



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Engenharia de Computação e
Automação Industrial



SÍNTESE POR MODELAGEM FÍSICA DA CLARINETA: MODELO POR GUIA DE ONDAS COM ESCOAMENTO

Autor: Luís Carlos de Oliveira

Orientador: Prof. Dr. Rafael Santos Mendes

Co-Orientador: Prof. Dr. Ricardo Goldemberg

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre/Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Engenharia de Computação**.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Rafael Santos Mendes (presidente) — DCA/FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Leonardo Fuks — EMUFRJ

Prof. Dr. Sérgio Freire Garcia — EMUFGM

Prof. Dr. José Roberto França Arruda — DMC/FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Yaro Burian Jr. — DMCSI/FEEC/UNICAMP

Campinas – SP
12 de agosto de 2011

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: Luís Carlos de Oliveira

Data da Defesa: 12 de agosto de 2011.

Título da Tese: "Síntese por Modelagem Física da Clarineta: Modelo por Guia de Ondas com Escoamento".

Prof. Dr. Rafael Santos Mendes (Presidente): Rafael Santos Mendes

Prof. Dr. Leonardo Fuks Leonardo Fuks

Prof. Dr. Sergio Freire Garcia: Sergio Freire Garcia

Prof. Dr. José Roberto de França Arruda: José Roberto de França Arruda

Prof. Dr. Yaro Burian: Yaro Burian

Resumo

Este trabalho aplica a técnica do guia de ondas digital (“*Digital Waveguide*”) na *síntese* de instrumentos de sopro da família das madeiras, em particular, da clarineta. Esta técnica foi desenvolvida na década de 1980 e, desde então, tem sido utilizada em síntese de instrumentos musicais por modelagem física.

A técnica consiste, grosso modo, no processo de discretização da solução *por ondas viajantes* da Equação da Onda. Este procedimento permite obter uma estrutura de filtros digitais que simula a propagação da onda sonora para a direita e para a esquerda com velocidade de propagação equivalente à velocidade do som, c .

No entanto, nos resultados de modelagem física publicados, constatou-se a ausência da velocidade de escoamento do ar, u . A contribuição deste trabalho consiste em reelaborar a estrutura de filtros digitais de modo a contemplar a velocidade de escoamento do fluido. A fundamentação teórica estabelece que para um meio de propagação sonora em movimento as velocidades de propagação para a direita é $c + u$ e para a esquerda é $c - u$.

Propõe-se então, uma estratificação do tubo da clarineta em camadas divididas por mesma área ou mesma largura de modo a verificar a influência do perfil de velocidades na síntese sonora.

Foi observado que a inclusão do escoamento implica uma “distorção” na curva da pressão interna do tubo, o que aproxima essa forma dos resultados experimentais.

Palavras-chave: Síntese de Instrumentos Musicais, Processamento de Sinais, Modelagem Física, Guia de Ondas Digital.

Abstract

This study aims to apply the technique of Digital Waveguide in synthesis of woodwind instruments, particularly the clarinet. This technique was developed in the mid-80 and since then, has application in the synthesis of musical instruments by physical modeling.

It consists, roughly, in the process of discretization of the *traveling wave solution* of the Wave Equation. This leads to a digital filter structure that simulates the propagation of sound waves to the right and left with the speed of sound propagation, c .

However, in the published results of physical modeling, the air flow velocity, \mathbf{u} , was not included.

The contribution of this work is to redesign the structure of digital filters in order to contemplate the velocity of the fluid. The theoretical framework provides that in a medium in motion the velocities of propagation to the right is $c + u$ and to the left is $c - u$.

It is proposed then a stratification of the tube of the clarinet in layers divided by the same area or same width in order to verify the influence of velocity profile in the synthesized sound.

It was observed that the inclusion of flow provides a “distortion” in the internal pressure of the tube. It sets resemblance to experimental results.

Keywords: Synthesis of Musical Instruments, Digital Signal Processing, Physical Modeling, Digital Waveguide.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser efetuado sem a compreensão dos meus pais, Dirso de Oliveira e Laurinda Ana de Oliveira, por aceitarem uma condição econômica com certas restrições devido à minha vontade de incluir a música como parte integrante de minha atividade profissional. Agradeço a eles por mais esta possibilidade.

A condução desta empreitada não poderia ser levada adiante sem a paciente orientação do Prof. Rafael Santos Mendes ao qual agradeço gentilmente.

A oportunidade de trabalhar com música e engenharia surgiu de proposta inicial do Prof. Ricardo Goldemberg, onde participou na co-orientação, e ao qual agradeço pela confiança depositada. Em parceria, agradeço à existência do NICS (Núcleo Interdisciplinar de Comunicação Sonora) por conter um grupo interdisciplinar atuante e pela oportunidade dos experimentos iniciais.

Num dos momentos de impasse deste trabalho que resultaram em criatividade física agradeço o apoio e discussões técnicas ao amigo José Luis de Paiva. E desta parte, agradeço o apoio incondicional da Terezinha e Elisete nos momentos complexos.

Quero agradecer, uma vez mais, ao Prof. Dr. Ivan de Camargo e Oliveira (IME-USP) pelos seis anos de seminários matemáticos nos quais pacientemente construiu o meu (ainda pequeno) conhecimento matemático.

Agradeço ao jovem amigo Luis Henrique (Nolano) Guimarães pelas notas de um clarinetista iniciante que foram importes para o desenvolvimento deste estudo.

Ao Prof. Lawrence Fritz da Universidade de Iowa pela criação do banco de dados de instrumentos musicais e torná-lo disponível.

Na vida a gente encontra e desencontra várias pessoas. Poucas têm a sensibilidade de valorizar a relação com o tempo, por isso agradeço ao amigo Luiz Carlos Jackson por ensinar, junto com sua família, a observar um “Brasil Invertido” e ainda assim possibilitar ter um “Sonho Todo Azul”. Em conjunto com sua esposa, Renata Mourão, transmitem esperança na formação de um país melhor.

Outro amigo, recém descoberto artista, Ricardo Oliveira (Dindo) junto com sua super família, (Lucila, Thales, Fernando e Vicente) agradeço por ensinarem que a vida solitária é mais uma vida só.

E se esta vida é de certa forma complexa, inexplicável, incompreendida,..., pelo menos podemos construir uma trilha sonora que seja conveniente para “tocar” esta vida. Por isso quero deixar meu

sincero agradecimento a todos que fizeram parte desta trilha sonora, em momentos e situações distintas, seja “fazendo um som”(em ordem alfabética), André Saude (guitarra, violão), Carlo Freire (bateria), Chico Santana (percussão), Daniel (ou “Brita”, guitarra e trombone), Edu (“nariz”)(violões 6, 7 e exercícios do Gramani), Fabiano ZePê (guitarra), “Faz Farra” (intervenção carnavalesca), Feijão (piano), Fernandão(violão, guitarra), Israel(violões 6 e 7), Leonardo Valadares (violão, guitarra), Marcelo Pereira(saxofones, condução, *band-leader*), Mário Bonafé (baixo elétrico, estúdio), Natália (piano), Natanael do Nascimento Jr. (baixo elétrico, guitarra, violão, cavaquinho,...), Priscila (bateria e percussão), Ronaldinho(voz, violão e cavaquinho), Zuim (baixo elétrico), “*Big Band ULM*”, “*Orquestra de Sopro ULM*, e claro quando incipiente com o “Pisei no Despacho” e depois o “Desarranjo”, ou ainda dirigindo-se aos diferentes shows com Cibele Neves e ouvindo músicas nos “bolas” inesquecíveis com Vandete Torrecillas e para ouvir música, o “Clube do Vinil”.

Durante meu auto-exílio litorâneo na Praia Grande este momento solitário foi mais suave devido à presença do Prof. José Manuel Costa Rodrigues que me acompanhou no piano e teclado em diversos temas e canções. E em parceria com sua esposa Maria Gorete Cardoso da Silva os momentos musicais se encerravam com jantares que amenizaram a solidão.

Como a vida não é feita apenas por notas musicais, agradeço o acolhimento e os momentos felizes proporcionados por Mariana Menezes e Tatiane Meire, e sem dúvida ao Alexandre Braga por proporcionar, sabendo, o elemento mais importante da música que é a pausa (ou silêncio).

Finalmente, agradeço o apoio financeiro proporcionado pelo CNPq.

“...In some way, the human race became possessed of its ears. At first they would merely be helps in the struggle for existence. But we can imagine primitive man one day discovering in them an interest and a value of another kind; we can imagine him finding that the hearing of some simple sound, perhaps the twang of his bowstring or the blowing of the wind over a broken reed, was a pleasure in itself. On that day music was born, and from that day to this innumerable workers of many ages and of many peoples have been trying to discover new sounds of a pleasure-giving kind, and to master the art of blending and weaving these together so as to give the maximum of enjoyment, with the result that music of one kind or another now figures largely in the lives of most human beings.”

Sir James Jeans — *Science and Music*.

*“...que este trabalho seja mais uma homenagem a Abdias Nascimento (1914-2011)
por seu ativismo.”*

Sumário

Lista de Figuras	xvii
Lista de Tabelas	xxiii
Glossário	xxv
Lista de Símbolos	xxvii
1 Introdução	1
1.1 Panorama Histórico	1
1.2 Síntese Sonora	2
1.3 Linguagens para Síntese Sonora	6
1.4 Análise e Síntese por Tratamento Experimental	7
1.5 Histórico da Modelagem Física de Instrumentos Musicais	7
1.6 Contribuição desta Tese	8
1.7 Roteiro da Tese	8
2 Princípios Acústicos	11
2.1 Ar como Meio de Propagação Sonora	11
2.2 Teoria Geral de Acústica Linear	12
2.2.1 Instrumentos de Sopro	13
2.2.2 Solução para Diferentes Tubos	14
2.2.3 Correção do Comprimento	16
2.3 Transição entre Notas e Articulação	17
3 Modelagem Acústica da Clarineta	23
3.1 Mecanismo de Excitação	24
3.1.1 Movimento da Palheta	26
3.1.2 Fluxo de Ar	28
3.1.3 Modelo para Instrumentos de Palheta Simples	29
3.1.4 Novas Abordagens	30
3.2 Influência do Trato Vocal	31
3.3 Tubos (“Bores”)	32
3.3.1 Equação da Onda nos Tubos	33
3.3.2 Aproximação da Geometria Interna do Tubo do Instrumento	42

3.4	Radiação Sonora	44
3.4.1	Radiação através da Campana	44
3.4.2	Radiação através dos Furos	47
4	Síntese por Modelagem Física da Clarineta	51
4.1	Mecanismo de Excitação	51
4.1.1	Coeficiente de Reflexão Dependente da Pressão	52
4.2	Tubos	55
4.2.1	Tubos Cilíndricos - DWG	55
4.2.2	Geometria Interna dos Tubos	57
4.2.3	Impedância de Entrada para a Geometria Aproximada	62
4.3	Radiação pela Campana	64
4.4	Junção Cilindro-Tronco de Cone	64
4.5	Modelagem da Transição de Notas	65
5	Hipóteses Relativas ao Escoamento e Proposta para Discretização	69
5.1	Escoamento no Interior da Clarineta	69
5.1.1	Revisão da Emissão Sonora de Ondas Planas	70
5.2	Geometria Interna	71
5.2.1	Região da Boquilha e Palheta	73
5.2.2	Sumário	73
5.3	Implementação da Velocidade de Escoamento	74
5.3.1	Determinação da Propagação por Camadas	75
5.4	Comprimento Não-Inteiro de Delay Lines: Interpolação e Deinterpolação	78
5.4.1	Estrutura de Filtro FIR para Interpolação e Deinterpolação	78
5.5	Guia de Ondas Fracionário	80
5.6	Pressão na Entrada	81
5.7	Descrição do Modelo	82
6	Resultados de Simulação	87
6.1	Amostras Sonoras para Referência	88
6.2	Representação Gráfica dos Resultados Sonoros	90
6.3	Representação Gráfica dos Resultados Sonoros com Escoamento	97
6.3.1	Perfis de Velocidades	99
6.3.2	Estrutura Utilizada para a Modelagem em MATLAB	104
6.4	Discretização por Camadas na Geometria Aproximada da Clarineta	104
6.4.1	Divisão da Geometria Interna por Camadas de Mesma Espessura	105
6.4.2	Divisão da Geometria Interna do Tubo por Camadas de Mesma Área	113
6.5	Influência do Transiente na Pressão de Entrada	120
6.6	Transição de Notas - “Baião”	133
6.7	Registro das Faixas Sonoras	133

7	Discussão dos Resultados de Síntese	139
7.0.1	Discretizando a Geometria Interna	142
7.0.2	Efeito do Transiente da Pressão de Entrada	142
8	Conclusão e Proposta de Continuidade do Estudo	143
8.1	Proposta de Continuidade do Estudo	144
	Referências Bibliográficas	145
A	Análise e Síntese por Tratamento Experimental	149
A.1	Aparato Experimental	149
A.2	Análise Experimental	151
A.3	Destaques da Síntese Experimental	151
A.4	Destaques da Análise Experimental	152

Lista de Figuras

1	Comissão Julgadora - Tese de Doutorado	iii
1.1	Console do Teleharmonium desenvolvido por Thaddeus Cahill em 1897.	2
1.2	Representação da envoltória temporal de um som qualquer. A : ataque; D : decaimento; S : sustentação e R : relaxamento.	5
2.1	Representação de Onda Longitudinal.	12
2.2	Forças de Pressão no Elemento de Volume.	13
2.3	Primeiro, segundo e terceiro modos de vibração para tubo com extremidades abertas.	15
2.4	Primeiro e segundo modos de vibração para tubo fechado-aberto.	15
2.5	Três primeiros modos de vibração para tubo cônico.	16
2.6	Correção no final do tubo.	16
2.7	Efeito da presença de um furo.	17
2.8	Três Possibilidades de Transição entre Duas Notas.	18
2.9	Parâmetros Envolvidos na Transição de Notas.	18
2.10	Diagrama esquemático para a transição da nota E5 para a F \sharp 5.	21
2.11	Indicação dos seis caminhos possíveis para a transição da nota E5 para a F \sharp 5.	21
3.1	Diagrama Genérico de um Instrumento.	24
3.2	Clarineta Soprano em Si bemol.	25
3.3	Ilustração da Palheta Ajustada à Boquilha.	25
3.4	Representação da Palheta e Boquilha com Seção Interna.	26
3.5	Vista frontal de palheta para clarineta.	27
3.6	Vista lateral de palheta para clarineta.	27
3.7	Palhetas para saxofones contralto e tenor.	27
3.8	Fluxo Dinâmico através da Palheta	30
3.9	Tubo Infinito e Representação da Clarineta (tubo finito).	34
3.10	Trecho de uma Seção Cônica.	38
3.11	Tronco de Cone.	41
3.12	Aproximação da Geometria Interna do Tubo	42
3.13	Junção de Espalhamento para Duas Seções Cilíndricas de Áreas Distintas.	43
3.14	Junção de Espalhamento para Duas Seções Cônicas com Áreas Diferentes.	43
3.15	Corte Transversal da Campana e Deslocamento de Elemento de Volume.	46
3.16	Geometria Básica de um Furo.	48
3.17	Seção <i>T</i> da Linha de Transmissão para Representar o Furo.	50

4.1	Cavidade Bucal e Boquilha.	51
4.2	Fluxo Dinâmico através da Palheta	52
4.3	Coeficiente de Reflexão e vazão volumétrica de ar através da palheta	55
4.4	Implementação por Guia de Ondas do Coeficiente de Reflexão como Função da Pressão.	55
4.5	Guia de Ondas Digital.	56
4.6	(a) Tubo com geometria não-uniforme; (b) Sua representação por secções cilíndricas.	58
4.7	Junção de Dois Tubos Uniformes de Diâmetros Distintos.	58
4.8	Diagrama da Junção de Duas Portas para o Sinal Acústico de Vazão Volumétrica.	60
4.9	Diagrama Equivalente da Junção de Duas Portas com um Único Multiplicador.	60
4.10	Diagrama da Junção de Duas Portas para o Sinal Acústico de Pressão.	61
4.11	Diagrama Equivalente para Sinal de Pressão com um Único Multiplicador.	62
4.12	Junção de espalhamento para contato entre uma seção cilíndrica e uma cônica.	65
4.13	Modelo Completo dos Furos (Simplificado).	65
4.14	Modelo “ <i>Serial Crossfade</i> ” para Transição de Notas.	66
4.15	Modelo “ <i>Parallel Crossfade</i> ” para Transição de Notas.	66
5.1	Representação de uma Camada entre Duas Secções.	72
5.2	Divisão da seção transversal do tubo por $N_c = 3$ camadas de mesma largura	76
5.3	Divisão da seção transversal do tubo por $N_c = 3$ camadas de mesma área , além da região da parede.	77
5.4	Conexão entre as Camadas para o Guia de Ondas.	77
5.5	Modelo da Clarineta por Guia de Ondas em Multicamadas.	78
5.6	Diagrama representativo das operações de <i>interpolação</i> e <i>deinterpolação</i>	78
5.7	Forma Direta padrão	79
5.8	Forma Transposta da Estrutura FIR.	79
5.9	Deinterpolação não Recursiva	79
5.10	Junção de 2 Portas para Fracional Delay Line em Ponto Arbitrário.	80
5.11	Junção de 3 Portas Conectando um Ramo Lateral de Guia de Ondas.	81
5.12	Fracional Delay para Onda de Pressão. Junção de Espalhamento com 2 Portas.	81
5.13	Eficiente algoritmo para implementação de fracionais <i>delay lines</i>	81
5.14	Perfis do Regime Transiente da Pressão de Entrada.	83
5.15	Diagrama de Blocos para Implementação do Modelo de Síntese.	84
6.1	Pressão interna no interior do instrumento: experimental.	88
6.2	Pressão interna no interior do instrumento: instrumentista.	89
6.3	Amplitude dos componentes espectrais em função do tempo.	89
6.4	Amplitude espectral em função do tempo para o caso onde a impedância de saída é ideal, $Z_L = 0$	90
6.5	Espectro do sinal em $t \approx 2, 0s$ para o caso onde a impedância de saída é ideal, $Z_L = 0$	91
6.6	Pressão no tubo do instrumento ($t \approx 2, 0s$) para o caso onde a impedância de saída é ideal, $Z_L = 0$	91
6.7	Estrutura com número inteiro M de <i>delay lines</i> e impedância de saída ideal, $Z_L = 0$	91
6.8	Amplitude espectral em função do tempo para o modelo com filtro $R_L(z)$ na saída.	92
6.9	Espectro do sinal para o modelo com filtro $R_L(z)$ na saída em $t \approx 2, 0s$	92

6.10	Pressão no tubo do instrumento do modelo com filtro $R_L(z)$ na saída, ($t \approx 2, 0s$).	93
6.11	Estrutura com número inteiro M de <i>delay lines</i> e filtro $R_L(z)$ na saída.	93
6.12	Amplitude espectral em função do tempo para o Modelo Elementar	93
6.13	Espectro do sinal para o Modelo Elementar em $t \approx 2, 0s$	94
6.14	Pressão no tubo do instrumento, Modelo Elementar , ($t \approx 2, 0s$).	94
6.15	Estrutura do Modelo Elementar	95
6.16	Amplitude espectral em função do tempo para o Modelo Elementar com campana	95
6.17	Espectro do sinal para o Modelo Elementar com campana em $t \approx 2, 0s$	96
6.18	Pressão no tubo do instrumento para o Modelo Elementar com campana em $t \approx 2, 0s$	96
6.19	Modelo da clarineta.	97
6.20	Amplitude espectral em função do tempo para o modelo de clarineta.	98
6.21	Espectro do sinal para o modelo de clarineta.	98
6.22	Pressão no tubo com geometria interna	99
6.23	Aproximação da geometria interna da clarineta (hipotético).	99
6.24	Perfis de velocidades para discretização do raio em três Camadas.	100
6.25	Perfis de velocidades para discretização do raio em cinco camadas.	100
6.26	Perfis de velocidades constante e randômico para discretização do raio em três camadas.	101
6.27	Perfis de velocidades constante e randômico para discretização do raio em cinco camadas de <i>Mesma Largura</i>	101
6.28	Perfis de velocidades para discretização do raio em três camadas de <i>Mesma Área</i>	102
6.29	Perfis de velocidades para discretização do raio em cinco camadas de <i>Mesma Área</i>	102
6.30	Perfis de velocidades constante e randômico para discretização do raio em três camadas de <i>Mesma Área</i>	103
6.31	Perfis de velocidades constante e randômico para discretização do raio em cinco camadas de <i>Mesma Área</i>	103
6.32	Estrutura utilizada para discretização do tubo do instrumento por k camadas ($N_c = k$).	104
6.33	Representação (aproximada) da geometria interna da clarineta.	105
6.34	Amplitude espectral para perfil triangular de velocidades. (MMLg).	106
6.35	Espectro em $t \approx 2, 0s$ para perfil triangular de velocidades. (MMLg).	106
6.36	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2, 0s$ para perfil triangular de velocidades. (MMLg).	107
6.37	Amplitude espectral para perfil parabólico de velocidades. (MMLg).	107
6.38	Espectro em $t \approx 2, 0s$ para perfil parabólico de velocidades. (MMLg).	108
6.39	Pressão no interior do tubo em $t \approx 0, 5s$ para perfil parabólico de velocidades. (MMLg).	108
6.40	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2, 0s$ para perfil parabólico de velocidades. (MMLg).	109
6.41	Amplitude espectral para perfil constante de velocidades. (MMLg).	109
6.42	Espectro em $t \approx 2, 0s$ para perfil constante de velocidades. (MMLg).	110
6.43	Pressão no interior do tubo em $t \approx 0, 5s$ para perfil constante de velocidades. (MMLg).	110
6.44	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2, 0s$ para perfil constante de velocidades. (MMLg).	111
6.45	Amplitude espectral para perfil randômico de velocidades. (MMLg).	111
6.46	Espectro em $t \approx 2, 0s$ para perfil randômico de velocidades. (MMLg).	112
6.47	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2, 0s$ para perfil randômico de velocidades. (MMLg).	112
6.48	Amplitude espectral para perfil de velocidades parabólico deslocado. (MMLg).	113
6.49	Espectro em $t \approx 2, 0s$ para perfil de velocidades parabólico deslocado. (MMLg).	113

6.50	Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para perfil de velocidades parabólico deslocado. (MMLg).	114
6.51	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil de velocidades parabólico deslocado. (MMLg).	114
6.52	Amplitude espectral para perfil triangular de velocidades. (MMA).	115
6.53	Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil triangular de velocidades. (MMA).	115
6.54	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil triangular de velocidades. (MMA).	116
6.55	Amplitude espectral para perfil parabólico de velocidades. (MMA).	117
6.56	Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil parabólico de velocidades. (MMA).	117
6.57	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil parabólico de velocidades. (MMA).	118
6.58	Amplitude espectral para perfil constante de velocidades. (MMA).	118
6.59	Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil constante de velocidades. (MMA).	119
6.60	Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para perfil constante de velocidades. (MMA).	119
6.61	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil constante de velocidades. (MMA).	120
6.62	Amplitude espectral para perfil randômico de velocidades. (MMA).	120
6.63	Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil randômico de velocidades. (MMA).	121
6.64	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil randômico de velocidades. (MMA).	121
6.65	Amplitude espectral para perfil de velocidades parabólico deslocado. (MMA).	122
6.66	Espectro em $t \approx 2,0s$ para de velocidades perfil parabólico deslocado. (MMA).	122
6.67	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil de velocidades parabólico deslocado. (MMA).	123
6.68	Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada exponencial. (MMA).	124
6.69	Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>constante</i> e parabólico deslocado. Pressão exponencial na entrada e MMA.	124
6.70	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>constante</i> e parabólico deslocado. Pressão na entrada é uma função exponencial; (MMA).	125
6.71	Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada sendo função parabólica. (MMA).	125
6.72	Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>constante</i> e parabólico deslocado. A pressão na entrada é uma função parabólica;(MMA).	126
6.73	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>constante</i> e parabólico deslocado. A pressão na entrada varia exponencialmente; (MMA).	126
6.74	Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada sendo função quadrática. (MMA).	127
6.75	Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>constante</i> e parabólico deslocado. A pressão na entrada é uma função quadrática; (MMA).	127
6.76	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>constante</i> e parabólico deslocado. A pressão na entrada é uma função quadrática; (MMA).	128

6.77	Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada sendo uma função exponencial. (MMLg).	129
6.78	Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>randômico</i> e parabólico deslocado. A pressão na entrada é uma função exponencial; (MMLg).	129
6.79	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>randômico</i> e parabólico deslocado. A pressão na entrada é uma função exponencial; (MMLg).	130
6.80	Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada sendo função parabólica. (MMLg).	130
6.81	Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>randômico</i> e parabólico deslocado. A pressão na entrada é uma função parabólica; (MMLg).	131
6.82	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>randômico</i> e parabólico deslocado. A pressão na entrada é uma função exponencial; (MMLg).	131
6.83	Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada sendo função quadrática. (MMLg).	132
6.84	Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>randômico</i> e parabólico deslocado. A pressão na entrada é uma função quadrática; (MMLg).	132
6.85	Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, <i>randômico</i> e parabólico deslocado. A pressão na entrada é uma função quadrática; (MMLg).	133
A.1	Visão Geral do Aparato Experimental.	150
A.2	Detalhe do Contato com a Palheta.	150
A.3	<i>Patch</i> para a Síntese da Nota D_2	152
A.4	<i>Patch</i> para o Cálculo da Frequência, com Desvio, da Nota D_2	152

Lista de Tabelas

3.1	Valores médios dos parâmetros k e μ	28
6.1	Aproximação da geometria do tubo por uma sucessão de cilindros hipotéticos.	97
6.2	Comprimento e diâmetro das seções cilíndricas que aproximam uma clarineta.	105
A.1	Níveis dos Fatores nos Experimentos	151

Glossário

ADSR	– Ataque, Decaimento, Sustentação e Relaxamento;
CFD	– “ <i>Computational Fluid Dynamic</i> ”;
DL	– “ <i>Delay Line</i> ”;
DWG	– “ <i>Digital Waveguide</i> ” – Guia de Ondas Digital;
FD	– “ <i>Fractional Delay</i> ”;
FIR	– “ <i>Finite Impulse Response</i> ”;
FM	– Freqüência Modulada;
IIR	– “ <i>Infinite Impulse Response</i> ”;
IRCAM	– “ <i>Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique</i> ”;
MIDI	– “ <i>Musical Instrument Digital Interface</i> ”;
MMA	– Mesma Área;
MMLg	– Mesma Largura;
NL	– Não-Linear;
Pd	– “ <i>Pure Data</i> ”;
S.I.	– Sistema Internacional;
STK	– “ <i>Synthesis Toolkit</i> ”
VC	– Volume de Controle;

Lista de Símbolos

As unidades das grandezas estão no S.I.:

A	– Área da seção transversal do tubo;
B	– Módulo de compressibilidade;
c	– Velocidade do som;
C	– Constante;
f	– Onda viajante para a direita;
F_r	– Força sobre a palheta;
f_n	– Frequência do $n^{\text{ésimo}}$ harmônico;
g	– Onda viajante para a esquerda;
H	– Função de transferência;
J_{mn}	– Função de Bessel;
k	– ‘Constante da mola’ para a palheta;
L	– Comprimento do tubo;
L_f	– Comprimento da palheta disponível para vibrar (<i>facing curve length</i>);
$P(x, y, z, t)$	– Pressão total absoluta na posição (x, y, z) e instante t ;
m	– Massa da palheta; Constante de separação;
$p_0(x, y, z, t)$	– Pressão atmosférica;
$p'(x, y, z, t)$	– Pressão acústica;
p_C	– Pressão necessária para fechar completamente o canal de abertura da boquilha;
p_{cb}	– Pressão da cavidade bucal;
p_{Δ}	– Diferença de pressão entra a pressão da cavidade bucal, p_{cb} e na boquilha, p_b , que se iguala à do tubo;
p_m	– Pressão na boquilha;
p_r	– Pressão na palheta;
r	– Posição radial (coordenadas cilíndricas);
\mathcal{R}	– Coeficiente de reflexão;
S	– Entropia;

- S_r – Área da palheta que vibra;
 t – Tempo;
 \mathcal{T} – Coeficiente de transmissão;
 u_r – Velocidade através do canal entre a palheta e boquilha;
 u – Vetor velocidade de escoamento;
 v – Velocidade acústica do ar;
 x – Posição no tubo;
 y – Deslocamento da palheta ou da corda (depende do contexto);
 y_0 – Posição de repouso da palheta;
 Z – Impedância;
 Z_L – Impedância de carga na posição $x = L$;
 w – Largura da palheta;

Símbolos gregos:

- α_{mn} – Zeros positivos da derivada J'_{mn} ;
 β – Constante de separação;
 ∇^2 – Laplaciano;
 γ – Parâmetro da conexão de dois troncos de cone;
 ϕ – Ângulo da coordenada esférica;
 ρ – Densidade do ar;
 μ – fator de atrito;
 Ω – Frequência;
 ξ – *deslocamento do ar*;
 ξ_e – Resistência específica do furo aberto;

Capítulo 1

Introdução

Desde o final do século passado e início deste milênio, o computador está possibilitando unificar a arte de composição musical com algoritmos computacionais da engenharia. No entanto, focar um trabalho nesta interdisciplinaridade leva ao risco de ficar a meio caminho.

O escopo inicial deste trabalho visava circular nestes domínios do conhecimento humano. No entanto, este é um trabalho de engenharia que tem um pensamento na música.

A engenharia vai lidar com a utilização da técnica de filtros digitais para a síntese de instrumentos musicais, em particular, da síntese da clarineta.

Faz-se um breve apanhado histórico da relação da tecnologia com o ambiente musical até os dias atuais, verificam-se as deficiências do ferramental utilizado e em seguida pequenas modificações são propostas para atingir um resultado musical mais “satisfatório”.

Este “satisfatório”, provavelmente, corresponde a um questionamento estético, que foge do alcance deste trabalho. De modo simples, pretende-se aqui apresentar uma particular técnica de síntese de instrumentos musicais que vem se destacando em aplicações composicionais e já está disponível em sintetizadores musicais. Trata-se da síntese por modelagem física descrita pelo guia de ondas digital, do termo em inglês, “*Digital Waveguide (DWG)*”.

1.1 Panorama Histórico

As origens da produção e comunicação sonora remontam à pré-história. No momento em que o som se tornou um elemento importante na influência da vida humana, por exemplo em grandes ocasiões militares e cerimoniais, então era natural que surgisse a ciência do som ou *acústica* [1].

No entanto, foi com os gregos antigos que as primeiras questões formais da acústica musical começaram a ser tratadas da forma que o ocidente emprega atualmente.

Entretanto, a partir do século XVII, período em que são estabelecidos os fundamentos da filosofia e da ciência moderna, os estudos de acústica passaram a ter maior relevância formal.

A partir de então, os conhecimentos de acústica se multiplicaram enormemente e ampliaram o escopo da disciplina de tal forma que, hoje em dia, não se pode mais falar especialistas genéricos em acústica, mas sim em especialistas nos vários campos da acústica. Há de ser lembrado que a virada do século XIX foi marcada por avanços tecnológicos que impactaram fortemente diversas áreas de conhecimento. Primeiro, o aparecimento da válvula eletrônica mudou o panorama das comunicações e

possibilitou a construção de instrumentos de medida mais precisos e de confiança para a acústica. Em seguida, a invenção do transistor (1949) fez surgir muitos novos dispositivos eletrônicos, incluindo equipamentos de áudio e vídeo no estado sólido, computadores, analisadores de espectro, etc. [1].

Dentre os múltiplos campos da acústica como área de conhecimento, a *acústica musical* se preocupa com aspectos relacionados à produção, propagação e recepção do som para fins musicais. Trata-se de uma área particularmente atraente devido à sua qualidade de conjugar tanto conhecimentos científicos como musicais e estéticos. A sua interdisciplinaridade é flagrante e nela, se relacionam conceitos da música, ciências físicas, arquitetura, fisiologia, construção de instrumentos e ciências cognitivas.

Diante da dimensão das diversas descobertas no campo da acústica torna-se complexo descrevê-lo num curto apanhado histórico. Porém compete destacar que o avanço da tecnologia eletrônica, em particular dos computadores, possibilitou uma aproximação com a estética e execução musical. Diferentes algoritmos computacionais oriundos de pesquisas estéticas e de técnicas produzem resultados surpreendentes na síntese de sons.

1.2 Síntese Sonora

A geração automática de sons com o propósito de produzir música remonta a vários séculos atrás. Inicialmente o processo era basicamente mecânico e a reprodução musical automática de partituras foi destaque no final do século XVI. A aliança entre inventores e compositores, durante a revolução industrial, permitiu a criação de uma máquina com energia a vapor e até instrumentos elétricos [2, pag.2].

O registro histórico do “*Dinamofone*” estabelece o primeiro dispositivo capaz de sintetizar o som. Ficou também conhecido como *Telharmonium*. O equipamento pesava cerca de 200 t e empregava corrente alternada através de dínamos para produção musical. A Figura 1.1 mostra o console do *Telharmonium*.

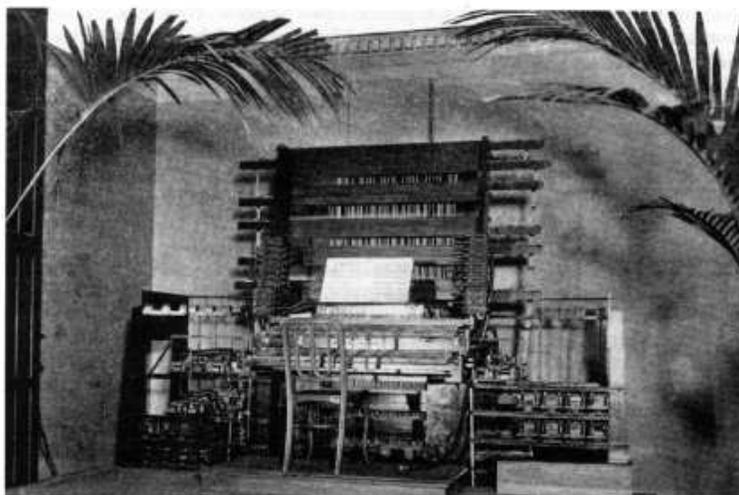


Fig. 1.1: Console do Teleharmonium desenvolvido por Thaddeus Cahill em 1897.

No entanto, o primeiro sintetizador puramente eletrônico foi desenvolvido pelo russo Lev Theremin (1896–1993). Inicialmente denominado “*Aetherophone*” ficou conhecido por *Theremin*(1919). Consistia de um conjunto de válvulas a vácuo como oscilador para produzir os “beats”. Outras válvulas heteródinas alteravam a frequência. O equipamento possuía uma antena de rádio que alterava a dinâmica e a frequência de acordo com movimentos das mãos do “performista” [2].

Em 1929 o órgão *Hammond* foi lançado como sendo o primeiro sintetizador eletro-mecânico para síntese aditiva. Além dele, outros instrumentos foram projetados, onde se destaca o sintetizador Moog apresentado num congresso em 1964, inventado por Robert Arthur Moog(1934–2005). Em 1958 Max Mathews desenvolveu uma linguagem específica para computador (*MUSIC*, que deu origem ao *Csound*) tornando-se o primeiro a sintetizar música computacionalmente.

A partir da década de 50, a relação entre tecnologia e música passou a ter maior aproximação e a influenciar não apenas o modo de produção musical como também a *estética musical*. Na cidade de Paris, em 1948, Pierre Schaeffer (1910–1995) então transmissor de uma rádio francesa (*Radiodiffusion-Television Française - RTF*) criou o primeiro estúdio de música eletrônica. Utilizando um conjunto de microfones, fonógrafos, gravador de rolo com velocidade variável e gravação de efeitos sonoros estabeleceu um novo conceito de arte, “*Musique Concrète*” (Música Concreta). Proporcionou o surgimento de uma nova música através da música eletrônica [2].

Os equipamentos eletrônicos eram utilizados no ambiente do estúdio para cortar, retroceder, modificar, registrar, etc. diversos sons oriundos de distintas fontes sonoras.

No mesmo período, em diversas regiões da Alemanha (Colônia, Hamburgo, Munique e Baden-Baden), surgiu a “*elektronische Musik*” tendo Karlheinz Stockhausen (1928–2007) como compositor central.

Nos EUA, John Cage (1912–1992) explorava novas sonoridades com diferentes equipamentos elétricos e compôs peças onde os resultados chamaram a atenção da comunidade musical.

Em 1956, numa direção mais formal, Iannis Xenakis [3] criou a *Teoria da Música Estocástica* baseada na Teoria dos Jogos de John von Neumann. Em seu livro *Formalized Music* [3] descreve a construção da “*Free Stochastic Music*”, grosso modo, é uma técnica fundamentada em métodos estatísticos (estocásticos). Os resultados musicais reservam a ele um marco na história cultural da humanidade.

É neste período que a exploração sonora tomou fôlego e desde então proporciona não apenas condições em apresentações ao vivo como também é amplamente aplicada em objetos industriais e de entretenimento.

A partir de então, houve um importante desenvolvimento do processo de síntese eletrônica de instrumentos musicais, principalmente após o advento da computação digital e do protocolo MIDI (“*Musical Instrument Digital Interface*”).

O foco deste desenvolvimento é a produção de sons com características que permitam seu uso musical. Num primeiro recorte, podem-se considerar duas linhas distintas no processo de síntese eletrônica de sons. De um lado, a produção de sons de instrumentos acústicos¹ já existentes, devendo neste caso, ser respeitada a complexidade inerente aos sons dos diferentes instrumentos. De outro lado, a criação de novos sons diferentes daqueles produzidos por instrumentos acústicos, devendo-se respeitar as exigências estéticas do contexto musical em que este processo estiver inserido. A

¹Considera-se, neste trabalho, como “instrumentos acústicos” aqueles que *não* utilizam tecnologia eletrônica para produção sonora musical.

consideração deste recorte não exclui, necessariamente, abordagens híbridas.

A produção de sons musicais pelo computador não foi (ou não é) uma tarefa evidente. Reduzida à forma essencialmente física, o som corresponde às flutuações da pressão do ar em função do tempo. Assim estas variações podem ser representadas graficamente por uma forma de onda. O “Teorema da Amostragem”, provado por Claude E. Shannon (1916-2001) em 1948, garante que qualquer forma de onda formada por múltiplos componentes de diferentes frequências pode ser reproduzida por uma seqüência de números, correspondentes a amostras do sinal, se a taxa de amostragem for maior que duas vezes a frequência máxima contida na forma de onda. Este teorema estabelece limites para a gravação, o processamento e a geração de sons digitais no computador [4].

Para efetivar a produção sonora caracterizada por uma seqüência de números, esta deve ser convertida em um sinal elétrico para ser aplicada nos terminais de um alto-falante. Este procedimento é executado pelos conversores digital-analógicos. Portanto, a tarefa de síntese digital de sinais musicais consiste em produzir uma seqüência de números de modo a representar a forma de onda de um som musical.

A síntese de sons musicais por computador, assim caracterizada, pode ser produzida por diferentes técnicas. A síntese por *Modelagem Física*, que é o escopo deste trabalho, insere-se no conjunto de outras técnicas de síntese como: *Aditiva*, *Subtrativa*, *FM*, por “*Sampling*” e por “*Waveshaping*”.

Esta pluralidade de procedimentos faz surgir, também, uma questão importante na estrutura deste trabalho. Trata-se da noção de *timbre* que de certo modo está associada aos resultados das técnicas mencionadas. Esta é uma questão complexa que foi discutida por diferentes autores [5, 6, 7] e ainda hoje a resposta permanece aberta. No contexto deste trabalho este tema será desconsiderado.

Para as preocupações aqui presentes a sonoridade resultante do modelo de síntese da clarinete será adequada quanto mais ela se “aproximar” do instrumento real. Esta aproximação implica, matematicamente, em uma *medida*. Questão também complexa e que não será tratada neste estudo. Então, a meta será obter de modo *subjetivo* uma comparação do som sintetizado com aquele do instrumento acústico.

Antes de descrever sucintamente os métodos de síntese vale mencionar que independente da técnica a ser utilizada cabe ressaltar que poucos sons possuem espectro estático no tempo. Ao ouvir um som de qualquer instrumento percebe-se o *ataque* definido no início do som, seguido de um decaimento e posterior sustentação para finalmente observar o relaxamento. Em qualquer instrumento algumas destas etapas podem estar omissas ou incompletas porém, esta estrutura básica está presente. Esta característica corresponde ao *envelope* do som e o procedimento de síntese deve seguir este padrão [8]. É usual utilizar a sigla ADSR para *attack* (ataque), *decay* (decaimento), *sustain* (sustentação) e *release* (relaxamento) da envoltória, conforme indicado na Figura 1.2.

Síntese Aditiva

A técnica de *síntese aditiva*, também conhecida por adição de parciais, consiste em produzir cada parcial de um determinado som separadamente com respectiva frequência e envelope antes de efetuar a soma do conjunto de parciais para obter a versão sintetizada [4].

Formalmente, esta técnica baseia-se no teorema de Fourier, o qual estabelece que um sinal qualquer pode ser representado por uma série de sinais senoidais (Série de Fourier) onde cada sinal possui parâmetros indicando a amplitude, frequência e fase de cada senóide. As frequências das senóides

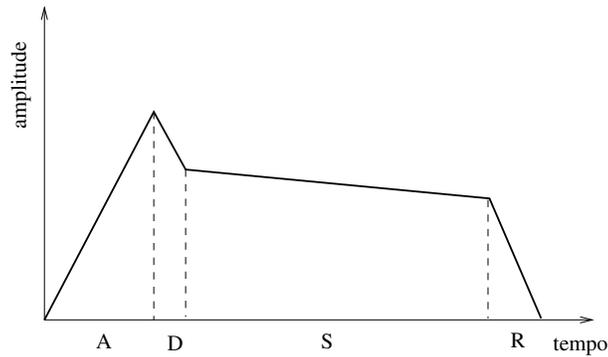


Fig. 1.2: Representação da envoltória temporal de um som qualquer. **A**: ataque; **D**: decaimento; **S**: sustentação e **R**: relaxamento.

estão numa relação de múltiplos inteiros (ou quase inteiros) com base em uma frequência fundamental.

Este procedimento de síntese é bastante genérico porém o custo computacional é alto e, portanto, lento [4].

Síntese Subtrativa

Na *síntese subtrativa* o procedimento é inverso. Um oscilador gera um conjunto de harmônicos que após passar por um filtro apropriado (além de um gerador de envoltória e amplificador) obtém a sonoridade desejada.

Síntese FM

A *síntese FM* baseia-se num princípio simples e que proporciona um resultado timbrístico interessante. Dois osciladores são acoplados de modo a um oscilador (modulador) interferir na oscilação do outro (portador). Este procedimento enriquece o espectro resultante de modo não-linear, produzindo complexidade e diversidade sonora. Este é o núcleo do clássico sintetizador DX7 da YAMAHA.

Síntese por “Sampling”

A técnica de ‘*sampling*’ consiste em se apropriar de uma parte, ou amostra (‘sample’) de um som gravado e reutilizá-lo como um instrumento ou registro sonoro distinto em um trecho musical. Sua aplicação necessita de elevada memória computacional.

Síntese “Waveshaping”

A ‘*waveshaping*’ é uma técnica simples de processamento de sinais. Um sinal de entrada x passa por uma função $f(x)$ e transforma-se no sinal y . Simbolicamente, $y = f(x)$. Como, em geral, a função é não linear, ela apresenta uma característica interessante do ponto de vista musical. O processo não linear resulta em frequências que *não* estavam presentes no sinal original. Uma classe especial de funções para a técnica ‘*waveshaping*’ são os polinômios de Chebyshev de ordem n . Eles

permitem que o sinal de saída atinja n vezes os valores -1 a $+1$ quando o sinal de entrada vai de -1 a $+1$. Como resultado obtém-se a síntese de um espectro arbitrário que produz um efeito de distorção.

Síntese por Modelagem Física

Recentemente, a síntese por *modelagem física* vem consolidando espaço por possibilitar um leque sonoridades com grande potencial de aplicação. Os modelos têm parâmetros que são característicos dos instrumentos musicais. A análise a partir destes modelos proporciona novo ferramental para a construção e projeto de instrumentos. Basicamente, a técnica de síntese procura simular o mecanismo de produção sonora dos instrumentos musicais através da abordagem acústica dos elementos que constituem o instrumento. Esta abordagem ficará mais clara no desenvolvimento deste trabalho.

1.3 Linguagens para Síntese Sonora

O início de desenvolvimento de linguagens voltadas para a aplicação musical surge com a MUSIC IV e MUSIC V de Max Mathews na década de 60.

Quando se fala em *música eletrônica* necessariamente o computador é o instrumento em vista. Isto devido a seu baixo custo e mobilidade sendo possível utilizá-lo em apresentações.

Paralelamente ao aumento de usuários deste equipamento em execuções musicais, novas linguagens, descritas a seguir, foram desenvolvidas para possibilitar estas aplicações. Em geral, as linguagens computacionais direcionadas à produção musical e síntese sonora utilizam ambientes gráficos. O usuário é capaz de “visualizar” na tela, desde instrumentos simples até mais complexos.

Este novo “instrumentista” é capaz de conectar objetos elementares de forma ordenada onde o aspecto visual tenha uma correspondência com o resultado sonoro. O ouvido treinado de um músico, então, é capaz de selecionar novas sonoridades que satisfaçam sua estética musical.

O primeiro programa compilador gráfico tem pouco mais de vinte anos e foi desenvolvido por Miller Puckette em 1988 e denominado Max. No momento era apenas um controlador de sinais para síntese de música pois os computadores não eram rápidos o suficiente para lidar com *sons*.

Pouco depois em conjunto com David Zicarelli no IRCAM (“*Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique*”), no período de 1993 e 1994 anexaram um módulo gráfico, o MSP, ao Max. Assim, com o Max/MSP tornaram o computador em *novo* instrumento musical.

O *Pure Data*(Pd) foi desenvolvido também por Miller Puckette [9]. É um programa de fonte aberta e bastante similar ao Max/MSP. Esta linguagem é extremamente útil no desenvolvimento das técnicas de síntese descritas na seção 1.2 e foi utilizada em pesquisa que antecedeu este estudo [10].

No entanto, para as necessidades da etapa de desenvolvimento deste trabalho o MATLAB, que é uma linguagem interpretativa de alto-nível, cumpre suas funções. Ele possibilita executar, rapidamente, alterações no núcleo do algoritmo, porém apresenta baixo desempenho para execução. Para uma etapa posterior, os programas desenvolvidos para MATLAB serão transcritos em C ou C++, que é uma linguagem de programação genérica e de melhor desempenho para execução.

Recentemente, Perry Cook e Gary Scavone desenvolveram o “*Synthesis Tool Kit*(STK)” que consiste em um conjunto de subrotinas em C e C++ para processamento de sinais musicais e síntese em tempo real.

Ainda, outras linguagens de programação estruturadas voltadas para áudio são o *Csound*, código LISP voltado para música, *LISP-CLM*, a linguagem orientado-objeto *Super-Collider* e *jMAX* que é a MAX estruturada em java.

1.4 Análise e Síntese por Tratamento Experimental

O início do estudo experimental está no trabalho de Goldemberg [11]. Ele estabeleceu como problema, no Brasil, o aumento do nível dos clarinetistas e conseqüente procura por clarinetas de qualidade superior, porém, observou-se a baixa qualidade de instrumentos produzidos nacionalmente.

Preocupação do autor deste trabalho sobre a influência de diversos parâmetros sobre a sonoridade do saxofone, que pertence à mesma família da clarineta, permitiu o desenvolvimento em conjunto de trabalhos experimentais envolvendo a clarineta [12, 10].

O estudo experimental priorizou a ausência do instrumentista. Um resumo do procedimento experimental, da análise dos resultados e método de síntese está no Apêndice A. Grosso modo, neste método foram estabelecidos modelos algébricos para algumas notas da extensão do instrumento a partir de parâmetros utilizados pelos músicos, como abertura da boquilha, rigidez da palheta, etc.

Por meio dos modelos algébricos foi possível elaborar a análise dos parâmetros que influenciam a sonoridade do instrumento assim como reproduzir a sonoridade das notas estudadas, por síntese aditiva utilizando o Pd.

1.5 Histórico da Modelagem Física de Instrumentos Musicais

O interesse pelo estudo do processo físico presente nos instrumentos musicais vem desde o século XIX quando Helmholtz publicou, hoje clássico, “*On the Sensations of Tones*” [5]. Outras publicações de períodos próximos também contribuíram para a discussão, como os trabalhos de Rayleigh [13], Bouasse [14] e Raman [15] entre outros.

Os textos trouxeram contribuições ainda hoje utilizadas. Como é o caso das envoltórias ADSR (‘Attack’, ‘Decay’, ‘Sustain’ e ‘Release’), proveniente das observações de Helmholtz e presente em vários sintetizadores e instrumentos eletrônicos modernos.

Por volta de meados do século XX, a abordagem científica apresenta-se mais estruturada e uma nova gama de pesquisadores enfocou o estudo dos instrumentos musicais. Marca o início do período moderno o artigo de J. Backus [16], onde seu estudo do comportamento linearizado da clarineta combinou teoria e experimentos, abrindo nova perspectiva no tratamento científico.

Neste período, Benade [17] e colaboradores aprofundam as pesquisas estabelecendo uma relação não-linear entre a palheta e o tubo da clarineta, além de estudar a acústica de outros instrumentos. O refinamento do estudo da acústica de instrumentos de sopro segue com Nederveen [18], que partindo das equações de conservação de massa e quantidade de movimento, chega na equação da onda e faz uma análise quantitativa e qualitativa dos instrumentos de sopro de madeira (“woodwinds”). Outro importante texto e referência, Fletcher e Rossing [19] formalizam a matemática envolvida nos modelos físicos dos instrumentos musicais.

A modelagem física de instrumentos musicais é rigorosa e extensivamente tratada em diferentes trabalhos de Kergomard [20], [21], [22]. A abordagem foca a análise de sistemas dinâmicos não-

lineares.

O aprimoramento dos recursos computacionais aumenta a velocidade de processamento dos modelos. Conseqüentemente, nota-se elevada quantidade de artigos relacionados ao estudo acústico de instrumentos musicais. Cabe ressaltar o artigo de McIntyre *et al* [23] que resgatando os conceitos estabelecidos por D'Alembert, simula o comportamento dissociado da onda no instrumento. Isto é, o fenômeno acústico foi descrito analiticamente por ondas que caminham em sentidos opostos.

Este resultado foi o ponto de partida para Julius Orion Smith [24], que associando uma estrutura de filtros em cascata possibilitou simular instrumentos reais através do **guia de ondas** (“**waveguides**”) [25], [26]. A equação da onda é resolvida em determinada geometria e condições de contorno por este guia de ondas proporcionando rápido cálculo computacional do termo linear do instrumento. Estes resultados renderam à Smith a patente do sintetizador VL1 da YAMAHA. Num artigo mais recente Smith [27] reuniu livros, teses, artigos, etc. que tratam de síntese de instrumentos musicais por modelagem física.

1.6 Contribuição desta Tese

A preocupação deste trabalho está na *síntese* da clarineta e não propriamente com a *modelagem* do instrumento.

Durante o estudo procurou-se conhecer os modelos usuais para os principais elementos que compõe um instrumento musical: mecanismo de excitação, ressonância e radiação.

No entanto, notou-se que os modelos referentes à ressonância da onda sonora, que corresponde ao tubo nos instrumentos de sopro, têm a forma idêntica aos modelos de vibração em uma corda. Isto é, o escoamento do ar não está representado na síntese.

Então, a contribuição deste trabalho é introduzir o escoamento no tubo onde a onda estacionária é formada sem elaborar um modelo complexo. Aplica-se uma estrutura de filtros em cascata para um conjunto de camadas ao longo do diâmetro do tubo. Espera-se com isso não alterar significativamente o desempenho computacional e ainda verificar a influência do escoamento na sonoridade da clarineta.

A validação dos resultados será efetuada por comparação sonora.

