



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Departamento de Sistemas e Controle de Energia

**UM MODELO DE ESPAÇO DE ESTADOS COM
REPRESENTAÇÃO DE SEGUNDA ORDEM PARA A
ANÁLISE DAS OSCILAÇÕES DE MODO INTERÁREA EM
SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA**

Adriana Fávaro Domingues

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Vivaldo Fernando da Costa (Orientador) - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Antônio Padilha Feltrin - UNESP/Ilha Solteira

Prof. Dr. Dilson Amâncio Alves - UNESP/Ilha Solteira

Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Jr. - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva - FEEC/UNICAMP

Dr. Walmir de Freitas Filho - FEEC/Unicamp

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Doutor em Engenharia Elétrica.**

Campinas, SP, Março de 2005

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

D713m Domingues, Adriana Fávaro
Um modelo de espaço de estados com representação de segunda ordem para a análise das oscilações de modo interárea em sistemas de energia elétrica / Adriana Fávaro Domingues. --Campinas, SP: [s.n.], 2005.

Orientador: Vivaldo Fernando da Costa.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de energia elétrica - Estabilidade. 2. Forma normal (Matemática). 3. Oscilações. 4. Modelos matemáticos. 5. Sistemas flexíveis de transmissão CA. I. Costa, Vivaldo Fernando da. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

RMS

Título em Inglês: A space state model including second order representation for the analysis of power systems inter-area mode oscillations

Palavras-chave em Inglês: Electric power system stability, Normal forms (Mathematics), Oscillations, Mathematical models e Flexible AC transmission systems

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Doutora em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Antonio Padilha Feltrin, Dilson Amâncio Alves, Carlos Alberto de Castro Junior, Luiz Carlos Pereira da Silva e Walmir de Freitas Filho

Data da defesa: 18/03/2005

***“Desconfiai do mais trivial, na aparência singelo.
E examinai, sobretudo, o que parece habitual.
Suplicamos expressamente: não aceiteis o que é de hábito como coisa natural, pois
em tempo de desordem sangrenta, de confusão organizada, de arbitrariedade
consciente, de humanidade desumanizada, nada deve parecer natural, nada deve
parecer impossível de mudar.”***

(Bertold Brecht)

*“Tudo acaba, leitor; é um velho truísmo, a que se
pode acrescentar que nem tudo o que dura
dura muito tempo.”*

(Machado de Assis)

RESUMO

Este trabalho aborda o problema das oscilações eletromecânicas de baixa frequência de modo interárea em sistemas de energia elétrica através de duas metodologias: primeiramente, através do método convencional da análise modal linear e, posteriormente, através da aplicação do método da forma normal dos campos vetoriais como ferramenta para viabilizar o acréscimo dos termos não lineares de segunda ordem resultantes da expansão em série de Taylor. Neste caso, o método da forma normal é aplicado a um Modelo de Sensibilidade de Potência com representação de segunda ordem, para investigar os efeitos das interações não lineares entre os modos naturais de oscilação de sistemas de energia elétrica. São consideradas, em ambas as análises, a inclusão de dispositivos FACTS e da modelagem dinâmica das cargas. As simulações são realizadas para um sistema simétrico de duas áreas e para o Sistema Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro. A metodologia de análise proposta mostra-se bastante satisfatória como alternativa à simulação não linear no domínio do tempo e à análise modal convencional.

ABSTRACT

In this work, the analysis of power systems inter-area mode oscillations is performed by the application of two different methodologies: first, the linear modal analysis, and then the analysis including second order nonlinear terms from a Taylor series expansion, with the application of the method of normal forms of vector fields. In this case, the method of normal forms is applied to a Power Sensitivity Model including second order nonlinear terms, in order to investigate the effects of nonlinear interactions between system modes. Both methodologies consider the inclusion of FACTS devices and dynamic load model. Simulations are performed for a symmetric two-area test power system and for the Equivalent South-Southeast Brazilian system. The results obtained show that the methodology proposed is very effective as an alternative to linear modal analysis and time-domain simulation in the performance of inter-area mode oscillations analysis.

AGRADECIMENTOS

- À FAPESP, pelo apoio financeiro;
- Aos meus amigos;
- Aos meus pais;
- A Deus.

SIMBOLOGIA

A	matriz de estado;
B_{SVC}	susceptância do SVC;
D	coeficiente de amortecimento do gerador síncrono;
δ	ângulo de potência do gerador;
Δ	variação incremental;
E_{FD}	tensão de campo do gerador;
E'_d	componente de eixo direto da tensão transitória;
E'_q	componente de eixo em quadratura da tensão transitória;
FACTS	Flexible AC Transmission Systems;
H	matriz hessiana;
j	operador complexo;
k	grau de compensação do TCSC;
K_A	ganho estático do regulador de tensão;
K_{SVC}	ganho estático do SVC;
K_{TCSC}	ganho estático do TCSC;
M	coeficiente de inércia;
MSP	Modelo de Sensibilidade de Potência;
ω	velocidade angular;
ω_n	frequência natural de oscilação;
ω_0	velocidade angular síncrona;
$P_{e_{ref}}$	potência ativa de referência do TCSC;

P_m	potência mecânica aplicada pela turbina ao eixo do gerador;
PSS	Power System Stabilizer;
ξ	taxa de amortecimento;
s	operador de Laplace;
SVC	Static VAr Compensator;
θ	ângulo de fase;
T_A	constante de tempo do regulador de tensão;
T'_{d0}	constante de tempo transitória de eixo direto com estator em circuito aberto;
T'_{q0}	constante de tempo transitória de eixo em quadratura com estator em circuito aberto;
TCR	Tiristor Controlled Reactor;
TCSC	Tiristor Controlled Series Capacitor;
TSC	Tiristor Switched Capacitor;
T_{SVC}	constante de tempo do SVC;
T_{TCSC}	constante de tempo do TCSC;
u	vetor de variáveis de entrada;
V	tensão de fase;
V_{ref}	tensão de referência;
w	vetor de variáveis de transformação para a forma normal;
x	vetor de variáveis de estado;
x_C	reatância do capacitor do TCSC;
X_C	reatância do TCSC;

x_d	reatância síncrona de eixo direto;
x'_d	reatância transitória de eixo direto;
x_q	reatância síncrona de eixo em quadratura;
x'_q	reatância transitória de eixo em quadratura;
X_e	reatância efetiva da linha de transmissão com TCSC;
$x_{e_{ref}}$	reatância de referência do TCSC;
X_{SL}	reatância do SVC (“slope”);
X_{TCR}	reatância do TCR;
y	vetor de variáveis de saída;
z	vetor de variáveis de transformação para a forma normal.

Obs.: Alguns símbolos utilizados neste trabalho não são definidos aqui, mas no próprio texto onde estão sendo utilizados.

ÍNDICE

Resumo	iii
Abstract	iii
Agradecimentos	iv
Simbologia	v
Capítulo 1 INTRODUÇÃO	1
Capítulo 2 ESTABILIDADE DE ÂNGULO EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA	4
2.1 Introdução	4
2.2 Oscilações Eletromecânicas de Baixa Frequência	5
2.3 Modos de Oscilação	7
2.4 Torques Sincronizante e de Amortecimento	8
2.5 Análise Modal Linear	9
2.6 Teoria das Bifurcações	11
2.7 Fatores de Participação	13
2.8 Modelo de Sensibilidade de Potência para Sistemas Multimáquinas	14
2.8.1 Linearização do Modelo de Quarta Ordem	18
Capítulo 3 MÉTODO DA FORMA NORMAL	22
3.1 Introdução	22
3.2 O Método da Forma Normal	22
3.3 Construção do Método da Forma Normal	23
3.3.1 Cálculo de h_m	25
3.4 Ocorrência de Ressonância	27

Capítulo 4	O MÉTODO DA FORMA NORMAL APLICADO A SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA (REVISÃO BIBLIOGRÁFICA)	28
Capítulo 5	MODELO DE ESPAÇO DE ESTADOS COM REPRESENTAÇÃO DE SEGUNDA ORDEM PARA A ANÁLISE DAS OSCILAÇÕES DE MODO INTERÁREA ATRAVÉS DO MÉTODO DA FORMA NORMAL	33
	5.1 Introdução	33
	5.2 Representação do Sistema	33
	5.3 Aplicação do Método da Forma Normal à Análise da Estabilidade de Sistemas Multimáquinas	36
	5.3.1 Esquema de Aplicação do Método da Forma Normal	38
	5.4 Índices de Interação Não Linear	40
	5.5 Fatores de Participação Não Lineares	41
Capítulo 6	SIMULAÇÕES E RESULTADOS: ANÁLISE LINEAR	43
	6.1 Introdução	43
	6.2 Ferramenta Computacional Utilizada	43
	6.3 Sistema Teste Utilizado	43
	6.4 Influência dos Dispositivos FACTS	47
	6.4.1 Inclusão do TCSC	47
	6.4.2 Inclusão do SVC	50
	6.4.3 Efeito dos Sinais Suplementares na Malha de Controle do SVC	51
	6.5 Influência das Cargas Dinâmicas	53
	6.6 O TCSC e as Cargas Dinâmicas	56
Capítulo 7	SIMULAÇÕES E RESULTADOS: ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM	57
	7.1 Introdução	57
	7.2 Ferramenta Computacional Utilizada	57
	7.3 Sistema Teste Utilizado	58

7.4	Perturbação do Sistema	58
7.5	A Importância da Inclusão de Termos Não Lineares na Análise da Estabilidade de um Sistema de Energia Elétrica Estressado	58
7.5.1	Influência do TCSC	58
7.5.2	Influência das Cargas Dinâmicas	62
7.6	Efeito de uma Grande Perturbação nas Oscilações de Modo Interárea	65
7.6.1	Cálculo dos Índices de Interação Não Linear	67
7.6.2	Cálculo dos Fatores de Participação Não Lineares	68
Capítulo 8	SIMULAÇÕES E RESULTADOS: APLICAÇÃO DO MÉTODO DA FORMA NORMAL A UM SISTEMA ELÉTRICO SIMPLIFICADO EQUIVALENTE AO SISTEMA SUL-SUDESTE DO BRASIL	70
8.1	Introdução	70
8.2	Descrição do Sistema	70
8.3	Aplicação de uma Grande Perturbação	71
8.4	Cálculo dos Índices de Interação Não Linear para o Sistema Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro	72
8.5	Estressando o Sistema	73
8.6	Cálculo dos Fatores de Participação Não Lineares	75
8.7	Inclusão do TCSC ao Sistema Equivalente Sul-Sudeste	77
Capítulo 9	CONCLUSÕES	80
Capítulo 10	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	83
	BIBLIOGRAFIA	84

Apêndice A	A MATRIZ B E O MÉTODO DA FORMA NORMAL	89
Apêndice B	CÁLCULO DAS MATRIZES HESSIANAS	93
Apêndice C	ALGORITMO	95
Apêndice D	DADOS DOS SISTEMAS	96
Apêndice E	MÉTODOS ITERATIVOS PARA O CÁLCULO DO Z_0	100
Apêndice F	ARTIGOS SUBMETIDOS, APRESENTADOS E PUBLICADOS	103

Capítulo 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a necessidade de tornar os sistemas de energia elétrica mais flexíveis e eficientes é cada vez maior, à medida que o seu grau de complexidade aumenta em decorrência das inúmeras interligações e expansões a que são submetidos. Como conseqüência, estes sistemas acabam sendo forçados a permanecer sob condições de operação freqüentemente estressadas, muitas vezes até mesmo ultrapassando os seus limites de segurança e estabilidade.

As oscilações eletromecânicas de modo interárea fracamente amortecidas são típicos efeitos indesejáveis decorrentes da expansão dos sistemas elétricos modernos. Sob determinadas condições de operação e após sofrerem grandes perturbações, os sistemas interligados podem apresentar instabilidades decorrentes das interações entre seus modos naturais de oscilação, as quais não podem ser previstas através das técnicas convencionais de análise modal linear ou de simulação não linear.

O modelo proposto neste trabalho inclui a representação dos efeitos dos termos não lineares de segunda ordem, formulados através da metodologia do balanço nodal de potência. Baseado nesta representação, o Modelo de Sensibilidade de Potência é adaptado através da incorporação dos termos de segunda ordem decorrentes da expansão em série de Taylor, de forma a possibilitar a aplicação do método da forma normal. Este método, por sua vez, disponibiliza diversas informações a respeito das interações modais não lineares, essenciais para um entendimento completo e mais eficaz do fenômeno das oscilações de modo interárea em sistemas interligados e estressados. O efeito da inclusão dos dispositivos FACTS (TCSC e SVC), bem como da modelagem dinâmica das cargas, também são analisados neste contexto.

Este trabalho de doutoramento tem, portanto, por objetivo, disponibilizar um método alternativo para a análise das oscilações eletromecânicas de baixa frequência de modo interárea que possibilite a obtenção de informações a respeito de possíveis interações entre modos do sistema, como instrumento de detecção de eventuais desequilíbrios e instabilidades não detectáveis através das metodologias conhecidas. O método da forma normal atua, neste caso, como uma ferramenta auxiliar na análise não linear realizada nos sistemas multimáquinas em estudo.

Esta tese de doutorado está organizada da seguinte forma:

No capítulo 2, é apresentada uma breve abordagem sobre o conceito de estabilidade angular em sistemas de energia elétrica, sendo destacadas as principais causas que levam ao aparecimento das oscilações eletromecânicas de baixa frequência, bem como a metodologia até então utilizada para a solução deste problema.

No capítulo 3, é apresentado, de forma detalhada, o Método da Forma Normal, como ferramenta a ser empregada na metodologia de análise não linear de segunda ordem proposta neste trabalho.

No capítulo 4, são citados e comentados alguns dos principais trabalhos publicados na área de estabilidade de sistemas de energia elétrica envolvendo a inclusão de termos não lineares e a aplicação do Método da Forma Normal.

No capítulo 5, é apresentado o desenvolvimento de um modelo de espaço de estados com representação de segunda ordem para sistemas multimáquinas, baseado no Modelo de Sensibilidade de Potência, onde a aplicação do Método da Forma Normal é apresentada de maneira detalhada.

No Capítulo 6, são apresentados os resultados obtidos a partir das simulações realizadas para a aplicação da metodologia convencional da análise modal linear.

No Capítulo 7, são apresentados os resultados obtidos a partir das simulações realizadas para a aplicação da metodologia proposta neste trabalho, utilizando o programa desenvolvido para aplicação do método da forma normal na análise das oscilações eletromecânicas de modo interárea em sistemas de energia elétrica multimáquinas.

No Capítulo 8, é feita uma análise para o sistema elétrico equivalente ao sistema sul-sudeste brasileiro, englobando as diversas etapas da metodologia de análise apresentada ao longo do desenvolvimento do projeto

No Capítulo 9, são apresentadas as conclusões a respeito deste trabalho de doutoramento.

No capítulo 10, são sugeridas algumas idéias para o desenvolvimento de futuros projetos em seqüência a este trabalho.

Informações adicionais são apresentadas nos Apêndices.

Capítulo 2 ESTABILIDADE DE ÂNGULO EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

2.1 Introdução

O problema da ocorrência de oscilações eletromecânicas fracamente amortecidas é tido como uma das principais restrições à operação estável de sistemas de energia elétrica interligados desde as últimas décadas do século XX. Estas oscilações resultam das interações entre os rotores dos geradores síncronos que, comportando-se como corpos rígidos, oscilam uns contra os outros, trocando energia através da rede de transmissão. Desta forma, elas podem ser um reflexo das interações dinâmicas entre grupos de geradores (um grupo oscila contra o outro), ou entre um gerador (ou grupo de geradores) e o resto do sistema. No primeiro caso, elas são denominadas de **oscilações de modo interárea**, e no segundo, de **oscilações de modo local**. A faixa de frequência em que as oscilações de modo interárea podem ocorrer é de 0.1 a 0.8 Hz, enquanto que para as de modo local é de 1.0 a 2.0 Hz [1].

A essência dos problemas que estas oscilações eletromecânicas de baixa frequência podem acarretar para a estabilidade de sistemas de energia elétrica reside no fato de que, para estas frequências [2]:

- Os sistemas apresentam um baixo amortecimento natural;
- Em algumas situações, onde características combinadas das cargas, dos sistemas de controle dos geradores (excitação e velocidade), bem como do carregamento das linhas de transmissão, podem reduzir substancialmente, ou mesmo tornar negativo, o amortecimento de algum modo de oscilação do sistema (interárea ou local).

O fato de os sistemas de energia elétrica serem cada vez mais levados a operar próximos aos seus limites de estabilidade, em razão do crescimento contínuo da demanda energética, tem sido a causa essencial do agravamento dos problemas que estas oscilações acarretam. Estes problemas podem ter conseqüências desastrosas para a estabilidade de sistemas de energia elétrica interligados, podendo levá-los a colapsos parciais, ou mesmo totais (*black-out*), visto que um processo de desligamento em cascata (implicando a

separação em subsistemas) pode ser desencadeado. Desta forma, a existência de amortecimento positivo para as oscilações eletromecânicas de baixa frequência, seja de modo interárea ou local, é uma condição absolutamente necessária para a operação segura de sistemas de energia elétrica. A aplicação de sinais estabilizantes suplementares na excitação dos geradores síncronos do sistema através de dispositivos denominados Estabilizadores de Sistemas de Potência (PSS – *Power System Stabilizer*) tem sido a forma mais simples, econômica e efetiva de garantir que esta condição seja satisfeita [2].

Considerando-se a hipótese de que as propriedades de estabilidade dos modos de oscilação do sistema não dependem da magnitude da perturbação, a abordagem do problema tem sido tradicionalmente realizada através de modelos matemáticos linearizados em torno de um ponto de operação sob condições de regime permanente e, por conseguinte, através da utilização de métodos analíticos aplicáveis a sistemas lineares. Dentre estes, a abordagem via análise modal utilizando técnicas de autovalores é a que tem sido mais utilizada. Várias técnicas modais têm sido propostas para o projeto de PSS, bem como para a alocação e coordenação desses controladores em sistemas multimáquinas, os quais, por razões econômicas e de confiabilidade, devem ser preferencialmente locais (controladores descentralizados) [3], [4], [5], [6]. A análise modal tem sido exaustivamente utilizada para a análise de oscilações de modos interárea, propiciando um melhor entendimento da natureza reconhecidamente complexa desses modos [1], [7], [8], [9].

2.2 Oscilações Eletromecânicas de Baixa Frequência

A teoria clássica dos estudos de estabilidade angular, que serve de base para os métodos atuais, foi desenvolvida durante os anos 20 e 30 do século passado [10]. Esta teoria se caracteriza pela não inclusão dos controles automáticos (tensão e velocidade) na modelagem dos geradores síncronos, os quais são representados por uma fonte de tensão de magnitude constante conectada à rede de transmissão através de uma impedância constante. Este modelo é referido na literatura como **modelo clássico** do gerador. Estudos de estabilidade que utilizam o modelo clássico não propiciam praticamente nenhuma informação sobre o amortecimento das oscilações eletromecânicas, visto que, em grande parte, esse amortecimento é determinado por variações dos fluxos de campo dos geradores,

as quais não são levadas em conta pelo modelo clássico. Portanto, o fato do modelo clássico ter sido utilizado de forma satisfatória até o final dos anos 50 mostra que, até então, o amortecimento das oscilações não era um fator restritivo para a estabilidade de sistemas de energia elétrica. A avaliação da estabilidade restringia-se somente à possibilidade de ocorrência de instabilidades monotônicas, traduzidas por uma aceleração contínua dos rotores dos geradores. Estas instabilidades aperiódicas são devidas à falta de torque sincronizante dos geradores, e podem ocorrer sob condições de pequenas ou grandes perturbações. No primeiro caso, o problema era referido como de **estabilidade de regime permanente**, e no segundo, como de **estabilidade transitória**. A avaliação da Estabilidade de Regime Permanente restringia-se ao cálculo dos coeficientes sincronizantes dos geradores, enquanto que a da Estabilidade Transitória restringia-se à primeira oscilação dos rotores no período subsequente à ocorrência de uma grande perturbação tal como uma falta. Em razão disso, o problema também é referido como **estabilidade de primeira oscilação (*first swing*)**. Portanto, estava implícito nesta avaliação que o amortecimento das oscilações subsequentes não era um problema, e que um ponto de operação estável pós-perturbação seria atingido se o sistema sobrevivesse à **instabilidade transitória**.

No entanto, os grandes sistemas elétricos interligados que se constituíram a partir do final da década de 50 passaram a apresentar um comportamento dinâmico qualitativamente diferente dos antigos sistemas de energia elétrica. Isto se tornou evidente nos primeiros casos de instabilidades que foram constatados. Em transitórios devidos à ocorrência de grandes perturbações, constatou-se que o sistema, após aparentemente resistir ao “choque” inicial durante 1 ou 2 segundos, ou seja, não apresentando instabilidade transitória, tornava-se instável sem nenhum estímulo adicional. Esta instabilidade, caracterizada por oscilações de amplitudes crescentes, podia ocorrer desde alguns segundos ou até mesmo minutos após o impacto original. Em função disso, ocorreu uma redefinição da classificação dos estudos de estabilidade. O problema do amortecimento das oscilações subsequentes à primeira oscilação dos rotores dos geradores passou a ser referido como **estabilidade dinâmica**, e posteriormente como **estabilidade oscilatória** [2]. Para a avaliação deste tipo de estabilidade, o modelo clássico é totalmente inadequado, e uma representação detalhada dos geradores síncronos é necessária.

Desta forma, embora a interligação de sistemas de energia elétrica tenha tornado

possível a geração e transmissão de energia elétrica de forma mais econômica (menor reserva girante) e confiável (assistência mútua entre áreas de geração e consumo), isto teve como consequência o aparecimento de um novo problema dinâmico, isto é, o problema da estabilidade oscilatória, ou em outras palavras, o problema do amortecimento das oscilações eletromecânicas.

2.3 Modos de Oscilação

Embora a instabilidade oscilatória possa ocorrer sob condições de grandes perturbações, este fenômeno tem sido tradicionalmente considerado como um problema de estabilidade do estado pós-falta do sistema sob condições de pequenas perturbações, ou seja, é considerado como sendo essencialmente linear [2]. Desta forma, a estabilidade oscilatória de sistemas de energia elétrica traduz-se pela existência de amortecimento positivo para todos os seus **modos naturais de oscilação** quando estes são excitados por pequenas perturbações, ou mesmo por flutuações normais de carga. Embora existam no sistema vários modos de oscilação tais como os introduzidos pelas ações dos sistemas de controle de excitação e de velocidade, os de principal interesse são os modos eletromecânicos de baixa frequência, os quais são associados ao comportamento dinâmico dos rotores dos geradores. Estes modos eletromecânicos ou oscilações eletromecânicas de baixa frequência podem ocorrer na faixa de frequência natural de 0.1 a 2.0 Hz, e podem ser um reflexo das interações dinâmicas entre grupo de geradores (um grupo oscila contra o outro), ou entre um gerador (ou grupo de geradores) e o resto do sistema. No primeiro caso, essas oscilações são denominadas **oscilações de modo interárea**, e no segundo caso, **oscilações de modo local**. A faixa de frequência em que as oscilações de modo interárea podem ocorrer é de 0.1 a 0.8 Hz, enquanto que para as de modo local é de 1.0 a 2.0 Hz. Devido ao baixo amortecimento natural de grandes sistemas elétricos interligados nessa faixa de frequência, em certas condições de operação, tipicamente as de forte carregamento, características combinadas das cargas e dos sistemas de controle dos geradores (tensão e velocidade) podem reduzir substancialmente ou mesmo tornar negativo o amortecimento de algum modo de oscilação do sistema (local ou interárea), resultando em instabilidade oscilatória.

As oscilações de modo interárea tendem a ocorrer quando os sistemas são interligados por linhas de transmissão fracas, ou seja, com capacidades muito inferiores às capacidades dos sistemas que elas interligam, enquanto que as oscilações de modo local tendem a ocorrer quando os geradores são conectados ao sistema por linhas de transmissão que apresentam valores grandes de reatância (maiores que 0.5 pu).

2.4 Torques Sincronizante e de Amortecimento

Para uma dada frequência de oscilação do rotor do gerador, existe uma variação do torque elétrico, de mesma frequência, e proporcional à amplitude da oscilação. Visto que, em razão dos baixos valores da taxa de amortecimento, as variações angulares $\Delta\delta$ e as variações de velocidade $\Delta\omega$ são essencialmente ortogonais, esta variação do torque elétrico pode ser decomposta em duas componentes, ou seja:

$$\Delta T_E = K_s \Delta\delta + K_d \Delta\omega \quad (2.1)$$

A componente proporcional às variações angulares ($K_s \Delta\delta$) é denominada **torque sincronizante**, e a componente proporcional às variações de velocidade ($K_d \Delta\omega$) é denominada **torque de amortecimento**. A componente sincronizante varia em fase no tempo com a variação angular, e a componente de amortecimento varia em fase no tempo com a variação de velocidade [11].

Sob condições de pequenas perturbações, a estabilidade do gerador depende dos valores destas duas componentes. A instabilidade pode ocorrer em razão da falta de torque de amortecimento ou da falta de torque sincronizante. No primeiro caso, a instabilidade caracteriza-se por oscilações de amplitudes crescentes (**instabilidade oscilatória**), e no segundo, por um crescimento contínuo do ângulo do rotor (**instabilidade monotônica**). Os cancelamentos dos torques sincronizante ($K_s = 0$) e de amortecimento ($K_d = 0$) definem, respectivamente, o **limite de estabilidade de regime permanente** e o **limite de estabilidade oscilatória** do sistema.

2.5 Análise Modal Linear

O sistema elétrico, por se tratar de um sistema dinâmico, pode ser descrito através de um conjunto de equações diferenciais e algébricas não lineares como mostrado abaixo [2], [12]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{0} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u})\end{aligned}\tag{2.2}$$

onde:

x: vetor das variáveis de estado $n \times 1$

y: vetor das variáveis algébricas $k \times 1$

u: vetor das variáveis de entrada $r \times 1$

As equações diferenciais representam a dinâmica dos geradores, reguladores e cargas, enquanto que as equações algébricas representam a rede de transmissão, as cargas estáticas, e as conexões da rede com os dispositivos dinâmicos do sistema.

Para análise de pequenas perturbações, as equações diferenciais e algébricas (2.2) podem ser linearizadas em torno do ponto de equilíbrio para o qual a perturbação será analisada, obtendo-se a seguinte forma matricial:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_1 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{J}_2 \Delta \mathbf{y} + \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{u}\tag{2.3}$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{J}_3 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{J}_4 \Delta \mathbf{y} + \mathbf{B}_2 \Delta \mathbf{u}\tag{2.4}$$

\mathbf{J}_1 , \mathbf{J}_2 , \mathbf{J}_3 e \mathbf{J}_4 são as matrizes Jacobianas das funções f e g com relação às variáveis de estado e algébricas, respectivamente. As matrizes \mathbf{B}_1 e \mathbf{B}_2 são os Jacobianos relacionados às variáveis de entrada u.

Quando a matriz Jacobiana \mathbf{J}_4 é não-singular, as equações algébricas (2.4) podem ser eliminadas, obtendo-se, desta maneira, a equação de estado do sistema:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}\tag{2.5}$$

onde a matriz de estados A do sistema é dada por:

$$\mathbf{A} = \mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2 \mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 \quad (2.6)$$

e sendo

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 - \mathbf{J}_2 \mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{B}_2 \quad (2.7)$$

a matriz de entradas.

Aplicando a transformada de Laplace à equação (2.5), obtém-se as equações de estado do sistema no domínio da frequência:

$$\Delta \mathbf{X}(s) = \frac{\mathbf{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})} [\Delta \mathbf{X}(0) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{U}(s)] \quad (2.8)$$

A transformada de Laplace de Δx possui duas componentes, uma dependente das condições iniciais e outra dependente das entradas. São chamadas de componente da resposta à entrada nula e componente da resposta ao estado nulo, respectivamente. Os pólos de $\Delta \mathbf{X}(s)$ são as raízes da equação (2.9):

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \quad (2.9)$$

Os valores de s que satisfazem a equação (2.9), conhecida como equação característica, são chamados de autovalores da matriz \mathbf{A} .

Os autovalores da matriz \mathbf{A} são os valores de λ para os quais existem soluções não triviais para a equação (2.10):

$$\mathbf{A}\Phi = \lambda\Phi \quad (2.10)$$

a qual pode ser escrita como:

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\Phi = 0 \quad (2.11)$$

A condição para que a solução da equação (2.11) seja não trivial é dada por:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad (2.12)$$

O vetor coluna Φ_i que satisfaz a equação

$$\mathbf{A}\Phi_i = \lambda_i \Phi_i \quad (2.13)$$

é chamado de autovetor direito de \mathbf{A} associado ao autovalor λ_i . Similarmente, o vetor linha Ψ_i que satisfaz a equação

$$\Psi_i \mathbf{A} = \Psi_i \lambda_i \quad (2.14)$$

é chamado autovetor esquerdo de \mathbf{A} associado ao autovalor λ_i . A partir do exposto anteriormente, pode-se obter a expressão:

$$\mathbf{A}\Phi = \Phi\Lambda \text{ ou } \Phi^{-1}\mathbf{A}\Phi = \Lambda \quad (2.15)$$

onde Φ é a matriz de autovetores direitos, $\Psi = \Phi^{-1}$ é a matriz de autovetores esquerdos e Λ é a matriz diagonal de autovalores.

