

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PROCEDIMENTO DE PROJETO DE CONTROLADOR REDUZIDO E DESCENTRALIZADO
PARA O PROBLEMA DE SERVOMECANISMO EM SISTEMAS DE GRANDE PORTE

JOSE CALAZANS DE CASTRO

Orientador:

RAJAMANI DORAISWAMI

Tese de Doutorado apresentada à
Faculdade de Engenharia da Univer
sidade Estadual de Campinas

Campinas - 1981

COMISSÃO JULGADORA

para

Neves

Alexandre

Andrē

AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar sinceros agradecimentos:

- ao Professor Rajamani Doraiswami da Universidade Federal de Santa Catarina pela dedicada orientação.
- ao Professor Hermano de Medeiros Ferreira Tavares da UNICAMP pela ajuda e apoio prestados para realização do trabalho.
- ao Professor José Cláudio Geromel da UNICAMP pela revisão do trabalho e modificações sugeridas.
- ao Professor Hamilton Medeiros Silveira da Universidade Federal de Santa Catarina pelas sugestões apresentadas.
- ao funcionário Luiz Carlos Silva da Universidade Federal da Paraíba pelo paciente e dedicado trabalho datilográfico.
- à Universidade Federal da Paraíba pelo apoio financeiro.
- à CAPES/PICD pela bolsa de estudo concedida.

RESUMO

É proposto um procedimento de projeto para determinar a estrutura e os parâmetros de um controlador robusto descentralizado para um sistema de grande porte com a finalidade de rastrear um dado sinal e rejeitar uma classe de distúrbios conhecida. O procedimento de projeto consiste em criar um modelo interno dos sinais exógenos (sinais de distúrbio e de referência) e estabilizar o sistema aumentado, consistindo do processo e do modelo interno.

O estabilizador é um compensador dinâmico descentralizado. A estrutura e os parâmetros do compensador são obtidos usando uma técnica de redução do modelo baseada em condições de positividade real. É apresentado um algoritmo para obter os parâmetros do controlador de tal modo que o sistema tenha pequeno *overshoot* e grande amortecimento. É mostrado que garantindo pequeno *overshoot* e grande amortecimento em cada subsistema a estabilidade do sistema composto é assegurada. Os parâmetros do controlador são obti-

dos usando o método de agregação.

O procedimento de projeto proposto foi aplicado em um exemplo realístico de projeto de Estabilizador de Sistema de Potência para um sistema de múltiplas máquinas. É também apresentado o projeto de um controlador de carga - frequência.

ABSTRACT

A design procedure for determining the structure and the parameters of a robust controller for tracking a given signal and rejecting a known class of disturbances for a large scale system is proposed. The design procedure consists of creating an internal model of the exogenous signals (reference and disturbance signals) and stabilizing the augmented system consisting of the process and the internal model.

The stabilizer is a decentralized dynamic compensator. The structure of the compensator is obtained by using a model reduction technique based on positive real conditions. An algorithm of updating the controller parameters such that the closed loop subsystem has a low *overshoot* and a high damping is giving. It is shown that ensuring low *overshoot* and high damping of each subsystem ensure stability of the composite system. The parameters of the controller are obtained using the method of

aggregation.

The proposed design procedure was applied to a realistic example of design of Power System Stabilizer for a multimachine system. The design of a load-frequency controller is also given.

SUMÁRIO

	PÁGINA
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I - TÓPICOS DE CONTROLE DE SISTEMAS LINEARES	5
1.1 Introdução	5
1.2 O Problema do Regulador Linear	6
1.3 Posicionamento de Autovalores com Realimentação de Todo Estado	8
1.4 Controle de Sistemas Quando Todos os Estados não são Mensuráveis	9
1.5 Compensação Dinâmica	10
1.5.1 Preliminares	10
1.5.2 Estrutura do Compensador Dinâmico	12
1.5.3 Instabilidade do Compensador Dinâmico	13

1.5.4	Ordem do Compensador Dinâmico	13
1.5.5	Compensador de Ordem p	14
1.5.6	Procedimento para Determinação dos Parâmetros do Compensador Dinâmico	15
1.5.7	Realização Mínima do Compensador	17
1.6	Controle Robusto Descentralizado	18
1.6.1	O Modelo da Planta	18
1.6.2	O Problema do Servomecanismo Robusto Descentralizado	20
1.6.3	Autovalores Fixos Descentralizados	21
1.6.4	Zeros de Transmissão	22
1.6.5	Existência do Controlador Robusto Descentralizado	25
1.6.6	Desenvolvimento do Controlador Robusto	26
1.6.6.1	A Estratégia de Controle	26
1.6.6.2	O Servocompensador Descentralizado	26
1.6.6.3	O Compensador Dinâmico Descentralizado	27
CAPÍTULO II - POSICIONAMENTO DE AUTOVALORES DE SISTEMAS DE GRANDE PORTE USANDO A TEORIA DE AGREGA- ÇÃO		30
2.1	Teoria de Agregação	30
2.1.1	Conceituação	31
2.1.2	Construção da Matriz de Agregação	32
2.2	Posicionamento Progressivo de Autovalores	33
2.3	Obtenção de Autovalores e Autovetores	38
2.3.1	O Método QR para Obtenção de Autovalores	38

2.3.2 Melhor Aproximação para Um Autovalor	40
2.3.3 Obtenção de Autovetores	41
2.4 Exemplo	43
CAPÍTULO III - ESTABILIZADORES REDUZIDOS PARA SISTEMAS DE GRANDE PORTE	45
3.1 Introdução	45
3.2 Determinação do Estabilizador a Partir do Modelo de Ordem Reduzida de Davison	47
3.2.1 Modelo de Ordem Reduzida de Davison	47
3.2.2 Determinação do Estabilizador	49
3.3 Estabilizador Reduzido Usando Operação de Pseudo-Inver são	51
3.3.1 Obtenção do Estabilizador	51
3.3.2 Exemplo	55
3.4 Estabilizador Reduzido Baseado em Condições de Posi tividade Real	57
3.4.1 Introdução	57
3.4.2 Funções Positivas Reais	58
3.4.3 Desenvolvimento do Estabilizador para Sistemas de Uma Entrada e Uma Saída	59
3.4.4 Aplicação: Obtenção de Um Estabilizador de Sistema de Potência	65
3.4.5 Extensão do Desenvolvimento do Estabilizador para Sistemas Multivariáveis	69

CAPÍTULO IV - ESTRATÉGIA DE PROJETO DE ESTABILIZADORES DESCENTRALIZADOS	74
4.1 Introdução	74
4.2 Desenvolvimento da Estratégia de Projeto	76
4.2.1 Justificação Teórica	76
4.2.2 Interpretação dos Resultados Teóricos	79
4.2.3 A Estratégia de Projeto	81
4.3 Determinação Numérica do <i>Overshoot</i>	82
4.4 Procedimento para Obtenção do Estabilizador Descen- tralizado	83
4.5 Aplicações	84
CAPÍTULO V - APLICAÇÕES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA	87
5.1 Estabilizador Centralizado para Um Sistema Interliga- do de Carga-Frequência de Duas Plantas	87
5.1.1 Introdução	87
5.1.2 Modelo do Sistema de Potência Interligado	88
5.1.2.1 Modelo da Planta Térmica	88
5.1.2.2 Modelo da Planta Hidráulica	89
5.1.2.3 Controle Robusto	89
5.1.3 Modelo Matemático do Sistema	91
5.1.4 Sequência para Obtenção do Estabilizador Centrali- zado	94
5.1.5 Modelo de Ordem Reduzida	95
5.1.6 O Compensador Dinâmico Estabilizador	96

5.1.7 Resultados e Comentários	98
5.2 Controlador Robusto Descentralizado para Sistemas de Excitação de Múltiplas Máquinas	99
5.2.1 Introdução	99
5.2.2 Considerações Preliminares	101
5.2.2.1 Modelo Matemático do Sistema	101
5.2.2.2 Especificações de Projeto	102
5.2.2.3 Rejeição do Distúrbio com Regulação do Erro de Tensão	102
5.2.2.4 Seleção de Entradas para o Compensador Dinâmico Estabilizador Local	105
5.2.3 Aplicação a Um Sistema de Três Máquinas Interligadas	108
5.2.3.1 Diagrama do Modelo com Resultados do Fluxo de Carga	108
5.2.3.2 Modelos das Máquinas Síncronas Equivalentes	109
5.2.3.3 Modelos dos Sistemas de Excitação	112
5.2.3.4 Subsistemas Usados para o Controle Descentralizado	112
5.2.3.5 Introdução dos Servocompensadores	113
5.2.3.6 Existência de Solução	114
5.2.3.7 Subsistema S01	114
5.2.3.8 Obtenção do Estabilizador Local para o Subsiste- ma S01	118
5.2.3.9 Subsistema SS1	122
5.2.3.10 Obtenção do Estabilizador Local para o Subsiste- ma SS1	124
5.2.3.11 Resultados no Sistema Global	128

	PÁGINA
5.2.3.12 Resultados da Simulação	129
5.2.3.13 Conclusões	129
CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA FUTURO TRABALHO	133
6.1 Conclusões Finais	133
6.2 Sugestões para Futuro Trabalho	135
APÊNDICE - MODELOS DAS MÁQUINAS SÍNCRONAS E DOS SISTEMAS DE EXCITAÇÃO	137
A.1 Modelos das Máquinas Síncronas	137
A.1.1 Modelo Clássico	137
A.1.2 Modelo E''	138
A.2 Modelos dos Sistemas de Excitação	140
REFERÊNCIAS	141

SUMÁRIO DOS ALGORITMOS

	PÁGINA
Algoritmo 1.1 - Para determinar os parâmetros do compensador dinâmico	15
Algoritmo 1.2 - Para achar os autovalores fixos descentralizados	21
Algoritmo 1.3 - Para verificar se (A, B, C) é degenerado	23
Algoritmo 1.4 - Para determinar os zeros de transmissão de (A, B, C) não degenerado	24
Algoritmo 2.1 - Para construção da matriz de agregação	33
Algoritmo 2.2 - Para posicionar os autovalores de uma matriz A	37
Algoritmo 2.3 - Para obter autovetores complexos	42
Algoritmo 3.1 - Para determinar o estabilizador a partir do modelo de ordem reduzida de Davison	50

Algoritmo 3.2 - Para determinação do estabilizador reduzido usando operação de pseudo-inversão	54
Algoritmo 3.3 - Para determinação do estabilizador reduzido baseado em condições de positividade real	65
Algoritmo 5.1 - Para obtenção do estabilizador centralizado	95

INTRODUÇÃO

O projeto de controladores para sistemas de grande porte, como sistemas de potência de múltiplas máquinas, sistemas econômicos, redes de transporte, redes de comunicação de dados e processos químicos está recebendo muita atenção recentemente, mas, apesar do grande avanço da teoria de controle, pouca experiência tem sido registrada no controle de grandes sistemas.

Existem excelentes teorias baseadas em controle modal e controle ótimo para determinar a estrutura e os parâmetros de um controlador, entretanto, o uso direto dessas teorias para sistemas de grande porte pode não ser bem sucedido, devido a problemas de instabilidade numérica, erros de arredondamento, grandes tempos computacionais, etc, além da ordem do controlador que geralmente resulta elevada.

Além disso, as teorias de controle modal e de controle ótimo são baseadas na idéia de centralidade de controle, onde todas as saídas do sistema afetam todas as entradas de controle,

através de um único controlador. Ocorre, todavia, que os sistemas de grande porte geralmente consistem de um número complexo de subsistemas interligados, muitas vezes separados geograficamente, tornando anti-econômico ou mesmo impossível implementar todas as malhas de realimentação no projeto.

Neste trabalho é proposto um procedimento para determinar a estrutura e os parâmetros de um controlador robusto e descentralizado para um sistema de grande porte. Para facilitar a compreensão do texto, os assuntos mais relevantes são ilustrados com exemplos.

Inicialmente é apresentada uma visão geral de técnicas e algoritmos básicos que são usados, direta ou comparativamente, no desenvolvimento dos algoritmos para obtenção de controladores para sistemas de grande porte, sendo dada maior atenção ao estudo de compensação dinâmica [7, 8] e controle robusto descentralizado [13].

A seguir é feita uma revisão da teoria de agregação [9, 19] e desenvolvido um eficiente procedimento para posicionamento de autovalores de sistemas lineares de grande dimensão. Com esse procedimento, baseado na teoria de agregação, e com o posicionamento progressivo dos autovalores dominantes, os problemas computacionais comuns aos métodos de posicionamento de autovalores são superados, tornando o procedimento de grande importância no desenvolvimento de controladores dinâmicos de ordem reduzida para sistemas de grande porte. O procedimento permite obter controladores para estabilizar inclusive sistemas não controláveis, desde que os autovalores não controláveis (fixos) sejam estáveis. Autovalores fixos ocorrem comumente em sistemas de grande porte, porque o mo-

delo é de realização não mínima, devido, principalmente, à hierarquização e descentralização dos controladores. Em acréscimo, com o posicionamento progressivo dos autovalores dominantes é possível posicionar estes autovalores sem resultar ganhos de realimentação elevados.

Na sequência são desenvolvidos três algoritmos para obtenção de estabilizadores reduzidos para sistemas de grande porte, tendo em vista que os algoritmos baseados exclusivamente na teoria de agregação apesar de utilizarem um modelo de ordem reduzida para determinar o estabilizador dinâmico, conduzem a estabilizadores de ordens elevadas. O primeiro algoritmo apresentado é baseado na redução de ordem do modelo original pelo método de Davison [28, 29] e obtenção do estabilizador a partir do modelo de ordem reduzida. O segundo algoritmo utiliza uma operação de pseudo-inversão de uma matriz e no terceiro algoritmo o estabilizador é obtido para estabilizar um subsistema de ordem reduzida, estritamente positivo real, derivado do sistema original. Os dois primeiros algoritmos são heurísticos e somente no terceiro é assegurada a estabilidade do sistema de malha fechada (sistema original e estabilizador). Em todos os casos os autovalores são modificados usando o método de agregação [9].

Para determinação do controlador descentralizado para o sistema composto de vários subsistemas foi desenvolvida uma estratégia de projeto que se baseia intuitivamente na idéia de obtenção do controlador local, utilizando apenas o modelo do subsistema envolvido, sem considerar as interligações. Cada controlador é projetado para tornar mínimo o efeito das interligações do sistema com os demais subsistemas. Isto é realizado, tornando pequeno

o *overshoot* e grande o amortecimento do subsistema controlado. É mostrado que nessas condições o sistema global pode ser estabilizado.

Um modelo de ordem reduzida é obtido para o subsistema. O controlador é projetado para esse modelo, sendo verificado para diferentes posições dos autovalores, resultando um controlador também de ordem reduzida.

O procedimento proposto foi desenvolvido visando, principalmente, a aplicação em sistemas de potência de múltiplas máquinas. Sendo assim, são apresentados dois exemplos específicos de projeto de controlador, onde o primeiro é o de um controlador centralizado para um sistema de carga frequência de duas plantas interligadas e o outro é um projeto de um controlador robusto descentralizado para um sistema de excitação de múltiplas máquinas.

Os exemplos apresentados ao longo do texto e os dois projetos desenvolvidos no capítulo V contribuem para compreensão da teoria e para mostrar a eficiência do procedimento proposto para projetar controladores para sistemas de grande porte.

CAPÍTULO I

TÓPICOS DE CONTROLE DE SISTEMAS LINEARES

1.1 Introdução

Existem duas maneiras de tratar o problema de projeto de controladores. Uma consiste em assumir conhecida a estrutura, tais como *lead*, *lag*, *lead-lag*, compensador P.I.D., etc, e a seguir determinar os seus parâmetros, usando técnicas gráficas como Bode, Nyquist e diagramas de lugar das raízes ou técnicas computacionais como os algoritmos de minimização de um índice de desempenho, métodos de sensibilidade de autovalores, etc. A outra maneira consiste em determinar a estrutura e os parâmetros do controlador, usando, por exemplo, a teoria de compensação dinâmica.

Neste capítulo é apresentada uma visão geral de técnicas e algoritmos que serão usados nos capítulos seguintes, direta ou comparativamente, no desenvolvimento de controladores para siste

mas de grande porte.

1.2 O Problema do Regulador Linear.

Considere o sistema linear, controlável,

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX \tag{1-1}$$

onde X é o vetor de estado de ordem n , u é o vetor de entrada de controle de ordem m . X^0 é o estado inicial e A e B são matrizes $n \times n$ e $n \times m$, respectivamente. Assume-se que A e B são constantes.

Deseja-se encontrar a lei de controle u^* que quando substituída em (1-1) minimize o funcional

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (X^T Q X + u^T R u) dt \tag{1-2}$$

onde Q e R são matrizes de peso, constantes, de dimensões $n \times n$ e $m \times m$, respectivamente. R é positiva definida e Q é positiva semi-definida. Assumindo que o par $(A, Q^{1/2})$ é observável, a lei de controle ótima [1] é dada por

$$u^* = -R^{-1} B^T K X \tag{1-3}$$

onde K é a solução da equação algébrica de Riccati

$$-KA - A^T K + KBR^{-1}B^T K - Q = 0 \quad (1-4)$$

Outra maneira de obter a lei de controle ótima é considerar o sistema controlado com um certo grau de estabilidade pré-estabelecido, isto é, com todos os autovalores do sistema de malha fechada à esquerda de um certo número $-\alpha$ [2]. Neste caso, o índice de desempenho é

$$J = \int_0^{\infty} e^{2\alpha t} (X^T Q X + u^T R u) dt \quad (1-5)$$

Pode ser demonstrado [2] que para obter a matriz de ganho K para determinar a lei de controle (1-3), de modo a satisfazer ao grau de estabilidade citado, deve-se substituir A por $A + \alpha I$ na expressão (1-4) e resolver a equação matricial normalmente.

O número de variáveis na expressão (1-4) é n^2 , mas como K é simétrica esse número fica reduzido a $n(n+1)/2$. Mesmo assim, este é um número muito grande se n é razoavelmente elevado.

Três principais métodos são usados na solução da equação matricial de Riccati [3]. São eles:

- a - método de integração - é o mais simples, mas a sua utilização é prática somente para sistemas de ordens reduzidas;
- b - método iterativo - tem convergência quadrática, mas necessita que seja tomado um valor inicial de K adequado, além da necessidade de inversão de uma matriz $n \times n$;
- c - método de autovetores - é o mais recomendado para apli

cação em sistemas de ordens razoavelmente elevadas. Faz-se necessário construir, armazenar e achar autovalores e autovetores de uma matriz $2n \times 2n$.

Mesmo utilizando o método de autovetores, é impraticável resolver a equação matricial de Riccati para sistemas de grande porte, devido aos elevados tempos computacionais e erros de arredondamento resultantes, além da grande memória envolvida. Além disso, a lei de controle acima apresentada necessita que todas as variáveis de estado sejam disponíveis para realimentação, o que usualmente não é possível, pois algumas (ou muitas) variáveis não são medidas.

Devido a essas limitações o controlador ótimo não é aplicado diretamente em sistemas de grande porte.

Vale acrescentar que é possível determinar a solução do problema linear quadrático usando somente a realimentação da saída.

1.3 Posicionamento de Autovalores com Realimentação de Todo Estado.

Considere o sistema (1-1) e a lei de controle

$$u = KX \tag{1-6}$$

onde K é uma matriz constante $m \times n$.

Substituindo (1-6) em (1-1) resulta

$$\dot{X} = (A + BK) X \tag{1-7}$$

Pode ser demonstrado [4, 5] que se o sistema (1-1) é controlável, então todos os autovalores de $A + BK$ podem ser posicionados arbitrariamente, com a escolha adequada de K .

No caso de sistemas de uma só entrada, para um posicionamento arbitrário qualquer, a matriz K é única. Entretanto, para sistemas multivariáveis várias soluções podem ser encontradas. Assim, diversos algoritmos, satisfazendo critérios diferentes, são usados no problema de posicionamento de autovalores desses sistemas.

O tempo computacional utilizado e os erros de arredondamento resultantes para posicionamento de polos são grandes, quando a ordem do sistema é razoavelmente elevada. Os resultados podem ser imprestáveis se a estrutura do sistema não for satisfatória. Também, como no caso do controlador ótimo, necessita-se realimentar todo estado. Consequentemente, a sua aplicação direta em sistemas de grande porte não é recomendada.

1.4 Controle de Sistemas Quando Todos os Estados Não São Mensuráveis.

Um controlador pode ser obtido por teoria de controle ótimo ou por teoria de controle modal. Nos itens 1.2 e 1.3 assumiu-se que todos os estados eram disponíveis para realimentação. Isso, todavia, nem sempre ocorre na prática, porque os estados não são acessíveis para medição ou porque o número de aparelhos de medição é limitado. Para obter o controlador, por uma das teorias acima citadas e quando todos os estados não são mensuráveis pode-

se empregar um observador, que consiste de um dispositivo para construção de uma aproximação para o vetor de estado ou um compensador dinâmico, que é uma generalização do compensador clássico. No desenvolvimento deste trabalho a opção foi feita pelo compensador dinâmico.

1.5 Compensação Dinâmica.

1.5.1 Preliminares

Seja o sistema

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX$$

(1-8)

onde X é o vetor de estado de ordem n , u é o vetor de entrada de ordem m e y é o vetor de saída de ordem r . A , B e C são matrizes constantes de dimensões apropriadas. Assume-se que (A, B) é controlável e que (A, C) é observável.

Se $u = KX$, então

$$\dot{X} = (A + BK) X$$

(1-7)

Como (A, B) é controlável, existe uma matriz K tal que $(A + BK)$ tenha um conjunto de autovalores arbitrariamente escolhidos [4, 5]. A lei de controle acima assumida para posicionamen-

to arbitrário dos autovalores utiliza todos os estados para realimentação. É possível, todavia, fazer esse posicionamento arbitrário, utilizando somente a realimentação dos estados medidos (ou saída). Neste caso, aumenta-se a ordem do sistema com a introdução de integradores na entrada de controle, do seguinte modo [7, 8]:

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$u = u_1$$

$$\dot{u}_1 = u_2$$

$$\vdots$$

$$\dot{u}_p = W$$

(1-9)

Agora, assume-se que W é a entrada de controle do sistema aumentado. p é um número, definido no item 1.5.4.

Pode-se verificar que se (A, B) é controlável, então o sistema aumentado de ordem $n + pm$ é também controlável. Portanto, existem as matrizes $m \times m$, K_1, K_2, \dots, K_p e a matriz $m \times n$, K_{p+1} , tal que os $m + pm$ autovalores de (1-9) sejam arbitrariamente posicionados, tomando

$$W = -K_{p+1}K - \sum_{i=1}^p K_i u_i \quad (1-10)$$

A matriz K pode ser obtida por teoria de controle ótimo ou por um método qualquer de posicionamento de autovalores.

1.5.2 Estrutura do Compensador Dinâmico.

O compensador dinâmico é uma generalização do compensador clássico para sistemas de maiores dimensões e sistemas multi variáveis [8].

O modelo matemático do compensador dinâmico, na forma de variáveis de estado, é dado por [9]

$$\begin{aligned}\dot{X}_d &= A_d X_d + B_d y \\ u &= C_d X_d + D_d y\end{aligned}\tag{1-11}$$

onde X_d é um vetor de ordem pm . A_d , B_d , C_d e D_d são matrizes constantes de dimensões apropriadas, obtidas a partir das matrizes A_i 's e B_i 's da expressão (1-12).

No domínio de frequência, o modelo do compensador dinâmico é [9]

$$(I s^p + \sum_{i=0}^{p-1} A_i s^i) u(s) = - \left(\sum_{i=0}^p B_i s^i \right) y(s)\tag{1-12}$$

onde p é um número relacionado com o índice de observabilidade de (1-8), A_i e B_i são matrizes constantes $m \times m$ e $m \times r$, respectivamente, que estão relacionadas com A_d , B_d , C_d e D_d . I é a matriz identidade. Para os casos particulares de uma só entrada e uma só saída, com $p = 1$ e $p = 2$, o compensador pode ser do tipo *lead* ou *lag* e *lead-lag*, respectivamente. Isso mostra que o compensador dinâmico é uma generalização desses compensadores. Até mesmo os observadores podem ser expressos na forma acima.

1.5.3 Instabilidade do Compensador Dinâmico [10].

Para certos casos, o compensador dinâmico pode ser instável, apesar do sistema de malha fechada ser estável. Este problema pode ser facilmente contornado por uma simples modificação na estrutura do compensador, como será visto a seguir. Acrescentando $(E_d u - E_d \dot{u})$ na primeira expressão de (1-11), resulta

$$\dot{X}_d = \bar{A}_d X_d + \bar{B}_d y - E_d u$$

$$u = C_d X_d + D_d y \quad (1-13)$$

onde $\bar{A}_d = A_d + E_d C_d$ e $\bar{B}_d = B_d + E_d D_d$. A matriz E_d é escolhida convenientemente de modo a resultar \bar{A}_d com todos os autovalores com partes reais negativas.

Como se verifica, a presença do termo realimentando $-E_d u$ em (1-13), embora não altere o posicionamento de polos do sistema de malha fechada, é de importância vital quando se deseja ter controle sobre os autovalores do compensador.

1.5.4 Ordem do Compensador Dinâmico.

Sejam, $p_c = \min j : \text{rank} [B \ AB \ \dots \ A^j B] = n$ e $p_0 = \min k : \text{rank} [C^T \ A^T C^T \ \dots \ (A^T)^k C^T] = n$. Então [10, 11], se $p \geq \min [p_c, p_0]$, é possível obter um posicionamento arbitrário dos autovalores do sistema compensado de ordem $n + pm$. Neste trabalho, entretanto, se

rã sempre considerado $p = p_0$. O compensador \bar{e} de ordem pm e de m saídas.

