

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE TELEMÁTICA

ENCAMINHAMENTO DE CHAMADAS TELEFONICAS:

OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS

*Este Exemplar
corresponde à
tese defendida por
e aprovada em
05/06/87*

*Edson Roberto de Pieri
Bonaatti*

EDSON ROBERTO DE PIERI

Orientador: PROF. DR. IVANIL S. BONATTI

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica, da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

- Junho/1987 -

À minha família
e à Zezé.

AGRADECIMENTOS

Ao Ivanil pelo constante trabalho de orientação, estímulo, discussões gerais e comprometimento com os ideais da Telemática.

Ao Paulo Valente, Geromel, Cássio e Adilson pelas inúmeras contribuições.

Ao Pedro Peres, Madureira e Zé Pedro pelas horas agradáveis de trabalho no Convênio.

À Huda e Cristina pela dedicação e apoio logístico.

À Nícia pelo bom humor e por ter suportado estes dias de fim de tese.

Aos demais membros do Departamento de Telemática e da FEE que tornaram inesquecíveis estes anos de convivência.

A CAPES, IBM e TELEBRAS pelo indispensável apoio financeiro.

RESUMO

Nas redes telefônicas interurbanas, as chamadas são encaminhadas segundo uma técnica denominada transbordo que utiliza um esquema hierárquico, testando a ocupação dos enlaces.

Políticas alternativas de encaminhamento, visam uma adaptação dinâmica do fluxo de chamadas através dos enlaces segundo o estado de ocupação da rede.

Neste trabalho, estuda-se uma política denominada repartição de carga e desenvolve-se algoritmos do tipo gradiente projetado para a solução do problema decorrente do critério de minimização das chamadas bloqueadas.

A solução de mínimas perdas proporciona um encaminhamento eficiente sob o ponto de vista de avaliação global da rede, mas em alguns casos favorece grupos de assinantes em detrimento de outros, em diferentes localidades.

Nestes casos, propõe-se um novo critério para a obtenção de um encaminhamento eficiente. Este novo critério, consiste na formulação de um problema de programação matemática, não diferenciável em alguns pontos, cujo objetivo é manter as perdas em níveis aceitáveis e aumentar as menores eficiências reduzindo, conseqüentemente, a dispersão entre elas.

Em comparação com a política de transbordo, a de repartição de carga apresenta menor volume de perdas, maior robustez com relação a panes e sobrecargas, permitindo ainda, a obtenção de algoritmos eficientes para sua implantação.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	01
CAPÍTULO I: TÉCNICAS DE ENCAMINHAMENTO	06
I.1 - Introdução	08
I.1.1 - Planejamento e Operação	09
I.1.2 - Modelamento	15
I.2 - Topologia da Rede Telefônica	17
I.3 - Tráfego Telefônico	21
I.4 - Métodos de Encaminhamento de Chamadas	22
I.5 - Conclusão	26
CAPÍTULO II: MODELO PARA O TRÁFEGO TELEFÔNICO	27
II.1 - Introdução	29
II.2 - Representação Markoviana	31
II.2.1 - Conservação do Fluxo	35
II.3 - Representação através do Tráfego Médio Escorado	40
II.4 - Modelo Agregado para a Rede	43
II.5 - Comparação entre Transbordo e Repartição de Carga ...	50
II.6 - Modelo para a Repartição de Carga	57
II.6.1 - Resultados Numéricos	60
II.7 - Conclusão	63
CAPÍTULO III: MINIMIZAÇÃO DO TRÁFEGO BLOQUEADO	64
III.1- Introdução	66
III.2- Minimização das Perdas	67
III.2.1- Método MFW	71
III.2.2- Método MPG	75
III.2.3- Comparação dos Métodos	79
III.3- Panes e Sobrecargas	85
III.4- Conclusão	96

CAPÍTULO IV: UM MÉTODO MINIMAX DE ENCAMINHAMENTO	98
IV.1 - Introdução	100
IV.2 - Ponderação	102
IV.3 - Minimax	109
IV.4 - Problema Mestre em W	112
IV.4.1 - Gradiente Projetado	113
IV.4.2 - Linearização Externa	121
IV.5 - Conclusão	132
 CAPÍTULO V: CONCLUSÕES	 133
 BIBLIOGRAFIA	 136
 APÊNDICE A: PERDAS GLOBAIS E FUNÇÃO ERLANG	 141
A.1 - Cálculo dos Tráfegos Escoados de Primeira Escolha	141
A.2 - Cálculo das Derivadas Parciais	143
A.3 - Cálculo da Função Erlang	147
 APÊNDICE B: MÉTODO DE BUSCA UNIDIMENSIONAL	 148
 APÊNDICE C: SOLUÇÃO DO PROBLEMA DUAL ASSOCIADO AO MPG	 151

INTRODUÇÃO

As redes telefônicas são sistemas de grande porte. A demanda, decorrente do crescimento da população com conseqüente aumento de procura por novos aparelhos, tem contribuído para aumentar a complexidade destes sistemas.

A evolução da rede de telefonia atual para a rede digital de serviços integrados (RDSI) incorpora novos serviços, denominados genericamente de telemáticos (transmissão de dados, fac-símile, etc.) com características que modificam o tráfego telefônico.

Neste trabalho, tráfego telefônico é entendido como sendo o fluxo de chamadas de conversação entre assinantes, não incorporando, portanto, estes novos serviços.

A obtenção da qualidade adequada do serviço prestado ao usuário depende de duas fases distintas: o planejamento e a operação da rede telefônica.

Com base em dados estatísticos, faz-se a previsão de expansão de assinantes e em função de fatores técnicos e econômicos, faz-se o planejamento da rede.

A operação visa o controle em tempo real da rede e também sua melhor utilização com o objetivo de satisfazer os padrões de qualidade de serviço, cujos parâmetros são: tempo de espera para obtenção do tom de discar, número de chamadas bloqueadas, entre outros.

Com a introdução de sistemas inteligentes de comutação, associados à alta capacidade de sinalização das linhas telefônicas com a introdução do canal comum de sinalização (CCS), tornou-se possível o estudo e implantação de novas técnicas de gerenciamento da rede, visando sua melhor utilização

e adequação aos padrões internacionais, estabelecidos pelo CITT [8]

A operação depende de alguns parâmetros estipulados no planejamento da rede. Entre estes, um de interesse é a técnica de encaminhamento de chamadas, segundo a qual estas percorrem a rede para atingir seu destino.

O que se busca com estas políticas de encaminhamento são técnicas de fácil implementação e que apresentem robustez com relação às possíveis falhas. Atualmente, utiliza-se uma política de encaminhamento fixa (denominada transbordo) que não apresenta estas particularidades desejadas (LE GALL [23]; BONATTI [7]; GARCIA [16]).

Neste trabalho, estuda-se uma política alternativa denominada repartição de carga. Através de seu modelo matemático formula-se alguns critérios de avaliação de desempenho permitindo uma utilização eficiente da rede.

O trabalho está assim dividido:

CAPÍTULO I : Apresenta-se a estrutura da rede telefônica interurbana e faz-se uma análise da política de encaminhamento atualmente utilizada e de outras em estudo.

CAPÍTULO II : Para a técnica de encaminhamento denominada repartição de carga, constrói-se um modelo matemático para o tráfego telefônico de primeira escolha.

CAPÍTULO III: Formula-se um critério de desempenho da técnica de repartição de carga baseado na minimização das chamadas bloqueadas. São propostos dois métodos de projeção de gradiente (MPG e MFW) para a solução do problema de otimização associado. Através de comparações numéricas é evidenciada a superioridade do método MPG sobre o MFW.

CAPÍTULO IV : Formula-se um critério alternativo de desempenho da técnica de encaminhamento baseado num método MINMAX. Discute-se dois métodos de solução para o problema associado: um de projeção do gradiente e outro de linearização externa.

CAPÍTULO V : Discute-se as principais contribuições deste trabalho.

APÊNDICE A : Apresenta-se um algoritmo para o cálculo da função perdas e suas derivadas parciais.

APÊNDICE B : Apresenta-se um algoritmo de aproximação quadrática para busca unidimensional.

APÊNDICE C : Apresenta-se um algoritmo para a solução do problema dual associado ao MPG.

NOTAÇÃO

- $I = \{i / i = 1, \dots, m\}$: Conjunto das centrais de origem
 $K = \{k / k = 1, \dots, m\}$: Conjunto das centrais de trânsito
 $J = \{j / j = 1, \dots, n\}$: Conjunto das centrais de destino
 $IK = \{ik / i \in I, k \in K\}$: Conjunto dos enlaces de subida
 $KJ = \{kj / k \in K, j \in J\}$: Conjunto dos enlaces de descida
 $I \cup J = \{ij / i \in I, j \in J\}$: Conjunto das centrais de origem e de destino
 $IKJ = \{ikj / i \in I, k \in K, j \in J\}$: Conjunto dos caminhos de ligação entre origem e destino

N_{ik} : Capacidade dos enlaces de subida (ik), $ik \in IK$

N_{kj} : Capacidade dos enlaces de descida (kj), $kj \in KJ$

A_{ij} : Tráfego oferecido à central de origem $i \in I$ e de destino $j \in J$ (tráfego oferecido ponto a ponto)

E_{ij} : Eficiência ponto a ponto (relação entre o tráfego escoado e o oferecido)

P : Quantidade de chamadas perdidas

α_{ikj} : Porcentagem de chamadas encaminhadas através do caminho $ikj \in IKJ$

Y_{ikj} : Parcela do tráfego oferecido que foi encaminhada através do caminho $ikj \in IKJ$

Q_{ik} : Probabilidade de não-bloqueio nos enlaces (ik), $ik \in IK$

Q_{kj} : Probabilidade de não-bloqueio nos enlaces (kj), $kj \in KJ$

Z_{ik} : Tráfego fictício de subida

Z_{kj} : Tráfego fictício de descida

X_{ik} : Tráfego escoado de subida

X_{kj} : Tráfego escoado de descida

CAPÍTULO I

TÉCNICAS DE ENCAMINHAMENTO

I - RESUMO

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos sobre a natureza do tráfego telefônico.

Apresenta-se a estrutura genérica da rede telefônica interurbana, obtendo-se a partir dela uma rede simplificada composta pelas centrais de trânsito secundário e de trânsito primário.

São apresentadas as técnicas de encaminhamento, denominadas de transbordo e de repartição de carga.

I.1 - INTRODUÇÃO

A função da rede telefônica é providenciar conexões que permitam interligar os usuários. O fato de que nem todos os assinantes utilizam os seus aparelhos ao mesmo tempo permite, através da comutação telefônica, reduzir o número necessário de enlaces de interligação.

O bloqueio de chamadas nos enlaces ocorre quando os meios disponíveis não são suficientes para escoar o tráfego oferecido.

O planejamento de expansão de uma rede telefônica baseia-se nas previsões de tráfego, que são medidas estatísticas sobre a população a ser atendida, e nos dados sobre a rede existente.

I.1.1.1 - PLANEJAMENTO E OPERAÇÃO

A Figura I.1 esquematiza a relação entre os fatores técnicos e econômicos do projeto de um sistema telefônico.

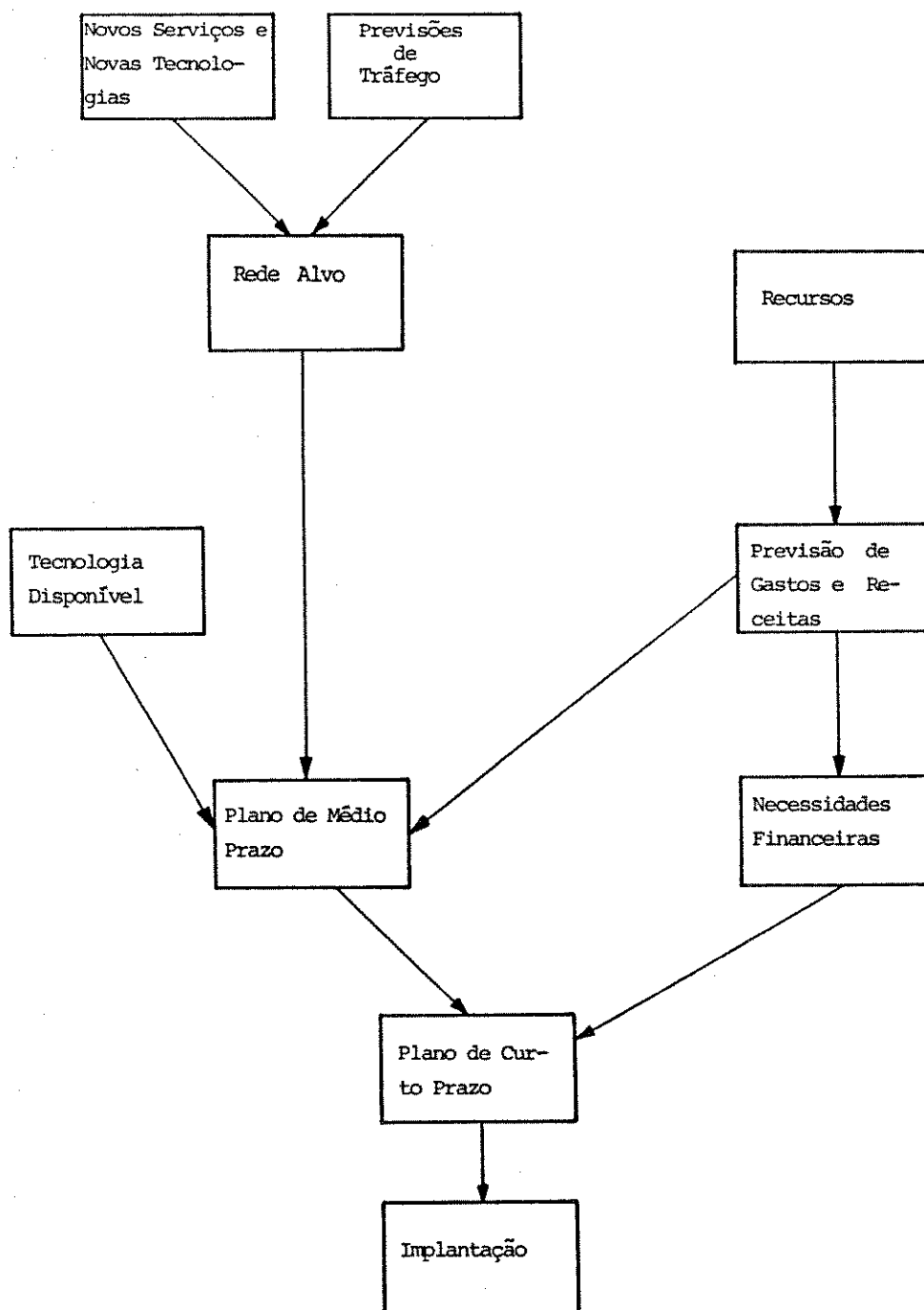


Figura I.1 - Fatores Técnicos e Econômicos no Planejamento Telefônico (TELECOMMUNICATION [33])

a) Fatores técnicos

- **Novos serviços e novas tecnologias:** Nesta fase o planejamento é feito supondo-se a incorporação de novos serviços, por exemplo os telemáticos, em decorrência das novas tecnologias que possivelmente estarão disponíveis no mercado, por exemplo comutação em faixa larga.
- **Previsões de tráfego:** Previsão do crescimento futuro do número de assinantes e do volume de tráfego gerado.
- **Rede alvo:** Dimensionamento de uma rede a ser atingida num longo período, em geral vinte anos.
- **Tecnologia disponível:** É um fator de restrição à implantação dos novos serviços no período de médio prazo, em geral de cinco anos.
- **Plano de médio prazo:** Faz-se o planejamento anual de implantação da nova rede, levando-se em conta a tecnologia disponível.
- **Plano de curto prazo:** É o plano anual incorporando as possibilidades financeiras.
- **Implantação:** É feita a expansão da rede telefônica, obedecendo o plano de curto prazo.

b) Fatores econômicos

- **Recursos:** São as disponibilidades financeiras das concessionárias.

concessionárias.

- Previsão de gastos e receitas: É a previsão dos gastos e receitas com a incorporação das facilidades resultantes do plano de médio prazo.

- Necessidades financeiras: Com a previsão de receitas e gastos e com o plano anual de expansão é possível estimar as necessidades financeiras, decidindo sobre o aporte extra de recursos (empréstimos) para a realização do plano de curto prazo.

Os fatores técnicos de maior destaque no planejamento telefônico são relativos à transmissão, numeração, comutação, métodos de encaminhamento de chamadas e metodologias de pesquisa operacional.

Além destes, existem alguns de natureza aleatória, tais como: variações ocasionais de intensidade de tráfego e falhas de circuitos, entre outros. Normalmente, para precaver-se destas ocorrências, dimensiona-se a rede com redundâncias de circuitos, aumentando o número de rotas interligando os assinantes. O número de rotas adicionais dependerá de fatores econômicos e da qualidade de serviço desejada.

Um outro parâmetro importante na fase de planejamento e que definirá não somente o dimensionamento como a operação da rede é a política segundo a qual as chamadas serão encaminhadas na rede.

É importante distinguir a diferença entre roteamento (routing em inglês, routage em francês) e

encaminhamento (routing call em inglês, acheminement em francês):

- Roteamento: É o estabelecimento de pelo menos um meio físico através das centrais de comutação, para garantir a comunicação entre assinantes.

- Encaminhamento: É a escolha de um caminho (série de enlaces) não saturado por onde possa ser feito o escoamento da chamada.

A operação de uma rede telefônica está intimamente relacionada com o encaminhamento de chamadas. Se este permite alguma flexibilidade em relação às alterações no tráfego, então é possível conseguir-se maior confiabilidade e eficiência da rede (GARCIA[16]; ASHC[1]).

Na maioria das redes os assinantes estão conectados às centrais locais, as quais conectam-se às centrais tandem interurbano e estas às de trânsito interurbano e internacional. Nestas redes o encaminhamento é fixo e a progressão de uma chamada na rede está determinada a priori.

Com a introdução do canal comum de sinalização tornou-se possível fazer o encaminhamento de chamadas de maneira mais flexível.

A utilização de novas políticas nas redes atuais tem contra si a hierarquização destas redes. Entretanto, pode-se conseguir adaptá-las às redes existentes (FORESTIER[14]; HENNET [18]).

Existe um compromisso muito forte entre a operação e o projeto de uma rede telefônica.

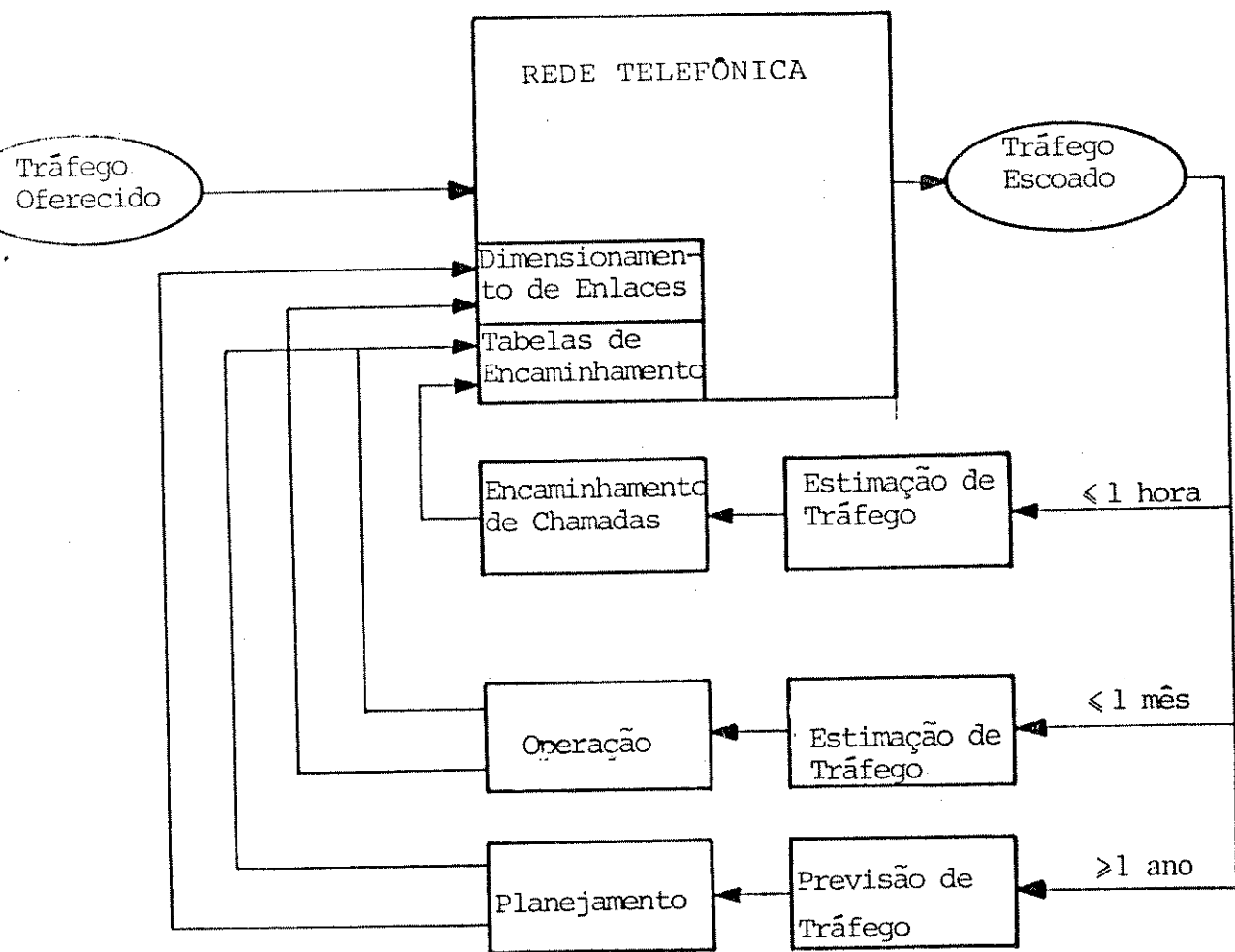


Figura I.2- Operação e Planejamento da Rede Telefônica (ASH [2])

A Figura I.2 ilustra a interação existente entre a operação e o planejamento de uma rede telefônica. O tráfego oferecido no estágio de planejamento, consiste em um tráfego médio previsto.

Com esta previsão de tráfego oferecido faz-se o dimensionamento e instalação da rede. Esta, por sua vez, estará sujeita a um tráfego oferecido real.

Em função da capacidade desta rede, será possível o escoamento de uma parcela do tráfego oferecido.

O tráfego escoado define a eficiência da rede e seus pontos de estrangulamento, bem como permite a estimação do tráfego oferecido num momento seguinte.

Na operação diária da rede pode-se, através de mudanças nas tabelas de encaminhamento de chamadas, atender as sobrecargas de tráfego.

Estimando-se o volume de tráfego num período mais longo, cerca de 1 mês, pode-se alterar as tabelas de encaminhamento e realocar enlaces, permitindo maior flexibilidade da rede em atender as alterações da demanda.

Os dados obtidos num período de 1 ano permitem a previsão mais realista do tráfego oferecido, conseguindo-se planejar melhor o redimensionamento da rede para atender as demandas futuras.

1.1.2 - MODELAMENTO

As ferramentas de auxílio ao planejamento das redes vão desde protótipos montados em laboratórios, até modelos matemáticos e de simulação.

Pode-se definir um modelo matemático como sendo a descrição que elimina detalhes e capta a essência do sistema descrito (COOPER [9]).

Simulação de um sistema é definida como a observação das respostas de seu modelo para entradas geradas artificialmente.

Apesar do conceito de simulação não depender da existência de computadores, sua grande capacidade de memória e alta velocidade de cálculos tornaram a simulação uma ferramenta de análise muito eficiente.

O modelamento matemático e a simulação têm-se mostrado de grande importância para prever o comportamento do tráfego telefônico sob algumas condições hipotéticas de operação da rede.

Um possível modelamento matemático consiste na descrição da rede através de equações e restrições relacionadas às capacidades de circuitos, rotas possíveis, fórmulas de bloqueio de chamadas, etc.

Uma outra técnica consiste em simular por eventos discretos a rede telefônica através de algumas suposições estatísticas, quando várias chamadas são geradas por um processo aleatório que descreve o comportamento dos assinantes.

Normalmente, utiliza-se a técnica de simulação por eventos quando o modelo matemático que descreve o sistema é muito complexo. Com a introdução de computadores de grande capacidade de memória, tem sido possível simular sistemas de porte cada vez maior. Com isso esta técnica vem sendo bastante aperfeiçoada e ganhando mais adeptos, sendo também uma ferramenta muito útil na validação do modelo matemático.

I.2 - TOPOLOGIA DA REDE TELEFÔNICA

A rede telefônica interurbana é constituída por centros de comutação interligados por enlaces. Isto permite representá-la por um grafo onde os nós são os centros de comutação e os arcos são os enlaces de interligação.

As rotas interligando centros de comutação, consistem em um número variado de circuitos por onde pode-se escoar as chamadas que chegam à rede telefônica. Deve-se dimensionar estes enlaces de circuitos para atender a demanda de tráfego com uma dada probabilidade de bloqueio desejada. Esta, em geral, varia de 0.1 a 1%.

Cabe aqui definir os termos tronco (trunk em inglês) e enlace (link em inglês e faisceau em francês):

- **Tronco:** É a denominação particular dos circuitos que interligam os equipamentos de comutação entre duas centrais, incluindo o juntor de entrada e o de saída.
- **Enlace:** É a denominação genérica dos circuitos de interligação entre dois nós da rede.

