



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES

Análise e Controle de Sistemas com Folga

Talía Simões dos Santos

Prof. Dr. Yuzo Iano
(Orientador)

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: **Telecomunicações e Telemática.**

Campinas, SP
2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Sa59a Santos, Talía Simões dos
Análise e Controle de Sistemas com Folga / Talía
Simões dos Santos. –Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Yuzo Iano.
Tese de Doutorado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Análise de sistemas. 2. Teoria de controle. 3.
Computação evolutiva. I. Iano, Yuzo. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica
e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Analysis and Control of Systems with Backlash

Palavras-chave em Inglês: System analysis, Control theory, Evolutionary computation

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora: Suélia de Siqueira Rodrigues Fleury Rosa, Carlos Eduardo
Câmara, Luiz Henrique Bonani do Nascimento, Vicente Idalberto
Becerra Sablón

Data da defesa: 29-05-2012

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

Talía Simões dos Santos

Engenheira Eletricista UFMS (2002)

Mestre em Ciências ITA (2005)

Análise e Controle de Sistemas com Folga

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: **Telecomunicações e Telemática.**

Data da Defesa: 29 de Maio de 2012.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Yuzo Iano
(Orientador)

Prof. Dr. Carlos Eduardo Câmara Uniachieta

Profa. Dra. Suélia de Siqueira Rodrigues Fleury Rosa UnB

Prof. Dr. Luiz Henrique Bonani do Nascimento CECS/UFABC

Prof. Dr. Vicente Idalberto Becerra Sablón Unisal

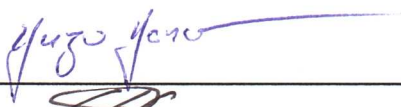
Campinas, SP
2012

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidata: Talía Simões dos Santos


Data da Defesa: 29 de maio de 2012

Título da Tese: "Análise e Controle de Sistemas com Folga"

Prof. Dr. Yuzo Iano (Presidente):  _____

Prof. Dr. Carlos Eduardo Câmara:  _____

Profa. Dra. Suélia de Siqueira Rodrigues Fleury Rosa:  _____

Prof. Dr. Luiz Henrique Bonani do Nascimento:  _____

Prof. Dr. Vicente Idalberto Becerra Sablón:  _____

Resumo

Este trabalho trata da eliminação dos efeitos indesejáveis da não linearidade tipo folga via desenvolvimento de três novos métodos computacionais para a análise de estabilidade, e controle de sistemas resultantes da interconexão de sistemas lineares com uma folga.

Para solucionar o problema da análise de estabilidade, utilizam-se condições construtivas sob a forma de LMI, garantindo a estabilidade global do sistema, através de algumas funções de Lyapunov, generalizadas nas condições de contorno e representação politópica. Tais condições de estabilidade global impõem a presença de uma realimentação adicional entre a saída e a entrada da não linearidade saturação, incluída antes da folga. Este ganho adicional pode atenuar o comportamento indesejado das não linearidades. O conjunto de todos os admissíveis pontos de equilíbrio é definido precisamente.

O problema de controle pode ser solucionado através de esquemas de controle adaptativo para sistemas discretos no tempo com folga desconhecida. Analisando de forma mais aprofundada, propõe-se um controlador adaptativo baseado na folga inversa que fornece novas regras adaptativas para a atualização dos parâmetros estimados da folga inversa. Dessa forma demonstra-se também que os efeitos prejudiciais da folga podem ser cancelados através de duas estruturas de controle propostas. É possível validar ainda mais este resultado projetando-se um filtro que estima a saída da folga desconhecida, ou seja, a entrada da planta.

Além disso, mais um resultado de controle é conseguido, aplicando-se uma proposta de computação evolutiva para realizar o controle adaptativo de sistemas contínuos no tempo com folga desconhecida. Para cumprir este objetivo, adiciona-se também a estrutura da folga inversa antes do bloco da folga e utiliza-se o algoritmo CMA-ES (*Covariance Matrix Adaptation-Evolution Strategy*) para estimar os parâmetros da folga inversa adaptativa.

Palavras-chave: análise de estabilidade, computação evolutiva, controle adaptativo, filtragem, folga, LMIs.

Abstract

This work is concerned to the elimination of the undesirable effects of the nonlinearity type backlash developing three new computational methods for the stability analysis, and control of result systems of the interconnection of linear systems with a nonlinearity backlash.

To solve the stability analysis problem, it is used constructive conditions in LMI form to ensure the global stability of the system, are proposed by using some suitable Lyapunov functional, generalized sector conditions and polytopic representation. Such global stability conditions impose the presence of an additional feedback between the output and the input of the nonlinear element. This additional gain can mitigate the unwished behavior of the nonlinear elements. The boundary of the associated set of all the admissible equilibrium points is precisely defined.

The control problem can be solved through schemes of an adaptive control for discrete-time systems with unknown backlash. Analysing in a depth way is proposed an adaptive controller based on backlash inverse that provides new adaptive laws for updating of the estimated parameters of the backlash inverse. Then, this is also demonstrated that the harmful effects of backlash can be cancelled through two proposed control structures. It is possible to validate this result better designing a filter to estimate the unknown backlash output, that is, the plant input.

Moreover, one more control result is obtained, applying an evolutionary computation to realize the adaptive control of continuous-time systems with unknown backlash. In order to do this, it is added a backlash inverse structure before the backlash scheme and used the CMA-ES (Covariance Matrix Adaptation-Evolution Strategy) algorithm to estimate the parameters of the backlash inverse.

Keywords: *stability analysis, adaptive control, evolutionary computation, filtering, backlash, LMIs.*

Aos meus pais, Adão e Erli e ao meu amor, Adriano.

Agradecimentos

A DEUS, que sempre ilumina meus passos.

Aos meus pais Adão e Erli, ao meu amor Adriano, às minhas avós Margarida e Inês, ao meu avô Oswaldo, aos meus irmãos Fábio e Márcio, e à minha sogra Maria de Lourdes, pelo apoio, força, carinho, incentivo, e confiança que sempre me deram para concluir mais este trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Yuzo Iano, sou grata pela orientação, apoio, amizade e confiança.

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (*National Counsel of Technological and Scientific Development*) pelo auxílio financeiro durante uma grande parte deste trabalho.

Aos Professores e Pesquisadores José C. Geromel (FEEC/Unicamp), Wagner C. do Amaral (FEEC/Unicamp), Gang Tao (Universidade de Virginia), Sophie Tarbouriech (LAAS/Toulouse), Isabelle Queinnec (LAAS/Toulouse), Christophe Prieur (LAAS/Toulouse), Alessandra Coelho Dutra (Universidade de Mauá), Flávio Henrique Teles Vieira (UFG), Luiz Henrique Bonani (UFABC), Basílio E. de Almeida Milani (FEEC/Unicamp), Rangel Arthur (FT/Unicamp), Fernando J. Von Zuben (FEEC/Unicamp) pelos conhecimentos transmitidos. Em especial à Grace Silva Deaecto (Unicamp) e Suélia de Siqueira Rodrigues Fleury Rosa (UnB), pelo apoio, dicas, conhecimentos transmitidos e paciência.

Ao André e Salomão pela ajuda, conhecimentos transmitidos e paciência.

Às amigas Scheila e Aline pelo carinho e amizade sincera.

A todos os amigos e familiares de outras cidades, em especial à Lucila, que mesmo de longe, sempre me deram muito incentivo.

A todos vocês, o meu sincero agradecimento!

Sumário

Lista de Figuras	xix
Lista de Tabelas	xxi
Lista de Abreviaturas	xxii
Lista de Símbolos	xxiv
Trabalhos Publicados pela Autora	xxvi
1 Introdução Geral	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Justificativa do Trabalho	2
1.3 Organização do Trabalho	3
2 Sistemas com Folga	5
2.1 Introdução	5
2.2 Descrição da Folga	6
2.3 Modelos da Folga	9
2.3.1 Modelo Contínuo da Folga	10
2.3.2 Modelo Discreto da Folga	10
2.4 Resposta Periódica	11
2.4.1 Simulação com Planta Discreta	12
2.5 Saturação	12
2.6 Técnicas de Análise e Controle de Sistemas com Folga	14
2.6.1 Técnica de Análise de Estabilidade Utilizando LMIs	14
2.6.2 Técnica da Inversão da Folga	15
2.7 Conclusão	16

3	Análise de Estabilidade de Sistemas com Folga	19
3.1	Introdução	19
3.2	Formulação do Problema	21
3.3	Resultados Preliminares	23
3.3.1	Preliminares sobre o Sistema em Malha Fechada	23
3.3.2	Propriedades sobre as Não Linearidades	24
3.4	Principais Resultados	25
3.4.1	Análise de Estabilidade	25
3.4.2	Cálculo do Conjunto de Equilíbrio do Sistema Original	28
3.4.3	Resultados Obtidos	29
3.5	Assuntos Numéricos	30
3.5.1	Algoritmo Proposto	30
3.5.2	Exemplo Ilustrativo	30
3.6	Conclusão	33
4	Controle Adaptativo de Sistemas Discretos no Tempo com Folga	37
4.1	Introdução	37
4.2	Modelo Discreto da Folga Inversa	39
4.3	Folga Inversa Adaptativa	40
4.4	Controle Adaptativo Existente da Folga Inversa	41
4.5	Controle Adaptativo Proposto da Folga Inversa	43
4.6	Algoritmo de Controle Proposto	44
4.6.1	Equações de Atualização dos Parâmetros	46
4.7	Exemplos Numéricos	47
4.7.1	Exemplo 1	47
4.7.2	Exemplo 2	50
4.8	Estimação da Saída da Folga Desconhecida	51
4.9	Nova Abordagem do Controle Adaptativo da Folga Inversa	55
4.9.1	Estrutura de Controle	55
4.9.2	Equações de Atualização dos Parâmetros	57
4.9.3	Exemplo Numérico	58
4.10	Conclusão	62
5	Controle Adaptativo de Sistemas Contínuos no Tempo com Folga	65
5.1	Introdução	65
5.2	Estratégias Evolutivas e CMA-ES	66

5.3	Modelagem Matemática do Problema	68
5.3.1	Modelo Contínuo da Folga Inversa	68
5.3.2	Modelo da Folga Inversa Adaptativa	69
5.4	Controle Existente da Folga Inversa Adaptativa	69
5.4.1	Lei Adaptativa	71
5.5	Problema de Otimização Proposto	71
5.6	Modelagem Computacional	72
5.7	Experimentos	73
5.7.1	Definição dos Experimentos	73
5.7.2	Algoritmos Comparados	73
5.8	Resultados e Discussões	74
5.9	Conclusões	78
6	Conclusões e Perspectivas	79
6.1	Conclusões Gerais	79
6.2	Trabalhos Futuros	81
	Bibliografia	83
	Apêndice A	91
	Apêndice B	93
	Apêndice C	95
	Apêndice D	97

Lista de Figuras

2.1	Uma não linearidade do tipo folga.	8
2.2	Representação esquemática da folga.	8
2.3	Representação gráfica da folga.	9
2.4	Esquema representativo para a simulação da folga.	11
2.5	Resposta da folga a uma entrada senoidal.	11
2.6	Resposta de uma planta linear (curva vermelha) precedida pela folga (curva preta) a uma entrada senoidal (curva azul).	13
2.7	Saturação.	13
2.8	Resposta da saturação a uma entrada senoidal.	14
3.1	Sistema completo.	22
3.2	Convergência das trajetórias do sistema em malha fechada com folga (linha sólida azul) e em malha aberta (linha pontilhada preta) para o conjunto de equilíbrio (retângulo vermelho).	32
3.3	Convergência da trajetória no plano $x_1 - x_3$	33
3.4	A evolução do tempo de $w_{(1)}$ (linha vermelha) e $\Phi_{(1)}$ (linha azul).	33
3.5	A evolução do tempo de $w_{(2)}$ (linha vermelha) e $\Phi_{(2)}$ (linha azul).	34
3.6	Evolução de $\Phi_{(1)}$ em função de $w_{(1)}$	34
3.7	Evolução de $\Phi_{(2)}$ em função de $w_{(2)}$	35
4.1	Esquema da inversão da folga.	39
4.2	Representação gráfica da inversão da folga.	40
4.3	Representação gráfica da folga inversa estimada.	41
4.4	Estrutura do controlador adaptativo de (Coelho, 1997).	43
4.5	Estrutura do controlador da folga inversa adaptativa proposto.	45
4.6	$u(t)$ (curva azul sólida), $u_d(t)$ (curva preta tracejada) e erro de controle (curva vermelha sólida).	48

4.7	Diferença entre os parâmetros da folga e os parâmetros estimados $c_r - \hat{c}_r$ (curva azul sólida), $m - \hat{m}$ (curva vermelha sólida), $c_l - \hat{c}_l$ (curva preta tracejada).	49
4.8	Erro de controle de (Coelho 1997) (curva preta tracejada) e a nova (curva vermelha sólida).	49
4.9	$u(t)$ (curva azul sólida), $u_d(t)$ (curva preta tracejada) e erro de controle (curva vermelha sólida).	50
4.10	Diferença entre os parâmetros da folga e seus parâmetros estimados $c_r - \hat{c}_r$ (curva azul sólida), $m - \hat{m}$ (curva vermelha sólida), $c_l - \hat{c}_l$ (curva preta tracejada).	51
4.11	Erro de controle de (Coelho, 1997) (curva preta tracejada) e deste trabalho (curva vermelha sólida).	52
4.12	Problema de Filtragem.	52
4.13	Estrutura de controle da nova abordagem.	55
4.14	Entrada senoidal recuperada através do filtro.	59
4.15	$\tilde{u}(t)$ (azul), $u_d(t)$ (preto) e erro de controle (vermelho).	60
4.16	$\tilde{u}(t)$ (azul), $u_d(t)$ (preto) e erro de controle (vermelho) a partir de $t = 5$	60
4.17	Diferença entre os parâmetros da folga e os parâmetros estimados $c_r - \hat{c}_r$ (azul), $m - \hat{m}$ (vermelho), $c_l - \hat{c}_l$ (preto).	61
4.18	Erro de controle da proposta de (dos Santos e Vieira, 2008)(azul), de (Coelho, 1997)(preto) e a nova abordagem(vermelho).	61
4.19	Zoom do erro de controle da proposta de (dos Santos e Vieira, 2008)(azul), de (Coelho, 1997)(preto) e a nova abordagem(vermelho).	62
5.1	Pseudo-código de um algoritmo $(\mu, + \lambda)$ -ES.	67
5.2	Esquema da compensação para a folga na entrada.	69
5.3	Estrutura do controlador adaptativo.	70
5.4	Diagrama do modelo computacional utilizado.	72
5.5	Diferença entre m e \hat{m}	75
5.6	Diferença entre c_l e \hat{c}_l	75
5.7	Diferença entre c_r e \hat{c}_r	76
5.8	Erro de controle $(u - u_d)$	76
5.9	Entrada u_d e o valor u estimado.	77
5.10	Zoom da Fig. 5.9 no intervalo de 0 a 5 segundos.	77

Lista de Tabelas

5.1	Convergência para o ótimo global dos métodos Tao-Kokotovic e CMA-ES para diferentes valores iniciais dos parâmetros \hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l	78
-----	---	----

Lista de Abreviaturas

$B(\cdot)$	-	<i>Backlash</i> (Folga)
$BI(\cdot)$	-	Folga Inversa
$\hat{BI}(\cdot)$	-	Folga Inversa estimada
CE	-	Computação Evolutiva
CMA	-	<i>Covariance Matrix Adaptation</i> (Adaptação da Matriz de Covariância)
$CMA - ES$	-	<i>Covariance Matrix Adaptation-Evolution Strategy</i>
ES	-	<i>Evolution Strategies</i> (Estratégias Evolutivas)
IC	-	Inteligência Computacional
LMI	-	<i>Linear Matrix Inequality</i> (Desigualdade Matricial Linear)
LMS	-	<i>Least Mean Square</i> (Mínimos Quadrados Médios)
sat	-	Função de saturação

Lista de Símbolos

m	-	Parâmetro da folga (inclinação)
c_r	-	Parâmetro da folga (cruzamento direito com o eixo v)
c_l	-	Parâmetro da folga (cruzamento esquerdo com o eixo v)
u	-	Saída da folga
v	-	Entrada da folga
u_d	-	Sinal de controle desejado
\dot{u}_d	-	Derivada do sinal de controle desejado
\dot{v}	-	Derivada da entrada da folga
\dot{u}	-	Derivada da saída da folga
y_m	-	Sinal de referência
v_l	-	Projeção no eixo v à esquerda
v_r	-	Projeção no eixo v à direita
\hat{m}	-	Parâmetro estimado da folga inversa
\hat{c}_r	-	Parâmetro estimado da folga inversa
\hat{c}_l	-	Parâmetro estimado da folga inversa
Φ	-	Operador folga
w	-	Saída da saturação
$\dot{\Phi}$	-	Derivada do operador folga
\dot{w}	-	Derivada da saída da saturação
l	-	Inclinação da folga
y	-	Saída do sistema
L	-	Matriz diagonal do vetor l
$K_{1,2}$	-	Ganhos 1 e 2
φ	-	Não linearidade zona-morta descentralizada
$\dot{\varphi}$	-	Derivada da não linearidade zona-morta descentralizada
\mathcal{S}_φ	-	Conjunto poliedral
E_e^G	-	Conjunto de pontos de equilíbrio
f	-	Parâmetro do controlador adaptativo
$e(t)$	-	Erro de controle
J	-	Função de desempenho
μ	-	Número de indivíduos
λ	-	Número de filhos
σ	-	Vetor de desvio-padrão
C	-	Matriz de covariância

Artigos Publicados pela Autora

Artigos publicados:

1. SANTOS, T. S.; IANO, Y.. “Nova Proposta de Controle Adaptativo para Sistemas Discretos no Tempo Utilizando Estimacão da Saída da Folga Desconhecida”. *XVIII Congresso Brasileiro de Automática* (CBA 2010), Bonito, Mato Grosso do Sul, Brasil, pg. 5261-5267, Setembro 2010.
2. TARBOURIECH, S.; PRIEUR, C.; QUEINNEC, I.; SANTOS, T. S.. “Global Stability for Systems with Nested Backlash and Saturation Operators”. *2010 American Control Conference* (ACC 2010), Baltimore, Maryland, USA, pg. 2665-2670, Julho, 2010.
3. SANTOS, T. S.; VIEIRA, F. H. T.. “An Adaptive Control Approach for Discrete-Time Systems with Unknown Backlash at the Input”. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional* (TEMA 2008), Vol. 9, No.2, pg. 331-340, 2008.
4. SANTOS, T. S.; VIEIRA, F. H. T.. “Uma Proposta de Controle Adaptativo para Sistemas Discretos no Tempo com Folga Desconhecida”. *XVII Congresso Brasileiro de Automática* (CBA 2008), Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil, Setembro 2008.
5. SANTOS, T. S.; VIEIRA, F. H. T.. “An Adaptive Control Approach for Discrete-Time Systems with Unknown Backlash at the Input”. *7th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications* (Dincon 2008), Presidente Prudente, São Paulo, Brasil, pg. 313-318, Maio 2008.

Artigos submetidos:

1. SANTOS, T. S.; GONÇALVES, A. R.; MEDEIRO, S. S.; IANO, Y.; VONZUBEN, F. J.. “Uma Abordagem Evolutiva para Controle Adaptativo de Sistemas Contínuos no Tempo com Folga Desconhecida”. *XIX Congresso Brasileiro de Automática* (CBA 2012), Campina Grande, Paraíba, Brasil, Setembro 2012.

2. SANTOS, T. S.; IANO, Y.. “An Adaptive Control Approach for Discrete-Time Systems Using Output Estimation of Unknown Backlash”. *The Open Electrical & Electronic Engineering Journal*.

Capítulo 1

Introdução Geral

A teoria de estabilidade tem um papel importante na teoria de sistemas e engenharia. Existem diferentes tipos de problemas de estabilidade que implicam na ampliação do estudo de sistemas dinâmicos [Khalil 1992].

Sabe-se que uma das principais ferramentas utilizadas na análise de estabilidade de sistemas dinâmicos é a construção de funções de Lyapunov [Khalil 1992], [Slotine & Li 1991], [Castrucci & Curti 1981], [LaSalle 1976], [Hahn 1963], [Blanchini 1994].

A filosofia básica do método direto de Lyapunov é a extensão matemática da física fundamental: "se a energia total de um sistema mecânico ou elétrico é continuamente dissipada, então o sistema, linear ou não linear, deve eventualmente estabelecer-se a um ponto de equilíbrio". Assim, a estabilidade de um sistema se dá pela variação de uma única função escalar [Slotine & Li 1991], [Hahn 1963], [Castrucci & Curti 1981].

Mais recentemente, destacam-se as abordagens de sistemas lineares com controles em malha fechada contendo não linearidades, que estão apresentadas em [Coelho 2001], [Milani 2002], [Milani 2004], [Milani 2005], [Blanchini 1994], [Shahruz & Rajarama 2000], [Tarbouriech, Prieur & Gomes da Silva Jr. 2004], [Tarbouriech, Prieur & Gomes da Silva Jr. 2006], [Tao & Kokotovic 1993] onde as principais não linearidades estudadas são: saturação, zona-morta, folga e histerese.

Neste trabalho são estudados sistemas com folga. Dentre muitos trabalhos, extensões de métodos computacionais eficientes para análise de estabilidade de sistemas lineares com não linearidades do tipo folga são apresentados em [Milani 2006], [Nordin & Gutman 2002], [Tan 2002], [Tao & Kokotovic 1993], [Tao & Kokotovic 1995b], [Tarbouriech & Prieur 2006], [Tarbouriech & Prieur 2007b].

Folga é uma não linearidade geralmente presente em componentes de sistemas de controle, tais como: conexões mecânicas (trens de engrenagens) e dispositivos eletromagnéticos com histerese [Tao & Kokotovic 1995b], [Nordin & Gutman 2002], [Tao & Kokotovic 1993]. Alguns

efeitos indesejáveis da folga são, por exemplo, a diminuição da acuidade estática e a instabilidade do sistema. A conexão em malha fechada de sistemas lineares invariantes no tempo com folgas resulta em sistemas lineares por partes, com um conjunto contínuo de pontos de equilíbrio e possíveis ciclos limites, especialmente no caso de sistemas estáveis em malha fechada, mas instáveis em malha aberta [Bhat & Bernstein 2003]. A estabilidade de sistemas invariantes no tempo conectados em malha fechada com folgas tem sido estudada na literatura considerando majoritariamente sistemas com uma entrada e uma saída (*Single Input Single Output* - SISO) e técnicas no domínio da frequência [Khalil 1992], [Kodama & Shirakawa 1968].

Sistemas controlados com folga frequentemente apresentam erro de regime permanente, ou até mesmo, ciclos limites pelos quais o sistema oscila, geralmente em um comportamento irregular, com amplitude de pico a pico que pode exceder o tamanho de abertura total da folga [Nordin & Gutman 2002].

1.1 Objetivos

Este trabalho de doutorado tem por objetivo desenvolver três novos métodos computacionais eficientes, sendo um para a análise de estabilidade de sistemas lineares com folga precedida pela saturação. Os outros dois métodos computacionais são para o controle de sistemas resultantes da interconexão de sistemas lineares com a não linearidade do tipo folga.

Para isto, é necessário conhecer técnicas já existentes que garantem a estabilidade de sistemas lineares com não linearidade do tipo folga, a fim de aprimorá-los. A metodologia para a análise é baseada na construção de funções de Lyapunov afins por partes. Já para o controle é a compensação adaptativa baseada na modelagem matemática inversa da folga, ou seja, a inversão da não linearidade, além da estimação da entrada da planta linear através da solução de problema de filtragem, e também aplicação de estratégias evolutivas.

1.2 Justificativa do Trabalho

Já que as não linearidades afetam significativamente a estabilidade de sistemas, o controle não linear é uma importante área de controle e automação. No passado, a aplicação de métodos de controle não linear era limitada pela dificuldade computacional associada com a análise e projeto de controle não linear. Recentemente, entretanto, avanços tecnológicos têm solucionado este problema. Portanto, existem consideráveis interesses na pesquisa e na aplicação de métodos de controle não linear [Slotine & Li 1991].

Existem algumas não linearidades que, por terem sua natureza descontínua, não podem ter

seus efeitos representados por aproximações lineares. Atrito de Coulomb, saturação, zona-morta, folga e histerese são algumas não linearidades com estas características. Contudo, um sistema com não linearidades, com derivadas descontínuas, pode ser linearizado dependendo da extensão dos efeitos das mesmas.

Assim, métodos de análise de sistemas não lineares devem ser desenvolvidos para prever o desempenho de sistemas na presença deste tipo de não linearidades. Pois, frequentemente, estas não linearidades causam efeitos indesejados em sistemas de controle, incluindo baixo desempenho, erro de regime permanente, ciclo limite e perda de estabilidade, se não forem compensadas devidamente [Slotine & Li 1991], [Shahruz & Hauser 1989], [Shahruz & Rajarama 2000], [Mehendale & Grigoriadis 2004].

A não linearidade tipo folga foi escolhida como alvo deste trabalho devido ao fato de ter sido pouco abordada na literatura, diferentemente das não linearidades saturação e zona-morta, por exemplo.

1.3 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em seis capítulos, sendo este o primeiro, o de Introdução Geral. O capítulo 2 descreve a folga, foco deste trabalho. Ato contínuo, apresentam-se os modelos matemáticos (contínuo e discreto) juntamente com a resposta periódica da folga. Em seguida, é realizada uma análise de um sistema com uma planta linear discreta no tempo precedida pela folga, para um melhor entendimento do que a folga causa no sistema. Além disso, faz-se uma breve descrição da saturação, que será inserida apenas na análise de estabilidade, ou seja, no terceiro capítulo. Encerra-se com a apresentação de duas técnicas de análise e controle de sistemas com folga, existentes na literatura, que servirão de base para a comparação com os novos resultados obtidos neste trabalho de doutorado.

Como o objetivo geral do trabalho é fazer tanto a análise quanto o controle de sistemas que contêm folga, o terceiro capítulo apresenta a análise de estabilidade através do resultado inédito obtido por meio da análise de sistemas com folga precedida por outra não linearidade do tipo saturação. Resultado este, conseguido em conjunto com alguns pesquisadores do LAAS (*Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes*) em Toulouse. Este capítulo inicia-se com a formulação do problema de análise de estabilidade a ser resolvido, seguido de alguns resultados preliminares sobre o sistema em malha fechada, além de propriedades sobre as duas não linearidades (folga e saturação). Após isto, descrevem-se os principais resultados com a análise de estabilidade e o cálculo do conjunto de equilíbrio do sistema. Para concluir e validar este resultado, é realizado um exemplo numérico ilustrativo.

Depois de obtida a análise de estabilidade de sistemas com folga, a próxima etapa para cumprir o objetivo geral deste trabalho é conseguir o controle de sistemas com folga. No capítulo 4 consegue-se o primeiro resultado de controle adaptativo para um sistema linear que possui a não linearidade do tipo folga em sua entrada. Como foi feito o controle em tempo discreto, este capítulo inicia-se com o modelo matemático discreto da folga inversa. Além disso, utiliza-se uma folga inversa adaptativa para conseguir cancelar os efeitos prejudiciais da mesma, sendo, portanto, apresentado o modelo matemático discreto no tempo da folga inversa. A partir daí, apresenta-se a folga inversa adaptativa que obtém os parâmetros inversos adaptativamente, ou seja, através da estimação destes parâmetros. Também é feita uma comparação com uma técnica já existente na literatura, apresentada no segundo capítulo, que também faz a inversão da folga, porém, tanto a estrutura de controle como a lei de adaptação dos parâmetros são distintas. Então, a estrutura de controle e as equações de atualização dos parâmetros são apresentadas após uma comparação estrutural com a técnica existente, gerando, por consequência, uma diminuição do efeito computacional de técnicas existentes.

Ainda no quarto capítulo, pelo fato da folga ser desconhecida, isto é, a sua saída não pode ser medida, aprimoram-se os resultados obtidos neste capítulo devido à inclusão da estimação da saída da folga. Portanto, realiza-se esta estimação para depois apresentar uma nova estrutura de controle, que é feita utilizando um problema de filtragem, ou seja, um filtro foi incluído após o sistema linear, onde a saída deste filtro recupera a entrada deste sistema linear que é a saída da folga desconhecida. Logo, este filtro é projetado para que se consiga recuperar a saída da folga. Após esta estimação, apresenta-se uma nova abordagem, partindo da mesma ideia anterior, que se diferencia pela estrutura de controle e consequentemente pelas equações de atualização dos parâmetros.

O capítulo 5 introduz um novo resultado de controle de sistemas com folga contínuos no tempo. Por se tratar de tempo contínuo, o capítulo inicia-se com o modelo matemático contínuo da folga inversa e folga inversa adaptativa. Em seguida, elabora-se o problema de otimização, pois neste resultado, os parâmetros estimados da folga são atualizados através de uma estratégia evolutiva, mais precisamente, do algoritmo CMA-ES (*Covariance Matrix Adaptation-Evolution Strategy*). O objetivo é minimizar o erro de controle do sistema, ou seja, a diferença entre a saída da folga e a entrada da folga inversa adaptativa.

Para a finalização desta tese, o sexto e último Capítulo apresenta as conclusões gerais abordando os pontos mais importantes e os desenvolvimentos futuros para dar continuidade a este trabalho. Por uma questão de organização e valorização do trabalho, ao final de cada capítulo é feita uma conclusão.

Já os apêndices apresentam os fluxogramas dos resultados obtidos desta tese.

Capítulo 2

Sistemas com Folga

2.1 Introdução

Os sistemas de controle práticos sofrem influência expressiva de algumas imperfeições encontradas em seus componentes constitutivos, especialmente nos atuadores e sensores, que limitam severamente o desempenho do controle em malha fechada, partes vitais da automação industrial, sistemas de transporte e proteção. Além disso, estudos comprovam que os atuadores e os sensores não lineares comprometem (demasiadamente) o desempenho estático e dinâmico dos sistemas de controle com realimentação [Slotine & Li 1991].

Não linearidades podem ser classificadas como inerentes (naturais) ou intencionais (artificiais). As primeiras são aquelas que vêm naturalmente com o movimento do sistema, que usualmente, têm efeitos indesejáveis, e o controle do sistema tem que ser propriamente compensado. Alguns exemplos de não linearidades inerentes podem ser: forças centrípetas em movimento rotacional e atrito de Coulomb entre superfícies em contato. Por outro lado, as não linearidades intencionais são introduzidas artificialmente pelo projetista, sendo as leis de controle não linear, tais como controle adaptativo e controle ótimo, exemplos tipicamente de não linearidades intencionais [Slotine & Li 1991].

Não linearidades podem também ser classificadas em termos de suas propriedades matemáticas, como contínuas e descontínuas. Como as não linearidades com derivadas descontínuas não podem ser localmente aproximadas por funções lineares, essas são também chamadas de não linearidades difíceis (tais como, folga e histerese), que são comumente encontradas em sistemas de controle [Slotine & Li 1991].