1.5.5 Compensador de Ordem p .

A ordem pm , para sistemas de várias entradas e p grande, pode ser um valor muito elevado. Todavia, sabe-se [5, 8] que, se (A, B) é controlável, existe uma matriz $H(m \times q)$ com $q \leq m$, tal que (A, BH) é também controlável e q é o menor número de entradas que controlará os autovalores de A . Se A é cíclica, $q = 1$ [5]. Neste caso, um compensador de ordem p pode ser construído para posicionar arbitrariamente todos os autovalores.

Considerando o sistema com matriz cíclica, é recomendável tomar

$$u = Hv \tag{1-14}$$

onde H é uma matriz constante $m \times 1$, tal que (A, BH) seja controlável. Com esta transformação o sistema original (1-8) de m entradas fica reduzido a um de uma só entrada (v), ou seja

$$\dot{X} = AX + \tilde{B}v$$

$$y = CX \tag{1-8a}$$

onde $\tilde{B} = BH$.

Para este sistema de uma só entrada a obtenção do compensador se torna mais simples [7].

No caso de sistema multivariável, onde existem rastreamen

to e rejeição de perturbação a matriz do sistema a ser estabilizada não é cíclica. Neste caso, se o controle é centralizado, pode-se tomar $\bar{u} = \bar{K}y$, onde $\bar{u} = [u_2 \dots u_m]^T$ e a seguir estabilizar o sistema com uma só entrada u_1 .

1.5.6 Procedimento para Determinação dos Parâmetros do Compensador Dinâmico.

Algoritmo 1.1 [9] (Para determinar os parâmetros do compensador dinâmico):

- a - considerando que a matriz A é cíclica, converta o sistema multivariável num sistema de uma só entrada pela expressão (1-14) e considere $p = p_0$.
- b - aumente o sistema (1-8a), introduzindo p integradores à entrada de controle v . Com isto, resulta

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{v}_1 \\ \vdots \\ \dot{v}_p \end{bmatrix} = \bar{A} \begin{bmatrix} X \\ v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} + \bar{B}W \quad (1-15)$$

onde $v_1 = v$, $v_i = d^{i-1}v/dt^{i-1}$, $i = 1, 2, \dots, p$ e W é a nova entrada de controle,

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & \tilde{B} & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

c - obtenha a matriz $K = [K_{p+1} \ K_1 \ K_2 \ \dots \ K_p]$ da expressão (1-10) para posicionar os autovalores do sistema aumentado (1-15).

Esta matriz K pode ser obtida por controle modal com realimentação de todo estado aumentado ou por teoria de controle ótimo.

d - determine as matrizes B_i 's do seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{bmatrix} C^T A^T C^T \dots (A^T)^p C^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0^T \\ \vdots \\ B_p^T \end{bmatrix} = K_{p+1}^T \quad (1-16)$$

Em geral o sistema de equações (1-16) tem uma infinidade de soluções. Um critério para resolvê-lo é procurar a solução de norma mínima, que fornece os menores valores para os parâmetros B_i 's. Estes parâmetros são obtidos usando operação de pseudo-inversão, dada por

$$\begin{bmatrix} B_0^T \\ B_1^T \\ \vdots \\ B_p^T \end{bmatrix} = Q^+ K_{p+1}^T \quad (1-17)$$

onde Q^+ é a pseudo-inversa de $[C^T A^T C^T \dots (A^T)^p C^T]$.

e - determine as matrizes A_i 's da seguinte expressão:

$$A_i = K_{i+1} - \sum_{j=i+1}^p B_j C A^{j-i-1} B, \quad i = 0, 1, \dots, p-1 \quad (1-18)$$

1.5.7 Realização Mínima do Compensador.

Para o caso de uma só entrada, como está sendo considerado, os A_i 's são parâmetros simples e a expressão (1-12) pode ser colocada na forma $G = [G_1, G_2, \dots, G_r]$ onde

$$G_j = \frac{B_p^j s^p + B_{p-1}^j s^{p-1} + \dots + B_0^j}{s^p + A_{p-1} s^{p-1} + \dots + A_0}, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

ou

$$G_j = d_j + \frac{b_{p-1}^j s^{p-1} + \dots + b_0^j}{s^p + A_{p-1} s^{p-1} + \dots + A_0}, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

onde

$$d_j = B_p^j$$

e

$$b_{p-l}^j = B_{p-l}^j - B_p^j A_{p-l}$$

Uma realização mínima [4] para a matriz de transferência G é dada pela expressão (1-11), onde

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & -A_0 \\ & -A_1 \\ & \vdots \\ I & \\ & -A_{p-1} \end{bmatrix} \quad B_d = \begin{bmatrix} b_0^1 & b_0^2 & \dots & b_0^r \\ b_1^1 & b_1^2 & \dots & b_1^r \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{p-1}^1 & b_{p-1}^2 & \dots & b_{p-1}^r \end{bmatrix}$$

$$C_d = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] \quad D_d = [d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_r] \quad (1-19)$$

1.6 Controle Robusto Descentralizado.

1.6.1 O Modelo da Planta.

Será considerado o modelo linearizado de N subsistemas interligados. O modelo global pode ser descrito da seguinte maneira:

$$\dot{X} = AX + Bu + D\xi$$

$$y = CX$$

(1-20)

onde X é um vetor de estado de ordem $n = \sum_{i=1}^N n_i$ e n_i é a ordem do modelo do i -ésimo subsistema, u é o vetor de entrada de ordem $m = \sum_{i=1}^N m_i$, onde m_i é o número de entradas do i -ésimo subsistema, y é um vetor de saídas medidas de ordem $r = \sum_{i=1}^N r_i$, onde r_i é o número de saídas medidas do i -ésimo subsistema, ξ são os sinais de distúrbio.

Assume-se que

$$\begin{aligned}
 X^T &\triangleq [X_1^T, X_2^T, \dots, X_N^T] \\
 u^T &\triangleq [u_1^T, u_2^T, \dots, u_N^T] \\
 y^T &\triangleq [y_1^T, y_2^T, \dots, y_N^T] \\
 \xi^T &\triangleq [\xi_1^T, \xi_2^T, \dots, \xi_N^T]
 \end{aligned} \tag{1-21}$$

As matrizes B , C e D são blocos diagonais, de tal modo que cada subsistema pode ser representado por

$$\begin{aligned}
 \dot{X}_i &= A_{ii}X_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N A_{ij}X_j + B_i u_i + D_i \xi_i \\
 y_i &= C_{ii}X_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N C_{ij}X_j
 \end{aligned} \tag{1-22}$$

Assume-se ainda que os pares (A_{ii}, B_i) , $i = 1, 2, \dots, N$, são controláveis e que os sinais de distúrbio são funções polinômiais do tempo, tendo a seguinte dinâmica:

$$\begin{aligned}
 \dot{\tau} &= A_{\xi_i} \tau_i \\
 \xi_i &= C_{\xi_i} \tau_i
 \end{aligned} \tag{1-23}$$

onde a matriz A_{ξ_i} é dada por

$$A_{E_i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

1.6.2 O Problema do Servomecanismo Robusto Descentralizado.

Sejam os sinais de referência $y_r^T \triangleq [y_{r_1}^T, y_{r_2}^T, \dots, y_{r_N}^T]$; constantes, e os sinais de erro

$$e^T \triangleq [e_1^T, e_2^T, \dots, e_N^T] \quad (1-24)$$

onde $e_i \triangleq y_i - y_{r_i}$.

O problema consiste em determinar os controladores descentralizados com entradas medidas localmente em cada subsistema e com saídas u_i , $i = 1, 2, \dots, N$, tal que quando aplicadas em (1-20) [12, 13, 14]:

- a - o sistema de malha fechada resultante seja estável e tenha comportamento transitório satisfatório.
- b - ocorra regulação do sinal de erro em cada subsistema, isto é, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$, $i = 1, 2, \dots, N$, independente dos distúrbios, das condições iniciais e de variações de parâmetros em A , B , C e D , que não venham a instabilizar o sistema resultante.

Antes de enunciar as condições exigidas para existência do controle robusto, faz-se necessário definir autovalores fixos descentralizados e zeros de transmissão.

1.6.3 Autovalores Fixos Descentralizados.

Definição 1.1 [13, 15]

Dado o sistema (1-20) considere-se o triplo (A, B, C) . Se K definido da seguinte maneira:

$$K \triangleq \{K \mid K = \text{bloco diag}(K_1, K_2, \dots, K_N), K_i \in R^{m_i \times r_i}, i = 1, 2, \dots, N\} \quad (1-25)$$

então, o conjunto de autovalores fixos de (A, B, C) com relação a K é definido como segue:

$$\Lambda_\lambda(A, B, C, K) \triangleq \bigcap_{K \in K} \tau(A + BK C) \quad (1-26)$$

onde $\tau(A + BK C)$ é o conjunto de autovalores de $A + BK C$.

Algoritmo 1.2 [15] (Para achar os autovalores fixos descentralizados):

- a - ache os autovalores de A .
- b - selecione arbitrariamente uma matriz K de acordo com (1-26), usando, por exemplo, um gerador de números aleatórios, tal que $\|A\| = \|K C\|$.
- c - ache os autovalores de $A + BK C$.
- d - os autovalores fixos de (A, B, C) estão contidos nos

autovalores de $A + B\kappa C$ que são comuns com os autovalores de A (se existem autovalores fixos). Além disso, para quase todas κ selecionadas, os autovalores fixos são identicamente iguais aos autovalores de $A + B\kappa C$ que são comuns com os autovalores de A .

e - se há dúvida quais são os autovalores fixos, repita os passos b, c e d, usando uma matriz κ diferente.

A dúvida, que pode ocorrer na identificação dos autovalores de $A + B\kappa C$ que são comuns com os autovalores de A , é devida, normalmente, aos seguintes fatores:

- os métodos numéricos de obtenção de autovalores fornecem resultados com algum erro.
- existem autovalores que na realidade não são fixos, no sentido exato da definição, mas que podem ser considerados como tais, pois, para diferentes matrizes κ , permanecem sempre muito próximos, mas não exatamente iguais, dos autovalores de A . Esse fenômeno é bastante conhecido em sistemas de uma entrada e uma saída, quando um polo é muito próximo de um zero.

1.6.4 Zeros de Transmissão.

Definição 1.2 [16, 18]

Dado o sistema (1-20), considere o triplo (A, B, C) . Os zeros de transmissão de (A, B, C) são a coleção de todos números complexos λ_2 , tais que

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A - \lambda_Z I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} < n + \min(r, m) \quad (1-27)$$

Em particular, os zeros de transmissão são os zeros (multiplicidades incluídas) do maior divisor comum de todos os menores $[n + \min(r, m)] \times [n + \min(r, m)]$ de $\begin{vmatrix} A - \lambda_Z I & B \\ C & 0 \end{vmatrix}$

Definição 1.3 [16]

Diz-se que (A, B, C) é degenerado se para quaisquer $n+1$ escalares reais distintos e especificados $\lambda_{Z_i}^*$, $i = 1, 2, \dots, n+1$, o seguinte é verdadeiro:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A - \lambda_{Z_i}^* I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} < n + \min(r, m), \quad i = 1, 2, \dots, n+1 \quad (1-28)$$

Um sistema degenerado tem zeros de transmissão que incluem todo o plano complexo.

O algoritmo seguinte pode ser usado para determinar se um sistema é degenerado.

Algoritmo 1.3 [18] (Para verificar se (A, B, C) é degenerado):

a - escolha um número real arbitrário λ_Z^* tal que $(A - \lambda_Z^* I)$ seja não singular. Isto será verdadeiro para quase todo λ_Z^* escolhido.

b - calcule $\text{rank} [C(A - \lambda_Z^* I)^{-1} B]$.

Se $\text{rank} [C(A - \lambda_Z^* I)^{-1} B] = \min(r, m)$, (A, B, C) é não degenerado.

Se $\text{rank} [C(A - \lambda_Z^* I)^{-1} B] < \min(r, m)$, (A, B, C) é quase sempre degenerado.

c - se há dúvida se (A, B, C) é degenerado, repita o passo b usando um outro número real λ_Z^* , se $\text{rank} [C(A - \lambda_Z^* I)^{-1} B] < \min(r, m)$ para $\min(r, m) + 1$ valores distintos de λ_Z^* , (A, B, C) é degenerado.

Definição 1.4 [16]

Dado o sistema (1-20), assume-se que $\text{rank } C = r$ e $\text{rank } B = m$. Seja $\tau(\rho)$ um autovalor de $(A + \rho BKC)$, onde $K \in R^{m \times r}$ com $\text{rank } K = \min(m, r)$, $\rho \in R$ e assumindo que existe um escalar $\lambda_Z^* \in R$ com a propriedade que para qualquer $\xi_Z > 0$, existe $\bar{\rho}(\xi_Z) > 0$ tal que $|\tau(\rho) - \lambda_Z^*| < \xi_Z$, $\forall \rho > \bar{\rho}(\xi_Z)$; então λ_Z^* é chamado um autovalor finito de $A + \rho BKC$.

O seguinte algoritmo pode ser usado para calcular os zeros de transmissão de um sistema (A, B, C) não degenerado.

Algoritmo 1.4 [18] (Para determinar os zeros de transmissão de (A, B, C) não degenerado):

a - escolha arbitrariamente uma matriz $K \in R^{m \times r}$ (usando um gerador de números aleatórios, por exemplo); tal que $\text{rank } K = \min(r, m)$.

b - calcule os autovalores da matriz $M(\rho) \triangleq A + \rho BKC$ para ρ muito grande (por exemplo, $\rho = 10^{15}$). Então, se $m = r$, os zeros de transmissão de (A, B, C) são iguais aos autovalores finitos de $M(\rho)$; se $m \neq r$, então, pa-

ra quase todas K , os zeros de transmissão de (A, B, C) estão contidos nos autovalores finitos de $M(\rho)$.

- c - se há dúvida quais são os zeros de transmissão, repita os passos a e b usando uma outra matriz K e outro valor de ρ (por exemplo $\rho = 10^{16}$).

1.6.5 Existência do Controlador Robusto Descentralizado [13, 14].

A condição necessária e suficiente para que exista um controlador invariante com o tempo, linear e robusto para (1-20), tal que $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$, para todos distúrbios mensuráveis ou não mensuráveis ξ , descritos por (1-23), e para entradas de referência y_r constantes e tais que o sistema controlado seja estabilizável, é que

- a - (A, B, C) não tenha autovalores fixos instáveis com relação a K .
- b - não ocorram zeros de transmissão na origem.
- c - as saídas y sejam mensuráveis.

Uma condição mais prática de verificação de existência do controlador robusto descentralizado é dada pelo seguinte teorema:

Teorema 1.1 [13]

Se existe solução para o problema de servomecanismo robusto para cada subsistema e se cada subsistema é controlável e observável, então existe solução para o problema de controle robusto descentralizado para quase todos os ganhos de interligação.

1.6.6 Desenvolvimento do Controlador Robusto.

1.6.6.1 A Estratégia de Controle.

A estratégia de controle é

$$u_i = y_{c_i} + y_{d_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1-29)$$

onde y_{c_i} é a saída do i -ésimo servocompensador e y_{d_i} é a saída do i -ésimo compensador estabilizador.

1.6.6.2 O Servocompensador Descentralizado.

Para cada subsistema, o servocompensador é um sistema dinâmico linear, contendo os modos dos sinais de distúrbio e da referência e tendo como entrada o sinal de erro ($e_i = y_i - y_{r_i}$) [13].

Para referências constantes e distúrbios do tipo descrito por (1-23), o servocompensador é dado por

$$\begin{aligned} \dot{X}_e &= A_e X_e + B_e (y - y_r) \\ y_e &= C_e X_e \end{aligned} \quad (1-30)$$

onde A_e , B_e e C_e são matrizes em forma de blocos diagonais com $\{A_{e_i}\}$, $\{B_{e_i}\}$ e $\{C_{e_i}\}$, $i = 1, 2, \dots, N$, como elementos dessas matrizes. As matrizes A_{e_i} , B_{e_i} e C_{e_i} , são idênticas para todos os

subsistemas e têm as seguintes formas:

$$A_{c_i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad B_{c_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

e

$$C_{c_i} = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

Como y_r é constante, os autovalores de A_{c_i} são idênticos aos de A_ξ , isto é, A_{c_i} contem autovalores múltiplos na origem, com multiplicidade igual à de A_ξ .

1.6.6.3 O Compensador Dinâmico Descentralizado.

O compensador estabilizador é um controlador com a função de estabilizar o sistema de malha fechada resultante, após inclusão do servocompensador, de modo que ocorra um comportamento transitório satisfatório.

Este compensador estabilizador pode ser projetado por várias técnicas, tais como, teoria de observadores, compensação dinâmica, etc. Neste trabalho o compensador estabilizador é um compensador dinâmico.

Os parâmetros desse compensador são determinados de modo

que a sua saída possa estabilizar a planta e servocompensador.

Considere o planta (1-20) e seja y_m os estados medidos do sistema (planta e servocompensador). Como os estados do servocompensador são sempre medidos, y_m inclui x_c . Assim, y_m pode ser expressa por

$$y_m = \begin{bmatrix} CX \\ X_c \end{bmatrix} \quad (1-31)$$

onde

$$y_m^T = [y_{m_1}^T, y_{m_2}^T, \dots, y_{m_N}^T]$$

O modelo do compensador dinâmico é dado por

$$\dot{X}_d = A_d X_d + B_d y_m$$

$$y_d = C_d X_d + D_d y_m \quad (1-32)$$

onde

$$X_d^T = [X_{d_1}^T, X_{d_2}^T, \dots, X_{d_N}^T]$$

$$A_d = \text{diag} [A_{d_1}, A_{d_2}, \dots, A_{d_N}]$$

$$B_d = \text{diag} [B_{d_1}, B_{d_2}, \dots, B_{d_N}]$$

$$C_d = \text{diag} [C_{d_1}, C_{d_2}, \dots, C_{d_N}]$$

$$D_d = \text{diag} [D_{d_1}, D_{d_2}, \dots, D_{d_N}]$$

O compensador dinâmico compõe-se de N compensadores dinâmicos locais, cada um tendo como entradas os estados medidos locais.

CAPÍTULO II

POSICIONAMENTO DE AUTOVALORES DE SISTEMAS DE GRANDE PORTE USANDO A TEORIA DE AGREGAÇÃO

Neste capítulo é apresentado um eficiente procedimento para o posicionamento de autovalores de sistemas lineares de grande dimensão. Os problemas computacionais, comuns aos métodos de posicionamento de polos, são superados. Este procedimento é de grande importância no desenvolvimento de controladores dinâmicos de baixa ordem para sistemas de grande porte.

2.1 Teoria de Agregação.

Agregação é um método sistemático e eficiente de projetar controladores para sistemas de grande dimensão através da lei de controle derivada para um modelo de pequena dimensão [19, 20].

2.1.1 Conceituação.

Seja o sistema linear, invariante com o tempo,

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (2-1)$$

onde X é o vetor de estado de ordem n e u é vetor de entrada de ordem m . A e B são matrizes constantes de dimensões $n \times n$ e $n \times m$, respectivamente. Admite-se que os autovalores que serão posicionados são controláveis.

Seja

$$Z \triangleq TX \quad (2-2)$$

onde Z é um vetor de ordem $l \leq n$, denominado vetor de estado agregado e T é uma matriz $l \times n$, constante, denominada matriz de agregação. Admite-se que

$$\text{rank } T = l \quad (2-3)$$

Define-se o sistema agregado por

$$\dot{Z} = FZ + Gu$$

$$Z(0) = TX(0) \quad (2-4)$$

Pode-se verificar, multiplicando membro a membro (2-1) por T , que

$$FT = TA \quad (2-5a)$$

$$G = TB \quad (2-5b)$$

Multiplicando (2-5a) membro a membro por T^T , obtem-se

$$F = TAT^T(TT^T)^{-1} \quad (2-6)$$

F é chamada matriz agregada ou agregação da matriz A .

2.1.2 Construção da Matriz de Agregação.

A matriz T é de fundamental importância na construção do sistema agregado (2-4). Assumindo que T satisfaz a expressão (2-5a) e considerando que λ_i é um autovalor de A com o autovetor associado v_i , ocorre

$$TAV_i = FTV_i$$

mas

$$AV_i = \lambda_i V_i$$

logo

$$FTV_i = \lambda_i TV_i \quad (2-7)$$

Conclui-se que se $TV_i \neq 0$, então λ_i é também um autovalor de F com o autovetor associado TV_i .

Portanto, a matriz T deve ser construída de tal modo que F tenha ℓ autovalores (comumente os dominantes) de A .

Uma das maneiras de construir T , satisfazendo (2-5a), é tomar as ℓ linhas de T iguais aos ℓ autovetores de A^T , associados aos ℓ autovalores (dominantes) de A [21].

Sendo conhecida a matriz T , as matrizes G e F são determinadas pelas expressões (2-5b) e (2-6), respectivamente.

De modo a evitar elementos complexos na matriz T , sugerem-se os seguintes passos para a sua construção:

Algoritmo 2.1 (Para construção da matriz de agregação):

- a - calcule os autovalores de A^T (ou de A).
- b - ache os autovetores de A^T associados aos ℓ autovalores dominantes.
- c - se o autovalor é real, tome o autovetor como uma linha de T .
- d - para um par de autovalores complexos conjugados, ache o autovetor associado de um deles e tome a parte real do autovetor como uma linha de T e a parte imaginária do mesmo autovetor como outra linha.

2.2 Posicionamento Progressivo dos Autovalores.

Antes de apresentar o algoritmo para posicionamento dos autovalores da matriz do sistema (2-1), será demonstrado um teorema de grande importância para justificação do projeto de controla

dores de sistemas de grande porte.

Teorema 2.1.

Considerando que os ℓ autovalores de A retidos no sistema agregado são controláveis, então

- a - posicionando estes autovalores no sistema agregado os demais autovalores de A não serão alterados, quando o controlador obtido para o sistema agregado for aplicado no sistema original.
- b - os autovalores não retidos não necessitam ser controláveis.

Demonstração:

Considere que os ℓ autovalores retidos são distintos.

Transformando o sistema original (2-1) para a forma de Jordan, vem

$$\dot{X}_J = A_J X_J + B_J u \quad (2-8)$$

onde $X_J = MX$, $A_J = MAM^{-1}$, $B_J = MB$ e M é a matriz modal onde as ℓ primeiras linhas são os autovetores normalizados de A^T , associados aos ℓ autovalores retidos no modelo agregado e as demais linhas são os autovetores de A^T associados aos $n-\ell$ autovalores não retidos.

Pode-se demonstrar que A_J assim formada é uma matriz na forma de Jordan.

Considere a lei de controle

$$u = -KZ$$

Substituindo (2-2) nesta expressão, ocorre

$$u = -KTX$$

ou

$$u = -KTM^{-1}X_J \quad (2-9)$$

Substituindo (2-9) em (2-8), resulta

$$\dot{X}_J = (A_J - B_JKTM^{-1})X_J \quad (2-10)$$

Seja

$$A_J^* \triangleq A_J - B_JKTM^{-1} \quad (2-11)$$

Como as ℓ linhas de T são iguais às ℓ primeiras linhas de M , pode-se concluir facilmente que

$$TM^{-1} = [I_\ell \quad ; \quad 0]$$

Logo,

$$B_JKTM^{-1} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ \alpha_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

Por sua formação, $A_J = \text{diag} [\Lambda_1, \Lambda_2]$, onde Λ_1 contém dia

gonalmente os ℓ autovalores de A retidos no sistema agregado. Substituindo (2-12) em (2-11), resulta

$$A_J^* = \begin{bmatrix} \Lambda_1^{-\alpha_1} & 0 \\ -\alpha_2 & \Lambda_2 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

Conclui-se, então, que os autovalores de A_J^* são o conjunto formado pela união dos autovalores de $\Lambda_1^{-\alpha_1}$ e dos autovalores de Λ_2 . Como α_1 é função da matriz de ganho de realimentação K , verifica-se que somente os ℓ autovalores contidos no sistema agregado podem ser modificados e que somente estes autovalores necessitam ser controláveis.

Esta conclusão é de grande importância, pois permite verificar que com o método de agregação é possível obter controladores para estabilizar sistemas não controláveis, desde que os autovalores não controláveis (fixos) sejam estáveis. Vale ressaltar que modelos com autovalores fixos são comuns em sistemas de grande porte. Isto ocorre porque o modelo é de realização não mínima, devido, principalmente, à hierarquização e descentralização de controladores.

No posicionamento de autovalores de um sistema de grande porte é importante, do ponto de vista prático, que os ganhos de realimentação sejam pequenos. Se todos os autovalores são posicionados, esses ganhos podem atingir valores elevados. Na prática, somente os autovalores próximos do eixo imaginário necessitam ser posicionados, deixando os demais autovalores inalterados. Também, pode não ser sempre possível decidir a priori quais autovalores

devem ser posicionados.

Apresenta-se a seguir um algoritmo para posicionar os autovalores do sistema sem causar ganhos de realimentação elevados.

Algoritmo 2.2 [9] (Para posicionar os autovalores de uma matriz A):

- a - determine os autovalores de A .
- b - ordene os autovalores e tome aquele com a maior parte real. Seja ele denominado λ_i .
- c - se λ_i é real, tome $F = \lambda_i$.
se λ_i é complexo, tome

$$F = \begin{bmatrix} R_e \lambda_i & -I_m \lambda_i \\ I_m \lambda_i & R_e \lambda_i \end{bmatrix}$$

- d - determine o autovetor associado ao autovalor λ_i e construa a matriz T .
- e - determine a matriz de ganho de realimentação K para o sistema agregado (2-4) tal que a matriz $F - TBK$ tenha o(s) autovalor(es) desejado(s). Observe que a matriz de ganho de realimentação para o sistema original (2-1) é $\bar{K} = KT$.
- f - repita os passos acima para o autovalor seguinte de maior parte real, observando que a matriz T é agora obtida dos autovetores de $(A - BKT)^T$.
- g - os autovalores são progressivamente modificados, começando pelo de maior parte real, até que o sistema ori

ginal seja estável com desempenho dinâmico satisfatório e com ganhos de realimentação aceitáveis.

