

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

MÉTODOS HEURÍSTICOS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS INTEGRADOS DE PRODUÇÃO, ESTOQUE E DISTRIBUIÇÃO

Autor: André Luís Shiguemoto

Orientador: Vinícius Amaral Armentano

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora:

Vinícius Amaral Armentano	FEEC/UNICAMP
Takaaki Ohishi	FEEC/UNICAMP
Paulo Valente	FEEC/UNICAMP
Arne Løkketangen	HØGSKOLEN I MOLDE
Reinaldo Morabito Neto	DEP/UFSCAR
Anésio dos Santos Júnior	FEEC/UNICAMP
Christiano Lyra Filho	FEEC/UNICAMP
Franklina Maria Bragion de Toledo	ICMC/USP

Campinas, julho de 2008.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Sh61m	Shiguemoto, André Luís Métodos heurísticos para resolução de problemas integrados de produção, estoque e distribuição / André Luís Shiguemoto. --Campinas, SP: [s.n.], 2008. Orientador: Vinícius Amaral Armentano. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. 1. Programação estocástica. 2. Heurística. 3. Planejamento da produção. 4. Logística. 5. Busca tabu. 6.Otimização. I. Armentano, Vinícius Amaral. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.
-------	--

Título em Inglês:	Heuristic methods to solve integrated production, inventory and distribution problems.
Palavras-chave em Inglês:	Stochastic programming, Heuristics, Production planning, Logistics, Tabu search, Combinatory optimization.
Área de concentração:	Automação.
Titulação:	Doutor em Engenharia Elétrica
Banca examinadora:	Takaaki Ohishi, Paulo Valente, Arne Løkketangen, Reinaldo Morabito Neto, Anésio dos Santos Júnior, Christiano Lyra Filho e Franklina Maria Bragion de Toledo.
Data da defesa:	4/7/2008.
Programa de Pós-Graduação:	Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: André Luís Shiguemoto

Data da Defesa: 4 de julho de 2008

Título da Tese: "Métodos Heurísticos para Resolução de Problemas Integrados de Produção, Estoque e Distribuição"

Prof. Dr. Vinícius Amaral Armentano (Presidente):

Vinícius A. Armentano

Dr. Arne Lokketangen:

Arne Lokketangen

Prof. Dr. Reinaldo Morábito Neto:

Reinaldo Morábito Neto

Prof. Dr. Takaaki Ohishi:

Takaaki Ohishi

Prof. Dr. Paulo Augusto Valente Ferreira:

Paulo Augusto Valente Ferreira

RESUMO

Este trabalho aborda a otimização de dois problemas integrados de uma seção de uma cadeia de suprimento. O primeiro é um problema de produção-distribuição ao longo de períodos de um horizonte de planejamento finito. Uma planta com restrições de capacidade processa vários produtos e uma frota homogênea de veículos está disponível para distribuição de produtos para atender a demanda dos clientes. Em cada período, o problema de produção determina quanto processar de cada produto, e o problema de distribuição define a quantidade de cada produto a ser entregue aos clientes e as rotas dos veículos. O objetivo é minimizar os custos de produção e estoque na planta, custos de estoque no cliente e custos de distribuição. O problema é resolvido pela meta-heurística busca tabu integrada com um procedimento de religamento de caminho, que permite soluções ineficazes durante a busca. O segundo problema envolve a seção estoque-produção com demanda estocástica de um único produto, especificada por uma distribuição discreta de probabilidades. O fornecedor deve definir quando visitar os clientes, quanto entregar, e as rotas de cada período, de forma a maximizar o rendimento pelas quantidades entregues e minimizar os custos de estoque nos clientes, custos de demanda perdida e custos de distribuição. O problema é modelado por meio de uma árvore de cenários que aproxima um processo de decisão markoviano. Uma heurística baseada em horizonte rolante é desenvolvida, de forma que em cada passo, o modelo definido em uma janela de tempo é resolvido de forma ótima pelo software de otimização CPLEX.

Palavras-chave: cadeia de suprimento, integração de produção e distribuição, integração de estoque e distribuição, demanda estocástica, busca tabu, religamento de caminho, heurística de janela de tempo móvel.

ABSTRACT

This work addresses the optimization of two integrated problems in a section of a supply chain. The first is a production-distribution problem along periods of a finite planning horizon. A plant with capacity constraints processes several products and a homogeneous fleet of vehicles is available for the distribution of the products in order to satisfy the customers' demand. In each period, the production problem determines how much to process of each product, and the distribution problem defines the quantity of the product that should be delivered, and the vehicle routes. The objective is to minimize the production and inventory cost at the plant, inventory costs at the clients and the distribution costs. The problem is solved by the tabu search meta-heuristic integrated with a path relinking procedure, and infeasible solutions are allowed during the search. The second problem involves the section inventory-distribution with stochastic demand defined by a discrete probability distribution. The supplier must define when to visit the clients, how much to deliver, and the routes of each period in order to maximize the reward from delivering the delivered quantities and minimize the inventory costs at the clients, costs for lost demand and distribution costs. The problem is modeled as a scenario tree that approximates a markovian decision process. A heuristic based on a rolling horizon is developed, such that at each step, the model defined in a sliding time window is solved optimally by the optimization software CPLEX.

Keywords: supply chain, integrated production-distribution, integrated inventory-routing, stochastic demand, tabu search, path relinking, rolling time window heuristic.

À minha família.

AGRADECIMENTOS

A todos que colaboraram para a realização deste trabalho. Em especial

ao prof. Vinícius Amaral Armentano, pelas valiosas discussões que muito colaboraram para este trabalho, por sua paciência e dedicação.

ao prof. Arne Løkketangen, pela receptividade e orientação durante o período vivido na Noruega.

aos meus pais Antônio e Hiroko, pelo amor e incentivo que me motivaram a continuar meus estudos.

aos meus irmãos Bruno e Denis, pela amizade e companheirismo.

à Gabriela, pelo carinho, incentivo e amor.

à toda minha família, pelo incentivo durante esses anos.

ao colega Lars Magnus Hvattum, por fornecer as instâncias testes e auxiliar na reprodução de seus resultados.

aos amigos Sadi Ozturk e Amar Mohite, pela amizade e confiança.

aos amigos Gerardo, Mariella, José Viscaino, Aníbal, Fernando, Iara, Sacchi, Leonardo, Luiz, Eduardo, Vinícius, Edílson, Sandra, pela amizade, horas do cafezinho e momentos de descontração.

ao pessoal da CPG, Noêmia, Édson, Mazé, Jerusa, à Márcia (DENSIS) e Denise (PRPG), pelos auxílios durante esses quatro anos.

à Grethe Hals, por providenciar minhas acomodações em Molde.

à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

à Deus.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	1
Objetivos do trabalho.....	3
Organização do trabalho.....	4
CAPÍTULO 1. Problemas integrados de produção e distribuição.....	6
1.1. Introdução.....	6
1.2. Revisão bibliográfica.....	8
1.3. Descrição do problema.....	11
CAPÍTULO 2. Heurísticas de buca tabu e religamento de caminhos.....	16
2.1. Introdução.....	16
2.2. Descrição da heurística BT.....	17
2.2.1. Solução inicial.....	18
2.2.1.1. Exemplo.....	18
2.2.2. Memória de curto prazo.....	22
2.3. Religamento de caminhos.....	25
2.3.1. Lista de candidatos.....	29
2.4. Experimentos computacionais.....	30
2.4.1. Geração das instâncias.....	30
2.4.2. Parâmetros.....	31
2.4.3. Resultados para múltiplos produtos.....	32
2.4.4. Resultados para um único produto.....	44
CAPÍTULO 3. Problemas estocásticos de estoque e roteamento de veículos.....	50
3.1. Introdução.....	50

3.2. Revisão bibliográfica.....	53
3.3. Descrição do problema.....	57
CAPÍTULO 4. Heurística baseada em árvore de cenários.....	63
4.1. Introdução.....	63
4.2. Descrição da heurística HAC.....	64
4.3. Experimentos computacionais.....	66
4.3.1. Parâmetros.....	63
4.3.2. Resultados.....	67
CAPÍTULO 5. Conclusões.....	76
REFERÊNCIAS.....	78

LISTA DE FIGURAS

1.1. Transferência e subciclos.....	14
2.1. Rotas da solução inicial.....	21
2.2. Rotas da solução ótima.....	24
2.3. Exemplo de solução inicial e solução guia.....	26
2.4. Pseudo-código do procedimento de <i>path relinking</i>	27
2.5. Soluções intermediárias do <i>path relinking</i>	28
2.6. Exemplo de <i>path relinking</i>	28
3.1. Árvore de cenários com 14 nós e 4 estágios.....	58
3.2. Exemplo de árvore de cenários com demandas, estoque e decisões tomadas....	62
4.1. Horizonte de planejamento dividido em três partes.....	64
4.2. Passos da heurística – Movendo a janela.....	65

LISTA DE TABELAS

1.1. Aplicações de integração de produção e distribuição.....	7
2.1. Demandas e custo de estoque.....	19
2.2. Quantidade de produtos entregue aos clientes nos períodos.	20
2.3. Quantidade dos produtos 1 e 2 entregue nos períodos.	21
2.4. Planejamento da produção.....	22
2.5. Quantidade dos produtos 1 e 2 entregues nos períodos.....	25
2.6. Planejamento da produção.....	25
2.7. Parâmetros de geração das instâncias.	31
2.8. Parâmetros das heurísticas.....	32
2.9. Custos obtidos pelo software CPLEX e pelas heurísticas BT e BT-PR.	33
2.10. Desvio relativo ao custo ótimo (%).	34
2.11. Tempos computacionais (segundos).....	34
2.12. Tempos computacionais para a melhor solução (segundos)	35
2.13. Resultados para instâncias com 30 clientes.....	36
2.14. Resultados para instâncias com 50 clientes.....	37
2.15. Resultados para instâncias com 100 clientes.....	38
2.16. Desvio percentual de BT, BTC-PR e NA em relação a BT-PR.	39
2.17. Tempo computacional (segundos)	40
2.18. Tempo computacional para as melhores soluções (segundos).	40
2.19. Custo médio das soluções obtidas por BT-PR ao reduzir o custo de preparação. ...	41
2.20. Tempo médio utilizado por BT-PR ao reduzir o custo de preparação.....	41
2.21. Custo médio das soluções obtidas por BT-PR ao reduzir a capacidade de produção..	42
2.22. Tempo médio utilizado por BT-PR ao reduzir a capacidade de produção.	42
2.23. Resultados para 50 clientes.	45
2.24. Resultados para 100 clientes.	46

2.25. Resultados para 200 clientes.	47
2.26. Tempo computacional (segundos).	48
2.27. Tempo computacional para as melhores soluções(segundos).	49
4.1. Valores dos parâmetros utilizados pela heurística HAC.....	67
4.2. Valores das soluções encontradas por 6 métodos propostos por Hvattum <i>et al.</i> (2007).	68
4.3. Valores das soluções encontradas por Hvattum <i>et al.</i> (2007) e pela heurística HAC ..	70
4.4. Valores das soluções encontradas por Hvattum e Løkketangen (2008) e pela heurística HAC	72
4.5. Valores dos parâmetros utilizados pela heurística HAC.....	73
4.6. Valores encontrados pela heurística utilizando diversos parâmetros.....	74
4.7. Tempos computacionais em segundos utilizados pela heurística HAC.	75

Introdução

As características de um mercado global competitivo, tais como a introdução de produtos com ciclos de vida curtos, aumento do nível de serviço, maior eficiência e menores custos, têm levado empresas a focalizar no gerenciamento de suas cadeias de suprimento (*supply chain*). A definição de uma cadeia de suprimentos fornecida por Simchi-Levi *et al.* (2004) ressalta a importância da integração de funções diferentes, como aquisição de insumos, planejamento da produção, controle de estoque e distribuição, de modo a obter uma estratégia ótima que minimiza os custos totais para toda a empresa. Thomas e Griffin (1996) destacam que, historicamente, estes estágios têm sido gerenciados independentemente por meio de grandes estoques reduzindo significativamente a complexidade do processo de tomada de decisões, mas que geralmente, leva ao aumento do custo total. De um modo geral, estes problemas são resolvidos de forma serial, por exemplo, uma empresa elabora um plano de produção, armazena os produtos e depois planeja sua distribuição.

Algumas iniciativas importantes visando elevar o ganho total da cadeia de suprimento têm surgido nas empresas, como o processo de reposição do estoque gerenciado pela fábrica/planta (*Vendor Managed Inventory – VMI*). Esse processo de reposição tem como objetivo a redução de custos através da integração da planta e clientes. Assim, o VMI é um processo no qual a planta controla os níveis de estoques de

seus clientes, e decide quando e quanto produzir e entregar as mercadorias de forma a evitar que ocorra falta dos produtos nos clientes.

Nesse processo o cliente é apenas informado da quantidade de produtos que lhe é enviada, não tendo controle sobre o processo. Ultimamente, essa prática tem-se intensificada devido ao barateamento do intercâmbio eletrônico de dados (*Electronic Data Interchange* – EDI) e ao avanço tecnológico, que através de modernos equipamentos, permitem ao fornecedor medir os níveis dos produtos em estoque nos clientes e coletar informações através de *scanners*, computadores e *modems*. Exemplos de empresas que utilizam o VMI são indústrias petroquímicas (transporte de gás), indústrias de bebidas (reposição dos estoques das máquinas de auto-atendimento), indústrias automobilísticas (distribuição de autopeças), varejo (reposição de estoque de supermercados) e lojas de departamento. Neste contexto, surgem dois problemas integrados, um problema integrado de produção e distribuição, e outro problema integrado de estoque e roteamento de veículos, tendo como principal característica o processo VMI.

Os problemas táticos integrados de produção e distribuição envolvem a integração e coordenação de três componentes da cadeia de suprimentos, a saber, planejamento da produção, controle de estoque e distribuição, com o objetivo de minimizar o custo total ao longo de períodos de um horizonte de planejamento. Neste problema, uma planta com restrições de capacidade processa vários produtos e uma frota homogênea de veículos encontra-se disponível para distribuição de produtos aos clientes de modo a satisfazer a demanda destes sem atraso. Em cada período, o problema de produção determina a quantidade a ser produzida de cada produto, enquanto o problema de distribuição consiste em definir as quantidades de cada produto a serem entregues aos clientes, bem como as rotas em que estes são servidos. Os estoques na planta e nos clientes são limitados. O objetivo é minimizar os custos fixos de produção e estoque na planta, os custos de estoque nos clientes e os custos de distribuição. Para minimizar o custo total, cabe a planta determinar a quantidade de itens produzidos e decidir quando, quanto e como distribuir os itens aos clientes. Recentemente, esses problemas podem ser encontrados em Chandra e Fisher (1994), Fumero e Vercellis (1999), Chandra (1993), Bertazzi et al. (2005), Boudia et al. (2007) e Boudia e Prins (2007).

O problema integrado de estoque e roteamento de veículos (PER) é baseado na idéia de integração de dois componentes logísticos, estoque e roteamento. A

integração dos componentes logísticos pode ser benéfica tanto ao fornecedor quanto ao cliente. Ao fornecedor, ocorre a redução dos custos de estoque e distribuição, e faz com que a utilização dos recursos seja feita de maneira mais eficiente. Ao cliente, as vantagens são o aumento do nível de serviço, em termos de disponibilidade do produto, e menos investimento de recursos no controle de seu estoque. Uma variante do PER é o Problema de Estoque e Roteamento de Veículos com Demanda Estocástica – PERV (*stochastic inventory routing problem* - SIRP) que ocorre quando incorporamos incerteza sobre a quantidade de produtos consumidos por cada cliente em cada período do horizonte de planejamento. Esse problema combina dois problemas clássicos em pesquisa operacional: roteamento de veículos estocástico e controle de estoque. Incorporar incertezas em modelos de otimização matemática para tomar decisões está se tornado cada dia mais comum por várias razões. A primeira delas, Birge (1997) mostra que em muitas aplicações reais as soluções estocásticas são superiores as determinísticas. Além disso, o desenvolvimento de novas teorias matemáticas e algoritmos, agregados com o avanço computacional, tem tornado possível a solução desses modelos. O problema pode ser encontrado em Bell et al. (1983), Ferdergruen e Zipkin (1984), Golden et al. (1984), Burns et al. (1985), Dror e Levi (1986), Dror e Ball (1987), Chien et al. (1989), e mais recentemente em Kleywegt et al. (2002), Campbell e Savelsbergh (2004), Hvattum et al. (2007) e Hvattum e Løkketangen (2008).

Objetivos do Trabalho

Para a distribuição dos produtos será considerado o problema clássico de roteamento de veículos (*vehicle routing problem* - VRP). Como sabemos, o problema de roteamento de veículos pertence à classe de problemas NP-difícil. Desta forma, devido às características dos problemas integrados de produção e distribuição e dos problemas de estoque e roteamento de veículos com demanda estocástica, é improvável que se consiga desenvolver um algoritmo exato que possa ser executado em tempo razoável. Assim, para viabilizar a obtenção de soluções, é preciso lançar mão de métodos heurísticos, que quando bem projetados e implementados são capazes de apresentar soluções de boa qualidade em tempo compatível com a necessidade desejada.

O primeiro objetivo deste trabalho é propor heurísticas para tratar de problemas integrados de produção-distribuição com horizonte de planejamento finito.

Nesse problema, uma única planta com restrições de capacidade produz diversos itens e através de uma frota de veículos homogêneos distribui esses itens para satisfazer as demandas dos clientes. Em cada período, o problema de produção envolve em determinar quanto produzir de cada produto, enquanto o problema de distribuição consiste em definir as quantidades de cada produtos entregar para cada cliente, e as rotas dos veículos. Neste problema, o objetivo é minimizar os custos de produção e estoque do fornecedor, custos de estoque dos clientes e custos de distribuição.

O segundo objetivo desse trabalho é propor e analisar uma heurística para o problema integrado de estoque e roteamento de veículos com demandas estocásticas. No controle de estoque, um único fornecedor deve decidir quando e quanto entregar de produtos aos clientes através de uma frota de veículos homogênea, tendo somente uma previsão das demandas para tomar essas decisões no futuro. Para o problema de roteamento, o fornecedor deve determinar as rotas mais curtas sem violar a capacidade e o tempo total de viagem de cada veículo. Para esse problema, o objetivo é maximizar a recompensa pela entrega de uma demanda, minimizar os custos de estoque dos clientes, custos de distribuição e a penalidade por não atender uma demanda.

Organização do Trabalho

No capítulo 1 são apresentados uma descrição dos problemas integrados de produção e distribuição, um modelo matemático de otimização e uma revisão bibliográfica de problemas com demandas determinísticas.

No capítulo 2 são propostos dois algoritmos de busca tabu com memória de curto prazo e com um mecanismo de religamento de caminhos, que tratam do problema integrado de produção e distribuição com um ou vários produtos de demanda determinística. Ao final deste capítulo são apresentados os resultados computacionais encontrados por esses algoritmos.

No capítulo 3 uma descrição dos problemas integrados de estoque e roteamento de veículos com demanda estocástica, um modelo matemático de otimização e uma revisão bibliográfica da literatura relacionada ao problema são apresentados.

No capítulo 4 é proposta uma heurística baseada em árvore de cenários, que aproxima um processo de decisão markoviano, para tratar do problema integrado de

estoque e roteamento de veículos envolvendo um único produto de demanda estocástica. Ao final do capítulo são apresentados os resultados computacionais obtidos por essa heurística.

No capítulo 5 são comentadas as conclusões finais sobre os resultados obtidos pelas heurísticas para o problema integrado de produção e distribuição e para o problema integrado de estoque e roteamento de veículos com demanda estocástica.

Por fim, são citadas as referências bibliográficas utilizadas no desenvolvimento do trabalho.

Capítulo 1

PROBLEMAS INTEGRADOS DE PRODUÇÃO E DISTRIBUIÇÃO

1.1 Introdução

As características de um mercado global competitivo, tais como a introdução de produtos com ciclos de vida curtos, aumento do nível de serviço, maior eficiência e menores custos, tem levado empresas a focalizar no gerenciamento de suas cadeias de suprimento (*supply chain*). A definição de uma cadeia de suprimentos fornecida por Simchi-Levi *et al.* (2004) ressalta a importância da integração de funções diferentes, como aquisição de insumos, planejamento da produção, controle de estoque e distribuição, de modo a obter uma estratégia ótima que minimiza os custos totais para toda a empresa. No entanto, devido à complexidade da cadeia de suprimentos, geralmente não é viável a construção de um modelo que engloba as decisões de todos os setores. Por este motivo,

tem havido interesse crescente em modelos de otimização que integram seções menores da cadeia de suprimento.

Os problemas táticos integrados de produção e distribuição envolvem a integração e coordenação de três componentes da cadeia de suprimentos, a saber, planejamento da produção, controle de estoque e distribuição, com o objetivo de minimizar o custo total ao longo de períodos de um horizonte de planejamento.

Na literatura encontram-se aplicações desta integração em diversos setores industriais e agrícolas relatadas, como mostra a Tabela 1.1.

Tabela 1.1 – Aplicações de integração de produção e distribuição.

Setores de Produção	Autores
Jornais	Van Buer (1999) e Russel et al. (2008)
Computadores e componentes	Arntzen et al. (1995)
Fertilizantes	Haq (1991)
Agrícola	Zuo et al. (1991)
Componentes automotíveis	Hahm e Yano (1995) e Khouja (2000)
Itens metálicos	Dhaenens-Flipo e Finke (2001)
Caixas de embalagem	Dogan e Goetschalckx (1999)
Aço	Chen e Wang (1997)
Detergentes	Özdanar e Yazgaç (1999)

Na Tabela 1.1, somente os trabalhos de Van Buer (1999) e Russel (2008), associados a produção de jornais, requerem roteamento de veículos.

Este trabalho aborda o seguinte problema tático de produção e distribuição ao longo de períodos de um horizonte finito. Uma planta com restrições de capacidade manufatura vários produtos e uma frota homogênea de veículos encontra-se disponível para distribuição de produtos aos clientes de modo a satisfazer a demanda destes sem atraso. Em cada período, o problema de produção determina a quantidade a ser produzida de cada produto, enquanto o problema de distribuição consiste em definir as quantidades de cada produto a serem entregues aos clientes, bem como as rotas em que estes são servidos. Os estoques na planta e nos clientes são limitados. O objetivo é

minimizar os custos fixos de produção e estoque na planta, os custos de estoque nos clientes e os custos de distribuição. O problema envolve quatro decisões:

1. *Determinar em que período o cliente é visitado.*

A determinação do período é baseada na capacidade de armazenamento e demanda do cliente.

2. *Determinar a quantidade de produtos entregue ao cliente em cada período.*

A quantidade de produtos entregue em um período é limitada pela capacidade de produção e armazenamento da fábrica.

3. *Determinar as melhores rotas em cada período.*

Uma rota representa um grupo de clientes que são visitados em sequência por um único veículo. A ordem de visitas aos clientes depende da localização geográfica.

4. *Determinar quando produzir e quanto produzir de cada produto.*

O volume de produtos manufaturados em um período é limitado pelas restrições de capacidade de armazenamento de cada cliente, capacidade dos veículos e estoque da fábrica.

A seguir apresentamos os artigos da literatura relacionados com este trabalho.

1.2 Revisão bibliográfica

Os problemas táticos de produção e distribuição podem ser classificados de várias maneiras dependendo das seguintes características:

- Horizonte de planejamento (infinito, único ou múltiplos períodos).
- Número de itens a serem distribuídos (único ou múltiplos).
- Demandas determinísticas ou estocásticas.
- Frota de veículos homogênea ou heterogênea.
- Número máximo de clientes atendidos por rota.

Thomas e Griffin (1996) apresentam a primeira revisão de modelos de otimização que coordenam as decisões táticas e estratégicas para resolver os problemas envolvidos no gerenciamento de uma cadeia de suprimentos. No planejamento tático, os autores destacam que os três estágios fundamentais da cadeia de suprimentos, isto é,

aquisição de insumos, produção e distribuição têm sido gerenciados independentemente, por meio de grandes estoques. Os modelos táticos são então organizados em três categorias de coordenação operacional: vendedor-comprador, produção-distribuição e estoque-distribuição. Os modelos de planejamento estratégico incluem decisões tais como abrir ou fechar uma planta, atribuir equipamentos de infra-estrutura, e selecionar novas localizações para produzir um novo produto. Vidal e Goetschalckx (1997) apresentam uma extensa revisão bibliográfica sobre modelos estratégicos de produção e distribuição a nível nacional e internacional.

Sarmiento e Nagi (1999) apresentam uma revisão dos sistemas integrados de produção e distribuição e destacam a importância da otimização das variáveis de decisão de diferentes funções ou estágios da cadeia de suprimentos, em oposição à tradicional otimização desacoplada em que o resultado da otimização de um estágio se torna a entrada de outro estágio, como por exemplo, resolver o problema de planejamento da produção e então o planejamento da distribuição. Nesta revisão, são focalizados modelos que consideram os sistemas de transporte, a fim de avaliar a forma como são integradas e as conseqüentes vantagens competitivas. Erengüç *et al.* (1999) identificam decisões relevantes do fornecedor de insumos, da planta e da distribuição que devem ser considerados no planejamento integrado da cadeia de suprimentos, mas não apresentam modelos para tal integração.

Chen (2004) afirma que a produção e distribuição são os componentes operacionais mais importantes em uma cadeia de suprimentos e apresentam uma revisão dos modelos que integram tais componentes. Os modelos são classificados em cinco classes de acordo com os seguintes fatores: (i) nível tático e operacional; (ii) integração de estruturas envolvendo o transporte de matéria prima, produção e transporte dos produtos finais; (iii) tamanho do horizonte de planejamento e demandas com taxas constantes ou dinâmicas. Vale destacar que existe um crescente interesse na literatura por problemas que integram produção a nível operacional com distribuição, como por exemplo, Chen e Vairaktarakis (2005), Geismar *et al.* (2008) e Armstrong *et al.* (2008).

A literatura relacionada ao problema de produção e distribuição, como aqui abordado, é bastante escassa. Chandra e Fisher (1994) apresentam duas heurísticas para resolver o problema. A primeira heurística baseia-se em uma abordagem desacoplada, em que o problema de planejamento da produção é resolvido otimamente

por um software de otimização inteira mista (MINTO – *Mixed Integer Optimizer*) e em seguida o problema de roteamento de veículos é resolvido através de heurísticas construtivas seguidas pela busca local 3-opt. A segunda heurística segue um enfoque integrado, tal que a quantidade de cada produto entregue a cada cliente em cada período t é antecipada para todos os períodos $t' < t$, se o produto é processado no período t' e tal que a quantidade total de produtos transferida deste cliente é factível, isto é, não excede um parâmetro associado com a capacidade de produção B .

