{\Theta}_{MLi} - z_{\alpha/2} \sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{ii}} \leq \theta_i \leq \hat{\Theta}_{MLi} + z_{\alpha/2} \sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{ii}} \right] = 1 - \alpha \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (2.129)$$

Como  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$  é consistente,  $\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$  é aproximada por  $\mathbf{I}_n(\hat{\Theta}_{ML})$ , de acordo com (2.127). Portanto,  $(\hat{\Theta}_{MLi} - z_{\alpha/2} \sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{ii}}, \hat{\Theta}_{MLi} + z_{\alpha/2} \sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{ii}}), i = 1, 2, \dots, k$ , é o intervalo de confiança de  $(1 - \alpha) \times 100\%$  para  $\hat{\Theta}_{ML}(\mathbf{x})$ . Caso haja apenas um parâmetro a ser estimado, o intervalo se reduz a  $(\hat{\Theta}_{ML} - z_{\alpha/2}/\sqrt{I_n}, \hat{\Theta}_{ML} + z_{\alpha/2}/\sqrt{I_n})$ . A Tabela 2.1 dá os valores de  $z_{\alpha/2}$ , correspondendo a valores típicos de  $1 - \alpha$  [58].





## Capítulo 3

# Técnicas de Medição

### 3.1 Breve Introdução à Caracterização do Canal de Rádio

O desenvolvimento de eficientes sistemas de transmissão de dados sem fio é um desafio para a moderna engenharia de comunicações, de forma a ofertar acesso a todos os tipos de serviços de informação a um custo razoável, em qualquer tempo e lugar. Como já descrito nos Capítulos 1 e 2, o ambiente de propagação e a mobilidade do receptor impõem séria degradação de desempenho aos sistemas de comunicação. O primeiro requisito básico para obter uma comunicação confiável é, obviamente, garantir uma distribuição de potência média (cobertura) do sinal sobre uma área de interesse. Nesse sentido, a qualidade de recepção do sinal é geralmente descrita em termos de perda de percurso, associada ao desvanecimento lento. Embora, se saiba que a perda de percurso, por si só, não é suficiente para avaliar o desempenho dos sistemas de comunicação digital.

Além da perda de percurso, variações de curto prazo, já descritas no Capítulo 2, impactam na qualidade do sinal recebido. De fato, um dado sistema de comunicação é normalmente projetado para lidar com um nível admissível de distorção de canal, e seu desempenho degrada drasticamente além desse limite. Assim, o conhecimento da dispersão temporal do canal, bem como de seu desvanecimento seletivo no tempo, são necessários para projetar sistemas otimizados com níveis de distorção aceitáveis. Em consequência, é necessário compreender, medir, modelar e caracterizar com precisão o meio, antes de desenvolver métodos para mitigar os efeitos do canal sem fio e prover a comunicação com certo grau de confiabilidade e qualidade.

O conhecimento das estatísticas de canal pode ser usado no projeto dos sistemas de

comunicações de maneiras muito específicas. Aqui são citados apenas alguns exemplos de como a caracterização de canal pode ser usada explicitamente [64]:

1. Para os sistemas multiportadora OFDM, um *tempo de guarda* ou *prefixo cíclico* é empregado especificamente para evitar a interferência intersimbólica causada pela dispersão de multipercurso. A duração deste tempo de guarda deve ser tão longo quanto (ou maior que) a resposta ao impulso do canal, e esta duração da resposta ao impulso é diretamente quantificada através do perfil atraso-potência (PDP - *Power-Delay Profile*) do canal de rádio, obtido de medições em campo da dispersão de multipercurso do canal e que é incorporado no modelo de propagação.

2. Quando os multipercursos são altamente correlacionados entre si, as quantidades de diversidade temporal e de frequência possíveis são muito reduzidas, em relação às que estão disponíveis quando os percursos são descorrelacionados. Assim, esquemas de equalização ou de combinação mais simples podem ser utilizados, pois esquemas mais complexos oferecem pouco benefício além de um ganho, frequentemente, muito pequeno na energia do sinal recebido, às custas de um aumento de complexidade.

3. Tanto para sistemas OFDM, como para sistemas de espalhamento espectral por sequência direta (DSSS - *Direct-Sequence Spread Spectrum*), ou de espalhamento por salto de frequência (FHSS - *Frequency-Hopping Spread Spectrum*), a largura de banda de coerência,  $B_c$ , do canal deve ser levada em conta em seus projetos. Para os esquemas FHSS, a diferença no salto de frequência deve ser maior que  $B_c$ , para se beneficiar da diversidade de frequência. A largura de banda de coerência é também importante em sistemas OFDM, pois pode fornecer um guia sobre como a sequência de bits de dados é distribuída nas subportadoras, e qual a taxa de dados a ser usada em cada subportadora.

Com o conhecimento dos parâmetros de canal, o projetista de um sistema de comunicação pode estimar não apenas os efeitos de degradação que o canal terá sobre um dado esquema de modulação, como também a necessidade e a complexidade das medidas necessárias para combater esses efeitos prejudiciais.

Em última análise, é claro, os parâmetros do canal são um resultado direto do ambiente físico de propagação. Atributos físicos que afetam diretamente os parâmetros, acima mencionados, são as distâncias entre transmissor e receptor e suas localizações espaciais, as características das antenas (altura, diretividade e resposta em frequência), a velocidade do receptor móvel, frequência de portadora, e parâmetros elétricos dos refletores, espalhadores e absorvedores, presentes no ambiente.

Como dito anteriormente, um conhecimento profundo dos fenômenos de propagação de ondas de rádio, ou das características do canal de rádio, é um pré-requisito para alcançar

o projeto de um sistema otimizado. Desta forma, atividades de pesquisa em todo o mundo têm sido realizadas, com o objetivo de obter mais conhecimento sobre o comportamento da propagação de rádio, nas faixas de frequências muito alta (VHF - *Very High Frequency*) e ultra alta (UHF - *Ultra High Frequency*), e chegar a modelos de canal e de propagação adequados.

Na Europa, esses esforços foram promovidos, por exemplo, pela Cooperação Europeia no Domínio da Investigação Científica e Técnica (COST - *European Cooperation in the Field of Scientific and Technical Research*), um grupo aberto e flexível para a cooperação de pesquisa e desenvolvimento entre universidades, indústrias e instituições de pesquisa. Em [65], é apresentada uma importante revisão dos mecanismos de propagação e discussões sobre algumas questões relacionadas aos parâmetros do canal de rádio e técnicas de medição, desenvolvidos no âmbito dos projetos europeus.

Além disso, uma série de investigações já foram realizadas em [1], a fim de obter uma compreensão mais profunda dos complexos mecanismos que regem a propagação de rádio.

Vale a pena mencionar que durante a década dos anos 1970, serviços de comunicação móvel terrestre foram autorizados pelas agências reguladoras em porções da faixa do espectro em 800 e 900 MHz. Estas decisões incentivaram o desenvolvimento de, entre outras aplicações, do serviço de telefonia celular nestas faixas de frequência [66].

Na época, devido à experiência limitada na área de propagação de rádio para os sistemas móveis terrestres, na faixa do espectro de 800/900 MHz, não havia procedimentos que fossem amplamente reconhecidos ou aceitos para fornecer informações precisas e confiáveis de propagação em 800/900 MHz. Como resultado, no início de 1983, a Sociedade de Tecnologia Veicular, do IEEE, organizou um Comitê sobre Modelos de Propagação de Rádio para aplicações móveis terrestres, nessa faixa do espectro, cujo objetivo comum foi o de fornecer à indústria e aos governos modelos de rádio-propagação confiáveis na faixa do espectro de 800/900 MHz. O relatório final da comissão pode ser encontrado em [66].

## 3.2 Técnicas de Caracterização de Canal

Os estudos em rádio-propagação sempre têm evidenciado um interesse na caracterização do comportamento dos canais de rádio, em várias faixas de frequências e ambientes. Esta caracterização é uma tarefa complexa, não só conceitualmente, mas também do ponto de vista da sua determinação experimental.

A caracterização do canal é realizada utilizando uma técnica de sondagem sobre o canal, de tal forma que suas características possam ser medidas através de um conjunto de equipa-

mentos de teste. Para isso, são necessários um transmissor, para enviar um sinal de sondagem através do canal (desconhecido), e um receptor, para coletar o sinal de saída do canal. Estas duas unidades combinadas formam o sistema de sondagem de canal.

Vários sistemas de medição têm sido utilizados por vários grupos de pesquisa, a fim de caracterizar canais de rádio em ambientes urbanos, na faixa de UHF, em todo o mundo [65], [1], [66], [67]. As técnicas para a caracterização do canal podem ser divididas em duas categorias: técnicas de banda estreita e de banda larga [16], que serão discutidas a seguir no texto. As técnicas de banda larga, por sua vez, podem ser divididas em medições no domínio da frequência e no domínio do tempo.

### 3.2.1 Técnicas em Banda Larga no Domínio da Frequência

O método de medição em banda larga, no domínio da frequência, é baseado na utilização de um analisador de rede vetorial (VNA - *Vector Network Analyzer*), calibrado de tal modo que seu parâmetro S21 seja proporcional à função de transferência do canal de rádio [15]. Nesta categoria, a resposta ao impulso do canal é obtida através da medição de sua resposta em frequência complexa e, em seguida, tomando a sua transformada de Fourier inversa [68], [69]. Tal técnica oferece alta resolução [70], mas o sistema de medição necessita ser calibrado com precisão, o que requer, frequentemente, a utilização de uma câmara anecoica.

O sistema de aquisição de dados vem normalmente incorporado ao VNA e, geralmente, os únicos componentes adicionais necessários são amplificadores banda larga, filtros, cabos e antenas, como vistos no diagrama em blocos de um sistema de medição típico, mostrado na Fig. 3.1. O sistema de medição é relativamente flexível, uma vez que a frequência de operação, resolução de multipercurso e atraso máximo mensurável podem ser reconfigurados, ajustando os parâmetros de operação do VNA. No entanto, os sistemas de medição com VNA têm como desvantagem tempos de medição e taxas de varredura relativamente lentos, o que requer que o canal seja invariante durante todo o tempo de medição [71]. Além disso, esta técnica é limitada em distância, pois a medição de fase requer que ambas as antenas, de transmissão e recepção, estejam ligadas por um cabo coaxial ao VNA, o que restringe basicamente a medição a ambientes internos, onde a distância entre transmissor e receptor não é maior que umas poucas dezenas de metros. Apesar desses inconvenientes, os sistemas de aquisição, baseados em VNA, se revelaram bastante populares na medição das características do canal em banda larga, no domínio da frequência [70], [72], [73].

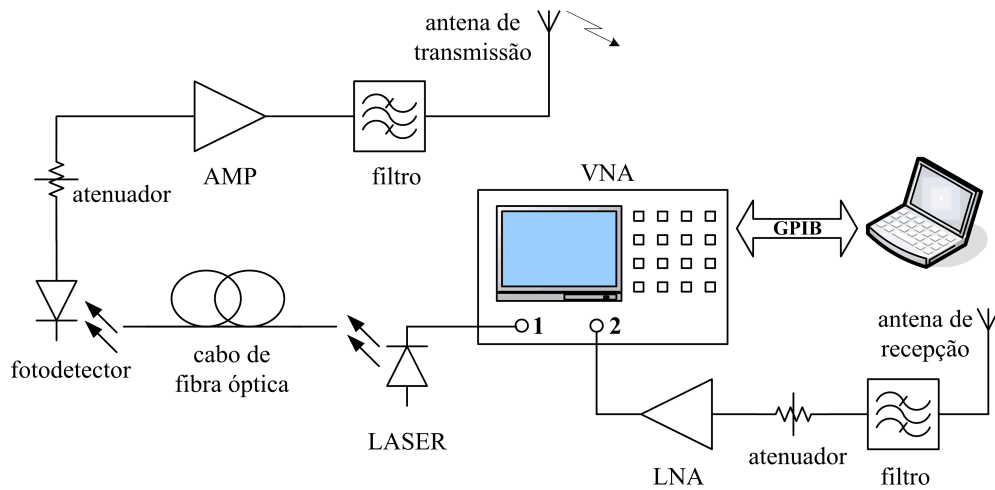


Figura 3.1: Diagrama em blocos de um sistema de medição típico, baseado em VNA. Um cabo de fibra óptica pode ser utilizado para permitir distâncias maiores entre transmissor e receptor.

### 3.2.2 Técnicas em Banda larga no Domínio do Tempo

#### Sondagem por Pulso Periódico

Quando um pseudoimpulso (um pulso de curta duração) é utilizado para excitar o canal de propagação, o sinal recebido representa a convolução do pulso transmitido com a resposta ao impulso do canal [16]. Conceitualmente, uma das técnicas mais simples de caracterização, em banda larga, consiste em transmitir um pulso de RF repetitivo e de curta duração através do canal, demodular o pulso e gravar a saída de banda base em um osciloscópio [74]. O primeiro estudo relatado de resposta ao impulso do canal de propagação foi o de Young [75], na área urbana da cidade de Nova York, em 450 MHz, usando uma sonda com uma duração de pulso de  $0,5 \mu\text{s}$ . O trabalho de Young utilizou uma técnica de detecção da envoltória e, por isso, a informação de fase, contendo os ângulos de chegada de multipercursos, sob a forma de desvio Doppler, foi descartada. Dessa forma, não foi possível identificar as fontes de espalhamento significativas na antena do receptor. A Fig. 3.2 mostra um diagrama em blocos de um sistema de sondagem por repetição de pulso, utilizado em [74], para caracterizar multipercursos em ambientes internos de fábricas, onde podem ser observados seus componentes típicos.

Novas técnicas de circuitos de micro-ondas têm criado diversas abordagens para a geração de pulsos rápidos [76], [77], utilizados na sondagem de canal por pulso periódico e em outras aplicações. Fabricantes tradicionais também têm disponíveis geradores de pulso comerciais, cujas soluções normalmente são custosas se forem adquiridas apenas para esta aplicação [78]–[80]. Mais recentemente, abordagens alternativas usando dispositivos ópticos foram desenvolvidas, na quais técnicas de pulsos ópticos, com modulador Mach-Zehnder

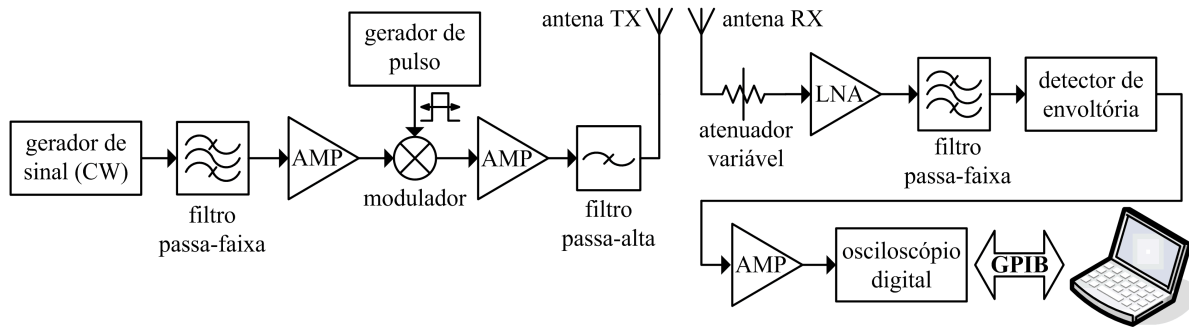


Figura 3.2: Diagrama em blocos de um sistema de sondagem por repetição de pulso, utilizado em [74]. O diagrama inclui transmissor (à esquerda) e receptor (à direita).

(MZM - *Mach-Zehnder Modulator*) [81], [82], são capazes de produzir pulsos muito rápidos e altas taxas de repetição.

Um exemplo de pulso ultrarrápido, que pode ter aplicação em sondagem de canal, está na Fig. 3.3. Estes pulsos foram gerados através da técnica descrita em [82], que permitiu obter larguras de pulso e tempos de subida da ordem de dezenas de picosegundos. Por outro lado, um exemplo típico de reposta de multipercurso de um canal urbano, a um pulso aplicado, pode ser visto na Fig. 3.4 [15]. É possível verificar como a potência do pulso transmitido, inicialmente estreito, é dispersada pelo canal. Esta técnica de sondagem permite obter o perfil atraso-potência, que representa a potência das componentes de multipercurso em função do atraso,  $\tau$ , relativo à chegada da primeira componente do sinal. Também na Fig. 3.4 estão indicados parâmetros estatísticos importantes de dispersão do canal, que serão definidos quando for tratada a próxima técnica de sondagem de canal.

Como já discutido no Capítulo 2, os diferentes comprimentos dos percursos, que formam o sinal recebido, dão origem a diferentes atrasos de propagação no tempo, como mostrado na Fig. 3.4. Valores de dispersão típicos, em atrasos de propagação, variam de uma fração de um microssegundo a muitos microssegundos, dependendo do tipo de ambiente [71], [83]. O receptor, portanto, processa uma sucessão de réplicas atrasadas, e possivelmente sobrepostas, do sinal transmitido, sendo cada réplica única nos seus instante de chegada, nível de potência, e fase da portadora de RF. Quando a dispersão de atraso RMS,  $\sigma_\tau$  (ver o método STDCC a seguir), do ambiente de propagação, é comparável ou maior que a duração do símbolo de dados, os símbolos recebidos se sobrepõem, causando o que é classicamente conhecido como interferência intersimbólica.

A fim de observar o comportamento variante no tempo do canal, através da sondagem por pulso periódico, o período de repetição de pulso deve ser suficientemente rápido, para permitir a observação da resposta variante no tempo dos caminhos individuais de propagação,

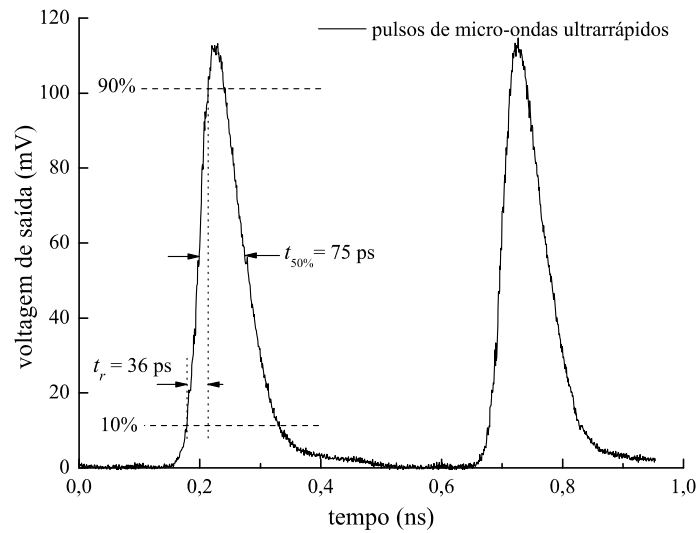


Figura 3.3: Pulsos ultrarrápidos, gerados por uma técnica eletro-óptica descrita em [82], que podem ser utilizados em sondagem de canal e outras aplicações.

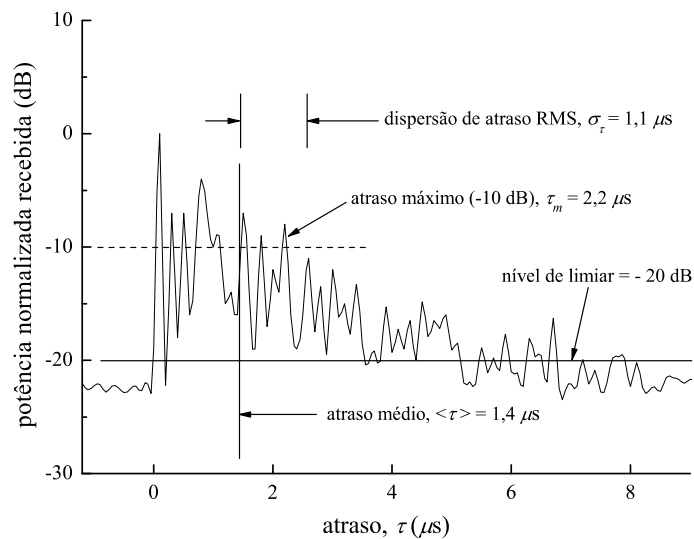


Figura 3.4: Resposta típica de multipercursos de um canal de rádio urbano, obtida por sondagem por pulso repetitivo [15].

e, ao mesmo tempo, longo o suficiente para assegurar que todos os ecos de multipercurso significativos sejam recebidos entre pulsos de sondagem sucessivos [16]. A duração do pulso de sondagem determina a resolução de multipercurso mínima, isto é, a diferença de caminho mínima discernível entre as componentes de multipercurso, e, por sua vez, a taxa de repetição de pulso determina o valor máximo de atraso de percurso não ambíguo, isto é, o atraso máximo para a qual uma componente de multipercurso pode ser inequivocamente detectada.

A sondagem por pulso periódico, enquanto oferece a observação direta da resposta ao impulso do canal, sofre de um pobre desempenho de cobertura, devido à compensação que deve existir entre a estreita largura do pulso de sondagem, necessária para obter alta resolução, e a energia contida no pulso [71]. Possivelmente esta é a principal limitação desta técnica, que requer uma alta razão da potência de pico de pulso para seu valor médio, para proporcionar uma detecção adequada de componentes de multipercurso de baixa potência.

Para que o pulso de sondagem, aplicado ao canal, caracterize fielmente a resposta do canal em todas as frequências de interesse, o amplificador do transmissor tem que ser altamente linear em toda a banda de frequência de interesse, pois qualquer distorção não-linear pode alterar drasticamente o espectro do sinal. Além disso, grande amplificação de potência no transmissor é necessária, o qual deve operar linearmente em alta potência, para compensar o baixo ciclo de trabalho do sinal de sondagem e permitir a sua transmissão ao longo das distâncias de interesse. Ao mesmo tempo, amplificadores de baixo ruído e de alto ganho, em banda larga, são necessários para o receptor detectar adequadamente o sinal.

### Correlação Cruzada por Varredura de Atraso (STDCC)

Um método bastante utilizado para sondagem de canal, que evita algumas das dificuldades da abordagem anterior, por pulso repetitivo, emprega a técnica de espalhamento espectral. O método de correlação cruzada por varredura de atraso (STDCC - *Swept Time-Delay Cross-Correlation*) aproveita as propriedades únicas das sequências pseudoaleatórias para investigar as características do canal.

Pode-se afirmar que, se um sinal de ruído branco,  $n(t)$ , é aplicado à entrada de um sistema linear, e se uma correlação cruzada entre a saída  $w(t)$  e uma réplica atrasada da entrada  $n(t - \tau)$  é calculada, então o resultado é proporcional à resposta ao impulso do sistema,  $h(t)$ , calculada no atraso  $\tau$ . Isto pode ser demonstrado abaixo [16]:

$$\begin{aligned} E[n(t)n^*(t - \tau)] &= R_n(\tau) \\ &= N_0\delta(\tau), \end{aligned} \tag{3.1}$$



onde,  $R_n(\tau)$  é a função de autocorrelação do ruído branco,  $N_0$  é a densidade espectral de potência do ruído e  $\delta(t)$  é a função delta de Dirac. O símbolo  $*$  denota a operação complexo conjugado. A saída do sistema é dada pela relação de convolução

$$w(t) = \int h(\zeta)n(t - \zeta)d\zeta, \quad (3.2)$$

assim a correlação cruzada entre a saída e a entrada atrasada é dada por

$$\begin{aligned} E[w(t)n^*(t - \tau)] &= E \left[ \int h(\zeta)n(t - \zeta)n^*(t - \tau)d\zeta \right] \\ &= \int h(\zeta)E[n(t - \zeta)n^*(t - \tau)]d\zeta. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Mas, de (3.1),  $E[n(t - \zeta)n^*(t - \tau)] = R_n(\tau - \zeta) = N_0\delta(\tau - \zeta)$ . Assim, (3.3) pode ser escrita como

$$E[w(t)n^*(t - \tau)] = N_0 \int h(\zeta)\delta(\tau - \zeta)d\zeta = N_0h(\tau). \quad (3.4)$$

Portanto, a resposta ao impulso de um sistema linear pode ser avaliada utilizando ruído branco e algum método de cálculo de correlação.

Na prática, é tecnicamente difícil gerar ruído branco, e, como resultado, os sistemas experimentais utilizam formas de onda determinísticas que têm características semelhante ao ruído. Provavelmente, os exemplos mais conhecidos de tais formas de onda são as sequências binárias pseudoaleatórias de máximo comprimento (sequências- $m$ ) [16], ou conhecidas apenas como sequências pseudoaleatórias (PN - *Pseudo-Noise*). A utilização de sequências- $m$  provou ser extremamente popular em sistemas de comunicação [84], uma vez que elas são facilmente geradas usando registradores de deslocamento com realimentação linear (LFSR - *Linear Feedback Shift Register*) [85], [86], e possuem excelentes propriedades de autocorrelação periódica, como ilustrado na Fig. 3.5 [16].

Em um sistema de sondagem STGCC, no transmissor, a portadora é modulada por uma sequência- $m$ , a uma taxa de bits  $f_c$  [87]. O receptor correlaciona o sinal de saída do canal com uma réplica local da sequência- $m$  original, para obter a estimativa da resposta ao impulso do canal (CIR - *Channel Impulse Response*). Esta estimativa é uma boa aproximação da CIR se a autocorrelação da sequência se aproxima de um impulso, condição esta, satisfeita pelas sequências- $m$  [16].

No receptor, o sinal de entrada é correlacionado com a sequência- $m$ , idêntica à utilizada no transmissor, mas a uma taxa de bits ligeiramente inferior,  $f_c - \Delta f_c$ . Assim, o receptor executa uma correlação “por deslizamento”, com as frequências de relógio (taxas de bits) ligeiramente

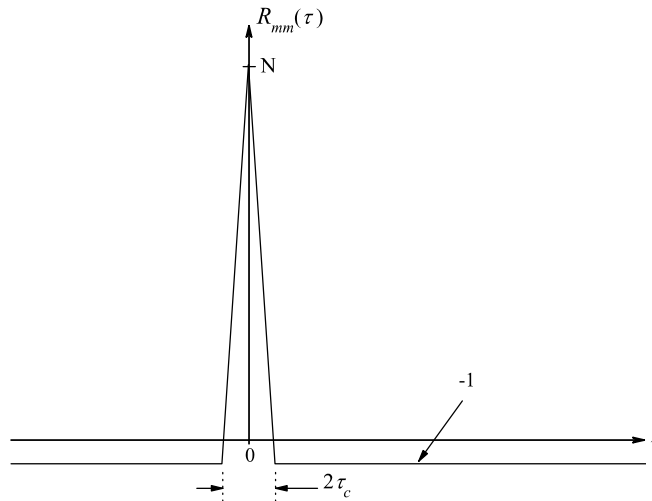


Figura 3.5: Função de autocorrelação periódica de uma sequência binária pseudoaleatória de máximo comprimento (sequência- $m$ ).

diferentes no transmissor e receptor, de modo que uma sequência “desliza” através da outra no tempo, à medida que a correlação é calculada. Esta pequena diferença entre as frequências de relógio produz um escalonamento no tempo (compressão na largura de banda) da função de correlação cruzada, onde o fator de escala,  $k_f$ , é a razão entre a maior taxa de relógio para a diferença de frequência [87]:

$$k_f = \frac{f_c}{\Delta f_c}. \quad (3.5)$$

A escolha do valor de  $k_f$  pode ser arbitrária, dependendo apenas da largura de banda final necessária para a aquisição e gravação das amostras de dados. No entanto, Cox [87] verificou que uma distorção severa é produzida na função de correlação cruzada, se o valor de  $k_f$  for baixo demais. As medições pioneiras de resposta ao impulso do canal, usando a técnica STDCC, foram obtidas por Cox [87], na cidade de Nova York, em 910 MHz. Os fundamentos matemáticos por trás da técnica são dados em [88], de forma abreviada, e, com maiores detalhes, em [89].

O diagrama esquemático de um sistema de medição STDCC típico é mostrado na Fig. 3.6 [87]. A sequência- $m$ ,  $m(t)$ , consiste de uma série de transições bipolares  $+1$  e  $-1$ , que são facilmente produzidas usando um LFSR. O comprimento de código,  $N$ , é determinado pelo número de estágios empregados no registrador de deslocamento,  $n$ , e é dado por [87]:

$$N = 2^n - 1. \quad (3.6)$$

Esta sequência se repete a cada  $N\tau_c$ , onde  $\tau_c$  é o período de bit de  $m(t)$ . Como já citado

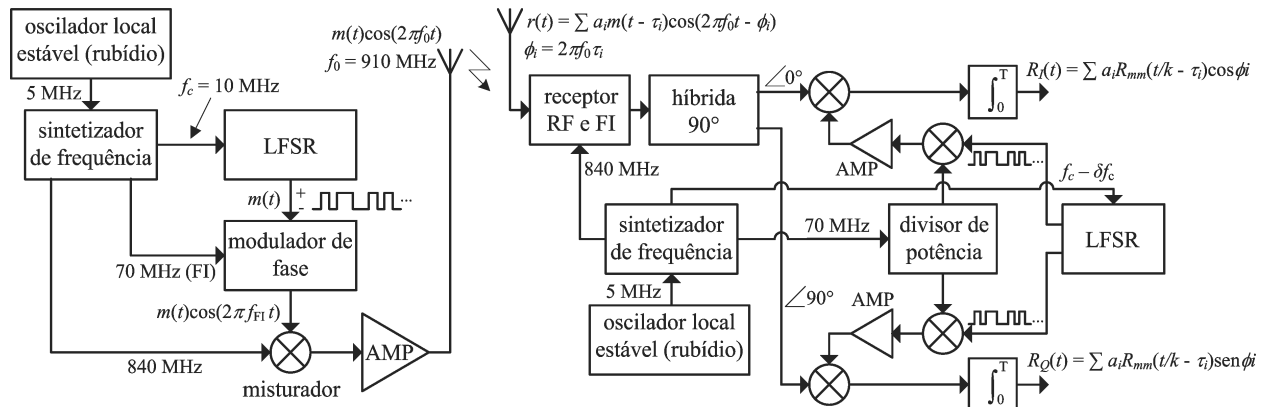


Figura 3.6: Sistema de sondagem STDCC, utilizado em [87], para caracterizar um ambiente de propagação suburbano.

anteriormente, uma sequência- $m$  é ideal para aplicações de sondagem de canal como esta, uma vez que tem uma função de autocorrelação bem definida,  $R_{mm}(\tau)$ :

$$R_{mm}(\tau) = \int_0^{N\tau_c} m(t)m(t - \tau)dt, \quad (3.7)$$

como mostrado na Fig. 3.5.

A diferença mínima discernível entre as componentes de multipercorso, a resolução STDCC, é  $\sim \tau_c$ . Assim, taxa de bits de  $m(t)$  deve ser suficientemente alta para permitir a observação dos ecos de multipercorso (que produzem a interferência intersimbólica). A escolha da taxa de bits deve depender das características do ambiente de medição. Uma alta resolução pode ser necessária para uma sondagem em ambientes internos, por exemplo, onde os obstáculos espalhadores estão muito próximos entre si, por outro lado, uma resolução muito menor seria suficiente para um estudo em áreas rurais ou montanhosas [16]. Por sua vez, o atraso de multipercorso máximo não ambíguo, que pode ser medido com um sistema STDCC, é dado por  $N\tau_c$ , que é o produto entre o comprimento de código, em bits, e o período de bit da sequência- $m$ . Este valor deve ser suficientemente longo para garantir que não haja multipercursos significativos detectáveis após esse tempo.

No transmissor, a sequência- $m$  bipolar é modulada sobre uma portadora em  $f_0$ , de modo que o sinal transmitido é da forma:

$$s(t) = Am(t) \cos(2\pi f_0 t), \quad (3.8)$$

onde  $A$  é uma amplitude constante. O canal pode ser considerado como um filtro por linha de derivação de atraso, invariante no tempo ao longo do período de cada medição, com resposta

ao impulso:

$$h(t, \tau_i) = \sum_{i=0}^N a_i \delta(t - \tau_i) e^{j\phi_i}, \quad (3.9)$$

onde  $a_i$  e  $\tau_i$  são a atenuação e o atraso associados ao  $i$ -ésimo caminho de propagação, respectivamente. O termo  $\phi_i = 2\pi f_0 \tau_i$  é a mudança de fase na portadora devido ao atraso. Assim, o sinal recebido é da forma [87]:

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t) * h(t, \tau_i) \\ &= \sum_{i=0}^N a_i m(t - \tau_i) \cos(2\pi f_0 t - \phi_i). \end{aligned} \quad (3.10)$$

O sinal é aplicado a um receptor convencional, consistindo de um filtro de RF, um preamplificador de baixo ruído, um misturador de sinal e um amplificador de frequência intermediária (FI). A saída de FI é dividida em uma híbrida em quadratura e aplicada aos dois correladores. Após correlação cruzada e filtragem, as componentes do sinal resultante em fase,  $R_I(t)$ , e em quadratura,  $R_Q(t)$ , podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} R_I(t) &= \sum_i a_i R_{mm}(t/k - \tau_i) \cos \phi_i, \\ R_Q(t) &= \sum_i a_i R_{mm}(t/k - \tau_i) \text{sen } \phi_i. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Portanto, o perfil de intensidade de multipercurso da envoltória,  $E(t)$ , pode então ser obtido a partir de:

$$E(t) = \sqrt{R_I^2(t) + R_Q^2(t)}. \quad (3.12)$$

A curva de  $E^2(t)$  corresponde ao perfil de intensidade de multipercurso da potência, para o ambiente de propagação sob estudo. A variável  $t$ , em  $E^2(t)$ , necessita ser escalonada no tempo pelo fator  $k_f$ , ou seja, é necessário convertê-la aos valores reais de atraso de propagação,  $\tau$ , para obter o perfil atraso-potência, PDP, ou seja, a potência recebida como função do atraso de percurso,  $\tau$ .