2.3 Obtenção de Autovalores e Autovetores.

O sucesso do método de posicionamento progressivo depende do grau de precisão dos autovalores e autovetores.

2.3.1 O Método QR para Obtenção de Autovalores [23, 24].

O método QR é atualmente o mais empregado para obtenção dos autovalores de uma matriz geral. O método, ou algoritmo, consiste, em linhas gerais, no seguinte:

Seja A uma matriz qualquer. Tome

$$A_i = A$$

Se A é não singular pode ser decomposta da seguinte maneira [25]:

$$A_i = Q_i R_i \tag{2-14}$$

onde Q_i é uma matriz unitária e R_i é uma matriz triangular superior. De (2-14), vem

$$R_i = Q_i^{-1} A_i = Q_i^H A_i$$

Considere

$$A_{i+1} = R_i Q_i$$

Então

$$A_{i+1} = Q_i^H A_i Q_i \quad (2-15)$$

O método é prático somente quando aplicado a uma matriz na forma de Hessenberg superior, ou seja, uma matriz onde todos os elementos abaixo da primeira subdiagonal são nulos [23, 26].

Como qualquer matriz pode ser transformada, por transformação de similaridade [26], para a forma de Hessenberg, é recomendável fazer inicialmente essa transformação e a seguir aplicar o algoritmo QR nesta matriz.

A convergência da sequência $\{A_i\}$ descrita por (2-15) merece particular atenção. Quando há convergência, essa sequência converge ou para uma matriz na forma triangular superior, com os autovalores na diagonal principal, ou para uma matriz na forma triangular por blocos, com os blocos diagonais formados por submatrizes 1×1 ou 2×2 .

A condição necessária e suficiente para que o algoritmo QR convirja, quando aplicado a uma matriz de Hessenberg H , é que entre cada conjunto de autovalores (de H) com módulos iguais existam no máximo dois de multiplicidade par e dois de multiplicidade ímpar [25].

Para algumas matrizes a redução para a forma de Hessenberg não é suficiente para assegurar a convergência rápida do algorit-

mo. Faz-se necessário, então, fazer deslocamentos da origem.

Outra razão para fazer deslocamentos da origem é para contornar o problema de convergência, quando a matriz tem autovalores distintos com módulos iguais.

Muitas vezes há necessidade de fazer deslocamentos da origem no plano complexo, surgindo conseqüentemente o algoritmo *QR* duplo [24, 25, 26], onde são realizados dois deslocamentos complexos conjugados.

O método *QR* é de difícil implementação computacional. Por outro lado, existem vários bons programas disponíveis na bibliografia técnica especializada e atualmente muitos centros de computação de Universidades contam com programas para obtenção de autovalores de uma matriz qualquer pelo método *QR*. Torna-se, pois, pouco importante, para os usuários, o estudo aprofundado desse método.

2.3.2 Melhor Aproximação para Um Autovalor.

Partindo de um resultado aproximado, obtido, por exemplo, pelo método *QR*, uma melhor aproximação para um autovalor pode ser encontrada pela seguinte expressão de Rayleigh [26, 27]:

$$\lambda_{j+1} = \lambda_j + \frac{V^T(A - I\lambda_j)X_v}{V^T X_v} \quad (2-16)$$

onde λ_j = valor aproximado do autovalor λ da matriz A qualquer

λ_{j+1} = melhor aproximação para o autovalor λ

X_v = autovetor de A associado ao autovalor λ

V = autovetor de A^T associado ao autovalor λ .

Como será visto, x_v e V podem ser obtidos com boa aproximação, mesmo utilizando valores pouco aproximados de λ .

2.3.3 Obtenção de Autovetores.

Os autovetores são determinados pelo método de iteração inversa [27], que consiste no seguinte:

Seja λ_α um valor aproximado do autovalor λ da matriz A . Z_i é um vetor arbitrário. Usualmente toma-se Z_0 com todos os elementos iguais a um. W_{i+1} é o vetor solução do sistema de equações lineares (2-15) e $\max(w_{i+1})$ é o elemento do vetor W_{i+1} com maior valor absoluto. Tem-se

$$(A - \lambda_\alpha I)W_{i+1} = Z_i \quad (2-17)$$

$$Z_{i+1} = \frac{W_{i+1}}{\max(w_{i+1})} \quad (2-18)$$

Conforme é demonstrado em [27] Z_i converge rapidamente para um autovetor de A quando λ_α difere pouco de λ . Verificou-se computacionalmente que mesmo para λ_α grosseiramente aproximado a λ , Z_i converge razoavelmente rápido para o autovetor de A associado ao autovalor λ . Deve-se notar que se $\lambda_\alpha = \lambda$ o sistema de equações (2-17) é homogêneo.

As expressões (2-17) e (2-18) também podem ser usadas quando o autovetor é complexo. Entretanto, para evitar operações aritméticas complexas, Van Ness [27] sugere as seguintes expressões

para obtenção de autovetores complexos:

$$\left[(A - I\alpha)^2 + I\beta^2 \right] N_{i+1} = \beta Q_i + (A - \alpha I)R_i \quad (2-19)$$

$$M_{i+1} = \frac{1}{\beta} \left[(A - I\alpha)N_{i+1} - R_i \right] \quad (2-20)$$

$$(Q + jR)_{i+1} = \frac{(M + jN)_{i+1}}{\max(m + jn)_{i+1}} \quad (2-21)$$

onde $\alpha + j\beta =$ aproximação para o autovalor complexo λ .

$Q + jR =$ vetor complexo arbitrário (corresponde a Z da expressão (2-17)).

Algoritmo 2.3 - (Para obter autovetores complexos):

- a - tome inicialmente todos os elementos de Q e R arbitrários, por exemplo iguais a um.
- b - resolva o sistema de equações lineares (2-19) para achar o vetor N_{i+1} .
- c - substitua N_{i+1} em (2-20) para achar M_{i+1} .
- d - normalize $M + jN$ pela expressão (2-21), onde $\max(m+jn)_{i+1}$ é o elemento de maior valor absoluto de $(M + jN)_{i+1}$.
- e - compare o novo vetor $Q + jR$ com o anterior. Se as variações dos elementos foram suficientemente pequenas, $Q + jR$ é o autovetor desejado. Se não, repita os passos de b a e tantas vezes quanto necessárias.

Observe-se que no caso de autovalor múltiplo, por meio das expressões acima são obtidos um autovetor para o autovalor. Neste caso, é necessário recorrer a outras técnicas para obtenção da cadeia de autovalores generalizados [4].

2.4 Exemplo.

Seja o modelo linearizado de uma máquina síncrona com excitatriz, ligada a uma barra infinita

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,18668 & 0 & 0 & 0 & -0,20397 & 0 \\ 0 & 0 & -50 & -15000 & 0 & -15000 \\ 0 & 0 & -0,25 & -76 & 0 & -75 \\ -0,08352 & 0 & -0,1 & 0 & -0,21428 & 0 \\ -5,574 & 0 & 0 & 0 & 58,052 & -200 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 15000 \\ 75 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,59244 & 0 & 0 & 0 & 1,73992 & 0 \end{bmatrix}$$

Os autovalores da matriz A são:

$$-205,311710 \quad -3,248676 \quad +0,12992 + j8,418135$$

$$-116,670410 \quad -1,243351$$

Para estabilizar a máquina necessita-se somente posicionar o par de autovalores complexos. Para esses autovalores, tem-se

$$F = \begin{bmatrix} 0,129927 & -8,418135 \\ 8,418135 & 0,129927 \end{bmatrix}$$

$$K = [K_1 \quad K_2]$$

$$T = \begin{bmatrix} 0,30272 & 0,00096 & 1 & 0,00492 & 0,00074 & -0,00826 \\ -0,03854 & 0,00675 & 0 & 0,00058 & -0,00885 & -0,00114 \end{bmatrix}$$

$$F - TBK = \begin{bmatrix} 0,129927-15000,369K_1 & -8,41812-15000,369K_2 \\ 8,41813-0,0435K_1 & 0,12992-0,0435K_2 \end{bmatrix}$$

Como se vê, K_1 e K_2 podem ser escolhidos para posicionar arbitrariamente os autovalores de $F - TBK$.

A seguir, tomando $u = -KTX$ resultará $A - BKT$ com os dois autovalores de $F - TBK$.

CAPÍTULO III

ESTABILIZADORES REDUZIDOS PARA SISTEMAS DE GRANDE PORTE

3.1 Introdução.

Em sistemas de grande porte como sistemas de potência, sistemas de comunicação, sistemas de transporte, processos industriais, etc, é recomendável empregar estabilizadores reduzidos. Considere, por exemplo, um sistema de ordem n com uma entrada e uma saída. Com a aplicação direta da teoria de observadores ou compensação dinâmica resultará um estabilizador de ordem $n-1$. Por outro lado, explorando a estrutura modal do sistema, um estabilizador de segunda ou mesmo de primeira ordem (compensador do tipo *lead*, *lag* ou *lead-lag*) pode estabilizar o sistema. Naturalmente, com o estabilizador reduzido não se pode posicionar arbitrariamente os autovalores do sistema de malha fechada. Na prática, todavia, o posicionamento arbitrário dos autovalores nem sempre é necessário.

Os algoritmos baseados na teoria de agregação utilizam um

modelo de ordem reduzida para determinar o estabilizador dinâmico, mas a ordem do estabilizador obtido é elevada.

Neste capítulo são propostos três algoritmos para projetar estabilizadores reduzidos. O primeiro algoritmo é baseado na redução de ordem do modelo original pelo método de Davison [28, 29] e obtenção do estabilizador a partir do modelo de ordem reduzida, o segundo algoritmo utiliza uma operação de pseudo-inversão de uma matriz e no terceiro e último algoritmo o estabilizador é obtido para estabilizar um subsistema de ordem reduzida, estritamente positivo real, derivado do sistema original. Os dois primeiros algoritmos são heurísticos e somente no último é assegurada a estabilidade do sistema da malha fechada.

Nos três casos, assume-se que os estabilizadores são compensadores dinâmicos de modo a ter realimentação apenas dos estados medidos ou saída.

Outra técnica de redução de ordem de modelos, para obtenção de controladores, é o método de perturbação singular [30], que consiste em separar o sistema original em dois subsistemas, onde um deles contém as variáveis de estado rápidas e o outro as variáveis lentas. Este método, apesar de ser muito empregado, não vai ser tratado no presente trabalho.

3.2 Determinação do Estabilizador a Partir do Modelo de Ordem Reduzida de Davison.

3.2.1 Modelo de Ordem Reduzida de Davison [28, 29].

O método de redução de ordem de Davison se fundamenta em desprezar os autovalores do sistema original que estão muito afastados do eixo imaginário, retendo apenas os autovalores dominantes no sistema reduzido. Isto significa que o comportamento dinâmico do sistema reduzido será aproximado ao do sistema original. O método consiste no seguinte:

Seja um sistema de grande porte representado por

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX \tag{3-1}$$

onde X é o vetor de estado de ordem n , u é o vetor de entrada de controle de ordem m , e y é o vetor de saída de ordem r . A , B e C são matrizes constantes de dimensões apropriadas.

Assumindo que o sistema (3-1) tem $\ell < n$ autovalores dominantes, então, ele pode ser aproximado por um modelo de ordem ℓ :

$$\dot{X}_r = A_r X_r + B_r u$$

$$y_r = C_r X_r \tag{3-2}$$

onde X_r é um vetor formado pelas ℓ variáveis do sistema original

que são retidas no modelo reduzido, A_r é uma matriz constante $\ell \times \ell$, B_r é uma matriz constante $\ell \times m$, onde m é o número de entradas e C_r é uma matriz $r \times \ell$, onde r é o número de saídas.

Sem perder a generalidade, considera-se que são retidas as ℓ primeiras variáveis de (3-1).

Seja U a matriz de autovetores de A , ou

$$U = [U^1, U^2, \dots, U^n] \quad (3-3)$$

onde os primeiros autovetores, U^1, U^2, \dots, U^ℓ , são os autovetores associados aos autovalores dominantes retidos no modelo reduzido. Considere-se U e C representadas da seguinte maneira:

$$U = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \quad C = [C_1 \quad C_2]$$

onde U_{11} é uma matriz $\ell \times \ell$, U_{12} é uma matriz $\ell \times (n-\ell)$, U_{21} é uma matriz $(n-\ell) \times \ell$, C_1 é uma matriz $r \times \ell$ e C_2 é uma matriz $r \times (n-\ell)$.

As matrizes A_r , B_r e C_r são determinadas da seguinte maneira:

$$A_r = U_{11} L U_{11}^{-1}$$

$$B_r = U_{11} |U^{-1} B|$$

$$C_r = C_1 + C_2 U_{21} U_{11}^{-1} \quad (3-4)$$

onde $|U^{-1} B|$ é uma matriz $\ell \times m$, contendo as ℓ primeiras linhas de

$U^{-1}B$, L é uma matriz diagonal $l \times l$, consistindo dos l autovalores dominantes de A , isto é,

$$L = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & 0 & \dots & \\ & & & \lambda_l \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

Assume-se que U_1 é não singular. Se isso não ocorrer deve ser selecionado outro conjunto de variáveis para ser retido no modelo reduzido.

3.2.2 Determinação do Estabilizador.

Considere o sistema de grande dimensão (3-1).

O estabilizador para (3-1) é obtido utilizando o modelo de ordem reduzida (3-2). O estabilizador considerado é o compensador dinâmico

$$\begin{aligned} \dot{X}_d &= A_d X_d + B_d y \\ u &= C_d X_d + D_d y \end{aligned} \quad (3-6)$$

Substituindo $y = CX$ em (3-6), resulta

$$\begin{aligned} \dot{X}_d &= B_d CX + A_d X_d \\ u &= D_d CX + C_d X_d \end{aligned} \quad (3-7)$$

Substituindo (3-7) em (3-1) e arrumando, ocorre

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{X}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BD_dC & BC_d \\ B_dC & A_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_d \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

Verificou-se, nos vários exemplos estudados, que alterando os autovalores do sistema reduzido, com razoável aproximação são esses autovalores são alterados no sistema original com o compensador obtido para o modelo reduzido.

Pela expressão (3-8) verifica-se que a matriz D_d tem um papel muito importante no posicionamento dos autovalores do sistema compensado. Em acréscimo, D_d normalmente tem poucos elementos para serem ajustados, se necessário.

É evidente que a estabilização do sistema reduzido não assegura, necessariamente, a estabilização do sistema original.

Diante disso, e após verificação, com sucesso, em vários sistemas, de diversas ordens, o autor propõe o seguinte algoritmo heurístico:

Algoritmo 3.1 (Para determinar o estabilizador a partir do modelo de ordem reduzida de Davison):

- a - selecione os autovalores dominantes a serem retidos no modelo de ordem reduzida, por intuição ou utilizando as abordagens de Mahapatra [31] e de Elrazaz e Sinha [32].
- b - obtenha o modelo de ordem reduzida de Davison.
- c - obtenha o compensador dinâmico para o modelo de ordem reduzida.

- d - introduza o compensador dinâmico no sistema original e verifique os autovalores do sistema aumentado. Se os autovalores não são satisfatórios, verifique a sensibilidade dos autovalores dominantes com relação aos parâmetros de D_d [33]. A seguir modifique os parâmetros de D_d de modo a melhorar a posição desses autovalores. Com isso é possível fazer pequenas modificações nos autovalores dominantes do sistema aumentado.
- e - se os autovalores não resultarem suficientemente afastados, obtenha outro compensador reduzido de modo a proporcionar um maior afastamento dos autovalores dominantes do modelo de ordem reduzida. A seguir repita o passo d.
- f - se, mesmo assim, os autovalores do sistema original não são satisfatórios, aumente a ordem do sistema reduzido, retendo o seguinte autovalor de maior parte real. A seguir repita os passos b, c e d.

No capítulo V é apresentado um exemplo de aplicação deste algoritmo na obtenção de um estabilizador para um sistema de 22ª ordem.

3.3 Estabilizador Reduzido Usando Operação de Pseudo-Inversão.

3.3.1 Obtenção do Estabilizador.

Em sistemas de dimensão elevada e com poucos estados me-

dados o valor p é grande. Assim, o compensador dinâmico para sistemas multivariáveis, mesmo o compensador de ordem p , visto no item 1-5-4, é de ordem elevada. É, pois, desejável obter um compensador estabilizador onde $p_r < p_0$.

Neste caso, a matriz

$$Q = [C^T \ A^T C^T \ \dots \ (A^T)^{p_r} C^T] \quad (3-9)$$

da expressão (1-16) tem "rank" menor que n , onde n é a ordem do sistema. Consequentemente, os autovalores da matriz aumentada não podem ser posicionados arbitrariamente. Entretanto esses autovalores podem ser colocados numa certa região do plano complexo, sem preocupação das posições exatas dos mesmos [34].

Agora, o sistema de equações (1-16) não tem solução exata. Sabe-se [35], todavia, que a melhor solução aproximada de (1-16) é

$$\begin{bmatrix} B_0^T \\ B_1^T \\ \vdots \\ B_{p_r}^T \end{bmatrix} = Q^+ K_{p_r}^T \quad (3-10)$$

onde Q^+ é a pseudo-inversa de Q .

As matrizes A_i 's são obtidas normalmente da expressão (1-18), após determinar os B_i 's por (3-10).

Os passos para determinação dos parâmetros do compensador reduzido são os mesmos utilizados para obtenção de um compensa-

dor não reduzido, mas, antes de obter o compensador é recomendável verificar se os autovalores do sistema compensado irão ficar posicionados satisfatoriamente. Se o "rank" de Q fosse igual a n (se $p_r \geq p_0$) a solução de (3-10) seria exata. Como é fácil verificar, a introdução do compensador dinâmico é equivalente a substituir as linhas nulas (últimas linhas) da matriz aumentada por $-\begin{bmatrix} K_{p_r+1} & K_1 \\ K_2 & \dots & K_{p_r} \end{bmatrix}$

No caso do compensador com $p_r < p_0$ as matrizes B_i 's são obtidas por (3-10), que é a solução aproximada de (1-16). Multiplicando aquela expressão por Q , encontra-se

$$(K_{p_r+1}^a)^T \triangleq QQ^+ K_{p_r+1}^T \quad (3-11)$$

Conclui-se, pois, que a introdução do compensador reduzido é equivalente a substituir as linhas nulas (uma só linha no caso de compensador de ordem p_r) da matriz aumentada por $-\begin{bmatrix} K_{p_r+1}^a & K_1 \\ K_2 & \dots & K_{p_r} \end{bmatrix}$

Portanto, considerando um compensador de ordem p_r , uma realização para o sistema compensado é

$$\dot{\bar{X}} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ 0 & I_{p_r-1} & \\ -K_{p_r+1}^a - 1 & -K_1 & -K_2 \dots -K_{p_r} \end{bmatrix} \bar{X} \quad (3-12)$$

Verifica-se, então, que a grandeza do erro cometido por não utilizar um compensador de ordem completa pode ser estimada por

$$\begin{aligned}
\|E_r\| &= \left\| \begin{bmatrix} K_{p_{r+1}} & K_1 & \dots & K_{p_r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{p_{r+1}}^a & K_1 & \dots & K_{p_r} \end{bmatrix} \right\| \\
&= \left\| \begin{bmatrix} K_{p_{r+1}} & -K_{p_{r+1}}^a & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \right\| = \left\| \begin{bmatrix} K_{p_{r+1}} & -K_{p_{r+1}}^a \end{bmatrix} \right\| \\
&= \left\| K_{p_{r+1}} \begin{bmatrix} I - (QQ^+)^T \end{bmatrix} \right\|
\end{aligned}$$

donde

$$\|E_r\| \leq \|K_{p_{r+1}}\| \cdot \|I - (QQ^+)^T\| \quad (3-13)$$

Isto indica que melhores resultados são obtidos quando QQ^+ se aproxima da matriz identidade.

Pode-se agora enumerar os passos para determinação do compensador reduzido.

Algoritmo 3.2 (Para determinação do estabilizador reduzido usando operação de pseudo-inversão):

- a - tome um valor pequeno para p_r .
- b - determine a matriz de realimentação K de modo a ter o posicionamento dos autovalores suficientemente afastados do eixo imaginário. Esta matriz pode ser obtida pelo método de agregação para evitar grandes ganhos.
- c - determine as matrizes B_i 's pela expressão (3-10), usando um método para obter a pseudo-inversa de uma matriz qualquer [36, 37].
- d - construa a matriz da expressão (3-12) e obtenha os seus autovalores.
- e - se estes autovalores estão posicionados satisfatoriamente, obtenha as matrizes A_i 's pela expressão (1-17).

Se os autovalores não são satisfatórios, tome $p_r = p_r + 1$ e repita os passos b, c e d.

Assumindo que o sistema \bar{e} controlável, é evidente que seguindo estes passos sempre é possível encontrar um compensador que satisfaça às exigências de localização dos autovalores do sistema compensado.

3.3.2 Exemplo.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -0,05 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -3,333 & 3,333 & 0 \\ -5 & 0 & -12,5 & -12,5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 12,5 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X$$

Para este sistema, verifica-se que $p_0 = 2$ e $p_c = 3$. Logo, para posicionamento arbitrário dos autovalores deve-se tomar $p = 2$, ou seja, um compensador de 2^a ordem.

Será considerado, entretanto, um compensador de 1^a ordem ($p_r = 1$). Neste caso tem-se

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,05 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad Q^+ = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,0042 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,1667 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,0042 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O sistema aumentado é

$$\dot{\bar{X}} = \begin{bmatrix} -0,05 & 6 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3,333 & 3,333 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & -12,5 & -12,5 & 12,5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{X} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} W$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \bar{X}$$

Para este sistema aumentado a matriz de controle foi obtida por teoria de controle ótimo [2], de modo a minimizar o índice de desempenho

$$J = \int_0^{\infty} e^{2\alpha t} (\bar{X}^T G \bar{X} + W^2) dt, \text{ com } G = I \text{ e } \alpha = 0,3$$

O compensador encontrado foi

$$u(s) = \frac{1}{s + 4,34297} \begin{bmatrix} -0,38401s - 0,34033 & -0,34033s + 1,56438 \end{bmatrix} y(s)$$

Os autovalores do sistema original são

$$-13,1316, \quad -2,8642, \quad 0,0564 + j2,5774$$

Os autovalores do sistema com o compensador reduzido

são

$-13,9171, \quad -3,2601, \quad -1,2461, \quad -1,0934 + j3,1523$

3.4 Estabilizador Reduzido Baseado em Condições de Positividade Real.

3.4.1 Introdução.

Os estabilizadores reduzidos acima apresentados são determinados heurísticamente e nada assegura que o sistema original aumentado seja estável. Faz-se necessário, pois, desenvolver métodos e técnicas para projetar um estabilizador de ordem reduzida que permita assegurar a estabilidade do modelo de malha fechada.

Desenvolve-se a seguir um eficiente procedimento de projeto para obter a estrutura e os parâmetros de um estabilizador de ordem reduzida [38]. O modelo original é inicialmente transformado para a forma canônica de Jordan e a seguir dividido em dois subsistemas denominados subsistema N e subsistema R . A estrutura e os parâmetros do estabilizador são determinados de modo a assegurar que o subsistema composto formado do estabilizador com o subsistema R na realimentação somado com o ganho α multiplicado pela saída do subsistema N seja estritamente positivo real. O subsistema N , com a realimentação da saída com certo ganho de realimentação α , deve também ser estritamente positivo real.

Usando o teorema de hiperestabilidade de Popov [39,42,43] demonstra-se que o estabilizador de ordem reduzida proposto estabiliza o sistema original.

O desenvolvimento deste estabilizador reduzido \bar{e} , provavelmente, a maior contribuição do presente trabalho.

3.4.2 Funções Positivas Reais.

Definição 3.1 [39]

Uma função $h(s)$, onde s é uma variável complexa, é positiva real se

- a - $h(s)$ é real para s real.
- b - $h(s)$ não tem polos no semiplano à direita do eixo imaginário.
- c - os eventuais polos de $h(s)$ no eixo imaginário são distintos e os resíduos associados são reais e positivos (ou nulos).
- d - para todo ω real, para o qual $s = j\omega$ não é um polo de $h(s)$, tem-se $R_e [h(j\omega)] \geq 0$.

Definição 3.2 [39]

Uma função racional $h(s)$, onde s é uma variável complexa, é estritamente positiva real se

- a - $h(s)$ é real para s real.
- b - $h(s)$ não tem polos no semiplano à direita do eixo imaginário.
- c - $R_e [h(j\omega)] > 0$, para $-\infty < \omega < +\infty$.

As funções de transferência normalmente estão na forma

$h(s) = N(s)/D(s)$, onde $N(s)$ e $D(s)$ são polinômios da variável complexa s .

Lema 3.1 [39]

Se $h(s) = N(s)/D(s)$ é uma função positiva real, então

a - $N(s)$ e $D(s)$ têm coeficientes reais.

b - $1/h(s)$ é também uma função positiva real.

c - $N(s)$ e $D(s)$ são polinômios de Hurwitz, isto é, eles verificam o critério de Hurwitz e seus zeros têm partes reais negativas.

d - a ordem de $D(s)$ não difere da ordem de $N(s)$ mais que ± 1 .

Para verificação de positividade real de uma função $h(s) = N(s)/D(s)$ ver [40, 41].

3.4.3 Desenvolvimento do Estabilizador para Sistemas de Uma Entrada e Uma Saída.

Teorema 3.1 [38]

Seja o sistema linear na forma de Jordan

$$\dot{X} = \Lambda X - \beta u$$

$$y = \gamma X$$

(3-14)

onde (Λ, β) é controlável e (Λ, γ) é observável.

Considere o sistema (3-14) decomposto da seguinte maneira;

$$X^T = \begin{bmatrix} X_N^T & X_R^T \end{bmatrix} \quad \Lambda = \text{diag} \begin{bmatrix} \Lambda_N & \Lambda_R \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_N \\ \beta_R \end{bmatrix} \quad \gamma = \begin{bmatrix} \gamma_N & \gamma_R \end{bmatrix}$$

$$y = y_N + y_R, \text{ onde } y_N = \gamma_N x_N \text{ e } y_R = \gamma_R x_R$$

(Λ_N, β_N) e (Λ_R, β_R) são controláveis, (Λ_N, γ_N) e (Λ_R, γ_R) são observáveis.