A maioria das redes é hierárquica, como mostrado no esquema da rede genérica da Figura I.3.

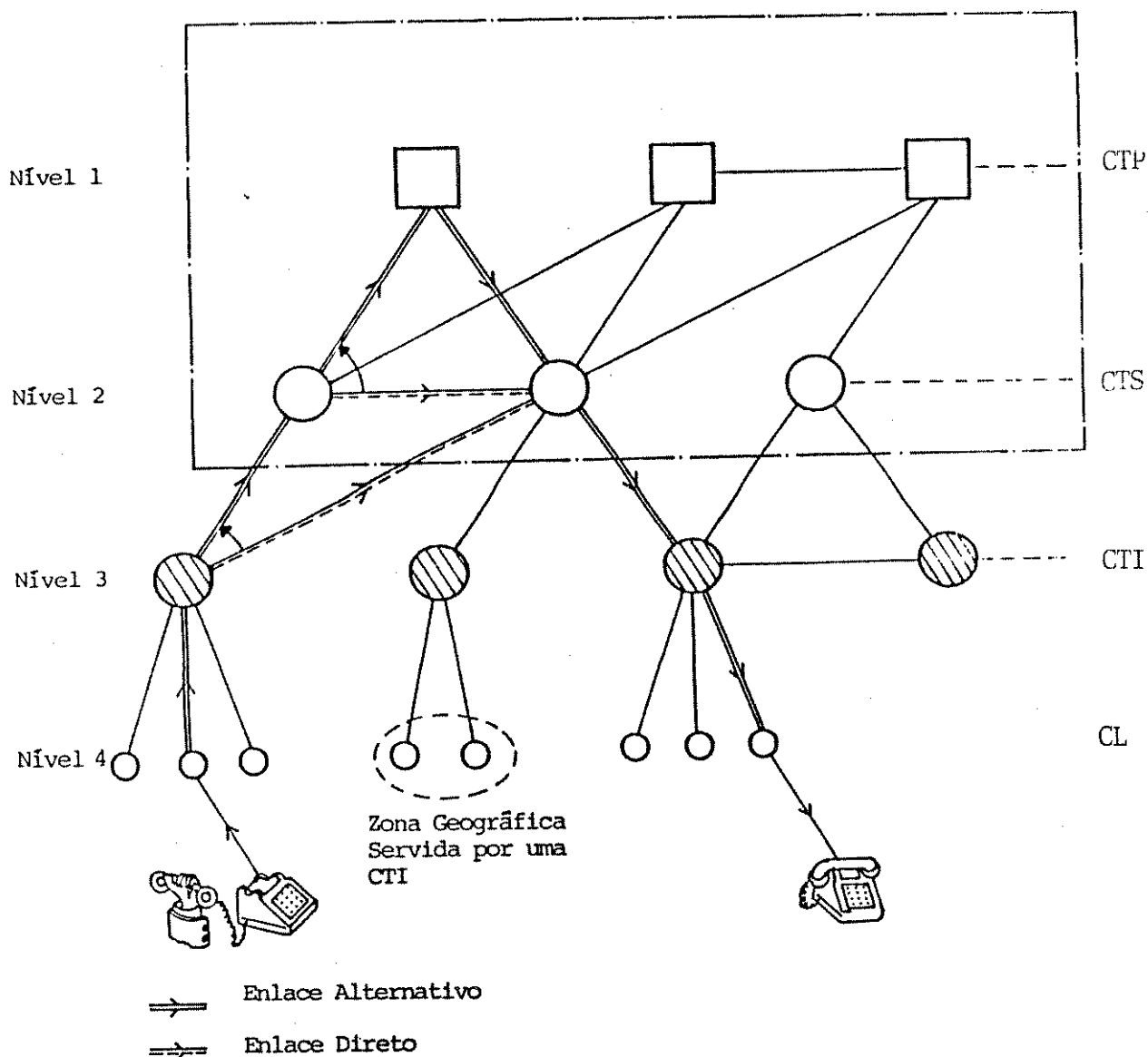


Figura I.3 - Rede Telefônica Genérica (FORESTIER[14])

NÍVEL 4: Formado pelas centrais locais (CL), às quais estão conectados os aparelhos dos assinantes de uma mesma região geográfica.

NÍVEL 3: Formado pelas centrais de tandem interurbano (CTI) que interligam as centrais locais de uma zona geográfica à rede interurbana.

NÍVEL 2: Formado pelas centrais de trânsito secundário (CTS).

NÍVEL 1: Formado pelas centrais de trânsito primário (CTP) que têm basicamente as mesmas funções das de NÍVEL 2, mas são hierarquicamente superiores a estas.

Devido à dimensão e complexidade da rede telefônica, considera-se, neste trabalho, a rede genérica simplificada da Figura I.4.

As hipóteses simplificadoras são:

- As centrais tandem interurbano são origem e destino do tráfego telefônico.
- Os enlaces diretos interligando as centrais CTS têm prioridade no encaminhamento.
- Os enlaces diretos interligando as centrais CTP são desconsiderados para o tráfego de primeira escolha (vide seção I.4).

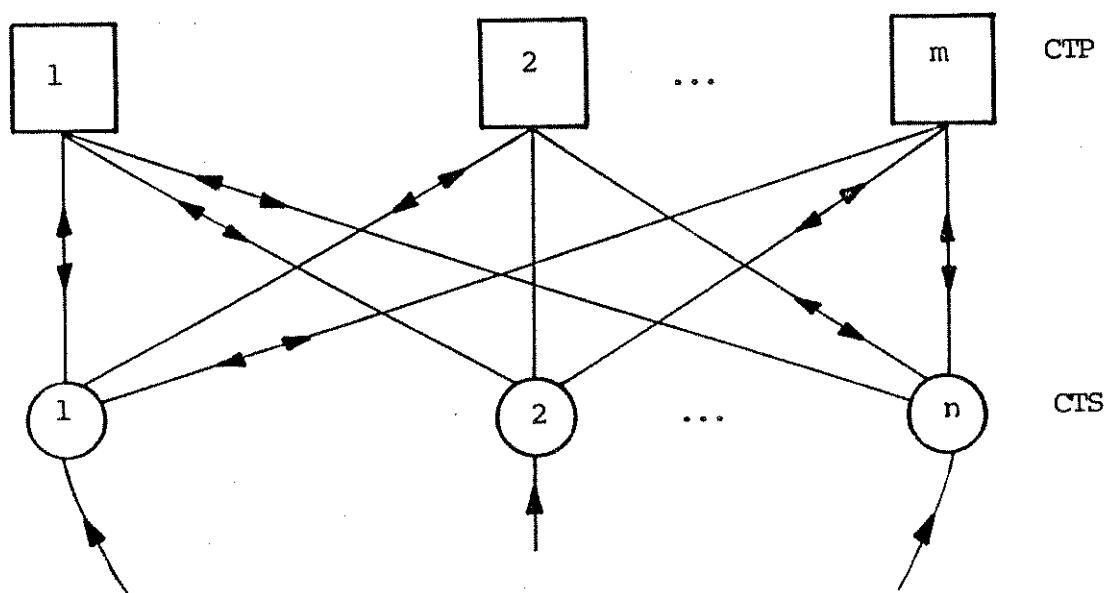


Figura I.4 - Rede Simplificada Bidirecional

A rede da Figura I.5 representa duplicadamente cada (CTS), uma com função de central origem de tráfego e outra de destino.

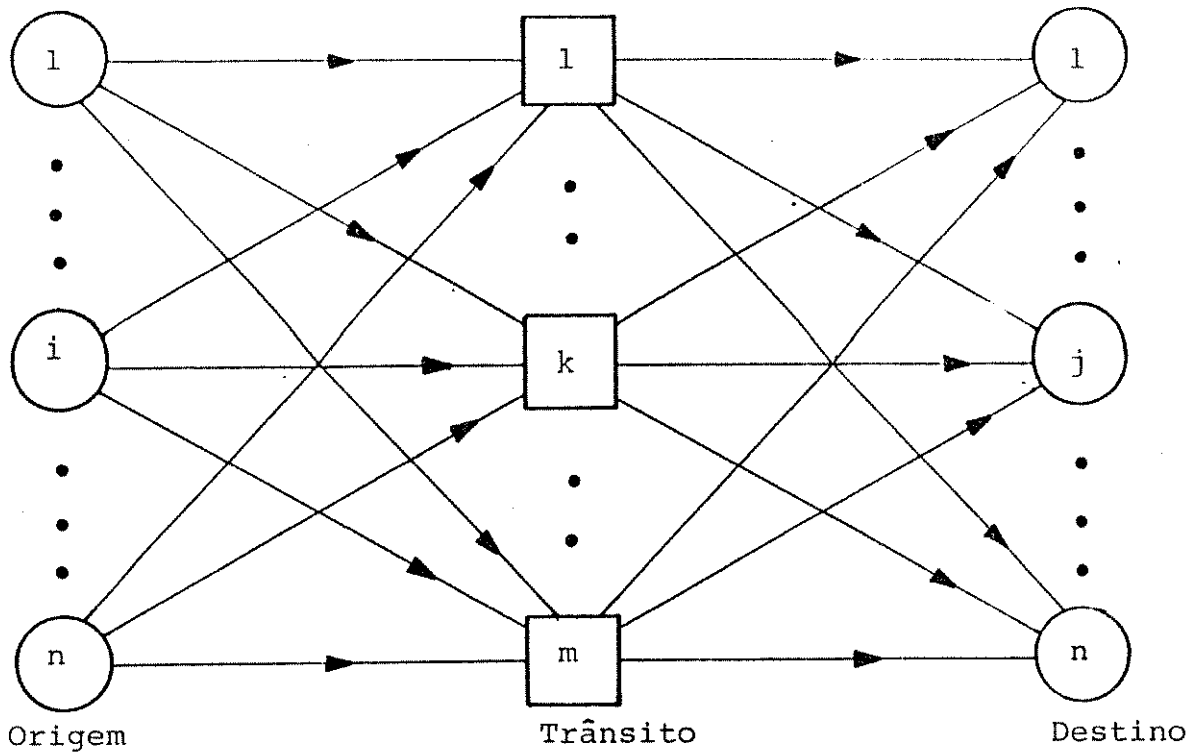


Figura I.5 - Rede Simplificada (RS)

I.3 - TRÁFEGO TELEFÔNICO

O tráfego telefônico corresponde ao fluxo de chamadas que iniciam e terminam nos diversos aparelhos conectados à rede.

A chegada de chamadas telefônicas é um processo estocástico que apresenta alguma periodicidade. A quebra da periodicidade está relacionada com a ocorrência de algum fator extraordinário (acidentes, por exemplo) que levem a uma maior utilização do aparelho telefônico.

Para obter-se um modelo matemático para o tráfego telefônico faz-se algumas hipóteses simplificadoras (WILKINSON [34]; LE GALL [24]):

- O processo de chegada de chamadas independe do estado do sistema e é poissoniano.
- O tempo de comutação de uma chamada é desprezível em relação ao seu tempo de conversação.
- O tempo de duração de uma chamada tem distribuição exponencial negativa.

I.4 - MÉTODOS DE ENCAMINHAMENTO DE CHAMADAS

Os avanços tecnológicos, decorrentes da introdução do canal comum de sinalização e da comutação com controle por programa armazenado (CPA), tornaram possível a implantação de novas técnicas de encaminhamento de chamadas nas redes existentes (WINNICKI [35]).

O encaminhamento consiste em determinar, para cada chamada, um caminho interligando central de origem à de destino.

O encaminhamento de chamadas, atualmente em uso na maioria das redes baseia-se na técnica de transbordo mostrada na Figura I.6. O estabelecimento de cada caminho e de cada nó a ser percorrido está definido nas tabelas de encaminhamento. Estas são fixas e definidas no planejamento da rede (BENES [5]). Este tipo de encaminhamento é também conhecido por hierárquico.

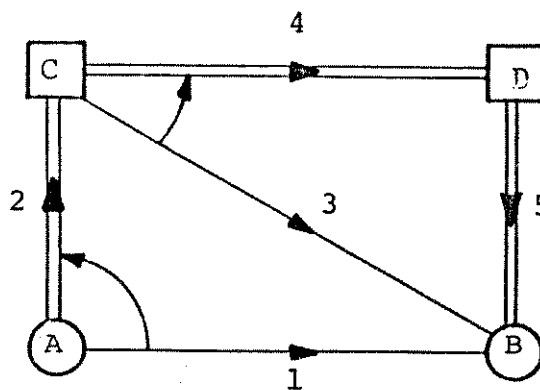


Figura I.6 - Encaminhamento Hierárquico

Uma chamada originada em A com destino em B é enviada (primeira escolha) através do enlace 1. Se todos os circuitos deste enlace estiverem ocupados, faz-se uma segunda

escolha, agora através do nó C, caminho (2-3). Se todos os circuitos do enlace 3 estiverem ocupados, faz-se uma terceira escolha, através do nó D, caminho (2-4-5). Se o enlace 5 estiver bloqueado a chamada é perdida.

O tráfego em enlaces alternativos, chamado de transbordo, difere do tráfego oferecido. As chamadas aparecem depois de longos períodos de pausas.

Esta política de encaminhamento, devido a sua inflexibilidade, apresenta fraco desempenho em condições extraordinárias de operação, tais como panes e sobrecargas (SILVA [32]).

O tráfego de segunda escolha não preserva a característica poissoniana do tráfego oferecido (WILKINSON [34]; KUCZURA [21]). Seu modelo matemático é muito complexo (LE GALL [24]).

A tendência atual é buscar métodos de encaminhamento dinâmicos, atualizando durante a operação as regras de encaminhamento (WINNICKI [35]; ASH [1]; LE GALL [26]).

Uma técnica alternativa ao transbordo é o encaminhamento de chamadas por repartição de carga, que tem como principal característica a robustez decorrente da distribuição do tráfego (HENNET [18]; BONATTI [7]).

A repartição de carga, Figura I.7, consiste em dividir o tráfego oferecido entre todos os enlaces disponíveis de um dado centro de comutação. O tráfego em cada enlace mantém a característica poissoniana do tráfego oferecido.

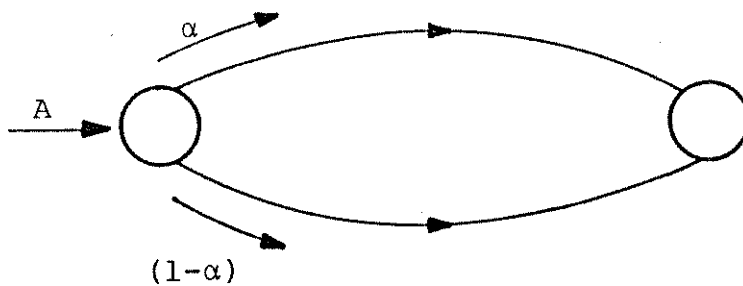


Figura I.7 - Repartição de Carga

Na técnica de repartição de carga é possível incorporar encaminhamentos para o tráfego de segunda escolha.

A repartição de carga com transbordo simétrico, Figura I.8, consiste na aplicação da repartição de carga ao tráfego oferecido. As chamadas bloqueadas constituirão o tráfego de segunda escolha que deverá ser transbordado para os enlaces alternativos. Para este novo tráfego é aplicada uma nova repartição de carga entre os enlaces.

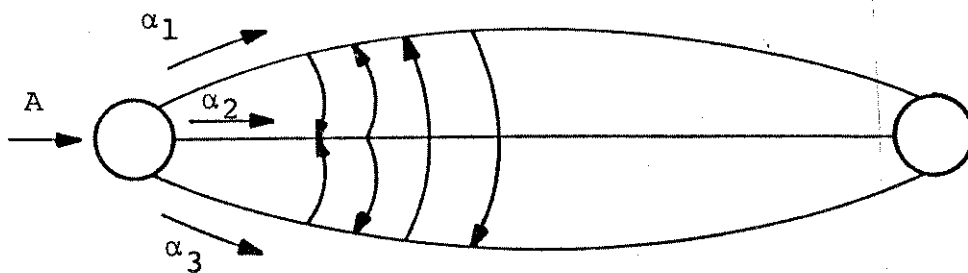


Figura I.8 - Repartição de Carga com Transbordo Simétrico

A repartição de carga com filtragem a priori, Figura I.9, consiste em rejeitar uma parcela das chamadas sem encaminhá-las para a rede.

O intuito é impedir que sobrecargas localizadas restrinjam o acesso de tráfegos concorrentes aos enlaces comuns (BONATTI [7]).

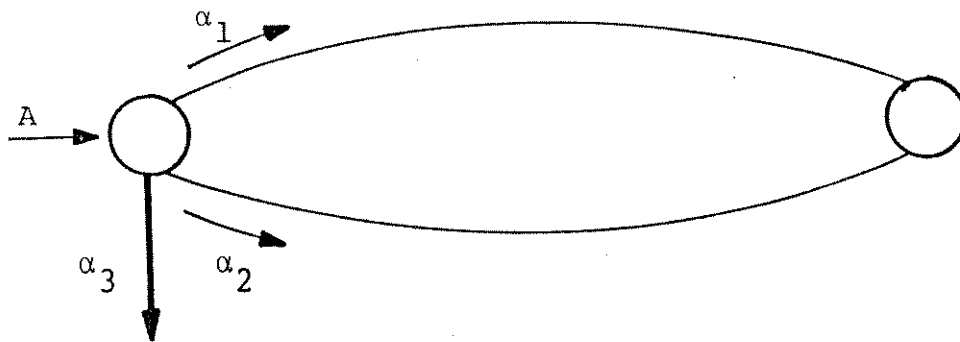


Figura I.9 - Repartição de Carga com Filtragem a Priori

Atualmente, há um grande esforço no sentido de obter-se técnicas de encaminhamento que sejam eficientes nas respostas às panes e sobrecargas.

A grande dificuldade de análise destas técnicas é a existência de um forte acoplamento entre o encaminhamento das chamadas e o planejamento da rede.

A análise da repartição de carga visa fornecer subsídios à conveniência ou não de sua implantação. A implantação propriamente dita, insere-se num contexto muito mais amplo, que transcende os objetivos deste trabalho.

I.5 - CONCLUSÃO

O avanço tecnológico, obtido com a introdução do canal comum de sinalização e controle por programa armazenado, permite obter novos esquemas de encaminhamento de chamadas que maximizem a utilização da rede telefônica.

Os fatores econômicos continuam sendo restritivos ao acesso telefônico devido ao alto custo de implantação de enlaces e centros de comutação.

Portanto, a obtenção de políticas eficientes de encaminhamento faz-se necessária, na medida em que a melhor utilização da tecnologia permita a redução dos custos.

CAPÍTULO II

MODELO PARA O TRÁFEGO TELEFÔNICO

II - RESUMO

Neste capítulo são apresentados dois modelos matemáticos para o tráfego interurbano de chamadas numa rede telefônica: um markoviano (MARKOV) outro baseado no tráfego médio escoado (AGREGADO).

O modelo agregado é preciso e conciso, sendo portanto, bem adaptado para a síntese das técnicas de encaminhamento de chamadas.

Através de simulações é também mostrado a viabilidade do encaminhamento de chamadas pela técnica de repartição de carga.

II.1 - INTRODUÇÃO

A rede telefônica é o meio físico de ligação entre origem e destino das chamadas telefônicas. Estas chamadas, dependendo da localidade de origem e de destino, são classificadas como sendo locais, urbanas, interurbanas e internacionais.

Este trabalho é dirigido para as chamadas interurbanas, considerando-as com origem e destino nas centrais CTS, com passagem obrigatória por uma central de trânsito CTP.

O tráfego telefônico é caracterizado através de dois parâmetros básicos: o aparecimento de uma chamada e sua duração, também denominada tempo de retenção.

O tempo de retenção é medido a partir do momento em que o aparelho foi retirado do gancho até o instante de reposição. Portanto, esta medida considera não somente o tempo de conversação como também o tempo necessário para o estabelecimento da chamada.

Quanto mais próximo for o tempo de retenção do de conversação, melhor será o desempenho do sistema de comutação.

O tempo de comutação é da ordem de segundos, enquanto que o tempo de conversação é da ordem de minutos. Para a obtenção de um modelo matemático para o tráfego, faz-se a suposição de que o tempo de comutação é desprezível ou simplesmente incorpora-se ao tempo de conversação.

Além do aparecimento de chamadas e do tempo de conversação, o tráfego telefônico é também função da maneira como as chamadas são tratadas na rede, isto é, por exemplo se uma

chamada bloqueada é perdida ou se aguarda numa fila de espera até que obtenha um meio livre para ser escoada.

Coube inicialmente a A. K. ERLANG (1917) e posteriormente a WILKINSON [34] o desenvolvimento da teoria de filas aplicada ao tráfego telefônico. Algumas suposições adotadas são:

- O surgimento de uma chamada em um intervalo de tempo t é caracterizado por uma distribuição de Poisson.

$$P(\xi = k) = \frac{e^{-\lambda t} \cdot (\lambda t)^k}{k!} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

onde:

$P(\xi = k)$: Probabilidade de aparecerem k chamadas no intervalo de tempo t ;

λ : Número médio de chamadas por unidade de tempo.

- A duração das chamadas é caracterizada por uma distribuição exponencial negativa:

$$P(\zeta \leq t) = 1 - \exp(-\mu t)$$

onde:

$P(\zeta \leq t)$: Probabilidade de que a duração de uma chamada seja menor ou igual a t ;

$1/\mu$: Tempo médio de duração de uma chamada.

II.2 - REPRESENTAÇÃO MARKOVIANA

O tráfego telefônico em um enlace é caracterizado por uma fila, representada através da notação de Kendall por $M/M/N/N/\infty$ ou $M/M/N/N$ (COOPER [9]).

onde:

M : Uma lei poissoniana de chegada (Markov);

M : Uma lei de distribuição exponencial negativa para o tempo de conversação (Markov);

N : Número limitado de circuitos que compõem o enlace;

N : Número máximo de assinantes atendidos pelo sistema em um dado instante;

∞ : População infinita de assinantes.

O tráfego telefônico constituído pelo aparecimento das chamadas e pelos seus tempos de conversação constitui um processo aleatório que pode ser representado por uma cadeia de Markov (COOPER [9]; KLEINROCK [20]).

O sistema (enlace) é dito estar no estado $k(t)$ se o número de chamadas no sistema é k , no instante t .

Em um intervalo de tempo infinitesimal, somente as transições entre estados adjacentes são possíveis.

A Figura II.1 apresenta o diagrama de estado para um enlace com N circuitos, com taxa de chegada de chamadas λ e de final de conversação μ .

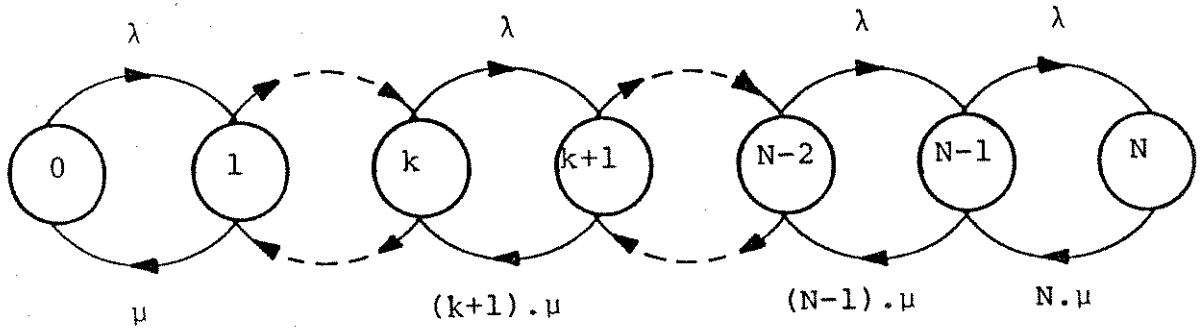


Figura II.1 - Diagrama de Estado para um Enlace com N Circuitos

Considerando-se $p_k(t)$ como sendo a probabilidade do sistema estar no estado $k(t)$ tem-se: (COOPER [9])

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} p_k(t) = \lambda \cdot p_{k-1}(t) + (k+1) \cdot \mu \cdot p_{k+1}(t) + (-\lambda - k \cdot \mu) \cdot p_k(t) \\ \frac{d}{dt} p_0(t) = -\lambda \cdot p_0(t) + \mu \cdot p_1(t) \\ \frac{d}{dt} p_N(t) = \lambda \cdot p_{N-1}(t) - N \cdot \mu \cdot p_N(t) \\ \sum_{k=0}^N p_k(t) = 1 \end{array} \right. \quad (\text{II.1})$$

Na condição de estacionariedade do processo tem-se que:

$$\frac{d}{dt} p_k(t) = 0 \quad k = 0, 1, 2, \dots, N$$

Obtendo-se para P_k :

$$P_k = \frac{P_0}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \quad ; \quad k = 0, 1, 2, \dots, N \quad (\text{II.2})$$

$$P_0 = \left[\sum_{k=0}^N \frac{1}{k!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \right]^{-1} \quad (\text{II.3})$$

Supondo-se que $N \rightarrow \infty$ então:

$$P_0 = \exp(-\lambda/\mu)$$

Definindo-se o tráfego oferecido como sendo:

$$A = \lambda/\mu$$

Note que A é adimensional e é expresso em Erlangs em sua homenagem.