A partir de  $E^2(t)$ , é possível calcular dois importantes parâmetros, utilizados para quantificar os canais de multipercurso em banda larga. O atraso médio,  $\bar{\tau}$ , é o primeiro momento estatístico de PDP e é definido como [87]:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^M p(\tau_i) \tau_i}{\sum_{i=1}^M p(\tau_i)}, \quad (3.13)$$

onde  $p(\tau_i) = E^2(\tau_i)$  corresponde ao valor da potência, no instante  $\tau_i$ , e o índice  $i$  representa

a  $i$ -ésima amostra de potência de cada perfil. É assumido que  $M$  é o índice da última amostra, no eixo  $\tau$ , cuja componente de multipercurso tem potência significativa. O segundo parâmetro é a raiz quadrada do segundo momento central de PDP, conhecido por *dispersão de atraso RMS*,  $\sigma_\tau$ , e definido como [87]

$$\sigma_\tau = \left( \frac{\sum_{i=1}^M (\tau_i - \bar{\tau})^2 p(\tau_i)}{\sum_{i=1}^M p(\tau_i)} \right)^{1/2}, \quad (3.14)$$

que caracteriza a extensão de PDP ou o espalhamento de propagação das componentes de multipercurso. Para melhor entender como os valores de  $\bar{\tau}$  e  $\sigma_\tau$  se relacionam com o eixo  $\tau$  de PDP, eles foram calculados para um exemplo típico de perfil, ilustrado na Fig. 3.4.

Para acompanhar a lenta variação temporal das componentes individuais de multipercurso ou mesmo levar em conta a variação espacial de PDP, em uma área de medição, a sequência- $m$  é enviada repetidamente, e o receptor correlaciona continuamente. Um perfil atraso-potência médio (APDP - *Average Power Delay Profile*), para um conjunto de  $N$  perfis individuais consecutivos, é então calculado como uma resposta ao impulso representativa de cada área de medição [87]:

$$\begin{aligned} APDP(\tau_i) &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N p_j(\tau_i) \\ &= \langle |h(\tau_i)|^2 \rangle_j, \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde  $j$  corresponde ao  $j$ -ésimo perfil do conjunto de perfis (varreduras), ao longo de uma área de medição, e  $\langle \cdot \rangle$  é a média, calculada sobre os  $N$  consecutivos perfis individuais.

Também é desejável que os dados medidos estejam representados de tal forma que efeitos de desvanecimento seletivo em frequência possam ser examinados. A função de correlação de frequência (FCF - *Frequency Correlation Function*) do canal,  $R_H(\Delta f)$ , pode ser relacionada ao seu APDP através de uma transformada de Fourier [90]:

$$R_H(\Delta f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle |h(\tau)|^2 \rangle e^{-j2\pi\Delta f\tau} d\tau. \quad (3.16)$$

Entretanto, condições muito específicas de espalhamento não-correlacionado e estacionário no sentido amplo (WSSUS - *Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering*) devem ser atendidas pelo canal de propagação, para que (3.16) seja válida [90]. Assumindo que estas condições estejam atendidas, é possível estabelecer relações entre a largura de banda de coerência,  $B_c$ , e a dispersão de atraso RMS,  $\sigma_\tau$ , calculada a partir do APDP [2], [87].

Em uma implementação equivalente ao STDCC, no receptor, em vez de definir a taxa

de bits da sequência- $m$  ligeiramente mais lenta, é possível utilizar a mesma taxa. Porém, o receptor correlaciona para um determinado atraso entre as sequências, por algum período, gera esse resultado, desloca o seu atraso de  $\tau_c$ , correlaciona novamente e mostra o resultado. Esta técnica é conhecida como correlação cruzada por passo [64], pois as duas sequências- $m$ , do transmissor e do receptor “escorregam” entre si em passos discretos, múltiplos de  $\tau_c$ , ao contrário de “deslizarem” lenta e continuamente na técnica STDCC.

Embora os sistemas STDCC ofereçam desempenho superior de cobertura em comparação a sistemas pulsados, osciladores de frequência de alta estabilidade e um sistema de recepção relativamente complexo são necessários [71], [87].

### 3.2.3 Técnicas de Caracterização em Banda Estreita

A técnica mais comum para obter uma caracterização adequada, utilizando sinais de banda estreita, é excitar o canal utilizando uma portadora de RF em onda contínua, CW. Grandes variações são então observadas na amplitude e fase do sinal recebido, como um resultado das adições de fases aleatórias das componentes de multipercursos, geradas pelo ambiente de propagação. Vários modelos têm sido propostos [7], [17], [26], [91] para descrever o comportamento do canal, e todos mostram boa predição em relação às medições CW da envoltória de desvanecimento [27], [29], [92].

A fim de obter valores para os parâmetros básicos de propagação do canal, por meio de técnicas de caracterização CW, medições suficientes devem ser tomadas, de modo que a variabilidade do sinal possa ser determinada. O procedimento de medição deve ser capaz de medir, gravar e analisar o sinal instantâneo recebido e como ele varia com o tempo.

Com o objetivo de fazer medições precisas, é necessário que [66]:

- a potência radiada, pela antena transmissora, seja conhecida e fixa durante o intervalo no qual as medições são realizadas. Este critério pode apenas ser atendido através de medições com uma portadora CW;
- o sistema de medição capture a totalidade da energia do sinal, que incide sobre a antena do receptor. Isto significa que, quando o sinal desejado está modulado, o sistema de medição deve ter largura de banda suficiente para capturar o sinal e todas as suas bandas laterais, sem introduzir qualquer atenuação, devido a limitações de largura de banda do equipamento de medição.

Além disso, receptores de banda estreita têm níveis de ruído inferiores aos receptores de banda larga. Em consequência, o sinal mínimo que um receptor de banda estreita pode medir com precisão é significativamente menor, comparado com um receptor de banda larga.

Tabela 3.1: Principais Características Geométricas das Células de Rádio

célula	altura de antena da estação base	raio da célula (km)
macrocélula	acima do topo das edificações	1 – 30
grande célula (urbana)	acima do topo das edificações	3 – 30
pequena célula (urbana)	acima do topo das edificações	1 – 3
microcélula	abaixo ou igual nível do topo das edificações	0,1 – 1
píccocélula	abaixo do topo das edificações ou interna	0,01 – 0,1

Quando uma portadora CW é utilizada, toda a potência radiada está na portadora. O problema de atenuação das bandas laterais, no transmissor ou receptor, desaparece e a potência do sinal radiado pode ser definida e mantida constante durante todo o intervalo em que as medições são realizados. A largura de banda de recepção pode ser selecionada, através da utilização de filtros de banda estreita, para ser consideravelmente mais estreita que a dos receptores convencionais, a fim de rejeitar sinais parasitas e reduzir a quantidade de ruído presente. Além dos trabalhos já citados acima, dois importantes estudos sobre medidas de propagação CW incluem [1], [66].

Neste trabalho, também utiliza-se uma técnica simples de aquisição da envoltória do sinal, através do uso de analisador de espectro e algoritmos de automação do processo de medição. Esta técnica, descrita a seguir, na Seção 3.4, pode ser adaptada a diversos modelos de analisador de espectro e permite caracterizar, em banda estreita, as principais estatísticas de um canal sob investigação. Adicionalmente, através de estimação de parâmetros de modelos estatísticos, é possível comparar estes últimos às medições em campo.

### 3.3 Áreas de Medições

Ambientes de rádio-propagação podem ser extremamente diferentes (por exemplo, ambientes internos a uma edificação comparados a ambientes externos), levando a características de propagação também basicamente diferentes. Por essa razão, categorias de ambientes foram identificadas, dentro das quais, suas características principais são consideradas bastante similares. Essas categorias são definidas pelo tipo de célula e pelo tipo de área (urbana, suburbana, rural, etc), dados na Tabela 3.1 [65]. Dentro de uma determinada categoria, existe variabilidade entre os ambientes, tais como arranjo, altura média e propriedades elétricas dos prédios em uma área urbana, por exemplo. Esta variabilidade pode ser considerada como uma característica aleatória do ambiente, pois as propriedades geométricas e elétricas dos objetos, que interagem com o campo eletromagnético, só podem ser especificadas até um certo nível de precisão.

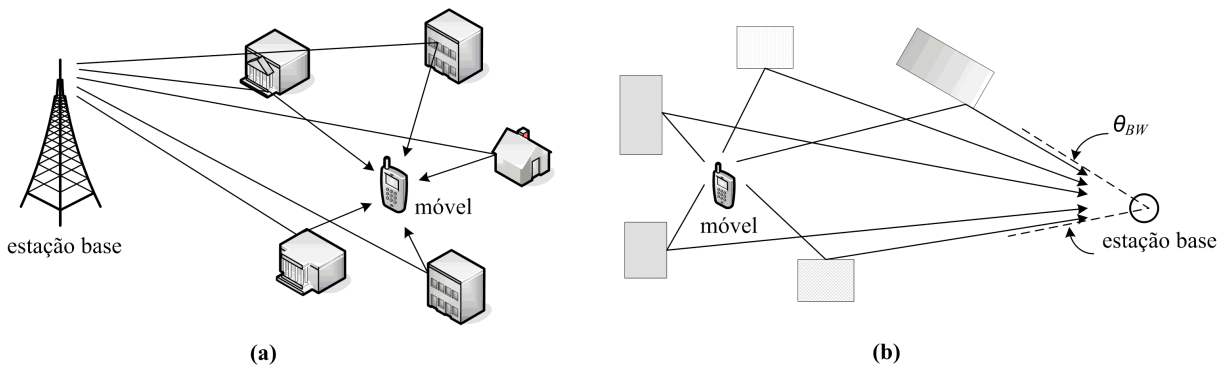


Figura 3.7: Configuração típica de multipercursos formada no caminho de propagação de rádio: (a) da estação base para o móvel – enlace direto e (b) do móvel para a estação base – enlace reverso.

No ambiente macrocelular, é geralmente assumido que os obstáculos e edificações, em torno da *estação móvel* (MS - *Mobile Station*), são de mesma altura ou mais altos que esta. Isto implica que o sinal, recebido na antena da MS, chega de todas as direções, após ser dispersado por obstáculos ao redor, como ilustrado na Fig. 3.7(a). Sob estas condições, a hipótese de Gans, de que o AoA das componentes de multipercursos é uniformemente distribuído no intervalo  $[0, 2\pi)$ , é válida [2]. A clássica envoltória de *Rayleigh*, com desvanecimentos profundos (muito abaixo do valor médio da envoltória), separados de aproximadamente  $\lambda/2$ , provém deste modelo [15].

No entanto, o AoA do sinal recebido na *estação base* (BS - *Base Station*) é bem diferente. Em um ambiente macrocelular, normalmente, as antenas da BS estão numa posição mais alta que os obstáculos ao redor. Assim, o sinal recebido na BS resulta de um processo de dispersão nas imediações da MS, como mostrado na Fig. 3.7(b). As componentes de multipercursos na BS estão restritas a uma pequena região angular,  $\theta_{BW}$ , e a distribuição do AoA não é mais uniforme sobre  $[0, 2\pi)$  [93]. Historicamente, as macrocélulas foram a base para os sistemas de primeira geração de telecomunicações, para usuários móveis, possuindo BSs instaladas em pontos altos, como os sistemas de radiodifusão, com uma cobertura de vários quilômetros.

Por outro lado, para macrocélulas em ambiente rural, de relevo plano, existem poucos obstáculos à propagação e a maior parte da dispersão ocorre nas imediações da MS [94]. Para ambientes rurais, vale ressaltar que a dispersão de atraso das componentes de multipercursos, o sombreamento do sinal e a distribuição de AoA estão correlacionados e, geralmente, são modelados como variáveis aleatórias correlacionadas com distribuição log-normal [95]. De forma geral, esta correlação está distribuída tal que, se uma MS está em uma região de sombra, ela tem valores maiores de dispersão de atraso e de espalhamento angular do sinal recebido.



Em macrocélulas rurais, os obstáculos mais significativos apresentam uma tendência para estar distribuídos uniformemente ao redor da MS, assim, todas as componentes do sinal são incidentes sobre a MS no plano horizontal, com a distribuição de AoA isotrópica [94]. Isto está de acordo com o modelo de Clarke [17], já discutido anteriormente, e o espectro Doppler associado é o clássico espectro de potência de Jakes [7]. Isto é, naturalmente, uma idealização — a presença ou ausência de carros nas estradas, árvores, arbustos e, possivelmente, edificações próximas têm influência na real distribuição da dispersão do sinal.

Enquanto, para macrocélulas, a antena da BS está muitas vezes instalada bem acima do topo das edificações ao redor, para microcélulas, suas antenas estão montadas na mesma altura ou bem abaixo da altura média das edificações. Em consequência, para macrocélulas, há predomínio da propagação do sinal acima das edificações, por outro lado, para microcélulas, reflexões e difração de edificações e ruas, geralmente, dominam o ambiente de propagação [96]. Isto implica que, em microcélulas, o espalhamento de AoA do sinal recebido, na BS, é maior, quando comparado para o caso de macrocélulas, pois o processo de dispersão do sinal também acontece nas imediações da BS.

Microcélulas têm atraído muita atenção, simplesmente porque elas podem acomodar mais usuários, por unidade de área de serviço, do que macrocélulas. Além disso, elas permitem acesso por meio de dispositivos portáteis de baixo consumo de energia. A menor dispersão de atraso e os desvanecimentos menos intensos presentes implicam na possibilidade de transmissão de sinal de banda larga, sem excessivas contra-medidas técnicas para combater os efeitos do desvanecimento de multipercurso [93].

Microcélulas são mais frequentemente aplicadas em uma área urbana onde o tráfego mais intenso é esperado. Em microcélulas, como a antena da BS está situada normalmente abaixo do topo das edificações, a propagação do sinal acima das edificações é fortemente atenuada — o sinal sofre atenuação elevada, tanto próximo da BS como da MS [94]. Portanto, o fenômeno de guiamento da onda eletromagnética, através de ruas e avenidas, devido às linhas de edificações, situadas em ambos os lados das mesmas, torna-se relativamente mais importante. Dessa forma, a área de cobertura se estende principalmente através das ruas e avenidas em condições de LoS para a antena da BS. Em [67], [86], são estudados aspectos importantes da propagação em microcélulas, envolvendo caracterização de ambientes microcelulares, técnicas de medição, modelos de propagação e desempenho de enlaces de rádio em microcélulas urbanas.

Com respeito às características físicas dos ambientes de propagação, pode-se afirmar que um ambiente tipicamente urbano é composto de uma área densamente construída, repleta de grandes edifícios e residências de vários andares, ou ainda uma grande vila ou distrito, com

casas de vários andares, próximas entre si, e árvores densamente distribuídas [7]. Nas áreas urbanas, as ruas são muitas vezes amplas, com uma ou duas faixas em cada sentido, embora diferenças regionais possam se aplicar. Por exemplo, ruas de cidades, em alguns países, são geralmente mais largas e retas, enquanto que, em outros países, ruas podem ser estreitas e sinuosas. No ambiente urbano, as casas estão próximas da faixa de rolamento de ruas e avenidas e a densidade de tráfego de veículos é normalmente alta.

Em áreas suburbanas, ruas têm geralmente uma ou duas faixas em cada sentido. Em contraste com ruas de centros urbanos, as ruas suburbanas são mais estreitas, e as casas são mais recuadas da faixa de rolamento. Normalmente, o ambiente suburbano é composto de uma vila ou estrada, com casas dispersas, pequenas construções e árvores, muitas vezes perto da MS [7], [97]. Novamente, pode haver grandes variações dependendo da região e do país. Uma baixa densidade de tráfego é comum em áreas suburbanas.

Por sua vez, estradas rurais tipicamente têm uma única faixa em cada sentido e alguns obstáculos, como árvores ou prédios altos, no caminho de propagação. Além disso, são comuns áreas sem vegetação de dimensões de 300-400 m (por exemplo, terras agrícolas, campos abertos, etc [66]). A densidade de tráfego é geralmente leve [94].

Como descrito acima, as estatísticas de rádio-móvel dependem fortemente das características de propagação do ambiente onde são adquiridas. Faz-se, portanto, necessária, uma breve descrição dos locais de medições selecionados neste trabalho.

Duas regiões diferentes, localizadas, em média, a 750 m da antena de transmissão, foram selecionadas para adquirir as medidas em 1800, 2500 e 3500 MHz. A primeira região escolhida, denotada aqui como área I, está localizada no campus da universidade. De forma geral, nessa região, há prédios de até 4 pavimentos, grandes áreas abertas, consistindo de gramados e estacionamentos para carros, como também, árvores, avenidas e ruas com tráfego considerável de veículos. As medições foram realizadas em uma avenida principal, com 20 m de largura, em um trecho de 200 m de comprimento, e em ruas menores, transversais ou não, em trechos de até 100 m de comprimento. A Figura 3.8 mostra as duas regiões de medições.

A segunda região escolhida, área II, é uma área tipicamente residencial, localizada próxima ao campus da universidade, com uma grande densidade de casas de até 2 pavimentos. Nessa região, as ruas são de 10 m de largura, limitadas, em ambas as margens, por paredes e muros das residências, e apresentam tráfego reduzido de veículos. Há ainda duas avenidas amplas, que limitam a área residencial, de mão-dupla e com as vias separadas por canteiros de árvores. Ao todo, quatro ruas paralelas e duas avenidas amplas foram utilizadas para adquirir as medidas em campo, em trechos de aproximadamente 200 m de comprimento. Durante as medições, diversos veículos estavam estacionados ao longo dessas vias. As Tabelas 3.2 e 3.3

Tabela 3.2: Correspondência entre siglas e nomes reais de ruas e avenidas (área I)

Sigla	Nome Real
br	Av. Bertrand Russel
ca	R. Cláudio Abramo
cc	R. Cora Coralina
sh	R. Sérgio Buarque de Holanda
er	R. Elis Regina

Tabela 3.3: Correspondência entre siglas e nomes reais de ruas e avenidas (área II)

Sigla	Nome Real
ft	R. Dr. Francisco de Toledo
rs	R. Dr. Ruberlei Boareto da Silva
sm	R. Dr. Shigeo Mori
ls	R. Luverci Pereira de Souza
aa	R. Dr. Antonio Augusto de Almeida
am	Av. Prof. Atílio Martini

associam as sequências de duas letras, que identificam as ruas e avenidas no mapa da Fig. 3.8, a seus nomes reais no ambiente de medição.

De acordo com as definições de ambientes de propagação, dadas previamente, e baseado nas descrições das áreas de medição acima, observa-se que as áreas I e II correspondem a microcélulas (Tabela 3.1). Contudo, as premissas de propagação microcelular não se aplicam, pois a antena do transmissor está instalada acima do topo das edificações (veja a descrição do sistema de medição na próxima Seção), ou seja, a propagação ocorre, predominantemente, sobre o topo das edificações. Embora as áreas de medição não possam ser consideradas tipicamente urbanas, com altas edificações densamente distribuídas, elas também não são puramente suburbanas, com as pequenas construções e árvores dispersas características. Pode-se considerar nossas áreas de medição como áreas urbanas, nos moldes de uma grande vila ou distrito, com prédios e residências de vários andares e árvores densamente distribuídas, como anteriormente definidos.

Sob estas condições, a dispersão ocorre por obstáculos situados ao redor da MS, conforme ilustrado na Fig. 3.7 (a), e parece razoável supor que os valores de AoA, na antena da MS, são uniformemente distribuídos entre  $[0, 2\pi)$ . Contudo, devido à proximidade das áreas de medição com a BS e pelo predomínio de baixas edificações, residências e espaços livres no ambiente, componentes de LoS podem estar presentes em maior ou menor grau, juntamente com a componente dispersada pelos obstáculos, ao redor da MS, principalmente na área I, no campus da universidade.

A Fig. 3.9 mostra aspectos de uma rua e uma avenida, situadas na área I, onde foram



Figura 3.8: Fotografia com a indicação, em amarelo, da antena do transmissor e das áreas de medição I e II. As ruas e avenidas estão identificadas por uma sequência de duas letras.



Figura 3.9: Fotos ilustrativas de uma rua e uma avenida, situadas na área I. (a) R. Elis Regina (er). (b) Av. Bertrand Russel (br).

realizadas campanhas de medição. Pode-se observar uma quantidade significativa de veículos estacionados nos dois lados da rua. As campanhas de medição foram realizadas em horários de tráfego reduzido, com pouca circulação de veículos, de forma a facilitar a condução e controle do veículo, onde o receptor estava embarcado.

Por outro lado, características típicas do ambiente de propagação, de duas ruas da área II, estão representadas na Fig. 3.10. Ficam evidentes as condições de uma área residencial, com ruas limitadas nos seus dois lados por muros e fachadas residenciais, e calçadas com uma relativa densidade de árvores de médio porte.

Por uma questão de disponibilidade do analisador de espectro, durante o período das campanhas de medição, foi possível realizar medição em campo da envoltória, em 1800 MHz, apenas na área I. Para as demais frequências, as duas áreas, I e II, foram utilizadas para medição da envoltória. Para identificar precisamente a área de medição, sempre que resultados de medições em campo forem apresentados, constará também a identificação da rua ou avenida de origem.

## 3.4 Medições em Campo da Envoltória do Sinal

### 3.4.1 Sistema de Medição em Campo

O diagrama esquemático do sistema de medição é mostrado na Fig. 3.11. Uma portadora de RF, em onda contínua, é amplificada no sistema de transmissão a um nível de potência adequado, de acordo com a frequência do sinal. Este sinal é então radiado, dependendo da



Figura 3.10: Fotos ilustrativas de duas ruas, situadas na área II. (a) R. Dr. Shigeo Mori (sm). (b) R. Luverci Pereira de Souza (ls).

Tabela 3.4: Especificações das Antenas Transmissoras

Modelo	freq. (MHz)	ganho (dBi)	ab. horiz. (°)	ab. vert. (°)
Kathrein 800 10248	806-960/1710-2500	7	90	–
H+S SPA 2400/35/14/0/V	2400-2700	14	35	30
H+S SPA 3500/30/16/0/V	3300-3800	15	30	30

medição realizada, de diferentes antenas polarizadas verticalmente, cujas especificações estão dadas na Tabela 3.4, onde os termos  $H+S$ , *ab. horiz.* e *ab. vert.* se referem ao fabricante Huber+Suhner<sup>TM</sup>, e às aberturas de 3 dB horizontal e vertical das antenas, respectivamente.

As antenas de transmissão foram instaladas sobre o terraço de um prédio de laboratórios, a 10 m, aproximadamente, acima do nível das ruas das Áreas I e II, veja Fig. 3.8. Um sistema de controle, baseado em mensagens de texto (SMS - *Short Message Service*), também foi incluído no sistema de transmissão, como pode ser visto na Fig. 3.11(a). Este esquema permite enviar comandos remotamente ao gerador de RF, para realizar tarefas como ligar e desligar a saída de transmissão, ajustar o nível de potência e sintonizar a frequência de transmissão [98].

O sistema de recepção foi embarcado em um veículo, conduzido a uma velocidade constante,  $v$ , ao longo das ruas e avenidas, onde foram realizadas as medições. O sinal foi recebido por uma antena polarizada verticalmente, instalada no topo do veículo, a uma distância de 1,5 m do solo, com um padrão de radiação uniforme no plano horizontal, cujo modelo depende da frequência de transmissão. Em seguida, o sinal é aplicado a um amplificador de baixo ruído (LNA - *Low Noise Amplifier*), onde recebe um ganho de potência a um nível adequado, para, então, ser enviado a um analisador de espectro, utilizado para detectar e

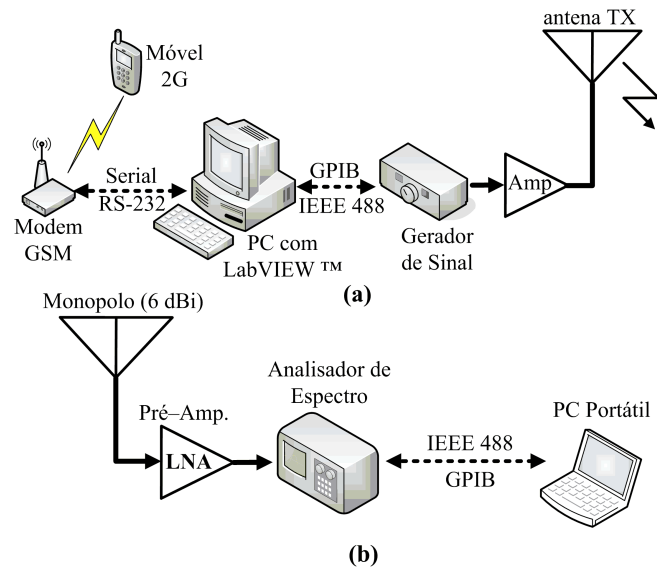


Figura 3.11: Diagrama em blocos do sistema de medição. Lista de equipamentos (a) Transmissor: Ger. de Sinal – Agilent E8257D 250 kHz - 40 GHz, Amp – Hughes *Traveling Wave Tube RF Amplifier*, (b) Receptor: Pré-Amp. – Agilent 8449B 1 - 26,5 GHz, Analisador de Espectro – Agilent E4407B e interface USB/GPIB – Agilent 82357A.

gravar sua envoltória. A envoltória, gravada pelo analisador de espectro, foi armazenada em um computador pessoal para posterior análise. Fotos ilustrativas dos sistemas de transmissão e recepção, utilizados nas medições, estão mostradas na Fig. 3.12.

Para realizar a aquisição da envoltória, o analisador de espectro teve sua frequência central sintonizada na portadora de RF e, em seguida, foi ajustado para a função *zero span*, com uma largura de banda de resolução de 1 kHz. Com o veículo em movimento, uma seção de sinal de  $N$  amostras foi adquirida para cada varredura do analisador de espectro. A envoltória do sinal não foi continuamente adquirida neste método de aquisição. Ao contrário, seções de envoltória foram adquiridas em sequência, para cada passagem do veículo pela área de medição.

### 3.4.2 Técnica de Medição da Envoltória

Para um veículo em movimento, com velocidade  $v$ , a largura de banda da envoltória do sinal recebido é igual a  $2\omega_m$  [99], onde  $\omega_m = 2\pi f_m$  é o desvio Doppler máximo. Se as amostras são tomadas a intervalos regulares de distância,  $d_s$ , a frequência de amostragem correspondente,  $\omega_s$ , será

$$\omega_s = \frac{2\pi}{t_s} = \frac{2\pi v}{d_s}, \quad (3.17)$$



(a)



(b)

Figura 3.12: Fotos ilustrativas do sistema de medição. (a) Transmissor: gerador de RF e amplificador de potência. (b) Receptor: analisador de espectro, amplificador de baixo ruído (LNA) e computador portátil.

onde  $t_s$  é o intervalo de amostragem.

O teorema de Nyquist requer que a frequência de amostragem seja, no mínimo, igual a duas vezes a largura de banda do sinal. Assim,

$$\begin{aligned}\omega_s &\geq 2(2\omega_m) & (3.18) \\ 2\pi/t_s &\geq 2(4\pi v/\lambda) \\ t_s v &\leq \lambda/4.\end{aligned}$$

Como cada seção de envoltória, adquirida pelo analisador de espectro, tem  $N$  amostras e assumindo que  $S$  seja o tempo de duração de uma varredura do analisador, então de (3.18):

$$\begin{aligned}t_s v &\leq \lambda/4 & (3.19) \\ \left(\frac{S}{N-1}\right) v &\leq \frac{\lambda}{4} \\ S &\leq \left(\frac{N-1}{v}\right) \frac{\lambda}{4}.\end{aligned}$$

A equação (3.19) dá a máxima duração de varredura do analisador de espectro que garante



a taxa de amostragem de Nyquist. Se  $1/t_w$  for definido como a taxa de amostragem que atende a igualdade em (3.19) e  $\gamma$ , como um *fator de sobreamostragem*, então  $1/t_s = \gamma(1/t_w)$  e (3.19) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} t_w v &= \lambda/4 \\ \gamma t_s v &= \lambda/4 \\ S &= \frac{1}{\gamma} \left( \frac{N-1}{v} \right) \frac{\lambda}{4}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Para obter uma boa resolução das estatísticas calculadas, principalmente de correlação e taxas de cruzamento, valores específicos de  $\gamma$  foram utilizados, dependendo da estatística a ser calculada. Em medições em campo, normalmente,  $v$  e  $\lambda$  (frequência de portadora) estão previamente determinados em (3.20). Como resultado, pode-se ajustar  $N$  e  $\gamma$ , de forma independente, para obter valores desejados de varredura do analisador de espectro que atendam determinada taxa de amostragem.

Pode-se calcular facilmente o tamanho da janela de aquisição,  $w$ , em unidades de comprimento de onda, a partir de  $S$  e da velocidade do móvel  $v$ :

$$w = \frac{Sv}{\lambda}. \quad (3.21)$$

### 3.4.3 Cálculo de Média-Local do Sinal

A envoltória do sinal, aqui definida como  $r(t)$ , contém as componentes de desvanecimento de longo e de curto prazos. Para calcular estatísticas de curto prazo, a partir de  $r(t)$ , a componente de longo prazo, que contribui apenas para a perda de percurso de propagação, deve ser removida, de forma que o sinal a ser analisado seja resultado apenas do fenômeno de multipercurso. Portanto, pode-se representar  $r(t)$  através de duas componentes como [13]

$$r(t) = m(t)r_0(t), \quad (3.22)$$

onde  $m(t)$  corresponde à componente de longo prazo, ou média-local, do sinal, e  $r_0(t)$  é devido apenas ao multipercurso. Fica claro que  $r_0(t)$  pode ser obtida dividindo  $r(t)$  por um valor estimado da média-local do sinal,  $\hat{m}(t)$ , isto é,

$$r_0(t) = \frac{r(t)}{\hat{m}(t)}. \quad (3.23)$$

Dado que a média-local,  $m(t)$ , é esperada variar lentamente, quando comparada com  $r_0(t)$ ,

as duas componentes podem ser separadas passando  $r(t)$  através de um filtro passa-baixa. O processo de filtragem passa-baixa pode ser realizado calculando-se a média amostral de  $r(t)$ , sobre uma janela de  $2k + 1$  amostras ( $k$  é inteiro), na qual a média-local é considerada aproximadamente constante [99]. Se  $s_i$  é a  $i$ -ésima amostra de  $r(t)$ , então o  $i$ -ésimo valor estimado de média-local pode ser calculado como

$$\hat{m}_i = \frac{1}{2k + 1} \sum_{j=-k}^k s_{i+j}. \quad (3.24)$$

Note que a média-local é continuamente estimada sobre uma janela de  $2k + 1$  amostras, simetricamente distribuídas em torno da  $i$ -ésima amostra de  $r(t)$ . Neste caso, o processo de normalização da envoltória, dado em (3.23), resulta na  $i$ -ésima amostra de  $r_0(t)$  como  $r_{0_i} = r_i / \hat{m}_i$ .

O valor correto para o número de amostras da janela de média local,  $2k + 1$ , deve ser determinado. Se a média é calculada sobre um número suficientemente pequeno de amostras, então  $\hat{m}_i$  conterá um grande número de componentes de alta frequência, incluindo, possivelmente, componentes de  $r_0(t)$ . Por outro lado, se a média é realizada sobre um número suficientemente grande de amostras, a média-local não será constante dentro do intervalo, de tal forma que lentas variações do sinal serão perdidas no cálculo do valor médio  $\hat{m}_i$ . Em particular, de (3.18), tem-se que

$$f_s \geq 4f_m, \quad (3.25)$$

onde  $f_s = 1/t_s$  é a frequência de amostragem do sinal. Se, novamente, recorrer-se ao fator de sobreamostragem  $\gamma$ , então  $f_s$  por ser representada como

$$f_s = 4\gamma f_m. \quad (3.26)$$

A frequência de corte do filtro passa-baixa, correspondente a (3.24), é dado por [99]

$$f_{co} = \frac{f_s}{2k + 1}. \quad (3.27)$$

Igualmente, pode-se escolher  $f_{co}$  como uma fração do desvio Doppler máximo, de forma que

$$f_{co} = \alpha f_m \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad (3.28)$$

onde  $\alpha$  define esta fração. Substituindo (3.26) e (3.28) em (3.27), tem-se

$$2k + 1 = \frac{4\gamma}{\alpha}. \quad (3.29)$$

A média-local, em (3.24), é calculada sobre uma janela de duração  $(2k + 1)t_s$ . Se o veículo se move com velocidade  $v$ , a distância na qual a média-local é calculada, e considerada aproximadamente constante, é

$$L_w = (2k + 1) \frac{v}{f_s}. \quad (3.30)$$

Das equações (3.26), (3.29) e (3.30), pode-se obter

$$L_w = \frac{\lambda}{\alpha}. \quad (3.31)$$

Dividindo  $L_w$  por  $\lambda$ , obtém-se esta distância em unidades de comprimento de onda como, simplesmente,  $1/\alpha$ .

Como um exemplo numérico, considere que se deseja adquirir a envoltória de um sinal, em 2500 MHz, através de um analisador de espectro, embarcado em um veículo a 30 km/h. Suponha que se queira  $N = 8021$  amostras, por varredura do analisador, e um fator de sobreamostragem  $\gamma = 45$ . Portanto, de (3.20), tem-se o tempo de varredura do analisador

$$S = \frac{1}{45} \left( \frac{8020}{8,33} \right) \frac{0,12}{4} = 641,8 \text{ ms}, \quad (3.32)$$

onde a velocidade  $v$  foi convertida para m/s. O comprimento da janela de aquisição pode ser obtido diretamente de (3.21) como  $w = 44,5\lambda$ . Em seguida, calcula-se o número de amostras da janela de média-local como

$$2k + 1 = \frac{4 \times 45}{0,025} = 7200. \quad (3.33)$$

Aqui, utilizou-se  $\alpha = 0,025$ , para o valor da frequência de corte do filtro, que corresponde a 2,5% de  $f_m$ . Para obter  $2k + 1$  ímpar, deve-se, sem incorrer em erro significativo, incrementar o valor calculado de uma unidade, logo  $2k + 1 = 7201$ . Finalmente, obtém-se o tamanho da janela no qual a média-local é calculada:

$$\frac{L_w}{\lambda} = \frac{1}{0,025} = 40. \quad (3.34)$$

Em [100] e [101], é recomendado que comprimentos práticos para a janela de média-local,

$L_w/\lambda$ , estejam ente 20 e  $40\lambda$ . Assim, o valor de  $40\lambda$ , obtido acima, está dentro de valores práticos recomendados para calcular a média-local, em condições típicas de propagação rádio móvel.

Vale notar que, para uma sequência de  $n$  amostras de envoltória,  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , para a qual se deseja estimar a média-local, sempre terão que ser descartadas  $2k$  amostras da sequência. Isto fica evidente de (3.24), pois a primeira estimativa de média-local,  $\hat{m}_1$ , apenas pode ser calculada para a amostra  $r_{k+1}$ . De forma similar, a última estimativa de media local será, necessariamente,  $\hat{m}_{n-k}$ .

Neste exemplo numérico, observa-se que o tamanho da janela de aquisição,  $w$ , é levemente maior que uma janela típica ( $40\lambda$ ) na qual a média-local é calculada. Em consequência,  $L_w/\lambda$  assume um valor significativo, relativo à janela de aquisição do analisador.

