

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Comunicações - DECOM

Avaliação de Desempenho de Esquemas de Modulação e Codificação na Presença de Interferência de Co-Canal

Autor: Carlos Daniel Altamirano Carrillo

Orientador: Prof. Dr. Celso de Almeida

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Celso de Almeida (Orientador) - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Gonzalo Fernando Olmedo Cifuentes - DEEE/ESPE

Prof. Dr. Reginaldo Palazzo Junior - FEEC/UNICAMP

Campinas, SP

2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

M414a	Altamirano Carrillo, Carlos Daniel Avaliação de desempenho de esquemas de modulação e codificação na presença de interferência de co-canal / Carlos Daniel Altamirano Carrillo. – Campinas, SP: [s.n.], 2011. Orientador: Celso de Almeida. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. 1. Probabilidade. 2. Códigos de controle de erros (Teoria da informação). 3. Teoria da Codificação. 4. Comunicações Digitais. 5. Modulação (Eletrônica). I. Almeida, Celso de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.
-------	---

Título em Inglês: Performance evaluation of modulation and coding schemes in the presence of co-channel interference.

Palavras-chave em Inglês: Probability, Error control coding (Information theory), Coding theory, Digital communications, Modulation (Electronics).

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora: Reginaldo Palazzo Junior, Gonzalo Fernando Olmedo Cifuentes.

Data da defesa: 21-11-2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

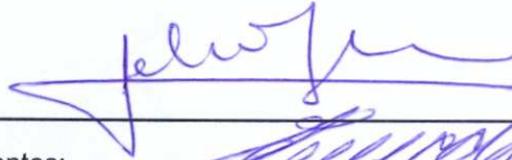
COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidato: Carlos Daniel Altamirano Carrillo

Data da Defesa: 21 de novembro de 2011

Título da Tese: "Avaliação de Desempenho de Esquemas de Modulação e Codificação na Presença de Interferência de Co-Canal"

Prof. Dr. Celso de Almeida (Presidente):



Prof. Dr. Gonzalo Fernando Olmedo Cifuentes:



Prof. Dr. Reginaldo Palazzo Júnior:



Ao meu anjo na terra, minha mãe

Charito.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelas bênçãos entregues durante minha estada no Brasil, as mesmas que me fortaleceram para concluir com sucesso uma etapa mais na minha vida.

Agradeço ao Professor Celso de Almeida, pela paciência, ajuda e estímulo contínuo durante a elaboração deste trabalho, bem como na ajuda na revisão desta dissertação. Agradeço ainda pela oportunidade para realizar meus estudos de mestrado no Brasil.

Agradeço a minha mãe Rosario por seu terno amor, dedicação e conselho e a meu pai Carlos pelo apoio nos meus projetos.

Agradeço a minha irmã Analia pela força do amor que nos une, pelo incentivo, apoio e conselhos à distância.

Agradeço de maneira especial a Dianita por seu carinho, paciência e apoio contínuo durante esses dois anos de separação. Agora vamos lutar juntos para cumprir com nossos objetivos.

Aos colegas da turma Equatoriana: Paul, Julio, Edgar, Diana, Gina, Diego e Carlos, obrigado pelos conhecimentos compartilhados, pela alegria dos nossos momentos, pelo companherismo e valiosa amizade.

Aos amigos do Laboratorio, da UNICAMP e do Brasil, um agradecimento muito especial por todos os momentos compartilhados. Meu mais sincero agradecimento, ao Luis Otavio pela ajuda na minha dissertação e ao Ricardo por me acolher quando cheguei ao Brasil.

Agradeço especialmente ao Professor Gonzalo Olmedo (DEEE) pela motivação e recomendação para estudar na UNICAMP, e também por participar da banca examinadora.

Agradeço ao Professor Reginaldo Palazzo Jr. (UNICAMP) membro da banca examinadora, aos professores do DECOM e a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

A CAPES no Brasil pela ajuda econômica para minha estadia no Brasil.

Resumo

Este trabalho avalia os efeitos da interferência de co-canal na taxa de erro de bits (BER) de sistemas de transmissão digitais sem fio. O ambiente do sistema considera canais com ruído gaussiano (AWGN) e canais com desvanecimento Rayleigh na presença de um interferente de co-canal dominante, onde os usuários empregam esquemas de modulação BPSK e M-QAM e também códigos corretores de erros. Os códigos corretores de erros utilizados em sistemas com expansão de banda são os códigos convolucional e turbo, e em sistemas sem expansão de banda são a modulação-codificada por treliça (TCM) e a modulação-codificada turbo (TTCM). Os efeitos da interferência de co-canal na taxa de erro de bit serão avaliados derivando-se expressões teóricas e mediante a simulação de Monte Carlo, variando o tipo de canal e os esquemas de modulação e codificação. Este trabalho mostra que a interferência de co-canal introduz patamares na taxa de erro de bit, que os sistemas sem expansão de banda são mais susceptíveis à interferência e que os códigos corretores de erro são uma boa ferramenta para mitigar os efeitos da interferência de co-canal.

Palavras-chave: BER, Códigos Convolucionales, Códigos Turbo, Interferência de Co-Canal, TCM, TTCM.

Abstract

This work evaluates the effects of co-channel interference on the bit error rate (BER) of digital transmission systems. The transmission system considers gaussian noise channels (AWGN) and Rayleigh fading channels in the presence of a dominant co-channel interferer, where all users employ BPSK and M-QAM modulations and error control coding. For systems that present bandwidth expansion the considered error control codes are convolutional and turbo codes, and for systems that do not present bandwidth expansion are considered trellis coded modulation (TCM) and turbo trellis coded modulation (TTCM). The effects of co-channel interference on the bit error rate are evaluated by deriving theoretical expressions and via Monte Carlo simulation, varying the channel type, the modulation and coding schemes. This work shows that co-channel interference introduces floors on the bit error rate, that systems without bandwidth expansion are more susceptible to interference, and that error control codes are a good tool to mitigate the co-channel interference effects.

Key words: BER, Co-channel Interference, Convolutional Codes, Turbo Codes, TCM, TTCM.

Sumário

Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xix
Glossário	xxi
Lista de Símbolos	xxiii
1 Introdução	1
1.1 Objetivo	3
1.2 Visão Geral do Trabalho	3
2 Conceitos Básicos	5
2.1 Esquemas de Modulação	5
2.1.1 Modulação PAM	6
2.1.2 Modulação BPSK	8
2.1.3 Modulação QAM	8
2.1.4 Mapeamento de Gray	10
2.1.5 Mapeamento por Partição de Conjuntos	10
2.2 Modelos de Canal	12
2.2.1 Canal com Ruído	12
2.2.2 Canal com Desvanecimento	13
2.2.3 Canal com Interferência de Co-Canal	14
2.3 Receptor Ótimo	15
2.3.1 Detecção Probabilística	15
2.4 Diversidade	17
2.4.1 Diversidade Espacial	18
2.4.2 Diversidade em Frequência	18

2.4.3	Diversidade Temporal	18
2.5	Códigos Corretores de Erros	18
2.6	Códigos Convolucionais	19
2.6.1	Codificadores Convolucionais	19
2.6.2	Propriedades Estruturais	27
2.6.3	Decodificação de Códigos Convolucionais	28
2.7	Códigos Turbo	30
2.7.1	Codificador Turbo CCP	31
2.7.2	Decodificação Turbo	33
2.8	Modulação-Codificada	42
2.9	Modulação-Codificada por Treliça	42
2.9.1	Projeto da Modulação Codificada por Treliça	43
2.9.2	Codificador TCM	44
2.9.3	Decodificador TCM	48
2.10	Modulação-Codificada Turbo	48
2.10.1	Codificador TTCM	49
2.10.2	Decodificador TTCM	51
2.11	Desempenho de Sistemas de Transmissão Digital	56
2.11.1	Descrição do Sistema	56
2.11.2	Desempenho da Modulação M-PAM	57
2.11.3	Desempenho da Modulação M-QAM	58
2.11.4	Desempenho de Códigos Convolucionais	62
2.11.5	Desempenho da Modulação Codificada por Treliça	65
2.11.6	Desempenho de Códigos Turbo	71
2.11.7	Desempenho da Modulação-Codificada Turbo	73
3	Desempenho de Sistemas de Transmissão Digital na Presença de Interferência de Co-Canal	79
3.1	Introdução	79
3.2	Descrição de um Sistema com Interferência de Co-Canal	80
3.3	Desempenho da Modulação BPSK	81
3.4	Desempenho da Modulação M-PAM	87
3.5	Desempenho da Modulação M-QAM	89
3.6	Escolha dos Codificadores Convolucional e Turbo	96
3.7	Desempenho de Códigos Convolucionais	96
3.8	Desempenho da Modulação-Codificada por Treliça	99

SUMÁRIO

xiii

3.9	Desempenho de Códigos Turbo	99
3.10	Desempenho da Modulação-Codificada Turbo	103
4	Conclusões e Contribuições	107
4.1	Conclusões	107
4.2	Contribuições da Tese	108
4.3	Trabalhos Futuros	109

Lista de Figuras

2.1	Constelações de esquemas de modulação.	7
2.2	Mapeamento de Gray para a modulação 16-QAM.	10
2.3	Mapeamento por partição de conjuntos para a modulação 16-QAM.	11
2.4	Transmissor QAM passa-faixa.	12
2.5	Modelo discreto de canal AWGN.	13
2.6	Modelo discreto de canal com desvanecimento.	14
2.7	Modelo discreto de canal com interferência de co-canal.	15
2.8	Receptor QAM passa-faixa com correlator.	16
2.9	Funções de verossimilhança para a modulação 4-PAM.	17
2.10	Codificador convolucional não recursivo não sistemático (2, 1, 2).	20
2.11	Diagrama de estados do codificador CNRNS (2,1,2).	23
2.12	Treliça do codificador CNRNS (2,1,2).	24
2.13	Codificador convolucional não recursivo sistemático (2,1,2).	25
2.14	Codificador convolucional recursivo sistemático (2,1,2).	26
2.15	Diagrama de estados do codificador CRS (2,1,2).	26
2.16	Diagrama de estados modificado do codificador CRS (2,1,2).	29
2.17	Treliça do codificador CNRNS (2,1,2), usado na decodificação através do algoritmo de Viterbi.	30
2.18	Diagrama de blocos do codificador turbo CCP.	31
2.19	Codificador turbo CCP com codificadores constituintes CRS (2, 1, 2).	32
2.20	Decodificador turbo binário.	34
2.21	Diagrama de treliça com 4 estados para a modulação 16-QAM.	43
2.22	Implementação usando códigos convolucionais da treliça com 4 estados da Fig. 2.21 para a modulação 16-QAM.	44
2.23	Diagrama de blocos de um codificador TCM.	45
2.24	Implementação de um codificador TCM.	46
2.25	Diagrama de blocos de um codificador TTCM.	49

2.26	Implementação de um codificador TTCM com modulação 8-PSK.	50
2.27	Decodificador da TTCM.	53
2.28	Modelo de um sistema de transmissão digital.	56
2.29	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação M-PAM em canais AWGN.	59
2.30	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2}E_b/N_0$ para a modulação M-PAM em canais com desvanecimento Rayleigh.	59
2.31	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação M-QAM, em canais AWGN usando mapeamento de Gray e partição de conjuntos.	61
2.32	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2}E_b/N_0$ para a modulação M-QAM, em canais com desvanecimento Rayleigh, usando mapeamento de Gray e partição de conjuntos.	61
2.33	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK, em canais AWGN usando o código convolucional da Tab. 2.7.	63
2.34	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK, em canais com desvanecimento Rayleigh usando o código convolucional da Tab. 2.7.	63
2.35	Limitante superior da taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK, em canais AWGN usando o código convolucional da Tab. 2.7.	65
2.36	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 4-QAM, em canais AWGN usando os esquemas TCM das Tab. 2.8(a) e 2.8(b).	67
2.37	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2}E_b/N_0$ para sistemas 4-QAM, em canais com desvanecimento Rayleigh usando os codificadores TCM das Tab. 2.8(a) e 2.8(b).	69
2.38	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 16-QAM em canais AWGN, usando os esquemas TCM das Tab. 2.9(a), 2.9(b) e 2.9(c).	70
2.39	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2}E_b/N_0$ para a modulação 16-QAM em canais com desvanecimento de Rayleigh, usando os esquemas TCM das Tab. 2.9(a), 2.9(b) e 2.9(c).	70
2.40	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN, usando o codificador turbo da Tab. 2.10.	72
2.41	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2}E_b/N_0$ para a modulação BPSK em canais com desvanecimento Rayleigh, usando o codificador turbo da Tab. 2.10.	73
2.42	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 4-QAM em canais AWGN, usando os esquemas TTCM das Tab. 2.11(a) e 2.11(b).	75

2.43	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação 4-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh, usando os esquemas TTCM das Tab. 2.11(a) e 2.11(b).	75
2.44	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 16-QAM em canais AWGN, usando o esquema TTCM da Tab. 2.12.	76
2.45	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação 16-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh, usando o esquema TTCM da Tab. 2.12.	77
3.1	Modelo de um sistema de transmissão digital com interferência de co-canal.	80
3.2	Modulação BPSK afetada por interferência de co-canal.	82
3.3	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN com interferência de co-canal.	83
3.4	Taxa de erro de bit média em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN com interferência de co-canal assíncrona.	85
3.5	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN, com 0, 1, 2, 4, 6, 8 interferentes e aproximação gaussiana com $S/I = 9$ dB.	86
3.6	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação BPSK em canais com desvanecimento Rayleigh e interferência de co-canal.	87
3.7	Modulação M-PAM afetada por interferência.	88
3.8	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 4-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal.	90
3.9	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 16-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal.	91
3.10	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 64-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal.	91
3.11	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação 4-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh e interferência de co-canal.	93
3.12	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação 16-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh e interferência de co-canal.	94
3.13	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação 64-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh e interferência de co-canal.	94
3.14	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o codificador convolucional da Tab.2.7.	97
3.15	Limitante teórico da taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN e interferência de co-canal, usando o codificador convolucional da Tab. 2.7.	98

3.16	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2}E_b/N_0$ para a modulação BPSK em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o codificador convolucional da Tab. 2.7.	98
3.17	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 4-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o esquema TCM da Tab. 2.8(b). . . .	100
3.18	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2}E_b/N_0$ para a modulação 4-QAM em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o esquema TCM da Tab. 2.8(b).	100
3.19	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 16-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o esquema TCM da Tab. 2.9(c). . . .	101
3.20	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2}E_b/N_0$ para a modulação 16-QAM em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o esquema TCM da Tab. 2.9(c).	101
3.21	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o codificador turbo da Tab. 2.10. . . .	102
3.22	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2}E_b/N_0$ para a modulação BPSK em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o codificador turbo da Tab. 2.10.	102
3.23	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 4-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o esquema TTCM da Tab. 2.11(b). . .	104
3.24	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2}E_b/N_0$ para a modulação 4-QAM em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o esquema TTCM da Tab. 2.11(b).	104
3.25	Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 16-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o esquema TTCM da Tab. 2.12. . . .	105
3.26	Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2}E_b/N_0$ para a modulação 16-QAM em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o esquema TTCM da Tab. 2.12.	105

Lista de Tabelas

2.1	Modulação 4-PAM.	6
2.2	Modulação BPSK.	8
2.3	Modulação 4-QAM.	8
2.4	Eficiência espectral dos esquemas de modulação da Fig. 2.1.	9
2.5	Matriz de verificação de paridade e ganhos de codificação dos esquemas TCM propostos por Ungerboeck.	47
2.6	Ordem de diversidade de esquemas TCM em função do número de memórias do codificador.	48
2.7	Parâmetros de um codificador convolucional para sistemas com modulação BPSK.	62
2.8	Parâmetros de esquemas TCM para sistemas com modulação 4-QAM.	66
2.9	Parâmetros de esquemas TCM para sistemas com modulação 16-QAM.	68
2.10	Parâmetros de um codificador turbo para sistemas com modulação BPSK.	72
2.11	Parâmetros de esquemas TTCM para sistemas com modulação 4-QAM.	74
2.12	Parâmetros de esquema TTCM para sistemas com modulação 16-QAM.	76
3.1	Patamares de taxa de erro para esquemas de modulação em canais AWGN.	95
3.2	Patamares de taxa de erro para esquemas de modulação em canais com desvanecimento.	95

Glossário

APP	- Probabilidade A-Posteriori (<i>A-Posteriori Probability</i>).
ASK	- <i>Amplitude Shift Keying</i> .
AWGN	- Ruído Aditivo Gaussiano Branco (<i>Additive White Gaussian Noise</i>).
BER	- Taxa de Erro de Bit (<i>Bit Error Rate</i>).
BPSK	- <i>Binary Phase Shift Keying</i> .
CCP	- Codificadores Convolucionais Concatenados em Paralelo.
CCS	- Codificadores Convolucionais Concatenados em Série.
CNRNS	- Codificador Convolutacional Não Recursivo Não Sistemático.
CNRS	- Codificador Convolutacional Não Recursivo Sistemático.
CRS	- Codificador Convolutacional Recursivo Sistemático.
LRMV	- Logaritmo da Razão de Máxima Verosimilhança.
MAP	- Máximo a-Posteriori (<i>Maximum A-Posteriori</i>).
MRC	- Combinador por Máxima Razão (<i>Maximum Ratio Combiner</i>).
MV	- Máxima Verosimilhança.
PDF	- Função densidade de probabilidade (<i>Probability Density Function</i>).
QAM	- Modulação de Amplitude em Quadratura.
SISO	- Entrada Suave Saída Suave (<i>Soft-Input Soft-Output</i>).
SOVA	- Algoritmo de Viterbi com Saída Suave (<i>Soft-Output Viterbi Algorithm</i>).
TCM	- Modulação-Codificada por Treliça (<i>Trellis Coded Modulation</i>).
TTCM	- Modulação-Codificada por Treliça Turbo (<i>Turbo Trellis Coded Modulation</i>).
WEF	- Função Enumeradora de Pesos (<i>Weight Enumerating Function</i>).

Lista de Símbolos

$s(t)$	- Sinal transmitido.
M	- Cardinalidade da modulação.
A	- Amplitude do sinal transmitido.
R_s	- Taxa de símbolo.
T_s	- Intervalo de tempo de símbolo.
ε	- Eficiência espectral.
R_b	- Taxa de bit.
B	- Banda.
E_s	- Energia por símbolo.
E_b	- Energia por bit.
N_0	- Densidade espectral de potência.
σ_x	- Desvio padrão da variável aleatória x .
μ_x	- Média da variável aleatória x .
n_k	- Amostra do ruído.
ρ	- Desvanecimento.
S	- Potência do sinal.
I	- Potência dos interferentes.
$r(t)$	- Sinal recebido.
m	- Número de entradas de um codificador.
n	- Número de saídas de um codificador.
ν	- Número de memórias de um codificador.
\mathbf{x}	- Sequência de símbolos transmitidos.
\mathbf{y}	- Sequência de símbolos recebidos.
\mathbf{u}	- Sequência de bits de informação.
\mathbf{v}	- Sequência codificada.
G	- Matriz geradora.

- g - Sequência geradora.
- H - Matriz de verificação de paridade.
- h - Sequência de verificação de paridade.
- $d_{free,H}$ - Distância livre de Hamming.
- $d_{free,E}$ - Distância livre euclidiana.
- $d_{free,S}$ - Distância livre de símbolo.
- d_{min} - Distância euclidiana.
- ξ - Ganho de codificação.
- α - Fator para variar a relação sinal-interferência.

Capítulo 1

Introdução

Os sistemas de comunicações sem fio e em particular as redes celulares têm evoluído rapidamente nos últimos anos. Atualmente, a quarta geração de telefonia móvel começou a ser implantada comercialmente. Esta constante evolução tem procurado fornecer aos usuários serviços e aplicações que exigem alta vazão de dados e baixas taxas de erro de bits (BER - do inglês “*Bit Error Rate*”), através do uso eficiente do espectro eletromagnético, e pelo uso de técnicas que mitigam os fenômenos de um canal sem fio que inserem erros nas transmissões de dados.

Os símbolos transmitidos em um canal sem fio podem ser alterados por ruído, interferência e/ou desvanecimento. Portanto, as informações recebidas podem ser diferentes das transmitidas, ocorrendo erros no processo de recepção. A quantidade de erros pode atingir um valor tão alto que o sistema de transmissão digital perde a confiabilidade. Para a comunicação ser bem sucedida, o projeto de redes de comunicações sem fio deve visar proteger a informação transmitida dos efeitos do ruído e da interferência, e estimar os parâmetros de canal para minimizar os efeitos do desvanecimento, garantindo assim uma BER de pelo menos 10^{-4} nas transmissões de voz e pelo menos de 10^{-6} nas transmissões de dados. Uma das maneiras mais eficientes de proteger as transmissões digitais contra as degradações introduzidas pelo canal é pelo uso de esquemas de modulação robustos e códigos corretores de erros.

Os primeiros sistemas de transmissão digital empregavam esquemas de modulação robustos, como o BPSK, permitindo um bom desempenho do ponto de vista da BER, mas não muito eficiente na utilização do espectro. Devido à carência de largura de banda e da necessidade de serviços de alta velocidade nos dias de hoje, o estudo de esquemas de modulação com alta eficiência espectral assumiu uma grande relevância. Para transmissões de alta velocidade as redes celulares de quarta geração usam modulações de ordem superior, tais como as modulações M-QAM [1]. Na literatura são bastante conhecidos os estudos que avaliam o desempenho dos sistemas de transmissão digital com modulação BPSK e M-QAM em canais com ruído aditivo gaussiano branco (AWGN - do inglês

“*Additive White Gaussian Noise*”) [2, 3] e em canais com desvanecimento Rayleigh [4, 5].

É também conhecido na literatura, que a introdução da codificação de canal nos sistemas de transmissão digital permite melhorar a BER, devido à sua capacidade de corrigir os erros introduzidos pelo canal de comunicação. O processo de codificação introduz redundância nas informações enviadas, causando uma expansão de banda, o que reduz a eficiência espectral do sistema. Uma forma de codificação com uso eficiente da largura de banda é conhecido como modulação-codificada, e versa no projeto conjunto de códigos corretores de erros com esquemas de modulação.

Na literatura existem várias propostas de codificação [6], entre as quais estão os códigos convolucionais [7] e os códigos turbo [8], que por sua vez foram incluídas nos padrões de redes celulares [9]. Os códigos convolucionais e turbo são usados em sistemas de transmissão digital com expansão de banda, mas quando a expansão de banda não é permitida, códigos convolucionais são projetados usando a modulação-codificada por treliça [10, 11, 12] e códigos turbo usando a modulação-codificada turbo [13, 14]. O desempenho de sistemas de transmissão digital em canais AWGN e em canais com desvanecimento Rayleigh foram avaliados usando códigos convolucionais e turbo em [15, 16] e utilizando modulação-codificada por treliça e turbo em [17, 18].

Uma das principais limitações em um sistema de transmissão digital sem fio e em particular de uma rede celular é a interferência de co-canal [19, 20]. A interferência de co-canal ocorre quando dois ou mais usuários do sistema sem fio utilizam simultaneamente os mesmos recursos de um sistema de comunicações. As avaliações de desempenho citadas acima não incluem a interferência de co-canal, mas deveria tê-lo sido incluída para uma correta avaliação do desempenho de um sistema de transmissão digital sem fio.

Na literatura há estudos que avaliam o desempenho de sistemas de transmissão digital na presença de interferência de co-canal, síncrona ou assíncrona, em canais AWGN e em canais com desvanecimento [21, 22, 23, 24, 25]. Alguns estudos modelam a interferência de co-canal como gaussiana assumindo a presença de um número ilimitado de interferentes [26, 27, 28]. Porém isto não é verdade, pois existe um número limitado de interferentes, principalmente em redes de telefonia celular, onde o número de interferentes é restrito pelo fator de reuso de frequências e pela distância. Assim, existem estudos que se propõem avaliar os efeitos da interferência de co-canal na presença de um interferente dominante [29, 30].

Alguns estudos mostram que os códigos corretores de erros aplicados a sistemas de transmissão digital na presença de interferência de co-canal, servem principalmente como estimadores ou redutores de interferência [31, 32]. Um assunto interessante seria mostrar a capacidade dos códigos corretores de erros em mitigar a interferência de co-canal sem ter que estimar ou reduzi-la.

Os trabalhos anteriormente apresentados na literatura motivaram a realização deste trabalho, onde são avaliados os efeitos da interferência de co-canal na BER de sistemas de transmissão digital sem

fi, na presença de um interferente dominante, variando os esquemas de modulação e codificação dos usuários da rede.

1.1 Objetivo

O objetivo desta dissertação é avaliar os efeitos da interferência de co-canal na BER de sistemas de transmissão digital sem fio em canais AWGN e em canais com desvanecimento Rayleigh, usando esquemas de modulação M-PAM, BPSK e M-QAM e também códigos corretores de erro convolucionais e turbo. O modelo da interferência de co-canal considera a presença de um interferente dominante, cujos efeitos são mais acentuados quando o seu sinal é síncrono ao sinal do usuário alvo [29]. Os codificadores convolucionais e turbo avaliados devem atender a um projeto para canais AWGN e para canais com desvanecimento, assim como fazer um uso eficiente do espectro.

1.2 Visão Geral do Trabalho

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

- O capítulo 2 apresenta os conceitos básicos de um sistema de transmissão digital. Descreve os esquemas de modulação M-PAM, BPSK e M-QAM. Caracteriza os modelos de canal AWGN, de canal com desvanecimento e de canal com interferência de co-canal. Descreve o conceito de diversidade e os processos de codificação e decodificação de códigos convolucionais e turbo, assim como os esquemas de modulação-codificada por treliça e modulação-codificada turbo. Também apresenta o desempenho de sistemas de transmissão digital em canais AWGN e em canais com desvanecimento Rayleigh usando esquemas de modulação M-PAM, M-QAM, e de codificação convolucional e turbo.
- O capítulo 3 apresenta um modelo de interferência de co-canal e avalia os efeitos da interferência no desempenho dos sistemas de transmissão digital estudados no capítulo 2. Os resultados apresentados neste capítulo são obtidos através da derivação de expressões teóricas e de simulação utilizando o método de Monte Carlo.
- O capítulo 4 apresenta as conclusões e contribuições desta dissertação.

Capítulo 2

Conceitos Básicos

Neste capítulo apresentaremos os conceitos básicos de sistemas de transmissão digital sem fio. Será feita uma introdução aos esquemas de modulação, aos diferentes tipos de modelos de canal, aos receptores ótimos, às técnicas de diversidade, aos códigos corretores de erro convolucional e turbo e aos esquemas de modulação-codificada. Finalmente, será avaliado o desempenho de sistemas de transmissão digital usando os diferentes esquemas de modulação e codificação estudados, em canais AWGN e em canais com desvanecimento sem considerar os efeitos da interferência de co-canal.

2.1 Esquemas de Modulação

Em comunicações digitais o modulador é um dos principais elementos de um transmissor. O processo de modulação serve para adaptar a informação a ser transmitida, em uma forma conveniente às características do meio de transmissão, realizando uma translação do espectro da informação para as frequências, nas quais ocorrerá a transmissão. Esse processo envolve o sinal original ou modulante, correspondente à informação propriamente dita, e a portadora responsável pelo transporte da informação no meio de transmissão. O resultado deste processo é um sinal modulado. No receptor ocorre o processo inverso conhecido por demodulação, no qual se extrai a informação do sinal modulado.

Dado o ambiente hostil das comunicações sem fio, um esquema de modulação eficiente e resistente aos fenômenos introduzidos pelo canal móvel é fundamental. Os sistemas celulares de primeira geração utilizavam técnicas de modulação analógica. Na atualidade, os sistemas celulares são mais eficientes e confiáveis e utilizam técnicas de modulação digital.

A modulação digital também consiste em mapear um ou vários bits de informação em um único símbolo, que faz parte de um conjunto de formas de ondas. As formas de ondas podem ser representadas graficamente através de um diagrama de constelação, como é mostrado na Fig. 2.1. A distância entre dois símbolos quaisquer da constelação é denominada distância euclidiana, é a distância entre

Tabela 2.1: Modulação 4-PAM.

Informação binária	Símbolos
00	$-3A$
01	$-A$
11	$+A$
10	$+3A$

os dois símbolos mais próximos é denominada de distância mínima euclidiana.

Existem diversos esquemas de modulação digital usados nas comunicações sem fio [19], porém nesta dissertação apenas estudaremos os esquemas de modulação M-PAM, BPSK e M-QAM.

2.1.1 Modulação PAM

O esquema de modulação por amplitude de pulso (PAM - do inglês “*Pulse Amplitude Modulation*”) consiste em transmitir as informações de amplitude de um trem de pulsos. O sinal PAM é dado por:

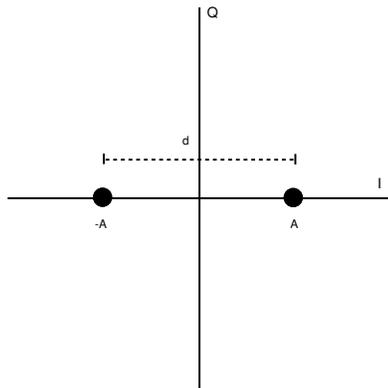
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k p(t - kT_s), \quad (2.1)$$

onde x_k pertence a um conjunto de M símbolos, que representam a amplitude do k -ésimo símbolo da mensagem e $R_s = 1/T_s$ é a taxa de símbolo. O pulso consiste de uma onda com qualquer outro formato, que deve cumprir as seguintes condições:

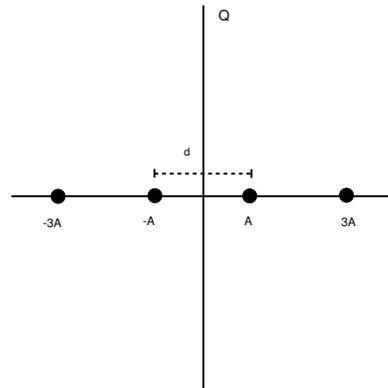
$$p(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t = \pm T_s, \pm 2T_s, \dots \end{cases}. \quad (2.2)$$

Um sinal M-PAM transmite blocos de m bits em $M = 2^m$ formas de onda. As Fig. 2.1(a) e 2.1(b) apresentam as modulações 2-PAM e 4-PAM. A Tab. 2.1 mostra os símbolos da modulação 4-PAM usando mapeamento de Gray.

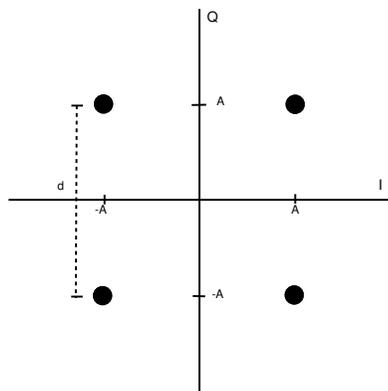
A inclusão de uma portadora senoidal em um esquema PAM resulta em uma esquema de modulação passa-faixa. As modulações por chaveamento de amplitude (ASK - do inglês “*Amplitude-Shift Keying*”), por chaveamento de fase (PSK - do inglês “*Phase-Shift Keying*”) e de amplitude e quadratura (QAM - do inglês “*Quadrature Amplitude Modulation*”), são casos especiais de um esquema de modulação PAM passa-faixa.



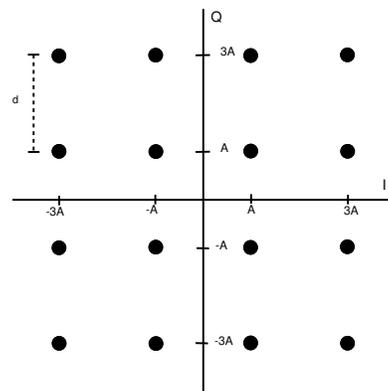
(a) Modulação 2-PAM ou BPSK.



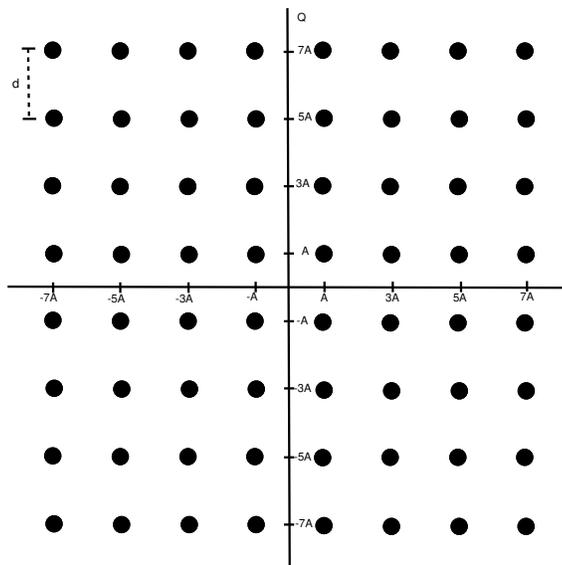
(b) Modulação 4-PAM.



(c) Modulação 4-QAM.



(d) Modulação 16-QAM.



(e) Modulação 64-QAM.

Figura 2.1: Constelações de esquemas de modulação.

Tabela 2.2: Modulação BPSK.

Informação binária	Símbolos	Sinal passa-faixa
1	$+A$	$s_0(t) = +\sqrt{2}A \cos(2\pi f_c t)$
0	$-A$	$s_1(t) = -\sqrt{2}A \cos(2\pi f_c t)$

Tabela 2.3: Modulação 4-QAM.

Informação binária	Símbolos	Sinal passa-faixa
00	$+A + jA$	$s_0(t) = +\sqrt{2}A \cos(2\pi f_c t) + \sqrt{2}A \sin(2\pi f_c t)$
01	$-A + jA$	$s_1(t) = -\sqrt{2}A \cos(2\pi f_c t) + \sqrt{2}A \sin(2\pi f_c t)$
11	$-A - jA$	$s_2(t) = -\sqrt{2}A \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{2}A \sin(2\pi f_c t)$
10	$+A - jA$	$s_3(t) = +\sqrt{2}A \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{2}A \sin(2\pi f_c t)$

2.1.2 Modulação BPSK

O esquema binário PSK ou BPSK mostrado na Fig. 2.1(a) é o mais simples dos esquemas de modulação PSK. Este esquema de modulação consiste em alterar a fase da portadora em função do sinal digital a ser transmitido. Assim duas formas de onda bipolares de amplitude A são usadas, onde a fase da portadora em 0° ocorre quando é transmitido um bit 1 e a fase de 180° ocorre quando é transmitido um bit 0.

O equivalente passa-baixa da modulação BPSK é idêntico à modulação 2-PAM. A Tab. 2.2 apresenta o sinal passa-faixa da modulação BPSK.

2.1.3 Modulação QAM

O esquema de modulação QAM consiste em alterar a amplitude de duas portadoras ortogonais. As Fig. 2.1(b), 2.1(c) e 2.1(d), mostram as constelações das modulações 4-QAM, 16-QAM e 64-QAM, respectivamente.

No esquema M -QAM existem $M = 2^m$ formas de onda, onde $m \geq 2$ representa o número de bits transmitidos por símbolo. A Tab. 2.3 mostra o sinal passa-faixa da modulação 4-QAM. As modulações de ordem superior são construídas usando o mesmo processo, quer dizer, apenas mudando as amplitudes das duas portadoras ortogonais.

O esquema de modulação M -QAM também pode ser obtido através do produto cartesiano de dois esquemas de modulação \sqrt{M} -PAM, um fase e outro em quadratura.

A modulação M -QAM apresenta um melhor empacotamento quando comparado com a modulação M -PAM. Assim, permite um uso eficiente da banda, devido à capacidade dos esquemas de modulação de acomodar mais bits por segundo em uma banda limitada. A eficiência de uso da banda ou eficiência espectral ε , é definida como a razão entre a taxa de bits e a banda do canal, que tem

Tabela 2.4: Eficiência espectral dos esquemas de modulação da Fig. 2.1.

Modulação	Eficiência espectral – ε [bits/s/Hz]	\overline{E}_b	[dB]
BPSK / 2-PAM	1	A^2	0,0
4-PAM	2	$\frac{5}{2}A^2$	3,9
4-QAM	2	A^2	0,0
16-QAM	4	$\frac{5}{2}A^2$	3,9
64-QAM	6	$\frac{21}{4}A^2$	7,2

como unidades ($b/s/Hz$), ou seja:

$$\varepsilon = \frac{R_b}{B} \text{ bits/seg/Hz}, \quad (2.3)$$

onde R_b é a taxa de bits e B a banda ocupada pelo sinal modulado de RF. A Tab. 2.4 mostra a eficiência espectral dos esquemas de modulação da Fig. 2.1.

É importante definir o conceito de energia média da constelação, pois está relacionada com a eficiência espectral do esquema de modulação. A energia de um símbolo é igual à norma quadrática do vetor que o representa, portanto a energia média da constelação é dada por:

$$\overline{E}_s = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M E_{s,m}, \quad (2.4)$$

onde $E_{s,m} = \int_0^{T_s} s_m^2(t) dt$. A energia por bit é calculada através da relação:

$$E_b = \frac{E_s}{\log_2 M}. \quad (2.5)$$

Nos diagramas de constelação da Fig. 2.1 para se manter a distância mínima euclidiana constante e igual a $2A$, os esquemas de modulação com maior eficiência espectral devem ter a sua energia média aumentada. A Tab. 2.4 mostra a energia média por bit destas constelações. Por outro lado, para normalizar a energia média das constelações, tal que $\overline{E}_b = A^2$, seria necessário diminuir a distância mínima euclidiana nas constelações com maior eficiência espectral, diminuindo assim sua imunidade ao ruído inserido pelo canal. Portanto, existe um compromisso entre banda, energia e taxa de erro de bits, que deve ser considerado na hora de se escolher um esquema de modulação.

Devido à transmissão de vários bits em um único símbolo, é importante definir uma função de mapeamento de bits em símbolos. A função de mapeamento usada altera a taxa de erro de bit, como vamos mostrar na seção 2.11. Neste trabalho, usaremos o mapeamento de Gray e o mapeamento por partição de conjuntos.