A folga é um tipo de não linearidade geralmente presente em componentes de sistemas de controle, tais como, conexões mecânicas e dispositivos eletromagnéticos com histerese [Tao & Kokotovic 1995b], [Nordin & Gutman 2002], [Dean, Surgenor & Iordanou 1995], [Grundelius &

Angeli 1996], [Tao & Kokotovic 1993],[Mayergoyz 1991]. Efeitos indesejáveis da folga em sistemas de controle são, por exemplo, diminuição da acuidade estática e instabilidade do sistema. A conexão em malha fechada de sistemas lineares invariantes no tempo com folgas resulta em sistemas lineares por partes, com um conjunto contínuo de pontos de equilíbrio e possíveis ciclos limites, especialmente no caso de sistemas estáveis em malha fechada, mas instáveis em malha aberta [Bhat & Bernstein 2003]. A estabilidade de sistemas invariantes no tempo conectados em malha fechada com folgas tem sido estudada na literatura considerando majoritariamente sistemas com uma entrada e uma saída (SISO) e técnicas no domínio da frequência [Khalil 1992], [Kodama & Shirakawa 1968].

Sistemas controlados com folga normalmente apresentam erro de regime permanente, ou até mesmo, ciclos limites pelos quais o sistema oscila, geralmente em um comportamento irregular, com amplitude de pico a pico que pode exceder o tamanho de abertura total da folga, que será considerado como bordas de fenda em seus modelos na seção 2.3 [Nordin & Gutman 2002].

Neste capítulo, introduz-se a descrição de folga juntamente com seu modelo matemático para uma melhor compreensão desta não linearidade. Além disso, são relatadas duas técnicas existentes na literatura para a análise e o controle de sistemas com folga, que servirá de base para os próximos capítulos.

2.2 Descrição da Folga

Várias são as imperfeições não lineares identificadas nos componentes de sistemas de controle tais como: zona-morta, folga e histerese. O foco deste trabalho é a não linearidade do tipo *backlash* (folga) na entrada (atuador) da planta.

Folgas são não linearidades comuns em componentes pertencentes a sistemas de controle [Tao & Kokotovic 1995b], [Nordin & Gutman 2002], [Milani 2006], [Milani 2007], tais como:

1. conexões mecânicas, sendo o trem de engrenagens um exemplo prático.
2. dispositivos eletromagnéticos com histerese, podendo-se citar como exemplo a corrente de Foucault em uma peça metálica.

Os efeitos indesejáveis da folga são os principais fatores da limitação severa do desempenho dos sistemas de realimentação. Estes efeitos consistem de não linearidades não-diferenciáveis e incluem a diminuição da precisão da saída, o desempenho transitório insatisfatório e a instabilidade [Slotine & Li 1991].

Os efeitos prejudiciais da folga em engrenagens mecânicas são os mais conhecidos, ressaltando que o foco deste trabalho é nesta aplicação. A folga impede o posicionamento correto das mesmas, podendo inclusive causar instabilidade, aumentando o desgaste das engrenagens, que, por consequência, aumentam a folga. Uma solução para esta dificuldade são os vários projetos de engrenagens anti-*backlash* existentes, mas o custo destas engrenagens anti-*backlash* é bastante elevado, além das mesmas introduzirem fadiga e um atrito extra ao sistema. Assim, visando contornar esta situação sem maiores danos e gastos elevados é a possível utilização de técnicas de compensação desta não linearidade. Este foi um dos motivos que despertou o interesse pelo desenvolvimento deste trabalho, sendo que, a folga utilizada neste manuscrito tem como aplicação os sistemas mecânicos, mais especificamente em conexões mecânicas. Algumas técnicas para a resolução deste problema são citadas ao final deste capítulo.

A folga é geralmente causada pelas pequenas lacunas (*gaps*) que existem em mecanismos de transmissão. Em trens de engrenagens, sempre existem pequenas lacunas entre o par de engrenagens que se tocam (lacunas estas representadas por b , como mostra a Fig. 2.1), devido a erros na fabricação e na montagem, sendo que quando o dente da engrenagem que empurra (primeira engrenagem) a segunda gira um ângulo menor do que a lacuna b , a engrenagem que está sendo empurrada pela primeira não se move mais, o qual corresponde a zona-morta (segmento da origem ao ponto A mostrado na Fig. 2.1). Assim que o contato foi estabelecido entre as duas engrenagens, a engrenagem empurrada (segunda) segue a rotação da primeira de uma forma linear (segmento AB). Quando a engrenagem que empurra gira na direção inversa por uma distância de $2b$, a engrenagem empurrada não se move novamente, correspondendo ao segmento BC na Fig. 2.1¹. Depois que o contato entre as duas engrenagens é restabelecido, a segunda engrenagem segue a rotação da primeira na direção inversa (segmento CD). Entretanto, se a engrenagem que empurra está em um movimento periódico, a engrenagem empurrada moverá na forma representada pela trajetória fechada $EBCD$, onde os segmentos BC e DE representam a zona-morta [Slotine & Li 1991].

A folga pode parecer simples, mas estudos mostram que esta é extremamente complexa. Uma outra maneira para descrever sua complexidade é explicado passo a passo através da Fig. 2.2 que é uma conexão mecânica simples. Esta figura mostra um objeto em forma de L (objeto branco) que percorre um objeto em forma de U (objeto preto) com a área de contato determinada por $c_r - c_l$. Relacionando com a figura anterior, o objeto em forma de L seria a engrenagem que empurra e o objeto em forma de U seria a engrenagem que é empurrada pela primeira. A entrada $v(t)$ corresponde à posição do objeto em forma de L e a saída $u(t)$ corresponde à posição do objeto em forma de U . Em ambos objetos somente as suas posições são de interesse [Coelho 1997].

¹Figura retirada de Slotine e Li 1991.

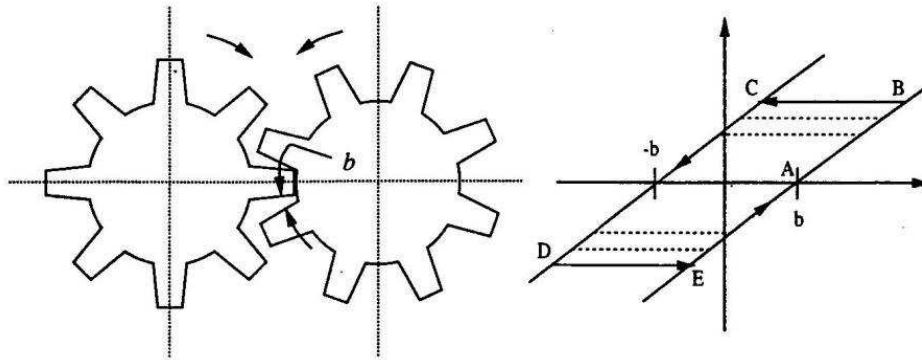


Figura 2.1: Uma não linearidade do tipo folga.

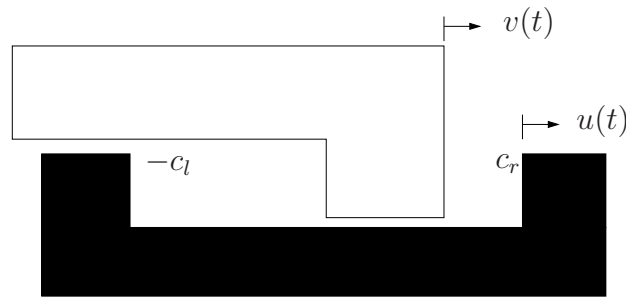


Figura 2.2: Representação esquemática da folga.

Considera-se que as posições mostradas na Fig. 2.2 sejam $v = 0$ e $u = c_r$. Supõe-se que v comece a se mover para a direita, portanto, quando v alcança $v = c_r = u$ o contato é estabelecido e u segue v como descrito pela inclinação ascendente da característica. Se em algum ponto da curva v , o objeto em L pára de se mover e inicia o movimento em sentido contrário, u ficará sem movimento e permanecerá na posição atual. O movimento durante este período é representado por uma transição horizontal para a esquerda. Assim, na Fig. 2.2, pode-se perceber que o comprimento do segmento horizontal é $c_r - c_l$, sendo que c_l é menor do que zero.

No fim do segmento o contato é estabelecido com o lado esquerdo do objeto em forma de U , portanto u começa a se mover para a esquerda juntamente com v ao longo da inclinação descendente da característica. Se em algum ponto, v parar de se mover novamente e em seguida reiniciar o movimento para a direita, u irá parar de se mover e esperará v atravessar o segmento $c_r - c_l$. O movimento ocorrerá novamente sobre o segmento horizontal, mas desta vez para a direita. Naturalmente, v poderá mudar sua direção antes de atravessar o segmento $c_r - c_l$, e o próximo contato poderá ser com o lado esquerdo, ou ainda, v poderá parar antes de alcançar um novo contato [Coelho 1997].

A folga é uma característica cuja representação gráfica é mostrada na Fig. 2.3. Através desta representação pode-se observar que $v(t)$ é a entrada da folga, $u(t)$ é a saída da folga, $c_r > 0$ é o cruzamento direito com o eixo v , enquanto $c_l < 0$ é o cruzamento esquerdo com o eixo v e, m é a inclinação ascendente ou descendente dependendo de qual lado está se movendo [Tao & Kokotovic 1996].

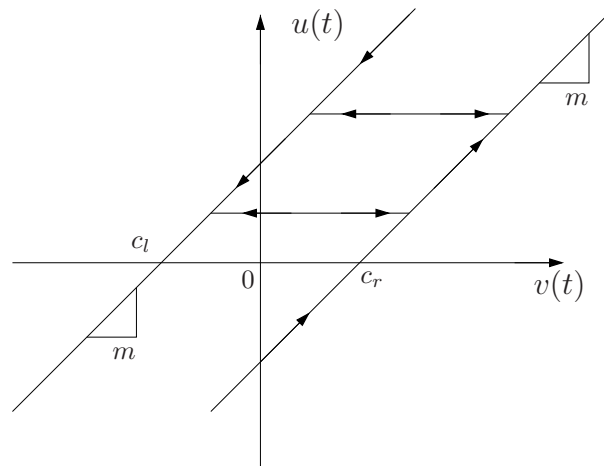


Figura 2.3: Representação gráfica da folga.

A folga definida por $u(t) = B[v(t)]$ é descrita por duas linhas retas paralelas conectadas por segmentos de linhas horizontais, conforme mostrado na Fig. 2.3. O lado ascendente da curva representativa da folga está ativo quando ambos $v(t)$ e $u(t)$ crescem (segmento EB da Fig. 2.1), ou seja:

$$u(t) = m[v(t) - c_r], \quad \dot{v}(t) > 0, \dot{u}(t) > 0$$

O lado descendente está ativo quando ambos $v(t)$ e $u(t)$ decrescem (segmento CD da Fig. 2.1):

$$u(t) = m[v(t) - c_l], \quad \dot{v}(t) < 0, \dot{u}(t) < 0$$

onde $m > 0$, $c_l < c_r$ são parâmetros constantes. O movimento sobre um segmento interno (zona-morta) é caracterizado por $\dot{u}(t) = 0$ (segmentos BC ou DE da Fig. 2.1).

2.3 Modelos da Folga

O modelo de folga aqui considerado é apresentado na Fig. 2.3. Este modelo de folga é aplicado em uma conexão mecânica simples, descrita também em [Tao & Kokotovic 1995b] e que pode ser

vista na Fig. 2.2.

2.3.1 Modelo Contínuo da Folga

A equação (2.1) apresenta um modelo escalar contínuo no tempo da folga apresentada na Fig. 2.3.

$$\dot{u}(t) = \begin{cases} m\dot{v}(t) & \text{se } \dot{v}(t) > 0 \text{ e } u(t) = m(v(t) - c_r) \\ m\dot{v}(t) & \text{se } \dot{v}(t) < 0 \text{ e } u(t) = m(v(t) - c_l) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.1)$$

onde os escalares positivos m , c_r e c_l são, respectivamente, o ganho e as bordas de fenda. A equação (2.1) é conhecida como modelo de folga conduzida por atrito, ou seja, o membro conduzido retém sua posição quando a fenda da folga está aberta, como se fosse mantido em seu lugar por forte atrito. Pode ser verificado que (2.1) corresponde a um modelo dinâmico de primeira ordem, linear por partes, conduzido por velocidade, com três regiões de comportamentos distintas, aqui denominadas de ativa subindo, ativa descendo e fenda [Milani 2006].

Resumindo, a folga é por si mesma um sistema dinâmico com memória e caracterizada por parâmetros [Desoer & Shahruz 1986]. A característica da folga com entrada $v(t)$ e saída $u(t)$ é descrita por duas linhas retas, inclinadas para cima e para baixo, conectados com os segmentos de linha horizontal, como pode ser visto através da Fig. 2.3.

2.3.2 Modelo Discreto da Folga

Observando a representação gráfica da folga mostrada na Fig. 2.3, pode-se visualizar facilmente a versão discreta desta modelagem. Os posicionamentos $v(t)$ e $u(t)$ são observados em tempo discreto $t = 0, 1, 2, \dots$. Ao invés de usar $\dot{v}(t)$ para caracterizar a direção de $v(t)$, são usados os valores de v_l e v_r . Inclusive, optou-se também por trabalhar no tempo discreto justamente por não fazer uso das derivadas de $u(t)$ e $v(t)$.

Dessa forma, o modelo discreto no tempo da folga é dado por:

$$u(t) = \begin{cases} m(v(t) - c_l) & \text{se } v(t) \leq v_l = \frac{u(t-1)}{m} + c_l \\ m(v(t) - c_r) & \text{se } v(t) \geq v_r = \frac{u(t-1)}{m} + c_r \\ u(t-1) & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.2)$$

onde os valores de v_l e v_r são as projeções no eixo v das intersecções de duas linhas paralelas de inclinação m com o segmento interno horizontal contendo $u(t-1)$ [Tao & Kokotovic 1993].

2.4 Resposta Periódica

Para um melhor entendimento de como a folga se comporta, faz-se necessário uma breve explicação da resposta periódica da mesma. Devido à facilidade de manuseio do Simulink e também por conter o bloco que representa a folga (*backlash*), um esquema representativo para a simulação da folga no Simulink - Matlab foi feito através do bloco *bus creator* que gera um sinal dos barramentos de suas entradas, cujas entradas são: um sinal senoidal conectado à folga e o próprio sinal senoidal, a fim de verificar a diferença entre o sinal senoidal e o sinal da folga, conforme mostra a Fig. 2.4 a seguir.

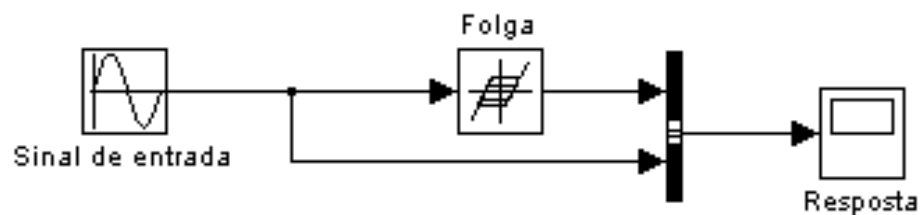


Figura 2.4: Esquema representativo para a simulação da folga.

O efeito da característica da folga pode ser observado na forma de onda de saída $u(t)$, cuja entrada $v(t)$ é um sinal senoidal de amplitude 1 conforme mostrado na Fig. 2.5. Para esta ilustração, os parâmetros da folga utilizados são $m = 1$, $c_r = 0,5$ e $c_l = -0,5$ representando uma folga simétrica, isto é, os dois lados da característica da folga são linhas retas: $u(t) = v(t) + 0,5$ e $u(t) = v(t) - 0,5$.

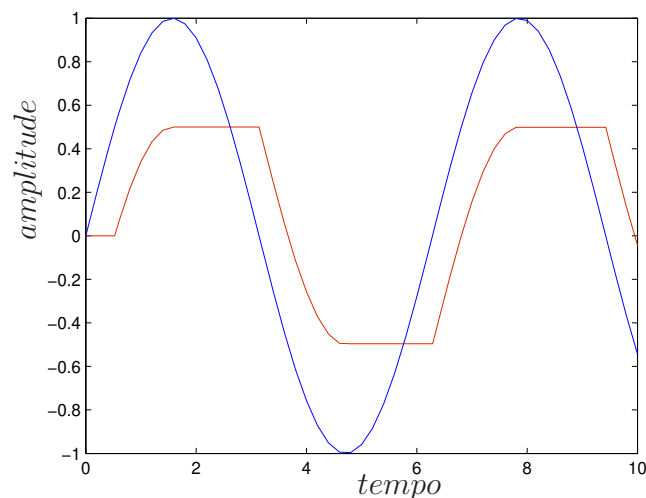


Figura 2.5: Resposta da folga a uma entrada senoidal.

Através da Fig. 2.5, pode-se perceber que a folga (curva vermelha) acompanha o sinal senoidal (curva azul) até o pico, ou seja, quando ela chega na borda. Quando este começa a descer a folga permanece na zona-morta por um tempo e depois acompanha a descida do sinal, chegando até a outra borda. Quando o sinal senoidal volta a subir a folga permanece novamente na zona-morta e depois de um certo tempo começa a subir seguindo o sinal. Este movimento permanece até o término da simulação. Vale ressaltar que esta permanência na zona-morta significa um atraso em relação ao sinal senoidal, ou seja, quando o objeto em forma de L não atingiu o objeto em forma de U (vide Fig. 2.2).

Nota-se que esta simulação da resposta periódica da folga é semelhante a representação esquemática da folga através da conexão mecânica (veja Fig. 2.2). Assim, quando a folga atinge o pico superior da Fig. 2.5 equivale ao movimento pela direita do objeto em forma de L encostando no objeto em forma de U ($c_r = 0$) conforme mostrado na Fig. 2.2. Porém, quando a folga atinge o pico inferior equivale ao movimento pela esquerda do objeto em forma de L encostando no objeto em forma de U ($c_l = 0$).

2.4.1 Simulação com Planta Discreta

Para evidenciar os efeitos prejudiciais da folga, faz-se uma simulação de uma planta linear discreta precedida pela folga. Para esta simulação utiliza-se a mesma planta analisada no capítulo 4 dada por $G(D) = \frac{1 \times 10^{-5} z^2 + 4 \times 10^{-5} z + 1 \times 10^{-5}}{z^3 - 2,88504 z^2 + 2,77196 z - 0,88692}$, sendo os parâmetros da folga iguais a $m = 1,3$, $c_r = 3$ e $c_l = -3$, já o sinal senoidal com amplitude de 10 e frequência angular de 12,6. A Fig. 2.6 ilustra esta simulação.

A Fig 2.6 mostra a entrada senoidal, a saída da folga e a resposta do sistema da planta linear precedida pela folga. Através desta figura pode-se verificar o quanto a folga desestabiliza a planta linear discreta no tempo.

2.5 Saturação

No próximo capítulo além da não linearidade tipo folga, foi inserida a não linearidade saturação. Portanto, cabe fazer uma breve explicação sobre esta não linearidade.

Saturação, assim como zona-morta e folga, afeta significativamente a estabilidade do sistema. É geralmente causada por limites de tamanhos dos componentes, propriedades dos materiais, e capacidade de potência. A saturação pode ter efeitos complicados no desempenho de sistemas de controle [Slotine & Li 1991]. Por não ter resultados de folga precedida por saturação, resolveu-se inserir mais esta não linearidade.

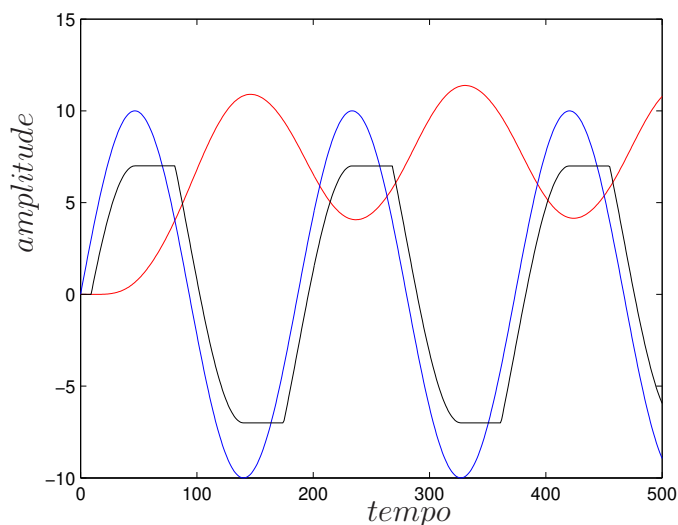


Figura 2.6: Resposta de uma planta linear (curva vermelha) precedida pela folga (curva preta) a uma entrada senoidal (curva azul).

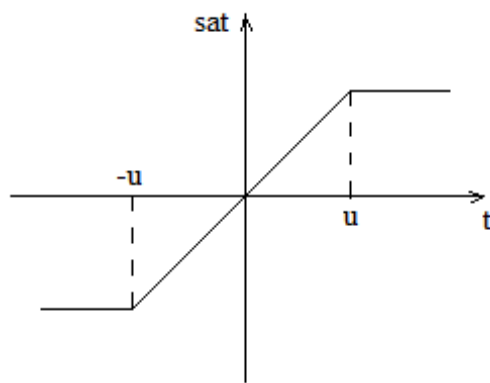


Figura 2.7: Saturação.

Tal não linearidade está representada na Fig. 2.7.

Nota-se que a parte linear se dá entre u e $-u$. Fora deste intervalo, ou seja, acima de u , e abaixo de $-u$ tem-se a região de saturação. O modelo matemático da função saturação é dado pela equação (2.3).

$$sat(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < -1 \\ x & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{se } x > 1 \end{cases} \quad (2.3)$$

Da mesma maneira que foi realizada a simulação da resposta transitória da folga no Simulink,

faz-se a simulação da saturação, apenas trocando o bloco *backlash* pelo bloco *saturation* (vide Fig. 2.4). A Fig. 2.8 mostra esta simulação.

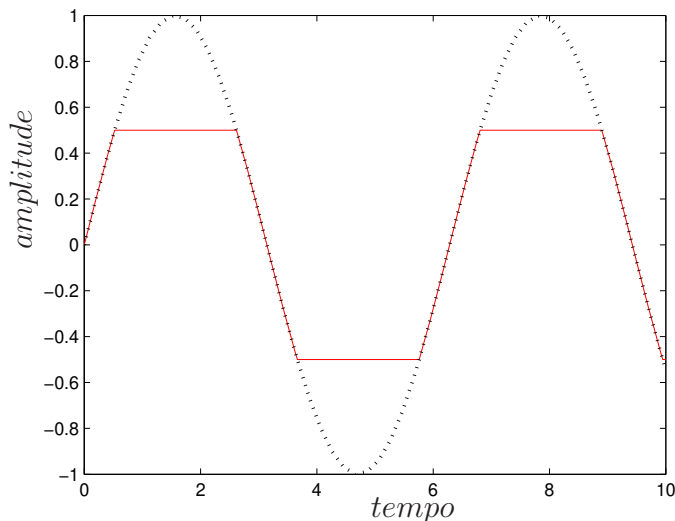


Figura 2.8: Resposta da saturação a uma entrada senoidal.

Através da Fig. 2.8, pode-se perceber que a saturação (curva vermelha) corta os picos da entrada senoidal (curva preta pontilhada). Portanto, assim como a folga causa instabilidade ao sistema, a saturação também prejudica um sistema.

2.6 Técnicas de Análise e Controle de Sistemas com Folga

Na literatura existem várias técnicas para solucionar o problema de análise e controle de sistemas com folga. Duas destas técnicas são brevemente descritas nesta seção para que, nos próximos capítulos, sejam comparadas a novos métodos computacionais que foram desenvolvidos no decorrer deste trabalho.

As duas técnicas importantes para a estabilização de sistemas com folga são uma para análise e outra para controle de sistemas com folga. A primeira é a análise de estabilidade utilizando LMI (*Linear Matrix Inequality*). A segunda é a inversão da folga que inverte a não linearidade para compensá-la.

2.6.1 Técnica de Análise de Estabilidade Utilizando LMIs

Esta técnica se baseia na análise de estabilidade utilizando LMIs, sendo abordada no caso de algumas não linearidades, como por exemplo, zona-morta, saturação e folga [da Silva Jr. &

Tarbouriech 2005], [Tarbouriech & Prieur 2006]. Utiliza-se como referência para a explicação desta técnica o artigo de [Tarbouriech & Prieur 2007b], pois no próximo capítulo deste trabalho faz-se uma melhora com relação ao mesmo.

Este artigo propõe uma abordagem baseada em funções de Lyapunov. Mais precisamente, estudam-se as propriedades de entrada e saída da folga e dá-se condições generalizadas de região levando em conta a saturação. Com isso, permite-se definir funções de Lyapunov candidatas que generalizam a função clássica tipo Lur'e e algumas prévias [Paré, Hassibi & How 2001], [Taware, Tao & Teolis 2002]. São dados dois resultados de estabilidade: convergência global ou local, dependendo do conjunto admissível e das condições iniciais. Condições construtivas são propostas sob uma forma de LMI e permite garantir a estabilidade do sistema em malha fechada.

Vale ressaltar que nesse artigo, além da folga, foi incluída a saturação antes da folga no sistema completo, ou seja, a saída da saturação é a entrada da folga.

Nesta técnica, condições construtivas são propostas sob uma forma de LMI e permite garantir a estabilidade do sistema em malha fechada (sistema completo com a planta precedida da folga precedida da saturação). Tais condições de estabilidade global fazem com que apareça uma realimentação adicional entre a saída e a entrada da folga. Este ganho associado pode atenuar o comportamento indesejado das não linearidades. Em seguida, devido à presença da folga calcula-se o conjunto de pontos de equilíbrio para então alcançar a estabilidade global e local.

2.6.2 Técnica da Inversão da Folga

Os principais objetivos dos controladores em sistemas com realimentação são: estabilizar os sistemas (plantas) e obter um desempenho satisfatório para os mesmos. Um sistema realimentado bem projetado geralmente tem as seguintes propriedades: sua saída é insensível a ruídos; seu desempenho é insensível para modelar incertezas e variações; se comporta mais ou menos como um sistema linear. Em particular, estas propriedades são alcançadas quando o ganho do controlador é aumentado enquanto o sistema permanece estável [Callier & Desoer 1982], [Shahruz & Hauser 1989].

Com isso, existe o método da compensação adaptativa baseada no modelo inverso da folga que é abordado em alguns artigos, tais como, [Tao & Kokotovic 1993], [Tao & Kokotovic 1995b], [Dean et al. 1995], [Grundelius & Angeli 1996]. Este método é de extrema importância, pois serve de base para os capítulos 4 e 5 o qual são feitas algumas mudanças e conseguiu-se diminuir o esforço computacional reduzindo a estrutura de controle do mesmo.

Em suma, esta técnica consiste em desenvolver um controlador adaptativo do modelo inverso da folga para plantas com folga desconhecida, na entrada de uma parte linear conhecida. A ideia do esquema deste controle é usar uma folga inversa estimada para cancelar o efeito indesejável

da característica da folga, utilizando uma estrutura de controle linear que possa ser empregada para alcançar o objetivo do controle. Ao contrário do tempo discreto, no tempo contínuo a saída da planta é filtrada, sendo que em ambos, o controle e sua derivada são disponíveis. Isto é crucial para implementação da inversão da folga no tempo contínuo, pois as características da folga são usualmente pouco conhecidas e frequentemente variam com o tempo. A criação de um esquema adaptativo para atualizar a inversão da folga é de interesse prático [Tao & Kokotovic 1995b].

A função desejada da folga inversa é cancelar os efeitos prejudiciais da folga no desempenho do sistema. Um efeito prejudicial da folga é o atraso correspondente ao tempo necessário para atravessar o segmento interno da folga representado por $B(\cdot)$. Outro efeito prejudicial refere-se a informação perdida que ocorre no segmento interno quando a saída $u(t)$ permanece constante enquanto a entrada $v(t)$ continua a mudar. Dessa forma, a folga pode ser representada por $u = B(v)$. Logo, a ideia é fazer com que a folga inversa $BI(\cdot)$ se torne igual a folga para compensá-la, ou seja, $BI(\cdot).B(\cdot) = 1$.

Assim, equaciona-se o modelo inverso da folga e, em seguida, o modelo inverso adaptativo da folga, ou seja, ao invés dos parâmetros da folga são utilizados os parâmetros estimados dela, uma vez que ela é desconhecida. Portanto, se o modelo da folga inversa adaptativa for exato, a folga inversa adaptativa cancela os efeitos prejudiciais da folga no sistema.

Nessa técnica foram criadas uma estrutura do controlador adaptativo e uma lei adaptativa para a atualização dos três parâmetros estimados da folga. O algoritmo termina quando os parâmetros estimados da folga conseguem atingir os mesmos valores dos parâmetros da folga. Dessa maneira, a folga inversa estimada obtida através dessa técnica cancela o efeito da folga no sistema.

2.7 Conclusão

Este capítulo é de extrema importância para o entendimento do foco deste trabalho (folga). Inicialmente foi feita sua definição e explicitado o seu funcionamento em sistemas mecânicos, mais precisamente em engrenagens. Foi apresentado, também, os modelos matemáticos (contínuo e discreto) da folga seguido da resposta periódica da mesma, com a consequente apresentação dos resultados obtidos pela literatura, servindo para obtenção de conhecimentos e como estímulo e/ou comparação para os novos resultados conquistados.

A primeira técnica citada foi a análise de estabilidade utilizando LMIs que propõe uma abordagem baseada em funções de Lyapunov, cuja utilização também será feita para comparação com o próximo capítulo, apresentando, por consequência, uma melhora nesta técnica. A segunda é a de inversão da folga que utiliza uma folga inversa estimada para cancelar os efeitos indesejáveis

da folga no sistema, servindo de comparação com os resultados obtidos nos capítulos 4 e 5, uma vez que houveram melhoras no controle adaptativo desta técnica.

Em suma, este capítulo é a base para os posteriores, haja vista explicitar os resultados de problemas com esta não linearidade, que apenas são compreendidos e alcançados através do entendimento teórico apresentado.

Capítulo 3

Análise de Estabilidade de Sistemas com Folga

3.1 Introdução

Muitos sistemas físicos de controle estão sujeitos à limitação de amplitude na entrada. A saturação é um tipo de não linearidade que pode reduzir o desempenho do sistema em malha fechada ou mesmo conduzir para a instabilidade. A análise de estabilidade ou problemas de controle de sistemas de estabilização com a não linearidade saturação atraiu pesquisas há várias décadas (veja, por exemplo, [Kapila & Grigoriadis 2002], [Hu & Lin 2001], [Tarbouriech, Garcia & Glattfelder 2007]). Uma outra não linearidade importante, foco deste trabalho, que limita o desempenho em muitas aplicações é a folga. Este operador de folga é uma função baseada em memória e ainda é uma fonte aberta para problemas práticos e teóricos [Nordin & Gutman 2002], [Barreiro & Baños 2006]. A inserção da saturação antes da folga se deve ao fato de que existe nenhum trabalho de não linearidade resultante de folga com saturação em sua entrada, embora este tipo de não linearidade aparece quando o limite da amplitude com atuador de memória são usados em sistema de controle. Note também que nenhum dos dois tipos de não linearidade é dominante, e pode-se verificar que a saturação pode ser ativa ou não, quando está na entrada do operador de folga.