Tem-se:

$$P_k = \frac{A^k}{k!} \exp(-A) \quad (\text{II.4})$$

O número médio de chamadas no enlace é dado por:

$$X = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot P_k = A \cdot \exp(-A) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!} = A$$

Portanto, para este sistema com infinitos circuitos o tráfego médio de chamadas (tráfego escoado) é igual ao tráfego oferecido.

Considerando-se um sistema (enlace) com N finito, tem-se que o número médio de chamadas no sistema será menor do que A . Isso ocorre pela existência de bloqueio de chamadas. A probabilidade de bloqueio é dada pela fórmula de Erlang ($E(A,N)$).

Resolvendo-se (II.1) tem-se:

$$P_N = \frac{A^N/N!}{\sum_{i=0}^N A^i/i!} = E(A,N) \quad (\text{II.5})$$

O número médio de chamadas no sistema é dado por:

$$X = \sum_{k=0}^N k \cdot P_k = A \cdot (1 - P_N) = A \cdot [1 - E(A,N)] \quad (\text{II.6})$$

Outra maneira de obter-se o tráfego escoado é através do Teorema de Little (KLEINROCK [20]):

$$E\{\lambda_n\} \cdot E\{T\} = E\{n\} \quad (\text{II.7})$$

O número médio de chamadas no sistema é igual ao produto da taxa média de chegada pela duração média delas. Onde:

$$E\{\lambda_n\} = \sum_{k=0}^{N-1} \lambda \cdot P_k + 0 \cdot P_N = \lambda \cdot (1 - P_N)$$

$$E\{T\} = 1/\mu$$

$$E\{n\} = X$$

Portanto, X corresponde ao número total de chamadas oferecidas ao sistema menos o número de chamadas bloqueadas. Isso representa o volume de chamadas que conseguem circuitos disponíveis e são escoadas.

II.2.1 - CONSERVAÇÃO DE FLUXO

Pelo princípio da conservação do fluxo, a taxa de transição do estado k para o $k+1$ deve ser igual à taxa de transição do estado $k+1$ para k (COOPER [9]).

Para o enlace com N circuitos a equação de equilíbrio estatístico escreve-se como:

$$\begin{cases} \lambda \cdot P_k = (k+1) \cdot \mu \cdot P_{k+1} & k=0, 1, \dots, N-1 \\ \sum_{k=0}^N P_k = 1 \end{cases} \quad (II.8)$$

Da solução de (II.8) obtém-se a fórmula de Erlang dada pela equação (II.5).

Considerando-se o enlace da Figura II.1 com N circuitos e com uma fila de espera com capacidade L , tem-se o seguinte diagrama de transição de estados:

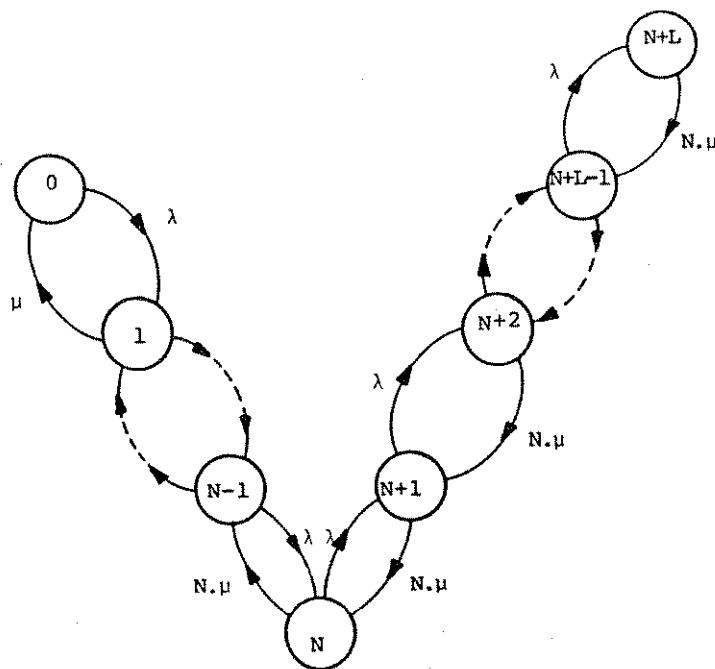


Figura II.2 - Diagrama de Transição de Estados para um Enlace com N Circuitos e Fila de Espera de Tamanho L .

Pela conservação do fluxo tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \cdot P_k = (k+1) \cdot \mu \cdot P_{k+1} \quad ; \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \\ \lambda \cdot P_{N+L} = N \cdot \mu \cdot P_{N+L-1} \quad ; \quad k = N, N+1, \dots, N+L-1 \\ \sum_{k=0}^{N+L} P_k = 1 \end{array} \right. \quad (\text{II.9})$$

Resolvendo-se (II.9) tem-se:

$$P_k = \left\{ \begin{array}{l} \frac{A^k}{k!} P_0 \quad ; \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \\ \frac{A^k}{N! \cdot N^{(k-N)}} \quad ; \quad k = N, N+1, \dots, N+L \end{array} \right. \quad (\text{II.10})$$

E,

$$P_0 = \left[\sum_{k=0}^{N-1} \frac{A^k}{k!} + \frac{A^N}{N!} \cdot \sum_{k=0}^L \left(\frac{A}{N} \right)^k \right]^{-1} \quad (\text{II.11})$$

Se a fila de espera tivesse capacidade infinita ($L \rightarrow \infty$) e $A/N < 1$, então:

$$P_0 = \left[\sum_{k=0}^{N-1} \frac{A^k}{k!} + \frac{A^N}{N! \cdot (1 - A/N)} \right]^{-1} \quad (\text{II.12})$$

Neste caso não há bloqueio pois toda chamada que chega ao enlace e não encontra circuito para ser escoada aguarda numa fila de espera até que haja um meio livre. O que certamente ocorre pois $A < N$.

Não havendo fila de espera ($L=0$), então:

$$P_0 = \left[\sum_{k=0}^N \frac{A^k}{k!} \right]^{-1}$$

$$P_N = \frac{A^N}{\sum_{i=0}^N A^i / i!} = E(A, N)$$

Neste caso o bloqueio é dado pela fórmula de Erlang conforme foi deduzido anteriormente.

A Figura II.3 apresenta uma rede elementar $R(2,1,1)$, composta de duas centrais de origem uma de trânsito e uma de destino. Supõe-se para esta rede que $N_3 < N_1 + N_2$, $N_1 \leq N_3$ e $N_2 \leq N_3$.

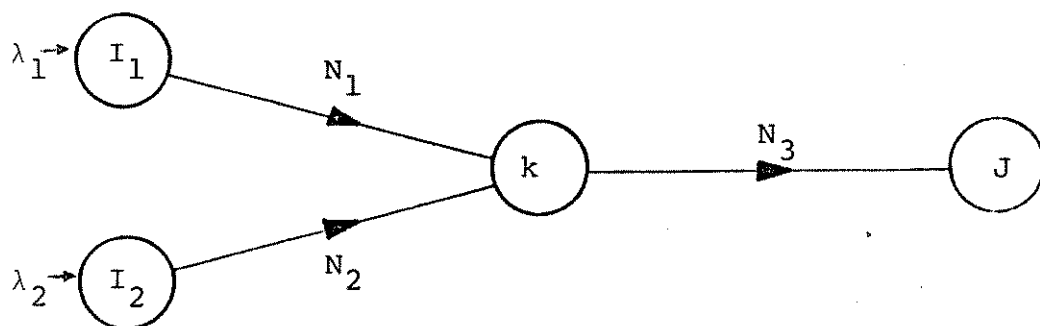


Figura II.3 - Rede Elementar $R(2,1,1)$.

As chamadas originadas em I_1 ou I_2 , com taxas λ_1 e λ_2 respectivamente, são escoadas até a central de trânsito k através de enlaces próprios. Entre a central de trânsito k e a de destino J estas chamadas devem compartilhar um mesmo enlace.

O par (i_1, i_2) denota o estado dos caminhos $I_1 k J$ e $I_2 k J$, respectivamente.

O espaço S de estados possíveis da rede é dado por:

$$S = \left\{ (i_1, i_2) / 0 \leq i_1 \leq N_1, 0 \leq i_2 \leq N_2, 0 \leq i_1 + i_2 \leq N_3 \right\}$$

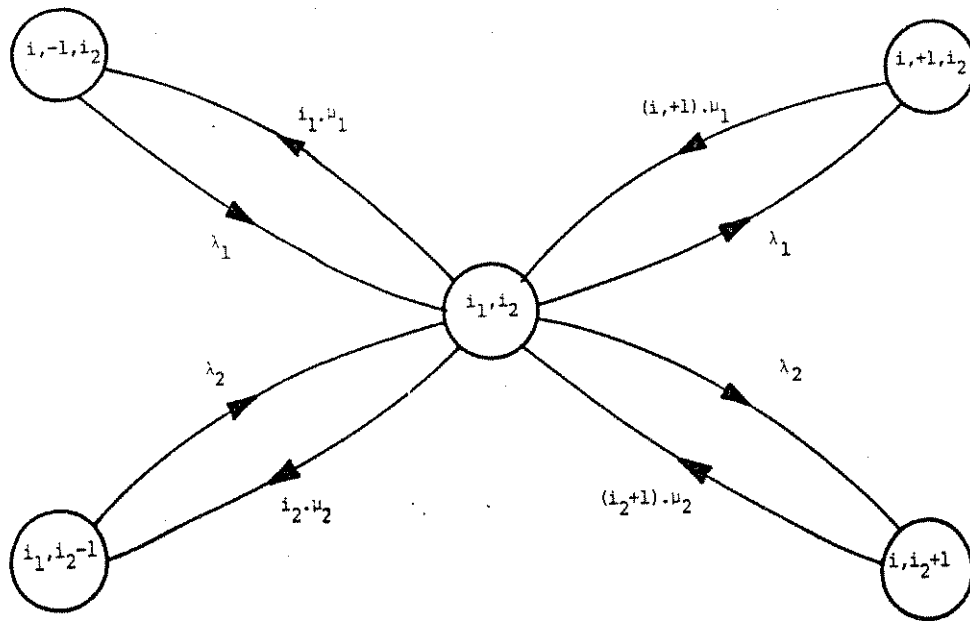


Figura II.4 - Diagrama de Transição de Estados da Rede R(2,1,1).

A conservação do fluxo para a rede R(2,1,1) implica que:

$$\lambda_1 \cdot P_{i_1-1, i_2} + (i_1+1) \cdot \mu_1 \cdot P_{i_1+1, i_2} + (i_2+1) \cdot \mu_2 \cdot P_{i_1, i_2+1} + \lambda_2 \cdot P_{i_1, i_2-1} = (\lambda_1 + \lambda_2 + i_1 \cdot \mu_1 + i_2 \cdot \mu_2) \cdot P_{i_1, i_2}$$

$$\sum_{(i_1, i_2) \in S} P_{i_1, i_2} = 1$$

onde:

P_{i_1, i_2} : Probabilidade conjunta do sistema estar no estado (i_1, i_2) .

Definindo-se:

$$A_1 = \lambda_1 / \mu_1 \quad ; \quad A_2 = \lambda_2 / \mu_2$$

Tem-se: (LE GALL [23])

$$P_{i_1, i_2} = \frac{A_1^{i_1}}{i_1!} \cdot \frac{A_2^{i_2}}{i_2!} \cdot P_{0,0} \quad (II.13)$$

$$P_{0,0} = \left[\sum_{i_1=0}^{N_1} \frac{A_1^{i_1}}{i_1!} \cdot \sum_{i_2=0}^{N_3-i_1} \frac{A_2^{i_2}}{i_2!} \right]^{-1} \quad (\text{II.14})$$

A probabilidade de bloqueio no caminho $I_1 k \bar{\sigma}$ é dada por:

$$P_1 = \text{Prob} \{ i_1 \geq N_1 \text{ ou } i_1 + i_2 \geq N_3 \} \quad (\text{II.15})$$

Ou seja:

$$P_1 = \text{Prob} \{ i_1 \geq N_1 \} + \text{Prob} \{ i_1 + i_2 \geq N_3 \} - \text{Prob} \{ i_1 \geq N_1 \text{ e } i_1 + i_2 \geq N_3 \}$$

Onde:

$$\text{Prob} \{ i_1 \geq N_1 \} = E(A_1, N_1) \cdot \sum_{i_2=0}^{N_3-N_1} \frac{A_2^{i_2}}{i_2!} \cdot P_{0,0}$$

$$\text{Prob} \{ i_1 + i_2 \geq N_3 \} = \sum_{i_1=N_3-N_2}^{N_1} \frac{A_1^{i_1}}{i_1!} \cdot \frac{A_2^{(N_3-i_1)}}{(N_3-i_1)!} \cdot P_{0,0}$$

$$\text{Prob} \{ i_1 \geq N_1 \text{ e } i_1 + i_2 \geq N_3 \} = E(A_1, N_1) \cdot E(A_2, N_2) \cdot P_{0,0}$$

Mesmo para esta rede elementar a representação através da cadeia de Markov mostra-se bastante complexa.

Assim, para a rede telefônica o modelo que se mostra mais adequado é baseado em variáveis de estado descrevendo o tráfego médio escoado (LE GALL [23], BONATTI [7]).

II.3 - REPRESENTAÇÃO ATRAVÉS DO TRÁFEGO MÉDIO ESCOADO

O modelo matemático baseado em variáveis de estado representando o tráfego médio escoado pode ser obtido através de uma representação do tipo fluido.

Considere um enlace com N circuitos cujo diagrama de transição é mostrado na Figura II.1.

O número médio de chamadas no sistema é dado por:

$$X(t) = \sum_{k=0}^N k \cdot P_k(t)$$

A dinâmica do estado médio é dada por:

$$\dot{X}(t) = \lambda \cdot [1 - P_N(t)] - \mu \cdot X(t) \quad (\text{II.16})$$

Sabendo-se que μ é a taxa média de fim de conversação de uma chamada e λ é a taxa média de chegada, define-se:

$$\lambda \cdot [1 - P_N(t)] \quad : \text{Vazão média de entrada}$$

$$\mu \cdot X(t) \quad : \text{Vazão média de saída}$$

Portanto a variação do tráfego escoado de chamadas no sistema é dada pela diferença entre a vazão média de entrada e a vazão média de saída. Este tipo de modelo pretende uma representação macroscópica da rede ao contrário da representação markoviana.

Em regime estacionário:

$$P_N = E(A, N)$$

Em regime transitório a expressão para $p_N(t)$ é bastante complexa. Para simplificar seu cálculo, uma aproximação pode ser feita usando-se a fórmula de Erlang. Para isto, introduz-se o conceito de tráfego fictício $z(t)$ o qual se relaciona ao tráfego escoado $\lambda(t)$, conforme a expressão (BONATTI [7]):

$$z(t) \cdot [1 - E(z(t), N)] = \lambda(t) \quad (II.17)$$

Com,

$$\hat{p}_N(t) = E(z(t), N)$$

correspondendo à aproximação de $p_N(t)$.

A equação diferencial:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}(t) = -\mu \cdot \lambda(t) + \lambda \cdot [1 - E(z(t), N)] \\ z(t) \cdot [1 - E(z(t), N)] = \lambda(t) \end{cases} \quad (II.18)$$

descreve o estado médio de ocupação do enlace de N circuitos, no instante t .

Note que no modelo, representado pelo sistema (II.18) passou-se de um sistema de N equações diferenciais para um outro composto por apenas uma.

Um outro aspecto importante é que obteve-se a probabilidade de bloqueio em função do tráfego escoado.

A agregação do modelo implicou na obtenção de uma equação diferencial não linear.

Note ainda que nas condições estacionárias ($\dot{\lambda}(t)=0$) existe igualdade entre o modelo agregado e o modelo probabilístico original.

A Figura II.5 compara $\hat{P}_N(t)$ dada pela solução de (II.18) e $P_N(t)$ solução do modelo markoviano: (LE GALL [23])

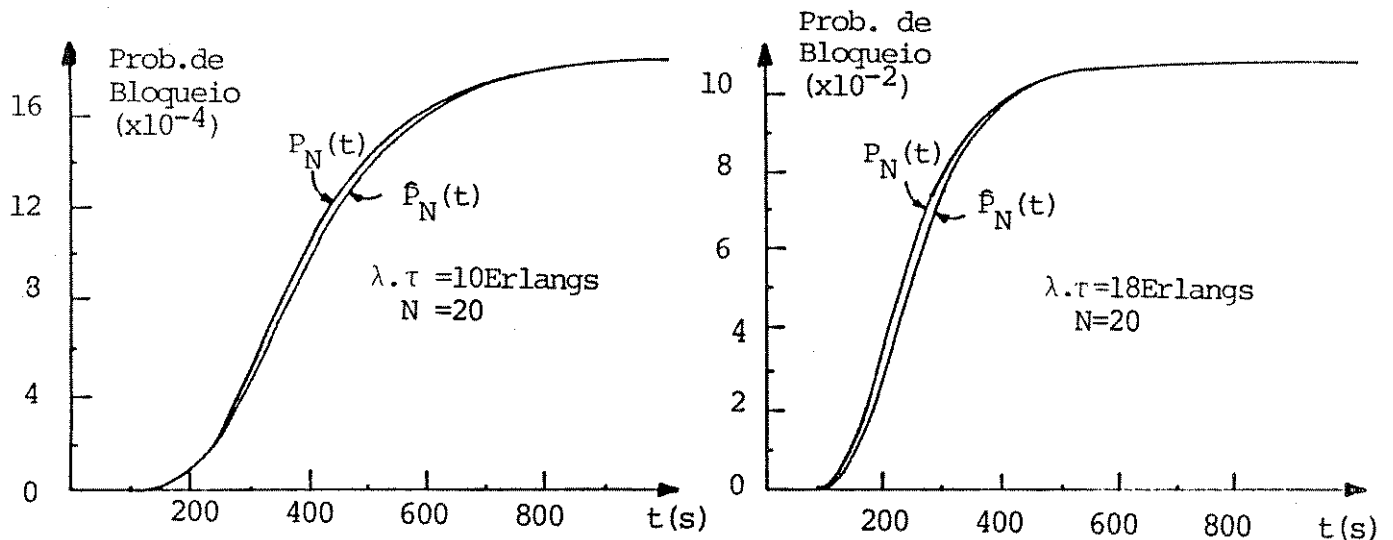


Figura II.5 - Probabilidade de Bloqueio Exata ($P_N(t)$) e Aproximada ($\hat{P}_N(t)$)

A obtenção do modelo dinâmico mostrou que a extensão do uso da fórmula de Erlang dá uma boa aproximação para o bloqueio em condições não estacionárias e permitiu a introdução do conceito de tráfego fictício. As próximas seções tratam do modelo em regime estacionário.

II.4 - MODELO AGREGADO PARA A REDE

A idéia de tráfego fictício pode ser utilizada para obter-se a probabilidade de bloqueio de um enlace imerso numa rede.

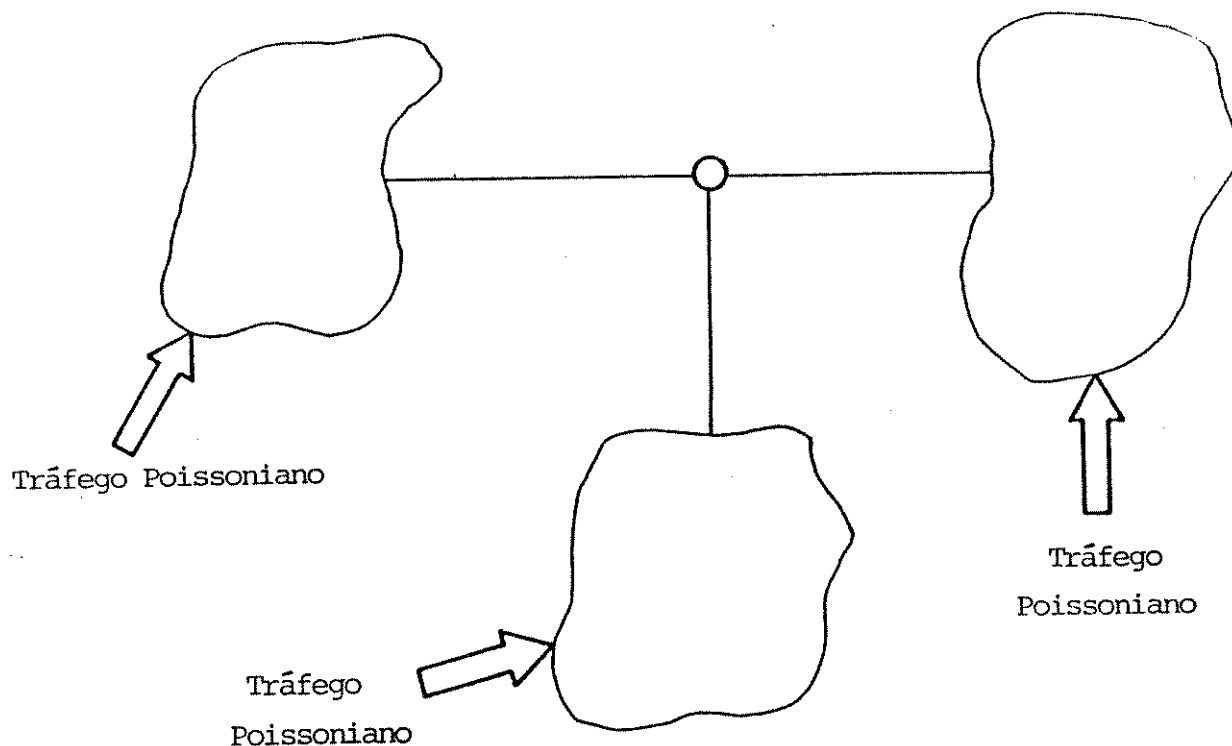


Figura II.6 - Rede genérica

Supondo-se conhecido X , o tráfego escoado no enlace em questão, pode-se calcular de maneira aproximada a probabilidade de bloqueio neste enlace através de:

$$P = E(z, N)$$

Com,

$$z \cdot [1 - E(z, N)] = X \quad (II.19)$$

Na verdade, o tráfego que se apresenta para o este enlace (tráfego oferecido) não é poissoniano devido aos bloqueios

nos enlaces anteriores e posteriores.

Cada par origem destino define na rede caminhos possíveis para o escoamento do tráfego oferecido.

Uma vez definida uma política de encaminhamento, está definida as parcelas de tráfego oferecidas a um determinado caminho.

Assim Z , o tráfego oferecido fictício que se apresenta a um dado enlace, é o resultado de todos os tráfegos oferecidos aos caminhos que contêm este enlace menos a parcela bloqueada nos demais enlaces destes caminhos.

Na rede elementar $R(2,1,1)$ da Figura II.3, A_1, A_2 são os tráfegos oferecidos (poissonianos) aos caminhos $I_1 k J$ e $I_2 k J$.

Sejam Z_1, Z_2, Z_3 os tráfegos fictícios dos enlaces N_1, N_2 e N_3 , respectivamente.

Assim:

$$Z_1 = A_1 \cdot (1 - P_3)$$

$$Z_2 = A_2 \cdot (1 - P_3)$$

$$Z_3 = A_1 (1 - P_1) + A_2 \cdot (1 - P_2)$$

Note que P_1, P_2, P_3 são calculadas a partir de Z_1, Z_2 e Z_3 através de:

$$P_i = E(Z_i, N_i) \quad ; \quad i = 1, 2, 3.$$

A interpretação do tráfego fictício de subida é que ele é igual ao tráfego oferecido caso não existisse bloqueio nos enlaces de descida e analogamente para o tráfego fictício de descida.

Compare a agregação conseguida, com o conceito de tráfego fictício, nesta rede em relação às equações markovianas apresentadas em (II.13) a (II.15).

No determinação do tráfego fictício de um determinado enlace de uma dada rede é necessário o cálculo da probabilidade conjunta de bloqueio dos demais enlaces que compõem os caminhos que passam pelo enlace em questão.

A hipótese de independência estatística dos tráfegos nos diversos enlaces da rede permite que o cálculo do tráfego fictício fique bastante simplificado.

Considere \mathcal{C} enlaces em cascata conforme a Figura II.7:

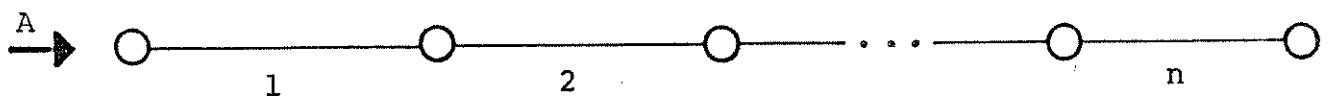


Figura II.7 - Enlaces em Cascata

Para um enlace genérico o tráfego fictício é dado por:

$$Z_k = A \cdot (1 - P_1) \cdot \dots \cdot (1 - P_{k-1}) \cdot (1 - P_{k+1}) \cdot \dots \cdot (1 - P_n) \quad (\text{II.20})$$

Note que em uma rede, em geral, o tráfego escoado num dado enlace é resultado de parcelas de tráfegos de origens e destinos diversos. Ou seja, nos enlaces de um dado caminho existem parcelas consideráveis de tráfegos independentes.

Portanto, quanto maior a dimensão da rede mais aceitável é a hipótese de independência entre os tráfegos de um dado caminho.

O modelo de tráfego fictício resulta em tráfegos escoados admissíveis, isto é, em cada nó da rede existe a conservação do tráfego escoado.