Seja α um número positivo ou nulo e

$$\bar{u} \triangleq u + \alpha y_N,$$

Se

a - o subsistema

$$\dot{x}_N = (\Lambda_N + \beta_N \alpha \gamma_N) x_N - \beta_N \bar{u}$$

$$y_N = \gamma_N x_N$$

(3-15)

é estritamente positivo real, considerando \bar{u} como en-

trada e y_N como saída, e

b - o subsistema

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_R - \beta_R E \gamma_R & -\beta_R H \\ G \gamma_R & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_R \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta_R E \\ G \end{bmatrix} y_N$$

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} E \gamma_R & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_R \\ z \end{bmatrix} + (E + \alpha) y_N$$

(3-16)

\bar{e} estritamente positivo real, considerando y_N como en
trada e \bar{u} saída,

Então

$$\dot{z} = Fz + Gy$$

$$u = Hz + Ey \quad (3-17)$$

estabiliza o sistema (3-14), onde (F, G, H, E) forma uma realiza-
ção mínima.

Demonstração:

Considerando o sistema original (3-14) com o estabiliza-
dor (3-17), o sistema composto \bar{e} dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_N \\ \dot{X}_R \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_N - \beta_N E \gamma_N & -\beta_N E \gamma_R & -\beta_N H \\ -\beta_R E \gamma_N & \Lambda_R - \beta_R E \gamma_R & -\beta_R H \\ G \gamma_N & G \gamma_R & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_N \\ X_R \\ Z \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

O sistema composto pode ser considerado como dois subsis-
temas interligados, sendo qualquer deles a realimentação do outro.

Os dois subsistemas são

$$\dot{X}_N = \Lambda_N X_N - \beta_N u$$

$$y_N = \gamma_N X_N \quad (3-19)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_R \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_R - \beta_R E \gamma_R & -\beta_R H \\ G \gamma_R & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_R \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta_R E \\ G \end{bmatrix} y_N$$

$$u = \begin{bmatrix} E \gamma_R & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_R \\ Z \end{bmatrix} + E y_N \quad (3-20)$$

Somando e subtraindo o termo αy_N à entrada de controle u , a primeira equação de (3-19) torna-se

$$\dot{X}_N = \Lambda_N X_N - \beta_N (u - \alpha y_N + \alpha y_N) \quad (3-21)$$

Notando que $y_N = \gamma_N X_N$ e simplificando, resulta

$$\dot{X}_N = (\Lambda_N + \beta_N \alpha \gamma_N) X_N - \beta_N (u + \alpha y_N)$$

Isto é,

$$\dot{X}_N = (\Lambda_N + \beta_N \alpha \gamma_N) X_N - \beta_N \bar{u} \quad (3-22)$$

Similarmente a 2ª equação de (3-20) pode ser expressa por

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} E \gamma_R & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_R \\ Z \end{bmatrix} + (E + \alpha) y_N \quad (3-23)$$

Agora, podem-se considerar dois novos subsistemas interligados, sendo qualquer deles a realimentação do outro. Os novos subsistemas são

$$\dot{X}_N = (\Lambda_N + \beta_N \alpha \gamma_N) X_N - \beta_N \bar{u}$$

$$y_N = \gamma_N X_N \quad (3-24)$$

denominado subsistema \bar{N} , e

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_R \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_R - \beta_R E \gamma_R & -\beta_R H \\ G \gamma_R & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_R \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta_R E \\ G \end{bmatrix} y_N$$

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} E \gamma_R & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_R \\ Z \end{bmatrix} + (E + \alpha) y_N \quad (3-25)$$

denominado subsistema \bar{R} .

O subsistema (3-24) é derivado do subsistema (3-19) com a realimentação positiva αy_N e o subsistema (3-25) é derivado do subsistema (3-20) após somar αy_N com a saída u . A entrada do subsistema (3-24) é \bar{u} e a saída é y_N . A entrada do subsistema (3-25) é y_N e a saída é \bar{u} . O sistema composto é obtido, interligando os subsistemas (3-24) e (3-25) numa malha fechada.

Recorrendo ao teorema de hiperestabilidade de Popov [39, 42, 43], verifica-se que o sistema composto é assintoticamente estável se ambos os subsistemas (3-24) e (3-25) são estritamente positivos reais.

A conclusão do teorema 3.1 pode ser melhor vista no domínio de frequência, da seguinte maneira:

Sejam definidas as seguintes funções de transferência

$$\frac{y_N}{-u} \triangleq H_N(s)$$

$$\frac{y_R}{u} \triangleq H_R(s)$$

$H_D(s)$ = função de transferência do estabilizador reduzido.

A figura 3-1 apresenta os dois subsistemas com suas interligações.

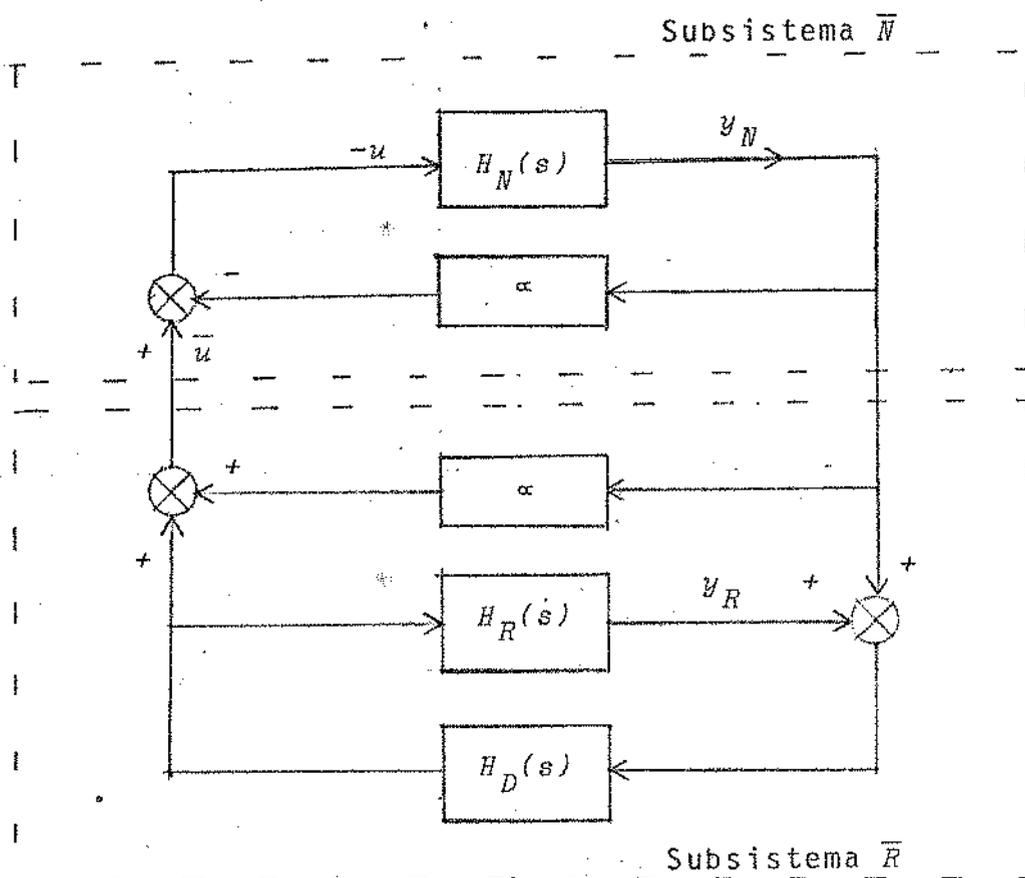


Fig. 3.1 O sistema original com estabilizador, decomposto em dois subsistemas em malha fechada.

Para o subsistema \bar{N} , tem-se

$$\frac{y_N}{-u} \triangleq H(s) = \frac{H_N(s)}{1 - \alpha H_N(s)} \quad (3-26)$$

e para o subsistema \bar{R} , ocorre

$$\frac{\bar{u}}{y_N} \triangleq G(s) = \alpha + \frac{H_D(s)}{1 - H_R(s)H_D(s)} \quad (3-27)$$

Sugere-se agora o seguinte algoritmo:

Algoritmo 3.3 (Para determinação do estabilizador reduzido baseado em condições de positividade real):

- a - transforme o sistema original para a forma de Jordan.
- b - decomponha o sistema na forma de Jordan em dois subsistemas N e R , respectivamente, com o subsistema R re_utendo os autovalores dominantes.
- c - ache o estabilizador para posicionar os autovalores do subsistema R .
- d - ache os valores de α que tornam $G(s)$ da expressão (3-27) estritamente positiva real.
- e - verifique se para algum valor de α satisfazendo $G(s)$ estritamente positiva real a função $H(s)$ da expressão (3-26) também é estritamente positiva real.
- f - se $G(s)$ e $H(s)$ são estritamente positivas reais para um mesmo valor de α , o sistema de malha fechada é estável, ou seja, o estabilizador projetado para estabilizar o sistema R estabiliza também o sistema original.

3.4.4 Aplicação: Obtenção de Um Estabilizador de Sistema de Potência.

Considere o modelo linearizado de uma máquina síncrona com

o sistema de excitação ligada a uma barra infinita do exemplo do item 2.4, considerando como saída somente o sinal de variação de velocidade ($y = \Delta\omega = x_2$).

Os autovalores da matriz A, como foi visto, são

$$\begin{array}{ll} -205,312710 & -3,248676 \\ & +0,129927+j8,418135 \text{ (Instável)} \\ -116,67041 & -1,243351 \end{array}$$

O estabilizador visa posicionar o par de autovalores complexos.

Seguem-se agora os passos do algoritmo 3.3:

a - representação na forma de Jordan.

$$\dot{X}_J = \begin{bmatrix} -205,31171 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -116,67041 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,243351 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,248676 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,129927 & -8,418135 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8,418135 & 0,129927 \end{bmatrix} X_J +$$

$$+ \begin{bmatrix} 5,31171 \\ -83,3296 \\ 0,24334 \\ 2,24868 \\ -0,08667 \\ 0,26879 \end{bmatrix} u$$

$$y = [-0,00008 \quad 0,00026 \quad -0,022 \quad 0,05172 \quad 0,98948 \quad -0,01162] X_J$$

b - decomposição em dois subsistemas N e R .

O subsistema N é o seguinte:

$$\dot{X}_N = \begin{bmatrix} -205,31171 & 0 & 0 \\ 0 & -116,67041 & 0 \\ 0 & 0 & -1,243351 \end{bmatrix} X_N + \begin{bmatrix} 5,31171 \\ -83,3296 \\ 0,24337 \end{bmatrix}$$

$$y_N = [-0,00008 \quad 0,00026 \quad -0,022] X_N$$

O subsistema R é o seguinte:

$$\dot{X}_R = \begin{bmatrix} -3,248676 & 0 & 0 \\ 0 & 0,129927 & -8,418135 \\ 0 & 8,418135 & 0,129927 \end{bmatrix} X_R + \begin{bmatrix} 2,24868 \\ -0,08667 \\ 0,26879 \end{bmatrix} u$$

$$y_R = [0,05172 \quad 0,98948 \quad -0,01162] X_R$$

c - estabilizador para posicionar o par de autovalores complexos do sistema R .

Um compensador dinâmico foi obtido por teoria de agregação para posicionar o par complexo em $-1,2+j8,418136$ e os dois autovalores nulos em $-2+j2$, no subsistema R . O estabilizador é o seguinte:

$$\dot{X}_d = \begin{bmatrix} 0 & -7,20534 \\ 1 & -6,78722 \end{bmatrix} X_d + \begin{bmatrix} -245,949813 \\ -81,841796 \end{bmatrix} y$$

$$u = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} X_d + 4,644889y$$

d - valores de α que tornam $G(s)$ estritamente positiva real.

Tem-se

$$H_R(s) = \frac{0,027421s^2 - 2,537848s + 1,035237}{s^3 + 2,988822s^2 + 70,037355s + 230,27108}$$

$$H_D(s) = 4,644889 - \frac{81,841796s + 245,949813}{s^2 + 6,787218s + 7,20534}$$

Verifica-se que para $\alpha > 26,3$ $G(s) = \alpha + \frac{H_D(s)}{1 - H_R(s)H_D(s)}$ é estritamente real.

e - verificação em $H(s)$

$$H_N(s) = \frac{0,2744412s^2 + 6,24899s + 133,82849}{s^3 + 323,2254s^2 + 24354,135s + 29782,72}$$

$$H(s) = \frac{H_N(s)}{1 - \alpha H_N(s)}$$

Para $\alpha = 27$, por exemplo, $H(s)$ é estritamente positiva real.

f - como $G(s)$ e $H(s)$ são estritamente positivas reais para um mesmo valor de α ($\alpha = 27$, por exemplo), o estabilizador reduzido estabiliza o sistema original.

Os autovalores do sistema original com estabilizador reduzido são os seguintes:

$$\begin{array}{ccc} -205,31392 & -1,07013 & -1,190784+j8,416575 * \\ -116,7863 & -3,248675 & -2,100461+j1,947325 * \end{array}$$

* Autovalores modificados no modelo R , inclusive os dois autovalores nulos introduzidos pelos integradores.

3.4.5 Extensão do Desenvolvimento do Estabilizador para Sistemas Multivariáveis.

Definição 3.3 [39]

Uma matriz $m \times m$ de funções racionais reais $G_m(s)$ é positiva real, se

- a - todos os elementos de $G_m(s)$ são analíticos no semiplano aberto $R_e(s) > 0$, isto é, eles não têm polos em $R_e(s) > 0$.
- b - os eventuais polos de qualquer elemento de $G_m(s)$ no eixo $R_e(s) = 0$ são distintos e a matriz de resíduos associada de $G_m(s)$ é hermitiana positiva semi-definida.
- c - a matriz $G_m(j\omega) + G_m^T(-j\omega)$ é hermitiana positiva semi-definida para todos valores reais de ω que não são polos de qualquer elemento de $G_m(s)$.

Definição 3.4 [39]

Uma matriz $m \times m$ de funções racionais reais $G_m(s)$ é estritamente positiva real, se

a - todos os elementos de $G_m(s)$ são analíticos no semiplano fechado $\operatorname{Re}(s) \geq 0$, isto é, eles não têm polos em $\operatorname{Re}(s) \geq 0$.

b - a matriz $G_m(j\omega) + G_m^T(-j\omega)$ é hermitiana positiva definida para todo ω real.

Considere os subsistemas \bar{N} e \bar{R} das expressões (3-24) e (3-25), com $u \in R^m$ e $y \in R^r$. Agora, α é uma matriz $m \times r$.

Se $m = r$ a definição 3-4 pode ser aplicada diretamente para a verificação de positividade real. Se $m \neq r$ faz-se necessário alterar artificialmente o número de saídas dos subsistemas para resultar matrizes de transferência quadradas, como será visto a seguir.

Inicialmente assume-se que $m \leq r$.

A - Aplicação da Condição de Positividade Real ao Subsistema \bar{N} .

Considere o subsistema \bar{N} representado por

$$\dot{X}_{\bar{N}} = A_{\bar{N}} X_{\bar{N}} + B_{\bar{N}} u$$

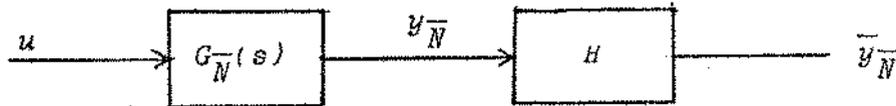
$$y_{\bar{N}} = C_{\bar{N}} X_{\bar{N}} \quad (3-28)$$

Seja $G_{\bar{N}}(s) = C_{\bar{N}}(sI - A_{\bar{N}})^{-1} B_{\bar{N}}$ a matriz $r \times m$ de transferência de (3-28).

Considere uma matriz arbitrária H ($m \times r$), tal que $HH^T = I$, e defina

$$\bar{y}_{\bar{N}} \triangleq Hy_{\bar{N}} = HG_{\bar{N}}(s)u \quad (3-29)$$

O sistema com entrada \bar{u} e saída \bar{y}_N é representado em diagrama de blocos por



Seja

$$G_H(s) \triangleq HG_N(s) \quad (3-30)$$

$G_H(s)$ é uma matriz $m \times m$ e pode-se então dizer que ela é estritamente positiva real, se

a - os elementos de $G_H(s)$ não têm polos em $\text{Re}(s) \geq 0$.

b - $HG_N(j\omega) + G_N^T(-j\omega)H^T > 0$ para qualquer ω .

B - Aplicação da Condição de Positividade Real ao Subsistema \bar{R} .

Considere o subsistema \bar{R} representado por

$$\dot{X}_R = A_{\bar{R}}X_{\bar{R}} + B_{\bar{R}}y_N$$

$$\bar{u} = C_{\bar{R}}X_{\bar{R}} + D_{\bar{R}}y_N \quad (3-31)$$

com a matriz $m \times r$ de transferência $G_{\bar{R}}(s) = C_{\bar{R}}(sI - A_{\bar{R}})^{-1}B_{\bar{R}} + D_{\bar{R}}$

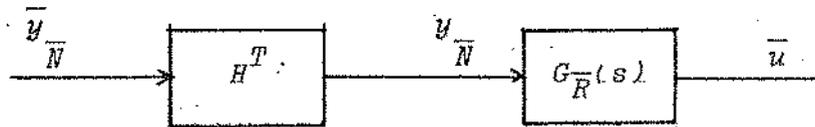
Considere ainda

$$y_N \triangleq H^T y_N$$

Donde

$$\bar{u} = G_{\bar{R}} y_{\bar{N}} = G_{\bar{R}}(s) H^T y_{\bar{N}} \quad (3-32)$$

O subsistema com entrada $y_{\bar{N}}$ e saída \bar{u} é representado em diagrama de blocos por



Seja

$$G_G(s) \triangleq G_{\bar{R}}(s) H^T \quad (3-33)$$

$G_G(s)$ é uma matriz $m \times m$ e então pode-se dizer que ela é estritamente positiva real, se

a - os elementos de $G_G(s)$ não tem polos em $\text{Re}(s) \geq 0$

b - $G_{\bar{R}}(j\omega) H^T + H G_{\bar{R}}^T(-j\omega) > 0$ para qualquer ω real.

No caso de $m \geq r$ as seguintes modificações deverão ser feitas:

tas:

a - H é uma matriz $r \times m$, tal que $HH^T = I$.

b - $G_H(s) = G_{\bar{N}}(s) H^T$ é uma matriz $r \times r$ que deve ser estritamente positiva real.

c - $G_G(s) = H G_{\bar{R}}(s)$ é uma matriz $r \times r$ que também deve ser estritamente positiva real.

Em resumo, $G_H(s)$ e $G_G(s)$ devem ser estritamente positivas reais para assegurar estabilidade do sistema original compensado. Essas matrizes de transferências são:

	H	$G_H(s)$	$G_G(s)$
$m \leq r$	$m \times r$	$HG_N(s)$	$G_R(s)H^T$
$m \geq r$	$r \times m$	$G_N(s)H^T$	$HG_R(s)$

CAPÍTULO IV

ESTRATÉGIA DE PROJETO DE ESTABILIZADORES DESCENTRALIZADOS

4.1 Introdução.

As teorias de controle modal e de controle ótimo estudadas nos dois primeiros capítulos são baseadas no pressuposto da existência de controle centralizado, onde todas as saídas afetam todas as entradas de controle, através de um só controlador. Todavia, os sistemas de grande porte, como sistemas de potência, sistemas de comunicação, etc, consistem de um número complexo de subsistemas interligados, muitas vezes separados geograficamente. É evidente que nesses sistemas de grande porte é impossível implementar tantas malhas de realimentação no projeto.

Faz-se necessário, pois, desenvolver técnicas para realização de controle descentralizado, no qual assume-se que a planta tem vários controladores locais, onde cada controlador é realimentado somente pelas saídas locais e controla somente as entradas

de controle locais. A descentralização do controle é uma restrição na informação, mas torna viável o controle de sistemas de grande porte [44, 45].

No estudo de controle robusto descentralizado realizado no primeiro capítulo foi assumido que o sistema era representado por um certo número de subsistemas interligados e controlados através de entradas de controle locais, mas não foi indicado como o controlador poderia ser obtido.

Vale a pena lembrar que quando o sistema originariamente não estiver na forma descentralizada, a descentralização [46] deve ser efetivada antes de obter os controladores locais.

Uma maneira de obter controladores descentralizados é assumir cada um deles com estrutura predeterminada (em geral muito simples) e determinar os seus parâmetros por técnicas computacionais de minimização de um índice de desempenho [14, 47]. O desenvolvimento computacional é realizado no modelo global, composto dos subsistemas interligados e dos controladores, o que, em geral, torna elevado o tempo computacional envolvido.

A técnica a ser aqui desenvolvida baseia-se intuitivamente na idéia de obtenção do controlador local, utilizando apenas o modelo do subsistema envolvido, sem considerar as interligações. Cada controlador é projetado de modo a tornar mínimo o efeito das interligações no subsistema.

No desenvolvimento teórico são estabelecidas as condições para estabilização do sistema global com estabilizadores locais.

4.2 Desenvolvimento da Estratégia de Projeto.

4.2.1 Justificação Teórica.

Lema 4.1 [48]

Seja

$$\dot{X} = AX + f(X) \quad (4-1)$$

um sistema qualquer, onde $f(X)$ é um vetor de funções. A é uma matriz com autovalores distintos, satisfazendo

$$\|e^{At}\| < e^{\lambda_m t} \quad (4-2)$$

onde $0 < M < \infty$ e λ_m é o maior autovalor de A . Assume-se que a função $f(X)$ satisfaz a seguinte desigualdade:

$$\|f(X)\| < K \|X\| \quad (4-3)$$

onde, K é uma constante finita arbitraria.

Se

$$\lambda_m < -KM \quad (4-4)$$

Então

O sistema (4-1) é estável.

Demonstração:

A solução da equação (4-1) pode ser expressa por

$$X(t) = e^{At}X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}f(X(\tau))d\tau \quad (4-5)$$

Tomando as normas de ambos os membros de (4-5) e usando a desigualdade (4-2), resulta

$$\|X(t)\| < Me^{\lambda_m t} \|X(0)\| + M \int_0^t e^{\lambda_m(t-\tau)} \|f(X(\tau))\| d\tau \quad (4-6)$$

Definindo $W(t) \triangleq e^{-\lambda_m t} \|X(t)\|$, a equação (4-6) torna-se

$$W(t) < M(W(0)) + \int_0^t e^{-\lambda_m t} \|f(X(\tau))\| d\tau \quad (4-7)$$

• Usando a desigualdade (4-3) em (4-7), tem-se

$$W(t) < M \left[W(0) + K \int_0^t W(\tau) d\tau \right] \quad (4-8)$$

Usando a desigualdade de Bellman-Gramwall na expressão (4-8), ocorre

$$W(t) < Me^{KMt} W(0) \quad (4-9)$$

Utilizando agora a definição de $W(t)$ em (4-9), resulta

$$\|X(t)\| < Me^{(\lambda_m + KM)t} \|X(0)\| \quad (4-10)$$

Como, por hipótese, $\lambda_m + KM < 0$, conclui-se que $\|X(t)\|$ é

limitado para $\|x(0)\|$ finito, logo (4-1) é estável.

Corolário:

Seja um sistema interligado, com cada um dos N subsistemas representado por

$$\dot{X}_i = A_i X_i + \sum_{j=1}^N A_{ij} X_j, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad j \neq i \quad (4-11)$$

onde $\sum_{j=1}^N A_{ij} X_j$ representa o efeito da interligação do i -ésimo subsistema com o resto do sistema.

O sistema (4-11) pode ser representado por

$$\dot{X} = \Lambda X + \bar{A}X \quad (4-12)$$

onde $\Lambda = \text{diag}[A_1 \dots A_N]$

* Assume-se que Λ tem autovalores distintos, sendo λ_m seu maior autovalor.

Assumindo ainda que

$$\|\mathcal{L}^{\Lambda t}\| < M e^{\lambda_m t} \quad (4-13)$$

e que

$$\|\bar{A}X\| < K \|X\| \quad (4-14)$$

onde K é um escalar positivo e finito,

Se

$$\lambda_m < -KM \quad (4-15)$$

Então

O sistema (4-12) é estável.

Demonstração:

Comparando as expressões (4-12) e (4-1) verifica-se que Λ e $\bar{A}X$ correspondem, respectivamente, a A e $f(X)$. Pelo Lema 4-1 conclui-se, de imediato, que o sistema (4-12) é estável.

Considerando que Λ é bloco diagonal, é fácil verificar que

$$\frac{\lambda_{m_i}}{M_i} < \frac{\lambda_m}{M} < -K \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4-16)$$

onde λ_{m_i} é o maior autovalor de A_i , e conseqüentemente λ_m é o máximo λ_{m_i} . M_i é um escalar dado por

$$\|e^{A_i t}\| < M_i e^{\lambda_{m_i} t} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4-17)$$

Devido à estrutura de Λ , verifica-se que M está intimamente relacionado com os M_i , de tal modo que diminuindo os M_i diminui-se também M .

Essa conclusão é de grande importância para justificação da estratégia de projeto que será sugerida.

4.2.2 Interpretação dos Resultados Teóricos.

Considerando a expressão (4-5) com $f(X) = 0$, tem-se

$$X(t) = e^{At} X(0) \quad (4-18)$$

Tomando as normas de ambos os membros de (4-18), encontra-se

$$\|X(t)\| \leq \|e^{At}\| \cdot \|X(0)\|$$

ou

$$\|e^{At}\| \geq \|X(t)\| / \|X(0)\| \quad (4-19)$$

Relacionando (4-19) com (4-2), vem

$$\|X(t)\| / \|X(0)\| \leq \|e^{At}\| < M e^{\lambda_m t}$$

Donde

$$\frac{\|X(t)\|}{\|X(0)\|} < M e^{\lambda_m t} \quad (4-20)$$

A expressão (4-20) mostra que M está relacionado com o *overshoot* de $\|X(t)\|$ para o sistema $\dot{X} = AX$.