A estabilidade de um sistema dinâmico linear é completamente independente das entradas e, portanto, a resposta à entrada nula é suficiente para que a análise da estabilidade do sistema seja conclusiva. A resposta do sistema dinâmico à entrada nula é a solução da equação:

$$\dot{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} \quad (2.16)$$

A análise da estabilidade do sistema consiste, portanto, na observação dos autovalores e autovetores da matriz de estado \mathbf{A} .

Aplicando-se a técnica de análise modal da matriz \mathbf{A} , isto é, determinando seus autovalores críticos e monitorando a sua trajetória no plano complexo, à luz da teoria das bifurcações, a estabilidade do sistema para pequenas perturbações pode ser avaliada [2], [13]. Este tipo de análise é de grande valia para a identificação de modos fracamente amortecidos, bem como para ajudar no projeto e teste de dispositivos de controle para melhorar o amortecimento desses modos.

2.6 Teoria das Bifurcações

A teoria das bifurcações propicia um entendimento do comportamento dinâmico do sistema em termos da dependência que este possui de seus parâmetros, os quais podem variar com o tempo, bem como com as condições de operação. Conforme esses parâmetros

variam, mudanças qualitativas radicais no comportamento dinâmico do sistema podem ocorrer. Estas mudanças são denominadas bifurcações. Conforme é ilustrado na Figura 2.1, a partir de um dado ponto de equilíbrio estável, o aumento gradativo de um parâmetro do sistema (carregamento) pode levá-lo a perder a estabilidade segundo três trajetórias do autovalor crítico no plano complexo:

1. um autovalor real move-se para o semiplano direito cruzando o eixo imaginário. No ponto de carregamento crítico, tem-se um autovalor nulo, indicando transição para a instabilidade monotônica (Figura 2.1-a);
2. um par conjugado de autovalores move-se para o semiplano direito cruzando o eixo imaginário. No ponto de carregamento crítico, têm-se dois autovalores puramente imaginários, indicando transição para a instabilidade oscilatória (Figura 2.1-b);
3. um autovalor move-se para o semiplano direito cruzando o eixo imaginário através de pontos infinitos. No ponto de carregamento crítico, tem-se um autovalor tendendo ao infinito, indicando transição para a instabilidade aperiódica (Figura 2.1-c).

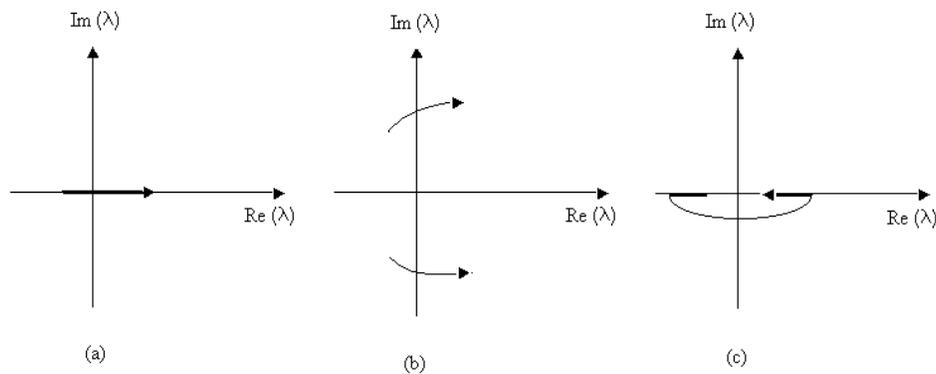


Figura 2.1 – Trajetória do autovalor no plano complexo

Os pontos críticos correspondentes à transição de um autovalor de um semiplano a outro são chamados **pontos de bifurcação**. Para cada caso descrito anteriormente, são definidos os seguintes tipos de bifurcação [14]:

1. **Bifurcação Sela - Nó:** caracterizada por um autovalor nulo na matriz de estados A
2. **Bifurcação de Hopf:** caracterizada por um par conjugado de autovalores puramente imaginários.
3. **Bifurcação de Singularidade Induzida:** caracterizada por um autovalor que tende ao infinito.

Um autovalor real corresponde a um modo não oscilatório. Sendo negativo, representa um modo estável, que estabiliza mais rápido quanto maior for a magnitude do autovalor. Sendo positivo representa instabilidade aperiódica (monotônica).

Autovalores complexos ocorrem em pares conjugados, e cada par corresponde a um modo oscilatório.

A partir de um determinado autovalor crítico $\lambda = \sigma \pm j\omega$, pode-se calcular, para o modo crítico a ele relacionado, a taxa de amortecimento (%):

$$\zeta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \cdot 100 \quad (2.17)$$

e a frequência de oscilação (Hz):

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.18)$$

É possível ainda saber quais variáveis de estado participam mais de um determinado modo, através dos fatores de participação.

2.7 Fatores de Participação

O conceito de fator de participação foi desenvolvido para medir o grau de participação de uma variável de estado em um determinado modo de oscilação [15], [16], [17], [18], [2]. A partir da determinação das variáveis de estado que participam mais em um determinado modo instável, pode-se dizer, por exemplo, qual foi a dinâmica que levou o sistema à instabilidade. Uma medida dessa participação pode ser obtida através dos autovetores esquerdos e direitos.

Sejam Φ_i e Ψ_i os autovetores direito e esquerdo relacionados ao autovalor λ_i de A . O fator que mede a participação da k -ésima variável de estado no i -ésimo modo é definido como:

$$P_{ki} = \Psi_{ki} \Phi_{ik} \quad (2.19)$$

A partir do exposto acima, pode-se montar a matriz de participação P , que relaciona todas as variáveis de estados com todos os modos de variação. Cabe salientar que:

- O fator de participação é adimensional, e independe das unidades das variáveis de estado;
- A soma dos fatores de participação de um modo em todos os estados é igual a um;
- Devido à ortogonalidade dos autovetores esquerdos e direitos, a soma dos fatores de participação de um estado em todos os modos é igual a um.
- É possível normalizar os fatores de participação, de forma a igualar o maior valor a um, e reajustar os valores dos demais de maneira equivalente.

2.8 Modelo de Sensibilidade de Potência para Sistemas Multimáquinas

O Modelo de Sensibilidade de Potência (MSP) é um modelo linearizado desenvolvido por Da Costa & Deckmann [19], [20] para a análise das oscilações eletromecânicas de baixa frequência em sistemas de energia elétrica. Na sua versão máquina-barramento infinito, o MSP é uma alternativa ao Modelo Heffron-Phillips para a análise das oscilações de modo local. A formulação do MSP é baseada no balanço nodal de potência aplicado a cada nó do sistema, o qual permite assumir que durante um processo dinâmico, o equilíbrio de potências ativa e reativa deve ser satisfeito a todo instante em cada barra do sistema. A modelagem do sistema para análise dinâmica é muito simplificada por esta hipótese.

A seguir, é apresentada uma modelagem detalhada de um sistema com m unidades geradoras e n barras com base no balanço nodal de potência.

- **Balço nodal de potncia nas barras de gerao**

Nas barras de gerao, faz-se o balço de potncia ativa e reativa entre a injeo de potncia dos geradores e o fluxo de potncia nas linhas conectadas ao barramento (Figura 2.2).

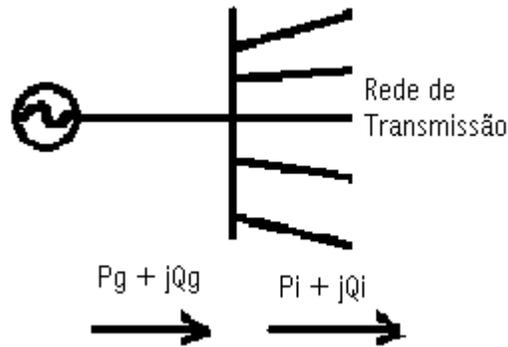


Figura 2.2 – Barra de Gerao

Considerando-se positiva a injeo de potncia entrando na barra, e negativa a injeo de potncia saindo da barra, o balço de potncia na barra terminal do gerador é dado por:

$$\begin{aligned} P_{gi} - P_i &= 0 \\ Q_{gi} - Q_i &= 0 \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (2.20)$$

- **Balço nodal de potncia nas barras de carga**

Nas barras de carga, faz-se o balço de potncia ativa e reativa entre a injeo de potncia das cargas e o fluxo de potncia das diversas linhas de transmissoo conectadas às mesmas. A conveno utilizada pelos programas do fluxo de potncia considera a injeo de potncia das cargas e os fluxos de potncia nas linhas saindo do barramento, conforme ilustrado na Figura 2.3.

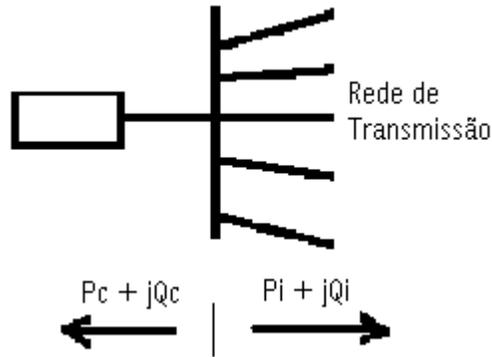


Figura 2.3 – Barra de Carga

Desta forma, o balanço de potência é dado por:

$$\begin{aligned} -P_{ci} - P_i &= 0 \\ -Q_{ci} - Q_i &= 0 \quad i = m + 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.21)$$

O próximo passo é calcular as injeções de potência para cada gerador e carga, bem como o fluxo de potência na rede. É considerado o modelo de quarta ordem para as máquinas síncronas e o excitador do tipo estático.

- **Injeção de potência nas barras de geração**

A injeção de potência de cada gerador em sua respectiva barra terminal é calculada somente em função das variáveis de estado e das tensões nodais, sendo dada por [20]:

$$\begin{aligned} P_g &= \frac{V}{x'_d} E'_q \sin(\delta - \theta) - \frac{VE'_d}{x'_q} \cos(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} \sin 2(\delta - \theta) \left(\frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \\ Q_g &= \frac{V}{x'_d} E'_q \cos(\delta - \theta) + \frac{VE'_d}{x'_q} \sin(\delta - \theta) + \frac{V^2}{2} [1 - \cos 2(\delta - \theta) \left(\frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right)] - \frac{V^2}{x'_d} \end{aligned} \quad (2.22)$$

- **Injeção de Potência nas Barras de Carga**

Será considerado, inicialmente, um modelo de carga estático não linear dependente da tensão:

$$\begin{aligned} P_{ci} &= P_{i0} (v_i/v_{i0})^{np} \\ Q_{ci} &= Q_{i0} (v_i/v_{i0})^{nq} \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde:

$$\begin{aligned} np = nq = 0 & \quad \text{para carga de potência constante} \\ np = nq = 1 & \quad \text{para carga de corrente constante} \\ np = nq = 2 & \quad \text{para carga de impedância constante.} \end{aligned}$$

- **Fluxo de potência na rede de transmissão**

O fluxo de potência na rede de transmissão é representado pelas equações:

$$\begin{aligned} P_i &= \sum_{k=1}^n v_i v_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \\ Q_i &= \sum_{k=1}^n v_i v_k Y_{ik} \text{sen}(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.24)$$

- **Modelo do gerador**

Equações de oscilação do gerador:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega - \omega_s \\ M \frac{d\omega}{dt} &= P_m - P_g - D\omega \end{aligned} \quad (2.25)$$

Balanço de fluxo do gerador:

$$\begin{aligned} T_{do}' \frac{dE_q'}{dt} &= E_{fd} - E_q' - \frac{(X_d - X_d')}{X_d'} (E_q' - V \cos(\delta - \theta)) \\ T_{qo}' \frac{dE_d'}{dt} &= -E_d' + \frac{(X_q - X_q')}{X_q'} (-E_d' + V \sin(\delta - \theta)) \end{aligned} \quad (2.26)$$

- **Modelo do excitador estático**

$$T_A \frac{dE_{fd}}{dt} = -E_{fd} + K_A (V_{ref} - V_i) \quad (2.27)$$

A Figura 2.4 representa o diagrama de blocos do excitador estático.

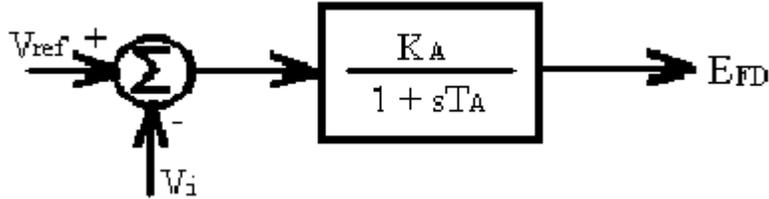


Figura 2.4 – Excitador Estático

2.8.1 Linearização do Modelo de Quarta Ordem

- **Linearização da injeção de potência nas barras de geração**

A linearização das equações (2.22) resulta em:

$$\begin{aligned}\Delta P_{gi} &= A_{1gi}\Delta\delta_i - A_{1gi}\Delta\theta_i + A_{2gi}\Delta E'_{qi} + A_{3gi}\Delta v_i + A_{4gi}\Delta E'_{di} \\ \Delta Q_{gi} &= R_{1gi}\Delta\delta_i - R_{1gi}\Delta\theta_i + R_{2gi}\Delta E'_{qi} + R_{3gi}\Delta v_i + R_{4gi}\Delta E'_{di}\end{aligned}\quad (2.28)$$

Os parâmetros A e R representam as sensibilidades de potência ativa e reativa em relação às variáveis de estado e às tensões nodais [21].

- **Linearização da injeção de potência nas barras de carga**

A linearização das equações (2.23) resulta em:

$$\begin{aligned}\Delta P_{ci} &= n_p (P_{i0}/v_{i0}) \Delta v_i = A_{ci}\Delta v_i \\ \Delta Q_{ci} &= n_q (Q_{i0}/v_{i0}) \Delta v_i = R_{ci}\Delta v_i \quad \mathbf{i = m + 1, \dots, n}\end{aligned}\quad (2.29)$$

- **Linearização do fluxo de potência na rede de transmissão**

A linearização das equações (2.24) resulta em:

$$\begin{aligned}\Delta P_i &= A_{2,ii} \Delta v_i + A_{1,ii} \Delta \theta_i + \sum_{\substack{k=1 \\ \neq i}}^n [A_{1,ik} \Delta \theta_k + A_{2,ik} \Delta v_k] \\ \Delta Q_i &= R_{2,ii} \Delta v_i + R_{1,ii} \Delta \theta_i + \sum_{\substack{k=1 \\ \neq i}}^n [R_{1,ik} \Delta \theta_k + R_{2,ik} \Delta v_k]\end{aligned}\tag{2.30}$$

- **Linearização das equações diferenciais**

A linearização das equações (2.25), (2.26) e (2.27) resulta em:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\delta}_i &= \Delta \omega_i \\ M_i \Delta \dot{\omega}_i &= \Delta P_{mi} - A_{1gi} \Delta \delta_i + A_{1gi} \Delta \theta_i - A_{2gi} \Delta E'_{qi} - A_{3gi} \Delta v_i - A_{4gi} \Delta E'_{di} - D_i \Delta \omega_i \\ T'_{doi} \Delta \dot{E}'_{qi} &= \Delta E'_{fdi} - \frac{X_{di}}{X'_{di}} \Delta E'_{qi} + K_{1i} \Delta v_i - K_{2i} \Delta \delta_i + K_{2i} \Delta \theta_i \\ T'_{qoi} \Delta \dot{E}'_{di} &= -\frac{X_{qi}}{X'_{qi}} \Delta E'_{di} + K_{3i} \Delta v_i + K_{4i} \Delta \delta_i - K_{4i} \Delta \theta_i \\ T_{Ai} \Delta \dot{E}'_{fdi} &= -\Delta E'_{fdi} + K_{Ai} \Delta v_{refi} - K_{Ai} \Delta v_i\end{aligned}\tag{2.31}$$

sendo $i=1, \dots, m$;

- **Linearização das equações do balanço de potência nas barras de geração**

A linearização das equações (2.20) resulta em:

$$\begin{aligned}\Delta P_{gi} - \Delta P_i &= 0 \\ \Delta Q_{gi} - \Delta Q_i &= 0 \quad i = 1, \dots, m\end{aligned}\tag{2.32}$$

Substituindo-se as injeções de potência dos geradores e as equações do fluxo de carga linearizados (equações (2.28) e (2.30) na equação (2.32)), obtém-se:

$$\begin{aligned}A_{1gi}\Delta\delta_i + (-A_{1,ii} - A_{1gi})\Delta\theta_i + A_{2gi}\Delta E'_{qi} + (A_{3g} - A_{2,ii})\Delta v_i + \\ A_{4gi}\Delta E'_{di} - \sum_{\substack{k=1 \\ \neq i}}^n [A_{2,ik}\Delta v_k + A_{1,ik}\Delta\theta_k] = 0 \\ R_{1gi}\Delta\delta_i + (-R_{1,ii} - R_{1gi})\Delta\theta_i + R_{2gi}\Delta E'_{qi} + (R_{3g} - R_{2,ii})\Delta v_i + \\ R_{4gi}\Delta E'_{di} - \sum_{\substack{k=1 \\ \neq i}}^n [R_{2,ik}\Delta v_k + R_{1,ik}\Delta\theta_k] = 0\end{aligned}\tag{2.33}$$

- **Linearização das equações do balanço de potência nas barras de carga**

A linearização das equações (2.21) resulta em:

$$\begin{aligned}-\Delta P_{ci} - \Delta P_i &= 0 \\ -\Delta Q_{ci} - \Delta Q_i &= 0 \quad i = m + 1, \dots, n\end{aligned}\tag{2.34}$$

Substituindo-se a injeção de potência da carga e as equações do fluxo de carga linearizados, dados pelas equações (2.29) e (2.30), respectivamente, na equação (2.34), obtém-se:

$$\begin{aligned}-A_{1,ii}\Delta\theta_i + (-A_{ci} - A_{2,ii})\Delta v_i - \sum_{\substack{k=1 \\ \neq i}}^n [A_{2,ik}\Delta v_k + A_{1,ik}\Delta\theta_k] = 0 \\ -R_{1,ii}\Delta\theta_i + (-R_{ci} - R_{2,ii})\Delta v_i - \sum_{\substack{k=1 \\ \neq i}}^n [R_{2,ik}\Delta v_k + R_{1,ik}\Delta\theta_k] = 0\end{aligned}\tag{2.35}$$

As equações diferenciais linearizadas (2.31) e as equações linearizadas de balanço de potência (2.33) e (2.35) podem ser colocadas na forma matricial dada pelas equações (2.3) e (2.4), ou seja:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\delta}_i \\ \mathbf{M}_i \Delta \dot{\omega}_i \\ \mathbf{T}'_{doi} \Delta \dot{\mathbf{E}}_{qi} \\ \mathbf{T}'_{qoi} \Delta \dot{\mathbf{E}}_{di} \\ \mathbf{T}_{Ai} \Delta \dot{\mathbf{E}}_{fdi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_{1gi} & -\mathbf{D}_i & -\mathbf{A}_{2gi} & -\mathbf{A}_{4gi} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}_{2i} & \mathbf{0} & -\frac{\mathbf{x}_{di}}{\mathbf{x}'_{di}} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{K}_{4i} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\frac{\mathbf{x}_{qi}}{\mathbf{x}'_{qi}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta \omega_i \\ \Delta \mathbf{E}'_{qi} \\ \Delta \mathbf{E}'_{di} \\ \Delta \mathbf{E}_{fdi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{1gi} & \mathbf{A}_{3gi} \\ \mathbf{K}_{2i} & \mathbf{K}_{1i} \\ -\mathbf{K}_{4i} & \mathbf{K}_{3i} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K}_{Ai} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta \mathbf{v}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{Ai} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{mi} \\ \Delta \mathbf{v}_{refi} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1gi} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{2gi} & \mathbf{A}_{4gi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_{1gi} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{2gi} & \mathbf{A}_{4gi} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta \omega_i \\ \Delta \mathbf{E}'_{qi} \\ \Delta \mathbf{E}'_{di} \\ \Delta \mathbf{E}_{fdi} \end{bmatrix} + [\mathbf{J}_{FC}] \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta \mathbf{v}_i \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

sendo \mathbf{J}_{FC} o Jacobiano do Fluxo de Carga do sistema.

Cabe salientar que cada unidade geradora (máquina síncrona e sistema de excitação), carga dinâmica agregada, motor de indução, dispositivo FACTS ou qualquer outro componente que tenha modelagem dinâmica poderá ser representado na forma:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{x}}_i &= \mathbf{J}_{1i} \Delta \mathbf{x}_i + \mathbf{J}_{2i} \Delta \mathbf{y}_i + \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{u}_i \\ \mathbf{0} &= \mathbf{J}_{3i} \Delta \mathbf{x}_i + \mathbf{J}_{4i} \Delta \mathbf{y}_i \end{aligned} \quad (2.38)$$

Capítulo 3 MÉTODO DA FORMA NORMAL

3.1 Introdução

Neste capítulo, o método da forma normal é descrito detalhadamente, sob o ponto de vista matemático, sendo enfatizados os principais aspectos a serem implementados na aplicação deste método à formulação da equação de estado de um sistema multimáquinas incluindo termos não lineares.

3.2 O Método da Forma Normal

O método da forma normal, desenvolvido pelo matemático francês Poincaré, pode ser considerado a mais poderosa ferramenta matemática utilizada por pesquisadores que trabalham com sistemas dinâmicos não lineares. Através deste método, é possível simplificar sistemas complexos de forma a isolar e estudar, de maneira relativamente simples, as vibrações, oscilações, bifurcações e outros atributos dinâmicos destes sistemas [22].

A idéia básica do método da forma normal consiste em realizar transformações sucessivas em um conjunto de equações de alto grau de complexidade que descrevam o sistema dinâmico em estudo, através de mudanças nas coordenadas, de forma a obter como resultado final um conjunto de equações mais simples e mais facilmente manipuláveis, e que ao mesmo tempo representem um sistema que seja equivalente ao original, ou seja, mantendo o mesmo comportamento qualitativo. As transformações utilizadas neste método são denominadas “Transformações Locais” (“Near-Identity Transformations”), pois são geradas em uma vizinhança de uma solução conhecida ou ponto fixo, como por exemplo, um ponto de equilíbrio ou ponto de operação do sistema. Isto pode ser realizado para qualquer ordem desejada [23].

Em outras palavras, o método da forma normal converte relações não lineares em lineares mudando a base de representação. Por exemplo, uma função, cujo gráfico é uma curva no sistema de coordenadas lineares, pode ser transformada em uma reta em um sistema de coordenadas não lineares (ou seja, os eixos são curvas). Isto pode ser visualizado

através do exemplo mostrado na Figura 3.1. Uma curva na superfície do cilindro pode ser transformada em uma reta “deformando-se” seus eixos, isto é, “desenrolando” o cilindro. Desta maneira, a análise linear pode ser realizada nesta nova representação através de técnicas convencionais, e os resultados obtidos podem ser convertidos ao sistema original de coordenadas através de uma seqüência de transformações inversas [24], [25].

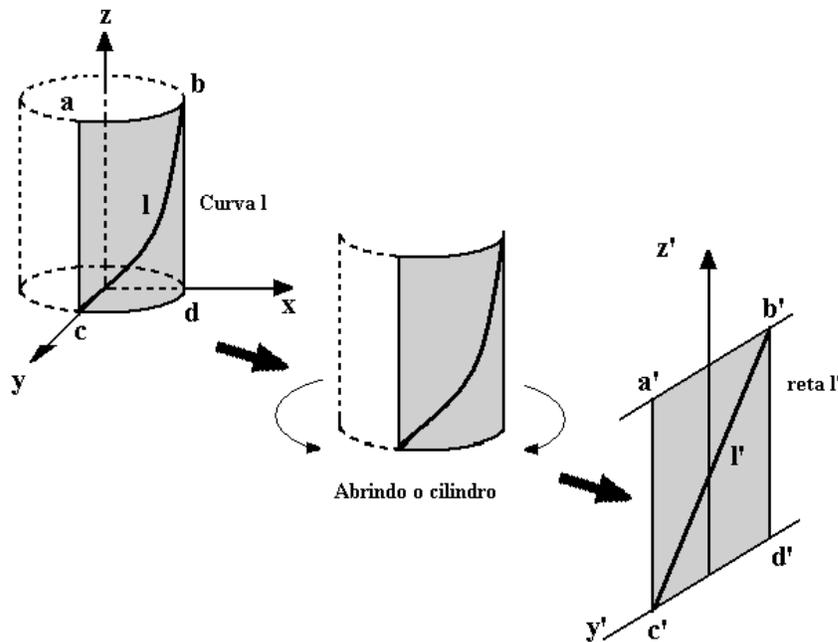


Figura 3.1 – Transformação de Coordenadas

3.3 Construção do Método da Forma Normal [22], [23]

Considerando um sistema dinâmico não linear de primeira ordem representado pela seguinte equação:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \varepsilon \mathbf{F}_2(\mathbf{x}) + \varepsilon^2 \mathbf{F}_3(\mathbf{x}) + \Lambda \quad (3.1)$$

onde \mathbf{x} e $\mathbf{F}_m(\mathbf{x})$ são vetores coluna de dimensão n , \mathbf{A} é uma matriz constante de dimensão $n \times n$, e ε é um parâmetro adimensional que, dependendo da natureza do sistema representado, pode estar relacionado a alguma grandeza física, assumindo dimensões muito pequenas, ou simplesmente igualado à unidade. Os vetores \mathbf{F}_m , com m inteiro e maior ou

igual a 2, correspondem aos termos não lineares resultantes da expansão em série de Taylor, satisfazendo a condição $F_m(0)=0$ de forma que $x=0$ seja um ponto fixo de (3.1).

O primeiro passo para a obtenção da forma normal deste sistema é a realização de uma transformação linear do tipo $x=Pw$ (transformação de similaridade), onde P é uma matriz não singular. Assim, a equação (3.1) fica na forma:

$$\dot{\mathbf{Pw}} = \mathbf{APw} + \varepsilon \mathbf{F}_2(\mathbf{Pw}) + \varepsilon^2 \mathbf{F}_3(\mathbf{Pw}) + \Lambda \quad (3.2)$$

Multiplicando a equação 3.2 à esquerda por P^{-1} , obtém-se:

$$\dot{\mathbf{w}} = \mathbf{Jw} + \varepsilon \mathbf{f}_2(\mathbf{w}) + \varepsilon^2 \mathbf{f}_3(\mathbf{w}) + \Lambda \quad (3.3)$$

onde

$$\mathbf{J} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP} \text{ e } \mathbf{f}_m(\mathbf{w}) = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{F}_m(\mathbf{Pw}) \quad (3.4)$$

A matriz P deve ser escolhida de modo a gerar uma matriz J que seja real, de maneira a simplificar os cálculos. A forma mais simples da matriz J é obtida utilizando-se P igual à matriz dos autovetores diretos de A e P^{-1} igual à matriz dos autovetores esquerdos de A , resultando em uma matriz em cuja diagonal estão os autovalores de A . Esta matriz poderá ser uma matriz diagonal ou a Forma Canônica de Jordan da matriz A .

O objetivo deste método é obter uma sequência de transformações que removam sucessivamente os termos não lineares f_m , começando por f_2 , de forma a reduzir o problema original a um sistema linear de primeira ordem que possa ser analisado através de técnicas lineares convencionais. Considerando o sistema descrito pela equação (3.3), o vetor w pode ser expandido em potências de ε [22]. A relação entre $w(t)$ e sua aproximação de ordem zero $z(t)$ será:

$$\mathbf{w} = \mathbf{z} + \varepsilon \mathbf{h}_2(\mathbf{z}) + \varepsilon^2 \mathbf{h}_3(\mathbf{z}) + \Lambda \quad (3.5)$$

que pode ser formalmente tratada como uma transformação de variáveis do espaço n -dimensional dentro dele próprio.