Deve-se notar, também, que a média-local é sempre calculada individualmente, para cada passagem do veículo através da área de medição. De forma mais precisa, o analisador embarcado adquire, em sequência, um conjunto de seções de envoltória, em uma passagem do veículo pela área de medição. Estas seções individuais, uma vez agrupadas, formam um bloco maior de  $n$  amostras de envoltória,  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , para o qual a média-local é calculada. Neste caso, é assumido que o número de amostras perdidas, durante o retraço do analisador, é pequeno e não influencia no valor de média-local, calculada na região de união entre duas seções consecutivas.

### 3.4.4 Estatísticas do Canal de Rádio e Parâmetros de Aquisição

Para a aquisição das medidas em campo, foram desenvolvidos programas em linguagem visual LabVIEW<sup>TM</sup>. O objetivo destes programas é automatizar o controle e a aquisição das medidas, pelo analisador de espectro, e armazenar os dados de envoltória em um computador pessoal para posterior análise. A linguagem LabVIEW<sup>TM</sup> foi escolhida pelo fato de haver uma licença deste programa, disponível no laboratório, e por ser uma linguagem visual de fácil programação e já consagrada em controle e automação de instrumentos de medição. Após o desenvolvimento dos códigos-fonte, eles foram testados em laboratório, para controle do analisador de espectro e aquisição dos dados de envoltória, em condições semelhantes às que seriam encontradas em uma medição real em campo. Este procedimento teve como objetivo verificar o correto funcionamento dos algoritmos, identificar e corrigir possíveis falhas de operação.

A partir das medidas em campo, as seguintes estatísticas, da envoltória de portadoras de RF, foram calculadas:

- função de distribuição cumulativa ( $CDF$ );
- taxa de cruzamento de nível ( $LCR$ );
- tempo médio de desvanecimento ( $AFD$ );
- distribuição da duração de desvanecimento;
- função de correlação espacial e de frequência;
- tempo de coerência ( $T_0$ ) e largura de banda de coerência ( $B_c$ ).

A primeira estatística,  $CDF$ , é considerada uma estatística de primeira ordem. As duas últimas são estatísticas de correlação, pois caracterizam a correlação entre as respostas do canal, como função da separação espacial ou de frequência. As demais são estatísticas de cruzamento de nível, consideradas como estatísticas de segunda ordem, pois são dependentes do tempo e também são afetadas pela velocidade do móvel.

O cálculo das estatísticas foi realizado, a partir dos arquivos de dados gerados pelos programas de aquisição, utilizando as linguagens de programação Mathematica<sup>TM</sup> e LabVIEW<sup>TM</sup>. Os códigos-fonte dos programas de aquisição e de cálculo das estatísticas são extensos demais para serem mostrados aqui e, portanto, serão omitidos.

As campanhas de medição em campo, nas áreas I e II, conforme descritas na Seção 3.3, foram realizadas no período de junho de 2007 a junho de 2008, incluindo o tempo necessário para escolha das áreas de medição, compra de módulos e componentes de RF, planejamento das medições, testes de algoritmos e de sistemas de aquisição em laboratório e campanhas de aquisição da envoltória do sinal, propriamente ditas, nas frequências de 1800, 2500 e 3500 MHz.

### 1800 MHz

Para as medições de envoltória em 1800 MHz, a potência de transmissão,  $P_0$ , foi ajustada para 20 dBm na saída do amplificador de potência,  $Amp$  (refira à Fig. 3.11). Com este nível de potência, descontando as perdas nos cabos coaxiais e somando o ganho da antena de transmissão, foi obtido uma cobertura de sinal adequada à faixa dinâmica do sistema de recepção, nas áreas I e II, sem a necessidade de recorrer-se a atenuadores de sinal para ajustar o nível de recepção. As características das antenas de transmissão e recepção, em 1800 MHz, estão descritas na Tabela 3.5.

As campanhas de medições, em 1800 MHz, objetivaram não apenas caracterizar estatísticas de correlação e cruzamento, como também verificar o efeito do tamanho da janela de

Tabela 3.5: Especificações das Antenas Receptoras em 1800 MHz

Modelo	freq. (MHz)	ganho (dBi)	ab. horiz. ( $^{\circ}$ )	ab. vert. ( $^{\circ}$ )
Kathrein 800 10248 (TX)	806-960/1710-2500	7	90	–
Kathrein 800 10249 (RX)	1425-3600	2	360	–

Tabela 3.6: Parâmetros de Aquisição em 1800 MHz ( $\gamma = 20$ )

$N$ (amostras)	$S$ (ms)		$w$ ( $\lambda$ )
	$v = 15$ km/h	$v = 30$ km/h	
2005	1002	501	25
4011	2005	1002	50

aquisição,  $w$ , no valor do coeficiente de correlação da envoltória. A fim de garantir uma boa resolução dos valores de correlação, houve uma sobreamostragem do sinal durante a aquisição, como já citado anteriormente. Em particular, para 1800 MHz, esta sobreamostragem correspondeu a um valor de  $\gamma = 20$ , isto é, a taxa de amostragem foi igual a 20 vezes a taxa mínima de Nyquist,  $1/t_w$ . O valor  $\gamma = 20$  foi escolhido, pois, além de garantir boa resolução dos valores de correlação, permite definir diferentes valores de  $w$ , necessários para verificar seu efeito no valor de correlação, dentro de uma faixa permissível de tempo varredura,  $S$ , do analisador de espectro. Dado o comprimento de onda em 1800 MHz,  $\lambda = c/f = 0,167$  m, e a velocidade do veículo,  $v$ , durante a aquisição, pode-se ajustar o número de amostras por seção do sinal,  $N$ , e o fator de sobreamostragem,  $\gamma$ , de acordo com (3.20), para obter os valores desejados de  $S$  e  $w$ , utilizados na aquisição e exibidos na Tabela 3.6.

Observe que, para um determinado valor de  $N$ , o tamanho da janela de aquisição,  $w$ , independe da velocidade do veículo. Logicamente, isto é garantido pelos diferentes tempos de varredura do analisador,  $S$ , que se tornam menores na mesma proporção em que  $v$  aumenta, ou seja, a seção de sinal é sempre adquirida dentro de um mesmo número de comprimentos de onda, independente da velocidade, considerando um determinado número de amostras por varredura.

A Fig. 3.13 representa um exemplo típico da envoltória, adquirida nas campanhas de medições em campo. Neste caso específico, estão representadas duas seções de sinal de 1800 MHz, adquiridas em sequência. Cada seção de sinal possui 4011 amostras, que correspondem a uma janela de aquisição de  $50\lambda$ .

## 2500 MHz

Em 2500 MHz, a potência de transmissão,  $P_0$ , foi igualmente ajustada para 20 dBm, na saída do amplificador de potência,  $Amp$ , veja a Fig. 3.11. Este valor permitiu uma cobertura

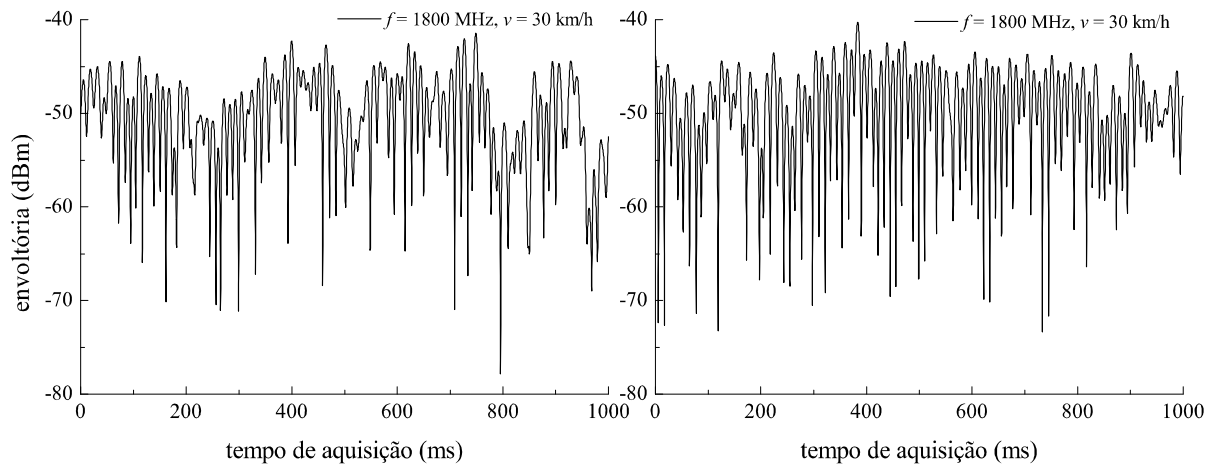


Figura 3.13: Exemplo típico de duas envoltórias de sinal, em 1800 MHz, adquiridas em sequência, a partir de medições em campo a 30 km/h. Cada seção de sinal corresponde a uma janela de aquisição de  $50\lambda$ , com 4011 amostras.

Tabela 3.7: Especificações das Antenas Receptoras em 2500 MHz

Modelo	freq. (MHz)	ganho (dBi)	ab. horiz. ( $^{\circ}$ )	ab. vert. ( $^{\circ}$ )
H+S SPA 2400/35/14/0/V (TX)	2400-2700	14	35	30
H+S SOA 2400/360/6/0/V (RX)	2400-2500	6	360	–

de sinal adequada à faixa dinâmica do sistema de recepção, nas áreas I e II. Apesar da portadora do sinal, em 2500 MHz, implicar em maiores perda de percurso de propagação e em atenuação nos cabos coaxiais, houve um aumento nos ganhos das antenas de transmissão e de recepção, quando comparados às antenas utilizadas em 1800 MHz, além de um aumento na diretividade da antena de transmissão, como pode ser observado na Tabela 3.7.

Estatísticas de primeira ordem, de cruzamento de nível e de correlação foram calculadas a partir das campanhas de medições em 2500 MHz. A sobreamostragem aplicada assumiu dois valores distintos, dependendo da estatística a ser calculada. No caso de estatísticas de correlação, foi adotado o valor  $\gamma = 20$ , o mesmo aplicado a 1800 MHz. Por outro lado, para as estatísticas de primeira ordem e de cruzamento, foi adotado  $\gamma = 45$ . Neste caso, um valor maior de  $\gamma$  é, frequentemente, necessário para o cálculo de  $AFD$ , pois, quando desvanecimentos ocorrem abaixo de  $\rho = -25$  dB, suas durações médias podem ser da ordem do intervalo de amostragem,  $1/t_s$ , se este não for suficientemente pequeno. Com isso, há uma probabilidade crescente que desvanecimentos profundos e rápidos ocorram entre os instantes de amostragem e, portanto, não sejam considerados. Considerando o comprimento de onda em 2500 MHz,  $\lambda = c/f = 0,12$  m, e  $v$ , os valores de  $N$  e  $\gamma$  podem ser ajustados, usando (3.20), para fornecer os valores de  $S$  e  $w$ , mostrados na Tabela 3.8.

Tabela 3.8: Parâmetros de Aquisição em 2500 MHz

		$S$ (ms)		
$N$ (amostras)		$v = 30$ km/h	$v = 50$ km/h	$w$ ( $\lambda$ )
$\gamma = 20$	2005	360	216	25
$\gamma = 45$	8021	642	384	44

Tabela 3.9: Especificações das Antenas Receptoras em 3500 MHz

Modelo	freq. (MHz)	ganho (dBi)	ab. horiz. ( $^{\circ}$ )	ab. vert. ( $^{\circ}$ )
H+S SPA 3500/30/16/0/V (TX)	3300-3800	15	30	30
Kathrein 800 10249 (RX)	1425-3600	2	360	–

### 3500 MHz

Em 3500 MHz, os ganhos das antenas de transmissão e de recepção, bem como, a diretividade da antena de transmissão, ainda permitiram uma cobertura adequada à faixa dinâmica do receptor, nas áreas I e II, para a mesma potência de 20 dBm, na saída do amplificador de potência, *Amp*. A Tabela 3.9 mostra as características das antenas de transmissão e recepção, utilizadas nesta frequência.

As campanhas de medição, em 3500 MHz, permitiram calcular as estatísticas de primeira ordem, de cruzamento e de correlação. Pelos mesmos motivos citados para 2500 MHz, as estatísticas de correlação requisitaram uma sobreamostragem de  $\gamma = 20$ , enquanto as de primeira ordem e cruzamento pediram  $\gamma = 46$ . Os valores de  $S$  e  $w$ , considerando o valor de  $\lambda$  em 3500 MHz,  $\lambda = c/f = 0,086$  m, e  $v$ , estão indicados na Tabela 3.10.

Como descrito neste capítulo, uma técnica geral de aquisição, utilizando um analisador de espectro, foi aplicada para adquirir envoltória de rádio móvel, em campanhas de medição em 1800, 2500 e 3500 MHz. A base de dados, formada pelos arquivos de medidas gerados nas campanhas, permitiu o cálculo das estatísticas necessárias à caracterização do canal de rádio. Os detalhes relativos ao cálculo de cada estatística, bem como seus resultados e análises, estão apresentados no Capítulo 4.

Tabela 3.10: Parâmetros de Aquisição em 3500 MHz

		$S$ (ms)		
$N$ (amostras)		$v = 30$ km/h	$v = 50$ km/h	$w$ ( $\lambda$ )
$\gamma = 20$	2005	256	154	25
$\gamma = 46$	8021	448	267	43



## Capítulo 4

# Resultados e Análises

### 4.1 Pós-processamento das Medidas em Campo

Normalmente, o veículo, com o receptor embarcado, faz várias passagens de medição em uma mesma rua ou avenida, para adquirir uma quantidade significativa de dados. Ao final de cada passagem, o analisador gera um arquivo de dados, com as correspondentes seções de envoltória adquiridas, que é então gravado em um computador portátil. Portanto, tem-se um arquivo de dados, gerado para cada passagem do veículo pela área de medição. A Figura 4.1 mostra um exemplo de um arquivo de dados, de um sinal em 1800 MHz, gerado em uma passagem do veículo pela Av. Bertrand Russel (br), a 30 km/h. Observe que o arquivo está organizado em colunas, onde a primeira coluna representa o instante de aquisição das amostras, em ms. Cada uma das demais colunas representa uma seção de envoltória de 2005 amostras, em dBm. Se cada seção de envoltória do arquivo fosse representada em um gráfico, a primeira coluna seria a abscissa, representando o tempo de aquisição, comum a todas as seções.

#### 4.1.1 Transformada Rápida de Fourier (FFT)

Uma breve análise do conteúdo espectral da envoltória pode ser realizada, ao calcular sua Transformada Rápida de Fourier (FFT - *Fast Fourier Transform*). Neste caso, arquivos de dados típicos foram selecionados e a FFT foi calculada para cada seção de envoltória, ou coluna, dos arquivos. Em particular, seis arquivos de dados foram adquiridos na Av. Bertrand Russel, a partir de um sinal em 2500 MHz, por um veículo a 30 km/h — lembrando que cada arquivo de dados corresponde a uma única passagem do veículo pela área de medição. O número de seções de envoltória adquiridas, nestes seis arquivos, totaliza 169. Cada seção

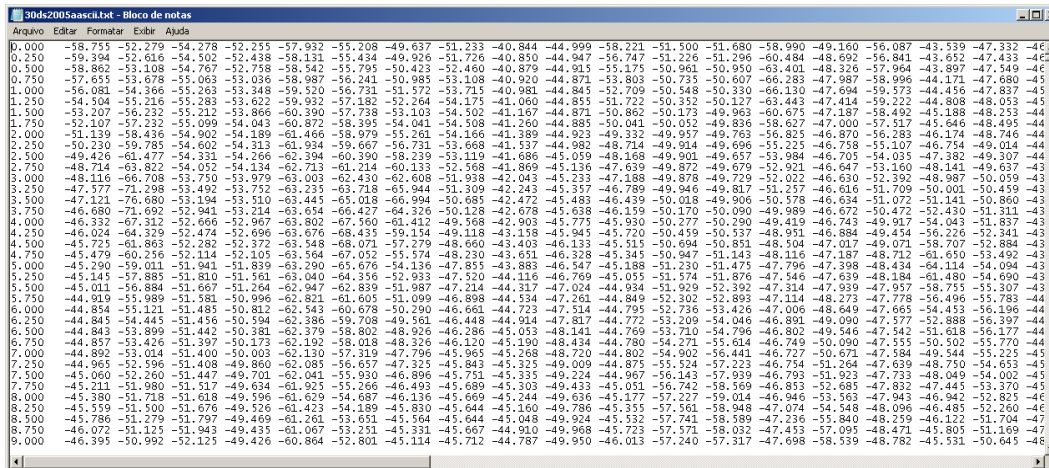


Figura 4.1: Um arquivo típico de dados da envoltória de um sinal em 1800 MHz, gravado em uma passagem do veículo, pela Av Bertrand Russel, a 30 km/h.

corresponde a 8021 amostras, com um valor de sobreamostragem de  $\gamma = 45$ . De acordo com a Tabela 3.8, estes parâmetros resultam em seções de  $44\lambda$ , cada uma, adquiridas em varreduras sucessivas de  $S = 642$  ms.

Antes de aplicar a FFT sobre o sinal, as amostras de envoltória, em dBm, devem ser convertidas para volts. Esta conversão é realizada, considerando a impedância de entrada do analisador  $Z_0 = 50 \Omega$ , por

$$V_i = \left( 50 \times 10^{-3} \times 10^{\frac{P_{dBm_i}}{10}} \right)^{1/2}, \quad (4.1)$$

onde  $P_{dBm_i} = 10 \log \left( \frac{P_{w_i}}{10^{-3}} \right)$  é a potência em dBm e  $P_{w_i} = V_i^2 / 50 \Omega$ , a potência em watts.

Para visualizar melhor o conteúdo de baixa frequência da envoltória, é conveniente retirar o valor DC de cada seção, antes de calcular a FFT. Primeiramente, calcula-se a média amostral para cada seção como  $\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i$ , onde  $r_i$  é a  $i$ -ésima amostra da seção. Em seguida, para cada seção, subtrai-se sua correspondente média amostral do valor de cada amostra, ou seja, calcula-se  $r_i - \bar{R}$ . Uma vez retirado o valor DC de cada seção, pode-se calcular sua respectiva FFT, utilizando as recomendações constantes em [102], [103] e [104], que permitem obter, de forma correta, curvas de espectro de potência para funções reais. Observa-se que as seções de envoltória contêm, ainda, a componente de média-local, pois nenhuma operação de filtragem para extrai-la foi aplicada.

A operação de FFT, sobre cada seção de envoltória, é representada como  $r(t_i) \Leftrightarrow H(f_i)$ , onde  $r(t_i)$  é a seção de envoltória discreta, formada por suas amostras  $r_i$ , e  $H(f_i)$ , sua FFT correspondente. Normalmente,  $H(f_i)$  tem valor complexo, assim, calcula-se o valor

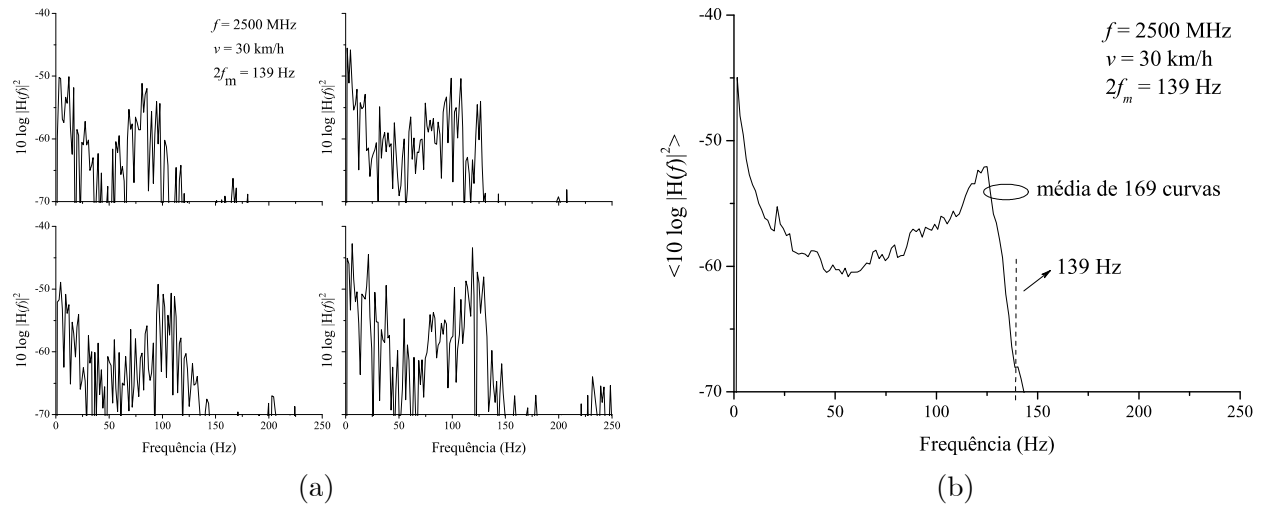


Figura 4.2: Espectros de potência típicos para seções da envoltória de um sinal, em 2500 MHz, adquiridas por um veículo a 30 km/h. (a) Quatro espectros individuais de quatro seções selecionadas. (b) A média de 169 curvas de espectro.

quadrático de seu módulo,  $|H(f_i)|^2$ , para representar-se o espectro de potência da envoltória. A Figura 4.2(a) ilustra quatro espectros de potência típicos, calculados, respectivamente, de quatro seções individuais. Como esperado, vemos que a maior parte da potência significativa da envoltória está contida na banda de  $2f_m = 139$  Hz. De forma similar, a Figura 4.2(b) representa a média das 169 curvas de espectro de potência, calculados, individualmente, para cada uma das seções. Pode-se afirmar que o comportamento médio dos espectros de potência indica que, praticamente, a totalidade da potência da envoltória está limitada a  $2f_m = 139$  Hz.

Portanto, em condição de propagação de multipercursos, com o receptor em movimento, a envoltória de um sinal de rádio em uma antena omnidirecional, tem sua potência basicamente limitada à largura de banda de  $2f_m$ . Como já apontado por [2], a forma do espectro de potência da envoltória pode variar se antenas direcionais forem utilizadas na recepção.

### 4.1.2 Média-Local

Anteriormente, foi citado que a média-local é sempre calculada individualmente, para cada passagem do veículo, através da área de medição. Como cada passagem do veículo gera um arquivos de dados, então, de forma equivalente, o processo de filtragem da média-local da envoltória é realizada, em separado, para cada arquivo de dados.

Antes de filtrar a média-local, as amostras das seções de envoltória, contidas em um dado arquivo de dados, são convertidas de dBm para volts, de acordo com (4.1). Em seguida, as seções de envoltória individuais são agrupadas em sequência, para formar um bloco maior de

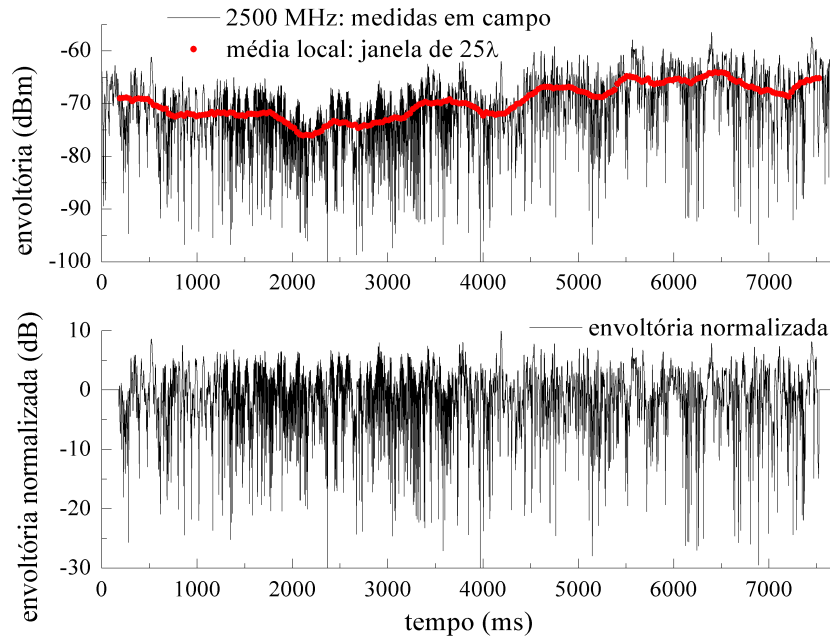


Figura 4.3: Cálculo de média-local para um arquivo de dados de 12 seções de 8021 amostras, cada. A envoltória do sinal, em 2500 MHz, foi adquirida a 30 km/h.

$n$  amostras,  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , para o qual a média-local é calculada.

Para ilustrar o processo, calcula-se a média-local para um arquivo de dados, obtido de uma passagem do veículo, a 30 km/h, através da R. Cláudio Abramo, onde a envoltória de um sinal, em 2500 MHz, foi adquirida. Em particular, este arquivo contém doze seções de envoltória de 8021 amostras, cada, com um fator de sobreamostragem  $\gamma = 45$ . Utilizando um valor típico, para a frequência de corte do filtro passa-baixa, como 4% do desvio Doppler máximo, ou seja,  $\alpha = 0,04$ , e de (3.29) e (3.31), é imediato obter  $2k + 1 = 4501$  e  $\frac{L_w}{\lambda} = 25$ . Agrupando as doze seções de 8021 amostras, cada, resulta em uma seção única,  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , de 96252 amostras, para a qual a média-local é calculada.

A Figura 4.3 ilustra o resultado deste processo. Na parte superior da figura, observa-se a seção única de envoltória, de 96252 amostras, juntamente com seu sinal de média-local sobreposto. A envoltória, correspondente ao desvanecimento de curto prazo, ou seja, sem a componente de média-local, é obtida dividindo-se cada amostra,  $r_i$ , por seu respectivo valor de média-local,  $\hat{m}_i$ . O resultado está ilustrado na parte inferior da figura, onde se vê claramente que as variações de longo prazo, sobre o sinal, original foram filtradas.

Nota-se que, na Fig. 4.3, os valores da envoltória estão representados em unidades de potência. Isto ocorreu apenas porque esta é uma unidade usual para representar a envoltória. Contudo, o processo de cálculo da média-local e normalização, de fato, ocorre em unidades de volts. Observa-se também, na Fig. 4.3, as  $k$  amostras descartadas no processo de média,

tanto no início, como no final, da envoltória normalizada.

### 4.1.3 Amostras de Envoltória Descorrelacionadas

Na prática, amostras adjacentes de envoltória podem ser altamente correlacionadas. De fato, este é o caso para as medidas em campo utilizadas neste trabalho, onde os fatores de sobreamostragem foram definidos em  $\gamma = 20$  ou  $\gamma = 45$ .

É conhecido que a correlação, entre as amostras de envoltória, deteriora o desempenho dos estimadores MoM. De fato, a *lei fraca dos grandes números* [58], aplicada em (2.94), assume que a amostra aleatória, utilizada para calcular os momentos amostrais, seja composta de variáveis aleatórias iid. Em [52], por exemplo, é relatado que a correlação entre amostras introduz uma polarização positiva em dois diferentes estimadores MoM, para o parâmetro  $K$  de Rice. Neste mesmo artigo, outro efeito observado sobre estes estimadores foi o aumento de seus intervalos de confiança.

Por outro lado, na Seção 2.3, foi visto que a função de verossimilhança  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$ , de um estimador ML, é calculada sob a hipótese que as observações da amostra aleatória,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , sejam provenientes de variáveis aleatórias iid. Tal hipótese permite que a PDF conjunta  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta)$  seja calculada como o produto de suas PDFs individuais,  $f_{X_i}(x_i; \theta)$ .

Portanto, as amostras devem ser escolhidas com uma separação suficiente, para evitar que a correlação entre elas deteriore o desempenho dos estimadores MoM e ML. Com resultado, deve-se determinar a separação entre duas amostras adjacentes descorrelacionadas, para uma envoltória típica de rádio móvel. De [100], esta separação,  $d$ , é encontrada teoricamente como

$$d = 0,5\lambda. \quad (4.2)$$

Pode-se afirmar que, se a separação, entre duas amostras adjacentes, é igual ou maior que  $0,5\lambda$ , então estas serão ditas amostras descorrelacionadas. Doravante, sempre que se calcular estimadores MoM e ML, a partir de medições em campo, estará subtendido que amostras adjacentes, com espaçamento  $d = 0,5\lambda$ , foram utilizadas.

A Figura 4.4(a) mostra uma seção de envoltória de 307340 amostras, originadas de um sinal em 2500 MHz, através de três passagens do veículo pela R. Cláudio Abramo, a 30 km/h. Aqui, os três arquivos foram concatenados em sequência para gerar uma seção maior de dados. As amostras descorrelacionadas, extraídas desta seção, estão indicadas pelos círculos sobrepostos ao sinal. Em complemento, a Figura 4.4(b) ilustra uma janela de 300 ms da seção maior, onde se observa com maior detalhe a relação entre a envoltória e suas amostras descorrelacionadas. A distância de separação entre dois círculos adjacentes é de  $0,5\lambda$ , o que,

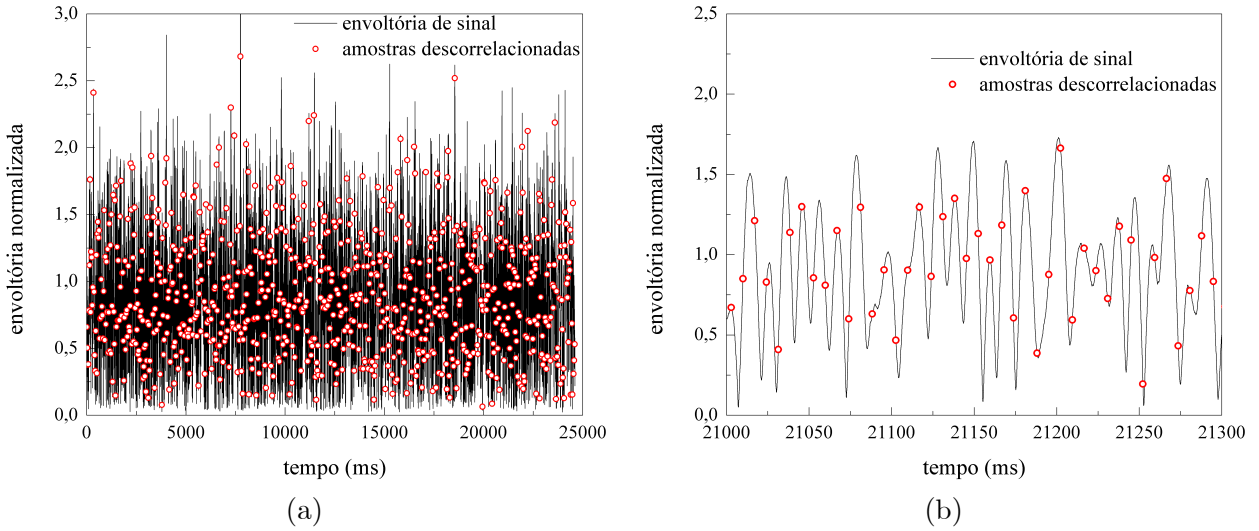


Figura 4.4: (a) Uma seção de envoltória de 307340 amostras, em 2500 MHz, com suas correspondentes amostras descorrelacionadas, indicadas por círculos. (b) Uma janela de 300 ms de (a).

neste caso, equivale a 89 amostras.

#### 4.1.4 Envoltória Normalizada ao Valor RMS

Normalmente, as estatísticas de rádio móvel estão expressas como função da envoltória normalizada,  $\rho = \frac{r}{\sqrt{\Omega}}$ , onde  $\Omega = E[R^2]$  é a potência média do sinal, já definida no Capítulo 2 e repetida aqui por conveniência. Portanto, faz-se necessário normalizar as amostras de envoltória, medidas em campo, em relação ao seu correspondente valor RMS. Pode-se estimar a potência média do sinal,  $\Omega = E[R^2]$ , para um número finito de amostras,  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , como  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2$ . Aqui, assume-se que  $r_1, r_2, \dots, r_n$  sejam amostras descorrelacionadas, selecionadas das amostras de envoltória, com separação de  $0,5\lambda$ , conforme descrito anteriormente. Assim, se  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$  representa a envoltória, normalizada ao seu valor RMS, então

$$\rho_i = \frac{r_i}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_j^2}} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.3)$$

## 4.2 Estimação de Parâmetros

### 4.2.1 Rayleigh

#### Método dos Momentos

O parâmetro de Rayleigh, já discutido no Capítulo 2, é definido como  $\Omega = E[R^2]$ . Portanto, substituindo os correspondentes momentos, estatístico e amostral, de segunda ordem,

em (2.94), tem-se

$$\hat{\Omega}_{MoM} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2, \quad (4.4)$$

onde  $r_i$  são amostras descorrelacionadas da envoltória do sinal, cuja separação entre elementos adjacentes é, no mínimo,  $d = 0,5\lambda$ , e  $n$  é o seu número total.

### Método de Máxima Verossimilhança

Seguindo procedimento descrito na Seção 2.3, a PDF conjunta  $f_{\mathbf{R}}(r_1, r_2, \dots, r_n; \theta) = f_{\mathbf{R}}(\mathbf{r}; \theta)$ , da amostra aleatória  $R_1, R_2, \dots, R_n$ , para a distribuição de Rayleigh, é dada por

$$f_{\mathbf{R}}(\mathbf{r}; \Omega) = \prod_{i=1}^n \frac{2r_i}{\Omega} \exp\left(-\frac{r_i^2}{\Omega}\right), \quad (4.5)$$

onde as variáveis  $R_1, R_2, \dots, R_n$  são assumidas iid. Tomando o logaritmo natural de  $f_{\mathbf{R}}(\mathbf{r}; \Omega)$ , tem-se a função log-verossimilhança

$$L(\mathbf{r}; \Omega) = \sum_{i=1}^n \ln \left[ \frac{2r_i}{\Omega} \exp\left(-\frac{r_i^2}{\Omega}\right) \right] = \sum_{i=1}^n \left( \ln 2 + \ln r_i - \ln \Omega - \frac{r_i^2}{\Omega} \right). \quad (4.6)$$

O estimador  $\hat{\Omega}_{ML}$  pode ser obtido, agora, calculando  $\partial L(\mathbf{r}; \Omega)/\partial \Omega$  e igualando esta derivada a zero. Como resultado, obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\mathbf{r}; \Omega)}{\partial \Omega} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \Omega} \left( \ln 2 + \ln r_i - \ln \Omega - \frac{r_i^2}{\Omega} \right) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{-1}{\Omega} + \frac{r_i^2}{\Omega^2} \right) \\ &= -\frac{n}{\Omega} + \frac{1}{\Omega^2} \sum_{i=1}^n r_i^2 = 0 \\ \hat{\Omega}_{ML} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Observa-se que, para a distribuição de Rayleigh, os estimadores MoM e ML são coincidentes e obtidos através de expressões analíticas. Como será visto adiante, para outras distribuições, nem sempre isto é possível.