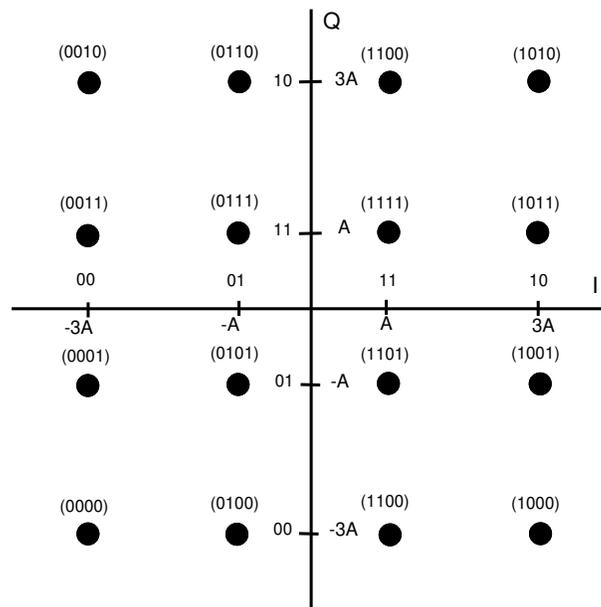


Figura 2.2: Mapeamento de Gray para a modulação 16-QAM .

2.1.4 Mapeamento de Gray

Este esquema mapeia os bits em símbolos de forma que entre os símbolos mais próximo exista apenas um bit de diferença, permitindo minimizar a probabilidade de erro de bit.

A Fig. 2.2 exemplifica o mapeamento de Gray de uma constelação 16-QAM.

2.1.5 Mapeamento por Partição de Conjuntos

Este esquema de mapeamento proposto por Ungerboeck [10] consiste em dividir sucessivamente a constelação do esquema de modulação de forma a se conseguir aumentar a distância euclidiana entre símbolos, a cada subconjunto que resulta de cada partição. É uma ferramenta muito utilizada na técnica de modulação-codificada por treliça.

A Fig. 2.3 exemplifica o mapeamento por partição de conjuntos de uma constelação 16-QAM de energia média unitária.

Finalmente, a Fig. 2.4 ilustra a estrutura de um transmissor QAM passa-faixa. A estrutura do equivalente passa-baixa do transmissor é similar e apenas não considera o bloco “*Up-converter*”.

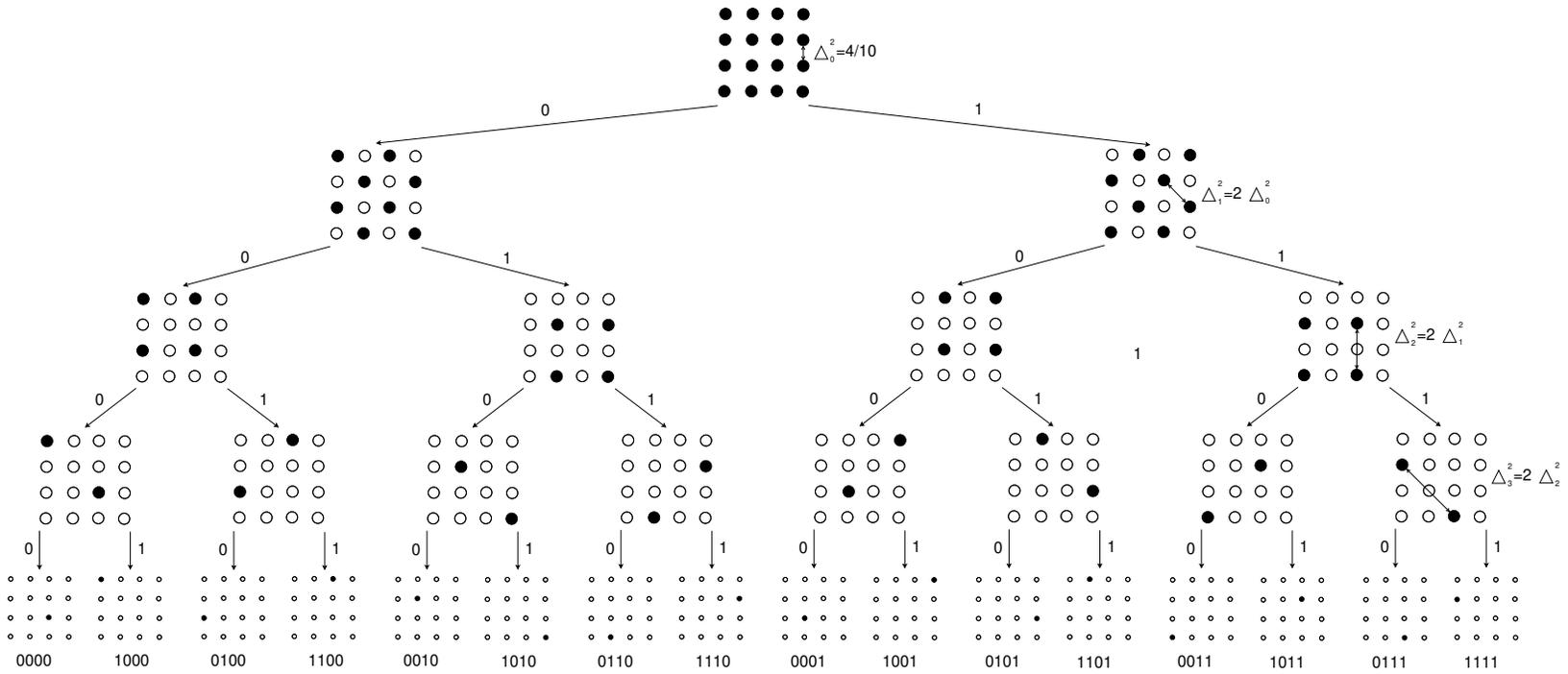


Figura 2.3: Mapeamento por partição de conjuntos para a modulação 16-QAM.

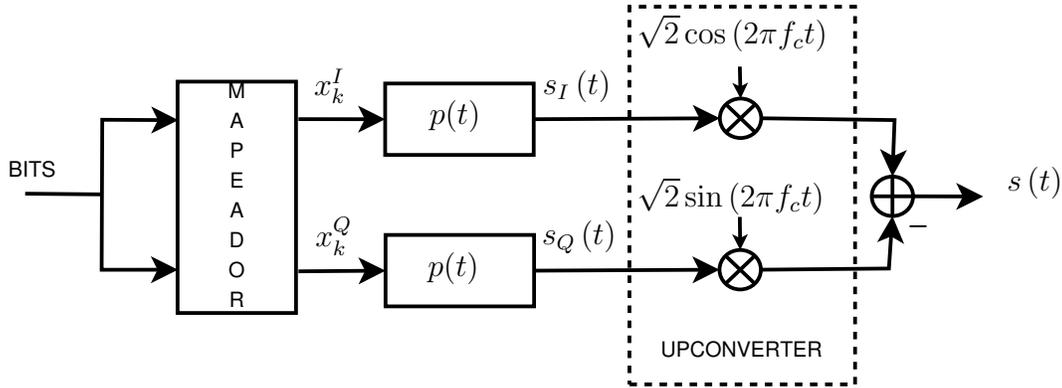


Figura 2.4: Transmissor QAM passa-faixa.

2.2 Modelos de Canal

Durante a transmissão, o sinal ou mensagem é contaminado por diversos fenômenos aleatórios introduzidos pelo canal, como por exemplo, ruído, desvanecimento e interferências. Assim, a transmissão de informação é fundamentalmente uma experiência aleatória.

Para efeito de estudo, o canal é representado como um filtro linear que modifica o sinal transmitido, fazendo com que no receptor chegue um sinal contaminado por um processo aleatório definido pelo modelo de canal. Neste trabalho, vamos considerar os modelos de canal com ruído, com desvanecimento e com interferência de co-canal.

2.2.1 Canal com Ruído

Neste modelo, ruído gaussiano branco (AWGN - do inglês “*Additive White Gaussian Noise*”) é adicionado ao sinal recebido [2]. O ruído está presente em qualquer sistema de comunicações e impede que a informação transmitida seja recebida livre de erros. O modelo de canal AWGN é o mais usado e o mais simples, onde o ruído é representado por um processo aleatório presente em todas as frequências com densidade espectral bilateral de potência $N_0/2$ W/Hz. As amostras do ruído gaussiano possuem uma função densidade de probabilidade (PDF - do inglês “*Probability Density Function*”) dada por:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x^2} \exp\left[-\frac{(x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right], \quad (2.6)$$

onde μ_x é a média e σ_x^2 a variância das amostras do ruído.

A Fig. 2.5 apresenta o modelo de um canal AWGN discreto, onde uma amostra do sinal recebido é dada por:

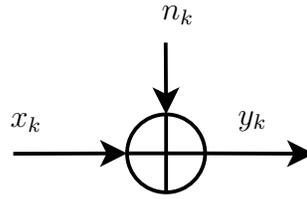


Figura 2.5: Modelo discreto de canal AWGN.

$$y_k = x_k + n_k, \quad (2.7)$$

onde n_k representa o ruído inserido pelo canal, x_k o símbolo enviado e y_k o símbolo recebido, todas no instante k .

O canal AWGN é uma boa modelagem de sistemas de comunicações deep-space, de comunicações via satélite e de transmissão por cabo. No entanto, em comunicações sem fio além do ruído, efeitos de desvanecimento e interferências são encontrados, tornando o modelo de canal AWGN insuficiente e outros modelos de canais mais adequados são necessários.

Uma forma de se medir o ruído inserido em um sistema é através da relação sinal-ruído (S/N), definida como a razão entre a potência do sinal desejado S e a potência do ruído N . A relação sinal-ruído também pode ser expressada em termos da razão entre a energia por bit e a densidade espectral de potência E_b/N_0 .

2.2.2 Canal com Desvanecimento

Em sistemas sem fio, devido à presença de refletores e espalhadores entre o transmissor e receptor, sinais com diferentes atrasos são inseridos pelo canal, fazendo com que o sinal transmitido alcance o receptor através de múltiplos percursos com diferentes fases e amplitudes. Assim, a variação da amplitude e da fase do sinal recebido podem mudar abruptamente dentro de pequenos intervalos de tempo.

A resultante dos múltiplos percursos também conhecida como desvanecimento, é um processo aleatório multiplicativo ao sinal enviado. Se há muitos caminhos refletidos e não existe linha de visada, a envoltória do sinal recebido pode ser modelada por uma função distribuição de probabilidade Rayleigh dada por [2]:

$$p(\rho) = \frac{\rho}{\sigma_\rho^2} \exp\left[-\frac{\rho^2}{2\sigma_\rho^2}\right], \quad (2.8)$$

onde σ_ρ representa o desvio padrão das gaussianas que geraram a variável Rayleigh.

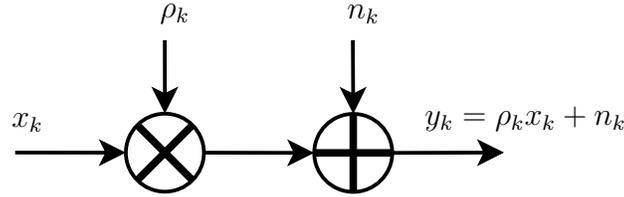


Figura 2.6: Modelo discreto de canal com desvanecimento.

A Fig. 2.6 mostra um modelo de canal discreto com desvanecimento, onde o sinal recebido é dado por:

$$y_k = \rho_k x_k + n_k, \quad (2.9)$$

onde ρ_k é o desvanecimento.

2.2.3 Canal com Interferência de Co-Canal

Interferência se refere à contaminação de um sinal modulado por um outro sinal semelhante, geralmente produzido pelo ser humano. Isto ocorre em comunicações sem fio quando a antena receptora recebe dois ou mais sinais que usam os mesmos recursos de um sistema [33].

Em sistemas celulares dependo do esquema de acesso múltiplo utilizado, FDMA (do inglês “*Frequency Division Multiple Access*”), TDMA (do inglês “*Time Division Multiple Access*”) ou CDMA (do inglês “*Code Division Multiple Access*”) [19], a interferência de co-canal ocorre devido ao uso da mesma frequência de portadora, do mesmo intervalo de tempo de símbolo ou de uma mesma sequência de espalhamento, respectivamente. Isto ocorre, pois em uma dada área de serviço, existem algumas células que utilizam os mesmos recursos causando interferência de co-canal. Uma técnica denominada fator de reuso permite diminuir este tipo de interferência, pois as células que usam os mesmos recursos são espaçadas permitindo um isolamento adequado entre elas e conseguindo uma diminuição da interferência de co-canal.

Uma forma de se medir a interferência de co-canal é através da relação sinal-interferência (S/I), definida como a razão entre a potência do sinal desejado S e o somatório das potências dos interferentes I .

A Fig. 2.7 mostra um modelo de canal discreto com um interferente de co-canal, considerando também os efeitos do ruído e do desvanecimento. O sinal recebido pelo usuário alvo é dado por:

$$y_{0,k} = \rho_{0,k} x_{0,k} + \alpha \rho_{1,k} x_{1,k} + n_k, \quad (2.10)$$

onde α é um fator que modifica a amplitude do interferente e que controla a relação S/I como será

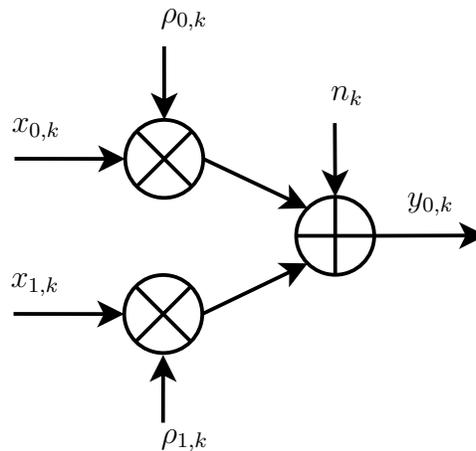


Figura 2.7: Modelo discreto de canal com interferência de co-canal.

mostrado na seção 3.2. Em um canal que apenas considera o ruído e a interferência de co-canal, o desvanecimento é dado por $\rho_{0,k} = \rho_{1,k} = 1$.

2.3 Receptor Ótimo

A função do receptor ótimo é detectar o sinal recebido, tal que a probabilidade de erro seja minimizada. Um receptor típico consiste em um filtro receptor seguido de um amostrador e finalmente um detector como mostrado na Fig. 2.8.

A função principal do filtro receptor é minimizar os efeitos do ruído do sinal recebido antes da sua amostragem. A forma mais eficiente de se projetar o filtro receptor é através da correlação entre o sinal recebido $r(t)$ e conjugado complexo $*$ do pulso $p(t)$, dada por:

$$y_k = \int_0^{kT_s} r(t) p^*(t - kT_s) dt, \quad (2.11)$$

onde a amostra y_k representa uma estatística suficiente, que é usada no processo de detecção para estimar o símbolo enviado.

A integral de correlação (2.11) pode ser implementada através de um correlador como ilustra o receptor da Fig. 2.8, ou também através de um filtro casado com amostrador.

2.3.1 Detecção Probabilística

Uma forma de se projetar detectores ótimos é através da teoria das probabilidades. Assim, o detector ótimo realiza uma decisão correta baseado na observação da variável aleatória y , que maximiza a probabilidade a-posteriori (APP - do inglês “*A-Posteriori Probability*”) dada por:

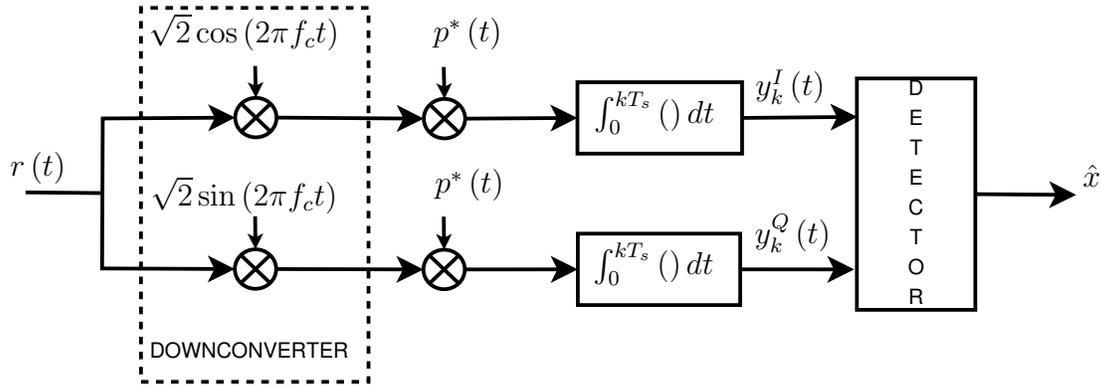


Figura 2.8: Receptor QAM passa-faixa com correlator.

$$P(x = i | y), \quad 1 \leq i \leq M \quad (2.12)$$

Usando a regra de Bayes em (2.12) temos que:

$$P(x = i | y) = \frac{P(y | x = i) P(x)}{P(y)}, \quad 1 \leq i \leq M \quad (2.13)$$

onde a variável aleatória recebida $y = x + n$ representa o símbolo transmitido x corrompido por ruído AWGN. Além disso, $x = i$ indica que foi transmitido o i -ésimo símbolo do conjunto de M símbolos.

A função densidade de probabilidade do sinal recebido condicionada ao sinal transmitido $x = i$ é dada por $p(y | x = i)$. Assim, considerando todo o conjunto de possíveis sinais transmitidos, a PDF do sinal recebido é dada por:

$$p(y) = \sum_{i=1}^M p(y | x = i) P(x = i). \quad (2.14)$$

Dado que o ruído tem PDF gaussiana, as funções densidade de probabilidade da variável aleatória y condicionada aos sinais transmitidos x , também têm PDFs gaussianas e são chamadas de funções de verossimilhança. A Fig. 2.9 apresenta as funções de verossimilhança para uma modulação 4-PAM.

Uma regra de decisão abrupta bastante conhecida, chamada de regra de máxima verossimilhança (MV), decide pelo símbolo com base no maior valor da função de verossimilhança. Na Fig. 2.9, considerando-se limiares de decisão ótimos e que os símbolos têm a mesma probabilidade, uma representação matemática da regra de decisão MV é dada por:

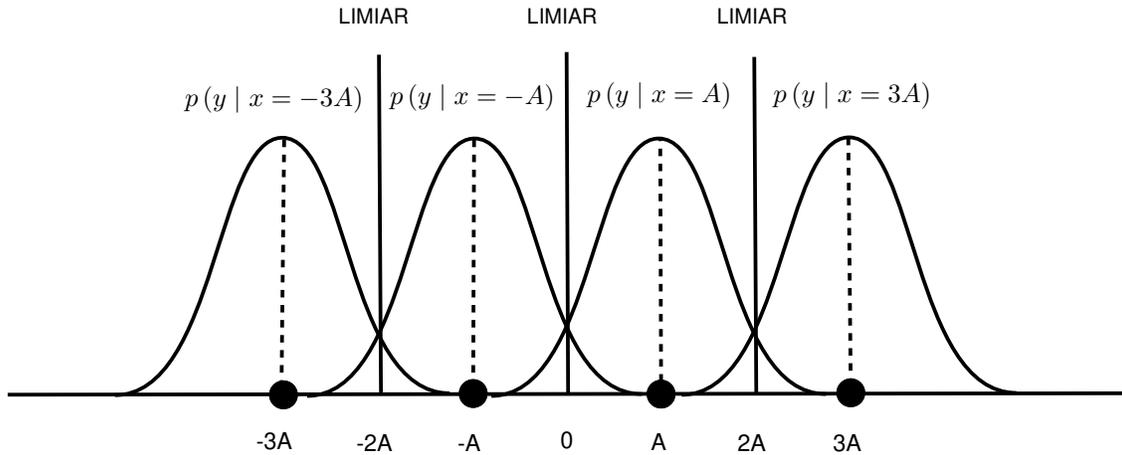


Figura 2.9: Funções de verossimilhança para a modulação 4-PAM.

$$\hat{x} = \begin{cases} -3A, & y < -2A \\ -A, & -2A \leq y \leq 0 \\ +A, & 0 \leq y \leq 2A \\ +3A, & y > 2A \end{cases} \quad (2.15)$$

Por outro lado, uma regra de decisão suave e que minimiza a probabilidade de erro de bit, chamada de regra máximo a-posteriori (MAP), decide pelo símbolo com base no maior valor da probabilidade a-posteriori de (2.12). Uma representação matemática da regra de decisão MAP é dada por:

$$\hat{x} = \max_i [p(y | x = i) P(x = i)], \quad 1 \leq i \leq M \quad (2.16)$$

Apenas quando os símbolos transmitidos são equiprováveis, as regras de decisão MAP e MV são equivalentes.

As regras de decisão MV e MAP podem ser aplicadas também na detecção de sequências. Nas próximas seções, iremos estudar os códigos convolucionais que utilizam a detecção MV no algoritmo de decodificação de Viterbi [6] e os códigos turbo que utilizam a detecção MAP no algoritmo de decodificação BCJR [34].

2.4 Diversidade

Diversidade é uma técnica que consiste na repetição de uma mesma informação para combater a perda de desempenho em canais com desvanecimento. Esta técnica fornece ao receptor réplicas do sinal transmitido através de L canais com desvanecimentos independentes.

Existem alguns tipos de diversidades como é o caso da diversidade espacial, em frequência e temporal.

2.4.1 Diversidade Espacial

Neste tipo de diversidade, múltiplas antenas receptoras são utilizadas e separadas de tal forma que os sinais recebidos são afetados por desvanecimentos independentes. A separação entre as antenas tem que ser de pelo menos de 10 comprimentos de onda.

2.4.2 Diversidade em Frequência

Neste tipo de diversidade, a informação é transmitida em portadoras distintas, com separação igual ou superior à banda de coerência do canal. Esta separação em frequência permite que o sinal recebido seja afetado por desvanecimentos independentes.

2.4.3 Diversidade Temporal

Neste tipo de diversidade múltiplas réplicas da informação são enviadas em instantes de tempo distintos, sendo que o intervalo de separação entre as réplicas deve ser superior ao tempo de coerência do canal para que os sinais recebidos sejam afetados por desvanecimentos independentes.

Duas formas de diversidade temporal muito exploradas são a modulação adaptativa e a codificação com entrelaçamento. As técnicas de codificação introduzem redundância temporal no sinal transmitido, e o entrelaçador embaralha os símbolos transmitidos para se aparentar que um desvanecimento decorrelacionado agride a cada símbolo.

Neste trabalho vamos estudar os códigos convolucionais e turbo como fontes de diversidade temporal.

2.5 Códigos Corretores de Erros

Os sinais transmitidos através de canais ruidosos e com desvanecimento estão sujeitos a erros. A fim de conseguir uma comunicação confiável, a inserção de códigos corretores de erros é fundamental para que o receptor consiga detectar e corrigir alguns dos erros provocados pelo canal.

Os códigos corretores de erro substituem uma sequência de bits por outra sequência de comprimento maior, introduzindo assim redundâncias. A sequência codificada deve ter a característica de que deve ser a mais diferente possível de outras sequências, de modo que a ação de interferência não

conduza uma sequência por outra. Isso é possível inserindo redundância na sequência de bits, o que resulta na transmissão de uma quantidade extra de bits, que diminui a taxa de transmissão.

Neste trabalho avaliaremos os códigos corretores de erro convolucionais e turbo, ambos recomendados em diversos padrões de sistemas de telefonia celular.

2.6 Códigos Convolucionais

Os códigos convolucionais foram introduzidos inicialmente em 1955 por Elias [7], como uma alternativa aos códigos de bloco. Este tipo de código consiste em passar uma sequência de bits por um registrador de deslocamentos de comprimento finito. O código é representado pela tripla (n, m, ν) , onde n é o número de saídas do codificador, m é o número de entradas e ν é o número máximo de elementos de memória associados a uma determinada entrada. A relação entre o número de entradas e o número de saídas m/n , é definida como taxa do codificador.

De modo geral, m e n são valores inteiros pequenos, onde $m < n$ para que redundância seja inserida na sequência de informação. Os n bits de saída do codificador não dependem apenas dos m bits de entrada, também dependem das entradas passadas devido aos elementos de memória presentes no codificador. Quanto maior for o número de memórias, maior será a complexidade do decodificador, entretanto menor será a taxa de erro.

2.6.1 Codificadores Convolucionais

Os codificadores convolucionais são divididos em dois grupos, os codificadores convolucionais recursivos ou seja com realimentação (“*feedback*”) e os codificadores convolucionais não recursivos (“*feed-forward*”). Dentro de cada grupo os codificadores podem ser sistemáticos e não sistemáticos.

Codificadores Não Recursivos Não Sistemáticos

A Fig. 2.10 apresenta o diagrama de bloco de um codificador convolucional binário não recursivo não sistemático (CNRNS) $(2, 1, 2)$ de taxa $1/2$, com duas memórias. O codificador é composto por um registrador de deslocamento com 2 elementos de memória e 2 somadores módulo-2. A sequência de bits de informação $\mathbf{u} = \{u_0, u_1, u_2, \dots\}$ entra no codificador, gerando duas sequências de saída $\mathbf{v}^{pa} = \{v_0^{pa}, v_1^{pa}, v_2^{pa}, \dots\}$ e $\mathbf{v}^{pb} = \{v_0^{pb}, v_1^{pb}, v_2^{pb}, \dots\}$, que são multiplexadas para formar a sequência-código \mathbf{v} .

As sequências geradoras são definidas pela resposta ao impulso de um codificador convolucional. Assim, aplicando na entrada a sequência $\mathbf{u} = \{1, 0, 0, 0, \dots\}$ para um codificador convolucional de ν memórias, as sequências geradoras são dadas por $\mathbf{g}^{(a)} = \{g_0^{(a)}, g_1^{(a)}, g_2^{(a)}, \dots, g_\nu^{(a)}\}$ e $\mathbf{g}^{(b)} =$

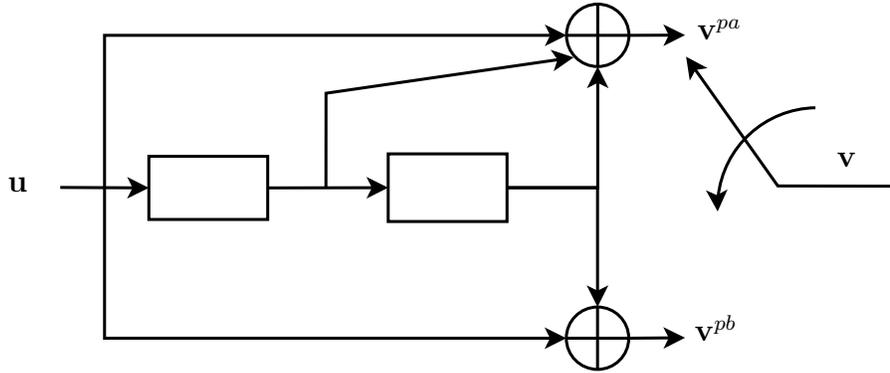


Figura 2.10: Codificador convolucional não recursivo não sistemático (2, 1, 2).

$\{g_0^{(b)}, g_1^{(b)}, g_2^{(b)}, \dots, g_\nu^{(b)}\}$, onde $\nu + 1$ é o comprimento de restrição do codificador. As seqüências geradoras do codificador da Fig. 2.10 em notação binária são dadas por $\mathbf{g}^{(a)} = \{1, 1, 1\}$ e $\mathbf{g}^{(b)} = \{1, 0, 1\}$.

A convolução entre a seqüência de entrada \mathbf{u} e as seqüências geradoras $\mathbf{g}^{(a)}$ e $\mathbf{g}^{(b)}$, dão o nome ao código convolucional, pois as seqüências codificadas são dadas por:

$$\mathbf{v}^{pa} = \mathbf{u} * \mathbf{g}^{(a)}, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{v}^{pb} = \mathbf{u} * \mathbf{g}^{(b)}, \quad (2.18)$$

onde $*$ é o operador de convolução discreta.

As seqüências codificadas são multiplexadas formando uma única seqüência codificada, ou seja:

$$\mathbf{v} = \{v_0^{pa}, v_0^{pb}, v_1^{pa}, v_1^{pb}, v_2^{pa}, v_2^{pb}, \dots\}. \quad (2.19)$$

As seqüências geradoras podem ser representadas de forma matricial através da matriz geradora:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_0^{(a)} & g_0^{(b)} & g_1^{(a)} & g_1^{(b)} & \dots & \dots & \dots & g_\nu^{(a)} & g_\nu^{(b)} \\ & & g_0^{(a)} & g_0^{(b)} & g_1^{(a)} & g_1^{(b)} & \dots & g_{\nu-1}^{(a)} & g_{\nu-1}^{(b)} & g_\nu^{(a)} & g_\nu^{(b)} \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & & & & & \dots & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

onde as áreas em branco na matriz denotam 0. Assim, para se obter a seqüência codificada, quando na entrada tem-se a seqüência \mathbf{u} , basta fazer o produto entre as matrizes:

$$\mathbf{v} = \mathbf{uG}. \quad (2.21)$$

A matriz geradora do codificador da Fig. 2.10, é dada por:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 11 & 10 & 11 & & \\ & 11 & 10 & 11 & \\ & & 11 & 10 & 11 \\ & & & \ddots & \ddots \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

De modo geral, \mathbf{G} pode ser representada por uma matriz semi-infinita dada por:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_0 & \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 & \cdots & \mathbf{G}_\nu & & \\ & \mathbf{G}_0 & \mathbf{G}_1 & \cdots & \mathbf{G}_{\nu-1} & \mathbf{G}_\nu & \\ & & \mathbf{G}_0 & \cdots & \mathbf{G}_{\nu-2} & \mathbf{G}_{\nu-1} & \mathbf{G}_\nu \\ & & \ddots & & & & \ddots \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

onde as áreas em branco representam zeros e cada \mathbf{G}_l é uma submatriz $m \times n$ definida por:

$$\mathbf{G}_l = \begin{bmatrix} g_{1,l}^{(1)} & g_{1,l}^{(2)} & \cdots & g_{1,l}^{(n)} \\ g_{2,l}^{(1)} & g_{2,l}^{(2)} & \cdots & g_{2,l}^{(n)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{m,l}^{(1)} & g_{m,l}^{(2)} & \cdots & g_{m,l}^{(n)} \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

em que se considera a sequência geradora $\mathbf{g}_i^{(j)} = \{g_{i,0}^{(j)}, g_{i,1}^{(j)}, \dots, g_{i,\nu}^{(j)}\}$, com i correspondendo à entrada e j à saída.

Outra maneira de se representar as sequências codificadas é através de polinômios, uma vez que a convolução pode ser obtida através da multiplicação de polinômios.

Ou seja, as sequências de entrada, saída e geradoras são representadas em forma polinomial por:

$$\mathbf{u}^{(i)}(D) = u_0^{(i)} + u_1^{(i)}D + u_2^{(i)}D^2 + \dots, \quad (2.25)$$

$$\mathbf{v}^{(j)}(D) = v_0^{(j)} + v_1^{(j)}D + v_2^{(j)}D^2 + \dots, \quad (2.26)$$

$$\mathbf{g}_i^{(j)}(D) = g_{i,0}^{(j)} + g_{i,1}^{(j)}D + g_{i,2}^{(j)}D^2 + \dots + g_{i,\nu}^{(j)}D^\nu, \quad (2.27)$$

onde D indica o operador de atraso. A j -ésima saída se relaciona à i -ésima entrada por:

$$\mathbf{v}^{(j)}(D) = \mathbf{u}^{(i)}(D)\mathbf{g}_i^{(j)}(D). \quad (2.28)$$

Após a multiplexação das n saídas temos a palavra código:

$$\mathbf{v}(D) = \mathbf{v}^{(1)}(D^n) + D\mathbf{v}^{(2)}(D^n) + \dots + D^{n-1}\mathbf{v}^{(n)}(D^n). \quad (2.29)$$

Em termos da matriz geradora, dado que $\mathbf{u}^{(i)}(D)$ representa a sequência da i -ésima entrada e $\mathbf{v}^{(j)}(D)$ representa a sequência da j -ésima saída, a relação entre as sequências de entrada e saída é dada por:

$$\mathbf{v}(D) = \mathbf{u}(D)\mathbf{G}(D), \quad (2.30)$$

onde

$$\mathbf{u}(D) = [\mathbf{u}^{(1)}(D) \ \dots \ \mathbf{u}^{(m)}(D)], \quad (2.31)$$

e

$$\mathbf{v}(D) = [\mathbf{v}^{(1)}(D) \ \dots \ \mathbf{v}^{(n)}(D)], \quad (2.32)$$

e

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1^{(1)}(D) & \dots & g_1^{(n)}(D) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ g_m^{(1)}(D) & \dots & g_m^{(n)}(D) \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

Assim, as sequências geradoras do codificador da Fig. 2.10 usando polinômios são representadas por $\mathbf{g}^{(a)} = \{1 + D + D^2\}$ e $\mathbf{g}^{(b)} = \{1 + D^2\}$ e a matriz geradora é da forma $\mathbf{G}(D) = [1 + D + D^2, 1 + D^2]$ ou $\mathbf{G} = [7, 5]$ em notação octal. As sequências de saída \mathbf{v}^{pa} e \mathbf{v}^{pb} , dada a sequência de entrada \mathbf{u} , são relacionadas da seguinte maneira:

$$\mathbf{v}^{pa}(D) = \mathbf{u}(D)\mathbf{g}^{(a)}(D), \quad (2.34)$$

$$\mathbf{v}^{pb}(D) = \mathbf{u}(D)\mathbf{g}^{(b)}(D), \quad (2.35)$$

e a sequência-código é dada por :

$$\mathbf{v}(D) = \mathbf{v}^{pa}(D^2) + D\mathbf{v}^{pb}(D^2). \quad (2.36)$$

Uma outra forma gráfica de se representar um código convolucional é pelo seu diagrama de estados ou através de sua treliça.

O diagrama de estados da Fig. 2.11 mostra uma representação dos estados de um codificador

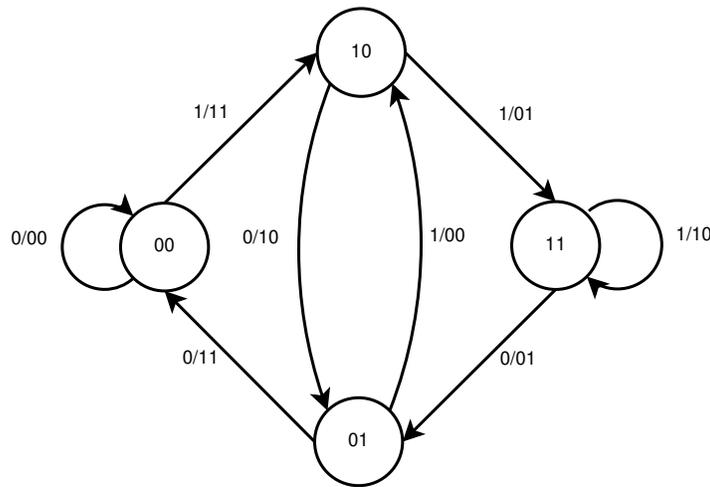


Figura 2.11: Diagrama de estados do codificador CNRNS (2,1,2).

convolucional através de uma máquina de estados finita, onde as circunferências correspondem aos estados dados pelos bits presentes nas memórias, e as setas correspondem às transições entre estados relacionada aos símbolos (bits) de entrada que geram a saída codificada.

Por outro lado, a treliça da Fig. 2.12 além de representar os estados e as transições, permite também visualizar a evolução temporal da sequência-código. O codificador da Fig. 2.10 apresenta duas memórias, portanto possui 4 estados diferentes, dados por $S = \{00, 01, 10, 11\}$.

Estas representações servem para uma melhor visualização do funcionamento do decodificador, pois mostram a relação entre a entrada e a saída para cada estado em que o codificador se encontra.

Codificadores Não Recursivos Sistemáticos

O que define um código convolucional em forma sistemática (CNRS) é o fato de que os m primeiros bits de saída do codificador são réplicas exatas dos m bits de entrada, ou seja:

$$\mathbf{v}^{(i-1)} = \mathbf{u}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (2.37)$$

A i -ésima sequência de saída depende somente da i -ésima sequência de entrada e portanto as sequências geradoras satisfazem:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_i^{(j)} &= 1 & j &= i - 1, \\ &= 0 & j &\neq i - 1, \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (2.38)$$

De forma matricial:

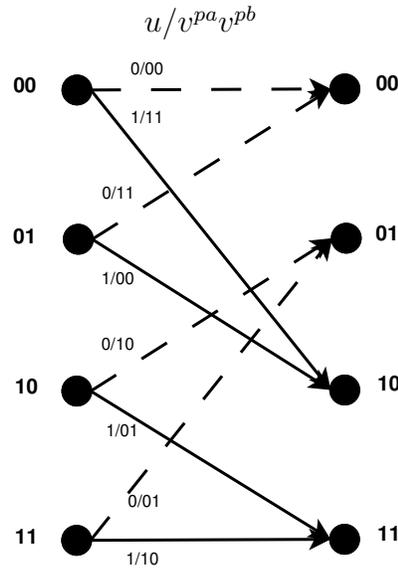


Figura 2.12: Treliça do codificador CNRNS (2,1,2).

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}\mathbf{P}_0 & \mathbf{0}\mathbf{P}_1 & \mathbf{0}\mathbf{P}_2 & \cdots & \mathbf{0}\mathbf{P}_\nu \\ & \mathbf{I}\mathbf{P}_0 & \mathbf{0}\mathbf{P}_1 & \cdots & \mathbf{0}\mathbf{P}_{\nu-1} & \mathbf{0}\mathbf{P}_\nu \\ & & \mathbf{0}\mathbf{P}_0 & \cdots & \mathbf{0}\mathbf{P}_{\nu-2} & \mathbf{0}\mathbf{P}_{\nu-1} & \mathbf{0}\mathbf{P}_\nu \end{bmatrix}, \quad (2.39)$$

onde \mathbf{I} é uma matriz identidade $m \times m$, $\mathbf{0}$ é uma matriz nula $m \times m$ e \mathbf{P}_l é a matriz de paridade $m \times (n - m)$ dada por:

$$\mathbf{P}_l = \begin{bmatrix} g_{1,l}^{(m+1)} & \cdots & g_{1,l}^{(n)} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ g_{m,l}^{(m+1)} & \cdots & g_{m,l}^{(n)} \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

A matriz geradora de um código sistemático usando notação polinomial é dada por:

$$\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \mathbf{g}_1^{(m+1)}(D) & \cdots & \mathbf{g}_1^{(n)}(D) \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & \mathbf{g}_2^{(m+1)}(D) & \cdots & \mathbf{g}_2^{(n)}(D) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \mathbf{g}_m^{(m+1)}(D) & \cdots & \mathbf{g}_m^{(n)}(D) \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

Como os primeiros m bits de saída do codificador são idênticos aos bits de entrada são denominados como saídas sistemáticas ou de informação, e os demais $n-m$ bits de saída são denominados como de paridade.