Este capítulo propõe uma nova abordagem baseada em funções de Lyapunov. Mais precisamente, estuda-se propriedades de entrada e saída da folga, dando condições de contorno generalizadas para levar a saturação em conta. Isto permite definir funções candidatas de Lyapunov que generalizam uma função clássica do tipo Lur'e e também algumas prévias [Paré et al. 2001], [Taware et al. 2002]. Resultados de estabilidade em termos de convergência global são dados. Condições construtivas são propostas sob uma forma de LMI e permite garantir a estabilidade

do sistema em malha fechada. Tais condições de estabilidade global impõem a presença de uma realimentação adicional entre a saída e a entrada da folga. O ganho associado é então fixado pela construção que pode permitir, como no contexto *anti-windup*, para atenuar o comportamento indesejado dos elementos não lineares. Devido à presença da folga, é necessário lidar com o conjunto de pontos de equilíbrio, que podem não ser reduzidos para a origem, o qual aqui será precisamente descrito.

Em [Tarbouriech & Prieur 2006], os autores apresentam uma proposta de análise de estabilidade para sistemas com folga utilizando LMIs. Já em [Tarbouriech & Prieur 2007b] os autores atualizaram este último trabalho incluindo a saturação antes da folga. Na proposta de análise de estabilidade deste trabalho de doutorado, faz-se uma nova atualização do resultado de [Tarbouriech & Prieur 2007b], conforme será visto ao longo deste capítulo.

Assim, este capítulo está organizado da seguinte maneira: na Seção 3.2, define-se precisamente os problemas considerados neste trabalho. Após isso, apresentam-se propriedades de entrada e saída de operadores não lineares na seção 3.3. Ato contínuo, demonstram-se os principais resultados na seção 3.4 tratando com ambos: análise de estabilidade e cálculo do conjunto de pontos de equilíbrio. Na seção 3.5, a questão numérica é discutida. Um exemplo numérico retirado da literatura permite ilustrar os resultados desenvolvidos.

Devido à manipulação de matrizes neste capítulo, faz-se necessário incluir algumas notações que serão utilizadas ao longo do mesmo.

Notações utilizadas neste capítulo:

- Para algum vetor $x \in \mathfrak{R}^n$, $x \succeq 0$ significa que todos os componentes de x , denotados por $x_{(i)}$, são não negativos.
- Para dois vetores $x, y \in \mathfrak{R}^n$, a notação $x \succeq y$ significa que $x_{(i)} - y_{(i)} \geq 0$, $\forall i = 1, \dots, n$.
- $\mathbf{1}$ e $\mathbf{0}$ denotam a matriz identidade e a matriz nula de dimensões apropriadas, respectivamente.
- $x \in \mathfrak{R}_+^n$ significa que $x \succeq 0$. Os elementos da matriz $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ são denotados por $a_{(i,j)}$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$.
- $A_{(i)}$ denota a i ésima linha da matriz A .
- $\text{sym}\{A\} = A + A'$ denota a matriz simétrica.

- $|A|$ é a matriz constituída pelo valor absoluto de cada elemento de A , considerando que A_+ e A_- denotam as duas matrizes constituídas por elementos não negativos tais que $A = A_+ - A_-$ e $|A| = A_+ + A_-$.
- Para duas matrizes simétricas, A e B , $A > B$ significa que $A - B$ é positiva definida.
- A' e $\text{traco}(A)$ denotam a transposta e o traço de A , respectivamente.
- Em matrizes simétricas particionadas, é utilizado o símbolo \star para blocos simétricos.

3.2 Formulação do Problema

Vale enfatizar que neste capítulo além da não linearidade tipo folga, foi inserida a não linearidade saturação, brevemente descrita no capítulo 2.

A classe de sistemas não lineares aqui considerada é o resultado de uma saturação seguida por um operador de folga. Mais precisamente, a equação 3.1 descreve a planta em espaço de estado considerada neste capítulo:

$$\dot{x} = Ax + B\Phi[w] \quad (3.1)$$

onde $x \in \mathfrak{R}^n$ é o estado, $w \in \mathfrak{R}^m$ é a entrada da não linearidade folga, ou seja, saída da saturação. A , B são matrizes de dimensões apropriadas, e Φ denota o operador não linear de folga. É assumido que A é Hurwitz. Além disso, Φ é um operador de folga por partes estudado em [Macki, Nistri & Zecca 1993], [Paré et al. 2001], [Taware & Tao 2003], [Brokate & Sprekels 1996]. Assim, o conjunto de funções contínuas, diferenciais por partes $w: [0, +\infty) \rightarrow \mathfrak{R}^m$ por $\mathcal{C}_{pw}^1([0, +\infty); \mathfrak{R}^m)$, que é o conjunto de funções contínuas w sendo, para alguma sequência não limitada $(t_j)_{j=0}^\infty$ em $[0, +\infty)$ com $t_0 = 0$, continuamente diferenciável em (t_{j-1}, t_j) para todo $j \in \mathbb{N}$. O operador Φ é definido como segue, para todo $w \in \mathcal{C}_{pw}^1([0, +\infty); \mathfrak{R}^m)$, para todo $j \in \mathbb{N}$, para todo $t \in (t_{j-1}, t_j)$ e para todo $i \in \{1, \dots, m\}$:

$$\widehat{(\Phi[w](t))}_{(i)} = \begin{cases} \ell_{(i)} \dot{w}_{(i)}(t) & \text{se } \dot{w}_{(i)}(t) \geq 0 \text{ e } (\Phi[w](t))_{(i)} = \ell_{(i)}(w_{(i)}(t) - c_{r(i)}) \\ \ell_{(i)} \dot{w}_{(i)}(t) & \text{se } \dot{w}_{(i)}(t) \leq 0 \text{ e } (\Phi[w](t))_{(i)} = \ell_{(i)}(w_{(i)}(t) - c_{l(i)}) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.2)$$

onde $0 = t_0 < t_1 < \dots$ é uma partição de $[0, +\infty)$ tal que w é continuamente diferenciável em cada um dos intervalos (t_{j-1}, t_j) , $j \in \mathbb{N}$. Cada $\ell_{(i)}$, $i = 1, \dots, m$, é dado em \mathfrak{R}_+^m . Os vetores c_r e c_l são dados em \mathfrak{R}^m tal que

$$c_l \preceq \mathbf{0} \preceq c_r \quad (3.3)$$

Faz-se necessário uma observação: a inclinação da folga m é denotada neste capítulo por l na equação (3.2) para não confundir com o tamanho do vetor $(\ell_{(i)}, i = 1, \dots, m)$.

Dessa forma, Φ é uma não linearidade invariante no tempo com restrição de declive, como em [Park, Banjerdpongchai & Kailath 1998]. Note, entretanto, que é um operador baseado em memória, desde que o calcule, é necessário ter informação dos valores anteriores de w (este não é o caso em [Park et al. 1998]).

A entrada do operador de folga é a saída do mapeamento da saturação:

$$w = \text{sat}(K_1 y + K_2 \Phi[w]) \quad (3.4)$$

onde K_1 e K_2 são dois ganhos de controle que são projetados ou supostamente conhecidos. Na equação anterior, a saída $y \in \mathbb{R}^p$ é dada por:

$$y = Cx + D\Phi[w] \quad (3.5)$$

onde C e D são duas matrizes dadas de dimensões apropriadas, considerando que sat denota a função de saturação vetorial clássica definida como

$\forall i = 1, \dots, m$: $(\text{sat}(w))_{(i)} = \text{sat}(w_{(i)}) = \text{sign}(w_{(i)}) \min(u_{0(i)}, |w_{(i)}|)$ sendo $u_{0(i)} > 0$ o i ésimo nível de saturação.

Assim, o sistema completo constituído por (3.1), (3.4) e (3.5) é mostrado na Fig. 3.1.

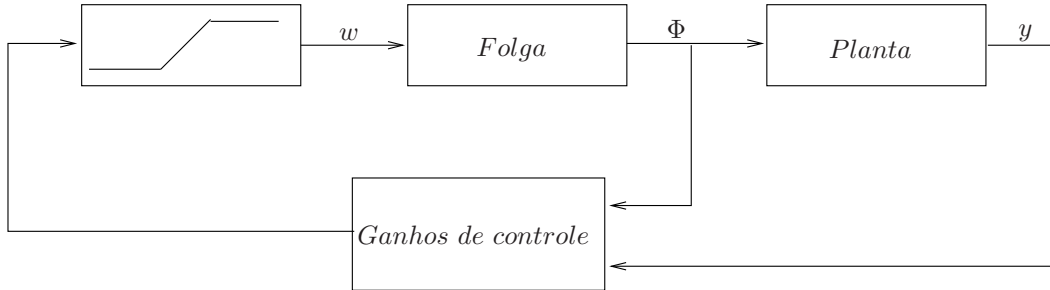


Figura 3.1: Sistema completo.

Hipótese 3.1 O sistema (3.1) é suposto ser bem conhecido. Em outras palavras, a matriz $\mathbf{1} - (K_1 + K_2 D)L$ é assumida ser não singular.

Define-se a matriz $L = \text{diag}(\ell_1, \dots, \ell_m)$. Neste Capítulo, considera-se que a não linearidade Φ é ativa (veja [Nordin & Gutman 2002], [Corradini & Orlando 2002]). Por isso, tem-se que o conjunto de condições iniciais admissíveis $w(t = 0)$, a partir do qual garante-se a estabilidade, conforme se segue:

$$L(w(0) - c_l) \succeq \Phi[w](0) \succeq L(w(0) - c_r) \quad (3.6)$$

Primeiro é importante lembrar que, com (3.2), obtém-se:

$$L(w(t) - c_l) \succeq \Phi[w](t) \succeq L(w(t) - c_r), \forall t \geq 0 \quad (3.7)$$

O problema a ser resolvido explorando algumas propriedades de limitação de não linearidades pode ser resumido a seguir.

Problema 3.1 *Determine as condições dos ganhos K_1 e K_2 e caracterize o conjunto associado de pontos de equilíbrio, ou pelo menos uma limitação do mesmo, para que as soluções do sistema resultante da interligação entre (3.1), (3.4) e (3.5) convirja quando inicializado como em (3.6).*

Os resultados desenvolvidos para solucionar este problema pode ser visto como complemento para aqueles estudados em [Tarbouriech & Prieur 2006] dedicado para o caso sem saturação, ou aqueles estudados em [Tarbouriech & Prieur 2007a] onde a folga inserida na entrada da planta corresponde à saída de um atuador dinâmico sujeito à amplitude e taxa de saturação.

3.3 Resultados Preliminares

3.3.1 Preliminares sobre o Sistema em Malha Fechada

Como o operador de folga é definido em termos de sua derivada no tempo, torna-se particularmente interessante estudar a versão do sistema derivado no tempo (3.1), (3.4) e (3.5). Desta forma tem-se:

$$\dot{X} = \dot{x} \quad (3.8)$$

Por concisão, nesta seção, denota-se $\dot{\Phi}$ ao invés de $\dot{\widehat{\Phi}}[w]$, e Φ ao invés de $\Phi[w]$. Logo, o sistema em malha fechada é definido por:

$$\dot{X} = AX + B\dot{\Phi} \quad (3.9)$$

onde w é definido por:

$$w = \varphi + K_1CA^{-1}X + (-K_1CA^{-1}B + K_1D + K_2)\Phi \quad (3.10)$$

e a não linearidade φ é definida por:

$$\begin{aligned}\varphi &= \text{sat}(K_1y + K_2\Phi) - (K_1y + K_2\Phi) \\ &= \text{sat}(K_1CA^{-1}X + (-K_1CA^{-1}B + K_1D + K_2)\Phi) \\ &\quad - (K_1CA^{-1}X + (-K_1CA^{-1}B + K_1D + K_2)\Phi)\end{aligned}\tag{3.11}$$

Note que em (3.11), (3.8) e (3.10), o conjunto de condições iniciais admissíveis dado em (3.6) pode ser escrito como:

$$Lc_l \preceq \mathcal{M} \begin{pmatrix} X(t=0) \\ \Phi(t=0) \\ \varphi(t=0) \end{pmatrix} \preceq Lc_r\tag{3.12}$$

onde

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} LK_1CA^{-1} & -\mathbf{1} + L(-K_1CA^{-1}B + K_1D + K_2) & L \end{pmatrix}$$

De acordo com o sistema (3.9), a seguinte propriedade pode ser formulada.

Propriedade 3.1 *O vetor \dot{w} satisfaz a equação (3.13):*

$$\dot{w} = K_1CX + (K_1D + K_2)\dot{\Phi} + \dot{\varphi}\tag{3.13}$$

Por definição, $\dot{\varphi}$ é, para $i = 1, \dots, m$:

$$\dot{\varphi}_{(i)} = \begin{cases} -(K_{1(i)}CX + (K_{1(i)}D + K_{2(i)})\dot{\Phi}) & \text{se } |z_{(i)}| > u_{0(i)} \\ 0 & \text{se } |z_{(i)}| < u_{0(i)} \end{cases}\tag{3.14}$$

onde $z_{(i)} = K_{1(i)}Cx + (K_{1(i)}D + K_{2(i)})\Phi$.

Até aqui, estas preliminares são as mesmas descritas em [Tarbouriech & Prieur 2007b]. A partir deste ponto, modificações são feitas a fim de melhorar este resultado já existente na literatura.

3.3.2 Propriedades sobre as Não Linearidades

O operador não linear Φ verifica as propriedades fornecidas no seguinte lema. Antes, porém, vale ressaltar que este Lema 3.1 é atualizado em relação ao apresentado no Lema 2.1 na última seção do capítulo 2 tirado de [Tarbouriech & Prieur 2007b] (principal artigo de comparação

com o resultado deste Capítulo), pois tem uma matriz diagonal definida positiva (N_3) a mais [Tarbouriech, Prieur, Queinnec & Santos 2010].

Lema 3.1 *Para algumas matrizes diagonais definidas positivas N_1, N_2, N_3 em $\mathfrak{R}^{m \times m}$, onde $N_3 \geq \mathbf{1}$, tem-se que, para todo $w \in \mathcal{C}_{pw}^1([0, +\infty]; \mathfrak{R}^m)$, para todo $t \in (t_{i-1}, t_i)$*

$$\dot{\Phi}' N_1 (\Phi - Lw) \leq 0, \quad (3.15)$$

$$\dot{\Phi}' N_2 (\dot{\Phi} - N_3 L\dot{w}) \leq 0, \quad (3.16)$$

onde $0 = t_0 < t_1 < \dots$ é uma parte de $[0, +\infty)$ tal que w é continuamente diferenciável em cada um dos intervalos (t_{j-1}, t_j) , $j \in \mathbb{N}$.

A não linearidade φ definida em (3.11) é uma função zona-morta descentralizada. É importante perceber que as não linearidades φ e Φ estão em cascata desde que φ dependa de Φ . Considere agora uma matriz $G_1 \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ e defina o seguinte conjunto poliedral:

$$\mathcal{S}_\varphi = \{(x, \Phi) \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m; -u_0 \preceq (K_1 C A^{-1} - G_1)x + (-K_1 C A^{-1} B + K_1 D + K_2)\Phi \preceq u_0\} \quad (3.17)$$

A não linearidade φ , definida em (3.11), satisfaz o seguinte lema derivada do Lema 1 em [Tarbouriech et al. 2006].

Lema 3.2 *Se X e Φ são elementos de \mathcal{S}_φ , dados em (3.17), então a seguinte inequação é assegurada:*

$$\varphi' T (\varphi + G_1 X) \leq 0 \quad (3.18)$$

para alguma matriz diagonal definida positiva $T \in \mathfrak{R}^{m \times m}$.

3.4 Principais Resultados

3.4.1 Análise de Estabilidade

Considerando o seguinte funcional definido por:

$$\begin{aligned} V(X, \Phi, \varphi, t) &= X' P X + \Phi' Z_1 \Phi + \varphi' Z_2 \varphi \\ &\quad - 2 \int_0^t \dot{\Phi}(s)' N_1 (\Phi(s) - Lw(s)) ds \\ &\quad - 2 \int_0^t \dot{\Phi}(s)' N_2 (\dot{\Phi}(s) - N_3 L\dot{w}(s)) ds \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde $P = P' > \mathbf{0}$, $Z_i = Z_i' > \mathbf{0}$, $i = 1, 2$, e N_i , $i = 1, 2, 3$, são matrizes diagonais positivas. Por definição e pelo Lema 3.1, $V(\xi, \Phi, \varphi, t)$ é definida positiva.

A seguinte proposição relativa ao sistema (3.9) pode ser dada primeiro. Além disso, considere as 2^m matrizes diagonais Δ_j , $j = 1, \dots, 2^m$, cujos elementos diagonais são 1 ou 0.

A partir daqui, resultados inéditos são obtidos devido às atualizações em relação a [Tarbouriech & Prieur 2007b] citadas anteriormente.

Proposição 3.1 *Suponha que os ganhos K_1 e K_2 tenham sido projetados tal que:*

$$\mathbb{K}_1 = (-K_1CA^{-1}B + K_1D + K_2) = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

Se existir uma matriz simétrica definida positiva $W \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, três matrizes diagonais definidas positivas $S_1 \in \mathfrak{R}^{m \times m}$, $S_2 \in \mathfrak{R}^{m \times m}$, $N \in \mathfrak{R}^{m \times m}$, satisfazendo:

$$N > \mathbf{1} \quad (3.21)$$

$$\begin{pmatrix} WA' + AW & M_2 & M_3 \\ \star & M_4 & M_5 \\ \star & \star & -2S_2 \end{pmatrix} < \mathbf{0}, j = 1, \dots, 2^m \quad (3.22)$$

onde

$$\begin{aligned} M_2 &= BS_1 + W(A^{-1})'C'K_1'L + WC'K_1'(\mathbf{1} - \Delta_j)LN \\ M_3 &= -WC'K_1'\Delta_j - W(A^{-1})'C'K_1' \\ M_4 &= -2S_1 + \text{sym}\{NL(\mathbf{1} - \Delta_j)K_1CA^{-1}BS_1\} \\ M_5 &= LS_2 - S_1B'(A^{-1})'C'K_1'\Delta_j \end{aligned} \quad (3.23)$$

logo, as trajetórias do sistema (3.9) são assintoticamente estáveis para todas as condições iniciais satisfazendo (3.6).

Prova: Considerando $G = K_1CA^{-1}$, a condição de setor (3.18) é globalmente satisfeita, ou seja, é satisfeita para algum $X \in \mathfrak{R}^n$ e algum $\Phi \in \mathfrak{R}^m$.

Considera-se a função de Lyapunov candidata definida por:

$$\begin{aligned} V(X, \Phi, \varphi, t) &= X'PX + \Phi'Z_1\Phi + \varphi'Z_2\varphi \\ &\quad - 2 \int_0^t \dot{\Phi}(s)'N_1(\Phi(s) - Lw(s))ds \\ &\quad - 2 \int_0^t \dot{\Phi}(s)'N_1(\dot{\Phi}(s) - NL\dot{w}(s))ds \end{aligned} \quad (3.24)$$

onde w e \dot{w} definidos em (3.10) e (3.13) são funções de X , φ e Φ , onde $P = P' > \mathbf{0}$, $Z_1 = Z_1' > \mathbf{0}$, Z_2 , N_1 são matrizes diagonais definidas positivas de dimensões apropriadas e N uma matriz

diagonal satisfazendo a relação (3.21). A derivada no tempo de V ao longo das soluções de (3.9) é dada por: $\dot{V} = 2X'P\dot{X} + 2\dot{\Phi}'Z_1\Phi + 2\varphi'Z_2\dot{\varphi} - 2\dot{\Phi}'N_1(\Phi - Lw) - 2\dot{\Phi}'N_1(\dot{\Phi} - NL\dot{w})$. Combinando (3.10) com (3.20) e (3.13), (3.9) com (3.20) obtém-se

$$w = \varphi + K_1CA^{-1}X \quad (3.25)$$

e

$$\dot{w} = K_1CX - K_1CA^{-1}B\dot{\Phi} + \dot{\varphi} \quad (3.26)$$

Assim, de (3.10), (3.9), (3.13) e (3.20), obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & X'(A'P + PA)X + 2X'PB\dot{\Phi} + 2\varphi'Z_2\dot{\varphi} \\ & + 2\dot{\Phi}'Z_1\Phi - 2\dot{\Phi}'N_1\Phi + 2\dot{\Phi}'N_1L\varphi + 2\dot{\Phi}'N_1LK_1CA^{-1}X \\ & + 2\dot{\Phi}'N_1L\mathbb{K}_1\Phi - 2\dot{\Phi}'N_2\dot{\Phi} + 2\dot{\Phi}'N_1N_3L\dot{\varphi} \\ & + 2\dot{\Phi}'N_1N_3LK_1CX + 2\dot{\Phi}'N_1N_3L(K_1D + K_2)\dot{\Phi} \end{aligned} \quad (3.27)$$

De (3.20) pode-se escolher $Z_1 = N_1(\mathbf{1} - L\mathbb{K}_1) = N_1$ que é uma matriz simétrica definida positiva. Além disto, desta escolha, os termos cruzados envolvendo ambos $\dot{\Phi}$ e Φ são removidos da expressão de \dot{V} . Denota-se $S_1 = N_1^{-1}$.

Por isso, utilizando o Lema 3.2 com $G = K_1CA^{-1}$, a derivada no tempo de V ao longo das soluções de (3.9) satisfaz $\dot{V} \leq \dot{V} - 2\varphi'S_2^{-1}(\varphi + GX)$, para algum X, Φ, φ . Denota-se $\mathcal{L} = \dot{V} - 2\varphi'S_2^{-1}(\varphi + GX)$. Na expressão de \mathcal{L} , tem-se que manipular para que os termos $\dot{\varphi}$ apareçam. Através do cálculo de (3.14), sabe-se que $\dot{\varphi}$ pode ter 2^m valores. Por exemplo, no caso de $m = 2$, $\dot{\varphi}$ pode ser igual a algum vetor dentre:

$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -(K_{1(1)}CX + (K_{1(1)}D + K_{2(1)})\dot{\Phi}) \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -(K_{1(1)}CX + (K_{1(1)}D + K_{2(1)})\dot{\Phi}) \\ -(K_{1(2)}CX + (K_{1(2)}D + K_{2(2)})\dot{\Phi}) \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} 0 \\ -(K_{1(2)}CX + (K_{1(2)}D + K_{2(2)})\dot{\Phi}) \end{pmatrix}$. Dessa forma, é importante verificar que $\mathcal{L} < 0$ para algum valor possível dado por $\dot{\varphi}$. Para este objetivo, considerando as 2^m matrizes diagonais Δ_j , $j = 1, \dots, 2^m$, cujos elementos diagonais são 1 ou 0, pode-se repassar na expressão de \mathcal{L} , $\dot{\varphi}$ por $-\Delta_j(K_1CX + (K_1D + K_2)\dot{\Phi})$. Com isso, pode-se reescrever \mathcal{L} como segue:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & X'(A'W^{-1} + W^{-1}A)X + 2X'W^{-1}B\dot{\Phi} \\
& - 2\varphi'S_2^{-1}\Delta_j(K_1CX + (K_1D + K_2)\dot{\Phi}) \\
& + 2\dot{\Phi}'S_1^{-1}L\varphi - 2\dot{\Phi}'S_1^{-1}\dot{\Phi} \\
& + 2\dot{\Phi}'S_1^{-1}LK_1CA^{-1}X + 2\dot{\Phi}'S_1^{-1}NLK_1CX \\
& - 2\dot{\Phi}'S_1^{-1}NL\Delta_j(K_1CX + (K_1D + K_2)\dot{\Phi}) \\
& + 2\dot{\Phi}'S_1^{-1}NL(K_1D + K_2)\dot{\Phi} - 2\varphi'S_2^{-1}(\varphi + GX)
\end{aligned} \tag{3.28}$$

para um sutil $j \in \{1, \dots, 2^m\}$ e onde denota-se $S_2 = Z_2^{-1}$. Portanto, \mathcal{L} pode ser escrito como

$$\begin{pmatrix} X'W^{-1} & \dot{\Phi}'S_1^{-1} & \varphi'S_2^{-1} \end{pmatrix} \mathbb{M} \begin{pmatrix} W^{-1}X \\ S_1^{-1}\dot{\Phi} \\ S_2^{-1}\varphi \end{pmatrix}$$

onde \mathbb{M} corresponde à matriz definida em (3.22). A satisfação da relação (3.22) implica que $\mathcal{L} < 0$, e portanto segue que $\dot{V} < 0$, para algum X, Φ, φ . Em outras palavras, o sistema (3.9) é assintoticamente estável para alguma condição inicial satisfazendo (3.6). ■

Lembrete 3.1 *Se a condição (3.20) não for satisfeita, o Problema 3.1 pode ser endereçado em um contexto regional ou local. Em outras palavras, pode ser possível assegurar a estabilidade assintótica do sistema (3.9) para algum subconjunto admissível de condição inicial satisfazendo (3.6). Neste caso, o Lema 3.2 é aplicado em um contexto local através da determinação de uma matriz adequada G e adaptando a estrutura desenvolvida em [Tarbouriech et al. 2006]. Tais estudos podem ser manuseados em um próximo passo.*

3.4.2 Cálculo do Conjunto de Equilíbrio do Sistema Original

A Proposição 3.1 assegura, em relação ao sistema em malha fechada (3.9), a convergência do vetor X na origem para alguns conjuntos de condições iniciais. Utilizando tal proposição, pode-se fornecer um resultado de convergência para o sistema (3.1), (3.4) e (3.5). Em [Tarbouriech & Prieur 2006], [Paré et al. 2001] o conjunto de pontos de equilíbrio é descrito no caso em que o sistema não é afetado pela saturação. No caso deste trabalho, é necessário levar em consideração o fato de que w é uma função saturação.

Por isso, suponha que o sistema em malha fechada (3.9) está no equilíbrio, isto é, $X_e = \mathbf{0}$. De fato, segue-se: $x_e = -A^{-1}B\Phi_e$ e $w_e = \text{sat}(\mathbb{K}_1\Phi_e)$ onde Φ_e denota a função Φ no equilíbrio. É claro que alguns subcasos podem aparecer dependendo da localização dos pontos de equilíbrio com relação à região de saturação.

Proposição 3.2 *Suponha que os ganhos K_1 and K_2 foram projetados através da relação (3.20) e suponha que o sistema em malha fechada (3.9) está no equilíbrio (ou seja, $X_e = \mathbf{0}$). O conjunto de pontos de equilíbrio do sistema (3.1), (3.4) e (3.5) é definido por:*

$$E_e^G = \{x_e \in \mathfrak{R}^n; \rho_1 \preceq x_e \preceq \rho_2\} \quad (3.29)$$

onde

$$\begin{aligned} \rho_1 &= -(-A^{-1}B)_+Lc_l + (-A^{-1}B)_-Lc_r \\ \rho_2 &= -(-A^{-1}B)_+Lc_r + (-A^{-1}B)_-Lc_l \end{aligned} \quad (3.30)$$

Prova: Considere x_e um ponto de equilíbrio do sistema (3.1), (3.4) e (3.5). Assim, como $X_e = \mathbf{0}$, obtém-se: $\mathbf{0} = Ax_e + B\Phi_e$, ou equivalentemente, $x_e = -A^{-1}B\Phi_e$ e $w_e = \text{sat}(\mathbb{K}_1\Phi_e)$. Note que para a escolha considerada dos ganhos K_1 e K_2 , obtém-se $\mathbb{K}_1 = \mathbf{0}$ e portanto $w_e = \mathbf{0}$. Além disto, a relação (3.7) torna-se: $-L\rho \preceq -\Phi_e \preceq L\rho$ que implica em: $-L\rho - Lu_0 \preceq \Phi_e \preceq L\rho + Lu_0$. Por isso, multiplicando estas duas inequações por $|-A^{-1}B| = |A^{-1}B|$ resulta na inclusão de (3.29). ■

Lembrete 3.2 *No caso simétrico $c_r = -c_l$, então o conjunto E_e^G (3.29) pode ser reescrito $\rho_1 = |-A^{-1}B|Lc_r = -\rho_2$, respectivamente.*

3.4.3 Resultados Obtidos

As Proposições 3.1 e 3.2 podem ser combinadas a fim de fornecer uma solução para o Problema 3.1 como descrito abaixo.

Teorema 3.1 *Suponha que os ganhos K_1 e K_2 foram projetados para que a relação (3.20) seja verificada. Se existir uma matriz simétrica definida positiva $W \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, três matrizes diagonais definidas positivas $N \in \mathfrak{R}^{m \times m}$, $S_1 \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ e $S_2 \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ tal que (3.22) é verificado, então, para todas as condições iniciais que satisfazem (3.6), as soluções do sistema em malha fechada (3.1), (3.4) e (3.5) convergem para o ponto E_e^G definido por (3.29)-(3.30).*

3.5 Assuntos Numéricos

3.5.1 Algoritmo Proposto

É importante notar que, K_1 e K_2 sendo dados, a relação (3.21) é uma relação de LMI, mas a relação (3.22) é não linear na decisão das variáveis W , S_1 , S_2 e N . Por outro lado, para um dado valor da matriz N , a condição (3.22) torna-se linear na decisão de variáveis, e pelas condições feitas na Proposição 3.1 resolve-se um problema factível simples. Dessa forma, o problema da análise de estabilidade global solucionado pelo Teorema 3.1 consiste em encontrar um valor admissível para N tal que (3.22) admite uma solução de W , S_1 , S_2 .

Neste ponto, consideram-se alguns problemas de síntese. É claro que a relação (3.22) é fortemente não linear se K_1 e K_2 forem variáveis de decisão. Por isso, um algoritmo iterativo pode ser considerado como se segue (vide Apêndice A):

1. Selecione um ganho K_1 , solução tipicamente de um problema de realimentação padrão para o caso linear (sem a saturação e sem a folga).
2. Calcule o ganho K_2 tal que a condição (3.20) é satisfeita. Este projeto pode ser interpretado como uma malha adicional para evitar os comportamentos indesejáveis que podem aparecer por causa das não linearidades folga e saturação. Neste contexto, assemelha-se às pesquisas que são feitas para problema *anti-windup* de sistemas sujeitos à saturação na malha (veja [Tarbouriech et al. 2007] por exemplo).
3. Encontre por tentativa e erro uma matriz admissível N tal que as condições (3.21) e (3.22) sejam factíveis.
4. Se o passo 3 for infactível, volte para o passo 1 e selecione outro ganho de controle K_1 para o problema linear, tipicamente para que reduza o esforço de controle. Caso contrário, através do Teorema 3.1, encontre o conjunto de pontos de equilíbrio E_e^G que satisfaz a condição (3.29).