Escolhendo h_m de maneira a obter sua forma mais simplificada (forma normal):

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Jz} + \varepsilon \mathbf{g}_2(\mathbf{z}) + \varepsilon^2 \mathbf{g}_3(\mathbf{z}) + \Lambda \quad (3.6)$$

Os termos g_m são obtidos através da substituição de (3.5) em (3.3):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} + \varepsilon \mathbf{Dh}_2(\mathbf{z})\dot{\mathbf{z}} + \varepsilon^2 \mathbf{Dh}_3(\mathbf{z})\dot{\mathbf{z}} + \Lambda &= \mathbf{Jz} + \varepsilon \mathbf{Jh}_2(\mathbf{z}) + \varepsilon^2 \mathbf{Jh}_3(\mathbf{z}) + \Lambda \\ + \varepsilon \mathbf{f}_2[\mathbf{z} + \varepsilon \mathbf{h}_2(\mathbf{z}) + \varepsilon^2 \mathbf{h}_3(\mathbf{z}) + \Lambda] &+ \varepsilon^2 \mathbf{f}_3[\mathbf{z} + \varepsilon \mathbf{h}_2(\mathbf{z}) + \varepsilon^2 \mathbf{h}_3(\mathbf{z}) + \Lambda] + \Lambda \end{aligned} \quad (3.7)$$

ou

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} = & \mathbf{Jz} - [\varepsilon \mathbf{Dh}_2(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}} + \varepsilon^2 \mathbf{Dh}_3(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}} + \Lambda] + \varepsilon \mathbf{Jh}_2(\mathbf{z}) + \varepsilon^2 \mathbf{Jh}_3(\mathbf{z}) + \Lambda \\ & + \varepsilon \mathbf{f}_2[\mathbf{z} + \varepsilon \mathbf{h}_2(\mathbf{z}) + \varepsilon^2 \mathbf{h}_3(\mathbf{z}) + \Lambda] + \varepsilon^2 \mathbf{f}_3[\mathbf{z} + \varepsilon \mathbf{h}_2(\mathbf{z}) + \varepsilon^2 \mathbf{h}_3(\mathbf{z}) + \Lambda] + \Lambda \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde Dh é o Jacobiano de h, e sabendo-se que:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{h}_2(\mathbf{z}) = \mathbf{Dh}_2(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}} \quad \text{e} \quad \frac{d}{dt} \mathbf{h}_3(\mathbf{z}) = \mathbf{Dh}_3(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}} \quad (3.9)$$

Sabe-se que a equação (3.6) será a mais simples possível quando $\mathbf{g}_m(\mathbf{z})=0$. Então, utilizando (3.6) para eliminar $\dot{\mathbf{z}}$ de (3.8), obtém-se:

$$\mathbf{g}_2(\mathbf{z}) + \mathbf{Dh}_2(\mathbf{z})\mathbf{Jz} - \mathbf{Jh}_2(\mathbf{z}) = \mathbf{f}_2(\mathbf{z}) \quad (3.10)$$

$$\mathbf{g}_3(\mathbf{z}) + \mathbf{Dh}_3(\mathbf{z})\mathbf{Jz} - \mathbf{Jh}_3(\mathbf{z}) = \mathbf{f}_3(\mathbf{z}) + \mathbf{Df}_2(\mathbf{z})\mathbf{h}_2(\mathbf{z}) - \mathbf{Dh}_2(\mathbf{z})\mathbf{g}_2(\mathbf{z}) \quad (3.11)$$

O operador $\mathcal{L}(\mathbf{h}_2(\mathbf{z})) = \mathbf{Dh}_2(\mathbf{z})\mathbf{Jz} - \mathbf{Jh}_2(\mathbf{z}) = [\mathbf{h}_2, \mathbf{Jz}]$ é chamado “Lie bracket”.

Observa-se que, embora $\mathbf{h}_m(\mathbf{z})$ (da equação (3.5)) seja normalmente composto por funções não lineares de \mathbf{z} , sua solução pode ser encontrada através da resolução de uma seqüência de problemas lineares, como mostrado a seguir.

3.3.1 Cálculo de \mathbf{h}_m

Restringindo a parte não linear ao termo de segunda ordem ($m = 2$), e assumindo que a matriz J é diagonal e que o parâmetro ε é igual a 1, pode-se representar o sistema da seguinte forma (Equação (3.3)) [22]:

$$\dot{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \mathbf{0} & \Lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_2 & \Lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & & \mathbf{M} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Lambda & \lambda_n \end{bmatrix} \mathbf{w} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} \mathbf{w}_1^2 + \alpha_{12} \mathbf{w}_1 \mathbf{w}_2 + \alpha_{13} \mathbf{w}_1 \mathbf{w}_3 + \Lambda + \alpha_{1n} \mathbf{w}_n^2 \\ \alpha_{21} \mathbf{w}_1^2 + \alpha_{22} \mathbf{w}_1 \mathbf{w}_2 + \alpha_{23} \mathbf{w}_1 \mathbf{w}_3 + \Lambda + \alpha_{2n} \mathbf{w}_n^2 \\ \mathbf{M} \\ \alpha_{n1} \mathbf{w}_1^2 + \alpha_{n2} \mathbf{w}_1 \mathbf{w}_2 + \alpha_{n3} \mathbf{w}_1 \mathbf{w}_3 + \Lambda + \alpha_{nn} \mathbf{w}_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Substituindo (3.12) em (3.10):

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{2_1} \\ \mathbf{g}_{2_2} \\ \text{M} \\ \mathbf{g}_{2_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{h}_{2_1}}{\partial \mathbf{z}_1} & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_1}}{\partial \mathbf{z}_2} & \Lambda & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_1}}{\partial \mathbf{z}_n} \\ \frac{\partial \mathbf{h}_{2_2}}{\partial \mathbf{z}_1} & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_2}}{\partial \mathbf{z}_2} & \Lambda & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_2}}{\partial \mathbf{z}_n} \\ \frac{\partial \mathbf{h}_{2_n}}{\partial \mathbf{z}_1} & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_n}}{\partial \mathbf{z}_2} & \Lambda & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_n}}{\partial \mathbf{z}_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 & \mathbf{0} & \Lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_2 & \Lambda & \mathbf{0} \\ \text{M} & \text{M} & & \text{M} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Lambda & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \\ \text{M} \\ \mathbf{z}_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_1 & \mathbf{0} & \Lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_2 & \Lambda & \mathbf{0} \\ \text{M} & \text{M} & & \text{M} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Lambda & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{2_1} \\ \mathbf{h}_{2_2} \\ \text{M} \\ \mathbf{h}_{2_n} \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \mathbf{z}_1^2 + \alpha_{12} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \alpha_{13} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \alpha_{1n} \mathbf{z}_n^2 \\ \alpha_{21} \mathbf{z}_1^2 + \alpha_{22} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \alpha_{23} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \alpha_{2n} \mathbf{z}_n^2 \\ \text{M} \\ \alpha_{n1} \mathbf{z}_1^2 + \alpha_{n2} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \alpha_{n3} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \alpha_{nn} \mathbf{z}_n^2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.13}$$

onde $(h_{2_1}, h_{2_2}, \dots, h_{2_n})$ e $(g_{2_1}, g_{2_2}, \dots, g_{2_n})$ são os componentes de h_2 e g_2 . O lado direito da equação (3.13), que corresponde ao $f_2(\mathbf{z})$, sugere que sejam encontrados g_2 e h_2 na forma:

$$\mathbf{h}_2(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} \mathbf{z}_1^2 + \Gamma_{12} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Gamma_{13} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Gamma_{1n} \mathbf{z}_n^2 \\ \Gamma_{21} \mathbf{z}_1^2 + \Gamma_{22} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Gamma_{23} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Gamma_{2n} \mathbf{z}_n^2 \\ \text{M} \\ \Gamma_{n1} \mathbf{z}_1^2 + \Gamma_{n2} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Gamma_{n3} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Gamma_{nn} \mathbf{z}_n^2 \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

$$\mathbf{g}_2(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} \mathbf{z}_1^2 + \Lambda_{12} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Lambda_{13} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Lambda_{1n} \mathbf{z}_n^2 \\ \Lambda_{21} \mathbf{z}_1^2 + \Lambda_{22} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Lambda_{23} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Lambda_{2n} \mathbf{z}_n^2 \\ \text{M} \\ \Lambda_{n1} \mathbf{z}_1^2 + \Lambda_{n2} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Lambda_{n3} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Lambda_{nn} \mathbf{z}_n^2 \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Substituindo (3.14) e (3.15) em (3.13), e equacionando os coeficientes de \mathbf{z} em ambos os lados das equações, obtém-se a seguinte relação [23]:

$$\mathbf{E}\Gamma = \boldsymbol{\alpha} - \Lambda \tag{3.16}$$

onde $\boldsymbol{\alpha}$, Λ e Γ são vetores coluna, tendo como componentes α_m , Λ_m e Γ_m , respectivamente.

A matriz E é uma matriz diagonal composta pelos elementos:

$$\mathbf{E}_{m,i} = \mathbf{m}_k \lambda_k + \mathbf{m}_j \lambda_j - \lambda_i \tag{3.17}$$

onde m_m são inteiros, $m_k + m_j = 2$ e $i = 1, \dots, n$.

Tendo em vista que o objetivo deste procedimento é a obtenção de uma forma simplificada (forma normal) para a equação original do sistema, e, como foi mencionado anteriormente, sabe-se que a equação (3.6) será o mais simples possível quando $g_m(z)=0$, tem-se que os componentes de Λ deverão ser todos nulos ($\Lambda_m=0$). Sabe-se, além disso, que os componentes de α são conhecidos (coeficientes de F_2 , na equação original (3.1)). A matriz E deve ser não singular. Assim sendo, sob estas condições, obtém-se facilmente os coeficientes Γ_m e, conseqüentemente, h_2 .

Através desta seqüência de cálculos, todos os termos não lineares são eliminados de (3.12), resultando, finalmente, na forma normal:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Jz} \quad (3.18)$$

que equivale ao sistema não linear original redefinido na forma de um sistema linear em um novo sistema de coordenadas definido pela transformação dada pela Equação (3.5).

3.4 Ocorrência de Ressonância

Quando algum dos termos da matriz E for nulo, ou seja,

$$\lambda_i = m_k \lambda_k + m_j \lambda_j \quad (3.19)$$

a matriz E será singular e, portanto, os respectivos termos de ordem superior (neste caso, os termos de segunda ordem), não poderão ser eliminados. Esta situação configura a ocorrência de *ressonância*. Os termos que não puderam ser eliminados são chamados *termos ressonantes*. A condição imposta pela equação (3.19) é chamada *condição de ressonância de ordem 2*.

Quando algum dos termos da matriz E for muito pequeno, pelo menos um dos coeficientes Γ_m terá um divisor muito pequeno, e a transformação não procede. Estes termos que produzem divisores pequenos são chamados *termos próximos da ressonância* (“near-resonance terms”). Nestes casos, pode-se escolher um valor adequado para o coeficiente em questão, de forma a se evitar a singularidade da matriz E . Por exemplo, se o termo Γ_3 possui divisor pequeno, pode-se fazer $\Lambda_3=\alpha_3$, sendo que os demais coeficientes serão calculados da forma usual.

Capítulo 4 O MÉTODO DA FORMA NORMAL APLICADO A SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA (REVISÃO BIBLIOGRÁFICA)

A instabilidade oscilatória nas condições pós-falta do sistema sempre foi considerada na literatura como sendo devida ao fato de a condição de regime permanente pós-falta ser inerentemente instável sob condições de pequenas perturbações, e não em decorrência dos efeitos da falta propriamente dita [2]. Assim, bastaria aplicar a análise modal convencional no ponto de equilíbrio estável pós-falta (x_{SEP}) para realizar a análise da estabilidade de pequenas perturbações. No entanto, o sucesso da abordagem do problema via métodos lineares só é possível para sistemas regulares, isto é, sistemas para os quais uma pequena (grande) perturbação causa uma pequena (grande) variação no comportamento dinâmico dos mesmos. Com a ampliação do consumo energético, o comportamento dos sistemas de energia elétrica passou a ser muito mais dependente de suas características não lineares. Em um sistema estressado, com inúmeras interligações, todos os tipos de comportamento irregulares podem ser possíveis.

As situações de estresse a que um sistema elétrico pode estar submetido incluem alto carregamento das linhas de transmissão, geradores operando próximos aos seus limites de potência ativa e reativa, e grandes distâncias separando a geração das cargas [26]. Para ilustrar o quão imprevisível pode se tornar um sistema estressado, considere-se a Figura 4.1, que ilustra a curva PV de uma barra de carga de um dado sistema de energia elétrica.

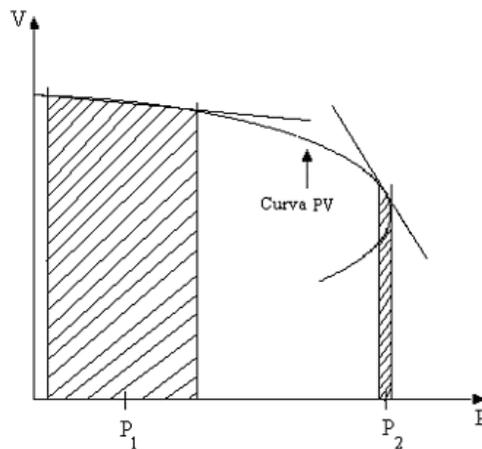


Figura 4.1 – Curva PV

Para sistemas em que o contínuo aumento da demanda é compensado por um contínuo aumento da capacidade de geração e transmissão (região de carga leve - P_1), a aproximação linear é precisa em uma ampla faixa. Entretanto, os sistemas atuais são levados cada vez mais a operar em regiões com fortes não linearidades (região de carga pesada - P_2), onde a aproximação linear é inadequada. Nestas condições, a análise modal convencional não é adequada para abordar o problema das oscilações de modo interárea devido ao comportamento cada vez mais imprevisível do sistema [24], [25].

A análise modal convencional, método exaustivamente utilizado para a análise de oscilações de modos interárea, tem sua importância reconhecida por proporcionar um melhor entendimento da natureza complexa desses modos [1], [7], [8], [9], permitindo a identificação dos modos naturais de oscilação do sistema, bem como dos geradores que participam desses modos. O fato de ela não ter sido capaz de detectar nem explicar a causa da instabilidade de modo interárea em alguns casos que ocorreram nos anos 80 do século passado, bem como o fato de isto ter ocorrido após esses sistemas, em condições estressadas, terem sido submetidos a uma falta, levou alguns pesquisadores a suspeitar da influência decisiva das não linearidades do sistema na instabilidade desses modos.

O artigo [27], um dos primeiros estudos realizados sobre a influência de não linearidades na estabilidade de sistemas, aborda o fenômeno da ressonância auto-paramétrica, também conhecido como ressonância interna, considerada um tipo de oscilação não linear em sistemas elétricos de potência. Este fenômeno ocorre quando a frequência da soma de dois ou mais modos naturais é muito próxima da frequência de algum outro modo natural de oscilação do sistema. Ou seja, um modo comporta-se como uma perturbação interna periódica para os outros modos. Segundo os autores, as instabilidades observadas em sistemas reais poderiam estar associadas à ressonância interna induzida pelos termos não lineares de segunda ordem da série de Taylor (termos Hessianos) das equações dinâmicas que descrevem o comportamento do sistema. A análise desses termos Hessianos indicou que mais frequências podem ter uma significativa influência no comportamento do sistema. Essas frequências adicionais são decorrentes das interações de segunda ordem dos modos lineares de oscilação, e não podem, portanto, ser estudadas pela análise linear. Estas interações não lineares tendem a ser mais fortes sob condições de grandes perturbações, forte carregamento, e/ou baixo amortecimento do sistema. A partir

deste trabalho, a abordagem do problema das oscilações eletromecânicas de modo interárea em sistemas de energia elétrica sofreu uma grande evolução, passando a ser tratada sob um novo enfoque.

Em [28], um dos artigos mais citados em diversos trabalhos correlatos, é feita uma análise da estabilidade de modo interárea para o caso de sistemas estressados submetidos a grandes perturbações. A análise comprova que a ocorrência de instabilidade de modo interárea está intimamente relacionada com a ocorrência de interações não lineares entre os modos naturais de oscilação destes sistemas. Segundo o artigo, grande parte das ocorrências de instabilidade de modo interárea na América do Norte é devido a condições estressadas de operação, como alto carregamento e grandes transferências de potência entre subsistemas. Evidencia-se que as interações não lineares aumentam com a intensificação das situações de estresse. Através do cálculo dos fatores de participação e de simulações no domínio do tempo para dois sistemas compostos respectivamente por 50 e 126 unidades geradoras, os autores constataram que todos os geradores que sofreram perda de sincronismo estavam relacionados com as interações não lineares entre modos naturais de oscilação do sistema.

Em [29], o método da forma normal é utilizado na investigação da ocorrência de interação não linear entre os modos de oscilação de um sistema HVDC/CA com modulação da potência CC. Os resultados obtidos através do método da forma normal (com aproximação de segunda ordem) para um sistema HVDC composto por quatro unidades geradoras mostraram-se muito próximos dos obtidos através da simulação não linear. As vantagens desta nova técnica incluem a possibilidade de obtenção de informações quantitativas (através de índices) a respeito do comportamento modal do sistema e das interações não lineares entre os modos naturais de oscilação, o que não se consegue através dos métodos de análise linear ou simulações no domínio do tempo.

No artigo [30], Barocio e Messina também investigam a influência das interações modais não lineares na ocorrência de instabilidade de modo interárea de um sistema operando sob condições estressadas de operação. Os autores propõem uma nova modelagem, que inclui a representação dos efeitos de segunda ordem, aplicando o método da forma normal para realizar a análise. Uma comparação entre o comportamento do

sistema analisado a partir de técnicas lineares convencionais e através do método da forma normal é estabelecida neste artigo.

Dentro das aplicações do cálculo das interações modais não lineares, enquadra-se o artigo [31], onde se determina um procedimento para evitar as perdas energéticas no sistema Manitoba Hydro, devidas a um grupamento de geradores detectado através do cálculo dos Índices 1 e 2 obtidos a partir da aplicação do método da forma normal à análise modal deste sistema.

Em [32], uma metodologia baseada na forma normal foi proposta para estimar e analisar a área de atração do ponto de equilíbrio estável pós-perturbação (x_{SEP}). Foram realizados testes em um sistema de 11 geradores, sob diferentes condições de perturbação e carregamento. Os resultados apresentados mostram que a região de estabilidade encolhe se o sistema for estressado, e que os pontos de equilíbrio estável e instável tendem a ficar muito próximos. Desta forma, sob condições de operação demasiadamente estressadas, o ponto de equilíbrio estável pode desaparecer.

Em [33], foi realizada uma análise para prever a ocorrência da instabilidade de modos interárea em sistemas de potência submetidos a grandes perturbações. O desenvolvimento analítico desta investigação é baseado na solução em forma fechada no domínio do tempo propiciada pelo método da forma normal. Foram propostos índices de interação não linear na determinação dos modos dominantes do sistema. Os resultados das simulações realizadas em um sistema teste do IEEE de 50 geradores mostraram a sua eficácia, a qual foi convalidada pela simulação não linear no domínio do tempo.

Em [34], uma metodologia baseada no método da forma normal foi utilizada para incluir os termos de segunda ordem em conceitos da análise linear, tais como os fatores de participação. É realizada uma análise da estabilidade transitória do mesmo sistema utilizado em [35], sob condições estressadas. Os fatores de participação não lineares de segunda ordem são calculados e comparados aos valores obtidos a partir de técnicas convencionais.

Em [36], os autores realizam a análise do comportamento dinâmico do sistema elétrico da Coreia (KEPCO) sob condições estressadas de operação. Em virtude da complexidade do sistema, foram incluídas as informações sobre não linearidades, e a abordagem do problema foi tratada através do método da forma normal. Através da inclusão dos termos não lineares, informações sobre a estabilidade do sistema tornam-se

mais realistas do que as obtidas a partir de técnicas convencionais. Os resultados obtidos mostram que as informações não lineares propiciadas pelo método da forma normal podem ser utilizadas para otimizar o desempenho do sistema sob condições estressadas de operação. Além disso, os autores alertam para a necessidade de se incluir as não linearidades do sistema nos cálculos e projetos de controladores, idéia também apoiada por [2], [26] e [37].

Com relação ao projeto de controladores, os artigos [38], [39] e [40] também destacam a importância de se levar em conta as não linearidades do sistema ao se projetarem os controladores, já que as informações obtidas a partir de técnicas lineares convencionais não traduzem mais a realidade dos sistemas atuais. Os autores enfatizam que as interações modais não lineares definitivamente alteram o comportamento dinâmico dos sistemas, produzindo resultados que não podem ser obtidos apenas através da análise modal linear.

Em [26], a autora estuda os efeitos dos termos de segunda ordem em sistemas de potência estressados. Informações a respeito do comportamento modal dos geradores e quantificação das interações modais lineares e não lineares do sistema, bem como das relações entre as condições extremas de operação e as não linearidades das equações diferenciais são obtidas. O método da forma normal é utilizado como ferramenta para simplificação da análise. Os resultados comprovam que a inclusão dos termos de segunda ordem confere maior precisão à análise da estabilidade de sistemas muito complexos.

Praticamente todos os estudos que são relatados na literatura visaram analisar as oscilações eletromecânicas de modo interárea decorrentes de uma grande perturbação, incluindo a análise de estabilidade transitória dos sistemas sob estudo. No entanto, o método da forma normal permite analisar e prever a estabilidade ou instabilidade do sistema para qualquer tipo de perturbação [26], [35], [36] e, portanto, a sua utilização apresenta vantagens consideráveis em relação à análise modal convencional.

Fica evidenciado então, através dos inúmeros trabalhos publicados e comentados, que a inclusão de termos não lineares passa a ser indispensável na análise da estabilidade de sistemas estressados, não só sob condições de grandes perturbações, mas também para qualquer outro tipo de perturbação que possa excitar modos naturais do sistema que venham a interagir entre si.

Capítulo 5 MODELO DE ESPAÇO DE ESTADOS COM REPRESENTAÇÃO DE SEGUNDA ORDEM PARA A ANÁLISE DAS OSCILAÇÕES DE MODO INTERÁREA ATRAVÉS DO MÉTODO DA FORMA NORMAL

5.1 Introdução

Neste capítulo, é apresentado um modelo de espaço de estados com representação de segunda ordem para a análise das oscilações eletromecânicas de modo interárea em sistemas de energia elétrica utilizando o método da forma normal. Este modelo foi desenvolvido a partir da representação em espaço de estados do Modelo de Sensibilidade de Potência (MSP) [19], [20], [41], [42] para sistemas de energia elétrica multimáquinas.

5.2 Representação do Sistema

Um sistema elétrico pode ser descrito através de um conjunto de equações diferenciais e algébricas não lineares representado por:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{0} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y})\end{aligned}\tag{5.1}$$

onde \mathbf{x} representa o vetor de variáveis de estado ($n \times 1$) e \mathbf{y} o vetor de variáveis algébricas ($k \times 1$).

O conjunto de equações diferenciais \mathbf{f} descreve a dinâmica dos geradores, reguladores e cargas, enquanto que o conjunto de equações algébricas \mathbf{g} representa a rede de transmissão, as cargas estáticas e as conexões da rede com os dispositivos de controle dinâmico do sistema (como por exemplo, os dispositivos FACTS).

É importante notar que, no conjunto de equações 5.1, não aparecem o vetor de variáveis de entrada \mathbf{u} e a matriz de entradas \mathbf{B} . Na verdade, a utilização da matriz de entrada \mathbf{B} não é compatível com a aplicação do método da forma normal, já que na dedução do método esta matriz não pode ser transformada. Um estudo sobre esta constatação é apresentado no Apêndice A desta tese.

Assumindo que \mathbf{f} e \mathbf{g} sejam contínuas e que possam ser expandidas em série de Taylor em torno de um ponto de operação (x_0, y_0) , de tal forma que $\mathbf{f}(x_0, y_0) = \mathbf{0}$, e retendo os

termos de segunda ordem apenas para a expansão de \mathbf{f} , resulta no seguinte sistema de equações:

$$\dot{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{J}_1 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{J}_2 \Delta \mathbf{y} + \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (5.2)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{J}_3 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{J}_4 \Delta \mathbf{y} \quad (5.3)$$

onde $\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2, \mathbf{J}_3$ e \mathbf{J}_4 são as matrizes Jacobianas de \mathbf{f} e \mathbf{g} em relação às variáveis de estado e algébricas, respectivamente, e $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é um vetor polinomial quadrático.

O que se pretende neste trabalho é obter um sistema que incorpore em sua representação em espaço de estados os termos não lineares resultantes da expansão em série de Taylor, termos estes que foram desprezados no processo de linearização realizado na análise modal convencional. Ou seja, o sistema deverá ser representado da seguinte forma:

$$\dot{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{X}_2(\mathbf{x}) \quad (5.4)$$

onde \mathbf{A} é a matriz de estados do sistema e $\mathbf{X}_2(\mathbf{x})$ é um vetor polinomial quadrático.

A m -ésima componente do vetor $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ em torno de um ponto de operação é dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_m(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{2} \left[\sum_{k,j=1}^n \frac{\partial^2 \mathbf{f}_m(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial x_k \partial x_j} \Delta x_k \Delta x_j + \frac{\partial^2 \mathbf{f}_m(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial x_k \partial y_j} \Delta x_k \Delta y_j + \right. \\ \left. \frac{\partial^2 \mathbf{f}_m(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial y_k \partial x_j} \Delta y_k \Delta x_j + \frac{\partial^2 \mathbf{f}_m(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial y_k \partial y_j} \Delta y_k \Delta y_j \right] \end{aligned} \quad (5.5)$$

$m=1,2,\dots,n$

que pode ser re-escrita como:

$$\mathbf{F}_m(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}_1^m \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}_2^m \Delta \mathbf{y} + \Delta \mathbf{y}^T \mathbf{H}_3^m \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{y}^T \mathbf{H}_4^m \Delta \mathbf{y} \quad (5.6)$$

onde $\mathbf{H}_1^m, \mathbf{H}_2^m, \mathbf{H}_3^m$ e \mathbf{H}_4^m são matrizes compostas pelas derivadas parciais de segunda ordem das variáveis de estado e algébricas.

Quando a matriz \mathbf{J}_4 é não-singular, as equações algébricas (5.3) podem ser eliminadas. Assim, isolando $\Delta \mathbf{y}$ em (5.3):

$$\Delta y = -\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 \Delta \mathbf{x} \quad (5.7)$$

Substituindo (5.7) em (5.4):

$$\begin{aligned} \dot{\Delta \mathbf{x}} = & (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2 \mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3) \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}_2 (-\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 \Delta \mathbf{x}) + \\ & + (-\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 \Delta \mathbf{x})^T \mathbf{H}_3 \Delta \mathbf{x} + (-\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 \Delta \mathbf{x})^T \mathbf{H}_4 (-\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 \Delta \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Delta \mathbf{x}} = & (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2 \mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3) \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}_2 (-\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 \Delta \mathbf{x}) + \\ & + \Delta \mathbf{x}^T (-\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)^T \mathbf{H}_3 \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}^T (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)^T \mathbf{H}_4 (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3) \Delta \mathbf{x} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Do caso linear, sabe-se que a matriz de estado A do sistema é dada por:

$$\mathbf{A} = \mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2 \mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 \quad (5.10)$$

Substituindo (5.10) em (5.9):

$$\dot{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}^1 \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}^2 \Delta \mathbf{x} \\ \mathbf{M} \\ \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}^n \Delta \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

onde

$$\mathbf{H}^m = \mathbf{H}_1^m - \mathbf{H}_2^m \mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 + (-\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)^T \mathbf{H}_3^m + (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)^T \mathbf{H}_4^m (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)$$

m=1,2,3,...,n n variáveis de estado

Assim, o vetor polinomial quadrático $\mathbf{X}_2(\mathbf{x})$ de (5.4) será dado por:

$$\mathbf{X}_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}^1 \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}^2 \Delta \mathbf{x} \\ \mathbf{M} \\ \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H}^n \Delta \mathbf{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^T [\mathbf{H}_1^1 - \mathbf{H}_2^1 \mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 - (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)^T \mathbf{H}_3^1 + (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)^T \mathbf{H}_4^1 (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)] \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{x}^T [\mathbf{H}_1^2 - \mathbf{H}_2^2 \mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 - (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)^T \mathbf{H}_3^2 + (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)^T \mathbf{H}_4^2 (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)] \Delta \mathbf{x} \\ \mathbf{M} \\ \Delta \mathbf{x}^T [\mathbf{H}_1^n - \mathbf{H}_2^n \mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3 - (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)^T \mathbf{H}_3^n + (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)^T \mathbf{H}_4^n (\mathbf{J}_4^{-1} \mathbf{J}_3)] \Delta \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

onde cada matriz \mathbf{H}^m representa a m-ésima matriz hessiana das derivadas parciais de segunda ordem [30]. Para cada uma das m variáveis de estado do sistema, é calculado um conjunto de matrizes (\mathbf{H}_1 , \mathbf{H}_2 , \mathbf{H}_3 e \mathbf{H}_4).

Para obter o vetor polinomial quadrático $X_2(x)$, é necessário calcular as matrizes hessianas da equação (5.12). Os elementos das matrizes H_1 , H_2 , H_3 e H_4 correspondem às derivadas parciais de segunda ordem das equações de estado do sistema em relação às variáveis de estado e algébricas, calculadas no ponto de operação para o qual está sendo feita a análise.

A construção de cada matriz hessiana é descrita no Apêndice B.

5.3 Aplicação do Método da Forma Normal à Análise da Estabilidade de Sistemas Multimáquinas

Uma vez obtidas as matrizes hessianas e, conseqüentemente, o vetor polinomial quadrático $X_2(x)$, é possível fazer a aplicação do método da forma normal.

Transferindo-se o ponto de equilíbrio para a origem, a equação (5.4) é reescrita na forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \mathbf{H}^1 \mathbf{x} \\ \mathbf{x}^T \mathbf{H}^2 \mathbf{x} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{x}^T \mathbf{H}^n \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

aplica-se a transformação de similaridade:

$$\mathbf{x} = \Phi \mathbf{w} \quad (5.14)$$

onde Φ é a matriz dos autovetores diretos associados com a matriz de estado \mathbf{A} .