Esta antecipação de entrega altera o estoque dos clientes e, em geral as rotas dos períodos envolvidos. Um plano de produção ótimo é recalculado para as dez antecipações factíveis que geram a maior redução no custo de distribuição. Este processo é repetido até que não exista movimento de redução deste custo. As heurísticas são testadas em um conjunto com 132 instancias com até 10 produtos, 50 clientes, 10 períodos, e a economia obtida pelo modelo integrado varia de 3% e 20%.

Fumero e Vercellis (1999) apresentam um modelo integrado de múltiplos períodos para um sistema logístico com um único fornecedor em que vários itens são produzidos e enviados aos clientes. Decisões de produção, estoque e roteamento são consideradas no mesmo modelo, que é resolvido através de uma relaxação lagrangeana aplicada a um conjunto de 20 instâncias envolvendo 10 itens, 12 clientes e 8 períodos. Uma redução dos custos entre 8% e 10% é obtido pela abordagem integrada em relação a abordagem não integrada.

Chandra (1993) considera um problema de um fornecedor (armazém ou planta) que distribui vários produtos. A cada período que um produto é solicitado ao fornecedor um custo fixo é incorrido bem como um custo variável que depende da quantidade de produtos que foram solicitados. Este problema é resolvido por uma heurística que é similar a que foi descrita acima.

Bertazzi et al. (2005) consideram o mesmo problema tratado por Chandra (1993) e estudam duas políticas de reposição de estoque gerenciada pelo fornecedor. A política *order-up-to level*, em que a quantidade de um item que é entregue a um cliente é tal que atinja seu limite máximo de armazenamento, e a política *fill-fill dump*, em que a quantidade determinada pela política *order-up-to-level* é entregue a todos os clientes de uma rota com exceção do último cliente que recebe uma quantidade que é o mínimo entre a quantidade determinada pela política *order-up-to-level* e a capacidade residual do

veículo. Uma heurística que decompõe o problema em subproblemas de produção e subproblemas de distribuição é proposta para minimizar o custo total sujeito as políticas de reposição de estoque.

Boudia et al. (2007) consideram um problema de produção e distribuição com um único produto e restrições de capacidade, e sugerem um algoritmo de GRASP (*greedy randomized adaptive search procedure*) reativo para resolver o problema. Um procedimento de religamento de caminhos também é proposto a fim de ligar duas soluções de um conjunto que armazenam soluções de elite, como uma fase de pós-otimização, ou para ligar um ótimo local encontrado pelo GRASP com qualquer solução do conjunto de soluções de elite. O desempenho do algoritmo foi testado em 90 instâncias geradas pelos autores.

Boudia e Prins (2007) desenvolvem um algoritmo memético para o mesmo problema. Uma característica que distingue o enfoque proposto é que uma solução é incluída na população se sua distância da população é maior ou igual a um limiar, visando aumentar a diversificação da busca. Neste tipo de algoritmo, a população é pequena, no caso com 20 soluções, e uma porcentagem (20%) das soluções resultantes da operação de cruzamento (*crossover*) são submetidas a uma busca local. Não existe operador de mutação. A aplicação deste algoritmo às instâncias acima mencionadas resultou em uma redução entre 6% e 11% do custo obtido pelo algoritmo GRASP, para todas as instâncias.

1.3 Descrição do problema

O problema de produção e distribuição é definido em um grafo completo $G = (W, A)$, onde $W = \{0, 1, \dots, N\}$ é um conjunto de nós e $A = \{(k, l) : k, l \in W, k \neq l\}$ é um conjunto de arcos. O nó $k = 0$ representa a planta que produz um conjunto de produtos $j \in \{1, \dots, J\}$ que são distribuídos para um conjunto de clientes, representados pelos nós $k \in \{1, \dots, N\}$, por uma frota de veículos homogêneos $v \in \{1, \dots, V\}$ com capacidade C durante os períodos de planejamento $t \in \{1, \dots, T\}$. Neste problema, cada veículo percorre no máximo uma única rota em cada período, mas diferentes veículos podem realizar entregas para o mesmo cliente em um período.

A capacidade de produção da planta em unidades de tempo é B e o tempo para produzir uma unidade do produto j é b_j . O custo unitário de estoque na planta é h_{j0} e se o produto j é produzido no período t , um custo fixo de preparação st_j é incorrido. Cada cliente k tem uma demanda d_{jkt} conhecida do produto j no período t e níveis máximo e mínimo de produtos em estoque, representados por U_{jk} e L_{jk} , respectivamente. O custo unitário de estoque do produto j no cliente k é h_{jk} . O custo fixo de transporte é representado por f_t e o custo de percorrer o arco (k,l) é representado por c_{kl} . Seja M um número grande, como por exemplo $\sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^N d_{jkt}$.

Considere as seguintes variáveis:

p_{jt} = quantidade do produto j produzido no período t ;

I_{jkt} = estoque do produto j no cliente k no final do período t ;

$y_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{se o produto } j \text{ é produzido no período } t \\ 0 & \text{caso contrário;} \end{cases}$

q_{jkt}^v = quantidade do produto j entregue ao cliente k pelo veículo v no período t ;

x_{jkl}^v = quantidade do produto j transportada no arco (k,l) pelo veículo v no período t ;

$z_{klt}^v = \begin{cases} 1 & \text{se o veículo } v \text{ percorre o arco } (k,l) \text{ no período } t \\ 0 & \text{caso contrário;} \end{cases}$

A formulação matemática que representa o problema de produção e distribuição é baseada no modelo integrado de produção e roteamento proposto por Fumero e Vercellis (1999). Este modelo faz uso de fluxo em redes na parte de distribuição, e é apresentado a seguir.

$$\text{Min} \quad \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{j=1}^J \left[\sum_{k=0}^N h_{jk} I_{jkt} + st_j y_{jt} \right] + \sum_{v=1}^V \left[\sum_{l=1}^N f_l z_{0lt}^v + \sum_{j=1}^J \sum_{k=0, k \neq l}^N c_{kl} z_{klt}^v \right] \right\} \quad (1.1)$$

$$\text{S.a} \quad p_{jt} + I_{j0,t-1} - I_{j0t} = \sum_{k=1}^N \sum_{v=1}^V q_{jkt}^v \quad t=1, \dots, T; \quad j=1, \dots, J \quad (1.2)$$

$$\sum_{v=1}^V q_{jkt}^v + I_{jk,t-1} - I_{jkt} = d_{jkt} \quad t=1, \dots, T; \quad j=1, \dots, J; \quad k=1, \dots, N \quad (1.3)$$

$$\sum_{j=1}^J b_j p_{jt} \leq B \quad t=1, \dots, T \quad (1.4)$$

$$p_{jt} \leq M y_{jt} \quad t=1, \dots, T; \quad j=1, \dots, J \quad (1.5)$$

$$\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^N x_{jikt}^v - \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^N x_{jkmt}^v = q_{jkt}^v \quad t=1, \dots, T; \quad v=1, \dots, V; \quad j=1, \dots, J; \quad k=1, \dots, N \quad (1.6)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{v=1}^V x_{ji0t}^v - \sum_{m=1}^N \sum_{v=1}^V x_{j0mt}^v = - \sum_{k=1}^N \sum_{v=1}^V q_{jkt}^v \quad t=1, \dots, T; \quad j=1, \dots, J \quad (1.7)$$

$$\sum_{j=1}^J x_{jklt}^v \leq C z_{klt}^v \quad t=1, \dots, T; \quad v=1, \dots, V; \quad k, l=0, \dots, N; \quad k \neq l \quad (1.8)$$

$$\sum_{k=1}^N z_{0kt}^v \leq 1 \quad t=1, \dots, T; \quad v=1, \dots, V \quad (1.9)$$

$$\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^N z_{ikt}^v - \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^N z_{kmt}^v = 0 \quad t=1, \dots, T; \quad v=1, \dots, V; \quad k=1, \dots, N \quad (1.10)$$

$$L_{jk} \leq I_{jkt} \leq U_{jk}, p_{jt} \geq 0, q_{jkt}^v \geq 0, x_{jkt}^v \geq 0, y_{jt} \in \{0, 1\}, z_{klt}^v \in \{0, 1\}, \forall j, k, l, t \quad (1.11)$$

A função objetivo (1.1) minimiza a soma dos custos de preparação e estoque na planta, custos de estoque dos clientes e custos de transporte. As restrições (1.2), representam o balanço entre produção, estoque e entregas na planta, e as restrições (1.3) representam o balanço entre entrega, estoque e demanda dos clientes, as quantidades de produtos recebidos, estoque e demandas dos clientes. As restrições (1.4) limitam a produção, e as restrições (1.5) asseguram que o custo de preparação é incorrido somente se houver produção. As restrições (1.6) e (1.7) representam a conservação de fluxo de produtos nos clientes e na planta. As restrições (1.8) representam a capacidade limitada de transporte. As restrições (1.9) impõem que em cada período o veículo deve

percorrer no máximo uma rota. As restrições (1.10) asseguram que cada veículo retorna à planta ao final da rota. As restrições (1.11) indicam os tipos de variáveis e que o nível de estoque tem um limite mínimo e máximo.

As equações (1.6) e (1.7) exigem algumas explicações adicionais. Observe que a equação (1.7) é agregada em relação à frota de veículos, ao contrário da equação (1.6). Isto é necessário para evitar a transferência de produtos de um veículo a outro em clientes que recebem visitas de vários veículos em um mesmo período (hipótese de entregas parciais). Adicionalmente, estas equações evitam subciclos, sendo desnecessária a inclusão das restrições usualmente utilizadas para este fim. Para ilustrar o entendimento, considere dois veículos $v1$ e $v2$ que entregam um único produto a um conjunto de clientes, Figura 1.1(a).

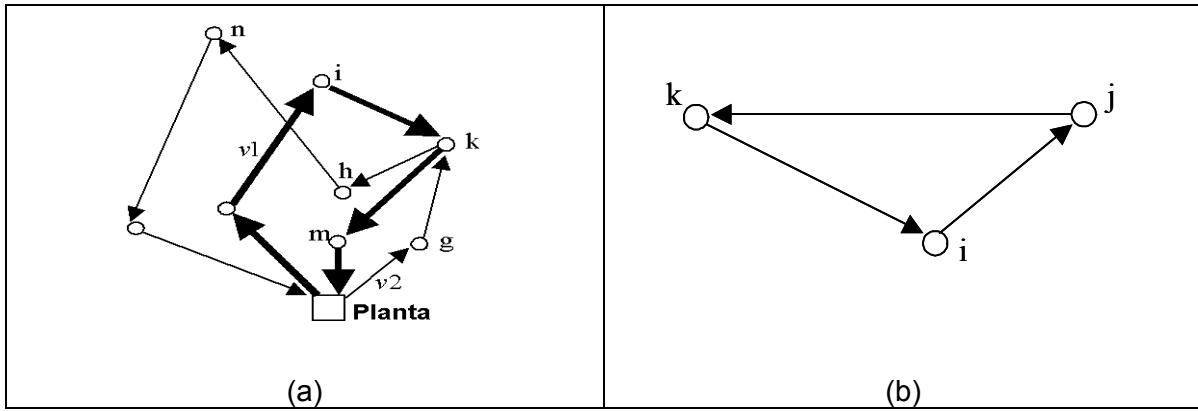


Figura 1.1 – Transferência e subciclos.

Os índices referentes a período e produto são omitidos para facilitar a interpretação. A seguinte situação satisfaz as equações desagregadas,

$$x_{ik}^1 = 60; \quad x_{km}^1 = 40;$$

$$x_{gk}^2 = 200; \quad x_{kh}^2 = 120;$$

Ao agregar as equações tem-se,

$$x_{ik}^1 + x_{gk}^2 - (x_{km}^1 + x_{kh}^2) = (60 + 200) - (40 + 120) = q_k^1 + q_k^2 = 100$$

no entanto, existe uma outra solução que não satisfaz as equações agregadas

$$x_{ik}^1 + x_{gk}^2 - (x_{km}^1 + x_{kh}^2) = (60 + 200) - (60 + 100) = q_k^1 + q_k^2 = 100$$

Nesta última solução ocorre a transferência de produtos no nó k do veículo v_2 para o veículo v_1 , possibilitando que o veículo v_1 atenda o cliente h e o veículo v_2 o cliente n .

Ao considerar apenas um único veículo e a restrição (1.10) o único subciclo possível envolve apenas os clientes e cada nó possui apenas dois arcos ativos, conforme exemplifica a Figura 1.1(b). Da restrição (1.6) tem-se,

$$x_{jk} - x_{ki} = q_k; \quad x_{ki} - x_{ij} = q_i; \quad \text{e} \quad x_{ij} - x_{jk} = q_j$$

Pode-se observar que se q_k , q_i ou q_j assumem valores positivos, não existe solução para as equações acima.

Capítulo 2

HEURÍSTICAS DE BUSCA TABU E RELIGAMENTO DE CAMINHOS

2.1 Introdução

Neste capítulo, para tratar do problema integrado de produção e distribuição apresentam-se duas heurísticas de busca tabu, denotadas BT e BT-PR, que consistem de buscas em vizinhança orientadas por busca tabu (Glover e Laguna, 1997). A busca tabu é uma metaheurística e usa exploração estratégica e memória flexível para guiar a busca no espaço de soluções. A memória flexível consiste de estruturas de memória de curto e longo prazo que armazenam a história da busca. A memória de curto prazo armazena atributos de soluções visitadas em passado recente. Estes atributos são armazenados numa lista tabu para impedir o retorno a soluções visitadas. A memória de longo prazo

contém um histórico seletivo de soluções e os atributos encontrados durante o processo de busca são utilizados em estratégias de diversificação e intensificação da busca. Glover (1996) propôs um mecanismo de religação de caminhos (*Path relinking*) com enfoque de integrar as estratégias de intensificação e diversificação no contexto de busca tabu (Glover e Laguna, 1997). Esse enfoque gera novas soluções pela exploração de trajetórias que conectam soluções de alta qualidade (intensificação) ou soluções de regiões distintas ou que possuem características contrastantes (diversificação).

2.2 Descrição da heurística BT

A heurística BT é baseada na metodologia, introduzida por Glover (1986) e desenvolvida em detalhes em (Glover, 1989, 1990, Glover e Laguna, 1997) como uma estratégia de busca local baseada em memória flexível que transcende um ótimo local proibindo certos movimentos. A heurística é composta de duas fases: uma construtiva, que constrói a solução inicial e uma busca em vizinhança que utiliza memória de curto prazo.

Nessa heurística, soluções infactíveis são permitidas durante a construção da solução inicial e nos procedimentos de busca. Seja S o conjunto de soluções que satisfazem todas as restrições, exceto a restrições de capacidade (1.4) e (1.8). Para uma solução $s \in S$, seja $c(s)$ o custo de (1.1) e seja

$$g(s) = \max \left\{ 0, \left(\sum_{j=1}^J b_j p_{jt} - \sum_{t=1}^T B \right) \right\} \text{ e } h(s) = \max \left\{ 0, \left(\sum_{j=1}^J x_{jkl}^v - \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^V \sum_{l=1}^N \sum_{k=1, k \neq l}^N C z_{klt}^v \right) \right\}$$

denotar o total de violação das restrições.

As soluções são então avaliadas por uma função de custo $f(s) = c(s) + \alpha g(s) + \beta h(s)$, onde α e β são parâmetros positivos que são ajustados durante a busca para facilitar a exploração do espaço de busca. Este mecanismo de flexibilização para a busca tabu tem sido freqüentemente utilizado em diversos problemas, incluindo problemas de roteamento de veículos, como por exemplo, em Gendreau *et al.* 1994 e Cordeau *et al.* 2001.

2.2.1. Solução inicial

O procedimento que constrói a solução inicial consiste de 3 passos:

Passo 1 – Se os estoques iniciais dos clientes, $I_{jk0} > 0$, $j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, N$, então estes são utilizados para suprir as demandas dos clientes, e então as demandas restantes são entregues em cada período. Em outras palavras, identifica-se o primeiro período $\hat{t}$ tal que $I_{jk, \hat{t}-1} - d_{jk, \hat{t}} \leq L_{jk}$, e as quantidades de entrega para $q_{jkt} = 0$ para $t = 1, \dots, \hat{t} - 1$, $q_{jk\hat{t}} = L_{jk} - I_{jk\hat{t}} + d_{jk, \hat{t}-1}$, e $q_{jkt} = d_{jkt}$ para $t = \hat{t} + 1, \dots, T$; $j = 1, \dots, J$; $k = 1, \dots, N$. Estes períodos compõem o conjunto T_{jk} de períodos em que ocorrem as entregas das demandas do produto j do cliente k .

Passo 2 – Aplica-se a versão paralela do algoritmo proposto por Clarke e Wright (1964) para determinar as rotas de cada período $t = 1, \dots, T$.

Passo 3 – Determina-se o planejamento da produção para cada produto $j = 1, \dots, J$ utilizando a implementação eficiente de Evans (1985) do algoritmo proposto por Wagner e Whitin (1958).

Neste procedimento, a capacidade dos veículos e a capacidade de produção não são levadas em conta. Desta forma, movimentos que levem a soluções infactíveis são permitidos, ou seja, os veículos e a produção podem ter suas restrições de capacidade violada. No entanto, essas capacidades violadas são penalizadas durante a busca tabu e soluções factíveis são geralmente encontradas.

2.2.1.1. Exemplo

Considere um problema envolvendo uma única planta que produz dois produtos 1 e 2 com custo fixo de preparação $s_1 = s_2 = 100$ e custo unitário de estoque $h_{10} = h_{20} = 0,3$ em um horizonte de planejamento de seis períodos. Os estoques iniciais, os

limites mínimo e máximo são dados por $I_{100} = I_{200} = 0$, $L_{10} = L_{20} = 0$ e $U_{10} = U_{20} = \infty$, respectivamente. O tempo requerido para produzir uma unidade de cada produto é 1 unidade de tempo e a capacidade de produção é 400 unidades. Os produtos são entregues para quatro clientes por dois veículos com capacidade $C = 120$. Os estoques iniciais, estoques mínimos e máximos de cada cliente são dados por $I_{jk0} = 50$, $L_{jk} = 0$ e $U_{jk} = \infty$, respectivamente, para $j = 1, 2$ e $k = 1, 2, 3, 4$. A Figura 2.1 apresenta as demandas e os custos unitários de estoque de cada cliente.

Tabela 2.1 – Demandas e custo de estoque.

Clientes	Produto 1						
	d_{1k1}	d_{1k2}	d_{1k3}	d_{1k4}	d_{1k5}	d_{1k6}	h_{1k}
1	20	10	25	15	35	45	0,6
2	40	40	30	20	25	10	0,1
3	30	20	25	30	40	15	0,4
4	30	30	30	25	20	20	0,2

Clientes	Produto 2						
	d_{2k1}	d_{2k2}	d_{2k3}	d_{2k4}	d_{2k5}	d_{2k6}	h_{2k}
1	60	35	30	25	20	15	0,2
2	20	25	40	30	35	45	0,5
3	30	30	30	25	20	15	0,2
4	30	20	50	20	20	30	0,5

No primeiro passo, para cada par produto-cliente, identifica-se os períodos t , $I_{jkt} - d_{jkt} \leq L_{jk}$, que compõem os conjuntos T_{jk} de períodos de entrega do produto do cliente. Neste exemplo, $T_{11} = \{3, 4, 5, 6\}$, $T_{12} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $T_{13} = \{3, 4, 5, 6\}$, $T_{14} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $T_{21} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $T_{22} = \{3, 4, 5, 6\}$, $T_{23} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $T_{24} = \{3, 4, 5, 6\}$. A Tabela 2.2 apresenta a quantidade de produtos entregue a cada cliente durante o horizonte de planejamento.

Tabela 2.2 – Quantidade de produtos entregue aos clientes nos períodos.

Clientes	Produto 1						
	d_{1k1}	d_{1k2}	d_{1k3}	d_{1k4}	d_{1k5}	d_{1k6}	h_{1k}
1	0	0	5	15	35	45	0,6
2	0	30	30	20	25	10	0,1
3	0	0	25	30	40	15	0,4
4	0	10	30	25	20	20	0,2

Clientes	Produto 2						
	d_{2k1}	d_{2k2}	d_{2k3}	d_{2k4}	d_{2k5}	d_{2k6}	h_{2k}
1	10	35	30	25	20	15	0,2
2	0	0	35	30	35	45	0,5
3	0	10	30	25	20	15	0,2
4	0	0	50	20	20	30	0,5

No segundo passo, o algoritmo proposto por Clark e Wright (1964) determina a seqüência de atendimento dos clientes em todos os períodos do horizonte de planejamento. Para esse exemplo, o cliente 2 é inserido na primeira posição das rotas dos períodos 2, 3, 4, 5 e 6. Os demais clientes são inseridos na posição de menor custo nas rotas de cada período.

Na Figura 2, são apresentadas as rotas da solução inicial e as quantidades de cada produto entregue aos clientes são apresentadas. A soma de tais quantidades representam as demandas que determinam para o passo 3 o planejamento da produção dos produtos 1 e 2.

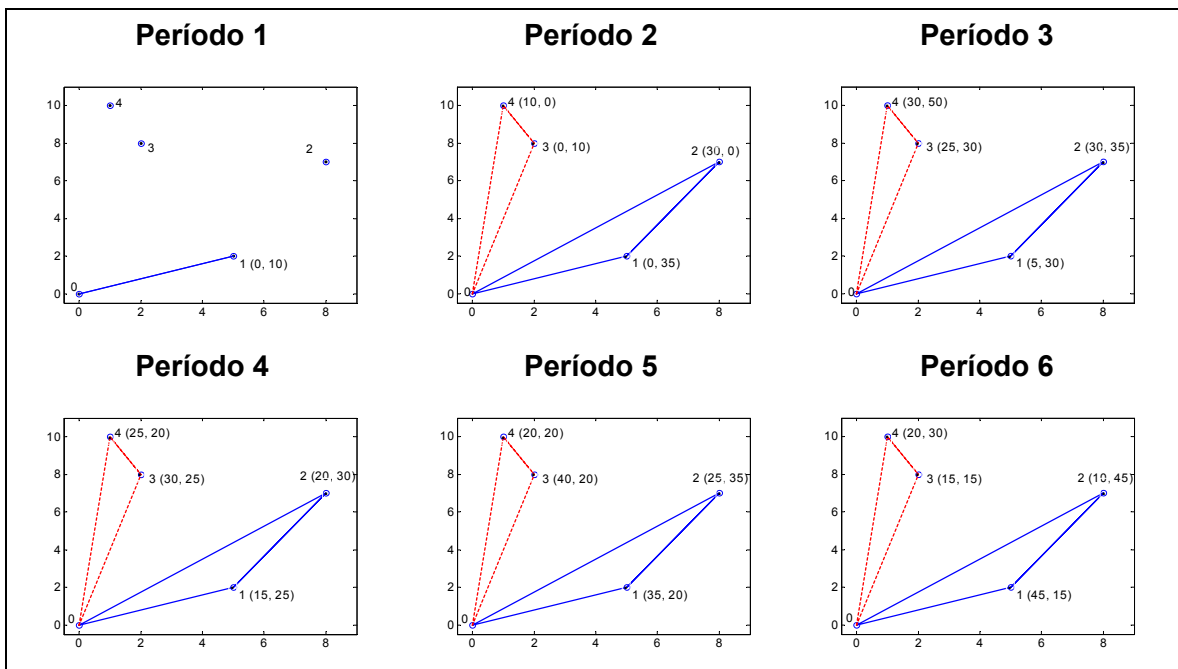


Figura 2.1 – Rotas da solução inicial.

Determinadas as rotas e as quantidades de produtos que cada cliente receberá em cada período, o último passo da solução inicial é determinar a quantidade de produtos que a planta produzirá durante o horizonte de planejamento. A Tabela 2.3 apresenta a demanda total de produtos que a planta deve ter em cada período do horizonte de planejamento.

Tabela 2.3 – Quantidade dos produtos 1 e 2 entregue nos períodos.

Período	1	2	3	4	5	6
Produto 1	0	40	90	90	120	90
Produto 2	10	45	145	100	95	105

No terceiro passo, a partir das demandas da Tabela 2.3, para cada produto, utiliza-se a implementação eficiente de Evans (1985) do algoritmo proposto por Wagner-Whitin (1958), para determinar a quantidade de produtos que a planta produzirá para atender as demandas dos clientes durante o horizonte de planejamento. A Tabela 2.4 apresenta o planejamento dos pedidos dos produtos para os 6 períodos. Neste exemplo,

a capacidade de produção no período 3 foi violada em 25 unidades e em 10 unidades no período 5.

Tabela 2.4 – Planejamento da produção.

Período	1	2	3	4	5	6
Produto 1	40	0	180	0	210	0
Produto 2	55	0	245	0	200	0

2.2.2. Memória de curto prazo

A vizinhança $N(s)$ de uma solução s é definida como segue. Seja s uma solução definida por um plano de produção, por um plano de distribuição e por $q_{jkt} = \sum_{v=1}^V q_{jkt}^v$ que representa a quantidade total de cada produto j entregue a cada cliente k em cada período t . O movimento que induz a vizinhança é composto de três componentes:

Componente 1. *Transferência da quantidade máxima $r_{jkt,t'} \leq q_{jkt}$ do período t para um período $t' \neq t$ sem violar as restrições de capacidade com os níveis de estoque I_{jkt} e $I_{jkt'}$.*

Das restrições (1.2) e (1.3) segue que a transferência da quantidade $r_{jkt,t'}$ de um período t para um período $t' < t$ implica em incremento e decremento nos níveis de estoque $I_{j0\tau}$ e $I_{jk\tau}$, $\tau = t', \dots, t-1$ em $r_{jkt,t'}$ unidades. De forma análoga, a transferência de uma quantidade $r_{jkt,t'}$ de um período t para um período $t' > t$ incrementa os níveis de estoque $I_{j0\tau}$ e decrementa os níveis de estoque $I_{jk\tau}$, $\tau = t, \dots, t'-1$ em $r_{jkt,t'}$ unidades, tal que

$$r_{jkt,t'} = \min\{q_{jkt}, I_{jkt} - L_{jk}, \min_{\tau} \{U_{jk} - I_{jk\tau}, I_{j0\tau}\}\}.$$

Esta transferência é examinada para cada produto j , cada cliente k , todos os períodos t e t' , e a quantidade $r_{jkt,t'}$ que resultar no menor custo de estoque é escolhida.