É imediato mostrar que

$$\frac{\partial^2 L(\mathbf{r}; \Omega)}{\partial \Omega^2} = \frac{n}{\Omega^2} - \frac{2}{\Omega^3} \sum_{i=1}^n r_i^2. \quad (4.8)$$

Para que  $L(\mathbf{r}; \Omega)$  seja um máximo, no ponto  $\hat{\Omega}_{ML}$ , é necessário que a seguinte inequação seja satisfeita:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 L(\mathbf{r}; \Omega)}{\partial \Omega^2} \right|_{\Omega=\hat{\Omega}_{ML}} &< 0 \\ \frac{1}{\hat{\Omega}_{ML}^2} \left( n - \frac{2}{\hat{\Omega}_{ML}} \sum_{i=1}^n r_i^2 \right) &< 0. \end{aligned} \quad (4.9)$$

A informação de Fisher,  $I_n(\Omega)$ , que a amostra aleatória  $R_1, R_2, \dots, R_n$  contém a respeito do parâmetro  $\Omega$ , pode ser calculada numericamente, a partir de (2.107), como

$$\begin{aligned} I_n(\Omega) &= nE \left[ \left( \frac{\partial \ln f_R(r; \Omega)}{\partial \Omega} \right)^2 \right] = n \int_0^\infty \left( \frac{\partial \ln f_Z(z; \Omega)}{\partial \Omega} \right)^2 f_Z(z; \Omega) dz \\ &= n \int_0^\infty \left( -\frac{1}{\Omega} + \frac{z^2}{\Omega^2} \right)^2 \frac{2z}{\Omega} \exp \left( -\frac{z^2}{\Omega} \right) dz, \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde  $\ln f_R(r; \Omega) = L(\mathbf{r}; \Omega)|_{n=1}$ , isto é, para obter  $\ln f_R(r; \Omega)$ , basta apenas calcular a função log-verossimilhança para uma única variável aleatória  $R$ . De forma equivalente,  $I_n(\Omega)$  pode ser obtida, a partir de (2.108), como

$$\begin{aligned} I_n(\Omega) &= -nE \left[ \frac{\partial^2 \ln f_R(r; \Omega)}{\partial \Omega^2} \right] = -n \int_0^\infty \frac{\partial^2 \ln f_Z(z; \Omega)}{\partial \Omega^2} f_Z(z; \Omega) dz \\ &= -n \int_0^\infty \left( \frac{1}{\Omega^2} - \frac{2z^2}{\Omega^3} \right) \frac{2z}{\Omega} \exp \left( -\frac{z^2}{\Omega} \right) dz. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Para  $n$  grande o suficiente, pode-se assumir as propriedades assintóticas dos estimadores ML, dadas em (2.110), para  $\hat{\Omega}_{ML}$ . Neste caso,  $\sqrt{I_n(\hat{\Omega}_{ML})}(\hat{\Omega}_{ML} - \Omega)$  possui distribuição assintoticamente Gaussiana, com média nula e variância unitária. De acordo com (2.129) e Tabela 2.1, obtém-se um intervalo de confiança de 95%, para  $\hat{\Omega}_{ML}$ :

$$\left( \hat{\Omega}_{ML} - 1,96/\sqrt{I_n(\hat{\Omega}_{ML})}, \hat{\Omega}_{ML} + 1,96/\sqrt{I_n(\hat{\Omega}_{ML})} \right). \quad (4.12)$$

A Figura 4.5 ilustra o cálculo da função log-verossimilhança de Rayleigh, a partir de medidas reais em campo, em 2500 MHz, para uma passagem do veículo através da Av. Bertrand Russel, a 30 km/h. Em particular, foram adquiridas 29 seções de envoltória de 8021 amostras, cada, com  $\gamma = 45$ , a partir das quais,  $n = 2564$  amostras descorrelacionadas, espaçadas de  $0,5\lambda$ , foram extraídas para o cálculo de  $L(\mathbf{r}; \Omega)$ . Para este conjunto de amostras descorrelacionadas, obteve-se  $\hat{\Omega}_{ML} = \frac{1}{2564} \sum_{i=1}^{2564} r_i^2 = 1,22820$ . De forma alternativa, aplicando



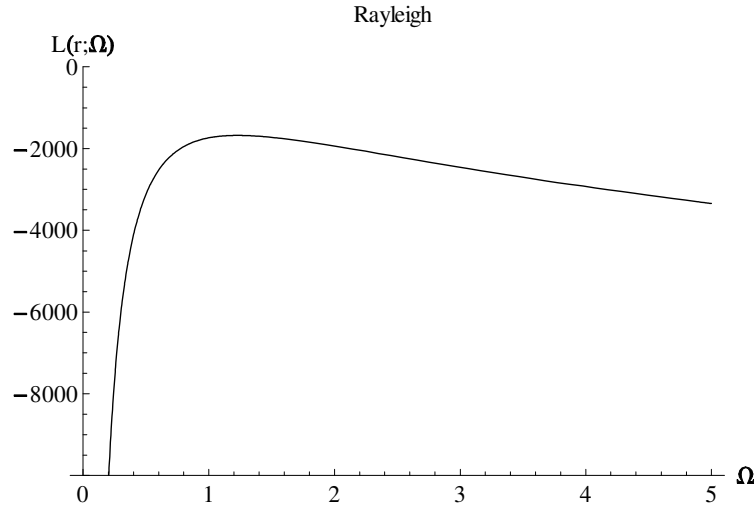


Figura 4.5: Log-verossimilhança de Rayleigh, como função de  $\Omega$ , calculada para 2564 amostras decorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz.

um método numérico de otimização à função  $L(\mathbf{r}; \Omega)$ , da Fig. 4.5, é possível obter o valor de  $\Omega$  que maximiza  $L(\mathbf{r}; \Omega)$ . De acordo com as equações (2.99) e (2.101), este valor corresponde justamente ao estimador de máxima verossimilhança  $\hat{\Omega}_{ML}$ . Em particular, a função de otimização *FindMaximum*[], do programa Mathematica<sup>TM</sup>, aplicada em  $L(\mathbf{r}; \Omega)$ , retornou  $\hat{\Omega}_{ML} = 1,22816$ .

Cabe ressaltar que, para calcular estatísticas teóricas e experimentais, sempre será utilizada a envoltória normalizada,  $\rho$ . Portanto, o estimador  $\hat{\Omega}_{ML}$ , calculado aqui, serve apenas como fator de normalização para os valores da envoltória em campo e, para todos os efeitos, as estatísticas teóricas e normalizadas de Rayleigh não apresentam parâmetro de ajuste às curvas experimentais.

## 4.2.2 Nakagami

### Método dos Momentos

O parâmetro  $m$ , de Nakagami, tem relação física com os dados de envoltória, medidos em campo, e é definido como [26]

$$m = \frac{(E[R^2])^2}{\text{Var}[R^2]}. \quad (4.13)$$

Note que, em certo sentido,  $m$  é o inverso da variância normalizada de  $R^2$ . Particularmente, um estimador para  $m$ , baseado em momentos estatísticos de segunda e quarta ordem, pode

ser obtido de (4.13) [53]:

$$\hat{m}_{MoM} = \frac{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2\right)^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^4 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2\right)^2}. \quad (4.14)$$

Foi observado em [50] que, para grandes amostras, o estimador  $\hat{m}_{MoM}$ , dado em (4.14), é não polarizado e com menor variância, quando comparado a outros dois estimadores, também baseados em MoM. Entretanto, em [105], pode-se verificar que  $\hat{m}_{MoM}$  é positivamente polarizado para pequenas amostras, em uma ampla faixa de valores de  $m$ . Ainda de acordo com [105], e para grandes amostras,  $\hat{m}_{MoM}$  apresenta variância claramente maior que o CRLB e, portanto, não é um estimador de mínima variância para  $m$ . Além disso, para pequenos valores de  $m$ , sua variância normalizada é muito maior, quando comparada ao valor correspondente para o estimador ML.

### Método de Máxima Verossimilhança

A PDF conjunta da distribuição de Nakagami, para a amostra aleatória iid,  $R_1, R_2, \dots, R_n$ , cujos valores observados e normalizados são  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , é dada por

$$f_{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho}; m) = \prod_{i=1}^n \frac{2m^m}{\Gamma(m)} \rho_i^{2m-1} \exp(-m\rho_i^2), \quad (4.15)$$

com sua correspondente função log-verossimilhança calculada como

$$L(\boldsymbol{\rho}; m) = \sum_{i=1}^n (\ln 2 + m \ln m - \ln \Gamma(m) + (2m - 1) \ln \rho_i - m\rho_i^2). \quad (4.16)$$

A solução de  $\partial L(\boldsymbol{\rho}; m)/\partial m = 0$  leva a seguinte equação de log-verossimilhança:

$$-\psi_0(m) + \ln m = -1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \rho_i^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i^2, \quad (4.17)$$

onde  $\psi_0(z) = \frac{d[\ln \Gamma(z)]}{dz} = \frac{d\Gamma(z)/dz}{\Gamma(z)}$  é a função Digamma [30]. Infelizmente, a equação (4.17) deve ser resolvida numericamente para obter  $\hat{m}_{ML}$ . Neste contexto, em [105], foi obtido uma solução algébrica aproximada de (4.17). Primeiramente, os autores definiram o lado direito de (4.17), que não depende de  $m$ , como

$$\Delta = -1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \rho_i^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i^2. \quad (4.18)$$

Usando uma aproximação de segunda ordem da função Digamma,  $\psi_0(z) \approx \ln z - 1/2z - 1/12z^2$ , em (4.17), resolveram a equação resultante  $12\Delta m^2 - 6m - 1 = 0$ , para obter

$$\hat{m}_{2ML} = \frac{6 + \sqrt{36 + 48\Delta}}{24\Delta}. \quad (4.19)$$

Utilizando simulação de Monte Carlo, os autores mostraram que  $\hat{m}_{2ML}$  é um estimador não polarizado e eficiente de  $m$ , para amostras aleatórias de  $n = 1000$  observações.

A segunda derivada de  $L(\boldsymbol{\rho}; m)$  deve ser negativa, para que  $\hat{m}_{ML}$  seja um ponto de máximo, ou seja,

$$\left. \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; m)}{\partial m^2} \right|_{m=\hat{m}_{ML}} = n \left( -\psi_1(\hat{m}_{ML}) + \frac{1}{\hat{m}_{ML}} \right) < 0, \quad (4.20)$$

onde  $\psi_1(z) = \frac{d[\psi_0(z)]}{dz}$  é a função Trigamma [30]. Pode ser mostrado, numericamente, que  $-\psi_1(m) + \frac{1}{m} < 0$ , para valores válidos de  $m \geq 1/2$ .

A informação de Fisher  $I_n(m)$  é obtida, diretamente de (2.108), como

$$\begin{aligned} I_n(m) &= -nE \left[ \frac{\partial^2 \ln f_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; m)}{\partial m^2} \right] = -n \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 \ln f_Z(z; m)}{\partial m^2} f_Z(z; m) dz \\ &= -n \left( -\psi_1(m) + \frac{1}{m} \right) \int_0^{\infty} f_Z(z; m) dz = n \left( \psi_1(m) - \frac{1}{m} \right). \end{aligned} \quad (4.21)$$

Como  $\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; m)/\partial m^2$  não depende dos valores das observações  $\rho_i$ , tem-se, para o modelo de Nakagami, que  $I_n(m) = J_n(m) = -\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; m)/\partial m^2$ .

A Figura 4.6 mostra o aspecto da função  $L(\boldsymbol{\rho}; m)$ , calculada a partir de medições em campo, em particular, as mesmas medidas usadas para calcular (4.6). Maximizar (4.16) para  $m$ , ou calcular numericamente a raiz de (4.17), através, respectivamente, das funções *FindMaximum*[.] e *FindRoot*[.], ambas do programa Mathematica<sup>TM</sup>, leva a um mesmo resultado  $\hat{m}_{ML} = 1,15713$ . Aqui, para os dois métodos iterativos, usa-se  $\hat{m}_{MoM} = 1,29927$ , obtido das medidas, como o valor inicial de pesquisa. De fato, doravante, será uma regra usar estimadores MoM como valores iniciais de métodos iterativos, para estimadores ML. Por outro lado, para o método algébrico aproximado, a equação (4.19) fornece  $\hat{m}_{2ML} = 1,16472$ .

A informação de Fisher  $I_n(m)$  é calculada como

$$I_n(m)|_{m=\hat{m}_{ML}} = n \left( \psi_1(\hat{m}_{ML}) - \frac{1}{\hat{m}_{ML}} \right) = 1204,19. \quad (4.22)$$

Como resultado,  $\text{Var}[\hat{m}_{ML}] = 1/I_n(\hat{m}_{ML}) = 0,000830435$  e o intervalo de confiança de 95%,

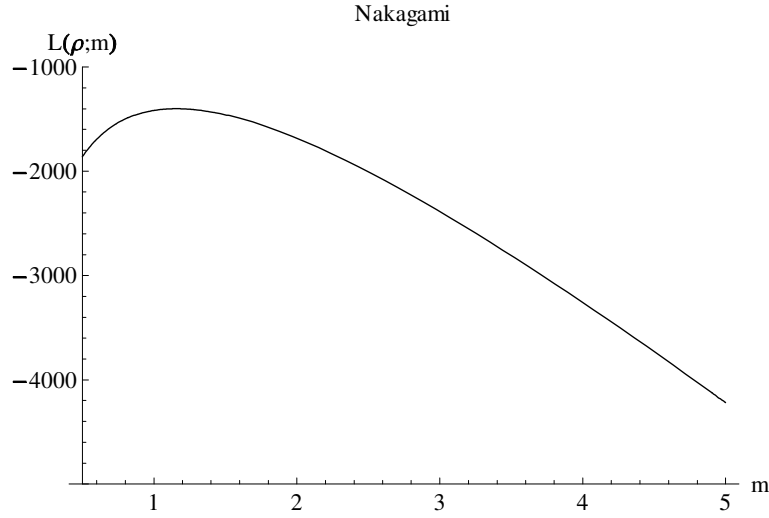


Figura 4.6: Log-verossimilhança de Nakagami, como função de  $m$ , calculada para 2564 amostras decorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz.

para  $\hat{m}_{ML}$ , vale

$$\left( \hat{m}_{ML} - 1, 96/\sqrt{I_n(\hat{m}_{ML})}, \hat{m}_{ML} + 1, 96/\sqrt{I_n(\hat{m}_{ML})} \right) = (1, 10065, 1, 21362). \quad (4.23)$$

### 4.2.3 Rice

#### Método dos Momentos

Definindo  $\mu = E[R]/\sqrt{\Omega}$  e  $\zeta = \text{Var}[R^2]/\Omega^2$  e, baseado na expressão para o momento de ordem  $n$  da distribuição de Rice [31], pode-se mostrar que [52]:

$$\mu = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 + K)^{-1/2} \exp(-K/2) [(1 + K) I_0(K/2) + K I_1(K/2)] \quad (4.24)$$

e

$$\zeta = \frac{1 + 2K}{(1 + K)^2}. \quad (4.25)$$

Note que  $\mu$  e  $\zeta$  dependem apenas de  $K$ . Escrevendo  $\mu$  na sua forma amostral,  $K$  pode ser estimado resolvendo a equação não linear (4.24) numericamente. Entretanto, de (4.25), é possível expressar  $K$  em termos de  $\zeta$ , de forma explícita, como

$$\hat{K}_{MoM} = \frac{\sqrt{1 - \zeta}}{1 - \sqrt{1 - \zeta}}. \quad (4.26)$$

É interessante notar que  $\zeta$  também fornece um estimador simples e confiável, baseado em momento, para o parâmetro  $m$  de Nakagami, que é dado por  $m = 1/\zeta$  [29]. Desta relação, entre  $m$  e  $\zeta$ , e de (4.26), é fácil deduzir uma importante equação relacionando os parâmetros de Rice e Nakagami:

$$K = \frac{\sqrt{m^2 - m}}{m - \sqrt{m^2 - m}}. \quad (4.27)$$

Logicamente, (4.27) é válida para valores de  $m \geq 1$ , o que inclui desvanecimentos menos severos que Rayleigh e, inclusive, ele próprio. Condições mais severas de desvanecimento que Rayleigh, para  $m < 1$ , não são cobertos pela distribuição de Rice. Em [52] verificou-se que a variância normalizada do estimador (4.26) é maior, quando comparada a do estimador (4.24), para uma ampla faixa de  $K$ . Apesar de apresentar maior variância, o estimador (4.26) mostrou um bom compromisso entre eficiência estatística e complexidade computacional e parece ser mais adequado para aplicações práticas.

### Método de Máxima Verossimilhança

Para a amostra aleatória iid,  $R_1, R_2, \dots, R_n$ , com valores observados e normalizados  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , a PDF conjunta para a distribuição de Rice é dada por

$$f_{\mathbf{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; K) = \prod_{i=1}^n 2(1+K)\rho_i \exp[-K - (1+K)\rho_i^2] I_0\left(2\sqrt{K(1+K)}\rho_i\right). \quad (4.28)$$

A sua correspondente função log-verossimilhança segue de (4.28):

$$L(\boldsymbol{\rho}; K) = \sum_{i=1}^n \left\{ \ln[2(1+K)] + \ln \rho_i - K - (1+K)\rho_i^2 + \ln \left[ I_0\left(2\sqrt{K(1+K)}\rho_i\right) \right] \right\}. \quad (4.29)$$

Resolvendo  $\partial L(\boldsymbol{\rho}; K)/\partial K = 0$ , tem-se [31]:

$$\frac{1}{1+K} + \frac{1+2K}{n\sqrt{K(1+K)}} \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i I_1(y)}{I_0(y)} = 1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i^2, \quad (4.30)$$

onde  $y = 2\sqrt{K(1+K)}\rho_i$ . Para obter (4.30), recorre-se a  $\partial I_\nu(z)/\partial z = 1/2 [I_{\nu-1}(z) + I_{\nu+1}(z)]$ , com  $I_{-n}(z) = I_n(z)$ , para  $n$  inteiro [30]. É possível mostrar que

$$\lim_{K \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{1+K} + \frac{1+2K}{n\sqrt{K(1+K)}} \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i I_1(y)}{I_0(y)} \right) = 1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i^2. \quad (4.31)$$

Em consequência,  $\hat{K}_{ML} = 0$  é sempre solução de (4.30). Este fato pode levar a problemas de convergência, em métodos numéricos iterativos, quando a amostra aleatória tiver um valor de  $\hat{K}_{ML}$  próximo de zero.

Para que  $\hat{K}_{ML}$  seja um ponto de máximo, deve-se ter

$$\left. \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; K)}{\partial K^2} \right|_{K=\hat{K}_{ML}} = \left\{ -\frac{n}{(1+K)^2} + \sum_{i=1}^n \left[ -\frac{\rho_i}{2[K(1+K)]^{3/2}} \frac{I_1(y)}{I_0(y)} \right. \right. \quad (4.32)$$

$$\left. \left. + \frac{(1+2K)^2 \rho_i^2 [I_0(y) + I_2(y)]}{2K(1+K) I_0(y)} - \frac{(1+2K)^2 \rho_i^2 I_1^2(y)}{K(1+K) I_0^2(y)} \right] \right\}_{K=\hat{K}_{ML}} < 0.$$

Em contraste com o modelo de Nakagami, é evidente que tomar a segunda derivada da função log-verossimilhança de Rice produz uma função de maior complexidade computacional. Em consequência, a informação de Fisher  $I_n(K)$  é mais facilmente obtida a partir de (2.107):

$$I_n(K) = nE \left[ \left( \frac{\partial \ln f_\rho(\rho; K)}{\partial K} \right)^2 \right] = n \int_0^\infty \left( \frac{\partial \ln f_Z(z; K)}{\partial K} \right)^2 f_Z(z; K) dz \quad (4.33)$$

$$= n \int_0^\infty \left( -\frac{K}{1+K} - z^2 + \frac{(1+2K)z}{\sqrt{K(1+K)}} \frac{I_1(2\sqrt{K(1+K)}z)}{I_0(2\sqrt{K(1+K)}z)} \right)^2 f_Z(z; K) dz,$$

onde  $f_Z(z; K)$  é dada por (2.38), com  $z = \rho$ .

De forma similar às distribuições anteriores, o intervalo de confiança de 95% pode ser obtido, para  $\hat{K}_{ML}$ , como

$$\left( \hat{K}_{ML} - 1,96/\sqrt{I_n(\hat{K}_{ML})}, \hat{K}_{ML} + 1,96/\sqrt{I_n(\hat{K}_{ML})} \right). \quad (4.34)$$

A Figura 4.7 mostra o aspecto de  $L(\boldsymbol{\rho}; K)$ , calculada para as mesmas medições em campo, usadas para obter (4.6). De fato, é possível verificar que  $\partial L(\boldsymbol{\rho}; K)/\partial K|_{K=0} = 0$ , conforme já discutido. Aplicando a função *FindMaximum*[.] em  $L(\boldsymbol{\rho}; K)$ , da Fig. 4.7, é obtido  $\hat{K}_{ML} = 0,91$ .

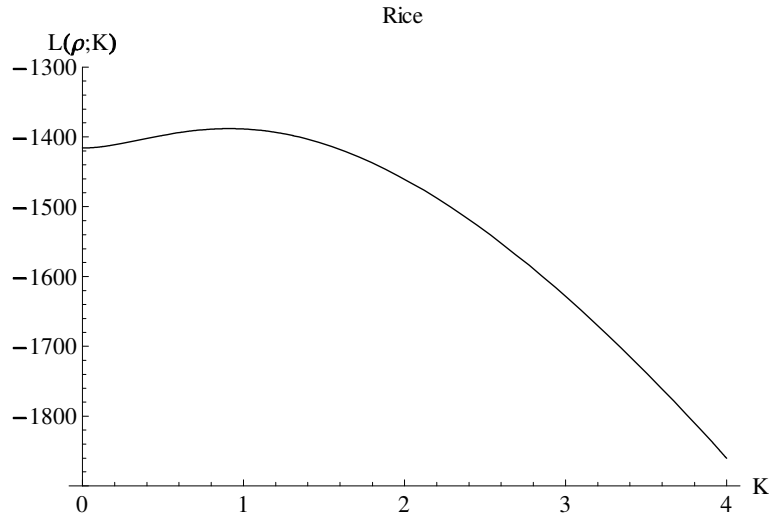


Figura 4.7: Log-verossimilhança de Rice, como função de  $K$ , calculada para 2564 amostras descorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz.

## 4.2.4 Weibull

### Método dos Momentos

A partir de (2.47), é possível estimar o parâmetro  $\alpha$ , para a distribuição de Weibull. Segue diretamente de (2.47) que [54]

$$\frac{E^i [R^j]}{E^j [R^i]} = \frac{\Gamma^i (1 + j/\alpha)}{\Gamma^j (1 + i/\alpha)}. \quad (4.35)$$

Para o caso particular em que  $i = 2$  e  $j = 1$ , (4.35) resulta em

$$\frac{E^2 [R]}{E [R^2]} = \frac{\Gamma^2 (1 + 1/\alpha)}{\Gamma (1 + 2/\alpha)}. \quad (4.36)$$

O estimador  $\hat{\alpha}_{MoM}$ , obtido resolvendo numericamente (4.36), é dado em função da razão entre os primeiro e segundo momentos estatísticos. Logicamente, outros estimadores podem ser obtidos de (4.35), para diferentes valores de  $i$  e  $j$ , entretanto, o estimador, para  $i = 2$  e  $j = 1$ , é dado pelos momentos de menor ordem e complexidade computacional. Calculando as formas amostrais de  $E [R]$  e  $E [R^2]$ , para as  $n$  amostras descorrelacionadas da envoltória do sinal, e substituindo em (4.36), obtém-se  $\hat{\alpha}_{MoM}$ .

Em [54], foi verificado que o estimador, calculado de (4.36), apresenta regiões de erro RMS significativo, para valores suficientemente pequenos de  $\alpha$  e para amostras aleatórias com um pequeno número de observações.

## Método de Máxima Verossimilhança

Para a distribuição de Weibull, a operação de normalização da envoltória requer o conhecimento prévio do parâmetro  $\alpha$ , que, infelizmente, ainda precisa ser estimado. Portanto, é mais conveniente estimar o parâmetro  $\alpha$  a partir da envoltória não normalizada  $R$ . Neste caso, considere a amostra aleatória iid,  $R_1, R_2, \dots, R_n$ , com valores observados  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , para a qual a PDF conjunta  $f_{\mathbf{R}}(r_1, r_2, \dots, r_n; \boldsymbol{\theta}) = f_{\mathbf{R}}(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta})$  é dada por

$$f_{\mathbf{R}}(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n \frac{\alpha r_i^{\alpha-1}}{\Omega} \exp \left[ -\frac{r_i^\alpha}{\Omega} \right], \quad (4.37)$$

com sua correspondente função log-verossimilhança:

$$L(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left( \ln \alpha + (\alpha - 1) \ln r_i - \ln \Omega - \frac{r_i^\alpha}{\Omega} \right). \quad (4.38)$$

Deve-se estimar o vetor de parâmetros  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2] = [\alpha \ \Omega]$ , resolvendo as duas seguintes equações simultâneas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\mathbf{r}; \alpha, \Omega)}{\partial \alpha} &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\alpha} + \ln r_i - \frac{1}{\Omega} r_i^\alpha \ln r_i \right) = 0 \\ \frac{\partial L(\mathbf{r}; \alpha, \Omega)}{\partial \Omega} &= \sum_{i=1}^n \left( -\frac{1}{\Omega} + \frac{r_i^\alpha}{\Omega^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Resolvendo  $\partial L(\mathbf{r}; \alpha, \Omega)/\partial \Omega = 0$  em (4.39), é possível obter uma fórmula analítica para  $\hat{\Omega}_{ML}$ :

$$\hat{\Omega}_{ML} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^\alpha. \quad (4.40)$$

Substituindo (4.40) na primeira equação de (4.39), estima-se  $\alpha$  através da seguinte equação de log-verossimilhança [106]:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln r_i = \frac{1}{\sum_{i=1}^n r_i^\alpha} \sum_{i=1}^n r_i^\alpha \ln r_i - \frac{1}{\alpha}. \quad (4.41)$$

Uma vez que  $\hat{\alpha}_{ML}$  tenha sido obtido, numericamente, de (4.41), substitui-se seu valor em (4.40), para obter  $\hat{\Omega}_{ML}$ .

Para garantir que a solução  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML} = \left[ \hat{\alpha}_{ML} \ \hat{\Omega}_{ML} \right]$  seja um ponto de máximo de  $L(\mathbf{r}; \alpha, \Omega)$ ,



a matriz Hessiana desta função,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\mathbf{r};\alpha,\Omega)}{\partial \alpha^2} & \frac{\partial^2 L(\mathbf{r};\alpha,\Omega)}{\partial \alpha \partial \Omega} \\ \frac{\partial^2 L(\mathbf{r};\alpha,\Omega)}{\partial \Omega \partial \alpha} & \frac{\partial^2 L(\mathbf{r};\alpha,\Omega)}{\partial \Omega^2} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{n}{\alpha^2} - \frac{\sum_{i=1}^n r_i^\alpha (\ln r_i)^2}{\Omega} & \frac{\sum_{i=1}^n r_i^\alpha \ln r_i}{\Omega^2} \\ \frac{\sum_{i=1}^n r_i^\alpha \ln r_i}{\Omega^2} & \frac{n}{\Omega^2} - \frac{2 \sum_{i=1}^n r_i^\alpha}{\Omega^3} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}}, \end{aligned} \quad (4.42)$$

deve ser definida negativa. Uma forma mais direta de verificar esta condição é, como já citado no Capítulo 2, calcular os autovalores de  $\mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}}$ . Para que  $\mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}}$  seja definida negativa, seus dois autovalores devem ser negativos.

A matriz de informação de Fisher  $\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$  é diretamente obtida de (2.116) como

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta}) &= -nE \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln f_R(r;\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha^2} & \frac{\partial^2 \ln f_R(r;\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha \partial \Omega} \\ \frac{\partial^2 \ln f_R(r;\boldsymbol{\theta})}{\partial \Omega \partial \alpha} & \frac{\partial^2 \ln f_R(r;\boldsymbol{\theta})}{\partial \Omega^2} \end{bmatrix} \\ &= -nE \begin{bmatrix} -\frac{1}{\alpha^2} - \frac{r^\alpha (\ln r)^2}{\Omega} & \frac{r^\alpha \ln r}{\Omega^2} \\ \frac{r^\alpha \ln r}{\Omega^2} & \frac{1}{\Omega^2} - \frac{2r^\alpha}{\Omega^3} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.43)$$

onde o operador  $E[\cdot]$  é tomado sobre cada elemento da matriz, de tal forma que

$$\begin{aligned} [\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})]_{ij} &= -nE \left[ \frac{\partial^2 \ln f_R(r;\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right] \\ &= -n \int_0^\infty \frac{\partial^2 \ln f_Z(z;\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} f_Z(z;\boldsymbol{\theta}) dz \quad i, j = 1, 2. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Uma vez obtida a matriz de informação  $\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$ , pode-se calcular o intervalo de confiança de 95%, para  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML} = [\hat{\alpha}_{ML} \ \hat{\Omega}_{ML}]$ , a partir de (2.129), como

$$(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML_i} - 1,96\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{ii}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML_i} + 1,96\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{ii}}) \quad i = 1, 2. \quad (4.45)$$

A Figura 4.8 ilustra o aspecto de  $L(\mathbf{r};\alpha,\Omega)$ , calculada para as mesmas medições em campo, usadas para obter (4.6). Ao aplicar a função *FindMaximum*[·] em  $L(\mathbf{r};\alpha,\Omega)$ , da Fig. 4.8, é obtido  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML} = [2, 22638 \ 1, 31226]$ . Calcula-se resultado equivalente para  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}$ , ao pesquisar as raízes de (4.39), através da função *FindRoot*[·].

A matriz Hessiana é calculada como

$$\mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ML}} = \begin{bmatrix} -1071,26 & 599,012 \\ 599,012 & -1488,93 \end{bmatrix}, \quad (4.46)$$

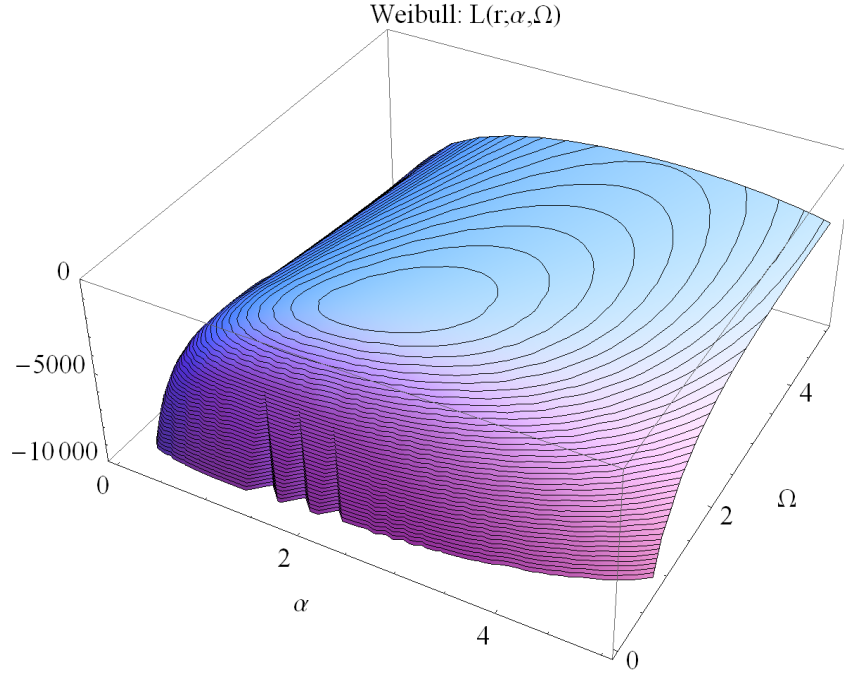


Figura 4.8: Log-verossimilhança de Weibull,  $L(\mathbf{r}; \alpha, \Omega)$ , calculada para 2564 amostras decorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz.

com seus correspondentes autovalores  $\boldsymbol{\lambda} = [-1914, 47 \quad -645, 725]$ . Os autovalores negativos confirmam que  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}$  é um ponto de máximo para  $L(\mathbf{r}; \alpha, \Omega)$ . Tal fato também é observado através da Fig. 4.8, onde a sucessão de curvas de nível, tomadas sobre a superfície de  $L(\mathbf{r}; \alpha, \Omega)$ , indica aproximadamente a localização do ponto de máximo  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}$ .