1.7 Roteiro da Tese

O leitor familiarizado com os princípios de Acústica pode deixar de lado o Capítulo 2. Neste capítulo pretende-se apresentar os aspectos físicos sem desenvolver muitas equações. Para tanto, parte-se da representação pictórica do ar para compreender o meio de propagação sonora e descrever a pressão atmosférica. A Equação da Onda é apresentada para vibração em corda por se tratar de elemento de referência. As soluções são obtidas e descrevem-se suas propriedades. Em seguida é apresentada uma analogia com vibração em tubos.

O Capítulo 3 apresenta as equações, baseadas nos Princípios Acústicos, que modelam as partes constituintes da clarineta. O mecanismo de excitação, que constitui o conjunto formado pela palheta e boquilha, é descrito em detalhes. O tubo com diferentes geometria é considerado em seguida. Na clarineta a radiação sonora pode ser efetuada pela campana e/ou pelos furos e estes casos estão acomodados ao final do capítulo.

O Capítulo 4 apresenta as equações que efetivamente serão implementadas no MATLAB. Elas estão fundamentadas no guia de ondas digital e têm por base as equações apresentadas no capítulo anterior.

No Capítulo 5 descreve-se a distinção do escoamento no interior do tubo através de diversos guias de ondas bidirecionais. Com isto estabelece-se um perfil de velocidades.

O Capítulo 6 apresenta os resultados de síntese e no Capítulo 7 eles são analisados e discutidos.

Finalmente, o Capítulo 8 faz um balanço dos objetivos alcançados, explora possibilidades de aplicação e propõe um sequenciamento das atividades de pesquisa.

Capítulo 2

Princípios Acústicos

Os resultados de síntese, que serão apresentados nos capítulos adiante, estão fundamentados em princípios básicos de *Acústica*. Este capítulo proporciona uma primeira aproximação com equações e nomenclatura que serão empregadas neste estudo.

Parte-se da concepção *ideal* do meio de propagação sonora, ou seja, o *ar*. Prepara-se uma visão pictórica deste meio para se chegar à concepção de pressão atmosférica. Esta noção é importante para a descrição da pressão acústica.

Na seqüência, descreve-se a onda sonora e suas principais características.

O capítulo encerra com uma descrição genérica da Teoria Acústica onde soluções da Equação da Onda são apresentadas pictoricamente para tubos que são de interesse neste trabalho.

Ainda de modo superficial, apontam-se as limitações do modelo ideal e indica o porquê da necessidade de correção do comprimento dos instrumentos de sopro.

2.1 Ar como Meio de Propagação Sonora

Para compreender a produção sonora dos instrumentos musicais, seja para efeito de modelagem física ou de síntese, pelo menos uma visão pictórica do *meio* onde o som é propagado, o *ar*, será construída.

Sendo um gás, as moléculas e átomos presentes no ar não estão em proximidade entre si como em diferentes estados físicos da matéria, tais como líquido ou sólido. As moléculas presentes no ar têm *velocidade média* em torno de 450 – 500 m/s e o *caminho livre médio* percorrido por elas é por volta de 6×10^{-8} m. Isto indica que uma molécula percorre, em média, esta distância com a velocidade indicada anteriormente antes de se chocar com outra molécula presente no ar. A frequência média de colisões é, portanto [8],

$$\text{frequência de colisão} = \frac{\text{velocidade média}}{\text{caminho livre médio}} \approx 10^{10} \text{ colisões por segundo}$$

Assim, “o ar consiste de um grande número de partículas extremamente próximas que se chocam continuamente umas com as outras para produzir o que percebemos como *pressão atmosférica*” [8].

Até este ponto, depreende-se que o ar apresenta tanto *massa* quanto *elasticidade*. Estas propriedades possibilitam que ele armazene energias *cinética* e *potencial*.

O movimento oscilatório das moléculas de ar, com pequenas amplitudes, é denominado *ondas de som*. Em cada ponto do fluido uma onda sonora causa alternadamente *compressão* e *rarefação*. “A *propagação* das ondas sonoras é possível através das transferências entre energia cinética e potencial das partículas do ar. Este movimento é primordialmente *longitudinal* pois os gases, como o ar, não suportam forças de *cisalhamento*, numa primeira aproximação” [28]¹.

A Figura 2.1 ilustra a direção de propagação de uma onda longitudinal.

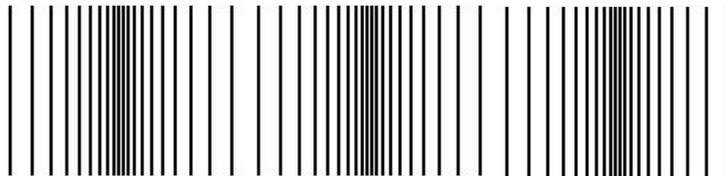


Fig. 2.1: Representação de Onda Longitudinal.

Outro aspecto implícito nesta representação diz respeito à característica de uma onda ser *plana* ou *esférica*. A onda sonora freqüentemente é representada por frente de onda plana, normal à direção de propagação, a qual é consequência da vibração de um plano infinito, conforme indicado na Figura 2.1. A onda esférica é resultado da vibração do ar ocasionado por uma fonte pontual, que tem propagação *omnidirecional* (em *todas* as direções) e é representada esfericamente.

Do ponto de vista dos instrumentos musicais ambos os casos são importantes. Por exemplo, para a clarineta a propagação pode ser aproximada por onda plana enquanto para o saxofone é mais apropriada a propagação por onda esférica.

As ondas sonoras possuem ainda quatro atributos de grande importância musical que influenciam a percepção do som pelo ouvido humano. O primeiro é a *amplitude* que indica a *intensidade* pela qual as ondas são percebidas. O segundo atributo é a *altura*, que numa abordagem inicial pode ser entendida como a *freqüência* de vibração. O terceiro é a *duração*, que indica o tempo em que permanece a vibração sonora. O último é o *timbre* que num primeiro momento pode ser pensado como a forma do espectro da freqüência sonora. Para o contexto deste trabalho o timbre pode ser pensado como a sonoridade resultante dos modelos de síntese.

Dave Benson [8] enumera dois motivos pelos quais estes atributos precisam ser modificados. O primeiro é que a maioria das vibrações não constituem de uma única freqüência e “nomear” apenas uma torna dificultoso. O segundo motivo é que estes atributos precisam ser definidos em termos do *som percebido* e não em termos do som propriamente dito. Ele exemplifica isto com o fenômeno da *fundamental ausente*, no qual a *altura* do som percebido corresponde a uma freqüência *ausente* na forma de onda. Este assunto é focado em *psicoacústica* que foge do escopo deste trabalho.

2.2 Teoria Geral de Acústica Linear

Nesta seção será construída a teoria geral de acústica que possibilita englobar diferentes instrumentos musicais numa mesma estrutura do ponto de vista de síntese. A base acústica para estabelecer

¹Ainda mencionado em [28], “o ar pode apresentar forças de cisalhamento quando se considera sua viscosidade (gás real), porém na faixa de freqüências deste estudo a viscosidade apenas estará presente entre o ar e as paredes do tubo do instrumento (gás ideal)”.

tal estrutura está focada na *Equação da Onda*.

Sem o intuito de percorrer os detalhes do desenvolvimento da equação, porém com preocupação em descrever os parâmetros envolvidos, ela será apresentada para instrumentos da família de sopro.

2.2.1 Instrumentos de Sopro

Para apresentar o desenvolvimento da Equação da Onda para os instrumentos de sopro, faz-se um balanço de forças aplicado a um elemento de volume $dV = dxdydz$ do espaço, conforme representado na Figura 2.2.

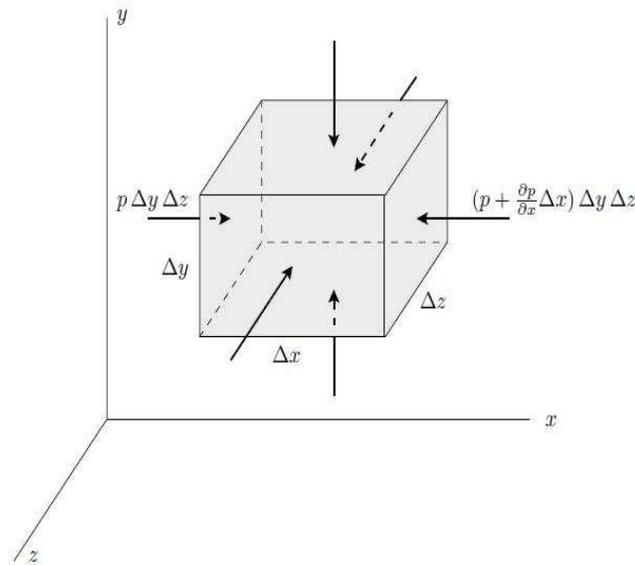


Fig. 2.2: Forças de Pressão no Elemento de Volume.

No desenvolvimento da equação o ar no interior do elemento de volume, por hipótese, está em *repouso* e o movimento ondulatório está expresso em termos do deslocamento *a partir desta posição* [8].

A pressão acústica, $p'(x, y, z, t)$, que corresponde ao movimento oscilatório da onda é medida com relação a um valor de repouso que é a *pressão atmosférica*, $p_0(x, y, z, t)$. Assim, a pressão total *absoluta* $P(x, y, z, t)$ é,

$$P(x, y, z, t) = p_0(x, y, z, t) + p'(x, y, z, t)$$

No entanto, costuma-se equacionar utilizando pressão *relativa*, que é obtida subtraindo da pressão absoluta, $P(x, y, z, t)$, o valor da pressão atmosférica. Desta forma, a pressão acústica *relativa* é,

$$p(x, y, z, t) = P(x, y, z, t) - p_0(x, y, z, t) = p'(x, y, z, t) \quad (2.1)$$

A *Força de Pressão* é dada pela multiplicação da pressão pela área de contato e é *sempre* de compressão. Como mostrado na Figura 2.2, na direção $0x$ no sentido positivo a força é,

$$p\Delta y\Delta z$$

e no sentido oposto,

$$- \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z$$

onde o argumento de p foi eliminado para efeito de clareza. O termo entre parêntesis corresponde a uma expansão da *função* pressão p por série de Taylor onde a série foi interrompida no primeiro termo. Fazendo o mesmo nas demais direções e empregando a *Segunda Lei de Newton* chega-se a,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p \quad (2.2)$$

onde c é,

$$c = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B é o *módulo de compressibilidade* do ar e ρ sua densidade.

Equação similar pode ser desenvolvida através das Leis de Conservação de *Massa* e *Quantidade de Movimento* [29], [18] porém a expressão da velocidade do som é

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S} \quad (2.3)$$

onde S é entropia. Estas relações para c são intercambiáveis.

Genericamente, uma relação para qualquer variável ϕ que tem por formato,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \phi = 0 \quad (2.4)$$

é denominada *Equação da Onda*. Então, relação análoga pode ser obtida tanto para o *deslocamento da corda* y , como para *deslocamento do ar* ξ , *velocidade acústica do ar* v e *pressão acústica* p .

2.2.2 Solução para Diferentes Tubos

A solução da Equação da Onda dependerá se a extremidade do tubo for *aberta* ou *fechada*. Se for fechada, a velocidade v (ou o deslocamento, ξ) do ar neste ponto tem valor *nulo*, para *todo* valor de t . Se a extremidade for aberta, neste caso, a pressão acústica p é nula para *todo* valor de t .

Portanto, para um tubo aberto em *ambas* extremidades, tal como uma *flauta*, o comportamento da pressão acústica p segue aquele obtido para a corda presa em ambas extremidades. Assim, a solução de d'Alembert, Equação 4.15 que será apresentada na seção 4.2.1, é válida para este caso indicando que para o tubo aberto nas duas extremidades, *também* encontramos frequências múltiplas da *fundamental*.

O modo básico de vibração é uma onda senoidal e está indicado na Figura 2.3. Para o deslocamento também será uma onda senoidal porém com *diferente fase*. Note que onde se localiza os “*nós*” para a pressão acústica estão localizados os “*ventres*” para o deslocamento e vice-versa. Na mesma Figura 2.3 estão representados o segundo e terceiro modos de vibração.

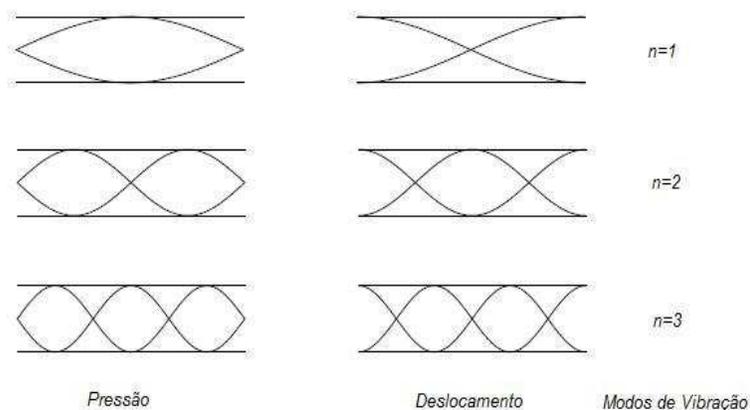


Fig. 2.3: Primeiro, segundo e terceiro modos de vibração para tubo com extremidades abertas. O eixo vertical neste diagrama corresponde ao deslocamento ou pressão *horizontal*, devido à característica longitudinal das ondas de ar. As duas partes do diagrama representam os dois extremos do movimento. Os nós do diagrama de pressão correspondem aos ventres do diagrama de deslocamento e vice-versa. (Figura obtida de Benson [8, pág.100]).

Para tubos fechados em uma das extremidades a condição de contorno neste ponto deve impor que a velocidade v (ou o deslocamento, ξ) do ar neste ponto é nulo. A solução da Equação da Onda em geometria cilíndrica será analisada mais adiante neste trabalho, no entanto, cabe neste ponto uma visualização pictórica. Por exemplo, a Figura 2.4 mostra os dois primeiros modos de vibração onde o lado esquerdo do tubo é fechado e o direito aberto.

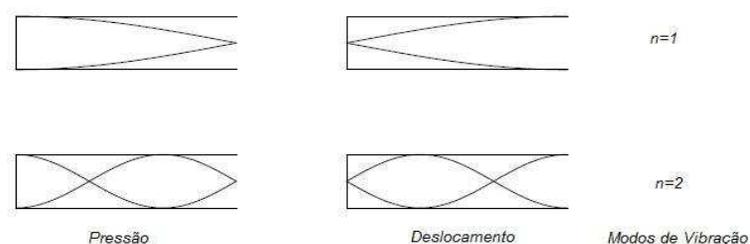


Fig. 2.4: Primeiro e segundo modos de vibração para tubo fechado-aberto. Neste caso o deslocamento é forçado a ser *nulo* na extremidade fechada. (Figura obtida de Benson [8, pág.100]).

A clarineta é um exemplo de instrumento onde um de seus lados é fechado. É de característica destes instrumentos que os múltiplos ímpares da frequência fundamental são predominantes com relação aos múltiplos pares, presentes em menor intensidade.

A geometria cônica de tubos são empregadas em instrumentos como o oboé, fagote e saxofone. Os tubos cônicos são equivalentes a tubos abertos de mesmo comprimento quanto aos modos de vibração [8], pois apresentam os múltiplos pares e ímpares da frequência fundamental. Isto decorre da solução da Equação da Onda em coordenadas *esféricas* e não mais em coordenadas cilíndricas. A Figura 2.5 mostra os três primeiros modos de vibração para esta geometria. Os diagramas são obtidos analogamente aos tubos abertos em ambas as extremidades, achatando o lado correspondente ao ápice do cone [8].

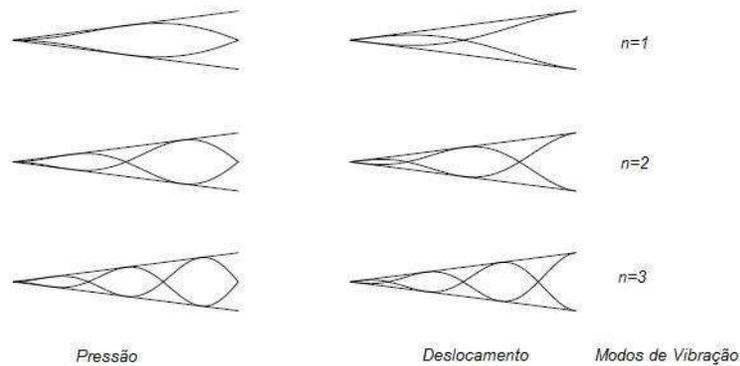


Fig. 2.5: Três primeiros modos de vibração para tubo cônico. Para melhor visualização do diagrama, fazer analogia com tubos abertos em ambas extremidades apenas achatando o lado correspondente ao ápice do cone. (Figura obtida de Benson [8, págs.100–101]).

2.2.3 Correção do Comprimento

Deve-se mencionar, ainda que de forma genérica, que a condição de contorno para a extremidade aberta, $p = 0$, é uma *aproximação*. Pois segundo Benson [8] o volume de ar exterior à fronteira onde se aplica a condição de contorno não é infinito. Já Scavone [28, página 36] menciona o fato que “*todo instrumento musical de sopro depende de significativa quantidade de onda refletida na extremidade aberta, tanto para o estabelecimento das ressonâncias no tubo como para a adequada operação de auto-sustentação de seu mecanismo de excitação (boquilha)*”.

Além disso, os furos presentes nos tubos destes instrumentos são responsáveis por maior parte da radiação sonora. Isto é, transmissão do som pela campana destes instrumentos é intensa quando *todos* os furos estão fechados. Portanto, a combinação de furos abertos e fechados ao longo de seu comprimento também contribui para o distanciamento do *comportamento ideal* de tubos cilíndricos e cônicos discutidos acima.

Estas particularidades dos instrumentos de sopro são de grande importância no projeto e construção destes instrumentos. Na prática costuma-se corrigir o comprimento do tubo, utilizando então um *comprimento efetivo*. Esta discussão voltará a termo no capítulo apropriado. Porém, para efeito ilustrativo a Figura 2.6 mostra o efeito da radiação na saída do tubo de uma flauta para a frequência fundamental quando todos os furos estão fechados. Já a Figura 2.7 indica o efeito da presença de um furo aberto para o primeiro modo vibracional.

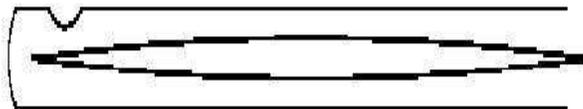


Fig. 2.6: A correção no final do tubo é o trecho que excede o comprimento real aumentando o comprimento efetivo do tubo. (Figura obtida de Benson [8, pág.101]).

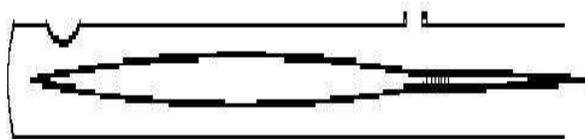


Fig. 2.7: O efeito da presença de um furo é reduzir o comprimento efetivo do tubo. Aqui está representado o primeiro modo de vibração. (Figura obtida de Benson [8, pág.101]).

2.3 Transição entre Notas e Articulação

Faz parte do aprendizado de um músico adquirir a habilidade de fazer a transição entre notas. Não se trata, apenas, de justapor uma nota após outra. A nova nota vem adquirida de um repertório estético-musical do instrumentista. Isto sugere a relação com a articulação.

O trabalho de Strawn [30] tem por preocupação o estudo da transição de duas notas (ascendente e descendente) em instrumentos orquestrais de sopro (madeira e metal) e de cordas. Até o momento da publicação de seu texto a maioria dos estudos lidava com a análise de apenas uma nota. Ele gravou os intervalos com ajuda de instrumentistas profissionais e utilizou o “*phase vocoder*” (“*Short Time Fourier Transfer*”) nas suas análises.

Ele estudou a transição dos intervalos de 2^a maior, 3^a maior, 5^a justa e 7^a menor. Os instrumentos selecionados, de diferentes tamanhos e extensão foram flauta, pícolo, flauta baixo, clarineta, oboé, fagote, violino, violoncelo e trompete. A nota de referência para os intervalos dos instrumentos foi o A220 (lá 220 Hz), com exceção do pícolo que foi o A1760.

Antes de salientar os resultados obtidos por este autor vale mencionar os três momentos de seu questionamento sobre o que entende por transição de notas.

Tomando por base a envoltória dinâmica “*Attack–Steady State–Decay*” (Ataque–Contínuo–Decaimento)² num primeiro tratamento ele enumera três possibilidades de combinação (não necessariamente reais) de transição entre duas notas: a) pode existir um distanciamento (“*gap*”) entre o decaimento da primeira nota e o ataque da segunda; b) o ataque da segunda nota pode começar bem no término do decaimento da primeira; c) pode haver uma região comum (“*overlap*”) entre o decaimento da primeira nota e o ataque da segunda nota. A Figura 2.8 foi reproduzida de sua tese. Neste momento ele descreve a *transição* como incluindo a parte final do decaimento da primeira nota, o começo e possivelmente todo o ataque da segunda nota e o que quer que conecte (se existir) as duas notas.

No segundo momento ele procura refinar a descrição anterior. A transição é uma região de mudança entre duas notas executadas por um instrumento orquestral. Ainda, especifica alguns parâmetros para descrever a transição entre duas notas: a) existe alguma mudança na amplitude: a primeira nota desaparece após o quê a segunda se inicia; b) no desaparecimento da primeira nota seu espectro diminui em quantidade (isto é, desaparecem os componentes espectrais de ordem superior) e quando entra a segunda nota seu espectro é enriquecido (segundo Strawn [30], de alguma forma, isto depende de característica do instrumentista); c) existe uma alteração da *altura* que se situa mais próximo do ataque da segunda nota do que do decaimento da primeira; d) existe um intervalo de tempo (“*gap*”)

²No texto não foi mencionada a envoltória ADSR (“*Attack–Decay–Sustain–Release*”) e as figuras apresentadas indicam apenas os três estágios.

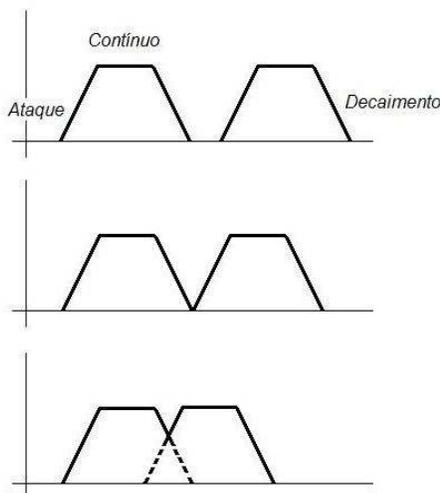


Fig. 2.8: Três Possibilidades de Transição entre Duas Notas.

entre as duas notas, isto é, o decaimento da primeira nota não coincide com o ataque da segunda nota. A Figura 2.9, que indica os parâmetros descritos, também foi reproduzida de sua tese.

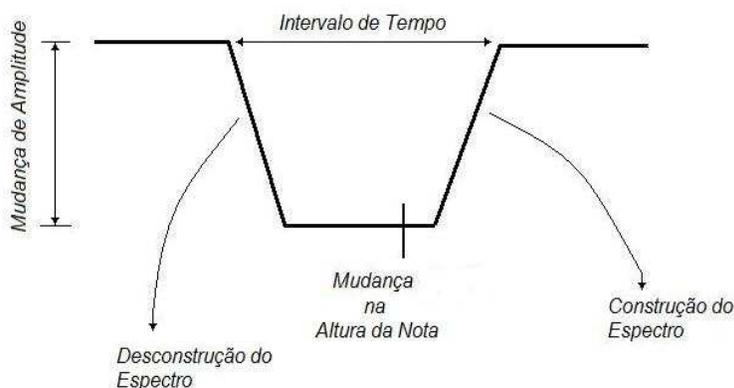


Fig. 2.9: Parâmetros Envolvidos na Transição de Notas.

Neste momento da análise, Strawn faz um paralelo destes parâmetros com a articulação, apesar de afirmar que seu estudo é sobre a física e percepção da transição e não um estudo de articulação. Nas articulações com ataque de língua³ as notas estão mais afastadas, o salto de amplitude na transição é maior e as variações espectrais são mais extensivas do que quando não se utiliza o ataque com língua [30]. Por outro lado ele não percebeu diferença sistemática para intervalos ascendentes ou descendentes nem para a extensão do intervalo.

Finalmente, sua descrição da *transição* de duas notas quando definida por “uma transição inclui a parte final do decaimento de uma nota, o começo e possivelmente todo o ataque da próxima nota e

³É comum, durante o aprendizado de instrumentos de sopro (madeira ou metal), o instrutor mencionar o emprego das sílabas “ka”, “ta” com a finalidade de interromper o fluxo de ar (na primeira) e utilizar a ponta da língua (na segunda) para caracterizar a articulação.

o que quer que conecte (se existir) as duas notas. Ele conclui que realmente *existe* algo na transição, mesmo com ataque de língua, e descreve separadamente:

- **Amplitude:** Este parâmetro determina onde o decaimento de uma nota termina e onde o ataque da outra começa. Observações das gravações mostraram que nas transições os contornos do decaimento e do ataque têm formatos bastante irregulares. As amplitudes das notas em torno da transição freqüentemente são diferentes. O salto da amplitude mostrou um padrão regular, no qual, este salto é maior nas transições com ataque de língua do que sem. No entanto, nunca cai abaixo do ruído de fundo. Ainda, o formato e duração do decaimento além de importante para a identificação do instrumento tem papel relevante na articulação percebida;
- **Tempo:** Existem “saltos” nos formatos e durações dos perfis que contornam uma transição. Um decaimento que é muito longo se parece com um *diminuendo* proposital; um ataque muito longo se parece com um alongamento (“*swell*”) da nota. O intervalo de tempo para transições com ataque de língua são maiores do que sem. O ponto de mudança da altura ocorre bem no começo do ataque da segunda nota;
- **Altura:** O formato do deslizamento da freqüência não parece ser crítico a não ser que seja muito longo. Nestes casos um efeito de “glissando” ou “sliding” pode ser ouvido. Nas gravações a mudança de altura ocorre em poucos períodos;
- **Espectro:** Existem mudanças espectrais características associadas a uma transição entre notas. Assim como a amplitude cai no final da primeira nota os componentes espectrais desaparecem (“*rolls off*”) e são reconstruídos quando a segunda nota começa. O espectro da região de transição pode ser modelado como uma versão passa-baixa do final da primeira nota, pelo menos até o ponto de mudança da altura. Existe diferença na evolução espectral entre uma transição de notas com ou sem ataque de língua. Uma articulação mais destacada produz um “vale” (“*notch*”) mais profundo no espectro e de duração maior;
- **Articulação:** As características (“*cues*”) espectrais não são os únicos parâmetros determinantes na articulação percebida. O padrão (“*cues*”) das amplitudes também tem papel importante.

O trabalho recente de Almeida et al [31] procura caracterizar de forma pontual a transição entre duas notas para a flauta transversal. O trabalho experimental utiliza 11 flautistas: 7 profissionais, 3 amadores e 1 iniciante.

A eles foi proposto um conjunto de exercícios para efetuar a transição entre duas notas sucessivas envolvendo o movimento coordenado de dois ou mais dedos.

Segundo os autores, na transição de notas pequenos transientes podem surgir pelo fato que a força da ressonância no interior do tubo da flauta é de alguma forma alterada quando uma chave está quase mas não completamente fechada.

Diferentes mecanismos podem produzir transientes indesejáveis nas transições de notas. Nas transições que envolvem dois ou mais dedos a velocidade dos movimentos das chaves está limitada à velocidade de movimento dos dedos em uma direção e das molas das chaves que as movimentam em direção oposta.

O efeito acústico produzido não é uma função linear do movimento das chaves [31]. Na prática os dedos se movimentam com ligeira diferença de tempo e velocidade. Os experimentos consistiram em

medir os tempos envolvidos nos movimentos dos dedos. Como consequência, os autores estabelecem possíveis estados intermediários discretos nas configurações das chaves.

De acordo com os estados intermediários os autores classificam em quatro categorias as transições de duas notas, considerando a *altura* e amplitude entre os estados inicial e final:

1. “*Safe*”(segura): quando a impedância de entrada mínima, $Z(f)$, permanece numa frequência próxima às do estado inicial e final de modo que a amplitude não varie;
2. “*unsafe (detour)*”(insegura com desvio): quando $Z(f)$ possibilita ouvir brevemente uma frequência não relacionada às frequências do estado inicial e final;
3. “*unsafe (dropout)*”(insegura com abandono): se não existe um mínimo em $Z(f)$ nas frequências próximas à dos estados inicial e final de modo que o jato de ar introduzido na flauta não possibilita a manutenção das oscilações internas. Nestes casos a intensidade da nota decresce sensivelmente;
4. “*unsafe (trapped)*”(insegura presa): se a configuração dos dedos da segunda nota possibilita, além da ressonância desejada, uma forte ressonância numa frequência próxima da primeira nota.

As Figuras 2.10 e 2.11, reproduzidas do artigo de Almeida et al [31], exemplificam a transição segura e insegura da nota E5 para F#5 que utiliza três chaves (11, 12 e 13) na flauta. São movimentados os dedos indicador, médio e anular da mão direita mantendo o dedo mínimo sempre pressionado. A nota E5 é tocada usando XXO (para as chaves 11, 12 e 13 respectivamente), onde X indica dedo pressionado e O não pressionado. A nota F#5 é tocada usando OOX. Portanto, devem-se soltar os dedos das chaves 11 (indicador) e 12 (médio) e pressionar o dedo anular na chave 13. Eliminando o movimento simultâneo ideal dos dedos, existem 6 caminhos possíveis que descrevem a transição discreta. Do ponto de vista acústico apenas um destes realiza transição segura: chave 11 move primeiro, depois a 13 e finalmente a chave 12 (i.e., XXO, OXO, OXX e OOX). Este caminho é seguro pois tanto OXO como OXX tocam versões sonoramente próximas de F#5. Analogamente, quando a transição é feita de F#5 para E5 a única transição segura é 12, 13 e depois 11 (OOX, OXX, OXO e XXO). Qualquer outro caminho envolve configuração de chaves que produz uma nota próxima de G5 (OOO), F5 (XOX ou XOO) ou D#5 (XXX) que pode ou não ser audível dependendo do tempo da transição [31]. A Figura 2.10 mostra um diagrama esquemático das notas audíveis durante a transição. A Figura 2.11 mostra as possíveis configurações de chave desconsiderando a transição ideal.

O tempo de acionamento de uma chave é mais rápido que o de liberação. No entanto, o de liberação depende das chaves envolvidas. Quando a transição envolve apenas um dedo ela é praticamente instantânea e os estados intermediários são praticamente imperceptíveis. No entanto, à medida que a transição envolve mais dedos os tempos vão tornando-se maiores e os estados intermediários tornam-se audíveis. Constatação esperada foi maior eficiência (menores tempos e poucos estados intermediários) na transição entre os instrumentistas profissionais perante os demais [31].

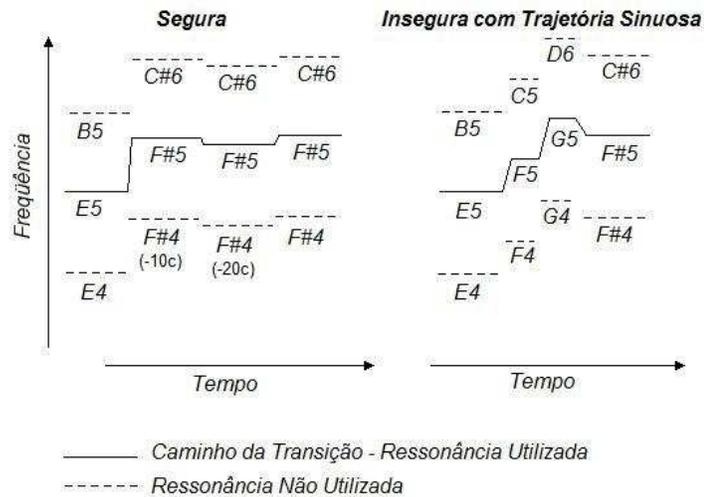


Fig. 2.10: Diagrama esquemático para a transição da nota E5 para a F#5. O caminho é indicado pela linha cheia. A transição segura mostra as possíveis variações de altura da nota F#5. A transição insegura mostra os possíveis alcances de frequência com possibilidades de atingir as notas F5 e G5 antes da meta que é F#5. As configurações de chave estão indicadas na Figura 2.11.

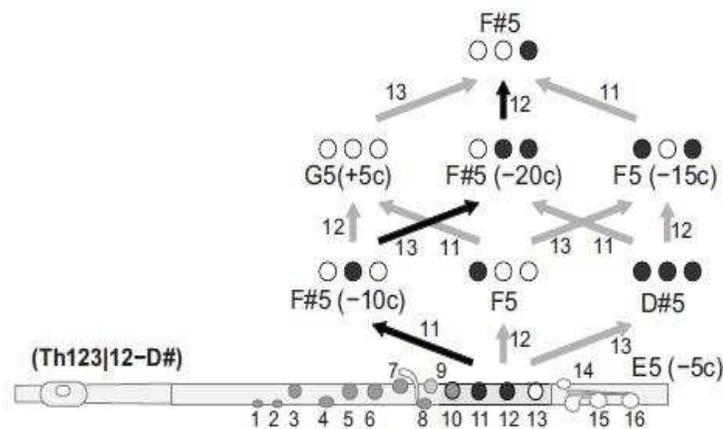


Fig. 2.11: Indicação dos seis caminhos possíveis para a transição da nota E5 para a F#5. O caminho seguro está indicado com a seta preta e indicado com o número da chave que se move. Os caminhos inseguros estão indicados com as setas cinzas. Círculo branco indica furo da chave aberto, círculo preto indica furo fechado pela chave imediatamente sob o dedo. Entre parênteses estão indicadas as variações das alturas das notas medidas experimentalmente.

Capítulo 3

Modelagem Acústica da Clarineta

No capítulo anterior foram descritos, de forma geral, elementos básicos da *Acústica* que possibilitam um primeiro contato com o assunto e servirão para fundamentar todo o trabalho. Antes de aplicá-los especificamente aos elementos constituintes da clarineta, cabe destacar alguns pontos que terão relevância na modelagem.

O primeiro diz respeito à região do espaço onde as equações da Física foram desenvolvidas. Denomina-se *Volume de Controle* (V.C.) a uma região delimitada do espaço onde se deseja estabelecer as Leis da Física. Esta delimitação é necessária e importante para a definição das equações.

Por exemplo, para a vibração em tubos o V.C. foi o elemento de volume diferencial do espaço com dimensões $\Delta x \Delta y \Delta z$. Analisaram-se as forças existentes e aplicaram-se as Leis de Conservação de Massa e Quantidade de Movimento.

Um aspecto importante é a analogia entre as soluções da Equação da Onda para a corda vibrante e vibração no tubo.

Pode-se estabelecer uma generalização: independente do instrumento musical, o aspecto que os une diz respeito à produção sonora, isto é, produzem ondas de compressão e rarefação no ar. Genericamente, um instrumento musical é munido de um mecanismo de excitação capaz de vibrar o ar numa região específica que se comunica com outra que possibilita a ressonância destas vibrações e finalmente, estas são transmitidas (ou radiadas) para o ambiente de alguma forma específica.

A Figura 3.1 mostra o diagrama genérico de um instrumento musical com as descrições dentro dos blocos. Paralelamente, indica a correspondência para os instrumentos de sopro com palheta, onde as descrições estão abaixo dos blocos.

Note a presença do músico neste diagrama. Existe uma interação do corpo e cérebro da pessoa com o instrumento musical independente de qual seja. Isto estabelece uma via de mão dupla onde o instrumentista ao ouvir a ação provocada, se necessário pode atuar no instrumento de modo a modificá-la.

Para o caso específico dos instrumentos de sopro, a interação corporal do músico com o instrumento tem relevante importância e deve incluir o *trato vocal*. É uma questão aberta e não se atingiu resultados conclusivos. Numa seção mais adiante será apresentado o estado atual desta discussão. No entanto, como em diversos trabalhos estabelecidos na modelagem física da clarineta, o V.C. que será adotado aqui *não* incluirá o trato vocal. Ele estará confinado ao instrumento e em suas partes constituintes.

Retornando ao diagrama genérico de um instrumento, Figura 3.1 a inscrição indicando “Vibração



Fig. 3.2: Clarineta Soprano em Si bemol.



Fig. 3.3: Ilustração da Palheta Ajustada à Boquilha.

o comportamento não-linear da palheta é obtido com um cálculo simples, porém o comportamento dinâmico de “ordem superior” da palheta não é considerado.

Scavone reforça a orientação de Smith. Quando um sistema massa-mola, o qual modela o conjunto palheta-boquilha, opera bem abaixo de sua frequência de ressonância uma simplificação bastante utilizada é desprezar o efeito da massa da palheta. Assim, a palheta pode ser modelada como uma não-linearidade “sem memória” (também estabelecido por Backus [16]; Nederveen [18] e McIntyre *et al.* [23]) o que equivale a considerar uma frequência de ressonância infinita.

Não muito diferente desta direção, a abordagem de Nackaerts [2] consiste em tratar separadamente o movimento mecânico da palheta e o fluxo aerodinâmico através da abertura da palheta, que

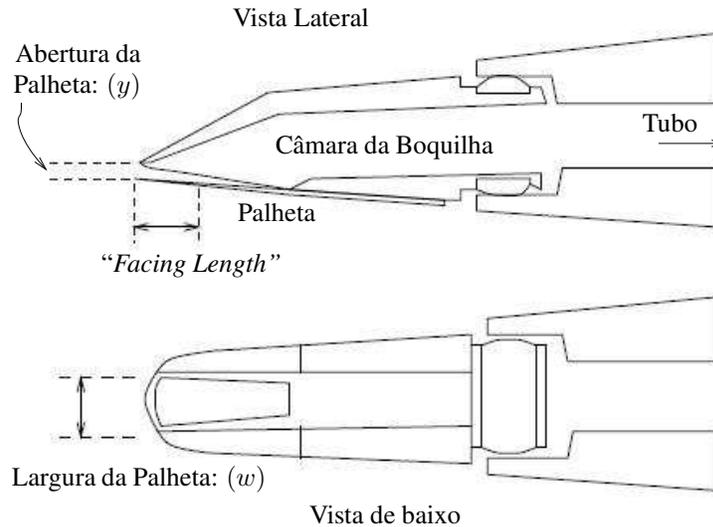


Fig. 3.4: Representação da Palheta e Boquilha com Seção Interna. Figura obtida de [2, pág. 17].

naturalmente estão inter-relacionados. Para a compreensão deste sistema, aqui será seguido este tratamento.

3.1.1 Movimento da Palheta

Tradicionalmente, a palheta consiste de um pedaço de uma espécie de bambu que nasce no mediterrâneo. Atualmente pode ser obtida por fibras sintéticas. Ela é bastante fina na ponta e vai aumentando de espessura em direção à base. As Figuras 3.5 e 3.6 mostram as vistas frontal e lateral de uma palheta para clarineta soprano, respectivamente. A Figura 3.7 mostra palhetas para saxofones contralto (alto) e tenor. Elas diferem em tamanho (a palheta da clarineta soprano é menor destas três) e dentro da mesma categoria de instrumento elas diferem quanto à rigidez. Quanto maior sua numeração, maior a rigidez da palheta.

O movimento da palheta é controlado pela diferença de pressão entre a cavidade bucal do instrumentista e da pressão no canal da palheta ou no interior da boquilha. Por simplicidade considera-se que a pressão na cavidade bucal é constante e controlada pelo músico.

Modelo simples

Como mencionado anteriormente a simplificação comumente utilizada consiste em desprezar a massa da palheta o que equivale considerar uma frequência de ressonância infinita. A força F_r sobre a palheta é determinada por

$$F_r = wL_f p_\Delta \quad (3.1)$$

onde w é a largura da palheta, L_f o comprimento da palheta disponível para vibrar (“*facing curve length*”) que é controlado pelo lábio inferior do instrumentista e p_Δ a diferença de pressão entre a pressão na cavidade bucal do músico, p_{cb} , e na boquilha, p_b , que se iguala à do tubo:



Fig. 3.5: Vista frontal de palheta para clarineta. (Figura obtida em <http://www.the-clarinets.net/english/clarinet-reed.html> - acessado em 05/10/2011.)

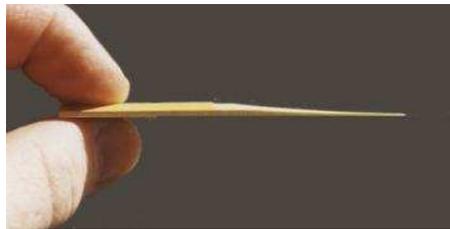


Fig. 3.6: Vista lateral de palheta para clarineta. (Figura obtida em <http://www.the-clarinets.net/english/clarinet-reed.html> - acessado em 05/10/2011.)

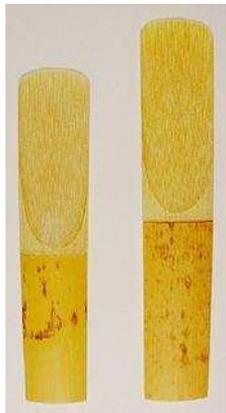


Fig. 3.7: Palhetas para saxofones contralto e tenor (da esquerda para a direita). (Figura obtida em [http://en.wikipedia.org/wiki/Reed_\(instrument\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Reed_(instrument)) - acessado em 05/10/2011.)

$$p_{\Delta} = p_{cb} - p_b$$

O deslocamento da palheta com relação à sua posição de repouso y_0 é determinada por,

$$\Delta y = \frac{F_r}{k} \quad (3.2)$$

onde k é a ‘constante de mola’ da palheta. A abertura de entrada de ar é portanto,

$$y = y_0 - \Delta y \quad (3.3)$$

Modelo de Segunda Ordem

Outra aproximação é considerar a palheta como um sistema massa-mola com atrito. O movimento da palheta sob a ação de uma força é descrito pela equação diferencial ordinária,

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + \mu \frac{dy}{dt} + k(y - y_0) = -S_r p_\Delta(t), \quad (3.4)$$

onde y é o deslocamento da palheta a partir de sua posição de repouso y_0 , no instante t ; m corresponde à massa da palheta, μ ao fator de atrito, k constante da mola (palheta), S_r área da palheta e p_Δ a diferença de pressão entre a cavidade bucal e o interior da boquilha.

A função de transferência correspondente a esta equação é descrita por,

$$H_{palh}(s) = \frac{1}{ms^2 + \mu s + k} = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \quad (3.5)$$

a qual é implementada como um filtro IIR. Para apresentar a ordem de grandeza dos parâmetros, a Tabela 3.1 foi extraída do texto de Nackaerts [2].

Palheta	k (Nm ⁻¹)	μ (kgs ⁻¹)
Vandoren Classic 2	1020	150
Vandoren Classic 2 $\frac{1}{2}$	1170	220
Vandoren Classic 3	1660	280
Vandoren Classic 3 $\frac{1}{2}$	2150	380

Tab. 3.1: Valores médios, obtidos com várias palhetas de mesma rigidez, dos parâmetros k e μ para uma palheta comercial de saxofone contralto. Tabela obtida de [2, pág. 81].

Modelos de Ordem Superior

Nackaerts [2] apresenta outro modelo para descrever o movimento da palheta onde utiliza equação diferencial de quarta ordem e indica o procedimento de solução. No entanto, para a finalidade de síntese deste trabalho esta representação pode ser dispensada.

3.1.2 Fluxo de Ar

O fluxo de ar que incide sobre a palheta e passa através da câmara da boquilha é determinado através da equação de Bernoulli. A superfície de entrada é $S_0 = wy$ e está submetida a uma diferença de pressão p_Δ :

$$u_r = S_0 \operatorname{sgn}(p_\Delta) \sqrt{\frac{2p_\Delta}{\rho}} \quad (3.6)$$

onde w é a largura da palheta, y altura do canal de entrada entre a palheta e boquilha, $p_\Delta = p_{cb} - p_b$, p_{cb} é a pressão da cavidade bucal, p_b pressão no tubo e ρ a densidade do ar.

A hipótese subjacente na determinação desta equação é que o jato de ar separa-se da parede no final do canal da palheta e forma um jato de ar livre na câmara da boquilha. Como consequência, a pressão no canal da palheta é igual à pressão na boquilha, $p_r = p_m$. Isto se justifica pela rápida transição da área da seção transversal do canal da palheta para a boquilha [2].

3.1.3 Modelo para Instrumentos de Palheta Simples

Com os resultados expostos é possível modelar a estrutura não-linear dos instrumentos de palheta simples. Combinando as equações Equação 3.1, Equação 3.2, Equação 3.3 e Equação 3.6 obtém-se a expressão para a vazão volumétrica de ar através da palheta:

$$u_r = w \left(y_0 - \frac{w L_f p_\Delta}{k} \right) \operatorname{sgn}(p_\Delta) \sqrt{\frac{2p_\Delta}{\rho}} \quad (3.7)$$

ou ainda substituindo a expressão da pressão de corte (“*cut-off*”), $p_C = \frac{k y_0}{S_r}$, que é a pressão para fechar completamente o canal de abertura da boquilha/palheta:

$$u_r = w y_0 \left(1 - \frac{p_\Delta}{p_C} \right) \operatorname{sgn}(p_\Delta) \sqrt{\frac{2p_\Delta}{\rho}} \quad (3.8)$$

Nas condições normais de execução musical a pressão e vazão de ar no canal entre palheta e boquilha, em regime permanente, serão feitas por componentes oscilantes e não-oscilantes [28]. Para o regime estático ou não oscilante, p_Δ pode ser aproximado por p_{cb} pois a pressão no canal da palheta será aproximadamente nula [28]. Empregando esta aproximação (regime estático), a vazão volumétrica de ar através do canal da palheta pode ser expressa por:

$$u_{ro} = w y_0 \left(1 - \frac{p_{cb}}{p_C} \right) \sqrt{\frac{2p_{cb}}{\rho}} \quad (3.9)$$

Deste modo, pode-se expressar a Equação 3.8 em função dos componentes estático e dinâmico da pressão:

$$u_r = 0 \quad \text{se} \quad p_r \leq p_{cb} - p_C \quad (3.10)$$

$$u_r = u_{ro} \left(1 + \frac{p_r}{p_C - p_{cb}} \right) \sqrt{1 - \frac{p_r}{p_{cb}}} \quad \text{se} \quad p_{cb} - p_C < p_r < p_{cb} \quad (3.11)$$

$$u_r = -u_{ro} \left(1 + \frac{p_r}{p_C - p_{cb}} \right) \sqrt{\frac{p_r}{p_{cb}} - 1} \quad \text{se} \quad p_r > p_{cb} \quad (3.12)$$

A vazão total de ar é transformada em pressão através da relação com a impedância na entrada do tubo,

$$p = u_r Z_{tubo} \quad (3.13)$$

A Figura 3.8, construída a partir das Equações 3.10, 3.11 e 3.12, ilustra a influência da pressão (relativa) na palheta (p_r/p_C) na vazão de ar (relativa) no canal da boquilha (u_r/u_{r0}). São apresentadas 4 curvas para diferentes valores de pressão na cavidade bucal (relativa) (p_{cb}/p_C). Em todos os casos observa-se que a vazão é nula quando p_r está abaixo de $p_{cb} - p_C$, isto é, quando a pressão no canal entre palheta e boquilha é negativa. À medida em que a pressão p_r aumenta acima de $p_{cb} - p_C$ a vazão é positiva, anulando-se quando $p_r = p_{cb}$. Para pressões maiores que p_{cb} a vazão é negativa.

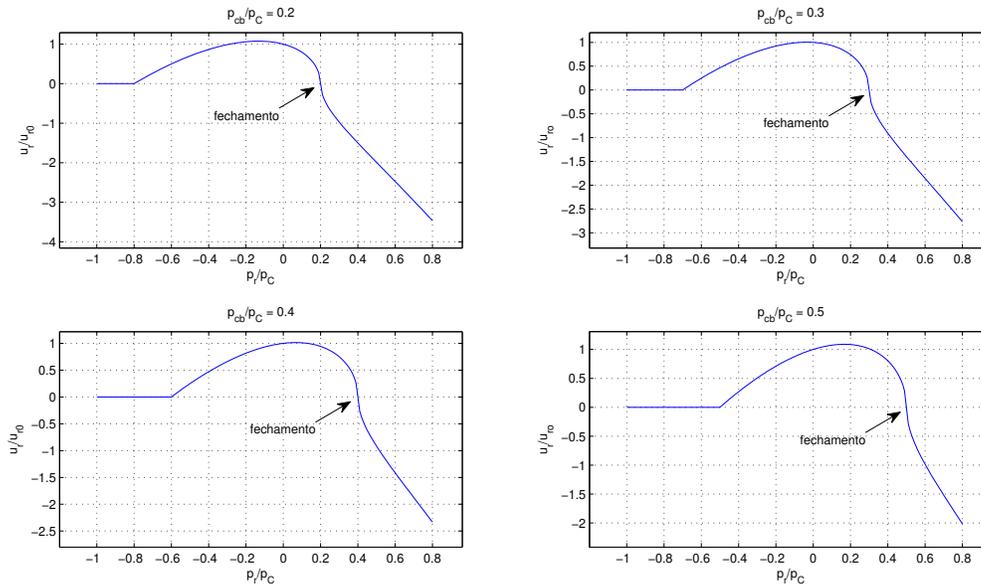


Fig. 3.8: Fluxo Dinâmico através da Palheta que se fecha para valores de p_{cb}/p_C variando de 0,2 a 0,5.

3.1.4 Novas Abordagens

As discussões em torno da modelagem do conjunto boquilha e palheta apresentam grande nível de detalhamento. Esta característica mostra que a preocupação atual não é apenas para síntese em tempo real, mas para análise com vistas a auxiliar em projetos do instrumento ou de seus componentes.

Recentemente, uma técnica de simulação denominada fluido-dinâmica computacional, mais conhecida pela expressão em inglês “*Computational Fluid Dynamic (CFD)*”, tem adquirido ampla aplicação em diferentes áreas da engenharia e chega aos instrumentos musicais. Os modelos têm solução numérica complexa e os resultados são basicamente qualitativos.

São softwares comerciais para aplicação em problemas envolvendo escoamento de fluidos, transferência de calor e de massa e reação química. Alguns pacotes possuem módulos acústicos que englobam também aerodinâmica espacial.

Grosso modo, uma vez definida a geometria do problema e as condições de contorno e iniciais pelo usuário o programa resolve numericamente as equações diferenciais de Navier-Stokes e da continuidade. O refinamento da malha para solução numérica é um parâmetro definido pelo usuário. No entanto, quanto menor a malha, maior o esforço computacional. Existem trabalhos de aplicação de CFD em V.C. com fronteira móvel, sugerindo o conjunto boquilha/palheta [32, em da Silva e Scavone] e [33, em da Silva e Scavone].

As aproximações utilizadas para os modelos descritos anteriormente sofrem uma crítica recente apontada por da Silva e Scavone [34] que sugerem um modelo híbrido alternativo. A hipótese central de modelagem do conjunto formado pela boquilha e palheta, exposta até aqui, é escoamento *quasi-estacionário*. Esta abordagem, segundo os autores, pode ser útil para descrever características fundamentais desta família de instrumentos. Tais como as oscilações de auto-sustentação do tubo e o limiar da pressão de escoamento. No entanto, não é suficiente para descrever fenômenos mais complexos como a interação entre o escoamento e geometria interna da boquilha durante o regime dinâmico.

A hipótese de escoamento quasi-estacionário significa que o escoamento na boquilha com a palheta oscilante é, por hipótese, o *mesmo* em qualquer instante, que o escoamento em uma boquilha com a mesma configuração interna porém com a palheta estacionária. Segundo os autores, além desta hipótese, o escoamento é considerado *sem atrito e incompressível*.

De qualquer modo, o tratamento usado pelos autores apresenta certa sofisticação. Eles sugerem um modelo bidimensional para o conjunto formado pela boquilha e palheta. A boquilha é representada pelo *Método de Malha de Boltzmann*, o qual inclui a fronteira sólida associada com a parede da boquilha (“*face*”, “*rails*” e “*cavity walls*”). Este modelo é acoplado a um modelo linear (“*Digital Waveguides*”) para representar a ressonância no tubo. Para o caso estacionário os resultados concordam com a hipótese “quasi-estacionária”. Porém, no caso dinâmico a diferença é grande. Os resultados bi-dimensionais ainda são qualitativos.