Componente 2. *Inserir uma quantidade $r_{jkt,t'}$ em uma rota do período t' .*

Se o cliente k é visitado pelo veículo v no período t' , verifica-se a possibilidade de alocar a quantidade $r_{jkt,t'}$ neste veículo. Se não houver capacidade suficiente no veículo v , então uma nova rota é aberta para enviar $r_{jkt,t'}$ produtos. Se o cliente k não é visitado no período t' , calcula-se o custo de inserir o cliente em todas as posições de todas as rotas do período t' e também o custo de abrir uma nova rota. Em qualquer caso, a decisão de menor custo é selecionada.

Componente 3. *Determinar um novo plano de produção.*

Após a transferência de $r_{jkt,t'}$ produtos do período t para um veículo v no período t' , calcula-se a nova quantidade de produtos $q_{jkt}^v \leftarrow q_{jkt}^v + r_{jkt,t'}$, e um novo plano de produção é determinado devido a mudança dos valores do lado direito das restrições (1.2). Este plano de produção é determinado através da implementação eficiente sugerida por Evans (1985) do algoritmo proposto por Wagner-Whitin (1958) para resolver o seguinte subproblema de produção penalizado

$$\min \sum_{t=1}^T \alpha p_{jt} + h_{jk} I_{jkt} + s_j y_{jt}$$

sujeito a

$$p_{jt} + I_{j0,t-1} - I_{j0t} = \sum_{k=1}^N \sum_{v=1}^V q_{jkt}^v \quad t=1,\dots,T$$

$$p_{jt} \geq 0, \quad I_{j0t} \geq 0, \quad t=1,\dots,T$$

O movimento é examinado para cada produto j , cada cliente k , todos os períodos t e t' , e o movimento que resulta no menor custo é escolhido. O par (j, t') associado com tal movimento é armazenado em uma matriz para indicar que a transferência de qualquer quantidade do produto j do período t' é proibido por γ iterações, onde γ é selecionado de um intervalo $[a, b]$ com distribuição uniforme.

A busca é encerrada após $\delta NJTV$ iterações ou após $\eta NJTV$ iterações sem melhora da solução incumbente, onde δ e η são parâmetros.

A Figura 2.2 apresenta as rotas de cada período de uma solução ótima factível obtida pela busca tabu. A otimalidade da solução é verificada através da solução do modelo matemático apresentado no capítulo 1 pelo software comercial CPLEX 10. A Tabela 2.5 e a Tabela 2.6 apresentam as quantidades dos produtos 1 e 2 entregues nos períodos e o planejamento da produção, respectivamente, para a solução final.

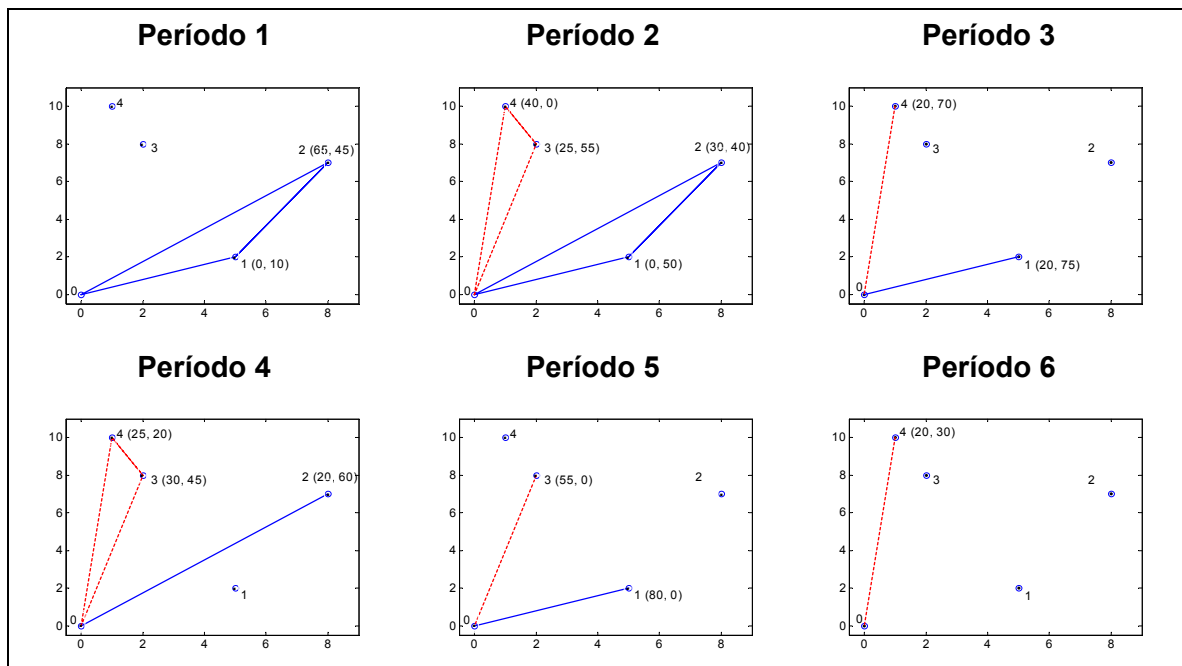


Figura 2.2 – Rotas da solução ótima.

Tabela 2.5 – Quantidade dos produtos 1 e 2 entregues nos períodos.

Período	1	2	3	4	5	6
Produto 1	65	95	40	75	135	20
Produto 2	55	145	145	125	0	30

Tabela 2.6 – Planejamento da produção.

Período	1	2	3	4	5	6
Produto 1	160		115		155	
Produto 2	200		270		30	

2.3 Religamento de caminhos

O mecanismo de religação de caminhos (*Path relinking*) foi originalmente proposto por Glover (1996) com um enfoque para integrar estratégias de intensificação e diversificação no contexto de busca tabu e *scatter search* (Glover, 1998; Martí *et al.*, 2006; Yamashita *et al.* 2006). Esse enfoque gera novas soluções pela exploração de trajetórias que conectam soluções de alta qualidade (intensificação) ou soluções de regiões distintas ou que possuem características contrastantes (diversificação). Iniciando de uma dessas soluções, chamadas de soluções iniciais s_i , um caminho é gerado na vizinhança que leva em direção a outras soluções, chamadas soluções guias, denotadas por s_g . Esse caminho é construído selecionando movimentos que contém atributos das soluções guias. O melhor movimento que aumenta o número de atributos que estão presentes nas soluções guias é executado.

Soluções guias pertencem a um conjunto de soluções de elite E que contém as e melhores soluções encontradas durante a busca, sujeito à restrição de distância mínima entre as soluções a fim de manter um grau de diversidade. Sejam s_{best} e s_{worst} o custo mínimo e máximo de uma solução em E , respectivamente. Uma solução entra no conjunto se seu custo é menor que s_{best} ou se seu custo é menor que s_{worst} e aumenta a distância entre as soluções em E . Em ambos os casos, a pior solução do conjunto é excluída.

A distância entre uma solução s_i e uma solução s_g é representada pelo número de períodos em que as quantidades dos produtos que são entregues aos clientes são diferentes. Para o cálculo desta distância, não foram incluídas as diferenças entre rotas e planos de produção, pois a quantidade de produtos entregue é a variável de controle para a solução dos problemas de roteamento e planejamento da produção. Suponha duas soluções que diferem somente nas entregas de um único cliente em um problema com dois produtos e oito períodos. A Figura 2.3 apresenta duas soluções com uma distância de 4 unidades, pois 4 quantidades diferentes são entregues nas soluções s_i e s_g nos períodos 4, 6 e 8.

Períodos		1	2	3	4	5	6	7	8
s_i	Produto 1	30	0	0	0	0	30	0	10
	Produto 2	20	0	0	30	0	0	0	0
s_g	Produto 1	30	0	0	0	0	40	0	0
	Produto 2	20	0	0	10	0	20	0	0

Figura 2.3 – Exemplo de solução inicial e solução guia.

A distância máxima entre duas soluções é dada por TNJ e a distância mínima $\lfloor \rho TNJ \rfloor$, onde ρ é um parâmetro real. A Figura 2.4 apresenta o procedimento de religamento de caminhos. Sejam q_{jkt}^g e q_{jkt}^i as quantidades do produto j enviados ao cliente k no período t nas soluções s_g e s_i , respectivamente. Se tais quantidades são distintas, entre as linhas 1 à 5, calcula-se a diferença u_{jkt} . Para um produto j , cliente k e um período t , entre as linhas 8 e 12, calcula-se a quantidade $w_{jkt,t'}$ de produtos do período t para todo período $t' \neq t$, tal que os limites de estoque não sejam violados e a distância entre as soluções não seja incrementada. Como apresentado no Componente 1, calcula-se o custo de cada transferência (linha 13), executa-se a transferência de menor

custo (linha 15), e atualiza-se u_{jkt} (linha 16). Este processo é repetido até que $u_{jkt} = 0$, (linha 17), assegurando que a distância entre as soluções é reduzida em pelo menos uma unidade.

0	Procedimento <i>path_relinking</i> ()
1	Para todos os produtos j , todos os clientes k , e todos os períodos t faça
2	Se q_{jkt}^i na solução s_i for diferente de q_{jkt}^g na solução s_g então
3	$u_{jkt} = q_{jkt}^g - q_{jkt}^i$
4	Fim Se
5	Fim Para
6	Repita
7	Para todos $t' \neq t$ faça
8	Se $t' < t$ então
9	$w_{jkt,t'} = \min\{ u_{jkt} , \min\{I_{jkt} - L_{jk}, U_{jk} - I_{jk\tau}, I_{j0\tau}\}\}, \tau = t', \dots, t-1$
10	Senão
11	$w_{jkt,t'} = \min\{ u_{jkt} , \min\{I_{jkt} - L_{jk}, U_{jk} - I_{jk\tau}, I_{j0\tau}\}\}, \tau = t, \dots, t'-1$
12	Fim Se
13	Calcule o custo de transferir $w_{jkt,t'}$ do período t para o período t'
14	Fim Para
15	Efetue o movimento de transferência de $w_{jkt,t'}$ do período t para o período t'
16	$u_{jkt} \leftarrow u_{jkt} - w_{jkt,t'}$
17	Até que $u_{jkt} = 0$.

Figura 2.4 – Pseudo-código do procedimento *path relinking*.

No exemplo da Figura 2.3, $u_{2k4} = -20$, $u_{1k6} = 10$, $u_{2k6} = 20$, $u_{1k8} = -10$, indicam as quantidades dos produtos 2 e 1 que devem ser transferidos dos períodos 4 e 8 e as quantidades dos produtos 1 e 2 que devem ser transferidos para o período 6. Para o período 4 do exemplo da Figura 2.3, o primeiro movimento de transferência envolve a transferência de 15 unidades do produto 2 do período 4 para o período 6 e o segundo movimento transfere 5 unidades do produto 2 do período 4 para o período 8. A solução intermediária resultante s_{int1} é apresentada na Figura 2.5, com uma distância de 3

unidades em relação a solução s_g . A próxima solução s_{int2} da Figura 2.5 é obtida transferindo 10 unidades do produto 1 do período 8 para o período 6, com uma distância de duas unidades de s_g . Por fim, a transferência de 5 unidades do produto 2 do período 8 para o período 6 resulta na solução s_g .

Períodos		1	2	3	4	5	6	7	8
s_{int1}	Produto 1	30	0	0	0	0	30	0	10
	Produto 2	20	0	0	10	0	15	0	5
s_{int2}	Produto 1	30	0	0	0	0	40	0	0
	Produto 2	20	0	0	10	0	15	0	5

Figura 2.5 – Soluções intermediárias do *path relinking*.

Recentemente, Resende e Ribeiro (2005) descrevem diferentes implementações de *path relinking* entre duas soluções s_1 e s_2 . A seguir, são apresentadas três diferentes implementações:

- *forward relinking*: A solução inicial é a pior entre s_1 e s_2 .
- *backward relinking*: A solução inicial é a melhor entre s_1 e s_2 .
- *back and forward relinking*: dois caminhos são explorados iniciando de s_1 e s_2 .

Foram testadas três diferentes estratégias de integrar a busca tabu com o mecanismo de *path relinking*. Na primeira estratégia, a busca tabu é interrompida se a solução incumbente não for atualizada η iterações. Nesta estratégia, duas versões foram testadas. Na primeira versão, o último mínimo local encontrado pela busca tabu é ligado com uma solução aleatória do conjunto de soluções elite E . Na segunda versão, o mínimo local encontrado pela busca tabu é ligado com a solução mais distante contida no conjunto E . A segunda estratégia liga cada par de soluções elite, como procedimento de pós-otimização. E a terceira estratégia combina a primeira e segunda estratégia aplicando

o *path relinking* durante e após a busca tabu. Foram analisados os efeitos de aplicar a busca em vizinhança, descrita anteriormente, em soluções geradas pelo *path relinking*. A busca em vizinhança é aplicada em cada mínimo local, cuja solução é imediatamente precedida e sucedida por piores soluções (Resende e Werneck, 2004). Um mínimo local obtido pela vizinhança de busca pode ser inactivo, e então descartada. No entanto, experimentos computacionais mostram que um grande número de soluções factíveis é obtido. A Figura 2.6 apresenta um exemplo da trajetória entre duas soluções e as soluções encontradas pelo método de melhoria quando aplicado nas soluções da trajetória.

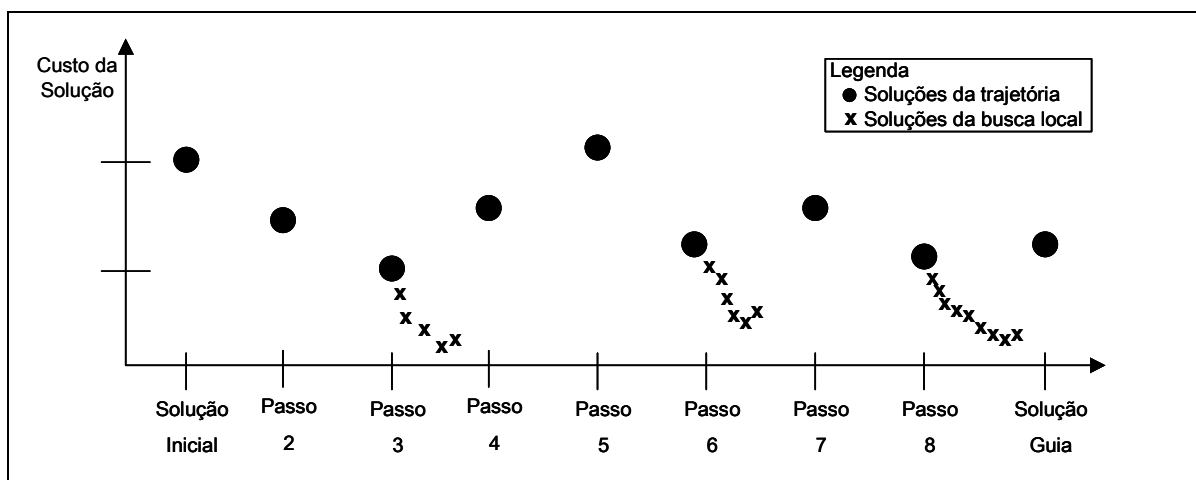


Figura 2.6 – Exemplo de *path relinking*.

2.3.1. Lista de candidatos

Testes computacionais com o algoritmo de busca tabu e com o procedimento de religamento de caminhos demonstram que a maioria das transferências de produtos de um cliente do período t para um período t' , não ocorrem para um período t' muito próximo ou muito longe do período t . Por essa razão, a transferência de uma quantidade de produtos entregue no período t para um período t' é limitada, em $\lambda \leq |t - t'| \leq \mu$, onde λ e μ são parâmetros inteiros.

2.4 Experimentos computacionais

As heurísticas foram codificadas em C++ utilizando a versão 3.3.3 do compilador GCC com opção de compilação -O3 e os testes computacionais foram realizados em um computador Pentium IV 2.8 GHz com 1G de memória RAM e sistema operacional LINUX. A heurística de busca tabu com *path relinking* é testada em instâncias com múltiplos produtos e em instâncias com um único produto geradas por Boudia *et al.* (2007).

2.4.1. Geração das instâncias

São gerados dois conjuntos de instâncias, um conjunto W_1 com instâncias pequenas e outro conjunto W_2 com instâncias grandes. As instâncias do conjunto W_1 apresentam as seguintes dimensões: Número de clientes: 5, 10 e 15; número de períodos: 7 e 14; número de produtos: 3 e 5; número de veículos: 2 e 5. Para cada combinação de clientes, períodos, produtos e veículos são geradas três instâncias, totalizando 72 instâncias. As dimensões das instâncias do conjunto W_2 são: Número de clientes: 30, 50 e 100; número de períodos: 12 e 24; número de produtos: 5 e 10; número de veículos: 5, 10 e 20. Para cada combinação de clientes, períodos, produtos e veículos são geradas três instâncias, totalizando 108 instâncias. Com exceção dos parâmetros b_j e B , as instâncias são geradas a partir dos parâmetros sugeridos por Bertazzi *et al.* (2005) com distribuição de probabilidade uniforme nos intervalos apresentados na Tabela 2.7.

Tabela 2.7 – Parâmetros de geração das instâncias.

Demandas dos clientes	$d_{jkt} = [10, 100]$
Nível mínimo de estoque nos clientes	$L_{jk} = [50, 150]$
Nível máximo de estoque nos clientes	$U_{jk} = L_{jk} + d_{jkt} g_{jk}$, onde $g_{jk} = \{2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$
Estoque inicial dos clientes	$I_{jk0} = [L_{jk}, U_{jk}]$
Estoque inicial da planta	$I_{j00} = \sum_{k \in N} (U_{jk} - L_{jk})$
Custo unitário de estoque nos clientes	$h_{jk} = [0, 1, 1]$
Custo unitário de estoque na planta	$h_{j0} = 0, 3 \text{ e } 0, 8$
Custo fixo de produção	$st_j = 1000h_{j0}, 100h_{j0} \text{ e } 10h_{j0}$
Tempo unitário de produção	$b_j = 1$
Capacidade de produção	$B = 3, 5 \left(\sum_j \sum_k \sum_t d_{jkt} / T \right), 3, 2 \left(\sum_j \sum_k \sum_t d_{jkt} / T \right) \text{ e } 3 \left(\sum_j \sum_k \sum_t d_{jkt} / T \right)$
Custo fixo de transporte	$f_t = (N + 1) \max_{k, l \in N} c_{kl}$
Custo unitário de transporte	$c_{kl} = \left\lfloor \sqrt{(x_k - x_l)^2 + (y_k - y_l)^2} \right\rfloor$
Coordenadas	$x_k \text{ e } y_k = [0, 500] \text{ e } [0, 1000]$
Capacidade do veículo	$C = \max_{j \in J, k \in N} U_{jk}$

2.4.2. Parâmetros

A Tabela 2.8 apresenta os valores selecionados e o intervalo de valores testados para os parâmetros da heurística. Os parâmetros α e β que penalizam a violação da capacidade de produção e da capacidade do veículos, respectivamente, são atualizados da seguinte forma. Se cinco soluções consecutivas são factíveis em relação a capacidade de produção, então $\alpha := \alpha / 3$; Se todas são infactíveis, então $\alpha := 3\alpha$. De forma análoga, se cinco soluções consecutivas são factíveis em relação a capacidade do veículo, então $\beta := \beta / 3$; se todas são infactíveis, então $\beta := 3\beta$. Na Tabela 2.8 são apresentados valores dos parâmetros α e β , os valores dos parâmetros η e δ associados com o critério de parada, e o valor do parâmetro ρ que determina a distância mínima entre soluções do *path relinking*.

Tabela 2.8 – Parâmetros das heurísticas.

Parâmetro	Valores selecionados	Intervalo de valores testados
η	0,005	0,00001 – 0,5
δ	50	[1, 30], [15, 45], [45, 75]
ρ	0,4	[0,1, 0,5]
α	1	[1,5]
β	0,0007	[0,0001, 0,5]

A duração é selecionada de um intervalo com distribuição uniforme que depende do tamanho do problema, dado por $\left[\left\lceil \sqrt{NTJV} / 3\sqrt{N} \right\rceil, \left\lceil \sqrt{NTJV} / \sqrt{N} \right\rceil\right]$. Esta expressão foi obtida determinando apropriadamente a duração tabu para várias instâncias de diferentes tamanhos e então ajustando tal função. Os valores para o intervalo $[\lambda, \mu]$ associado com a distância $|t - t'|$, onde ocorre a maioria das transferências dos produtos, foram obtidos resolvendo todas as instâncias sem a lista de candidatos. Devido aos custos de produção, estoque e distribuição, em todas as instâncias com 12 períodos, mais de 75% das transferências de produtos ocorreram no intervalo [2, 6], e nas instâncias com 24 períodos essas transferências ocorreram no intervalo [3, 13].

A melhor estratégia para a integração da busca tabu com *path relinking* foi aplicar as implementações *backward relinking* e *forward relinking* entre um mínimo local da busca tabu com a mais distante solução do conjunto elite com cardinalidade $e = 20$. O *path relinking* aplicado como um procedimento de pós-otimização apresenta uma redução média de menos de 0,005%. Por essa razão, somente os resultados obtidos pela melhor estratégia são apresentados.

2.4.3. Resultados para múltiplos produtos

A Tabela 2.9 apresenta os custos das soluções ótimas geradas pelo software CPLEX (Ilog 10.0), os custos as soluções encontradas pela busca tabu (BT), os custos encontrados pela busca tabu com *path relinking* (BT-PR) e o número de veículos utilizados pelos métodos para o conjunto $\mathcal{W}_1$ com 72 instâncias. A Tabela 2.10 apresenta o desvio percentual médio, sobre três instâncias, dos custos obtidos por BT e BT-PR em

relação aos custos ótimos. Note que ambos procedimentos apresentam boas soluções e BT-PR apresenta melhores soluções para instâncias grandes. BT-PR também apresenta melhores soluções para todas as instâncias.

Tabela 2.9 – Custos obtidos pelo software CPLEX e pelas heurísticas BT e BT-PR.

5 clientes								
<i>J</i>	<i>T</i>	<i>V</i>	Ótimo	Veículos	BT	Veículos	BT-PR	Veículos
03	07	02	4040,5	2	4040,5	2	4040,5	2
		05	4040,5	2	4040,5	2	4040,5	2
	14	02	8583,3	2	8583,3	2	8583,3	2
		05	8583,3	2	8583,3	2	8583,3	2
05	07	02	7553,1	2	7553,1	2	7553,1	2
		05	7549,4	3	7549,4	3	7549,4	3
	14	02	14280,2	2	14280,2	2	14280,2	2
		05	14167,4	3	14167,4	3	14167,4	3
10 clientes								
<i>J</i>	<i>T</i>	<i>V</i>	Ótimo	Veículos	BT	Veículos	BT-PR	Veículos
03	07	02	9036,5	2	9070,8	2	9055,3	2
		05	9015,2	3	9047,2	3	9028,6	3
	14	02	17380,1	2	17553,4	2	17443,2	2
		05	17273,6	4	17416,9	4	17299,8	4
05	07	02	15885,6	2	16103,2	2	16038,4	2
		05	15752,1	4	15933,6	4	15843,2	4
	14	02	33992,7	2	34295,1	2	34149,3	2
		05	33607,3	4	33856,3	3	33707,8	3
15 clientes								
<i>J</i>	<i>T</i>	<i>V</i>	Ótimo	Veículos	BT	Veículos	BT-PR	Veículos
03	07	02	15434,4	2	15672,7	2	15586,2	2
		05	15332,8	3	15621,8	3	15436,7	3
	14	02	29558,4	2	29889,7	2	29783,1	2
		05	29003,9	4	29396,4	4	29138,6	4
05	07	02	21898,1	2	22276,3	2	21997,6	2
		05	21602,6	3	22058,9	3	21773,1	3
	14	02	46853,8	2	47621,5	2	47366,9	2
		05	46423,9	4	47256,8	4	46785,2	4

Tabela 2.10 – Desvio relativo ao custo ótimo (%).

			5 clientes		10 clientes		15 clientes	
<i>J</i>	<i>T</i>	<i>V</i>	BT	BT-PR	BT	BT-PR	BT	BT-PR
03	07	02	0	0	0,38	0,21	1,52	0,97
		05	0	0	0,35	0,15	1,41	0,67
	14	02	0	0	0,99	0,36	1,11	0,42
		05	0	0	0,82	0,15	0,99	0,13
	05	02	0	0	1,35	0,95	2,14	0,90
		05	0	0	1,14	0,58	1,62	0,78
	14	02	0	0	0,88	0,46	2,02	1,08
		05	0	0	0,74	0,30	1,92	0,99

A Tabela 2.11 apresenta os tempos computacionais utilizados por BT, BT-PR e CPLEX, e como esperado, BT-PR apresenta maior tempo computacional em relação a BT. A Tabela 2.12 apresenta o tempo utilizado para obter a melhor solução, que é aproximadamente 71% dos tempos apresentados na Tabela 2.11.

Tabela 2.11 – Tempos computacionais (segundos).