Substituindo (5.14) em (5.13), obtém-se:

$$\Phi \dot{\mathbf{w}} = \mathbf{A}\Phi \mathbf{w} + \begin{bmatrix} (\Phi \mathbf{w})^T \mathbf{H}^1 (\Phi \mathbf{w}) \\ (\Phi \mathbf{w})^T \mathbf{H}^2 (\Phi \mathbf{w}) \\ \mathbf{M} \\ (\Phi \mathbf{w})^T \mathbf{H}^n (\Phi \mathbf{w}) \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Multiplicando Ψ à esquerda (sabendo-se que Ψ é a matriz dos autovetores esquerdos associados com a matriz de estado A e, portanto, é a inversa de Φ), obtém-se:

$$\dot{\mathbf{w}} = (\Psi A \Phi) \mathbf{w} + \begin{bmatrix} \Psi^T \mathbf{w}^T \Phi^T \mathbf{H}^1(\Phi \mathbf{w}) \\ \Psi^T \mathbf{w}^T \Phi^T \mathbf{H}^2(\Phi \mathbf{w}) \\ M \\ \Psi^T \mathbf{w}^T \Phi^T \mathbf{H}^n(\Phi \mathbf{w}) \end{bmatrix}$$

ou

$$\dot{\mathbf{w}} = \mathbf{J} \mathbf{w} + \mathbf{f}_2(\mathbf{w}) \quad (5.16)$$

onde

$$\mathbf{J} = \Psi A \Phi \quad \text{e} \quad \mathbf{f}_2(\mathbf{w}) = \begin{bmatrix} \Psi^T \mathbf{w}^T \Phi^T \mathbf{H}^1(\Phi \mathbf{w}) \\ \Psi^T \mathbf{w}^T \Phi^T \mathbf{H}^2(\Phi \mathbf{w}) \\ M \\ \Psi^T \mathbf{w}^T \Phi^T \mathbf{H}^n(\Phi \mathbf{w}) \end{bmatrix}$$

O elemento genérico do vetor $\mathbf{f}_2(\mathbf{w})$, $C_{ki}^j = \sum_{m=1}^n \Psi_{jm}^T [\Phi^T \mathbf{H}^m \Phi]$, representa a contribuição dos modos k e i na equação dinâmica que determina o comportamento do modo j [40].

O próximo passo do processo é verificar a ocorrência de ressonância, ou seja, verificar se ocorre a condição $\lambda_j + \lambda_k = \lambda_i$ para alguma combinação de k, j ou i .

Uma vez constatada a não-ocorrência de ressonância, pode-se aplicar a transformação local:

$$\mathbf{w} = \mathbf{z} + \mathbf{h}_2(\mathbf{z}) \quad (5.17)$$

onde

$$\mathbf{h}_2^j = \frac{C_{ki}^j}{\lambda_k + \lambda_i - \lambda_j} \quad (5.18)$$

obtendo-se a forma normal:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{J} \mathbf{z} \quad (5.19)$$

As soluções no domínio do tempo para as Equações (5.16) e (5.19) e, finalmente, a equação original do sistema (5.14) são dadas, respectivamente, por [40]:

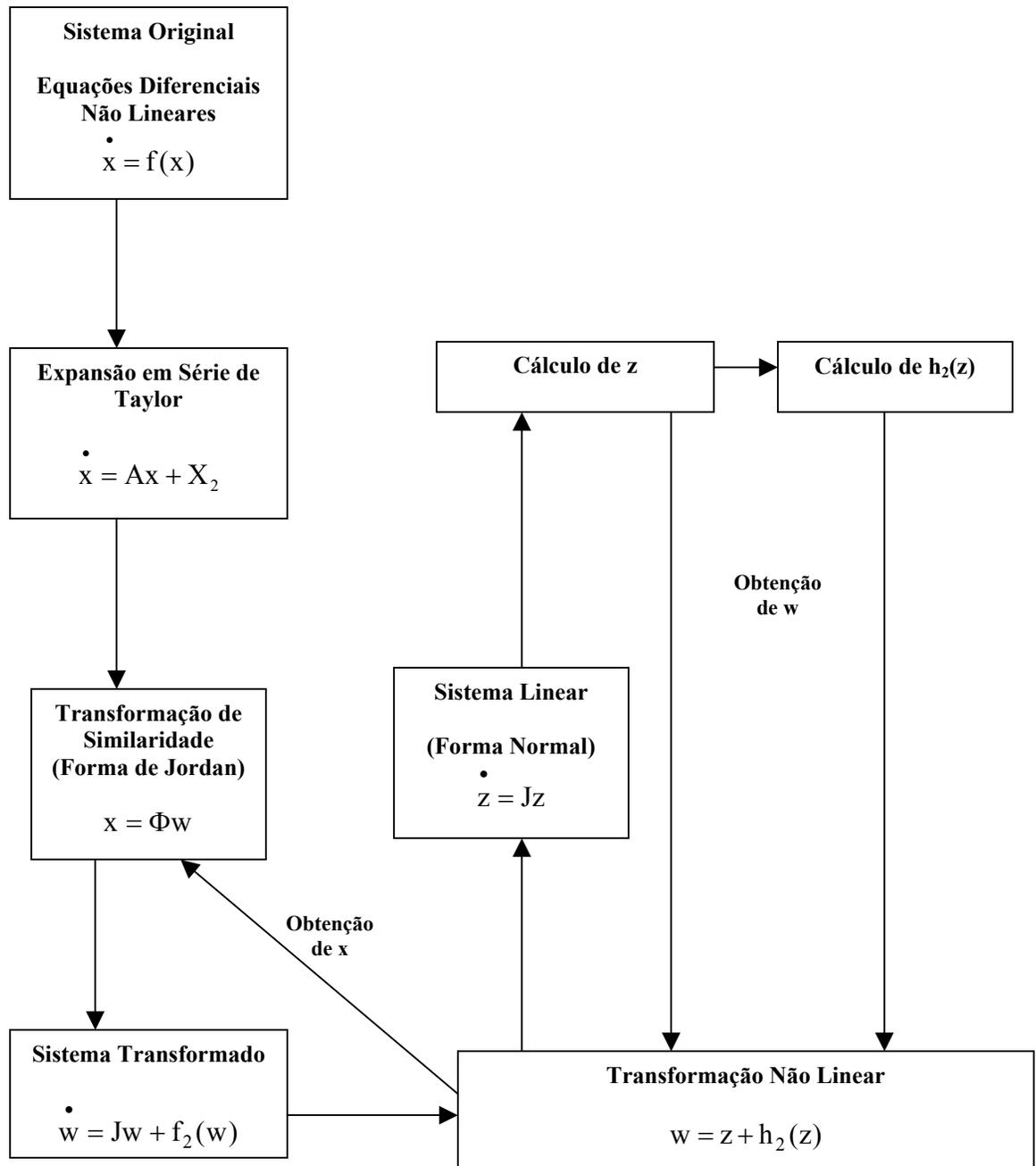
$$\begin{aligned}
 z_j(t) &= z_{j0} e^{\lambda_j t} \\
 w_j(t) &= z_{j0} e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^n \sum_{i=k}^n h_{2ki}^j z_{k0} z_{i0} e^{(\lambda_k + \lambda_i)t} \\
 x_r(t) &= \sum_{j=1}^n \Phi_{rj} z_{j0} e^{\lambda_j t} + \sum_{j=1}^n \Phi_{rj} \sum_{k=1}^n \sum_{i=k}^n h_{2ki}^j z_{k0} z_{i0} e^{(\lambda_k + \lambda_i)t} \\
 r, j &= 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

sendo $w_0 = \Psi^T x_0$ e $z_0 = w_0 - h_2(z_0)$.

São esses pontos iniciais que contém a informação da perturbação sofrida pelo sistema, seja sob o ponto de vista da estabilidade transitória ou mesmo de pequenas perturbações sob condições estressadas.

5.3.1 Esquema de Aplicação do Método da Forma Normal

A figura a seguir ilustra o processo de aplicação do método da forma normal passo a passo [26], [43]. O processo de transformação inverso é indicado pelas setas em sentido contrário. O algoritmo do software desenvolvido neste trabalho para a implementação desta nova metodologia encontra-se no Apêndice C.



5.4 Índices de Interação Não Linear

Uma vez aplicado o método da forma normal à análise dinâmica do sistema, é possível calcular seus índices de interação não linear. Estes índices fornecem informações muito importantes a respeito da relevância da inclusão dos termos não lineares na análise modal do sistema, e por essa razão representam a principal vantagem do método da forma normal em relação aos processos tradicionais de simulação não linear e análise modal linear.

Segundo [24], [25] e [1], a partir das equações (5.20) que correspondem às soluções no domínio do tempo para as variáveis w , z e x envolvidas no processo de aplicação do método da forma normal a um sistema elétrico, pode-se obter dois tipos de índices de interação não linear. O chamado Índice1 é obtido ao se comparar a porção linear (solução do sistema linear) com a porção não linear (termos de segunda ordem) das respostas temporais das variáveis w . Assim, o Índice1 é definido por:

$$\text{Índice1} = \left| \left(w_{j0} - z_{j0} \right) + \max_{k,i} h2_{ki}^j z_{k0} z_{i0} \right| \quad (5.21)$$

Neste contexto, o Índice2 pode ser assim calculado:

$$\text{Índice2} = \frac{\max |h2_{ki}^j z_{k0} z_{i0}|}{|z_j^0|} \quad (5.22)$$

A principal motivação para o cálculo destes índices é a obtenção de informações a respeito do grau de interação entre os modos do sistema a partir dos termos não lineares.

O Índice1 indica o grau de interação entre os modos k e i e o efeito desta interação sobre o modo j . O modo j é escolhido a partir do cálculo dos coeficientes de $h2$. O maior coeficiente de $h2$ indica o respectivo modo j como sendo o de maior probabilidade de interação com outros modos.

Em seguida, o Índice2 pode ser, então, calculado para o modo j , e o seu valor indica o grau de importância desta interação entre modos na análise dinâmica do sistema. Segundo

[25], se o Índice² for maior que 1, significa que os modos referidos apresentam uma forte interação não linear entre si. No entanto, se ele for menor que 1, significa que esta interação não é relevante para a análise do sistema, podendo-se, então, desprezar os termos de segunda ordem e proceder a análise linear convencional. Além disso, em uma situação na qual o Índice² seja maior que 1, indicando forte interação não linear entre modos, e um destes modos seja um modo interárea, existe uma grande possibilidade de que ocorra separação do sistema elétrico em subsistemas isolados.

O maior coeficiente de h_2 também fornece uma importante informação sobre o grau de não linearidade do sistema. Ou seja, ele indica o tamanho da curvatura existente no espaço de estados da forma normal quando comparada ao espaço de estados do sistema original. Esta curvatura (tamanho do h_2) será tanto maior quanto mais estressado for o sistema. Assim, o coeficiente h_2 poderá indicar o grau de estresse do sistema [7].

5.5 Fatores de Participação Não Lineares

Os fatores de participação têm sido importantes ferramentas utilizadas na análise modal de sistemas de energia elétrica para indicar o grau de participação de uma variável de estado em um determinado modo de oscilação. Através dos fatores de participação, é possível, por exemplo, determinar qual modo é responsável pela perda de estabilidade do sistema, em associação com o respectivo autovalor localizado no semiplano direito do plano complexo.

No entanto, é possível obter informações ainda mais precisas com relação à participação das variáveis de estado nos modos críticos do sistema, uma vez que se tenha aplicado o método da forma normal à sua análise. Através dos termos não lineares (de segunda ordem, no caso deste trabalho), disponibilizados por este método, é possível obter uma correção para o fator de participação linear (calculado tradicionalmente), e também saber qual máquina tem maior participação na interação não linear entre dois modos do sistema.

Assim, segundo apresentado em [9], têm-se os seguintes cálculos para os fatores de participação não lineares de segunda ordem:

$$p2_{ki} = u_{ki}(v_{ik} + v2_{ikk}) \quad (5.23)$$

$$p2_{kpq} = u2_{kpq}(v_{pk} + v2_{pkk})(v_{qk} + v2_{qkk}) \quad (5.24)$$

onde

$$v2_{jpp} = -\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n h2_{ki}^j v_{kp} v_{ip} \quad (5.25)$$

$$u2_{ikl} = \sum_{j=1}^n u_{ij} h2_{kl}^j$$

Nestas expressões, $p2_{ki}$ representa a participação de segunda ordem da k -ésima variável de estado no i -ésimo modo do sistema, sendo, na verdade, uma correção para o fator de participação linear (o qual corresponde ao primeiro termo de $p2_{ki}$), e $p2_{kpq}$ representa a participação de segunda ordem da k -ésima variável de estado no “modo de segunda ordem” formado pela interação não linear entre os modos p e q do sistema.

Capítulo 6 SIMULAÇÕES E RESULTADOS: ANÁLISE LINEAR

6.1 Introdução

Neste capítulo, os resultados obtidos mostram o efeito do acréscimo de dispositivos FACTS (SVC e TCSC), bem como da modelagem dinâmica de cargas, sobre o amortecimento das oscilações eletromecânicas de baixa frequência de modo interárea de um sistema multimáquinas, considerando-se a metodologia da análise modal linear. A estabilidade angular do sistema é analisada, para todos estes casos, através da monitoração dos autovalores da matriz de estado do sistema linearizado mediante sucessivos incrementos de carga.

6.2 Ferramenta Computacional Utilizada

O algoritmo do programa desenvolvido para a realização das simulações e obtenção dos resultados que são mostrados a seguir encontra-se no Apêndice C. Para os gráficos no domínio do tempo, simula-se uma pequena perturbação através da função **step** do MATLAB[®] aplicada à variável referente à potência mecânica do rotor.

6.3 Sistema Teste Utilizado

O sistema simétrico de duas áreas mostrado na Figura 6.1 foi escolhido para a realização de testes da metodologia de análise modal linear aplicada a sistemas multimáquinas. Este sistema hipotético foi proposto em [1] para a análise de modos de oscilação local e, principalmente, interárea. Embora seja de pequeno porte, os parâmetros e a estrutura do sistema são realistas. A simetria que este sistema exhibe (duas áreas idênticas) favorece a investigação dos efeitos de vários fatores no modo interárea. Em vista disso, este sistema tem sido largamente utilizado pelos pesquisadores da área. Os dados do sistema encontram-se no Apêndice D.

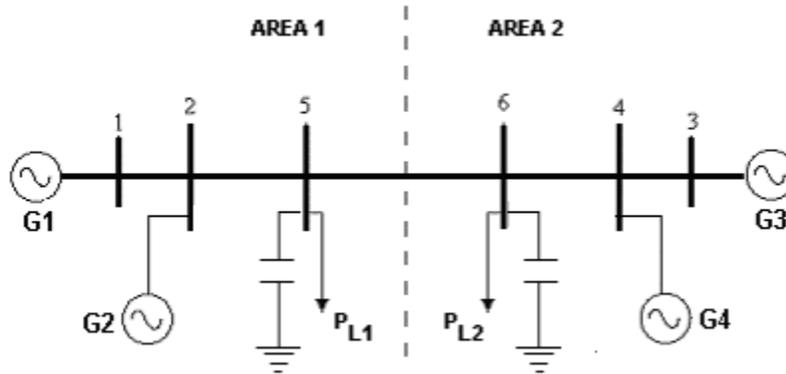


Figura 6.1 – Sistema de Duas Áreas

Neste sistema, podem ser identificados dois modos locais (modo local 1, referente à área 1, e modo local 2, referente à área 2) e um modo interárea [1].

A identificação dos modos foi realizada através dos gráficos dos fatores de participação lineares. Nos gráficos das Figuras 6.2, 6.3 e 6.4, as variáveis são apresentadas na seguinte ordem: $\Delta\delta$, $\Delta\omega$, $\Delta E'_q$, $\Delta E'_d$ e ΔE_{FD} , respectivamente para os geradores G_1 , G_2 , G_3 e G_4 . Nestes gráficos, as variáveis com maiores fatores de participação são as variáveis eletromecânicas $\Delta\delta$ e $\Delta\omega$, indicando serem os modos eletromecânicos os responsáveis pela instabilidade do sistema. Na Figura 6.2, como as variáveis de maior fator de participação são as variáveis eletromecânicas referentes aos geradores G_1 e G_2 , o par conjugado $-0.88 \pm j7.62$ refere-se, então, ao modo local 1. De maneira análoga, a Figura 6.3 relaciona o par conjugado $-0.77 \pm j7.74$ ao modo local 2. A Figura 6.4 mostra a influência dos geradores do sistema no modo interárea, sendo os geradores G_1 e G_4 os que apresentam maiores fatores de participação. O par conjugado $0.042 \pm j2.50$ refere-se a este modo. A classificação de um modo eletromecânico como sendo local ou interárea é feita através da verificação da frequência de oscilação do respectivo autovalor crítico, conforme indicado na Tabela 6.1. Para a faixa de frequências de 0.1 a 0.8 Hz, situam-se os modos interárea, enquanto que para a faixa de 1.0 a 2.0 Hz, situam-se os modos locais.

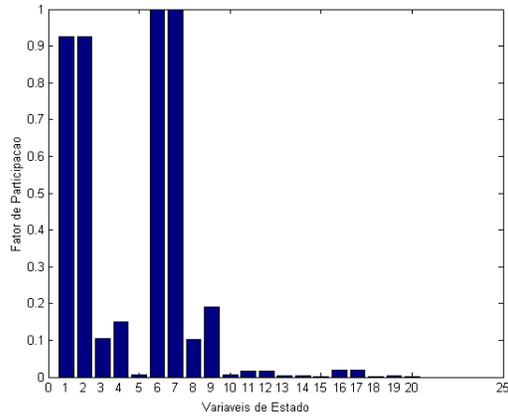


Figura 6.2 – Fatores de Participação Relativos ao Modo Local 1

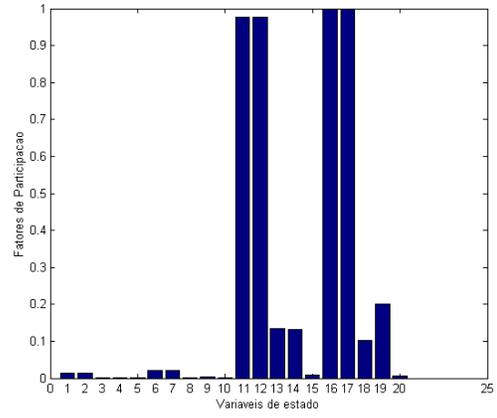


Figura 6.3 – Fatores de Participação Relativos ao Modo Local 2

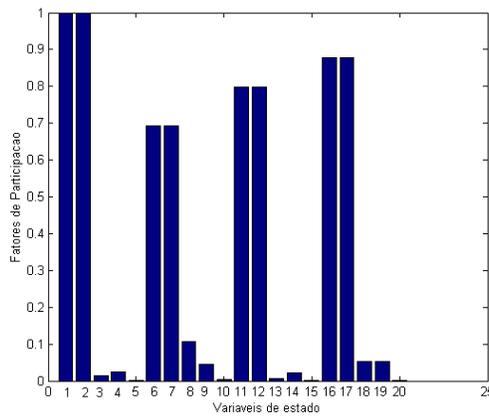


Figura 6.4 – Fatores de Participação Relativos ao Modo Interárea

Tabela 6.1 – Taxa de Amortecimento e Frequência de Oscilação para os Modos Eletromecânicos do Sistema de Duas Áreas

Modo	Taxa de Amortecimento (%)	Frequência de oscilação (Hz)
Local 1	+11.47	1.21
Local 2	+9.90	1.23
Interárea	-0.02	0.40

Neste trabalho, apenas a trajetória do modo interárea do sistema é analisada.

A estabilidade de um sistema dinâmico pode ser avaliada através da monitoração da trajetória de seus autovalores críticos no plano complexo. Segundo a Teoria das Bifurcações, a ocorrência da instabilidade oscilatória de um sistema é devida à presença de um par conjugado de autovalores que migram para o semiplano direito, o que caracteriza a ocorrência de uma bifurcação de Hopf (cruzamento do eixo imaginário). Da mesma forma, a instabilidade monotônica do sistema é caracterizada pela presença de um autovalor real que se move em direção ao semiplano direito, o que caracteriza a ocorrência de uma bifurcação sela-nó.

A Figura 6.5 mostra a trajetória dos autovalores relativos ao modo interárea do sistema teste, considerando-se sucessivos incrementos no fator de carregamento λ . Este fator de carregamento é feito inicialmente igual a 1, e incrementado em passos de 0.01, de forma a possibilitar a análise do comportamento dinâmico do sistema para condições de crescente transferência de potência da área 1 para a área 2.

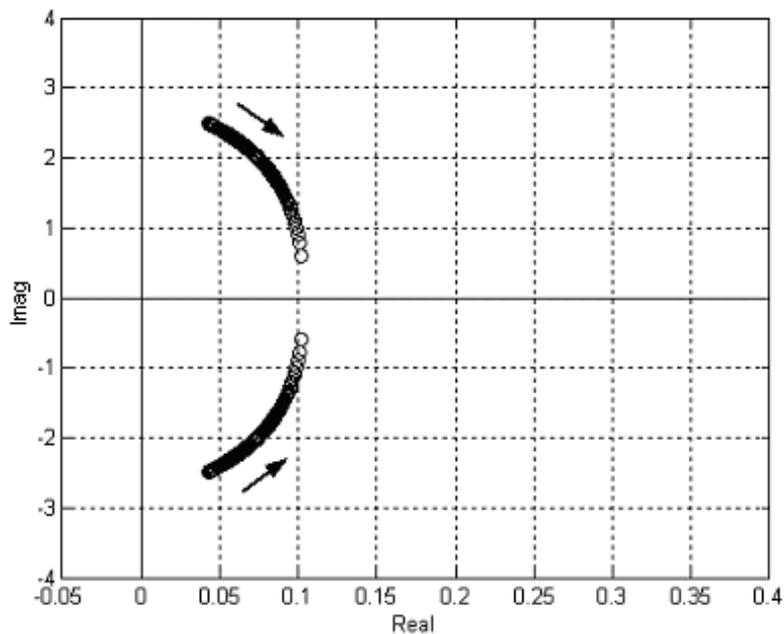


Figura 6.5 – Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema de Duas Áreas

Na Figura 6.5, verifica-se que, no caso base, quando $\lambda=1$, o modo interárea já é instável, já que o par conjugado encontra-se do lado direito do plano complexo.

6.4 Influência dos Dispositivos FACTS

Neste item, são analisados os efeitos dos dispositivos FACTS, TCSC e SVC, sobre o amortecimento das oscilações de modo interárea.

6.4.1 Inclusão do TCSC

A Figura 6.6 mostra o sistema de duas áreas com o TCSC conectado entre as barras 5 e 6, que separam a área 1 da área 2.

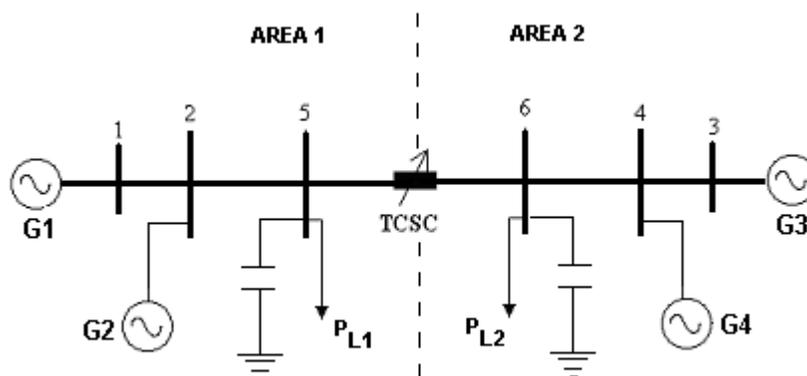


Figura 6.6 – Sistema de Duas Áreas com TCSC

Como o intuito era a verificação da influência do TCSC na estabilidade do modo interárea, o mesmo foi posicionado no ponto médio da linha de interconexão de ambas as áreas. Sua conexão ao sistema, feita em série com a reatância original da linha de transmissão, não requer nenhuma alteração na estrutura do sistema, como acréscimo de barras adicionais.

A Figura 6.7 mostra a trajetória do modo interárea após o acréscimo do TCSC ao sistema. Verifica-se que o TCSC melhora o amortecimento do modo interárea, o qual, neste caso, é estável para o caso base. Com o aumento do carregamento, o amortecimento do sistema com TCSC também aumenta gradativamente, o que comprova a ação eficaz do TCSC sobre a estabilidade oscilatória de sistemas elétricos interligados. Por outro lado, verifica-se, também, que o TCSC pode ser prejudicial para a estabilidade de regime permanente, já que para níveis mais elevados de carregamento, ocorre a bifurcação do tipo

sela-nó (para $\lambda=1.55$). As Figuras 6.8 e 6.9, mostram, respectivamente, a variação do fluxo de potência ativa na linha em função do tempo para as condições de $\lambda=1.5$, quando o sistema é estável, e $\lambda=1.8$, quando o sistema apresenta instabilidade monotônica. Estes gráficos foram obtidos simulando-se uma pequena perturbação através da função **step** do MATLAB[®] aplicada à variável referente à potência mecânica do rotor do gerador G_1 , o qual apresenta maior fator de participação no modo interárea, conforme mostrado na Figura 6.4, e, portanto apresentará maior influência sobre os fatores que determinam a estabilidade do modo interárea. Verifica-se que, para o gráfico da Figura 6.8, quando $\lambda=1.5$ (antes do ponto de bifurcação), o sistema é estável, com amortecimento positivo crescente. Já no gráfico da Figura 6.9, quando $\lambda=1.8$ (depois do ponto de bifurcação), o sistema apresenta instabilidade monotônica, a qual está relacionada com a ocorrência de bifurcação sela-nó, sendo estes resultados condizentes com o que foi constatado na Figura 6.7.