3.5.2 Exemplo Ilustrativo

A fim de ilustrar os resultados teóricos e os assuntos computacionais, considera-se o seguinte exemplo numérico retirado de [Paré et al. 2001]. O sistema de estudo é descrito pelos seguintes dados:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{pmatrix} -2 & -1 & -0,5 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 B &= - \begin{pmatrix} 0,19365 & 0,41312 \\ 0 & -0,41312 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 C &= \begin{pmatrix} 1,875 & -0,1875 & 0,09375 \\ 1 & 0,75 & 1 \end{pmatrix} \\
 D &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \rho &= \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad u_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

O sistema é estável em malha aberta, com os pólos $\{-1; -0,5 \pm 0,8660i\}$. Como sugerido na seção 3.5.1, seleciona-se primeiramente o ganho

$$K_1 = \begin{pmatrix} 0 & -0,5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

correspondendo à alocação de pólos do sistema linear em malha fechada $\{-1,1403; -0,7558 \pm 0,4815i\}$. O ganho K_2 é calculado através da condição (3.20):

$$K_2 = \begin{pmatrix} -0,1936 & -0,1033 \\ -0,3510 & 0,1807 \end{pmatrix}$$

Para $N = \begin{pmatrix} 1,1 & 0 \\ 0 & 1,1 \end{pmatrix}$, verifica-se que a condição (3.22) é factível, que garante que, para todas as condições iniciais admissíveis satisfazendo (3.6), as soluções do sistema em malha fechada (3.1) converge para algum ponto dentro do conjunto de pontos de equilíbrio limitado pelo conjunto

$$\left\{ x_e \in \mathbb{R}^n; \begin{pmatrix} -0,1033 \\ 0 \\ -0,1936 \end{pmatrix} \preceq x_e \preceq \begin{pmatrix} 0,1033 \\ 0 \\ 0,1936 \end{pmatrix} \right\}$$

O conjunto de equilíbrio (retângulo vermelho) é plotado tanto em 3-D na Fig. 3.2 quanto no

plano $x_1 - x_3$ na Fig. 3.3. A trajetória em malha fechada com início em $x_0 = \begin{pmatrix} 1,5 & 1,5 & 1,5 \end{pmatrix}'$ é plotada em ambas as figuras em linha sólida azul. A simulação é inicializada com $\Phi[w](0) = \begin{pmatrix} -1,5 & -1,5 \end{pmatrix}'$, que corresponde a uma condição inicial admissível satisfazendo (3.6). É comparado com a trajetória em malha aberta (isto é, sem folga $\Phi[w] = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}'$) inicializada no mesmo (x_0) em linha pontilhada preta.

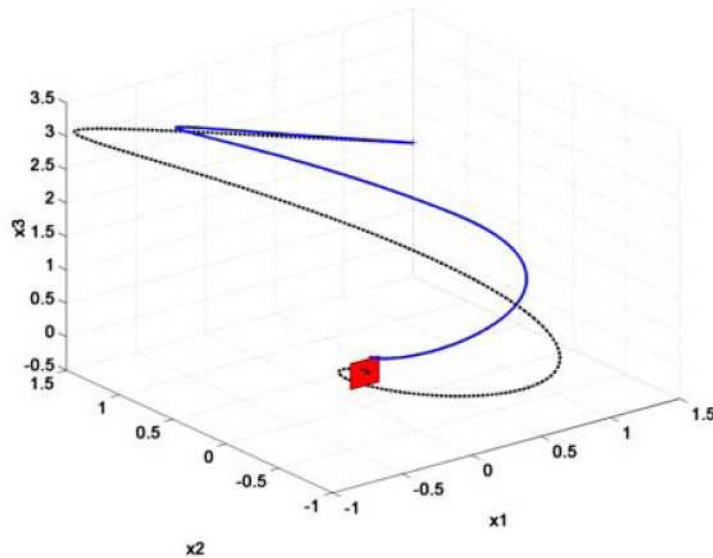


Figura 3.2: Convergência das trajetórias do sistema em malha fechada com folga (linha sólida azul) e em malha aberta (linha pontilhada preta) para o conjunto de equilíbrio (retângulo vermelho).

Pode-se verificar através do zoom da Fig. 3.3 que a trajetória converge para um ponto de equilíbrio dentro dos limites dados na Proposição 3.2, mas realmente próximo do limite, que sugere que o limite $|A^{-1}B|L$ não é um limite conservativo.

Adicionalmente, as Figs. 3.4 e 3.5 mostram os perfis de cada componente dos vetores w (linha sólida vermelha) e Φ (linha pontilhada azul) como uma função do tempo t , considerando a condição inicial $x_0 = \begin{pmatrix} 1,5 & 1,5 & 1,5 \end{pmatrix}'$. Como pode ser visto, o segundo componente de w está saturando no início da resposta do tempo.

Além disso, Figs. 3.6 e 3.7 ilustram o comportamento de Φ em função de w . Marcadores de pequenos instantes de tempo indicam a evolução de $\Phi[w]$ com o tempo ao longo do esquema padrão da folga.

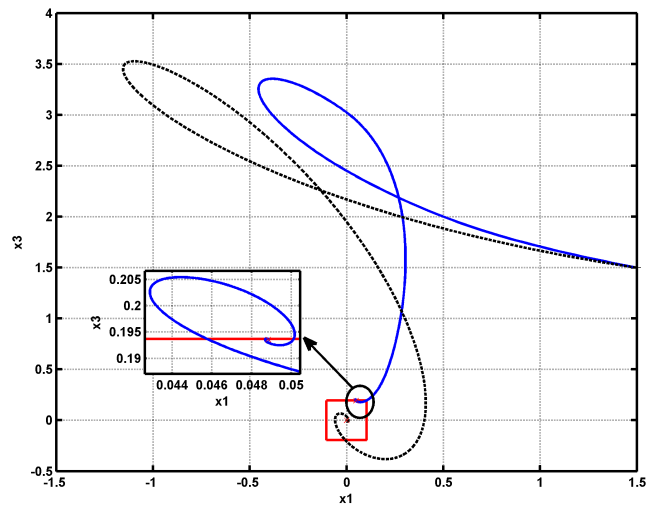


Figura 3.3: Convergência da trajetória no plano $x_1 - x_3$.

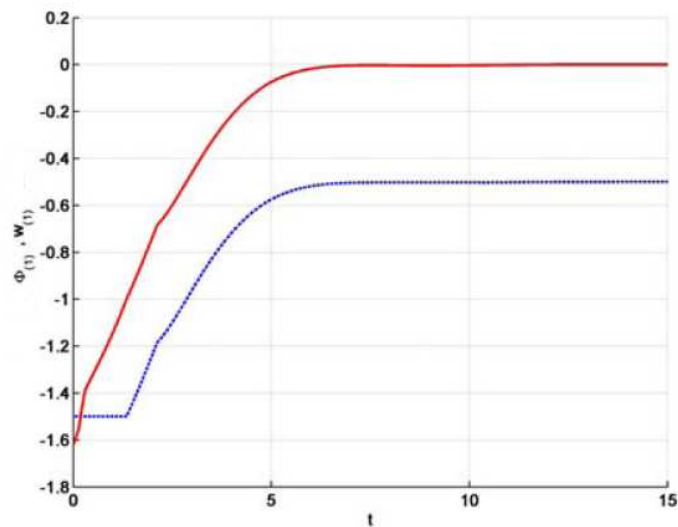


Figura 3.4: A evolução do tempo de $w_{(1)}$ (linha vermelha) e $\Phi_{(1)}$ (linha azul).

3.6 Conclusão

Neste capítulo foi considerado um sistema com folga e com uma saturação em sua entrada, focando na análise de estabilidade de tal sistema de controle. Utilizando condições modificadas de contorno para o mapeamento da saturação, e as propriedades de entrada e saída da folga, uma função candidata de Lyapunov que generaliza as habituais funções de Lyapunov tipo Lur'e são

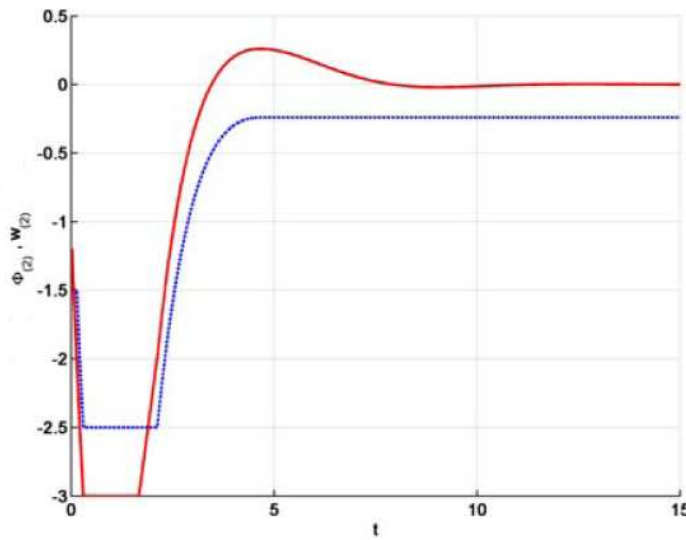


Figura 3.5: A evolução do tempo de $w_{(2)}$ (linha vermelha) e $\Phi_{(2)}$ (linha azul).

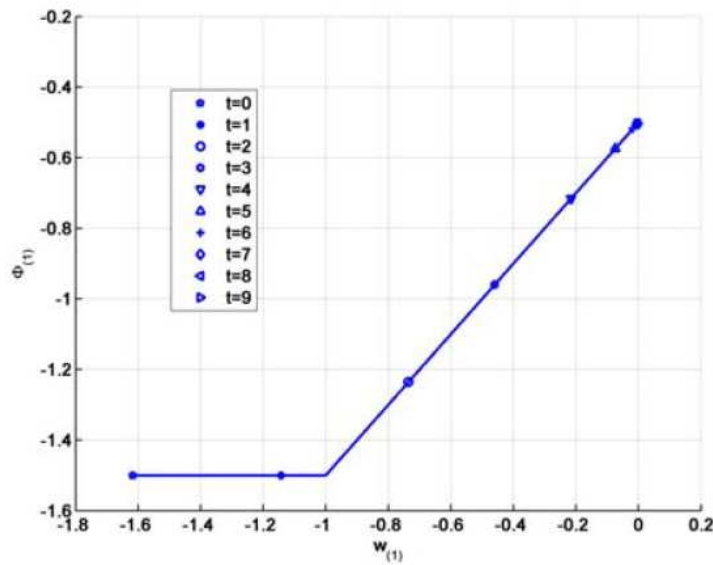


Figura 3.6: Evolução de $\Phi_{(1)}$ em função de $w_{(1)}$.

consideradas. Isto permitiu calcular condições construtivas para estabilidade global de sistema não linear que foram escritas em termos de desigualdades matriciais. Devido à presença da folga no sistema em malha fechada, a estabilidade deveria ser entendida como convergência para um conjunto de pontos de equilíbrio (talvez não reduzido para a origem).

Dessa forma, neste capítulo foi apresentada uma abordagem inédita de análise de estabili-

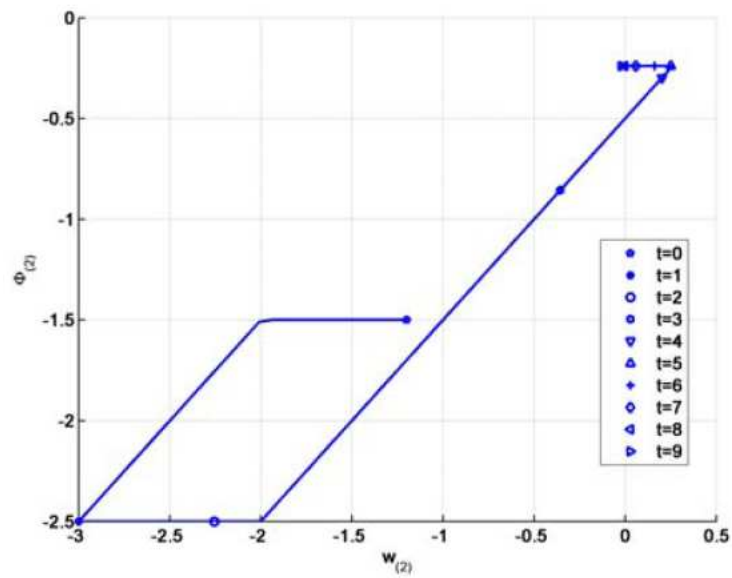


Figura 3.7: Evolução de $\Phi_{(2)}$ em função de $w_{(2)}$.

dade de sistemas com saturação seguida de folga, sendo obtidos resultados de estabilidade de convergência global. Através do exemplo numérico, fica comprovada a eficiência desta nova proposta, pois as trajetórias convergiram para as retas mostradas no plano $x_1 - x_3$ e além disso, tanto a saturação quanto a folga foram canceladas do sistema em malha fechada depois de aproximadamente 7 segundos.

Capítulo 4

Controle Adaptativo de Sistemas Discretos no Tempo com Folga

4.1 Introdução

Em anos recentes, o interesse em sistemas de controle adaptativo aumentou rapidamente, juntamente com o interesse e o progresso em tópicos de controle em geral. O termo sistema adaptativo tem uma variedade de significados específicos, mas normalmente implica que o sistema é capaz de se acomodar a mudanças imprevisíveis do meio ambiente, quando estas mudanças venham de dentro ou de fora do sistema. Este conceito é muito importante para o projetista de sistema, pois, um sistema altamente adaptativo, além de se acomodar a mudanças ambientais, também se acomodaria para erros de projeto de engenharia e se auto compensaria em condições de falhas ou incertezas moderadas de componentes secundários do sistema, aumentando, portanto, a confiabilidade global [Astrom & Wittenmark 1989], [Treichler, Jr. & Larimore 1987].

Na maioria dos sistemas de controle a realimentação, e pequenos desvios nos valores dos parâmetros de seus valores projetados não causarão quaisquer problemas na operação normal do sistema, desde que estes parâmetros estejam dentro da malha. Entretanto, se os parâmetros do processo variam muito com mudanças ambientais, então o sistema de controle pode apresentar uma resposta convincente para uma condição ambiental, mas por outro lado pode deixar de ter um desempenho satisfatório sob outras condições. Em certos casos, grandes variações de parâmetros do processo podem até causar instabilidade [Haykin 1991].

Sistemas adaptativos são, em geral, inerentemente não lineares. Seus comportamentos são complexos tornando-os difíceis de serem analisados. Muitos trabalhos estão disponíveis na literatura com teoria coerente, razoavelmente completa, para tais sistemas. Devido ao comportamento complexo dos sistemas adaptativos, é necessário considerar alguns aspectos deles [Astrom

& Wittenmark 1989], [Feng & Lozano 1999], dependendo das circunstâncias consideradas.

Um sistema de controle adaptativo é aquele que mede, de forma contínua e automática, as características dinâmicas (tal como a função de transferência) do processo, as compara com as características dinâmicas desejadas, e usa a diferença para variar parâmetros ajustáveis do sistema (normalmente características do controlador) ou para gerar um sinal atuante de tal forma que o desempenho ótimo pode ser mantido independentemente das mudanças ambientais. Em outras palavras, tal sistema pode continuamente medir seu próprio desempenho de acordo com um dado índice de desempenho e modificar, se necessário, seus próprios parâmetros, de tal forma a manter o desempenho ótimo, independentemente de mudanças ambientais [Astrom & Wittenmark 1989].

Assim, se a função de transferência do processo pode ser identificada continuamente, então pode-se compensar variações na função de transferência do processo simplesmente variando parâmetros ajustáveis do controlador, e desta forma obter um desempenho satisfatório do sistema continuamente sob várias condições ambientais. Tal abordagem adaptativa é bastante útil para lidar com um problema onde o processo é normalmente exposto a ambientes variáveis, com parâmetros que mudam de tempo em tempo [Haykin 1991].

Uma proposta largamente utilizada em controle adaptativo em não linearidades, particularmente a folga, é a implementação das suas características inversas na estrutura do controlador a fim de cancelar os efeitos prejudiciais das não linearidades. Note que esta técnica de cancelamento dos efeitos prejudiciais pode ser aplicada em modelos discretos no tempo com folga [Tao & Kokotovic 1993], [Tao & Kokotovic 1995a], [Santos & Vieira 2008c], [Santos & Vieira 2008a], [Santos & Vieira 2008b].

Modelos discretos apresentando não linearidades são frequentes em aplicações de controle. Exemplos destes modelos podem ser encontrados no controle de braço robótico, controle de motor de indução, controle de vibração mecânica.

Algoritmos de controle adaptativos são ferramentas úteis no reconhecimento das não linearidades em sistemas complexos, além de compensar seus efeitos prejudiciais. A aplicação de controladores adaptativos em sistemas não lineares podem simplificar as especificações dos componentes do sistema, reduzir o custo total do sistema e aumentar a confiabilidade do mesmo [Grundelius & Angeli 1996], [Ioannou & Tsakalis 1986].

Vários algoritmos recursivos têm sido desenvolvidos na literatura para o treinamento de filtros adaptativos e controladores lineares [Sastry & Bodson 1989], [Bellanger 2001]. A operação de um algoritmo de filtragem adaptativo envolve dois passos básicos: um procedimento de filtragem projetado para produzir uma resposta na saída para uma sequência de dados e um procedimento adaptativo, cuja função é fornecer um mecanismo para o controle adaptativo de um conjunto de parâmetros ajustáveis usados no procedimento de filtragem [Grundelius & Angeli 1996].

Neste capítulo, realiza-se o controle adaptativo em tempo discreto baseado na folga inversa estimada para plantas que têm uma parte linear conhecida com uma folga desconhecida em sua entrada. Além disso, utiliza-se uma estimação da saída da folga, uma vez que ela não pode ser medida.

Vários algoritmos de estimação de entrada de sistemas têm sido desenvolvidos na literatura para sistemas estritamente próprios [Corless & Tu 1998], além de algoritmos utilizando inversão de sistemas lineares dinâmicos [Fomichev 1998] e [Shahruz & Hauser 1989]. Esses, estimam a entrada de sistemas lineares dinâmicos em tempo contínuo. Neste trabalho, estima-se a entrada do sistema linear estritamente próprio em tempo discreto, inserindo um filtro em série com o sistema, onde a saída deste filtro recupera a entrada da planta linear. Logo, tem-se dois resultados obtidos, no qual o segundo é um aprimoramento do primeiro, que propõe uma abordagem de controle adaptativo consistindo, primeiramente, da estimação da saída da folga desconhecida.

4.2 Modelo Discreto da Folga Inversa

Como visto na técnica da inversão da folga no capítulo 2 (seção 2.6.2), a função desejada da inversão da folga é cancelar o efeito da folga no desempenho do sistema. Um dos efeitos é o atraso correspondente ao tempo necessário para atravessar o segmento interno de $B(\cdot)$. A inversa da folga ideal fará a travessia instantânea desse segmento e então cancelará o efeito indesejável da folga. Outro efeito indesejável da folga é a perda de informação que ocorre no segmento interno quando a saída $u(t)$ permanece constante, enquanto que a entrada $v(t)$ continua a mudar [Coelho 1997], [Tao & Kokotovic 1996].

Logo, dado um sinal desejado $u_d(t)$ para $u(t)$, a inversa da folga é tal que $u_d(t) = B(BI(u_d(t)))$, onde a intenção é fazer com que $u_d(t)$ seja igual a $u(t)$. A Fig. 4.1 abaixo mostra o diagrama de blocos que representa esta explicação.

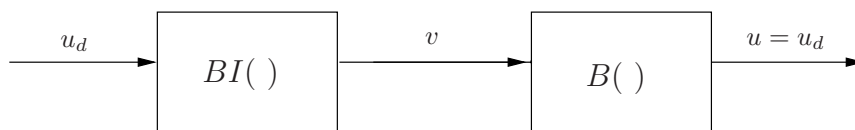


Figura 4.1: Esquema da inversão da folga.

Assim, pode-se obter o modelo discreto no tempo da folga inversa que é representado pelo seguinte mapeamento:

$$v(t) = \begin{cases} v(t-1) & \text{se } u_d(t) = u_d(t-1) \\ \frac{u_d(t)}{m} + c_l & \text{se } u_d(t) < u_d(t-1) \\ \frac{u_d(t)}{m} + c_r & \text{se } u_d(t) > u_d(t-1) \end{cases} \quad (4.1)$$

A Fig. 4.2 ilustra a representação gráfica da folga inversa. Note que a formulação da folga inversa discreta no tempo, representada pela equação (4.1), não faz uso das derivadas de $u_d(t)$. Outra vantagem da formulação discreta no tempo em relação à formulação contínua é que o sinal limitante de malha fechada pode ser estabelecido mesmo para diferentes inclinações m [Tao & Kokotovic 1996].

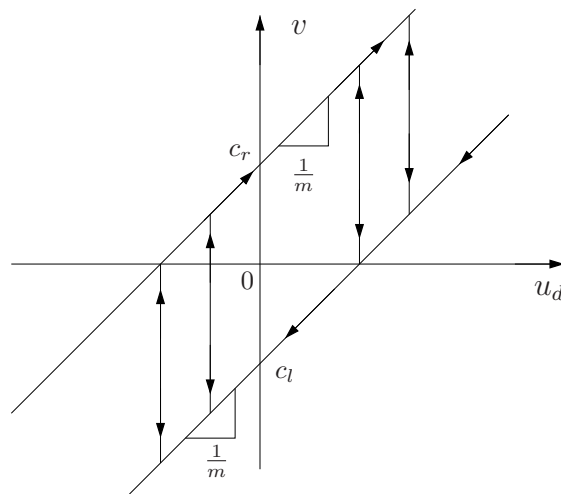


Figura 4.2: Representação gráfica da inversão da folga.

4.3 Folga Inversa Adaptativa

A folga inversa $BI(\cdot)$ dada por (4.1) pode ser aproximada trocando os saltos verticais entre suas linhas de subida e descida por curvas contínuas com ganhos limitados. Por exemplo, uma transição vertical é trocada por um segmento de linha que liga os dois lados de $BI(\cdot)$ e tem uma inclinação de valor finito e positivo [Tao & Kokotovic 1995b].

Como os parâmetros da folga não são conhecidos, os parâmetros inversos deverão ser estimados, de acordo com a teoria de controle adaptativo. Para uma folga inversa adaptativa $\hat{BI}(\cdot)$, trocam-se os parâmetros da folga m , c_r e c_l pelos seus parâmetros estimados \hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l . Isto resulta na seguinte equação de atualização adaptativa para o modelo de folga inversa discreto no tempo:

$$v(t) = \begin{cases} v(t-1) & \text{se } u_d(t) = u_d(t-1) \\ \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l & \text{se } u_d(t) < u_d(t-1) \\ \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r & \text{se } u_d(t) > u_d(t-1) \end{cases} \quad (4.2)$$

A Fig. 4.3 ilustra o modelo da folga inversa estimada. Note que a única diferença entre a Fig. 4.2 é que ao invés dos parâmetros da folga, são utilizados os parâmetros estimados da mesma.

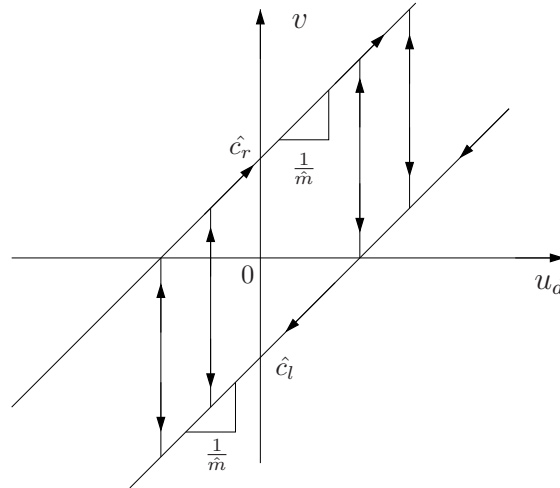


Figura 4.3: Representação gráfica da folga inversa estimada.

Na próxima seção, utiliza-se uma folga inversa adaptativa $\hat{B}I(\cdot)$ como parte da estrutura de controle adaptativo para plantas com folga desconhecida $B(\cdot)$. Primeiro será mostrada a estrutura existente em [Coelho 1997] devido ao fato de ter sido feito em tempo discreto. Mais tarde, na seção subsequente, será apresentada uma estrutura proposta deste trabalho e com isso, poderá ser observado facilmente a mudança na estrutura de controle mostrada na técnica da inversão de folga em [Coelho 1997].

4.4 Controle Adaptativo Existente da Folga Inversa

A estrutura do controlador em [Coelho 1997] apresenta uma realimentação semelhante à realimentação da usual estrutura de controle utilizada em controle adaptativo linear (apresentada na técnica da inversão da folga na seção 2.6.2). Isto é, passa-se a saída $y(t)$ através de um filtro linear $\theta_y^T [a^T(D), 1]^T$, onde $a(D) = [D^{-n+1}, \dots, D^{-1}]^T$ e $\theta_y \in \mathfrak{R}^n$. Porém, o canal direto desta estrutura possui o bloco representativo da folga inversa, não podendo, portanto, ser linear. Para solucionar este novo problema pretende-se preservar a parametrização linear das equações de erro, a qual será a ferramenta principal deste projeto adaptativo. Uma estrutura que reúne estes

requisitos será obtida não apenas pela passagem frequente do sinal de controle $v(t)$, mas também pela passagem dos sinais da folga inversa estimada $\hat{x}_r(t)$ e $\hat{x}_l(t)$ através do filtro formado por $a(D)$ e pelos parâmetros ajustáveis $\theta_v, \theta_r, \theta_l \in \mathfrak{R}^{n-1}$. Introduzindo os quatro regressores:

$$\begin{aligned}\omega_r(t) &= a(D)\hat{x}_r(t), \\ \omega_l(t) &= a(D)\hat{x}_l(t), \\ \omega_v(t) &= a(D)v(t) \text{ e} \\ \omega_y(t) &= [a^T(D), 1]^T y(t)\end{aligned}\tag{4.3}$$

que multiplicam os parâmetros ajustáveis correspondentes, propõe-se a seguinte estrutura aparentemente linear do controle adaptativo não linear:

$$u_d(t) = \theta_r^T \omega_r(t) + \theta_l^T \omega_l(t) + \theta_v^T \omega_v(t) + \theta_y^T \omega_y(t) + y_m(t + n^*)\tag{4.4}$$

Para eliminar o efeito da folga foi implementado um controlador adaptativo inverso, cuja estrutura de controle será mostrado na Fig. 4.4 onde $\hat{x}_r(t)$ e $\hat{x}_l(t)$ são obtidos do bloco lógico L o qual implementa (4.5) e (4.6) [Coelho 1997].

$$\hat{x}_r(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } u_d(t), v(t) \text{ sobre o lado ascendente de } BI(\cdot) \\ 0 & \text{de outro modo} \end{cases}\tag{4.5}$$

$$\hat{x}_l(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } u_d(t), v(t) \text{ sobre o lado descendente de } BI(\cdot) \\ 0 & \text{de outro modo} \end{cases}\tag{4.6}$$

A saída $u_d(t)$ desse controlador é aplicada à folga inversa adaptativa para gerar a entrada de controle da planta:

$$v(t) = \hat{B}\hat{I}[u_d(t)]\tag{4.7}$$

A estrutura do controlador utilizada para a folga desconhecida na entrada da planta com $G(D)$ também desconhecida é mostrada na Fig. 4.4.

O algoritmo foi desenvolvido com alguns valores iniciais de $\theta_r^T, \theta_l^T, \theta_v^T$ e θ_y^T , mostrados na Fig. 4.4. Os valores de $\hat{B}\hat{I}(\cdot)$ e L são determinados durante o processo, e adota-se um comprimento para o segmento horizontal da folga através dos valores constantes de c_l e c_r , ou seja, a abertura total da folga.

Esse algoritmo possui regras adaptativas que atualizam os parâmetros estimados $\theta_r^T, \theta_l^T, \theta_v^T$ e θ_y^T que determinam a folga inversa, até que se atinja uma faixa determinada de erro destes valores estimados em relação aos parâmetros verdadeiros da folga. Essa faixa de erro deve ser tal que os valores da folga inversa adaptativa se aproximem o máximo possível dos valores da folga

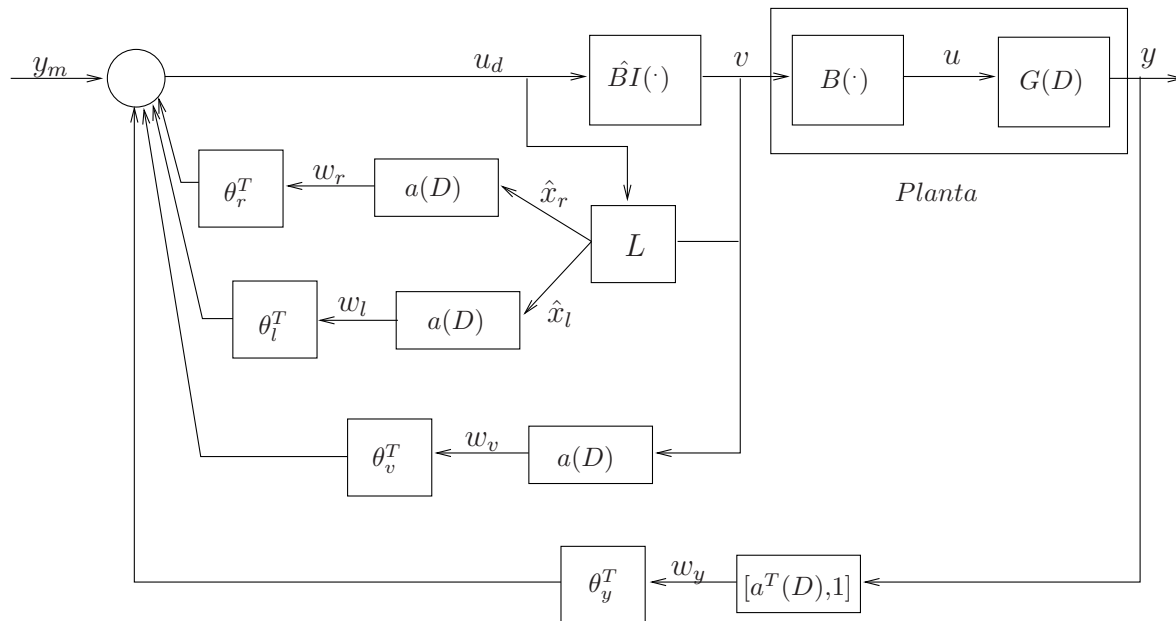


Figura 4.4: Estrutura do controlador adaptativo de (Coelho, 1997).

de modo a eliminá-la [Coelho 1997].

Até aqui foi apresentado o que existe na literatura, uma vez que esse algoritmo já foi desenvolvido. Porém, a estrutura de controle foi modificada a fim de diminuir a dificuldade da atualização dos parâmetros estimados e do esforço computacional. Portanto, na próxima seção será apresentada uma proposta de controle adaptativo que diminui a quantidade de parâmetros que precisam ser calculados.

4.5 Controle Adaptativo Proposto da Folga Inversa

Nesta seção, inicialmente projeta-se um algoritmo de controle para sistemas com folga desconhecida. Depois, objetiva-se a aplicação do algoritmo de controle desenvolvido em sistemas apresentando uma planta discreta com uma parte linear $G(D)$ e uma não linearidade do tipo folga $B(\cdot)$ em sua entrada:

$$y(t) = G(D)u(t), \quad u(t) = B[v(t)] \quad (4.8)$$

onde $G(D) = K_p \frac{Z(D)}{P(D)}$ com K_p sendo um ganho constante não nulo e os polinômios mônicos denotados por $Z(D)$ e $P(D)$. Denota-se como D a variável de transformada z , ou seja, um operador de avanço [Tao & Kokotovic 1995b] e [Coelho 1997].