			5 clientes			10 clientes			15 clientes		
<i>J</i>	<i>T</i>	<i>V</i>	Ótimo	BT	BT-PR	Ótimo	BT	BT-PR	Ótimo	BT	BT-PR
03	07	02	1137,4	1,7	10,3	1718,3	5,6	30,3	3566,1	14,2	92,1
		05	1195,2	2,0	10,9	1838,3	5,6	33,3	3707,7	14,7	94,1
	14	02	1986,0	3,7	21,3	3118,5	8,7	57,4	8302,5	27,7	130,2
		05	2169,0	4,0	21,6	3313,1	9,6	59,3	8147,0	27,3	134,5
	05	02	1214,9	2,3	12,6	2009,0	5,8	31,1	3921,7	15,3	94,5
		05	1266,6	2,6	13,4	2184,4	6,2	35,8	3997,8	15,2	94,5
	14	02	2211,4	4,1	23,5	3593,9	11,3	61,5	8475,2	28,6	143,1
		05	2249,1	4,5	23,9	3766,9	11,4	67,1	8763,3	28,4	138,7

Tabela 2.12 – Tempos computacionais para a melhor solução (segundos)

<i>J</i>	<i>T</i>	<i>V</i>	5 clientes			10 clientes			15 clientes		
			Ótimo	BT	BT-PR	Ótimo	BT	BT-PR	Ótimo	BT	BT-PR
03	07	02	800,2	1,2	7,4	1199,2	3,9	21,7	2501,5	10,1	65,2
		05	852,7	1,5	7,9	1284,3	4,0	23,6	2589,1	10,4	65,7
	14	02	1405,8	2,7	15,2	2238,1	6,3	39,9	5756,3	19,4	93,6
		05	1501,2	2,9	15,4	2311,5	6,9	41,8	5813,6	19,5	93,9
	05	02	879,4	1,7	9,1	1432,1	4,2	22,2	2732,8	10,6	67,5
		05	903,9	1,9	9,3	1515,7	4,5	25,4	2812,5	10,8	67,9
05	14	02	1534,1	2,9	16,8	2545,6	7,9	43,6	5912,8	19,9	99,2
		05	1602,7	3,2	17,2	2687,4	8,1	47,2	6077,9	20,3	99,6

Para as 108 instâncias do conjunto $\mathcal{W}_2$ além dos métodos BT e BT-PR, dois outros métodos são aplicados. O primeiro método é uma variante da heurística BT-PR com lista de candidatos, denotado BTC-PR. Essa variação estabelece um equilíbrio entre a redução do tempo computacional e o aumento dos custos em relação à heurística BT-PR. O segundo método de solução, denotado NA, resolve o problema de forma não acoplada. Neste método, a solução é encontrada após a resolução do problema de produção e do problema de distribuição de forma seqüencial. A Tabela 2.13, Tabela 2.14 e Tabela 2.15 apresentam os custos das soluções obtidas por BT, BT-PR, BTC-PR e NA. As três primeiras colunas nessas tabelas indicam o número de produtos, o número de períodos e o número máximo de veículos disponíveis. Em todas as instâncias testes, BT-PR sempre apresenta melhores resultados em relação aos outros métodos. Em relação ao número de veículos, todos os métodos sempre utilizam veículos disponíveis. Quando o número de veículos aumenta, BTC-PR apresenta valores de soluções mais próximos a BT-PR.

Tabela 2.13 – Resultados para instâncias com 30 clientes.

<i>J</i>	<i>T</i>	<i>V</i>	BT	Veículos	BT-PR	Veículos	BTC-PR	Veículos	NA	Veículos
05	12	10	275959,6	4	270282,0	4	270282,0	4	360798,6	5
			276053,5	4	269649,7	5	271888,2	5	391520,8	5
			275908,7	5	270402,6	5	270402,6	5	373497,7	5
			271738,9	8	264891,2	8	266293,7	6	366731,3	9
			272383,8	8	266715,2	8	266715,2	8	369601,1	9
			272688,9	8	268448,1	8	268980,0	8	373523,0	9
	20		270625,5	16	264929,8	18	266561,8	16	366290,3	18
			271269,1	15	265430,6	18	268152,0	15	351450,9	18
			270293,5	16	264383,2	18	266294,0	15	370042,2	18
	24	10	640875,9	5	629756,4	4	631866,1	4	850953,0	5
			640406,9	4	625341,6	5	629793,4	5	833097,6	5
			641651,4	4	630437,4	5	630437,4	5	820542,8	5
			627832,6	9	619208,6	8	621213,4	7	810131,6	9
			628817,4	8	613080,1	9	620468,6	8	812292,6	9
			629057,5	7	615725,0	6	616934,7	9	824677,8	9
		20	625317,9	15	609459,7	16	609459,7	16	807613,9	18
			619911,0	17	609806,2	18	615974,7	16	824099,9	18
			620658,9	16	611357,3	16	615198,1	17	801748,0	18
10	12	10	556381,9	4	545576,2	3	548500,1	5	736240,9	5
			555877,6	4	547089,0	5	548176,1	5	718238,9	5
			554880,1	5	547053,6	5	549322,1	4	756527,6	5
			533711,8	7	525637,6	9	525745,9	9	720349,3	10
			534771,0	8	524607,0	8	524607,0	8	723533,7	10
			533769,3	8	522884,2	7	527155,6	7	721539,6	10
		20	532083,3	17	524878,1	18	525495,6	16	688519,8	19
			533819,7	18	520985,3	15	526104,9	15	714645,9	19
			534036,3	15	521011,6	16	525404,4	18	705190,6	19
		24	1063457,6	5	1048627,1	3	1056197,0	4	1438974,0	5
			1059663,8	5	1040733,8	4	1040733,8	4	1406633,1	5
			1065733,0	5	1048430,1	4	1057646,5	5	1425975,5	5
			1025283,3	9	1006074,8	9	1006074,8	9	1399895,3	10
			1028335,3	8	1012954,4	7	1015919,9	8	1316965,1	10
			1019976,3	7	1005548,4	9	1013832,8	8	1318902,8	10
	20		1029879,6	17	1015002,9	15	1015002,9	15	1383801,8	18
			1010833,1	15	989640,9	14	998699,3	15	1369116,3	16
			1012987,1	16	988555,6	17	990867,6	17	1299046,5	19

Tabela 2.14 – Resultados para instâncias com 50 clientes.

<i>J</i>	<i>T</i>	<i>V</i>	BT	Veículos	BT-PR	Veículos	BTC-PR	Veículos	NA	Veículos
05	12	10	365945,3	4	358928,8	5	359650,7	5	546071,5	5
			377821,6	5	367408,5	5	369626,5	5	548002,6	5
			366927,5	4	363318,3	5	364414,5	5	551226,9	5
			361367,1	7	351234,7	9	352697,2	9	523779,6	10
		20	371417,4	8	367740,7	7	368483,1	7	549736,5	10
			370611,7	8	363240,6	8	364697,9	8	549293,9	10
			366205,4	15	355269,3	17	356011,8	16	540771,6	18
			372747,3	16	369110,5	15	370595,7	15	564500,4	18
	24	10	362310,8	15	351513,8	16	353626,8	16	507358,8	17
			871318,0	5	845285,9	4	847831,7	4	1279207,8	5
			881275,4	4	873335,2	4	876033,9	4	1283968,5	5
			847905,8	5	839515,9	4	842046,8	4	1269298,9	5
		20	837711,4	8	812805,8	8	814444,5	8	1220301,4	10
			838136,7	8	822203,8	9	823902,7	7	1235088,9	10
			828519,9	9	805685,1	8	809722,3	8	1209617,0	10
			812935,4	15	788996,4	15	791374,9	15	1192794,5	16
10	12	10	846157,6	15	820860,9	15	823340,9	15	1206233,8	16
			850327,8	16	842247,6	16	843996,4	15	1283073,5	17
		20	749737,3	4	727329,3	4	730980,8	5	1068596,4	5
			740568,0	4	726029,9	5	730420,4	4	1090357,5	5
			746251,0	5	739159,8	4	740818,4	5	1067642,3	5
			735841,5	8	713875,9	9	715333,3	8	1063184,4	10
		24	710285,1	8	705473,5	6	709010,9	6	1045385,3	9
			730522,4	7	723327,7	9	728012,1	9	1075733,6	10
	24	10	726432,9	15	712025,1	16	715046,9	16	1088973,0	17
			707135,9	16	685995,4	16	688775,3	16	982128,4	17
			724633,2	18	710227,8	17	712366,4	17	1016998,4	19
			1440183,0	4	1397129,0	4	1404388,6	4	2083419,8	5
		20	1467509,6	5	1423841,4	4	1429556,8	4	2067077,5	5
			1430480,0	5	1402758,9	4	1409815,0	4	2050932,5	5
			1362197,4	9	1321471,8	8	1326775,5	8	1930952,6	10
			1358554,3	8	1345219,9	8	1347963,9	8	2006584,4	9
	20	10	1380855,8	7	1353893,1	7	1360679,1	7	2062926,5	9
			1366926,8	14	1327272,4	15	1330250,6	15	1994340,8	16
			1392809,1	14	1351203,3	14	1357980,4	14	1988492,8	16
			1397482,1	15	1383660,8	16	1392157,6	16	1999294,5	18

Tabela 2.15 – Resultados para instâncias com 100 clientes.

<i>J</i>	<i>T</i>	<i>V</i>	BT	Veículos	BT-PR	Veículos	BTC-PR	Veículos	NA	Veículos
05	12	05	867367,9	5	841698,2	5	843391,6	5	1617531,8	5
			908705,8	5	879484,2	5	880373,3	5	1681822,1	5
			950221,8	5	913499,5	5	914458,4	5	1728905,0	5
		10	849550,9	10	808956,3	10	809341,5	10	1570361,6	10
			890968,1	10	864718,8	10	865613,3	10	1679182,3	10
			887427,1	10	861259,4	10	861277,7	10	1638753,8	10
	20	18	806320,3	18	798207,6	18	799819,7	18	1563867,6	19
			894277,8	18	876437,2	19	876468,4	19	1675101,6	19
			844642,3	19	811966,1	19	812790,6	19	1521220,8	20
		05	2074807,4	5	2054053,1	5	2054074,8	5	3901686,0	5
			2056609,8	5	2035768,5	5	2037831,4	5	3816856,0	5
			1981171,0	5	1886599,5	5	1888575,5	5	3700269,0	5
	24	10	1933252,5	10	1895094,9	10	1899496,4	10	3622504,0	10
			1970626,8	10	1893768,5	10	1897578,5	10	3678959,3	10
			2010093,0	10	1950974,4	10	1955025,3	10	3751406,5	10
		20	1969141,9	19	1893081,1	19	1896912,3	19	3563014,3	20
			2040039,1	19	1961377,8	19	1965341,3	20	3827046,0	20
			1973750,6	18	1953333,4	20	1957623,0	19	3678846,5	20
10	12	05	1801919,1	5	1732444,8	5	1732498,8	5	3399863,5	5
			1822449,0	5	1768419,4	5	1768449,3	5	3311378,3	5
			1851612,5	5	1797486,1	5	1799302,8	5	3496873,0	5
		10	1763055,0	10	1693455,9	10	1696866,0	10	3320019,3	10
			1756067,8	10	1656479,6	10	1659810,8	10	3183120,8	10
			1636412,1	10	1604050,3	10	1605676,5	10	3078540,8	10
		20	1619294,4	19	1571959,1	19	1575120,9	19	3083445,3	20
			1692510,4	20	1627107,6	20	1632084,1	19	3176939,5	20
			1705085,4	19	1654623,5	19	1654673,5	20	3109532,0	20
	24	05	3272160,5	5	3175052,3	5	3178424,5	5	5943151,0	5
			3396203,5	5	3264913,8	5	3268262,3	5	6219417,5	5
			3290661,8	5	3257651,5	5	3260997,0	5	6095720,5	5
		10	3257089,3	10	3131399,0	10	3134576,5	10	6047522,5	10
			3206686,0	10	3174172,0	10	3177571,3	10	6124002,5	10
			3117633,8	10	2968679,8	10	2968710,3	10	5673785,5	10
		20	3669053,8	20	3526879,8	20	3527015,0	20	6675124,5	20
			3231767,3	20	3168076,0	20	3168155,0	19	6193466,5	20
			3301960,5	20	3144074,8	20	3147330,8	19	5977527,5	20

A Tabela 2.16 apresenta o desvio percentual médio, sobre três instâncias, dos custos das soluções encontradas pelas versões da heurística em relação aos custos das soluções encontradas por BT-PR. Note que os custos obtidos por BT e BTC-PR são inferiores a 4,07% e 0,79%, no entanto, os custos obtidos por NA são superiores a 32,42%, respectivamente.

Tabela 2.16 – Desvio percentual de BT, BTC-PR e NA em relação a BT-PR.

			30 clientes			50 clientes			100 clientes		
<i>J</i>	<i>T</i>	<i>V</i>	BT	BTC-PR	NA	BT	BTC-PR	NA	BT	BTC-PR	NA
05		05	2,17	0,28	38,93	1,93	0,37	50,99	3,48	0,13	90,85
	12	10	2,09	0,24	38,72	1,96	0,34	49,95	3,67	0,05	92,84
		20	2,19	0,79	36,87	2,36	0,40	49,89	2,36	0,10	91,43
		05	1,98	0,35	32,83	1,66	0,30	49,82	2,28	0,07	91,06
	24	10	2,04	0,57	32,42	2,61	0,30	50,16	3,03	0,21	92,56
		20	1,93	0,55	32,93	2,34	0,27	50,16	3,02	0,21	90,59
10		05	1,67	0,38	34,84	2,01	0,44	47,16	3,35	0,04	92,67
	12	10	1,85	0,28	37,65	1,59	0,45	48,61	4,07	0,17	93,41
		20	2,11	0,65	34,56	2,37	0,38	46,48	3,36	0,17	93,05
		05	1,63	0,53	36,13	2,71	0,47	46,82	2,70	0,10	88,28
	24	10	1,62	0,37	33,43	2,02	0,37	49,24	3,31	0,07	92,42
		20	2,02	0,38	35,37	2,34	0,45	47,27	3,70	0,04	91,54

A Tabela 2.17 apresenta os tempos computacionais utilizados por BT, BT-PR, BTC-PR e NA. Nesta tabela, pode-se observar que o número de clientes é um fator que causa um grande aumento no tempo computacional. Para as maiores instâncias, a maior média de tempo utilizado por BT, BT-PR, BTC-PR e NA é em torno de 19 minutos, 2 horas, 54 minutos e 2,2 segundos, respectivamente. Fica evidente que a partir dos resultados apresentados na Tabela 2.10 e na Tabela 2.11, que soluções de boa qualidade podem ser obtidas rapidamente através das heurísticas BT e BTC-PR em relação ao custo da solução fornecida por BT-PR. A Tabela 2.18 mostra que as melhores soluções são obtidas em aproximadamente 80% do tempo apresentado na Tabela 2.17 em todas as heurísticas.

Tabela 2.17 – Tempo computacional (segundos)

30 clientes							50 clientes				100 clientes			
J	T	V	BT	BT-PR	BTC-PR	NA	BT	BT-PR	BTC-PR	NA	BT	BT-PR	BTC-PR	NA
05		05	104,0	527,1	262,1	0,3	146,6	780,0	333,3	0,5	517,8	3425,9	1500,9	1,1
	12	10	132,4	963,4	472,5	0,3	188,4	1355,6	560,0	0,7	654,1	3873,7	1675,9	1,2
		20	156,4	993,5	496,6	0,4	217,5	1375,0	531,2	0,7	719,0	4489,3	2056,7	1,2
		05	262,6	772,7	389,3	0,5	367,6	1130,6	536,1	0,9	1307,6	7265,9	3205,8	1,8
	24	10	330,8	1096,4	547,7	0,6	495,3	1550,9	690,9	1,3	1259,0	7353,9	3298,2	2,1
		20	486,1	1704,6	848,0	0,6	674,5	2357,8	959,9	1,2	1329,0	7643,4	3267,5	2,0
10		05	142,9	1159,8	573,0	0,4	199,0	1643,4	684,5	0,8	627,2	5160,8	2273,4	1,9
	12	10	193,2	1425,2	716,5	0,5	282,3	2035,2	903,7	0,9	773,1	5187,8	2332,9	2,3
		20	277,2	1629,0	820,6	0,5	400,0	2227,2	1009,0	0,9	828,6	5625,9	2389,1	2,3
		05	332,0	3237,6	1623,6	0,7	467,0	4393,4	2086,8	1,5	1589,6	11494,7	4991,8	3,2
	24	10	582,3	5574,8	2829,4	0,8	829,4	7832,9	3269,0	1,4	1854,5	12605,3	5901,6	3,9
		20	767,9	6252,0	3112,9	0,7	1055,0	8650,2	3602,3	1,6	1926,6	12501,8	6152,1	3,9

Tabela 2.18 – Tempo computacional para as melhores soluções (segundos).

30 clientes															50 clientes					100 clientes				
J	T	V	BT	BT-PR	BTC-PR	NA	BT	BT-PR	BTC-PR	NA	BT	BT-PR	BTC-PR	NA										
05		05	86,2	429,6	206,5	0,2	114,3	647,3	256,6	0,5	397,4	2466,3	1140,2	0,8										
	12	10	110,9	786,3	369,2	0,2	145,0	1084,3	431,1	0,6	470,8	3097,8	1256,3	1,1										
		20	129,3	843,0	406,1	0,4	180,5	1072,4	451,4	0,6	510,4	3500,6	1480,5	1,1										
		05	223,0	655,9	326,0	0,2	290,3	859,0	412,7	0,8	941,3	5447,4	2339,8	1,5										
	24	10	279,6	876,0	459,4	0,5	411,0	1085,6	538,8	1,1	931,5	5512,8	2473,2	1,9										
		20	383,2	1378,0	677,4	0,4	512,5	1791,5	787,0	0,9	970,0	6037,2	2351,7	2,0										
10		05	118,2	912,8	474,8	0,4	169,1	1347,0	568,0	0,5	488,9	3611,1	1772,7	1,7										
	12	10	157,6	1194,9	602,5	0,3	239,8	1587,0	759,0	0,7	587,4	3889,7	1818,7	2,3										
		20	229,5	1347,1	645,7	0,4	299,9	1780,2	855,7	0,8	621,3	4443,4	1838,7	2,1										
		05	261,4	2747,9	1377,1	0,6	359,5	3645,5	1752,6	1,2	1239,4	8274,3	3640,2	2,7										
	24	10	486,4	4672,1	2257,1	0,6	704,9	6577,0	2712,0	1,1	1483,2	9955,4	4541,3	3,5										
		20	644,3	5298,8	2431,5	0,7	865,0	7004,0	2845,5	1,3	1425,4	9622,8	4490,4	3,4										

A Tabela 2.19 e a Tabela 2.20 apresentam as médias dos resultados e as médias dos tempos computacionais obtidos pela heurística BT-PR ao variar os custos de preparação da produção de $st_j = 1000h_{j0}$ para $st_j = 100h_{j0}$ e $st_j = 10h_{j0}$. Destas tabelas, conclui-se que a redução do custo de preparação implica em uma redução de 2,26% a 3,71% no custo total da solução e um aumento de 11,37% a 22,42% nos tempos computacionais.

Tabela 2.19 – Custo médio das soluções obtidas por BT-PR ao reduzir o custo de preparação.

		30 clientes			50 clientes			100 clientes		
		st_j			st_j			st_j		
J	τ	$1000h_{j0}$	$100h_{j0}$	$10h_{j0}$	$1000h_{j0}$	$100h_{j0}$	$10h_{j0}$	$1000h_{j0}$	$100h_{j0}$	$10h_{j0}$
05	12	272774,7	267759,3	265493,1	364505,9	357293,3	354921,3	841079,7	820985,3	817845,6
	24	631342,1	617486,3	612849,2	840654,9	824091,2	813374,5	1992400,6	1943873,5	1924875,3
10	12	540725,6	529851,2	525465,5	737337,2	719347,9	715384,7	1728089,5	1687034,2	1663243,5
	24	1039540,2	1010472,1	1009382,9	1389769,1	1344934,4	1328674,5	3399434,5	3279875,8	3249875,4

Tabela 2.20 – Tempo médio utilizado por BT-PR ao reduzir o custo de preparação.

		30 clientes			50 clientes			100 clientes		
		st_j			st_j			st_j		
J	τ	$1000h_{j0}$	$100h_{j0}$	$10h_{j0}$	$1000h_{j0}$	$100h_{j0}$	$10h_{j0}$	$1000h_{j0}$	$100h_{j0}$	$10h_{j0}$
05	12	137,3	151,8	163,6	205,4	228,8	245,7	626,5	699,1	765,3
	24	360,2	400,1	432,8	522,4	583,6	630,5	1279,2	1435,3	1567,4
10	12	202,5	226,3	243,5	297,4	335,9	361,2	815,7	922,8	997,2
	24	558,3	625,9	672,4	792,9	899,5	968,1	1885,3	2151,3	2314,3

A Tabela 2.21 e a Tabela 2.22 apresentam os resultados e os tempos computacionais obtidos pela heurística BT-PR ao variar a capacidade de produção de $B = 3,5 \left(\sum_j \sum_k \sum_t d_{jkt} / T \right)$ para $B = 3,2 \left(\sum_j \sum_k \sum_t d_{jkt} / T \right)$ e $B = 3 \left(\sum_j \sum_k \sum_t d_{jkt} / T \right)$. Fica evidente que a partir dos resultados apresentados na Tabela 2.21 e na Tabela 2.22

soluções de maior custo são obtidas em menor tempo computacional quando a capacidade de produção é reduzida. Para cada configuração de capacidade de produção

$B = 3,5Cap$, $B = 3,2Cap$ e $B = 3Cap$, onde $Cap = \left(\sum_j \sum_k \sum_t d_{jkt} / T \right)$, a heurística utiliza em torno de 75%, 88% e 95% da capacidade de produção, respectivamente.

Tabela 2.21 – Custo médio das soluções obtidas por BT-PR ao reduzir a capacidade de produção.

		30 clientes			50 clientes			100 clientes		
		<i>B</i>			<i>B</i>			<i>B</i>		
<i>J</i>	<i>T</i>	3,5 <i>Cap</i>	3,2 <i>Cap</i>	3 <i>Cap</i>	3,5 <i>Cap</i>	3,2 <i>Cap</i>	3 <i>Cap</i>	3,5 <i>Cap</i>	3,2 <i>Cap</i>	3 <i>Cap</i>
05	12	272774,7	277854,2	278794,3	364505,9	371434,9	373345,5	841079,7	859542,2	862304,4
	24	631342,1	645043,8	647823,4	840654,9	859343,5	864439,1	1992400,6	2039586,3	2049848,5
10	12	540725,6	551893,3	553943,3	737337,2	753854,3	758094,2	1728089,5	1770948,6	1785853,1
	24	1039540,2	1062983,1	1068543,5	1389769,1	1424563,8	1435906,5	3399434,5	3499234,5	3529340,8

Tabela 2.22 – Tempo médio utilizado por BT-PR ao reduzir a capacidade de produção.

		30 clientes			50 clientes			100 clientes		
		<i>B</i>			<i>B</i>			<i>B</i>		
<i>J</i>	<i>T</i>	3,5 <i>Cap</i>	3,2 <i>Cap</i>	3 <i>Cap</i>	3,5 <i>Cap</i>	3,2 <i>Cap</i>	3 <i>Cap</i>	3,5 <i>Cap</i>	3,2 <i>Cap</i>	3 <i>Cap</i>
05	12	137,3	115,3	110,3	205,4	171,3	168,2	626,5	514,4	503,7
	24	360,2	301,4	289,3	522,4	423,5	415,8	1279,2	1034,2	1023,0
10	12	202,5	169,4	161,3	297,4	243,8	236,2	815,7	653,4	642,7
	24	558,3	460,1	441,8	792,9	648,1	629,7	1885,3	1489,3	1437,5

Ao variar os parâmetros apresentados na Tabela 2.8 a heurística apresenta soluções com custos e tempos computacionais distintos dos apresentados na Tabela 2.13, Tabela 2.14, Tabela 2.15, Tabela 2.17 e Tabela 2.18.

Para os parâmetros η e δ associados ao critério de parada foram testados diferentes valores. Ao variar o parâmetro $\eta = 0,005$ para $\eta = 0,0005$ a heurística BT-PR apresenta uma degradação da solução final inferior a 0,03% e uma redução em torno de

8% no tempo computacional. Por outro lado, ao variar o parâmetro para $\eta=0,05$ a heurística apresenta um aumento do tempo computacional em torno de 15% e soluções de custos compatíveis com os apresentados anteriormente. Ao variar o valor do parâmetro $\delta=50$ para $\delta=45$ e $\delta=55$ não ocorre melhoria ou degradação da solução final, porém, o tempo computacional é proporcional a variação do parâmetro δ .

Ao variar o valor do parâmetro $\rho=0,4$ que determina a distância mínima entre soluções do *path relinking* para $\rho=0,3$ e $\rho=0,5$ a heurística produz soluções de boa qualidade, porém, com diferentes tempos computacionais devido a variação do número de soluções do conjunto elite.

Para os parâmetros α e β que penalizam soluções infactíveis em relação a capacidade de produção e capacidade dos veículos duas situações são apresentadas. Ao variar o valor do parâmetro $\alpha=1$ para $\alpha=0,5$ o número de soluções infactíveis apresentadas por BT-PR é 4,77% maior, com 1,03% de melhora no valor da função objetivo e um aumento no tempo computacional em torno de 15%. Por outro lado, ao aumentar o valor para $\alpha=2$ a heurística apresenta poucas soluções infactíveis em relação a capacidade de produção com degradação da solução final em torno de 1% e redução nos tempos computacionais em torno de 6%. De forma análoga, ao variar o valor inicial do parâmetro $\beta=0,0007$ para $\beta=0,00001$ o número de soluções infactíveis apresentadas por BT-PR é 5,51% maior, com melhora em torno de 2% no custo da função objetivo e um aumento em torno de 30%, no tempo computacional. Ao aumentar o valor para $\beta=0,007$ a heurística apresenta poucas soluções infactíveis com degradação da solução em torno 2% e menores tempos computacionais.

Por fim, ao variar o parâmetro que controla a duração tabu de $\left[\left\lceil \sqrt{NTJV}/3\sqrt{N} \right\rceil, \left\lceil \sqrt{NTJV}/\sqrt{N} \right\rceil\right]$ para $\left[\left\lceil \sqrt{NTJV}/\sqrt{N} \right\rceil, \left\lceil 2\sqrt{NTJV}/\sqrt{N} \right\rceil\right]$ a heurística apresenta uma degradação do custo da solução em torno de 4,65% e um aumento do tempo computacional em torno de 24%. Ao reduzir a duração tabu para $\left[\left\lceil \sqrt{NTJV}/8\sqrt{N} \right\rceil, \left\lceil \sqrt{NTJV}/2\sqrt{N} \right\rceil\right]$ a heurística BT-PR apresenta um grande número de soluções com o mesmo plano de produção, estoque e distribuição.