Para ilustrar esta propriedade considere um nó generico k na rede de $R(N, k, N)$ mostrada na Figura II.8:

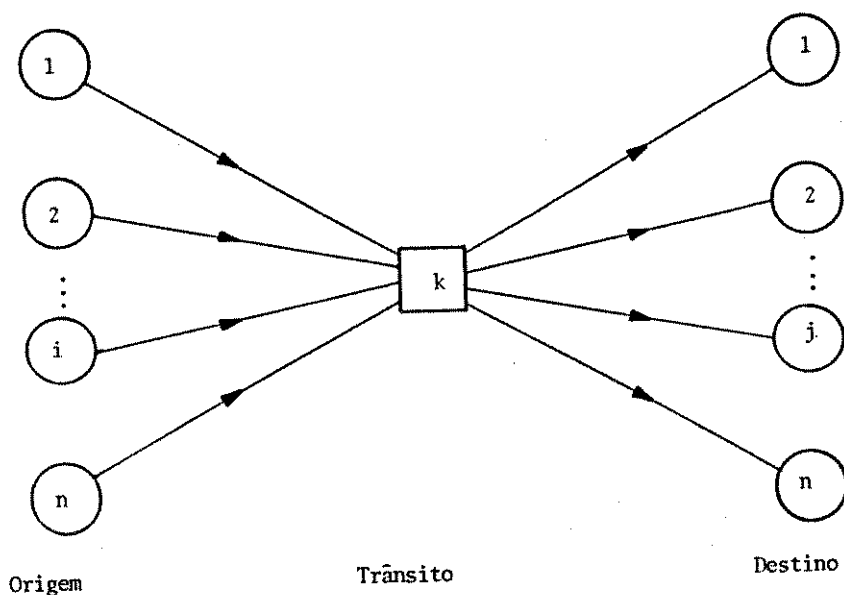


Figura II.8 - Rede $R(N, k, N)$

Os tráfegos fictícios são dados por:

$$Z_{ik} = \sum_{j \in J} A_{ij} \cdot (1 - P_{kj}) \quad ; \quad i \in I \text{ e } k \in K$$

$$Z_{kj} = \sum_{i \in I} A_{ij} \cdot (1 - P_{ik}) \quad ; \quad j \in J \text{ e } k \in K$$

Com,

$$X_{ik} = Z_{ik} \cdot (1 - P_{ik}) \quad ; \quad P_{ik} = E(Z_{ik}, N_{ik})$$

$$X_{kj} = Z_{kj} \cdot (1 - P_{kj}) \quad ; \quad P_{kj} = E(Z_{kj}, N_{kj})$$

Portanto,

$$X_{ik} = \sum_{j \in J} A_{ij} \cdot (1 - P_{ik}) \cdot (1 - P_{kj})$$

$$X_{kj} = \sum_{i \in I} A_{ij} \cdot (1 - P_{ik}) \cdot (1 - P_{kj})$$

Logo,

$$\sum_{i \in I} X_{ik} = \sum_{j \in J} X_{kj}$$

O que demonstra que no nó k existe conservação de tráfego escoado ou seja o tráfego escoado é admissível.

Supondo-se que P_{kj} é desprezível em relação a P_{ik} ,

tem-se:

$$Z_{ik} = \sum_{j \in J} A_{ij}$$

$$Z_{kj} = X_{kj}$$

que é o modelo adotado por HENNET [18] em 1980. Esta aproximação é de pior qualidade numérica que aquela obtida com o tráfego fictício, além disso não conserva o tráfego escoado num nó, não sendo portanto um modelo admissível.

LE GALL [23] apresenta resultados numéricos comparativos entre os modelos: markoviano, de tráfego fictício e o modelo de Hennet para a rede $R(3,1,3)$ da Figura II.8.

$i \backslash k$	1
1	2
2	4
3	6

Tabela II.1 - Capacidade dos Enlaces (ik)

$k \backslash j$	1	2	3
1	3	4	6

Tabela II.2 - Capacidade dos Enlaces (kj)

i \ j	1	2	3
1	0.5	0.5	0.8
2	0.6	0.8	1.2
3	1.3	1.4	2.7

Tabela II.3 - Matriz de Tráfego Oferecido (em Erlangs)

(i, j)	MÉTODOS		
	Hennet	Fictício	Markoviano
(1, 1)	0.484	0.459	0.449
(1, 2)	0.432	0.400	0.393
(1, 3)	0.424	0.392	0.382
(2, 1)	0.317	0.300	0.290
(2, 2)	0.248	0.224	0.210
(2, 3)	0.237	0.214	0.196
(3, 1)	0.366	0.337	0.323
(3, 2)	0.302	0.265	0.251
(3, 3)	0.292	0.256	0.234

Tabela II.4 - Probabilidade de Bloqueio do Fluxo (i, j)

Estado	MÉTODOS			
	médio	Hennet	Fictício	Markoviano
(i)	X_{11}	1.003	1.057	1.074
	X_{21}	1.928	1.984	2.023
	X_{31}	3.714	3.901	3.998
(k)	X_{11}	1.493	1.553	1.583
	X_{12}	1.863	1.949	1.984
	X_{13}	3.289	3.439	3.527

Tabela II.5 - Tráfego Escoado nos Enlaces

As Tabelas II.4 e II.5 mostram que a aproximação usando tráfego fictício é melhor que a de Hennet e é próxima do modelo markoviano.

II.5 - COMPARAÇÃO ENTRE TRANSBORDO E REPARTIÇÃO DE CARGA

Para avaliar o desempenho da rede, quando sujeita a uma dada técnica de encaminhamento, deve-se adequar a rede a esta técnica.

Os parâmetros de primeira (α_{ikj}) e segunda escolhas ($\beta_{ikk'j}$) definem uma técnica de encaminhamento com um transbordo.

onde,

α_{ikj} : Parcela do tráfego enviada ao caminho ikj .

$\beta_{ikk'j}$: Parcela do tráfego enviada ao caminho $ik'j$ tendo sido bloqueada no enlace ik .

A simulação, utilizando estes parâmetros, é uma maneira de fazer a análise de desempenho, através da geração artificial das chamadas e da observação da resposta da rede (tráfego escoado, probabilidade de bloqueio, etc.).

O diagrama funcional para esta simulação é dado por:

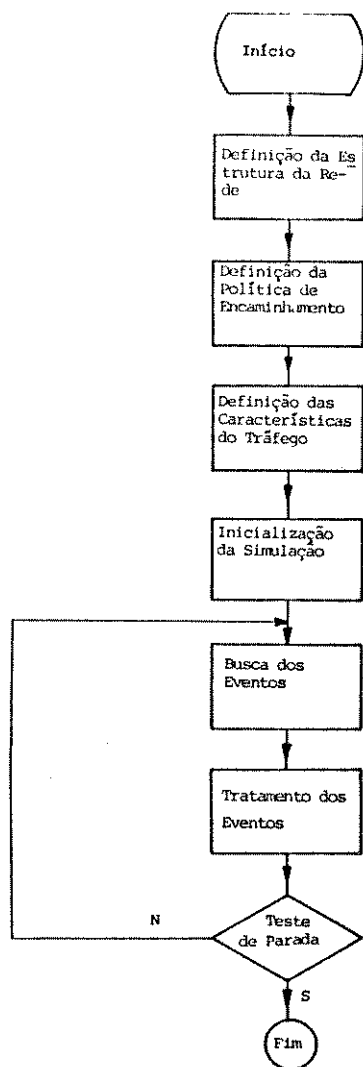


Figura II.9 - Diagrama Funcional da Simulação por Eventos Discretos

Em (LE GALL [23]; BONATTI [7]; SILVA [32])

apresenta-se algumas simulações para duas redes $R(4,4,4)$, uma adequada à política de transbordo e outra à de repartição de carga. Estas redes têm o mesmo número total de circuitos.

- Rede especializada em transbordo

Esta rede têm os seguintes parâmetros:

i \ k	1	2	3	4
1	11	11	11	15
2	11	16	19	27
3	11	19	16	27
4	15	27	27	18

k \ j	1	2	3	4
1	37	8	8	9
2	8	57	11	13
3	8	11	57	13
4	9	13	13	69

Tabela II.6 - Capacidade dos Enlaces (ik)

Tabela II.7 - Capacidade dos Enlaces (kj)

k \ i	1	2	3	4
12	0	1	0	0
13	0	0	1	0
14	0	0	0	1
21	1	0	0	0
23	0	0	1	0
24	0	0	0	1
31	1	0	0	0
32	0	1	0	0
34	0	0	0	1
41	1	0	0	0
42	0	1	0	0
43	0	0	1	0

k' \ i'j'	1	2	3	4
122	1	0	0	0
133	1	0	0	0
144	1	0	0	0
211	0	1	0	0
233	0	1	0	0
244	0	1	0	0
311	0	0	1	0
322	0	0	1	0
344	0	0	1	0
411	0	0	0	1
422	0	0	0	1
433	0	0	0	1

Tabela II.8 - Parâmetros de Primeira Escolha

Tabela II.9 - Parâmetros de Segunda Escolha

(α_{ikj})

($\beta_{ikk'j}$)

- Rede especializada em repartição de carga

Em SILVA [32], propõe-se uma política de encaminhamento que consiste em reservar uma central de trânsito ($k=1$) exclusivamente para o transbordo, repartindo-se o tráfego de primeira escolha entre os enlaces que interligam as demais centrais de trânsito.

$i \setminus k$	1	2	3	4	$k \setminus j$	1	2	3	4
1	15	11	11	11	1	13	20	20	23
2	22	18	18	18	2	15	22	22	27
3	22	18	18	18	3	15	22	22	27
4	22	21	21	21	4	15	22	22	27

Tabela II.10- Capacidade dos Enlaces (ik)

Tabela II.11- Capacidade dos Enlaces (kj)

Os parâmetros de primeira escolha para esta rede são:

$$\alpha_{ikj} = \begin{cases} 0.333 & ; \quad k \neq 1 \\ 0 & ; \quad k = 1 \end{cases}$$

Os de segunda escolha são:

$$\beta_{ikk'j} = \begin{cases} 1 & , \quad k' = 1, \quad k \neq k' \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Ou seja, os parâmetros de segunda escolha são iguais a 1 para os enlaces que interligam cada central de

origem à central de trânsito de reserva ($k > 1$)

O tráfego oferecido em condições nominais de operação é:

INJ	1	2	3	4
1	-	10.0	10.0	15.0
2	10.0	-	20.0	30.0
3	10.0	20.0	-	30.0
4	15.0	30.0	30.0	-

Tabela II.12 - Tráfego Oferecido Nominal (em Erlangs)

Em SILVA [32] apresenta-se os seguintes resultados da simulação, para o transbordo (T) e repartição de carga (RC):

a) Condições nominais de tráfego

INJ	1	2	3	4
1	-	9.8 / 9.9	9.5 / 10.0	14.6 / 14.3
2	10.0 / 9.8	-	19.3 / 18.8	28.9 / 28.5
3	10.1 / 9.3	19.6 / 19.5	-	29.1 / 29.3
4	14.4 / 14.5	29.0 / 29.1	29.0 / 29.5	-

Tabela II.13 - Tráfego Escorado Ponto a Ponto (T / RC)

% Perdas: Transbordo= 2.8 / Repartição= 2.4

b) Sobrecarga

Sobrecarga de 50 % de tráfego oferecido entre as centrais $i=4$ e $j=2$.

i \ j	1	2	3	4
1	-	9.8 / 10.0	9.5 / 9.2	14.6 / 14.7
2	10.0 / 9.6	-	19.3 / 18.8	28.9 / 29.4
3	10.2 / 9.7	19.6 / 19.2	-	29.1 / 29.5
4	14.3 / 13.5	27.9 / 27.7	35.3 / 39.6	-

Tabela II.14 - Tráfego Escorado Ponto a Ponto (T / RC)

% Perdas: Transbordo= 6.4 / Repartição= 5.6

c) Ruptura de enlaces

Ruptura do enlace de subida $i=4$ e $k=2$.

i \ j	1	2	3	4
1	-	9.8 / 9.6	9.5 / 10.0	14.6 / 14.5
2	10.0 / 9.5	-	19.3 / 18.9	28.9 / 29.2
3	10.1 / 9.6	19.2 / 19.3	-	29.1 / 29.4
4	13.8 / 13.9	22.8 / 27.6	26.3 / 27.1	-

Tabela II.15 - Tráfego Escorado Ponto a Ponto (T / RC)

% Perdas Transbordo= 7.0 / Repartição= 4.6

Os resultados destas simulações mostram que a repartição de carga é viável e pode incorporar uma política de

segunda escolha.

Em condições nominais de tráfego o desempenho do transbordo e repartição de carga são bastante próximos.

Em condições excepcionais de operação (sobrecargas e panes) a repartição de carga mostrou-se melhor do que o transbordo. Esta robustez é devido à maior distribuição de tráfego na rede, que é uma característica da repartição de carga.

Estas simulações são preliminares e a questão de como definir estratégias de segunda, terceira, ou demais escolhas é uma questão em aberto e transcende os objetivos deste trabalho.

É evidente, entretanto, que estas simulações justificam um estudo detalhado do encaminhamento pela técnica de repartição de carga.

Em geral, a rede telefônica opera com um nível de bloqueio de chamadas da ordem de 1 %. O planejamento atual das redes estabelece que um mínimo de 90 % das chamadas deve ser escoado em primeira escolha.

Além disso, a introdução dos parâmetros de segunda escolha tornam o modelo bastante complexo (LE GALL [23]).

Desta forma, este trabalho trata apenas do encaminhamento em primeira escolha.

II.6 - MODELO PARA A REPARTIÇÃO DE CARGA

Considere dois enlaces, cujo encaminhamento de chamadas é feito por repartição de carga:

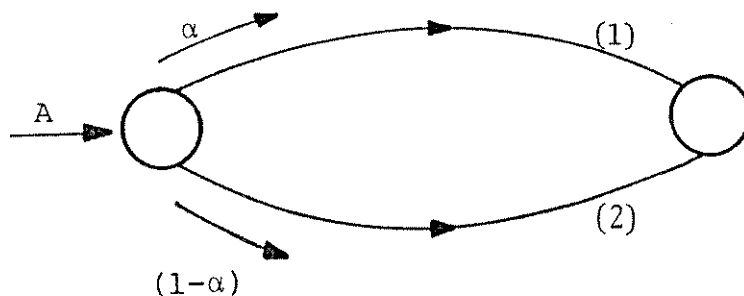


Figura II.10 - Dois Enlaces com Repartição de Carga

As chamadas que chegam à central de origem são encaminhadas à de destino repartindo-se o tráfego A através dos enlaces (1) e (2) de capacidade N_1 e N_2 respectivamente.

A probabilidade de uma chamada ser encaminhada através do enlace (1) é α e do enlace (2) é $(1-\alpha)$.

Como o tráfego A é poissoniano, as parcelas $\alpha \cdot A$ e $(1-\alpha) \cdot A$ também o são. Assim, a probabilidade de bloqueio nos enlaces é dada por:

$$P_1 = E(\alpha \cdot A, N_1)$$

$$P_2 = E[(1-\alpha) \cdot A, N_2]$$

O tráfego bloqueado nos enlaces (perdas) é dado por:

$$P = \alpha \cdot A \cdot E(\alpha \cdot A, N_1) + (1-\alpha) \cdot A \cdot E[(1-\alpha) \cdot A, N_2] \quad (\text{II.21})$$

Impondo-se:

$$\frac{\partial P}{\partial \alpha} = 0$$

Obtém-se:

$$E(\alpha \cdot A, N_1) \cdot (1 + N_1 - X_1) = E[(1 - \alpha) A, N_2] \cdot (1 + N_2 - X_2) \quad (II.22)$$

Onde,

$$X_1 = \alpha \cdot A \cdot [1 - E(\alpha \cdot A, N_1)]$$

$$X_2 = (1 - \alpha) A \cdot [1 - E((1 - \alpha) \cdot A, N_2)]$$

Note que mesmo neste caso elementar, não é possível encontrar o valor analítico de α que maximize o fluxo de chamadas escoadas (minimize as perdas).

A Figura II.11 ilustra o comportamento das perdas em relação ao parâmetro de repartição de carga α para alguns valores de N_1 , N_2 e A .

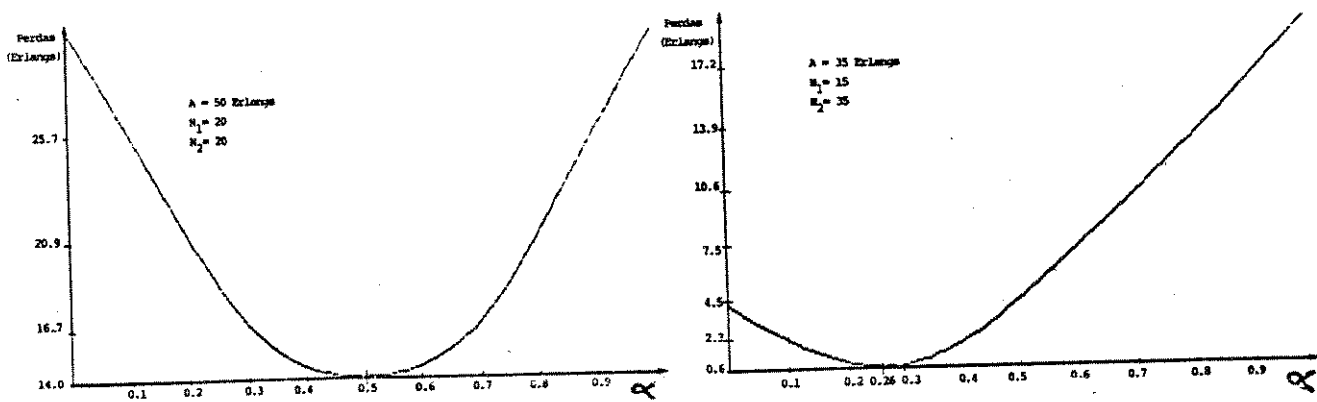


Figura II.11 - Gráfico da Função Perdas

Considere a rede simplificada da Figura I.5. As equações para o tráfego fictício de subida e de descida são:

$$Z_{ik} = \sum_{j \in J} \alpha_{ikj} \cdot A_{ij} \cdot (1 - P_{kj}) \quad (\text{II.23})$$

$$Z_{ij} = \sum_{k \in I} \alpha_{ikj} \cdot A_{ij} \cdot (1 - P_{ik}) \quad (\text{II.24})$$

Onde,

$$Q_{ik} = 1 - P_{ik} = 1 - E(Z_{ik}, N_{ik})$$

$$Q_{kj} = 1 - P_{kj} = 1 - E(Z_{kj}, N_{kj})$$

$$\sum_{k \in K} \alpha_{ikj} = 1 \quad ; \quad \alpha_{ikj} \geq 0 \quad \forall ikj \in IKJ$$

Definindo-se X_{ij} como sendo o tráfego escoado ponto a ponto (origem - destino), tem-se:

$$X_{ij} = \sum_{k \in K} \alpha_{ikj} \cdot A_{ij} \cdot Q_{ik} \cdot Q_{kj} \quad (\text{II.25})$$

A eficiência no escoamento das chamadas é dada pela relação entre o tráfego escoado e o tráfego oferecido ponto a ponto:

$$E_{ij} = X_{ij} / A_{ij} \quad ij \in IJ$$

Portanto,

$$E_{ij} = \sum_{k \in K} \alpha_{ikj} \cdot Q_{ik} \cdot Q_{kj} \quad ij \in IJ \quad (\text{II.26})$$

O total de chamadas encaminhadas e bloqueadas nos enlaces de subida e de descida fornece o volume de tráfego perdido

$$P = \sum_{j \in IJ} \left[A_{ij} - \sum_{k \in K} \alpha_{ikj} \cdot A_{ij} \cdot Q_{ik} \cdot Q_{kj} \right] \quad (\text{II.27})$$

A equação (II.27) é um critério de avaliação global da rede, enquanto que a equação (II.26) permite fazer esta avaliação ponto a ponto.

II.6.1 - RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção são apresentados resultados do modelo de tráfego fictício, com o intuito de ilustrar algumas de suas características numéricas.

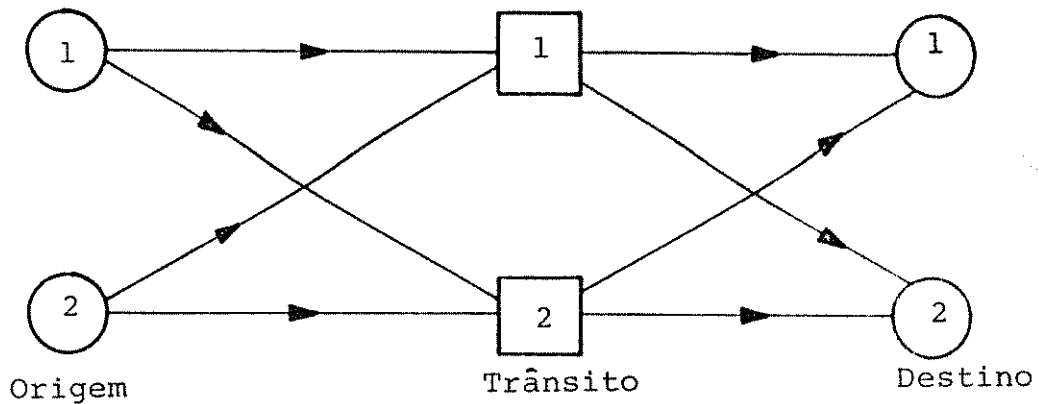


Figura II.12 - Rede R(2,2,2)

As Tabelas II.16 a II.26 apresentam parâmetros e resultados do modelo, com um total de 90.0 Erlangs de tráfego oferecido e perdas de 38.4 Erlangs, para a rede R(2,2,2) da Figura II.12.

$i \setminus k$	1	2
1	10	10
2	20	20

Tabela II.16- Capacidade dos Enlaces (ik)

$k \setminus j$	1	2
1	10	20
2	10	20

Tabela II.17- Capacidade dos Enlaces (kj)

i \ j	1	2
1	5.0	25.0
2	25.0	35.0

Tabela II.18- Tráfego Oferecido Ponto a Ponto

k (i, j)	1	2
(1, 1)	0.5	0.5
(1, 2)	0.5	0.5
(2, 1)	0.5	0.5
(2, 2)	0.5	0.5

Tabela II.19 - Parâmetros α_{ij} de Encaminhamento

i \ k	1	2
1	8.269	8.269
2	17.538	17.538

k \ j	1	2
1	8.269	17.538
2	8.269	117.538

Tabela II.20- Tráfego Escoado
de subida

i \ k	1	2
1	11.508	11.508
2	22.579	22.579

Tabela II.21- Tráfego Escoado
de descida

k \ j	1	2
1	11.506	22.575
2	11.506	22.575

Tabela II.22 - Tráfego Fictício
de subida

Tabela II.23- Tráfego Fictício
de descida

$i \setminus k$	1	2
1	0.719	0.719
2	0.777	0.777

$k \setminus j$	1	2
1	0.719	0.777
2	0.719	0.777

Tabela II.24- Probabilidade de Não - Bloqueio de Subida

Tabela II.25- Probabilidade de Não - Bloqueio de Descida

$i \setminus j$	1	2
1	0.516	0.558
2	0.558	0.603

Tabela II.26 - Eficiências Ponto a Ponto
Perdas= 38.4 Erlangs

Note que o tráfego fictício de um dado enlace é maior que seu tráfego escoado e menor que o tráfego oferecido correspondente. Por exemplo, no enlace $\lambda = 1$ e $k = 2$, tem-se:

$$Z_{ik} = 11.508; \quad X_{ik} = 8.269$$

$$e \sum_{j \in J} \alpha_{ikj} \cdot A_{ij} = 2.500 + 12.500 = 15.000$$

II.7 - CONCLUSÃO

Neste capítulo foram apresentados dois modelos para o tráfego telefônico.

Mostrou-se que é inadequável construir um modelo para a rede telefônica, com representação markoviana, pois esta apresenta complexidade excessiva.

A representação através do tráfego fictício mostrou-se bastante adequada, pois permitiu obter-se um modelo conciso e tratável numericamente, possibilitando a obtenção de um modelo de tráfego escoado admissível com resultados numéricos próximos aos do modelo markoviano.

A adaptabilidade do encaminhamento por repartição de carga às mudanças no tráfego ou na estrutura da rede (ruptura de enlaces), justifica a formulação de um problema de programação matemática para a obtenção dos seus parâmetros de primeira escolha.

CAPÍTULO III

MINIMIZAÇÃO DO TRÁFEGO BLOQUEADO

III - RESUMO

Para avaliar o desempenho de uma rede telefônica, necessita-se de parâmetros que indiquem o grau de satisfação do usuário.

Um bloqueio elevado de chamadas é ruim tanto para o usuário como para a concessionária da rede, pois implica no não atendimento ao usuário e na redução da receita da empresa com conseqüente diminuição de lucratividade.

Neste capítulo utiliza-se apenas a probabilidade de bloqueio como parâmetro de qualidade de serviço. É importante fazer a ressalva de que em telefonia qualidade de serviço tem uso muito mais geral, incluindo qualidade de transmissão, nível de ruído, nível de bloqueio, etc.

Assim, a qualidade do serviço prestado pela rede pode ser avaliada pelo número de chamadas bloqueadas (tráfego bloqueado).

Para a solução do problema de minimização do tráfego bloqueado compara-se dois métodos: um denominado MFV (FRANK [15]) e o outro denominado MPG (FERREIRA [13]).

Estes métodos pertencem à classe dos de direções factíveis e foram escolhidos por serem adequados a problemas com restrições parcialmente desacopladas.