Considera-se um problema de controle onde a entrada $u(t)$ para a planta não é acessível

para medição, e a folga $B(\cdot)$ é desconhecida, enquanto a parte linear $G(D)$ é conhecida. O objetivo desta técnica é projetar uma realimentação de controle $v(t)$ usando um controlador linear adaptativo para fazer com que a resposta do sistema seja estável e próxima da desejada, anulando os efeitos prejudiciais da folga no sistema.

Esta estratégia de controle consiste em incluir um controlador linear adaptativo com o parâmetro do ganho f na estrutura do controlador para cancelar os efeitos prejudiciais da folga e diminuir o erro de controle em um ambiente adaptativo. Assim, nesta proposta de controle, os parâmetros da folga são calculados adaptativamente. Conseqüentemente, o controlador linear adaptativo f tem um importante papel neste esquema de controle, uma vez que é o único bloco de realimentação do sistema.

Para que a folga inversa estimada seja igual a folga, é necessário fazer com que a saída da folga $u(t)$ seja igual a entrada da folga inversa estimada $u_d(t)$. Com isso, $u(t) = u_d(t)$, ou seja, $u(t) - u_d(t) = 0$. Como $u(t)$ não é acessível para a medição, o controlador linear adaptativo f foi incluído no sistema como sendo um bloco de realimentação partindo de $v(t)$ que é a saída da folga inversa estimada. Portanto, f também terá que ser atualizado juntamente com os parâmetros estimados da folga inversa adaptativa.

4.6 Algoritmo de Controle Proposto

Esquemas de controle em tempo contínuo que compensam os efeitos da folga podem ser encontrados na literatura tais como em [Tao & Kokotovic 1995b] e [Coelho 1997]. Será seguida a mesma configuração da estrutura dessas referências, isto é, uma realimentação de controle $v(t)$ usando a medida da saída da planta $y(t)$ para atingir a estabilização global e tornar próximos os valores de $u_d(t)$ dos de $u(t)$.

De forma similar à estrutura de controle utilizada em [Tao & Kokotovic 1995b], um bloco de realimentação de controle foi inserido no sistema conforme [Coelho 1997], como visto na Fig. 4.4.

Os controladores propostos em [Tao & Kokotovic 1995b] e [Coelho 1997] são ambos adaptativos, mas diferem em relação à consideração de tempo. O primeiro é em tempo contínuo e o segundo em tempo discreto. Neste capítulo, são considerados sistemas em tempo discreto. Assim, os exemplos dados em [Coelho 1997] são apropriados para este trabalho e serão considerados ao longo deste capítulo.

Diferentemente de [Coelho 1997], neste trabalho foi adicionado um único bloco de realimentação positiva (controlador adaptativo linear) para compensar o dano causado pela folga. Este bloco de realimentação parte da saída da folga inversa estimada $v(t)$ e é chamado de f . A Fig. 4.5 mostra a estrutura proposta para o controlador adaptativo da folga inversa, na qual o sinal

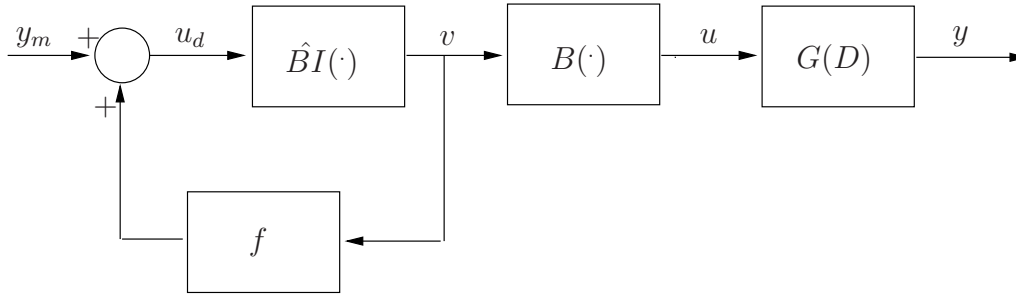


Figura 4.5: Estrutura do controlador da folga inversa adaptativa proposto.

de controle desejado $u_d(t)$ é gerado por:

$$u_d(t) = y_m(t) + fv(t) \quad (4.9)$$

onde $y_m(t)$ é o sinal de referência e f é o parâmetro do controlador adaptativo linear.

Substituindo (4.2) em (4.9), tem-se:

$$u_d(t) = \begin{cases} y_m + fv(t-1) & \text{se } u_d(t) = u_d(t-1) \\ y_m + f \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l & \text{se } u_d(t) < u_d(t-1) \\ y_m + f \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r & \text{se } u_d(t) > u_d(t-1) \end{cases} \quad (4.10)$$

Muitos problemas de controle podem ser solucionados usando técnicas baseadas na minimização do erro quadrático médio [Treichler et al. 1987]. Por exemplo, pode-se obter parâmetros do filtro adaptativo ou estimar alguns parâmetros de um sistema de controle com realimentação através do algoritmo de mínimos quadrados médios (do inglês, *least-mean-square - LMS*) [Haykin 1991], [Treichler et al. 1987].

Uma vez que é necessário fazer com que a entrada da folga inversa estimada $u_d(t)$ seja igual a saída da folga $u(t)$, neste esquema de controle proposto, o erro de controle é definido como:

$$e(t) = u(t) - u_d(t) \quad (4.11)$$

Dessa forma, a meta é cancelar os efeitos indesejáveis da folga usando sua inversa, mostrada na Fig. 4.1. Logo, seja J a função de desempenho dada em termos do erro quadrático médio da seguinte forma:

$$J = E\{e^2(t)\} \quad (4.12)$$

onde $E\{\cdot\}$ denota o operador esperança.

Agora, substituindo a equação (4.11) em (4.12) pode-se escrever a função de desempenho J

como:

$$J = E\{(u(t) - u_d(t))^2\} \quad (4.13)$$

4.6.1 Equações de Atualização dos Parâmetros

Conforme descrito anteriormente, definiu-se uma função de desempenho J relacionada com a eliminação dos efeitos indesejáveis da folga aplicando uma folga inversa adaptativa.

Nesta subseção, encontra-se as equações de atualização dos parâmetros do esquema de controle proposto. O objetivo é minimizar a função de desempenho J , ou seja, diminuir a diferença entre $u(t)$ e $u_d(t)$. Para este fim, deduz-se as derivadas parciais em relação aos parâmetros de controle e as iguala a zero, isto é:

$$\frac{\partial J}{\partial f} = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{m}} = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{c}_r} = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{c}_l} = 0 \quad (4.17)$$

As equações acima permitem obter os parâmetros do controlador linear adaptativo f em (4.14) e os parâmetros estimados da folga inversa \hat{m} , \hat{c}_r , \hat{c}_l em (4.15), (4.16) e (4.17), respectivamente. As equações de atualização para os parâmetros f , \hat{m} , \hat{c}_r , \hat{c}_l , quando o lado ascendente da curva representativa da folga está ativo, são expressas como:

$$f = \frac{uy_m\hat{m}^2 + u\hat{c}_r\hat{m}^3 - y_m^2\hat{m}^2 - y_m\hat{m}^3\hat{c}_r}{uy_m\hat{m} + y_m\hat{c}_r\hat{m}^2 + \hat{c}_r^2\hat{m}^3 + u\hat{c}_r\hat{m}^2} \quad (4.18)$$

$$\hat{m} = \frac{uy_m f^2 + u f^3 \hat{c}_r}{uy_m f + u f^2 \hat{c}_r - y_m^2 f - 2y_m f^2 \hat{c}_r - f^3 \hat{c}_r^2} \quad (4.19)$$

$$\hat{c}_r = \frac{uf\hat{m}^2 - uf^2\hat{m} - y_m\hat{m}^2 f}{f^2\hat{m}^2} \quad (4.20)$$

$$\hat{c}_l = \frac{uf\hat{m}^2 - uf^2\hat{m} - y_m\hat{m}^2 f}{f^2\hat{m}^2} \quad (4.21)$$

Já quando o lado descendente da curva representativa da folga está ativo, as equações de atualização para os parâmetros f , \hat{m} , \hat{c}_r , \hat{c}_l são expressas como:

$$f = \frac{uy_m\hat{m}^2 + u\hat{c}_l\hat{m}^3 - y_m^2\hat{m}^2 - y_m\hat{m}^3\hat{c}_l}{uy_m\hat{m} + y_m\hat{c}_l\hat{m}^2 + \hat{c}_l^2\hat{m}^3 + u\hat{c}_l\hat{m}^2} \quad (4.22)$$

$$\hat{m} = \frac{uy_m f^2 + u f^3 \hat{c}_l}{uy_m f + u f^2 \hat{c}_l - y_m^2 f - 2y_m f^2 \hat{c}_l - f^3 \hat{c}_l^2} \quad (4.23)$$

$$\hat{c}_r = \frac{uf\hat{m}^2 - uf^2\hat{m} - y_m\hat{m}^2 f}{f^2\hat{m}^2} \quad (4.24)$$

$$\hat{c}_l = \frac{uf\hat{m}^2 - uf^2\hat{m} - y_m\hat{m}^2 f}{f^2\hat{m}^2} \quad (4.25)$$

Conforme visto na seção anterior, em [Coelho 1997] foram calculados quatro parâmetros estimados (θ_r^T , θ_l^T , θ_v^T e θ_y^T) além dos três da folga inversa (\hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l). Nesta proposta foi calculado apenas um parâmetro estimado (f) além dos três da folga inversa. Com isso, fica claro que esta proposta inédita diminui os esforços computacionais.

4.7 Exemplos Numéricos

Nesta seção, segue-se os mesmos exemplos ilustrativos apresentados em [Coelho 1997] a fim de obter uma comparação de resultados para poder validar a nova proposta deste trabalho. O primeiro exemplo considerado é um sistema de terceira ordem e o segundo exemplo é um sistema de primeira ordem. O Apêndice B apresenta o fluxograma utilizado para a obtenção destes resultados.

4.7.1 Exemplo 1

A planta linear de terceira ordem é a seguinte:

$$G(D) = \frac{1 \times 10^{-5} z^2 + 4 \times 10^{-5} z + 1 \times 10^{-5}}{z^3 - 2,88504 z^2 + 2,77196 z - 0,88692}$$

com $B(\cdot)$ desconhecida:

$$m = 1,3; \quad c_r = 3; \quad c_l = -3$$

Adota-se a seguinte configuração para o sistema em malha fechada: $y_m = 10 \cdot \text{sen}(12,6t)$, os valores iniciais iguais a $\hat{m} = 0,7$, $\hat{c}_r = 0,5$, $\hat{c}_l = -0,5$ e o parâmetro do filtro $f = 0,22$.

A Fig. 4.6 mostra os sinais $u(t)$ (curva sólida azul), $u_d(t)$ (curva preta tracejada) e o erro de controle $u(t) - u_d(t)$ (curva sólida vermelha). A diferença entre os parâmetros de $B(\cdot)$ e os de sua inversa $\hat{B}I(\cdot)$ são descritos na Fig. 4.7.

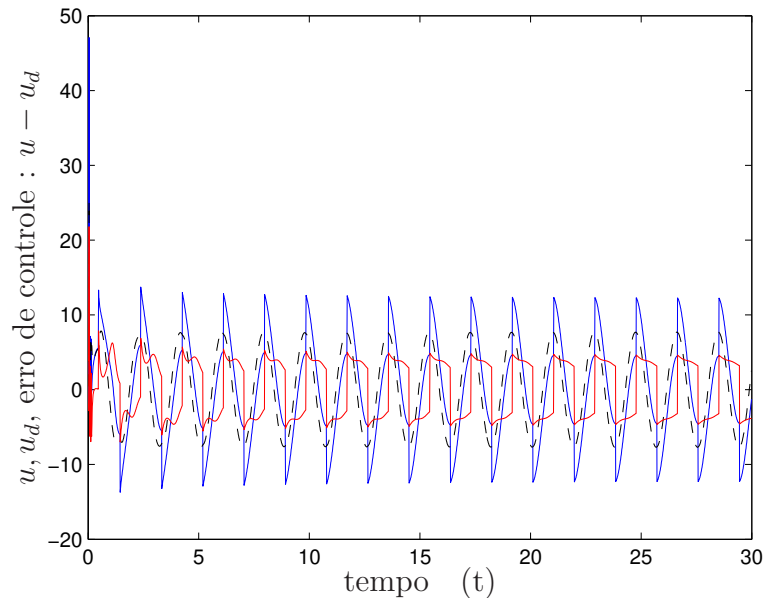


Figura 4.6: $u(t)$ (curva azul sólida), $u_d(t)$ (curva preta tracejada) e erro de controle (curva vermelha sólida).

Na Fig. 4.7, pode-se verificar que os parâmetros da folga inversa atingem aproximadamente os mesmos valores dos parâmetros da folga, pois a diferença entre os mesmos converge praticamente para zero, ou seja, depois de um curto intervalo de tempo a folga inversa estimada consegue cancelar a folga do sistema.

A Fig. 4.8 compara os resultados do erro de controle obtidos usando a proposta descrita em [Coelho 1997] e os resultados aqui obtidos (curva sólida vermelha). Nota-se, facilmente, que o erro de controle dado por esta nova proposta de controle adaptativo e o obtido em [Coelho 1997] são semelhantes, ou seja, ambos com amplitude de erro de 4. Entretanto, esta proposta inédita tem como vantagem apresentar uma menor complexidade computacional, pois envolve a inserção de apenas um bloco de realimentação com apenas uma variável a ser calculada (vide Figs. 4.4 e 4.5).

Assim, neste primeiro exemplo, apesar do erro de controle não ter se tornado zero, ele atingiu um valor aceitável, uma vez que comparado com [Coelho 1997], os dois resultados são praticamente os mesmos.

Portanto, verifica-se a eficiência desta nova proposta que conseguiu atingir os mesmos resul-

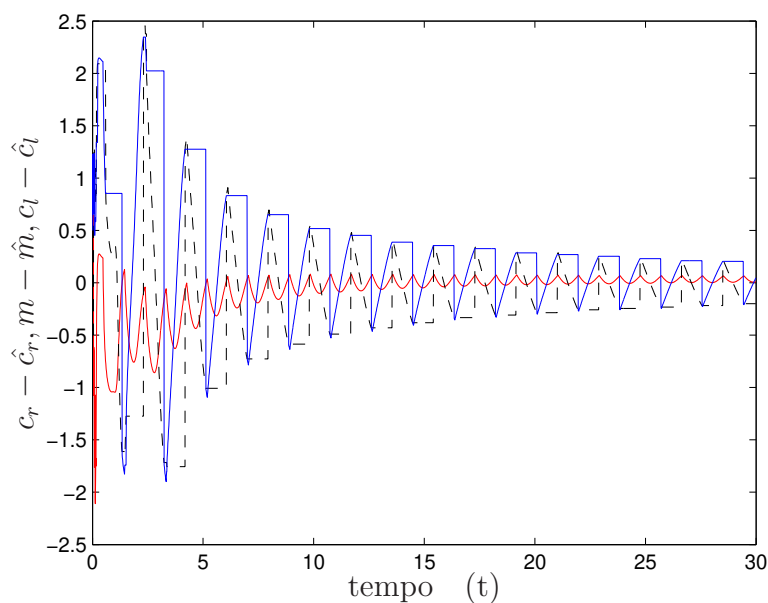


Figura 4.7: Diferença entre os parâmetros da folga e os parâmetros estimados $c_r - \hat{c}_r$ (curva azul sólida), $m - \hat{m}$ (curva vermelha sólida), $c_l - \hat{c}_l$ (curva preta tracejada).

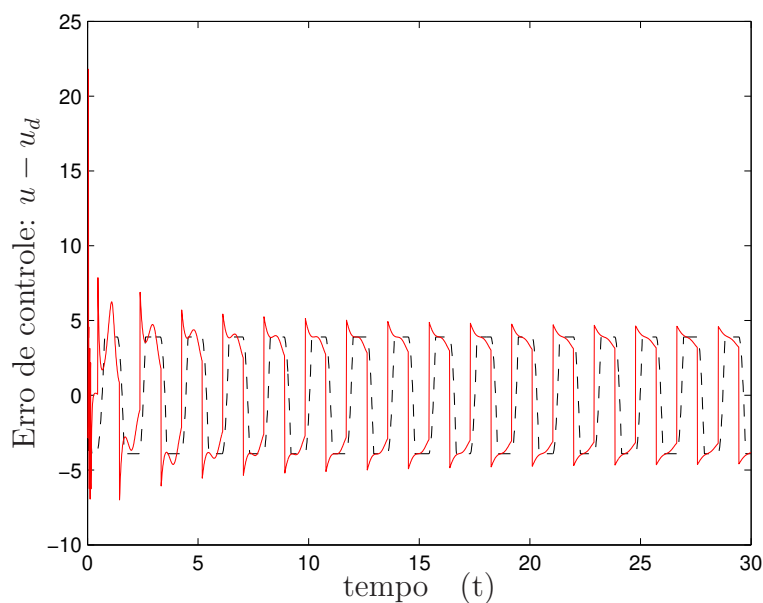


Figura 4.8: Erro de controle de (Coelho 1997) (curva preta tracejada) e a nova (curva vermelha sólida).

tados já existentes e diminuiu a estrutura de controle, além do esforço computacional de técnicas de controle adaptativo para sistemas com folga desconhecida.

4.7.2 Exemplo 2

A fim de valorizar estes primeiros resultados de controle mais um exemplo numérico é realizado. A planta linear deste segundo exemplo é de primeira ordem dada por:

$$G(D) = \frac{0,09516}{z - 0,90484}$$

com $B(\cdot)$ desconhecida:

$$m = 1,3; c_r = 3; c_l = -3$$

Adota-se a seguinte configuração para o sistema em malha fechada: $y_m = 10 \cdot \text{sen}(12,6t)$, os valores iniciais iguais a $\hat{m} = 0,697$, $\hat{c}_r = 0,5$, $\hat{c}_l = -0,5$ e o parâmetro do filtro $f = 0,3$.

A Fig. 4.9 mostra os sinais $u(t)$ (curva azul sólida), $u_d(t)$ (curva preta tracejada) e o erro de controle $u(t) - u_d(t)$ (curva sólida vermelha). A diferença entre os parâmetros de $B(\cdot)$ e os de sua inversa $\hat{B}I(\cdot)$ são descritos na Fig. 4.10.

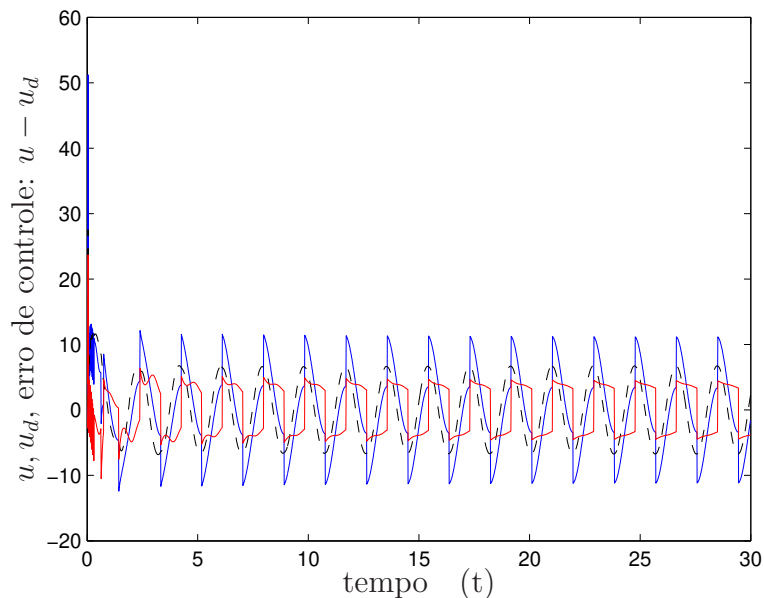


Figura 4.9: $u(t)$ (curva azul sólida), $u_d(t)$ (curva preta tracejada) e erro de controle (curva vermelha sólida).

Neste segundo exemplo, de acordo com a Fig. 4.10, também foram obtidos valores estimados para a folga inversa que estão muito próximos dos valores dos parâmetros da folga. Este fato é revelado pela diferença entre eles, uma vez que converge para zero, enquanto o instante de tempo aumenta.

A Fig. 4.11 compara os resultados do erro de controle obtidos usando a proposta descrita

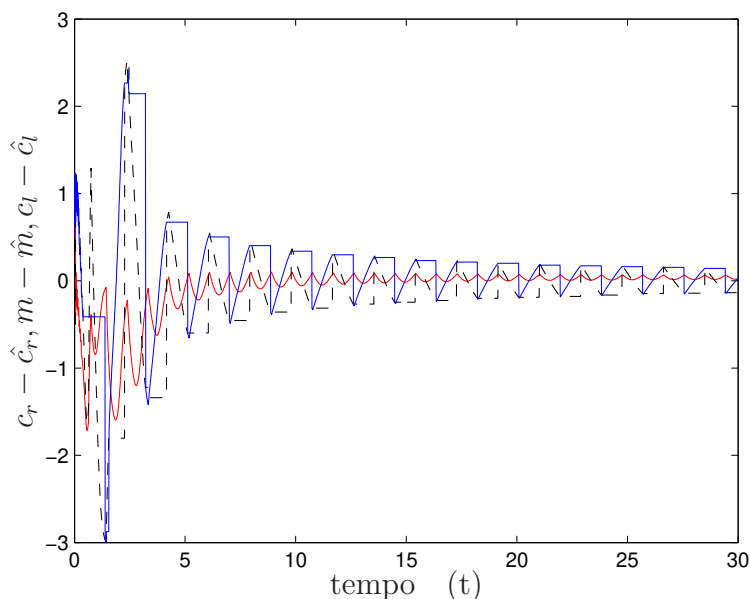


Figura 4.10: Diferença entre os parâmetros da folga e seus parâmetros estimados $c_r - \hat{c}_r$ (curva azul sólida), $m - \hat{m}$ (curva vermelha sólida), $c_l - \hat{c}_l$ (curva preta tracejada).

em [Coelho 1997] e os resultados aqui obtidos (curva sólida vermelha). Novamente, nota-se facilmente que o erro de controle dado por esta nova proposta de controle adaptativo e o obtido em [Coelho 1997] são semelhantes.

Através das Figs. 4.9 e 4.11, neste segundo exemplo, o erro de controle também não convergiu para zero depois de um certo tempo, porém, atingiu um valor aceitável, já que comparado com [Coelho 1997] os dois resultados são praticamente os mesmos. Entretanto, como mencionado anteriormente, estes resultados foram alcançados através de uma proposta com uma menor complexidade computacional, cujo tempo de simulação foi 1 segundo e em [Coelho 1997] foi 2 segundos, ou seja, metade do tempo. Porém, foram conseguidos sem estimar a saída da folga desconhecida. Portanto, para validar completamente os resultados de controle adaptativo em sistemas discretos no tempo com folga, na próxima seção a saída da folga é estimada.

4.8 Estimação da Saída da Folga Desconhecida

Como a saída da folga desconhecida não pode ser medida, faz-se necessário estimá-la. Com isso, para resolver este problema, propõe-se um algoritmo de filtragem utilizando como critério de minimização de erro a minimização em norma H_∞ . A Fig. 4.12 mostra o problema a ser resolvido nesta seção.

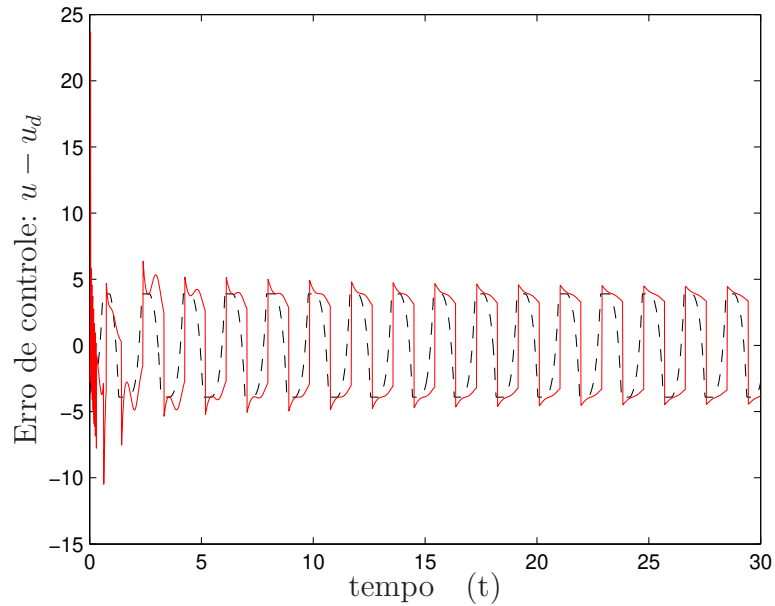


Figura 4.11: Erro de controle de (Coelho, 1997) (curva preta tracejada) e deste trabalho (curva vermelha sólida).

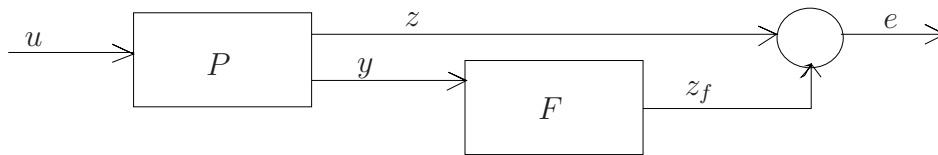


Figura 4.12: Problema de Filtragem.

Dado o sistema linear discreto no tempo

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \\ z(k) = u(k) \end{cases} \quad (4.26)$$

onde $y(k)$ é a saída da planta e $z(k)$ é a saída desejada da planta.

O filtro que se deseja obter é dado por:

$$\begin{cases} x_f(k+1) = A_f x_f(k) + B_f y(k) \\ z_f(k) = C_f x_f(k) + D_f y(k) \end{cases} \quad (4.27)$$

onde $z_f(k)$ é a saída do filtro que é projetada para ser igual a $z(k)$, ou seja,

$$e_0 = z - z_f \quad (4.28)$$

O problema de filtragem a ser resolvido está apresentado a seguir.

Problema 4.1 *Inserindo um filtro logo após a planta linear, a saída do filtro deverá ser igual a entrada da planta. Logo,*

$$\mathcal{L}\{z_f\} = (C_f(zI - A_f)^{-1}B_f + D_f)(C(zI - A)^{-1} + D)u \quad (4.29)$$

onde $(C_f(zI - A_f)^{-1}B_f + D_f)(C(zI - A)^{-1}B + D)$ tem que ser igual a 1, isto é, utilizando a norma H_∞ como critério de minimização do erro tem-se:

$$\min \|I - (C_f(zI - A_f)^{-1}B_f + D_f)(C(zI - A)^{-1}B + D)\|_\infty \quad (4.30)$$

A conexão do filtro com o sistema linear, conforme a Fig. 4.12, produz:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}u(k) \\ e(k) = \tilde{C}\tilde{x}(k) + \tilde{D}u(k) \end{cases} \quad (4.31)$$

onde $\tilde{x} = [x \quad x_f]'$ e cujas matrizes são

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \begin{pmatrix} A & 0 \\ B_f C & A_f \end{pmatrix} \\ \tilde{B} &= \begin{pmatrix} B \\ B_f D \end{pmatrix} \\ \tilde{C} &= \begin{pmatrix} -D_f C & -C_f \end{pmatrix} \\ \tilde{D} &= 1 - D_f D \end{aligned}$$

A norma H_∞ para o caso discreto se dá pelo seguinte lema:

Lema 4.1 *Existe uma matriz $P = P' \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ de tal forma que*

$$\begin{pmatrix} P & A'P & 0 & C' \\ PA & P & PB & 0 \\ 0 & P'B & \gamma I & D' \\ C & 0 & D & I \end{pmatrix} > 0 \quad (4.32)$$

então $\|H_\infty^2\| < \gamma$.

Baseado no Lema 4.7 de [de Oliveira 1999] se existirem matrizes $E = E' \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $G \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $H = H' \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $Z \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $Y \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $F \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$, $L \in \mathfrak{R}^{1 \times n}$, $R \in \mathfrak{R}^{1 \times 1}$ e $Q \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ tais que a seguinte LMI seja satisfeita:

$$\begin{pmatrix} E & G & A'Z' \\ G' & H & A'Z' \\ ZA & ZA & Z + Z' - E \\ YA + FC + Q & YA + FC & Z' + Y + S - G' \\ 0 & 0 & B'Z' \\ -RC - L & -RC & 0 \\ A'Y' + C'F' + Q' & 0 & -C'R' - L' \\ A'Y' + C'F' & 0 & -C'R' \\ Z + Y' + S' - G & ZB & 0 \\ Y + Y' - H & YB + FD & 0 \\ B'Y' + D'F' & \gamma I & I - D'R' \\ 0 & I - RD & I \end{pmatrix} > 0 \quad (4.33)$$

Dessa forma, as matrizes, $A_f = V^{-1}QZ^{-T}U^{-1}$, $B_f = V^{-1}F$, $C_f = LZ^{-T}U^{-1}$ e $D_f = R$ correspondem a um filtro de ordem completa para o sistema linear discreto (4.26) garantindo que a norma H_∞ satisfaz $\|H_\infty^2\| < \gamma$.

Como o objetivo é obter a estimação precisa da saída da folga desconhecida, ou seja, a entrada do sistema linear, esta estimação será utilizada na nova estrutura de controle, melhorando os resultados anteriores. Isto será demonstrado no exemplo numérico através da figura que recuperou o sinal de entrada da planta linear de terceira ordem, validando a eficiência do filtro.

4.9 Nova Abordagem do Controle Adaptativo da Folga Inversa

A ideia do projeto do algoritmo desta nova abordagem é a mesma do projeto anterior (vide equação (4.8)). A fim de tentar melhorar os resultados obtidos anteriormente, foi feita uma mudança na estrutura de controle. Esta estratégia de controle consiste em incluir duas realimentações, uma através de um ganho f em w (saída da primeira estrutura inversa da folga) e outra unitária em v (entrada da folga), para fazer com que a resposta do sistema seja estável e próxima da desejada.

4.9.1 Estrutura de Controle

Em [Santos & Vieira 2008c], [Santos & Vieira 2008a], [Santos & Vieira 2008b] foi utilizado apenas um bloco de realimentação através de um controlador linear adaptativo em tempo discreto. Porém, conforme será mostrado através de um exemplo numérico, a proposta deste trabalho melhora este resultado.