2.4.4. Resultados para um único produto

Nesta seção, são apresentados os desempenhos das heurísticas de busca tabu e busca tabu com *path relinking* em instâncias geradas por Boudia *et al.* (2007) e comparados com o algoritmo memético com gerenciamento de populações (MA|PM) desenvolvido por Boudia e Prins (2007). São utilizados três conjuntos de 30 instâncias com 50, 100 e 200 clientes, com um horizonte de planejamento de 20 períodos. Neste caso, mais de 75% das transferências de produtos ocorrem no intervalo $[\lambda, \mu] = [3, 11]$. Os resultados obtidos são apresentados nas Tabelas 19, 20 e 21. Cada uma das tabelas apresenta os números das instâncias, o custo e o *gap* obtido por cada método, e o custo das melhores soluções que foram obtidas durante os testes realizados para definir valores dos parâmetros. O *gap* é o desvio percentual do custo obtido por cada método em relação ao custo da melhor solução conhecida (Best). As heurísticas propostas BT, BT-PR e BTC-PR apresentam melhores resultados que MA|PM em todas as instâncias, e uma melhora na qualidade das soluções com o aumento do número de clientes, como indicado pela média de *gaps* de 3,98%, 8,68% e 17,53% para 50, 100 e 200 clientes, respectivamente, associados com MA|PM. Para cada instância o custo obtido por um método é destacado em negrito se for igual ao custo da melhor solução conhecida. Note que BT-PR apresenta um grande número de melhores soluções e sempre proporciona soluções com custo melhor ou igual quando comparado com BT e BTC-PR.

Tabela 2.23 – Resultados para 50 clientes.

Instância	MA PM*		BT			BT-PR			BTC-PR			Best	
	Custo	Gap	Custo	Gap	Veículos	Custo	Gap	Veículos	Custo	Gap	Veículos	Custo	Veículos
1	378378,0	5,49	360876,6	0,61	4	358693,2	0,00	5	363928,0	1,46	5	358693,2	5
2	403913,0	3,96	390224,3	0,43	4	389701,5	0,30	4	392136,5	0,93	4	388540,0	5
3	409573,0	3,64	397125,9	0,49	3	395570,9	0,10	3	399896,1	1,19	3	395188,1	3
4	399220,0	4,59	387768,0	1,59	5	381711,5	0,00	5	381711,5	0,00	5	381711,5	5
5	422279,0	3,66	409139,9	0,44	4	408165,4	0,20	4	410713,1	0,82	4	407363,1	4
6	407122,0	4,72	395089,5	1,63	3	389530,8	0,20	3	392367,4	0,93	3	388758,1	3
7	414977,0	4,43	400479,8	0,78	5	397381,8	0,00	5	398180,0	0,20	5	397381,8	5
8	379744,0	4,99	364536,6	0,78	5	362059,5	0,10	5	366091,7	1,21	5	361701,2	5
9	407935,0	5,03	394511,8	1,57	3	388406,8	0,00	4	392263,7	0,99	4	388406,8	4
10	396258,0	4,63	384313,5	1,48	3	379833,5	0,30	4	382548,3	1,01	4	378708,6	4
11	402475,0	4,02	390723,5	0,98	5	387297,8	0,10	5	389380,2	0,64	5	386915,3	5
12	358702,0	4,73	346533,4	1,18	4	342487,4	0,00	4	342487,4	0,00	4	342487,4	4
13	371030,0	3,59	360587,1	0,67	3	358851,3	0,19	3	358851,3	0,19	3	358173,0	3
14	406114,0	4,04	392043,2	0,44	5	390679,6	0,09	5	390680,3	0,09	5	390327,6	5
15	373076,0	5,13	361047,9	1,74	3	354866,6	0,00	3	356380,2	0,43	3	354866,6	3
16	379404,0	3,37	369540,9	0,68	3	367779,7	0,20	4	368762,2	0,47	4	367048,8	4
17	406353,0	4,60	393883,8	1,39	3	388484,2	0,00	3	391978,9	0,90	3	388484,2	3
18	401179,0	4,10	387495,2	0,55	3	385757,8	0,10	3	389368,1	1,04	3	385378,3	3
19	406893,0	3,91	392117,4	0,14	3	391584,1	0,00	3	393235,3	0,42	3	391584,1	3
20	398508,0	4,99	381090,5	0,41	5	379550,7	0,00	5	379974,2	0,11	5	379550,7	5
21	397112,0	3,10	385360,2	0,05	5	385179,8	0,00	5	385179,8	0,00	5	385179,8	5
22	358749,0	4,17	346815,2	0,71	3	344371,8	0,00	3	346482,6	0,61	3	344371,8	3
23	407369,0	4,96	391127,6	0,77	4	388132,9	0,00	4	390896,0	0,71	4	388132,9	4
24	369784,0	4,48	357188,9	0,92	3	353924,1	0,00	4	353924,1	0,00	4	353924,1	4
25	411556,0	4,53	399489,9	1,47	4	394498,6	0,20	4	398159,1	1,13	4	393715,0	4
26	408704,0	4,59	396399,6	1,44	4	390778,1	0,00	5	394384,5	0,92	5	390778,1	5
27	366197,0	4,39	354288,4	1,00	4	351480,1	0,20	5	353370,1	0,74	5	350780,9	5
28	401032,0	3,25	388999,9	0,15	4	388414,5	0,00	5	388449,8	0,01	5	388414,5	5
29	384282,0	3,53	372611,9	0,38	4	371184,4	0,00	4	371184,4	0,00	4	371184,4	4
30	369959,0	3,74	357304,3	0,19	4	356637,9	0,00	5	359458,9	0,79	5	356637,9	5
Média	393262,6	4,28	380290,5	0,84	3,8	377433,2	0,08	4,1	379414,1	0,60	4,1	377146,3	4,2

* 2.8 GHz PC

Tabela 2.24 – Resultados para 100 clientes.

Instância	MA PM*		BT			BT-PR			BTC-PR			Best	
	Custo	Gap	Custo	Gap	Veículos	Custo	Gap	Veículos	Custo	Gap	Veículos	Custo	Veículos
1	714401,0	9,27	666404,6	1,92	8	655749,3	0,29	9	655745,6	0,29	9	653822,8	9
2	722047,0	9,74	669338,6	1,72	6	659302,0	0,20	7	665258,8	1,10	7	657990,5	7
3	677598,0	8,56	635543,0	1,82	8	624191,2	0,00	9	624191,2	0,00	9	624191,2	9
4	710552,0	9,53	656738,0	1,23	6	649372,5	0,10	7	659122,5	1,60	7	648736,6	7
5	733040,0	8,85	683022,9	1,42	7	673467,6	0,00	7	675480,8	0,30	7	673467,6	7
6	696146,0	7,91	654933,6	1,52	8	645131,2	0,00	8	655501,0	1,61	8	645131,2	8
7	705322,0	8,27	660004,4	1,31	7	652721,3	0,20	8	655991,3	0,70	8	651441,9	8
8	679210,0	9,00	631310,3	1,31	7	623138,0	0,00	7	623138,0	0,00	7	623138,0	7
9	699518,0	10,62	645215,6	2,03	7	632946,5	0,09	7	641810,9	1,49	7	632358,4	7
10	705778,0	10,30	648898,4	1,41	6	639899,5	0,00	7	639899,5	0,00	7	639899,5	7
11	709122,0	8,14	666449,7	1,63	6	656395,9	0,10	6	665584,6	1,50	6	655751,8	6
12	755726,0	8,17	711144,8	1,79	8	700435,1	0,25	8	706750,9	1,16	8	698667,4	8
13	695466,0	7,46	653734,6	1,01	7	648428,9	0,20	7	648428,9	0,20	7	647165,9	7
14	718260,0	10,96	657863,8	1,63	6	647326,6	0,00	6	647977,6	0,10	6	647326,6	6
15	736041,0	10,22	679899,6	1,81	8	669102,2	0,20	9	676374,6	1,29	8	667783,1	8
16	715209,0	11,94	652599,0	2,14	8	640821,7	0,30	9	649208,2	1,61	8	638931,1	9
17	737832,0	9,82	684897,3	1,94	6	671853,5	0,00	6	671853,5	0,00	6	671853,5	6
18	723413,0	10,57	663372,9	1,39	7	654870,3	0,09	7	654753,4	0,08	7	654256,1	7
19	720218,0	9,54	666046,3	1,30	8	657489,9	0,00	8	666711,4	1,40	8	657489,9	8
20	724727,0	9,19	673828,7	1,52	8	663747,0	0,00	8	674430,6	1,61	8	663747,0	8
21	724328,0	8,42	677538,6	1,41	6	669422,6	0,20	6	675385,0	1,09	6	668093,3	6
22	701506,0	7,97	660269,8	1,62	6	650387,2	0,10	6	650387,2	0,10	6	649748,8	6
23	710033,0	9,16	661668,6	1,72	8	650451,9	0,00	9	650451,9	0,00	9	650451,9	9
24	734327,0	8,53	692416,3	2,34	7	678595,5	0,29	8	681309,9	0,69	7	676607,8	8
25	725446,0	7,31	689710,8	2,03	6	676010,6	0,00	7	688153,4	1,80	7	676010,6	7
26	718939,0	9,14	666698,6	1,21	8	660047,9	0,20	9	669282,4	1,60	9	658743,4	9
27	715068,0	7,04	674764,6	1,01	7	668018,3	0,00	8	668674,6	0,10	8	668018,3	8
28	685117,0	11,56	629088,9	2,44	7	614102,5	0,00	7	614102,5	0,00	7	614102,5	7
29	722571,0	8,91	678789,9	2,31	8	663447,3	0,00	8	667252,6	0,57	8	663447,3	8
30	721850,0	7,19	685085,0	1,73	6	674771,6	0,20	7	682223,2	1,31	6	673432,0	6
Média	714627,0	9,11	665909,2	1,66	7,0	655721,5	0,10	7,5	660181,2	0,77	7,4	655060,2	7,4

* 2.8 GHz PC

Tabela 2.25 – Resultados para 200 clientes.

Instância	MA PM*		BT			BT-PR			BTC-PR			Best	
	Custo	Gap	Custo	Gap	Veículos	Custo	Gap	Veículos	Custo	Gap	Veículos	Custo	Veículos
1	996151,0	20,36	844798,3	2,08	10	827613,1	0,00	11	827613,1	0,00	11	827613,1	11
2	978373,0	18,46	853229,7	3,31	11	827518,6	0,20	12	835991,0	1,22	12	825876,9	12
3	986147,0	17,08	862534,8	2,41	11	842269,9	0,00	12	842269,9	0,00	12	842269,9	12
4	962937,0	15,85	844897,1	1,65	11	831215,1	0,00	11	831215,1	0,00	11	831215,1	11
5	970638,0	23,06	802374,1	1,73	12	789536,8	0,10	13	789628,0	0,11	12	788763,7	13
6	965646,0	24,66	808218,6	4,34	12	774603,9	0,00	13	785533,8	1,41	13	774603,9	13
7	980562,0	17,18	855656,9	2,25	11	837630,6	0,10	12	840185,6	0,40	12	836801,6	12
8	1014809,0	15,48	904008,0	2,87	12	878808,4	0,00	13	878808,4	0,00	13	878808,4	13
9	967738,0	20,43	839322,1	4,45	11	803547,0	0,00	12	805949,8	0,30	12	803547,0	12
10	1093230,0	17,46	948108,3	1,87	12	930743,4	0,00	13	942873,6	1,30	13	930743,4	13
11	1008080,0	17,22	875505,6	1,81	10	859957,3	0,00	11	859957,3	0,00	11	859957,3	11
12	998951,0	17,13	876218,9	2,74	12	852837,4	0,00	13	852837,4	0,00	13	852837,4	13
13	984918,0	18,36	856550,8	2,93	10	832147,2	0,00	10	839616,9	0,90	10	832147,2	10
14	964301,0	19,51	824608,4	2,19	10	807697,3	0,10	11	816969,9	1,25	11	806906,8	12
15	981167,0	17,13	854673,3	2,03	9	837646,3	0,00	10	837646,3	0,00	10	837646,3	10
16	1017777,0	15,38	905237,3	2,62	10	882963,7	0,10	11	889992,3	0,89	11	882098,0	13
17	1073640,0	14,32	953360,2	1,51	12	940023,3	0,09	13	943797,1	0,49	13	939161,0	14
18	1003670,0	15,85	885072,1	2,16	12	866318,6	0,00	13	866318,6	0,00	13	866318,6	13
19	997348,0	19,88	867222,1	4,24	11	831978,0	0,00	12	834507,1	0,30	12	831978,0	12
20	981788,0	16,64	872340,4	3,64	9	842545,3	0,10	10	851021,2	1,11	10	841712,7	11
21	974384,0	15,54	858059,8	1,75	12	844107,0	0,10	13	854260,0	1,30	13	843299,4	13
22	1065780,0	15,76	938473,1	1,93	10	920707,0	0,00	11	920707,0	0,00	11	920707,0	11
23	1070520,0	17,02	923871,5	0,99	11	915678,7	0,10	13	915678,9	0,10	12	914801,0	13
24	978491,0	18,20	848215,6	2,46	11	828672,5	0,10	12	836126,9	1,00	12	827853,3	13
25	1029327,0	17,68	906879,6	3,68	11	874650,1	0,00	13	879891,1	0,60	13	874650,1	13
26	961728,0	23,10	809400,1	3,60	11	781254,3	0,00	12	781254,3	0,00	12	781254,3	12
27	1028006,0	18,04	895898,5	2,87	12	870873,6	0,00	13	878752,4	0,90	13	870873,6	13
28	1011689,0	17,20	886019,1	2,64	11	865812,4	0,30	12	865830,6	0,30	12	863224,1	13
29	1015741,0	17,38	888110,7	2,63	10	865338,6	0,00	10	865338,6	0,00	10	865338,6	10
30	985496,0	16,96	879228,9	4,35	10	842563,9	0,00	11	844242,4	0,20	11	842563,9	11
Média	1001634,4	17,94	872269,8	2,66	10,9	850242,0	0,05	11,9	853827,2	0,46	11,8	849852,4	12,1

* 2.8 GHz PC

Tabela 2.26 – Tempo computacional (segundos).

Instância	50 clientes				100 clientes				200 clientes			
	MA PM*	BT	BT-PR	BTC-PR	MA PM*	BT	BT-PR	BTC-PR	MA PM*	BT	BT-PR	BTC-PR
1	170,4	58,8	271,6	140,7	1147,4	163,4	831,1	451,6	3633,8	740,1	3852,9	1915,9
2	149,0	64,5	292,7	158,1	1192,8	159,5	859,7	447,6	3755,5	739,0	3711,6	1855,6
3	135,7	45,5	224,7	116,9	925,9	181,9	882,0	471,6	3629,6	784,8	3912,3	2006,1
4	159,7	56,4	258,3	135,2	1097,3	164,9	847,8	439,1	3851,8	784,4	3881,9	1990,6
5	193,3	62,8	301,0	158,4	1125,0	175,5	872,3	474,0	4185,5	745,2	3702,7	1898,7
6	174,7	46,3	216,7	114,6	1107,0	164,9	809,9	437,7	3794,8	770,8	3834,5	1936,5
7	174,0	41,0	197,7	103,5	1081,8	167,0	835,5	454,0	4732,9	713,0	3704,3	1889,8
8	170,8	58,7	276,1	149,2	1043,1	165,6	828,7	445,5	3929,4	783,1	4035,4	2047,3
9	158,1	48,1	227,1	120,8	1136,1	153,3	781,2	411,1	3424,8	792,9	3779,5	1938,1
10	179,4	70,8	316,4	168,9	976,9	166,3	815,1	440,3	4600,8	798,0	4000,2	1999,9
11	178,3	46,8	216,5	117,0	1154,7	186,0	901,0	489,6	5440,0	718,2	3738,9	1867,9
12	151,0	50,7	229,4	122,0	1163,3	170,6	853,1	444,3	3933,4	786,0	4005,3	1992,6
13	193,3	49,1	218,4	116,8	1036,6	164,7	805,1	425,9	4662,0	764,9	3795,0	1878,6
14	160,8	70,8	308,0	163,8	1153,7	152,5	801,1	421,6	3596,1	764,1	3663,5	1888,2
15	173,4	90,2	401,4	206,9	1252,7	173,0	898,5	475,3	4023,7	773,6	3936,4	1968,1
16	186,2	55,4	251,0	132,8	1210,9	174,3	910,4	479,1	4245,7	728,2	3601,5	1837,0
17	177,5	62,5	290,0	154,2	964,5	171,5	811,1	440,7	4355,4	781,6	3752,8	1944,2
18	163,5	64,6	293,6	152,9	1021,0	160,8	907,3	451,4	3875,2	735,0	3691,1	1883,1
19	186,9	61,0	286,5	149,2	1164,4	155,0	831,8	428,7	4157,7	747,6	3790,3	1933,7
20	182,7	58,5	263,0	139,1	1167,4	156,8	819,2	433,4	4048,1	713,6	3623,5	1848,6
21	188,4	63,2	309,3	159,4	1173,5	158,0	775,4	416,7	4205,0	750,0	3857,5	1928,6
22	146,1	60,9	310,1	159,8	1179,8	159,1	825,2	436,6	4465,9	742,6	3738,1	1878,2
23	188,5	73,6	303,0	159,3	1196,9	164,7	869,6	450,5	3147,2	737,5	3707,3	1871,6
24	180,1	61,0	312,6	162,8	1250,7	173,6	885,8	461,3	3308,8	800,1	4061,6	2030,3
25	192,4	65,1	313,2	162,1	848,4	174,9	881,9	466,6	4349,0	796,1	3867,6	1953,1
26	159,9	66,8	298,0	154,4	1094,4	177,5	894,8	466,0	3785,8	769,5	3883,4	1970,8
27	173,1	65,0	310,5	166,0	1033,7	179,8	881,8	479,1	4086,9	795,3	3987,3	2003,5
28	171,0	54,2	247,8	131,1	1092,3	163,3	806,6	431,3	4456,1	775,5	3907,7	2014,1
29	198,4	52,1	243,5	125,5	1069,8	175,2	865,7	470,4	5168,0	758,7	3722,5	1879,9
30	163,5	68,9	312,9	163,8	1180,3	162,6	829,6	438,9	4105,8	778,1	3813,8	1942,6
Média	172,7	59,77	276,7	145,5	1108,1	167,2	847,3	449,3	4098,5	762,2	3818,7	1933,1

* 2.8 GHz PC

Tabela 2.27 – Tempo computacional para as melhores soluções(segundos).

Instância	50 clientes			100 clientes			200 clientes		
	BT	BT-PR	BTC-PR	BT	BT-PR	BTC-PR	BT	BT-PR	BTC-PR
1	52,9	241,7	120,7	134,0	689,7	401,8	577,2	3312,9	1532,5
2	59,3	257,5	145,3	132,4	722,0	373,9	642,4	2893,9	1521,2
3	35,9	199,9	101,7	154,6	740,8	408,1	651,2	3129,0	1604,1
4	51,9	232,4	114,9	143,5	737,3	368,7	619,5	3143,1	1570,9
5	56,5	267,8	141,0	143,9	758,8	388,5	596,1	2887,7	1471,9
6	43,1	195,0	100,8	138,5	720,6	385,1	623,5	3296,4	1509,8
7	37,7	175,9	89,0	146,9	718,4	372,2	591,6	2958,2	1587,2
8	52,8	254,0	126,8	142,4	737,4	369,7	610,7	3428,4	1617,1
9	42,8	206,3	102,7	133,4	640,5	361,7	650,1	3174,3	1666,3
10	65,1	278,3	145,2	144,7	692,8	383,0	662,2	3159,7	1657,7
11	43,1	199,1	100,6	161,8	801,8	421,0	617,3	3102,8	1494,1
12	45,1	210,9	108,6	143,3	716,5	364,2	667,9	3323,4	1553,9
13	45,2	196,5	107,4	141,5	724,2	353,3	642,4	3185,9	1465,1
14	65,8	271,3	139,1	125,0	720,9	366,7	626,3	3036,2	1623,6
15	83,9	353,2	184,1	145,3	763,5	394,5	665,1	3265,9	1574,2
16	51,0	223,4	116,8	155,1	828,4	421,5	618,9	2952,7	1561,0
17	55,6	260,9	140,3	145,8	665,0	366,2	624,9	3263,7	1690,5
18	58,1	258,3	129,9	133,5	752,9	370,1	587,9	3173,7	1638,1
19	56,2	260,7	129,6	136,4	681,9	360,5	620,4	3069,7	1661,5
20	53,8	236,9	123,8	139,5	695,9	355,3	585,0	3152,0	1515,4
21	56,9	278,3	145,0	129,5	658,9	375,0	626,4	3085,4	1561,6
22	54,2	285,1	147,0	133,6	684,4	351,6	586,5	2915,1	1464,5
23	64,4	275,5	143,3	138,5	712,8	369,3	612,0	3002,3	1534,5
24	55,0	287,5	146,5	157,2	805,8	401,3	680,0	3323,9	1664,6
25	60,5	275,6	139,4	150,4	776,0	382,2	676,6	3093,6	1699,0
26	59,4	271,1	141,9	150,9	733,1	419,3	623,1	3261,3	1595,7
27	59,1	282,5	146,0	154,6	722,7	426,2	548,8	3388,7	1742,8
28	49,3	221,8	118,0	135,5	709,7	357,9	628,0	3321,1	1650,6
29	46,4	216,6	112,9	145,4	718,4	409,1	614,4	2977,4	1522,1
30	61,9	281,5	144,1	146,3	703,1	390,1	645,7	2973,8	1669,9
Média	54,09	248,5	128,4	142,77	724,5	382,3	624,1	3141,7	1587,4

Capítulo 3

PROBLEMAS ESTOCÁSTICOS DE ESTOQUE E ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

3.1 Introdução

Problemas de estoque e roteamento (PER) (*inventory routing problem*) incorporam considerações de estoque e roteamento em um modelo de forma a incluir características de distribuição de produtos de um único fornecedor para um conjunto de clientes em um horizonte de planejamento. Considerações típicas de roteamento incluem restrições de comprimento ou duração da rota, capacidade do veículo e janelas de tempo. Considerações de estoque incluem capacidade de armazenamento, taxas de consumo e níveis de serviço nos clientes. Em geral, tais problemas envolvem as decisões de quando servir o cliente, quanto entregar de cada produto, e determinar as rotas de entrega para minimizar os custos de distribuição e custos de estoque no fornecedor e nos clientes. A

maioria das aplicações relatadas na literatura está no contexto de distribuição de gases industriais e cadeias de suprimento com sistema de estoque gerenciado pelo vendedor ou fornecedor (*vendor-managed inventory*). Neste sistema, o fornecedor decide quais são os níveis de estoque dos produtos e a política de estoque para manter estes níveis no fornecedor e nos clientes (Simchi-Levi et al., 2004). Existe uma controvérsia na literatura com relação a este sistema de estoque e até com relação ao uso do nome problema de estoque e roteamento. Sarmiento e Naji (1999) consideram que neste problema o custo de estoque só é considerado no fornecedor. No entanto, diversos autores usam este nome genérico e especificam nos trabalhos se o custo de estoque nos clientes é levado em consideração ou não.

No trabalho pioneiro de Bell et al. (1983), os autores reportam economias entre 6% a 10% dos custos de operação na Air Products and Chemicals, Inc, um fornecedor mundial de gases industriais, produtos químicos e equipamentos, enquanto Campbell et al. (2002) relatam uma solução melhor em termos de número de rotas, número de veículos, número de paradas, porcentagem de utilização dos veículos, volume total entregue e distância total percorrida para PRAXAIR, uma grande empresa de gases industriais na América do Norte. Buzzell and Ortmeyer (1995) relatam projetos bem sucedidos em lojas de departamento, tais como, Dillards, JCPenney e Wal-Mart, que apresentaram acréscimos de 20% a 25% de melhoria em giro (turnover) de estoque. Gaur e Fisher (2004) descrevem um PER periódico em Albert Heijin, a maior cadeia de supermercados da Holanda, que difere das aplicações anteriores, pois envolve vários centros de distribuição, em lugar de fornecedores, e possuem a frota de distribuição. Um sistema foi desenvolvido e implementado para resolver o problema que resultou em economia de 4% nos custos de distribuição no primeiro ano de implementação e espera-se uma economia adicional de 12% to 20% à medida que a empresa expanda o uso do sistema. Aplicações na indústria de roupas e de automóveis também são citadas por Campbell e Savelsbergh (2004)

Problemas de estoque e roteamento de veículos com demanda estocástica (PERV) conhecidos na língua inglesa como *stochastic inventory routing problems* incorporam incerteza sobre a quantidade de produtos consumidos por cada cliente em cada período do horizonte de planejamento. Esse problema combina dois problemas

clássicos em pesquisa operacional: roteamento de veículos e controle de estoque estocástico.

Incorporar incertezas em modelos de otimização matemática para tomar decisões está se tornando cada dia mais comum por várias razões. Birge (1997) destaca que em muitas aplicações reais as soluções estocásticas são superiores as determinísticas. Além disso, o desenvolvimento de novas teorias matemáticas e algoritmos, agregados com o avanço computacional, tem tornado possível a solução desses modelos.

Em particular, temos um processo de decisão seqüencial com horizonte finito $T = \{1, \dots, T\}$, em que a seqüência de resultados das variáveis aleatórias são avaliados em diferentes períodos. Birge e Louveaux (1997) e Kall e Mayer (2005) formalizam os problemas de decisão, como problemas de programação estocástica multi-estágio. Esses problemas determinam antecipadamente as decisões que devem ser tomadas antes do conhecimento dos valores das variáveis aleatórias, tal que o custo total esperado ou rendimentos sejam otimizados. Neste capítulo, abordamos o problema integrado de roteamento de veículos e controle de estoque estocástico ao longo de períodos de um horizonte finito. O problema é dado por um processo estocástico com tempo discreto definido por uma probabilidade. Um fornecedor dispõe de estoque de um único produto que deve ser distribuído por meio de uma frota homogênea de veículos para atender a demanda dos clientes. A demanda não é conhecida a priori, mas é representada por uma distribuição discreta de probabilidades geral. Em cada período, o fornecedor deve decidir quanto enviar aos clientes e definir as rotas de atendimento dos clientes. O objetivo é maximizar um rendimento pela quantidade entregue do produto e minimizar os custos de demanda não atendida, estoque e transporte.

Em problemas reais, cada problema isolado (controle de estoque estocástico e roteamento de veículos) é intratável por algoritmos ótimos existentes, e por este motivo, recorre-se a métodos heurísticos de resolução capazes de gerar soluções de boa qualidade em tempo computacional aceitável.

3.2 Revisão bibliográfica

A literatura sobre PER é vasta e existem diversas classificações propostas. Para este trabalho seguimos a classificação de modelos de um dia ou de múltiplos dias.