Uma desvantagem é que os codificadores sistemáticos nem sempre conseguem atingir a mesma distância livre de Hamming $d_{free,H}$ do que os codificadores não-sistemáticos para uma mesma taxa e

número de memórias.

Um exemplo de codificador convolucional sistemático é apresentado na Fig. 2.13, onde dada a sequência de entrada u , o codificador gera a sequência de saída sistemática v^s que é idêntica a u e a sequência de saída de paridade v^p .

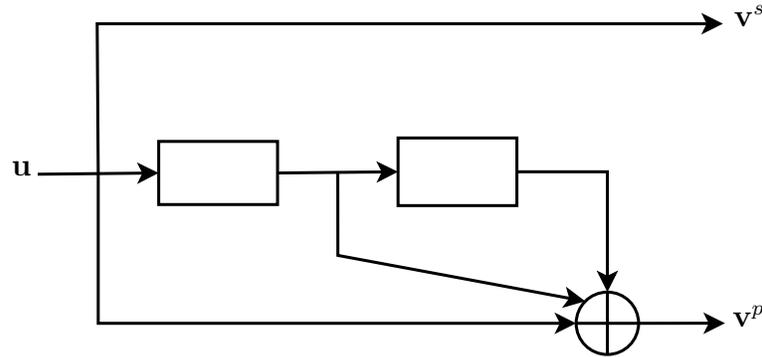


Figura 2.13: Codificador convolucional não recursivo sistemático (2,1,2).

Codificadores Recursivos Sistemáticos

Um código é denominado recursivo sistemático (CRS) quando além de ser sistemático faz uso de realimentação. Um código CRS pode ser obtido de um código CNRNS, fazendo uma transformação na matriz geradora. Uma propriedade interessante dos códigos CRS é que estes apresentam uma distância livre de Hamming igual aos códigos CNRNS [6].

O codificador CRS da Fig. 2.14 é obtido a partir do CNRNS da Fig. 2.10. A saída sistemática v^s do codificador CRS é igual à entrada u , enquanto que a saída de paridade do codificador CRS é definida pelo polinômio gerador $g^{(p)}$ baseado nos polinômios geradores $g^{(a)}$ e $g^{(b)}$ do codificador CNRNS:

$$g^{(p)}(D) = \frac{g^{(b)}(D)}{g^{(a)}(D)}, \quad (2.42)$$

onde $g^{(a)}$ é denominado polinômio gerador de realimentação e $g^{(b)}$ é denominado polinômio para a frente. A matriz geradora do codificador CRS é dada por:

$$G(D) = \begin{bmatrix} 1 & g^{(p)}(D) \end{bmatrix}. \quad (2.43)$$

De uma maneira geral, para códigos com n saídas a matriz geradora é definida como:

$$G(D) = \left[1, \frac{g^{(b)}(D)}{g^{(a)}(D)}, \frac{g^{(c)}(D)}{g^{(a)}(D)}, \frac{g^{(d)}(D)}{g^{(a)}(D)}, \dots, \frac{g^{(n)}(D)}{g^{(a)}(D)} \right]. \quad (2.44)$$

A matriz geradora do exemplo da Fig. 2.14 é $\mathbf{G}(D) = \left[1, \frac{1+D^2}{1+D+D^2} \right]$, ou $\mathbf{G}(D) = \left[1, \frac{5}{7} \right]$ em notação octal, o que está de acordo com (2.44). A Fig. 2.15 ilustra o diagrama de estados deste codificador.

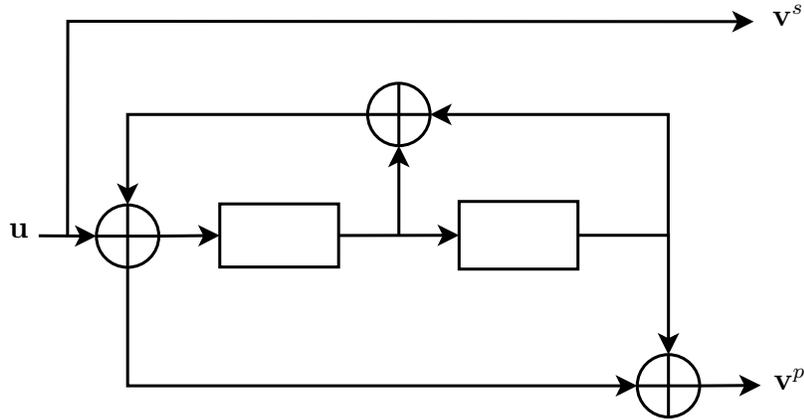


Figura 2.14: Codificador convolucional recursivo sistemático (2,1,2).

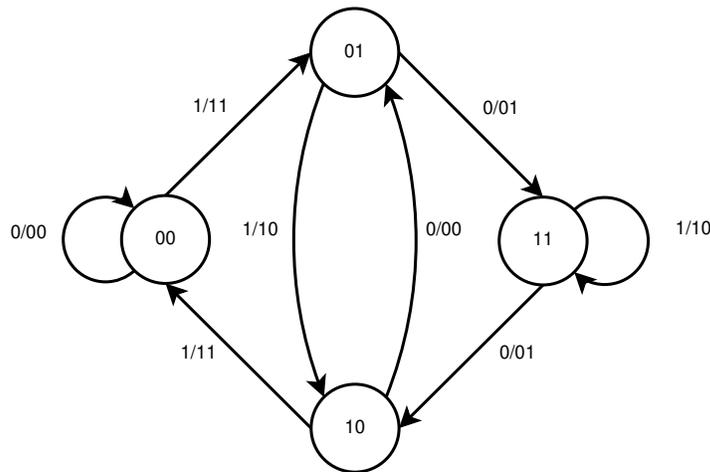


Figura 2.15: Diagrama de estados do codificador CRS (2,1,2).

Os codificadores CRS são amplamente utilizados na codificação turbo e nos esquemas de modulação-codificada, que serão estudados nas seções 2.7 e 2.8, respectivamente.

Um codificador (n, m, ν) gera a cada m bits de entrada, n bits de saída, portanto a taxa de um codificador convolucional é m/n . Para uma sequência de informação dividida em h blocos de m bits ou $M = mh$ bits de entrada, a correspondente sequência de saída tem comprimento dado por $N = n(h + \nu)$, onde ν é o número de memórias do codificador e que corresponde ao número de bits necessários para o codificador voltar ao estado zero. Assim, a taxa de um codificador convolucional terminado é dada por:

$$R_{c,t} = \frac{M}{N} = \frac{mh}{n(h + \nu)}. \quad (2.45)$$

Se $h \gg \nu$, a razão $h/(h + \nu) \approx 1$, portanto a taxa de um código convolucional terminado e a de um código convolucional são aproximadamente iguais.

Os fatores que definem o desempenho dos códigos convolucionais são as propriedades de distância entre as sequências-código e o algoritmo utilizado na decodificação. A propriedade de distância mais importante é a distância livre de Hamming, $d_{free,H}$, que corresponde à menor distância de Hamming entre quaisquer duas sequências codificadas, ou seja:

$$d_{free,H} = \min \{D_H(\mathbf{v}', \mathbf{v}'')\}, \quad \mathbf{v}' \neq \mathbf{v}'' \quad (2.46)$$

onde $D_H(\mathbf{v}', \mathbf{v}'')$ indica a distância de Hamming, definida pelo número de bits em que diferem as sequências-código \mathbf{v}' e \mathbf{v}'' .

Quanto maior for a distância entre as sequências geradas, maior a sua separação e assim maior será a capacidade de correção no processo de decodificação.

2.6.2 Propriedades Estruturais

O estudo das propriedades estruturais dos códigos convolucionais fornece uma descrição completa dos pesos de Hamming das sequências-código que são distintas de zero. Isto serve como uma ferramenta para se avaliar o desempenho dos códigos convolucionais, pois está intimamente ligado à sequência que ao sair do estado S_0 , e voltando a ele K instantes depois, possui menor o peso de Hamming, ou seja:

$$d_{free,H} = \min \{P_H(\mathbf{v})\}, \quad \mathbf{v} \neq \mathbf{0} \quad (2.47)$$

onde $P_H(\mathbf{v}, \mathbf{v}'')$ é o peso de Hamming, definido pelo número de bits distintos de zero na sequência-código.

A descrição completa dos pesos de Hamming pode ser obtida através da teoria de grafos fazendo algumas modificações no diagrama de estados. A Fig. 2.16 ilustra o diagrama de estados modificado para o codificador CNRNS da Fig. 2.10.

Aplicando a fórmula de ganho de Manson em um diagrama de estados modificado podemos calcular a função enumeradora de pesos (WEF - do inglês “*Weight Enumerating Function*”) que é dada por:

$$A(W, X, L) = \sum_{w,d,l} A_{w,d,l} W^w X^d L^l, \quad (2.48)$$

onde o coeficiente $A_{w,d,l}$ representa o número de sequências-código de peso d , cuja sequência de entrada (informação) tem peso w e cujo comprimento é l ramos.

Para se determinar a taxa de erro de bit dos códigos convolucionais é conveniente modificar a WEF pelo número de bits de informação distintos de zero associados a uma sequência-código de peso d . Esta expressão modificada é referida como a função enumeradora de pesos dos bits de informação (BWEF - do inglês “*Bit Weight Enumerating Function*”), dada por:

$$B(X) = \sum_d B_d X^d, \quad (2.49)$$

onde B_d é o número total de bits de informação distintos de zero, associados a uma sequência de peso d dividida pelo número de bits de informação m que ingressam a cada intervalo de tempo k . A função BWEF pode ser calculada derivando a função WEF em relação a W , ou seja:

$$B(X) = \frac{1}{m} \frac{\partial A(W, X, L)}{\partial W} \Big|_{W=L=1}. \quad (2.50)$$

Para o codificador CRS, cujo diagrama de estados modificado é mostrado na Fig. 2.16, a função WEF é dada por:

$$A(X) = X^5 + 2X^6 + 4X^7 + 8X^8 + \dots, \quad (2.51)$$

onde observamos que o código contém uma sequência-código de peso 5, duas de peso 6, quatro de peso 7 e assim por diante.

Por outro lado, a função BWEF é dada por:

$$B(X) = 3X^5 + 6X^6 + 14X^7 + 32X^8 + \dots, \quad (2.52)$$

Considerando o número de sequências-código dadas na WEF, o BWEF indica que a sequências-código de peso 5 tem peso de informação 3, as sequências-código de peso 6 tem peso de informação 6, as sequências-código de peso 7 tem peso de informação 14, e assim por diante.

2.6.3 Decodificação de Códigos Convolucionais

Existem diversos métodos de decodificação, sendo o mais utilizado o proposto por Viterbi por ser ótimo em termos de se minimizar a probabilidade de erro de símbolo, o que não é muito diferente da probabilidade de erro de bit.

A sequência-código \mathbf{v} passa por um modulador BPSK gerando a sequência modulada \mathbf{x} , que uma vez formatada por um pulso é transmitida através um canal. No receptor o sinal recebido $r(t)$ passa

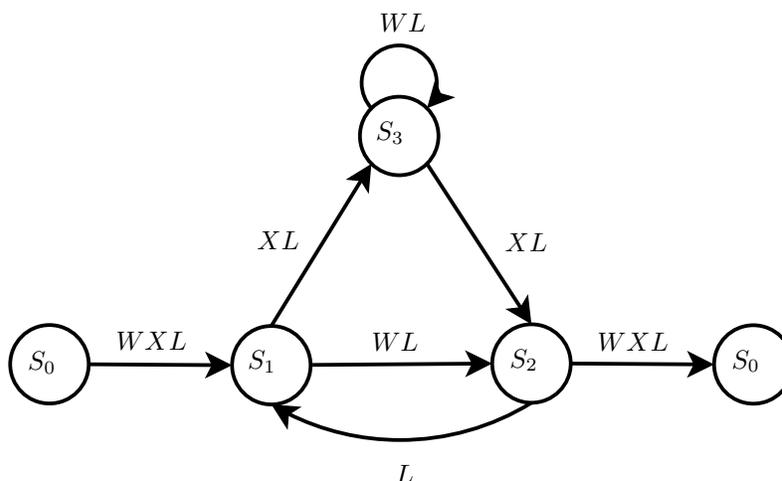


Figura 2.16: Diagrama de estados modificado do codificador CRS (2,1,2).

por um filtro casado, cuja saída é amostrada para se gerar uma sequência y , que será utilizada no processo de decodificação usando o algoritmo de Viterbi.

O algoritmo de Viterbi realiza decodificação de máxima verossimilhança (MV) nos ramos da treliça. Portanto, para um canal com ruído aditivo gaussiano e desvanecimento, no intervalo de tempo k as métricas de cada ramo da treliça são dadas por:

$$M_k = \|y_k - \rho_k \hat{x}_k\|^2, \quad (2.53)$$

onde \hat{x}_k corresponde a uma das possíveis sequências-código representadas em cada ramo da treliça no instante de tempo k . Quanto menor for a métrica, significa que os bits recebidos mais se parecem com os bits do ramo. Para decodificar uma sequência de comprimento N , é necessário calcular as métricas de estado, que são obtidas a partir da soma das métricas de ramo (que chegam até um estado) e a métrica acumulada no estado anterior. Quando dois ou mais ramos de treliça alcançam um mesmo estado, apenas aquela que resulta com menor métrica de estado é armazenada como métrica acumulada. Finalmente, o algoritmo de Viterbi escolhe o caminho que passa pelos estados de menor métrica acumulada, chamado de caminho sobrevivente, ou seja, decide pela sequência \hat{x} que mais se parece com a sequência recebida y .

Para um melhor entendimento, vamos exemplificar o processo de decodificação do algoritmo de Viterbi. A Fig. 2.17 mostra uma treliça do codificador CNRNS (2, 1, 2), onde a sequência transmitida é dada por $\mathbf{x} = [-1 \ -1 \ +1 \ +1 \ +1 \ -1 \ +1 \ -1 \ +1 \ +1]$ e que corresponde à sequência de informação $\mathbf{u} = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$, sendo que os dois últimos bits servem para fazer a treliça voltar para o estado 0. A treliça da Fig. 2.17 mostra a sequência na saída do filtro casado, dada por $\mathbf{y} = [-1, 3 \ -0, 9 \ +0, 8 \ +1, 5 \ -0, 5 \ -1, 1 \ +1, 2 \ -0, 7 \ +0, 9 \ +1, 2]$ e também as métricas de estado acumuladas. O caminho

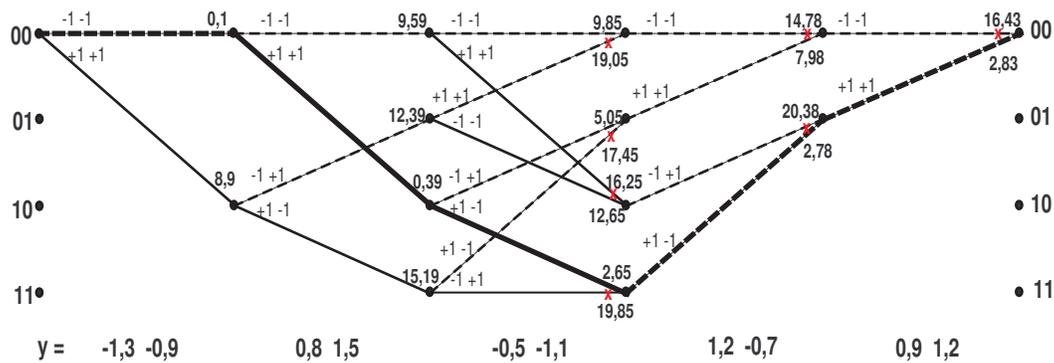


Figura 2.17: Treliça do codificador CNRNS (2,1,2), usado na decodificação através do algoritmo de Viterbi.

sobrevivente está destacado e mostra que o decodificador decidiu pela sequência $\hat{x} = [-1 \ -1 \ +1 \ +1 \ +1 \ -1 \ +1 \ -1 \ +1 \ +1]$, ou seja pelos bits $\hat{u} = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$, que são exatamente iguais aos que foram transmitidos. Neste caso, nenhum erro ocorreu na decodificação. Erros na decodificação acontecerão quando o algoritmo eliminar o caminho correto em favor de outro incorreto, devido aos efeitos do ruído, do desvanecimento e da interferência.

Observamos que o algoritmo de Viterbi não faz a decisão bit a bit, mas sim decide por uma sequência inteira de comprimento N .

2.7 Códigos Turbo

Os códigos turbo foram propostos em 1993 por Berrou *et.al* [8] e são os primeiros a se aproximar da capacidade de canal estabelecida por Shannon em 1948. Os códigos turbo fazem parte da família de códigos concatenados e que utilizam códigos convolucionais como codificadores constituintes.

A sequência-código de um código turbo é formada pelos bits de informação e de paridade de cada um dos codificadores constituintes. Estes codificadores podem ser diferentes entre si, mas de modo geral são idênticos. Os códigos turbo que utilizam codificadores CRS como codificadores constituintes, são os que melhor desempenho apresentam.

Existem dois tipos básicos de codificadores turbo dependendo da forma de concatenação, aqueles que utilizam codificadores convolucionais concatenados em paralelo (CCP) e aqueles que utilizam codificadores convolucionais concatenados em série (CCS).

Neste trabalho apenas serão utilizados os CCP com codificadores constituintes CRS idênticos.

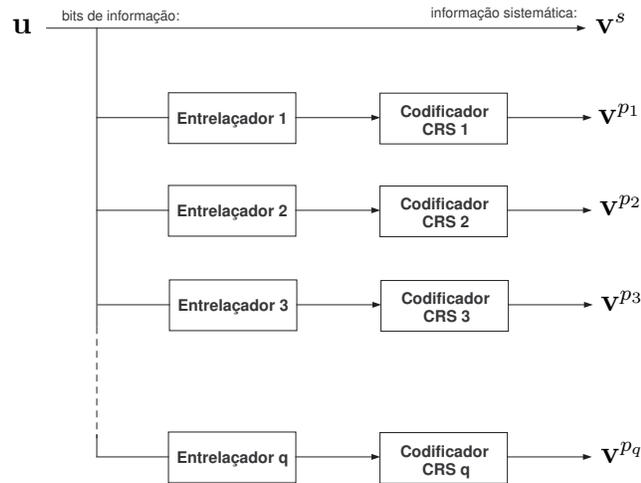


Figura 2.18: Diagrama de blocos do codificador turbo CCP.

2.7.1 Codificador Turbo CCP

O diagrama de blocos de um codificador turbo CCP é mostrado na Fig. 2.18. O codificador usa q codificadores CRS idênticos concatenados em paralelo, o que permite aumentar a capacidade de correção de erros na decodificação, e introduz $q - 1$ entrelaçadores independentes com o objetivo de se dar diversidade aos bits de paridade. O comprimento dos entrelaçadores deve ser igual ao comprimento da sequência de informação u .

O entrelaçador do primeiro codificador pode ser omitido, pois a sequência de entrada será enviada diretamente na saída sistemática v^s e utilizada para se gerar a saída de paridade v^{p1} , enquanto os outros codificadores operam com os bits permutados pelos entrelaçadores correspondentes, gerando as sequências de paridade v^{p2} , v^{p3} , \dots , v^{pq} . Nem sempre todos os bits de paridade são transmitidos, o puncionamento de alguns bits deve ser usado para se obter códigos turbo de taxas diferentes usando os mesmos codificadores constituintes.

A Fig. 2.19 ilustra um codificador turbo CCP para $q = 2$, bastante usado em diversas aplicações. O codificador turbo concatena dois códigos CRS $(2, 1, 2)$ idênticos, com matriz geradora $G(D) = \left[1, \frac{1+D^2}{1+D+D^2} \right]$. Devido ao puncionamento de um bit de paridade, a cada intervalo de tempo será transmitido um bit de informação junto com um bit de paridade resultando em um código de taxa $1/2$.

Entrelaçador

Nas comunicações sem fio, devido ao desvanecimento, erros em surtos são introduzidos. O entrelaçador não permite que o desvanecimento ataque simultaneamente os mesmos bits de paridade dos

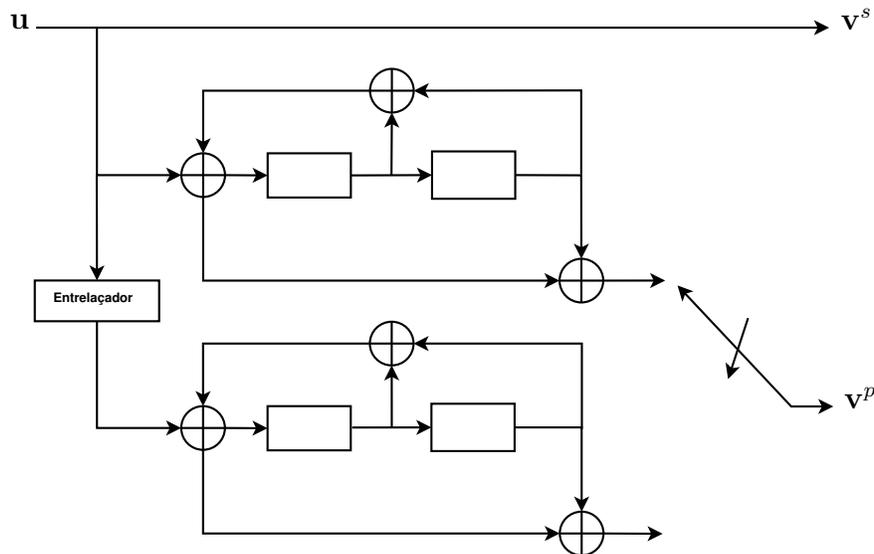


Figura 2.19: Codificador turbo CCP com codificadores constituintes CRS (2, 1, 2).

dois codificadores constituintes CRS, espalhando assim os erros ao longo da sequência recebida. Para que na recepção, o segundo decodificador faça a decodificação na ordem correta dos bits é necessário fazer o desentrelaçamento dos bits de paridade.

A escolha do tipo de entrelaçador é muito importante no desempenho dos códigos turbo e diversos algoritmos de entrelaçamento foram propostos na literatura [35], que mostra que os entrelaçadores pseudo-aleatórios são ótimos.

O tamanho do entrelaçador tem forte influência no desempenho dos códigos turbo. Um entrelaçador com grande comprimento vai espalhar os erros da melhor forma com a desvantagem de introduzir maiores atrasos na codificação e na decodificação. Neste trabalho, vamos usar entrelaçadores pseudo-aleatórios.

Puncionamento

O puncionamento serve para variar a taxa do codificador turbo e também a sua eficiência espectral, ao custo da perda de desempenho devido à não transmissão de alguns bits na saída do codificador. O puncionamento é realizado através da eliminação de alguns bits de paridade dos codificadores constituintes. Neste trabalho, vamos fazer o puncionamento da metade dos bits de paridade para atingir maiores taxas de codificação.

Bits de Zeramento

Como vamos trabalhar com blocos de comprimento N é fundamental introduzir bits de zeramento para fazer retornar o primeiro codificador constituinte CRS ao estado zero, antes do próximo bloco.

Devido ao entrelaçamento, os bits de zeramento introduzidos no primeiro codificador, não necessariamente vão fazer o segundo codificador constituinte retornar ao estado zero. Neste trabalho apenas o primeiro codificador vai ser forçado a retornar ao estado zero.

Devido ao uso de entrelaçadores e de puncionamento, não é nada fácil obter o valor da distância livre de um código turbo. Com a introdução dos bits de zeramento nos dois codificadores constituintes, uma distância livre efetiva do bloco pode ser definida. Codificadores CRS que maximizem esta distância livre efetiva apresentam bom desempenho, assim o codificador da Fig. 2.19 apresenta um bom desempenho, quando comparado a outros codificadores de mesmas características.

2.7.2 Decodificação Turbo

A Fig. 2.20 apresenta um diagrama de blocos do processo de decodificação turbo do codificador da Fig. 2.19. Nesta figura observamos que a estrutura do decodificador é similar à do codificador turbo e consiste de dois decodificadores componentes interligados através de entrelaçadores, que trocam informações de forma iterativa. As entradas e as saídas dos decodificadores são dadas em termos dos logaritmos da razão de máxima verossimilhança LRMV, que representam entradas e saídas suaves (SISO - do inglês “*Soft-In Soft-Out*”). Os decodificadores componentes dos códigos turbo podem ser do tipo MAP como proposto por Bahl *et.al* [34], ou de tipo (SOVA - do inglês “*Soft Output Viterbi Algorithm*”) como proposto por Hagenauer e Hoehner [36]. Neste trabalho, será utilizado o algoritmo MAP.

Logaritmo das Razões de Máxima Verossimilhança

Os LRMV são muito usados na decodificação iterativa para simplificar a troca de informação. Existem diversos tipos de LRMV definidos a seguir.

O LRMV a-priori ou da probabilidade do bit de informação, transmitido no k -ésimo intervalo de tempo, u_k é definido por:

$$L_a(u_k) \triangleq \ln \left(\frac{P(u_k = +1)}{P(u_k = -1)} \right), \quad (2.54)$$

onde $P(u_k = 1)$ e $P(u_k = -1)$ são as probabilidades do bit u_k assumir os valores +1 ou -1, respectivamente, ou seja é determinado pelo logaritmo da razão das probabilidades a-priori do bit u_k . O sinal de $L_a(u_k)$ indica se o bit u_k é +1 ou -1 e a sua magnitude indica a confiabilidade do resultado. Assim, $L_a(u_k) \gg 0$ indica que $P(u_k = +1) \gg P(u_k = -1)$ e temos a certeza de $u_k = +1$, porém $L_a(u_k \approx 0)$ indica que $P(u_k = +1) \approx P(u_k = -1)$ e não temos certeza do valor de u_k .

Outro LRMV importante é denominado a-posteriori e representa a probabilidade condicional do bit $u_k = \pm 1$, dada a sequência recebida y , e é definido por:

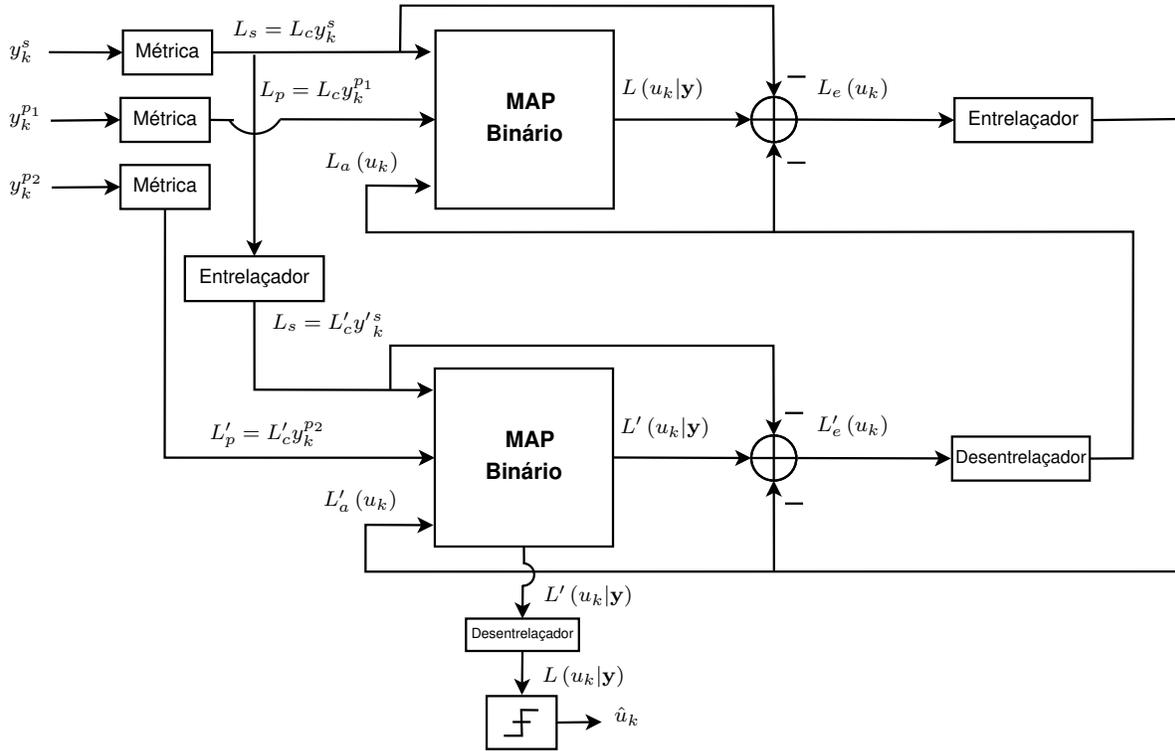


Figura 2.20: Decodificador turbo binário.

$$L(u_k|\mathbf{y}) \triangleq \ln \left(\frac{P(u_k = +1|\mathbf{y})}{P(u_k = -1|\mathbf{y})} \right), \quad (2.55)$$

onde as probabilidades condicionais $P(u_k = +1|\mathbf{y})$ e $P(u_k = -1|\mathbf{y})$ são conhecidas como probabilidades a-posteriori do bit de informação u_k . Usando a regra de Bayes nas probabilidades a-posteriori temos:

$$P(u_k = +1|\mathbf{y}) = \frac{P(\mathbf{y}|u_k = +1)P(u_k = +1)}{P(\mathbf{y})}, \quad (2.56)$$

$$P(u_k = -1|\mathbf{y}) = \frac{P(\mathbf{y}|u_k = -1)P(u_k = -1)}{P(\mathbf{y})}, \quad (2.57)$$

portanto o LRMV pode ser reescrito como:

$$L(u_k|\mathbf{y}) = \ln \left(\frac{P(\mathbf{y}|u_k = +1)}{P(\mathbf{y}|u_k = -1)} \right) + \ln \left(\frac{P(u_k = +1)}{P(u_k = -1)} \right). \quad (2.58)$$

As probabilidades condicionais $P(\mathbf{y}|u_k = +1)$ e $P(\mathbf{y}|u_k = -1)$ podem ser conhecidas a partir do canal e representam as probabilidades de se observar a sequência \mathbf{y} , dado que o bit transmitido foi

$u_k = +1$ ou $u_k = -1$. Portanto, o primeiro termo de (2.58) é definido como:

$$L_c(\mathbf{y}|u_k) \triangleq \ln \left(\frac{P(\mathbf{y}|u_k = +1)}{P(\mathbf{y}|u_k = -1)} \right). \quad (2.59)$$

Substituindo (2.54) e (2.59) em (2.58), temos:

$$L(u_k|\mathbf{y}) = L_c(\mathbf{y}|u_k) + L_a(u_k). \quad (2.60)$$

Tem-se discutido a operação do receptor sem considerar o efeito dos bits de redundância inseridos pelo codificador. Mais para frente definiremos a importância na decodificação do LRMV devido aos bits de redundância.

Algoritmo MAP Binário

O algoritmo ML estudado na seção 2.6.3 minimiza a taxa de evento de erro da sequência codificada. Por outro lado, o algoritmo MAP minimiza a taxa de erro de bit, maximizando a probabilidade a-posteriori $P(\hat{u}_k = u_k | \mathbf{y})$, em que o bit de informação u_k é corretamente decodificado.

Em 1974 Bahl, Cocke, Jelinek e Raviv, introduziram o algoritmo de decodificação MAP, conhecido como algoritmo BCJR [34], que pode ser usado em códigos lineares, de bloco ou convolucionais. A complexidade do algoritmo BCJR é maior que a do algoritmo de Viterbi. Durante cerca de 20 anos não foi usado na prática, mas isto mudou com o advento dos códigos turbo em 1993. Existem diversas versões mais simples do algoritmo MAP, conhecidas como Log-MAP e Max-Log-MAP.

Nesta seção vamos descrever o algoritmo BCJR para o caso de um código de taxa $R = 1/n$. Uma sequência de entrada binária \mathbf{u} gera na saída do codificador uma sequência \mathbf{v} , que entra em um modulador BPSK gerando uma sequência de símbolos codificados \mathbf{x} que assume os valores ± 1 . O bit de informação u_k que deu origem ao símbolo transmitido x_k no intervalo de tempo k tem uma probabilidade de ocorrência $P(u_k)$, também denominada como a-priori definida em (2.54).

O símbolo codificado x_k passa por um canal AWGN com desvanecimento Rayleigh, e na saída do receptor no instante de tempo k temos que:

$$y_k = \rho_k x_k + n_k, \quad (2.61)$$

onde ρ_k representa a amostra do desvanecimento que tem valor quadrático médio $E[\rho_k^2] = 1$, e n_k é a amostra do ruído de variância $\sigma^2 = N_0/2RE_b$ onde N_0 é a densidade espectral unilateral de potência, R a taxa do codificador e E_b a energia por bit. Para um canal sem desvanecimento temos que $\rho_k = 1$.

Para derivar o algoritmo BCJR reescrevemos a probabilidade a-posteriori como:

$$P(u_k = +1 | \mathbf{y}) = \frac{P(u_k = +1, \mathbf{y})}{P(\mathbf{y})}. \quad (2.62)$$

Fazendo uso da estrutura de treliça do código podemos reescrever (2.62) como:

$$P(u_k = +1 | \mathbf{y}) = \frac{\sum_{s'} \sum_s P(S_{k-1} = s', S_k = s, \mathbf{y})}{P(\mathbf{y})}, \quad (2.63)$$

onde S_k representa o estado da treliça no instante de tempo k , s e s' representam o valor do estado no instante de tempo k e $k - 1$, respectivamente.

Como a expressão $P(u_k = -1 | \mathbf{y})$ é da mesma forma que (2.63), podemos reescrever (2.58) como:

$$L(u_k | \mathbf{y}) = \ln \left(\frac{\sum_{s'} \sum_s P(S_{k-1} = s', S_k = s, \mathbf{y})}{\sum_{s'} \sum_s P(S_{k-1} = s', S_k = s, \mathbf{y})} \right). \quad (2.64)$$

Para calcular a probabilidade conjunta $P(s', s, \mathbf{y})$, a sequência recebida \mathbf{y} de N símbolos é dividida em três subsequências, a passada $\mathbf{y}_{<k}$, a presente y_k e a futura $\mathbf{y}_{>k}$. Portanto:

$$P(s', s, \mathbf{y}) = P(s', s, \mathbf{y}_{<k}, y_k, \mathbf{y}_{>k}). \quad (2.65)$$

Usando a regra de Bayes temos que:

$$\begin{aligned} P(s', s, \mathbf{y}) &= P(\mathbf{y}_{>k} | s', s, \mathbf{y}_{<k}, y_k) P(s', s, \mathbf{y}_{<k}, y_k) \\ &= P(\mathbf{y}_{>k} | s', s, \mathbf{y}_{<k}, y_k) P(y_k, s | s', \mathbf{y}_{<k}) P(s', \mathbf{y}_{<k}) \\ &= P(\mathbf{y}_{>k} | s) P(y_k, s | s') P(s', \mathbf{y}_{<k}), \end{aligned} \quad (2.66)$$

determina a probabilidade de uma transição no intervalo de tempo k , que depende somente dos estados da treliça nos instantes k e $k - 1$.

De (2.66), podemos definir:

$$\alpha_{k-1}(s') = P(S_{k-1} = s', \mathbf{y}_{<k}), \quad (2.67)$$

$$\beta_k(s) = P(\mathbf{y}_{>k} | S_k = s), \quad (2.68)$$

$$\gamma_k(s', s) = P(y_k, S_k = s | S_{k-1} = s'), \quad (2.69)$$

onde (2.67) representa a probabilidade no instante de tempo $k - 1$ de se estar no estado s' e da sequência recebida ser $\mathbf{y}_{j < k}$, (2.68) representa a probabilidade no instante de tempo k de se estar no estado s , e da sequência futura ser $\mathbf{y}_{j > k}$. Finalmente, (2.69) representa a probabilidade que depende do canal, ou seja, dado que o estado anterior foi s' , o próximo estado é s e o símbolo recebido é y_k . Portanto, (2.64) pode ser reescrita como:

$$L(u_k | \mathbf{y}) = \ln \left(\frac{\sum_{s'} \sum_s \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \gamma_k(s', s)}{\sum_{s'} \sum_s \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \gamma_k(s', s)} \right). \quad (2.70)$$

Cálculo de α . É determinado pelos valores passados da treliça. Por conveniência vamos reescrever (2.67) como:

$$\alpha_k(s) = P(s, \mathbf{y}_{j < k+1}) = P(s, \mathbf{y}_{j < k}, y_k). \quad (2.71)$$

Dado que o canal é sem memória, usando a teoria das probabilidades marginais e a regra de Bayes, (2.71) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \alpha_k(s) &= \sum_{s'} P(s, s', \mathbf{y}_{j < k}, y_k) = \sum_{s'} P(s, y_k | s') P(s', \mathbf{y}_{j < k}) \\ &= \sum_{s'} \gamma_k(s', s) \alpha_{k-1}(s'). \end{aligned} \quad (2.72)$$

Assim, os valores de $\alpha_k(s)$ são calculados de forma recursiva. Dado que a treliça começa no estado $S_0 = 0$, as condições iniciais da recursão são dadas por:

$$\alpha_0(s) = \begin{cases} 1 & s = 0 \\ 0 & s \neq 0 \end{cases}. \quad (2.73)$$

Cálculo de β . É determinado pelos valores futuros da treliça. Por conveniência vamos reescrever (2.68) como:

$$\beta_{k-1}(s') = P(\mathbf{y}_{j > k-1} | s'). \quad (2.74)$$

Usando os mesmos argumentos no cálculo de α , (2.74) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
\beta_{k-1}(s') &= \sum_s P(s, \mathbf{y}_{j>k-1} | s') = \sum_s P(s, y_k | s') P(\mathbf{y}_{j>k} | s) \\
&= \sum_s \gamma_k(s', s) \beta_k(s).
\end{aligned} \tag{2.75}$$

Assim, os valores de $\beta_k(s)$ também são calculados de forma recursiva. Para uma treliça terminada no estado $S_N = 0$, as condições iniciais da recursão são dadas por:

$$\beta_N(s) = \begin{cases} 1 & s = 0 \\ 0 & s \neq 0 \end{cases}, \tag{2.76}$$

e para uma treliça não terminada, ou seja $S_N \neq 0$, é dada por :

$$\beta_N(s) = \frac{1}{2^\nu}, \text{ para } \forall s \tag{2.77}$$

onde ν é o número de elementos de memória de cada codificador constituinte.