3.2 Influência do Trato Vocal

A influência do trato vocal sobre a sonoridade dos instrumentos de sopro restritos à família das madeiras volta à discussão. Desde a década de 70 este assunto é tratado e ainda não se chegou a resultados conclusivos. No entanto, equipamentos disponíveis como exames “fluoroscópicos de raio-X” do trato vocal permitem análises e conclusões mais cuidadosas [35].

Segundo Scavone [36], os músicos concordam com a influência do trato vocal na manipulação sonora porém não existe acordo sobre a dimensão desta interferência e como é realizada. Neste trabalho ele conduziu cuidadoso experimento com quatro saxofonistas. Mediu a pressão no fluxo de entrada e de saída além da frequência emitida durante escala cromática numa região confortável para instrumentista, partindo da nota mais grave.

Chegou à conclusão que a influência do trato vocal é responsável pela modificação da sonoridade.

Outro trabalho bastante detalhado onde se estudou a influência do trato vocal na clarineta é a tese da Claudia Fritz [37] e o correspondente artigo [38]. Envolveu trabalho experimental com uma boca artificial em contato com o instrumento, de modelagem (simulação com software “*Harmbal*”) e uma pesquisa com vários clarinetistas profissionais e semi-profissionais.

Os resultados não foram esclarecedores a ponto de afirmar categoricamente a influência do trato

vocal sobre a sonoridade. Mostrou que a configuração do trato vocal permanece constante na região confortável do instrumento e pode variar em transições difíceis ou em efeitos especiais. A simulação teórica para algumas notas mostrou a influência do trato vocal à medida que o comprimento efetivo do tubo diminui. O trabalho experimental apresentou também discrepância com relação aos resultados da simulação.

Devido a resultados conclusivos convincentes sobre a influência do trato vocal, apesar de compreender o importante papel na sonoridade, resolveu-se deixar a verificação de tal influência para estudos posteriores.

3.3 Tubos (“Bores”)

A finalidade dos tubos atuando como ressonadores, conforme indicação na Figura 3.1, é enfatizar determinadas frequências do som correspondentes aos modos normais. “Os tubos de instrumentos musicais é uma subclasse dos ressonadores em geral e têm por função destacar a produção sustentada de oscilações *quase-estacionárias* com um sistema de ‘*feed-back*’ [28, ver p.8].

Para um tubo ter aplicação musical seu comprimento deve ser variável para possibilitar a produção dos modos superiores. Do ponto de vista acústico, Scavone [28] enumera dois princípios para atingir tal propósito. Primeiro, a *relação* entre a fundamental e os demais componentes espectrais seja independente do comprimento do tubo. Deste modo, o conteúdo espectral será similar em toda a extensão do tubo. Isso ainda possibilita a emissão de sons através da segunda ou terceira ressonância, denominada *overblowing*, em todo comprimento do tubo. Segundo, um processo estável de intercâmbio com o mecanismo de excitação é favorecido quando a fundamental está relacionada com os primeiros componentes espectrais numa relação de números inteiros.

Os tubos dos instrumentos de sopro apresentam a forma, basicamente, cilíndrica ou cônica. A necessidade de utilização destas geometrias está cuidadosamente explicada em Scavone [28] e mencionada logo abaixo.

Os tubos atuam como câmaras ressonantes das ondas sonoras produzidas pelo mecanismo de excitação. Na formulação da modelagem acústica muitas vezes são tratados com dimensões infinitas. Considerações ideais consideram os tubos rígidos, perfeitamente lisos e termicamente isolados.

Porém, nos instrumentos reais estes tubos possuem dimensões finitas e ainda o diâmetro varia ao longo do comprimento produzindo reflexões internas nos trechos com variação de diâmetro. Sua parede não é perfeitamente lisa e proporciona o atrito do ar com a parede. Ainda, existe transferência de calor entre o ar contido no seu interior e o ambiente externo. Ressalta-se que o ar é úmido e nota-se, muitas vezes, a condensação de água na execução. Para as frequências mais baixas percebe-se também a vibração do instrumento. Se acrescentarmos a presença de furos ao longo do tubo o modelo representativo torna-se ainda mais complexo.

Neste trabalho não serão considerados o atrito, a transferência de calor e a vibração. Genericamente, pode-se aproximar o tubo como uma sucessão de seções cilíndricas e cônicas que será considerada no próximo capítulo. No momento serão apresentadas as geometrias mais comuns para a construção dos tubos. Os furos serão considerados na próxima seção.

3.3.1 Equação da Onda nos Tubos

A proposta de modelagem física não consiste em reproduzir fielmente o fenômeno físico, mas procurar uma *analogia* digital com o processo. O fundamento desta analogia é a solução da equação da onda unidimensional, Equação 3.14, que foi desenvolvida no Cap. 2. Esta equação é sempre válida na representação do trato vocal humano, tubos de instrumentos musicais e corda. Ela tem a forma,

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (3.14)$$

onde c é a velocidade da onda sonora, ($\approx 340\text{m/s}$), y representa uma função acústica na direção longitudinal, podendo ser pressão, velocidade ou densidade do fluido, t é o tempo e x a posição no tubo.

Uma outra equação da onda pode ser obtida a partir desta assumindo-se componentes de onda senoidais com dependência temporal $e^{j\Omega t}$, onde Ω é a frequência contínua no tempo. Assim, a equação da onda 3.14 pode ser simplificada a uma outra onde *não* depende do tempo, também conhecida como *Equação de Helmholtz*:

$$\nabla P + k^2 P = 0 \quad (3.15)$$

onde P é a parte espacial da onda de pressão senoidal e $k = \Omega/c$ é o número de onda.

Nos tubos dos instrumentos de sopro de madeira, o primeiro modo de propagação da onda sonora é ao longo do eixo central do tubo. Equações que descrevem este movimento de onda existem se for possível encontrar um sistema de coordenada no qual uma superfície de coordenada coincida com a parede do tubo do instrumento e ainda, que a equação de Helmholtz, 3.15, seja *separável*.

Esta equação é separável em 11 sistemas de coordenadas [28]. No entanto, ondas com um único parâmetro são obtidas em sistemas de coordenadas retangulares, cilíndricas ou esféricas, que correspondem a tubos com geometria de seção transversal uniforme, cilíndrica ou esférica.

Coordenadas Cilíndricas

A clarineta e a flauta são, tipicamente, os instrumentos de sopro de madeira com geometria cilíndrica. A Equação da Onda em coordenadas cilíndricas, (r, ϕ, x) , é descrita por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.16)$$

Para fazer a análise nestes tubos escreve-se a equação de Helmholtz para um tubo infinito nestas coordenadas (ver Figura 3.9), que é separável, e tem como resultado o sistema de equações:

$$\frac{d^2 \Phi}{d\theta^2} + m^2 \Phi = 0 \quad (3.17)$$

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + (\beta^2 r^2 - m^2) = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + (k^2 - \beta^2) = 0 \quad (3.19)$$

onde m e β são as constantes de separação.

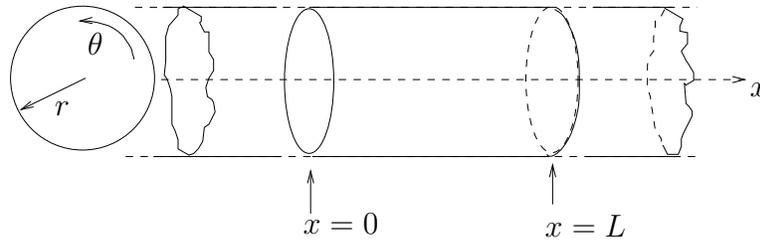


Fig. 3.9: Tubo Infinito e Representação da Clarineta (tubo finito).

A Equação 3.17 descreve o movimento de ondas circulares concêntricas transversas no tubo. A solução $\Phi(\theta)$ precisa ser periódica de período 2π de modo que $m = 0, 1, \dots$ e $\Phi_m = \cos(m\theta)$, $\Phi_m^* = \sin(m\theta)$.

As soluções da Equação 3.18 descrevem o movimento de ondas radiais transversas no tubo. Admitindo a condição de contorno no tubo como sendo $\partial p / \partial r = 0$, Fletcher e Rossing [19] assim como Benade e Jansson [39] encontraram a seguinte expressão para descrever o movimento das ondas:

$$R_{mn}(r) = J_{mn} \left(\frac{\alpha_{mn} r}{a} \right) \quad (3.20)$$

onde J_{mn} é uma função de Bessel, a é o raio do tubo cilíndrico e α_{mn} indica os zeros positivos da derivada J'_{mn} . Movimentos de ondas de pressão descritos por esta expressão indicam linhas nodais circulares transversas.

O movimento de ondas axiais é descrito por soluções da Equação 3.19, que têm a forma,

$$X(x) = C e^{-jk_{mn}x} \quad (3.21)$$

onde C é uma constante e

$$k_{mn}^2 = k^2 - \beta^2 = k^2 - \left(\frac{\alpha_{mn}}{a} \right)^2 \quad (3.22)$$

onde k é o número de onda para propagação no espaço livre. Adicionando uma condição de contorno na direção x determinam-se soluções exatas da Equação 3.21.

Portanto a solução geral da Equação de Helmholtz, usando a pressão como variável acústica, em coordenadas cilíndricas tem a forma,

$$P_{mn}(r, \theta, x) = \Phi(\theta) R(r) X(x) = P_0 \cos(m\theta) J_m \left(\frac{\alpha_{mn} r}{a} \right) e^{-jk_{mn}x} \quad (3.23)$$

O número de onda para uma perturbação senoidal propagando-se axialmente ao longo do tubo, k_{mn} varia de acordo com o modo (m, n) . A propagação de ondas planas unidimensionais corresponde ao modo $(0, 0)$ para o qual $k_{00} = k = \Omega/c$.

Modos superiores poderão propagar desde que k_{mn} seja positivo [28], de modo que a frequência precisa exceder um valor de corte (“cutoff”),

$$\Omega_c = \frac{\alpha_{mn} c}{a} \quad (3.24)$$

Para frequências menores que Ω_c o modo é evanescente e decai exponencialmente com a distância. O modo de onda plana, $(0, 0)$, tem frequência de corte nula e não possui ondas transversas. Os dois próximos modos de propagação são $(1, 0)$ e $(2, 0)$ correspondendo ao modo de ondas planas nodais, os quais apresentam frequências de corte $\Omega_c = 1,84c/a$ e $\Omega_c = 3,05c/a$, respectivamente.

Uma clarineta possui um raio médio em torno de 7,5mm ao longo de maioria de seu comprimento enquanto uma flauta é em torno de 8,5mm. Admitindo uma velocidade do som em torno de 347,23 m/s para uma temperatura de 26,85 °C, estas frequências de corte são de 13,56kHz e 22,5kHz para a clarineta e 11,96kHz e 19,8kHz para a flauta. O primeiro modo de propagação transversa está dentro da faixa de audição humana. No entanto, excitação deste modo requer movimento circular transversal, o qual *não* ocorrerá significativamente em instrumentos musicais [28].

Portanto, nestes instrumentos praticamente preponderam ondas sonoras planas na direção axial.

Substituindo o modo $(0, 0)$ na Equação 3.23 obtém-se a equação de movimento de propagação da onda de pressão ao longo do eixo x com dependência temporal senoidal:

$$P(x, t) = Ce^{j(\Omega t - kx)} \quad (3.25)$$

A relação entre as variáveis acústicas pressão (p) e vazão volumétrica de ar $U = Sv$ pode ser obtida através de:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\rho}{S} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (3.26)$$

onde S é a área da seção transversal do tubo.

Assim, a equação do movimento de onda para a vazão volumétrica de ar equivalente à Equação 3.25 é dada por,

$$U(x, t) = \left(\frac{S}{\rho c}\right) Ce^{j(\Omega t - kx)} \quad (3.27)$$

A relação entre as variáveis acústicas pressão e vazão volumétrica de ar tem muita utilidade em sistemas acústicos. Denomina-se *impedância característica* ou *de onda*, Z_0 , a relação definida por,

$$Z_0(x) = \frac{P(x)}{U(x)} = \left(\frac{\rho c}{S}\right) \quad (3.28)$$

Estas componentes de pressão e vazão volumétrica de ar das *ondas viajantes* estão em fase e, portanto, a impedância característica é puramente resistiva.

A discussão até o momento desenvolvida foi descrita para um tubo de comprimento *infinito*. Para tubos de comprimento *finito* os componentes de propagação de onda sofrerão descontinuidades em ambas extremidades. Um componente de onda longitudinal que encontra uma descontinuidade e impedância de carga, Z_L , finita em uma das extremidades do tubo será parcialmente refletido de volta para o interior do tubo e parcialmente transmitido para o meio exterior. Portanto, variáveis de onda em um tubo de comprimento finito serão compostas pela superposição de ondas viajantes que caminham para a direita e para a esquerda.

Desta forma, a pressão senoidal no tubo na posição x é descrita por,

$$P(x, t) = [Ae^{-jkx} + Be^{jkx}] e^{j\Omega t} \quad (3.29)$$

onde A e B são amplitudes complexas. Resgatando a relação entre pressão e vazão volumétrica de ar, Equação 3.26, a expressão equivalente para a vazão é,

$$\begin{aligned} U(x, t) &= \left(\frac{S}{\rho c} \right) [Ae^{-jkx} - Be^{jkx}] e^{j\Omega t} \\ &= \left(\frac{1}{Z_0} \right) [Ae^{-jkx} - Be^{jkx}] e^{j\Omega t} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Em qualquer posição x e instante t as componentes de pressão e vazão de ar das ondas viajantes estão relacionadas por,

$$P^+ = Z_0 U^+ \quad P^- = -Z_0 U^- \quad (3.31)$$

onde

$$P = P^+ + P^- \quad U = U^+ + U^- \quad (3.32)$$

O superscrito (+) indica o componente de onda viajando no sentido positivo da direção x , ou para a direita, enquanto o superscrito (−) indica o componente de onda viajando no sentido inverso.

Resta mencionar que a impedância característica da onda, Z_0 , é um parâmetro no domínio da frequência, embora para ondas de som planas ela seja um número real puro e independente da posição. Portanto, estas relações são igualmente válidas para análises no domínio da frequência ou do tempo para as componentes das ondas viajantes, tanto para a variável acústica de pressão como de velocidade.

Nas extremidades de um tubo finito as ondas viajantes refletem de maneira dependente da frequência na descontinuidade acústica. O coeficiente de reflexão dependente da frequência, ou *reflectância*, caracteriza este comportamento e denota a razão entre as amplitudes complexas da onda incidente com a onda refletida em uma frequência particular. Analogamente, a razão entre as amplitudes da onda incidente com a onda transmitida numa determinada frequência é caracterizada por um coeficiente de transmissão dependente da frequência, ou *transmitância*.

Para um tubo com dimensões variando entre $x = 0$ e $x = L$ e ainda na posição $x = L$ possui impedância de carga Z_L , a reflectância da onda de pressão é,

$$\frac{B}{A} = e^{-2jkL} \left[\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right] \quad (3.33)$$

e a transmitância é,

$$\frac{P(L, t)}{A} = e^{-jkL} \left[\frac{2Z_L}{Z_L + Z_0} \right] \quad (3.34)$$

O termo de deslocamento de fase, e^{-2jkL} , na Equação 3.33 aparece como o resultado da onda viajando de $x = 0$ até $x = L$ e retornando e tem módulo unitário.

A análise da radiação sonora na extremidade aberta de tubos é preocupação de seção futura, porém, para ondas sonoras de baixa frequência a impedância de carga é *idealmente* considerada nula, isto é, $Z_L = 0$. Nestas condições, o termo entre colchetes na Equação 3.33 vale -1 , indicando que

os componentes da onda de pressão viajante realizam uma inversão de fase na extremidade aberta (variação de 180°). Não há transmissão para o meio externo ao tubo da onda de pressão incidente quando $Z_L = 0$.

Se na terminação do tubo em $x = L$ a extremidade é fechada, uma aproximação apropriada da impedância de carga é $Z_L = \infty$ pois se considera adequado que $U(x, t) = 0$ em todo instante. Com isso o termo entre colchetes da Equação 3.33 tem valor unitário indicando que os componentes da onda de pressão viajante não sofrem inversão de fase e nem atenuação. É interessante notar que a intensidade da onda de pressão transmitida é $2A$ para esta aproximação na extremidade rígida. Este resultado apesar de não ser intuitivo corresponde à hipótese de continuidade de pressão em $x = L$.

A impedância em $x = 0$, ou *impedância de entrada*, do tubo cilíndrico é determinada por,

$$\begin{aligned} Z_{ent} &= \frac{P(0, t)}{U(0, t)} \\ &= Z_0 \left[\frac{A + B}{A - B} \right] \\ &= Z_0 \left[\frac{Z_L \cos(kL) + jZ_0 \sin(kL)}{jZ_L \sin(kL) + Z_0 \cos(kL)} \right] \end{aligned} \quad (3.35)$$

A impedância na entrada de tubos de comprimento finito pode ser estimada empregando-se a aproximação de ondas de som em baixa frequência, significando $Z_L = 0$ para extremidade aberta e $Z_L = \infty$ para extremidade fechada. Deste modo, a Equação 3.35 torna-se,

$$Z_{ent}^f = -jZ_0 \cot(kL) \quad (3.36)$$

para tubos com extremidade fechada e

$$Z_{ent}^a = -jZ_0 \tan(kL) \quad (3.37)$$

para extremidade aberta.

Nas considerações de ondas sonoras de baixa frequência, o termo $\tan(kL)$ pode ser aproximado por kL e a impedância de entrada de um tubo aberto é simplificada a

$$Z_{ent}^a = \frac{j\Omega\rho L}{S}$$

Fazendo a mesma aproximação para $\cot(kL)$, a impedância de entrada de um tubo fechado é,

$$Z_{ent}^f = -\frac{j}{\Omega} \left(\frac{\rho c^2}{LS} \right)$$

Com esta hipótese de baixa frequência, fazendo com que a impedância de entrada seja nula para extremidade aberta, $Z_{ent} = 0$ nas expressões anteriores, as frequências de ressonância de um tubo aberto-fechado ($a-f$) e de um tubo aberto-aberto ($a-a$) para $n = 1, 2, \dots$ são

$$f^{(a-f)} = \frac{(2n-1)c}{4L} \quad (3.38)$$

e

$$f^{(a-a)} = \frac{nc}{2L} \quad (3.39)$$

Resulta destas expressões que um tubo aberto-fechado tem o comprimento de onda de sua fundamental, ($n = 1$) igual a quatro vezes seu comprimento e as frequências de ordem superior são múltiplos inteiros ímpares de sua frequência fundamental, indicado na Equação 3.38. De modo similar, um tubo aberto-aberto tem o comprimento de onda de sua fundamental igual a duas vezes seu comprimento e as frequências superiores ocorrem para todos os múltiplos inteiros da frequência fundamental, Equação 3.39.

Estes resultados foram construídos para valores *ideais* de impedância. Para a clarineta, tubo aberto-fechado, predominam-se as frequências de múltiplos inteiros ímpares de sua frequência fundamental. E para a flauta, tubo aberto-aberto, para todos os múltiplos inteiros da frequência fundamental.

Coordenadas Esféricas

A geometria cônica está presente nos saxofones, fagote e oboé, por exemplo. Apesar da modelagem destes instrumentos não ser considerada neste trabalho, uma exposição de tratamento análogo aos tubos cilíndricos será apresentada. Uma característica fundamental é que a aproximação de propagação de onda plana não é satisfatória. Neste caso, propagam-se ondas esféricas na direção axial.

Por hipótese, seja ainda considerado um tubo cônico infinito, perfeitamente liso, isolado termicamente e sem vibração, como indicado na Figura 3.10. A Equação da Onda em coordenadas esféricas, (x, ϕ, θ) , tem por expressão:

$$\frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{1}{x^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{x^2 \sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.40)$$

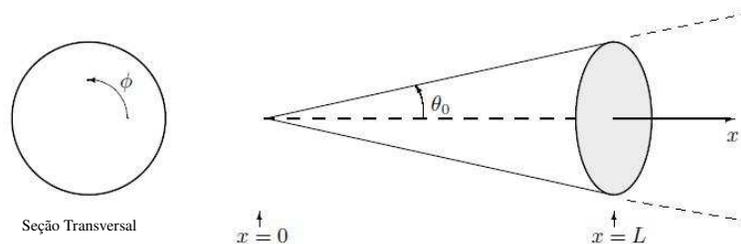


Fig. 3.10: Trecho de uma Seção Cônica.

Analogamente aos resultados para tubos cilíndricos, nas coordenadas esféricas a Equação de Helmholtz é separável e chega-se ao sistema de equações:

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m^2\Phi = 0 \quad (3.41)$$

$$\left(\frac{1}{\sin(\theta)}\right) \frac{d}{d\theta} \left(\sin(\theta) \frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \left(\beta^2 - \frac{m^2}{\sin^2(\theta)}\right) \Theta = 0 \quad (3.42)$$

$$\frac{d^2xX}{dx^2} + \left(k^2 - \frac{\beta^2}{x^2}\right) (xX) = 0 \quad (3.43)$$

onde m e β são constantes de separação.

De modo similar ao desenvolvimento anterior, a Equação 3.41 descreve o movimento senoidal de ondas transversais circulares concêntricas no cone. A solução $\Phi(\phi)$ precisa ser periódica de período 2π de modo que $m = 0, 1, \dots$ e $\Phi_m = \cos(m\phi)$, $\Phi_m^* = \sin(m\phi)$.

As soluções da Equação 3.42 descrevem o movimento de ondas radiais transversas no interior do cone e são representadas pelas *funções associadas de Legendre*:

$$\Theta_{mn}(y) = (1 - y^2)^{m/2} \frac{d^m \Theta_n}{dy^m} \quad (3.44)$$

onde $y = \cos(\theta)$ e $\beta = n(n + 1)$. De acordo com discussão em Scavone [28], para as funções de Legendre ter valor finito no intervalo, $0 \leq \theta \leq \pi$, deve-se ter a relação $n \geq m$, onde n é inteiro. No entanto, para ângulos centrais de $2\theta_0$, n não assume valor inteiro devido ao intervalo limitado de θ . O movimento destas ondas de pressão são linhas nodais circulares transversas cujos diâmetros variam com a distância a partir do ápice do cone. O movimento ondulatório axial no cone é descrito pela solução da Equação 3.43, cuja expressão é,

$$X(x) = \frac{1}{\sqrt{kx}} J_{n+1/2}(kx) \quad (3.45)$$

onde $J_{n+1/2}(kx)$ é uma função de Bessel.

Portanto, combinando as soluções individuais a solução geral da Equação de Helmholtz em coordenadas esféricas tem a forma:

$$P_{mn}(x, \phi, \theta) = \Phi(\phi)\Theta(\theta)X(x) = \frac{P_0}{\sqrt{kx}} \cos(m\phi)\Theta_n^m(\cos(\theta)) J_{n+1/2}(kx) \quad (3.46)$$

A propagação de ondas esféricas unidimensionais ao longo do eixo central do cone é possível se $m = 0$ e $\beta = 0$. Com isso, a Equação 3.46 reduz-se à solução geral da forma,

$$P(x) = \frac{C}{x} e^{-jkx} \quad (3.47)$$

onde C é uma constante e k o número de onda em tubo aberto. Ondas desta forma propagam-se em todas as frequências.

A condição de contorno na parede é

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0, \quad \text{para } \theta = \theta_0$$

Esta condição será verificada variando-se m e n de modo que Θ_n^m tenha valor *maximal(extremum)* na parede. Porém, o cálculo da função de Legendre para valores não inteiros de n não é simples. A discussão acerca dos modos de excitação também é complexa, [28, ver Scavone, p.17].

Com relação aos tubos cônicos para aplicação musical é interessante mencionar que o modo principal de propagação de onda é esférico e na direção axial. Para uma seção cônica de comprimento finito, a pressão da onda senoidal na posição x é resultado da sobreposição de ondas viajantes esféricas e tem a forma,

$$P(x, t) = \left[\frac{A}{x} e^{-jkx} + \frac{B}{x} e^{jkx} \right] e^{j\Omega t} \quad (3.48)$$

onde A e B são constantes complexas e assumiu-se dependência temporal senoidal.

A relação entre a pressão e vazão volumétrica de ar para uma seção cônica é dada por,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\rho}{S(x)} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (3.49)$$

onde $S(x)$ é a área da seção transversal na posição x . Descrivendo a pressão pela Equação 3.48, a vazão resulta em:

$$U(x, t) = \frac{S(x)}{x\rho c} \left[A \left(1 + \frac{1}{jkx} \right) e^{-jkx} - B \left(1 - \frac{1}{jkx} \right) e^{jkx} \right] e^{j\Omega t} \quad (3.50)$$

e resulta em:

$$U(x, t) = \frac{1}{x} \left[\frac{A}{Z_0(x)} e^{-jkx} - \frac{B}{Z_0^*(x)} e^{jkx} \right] e^{j\Omega t} \quad (3.51)$$

Então, a impedância característica tem por expressão:

$$Z_0(x) = \frac{P(x)}{U(x)} = \frac{\rho c}{S(x)} \left(\frac{jkx}{1 + jkx} \right) = \frac{\rho c}{S(x)} \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{jkx}} \right) \quad (3.52)$$

indicando a relação da impedância com a posição (x) e frequência ($k = \Omega/c$).

Vale observar da Equação 3.52 que para valores de $kx \gg 1$, o termo entre parêntesis tem valor unitário e a impedância do elemento cônico torna-se igual à impedância de uma seção cilíndrica, $\rho c/S(x)$, com seção transversal $S(x) = S$.

As componentes das ondas viajantes, em qualquer posição x e frequência Ω , relacionam a pressão e vazão volumétrica de ar senoidais através das relações:

$$P^+(x, \Omega) = Z_0(x, \Omega)U^+(x, \Omega) \quad P^-(x, \Omega) = -Z_0^*(x, \Omega)U^-(x, \Omega) \quad (3.53)$$

onde,

$$P(x, \Omega) = P^+(x, \Omega) + P^-(x, \Omega) \quad U(x, \Omega) = U^+(x, \Omega) + U^-(x, \Omega) \quad (3.54)$$

Analogamente aos tubos cilíndricos, o superscrito (+) indica a onda viajante no sentido do ápice para a extremidade aberta ou na direção de x crescente e (-) no sentido inverso. Notar aqui a diferença da onda que viaja no sentido do ápice do cone. Ela tem impedância característica *complexa*

conjugada daquela que viaja no sentido oposto. Esta diferença é devido à *não* simetria da geometria cônica com relação ao ponto médio.

É possível calcular as frequências de ressonância de um tubo cônico com extremidade aberta ideal, [28, p.21]:

$$f_n = \frac{nc}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.55)$$

Portanto, o comprimento de onda da frequência fundamental, ($n = 1$), é o *dobro* do comprimento do tubo. Este resultado é válido para tubo ideal, cônico e infinito. Para aplicação musical, utiliza-se um tronco de cone, ver Figura 3.11. O desenvolvimento pode ser recuperado em Scavone [28]. Como resultado, assumindo que na “boca” do cone, $x = L$, a abertura é ideal, $Z_L = 0$ e na extremidade mais estreita, $x = x_0$, assume-se idealmente aberto, então para um tronco de cone aberto-aberto ($a-a$), as frequências de ressonância são dadas por,

$$f^{(a-a)} = \frac{nc}{2(L - x_0)} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.56)$$

onde na Figura 3.11, $\gamma = L - x_0$. Esta expressão indica, ainda, uma relação de números inteiros da frequência fundamental.

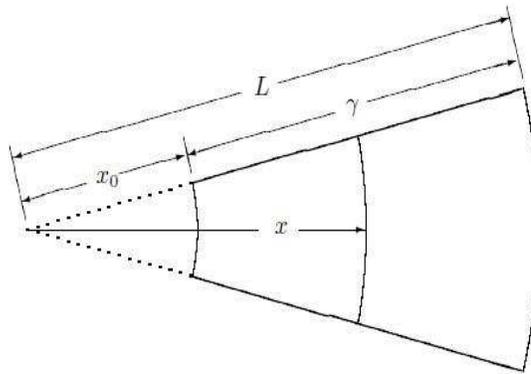


Fig. 3.11: Tronco de Cone.

Por outro lado, se a extremidade estreita do tronco de cone for assumida como fechada, que segundo Scavone [28] parece ser melhor aproximação, as frequências superiores não são mais relações inteiras da fundamental. Ocorre certa inharmonicidade que depende do valor de x_0 . As frequências naturais são determinadas pela equação transcendental,

$$\tan\left(\pi \frac{f}{f_0}\right) = -\frac{\beta}{1 - \beta} \left(\pi \frac{f}{f_0}\right) \quad (3.57)$$

onde $\beta = x_0/L$ e $f_0 = c/(l - x_0)$ é a frequência fundamental para o tronco de cone aberto-aberto.

3.3.2 Aproximação da Geometria Interna do Tubo do Instrumento

O tubo de ressonância dos instrumentos de sopro da família das madeiras não é necessariamente cilíndrico ou cônico. Sua forma irregular pode ser aproximada por uma associação de seções cilíndricas e cônicas. Esta associação mista, segundo Scavone [28], proporciona melhor aproximação. A Figura 3.12 mostra um exemplo desta aproximação.

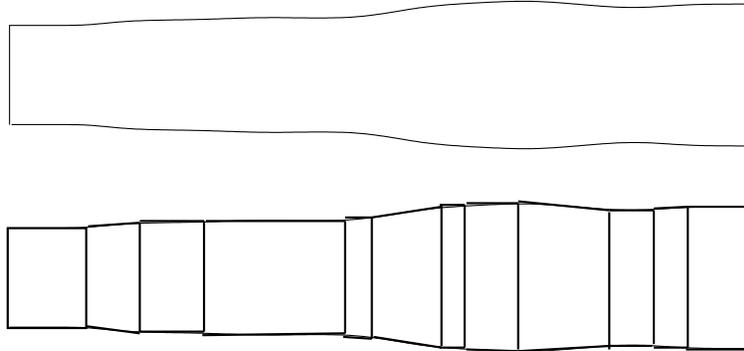


Fig. 3.12: Aproximação da Geometria Interna do Tubo por Seções Cilíndricas e Cônicas.

Na fronteira entre duas seções descontínuas ocorre uma mudança na impedância acústica implicando em diferentes reflexões e transmissões da radiação sonora. A reflectância na junção, que será desenvolvida na seção 4.2.2, é apenas apresentada aqui,

$$\mathcal{R} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (3.58)$$

Para o caso da junção de duas seções cilíndricas esta expressão é simplificada:

$$\mathcal{R} = -\frac{S_2 - S_1}{S_2 + S_1} \quad (3.59)$$

onde $S_{1,2}$ representa a área da seção transversal dos cilindros.

Desta expressão nota-se que \mathcal{R} é sempre escalar e $-1 \leq \mathcal{R} \leq 1$ indicando que a junção é passiva (proporcionando estabilidade para o possível projeto de um filtro). A Figura 3.13 mostra a junção de duas seções cilíndricas com áreas transversais distintas.

Para a junção de duas seções cônicas a expressão torna-se um pouco mais complicada pois torna-se dependente da frequência. Substituindo as expressões das impedâncias na Equação 3.58 resulta, segundo Nackaerts [2]:

$$\mathcal{R}^- = \frac{B - 1}{B + 1} - \frac{2B\gamma}{(B + 1)(j\omega + \gamma)} \quad (3.60)$$

$$\mathcal{R}^+ = -\frac{B - 1}{B + 1} - \frac{2\gamma}{(B + 1)(j\omega + \gamma)} \quad (3.61)$$

$$\mathcal{T}^- = 1 + \mathcal{R}^+ \quad (3.62)$$

$$\mathcal{T}^+ = 1 + \mathcal{R}^- \quad (3.63)$$

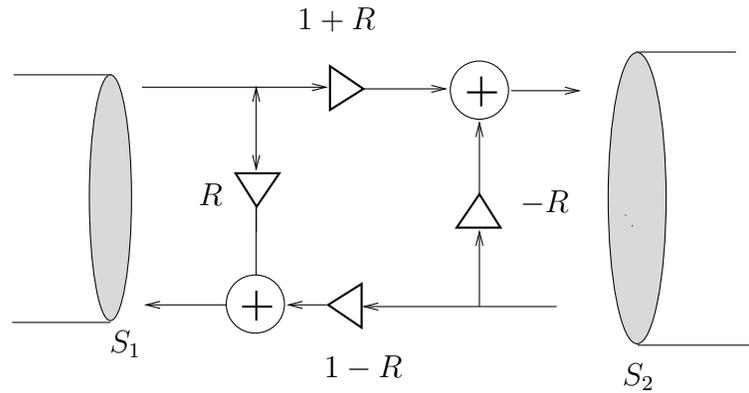


Fig. 3.13: Junção de Espalhamento para Duas Seções Cilíndricas de Áreas Distintas. Os Coeficientes de Reflexão e Transmissão são Escalares Puros.

onde

$$B = \frac{S_1}{S_2} \quad (3.64)$$

e

$$\gamma = -\frac{c}{S_1 + S_2} \left(\frac{S_1}{x_1} - \frac{S_2}{x_2} \right) \quad (3.65)$$

sendo $x_{1,2}$ os comprimentos dos respectivos troncos de cone.

Nesta expressão, o filtro da junção de espalhamento será *instável* se γ for negativo. Isto torna difícil descrever uma seqüência de expansão e contração de seções cônicas [2].

Lembrando que $j\omega = s$ e fazendo a transformação bilinear obtém-se a expressão na variável discreta z para os filtros de reflexão e transmissão.

A Figura 3.14 mostra a junção de duas seções cilíndricas com áreas transversais distintas.

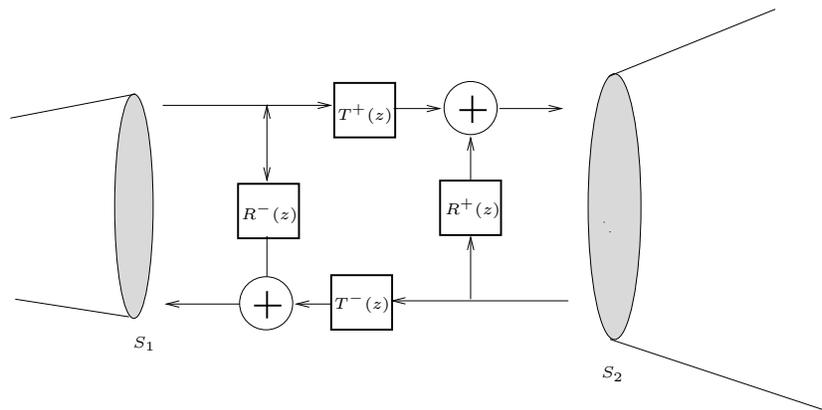


Fig. 3.14: Junção de Espalhamento para Duas Seções Cônicas com Áreas Diferentes. Neste Caso, os Filtros de Reflexão e Transmissão são Dependentes da Frequência.

No entanto, para aplicação por guia de ondas digital a aproximação será efetuada apenas por seções cilíndricas. Nesta representação a hipótese subjacente é ter a frente de onda plana. Com isso os coeficientes dos filtros de reflexão e transmissão nas junções são independentes da frequência. Nas

junções onde ocorrem geometrias cônicas estes coeficientes são dependentes da frequência pois a frente de onda é esférica.

3.4 Radiação Sonora

Um instrumento musical transmite energia sonora para o ambiente. Para o caso dos instrumentos de sopro existem algumas variantes. Por exemplo, ao considerar instrumentos de metal como trompete, trompa ou trombone, toda a energia é radiada através da campana do instrumento. As válvulas existentes nestes instrumentos têm a função de alterar o comprimento do tubo, porém, toda radiação acontece ao final do tubo, na campana.

Para o caso dos instrumentos de sopro da família das madeiras como é o caso da clarineta, saxofone, oboé, fagote, etc a situação é diferente. A energia sonora apenas é radiada totalmente pela campana quando *todos* os furos estão fechados. O sistema de furos com suas chaves e aberturas faz com que a energia sonora seja radiada pelos furos, na maioria das vezes, dependendo da configuração utilizada.

Assim, nesta seção serão estudadas ambas possibilidades iniciando-se pela radiação através da campana e em seguida através dos furos.

3.4.1 Radiação através da Campana

No desenvolvimento das equações para a propagação da onda sonora em tubos de comprimento finito, na Seção 3.3.1, utilizou-se a aproximação *ideal* em baixas frequências onde a impedância de carga na saída abrupta foi $Z_L = 0$. Com este valor ocorre apenas reflexão na saída com inversão de fase *sem* haver transmissão sonora para o ambiente, veja Eqs. 3.33 e 3.34. Isto caracteriza a inadequação da aproximação em baixas frequências.

Conforme as palavras de Scavone [28] na p.36,

“Todos instrumentos musicais de sopro são dependentes de uma quantidade significativa de reflexão de onda sonora na saída de suas colunas de ar, tanto para o estabelecimento de ressonâncias no interior do tubo quanto para a operação adequada de auto-sustentação de seus mecanismos de excitação. Isto é de particular importância para as baixas frequências ou para as componentes da fundamental. Deste modo, o projetista de instrumentos de sopro precisa procurar um compromisso entre a reflexão sonora para estabelecer regimes de oscilações estáveis dentro do tubo e transmissão sonora do instrumento adequada em torno do ambiente”

O ajuste da forma da campana assim como dos parâmetros dos furos proporcionam os principais mecanismos de controle das propriedades de radiação sonora dos instrumentos de sopro.

O “flare” da campana produz um acoplamento específico da impedância entre o tubo e o meio ambiente em torno do instrumento e proporciona particular característica entre reflexão e transmissão [28].

No entanto, os primeiros estudos tratam da radiação através de tubos *sem* o “flare”, como nos casos dos tubos de órgãos e das flautas. Assumindo que a frente de onda na saída do tubo é planar, a impedância de carga de um cilindro acoplado a uma flange infinita na sua saída é dada por,

$$Z_L = A + Bj, \quad (3.66)$$

onde

$$A = Z_0 \left[\frac{(ka)^2}{2} - \frac{(ka)^4}{2^2 \cdot 3} + \frac{(ka)^6}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4} - \dots \right], \quad (3.67)$$

e

$$B = \frac{Z_0}{\pi k^2 a^2} \left[\frac{(2ka)^3}{3} - \frac{(2ka)^5}{3^2 \cdot 5} + \frac{(ka)^7}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} - \dots \right], \quad (3.68)$$

onde nestas equações os termos a é o raio do tubo cilíndrico, k é o número de onda e Z_0 a impedância característica do tubo.

Assim, a reflexão na saída é calculada através da relação,

$$\mathcal{R} = -\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (3.69)$$

e a transmissão por,

$$\mathcal{T} = 1 - \mathcal{R} \quad (3.70)$$

Para aplicação numérica Scavone [28] sugere o trabalho de Levine e Schwinger [40] que estudaram a radiação nestes tubos e obtiveram uma solução explícita e rigorosa para o caso sem flanges. Para $ka \ll 1$ eles observaram que o tubo cilíndrico age como se tivesse sido aumentado de uma fração de seu raio. A correção do tubo sem flange é de $0,6133a$ e de $0,85a$ para o tubo com flange.

No entanto, esta correção do final do tubo é dependente da frequência. Componentes de onda de alta frequência têm maior correção do que os de baixa frequência.

Devido à complexidade da solução explícita de Levine e Schwinger [40], Scavone [28] sugere uma aproximação polinomial da solução daqueles autores para implementação numérica.

A reflectância na saída do tubo é determinada por

$$\mathcal{R} = -|\mathcal{R}| \exp^{-2jkl} \quad (3.71)$$

onde na notação destes autores l é o comprimento do tubo e $|\mathcal{R}|$ é determinado por uma regressão polinomial da Figura 1.19 do texto de Scavone [28] que também está no artigo de Levine e Schwinger [40].

A transmitância tem relação complementar com a reflectância e obtida analogamente por,

$$\mathcal{T} = 1 - \mathcal{R} \quad (3.72)$$

Formato da Campana

A campana no final dos instrumentos de sopro tem a função de fazer uma transição suave da impedância do interior do tubo para o ambiente. Conforme mencionado anteriormente, nestes instrumentos deve haver um balanço entre a quantidade de energia refletida e transmitida. Pode-se, ainda,

mencionar a conclusão de Morse sobre a campana, descrita em Nederveen [18, p.56]. O autor estabelece o reforço da radiação das notas mais graves pela campana, pois aumenta a parte resistiva da impedância de radiação.

Apesar desta parte dos instrumentos ter maior relevância nos metais como trombone e trompete, por exemplo, nos instrumentos de sopro de madeira a maior parte da radiação ocorre pela configuração dos furos. Mesmo assim, a análise do formato da campana pode ser feita através de alguns métodos.

O primeiro corresponde a uma solução aproximada da equação da onda em uma campana infinita de formato geral. Assume-se que ondas uniparamétricas propagam-se no interior da campana, que a frente de onda é ortogonal às paredes da campana e que a área de tais frentes de ondas é conhecida. Conforme Scavone [28], estas ondas uniparamétricas ocorrem somente em coordenadas retangulares e cilíndricas que correspondem a tubos com seção transversal uniforme e coordenadas esféricas que correspondem a tubos com seção cônica. Porém para ondas que se propagam em campanas que não são muito grandes esta aproximação é adequada.

Observando a Figura 3.15, a fina casca de ar $ABCD$ possui uma área média $S(x)$ e volume $S(x)dx$. Assumindo que esta casca desloca-se de uma distância ξ , o volume do novo elemento $A'B'C'D'$ é dado por

$$S(x)dx + dx \frac{\partial}{\partial x} (S\xi) \quad (3.73)$$

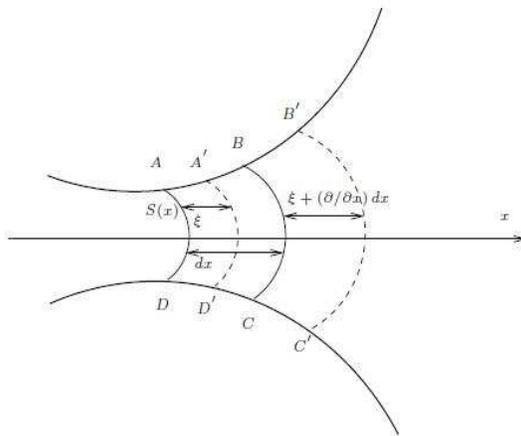


Fig. 3.15: Corte Transversal da Campana e Deslocamento de Elemento de Volume.

Usando as Leis de Newton, a equação da onda torna-se,

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} \left(S \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (3.74)$$

a qual é conhecida como equação de Webster. Ondas uniparamétricas representam superfícies monofásicas propagando-se no interior da campana. Como a pressão é constante através destas superfícies, uma transformação do tipo $p = \psi S^{-1/2}$ pode ser utilizada de modo que ψ permaneça constante em toda a campana. Escrevendo $S = \pi a^2$, em termos de um raio local a , a Equação 3.74

torna-se,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (k^2 - \tilde{U}) \psi = 0, \quad (3.75)$$

onde uma relação senoidal temporal foi utilizada para a frequência Ω . Segundo Scavone [28, p.38], esta forma da equação de Webster foi obtida por Salmon para frente de ondas planas e posteriormente Benade e Jansson [39] a trataram para ondas esféricas. A função-campana \tilde{U} é dada por

$$\tilde{U} \equiv \frac{1}{a(x)} \frac{\partial^2 a(x)}{\partial x^2}, \quad (3.76)$$

e determina se uma onda está propagando ou não numa determinada posição x . Conforme descrito em Nackärts [2, p.50], a onda estará propagando através da campana se,

$$k^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 < \tilde{U}, \quad (3.77)$$

ou será atenuada se $k^2 > \tilde{U}$. Próximo à boca da campana uma aproximação por onda esférica mais complexa faz-se necessária, pois a hipótese de ondas planas já não é suficiente. Na prática, o efeito é a existência de uma frequência de corte onde acima desta a transmissão é atenuada [2].

Ainda referindo-se à análise de Scavone [28, p.39], segundo Benade e Jansson a Equação 3.75 é equivalente à equação unidimensional de Schrödinger da física quântica. E teoricamente, \tilde{U} tem a mesma função que a energia potencial quântica.

A hipótese de onda plana em conjunto com a equação de Webster proporciona solução analítica para grande quantidade de formas de campana. Porém se a campana expande-se rapidamente esta aproximação já não é mais válida.

Soluções analíticas são obtidas quando a hipótese de ondas planas é utilizada. São conhecidas como campanas de Bessel e exponenciais, no entanto, quando as ondas são esféricas a solução deve ser numérica.

3.4.2 Radiação através dos Furos

A radiação sonora nos instrumentos de sopro da família da madeira é feita principalmente através da configuração de seus furos. Porém as diferentes configurações de aberturas e fechamentos dos diversos furos tornam difíceis de modelar. Segundo Scavone [28], a aproximação mais simples, porém a mais incorreta, é considerar que os furos *fechados* não têm influência na propagação sonora e tudo se passa como se o tubo estivesse truncado no *primeiro* furo aberto.

Sob outro ponto de vista Välimäki [41] menciona que os furos caracterizam os instrumentos de sopro da família das madeiras. Eles possuem duas finalidades:

- controlar a frequência fundamental e,
- influenciar na qualidade sonora.

A geometria básica de um furo está representada na Figura 3.16.

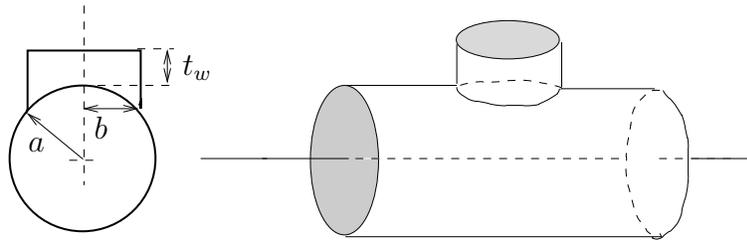


Fig. 3.16: Geometria Básica de um Furo.

O efeito dos furos sobre a sonoridade é determinado pela frequência de corte da configuração dos furos abertos, a qual é uma função do tamanho dos furos e espaçamento entre eles. Acima desta frequência as ondas sonoras são radiadas principalmente para fora dos tubos (filtro passa-alta) e produzem fracas ressonâncias no interior do tubo (filtro passa-baixa), resultado observado por Benade [42].

Um tratamento clássico para o estudo do efeito do furo partiu de Keefe [43] que analisou o efeito de um único furo modelando o conjunto tubo/furo como uma seção T de uma linha de transmissão tradicional. Os parâmetros da seção T são transformados em coeficientes de reflexão e transmissão. Este único furo pode ser estendido numa série de furos por superposição linear.

Separando a perturbação acústica na descontinuidade em duas partes, correspondendo à simetria par e ímpar do modo fundamental em torno do centro do furo, a representação num circuito concentrado para a descontinuidade de um único furo é,

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ U_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_a \\ \frac{1}{Z_s} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ U_1 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

onde os elementos Z_a e Z_s representam a impedância em série (assimétrica) e “shunt” (simétrica), respectivamente. Seus valores dependem se o furo está aberto (o) ou fechado (c) e ainda, no limite tem-se que $|Z_a/Z_s| \ll 1$:

$$Z_s^{(o)} = Z_0 (a/b)^2 (jkt_e + \xi_e), \quad (3.79)$$

$$Z_s^{(c)} = -jZ_0 (a/b)^2 \cot(kt), \quad (3.80)$$

$$Z_a^{(o)} = -jZ_0 (a/b)^2 \cot\left(kt_a^{(o)}\right), \quad (3.81)$$

$$Z_a^{(c)} = -jZ_0 (a/b)^2 \cot\left(kt_a^{(c)}\right), \quad (3.82)$$

E de acordo com Keefe [44] a altura do furo, t , é definida de modo que seu produto com a superfície transversal do furo seja igual ao volume geométrico, V_h , do mesmo. Para uma geometria básica do furo conforme Figura 3.16, t é bem aproximado por,

$$t = t_w + \frac{1}{8}b(b/a) \left[1 + 0,172(b/a)^2\right], \quad (3.83)$$

onde a é o raio do tubo principal, b é o raio do furo e t_w é a menor distância entre o topo do furo e o tubo principal (ver Figura 3.16). O comprimento efetivo do furo aberto, t_e , depende da existência ou não de chaves (“*pads*”) acima dele. Se não existe chave,

$$t_e = \frac{k^{-1} \tan(kt) + b [1,40 - 0,58(b/a)^2]}{1 - 0,61kb \tan(kt)}, \quad (3.84)$$

e se uma chave de diâmetro $2R$ localiza-se acima do furo então,

$$t_e = \frac{k^{-1} \tan(kt) + b [0,61(R/b)^{0,18} (b/h)^{0,39} + (\pi/4) [1 - 0,74(b/a)^2]]}{1 - 0,61(R/b)^{0,18} (b/h)^{0,39} kb \tan(kt)}, \quad (3.85)$$

A resistência específica do furo aberto, ξ_e , é dada por,

$$\xi_e = 0,25(kb)^2 + \alpha t + (1/4)kd_v \ln(2b/r_c), \quad (3.86)$$

onde r_c é o raio efetivo da curvatura da parede externa do furo, $d_v = \sqrt{2\eta/(\rho\omega)}$ é a espessura da camada limite viscosa em termos da viscosidade de cisalhamento do ar e α é a parte real do número de onda no interior do furo. A resistência específica considera as perdas viscotérmicas ao longo das paredes do furo e radiação para a parte aberta. O comprimento equivalente para o termo em série tanto para o furo aberto como fechado é,

$$t_a^{(o)} = \frac{0,47b(b/a)^4}{\tanh(1,84t/b) + 0,62(b/a)^2 + 0,64(b/a)}, \quad (3.87)$$

e

$$t_a^{(c)} = \frac{0,47b(b/a)^4}{\coth(1,84t/b) + 0,62(b/a)^2 + 0,64(b/a)}, \quad (3.88)$$

respectivamente. A pressão e a vazão de ar nas duas extremidades do tubo principal onde o furo localiza-se na parte central, conforme Figura 3.16, tem por expressão

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ U_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma L) & Z_c \sinh(\Gamma L) \\ \frac{1}{Z_c} \sinh(\Gamma L) & \cosh(\Gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_s} & Z_a \\ \frac{1}{Z_s} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma L) & Z_c \sinh(\Gamma L) \\ \frac{1}{Z_c} \sinh(\Gamma L) & \cosh(\Gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{2L} \\ U_{2L} \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

onde o furo localiza-se exatamente no centro do tubo de comprimento $2L$, sendo Γ o número de propagação de onda (complexo) e Z_c a impedância característica.

De acordo com Scavone [28] a análise de toda configuração de furos empregando matriz de transmissão em cascata pode ser utilizada admitindo que não há interação entre os furos. No entanto esta hipótese não pode ser aplicada se a distância entre dois furos consecutivos for menor que duas vezes o diâmetro do tubo principal pois ocorrerá um “*overlap*” das perturbações individuais dos furos. Ainda pode haver interações externas entre furos abertos, segundo Keefe [43]. Este autor estimou os efeitos externos dos furos e constatou que este efeito é mais relevante em instrumentos de sopro da família das madeiras quando o diâmetro dos furos é grande e com as chaminés dos furos pequenas. Estas condições são encontradas nos saxofones e flautas com sistema Boehm. No entanto outro autor procurou expandir esta análise para o efeito externo dos furos e constatou que este tem menor influência sobre a correção do comprimento do tubo, Kergomard(1989) em Scavone [28].

Os resultados de Keefe tem como modelo uma estrutura de seção simétrica T conforme Figura 3.17. A matriz de transmissão resultante é descrita por,

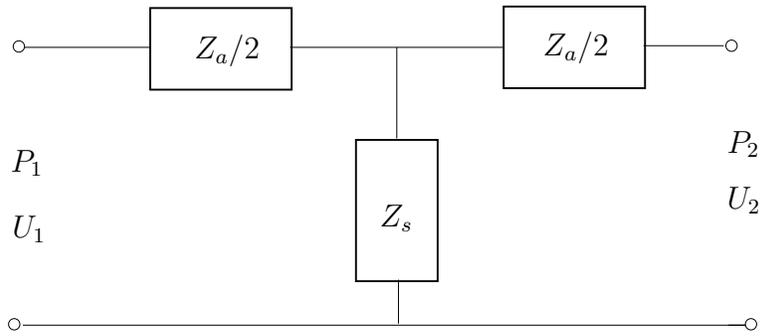


Fig. 3.17: Seção T da Linha de Transmissão para Representar o Furo.