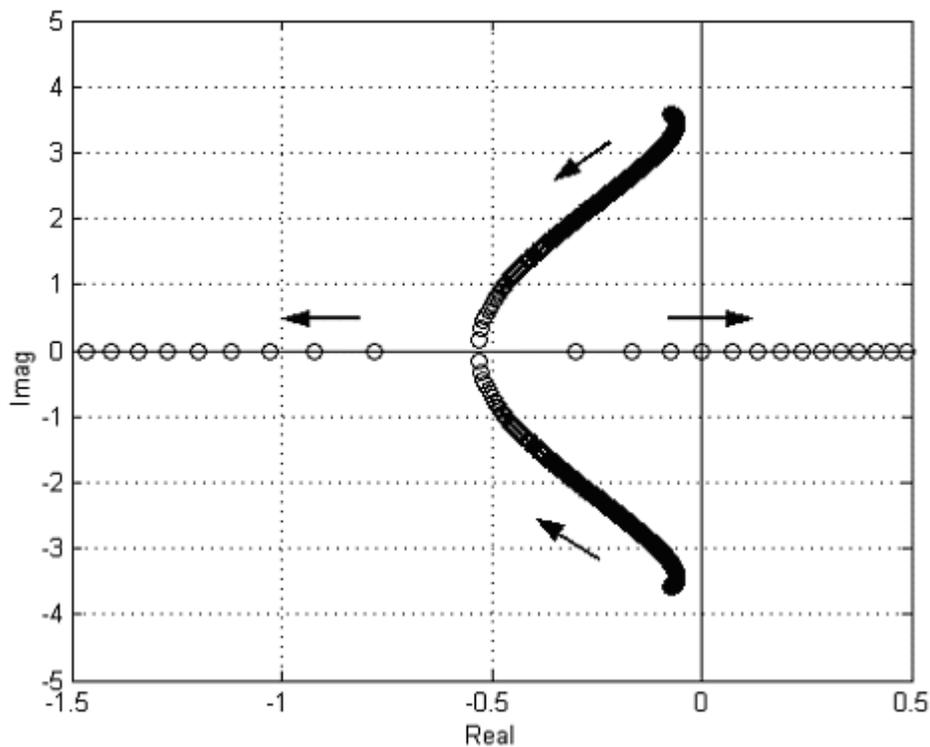


Figura 6.7 – Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema de Duas Áreas com TCSC

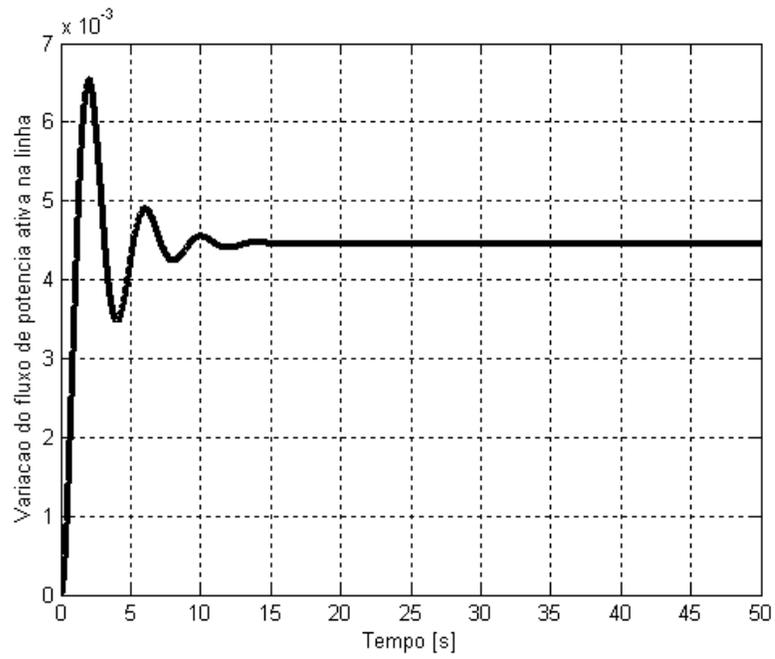


Figura 6.8 – ΔP_{5-6} x tempo para sistema com TCSC ($\lambda=1.5$)

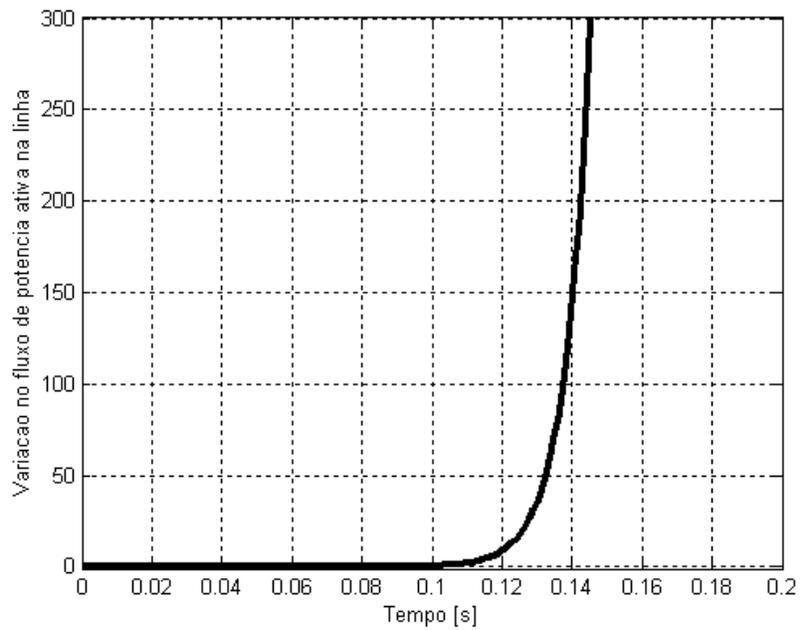


Figura 6.9 – ΔP_{5-6} x tempo para sistema com TCSC ($\lambda=1.8$)

6.4.2 Inclusão do SVC

A Figura 6.10 apresenta o sistema de duas áreas com uma barra adicional (barra 7) onde foi conectado o SVC. A alocação do SVC no ponto médio da linha justifica-se por ser este local o mais apropriado para se instalar o SVC e obter uma maior eficiência do mesmo. A barra adicional é situada no ponto médio da linha de transmissão, onde é maior a queda do nível de tensão e, conseqüentemente, a compensação de reativos é mais eficaz [35].

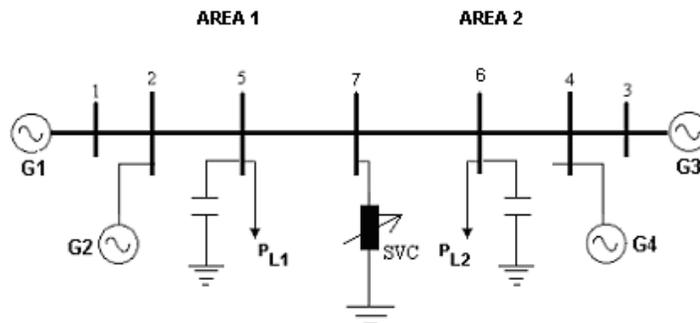


Figura 6.10 – Sistema de Duas Áreas com SVC

O comportamento do modo interárea para o sistema com SVC é apresentado na Figura 6.11, onde é apresentado o gráfico da trajetória dos autovalores críticos. Verifica-se que o SVC melhora o amortecimento do modo interárea, que neste caso é estável para o caso base. Com o aumento do carregamento, o amortecimento é reduzido gradativamente, ocorrendo a bifurcação de Hopf quando $\lambda=1.09$.

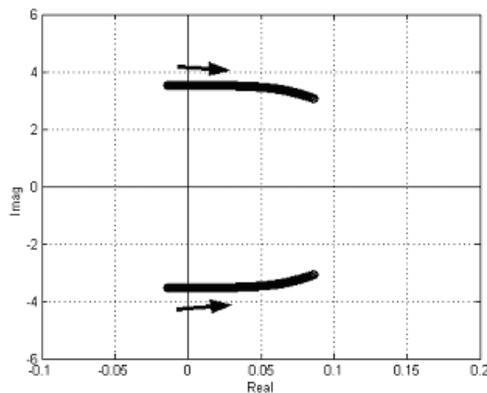


Figura 6.11 - Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema de Duas Áreas com SVC

6.4.3 Efeito dos Sinais Suplementares na Malha de Controle do SVC

Sabe-se que o SVC, por si só, não é a opção mais adequada quando se busca o amortecimento de oscilações eletromecânicas. Só se pode garantir uma melhoria efetiva no amortecimento destas oscilações quando são utilizados sinais estabilizantes suplementares na malha de controle do SVC [44]. A idéia básica é aplicar um sinal de modulação da tensão de referência do regulador de tensão de forma a introduzir uma componente extra de torque de amortecimento. Ou seja, a ação desse sinal deve produzir variações de potência ativa que estejam em fase no tempo com as variações de velocidade do eixo da máquina. Os sinais mais freqüentemente utilizados são os derivados da velocidade da máquina, da potência ou da freqüência elétrica [45].

As Figuras 6.12 e 6.13 mostram a trajetória do modo interárea considerando a inclusão de sinais suplementares na malha de controle do SVC. Na Figura 6.12, o sinal utilizado é derivado do fluxo de potência ativa na linha, e para a Figura 6.13, foi utilizado um sinal derivado da diferença entre as velocidades dos rotores dos geradores G_1 e G_3 . Estes são os geradores que apresentam maior participação no modo interárea, verificada através do cálculo dos fatores de participação, conforme Figura 6.14. Verifica-se que, em ambos os casos, o sinal suplementar melhora a atuação do SVC sobre o amortecimento das oscilações. No caso em que o sinal é derivado da potência (Figura 6.12), a bifurcação de Hopf ocorre quando $\lambda=1.13$, enquanto que, para o caso do sistema com SVC sem sinal adicional (Figura 6.11) a bifurcação ocorria para $\lambda=1.09$. Já para o caso em que o sinal é derivado da velocidade, verifica-se uma melhoria ainda maior, já que o modo interárea é totalmente amortecido, mostrando ser este o sinal mais adequado para se adicionar à malha de controle do SVC quando o intuito é obter amortecimento para as oscilações de baixa freqüência. Porém, sabe-se que, na prática, a utilização de sinais remotos tais como a velocidade da máquina não é muito viável quando se trata de modo interárea, devido à dificuldade de acesso a esses sinais. A utilização de sinais locais é mais favorável, pela própria facilidade de obtenção do sinal.

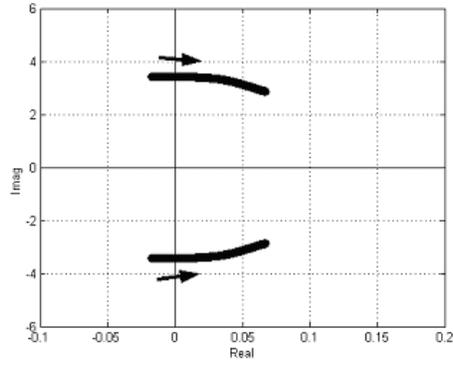


Figura 6.12 – Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema de Duas Áreas com SVC e Sinal Suplementar (derivado da potência)

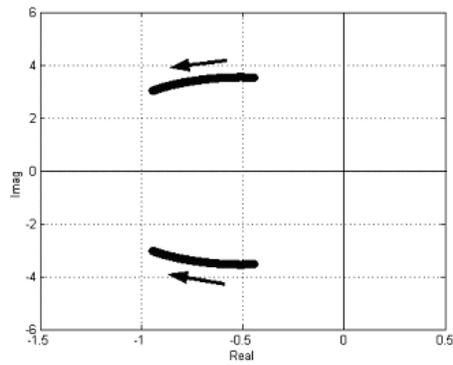


Figura 6.13 – Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema de Duas Áreas com SVC e Sinal Suplementar (derivado da velocidade)

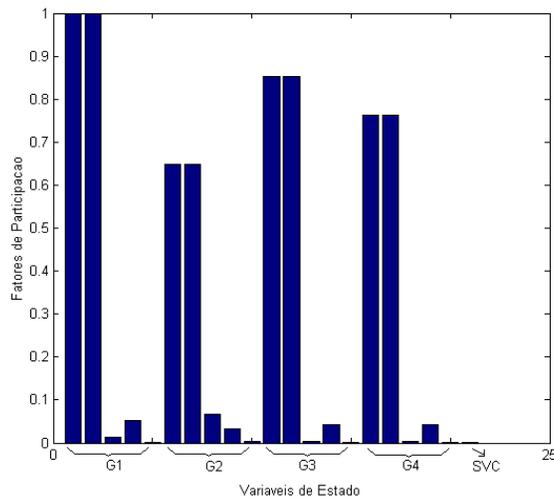


Figura 6.14 – Fatores de Participação - Modo Interárea para o Sistema com SVC

6.5 Influência das Cargas Dinâmicas

Nas simulações realizadas até o momento, as cargas do sistema assumiram um comportamento estático, apresentando valores constantes ao longo da análise dinâmica realizada.

Neste item, a influência da inclusão da modelagem dinâmica das cargas, proposta por [46], na estabilidade do modo interárea do sistema, é analisada. São considerados dois valores distintos para as constantes de tempo das cargas: para carga do tipo rápida, $T_p=T_q=0.05$ s, e para carga do tipo lenta, $T_p=T_q=30$ s.

As Figuras 6.15 e 6.16 mostram o comportamento do modo interárea para os casos em que a carga dinâmica está alocada na barra 5 e na barra 6, respectivamente. Nestes gráficos, ilustra-se o caso da carga do tipo **rápida**. Verifica-se que, quando localizada na área que está exportando potência (área 1 – barra 5), a carga dinâmica é prejudicial para a estabilidade do modo interárea. Neste caso, o modo interárea já é instável no caso base, com taxa de amortecimento menor em relação à do sistema sem cargas dinâmicas, como se pode verificar através da Tabela 6.2. Quando a carga dinâmica está localizada na área que recebe potência (área 2 – barra 6), há uma melhoria na estabilidade do modo interárea. Neste caso, para o caso base, o modo interárea é estável, ocorrendo bifurcação de Hopf para $\lambda=1.06$.

A partir das Figuras 6.17 e 6.18, pode-se verificar que, quando a carga é do tipo **lenta**, há amortecimento positivo e crescente para o modo interárea apenas no caso em que a carga dinâmica está localizada na barra 6. Para a carga localizada na barra 5, nestas condições, o amortecimento é ainda menor.

Pode-se verificar também, a partir do gráfico da Figura 6.18, que no caso de carga lenta, há um autovalor nulo relativo às variáveis de estado X_p e X_q da carga (identificado através de fatores de participação), que caminha em direção ao semi-plano direito, indicando a possibilidade de ocorrência de colapso de tensão para carregamentos superiores.

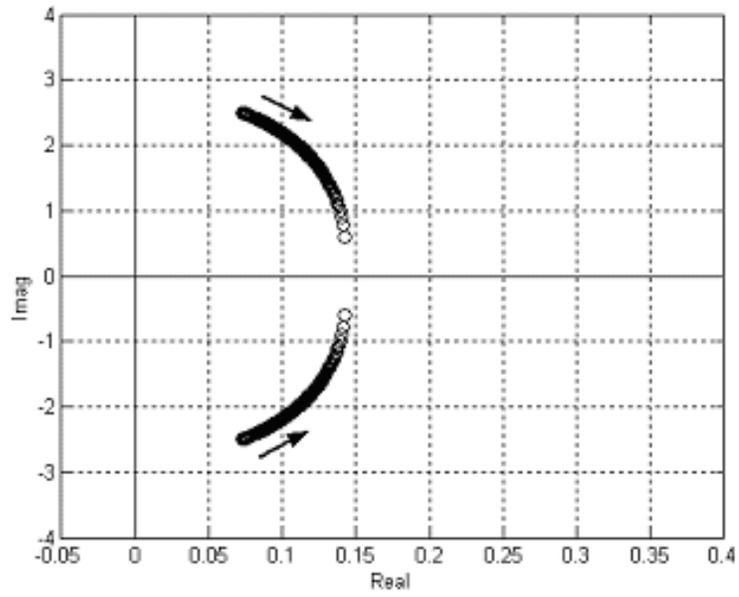


Figura 6.15 – Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema com Carga Dinâmica na Barra 5 (rápida)

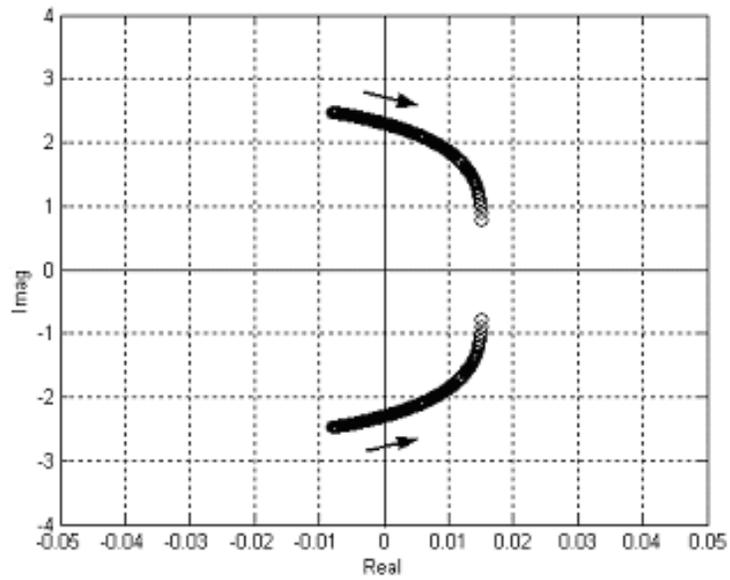


Figura 6.16 – Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema com Carga Dinâmica na Barra 6 (rápida)

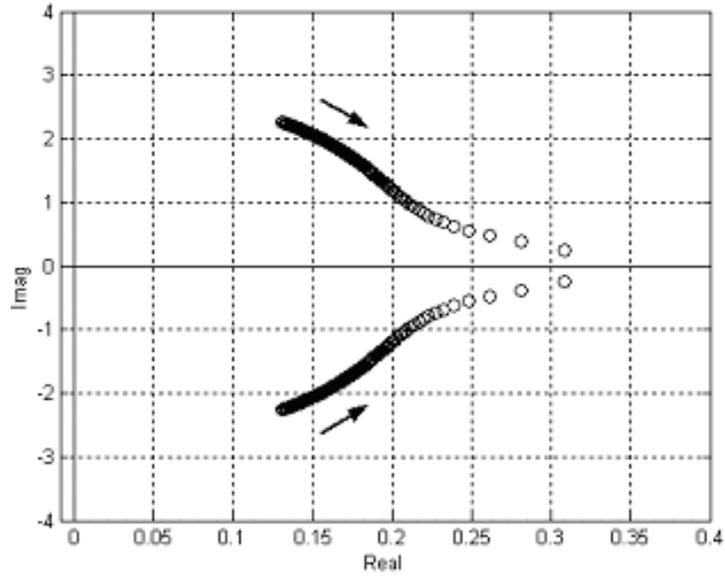


Figura 6.17 – Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema com Carga Dinâmica na Barra 5 (lenta)

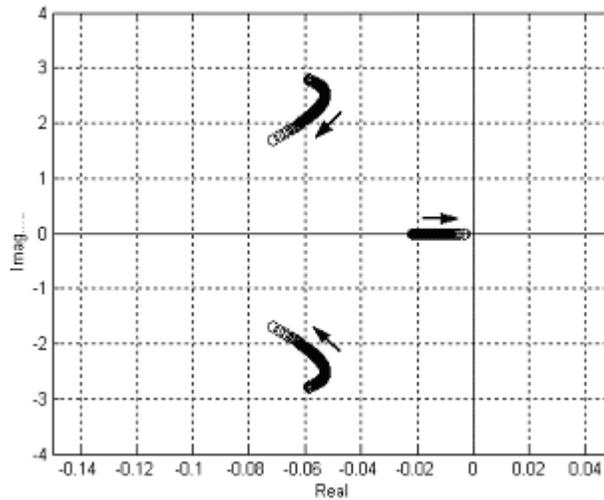


Figura 6.18 – Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema com Carga Dinâmica na Barra 6 (lenta)

A Tabela 6.2 mostra as taxas de amortecimento, para o caso base, nas diversas situações de alocação das cargas no sistema.

Tabela 6.2 – Taxa de Amortecimento (%) do Modo Interárea do Sistema de Duas Áreas para Diversas Alocações da Carga Dinâmica ($\lambda=1.0$)

Barra	Carga	Taxa de Amortecimento (%)
5 e 6	Estática	-1.71
5	Dinâmica (lenta)	-5.74
	Dinâmica (rápida)	-2.93
6	Dinâmica (lenta)	+2.12
	Dinâmica (rápida)	+0.32

Verifica-se claramente, a partir destes resultados, que a localização, a modelagem e o tipo de carga utilizada podem influenciar sensivelmente a estabilidade dos modos interárea de um sistema elétrico interligado.

6.6 O TCSC e as Cargas Dinâmicas

O comportamento qualitativo do modo interárea do sistema com TCSC não é alterado quando são adicionadas cargas dinâmicas às barras 5 e 6, conforme ilustrado nos gráficos das Figuras 6.19 e 6.20. A bifurcação sela-nó relacionada com o modo interárea ocorre para o mesmo valor de carregamento que no caso do sistema com TCSC e cargas estáticas ($\lambda=1.55$), mostrando que não há influência da modelagem dinâmica das cargas sobre o limite de estabilidade imposto pelo TCSC ao sistema.

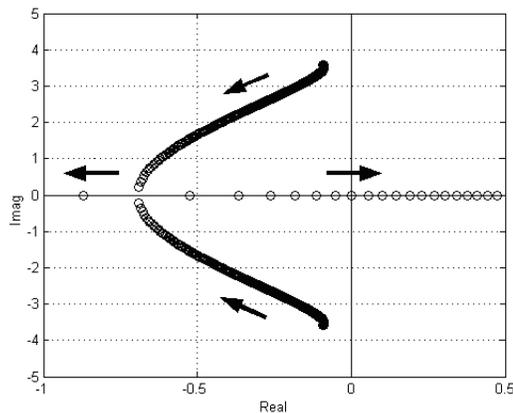


Figura 6.19 – Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema com TCSC e Carga Dinâmica nas Barras 5 e 6 (rápida)

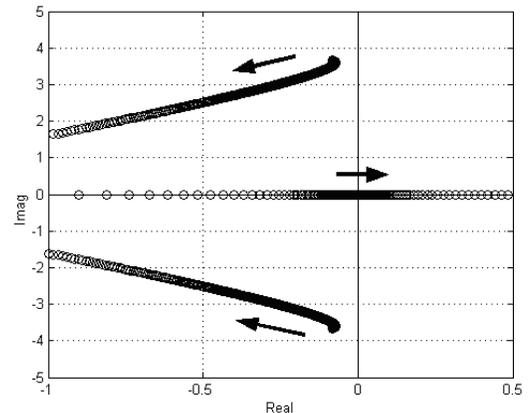


Figura 6.20 - Trajetória dos Autovalores Críticos do Sistema com TCSC e Carga Dinâmica nas Barras 5 e 6 (lenta)

Capítulo 7 SIMULAÇÕES E RESULTADOS: ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM

7.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentados os resultados das simulações realizadas através do programa desenvolvido para aplicação do método da forma normal na análise das oscilações eletromecânicas de modo interárea de um sistema multimáquinas genérico.

7.2 Ferramenta Computacional Utilizada

A programação do algoritmo desenvolvido para aplicação do método da forma normal na análise da estabilidade de sistemas multimáquinas (Apêndice C) foi realizada utilizando-se o software MATLAB[®].

A função **initial** do MATLAB[®] foi empregada para simular, no domínio do tempo, o efeito de uma perturbação a que o sistema tenha sido submetido, através do valor inicial que contenha a informação desta perturbação.

Sendo, então, o sistema definido na forma de espaço de estados:

$$\text{sys} = \text{ss}(A, B, C, D);$$

a função **initial** é aplicada da seguinte forma:

$$[y, t, x] = \text{initial}(\text{sys}, X0, TTT);$$

onde

x é o vetor de variáveis de estado do sistema;

y é o vetor de variáveis de saída do sistema;

t é o vetor do tempo;

$X0$ é o valor inicial de x ;

TTT é o intervalo de tempo considerado para a simulação.

7.3 Sistema Teste Utilizado

O sistema teste utilizado para a realização das simulações deste capítulo são ilustrados pelas Figuras 6.1 e 6.6.

7.4 Perturbação do Sistema

As condições iniciais definidas para as variáveis z ou w , utilizadas na aplicação do método da forma normal, contém a informação sobre a perturbação do sistema. Os modos do sistema podem ser individualmente excitados ou excitados em grupo através da definição das condições iniciais, com valores definidos para as variáveis z . As variáveis referentes aos demais modos são zeradas. Por exemplo, considerando dois modos complexos conjugados p e q , para excitá-los, basta atribuir às variáveis Z_{p0} e Z_{q0} os valores $1 \pm j$, e zerar todas as demais variáveis z [40].

Aqui, a variável z a ser perturbada é a $Z_0(2)$, que está relacionada com a velocidade do rotor do gerador 1, que apresenta maior participação no modo interárea.

7.5 A Importância da Inclusão de Termos Não Lineares na Análise da Estabilidade de um Sistema de Energia Elétrica Estressado

Os gráficos que se seguem ilustram a importância de se considerarem termos de ordem superior da série de Taylor na análise das oscilações de modo interárea de sistemas de energia elétrica que estejam operando sob condições estressadas.

7.5.1 Influência do TCSC

Nas Figuras 7.1, 7.2 e 7.3, são mostrados os resultados obtidos para o caso base ($\lambda=1.00$ pu) e para condições de maior carregamento ($\lambda = 1.15$ pu e $\lambda = 1.20$ pu), considerando o sistema sem o TCSC. Como se pode notar nestas Figuras, os efeitos das não linearidades tornam-se evidentes conforme o sistema é estressado.

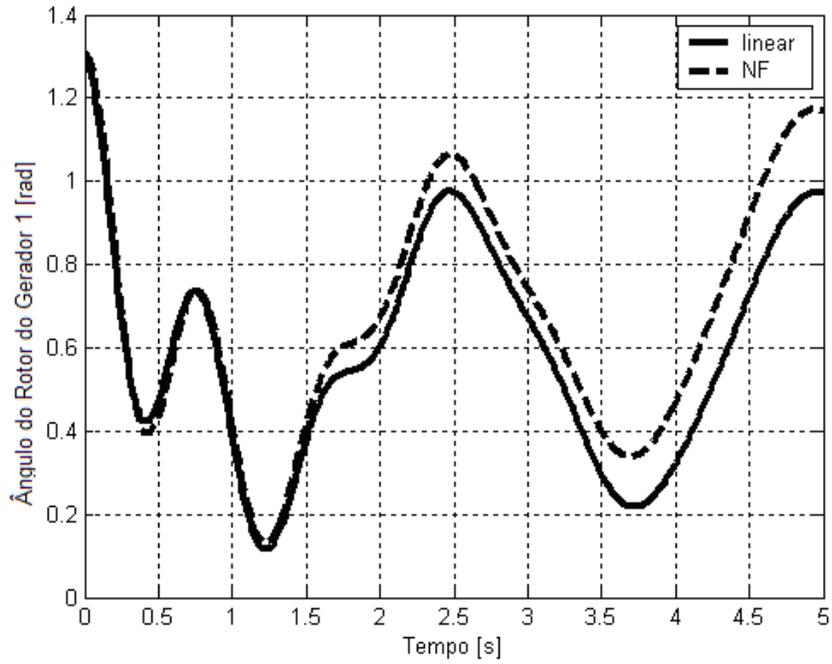


Figura 7.1 – Ângulo do Rotor do G1 x Tempo, para $\lambda=1.00$ pu (Caso Base) para o Sistema sem TCSC

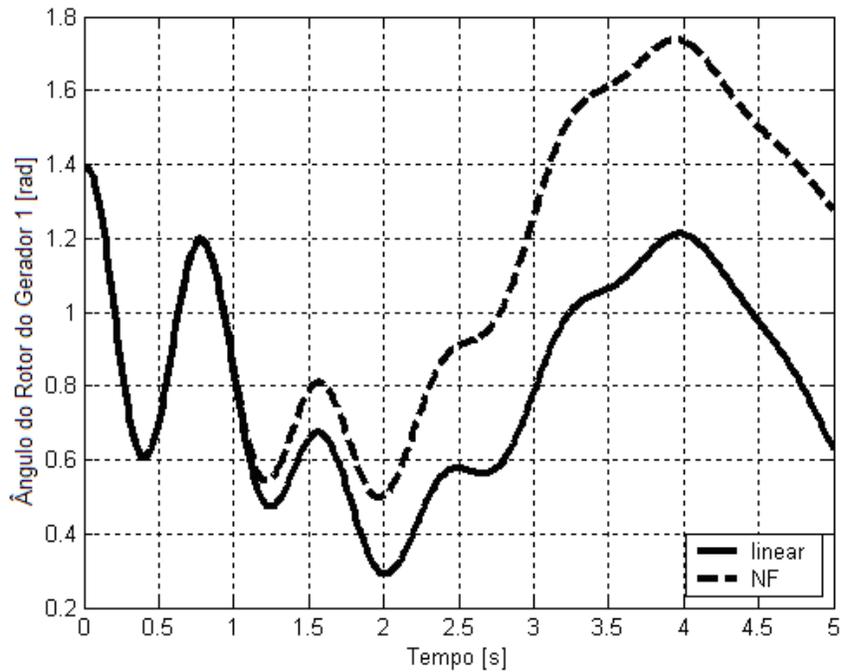


Figura 7.2 – Ângulo do Rotor do G1 x Tempo, para $\lambda=1.15$ pu, para o Sistema sem TCSC

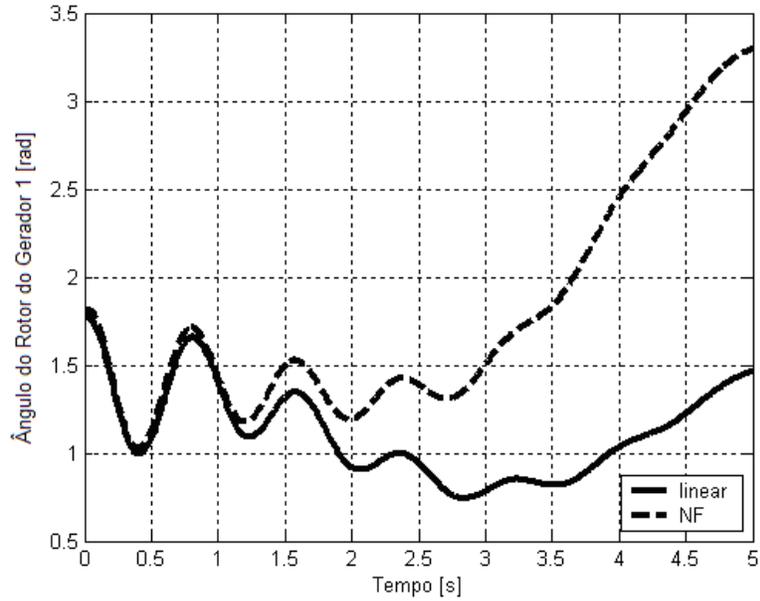


Figura 7.3 – Ângulo do Rotor do G1 x Tempo, para $\lambda=1.20$ pu, para o Sistema sem TCSC

As Figuras 7.4, 7.5 e 7.6 mostram os resultados obtidos para o sistema com TCSC. Como se pode notar, as curvas obtidas para o caso linear e com aplicação do método da forma normal são praticamente coincidentes para o caso base, e ligeiramente distanciadas para condições de maior carregamento ($\lambda = 1.15$ pu e $\lambda = 1.20$ pu).