III.1- INTRODUÇÃO

Com a existência de um supervisor e de dados estatísticos sobre o fluxo de chamadas e da situação dos enlaces, pode-se reformular as tabelas de encaminhamento, diminuindo o número de chamadas eliminadas.

Isso pode, obviamente, ser feito quando a técnica de encaminhamento for flexível e permitir sua reformulação.

A repartição de carga tem esta flexibilidade e a obtenção de uma nova tabela de encaminhamento é obtida através da solução de um problema de otimização.

III.2 - MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS

O total de chamadas perdidas é dado por:

$$P(Y) = \sum_{i,j \in IKJ} \gamma_{i,j} (1 - Q_{ik} \cdot Q_{kj})$$

com

$$Z_{ik} = \sum_{j \in J} \gamma_{ikj} \cdot Q_{kj} \quad ; \quad Q_{kj} = 1 - E(Z_{kj}, N_{kj})$$

$$Z_{ik} = \sum_{i \in I} \gamma_{ikj} \cdot Q_{ik} \quad , \quad Q_{ik} = 1 - E(Z_{ik}, N_{ik})$$

$$\sum_{i,j \in IKJ} \gamma_{ikj} = A_{ij} \quad ; \quad \gamma_{ikj} \geq 0 \quad ikj \in IKJ$$

A repartição de carga, que minimiza o número de chamadas perdidas na rede, é dada pela solução do problema:

$$\begin{cases} \text{Min } P(Y) \\ Y \in \Omega \end{cases} \quad \text{(III.1)}$$

onde Ω é dado por:

$$\Omega = \left\{ \gamma_{ikj} \mid \sum_{k \in K} \gamma_{ikj} = A_{ij} ; \gamma_{ikj} \geq 0 \quad ikj \in IKJ \right\}$$

Obs: γ sem índices indica todos γ_{ikj} com $ikj \in IKJ$.

Este problema possui uma estrutura simples, com restrições parcialmente desacopladas. O acoplamento existe apenas em relação às centrais de trânsito.

Este desacoplamento parcial das restrições permite a adequação de métodos de direcções factíveis na solução do problema de minimização.

Os métodos de direcções factíveis garantem a

obtenção de mínimo local, sendo que um valor mínimo global para a função é obtido se o problema for convexo (a função é convexa e as restrições formam um conjunto convexo).

No caso do modelo telefônico, estes métodos permitem calcular a direção separando o problema original numa série de subproblemas de menor dimensão. O número de subproblemas é igual ao número de centrais de origem multiplicado pelo número de centrais de destino.

O esforço computacional para solucionar (III.1) está no cálculo do gradiente da função perdas (vide Apêndice A), pois para a sua obtenção é necessário a solução numérica de um sistema não linear de equações (tráfego fictício).

O tempo de cálculo da direção é desprezível, quando comparado ao gradiente. A procura por métodos eficientes no cálculo da direção se justifica, pois quanto melhor for a direção gerada, maior será o decréscimo da função, diminuindo o número de avaliações do gradiente, sendo portanto, mais rápida a convergência.

A Figura III.1 apresenta um esquema simplificado de solução do problema de mínimas perdas:

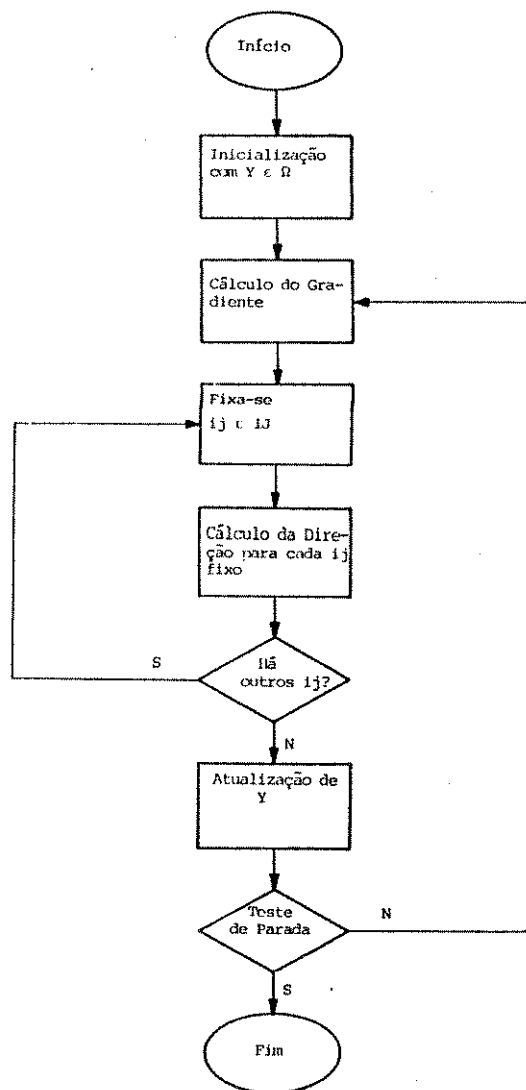


Figura III.1 - Esquema de Solução para o Problema de Mínimas Perdas

A escolha de métodos primais de solução tem como vantagem o fato das soluções serem implementáveis a cada iteração. Nos métodos duais ou de penalização, isto ocorre quando se obtém otimalidade e existe equivalência primal-dual (métodos duais) ou após convergência (métodos de penalização).

Os métodos MFW e MPG são de direções factíveis, bastante representativos desta classe, e facilmente adequáveis ao

modelo telefônico. Suas particularidades são:

- O MFW determina a direção de busca a partir da solução de um subproblema linear com solução simples (No caso do modelo telefônico é analítica).
- O MPG determina a direção através de um subproblema de projecção quadrático.

A inicialização de um método de direções factíveis exige um ponto inicial factível. Um valor inicial apropriado ao modelo telefônico é dado por:

$$y_{ikj}^0 = \frac{v_{ikj}}{\sum_{\beta \in K} N_{i\beta j}} \cdot A_{ij} \quad ikj \in IKJ \quad (\text{III.2})$$

com

$$N_{ikj} = \min \{ N_{ik}, N_{kj} \} \quad ikj \in IKJ$$

III.2.1 - MÉTODO MFW

Este método tem como principal característica o cálculo simples da direção.

A cada iteração l , a direção é dada por:

$$S^l = \hat{Y}^l - Y^l$$

Obs: \hat{Y} e S sem índices significam todos os \hat{y}_{ikj} e s_{ikj} com $ikj \in IKJ$, respectivamente. Neste e no próximo capítulo optou-se por uma notação mnemônica em detrimento da notação clássica de programação matemática.

\hat{Y}^l : É a solução do problema linear associado (III.3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \\ Y \in \Omega \end{array} \sum_{ij \in IJ} \sum_{k \in K} G_{ikj} \cdot Y_{ikj} \right. \quad (\text{III.3})$$

onde,

G_{ikj} : Derivadas parciais da função perdas

Como a função objetivo do problema (III.3) é linear e para cada par $ij \in IJ$ as restrições são desacopladas tem-se:

$$\left\{ \sum_{ij \in IJ} \text{Min}_{Y \in \Omega} \sum_{k \in K} G_{ikj} \cdot Y_{ikj} \right.$$

Seja um dos subproblemas com $ij \in IJ$ fixos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \\ Y \end{array} \sum_{k \in K} g_k \cdot y_k \right. \quad (\text{III.4})$$

$$\sum_{k \in K} y_k = A_{ij}; \quad y_k \geq 0 \quad k \in K$$

onde: $y_k = Y_{kj}$ $g_k = G_{kj}$ e $\Delta_k = S_{kj} \quad \forall k \in K$

A solução de (III.4) é:

$$y_k = \begin{cases} 0 & k \neq \pi \\ A_{kj} & k = \pi \text{ e } k \in K \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

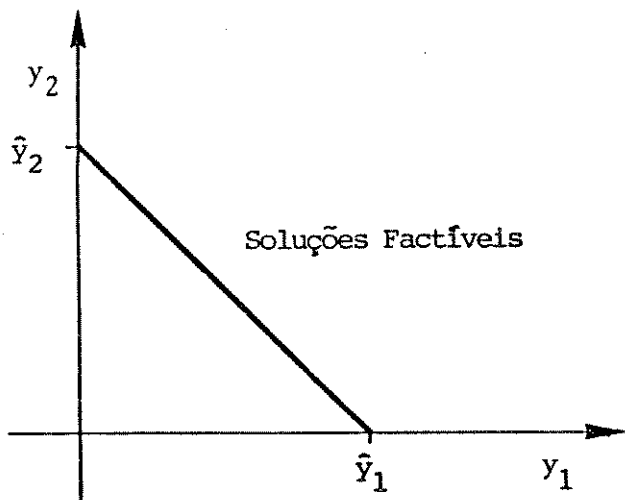
Com

$$\pi = \arg \min_{k \in K} g_k$$

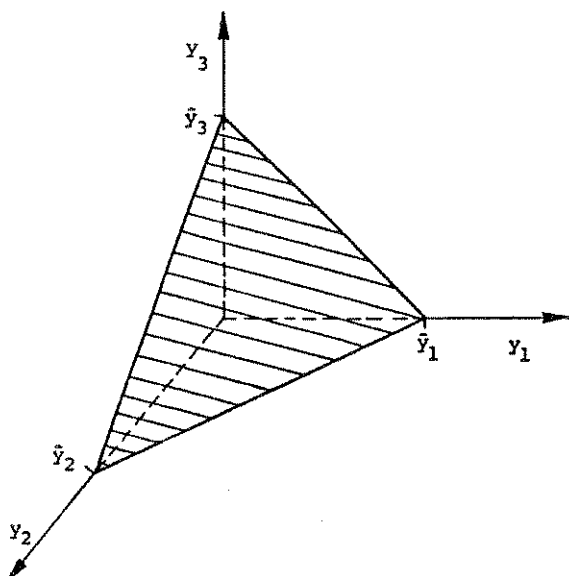
E

$$\Delta_k = \hat{y}_k - y_k$$

A Figura III.3 ilustra o conjunto de restrições nos casos bi e tridimensionais.



(a)



(b)

Figura III.3 - Soluções Factíveis para Duas (a) e Três (b) Centrais de Trânsito

A atualização de Y é feita por:

$$Y^{l+1} = Y^l + \beta \cdot S^l$$

Onde β é a solução do problema:

$$\begin{aligned} \text{Min } & P(Y^l + \beta \cdot S^l) \\ & 0 \leq \beta \leq 1 \end{aligned}$$

É oportuno ressaltar, que em virtude da maior dificuldade do cálculo do gradiente em comparação com a direção, na busca unidimensional é suficiente encontrar tal que:

$$P(Y^{l+1}) < P(Y^l) \quad (\text{III.6})$$

Isto é, basta um valor de β que garantidamente decresça o valor da função.

O valor limite para Y^{l+1} na busca unidimensional é um dos extremos do politopo Ω que é atingido quando $\beta = 1$ (vide Figura III.3).

ALGORITMO MFW

Passo 0: Inicialização

Dada uma política inicial factível $Y^0 \in \Omega$ faça $l = 0$

Condições iniciais diferentes de (III.2) apresentaram sempre o mesmo valor final da função perdas.

Passo 1: Cálculo do Gradiente

$$g_{ikj} = \frac{\partial}{\partial y_{ikj}} P(Y) \quad ikj \in IKJ$$

Este cálculo é apresentado no Apêndice A

Passo 2: Cálculo da Direção

$$S^l = \hat{Y}^l - Y^l \quad , \text{ conforme (III.5)}$$

Passo 3: Critério de Parada

$$\text{se } \left| \sum_{ikj \in IKJ} G_{ikj}^l \cdot S_{ikj}^l \right| \leq \epsilon_p \quad \text{ou}$$

$$\left[P(Y^l) - P(Y^{l+1}) \right] \leq \epsilon_f \quad \text{então FIM}$$

Como é típico no MFW a parada ocorre quase sempre por decréscimo no valor da função (FRANK [15]).

Passo 4: Atualização da Política de Encaminhamento

$$Y^{l+1} = Y^l + \beta_l S^l$$

O valor de β_l é obtido por aproximação quadrática e é apresentado no Apêndice B.

Faça $l = l + 1$ e retorne ao Passo 1

III.2.2 - MÉTODO MPG

A direção de busca neste método é obtida através da solução do problema de projeção quadrática dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min. } \frac{1}{2} \sum_{k \in IKJ} (g_{ij} - s_{ij})^2 \\ \sum_{k \in K} s_{ij} = 0 \\ s_{ij} \geq 0 \quad \text{se } y_{ij} = 0 \quad \forall ij \in IKJ \end{array} \right. \quad (\text{III.7})$$

Decompondo-se o problema (III.7) em subproblemas com $ij \in IJ$ fixos, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min. } \frac{1}{2} \sum_{k \in K} (g_k - \Delta_k)^2 \\ \sum_{k \in K} \Delta_k = 0 \\ \Delta_k \geq 0 \quad \text{se } y_k = 0 \quad \forall k \in K \end{array} \right. \quad (\text{III.8})$$

A direção Δ é obtida dualizando-se as restrições de (III.8).

Definindo-se por K_a o conjunto dos índices das restrições de não negatividade ativas tem-se:

$$K_a = \left\{ k / y_k = 0 \quad \forall k \in K \right\}$$

A função Lagrangeano se escreve como:

$$L(\lambda, \lambda, \mu) = \frac{1}{2} \sum_{k \in K} (\Delta_k - g_k)^2 + \lambda \cdot \sum_{k \in K} \Delta_k - \sum_{k \in K_a} \mu_k \cdot \Delta_k \quad (\text{III.9})$$

onde,

λ, μ : multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente, com λ irrestrito e $\mu_k \geq 0, \forall k \in K_a$.

A função dual se escreve como:

$$\varphi(\lambda, \mu) = \min_{\Delta} L(\Delta, \lambda, \mu) \quad (\text{III.10})$$

O problema dual é dado por:

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & \min_{\Delta} L(\Delta, \lambda, \mu) \\ \lambda & \\ \mu \geq 0 & \end{array} \quad (\text{III.11})$$

Para quaisquer λ e μ fixos o problema (III.11), irrestrito em Δ , tem solução única, pois o Lagrangeano é estritamente convexo em Δ .

Na condição de estacionaridade em Δ obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial \Delta} L(\Delta, \lambda, \mu) = 0 \Rightarrow \Delta_k = \begin{cases} g_k - \lambda + \mu_k & ; k \in K_a \\ g_k - \lambda & ; k \in K \text{ e } k \notin K_a \end{cases}$$

Fazendo-se $\mu_k = 0$ se $k \notin K_a$, tem-se:

$$\Delta_k = g_k - \lambda + \mu_k \quad ; \quad k \in K \quad (\text{III.12})$$

Impondo-se a condição de estacionaridade em λ , cujo problema é estritamente côncavo nesta variável, tem-se:

$$\lambda = \bar{g} + \bar{\mu}$$

onde,

$$\bar{\mu} = \frac{1}{m} \sum_{k \in K_a} \mu_k \quad ; \quad \bar{g} = \frac{1}{m} \sum_{k \in K} g_k$$

m : número de centrais de trânsito.

Portanto, a direção de busca é dada por:

$$D_k = g_k - \mu \cdot (\bar{g} + \bar{\mu}) \quad (\text{III.13})$$

Note que no caso de inexistirem restrições ativas, K_a é vazio ($K_a = \emptyset$), então todos $\mu_k = 0 \quad \forall k \in K$ e a direção é dada por:

$$D_k = g_k - \bar{g} \quad (\text{III.14})$$

Nos casos em que existirem restrições ativas, deve-se encontrar μ que resolva o problema:

$$\begin{cases} \mu_k \geq 0 \\ \mu_k > 0 \end{cases} \quad \frac{1}{2} \sum_{k \in K_a} (\bar{g} + \bar{\mu} - \mu_k)^2 \quad (\text{III.15})$$

O algoritmo para a solução de (III.15) está apresentado no Apêndice C.

ALGORITMO MPG

Passo 0: Inicialização

Passo 1: Cálculo do Gradiente

Passo 2: Cálculo da Direção

a) Se $K_a = \emptyset$ então para cada $ij \in I\bar{J}$ fixo tem-se:

$$S_{ikj} = g_k - \bar{g} \quad k \in K$$

b) Havendo restrições de não - negatividade ativas ($K_a \neq \emptyset$), então ache μ que resolve (III.15) através do

algoritmo dual, obtendo-se a direção para cada par ij fixo (Apêndice C):

Passo 3: Critério de Parada

$$\text{Se } \frac{\left[\sum_{ikj \in IKJ} S_{ikj}^2 \right]^{1/2}}{1 + \left[\sum_{ikj \in IKJ} G_{ikj}^2 \right]^{1/2}} \leq \epsilon_p$$

$$\text{ou } \left[P(Y^l) - P(Y^{l+1}) \right] \leq \epsilon_f \quad \text{então FIM}$$

Passo 4: Atualização da Política de Encaminhamento

$$Y^{l+1} = Y^l + \beta_l \cdot S^l$$

Antes da determinação de β_l a direção é normalizada:

$$\hat{S}_{ikj}^l = \beta_{\max} \cdot S_{ikj}^l$$

com $\beta_{\max} = \text{Min}_{ikj \in IKJ} \left\{ -\frac{Y_{ikj}}{S_{ikj}} \right\} S_{ikj} < 0$

Isto foi feito para melhor comparação intuitiva dos métodos MFW e MPG, pois após a normalização $\beta_{\max} = 1$.

O valor de β_l é obtido por aproximação quadrática e é apresentado no Apêndice B.

Faça $l = l + 1$, retorne ao Passo 1

III.2.3 - COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS

Os métodos de programação matemática propostos têm particularidades que são bastante úteis na solução do problema de mínimas perdas com conseqüente obtenção dos parâmetros de encaminhamento de chamadas.

A separação do problema global em subproblemas dependentes das centrais de trânsito permitiu trabalhar-se com problemas de menor dimensão.

Considere a rede $R(4,3,4)$ com parâmetros (capacidade de enlaces de subida e descida e tráfego oferecido) dados nas Tabelas III.1 a III.3 :

$i \setminus k$	1	2	3
1	18	18	18
2	8	30	40
3	36	8	18
4	36	18	36

$k \setminus j$	1	2	3	4
1	18	8	40	36
2	18	36	8	18
3	18	40	12	36

Tabela III.1 - Capacidade dos Enlaces (ik)

Tabela III.2 - Capacidade dos Enlaces (kj)

$i \setminus j$	1	2	3	4
1	-	10.0	10.0	15.0
2	10.0	-	20.0	30.0
3	10.0	20.0	-	30.0
4	15.0	30.0	30.0	-

Tabela III.3 - Tráfego Oferecido Nominal em Erlangs

Para esta rede obteve-se os seguintes resultados:

$k \mid$ (i, j)	1	2	3
(1, 2)	0.17 / 0.00	8.03 / 7.84	1.80 / 2.16
(1, 3)	7.79 / 7.76	0.32 / 0.61	1.89 / 2.16
(1, 4)	5.29 / 5.55	2.94 / 3.09	6.77 / 6.35
(2, 1)	0.17 / 0.00	7.15 / 7.18	2.68 / 2.82
(2, 3)	5.37 / 5.17	6.66 / 6.83	7.97 / 8.00
(2, 4)	0.36 / 0.36	9.60 / 9.81	20.03 / 19.83
(3, 1)	7.36 / 6.50	0.92 / 0.53	1.71 / 2.87
(3, 2)	2.36 / 3.53	5.89 / 6.66	11.75 / 9.81
(3, 4)	26.35 / 26.15	0.36 / 0.00	3.28 / 3.85
(4, 1)	4.38 / 5.37	2.76 / 2.95	7.87 / 6.68
(4, 2)	1.43 / 0.26	10.30 / 10.25	18.72 / 19.49
(4, 3)	27.65 / 20.00	0.40 / 0.00	1.95 / 2.00

Tabela III.4 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento (MFW / MPG)

$i \setminus k \mid$	1	2	3
1	11.92 / 11.95	10.93 / 11.09	9.76 / 9.54
2	4.89 / 4.65	21.32 / 21.60	28.15 / 28.19
3	31.27 / 31.36	5.81 / 5.82	14.39 / 14.29
4	29.10 / 29.16	12.68 / 12.55	26.76 / 26.82

Tabela III.5 - Tráfego Escorado de Subida (MFW / MPG)

k \ j	1	2	3	4
1	10.74 / 10.81	3.55 / 3.34	34.89 / 34.96	28.02 / 28.01
2	10.29 / 10.18	22.44 / 22.83	5.85 / 5.86	12.17 / 12.18
3	11.58 / 11.58	29.58 / 29.49	9.51 / 9.45	28.37 / 28.31

Tabela III.6 - Tráfego Escoado de Descida (MFW / MPG)

k \ j	1	2	3
1	0.969 / 0.968	0.984 / 0.982	0.994 / 0.995
2	0.912 / 0.930	0.982 / 0.979	0.992 / 0.992
3	0.892 / 0.889	0.813 / 0.812	0.877 / 0.883
4	0.950 / 0.949	0.951 / 0.955	0.981 / 0.980

Tabela III.7 - Probabilidade de Não - Bloqueio de Subida
(MFW / MPG)

k \ j	1	2	3	4
1	0.986 / 0.986	0.980 / 0.985	0.901 / 0.898	0.967 / 0.967
2	0.990 / 0.991	0.998 / 0.997	0.808 / 0.805	0.964 / 0.964
3	0.975 / 0.975	0.986 / 0.986	0.813 / 0.820	0.962 / 0.963

Tabela III.8 - Probabilidade de Não - Bloqueio de Descida
(MFW / MPG)

IKJ	1	2	3	4
1	-	0.981 / 0.980	0.858 / 0.856	0.948 / 0.948
2	0.970 / 0.970	-	0.806 / 0.811	0.951 / 0.951
3	0.869 / 0.868	0.850 / 0.851	-	0.860 / 0.859
4	0.948 / 0.947	0.959 / 0.961	0.851 / 0.850	-

Tabela III.9 - Eficiências Ponto a Ponto (MFW / MPG)

Perdas= 23.01 / 22.99 Erlangs

A Tabela III.10 apresenta o valor das perdas (em Erlangs) a cada iteração:

Iteração	1	2	3	4	5	... 10	... 25
MFW	37.73	33.88	30.86	28.71	27.92	23.54	23.03
MPG	37.73	28.96	28.75	24.30	23.36	23.00	-

Tabela III.10- Valor da Função a Cada Iteração

A Tabela III.4 mostra a quantidade de tráfego que deve ser encaminhada através de cada um dos caminhos $ikj \in IKJ$, para minimizar o total de perdas na rede.

Note que alguns valores de Y_{ikj} , obtidos através da solução do MPG, são nulos enquanto que seus equivalentes do MFW não o são.

A Tabela III.4 mostra ainda que variações, como aquelas registradas de uma solução para outra, mantém inalterado

o valor total das perdas, indicando que a função é "plana" em torno do mínimo.

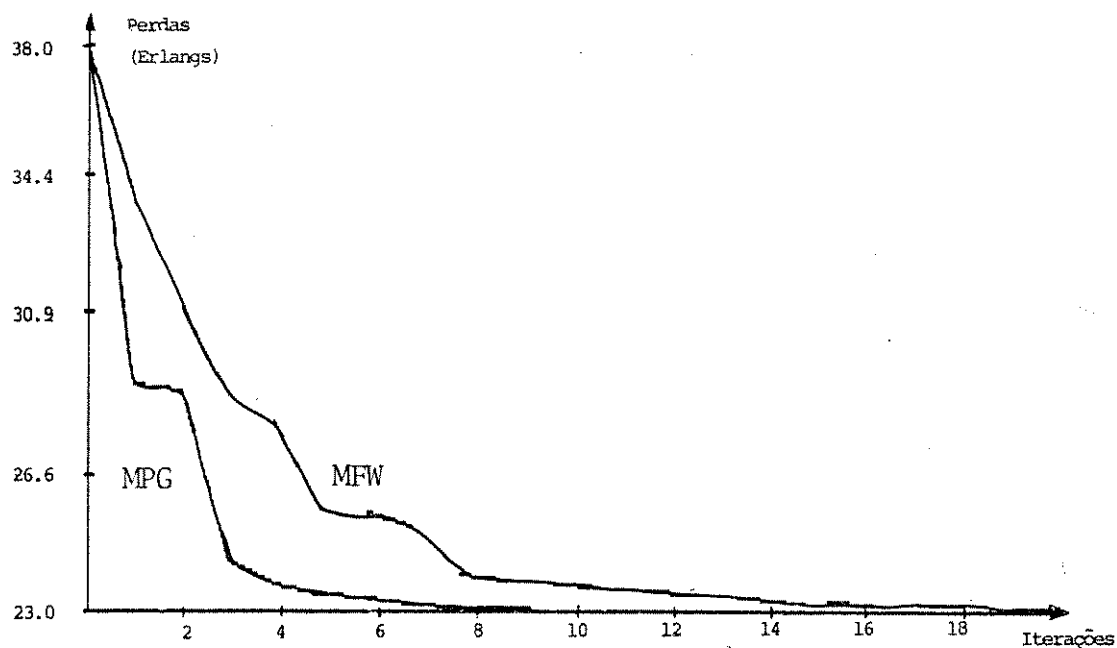


Figura III.4 - Convergência do MPG e MFW

A Figura III.4 ilustra a convergência dos métodos MPG e MFW. Note que ao se aproximar do valor mínimo, o desempenho do MFW vai degradando-se, prejudicando sua convergência.

Como o cálculo do gradiente e da função é o que mais consome tempo de computação, a redução do número de iterações torna-se muito interessante.