Para evitar os problemas de instabilidade numérica do algoritmo, os valores de α e β dados em (2.72) e (2.74) são normalizados pela soma de todos os valores de α e β a cada instante de tempo. Assim, os valores de α e β normalizados, são dados por:

$$\alpha_k(s) = \frac{\alpha'_k(s)}{\sum_s \alpha'_k(s)}, \tag{2.78}$$

$$\beta_{k-1}(s') = \frac{\beta'_{k-1}(s')}{\sum_{s'} \beta'_{k-1}(s')}, \tag{2.79}$$

onde $\alpha'_k(s)$ e $\beta'_{k-1}(s')$ são os valores dados por (2.72) e (2.74).

Cálculo de γ . É definido pelo ramo da treliça no intervalo de tempo k . Por conveniência usando a regra de Bayes em (2.69), podemos escrever:

$$\gamma_k(s', s) = P(y_k, s | s') = P(y_k | s', s) P(s | s'). \tag{2.80}$$

O primeiro termo de (2.80) representa a probabilidade de transição de canal, $P(y_k | x_k)$, de receber n valores $y_k = y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{kn}$ dado que foram enviados n valores $x_k = x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn}$, e é definido por:

$$P(y_k | x_k) = \prod_{l=1}^n P(y_{kl} | x_{kl}), \quad (2.81)$$

já que não havendo memória no canal as sucessivas transmissões são estatisticamente independentes.

Considerando o sinal recebido (2.61), a probabilidade de transição de canal (2.81) pode ser reescrita como:

$$P(y_k | x_k) = \left(\sqrt{\frac{E_b R}{\pi N_0}} \right)^n \exp \left(\sum_{l=1}^n -\frac{E_b}{N_0} R |y_{kl} - \rho_k x_{kl}|^2 \right). \quad (2.82)$$

Desenvolvendo (2.82) temos:

$$\begin{aligned} P(y_k | x_k) &= \left(\sqrt{\frac{E_b R}{\pi N_0}} \right)^n \exp \left(-\frac{E_b}{N_0} R \sum_{l=1}^n y_{kl}^2 \right) \exp \left(-\frac{E_b}{N_0} R \rho_k^2 \sum_{l=1}^n x_{kl}^2 \right) \\ &\quad \exp \left(-2\rho_k \frac{E_b}{N_0} R \sum_{l=1}^n y_{kl} x_{kl} \right). \end{aligned} \quad (2.83)$$

O produto dos três primeiros fatores de (2.83) dado por:

$$C_k^1 = \left(\sqrt{\frac{E_b R}{\pi N_0}} \right)^n \exp \left(-\frac{E_b}{N_0} R \sum_{l=1}^n y_{kl}^2 \right) \exp \left(-\frac{E_b}{N_0} R \rho_k^2 \sum_{l=1}^n x_{kl}^2 \right), \quad (2.84)$$

não depende do bit de informação u_k , nem do símbolo codificado x_k . Isto significa que ao estar no numerador e no denominador de (2.70) vão desaparecer.

Do quarto termo de (2.83), definimos a confiabilidade do canal como:

$$L_c = 4\rho_k \frac{E_b}{N_0} R, \quad (2.85)$$

que representa a estimação da relação sinal-ruído e do desvanecimento do canal. A somatória $\sum_{l=1}^n y_{kl} x_{kl}$, representa a correlação (produto interno) entre os símbolos enviados x_k e as amostras recebidas, y_k .

Deste modo, (2.81) é reescrito como:

$$P(y_k | x_k) = C_k^1 \exp \left(-\frac{L_c}{2} \sum_{l=1}^n y_{kl} x_{kl} \right). \quad (2.86)$$

O segundo termo de (2.80) representa a probabilidade a-priori do bit de informação ser $u_k = \pm 1$, portanto $P(s | s') = P(u_k)$. Usando (2.54), $P(u_k)$ pode ser reescrita como:

$$P(u_k = \pm 1) = \frac{\exp\left(\frac{L_a(u_k)}{2}\right)}{1 + \exp(L_a(u_k))} \exp\left(\frac{u_k L_a(u_k)}{2}\right) = C_k^2 \exp\left(\frac{u_k L_a(u_k)}{2}\right), \quad (2.87)$$

onde C_k^2 irá aparecer no numerador e denominador de (2.70), e portanto o seu efeito vai desaparecer.

Finalmente, (2.80) pode ser reescrito como:

$$\gamma_k(s', s) = C_k \exp\left(-\frac{L_c}{2} \sum_{l=1}^n y_{kl} x_{kl}\right) \exp\left(\frac{u_k L_a(u_k)}{2}\right). \quad (2.88)$$

Informação Extrínseca

Na seção 2.7.2 definimos a importância dos LRMV a-priori $L_a(u_k)$ e a-posteriori $L(u_k|\mathbf{y})$ na decodificação turbo. Outro LRMV importante na decodificação turbo é dado pela informação extrínseca. A informação extrínseca de um bit u_k é baseada na sequência recebida e na informação a-priori, porém excluindo a informação recebida do bit sistemático y_k^s e a informação a-priori $L(u_k)$ relacionada ao bit de informação u_k . O LRMV extrínseco $L_e(u_k)$ usa as restrições do código e as informações de um bit sistemático para fornecer informação acerca do valor do bit de informação u_k .

A informação extrínseca é definida partindo de (2.70) como segue:

$$\begin{aligned} L(u_k | \mathbf{y}) &= \ln \left(\frac{\sum_{u_k=1} \sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \gamma_k(s', s)}{\sum_{u_k=-1} \sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \gamma_k(s', s)} \right) \\ &= \ln \left(\frac{\sum_{u_k=1} \sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \exp\left(\frac{L_a(u_k)}{2}\right) \exp\left(-\frac{L_c y_k^s}{2}\right) \exp\left(\frac{L_c}{2} \sum_{l=2}^n y_{kl} x_{kl}\right)}{\sum_{u_k=-1} \sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \exp\left(-\frac{L_a(u_k)}{2}\right) \exp\left(\frac{L_c y_k^s}{2}\right) \exp\left(\frac{L_c}{2} \sum_{l=2}^n y_{kl} x_{kl}\right)} \right) \\ &= L_a(u_k) + L_c y_k^s + \ln \left(\frac{\sum_{u_k=1} \sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \exp\left(\frac{L_c}{2} \sum_{l=2}^n y_{kl} x_{kl}\right)}{\sum_{u_k=-1} \sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \exp\left(\frac{L_c}{2} \sum_{l=2}^n y_{kl} x_{kl}\right)} \right) \\ &= L_a(u_k) + L_c y_k^s + L_e(u_k), \end{aligned} \quad (2.89)$$

onde:

$$L_e(u_k) = \ln \left(\frac{\sum_{u_k=1} \sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \exp\left(\frac{L_c}{2} \sum_{l=2}^n y_{kl} x_{kl}\right)}{\sum_{u_k=-1} \sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \exp\left(\frac{L_c}{2} \sum_{l=2}^n y_{kl} x_{kl}\right)} \right). \quad (2.90)$$

Em (2.90) observamos que a informação extrínseca só depende dos bits de paridade da sequência-código. As informações representadas pelos outros LRMV são denominadas de informações intrínsecas.

Decodificação Iterativa

A decodificação iterativa consiste na troca de informações suaves entre os decodificadores componentes. Os decodificadores componentes do decodificador turbo da Fig. 2.20 tem três entradas cada um, dadas por:

- A entrada sistemática y_k^s do primeiro decodificador, que uma vez entrelaçada também entra no segundo decodificador. Em termos dos LRMV, as entradas sistemáticas são dadas por $L_s = L_c y_k^s$ e $L'_s = L'_c y_k^s$ para o primeiro e o segundo decodificador respectivamente.
- A entrada de paridade é dada por y_k^{p1} para o primeiro decodificador e por y_k^{p2} para o segundo decodificador. Em termos dos LRMV, as entradas de paridade recebidas do canal são dadas por $L_p = L_c y_k^{p1}$ e $L'_p = L'_c y_k^{p2}$ para o primeiro e o segundo decodificador, respectivamente.
- A informação a-priori derivada da informação extrínseca $L_e(u_k)$ estimada pelo decodificador componente anterior sobre o valor provável dos bits transmitidos.

Na primeira iteração o primeiro decodificador componente recebe as entradas suaves sistemáticas L_s e de paridade L_p do canal junto com um valor estimado a-priori $L_a(u_k) = -m \ln 2$, onde m é o número de bits que entram simultaneamente ao codificador, e produz uma saída suave $L(u_k|\mathbf{y})$ como estimativa dos bits de informação. Subtraindo a informação sistemática e a-priori da saída do decodificador obtemos a informação extrínseca $L_e(u_k) = L(u_k|\mathbf{y}) - L_s - L_a(u_k)$, que uma vez entrelaçada serve como informação a-priori para o segundo decodificador componente. O segundo decodificador componente recebe os LRMV sistemáticos e de paridade do canal e a informação a-priori do primeiro decodificador, gerando outra saída suave extrínseca $L'_e(u_k) = L'(u_k|\mathbf{y}) - L'_s - L'_a(u_k)$ que uma vez desentrelaçada serve como informação a-priori do primeiro decodificador componente para um segundo processo de iteração. Assim, inicia um ciclo repetitivo de troca de informações suaves entre os decodificadores componentes. Depois de algumas iterações, a saída suave $L(u_k|\mathbf{y})$ do segundo decodificador componente é desentrelaçada fornecendo a sequência de bits \hat{u} decodificada.

O desempenho obtido melhora com o incremento do número de iterações e assim por motivos de complexidade, oito iterações são usadas neste trabalho. Dado o entrelaçador do codificador é fundamental que este seja igual ao do decodificador para desentrelaçar as saídas suaves na ordem correta. Um entrelaçador com grande comprimento de bloco vai propiciar melhor desempenho na decodificação turbo.

2.8 Modulação-Codificada

As técnicas de controle de erro apresentadas nos primeiros 25 anos depois do artigo de Shannon estavam concentradas no desenvolvimento de bons códigos e em algoritmos de decodificação eficientes para transmissão binária. Estes sistemas permitiam uma melhoria de desempenho em termos da taxa de erro de bit, ao custo de uma expansão de banda devido à introdução dos bits de redundância. De fato, nos anos 70 os pesquisadores achavam que a codificação não era útil para sistemas com eficiência espectral acima de 1 bit/símbolo/Hz ou para modulações com mais de 1 bit/símbolo.

Além disso, a utilização de códigos para correção de erros não foram bem aceitos como uma solução viável para canais AWGN, tais como aplicações em linhas telefônicas, fibras ópticas, etc.

Uma abordagem que combina codificação com modulação, como uma entidade chamada modulação-codificada mudou o cenário em 1982 [10], permitindo assim ganhos de codificação sem a expansão da largura de faixa em sistemas de transmissão digital.

A seguir, apresentaremos os seguintes esquemas de modulação-codificada:

- Modulação-Codificada por Treliça (TCM - do inglês “*Trellis-Coded Modulation*”) [10].
- Modulação-Codificada Turbo (TTCM - do inglês “*Turbo Trellis-Coded Modulation*”) [13].

2.9 Modulação-Codificada por Treliça

Um sistema TCM, combina códigos convolucionais binários de taxa $m/(m+1)$ com sinais de constelações M -árias com 2^{m+1} símbolos, conseguindo ganhos de codificação sem expansão da largura de faixa, quando comparado com um sistema não codificado aplicado a uma modulação de 2^m símbolos.

O ganho de codificação de um esquema TCM, é dado por:

$$\xi = \frac{d_{free,E}^2 E_{ncod}}{d_{min}^2 E_{cod}}, \quad (2.91)$$

onde $d_{free,E}$ é a distância livre euclidiana, d_{min} é a distância euclidiana mínima entre duas formas de onda da constelação, E_{ncod} é a energia média da constelação não codificada e a E_{cod} é a energia média da constelação codificada. Para diminuir o impacto da introdução de redundância, os sistemas TCM práticos usam codificadores com apenas um bit de paridade, ou seja, códigos de taxa $m/(m+1)$.

É importante notar que os códigos convolucionais binários maximizam a distância livre de Hamming ($d_{free,H}$) entre sequências-código. Se a saída deste codificador for mapeada arbitrariamente em uma forma de onda de uma constelação expandida não é suficiente para se obter ganho de codificação,

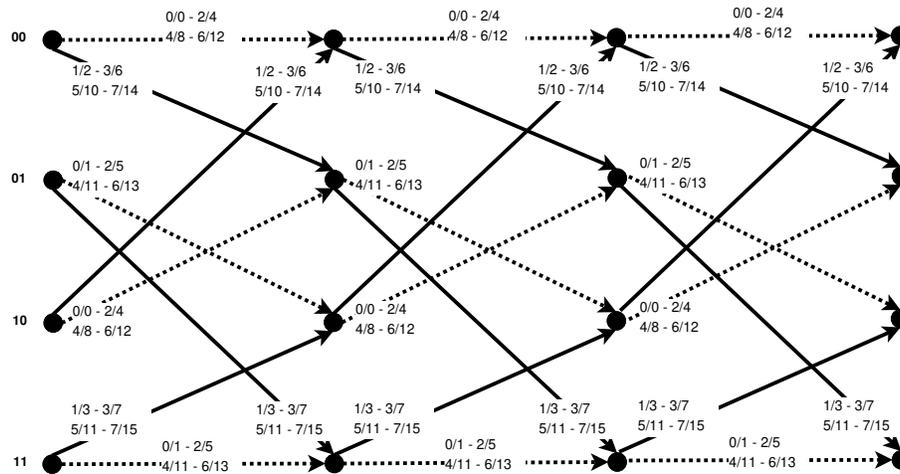


Figura 2.21: Diagrama de treliça com 4 estados para a modulação 16-QAM.

pois na modulação-codificada como mostrado em (2.91), é necessário maximizar a distância livre euclidiana ($d_{free,E}$) entre as sequências-código e utilizar um esquema de mapeamento apropriado para se alcançar altos ganhos de codificação. A técnica TCM descrita por Ungerboeck apresenta um processo eficiente para construir códigos com grandes distâncias euclidianas, garantindo bons ganhos de codificação sem expansão de banda.

2.9.1 Projeto da Modulação Codificada por Treliça

Para o projeto da técnica TCM, Ungerboeck propõe três etapas: escolha da constelação, mapeamento da constelação e obtenção do codificador.

A escolha da constelação satisfaz os requerimentos de eficiência espectral e do projeto do modulador. Um sistema com eficiência espectral de m bits/símbolo/Hz precisa de uma constelação expandida de 2^{m+1} símbolos. Por exemplo, um sistema não codificado que utiliza a modulação 8-PSK possui 3 bits/símbolo/Hz, portanto um sistema codificado deveria usar a modulação 16-QAM para manter a eficiência espectral de 3 bits/símbolo/Hz.

A técnica da partição de conjuntos mostrada na seção 2.1.5, a partir de algumas regras dadas por Ungerboeck, permite construir uma treliça e mapear as transições, de forma a se assegurar uma grande distância euclidiana. As regras são resumidas a seguir, usando como exemplo a modulação 16-QAM da Fig. 2.3:

- Se m bits de informação devem ser codificados, então a treliça deve possuir 2^m transições do estado atual para o próximo estado. Assim, existem 3 bits de informação, 4 bits codificados e $2^3 = 8$ transições entre o estado atual e o próximo.

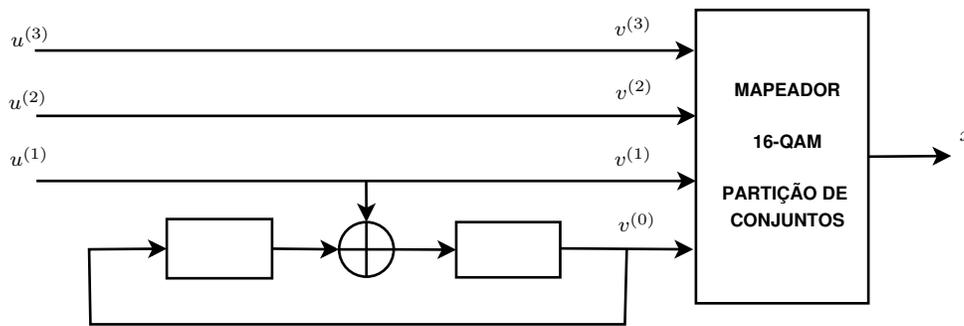


Figura 2.22: Implementação usando códigos convolucionais da treliça com 4 estados da Fig. 2.21 para a modulação 16-QAM.

- Mais de uma transição entre pares de estados pode ocorrer (transições paralelas). A distância euclidiana entre estas transições deve ser a maior possível.
- Os símbolos devem ter igual frequência de ocorrência e também certa regularidade e simetria.
- As transições originadas de um mesmo estado são atribuídas a símbolos de um mesmo sub-conjunto do segundo nível de partição, como mostrado na Fig. 2.21.
- As transições que chegam a um mesmo estado são atribuídas aos símbolos de um mesmo sub-conjunto do segundo nível da partição, como mostrado na Fig. 2.21.
- As transições paralelas são atribuídas aos símbolos de um mesmo sub-conjunto do terceiro nível da partição, como mostrado na Fig. 2.21.

A Fig. 2.21 mostra uma possível treliça de quatro estados, para o exemplo de particionamento de conjuntos da Fig. 2.3.

As treliças geradas pelas regras de partição de conjuntos podem ser implementadas usando códigos convolucionais. A Fig. 2.22 mostra uma implementação da treliça da Fig. 2.21.

A regra de partição de conjuntos mapeia os bits em símbolos de uma constelação com propriedades de distância euclidianas desiguais, em relação às distâncias de Hamming das sequências-código binárias que representam cada símbolo.

2.9.2 Codificador TCM

De forma geral, um codificador TCM que utiliza a regra de partição de conjuntos com um total de m bits de informação pode ter $m - \tilde{m}$ bits não codificados, onde \tilde{m} são os bits que ingressam no codificador convolucional, como mostrado no diagrama de blocos da Fig. 2.23. Assim, os \tilde{m} bits codificados fazem a escolha do sub-conjunto e os $m - \tilde{m}$ bits não codificados fazem a escolha de

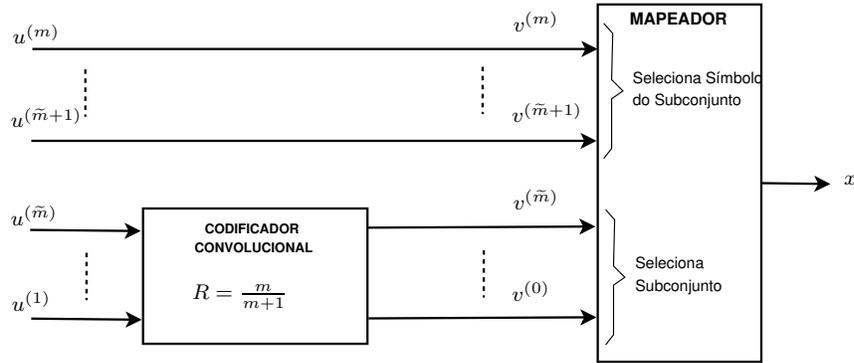


Figura 2.23: Diagrama de blocos de um codificador TCM.

um símbolo do sub-conjunto. Se $m = \tilde{m}$ não há transições paralelas, e os m bits fazem a escolha do sub-conjunto que contém apenas um símbolo.

Os codificadores do esquema TCM são gerados por codificadores CRS de taxa $\tilde{m}/(\tilde{m} + 1)$ cuja matriz de verificação de paridade é dada por:

$$\mathbf{H}(D) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^{(\tilde{m})}(D)/\mathbf{h}^{(0)}(D) & \dots & \mathbf{h}^{(1)}(D)/\mathbf{h}^{(0)}(D) & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.92)$$

onde ν é o número de memórias e $\mathbf{h}^{(j)}(D) = h_0^{(j)} + h_1^{(j)} + \dots + h_\nu^{(j)}$, para $j = 0, 1, \dots, \tilde{m}$. A Fig. 2.24 mostra uma implementação de um codificador de um esquema TCM.

Codificadores TCM Ótimos em Canais AWGN

Para se maximizar a distância euclidiana, um bom projeto de codificadores TCM em canais AWGN deve levar em conta as seguintes restrições:

- $h_0^{(0)} = h_\nu^{(0)} = 1$, o que garante um codificador mínimo.
- $h_0^{(1)} = h_0^{(2)} \dots = h_0^{(\tilde{m})} = 0$ e $h_\nu^{(1)} = h_\nu^{(2)} = \dots = h_\nu^{(\tilde{m})} = 0$, o que garante que o bit de paridade seja o mesmo que entra e sai de um mesmo estado.

Em caso de alta relação sinal-ruído, uma grande distância euclidiana separa os distintos sub-conjuntos de símbolos. Assim, em canais AWGN os bits não codificados são protegidos pela distância euclidiana e não precisam de proteção por codificação.

O critério para a obtenção de bons códigos é baseado em um algoritmo de busca exaustiva, que procura os codificadores que maximizam a distância livre euclidiana e destes escolhe o que possui o menor número médio de vizinhos $A_{d_{free}}$ para aquela distância. A Tab. 2.5 mostra uma lista de codificadores TCM ótimos e os ganhos de codificação respectivos.

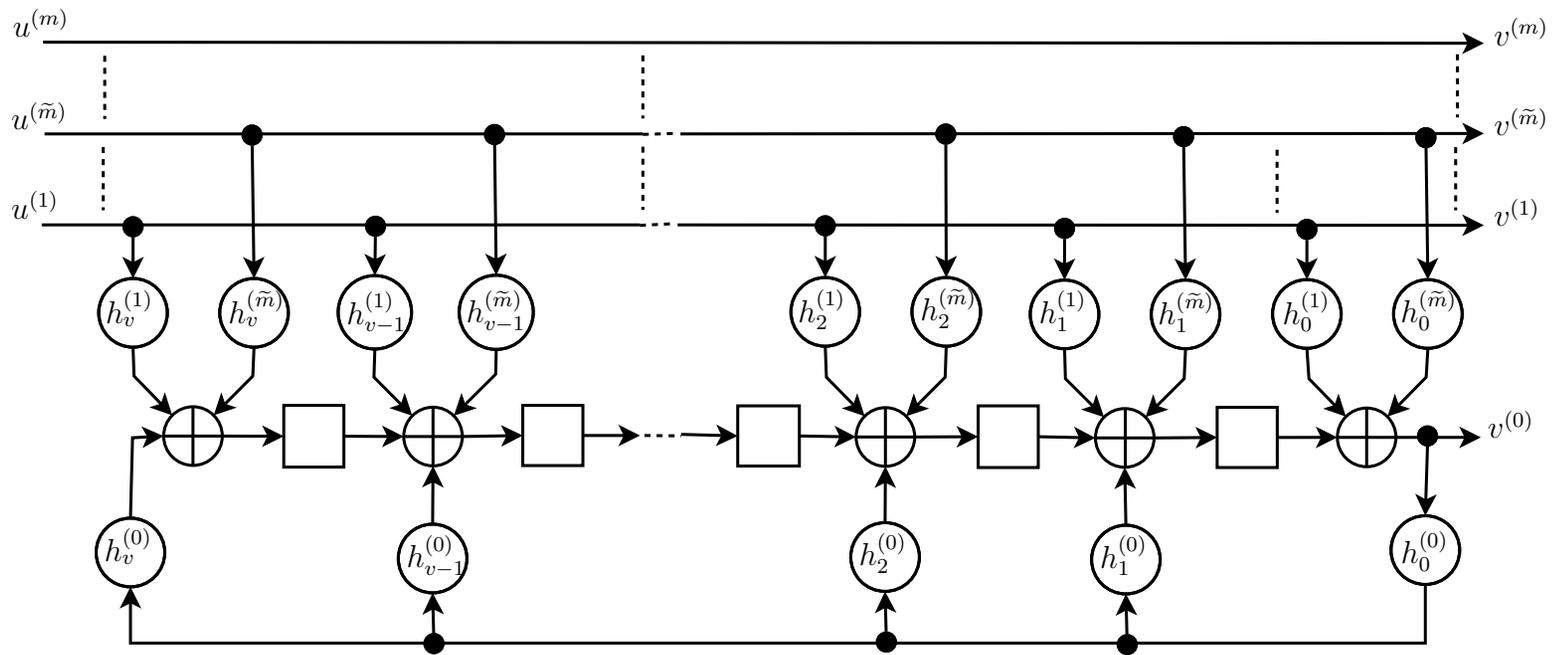


Figura 2.24: Implementação de um codificador TCM.

Tabela 2.5: Matriz de verificação de paridade e ganhos de codificação dos esquemas TCM propostos por Ungerboeck.

v	\tilde{m}	$\mathbf{h}^{(2)}$	$\mathbf{h}^{(1)}$	$\mathbf{h}^{(0)}$	$d_{free,E}^2/\Delta_0^2$	Ganho [dB] 16-QAM/8-PSK	Ganho [dB] 64-QAM/32-QAM
2	1	-	2	5	4	4,36	2,80
3	2	04	02	11	5	5,33	3,77
4	2	16	04	23	6	6,12	4,56
5	2	10	06	41	6	6,12	4,56
6	2	064	016	101	7	6,79	5,23
7	2	042	014	203	8	7,37	5,81
8	2	304	056	401	8	7,37	5,81
9	2	0510	0346	1001	8	7,37	5,81

Codificadores TCM Ótimos em Canais com Desvanecimento

Um bom projeto de codificador TCM em canais com desvanecimento evita as transições paralelas, pois isto impede de se incrementar a ordem de diversidade do código. No projeto de codificadores TCM em canais com desvanecimento a maximização da distância euclidiana não é o parâmetro mais importante, há outros parâmetros mais importantes como a distância de símbolo, a distância produto, a multiplicidade de percursos e em último lugar a distância euclidiana [37].

Em [38] é mostrado que para altas relações E_b/N_0 , a taxa de erro é dominada pela distância livre de símbolo $d_{free,S}$, ou seja, pelo menor número de símbolos em que diferem as sequências-código entre si. Também, mostra que a curva de taxa de erro irá variar segundo $(E_s/N_0)^{-d_{free,S}}$.

A treliza da Fig. 2.21 apresenta uma ordem de diversidade igual a 3, pois são necessários três ramos da treliza (símbolos) para se voltar ao estado inicial, porém o fato de existirem caminhos paralelos reduz a diversidade a 1.

Os codificadores sistemáticos recursivos obtidos por Ungerboeck podem não ser os melhores em canais com desvanecimento. Existem outros trabalhos que apresentam codificadores com melhores desempenhos [38, 39], porém usando códigos não sistemáticos sem realimentação e mapeamento de Gray.

Para se aumentar a ordem de diversidade é necessário que cada bit de informação entre pelo menos uma vez em um elemento de memória diferente do codificador. As Tab. 2.6(a) e 2.6(b) mostram uma relação entre o número de elementos de memória e a ordem de diversidade.

De forma geral, dado um codificador convolucional de taxa $m/(m+1)$ e ν memórias, a ordem de diversidade é dada por:

$$L = \text{int} \left(\frac{\nu}{m} \right) + 1. \quad (2.93)$$

Tabela 2.6: Ordem de diversidade de esquemas TCM em função do número de memórias do codificador.

(a) Diversidade de um esquema TCM 3/4

Número de Memórias	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4

(b) Diversidade de um esquema TCM 5/6

Número de Memórias	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3

Em canais AWGN, para se projetar sistemas com grande eficiência espectral, os codificadores de Ungerboeck são uma boa opção devido às treliças de baixa complexidade, que mesmo sem codificar todos os bits conseguem altos ganhos de codificação. Em canais com desvanecimento Rayleigh, no entanto, precisamos de codificadores com treliças de maior complexidade, que codifiquem todos os bits de informação para se obter algum ganho de diversidade.

2.9.3 Decodificador TCM

O decodificador TCM usa o mesmo princípio introduzido na seção 2.6.3, porém modificando a métrica de sequência de bits para símbolos. Assim, para um canal com ruído gaussiano e desvanecimento, no intervalo de tempo k as métricas de cada ramo da treliça são dadas por:

$$M_k = (y_k - \rho_k \hat{x}_k)^2, \quad (2.94)$$

onde \hat{x}_k corresponde a um dos possíveis símbolos da sequência-código representados na treliça no intervalo de tempo k . O algoritmo de Viterbi escolhe o caminho de menor métrica acumulada, ou seja, decide pela sequência \hat{x} que mais se parece com a sequência recebida y .

2.10 Modulação-Codificada Turbo

O esquema TTCM usa em conjunto as características dos códigos turbo e da modulação-codificada por treliça. Concatena de forma paralela dois codificadores idênticos de um esquema TCM, usando um entrelaçador de símbolos pseudo-aleatório, garantindo assim uma baixa probabilidade de erro e uma alta eficiência espectral. Em [13, 14], Robertson apresenta formas eficientes de codificar e decodificar esquemas TTCM, introduzindo punçãoamento e restrições no entrelaçador do codificador, as mesmas que são consideradas em um processo de decodificação iterativa.

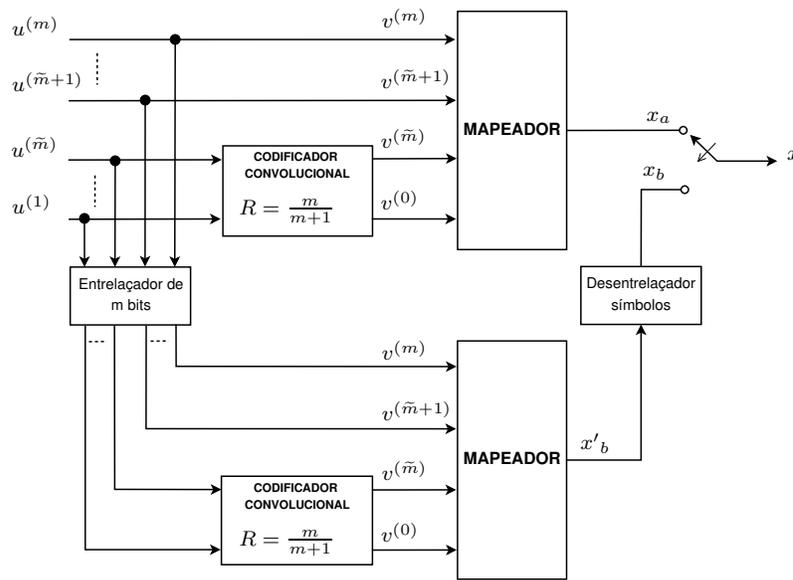


Figura 2.25: Diagrama de blocos de um codificador TTCM.

2.10.1 Codificador TTCM

O diagrama de blocos de um codificador TTCM é apresentado na Fig. 2.25, cujo esquema é similar ao apresentado na seção 2.7 para códigos turbo binários. No entanto, existem algumas diferenças para o caso da modulação-codificada turbo, dentre as quais podemos destacar:

- O entrelaçador é orientado a símbolos. Opera em grupos de m bits (símbolo) e não com bits individuais (por exemplo $m = 2$ para esquemas TTCM com modulação 8-PSK).
- Para atingir a eficiência espectral desejada, existe uma maior complexidade no puncionamento do símbolo que contém o bit de paridade.
- Existem restrições nas permutações dos entrelaçadores.

A Fig. 2.25 mostra um entrelaçador e desentrelaçador baseado em símbolos de m bits, cuja regra de entrelaçamento possui a restrição de permutar apenas os símbolos de posições pares com pares ou ímpares com ímpares, evitando que símbolos com bits de informação sejam eliminados e não transmitidos devido ao processo de puncionamento. O entrelaçador pode ser pseudo-aleatório, ou modificado para evitar eventos de erro de distância curta. Nesta dissertação usaremos um entrelaçador pseudo-aleatório.

O processo de puncionamento não elimina somente os bits de paridade, mas também os bits sistemáticos, pois ambos são parte dos símbolos puncionados.

Podem existir transições paralelas, da mesma forma que nos esquemas TCM. Dos m bits de informação, \tilde{m} ingressam no codificador convolucional e $m - \tilde{m}$ são os bits não codificados. Na

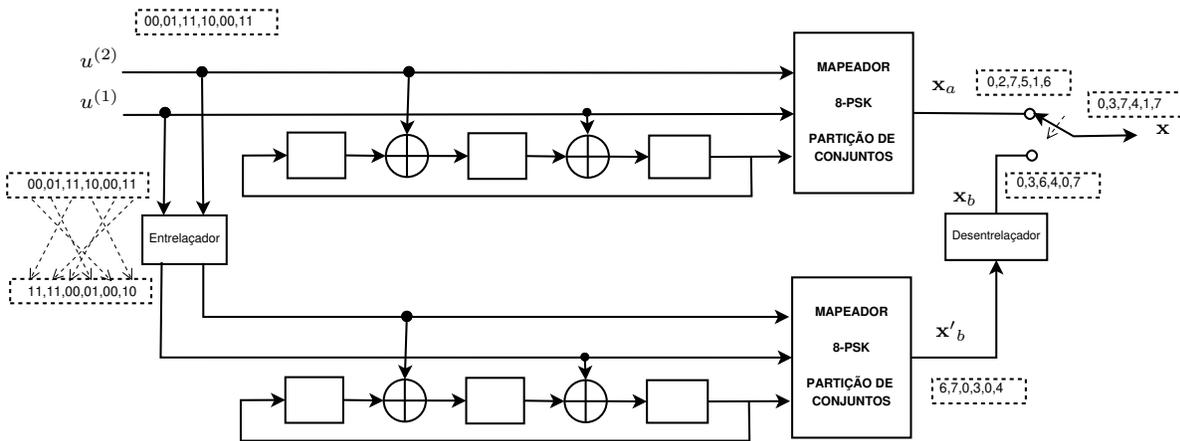


Figura 2.26: Implementação de um codificador TTCM com modulação 8-PSK.

prática os bits não codificados não precisam passar pelo entrelaçador, pois eles ajudam na escolha de um símbolo dentro de um sub-conjunto no mapeador.

A seguir apresentaremos um exemplo proposto em [14] para compreender o processo de codificação do esquema TTCM.

Considere que o esquema TTCM da Fig. 2.26 recebe a sequência de bits de informação $\mathbf{u} = 00, 01, 11, 10, 00, 11$, onde a cada intervalo de tempo k ingressam no codificador $m = 2$ bits. O codificador convolucionacional usado é um dos proposto por Ungerboeck e gera uma sequência-codificada $\mathbf{x}_a = (0, 2, 7, 5, 1, 6)$. O tamanho do bloco de informação é de $N = 6$ símbolos e corresponde também à profundidade do entrelaçador. A sequência de informação, dividida em símbolos de m bits, é entrelaçada usando a função de entrelaçamento $I(3, 6, 5, 2, 1, 4)$, que permuta símbolos de posições pares com pares e ímpares com ímpares. A saída do entrelaçador é dada por $\mathbf{u}' = (11, 11, 00, 01, 00, 10)$ e ingressa em um codificador idêntico ao anterior gerando a sequência-codificada $\mathbf{x}'_b = (6, 7, 0, 3, 0, 4)$, que é desentrelaçada para garantir que a ordem dos bits de informação, que define parcialmente cada símbolo, corresponda à do primeiro codificador, resultando na sequência-codificada $\mathbf{x}_b = (0, 3, 6, 4, 0, 7)$. Finalmente, os símbolos são mapeados em uma constelação 8-PSK e transmitidos na seguinte ordem, o primeiro símbolo do primeiro codificador, o segundo símbolo do segundo codificador, o terceiro símbolo do primeiro codificador, o quarto símbolo do segundo codificador, e assim por diante, tal que $\mathbf{x} = (0, 3, 7, 4, 1, 7)$. Dado que enviamos alternadamente os bits de paridade do primeiro e do segundo codificador, a cada símbolo de saída do seletor estamos efetuando um processo de punção.

2.10.2 Decodificador TTCM

A decodificação de um esquema TTCM é similar à decodificação iterativa dos códigos turbo binários apresentados na seção 2.7.2, mas com algumas diferenças fundamentais como:

- A definição anterior de razão de máxima verossimilhança LLR não é aplicável.
- A natureza da informação trocada entre os decodificadores é diferente.
- Cada decodificador processa somente os símbolos gerados pelo respectivo codificador.
- A forma em que as informações são obtidas do canal para o primeiro estágio de decodificação.
- As estratégias para a decodificação de treliças com transições paralelas.

Na seção 2.7.2 foi mostrado que a decodificação iterativa utiliza os conceitos de informação a-priori, a-posteriori e extrínseca para treliças binárias, representadas por L_a , L e L_e , respectivamente e que só a informação extrínseca deve ser trocada entre os decodificadores. Também foi mostrado que, como os bits sistemáticos e de paridade são mapeados em símbolos BPSK distintos, estes são corrompidos por ruído e desvanecimento independentes.

Para o caso do esquema TTCM, os bits sistemáticos e o bit de paridade mapeiam um símbolo da constelação, portanto a informação extrínseca não pode ser separada da informação sistemática, dado que o ruído e o desvanecimento que afetam os bits de paridade também afetam os bits sistemáticos. Na Fig. 2.27 para o caso não-binário podemos identificar apenas duas componentes expressas no domínio logarítmico:

1. A componente a-priori L_a recebida de outro decodificador.
2. A componente extrínseca e sistemática L_{es} ambas inseparáveis, pois são parte de um mesmo símbolo.

Neste caso, estaríamos reusando a informação sistemática incorrendo em problemas de ganhos iterativos, mas isto não acontece no esquema proposto, como se explica a seguir.

A cada intervalo de tempo k , os decodificadores processam um conjunto de i possíveis símbolos recebidos, para $i = 0, 1, \dots, 2^m - 1$, que representa todas as possíveis combinações dos m bits de informação enviados.