Calculando, por integração numérica de (4.44), cada um dos elementos de  $\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$ , obtém-se

$$\mathbf{I}_n(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}) = \begin{bmatrix} 1100,4 & -609,527 \\ -609,527 & 1488,93 \end{bmatrix}. \quad (4.47)$$

A matriz de covariância de  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}$  é dada pela matriz inversa de  $\mathbf{I}_n(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML})$ :

$$\text{Cov}[\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}] = \mathbf{I}_n^{-1}(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}) = \begin{bmatrix} 0,000908761 & -0,00164062 \\ -0,00164062 & 0,000671622 \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

A partir de (4.45) e de (4.48), pode-se calcular os intervalos de confiança de 95% para  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML} = [\hat{\alpha}_{ML} \quad \hat{\Omega}_{ML}]$ . Para  $\hat{\alpha}_{ML}$ , este intervalo é dado por

$$(\hat{\alpha}_{ML} - 1,96\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{11}}, \hat{\alpha}_{ML} + 1,96\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{11}}) = (2,1673, 2,28547). \quad (4.49)$$

## 4.2.5 Hoyt

### Método dos Momentos

A expressão para o momento de ordem  $k$ , para a distribuição de Hoyt, como função do parâmetro  $b$ , é dada por [26], [40]

$$E [R^k] = (1 - b^2)^{\frac{1+k}{2}} \Gamma \left( 1 + \frac{k}{2} \right) \Omega^{\frac{k}{2}} {}_2F_1 \left( 1 + \frac{k}{4}, \frac{1}{2} + \frac{k}{4}; 1; b^2 \right). \quad (4.50)$$

Em particular, os momentos de segunda e quarta ordem são obtidos, de (4.50), como

$$E [R^2] = \Omega \quad \text{e} \quad E [R^4] = \Omega^2 (2 + b^2). \quad (4.51)$$

Combinando as duas expressões, resulta em um estimador, baseado em momentos, do parâmetro  $b$  de Hoyt:

$$b = \sqrt{\frac{E [R^4]}{(E [R^2])^2} - 2} \quad (4.52)$$

Substituindo as formas amostrais dos momentos em (4.52), obtém-se o estimador de  $b$ :

$$\hat{b}_{MoM} = \sqrt{\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2\right)^2} - 2} \quad (4.53)$$

Logicamente, o estimador MoM de  $\Omega$  segue diretamente de (4.51) como

$$\hat{\Omega}_{MoM} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2. \quad (4.54)$$

Sabe-se que a distribuição de Hoyt cobre desvanecimentos mais severos que os previstos por Rayleigh, para os quais o parâmetro de Nakagami,  $m$ , é menor ou igual a um. De (4.13), tem-se que

$$m = \frac{(E [R^2])^2}{\text{Var} [R^2]} \leq 1 \quad (4.55)$$

$$E [R^4] \geq 2 (E [R^2])^2$$

Observe que esta condição é a mesma prevista em (4.52), para  $b \geq 0$ , isto é, um valor real válido para o parâmetro de Hoyt, conforme esperado.

Se for desejado calcular  $\sigma_X^2$  e  $\sigma_Y^2$ , a partir de  $\hat{b}_{MoM}$  e  $\hat{\Omega}_{MoM}$ , deve-se recorrer ao parâmetro

alternativo  $q = \sigma_X/\sigma_Y$  de Hoyt. A partir das definições de  $b$  e  $\Omega$ , dadas em (2.59), é possível calcular  $\sigma_X^2$  e  $\sigma_Y^2$ , resolvendo o sistema de equações

$$\begin{cases} \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 = \hat{\Omega}_{MoM} \\ \sigma_X/\sigma_Y = q \end{cases}, \quad (4.56)$$

onde  $q$  pode ser calculado da relação

$$q^2 = \frac{1 + \hat{b}_{MoM}}{1 - \hat{b}_{MoM}}. \quad (4.57)$$

Quando  $\hat{b}_{MoM} = 1$ , o parâmetro  $q$  não é definido. Entretanto, de (2.59), tem-se, neste caso, que  $\sigma_Y = 0$  e  $\sigma_X = \sqrt{\hat{\Omega}_{MoM}}$ .

### Método de Máxima Verossimilhança

Para a amostra aleatória iid,  $R_1, R_2, \dots, R_n$ , com valores observados e normalizados  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , a PDF conjunta, para a distribuição de Hoyt, é dada por

$$f_{\mathbf{e}}(\boldsymbol{\rho}; b) = \prod_{i=1}^n \frac{2\rho_i}{\sqrt{1-b^2}} \exp\left(-\frac{\rho_i^2}{1-b^2}\right) I_0\left(\frac{b\rho_i^2}{1-b^2}\right). \quad (4.58)$$

É direto obter sua função log-verossimilhança:

$$L(\boldsymbol{\rho}; b) = \sum_{i=1}^n \left\{ \ln\left(\frac{2}{\sqrt{1-b^2}}\right) + \ln \rho_i - \frac{\rho_i^2}{1-b^2} + \ln\left[I_0\left(\frac{b\rho_i^2}{1-b^2}\right)\right] \right\}. \quad (4.59)$$

Calculando-se  $\partial L(\boldsymbol{\rho}; b)/\partial b$ , tem-se

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{\rho}; b)}{\partial b} = \frac{nb}{1-b^2} - \frac{2b \sum_{i=1}^n \rho_i^2}{(1-b^2)^2} + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{I_1\left(\frac{b\rho_i^2}{1-b^2}\right)}{I_0\left(\frac{b\rho_i^2}{1-b^2}\right)} \frac{\rho_i^2 (1+b^2)}{(1-b^2)^2} \right]. \quad (4.60)$$

A solução de  $\partial L(\boldsymbol{\rho}; b)/\partial b = 0$  leva à equação de log-verossimilhança,

$$nb - \frac{2b \sum_{i=1}^n \rho_i^2}{1-b^2} + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{I_1\left(\frac{b\rho_i^2}{1-b^2}\right)}{I_0\left(\frac{b\rho_i^2}{1-b^2}\right)} \frac{\rho_i^2 (1+b^2)}{1-b^2} \right] = 0, \quad (4.61)$$

que deve ser resolvida numericamente, para obter  $\hat{b}_{ML}$ . É evidente que  $\hat{b}_{ML} = 0$  é sempre

solução de (4.61). Em consequência, como já evidenciado para o modelo de Rice, quando a amostra aleatória tiver um valor de  $\hat{b}_{ML}$  próximo de zero, métodos numéricos iterativos podem apresentar problemas de convergência, para obter o estimador.

Para que  $\hat{b}_{ML}$  seja um ponto de máximo de  $L(\boldsymbol{\rho}; b)$ , deve-se satisfazer (veja Apêndice A)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; b)}{\partial b^2} \Big|_{b=\hat{b}_{ML}} &= \left\{ n \frac{1+b^2}{(1-b^2)^2} - \left( \frac{1}{(1-b)^3} + \frac{1}{(1+b)^3} \right) \sum_{i=1}^n \rho_i^2 \right. \\ &+ \left. \sum_{i=1}^n \rho_i^2 \left[ \frac{2b(3+b^2)}{(1-b^2)^3} \frac{I_1(y)}{I_0(y)} + \frac{(1+b^2)^2 \rho_i^2}{2(1-b^2)^4} \frac{I_0(y) + I_2(y)}{I_0(y)} - \frac{(1+b^2)^2 \rho_i^2}{(1-b^2)^4} \frac{I_1^2(y)}{I_0^2(y)} \right] \right\}_{b=\hat{b}_{ML}} < 0, \end{aligned} \quad (4.62)$$

onde  $y = b\rho_i^2 / (1 - b^2)$ .

A informação de Fisher  $I_n(b)$  é mais facilmente obtida a partir de (2.107):

$$\begin{aligned} I_n(b) &= n \int_0^\infty \left( \frac{\partial \ln f_Z(z; b)}{\partial b} \right)^2 f_Z(z; b) dz \\ &= n \int_0^\infty \left( \frac{b}{1-b^2} - \frac{2bz^2}{(1-b^2)^2} + \frac{z^2(1+b^2)}{(1-b^2)^2} \frac{I_1[bz^2/(1-b^2)]}{I_0[bz^2/(1-b^2)]} \right)^2 f_Z(z; b) dz, \end{aligned} \quad (4.63)$$

onde  $f_Z(z; b)$  é dada por (2.65), com  $z = \rho$ .

Finalmente, o intervalo de confiança de 95% pode ser obtido para  $\hat{b}_{ML}$ :

$$\left( \hat{b}_{ML} - 1,96/\sqrt{I_n(\hat{b}_{ML})}, \hat{b}_{ML} + 1,96/\sqrt{I_n(\hat{b}_{ML})} \right) \quad (4.64)$$

A Figura 4.9 ilustra o aspecto de  $L(\boldsymbol{\rho}; b)$ , calculada para as mesmas medições em campo que geraram (4.6). Verifica-se que  $L(\boldsymbol{\rho}; -b) = L(\boldsymbol{\rho}; b)$ , assim é suficiente tratar apenas com valores positivos de  $b$ , isto é,  $0 \leq b \leq 1$ . Observa-se, igualmente, que  $\partial L(\boldsymbol{\rho}; b)/\partial b|_{b=0} = 0$ , conforme já discutido. Aplicando a função *FindMaximum*[.] em  $L(\boldsymbol{\rho}; b)$ , da Fig. 4.9, obtém-se  $\hat{b}_{ML} = 1,84869 \times 10^{-10} \sim 0$ .

Em particular, para estas medidas em campo,  $\hat{b}_{MoM}$  retornou, de (4.53), um número complexo, o que está de acordo com o valor  $\hat{m}_{ML} = 1,15713$ , obtido de (4.17). De fato, como  $\hat{m}_{ML}$  é maior que um,  $\hat{b}_{MoM}$  deve ser obrigatoriamente um número complexo.

Por outro lado, o método de máxima verossimilhança tenta encontrar um valor de  $\hat{b}_{ML}$  que maximiza a probabilidade de observar as medidas em campo. Neste caso, para a família de distribuições de Hoyt possíveis, a que satisfaz este critério seria aquela para  $\hat{b}_{ML} = 0$ . Pode-se pensar que o método tenta encontrar a distribuição que está “mais próxima” daquela que, de fato, gerou os dados observados. Como esta distribuição não estaria coberta pelo modelo

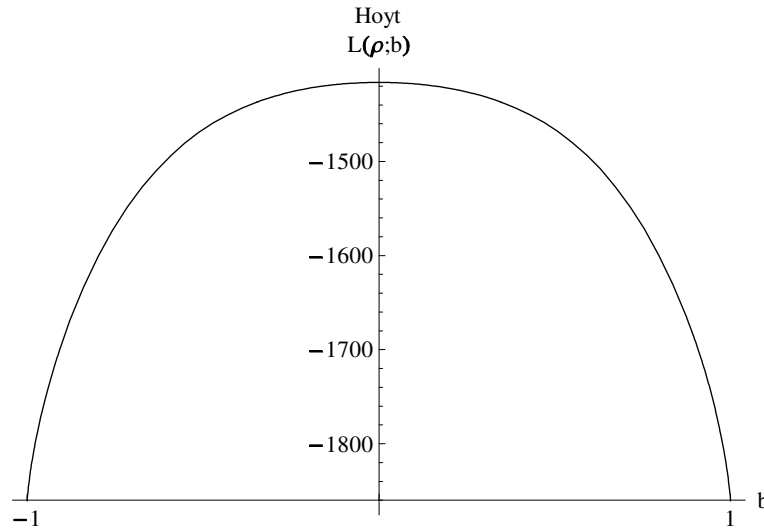


Figura 4.9: Log-verossimilhança de Hoyt, como função de  $b$ , calculada para 2564 amostras decorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz.

de Hoyt, o método encontra a “mais próxima” possível, que corresponde à distribuição de Rayleigh.

Calculando-se a informação de Fisher  $I_n(b)$ , a partir de (4.63), obtém-se  $I_n(b) = 3,41766 \times 10^{-20}$ . Se recorrer-se à fórmula alternativa (2.108), chega-se a  $I_n(b) = -2,98766 \times 10^{-16}$ . Portanto, quando  $\hat{b}_{ML} \sim 0$ , utilizar a informação de Fisher esperada não leva a resultados satisfatórios, devido a problemas de convergência na integração numérica envolvida no cálculo. Felizmente, pode-se ainda recorrer à informação de Fisher observada, definida em (2.120), para a qual

$$\begin{aligned} J_n(\hat{b}_{ML}) &= -\left. \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; b)}{\partial b^2} \right|_{b=\hat{b}_{ML}} \\ &= 295,289. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Se for comparado este valor com a correspondente informação  $I_n(\hat{m}_{ML})$ , calculada em (4.22), vê-se que a informação de Fisher, associada ao estimador de Nakagami, é muito maior que aquela associada ao estimador de Hoyt. Tal fato é reflexo da curvatura da função  $L(\mathbf{x}; \hat{\theta}_{ML})$  próxima ao valor do parâmetro  $\hat{\theta}_{ML}$ . Pode-se afirmar que, para esta amostra aleatória de medições em campo, o estimador  $\hat{b}_{ML}$  possui maior incerteza, em determinar o valor real do parâmetro, que o estimador  $\hat{m}_{ML}$ .

Esta incerteza, em determinar o valor real do parâmetro, é traduzida na variância do estimador. De (4.65), tem-se  $\text{Var}[\hat{b}_{ML}] = 1/J_n(\hat{b}_{ML}) = 0,00338652$ , com o correspondente

intervalo de confiança de 95%, para  $\hat{b}_{ML}$ , dado por

$$\left( \hat{b}_{ML} - 1,96/\sqrt{J_n(\hat{b}_{ML})}, \hat{b}_{ML} + 1,96/\sqrt{J_n(\hat{b}_{ML})} \right) = (-0,11406, 0,11406). \quad (4.66)$$

De fato, comparando as duas variâncias, vê-se que  $\text{Var}[\hat{b}_{ML}] \sim 4 \times \text{Var}[\hat{m}_{ML}]$ .

#### 4.2.6 $\kappa$ - $\mu$

##### Método dos Momentos

Os parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$  foram obtidos em [45] como

$$\kappa^{-1} = \frac{\sqrt{2}(E[\varrho^4] - 1)}{\sqrt{2E^2[\varrho^4] - E[\varrho^4] - E[\varrho^6]}} - 2 \quad (4.67)$$

e

$$\mu = \frac{1}{\text{Var}[\varrho^2]} \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2}, \quad (4.68)$$

onde  $\varrho = R/\sqrt{E[R^2]}$  e  $\text{Var}[\varrho^2] = E[\varrho^4] - 1$ . O estimadores  $\hat{\kappa}_{MoM}$  e  $\hat{\mu}_{MoM}$  são obtidos de (4.67) e (4.68), substituindo os momentos estatísticos por suas respectivas formas amostrais.

Na equação (4.67), vê-se que a fórmula para estimar  $\kappa$  depende de momentos de quarta e sexta ordem. Como citado no Capítulo 2, para minimizar a diferença entre momentos teóricos e suas respectivas formas amostrais, deve-se utilizar momentos de menor ordem possível para estimar parâmetros ou assume-se o risco de incorrer em erros significativos de estimação. Para encontrar uma alternativa para estimar  $\kappa$ , pode-se começar a partir do momento de ordem  $j$  para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  [45]:

$$E[\varrho^j] = \frac{\Gamma(\mu + j/2) \exp(-\kappa\mu)}{\Gamma(\mu) [(1 + \kappa)\mu]^{j/2}} {}_1F_1\left(\mu + \frac{j}{2}; \mu; \kappa\mu\right), \quad (4.69)$$

onde  ${}_1F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$  é a função hipergeométrica confluenta [30]. Pode ser verificado que, para  $j = 4$ , obtém-se a expressão para  $\mu$  em (4.68). Para  $j = 2$ , tem-se a identidade  $E[\varrho^2] = 1$ . Tomando a expressão de momento para  $j = 1$ , obtém-se

$$E[\varrho] = \frac{\Gamma(\mu + 1/2) \exp(-\kappa\mu)}{\Gamma(\mu) [(1 + \kappa)\mu]^{1/2}} {}_1F_1\left(\mu + \frac{1}{2}; \mu; \kappa\mu\right). \quad (4.70)$$

Utilizando a identidade  ${}_1F_1(a; b; z) = \exp(z) {}_1F_1(b - a; b; -z)$  [30], e a definição da função hipergeométrica confluenta regularizada,  ${}_1\tilde{F}_1(a; b; z) = {}_1F_1(a; b; z) / \Gamma(b)$ , simplifica-se (4.70)

para

$$E[\varrho] = \frac{\Gamma(\mu + 1/2)}{[(1 + \kappa)\mu]^{1/2}} {}_1\tilde{F}_1\left(-\frac{1}{2}; \mu; -\kappa\mu\right). \quad (4.71)$$

Ainda que computacionalmente mais complexas, as funções gamma e hipergeométrica estão comumente disponíveis em programas de cálculo numérico atuais, como o Mathematica<sup>TM</sup>, por exemplo. Neste contexto, sempre que os recursos computacionais permitirem, a equação (4.71) pode ser usada no lugar da expressão para  $\kappa$ , em (4.67). Note que (4.71) depende de uma simples média da envoltória normalizada e, portanto, gera menores erros entre momentos teóricos e suas contrapartidas amostrais, quando comparada com a expressão para  $\kappa$ , em (4.67).

Podemos simplificar adicionalmente (4.71), representando a função hipergeométrica através de sua expansão em série de potências [30]

$${}_1\tilde{F}_1\left(-\frac{1}{2}; \mu; -\kappa\mu\right) = \frac{1}{\Gamma(\mu)} + \frac{\kappa\mu}{2\Gamma(1 + \mu)} - \frac{\kappa^2\mu^2}{8\Gamma(2 + \mu)} + \frac{\kappa^3\mu^3}{16\Gamma(3 + \mu)} + \dots \quad (4.72)$$

Recorrendo à aproximação de segunda ordem de (4.72), tem-se

$${}_1\tilde{F}_1\left(-\frac{1}{2}; \mu; -\kappa\mu\right) \sim \frac{1 + \frac{\kappa}{8}\left(4 - \frac{\kappa\mu}{1+\mu}\right)}{\Gamma(\mu)}. \quad (4.73)$$

O polinômio, no numerador de (4.73), pode ser representado, de forma mais geral, como  $c + b\kappa + a\frac{\mu}{1+\mu}\kappa^2$ . Assim,

$${}_1\tilde{F}_1\left(-\frac{1}{2}; \mu; -\kappa\mu\right) \sim \frac{c + b\kappa + a\frac{\mu}{1+\mu}\kappa^2}{\Gamma(\mu)}, \quad (4.74)$$

onde os coeficientes,  $a$ ,  $b$  e  $c$ , são determinados numericamente através de um ajuste de curvas por *método de mínimos quadrados*. Em particular, realizando o ajuste de curvas para (4.74), através da função *FindFit[.]* do Mathematica<sup>TM</sup>, obtém-se os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$ , constantes na Tabela 4.1.

Para calcular os coeficientes, gerou-se uma matriz  $51 \times 51$  de valores de  ${}_1\tilde{F}_1\left(-\frac{1}{2}; \mu; -\kappa\mu\right)$ , para uma região definida por  $(0 < \kappa \leq 5, 0 < \mu \leq 5)$ , e para pontos  $(\kappa_i, \mu_j)$  gerados com passos de 0,1, tanto para  $\kappa$ , como para  $\mu$ . Em seguida, realizou-se o ajuste dos coeficientes à matriz de dados, através da função *FindFit[.]*, com um valor inicial do coeficiente  $c$ ,  $c_0 = 1$ . Se for desejado estimar  $\kappa$  e  $\mu$  para outros intervalos, basta mudar a região de geração da matriz de valores de forma conveniente e realizar novo ajuste de curva. Na Fig. 4.10, ilustram-se as duas superfícies geradas no processo de ajuste. A superfície sólida, em cor azul,



Tabela 4.1: Coeficientes calculados, por ajuste de curvas, para (4.74).

a	b	c
-0,0356999	0,419435	1,0312

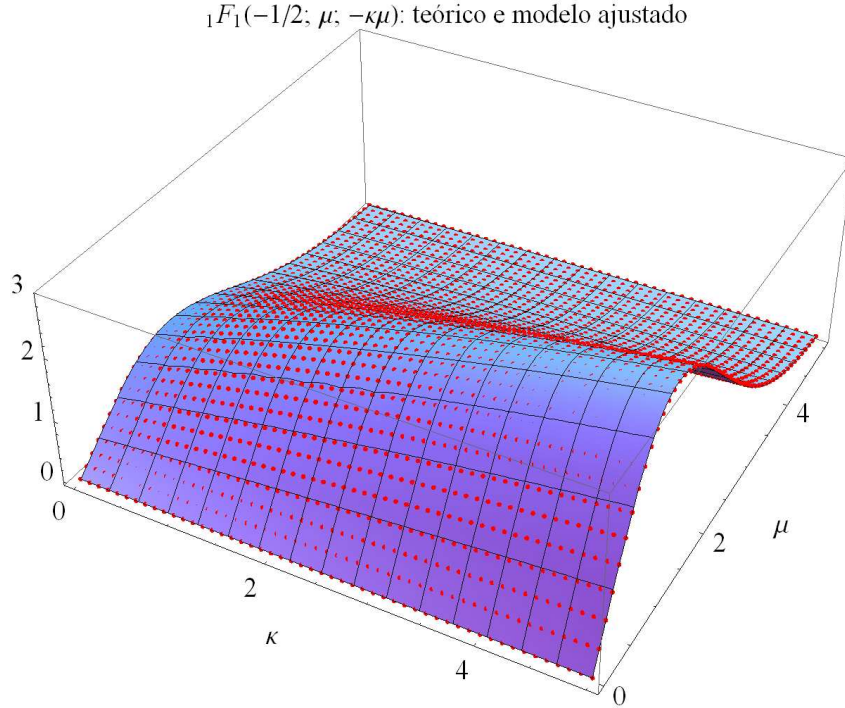


Figura 4.10: Função  ${}_1F_1(-1/2; \mu; -\kappa\mu)$  (em pontos vermelhos) e seu correspondente modelo ajustado (curva sólida azul).

representa o modelo ajustado, e os pontos, em vermelho, são a matriz de dados, calculada de  ${}_1\tilde{F}_1(-\frac{1}{2}; \mu; -\kappa\mu)$ .

A partir da aproximação descrita acima, representa-se a equação (4.71) na forma

$$E[\varrho] = \frac{\Gamma(\mu + 1/2)}{\Gamma(\mu)} \frac{c + b\kappa + a \frac{\mu}{1+\mu} \kappa^2}{[(1 + \kappa)\mu]^{1/2}}, \quad (4.75)$$

que pode ser usada no lugar da expressão para  $\kappa$ , em (4.67).

### Método de Máxima Verossimilhança

A amostra aleatória iid,  $R_1, R_2, \dots, R_n$ , com valores observados e normalizados  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , possui PDF conjunta, para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , dada por

$$f_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n \frac{2\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \rho_i^\mu \exp[-\mu(1 + \kappa)\rho_i^2] I_{\mu-1} \left[ 2\mu\sqrt{\kappa(1 + \kappa)}\rho_i \right], \quad (4.76)$$

onde  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2] = [\kappa \ \mu]$  é o vetor de parâmetros a ser estimado. A função log-verossimilhança segue diretamente de (4.76):

$$L(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left\{ \ln \left[ \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \right] + \mu \ln \rho_i - \mu(1+\kappa) \rho_i^2 + \ln \left[ I_{\mu-1} \left( 2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho_i \right) \right] \right\}. \quad (4.77)$$

Para estimar  $\hat{\kappa}_{ML}$  e  $\hat{\mu}_{ML}$ , deve-se resolver as duas equações simultâneas

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \kappa} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \mu} = 0, \quad (4.78)$$

onde  $\partial L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)/\partial \kappa$  e  $\partial L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)/\partial \mu$  foram calculadas no Apêndice A. Devido à dependência de  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$  com uma função de Bessel, cuja ordem depende de  $\mu$ , tomar derivadas de  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ , com relação aos parâmetros, sempre produz funções de maior complexidade computacional. Em razão disso, é mais conveniente calcular  $\hat{\kappa}_{ML}$  e  $\hat{\mu}_{ML}$  através de métodos numéricos de otimização, como a função *FindMaximum*[.] do Mathematica<sup>TM</sup>, aplicados diretamente sobre  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ . Assim,  $\hat{\kappa}_{ML}$  e  $\hat{\mu}_{ML}$  são obtidos maximizando  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ :

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}(\boldsymbol{\rho}) = \underset{\boldsymbol{\theta}=[\kappa \ \mu]}{\text{Max}} L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu). \quad (4.79)$$

Se a solução  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML} = [\hat{\kappa}_{ML} \ \hat{\mu}_{ML}]$  é um ponto de máximo de  $L(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})$ , então a matriz Hessiana desta função,

$$\mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \kappa^2} & \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \kappa \partial \mu} \\ \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \mu \partial \kappa} & \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \mu^2} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}}, \quad (4.80)$$

deve ser definida negativa. Os elementos de  $\mathbf{H}(L)$ , em (4.80), estão calculados no Apêndice A. Se  $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \ \lambda_2]$  é o vetor de autovalores de  $\mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}}$ , então a matriz Hessiana será definida negativa se  $\lambda_i < 0$ ,  $i = 1, 2$ .

A matriz de informação de Fisher  $\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$ , para o vetor de parâmetros  $\boldsymbol{\theta} = [\kappa \ \mu]$ , pode ser obtida de (2.115) como

$$\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta}) = nE \begin{bmatrix} \left( \frac{\partial \ln f_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \kappa} \right)^2 & \left( \frac{\partial \ln f_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \kappa} \right) \left( \frac{\partial \ln f_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \mu} \right) \\ \left( \frac{\partial \ln f_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \mu} \right) \left( \frac{\partial \ln f_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \kappa} \right) & \left( \frac{\partial \ln f_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \mu} \right)^2 \end{bmatrix}, \quad (4.81)$$

onde  $\partial \ln f_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})/\partial \kappa$  e  $\partial \ln f_{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\rho}; \boldsymbol{\theta})/\partial \mu$  estão calculadas no Apêndice A.

A partir da matriz de informação  $\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$ , obtém-se o intervalo de confiança de 95% para

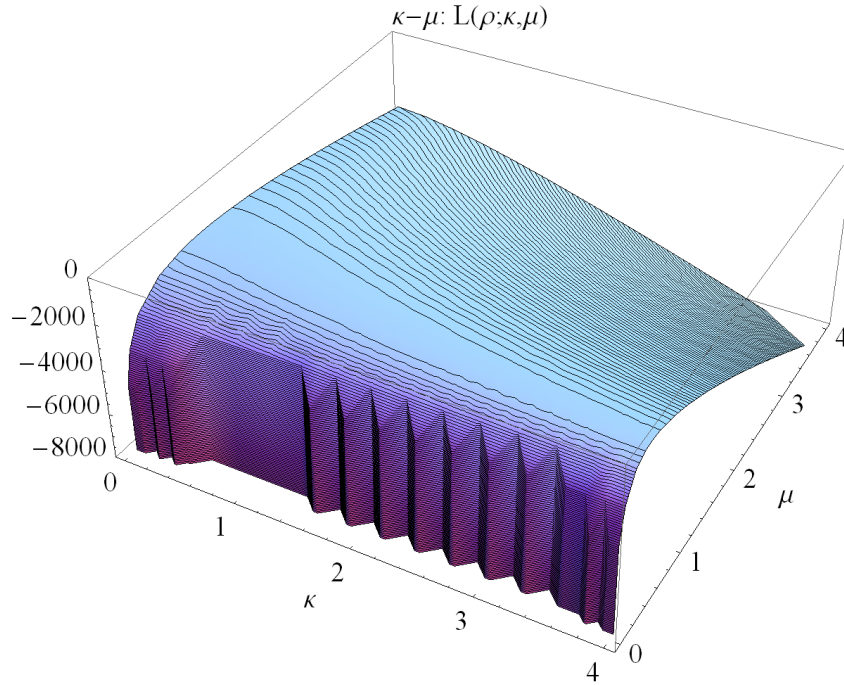


Figura 4.11: Log-verossimilhança  $\kappa$ - $\mu$ ,  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ , calculada para 2564 amostras decorrelacionadas, a partir de medições em campo em 2500 MHz.

$$\hat{\Theta}_{ML} = [\hat{\kappa}_{ML} \hat{\mu}_{ML}]:$$

$$(\hat{\Theta}_{ML_i} - 1,96\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{ii}}, \hat{\Theta}_{ML_i} + 1,96\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{ii}}) \quad i = 1, 2. \quad (4.82)$$

A Figura 4.11 ilustra o aspecto de  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ , calculada para as mesmas medições em campo que geraram (4.6). Nota-se que a superfície  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$  tem uma curvatura significativa, com relação a  $\mu$ , na região de valor máximo, contrastando com o valor muito menor de curvatura, com relação ao parâmetro  $\kappa$ . Portanto, espera-se encontrar  $|\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)/\partial \mu^2| \gg |\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)/\partial \kappa^2|$ , na região de valor máximo de  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ . De fato, a curvatura mais acentuada, em relação a  $\mu$ , é típica, quando  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$  é calculada para as medições em campo deste trabalho. Neste contexto, pode-se afirmar que o estimador  $\hat{\kappa}_{ML}$  possui maior incerteza, em determinar o valor real do parâmetro, que o estimador  $\hat{\mu}_{ML}$ .

A solução  $\hat{\Theta}_{MoM} = [\hat{\kappa}_{MoM} \hat{\mu}_{MoM}]$  foi obtida, para estas medidas em campo, resolvendo as duas equações simultâneas (4.67) e (4.68), contudo, utilizando (4.71) no lugar da expressão para  $\kappa$ , em (4.67). Ao pesquisar as raízes de (4.71) e (4.68), através da função *FindRoot*[], obteve-se  $\hat{\Theta}_{MoM} = [1, 06945 \ 0, 952283]$ .

Ao pesquisar os pontos de máximo em  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ , da Fig. 4.11, através da função *FindMaximum*[], foi obtido  $\hat{\Theta}_{ML} = [1, 0338 \ 0, 963788]$ . Por sua vez, a matriz Hessiana de  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$

é calculada, a partir de (4.80), como

$$\mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}} = \begin{bmatrix} -122,834 & -430,258 \\ -430,258 & -1858,24 \end{bmatrix}. \quad (4.83)$$

Seus correspondentes autovalores,  $\boldsymbol{\lambda} = [-1959,06 \quad -22,0117]$ , confirmam que  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}$  é um ponto de máximo de  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ . Tal fato é também confirmado observando a Fig. 4.11, onde a sucessão de curvas de nível indica, aproximadamente, a localização de  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}$ .

A integração numérica de (4.81) fornece a matriz de informação de Fisher

$$\mathbf{I}_n(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}) = \begin{bmatrix} 120,543 & 429,531 \\ 429,531 & 1858,11 \end{bmatrix}, \quad (4.84)$$

com a correspondente matriz de covariância de  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}$

$$\text{Cov}[\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}] = \mathbf{I}_n^{-1}(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}) = \begin{bmatrix} 0,00829576 & 0,00232812 \\ 0,00232812 & 0,00053818 \end{bmatrix}. \quad (4.85)$$

Comparando a matriz de Fisher esperada, em (4.84), com sua contrapartida observada

$$\mathbf{J}_n(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}) = -\mathbf{H}(L)|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}} = \begin{bmatrix} 122,834 & 430,258 \\ 430,258 & 1858,24 \end{bmatrix}, \quad (4.86)$$

vê-se que, para grandes amostras,  $\mathbf{J}_n(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}) \sim \mathbf{I}_n(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML})$  e, portanto, pode-se utilizar a informação de Fisher observada como boa aproximação da informação esperada. Em particular, para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , calcular a informação observada demanda mais recurso computacional, em virtude da maior complexidade das segundas derivadas de  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ .

A matriz de covariância de  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML}$ , em (4.85), permite verificar também que  $\text{Var}[\hat{\kappa}_{ML}] \sim 15 \times \text{Var}[\hat{\mu}_{ML}]$ , o que confirma a maior incerteza que o estimador  $\hat{\kappa}_{ML}$  possui, em determinar o valor real do parâmetro, quando comparado ao estimador  $\hat{\mu}_{ML}$ .

Finalmente, calculando intervalos de confiança de 95% para  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{ML} = [\hat{\kappa}_{ML} \quad \hat{\mu}_{ML}]$ , a partir de (4.82) e (4.85), tem-se, para  $\hat{\kappa}_{ML}$ ,

$$(\hat{\kappa}_{ML} - 1,96\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{11}}, \hat{\kappa}_{ML} + 1,96\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{11}}) = (0,855277, 1,21231), \quad (4.87)$$

e, para  $\hat{\mu}_{ML}$ ,

$$(\hat{\mu}_{ML} - 1,96\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{22}}, \hat{\mu}_{ML} + 1,96\sqrt{[\mathbf{I}_n^{-1}]_{22}}) = (0,918318, 1,00926). \quad (4.88)$$

## 4.3 Estatísticas de Rádio Móvel

A seguir, apresentam-se resultados experimentais de estatísticas de rádio móvel, calculados para várias áreas de medição selecionadas. Para efeito de comparação, também estão calculadas as correspondentes expressões teóricas, para os vários modelos discutidos no Capítulo 2. Aqui, os parâmetros dos modelos estatísticos foram estimados a partir das medições em campo, conforme descrito na Seção 4.2.

### 4.3.1 Função de Distribuição Cumulativa (CDF)

O procedimento para calcular CDFs experimentais consiste, primeiramente, em selecionar um conjunto de amostras de envoltória normalizada,  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , adquiridas em uma determinada área de medição. Este conjunto de amostras pode ser originado por uma única passagem do veículo pela área de medição ou, se necessário, por várias passagens. Em particular, a CDF pode ser calculada, simplesmente, contando o número de amostras, abaixo de dado nível  $\rho$ , e dividindo esse número pelo total de amostras,  $n$ :

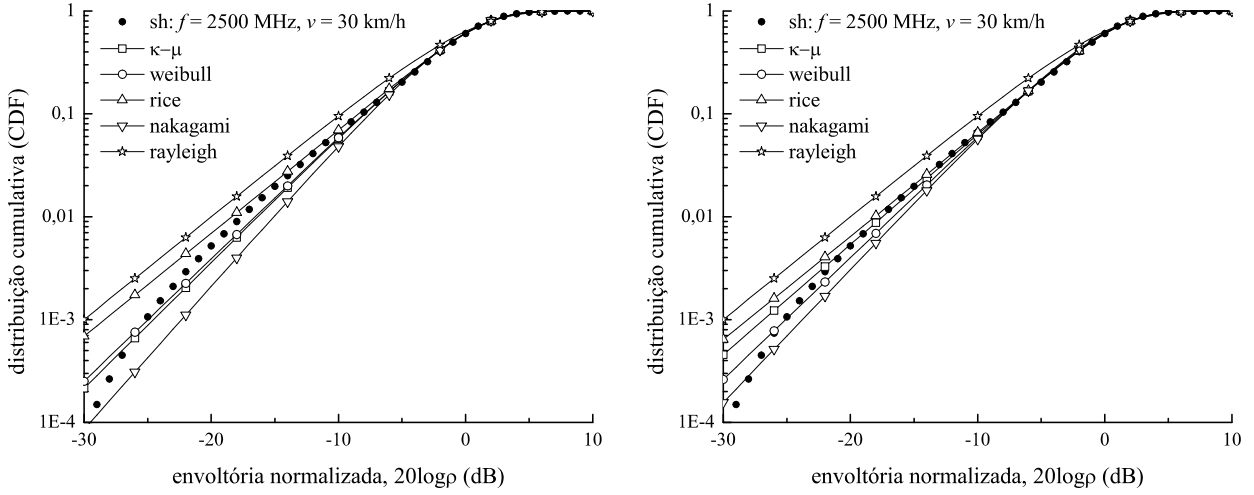
$$CDF(\rho) = \frac{\text{número de amostras} \leq \rho}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l\{\rho_i \leq \rho\}, \quad (4.89)$$

onde  $l\{\rho_i \leq \rho\}$  é o indicador do evento  $\rho_i \leq \rho$ , ou seja,  $l\{\rho_i \leq \rho\} = 1$  se  $\rho_i \leq \rho$ , caso contrário  $l\{\rho_i \leq \rho\} = 0$ .