A Tabela III.11 mostra o número total de avaliações da função e do gradiente, para cada um dos métodos até atingir a satisfação do teste de convergência.

Método	Precisão ϵ_F	Gradiente da Função	Iterações	Teste de Parada
MFW	10^{-3}	53	25	Função
MPG		19	11	Direção
MFW	10^{-2}	35	16	Função
MPG		19	11	Direção

Tabela III.11 - Número de Avaliações do Gradiente e Teste de Parada

Na busca unidimensional o gradiente da função perdas foi calculado, em média, 2 vezes para o MFW e 1.7 vezes para o MPG.

Vários casos foram estudados, variando-se o ponto inicial (γ), o tráfego na rede, etc., constatando-se sempre a mesma relação superior de desempenho do MPG sobre o MFW.

III.3 - PANES E SOBRECARGAS

A repartição de carga distribui o tráfego pela rede apresentando maior robustez quanto a panes e sobrecargas. Para ilustrar tal desempenho considere a rede $R(4,4,4)$ apresentada nas Tabelas II.6 e II.7 .

A Tabela III.12 fornece os valores de α_{ikj} $ikj \in IKJ$ proporcionais à capacidade dos enlaces, conforme a equação (III.2).

$k \mid$ (i, j)	1	2	3	4
(1, 2)	0.186	0.256	0.256	0.302
(1, 3)	0.186	0.256	0.256	0.302
(1, 4)	0.196	0.239	0.239	0.326
(2, 1)	0.306	0.222	0.222	0.250
(2, 3)	0.157	0.216	0.216	0.255
(2, 4)	0.145	0.210	0.210	0.435
(3, 1)	0.306	0.222	0.222	0.250
(3, 2)	0.157	0.216	0.373	0.255
(3, 4)	0.145	0.210	0.210	0.345
(4, 1)	0.375	0.200	0.200	0.225
(4, 2)	0.136	0.458	0.186	0.220
(4, 3)	0.136	0.458	0.186	0.220

Tabela III.12 - Valores de α_{ikj} Proporcionais às Capacidades dos Enlaces (EP)

a) Nominal (Tráfego total de 184 Erlangs)

$i \setminus j$	1	2	3	4
1	-	8.0 / 0.972	8.0 / 0.972	12.0 / 0.974
2	8.0 / 0.974	-	16.0 / 0.977	24.0 / 0.979
3	8.0 / 0.974	16.0 / 0.977	-	24.0 / 0.979
4	12.0 / 0.973	24.0 / 0.978	24.0 / 0.978	-

Tabela III.13 - Tráfego Oferecido Nominal e Eficiências (A_{ij} / E_{ij})

Perdas = 4.31 Erlangs (2.34 %)

$k \setminus (i, j)$	1	2	3	4
(1, 2)	0.218	0.782	0.000	0.000
(1, 3)	0.218	0.000	0.782	0.000
(1, 4)	0.222	0.000	0.000	0.778
(2, 1)	0.734	0.266	0.000	0.000
(2, 3)	0.006	0.200	0.726	0.068
(2, 4)	0.008	0.201	0.039	0.752
(3, 1)	0.734	0.000	0.266	0.000
(3, 2)	0.006	0.726	0.200	0.068
(3, 4)	0.008	0.038	0.201	0.752
(4, 1)	0.695	0.027	0.027	0.250
(4, 2)	0.023	0.739	0.052	0.185
(4, 3)	0.023	0.052	0.739	0.185

Tabela III.14 - Parâmetros α_{ikj} (após Minimização) do Encaminhamento Nominal (EN)

Operação nominal é obtida pelos parâmetros de encaminhamento X_{ij} resultantes da minimização das perdas para a rede e o tráfego nominais.

As perdas para X_{ij} dados pela Tabela III.14 são de 20.43 Erlangs. Após a otimização as perdas diminuíram para 4.31 Erlangs, mostrando a conveniência da minimização.

b) Sobrecarga Global (Tráfego total de 249 Erlangs)

Considere a sobrecarga dada na Tabela III.15:

$i \setminus j$	1	2	3	4
1	-	12.0 / 0.866	12.0 / 0.866	18.0 / 0.839
2	10.0 / 0.879	-	20.0 / 0.888	36.0 / 0.870
3	10.0 / 0.879	20.0 / 0.888	-	36.0 / 0.870
4	15.0 / 0.906	30.0 / 0.916	30.0 / 0.916	-

Tabela III.15 - Tráfego Oferecido com Sobrecarga Global e Eficiências (A_{ij} / E_{ij})

k \ j	1	2	3	4
(1,2)	0.220	0.769	0.000	0.012
(1,3)	0.220	0.000	0.769	0.012
(1,4)	0.237	0.004	0.004	0.755
(2,1)	0.750	0.244	0.006	0.000
(2,3)	0.027	0.218	0.748	0.006
(2,4)	0.027	0.213	0.053	0.707
(3,1)	0.750	0.005	0.244	0.000
(3,2)	0.027	0.748	0.218	0.006
(3,4)	0.027	0.054	0.213	0.707
(4,1)	0.721	0.022	0.022	0.235
(4,2)	0.023	0.731	0.048	0.197
(4,3)	0.023	0.048	0.731	0.197

Tabela III.16 - Parâmetros α_{ikj} (após Minimização) para o Encaminhamento do Tráfego com Sobrecarga Global

A Tabela III.17 fornece os valores de perdas, inicial e final para duas políticas de encaminhamento (EP e EN):

Inicialização	Perdas		Iterações
	Inicial	Final	
EP (Tabela III.12)	21.69 %	11.57 %	11
EN (Tabela III.14)	11.88 %	11.57 %	04

Tabela III.17- Comparação entre os Encaminhamentos EP e EN para o Tráfego com Sobrecarga Global

Note que utilizando a inicialização EP necessita-se de 11 iterações para atingir o valor mínimo das perdas, enquanto que para EN este número reduziu-se a 4.

A Tabela III.17 mostra ainda a robustez da repartição de carga pois o uso de α_{ikj} da Tabela III.14 produz praticamente o mesmo desempenho quanto às perdas que o ponto de mínimo da Tabela III.16.

c) Sobrecarga de Destino (Tráfego total 208 Erlangs)

Considere um aumento de 50 % no tráfego dirigido à central de destino $j=3$, conforme Tabela III.18:

$i \setminus j$	1	2	3	4
1	-	8.0 / 0.959	12.0 / 0.898	12.0 / 0.962
2	8.0 / 0.947	-	24.0 / 0.902	24.0 / 0.960
3	8.0 / 0.972	16.0 / 0.978	-	24.0 / 0.980
4	12.0 / 0.938	24.0 / 0.949	36.0 / 0.895	-

Tabela III.18 - Tráfego Oferecido com Sobrecarga de Destino e Eficiências (A_{ij} / E_{ij})

$k \mid$ (i, j)	1	2	3	4
(1, 2)	0.200	0.794	0.005	0.019
(1, 3)	0.200	0.005	0.794	0.019
(1, 4)	0.130	0.028	0.028	0.815
(2, 1)	0.000	0.528	0.216	0.257
(2, 3)	0.147	0.164	0.687	0.019
(2, 4)	0.055	0.196	0.014	0.735
(3, 1)	0.000	0.216	0.528	0.257
(3, 2)	0.150	0.687	0.164	0.019
(3, 4)	0.055	0.014	0.196	0.735
(4, 1)	0.000	0.240	0.240	0.520
(4, 2)	0.000	0.754	0.051	0.196
(4, 3)	0.000	0.051	0.754	0.196

Tabela III.19 - Parâmetros α_{kj} (após Minimização) para o Encaminhamento do Tráfego com Sobrecarga de Destino

Inicialização	Perdas		Iterações
	Inicial	Final	
EP (Tabela III.12)	15.99 %	6.02 %	13
EN (Tabela III.14)	6.75 %	6.02 %	05

Tabela III.20- Comparação entre os Encaminhamentos EP e EN para o Tráfego com Sobrecarga de Destino

Nota-se da Tabela III.20 que a utilização do encaminhamento EN (Tabela III.14) fornece valor muito próximo do de mínimas perdas, não se justificando a minimização.

d) Sobrecarga localizada (Tráfego total de 196 Erlangs)

Considere um aumento de 50 % no tráfego com origem em $i=2$ e de destino $j=4$, conforme a Tabela III.21:

$i \setminus j$	1	2	3	4
1	-	8.0 / 0.974	8.0 / 0.975	12.0 / 0.965
2	8.0 / 0.997	-	16.0 / 0.923	36.0 / 0.920
3	8.0 / 0.997	16.0 / 0.977	-	24.0 / 0.974
4	12.0 / 0.998	24.0 / 0.978	24.0 / 0.979	-

Tabela III.21 - Tráfego Oferecido com Sobrecarga Localizada e Eficiências (A_{ij} / E_{ij})

k (i, j)	1	2	3	4
(1,2)	0.234	0.766	0.000	0.000
(1,3)	0.239	0.000	0.761	0.000
(1,4)	0.188	0.000	0.000	0.812
(2,1)	0.714	0.286	0.000	0.000
(2,3)	0.021	0.223	0.756	0.000
(2,4)	0.064	0.196	0.095	0.645
(3,1)	0.721	0.000	0.279	0.000
(3,2)	0.019	0.741	0.229	0.011
(3,4)	0.001	0.026	0.167	0.806
(4,1)	0.705	0.030	0.030	0.234
(4,2)	0.025	0.736	0.049	0.189
(4,3)	0.018	0.054	0.736	0.193

Tabela III.22 - Parâmetros α_{ij} (após Minimização) para o Encaminhamento do Tráfego com Sobrecarga Localizada.

Inicialização	Perdas		Iterações
	Inicial	Final	
EP (Tabela III.12)	13.43 %	4.19 %	14
EN (Tabela III.14)	4.82 %	4.19 %	04

Tabela III.23- Comparação entre os Encaminhamentos EP e EN para o Tráfego com Sobrecarga Localizada

Também neste caso, a utilização do encaminhamento EN (Tabela III.13) torna desnecessária a otimização.

e) Ruptura de enlaces (Tráfego total de 184 Erlangs)

Considere a ruptura do enlace de subida (41) e de descida (11).

$ N $	1	2	3	4
1	-	8.0 / 0.974	8.0 / 0.973	12.0 / 0.969
2	8.0 / 0.915	-	16.0 / 0.931	24.0 / 0.914
3	8.0 / 0.975	16.0 / 0.979	-	24.0 / 0.974
4	12.0 / 0.973	24.0 / 0.978	24.0 / 0.979	-

Tabela III.24 - Tráfego Oferecido Nominal e Eficiências (A_{ij}/E_{ij}) na Existência de Ruptura de Enlaces.

(i, j)	1	2	3	4
(1, 2)	0.228	0.772	0.000	0.000
(1, 3)	0.217	0.000	0.784	0.000
(1, 4)	0.213	0.000	0.000	0.787
(2, 1)	0.760	0.233	0.006	0.000
(2, 3)	0.024	0.202	0.773	0.000
(2, 4)	0.049	0.211	0.076	0.664
(3, 1)	0.733	0.013	0.253	0.000
(3, 2)	0.004	0.745	0.200	0.052
(3, 4)	0.011	0.014	0.201	0.774
(4, 1)	0.710	0.028	0.019	0.244
(4, 2)	0.025	0.745	0.047	0.183
(4, 3)	0.016	0.047	0.746	0.191

Tabela III.25 - Parâmetros δ_{ikj} (após Minimização) do Encaminhamento para a Rede com Ruptura de Enlaces.

Inicialização	Perdas		Iterações
	Inicial	Final	
EP (Tabela III.12)	13.93 %	7.24 %	13
EN (Tabela III.14)	13.54 %	7.24 %	07

Tabela III.26- Comparação entre os Encaminhamentos EP e EN para a Rede com Ruptura de Enlaces.

Note que neste caso a utilização de EN (Tabela III.14) provoca perdas de 24.92 Erlangs, enquanto que para os parâmetros *orig* após otimização este valor reduz-se para 13.30 Erlangs.

III.4 - CONCLUSÃO

Neste capítulo, foram propostos dois métodos de direcções factíveis, para a solução do problema de mínimas perdas de chamadas na rede.

Explorando-se o acoplamento parcial das restrições conseguiu-se reduzir o problema de cálculo da direcção em uma série de subproblemas de dimensão menor, facilitando o seu cálculo. O desacoplamento parcial das restrições é uma característica do problema original que se reflete também no cálculo da direcção.

Os métodos propostos, mostraram-se adequados à solução do problema em questão, sendo que o MPG apresentou desempenho superior ao MFW.

O MFW gera uma direcção, solução analítica de um subproblema linear, que apresenta bom desempenho nas iterações iniciais, mas que vai degradando-se nas iterações seguintes, dificultando a convergência.

A direcção gerada pelo MPG reduz o número de avaliações do gradiente, reduzindo portanto o esforço computacional.

Assim, conseguiu-se um grau de especialização muito grande do MPG ao modelo telefónico e sua utilização, é mais recomendável.

Quanto à operação não-nominal os resultados mostraram que:

- Na ocorrência de sobrecargas a utilização do encaminhamento nominal (EN) têm perdas comparáveis ao valor obtido com a

otimização.

- Em caso de ruptura de enlaces a obtenção de um novo encaminhamento torna-se necessário, pois com este consegue-se uma redução significativa das perdas quando comparado com EN.

- A inicialização EN reduz o número de iterações para obtenção da convergência quando comparada com o encaminhamento EP.

Conclui-se, portanto, que o encaminhamento nominal (EN) é robusto com relação a sobrecargas. No caso de panes, cuja detecção é mais fácil de que as sobrecargas, o cálculo de um novo encaminhamento reduz consideravelmente as perdas.

CAPÍTULO IV

UN MÉTODO MINMAX DE ENCAMINHAMENTO

IV - RESUMO

O encaminhamento de chamadas com repartição de carga e critério de mínimas perdas, corresponde a maximizar a utilização da rede com conseqüente aumento de lucratividade. Este é um dos objetivos da concessionária do serviço telefônico.

As redes bem dimensionadas apresentam baixo índice de chamadas bloqueadas e uma utilização homogênea da rede por parte dos assinantes.

Em situações nominais de operação estas redes apresentam baixa dispersão das eficiências (Tabela III.13). A ocorrência de sobrecargas ou panes pode prejudicar alguns grupos de assinantes (Tabelas III.15, III.18, III.24).

O critério que propõe-se neste capítulo, baseia-se na redução da dispersão entre as eficiências ponto a ponto. Numa situação de ótima utilização da rede, pretende-se que as eficiências sejam próximas entre si, inexistindo parcelas privilegiadas de assinantes.

Este critério é conflitante com o de mínimas perdas, pois não é possível aumentar significativamente as menores eficiências sem conseqüente degradação das perdas.

Neste capítulo investiga-se a possibilidade de reduzir a dispersão entre as eficiências formulando-se um critério MINMAX. O problema de programação matemática resultante não é diferenciável em todos os pontos. Uma possibilidade de solução é reformular este problema como uma soma ponderada das eficiências, com as ponderações exercendo um controle sobre as eficiências.

IV.1 - INTRODUÇÃO

A rede telefônica é dimensionada, segundo uma previsão de tráfego, para satisfazer uma dada qualidade do serviço.

O critério de mínimas perdas é adequado para determinar a qualidade do serviço prestado pela rede, pois, representa o grau de satisfação global dos assinantes, tendo inclusive interpretação econômica.

Em situações de operação não - nominal, a análise dos resultados obtidos com este critério, mostra que a matriz de eficiências e as de probabilidades de não - bloqueio podem apresentar resultados muito dispersos, demonstrando haver utilização desigual dos enlaces e portanto um tratamento diferenciado é dispensado aos assinantes.

A eficiência média é dada por:

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{ij \in IJ} E_{ij}$$

onde,

N : Número de tráfegos oferecidos ponto a ponto

Considere a rede $R(4,3,4)$ apresentada nas Tabelas III.1 e III.2, cuja matriz de eficiência, obtida com o critério de mínimas perdas está mostrada na Tabela IV.1:

I \ J	1	2	3	4
1	-	10.0 / 0.980	10.0 / 0.856	15.0 / 0.948
2	10.0 / 0.970	-	20.0 / 0.811	30.0 / 0.951
3	10.0 / 0.868	20.0 / 0.851	-	30.0 / 0.859
4	15.0 / 0.947	20.0 / 0.961	30.0 / 0.850	-

Tabela IV.1 - Matriz de Tráfego e Eficiências (A_{ij} / E_{ij})

Perdas = 23.0 Erlangs

A Tabela IV.1 mostra que os usuários, conectados às centrais de origem e destino (2,3) têm aproximadamente 19 % de suas chamadas bloqueadas, enquanto que os usuários das centrais (1,2) têm apenas 2 % de bloqueio.

É impossível obter-se $E_{ij} = \bar{E} = 0.904$ para todo $ij \in IJ$, pois neste caso

$$P = \sum_{ij \in IJKO} A_{ij} (1 - E_{ij}) = 22.09 \text{ Erlangs}$$

com P menor que a solução de mínimas perdas!

IV.2 - PONDERAÇÃO

Nesta seção é reapresentado o problema de mínimas perdas, com o intuito de introduzir um controle (ponderação) sobre as eficiências.

Considere a equação (II.6) que determina as perdas globais:

$$P(Y) = \sum_{ij \in IJ} A_{ij} \left[1 - \sum_{k \in K} \alpha_{ikj} \cdot \theta_{ik} \cdot \theta_{kj} \right] \quad (IV.1)$$

onde,

$$\alpha_{ikj} = \begin{cases} Y_{ikj} / A_{ij} & , \quad A_{ij} \neq 0 \quad ikj \in IKJ \\ 0 & A_{ij} = 0 \end{cases}$$

Seja o problema:

$$\begin{cases} \text{Max} & \sum_{ikj \in IKJ} A_{ij} \cdot E_{ij} \\ Y \in \Omega & \end{cases} \quad (IV.2)$$

O problema (III.1) e (IV.2) são equivalentes, isto é, têm a mesma solução. Ao mínimo das perdas corresponde o máximo fluxo de chamadas escoadas nos diversos enlaces interligando centrais origem, trânsito e destino.

Seja Ω_R o conjunto:

$$\Omega_R = \left\{ Y_{ikj} \mid \sum_{k \in K} Y_{ikj} \leq A; \quad Y_{ikj} \geq 0 \quad \forall ikj \in IKJ \right\}$$

O conjunto Ω_R é formado não somente pelos extremos do politopo Ω como também pelos pontos internos, isto permite a REJEIÇÃO a priori de tráfego, e portanto, um controle sobre os tráfegos com altas eficiências.

Obs: uma tabela de encaminhamento Y que rejeite a priori todo o

tráfego oferecido ($\gamma=0$) é um ponto pertencente a Ω_R .

Generaliza-se o problema (IV.1) da seguinte maneira:

$$F(V) = \max_{V \in \Omega_R} \sum_{ij \in I \times J} W_{ij} \cdot E_{ij} \quad (IV.3)$$

onde, $W_{ij} \in \Omega_{W_{ij}}$

$$\Omega_{W_{ij}} = \left\{ W_{ij} \mid \sum_{j \in I \times J} W_{ij} = A, W_{ij} \geq 0 \quad \forall ij \in I \times J \right\}$$

Os métodos MFW e MPG, podem ser utilizados para a solução do problema (IV.3), bastando algumas adequações:

a) MFW

A solução do subproblema linear associado a um par origem - destino (ij) é dada por:

- Seja $g_k = \sum_{u \in I \times J} W_{us} \cdot \frac{\partial E_{us}}{\partial V_{kij}} ; \quad \lambda = \arg \min_{k \in K} g_k$

Então para todo $k \in K$ tem-se:

$$\hat{y}_k = \begin{cases} 0 & k \neq \lambda \\ A_{ij} & k = \lambda \text{ e } g_\lambda < 0 \\ 0 & k = \lambda \text{ e } g_\lambda \geq 0 \end{cases}$$

b) MPG

Pode-se introduzir variáveis de folga (uma para cada par origem - destino) de modo a obter-se restrições de igualdade:

$$\sum_{k \in K} y_k + v_{ij} = A_{ij} ; \quad v_{ij} \geq 0 \quad (IV.4)$$

V_{ij} : variável de folga

A introdução de uma variável de folga é equivalente a ter-se uma central de trânsito fictício (), interligada às centrais de origem e destino através de enlaces de capacidade nula, para onde será enviado todo o tráfego rejeitado a priori.

Essa central de trânsito fictícia é denominada REJEIÇÃO, portanto define-se:

$$y_{n+1} = V_{ij}$$

O MPG mostrou-se superior ao MFW na determinação de $F(W)$, isto é, na solução do problema IV.3.

Com o intuito de mostrar o efeito de diferentes ponderações sobre as eficiências, considere a rede R(2,2,2) com parâmetros (capacidade dos enlaces e tráfego oferecido nominal) dados nas Tabelas II.16 a II.18.

i \ j	k		(i,j)	k		REJEIÇÃO
	1	2		1	2	
1	5.0 / 0.516	25.0 / 0.558	(1,1)	2.5	2.5	0.0
2	25.0 / 0.558	35.0 / 0.603	(1,2)	12.5	12.5	0.0
			(2,1)	12.5	12.5	0.0
Perdas= 38.4 Erlangs			(2,2)	17.5	17.5	0.0
= 0.559						

Tabela IV.2 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.3 - Parâmetros Y_{ikj} de Encaminhamento

As Tabelas IV.2 e IV.3 ilustram que para valores de $W_{ij} = A_{ij}$, o problema (IV.3) tem a interpretação de maximização do fluxo nos enlaces ou equivalentemente de minimização do total

de chamadas bloqueadas na rede.

i \ j			k		REJEIÇÃO	
	1	2	(i, j)	1		2
1	10.0 / 0.516	25.0 / 0.558	(1,1)	2.5	2.5	0.0
2	25.0 / 0.558	30.0 / 0.603	(1,2)	12.5	12.5	0.0
			(2,1)	12.5	12.5	0.0
			(2,2)	17.5	17.5	0.0

Perdas= 38.4 Erlangs
 $\bar{E} = 0.559$

Tabela IV.4 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.5 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento

As alterações nas ponderações mostradas na Tabela IV.4 mantiveram inalteradas as eficiências. Isto ocorre pois mudou-se relativamente pouco as ponderações de eficiências cujos tráfegos não são diretamente concorrentes entre si.

i \ j			k		REJEIÇÃO	
	1	2	(i, j)	1		2
1	40.0 / 0.782	25.0 / 0.400	(1,1)	2.5	2.5	0.0
2	25.0 / 0.400	0.0 / 0.143	(1,2)	5.7	5.7	13.6
			(2,1)	5.7	5.7	13.6
			(2,2)	2.5	2.5	30.0

Perdas= 61.1 Erlangs
 $\bar{E} = 0.431$

Tabela IV.6 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.7 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento

Uma grande variação nas ponderações alterou substancialmente as eficiências, mostrando a possibilidade de

controlar-se as eficiências através das ponderações.

I \ J			k (i, j)			REJEIÇÃO
	1	2		1	2	
1	90.0 / 1.000	0.0 / 0.000	(1, 1)	2.5	2.5	0.0
2	0.0 / 0.000	0.0 / 0.143	(1, 2)	0.0	0.0	25.0
			(2, 1)	0.0	0.0	25.0
Perdas = 80.0 Erlangs			(2, 2)	2.5	2.5	30.0
$\bar{E} = 0.286$						

Tabela IV.8 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.9 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento

A ponderação máxima de uma das eficiências (Tabela IV.8) resulta numa grande rejeição de tráfego e em perdas elevadas.

I \ J			k (i, j)			REJEIÇÃO
	1	2		1	2	
1	22.5 / 0.683	22.5 / 0.467	(1, 1)	2.5	2.5	0.0
2	22.5 / 0.467	22.5 / 0.651	(1, 2)	8.7	8.7	7.6
			(2, 1)	8.7	8.7	7.6
Perdas = 40.6 Erlangs			(2, 2)	17.5	17.5	0.0
$\bar{E} = 0.562$						

Tabela IV.10 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.11 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento

i \ j			k (i, j)			REJEIÇÃO
	1	2		1	2	
1	31.5 / 0.585	30.1 / 0.525	(1, 1)	2.5	2.5	0.0
2	28.4 / 0.520	0.0 / 0.616	(1, 2)	10.7	10.7	3.6
			(2, 1)	11.5	11.5	2.0
Perdas = 39.4 Erlangs			(2, 2)	16.5	16.5	2.0
$\bar{E} = 0.562$						

Tabela IV.12 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.13 - Parâmetros γ_{ij} de Encaminhamento

As Tabelas IV.2 e IV.12 mostram que é possível aumentar as menores eficiências sem elevar substancialmente as perdas.

A modificação introduzida no conjunto Ω , obtendo Ω_R , inalterou a matriz de encaminhamento para o caso de mínimas perdas (máximo fluxo).

Portanto, sob o aspecto de mínimas perdas os conjuntos Ω e Ω_R são equivalentes.

As Tabelas IV.2, IV.4 e IV.6 mostram que o controle exercido pela matriz de ponderações não é linear, ou seja não há uma proporcionalidade entre a variação das ponderações e a correspondente variação nas eficiências.

A Tabela IV.8 mostra que a menor eficiência pode ser bastante aumentada desde que se utilize uma ponderação adequada. No entanto, o preço pago por este aumento é muito alto, uma vez que aproximadamente 90% das chamadas foram perdidas.