Devido ao funcionamento (representado por *), cada decodificador processa a informação recebida correspondente ao codificador que a gerou, ou seja, o primeiro decodificador decodifica os símbolos gerados pelo primeiro codificador e o segundo decodificador os símbolos gerados pelo segundo codificador. Na Fig. 2.27 observamos que no intervalo de tempo k , para k ímpar, o primeiro

decodificador, recebe a métrica de canal do símbolo recebido $L_{ps}^{(1)}$, ou seja recebe as informações sistemáticas e de paridade do canal. A informação a-priori recebida do segundo decodificador é constituída somente da informação extrínseca $L_a^{(1)} = L_e^{(2)}$, como vai ser mostrado depois. Portanto, a informação a-posteriori do primeiro decodificador é dada por:

$$L^{(1)} = L_a^{(1)} + L_{es}^{(1)}. \quad (2.95)$$

A informação extrínseca e sistemática é enviada para o segundo decodificador como informação a-priori, dada por:

$$\begin{aligned} L_a^{(2)} &= L_a^{(1)} + L_{es}^{(1)} - L_a^{(1)} \\ &= L_{es}^{(1)}. \end{aligned} \quad (2.96)$$

O segundo decodificador no mesmo intervalo de tempo k não recebe informação do canal devido ao puncionamento, portanto a métrica que ingressa no decodificador é $L_{ps}^{(2)} = 0$, ou seja não há informação sistemática, nem de paridade recebida do canal, somente a informação a-priori recebida do primeiro decodificador, que contém a informação sistemática do símbolo. Eliminando assim a duplicidade da informação sistemática e os problemas de ganho iterativo na decodificação.

A informação a-posteriori do segundo decodificador é dada por:

$$L^{(2)} = L_a^{(2)} + L_e^{(2)}, \quad (2.97)$$

o que mostra que a informação a-priori enviada para o primeiro decodificador é dada por:

$$\begin{aligned} L_a^{(1)} &= L_a^{(2)} + L_e^{(2)} - L_a^{(2)} \\ &= L_e^{(2)}. \end{aligned} \quad (2.98)$$

Para o caso do intervalo de tempo $k + 1$, acontece o mesmo em sentido inverso, ou seja o primeiro decodificador recebe o símbolo puncionado e o segundo decodificador recebe a métrica do símbolo do canal.

A Fig. 2.27 mostra um decodificador TTCM, onde o bloco métrica representa o cálculo do coeficiente γ_i .

A análise anterior é válida quando disponibilizamos a informação a-priori do outro decodificador, mas isto não acontece no primeiro estágio de decodificação do primeiro decodificador. As informações a-priori dos símbolos não puncionados no caso de serem equiprováveis tem valor inicial

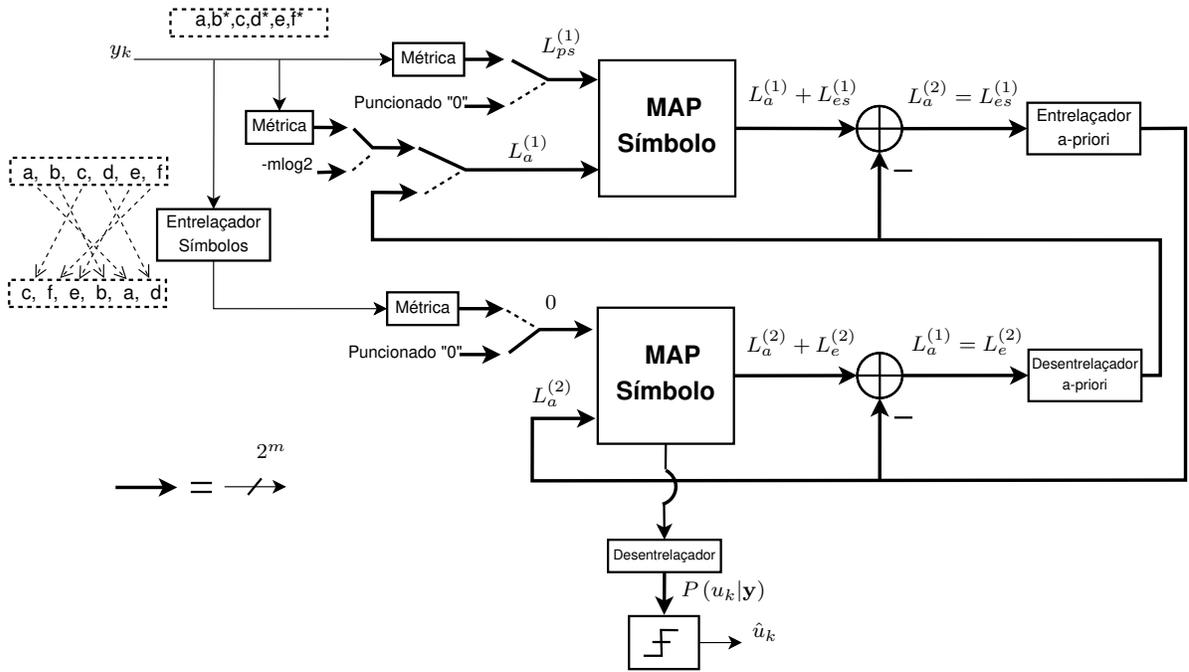


Figura 2.27: Decodificador da TCM.

$L_a = -m \log(2)$. Enquanto que, as informações a-priori dos símbolos puncionados devem ser estimadas do canal, pois o símbolo puncionado corresponde ao símbolo gerado pelo outro codificador. Portanto, a informação sistemática é válida, mas a informação do bit de paridade b^{0*} não é válida.

Dado que o bit de paridade é independente ao bit de informação, a probabilidade é $P(b^{0*} = j) = 1/2$ para $j = 0, 1$. Usando a regra de Bayes temos:

$$L_a^* = P(u_k = i | y_k) = \frac{K}{2} \sum_{j \in \{0,1\}} p(y_k | u_k = i, b_k^{0*} = j). \quad (2.99)$$

A constante K vai desaparecer normalizando $P(u_k = i | y_k)$ pela soma de todos os valores de i . Na Fig. 2.27 o bloco metrics representa o cálculo de (2.99).

Finalmente, depois de algumas iterações a saída do segundo decodificador é desentrelaçada. Dentre as 2^m informações a-posteriori é realizada uma decisão abrupta, ou seja é feita a escolha daquela com maior a probabilidade a-posteriori como a estimação do símbolo u_k transmitido, o que por sua vez representa os m bits de informação enviados no intervalo de tempo k .

Quando há transições paralelas, não é necessário calcular as amostras suaves dos bits não codificados. Nos decodificadores MAP, as transições paralelas podem ser adicionadas na probabilidade de transição do canal γ_i , somando nessa os $2^{m-\tilde{m}}$ valores de i que correspondem às combinações dos bits não codificados. Assim, dado que há apenas uma soma para cada combinação dos \tilde{m} bits codificados, os decodificadores calculam e trocam só as verossimilhanças dos \tilde{m} bits e os entrelaçadores

operam em grupos de \tilde{m} bits. Finalmente, durante o último estágio de decodificação, as decisões dos $m - \tilde{m}$ bits não codificados podem ser tomadas de forma ótima ou sub-ótima, como por exemplo por distância mínima.

Algoritmo MAP de Símbolos

O algoritmo MAP apresentado em [14] permite uma decodificação de símbolos. Seja uma fonte de informação que gera um bloco de N símbolos, onde cada símbolo é constituído por m bits de informação e o k -ésimo símbolo u_k pode assumir os valores $0, 1, \dots, 2^m - 1$. Os símbolos são codificados por um esquema TCM gerando uma sequência de símbolos codificados \mathbf{x} mapeados por constelações M-QAM que carregam v bits.

O receptor observa uma sequência \mathbf{y} formada pelos N símbolos procedentes do canal e a cada intervalo de tempo k gera uma estimativa \hat{u}_k dos 2^m possíveis símbolos de informação enviados, baseada na amostra recebida $y_k \in \{0, 1, \dots, 2^v - 1\}$, onde $v > m$. O decodificador MAP calcula as probabilidades a-posteriori $A_{k,i} = P(u_k = i | \mathbf{y})$, onde $i = 0, 1, \dots, 2^m - 1$, e $k = 1, 2, \dots, N$ para cada um dos 2^m símbolos de informação u_k , e decide pelo símbolo com maior probabilidade a-posteriori, ou seja $\hat{u}_k = i$ se $A_{k,i} \geq A_{k,j}$ para $j = 0, 1, \dots, 2^m - 1$ e $j \neq i$. As estimativas usadas na decodificação MAP garantem a minimização da taxa de erro de símbolo.

A definição da razão do logaritmo de máxima verossimilhança introduzida na seção 2.7.2, perde sentido para o caso não-binário, pelo fato de se ter mais de duas probabilidades a-posteriori a serem avaliadas, por tanto como foi dito anteriormente o símbolo estimado é aquele com a maior APP.

Do mesmo modo que na seção 2.20, uma forma de se calcular as APP é aproveitar a estrutura da treliça do codificador para reduzir a complexidade de detecção. Portanto, a APP é dada por:

$$A_{k,i} = P(u_k = i | \mathbf{y}) = \sum_{s'} \sum_s P(u_k = i, S_{k-1} = s', S_k = s | \mathbf{y}), \quad (2.100)$$

o somatório deve considerar todas as transições válidas do estado s' para o estado s .

Usando Bayes nos termos de (2.100) e as probabilidades $\alpha_{k-1}(s')$, $\gamma_{k,i}(s', s)$ e $\beta_k(s)$ associadas ao passado, presente e futuro da sequência \mathbf{y} a probabilidade a-posteriori pode ser reescrita como:

$$A_{k,i} = C_k^1 \sum_{s'} \sum_{\substack{s \\ u_k=i}} \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) \gamma_{k,i}(s', s), \quad (2.101)$$

onde $C_k^1 = 1/P(\mathbf{y})$, é um fator comum que pode ser omitido, pois não há interesse nos valores exatos de $A_{k,i}$. De fato, $A_{k,i}$ é um vetor de probabilidades e no intervalo de tempo k , $\sum_{i=0}^{2^m-1} A_{k,i} = 1$.

Usando Bayes no termo $\gamma_{k,i}(s', s)$ de (2.101), temos que:

$$\begin{aligned}\gamma_{k,i}(s', s) &= P(y_k, s | s') \\ &= P(y_k | s', s) P(s | s').\end{aligned}\quad (2.102)$$

O termo $P(y_k | s', s)$ de (2.102) pode ser reescrito como:

$$P(y_k | s', s) = p(y_k | x_k), \quad (2.103)$$

e que representa a probabilidade de receber y_k , dada uma transição válida do estado $S_{k-1} = s'$ para o estado $S_k = s$, ocasionada por $u_k = i$ e cujo símbolo transmitido é x_k , ou seja representa a probabilidade de transição de canal.

Em um canal de faixa estreita com desvanecimento, (2.103) é dada por:

$$P(y_k | s', s) = C_k^2 \exp\left(-\frac{E_s}{N_0} R (y_k - \rho_k x_k)^2\right), \quad (2.104)$$

onde ρ_k representa o desvanecimento, N_0 a densidade espectral bilateral de potência do ruído, R a taxa do código e $C_k^2 = 1/2\pi\sigma^2$ é uma constante que pode ser omitida. Neste caso não podemos escrever a probabilidade de transição de canal em termos da confiabilidade de canal, como na seção 2.7.2, pois a probabilidade de transição de canal depende da energia de cada símbolo transmitido.

O segundo termo de (2.102), $P(s | s')$, representa as probabilidades a-priori dos símbolos de informação, dada por:

$$P(s | s') = P(u_k = i). \quad (2.105)$$

Tipicamente os símbolos são independentes e equiprováveis, ou seja $P(u_k = i) = 1/2^m$, porém se existir outra informação a-priori, esta deve ser usada como no caso da decodificação turbo binária.

Substituindo (2.105) e (2.104) em (2.102) temos que:

$$\gamma_{k,i}(s', s) = C_k^2 P(y_{k,i} | s', s) P(u_k = i). \quad (2.106)$$

Finalmente, usando (2.106) em (2.101) a probabilidade a-posteriori é dada por:

$$A_{k,i} = C_k P(u_k = i) \sum_{s'} \sum_{\substack{s \\ u_k=i}} \alpha_{k-1}(s') \beta_k(s) P(y_{k,i} | s', s), \quad (2.107)$$

onde $C_k = C_k^1 C_k^2$, são constantes que desaparecem com a normalização de $A_{k,i}$ para todos os valores de i .

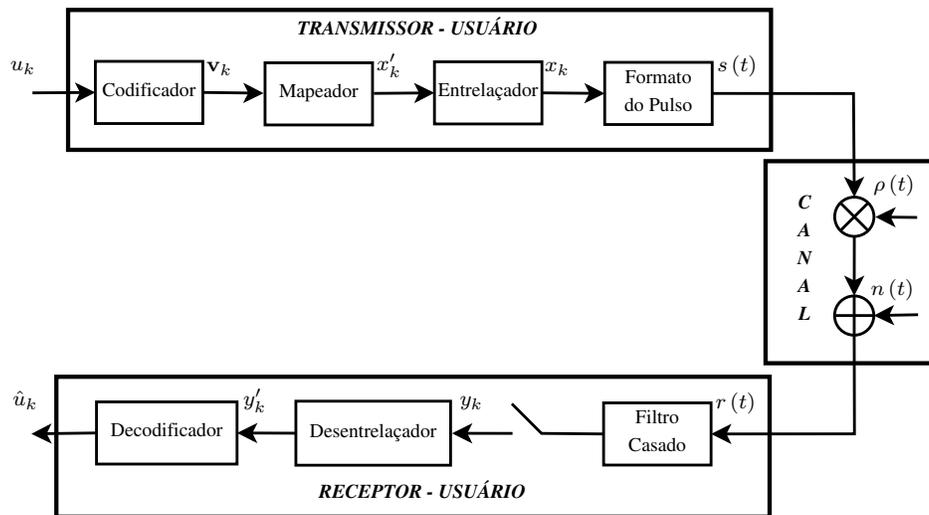


Figura 2.28: Modelo de um sistema de transmissão digital.

Os termos $\alpha_{k-1}(s')$ e $\beta_k(s)$ podem ser calculados recursivamente, como mostrado anteriormente na seção 2.7.2, usando a probabilidade de transição de canal definida por:

$$\gamma_k(s', s) = \sum_{i=0}^{2^m-1} \gamma_{k,i}(s', s). \quad (2.108)$$

2.11 Desempenho de Sistemas de Transmissão Digital

Nesta seção apresentaremos o desempenho de sistemas de transmissão digitais sem fio em canais AWGN e em canais com desvanecimento plano do tipo Rayleigh. O desempenho dos sistemas será avaliado em termos da taxa de erro de bit mediante expressões teóricas e simulações.

Analisaremos o desempenho dos sistemas de transmissão digital usando esquemas de modulação M-PAM e M-QAM, e também codificadores convolucionais e turbo.

2.11.1 Descrição do Sistema

A Fig. 2.28 ilustra o equivalente passa-baixa do sistema de transmissão digital estudado. O transmissor possui uma fonte que gera u_k bits de informação aleatórios que assumem amplitude 0 e 1 com mesma probabilidade.

A seguir, os bits de informação u_k entram em um codificador convolucional ou turbo e geram a sequência-codificada v_k , que ingressa no modulador, onde é associada a uma forma de onda. No caso de um sistema não codificado os bits de informação u_k ingressam diretamente no modulador. As constelações geradas são baseadas em uma regra de mapeamento de $\log_2 M$ bits em um símbolo,

onde M é a ordem da modulação. Em canais com desvanecimento, a sequência de símbolos x'_k passa por um entrelaçador ideal de profundidade infinita, gerando a sequência x_k . Assim, após o desentrelaçamento no receptor o desvanecimento será descorrelacionado para a sequência recebida. A sequência de saída do modulador é formatada por um pulso $p(t)$, gerando o sinal transmitido cujo equivalente passa-baixa é dado por:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k p(t - kT_s). \quad (2.109)$$

O sinal $s(t)$ é transmitido por um canal com ruído AWGN e desvanecimento. Assim, o equivalente passa-baixa do sinal recebido é dado por:

$$r(t) = \rho(t) s(t) + n(t), \quad (2.110)$$

onde $\rho(t)$ é um processo aleatório com distribuição Rayleigh de energia média $E[\rho^2(t)] = 1$ que representa o desvanecimento lento, e $n(t)$ é o equivalente passa-baixa do ruído aditivo gaussiano branco com variância $\sigma^2 = N_0 R_s / 2$, onde N_0 é a densidade espectral de potência unilateral do ruído e R_s é a taxa de símbolo.

Usando detecção coerente, o sinal recebido passa por um filtro casado de resposta ao impulso $p^*(-t)$. Supondo que o desvanecimento é suficientemente lento para não produzir interferência intersimbólica no intervalo de símbolo $(k-1)T_s \leq t \leq kT_s$, a saída do filtro casado amostrada em $t = kT_s$ é dada por:

$$y_k = \rho_k x_k + n_k. \quad (2.111)$$

A seguir, as amostras do sinal recebido são desentrelaçadas e entram no detector ou decodificador respectivo. Para canais com desvanecimento, deve se usar um estimador de canal perfeito, que estime a amplitude do desvanecimento.

2.11.2 Desempenho da Modulação M-PAM

Um estudo do desempenho de sistemas de transmissão digital com modulação M-PAM foi feito em [2]. A taxa de erro de símbolo em função da relação E_b/N_0 , para canais AWGN, é dada por:

$$P_s = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{6 \frac{E_b}{N_0} \frac{\log_2 M}{(M^2-1)}} \right). \quad (2.112)$$

Por outro lado, a taxa de erro de símbolo em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$, para canais com

desvanecimento Rayleigh, é dada por:

$$P_s = \frac{M-1}{M} \left(1 - \sqrt{\frac{3 \frac{E_b}{N_0} \log_2 M}{(M^2-1) + 3 \frac{E_b}{N_0} \log_2 M}} \right). \quad (2.113)$$

Usando o mapeamento de Gray da seção 2.1.4, o desempenho em termos da taxa de erro de bit de (2.112) e (2.113) é dado por:

$$P_b = \frac{P_s}{\log_2 M}, \quad (2.114)$$

onde $\log_2 M$ é o número de bits por símbolo.

As Fig. 2.29 e 2.30 apresentam a taxa de erro de bit de sistemas de transmissão digital que usam a modulação M-PAM com mapeamento de Gray, em canais AWGN e em canais com desvanecimento, respectivamente. Nas figuras observamos que para uma taxa de erro de bit de 10^{-5} os sistemas em um canal com desvanecimento tem uma degradação de mais de 30 dB, quando comparados com os sistemas em um canal AWGN, ou seja um sistema em canal com desvanecimento precisa de altas relações E_b/N_0 para ser confiável.

O desempenho da modulação 2-PAM é dada por:

$$P_b = Q \left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (2.115)$$

A análise feita para a modulação 2-PAM é válida também para a modulação BPSK, assim doravante vamos referir apenas como modulação BPSK.

2.11.3 Desempenho da Modulação M-QAM

O desempenho da modulação M-QAM com constelações retangulares, ou seja $M = 2^k$ onde k é par, é equivalente ao desempenho de duas modulações PAM em quadratura, cada uma com $\sqrt{M} = 2^{k/2}$ formas de onda. Isto é possível, pois as componentes em fase e em quadratura do sinal recebido têm estatísticas independentes, podendo facilmente ser separadas no processo de demodulação. Assim, a taxa de erro de símbolo da modulação M-QAM é dada por:

$$P_s = 1 - (1 - P_{\sqrt{M}})^2, \quad (2.116)$$

onde $P_{\sqrt{M}}$ é a taxa de erro de símbolo da modulação \sqrt{M} -PAM.

Usando \sqrt{M} em (2.112), a taxa de erro de símbolo da modulação \sqrt{M} -PAM em um canal AWGN pode ser escrita como:

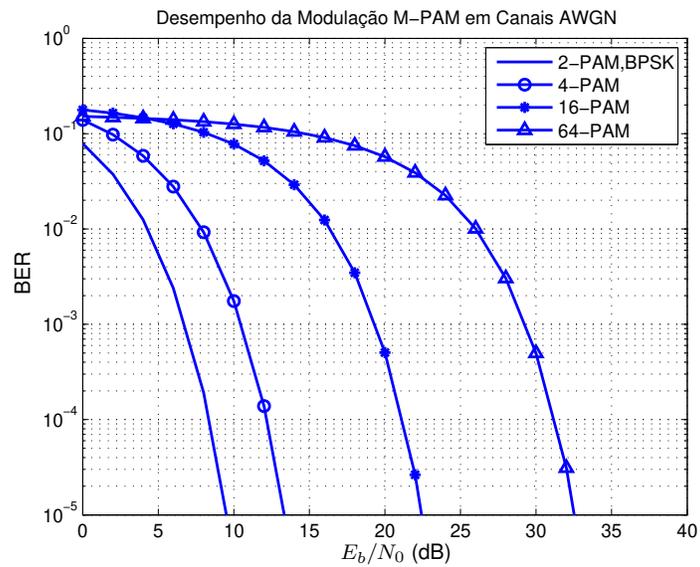


Figura 2.29: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação M-PAM em canais AWGN.

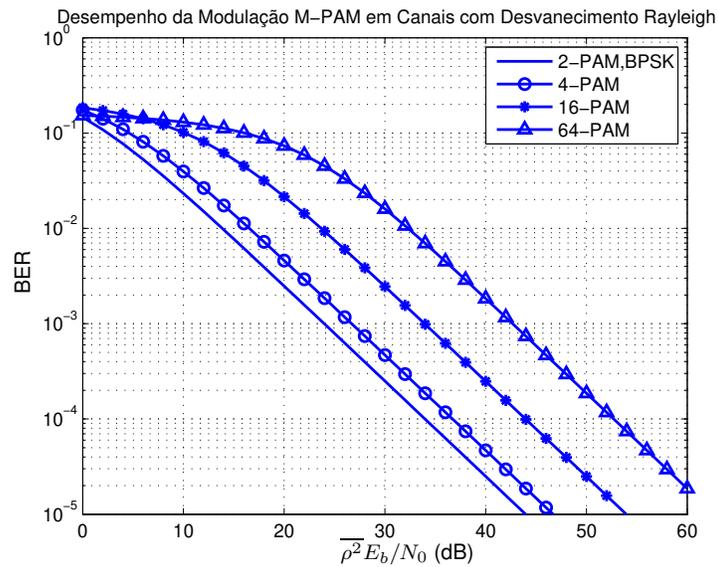


Figura 2.30: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação M-PAM em canais com desvanecimento Rayleigh.

$$P_s = \frac{2(\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M}} Q \left(\sqrt{6 \frac{E_b \log_2 \sqrt{M}}{N_0 (M - 1)}} \right). \quad (2.117)$$

Do mesmo modo, usando \sqrt{M} em (2.113), a taxa de erro de símbolo da modulação \sqrt{M} -PAM em um canal com desvanecimento Rayleigh pode ser escrita como:

$$P_s = \frac{\sqrt{M} - 1}{\sqrt{M}} \left(1 - \sqrt{\frac{3 \frac{E_b}{N_0} \log_2 \sqrt{M}}{(M - 1) + 3 \frac{E_b}{N_0} \log_2 \sqrt{M}}} \right). \quad (2.118)$$

A taxa de erro de bit da modulação M-QAM com mapeamento de Gray em um canal AWGN é obtida usando (2.117) em (2.116) e é dada por [2, 3]:

$$P_b \approx \frac{4(\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M} \log_2 M} Q \left(\sqrt{6 \frac{E_b \log_2 \sqrt{M}}{N_0 (M - 1)}} \right), \quad (2.119)$$

enquanto que em um canal com desvanecimento é obtida usando (2.118) em (2.116) e é dada por [5]:

$$P_b \approx \frac{2(\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M} \log_2 M} \left(1 - \sqrt{\frac{3 \frac{E_b}{N_0} \log_2 \sqrt{M}}{(M - 1) + 3 \frac{E_b}{N_0} \log_2 \sqrt{M}}} \right). \quad (2.120)$$

A Fig. 2.31 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 , para a modulação M-QAM em canais AWGN, usando mapeamento de Gray e partição de conjuntos.

Para baixa relação E_b/N_0 observamos uma degradação do mapeamento por partição de conjuntos com respeito ao mapeamento do tipo Gray, no entanto para altas relações E_b/N_0 os mesmos são equivalentes. O mapeamento de Gray minimiza a taxa de erro de bits, porque cada símbolo errado, equivale a um bit errado, para os vizinhos mais próximos. Enquanto que, para o mapeamento por partição de conjuntos, a cada símbolo errado, temos em média mais de um bit errado, para os vizinhos mais próximos. Em baixas relações E_b/N_0 , o mapeamento por partição de conjuntos não é muito efetivo, porém como foi mostrado na seção 2.9 é uma importante ferramenta para se projetar sistemas com alta eficiência espectral através da modulação-codificada por treliça (TCM).

A Fig. 2.32 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação $\bar{\rho}^2 E_b/N_0$ para a modulação M-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh usando mapeamento de Gray e partição de conjuntos.

Observamos que o mapeamento por partição de conjuntos apresenta uma degradação de aproximadamente 2,5 dB em relação ao mapeamento de Gray. Ao contrário dos sistemas avaliados em canais AWGN, neste caso a degradação é constante para qualquer relação E_b/N_0 .

Como mostrado em (2.120), a taxa de erro de bit varia inversamente proporcional à relação E_b/N_0 ,

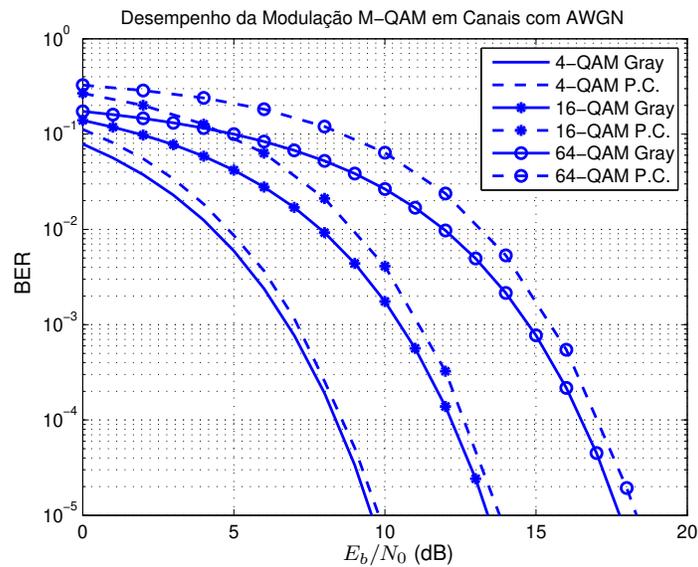


Figura 2.31: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação M-QAM, em canais AWGN usando mapeamento de Gray e partição de conjuntos.

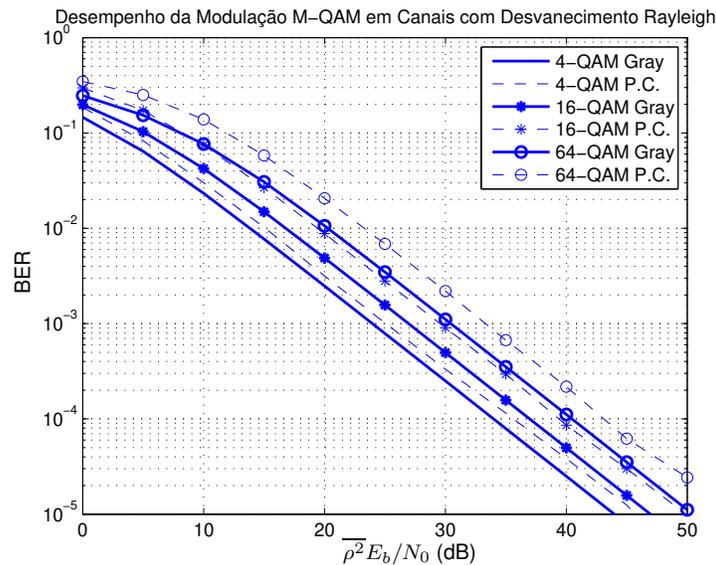


Figura 2.32: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação M-QAM, em canais com desvanecimento Rayleigh, usando mapeamento de Gray e partição de conjuntos.

Tabela 2.7: Parâmetros de um codificador convolucional para sistemas com modulação BPSK.

Matriz geradora	$G=[5, 7]$
Taxa do código	$R_c=1/2$
Distância livre de Hamming	$d_{free,H} = 5$
Número de memórias	$\nu = 2$
Função distribuição de pesos	$B_d(x) = x^5 + 4x^6 + 12x^7 + 32x^8$

portanto o desempenho de sistemas em canais com desvanecimento diminui drasticamente.

As Fig. 2.29 – 2.32 mostram uma vantagem da relação E_b/N_0 para a modulação M-QAM quando comparada com a modulação M-PAM. Assim, a modulação M-QAM apresenta um melhor desempenho, portanto doravante esta modulação será a mais explorada.

2.11.4 Desempenho de Códigos Convolucionais

Nesta seção estudaremos o desempenho dos códigos convolucionais com a modulação BPSK, ou seja apresentaremos a taxa de erro de bit de sistemas de transmissão digital com expansão de banda.

A Tab. 2.7 mostra os parâmetros de um código convolucional projetado de acordo com o critério de maximização da distância livre de Hamming $d_{free,H}$, como mostrado na seção 2.6.

Devido à taxa $1/2$ do código e à modulação BPSK, temos que duas formas de onda são transmitidas por cada bit de informação, o que gera expansão de banda. Assim, a eficiência espectral do sistema é de $\varepsilon = 1/2$ b/s/Hz.

A Fig. 2.33 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK usando o código convolucional da Tab. 2.7 em canais AWGN. Nesta figura comparamos o desempenho deste sistema codificado com o de um sistema BPSK não codificado. Para uma BER de 10^{-5} , podemos verificar que existe um ganho de codificação da ordem de 4 dB. Este desempenho é atingido devido ao ganho de codificação, mas às custas de uma expansão de banda.

A Fig. 2.34 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK usando o código convolucional da Tab. 2.7, desta vez em canais com desvanecimento Rayleigh. Nesta figura comparamos também com o desempenho de um sistema não codificado. Para uma BER de 10^{-5} existe um ganho de codificação de 33 dB do sistema codificado em relação ao sistema não codificado. Também, observamos uma ordem de diversidade igual a 5, equivalente à $d_{free,H}$ do código. Este desempenho é atingido devido ao ganho de codificação e à diversidade do código, mas também às custas de uma expansão de banda.

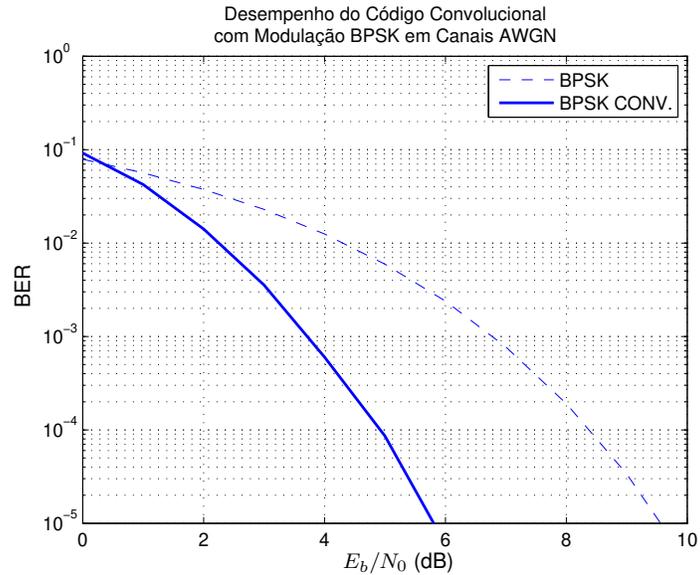


Figura 2.33: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK, em canais AWGN usando o código convolutacional da Tab. 2.7.

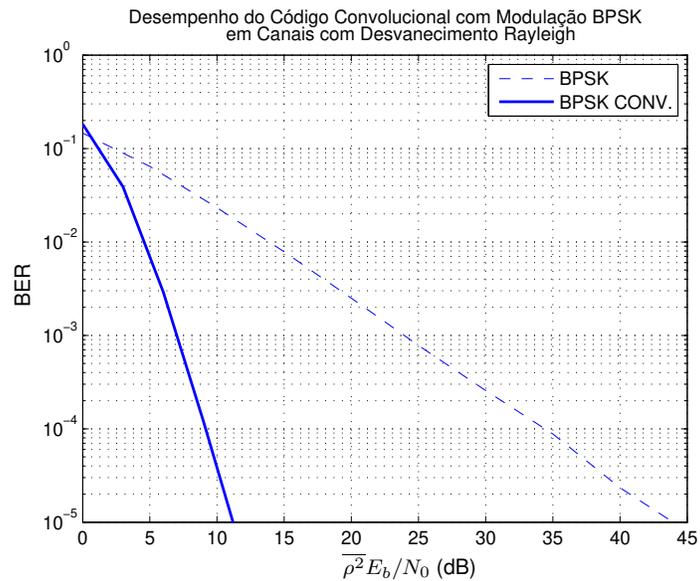


Figura 2.34: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK, em canais com desvanecimento Rayleigh usando o código convolutacional da Tab. 2.7.

Análise Teórica do Desempenho de Códigos Convolucionais

O desempenho teórico dos códigos convolucionais pode ser avaliado através do limitante superior da probabilidade de erro de evento [6], dado por:

$$P_e < \sum_{d=d_{free,H}}^{\infty} A_d P_d, \quad (2.121)$$

onde A_d é o número de palavras código de peso d , ou seja são os coeficientes da função distribuição de pesos $A(x)$ do codificador e P_d é a probabilidade de se escolher um caminho errado.

Modificando o limitante da probabilidade de erro de evento, é possível de se obter um limitante superior da taxa de erro de bit, que é dado por:

$$P_b < \sum_{d=d_{free,H}}^{\infty} B_d P_d, \quad (2.122)$$

onde B_d é o número total de bits de informação distintos de zero em todos os caminhos de peso d , dividido pelo número de bits de informação por unidade de tempo, ou seja são os coeficientes da função distribuição de pesos dos bits de informação $B(X)$ do codificador. Os polinômios $A(X)$ e $B(X)$ são obtidos a partir das propriedades estruturais do código convolucional.

A probabilidade de se escolher um caminho errado para um sistema com modulação BPSK em canais AWGN é dada por:

$$P_d = Q \left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0} dR} \right), \quad (2.123)$$

onde d é o número de posições erradas entre a sequência enviada e a sequência recebida e R é a taxa do codificador. Substituindo (2.123) em (2.122), o limitante superior da taxa de erro de bit pode ser escrito como:

$$P_b < \sum_{d=d_{H-free}}^{\infty} B_d Q \left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0} dR} \right). \quad (2.124)$$

A Fig. 2.35 apresenta uma comparação entre a taxa de erro obtida por simulação e o limitante teórico dado por (2.124). Observamos que o limitante superior é mais apertado para altas relações E_b/N_0 .

Em canais com desvanecimento Rayleigh, a probabilidade instantânea de se escolher um caminho errado é dada por:

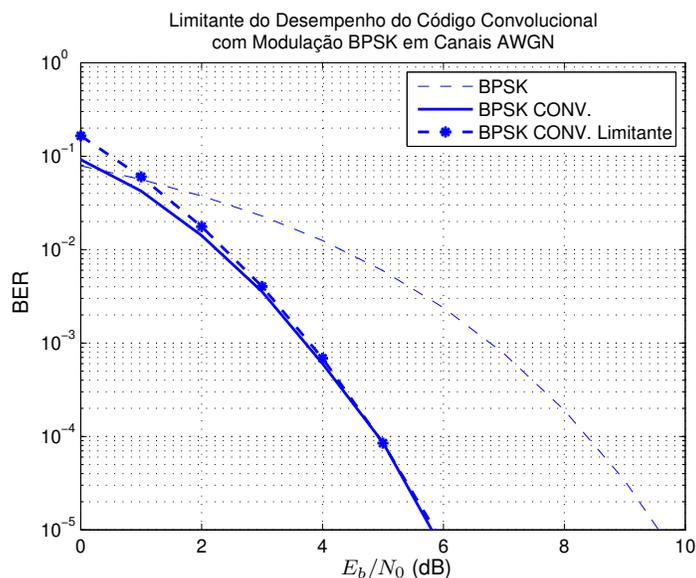


Figura 2.35: Limitante superior da taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK, em canais AWGN usando o código convolutacional da Tab. 2.7.

$$P_d = Q \left(\rho \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0} dR} \right), \quad (2.125)$$

onde ρ é o desvanecimento. O limitante superior da probabilidade de erro média por bit é dado por :

$$P_b < \sum_{d=d_{free,H}}^{\infty} \int_0^{\infty} B_d Q \left(\rho \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0} dR} \right) p(\rho) d\rho, \quad (2.126)$$

onde $p(\rho)$ é a função densidade de probabilidade de Rayleigh. A expressão (2.126) não tem forma fechada e deve ser avaliada numericamente.

2.11.5 Desempenho da Modulação Codificada por Treliça

Nesta seção avaliaremos a taxa de erro de bit de sistemas de transmissão digital sem expansão de banda, que usam códigos convolucionais com modulações M-QAM. A seção 2.9 introduziu o conceito de TCM, que abrange os critérios para se projetar sistemas codificados sem expansão de banda, em canais AWGN e também em canais com desvanecimento. Analisando o desempenho dos codificadores propostos por Ungerboeck que se baseiam na maximização da distância mínima euclidiana e de codificadores que maximizam a distância livre, verificaremos que os critérios para se projetar esquemas TCM ótimos em canais AWGN e em canais com desvanecimento são diferentes.

Tabela 2.8: Parâmetros de esquemas TCM para sistemas com modulação 4-QAM.

(a) Esquema TCM para a modulação 4-QAM

Matriz de paridade	$H=[5, 2]$
Taxa do codificador	$R_c=1/2$
Número de memórias	$\nu = 2$
Mapeamento	Partição de conjuntos
Distância livre (símbolos)	$d_{free,S} = 3$
Distância livre de Hamming (bits)	$d_{free,H} = 3$
Distância livre euclidiana	$d_{free,E}^2/\Delta_0^2 = 2$
Taxa do esquema TCM	$R=1/2$

(b) Esquema TCM para a modulação 4-QAM

Matriz geradora	$G=[5, 7]$
Taxa do codificador	$R_c=1/2$
Número de memórias	$\nu = 2$
Mapeamento	Gray
Distância livre (símbolos)	$d_{free,S} = 3$
Distância livre de Hamming (bits)	$d_{free,H} = 5$
Distância livre euclidiana	$d_{free,E}^2/\Delta_0^2 = 2$
Taxa do esquema TCM	$R=1/2$

Modulação 4-QAM

Usando a modulação 4-QAM, vamos avaliar dois esquemas TCM de taxa $1/2$. A Tab. 2.8(a) mostra um esquema proposto por Ungerboeck que maximiza a distância livre euclidiana e a Tab. 2.8(b) apresenta um esquema que maximiza a distância livre de Hamming.