A Figura 4.12 ilustra uma CDF experimental típica, obtida de medições em campo, através da rua sh (veja Tabelas 3.2 e 3.3), comparada a modelos teóricos. Em particular, na Fig. 4.12(a), os parâmetros dos modelos teóricos foram estimados através de método dos momentos, ao passo que, na Fig. 4.12(b), utilizou-se o método de máxima verossimilhança. No rodapé da Fig. 4.12, está uma tabela com os parâmetros estimados, para cada um dos modelos, na seguinte ordem:  $\kappa$ - $\mu$  ( $\kappa$  e  $\mu$ ), Weibull ( $\alpha$  e  $\Omega$ ), Rice ( $K$ ), Nakagami ( $m$ ) e Hoyt ( $b$ ). As duas últimas linhas na tabela são os intervalos de confiança de 95% dos estimadores ML.

Com o objetivo de evitar erros, ao gerar os valores da tabela, a mesma foi importada diretamente do programa Mathematica<sup>TM</sup>, utilizado para seu cálculo. Portanto, apenas para os números representados nesta tabela, e nas subseqüentes, em figuras a seguir, considera-se como separador decimal o sinal de ponto “.”, em contraste com o separador decimal corrente, utilizado no Brasil.

A partir da Fig. 4.12, observa-se que os estimadores ML tendem a agrupar mais as curvas teóricas, em torno da curva experimental. De fato, isto foi verificado para a maioria das



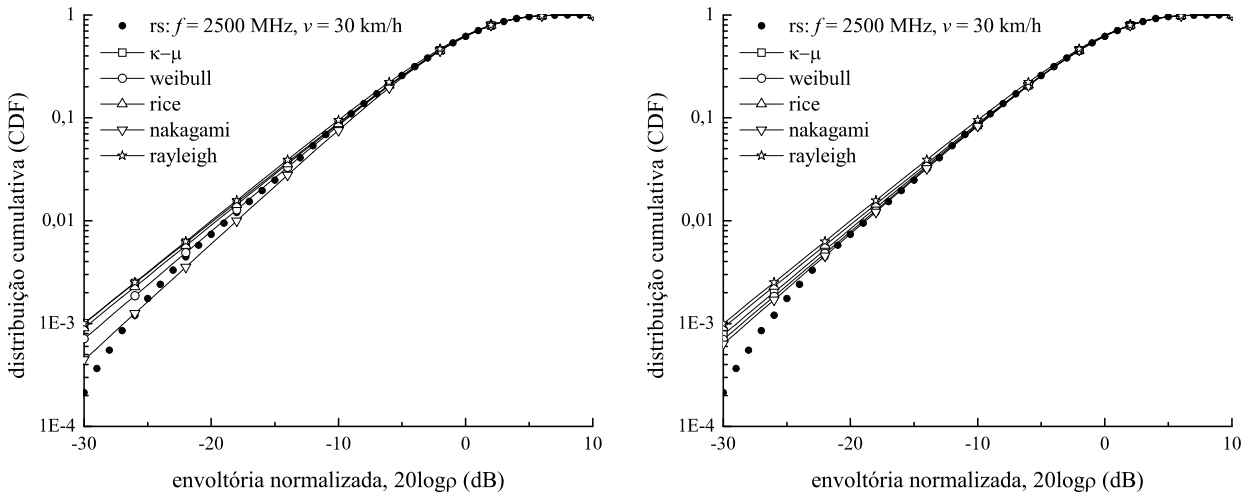
	$\kappa$	$\mu$	$\alpha$	$\Omega$	$\kappa$	$m$	$b$
MoM	0.531059	1.22377	2.37892	1.30587	1.12878	1.39114	0
ML	1.02554	1.07017	2.36823	1.30184	1.2637	1.29522	$3.1236 \times 10^{-9}$
$l_{ML}$	0.935998	1.04427	2.33626	1.27627	1.17156	1.26284	-0.0523796
$u_{ML}$	1.11508	1.09608	2.4002	1.3274	1.35585	1.3276	0.0523796

Figura 4.12: Medições em campo, em 2500 MHz, através da rua sh. CDF experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML.

medições em campo e está de acordo com as características ótimas, para grandes amostras, dos estimadores ML, isto é, estes estimadores, quando existem, são assintoticamente não polarizados e de mínima variância. Em particular, para este ambiente de medição, o modelo de Nakagami foi o que mais se beneficiou do método de máxima verossimilhança, pois apresentou a melhor correção de ajuste, em relação ao método dos momentos.

Nota-se também que, para Weibull,  $\hat{\alpha}_{MoM}$  e  $\hat{\Omega}_{MoM}$  são, respectivamente, equivalentes a  $\hat{\alpha}_{ML}$  e  $\hat{\Omega}_{ML}$ , para fins práticos. Esta aproximação prática se verificou uma regra, para as medições em campo deste trabalho, e é tanto melhor, quanto maior o número de amostras descorrelacionadas utilizadas na estimação. Além disso, percebe-se que a distribuição de Hoyt está ausente na Fig. 4.12, pois, para a totalidade das medições em campo,  $\hat{b}_{MoM}$  retornou um valor complexo (substituído por zero na tabela de parâmetros), enquanto  $\hat{b}_{ML}$  retornou um valor praticamente nulo. Via de regra, pode-se afirmar que as condições de propagação, encontradas nas medições em campo, geraram condições de desvanecimento não cobertas pela distribuição de Hoyt. Ainda assim, o método de máxima verossimilhança, ao estimar  $\hat{b}_{ML} \sim 0$ , tenta encontrar, para a família de distribuições de Hoyt possíveis, aquela mais próxima de ter gerado os dados observados, que corresponde à distribuição de Rayleigh.

Para o método de máxima verossimilhança, uma rápida inspeção visual da Fig. 4.12(b) permite afirmar que a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  foi a que melhor ajustou-se à curva experimental,



	$\kappa$	$\mu$	$\alpha$	$\Omega$	$K$	$m$	$b$
MoM	0.567798	0.980405	2.09295	1.28337	0.509064	1.12841	0
ML	0.386376	1.02911	2.09732	1.28516	0.484153	1.07204	$1.89528 \times 10^{-8}$
$l_{ML}$	0.251051	0.998331	2.06229	1.25407	0.360937	1.03955	-0.101427
$u_{ML}$	0.521701	1.05988	2.13234	1.31625	0.607368	1.10454	0.101427

Figura 4.13: Medições em campo, em 2500 MHz, através da rua rs. CDF experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML.

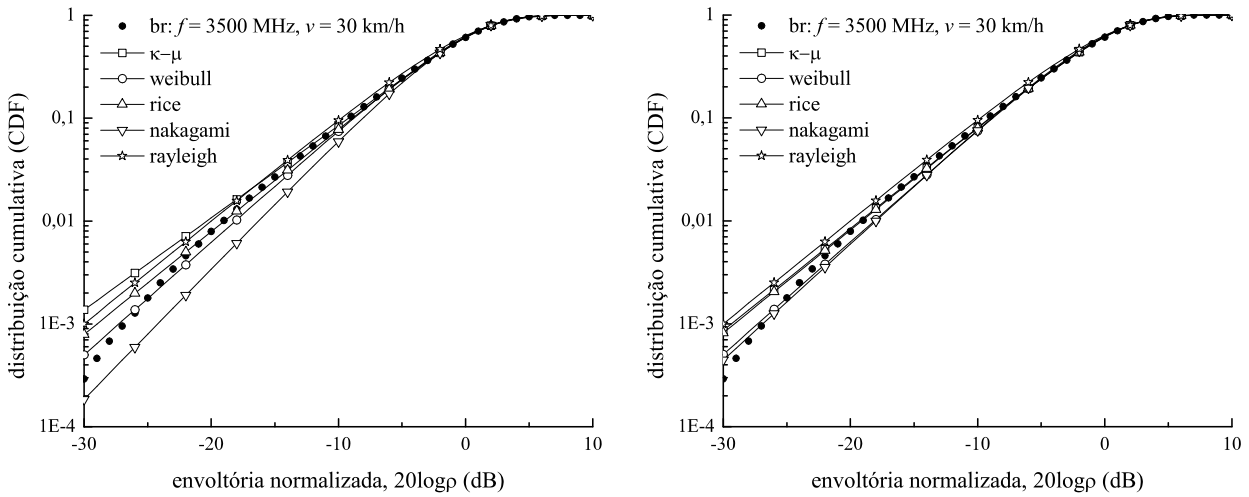
quando considerada a sua região mais significativa (com maior número de amostras).

Dados semelhantes foram gerados na Fig. 4.13, onde a rua rs foi o ambiente de medição. Observa-se que ambos os métodos de estimação geraram curvas teóricas bem agrupadas em torno da curva experimental, com as distribuições de Nakagami e Weibull apresentando os melhores ajustes às medidas.

Nas Figuras 4.12 e 4.13, verifica-se que nenhuma das distribuições teóricas ajusta-se bem à curvatura mais acentuada, na cauda da CDF experimental, particularmente, abaixo de  $-25$  dB. Geralmente falando, tanto o método dos momentos, como o de máxima verossimilhança, estimam parâmetros para um conjunto de valores observados da variável aleatória, que representa o modelo. Em consequência, para a maior parte dos casos, o ajuste à curva experimental será melhor na região representada pela maior parte das amostras, em detrimento, possivelmente, da cauda da curva, que contém uma quantidade menor de amostras. Apesar disso, para a maioria das curvas experimentais de CDF, verificou-se que as amostras de envoltória, abaixo de  $-25$  dB, correspondem a, aproximadamente, 0,1% do total de amostras.

Logicamente, para distribuições multiparâmetro, como a  $\kappa$ - $\mu$ , por exemplo, pode ser possível ajustar adequadamente dados experimentais, para dar maior ênfase à cauda, utilizando algum critério de distância mínima entre curvas, conforme demonstrado em [45].

Para medições em campo em 3500 MHz, estão mostradas, na Fig. 4.14, CDFs experimen-



	$\kappa$	$\mu$	$\alpha$	$\Omega$	$K$	$m$	$b$
MoM	1.19354	0.893099	2.18947	1.29607	0.852607	1.26872	0
ML	0.818788	0.988924	2.18718	1.29516	0.782412	1.12828	$1.3297 \times 10^{-9}$
$l_{ML}$	0.659907	0.947492	2.13557	1.25077	0.625534	1.07962	-0.105309
$u_{ML}$	0.977669	1.03036	2.23879	1.33954	0.939289	1.17693	0.105309

Figura 4.14: Medições em campo, em 3500 MHz, através da rua br. CDF experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML.

tais obtidas para a avenida br. Novamente, observa-se a maior coesão dos modelos teóricos, em torno da curva experimental, dada pelos estimadores ML. Além disso, a melhor correção de ajuste, em relação ao método dos momentos, foi fornecida por  $\hat{m}_{ML}$ . Um olhar mais detalhado, sobre a Fig. 4.14(b), revela que a estimação ML gerou um bom ajuste para as distribuições de Weibull e Nakagami, incluindo a cauda da CDF, às custas, porém, de um pequeno erro na região  $-20 \leq \rho \leq -10$ . Por outro lado, as distribuições de Rice e  $\kappa$ - $\mu$  garantiram o melhor ajuste à curva experimental, quando considera-se a sua região mais significativa.

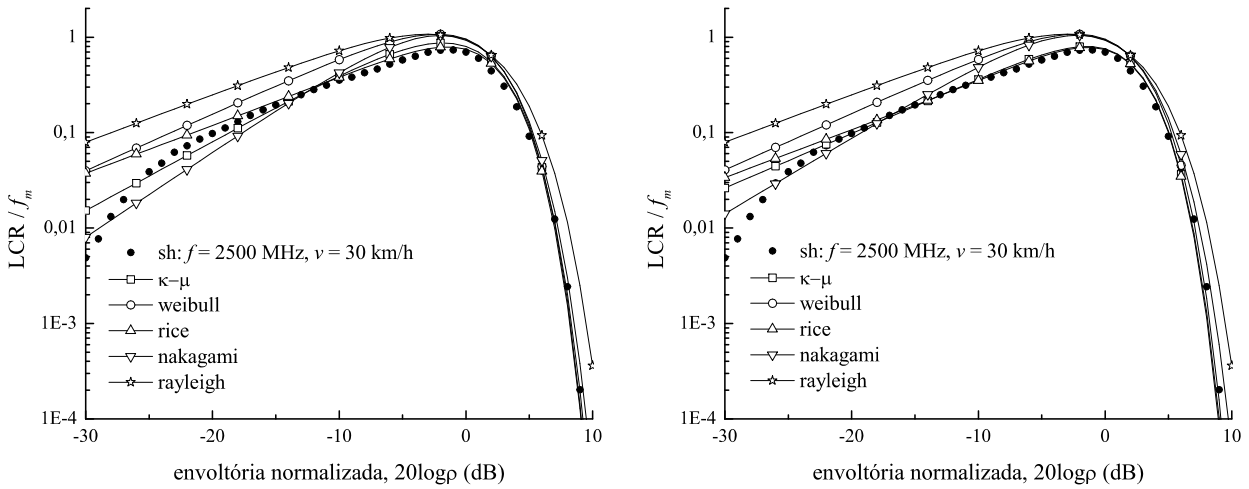
### 4.3.2 Estatísticas de Cruzamento

#### Taxa de Cruzamento de Nível (LCR)

Dado um conjunto de amostras de envoltória normalizada,  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , adquiridas em uma determinada área de medição, o valor de  $LCR(\rho)$  é obtido, contando-se o número de cruzamentos,  $N_R$ , que ocorrem abaixo de  $\rho$ , em uma determinada duração de tempo,  $\Delta t$ . O número de cruzamentos obtidos é, então, dividido pelo intervalo  $\Delta t$ , para obter:

$$LCR(\rho) = \frac{N_R}{\Delta t}. \quad (4.90)$$





	$\kappa$	$\mu$	$\alpha$	$\Omega$	$K$	$m$	$b$
$M_{OM}$	0.531059	1.22377	2.37892	1.30587	1.12878	1.39114	0
$M_L$	1.02554	1.07017	2.36823	1.30184	1.2637	1.29522	$3.1236 \times 10^{-9}$
$l_{ML}$	0.935998	1.04427	2.33626	1.27627	1.17156	1.26284	-0.0523796
$u_{ML}$	1.11508	1.09608	2.4002	1.3274	1.35585	1.3276	0.0523796

Figura 4.15: Medições em campo, em 2500 MHz, através da rua sh. LCR experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML.

Para cada par de amostras consecutivas  $(\rho_{i-1}, \rho_i)$ ,  $i = 2, \dots, n$ , o algoritmo verifica se  $\rho_i \leq \rho$  e  $\rho_{i-1} > \rho$ . Caso estas duas condições sejam satisfeitas de forma simultânea, terá ocorrido um cruzamento abaixo de  $\rho$ , que será registrado pelo algoritmo. Após percorrer todo o conjunto de amostras  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , a taxa de cruzamentos, por segundo, é obtida, dividindo-se o número de cruzamentos registrados pela duração de tempo da sequência  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ . Este procedimento é repetido para vários valores de  $\rho$ , de forma a obter a taxa de cruzamentos, por segundo, como função da envoltória normalizada.

A Figura 4.15 ilustra uma curva de LCR experimental típica, obtida de medições em campo, através da rua sh, comparada a modelos teóricos. Nota-se que, para ambos os métodos de estimação, os modelos de Rice e  $\kappa$ - $\mu$  resultaram nos melhores ajustes às medidas em campo. Em comparação ao método dos momentos, o método de máxima verossimilhança reduziu o erro de ajuste de Rice e  $\kappa$ - $\mu$ , à região mais significativa da curva experimental. Por outro lado, os modelos de Weibull e Nakagami não apresentaram um ajuste satisfatório às medidas. Em particular, houve um erro significativo na região de máximo das curvas, em ambos os métodos de estimação.

Neste caso, pode-se recorrer às condições de propagação, encontradas no ambiente de medição, para explicar o melhor ajuste fornecido pelos modelos de Rice e  $\kappa$ - $\mu$ . De fato, a área de medição, na rua sh, margeia a praça central do campus, em uma região aberta e

livre de obstáculos, por onde se espera a chegada de uma componente de linha de visada direta (LoS) significativa, dada a posição da antena transmissora do sinal. Pode-se, assim, supor que haja uma componente LoS com potência significativa, em relação ao sinal de multipercurso, favorecendo o ajuste das distribuições de Rice e  $\kappa$ - $\mu$ , que prevêm, em seus modelos matemáticos, a presença de uma componente LoS, em adição à de multipercurso.

Foi observado, na Fig. 4.15, que a LCR experimental apresentou uma curvatura mais acentuada na sua cauda, para níveis abaixo de  $-25$  dB. De fato, esta curvatura, da estatística experimental, foi verificada para a totalidade das medidas em campo, para as quais a LCR foi calculada. Este fenômeno já foi observado em outros trabalhos, onde taxas de cruzamento da envoltória foram calculadas, a partir de medições em campo [47], [107].

Deve ser enfatizado que, para os modelos teóricos estudados aqui, não foi possível estimar parâmetros que permitissem o ajuste simultâneo, tanto na região mais significativa, como na cauda, da curva experimental. Como já citado para a estatística de CDF, no caso de distribuições multiparâmetro, é possível ajustar dados experimentais, incluindo a cauda da estatística, utilizando outros métodos, além dos tratados neste trabalho. Apesar de tudo, dados de CDF experimental, calculados para as mesmas medidas que geraram as estatísticas de LCR, indicam, igualmente, que amostras de envoltória, abaixo de  $-25$  dB, correspondem a, aproximadamente, 0,1% do total de amostras.

Pode ser interessante comparar duas estatísticas, obtidas de medições em campo, em frequências diferentes, mas para o mesmo ambiente de medição. Isto foi realizado na Fig. 4.16, onde curvas de LCR experimental foram calculadas, respectivamente, para 2500 e 3500 MHz, através da avenida br. Por conveniência, estão mostrados, na Fig. 4.16, apenas os casos para estimação ML, e os valores estimados dos parâmetros foram omitidos. É evidente a semelhança dos resultados, para as duas frequências diferentes, tanto em termos da curva experimental, com em relação às estatísticas teóricas. Apesar da diferença de frequências, o ambiente de medição ainda reagiu, estatisticamente, de forma semelhante, aos dois sinais. Este comportamento é esperado, pois, além da diferença de frequências, apenas pequenas mudanças na diretividade da antena transmissora e eventuais alterações dos obstáculos, ao redor do receptor, foram verificadas entre os dois resultados.

### Tempo Médio de Desvanecimento (AFD)

Dado um conjunto de amostras de envoltória normalizada,  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , adquiridas em uma determinada área de medição, o valor de  $AFD(\rho)$  é encontrado medindo o tempo total,  $T_R$ , no qual a envoltória permanece abaixo de  $\rho$ , durante uma determinada duração de tempo,  $\Delta t$ . Dividindo-se  $T_R$  pelo número de ocorrências de cruzamentos abaixo de  $\rho$ , durante  $\Delta t$ ,

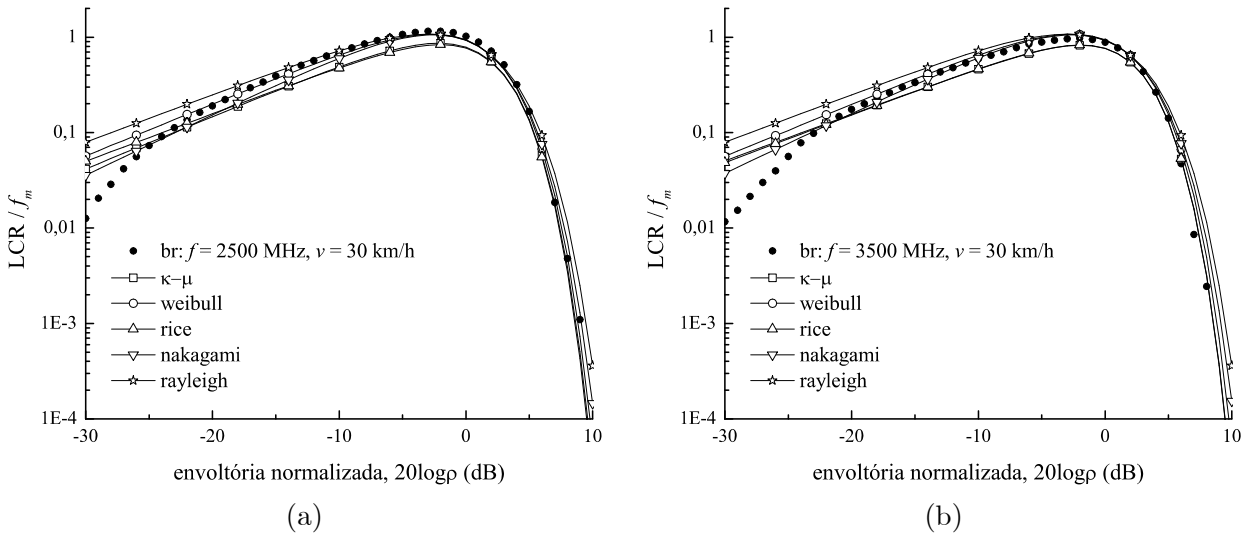


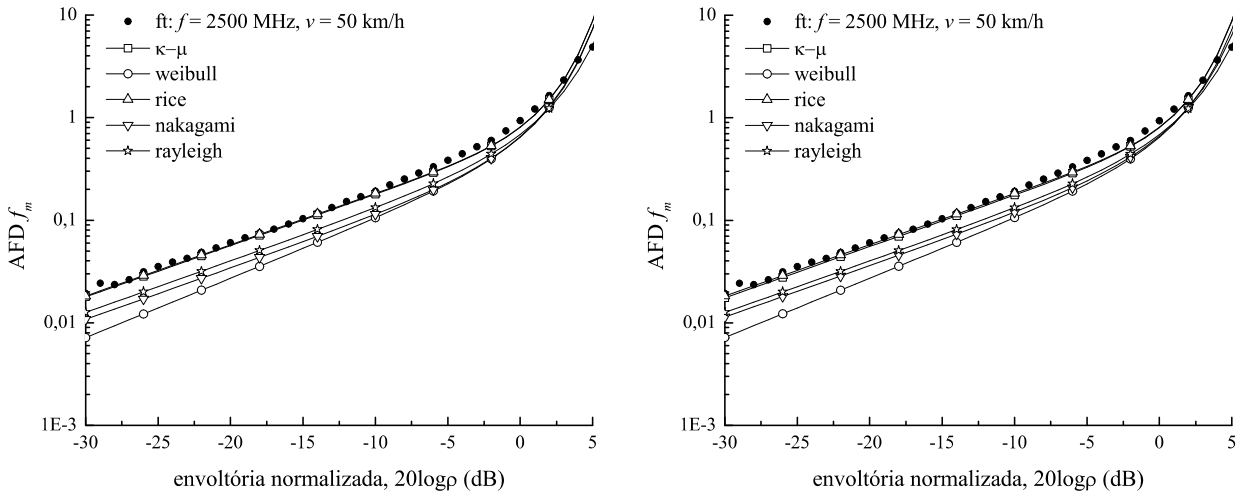
Figura 4.16: Estatísticas de LCR experimental, medidas em frequências diferentes, mas para o mesmo ambiente de medição. A comparação a modelos teóricos é realizada através de estimação ML. (a) 2500 MHz. (b) 3500 MHz.

obtém-se

$$AFD(\rho) = \frac{T_R}{N_R}. \quad (4.91)$$

Seja o par de amostras consecutivas  $(\rho_{i-1}, \rho_i)$ ,  $i = 2, \dots, n$ , com seu respectivo par de instantes de aquisição  $(t_{i-1}, t_i)$ . O algoritmo inicia verificando se  $\rho_i \leq \rho$  e  $\rho_{i-1} > \rho$ , procurando pelo primeiro cruzamento abaixo de  $\rho$ . Uma vez que este seja encontrado, o algoritmo calcula, por interpolação, o instante no qual ocorreu o cruzamento e armazena o valor, que será chamado de  $t_1$ . Após, o algoritmo passa a procurar pelo primeiro cruzamento acima de  $\rho$ , testando se  $\rho_i \geq \rho$  e  $\rho_{i-1} < \rho$ . Uma vez encontrado, este instante de cruzamento,  $t_2$ , é calculado por interpolação e a duração do desvanecimento,  $t_2 - t_1$ , obtida é armazenada. O procedimento acima é repetido, até que todas as amostras  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$  sejam varridas. Por fim, o algoritmo soma todos os tempos de desvanecimento armazenados e divide o resultado pelo número de cruzamentos, para obter  $AFD(\rho)$ .

A Figura 4.17 ilustra uma curva de AFD experimental típica, obtida de medições em campo, através da rua ft, comparada a modelos teóricos. Observa-se que, praticamente, não houve mudança nas curvas teóricas para ambos os métodos de estimação, reflexo da pequena diferença entre os estimadores MoM e ML, registrados na tabela de parâmetros. Novamente, as condições de propagação do ambiente de medição explicam o melhor ajuste das distribuições de Rice e  $\kappa$ - $\mu$  às medidas em campo. Verificando o mapa de ruas da Fig. 3.8, verifica-se que a rua ft está em ampla condição de linha de visada direta com a antena transmissora, com um número mínimo de obstáculos entre ambos.



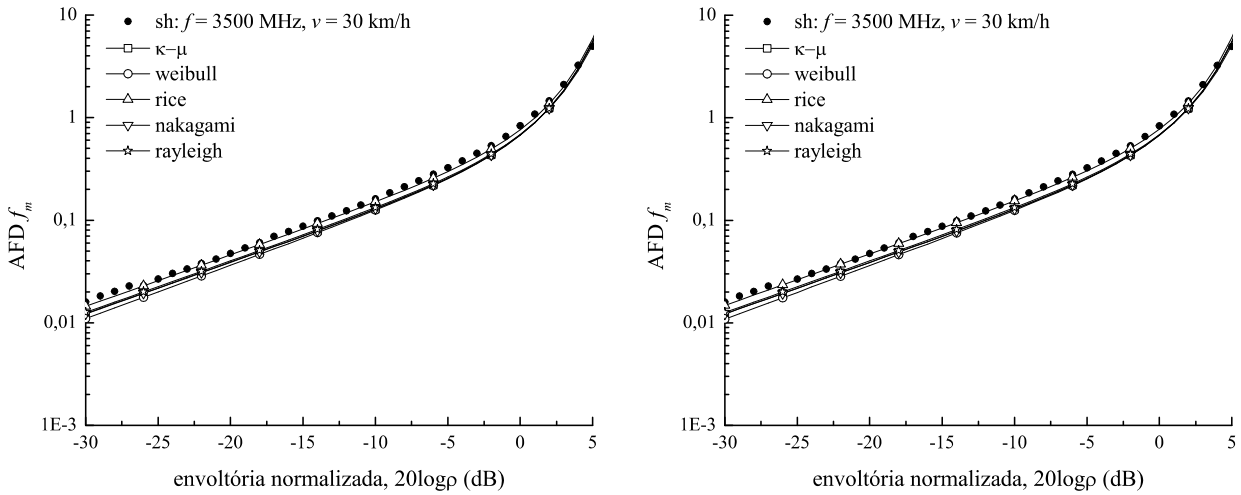
	$\kappa$	$\mu$	$\alpha$	$\Omega$	$K$	$m$	$b$
MoM	0.612154	1.06584	2.2167	1.29965	0.798229	1.2454	0
ML	0.660135	1.05475	2.21564	1.29923	0.838879	1.16412	$1.15454 \times 10^{-9}$
$l_{ML}$	0.553782	1.02556	2.18141	1.27004	0.734686	1.13113	-0.0715713
$u_{ML}$	0.766487	1.08395	2.24988	1.32842	0.943071	1.19712	0.0715714

Figura 4.17: Medições em campo, em 2500 MHz, através da rua ft. AFD experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML.

Devido ao fato de AFD ser uma média das durações de desvanecimento encontradas, para dado nível  $\rho$ , esta estatística é mais sensível à quantidade de amostras de medidas, utilizadas no cálculo. Estatisticamente, há um número menor de cruzamentos na região próxima ao nível de  $-30$  dB e, portanto, caso não haja uma quantidade suficiente de amostras analisadas, a AFD experimental pode apresentar algum espalhamento nessa região, em função do número insuficiente de desvanecimentos envolvidos na média.

Outro ponto a observar é que as curvas de AFD estão exibidas até o nível  $\rho = 5$  dB, em contraste com as curvas de LCR, que são mostradas até 10 dB. Isto se deve à técnica de aquisição da envoltória, descrita na Seção 3.4, que ocorre de forma descontínua, através de seções de sinal. Neste caso, a duração de desvanecimento é calculada dentro da mesma seção de envoltória, isto é, para que sejam computados como valores válidos, os instantes  $t_1$  e  $t_2$ , que delimitam um dado desvanecimento, devem estar dentro da mesma seção. Esta característica limita o valor máximo de um desvanecimento à própria duração da seção, utilizada na aquisição do sinal. Apenas desvanecimentos, que ocorrem para níveis acima de 5 dB, tem uma probabilidade maior de durarem mais tempo que a própria seção de sinal e, em consequência, não foram exibidos nas figuras de AFD.

Medidas de AFD, em 3500 MHz, foram geradas na Fig. 4.18, onde a rua sh foi o ambiente de medição. Para este caso, os dois métodos de estimação geraram valores de parâmetros,



	$\kappa$	$\mu$	$\alpha$	$\Omega$	$K$	$m$	$b$
MoM	$1.20293 \times 10^{-8}$	1.0735	2.07713	1.28493	0.308384	1.05882	0
ML	0.0000265212	1.07103	2.0818	1.28689	0.370865	1.07103	$4.02672 \times 10^{-10}$
$l_{ML}$	-616.252	1.04873	2.05793	1.2655	0.270835	1.04873	-0.0997235
$u_{ML}$	616.252	1.09333	2.10567	1.30827	0.470896	1.09333	0.0997235

Figura 4.18: Medições em campo, em 3500 MHz, através da rua sh. AFD experimental e modelos teóricos, com parâmetros estimados por: (a) MoM e (b) ML.

respectivamente, muito próximos, para os modelos utilizados. Uma rápida inspeção visual da Fig. 4.18 revela que a distribuição de Rice forneceu o melhor ajuste às medidas, para ambos os métodos de estimação.

É importante ressaltar que o fato de haver um bom ajuste, entre CDFs teóricas e curvas experimentais, para um determinado ambiente, não garante, necessariamente, que o mesmo ocorrerá para as estatísticas cruzamento LCR e AFD. De fato, isto foi observado, de forma geral, para as medições em campo deste trabalho. Este comportamento também foi verificado em [29], confirmando que, um bom ajuste, observado entre curvas teóricas e experimentais, para estatísticas de primeira ordem, pode, eventualmente, estar associado a um pobre ajuste para estatísticas de segunda ordem.

### Distribuição da Duração de Desvanecimento

Outra importante estatística da duração de desvanecimento é sua função de distribuição cumulativa. Como já discutido na Seção 2.2, Rice [32] obteve uma expressão aproximada para a distribuição da duração de desvanecimentos profundos, considerando a envoltória de um ruído Gaussiano em banda estreita. Esta expressão, representada por  $F_t(u, \rho)$ , em (2.43), dá a probabilidade que um desvanecimento, abaixo de  $\rho$ , tenha uma duração maior que  $u$ , onde  $u = t/AFD(\rho)$ . Em particular, a distribuição da duração de desvanecimento é

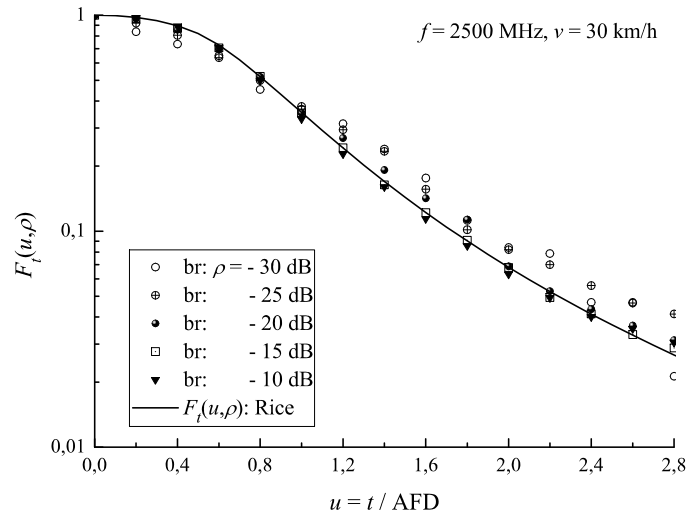


Figura 4.19: Probabilidade que a duração de desvanecimento, abaixo de  $\rho$ , seja maior que  $u = t/AFD$ .

relevante na caracterização estatística de erro de rajada [108] e na otimização do tamanho de entrelaçadores de bits [109].

É possível obter a estatística  $F_t(u, \rho)$  experimental a partir dos dados armazenados no cálculo de  $AFD(\rho)$ . Simplesmente, os valores de duração de desvanecimento, armazenados para calcular  $AFD(\rho)$ , são utilizados por um algoritmo para obter a probabilidade que a duração de desvanecimento seja maior que  $u$ .

Curvas experimentais de  $F_t(u, \rho)$ , a partir de medições em campo em 1800 MHz, foram apresentadas em [110], onde uma discussão mais detalhada desta estatística é realizada. A Figura 4.19 apresenta curvas experimentais típicas de  $F_t(u, \rho)$ , a partir de medições em campo em 2500 MHz, através da rua br. Nesta figura também está traçada a função  $F_t(u, \rho)$ , obtida por Rice para desvanecimentos profundos, e representada por (2.43).