A Tabela IV.12 mostra que é possível adequar as ponderações, mantendo-se um compromisso entre a diminuição da

dispersão das eficiências e o total de chamadas perdidas. As alterações na matriz de eficiências mostram que não é evidente a forma, como se deve definir as ponderações para diminuir a dispersão entre as eficiências.

Para a rede R(4,3,4) da seção III.2.3 este efeito é ainda mais surpreendente conforme ilustra a Tabela IV.14.

$ N $	1	2	3	4
1	-	0.0 / 0.884	0.0 / 0.647	0.0 / 0.660
2	0.0 / 0.879	-	230.0 / 0.910	0.0 / 0.295
3	0.0 / 0.880	0.0 / 0.388	-	000.0 / 0.660
4	0.0 / 0.663	0.0 / 0.297	0.0 / 0.222	-

Tabela IV.14 - Ponderações e Eficiências

Perdas= 43.4 Erlangs

Ponderando-se a menor eficiência da solução de mínimas perdas (Tabela IV.1), com um valor igual ao total do tráfego oferecido e zero para as demais, verifica-se que é possível aumentar E_{23} até o valor máximo de 0.910. A obtenção deste valor não é interessante, pois, irá degradar muito os demais, que é o que se pretende evitar.

IV.3 - MINMAX

O critério MINMAX consiste em definir um problema de programação matemática, cuja solução definirá os parâmetros de encaminhamento.

Como o interesse é reduzir a dispersão entre as eficiências, aumentando as menores, pode-se, então, escrever o seguinte problema:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max} \\ Y \in \mathbb{R}_+ \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \\ i, j \in I, J \end{array} \right\} \{E_{ij}\} \quad (\text{IV.5})$$

O problema (IV.5) é interpretado como a maneira de se fazer a distribuição do tráfego oferecido $A_{ij}, i, j \in I, J$, tal que a nova tabela de encaminhamento, permita reduzir a eficiência mais degradada.

Considere o problema, para um dado Y :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \\ i, j \in I, J \end{array} \right\} \{E_{ij}\} \quad (\text{IV.6})$$

Este problema é equivalente a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \\ W \in \mathbb{R}_+ \end{array} \right. \sum_{i, j \in I, J} w_{ij} \cdot E_{ij} \quad (\text{IV.7})$$

O problema (IV.5) pode, então, ser reescrito como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max} \\ Y \in \mathbb{R}_+ \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \\ W \in \mathbb{R}_+ \end{array} \right. \sum_{i, j \in I, J} w_{ij} \cdot E_{ij} \quad (\text{IV.8})$$

Supondo que no problema (IV.8) seja possível a inversão da otimização tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \quad \text{Max} \quad \sum_{ij \in IJ} w_{ij} \cdot E_{ij} \\ w_{ij} \in \mathbb{R}_+ \quad \gamma \in \mathbb{R} \end{array} \right. \quad (\text{IV.9})$$

Portanto, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \quad F(w) \\ w \in \mathbb{R}_+ \end{array} \right. \quad (\text{IV.10})$$

Portanto, o problema MINMAX (IV.5) é equivalente ao problema (IV.10) em $F(w)$, que é côncava.

Uma outra maneira de obter-se o problema (IV.9) a partir de (IV.5) é:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max} \quad \text{Max} \quad \sigma \\ \gamma \in \mathbb{R} \quad \sigma \\ \frac{\sigma}{A} \leq E_{ij} ; \quad ij \in IJ \end{array} \right. \quad (\text{IV.11})$$

Escrevendo-se a função Lagrangeano para o problema em σ :

$$L(\sigma, w) = \sigma + \sum_{ij \in IJ} w_{ij} \cdot (E_{ij} - \frac{\sigma}{A})$$

onde,

w_{ij} : são os multiplicadores de Lagrange com $w_{ij} \geq 0, ij \in IJ$

Nas condições de estacionaridade do Lagrangeano em σ tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} L(\sigma, w) = 0 \Rightarrow \sum_{ij \in IJ} w_{ij} = A$$

O problema dual associado a (IV.11) escreve-se

como:

$$\begin{cases} \text{Max} & \text{Min} \\ \gamma \in L_w & w \in L_w \\ \sum_{ij \in IJ} & w_{ij} \cdot E_{ij} \end{cases}$$

Invertendo-se a ordem de otimização tem-se

$$\begin{cases} \text{Min} & F(w) \\ w \in L_w \end{cases}$$

O problema definido em (IV.3) pode ter solução múltipla. Partindo-se de γ inicial nulo obteve-se a Tabela IV.14 enquanto que para γ inicial dado na Tabela III.4 (solução MPG) obteve-se a Tabela IV.15.

INJI	1	2	3	4
1	-	0.0 / 0.977	0.0 / 0.146	0.0 / 0.970
2	0.0 / 0.528	-	230.0 / 0.908	0.0 / 0.843
3	0.0 / 0.850	0.0 / 0.815	-	000.0 / 0.879
4	0.0 / 0.905	0.0 / 0.964	0.0 / 0.714	-

Tabela IV.15 - Ponderações e Eficiências

Perdas = 40.41 Erlangs

IV.4 - PROBLEMA MESTRE EM W

O problema MINMAX (IV.9) pode ser reescrito como:

- Um problema **mestre**

$$\begin{cases} \text{Min} & F(W) \\ \text{W} \in \Omega_W \end{cases} \quad (\text{IV.12})$$

- Um problema **escravo** (W: fixo)

$$F(W) = \text{Max}_{Y \in \Omega_R} \sum_{ij \in IJ} W_{ij} \cdot E_{ij} \quad (\text{IV.13})$$

Para a solução do problema **escravo** (subproblema), foi utilizado o método MPG devido às razões apresentadas anteriormente.

Obs: A existência de soluções múltiplas do problema escravo só foi detetada após a implementação dos algoritmos para a solução do problema **mestre**.

As secções IV.4.1 e IV.4.2 discutem a solução do problema **mestre**.

IV.4.1 - GRADIENTE PROJETADO

Supondo-se que a função $F(W)$ é diferenciável, então seu gradiente é dado por (LASDON [22]):

$$\frac{\partial F(W)}{\partial w_{ij}} = E_{ij} \quad ; \quad ij \in IJ \quad (IV.14)$$

Utilizou-se um método de direções factíveis para encontrar a solução do problema (IV.12).

O algoritmo apresentado abaixo é uma combinação dos métodos MPG e MFW. Inexistindo restrições ativas aplica-se o MPG, caso contrário utiliza-se o MFW, pois nestas situações ambos os métodos fornecem direções analíticas.

ALGORITMO GRADIENTE PROJETADO

Passo 0 : (Mínimas Perdas)

Faça: $l=0$; $w_{ij}^l = A_{ij} \quad ij \in IJ$

Passo 1 : Solução do Problema Escravo

Utilizando-se o algoritmo MPG apresentado no Capítulo III, determine $F(W)$, isto é, encontre E_{ij} .

Passo 2 : Cálculo da Direção

1) MPG

$$S_{ij} = E_{ij} - \bar{E}$$

Se $W_{ij} = 0$ e $S_{ij} < 0$ então calcule a direção por MFW.

II) MFW

$$S_{ij} = W_{ij} - \hat{W}_{ij}$$

$$\hat{W}_{ij} = \begin{cases} A & ; i = n \text{ e } j = n \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

$$(n, n) = \arg \min_{ij \in IJ} \{E_{ij}\}$$

Passo 3 : Teste de Parada

I) MFW

$$\text{Se } \left| \sum_{ij \in IJ} E_{ij} \cdot S_{ij} \right| \leq \epsilon_P$$

$$\text{ou } [F(W^l) - F(W^{l+1})] \leq \epsilon_F \quad \text{então FIM}$$

II) MPG

$$\text{Se } \frac{\left[\sum_{ij \in IJ} S_{ij}^2 \right]^{1/2}}{1 + \left[\sum_{ij \in IJ} E_{ij}^2 \right]^{1/2}} \leq \epsilon_P$$

$$\text{ou } [F(W^l) - F(W^{l+1})] \leq \epsilon_F \quad \text{então FIM}$$

Passo 4 : Atualização das Ponderações

$$W^{l+1} = W^l + \beta_l \cdot s^l$$

onde β_l é obtido por aproximação quadrática.

Considere a rede R(2,1,1) da Figura II.3:

i \ k	1	1
1	10	
2	20	

(a)

k \ j	1	1
1	25	

(b)

i \ j	1	1
1	10	
2	20	

(c)

Tabela IV.16 - Capacidade dos Enlaces de Subida (a), de Descida (b), e Tráfego Oferecido em Erlangs (c)

Aplicando-se o algoritmo tem-se

a) Iteração $l = 0$

i \ k	1	1
1	10.0 / 0.706	
2	20.0 / 0.752	

k \ j	1	REJEIÇÃO
(1,1)	10.0	0.0
(2,1)	20.0	0.0

$F(W) = 22.10$

Perdas = 7.90 Erlangs

Tabela IV.17 - Ponderações e Eficiências (W_{ij} / E_{ij})

Tabela IV.18 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento

b) Iteração $l=1$

$i \setminus k$	i
1	11.1 / 0.706
2	18.9 / 0.752

$$F(W) = 22.05$$

Perdas = 7.90 Erlangs

Tabela IV.19 - Ponderações e Eficiências

$k \setminus i$ (i, j)	i	REJEIÇÃO
(1, 1)	10.0	0.0
(2, 1)	20.0	0.0

Tabela IV.20 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento

c) Iteração $l=2$

$i \setminus k$	i
1	20.6 / 0.720
2	9.4 / 0.726

$$F(W) = 21.66$$

Perdas = 8.27 Erlangs

Tabela IV.21 - Ponderações e Eficiências

$k \setminus i$ (i, j)	i	REJEIÇÃO
(1, 1)	10.0	0.0
(2, 1)	18.3	1.7

Tabela IV.22 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento

Este exemplo mostra a redução da dispersão entre as eficiências sem um acréscimo significativo nas perdas.

Note que a redução na dispersão das eficiências está condicionada a uma rejeição a priori no tráfego conforme mostra a Tabela IV.22.

Considere a rede $R(2,2,2)$, dada nas Tabelas II.16 e II.17 e de tráfego oferecido dado na Tabela II.18. Aplicando-se o algoritmo do gradiente projetado tem-se:

a) Iteração $l=0$

I \ J			k (i, j)			REJEIÇÃO
	1	2		1	2	
1	5.0 / 0.516	25.0 / 0.558	(1,1)	2.5	2.5	0.0
2	25.0 / 0.558	35.0 / 0.603	(1,2)	12.5	12.5	0.0
			(2,1)	12.5	12.5	0.0
			(2,2)	17.5	17.5	0.0

Perdas = 38.4 Erlangs
 $\bar{E} = 0.559$

Tabela IV.23 - Ponderações e Eficiências
 (W_{ij} / E_{ij})

Tabela IV.24 - Parâmetros γ_{ij} de Encaminhamento

b) Iteração

I \ J			(i, j)			REJEIÇÃO
	1	2		1	2	
1	16.2 / 0.540	21.7 / 0.550	(1,1)	2.5	2.5	0.0
2	21.7 / 0.550	30.4 / 0.610	(1,2)	11.9	11.9	1.2
			(2,1)	11.9	11.9	1.2
			(2,2)	17.5	17.5	0.0

Perdas = 38.5 Erlangs
 $\bar{E} = 0.562$

Tabela IV.25 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.26 - Parâmetros γ_{ij} de Encaminhamento

A matriz das direções S_{ij} é:

$i \setminus j$	1	2
1	0.02	0.01
2	0.01	-0.05

Tabela IV.27 - Matriz de Direções

Pelo critério de parada na direção obteve-se o valor 0.026 que é maior que $\epsilon_p = 0.001$. Entretanto, com a matriz de direção dada na Tabela IV.27, não foi possível encontrar β que decrescesse a função $F(W)$. Portanto, a parada deu-se pela função.

Isto ocorre pois a função $F(W)$ não é efetivamente diferenciável e a matriz $E_{ij}; i, j \in IJ$ é apenas um de seus subgradientes.

Nota-se que houve um aumento na menor das eficiências sem degradar as perdas.

Considere a rede $R(4,3,4)$ apresentada nas Tabelas III.1, III.2 com tráfego oferecido dado na Tabela III.3.

Aplicando o algoritmo tem-se:

a) Iteração $l=0$ (vide Tabela IV.1); $F(W) = 207.0$

b) Iteração $l=1$

$i \setminus j$	1	2	3	4
1	-	0.0 / 0.86	13.2 / 0.70	1.0 / 0.94
2	2.2 / 0.97	-	83.0 / 0.87	9.7 / 0.93
3	10.7 / 0.87	19.7 / 0.86	-	24.4 / 0.86
4	1.2 / 0.68	6.5 / 0.96	58.4 / 0.85	-

Tabela IV.28 - Ponderações e Eficiências (w_{ij} / E_{ij})

Perdas = 26.4 Erlangs $F(W) = 197.1$

$k \setminus (i, j)$	1	2	3	REJEIÇÃO
(1, 2)	0.09	8.94	0.00	0.97
(1, 3)	8.25	0.00	0.00	1.75
(1, 4)	2.07	4.41	8.52	0.00
(2, 1)	0.00	8.03	1.97	0.00
(2, 3)	4.24	6.06	9.70	0.00
(2, 4)	0.00	9.73	20.27	0.00
(3, 1)	6.00	0.00	4.00	0.00
(3, 2)	2.62	6.88	10.50	0.00
(3, 4)	27.74	0.10	2.16	0.00
(4, 1)	0.00	3.85	6.90	4.25
(4, 2)	0.00	8.77	21.23	0.00
(4, 3)	30.00	0.00	0.00	0.00

Tabela IV.29 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento

Comparando as Tabelas IV.1 e IV.28 nota-se que os resultados obtidos são piores que os de mínimas perdas (a dispersão entre as eficiências e as perdas aumentaram).

IV.4.2 - LINEARIZAÇÃO EXTERNA

Nesta seção aplica-se o método de linearização externa, baseada nos subgradientes da função $F(W)$, visando a solução do problema mestre dado em (IV.12).

O problema mestre (IV.12) pode ser reescrito como:

$$\begin{cases} \text{Min. } W \in \Omega \\ \text{Max. } \sigma \end{cases} \quad \sigma \geq F(W) \quad (\text{IV.15})$$

Seja $W^* \in \Omega_W$ com sua correspondente matriz de eficiências. Pode-se escrever ($F(W)$ é convexa):

$$F(W) \geq F(W^*) + \sum_{ij \in IJ} E_{ij}^* (W_{ij} - W_{ij}^*) \quad (\text{IV.16})$$

pois E_{ij}^* é um subgradiente de $F(W)$ (LASDON [22])

Como,

$$F(W) = \sum_{ij \in IJ} W_{ij} \cdot E_{ij}^*$$

Reescreve-se (IV.16) como:

$$F(W) \geq \sum_{ij \in IJ} W_{ij} \cdot E_{ij}^*$$

Do problema (IV.15) resulta que:

$$\sigma \geq F(W) \geq \sum_{ij \in IJ} W_{ij} \cdot E_{ij}^* \quad (\text{IV.17})$$

Através de aproximações sucessivas é possível

descrever o problema (IV.15) em função das restrições (IV.17):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } \sigma \\ \sigma \geq \sum_{j \in I_j} w_{ij} \cdot E_{ij}^{\Delta} \end{array} \right. \quad \Delta = 1, 2, \dots, l \quad (\text{IV.18})$$

Como o problema (IV.18) é linear em w e σ , com restrições sendo acrescentadas uma a uma em cada iteração l é possível resolvê-lo eficientemente através do método DUAL - SIMPLEX (SANTO [31]). Para isto reescreve-se o problema (IV.18) como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } \sigma \\ w \in \mathbb{R}^w \\ \sum_{j \in I_j} w_{ij} \cdot E_{ij}^{\Delta} - \sigma + v_{\Delta} = 0 \\ v_{\Delta} \geq 0 \end{array} \right. \quad ; \quad \Delta = 1, 2, \dots, l \quad (\text{IV.19})$$

onde,

v_{Δ} : variável de folga

O número de variáveis de folga é igual ao número de iterações l .

ALGORITMO LINEARIZAÇÃO EXTERNA

Passo 0 : Inicialização

Faça $l = 0$, $w_{ij} = A_{ij}$ e $\sigma = 0$

Passo 1 : Solução do Problema Escravo

Isto é determine $F(w^l)$, γ e E^l

Passo 2 : Teste de Parada

Se $|\sigma - F(w)| \leq \epsilon_p$ então FIM

Passo 3 : Solução do Problema Mestre

Acrescente a restrição:

$$\sum_{ij \in I^l} w_{ij} \cdot E_{ij} - \sigma + \nu_l = 0 \quad \text{a (IV.19)}$$

Resolva o PL (IV.19) e obtenha w^{l+1}

Faça $l = l + 1$ e retorne ao Passo 1

Considere a rede $R(2,1,1)$ apresentada na seção IV.4.1. Aplicando-se o algoritmo de linearização externa tem-se:

a) Iteração $l = 0$

$i \setminus k$	i	$k \setminus i$ (i, j)	i	REJEIÇÃO
1	10.0 / 0.71	(1, 1)	10.0	0.0
2	20.0 / 0.75	(2, 1)	20.0	0.0

Tabela IV.30 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.31 - Parâmetros de Encaminhamento

$F(W) = 22.10$

$\sigma = 0.0$

Perdas = 7.90 Erlangs

Quadro inicial

W_{11}	W_{12}	σ		
0.00	0.00	1.00	0.00	Função Objetivo
1.00	1.00	0.00	30.0	Soma das Ponderações = A

Incluindo-se uma nova linha devido a E_{ij} e a variável de folga correspondente:

W_{11}	W_{12}	σ	V_i	
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
1.00	1.00	0.00	0.00	30.0
0.71	0.75	-1.00	1.00	0.0

Pivoteando-se em torno da base

W_{11}	W_{12}	σ	V_i	
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
1.00	1.00	0.00	0.00	30.00
0.00	-0.05	1.00	1.00	-21.18

Aplicando-se o DUAL-SIMPLEX:

Quadro Final

W_{11}	W_{12}	σ	V_1	
0.00	0.05	0.00	0.00	21.18
1.00	1.00	0.00	0.00	30.00
0.00	-0.05	1.00	-1.00	21.18

Do quadro final tem-se:

$$W_{11} = 30.0 ; W_{12} = 0 ; \sigma = 21.18$$

b) Iteração $l=1$

$i \setminus k$	i	$k \mid (i, j)$	i	REJEIÇÃO
1	30.0 / 0.79	(1, 1)	10.0	0.0
2	0.0 / 0.00	(2, 1)	0.0	20.0

Tabela IV.32 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.33 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento

$$F(W) = 23.56$$

$$\sigma = 21.18$$

$$\text{Perdas} = 22.15 \text{ Erlangs}$$

Quadro Inicial

W_{11}	W_{12}	σ	V_1	V_2	
0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	21.18
1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	30.00
0.00	-0.05	1.00	-1.00	1.00	21.18
0.79	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00

Pivoteando-se em torno da base

W_{11}	W_{12}	σ	V_1	V_2	
0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	21.18
1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	30.00
0.00	-0.05	1.00	-1.00	1.00	21.18
0.00	-0.83	0.00	-1.00	1.00	-2.39

Aplicando-se o DUAL-SIMPLEX tem-se:

Quadro Final

W_{11}	W_{12}	σ	V_1	V_2	
0.00	0.00	0.00	0.94	0.06	21.31
1.00	0.00	0.00	-1.20	1.20	27.13
0.00	0.00	1.00	-0.94	-0.06	21.31
0.00	1.00	0.00	1.20	-1.20	2.87

c) Iteração $l = 2$

$i \setminus k$	i	k	(i, j)	1	REJEIÇÃO
1	27.1 / 0.77	(1,1)	10.0	0.0	
2	2.9 / 0.52	(2,1)	10.7	9.3	

Tabela IV.34 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.35 - Parâmetros γ_{ikj} de Encaminhamento

$F(W) = 22.49$

$\sigma = 21.30$

Perdas = 11.91 Erlangs

Quadro Final

W_{11}	W_{12}	σ	V_1	V_2	V_3	
0.00	0.00	0.00	0.85	0.00	0.15	21.49
1.00	0.00	0.00	-3.29	0.00	3.29	23.23
0.00	0.00	1.00	-0.85	0.00	-0.15	21.49
0.00	1.00	0.00	3.29	0.00	-3.29	6.77
0.00	0.00	0.00	1.74	1.00	-2.74	3.25

$i \setminus k$	i	k	i, j	REJEIÇÃO
1	23.2 / 0.746	(1,1)	10.0	0.0
2	6.8 / 0.662	(2,1)	15.22	4.8

Tabela IV.36 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.37 - Parâmetros de Encaminhamento

$F(W) = 21.81$

$\bar{\sigma} = 21.49$

Perdas = 9.30 Erlangs

d) Iteração $l = 3$

Quadro Final

W_{11}	W_{12}	σ	V_1	V_2	V_3	V_4	
0.00	0.00	0.00	0.65	0.00	0.00	0.35	21.60
1.00	0.00	0.00	-7.64	0.00	0.00	7.64	20.76
0.00	0.00	1.00	-0.65	0.00	0.00	-0.35	21.60
0.00	1.00	0.00	7.64	0.00	0.00	-7.64	9.24
0.00	0.00	0.00	1.32	0.00	1.00	-2.32	0.75

$i \setminus k$	i	$k \setminus i$ (i, j)	i	REJEIÇÃO
1	20.8 / 0.72	(1,1)	10.0	0.0
2	9.2 / 0.72	(2,1)	17.9	2.1

Tabela IV.38 - Ponderações e Eficiências

Tabela IV.39 - Parâmetros de Encaminhamento

$F(W) = 21.66$

$\sigma = 21.66$

Perdas = 8.39 Erlangs

Note que para esta rede foi possível reduzir-se a dispersão com um pequeno aumento nas perdas.

Considerando-se novamente a rede R(2,2,2) dada nas Tabelas II.16, II.17 e II.18.

a) Iteração $l = 0$

$i \setminus j$	1	2	
1	5.0 / 0.510	25.0 / 0.560	Perdas = 38.4 Erlangs $F(W) = 51.6$ $\sigma = 0.0$
2	25.0 / 0.560	35.0 / 0.610	

Tabela IV.40 - Ponderações e Eficiências (w_{ij} / E_{ij})

Quadro Inicial

	w_{11}	w_{12}	w_{21}	w_{22}	σ	V_1	
	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	90.0
	0.51	0.56	0.56	0.60	-1.00	1.00	0.0

Quadro final

W_{11}	W_{12}	W_{21}	W_{22}	σ	V_1	
0.00	0.00	0.00	0.10	0.00	1.00	46.5
1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	90.0
0.00	0.00	0.00	-0.10	1.00	-1.00	46.5

b) Iteração $\lambda = 1$

$i \setminus j$	1	2	
1	90.0 / 1.000	0.0 / 0.000	Perdas= 54.7 Erlangs F(W) = 90.0 σ = 46.5
2	0.0 / 0.000	0.0 / 0.860	

Tabela IV.41 - Ponderações e Eficiências (W_{ij} / E_{ij})

Quadro Inicial

W_{11}	W_{12}	W_{21}	W_{22}	σ	V_1	V_2	
0.00	0.00	0.00	0.10	0.00	1.00	0.00	46.5
1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	90.0
0.00	0.00	0.00	-0.01	1.00	-1.00	0.00	46.5
1.00	0.00	0.00	0.86	-1.00	0.00	1.00	0.0

Quadro final

W_{11}	W_{12}	W_{21}	W_{22}	σ	V_1	V_2	
0.00	0.00	0.00	0.10	0.00	1.00	0.00	48.2
1.00	0.00	0.00	0.80	0.00	1.00	1.00	48.2
0.00	0.00	0.00	-0.01	1.00	-1.00	0.00	48.2
0.00	1.00	1.00	0.20	0.00	1.00	-1.00	41.8

c) Iteração $l=2$

$I \setminus J$	1	2	
1	30.7 / 0.542	29.2 / 0.543	Perdas= 39.1 Erlangs $F(W) = 48.98$ $\delta = 48.97$
2	29.2 / 0.547	0.0 / 0.597	

Tabela IV.42 - Ponderações e Eficiências (W_{ij} / E_{ij})

Da Tabela IV.42 nota-se que foi possível rearranjar as eficiências com pequeno aumento nas perdas.

Aplicando-se o algoritmo de linearização externa para a rede R(4,3,4) apresentada nas Tabelas III.1 e III.2 com tráfego dado em III.3 obteve-se os seguintes resultados:

$I \setminus J$	1	2	3	4
1	-	0.0 / 0.951	23.0 / 0.838	0.0 / 0.929
2	2.4 / 0.964	-	108.4 / 0.859	2.5 / 0.825
3	0.0 / 0.820	1.9 / 0.855	-	1.1 / 0.868
4	0.4 / 0.882	0.0 / 0.925	90.2 / 0.832	-

Tabela IV.43 - Ponderações e Eficiências (W_{ij} / E_{ij})

Perdas= 29.31 Erlangs

Comparando-se as Tabelas IV.43 e IV.1 nota-se a melhoria desprezível na dispersão das eficiências, conseguidas com o método de linearização externa.

O problema IV.12 foi efetivamente resolvido

pelo algoritmo de linearização externa, suplantando as dificuldades encontradas pelo algoritmo de gradiente projetado (não diferenciabilidade).