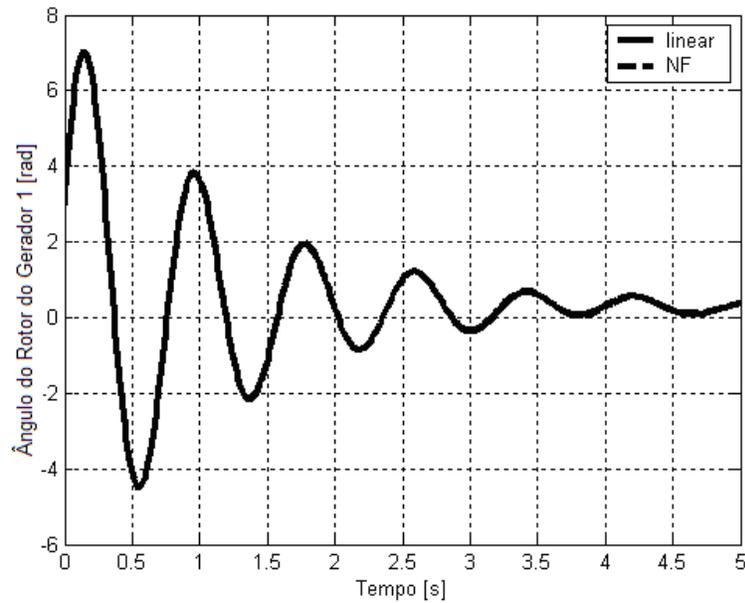


Figura 7.4 – Ângulo do Rotor do G1 x Tempo, para $\lambda=1.00$ pu (Caso Base) para o Sistema com TCSC

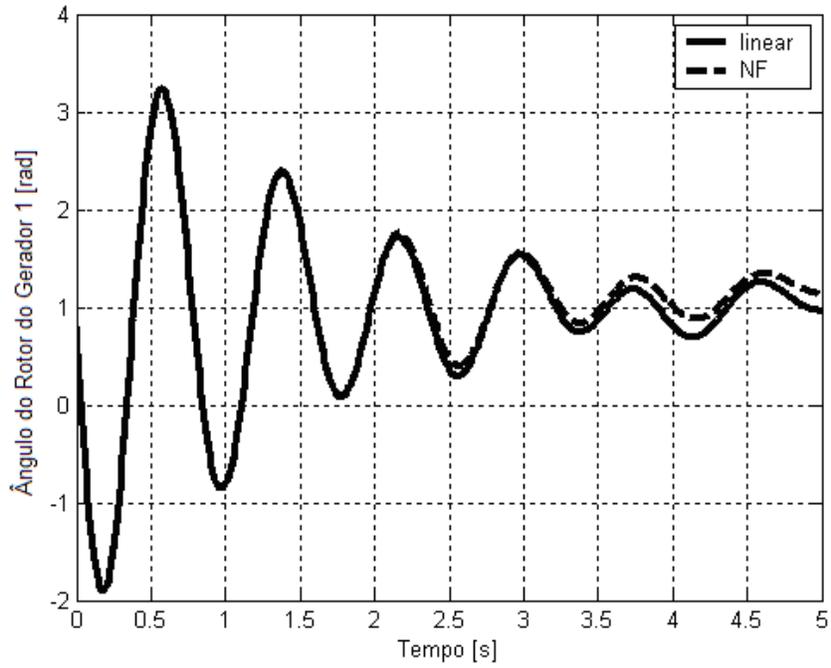


Figura 7.5 – Ângulo do Rotor do G1 x Tempo, para $\lambda=1.15$ pu, para o Sistema com TCSC

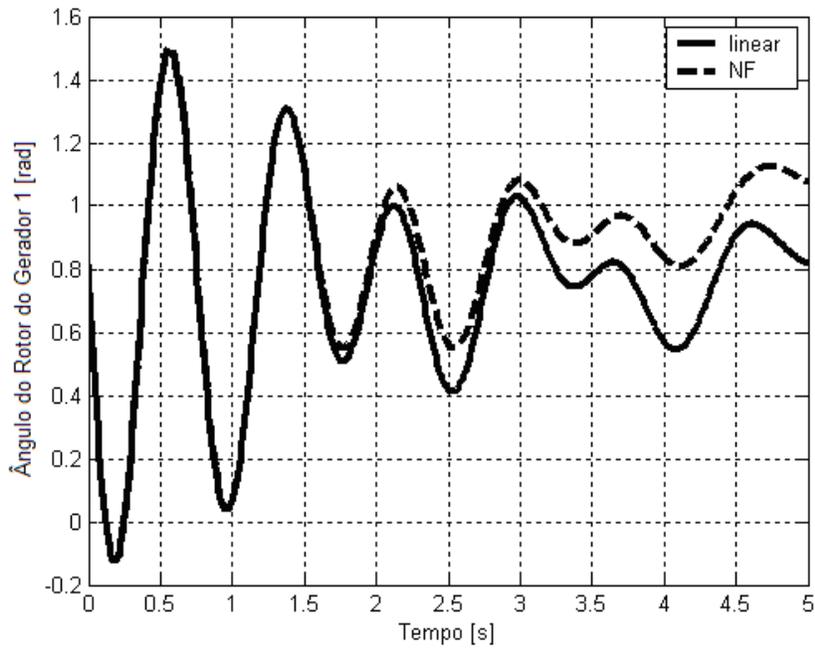


Figura 7.6 – Ângulo do Rotor do G1 x Tempo, para $\lambda=1.20$ pu, para o Sistema com TCSC

Além dos benefícios comprovados do TCSC para o amortecimento das oscilações eletromecânicas do sistema, uma vez que sua eficiência aumenta junto com o aumento dos níveis de carregamento do sistema, os resultados obtidos neste trabalho para o sistema-teste de duas áreas mostram que a inclusão do TCSC no ponto de intercâmbio minimiza os efeitos das não linearidades do sistema. Isto se deve ao fato de que o aumento da capacidade de transferência de potência proporcionado pelo TCSC acarreta na extensão da faixa de operação linear do sistema.

7.5.2 Influência das Cargas Dinâmicas

As simulações para a análise de segunda ordem realizadas até o momento não levaram em conta o comportamento dinâmico das cargas indicadas na Figura 6.1 por P_{L1} e P_{L2} . Nestes casos, estas cargas assumiram um comportamento estático, apresentando valores constantes ao longo da análise dinâmica realizada. Para esta análise, as cargas indicadas por P_{L1} e P_{L2} são representadas por seus modelos dinâmicos, conforme proposto por [46].

São considerados dois valores distintos para as constantes de tempo das cargas: para carga do tipo rápida, $T_p=T_q=0.05$ s, e para carga do tipo lenta, $T_p=T_q=30$ s.

A Figura 7.7 mostra o comportamento do modo interárea para o sistema com cargas estáticas, considerando dois casos: o linear e o de segunda ordem com termos incluídos através do método da forma normal (NF).

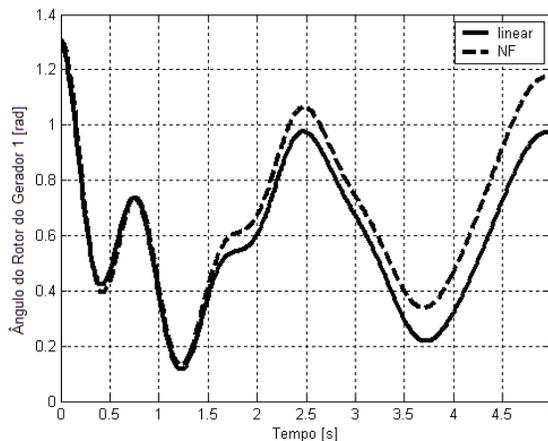


Figura 7.7 – Ângulo do Rotor do G1 x tempo, para o sistema com cargas estáticas

As Figuras 7.8 a 7.11 mostram as curvas obtidas considerando-se cargas dinâmicas lentas modeladas a potência constante, e cargas dinâmicas rápidas modeladas a potência constante, corrente constante e impedância constante, respectivamente. A partir destes gráficos, pode-se concluir que a carga do tipo rápida leva o sistema a apresentar maior diferença entre suas características linear e não linear do que a carga do tipo lenta. Além disso, verifica-se também que a carga rápida modelada a impedância constante é a que permite que o sistema opere mais próximo da faixa linear, para as condições de operação consideradas.

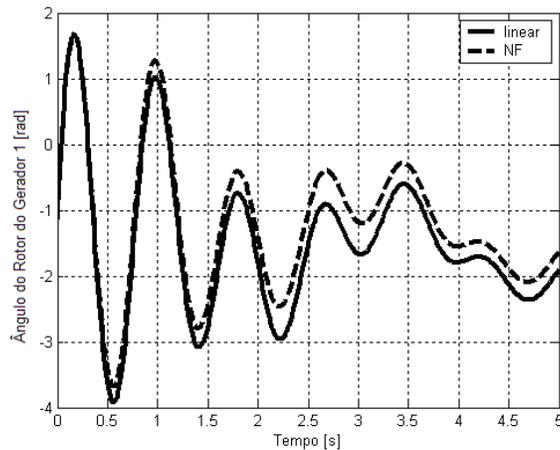


Figura 7.8 – Ângulo do rotor do G1 x tempo, para o sistema com cargas dinâmicas lentas, modeladas a potência constante

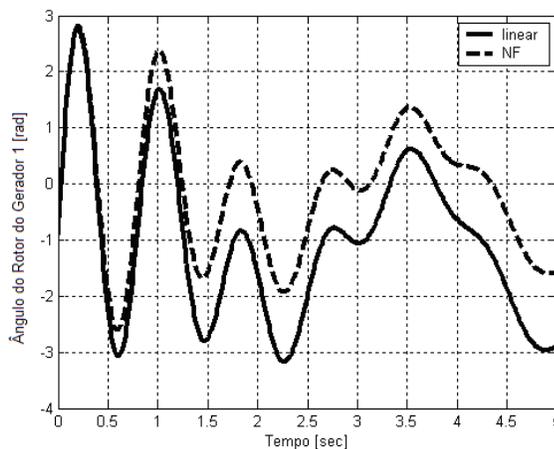


Figura 7.9 – Ângulo do rotor do G1 x tempo, para o sistema com cargas dinâmicas rápidas, modeladas a potência constante

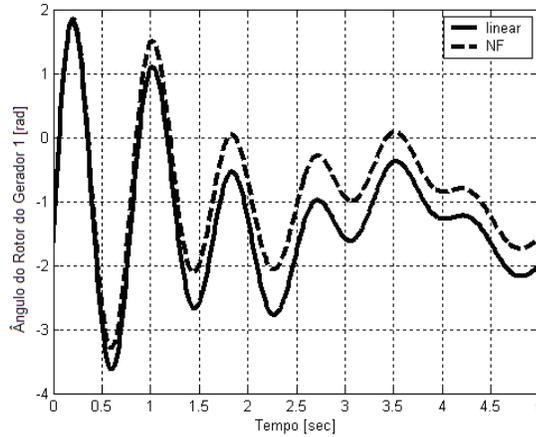


Figura 7.10 – Ângulo do rotor do G1 x tempo, para o sistema com cargas dinâmicas rápidas, modeladas a corrente constante

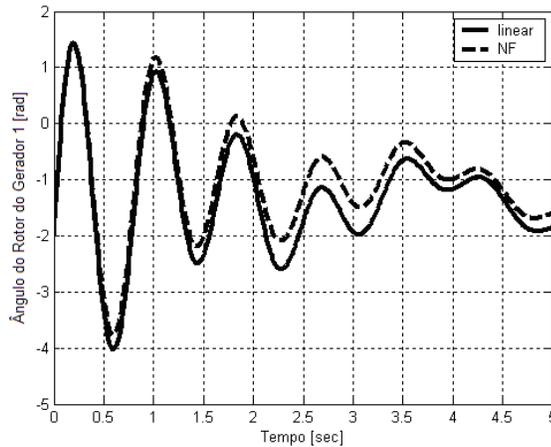


Figura 7.11 – Ângulo do rotor do G1 x tempo, para o sistema com cargas dinâmicas rápidas, modeladas a impedância constante

Conclui-se, então, a partir destes resultados, que a modelagem e o tipo de carga utilizada podem influenciar na relevância que os termos não lineares podem apresentar na análise dinâmica do sistema. Assim, tanto o tipo de carga presente no sistema quanto o tipo de modelagem que se utiliza para as mesmas representam um importante papel na decisão de se incluírem ou não os termos não lineares na análise da estabilidade dos modos interárea de um sistema elétrico interligado.

7.6 Efeito de uma Grande Perturbação nas Oscilações de Modo Interárea

A Figura 7.12 ilustra o sistema de duas áreas com a localização da falta, que está sendo aplicada, neste caso, à barra 5.

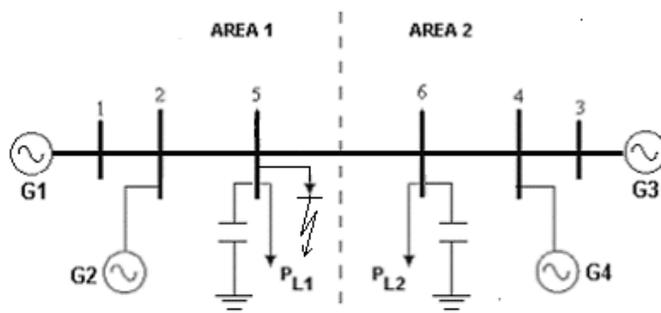


Figura 7.12 – Sistema de duas áreas submetido a uma falta

Esta falta corresponde a um curto-circuito com duração de 0.05 segundos, sendo que, ao ser eliminada a falta, não ocorre desligamento de linhas no sistema, e o mesmo volta a sua operação normal. A simulação da aplicação da falta no sistema foi realizada através do software PSAT[®]. A simulação da condição pós-falta do sistema, por sua vez, foi realizada através de três métodos diferentes: a simulação não linear no domínio do tempo, a análise linear e a análise de segunda ordem através do método da forma normal.

A simulação não linear é um método tradicionalmente conhecido por trazer informações bastante completas a respeito do comportamento dinâmico de sistemas de energia elétrica, principalmente quando se tratam de sistemas submetidos a grandes perturbações.

A análise linear, método amplamente utilizado na obtenção de informações a respeito da dinâmica de sistemas, é bastante difundido por ser relativamente simples, porém a simplificação que o caracteriza pode por sua vez trazer informações errôneas quando se trata da análise de sistemas interligados e estressados.

A análise de segunda ordem, método proposto neste projeto, representa um processo intermediário entre os dois métodos anteriormente descritos, em se tratando de precisão e grau de dificuldade na implementação. Apesar de também se basear na linearização das equações diferenciais do sistema, este método se diferencia do método linear por incluir

também os termos de segunda ordem da expansão em série de Taylor, aproximando-se mais do sistema não linear em termos de precisão. Mas sua principal vantagem, tanto em relação à simulação não linear quanto em relação à análise linear, está nas informações disponibilizadas por ele através dos índices de interação não linear e dos fatores de participação de segunda ordem, os quais são obtidos única e exclusivamente através da aplicação do método da forma normal.

A Figura 7.13 apresenta um gráfico contendo as curvas obtidas a partir dos três métodos de análise acima descritos. A simulação não linear do sistema foi realizada através da utilização do software PSAT[®], sendo obtidos, além das curvas características no tempo, os valores das variáveis de estado no momento da eliminação da falta (X_{TE}). Este ponto de operação (X_{TE}), juntamente com o ponto de operação estável pós-perturbação do sistema (X_{SEP}), compõem o valor da perturbação aplicada ao sistema, que é representada pelo ponto inicial X_0 , ou seja, $X_0 = X_{TE} - X_{SEP}$.

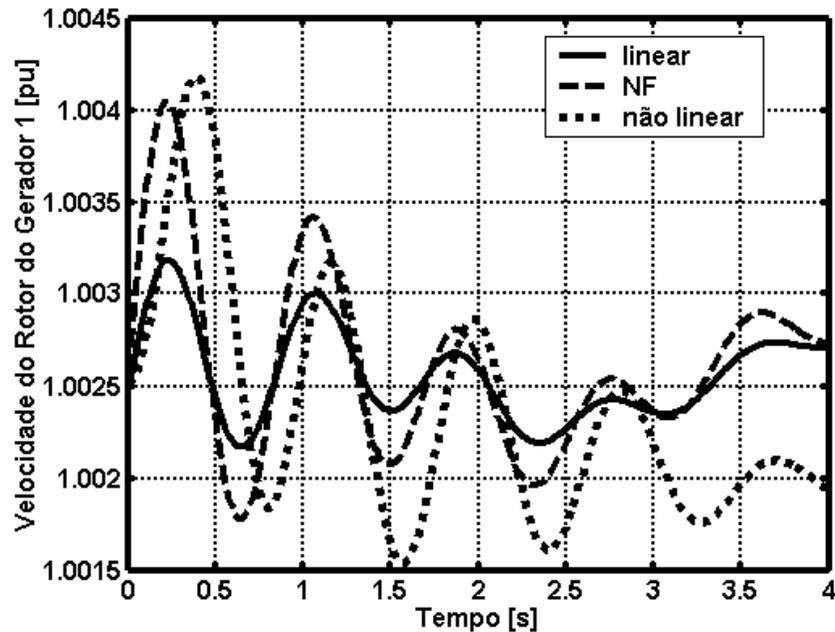


Figura 7.13 – Velocidade do rotor do G1 x tempo

Verifica-se, através das curvas da Figura 7.13, a validade da aplicação do método da forma normal, uma vez que as curvas da velocidade do rotor do gerador 1 obtidas através

do programa de simulação não linear e do método da forma normal são bastante próximas. Nota-se, ainda, que há maior proximidade entre a curva obtida através do método da forma normal (NF) e a curva obtida através do método de simulação não linear do que entre os resultados deste último e do caso linear, evidenciando a maior precisão do método de segunda ordem em relação ao linear.

Para o caso em que o sistema é submetido a uma grande perturbação, as condições pós-perturbação do sistema são informações fundamentais a serem incluídas na análise dinâmica do sistema. Assim, a informação da perturbação sofrida pelo sistema estará embutida nas condições iniciais de X dadas por $X_0 = X_{TE} - X_{SEP}$, onde X_{TE} são os valores de X no momento da eliminação da falta e X_{SEP} é o ponto estável pós-perturbação.

Então, a partir de X_0 , é possível obter W_0 através de uma transformação inversa, descrita pela equação $W_0 = \Psi^T X_0$. Já a transformação inversa que permite a obtenção de Z_0 requer a resolução da equação não linear dada por $Z_0 = W_0 - h_2(Z_0)$.

Em [47], os autores sugerem alguns métodos para o cálculo desta equação não linear. Uma discussão sobre os métodos mais adequados para este cálculo é apresentada no Apêndice E.

7.6.1 Cálculo dos Índices de Interação Não Linear

Para o caso em estudo (sistema de duas áreas submetido a uma falta), verifica-se, para o caso base (fator de carregamento $\lambda=1.00$ pu), através do cálculo do maior valor para o Índice1 (igual a 5.18), que o modo que apresenta maior coeficiente de segunda ordem h_2 é o modo 13. Este modo interage com o modo 16/17 (ângulo/velocidade do rotor do gerador 4), que é um modo interárea juntamente com o modo 1/2 (ângulo/velocidade do rotor do gerador 1). A interação não linear entre estes três modos é indicativa de uma possível separação entre as duas áreas deste sistema em caso de estresse (alto carregamento), uma vez que dois dos modos envolvidos (1/2 e 16/17) estão relacionados ao modo interárea do sistema, e o Índice2 calculado para este caso é igual a 17.05 (maior que 1, indicando forte interação não linear entre os modos envolvidos).

Outro aspecto importante a ser observado a partir da análise dos índices de interação não linear diz respeito ao estresse do sistema. Conforme dito anteriormente, é possível

quantificar o grau de estressamento a que o sistema elétrico está submetido mediante o cálculo do tamanho de seus coeficientes h_2 , e também através dos valores do Índice1 e do Índice2 para cada ponto de operação em questão. A Tabela 7.1 a seguir mostra, para diferentes níveis de carregamento do sistema, os valores de $|h_2|$, do Índice1 e do Índice2, que se mostram crescentes conforme o estresse (carregamento) do sistema aumenta.

Tabela 7.1

Índices de interação não linear para diversos níveis de carregamento

λ	$ h_{ij}^k z_{0_i} z_{0_j} $	Índice 1	Índice 2
1.00 pu	0.027	5.18	17.05
1.45 pu	55.11	51.21	29.64
1.85 pu	66.32	56.34	3325.7

7.6.2 Cálculo dos Fatores de Participação Não Lineares

As Tabelas 7.2 e 7.3 a seguir indicam, respectivamente, a participação entre modos críticos e máquinas do sistema, e a participação entre modos críticos de segunda ordem (obtidos a partir da interação entre dois modos) e variáveis de estado do sistema.

Tabela 7.2 – Participação entre modos críticos e variáveis de estado

Modo	Máquina
1/2	G1
16/17	G4

Tabela 7.3 – Participação entre modos de segunda ordem e variáveis de estado

Modo de segunda ordem	Variável
(13,1)	E'_{q3}
(13,17)	δ_1

O gráfico dos fatores de participação de segunda ordem p_{2ki} , para o modo de segunda ordem (13,17), é mostrado na Figura 7.14.

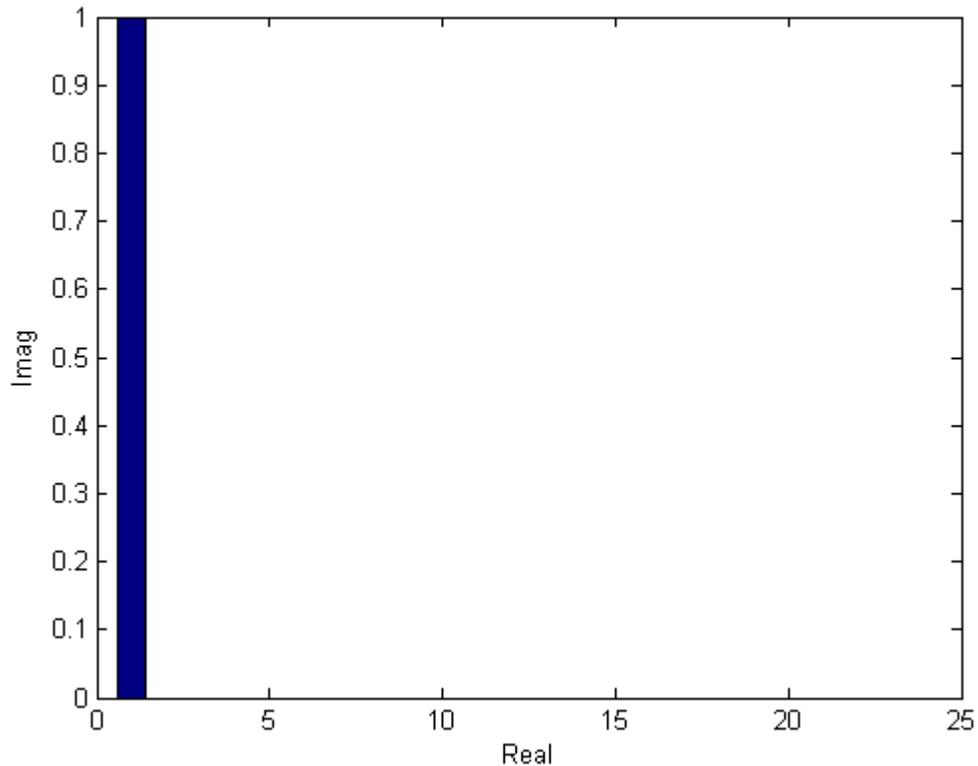


Figura 7.14 – Fatores de Participação de Segunda Ordem – Modo (13,17)

Este gráfico indica, para um dos modos de segunda ordem indicados na Tabela 7.3, que a variável de estado δ_1 (ângulo do gerador 1), é a que apresenta a maior participação neste modo. Sendo esta uma variável eletromecânica relacionada ao modo interárea, pode-se concluir que o efeito deste par de modos interagindo entre si sobre o modo interárea do sistema pode ser maléfico para a operação estável do sistema, principalmente sob condições estressadas de operação.

Baseado nas informações disponibilizadas através do cálculo dos fatores de participação não lineares, é possível prever interações entre modos que podem levar o sistema a instabilidades, colapsos e separações que não poderiam ser previstos através da análise modal linear tradicional, além de fornecer informações para possíveis projetos de controladores para contornar os problemas que eventualmente surjam no sistema em situações de estresse (alto carregamento).

Neste sistema, podem ser identificados quatro modos críticos: dois modos locais e dois modos interárea. Os dois modos locais ocorrem entre as unidades do sistema Sul, ou seja, entre Areia e Segredo (modo local 1) e entre Areia/Segredo e Santiago (modo local 2). Os modos interárea, objeto deste estudo, ocorrem, respectivamente, entre Itaipu e o Sudeste Equivalente (modo interárea 1), e entre as áreas compostas por Itaipu/Sudeste Equivalente e por Santiago/Segredo/Areia (modo interárea 2).

8.3 Aplicação de uma Grande Perturbação

A Figura 8.2 mostra o sistema equivalente sul-sudeste brasileiro com a localização da falta aplicada à barra 6.

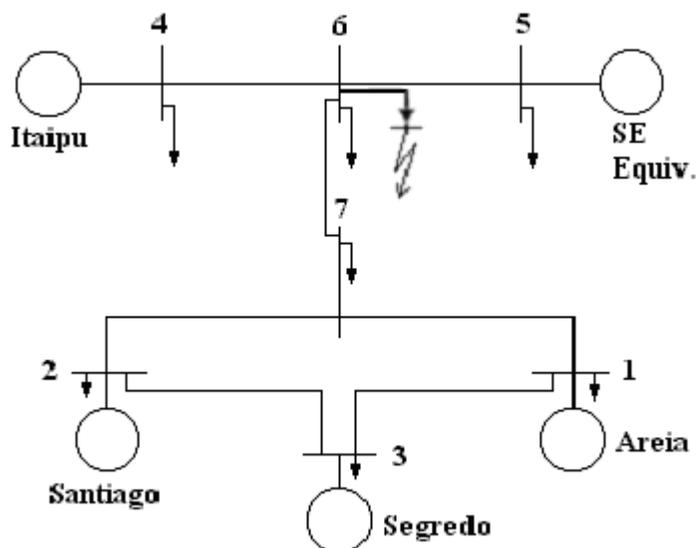


Figura 8.2 – Sistema equivalente sul-sudeste brasileiro submetido a uma falta

Esta falta corresponde a um curto-circuito com duração de 0.10 segundos que, ao ser eliminado, permite que o sistema volte a sua operação normal, sem perda de linhas.

A simulação do efeito da perturbação sobre o sistema foi realizada através dos três métodos descritos anteriormente: a simulação não linear no domínio do tempo, a análise linear e a análise de segunda ordem através do método da forma normal. A simulação não linear deste sistema também foi realizada através da utilização do software PSAT[®].

A Figura 8.3 apresenta o gráfico comparativo contendo as curvas obtidas a partir da aplicação dos três diferentes métodos de análise para uma das unidades geradoras do sistema sul-sudeste.

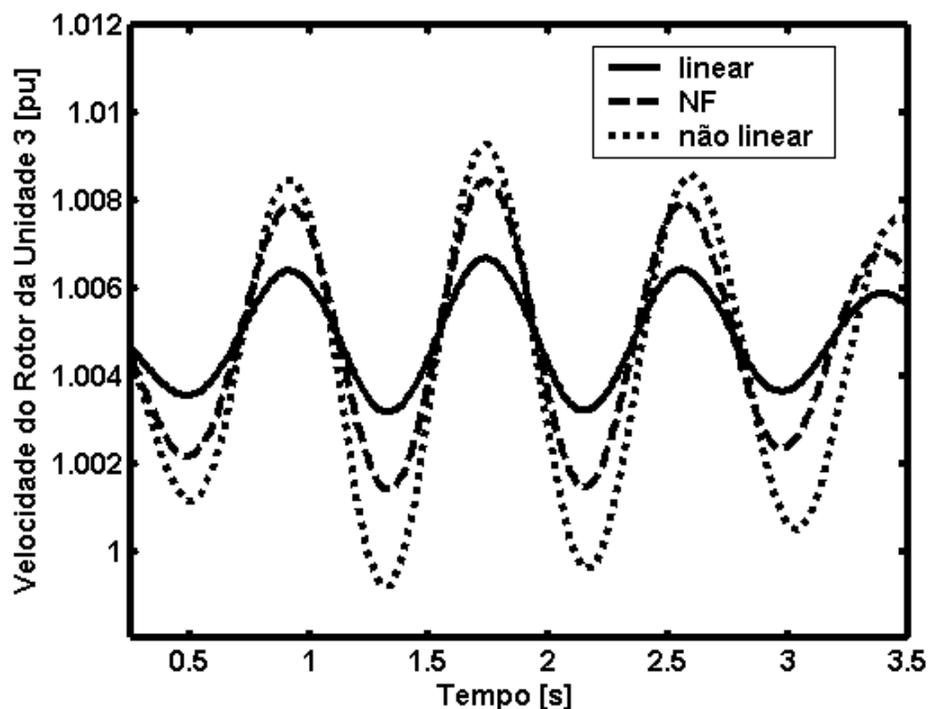


Figura 8.3 – Velocidade do rotor da unidade 3 (Segredo) x Tempo

Através desta Figura, verifica-se novamente a validade da aplicação do método da forma normal, pois as curvas da velocidade do rotor obtidas através do programa de simulação não linear e do método da forma normal são bastante próximas.