Neste caso, não há expansão de banda pois os esquemas TCM das Tab. 2.8(a) e 2.8(b) são de taxa $R = 1/2$ e os bits de saída do codificador são mapeados em um símbolo 4-QAM. Portanto a eficiência espectral deste sistema é de $\varepsilon = 1$ b/s/Hz.

A Fig. 2.36 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para os esquema TCM da Tab. 2.8(a) e 2.8(b) em canais AWGN. Nesta figura comparamos o desempenho destes códigos e observamos que para uma BER de 10^{-5} os códigos apresentam desempenhos equivalentes. Comparando o desempenho destes esquemas TCM com a modulação BPSK sem codificação e que também apresenta uma eficiência espectral de 1 b/s/Hz existe um ganho de codificação de 3,8 dB, aproximadamente. O desempenho obtido é consequência do ganho de codificação, sem a expansão de banda como no caso anterior.

A Fig. 2.37 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2}E_b/N_0$ para os esquemas TCM das Tab. 2.8(a) e 2.8(b) em canais com desvanecimento. Nesta figura observamos que para uma BER de 10^{-5} , o codificador da Tab. 2.8(a) proposto por Ungerboeck apresenta uma degradação

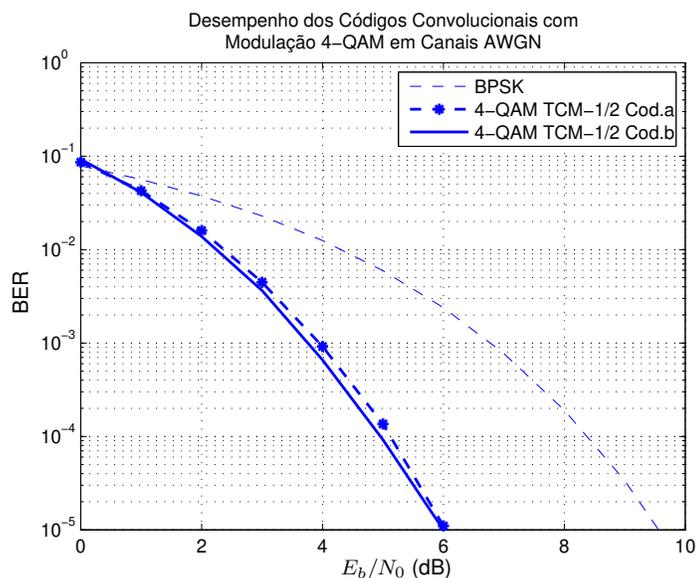


Figura 2.36: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 4-QAM, em canais AWGN usando os esquemas TCM das Tab. 2.8(a) e 2.8(b).

de 1 dB em relação ao codificador da Tab. 2.8(b), porque apresenta uma menor distância livre de Hamming. Comparando o desempenho destes esquemas TCM com a modulação BPSK sem codificar, observamos que para uma BER de 10^{-5} existe um ganho de codificação de aproximadamente 29 dB e 30 dB, respectivamente. Estes esquemas TCM apresentam uma ordem de diversidade de 3, equivalente à distância livre de símbolo dos codificadores.

Modulação 16-QAM

Para a modulação 16-QAM, vamos agora avaliar o desempenho de três esquemas de modulação-codificada. As Tab. 2.9(a) e 2.9(b) mostram os esquemas TCM propostos por Ungerboeck com 1 e 2 bits codificados, respectivamente e a Tab. 2.9(c) apresenta um esquema TCM [16] com todos os bits codificados.

Neste caso também não há expansão de banda, pois os esquemas são de taxa $R = 3/4$ e as saídas do codificador são mapeadas em um símbolo 16-QAM, assim transmitir um símbolo codificado 16-QAM, é equivalente temporalmente à transmissão de um símbolo 8-PSK não codificado. Portanto a eficiência espectral deste sistema é de $\varepsilon = 3$ bits/s/Hz.

As Fig. 2.38 e 2.39 apresentam a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 e $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ desses esquemas TCM em canais AWGN e em canais com desvanecimento, respectivamente.

A Fig. 2.38 mostra que em canais AWGN, o esquema da Tab. 2.9(c), mesmo com todos os bits codificados, apresenta o pior desempenho com degradação de 0,5 dB e 1 dB em relação aos

Tabela 2.9: Parâmetros de esquemas TCM para sistemas com modulação 16-QAM.

(a) Esquema TCM para a modulação 16-QAM

Matriz de paridade	$H=[5, 2]$
Taxa do codificador	$R_c=1/2$
Número de memórias	$\nu = 2$
Bits codificados	1
Mapeamento	Partição de conjuntos
Distância livre (símbolos)	$d_{free,S} = 1$
Distância livre euclidiana	$d_{free,E}^2/\Delta_0^2 = 4$
Taxa do esquema TCM	$R=3/4$

(b) Esquema TCM para a modulação 16-QAM

Matriz de paridade	$H=[11, 2, 4]$
Taxa do codificador	$R_c=2/3$
Número de memórias	$\nu = 3$
Bits codificados	2
Mapeamento	Partição de conjuntos
Distância livre (símbolos)	$d_{free,S} = 1$
Distância livre Euclidiana	$d_{free,E}^2/\Delta_0^2 = 5$
Taxa do esquema TCM	$R=3/4$

(c) Esquema TCM para a modulação 16-QAM

Matriz de paridade	$H=[11, 2, 4, 10]$
Taxa do codificador	$R_c=3/4$
Número de memórias	$\nu = 3$
Bits codificados	3
Mapeamento	Partição de conjuntos
Distância livre (símbolos)	$d_{free,S} = 2$
Distância livre Euclidiana	$d_{free,E}^2/\Delta_0^2 = 2$
Taxa do esquema TCM	$R=3/4$

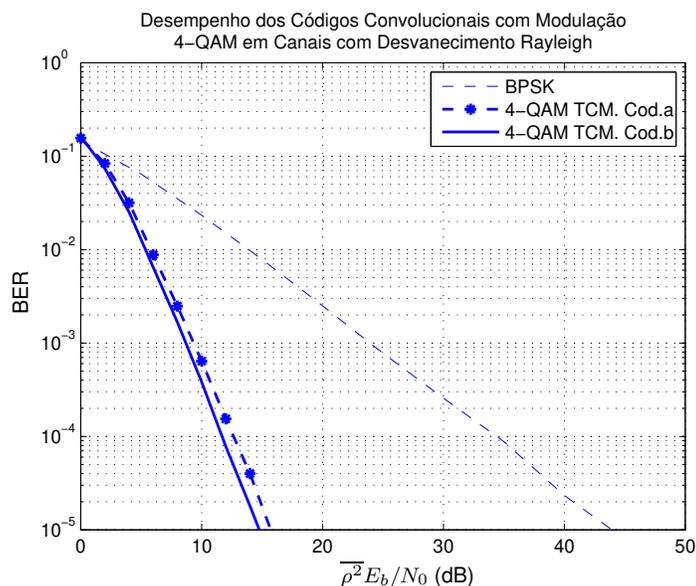


Figura 2.37: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2 E_b/N_0}$ para sistemas 4-QAM, em canais com desvanecimento Rayleigh usando os codificadores TCM das Tab. 2.8(a) e 2.8(b).

codificadores das Tab. 2.9(b) e 2.9(a), respectivamente. Comparando o desempenho do codificador da Tab. 2.9(a), que apresenta o melhor desempenho, com a modulação 8-PSK sem codificar e que também apresenta eficiência espectral de 3 b/s/Hz, para uma BER de 10^{-5} notamos que existe um ganho de codificação de aproximadamente 3,5 dB.

A Fig. 2.39 compara o desempenho destes esquemas agora em canais com desvanecimento, mostrando que para uma BER de 10^{-5} o esquema da Tab. 2.9(c) é o que apresenta o melhor desempenho com uma vantagem de 20 dB e 10 dB em relação aos esquemas propostos por Ungerboeck das Tab. 2.9(a) e 2.9(b), respectivamente. Comparando desta vez o desempenho do esquema TCM da Tab. 2.9(c) com a modulação 8-PSK, existe um ganho de codificação de aproximadamente 25 dB. Também se observa pela inclinação das curvas uma ordem de diversidade de 1, 1 e 2 equivalente à distância livre de símbolo dos esquemas das Tab. 2.9(a), 2.9(b) e 2.9(c), respectivamente.

Nas Fig. 2.38 e 2.39 verificamos portanto que os critérios para se projetar esquemas TCM para canais AWGN e para canais com desvanecimento são distintos. Assim, para canais AWGN os esquemas propostos por Ungerboeck apresentados nas Tab. 2.9(a), 2.9(b) apresentam melhor desempenho, mesmo sem ter todos os bits codificados. No entanto, para canais com desvanecimento é imprescindível codificar todos os bits para se obter diversidade.

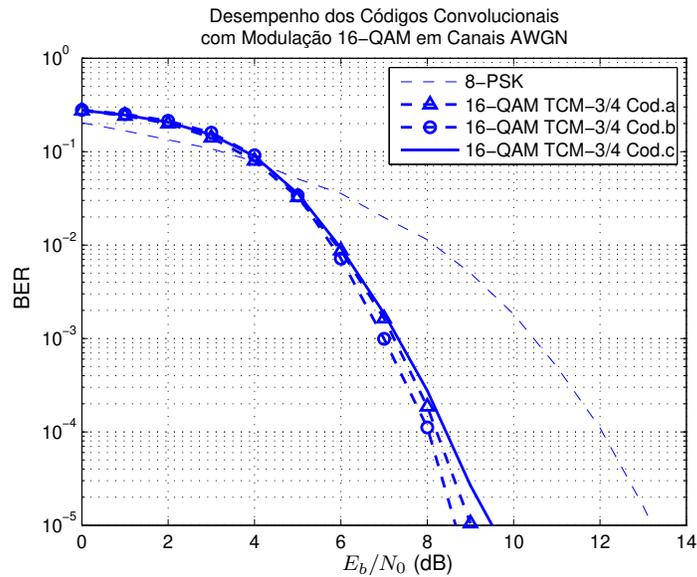


Figura 2.38: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 16-QAM em canais AWGN, usando os esquemas TCM das Tab. 2.9(a), 2.9(b) e 2.9(c).

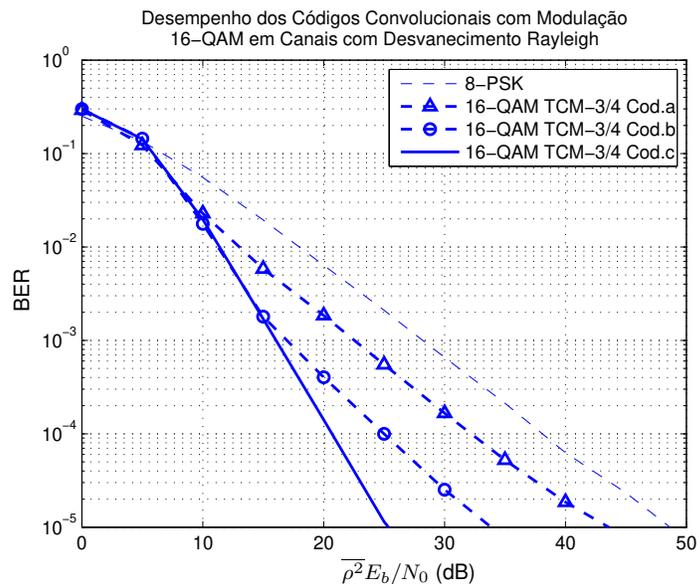


Figura 2.39: Taxa de erro de bit em função da relação $\rho^2 E_b/N_0$ para a modulação 16-QAM em canais com desvanecimento de Rayleigh, usando os esquemas TCM das Tab. 2.9(a), 2.9(b) e 2.9(c).

Análise Teórica do Desempenho da TCM

O desempenho teórico da modulação-codificada em canais AWGN foi derivada em [41], onde é mostrado que o limitante superior da probabilidade de erro de bit é dada por:

$$P_b \leq \frac{1}{m} Q \left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0} d_{free,E}^2} \right) \exp \left(\frac{E_s}{4N_0} d_{free,E}^2 \right) B_{av}^t \left(-\frac{E_s}{4N_0} \right), \quad (2.127)$$

onde m é o número de bits de entrada do codificador por unidade de tempo, $d_{free,E}^2$ é a distância livre euclidiana quadrática, $B_{av}^t(X)$ é a função enumeradora de pesos média dos bit de informação da treliça e $E_s = E_b \log_2 M$. No caso de existir transições paralelas na treliça, a probabilidade de erro de bit é dada por:

$$P_b \leq \frac{1}{m} Q \left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0} d_{min}^2} \right) \exp \left(\frac{E_s}{4N_0} d_{min}^2 \right) B_{av}^p \left(-\frac{E_s}{4N_0} \right) + \frac{1}{m} Q \left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0} d_{E-free}^2} \right) \exp \left(\frac{E_s}{4N_0} d_{E-free}^2 \right) B_{av}^t \left(-\frac{E_s}{4N_0} \right), \quad (2.128)$$

onde $B_{av}^p(X)$ é a função enumeradora de pesos média dos bit de informação das transições paralelas. Os limitantes da probabilidade de erro dependem das propriedades estruturais do código, ou seja da função enumeradora de pesos e do mapeamento. Para altos valores de E_b/N_0 a taxa de erro de bit é dominada pela razão $d_{free,E}^2/d_{min}^2$, onde d_{min}^2 é a distância mínima entre os símbolos da constelação.

Para canais com desvanecimento Rayleigh em [38], foi derivada uma aproximação assintótica da probabilidade de erro de bit dada por [35]:

$$P_b \cong \frac{C}{m} \left(\frac{1}{\frac{E_b}{N_0} \log_2 M} \right)^L, \quad (2.129)$$

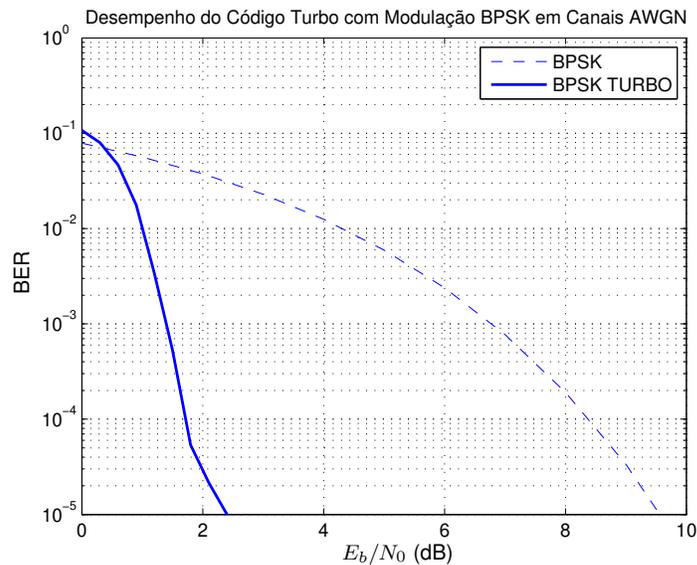
onde C é uma constante que depende das propriedades estruturais do codificador e da função de mapeamento, m é o número de bits de entrada e $L = d_{free,S}$ é a ordem de diversidade. Para altos valores de E_b/N_0 a probabilidade de erro de bit dada em (2.129) é dominada pela distância livre de símbolos, que é responsável pela diversidade do código.

2.11.6 Desempenho de Códigos Turbo

Nesta seção apresentaremos o desempenho dos codificadores turbo com a modulação BPSK. Estes sistemas de transmissão digital também apresentam expansão de banda.

Tabela 2.10: Parâmetros de um codificador turbo para sistemas com modulação BPSK.

Codificadores constituintes	2 codificadores CRS idênticos
Codificador convolucional	$G=[5, 7]$ $R_c = 1/2$
Entrelaçador	Aleatório $N=1024$ bits
Puncionamento	Metade dos bits de paridade
Iterações do decodificador	8
Taxa do código turbo	$R = 1/2$

Figura 2.40: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN, usando o codificador turbo da Tab. 2.10.

A avaliação de desempenho dos códigos turbo é feita apenas mediante simulação. Uma análise teórica é pouco atrativa, pois a avaliação do limitante de união é válida somente a partir de uma certa relação E_b/N_0 , dada pela taxa de corte do canal [6]. Assim, devido à restrição na relação E_b/N_0 , o desempenho teórico não abrange o desempenho justamente na região de “*waterfall*.”

Estudaremos os codificadores turbo usando os códigos convolucionais da seção 2.11.4 como codificadores constituintes. Assim, o codificador turbo da Tab. 2.10 é constituído por dois codificadores convolucionais idênticos ao da Tab. 2.7.

Cada bit de saída do codificador turbo da Tab. 2.10 é mapeado por um símbolo BPSK. Portanto a eficiência espectral deste sistema é de $\varepsilon = 1/2$ b/s/Hz.

A Fig. 2.40 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para o codificador turbo da Tab. 2.10 em canais AWGN. Nesta figura observamos a grande vantagem da codificação turbo, quando comparada com a modulação BPSK sem codificação. Para uma BER de 10^{-5} existe um ganho de codificação de aproximadamente 7,5 dB.

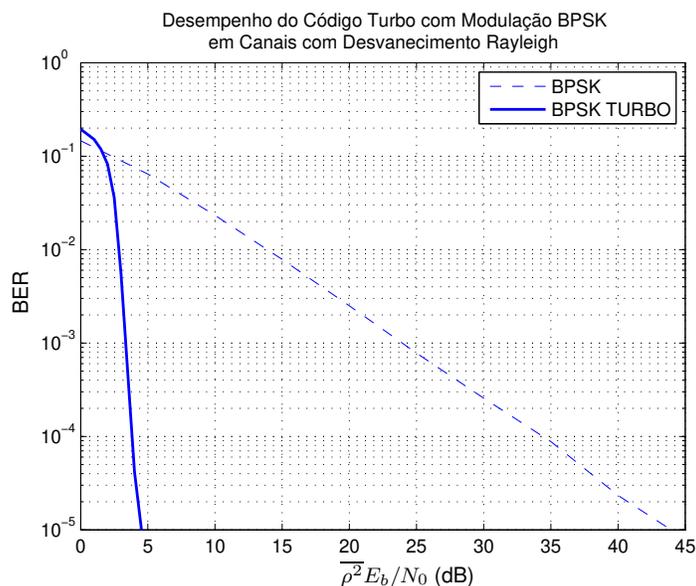


Figura 2.41: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2 E_b/N_0}$ para a modulação BPSK em canais com desvanecimento Rayleigh, usando o codificador turbo da Tab. 2.10.

A Fig. 2.41 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para o codificador da Tab. 2.10 em canais com desvanecimento. Nesta figura observamos que o código turbo mostra um bom desempenho em canais com desvanecimento, pois existe um ganho de codificação de 40 dB e uma ordem de diversidade de 20.

2.11.7 Desempenho da Modulação-Codificada Turbo

Nesta seção avaliaremos o desempenho de codificadores turbo com as modulações M-QAM. Os codificadores são projetados usando o conceito de modulação-codificada por treliça e a concatenação em paralelo de códigos convolucionais como foi mostrado na seção 2.10. Os sistemas de transmissão digital que usam esquemas de modulação-codificada turbo (TTCM) também não apresentam expansão de banda.

Modulação 4-QAM

Para a modulação 4-QAM avaliaremos os esquemas TTCM das Tab. 2.11(a) e 2.11(b), usando como codificadores constituintes os codificadores convolucionais das Tab. 2.8(a) e 2.8(b), respectivamente.

Neste caso não existe expansão de banda, pois os esquemas TTCM das Tab. 2.11(a) e 2.11(b) são de taxa 1/2 e as saídas do codificador são mapeadas em um símbolo 4-QAM. Portanto a eficiência espectral deste sistema é de $\varepsilon = 1$ bits/s/Hz.

Tabela 2.11: Parâmetros de esquemas TTCM para sistemas com modulação 4-QAM.

(a) Esquema TTCM para a modulação 4-QAM

Codificadores constituintes	2 codificadores CRS idênticos
Codificador convolucional	$H=[5, 2]$ $R_c = 1/2$
Mapeamento	Partição de conjuntos
Entrelaçador	Aleatório $N=2048$ símbolos
Puncionamento	Metade dos bits de paridade
Iterações do decodificador	4
Taxa do esquema TTCM	$R=1/2$

(b) Esquema TTCM para a modulação 4-QAM

Codificadores constituintes	2 codificadores CRS idênticos
Codificador convolucional	$G=[5, 7]$ $R_c = 1/2$
Mapeamento	Gray
Entrelaçador	Aleatório $N=2048$ símbolos
Puncionamento	Metade dos bits de paridade
Iterações do decodificador	4
Taxa do esquema TTCM	$R = 1/2$

As Fig. 2.42 e 2.43 apresentam a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 em canais AWGN e em canais com desvanecimento. Em ambas as figuras observamos que para uma BER de 10^{-5} o esquema TTCM da Tab. 2.11(b) apresenta uma vantagem no desempenho quando comparado, com o esquema TTCM da Tab. 2.11(a). Comparando desempenho da modulação BPSK sem codificar com o esquema TTCM da Tab. 2.11(b) notamos que, em canais AWGN existe um ganho de codificação de 7,5 dB e em canais com desvanecimento existe um ganho de codificação de aproximadamente 40 dB e pela inclinação das curvas uma ordem de diversidade de 20.

As figuras mostram que nem sempre um bom codificador convolucional é um bom codificador constituinte para a TTCM. Os codificadores convolucionais das Tab. 2.8(a) e 2.8(b) apresentam mesmo desempenho na TCM, porém quando usados como codificadores constituintes do esquema TTCM, o codificador da Tab. 2.8(b) é a melhor opção.

Modulação 16-QAM

Para a modulação 16-QAM avaliaremos o esquema TTCM da Tab. 2.12, constituído pelo codificador convolucional da Tab.2.9(c).

Neste caso, também não há expansão de banda, pois o esquema da Tab. 2.12 é de taxa $3/4$ e como as saídas do codificador são mapeadas em um símbolo 16-QAM, a eficiência espectral deste sistema é de $\varepsilon = 3$ b/s/Hz.

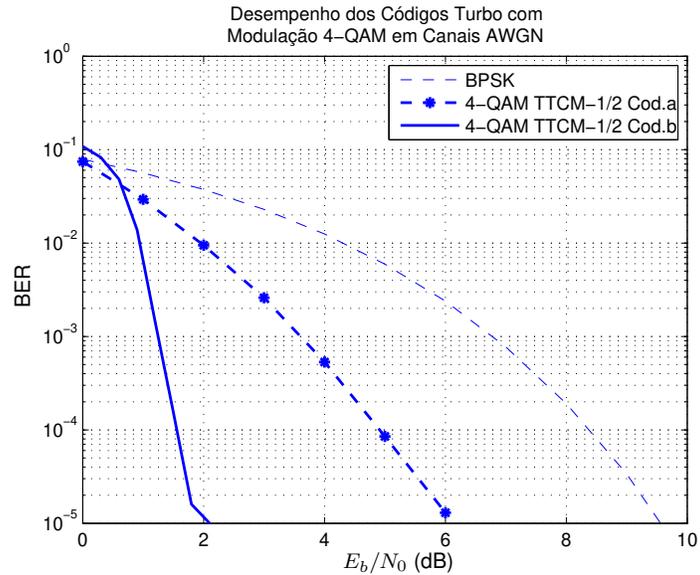


Figura 2.42: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 4-QAM em canais AWGN, usando os esquemas TTCM das Tab. 2.11(a) e 2.11(b).

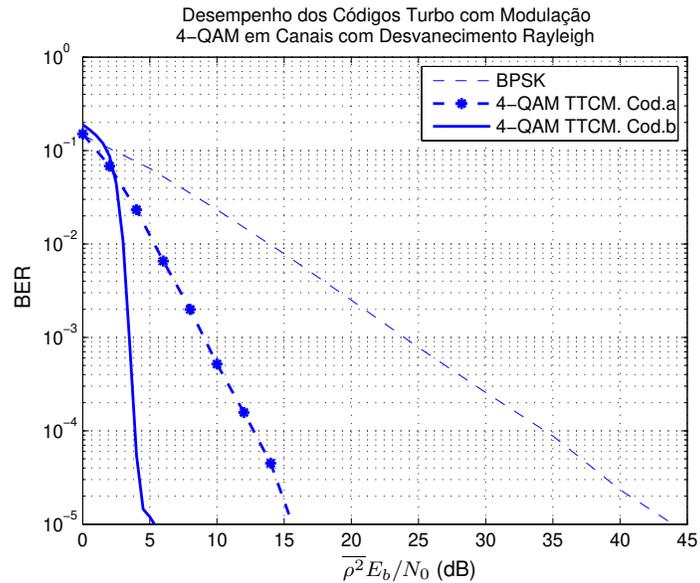
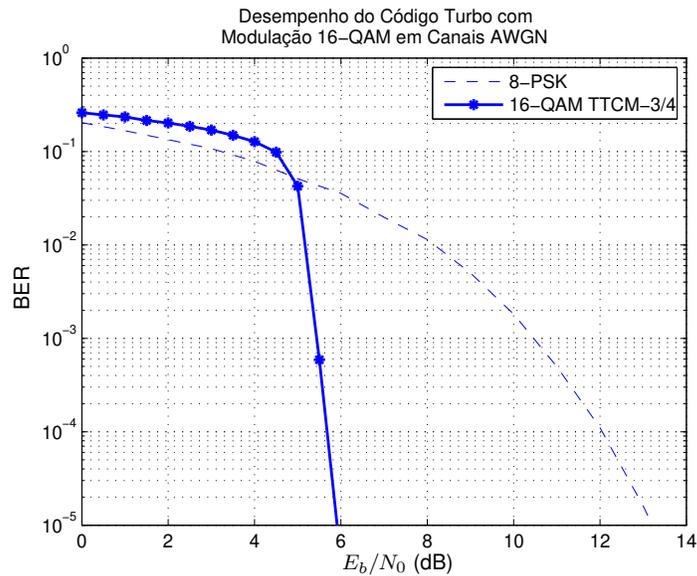


Figura 2.43: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação 4-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh, usando os esquemas TTCM das Tab. 2.11(a) e 2.11(b).

Tabela 2.12: Parâmetros de esquema TTCM para sistemas com modulação 16-QAM.

Codificadores constituintes	2 codificadores CRS idênticos.
Codificador convolucional	$H=[11, 2, 4, 10]$ $R_c = 3/4$
Mapeamento	Partição de conjuntos
Entrelaçador	Aleatório $N=2048$ símbolos
Puncionamento	Metade dos bits de paridade
Iterações do decodificador	4
Taxa do esquema TTCM	$R = 3/4$

Figura 2.44: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 16-QAM em canais AWGN, usando o esquema TTCM da Tab. 2.12.

As Fig. 2.44 e 2.45 apresentam a taxa de erro de bit em função do esquema TTCM da Tab. 2.12 em canais AWGN e em canais com desvanecimento, respectivamente. As figuras mostram que apesar da alta eficiência espectral do sistema, um bom desempenho é atingido para baixos valores da relação E_b/N_0 . Comparando o desempenho do esquema TTCM com a modulação 8-PSK sem codificar, observa-se que em canais AWGN existe um ganho de codificação de 7 dB e em canais com desvanecimento existe um ganho de codificação de aproximadamente 45 dB com uma ordem de diversidade de 8.

Nas figuras mostradas nas seções 2.11.4 – 2.11.7, podemos notar que o desempenho dos códigos turbo é superior ao desempenho dos códigos convolucionais, porém não é justo comparar o desempenho de ambos esquemas de codificação, pois os códigos turbo apresentam maior complexidade na decodificação, permitindo corrigir mais erros e portanto diminuindo a taxa de erro de bits.

A complexidade dos códigos convolucionais e turbo pode ser comparada em termos do número

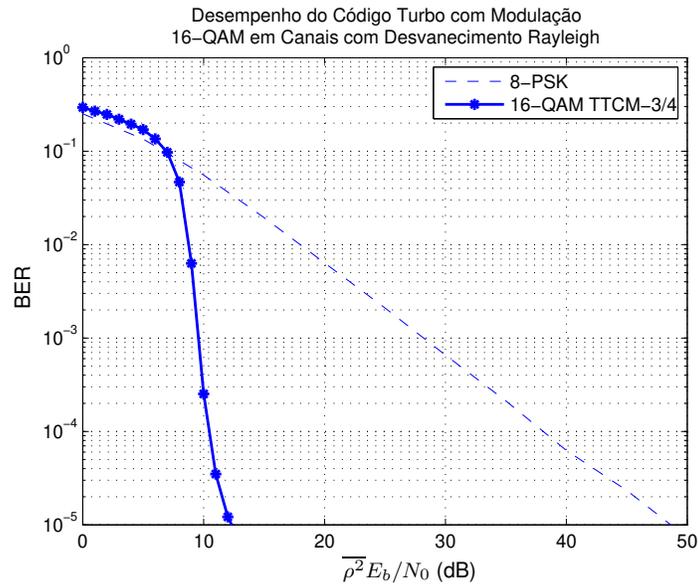


Figura 2.45: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2 E_b/N_0}$ para a modulação 16-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh, usando o esquema TCM da Tab. 2.12.

de bits codificados, do número de estágios de decodificação e do número de iterações. Para um bloco de N bits de informação codificados por um código convolucional de ν memórias, a complexidade é proporcional ao número de estados decodificados, e é dada por:

$$O = N 2^\nu. \quad (2.130)$$

Dado que o código turbo tem dois codificadores convolucionais e realiza t iterações na decodificação, a complexidade sem considerar o cálculo de α_{k-1} e β_k , é dada por:

$$O = N t 2^{\nu+1}. \quad (2.131)$$

Esta diferença na complexidade se traduz em um melhor desempenho dos códigos turbo.

Capítulo 3

Desempenho de Sistemas de Transmissão Digital na Presença de Interferência de Co-Canal

Neste capítulo apresentaremos os principais resultados da dissertação. O desempenho de sistemas de transmissão digital na presença de interferência de co-canal será avaliado em termos da taxa de erro de bit, considerando canais AWGN e canais com desvanecimento Rayleigh. Usaremos esquemas de modulação BPSK, 4-QAM, 16-QAM e 64-QAM, codificadores convolucionais e turbo e esquemas de modulação-codificada.

3.1 Introdução

A interferência de co-canal foi definida na seção 2.2.3 como um fenômeno que impacta o desempenho de redes celulares. Existem diversas formas de se modelar um canal com interferência, porém neste capítulo a interferência será modelada através de um interferente de co-canal dominante e síncrono ao usuário de interesse.

Os resultados deste capítulo mostram o impacto da interferência de co-canal em sistemas de transmissão digitais que usam diferentes esquemas de modulação e diversos tipos de códigos corretores de erros para mitigar este efeito. Neste capítulo, serão usados os códigos corretores de erros que melhor desempenho apresentaram nas seções 2.11.4 – 2.11.7.

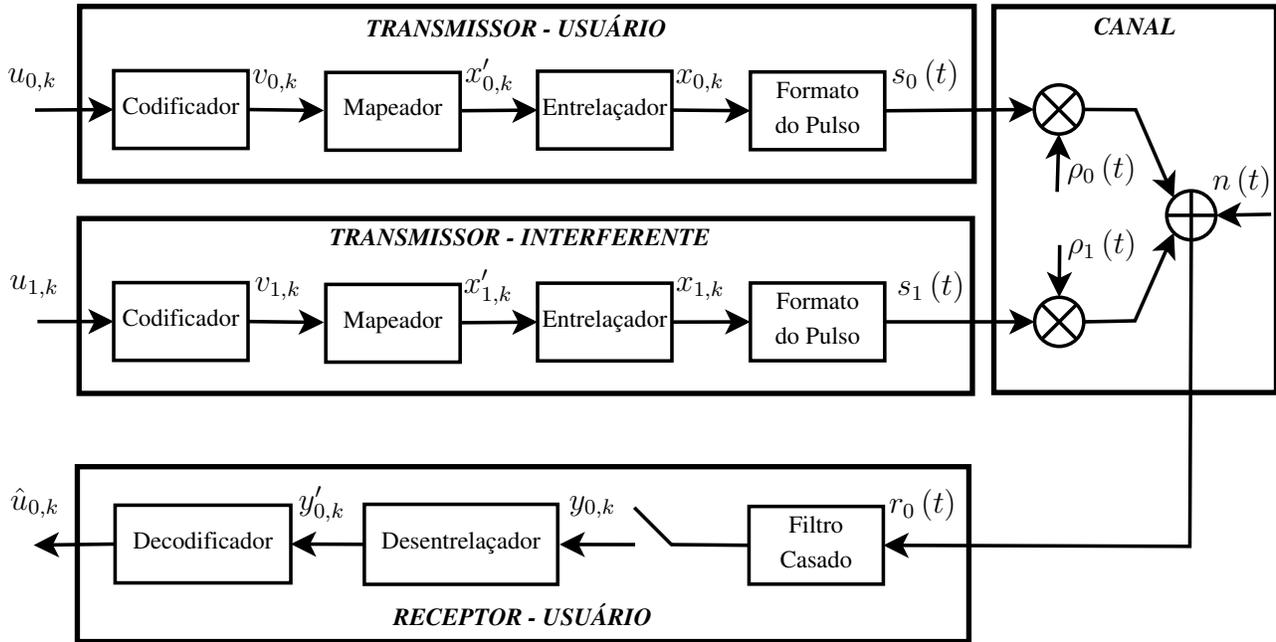


Figura 3.1: Modelo de um sistema de transmissão digital com interferência de co-canal.

3.2 Descrição de um Sistema com Interferência de Co-Canal

O modelo de um sistema com interferência de co-canal é mostrado na Fig. 3.1. O transmissor do usuário interferente é idêntico ao do usuário de interesse, portanto apresenta as mesmas características dadas na seção 2.11.1. Assim o equivalente passa-baixa do sinal do usuário interferente é dado por:

$$s_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha x_{i,k} p(t - kT_s), \quad (3.1)$$

e é similar ao equivalente passa-baixa do sinal usuário alvo, dado em (2.109) por:

$$s_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_{i,k} p(t - kT_s). \quad (3.2)$$

A única diferença é dada pelo fator de amplitude α , que é usado para se variar a relação S/I . Os sinais $s_0(t)$ e $s_1(t)$ são transmitidos por um canal com ruído AWGN e com desvanecimento Rayleigh. Assim, o equivalente passa-baixa do sinal recebido é dado por:

$$r(t) = \rho_0(t) s_0(t) + \rho_1(t) s_1(t) + n(t), \quad (3.3)$$

onde $\rho_0(t)$ e $\rho_1(t)$ são processos aleatórios independentes que representam os desvanecimentos e $n(t)$ é o equivalente passa-baixa do ruído aditivo gaussiano branco, definidos na seção 2.11.1.

Usando detecção coerente, o sinal recebido passa por um filtro casado com resposta ao impulso $p^*(-t)$ e considerando que o interferente é síncrono no intervalo de tempo $(k-1)T_s \leq t \leq kT_s$, a saída do filtro casado amostrada em $t = kT_s$ é dada por:

$$y_k = \rho_{0,k}x_{0,k} + \alpha\rho_{1,k}x_{1,k} + n_k. \quad (3.4)$$

Desconsiderando o ruído em (3.4), a potência instantânea do sinal recebido é dada por:

$$P = (\rho_{0,k}x_{0,k} + \alpha\rho_{1,k}x_{1,k})^2. \quad (3.5)$$

Por outro lado, a potência média recebida é dada por:

$$\bar{P} = E[\rho_{0,k}^2] E[x_{0,k}^2] + \alpha^2 E[\rho_{1,k}^2] E[x_{1,k}^2] + 2\alpha E[x_{0,k}x_{1,k}] E[\rho_{0,k}\rho_{1,k}], \quad (3.6)$$

onde usamos que $E[x_{0,k}x_{1,k}] = 0$, que $E[\rho_{0,k}^2] = E[\rho_{1,k}^2] = 1$ e que $P_x = E[x_{0,k}^2] = E[x_{1,k}^2]$ é a potência média da constelação.

Assim, a potência média pode ser escrita como:

$$\bar{P} = P_x + \alpha^2 P_x. \quad (3.7)$$

Finalmente, de (3.6) podemos obter a relação sinal-interferência, que é dada por:

$$\frac{S}{I} = \frac{P_x}{\alpha^2 P_x} = \frac{1}{\alpha^2}, \quad (3.8)$$

onde $\alpha = 1/\sqrt{S/I}$ é o fator de amplitude do interferente.

As amostras do sinal recebido entram no detector ou decodificador e uma estimativa da sequência de bits enviados é obtida na saída do decodificador.

3.3 Desempenho da Modulação BPSK

Para se avaliar o desempenho da modulação BPSK, primeiramente vamos analisar os efeitos da interferência de co-canal nas amostras detectadas pelo receptor. A Fig. 3.2 apresenta a constelação da modulação BPSK e suas funções de verosimilhança afetadas por interferência de co-canal. Observe-se que devido à presença de interferência ocorrem os seguintes casos:

1. Quando o interferente e o usuário transmitem o mesmo sinal, sem considerar o ruído, observa-se que a amostra detectada pelo receptor do usuário está mais longe do limiar que define as

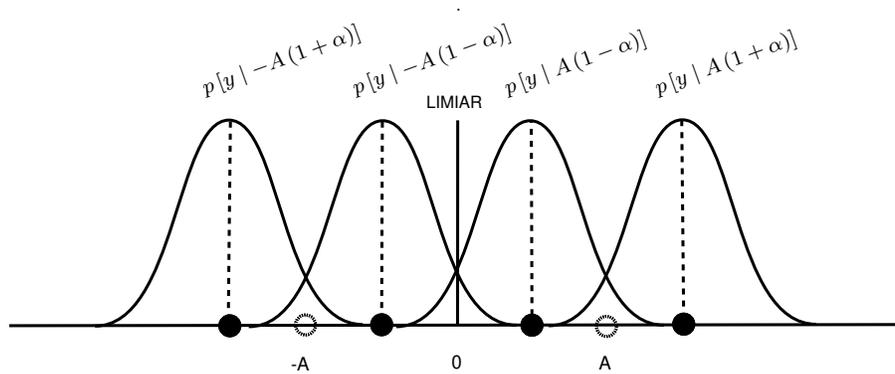


Figura 3.2: Modulação BPSK afetada por interferência de co-canal.

regiões de decisão. Considerando o ruído, somente a presença de ruído com grande amplitude pode causar erros na detecção. Este caso é representado pelos símbolos externos da Fig. 3.2.