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_a/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_s^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_a/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

ou

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_a}{2Z_s} & Z_a \left(1 + \frac{Z_a}{4Z_s} \right) \\ Z_s^{-1} & 1 + \frac{Z_a}{2Z_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

Capítulo 4

Síntese por Modelagem Física da Clarineta

A simulação de instrumentos musicais teve seu desenvolvimento na década de 80 devido ao descobrimento da técnica do guia de ondas digital “*digital waveguide*” por Smith [24], [25], [26].

A técnica consiste em modelar os instrumentos musicais através do projeto de um modelo discreto no tempo que tem comportamento similar ao processo físico envolvido. Ela é apropriada para a simulação de ressonadores unidimensionais como a corda vibrante ou tubos estreitos.

Neste capítulo será detalhada a implementação das equações desenvolvidas no capítulo anterior aplicando a técnica do guia de ondas digital. Diversos trabalhos tratam da modelagem física de diferentes instrumentos musicais com aplicação deste procedimento [45], [41], [28], [46], [47].

4.1 Mecanismo de Excitação

O êxito da reprodução sonora da clarineta por modelagem física está na representação adequada do sistema boquilha palheta. Segundo Scavone [28, pág. 146] a operação deste sistema ainda não é bem conhecida e para a implementação computacional por guia de onda digital Smith [24] modificou modelagem inicialmente proposta por McIntyre *et al.* [23].

Considere inicialmente o V.C. formado pela cavidade bucal (*cb*) e o trecho logo após a boquilha, conforme representado na Figura 4.1. Por simplificação, a cavidade bucal é considerada como sendo um tanque grande com pressão (p_{cb}) constante e velocidade (u_{cb}) nula.

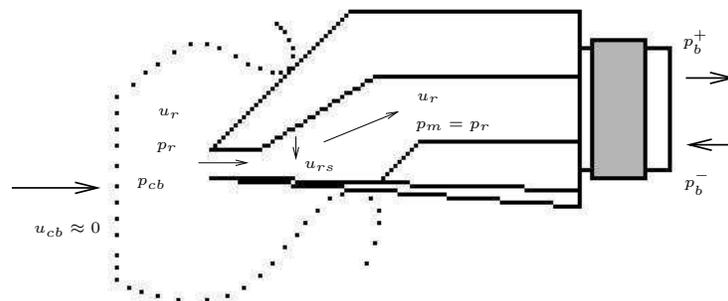


Fig. 4.1: Cavidade Bucal e Boquilha.

A vazão volumétrica através da palheta, u_r , teve sua expressão desenvolvida no Capítulo 3, seção 3.1 e é aqui reproduzida:

$$u_r = S_0 \operatorname{sgn}(p_\Delta) \sqrt{\frac{2p_\Delta}{\rho}} \quad (4.1)$$

onde $S_0 = wy$ é a área disponível para escoamento do ar após a cavidade bucal, sendo w a largura do canal e y sua altura.

A Figura 4.2 foi apresentada no Capítulo 3 e é novamente reproduzida para auxiliar na apresentação das equações. Ela mostra o fluxo dinâmico através da palheta que fica completamente fechada quando a vazão de ar (u_r) volta a se anular. As curvas indicam diferentes valores da pressão da cavidade bucal (intensidade), p_{cb}/p_C , variando de 0, 2 0, 5.

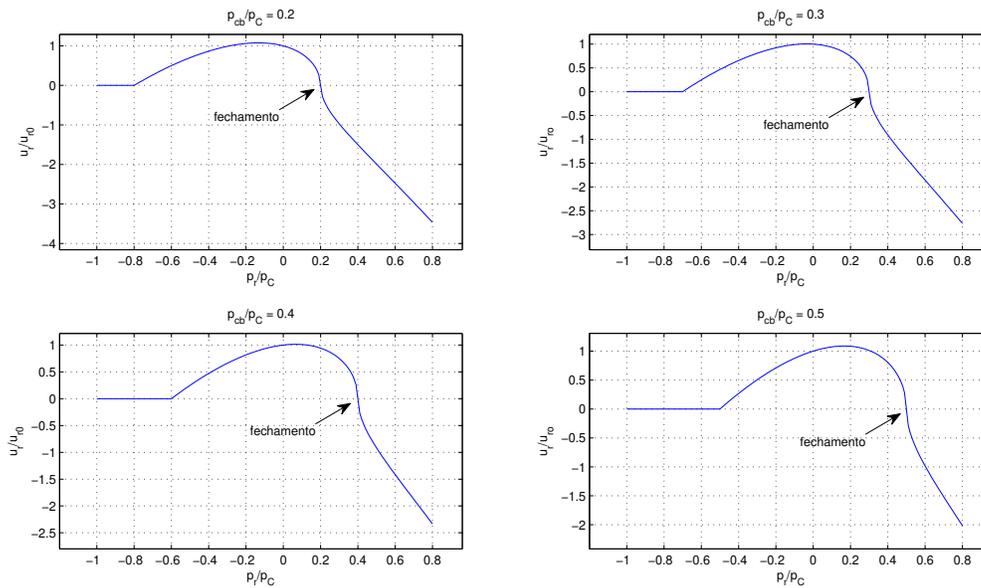


Fig. 4.2: Fluxo Dinâmico através da Palheta que se fecha para valores de p_{cb}/p_C indicados variando de 0,2 a 0,5. Na abscissa tem-se a relação p_r/p_C e na ordenada u_r/u_{r0} .

4.1.1 Coeficiente de Reflexão Dependente da Pressão

A idéia proposta por McIntyre *et al.* [23] consiste em resolver simultaneamente uma equação linear que relaciona pressão e vazão volumétrica no tubo e outra equação não-linear, equação de Bernoulli (Equação 4.1), que relaciona pressão e vazão através do canal da palheta.

No contexto de modelagem por DWG Smith [24] propôs um método alternativo onde equaciona o sistema formado pela palheta e boquilha como um coeficiente de reflexão sem memória, cujo valor depende da diferença de pressões entre a cavidade oral (p_{cb}) e do tubo (p_b), simbolicamente, $p_\Delta = p_{cb} - p_b$. Este método conduz a um procedimento de modelagem mais simples, podendo-se representar o comportamento da palheta por uma “look-up table”, porém, respostas dinâmicas da palheta de ordem superior não são consideradas.

O procedimento, indicado em Scavone [28], inicia propondo-se que o conjunto palheta/boquilha pode ser representado por uma impedância acústica concentrada (“*lumped*”), $Z_r(p_\Delta)$, onde p_Δ atua. Isto indica que $Z_r(p_\Delta)$ corresponde à impedância de abertura da palheta que varia de acordo com a diferença de pressão p_Δ atuando através da palheta.

Nestas condições, a vazão volumétrica através do canal da palheta é dada por,

$$u_r(p_\Delta) = \frac{p_\Delta}{Z_r(p_\Delta)} \quad (4.2)$$

enquanto a vazão no tubo é obtida pela expressão,

$$u_b = \frac{p_b^+ - p_b^-}{Z_{0b}} \quad (4.3)$$

onde Z_{0b} é a impedância característica da coluna de ar na junção boquilha/tubo, p_b^+ é a componente da pressão da onda viajante que *sai* da boquilha para o tubo e p_b^- é a componente da pressão da onda viajante que *vem* do tubo para a boquilha.

Assumindo que a densidade do fluido (notar que o fluido, proveniente do corpo humano, é composto de ar *mais* umidade) é **constante** nesta região, a lei de conservação de matéria é representada pela igualdade,

$$\frac{p_\Delta}{Z_r(p_\Delta)} = \frac{p_b^+ - p_b^-}{Z_{0b}} \quad (4.4)$$

onde

$$p_\Delta = p_{cb} - p_b = p_{cb} - (p_b^+ + p_b^-) \quad (4.5)$$

Substituindo a expressão de p_Δ em 4.4 e isolando a componente da pressão da onda viajante que *sai* da boquilha para o tubo obtém-se:

$$\begin{aligned} p_b^+ &= \left[\frac{Z_r(p_\Delta) - Z_{0b}}{Z_r(p_\Delta) + Z_{0b}} \right] p_b^- + \left[\frac{Z_{0b}}{Z_r(p_\Delta) + Z_{0b}} \right] p_{cb} \\ &= r(p_\Delta) p_b^- + \left[\frac{1 - r(p_\Delta)}{2} \right] p_{cb} \\ &= r(p_\Delta) \left[p_b^- - \frac{p_{cb}}{2} \right] + \frac{p_{cb}}{2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde se observa que foi definido o coeficiente de reflexão dependente de pressão por,

$$r(p_\Delta) = \left[\frac{Z_r(p_\Delta) - Z_{0b}}{Z_r(p_\Delta) + Z_{0b}} \right] \quad (4.7)$$

A solução da Equação 4.6 é recursiva pois $r(p_\Delta)$ depende de p_Δ que por sua vez é função de p_b^+ . Uma possibilidade é utilizar a curva que caracteriza a vazão dinâmica através da palheta, Figura 4.2, e descrever o comportamento de $Z_r(p_\Delta)$ por,

$$Z_r(p_\Delta) = \frac{p_\Delta}{u_r(p_\Delta)} \quad (4.8)$$

e conseqüentemente determina $r(p_\Delta)$ através da Equação 4.7.

O tratamento proposto por Smith [24] consiste em definir uma função $G(p_\Delta)$ por

$$G(p_\Delta) = Z_{0b} u_r(p_\Delta) = \frac{(p_\Delta) Z_{0b}}{Z_r(p_\Delta)} \quad (4.9)$$

e um termo p_Δ^+ por

$$p_\Delta^+ = \frac{p_{cb}}{2} - p_b^- \quad (4.10)$$

de modo que a Equação 4.4 pode ser reescrita como,

$$G(p_\Delta) = 2(p_\Delta^+) - (p_\Delta) \quad (4.11)$$

Fazendo-se as curvas de $G(p_\Delta)$ e $2(p_\Delta^+) - (p_\Delta)$ no mesmo gráfico, o ponto de interseção $G(p_\Delta^*)$ possibilita determinar a componente da pressão da onda viajante que *sai* da boquilha para o tubo por $p_b^+ = p_{cb} - p_b^- - (p_\Delta^*)$.

Para a síntese por guia de onda digital, Smith [24] usou a técnica de “*lookup table*” contendo,

$$\hat{r}(p_\Delta^+) = r(p_\Delta^*(p_\Delta^+)) \quad (4.12)$$

de forma que a componente da pressão da onda viajante que *sai* da boquilha para o tubo é determinada a partir da Equação 4.6 por,

$$p_b^+ = -\hat{r}(p_\Delta^+) p_\Delta^+ + \frac{p_{cb}}{2} \quad (4.13)$$

Muitas vezes, a implementação apropriada desta expressão por “*lookup tables*” envolve grande quantidade de memória. Uma forma prática é representar o coeficiente de reflexão por uma simples expressão matemática. Smith [24] gerou sons de instrumentos de madeira realísticos com a expressão,

$$\hat{r}(p_\Delta^+) = \begin{cases} 1 + m(p_\Delta^+ - p_C), & p_\Delta^+ < p_C \\ 1, & p_\Delta^+ \geq p_C \end{cases} \quad (4.14)$$

Esta expressão está representada pela Figura 4.3 e foi utilizada para a síntese de sons de clarineta neste trabalho. Nesta representação a pressão da cavidade bucal (p_{cb}) foi normalizada, indicando que para fechar totalmente o canal da palheta (p_C) = 1.

Na Figura 4.3 quando valores de p_Δ^+ superam a unidade ocorre o batimento da palheta contra a mesa da boquilha e provoca completa reflexão da onda de pressão proveniente do tubo (p_b^-). Valores correspondentes de vazão são nulos para $p_\Delta^+ \geq p_C$. Para valores de p_Δ^+ menores que a unidade, porém positivos, indicam reflexão parcial da onda de pressão (p_b^-) na junção boquilha/tubo e parcial transmissão de (p_{cb}) para o tubo. Para valores de p_Δ^+ negativos a pressão no tubo é superior à da pressão da cavidade bucal e proporciona um fluxo negativo através do canal da palheta [28].

A implementação deste procedimento por guia de ondas está indicado na Figura 4.4.

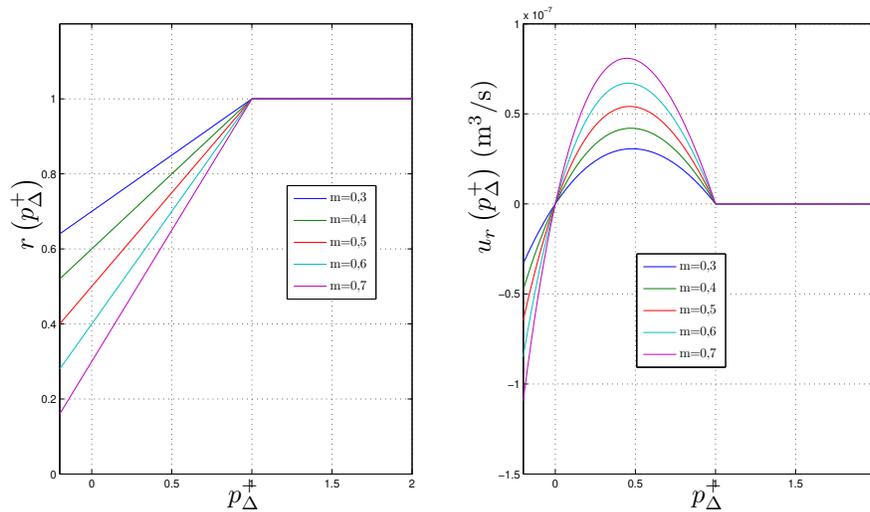


Fig. 4.3: Coeficiente de Reflexão e vazão volumétrica de ar através da palheta em função de p_{Δ}^+ para diferentes valores de m .

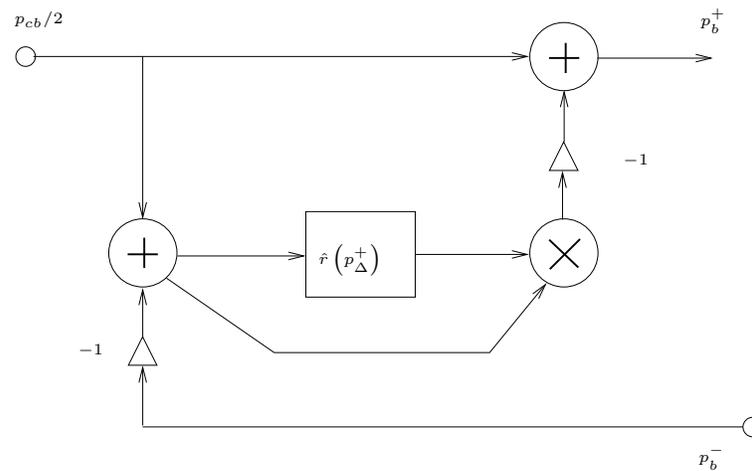


Fig. 4.4: Implementação por Guia de Ondas do Coeficiente de Reflexão como Função da Pressão.

4.2 Tubos

Uma discussão inicial sobre os tubos foi apresentada na seção 3.3. Para o tratamento pelo guia de ondas digital será considerada a geometria do tubo que representa a clarineta, ou seja, cilíndrico. Ainda, como é efetuada a aproximação de sua geometria no contexto dos filtros digitais.

4.2.1 Tubos Cilíndricos - DWG

A solução geral da equação da onda foi determinada por d'Alembert em 1747 e é expressa por,

$$y(x, t) = y^+(x - ct) + y^-(x + ct) \quad (4.15)$$

onde y^+ e y^- são funções arbitrárias duas vezes diferenciáveis. O termo $y^+(x - ct)$ representa a função acústica caminhando na direção de x positivo enquanto $y^-(x + ct)$ no sentido oposto.

Quando as formas de onda são limitadas em banda é possível amostrar a solução por ondas viajantes e a Equação 4.15 torna-se,

$$y(n, m) = y^+(n, m) + y^-(n, m) \quad (4.16)$$

Neste caso tanto a variável temporal t como a espacial x foram discretizadas através da relação,

$$\begin{aligned} t = nT & \quad \text{para } n = 0, 1, 2, 3, \dots \\ x = mX & \quad \text{para } m = 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde T é o intervalo de amostragem, isto é, o inverso da frequência de amostragem e X é o intervalo espacial de amostragem o qual se relaciona com T através da relação,

$$X = cT \quad (4.18)$$

A simulação da propagação da onda sonora pode ser efetuada através de uma seqüência de filtros de atraso unitário. Tem-se a impressão de “movimento” do sinal de entrada. A Figura 4.5 é a representação das ondas viajantes nesta seqüência de filtros denominada guia de ondas digital, cuja sigla em inglês é DWG (“*Digital Waveguide*”). A onda que se propaga para a direita é representada por y^+ e para a esquerda por y^- .

Este resultado, Equação 4.18, traz em seu bojo uma informação de extrema relevância que será debatida na exposição do modelo que será proposto neste trabalho. Esta expressão indica que a onda que caminha no sentido positivo tem a mesma velocidade que a onda que caminha no sentido inverso. Esta análise parece razoável porém, quando se tenta modelar fisicamente um instrumento de sopro, este resultado carece de realismo. Como foi exposto no capítulo 3, a velocidade das ondas de propagação sonora são distintas.

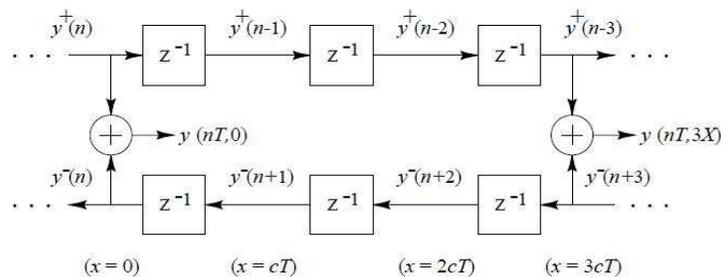


Fig. 4.5: Guia de Ondas Digital.

A forma de onda da função acústica no tubo cilíndrico dependerá das condições iniciais e de contorno. Como exemplo, caso típico de condição de contorno refere-se a tubo aberto ou fechado em

suas extremidades.

4.2.2 Geometria Interna dos Tubos

Conforme mencionado no Capítulo 3, o tubo ressonador de um instrumento real não é necessariamente cilíndrico. Na realidade, sua geometria interna varia ao longo do comprimento.

Para aplicação por guia de ondas digital a aproximação do instrumento real será efetuada por uma sucessão de secções cilíndricas. A Figura 4.6 ilustra esta aproximação.

Nas junções entre as secções cilíndricas parte da onda propagada é refletida e parte é transmitida. A determinação dos coeficientes representativos deste fenômeno em todo o tubo do instrumento necessita, antes, lidar com a junção de dois tubos cilíndricos de diâmetros distintos.

Modelo para o Acoplamento de Tubos

A impedância característica Z de um tubo acústico é definida por,

$$Z = \frac{\rho c}{A} = \frac{\rho c}{\pi a^2} \quad (4.19)$$

onde ρ é a densidade do ar no tubo, c é a velocidade do som e A é a área da seção transversal cujo diâmetro é $2a$. A impedância característica determina a razão entre os componentes da pressão e vazão volumétrica no tubo, isto é,

$$Z = \frac{p^+(x, t)}{u^+(x, t)} = \frac{p^-(x, t)}{u^-(x, t)} \quad (4.20)$$

Esta relação é uma analogia da teoria de Ohm para os circuitos elétricos. A variação de diâmetros num tubo cilíndrico altera a impedância característica e conseqüentemente varia a onda acústica. A onda incidente é parcialmente transmitida através da descontinuidade e parte de sua energia é refletida de volta. Este fenômeno é conhecido por *espalhamento* (“*scattering*”).

Abaixo serão apresentados os modelos computacionais tanto para as ondas de vazão volumétrica como para as ondas de pressão para a descontinuidade de tubos acústicos cilíndricos. Os coeficientes de transmissão e reflexão necessários para a modelagem da descontinuidade da impedância serão deduzidos.

Junção de Espalhamento para Ondas de Vazão Volumétrica

A Figura 4.7 mostra as variáveis que serão utilizadas na modelagem para os casos onde a variável acústica pode ser pressão ou vazão volumétrica.

A pressão sonora total na $k^{\text{ésima}}$ seção de tubo é expressa como,

$$p_k(x, t) = Z_k \left[u_k^+(t - \tau) + u_k^-(t + \tau) \right] \quad (4.21)$$

onde $\tau = x/c$ e Z_k a impedância característica da $k^{\text{ésima}}$ seção de tubo. A vazão volumétrica total no $k^{\text{ésimo}}$ segmento é a diferença dos dois componentes,

$$u_k(x, t) = u_k^+(t - \tau) - u_k^-(t + \tau) \quad (4.22)$$

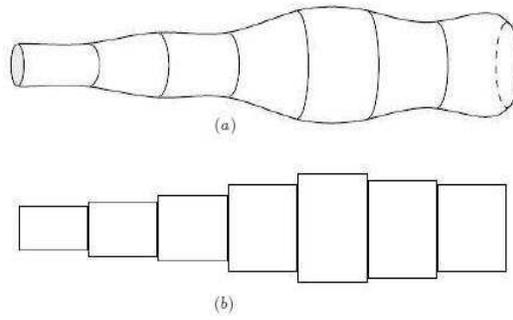


Fig. 4.6: (a) Tubo com geometria não-uniforme; (b) Sua representação por secções cilíndricas.

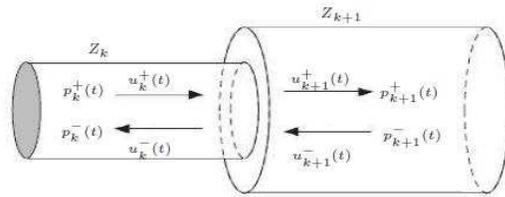


Fig. 4.7: Junção de Dois Tubos Uniformes de Diâmetros Distintos.

Adotando a hipótese clássica de que a pressão deve ser contínua na conexão dos tubos e que a vazão deve ser a mesma (admitindo densidade constante) nos tubos contíguos,

$$\begin{aligned} p_k(L, t) &= p_{k+1}(0, t) \\ u_k(L, t) &= u_{k+1}(0, t) \end{aligned} \quad (4.23)$$

onde $L = cT$ é o comprimento da seção do tubo. Substituindo as Equações 4.21 e 4.22 na expressão 4.23,

$$Z_k \left[u_k^+(t - \tau) + u_k^-(t + \tau) \right] = Z_k \left[u_{k+1}^+(t) + u_{k+1}^-(t) \right]$$

$$u_k^+(t - \tau) + u_k^-(t + \tau) = u_{k+1}^+(t) + u_{k+1}^-(t) \quad (4.24)$$

Das expressões 4.24 isola-se u_k^- e u_{k+1}^+ ,

$$u_k^-(t + \tau) = \frac{Z_{k+1} - Z_k}{Z_{k+1} + Z_k} u_k^+(t - \tau) + \frac{2Z_{k+1}}{Z_{k+1} + Z_k} u_{k+1}^-(t) \quad (4.25)$$

$$u_{k+1}^+(t) = \frac{2Z_k}{Z_{k+1} + Z_k} u_k^+(t - \tau) + \frac{Z_k - Z_{k+1}}{Z_{k+1} + Z_k} u_{k+1}^-(t) \quad (4.26)$$

Ao observar estas equações torna-se razoável definir o *coeficiente de reflexão* para a $k^{\text{ésima}}$ junção no sentido positivo como sendo [48], [28]:

$$r_k = \frac{Z_{k+1} - Z_k}{Z_{k+1} + Z_k} = \frac{A_k - A_{k+1}}{A_k + A_{k+1}} \quad (4.27)$$

onde Z_k e A_k indicam a impedância acústica e a área da seção transversal do $k^{\text{ésimo}}$ tubo, respectivamente. Como as áreas (e conseqüentemente as impedâncias) são sempre não negativas, depreende-se que $|r_k| \leq 1$. O coeficiente de reflexão da mesma junção, porém do sentido oposto, tem o sinal contrário.

O *coeficiente de transmissão* na direção positiva é escrito como,

$$t_k = \frac{2Z_k}{Z_{k+1} + Z_k} = \frac{2A_{k+1}}{A_k + A_{k+1}} = 1 - r_k \quad (4.28)$$

O coeficiente de transmissão no sentido negativo é $1 + r_k$. Observe que se $Z_{k+1} = Z_k$ não ocorre o espalhamento na junção.

As expressões 4.25 e 4.26 podem ser simplificadas ainda mais se for usada a expressão 4.27:

$$u_k^-(t + \tau) = r_k u_k^+(t - \tau) + (1 + r_k) u_{k+1}^-(t) \quad (4.29)$$

$$u_{k+1}^+(t) = (1 - r_k) u_k^+(t - \tau) - r_k u_{k+1}^-(t) \quad (4.30)$$

O diagrama de fluxo de sinal descrevendo o espalhamento da vazão volumétrica na junção dos dois segmentos de tubo está indicado na figura 4.8. Este diagrama pode ser ainda mais simplificado se as equações 4.29 e 4.30 forem reescritas da seguinte forma:

$$u_k^-(t + \tau) = u_{k+1}^-(t) + w_u(t) \quad (4.31)$$

$$u_{k+1}^+(t) = u_k^+(t - \tau) - w_u(t) \quad (4.32)$$

onde

$$w_u(t) = r_k [u_k^+(t - \tau) + u_{k+1}^-(t)] \quad (4.33)$$

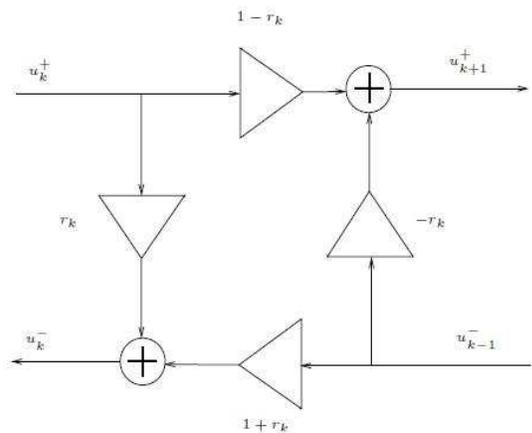


Fig. 4.8: Diagrama da Junção de Duas Portas para o Sinal Acústico de Vazão Volumétrica.

A configuração de duas portas correspondente a um único multiplicador está indicada na Figura 4.9

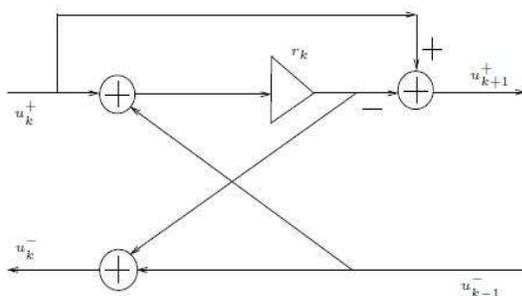


Fig. 4.9: Diagrama Equivalente da Junção de Duas Portas com um Único Multiplicador.

Junção de Espalhamento para Ondas de Pressão

Voltando à nomenclatura da Figura 4.7 as expressões serão reescritas para ondas de pressão. A pressão total na k ésima seção é indicada pela expressão 4.15 onde y corresponde à pressão. A vazão volumétrica total é descrita como,

$$u_k(x, t) = u_k^+(t - \tau) - u_k^-(t + \tau) = \frac{1}{Z_k} [p_k^+(t - \tau) - p_k^-(t + \tau)] \quad (4.34)$$

A exigência de continuidade tanto para pressão como para vazão nas duas secções fornece o

seguinte par de equações:

$$\frac{1}{Z_k} [p_k^+(t - \tau) - p_k^-(t + \tau)] = \frac{1}{Z_{k+1}} [p_{k+1}^+(t - \tau) - p_{k+1}^-(t + \tau)] \quad (4.35)$$

$$[p_k^+(t - \tau) + p_k^-(t + \tau)] = [p_{k+1}^+(t) + p_{k+1}^-(t)] \quad (4.36)$$

Resolvendo estas equações para $p_k^-(t + \tau)$ e $p_{k+1}^+(t)$ obtém:

$$p_k^-(t + \tau) = \frac{Z_{k+1} - Z_k}{Z_{k+1} + Z_k} p_k^+(t - \tau) + \frac{2Z_k}{Z_{k+1} + Z_k} p_{k+1}^-(t) \quad (4.37)$$

e

$$p_{k+1}^+(t) = \frac{2Z_{k+1}}{Z_{k+1} + Z_k} p_k^+(t - \tau) + \frac{Z_k - Z_{k+1}}{Z_{k+1} + Z_k} p_{k+1}^-(t) \quad (4.38)$$

Utilizando os mesmos coeficientes de reflexão para o caso de um sinal em vazão volumétrica, obtém-se

$$p_k^-(t + \tau) = r_k p_k^+(t - \tau) + (1 - r_k) p_{k+1}^-(t) \quad (4.39)$$

e

$$p_{k+1}^+(t) = (1 + r_k) p_k^+(t - \tau) - r_k p_{k+1}^-(t) \quad (4.40)$$

O diagrama que representa o espalhamento da onda de pressão numa junção está indicado na Figura 4.10

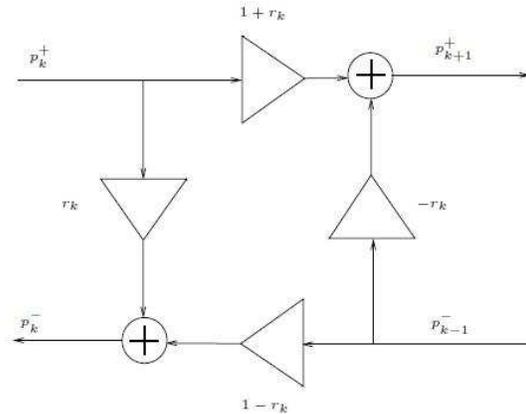


Fig. 4.10: Diagrama da Junção de Duas Portas para o Sinal Acústico de Pressão.

Similarmente, a representação do espalhamento através do sinal de pressão com um único multiplicador é obtido reescrevendo as Equações 4.39 e 4.40 como,

$$p_k^-(t + \tau) = p_{k+1}^-(t) + w_p(t) \quad (4.41)$$

e

$$p_{k+1}^+(t) = p_k^+(t - \tau) + w_p(t) \quad (4.42)$$

onde

$$w_p(t) = r_k [p_k^+(t - \tau) - p_{k+1}^-(t)] \quad (4.43)$$

O diagrama representativo do sinal de pressão com um único multiplicador está indicado na figura 4.11.

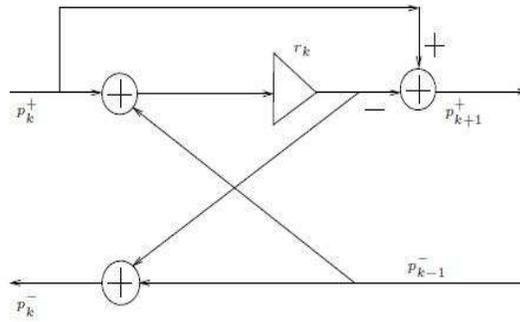


Fig. 4.11: Diagrama Equivalente para Sinal de Pressão com um Único Multiplicador.

4.2.3 Impedância de Entrada para a Geometria Aproximada

A impedância de entrada de um tubo acústico, Z_{IN} , proporciona importante informação com relação ao modo de vibração natural do tubo, entonação, qualidade tonal e relação da palheta com o tubo. Diferentes trabalhos lidam com o efeito da geometria dos tubos e outros mencionam métodos de calcular e/ou medir a impedância de entrada de tubos de instrumentos musicais como Benade [49] e [42], Backus [50] e Plitnik e Strong [51].

Benade [49] focou principalmente o efeito da geometria na sonoridade do instrumento. Sua outra publicação, Benade [42], apresenta um método matemático baseado em linha de transmissão para diferentes configurações de furos abertos e fechados no tubo, porém, por ser bastante complexo obteve resultados aproximados para a clarineta. Backus obteve experimentalmente uma curva do efeito da frequência sobre a impedância de entrada e sua influência no comportamento musical. O trabalho de Plitnik e Strong [51] de qualidade numérica também utiliza a teoria de linhas de transmissão porém aplica seus resultados para tubos cônicos e com palheta dupla, no caso, o oboé.

Nenhum tubo de instrumento de sopro é construído com geometria uniforme em seu interior. A aproximação normalmente empregada é tratar o tubo como uma seqüência de vários cilindros em

série, conforme Figura 4.6, e empregar a teoria de linhas de transmissão.

A impedância de entrada de tal estrutura pode ser estimada a partir das impedâncias individuais de cada seção cilíndrica. O procedimento de cálculo inicia-se com a última seção, onde faz-se uma estimativa da impedância de carga na saída, Z_L , e calcula-se a impedância na entrada desta última seção através da Equação 3.35. A impedância de entrada, Z_{IN} desta última seção será a impedância de carga da seção adjacente. Repetindo este procedimento a impedância de entrada de toda estrutura é determinada.

Estes cálculos podem ser estabelecidos em termos de *linhas de transmissão*, conforme empregado por Keefe [44], onde se relacionam pressão e vazão volumétrica entre a entrada e saída de uma seção cilíndrica de comprimento L através da relação,

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ U_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_L \\ U_L \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

onde os coeficientes da matriz de transmissão sem perdas são dados por

$$\begin{aligned} a &= \cos(kL) \\ b &= jZ_0 \sin(kL) \\ c &= \frac{j}{Z_0} \sin(kL) \\ d &= \cos(kL) \end{aligned}$$

Conforme se espera, cada seção cilíndrica é representada por uma matriz de transmissão separadamente, de acordo com seu particular comprimento e raio. Fazendo-se uma comparação com a Equação 3.35, a impedância de entrada pode ser calculada a partir dos coeficientes da matriz de transmissão por,

$$Z_{IN} = \frac{b + aZ_L}{d + cZ_L} \quad (4.45)$$

Então, para uma seqüência de n seções cilíndricas, as variáveis de entrada de cada seção tornam-se as variáveis de saída da seção anterior. Assim o resultado procurado pode ser obtido em cascata como,

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ U_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_3 & b_3 \\ c_3 & d_3 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_L \\ U_L \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

que pode ser reescrita como,

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ U_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_L \\ U_L \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

onde

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^n \begin{bmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

E finalmente, para toda a estrutura, a impedância de entrada é determinada por,

$$Z_{IN} = \frac{B + AZ_L}{D + CZ_L} \quad (4.49)$$

Um exemplo de aplicação destes resultados a uma geometria simplificada de uma clarineta real será indicado no próximo capítulo.

4.3 Radiação pela Campana

Um procedimento para o tratamento da campana corresponde à aproximação de sua geometria por uma associação de tubos cilíndricos, conforme discutido na seção 3.3.2. Para determinação e estimativa de propriedades acústicas, isto equivale a uma discretização da equação de Webster, conforme descrito na seção 3.4.1. Naquela abordagem resultados obtidos usando matrizes de transmissão converge em toda solução analítica da equação de Webster na medida em o comprimento das secções tendem a zero.

Ao fazer a aproximação da geometria da campana por secções cilíndricas, as junções são tratadas de forma análoga à descrição da Seção 4.2.2.

No próximo capítulo será apresentada a sonoridade de uma clarineta com campana cuja geometria é formada pela associação de tubos cilíndricos. No entanto, para aplicações no contexto do guia de ondas digital o procedimento adotado é projetar filtros digitais que descrevam as características descritas na seção 3.4.1.

Na prática resulta na utilização de métodos de projeto no domínio da frequência onde se utiliza a função do MATLAB *invfreqz* que usa o método da função erro para determinar os coeficientes da função de transferência conhecendo-se a resposta em frequência. No projeto utiliza-se a dimensão do último cilindro que aproxima a geometria da campana.

4.4 Junção Cilindro-Tronco de Cone

Conforme discussão da Seção 3.3.2, quando tem a junção de seção cônica os coeficientes de reflexão e transmissão são dependentes da frequência. Ainda, torna-se difícil a representação de expansão e contração de secções cônicas pois podem ocasionar filtros instáveis.

Na junção de seção cilíndrica com cônica de mesma área, basta substituir $B = 1$ na Equação 3.60 e obtém-se:

$$\mathcal{R}^- = \frac{-\gamma}{(s + \gamma)} \quad (4.50)$$

$$\mathcal{R}^+ = \frac{-\gamma}{(s + \gamma)} \quad (4.51)$$

$$\mathcal{T}^- = \frac{s}{(s + \gamma)} \quad (4.52)$$

$$\mathcal{T}^+ = \frac{s}{(s + \gamma)} \quad (4.53)$$

Para a discretização destas expressões pode-se utilizar a transformação bilinear. A Figura 4.12 mostra a implementação desta junção de espalhamento.

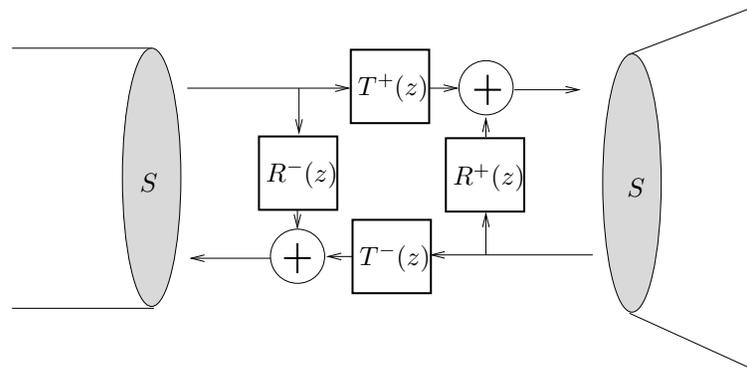


Fig. 4.12: Junção de espalhamento para contato entre uma seção cilíndrica e uma cônica com as mesmas áreas de seção transversal. Os coeficientes de reflexão e transmissão são dependentes da frequência.

4.5 Modelagem da Transição de Notas

As observações de Strawn [30] descrevem as mudanças das configurações acústicas produzidas pelo instrumento real durante a transição de notas. A modelagem física que descreve a transição de uma nota para outra deve dar conta de aproximar-se o melhor possível das observações descritas.

No contexto do guia de ondas digital a mudança na configuração dos furos tem, conseqüentemente, alteração no tubo ressonador do guia de ondas. A modelagem da radiação através dos furos descrita na seção 3.4.2 deve acompanhar as alterações descritas na mudança de notas. Segundo Nackaerts [2] isto corresponde a fazer um modelo acústico completo do instrumento incluindo todas as combinações de furos abertos e fechados onde requer configurações de controle específicas na simulação do modelo. Por exemplo, acionamento de chaves intermediárias e posição dos dedos sobre determinados furos. Ele afirma que o modelo resultante é complexo e de difícil calibração, porém produz o melhor resultado [2, pág.112]. A Figura 4.13, apesar de simplificada, ilustra a aplicação do modelo completo.

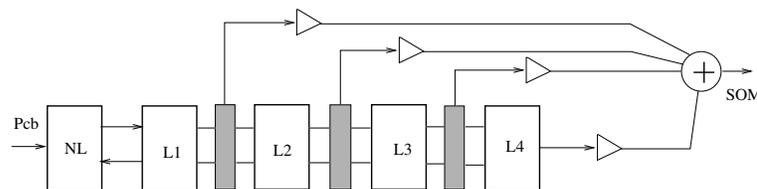


Fig. 4.13: Modelo completo dos furos (simplificado). Tubos ressonadores de diferentes comprimentos (L_1 a L_4) são conectados por junção de espalhamento (caixas cinzas). p_{cb} corresponde à pressão da cavidade bucal. O conjunto boquilha/palheta está representado por NL (Não-Linear)

Alternativamente, Nackaerts descreve diferentes possibilidades para modelar a transição de notas por guia de ondas digital. Na prática, procura-se por um modelo de implementação simples e que tenha resultado sonoro próximo ao do modelo completo. Das opções apresentadas ele elege os modelos “*Serial Crossfade*”, ver Figura 4.14, e “*Parallel Crossfade*”, ver Figura, como substitutos do modelo completo. Ambos apresentam o mesmo grau de complexidade porém o modelo paralelo é de mais fácil implementação [2, pág.120].

Praticamente estas soluções modelam apenas um único furo onde os tubos ressonadores correspondentes às notas são de certa forma chaveados para proporcionar a sonoridade desejada.

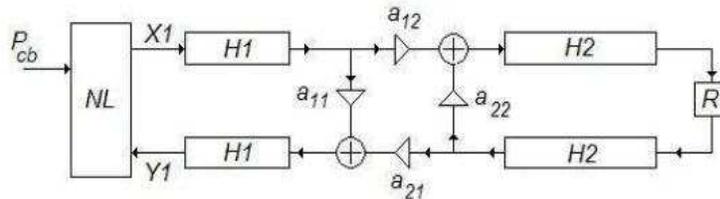


Fig. 4.14: Modelo “*serial crossfade*” para transição de notas. H_1 e H_1 são funções de transferências correspondentes aos guias de ondas fracionários. R é o Filtro de Reflexão. A Saída é Obtida em $X1$. O conjunto boquilha/palheta está representado por NL (Não-Linear). p_{cb} corresponde à pressão da cavidade bucal. Os termos a_{11} , a_{12} , a_{21} e a_{22} são constantes do filtro.

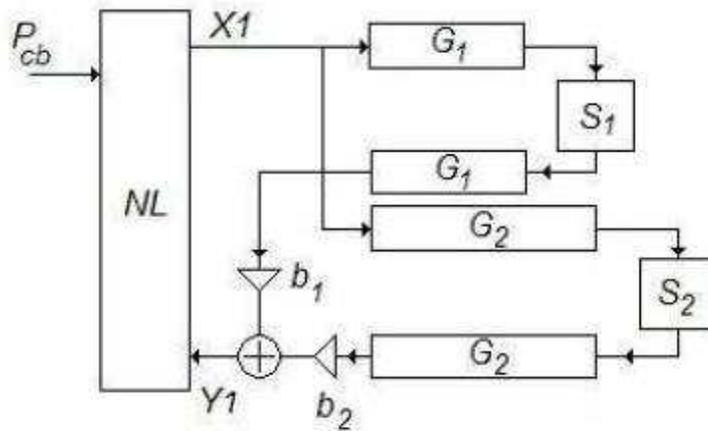


Fig. 4.15: Modelo “*parallel crossfade*” para transição de notas. G_1 e G_2 são funções de transferências correspondentes aos guias de ondas fracionários. S_1 e S_2 são filtros de reflexão. A saída é obtida em $X1$. O conjunto boquilha/palheta está representado por NL (Não-Linear). p_{cb} corresponde à pressão da cavidade bucal. Os termos b_1 e b_2 são constantes do filtro.

Para mostrar a equivalência entre as duas técnicas, série e paralelo, Nackaerts [2] faz a comparação do custo computacional através de uma situação prática. Supõe a transição de uma nota mais aguda para uma mais grave. Isto equivale a fazer a transição de uma estrutura de guia de onda de comprimento L_1 para outra de comprimento $L_1 + L_2$. A saída do sistema é obtida depois da função

Não-Linear (NL), $X1$, conforme as Figuras 4.14 e 4.15 indicam. As partes referentes aos ressonadores podem ser vistas como uma caixa preta com função de transferência \mathcal{M} conectada à função não linear.

Nackaerts [2] calcula \mathcal{M} para os dois casos. Em ambos os casos a entrada da caixa preta é $X1_{s,p}$ e a saída $Y1_{s,p}$, onde os subscritos “s” é para a técnica em série e “p” em paralelo. Segundo Nackaerts [2] se a função de transferência é similar nos dois casos é um indicativo de que os dois sistemas terão saídas similares. Calculando \mathcal{M} :

$$\mathcal{M}_{s,p} = \frac{Y1_{s,p}}{X1_{s,p}} \quad (4.54)$$

Observando a Figura 4.14 encontra-se a seguinte relação entre a entrada e saída:

$$Y1_s = \left[a_{11} \mathcal{H}_1^2 + \frac{a_{12} a_{21} R \mathcal{H}_1^2 \mathcal{H}_2^2}{1 - a_{22} R \mathcal{H}_2^2} \right] X1_s \quad (4.55)$$

Analogamente, através da Figura 4.15 encontra-se:

$$Y1_p = \left[b_1 S_1 \mathcal{G}_1^2 + b_2 S_2 \mathcal{G}_2^2 \right] X1_p \quad (4.56)$$

Para tornar as duas técnicas comparáveis estabelece-se $\mathcal{M}_s = \mathcal{M}_p$. Na prática isto significa que os dois sistemas devem ter comportamento similares durante o regime permanente (“*Steady State*”) e durante a transição.

Regime Permanente

Durante o regime permanente Nackaerts [2] impõe algumas hipóteses para encontrar a relação. Durante a execução da primeira nota assume-se que o sistema se comporta como se a parte depois do furo não existisse, isto é, reflexão total na junção. Durante a segunda nota tudo se passa como se o furo anterior não existisse, indicando transmissão total na junção. Para o caso em série estas condições estabelecem (ver Figura 4.14):

$$\text{Aberto} = \begin{cases} a_{11} = -1, \\ a_{12} = a_{21} = 0, \end{cases} \quad (4.57)$$

$$\text{Fechado} = \begin{cases} a_{11} = a_{22} = 0, \\ a_{12} = a_{21} = 1. \end{cases} \quad (4.58)$$

Para o caso paralelo as condições equivalentes são (ver Figura 4.15):

$$\text{Aberto} = \begin{cases} b_1 = 1, \\ b_2 = 0, \end{cases} \quad (4.59)$$

$$\text{Fechado} = \begin{cases} b_1 = 0, \\ b_2 = 1. \end{cases} \quad (4.60)$$

Desta forma, a relação entre os dois modelos torna-se:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= a_{11}, \\
 S_2 &= R, \\
 \mathcal{G}_1 &= \mathcal{H}_1, \\
 \mathcal{G}_2^2 &= \mathcal{H}_1^2 \mathcal{H}_2^2.
 \end{aligned}
 \tag{4.61}$$

Transiente

Para manter a correspondência entre as duas técnicas substituem-se as relações anteriores nas Equações 4.55 e 4.56, obtendo as condições:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= 1, \\
 b_2 &= \frac{a_{12}a_{21}}{1-a_{22}RH_2^2}
 \end{aligned}
 \tag{4.62}$$

Nackaerts [2] propõe uma hipótese adicional para eliminar a dependência com relação à frequência (parâmetro R) do coeficiente b_2 . Para isto faz $a_{22} = 0$. Segundo ele, isto corresponde a remover a ressonância na segunda parte do tubo. Desta forma,

$$b_2 = a_{12}a_{21}
 \tag{4.63}$$

Capítulo 5

Hipóteses Relativas ao Escoamento e Proposta para Discretização

Para estabelecer as proposições deste trabalho parte-se dos fundamentos teóricos para a propagação da onda sonora em meio em movimento. Esta construção está apresentada na próxima seção.

Em seguida, será descrito o escoamento ao longo da geometria interna do instrumento. Descreve-se na seqüência o processo utilizado para “discretizar” o tubo com duas propostas que terá reflexo na estrutura dos filtros digitais.

A geometria interna proporcionará comprimentos que não correspondem a números *inteiros* de “delay lines”. Para lidar com comprimentos fracionários serão descritas duas operações, a *interpolação* e *deinterpolação*.

Então será apresentada a estrutura de filtros FIR que operacionaliza conectar comprimentos de tubos com números fracionários de “delay lines”.

Na síntese do instrumento a pressão da cavidade bucal apresenta um transitório nos instantes iniciais. Então para encerrar o capítulo serão indicadas algumas funções para verificar o comportamento deste transitório.

5.1 Escoamento no Interior da Clarineta

A relação entre escoamento e campo acústico foi observada por da Silva e Scavone [34]:

“O comportamento dos instrumentos de sopro é fortemente dependente da interação entre o escoamento e o campo acústico. Estas interações explicam vários fenômenos não-lineares como: oscilações auto-sustentadas em instrumentos com jatos, notas extremas (‘edge tones’) e dissipação não-linear devido ao vórtex na descontinuidade dos instrumentos”

A representação pictórica do meio de propagação sonora construída no Capítulo 2 pode colaborar na construção da proposta argumentativa que norteia este trabalho.

No interior do tubo da clarineta é formada uma onda estacionária durante a produção sonora. A região que antecede o tubo constitui-se da boquilha e palheta e conforme discussão anterior forma-se neste trecho um escoamento de descrição complexa.

As partículas de ar provenientes da cavidade bucal passa pela região instável da boquilha e prossegue pelo tubo. A hipótese deste trabalho reforça que existe uma interferência do escoamento na qualidade sonora emitida.

Os resultados que serão apresentados mais adiante têm fundamentação teórica que está descrita na seção seguinte.

5.1.1 Revisão da Emissão Sonora de Ondas Planas

Durante o desenvolvimento da Equação da Onda para tubos, descrito no Capítulo 3, o meio de propagação sonora estava *parado*. De acordo com a proposta deste trabalho isto não corresponde à realidade de produção sonora dos instrumentos de sopro.

Na seção 3.3.1 do Capítulo 3 foi discutida a solução da Equação da Onda nos tubos. Obteve-se, naquele ponto, a definição do *número de onda* k para propagação no espaço livre.

Para generalização, considere \mathbf{n} , o versor na direção de propagação da onda de som. O vetor

$$\mathbf{k} = \left(\frac{\omega}{c}\right) \mathbf{n} \quad (5.1)$$

é chamado *vetor de onda* (“*wave vector*”) e seu módulo k , *número de onda*, (“*wave number*”).

Uma onda plana possui uma particular propriedade. Sua direção de propagação e sua amplitude são as mesmas em todo o espaço. Uma onda de som qualquer, naturalmente, não possui esta propriedade. Porém, em muitas situações onde uma onda de som que não é plana pode ainda ser considerada plana em toda região do espaço. Para tanto, é necessário que a amplitude e a direção de propagação variem muito pouco num espaço da ordem do comprimento de onda, [29].

As ondas denominadas *monocromáticas* são muito importantes para a análise. Nestas ondas todas as quantidades são funções periódicas (harmônicas) do tempo. Costuma-se escrever que estas variações têm a forma $A \cos(\omega t + \alpha)$, onde ω é a frequência da onda. Para maior generalização costuma-se escrever, por exemplo, para o potencial de velocidade,

$$\phi = \text{re} \left[\phi_0(x, y, z) \exp^{-i\omega t} \right] \quad (5.2)$$

onde $\text{re} [\]$ indica a parte *real* de seu argumento.

Considere uma onda plana viajante monocromática propagando-se na direção do eixo Ox positivo. Para tal onda todas as quantidades são funções de $x - ct$ apenas, portanto para o potencial de velocidade tem-se a forma,

$$\phi = \text{re} \left\{ A \exp \left[-i\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \right\} \quad (5.3)$$

onde A é uma constante chamada *amplitude complexa*. Escrevendo este termo como $A = a \exp^{i\alpha}$ com constantes reais a e α , tem-se que

$$\phi = a \cos \left(\omega \frac{x}{c} - \omega t + \alpha \right) \quad (5.4)$$

A constante a é chamada de *amplitude* da onda, e α é chamado de *fase* da onda.

A relação $\omega = ck$ entre a frequência e o número de onda é *válida somente* para uma onda de som monocromática propagando-se em um meio *em repouso*. Para obter uma relação similar para uma

onda propagando-se em um meio em movimento (e observado em um sistema fixo de coordenadas) procede-se da seguinte forma: considere um fluxo homogêneo com velocidade \mathbf{u} ; toma-se um sistema de referência fixo K de coordenadas x, y, z e também um sistema K' de coordenadas x', y', z' que se move com velocidade \mathbf{u} com relação à K .

No sistema K' o fluido está em repouso e uma onda monocromática tem a forma usual $\phi = \text{cte} \times \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}' - kct)]$. O vetor de posição \mathbf{r}' no sistema K' está relacionado com o vetor de posição \mathbf{r} no sistema K por

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{u}t \quad (5.5)$$

deste modo, no sistema fixo de coordenadas, a onda tem a forma $\phi = \text{cte} \times \exp\{i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - (kc + \mathbf{k} \cdot \mathbf{u})t]\}$. O coeficiente de t no expoente é a frequência ω da onda. Assim a frequência em um meio em movimento está relacionada com o vetor onda por

$$\omega = ck + \mathbf{u} \cdot \mathbf{k} \quad (5.6)$$

A velocidade de propagação é,

$$\frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = c \frac{\mathbf{k}}{k} + \mathbf{u} \quad (5.7)$$

que é o vetor soma da velocidade c na direção de \mathbf{k} e a velocidade \mathbf{u} com a qual o som é “carregado” pelo fluido em movimento, conforme descrito em Landau e Lifshitz [29].