Entretanto, o problema original (IV.5) não foi satisfatoriamente resolvido pois o aumento conseguido na menor das eficiências foi desprezível.

Um outro aspecto relevante é que na aplicação do algoritmo de linearização externa, os valores intermediários da matriz eficiências são bastante degradados e apenas na convergência é que se obtém valores razoáveis desta matriz.

Este comportamento numérico inviabiliza a utilização prática deste algoritmo. Isto é, a matriz de ponderações não mostrou o comportamento desejável de bem controlar as eficiências.

Isto decorre, possivelmente, da inversão da otimização necessária na transformação do problema (IV.5) no problema (IV.12).

IV.5 - CONCLUSÃO

Este capítulo apresentou a formulação de um método MINMAX de encaminhamento, para solucionar a eventual dispersão entre as eficiências em casos de panes e sobrecargas.

Na busca de algoritmos para a solução do problema MINMAX, a formulação original foi refeita na forma de uma soma ponderada das eficiências.

Resultados numéricos comprovaram a não convexidade das eficiências com relação aos parâmetros de repartição de carga. Portanto, não foi possível obter a solução do problema original (MINMAX).

As ponderações não apresentam sistematicamente o comportamento desejável de aumentar as menores eficiências e desta forma a aplicação dos algoritmos propostos não permitiu implementação que atendesse aos objetivos.

Contudo, esforços metodológicos para solucionar o problema são relevantes, justificando aqui sua apresentação.

O método MINMAX de encaminhamento continua, portanto, uma questão em aberto.

CAPITULO V

CONCLUSIONES

Neste trabalho mostrou-se a importância econômica e operacional das técnicas de encaminhamento de chamadas.

Um encaminhamento eficiente permite, além da maximização do uso da rede, o aumento de sua robustez a panes e sobrecargas de tráfego.

Através de exemplos elementares a técnica de encaminhamento por repartição de carga foi apresentada e seu modelamento foi obtido, usando-se o conceito fundamental de tráfego fictício, que permitiu a obtenção de modelos agregados que viabilizaram a síntese desta técnica de encaminhamento.

Através da formulação de um problema de minimização do tráfego bloqueado foi possível buscar parâmetros de encaminhamento de maneira sistemática.

O problema de minimização foi exaustivamente estudado e dois métodos de direcões factíveis foram especializados para sua solução.

Resultados numéricos mostraram a superioridade do método de projecção quadrática (MPG) sobre o de projecção linear (MFW).

A aplicação da técnica de repartição de carga em alguns exemplos mostrou a robustez da rede a panes e sobrecargas e a robustez do encaminhamento às sobrecargas de tráfego.

Portanto, pode-se vislumbrar a aplicação desta técnica tendo seus parâmetros atualizados apenas nos casos de panes.

A questão da dispersão das eficiências associadas à

minimização do tráfego bloqueado foi profundamente analisada. Um método MINMAX foi proposto.

Técnicas de solução baseadas em "gradientes" e subgradientes foram elaboradas e aplicadas ao problema MINMAX. Os resultados numéricos não foram satisfatórios e a questão da dispersão entre eficiências não foi resolvida a contento.

A aplicação real de qualquer técnica de encaminhamento alternativa ao transbordo atual, coloca para a engenharia uma série de questões que não foram abordadas neste trabalho (estimação e previsão de tráfego, planejamento da rede, tecnologias associadas, etc.).

Entretanto, os resultados preliminares obtidos na análise da questão específica do encaminhamento, justificam largamente a exploração futura das questões associadas a esta nova técnica de encaminhamento (repartição de carga).

BIBLIOGRAFIA

- [1] - ASH, R. G.; CARDWELL, R. H; MURRAY, R. P.- Design and Optimization of Network with Dynamic Routing, The Bell System Technical Journal, pp 1787-1820, October, 1981.
- [2] - ASH, G. R.; HAFKER, A., H.; KRISHNAM, K. R. - Servicing an Real - Time Control of Networks with Dynamic Routing, The Bell Technical Journal,, pp 1821-1845, October, 1981.
- [3] - AVRIEL, M. - Nonlinear Programming: Analysis and Methods, Prentice-Hall, London, England,1976
- [4] - BAZARAA, M.S. - Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, John Wiley & Sons, Inc., 1979.
- [5] BENES, V. E. - Growth, Complexity and Performance of Telephone Connecting Networks, The Bell System Technical Journal, pp 499-539, February, 1983.
- [6] - BERNUSSOU, J.; CAMDIN, B.; FORESTIER, J.P. - Optmization Techniques and Real-Time Considerations in the Management of Communication Networks, Note Interne LAAS-CNRS, DERA-CERT, France .
- [7] - BONATTI, I.S. - Gestion de Réseaux de Service: Application au Réseau Téléphonique Interurbain, Thèse de Docteur Ingenieur, Université Paul-Sabatier, Toulouse, France, 1981.
- [8] - CCITT Series Recomendations, Vol. III, White Book.
- [9] - COOPER, R. B. - Introduction to Queueing Theory, Second Edition, North Holland, Inc., 1981.
- [10]- DE PIERI, E.R.; BONATTI, I.S. - Encaminhamento de Chamadas em Redes Telefônicas Interurbanas: Otimização de Parâmetros, 6o. Congresso Brasileiro de Automática, Belo Horizonte, Novembro, 1986.
- [11]- DE PIERI, E.R.; BONATTI, I.S. - Maximização da Informação Transmitido em um Canal Discreto e sem Memória: Capacidade de Canal, Nota Interna DEE - FEC - UNICAMP, 1985.

- [12]- EVERS, R.; MROZYNSKI, G. - Performance Improvement by a Ring Network for Overflow from First Choice Routes, Telecommunications Networks Planning, pp 203-206.
- [13]- FERREIRA, P.A.V. - Um Método Primal para Problemas de Controle Ótimo de Sistemas Dinâmicos de Grande Porte, Tese de Mestrado, DEE-FEC/UNICAMP, 1983 .
- [14]- FORESTIER, J. P.; et all - Etudes de Nouvelles Organisations Fonctionnelles pour la Gestion Dynamic du Trafic Téléphonique, Note Interne LAAS-CNRS, DERA-CERT, France, Avril, 1981.
- [15]- FRANK, M.; WOLFE, P. - An Algorithm for Quadratic Programming, Nav. Res. Log. Quart., pp 95 - 110, 1956.
- [16]- GARCIA, J. M. - Adaptative Traffic Routing of Telephone Network: a Centralized Approach, Rapport de Recherche No. 85193, LAAS-CNRS, France, Juillet, 1985.
- [17]- GARCIA, J. M.; LE GALL, F.; BERNUSSOU, J. - Adaptative Traffic Routing in Telephone Networks Centralized and Decentralized Approaches,
- [18]- HENNET, J. C. - Etude de Politiques d'Acheminement d'Appels dans un Réseau Téléphonique Interurbain à Deux Niveaux Hiérarchiques, Thèse Docteur-Ingenieur, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 1978.
- [19]- KAJIWARA, M. et all - Future Local Telephone Network Configurations, IEEE Trans. on Commun., P.P. 102-110, 1980.
- [20]- KLEINROCK, L. - Queing Systems, Vol. 1 and 2, John Wiley, 1975.
- [21]- KUCZURA, A. - The Interrupted Poisson Process as an Overflow Process, The Bell System Technical Journal, Vol. 52, No. 3, pp 437-448, 1973.
- [22]- LASDON, L. S. - Optimization Theory for Large Systems, The Macmillan Company, London, England, 1970.

- [23]- LE GALL, F. - Contribution à la Modélisation et la Commande de Réseaux Téléphoniques, Thèse Docteur Ingénieur, Université Paul-Sabatier, Toulouse, France, 1982.
- [24]- LE GALL, F. - One Moment Model for Telephone Traffic, Appl. Math. Modelling, p.p. 415-423, vol. 6, December, 1982.
- [25]- LE GALL, BERNUSSOU, J. - An Analytical Formulation for Grade of Service Determination in Telephone Networks, IEEE Transactions on Communications, Vol. COM- 31, No. 3, March, 1983.
- [26]- LE GALL, F.; GARCIA, J.M.; BERNUSSOU, J. - Dynamic Routing for Telephone Networks: An Overview, First International Workshop on Methodologies and Applications of Complex System Theory, Cairo, November, 1983.
- [27]- LUENBERGER, D.G. - Introduction to Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Massachusetts, 1973.
- [28]- PAROLA, A. F. - Sinalização por Canal Comum, Telebrasil Novembro/Dezembro 1978.
- [29]- RAD, S.S. - Optimization: Theory and Applications, Wiley Eastern Limited, 1979.
- [30]- RUDIN, H.; MUELLER, H. - Dynamic Routing and Flow Control, IEEE Trans. on Commun., p.p. 1030-1039, vol. COM-28, No. 7, July, 1980.
- [31]- SANTO, A. D. E. - Determinação da Solução Diagonal da Equação de Lyapunov, Nota Interna DEE - FEC - UNICAMP, 1984.
- [32]- SILVA, C. R. M.; BONATTI, I. S. - Encaminhamento de Chamadas Telefônicas Na Rede Interurbana, I Simpósio Internacional de Pesquisa Operacional da UFSM, Santa Maria, RS, 1986.
- [33]- TELECOMMUNICATION Planning. Madrid, Development Center of Standard Electric, S/A, ITT, 1977. (ITT - International Telephone and Telegraph Co.).

[34]- WILKINSON, R. I. - Theories for Toll Traffic in the USA,
The Bell System Technical Journal, XXXV, March, 1956.

[35]- WINNICKI, A.; PACZYNSKI, J. - An Approach to Design of
Three-Layer Controlled Telephone Networks, North Holland
Publishing Company, Large Scale Systems, pp 245-256, 1980.

APÊNDICE A

PERDAS GLOBAIS E FUNÇÃO ERLANG

A.1 - CÁLCULO DOS TRÁFEGOS FICTÍCIOS

Considere os tráfegos fictícios de subida e de descida

$$Z_{ik} = \sum_{j \in J} Y_{ikj} \cdot [1 - E(Z_{kj}, N_{kj})] \quad (\text{A.1})$$

$$Z_{kj} = \sum_{i \in I} Y_{ikj} \cdot [1 - E(Z_{ik}, N_{ik})] \quad (\text{A.2})$$

Os tráfegos escoados são dados por:

$$X_{ik} = Z_{ik} \cdot [1 - E(Z_{ik}, N_{ik})] \quad (\text{A.3})$$

$$X_{kj} = Z_{kj} \cdot [1 - E(Z_{kj}, N_{kj})] \quad (\text{A.4})$$

A solução de (A.1) e (A.2) é dada por:

ALGORITMO TRÁFEGO FICTÍCIO

Passo 0 : Inicialização

Dado $Z_{ij}^0 = 0$, faça $l = 0$

Passo 1 : Cálculo dos Tráfegos Fictícios

$$z_{ik}^{l+1} = \sum_{j \in J} \gamma_{ikj} \cdot [1 - E(z_{kj}^l, \lambda_{kj})]$$

$$z_{kj}^{l+1} = \sum_{i \in I} \gamma_{ikj} \cdot [1 - E(z_{ik}^{l+1}, \lambda_{ik})]$$

Passo 2 : Teste de Parada

$$\text{Se } \left[\sum_{kj \in KJ} (z_{kj}^{l+1} - z_{kj}^l)^2 \right]^{1/2} \leq (n \times m) \cdot \epsilon \quad \text{então FIM}$$

senão faça $l = l + 1$ e vá para o **Passo 1**

Para uma rede $R(4,3,4)$ a convergência deste algoritmo é obtida em aproximadamente 10 iterações com $\epsilon = 10^{-3}$.

A.2 - CÁLCULO DAS DERIVADAS PARCIAIS

$$G_{ikj} = \frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} P(Y)$$

$$P(Y) = \sum_{ikj \in IKJ} Y_{ikj} \cdot (1 - Q_{Sik} \cdot Q_{Dkj})$$

QS : Probabilidade de não - bloqueio nos enlaces de subida

QD : Idem, nos de descida

$$P(Y) = A - \sum_{ikj \in IKJ} Y_{ikj} \cdot Q_{Sik} \cdot Q_{Dkj}$$

com $A = \sum_{ikj \in IKJ} Y_{ikj} = \sum_{ij \in IJ} A_{ij}$

$$\frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} P(Y) = -Q_{Sik} \cdot Q_{Dkj} \cdot \sum_{vu \in IJ} Y_{vku} \cdot \frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} (Q_{Svk} \cdot Q_{Dku}) \quad (A.5)$$

- Cálculo de $\frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} (Q_{Svk} \cdot Q_{Dku})$

$$\frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} (Q_{Svk} \cdot Q_{Dku}) = Q_{Svk} \cdot \frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} Q_{Dku} + Q_{Dku} \cdot \frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} Q_{Svk} \quad (A.6)$$

Onde,

$$\frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} Q_{Svk} = \frac{d}{dZ_{Svk}} \cdot Q_{Svk} \cdot \frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} Z_{Svk}$$

$$\frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} Q_{Dku} = \frac{d}{dZ_{Dku}} \cdot Q_{Dku} \cdot \frac{\partial}{\partial Y_{ikj}} Z_{Dku}$$

ZS : Tráfego fictício de subida

ZD : Idem, de descida

$$\frac{d}{dz_{svk}} Z_{svk} = -E(Z_{svk}, N_{svk}) (N_{svk} - X_{svk}) / Z_{svk}$$

$$\frac{d}{dz_{dku}} Z_{dku} = -E(Z_{dku}, N_{dku}) (N_{dku} - X_{dku}) / Z_{dku}$$

XS : Tráfego escoado de subida

XD : Idem, de descida

NS : Capacidade dos enlaces de subida

ND : Capacidade dos enlaces de descida

- Cálculo de $\frac{\partial}{\partial y_{ikj}} Z_{svk}$ e $\frac{\partial}{\partial y_{ikj}} Z_{dku}$

$$Z_{S_{vs}} = \sum_{u \in J} Y_{vku} \cdot Q_{Dku} \quad ; \quad Z_{S_{du}} = \sum_{v \in I} Y_{vdu} \cdot Q_{Svu}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_{ikj}} Z_{S_{vs}} = d_{vi} \cdot d_{dk} \cdot \sum_{u \in J} d_{uj} \cdot Q_{Dku} + \sum_{u \in J} Y_{vku} \cdot \frac{d}{dz_{Dku}} Q_{Dku} \cdot \frac{\partial}{\partial y_{ikj}} Z_{Dku}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_{ikj}} Z_{Dku} = d_{dk} \cdot d_{uj} \cdot \sum_{v \in I} d_{vi} \cdot Q_{Svu} + \sum_{v \in I} Y_{vdu} \cdot \frac{d}{dz_{Svu}} Q_{Svu} \cdot \frac{\partial}{\partial y_{ikj}} Z_{Svu}$$

onde,

$$\frac{\partial Z_{S_{vs}}}{\partial y_{ikj}} = \begin{cases} d_{vi} \cdot Q_{Dkj} + \sum_{u \in J} Y_{vku} \cdot \frac{d}{dz_{Dku}} Q_{Dku} \cdot \frac{\partial Z_{Dku}}{\partial y_{ikj}} & ; \Delta = k \\ 0 & ; \Delta \neq k \end{cases}$$

$$\frac{\partial Z_{Dku}}{\partial y_{ikj}} = \begin{cases} d_{uj} \cdot Q_{Sik} + \sum_{v \in I} Y_{vdu} \cdot \frac{d}{dz_{Svu}} Q_{Svu} \cdot \frac{\partial Z_{Svu}}{\partial y_{ikj}} & ; \Delta = k \\ 0 & ; \Delta \neq k \end{cases}$$

$$d_{ij} = \begin{cases} 1 & ; i=j \\ 0 & ; i \neq j \end{cases}$$

O cálculo de G_{ikj} é dado pelo algoritmo:

ALGORITMO DERIVADAS PARCIAIS

Passo 0 : Inicialização

Faça $l=0$ Fixe $ikj \in IKJ$

$$\frac{\partial ZS_{vk}^l}{\partial y_{ikj}} = \begin{cases} 0 & ; v \neq i \\ 1 & ; v = i \end{cases}$$

Passo 1 : Cálculo das Derivadas Parciais Fictícias

$$\frac{\partial ZD_{ku}^{l+1}}{\partial y_{ikj}} = \begin{cases} d_{ij} \cdot QS_{ik} + \sum_{v \in I} \gamma_{vku} \cdot \frac{d}{dZS_{vk}} \cdot \frac{\partial ZS_{vk}^l}{\partial y_{ikj}} & ; k = \Delta \\ 0 & ; k \neq \Delta \end{cases}$$

$$\frac{\partial ZS_{vd}^{l+1}}{\partial y_{ikj}} = \begin{cases} d_{ri} \cdot QS_{kj} + \sum_{r \in I} \gamma_{rvu} \cdot \frac{d}{dZD_{ku}} \cdot \frac{\partial ZD_{ku}^{l+1}}{\partial y_{ikj}} & ; k = \Delta \\ 0 & ; k \neq \Delta \end{cases}$$

Passo 2: Teste de Parada

$$\text{Se } \left[\sum_{v \in IK} \left(\frac{\partial ZS_{vk}^{l+1}}{\partial y_{ikj}} - \frac{\partial ZS_{vk}^l}{\partial y_{ikj}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq \epsilon \cdot (n \times m) \text{ vá para o Passo 3}$$

Senão, faça $l=l+1$ e vá para o Passo 1

Passo 3 : Cálculo de $\frac{\partial}{\partial y_{ij}} (\sum_k \lambda_{vk} \cdot OD_{kv})$ e de G_{ij}

$$\frac{\partial}{\partial y_{ij}} \lambda_{vk} = \frac{\lambda_{vk}}{\sum_k \lambda_{vk}} \cdot \frac{\partial}{\partial y_{ij}} \sum_k \lambda_{vk}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_{ij}} \sum_k \lambda_{vk} = \frac{\lambda_{vu}}{\sum_k \lambda_{vu}} \cdot \frac{\partial}{\partial y_{ij}} \sum_k \lambda_{vu}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_{ij}} (\sum_k \lambda_{vk} \cdot OD_{kv}) = \sum_k \lambda_{vk} \cdot \frac{\partial}{\partial y_{ij}} OD_{kv} + OD_{kv} \cdot \frac{\partial}{\partial y_{ij}} \lambda_{vk}$$

$$G_{ij} = - \sum_k \lambda_{vk} \cdot \frac{\partial}{\partial y_{ij}} (\sum_k \lambda_{vk} \cdot OD_{kv})$$

Se todos os $ikj \in IKJ$ foram variados então FIM

Senão volte para o Passo 0

A.3 - CÁLCULO DA FUNÇÃO ERLANG

A probabilidade de bloqueio num conjunto de circuitos, sujeito a um tráfego poissoniano de média λ e duração exponencial negativa de média μ é dada pela função Erlang :

$$P_N = \frac{\lambda^N / N!}{\sum_{i=0}^N \lambda^i / i!}$$

De maneira recorrente calcula-se essa função da

seguinte maneira:

$$E(N) = \begin{cases} \frac{\lambda \cdot E(A, N-1) + N}{\lambda \cdot E(A, N-1)} & \text{se } N \geq 1 \\ 1 & \text{se } N = 0 \end{cases}$$

Com esse procedimento evita-se o cálculo de $(N!)$.

APÊNDICE B

MÉTODO DE BUSCA UNIDIMENSIONAL

Neste apêndice apresenta-se um algoritmo de aproximação quadrática para a solução do problema de busca unidimensional:

$$\min_{\alpha} P(y^l + \alpha \cdot s^l) \quad (C.1)$$

A solução de (C.1) é obtida aproximando-se sucessivamente a função $P(\cdot)$ por uma função quadrática $\phi(\alpha)$:

$$\phi(\alpha) = a\alpha^2 + b\alpha + c \quad (C.2)$$

$$\frac{d\phi(\alpha)}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \hat{\alpha} = \frac{-b}{2a}, \quad \phi(\alpha) = P(y^l + \alpha \cdot s^l)$$

$$\frac{d\phi(\alpha)}{d\alpha} = \sum_{i|j \in I|K|J} \frac{\partial}{\partial y_{i|k|j}} P(y^l + \alpha \cdot s^l) \cdot s_{i|k|j}^l$$

$$\frac{d\phi(\alpha_1)}{d\alpha} = \sum_{i|j \in I|K|J} \frac{\partial}{\partial y_{i|k|j}} P(y^l + \alpha_1 \cdot s^l) \cdot s_{i|k|j}^l = ESC1$$

$$\frac{d\phi(\alpha_2)}{d\alpha} = ESC2$$

$$\frac{d\phi(\alpha_1)}{d\alpha} = 2a \cdot \alpha_1 + b = ESC1$$

$$\frac{d\phi(\alpha_2)}{d\alpha} = 2a \cdot \alpha_2 + b = ESC2$$

Como $\hat{\alpha} = -b/2a$ então:

$$\hat{\alpha} = \frac{\alpha_1 \cdot ESC2 - \alpha_2 \cdot ESC1}{(ESC1 - ESC2)} \quad (C.3)$$

ALGORITMO DE BUSCA

Passo 0: Inicialização

Dados Y, S, α_1, α_2 faça $l = 0$

Passo 1: Cálculo de $ESC1$

$$ESC1 = \sum_{i,j \in I \times J} \frac{\partial}{\partial y_{ij}} (Y + \alpha_1 \cdot S) \cdot S_{ij}$$

Se $ESC1 \geq 0$ então $\alpha = \alpha_1$ FIM

Passo 2: Cálculo de $ESC2$

$$ESC2 = \sum_{i,j \in I \times J} \frac{\partial}{\partial y_{ij}} (Y + \alpha_2 \cdot S) \cdot S_{ij}$$

Se $ESC2 \leq 0$ então $\alpha = \alpha_2$ FIM

Passo 3: Cálculo de $\hat{\alpha}$ e ESC

$$\hat{\alpha} = \frac{\alpha_1 \cdot ESC2 - \alpha_2 \cdot ESC1}{(ESC1 - ESC2)}$$

$$ESC = \sum_{i,j \in I \times J} \frac{\partial}{\partial y_{ij}} (Y + \hat{\alpha} \cdot S) \cdot S_{ij}$$

Se $F(Y + \hat{\alpha} \cdot S) < F(Y + \alpha_i \cdot S)$ Então $X = \hat{\alpha}$ FIM

Passo 4: Troca de Valores de

Se $ESC < 0$ então $ESC1 = ESC$ e $\alpha_1 = \hat{\alpha}$

Se $ESC > 0$ então $ESC2 = ESC$ e $\alpha_2 = \hat{\alpha}$

Faca $l = l + 1$ retorne ao Passo 3

APÊNDICE C

SOLUÇÃO DO PROBLEMA DUAL ASSOCIADO AO MPG

Considere novamente o problema dual apresentado

em (III.15):

$$\begin{cases} \text{Max} \\ \mu_k > 0 \end{cases} \frac{1}{2} \sum_{k \in K_a} (\bar{g} + \bar{\mu} - \mu_k)^2 \quad (\text{C.1})$$

do problema (C.1). FERREIRA [13] propõe um algoritmo para a solução

ALGORITMO MPG - DUAL

Passo 0: Inicialização

Dado $\mu > 0$, faça $l = 0$

Passo 1: Cálculo do Gradiente

$$h_k^l = (-\bar{g} - \bar{\mu} + \mu_k) \left(\frac{m-1}{m} \right) \quad k \in K_a$$

Passo 2: Cálculo da Direção

$$d_k^l = \begin{cases} h_k^l & \mu_k^l > 0, \quad k \in K_a \\ \max\{0, h_k^l\} & \text{se } \mu_k^l = 0, \quad k \in K_a \end{cases}$$

Passo 3: Critério de Parada

$$\text{Se } \left[\sum_{k \in K_a} d_k^2 \right]^{1/2} \leq \epsilon_d \quad \text{então FIM}$$

Passo 4: Atualização da Variável Dual

$$\mu^{l+1} = \mu^l + \sigma \cdot d^l$$

Faça $l=l+1$, retorne ao Passo 1

Como o problema dual (III.15) é quadrático, o cálculo de σ é analítico:

$$\sigma = \min \{ 0, \sigma_{\max} \}$$

onde,

$$\sigma_{\max} = \min_{k \in K_a} \left\{ -\frac{\mu_k^l}{d_k^l} \right\}_{d_k^l \leq 0}; \quad \sigma = \frac{-m}{m+1} \left(\sum_{k \in K_a} d_k^2 \right)^{1/2}$$

A inicialização de μ (Passo 1) é obtida ignorando-se a restrição de não negatividade do problema (C.1) e aplicando-se o método de Fletcher - Reeves (LUENBERGER [27]). O valor inicial μ^0 é dado por:

$$\mu^0 = \begin{cases} 0 & ; \hat{\mu}_k < 0 \\ \hat{\mu}_k & ; \hat{\mu}_k \geq 0 ; k \in K_a \end{cases}$$

onde,

$\hat{\mu}_k$: é a solução obtida por Fletcher - Reeves

Note que nos casos em que $\hat{\mu}_k \geq 0, \forall k \in K_a$ não é necessário a aplicação do algoritmo MPG - Dual.

O valor de ϵ_d deve ser escolhido de modo a satisfazer uma certa relação com o critério de parada do algoritmo MPB (ϵ_p). Em (FERREIRA [13]), mostra-se que o valor de ϵ_d deve ser menor que a precisão do primal e que uma relação adequada é:

$$\epsilon_d \leq \epsilon_p / 10$$