Conclui-se também que o *overshoot* necessita ser pequeno para que M possa ser pequeno e conseqüentemente a condição (4-4) possa ser verificada mais facilmente.

Para um sistema interligado os *overshoots* correspondentes a cada subsistema devem ser pequenos (M_i pequenos) para resultar M também pequeno.

4.2.3 A Estratégia de Projeto.

Combinando as expressões (4-4) e (4-20) conclui-se que

a - λ_m deve estar muito afastado para a esquerda no plano complexo.

b - O *overshoot* deve ser pequeno para que M seja pequeno.

É visto em [49] que um sistema contendo zeros pode apresentar respostas com *overshoots* tendendo para infinito, à medida que os autovalores são muito afastados, para a esquerda, no plano complexo.

Em resumo, o sistema deve ser controlado para fornecer uma resposta rápida com pequeno *overshoot*. Isto parece contraditório, mas se observa computacionalmente que existe um mínimo para a seguinte relação:

$$\rho = \frac{\text{overshoot de } \|X(t)\|}{|\lambda_m|}$$

ou, quando λ_m é complexo, para

$$\rho = \frac{\text{overshoot de } \|X(t)\|}{|Re \lambda_m|} \quad (4-21)$$

No caso de um sistema interligado a expressão (4-18), para cada subsistema, se torna

$$\rho_i = \frac{\text{overshoot de } \|X_i\|}{|Re \lambda_{m_i}|} \quad (4-22)$$

Propõe-se, então, a seguinte estratégia para projetar es-

tabilizadores descentralizados:

Posicionar os autovalores dominantes de cada subsistema, com estabilizadores locais e sem considerar os efeitos das interligações, para minimizar ρ_i da expressão (4-22).

4.3 Determinação Numérica do *Overshoot*.

O método clássico de determinação do *overshoot* de $\dot{X} = AX$ é fazer a integração numérica para uma certa condição inicial $X(0)$ e obter o máximo valor de $\|X(t)\|/\|X(0)\|$. Esse método, embora simples, é muito caro, pois requer um elevado tempo computacional. Propõe-se, portanto, um método mais rápido de estimar o *overshoot* para o caso particular de $\dot{X} = AX$.

Seja U a matriz modal de A (as colunas de U são formadas pelos autovetores associados aos autovalores de A).

Por transformação de similaridade obtem-se

$$e^{At} = U^{-1} e^{\Lambda t} U$$

ou

$$e^{At} = U e^{\Lambda t} U^{-1} \quad (4-23)$$

onde Λ é uma matriz na forma de Jordan.

Tomando as normas de ambos os membros de (4-23) ocorre

$$\|e^{At}\| \leq \|U\| \cdot \|e^{\Lambda t}\| \cdot \|U^{-1}\|$$

ou

$$\|e^{At}\| \leq \|U\| \cdot \|U^{-1}\| e^{\lambda_m t} \quad (4-24)$$

Comparando (4-24) com (4-2), conclui-se que

$\|U\| \cdot \|U^{-1}\|$ pode ser tomada como uma estimativa do *overshoot* de $\|X(t)\|$.

Utilizando uma norma subordinada à norma euclidiana de vetores [26], tem-se

$$\|U\| = [\lambda_{\max}(U^T U)]^{1/2}$$

e

$$\|U^{-1}\| = [\lambda_{\max}((U^{-1})^T \cdot U^{-1})]^{1/2} \quad (4-25)$$

É recomendável utilizar a idéia apresentada no algoritmo 2-1, para construção da matriz U , de modo a evitar operações com números complexos.

4.4 Procedimento para Obtenção do Estabilizador Descentralizado.

Conhecida a estratégia de projeto, pode-se apresentar os passos gerais que são seguidos para obtenção do estabilizador descentralizado. Os passos são os seguintes:

- a - descentralize o sistema original [46], se necessário.
- b - tome arbitrariamente o primeiro subsistema a ser estabilizado.
- c - selecione as variáveis de estado locais, ou saídas, que serão realimentadas.

- d - determine os autovalores do subsistema, sem considerar as interligações.
- e - obtenha um estabilizador local para o subsistema de modo a minimizar $\rho_i = M_i / |R e^{\lambda_{m_i}}|$ (expressão (4-22)). Os autovalores podem ser afastados um a um por teoria de agregação, começando pelo de maior parte real.
- f - passe para outro subsistema qualquer e repita os passos de c e e.
- g - o procedimento é repetido para todos os subsistemas.

4.5 Aplicações.

Esse procedimento, utilizando a estratégia baseada na minimização da relação $\rho_i = M_i / |R e^{\lambda_{m_i}}|$, foi empregado com sucesso na obtenção de estabilizadores descentralizados em vários sistemas de dimensões diversas. No capítulo V é desenvolvido um controlador robusto descentralizado para um sistema de potência de múltiplas máquinas, onde o procedimento do item 4-4 é empregado para obtenção de compensadores reduzidos para estabilização do sistema.

Para melhor ilustração, todavia, é apresentado um exemplo onde o subsistema é uma máquina síncrona.

Exemplo:

Considere um subsistema qualquer representado pelo modelo de máquina síncrona com excitatriz, apresentado no final do capítulo II.

Considere como saída

$$y = \Delta P_e = 1,59244x_1 + 1,73992x_5$$

Como foi visto, os autovalores do subsistema, sem considerar as interligações, são:

$$\begin{array}{ll} -205,311710 & -3,248676 \\ & 0,129917 + j8,418135 \\ -116,670410 & -1,243351 \end{array}$$

A - Modelo de Ordem Reduzida de Davison.

Retendo os quatro autovalores dominantes, o modelo de ordem reduzida é o seguinte:

$$\dot{X}_r = \begin{bmatrix} -0,82492 \cdot 10^{-4} & 376,9990 & 0,90980 \cdot 10^{-3} & -0,00306 \\ -0,18668 & 0,46715 \cdot 10^{-5} & -0,20397 & -0,8810 \cdot 10^{-5} \\ -18,75846 & 35,83745 & 195,7665 & -674,3844 \\ -5,57396 & -0,4762 \cdot 10^{-4} & 58,05158 & -199,9985 \end{bmatrix} X_r +$$

$$+ \begin{bmatrix} -0,07067 \\ 0,02206 \\ 12,87550 \\ 3,80247 \end{bmatrix} u$$

$$y_r = \begin{bmatrix} 1,59244 & 0 & 1,73992 & 0 \end{bmatrix} X_r$$

B - Obtenção do Estabilizador Reduzido.

O estabilizador é um compensador dinâmico, projetado para posicionar os autovalores do sistema de ordem reduzida de Davison.

O quadro abaixo apresenta as variações do *overshoot* versus posição do autovalor dominante. O *overshoot* foi obtido pela expressão $\max \|X(t)\| / \|X(0)\|$, onde $\|X(t)\| = (\sum x_i^2(t))^{1/2}$.

λ_{dom} do sistema reduzido	do sistema compensado	<i>overshoot</i>	$\rho = \frac{\text{overshoot}}{ R_e \lambda_{\text{dom}} }$	λ_{dom} do subsistema original com compensador reduzido
-0,1+j8,4181		33,220	332,2	-0,10092+j8,41813
-0,3+j8,4181		31,650	105,5	-0,30022+j8,41813
-0,8+j8,4181		33,404	41,0	-0,81477+j8,41813
-1,24313 *		38,233	30,8	-1,24313
-1,5		65,110	47,9	-1,35908
-1,8		156,553	112,9	-1,38719
-2,0		291,469	208,2	-1,39994

* Melhor situação: (min(ρ)).

C - Compensador Reduzido

Para melhor ilustrar o exemplo é apresentado a seguir o compensador estabilizador que proporcionou min(ρ):

$$\dot{X}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1,651642 \\ 1 & 0 & -15,974146 \\ 0 & 1 & -7,293570 \end{bmatrix} X_d + \begin{bmatrix} -2,138851 \\ -2,516243 \\ -0,542018 \end{bmatrix} y$$

$$u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X_d + \begin{bmatrix} -0,128592 \end{bmatrix} y$$

CAPÍTULO V

APLICAÇÕES EM SISTEMAS DE POTENCIA

5.1 Estabilizador Centralizado para Um Sistema Interligado de Car_ ga-Frequência de Duas Plantas [50].

5.1.1 Introdução.

O procedimento para estabilizar um sistema de grande porte, utilizando um controlador centralizado, é apresentado através de um exemplo.

Comparado com o controle descentralizado, o controle centralizado é teoricamente mais fácil de ser realizado, pois o controlador utiliza mais informações. Muitas vezes, todavia, se torna impraticável realimentar centralizadamente todas essas informações, tornando necessário o emprego do controle descentralizado. Com a utilização de compensação dinâmica, o número de variáveis

realimentadas pode ser pequeno, podendo tornar vantajoso o uso do controle centralizado.

Para melhor ilustração é utilizado um exemplo de controle centralizado de 20 nível de um sistema de carga-frequência de duas plantas interligadas, utilizando um compensador dinâmico estabilizador reduzido. Cada planta dispõe de um controlador robusto local, de modo a assegurar a regulação das variações de frequência diante das variações de carga. O estabilizador centralizado assegura estabilidade e melhora o comportamento dinâmico do sistema global. Os parâmetros do estabilizador são determinadas pelo método de agregação.

5.1.2 Modelo do Sistema de Potência Interligado.

O modelo é composto de uma planta térmica e uma planta hidráulica.

5.1.2.1 Modelo da Planta Térmica.

O modelo linearizado da planta térmica [51, 52], considerando turbina com ressuperaquecimento, é apresentada na figura 5-1. Os valores dos parâmetros são apresentados na tabela 5-1.

$K_{p1} = 100\text{Hz/puMW}$	$T_{12} = 0,1\text{puMW/rad}$	$F_{HP} = 0,3$
$T_{p1} = 16,667\text{s}$	$T_{CH} = 0,25\text{s}$	$F_{IP} = 0,4$
$R = 2,4\text{Hz/puMW}$	$T_{RH} = 7,5\text{s}$	$F_{LP} = 0,3$
$T_{gov} = 0,1\text{s}$	$T_{co} = 0,4\text{s}$	

Tabela 5-1 - Valores dos parâmetros da planta térmica.

5.1.2.2 Modelo da Planta Hidráulica.

O modelo linearizado da planta hidráulica [52, 53] é apresentado na figura 5-2 e os valores dos parâmetros estão na tabela 5-2.

$K_{p2} = 100\text{Hz/puMW}$	$T_{21} = 0,1\text{puMW/rad}$	$\tau = 0,04$ (reg. de 4%)
$T_{p2} = 16,667\text{s}$	$T_g = 0,2$	$\delta = 0,25$
$T_W = 1\text{s}$	$T_{pv} = 0,1\text{s}$	$T_r = 5\text{s}$
$R = f_o \tau = 2,4\text{Hz/puMW}$		

Tabela 5-2 - Valores dos parâmetros da planta hidráulica.

5.1.2.3 Controle Robusto.

Para cada planta projetou-se um controlador robusto local sem levar em consideração os efeitos das interligações.

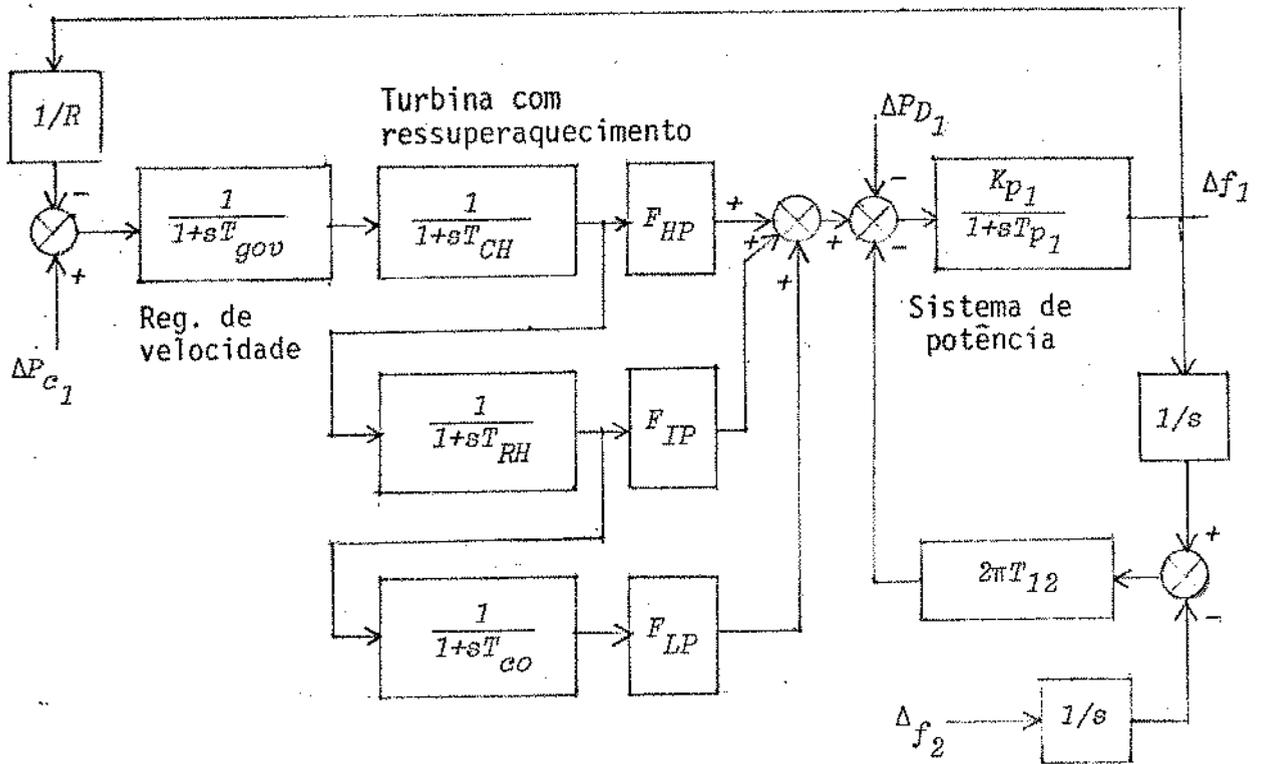


Figura 5.1 - Modelo linearizado da planta térmica.

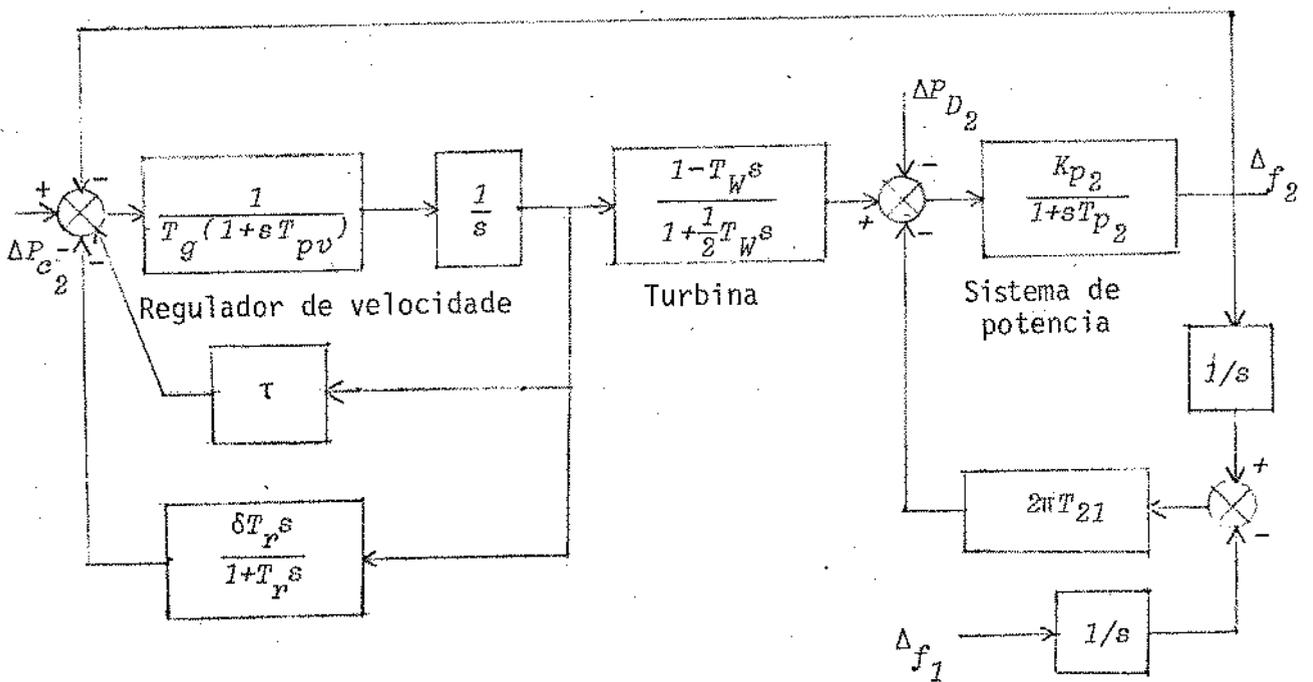


Figura 5-2 - Modelo linearizado da planta hidráulica.

O servocompensador foi introduzido para regular as variações de frequência da planta diante das variações de carga do tipo rampa, isto é, $\Delta P_{D_i} = a_1 t + a_2$. A seguir foi obtido o compensador dinâmico estabilizador local, por teoria de controle ótimo. A figura 5-3 apresenta esquematicamente o modelo de cada planta com servocompensador e compensador dinâmico locais.

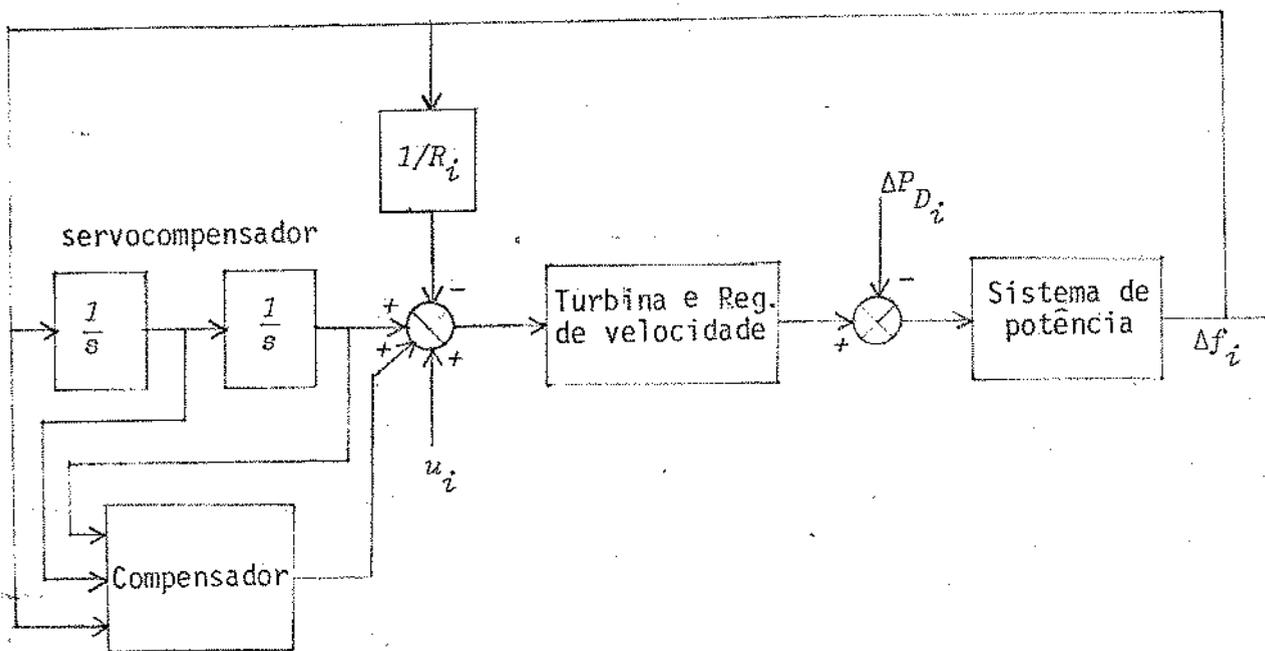


Figura 5-3 - Esquema de uma planta com controle robusto

5.1.3 Modelo Matemático do Sistema.

O modelo matemático do sistema, consistindo das duas plantas com controladores robustos e estabilizadores locais, sem considerar as variações de carga, é representado por

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX$$

(5-1)

onde A é uma matriz (22 x 22), representada da seguinte maneira:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

onde A_{11} , A_{12} , A_{21} e A_{22} são matrizes (11 x 11). B é uma matriz (22 x 2), representada por

$$B = \text{diag} | B_{11} \quad B_{22} |$$

e B_{11} e B_{22} são vetores (11 x 1). C é uma matriz (4 x 22), representada por

$$C = \text{diag} | C_{11} \quad C_{22} |$$

onde C_{11} e C_{22} são matrizes (2 x 11).

(A_{11}, B_{11}, C_{11}) representa a planta térmica com ressuperaquecimento e (A_{22}, B_{22}, C_{22}) representa a planta hidráulica.

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -0,06 & -1,8 & 2,4 & 1,8 & 0 & 0 & -3,7699 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,5 & 2,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,133 & 0,133 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4,394 & 0 & 0 & 0 & -10 & 2,766 & -2,009 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2,5104 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,587 & -2,9531 & 0 & 0 & 0 & -1,7597 \\ -1,6681 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9665 & -1,3637 & 1 & 0 & 0 & -5,9069 \\ -0,5858 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,8255 & -0,5871 & 0 & 1 & 0 & -6,0491 \\ -0,1218 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7147 & -0,02435 & 0 & 0 & 1 & -3,4796 \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -0,06 & 4,8 & 19,2 & -24 & 0 & 0 & -3,7699 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,6048 & -0,8 & -33,4 & -36,9 & -12,2 & -1,79 & -1,2013 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2,4927 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,9425 & -3,1913 & 0 & 0 & 0 & -1,7048 \\ -1,4198 & 0 & 0 & 0 & 0 & 21,4979 & 8,6885 & 1 & 0 & 0 & -9,5741 \\ -1,8216 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11,6276 & 2,9939 & 0 & 1 & 0 & -5,1708 \\ -0,5975 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5,761 & 1,0696 & 0 & 0 & 1 & -3,2151 \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,7699 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{11}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{22}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{11} = C_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5.1.4 Sequência para Obtenção do Estabilizador Centralizado.

O estabilizador centralizado é um compensador dinâmico reduzido, obtido para estabilizar um modelo de ordem reduzida contendo os autovalores dominantes do sistema original. Os passos para obtenção desse estabilizador são descritos pelo seguinte algoritmo:

Algoritmo 5.1 (Para obtenção do estabilizador centralizado):

- a - determine os autovalores fixos centralizados, utilizando o Algoritmo 1.2.
- b - se os autovalores fixos são estáveis, existe controlador estabilizador.
- c - determine o modelo de ordem reduzida, retendo os autovalores dominantes do sistema original.
- d - desloque os autovalores críticos do modelo de ordem reduzida, usando teoria de agregação.
- e - verifique se a matriz do sistema original é cíclica. Se for, tome $\ast = Hv$, conforme descrito no Item 1.5.5.
- f - determine o compensador dinâmico para o modelo de ordem reduzida.
- g - aplique o compensador dinâmico no sistema original.

5.1.5 Modelo de Ordem Reduzida.

Os autovalores da matriz A do sistema (5-1) são:

$-0,02682 + j0,03713$	$-0,27244 + j0,52429$	$-1,65600 + j0,17500$
$-0,11099 + j2,76313$	$-0,45751 + j0,23980$	$-2,61100$
$-0,13770 + j1,50860$	$-0,46460$	$-3,2120 + j0,1710$
$-0,19686$	$-0,67720 + j1,38815$	$-7,9030$
	$-0,95045$	$-10,4210$

O modelo de ordem reduzida é obtido do sistema original

(5-1), retendo os 15 autovalores dominantes da matriz A . Para redução de ordem foi empregado o método de Davison (ver Item 3.2.1).

O modelo de ordem reduzida é representado por

$$\dot{X}_r = A_r X_r + B_r u$$

$$y_r = C_r X_r \quad (5-2)$$

onde X_r é um vetor de ordem 15, correspondendo às 15 variáveis de estado retidas. A_r , B_r e C_r são matrizes de dimensões (15×15) , (15×2) e (4×15) , respectivamente.

Os autovalores de A_r são os 15 autovalores dominantes de A , a saber

$$\begin{array}{lll} -0,02682+j0,03713 & -0,19686 & -0,46460 \\ -0,11099+j2,76313 & -0,27244+j0,52429 & -0,67720+j1,38815 \\ -0,13770+j1,50860 & -0,45751+j0,23980 & -0,95045 \end{array}$$

Por economia de espaço não são apresentadas as matrizes A_r , B_r e C_r .

5.1.6 O Compensador Dinâmico Estabilizador.

O compensador é determinado para o modelo de ordem reduzida (5-2). Como A é cíclica, tomou-se $u = Hv$, de tal modo que (A, BH) seja controlável. Resultou $H = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

A ordem do compensador dinâmico é 0. Vale a pena citar que

se o sistema original tivesse sido usado o compensador seria de 9ª ordem.

O sistema (5-1) é de realização não mínima, pois os autovalores $-0,02682+j0,03713$ e $-0,19686$ são fixos centralizados.

O método de agregação (Algoritmo 2-2) foi empregado para modificar os outros autovalores dominantes de (5-2), a saber $-0,11099+2,76313$ e $-0,13770+j1,50860$, além dos autovalores nulos introduzidos pelos integradores do compensador dinâmico (ver expressão (1-9)).