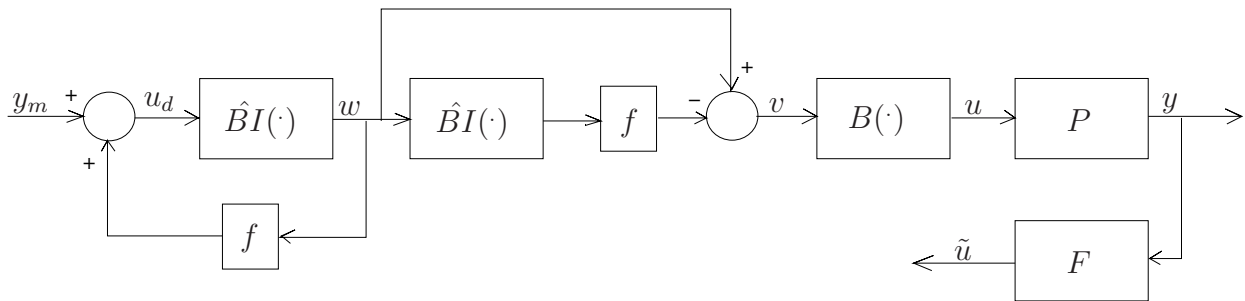


Figura 4.13: Estrutura de controle da nova abordagem.

Diferentemente de [Coelho 1997], [Santos & Vieira 2008c], [Santos & Vieira 2008a], [Santos & Vieira 2008b], nesta nova abordagem são adicionados dois blocos de realimentação para compensar o dano causado pela folga. A Fig. 4.13 mostra a estrutura proposta para o controlador adaptativo da folga inversa, na qual o sinal de controle desejado $u_d(t)$ é gerado por:

$$u_d(t) = y_m(t) + fw(t) \quad (4.34)$$

onde $y_m(t)$ é o sinal de referência, f é um ganho linear e $w(t) = \hat{B}I u_d(t)$.

Portanto,

$$u_d(t) = \frac{1}{1 - f\hat{B}I} y_m(t) \quad (4.35)$$

O segundo bloco de realimentação foi incluído para juntamente com o primeiro compensar o efeito da folga. Para isto, faz-se necessário mostrar o porquê desta inclusão, sendo que a entrada da folga se dá por:

$$v(t) = w(t) - f\hat{B}I(w) \quad (4.36)$$

Utilizando $w(t) = \hat{B}I(u_d)$ e substituindo em (4.36), tem-se:

$$v(t) = (1 - f\hat{B}I)\hat{B}Iu_d(t) \quad (4.37)$$

Substituindo (4.35) em (4.37), encontra-se:

$$v(t) = \hat{B}Iy_m(t) \quad (4.38)$$

Como $u(t) = Bv(t)$, logo, substituindo $v(t)$ por (4.38), obtém-se:

$$u(t) = B\hat{B}Iy_m(t) \quad (4.39)$$

Assim, consegue-se o cancelamento de B através de $\hat{B}I$.

Logo, para se atualizar os parâmetros estimados da folga inversa, utiliza-se

$$\begin{cases} y_m + fv(t-1) & \text{se } u_d(t) = u_d(t-1) \\ y_m + f\frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l & \text{se } u_d(t) < u_d(t-1) \\ y_m + f\frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r & \text{se } u_d(t) > u_d(t-1) \end{cases} \quad (4.40)$$

Neste esquema de controle, o erro de controle é definido como:

$$e(t) = \tilde{u}(t) - u_d(t) \quad (4.41)$$

Assim, a meta é cancelar os efeitos indesejáveis da folga usando sua inversa. Seja J a função de desempenho dada em termos do erro quadrático médio da seguinte forma:

$$J = E\{e^2(t)\} \quad (4.42)$$

onde $E\{\cdot\}$ denota o operador esperança.

Agora, substituindo a equação (4.41) em (4.42) pode-se escrever a função de desempenho J como:

$$J = E\{(\tilde{u}(t) - u_d(t))^2\} \quad (4.43)$$

4.9.2 Equações de Atualização dos Parâmetros

Conforme foi descrito anteriormente, definiu-se uma função de desempenho J relacionada com a eliminação dos efeitos indesejáveis da folga aplicando uma folga inversa adaptativa.

Nesta subseção, encontram-se as equações de atualização dos parâmetros deste esquema de controle. O objetivo é minimizar J , ou seja, diminuir a diferença entre $\tilde{u}(t)$ e $u_d(t)$. Para este fim, deduzem-se as derivadas parciais em relação aos parâmetros de controle e as iguala a zero, isto é:

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{m}} = 0 \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{c}_r} = 0 \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{c}_l} = 0 \quad (4.46)$$

O procedimento acima permite obter os parâmetros estimados da folga inversa \hat{m} , \hat{c}_r , \hat{c}_l em (4.44), (4.45) e (4.46), respectivamente. As equações de atualização para os parâmetros \hat{m} , \hat{c}_r , \hat{c}_l , quando o lado ascendente da curva representativa da folga está ativo, são expressas como:

$$\hat{m} = \frac{\tilde{u}y_m f^2 + \tilde{u}f^3 \hat{c}_r}{\tilde{u}y_m f + \tilde{u}f^2 \hat{c}_r - y_m^2 f - 2y_m f^2 \hat{c}_r - f^3 \hat{c}_r^2} \quad (4.47)$$

$$\hat{c}_r = \frac{\tilde{u}f\hat{m}^2 - \tilde{u}f^2\hat{m} - y_m\hat{m}^2 f}{f^2\hat{m}^2} \quad (4.48)$$

$$\hat{c}_l = \frac{\tilde{u}f\hat{m}^2 - \tilde{u}f^2\hat{m} - y_m\hat{m}^2 f}{f^2\hat{m}^2} \quad (4.49)$$

Já quando o lado descendente da curva representativa da folga está ativo, as equações de atualização para os parâmetros \hat{m} , \hat{c}_r , \hat{c}_l são expressas como:

$$\hat{m} = \frac{\tilde{u}y_m f^2 + \tilde{u}f^3 \hat{c}_l}{\tilde{u}y_m f + \tilde{u}f^2 \hat{c}_l - y_m^2 f - 2y_m f^2 \hat{c}_l - f^3 \hat{c}_l^2} \quad (4.50)$$

$$\hat{c}_r = \frac{\tilde{u}f\hat{m}^2 - \tilde{u}f^2\hat{m} - y_m\hat{m}^2 f}{f^2\hat{m}^2} \quad (4.51)$$

$$\hat{c}_l = \frac{\tilde{u}f\hat{m}^2 - \tilde{u}f^2\hat{m} - y_m\hat{m}^2 f}{f^2\hat{m}^2} \quad (4.52)$$

Nesta nova proposta foram calculados apenas os três parâmetros estimados da folga inversa, ou seja, não foi necessário atualizar f como na proposta anterior. Com isso, fica claro que esta

proposta inédita diminui os esforços computacionais. Na próxima subseção será apresentado um exemplo numérico a fim de comprovar a eficiência desta nova técnica.

4.9.3 Exemplo Numérico

Nesta subseção, segue-se o mesmo exemplo ilustrativo apresentado tanto em [Santos & Vieira 2008c] quanto em [Coelho 1997]. Este exemplo considerado é um sistema de terceira ordem, sendo este, o primeiro exemplo abordado anteriormente, justamente para verificação da melhoria conseguida. O fluxograma descrito no Apêndice B também é o mesmo utilizado para a obtenção dos resultados desta nova proposta.

A planta linear de terceira ordem é a seguinte:

$$G(D) = \frac{1 \times 10^{-5}z^2 + 4 \times 10^{-5}z + 1 \times 10^{-5}}{z^3 - 2,88504z^2 + 2,77196z - 0,88692}$$

com $B(\cdot)$ desconhecida:

$$m = 1,3; \quad c_r = 3; \quad c_l = -3$$

Adota-se a seguinte configuração para o sistema em malha fechada: $y_m = 10 \cdot \text{sen}(12,6t)$, os valores iniciais iguais a $\hat{m} = 0,7$, $\hat{c}_r = 0,5$, $\hat{c}_l = -0,23$ e o ganho $f = 0,21$.

Primeiramente, é mostrado que o filtro projetado na seção 4.8 recupera a entrada da planta linear de terceira ordem. Através da resolução da LMI em (4.33), os parâmetros do filtro obtidos são:

$$A_f = \begin{pmatrix} -2,067 \times 10^5 & 1,163 \times 10^5 & -9,043 \times 10^4 \\ -2,099 \times 10^5 & 1,181 \times 10^5 & -9,182 \times 10^4 \\ 2,025 \times 10^5 & -1,139 \times 10^5 & 8,862 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$B_f = \begin{pmatrix} 0,140 \\ 1,419 \\ -1,370 \end{pmatrix}$$

$$C_f = \begin{pmatrix} -18,610 & 10,470 & -8,142 \end{pmatrix}$$

$$D_f = 1,258 \times 10^{-5}$$

Para a simulação, coloca-se uma entrada senoidal para a planta de amplitude igual a 1, tempo de amostragem igual a 1 e com 1000 amostras por período, e logo após a planta linear o filtro

é inserido. A Fig. 4.14 mostra que a saída do filtro recupera a entrada senoidal depois de um curto intervalo de tempo.

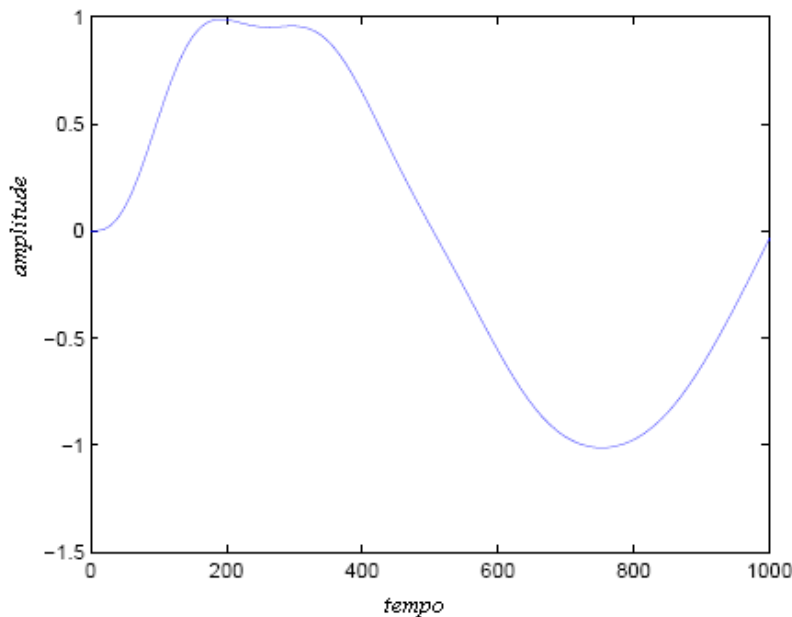


Figura 4.14: Entrada senoidal recuperada através do filtro.

A Fig. 4.15 mostra os sinais $u(t)$ (curva azul), $u_d(t)$ (curva preta) e o erro de controle $\tilde{u}(t) = u_d(t) - u(t)$ (curva vermelha). Como no início da simulação a diferença entre os sinais é grande, a Fig. 4.16 mostra a mesma figura anterior a partir do instante $t = 5$, que é próximo ao instante que diminui drasticamente para os valores esperados.

A diferença entre os parâmetros de B e os de sua inversa $\hat{B}I$ são descritos na Fig. 4.17.

Ao observar a Fig. 4.16, fica claro que o erro de controle converge para um valor aceitável em um rápido intervalo de tempo (aproximadamente 5 instantes de tempo). Além disso, através da Fig. 4.17, nota-se que os parâmetros estimados praticamente alcançam os valores dos parâmetros da folga.

A Fig. 4.18 compara os resultados do erro de controle obtidos usando as propostas descritas nos resultados anteriores [Santos & Vieira 2008c] (curva azul), [Coelho 1997] (curva preta) e os novos resultados obtidos [Santos & Iano 2010] (curva vermelha). Também fez-se necessário inserir a Fig. 4.19 que simula a partir do instante $t = 5$ para uma melhor visualização dos resultados. Nota-se facilmente que o erro de controle dado pela nova proposta e as demais são praticamente iguais com amplitude de 4.

Neste exemplo, pôde-se verificar que os parâmetros da folga inversa praticamente atingem os mesmos valores dos parâmetros da folga, pois a diferença entre eles tende para zero. Torna-

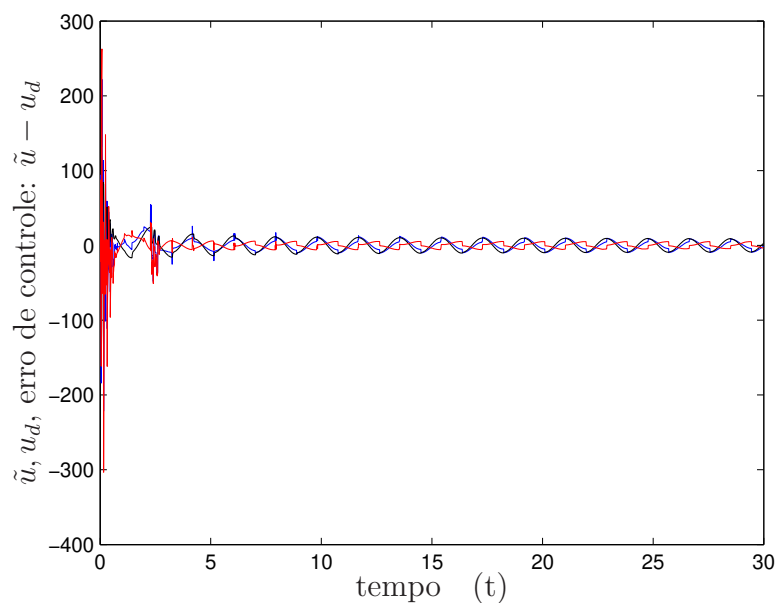


Figura 4.15: $\tilde{u}(t)$ (azul), $u_d(t)$ (preto) e erro de controle (vermelho).

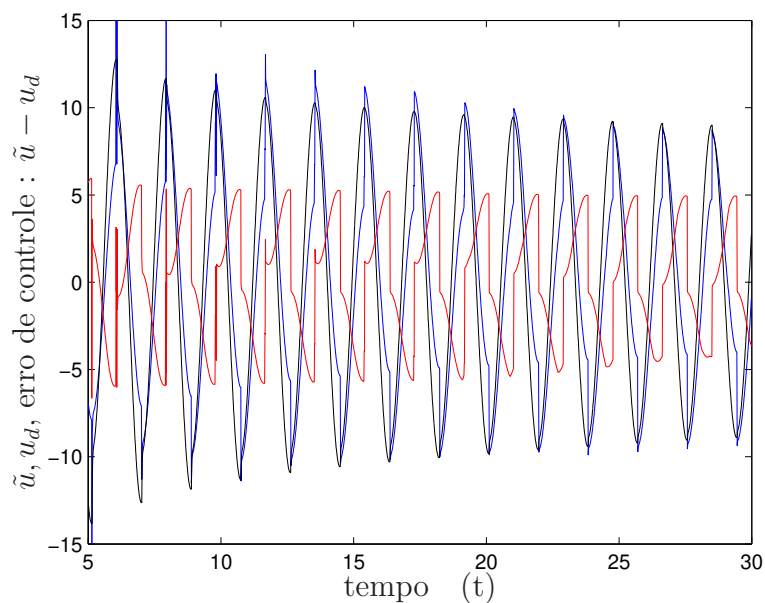


Figura 4.16: $\tilde{u}(t)$ (azul), $u_d(t)$ (preto) e erro de controle (vermelho) a partir de $t = 5$.

se importante salientar que a nova proposta utiliza a saída da folga estimada aprimorando os resultados obtidos anteriormente. Além disso, enfatiza-se que como foi utilizado um controlador linear, diminuiu-se muito o esforço computacional, porém para algumas situações de valores

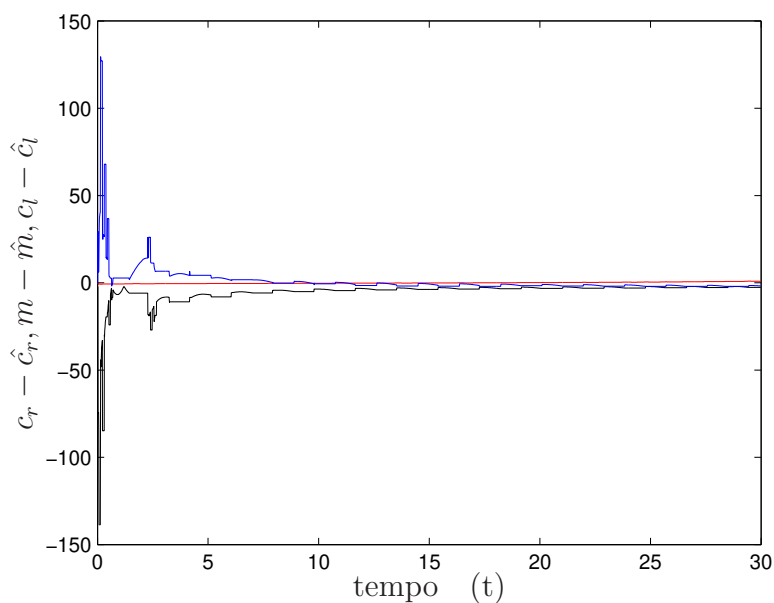


Figura 4.17: Diferença entre os parâmetros da folga e os parâmetros estimados $c_r - \hat{c}_r$ (azul), $m - \hat{m}$ (vermelho), $c_l - \hat{c}_l$ (preto).

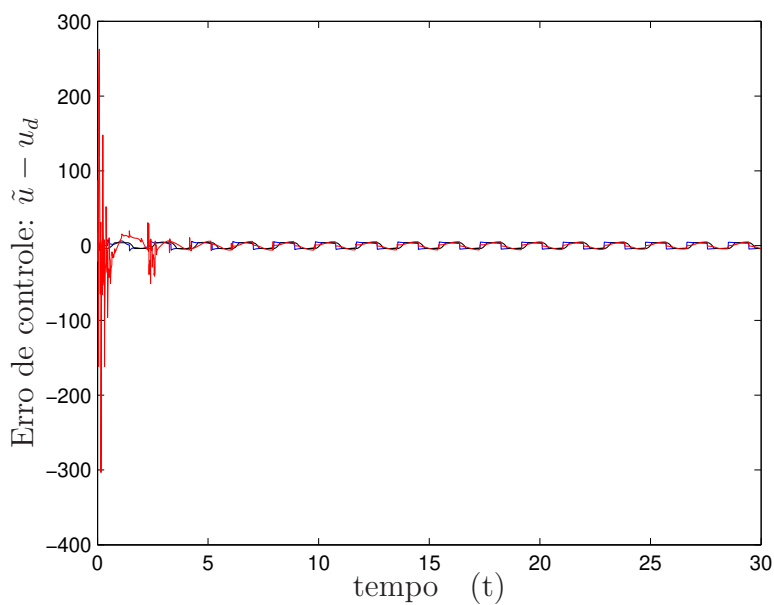


Figura 4.18: Erro de controle da proposta de (dos Santos e Vieira, 2008) (azul), de (Coelho, 1997) (preto) e a nova abordagem (vermelho).

iniciais dos parâmetros estimados, o algoritmo não funciona tão bem (veja Apêndice C).

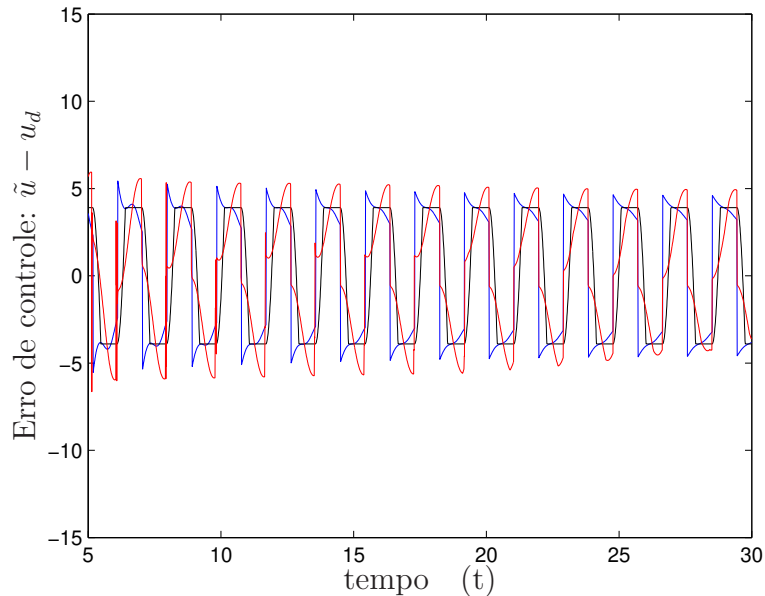


Figura 4.19: Zoom do erro de controle da proposta de (dos Santos e Vieira, 2008)(azul), de (Coelho, 1997)(preto) e a nova abordagem(vermelho).

4.10 Conclusão

Os conceitos anteriormente explicitados referem-se a uma abordagem inédita de controle adaptativo para sistemas com folga utilizando sua inversa estimada. Para isto, foi apresentado o modelo discreto da folga além do modelo discreto da folga inversa.

Após a apresentação destes modelos, iniciou-se o desenvolvimento do controle adaptativo da folga inversa, seguido de uma breve explicação do controle adaptativo existente, retirado da segunda técnica citada no segundo capítulo deste trabalho, objetivando mencionar o controle adaptativo proposto. Com isto, foram obtidas novas equações de atualização de parâmetros.

Em seguida, foram desenvolvidas novas abordagens com diferentes estruturas de controle, discretas no tempo, baseado na folga inversa adaptativa para plantas que tem uma parte linear conhecida com uma folga desconhecida em sua entrada. Além disso, foi utilizado um filtro para recuperar a entrada da planta linear, ou seja, a saída da folga desconhecida, projetado na seção 4.8.

Diante dos dois primeiros exemplos numéricos abordados acima, fica comprovado, a eficiência desta nova proposta, pois além de ter diminuído a estrutura de controle, houve a redução do esforço computacional de técnicas de controle adaptativo para sistemas com folga desconhecida já existentes na literatura.

Verificou-se através do último exemplo computacional que os valores dos parâmetros da folga

inversa se aproximam dos valores dos parâmetros da folga em um curto intervalo de tempo. Além disso, obteve-se também erro de controle satisfatório comparado com os apresentados em [Santos & Vieira 2008c] e em [Coelho 1997].

É importante comentar que no exemplo em [Coelho 1997], foram adicionadas três estruturas para compensar os efeitos da folga (vide Fig. 4.4), e em [Santos & Vieira 2008c] (Fig. 4.5) foi utilizado um bloco adicional (bloco do controlador adaptativo proporcional), porém, ambas apresentam um erro de controle. Nesta nova abordagem (Fig. 4.13), utilizou-se dois blocos da folga inversa estimada que juntos conseguiram obter o mesmo erro de controle das demais. Em suma, pode-se concluir que estas novas abordagens fornecem uma contribuição significativa para sistemas discretos no tempo com folga desconhecida [Santos & Iano 2010].

Capítulo 5

Controle Adaptativo de Sistemas Contínuos no Tempo com Folga

5.1 Introdução

Algoritmos de Computação Evolutiva (CE), em geral, buscam incorporar alguns aspectos da evolução (tais como, reprodução, seleção, competição) com o objetivo de identificar soluções promissoras para, por exemplo, problemas de otimização com um custo computacional relativamente baixo [Back, Fogel & Michalewicz 2000]. Abordagens de CE têm sido largamente aplicadas a problemas em várias áreas [Back, Hammel & Schwefel 1997], [Fleming & Purshouse 2002], [Kicinger, Arciszewski & De Jong 2005], [Yao & Xu 2006]. Mais recentemente, a abordagem CMA-ES *Covariance Matrix Adaptation-Evolution Strategy* [Hansen, Müller & Koumoutsakos 2003] tem se mostrado promissora quando aplicada a problemas de otimização desafiadores [Auger & Hansen 2005].

Embora algumas abordagens utilizando técnicas de Inteligência Computacional (IC) (por exemplo, redes neurais [Baruch, Beltran & Nenkova 2004], [Xiaofang, Yaonan, Wei & Lianghong 2010]) tenham sido propostas para controlar sistemas com folga, ainda não existem propostas que utilizem algoritmos de CE. Neste capítulo, aplica-se uma estratégia evolutiva para reduzir os efeitos indesejáveis da folga em um sistema, que são cancelados através de uma estimação dos parâmetros da folga inversa. Neste trabalho, esta estimação é feita utilizando-se o algoritmo CMA-ES para minimizar o erro de controle do sistema, ou seja, a diferença entre a saída da folga e a entrada da folga inversa adaptativa. Diversas abordagens para estimação dos parâmetros da folga inversa têm sido propostas [Tao & Kokotovic 1995b], [Baruch et al. 2004], [Zhou, Zhang & Wen 2007], [Xiaofang et al. 2010], [Gu, Zhu, Feng & Su 2011].

Em [Tao & Kokotovic 1995b], os autores apresentam um esquema de controle a tempo contínuo

para compensar os efeitos da folga. Neste mesmo trabalho, é sugerida uma lei para atualizar a estimação dos parâmetros da folga. Nesta proposta de controle, considera-se o algoritmo CMA-ES para a busca de atualização para os parâmetros estimados da folga inversa.

5.2 Estratégias Evolutivas e CMA-ES

Estratégias evolutivas (*Evolution Strategies - ES*) são uma classe de algoritmos evolutivos desenvolvidos inicialmente para lidar com problemas de otimização experimental de parâmetros de sistemas físicos em dinâmica dos fluidos [Bäck, Hoffmeister & Schwefel 1991]. Atualmente, algoritmos baseados em estratégias evolutivas têm sido largamente aplicados em problemas de diversas áreas [Beyer & Schwefel 2002].

Em ES, cada indivíduo $v = (\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{C})$ é composto por um vetor \mathbf{x} de atributos e os conjuntos $\boldsymbol{\sigma}$ e \mathbf{C} de parâmetros, onde $\boldsymbol{\sigma}$ (vetor de desvio-padrão) e \mathbf{C} (matriz de covariância) representam geralmente os parâmetros de uma função densidade de probabilidade utilizada na etapa de mutação de um indivíduo. Dada uma população composta por μ indivíduos, λ filhos são gerados a cada iteração. A seleção de indivíduos para a próxima geração pode ser realizada utilizando-se um dos dois tipos de estratégias: (1) escolhem-se os μ indivíduos mais aptos da população resultante da união dos conjuntos de μ pais e λ filhos; (2) dos λ filhos gerados ($\lambda \geq \mu$), escolhem-se os μ indivíduos mais aptos. A Fig. 5.1 ilustra as principais etapas de uma estratégia evolutiva.

Com o objetivo de auto-ajustar os valores dos parâmetros σ e C da etapa de mutação, [Hansen & Ostermeier 2001] propuseram o algoritmo CMA-ES. Para o (μ_I, λ) -CMA-ES, os λ descendentes da geração $g + 1$ são criados por [Hansen et al. 2003].

$$x_k^{(g+1)} = \langle x \rangle_\mu^{(g)} + \underbrace{\sigma^{(g)} B^{(g)} D^{(g)} z_k^{(g+1)}}_{N(\mathbf{0}, \mathbf{C}^{(g)})}, \quad (5.1)$$

$$k = 1, 2, \dots, \lambda,$$

onde

$$\langle x \rangle_\mu^{(g)} = \frac{1}{\mu} \sum_{i \in I_{sel}^{(g)}} x_i^{(g)}, \quad (5.2)$$

representa o centro de massa dos indivíduos da geração g selecionados, $I_{sel}^{(g)}$ representa o conjunto dos índices dos indivíduos selecionados, com $\#I_{sel}^{(g)} = \mu$, e $\sigma^{(g)}$ é o tamanho do passo global.

Na equação (5.1), z_k são vetores amostrados seguindo uma distribuição normal com média zero e matriz de covariância dada pela matriz identidade (isto é, $z_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I})$). Da mesma forma

```

1: Inicialize  $\mu$  indivíduos;
2: Avalie todos os indivíduos;
3:  $k = 1$ 
4: while CriterioParadaNaoSatisfeito() do
5:    $i=1$ 
6:   while  $i \leq \lambda$  do
7:     Selecione ( $\rho \leq 2$ ) pais aleatoriamente
8:     Recombine os indivíduos
9:     Aplique mutação sobre o indivíduo gerado
10:     $i = i + 1$ 
11:   Avalie todos os indivíduos gerados
12:   Selecione os  $\mu$  melhores indivíduos de  $\lambda$  ou  $\mu + \lambda$ 
13:    $k = k + 1$ 

```

Figura 5.1: Pseudo-código de um algoritmo $(\mu, + \lambda)$ -ES.

que para a equação (5.2), é possível calcular o centro de massa dos valores $z_k^{(g+1)}$ por meio da Equação (5.3).

$$\langle z \rangle_{\mu}^{(g+1)} = \frac{1}{\mu} \sum_{i \in I_{sel}^{(g+1)}} z_i^{(g+1)} \quad (5.3)$$

Na equação (5.1), a matriz de covariância $C^{(g+1)}$ dos vetores $B^{(g)} D^{(g)} z_k^{(g+1)}$ é uma matriz $n \times n$ simétrica positiva. As colunas da matriz ortogonal $B^{(g)}$ representam os autovetores normalizados da matriz de covariância. $D^{(g)}$ é uma matriz diagonal cujos elementos são a raiz quadrada dos autovalores da matriz de covariância. Portanto, CMA emprega uma análise dos componentes principais (*Principal Component Analysis*) dos passos de mutação selecionados na geração anterior para calcular a distribuição a ser empregada pela mutação na próxima geração [Hansen & Ostermeier 2001].

Os mecanismos de adaptação determinísticos descritos a seguir, propostos para o CMA-ES, tornaram este algoritmo auto-ajustável. O primeiro mecanismo a ser descrito diz respeito à adaptação da matriz de covariância $C^{(g)}$. A equação (5.4) define o cálculo do caminho da evolução, que é usado na Equação (5.5) para construir a matriz de covariância da geração $(g + 1)$.

$$\begin{aligned}
p_c^{(g+1)} &= (1 - c_c) \cdot p_c^{(g)} + \sqrt{c_c \cdot (2 - c_c)} \\
&\quad \times \underbrace{\frac{\sqrt{\mu}}{\sigma^{(g)}} (\langle x \rangle_\mu^{(g+1)} - \langle x \rangle_\mu^{(g)})}_{\mu B^{(g)} D^{(g)} \langle z \rangle_\mu^{(g+1)}}, \tag{5.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C^{(g+1)} &= (1 - c_{cov}) \cdot C^{(g)} \\
&\quad + c_{cov} \cdot p_c^{(g+1)} (p_c^{(g+1)})^T \tag{5.5}
\end{aligned}$$

O segundo mecanismo de adaptação do CMA-ES é empregado para ajustar o tamanho do passo global $\sigma^{(g)}$. Primeiramente, o caminho da evolução de $\sigma^{(g+1)}$ é calculado como dado na equação (5.6). O tamanho do passo global é atualizado como mostrado na equação (5.7).

$$\begin{aligned}
p_\sigma^{(g+1)} &= (1 - c_\sigma) \cdot p_\sigma^{(g)} + \sqrt{c_\sigma \cdot (2 - c_\sigma)} \\
&\quad \times \underbrace{\frac{\sqrt{\mu} B^{(g)} \langle z \rangle_\mu^{(g+1)}}{B^{(g)} (D^{(g)})^{-1} (B^{(g)})^{-1} \frac{\sqrt{\mu}}{\sigma^{(g)}} (\langle x \rangle_\mu^{(g+1)} - \langle x \rangle_\mu^{(g)})}}, \tag{5.6}
\end{aligned}$$

$$\sigma^{(g+1)} = \sigma^{(g)} \cdot \exp \left(\frac{1}{d_\sigma} \frac{\|p_\sigma^{(g+1)}\| - \hat{\chi}_n}{\hat{\chi}_n} \right), \tag{5.7}$$

onde $\hat{\chi}_n = E[\|N(0, I)\|]$ e $d_\sigma > 1$ é um parâmetro do algoritmo.