A proposta de modelagem da clarineta neste trabalho irá considerar a interação dos perfis de velocidade na propagação das ondas sonoras no interior do tubo.

5.2 Geometria Interna

A geometria interna da clarineta não corresponde idealmente a um cilindro. Ela é composta de variações ao longo do comprimento que podem ser aproximadas por associação de cilindros com diferentes diâmetros.

Quando os filtros FD são utilizados obtém-se uma simulação, em tempo discreto, de um guia de onda real. Na prática, podem ser utilizados para a) controlar o comprimento de um guia de onda digital; e b) para conectar dois ou mais guias de ondas em ponto arbitrário [48].

O primeiro tratamento tem aplicação estabelecida para a representação dos diferentes furos do instrumento de sopro. Corresponde a comprimentos não inteiros de delay lines e utiliza a interpolação. O segundo, de utilização mais recente, foi empregado para representar a conexão entre dois ou três guias de ondas, de diferentes impedâncias, em um ponto intermediário de amostragem. É adequado para representar a configuração dos furos de um instrumento de sopro ou ainda o trato vocal humano.

Existem diferentes estruturas para a implementação de filtros FD. Aqui será empregada a de filtro FIR com a operação de interpolação e sua correspondente inversa, deinterpolação. Segundo Välimäki [48], o filtro FIR FD produz aproximação adequada para a interpolação de sinais limitados em banda, pelo menos em baixa frequência (entre 50 Hz e alguns kHz), característico do sistema auditivo humano.

A seção seguinte é dedicada a uma exposição do processo de deinterpolação. Na posterior é apresentada a estrutura de filtro FIR para aproximar a geometria interna da clarineta que será empregada para a aproximação da propagação da onda com perfil de velocidades.

Na implementação de multicamadas para a geometria interna será estabelecida a nomenclatura descrita para a expansão entre duas secções consecutivas, conforme Figura 5.1. Para o caso de contração entre duas secções consecutivas segue raciocínio análogo.

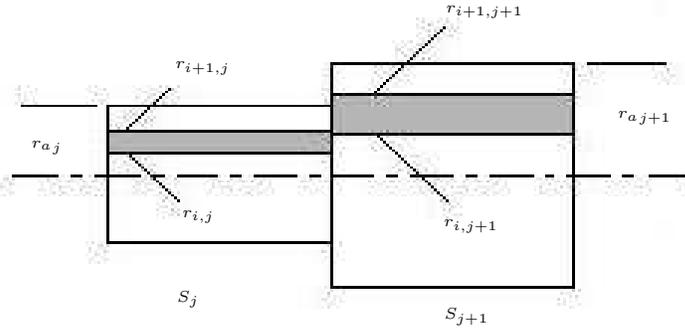


Fig. 5.1: Representação de uma Camada entre Duas Secções.

Serão consideradas as seguintes hipóteses para o equacionamento do modelo:

1. A densidade do fluido permanece constante ao longo do comprimento, isto é, não se altera nas diferentes secções;
2. O número de camadas é o mesmo em todo comprimento do instrumento;
3. Não há interferência intercamadas;

Para cada camada existe a correspondente simétrica com relação ao eixo axial. Assim, representa-se na camada superior a propagação da onda que caminha para a direita (+) e na inferior a que caminha para a esquerda (-).

Como não há interferência entre as camadas, a conservação de massa pode ser estabelecida entre as secções j e sua consecutiva, $j + 1$, para cada camada:

$$\rho u_{i,j} A_{i,j} = \rho u_{i,j+1} A_{i,j+1} \quad i = 1, \dots, N_c \quad (5.8)$$

onde N_c corresponde ao número de camadas.

A densidade sendo constante pode ser eliminada da equação. Portanto a velocidade na seção seguinte pode ser determinada através da velocidade na seção anterior por:

$$u_{i,j+1} = \frac{A_{i,j}}{A_{i,j+1}} u_{i,j} \quad (5.9)$$

5.2.1 Região da Boquilha e Palheta

Quando um corpo oscila em um fluido ele causa uma compressão e rarefação periódica do fluido próximo a ele e assim produz ondas de som. A energia transportada por estas ondas é proveniente da energia cinética do corpo vibrante. Assim pode-se falar da emissão de som por corpos vibrantes.

Tem-se por hipótese que a velocidade v do corpo vibrante é pequena comparada com a velocidade do som.

No caso geral de um corpo de forma arbitrária oscilando de qualquer modo, o problema de emissão do som é indicado a seguir. Tomando-se o potencial de velocidade como propriedade fundamental, ele satisfaz a equação de onda

$$\Delta\phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (5.10)$$

Na superfície do corpo, a componente normal da velocidade do fluido precisa ser igual à correspondente componente da velocidade v do corpo:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = v_n \quad (5.11)$$

Para distâncias longas do corpo a onda precisa ser esférica. A solução da Equação 5.10 provida desta condição de contorno mais a condição no infinito determina a onda de som emitida pelo corpo. A análise será feita para dois casos limites. Supõe-se inicialmente que a frequência de oscilação do corpo é tão grande que o comprimento da onda emitida é muito pequeno comparada com a dimensão l do corpo, isto é, $\lambda \ll l$.

Neste caso pode-se dividir a superfície do corpo em porções cujas dimensões são tão pequenas que elas podem ser observadas como planas porém ainda grandes quando comparadas com o comprimento de onda. Landau e Lifshitz [29] mostram que a intensidade do som emitido é independente da frequência de oscilação.

No caso limite oposto onde o comprimento da onda emitida é grande comparado com as dimensões do corpo, isto é, $\lambda \gg l$, pode-se desprezar o termo

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

da Equação 5.10, para distâncias próximas do corpo (porém pequenas quando comparadas com o comprimento de onda). Desta forma, o fluxo próximo do corpo satisfaz a equação de Laplace, $\Delta\phi = 0$. Esta é a equação para o fluxo potencial de um *fluido incompressível*. Ondas de som propriamente ditas, isto é ondas de compressão e de rarefação, *ocorrem somente a grandes distâncias do corpo*.

5.2.2 Sumário

Resumidamente, na região de escoamento complexo e instável correspondente à boquilha e palheta o fluido será considerado *incompressível* não havendo ondas de rarefação e compressão, isto é, ondas sonoras.

Mais adiante no interior do tubo o perfil da velocidade de escoamento proporcionará uma velocidade de propagação sonora descrita pela Equação 5.7.

A região de transição não possui um perfil preciso. Ela estabelece a passagem de uma região de escoamento turbulento sem produção de onda sonora para outra região onde está presente uma onda estacionária e escoamento de ar.

Neste trabalho, os perfis de velocidade analisados têm aspecto mais didático que realístico. Serão considerados: perfil *triangular*, *parabólico*, perfil *constante* e *randômico*. O perfil constante é uma idealização, por isso, o perfil randômico será construído como uma variação em torno da velocidade média. A hipótese de *não-deslizamento*, isto é velocidade **nula** na parede, foi imposta a todos os perfis. Outra característica comum a estes perfis é a simetria radial.

5.3 Implementação da Velocidade de Escoamento

Após análise das sínteses da clarineta por modelagem física disponíveis na literatura verificou-se que estas não incluem a vazão, apesar do termo “*volume flow*” ser amplamente utilizado na elaboração dos modelos.

Nota-se que o termo é utilizado para designar o fluxo de velocidade proveniente das ondas de compressão e rarefação e não para indicar a velocidade de escoamento do fluido. Estas ondas resultam na propagação da velocidade de perturbações infinitesimais de pressão, que define a velocidade do som. A compressão causada pela onda de pressão é isentrópica, isto é, adiabática e sem atrito. A expressão que define a velocidade do som é rerepresentada na Equação 5.12.

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S} \quad (5.12)$$

A derivada da pressão, p , com relação à densidade do fluido, ρ , é tomada com entropia constante, S . Por exemplo, para um gás ideal

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = \frac{kRT}{M_M}$$

onde, $k = C_p/C_v$ é a relação entre os calores específicos a pressão e volumes constantes; R é a constante universal dos gases (8.314J/kgmolK); T é a temperatura absoluta, (K); M_M é a massa molecular.

Como a densidade depende da temperatura e pressão, conseqüentemente a velocidade do som irá depender também destas grandezas.

A relação entre a velocidade do fluido, u , e a velocidade do som, c , é um número adimensional, M , denominado **Mach**: $M = u/c$.

Para a síntese da clarineta o valor do número de Mach é relativamente pequeno. No entanto, neste trabalho não apenas a influência do valor absoluto da velocidade será analisado mas também diferentes perfis de velocidade ao longo do diâmetro do tubo do instrumento serão estudados.

A implementação do perfil será através de utilização de várias camadas ao longo do diâmetro. Estas camadas são anéis concêntricos onde cada uma corresponde a um guia de ondas bidirecional.

Geralmente, o comprimento do tubo de ressonância para uma determinada freqüência não corresponde a um número inteiro de filtros de atraso (*delay line*) associado ao guia de ondas. Nestes casos, a aplicação de filtros de atraso *fracionários* (“*fractional delay lines (FD)*”) são os mais indicados.

5.3.1 Determinação da Propagação por Camadas

O guia de ondas representa a propagação dos componentes da onda em direções opostas no tubo acústico. O número de elementos de *delay lines*, L , está relacionado com o comprimento efetivo do tubo, l_{ef} , através da relação,

$$L = \frac{l_{ef}F_s}{c + u} \quad (5.13)$$

onde F_s é a frequência de amostragem e u a velocidade de escoamento do fluido. Deve-se salientar que, em geral, o valor de L não é um número inteiro. Nestes casos, utilizam-se os filtros fracionários para uma aplicação de linhas de atraso em número real.

A velocidade de propagação é $c + u$, indicando que é $c - u$ para a esquerda e $c + u$ para a direita. Pode-se reescrever a expressão anterior em duas outras onde,

$$L_e = \frac{l_{ef}F_s}{c - u} \quad (5.14)$$

e

$$L_d = \frac{l_{ef}F_s}{c + u} \quad (5.15)$$

indicam a quantidade de delay lines para a esquerda e direita, respectivamente. O resultado é sempre superior para a propagação à esquerda. Igualando-se apenas quando a velocidade de escoamento é nula (na parede do instrumento).

Ao aplicar este resultado para diferentes camadas, que descrevem o perfil de velocidades em um corte transversal do tubo, tem-se:

$$L_{ei} = \frac{l_{ef}F_s}{c - u_i} \quad i = 1, \dots, N_c \quad (5.16)$$

e

$$L_{di} = \frac{l_{ef}F_s}{c + u_i} \quad i = 1, \dots, N_c \quad (5.17)$$

onde N_c indica o número total de camadas.

Para a divisão do tubo por camadas podem-se adotar duas possibilidades. Na primeira, divide-se o raio do tubo em camadas de **mesmo comprimento**. Na segunda, divide-se o diâmetro do tubo de modo que as camadas tenham **mesma área**.

A Figura 5.2 representa a escolha de um perfil arbitrário, aparentemente triangular, ao longo do diâmetro. Neste caso foram utilizadas três camadas ($N_c = 3$), além de uma fina camada próxima à parede, que será referenciada por **camada limite**. Estas camadas foram obtidas dividindo-se a seção transversal do tubo, excluindo a camada limite, em três partes iguais, neste caso.

Uma outra maneira de dividir a seção transversal em camadas está indicado na Figura 5.3. Neste caso as três camadas foram obtidas de modo a obter seções transversais com a mesma área. Excluindo a camada limite.

Nos trabalhos de Scavone [28, págs.26-29] e Nackaerts [2, págs.44-46] estão apresentados expressões para o cálculo da espessura da camada limite viscosa e térmica. Nestas expressões não

aparecem a velocidade de escoamento. É uma relação que envolve a viscosidade e densidade do fluido além da frequência para o caso viscoso, e outra relação entre condutividade térmica, calor específico, densidade do ar e frequência, para o caso térmico.

Segundo Perry [52, pág.40, Cap.6] “A espessura da camada limite é indefinida pois a velocidade de escoamento deve ser nula na parede (hipótese do não-deslizamento) e aproxima-se assintoticamente à velocidade do escoamento longe da parede”.

Para efeito de síntese, neste trabalho será considerada a camada limite como sendo 1/10 do raio do tubo e nesta região a velocidade será nula.

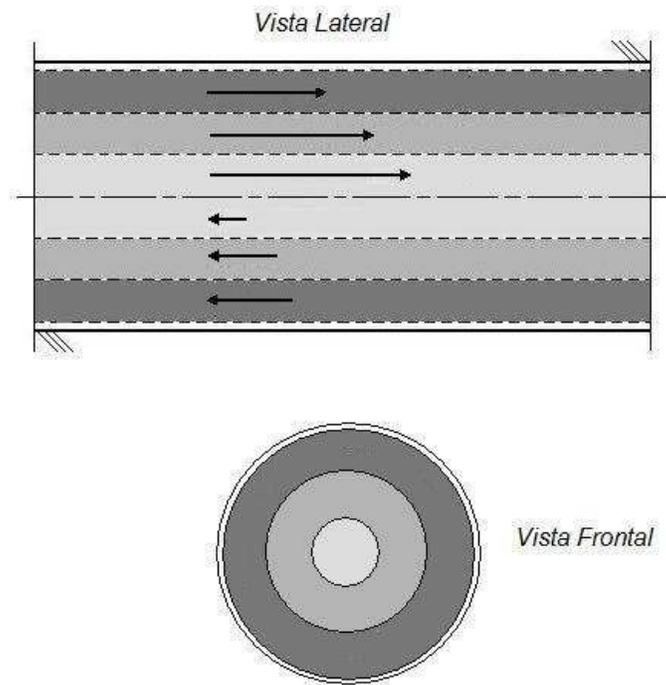


Fig. 5.2: Divisão da seção transversal do tubo por $N_c = 3$ camadas de *mesma largura*, além da região da parede. Observar que a velocidade de propagação para a direita é $c + u_i$, onde u_i corresponde à velocidade da camada i , $i = 1 \dots N_c$. Analogamente, para a esquerda a velocidade de propagação é $c - u_i$.

A Figura 5.4 indica a implementação deste perfil, representado por três camadas, através do guia de ondas. As linhas pontilhadas sugerem a conexão entre as delay lines. Na realidade, estão omitidos o termo de Radiação/Transmissão na saída e o Não-Linear correspondente à boquilha e palheta. Assim, a delay line L_{d1} está conectada à delay line L_{e1} ; a delay line L_{d2} está conectada à delay line L_{e2} e sucessivamente. Na camada mais próxima à parede foi utilizado o subscrito “CL” para indicar a conexão entre os guias de onda para a esquerda e direita desta região.

Para efeito de síntese surgem novas possibilidades algorítmicas quando da utilização de multicamadas. Por exemplo, como representar o efeito de mudança de geometria? Especificamente, a aproximação da geometria é efetuada com o acoplamento de cilindros com diferentes diâmetros. Qual o efeito deste acoplamento nas camadas? Outra situação corresponde à presença de furos.

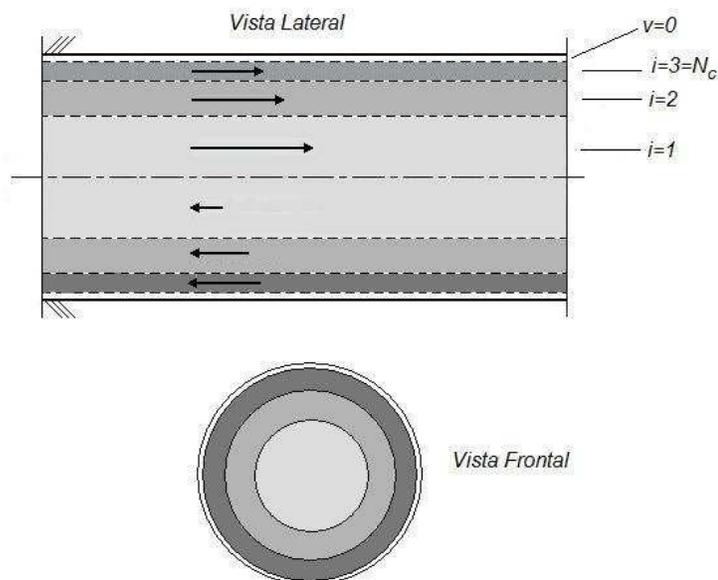


Fig. 5.3: Divisão da seção transversal do tubo por $N_c = 3$ camadas de *mesma área*, além da região da parede.

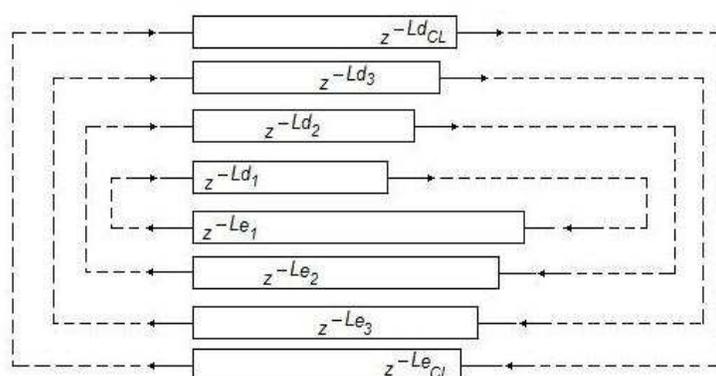


Fig. 5.4: Conexão entre as Camadas para o Guia de Ondas.

Ao procurar responder estas questões, mesmo se o algoritmo não corresponder a uma situação física, tem-se diferentes resultados sonoros.

Como primeira possibilidade, serão conectados os guias de onda de cada camada com um modelo não-linear, correspondente ao mecanismo de excitação, e a um filtro de radiação/transmissão sonora.

A Figura 5.5 representa o guia de ondas em multicamadas para uma clarineta formada por um tubo cilíndrico, sem furos e sem campana.

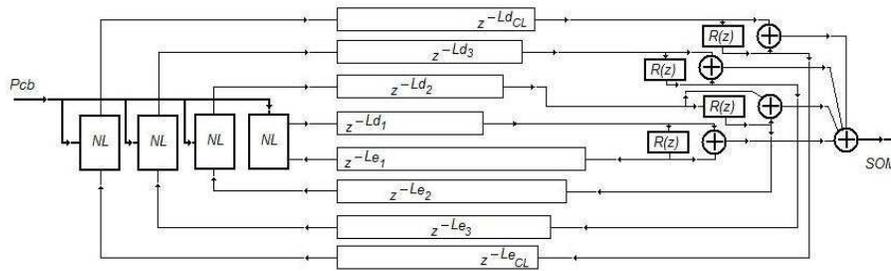


Fig. 5.5: Modelo da Clarineta por Guia de Ondas em Multicamadas.

5.4 Comprimento Não-Inteiro de Delay Lines: Interpolação e Deinterpolação

Uma operação utilizada em conjunto com a interpolação e que é empregada para conectar guia de ondas digital em pontos fracionários denomina-se *deinterpolação*. A interpolação é usada para estimar o valor de um sinal entre amostras conhecidas. Em contraposição, a deinterpolação é usada para calcular o valor das amostras quando a amplitude do sinal entre pontos de amostragem é conhecida. Esta operação, assim denominada, foi utilizada inicialmente por Välimäki [41, p.128].

O autor descreve que a deinterpolação pode ser entendida como uma *operação inversa* da interpolação, no sentido que esta operação calcula a *entrada* de um sistema enquanto a interpolação calcula a saída. Por exemplo, se um elemento de atraso do guia de ondas é separado em dois outros elementos, isto é,

$$z^{-1} = z^{-(d+\delta)} = z^{-d}z^{-\delta} \quad (5.18)$$

onde d corresponde à parte fracionária do atraso, ($0 < d < 1$), e δ seu *complementar* definido por,

$$\delta = 1 - d \quad (5.19)$$

uma representação das operações de interpolação e deinterpolação podem ser observadas na Figura 5.6.



Fig. 5.6: Diagrama representativo das operações de *interpolação* e *deinterpolação* em ponto fracionário do guia de ondas.

Estas operações são realizáveis quando limitadas em faixa de frequência.

5.4.1 Estrutura de Filtro FIR para Interpolação e Deinterpolação

A implementação da deinterpolação não recursiva (ou FIR) pode ser pensada como a sobreposição dos valores dos sinais no guia de ondas utilizando a *estrutura de filtro FIR transposta* com os coefi-

cientes da interpolação [41].

O processo de transposição de uma estrutura de filtro digital é obtido invertendo o sentido dos trechos de ligação e substituindo os pontos de nós por somadores e os somadores por pontos de nós. O processo finaliza invertendo o ponto de entrada pela saída e o ponto de saída pela entrada. A Figura 5.7 mostra a estrutura FIR na forma direta e a Figura 5.8 na forma transposta.

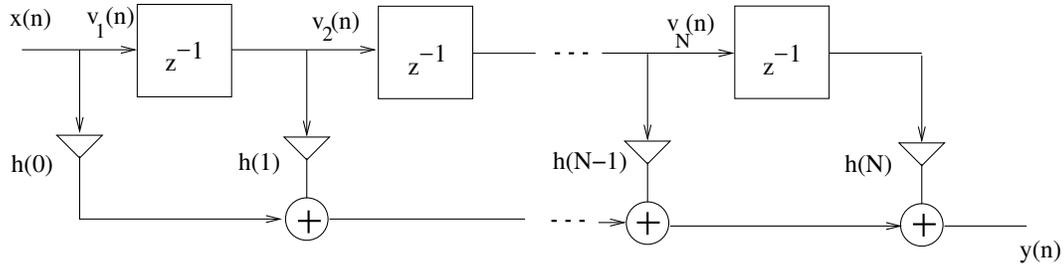


Fig. 5.7: Forma Direta padrão para interpolação por filtro FIR com coeficientes $h(n)$.

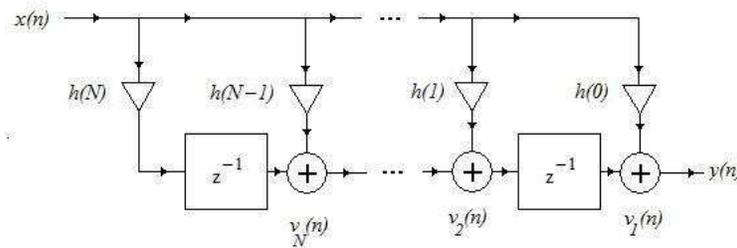


Fig. 5.8: Forma Transposta da Estrutura FIR.

Conforme discussão em Välimäki [41, p.132], a forma transposta de um interpolador FIR ainda não resulta em deinterpolação. Sua resposta ao impulso deve ser *revertida* no tempo para obter a estrutura não recursiva de deinterpolação, conforme mostra a Figura 5.9.

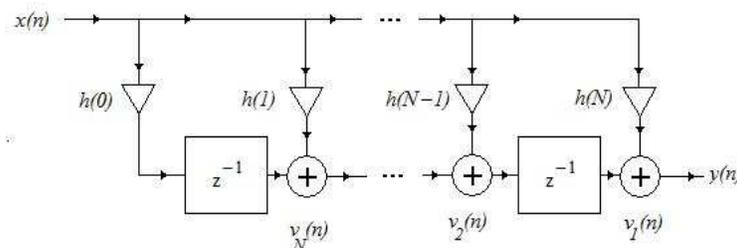


Fig. 5.9: Deinterpolação não Recursiva por Transposição do Filtro FIR com a Resposta ao Impulso Revertida no Tempo.

5.5 Guia de Ondas Fracionário

Para aplicação neste trabalho o guia de ondas de interesse é bidirecional. E conforme mencionado anteriormente o comprimento das delay lines nem sempre é um número inteiro. Com as operações de interpolação e deinterpolação é possível implementar guia de ondas com comprimento variável ou mesmo conectar guia de ondas em pontos arbitrários.

Na junção em ponto arbitrário (não inteiro) do guia de ondas, como acontece em mudança de geometria, ocorre na junção mudança de impedância. Neste ponto, parte da onda é transmitida e parte é refletida. Denomina-se este ponto *junção de espalhamento*. Para a implementação de mudança de geometria recebe a denominação de junção de espalhamento de duas portas. Para a conexão de três guias de ondas, como é o caso da implementação de alguns furos, denomina-se junção de espalhamento de três portas. As Figuras 5.10 e 5.11 indicam a utilização das operações de interpolação e deinterpolação em ponto arbitrário da delay line utilizando duas e três portas, respectivamente, na junção de espalhamento.

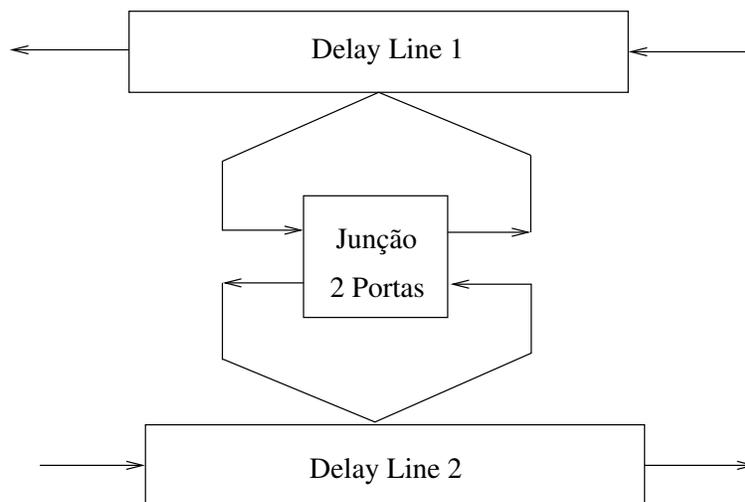


Fig. 5.10: Junção de 2 Portas para Fracional Delay Line em Ponto Arbitrário.

Um diagrama de blocos mais detalhado, indicado pela Figura 5.12, apresenta uma junção de espalhamento de duas portas para sinal de pressão.

Em termos de aplicação algorítmica um diagrama otimizado para implementar as operações de interpolação e deinterpolação em uma delay line fracionada está indicado na Figura 5.13. Nesta estrutura a quantidade de multiplicações é de $2N + 3$, onde N é a ordem dos filtros de interpolação e deinterpolação [41].

Neste trabalho será utilizada ordem $N = 1$ para as operações de interpolação e deinterpolação. Então, para cada camada que possui um guia de onda bidirecional será utilizado o diagrama da Figura 5.13 nas mudanças de geometria e para o comprimento não inteiro de delay lines.

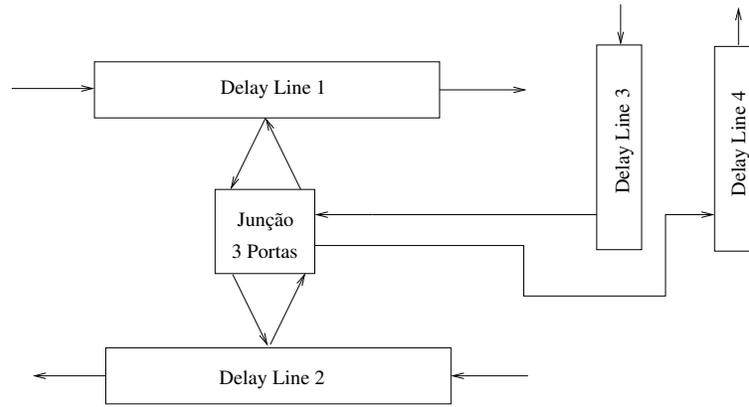


Fig. 5.11: Junção de 3 Portas Conectando um Ramo Lateral de Guia de Ondas.

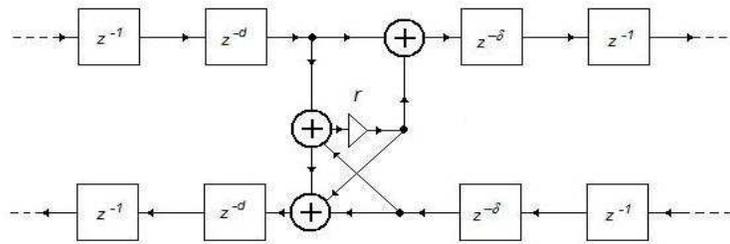


Fig. 5.12: Fracional Delay para Onda de Pressão. Junção de Espalhamento com 2 Portas.

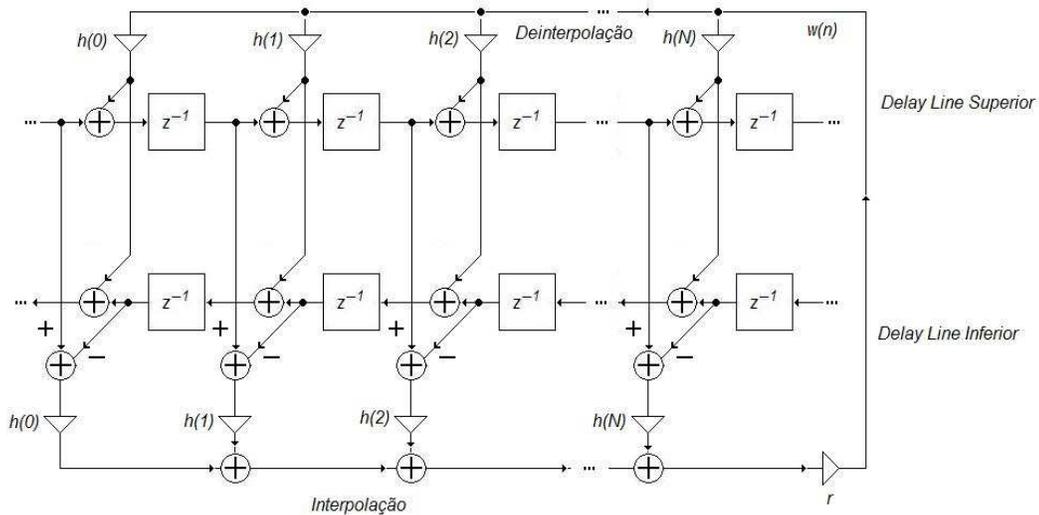


Fig. 5.13: Eficiente algoritmo para implementação de fracionais *delay lines*.

5.6 Pressão na Entrada

O “ataque” ou início da produção sonora em um instrumento musical proporciona características que conduzem a diferentes expressões musicais. Ainda, as informações contidas neste ataque são

capazes de caracterizar timbristicamente os diferentes instrumentos [28].

Segundo Nackaerts [2, pág. 109], pequenos ajustes em parâmetros da parte não-linear do modelo do instrumento podem alterar o tempo de ataque.

Nesta seção pretende-se verificar o efeito na sonoridade durante a sustentação da emissão da nota variando a pressão da cavidade bucal nos instantes iniciais. Não se trata, propriamente, de produzir o modelo do ataque.

Conforme mencionado anteriormente, o conjunto formado pela boquilha e palheta tem ação correspondente a uma válvula controlada por pressão [28, pág.45]. O movimento da palheta é controlado pela *diferença* entre a pressão da cavidade bucal, (p_{cb}), e pressão do canal da palheta, (p_r), que por aproximação é considerada como sendo igual à pressão na boquilha, (p_m).

Na síntese da clarineta o valor da pressão da cavidade bucal é considerada constante e controlada pelo instrumentista. Deste modo, quando se parte do repouso até o valor constante pode-se pensar que existe uma influência desta variação na articulação. A pressão da cavidade bucal é normalizada pela pressão que proporciona o total fechamento do canal de entrada da boquilha, (P_C), que para as simulações esta teve valor unitário.

Nas sínteses, a variação do regime transiente foi utilizada como sendo linear (ou melhor, uma *função rampa*), entre a amostra inicial ($n = 1$) e no instante 2, 27ms ($n = 100$), para uma frequência de amostragem de 44100Hz.

Para verificar a influência deste período de transição, a representação desta variação será efetuada também para a função *exponencial*, *parabólica* e *quadrática*, entre estes mesmos instantes.

Para amostras sonoras de 4 s, com a frequência de amostragem mencionada, deve-se calcular $N = 176400$ amostras. Sendo i a variável correspondente às amostras, ($i = 1 \dots N$), e sendo $nula$ a pressão inicial da cavidade bucal, as expressões do período de transição tornam-se:

$$P_{cb} = \frac{i - 1}{99}; \quad \text{função rampa} \quad (5.20)$$

$$P_{cb} = \frac{\exp i - 1 - 1}{\exp 99 - 1}; \quad \text{função exponencial} \quad (5.21)$$

$$P_{cb} = -10^{-4} \times (i - 1)^2 + (i - 1)/50; \quad \text{função parabólica} \quad (5.22)$$

$$P_{cb} = \frac{\sqrt{i - 1}}{\sqrt{99}}; \quad \text{função quadrática} \quad (5.23)$$

A Figura 5.14 mostra os diferentes transientes neste intervalo de amostragem. Os resultados sonoros bem como as curvas de análise serão considerados no próximo Capítulo.

5.7 Descrição do Modelo

Esta seção tem por finalidade agrupar as diferentes equações apresentadas que efetivamente serão utilizadas para os resultados de simulação.

Os códigos para MATLAB podem ser obtidos de Scavone [28] para os diferentes componentes do instrumento.

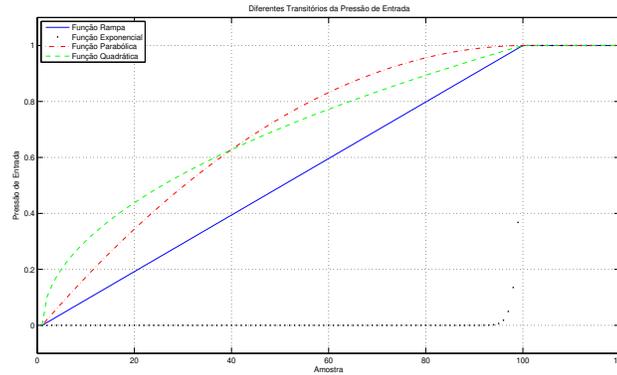


Fig. 5.14: Perfis do Regime Transiente da Pressão de Entrada.

Para melhor visualização será apresentado o diagrama de blocos empregado na programação, conforme Figura 5.15. Deve-se incluir a estratificação do tubo em camadas e estabelecer as velocidades de propagação para a direita como $c + u_i$ e para a esquerda como $c - u_i$, sendo u_i a velocidade de escoamento de ar na camada i .

Neste estudo foi considerado que o sistema é adiabático, isto é, não há transferência de calor com o meio externo. Com esta simplificação, conhecida a pressão atmosférica e temperatura ambiente, determinam-se a densidade do ar e velocidade de propagação do som que permanecem constante.

Em todos os resultados a frequência de amostragem foi de 44.100 amostras por segundo.

A intensidade foi mantida constante e utilizou pressão da cavidade bucal relativa, $0 \leq p_{cb} \leq 1$, partindo de 0 e atingindo 1 de forma linear conforme descrito na seção 5.6.

No início, indica a temperatura para calcular a velocidade do som e propriedades físicas do ar, como a densidade. É indicado também o perfil de velocidades que será adotado.

Em seguida, descreve-se a geometria interna do tubo de ressonância (comprimento e diâmetro de cada seção cilíndrica) onde cada cilindro corresponde a uma seção, proporcionando um total de N_S seções. O comprimento de cada seção indica o número de *delay lines* da seção de acordo com a Equação 5.15 e 5.14. A variação de diâmetro de uma seção à outra proporciona o cálculo do coeficiente de reflexão/transmissão indicado pela Equação 4.27, onde a Figura 4.11 mostra a configuração utilizada.

Com isto tem-se o total de *delay lines* para a direita (N.DL dir) e esquerda (N.DL esq) que podem ter o valor da parte fracionária (geralmente) alterado de acordo com a velocidade de escoamento. Este valor fracionário é utilizado nos filtros de interpolação/deinterpolação. As *delay lines* são vetores que serão atualizados com os valores de pressão de acordo com a onda propagando-se para a direita ou esquerda.

De acordo com a frequência de amostragem o tempo total do som pode ser calculado em segundos ou amostras. Faz-se um *loop* para o total de amostras (tempo). As operações deste *loop* estão indicadas do lado direito da Figura 5.15.

Para cada amostra, verifica-se se a pressão da cavidade bucal (p_{cb}) atingiu o regime permanente (i.e., $p_{cb} \geq 1$). Caso contrário, calcula-se o incremento da p_{cb} de acordo com o discutido na seção 5.6. Com o valor de p_{cb} e estimativa inicial de $p_b^- = 0$ calcula-se a variável auxiliar p_Δ^+ com a qual determinam-se $\hat{r}(p_\Delta^+)$ (Equação 4.14) e conseqüentemente a pressão de entrada no tubo, p_b^+

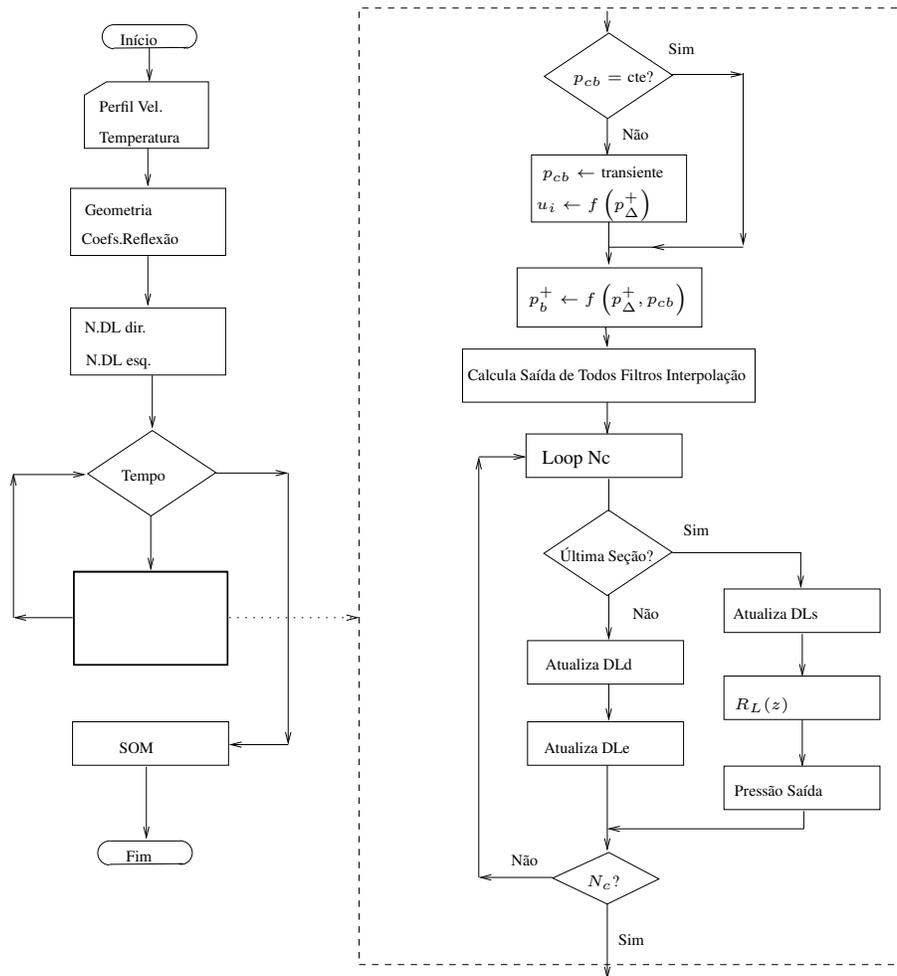


Fig. 5.15: Diagrama de Blocos para Implementação do Modelo de Síntese.

(Equação 4.13), e a velocidade média de escoamento ($u_b \approx u_r$). Para determinar u_r utiliza-se, por exemplo, a Figura 4.3 ou a equação com a qual foi construída. Conhecendo -se a velocidade média, o número de camadas e o perfil de velocidades pode-se calcular as velocidades de escoamento (u_i) da camada $i = 1 \dots N_c$ onde N_c é o número de camadas que estratifica o tubo sem contar a camada limite que fica em contato com a parede do tubo e tem velocidade de escoamento nula.

A continuidade segue sugestão de Välimäck [41, pág.142] onde indica uma rotina para calcular todas as saídas dos filtros de interpolação e deinterpolação utilizando os valores lidos das *delay lines*.

Inicia-se o *loop* para o número de camadas, $N_c + 1$.

Se a atualização das *delay lines* atingiu a última seção deve-se fazer as últimas atualizações das *delay lines*, realizar a filtragem na saída, $R_L(z)$ que é similar à subrotina *openpipe* de Scavone [28] lembrando-se das velocidades de propagação para a direita ($c + u_i$). Com isto obtém a pressão da saída correspondente à camada i . A pressão total para a produção sonora é obtida somando-se a pressão de cada camada.

Caso o *loop* para o número de camadas, $N_c + 1$, não atingiu a última seção, deve-se efetuar a atualização das *delay lines*. Para a direita deve-se guardar o valor da posição do vetor numa variável

auxiliar, receber o valor que estava armazenado numa variável temporária e atualizar a variável temporária com o valor da variável auxiliar. Para a esquerda basta atualizar o conteúdo da posição i do vetor com o valor da posição $i + 1$. Isto representa a propagação da onda para a direita e esquerda.

Lembrar que foi utilizado aqui um contador para a posição das *delay lines* que aponta da esquerda para a direita. Assim, a *delay line* para a direita inicia na posição 1 e vai até $N DL_{dir}(i)$, isto é, número total de *delay line* da camada i para a direita. Para a esquerda o procedimento é análogo. Inicia-se da posição 1 e vai atualizando até $N DL_{esq}(i)$, isto é, $DL_{esq}(i) = DL_{esq}(i + 1)$. Se ainda não atingiu o número total de camadas ($N_c + 1$) volta ao *loop* de N_c .

Capítulo 6

Resultados de Simulação

Neste Capítulo serão apresentados os resultados sonoros obtidos com a modelagem física da clarineta. Eles serão apresentados numa ordem crescente da complexidade do modelo.

Em todos os exemplos a frequência de amostragem é $F_s = 44100$ Hz. A velocidade do som, mantida constante, foi calculada para uma temperatura de 298 K (25°C) e umidade relativa do ar de 50%, cujo valor é de 345,8 m/s.

A pressão de entrada, adimensional, é uma função rampa para todas as simulações. Varia de 0 a 1 nas 100 primeiras amostras. Exceção é feita quando se avalia a função de variação da pressão.

O ponto de referência será o modelo mais simples que consiste do modelo de excitação, tubo de ressonância e filtro de transmissão/reflexão. Ele servirá de referência aos demais modelos e será denominado “*modelo elementar*” para o caso necessário de se dirigir a ele.

Cada amostra sonora (denominada “**Faixa**”) terá duração de 4s e corresponde à nota D_3 (146,83 Hz), para a clarineta em $B\flat$, E_3 . Para outras notas, com a inclusão do escoamento, seriam necessárias as distribuições das vazões pela configuração dos furos abertos, além da campana. No modelo com os perfis de velocidade já foi utilizado um parâmetro que indica a reflexão/transmissão em cada camada. Caso fosse incluída a distribuição de vazão pela configuração dos furos mais parâmetros ficariam em aberto e a análise da influência dos perfis de velocidade tornar-se-ia difícil. Assim, com a perspectiva futura de estudo experimental da fluidodinâmica no instrumento, as notas poderão ser tratadas pela configuração dos furos abertos e fechados.

As amostras estarão na mesma seqüência no CD que acompanha este trabalho.

As análises dos resultados são expostas na seguinte ordem. Primeiro apresenta-se uma figura descrevendo a estrutura de filtros do modelo, portanto das equações utilizadas no MATLAB. Em seguida mostra-se a amplitude dos componentes espectrais em função do tempo. Depois, é apresentado o espectro através de um corte da amplitude espectral no instante $t = 2s$, com indicação da frequência fundamental nas figuras iniciais. O sinal de pressão no interior do tubo será indicado próximo à metade do tempo sonoro da amostra, isto é, $t \approx 2,0$ s.

Antes, porém, serão apresentadas análises da nota D_3 de uma clarineta em $B\flat$ emitida pelo aparato experimental e por uma instrumentista.

Para o aparato experimental, mencionado no apêndice A, foram escolhidas as sonoridades dos experimentos 5 e 9 com emissão da nota D_3 . Os detalhes dos experimentos estão em [12].

Com relação à instrumentista, as amostras foram obtidas do banco de dados “Amostras de Instrumentos Musicais” criado pelo Professor de Composição Lawrence Fritz da Universidade de

IOWA [53]. Os dados técnicos da gravação podem ser obtidos na referência.

O interesse é procurar características para comparação e estabelecer um posicionamento da aproximação da sonoridade modelada com o instrumento real e aparato experimental.

6.1 Amostras Sonoras para Referência

Para estabelecer uma comparação serão apresentados dois exemplos sonoros para referência. O primeiro corresponde à nota D_3 emitida pelo aparato experimental em duas condições experimentais distintas. Uma corresponde às condições do experimento 5 (58,8% de volume vazio na caixa “pulmão”, palheta # 2, posição mais externa de contato na palheta, boquilha # 7 com área de contato com a palheta de $8,4 \times 10^{-5} \text{m}^2$) e outra do experimento 9 (66,5 % de volume vazio na caixa “pulmão”, palheta # 2, 5, posição central de contato na palheta, boquilha # 5 e área de contato com a palheta de $9,6 \times 10^{-5} \text{m}^2$) [12].

A Figura 6.1 mostra a variação da pressão no interior do instrumento e aponta o detalhe ampliado em $t = 1\text{s}$, que corresponde à cerca de metade do tempo da amostra.

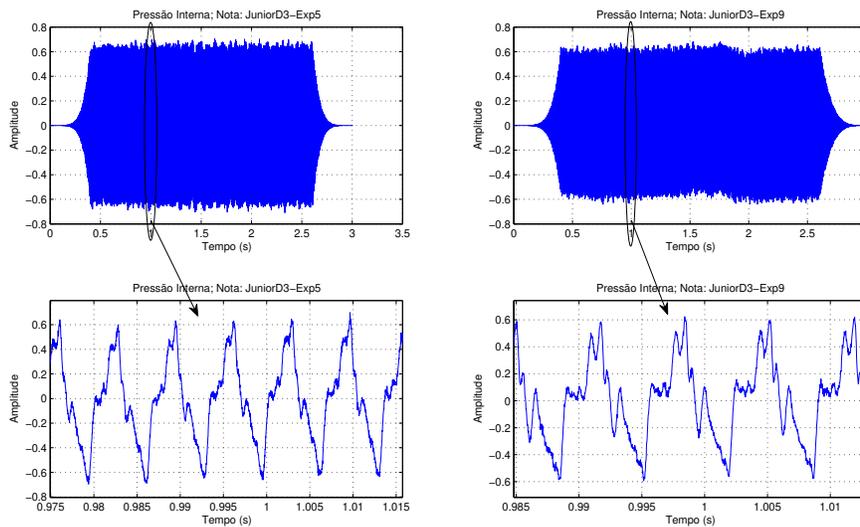


Fig. 6.1: Pressão interna no interior do instrumento e detalhe no instante intermediário da nota D_3 nas condições do experimento 5 e experimento 9 [12].

As amostras sonoras da nota emitida pelo aparato estão indicadas na Faixa 1 para as condições do experimento 5 e Faixa 2 para o experimento 9.

O segundo corresponde à análise da nota D_3 de uma clarineta soprano em $B\flat$ que foi extraída de uma gravação de uma escala cromática partindo de D_3 até B_3 . A gravação foi feita em uma câmara anecóica e os detalhes técnicos podem ser obtidos na referência [53].

A Figura 6.2 mostra a variação da pressão no interior do instrumento e aponta o detalhe ampliado em $t = 1\text{s}$, que corresponde à cerca de metade do tempo da amostra. As intensidades da nota foram *ff* e *mf*.

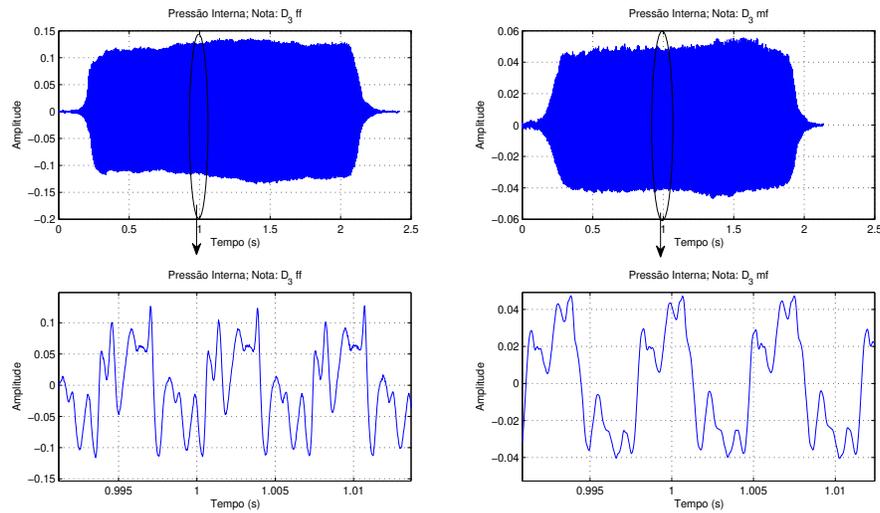


Fig. 6.2: Pressão interna no interior do instrumento e detalhe no instante intermediário da nota D_3 com intensidades *ff* e *mf*. A emissão da nota foi proporcionada por uma instrumentista [53].

Na Figura 6.3, a amplitude dos componentes espectrais em função do tempo é apresentada em conjunto com um corte em torno do tempo intermediário de $t = 1$ s, também com intensidades *ff* e *mf*.

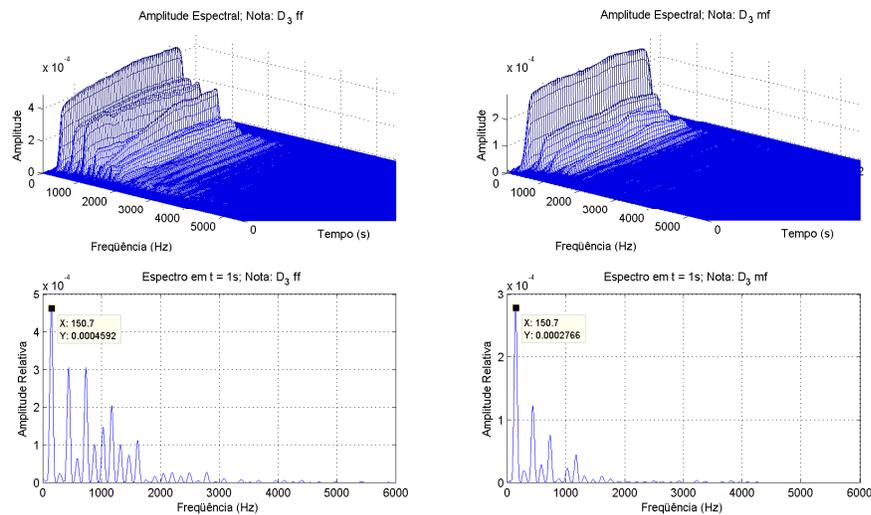


Fig. 6.3: Amplitude dos componentes espectrais em função do tempo. Abaixo, detalhe correspondente a um corte do espectro em $t \approx 1$ s.

As amostras sonoras da nota emitida pela instrumentista estão indicadas na Faixa 3 para intensidade *ff* e Faixa 4 para *mf*.

6.2 Representação Gráfica dos Resultados Sonoros

Aqui estão indicados os espectros e pressão interna dos resultados sonoros para proporcionar uma diferenciação visual dos modelos. Segue-se a mesma seqüência apresentada no CD. Será utilizado um modelo como referência que terá a denominação de **modelo elementar**.

O ponto de partida da elaboração dos modelos consiste da clarineta formada pelo mecanismo de excitação, tubo ressonador e na saída a impedância é considerada ideal, isto é, $Z_L = 0$. A Figura 6.7 mostra a estrutura utilizada para este modelo. Enquanto a Faixa 5 é a amostra sonora.