De uma forma geral, a curva de Rice garante uma boa predição em relação aos dados experimentais. Particularmente, para os níveis  $-20$ ,  $-15$  e  $-10$  dB, o ajuste é excelente para todo o intervalo de variação de  $u$ . Para  $-30$  dB, os dados experimentais divergiram de forma mais acentuada, em função do número pequeno de cruzamentos que ocorreram abaixo deste nível, o que resultou em poucas amostras disponíveis para o cálculo da estatística. Uma inspeção, nos cálculos realizados, permitiu verificar que houve apenas 96 cruzamentos abaixo de  $-30$  dB, para as 169 seções de envoltória utilizadas, ao passo que, para  $-20$  dB, ocorreram 1424 cruzamentos, por exemplo.

### 4.3.3 Estatísticas de Correlação

#### Correlação Espacial

As propriedades de variação espacial, do canal de rádio móvel, podem ser caracterizadas através das estatísticas de correlação da envoltória do sinal recebido. Nesta Seção, coeficientes de correlação espacial da envoltória foram calculados, para medidas em campo em 1800, 2500 e 3500 MHz, e comparados a modelos teóricos de correlação, discutidos na Seção 2.2.

Dado um conjunto de amostras de envoltória normalizada,  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , adquiridas em uma determinada área de medição, um estimador, para o coeficiente de correlação espacial da envoltória, pode ser obtido como [6]

$$\delta_\rho(k) = \frac{\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} \rho_i \rho_{i+k} - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i\right)^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i\right)^2}, \quad (4.92)$$

onde  $k$  representa o número de amostras no qual a seção de sinal é deslocada em relação a si mesma. Portanto, o coeficiente  $\delta_\rho(k)$  multiplica, amostra por amostra, uma seção de sinal com uma versão dela mesma, atrasada de  $k$  amostras. Contudo, como pode ser observado na Fig. 4.20, quando (4.92) é usado para calcular o coeficiente de correlação de seções de envoltória, adquiridas em medições em campo, seu valor não converge pra zero com o aumento de  $k$ , para um número significativo de seções de envoltória. Além disso, eventualmente, o valor dado por (4.92) se torna maior que a unidade, para algumas seções, violando a desigualdade de Cauchy-Schwartz [111].

Uma forma alternativa do coeficiente de correlação consiste em considerar as médias e os desvios-padrão, separadamente, para a seção  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{n-k}$  e sua versão deslocada de  $k$  amostras  $\rho_{i+k}, \rho_{i+1+k}, \dots, \rho_n$ . Esta expressão pode ser obtida, a partir de (4.92) como [112]:

$$\delta_\rho(k) = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} \rho_i \rho_{i+k} - \frac{1}{n-k} \left(\sum_{i=1}^{n-k} \rho_i\right) \left(\sum_{i=1}^{n-k} \rho_{i+k}\right)}{\left[\sum_{i=1}^{n-k} \rho_i^2 - \frac{1}{n-k} \left(\sum_{i=1}^{n-k} \rho_i\right)^2\right]^{1/2} \left[\sum_{i=1}^{n-k} \rho_{i+k}^2 - \frac{1}{n-k} \left(\sum_{i=1}^{n-k} \rho_{i+k}\right)^2\right]^{1/2}}. \quad (4.93)$$

Neste caso, considera-se que pequenas variações de média e desvio-padrão podem ocorrer, para diferentes regiões dentro da seção de sinal. Conforme verificado na Fig. 4.20, a equação (4.93) mostrou-se mais adequada ao processo de normalização de  $\delta_\rho(k)$ , quando calculada para seções de sinal medidas em ambientes reais de propagação.

O cálculo do coeficiente de correlação é realizado para cada seção de envoltória, adquirida por varredura do analisador, como ocorreu para *AFD*. Isto tem o objetivo de evitar que

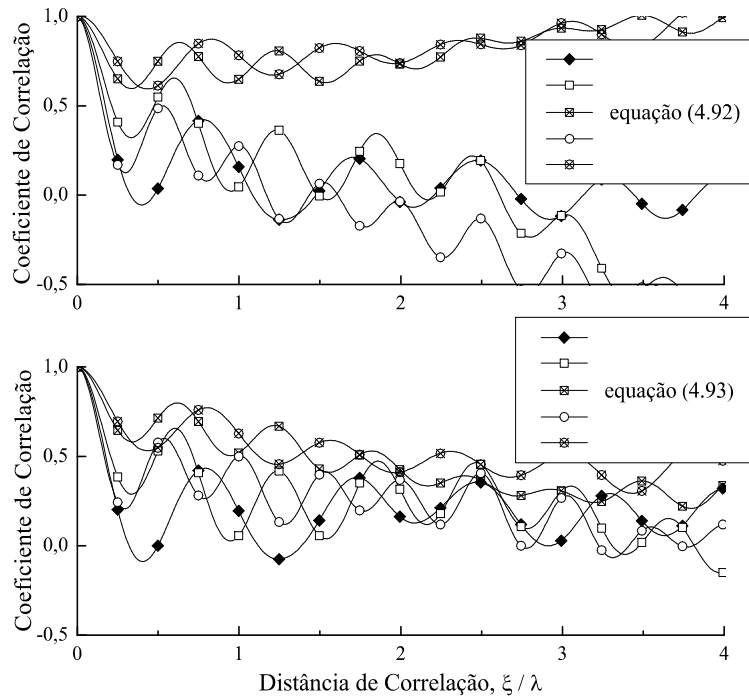


Figura 4.20: Coeficientes de correlação espacial de seções de envoltória típicas, a partir de medições em campo em 2500 MHz. Os coeficientes foram calculados utilizando as expressões (4.92) e (4.93).

descontinuidades do sinal, entre seções consecutivas, interfiram no valor do coeficiente de correlação. Na Seção 3.4, o comprimento da seção de sinal, utilizado para cálculo de correlação, ficou definido em  $25\lambda$ . Assim, para verificar se mudanças, no comprimento da seção de sinal, podem interferir no valor de correlação, calculou-se experimentalmente coeficientes de correlação, para um mesmo ambiente e vários tamanhos de janela de aquisição. O resultado está na Fig. 4.21, onde valores médios do coeficiente de correlação, sobre várias seções de sinal, indicam que não há variações significativas, pelo menos, para janelas de 25 a  $60\lambda$ .

A Figura 4.22 apresenta curvas típicas de coeficiente de correlação, calculadas para medições em campo, através das ruas br e ls, e comparadas a modelos teóricos. As curvas experimentais são médias, calculadas sobre um conjunto de seções de sinal, adquiridas na rua correspondente. Foi observado que as curvas teóricas de correlação apresentam menor sensibilidade às mudanças dos valores dos parâmetros. Deste modo, por conveniência, mostram-se, na Fig. 4.22, apenas as curvas teóricas com parâmetros obtidos por estimação ML.

Os valores medidos de correlação mostram bom ajuste aos modelo teóricos, em termos de uma tendência geral de variação. Além disso, bom acordo é verificado na ocorrência do primeiro mínimo de correlação, para os dois ambientes de medição. Em particular, na Fig. 4.22(a), o modelo de Rice se ajustou às medidas em campo com grande precisão, quanto



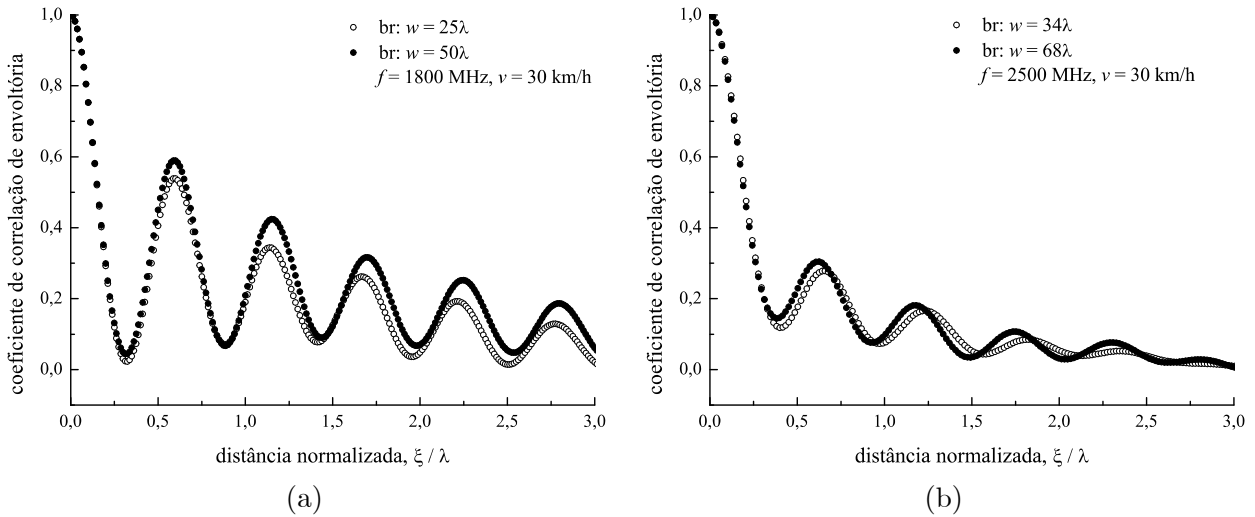
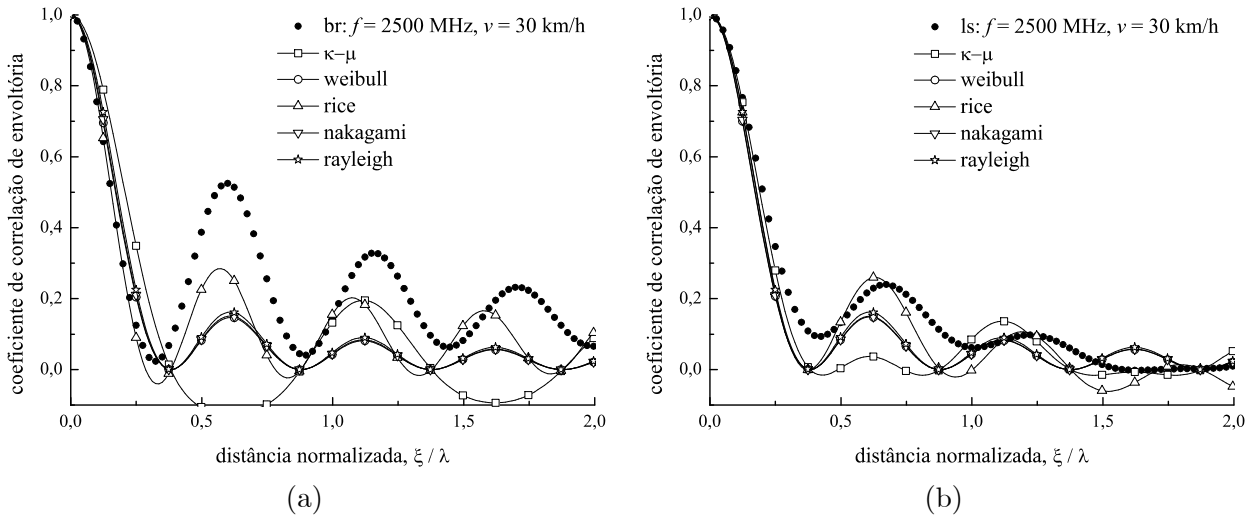


Figura 4.21: Valores médios do coeficiente de correlação, calculados sobre várias seções de sinal e para diferentes tamanhos de janela de aquisição,  $w$ . (a) 1800 MHz. (b) 2500 MHz.



	$\kappa$	$\mu$	$\alpha$	K	m		$\kappa$	$\mu$	$\alpha$	K	m
ML	0.49975	1.11437	2.23733	0.871987	1.18967	ML	0.142344	1.07303	2.09635	0.432821	1.08066
$l_{ML}$	0.413879	1.09073	2.2111	0.791856	1.16399	$l_{ML}$	-0.0981838	1.04009	2.06084	0.298792	1.04738
$u_{ML}$	0.585621	1.13801	2.26355	0.952118	1.21536	$u_{ML}$	0.382872	1.10597	2.13185	0.56685	1.11394

Figura 4.22: Estatísticas de correlação experimental, medidas para dois ambientes de propagação. A comparação a modelos teóricos é realizada através de estimação ML. (a) rua br. (b) rua ls.

aos seus valores de correlação mais significativos.

### Tempo de Coerência do Canal ( $T_0$ )

Quando a Fig. 4.22 é representada em função do tempo, fazendo  $\xi = v\tau$ , pode-se obter valores médios do tempo de coerência,  $T_0$ , que é uma medida da seletividade temporal do canal de rádio, como já discutido no Capítulo 2. O tempo de coerência é o intervalo de tempo sobre o qual a resposta do canal possui um dado nível de correlação. Se  $T_0$  é mais precisamente definido como a duração de tempo na qual a resposta do canal tem um nível de correlação de 0,5, então, resolvendo

$$\delta_\rho(\tau) = 0,5 \quad (4.94)$$

para  $\tau$ , pode-se calcular o valor teórico de  $T_0$ , substituindo o modelo de correlação desejado em  $\delta_\rho(\tau)$ .

O procedimento acima foi aplicado, primeiramente, em medições em campo em 836 MHz, para caracterizar o tempo de coerência, em uma área residencial, próxima ao campus da universidade [113]. Neste caso, inicialmente, determina-se o coeficiente de correlação de envoltória, para cada seção de sinal, sobre o conjunto de seções adquiridas na área de medição em particular. Em seguida, obtém-se o valor de  $\tau$  que corresponde ao nível de correlação de 0,5, para cada seção de sinal. A partir deste conjunto de valores de  $\tau$ , é possível calcular a distribuição cumulativa de  $T_0$ , correspondente ao nível de correlação de 0,5. Esta função é importante para se determinar a variação real de  $T_0$  e estimar seus valores máximo ou mínimos, por exemplo, sobre um ambiente de propagação em particular.

A Figura 4.23 mostra curvas de distribuição cumulativa de  $T_0$ , para medidas em campo em 3500 MHz, através das ruas sm, rs e sh [112]. Observa-se a semelhança entre as três curvas, evidenciando que, em termos de seletividade temporal do canal, o três ambientes caracterizados são bastante semelhantes. Um valor mínimo para  $T_0$  pode ser definido como o valor acima do qual  $T_0$  permanece por 90% do tempo. Pode-se afirmar que, para quaisquer das ruas caracterizadas,  $T_0$  é maior que 1,7 ms, para 90% do tempo, quando o receptor se move a 30 km/h.

### Largura de Banda de Coerência do Canal ( $B_c$ )

O conceito de largura de banda de coerência,  $B_c$ , foi brevemente introduzido na Seção 2.2, ao discutir o coeficiente de correlação da envoltória, obtido por Jakes [7]. Sendo mais preciso,  $B_c$  é a separação de frequência entre dois sinais que resulta em determinado nível de

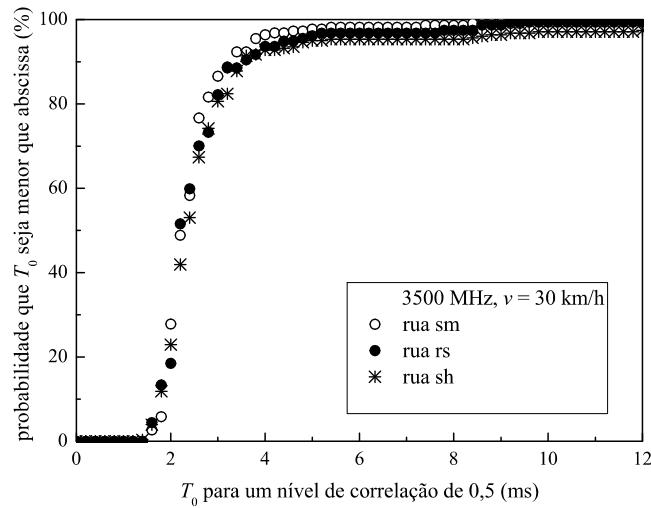


Figura 4.23: Funções de distribuição cumulativa do tempo de coerência,  $T_0$ , para um nível de correlação de 0,5, calculadas de medições em campo nas ruas sm, rs e sh.

correlação,  $c$ , entre suas envoltórias.

Com o objetivo de caracterizar a largura de banda de coerência do canal de rádio, foi desenvolvido um sistema de medição que permite adquirir simultaneamente dois sinais separados em frequência, para posterior cálculo do coeficiente de correlação entre suas envoltórias [114]. A Figura 4.24 ilustra o diagrama esquemático do sistema de medição e descreve os equipamentos utilizados.

No transmissor, Fig. 4.24(a), duas portadoras de RF, em onda contínua, separadas em frequência, na banda de 1800 MHz, são combinadas e então amplificadas a um nível de potência de 30 dBm. O sinal resultante é transmitido por uma antena, verticalmente polarizada, de 12 dBi de ganho. No receptor, Fig. 4.24(b), montado em um veículo, o sinal, captado por uma antena monopolo de 3 dBi, é amplificado antes de ser dividido em dois caminhos. Cada caminho, por sua vez, alimenta um analisador de espectro, utilizado para detectar e armazenar sua correspondente envoltória de sinal. Para que os dois sinais, separados em frequência, sejam adquiridos simultaneamente, a varredura de cada analisador é sincronizada no tempo, por um mesmo sinal de *trigger* externo. Para cada analisador, o sinal é adquirido e processado utilizando a mesma técnica descrita na Seção 3.4.

Através de várias passagens do veículo pela avenida br, quinze conjuntos de seções de envoltória foram armazenados, adquirindo, simultaneamente, dois sinais separados de 50, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1100, 1200, 1400 e 1500 kHz. Aproximadamente, 300 pares de seções de sinal foram armazenados, para cada separação de frequência.

O coeficiente de correlação cruzada, entre as envoltórias de dois sinais, pode ser estimado

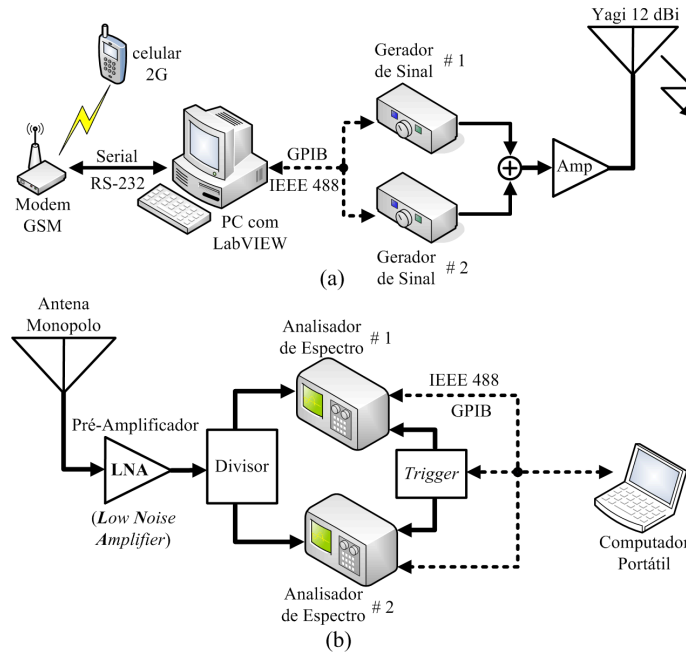


Figura 4.24: Diagrama esquemático do sistema de medição. Lista de equipamentos: (a) Ger. de Sinal #1 – Agilent E8257D, Ger. de Sinal #2 – Agilent E6380A e Amp – Hughes *TWT RF Amplifier* 1.4-2.4 GHz; (b) Pré-Amp. – Agilent 87405B, Analis. de Espectro #1 e #2 – Agilent E4408B, *Trigger* – Agilent 34970A e interface USB/GPIB – Agilent 82357A.

como [111]

$$\delta_{\Delta f} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i) (\sum_{i=1}^n y_i)}{\left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i)^2 \right]^{1/2} \left[ \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n y_i)^2 \right]^{1/2}}, \quad (4.95)$$

onde  $x_i$  e  $y_i$  formam o par de amostras de envoltória, separadas em frequência, e  $n$  é o número de amostras de cada seção de sinal. Sabe-se que  $\delta_{\Delta f}$  é uma variável aleatória, distribuída ao redor do valor real do coeficiente de correlação. Com o objetivo de avaliar a confiança deste estimador, em [114] é calculado um intervalo de confiança para  $\delta_{\Delta f}$ , que inclui o valor real do parâmetro sendo estimado com algum grau de confiança. Inclusive, este mesmo intervalo de confiança pode ser aplicado, igualmente, ao coeficiente de correlação da envoltória, expresso em (4.93).

Os valores de  $\delta_{\Delta f}$ , calculados para cada separação de frequência, mostraram flutuação significativa com a mudança de posição do receptor móvel. Este mesmo comportamento já foi observado em [115], para medições em campo da largura de banda de coerência em 60 GHz, onde, igualmente, a faixa sobre a qual o coeficiente de correlação varia torna-se maior com a separação de frequência. Com o objetivo de estimar a largura de banda de coerência,

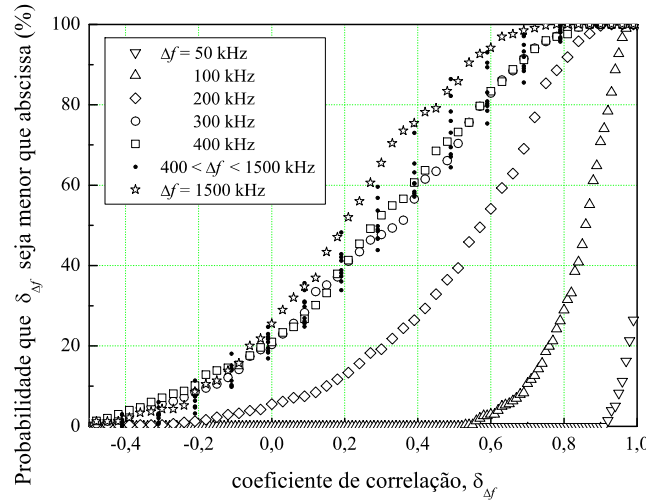


Figura 4.25: Funções de distribuição cumulativa dos valores de correlação entre as seções de envoltória, para várias separações de frequência.

foram calculadas, para cada espaçamento de frequência, funções de distribuição cumulativa dos valores de correlação entre as seções de sinal. O resultado está ilustrado na Fig. 4.25.

A partir dos resultados da Fig. 4.25, é possível calcular os valores mínimos de correlação, para cada separação de frequência. Para isto, basta determinar o nível abaixo do qual os valores de correlação permanecem por 10% do tempo, em função de  $\Delta f$ , cujo resultado está mostrado na Fig. 4.26. É interessante perceber que o nível de 10%, para os valores de correlação, decresce rapidamente quando  $\Delta f$  é pequena, mas apenas até, aproximadamente, 400 kHz. Após esse valor, incrementos em  $\Delta f$  têm pouco efeito na redução do nível de 10%. Em consequência, para este ambiente de medição, devemos concentrar nossa aquisição para separações de frequências não muito maiores que 400 kHz, de forma a obter mais curvas de distribuição cumulativa nessa região. De fato, como pode ser visto na Fig. 4.26, esta região é a que contém a informação mais significativa de valores mínimos de correlação, como função de  $\Delta f$ .

Em [116], medições em campo em 1800 MHz, em um ambiente com grandes áreas abertas e casas residenciais, relatou valores mínimos de  $B_{0,9} = 32$  kHz e  $B_{0,5} = 114$  kHz. Por sua vez, a Fig. 4.26 fornece valores de largura de banda de coerência de  $B_{0,9} = 60$  kHz e  $B_{0,5} = 136$  kHz, isto é, qualquer valor de  $\Delta f < 60$  kHz irá garantir um nível de correlação maior que 0,9, para 90% do tempo, assim como,  $\Delta f < 136$  kHz irá assegurar um nível de correlação maior que 0,5, para 90% do tempo. As diferenças, para os correspondentes valores de  $B_c$ , podem ser atribuídas aos ambientes de propagação, que têm grande influência no valor da largura de banda de coerência, e às diferenças de técnicas de aquisição, pois, em [116], o canal foi

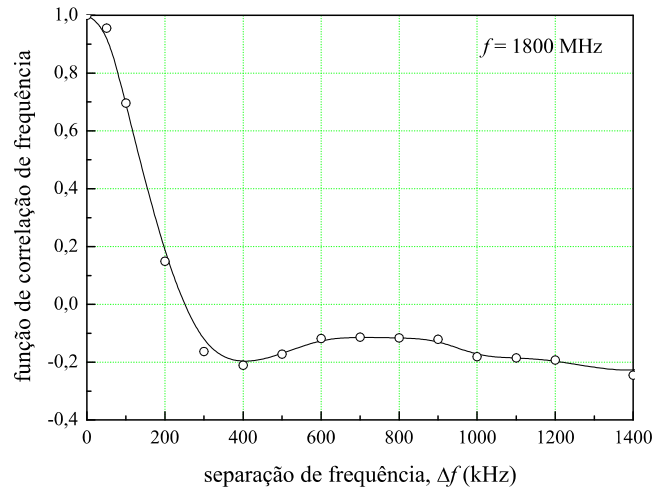


Figura 4.26: Nível abaixo do qual os valores de correlação permanecem por 10% do tempo, para cada separação de frequência.

investigado pela técnica STDCC, discutida na Seção 3.2.

Observa-se que, para comparar qualquer um dos modelos de correlação de frequência, discutidos na Seção 2.2, à curva da Fig. 4.26, é necessário o conhecimento do parâmetro  $\sigma_\tau$  do ambiente em particular. Como já citado, este parâmetro pode ser obtido apenas por técnicas de caracterização em banda larga, discutidas na Seção 3.2. Poder-se-ia recorrer a resultados já publicados na literatura, onde campanhas de medição em campo obtiveram valores experimentais de  $\sigma_\tau$ , para ambientes de propagação semelhantes aos deste trabalho, e extrapolar estes valores para os modelos de correlação estudados aqui.

Entretanto, em [94], foi discutido que  $\sigma_\tau$  pode mudar consideravelmente de um ambiente para outro e ainda para variações espaciais do receptor dentro do mesmo ambiente. Além disso, não há uma relação entre  $\sigma_\tau$  e largura de banda de coerência, que seja válida para todos os ambientes, pois esta relação depende da forma ou estrutura do perfil atraso-potência das componentes de multipercurso [90], [117]. Portanto, sem conhecer o perfil atraso-potência particular do ambiente de propagação, ou seja, a distribuição das componentes de multipercurso, em função do atraso de propagação, pode-se incorrer em erro, ao comparar os modelos de correlação estudados aqui aos resultados obtidos de medições em campo.

## Capítulo 5

# Conclusões e Trabalhos Futuros

### Conclusões

Nesta tese, foi realizada uma caracterização estatística do canal de rádio móvel, a partir de medições em campo, em 1800, 2500 e 3500 MHz, através de uma técnica simples de aquisição da envoltória do sinal. Em particular, foram calculadas as seguintes estatísticas experimentais da envoltória: funções de distribuição cumulativa, taxas de cruzamentos, duração de desvanecimento e sua distribuição, funções de correlação espacial e em frequência, tempo de coerência e largura de banda de coerência.

De forma complementar, realizou-se uma análise comparativa destes resultados com os seguintes modelos estatísticos: Rayleigh, Nakagami, Rice, Weibull, Hoyt (Nakagami-q) e  $\kappa$ - $\mu$ . Os parâmetros dos modelos de canal foram estimados, a partir das medidas em campo, através do método dos momentos (MoM) e do método de máxima verossimilhança (ML). Expressões foram obtidas para a variância e o intervalo de confiança, assintóticos, de estimadores ML, baseadas na informação de Fisher sobre o parâmetro a ser estimado.

Para cada um dos modelos estatísticos, foi elaborado um procedimento passo-a-passo, inclusive com resultados numéricos, exemplificando o cálculo de informação de Fisher, variância e intervalo de confiança dos correspondentes estimadores ML. Para grandes amostras, as medidas em campo ratificaram que se pode utilizar a informação de Fisher observada, como uma alternativa equivalente à informação de Fisher esperada.

É possível mostrar que  $\hat{K}_{ML} = 0$  é sempre solução da equação de log-verossimilhança de Rice. Este fato pode levar a problemas de convergência, em métodos numéricos iterativos, quando a amostra aleatória tiver um valor de  $\hat{K}_{ML}$  próximo de zero. Igualmente, o mesmo pode ser afirmado para  $\hat{b}_{ML} = 0$ , com respeito à equação de log-verossimilhança de Hoyt.

De forma geral, foi observado um bom ajuste entre medidas em campo e correspondentes curvas teóricas. Em particular, os estimadores ML agruparam mais as curvas teóricas, em

torno da curva experimental, quando comparados aos estimadores MoM. Este fato está de acordo com as propriedades ótimas do método de máxima verossimilhança, em obter estimadores assintoticamente não polarizados e de mínima variância, quando usando grandes amostras.

Para uma parte significativa dos casos, o modelo de Nakagami foi o que mais se beneficiou do método de máxima verossimilhança, pois apresentou a melhor correção de ajuste, para CDF e LCR, em relação ao método dos momentos. Nestes casos, houve uma tendência, de ambos os métodos de estimação, em subestimar os valores de CDF e LCR, com um erro menor para o método de máxima verossimilhança, em função de suas propriedades ótimas para grandes amostras.

Como esperado, em áreas de medição, onde as condições de propagação permitiram uma componente em linha de visada direta significativa (LoS), em relação ao sinal de multipercurso, as distribuições de Rice e  $\kappa$ - $\mu$  apresentaram melhor ajuste às medidas em campo. Além disso, foi verificado que, para Weibull,  $\hat{\alpha}_{MoM}$  e  $\hat{\Omega}_{MoM}$  são, respectivamente, equivalentes a  $\hat{\alpha}_{ML}$  e  $\hat{\Omega}_{ML}$ , para fins práticos, quando utilizadas grandes amostras.

A matriz de covariância de  $\hat{\Theta}_{ML} = [\hat{\kappa}_{ML} \hat{\mu}_{ML}]$ , obtida a partir das medições em campo, mostrou que a  $\text{Var}[\hat{\kappa}_{ML}]$  é, pelo menos, dez vezes maior que a  $\text{Var}[\hat{\mu}_{ML}]$ , o que confirma a maior incerteza que  $\hat{\kappa}_{ML}$  possui, em determinar o valor real do parâmetro, quando comparado a  $\hat{\mu}_{ML}$ .

Medidas de estatísticas de cruzamento revelaram que a distribuição da duração de desvanecimentos profundos, obtida por Rice, garante uma boa predição em relação aos dados experimentais, particularmente, para os níveis  $-20$ ,  $-15$  e  $-10$  dB.

Os modelos teóricos de correlação mostraram bom ajuste aos valores medidos em campo, em termos de uma tendência geral de variação. Em adição, curvas de distribuição cumulativa de  $T_0$ , para medidas em campo em 3500 MHz, mostraram que  $T_0$  é maior que 1,7 ms, para 90% do tempo, quando o receptor se move a 30 km/h, através das ruas sm, rs ou sh.

Para caracterizar a largura de banda de coerência do canal de rádio, um sistema de medição específico foi desenvolvido, que permite adquirir, simultaneamente, dois sinais separados em frequência. Medições em campo, em 1800 MHz, através da avenida br, permitiram obter funções de distribuição cumulativa da correlação entre as envoltórias dos dois sinais, para cada espaçamento de frequência. Os valores mínimos de correlação, para cada espaçamento de frequência, revelam que qualquer valor de  $\Delta f < 60$  kHz irá garantir um nível de correlação maior que 0,9, para 90% do tempo, assim como,  $\Delta f < 136$  kHz irá assegurar um nível de correlação maior que 0,5, para 90% do tempo.

Dentre as principais contribuições geradas por esta tese, destacam-se:



- um técnica de aquisição do sinal de rádio, que pode ser adaptada, de forma versátil, para qualquer modelo de analisador de espectro, com interesse prático à caracterização do canal de rádio móvel;
- um método de caracterização do tempo de coerência do canal de rádio móvel;
- uma alternativa à expressão para  $\kappa$ , em (4.67), para estimar os parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$ , pelo método dos momentos;
- expressões para calcular informação de Fisher, variância e intervalo de confiança, para os parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$ .

### Trabalhos Futuros

Algumas adaptações ao sistema de medição e possíveis extensões deste trabalho, do ponto de vista de caracterização de canal, incluem:

- caracterização de canais de móvel para móvel, onde ambos, transmissor e receptor, estão embarcados em veículos que se movem de forma independente;
- adaptação do sistema de medição para o uso de multiantenas, no transmissor e receptor, tornaria possível caracterizar estatísticas de canal encontradas em sistemas MIMO (*Multiple-Input-Multiple-Output*) ou, ainda, em combinadores EGC (*Equal Gain Combining*), SC (*Selection Combining*) e MRC (*Maximal Ratio Combining*);
- análise, por simulação de Monte Carlo, dos estimadores MoM e ML, para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , do ponto de vista da variância, para pequenas e grandes amostras;
- cálculo dos estimadores de máxima verossimilhança, assim como variâncias e intervalos de confiança, para a distribuição  $\eta$ - $\mu$ .



## Referências Bibliográficas

- [1] J. B. Andersen, T. S. Rappaport, and S. Yoshida, “Propagation measurements and models for wireless communications channels,” *IEEE Commun. Magazine*, vol. 33, no. 1, pp. 42–49, Jan. 1995.
- [2] M. J. Gans, “A Power Spectral Theory of Propagation in the Mobile Radio Environment,” *IEEE Trans. Vehic. Tech.*, vol. VT-21, pp. 27–38, Feb. 1972.
- [3] F. Amoroso, “Use of DS/SS signaling to mitigate Rayleigh fading in a dense scatterer environment,” *IEEE Personal Comm. Mag.*, vol. 3, no. 2, pp. 52–61, Apr. 1996.
- [4] T. S. Rappaport, “Indoor radio communications for factories of the future,” *IEEE Commun. Magazine*, vol. 27, no. 5, pp. 15–24, May 1989.
- [5] S. C. Gupta, R. Viswanathan, and R. Muammar, “Land mobile radio systems - a tutorial exposition,” *IEEE Comm. Mag.*, vol. 23, no. 6, pp. 34–45, Jun.1985.
- [6] W. C. Y. Lee, *Mobile Communications Design Fundamentals*. New York: Wiley & Sons, 1993.
- [7] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. Piscataway. NJ: IEEE PRESS, 1994 (reissued).
- [8] R. van Nee, R. Prasad, *OFDM for Wireless Multimedia Communications*. Norwood, MA: Artech House, 2000.
- [9] T. Pollet, M. Van Bladel, and M. Moeneclaey, “BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 2/3/4, pp. 191–193, Feb./Mar./Apr. 1995.
- [10] J. Li and M. Kavehrad, “Effects of time selective multipath fading on OFDM systems for broadband mobile applications,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 3, no. 12, pp. 332–334, Dec. 1999.