5.3 Modelagem Matemática do Problema

O algoritmo CMA-ES descrito anteriormente fará a atualização dos parâmetros estimados da folga inversa a fim de estimá-los com precisão, buscando melhorias dos resultados já existentes na literatura. Como neste capítulo, estes novos resultados são em tempo contínuo, faz-se necessário descrever os modelos contínuos da folga inversa e da folga inversa adaptativa.

5.3.1 Modelo Contínuo da Folga Inversa

A equação (5.8) representa um modelo de tempo contínuo da inversão da folga:

$$\dot{v}(t) = \begin{cases} \frac{1}{m} \dot{u}_d(t) & \text{se } \dot{u}_d(t) > 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{m} + c_r \\ \frac{1}{m} \dot{u}_d(t) & \text{se } \dot{u}_d(t) < 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{m} + c_l \\ 0 & \text{se } \dot{u}_d(t) = 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

Vide Fig. 4.2 para visualizar a representação gráfica da inversão da folga.

5.3.2 Modelo da Folga Inversa Adaptativa

Na realidade, a folga inversa é raramente conhecida. Desta forma, somente uma folga inversa estimada $\hat{B}I(\cdot)$ poderá ser implementada. Este estimador deverá ter uma atualização *on-line* de seus dados, e para isto será utilizado para a folga regras adaptativas especialmente projetadas para cada caso [Tao & Kokotovic 1996].

O projeto de compensação mostrado na Fig. 5.2 pode ser descrito pela equação (5.9):

$$v(t) = \hat{B}I(u_d(t)) \quad (5.9)$$

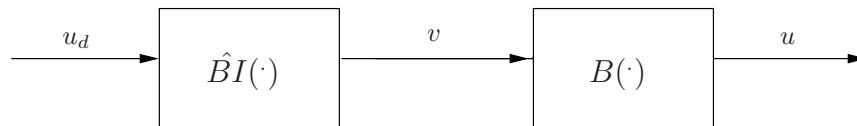


Figura 5.2: Esquema da compensação para a folga na entrada.

Assim, um modelo de tempo contínuo da folga inversa estimada apresentada na Fig. 5.2 é dado pela equação (5.10):

$$\dot{v}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\hat{m}} \dot{u}_d(t) & \text{se } \dot{u}_d(t) > 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_r \\ \frac{1}{\hat{m}} \dot{u}_d(t) & \text{se } \dot{u}_d(t) < 0 \text{ e } v(t) = \frac{u_d(t)}{\hat{m}} + \hat{c}_l \\ 0 & \text{se } \dot{u}_d(t) = 0 \end{cases} \quad (5.10)$$

bastando para isso utilizar os parâmetros estimados da folga inversa (\hat{c}_r , \hat{c}_l e \hat{m}) ao invés dos parâmetros c_r , c_l e m .

5.4 Controle Existente da Folga Inversa Adaptativa

A Fig. 5.3 mostra a estrutura do controlador adaptativo da folga inversa utilizada na primeira técnica descrita no capítulo 2.

O sinal de controle desejado $u_d(t)$ é gerado por:

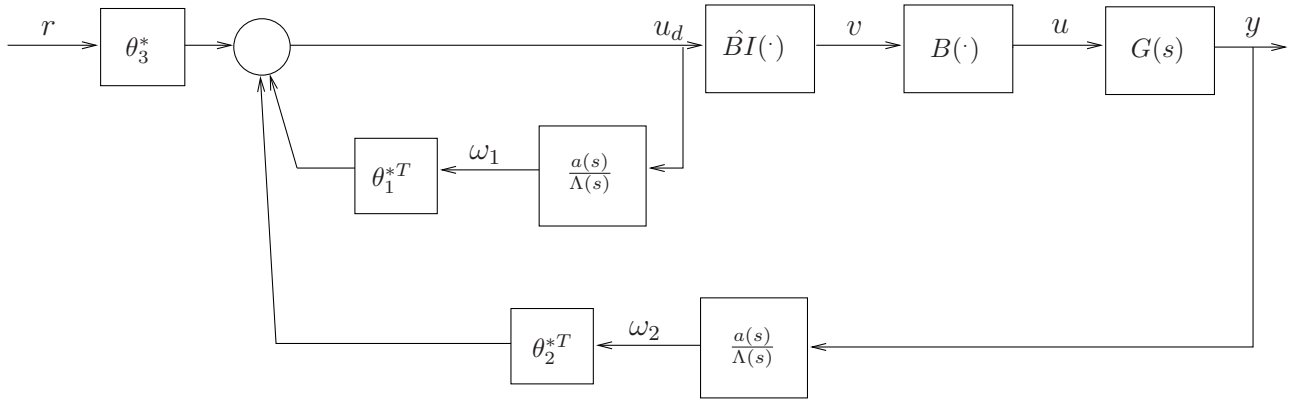


Figura 5.3: Estrutura do controlador adaptativo.

$$u_d(t) = \theta_1^{*T} \omega_1(t) + \theta_2^{*T} \omega_2(t) + \theta_3^{*T} r(t) \quad (5.11)$$

onde $\omega_1 = \frac{a(s)}{\Lambda(s)}[u_d](t)$, $\omega_2 = \frac{a(s)}{\Lambda(s)}[y](t)$, $a(s) = (1, s, \dots, s^{n-1})^T$, $\theta_1^* = (\theta_{11}^*, \dots, \theta_{1n}^*) \in \mathfrak{R}^n$, $\theta_2^* = (\theta_{21}^*, \dots, \theta_{2n}^*) \in \mathfrak{R}^n$, $\theta_3^* \in \mathfrak{R}$ e $\Lambda(s)$ é um polinômio Hurwitz escolhido de grau n [Tao & Kokotovic 1996].

Por hipótese, como a planta $G(s) = k_p \frac{Z(s)}{R(s)}$ é conhecida, (onde k_p é uma constante diferente de zero, $Z(s)$ e $R(s)$ são polinômios mônicos em s de graus m e n respectivamente), logo pode-se resolver a equação Diofantina:

$$\theta_1^{*T} a(s)R(s) + \theta_2^{*T} a(s)k_p Z(s) = \Lambda(s)(R(s) - k_p \theta_3^* Z(s)R_m(s)), \theta_3^* = k_p^{-1} \quad (5.12)$$

para a obtenção de θ_1^* , θ_2^* , θ_3^* e com isso, implementar o controlador linear de (5.11) [Tao & Kokotovic 1995b].

Vale lembrar que para empregar um modelo de referência aproximado, caracteriza-se o sinal de referência y_m como $y_m = \frac{1}{R_m(s)}[r](t)$, onde R_m é um polinômio estável e $r(t)$ é limitado e diferenciável por partes [Tao & Kokotovic 1995b].

Para desenvolver uma lei adaptativa para atualizar os parâmetros estimados da folga (\hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l), primeiro é necessário parametrizar o erro de controle $u(t) - u_d(t)$ usando a folga inversa adaptativa (5.10).

Como neste tópico é realizada somente uma explicação rápida desta técnica para poder servir de base para os resultados deste capítulo, não cabe aqui inserir os cálculos da parametrização que podem ser encontrados em [Tao & Kokotovic 1995b], [Tao & Kokotovic 1996] ou em [Coelho 1997].

5.4.1 Lei Adaptativa

Por fim, a última parte desta técnica é a lei adaptativa para fazer a atualização dos parâmetros da folga inversa estimada. A equação de erro que é familiar da teoria de controle adaptativa linear [Narendra & Annaswamy 1989] e [Ioannou & Tsakalis 1986], sugere a seguinte lei de atualização dos parâmetros estimados da folga:

$$\dot{\theta}_b(t) = -\frac{\Gamma\zeta(t)(e(t) + \xi(t))}{z(t)} + f_b(t) \quad (5.13)$$

onde $\Gamma = \Gamma^T > 0$, $\zeta(t) = H(s)[\omega_b](t)$, $\xi(t) = \theta_b^T(t)\zeta(t) - H(s)[\theta_b^T\omega_b](t)$, $z(t) = 1 + \zeta^T(t)\zeta(t) + \xi^2(t)$ e $f_b(t)$ é um sinal de modificação- σ projetado como em [Ioannou & Tsakalis 1986] com projeção de parâmetros. Vale observar que $\theta_b^* = (mc_r, m, mc_l)^T$, ou seja, um vetor para atualizar os três parâmetros estimados da folga. Com θ_b calculado através de (5.13), obtém-se os parâmetros estimados: $\hat{c}_r = \frac{m\hat{c}_r}{\hat{m}}$, $\hat{c}_l = \frac{m\hat{c}_l}{\hat{m}}$ e \hat{m} [Tao & Kokotovic 1995b].

5.5 Problema de Otimização Proposto

O problema de otimização realizado neste trabalho se baseia no fato de que a entrada da folga inversa adaptativa u_d tem que ser igual a saída da folga u . Isso é conseguido se os parâmetros da folga inversa forem estimados corretamente, cancelando os efeitos indesejáveis da folga (vide Fig. 5.2).

Assim, o problema de otimização considerado nos experimentos aqui realizados é dado por:

$$\begin{aligned} \min_{\hat{m}, \hat{c}_r, \hat{c}_l} \quad & [u(t_i) - u_d(t_i)]^2, \quad \forall i = 1 \dots k \\ \text{sujeito a} \quad & \\ & \hat{m} \in [m_{min}, m_{max}]; \\ & \hat{c}_r \in [cr_{min}, cr_{max}]; \\ & \hat{c}_l \in [cl_{min}, cl_{max}]; \end{aligned} \quad (5.14)$$

sendo $u(t_i)$ obtido através da equação (2.1) do modelo contínuo no tempo da folga, t_i é a i -ésima janela de tempo definida no tempo de execução e k é o número de janelas.

Uma outra proposta seria considerar a função objetivo como a soma do erro acumulado desde o tempo $t = 0$ até o instante de tempo corrente, ou ainda durante uma janela de tempo, de maneira similar ao procedimento empregando o método de mínimo recursivo. Esta proposta também foi investigada, porém os resultados não foram satisfatórios. A metodologia de otimização instantânea descrita pela equação 5.14 se mostrou mais eficiente para o problema de controle

adaptativo de sistemas com folga desconhecida.

5.6 Modelagem Computacional

Na versão do algoritmo CMA-ES empregado aqui no controle de sistemas com folga, o número de indivíduos na população varia no decorrer da execução do algoritmo. Partindo de um valor máximo, o número de indivíduos é reduzido exponencialmente no decorrer das gerações. Este procedimento proporcionará ao algoritmo CMA-ES uma maior capacidade de exploração na fase inicial da busca. O modelo exponencial que determina o número de indivíduos na t -ésima geração é dado por:

$$N(t) = \max(N_{max} \cdot e^{-\lambda \cdot t}, N_{min}) \quad (5.15)$$

onde N_{max} e N_{min} são o número máximo e mínimo de indivíduos na população, respectivamente, e λ é o parâmetro que determina a velocidade do decaimento do número de indivíduos por geração. Para este parâmetro foi utilizado o valor 0,001.

O algoritmo CMA-ES é responsável pelo mecanismo de adaptação do subsistema de folga inversa, sendo este mecanismo aplicado de forma paralela ao sistema em execução (veja Fig. 5.4). A cada novo valor u_d amostrado o algoritmo CMA-ES buscará por valores de parâmetros \hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l que minimize a equação 5.14. A Fig. 5.4 ilustra o digrama do modelo computacional desenvolvido neste trabalho.

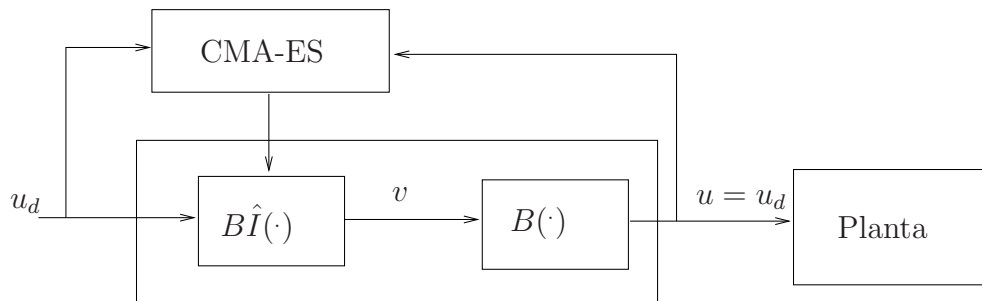


Figura 5.4: Diagrama do modelo computacional utilizado.

No procedimento de avaliação de *fitness*, cada indivíduo é avaliado como $[u(t_i) - u_d(t_i)]^2$, onde $u(t_i)$ é a saída do sistema utilizando os valores de \hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l para aquele indivíduo e $u_d(t_i)$ é o valor desejado da saída. Portanto, a cada avaliação de *fitness* de um indivíduo, é necessário atualizar os valores de \hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l em $BI(\cdot)$ com os valores presentes na solução a ser avaliada. Após a avaliação de um indivíduo, os valores de \hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l em $BI(\cdot)$ são atualizados com a melhor solução encontrada pelo CMA-ES ao longo da busca. Este procedimento é semelhante

ao processo de roubo de ciclo (*cycle stealing*) em arquitetura de computadores. Quando o tempo t é incrementado pelo sistema com folga, o valor da função de aptidão da melhor solução é atualizado, dado que o valor de u_d foi alterado.

Embora esteja-se tratando de sistemas com folga em tempo contínuo, para que o sistema seja possível de ser simulado em computador, é necessário definir uma taxa de amostragem para o sinal de entrada. Nos experimentos realizados foi considerada uma taxa de 1000 amostras/segundo.

5.7 Experimentos

Nesta seção são descritos os experimentos realizados no intuito de investigar a eficiência da metodologia evolutiva proposta neste trabalho.

5.7.1 Definição dos Experimentos

O foco dos experimentos realizados foi na remoção dos efeitos da folga, portanto, abstraindo a planta do sistema. O seguinte sinal de referência foi considerado:

$$y_m(t) = 10 \cdot \text{sen}(1,3t) \quad (5.16)$$

sendo $B(\cdot)$ desconhecida: $m = 0,7$, $c_r = 1,3$ e $c_l = -0,5$. O tempo de execução foi fixado em 15 segundos. Os intervalos de busca para a estimativa dos parâmetros da folga são: $\hat{m} \in [0, 2\pi]$, $\hat{c}_r \in [0, 10]$ e $\hat{c}_l \in [-10, 0]$. Este exemplo é o mesmo apresentado em [Tao & Kokotovic 1995b].

Devido à variabilidade intrínseca dos resultados produzidos pelo CMA-ES, este foi executado 100 vezes independentemente, sendo que os valores iniciais de \hat{m} , \hat{c}_l e \hat{c}_r foram gerados aleatoriamente em cada execução do algoritmo com distribuição uniforme nos intervalos considerados. Os resultados são analisados em termos da média e desvio-padrão. Para os parâmetros N_{max} e N_{min} , foram utilizados os seguintes valores, respectivamente: 100 e 20.

Os experimentos foram realizados utilizando Matlab versão R2010a em um computador Intel Core tm 2 Quad Q6600 @ 2,40 Ghz, com 2 GB de RAM e sistema operacional Windows XP.

5.7.2 Algoritmos Comparados

Com o intuito de analisar o desempenho da metodologia proposta frente a outros métodos consolidados na literatura, o amplamente difundido algoritmo de Tao-Kokotovic [Tao & Kokotovic 1995b] foi considerado nos experimentos. Este método que também foi desenvolvido para sistemas contínuos no tempo faz uso de uma equação diferencial para modelar a dinâmica

do sistema. Aqui a taxa de amostragem do sinal de entrada também foi da ordem de 1000 amostras/segundo.

É importante ressaltar que o método de Tao-Kokotovic realiza uma busca local, logo seu desempenho é condicionado à escolha de valores iniciais dos parâmetros que compartilham a mesma bacia de atração do ótimo global [Nocedal & Wright 2000]. Nos experimentos realizados, os parâmetros iniciais foram os mesmos utilizados em [Tao & Kokotovic 1995b]. Embora em outros sistemas com folgas valores iniciais adequados não são conhecidos *a priori*, aqui esta informação privilegiada é considerada disponível (apenas para o método de Tao-Kokotovic).

5.8 Resultados e Discussões

A diferença entre os parâmetros de $B(\cdot)$ e os de sua inversa $\hat{B}I(\cdot)$, estimados pelos métodos CMA-ES e Tao-Kokotovic (linha tracejada), são mostrados nas Figs. 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9. Para o CMA-ES, são apresentados o valor médio das melhores soluções obtidas até o momento (linha sólida - CMA-ES[m]) e os roubos de ciclos (pontos ao redor da linha sólida - CMA-ES[rc]) realizados para o cálculo do *fitness* dos indivíduos sobre as 100 execuções realizadas. É possível observar que conforme o algoritmo CMA-ES vai identificando as regiões promissoras no espaço de busca, a nuvem de pontos do roubo de ciclo vai se tornando mais estreita, claramente ilustrando o processo de convergência do algoritmo (Fig. 5.10). O fluxograma D mostra o fluxograma utilizado para a obtenção destes resultados.

Com base nas Figs. 5.5, 5.6 e 5.7, é possível verificar que, em média, o algoritmo CMA-ES identifica os parâmetros da folga mais rapidamente (antes de 5 segundos) do que o método de Tao-Kokotovic. É provável que a maior variação no comportamento do CMA-ES na fase inicial se deva ao fato de um número reduzido de pares u e u_d ter sido apresentado ao algoritmo. Portanto, uma vez que o algoritmo CMA-ES ainda dispõe de pouca informação acerca da topologia da função, é possível que o CMA-ES acabe por explorar regiões relativamente distantes do ótimo global no espaço da busca. À medida que são apresentados mais pares (u, u_d) , o CMA-ES é capaz de identificar regiões promissoras mais próximas do ótimo global do problema de otimização em questão, que levam a um erro de controle menor.

Como mencionado anteriormente, o método de Tao-Kokotovic é fortemente dependente da escolha dos parâmetros iniciais de \hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l . A fim de investigar esta sensibilidade, simulações foram realizadas com diferentes configurações de valores iniciais de \hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l . A Tabela 5.1 apresenta a porcentagem de vezes em que o algoritmo de Tao-Kokotovic encontrou uma solução que levou a um erro $(u_d - u)$ menor ou igual a um dado valor ϵ . Ou seja, uma vez alcançado um erro menor que ϵ , este se manteve menor em todo o restante da execução. Os resultados foram

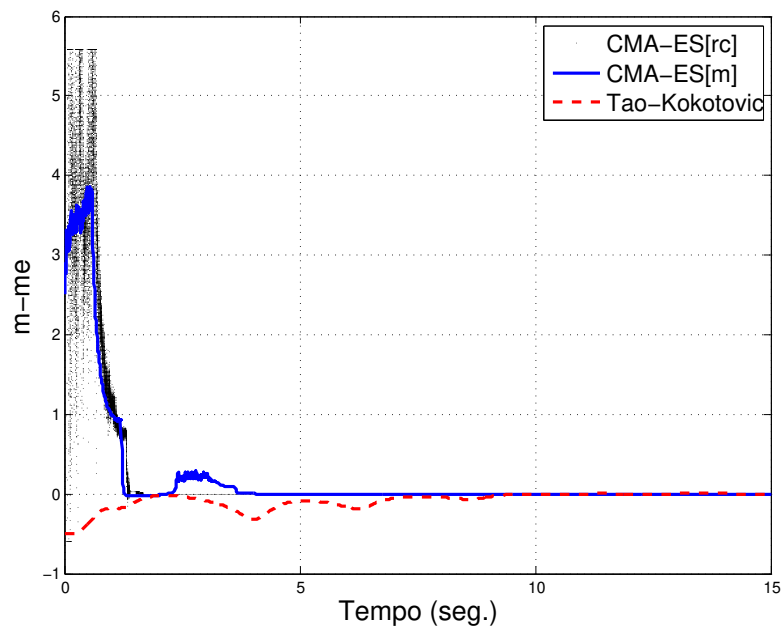


Figura 5.5: Diferença entre m e \hat{m} .

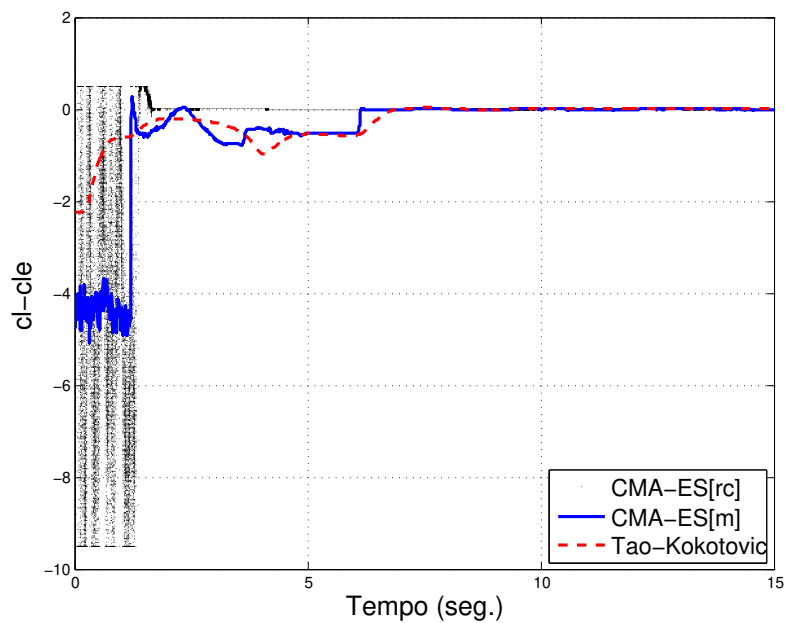


Figura 5.6: Diferença entre c_l e \hat{c}_l .

obtidos através de 100 execuções independentes do algoritmo de Tao-Kokotovic.

Com base na tabela 5.1 é possível verificar que, para o sinal de entrada utilizado nesta simulação, o método de Tao-Kokotovic é bastante sensível aos valores iniciais dos parâmetros da folga inversa, como esperado, dado que este é um método de busca local. Estes resultados

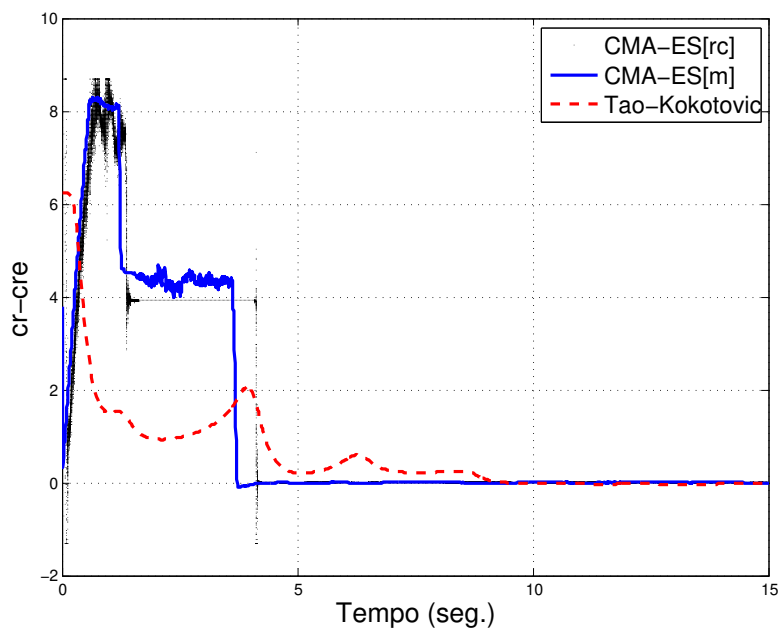


Figura 5.7: Diferença entre c_r e \hat{c}_r .

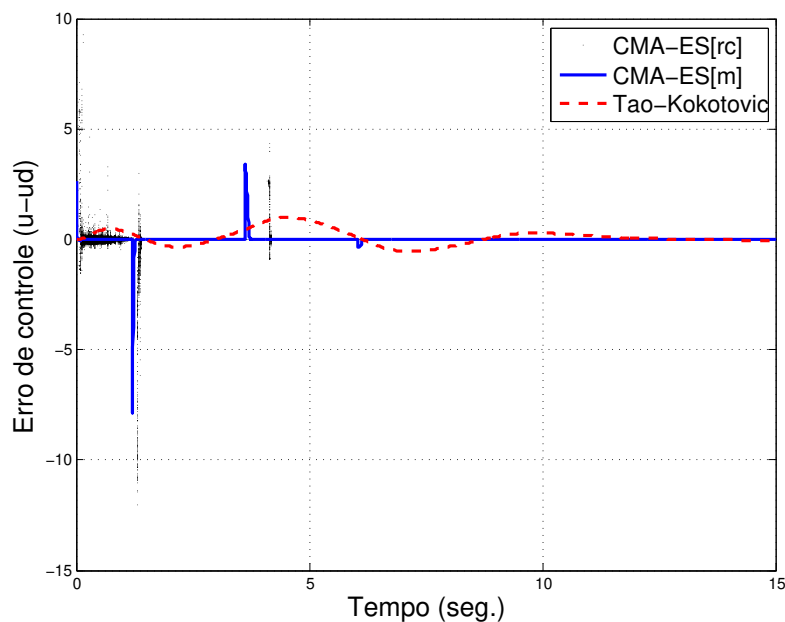


Figura 5.8: Erro de controle $(u - u_d)$.

indicam, possivelmente, uma alta multimodalidade da superfície de busca.

O algoritmo CMA-ES, embora não seja possível garantir sua convergência, é um algoritmo de busca global que possui capacidade de escapar de mínimos locais, não sendo suscetível à escolha dos valores iniciais, como pode ser constatado nos resultados obtidos. Em todas as simulações

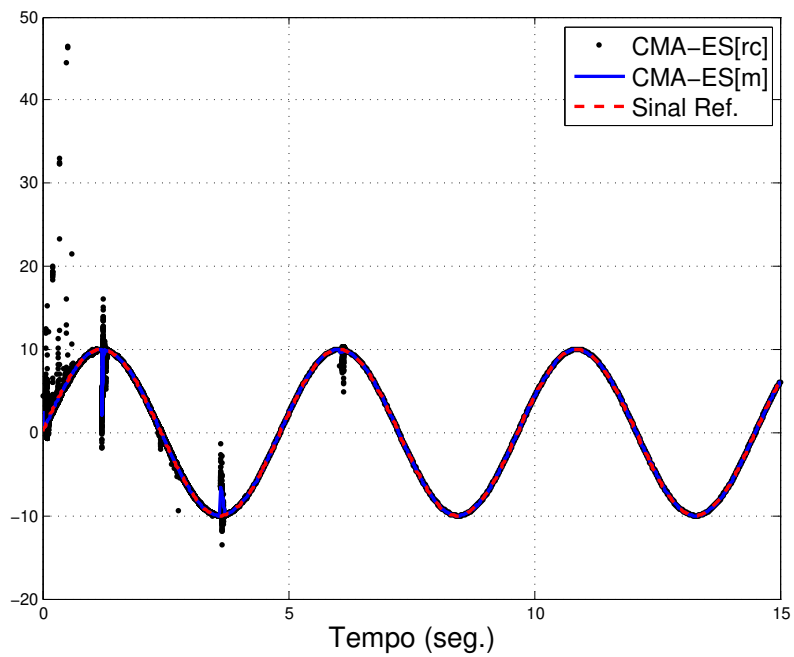
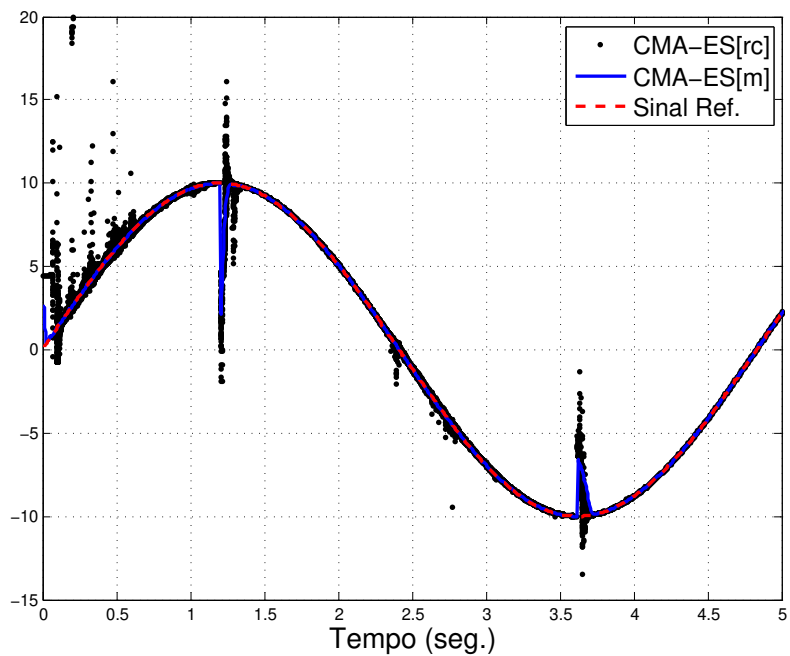
Figura 5.9: Entrada u_d e o valor u estimado.

Figura 5.10: Zoom da Fig. 5.9 no intervalo de 0 a 5 segundos.

realizadas com o método CMA-ES, este encontrou valores de parâmetros que levaram a erros menores do que $\epsilon = 0,001$.

Tabela 5.1: Convergência para o ótimo global dos métodos Tao-Kokotovic e CMA-ES para diferentes valores iniciais dos parâmetros \hat{m} , \hat{c}_r e \hat{c}_l .

Valor de ϵ	% de Convergência Tao-Kokotovic	% de Convergência CMA-ES
0,1	33%	100%
0,01	5%	100%
0,001	0%	100%

5.9 Conclusões

Neste capítulo, a abordagem CMA-ES foi aplicada ao problema de controle adaptativo de sistemas de tempo contínuo com folga desconhecida baseado na modelagem da folga inversa.

Os resultados apresentados neste trabalho indicam que, em média, o CMA-ES foi capaz de aproximar os valores estimados dos valores reais dos parâmetros da folga em um intervalo de tempo menor do que o tempo requerido pela abordagem proposta por [Tao & Kokotovic 1995*b*]. Adicionalmente, em geral, o CMA-ES é capaz de convergir para os valores reais dos parâmetros da folga partindo-se de diferentes condições iniciais dos parâmetros estimados.