8.4 Cálculo dos Índices de Interação Não Linear para o Sistema Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro

A partir da aplicação do método da forma normal ao sistema equivalente sul-sudeste brasileiro, o próximo passo é a obtenção dos seus índices de interação não linear.

Verifica-se, para o caso base ($\lambda=1.00$ pu), através do cálculo do maior valor do Índice1 (igual a 1.55), que o modo que apresenta maior coeficiente de segunda ordem h_2 é o modo 25. Este modo interage com os modos 24 e 21/22. Esta interação não linear

envolvendo o modo eletromecânico 21/22, que está relacionado a um dos modos interárea do sistema, é bastante crítica para a operação estável do sistema. Este fato, aliado ao valor do Índice2 (1.57), que é maior do que 1, agravam a tendência à ocorrência de separação em subsistemas, em casos de ocorrência de instabilidades de modo interárea neste sistema. Por isso, evitar o estressamento do sistema e instalar equipamentos que auxiliem na manutenção da estabilidade do mesmo, como controladores do tipo FACTS, são medidas fundamentais para a manutenção segura da operação de sistemas elétricos que apresentem as características de interação linear exibidas pelo sistema sul-sudeste brasileiro.

8.5 Estressando o Sistema

Conforme visto anteriormente, aumentar o carregamento de um sistema é uma das maneiras de submeter este sistema a uma situação de estresse.

Na Figura 8.4, o gráfico do lugar das raízes mostra os dois autovalores referentes aos modos interárea do sistema, em condições de carregamento nominal (caso base). Como pode ser notado, para o caso base, o sistema é estável.

Aumentando o carregamento para $\lambda=1.15$ pu, nota-se que os autovalores caminham para a direita, em direção ao eixo imaginário, mostrando que o sistema está tendendo à instabilidade de modo interárea. Isso pode ser visto na Figura 8.5.

Para um carregamento $\lambda=1.25$ pu, o sistema já se mostra instável quanto a um dos modos interárea, como pode ser visto na Figura 8.6. Para $\lambda=1.95$ pu, o sistema é instável com relação aos dois modos interárea (Figura 8.7).

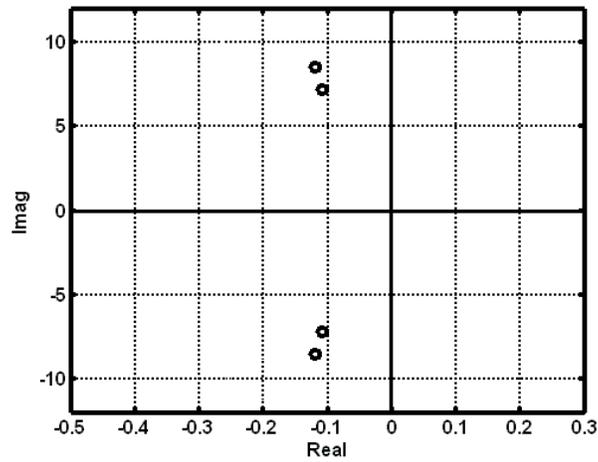


Figura 8.4 – Autovalores críticos referentes aos modos interárea ($\lambda=1.00$ pu)

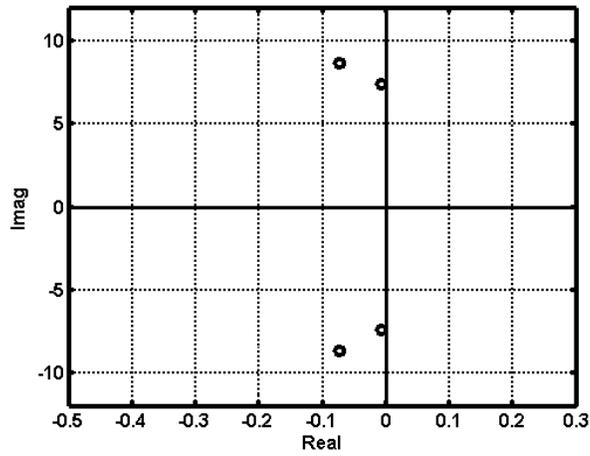


Figura 8.5 – Autovalores críticos referentes aos modos interárea ($\lambda=1.15$ pu)

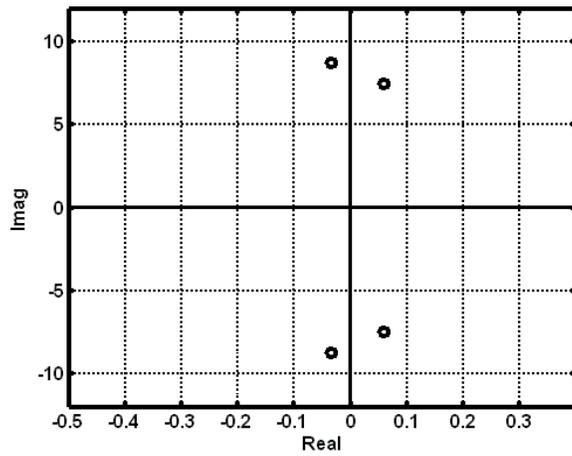


Figura 8.6 – Autovalores críticos referentes aos modos interárea ($\lambda=1.25$ pu)

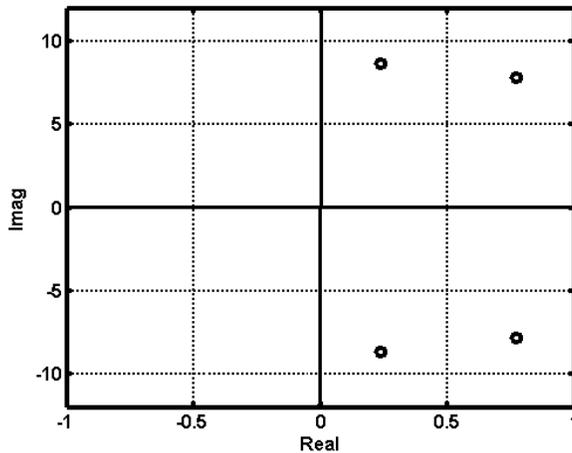


Figura 8.7 – Autovalores críticos referentes aos modos interárea ($\lambda=1.95$ pu)

A Tabela 8.1 mostra os valores dos índices de interação não linear para cada uma das condições de carregamento consideradas. Como pode ser notado, ao se aumentar o carregamento, aumentam também os valores destes índices, mostrando a grande e importante influência dos termos não lineares na precisão dos resultados da análise dinâmica do sistema operando sob condições de estresse.

Tabela 8.1 - Índices de interação não linear para os diversos níveis de carregamento

λ	$ h_{ij}^k z_{0i} z_{0j} $	Índice 1	Índice 2
1.00 pu	1.68	1.55	1.57
1.15 pu	2.22	2.26	1.74
1.25 pu	3.36	4.72	3.27
1.95 pu	914.95	29.78	5.19

8.6 Cálculo dos Fatores de Participação Não Lineares

Para o sistema equivalente sul-sudeste brasileiro, a partir do cálculo dos fatores de participação de segunda ordem, foram obtidas as seguintes tabelas de associação entre modos críticos e de segunda ordem e variáveis de estado do sistema:

Tabela 8.2 – Participação entre modos críticos e variáveis de estado

Modo	Variável
16/17	δ_4/ω_4
21/22	δ_5/ω_5

Tabela 8.3 – Participação entre modos de segunda ordem e máquinas do sistema

Modo	Máquina
(25,24)	G4 (Itaipu)
(25,21)	G5 (SE Equivalente)

Através do gráfico dos fatores de participação de segunda ordem mostrado na Figura 8.8, referente ao modo de segunda ordem (25,24) escolhido na Tabela 8.3, observa-se que a variável mais afetada por este par é a variável E_{FD} da unidade G4 (modo 20). Assim, a visão que se tem para este caso é que seria aconselhável adicionar dispositivos de controle ao sistema de regulação de tensão desta unidade, com o intuito de prevenir possíveis problemas de instabilidade do sistema quando este estiver sob condições de operação estressadas.

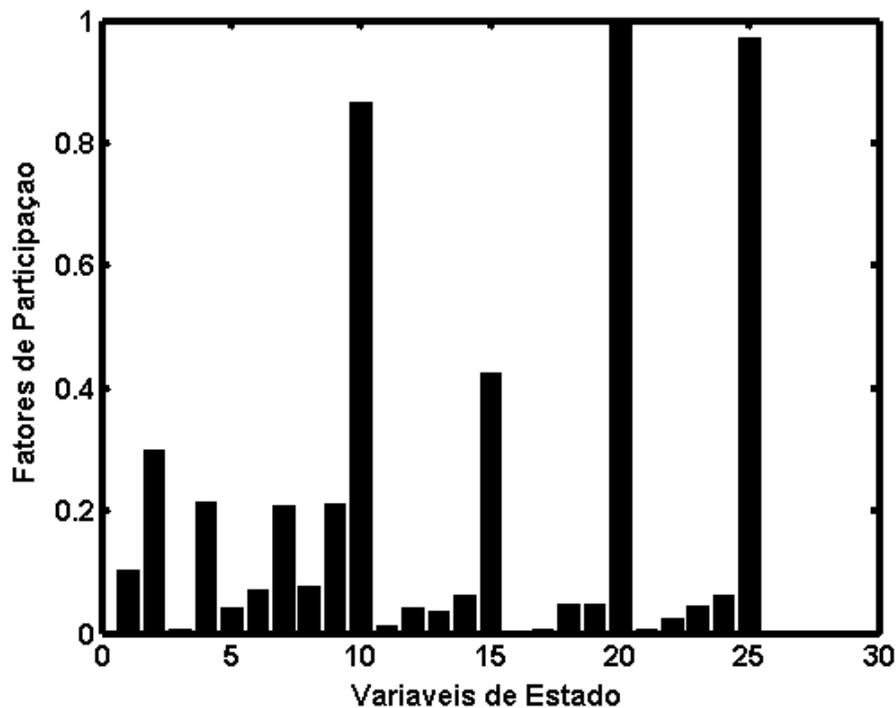


Figura 8.8 – Fatores de Participação de Segunda Ordem – Modo (25,24)

8.7 Inclusão do TCSC ao Sistema Equivalente Sul-Sudeste

A Figura 8.9 mostra o sistema equivalente sul-sudeste brasileiro com um TCSC conectado entre as barras 6 e 7.

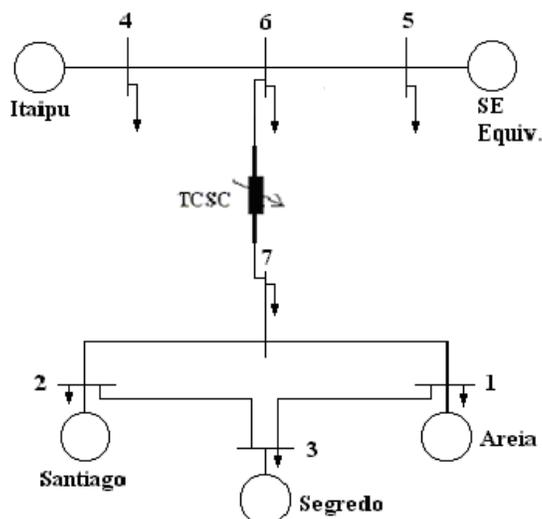


Figura 8.9 – Sistema Equivalente Sul-Sudeste Brasileiro com TCSC

Considera-se, neste caso, que a perturbação aplicada ao sistema é representada pela excitação de um dos modos críticos (no caso, o modo 22, relacionado ao modo eletromecânico da unidade Sudeste Equivalente), conforme testes já executados no sistema de duas áreas com TCSC e com cargas dinâmicas. Considera-se, também, que os testes estão sendo realizados para o sistema sob condições de estresse ($\lambda=1.25$ pu). Assim, obtém-se os gráficos do lugar das raízes, para o sistema com e sem TCSC, conforme mostrado pelas Figuras 8.10 e 8.11.

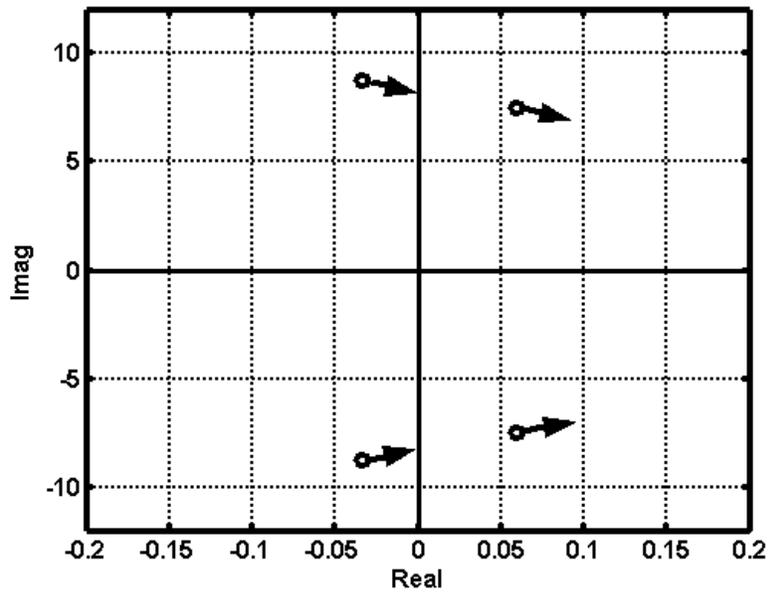


Figura 8.10 – Autovalores críticos referentes aos modos interárea ($\lambda=1.25$ pu) para o sistema sem TCSC

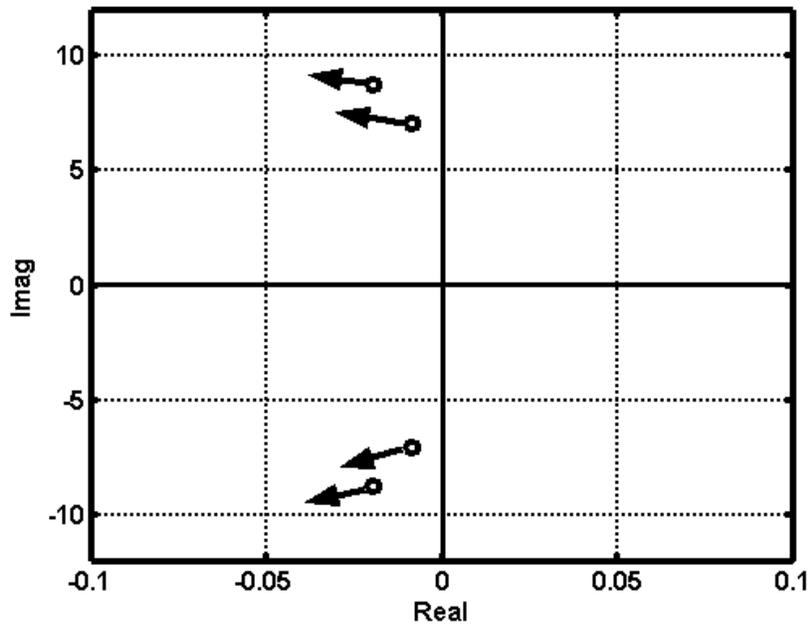


Figura 8.11 – Autovalores críticos referentes aos modos interárea ($\lambda=1.25$ pu) para o sistema com TCSC

Analisando os gráficos das Figuras 8.10 e 8.11, pode-se notar que, para o carregamento considerado ($\lambda=1.25$ pu), o sistema sem TCSC é instável com relação a um dos modos interárea. Ao se adicionar o TCSC ao sistema, os autovalores que estavam no semiplano direito migram de volta para o semiplano esquerdo, devolvendo a estabilidade ao sistema.

Verifica-se, então, através destas Figuras, que o TCSC possibilita que o sistema opere em condições de estabilidade mesmo sob alto carregamento. Isso mostra mais uma vez que, ao se incluírem os termos não lineares na análise da estabilidade do sistema, o TCSC permite que o sistema opere, de forma estável, em sua faixa linear, inclusive sob condições de estresse.

CAPÍTULO 9 CONCLUSÕES

O desenvolvimento de um modelo de espaço de estados baseado no balanço nodal de potência (Modelo de Sensibilidade de Potência – MSP) com inclusão dos termos de segunda ordem, para a análise não linear da estabilidade de modo interárea de sistemas de energia elétrica interligados e sob condições de estresse, através da aplicação do método da forma normal, consiste na principal contribuição deste trabalho de doutoramento.

A motivação para o desenvolvimento deste modelo baseia-se no fato de que, através dos métodos de análise já conhecidos, tais como a análise modal convencional (linear) e a simulação não linear no domínio do tempo, não se tem acesso às informações a respeito das interações não lineares entre os modos de oscilação do sistema. Estas informações são imprescindíveis nos casos em que se pretende investigar a causa de eventuais instabilidades que venham a ocorrer em sistemas submetidos a condições de operação estressadas, e que não possam ser explicadas através dos métodos convencionais.

De uma maneira geral, os resultados obtidos a partir das simulações realizadas ao longo deste trabalho revelam que:

- A relevância dos termos não lineares está diretamente relacionada com os níveis de estresse (carregamento) do sistema, ou seja, quanto mais carregado estiver o sistema, maior será a contribuição dos termos não lineares sobre o comportamento dinâmico do sistema.
- Os índices de interação não linear obtidos a partir da aplicação do método da forma normal expressam numericamente a importância da inclusão dos termos não lineares na análise do sistema.

- A aplicação do método da forma normal não depende do tipo de perturbação a que o sistema está sendo submetido, podendo-se simular um tipo de falta específico (como foi feito para o caso de uma grande perturbação) ou de maneira genérica (excitando uma das variáveis da forma normal, traduzindo o efeito de uma perturbação qualquer).
- A partir do conhecimento do comportamento não linear do sistema, no que diz respeito às interações não lineares entre os modos e as máquinas que estão relacionadas a estes modos, podem-se projetar dispositivos de controle que venham a corrigir os efeitos indesejáveis destas interações, como forma de prevenção contra instabilidades advindas das mesmas. Ou seja, pode-se aprimorar a técnica de projeto de controladores através da incorporação dos efeitos das não linearidades sobre o comportamento dinâmico do sistema.

Outros resultados mais específicos levam às seguintes conclusões:

- A modelagem dinâmica das cargas do sistema e o seu posicionamento na rede têm grande influência na estabilidade dos modos interárea do sistema.
- Cargas dinâmicas rápidas tornam mais evidentes os efeitos das não linearidades do sistema do que cargas dinâmicas lentas.
- Cargas dinâmicas modeladas a impedância constante minimizam os efeitos das não linearidades do sistema.

- O TCSC é bastante eficiente no amortecimento das oscilações eletromecânicas do sistema, e sua eficiência aumenta junto com o aumento dos níveis de carregamento.
- A inclusão do TCSC no ponto de intercâmbio minimiza os efeitos das não linearidades do sistema.

Com relação ao método da forma normal e sua aplicação à análise da estabilidade de sistemas de energia elétrica, foram observadas as seguintes vantagens e desvantagens:

Vantagens do Método:

- Acesso a informações a respeito das interações não lineares entre os modos do sistema, o que não é possível através da análise linear ou simulação não linear no domínio do tempo.
- Permite o acréscimo de dispositivos de controle à rede, na análise de segunda ordem (MSP incluindo termos de segunda ordem).
- É eficiente para qualquer tipo de perturbação considerada.

Desvantagens do Método:

- Ocupa muita memória computacional. Quanto maior o sistema analisado, maior o tempo de simulação.
- Dependência do chute inicial da variável Z_0 para um bom desempenho e confiabilidade do método.

CAPÍTULO 10 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Projeto de controladores incluindo termos não lineares;
- Análise do efeito de dispositivos FACTS na estabilidade de modo interárea de sistemas submetidos a grandes perturbações, incluindo termos não lineares, através do método da forma normal;
- Inclusão dos termos não lineares de terceira ordem na análise das oscilações de modo interárea de sistemas de energia elétrica através do método da forma normal;
- Testes de novos métodos mais eficientes para o cálculo das condições iniciais das variáveis z .

BIBLIOGRAFIA

- [1] Klein, M., Rogers, G. J. and Kundur, P., “A Fundamental Study of Inter-Area Oscillation in Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, August 1991, Vol. 6, No. 3, pp.914-921.
- [2] Kundur, P., “Power System Stability and Control”, McGraw-Hill, 1994.
- [3] Martins, N. and Lima and L. T. G., “Eigenvalue and Frequency Domain Analysis of Small-signal Electromechanical Stability Problems”, *IEEE Special Publication on Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance*, 1989, pp.17-33.
- [4] Klein, M., Rogers, G. J., Moorty, S. and Kundur, P., “Analytical Investigation of Factors Influencing Power System Stabilizers Performance”, *IEEE Transactions on Power Systems*, September 1992, Vol. 7, No. 3, pp.382-390.
- [5] Lu, J., Chiang, H. D. and Thorp, J. S., “Identification of Optimum Sites for Power System Stabilizer Applications”, *IEEE Trans. on Power Systems*, November 1990, Vol. 5, No. 4, pp.1302-1308.
- [6] Martins, N., “Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small-signal Stability Studies”, *IEEE Trans. on Power Systems*, February 1986, Vol. PWRS-1, pp.217-226.
- [7] Yang, X. and Feliachi, A., “Stabilization of Inter-Area Oscillation Modes Through Excitation Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, 1994, Vol. 9, pp.494–502.
- [8] Messina, A. R., Begovich and Nayebzadeh, M., “Analytical Investigation of the Use of Static VAR Compensators to aid Damping of Inter-Area Oscillations”, *Electrical Power and Energy systems*, 1999, Vol. 21, pp.199-210.
- [9] Messina, A. R., Ramirez, J. M. and Cañedo, J. M., “An Investigation on the Use of Power System Stabilizers for Damping Inter-Area Oscillations in Longitudinal Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, May 1998, Vol. 13, No. 2, pp.552-559.
- [10] Kimbark, E. W., “Power System Stability”, John Wiley & Sons, 1956.

- [11] De Mello, F. P. and Concordia, C., “Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control”, *IEEE Transactions*, 1969, Vol. PAS-88, pp.316-329.
- [12] Hauer, J. F., “Introduction to the 1989 IEEE/PES Symposium on Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance”, *IEEE Power Engineering Society*, 1990, 90TH0292-3-PWR.
- [13] Taylor, C. W., “Power System Voltage Stability”, Mc Graw – Hill, 1993.
- [14] Kwatny, H. G., Fischl, R. F. and Nwankpa, C. O., “Local Bifurcation in Power Systems: Theory, Computation and Application”, *Proceedings of the IEEE*, 1995, Vol. 83, No.11, pp.1456-1481.
- [15] Pagola, F. L.; Pérez-Arriaga, I. J. and Verghese, G. C., “On Sensitivities, Residues and Participations: Applications to Oscillatory Stability Analysis and Control”, *IEEE Transactions on Power Systems*, 1989, Vol. 4, No. 1, pp.278-285.
- [16] Sancha, J. L. and Arriaga, I. J. P., “Selective Modal Analysis of Power System Oscillatory Instability”, *IEEE Transactions on Power Systems*, 1988, Vol. 3, No. 2, pp.429-438.
- [17] Sekine, Y.; Takahashi, K.; Ichida, Y.; Ohura, Y. and Tsuchimori, N., “Method of Analysis and Assessment on Power System Voltage Phenomena, and Improvements Including Control Strategies for Greater Voltage Stability Margins”, *CIGRÉ*, 1992, 38-206, pp.1-8.
- [18] Verghese, G. C.; Arriaga, I. J. P. and Schweppe, F. C., “Selective Modal Analysis with Applications to Electric Power Systems, Part II: The Dynamic Stability Problem”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1982, Vol. PAS-101, No. 9, pp.3126-3134.
- [19] Da Costa, V. F., “Modelo de Sensibilidade de Potência para Análise de Oscilações de Baixa Frequência em Sistemas de Energia Elétrica”, *Tese de Doutorado*, 1992, FEEC - UNICAMP.
- [20] Deckmann, S. M. and Da Costa, V. F., “A Power Sensitivity Model for Electromechanical Oscillation Studies”, *IEEE Transactions on Power Systems*, 1994, Vol. 9, No. 2, pp.965-971.

- [21] Da Silva, L. C. P., “Uma Formulação Analítica Alternativa para a Análise Modal da Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica”, *Tese de Mestrado*, 1997, FEEC - UNICAMP.
- [22] Kahn, P. B. and Zarmi, Y., “Nonlinear Dynamics Exploration Through Normal Forms”, *John Wiley & Sons Academic Publishers*, 1998.
- [23] Nayfeh, A. H., “Method of Normal Forms”, *John Wiley & Sons Academic Publishers*, 1993.
- [24] Haase, P., “Breakthrough in Stability Assessment”, *The EPRI Journal*, July/August 1996, Vol. 21, No. 4, pp.24-30.
- [25] Wiggins, S., “Introduction to Applied Nonlinear Dynamics and Chaos”, *Springer Verlag*, New York, 1990.
- [26] Starrett, S. K., “Application of Normal Forms of Vector Fields to Stressed Power Systems”, *PhD Thesis*, 1994, Iowa State University, Ames, Iowa, EUA.
- [27] Yorino, N., Tamura, Y. and Yokoyama, R., “A Generalized Analysis Method of Auto-Parametric Resonances in Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, August 1989, Vol. 4, No. 3, pp.1057-1064.
- [28] Vittal, V., Bhatia, N. and Fouad, A. A., “Analysis of the Inter-Area Mode Phenomenon in Power Systems Following Large Disturbances”, *IEEE Transactions on Power Systems*, November 1991, Vol. 6, No. 4, pp.1515-1521.
- [29] Ni, Y. X., Vittal, V., Kliemann, W. and Fouad, A. A., “Nonlinear Modal Interaction in HVDC/AC Power Systems With DC Power Modulation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, November 1996, Vol. 11, No. 4, pp.2011-2017.
- [30] Barocio, E. and Messina, A. R., “Application of Perturbation Methods to the Analysis of Low Frequency Inter-Area Oscillations”, *Proceedings of the IEEE Summer Meeting*, July 2000, Seattle, USA.
- [31] Vittal, V. et al, “Determination of Generator Grouping For an Islanding Scheme in the Manitoba Hydro System Using the Method of Normal Forms”, *IEEE Transactions on Power Systems*, November 1998, Vol. 13, No. 4, pp.1345-1351.
- [32] Saha, S., Fouad, A. A., Kliemann, W. H. and Vittal, V., “Stability Boundary Approximation of a Power System Using the Real Normal Form of Vector Fields”, *IEEE Transactions on Power Systems*, May 1997, Vol. 12, No. 2, pp.797-802.

- [33] Thapar, J., Vittal, V., Kliemann, W. and Fouad, A. A., “Application of the Normal Form of Vector Fields to Predict Inter-Area Separation in Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, May 1997, Vol. 12, No. 2, pp.844-850.
- [34] Starrett, S. K. and Fouad, A. A., “Nonlinear Measures of Mode-Machine Participation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, May 1998, Vol. 13, No. 2, pp.389-394.
- [35] Hingorani, N. G. and Gyugyi, L., *Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*”, IEEE Press, 2000.
- [36] Jang, G., Choo, J. B. and Kwon, S. H., “Analysis of Nonlinear Oscillations in KEPCO Systems: Application of Normal Forms of Vector Fields”, *Proceedings of the IEEE Summer Meeting*, July 2000, Seattle, USA.
- [37] Hill, D. J., “Special Issue on Nonlinear Phenomena in Power Systems: Theory and Practical Implications”, *Proceedings of the IEEE*, November 1995, Vol. 83, No. 11, pp.1439-1441.
- [38] Jang, G., Vittal, V. and Kliemann, W., “Effect of Nonlinear Interaction on Control Performance: Use of Normal Forms Technique in Control Design, Part I: General Theory and Procedure”, *IEEE Transactions on Power Systems*, May 1998, Vol. 13, No. 2, pp.401-407.
- [39] Jang, G., Vittal, V. and Kliemann, W., “Effect of Nonlinear Interaction on Control Performance: Use of Normal Forms Technique in Control Design, Part II: Case Studies”, *IEEE Transactions on Power Systems*, May 1998, Vol. 13, No. 2, pp.408-413.
- [40] Lin, C. M., Vittal, V., Kliemann, W. and Fouad, A. A., “Investigation of Modal Interaction and Its Effects on Control Performance in Stressed Power Systems Using Normal Forms of Vector Fields”, *IEEE Transactions on Power Systems*, May 1996, Vol. 11, No. 2, pp.781-787.
- [41] Da Costa, V. F. and Deckmann, S., “Synchronizing and Damping Torques Obtained from a Power Sensitivity Model”, *System Dynamic Performance CIGRÉ Study Committee 38*, 1993, Florianópolis, SC, Brazil.