Os estados medidos para realimentação através do compensador dinâmico são x_1 , x_7 , x_{12} e x_{18} , ou sejam, sinais de variações de frequência e suas integrais.

Utilizando o Algoritmo 1.1 e obtendo a realização pela expressão (1-19), o compensador dinâmico resultou

$$\dot{X}_d = A_d X_d + B_d u$$

$$v = C_d X_d + D_d u \quad (5-3)$$

com $u = Hv$ e $H = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, onde

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,824852 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -11,05926 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -26,38655 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -31,94639 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -20,95731 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -7,74517 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0,3612 & 0,4836 & -0,2595 & -0,6787 \\ 2,1684 & 2,9763 & -1,6547 & -4,1814 \\ 3,9862 & 7,4864 & -2,8332 & -10,3134 \\ 3,7505 & 8,6990 & -2,3154 & -11,9323 \\ 2,7701 & 4,8871 & -1,7855 & -6,7343 \\ 0,7757 & 1,9705 & -0,4488 & -2,4471 \end{bmatrix}$$

$$C_d = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

$$D_d = [-0,1333 \quad -0,2576 \quad 0,1061 \quad 0,3725]$$

5.1.7 Resultados e Comentários.

Os autovalores da matriz do sistema composto do sistema original e compensador dinâmico estabilizador são os seguintes:

$$\begin{array}{lll} -0,02682+j0,03713 & -0,46462 & -1,86635+j1,59595 \\ -0,18239+j1,50386^* & -0,52453 & -2,48381+j0,27033 \\ -0,19686 & -0,62952+j0,85963 & -3,26964 \\ -0,21167+j2,7049^* & -0,64559+j0,00759 & -4,53964 \\ -0,2724+j0,52422 & -0,6772+j1,38815 & -7,9445 \\ -0,45732+j0,23984 & -0,95064 & -10,59662 \end{array}$$

* Autovalores modificados.

Para determinação de A_d , B_d , C_d e D_d , usando o modelo de ordem reduzida, os autovalores

$-0,11099 + j2,7631$ foram modificados para $-0,21 + j2,7$

e

$-0,1377 + j1,5068$ foram modificados para $-0,18 + j1,5$.

É interessante notar que o sistema original com o compensador dinâmico contém aproximadamente os autovalores do modelo de ordem reduzida compensado.

Deve também ser notado que apesar do sistema original ser de realização não mínima com autovalores centralizados fixos, o método de posicionamento de autovalores proposto pode ser aplicado sem nenhuma dificuldade para modificar autovalores não fixos.

5.2 Controlador Robusto Descentralizado para Sistemas de Excitação de Múltiplas Máquinas.

5.2.1 Introdução.

O projeto de estabilizadores de sistemas de potência (ESP) é muito importante em grandes sistemas interligados, especialmente quando as áreas são fracamente interligadas. Com a modernização dos sistemas de excitação, tornou-se cada vez mais necessário o emprego desses estabilizadores.

O projeto de ESP tem sido comumente realizado utilizando o modelo de circuito aberto da excitatriz e regulador de tensão [54, 55] ou o modelo de uma só máquina contra barra infinita [56, 57, 58]. Em ambos os casos, não são consideradas as intera

ções entre máquinas [59], o que pode resultar ESP não satisfatório.

Por outro lado, o projeto de ESP para sistemas de múltiplas máquinas se torna difícil devido à ordem elevada do modelo do sistema, que pode acarretar controlador de ordem também elevada e portanto de difícil utilização prática, caso sejam empregadas técnicas de controle centralizado.

As variações de carga que ocorrem continuamente no sistema provocam variações das tensões terminais, sendo necessário, periodicamente, reajustar as tensões de referência.

4008/BC
O ESP aqui proposto consiste, para cada unidade controlada, de um servocompensador acionado por um sinal de erro de tensão e de um compensador dinâmico estabilizador. O servocompensador tem a finalidade de regular a tensão medida e conseqüentemente a tensão terminal da máquina, diante das variações de carga e perturbações nos parâmetros do sistema. O compensador estabilizador tem a função específica de estabilizar o sistema, usando a realimentação apenas de variáveis medidas.

Utilizando o material apresentado nos capítulos anteriores, são determinados estruturas e parâmetros de estabilizadores reduzidos descentralizados.

Inicialmente é apresentado um complemento teórico e a seguir é desenvolvido um controlador robusto descentralizado para um caso realístico de três máquinas equivalentes interligadas.

5.2.2 Considerações Preliminares.

5.2.2.1 Modelo Matemático do Sistema.

Será considerado o modelo linearizado de N máquinas síncronas, ou modelos equivalentes de agregação de máquinas. O modelo global pode ser descrito da seguinte maneira:

$$\dot{X} = AX + Bu + DW$$

$$y = CX \tag{5-4}$$

onde X é um vetor de ordem $n = \sum_{i=1}^N n_i$ e n_i é a ordem do modelo da i -ésima máquina, incluindo o sistema de excitação, u é um vetor de ordem N , y é um vetor de ordem $r = \sum_{i=1}^N r_i$ e r_i é o número de saídas medidas da i -ésima máquina. $X^T \triangleq [X_1^T \ X_2^T \ \dots \ X_N^T]$ são variáveis de estado, $u^T \triangleq [u_1 \ \dots \ u_N]$ são as entradas de controle e $y^T \triangleq [y_1^T \ \dots \ y_N^T]$ são as saídas medidas do sistema interligado. W é um distúrbio desconhecido, mas assumido constante. As matrizes B , C e D são blocos diagonais, de tal modo que cada máquina pode ser representada por:

$$\dot{X}_i = A_{ii}X_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N A_{ij}X_j + B_i u_i + D_i W_i$$

$$y_i = C_{ii}X_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N C_{ij}X_j$$

onde cada máquina forma um subsistema.

5.2.2.2 Especificações de Projeto.

O controle é descentralizado e os objetivos do i -ésimo controlador são:

a - aproximar a tensão terminal V_{t_i} à tensão nominal V_{0_i} , isto é

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (V_{t_i} - V_{0_i}) = 0$$

b - amortecer as oscilações do subsistema, de tal modo que as variáveis de estado do subsistema, x_i , permaneçam no interior de um envelope decaindo exponencialmente. Em outras palavras,

$$\|x_i - \bar{x}_i\| < M_{0_i} e^{-\lambda_{0_i} t}$$

onde M_{0_i} e λ_{0_i} são números positivos especificados e \bar{x}_i é o estado de operação normal do subsistema.

5.2.2.3 Rejeição do Distúrbio com Regulação do Erro de Tensão.

O problema do servomecanismo robusto descentralizado foi apresentado no Capítulo I. Todavia, devido a algumas peculiaridades do controle de máquinas síncronas, o assunto é novamente dis-

cutido.

O problema consiste em, dado o sistema, achar a estratégia do controle u , tal que os erros de tensão tendam para zero, assintoticamente, independente dos sinais de distúrbio, W , e das variações dos parâmetros do sistema e do controlador. Este problema foi resolvido recentemente [13, 14] e consiste na inclusão de um servocompensador, contendo os modos da referência e dos sinais de distúrbio e acionado pelo sinal de erro de tensão, e de um estabilizador. Este tipo de controle é denominado controle robusto.

No nosso caso particular de distúrbio e referência constantes, o servocompensador é um integrador. Para existência de solução do problema, com controle descentralizado, devem ser satisfeitas algumas condições que são descritas no item 1.6.5 e que resumidamente são:

• Condições para Existência de Solução:

Existe solução para o problema de servomecanismo robusto descentralizado para o sistema (5-4) sujeito a distúrbios constantes e referências de entrada constantes se e somente se as seguintes condições são satisfeitas:

- a - (A, B, C) não tem modos fixos instáveis, com relação a K , onde K é uma matriz de controle.
- b - (A, B, C) não tem zeros de transmissão na origem.
- c - a saída y é medida.

No caso de controle de sistemas de excitação, como é aqui estudado, a saída medida é obtida da tensão terminal por meio de um instrumento que tem a sua dinâmica particular. As relações entre a referência, tensão medida, tensão terminal e erro de tensão são vistas na figura 5.4, onde K_R é uma constante em V/pu e T_R

é a constante de tempo do instrumento.

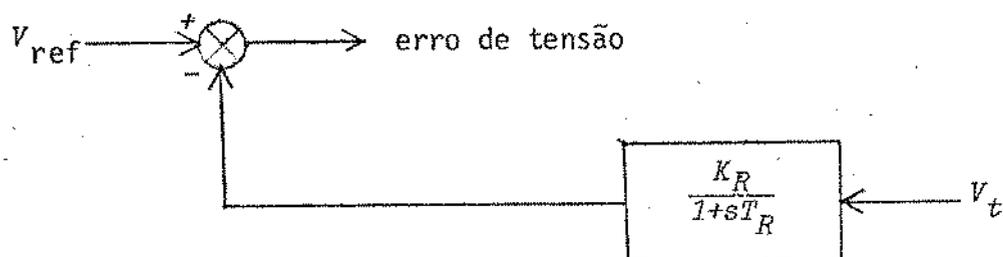


Figura 5.4 - Relações entre tensão terminal, tensão medida, referência e erro de tensão.

Considere

$$V_{\text{ref}} = K_R V_0 \quad V \quad (5-5)$$

onde V_0 é a tensão nominal em pu.

Se, por hipótese,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (V_{\text{ref}} - V_{tm}) = 0 \quad (5-6)$$

Então:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_t = V_0 \text{ pu} \quad (5-7)$$

Demonstração:

Das expressões (5-5) e (5-6), tem-se

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_{tm} = V_{\text{ref}} = K_R V_0 \quad (5-8)$$

Sabendo que $V_{tm} = \frac{K_R}{1 + sT_R} V_t$ e que V_{tm} tende para um va-

lor constante, tem-se

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_{tm} = \lim_{t \rightarrow \infty} K_R V_t$$

Substituindo na expressão (5-8), resulta

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_t = V_0 \text{ pu} \quad (5-9)$$

Conclui-se que, regulando o erro de tensão, regula-se $V_t - V_0$.

A estratégia de controle descentralizado é dada por (ver o Item 1.6.6):

$$u_i = y_{c_i} + y_{d_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5-10)$$

onde y_{c_i} é a saída do servocompensador da i -ésima máquina e y_{d_i} é a saída do i -ésimo compensador dinâmico estabilizador.

Para o nosso caso particular, onde o servocompensador é um integrador, tem-se

$$\dot{y}_{c_i} = V_{\text{ref}_i} - V_{tm_i} \quad (5-11)$$

5.2.2.4 Seleção de Entradas para o Compensador Dinâmico Estabilizador Local.

Além da tensão terminal medida e da saída do servocompensador, um outro sinal será empregado para realimentação. Normalmente os ESP utilizam sinais de velocidade ou de potência elétrica

ca. Qualquer um destes sinais, juntamente com os acima citados, pode ser usado com desempenho praticamente similar ao outro e seria antieconômico usar ambos. Para se optar por um sinal de velocidade ou de potência elétrica, além de critérios técnicos, deve-se empregar o critério do compensador que apresente menores parâmetros. Este critério será descrito a seguir.

A idéia consiste em selecionar o sinal que resulte um compensador com os menores parâmetros A_i 's e B_i 's.

Seja um subsistema aumentado com o servocompensador local, mas sem os integradores do compensador, representado por

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX$$

(5-12)

Considere a expressão (1-16)

$$\begin{bmatrix} C^T & A^T C^T & \dots & (A^T)^P C^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0^T \\ B_1^T \\ \vdots \\ B_P^T \end{bmatrix} = K_P^T + 1 \quad (5-13)$$

e a expressão (1-18) com a transposição de ambos os membros, ou seja

$$A_i^T = K_i^T + 1 - \sum_{j=i+1}^P B^T (A^T)^{j-i-1} C^T B_j^T \quad (5-14)$$

Tomando $i = 0, 1, \dots, p - 1$ em (5-14) e arrumando (5-13)

e (5-14) chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$PZ = K_k \tag{5-15}$$

onde

$$P = \begin{bmatrix} C^T & A^T C^T & \dots & \dots & (A^T)^p C^T & 0 \\ 0 & B^T C^T & B^T A^T C^T & \dots & B^T (A^T)^{p-1} C^T & \\ & & B^T C^T & \dots & B^T (A^T)^{p-2} C^T & I \\ & & & & \vdots & \\ & 0 & & & B^T C^T & \end{bmatrix}$$

$$Z^T = \begin{bmatrix} B_0^T \\ B_1^T \\ \vdots \\ B_p^T \\ \\ A_0^T \\ \vdots \\ A_{p-1}^T \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad K_k = \begin{bmatrix} K_{p+1}^T \\ \\ \\ K_1^T \\ \vdots \\ K_p^T \end{bmatrix}$$

É evidente que para ocorrer pequenos parâmetros, Z , deve-se ter $\|P\|$ grande. Todavia, como as matrizes A e B , utilizadas para formação de P , são invariantes para qualquer saída y usada, verifica-se que somente a matriz C pode variar $\|P\|$. Logo, con-

clui-se que a entrada do compensador deve ser a saída do subsistema que resultar $\|c\|$ maior.

Em resumo, serão consideradas as seguintes entradas para o compensador: tensão terminal medida, saída do servocompensador e o sinal (de velocidade ou de potência elétrica) com $\|c\|$ maior.

5.2.3 Aplicação a Um Sistema de Três Máquinas Interligadas.

A teoria apresentada é empregada para obtenção do controlador robusto descentralizado de um modelo real, composto de três máquinas equivalentes, representando as máquinas hidráulicas de Salto Santiago e Salto Ozório ligadas ao Sistema da ELETROSUL.

5.2.3.1 Diagrama do Modelo com Resultados do Fluxo de Carga.

O diagrama de três máquinas equivalentes, com resultados do fluxo de carga, é apresentado na figura 5-5, onde UHSS é a máquina equivalente de Salto Santiago, UHSO é a máquina equivalente de Salto Ozório e SISTEMA EXTERNO é a máquina equivalente do restante do sistema da ELETROSUL.

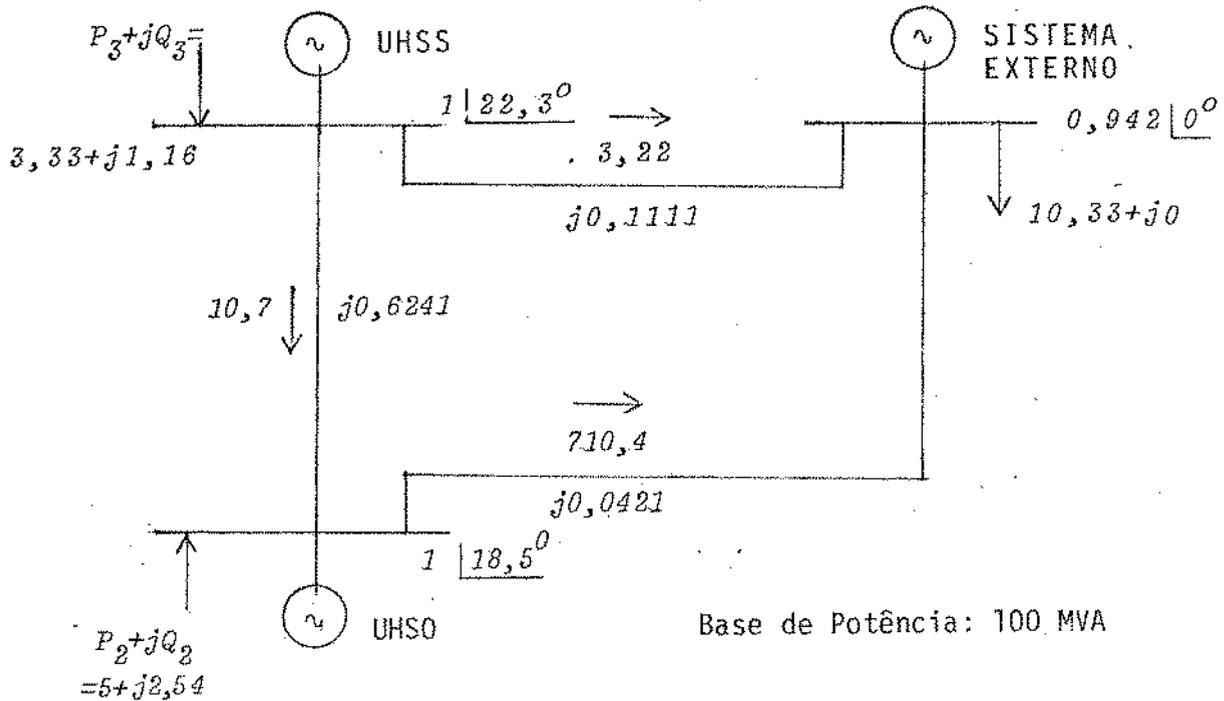


Figura 5.5 - Sistema de três máquinas equivalentes interligadas.

5.2.3.2 Modelos das Máquinas Síncronas Equivalentes.

A máquina equivalente do sistema externo foi representada pelo modelo clássico [60] e as máquinas equivalentes de Salto Ozório e de Salto Santiago foram representadas pelo modelo E'' - Tensão atrás da reatância subtransitória [60, 61].

Esses modelos estão apresentados no Apêndice.

Após linearização e com introdução dos valores dos parâmetros e resultados do fluxo de carga, os modelos equivalentes, com variáveis incrementais, resultam:

SISTEMA EXTERNO:

$$750\dot{\omega}_1 = -0.942I_{q1} - 100\omega_1 \quad (5-16)$$

UHSO:

$$\dot{\delta}_{12} = 377(\omega_1 - \omega_2)$$

$$66,5\dot{\omega}_2 = -P_{e_2}$$

$$P_{e_2} = 5,275E''_{q_2} - 5,256E''_{d_2} + 1,075I_{q_2} - 0,253I_{d_2}$$

$$8,808E'_{q_2} = E_{FD_2} - 12,88E'_{q_2} + 11,28\Lambda_{D_2}$$

$$0,071E''_{d_2} = -E''_{d_2} - 0,048I_{q_2}$$

$$0,049\Lambda_{D_2} = E'_{q_2} - \Lambda_{D_2} + 0,012I_{d_2}$$

$$E''_{q_2} = \Lambda_{D_2}$$

$$V_{d_2} = -0,032I_{q_2} + E''_{d_2}$$

$$V_{q_2} = 0,032I_{d_2} + E''_{q_2}$$

$$V_{t_2} = 0,422V_{d_2} + 0,907V_{q_2}$$

(5-17)

UHSS:

$$\dot{\delta}_{13} = 377(\omega_1 - \omega_3)$$

$$28,4\dot{\omega}_3 = -P_{e_3}$$

$$P_{e_3} = 2,482E''_{q_3} - 2,505E''_{d_3} + 1,071I_{q_3} - 0,268I_{d_3}$$

$$10\dot{E}'_{q_3} = E_{FD3} - 4,62E'_{q_3} + 0,101I_{d_3} + 3,62\Lambda_{D_3}$$

$$0,13\dot{E}''_{d_3} = -E''_{d_3} - 0,108I_{q_3}$$

$$0,04\dot{\Lambda}_{D_3} = E'_{q_3} - \Lambda_{D_3} + 0,027I_{d_3}$$

$$E''_{q_3} = 0,560E'_{q_3} + 0,440\Lambda_{D_3}$$

$$V_{d_3} = -0,069I_{q_3} + E''_{d_3}$$

$$V_{q_3} = 0,069I_{d_3} + E''_{q_3}$$

$$V_{t_3} = 0,439V_{d_3} + 0,898V_{q_3}$$

(5-18)

Equações auxiliares em forma matricial [60]:

$$\begin{bmatrix} I_{q_1} \\ I_{d_1} \\ I_{q_2} \\ I_{d_2} \\ I_{q_3} \\ I_{d_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16,34 & -17,24 & -6,73 & -5,98 & 22,67 & 8,21 \\ 17,24 & -16,34 & 5,98 & -6,73 & 13,20 & 8,81 \\ 0 & 56,602 & -0,14 & -1,596 & -18,0 & 1,746 \\ -56,602 & 0 & 1,596 & -0,14 & 15,67 & -0,281 \\ 0,137 & -1,596 & 0 & 25,095 & 1,68 & -7,314 \\ 1,596 & 0,137 & -25,095 & 0 & -0,551 & 6,887 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E''_{q_2} \\ E''_{d_2} \\ E''_{q_3} \\ E''_{d_3} \\ \delta_{12} \\ \delta_{13} \end{bmatrix}$$

(5-19)

5.2.3.3 Modelos dos Sistemas de Excitação.

Os modelos dos sistemas de excitação de UHSO e UHSS [62], são apresentados no Apêndice. Os valores dos parâmetros são os seguintes:

UHSO:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 1557,71 \quad , \quad C_2 = 0,015 \quad , \quad C_3 = 134,5 \quad , \quad T_1 = 0,3s \\
 T_2 &= 0,008s \quad , \quad K_A = 18 \quad , \quad T_A = 0,025s \quad , \quad K_F = 0,08 \\
 T_F &= 0,51s \quad , \quad K_R = 9,19V/pu \quad e \quad T_R = 0,01s
 \end{aligned}$$

UHSS:

$$\begin{aligned}
 K_A &= 300 \quad , \quad T_A = 0,02s \quad , \quad K_F = 0,03s \\
 T_F &= 1s \quad , \quad T_R = 0,005s
 \end{aligned}$$

5.2.3.4 Subsistemas Usados para o Controle Descentralizado.

Pela teoria vista, deveria ser considerado isoladamente o subsistema 2 (UHSO), desprezar as interligações e fazer o controle local e a seguir fazer do mesmo modo no subsistema 3 (UHSS). Verificou-se, entretanto, que melhores resultados são obtidos quando os subsistemas controlados são considerados da seguinte maneira:

Subsistema 1: UHSO + SISTEMA EXTERNO (denominado S01)

Subsistema 2: UHSS + SISTEMA EXTERNO (denominado SS1)

Com isto, é acrescentada uma equação diferencial de 1ª or

dem em cada subsistema, sendo todavia justificável, porque o sistema externo tem grande influência no sistema global. Vale acrescentar que se o sistema externo fosse representado, como ocorre normalmente, por uma barra infinita, o sistema da figura 5.5 seria representado por duas máquinas e cada uma dessas máquinas teria, no seu modelo, a influência da barra infinita.

5.2.3.5 Introdução dos Servocompensadores.

Um diagrama, apresentando o servocompensador, válido para os sistemas de excitação de Salto Ozório e Salto Santiago, é visto na figura 5.6, onde y_{di} é a saída do compensador dinâmico estabilizador local.

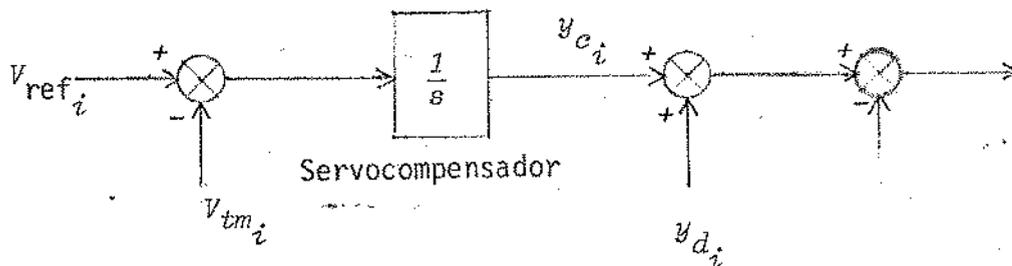


Figura 5.6 - Apresentação do servocompensador acionado pelo sinal de erro de tensão a ser regulado.

5.2.3.6 Existência de Solução.

Seguindo as condições apresentadas no item 1.6.5, verificam-se:

- Modos fixos do sistema global:

Existe um modo fixo que é $-0,141967$

- Zeros de transmissão:

Os zeros de transmissão do sistema global são

$-51,15690$	$6,34789$	$-125,0000$
$-44,64290$	$4,99070$	$-1,0000$
$-26,19600$	$-6,37021$	$-1,96078$
$-8,49389$	$-0,14323$	

• - Saídas medidas:

As tensões V_{tm_i} são medidas, evidentemente.

Como todas as condições são satisfeitas, existe solução para o problema de servomecanismo robusto descentralizado, sujeito a distúrbios e referências constantes.

5.2.3.7 Subsistema S01.

O modelo de Salto Ozório, juntamente com o sistema externo é representado da seguinte forma:

$$\dot{X}_1 = A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + B_1u_1 + D_1W$$

-0,1333	-0,0284	0	0	0,0216	0,0205	0	0	0	0	0	0	0
377	0	-377	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,3505	0	0	-0,8359	-0,2946	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-1,4623	0	1,3487	0,00079	0	0	0	0	0	0
0	12,1690	0	0	-52,3506	0	0	0	0	0	0	0	0
0	3,8375	0	20,4081	0	-34,2698	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-3,3333	-5192,36	13292,4	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1,875	-125	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-187,456	-720	-720	-720	-720
0	0	0	0	0	0	0	0	-0,4015	-1,960	-1,960	0	0
0	641,349	0	0	-314,622	-676,214	0	0	0	0	0	0	-100

A₁₁ =

$$A_{12} = \begin{bmatrix} -0,01031 & 0 & 0,00473 & 0,00751 & 0,00372 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,02929 & 0 & 0,00467 & 0,02527 & 0,00367 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1,18039 & 0 & 0,053 & 1,07899 & 0,04164 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,06882 & 0 & -0,21888 & -0,03429 & 0,17198 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -29,16355 & 0 & 24,81208 & 16,07239 & 19,49567 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para $y_1^T = [P_{e_2}, V_{tm_2}]$:

$$C_{12} = \begin{bmatrix} 1,80585 & 0 & -0,31042 & -1,68026 & -0,24386 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para $y_1^T = [\omega_2, V_{tm_2}]$:

$$C_{12} = [0].$$

Utilizando a idéia desenvolvida acima, selecionou-se $y_1^T = [P_{e_2}, V_{tm_2}]$ por apresentar maior $\|C_{11}\|$.