A estrutura deste primeiro resultado sintetizado, antecede o modelo elementar. Consiste do mecanismo de excitação e de um cilindro como ressonador. Na saída do tubo considera-se condição **ideal** para a impedância em $x = L$, isto é $Z_L = 0$, indicando que ocorre reflexão total. Neste caso, em particular, o sinal de saída é amostrado logo após o mecanismo de excitação. O número de delay lines é inteiro, $M = 75$.

Neste exemplo procura-se destacar a importância do filtro na saída, que será considerado na próxima estrutura.

A amplitude espectral é mostrada na Figura 6.4. Ao efetuar um corte nesta figura no instante $t \approx 2,0$ s obtém-se o espectro apresentado na Figura 6.5.

Na seqüência estabelecida, a pressão no interior do tubo, no instante intermediário, é mostrada pela Figura 6.6.

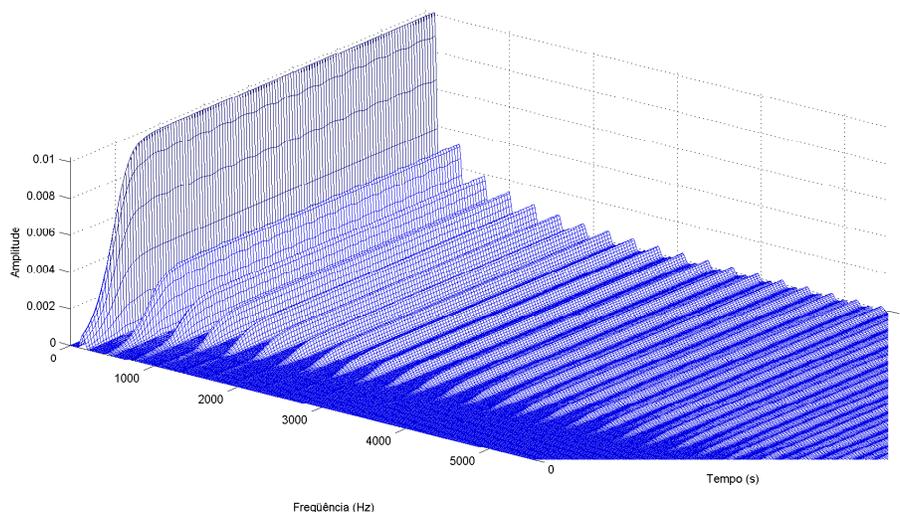


Fig. 6.4: Amplitude espectral em função do tempo para o caso onde a impedância de saída é ideal, $Z_L = 0$.

Na seqüência, a estrutura da clarineta é constituída pelo mecanismo de excitação e de um cilindro como ressonador. Porém na saída do tubo colocou-se um filtro de reflexão/transmissão, R_L , indicando que $Z_L \neq 0$. O tubo ainda tem comprimento inteiro ($M = 75$) de “delay lines”. Deve-se observar que a geometria da campana não foi modelada. A Figura 6.11 mostra a estrutura utilizada para este modelo.

A amplitude espectral está na Figura 6.8 e so espectro no instante intermediário na Figura 6.9.

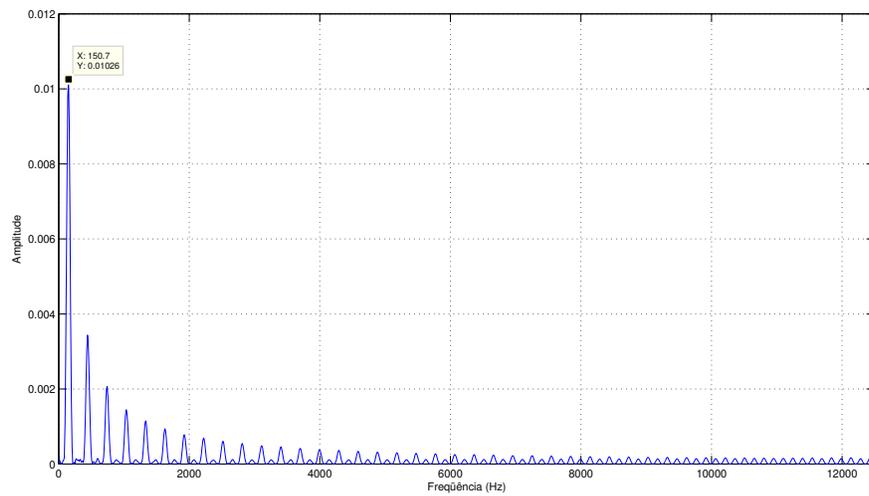


Fig. 6.5: Espectro do sinal em $t \approx 2,0s$ para o caso onde a impedância de saída é ideal, $Z_L = 0$.

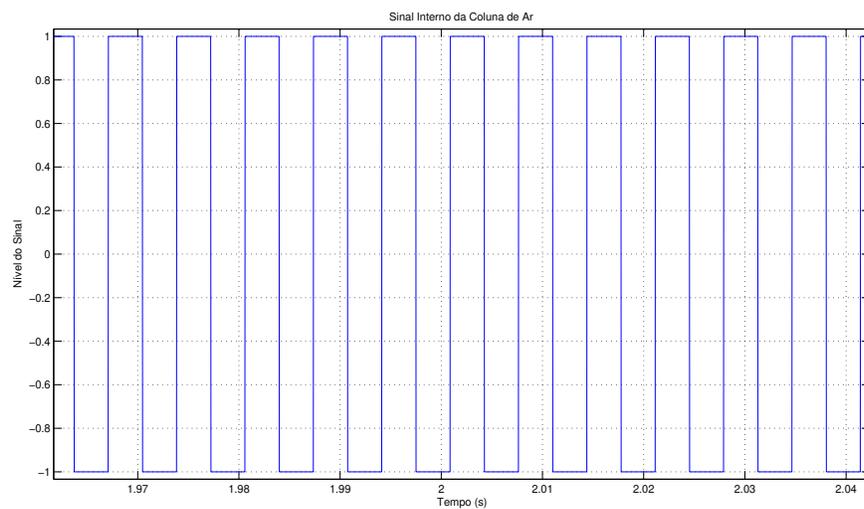


Fig. 6.6: Pressão no tubo do instrumento ($t \approx 2,0s$) para o caso onde a impedância de saída é ideal, $Z_L = 0$.

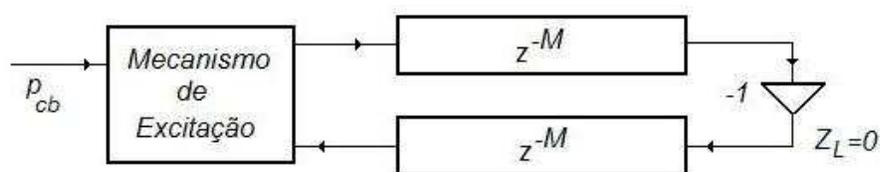


Fig. 6.7: Estrutura com número inteiro M de *delay lines* e impedância de saída ideal, $Z_L = 0$.

Na mesma ordem, a pressão no instante intermediário está na Figura 6.10. O exemplo sonoro está indicado na Faixa 6.

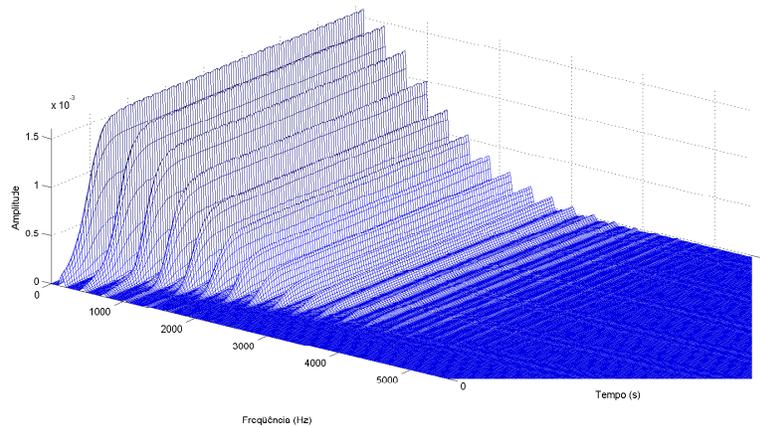


Fig. 6.8: Amplitude espectral em função do tempo para o modelo com filtro $R_L(z)$ na saída.

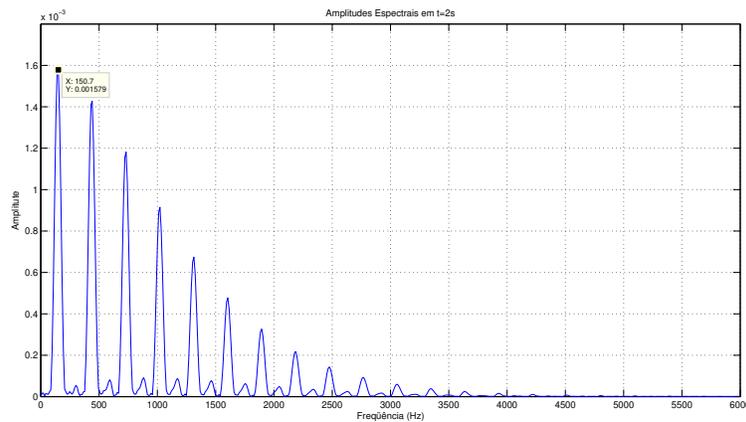


Fig. 6.9: Espectro do sinal para o modelo com filtro $R_L(z)$ na saída em $t \approx 2,0s$.

Modelo Elementar

A estrutura deste modelo servirá como referência. A Figura 6.15 mostra a estrutura que caracteriza o **Modelo Elementar**. O exemplo sonoro está indicado na Faixa 7. Ela proporciona uma clarineta constituída do mecanismo de excitação, de um cilindro como ressonador com número **fracionário** ($M + d = 75 + 0.2429$) de delay lines. Os filtros de **interpolação** e **deinterpolação** têm ordem $N = 1$. Na saída do tubo tem-se o filtro de reflexão/transmissão, $R_L(z)$. A geometria da campana ainda não foi modelada.

A amplitude espectral bem como o espectro no instante $t \approx 2,0s$ estão indicados, respectivamente, pela Figura 6.12 e Figura 6.13.

A pressão no instante intermediário na Figura 6.14.

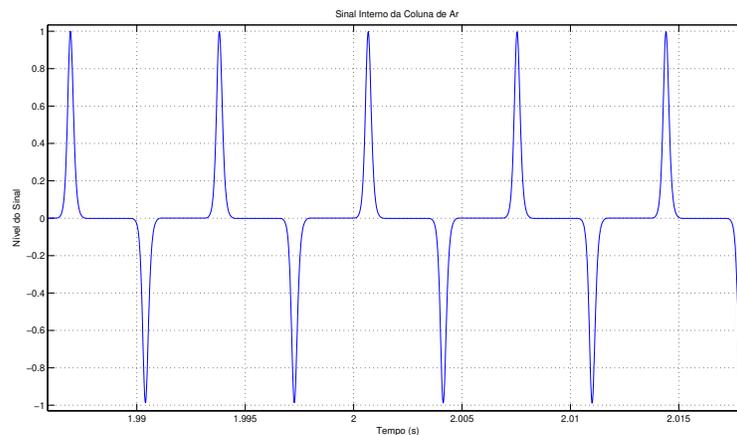


Fig. 6.10: Pressão no tubo do instrumento do modelo com filtro $R_L(z)$ na saída, ($t \approx 2, 0s$).

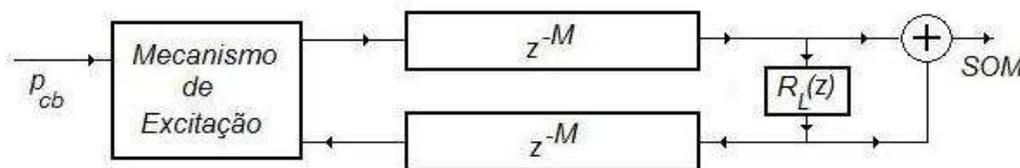


Fig. 6.11: Estrutura com número inteiro M de delay lines e filtro $R_L(z)$ na saída.

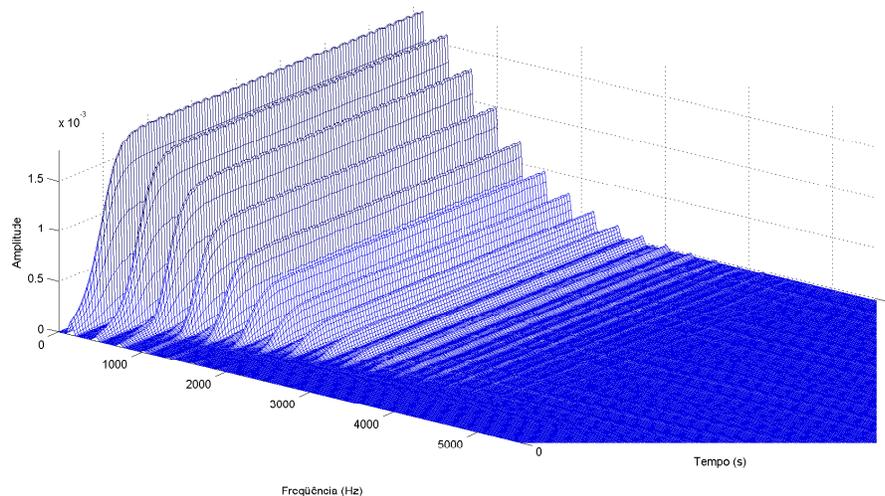


Fig. 6.12: Amplitude espectral em função do tempo para o **Modelo Elementar**.

Estrutura com Campana

A Figura 6.19 mostra a estrutura utilizada para este modelo. O exemplo sonoro está na Faixa 8.

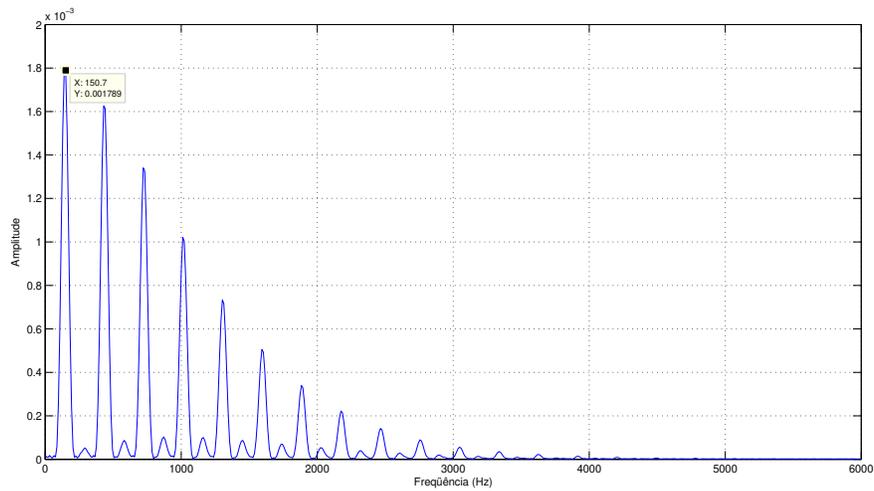


Fig. 6.13: Espectro do sinal para o **Modelo Elementar** em $t \approx 2,0s$.

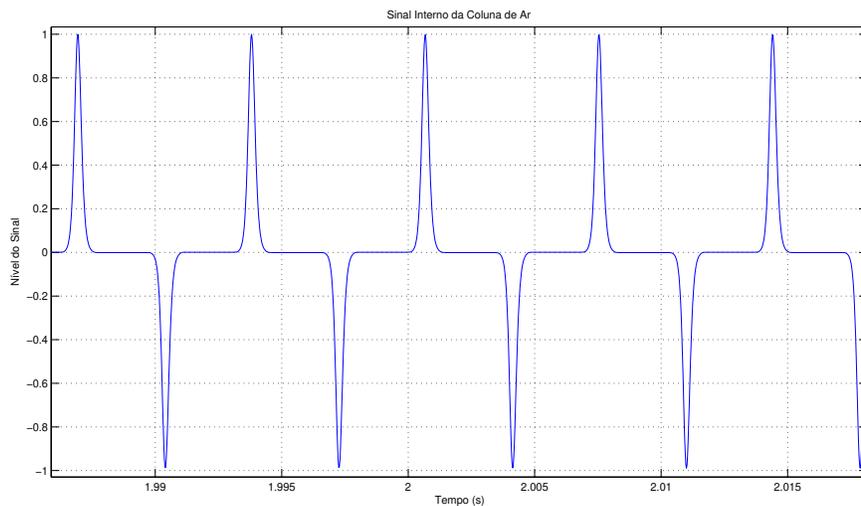


Fig. 6.14: Pressão no tubo do instrumento, **Modelo Elementar**, ($t \approx 2,0s$).

À estrutura do modelo elementar acrescenta-se a geometria da campana. Fez-se a discretização da campana por associações de cilindros justapostos, conforme discussão teórica na seção 4.2.2. Nas junções destes cilindros utilizou-se o esquema do coeficiente de reflexão através de uma única multiplicação, conforme descrito na Seção 4.2.2.

A clarineta é modelada pelo mecanismo de excitação, pelo tubo formado por um cilindro como ressonador com número **fracionário** de delay lines. Os filtros de **interpolação** e **deinterpolação** têm ordem $N = 1$. Na saída da campana tem-se o filtro de reflexão/transmissão, $R_L(z)$, com o diâmetro do último cilindro que aproxima a campana. O comprimento do tronco de cone que indica a campana tem número de delay lines $N_{DL_{TrC}}$.

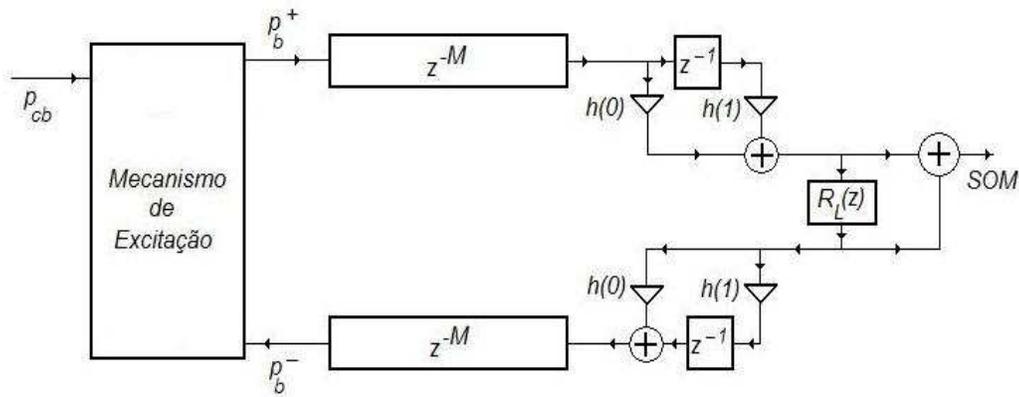


Fig. 6.15: Estrutura do **Modelo Elementar** com número fracionário, $M + d = 75 + 0.2429$, de *delay lines* e filtro $R_L(z)$ na saída.

A amplitude espectral está indicada na Figura 6.16. O espectro no instante intermediário está representado na Figura 6.17.

A Figura 6.18 mostra a pressão no interior do tubo no instante intermediário.

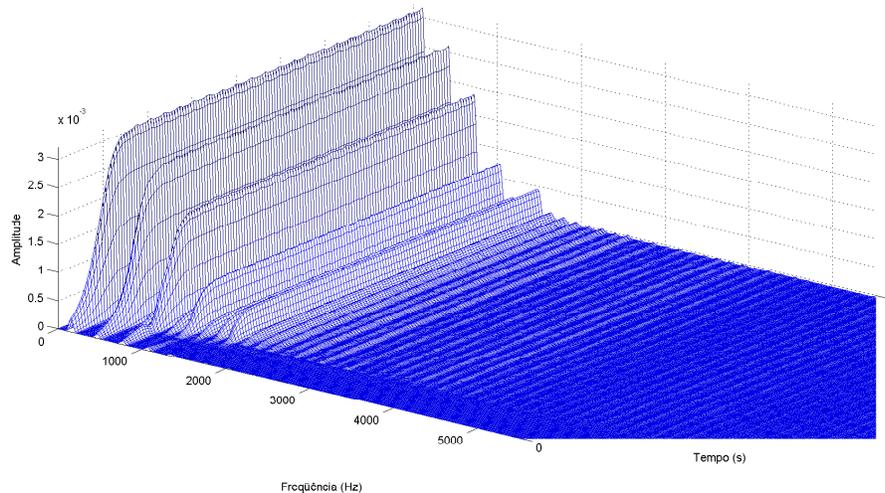


Fig. 6.16: Amplitude espectral em função do tempo para o Modelo Elementar com **campana**.

Geometria do Tubo e Campana

Esta nova estrutura complementa a anterior ao acrescentar uma geometria interna no tubo cilíndrico, aqui imaginária. Ela é composta por uma associação de cilindros com comprimentos e diâmetros descritos na Tabela 6.1. Os demais elementos são análogos aos descritos no exemplo anterior. A Figura 6.23 mostra a aproximação do tubo por sucessão de cilindros. A estrutura dos demais elementos segue à da Figura 6.19. O exemplo sonoro corresponde à Faixa 9.

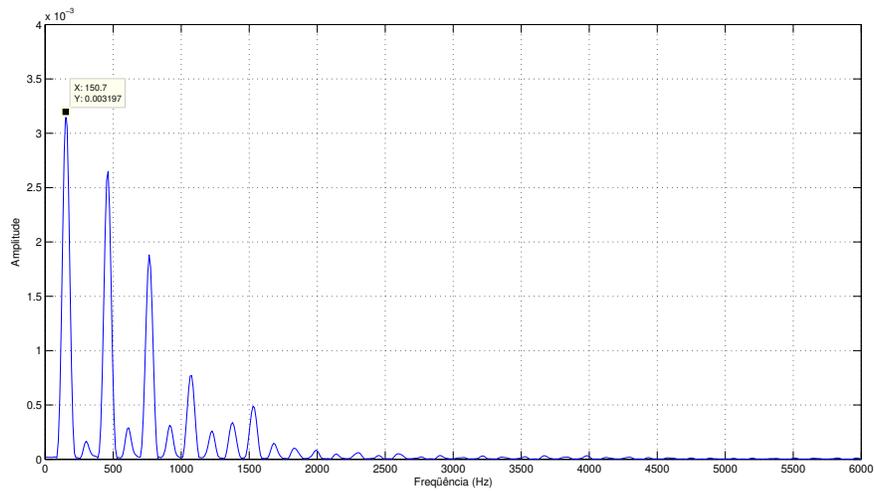


Fig. 6.17: Espectro do sinal para o Modelo Elementar com **campana** em $t \approx 2,0s$.

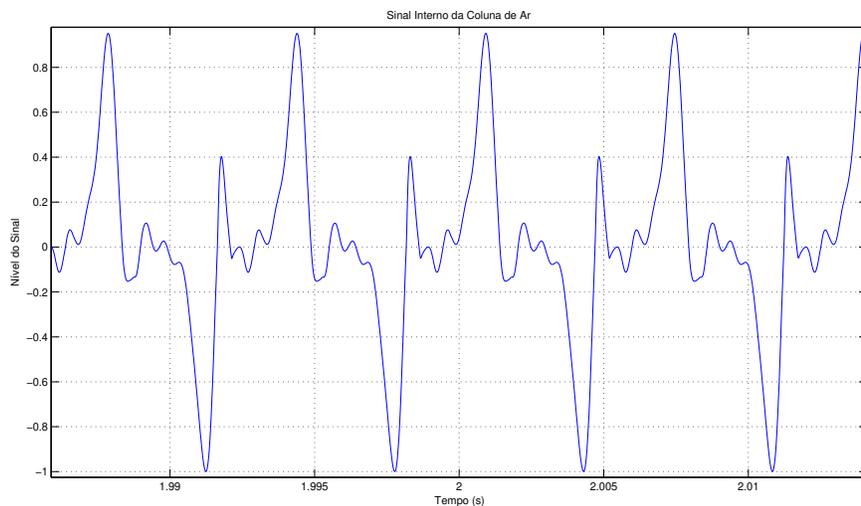


Fig. 6.18: Pressão no tubo do instrumento para o Modelo Elementar com **campana** em $t \approx 2,0s$.

A amplitude espectral está indicada na Figura 6.20. No instante $t \approx 2,0s$ o espectro está representado na Figura 6.21.

A pressão no interior do tubo no instante intermediário está indicado pela Figura 6.22.

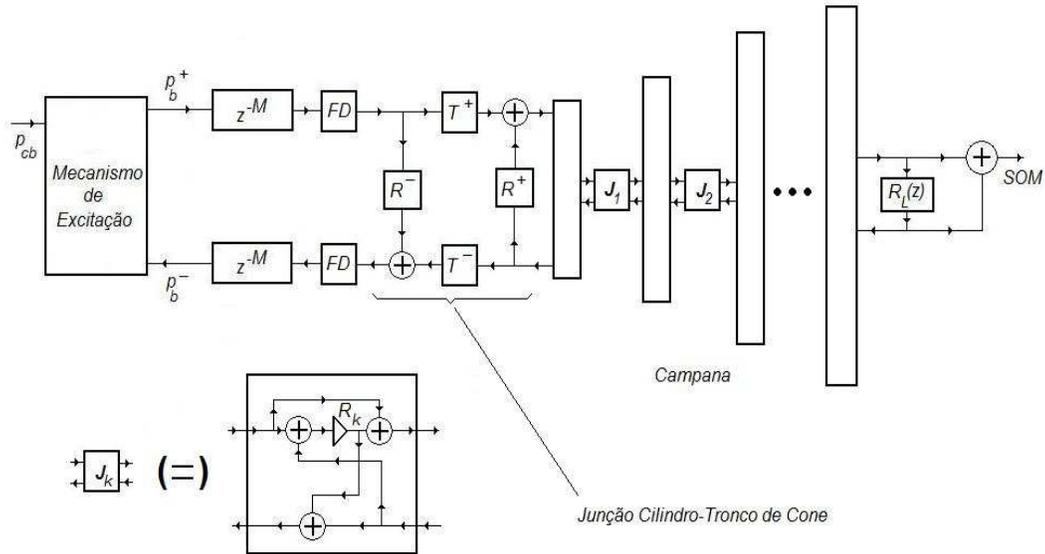


Fig. 6.19: Modelo da clarineta formada pelo mecanismo de excitação, tubo (z^{-M}) com *delay* fracionária (FD) e geometria discretizada da campana. A junção cilindro-tronco de cone tem os filtros \mathcal{R}^+ , \mathcal{R}^- , \mathcal{T}^+ e \mathcal{T}^- . Entre os cilindros da campana existem junções J_k , $k = 1, \dots, N_{DLTrC}$ com coeficientes de reflexão R_k , $k = 1, \dots, N_{DLTrC} - 1$.

L (10^{-3} m)	65	65	75	50	80	65	20
D (10^{-3} m)	18,9	20	18,9	20	18,9	20	18,9
L (10^{-3} m)	30	40	30	20	30	20	84
D (10^{-3} m)	20	18,9	20	18,9	20	18,9	53

Tab. 6.1: Aproximação da geometria do tubo por uma sucessão de cilindros de diâmetros e comprimentos hipotéticos. A campana tem comprimento de 0.084 (m), diâmetro inicial de 0.0189 (m) e final de 0.053 (m). Ela foi subdividida em 10 partes iguais a partir do trapézio formado pelo diâmetro inicial, comprimento da campana e diâmetro final.

6.3 Representação Gráfica dos Resultados Sonoros com Escoamento

Os resultados apresentados na seção anterior foram modelados sem a inclusão do escoamento. Para verificar a influência da vazão na sonoridade será estabelecida uma “discretização” ao longo do raio através da inclusão de camadas. Cada camada corresponderá a um guia de onda biridimensional com uma velocidade de escoamento. Desta forma, pode-se incluir um perfil de velocidades. Basicamente, serão considerados os perfis constante, parabólico (deslocado e não deslocado)¹, triangular e randômico em torno do valor médio da velocidade ($\pm 20\%$).

Esta discretização do tubo do instrumento foi efetuada de duas maneiras, conforme descrito na

¹O “deslocamento” consiste em posicionar a velocidade máxima na camada adjacente à camada central.

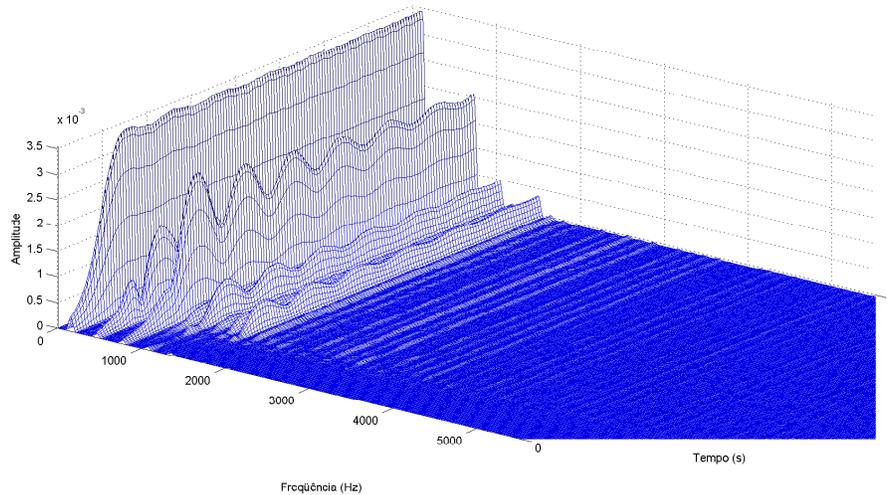


Fig. 6.20: Amplitude espectral em função do tempo para o modelo de clarineta com **geometria interna** do tubo, *delay lines* fracionárias e campana que seguem conforme exemplo anterior.

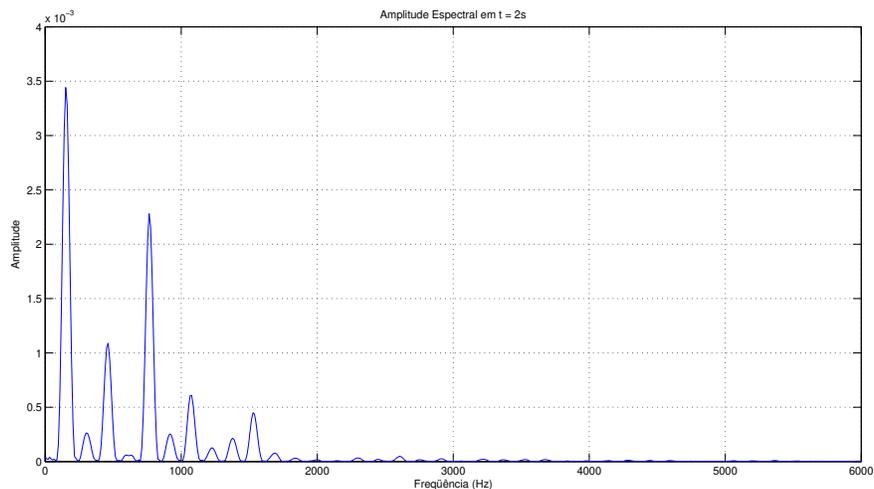


Fig. 6.21: Espectro do sinal para o modelo de clarineta com **geometria interna** do tubo, *delay lines* fracionárias e campana que seguem conforme exemplo anterior. Em $t \approx 2,0s$.

Seção 5.3.1. Na primeira, o raio é dividido em camadas de mesma espessura. Na segunda, o diâmetro é dividido em camadas que forneçam a mesma área de seção transversal. Nestas divisões está excluída a camada próxima à parede, que sempre corresponde a $1/10$ do raio, e cuja velocidade é nula.

Na síntese com camadas de mesma espessura atingiu-se o número máximo de 5 camadas. Acima deste valor o filtro de reflexão transmissão torna-se instável. Na divisão por mesma área atingiu-se valores superiores. Aqui serão apresentados perfis com até 5 camadas de mesma área.

A seqüência de apresentação seguirá a mesma da seção anterior separadas em duas secções. Na primeira, a discretização é feita por camadas de mesma espessura. Na segunda, por camadas de

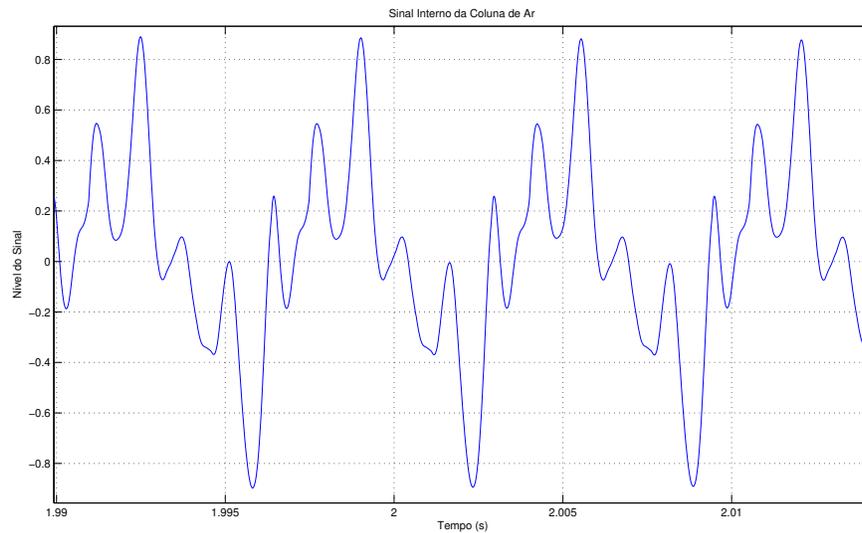


Fig. 6.22: Pressão no tubo com **geometria interna**, com delay lines fracionárias e campana que seguem conforme exemplo anterior. ($t \approx 2,0s$).

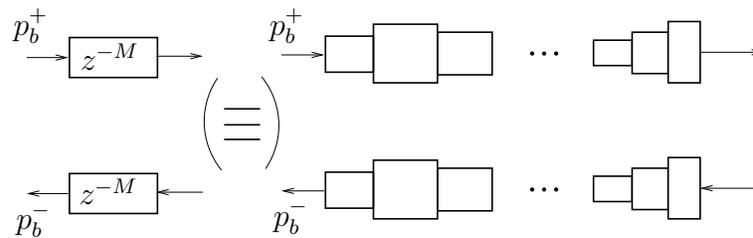


Fig. 6.23: Aproximação da geometria interna da clarineta por uma sucessão de cilindros de dimensões hipotéticas, conforme Tabela 6.1.

mesma área. A vazão utilizada foi de $2,5 \times 10^{-4} \text{ (m}^3/\text{s)}$ obtida de valor médio utilizado nos experimentos. O diâmetro do tubo, quando constante, é de $2,0 \times 10^{-2}\text{m}$.

Na seção seguinte serão apresentados os perfis de velocidades utilizados. Para uma camada ($N_c = 1$), além da camada limite, tem-se apenas o perfil constante que é independente da forma de discretização. Para duas camadas existem as possibilidades de perfil constante e triangular. Para três ou mais todos os perfis são possíveis.

6.3.1 Perfis de Velocidades

Devido à semelhança dos perfis de velocidades em função do número de camadas, para ilustração, serão apresentados apenas para três ($N_c = 3$) e cinco ($N_c = 5$) camadas, além da camada limite.

O perfil de velocidades constante é uma idealização. Por isso, para a síntese serão apresentados também perfis randômicos com variação de $\pm 20\%$ em torno do valor da velocidade média.

Mesma Largura

Os perfis de velocidades triangular, parabólico, constante e parabólico deslocado para três camadas de *mesma largura* estão indicados na Figura 6.24. Para cinco camadas, foi substituído o perfil constante pelo randômico e estão indicados na Figura 6.25.

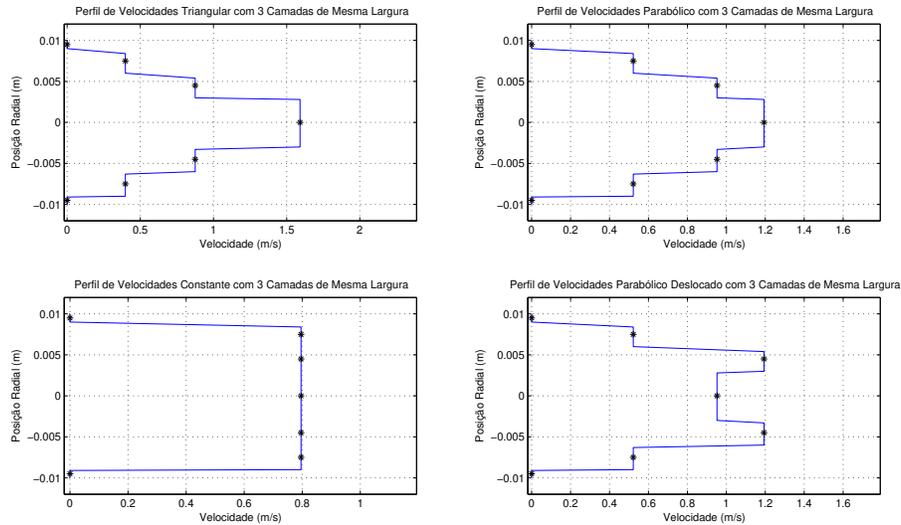


Fig. 6.24: Perfis de velocidades para discretização do raio em três Camadas, ($N_c = 3$), de *Mesma Largura*. A Camada Próxima à Parede Também está Indicada e Corresponde a $1/10$ do Raio.

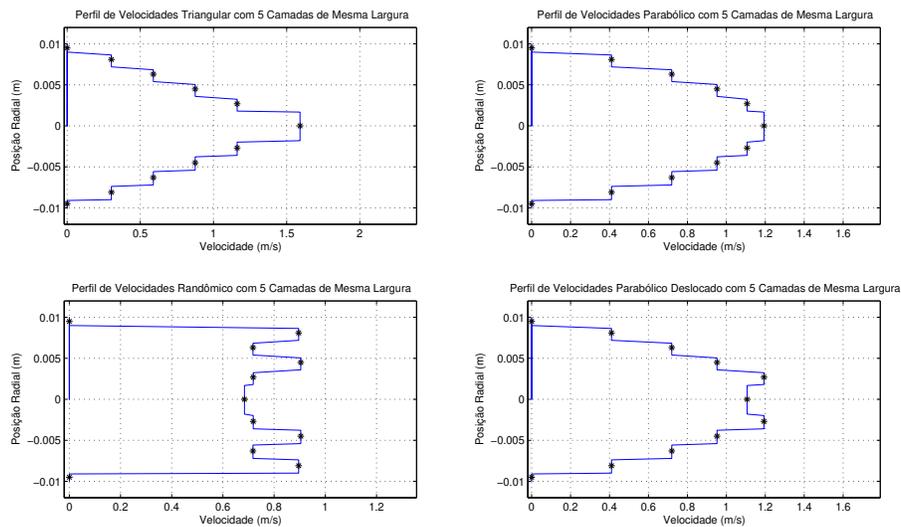


Fig. 6.25: Perfis de velocidades para discretização do raio em cinco camadas, ($N_c = 5$), de *Mesma Largura*. A camada próxima à parede também está indicada e corresponde a $1/10$ do raio.

Para mostrar diferentes possibilidades do perfil randômico, as Figuras 6.26 e 6.27 mostram as discretizações para três e cinco camadas, respectivamente.

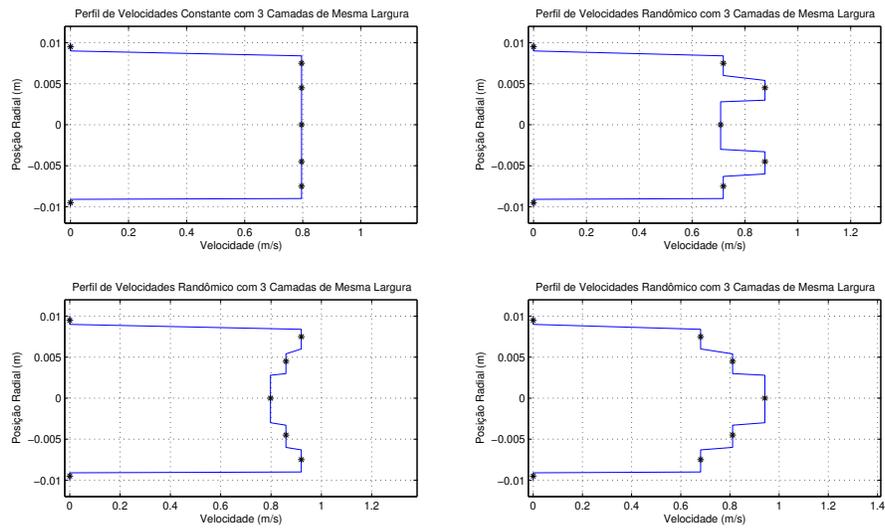


Fig. 6.26: Perfis de velocidades constante e randômico para discretização do raio em três camadas, ($N_c = 3$), de *Mesma Largura*.

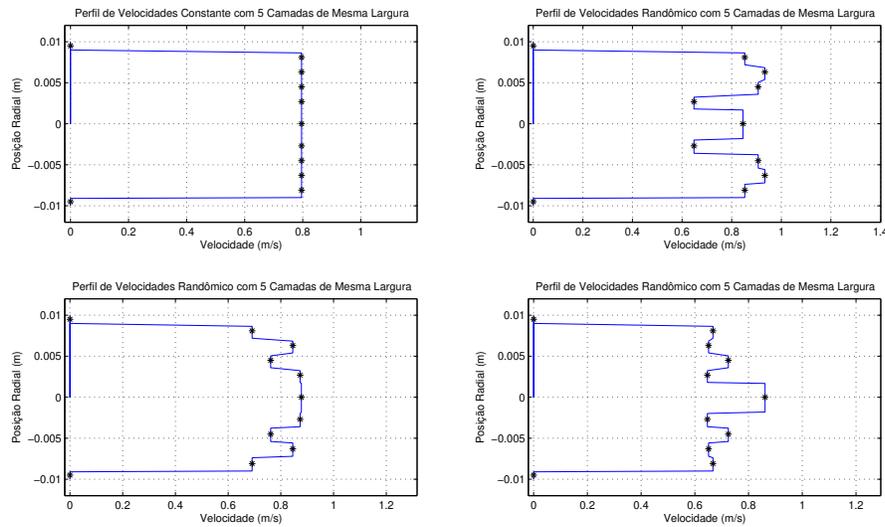


Fig. 6.27: Perfis de velocidades constante e randômico para discretização do raio em cinco camadas, ($N_c = 5$), de *Mesma Largura*.

Mesma Área

Os perfis de velocidades triangular, parabólico, constante e parabólico deslocado para três camadas de *mesma área* estão indicados na Figura 6.28. De modo similar, para cinco camadas o perfil constante foi substituído pelo randômico e estão indicados na Figura 6.29.

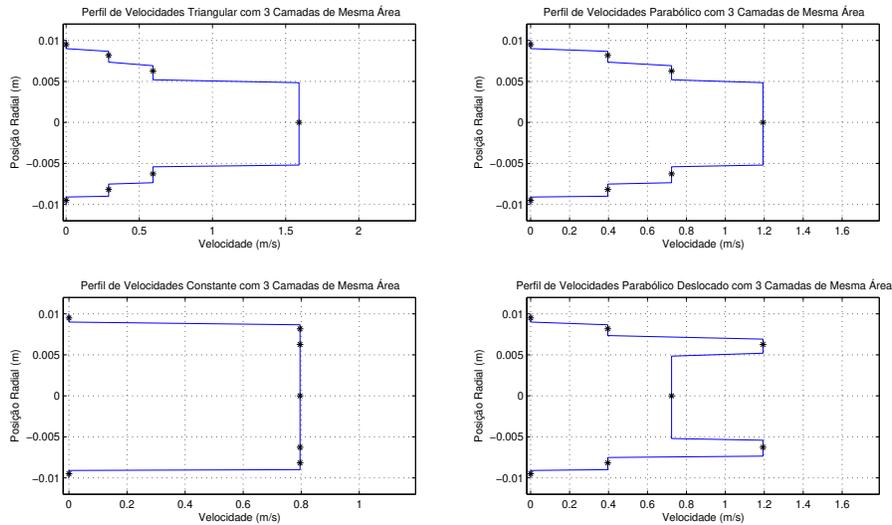


Fig. 6.28: Perfis de velocidades para discretização do raio em três camadas, ($N_c = 3$), de *Mesma Área*.

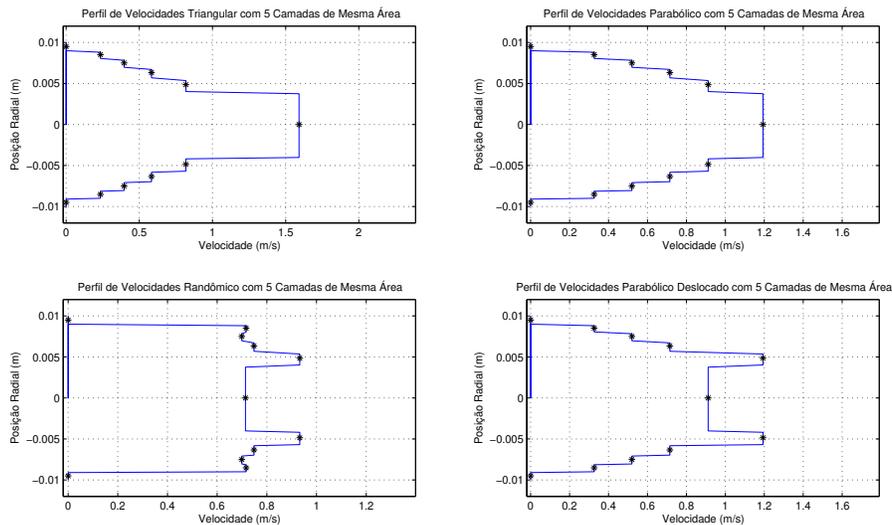


Fig. 6.29: Perfis de velocidades para discretização do raio em cinco camadas, ($N_c = 5$), de *Mesma Área*.

Analogamente, diferentes possibilidades do perfil randômico estão indicadas nas Figuras 6.30 e 6.31 onde mostram as discretizações para três e cinco camadas de mesma área, respectivamente.

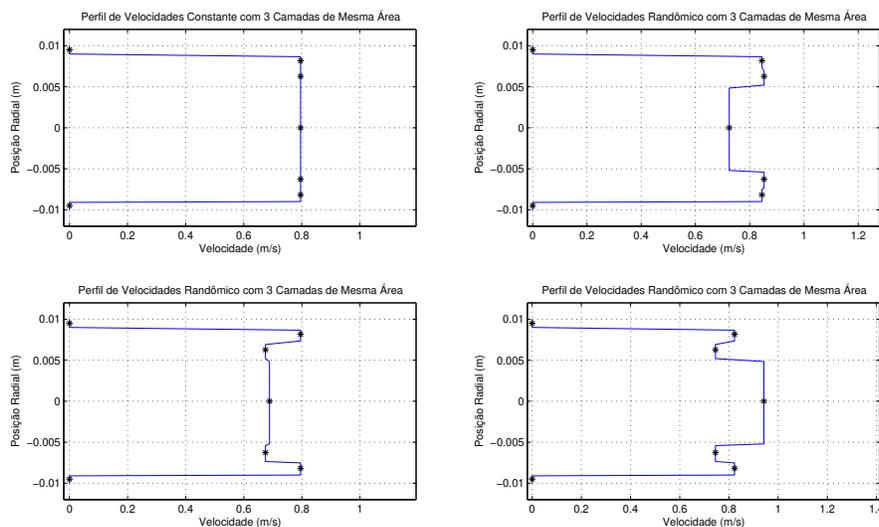


Fig. 6.30: Perfis de velocidades constante e randômico para discretização do raio em três camadas, ($N_c = 3$), de *Mesma Área*.

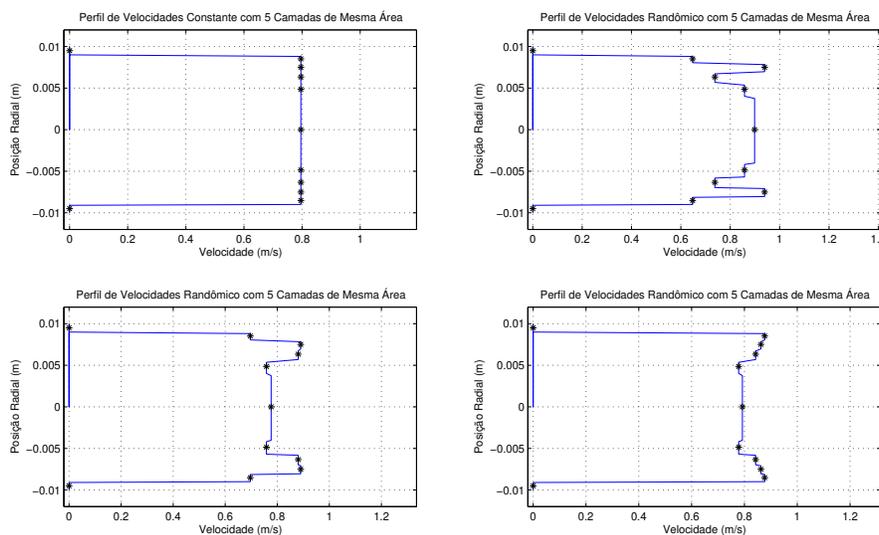


Fig. 6.31: Perfis de velocidades constante e randômico para discretização do raio em cinco camadas, ($N_c = 5$), de *Mesma Área*.

Para efeito de síntese diferentes valores para a discretização do raio serão utilizados, porém, as Figuras anteriores são referências para a visualização do perfil de velocidades.

6.3.2 Estrutura Utilizada para a Modelagem em MATLAB

A discretização por camadas segue um padrão estrutural que pode ser representado unicamente pela Figura 6.32. A diferença entre a escolha por mesma espessura ou mesma área proporcionam diferentes valores para as espessuras e posições de cada camada. A quantidade de camadas utilizadas também é outro parâmetro de possível variação.

Acrescente-se a isto os diferentes valores das velocidades de radiação sonora entre elas, isto é, na camada central, $N_c = 1$, a velocidade de propagação é $c \pm u_1$. A soma corresponde à propagação para a direita e a diferença para a esquerda. Analogamente, para a segunda camada $N_c = 2$, com velocidade de propagação $c \pm u_2$ e assim sucessivamente até atingir a “camada limite” onde a velocidade de propagação para a direita e esquerda é c .

Portanto, por exemplo, para três camadas tem-se $u_4 = u_5 = u_6 = \dots = u_k = 0$ na Figura 6.32. E os valores, não nulos, de u_1, u_2 e u_3 proporcionam os diferentes perfis de velocidades.

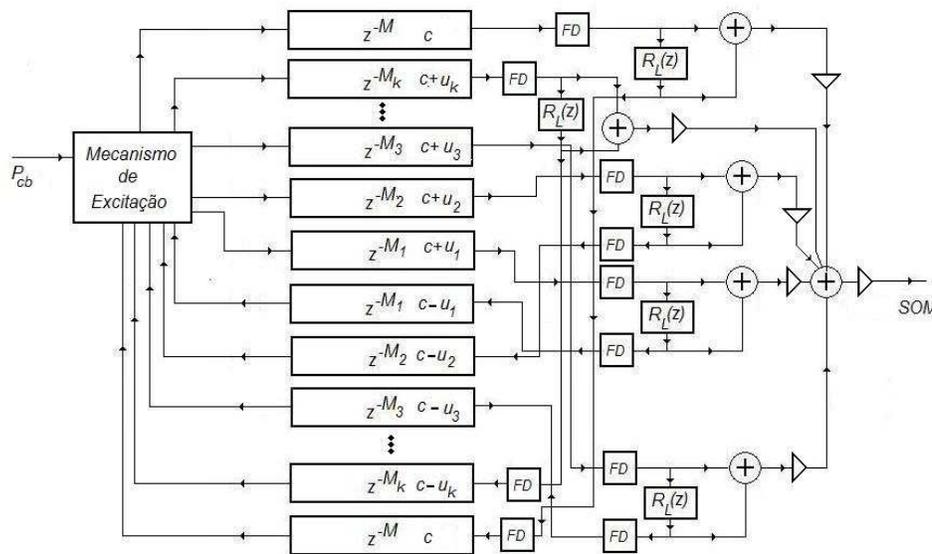


Fig. 6.32: Estrutura utilizada para discretização do tubo do instrumento por k camadas ($N_c = k$).