Ferdergruen e Zipkin (1984) estudam o PERV para um único dia incorporando custo de estoque não linear em um modelo de roteamento de veículos com um único fornecedor, demandas estocásticas, k veículos e múltiplas entregas. Para resolver esse problema, é apresentado um modelo de programação inteira, que é resolvido pelo método de decomposição de Benders (1962). O subproblema de Benders consiste de um problema que determina a quantidade de produtos entregue em cada cliente respeitando a disponibilidade do fornecedor e a capacidade do veículo de forma a minimizar o custo de estoque, e um problema de caixeiro viajante para cada veículo, gerando custos de estoque e distribuição. A solução do problema é comparada com a de um problema de roteamento puro, e os resultados mostram que podem ser atingidos de 6% a 7% de economia nos custos operacionais.

Golden *et al.* (1984) tratam do PERV para uma grande companhia que distribui propano líquido para clientes residenciais e industriais. Desenvolvem uma heurística que utiliza um modelo de simulação que trata do problema com demanda estocástica. O objetivo da heurística é minimizar os custos de estoque e distribuição em um único dia e evitar falta de estoque nos clientes. O primeiro passo da heurística determina as prioridades de reabastecimento para cada cliente, calculadas a partir dos níveis de estoques. Considera-se que todos os clientes com prioridade inferior a um determinado valor são excluídos. Inicialmente, é determinado um limitante para o tempo total da rota, que é calculado pelo número de veículos multiplicado pela duração de um dia. Iterativamente, um problema de caixeiro viajante é construído adicionando os clientes de maior prioridade até que o limitante de tempo não seja excedido. É adotada uma política de reposição de estoque em que, a cada visita, a quantidade de produtos entregue ao cliente deve ser tal que o limite máximo de armazenamento seja atingido. Quando isso não é possível, a heurística é executada novamente com um valor menor para o limite de tempo da rota.

Para os problemas que envolvem múltiplos dias, Burns *et al.* (1985) tratam do PERV em que uma frota ilimitada de veículos distribui um único produto a um conjunto de clientes ao longo de um horizonte de planejamento finito. Os autores desenvolvem um

método analítico, derivando fórmulas para os custos de estoque e distribuição. São analisadas e comparadas duas estratégias de distribuição, entregas diretas no caso em que os veículos visitam apenas um único cliente por rota ou entregas parciais, quando os veículos visitam mais de um cliente por rota.

Dror e Levi (1986) consideram um problema com horizonte de planejamento anual, sendo reduzido para um horizonte semanal, em que a solução do problema anual é uma seqüência de soluções semanais consecutivas. É utilizado um modelo de programação inteira semelhante ao utilizado por Dror *et al.* (1985) e três procedimentos de melhoria para o problema são apresentados. O objetivo dos procedimentos é minimizar o custo anual de distribuição de maneira que não ocorra falta de estoque nos clientes. A partir de uma solução inicial para o problema de roteamento de veículos, são aplicados os procedimentos propostos, sendo capazes de operar e examinar todas as rotas simultaneamente, trocando os clientes de uma única rota ou entre várias rotas, melhorando a solução inicial construída pelo algoritmo de Clarke e Wright (1964) em 50%.

Dror e Ball (1987) da mesma maneira que Dror e Levi (1986), apresentam um procedimento que reduz o problema anual em uma série de subproblemas semanais, que são resolvidos através de algoritmos para o problema de roteamento de veículos. É desenvolvida uma política ótima de reabastecimento, com o objetivo de minimizar o custo anual de transporte, tanto para o caso de demanda determinística quanto estocástica. Para a entrega dos produtos aos clientes, é utilizada uma frota de veículos limitada.

Chien *et al.* (1989) consideram um PERV composto de um único fornecedor com estoque de produtos limitado e uma frota de veículos, para atender um conjunto de clientes. Baseado nas idéias de Federgruen e Zipkin (1984) e Golden *et al.* (1984), propuseram um algoritmo que utiliza um modelo de programação inteira mista para resolver otimamente o problema em um único dia. As informações de cada dia são passadas para o próximo dia, fazendo com que o sistema simule um modelo de planejamento com múltiplos dias. O algoritmo é iniciado alocando otimamente os produtos nos clientes e agrupando-os em rotas eficientes. Quando uma solução é encontrada para o dia, os resultados são utilizados para modificar a solução do próximo dia.

Trudeau e Dror (1992) apresentam uma análise detalhada do PERV incorporando incertezas nas demandas dos clientes e a possibilidade de falhas nas rotas quando a demanda atual da rota excede a capacidade do veículo. É proposta uma

heurística e são testadas algumas estratégias para a resolução do problema. As soluções produzidas são comparadas a um conjunto de dados reais por um período de 12 semanas consecutivas.

Anily e Federgruen (1993) estendem o problema estudado pelos mesmos autores em 1990/91, considerando agora que os estoques podem ser mantidos pelos clientes e pelo fornecedor com demanda estocástica.

Berman e Larson (2001) baseados nas idéias de Golden *et al.* (1984) apresentam uma forma alternativa de avaliação dos custos de decisão, associadas a uma rota. Para isso são apresentadas duas metodologias que estimam o custo de implementar as rotas nos períodos.

Jaillet *et al.* (2002) apresentam um método que através de horizonte rolante é capaz de gerar soluções próximas as ótimas para o PERV. É considerado um problema em que um único fornecedor atende um conjunto de clientes com demanda estocástica em um horizonte de planejamento de um ano. O método apresenta soluções para o problema dividindo o horizonte de planejamento em várias partes com duas semanas e resolvendo as partes e maneira independente.

Kleywegt *et al.* (2002) consideram um problema em que uma frota de veículos capacitados atende vários clientes com demanda estocástica ao longo de um horizonte de planejamento infinito. O PERV é formulado como um modelo markoviano de decisão, e uma heurística é proposta para tratar um caso especial do problema em que apenas um cliente pode ser visitado por viagem (entregas diretas). Kleywegt *et al.* (2004) estendem a formulação do problema anterior considerando que uma viagem pode ter vários clientes e propõem um método de aproximação para encontrar boas soluções com razoável esforço computacional, no entanto, somente problemas muito pequenos são resolvidos.

Para tratar do PERV que envolve um único fornecedor capaz de distribuir através uma frota de veículos homogênea diversos produtos a um conjunto de clientes com demanda estocástica em um horizonte de planejamento finito, Adelman (2004) apresenta um método de solução que envolve duas formulações que trabalham sequencialmente. O primeiro modelo é formulado como um processo de decisão Markoviano e resolvido otimamente. Os valores ótimos duais são utilizados para gerar aproximações de outros dois modelos lineares que apresentam os custos futuros das ações atuais. Os modelos apresentados consideram estoques dinâmicos e custos na

distribuição dos produtos. Experimentos computacionais realizados em 24 instâncias demonstram que o método apresenta resultados próximos a 7% do valor ótimo.

Campbell e Savelsbergh (2004) tratam do PERV em que um único fornecedor envia um único produto para um conjunto de clientes através de uma frota homogênea de veículos. Neste problema, as demandas dos clientes não são conhecidas a priori e os clientes determinam um horário inicial e final, janela de tempo, que as entregas devem ser realizadas pelos veículos durante os períodos do horizonte de planejamento. De forma análoga a Jaillet *et al.* (2002) é apresentado um algoritmo que utiliza um processo de solução em duas fases, a primeira de planejamento e a segunda de programação. Na primeira fase, um modelo de programação inteira é resolvido para determinar a demanda máxima dos t períodos indicando quais clientes serão atendidos nos períodos e sugerindo a quantidade de produtos a serem entregues. Na segunda fase, para determinar as seqüências de atendimentos dos clientes por cada veículo são utilizadas heurísticas para o problema de roteamento de veículos com janela de tempo. As soluções produzidas são comparadas às soluções utilizadas pela PRAXAIR na distribuição de gases.

Mais recentemente, Hvattum *et al.* (2007) consideram um PERV com um único fornecedor que distribui um único produto para um conjunto de clientes através de uma frota de veículos homogênea durante um horizonte de planejamento infinito. Neste problema, as demandas dos clientes não são conhecidas a priori e as demandas não satisfeitas são tratadas como demandas perdidas não sendo permitidas entregas em atraso. O problema é tratado através de uma árvore de cenários e os autores apresentam diferentes métodos de solução que utilizam o software de otimização CPLEX. Além desses métodos, são apresentados outros dois algoritmos de GRASP (*greedy randomized adaptive search procedure*). As diferenças entre os métodos de solução estão nas restrições que são relaxadas no modelo matemático e como resolvê-lo utilizando o software CPLEX. As versões do algoritmo de GRASP diferem na forma de determinar as quantidades de produtos dos clientes em cada período. Os métodos são comparados e os resultados computacionais demonstram que as duas versões do algoritmo GRASP são mais eficientes que os outros métodos de solução propostos.

Hvattum e Løkketangen (2008) tratam do mesmo problema apresentado anteriormente através de uma adaptação do algoritmo *Progressive Hedging Algorithm*

(PHA), proposto por Rockafellar e Wets (1991). O PHA é um método geral para resolver problemas de programação estocástica multi-estágio e converge para o ótimo global no caso convexo. O algoritmo proposto trata do PERV iterativamente em duas fases. Na primeira fase, cada cenário que compõe a árvore de cenários é resolvido separadamente e as melhores soluções para cada cenário são apresentadas. Nesta fase, ao resolver cada cenário de maneira independente, soluções distintas podem ser encontradas para um mesmo nó de um mesmo estágio. Na segunda fase, são verificadas se as decisões tomadas em cada nó nos diferentes cenários são iguais, por exemplo, se um cliente recebe a mesma quantidade de produtos no primeiro estágio de todos os cenários. Quando isso acontece, essas decisões são fixadas e os cenários são novamente resolvidos. O algoritmo é encerrado quando as decisões são iguais em todos os cenários. Embora a árvore de cenários formulada para o problema apresente um alto grau de não convexidade, e o algoritmo não apresente garantia de convergência para problemas não convexos, os autores apresentam bons resultados para as instâncias testadas.

3.3 Descrição do problema.

Uma forma de resolver aproximadamente um problema de programação estocástica multi-estágio é utilizar um procedimento de amostragem para gerar um certo número de cenários. O valor esperado ótimo da função objetivo do problema aproximado é um limitante inferior do valor esperado ótimo do problema original, e o limitante cresce monotonicamente com o número de cenários (Mak *et al.* 1999). Høyland e Wallace (2001) apresentam um método baseado em programação não linear que pode ser usado para gerar um número máximo de cenários discretos que satisfazem propriedades estatísticas. Løkketangen e Woodruff (1996) representam cenários por uma árvore que consiste em um conjunto de possíveis futuras realizações das variáveis aleatórias, como por exemplo, as demandas dos clientes. Para descrever uma árvore de cenários, defina Tc como o conjunto de todos os nós da árvore, $P(s)$ o predecessor imediato do nó s , Q_s o conjunto de nós sucessores imediatos do nó s , Tr o nó raiz e Tl o conjunto de nós folhas da árvore. Por exemplo, na Figura 3.1 o nó s_1 é o predecessor imediato do nó s_3 , os nós s_7 e s_8 são os sucessores do nó s_3 , o nó raiz é representado pelo nó s_0 e os nós folhas são

representados pelos nós $s_7, s_8, s_9, s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13}$ e s_{14} , ou seja, $P(s_3) = s_1$, $Q_3 = \{s_7, s_8\}$, $Tr = s_0$ e $Tl = \{s_7, s_8, s_9, s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}$.

Devido às incertezas das demandas dos clientes, para cada nó $s \in Tc \setminus Tr$ da árvore de cenários é atribuído um peso $pr(s)$ que pode ser interpretado como a probabilidade de atingir o nó. Essa probabilidade é calculada como $pr(s) = \sum_{s' \in Q} pr(s')$ para todo nó $s \in Tc \setminus Tl$, e $\sum_{s \in Tl} pr(s) = 1$. Associado ao processo de decisão Markoviano existe um fator de desconto α que é atribuído a cada nó da árvore de cenários como δ_s , com $\delta_s = 1$ para todo nó $s \in Tr$, e $\delta_s = \alpha \delta(P(s))$ para todo nó $s \in Tc \setminus Tr$.

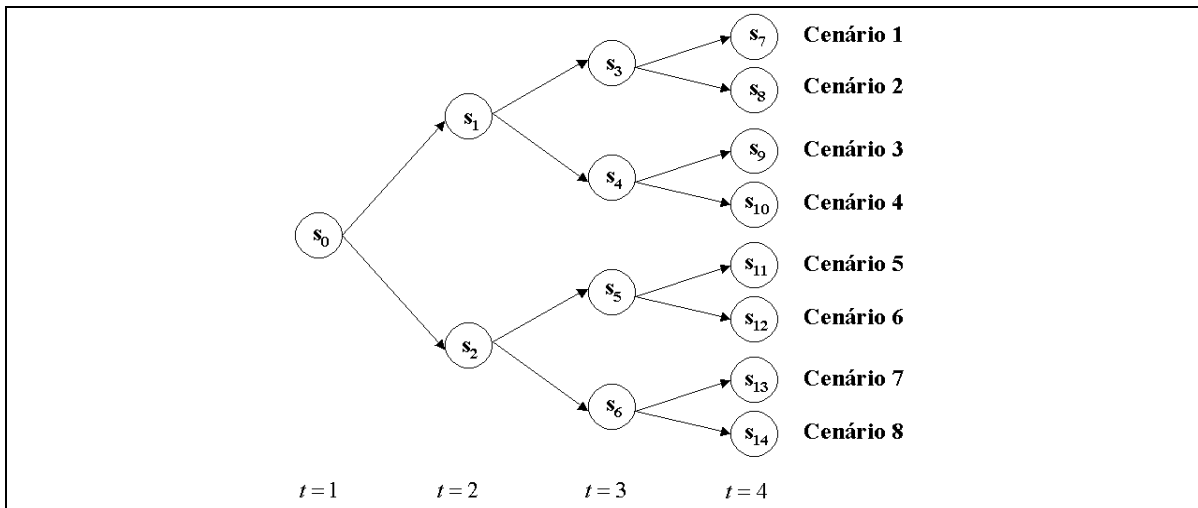


Figura 3.1 – Árvore de cenários com 14 nós e 4 estágios.

Para cada nó s da árvore de cenários, em cada período t , denotado estágio, são observados os níveis de estoques dos clientes e definidas as quantidades e rotas de entrega dos produtos aos clientes. Em cada nó s , antes do envio dos produtos aos clientes, são observados os níveis atuais de estoques, calculados os custos de distribuição e estoque, e enviados os produtos aos clientes. Após a realização das entregas dos produtos no estágio t as demandas dos clientes em cada nó do estágio $t+1$ são conhecidas, e a recompensa e a penalidade por atender ou não as demandas são calculadas. Note que as demandas dos clientes nos nós do estágio t somente são conhecidas no estágio $t+1$.

Neste problema, as decisões tomadas em cada nó s de cada estágio t têm impacto direto em todos os outros estágios originados deste nó. Por exemplo, na Figura 3.1, as decisões tomadas (quantidade de produtos entregue) no nó s_1 influenciarão as decisões dos nós s_3 e s_4 . Desta forma, as quantidades enviadas em cada nó da árvore dependem das quantidades enviadas nos nós anteriores. Em relação à árvore de cenários apresentada na Figura 3.1, isto significa que as decisões são tomadas em todos os nós com exceção dos nós folhas, $s_7, \dots, s_{14}$, e as demandas são observadas em todos os nós com exceção do nó raiz s_0 .

Para formalizar este problema como um problema de decisão Markoviano, considere uma rede logística em que um único fornecedor $k = 0$, armazena um produto, que é transportado através de uma frota homogênea de veículos $v \in \{1, \dots, V\}$ de capacidade C , para um conjunto de clientes $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ ao longo do horizonte de planejamento $t \in \{1, 2, \dots, T\}$. O fornecedor e os clientes são distribuídos geograficamente e a demanda $d_{k,s}$ do produto de cada cliente k em cada nó s , é conhecida por meio de uma distribuição discreta de probabilidades geral. Seja h_k o custo unitário de estoque de produtos e c_{kl} o custo de transporte no arco (k, l) . Para cada cliente k é definido um nível mínimo L_k e máximo U_k de estoque. O fornecedor pode medir o nível de estoque $I_{k,s}$ do cliente k no nó s . Devido às incertezas das demandas existe a probabilidade dos clientes necessitarem de produtos além do estoque, desta forma, a escassez de produtos nos clientes não pode ser prevenida. A falta de um produto ao cliente k no nó s é desencorajada por uma penalidade $E_{k,s}$. As demandas não satisfeitas são tratadas como demandas perdidas e não são permitidas entregas em atraso. Em cada nó, os veículos podem deixar o depósito (fornecedor) uma única vez e atender no máximo Nc clientes. Cada cliente pode receber a visita de no máximo Nvs veículos por nó. Desta forma, o problema consiste em determinar para cada cliente $i \in N$, um conjunto D_i de estágios em que o cliente k é visitado, e para cada estágio t um conjunto de rotas que percorrem os clientes a serem visitados em todos os nós, de forma a minimizar os custos de estoque nos clientes, as faltas de produtos e o custo de transporte e maximizar as recompensas ao longo do horizonte T .

As variáveis do problema são:

$I_{k,s}$ = estoque do cliente k no nó s ;

$w_{k,s}$ = demanda não atendida do cliente k no nó s ;

$x_{kl,s}^v$ = quantidade do produto transportada no arco (k,l) no nó s pelo veículo v ;

$q_{k,s}^v$ = quantidade entregue ao cliente k pelo veículo v no nó s ;

$z_{kl,s}^v = \begin{cases} 1 & \text{se o veículo } v \text{ percorre o arco } (k,l) \text{ no nó } s \\ 0 & \text{caso contrário;} \end{cases}$

A formulação matemática que representa o problema é baseada no modelo apresentado no capítulo 1.

$$\begin{aligned}
 \text{Max} \quad & \sum_{s \in Tc \setminus Tl} \sum_{k \in N} pr_s \delta_s R_k \sum_{v \in V} q_{k,s}^v \\
 & - \sum_{s \in Tc \setminus Tr} \sum_{k \in N} pr_s \delta_{P(s)} h_k I_{k,s} \\
 & - \sum_{s \in Tc \setminus Tl} \sum_{k \in M} \sum_{l \in M} \sum_{v \in V} pr_s \delta_s c_{kl,s} z_{kl,s}^v \quad l \neq k \\
 & - \sum_{s \in Tc \setminus Tr} \sum_{k \in N} pr_s \delta_{P(s)} E_{k,s} (w_{k,s})
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\text{S.a} \quad \sum_{v=1}^V q_{kt,P(s)}^v + w_{k,s} - d_{kt,s} + I_{k,P(s)} = I_{k,s} \quad s \in Tc \setminus Tl; \quad k=1,\dots,N; \tag{3.2}$$

$$\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^N x_{ik,s}^v - \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^N x_{km,s}^v = q_{k,s}^v \quad s \in Tc; \quad v=1,\dots,V; \quad k=1,\dots,N; \tag{3.3}$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{v=1}^V x_{i0,s}^v - \sum_{m=1}^N \sum_{v=1}^V x_{0m,s}^v = - \sum_{k=1}^N \sum_{v=1}^V q_{k,s}^v \quad s \in Tc; \tag{3.4}$$

$$x_{kl,s}^v \leq C z_{kl,s}^v \quad s = Tc \setminus Tl; \quad v=1,\dots,V; \quad k,l=0,\dots,N; \quad k \neq l; \tag{3.5}$$

$$\sum_{l=1}^N z_{0k,s}^v \leq 1 \quad s \in Tc \setminus Tl; \quad v=1,\dots,V; \tag{3.6}$$

$$\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^N z_{ik,s}^v - \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^N z_{km,s}^v = 0 \quad s \in Tc \setminus Tl; \quad v=1,\dots,V; \quad k=1,\dots,N; \tag{3.7}$$

$$\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq l}}^N \sum_{\substack{v=1 \\ v \neq l}}^V z_{kl,s}^v \leq N_{vs} \quad s \in Tc \setminus Tl; \quad l=1, \dots, N; \quad (3.8)$$

$$\sum_{k=0}^N \sum_{\substack{l=1 \\ k \neq l}}^N z_{kl,s}^v \leq Nc \quad s \in Tc \setminus Tl; \quad v=1, \dots, V; \quad (3.9)$$

$$L_k \leq I_{k,s} \leq U_k, \quad q_{k,s}^v \geq 0, \quad x_{kl,s}^v \geq 0, \quad z_{kl,s}^v \in \{0,1\}, \quad \forall k, l, s \quad (3.10)$$

A função objetivo (3.1) consiste de quatro partes que representam a recompensa pela entrega, os custos de estoques, os custos de transporte e a penalidade por não atender uma demanda. Note que a recompensa pela entrega e os custos de transporte podem ser calculados diretamente das decisões tomadas em cada nó. Por outro lado, os custos de estoque e a penalidade por não atender uma demanda são calculadas somente após o conhecimento da demanda atual. As restrições (3.2) representam o balanço as quantidades de produtos recebidos, estoque e demandas dos clientes. De forma análoga as restrições (1.6) e (1.7), as restrições (3.3) e (3.4) representam a conservação de fluxo de produtos nos clientes e no fornecedor e asseguram que não ocorram subciclos na distribuição dos produtos. As restrições (3.5) garantem que a quantidade de produtos transportados pelos veículos durante os períodos de planejamento não ultrapasse a capacidade de transporte. As restrições (3.6) impõem que em cada período o veículo deve percorrer no máximo uma rota. As restrições (3.7) asseguram que cada veículo retorna ao fornecedor ao final da rota. As restrições (3.8) e (3.9) asseguram que cada cliente pode receber a visita de no máximo N_{vs} veículos por nó e os veículos podem atender no máximo Nc clientes. As restrições (3.10) indicam os tipos de variáveis e que o nível de estoque tem um limite mínimo e máximo.

A Figura 3.2 apresenta um exemplo de solução de um problema que consiste de 3 estágios, um produto, 4 clientes com capacidade de armazenamento de dez unidades e um único veículo com capacidade de vinte unidades. No primeiro estágio, nó raiz, os níveis de estoque dos clientes são apresentados como (0,10,0,0) indicando que o segundo cliente possui a quantidade máxima de estoque e os outros três têm estoque zero. A decisão tomada no nó raiz indica que são entregues dez unidades do produto para os clientes três e quatro. Para o segundo estágio existem somente duas

possibilidades cada uma com demanda (5, 5,10,10) ou (5, 10, 10, 5). Devido às decisões tomadas no estágio anterior, as duas possibilidades levam à falta de produtos no primeiro cliente, mas apresentam diferentes níveis de estoque nos clientes dois e quatro. Neste estágio, a árvore de cenários indica duas diferentes decisões dependendo do resultado das decisões do nó anterior, entregar dez unidades para os clientes 3 e 4 ou para os clientes 1 e 2.

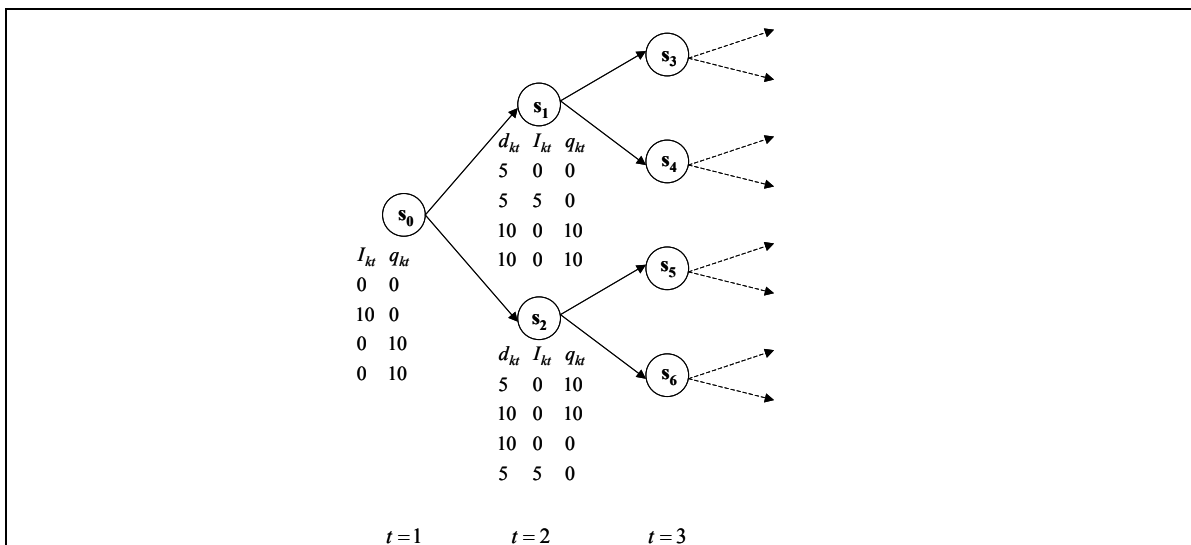


Figura 3.2 – Exemplo de árvore de cenários com demandas, estoque e decisões tomadas.

Capítulo 4

HEURÍSTICA BASEADA EM ÁRVORE DE CENÁRIOS

4.1 Introdução

Neste capítulo, é proposta uma heurística baseada em árvore de cenários (HAC) com horizonte rolante para o problema de estoque e roteamento de veículos com demandas estocásticas – PERV. A heurística divide a árvore de cenários em pequenas partes que são resolvidas através de um software comercial de otimização CPLEX (ILog, versão 10.0), que é uma ferramenta para solução de problemas de programação inteira. A heurística procura minimizar a soma dos custos de transporte, estoque dos clientes, penalidade por demanda não atendida e maximizar a recompensa. Para isso, a heurística deve decidir como, quando e quanto entregar de produtos aos clientes, a partir das probabilidades das demandas.

4.2 Descrição da heurística HAC

A heurística HAC trata do PERV em duas fases. Na primeira fase, o ambiente do CPLEX é inicializado e a árvore de cenários é construída. Na segunda fase, o problema é decomposto em subproblemas que são resolvidos otimamente.

A árvore de cenários é totalmente construída através de um procedimento que realiza a leitura dos dados da instância e armazena-os dinamicamente em conjunto de variáveis utilizadas pelo CPLEX.