Os autovalores de A_{11} são

$$-188,803090$$

$$-38,273525$$

$$-99,371511$$

$$0,401093 + j0,750331$$

$$\begin{array}{ll} -63,553714+j77,517860 & -1,057675+j1,278553 \\ -50,876096 & -0,141606 \text{ (fixo)} \end{array}$$

Com a introdução do servocompensador os autovalores de A_{11} aumentada resultaram

$$\begin{array}{ll} -189,002460 & -34,587586 \\ -100,006040 & -1,166639+j7,359249 \\ -64,171836+j77,681704 & 0,314586+j1,315975 \\ -50,928320 & -1,250955 \\ & -0,143194 \end{array}$$

5.2.3.8 Obtenção do Estabilizador Local para o Subsistema S01.

O estabilizador \bar{e} reduzido e a sua determinação \bar{e} é baseada em condições de positividade real, conforme o desenvolvimento apresentado no Capítulo III.

O subsistema aumentado com o servocompensador, desprezando $A_{12}X_2$ e $C_{12}X_2$ e tomando $y_1^T = [Pe_2, V_{tm_2}, y_{e_2}]$, é transformando para a forma de Jordan e a seguir são obtidos os subsistemas N e R , que são:

Subsistema N :

$$\dot{X}_{N_1} = A_{N_1} X_{N_1} + B_{N_1} u_1$$

$$y_{N_1} = C_{N_1} X_{N_1}$$

(5-21)

onde

$$A_{N_1} = \begin{bmatrix} -189,0024 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -100,0060 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -50,9283 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -34,5875 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -64,1718 & -77,6817 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 77,6817 & -64,1718 \end{bmatrix}$$

$$B_{N_1}^T = \begin{bmatrix} 187,04165 & -0,021 & 0,00508 & -0,2958 & 62,2110 & -77,68171 \end{bmatrix}$$

$$C_{N_1} = \begin{bmatrix} -0,00163 & 0,00486 & 91,7307 & 26,9683 & -0,0055 & -0,0310 \\ -0,00063 & 28,0719 & -7,8593 & -12,2897 & -0,0103 & 0,0072 \\ -0,00000 & 0,28070 & -0,1543 & -0,3553 & -0,0000 & 0,00012 \end{bmatrix}$$

Subsistema R:

O subsistema R contém os autovalores dominantes de S01 com servocompensador:

$$\dot{x}_{R_1} = A_{R_1} x_{R_1} + B_{R_1} u_1$$

$$y_{R_1} = C_{R_1} x_{R_1}$$

(5-22)

onde

$$A_{R_1} = \begin{bmatrix} -1,25096 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,14318 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,31457 & -1,31597 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,31597 & 0,31457 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1,16663 & 7,35927 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7,35927 & -1,16663 \end{bmatrix}$$

$$B_{R_1}^T = \begin{bmatrix} 0,036155 & 0,0009 & 0,00429 & 0,03809 & -0,006466 & -0,01036 \end{bmatrix}$$

$$C_{R_1} = \begin{bmatrix} -4,6834 & 10,2299 & -0,368 & 11,5061 & -123,5560 & -450,8872 \\ -7,4828 & 0,0344 & -20,1979 & 36,6578 & -16,7186 & 271,3441 \\ -5,981 & 0,2405 & 29,821 & 8,2197 & 35,6158 & 7,9178 \end{bmatrix}$$

Vale notar que apesar do subsistema original S01 ter um autovalor fixo, o subsistema R é controlável e observável.

O compensador estabilizador foi obtido para estabilizar o subsistema R , com o afastamento do par de autovalores com parte real positiva, usando o método de agregação.

O compensador reduzido foi obtido de acordo com a estratégia de projeto proposta no capítulo IV e é o seguinte:

$$\dot{X}_{d_1} = \begin{bmatrix} 0 & -0,346628 \\ 1 & -0,954484 \end{bmatrix} X_d + \begin{bmatrix} 0,008783 & 0,387802 & -0,214982 \\ -0,239274 & 0,299073 & -0,262373 \end{bmatrix} y_1$$

$$u_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} X_d + \begin{bmatrix} -0,172084 & -0,283535 & -0,028443 \end{bmatrix} y_1$$

Verifica-se que para $H = \frac{\sqrt{3}}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $\alpha = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, $G_H(s) = HG_{\bar{N}}(s)$ (ver expressão (3-30)) e $G_G(s) = G_{\bar{R}}(s)H^T$ (ver expressão (3-33)) são estritamente positivas reais.

Os gráficos de $G_1 \triangleq HG_{\bar{N}}(j\omega) + G_{\bar{N}}^T(-j\omega)H^T$ e $G_2 \triangleq G_{\bar{R}}(j\omega)H^T + HG_{\bar{R}}^T(-j\omega)$ versus ω são apresentados nas figuras 5-7 e 5-8, respectivamente.

Os autovalores de S01 com o compensador reduzido são

$$-188,916440$$

$$-1,166637 + j7,359278$$

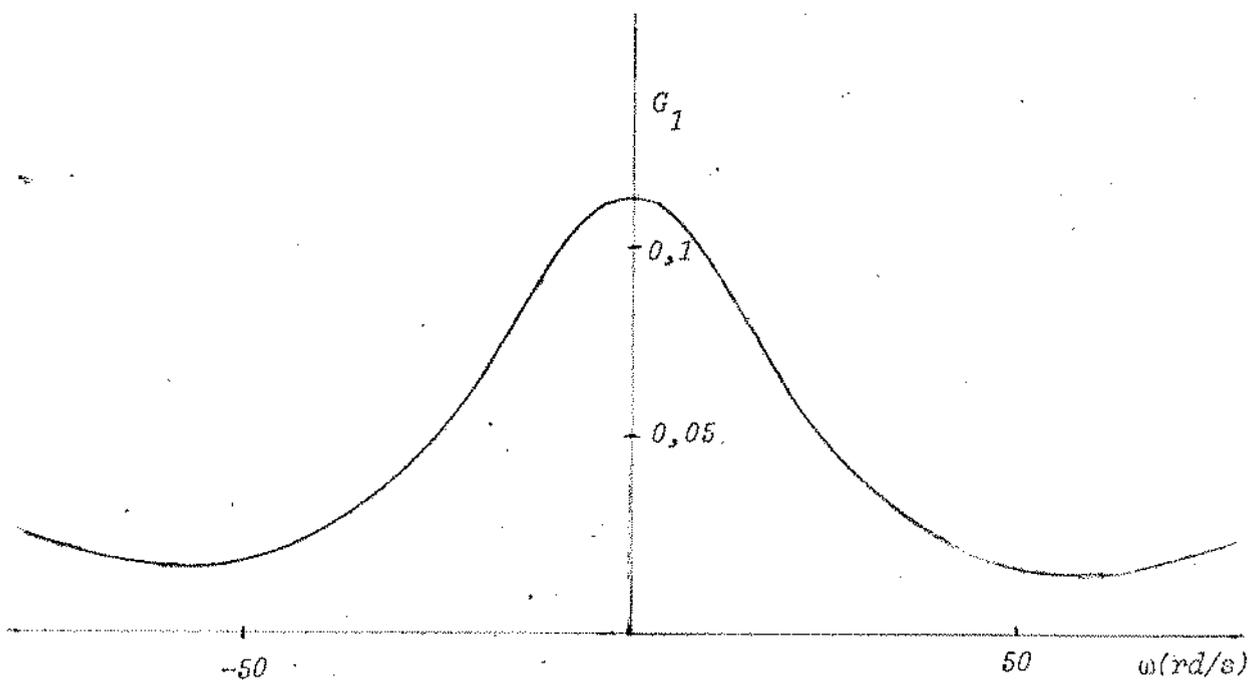


Figura 5.7 Variações de $G_1 = HG_{\bar{N}}(j\omega) + G_{\bar{N}}^T(-j\omega)H^T$ para S01.

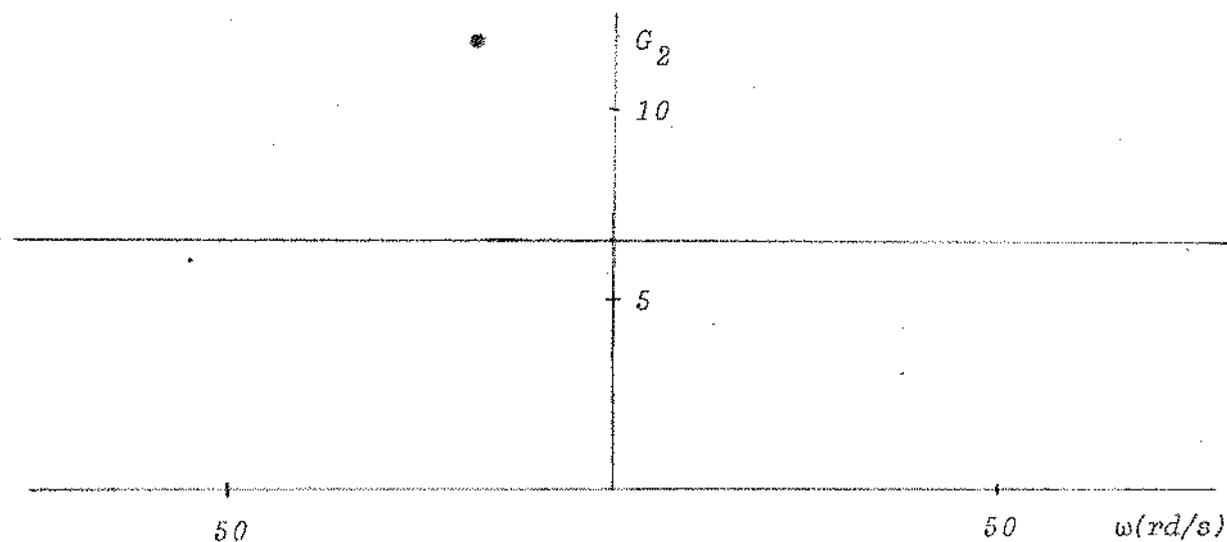


Figura 5.8 Variações de $G_2 = G_{\bar{R}}(j\omega)H^T + HG_{\bar{R}}^T(-j\omega)$ para S01.

-64,177628+j77,432174	-0,225164+j1,35947*
-99,831530	-1,250963
-50,994995	-0,156784+j0,308576*
-34,331217	-0,143188

* Autovalores modificados

Posicionamentos realizados no subsistema R:

- Os autovalores nulos foram modificados para $-0,2+j0,35$
- O par de autovalores instáveis foi modificado para $-0,22+j1,3159706$

5.2.3.9 Subsistema SSL. ♦

O modelo de Salto Santiago, juntamente com o sistema externo é representado da seguinte forma:

$$\dot{X}_2 = A_{22}X_2 + A_{21}X_1 + B_2u_2 + D_2W$$

$$y_2 = C_{22}X_2 + C_{21}X_1 \quad (5-23)$$

onde

$$X_2^T = [\omega_1, \delta_{13}, \omega_3, E'_{q_3}, E''_{d_3}, \Lambda_{D_3}, x_{17}, x_{18}, V_{tm_3}]$$

$$X_1^T = [\delta_{12}, \omega_2, E'_{q_2}, E''_{d_2}, \Lambda_{D_2}, x_7, x_8, x_9, x_{10}, V_{tm_2}]$$

$$y_2^T = [P_{e_3}, V_{tm_3}] \quad \text{ou} \quad y_2^T = [\omega_3, V_{tm_3}]$$

A potência mecânica é considerada constante.

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -0,133 & -0,01 & 0 & 0,004 & 0,007 & 0,003 & 0 & 0 & 0 \\ 377 & 0 & -377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,34 & 0 & -0,181 & -0,858 & -0,142 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,069 & 0 & -0,604 & 0 & 0,25 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 6,076 & 0 & 0 & -28,54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4,648 & 0 & 15,514 & 0 & -32,45 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -500 & -15000 & -15000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,03 & -1 & 0 \\ 0 & 129,65 & 0 & -73,57 & -64,23 & -57,81 & 0 & 0 & -200 \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -0,0285 & 0 & 0 & 0,0216 & 0,0205 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0685 & 0 & 0 & 0,0615 & 0,0099 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0055 & 0 & 0 & 0,0014 & 0,0161 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1,3957 & 0 & 0 & 1,3259 & -0,1138 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,3719 & 0 & 0 & 0,0925 & 1,0773 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -17,006 & 0 & 0 & 11,3666 & 18,9482 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15000 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para $y_2^T = \begin{bmatrix} P_{e_3} & V_{tm_3} \end{bmatrix}$:

$$C_{22} = \begin{bmatrix} 0 & -9,679 & 0 & 5,1562 & 24,3717 & 4,0513 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{21} = \begin{bmatrix} 1,9469 & 0 & 0 & -1,746 & -0,281 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para $y_2^T = [\omega_3, V_{tm_3}]$:

$$C_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad C_{21} = [0]$$

Foi selecionada $y_2^T = [P_{e_3}, V_{tm_3}]$ por apresentar maior $\|C_{22}\|$.

Os autovalores de A_{22} são

-500,185080	-25,990366	-0,134697 (fixo)
-201,689500	-0,34727+j7,321476	
-32,860939	-0,900466+j0,821274	

Com a introdução do servocompensador a matriz A_{22} aumenta da tem os seguintes autovalores:

-500,901620	-25,959620	-0,796370
-199,991540	-1,561256+j7,544058	-0,134627 (fixo)
-32,412554	0,293939+j1,265543	

5.2.3.10 Obtenção do Estabilizador Local para o Subsistema SS1.

Também aqui, o estabilizador reduzido é determinado com base em condições de positividade real.

O subsistema (5-23), desprezando $A_{21}x_2$ e $C_{21}x_1$ e tomando $y_2^T = [Pe_3, Vtm_3, y_{c3}]$, após introduzir o servocompensador é transformado para a forma de Jordan e a seguir obtidos os subsistemas N e R , que são:

Subsistema N :

$$\dot{x}_{N_2} = \Lambda_{N_2} x_{N_2} + B_{N_2} u_2$$

$$y_{N_2} = C_{N_2} x_{N_2} \quad (5-24)$$

onde

$$\Lambda_{N_2} = \begin{bmatrix} -500,901602 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -199,991536 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -32,412553 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -25,959622 \end{bmatrix}$$

$$B_{N_2}^T = [499,90160 \quad 1,34865 \quad -1,51450 \quad -0,06298]$$

$$C_{N_2} = \begin{bmatrix} -0,03005 & -0,00074 & 2,48498 & 75,93768 \\ -0,00142 & 1,25523 & -0,29946 & -0,52947 \\ -0,000003 & 0,00628 & -0,00924 & -0,0204 \end{bmatrix}$$

Subsistema R :

O subsistema R contém os autovalores dominantes de SSI com servocompensador:

$$\dot{x}_{R_2} = \Lambda_{R_2} x_{R_2} + B_{R_2} u_2$$

$$y_{R_2} = C_{R_2} x_{R_2} \quad (5-25)$$

onde

$$\Lambda_{R_2} = \begin{bmatrix} -0,796399 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,134628 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,293946 & -1,265528 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,265528 & 0,293946 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1,561255 & -7,544014 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7,544014 & -1,561255 \end{bmatrix}$$

$$B_{R_2}^T = \begin{bmatrix} -0,20361 & 0,00237 & 0,03124 & 0,34090 & -0,03244 & -0,09104 \end{bmatrix}$$

$$C_{R_2} = \begin{bmatrix} 0,32391 & 3,86061 & 0,98248 & 0,52781 & -80,97550 & -228,33862 \\ 0,41038 & -0,00051 & -1,69890 & 4,12062 & -1,29302 & 30,50633 \\ 0,51530 & -0,00376 & 3,38523 & 0,55615 & 3,84369 & 0,96686 \end{bmatrix}$$

Vale notar que apesar do subsistema SSI ter um autovalor fixo, o subsistema R é controlável e observável.

O compensador estabilizador foi obtido para estabilizar o subsistema R , com o afastamento do par de autovalores com parte real positiva, usando o método de agregação.

O compensador foi obtido de acordo com a estratégia de projeto apresentada no capítulo IV.

O compensador reduzido é o seguinte:

$$\dot{x}_d = \begin{bmatrix} 0 & -0,368942 \\ 1 & -0,718155 \end{bmatrix} x_d + \begin{bmatrix} -0,0019 & 0,2762 & -0,1655 \\ -0,1080 & 0,21 & -0,1756 \end{bmatrix} y_2$$

$$u_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x_d + \begin{bmatrix} -0,04378 & -0,3429 & 0,03618 \end{bmatrix} y_2$$

Verifica-se que para $H = \frac{\sqrt{3}}{3} [1 \ 1 \ 1]$ e $\alpha = [2 \ 2 \ 2]$, $G_H(s) = HG_{\bar{N}}(s)$ e $G_G(s) = G_{\bar{R}}(s)H^T$ são estritamente positivas reais.

Os gráficos de $G_1 \triangleq HG_{\bar{N}}(j\omega) + G_{\bar{N}}^T(-j\omega)H^T$ e $G_2 \triangleq G_{\bar{R}}(j\omega)H^T + HG_{\bar{R}}^T(-j\omega)$ versus ω são apresentados nas figuras 5-9 e 5-10, respectivamente.

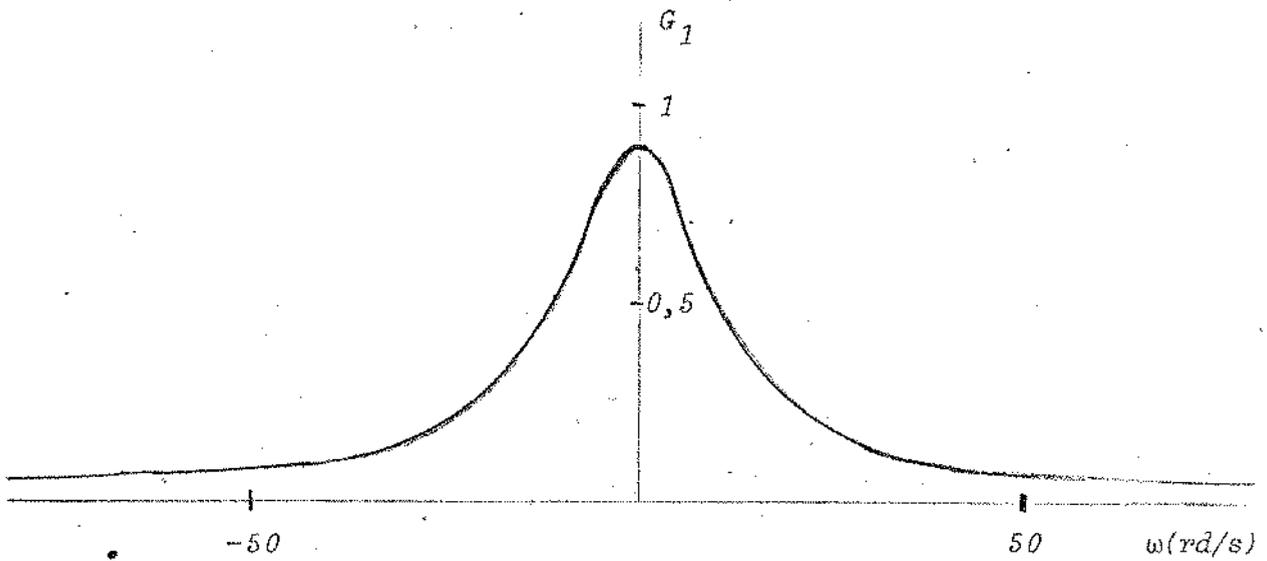


Figura 5-9 Variações de $G_1 = HG_{\bar{N}}(j\omega) + G_{\bar{N}}^T(-j\omega)H^T$ para SS1.

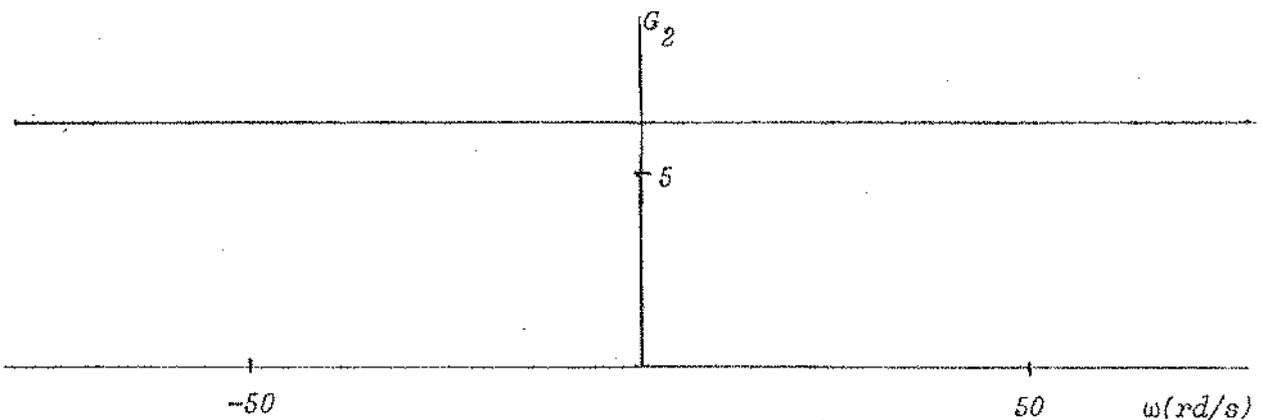


Figura 5-10 Variações de $G_2 = G_{\bar{R}}(j\omega)H^T + HG_{\bar{R}}^T(-j\omega)$ para SS1.

Os autovalores de SSI com compensador reduzido são

-500,000210	-1,561255+j7,544014
-200,576050	-0,155190+j1,282584*
-32,418329	-0,796394
-25,779373	-0,155629+j0,443001*
	-0,134617

* Autovalores modificados.

Posicionamentos realizados no subsistema R:

- Os autovalores nulos foram modificados para $-0,18+j0,45$
- O par de autovalores instáveis foi modificado para $-0,15+j1,2655277$.

5.2.3.11 Resultados no Sistema Global.

Os autovalores do sistema global com os sistemas de excitação e servocompensadores descentralizados, mas sem compensadores estabilizadores, são:

-500,901580	-50,969675	-1,580883+j7,512013
-199,991540	-34,666782	0,314643+j1,318734
-189,002440	-32,333001	0,292923+j1,258667
-100,006030	-25,932454	-1,250463
-64,171843+j77,681697	-1,140051+j7,38872	-0,796081
		-0,143420

Os autovalores do sistema global com os dois controladores robustos descentralizados são:

-500,000160	-51,036547	-0,231093+j1,392499
-200,576230	-34,433104	-1,251099
-188,916440	-32,312746	-0,151406+j1,244387
-99,831617	-25,755507	-0,795910
-64,177591+j77,432206	-1,132739+j7,391467	-0,159017+j0,442441
	-1,585688+j7,508793	-0,154415+j0,308884
		-0,143337

5.2.3.12 Resultados da Simulação.

O sistema global, controlado, foi simulado com variações constantes de potência mecânica e de alguns parâmetros. Os resultados comprovaram que o sistema é robusto, ou seja, as variações de tensões terminais tendem para zero com esses tipos de distúrbios e que o comportamento dinâmico é satisfatório. As figuras 5.11 e 5.12 apresentam as variações de tensão e de potência elétrica, respectivamente, para uma variação de 0,1pu na potência mecânica de UHSO.

5.2.3.13 Conclusão.

O controle robusto proposto mostrou-se eficiente e fácil de ser implementado na prática. O controlador é descentralizado e utiliza para realimentação somente sinais medidos locais. A estrutura do estabilizador é uma generalização do compensador clássico. A inclusão do servocompensador proporciona, ao sistema, imuni

zação contra distúrbios e perturbações. Em particular, foi considerado o caso de distúrbios desconhecidos constantes, onde o servocompensador do tipo integrador é suficiente. Para outros tipos de distúrbios o procedimento desenvolvido é completamente válido, todavia, faz-se necessário utilizar um servocompensador adequado.

Diferentes modelos podem ser empregados para as diversas máquinas de um sistema.

A potência mecânica foi considerada constante. A inclusão de turbina e regulador de velocidade no modelo é objeto de pesquisa a ser desenvolvida brevemente.