2. Quando o interferente e o usuário transmitem sinais diferentes e $0 \leq \alpha < 1$, sem considerar o ruído, a amostra detectada pelo receptor está perto do limiar das regiões de decisão e considerando a presença de ruído com baixa amplitude poderia levar a erros na detecção. Este caso é representado pelos símbolos internos da Fig. 3.2.
3. Para $\alpha \geq 1$, ou seja quando a potência do interferente é maior do que a potência do usuário, a amostra detectada pelo receptor está na outra região de decisão causando erros na detecção.

De acordo com os critérios acima, a probabilidade de erro de bit é obtida através das funções de verossimilhança calculando as áreas das gaussianas na região de decisão errada, ou seja aplicando o mesmo método para se obter (2.115). Assim, o desempenho em termos da taxa de erro de bit da modulação BPSK em um canal AWGN na presença de um interferente de co-canal é dado por:

$$P_b = \frac{1}{2}Q \left([1 - \alpha] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) + \frac{1}{2}Q \left([1 + \alpha] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (3.9)$$

A Fig. 3.3 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK com um interferente de co-canal para relações $S/I = 0, 3, 9, 24$ dB.

Para uma relação S/I igual a 0 dB existe um patamar de taxa de erro igual a 1/4 e o desempenho não pode ser melhorado mesmo com o incremento da relação E_b/N_0 . Para relações S/I iguais a 3 e 9 dB o patamar desaparece, mas o desempenho ainda é pior que o de um sistema sem interferência. Para S/I igual a 24 dB o desempenho é bastante próximo ao de um sistema sem interferência e para $S/I > 24$ dB o desempenho é equivalente ao de um sistema sem interferência.

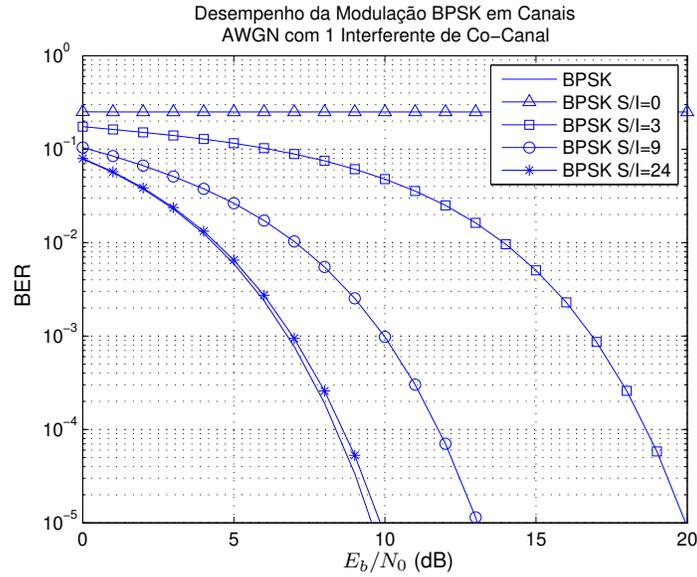


Figura 3.3: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN com interferência de co-canal.

Os patamares de taxa de erro ocorrem devido ao fato de que a interferência leva as amostras do usuário para a região de decisão errada. Deste modo, quando o usuário e o interferente transmitem sinais diferentes e a potência do usuário é menor ou igual do que a potência do interferente, ou seja $0 < S/I \leq 1$ e $\alpha \geq 1$ de acordo com (3.8), o patamar de taxa de erro pode ser obtido de (3.9) e para altas relações E_b/N_0 é dado por:

$$BER_{floor} = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{quando } S/I = 1 \\ \frac{1}{2} & \text{quando } 0 < S/I < 1 \end{cases} \quad (3.10)$$

Assim, de (3.9) para uma $S/I = 1$, ou seja $\alpha = 1$, o patamar de taxa de erro está em $1/4$, pois $Q(0) = 1/2$, e para $0 < S/I < 1$, ou seja $1 < \alpha < \infty$, o patamar de taxa de erro está em $1/2$, pois $Q(\infty) = 1$ e $Q(-\infty) = 0$.

Por outro lado, considerando que o interferente é assíncrono ao usuário alvo, ou seja:

$$s_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha x_{i,k} p(t - kT_s - \tau), \quad (3.11)$$

onde τ é uma variável aleatória uniforme no intervalo $0 \leq \tau \leq T_s$ e representa o atraso entre o sinal do interferente e do usuário.

Neste caso, a amostra na saída do filtro casado é dada por:

$$y_{kT_s} = x_{0,k} + \alpha x_{1,k-1} \frac{\tau}{T_s} + \alpha x_{1,k} \frac{(T_s - \tau)}{T_s}. \quad (3.12)$$

O assincronismo não modifica a relação S/I dada em (3.8).

Usando os critérios acima com (3.12), a taxa de erro de bit na presença interferência assíncrona é dada por:

$$\begin{aligned} P_b &= \frac{1}{4}Q \left([1 + \alpha] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) + \frac{1}{4}Q \left([1 - \alpha] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) \\ &+ \frac{1}{4}Q \left(\left[1 + \alpha - \alpha \frac{2\tau}{T_b} \right] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) + \frac{1}{4}Q \left(\left[1 - \alpha + \alpha \frac{2\tau}{T_b} \right] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right), \end{aligned} \quad (3.13)$$

que depende de τ . O valor médio da taxa de erro de bit é dado por:

$$\begin{aligned} \bar{P}_b &= \frac{1}{4}Q \left((1 + \alpha) \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) + \frac{1}{4}Q \left((1 - \alpha) \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) + \frac{1}{4} \\ &+ \frac{1}{8\alpha \sqrt{\pi \frac{E_b}{N_0}}} \exp \left[-(-1 + \alpha)^2 \frac{E_b}{N_0} \right] - \frac{1}{8\alpha \sqrt{\pi \frac{E_b}{N_0}}} \exp \left[-(1 + \alpha)^2 \frac{E_b}{N_0} \right] \\ &+ \frac{(-1 + \alpha)}{8\alpha} \left[1 - 2Q \left((-1 + \alpha) \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) \right] - \frac{(1 + \alpha)}{8\alpha} \left[1 - 2Q \left((1 + \alpha) \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.14)$$

A Fig. 3.4 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 , para um interferente síncrono e um interferente assíncrono com $S/I = 9$ dB. Observa-se que a modulação BPSK com interferência assíncrona tem uma vantagem de 0,7 dB quando comparada com a interferência síncrona.

Apesar da vantagem da interferência assíncrona, para simplicidade de cálculos no resto desta dissertação será considerada apenas a interferência síncrona.

Usando os mesmos critérios para um interferente, uma forma geral de cálculo do desempenho teórico para a modulação BPSK na presença de K interferentes idênticos foi derivada em [29] e é dada por:

$$P_b = \sum_{k=0}^K \frac{\binom{K}{k}}{2^K} Q \left(\left[1 - \frac{K - 2k}{\sqrt{K}} \alpha \right] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (3.15)$$

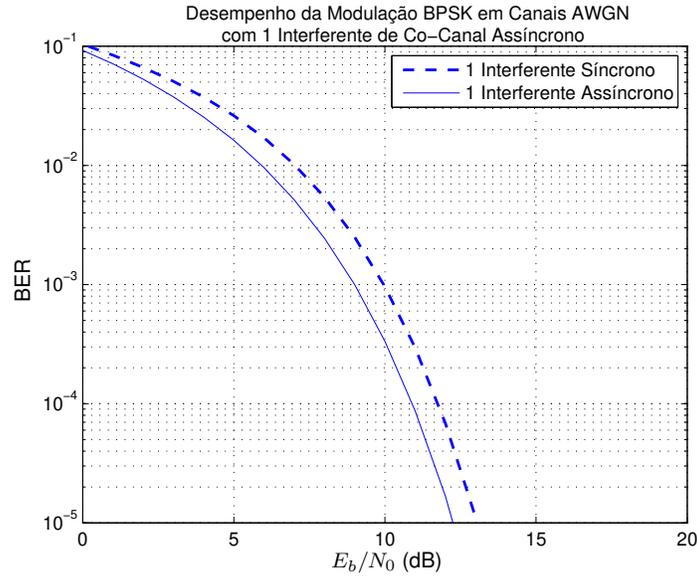


Figura 3.4: Taxa de erro de bit média em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN com interferência de co-canal assíncrona.

onde o fator $(K - 2k) / \sqrt{K}$ mantém a potência total da interferência igual a α^2 , e a binomial indica o aporte do k -ésimo interferente na taxa de erro de bit.

Para o caso em que K é muito grande, (3.15) pode ser representada mediante uma interferência gaussiana, onde a relação sinal-interferência mais ruído (SNIR) é aproximada como uma relação sinal-ruído (SNR) equivalente, dada por:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{eq} = \frac{S}{N + I} = \frac{1}{\left[\left(\frac{S}{I}\right)^{-1} + \left(\frac{S}{N}\right)^{-1}\right]}. \quad (3.16)$$

Portanto, usando (3.16) em (2.115), a taxa de erro de bit para a modulação BPSK com interferência gaussiana é dada por:

$$P_b = Q\left(\sqrt{\left(\frac{S}{N}\right)_{eq}}\right) = Q\left(\sqrt{\left[\left(\frac{S}{I}\right)^{-1} + \left(\frac{S}{N}\right)^{-1}\right]^{-1}}\right). \quad (3.17)$$

A Fig. 3.5 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK com um, dois, quatro, seis e oito interferentes iguais com $S/I = 9$ dB, também apresenta a curva para zero interferentes e a curva com interferência gaussiana como limitantes do desempenho. Observa-se que para um valor de S/I , o desempenho do sistema piora com o aumento do número de interferentes.

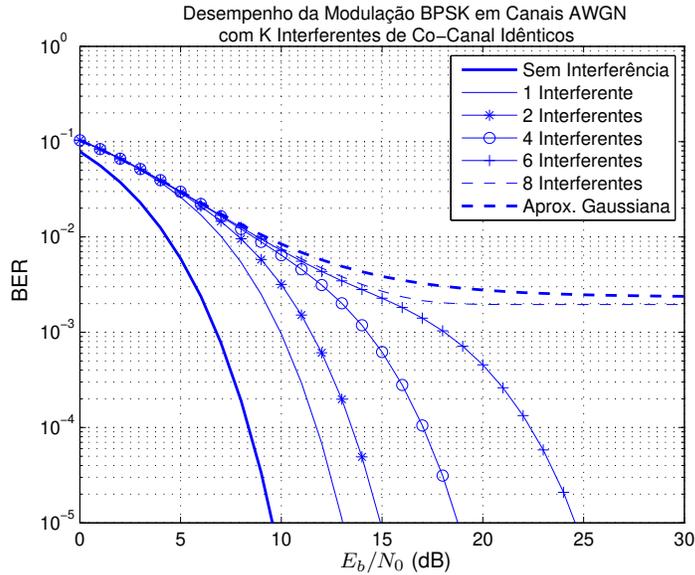


Figura 3.5: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN, com 0, 1, 2, 4, 6, 8 interferentes e aproximação gaussiana com $S/I = 9$ dB.

Para manter a taxa de erro de bit é necessário aumentar a relação E_b/N_0 , por exemplo para uma taxa de erro de bit de 10^{-5} , a curva com dois interferentes precisa 2 dB a mais na relação E_b/N_0 do que a curva sem interferência. Para oito interferentes e para a interferência gaussiana observa-se patamares de taxa de erro e não adianta aumentar relação E_b/N_0 para melhorar o desempenho do sistema.

Em uma rede celular o número de interferentes está limitado pelo fator de reuso e é provável ter um interferente dominante, assim no resto desta dissertação, será considerada apenas a presença de um interferente.

Do mesmo modo, usando os critérios para um interferente e considerando os efeitos do desvanecimento, a taxa de erro de bit média da modulação BPSK em um canal com desvanecimento Rayleigh e um interferente de co-canal é dada por:

$$P_b = \int_0^\infty \int_0^\infty \left[\frac{1}{2} Q \left([\rho_0 - \rho_1 \alpha] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) + \frac{1}{2} Q \left([\rho_0 + \rho_1 \alpha] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) \right] p(\rho_1) p(\rho_0) d\rho_1 d\rho_0, \quad (3.18)$$

onde ρ_0 e ρ_1 são variáveis aleatórias independentes com distribuição Rayleigh que representam os desvanecimentos. Esta expressão não tem forma fechada e as integrais devem ser avaliadas numericamente.

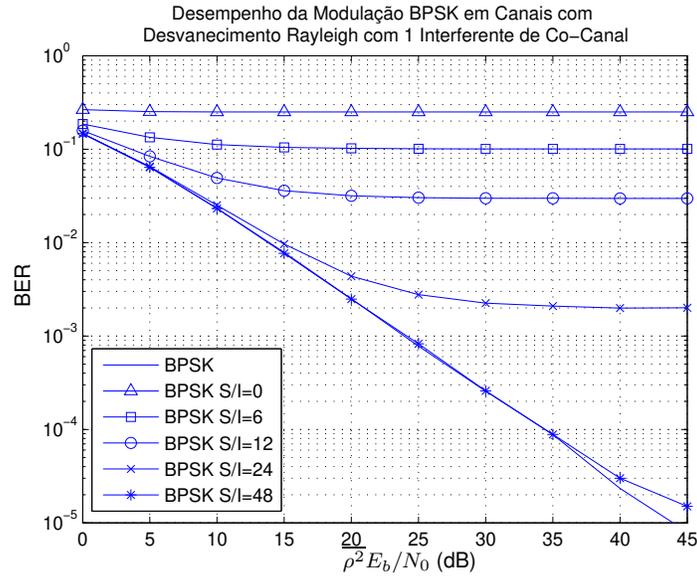


Figura 3.6: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação BPSK em canais com desvanecimento Rayleigh e interferência de co-canal.

A Fig. 3.6 apresenta a taxa de erro de bit média em função da relação $\overline{\rho^2} E_b/N_0$ para a modulação BPSK com um interferente de co-canal para relações $S/I = 0, 6, 12, 24, 48$ dB.

Na figura observamos que para todas as relações S/I dB existem patamares de taxa de erro. O desempenho melhora com o incremento da relação S/I , até chegar a um ponto de inflexão, onde o desempenho não pode ser melhorado mesmo com o incremento da relação E_b/N_0 . Apenas para uma relação S/I infinita, é que o desempenho é equivalente ao de um sistema sem interferência.

O desvanecimento incide sobre a potência dos sinais do usuário e do interferente, levando a amostra do usuário para a região de decisão errada quando $\rho_0 \leq \alpha \rho_1$ e portanto gerando patamares de taxa de erro. O valor dos patamares de taxa de erro podem ser obtidos avaliando-se a expressão:

$$BER_{floor} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_{\frac{\rho_0}{\alpha}}^\infty p(\rho_1) p(\rho_0) d\rho_1 d\rho_0, \quad (3.19)$$

onde $p(\rho_0)$ e $p(\rho_1)$ são a PDF dos desvanecimentos, representadas por funções densidade de probabilidade Rayleigh de potência média $E[\rho_0^2(t)] = E[\rho_1^2(t)] = 1$.

3.4 Desempenho da Modulação M-PAM

Para se avaliar o desempenho da modulação M-PAM, novamente vamos analisar os efeitos da interferência de co-canal nas amostras detectadas pelo receptor. A Fig. 3.7 apresenta a constelação da modulação M-PAM afetada por interferência de co-canal. Também, observa-se que ocorrem os

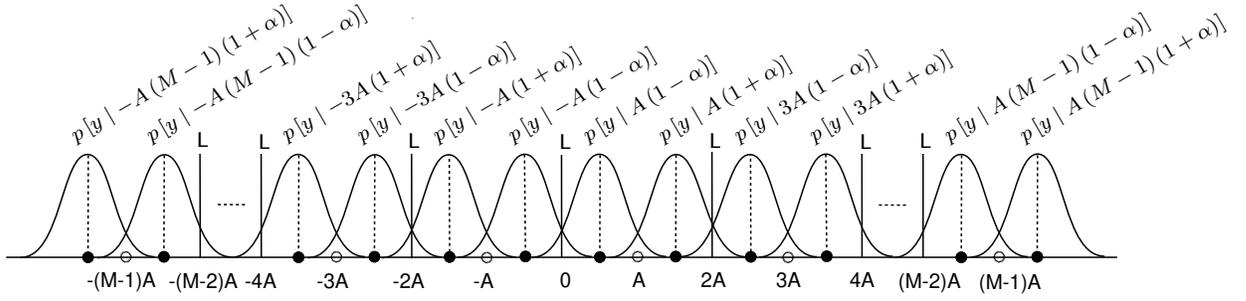


Figura 3.7: Modulação M-PAM afetada por interferência.

seguintes casos:

1. Os $M - 2$ símbolos internos estão restritos por dois limiares que definem as regiões de decisão. Deste modo, dependendo do sinal do interferente e sem considerar o ruído, as amostras detectadas pelo receptor do usuário podem estar mais perto de um destes limiares. Considerando a presença de ruído com baixa amplitude poderia levar a erros na detecção.
2. Os 2 símbolos externos estão em uma região de decisão apenas restrita por um limiar. Do mesmo modo, dependendo do sinal do interferente e sem considerar o ruído, as amostras detectadas pelo receptor do usuário podem estar mais perto ou mais longe deste limiar. Considerando o ruído, erros na detecção ocorrem dependendo da amplitude do ruído.
3. Quando a potência do interferente é maior do que a potência do usuário, a amostra detectada pelo receptor do usuário está na região de decisão errada causando assim erros na detecção.

Aplicando os critérios acima e o mesmo método para se obter (2.112), o desempenho em termos da taxa de erro de símbolo da modulação M-PAM em um canal AWGN na presença de um interferente de co-canal é dado por:

$$\begin{aligned}
 P_s &= \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{\frac{M}{2}-2} \left[Q \left([1 - (2m + 1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 M}{N_0 (M^2 - 1)}} \right) \right. \\
 &\quad \left. + Q \left([1 + (2m + 1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 M}{N_0 (M^2 - 1)}} \right) \right] \\
 &\quad + \frac{1}{M} \left[Q \left([1 - (M - 1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 M}{N_0 (M^2 - 1)}} \right) \right. \\
 &\quad \left. + Q \left([1 + (M - 1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 M}{N_0 (M^2 - 1)}} \right) \right]. \tag{3.20}
 \end{aligned}$$

Do mesmo modo, considerando os efeitos do desvanecimento, o desempenho em termos da taxa de erro de símbolo média da modulação M-PAM é dada por:

$$\begin{aligned}
P_s = & \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{\frac{M}{2}-2} \left[Q \left([\rho_0 - \rho_1 (2m+1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 M}{N_0 (M^2 - 1)}} \right) \right. \right. \\
& + Q \left([\rho_0 + \rho_1 (2m+1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 M}{N_0 (M^2 - 1)}} \right) \left. \right] \\
& + \frac{1}{M} \left[Q \left([\rho_0 - \rho_1 (M-1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 M}{N_0 (M^2 - 1)}} \right) \right. \\
& \left. \left. + Q \left([\rho_0 + \rho_1 (M-1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 M}{N_0 (M^2 - 1)}} \right) \right] \right\} p(\rho_1) p(\rho_0) d\rho_1 d\rho_0. \quad (3.21)
\end{aligned}$$

onde ρ_0 e ρ_1 são variáveis aleatórias independentes com distribuição Rayleigh que representam os desvanecimentos. Esta expressão também não tem forma fechada e as integrais devem ser avaliadas numericamente.

Na seção 2.11 foi mostrado que o desempenho da modulação M-PAM é baixo quando comparado com o desempenho da modulação M-QAM. Assim, uma análise de desempenho da modulação M-PAM na presença de interferência de co-canal é pouco atrativa. No entanto, foram obtidas as expressões da taxa de erro de símbolo, pois serão utilizadas como ferramenta se obter as expressões de desempenho da modulação M-QAM na presença de interferência de co-canal.

3.5 Desempenho da Modulação M-QAM

Na seção 2.11.3 foi mostrado que a taxa de erro de símbolo para a modulação M-QAM pode ser obtida através do produto cartesiano de dois sinais com modulação \sqrt{M} -PAM. Deste modo, substituindo M por \sqrt{M} em (3.20) e usando (2.116), a taxa de erro de bit da modulação M-QAM com mapeamento de Gray em um canal AWGN na presença de um interferente de co-canal é dada por:

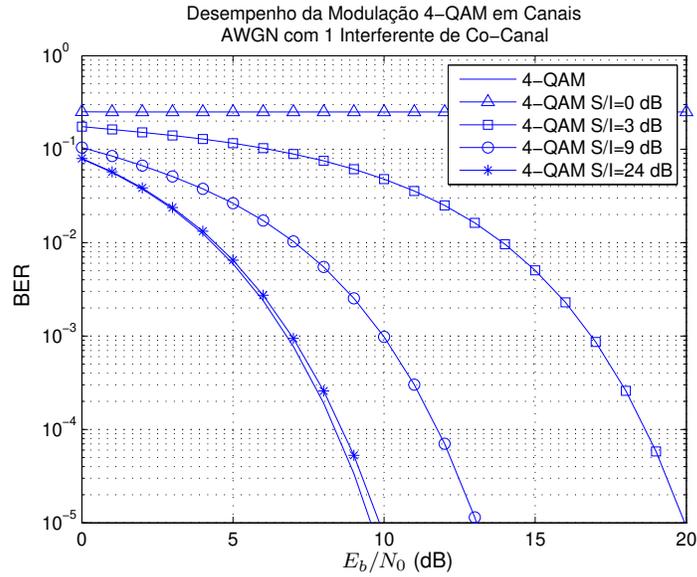


Figura 3.8: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 4-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal.

$$\begin{aligned}
 P_b \approx & \frac{4}{\sqrt{M} \log_2 M} \sum_{m=0}^{\frac{\sqrt{M}-2}{2}} \left[Q \left([1 - (2m+1)\alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 \sqrt{M}}{N_0 (M-1)}} \right) \right. \\
 & + \left. Q \left([1 + (2m+1)\alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 \sqrt{M}}{N_0 (M-1)}} \right) \right] \\
 & + \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 M} \left[Q \left([1 - (\sqrt{M}-1)\alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 \sqrt{M}}{N_0 (M-1)}} \right) \right. \\
 & + \left. Q \left([1 + (\sqrt{M}-1)\alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 \sqrt{M}}{N_0 (M-1)}} \right) \right]. \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

As Fig. 3.8, 3.9 e 3.10 apresentam a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para as modulações 4-QAM, 16-QAM e 64-QAM, respectivamente em canais AWGN para distintas relações S/I .

Nas figuras observamos que segundo o esquema de modulação utilizado existem patamares de taxa de erro para distintos valores de relações S/I . O incremento da relação S/I permite sair do patamar de taxa de erro, mas o desempenho é ainda pior que o de um sistema sem interferência. Quando os valores da relação S/I são muito altos o desempenho é praticamente equivalente ao de

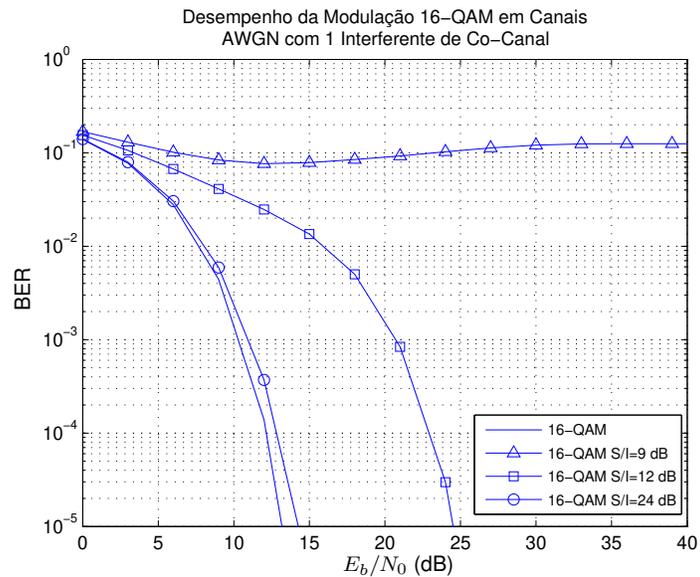


Figura 3.9: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 16-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal.

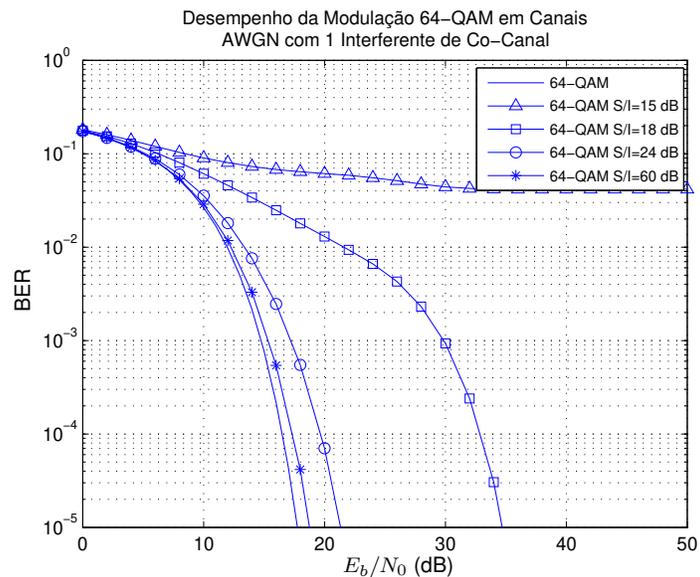


Figura 3.10: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 64-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal.

um sistema sem interferência.

Como foi mostrado anteriormente os patamares de taxa de erro acontecem quando a potência do usuário é menor do que a potência do interferente. Assim, para as modulações M-QAM os patamares ocorrem desde que a relação S/I não é a suficiente para evitar que as amostras dos símbolos externos sejam levadas à região de decisão errada. O valor da relação S/I pode ser obtido de (3.20), considerando o termo que representa a probabilidade de erro do símbolo externo, ou seja é dado por:

$$\frac{S}{I} \leq \left(\sqrt{M} - 1\right)^2. \quad (3.23)$$

Usando (3.23) em (3.20) podemos obter os patamares de taxa de erro, que para altas relações E_b/N_0 são dados por:

$$BER_{floor} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{M} \log_2 M} & \text{quando } S/I = \left(\sqrt{M} - 1\right)^2 \\ \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 M} & \text{quando } S/I < \left(\sqrt{M} - 1\right)^2. \end{cases} \quad (3.24)$$

O desempenho das modulações M-QAM em canais AWGN na presença de K interferentes foi derivado em [43].

O desempenho da modulação M-QAM em canais com desvanecimento também é obtido da modulação M-PAM substituindo M por \sqrt{M} em (3.21) e usando (2.116). Assim, a taxa de erro de bit média da modulação M-QAM em canais com desvanecimento na presença de um interferente de co-canal é dada por:

$$\begin{aligned} P_b \approx & \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ \frac{4}{\sqrt{M} \log_2 M} \sum_{m=0}^{\frac{\sqrt{M}-2}{2}} \left[Q \left([\rho_0 - \rho_1 (2m+1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 \sqrt{M}}{N_0 (M-1)}} \right) \right. \right. \\ & + \left. \left. Q \left([\rho_0 + \rho_1 (2m+1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 \sqrt{M}}{N_0 (M-1)}} \right) \right] \right. \\ & + \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 M} \left[Q \left([\rho_0 - \rho_1 (\sqrt{M}-1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 \sqrt{M}}{N_0 (M-1)}} \right) \right. \\ & \left. \left. + Q \left([\rho_0 + \rho_1 (\sqrt{M}-1) \alpha] \sqrt{6 \frac{E_b \log_2 \sqrt{M}}{N_0 (M-1)}} \right) \right] \right\} p(\rho_1) p(\rho_0) d\rho_1 d\rho_0. \quad (3.25) \end{aligned}$$

Devido ao modelo do desvanecimento Rayleigh, a expressão não tem forma fechada e as integrais devem ser avaliadas numericamente.

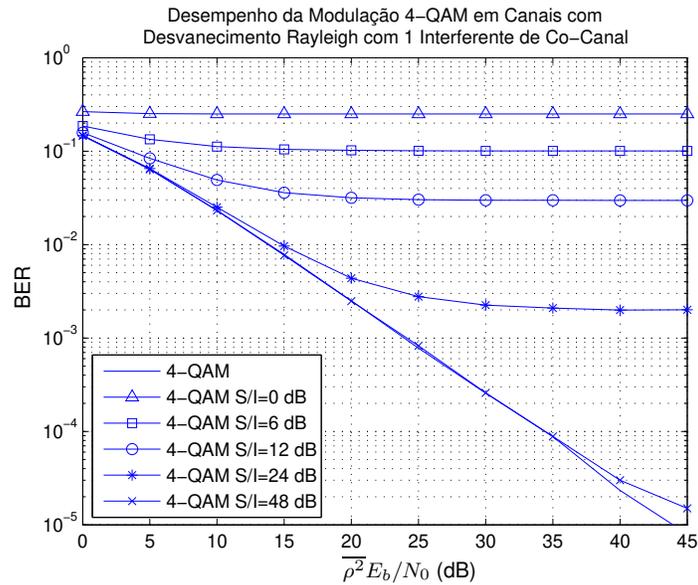


Figura 3.11: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2 E_b/N_0}$ para a modulação 4-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh e interferência de co-canal.

As Fig. 3.11, 3.12 e 3.13 apresentam a taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2 E_b/N_0}$ para as modulações 4-QAM, 16-QAM e 64-QAM, respectivamente em canais com desvanecimento, para distintas relações S/I .

Estas figuras mostram um padrão de desempenho similar ao da modulação BPSK. Deste modo, a taxa de erro de bit melhora com o incremento da relação S/I , até chegar a um ponto de inflexão, onde não pode ser melhorada, mesmo com o incremento da relação E_b/N_0 . Apenas para uma S/I infinita o desempenho é equivalente ao de um sistema sem interferência.

Devido ao desvanecimento é provável que a potência do interferente seja maior do que a potência do usuário. Assim, nos três primeiros termos de (3.25) é possível que a amostra do usuário seja levada à região de decisão errada causando os patamares de taxa de erro. Portanto, considerando os três primeiros termos de (3.25) e as PDFs do desvanecimento do interferente e do usuário é possível derivar uma expressão para calcular os patamares de taxa de erro observados nas Fig. 3.11–3.13, ou seja é dada por:

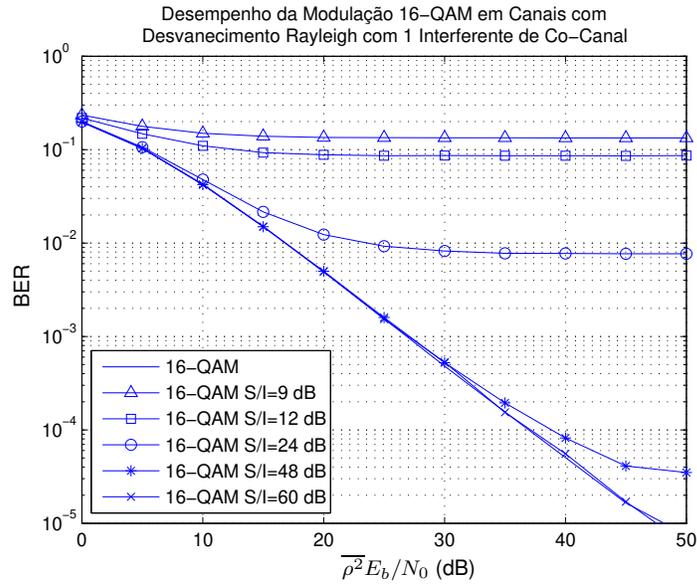


Figura 3.12: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2 E_b/N_0}$ para a modulação 16-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh e interferência de co-canal.

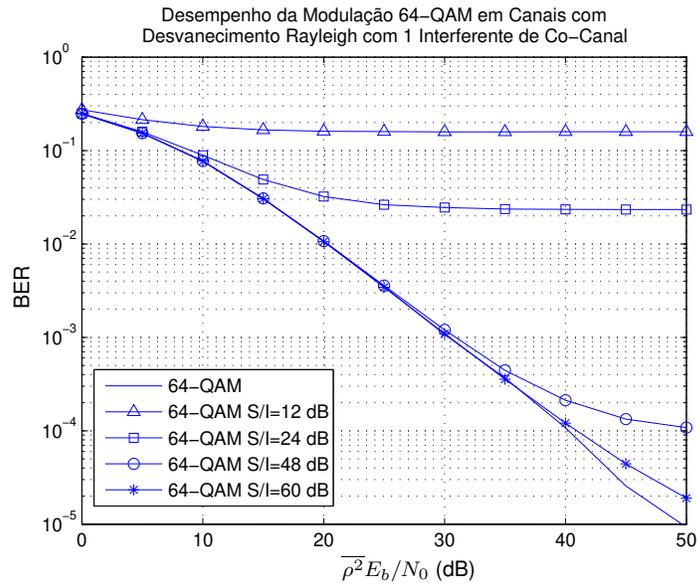


Figura 3.13: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho^2 E_b/N_0}$ para a modulação 64-QAM em canais com desvanecimento Rayleigh e interferência de co-canal.

Tabela 3.1: Patamares de taxa de erro para esquemas de modulação em canais AWGN.

Relação S/I [dB]	Esquemas de Modulação			
	BPSK	4-QAM	16-QAM	64-QAM
$S/I < 0$	$1/2$	$1/2$	$1/8$	$1/24$
$S/I = 0$	$1/4$	$1/4$	$1/8$	$1/24$
$S/I < 9,542$	-	-	$1/8$	$1/24$
$S/I = 9,542$	-	-	$1/16$	$1/24$
$S/I < 16,902$	-	-	-	$1/24$
$S/I = 16,902$	-	-	-	$1/48$

Tabela 3.2: Patamares de taxa de erro para esquemas de modulação em canais com desvanecimento.

Relação S/I [dB]	Esquemas de Modulação			
	BPSK	4-QAM	16-QAM	64-QAM
$S/I = 0$	$2,5 \times 10^{-1}$	$2,5 \times 10^{-1}$	$3,6 \times 10^{-1}$	$3,9 \times 10^{-1}$
$S/I = 6$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,9 \times 10^{-1}$	$2,7 \times 10^{-1}$
$S/I = 9$	$5,6 \times 10^{-2}$	$5,6 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-1}$
$S/I = 12$	$2,9 \times 10^{-2}$	$2,9 \times 10^{-2}$	$7,4 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-1}$
$S/I = 24$	$1,9 \times 10^{-3}$	$1,9 \times 10^{-3}$	$6,3 \times 10^{-3}$	$2,1 \times 10^{-2}$
$S/I = 48$	$7,9 \times 10^{-6}$	$7,9 \times 10^{-6}$	$2,5 \times 10^{-5}$	$9,3 \times 10^{-5}$
$S/I = 60$	$4,9 \times 10^{-7}$	$4,9 \times 10^{-7}$	$1,6 \times 10^{-6}$	$5,8 \times 10^{-6}$

$$\begin{aligned}
BER_{floor} = & \frac{4}{\sqrt{M} \log_2 M} \sum_{m=0}^{\frac{\sqrt{M}}{2}-2} \int_0^\infty \int_{\frac{\rho_0}{(2m+1)\alpha}}^\infty p(\rho_1) p(\rho_0) d\rho_1 d\rho_0 \\
& + \frac{4}{\sqrt{M} \log_2 M} \sum_{m=0}^{\frac{\sqrt{M}}{2}-2} \int_0^\infty \int_{\frac{\rho_0}{(2m-1)\alpha}}^\infty p(\rho_1) p(\rho_0) d\rho_1 d\rho_0 \\
& + \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 M} \int_0^\infty \int_{\frac{\rho_0}{(\sqrt{M}-1)\alpha}}^\infty p(\rho_1) p(\rho_0) d\rho_1 d\rho_0. \tag{3.26}
\end{aligned}$$

As Tab. 3.1 e 3.2 mostram um resumo dos valores dos patamares de taxa de erro para as modulações BPSK e M-QAM usando as expressões (3.10) e (3.24) para canais AWGN e (3.19) e (3.26) para canais com desvanecimento.

As figuras mostram que a modulação BPSK é equivalente à modulação 4-QAM com mapeamento de Gray, no entanto o sistema 4-QAM tem o dobro da eficiência espectral.

3.6 Escolha dos Codificadores Convolutacional e Turbo

No capítulo anterior analisamos o desempenho de vários códigos corretores de erro convolutacionais e turbo. O fato de cada codificador ter características próprias faz com que cada código apresente um desempenho diferente. Nesta seção vamos utilizar os códigos que apresentaram melhor desempenho no capítulo anterior.

Para a modulação BPSK, o codificador convolutacional da Tab. 2.7 é o que apresenta o melhor desempenho em canais AWGN e em canais com desvanecimento, quando comparado a outros codificadores de igual número de memórias [6, 18]. O codificador da Tab. 2.7 também é a melhor opção para se usar como codificador constituinte de um código turbo. Assim, o codificador convolutacional da Tab. 2.7 e o turbo da Tab. 2.10 foram os escolhidos para se usar em sistemas com modulação BPSK.

Para a modulação 4-QAM, o esquema TCM da Tab. 2.8(b) é o que apresenta melhor desempenho, tanto em canais AWGN, como em canais com desvanecimento, quando comparado ao esquema da Tab. 2.8(a). Para códigos turbo, o esquema TTCM da Tab. 2.11(b) apresenta melhor desempenho em canais AWGN e em canais com desvanecimento. Assim, o esquema TCM da Tab. 2.8(b) e o TTCM da Tab. 2.11(b) foram os escolhidos para se usar em sistemas com modulação 4-QAM.

Para a modulação 16-QAM, o esquema TCM da Tab. 2.9(c) é o que apresenta o pior desempenho em canais AWGN com uma desvantagem na relação E_b/N_0 da ordem de alguns dB, quando comparado com os esquemas das Tab. 2.9(a) e 2.9(b). No entanto, o esquema da Tab. 2.9(c) apresenta o melhor desempenho em canais com desvanecimento, com uma vantagem na relação E_b/N_0 da ordem de dezenas de dB, quando comparado com os outros esquemas usados para a modulação 16-QAM. O esquema TTCM da Tab. 2.12 apresenta um bom desempenho em canais AWGN e também em canais com desvanecimento. Portanto, o esquema TCM da Tab. 2.9(c) e o TTCM da Tab. 2.12 foram os escolhidos para se usar em sistemas com modulação 16-QAM.