- [11] S. Coleri, M. Ergen, A. Puri, and A. Bahai, “Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems,” *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 48, no. 3, pp. 223–229, Sep. 2002.
- [12] J. G. Proakis, *Digital Communications*. 5th ed. New York: McGraw-Hill, 2008.
- [13] W. C. Y. Lee, *Mobile Communications Engineering: Theory and Applications*. New York: McGraw-Hill, 1993.
- [14] B. Sklar, “Rayleigh fading channels in mobile digital communications systems part I: characterization,” *IEEE Commun. Magazine*, vol. 35, no. 7, pp. 90–100, July 1997.
- [15] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles & Practice*. Upper SaddleRiver, NJ: Prentice Hall PTR, 1996.
- [16] J. D. Parsons, D. A. Demery, and A. M. D. Turkmani, “Sounding techniques for wide-band mobile radio channels: a review,” *IEE Proceedings I*, vol. 138, no. 5, pp. 437–446, Oct. 1991.
- [17] R. H. Clarke, “A statistical theory of mobile-radio reception,” *The Bell System Technical Journal*, vol. 47, no. 6, pp. 957–1000, July–Aug. 1968.
- [18] B. Sklar, “Rayleigh fading channels in mobile digital communications systems part II: mitigation,” *IEEE Commun. Magazine*, vol. 35, no. 7, pp. 102–109, July 1997.
- [19] IEEE Standard 802.16e-2005, IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks - Part 16: Air Interface for Fixed and Mobile roadband Wireless Access Systems.
- [20] ETSI Technical Specification TS 136.211 V11.2.0 Release 11, LTE - Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA) - Physical channels and modulation, 2013.
- [21] F. Amoroso, “Investigation of signal variance, bit error rates and pulse dispersion for DSPN signalling in a mobile dense scatterer ray tracing model,” *Int'l. J. Satellite Commun.*, vol. 12, pp. 579–588, 1994.
- [22] H. Hashemi, “The indoor radio propagation channel,” *Proc. IEEE*, vol. 81, pp. 943–968, Jul. 1993.
- [23] W. C. Y. Lee, “Statistical analysis of the level crossings and duration of fades of the signal from an energy density mobile radio antenna,” *The Bell System Technical Journal*, vol. 46, pp. 417–448, Feb. 1967.

- [24] H. Xu, M. Gans, D. Chizhik, J. Ling, P. Wolniansky, and R. Valenzuela, “Spatial and temporal variations of MIMO channels and impacts on capacity,” in *Proc IEEE VTC-2005*, vol. 1, pp 161–164.
- [25] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. *Table of Integrals, Series, and Products*. Academic Press, 6th edition, 2000.
- [26] M. Nakagami, “The m-distribution: A general formula of intensity distribution of rapid fading,” in *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*. W. C. Hoffman, Ed., New York: Pergamon, pp. 3–36, 1960.
- [27] M. D. Yacoub, J. E. Vargas, and L. G. de Rezende Guedes, “On higher order statistics of the Nakagami-m distribution,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 48, pp. 790–794, 1999.
- [28] J. C. S. S.Filho, G. Fraidenraich, U. S. Dias, and M. D. Yacoub, “On the Nakagami-m crosscorrelation function,” in *Proc. IEEE IMOC*, 2005, pp. 513–516.
- [29] A. Abdi, K. Wills, H. A. Barger, M. –S. Alouini, and M. Kaveh, “Comparison of the level crossing rate and average fade duration of Rayleigh, Rice, and Nakagami fading models with mobile channel data,” in *Proc. IEEE VTC*, 2000, pp. 1850–1857.
- [30] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*. Washington, DC, US Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, 1972.
- [31] K. K. Talukdar and W. D. Lawing, “Estimation of the parameters of the Rice distribution,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 89, no. 3, pp. 1193–1197, March 1991.
- [32] S. O. Rice, “Distribution of the duration of fades in radio transmission: Gaussian noise model,” *The Bell System Technical Journal*, vol. 37, no. 3, pp. 581–635, May 1958.
- [33] Y. Karasawa and H. Iwai, “Modeling of signal envelope correlation of line-of-sight fading with applications to frequency correlation analysis,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, no. 6, pp. 2201–2203, Jun 1994.
- [34] Y. Karasawa and H. Iwai, “Formulation of spatial correlation statistics in Nakagami-Rice fading environments,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 48, no. 1, pp. 12–18, Jan. 2000.
- [35] J. R. Mendes and M. D. Yacoub, “A general bivariate Ricean model and its statistics,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, no. 2, pp. 404–415, Mar. 2007.

- [36] G. Tzeremes and C. G. Christodoulou, “Use of Weibull distribution for describing outdoor multipath fading,” in *Proc. IEEE Antennas and Propagation Soc. Int. Symp.*, vol. 1, Jun. 2002, pp. 232–235.
- [37] N. C. Sagias, G. K. Karagiannidis, P. S. Bithas, and P. T. Mathiopoulos, “On the correlated Weibull fading model and its applications,” in *Proc. Vehicular Technology Conference VTC-2005*, vol. 4, Sept. 2005, pp. 2149–2153.
- [38] N. C. Sagias, D. A. Zogas, G. K. Karagiannidis, and G. S. Tombras, “Channel capacity and second-order statistics in Weibull fading,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 8, pp. 377–379, Jun. 2004.
- [39] M. D. Yacoub, D. B. da Costa, U. S. Dias, and G. Fraidenraich, “Joint statistics for two correlated Weibull variates,” *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 4, pp. 129–132, 2005.
- [40] R. S. Hoyt, “Probability functions for the modulus and angle of the normal complex variate,” *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 26, pp. 318–359, April 1947.
- [41] M. K. Simon and M. S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*. 2nd ed., New York: Wiley, 2004.
- [42] R. M. Radaydeh, “Average error performance of M-ary modulation schemes in Nakagami-q (Hoyt) fading channels,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 11, no. 3, pp. 255–257, Mar. 2007.
- [43] J. R. Mendes, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, “Closed-form generalized power correlation coefficient of the Hoyt fading signal,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 10, no. 2, pp. 94–96, Feb 2006.
- [44] N. Youssef, C.-X. Wang, and M. Pätzold, “A study on the second order statistics of Nakagami-Hoyt mobile fading channels,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 54, no. 4, pp. 1259–1265, Jul. 2005.
- [45] M. D. Yacoub, “The  $\kappa$ - $\mu$  distribution and the  $\eta$ - $\mu$  distribution,” *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 49, no. 1. pp. 68–81, Feb. 2007.
- [46] S. A. Fasolo e R. S. Duque, “Estatísticas de segunda ordem para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ ”, no *XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações – SBT05*, 2005, Campinas-SP.

- [47] S. L. Cotton and W. G. Scanlon, “Higher-order estatistics for  $\kappa$ - $\mu$  distribution,” *Elec. Lett.*, vol. 43, vo. 22, Oct. 2007.
- [48] J. R. Mendes and M. D. Yacoub, “Power correlation coefficient of a general fading model,” in *Proc. IEEE IMOC*, 2005, pp. 497–502.
- [49] H. Cramer, *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1946.
- [50] A. Abdi and M. Kaveh, “Performance comparison of three different estimators for the Nakagami m parameter using Monte Carlo simulation,” *IEEE Commun. Letters*, vol. 4, pp. 119–121, 2000.
- [51] V. Anastassopoulos and G.A. Lampropoulos, “Radar clutter modelling using finite PDF tail,” *Elec. Lett.*, vol. 32, no. 3, pp. 256–258, Feb. 1996.
- [52] A. Abdi, C. Tepedelenlioglu, M. Kaveh, and G. Giannakis, “On the estimation of the K parameter for the Rice fading distribution,” *IEEE Commun. Letters*, vol. 5, no. 3, pp. 92–94, March 2001.
- [53] Y. -C. Ko and M. -S. Alouini, “Estimation of Nakagami-m fading channel parameters with application to optimized transmitter diversity systems,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 2, no. 2 pp. 250–259, March 2003.
- [54] J. Gaeddert and A. Annamalai, “New estimators for the weibull fading parameters,” in *Proc IEEE VTC*, vol. 2, Sep. 2005, pp. 1367–1371.
- [55] L. J. Greenstein, D. G. Michelson, and V. Erceg, “Moment-method estimation of the Ricean K-factor,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 3, pp. 175–176, June 1999.
- [56] M. H. DeGroot and M. J. Schervish, *Probability and Statistics*. 4th ed., Boston, MA: Pearson Education, Inc., 2012.
- [57] A. Papoulis and S. U. Pillai, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. 4th ed., New York: McGraw-Hill, 2002.
- [58] A. L. Garcia, *Probability and Random Processes for Electrical Engineering*. 3rd ed., Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall Inc., 2007.
- [59] D. R. Cox and D. V. Hinkley, *Theoretical Statistics*. London: Chapman and Hall, 1974.

- [60] J. E. Gentle, *Matrix Algebra: Theory, Computations, and Applications in Statistics*. New York, N.Y.: Springer, 2007.
- [61] M. Marcus and H. Minc, *A Survey of Matrix Theory and Matrix Inequalities*. New York: Dover, 1992.
- [62] E. L. Lehmann and G. Casella, *Theory of Point Estimation*. 2nd ed. New York: Springer, 1998.
- [63] B. Efron and D. V. Hinkley, “Assessing the accuracy of the maximum likelihood estimator: observed versus expected Fisher information,” *Biometrika*, vol. 65, no. 3, pp. 457–482, Dec. 1978.
- [64] D. W. Matolak, “Wireless channel characterization in the 5 GHz microwave landing system extension band for airport surface areas,” School of Elect. Eng. and Comp. Sci., Ohio Univ., Athens, OH, Final Project Report for NASA ACAST, Grant Number NNC04GB45G, May 2006.
- [65] B. H. Fleury and P. E. Leuthold, “Radiowave propagation in mobile communications: an overview of European research,” *IEEE Commun. Mag.*, pp. 70–81, Feb. 1996.
- [66] N. S. Adawi et al., “Coverage prediction for mobile radio systems operating in the 800/900 MHz frequency range,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 37, pp. 3–72, Feb. 1988.
- [67] L. J. Greenstein et al., “Microcells in Personal Communications Systems,” *IEEE Commun. Mag.*, pp. 76–88, Dec. 1992.
- [68] H. Hashemi, “Impulse Response Modelling of Indoor Radio Propagation Channels,” *IEEE J. on Sel. Areas in Comms.*, vol. 11, no.7, pp 967–978, Sep 1993.
- [69] R. J. C. Bultitude, P. Melancon, H. Zaghoul, G. Morrison, and M. Prokki, “The dependence of indoor radio channel multipath characteristics on transmit/receive ranges,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 11, no. 7, pp. 979–990 , Sep. 1993.
- [70] H. Zaghoul, G. Morrison and M. Fattouche; “Frequency response and path loss measurements of indoor channels,” *Elec. Lett.*, vol. 27, no. 12, pp 1021-1022, June 1991.
- [71] A. M. Street, A. P. Jenkins and D. J. Edwards, “Time delay spread profile measurement using a spread spectrum off-line correlation technique,” in *IEE Colloquium on High Bit Rate UHF/SHF Channel Sounders*, Dec 1993, pp. 1/1–1/5.



- [72] A. M. Street, L. Lukama and D. J. Edwards, “Use of VNAs for wideband propagation measurements,” *IEE Proc.-Commun.*, vol. 148, no. 6, pp. 411–415, Dec. 2001.
- [73] A. M. Street, J. G. O. Moss, and D. J. Edwards, “Outdoor-indoor wideband channel study for third generation communication systems,” *IEE Conf. on Antennas and Propagation*, March 1999, pp. 128–131.
- [74] T. S. Rappaport, “Characterisation of UHF multipath radio channels in factory buildings,” *IEEE Trans. Antennas & Prop.*, vol. 37, no. 8, pp 1058–1069, Aug 1989.
- [75] W. R. Young and L. Y. Lacy “Echoes in transmission at 450 megacycles from land-to-car radio units,” *Proceedings of the IRE*, vol. 38, no. 3, pp. 255–258, March 1950.
- [76] R. J. Fontana and J. F. Larrick, “Waveform adaptive ultrawideband transmitter,” U.S. Patent 6 026 125, Feb. 15, 2000.
- [77] R. J. Fontana, “Recent System Applications of Short-Pulse Ultra-Wideband (UWB) Technology,” *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 52, no. 9, pp. 2087–2104, Sep. 2004.
- [78] Picosecond Pulse Labs. (2001, Nov. 3). SPEC-4040017 - Step Generator Model 4500E. [PDF]. Available: <http://www.picosecond.com/product/>
- [79] Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG. (2011, Sep. 29). R&S SMF100A Microwave Signal Generator Operating Manual. [PDF]. Available: <http://www2.rohde-schwarz.com/en/products/>
- [80] Agilent Technologies, Inc. (2008, Sep. 01) Agilent 81133A/81134A Pulse Generator User’s Guide. [PDF]. Available: <http://www.home.agilent.com/>
- [81] H. F. Chou, Y. J. Chiu, and J. E. Bowers, “Standing-wave enhanced electroabsorption modulator for 40-GHz optical pulse generation,” *IEEE Photon. Techn. Lett.*, vol. 15, no. 2, pp. 215–217, Feb. 2003.
- [82] E. M. M. Barrientos, C. S. Castelli, A. M. O. Ribeiro, and E. Conforti, “Microwave carrier modulated by fast synchronous pulsed transitions using electro-optical gating modulators,” in *Proc. IEEE IMS 2009*, Jun. 2009, pp. 373–376.
- [83] T. S. Rappaport, S. Y. Seidel, and R. Singh, “900-MHz multipath propagation measurements for US digital cellular radiotelephone,” *IEEE Trans. Vehic. Tech.*, vol. VT-39, no. 2, pp. 132–139, May 1990.

- [84] D. V. Sarwate and M. B. Pursley, “Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences,” *Proc. IEEE*, vol. 68, no. 5, pp. 593–619, May 1980.
- [85] A. J. Levy et al., “An improved channel sounding technique applied to wideband mobile 900 MHz propagation measurements,” in *Proc. IEEE Vehicular Tech. Conf. VTC '90*, May 1990, pp. 513–519.
- [86] U. Dersch and E. Zollinger, “Physical characteristics of urban micro-cellular propagation,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 42, no. 11, pp. 1528–1539, Nov. 1994.
- [87] D. C. Cox, “Delay doppler characteristics of multipath propagation at 910 MHz in a suburban mobile radio environment,” *IEEE Trans. Antennas & Prop.*, vol. 20, no. 5, pp. 625–635, Sep. 1972.
- [88] D. C. Cox, “910 MHz urban mobile radio propagation: multipath characteristics in New York city,” *IEEE Trans. Comm.*, vol. COM-22, no. 4, pp. 104–110, Nov. 1973.
- [89] J. D. Parsons, *The Mobile Radio Propagation Channel*. 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, NY, 2000.
- [90] R. J. C. Bultitude, “Estimating frequency correlation functions from propagation measurements on fading radio channels: a critical review,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 20, no. 6, pp. 1133–1143, Aug. 2002.
- [91] S. O. Rice, “Statistical properties of a sine wave plus random noise,” *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, no. 1, pp. 109–157, Jan. 1948.
- [92] M. E. Hughes, W. J. Tanis II, A. Jalan, and M. Kibria, “Narrowband propagation characteristics of 880 MHz and 1922 MHz radio waves in macrocellular environments,” in *Proc. 2nd Int. Conf. Personal Commun.*, vol. 2, Oct 1993, pp. 610–615.
- [93] R. B. Ertel, P. Cardieri, K. W. Sowerby, T. S. Rappaport and J. Reed, “Overview of spatial channel models for antenna array communication systems,” *IEEE Personal Commun.*, pp. 10–22, Feb. 1998.
- [94] C. F. Mecklenbrauker et al., “Vehicular Channel Characterization and its implications for wireless system design and performance,” *Proc. IEEE*, vol. 99, no. 7, pp. 1189–1212, Jul. 2011.

- [95] A. Algans, K. I. Pedersen, and P. E. Mogensen, “Experimental analysis of the joint statistical properties of azimuth spread, delay spread, and shadow fading,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 20, no. 3, pp. 523–531, Apr. 2002.
- [96] A. Ephremides et al., “WTEC panel report on wireless technologies and information networks,” Int. Technology Research Inst., WTEC Division, Univ. of Maryland, Baltimore, MD, NSF ENG-9707092, Final Rep., Jul. 2000.
- [97] Y. Okumura et al., “Field strength and its variability in VHF and UHF land-mobile radio service,” *Rev. Elec. Commun. Lab.*, vol. 16, pp. 825–873, 1968.
- [98] R. C. Figueiredo, A. M. O. Ribeiro, R. Arthur, and E. Conforti, “Remote instrumentation control and monitoring based on LabVIEW and SMS,” in *Proc. IECON '09*, 2009, pp. 2477–2481.
- [99] M. D. Yacoub, *Foundations of Mobile Radio Engineering*. Boca Raton, FL: CRC Press, 1993.
- [100] W. C. Y. Lee, “Estimate of local average power of a mobile radio signal,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 34, no. 1, pp. 22–27, Feb. 1985.
- [101] X. Zhao, “Multipath propagation characterization for terrestrial mobile and fixed microwave communications,” *Ph.D. dissertation*, Dept. Elect. and Commun. Eng., Helsinki University of Technology, Helsinki, 2002.
- [102] The Mathworks. (2003, Sep. 17). Documentation Center: 1702 How Can I Use FFT to Obtain Simple Spectral Analysis Plots ? [PDF]. Available: <http://www.mathworks.com/help/index.html>.
- [103] The Mathworks. Documentation Center: Fast Fourier Transform (FFT). [Online]. Available: <http://www.mathworks.com/help/index.html>.
- [104] The Mathworks. Documentation Center: Power Spectral Density Estimates Using FFT. [Online]. Available: <http://www.mathworks.com/help/index.html>.
- [105] J. Cheng and N. C. Beaulieu, “Maximum-likelihood based estimation of the Nakagami  $m$  parameter,” *IEEE Commun. Letters*, vol. 5, pp. 101–103, 2001.
- [106] B. Dodson, *The Weibull Analysis Handbook*. 2nd ed. Milwaukee, WI: ASQ Quality Press, 2006.

- [107] A. M. O. Ribeiro and E. Conforti, “Field measurements of the level crossing rate in the Nakagami mobile channel environment,” in *Proc. IEEE IMOC*, 2005, pp. 517–520.
- [108] J. M. Morris and J. L. Chang, “Burst error statistics of simulated Viterbi decoded BFSK and high-rate punctured codes on fading and scintillating channels,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pp. 695–700, 1995.
- [109] S. Tsai and P. S. Schmied, “Interleaving and error-burst distribution,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 20, no. 3, pp. 291–296, 1972.
- [110] A. M. O. Ribeiro, C. S. Castelli, and E. Conforti, “Measured Distribution of the Duration of Fades at 1.8 GHz,” in *Proc. IEEE International Telecomm. Symp.*, 2006, pp. 545–549.
- [111] J. S. Bendat and A. G. Piersol, *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. New York: Wiley-Interscience, 1971.
- [112] A. M. O. Ribeiro, E. M. M. Barrientos, and E. Conforti, “Spatial correlation function and coherence time characterization of 3.5-GHz micro-cell propagation,” in *Proc. IEEE IMOC*, 2009, pp. 501–505.
- [113] A. M. O. Ribeiro and E. Conforti, “Coherence-Time Characterization in a Suburban Environment,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 48, pp. 1137–1141, 2006.
- [114] A. M. O. Ribeiro, C. S. Castelli, E. M. M. Barrientos, and E. Conforti, “Coherence bandwidth in a 1.8-GHz urban mobile radio channel,” in *Proc. IEEE IMOC*, 2007, pp. 599–602.
- [115] M. G. Sánchez, A. M. Hammoudeh, E. Grindrod, and J. -P. Kermoal, “Coherence bandwidth characterization in an urban microcell at 62.4 GHz,” *IEEE Trans. Vehic. Technology*, vol. 49, No. 2, pp. 607–613, March 2000.
- [116] C. Nche, J. D. Parsons, and A.M. D. Turkmani, “Indoor and outdoor time dispersion measurements at 1.8 GHz,” in *Proc. 9th IEE ICAP*, 1995, pp. 13–17.
- [117] Q. T. Zhang and S. H. Song, “Exact expression for the coherence bandwidth of Rayleigh fading channels,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, no. 7, pp. 1296–1299, Jul. 2007.

# Apêndice A

## Derivadas da Função Log-Verossimilhança

### Distribuição de Hoyt

**Cálculo de  $\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; b)/\partial b^2$ :**

Tomando, novamente, a derivada de (4.60), em relação ao parâmetro  $b$ , tem-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; b)}{\partial b^2} &= \frac{n(1+b^2)}{(1-b^2)^2} - \frac{2+6b^2}{(1-b^2)^3} \sum_{i=1}^n \rho_i^2 + \sum_{i=1}^n \rho_i^2 \left[ \frac{\partial}{\partial b} \left( \frac{I_1(y)}{I_0(y)} \right) \frac{1+b^2}{(1-b^2)^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{I_1(y)}{I_0(y)} \frac{\partial}{\partial b} \left( \frac{1+b^2}{(1-b^2)^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $y = b\rho_i^2/(1-b^2)$ . Observe que o numerador, no segundo termo do lado direito de (1), pode ser escrito como

$$2 + 6b^2 = (1+b)^3 + (1-b)^3. \quad (2)$$

Além disso,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial b} \left( \frac{I_1(y)}{I_0(y)} \right) &= \frac{\frac{1}{2} [I_0(y) + I_2(y)] \frac{(1+b^2)\rho_i^2}{(1-b^2)^2} I_0(y) - I_1(y) I_1(y) \frac{(1+b^2)\rho_i^2}{(1-b^2)^2}}{I_0^2(y)} - \frac{I_1(y) I_1(y) \frac{(1+b^2)\rho_i^2}{(1-b^2)^2}}{I_0^2(y)} \\ &= \frac{(1+b^2)\rho_i^2 [I_0(y) + I_2(y)]}{2(1-b^2)^2 I_0(y)} - \frac{(1+b^2)\rho_i^2 I_1^2(y)}{(1-b^2)^2 I_0^2(y)}, \end{aligned} \quad (3)$$

onde foi usada a relação  $\partial I_\nu(z)/\partial z = 1/2 [I_{\nu-1}(z) + I_{\nu+1}(z)]$ , com  $I_{-n}(z) = I_n(z)$ , para  $n$

inteiro [30]. Assim,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; b)}{\partial b^2} &= \frac{n(1+b^2)}{(1-b^2)^2} - \left( \frac{1}{(1-b)^3} + \frac{1}{(1+b)^3} \right) \sum_{i=1}^n \rho_i^2 \\ &+ \sum_{i=1}^n \rho_i^2 \left[ \frac{2b(3+b^2)}{(1-b^2)^3} \frac{I_1(y)}{I_0(y)} + \frac{(1+b^2)^2}{2(1-b^2)^4} \frac{\rho_i^2 I_0(y) + I_2(y)}{I_0(y)} - \frac{(1+b^2)^2}{(1-b^2)^4} \frac{\rho_i^2 I_1^2(y)}{I_0^2(y)} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

## Distribuição $\kappa$ - $\mu$

### Cálculo da Matriz Hessiana de $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ :

Tomando a derivada de (4.77), com relação ao parâmetro  $\kappa$ , obtém-se

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \kappa} = \frac{n(1+\mu)}{2(1+\kappa)} + \frac{n(1-\mu)}{2\kappa} - n\mu - \mu \sum_{i=1}^n \rho_i^2 + \sum_{i=1}^n \frac{\mu \rho_i (1+2\kappa) [I_{\mu-2}(y) + I_\mu(y)]}{2\sqrt{\kappa(1+\kappa)} I_{\mu-1}(y)}, \quad (5)$$

onde  $y = 2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho_i$ . A segunda derivada de  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$ , com relação a  $\kappa$ , segue de (5), após alguma simplificação:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \kappa^2} &= -\frac{n(1+\mu)}{2(1+\kappa)^2} + \frac{n(\mu-1)}{2\kappa^2} + \sum_{i=1}^n \frac{\mu \rho_i}{2} \left\{ -\frac{1}{2[\kappa(1+\kappa)]^{3/2}} \frac{I_{\mu-2}(y) + I_\mu(y)}{I_{\mu-1}(y)} \right. \\ &\left. + \frac{\mu \rho_i (1+2\kappa)^2}{2\kappa(1+\kappa)} \left[ \frac{I_{\mu-3}(y) + 2I_{\mu-1}(y) + I_{\mu+1}(y)}{I_{\mu-1}(y)} - \frac{[I_{\mu-2}(y) + I_\mu(y)]^2}{I_{\mu-1}^2(y)} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

A derivada de (4.77), com relação ao parâmetro  $\mu$ , pode ser calculada como

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \mu} &= n(1/\mu - \kappa) + \frac{n}{2} \ln \left( \frac{1+\kappa}{\kappa} \right) + \sum_{i=1}^n \ln \rho_i - (1+\kappa) \sum_{i=1}^n \rho_i^2 \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{1}{I_{\mu-1}(y)} \frac{\partial I_{\mu-1}(y)}{\partial \mu}. \end{aligned} \quad (7)$$

Observe que  $I_\nu(z)$ , em (7), depende de  $\mu$ , em relação à ordem  $\nu$  e ao parâmetro  $z$  da função. Portanto, sua derivada é a soma de duas componentes, uma, apenas em relação ao parâmetro, e outra, apenas em relação à ordem. Assim,

$$\frac{\partial I_{\mu-1}(y)}{\partial \mu} = \frac{\partial I_\nu(z)}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \mu} + \frac{\partial I_\nu(z)}{\partial \nu} \frac{\partial \nu}{\partial \mu} = \rho_i \sqrt{\kappa(1+\kappa)} [I_{\mu-2}(y) + I_\mu(y)] + I_{\mu-1}^{(1,0)}(y). \quad (8)$$

A função  $I_\nu^{(1,0)}(z)$  é definida como a derivada de  $I_\nu(z)$ , apenas em relação à ordem  $\nu$  [30]:

$$I_\nu^{(1,0)}(z) = \frac{\partial I_\nu(z)}{\partial \nu} = I_\nu(z) \ln(z/2) - (z/2)^\nu \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\psi_0(\nu+k+1)}{\Gamma(\nu+k+1)} \frac{(z^2/4)^k}{k!}, \quad (9)$$

onde  $\psi_0(\cdot)$  é a função Digamma, já definida para (4.17). A função definida em (9), assim como  $I_\nu^{(2,0)}(z) = \partial^2 I_\nu(z) / \partial \nu^2$ , geralmente, estão disponíveis para uso direto em programas de cálculo numérico, não sendo, portanto, necessário implementá-las.

Encontrar  $\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu) / \partial \mu^2$  envolve derivar um conjunto de funções  $I_\nu(z)$ , com relação a  $\mu$ , lembrando que, tanto a ordem  $\nu$ , como o parâmetro  $z$ , dependem de  $\mu$ . Após alguma álgebra e simplificações, obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \mu^2} = & -\frac{n}{\mu^2} + \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{I_{\mu-1}(y)} \left[ \rho_i \sqrt{\kappa(1+\kappa)} \left( \rho_i \sqrt{\kappa(1+\kappa)} \left( I_{\mu-3}(y) + 2I_{\mu-1}(y) \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + I_{\mu+1}(y) \right) + I_{\mu-2}^{(1,0)}(y) + I_\mu^{(1,0)}(y) \right) + 2\rho_i \sqrt{\kappa(1+\kappa)} I_{\mu-1}^{(1,1)}(y) + I_{\mu-1}^{(2,0)}(y) \right] \\ & \left. - \left( \frac{\rho_i \sqrt{\kappa(1+\kappa)} [I_{\mu-2}(y) + I_\mu(y)] + I_{\mu-1}^{(1,0)}(y)}{I_{\mu-1}(y)} \right)^2 \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

onde  $I_\nu^{(1,1)}(z) = \frac{\partial}{\partial z} (\partial I_\nu(z) / \partial \nu)$  pode ser escrita, em função de  $I_\nu^{(1,0)}(z)$ , como

$$\begin{aligned} I_\nu^{(1,1)}(z) &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial I_\nu(z)}{\partial \nu} \right) = \frac{\partial}{\partial \nu} \left( \frac{\partial I_\nu(z)}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \nu} [I_{\nu-1}(z) + I_{\nu+1}(z)] \\ &= \frac{1}{2} [I_{\nu-1}^{(1,0)}(z) + I_{\nu+1}^{(1,0)}(z)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Para calcular  $\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu) / \partial \kappa \partial \mu$ , deriva-se (5), com relação a  $\mu$ . Como resultado, tem-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \kappa \partial \mu} = & -\frac{n}{2\kappa(1+\kappa)} - n - \sum_{i=1}^n \rho_i^2 + \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\rho_i(1+2\kappa)}{2\sqrt{\kappa(1+\kappa)}} \left[ \frac{I_{\mu-2}(y) + I_\mu(y)}{I_{\mu-1}(y)} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\mu \rho_i \sqrt{\kappa(1+\kappa)} [I_{\mu-3}(y) + 2I_{\mu-1}(y) + I_{\mu+1}(y)] + \mu [I_{\mu-2}^{(1,0)}(y) + I_\mu^{(1,0)}(y)]}{I_{\mu-1}(y)} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\mu [I_{\mu-2}(y) + I_\mu(y)] [\rho_i \sqrt{\kappa(1+\kappa)} [I_{\mu-2}(y) + I_\mu(y)] + I_{\mu-1}^{(1,0)}(y)]}{I_{\mu-1}^2(y)} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

De forma similar,  $\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu) / \partial \mu \partial \kappa$  foi obtida, a partir de (7), como

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \mu \partial \kappa} = & -\frac{n}{2\kappa(1+\kappa)} - n - \sum_{i=1}^n \rho_i^2 + \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\rho_i(1+2\kappa)}{2\sqrt{\kappa(1+\kappa)}} \left[ \frac{I_{\mu-2}(y) + I_{\mu}(y)}{I_{\mu-1}(y)} \right. \right. \\ & + \frac{\mu \rho_i \sqrt{\kappa(1+\kappa)} [I_{\mu-3}(y) + 2I_{\mu-1}(y) + I_{\mu+1}(y)] + 2\mu I_{\mu-1}^{(1,1)}(y)}{I_{\mu-1}(y)} \\ & \left. \left. - \frac{\mu [I_{\mu-2}(y) + I_{\mu}(y)] [\rho_i \sqrt{\kappa(1+\kappa)} [I_{\mu-2}(y) + I_{\mu}(y)] + I_{\mu-1}^{(1,0)}(y)]}{I_{\mu-1}^2(y)} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

A função  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$  é assumida ter derivadas parciais de segunda ordem contínuas, portanto deve-se ter  $\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu) / \partial \kappa \partial \mu = \partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu) / \partial \mu \partial \kappa$ . De fato, a igualdade requerida se verifica, pois pode ser mostrado, a partir de (11), que

$$2\mu I_{\mu-1}^{(1,1)}(y) = \mu [I_{\mu-2}^{(1,0)}(y) + I_{\mu}^{(1,0)}(y)]. \quad (14)$$

Finalmente, a matriz Hessiana de  $L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)$  resulta em

$$\mathbf{H}(L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \kappa^2} & \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \kappa \partial \mu} \\ \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \mu \partial \kappa} & \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \mu^2} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

### Cálculo da Matriz de Informação de Fisher $\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$ :

As expressões para  $\partial \ln f_{\varrho}(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu) / \partial \kappa$  e  $\partial \ln f_{\varrho}(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu) / \partial \mu$ , necessárias para obter a matriz de informação de Fisher  $\mathbf{I}_n(\boldsymbol{\theta})$ , em (4.81), resultam de (4.77). De fato, dado que  $\ln f_{\varrho}(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu) = L(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)|_{n=1}$ , é direto obter

$$\frac{\partial \ln f_{\varrho}(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \kappa} = \frac{1+\mu}{2(1+\kappa)} + \frac{1-\mu}{2\kappa} - \mu(1+\rho^2) + \frac{\mu\rho(1+2\kappa)[I_{\mu-2}(y) + I_{\mu}(y)]}{2\sqrt{\kappa(1+\kappa)}I_{\mu-1}(y)}, \quad (16)$$

onde  $y = 2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho$ . Da mesma forma, tem-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln f_{\varrho}(\boldsymbol{\rho}; \kappa, \mu)}{\partial \mu} = & (1/\mu - \kappa) + \ln \left( \sqrt{\frac{1+\kappa}{\kappa}} \rho \right) - (1+\kappa)\rho^2 \\ & + \frac{\rho\sqrt{\kappa(1+\kappa)} [I_{\mu-2}(y) + I_{\mu}(y)] + I_{\mu-1}^{(1,0)}(y)}{I_{\mu-1}(y)}. \end{aligned} \quad (17)$$



# Apêndice B

## Artigos Publicados pelo Autor

- A. M. O. Ribeiro and E. Conforti, “Coherence-Time Characterization in a Suburban Environment,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 48, 2006, pp. 1137–1141.
- A. M. O. Ribeiro, E. M. M. Barrientos, and E. Conforti, “Spatial correlation function and coherence time characterization of 3.5-GHz micro-cell propagation,” in *Proc. IEEE IMOC*, 2009, pp. 501–505.
- E. M. M. Barrientos, C. S. Castelli, A. M. O. Ribeiro, and E. Conforti, “Microwave carrier modulated by fast synchronous pulsed transitions using electro-optical gating modulators,” in *Proc. IEEE IMS 2009*, Jun. 2009, pp. 373–376.
- R. C. Figueiredo, A. M. O. Ribeiro, R. Arthur, and E. Conforti, “Remote instrumentation control and monitoring based on LabVIEW and SMS,” in *Proc. IECON '09*, 2009, pp. 2477–2481.
- A. M. O. Ribeiro, C. S. Castelli, E. M. M. Barrientos, and E. Conforti, “Coherence bandwidth in a 1.8-GHz urban mobile radio channel,” in *Proc. IEEE IMOC*, 2007, pp. 599–602.
- A. M. O. Ribeiro, C. S. Castelli, and E. Conforti, “Measured Distribution of the Duration of Fades at 1.8 GHz,” in *Proc. IEEE International Telecomm. Symp.*, 2006, pp. 545–549.
- A. M. O. Ribeiro and E. Conforti, “Field measurements of the level crossing rate in the Nakagami mobile channel environment,” in *Proc. IEEE IMOC*, 2005, pp. 517–520.