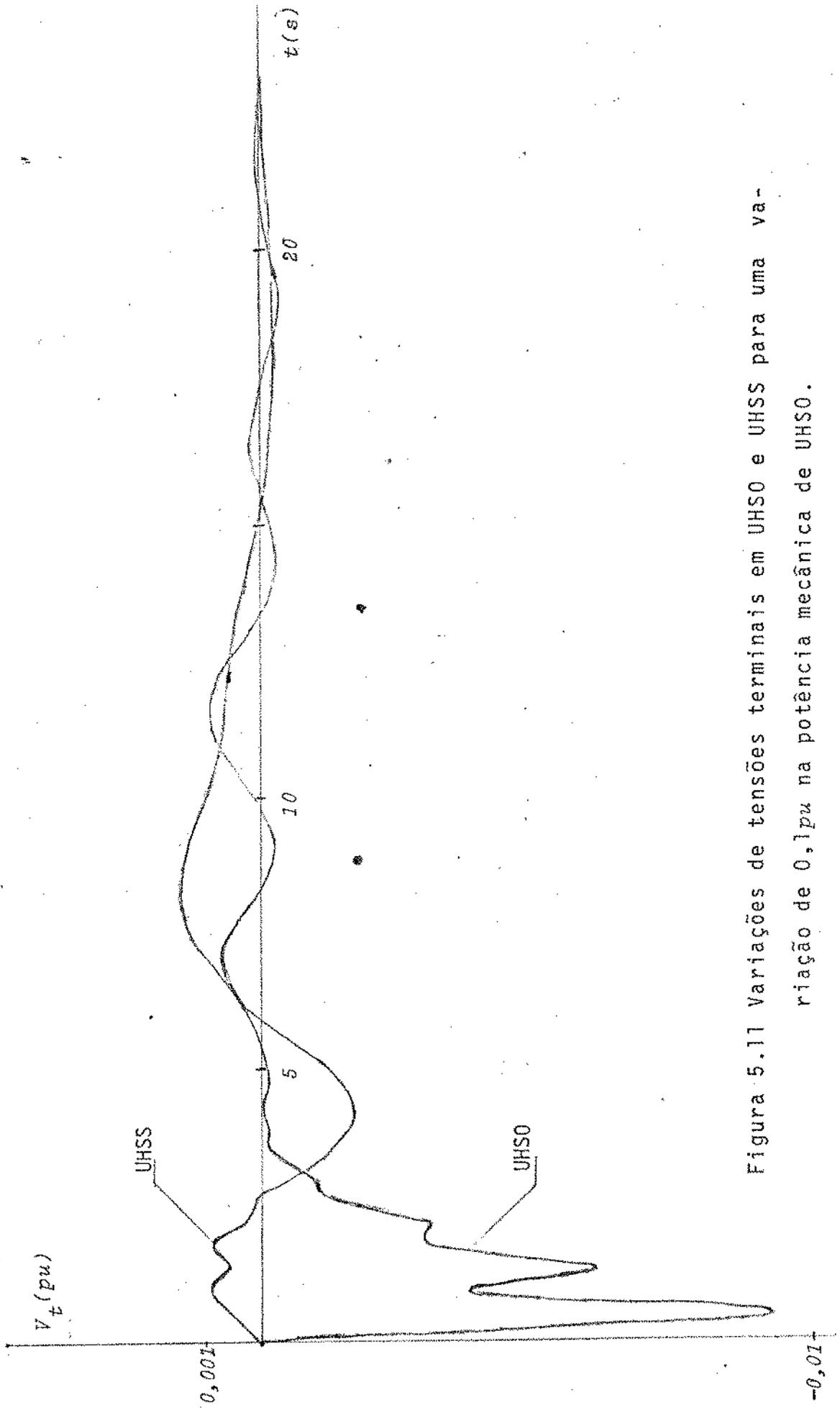


Figura 5.11 Variações de tensões terminais em UHSS e UHSO para uma variação de 0,1 pu na potência mecânica de UHSO.

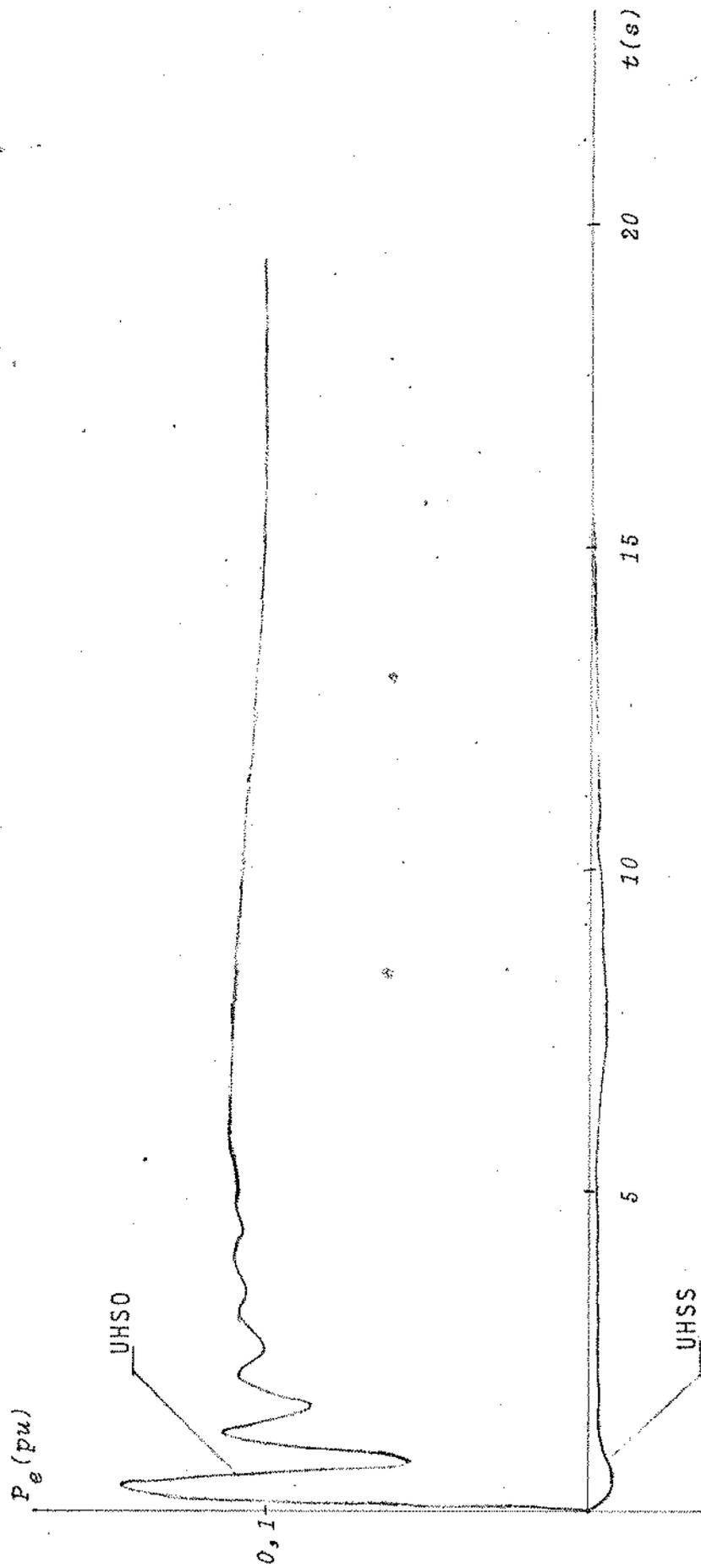


Figura 5.12 Variações de potência elétrica em UHSO e UHSS para variação de 0,1pu na potência mecânica de UHSO

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA FUTURO TRABALHO

6.1 Conclusões Finais.

Foi desenvolvido, neste trabalho, um eficiente procedimento para determinação de controladores para sistemas de grande porte. O procedimento consiste, resumidamente, no seguinte:

- a - descentralizar o sistema original, se necessário.
- b - se o controlador é robusto, verificar as condições de existência de solução e introduzir os servocompensadores.
- c - tomar arbitrariamente um dos subsistemas aumentados a ser estabilizado.
- d - selecionar as variáveis de estado locais, ou saídas, que serão realimentadas.
- e - determinar os autovalores do subsistema, sem considerar as interligações.

f - obter um estabilizador local para o subsistema, de modo a minimizar $\rho_i = M_i / |Re \lambda_{m_i}|$ (expressão (4-22)). Os autovalores são afastados um a um pelo método de agregação, começando pelo de maior parte real.

g - passar para outro subsistema qualquer e repetir os passos de d a f.

h - o procedimento é repetido para todos os subsistemas.

O estabilizador é um compensador dinâmico descentralizado com a estrutura e os parâmetros obtidos usando técnicas de redução de ordem do modelo linearizado.

As principais conclusões obtidas no desenvolvimento do trabalho podem ser resumidas no seguinte:

1 - Com o emprego de compensação dinâmica, somente as variáveis de estado medidas, ou saídas, necessitam ser realimentadas.

2 - Com a utilização do método de agregação os subsistemas não necessitam ser controláveis, desde que os autovalores fixos sejam estáveis.

3 - O posicionamento progressivo dos autovalores, começando pelo de maior parte real, torna mais fácil evitar ganhos de realimentação elevados.

4 - O estabilizador local é obtido para um modelo de ordem reduzida, resultando um estabilizador também de ordem reduzida. Usando uma técnica de redução do modelo, baseada em condições de positividade real, a estabilidade do subsistema de malha fechada (sem considerar as interligações) é assegurada.

5 - Cada estabilizador local é obtido utilizando o modelo

do subsistema envolvido, sem considerar as interligações, de modo a posicionar os autovalores dominantes do subsistema para se ter grande amortecimento e pequeno *overshoot*. Fazendo assim, se os efeitos das interligações não são elevados, o sistema global resulta estável.

- 6 - Tendo em vista que no projeto do controlador somente os modelos de ordens reduzidas dos subsistemas são empregados, um sistema de grande porte pode ser manejado com relativa facilidade.
- 7 - O procedimento proposto é de fácil implementação na prática e a sua aplicação no projeto de controladores robustos para sistemas de excitação é de grande importância, pois assegura que o erro de tensão terminal seja anulado assintoticamente, independente de perturbações, como variações de carga, contingências, etc.

6.2 Sugestões para Futuro Trabalho.

Ao longo do trabalho desenvolvido foi verificado que o campo de estudo pesquisado é muito extenso e conseqüentemente muita coisa necessita ser complementada em alguns pontos e comparada com outras técnicas. Diante disso, é sugerida uma lista de assuntos para continuação do trabalho. Essa lista, que poderá ser complementada ou modificada no futuro, é a seguinte:

- 1 - Introdução de turbinas e reguladores de velocidade no modelo de máquina e obtenção dos controladores de car

ga-frequência e de excitação, simultaneamente, para sistemas de múltiplas máquinas.

- 2 - Estudo do modelo não linear, com diferentes modelos de carga.
- 3 - Comparação de diferentes modelos de máquinas elétricas no desenvolvimento do controlador.
- 4 - Obtenção do controlador descentralizado, para efeito de comparação, por outras técnicas, como, por exemplo, otimização de parâmetros do controlador com estrutura pré-determinada.
- 5 - Comparação do controlador descentralizado com um centralizado, para um sistema de múltiplas máquinas.
- 6 - Obtenção do estabilizador por outras técnicas de redução de ordem de modelos.
- 7 - Desenvolvimento de controladores robustos para sistemas submetidos a diferentes classes de distúrbios.
- 8 - Tendo em vista que em sistemas de potência de múltiplas máquinas é anti-econômico implementar controladores em todas as máquinas, sugere-se estudar e estabelecer critérios para seleção das máquinas que deverão ser controladas.

APÊNDICE

MODELOS DAS MÁQUINAS SÍNCRONAS E DOS SISTEMAS DE EXCITAÇÃO

A.1 Modelos das Máquinas Síncronas.

A.1.1 Modelo Clássico [60]

O mais simples modelo, usado no estudo de estabilidade, é o que representa a máquina por uma tensão constante atrás de uma reatância transitória. Com essa representação, o modelo consiste, além das equações algébricas devidas à rede, da seguinte equação diferencial, chamada equação de oscilação:

$$\frac{2H}{\omega_r} \ddot{\delta} = P_m - P_e \quad (\text{A-1})$$

onde H é a constante de inércia da máquina, $\omega_r = 2\pi f_r$, f_r é a frequência nominal do sistema em Hz, P_m é a potência mecânica recebida

da pela máquina em pu, P_e é a potência elétrica fornecida pela máquina em pu.

Considerando o sistema com carga simetricamente balanceada, tem-se

$$P_e = V_d I_d + V_q I_q \quad (\text{A-2})$$

onde V_d e V_q são as componentes da tensão nos eixos direto e de quadratura, respectivamente. As correntes I_d e I_q são as componentes da corrente nos mesmos eixos.

A.1.2 Modelo E'' [60]

Neste modelo a representação da máquina é feita por uma tensão atrás de uma reatância subtransitória. Os efeitos do campo e dos enrolamentos amortecedores são incluídos. As equações diferenciais do modelo são as seguintes:

$$T_{q0}'' \dot{E}_d'' = -E_d'' - (x_q - x_q'') I_q$$

$$T_{d0}'' \dot{\Lambda}_D = -\Lambda_D + E_q' + (x_d' - x_d'') I_d$$

$$T_{d0}' \dot{E}_q' = -E_q' + E_{FD} - K_d E_q' + x_{xd} I_d + K_d \Lambda_D$$

$$\frac{2H}{\omega_r} \dot{\omega} = P_m - P_e - D\omega$$

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_r$$

(A-3)

COM

$$K_d = \frac{(x_d - x'_d)(x'_d - x''_d)}{(x'_d - x_\ell)^2}$$

$$x_{xd} = \frac{(x_d - x'_d)(x''_d - x_d)}{x'_d - x_\ell}$$

$$P_e = E''_q I_q + E''_d I_d$$

$$E''_q = K_1 E'_q + (1 - K_1) \Lambda_D$$

$$K_1 = \frac{x''_d - x_\ell}{x'_d - x_\ell}$$

onde, E''_d é a tensão subtransitória de eixo direto, E''_q é a tensão subtransitória de eixo de quadratura, E'_q é uma tensão proporcional ao fluxo concatenado de eixo direto, E_{FD} é a tensão do campo da máquina, Λ_D é o fluxo concatenado de eixo direto do amortecedor, ω é a velocidade angular em rd/s elétricos, I_d e I_q são as correntes de eixo direto e de eixo de quadratura, x'_d é a reatância transitória de eixo direto, x''_d é a reatância subtransitória de eixo direto, x''_q é a reatância subtransitória de eixo de quadratura, x_ℓ é a reatância de dispersão, x_d é a reatância síncrona de eixo direto, T'_{d0} é a constante de tempo transitória em circuito aberto de eixo direto, T''_{d0} é a constante de tempo subtransitória de eixo direto, T''_{q0} é a constante de tempo subtransitória de eixo de quadratura e D é o coeficiente de amortecimento.

A.2 Modelos dos Sistemas de Excitação.

Os modelos dos sistemas de excitação das máquinas equivalentes de Salto Ozório e de Salto Santiago estão representados nas figuras A.1 e A.2.

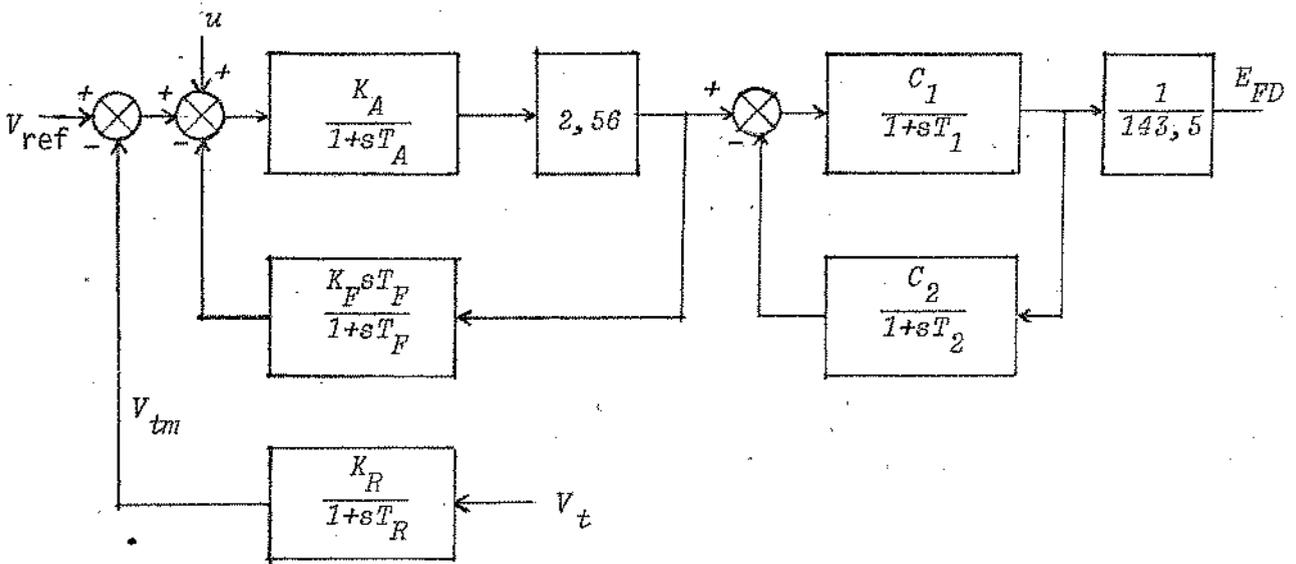


Figura A.1 Sistema de Excitação de UHSO

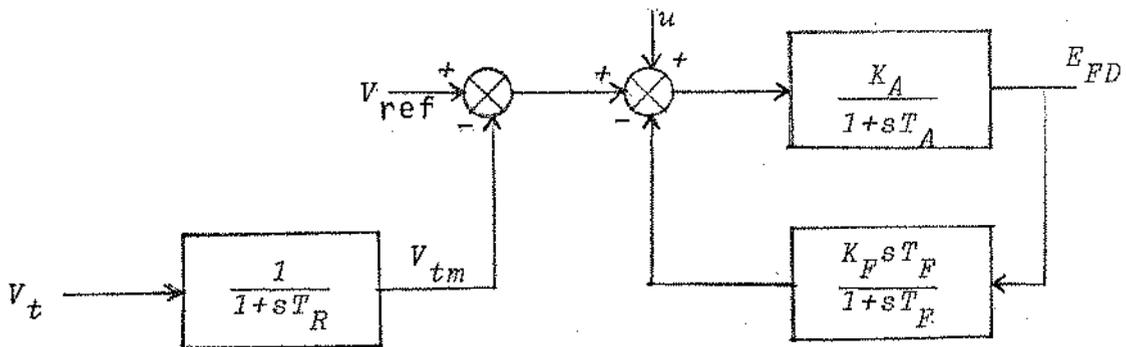


Figura A.2 Sistema de Excitação de UHSS

REFERENCIAS

01. Athans, M. & Falb, P.L., "Optimal Control", McGraw-Hill, 1966.
02. Anderson, B.D.O. & Moore, J.B., "Linear Optimal Control", Prentice-Hall, 1971.
03. Farrar, F.A. & DiPietro, R.C., "Comparative Evaluation of Numerical Methods for Solving the Algebraic Matrix Riccati Equation", Proc. of the 1977 JACC Conference, p. 1543-1548.
04. Chen, C.T. "Introduction to Linear System Theory", Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1970.
05. Wanham, W.M., "On Pole Assignment in Multi-Input Controllable Linear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-12, 1967, p. 660-665.
06. Levine, W.S.; Johnson, T.L. & Athans, M., "Optimal Limited State Variable Feedback Controllers for Linear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-16, 1971, p. 785-792.
07. Pearson, J.B. "Compensator Design for Dynamic Optimization", Int. J. Control, vol. 9, 1969, p. 473-482.
08. Pearson, J.B. & Ding, C.Y., "Compensator Design for Multivariable Linear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-14, 1969, p. 130-134.

09. Castro, J.C. & Doraiswami, R., "Design of Controllers of Large-Scale Power System Using the Method of Aggregation", Proc. of the Third International Symposium on Large Engineering System, Newfoundland, Canadá, 1980, p. 469-472.
10. Filho, O.P. & Bhattacharyya S.P., "Sobre a Estabilidade de Compensadores Dinâmicos e Observadores", Proc. do 3º Cong. Bras. de Automática, Rio de Janeiro, 1980, p. 3-8.
11. Brash, F.M. & Pearson, J.B. "Pole Placement Using Dynamic Compensadores", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-15, 1970, p. 34-43.
12. Davison, E.J., "The Control of a Servomechanism Problem for Linear Time-Invariant Multivariable Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-21, 1976, p. 25-34.
13. Davison, E.J., "The Robust Decentralized Control of a General Servomechanism Problem", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-21, 1976, p. 14-24.
14. Davison, E.J. & Tripathi, N.K., "The Optimal Decentralized Control of a Large Power System: Load and Frequency Control", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-23, 1978, p. 312-325.
15. Davison, E.J.; Gesing, W. & Wang, S.H., "An Algorithm for Obtaining the Minimal Realization of a Linear Time-Invariant System and Determining if a System is Stabilizable-Detectable", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-23, 1978, p. 1048-1054.
16. Davison, E.J. & Wang, S.H., "Properties and Calculation of Transmission Zeros of Linear Multivariable Systems", Automatica, vol. 10, 1974, p. 643-658.
17. Axelby, G.S.; Laub, A.J. & Davison, E.J., "Further Discussion on the Calculation of Transmission Zeros", Automatica, vol.

- 14, 1978, p. 403,405.
18. Davison, E.J. & Wang, S.H., "An Algorithm for the Calculation of Transmission Zeros of the System (C, A, B, D) Using High Gain Output Feedback", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-23, 1978, p. 738-741.
 19. Aoki, M., "Control of Large-Scale Dynamic System by Aggregation", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-13, 1968, p. 246-253.
 20. Aoki, M., "Aggregation", in Optimization Methods for Large-Scale Systems, with Applications, editado por David A. Wismer, McGraw-Hill, 1971.
 21. Moorthi, V.R. & Aggarwal, R.P. "Suboptimal and Near-Optimal Control of a Load-Frequency-Control System", Proc. of the IEE, vol. 119, 1972, p. 1653-1660.
 22. Rao, V.S. & Lamba, S.S., "Eigenvalue Assignment in Linear Optimal-Control Systems via Reduced-Order Models", Proc. of the IEE, vol. 122, 1975, p. 197-201.
 23. Francis, J.G.F., "The QR Transformation, pt.I", The Computer Journal, vol. 4, 1961, p. 265-271; pt. II, idem, 1962, p. 332-345.
 24. Parlett, B.N. "The LU and QR Algorithms", Capítulo 5 de Ralston, A. & Wilf, H.S., "Mathematical Methods for Digital Computers", vol. II, John Wiley, 1967.
 25. Young, D.M. & Gregory, R.T. "A Survey of Numerical Mathematics", vol II, Addison-Wesley, 1973.
 26. Wilkinson, J.H., "The Algebraic Eigenvalue Problem", Oxford University Press, 1965.
 27. Van Ness, J.E., "Inverse Iteration Method for Finding Eigen-

- vectors", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-14, 1969, p. 63-66.
28. Davison, E.J., "A Method for Simplifying Linear Dynamic Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-11, 1966, p. 93-101.
 29. Davison, E.J., "A New Method for Simplifying Large Linear Dynamic Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-13, 1968, p. 214-215.
 30. Sannuti, P. & Kokotovic, P.V., "Near-Optimum Design of Linear Systems by Singular Perturbation Method", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-14, 1969, p. 15-22.
 31. Mahapatra, G.B., "A Note on Selecting a Low-Order System by Davison's Model Simplification Technique", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-22, 1977, p. 676-677.
 32. Elrazaz, Z. & Sinha, N.K., "On the Selection of the Dominant Poles of a System to Be Retained in a Low-Order Model", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-24, 1979, p. 792-793.
 33. Van Ness, J.E.; Boyle, J.M & Imad, F.P., "Sensitivities of Large Multiple-Loop Control Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-10, 1965, p. 308-315.
 34. Ahmari, R. & Vacroux, A.G., "Approximate Pole Placement in Linear Multivariable System Using Dynamic Compensators", Int. J. Control, vol. 18, 1973, p. 1329-1336.
 35. Barnett, S., "Matrices in Control Theory", Van Nostrand Reinhold, 1971.
 36. Greville, T.N., "Some Applications of the Pseudo-inverse of a Matrix", SIAM Rev., vol. II, 1960, p. 15-22.
 37. Boullion, T.L. & Odell, P.L., "Generalized Inverse Matrices",

- Wiley-Interscience, 1971.
38. Doraiswami, R. "A Reduced Order Stabilizer Design", Aceito para publicação no IEEE Trans. Automatic Control.
 39. Landau, I.D., "Adaptive Control: Model Reference Approach", Marcel Dekker Inc., 1979.
 40. Siljak, D.D., "Algebraic Criterion for Absolute Stability, Optimality and Passivity of Dynamic Systems", Proc. of the IEE, vol. 117, 1970, p. 2033-2036.
 41. Karkamakar, J.S., "On Nonnegativity of Even Polinomials", Proc. of the IEEE, vol. 58, 1970, p. 835-836.
 42. Popov, V.M., "Hyperstability of Automatic Control Systems", Springer, 1973.
 43. Landau, I.D., & Silveira, H.M., "A Stability Theorem with Applications to Adaptive Control", IEEE Trans. Automatic Control vol. 24, 1979, p. 305-312.
 44. Sandel, N.R.; Varaya, P.; Athans, M. & Safonov, M.G., "Survey of Decentralized Control Methods for Large Scale Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-23, 1978, p. 108-128.
 45. Davison, E.J., "Recent Results on Decentralized Control of Large Scale Multivariable Systems", Proc. of the 4th IFAC International Symposium on Multivariable Tecnological Systems, 1974.
 46. Siljak, D.D. & Vukcevic, M.B., "Decentralization, Stabilization and Estimation of Large-Scale Linear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-21, 1976, p. 363-366.
 47. Davison, E.J. & Gesing W., "Sequential Stability and Optimization of Large Scale Decentralized Systems", Automatica, vol. 15, 1979. p. 307-324.
 48. Doraiswami, R., "A Robust Decentralized Control of a Servome-

- chanism Problem for a Class of Nonlinear Systems", Aceito para publicação no Proceedings of the IEE.
49. Mita, T., "On Zeros and Responses of Linear Regulators and Linear Observers", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-22, 1977, p. 423-428.
 50. Castro, J.C. & Doraiswami, R., "A Reduced Order Stabilizer for Large Scale Systems", Artigo aceito para apresentação no 1980 International Conference on Cybernetic and Society, Charlottesville-Virgínia EUA.
 51. Elgerd, O.I. & Fosha, C.E., "Optimum Megawatt-Frequency Control of Multiarea Electric Energy Systems", IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-89, 1970, p. 556-563.
 52. IEEE Committee Report, "Dynamic Models for Steam and Hydro Turbines in Power Systems Studies", IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-92, 1973, p. 1904-1915.
 53. Ramey, D.G. & Skoolung, J.W., "Detailed Hydrogovernor Representation for System Stability Studies", IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-89, 1970, p. 106-112.
 54. Gerhart, A.D.; Hillesland Jr., T.; Luini, J.F., & Rockfield Jr., M.L., "Power System Stabilizer: Field Testing and Digital Simulation", IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-90, 1971, p. 2095-2100.
 55. Perri, H.R.; Luini, J.F. & Coulter, J.C., "Improved Stability with Low Time Constant Rotating Exciter", IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-90, 1971, p. 2084-2089.
 56. de Mello, F.P. & Concordia, C., "Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control", IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-88, 1969, p. 316-329.