- [42] Alves, D. A., Da Silva, L. C. P. and Da Costa, V. F., “A Power Sensitivity Model Including Generator Damper Windings for Electromechanical Oscillation Studies”, *IEEE Power Tech '99*, 1999, Budapest, p. BPT99.
- [43] Saha, S., Vittal, V., Kliemann, W. H. and Fouad, A. A., “Local Approximation of Stability Boundary of a Power System Using the Real Normal Form of Vector Fields”, *IEEE Power Engineering Society*, 1995, 0-7803-2570-2/95, pp.2330-2333.
- [44] Oliveira, S. E. M., “Synchronizing and Damping Torque Coefficients and Power System Steady-State Stability as Affected by Static VAR Compensators”, *IEEE Transactions on Power Systems*, 1994, Vol. 9, No. 1, pp.109-119.
- [45] Kundur, P., Klein, M., Rogers, G. J. and Zywno, M. S., “Application of Power System Stabilizers for Enhancement of Overall System Stability”, *IEEE Transactions*, 1989, Vol. 4, No. 2, pp.614-626.
- [46] Xu, W. and Mansour, Y., “Voltage Stability Analysis Using Generic Dynamic Load Models”, *IEEE Transactions on Power Systems*, 1993, 93WM185-9PWRS, pp.1-8.
- [47] Barocio, E., Messina, A. R. and Arroyo, J., “Analysis of Factors Affecting Power System Normal Form Results”, *Electric Power Systems Research*, 70, 2004, pp.223-236.

APÊNDICE A A MATRIZ B E O MÉTODO DA FORMA NORMAL

Normalmente, quando se deseja analisar o comportamento dinâmico de um sistema elétrico linearizado, sua representação inclui a matriz de entradas B:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (\text{A.1})$$

Ao se incluírem os termos não lineares de segunda ordem, a equação (A.1) fica:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{F}_2(\mathbf{x}) + \mathbf{Bu} \quad (\text{A.2})$$

As variáveis de entrada u não são afetadas pelos termos não lineares.

Seguindo a dedução da aplicação do método da forma normal, aplica-se a transformação linear $\mathbf{x} = \mathbf{Pw}$:

$$\mathbf{P} \dot{\mathbf{w}} = \mathbf{APw} + \mathbf{F}_2(\mathbf{Pw}) + \mathbf{Bu} \quad (\text{A.3})$$

Multiplicando a equação A.3 à esquerda por \mathbf{P}^{-1} , obtém-se:

$$\dot{\mathbf{w}} = \mathbf{Jw} + \mathbf{f}_2(\mathbf{w}) + \tilde{\mathbf{B}}u \quad (\text{A.4})$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP} \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{w}) &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{F}_m(\mathbf{Pw}) \\ \tilde{\mathbf{B}} &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{B} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Dada a transformação não linear:

$$\mathbf{w} = \mathbf{z} + \mathbf{h}_2(\mathbf{z}) \quad (\text{A.6})$$

e escolhendo h_2 de maneira a obter sua forma mais simplificada (forma normal), e utilizando a mesma matriz de entradas $\tilde{\mathbf{B}}$:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Jz} + \mathbf{g}_2(\mathbf{z}) + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} \quad (\text{A.7})$$

a forma normal será obtida quando os termos de \mathbf{g}_2 forem nulos.

Substituindo (A.6) em (A.4):

$$\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{Dh}_2(\mathbf{z})\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Jz} + \mathbf{Jh}_2(\mathbf{z}) + \mathbf{f}_2[\mathbf{z} + \mathbf{h}_2(\mathbf{z})] + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} \quad (\text{A.8})$$

ou

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Jz} - \mathbf{Dh}_2(\mathbf{z})\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{Jh}_2(\mathbf{z}) + \mathbf{f}_2[\mathbf{z} + \mathbf{h}_2(\mathbf{z})] + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} \quad (\text{A.9})$$

Utilizando (A.7) para eliminar $\dot{\mathbf{z}}$ de (A.9), obtém-se:

$$\mathbf{g}_2(\mathbf{z}) + \mathbf{Dh}_2(\mathbf{z})\mathbf{Jz} + \mathbf{Dh}_2(\mathbf{z})\tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} - \mathbf{Jh}_2(\mathbf{z}) = \mathbf{f}_2(\mathbf{z}) \quad (\text{A.10})$$

Para o cálculo de \mathbf{h}_2 , parte-se da equação (A.4):

$$\dot{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \mathbf{0} & \Lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_2 & \Lambda & \mathbf{0} \\ \text{M} & \text{M} & & \text{M} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Lambda & \lambda_n \end{bmatrix} \mathbf{w} + \begin{bmatrix} \alpha_{11}\mathbf{w}_1^2 + \alpha_{12}\mathbf{w}_1\mathbf{w}_2 + \alpha_{13}\mathbf{w}_1\mathbf{w}_3 + \Lambda + \alpha_{1n}\mathbf{w}_n^2 \\ \alpha_{21}\mathbf{w}_1^2 + \alpha_{22}\mathbf{w}_1\mathbf{w}_2 + \alpha_{23}\mathbf{w}_1\mathbf{w}_3 + \Lambda + \alpha_{2n}\mathbf{w}_n^2 \\ \text{M} \\ \alpha_{n1}\mathbf{w}_1^2 + \alpha_{n2}\mathbf{w}_1\mathbf{w}_2 + \alpha_{n3}\mathbf{w}_1\mathbf{w}_3 + \Lambda + \alpha_{nn}\mathbf{w}_n^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{b}}_{11} & \Lambda & \tilde{\mathbf{b}}_{1n_u} \\ \tilde{\mathbf{b}}_{21} & \Lambda & \tilde{\mathbf{b}}_{2n_u} \\ \text{M} & & \text{M} \\ \tilde{\mathbf{b}}_{n1} & & \tilde{\mathbf{b}}_{nn_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \text{M} \\ \mathbf{u}_{n_u} \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Substituindo (A.11) em (A.10):

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{2_1} \\ \mathbf{g}_{2_2} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{2_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{h}_{2_1}}{\partial \mathbf{z}_1} & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_1}}{\partial \mathbf{z}_2} & \Lambda & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_1}}{\partial \mathbf{z}_n} \\ \frac{\partial \mathbf{h}_{2_2}}{\partial \mathbf{z}_1} & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_2}}{\partial \mathbf{z}_2} & \Lambda & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_2}}{\partial \mathbf{z}_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{h}_{2_n}}{\partial \mathbf{z}_1} & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_n}}{\partial \mathbf{z}_2} & \Lambda & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_n}}{\partial \mathbf{z}_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 & \mathbf{0} & \Lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_2 & \Lambda & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Lambda & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{z}_n \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{h}_{2_1}}{\partial \mathbf{z}_1} & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_1}}{\partial \mathbf{z}_2} & \Lambda & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_1}}{\partial \mathbf{z}_n} \\ \frac{\partial \mathbf{h}_{2_2}}{\partial \mathbf{z}_1} & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_2}}{\partial \mathbf{z}_2} & \Lambda & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_2}}{\partial \mathbf{z}_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{h}_{2_n}}{\partial \mathbf{z}_1} & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_n}}{\partial \mathbf{z}_2} & \Lambda & \frac{\partial \mathbf{h}_{2_n}}{\partial \mathbf{z}_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{b}}_{11} & \Lambda & \tilde{\mathbf{b}}_{1n_u} \\ \tilde{\mathbf{b}}_{21} & \Lambda & \tilde{\mathbf{b}}_{2n_u} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{b}}_{n1} & & \tilde{\mathbf{b}}_{nn_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{n_u} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_1 & \mathbf{0} & \Lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_2 & \Lambda & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Lambda & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{2_1} \\ \mathbf{h}_{2_2} \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{2_n} \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \mathbf{z}_1^2 + \alpha_{12} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \alpha_{13} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \alpha_{1n} \mathbf{z}_n^2 \\ \alpha_{21} \mathbf{z}_1^2 + \alpha_{22} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \alpha_{23} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \alpha_{2n} \mathbf{z}_n^2 \\ \vdots \\ \alpha_{n1} \mathbf{z}_1^2 + \alpha_{n2} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \alpha_{n3} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \alpha_{nn} \mathbf{z}_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})
\end{aligned}$$

onde $(\mathbf{h}_{2_1}, \mathbf{h}_{2_2}, \dots, \mathbf{h}_{2_n})$ e $(\mathbf{g}_{2_1}, \mathbf{g}_{2_2}, \dots, \mathbf{g}_{2_n})$ são os componentes de \mathbf{h}_2 e \mathbf{g}_2 . O lado direito da equação (A.12), que corresponde ao $\mathbf{f}_2(\mathbf{z})$, sugere que sejam encontrados \mathbf{g}_2 e \mathbf{h}_2 na forma:

$$\mathbf{h}_2(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} \mathbf{z}_1^2 + \Gamma_{12} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Gamma_{13} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Gamma_{1n} \mathbf{z}_n^2 \\ \Gamma_{21} \mathbf{z}_1^2 + \Gamma_{22} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Gamma_{23} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Gamma_{2n} \mathbf{z}_n^2 \\ \vdots \\ \Gamma_{n1} \mathbf{z}_1^2 + \Gamma_{n2} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Gamma_{n3} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Gamma_{nn} \mathbf{z}_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{g}_2(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} \mathbf{z}_1^2 + \Lambda_{12} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Lambda_{13} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Lambda_{1n} \mathbf{z}_n^2 \\ \Lambda_{21} \mathbf{z}_1^2 + \Lambda_{22} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Lambda_{23} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Lambda_{2n} \mathbf{z}_n^2 \\ \vdots \\ \Lambda_{n1} \mathbf{z}_1^2 + \Lambda_{n2} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 + \Lambda_{n3} \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_3 + \Lambda + \Lambda_{nn} \mathbf{z}_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

O próximo passo é equacionar os coeficientes de \mathbf{z} em ambos os lados das equações (A.12), de forma a igualar os coeficientes dos termos de mesma combinação de variáveis,

com o objetivo de encontrar os valores dos componentes da matriz h_2 . Assim, a equação (A.12) é assim expandida:

$$\begin{aligned}
& (2\lambda_1\Gamma_{11}z_1^2 + \lambda_1\Gamma_{12}z_1z_2 + \dots) + (2\Gamma_{11}b_{11}z_1u_1 + \Gamma_{12}b_{21}z_2u_1 + \Gamma_{13}b_{31}z_3u_1 + \Lambda) + \Gamma_{12}b_{12}z_2u_1 + \Lambda \\
& - (\lambda_1\Gamma_{11}z_1^2 + \lambda_1\Gamma_{12}z_1z_2 + \Lambda) - \Lambda = \alpha_{11}z_1^2 + \alpha_{12}z_1z_2 + \Lambda \\
& \qquad \qquad \qquad \Lambda \\
& (\lambda_n\Gamma_{n1}z_1^2 + \lambda_n\Gamma_{n2}z_1z_2 + \Lambda) + (2\Gamma_{n1}b_{11}z_1u_1 + \Gamma_{n2}b_{12}z_2u_1 + \Gamma_{n3}b_{31}z_3u_1 + \Lambda) + \Gamma_{n1}b_{1n}z_1u_1 + \Lambda \\
& - (\lambda_n\Gamma_{11}z_1^2 + \lambda_n\Gamma_{12}z_1z_2 + \Lambda) - \Lambda = \alpha_{n1}z_1^2 + \alpha_{n2}z_1z_2 + \Lambda
\end{aligned} \tag{A.15}$$

A grande vantagem do método da forma normal reside no fato de que o mesmo possibilita a solução das funções não lineares referentes aos termos de ordem superior (matriz h_2) através da resolução de uma seqüência de problemas lineares. No entanto, quando a matriz de entradas B é inserida na formulação, não se consegue obter o mesmo conjunto de equações lineares, como se pode notar em (A.15). Isso porque os termos correspondentes às combinações z_mu_m , no lado esquerdo da equação, não podem ser equacionados, pois não existem termos com combinações z_mu_m no lado direito da equação. Portanto, não se consegue obter a forma normal de um sistema não linear quando este inclui em sua formulação a matriz de entradas B .

Vale lembrar também que a informação da perturbação do sistema já está contida nos valores iniciais das variáveis de estado, não sendo necessária a sua representação através de variáveis de entrada.

APÊNDICE B CÁLCULO DAS MATRIZES HESSIANAS

Neste apêndice, é apresentado o processo de construção das matrizes utilizadas na aplicação do método da forma normal para análise das oscilações de modo interárea em sistemas multimáquinas.

Sendo $f(x_m)$ a equação de estado de cada variável x_m , onde x_m é um elemento genérico do vetor x de variáveis de estado $x = [\delta_i \quad \omega_i \quad E'_{qi} \quad E'_{di} \quad E_{FDi}]^T$, com $i=1,2,\dots,\text{num_gen}$, num_gen =número de geradores do sistema, tem-se que as matrizes H_1^m , H_2^m , H_3^m e H_4^m são assim definidas:

$$H_1^m = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \delta_i \cdot \partial \delta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \delta_i \cdot \partial \omega_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \delta_i \cdot \partial E'_{qi}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \delta_i \cdot \partial E'_{di}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \delta_i \cdot \partial E_{FDi}} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \omega_i \cdot \partial \delta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \omega_i \cdot \partial \omega_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \omega_i \cdot \partial E'_{qi}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \omega_i \cdot \partial E'_{di}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \omega_i \cdot \partial E_{FDi}} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{qi} \cdot \partial \delta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{qi} \cdot \partial \omega_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{qi} \cdot \partial E'_{qi}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{qi} \cdot \partial E'_{di}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{qi} \cdot \partial E_{FDi}} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{di} \cdot \partial \delta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{di} \cdot \partial \omega_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{di} \cdot \partial E'_{qi}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{di} \cdot \partial E'_{di}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{di} \cdot \partial E_{FDi}} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E_{FDi} \cdot \partial \delta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E_{FDi} \cdot \partial \omega_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E_{FDi} \cdot \partial E'_{qi}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E_{FDi} \cdot \partial E'_{di}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E_{FDi} \cdot \partial E_{FDi}} \end{bmatrix}$$

$$H_2^m = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \delta_i \cdot \partial \theta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \delta_i \cdot \partial V_i} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \omega_i \cdot \partial \theta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \omega_i \cdot \partial V_i} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{qi} \cdot \partial \theta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{qi} \cdot \partial V_i} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{di} \cdot \partial \theta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E'_{di} \cdot \partial V_i} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E_{FDi} \cdot \partial \theta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial E_{FDi} \cdot \partial V_i} \end{bmatrix}$$

$$H_3^m = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \theta_i \cdot \partial \delta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \theta_i \cdot \partial \omega_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \theta_i \cdot \partial E'_{qi}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \theta_i \cdot \partial E'_{di}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \theta_i \cdot \partial E_{FDi}} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial V_i \cdot \partial \delta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial V_i \cdot \partial \omega_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial V_i \cdot \partial E'_{qi}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial V_i \cdot \partial E'_{di}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial V_i \cdot \partial E_{FDi}} \end{bmatrix}$$

$$H_4^m = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \theta_i \cdot \partial \theta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial \theta_i \cdot \partial V_i} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial V_i \cdot \partial \theta_i} & \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f(x_m)}{\partial V_i \cdot \partial V_i} \end{bmatrix}$$

Para qualquer dispositivo com modelagem dinâmica que seja incluído no sistema, basta calcular os elementos das matrizes que sejam relacionados a ele, e acrescenta-los às equações do sistema nos locais correspondentes.

APÊNDICE C ALGORITMO

PARTE LINEAR

1. Roda fluxo de carga (cálculo das variáveis de tensões e ângulos de todas as barras).
2. Fluxo de carga convergiu? Se não, passo 17. Se sim, passo 3.
3. Calcula as variáveis do sistema no ponto de operação.
4. Calcula os coeficientes de sensibilidade de potência.
5. Monta as matrizes J_1, J_2, J_3, J_4 .
6. Monta a matriz de estado.
7. Calcula os autovalores do sistema.

PARTE NÃO-LINEAR

8. Verifica ocorrência de ressonância. Se há termos ressonantes, passo 17. Se não, passo 9.
9. Obtém a Forma de Jordan da matriz de estado.
10. Calcula as matrizes hessianas do sistema.
11. Calcula os coeficientes da parte não linear.
12. Obtém X_0 a partir do programa de simulação não linear.
13. A partir de X_0 , calcula W_0 e Z_0 .
14. A partir de Z_0 (calculado ou estimado), calcula os vetores z, w e x .
15. Plota gráficos das variáveis no domínio do tempo.
16. Plota o lugar das raízes.
17. Para.

APÊNDICE D DADOS DOS SISTEMAS

D.I DADOS DO SISTEMA DE DUAS ÁREAS

Tabela D.I.1 - Dados das Barras

Barra	Tensão [pu]	Potência Ativa Gerada [MW]	Potência Reativa Gerada [MVAR]	Potência Ativa Carga [MW]	Potência Reativa Carga [MVAR]
1	1.03∠20.2°	700.0	185.0	0.0	0.0
2	1.01∠10.5°	700.0	235.0	0.0	0.0
3	1.03∠-6.8°	719.0	176.0	0.0	0.0
4	1.01∠-17.0°	700.0	202.0	0.0	0.0
5	1.00∠0.0°	0.0	0.0	967.0	100.0
6	1.00∠0.0°	0.0	0.0	1767.0	250.0

Tabela D.I.2 - Dados das Linhas

De	Para	X [pu]	B [pu]
1	2	0.025	0.04375
2	5	0.010	0.0175
6	4	0.010	0.0175
3	4	0.025	0.04375
5	6	0.220	0.3850

Tabela D.I.3 - Dados dos Geradores

Unidade Geradora	1	2	3	4
H [s]	6.5	6.5	6.5	6.5
T' _{d0} [s]	8.0	8.0	8.0	8.0
T' _{q0} [s]	0.4	0.4	0.4	0.4
X _d [pu]	1.8	1.8	1.8	1.8
X _q [pu]	1.7	1.7	1.7	1.7
X' _d [pu]	0.3	0.3	0.3	0.3
X' _q [pu]	0.55	0.55	0.55	0.55

Tabela D.I.4 - Dados dos AVR^(*)

(*) São utilizados, para todos os geradores, os mesmos valores para os AVR's.

K_A	T_A [s]
200	0.01

Tabela D.I.5 - Dados do TCSC

K_{TCSC}	T_{TCSC} [s]
0.9	0.015

D.II DADOS DO SISTEMA SUL-SUDESTE BRASILEIRO

Tabela D.II.1 - Dados das Barras

Barra	Tensão [V]	Potência Ativa Gerada [MW]	Potência Reativa Gerada [MVar]	Potência Ativa Carga [MW]	Potência Reativa Carga [MVar]	Shunt [pu]
1	$1.03 \angle 24.5^\circ$	1658.0	-412.0	2405.0	-467.0	0.1792
2	$1.03 \angle 27.2^\circ$	1332.0	-200.1	692.3	-184.0	0.1491
3	$1.029 \angle 26.6^\circ$	1540.0	-446.5	688.2	-235.0	0.1142
4	$1.039 \angle 48.5^\circ$	6500.0	1958.6	62.6	24.3	0.0368
5	$0.966 \angle 0^\circ$	-3164.0	952.7	2884.0	-196.0	0.0420
6	$0.989 \angle 21.4^\circ$	0.0	0.0	-4.9	79.8	2.1420
7	$0.998 \angle 21.2^\circ$	0.0	0.0	845.8	-9.2	0.0330

Tabela D.II.2 - Dados das Linhas

De	Para	$R + j X$ [pu] (*)
1	3	$0.003 + j 0.038$
2	3	$0.005 + j 0.076$
4	6	$0.0029 + j 0.0734$
7	1	$0.019 + j 0.245$
7	2	$0.015 + j 0.225$
6	7	$0.000 + j 0.039$
6	5	$0.004 + j 0.057$

(*) As susceptâncias das linhas estão implícitas nos valores “shunt” dos geradores.

Tabela D.II.3 - Dados dos Geradores

Unidade Geradora	1	2	3	4	5
MVA Base	1900	1400	1944	6633	6000
H [s]	4.5	4.5	4.5	5.07	5.0
T'_{d0} [s]	5.0	5.0	5.0	7.6	8.0
T'_{q0} [s]	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
X_d [pu]	0.85	0.85	0.88	0.9	1.0
X_q [pu]	0.7	0.7	0.69	0.68	0.7
X'_d [pu]	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
X'_q [pu]	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55

Tabela D.II.4 - Dados dos AVR(*)

(*) São utilizados, para todos os geradores, os mesmos valores para os AVR's.

K_A	T_A [s]
30	0.05

Tabela D.II.5 - Dados do TCSC

K_{TCSC}	T_{TCSC} [s]
0.2	0.05

D.III MODELOS DINÂMICOS DOS DISPOSITIVOS FACTS

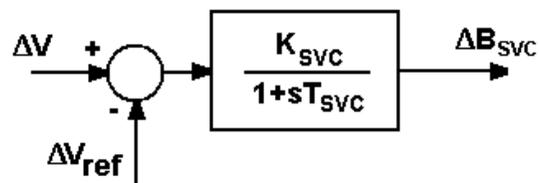


Figura D.1 – Modelo Dinâmico Linearizado do SVC

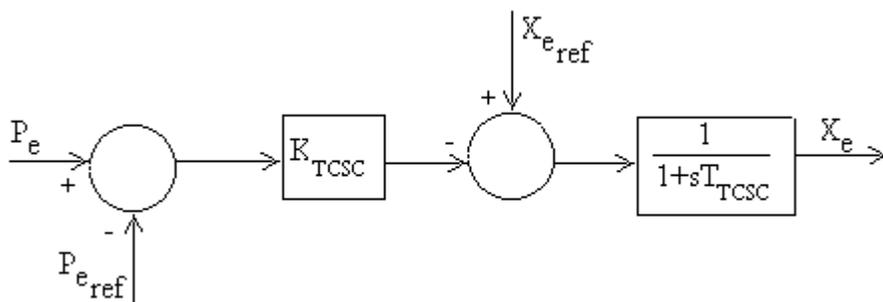


Figura D.2 – Modelo Dinâmico do TCSC

APÊNDICE E MÉTODOS ITERATIVOS PARA O CÁLCULO DO Z_0

A finalização da aplicação do método da forma normal na análise de um sistema de energia elétrica depende de algumas transformações inversas que são necessárias para se obterem os valores das variáveis originais do sistema. Assim, obtendo-se o valor inicial Z_0 a partir das equações:

$$\mathbf{W}_0 = \Psi^T \mathbf{X}_0 \quad (\text{E.1})$$

$$\mathbf{Z}_0 = \mathbf{W}_0 - \mathbf{h}_2(\mathbf{Z}_0) \quad (\text{E.2})$$

pode-se, finalmente, obter as soluções no domínio do tempo para as variáveis da forma normal (z), de Jordan (w) e originais de estado (x):

$$\begin{aligned} z_j(t) &= z_{j0} e^{\lambda_j t} \\ w_j(t) &= z_{j0} e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^n \sum_{i=k}^n h_{2ki}^j z_{k0} z_{i0} e^{(\lambda_k + \lambda_i)t} \\ x_r(t) &= \sum_{j=1}^n \Phi_{rj} z_{j0} e^{\lambda_j t} + \sum_{j=1}^n \Phi_{rj} \sum_{k=1}^n \sum_{i=k}^n h_{2ki}^j z_{k0} z_{i0} e^{(\lambda_k + \lambda_i)t} \\ \mathbf{r}, \mathbf{j} &= 1, \dots, \mathbf{n} \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

A obtenção de W_0 é trivial, bastando resolver o sistema linear em (E.1). No entanto, para obter Z_0 , é necessário resolver a equação não linear (E.2). Para tanto, alguns métodos matemáticos são citados e discutidos na literatura [41], [61].

Uma das opções para se resolver a equação (E.2) é a aplicação de métodos iterativos. Um dos métodos mais utilizados até então tem sido o Método de Newton. Assim, através deste método, resolve-se iterativamente o sistema:

$$\mathbf{f}(\mathbf{Z}_0) = \mathbf{Z}_0 - \mathbf{W}_0 + \mathbf{h}_2(\mathbf{Z}_0) = \mathbf{0} \quad (\text{E.4})$$

$$\mathbf{Z}_0(\mathbf{k} + 1) = \mathbf{Z}_0(\mathbf{k}) - \left[\mathbf{D}_{f(\mathbf{Z}_0(\mathbf{k}))} \right]^{-1} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{Z}_0(\mathbf{k})) \quad (\text{E.5})$$

onde $D_{f(Z_0)}$ é a Jacobiana de $f(Z_0)$.

O Método de Newton tem a vantagem de convergir mais rapidamente que outros métodos. Mas, por outro lado, exige que a escolha da estimativa inicial (“chute”) seja bastante precisa, ou seja, para se garantir a convergência é necessário que o chute inicial seja suficientemente próximo da solução. Outra desvantagem é a possibilidade de obtenção de múltiplas respostas, o que pode gerar resultados dúbios ou erros de interpretação na análise do sistema.

Outro método também explorado recentemente pelos pesquisadores da área é o chamado Método de Levenberg-Marquardt, que consiste na resolução de um problema de mínimos quadrados. Assim, aplicando-se o Método de Levenberg-Marquardt, deve-se minimizar a função $F(\mathbf{Z})$, onde:

$$F(\mathbf{Z}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M [f_j(\mathbf{Z})]^2 \quad (\text{E.6})$$

$$f_j(\mathbf{Z}) = \mathbf{W}_{0j} - \mathbf{Z}_{0j} - \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \mathbf{h}_{2_{ki}}^j \mathbf{Z}_{0k} \mathbf{Z}_{0i} \quad (\text{E.7})$$

$$\mathbf{j} = 1, \dots, \mathbf{n}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{n}$$

Assim como o Método de Newton, o Método de Levenberg-Marquardt também é sensível ao chute inicial. Apesar de assegurar a convergência para qualquer caso, o resultado obtido pode ser por vezes incoerente, podendo também gerar interpretações errôneas caso o chute inicial não seja adequado.

Segundo [41] e [61], o fato de um método ser eficiente na análise de um sistema não significa que ele será eficiente também na análise de outro sistema. A competência do método escolhido está intimamente ligado à natureza dos dados do sistema em análise, devendo-se considerar sempre a possibilidade de se testar ambos os métodos para escolher o resultado mais coerente. E a variabilidade do comportamento destes métodos também está ligada a variações nos pontos de operação do sistema. Ou seja, para diferentes pontos

de operação de um mesmo sistema elétrico, um método iterativo pode ou não gerar resultados confiáveis.

Esse fato revela o grande inconveniente na utilização do método da forma normal na análise não linear de sistemas de energia elétrica, já que existe uma grande interdependência entre a estimativa inicial e a validade do método que está sendo utilizado no cálculo das condições iniciais. Ainda não se conhece uma forma mais eficaz de se obter um chute inicial confiável, sendo esta prática até então realizada de forma unicamente empírica, ou por tentativa e erro. Permanece, portanto, a necessidade de se desenvolverem procedimentos mais eficientes para o cálculo das condições iniciais das variáveis z , de forma a aperfeiçoar e tornar mais confiável a aplicação do método da forma normal na análise dinâmica de sistemas de energia elétrica. Este constitui um importante ramo a ser ainda explorado dentro desta linha de pesquisa.

APÊNDICE F ARTIGOS SUBMETIDOS, APRESENTADOS E PUBLICADOS

- “An Investigation of TCSC and Load Dynamics Influence on Power System Inter-Area Mode Oscillations”, apresentado no *WSEAS International Conference on Power Engineering Systems - ICOPES '02*, Rio de Janeiro/RJ, Outubro, 2002, e publicado no *Proceedings of the WSEAS International Conferences e no WSEAS Transactions on Systems*, Issue 2, Vol. 2, ISSN 1109-2777, April 2003, pp.499-504.
- “Analysis of Inter-Area Mode Oscillations in Power Systems With TCSC Controller Using Normal Forms”, apresentado e publicado no *Proceedings of the 4th IASTED International Conference on Power and Energy Systems - EuroPES 2004*, Rhodes, Grécia, Junho, 2004;
- “Comparison of PSS, SVC and STATCOM for Damping Power System Local Mode Oscillations”, apresentado e publicado no *Proceedings of the 4th IASTED International Conference on Power and Energy Systems - EuroPES 2004*, Rhodes, Grécia, Junho, 2004;
- “Design of Robust Controllers via a Separation Procedure for Small-Signal Angle Stability”, apresentado e publicado no *Proceedings of the 4th IASTED International Conference on Power and Energy Systems - EuroPES 2004*, Rhodes, Grécia, Junho, 2004;
- “Análise das Oscilações de Modo Interárea de Sistemas de Energia Elétrica Através da Aplicação do Método da Forma Normal”, apresentado e publicado nos *Anais do Congresso Brasileiro de Automática – CBA*, Gramado/RS, Setembro, 2004;

- “Projeto de Controladores Robustos Via um Procedimento de Separação para o Amortecimento de Oscilações Eletromecânicas de Baixa Frequência”, apresentado e publicado nos *Anais do Congresso Brasileiro de Automática – CBA*, Gramado/RS, Setembro, 2004;
- “Nonlinear Analysis of Inter-Area Mode Oscillations in the Equivalent South-Southeast Brazilian System Through the Application of Normal Form Technique”, aceito para apresentação no *PowerTech 2005*, St. Petersburg, Russia, Junho, 2005.