6.4 Discretização por Camadas na Geometria Aproximada da Clarineta

Uma clarineta terá a geometria interna, consistindo do tubo e da campana, aproximada por seções cilíndricas. Os valores do diâmetro e comprimento de cada seção seguem aproximadamente os descritos na Tabela 3-B para a clarineta *Dolnet* do texto de Nederveen [18, pág.105]. Eles estão indicados na Tabela 6.2. A vazão utilizada é de $2,5 \times 10^{-4} \text{m}^3/\text{s}$.

Estabelece-se um perfil de velocidades, verificam-se o efeito na sonoridade, na pressão interna do tubo e no espectro resultante para discretização com diferentes quantidades de camadas.

Inicialmente, a discretização será feita por camadas de *mesma espessura*, conforme Figura 5.2 da Seção 5.3.1. Serão verificados os efeitos dos perfis triangular, parabólico, constante, randômico e parabólico deslocado, nesta ordem, para variação de duas ($N_c = 2$) a cinco ($N_c = 5$) camadas.

Em seguida, a discretização do tubo pelos mesmos perfis e quantidade de camadas será estabelecida para a divisão por camadas com seção transversal de *mesma área*, de acordo com a Figura 5.3 da Seção 5.3.1.

L (10^{-3} m)	360,4	23,0	13,0	70,0	12,0	12,0	12,0	17,0	16,0
D (10^{-3} m)	14,8	15,0	15,25	14,0	15,5	15,75	16,0	17,0	18,0
L (10^{-3} m)	11,0	11,0	11,0	13,0	12,0	14,0	18,0	19,0	
D (10^{-3} m)	20,0	21,5	24,0	28,0	32,0	38,0	46,0	60,0	

Tab. 6.2: Comprimento e diâmetro das seções cilíndricas que aproximam a geometria interna da clarineta. Ver também Figura 6.33.

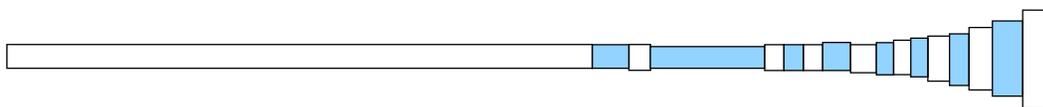


Fig. 6.33: Representação em escala de 1 : 50 (aproximada) da geometria interna da clarineta cujos diâmetros e comprimentos dos cilindros estão indicados na Tabela 6.2.

6.4.1 Divisão da Geometria Interna por Camadas de Mesma Espessura

Seguindo a seqüência dos perfis de velocidade mencionada na seção anterior, primeiro descreve-se o resultado sonoro correspondente às Faixas (em CD anexo), em seguida apresenta a amplitude espectral, um corte do espectro em $t \approx 2s$ e a pressão no interior do tubo no instante intermediário, $t \approx 2,0s$.

Perfil Triangular

A Figura 6.34 mostra a amplitude espectral para perfil triangular discretizado de duas a cinco camadas de mesmas espessuras. Os exemplos sonoros correspondentes a este perfil de velocidades e esta discretização por mesma espessura variando-se o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ estão, respectivamente, nas Faixas 10, 11, 12 e 13.

Ao estabelecer um corte no instante $t \approx 2,0s$ da Figura 6.34 obtém-se como resultado a Figura 6.35. A pressão no interior do tubo está indicada na Figura 6.36.

Perfil Parabólico

A Figura 6.37 mostra a amplitude espectral para perfil parabólico discretizado na geometria interna da clarineta de duas a cinco camadas de mesmas espessuras. Os exemplos sonoros correspondentes a este perfil de velocidades e esta discretização por mesma espessura variando-se o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ estão, respectivamente, nas Faixas 14, 15, 16 e 17.

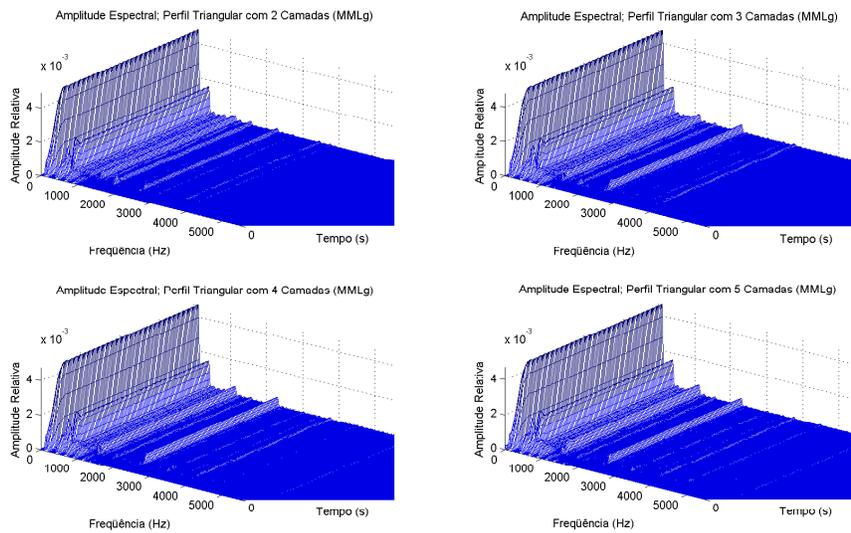


Fig. 6.34: Amplitude espectral para perfil triangular de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

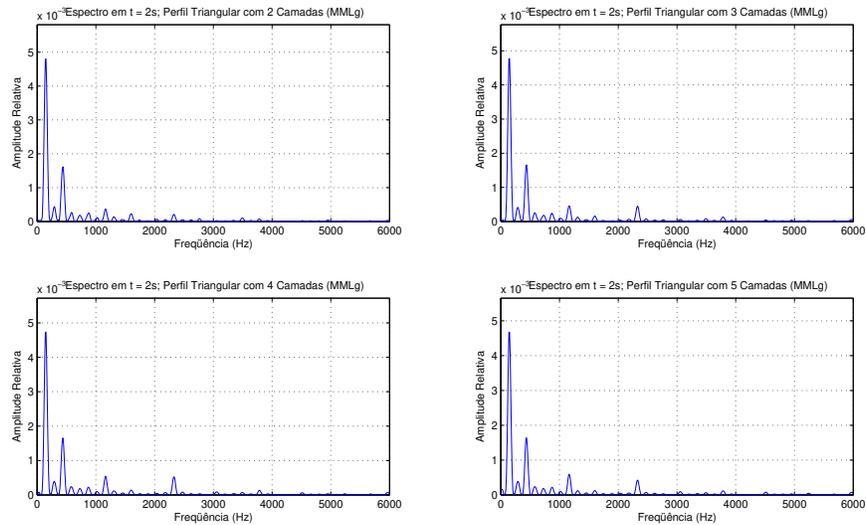


Fig. 6.35: Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil triangular de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

Ao estabelecer um corte no instante $t \approx 2,0s$ da Figura 6.37 obtém-se como resultado a Figura 6.38.

A pressão no interior do tubo está indicada na Figura 6.40.

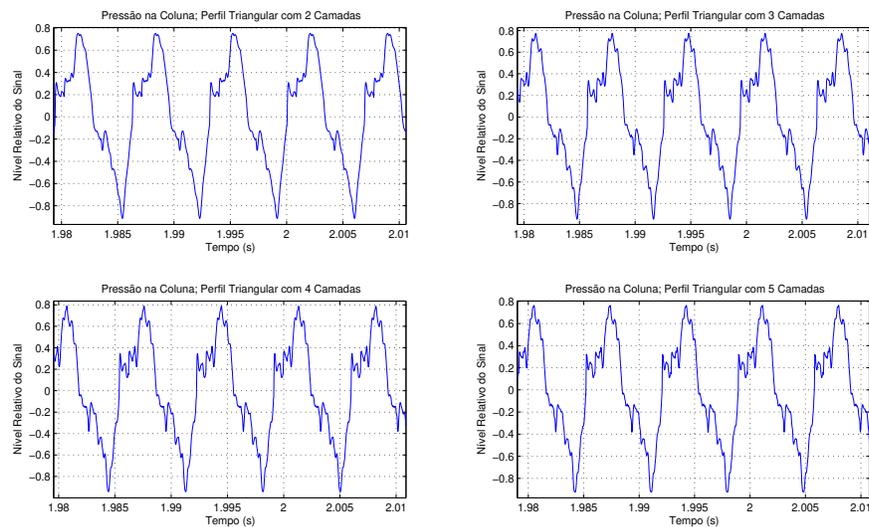


Fig. 6.36: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil triangular de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

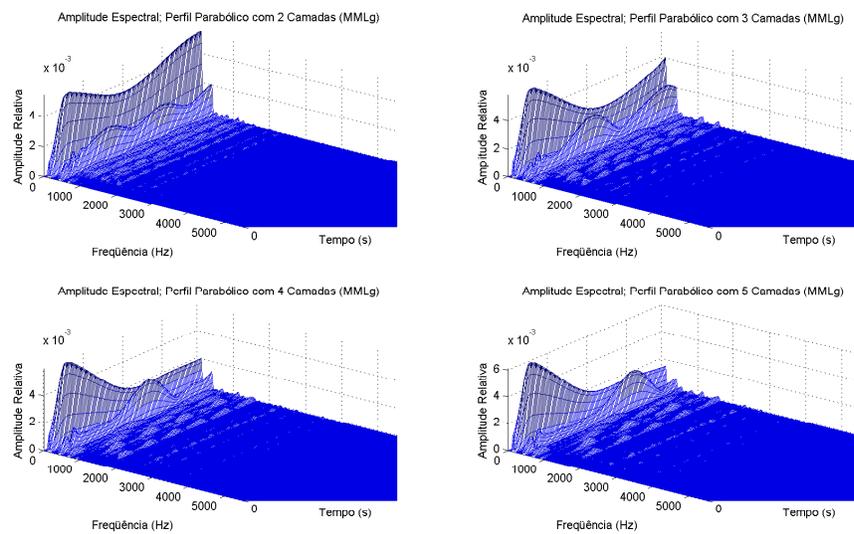


Fig. 6.37: Amplitude espectral para perfil parabólico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

Perfil Constante

A Figura 6.41 mostra a amplitude espectral para perfil constante discretizado na geometria interna da clarineta de duas a cinco camadas de espessuras iguais. Os exemplos sonoros correspondentes a este perfil de velocidades e esta discretização por mesma espessura variando-se o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ estão, respectivamente, nas Faixas 18, 19, 20 e 21.

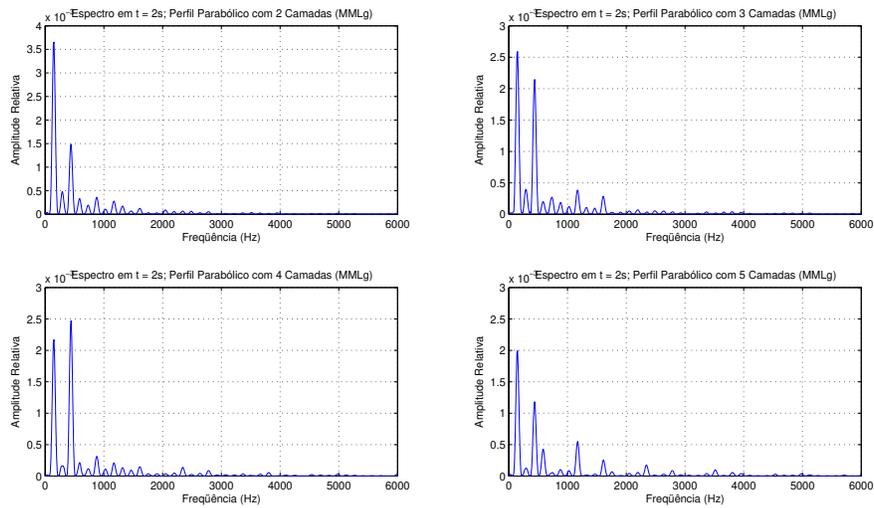


Fig. 6.38: Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil parabólico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

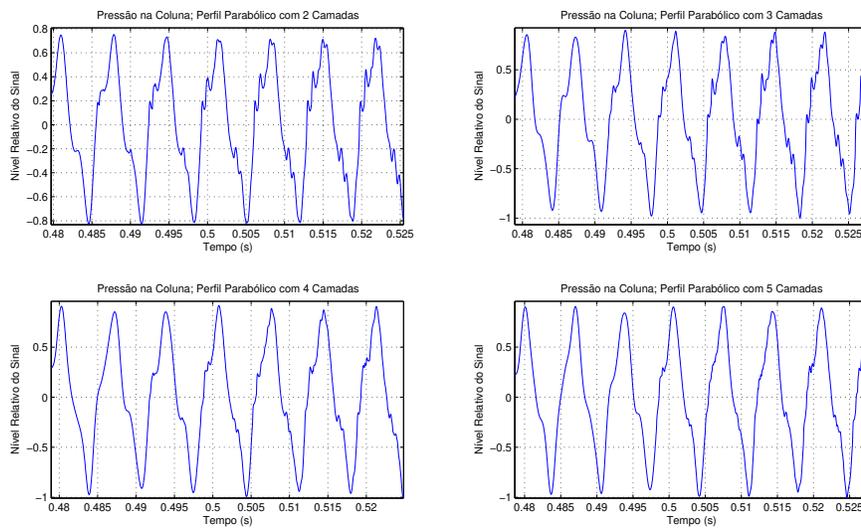


Fig. 6.39: Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para perfil parabólico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

Ao estabelecer um corte no instante $t \approx 2,0s$ da Figura 6.41 obtém-se como resultado a Figura 6.42.

A pressão no interior do tubo está indicada em dois momentos. A Figura 6.43 mostra a pressão nos instantes iniciais enquanto a Figura 6.44 apresenta em um instante intermediário.

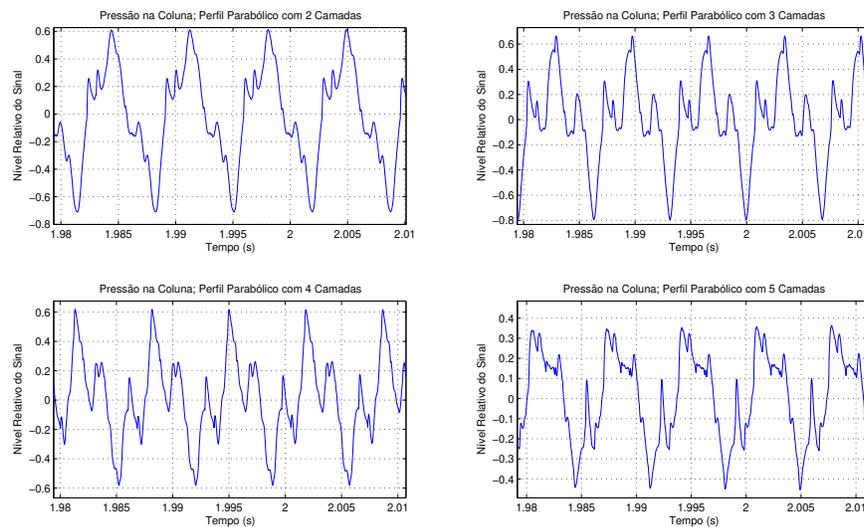


Fig. 6.40: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil parabólico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

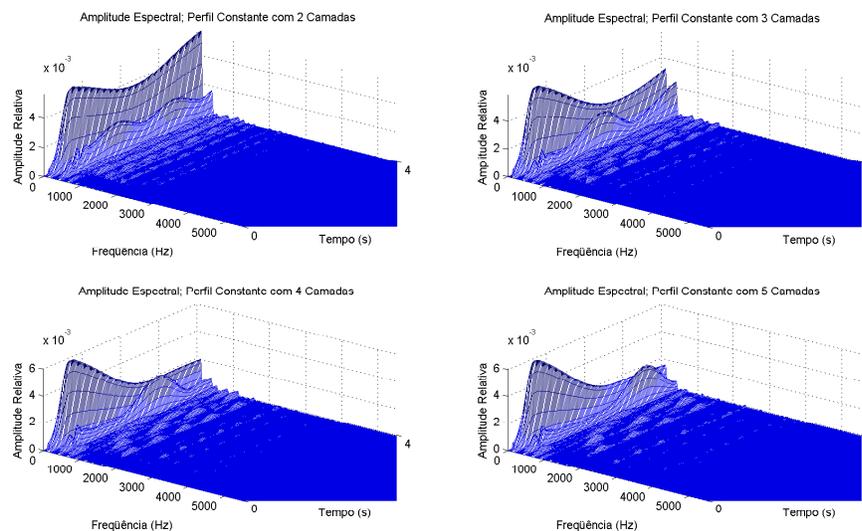


Fig. 6.41: Amplitude espectral para perfil constante de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

Perfil Randômico

A Figura 6.45 mostra a amplitude espectral para perfil randômico discretizado na geometria interna da clarineta de duas a cinco camadas de mesmas espessuras. Os exemplos sonoros correspondentes a este perfil de velocidades e esta discretização por mesma espessura variando-se o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ estão, respectivamente, nas Faixas 22, 23, 24 e 25.

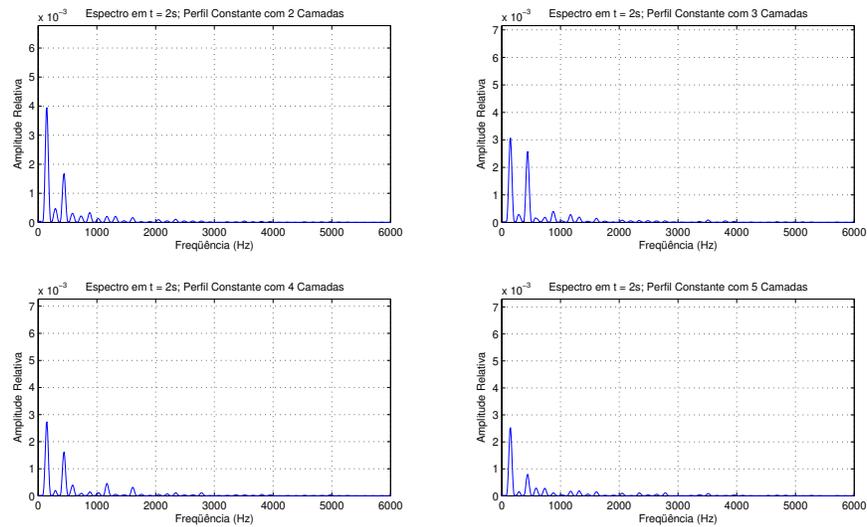


Fig. 6.42: Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil constante de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

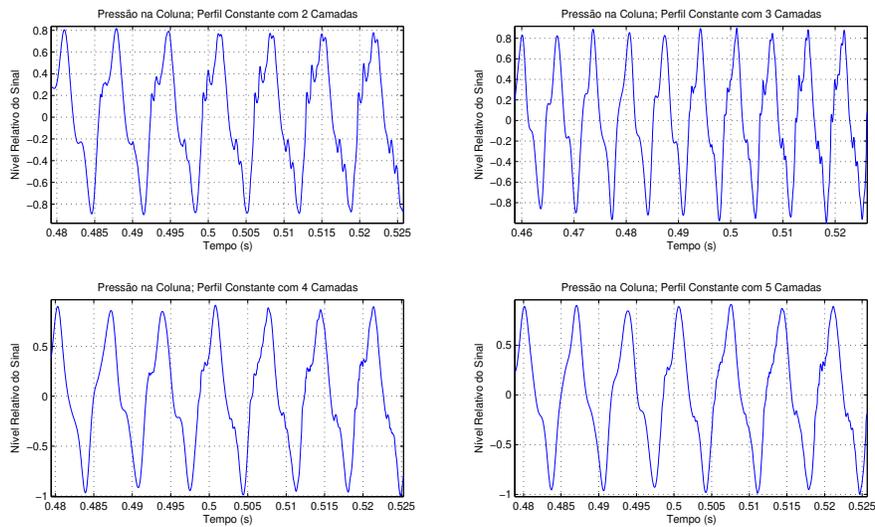


Fig. 6.43: Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para perfil constante de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

Ao estabelecer um corte no instante $t \approx 2,0s$ da Figura 6.45 obtém-se como resultado a Figura 6.46.

A pressão no interior do tubo está indicada na Figura 6.47.

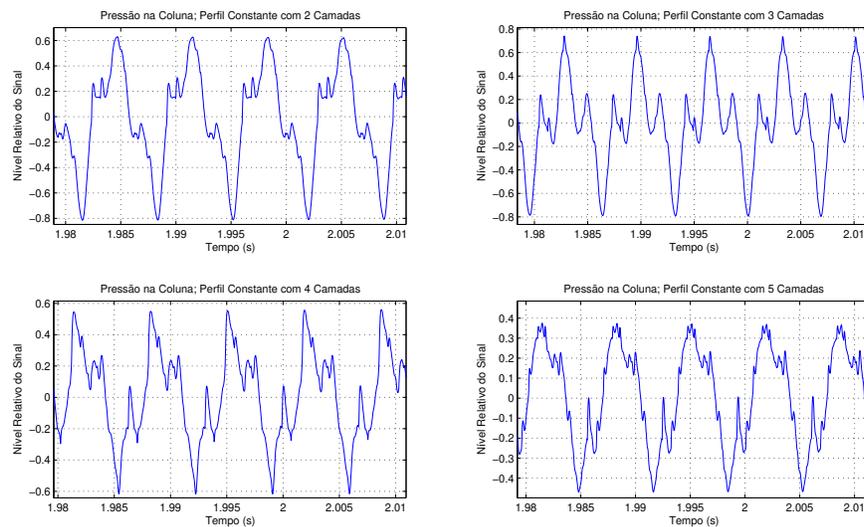


Fig. 6.44: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil constante de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

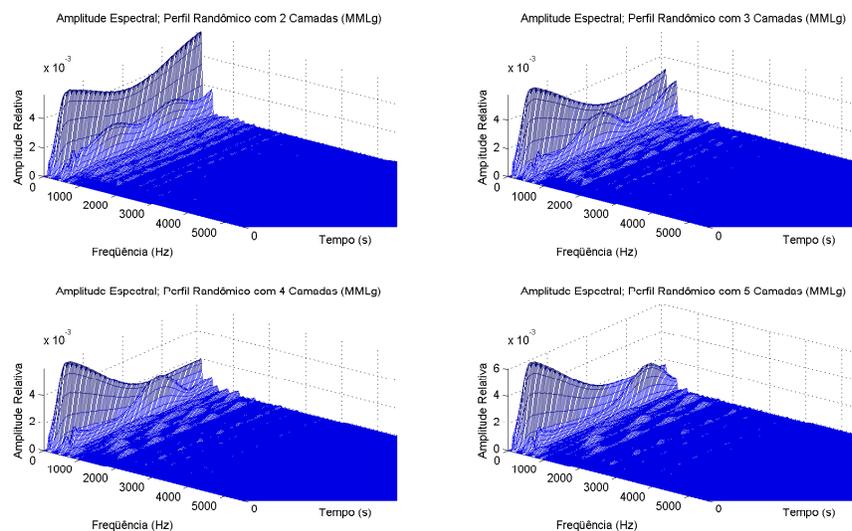


Fig. 6.45: Amplitude espectral para perfil randômico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

Perfil Parabólico Deslocado

A Figura 6.48 mostra a amplitude espectral para perfil parabólico deslocado de velocidades discretizado na geometria interna da clarineta de duas a cinco camadas de mesmas espessuras. Os exemplos sonoros correspondentes a este perfil de velocidades e esta discretização por mesma espessura variando-se o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ estão, respectivamente, nas Faixas 26,

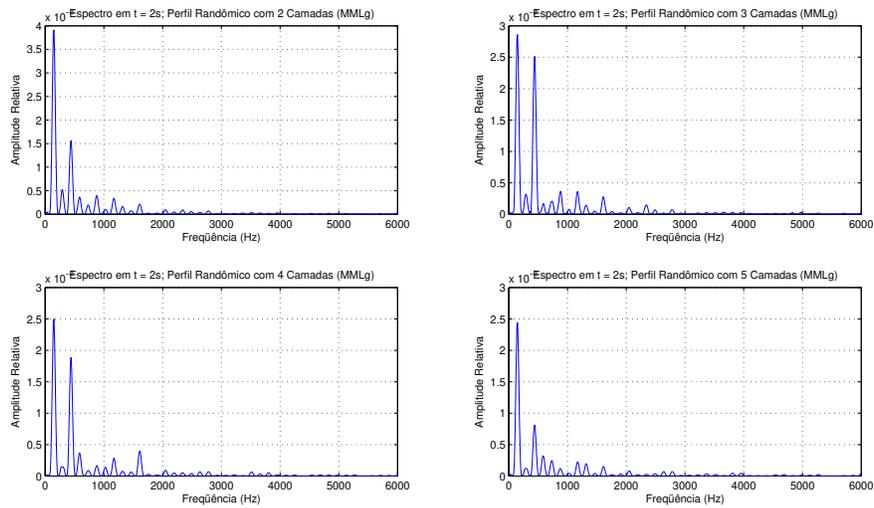


Fig. 6.46: Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil randômico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

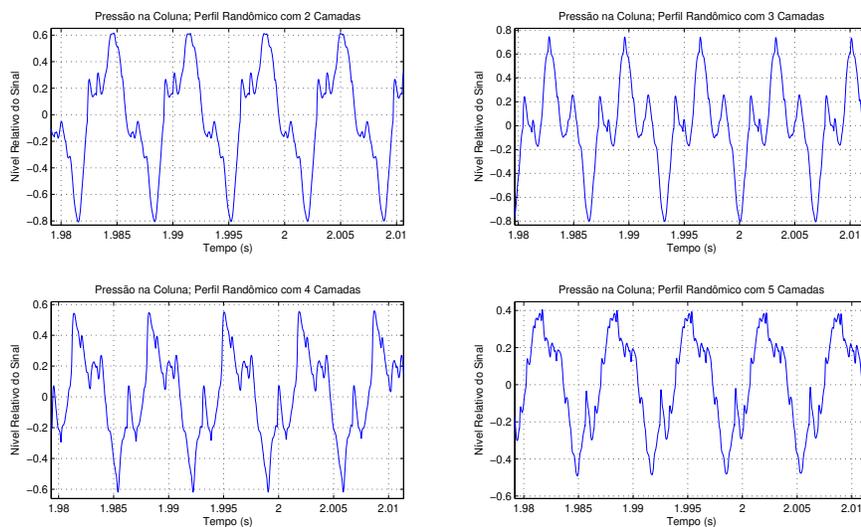


Fig. 6.47: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil randômico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

27, 28 e 29.

Ao estabelecer um corte no instante $t \approx 2,0s$ da Figura 6.48 obtém-se como resultado a Figura 6.49.

A pressão no interior do tubo está indicada na Figura 6.51.

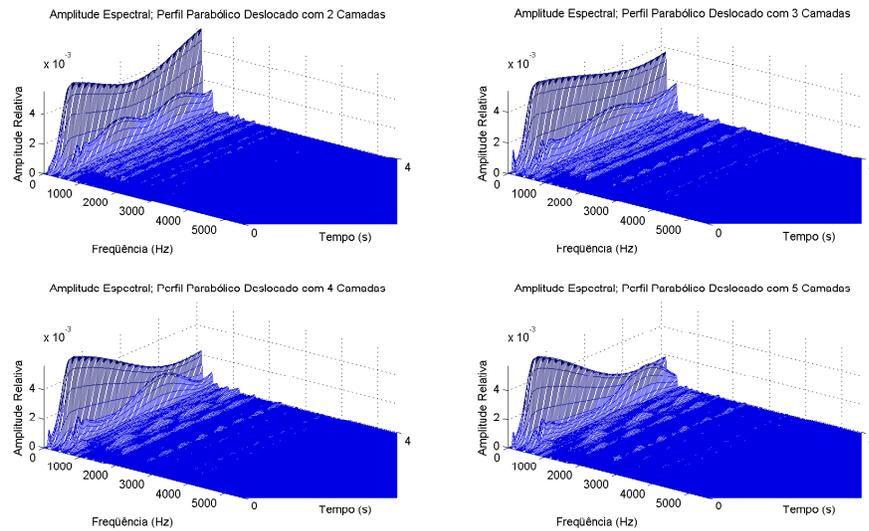


Fig. 6.48: Amplitude espectral para perfil rarabólico deslocado de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

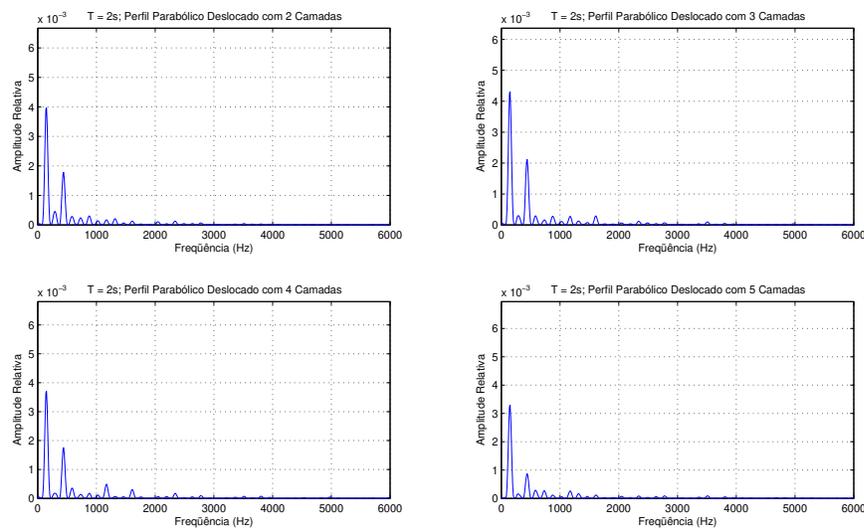


Fig. 6.49: Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil de velocidades parabólico deslocado discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

6.4.2 Divisão da Geometria Interna do Tubo por Camadas de Mesma Área

A seqüência dos perfis de velocidade segue-se na mesma ordem. Primeiro descreve-se o resultado sonoro correspondente às Faixas (em CD anexo), em seguida apresenta a amplitude espectral, um corte do espectro em $t \approx 2s$, a pressão no interior do tubo no instante intermediário, $t \approx 2,0s$.

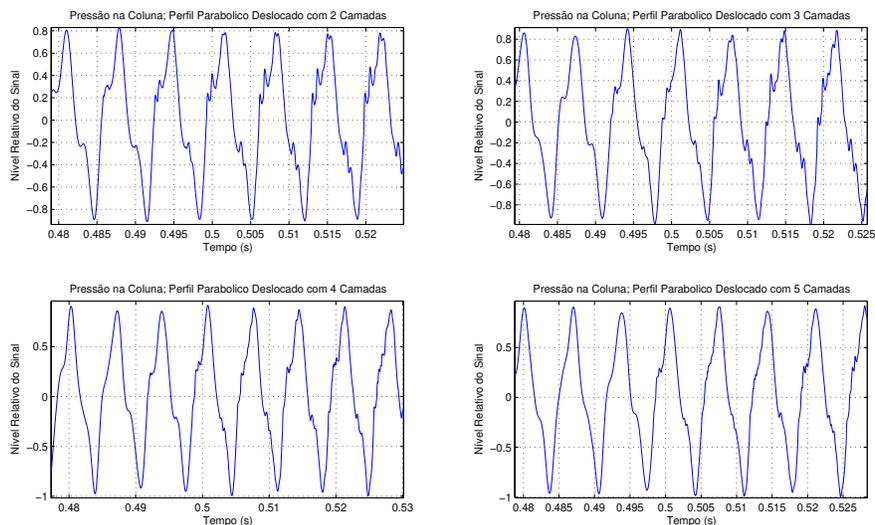


Fig. 6.50: Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para perfil de velocidades parabólico deslocado discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

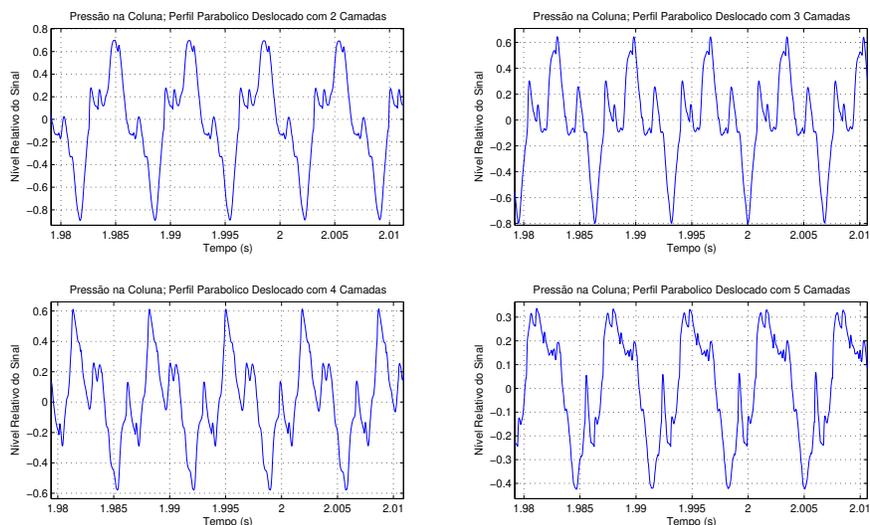


Fig. 6.51: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil de velocidades parabólico deslocado discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Larguras* na geometria interna da clarineta.

Perfil Triangular

Salienta-se que em todas as divisões deve-se acrescentar a camada limite.

A Figura 6.52 mostra a amplitude espectral para perfil triangular discretizado na geometria interna da clarineta de duas a cinco camadas com secções transversais possuindo as mesmas áreas. Os exemplos sonoros correspondentes a este perfil de velocidades e esta discretização por mesma área

variando-se o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ estão, respectivamente, nas Faixas 30, 31, 32 e 33.

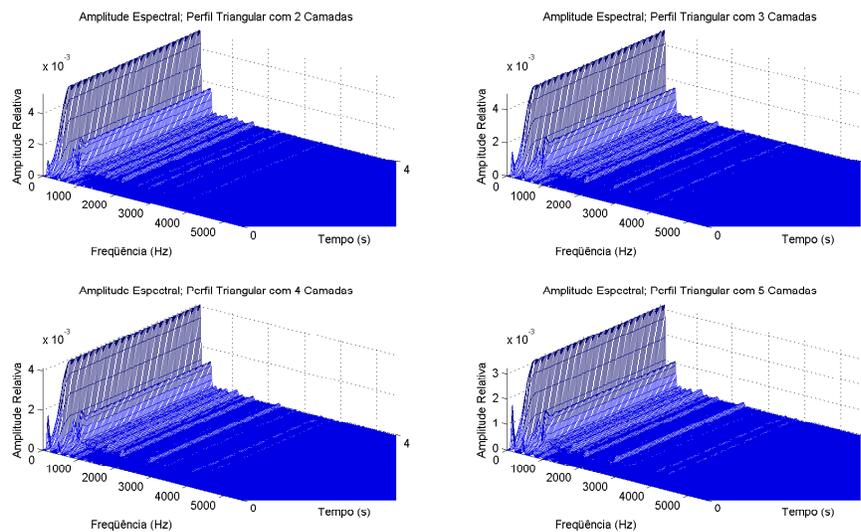


Fig. 6.52: Amplitude espectral para perfil triangular de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

Ao estabelecer um corte no instante $t \approx 2,0s$ da Figura 6.52 obtém-se como resultado a Figura 6.53.

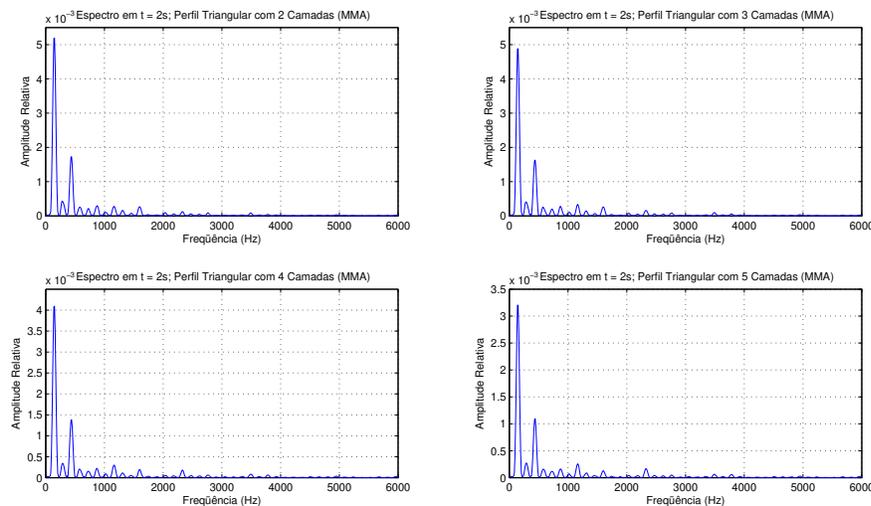


Fig. 6.53: Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil triangular de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

A pressão no interior do tubo está indicada na Figura 6.54.

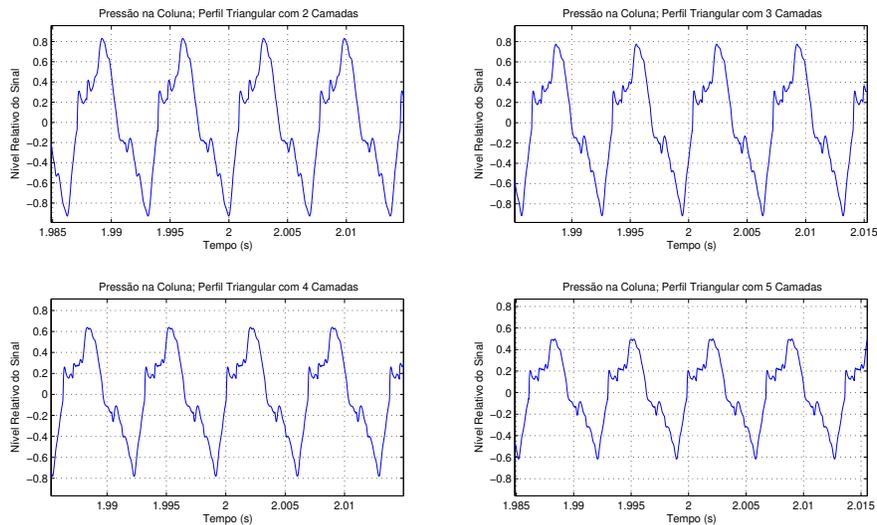


Fig. 6.54: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil triangular de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

Perfil Parabólico

Lembrar que nestas discretizações não está inclusa a camada limite.

A Figura 6.55 mostra a amplitude espectral para perfil parabólico discretizado na geometria interna da clarineta de duas a cinco camadas com secções transversais de iguais áreas. Os exemplos sonoros correspondentes a este perfil de velocidades e esta discretização por mesma área variando-se o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ estão, respectivamente, nas Faixas 34, 35, 36 e 37.

Ao estabelecer um corte no instante $t \approx 2,0s$ da Figura 6.55 obtém-se como resultado a Figura 6.56. A pressão no interior do tubo está indicada na Figura 6.57.

Perfil Constante

A Figura 6.58 mostra a amplitude espectral para perfil constante discretizado na geometria interna da clarineta de duas a cinco camadas com secções transversais com mesmas áreas. Os exemplos sonoros correspondentes a este perfil de velocidades e esta discretização por mesma área variando-se o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ estão, respectivamente, nas Faixas 38, 39, 40 e 41.

Ao estabelecer um corte no instante $t \approx 2,0s$ da Figura 6.58 obtém-se como resultado a Figura 6.59. A pressão no interior do tubo está indicada na Figura 6.61.

Perfil Randômico

Observar que a camada limite não consta da discretização.

A Figura 6.62 mostra a amplitude espectral para perfil randômico de velocidades discretizado na geometria interna da clarineta por duas a cinco camadas com secções transversais de mesmas áreas. Os exemplos sonoros correspondentes a este perfil de velocidades e esta discretização por mesma

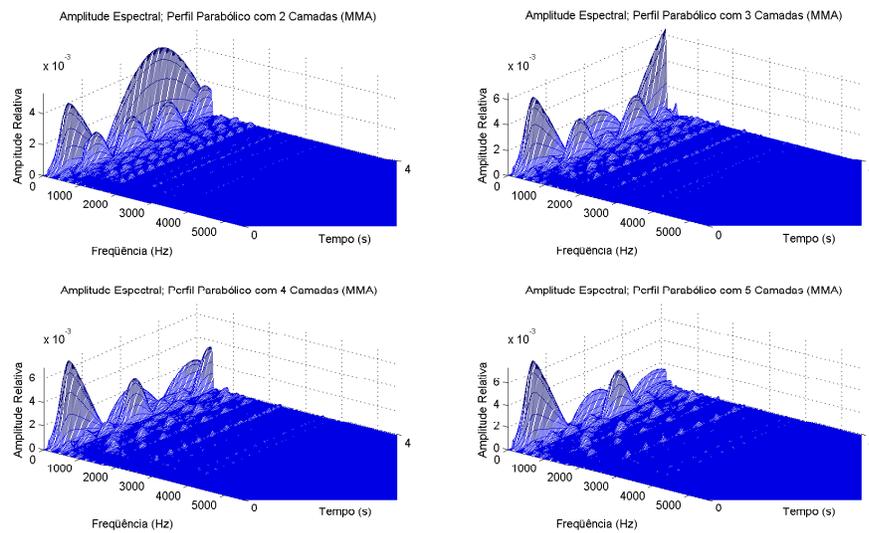


Fig. 6.55: Amplitude espectral para perfil parabólico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

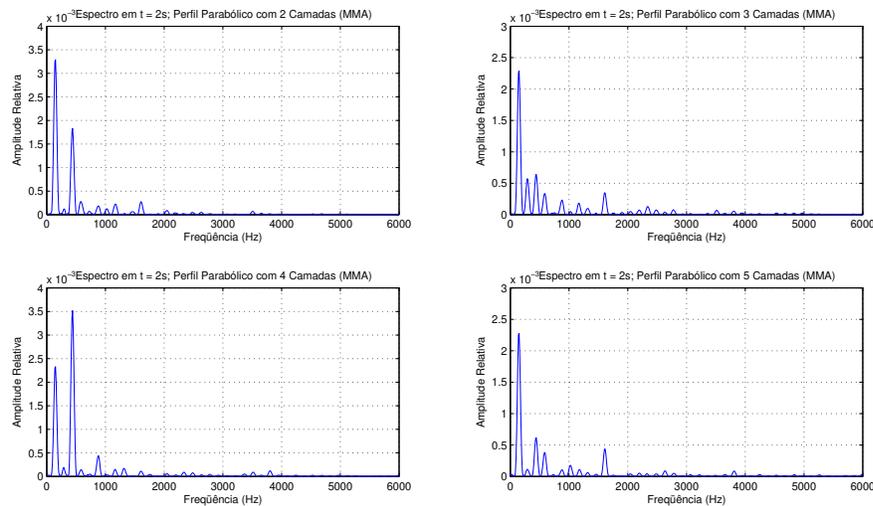


Fig. 6.56: Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil parabólico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

área variando-se o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ estão, respectivamente, nas Faixas 42, 43, 44 e 45.

Ao estabelecer um corte no instante $t \approx 2,0s$ da Figura 6.62 obtém-se como resultado a Figura 6.63.

A pressão no interior do tubo está indicada na Figura 6.64.

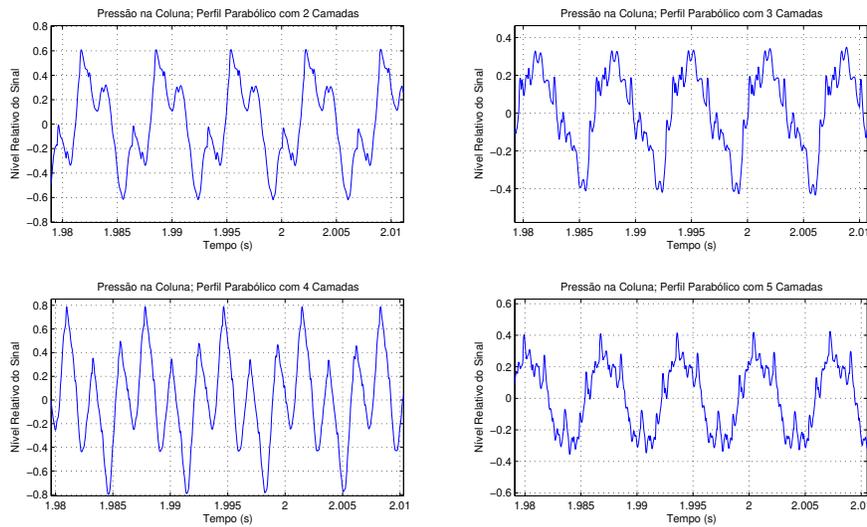


Fig. 6.57: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil parabólico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

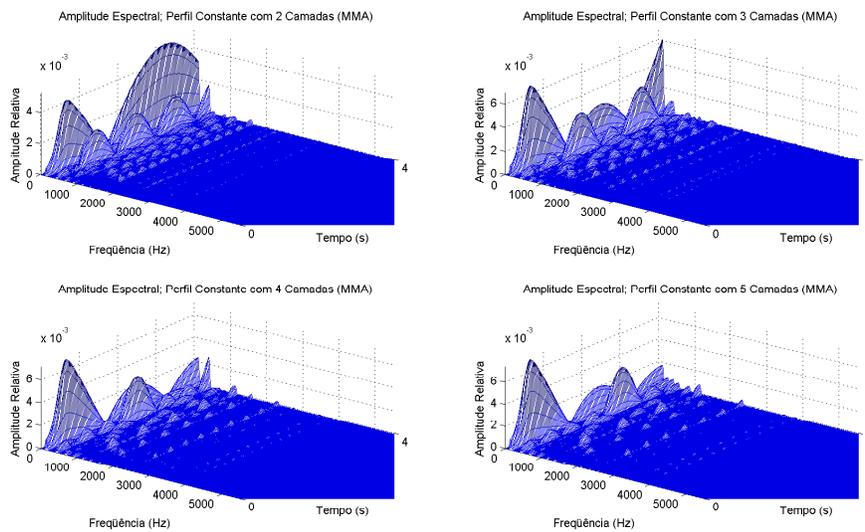


Fig. 6.58: Amplitude espectral para perfil constante de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

Perfil Parabólico Deslocado

A Figura 6.65 mostra a amplitude espectral para perfil parabólico deslocado de velocidades discretizado na geometria interna da clarineta de duas a cinco camadas com secções transversais de mesmas áreas. Os exemplos sonoros correspondentes a este perfil de velocidades e esta discretização por mesma área variando-se o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ estão, respectivamente, nas

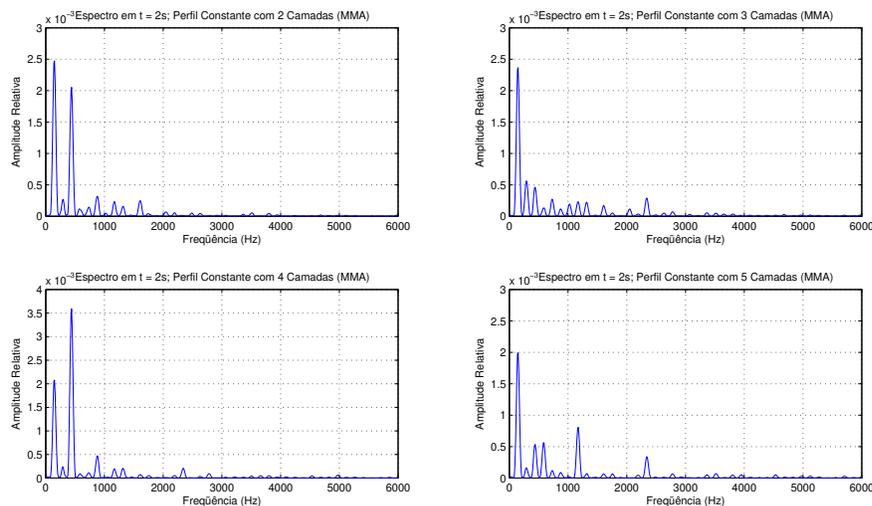


Fig. 6.59: Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil constante de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

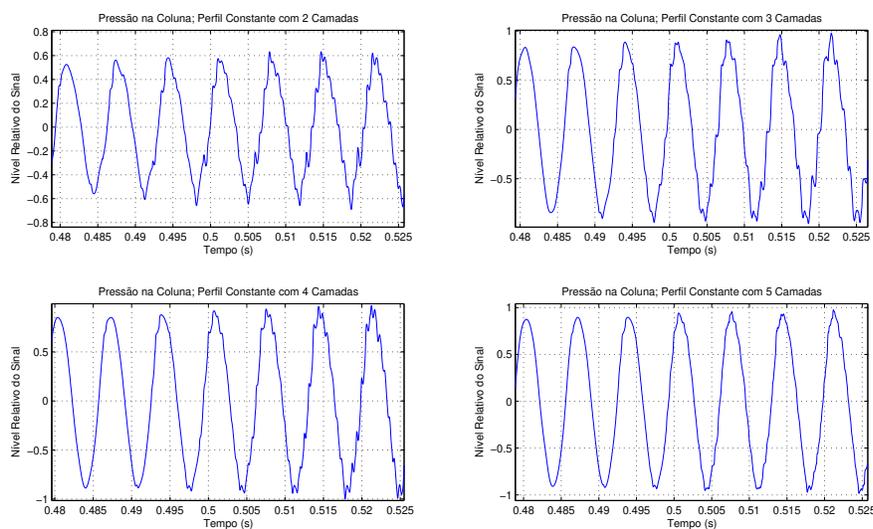


Fig. 6.60: Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para perfil constante de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

Faixas 46, 47, 48 e 49.

Ao estabelecer um corte no instante $t \approx 2,0s$ da Figura 6.65 obtém-se como resultado a Figura 6.66.

A pressão no interior do tubo está indicada na Figura 6.67.

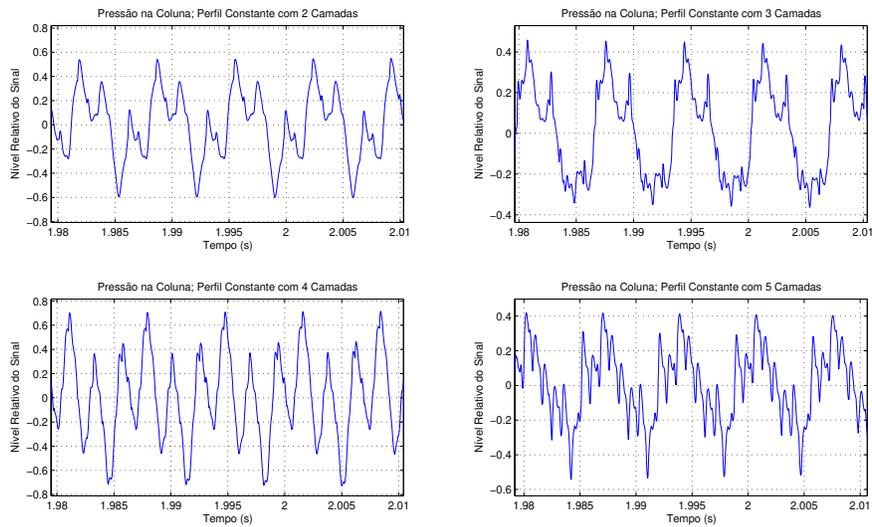


Fig. 6.61: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil constante de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

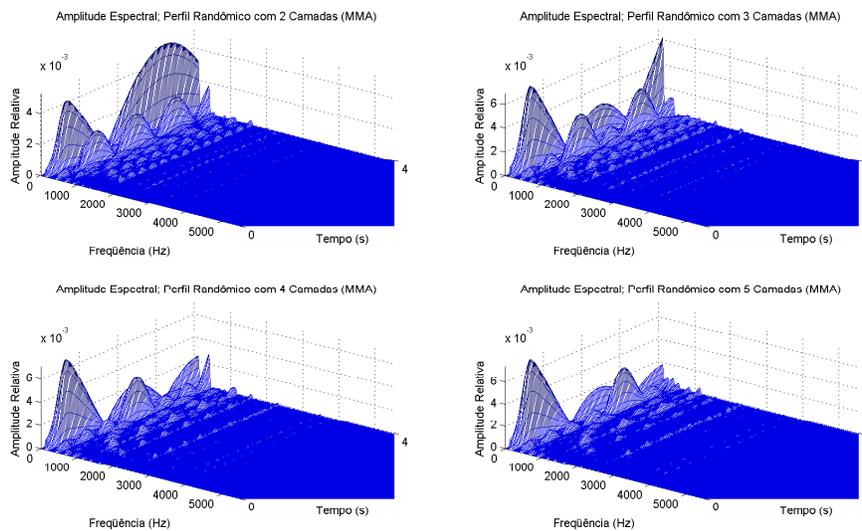


Fig. 6.62: Amplitude espectral para perfil randômico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

6.5 Influência do Transiente na Pressão de Entrada

A Figura 5.14 da Seção 5.6 mostra quatro perfis de entrada para análise espectral. Sob este ponto de vista, a divisão da geometria por camadas de **mesma área** proporciona maior quantidade de componentes espectrais quanto menor o número de camadas. Enquanto a divisão por camadas de **mesma espessura** apresenta mais componentes espectrais quanto maior o número de camadas.