Nas próximas seções, os codificadores escolhidos serão avaliados na presença de interferência de co-canal, usando simulação computacional através do método de Monte Carlo.

3.7 Desempenho de Códigos Convolutacionais

Nesta seção, apresentaremos o desempenho, em termos da taxa de erro de bits, dos codificadores convolutacionais para a modulação BPSK escolhidos na seção 3.6.

A Fig. 3.14 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK com o uso do código convolutacional da Tab. 2.7 para canais AWGN. A figura mostra o desempenho do sistema com um interferente para relações $S/I = 0, 3, 9, 24$ dB.

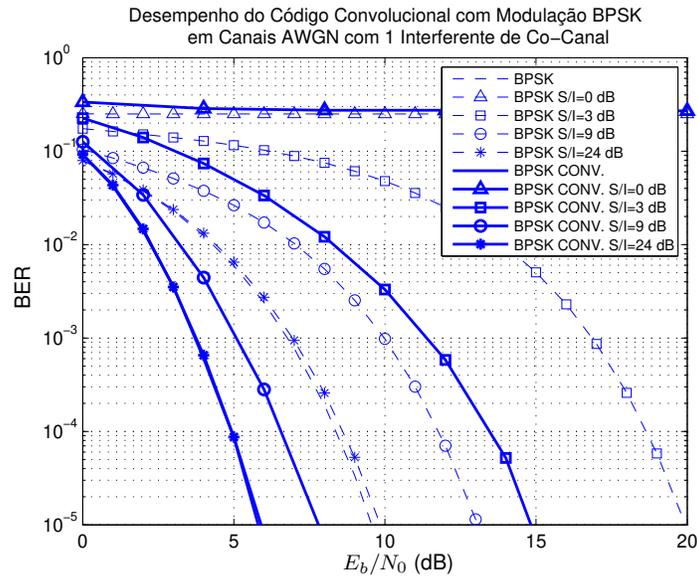


Figura 3.14: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o codificador convolutacional da Tab.2.7.

A Fig. 3.14 mostra que o uso do código convolutacional não elimina o patamar de taxa de erro para baixas relações S/I . Para uma relação S/I de 0 dB o patamar de taxa de erro é igual a 0,3. Para relações S/I iguais a 3 e 9 dB o patamar desaparece, mas o desempenho é ainda pior que o de um sistema sem interferência. Para $S/I \geq 24$ dB praticamente não existe qualquer degradação devido à interferência de co-canal.

Usando os limitantes de taxa de erro dos códigos convolucionais dados na seção 2.11.4, e as amostras do possível símbolo recebido em uma constelação com interferência de co-canal dada na seção 3.3, é possível se obter uma expressão teórica do limitante superior da taxa de erro de bit de um sistema de transmissão digital que utiliza códigos convolucionais e modulação BPSK na presença de interferência de co-canal, que é dada por:

$$P_b \leq \sum_{d=d_{free}}^{\infty} B_d \left[\frac{1}{2} Q \left([1 - \alpha] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) + \frac{1}{2} Q \left([1 + \alpha] \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right) \right]. \quad (3.27)$$

Na Fig. 3.15 é apresentada uma comparação entre a expressão teórica obtida em (3.27) e os resultados simulados apresentados na Fig. 3.14. A figura mostra que a expressão obtida é válida, principalmente para altas relações E_b/N_0 . Usando apenas o primeiro coeficiente da função enumeradora de pesos para se avaliar (3.27), temos que o patamar de taxa de erro para uma S/I igual a 0 dB está em 1/4 e para $S/I < 0$ dB está em 1/2, o que concorda com os patamares de taxa de erro da modulação BPSK.

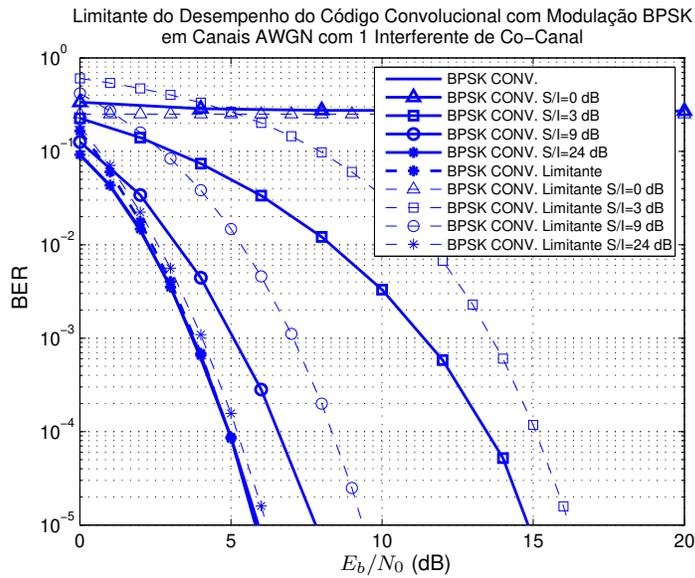


Figura 3.15: Limitante teórico da taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN e interferência de co-canal, usando o codificador convolucional da Tab. 2.7.

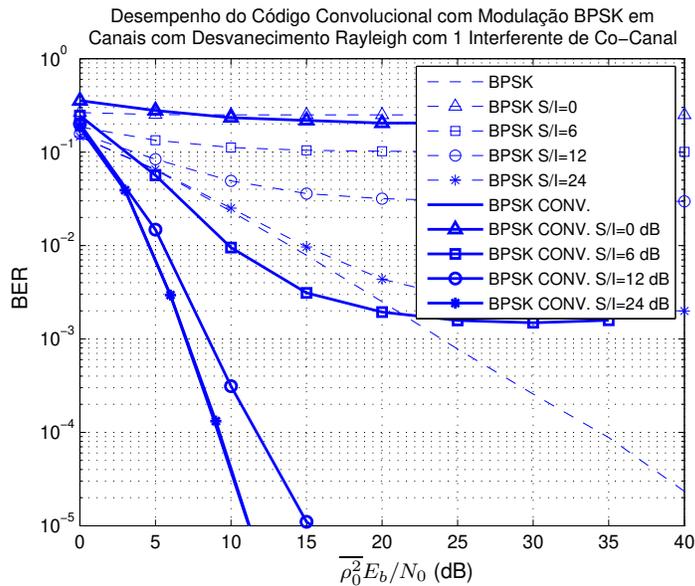


Figura 3.16: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2} E_b/N_0$ para a modulação BPSK em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o codificador convolucional da Tab. 2.7.

A Fig. 3.16 apresenta a taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho}_0^2 E_b/N_0$ para a modulação BPSK usando o codificador da Tab. 2.7, porém em um canal com desvanecimento. Esta figura apresenta o desempenho para $S/I = 0, 6, 12, 24$ dB. Na figura observamos que o desempenho melhora, tanto devido ao ganho de codificação, quanto devido à diversidade do código, com o incremento da relação S/I , chegando a um ponto de inflexão onde os patamares de taxa de erro são evidenciados. Para as relações S/I de 12 e 24 dB o patamar de taxa de erro ainda existe, mas em valores da taxa de erro abaixo de 1×10^{-5} .

3.8 Desempenho da Modulação-Codificada por Treliça

Nesta seção avaliaremos apenas as modulações 4-QAM e 16-QAM, pois permitem ainda usar codificadores convolucionais de baixa complexidade com um bom desempenho.

As Fig. 3.17 e 3.18 apresentam a taxa de erro de bit para a modulação 4-QAM com o esquema TCM da Tab. 2.8(b). Enquanto que, as Fig. 3.19 e 3.20 apresentam a taxa de erro de bit para a modulação 16-QAM com o esquema TTCM da Tab. 2.9(c). O desempenho dos sistemas é avaliado para distintas relações S/I .

As Fig. 3.17 e 3.19 apresentam o desempenho em canais AWGN, onde observa-se que mesmo com o uso de códigos convolucionais para as relações S/I definidas em (3.23), ainda existem patamares de taxa de erro. Os patamares desaparecem com o incremento da relação S/I , e um melhor desempenho é alcançado devido às correções dos erros pelo código convolucional. Finalmente, para altas relações S/I os efeitos da interferência são praticamente eliminados.

Nas Fig. 3.18 e 3.20 observa-se que em canais com desvanecimento, os códigos convolucionais não eliminam os patamares de taxa de erro para nenhum valor de relação S/I , porém os patamares apresentam menores valores de taxa de erro, quando comparados com um sistema não codificado.

O desempenho das modulações BPSK e 4-QAM são parecidos, pois usam codificadores idênticos.

3.9 Desempenho de Códigos Turbo

Nesta seção, apresentaremos o desempenho, em termos da taxa de erro de bits, para o codificador turbo com modulação BPSK escolhido na seção 3.6. Os resultados desta seção permitirão avaliar a capacidade dos códigos turbo em combater a interferência de co-canal e a sua vantagem de desempenho quando comparados aos códigos convolucionais.

As Fig. 3.21 e 3.22 apresentam a taxa de erro de bit para a modulação BPSK usando o código turbo da Tab. 2.10 para canais AWGN e para canais com desvanecimento, respectivamente.

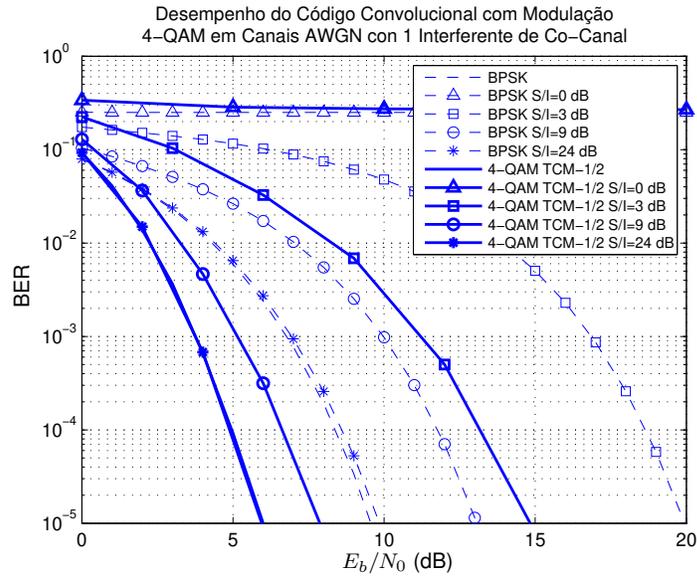


Figura 3.17: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 4-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o esquema TCM da Tab. 2.8(b).

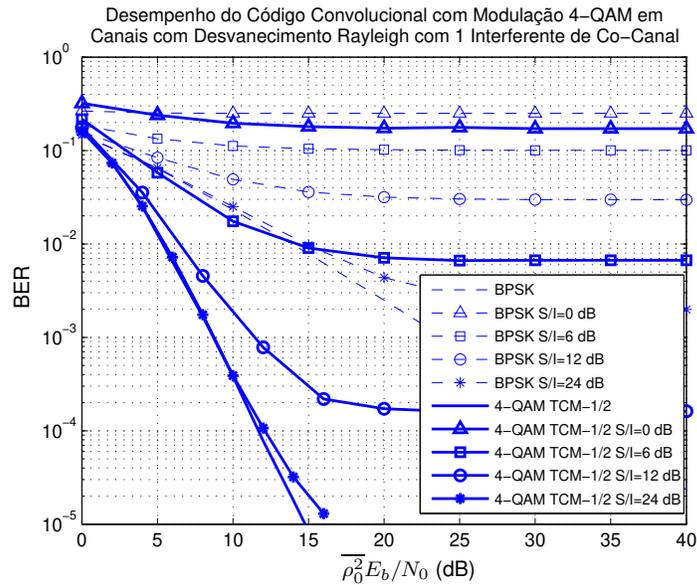


Figura 3.18: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2} E_b/N_0$ para a modulação 4-QAM em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o esquema TCM da Tab. 2.8(b).

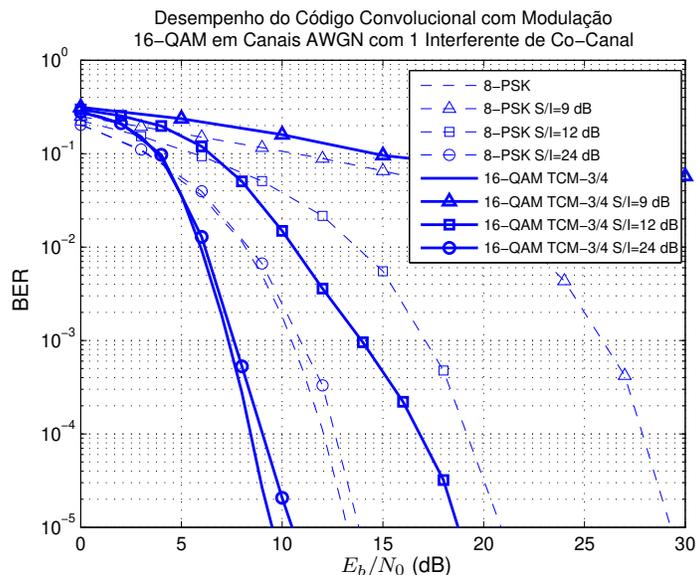


Figura 3.19: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 16-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o esquema TCM da Tab. 2.9(c).

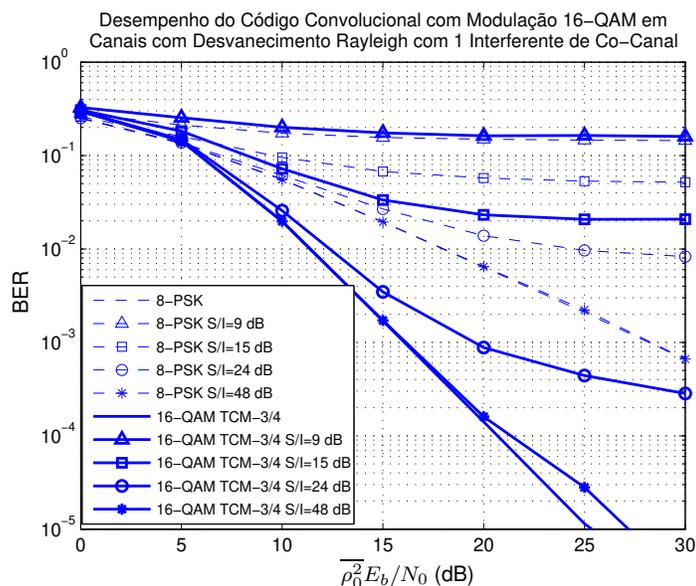


Figura 3.20: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2} E_b/N_0$ para a modulação 16-QAM em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o esquema TCM da Tab. 2.9(c).

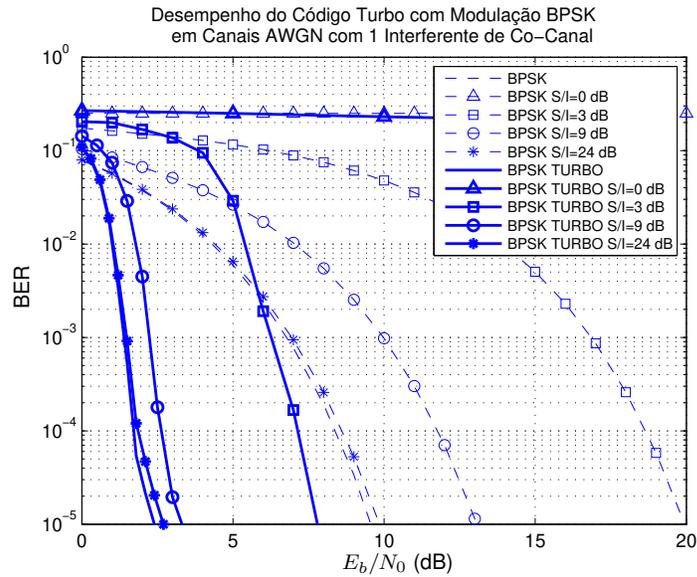


Figura 3.21: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação BPSK em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o codificador turbo da Tab. 2.10.

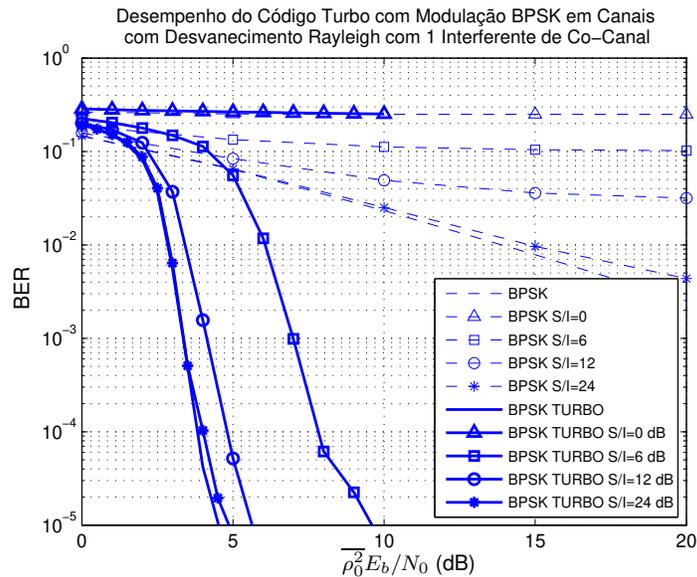


Figura 3.22: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2} E_b/N_0$ para a modulação BPSK em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o codificador turbo da Tab. 2.10.

Uma das principais características dos códigos turbo é o desempenho na região de “*waterfall*” e nestas figuras observa-se que a presença da interferência não modifica esta propriedade, nem para o canal AWGN, nem para o canal com desvanecimento.

O código turbo também não tem a capacidade de melhorar o desempenho, quando a potência do sinal interferente é maior ou igual que a potência do sinal do usuário. Isto é evidenciado pela presença de patamares de taxa de erro quando a relação S/I é menor ou igual a 0 dB. No entanto, os resultados mostram que os sistemas com códigos turbo não precisam de altas relações S/I e E_b/N_0 para atingir bons desempenhos.

Em canais com desvanecimento, os resultados da simulação mostrados na Fig. 3.22 não permitem evidenciar patamares até uma taxa de erro de 10^{-5} , porém abaixo deste limiar certamente existem patamares de taxa de erro devido às propriedades intrínsecas dos códigos turbo e também devido à interferência.

3.10 Desempenho da Modulação-Codificada Turbo

Nesta seção avaliaremos apenas as modulações 4-QAM e 16-QAM, pois os esquemas TTCM são constituídos pelos codificadores convolucionais dos esquemas TCM usados anteriormente nessas modulações.

As Fig. 3.23 e 3.24 apresentam a taxa de erro de bit para a modulação 4-QAM usando o esquema TTCM da Tab. 2.11(b). Por outro lado, as Fig. 3.25 e 3.26 apresentam a taxa de erro de bit para a modulação 16-QAM com o esquema TTCM da Tab. 2.12.

Nas Fig. 3.23 e 3.25 observamos que para canais AWGN quando a S/I é baixa, os códigos turbo também não conseguem eliminar os patamares de taxa de erro. Para outros valores de S/I , o desempenho de “*waterfall*” é mantido e bons desempenhos são obtidos sem precisar de altas relações E_b/N_0 .

As Fig. 3.24 e 3.26 mostram que em canais com desvanecimento, o fato de se incrementar a eficiência espectral e manter uma baixa relação S/I , coloca em evidência a presença de patamares de taxa de erro e também uma leve perda do desempenho na região de “*waterfall*”. No entanto, não é preciso acrescentar muito à relação S/I para se recuperar o desempenho na região de “*waterfall*” e assim melhorar o desempenho, tanto do ganho de codificação, como da ordem de diversidade.

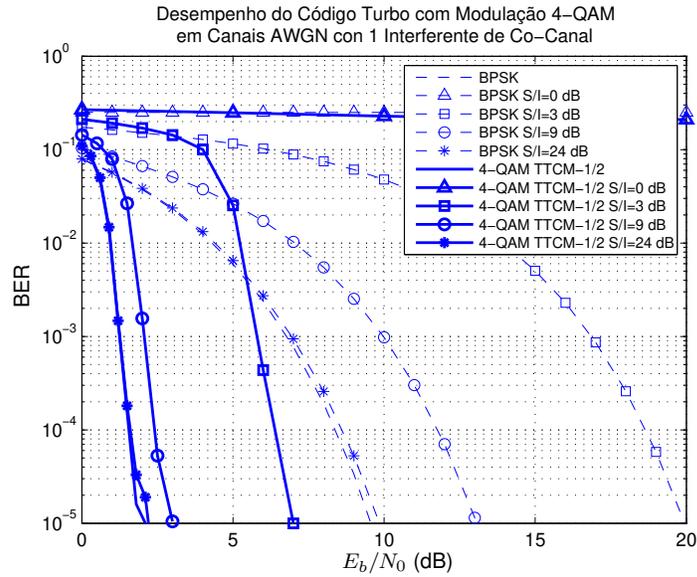


Figura 3.23: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 4-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o esquema TCM da Tab. 2.11(b).

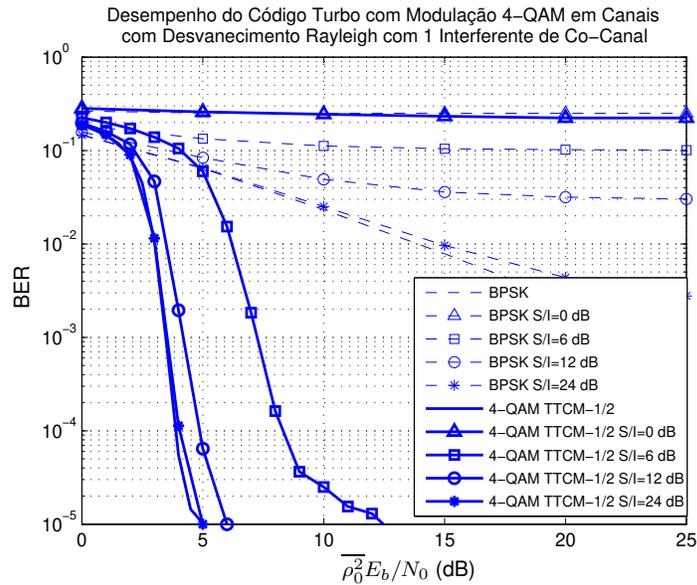


Figura 3.24: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2} E_b/N_0$ para a modulação 4-QAM em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o esquema TCM da Tab. 2.11(b).

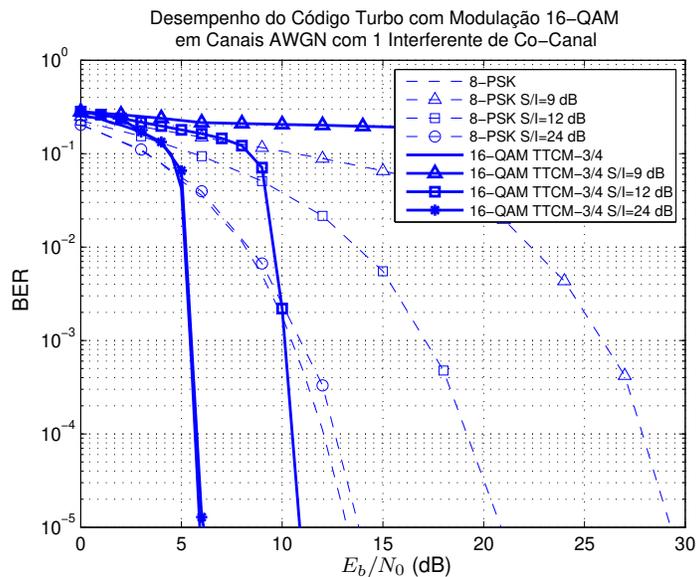


Figura 3.25: Taxa de erro de bit em função da relação E_b/N_0 para a modulação 16-QAM em canais AWGN com interferência de co-canal, usando o esquema TTCCM da Tab. 2.12.

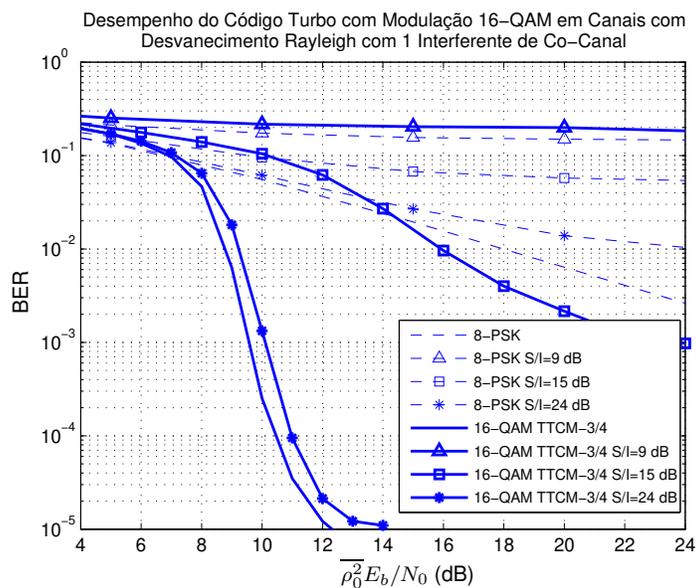


Figura 3.26: Taxa de erro de bit em função da relação $\overline{\rho_0^2} E_b/N_0$ para a modulação 16-QAM em canais com desvanecimento e interferência de co-canal, usando o esquema TTCCM da Tab. 2.12.

Capítulo 4

Conclusões e Contribuições

4.1 Conclusões

Esta dissertação estudou os efeitos da interferência de co-canal na taxa de erro de bits de sistemas de transmissão digital, assim como a capacidade dos códigos corretores de erros para se mitigar estes efeitos.

Para este fim, no capítulo 2 foi realizado um resumo dos conceitos básicos utilizados nesta dissertação e também foi mostrado o desempenho em termos da taxa erro de bits de sistemas de transmissão digital, em canais AWGN e em canais com desvanecimento Rayleigh, sem considerar os efeitos da interferência. Os esquemas de modulação avaliados foram BPSK, M-PAM e M-QAM. Nesse capítulo, também foram avaliados e propostos alguns esquemas de codificação convolucional e turbo. Os sistemas codificados que não permitem expansão da banda foram projetados usando modulação-codificada por treliça e modulação-codificada turbo.

Para se avaliar os efeitos da interferência de co-canal, no capítulo 3, primeiramente descrevemos um sistema de transmissão digital que considera a interferência de co-canal, contemplando a presença de um interferente idêntico e síncrono ao usuário alvo. Para a modulação BPSK foi realizada uma breve análise do desempenho na presença de um interferente assíncrono e também na presença de K interferentes idênticos, porém o foco do trabalho é considerar a presença de um interferente idêntico e síncrono ao usuário.

Com base no capítulo 3, pode-se dizer que o desempenho de um sistema de transmissão digital não é confiável quando a potência do interferente é maior ou igual que a potência do usuário alvo, pois os efeitos da interferência de co-canal geram patamares com altas taxas de erro de bit em ambos os canais, AWGN e com desvanecimento. Nestas circunstâncias, o desempenho de um sistema não pode ser melhorado através do aumento da relação E_b/N_0 e até mesmo com o uso de códigos corretores de erros.

Quando a potência do usuário alvo é maior do que a potência do interferente, as figuras mostraram um mesmo padrão de comportamento na presença da interferência de co-canal. Assim observamos que, como esperado, o desempenho dos sistemas melhora com o incremento da relação S/I . No entanto, os sistemas sem expansão da banda precisam de maiores relações S/I para se diminuir a taxa de erro de bits. Isto quer dizer que os sistemas com alta eficiência espectral são os mais susceptíveis aos efeitos da interferência de co-canal. Para relações S/I muito altas, dependendo do esquema de modulação, as degradações devido à interferência podem ser praticamente insignificantes.

Em canais AWGN os patamares de taxa de erro são apenas evidenciados para baixas relações S/I , no entanto para canais com desvanecimento os patamares de taxa de erro estão presentes para qualquer relação S/I , pois o desvanecimento afeta as potências instantâneas do interferente e do usuário.

Os resultados mostraram que os códigos corretores de erro conseguem mitigar os efeitos da interferência de co-canal. Assim, nas figuras observamos que, devido à codificação de canal, bons ganhos de codificação e ordem de diversidade foram obtidos sem a necessidade de altas relações S/I .

Devido à grande capacidade de correção de erros dos códigos turbo, os sistemas que usaram estes códigos foram os mais robustos à interferência de co-canal, e mostraram melhor desempenho, quando comparados aos sistemas com códigos convolucionais. Isto é possível ao custo da maior complexidade dos códigos turbo.

É importante enfatizar que em canais com desvanecimento, os patamares de taxa de erro não foram eliminados, nem pelos códigos convolucionais, nem pelos códigos turbo.

No projeto dos codificadores, foi percebido nos codificadores testados, que os códigos com melhor desempenho em canais AWGN, também apresentaram o melhor desempenho na presença de interferência de co-canal. O mesmo aconteceu com os códigos projetados para canais com desvanecimento. O projeto de codificadores usando esquemas TCM e TTCM, também permitiram mitigar os efeitos da interferência de co-canal em sistemas de alta eficiência espectral, sem a necessidade de expansão de banda.

As expressões teóricas e as curvas de probabilidade de erro apresentadas neste trabalho, se constituem em uma ferramenta de referência para se avaliar a efetividade de outras técnicas no combate à interferência de co-canal e também no projeto de redes sem fio.

4.2 Contribuições da Tese

Através do estudo da interferência de co-canal realizado nesta dissertação, pode-se citar as seguintes contribuições:

- Obtenção de expressões da taxa de erro de bit para as modulações M-PAM e M-QAM em canais

AWGN e em canais com desvanecimento na presença de um interferente de co-canal.

- Derivação de expressões para a avaliação de patamares de taxa de erro nas modulações BPSK e M-QAM em canais AWGN e em canais com desvanecimento na presença interferência.
- Curvas de probabilidade de erro para a análise de desempenho de códigos convolucionais e turbo na presença de interferência.
- Avaliação de desempenho de sistemas de transmissão digital que não permitem expansão de banda, através da modulação-codificada por treliça (TCM) e da modulação-codificada turbo (TTCM).

4.3 Trabalhos Futuros

O trabalho deixa em aberto algumas questões que poderiam ser estudadas em trabalhos futuros, como por exemplo:

- Avaliar os efeitos da interferência de co-canal em canais com outros modelos de desvanecimento, com o objetivo de se obter expressões fechadas ou aproximações.
- Projetar códigos corretores de erro ou técnicas com menor complexidade que permitam combater a interferência de co-canal, principalmente em sistemas de alta eficiência espectral.

Referências Bibliográficas

- [1] 3GPP, 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Physical Channels and Modulation (Release 9), 3GPP TS 36.211.
- [2] J. G. Proakis, “Digital Communications”, 4th ed., Mc Graw-Hill, 2001.
- [3] K. Cho and D. Yoon, “On the general BER expression of one- and two-dimensional amplitude modulations,” IEEE Trans. Comm., vol. 50, no. 7, Jul. 2002.
- [4] M. K. Simon e M. S. Alouini. “Digital Communications over Fading Channels”, 2nd ed., John Wiley, 2005.
- [5] W. T. A. Lopes, W. J. L. Queiroz, F. Madeiro, and M. S. Alencar, "Exact bit error probability of M-QAM modulation over flat Rayleigh fading channels," Proc. of SBMO/IEEE MTT-S Int. Micro. and Opto. Conf. (IMOC '07), pp. 804-806, Nov. 2007.
- [6] S. Lin e D. S. Costello Jr., "Error Control Coding: Fundamentals and Applications". 2nd ed., Prentice Hall, 2004.
- [7] P. Elias, “Error-free coding,” IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 4, pp. 29–37, Sept. 1954.
- [8] C. Berrou, A. Glavieux, P. Thitimajshima, “Near Shannon limit error-correcting coding and decoding. Turbo codes,” in Proc. IEEE Int. Conf. Comm., pp. 1064-1070, May 1993.
- [9] 3gpp, 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Multiplexing and Channel Coding (Release 9), 3GPP TS 36.212.
- [10] G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/phase signals," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.28, no.1, pp. 55- 67, Jan 1982.
- [11] G. Ungerboeck, “Trellis-coded modulation with redundant signal sets Part I: Introduction,” IEEE Comm. Mag., vol. 25, no. 2, pp. 5–11, Feb. 1987.

- [12] G. Ungerboeck, "Trellis-coded modulation with redundant signal sets Part II: State of the art," *IEEE Comm. Mag.*, vol. 25, no. 2, pp. 12–21, Feb. 1987.
- [13] R. Robertson and T. Wörz, "Coded modulation scheme employing turbo codes," *Electron. Lett.*, vol.31, no. 18, pp. 1546–1547, Aug. 1995.
- [14] R. Robertson and T. Wörz, "Bandwidth-efficient turbo trellis-coded modulation using punctured component codes," *IEEE J. Select Areas Comm.*, vol. 16, no. 2, pp. 206–218, Feb. 1998.
- [15] A. J. Viterbi, "Convolutional codes and their performance in communication systems," *IEEE Trans. Comm. Technol.*, vol 19, pp. 751-752, Oct. 1971.
- [16] J. Woodard and L. Hanzo, "Comparative study of turbo decoding techniques: An overview". *IEEE Trans. Vehic. Technol.*, vol. 49, no. 6, pp. 2208-2233, Nov. 2000.
- [17] S. Ng, T. Liew, L. Yang, and L. Hanzo, "Comparative study of TCM, TTCM, BICM and BICM-ID schemes," *IEEE Trans. Vehic. Technol.*, pp. 265 (CDROM), May 2001.
- [18] L. Hanzo, T. H. Liew, B. L. Yeap, "Turbo Coding, Turbo Equalisation and Space-Time Coding for Transmission over Fading Channels", Wiley and Sons, Inc., 2002.
- [19] T. Rappaport, "Wireless Communications Principles & Practice," 1st ed., Prentice Hall Communications Engineering and Emerging Technologies Series, 1996.
- [20] M. Yacoub, "Wireless Technology: Protocols, Standards, and Techniques", CRC Press, 2002.
- [21] R. A. Coco, "Error Rate Considerations for Coherent Phase-Shift Keyed Systems with Cochannel Interference," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 48, no. 3, pp. 743-767, Ma. 1969.
- [22] V. Tralli and R. Verdone, "Performance characterization of digital transmission systems with co-channel interference," *IEEE Trans. Vehic. Technol.*, vol. 48, pp. 733–745, May 1999.
- [23] H. Roelofs, R. Srinivasan and W. van Etten, "Performance estimation of M-ary PSK in co-channel interference using fast simulation," *IEEE Proc. Comm.*, Vol. 150, no. 5, pp. 335-340, Oct. 2003.
- [24] X. Liu and L. Hanzo, "Exact BER of rectangular-constellation QAM subjected to asynchronous co-channel interference and Nakagami-m fading," *Electron. Lett.*, 42 pp. 868-869, 2006.
- [25] Z. Du, J. Cheng, and N. Beaulieu, "BER analysis of BPSK signals in Ricean-Faded co-channel interference," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 55, no. 10, Oct. 2007.

- [26] H. Roelofs, J Thijs and R. Srinivasan, "Performance and cellular capacity of M-ary PSK in co-channel interference," IEEE Melecom , 2002.
- [27] N. C. Beaulieu and A. A. Abu-Dayya, "Bandwidth efficient QPSK in cochannel interference and fading," IEEE Trans. Comm., vol. 43, no.9, pp. 2464–2474, Sep. 1995.
- [28] A. Giorgetti and M. Chiani, "Influence of fading on the Gaussian approximation for BPSK and QPSK with asynchronous cochannel interference," IEEE Trans. Wireless Comm., vol. 4, no. 2, pp. 384–389, Mar. 2005.
- [29] D. Altamirano and C. de Almeida, "Evaluation of the effects of the co-channel interference on the bit error rate of cellular systems for BPSK modulation," IEEE/SBrT Int. Telecomm. Symp., Sept. 2010.
- [30] E. Zentner, S.Z. Pilinsky, "Probability of signal-to-interference ratio in mobile cellular systems," Symp. on Trends in Comm., pp. 72-75, Jun. 2006.
- [31] Y. Sanada, W. Qiang, "A co-channel interference cancellation technique using orthogonal convolutional codes," IEEE Trans. Comm., vol.44, no.5, pp.549-556, May 1996.
- [32] H. Hisata, J. Horikoshi, "Turbo codes with RLS-MLSE channel estimation in the co-channel Interference environment," IEEE Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Comm., vol.2, no., pp.903-907 vol.2, 2000.
- [33] A. Carlson and P. Crilly, "Communications Systems," 4th ed., McGraw-Hill, 2002.
- [34] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate." IEEE Trans. Inform. Theory, pp. 284-287, Mar. 1974.
- [35] M. Eroz and A. Hammons, "On the desing of prunable interleavers for turbo codes,"in Proc. VTC'99, Houston, TX, May 16-19, 1999.
- [36] J. Hagenauer e P. Hoeher, "A Viterbi algorithm with soft-decision outputs and its applications," IEEE Globecom, pp. 1680-1686, 1989.
- [37] J. K. Cavers and P. Ho, "Analysis of the Error Performance of Trellis-Coded Modulations in Rayleigh-Fading Channels," IEEE Trans. Comm., vol. 40, pp. 74-83, Jan. 1992.
- [38] D. Divsalar and M. Simon, "The Design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels: Performance Criteria," IEEE Trans. Comm., vol. 36, no. 9, pp. 1004-1012, Sept. 1988.

- [39] C. Schlegel and L. Perez, "Trellis Coded Modulation," New York, USA: IEEE Press. September 1997.
- [40] J. Du, and B. Vucetic, "Trellis coded 16-QAM for fading channels," Eur. Trans. Telecommun. Special Issue on Applications of coded-modulation techniques, April, 1993.
- [41] E. Zehavi and J. Wolf, "On the performance evaluation of trellis codes," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 32, pp. 196-202, Mar. 1987.
- [42] C. Tellambura, "Evaluation of the Exact Union Bound for Trellis-Coded Modulations over Fading Channels," IEEE Trans. Comm., vol. 44, pp. 1693-1699, Dec. 1996.
- [43] G. Quelal, D. Moya, E. Benítez, D. Altamirano and C. de Almeida, "Evaluation of the Effects of Co-Channel Interference on the Bit Error Rate for QPSK and M-QAM Modulations," IEEE/SBrT Int. Telecomm. Symp., pp. 1-6, Sep 2010.