Devido ao grande número de variáveis envolvidas no problema, a segunda fase da heurística decompõe o problema em pequenos subproblemas capazes de serem resolvidos otimamente. Nesta fase, a árvore de cenários é dividida em três partes: a primeira parte, denotada janela, contém todos os estágios do problema que são resolvidos otimamente; a segunda e terceira parte contém os estágios que precedem e sucedem os estágios da janela. A Figura 4.1 apresenta um exemplo de uma árvore de cenários em que o horizonte de planejamento é dividido. Neste exemplo, a janela contém todos os nós $s_3, \dots, s_{20}$ dos estágios $t=3$, $t=4$ e $t=5$, e as outras duas partes que precedem e sucedem a janela contém os estágios $t=1$ e $t=2$, e os estágios $t=6$ e $t=7$.

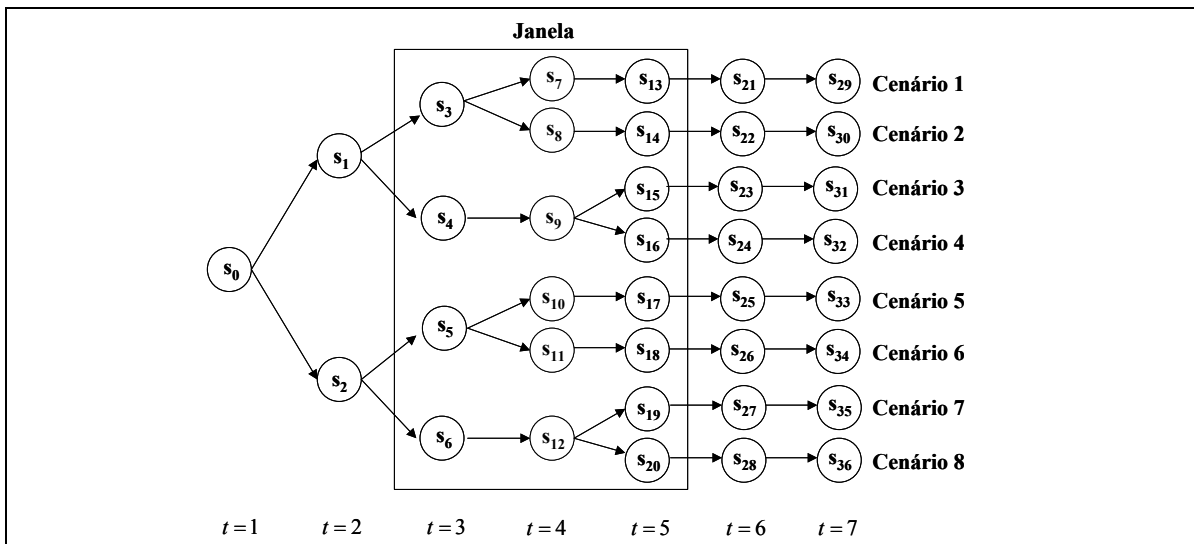


Figura 4.1 – Horizonte de planejamento dividido em três partes.

A cada passo desta fase, soluções factíveis são encontradas resolvendo otimamente os nós estágios da janela e movendo a janela através do horizonte de planejamento. Nesses passos, as decisões são tomadas levando-se em consideração somente às restrições dos estágios da janela. Nos estágios que precedem a janela, as decisões tomadas são fixadas. Os passos são repetidos até que todos os estágios do problema sejam resolvidos. O objetivo em cada passo é minimizar os custos de estoque, distribuição e penalidade e maximizar as recompensas dos estágios da janela.

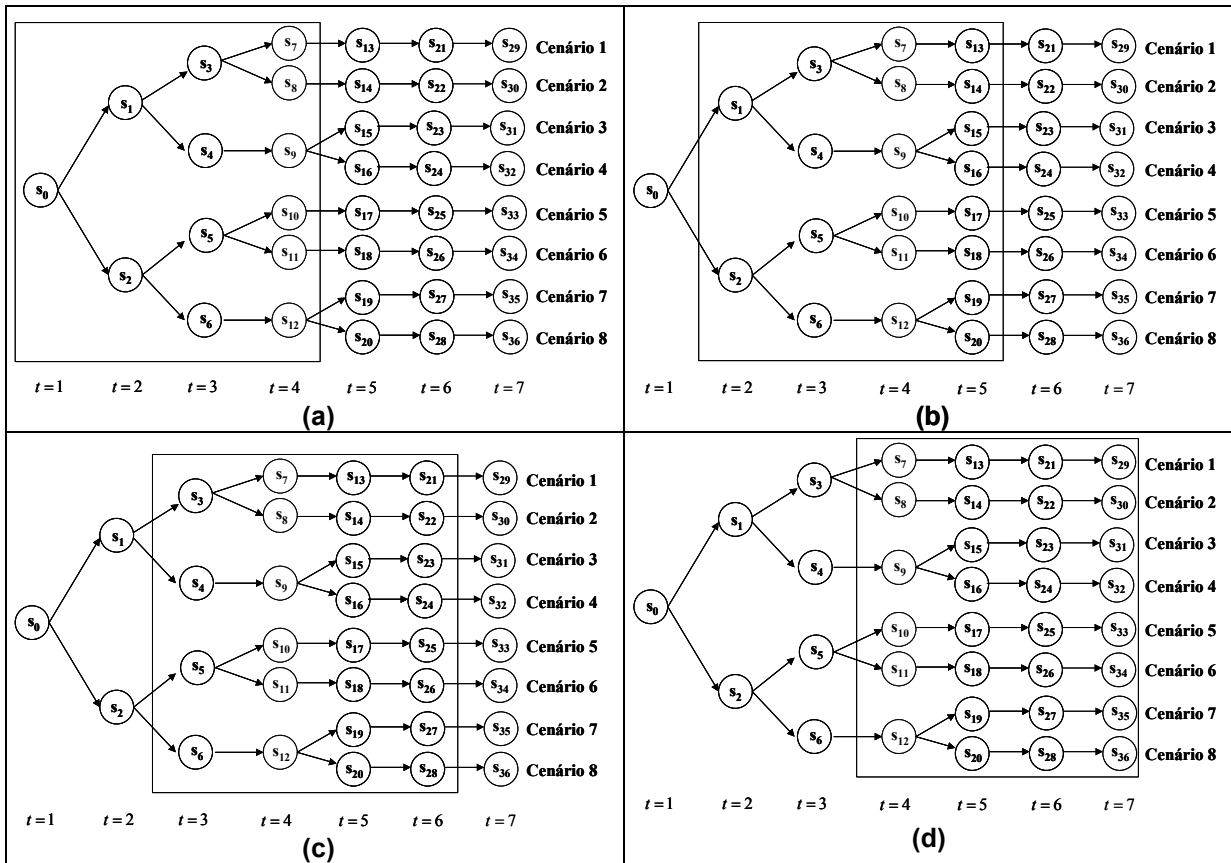


Figura 4.2 – Passos da heurística – Movendo a janela.

A Figura 4.2 apresenta um exemplo dos passos da segunda fase. Neste exemplo, no primeiro passo, Figura 4.2a, os estágios $t=1$ à $t=4$ são resolvidos otimamente. No segundo passo, Figura 4.2b, as variáveis no nó s_0 são fixadas, re-inseridas as restrições do estágio $t=5$ e resolvidos os nós dos estágios $t=2$ à $t=5$. De forma análoga ao passo anterior, no terceiro passo, Figura 4.2c, as variáveis dos nós s_1 e s_2 são fixadas, as restrições do estágio $t=6$ são re-inseridas ao problema e os nós dos

estágios $t=3$ à $t=6$ são resolvidos otimamente. Por fim no último passo, Figura 4.2d, as variáveis binárias dos nós s_3 , s_4 , s_5 e s_6 são fixadas, as restrições do estágio $t=7$ inseridas, e os problemas dos estágios $t=4$, $t=5$, $t=6$ e $t=7$ são resolvidos. Desta forma, todos os estágios do horizonte de planejamento são resolvidos.

A heurística é controlada por quatro parâmetros Δ , Ψ , ω e ζ . O primeiro parâmetro Δ indica o tamanho da janela (número de estágios), o segundo parâmetro Ψ representa a sobreposição de estágios de duas janelas consecutivas, o terceiro parâmetro ω define o limite de tempo para encontrar uma solução para os estágios da janela e o quarto parâmetro ζ representa tolerância no gap de otimalidade calculado pelo CPLEX. No exemplo da Figura 4.2, temos: $\Delta=4$, $\Psi=3$, $\omega=60\text{min}$ e $\zeta=10^{-6}$.

4.3 Experimentos computacionais

Diversos testes computacionais foram realizados para determinar a eficácia da heurística proposta. Foram testados diversos valores para os parâmetros Δ , Ψ , ω e ζ , e os resultados encontrados são comparados aos resultados apresentados pelos métodos propostos por Hvattum *et al.*(2007) e Hvattum e Løkketangen (2008). Foram utilizadas 32 instâncias de árvore de cenários fornecidas por Hvattum *et al.* (2007) com dimensões que variam de acordo com o número de nós (2 à 5551), clientes (4 à 50) e veículos (1 à 25). As instâncias são geradas a partir das instâncias utilizadas em Adelman(2004) e Kleywegt *et al.*(2002, 2004). São utilizados diversos parâmetros que determinam a quantidade de estágios e nós de uma árvore de cenários. Em cada instância, a quantidade de estágios varia entre 2 e 600 estágios, e para cada nó de cada estágio são gerados no máximo 24 outros nós, ou seja, se são gerados 5 nós no estágio 2, no máximo podem ser gerados 120 nós no estágio 3.

4.3.1 Parâmetros

Os valores dos parâmetros Δ , Ψ , ω e ζ , que indicam o número de estágios da árvore cenários que são resolvidos otimamente, o número de estágios que são

sobrepostos por duas janelas, o tempo máximo para a solução do problema e a tolerância no gap de otimalidade, são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Valores dos parâmetros utilizados pela heurística HAC

Parâmetros	Valores
Δ	3 e 4
Ψ	1 e 3
ω	60 min
ζ	10^{-6} , 10^{-2} e 5×10^{-2}

4.3.2 Resultados

A Tabela 4.2 apresenta as soluções encontradas por seis variações de métodos de solução do problema utilizando o software de otimização CPLEX propostos por Hvattum *et al.*(2007). Nesta tabela, a primeira coluna apresenta os nomes das instâncias testadas e os valores das colunas 2 à 8 representam os custos das soluções encontradas pelos diferentes métodos de solução:

- LP(STE) representa o método de solução que utiliza o software CPLEX para encontrar a solução ótima do modelo do problema quando as restrições 3.3 e 3.4 de roteamento que proíbem subciclos são removidas.
- IP1 representa o método de solução que resolve todo o modelo do PERV em um tempo limite de 60 minutos.
- IP2 representa o método de solução análogo a IP1, no entanto, os autores demonstram que se o cliente $k=1$ é atendido uma vez, então é suficiente permitir que o cliente seja visitado pelo veículo $v=1$. Se $v > \min\{k, l\}Nc$ então $z_{kl,s}^v = 0$, e se $v > kNc$ então $q_{k,s}^v = 0$, para $\forall s \in Tc \setminus Tl; v \in V; k, l \in N \cup 0; k \neq l$.
- IP3 representa um método análogo a IP2, no entanto, nesse método são estabelecidas prioridades nas ramificações do método de *branch and cut* utilizado pelo CPLEX que favorecem as variáveis $z_{kl,s}^v$ e os nós próximos ao nó raiz da árvore de cenários.
- IP4 representa o método de solução que utiliza o software CPLEX para resolver todo o modelo matemático. Neste método, o software CPLEX é

programado para dar ênfase na busca por soluções factíveis com limite de tempo definido em 60 minutos para cada estágio.

- IP4x2 representa um método análogo a IP4, no entanto, é finalizado após 120 minutos.
- MIP representa um método análogo a IP4, no entanto, as restrições de integralidade para todos os nós $s \in Tc \setminus Tr$ são removidas. Desta forma, para produzir soluções válidas para o problema, uma aproximação é aplicada recursivamente em toda árvore de cenários. Neste método, são utilizados 60 minutos de tempo de processamento para resolver todos os estágios da árvore.

Tabela 4.2 – Valores das soluções encontradas por 6 métodos propostos por Hvattum *et al.*(2007).

Instância	MÉTODOS						
	LP(STE)	IP1	IP2	IP3	IP4	IP4x2	MIP
STP-01	720,2	-	-	688,2	687,1	687,1	691
STP-02	615,6	-	-	564,3	564,7	564,7	567,1
STP-03	666,8	-	-	-	-	612,2	616,5
STP-04	798,2	-	-	755,4	753,7	753,7	756,7
STP-05	157626,0	-	-	-	-	-	73652,9
STP-06	80270,2	-	-	-	-	-	22386,9
STP-07	157352,0	-	-	111746	126497	128106	148095
STP-08	299964,0	-	-	-	-	-	162988
STP-31	67452,7	-	-	-	-	-	62012,1
STP-32	65956,0	-	-	-	-	-	61446,3
STP-33	67926,4	-	-	-	-	-	63048,7
STP-41	4570,6	4196,4	4196,5	4178,9	-	4197,3	4195,1
STP-51	33309,4	32537,7	32537,7	32537,7	32537,7	32537,7	32537,7
STP-52	22268,1	21740,9	21740,9	21740,9	21740,9	21740,9	21740,9
STP-53	405,8	245,7	245,7	245,7	245,7	245,7	245,7
STP-54	851,9	-	-571,4	-	-	-575,7	-627,6
STP-55	1375,0	1232,6	1232,6	1232,6	1232,6	1232,6	1213,5
STP-56	1803,1	1495,3	1490	1494,9	1495,3	1495,3	1488,4

Na Tabela 4.2 os valores das soluções ótimas encontradas por cada método são apresentados em negrito. Para as 18 instâncias testadas, somente os métodos LP(STE) e MIP apresentam soluções factíveis. Devido ao número de variáveis envolvidas, os métodos IP1 e IP2 são aqueles que apresentam o menor número de soluções factíveis encontradas. Em relação ao tamanho das instâncias, ou seja, número de variáveis envolvidas e valores não nulos, a instância STP-52 é um problema trivial que contém 2056 valores não nulos na matriz de restrições e é a maior instância (com base na formulação do problema, equações 3.1 à 3.10) em que uma solução ótima é obtida pelos métodos que utilizam o software CPLEX. A instância STP-07 com 576290 valores não nulos é a maior instância em que o método IP4 encontra uma solução factível. De forma análoga, a instância STP-05 com 812890 valores não nulos é a maior instância que MIP encontra uma solução factível.

A Tabela 4.3 apresenta os resultados encontrados pelas heurísticas propostas por Hvattum *et al.*(2007) e pela heurística HAC. Nesta tabela, a primeira coluna apresenta os nomes das instâncias testadas, as colunas 2 à 8 apresentam os resultados encontrados pelos diferentes métodos de solução apresentados em Hvattum *et al.*(2007) em que as colunas:

- LP(-STE), IP4 e MIP são métodos análogos aos apresentados pela Tabela 4.2.
- DS representa o método de solução do problema em que é aplicada uma política de entregas diretas aos clientes, ou seja, um veículo pode realizar uma única entrega e um cliente pode receber apenas uma visita durante um período.
- EXACT representa um método de solução que utiliza uma política exata aplicada recursivamente à árvore de cenários
- TDG e ANG representam duas versões de um algoritmo de GRASP (*greedy randomized adaptive search procedure*). Na primeira versão, denotada TDG, novas quantidades de produtos são inseridas somente nos nós sucessores ao nó atual da busca. Na segunda versão, denotada ANG, as quantidades de produtos podem ser inseridas em qualquer nó a qualquer momento da busca.

- HAC e TEMPO da tabela apresentam os custos das soluções encontradas e o tempo computacional utilizado pela heurística HAC quando são utilizados os parâmetros $\Delta = 4$, $\Psi = 3$, $\omega = 60\text{min}$ e $\zeta = 10^{-2}$.

Tabela 4.3 – Valores das soluções encontradas por Hvattum *et al.*(2007) e pela heurística HAC

Instâncias	MÉTODOS								
	LP(-STE)	DS	Exact	IP4	MIP	TDG	ANG	HAC	TEMPO
STP-01	720,2	-	651	687,1	691	690,5	690,5	683,4	85,3
STP-02	615,6	-	545,7	564,7	567,1	562,3	562,3	566,3	1799,7
STP-03	666,8	-	597,2	-	616,5	616,8	616,8	614,3	15,6
STP-04	798,2	-	724	753,7	756,7	757,1	757,2	751,6	17,8
STP-05	157626	-	-	-	73652,9	151958	151378	151955,3	257,4
STP-06	80270,2	-	-	-	22386,9	77341,4	77371,3	73796,7	114,7
STP-07	157352	-	-	126497	148095	151960	151458	151930,9	23,4
STP-08	299964	-	-	-	162988	287214	284119	287102	34,6
STP-11	-266,8	-617,7	-	-	-	-473,3	-473,4	-475,1	328,6
STP-12	-283,5	-622,7	-	-	-	-479,2	-481,6	-472,8	538,4
STP-13	-346,8	-738	-	-	-	-613,4	-605,7	-610,5	1966,4
STP-14	-350,1	-737,7	-	-	-	-613,4	-618,6	-605,3	3341,9
STP-15	-420,7	-869,4	-	-	-	-793,3	-772,9	-	3600
STP-16	-	-984,7	-	-	-	-938,1	-909,4	-	3600
STP-21	-270,2	-623,9	-	-	-	-479,7	-478,7	-477,2	43,5
STP-22	-165,8	-623,9	-	-	-	-432,2	-393,7	-402,5	56,7
STP-23	-64,1	-623,9	-	-	-	-426,3	-386,4	-394,8	36,4
STP-24	-368	-909,2	-	-	-	-701	-707,1	-702,3	60,6
STP-25	-237	-909,2	-	-	-	-611,2	-594,6	-589,1	87,5
STP-26	-113,3	-909,2	-	-	-	-563,4	-514	-512,9	95,3
STP-31	67452,7	-	-	-	62012,1	62678,4	62620,6	62615,3	43,6
STP-32	65956	-	-	-	61446,3	61430	61274,2	61271,2	34,8
STP-33	67926,4	-	-	-	63048,7	63420,7	63338,1	63332,9	76,4
STP-41	4570,6	-	4137,8	-	4195,1	4111,6	4181,3	4185,7	65,3
STP-42	-	-	-	-	-	-160,5	89,5	93,2	78,9
STP-43	1563	-	-	-	-	-1155,3	-1149,9	-1143,2	86,7
STP-51	33309,4	-	-	32537,7	32537,7	32365,2	32365,2	32537,7	95,52
STP-52	22268,1	-	-	21740,9	21740,9	21433,7	21433,7	21740,9	0,02
STP-53	405,8	-	245,7	245,7	245,7	245,7	245,7	245,70	0,09
STP-54	851,9	-	-	-	-627,6	-692,9	-704	-692,4	1,96
STP-55	1375	-	1071,9	1232,6	1213,5	1229,9	1229,9	1223,7	0,96
STP-56	1803,1	-	-	1495,3	1488,4	1493,5	1493,2	1489,9	2,62

Na Tabela 4.3 as soluções apresentadas em **negrito** correspondem as melhores soluções encontradas pelos métodos. Desta tabela, conclui-se que mesmo relaxando o problema, ou seja, removendo as restrições de subciclos do problema de roteamento 3.7 e 3.8, o software de otimização CPLEX utilizando as configurações padrão não é capaz de encontrar soluções factíveis em um tempo computacional menor que 60 minutos na maioria das instâncias testadas. As versões TDG e ANG do algoritmo GRASP apresentados por Hvattum *et al.*(2007) apresentam resultados próximos ou até melhores que os resultados encontrados pelos métodos IP4 e MIP utilizando o mesmo tempo computacional. As duas variações TDG e ANG do algoritmo GRASP apresentam custos semelhantes, no entanto, a versão ANG apresenta melhores resultados para as instâncias STP-11 a STP-26 que são baseadas nas instâncias de Aldeman (2004). Ao comparar os resultados obtidos pela heurística HAC com os resultados obtidos pelos métodos propostos por Hvattum *et al.*(2007), conclui-se que a heurística HAC apresenta soluções muito próximas ou melhores que às soluções apresentadas pelas duas versões do algoritmo GRASP utilizando menores tempos computacionais. De forma análoga, ao comparar a heurística HAC com o método IP4, a heurística apresenta melhores soluções em 24 instâncias, soluções de mesmo custo em 4 instâncias e piores soluções em outras 4 instâncias, utilizando um tempo computacional muito menor para resolver todas as instâncias testadas. Devido à política de decisões utilizada pelo método EXACT e as restrições de entrega direta (um veículo atende um único cliente) utilizadas pelo método DS, na média de soluções, os métodos EXACT e DS apresentam soluções com custo inferior aos demais métodos.

A Tabela 4.4 apresenta os resultados encontrados pelas heurísticas propostas por Hvattum e Løkketangen (2008) e pela heurística HAC. Nesta tabela, as colunas PHA:TDG e PHA:ANG apresentam os resultados obtidos pelo algoritmo *Progressive Hedging Algorithm* que utiliza as versões TDG e ANG do algoritmo GRASP. Ao comparar os resultados apresentados nessa tabela com os resultados apresentados na Tabela 4.3, pode-se concluir que embora a heurística PHA:TDG apresente soluções melhores que a heurística TDG, os valores apresentados são muito próximos. Nesta tabela, os valores apresentados pela heurística HAC são competitivos aos resultados apresentados pelas outras duas heurísticas. As soluções apresentadas em **negrito** correspondem as melhores soluções encontradas pelos métodos.

Tabela 4.4 – Valores das soluções encontradas por Hvattum e Løkketangen (2008) e pela heurística HAC

Instâncias	MÉTODOS		
	PHA:TDG	PHA:ANG	HAC
STP-01	692,7	693	683,4
STP-02	563,5	565,3	563,3
STP-03	613,7	616	614,3
STP-04	754,2	755,3	751,6
STP-05	146832	139283	151955,3
STP-06	73035,7	62560,9	73796,7
STP-07	151458	143851	151930,9
STP-08	283966	277980	287102
STP-11	-478,7	-461,9	-475,1
STP-12	-474,7	-471,8	-472,8
STP-13	-624,7	-621	-610,5
STP-14	-627,6	-615,4	-605,3
STP-15	-763,1	-748,9	-
STP-16	-933,3	-925	-
STP-21	-487,5	-470,4	-477,2
STP-22	-424,4	-415,4	-402,5
STP-23	-392,4	-404,3	-394,8
STP-24	-694,4	-712,7	-702,3
STP-25	-593,5	-607,1	-589,1
STP-26	-518,8	-536,7	-512,9
STP-31	63283,6	63336,2	62615,3
STP-32	61880,3	61450,1	61271,2
STP-33	63859,8	62837,2	63332,9
STP-41	4116	4161,1	4185,7
STP-42	-900,1	-1278,2	93,2
STP-43	-1119,1	-1683,9	-1143,2
STP-51	32365,2	32365,2	32537,7
STP-52	21411,7	21411,7	21740,9
STP-53	245,7	245,7	245,7
STP-54	-827,3	-750	-692,4
STP-55	1231,7	1232,6	1223,7
STP-56	1494	1490,8	1489,9

A Tabela 4.5 apresenta os diversos valores utilizados pela heurística HAC. Nesta tabela, a heurística é apresentada com diferentes nomes para cada combinação de parâmetros.

Tabela 4.5 – Valores dos parâmetros utilizados pela heurística HAC

Heurísticas	PARÂMETROS			
	Δ	Ψ	ω	ζ
HAC1	4	1	60	5×10^{-2}
HAC2	4	3	60	5×10^{-2}
HAC3	4	1	60	1×10^{-2}
HAC4	4	3	60	1×10^{-2}
HAC5	4	1	60	1×10^{-6}
HAC6	4	3	60	1×10^{-6}
HAC7	3	1	60	5×10^{-2}
HAC8	3	1	60	1×10^{-2}
HAC9	3	1	60	1×10^{-6}

Na Tabela 4.6 são apresentados os custos das soluções encontradas pela heurística HAC com diferentes valores para os parâmetros Δ , Ψ , ω e ζ . As instâncias marcadas com *, **, *** apresentam um único período, dois períodos e três períodos, respectivamente, e são resolvidas utilizando Δ igual ao número de períodos. De forma análoga, as soluções em negrito são as melhores soluções encontradas pela heurística. Nesta tabela, a heurística HAC6 é aquela que apresenta os melhores resultados na maioria das instâncias. Ao comparar os resultados obtidos pela heurística utilizando diferentes valores para os parâmetros de controle, pode-se concluir que soluções de melhor custo são encontradas quando é aumentado o número de estágios que são resolvidos na janela, o número de estágios sobrepostos e quando se diminui a tolerância do gap de otimalidade utilizado pelo CPLEX. Desta forma, a heurística HAC7 apresenta as piores soluções, pois possui o menor número de estágios da janela, o menor número de estágios sobrepostos e o maior gap de otimalidade. No entanto, devido ao número de variáveis não nulas envolvidas nos problemas gerados pelas instâncias STP-15 e STP-16, oito e doze milhões de variáveis respectivamente, as heurísticas HAC7, HAC8 e HAC9 são as únicas que apresentam soluções factíveis.

Analisando os tempos computacionais utilizados pela heurística HAC com diferentes valores para os parâmetros Δ , Ψ , ω e ζ , na Tabela 4.7 observa-se que os tempos computacionais utilizados crescem de acordo com o número de estágios resolvidos na janela, com o número de estágios sobrepostos e a tolerância do gap de otimalidade. Embora a heurística HAC6 apresente os melhores custos de soluções, é

aquela que apresenta os tempos computacionais mais elevados. Por outro lado, a heurística HAC7 apresenta os menores tempos computacionais com os piores custos de soluções.

Tabela 4.6 – Valores encontrados pela heurística utilizando diversos parâmetros.