Capítulo 6

Conclusões e Perspectivas

6.1 Conclusões Gerais

O objetivo deste trabalho é analisar e controlar sistemas resultantes da interconexão de uma planta linear com a não linearidade do tipo folga. Assim, com o objetivo de alcançar esta meta, foi primeiramente, realizado um estudo aprofundado sobre a não linearidade, que foi alcançado e apresentado no início do segundo capítulo deste trabalho através da descrição da folga, da sua modelagem matemática e da sua resposta periódica para o entendimento do funcionamento da mesma, ou seja, o que ela causa nos sistemas. Ato contínuo, é necessário ter o conhecimento de algumas técnicas existentes na literatura, a fim de aprimorá-las ou mesmo criar novos métodos para cancelar os efeitos indesejáveis da folga.

O capítulo 2 é extremamente importante devido à quantidade de conhecimentos explicitados para então atingir o objetivo completo deste trabalho, que foi dividido em duas partes: análise e controle de sistemas com folga. No Capítulo 3 foi realizada a análise de estabilidade do sistema resultante da interconexão de uma planta linear com a não linearidade do tipo folga. Vale ressaltar que além da não linearidade do tipo folga, neste terceiro capítulo, incluiu-se uma saturação na entrada da folga, causando ainda mais danos ao sistema. Foram calculadas condições construtivas para a estabilidade global de sistema não linear, que foram escritas em termos de desigualdades matriciais (LMIs). Portanto, neste capítulo, foi apresentada uma abordagem inédita de análise de estabilidade de sistemas com saturação seguida de folga, obtendo-se resultados de estabilidade de convergência global. O exemplo numérico, ali explicitado, serve de validação e comprovação da eficiência desta nova proposta, tendo em vista que as trajetórias convergiram para as retas mostradas no plano $x_1 - x_3$ e, tanto a saturação quanto a folga foram canceladas do sistema em malha fechada em aproximadamente 7 segundos.

Depois da obtenção da primeira parte do objetivo, qual seja, análise de estabilidade, o controle

de sistemas com folga foi descrito tanto no capítulo 4 quanto no capítulo 5 para a finalização do objetivo deste trabalho. No capítulo 4 fica demonstrado um resultado inédito de controle adaptativo para sistemas discretos no tempo com folga, utilizando sua inversa estimada, através da inserção de uma única realimentação composta por um controlador linear adaptativo, capaz de realizar a atualização dos parâmetros estimados da folga inversa. Desta forma, quatro parâmetros foram atualizados a cada iteração do programa, porém, os que realmente interessavam eram os parâmetros estimados da folga inversa, não desvalorizando o parâmetro f do controlador linear, pois através da atualização dele conseguiu-se fazer com que os parâmetros estimados praticamente se igualassem aos parâmetros da folga desconhecida. Diante de dois exemplos numéricos, fica comprovada, a eficiência desta primeira proposta de controle, pois além de uma diminuição da estrutura de controle, houve a redução do esforço computacional de técnicas de controle adaptativo, já existentes na literatura, para sistemas com folga desconhecida.

Ainda no quarto capítulo também foi desenvolvido uma estrutura de controle adaptativo, para sistemas discretos no tempo, baseado na folga inversa adaptativa para plantas que tem uma parte linear conhecida com uma folga desconhecida em sua entrada. Entretanto, esta nova abordagem tem mais contribuição científica do que a anterior, pois se conseguiu aprimorar o resultado anteriormente obtido de controle adaptativo para sistemas com folga. Para a obtenção deste resultado aprimorado, primeiramente, projetou-se um problema de filtragem para estimar a saída da folga, uma vez que ela é desconhecida, ou seja, não pode ser medida. Dessa forma, para conseguir recuperar o sinal da saída da folga, isto é, da entrada da planta, foi utilizado um filtro em sua saída, fazendo com que este filtro fosse a planta inversa para que a saída deste filtro se igualasse à entrada da planta. Este problema não é simples já que a inversa da planta é não realizável. Vale ressaltar que, este filtro não é a planta inversa, mas, foi projetado para que sua saída fosse a entrada da planta. Para resolver este problema de filtragem foi utilizada a norma H-infinito como critério de minimização do erro. As matrizes do filtro foram obtidas através da resolução de uma LMI. Para comprovar que este problema de filtragem conseguiu recuperar a entrada da planta linear, foi mostrado ao final do capítulo, dentro do exemplo numérico, que ao se colocar uma entrada senoidal na entrada da planta, a saída deste filtro, logo após o primeiro pico da onda senoidal, se tornou igual a esta senóide com a mesma amplitude imposta na entrada.

Após a obtenção das matrizes deste filtro, uma nova estrutura de controle adaptativo para sistemas com folga desconhecida foi elaborada, consistindo de dois blocos com a folga inversa adaptativa, sendo um realimentado por um ganho linear e o outro multiplicado por este mesmo ganho. Então, o erro de controle desta estrutura é a diferença entre a saída estimada da folga e a entrada da folga inversa adaptativa, a fim de eliminar os efeitos danosos causados pela folga. Através de um exemplo numérico fica comprovado que esta técnica apresentou um resultado

satisfatório, tendo em vista que foi feita uma comparação com outros resultados da literatura, inclusive com o primeiro resultado deste capítulo e o erro de controle também tornou-se aceitável em um curto intervalo de tempo.

É relevante comentar que a técnica existente na literatura utilizada como comparação no capítulo 4 possui três estruturas de realimentação para compensar os efeitos da folga, enquanto que os resultados apresentados neste manuscrito possuem apenas um e/ou dois blocos de realimentação, diminuindo os esforços computacionais. Porém, para algumas situações a proposta não funciona tão bem, dependendo da inicialização dos parâmetros estimados da folga e do parâmetro do controlador linear f .

Para a questão de controle, uma valorização ainda maior, foi extrapolar a estrutura de controle para sistemas contínuos no tempo, uma vez que é necessário levar em consideração as derivadas de $u(t)$ e $u_d(t)$, aumentando o esforço computacional. A abordagem CMA-ES foi aplicada ao problema de controle adaptativo com folga desconhecida baseado na modelagem da folga inversa.

Os resultados apresentados no quinto capítulo indicam que, a estratégia evolutiva (CMA-ES) utilizada para a atualização dos parâmetros estimados da folga inversa foi capaz de alcançar os valores reais dos parâmetros da folga em um intervalo de tempo menor do que o tempo requerido pela abordagem proposta por [Tao & Kokotovic 1995b]. Adicionalmente, o algoritmo CMA-ES foi capaz de convergir para os valores reais dos parâmetros da folga partindo-se de diferentes condições iniciais dos parâmetros estimados. Vale destacar que ainda não existiam na literatura resultados de computação evolutiva para sistemas com folga desconhecida, apenas existem abordagens com a utilização de lógica fuzzy e redes neurais.

Portanto, pode-se concluir que este trabalho de doutorado fornece uma contribuição científica significativa tanto para análise de sistemas que possuem uma folga desconhecida seguida por uma planta linear conhecida, quanto para controle adaptativo de sistemas discretos e também contínuos no tempo com folga desconhecida.

6.2 Trabalhos Futuros

Para dar continuidade a esta linha de pesquisa, propõe-se, inicialmente, como trabalhos futuros para a parte de análise, projetar os ganhos K_1 e K_2 relaxando a hipótese de estabilidade na matriz A . Ademais, o contexto local também poderá ser estudado. Já para a parte de controle, pretende-se mudar a estrutura de controle, a fim de conseguir resultados semelhantes ou ainda melhores do que os resultados do quarto capítulo, para quaisquer valores iniciais dos parâmetros estimados da folga inversa e o parâmetro do controlador linear.

Pretende-se, também, iniciar pesquisas utilizando a não linearidade histerese, pouco abordada

nas literaturas atuais. Esta não linearidade é mais complexa do que a folga, pois não tem como conhecer sua trajetória com precisão.

Bibliografia

- Astrom, K. J. & Wittenmark, B. [1989], *Adaptive Control*, Addison-Wesley Publishing Company.
- Auger, A. & Hansen, N. [2005], Performance evaluation of an advanced local search evolutionary algorithm, *in* ‘Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2005’.
- Back, T., Fogel, D. & Michalewicz, Z. [2000], *Evolutionary Computation 1: Basic Algorithms and Operators*, Taylor & Francis.
- Back, T., Hammel, U. & Schwefel, H.-P. [1997], ‘Evolutionary computation: Comments on the history and current state’, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* **1**, 3–17.
- Bäck, T., Hoffmeister, F. & Schwefel, H.-P. [1991], A survey of evolution strategies, *in* ‘Fourth International Conference on Genetic Algorithms’.
- Barreiro, A. & Baños, A. [2006], ‘Input-output stability of systems with backlash’, *Automatica* **42**(6), 1017–1024.
- Baruch, I., Beltran, R. & Nenkova, B. [2004], A mechanical system backlash compensation by means of a recurrent neural multi-model, *in* ‘Proceedings of the 2nd IEEE International Conference on Intelligent Systems’.
- Bellanger, M. G. [2001], *Adaptive Digital Filters*, second edition, revised and expanded edn, Marcel Dekker, Inc.
- Beyer, H.-G. & Schwefel, H.-P. [2002], ‘Evolution strategies - a comprehensive introduction’, *Natural Computing* **1**(1), 3–52.
- Bhat, S. P. & Bernstein, D. S. [2003], ‘Nontangency based lyapunov tests for convergence and stability in systems having a continuum of equilibria’, *SIAM Journal Control Optimization* **42**(5), 1745–1775.

- Blanchini, F. [1994], ‘Ultimate boundedness control for uncertain discrete-time systems via set-induced lyapunov functions’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**(2), 428–433.
- Brokate, M. & Sprekels, J. [1996], *Hysteresis and phase transitions*, Vol. 121 of *Applied Mathematical Sciences*, Springer-Verlag, New York.
- Callier, F. M. & Desoer, C. A. [1982], *Multivariable Feedback Systems*, Springer-Verlag, NY.
- Castrucci, P. B. L. & Curti, H. [1981], *Sistemas Não-Lineares*, Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo.
- Coelho, A. D. [1997], Controle adaptativo para sistemas com backlash, Tese de mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá.
- Coelho, A. D. [2001], Funções de lyapunov lineares por partes para sistemas lineares discretos no tempo com saturação ou zona morta nos controles, Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP.
- Corless, M. & Tu, J. [1998], ‘State and input estimation for a class of uncertain systems’, *Automatica* **34**(6), 757–764.
- Corradini, M. L. & Orlando, G. [2002], ‘Robust stabilization of nonlinear uncertain plants with backlash or dead zone in the actuator’, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **10**(1), 158 – 166.
- da Silva Jr., J. M. G. & Tarbouriech, S. [2005], ‘Anti-windup design with guaranteed region of stability: an lmi-based approach’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **50**(1), 106–111.
- de Oliveira, M. C. [1999], Controle de sistemas lineares baseado nas desigualdades matriciais lineares, Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP.
- Dean, S. R. H., Surgenor, B. W. & Iordanou, H. N. [1995], ‘Experimental evaluation of a backlash inverter as applied to a servomotor with gear train’, *Proceedings of the fourth IEEE Conference Control Applications* pp. 580–585.
- Desoer, C. A. & Shahruz, S. M. [1986], ‘Stability of dithered non-linear systems with backlash or hysteresis’, *Int. J. Control* **43**(4), 1045–1060.
- Feng, G. & Lozano, R. [1999], *Adaptive Control Systems*, Newnes - A division of Reed Educational and Professional Publishing Ltd.

- Fleming, P. & Purshouse, R. [2002], ‘Evolutionary algorithms in control systems engineering: a survey’, *Control Engineering Practice* **10** (11), 1223–1241.
- Fomichev, V. V. [1998], ‘Some algorithms for inversion of linear dynamic systems’, *Computational Mathematics and Modeling* **9**(3), 260–267.
- Grundelius, M. & Angeli, D. [1996], ‘Adaptive control of system with backlash acting on the input’, *Proceedings of 35th Conference on Decision and Control* pp. 4689–4694.
- Gu, G.-Y., Zhu, L., Feng, Y. & Su, C.-Y. [2011], ‘Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with inverse compensation of unknown asymmetrical backlash nonlinearity’, *Proceedings of the IEEE 5th International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems, CIS 2011* pp. 1–6.
- Hahn, W. [1963], *Theory and Application of Liapunov’s Direct Method*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Hansen, N., Müller, S. & Koumoutsakos, P. [2003], ‘Reducing the time complexity of the derandomized evolution strategy with covariance matrix adaptation (cma-es)’, *Evolutionary Computation* **11**(1), 1–18.
- Hansen, N. & Ostermeier, A. [2001], ‘Completely derandomized self-adaptation in evolution strategies’, *Evolutionary computation* **9**(2), 159–195.
- Haykin, S. [1991], *Adaptive Filter Theory*, second edition edn, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Hu, T. & Lin, Z. [2001], *Control systems with actuator saturation: Analysis and design*, Birkhauser, Boston.
- Ioannou, P. A. & Tsakalis, K. [1986], ‘A robust direct adaptive controller’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-31**(11), 1033–1043.
- Kapila, V. & Grigoriadis, K. [2002], *Actuator saturation control*, Marcel Dekker, Inc.
- Khalil, H. K. [1992], *Nonlinear Systems*, Macmillan Publishing Company, USA.
- Kicinger, R., Arciszewski, T. & De Jong, K. [2005], ‘Evolutionary computation and structural design: A survey of the state-of-the-art’, *Computers and Structures* **83**, 1943–1978.
- Kodama, S. & Shirakawa, H. [1968], ‘Stability of nonlinear feedback systems with backlash’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **13**(4), 392–399.

- LaSalle, J. P. [1976], *The Stability of Dynamical Systems*, SIAM.
- Macki, J. W., Nistri, P. & Zecca, P. [1993], ‘Mathematical models for hysteresis’, *SIAM Review* **35**(1), 94–123.
- Mayergoyz, I. D. [1991], *Mathematical Models of Hysteresis*, Springer-Verlag, Berlin.
- Mehendale, C. S. & Grigoriadis, K. M. [2004], ‘Hysteresis compensation using lpv gain-scheduling’, *Proceeding of the 2004 American Control Conference* pp. 1380–1385.
- Milani, B. E. A. [2002], ‘Piecewise-affine lyapunov functions for discrete-time linear systems with saturating controls’, *Automatica* **38**(12), 2177–2184.
- Milani, B. E. A. [2004], ‘Piecewise-affine lyapunov functions for continuous-time linear systems with saturating controls’, *Proceeding of the 2004 American Control Conference* pp. 429–434.
- Milani, B. E. A. [2005], ‘Ultimate boundedness sets for continuous-time linear systems with dead-zone feedback controls’, *Proceedings of 44th Conference on Decision and Control* pp. 6853–6858.
- Milani, B. E. A. [2006], ‘Conjuntos de confinamento final uniforme para sistemas lineares com folgas nos controles’, *Congresso Brasileiro de Automática* pp. 601–606.
- Milani, B. E. A. [2007], ‘Nonlinear static feedback stabilization of linear system with backlash’, *Proceedings of 46th Conference on Decision and Control* pp. 1716–1721.
- Narendra, K. S. & Annaswamy, A. M. [1989], *Stable Adaptive Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Nocedal, J. & Wright, S. J. [2000], *Numerical Optimization*, Springer.
- Nordin, M. & Gutman, P. O. [2002], ‘Controlling mechanical systems with backlash - a survey’, *Automatica* **38**, 1633–1649.
- Paré, T., Hassibi, A. & How, J. [2001], ‘A kyp lemma and invariance principle for systems with multiple hysteresis non-linearities’, *Int. J. of Control* **74**(11), 1140–1157.
- Park, P., Banjerdpongchai, D. & Kailath, T. [1998], ‘The asymptotic stability of nonlinear (Lur’e) systems with multiple slope restrictions’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **43**(7), 979–982.

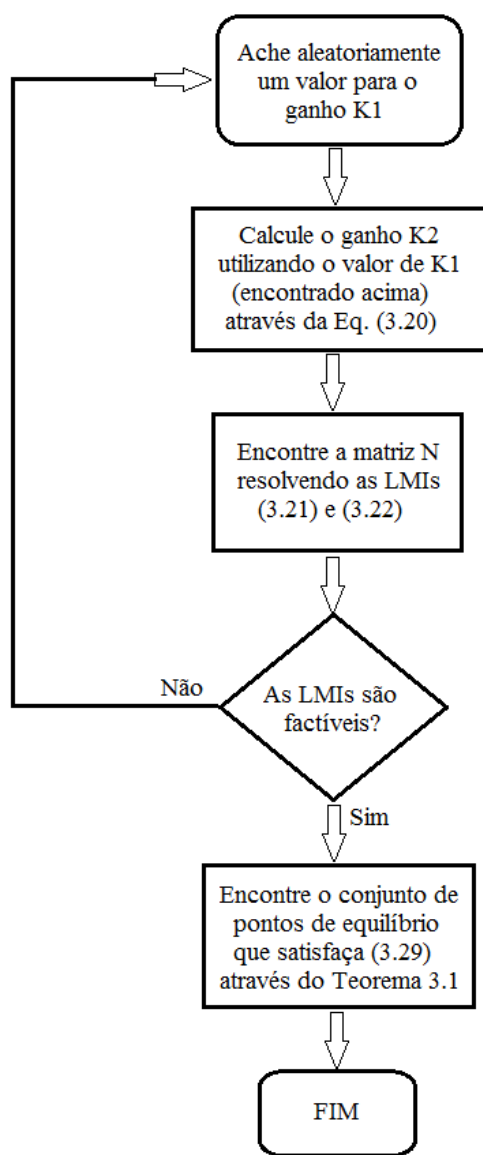
- Santos, T. S. & Iano, Y. [2010], ‘Nova proposta de controle adaptativo para sistemas discretos no tempo utilizando estimação da saída da folga desconhecida’, *Congresso Brasileiro de Automática*.
- Santos, T. S. & Vieira, F. H. T. [2008a], ‘An adaptive control approach for discrete-time systems with unknown backlash at the input’, *TEMA Tend. Mat. Apl. Comput.* **9**(2), 331–340.
- Santos, T. S. & Vieira, F. H. T. [2008b], ‘An adaptive control approach for discrete-time systems with unknown backlash at the input’, *DINCON’2008* pp. 313–318.
- Santos, T. S. & Vieira, F. H. T. [2008c], ‘Uma proposta de controle adaptativo para sistemas discretos no tempo com folga desconhecida’, *Congresso Brasileiro de Automática*.
- Sastry, S. & Bodson, M. [1989], *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Shahruz, S. M. & Hauser, J. [1989], ‘Design of compensators for a class of non-linear systems’, *Proceedings of the American Control Conference* pp. 2574–2575.
- Shahruz, S. M. & Rajarama, S. A. [2000], ‘Suppression of limit cycles in a class of non-linear systems by disturbance observers’, *Journal of Sound and Vibration* **229**, 1003–1012.
- Slotine, J. J. E. & Li, W. [1991], *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Tan, X. [2002], Control of Smart Actuators, PhD thesis, University of Maryland.
- Tao, G. & Kokotovic, P. V. [1993], ‘Adaptive control of systems with backlash’, *Automatica* **29**(02), 323–335.
- Tao, G. & Kokotovic, P. V. [1995a], ‘Adaptive control of systems with unknown output backlash’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(02), 326–330.
- Tao, G. & Kokotovic, P. V. [1995b], ‘Continuous-time adaptive control of systems with unknown backlash’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(06), 1083–1087.
- Tao, G. & Kokotovic, P. V. [1996], *Adaptive Control of Systems with Actuator and Sensor Non-linearities*, John Wiley & Sons, Inc.
- Tarbouriech, S., Garcia, G. & Glattfelder, A. H. [2007], *Advanced strategies in control systems with input and output constraints*, LNCIS, vol.346, Springer Verlag.

- Tarbouriech, S. & Prieur, C. [2006], ‘Stability analysis for sandwich systems with backlash: an lmi approach’, *IFAC Symposium on Robust Control Design (Rocond)* .
- Tarbouriech, S. & Prieur, C. [2007a], ‘Stability analysis for systems with backlash and saturated actuator’, *IFAC Symposium on on Nonlinear Control Systems (NOLCOS)* .
- Tarbouriech, S. & Prieur, C. [2007b], ‘Stability analysis for systems with nested backlash and saturation operators’, *Proceedings of 46th Conference on Decision and Control* pp. 5892–5897.
- Tarbouriech, S., Prieur, C. & Gomes da Silva Jr., J. [2004], Stability analysis and stabilization of systems presenting nested saturations, *in* ‘43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)’, Atlantis, Bahamas, pp. 5493–5498.
- Tarbouriech, S., Prieur, C. & Gomes da Silva Jr., J. [2006], ‘Stability analysis and stabilization of systems presenting nested saturations’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **51**(8), 1364–1371.
- Tarbouriech, S., Prieur, C., Queinnec, I. & Santos, T. S. [2010], ‘Global stability for systems with nested backlash and saturation operators’, *2010 American Control Conference* pp. 2665–2670.
- Taware, A. & Tao, G. [2003], *Control of sandwich nonlinear systems*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol.288, Springer-Verlag, Berlin.
- Taware, A., Tao, G. & Teolis, C. [2002], ‘Design and analysis of a hybrid control scheme for sandwich nonsmooth nonlinear systems’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **47**(1), 145–150.
- Treichler, J. R., Jr., C. R. J. & Larimore, M. G. [1987], *Theory and Design of Adaptive Filters*, Jonh Wiley & Sons, Inc.
- Xiaofang, Y., Yaonan, W., Wei, S. & Lianghong, W. [2010], ‘Rbf networks-based adaptive inverse model control system for electronic throttle’, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **18** (3), 750–756.
- Yao, X. & Xu, Y. [2006], ‘Recent advances in evolutionary computation’, *Journal of Computer Science and Technology* **21**, 1–18.

Zhou, J., Zhang, C. & Wen, C. [2007], 'Robust adaptive output control of uncertain nonlinear plants with unknown backlash nonlinearity', *IEEE Transactions on Automatic Control* **52** (3), 503–509.

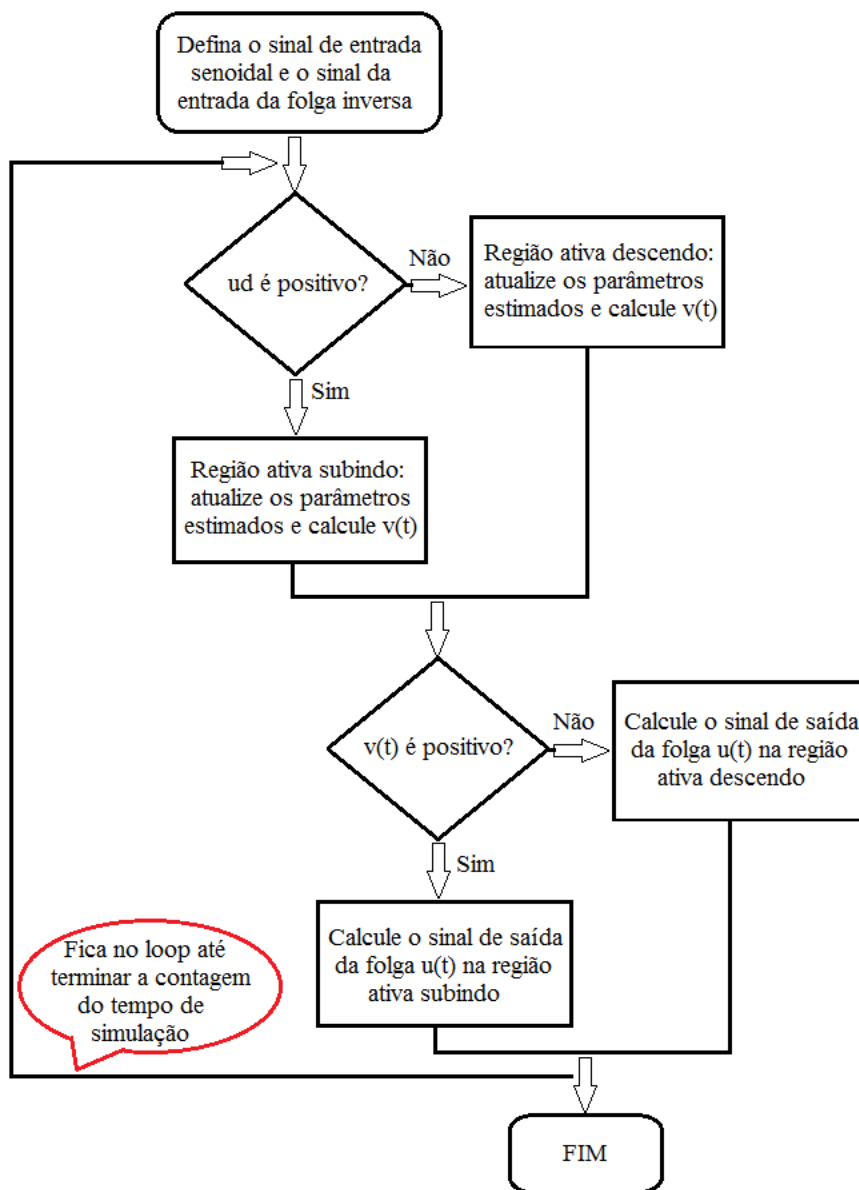
Apêndice A

O Apêndice A apresenta o fluxograma para a obtenção dos resultados do Capítulo 3.



Apêndice B

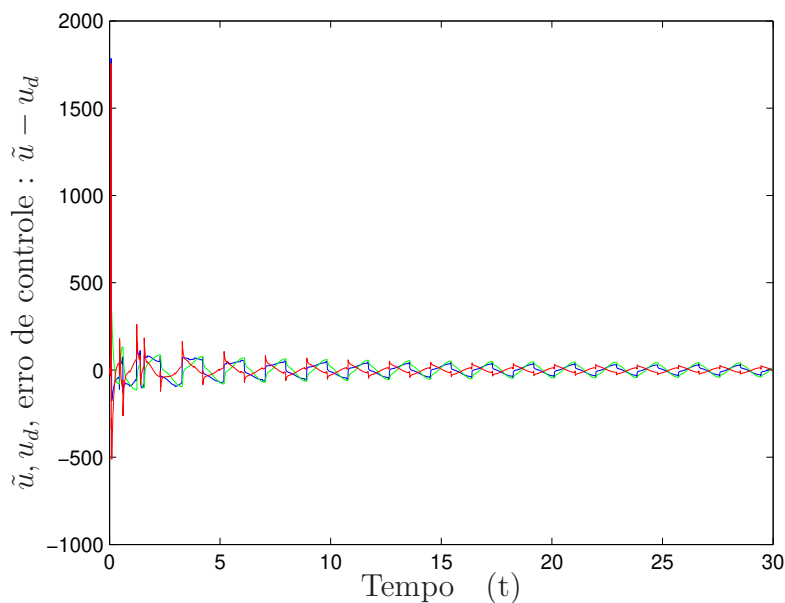
O Apêndice B apresenta o fluxograma para a obtenção dos resultados do Capítulo 4.



Apêndice C

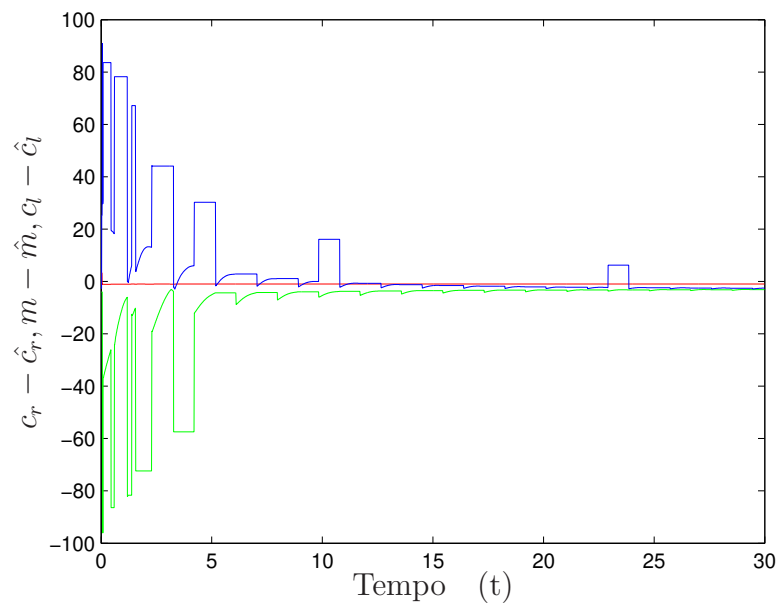
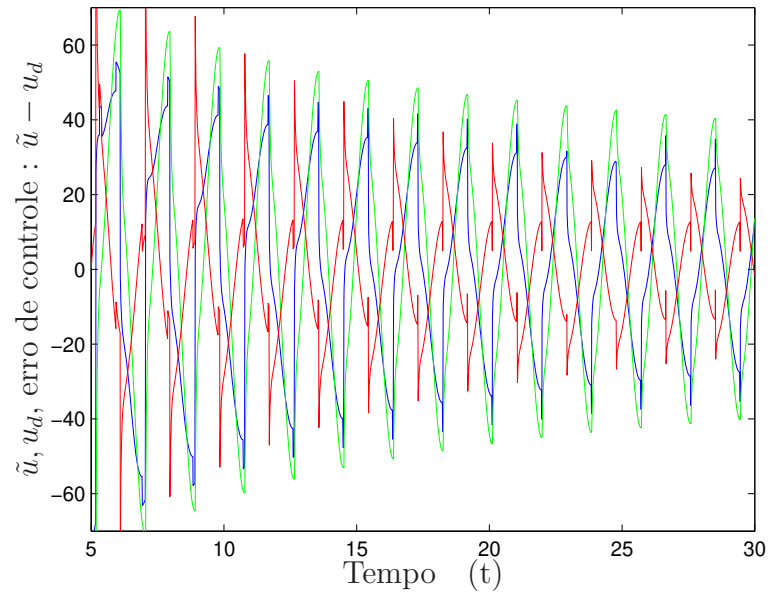
O Apêndice C apresenta uma situação em que outros valores iniciais não funcionou tão bem a obtenção dos resultados da segunda proposta do Capítulo 4. Dessa forma, utiliza-se o mesmo exemplo só modificando a seguinte configuração para o sistema em malha fechada: $y_m = 10 \cdot \text{sen}(12,6t)$, os valores iniciais iguais a $\hat{m} = 0,9$, $\hat{c}_r = 1$, $\hat{c}_l = -1$ e o ganho $f = 0,22$.

A primeira figura abaixo mostra os sinais $u(t)$ (curva azul), $u_d(t)$ (curva verde) e o erro de controle $\tilde{u}(t) - u_d(t)$ (curva vermelha). Já a segunda figura mostra a mesma figura anterior a partir do instante $t = 5$, que é próximo ao instante que diminui drasticamente o erro de controle.



A diferença entre os parâmetros de B e os de sua inversa $\hat{B}I$ são descritos na terceira figura.

Ao observar as figuras, fica claro que o erro de controle não converge para uma valor aceitável. Porém, através da terceira figura, nota-se que os parâmetros estimados praticamente alcançam os valores dos parâmetros da folga.



Apêndice D

O Apêndice D apresenta o fluxograma para a obtenção dos resultados do Capítulo 5.