Instâncias	MÉTODOS								
	HAC1	HAC2	HAC3	HAC4	HAC5	HAC6	HAC7	HAC8	HAC9
STP-01	676,2	681,0	682,0	683,4	690,5	691,9	674,9	676,9	677,4
STP-02**	-	-	-	-	-	-	561,3	562,4	563,3
STP-03	608,8	610,6	612,5	614,3	623,6	624,7	608,2	610,0	612,0
STP-04	745,7	750,9	748,6	751,6	756,3	757,0	745,0	747,3	749,5
STP-05	150982,0	151891,7	151912,9	151955,3	151957,2	151976,8	150978,5	150980,7	150983,3
STP-06**	-	-	-	-	-	-	76782,0	76790,7	76796,7
STP-07	150985,6	151894,0	151920,6	151930,9	151654,8	151954,3	150980,9	150990,7	150996,7
STP-08	285948,0	287092,6	287050,2	287102,0	287152,4	287157,9	285939,6	286031,9	286038,8
STP-11	-480,1	-478,6	-477,0	-475,1	-468,9	-467,5	-481,1	-480,2	-479,2
STP-12	-487,4	-485,0	-474,2	-472,8	-468,3	-467,3	-488,4	-486,9	-484,4
STP-13	-622,6	-618,9	-611,7	-610,5	-607,2	-604,8	-624,0	-622,8	-621,6
STP-14	-626,4	-621,4	-607,8	-605,3	-602,6	-600,2	-627,0	-626,4	-624,8
STP-15	-	-	-	-	-	-	-783,5	-781,2	-780,7
STP-16	-	-	-	-	-	-	-925,6	-922,9	-921,5
STP-21	-487,7	-484,3	-479,6	-477,2	-473,5	-471,6	-488,2	-487,3	-484,5
STP-22	-443,5	-441,7	-403,7	-402,5	-395,8	-394,6	-444,0	-442,7	-441,7
STP-23	-413,6	-412,4	-396,0	-394,8	-382,7	-381,5	-414,5	-413,3	-411,6
STP-24	-732,4	-729,5	-703,7	-702,3	-702,0	-699,9	-734,6	-732,4	-731,1
STP-25	-642,4	-637,9	-590,3	-589,1	-587,7	-585,3	-643,7	-641,8	-640,8
STP-26	-543,7	-539,9	-519,1	-512,9	-508,7	-506,7	-544,3	-543,8	-541,3
STP-31	62179,1	62607,1	62601,4	62615,3	62624,4	62637,8	62167,6	62174,5	62175,7
STP-32	61025,1	61269,5	61267,0	61271,2	61274,6	61284,8	61020,0	61032,2	61034,3
STP-33	63069,7	63320,3	63311,6	63332,9	63393,4	63395,7	63048,2	63307,3	63309,2
STP-41	4137,4	4170,7	4169,1	4185,7	4191,0	4199,3	4129,2	4133,4	4134,9
STP-42	92,3	92,6	92,2	93,2	95,4	97,4	92,1	92,3	95,9
STP-43	-1161,1	-1151,8	-1145,5	-1143,2	-1140,3	-1135,7	-1162,3	-1160,0	-1162,3
STP-51*	-	-	-	-	-	-	32106,0	32120,6	32537,7
STP-52*	-	-	-	-	-	-	21740,9	21740,9	21740,9
STP-53**	-	-	-	-	-	-	245,7	245,7	245,7
STP-54**	-	-	-	-	-	-	-695,6	-694,2	-692,4
STP-55***	-	-	-	-	-	-	1217,3	1221,0	1223,7
STP-56***	-	-	-	-	-	-	1485,0	1488,0	1489,9

* cenários com um único período

** cenários com dois períodos

*** cenários com três períodos

Tabela 4.7 – Tempos computacionais em segundos utilizados pela heurística HAC.

Instâncias	MÉTODOS								
	HAC1	HAC2	HAC3	HAC4	HAC5	HAC6	HAC7	HAC8	HAC9
STP-01	64,23	69,07	66,51	85,30	125,43	228,30	43,48	61,32	78,27
STP-02**	-	-	-	-	-	-	1169,29	1637,69	2318,05
STP-03	10,86	13,24	12,95	15,60	23,25	43,25	8,26	12,47	13,88
STP-04	11,29	12,98	14,06	17,80	24,74	56,91	11,21	20,40	19,85
STP-05	173,63	192,98	205,88	257,40	334,62	575,70	102,87	167,58	195,46
STP-06**	-	-	-	-	-	-	61,34	108,25	114,77
STP-07	15,53	19,18	19,19	23,40	32,30	53,63	11,23	19,99	18,65
STP-08	21,28	28,37	28,02	34,60	42,57	84,30	13,47	22,23	27,08
STP-11	227,06	249,70	272,60	328,60	388,04	593,78	170,67	310,65	336,25
STP-12	426,15	446,80	441,42	538,40	635,56	1449,15	387,57	608,58	604,72
STP-13	1364,96	1551,30	1553,18	1966,40	2674,58	3600,00	982,86	1425,27	1847,88
STP-14	2149,04	2472,33	2840,19	3341,90	3600,00	3600,00	1971,11	3631,65	3528,75
STP-15	2347,13	2698,37	2951,25	3600,00	3600,00	3600,00	2087,47	3048,13	3243,67
STP-16	2009,80	2483,03	2843,50	3600,00	3600,00	3600,00	1619,46	3028,64	2688,48
STP-21	31,79	36,97	34,79	43,50	57,43	131,53	20,44	32,31	35,57
STP-22	40,09	44,21	47,05	56,70	82,81	155,69	34,01	51,03	52,04
STP-23	26,19	29,12	30,21	36,40	52,79	88,70	25,10	42,73	44,18
STP-24	52,64	53,37	55,68	60,60	69,10	143,05	45,36	74,85	71,22
STP-25	55,28	62,12	71,70	87,50	124,26	181,44	48,11	66,88	74,60
STP-26	64,05	77,18	80,04	95,30	134,41	272,89	49,52	69,83	82,21
STP-31	31,83	37,05	35,31	43,60	64,97	102,71	26,59	44,41	53,45
STP-32	20,05	23,90	29,23	34,80	45,26	106,02	17,74	27,68	36,06
STP-33	45,42	52,35	63,30	76,40	103,93	184,04	43,53	62,69	83,58
STP-41	43,94	52,95	49,62	65,30	101,88	196,64	41,13	67,88	74,94
STP-42	45,82	55,22	65,47	78,90	112,06	196,12	40,20	75,18	70,72
STP-43	58,85	71,07	69,33	86,70	134,45	224,55	44,91	62,88	79,07
STP-51*	-	-	-	-	-	-	60,06	87,70	95,52
STP-52*	-	-	-	-	-	-	0,01	0,02	0,02
STP-53**	-	-	-	-	-	-	0,05	0,08	0,09
STP-54**	-	-	-	-	-	-	0,98	1,81	1,96
STP-55***	-	-	-	-	-	-	0,57	0,88	0,96
STP-56***	-	-	-	-	-	-	1,40	2,65	2,62

* cenários com um único período

** cenários com dois períodos

*** cenários com três períodos

Para avaliar as soluções apresentadas pela heurística HAC, algumas instâncias são simuladas 24 vezes durante 600 estágios. O estoque inicial dos clientes no início de cada simulação é dado por $I_{k,0} = \lfloor U_k / 2 \rfloor$. Para o conjunto de instâncias topt, a Tabela 4.8 apresenta os resultados encontrados pela simulação dos métodos propostos por Hvattum *et al.*(2007) e pela heurística HAC. Nesta tabela, a primeira coluna apresenta os nomes das instâncias testadas e as colunas 2 à 11 apresentam os tempos computacionais e resultados encontrados pelos diferentes métodos de solução apresentados em Hvattum *et al.*(2007):

- Exact é uma política ótima calculada através do algoritmo de Gauss-Seidel.
- STP:MIP é um método que utiliza o CPLEX para tratar o problema através de programação inteira mista, com variáveis inteiras somente no nó raiz.
- STP:TDG e STP:ANG representam duas versões de um algoritmo de GRASP (*greedy randomized adaptive search procedure*). Na primeira versão, denotada STD:TDG, novas quantidades de produtos são inseridas somente nos nós sucessores ao nó atual da busca. Na segunda versão, denotada STD:ANG, as quantidades de produtos podem ser inseridas em qualquer nó a qualquer momento da busca.

Nesta tabela, os valores apresentados na coluna Exact são as soluções ótimas para as instâncias. As versões STP:TDG e STP:ANG do algoritmo GRASP apresentados por Hvattum *et al.*(2007) apresentam custos semelhantes com desvio percentual de 0,28% e 0,32% em relação ao método Exact. Ao comparar os resultados obtidos pela heurística HAC com os resultados obtidos pelos métodos propostos por Hvattum *et al.*(2007), conclui-se que a heurística HAC apresenta soluções melhores ou muito próximas que às soluções apresentadas pelas duas versões do algoritmo GRASP utilizando um tempo computacional médio inferior as versões do algoritmo GRASP. Ao comparar a média dos resultados apresentados na coluna Exact com a média dos resultados apresentados por STP:MIP e HAC observa-se um desvio percentual de 0,06%, e 0,14% respectivamente. Em relação aos tempos computacionais, com exceção do método Exact, todos os métodos apresentam tempos computacionais médios superiores a 120 segundos.

Tabela 4.8 – Média dos custos e tempos computacionais da simulação nas instâncias topt.

Instâncias	MÉTODOS									
	Exact	Tempo*	STP:MIP	Tempo*	STP:TDG	Tempo*	STP:ANG	Tempo*	HAC	Tempo
topt1	6675,8	0,0	6675,3	71,5	6651,5	121,2	6651,8	149,7	6656,2	111,8
topt2	6770,7	0,2	6766,5	162,5	6735,6	149,1	6726,8	199,5	6766,2	131,8
topt3	2460,6	0,8	2447,0	120,5	2444,2	130,6	2446,3	172,1	2454,6	152,3
topt4	15143,1	40,2	15143,8	155,3	15132,2	165,3	15126,5	230,6	15131,6	161,0
Média	7762,6	10,3	7758,1	127,4	7740,9	141,6	7737,9	188,0	7752,1	139,2

*2.5 GHz PC

A Tabela 4.9 apresenta os resultados e os tempos computacionais obtidos pelos métodos propostos por Hvattum *et al.*(2007) e pela heurística HAC para as instâncias dopt. De forma análoga, a coluna Exact apresenta as soluções ótimas para as instâncias e a coluna STP:MIP é aquela que apresenta o menor desvio percentual em relação a coluna Exact. Ao comparar as versões STP:TDG e STP:ANG, a segunda versão apresenta um custo médio melhor que a primeira versão, porém com tempos computacionais superiores. Para essas instâncias, a heurística HAC apresenta soluções com desvio médio de 0,44% em relação ao método Exact e tempos computacionais competitivos com as duas versões do algoritmo GRASP.

Tabela 4.9 – Média dos custos e tempos computacionais da simulação nas instâncias dopt.

Instâncias	MÉTODOS									
	Exact	Tempo*	STP:MIP	Tempo*	STP:TDG	Tempo*	STP:ANG	Tempo*	HAC	Tempo
dopt1	29081,5	0,1	29074,2	22,4	29058,1	108,9	29058,1	153	29066,9	122,1
dopt2	49307,3	0,0	49307,7	18,2	49298,4	99,2	49308,1	138,2	49298,8	103,4
dopt3	38244,9	0,1	38237,2	49	38179,8	120,8	38270,9	185,9	38212,1	147,1
dopt4	40263,9	0,3	39803,1	55,9	39342,5	171,6	39342,5	272,1	39345,1	165,5
dopt5	95162,6	9,2	95040	49,7	94735,4	170,9	95076,4	311	95040,3	201,2
dopt6	19953,3	0,3	19886,2	93,2	19693,5	150,9	19716,3	225,5	19818,0	185,2
dopt7	57833,4	8,2	57734,5	106,3	57777,4	175,2	57622,9	289,8	57757,2	209,3
dopt8	45394,8	60,2	45339,7	90,1	45035,9	192,9	45230	322,7	45242,8	227,8
dopt9	28672	1,3	28635,5	144,7	28589	161,8	28579,3	231,3	28562,2	216,5
dopt10	42411,8	164	42108,3	208,3	41030,6	225,5	41571,2	387,2	41778,8	286,6
dopt11	12312,6	3,9	12339,2	72,7	12347,4	127,7	12337,9	181,2	12330,2	259,8
dopt12	25303,3	0,1	25296,9	50	25337,6	123,6	25399,2	189	25349,5	228,1
Média	40328,5	20,6	40233,5	80,0	40035,5	152,4	40126,1	240,6	40150,2	196,0

*2.5 GHz PC

Capítulo 5

CONCLUSÕES

Neste trabalho foram propostas duas heurísticas, baseadas em busca tabu para o problema integrado de produção e distribuição, e uma heurística baseada em árvore de cenários para o problema integrado de estoque e roteamento com demandas estocásticas.

Para o problema de produção e distribuição, inicialmente foi desenvolvida uma heurística de busca tabu com memória de curto prazo, baseada na metodologia introduzida por Glover (1986). A heurística é composta de uma fase construtiva, que constrói a solução inicial e por uma busca em vizinhança que utiliza memória de curto prazo. Na segunda heurística, além da fase construtiva e da busca em vizinhança, é utilizado um mecanismo de religação de caminhos (*Path relinking*) com objetivo de integrar estratégias de intensificação e diversificação no contexto de busca tabu.

Utilizando esse enfoque, a busca gera novas soluções pela exploração de trajetórias que conectam soluções de alta qualidade (intensificação) ou soluções de regiões distintas ou que possuem características contrastantes (diversificação). As heurísticas propostas foram testadas em dois conjuntos de instâncias pequenas e grandes geradas com múltiplos produtos. Para as instâncias pequenas as heurísticas apresentaram soluções de alta qualidade e a busca tabu com *path relinking* sempre apresenta melhores soluções. Para problemas maiores, a busca tabu com *path relinking* novamente apresenta as melhores soluções, no entanto, utiliza um alto tempo computacional. As heurísticas também foram testadas em um conjunto de instâncias com um único produto proposto por Boudia *et al.* (2007) e em todas as instâncias testadas apresentam resultados melhores que o algoritmo memético sugerido por Boudia e Prins (2007). Os resultados mostram que a busca tabu pode ser aplicada com sucesso no problema integrado de produção e distribuição.

Para o problema integrado de estoque e roteamento, foi desenvolvida uma heurística com horizonte rolante baseada em árvore de cenários. A heurística é composta de duas fases que são controladas por quatro parâmetros. Na primeira fase, a heurística divide árvore de cenários em subproblemas que são resolvidos na segunda fase pelo software CPLEX. O problema é resolvido iterativamente até que todas as variáveis de decisão sejam determinadas. A heurística proposta foi testada em um conjunto de instâncias geradas por Hvattum *et al.* (2007) com um único produto. As soluções encontradas pela heurística foram comparadas às soluções apresentadas pelos diversos métodos apresentados por Hvattum *et al.* (2007) e Hvattum e Løkketangen (2008). A heurística proposta mostrou-se capaz de resolver problemas integrados de estoque e roteamento de médio porte e gerar soluções de boa qualidade.

Pesquisas futuras incluem o estudo e o desenvolvimento de heurísticas capazes de diminuir o esforço computacional para tratar do problema integrado de produção e distribuição envolvendo incertezas nas demandas dos clientes, janelas de tempo na distribuição dos produtos e frota de veículos heterogênea.

Referências

Adelman D., 2004. A price-directed approach to stochastic inventory/routing, *Operations Research*, 52, 499–514.

Anily S. e Federgruen A., 1990. One Warehouse Multiple Retailer Systems with Vehicle Routing Costs, *Management Science*, 36, 92-114.

Anily S. e Federgruen A., 1991. Rejoinder to Comments on One Warehouse Multiple Retailer Systems with Vehicle Routing Costs, *Management Science*, 37, 1497-1499.

Anily S. e Federgruen A., 1993. Two-Echelon Distribution Systems with Vehicle Routing Costs and Central Inventories, *Operations Research*, 41, 37-47.

Armstrong R., Gao S. e Lei L., 2008. A zero-inventory production and distribution problem with a fixed customer sequence, *Annals of Operations Research*, 159, 395-414.

Arntzen B., Brown G.G., Harrison T.P. e Trafton L.L., 1995. Global supply chain management at Digital Equipment Corporation, *Interfaces*, 25, 69 – 93.

Bell W.J., Dalberto L.M, Fisher M.L., Greenfeld A.J., Jaikumar R., Kedia P., Mack R.G. e Prutzman P.J., 1983. Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer, *Interfaces*, 13, 4-23.

Benders J., 1962. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems, *Numeric Mathematic*, 4, 238-252.

Berman O. e Larson R.C., 2001. Deliveries in an Inventory/Routing Problem Using Stochastic Dynamic Programming, *Transportation Science*, 35, 192-213.

Bertazzi L., Paletta G. e Speranza M.G., 2005. Minimizing the total cost in integrated vendor-managed inventory system, *Journal of Heuristics*, 11, 393-419.

Birge J. R., 1997. Stochastic programming computation and applications, *INFORMS Journal of Computing*, 9, 111-133.

Birge J. R. e Louveaux F. V., 1997. *Introduction to stochastic programming*, Springer-Verlag.

Boudia M., Louly M.A.O. e Prins C., 2007. A reactive GRASP and path relinking for a combined production-distribution problems, *Computers and Operations Research*, 34, 11, 3402-3419.

Boudia M. e Prins C., 2007 A memetic algorithm with dynamic population management for an integrated production–distribution problem, *European Journal of Operational Research*, *In Press*.

Buzzell R.D. e Ormeyer G., 1995. Channel partnerships streamline distribution, *Sloan Management Review*, 36, 85-96.

Burns L.D., Hall R.W., Blumenfeld D.E. e Daganzo C.F., 1985. Distribution strategies that minimize transportation and inventory costs, *Operations Research*, 33, 469-490.

Campbell A.M., Clarke L.W. e Savelsbergh M.W.P., 2002. Inventory routing in practice, 309-330, em Toth P. e Vigo D.(editors), *The vehicle routing problem*, SIAM, Philadelphia.

Campbell A. e Savelsbergh M.W.P., 2004. A decomposition approach for the inventory-routing problem, *Transportation Science*, 38, 488-502.

Chandra P., 1993. A dynamic distribution model with warehouse and customer replenishment requirements, *Operations Research Society*, 44, 681-692.

Chandra P. e Fisher M.L., 1994. Coordination of production and distribution planning, *European Journal of Operational Research*, 72, 503-517.

Chen M. e Wang W., 1997. A linear programming model for integrated steel production and distribution planning, *International Journal of Operations & Production Management* 17, 592–610.

Chen Z-L., 2004. Integrated production and distribution operations: Taxonomy, models, and review, *Handbook of quantitative supply chain analysis: Modeling in the e-bussines Era*. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA.

Chen Z.L. e Vairaktarakis G.L., 2005. Integrated scheduling of production and distribution operations, *Management Science*, 51, 614-628.

Chien T.W., Balakrishnan A. e Wong R.T., 1989. An integrated inventory allocation and vehicle routing problem, *Transportation Science*, 23, 67-76.

Clarke G. e Wright J.V., 1964. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points, *Operations Research*, 12, 568-581.

Cordeau J-F., Laporte G. e Mercier A., 2001. A unified tabu search heuristic for vehicle routing problem with time windows, *Journal of the Operational Research Society*, 52, 928-936.

Dhaenens-Flipo C. e Finke G., 2001. An integrated model for an industrial production-distribution problem, *IIE Transactions*, 33, 705 - 715.

Dogan K. e Goetschalckx M., 1999. A primal decomposition method for the integrated design of multi-period production-distribution systems, *IIE Transactions*, 31, 1027 – 1036.

Dror M., Ball M. e Golden B., 1985. A computational comparison of algorithms for the inventory routing problem, *Annals of Operations Research*, 4, 3-23.

Dror M. e Levi L., 1986. Vehicle Routing Improvement Algorithms: Comparison of a “Greedy” and a Matching Implementation for Inventory Routing, *Computers and Operations Research*, 13, 33-45.

Dror M. e Ball M., 1987. Inventory/Routing: Reduction from an Annual to a Short Period Problem, *Naval Research Logistics*, 34, 891-905.

Evans J.R., 1985. An efficient implementation of the Wagner-Whitin algorithm for dynamic lot-sizing, *Journal of Operational Management*, 5, 229-235.

Erengüç Ş.S., Simpson N.C. e Vakharia A.J., 1999. Integrated production/distribution planning in supply chains: An invited review, *European Journal of Operational Research*, 115, 219-236.

Federgruen A. e Zipkin P., 1984. A combined vehicle routing and inventory allocation problem, *Operations Research*, 32, 1019-1037.

Fumero F. e Vercellis C., 1999. Synchronized development of production, inventory, and distribution scheduling, *Transportation Science*, 33, 330-340.

Gaur V. e Fisher M.L., 2004. A periodic inventory routing problem at a supermarket chain. *Transportation Science*, 52, 813-822.

Geismar N., Laporte G., Lei L. e Sriskandarajah C., 2008. The integrated production and transportation scheduling problem for a product with short lifespan, *INFORMS Journal on Computing*, 20, 21-33.

Gendreau M., Herz A. e Laporte G., 1994. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem, *Management Science*, 40, 1276-1290.

Glover F., 1986. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence, *Computers and Operations Research*, 13, 533-549.

Glover F., 1989. Tabu Search – Part I, *ORSA Journal on Computing*, 1, 190-206.

Glover F., 1990. Tabu Search – Part II, *ORSA Journal on Computing*, 2, 4-32.

Glover F., 1996. Tabu search and adaptive memory programming – Advances, applications and challenges, in: Barr RS, Helgason RV, Kennington JL, editors, *Computing Tools for Modeling, Optimization and Simulation: Interfaces in Computer Science and Operations Research*, 1-75, Kluwer, Boston, Massachusetts.

Glover F., 1998. A template for scatter search and path relinking, in Artificial Evolution, in: Hao JK, Lutton E, Ronald E, Schoenauer M, Snyers D, editors, *Lecture Notes in Computer Science*, 13-54, vol. 1363. Springer.

Glover F. e Laguna M., 1997. *Tabu Search*, Kluwer, Boston, Massachusetts.

Golden B., Assad A. e Dahl R., 1984. Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component, *Large Scale Systems*, 7, 181-190.

Hahm J. e Yano C.A., 1995. Economic lot and delivery scheduling problem: The common cycle case, *IIE Transactions*, 27, 113-125.

Haq A.N., 1991. An integrated production-inventory-distribution model for manufacturing of area: A case, *International Journal of Production Economics*, 39, 39-49.

Hvattum L.M. e Løkketangen A., 2008. Using scenario tree and progressive hedging for stochastic inventory routing problems, *Journal of Heuristics*, versão on-line.

Hvattum L.M., Løkketangen A. e Laporte G., 2007. Scenario tree based heuristics for stochastic inventory routing problems, Molde University College - Working paper.

Høyland K. e Wallace S.W., 2001. Generating scenario trees for multistage decision problems, *Management Science*, 47, 295-307.

Jaillet P., Huang L., Bard J. e Dror M., 2002. Delivery cost approximations for inventory routing problems in a rolling horizon framework, *Transportation Science*, 36 292-300.

Kall P. e Mayer J., 2005. *Stochastic linear programming*, Springer.

Khouja M., 2000. The economic lot and delivery scheduling problem: common Cycle, rework, and variable production rate, *IIE Transactions*, 32, 715-725.

Kleywegt A.J., Nori V.S. e Savelsbergh M.W.P., 2002. The stochastic inventory routing problem with direct deliveries, *Transportation Science*, 36, 94-118.

Kleywegt A.J., Nori V.S. e Savelsbergh M.W.P., 2004. Dynamic programming approximations for a stochastic inventory routing problem, *Transportation Science*, 38, 42-70.

Løkketangen A. e Woodruff D.L., 1996. Progressive Hedging and Tabu Search Applied to Mixed Integer (0,1) Multistage Stochastic Programming, *Journal of Heuristics*, 2, 111-128.

- Mak W.K., Morton D. P. e Wood R. K., 1999. Monte Carlo bounding techniques for determining solution quality in stochastic programs, *Operations Research Letters*, 24, 47-56.
- Martí R., Laguna M. e Glover F., 2006. Principles of scatter search, *European Journal of Operational Research*, 169, 359-372.
- Özdanar L. e Yazgaç T., 1999. A hierarchical planning approach for a production-distribution system, *International Journal of Production Research*, 37, 3759-3772.
- Resende M.G.C. e Werneck R.F., 2004. A hybrid heuristic for the p-median problem, *Journal of Heuristics*, 10, 59-88.
- Resende M.G.C. e Ribeiro C.C., 2005. GRASP with path-relinking: Recent advances and applications, em *Metaheuristics: Progress as real problem solvers*, Ibaraki T., Nonobe K. e Yagiura M., (Eds.), Springer, 29-63.
- Rockafellar R.T. e Wets R.J.B., 1991. Scenarios policy aggregation in optimization under uncertainty, *Mathematics of operational research*, 16, 119-147.
- Russel R., Wen-Chyuan Chiang e Zepeda D., 2008. Integrating multi-product and distribution in newspaper logistics, *Computer and Operations Research*, 35, 1576-1588.
- Sarmiento A.M. e Nagi R., 1999. A review of integrated analysis of production-distribution, *IIE Transactions*, 31, 1061-1074.
- Simchi-Levi D., Kaminski P. e Simchi-Levi E., 2004. *Managing the Supply Chain*, McGraw-Hill, New York.
- Toledo F. M. B. e Armentano V.A., 2006. A Lagrangian-based heuristic for the capacitated lot-sizing problem in parallel machines, *European Journal of Operational Research*, 175, 1070-1083.
- Thomas J. D. e Griffin P. M., 1996. Coordinated supply chain management, *European Journal of Operational Research*, 94, 1-15.

Trudeau P. e Dror M., 1992. Stochastic inventory routing – route design with stockouts and route failures, *Transportation Science*, 26, 171-184.

Van Buer M.G., Woodruff D.L. e Olson R.T., 1999. Solving the medium newspaper production/distribution problem, *European Journal of Operational Research*, 115, 237-253.

Vidal C.J. e Goetschalckx M., 1997. Strategic production-distribution models: A critical review with emphasis on global supply chain models, *European Journal of Operational Research*, 98, 1-18.

Wagner H. M. e Whitin T. M., 1958. Dynamic version of the economic lot size model, *Management Science*, 5, 89-96.

Yamashita D.S., Armentano V.A. e Laguna M., 2006. Scatter search for project scheduling with resource availability cost, *European Journal of Operational Research*, 169, 623-637.

Zuo M., Kuo W. e McRoberts K.L., 1991. Application of mathematical programming to a large-scale agricultural production and distribution system, *Journal of Operational Research Society*, 42, 639-648.