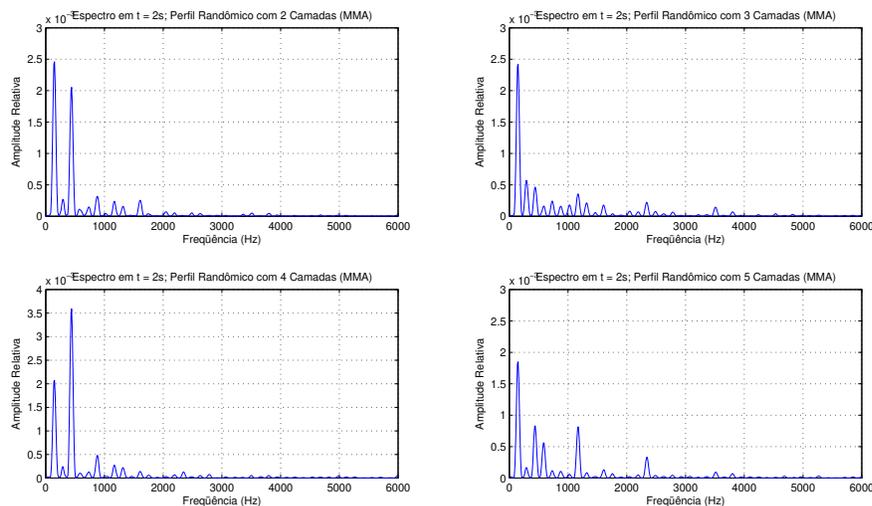


Fig. 6.63: Espectro em $t \approx 2,0s$ para perfil randômico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

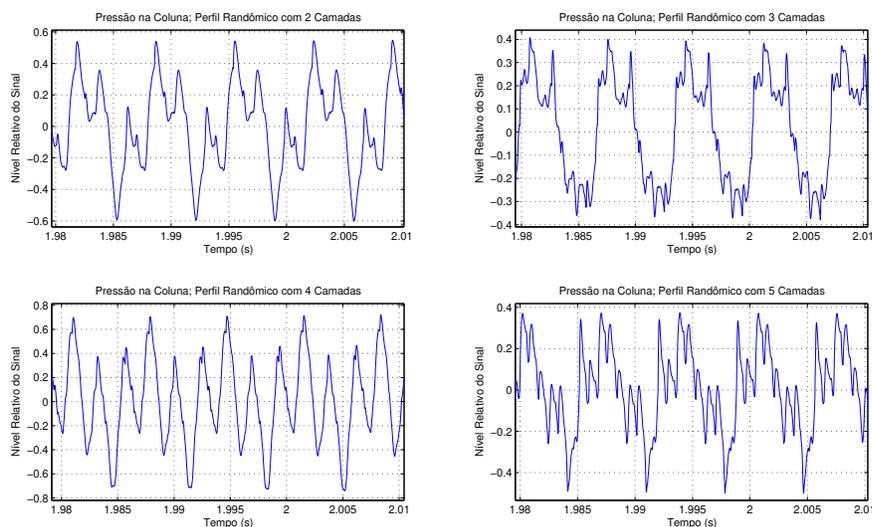


Fig. 6.64: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil randômico de velocidades discretizado de duas a cinco camadas de *Mesmas Áreas* na geometria interna da clarineta.

Ainda, à medida que se aumenta o número de camadas, a pressão no interior do tubo (em $t \approx 2,0s$) mostra que o perfil triangular se diferencia dos demais perfis que formam um grupo mais ou menos homogêneo.

Estas características são reforçadas quando se escutam as respectivas amostras sonoras quanto aos perfis de entrada.

Assim, nesta seção serão apresentadas as amostras *sonoras* do perfil de velocidades triangular e,

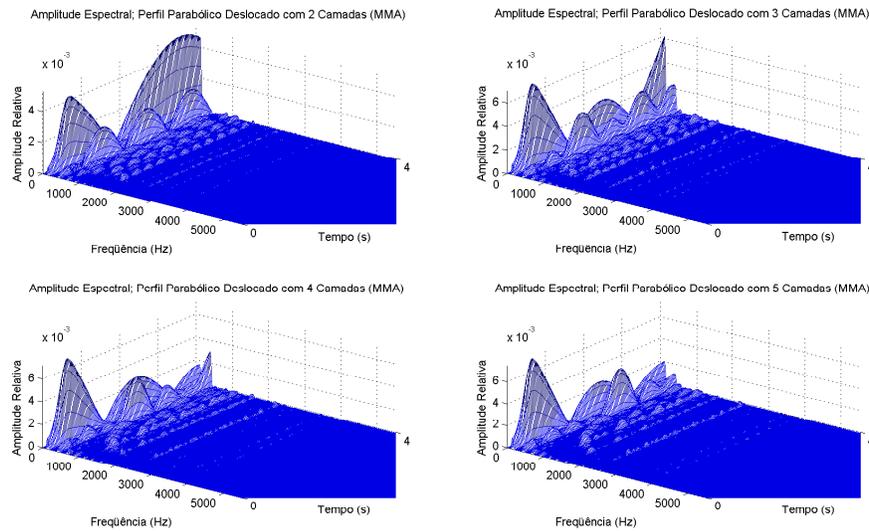


Fig. 6.65: Amplitude espectral para perfil de velocidades parabólico deslocado discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

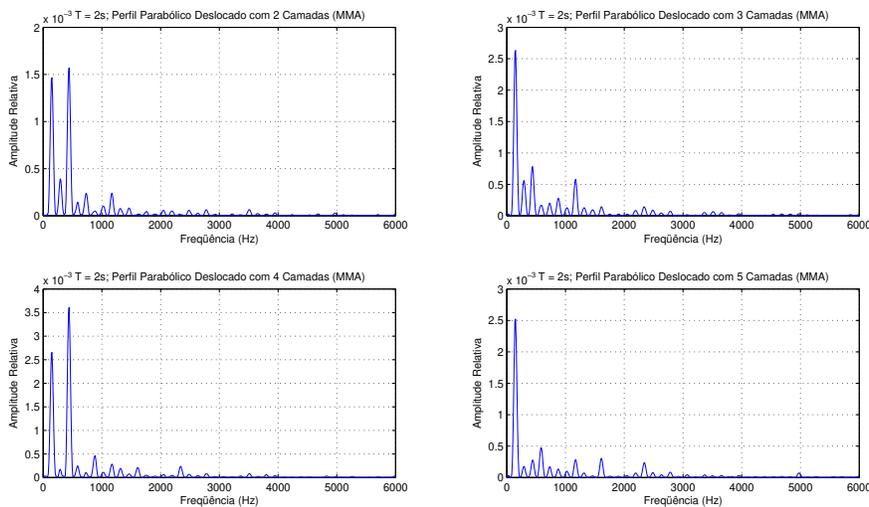


Fig. 6.66: Espectro em $t \approx 2,0s$ para de velocidades perfil parabólico deslocado discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *mesma área*.

alternadamente, dos demais perfis de velocidades quanto aos quatro transientes da pressão de entrada. Quando a discretização da geometria interna for em três camadas será utilizado o critério de divisão por **mesma área**. Quando em cinco camadas por **mesma espessura**. Deve-se lembrar que todos os exemplos anteriores utilizaram a *função rampa* como transiente de pressão, portanto, não será reproduzido nesta seção.

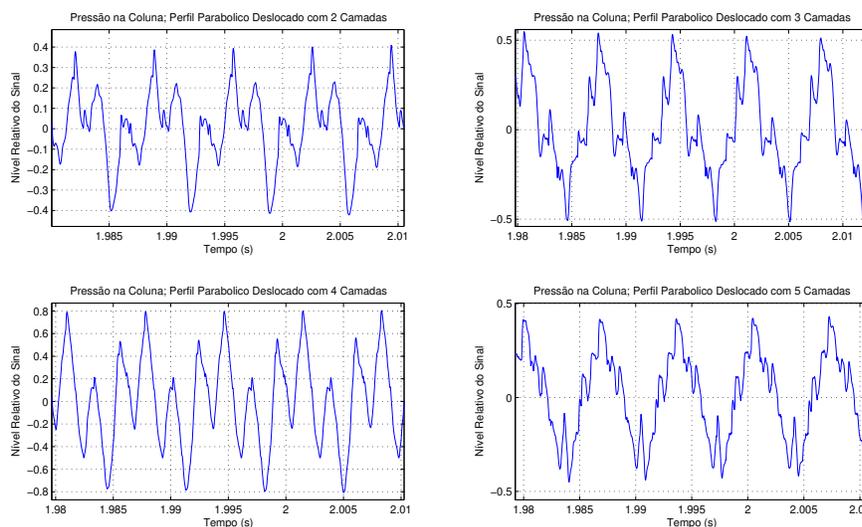


Fig. 6.67: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para perfil de velocidades parabólico deslocado discretizado de duas a cinco camadas na geometria interna da clarineta por secções transversais de *Mesmas Áreas*.

Pressão de Entrada Função Exponencial: Mesma Área - Três Camadas

As amostras sonoras serão para perfil de velocidades triangular e parabólico sob um perfil exponencial de pressão de entrada.

A amplitude espectral bem como o espectro em $t \approx 2,0s$ para as amostras sonoras do perfil triangular e parabólico estão apresentadas na Figura 6.68. As respectivas amostras sonoras para os perfis triangular e parabólico estão nas Faixas 50 e 51.

A Figura 6.69 mostra a pressão no interior do tubo no instante $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado sob ação exponencial da pressão de entrada.

No instante $t \approx 2,0s$ a Figura 6.70 mostra a pressão no interior do tubo, referente aos perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado sob ação exponencial da pressão de entrada.

Pressão de Entrada Função Parabólica: Mesma Área - Três Camadas

As amostras sonoras serão para perfil de velocidades triangular e constante sob um perfil parabólico de pressão de entrada.

A amplitude espectral bem como o espectro em $t \approx 2,0s$ para as amostras sonoras do perfil triangular e constante estão apresentadas na Figura 6.71. As respectivas amostras sonoras para os perfis triangular e constante estão nas Faixas 52 e 53.

A Figura 6.72 mostra a pressão no interior do tubo no instante $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado sob ação de função parabólica da pressão de entrada.

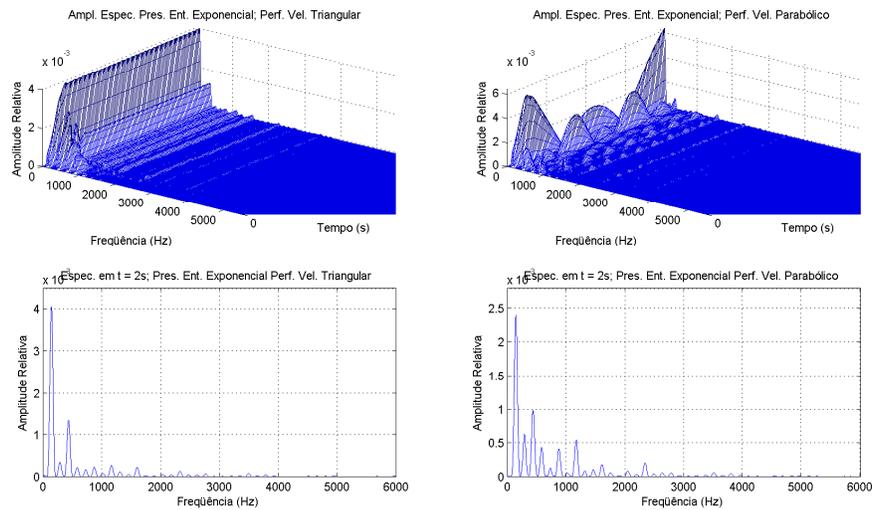


Fig. 6.68: Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada exponencial com discretização em três camadas de **Mesma Área** com perfil de velocidades triangular e parabólico.

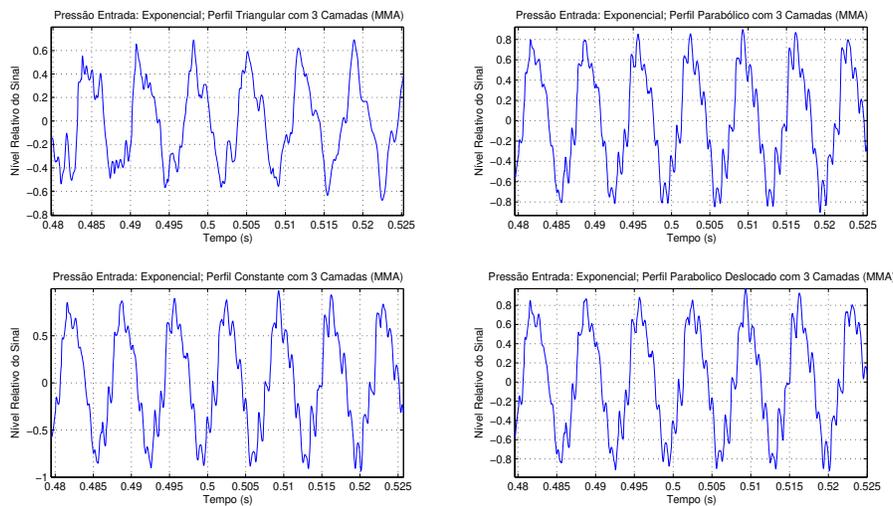


Fig. 6.69: Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado. A discretização é em três camadas de **Mesma Área** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada varia exponencialmente.

No instante $t \approx 2,0s$ a Figura 6.73 mostra a pressão no interior do tubo, referente aos perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado sob ação exponencial da pressão de entrada.

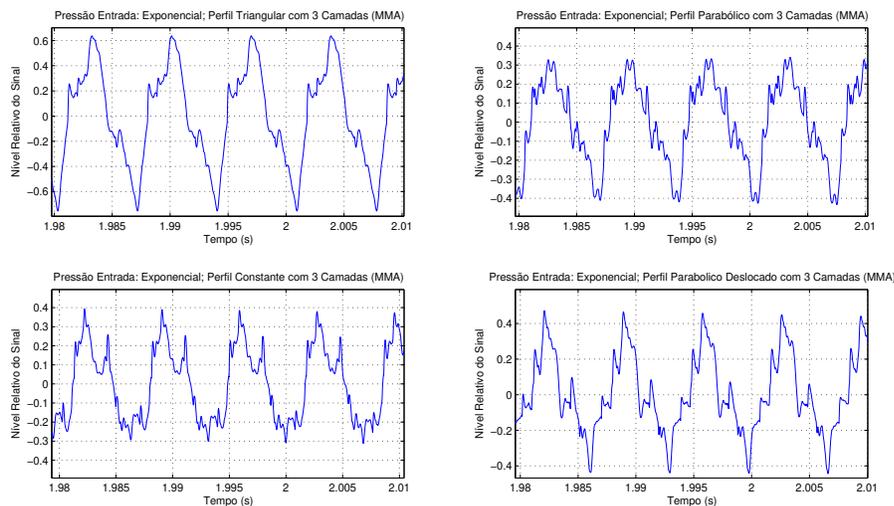


Fig. 6.70: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado. A discretização é em três camadas de **Mesma Área** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada varia exponencialmente.

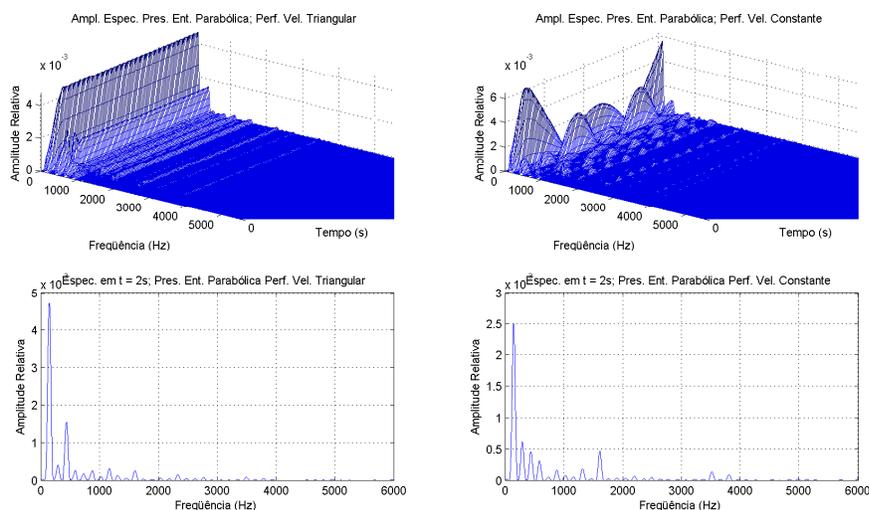


Fig. 6.71: Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada sendo função parabólica com discretização em três camadas de **Mesma Área** com perfil de velocidades triangular e constante.

Pressão de Entrada Função Quadrática: Mesma Área - Três Camadas

As amostras sonoras serão para perfil de velocidades triangular e parabólico deslocado tendo como transiente de pressão de entrada uma função quadrática.

A amplitude espectral bem como o espectro em $t \approx 2,0s$ para as amostras sonoras do perfil

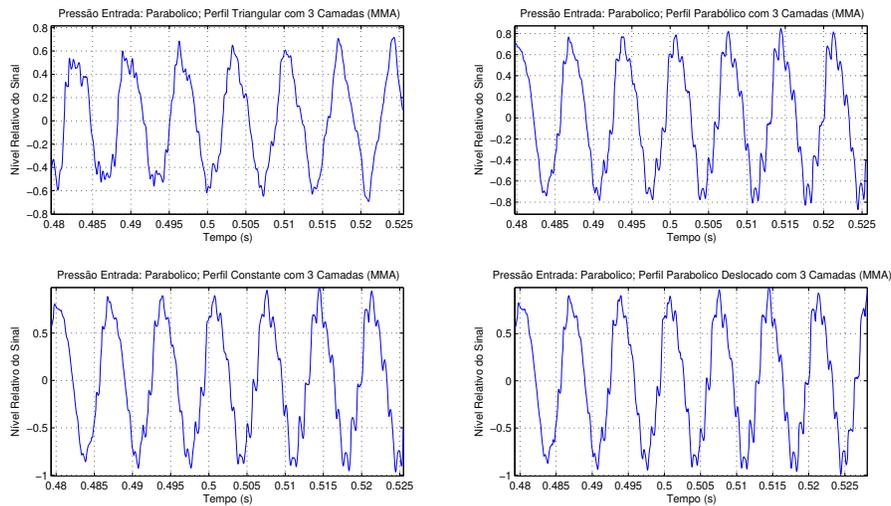


Fig. 6.72: Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado. A discretização é em três camadas de **Mesma Área** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada tem como transiente uma função parabólica.

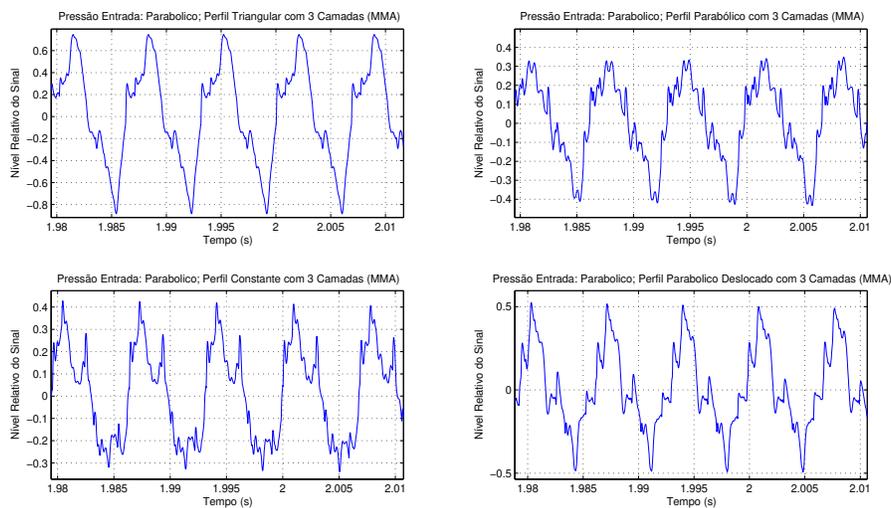


Fig. 6.73: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado. A discretização é em três camadas de **Mesma Área** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada varia exponencialmente.

triangular e parabólico deslocado estão apresentadas na Figura 6.74. As respectivas amostras sonoras para os perfis triangular e constante estão nas Faixas 54 e 55.

A Figura 6.75 mostra a pressão no interior do tubo no instante $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado sob ação de função quadrática no transiente da pressão de entrada.

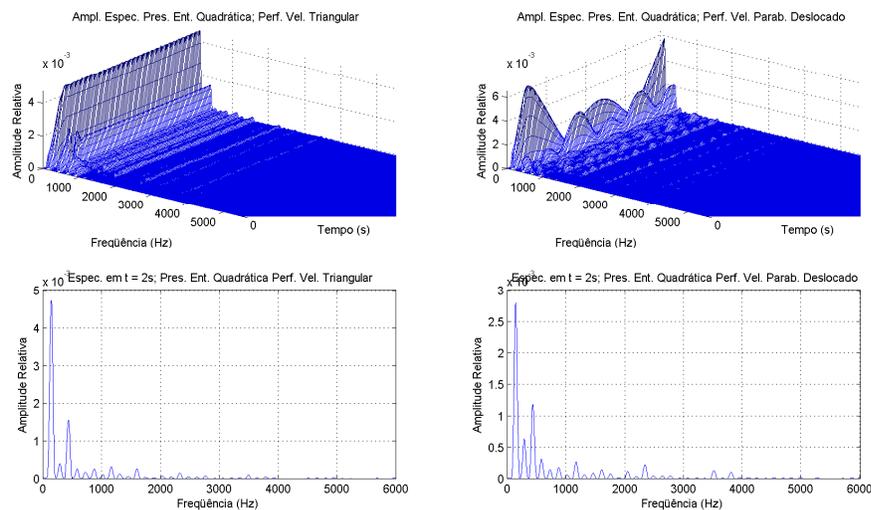


Fig. 6.74: Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada sendo função quadrática com discretização em três camadas de **Mesma Área** com perfil de velocidades triangular e parabólico deslocado.

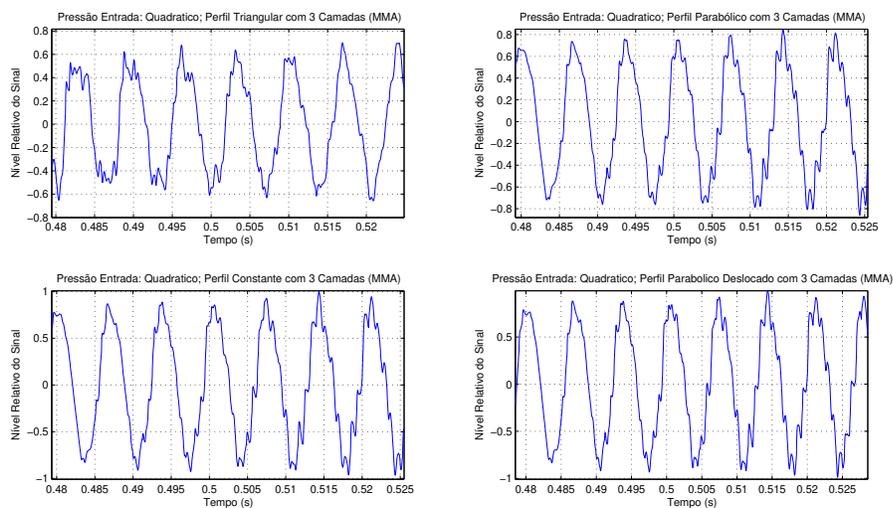


Fig. 6.75: Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado. A discretização é em três camadas de **Mesma Área** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada tem como transiente uma função quadrática.

No instante $t \approx 2,0s$ a Figura 6.76 mostra a pressão no interior do tubo, referente aos perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado sob ação de função quadrática da pressão de entrada.

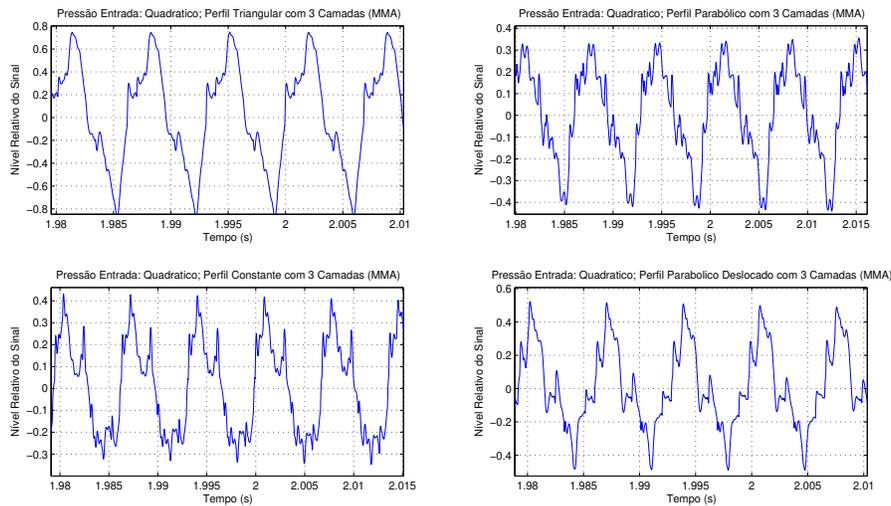


Fig. 6.76: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado. A discretização é em três camadas de **Mesma Área** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada varia por função quadrática.

Pressão de Entrada Função Exponencial: Mesma Largura - Cinco Camadas

As amostras sonoras serão para perfil de velocidades triangular e parabólico sob um perfil exponencial de pressão de entrada.

A amplitude espectral bem como o espectro em $t \approx 2,0s$ para as amostras sonoras do perfil triangular e parabólico estão apresentadas na Figura 6.77. As respectivas amostras sonoras para os perfis triangular e parabólico estão nas Faixas 56 e 57.

A Figura 6.78 mostra a pressão no interior do tubo no instante $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado sob ação exponencial da pressão de entrada.

No instante $t \approx 2,0s$ a Figura 6.79 mostra a pressão no interior do tubo, referente aos perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado sob ação exponencial da pressão de entrada.

Pressão de Entrada Função Parabólica: Mesma Largura - Cinco Camadas

As amostras sonoras serão para perfil de velocidades triangular e *randômico* (substituindo o perfil constante) sob um perfil parabólico de pressão de entrada.

A amplitude espectral bem como o espectro em $t \approx 2,0s$ para as amostras sonoras do perfil triangular e *randômico* estão apresentadas na Figura 6.80. As respectivas amostras sonoras para os perfis triangular e *randômico* estão nas Faixas 58 e 59.

A Figura 6.81 mostra a pressão no interior do tubo no instante $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado sob ação de função parabólica da pressão de entrada.

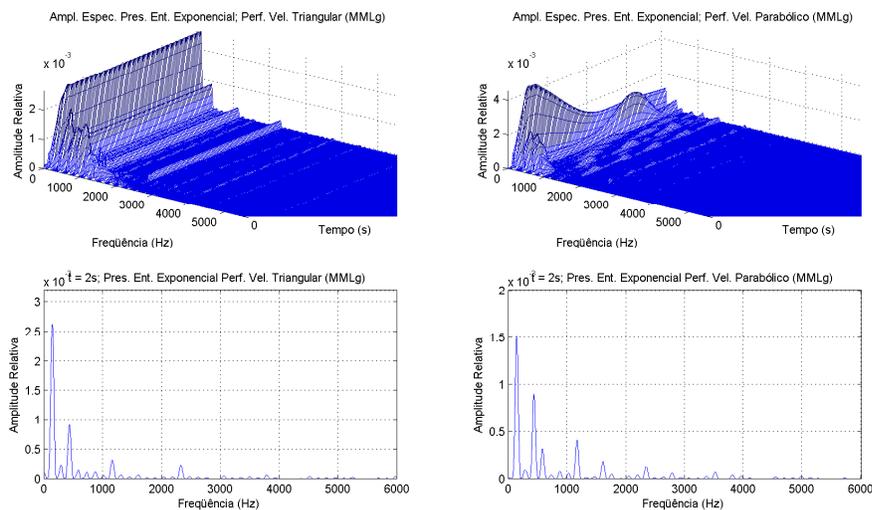


Fig. 6.77: Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada exponencial com discretização em cinco camadas de **Mesma Largura** com perfil de velocidades triangular e parabólico.

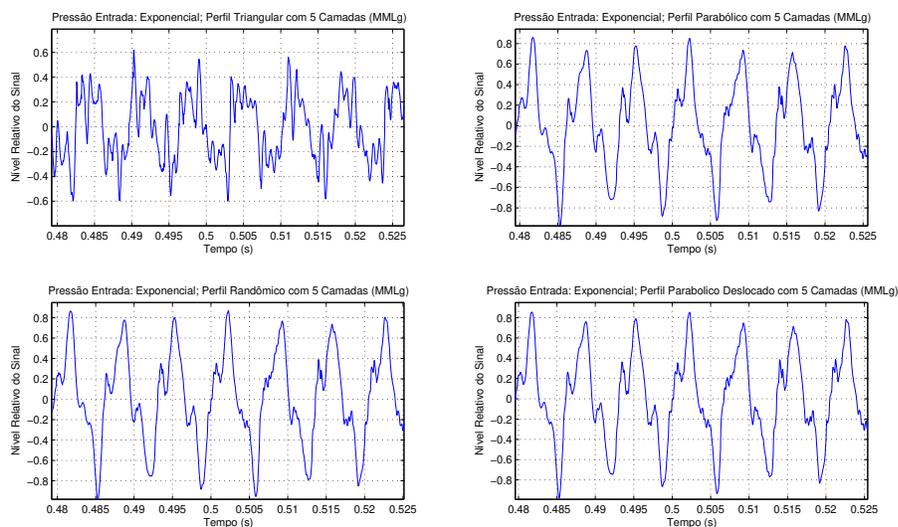


Fig. 6.78: Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado. A discretização é em cinco camadas de **Mesma Largura** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada varia exponencialmente.

No instante $t \approx 2,0s$ a Figura 6.82 mostra a pressão no interior do tubo, referente aos perfis de velocidades triangular, parabólico, *constante* e parabólico deslocado sob ação exponencial da pressão de entrada.

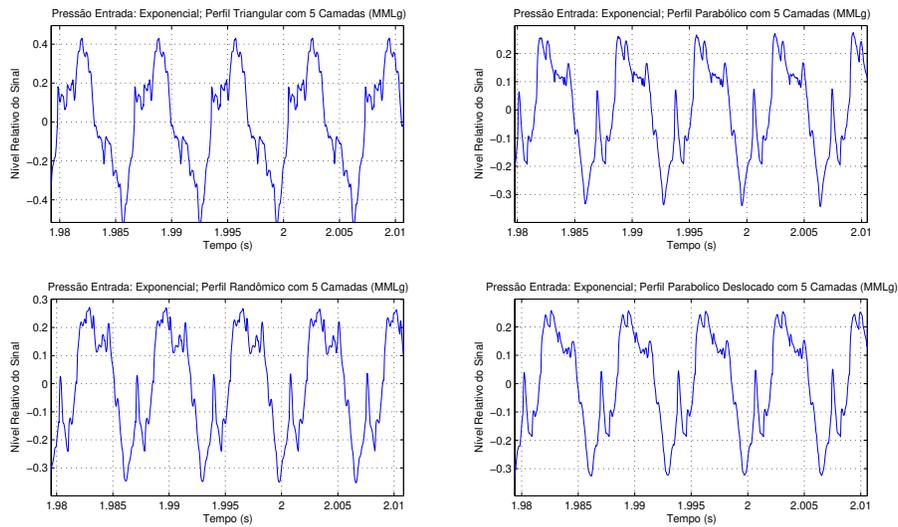


Fig. 6.79: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado. A discretização é em três camadas de **Mesma Largura** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada varia exponencialmente.

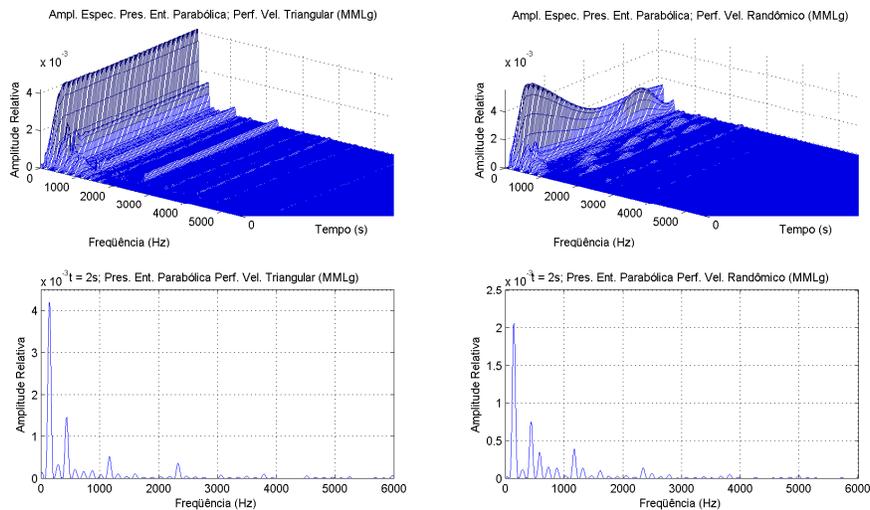


Fig. 6.80: Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada sendo função parabólica com discretização em cinco camadas de **Mesma Largura** com perfil de velocidades triangular e randômico.

Pressão de Entrada Função Quadrática: Mesma Largura - Cinco Camadas

As amostras sonoras serão para perfil de velocidades triangular e parabólico deslocado tendo como transiente de pressão de entrada uma função quadrática.

A amplitude espectral bem como o espectro em $t \approx 2,0s$ para as amostras sonoras do perfil

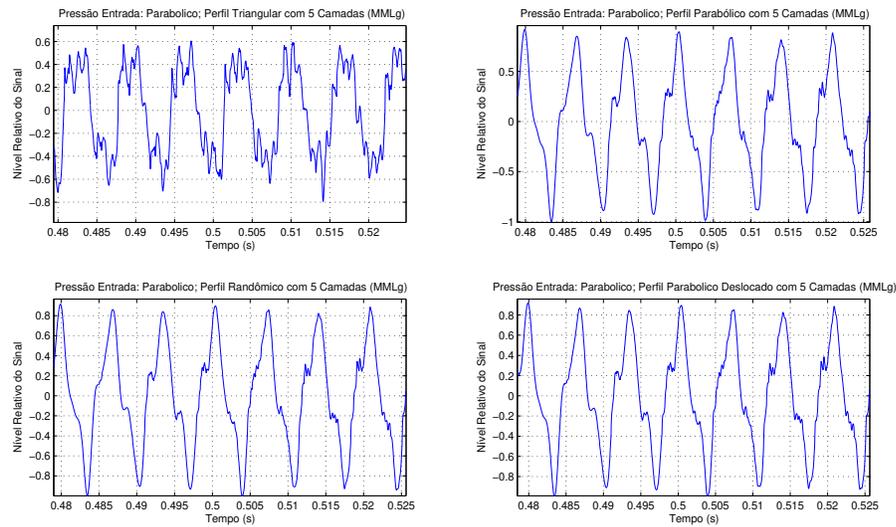


Fig. 6.81: Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado. A discretização é em três camadas de **Mesma Largura** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada tem como transiente uma função parabólica.

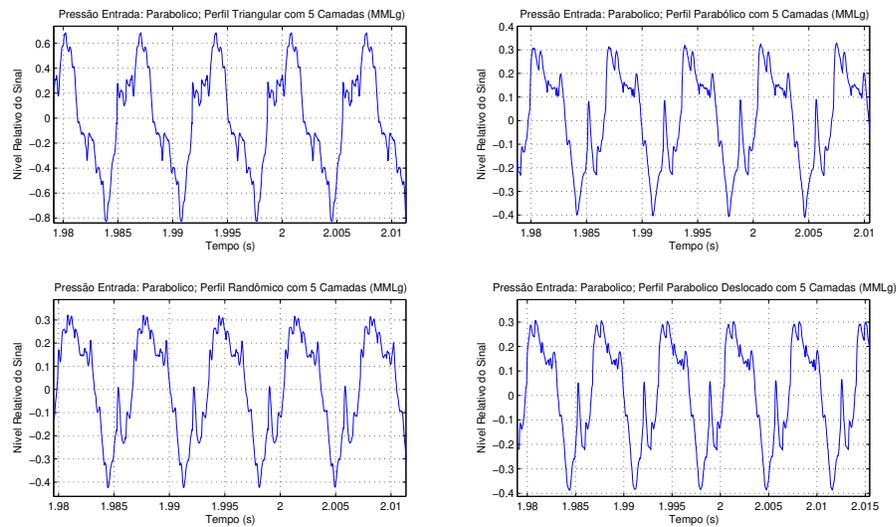


Fig. 6.82: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado. A discretização é em três camadas de **Mesma Largura** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada varia exponencialmente.

triangular e parabólico deslocado estão apresentadas na Figura 6.83. As respectivas amostras sonoras para os perfis triangular e randômico estão nas Faixas 60 e 61.

A Figura 6.84 mostra a pressão no interior do tubo no instante $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado sob ação de função quadrática no

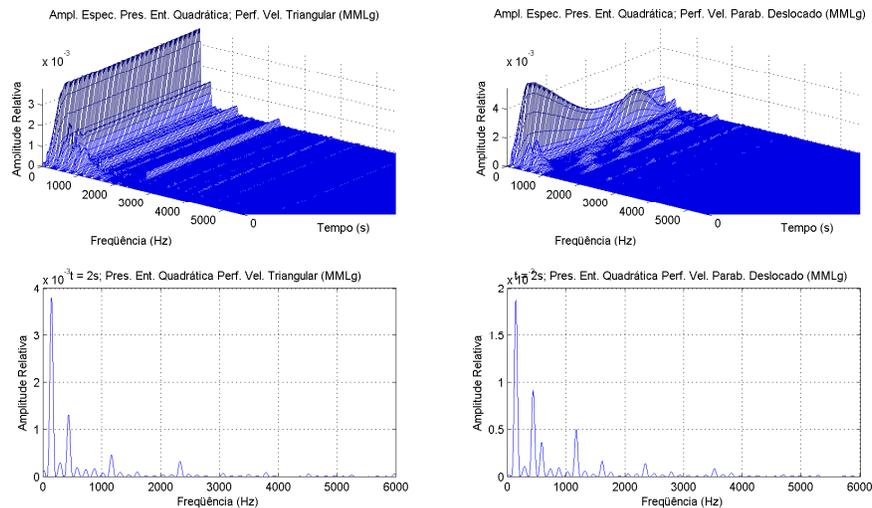


Fig. 6.83: Amplitude espectral e espectro em $t \approx 2,0s$ para pressão de entrada sendo função quadrática com discretização em três camadas de **Mesma Largura** com perfil de velocidades triangular e parabólico deslocado.

transiente da pressão de entrada.

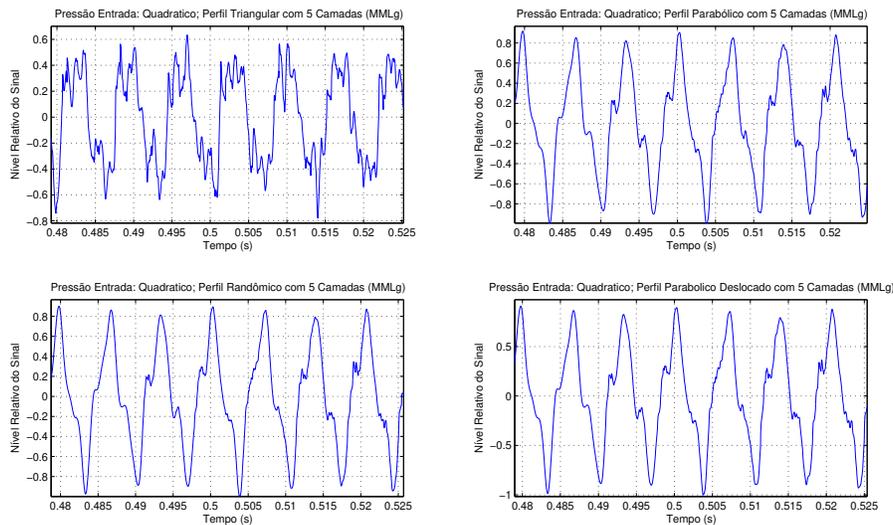


Fig. 6.84: Pressão no interior do tubo em $t \approx 0,5s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado. A discretização é em cinco camadas de **Mesma Largura** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada tem como transiente uma função quadrática.

No instante $t \approx 2,0s$ a Figura 6.85 mostra a pressão no interior do tubo, referente aos perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado sob ação de função quadrática da pressão de entrada.

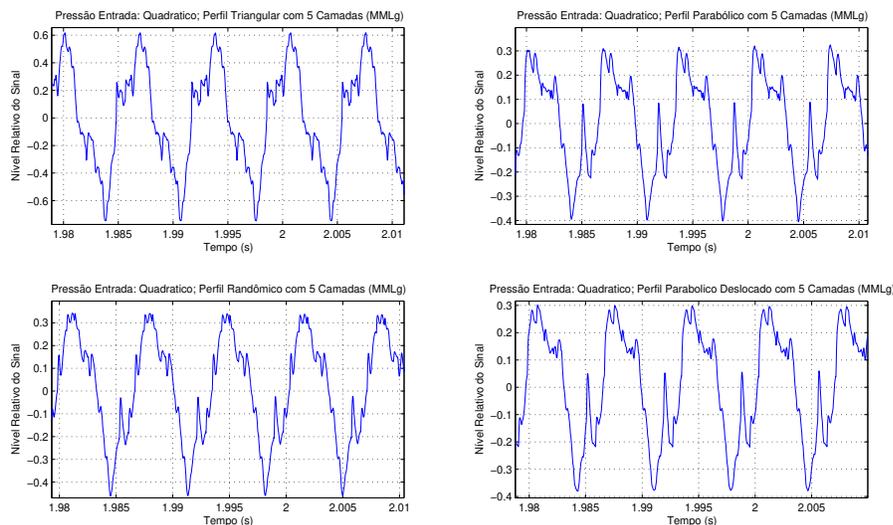


Fig. 6.85: Pressão no interior do tubo em $t \approx 2,0s$ para os perfis de velocidades triangular, parabólico, *randômico* e parabólico deslocado. A discretização é em cinco camadas de **Mesma Largura** na geometria interna da clarineta. A pressão na entrada varia por função quadrática.

6.6 Transição de Notas - “Baião”

A transição entre notas que será apresentada foi realizada utilizando a técnica “*parallel crossfade*”, conforme descrito na Figura 4.15 da Seção 4.5. Ou seja, as notas foram produzidas variando-se o comprimento do tubo e fazendo a transição de acordo com o diagrama da figura.

Neste exemplo o mesmo modelo utilizado produziu nas notas iniciais uma sonoridade que mais se aproxima de um instrumento de corda. As notas finais sugerem um instrumento de sopro, no caso, a clarineta. Apenas alterando o valor máximo da pressão da cavidade bucal produziu esta diferença.

A amostra sonora que indica a transição de notas é a Faixa 62.

6.7 Registro das Faixas Sonoras

Faixa 1 A nota D_3 foi emitida pelo aparato experimental nas condições do Experimento 5, mencionado na seção 6.1 e detalhes em [12].

Faixa 2 A nota D_3 foi emitida pelo aparato experimental nas condições do Experimento 9, mencionado na seção 6.1 e detalhes em [12].

Faixa 3 A nota D_3 foi extraída de uma seqüência cromática utilizando um software de edição sonora. A nota tem duração de $t \approx 2,0s$ e intensidade *ff*.

Faixa 4 Trata-se da nota D_3 extraída pelo mesmo procedimento, porém, com intensidade *mf*.

Faixa 5 Esta sonoridade corresponde ao modelo que se constitui do mecanismo de excitação e de um cilindro como ressonador. Na saída do tubo considera-se condição **ideal** para a impedância em $x = L$, isto é $Z_L = 0$, indicando que ocorre reflexão total. Neste caso, em particular, o sinal de saída é tomado logo após o mecanismo de excitação. O número de delay lines é inteiro, $M = 75$.

Faixa 6 Esta sonoridade é do modelo de uma clarineta constituído do mecanismo de excitação, de um cilindro como ressonador com número inteiro ($M = 75$) de delay lines e na saída do tubo colocou-se um filtro de reflexão/transmissão, $R_L(z)$, indicando que a impedância na saída não é ideal, isto é $Z_L \neq 0$. Observar que a geometria da campana não foi modelada.

Faixa 7 Modelo Elementar. Este exemplo servirá como referência. Ele mostra o som de uma clarineta constituída do mecanismo de excitação, de um cilindro como ressonador com número **fracionário** ($M + d = 75 + 0.2429$) de delay lines. Os filtros de **interpolação** e **deinterpolação** têm ordem $N = 1$. Na saída do tubo tem-se o filtro de reflexão/transmissão, $R_L(z)$. A geometria da campana não foi modelada.

Faixa 8 Neste exemplo sonoro foi incluída a geometria da campana. Fez-se a discretização da campana por associações de cilindros justapostos. Nas junções destes cilindros utilizou-se o esquema do coeficiente de reflexão através de uma única multiplicação, conforme descrito na Seção 4.2.2. A clarineta é modelada pelo mecanismo de excitação, pelo tubo formado por um cilindro como ressonador com número **fracionário** de delay lines. Os filtros de **interpolação** e **deinterpolação** têm ordem $N = 1$. Na saída da campana tem-se o filtro de reflexão/transmissão, $R_L(z)$, com o diâmetro do último cilindro que aproxima a campana. O comprimento do tronco de cone que indica a campana tem número de delay lines $N_{DL_{TC}}$.

Faixa 9 Este exemplo sonoro complementa o anterior ao fazer o tubo cilíndrico ser composto por uma geometria imaginária composta por cilindros com comprimentos e diâmetros descritos na Tabela 6.1. Os demais elementos são análogos aos descritos no exemplo anterior.

Faixa 10 Esta sonoridade corresponde ao perfil triangular discretizado na geometria interna da clarineta por duas camadas, ($N_c = 2$), de espessuras iguais além da camada limite.

Faixa 11 Esta sonoridade corresponde ao perfil triangular discretizado na geometria interna da clarineta por três camadas, ($N_c = 3$), de espessuras iguais além da camada limite.

Faixa 12 Esta sonoridade corresponde ao perfil triangular discretizado na geometria interna da clarineta por quatro camadas, ($N_c = 4$), de espessuras iguais além da camada limite.

Faixa 13 Esta sonoridade corresponde ao perfil triangular discretizado na geometria interna da clarineta por cinco camadas, ($N_c = 5$), de espessuras iguais além da camada limite.

Faixa 14 Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico discretizado na geometria interna da clarineta por duas camadas, ($N_c = 2$), de espessuras iguais além da camada limite.

Faixa 15 Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico discretizado na geometria interna da clarineta por três camadas, ($N_c = 3$), de espessuras iguais além da camada limite.

- Faixa 16** *Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico discretizado na geometria interna da clarineta por quatro camadas, ($N_c = 4$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 17** *Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico discretizado na geometria interna da clarineta por cinco camadas, ($N_c = 5$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 18** *Esta sonoridade corresponde ao perfil constante discretizado na geometria interna da clarineta por duas camadas, ($N_c = 2$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 19** *Esta sonoridade corresponde ao perfil constante discretizado na geometria interna da clarineta por três camadas, ($N_c = 3$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 20** *Esta sonoridade corresponde ao perfil constante discretizado na geometria interna da clarineta por quatro camadas, ($N_c = 4$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 21** *Esta sonoridade corresponde ao perfil constante discretizado na geometria interna da clarineta por cinco camadas, ($N_c = 5$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 22** *Esta sonoridade corresponde ao perfil randômico discretizado na geometria interna da clarineta por duas camadas, ($N_c = 2$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 23** *Esta sonoridade corresponde ao perfil randômico discretizado na geometria interna da clarineta por três camadas, ($N_c = 3$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 24** *Esta sonoridade corresponde ao perfil randômico discretizado na geometria interna da clarineta por quatro camadas, ($N_c = 4$), de espessuras iguais, além da camada limite.*
- Faixa 25** *Esta sonoridade corresponde ao perfil randômico discretizado na geometria interna da clarineta por cinco camadas, ($N_c = 5$), de espessuras iguais, além da camada limite.*
- Faixa 26** *Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico deslocado discretizado na geometria interna da clarineta por duas camadas, ($N_c = 2$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 27** *Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico deslocado discretizado na geometria interna da clarineta por três camadas, ($N_c = 3$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 28** *Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico deslocado discretizado na geometria interna da clarineta por quatro camadas, ($N_c = 4$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 29** *Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico deslocado discretizado na geometria interna da clarineta por cinco camadas, ($N_c = 5$), de espessuras iguais além da camada limite.*
- Faixa 30** *Esta sonoridade corresponde ao perfil triangular discretizado na geometria interna da clarineta por duas camadas, ($N_c = 2$), com secções transversais de áreas idênticas.*
- Faixa 31** *Esta sonoridade corresponde ao perfil triangular discretizado na geometria interna da clarineta por três camadas, ($N_c = 3$), com secções transversais de áreas iguais.*

Faixa 32 Esta sonoridade corresponde ao perfil triangular discretizado na geometria interna da clarineta por quatro camadas, ($N_c = 4$), com secções transversais de áreas idênticas.

Faixa 33 Esta sonoridade corresponde ao perfil triangular discretizado na geometria interna da clarineta por cinco camadas, ($N_c = 5$), com secções transversais de iguais áreas.

Faixa 34 Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico discretizado na geometria interna da clarineta por duas camadas, ($N_c = 2$), com secções transversais de áreas idênticas.

Faixa 35 Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico discretizado na geometria interna da clarineta por três camadas, ($N_c = 3$), com secções transversais de áreas iguais.

Faixa 36 Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico discretizado na geometria interna da clarineta por quatro camadas, ($N_c = 4$), com áreas idênticas nas secções transversais.

Faixa 37 Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico discretizado na geometria interna da clarineta por cinco camadas, ($N_c = 5$), com secções transversais de mesmas áreas.

Faixa 38 Esta sonoridade corresponde ao perfil constante discretizado na geometria interna da clarineta por duas camadas, ($N_c = 2$), com secções transversais de mesmas áreas, além da camada limite.

Faixa 39 Esta sonoridade corresponde ao perfil constante discretizado na geometria interna da clarineta por três camadas, ($N_c = 3$), com secções transversais de área iguais, além da camada limite.

Faixa 40 Esta sonoridade corresponde ao perfil constante discretizado na geometria interna da clarineta por quatro camadas, ($N_c = 4$), com secções transversais de mesmas áreas, além da camada limite.

Faixa 41 Esta sonoridade corresponde ao perfil constante discretizado na geometria interna da clarineta por cinco camadas, ($N_c = 5$), com secções transversais de iguais áreas, além da camada limite.

Faixa 42 Esta sonoridade corresponde ao perfil randômico discretizado na geometria interna da clarineta por duas camadas, ($N_c = 2$), com secções transversais de áreas iguais.

Faixa 43 Esta sonoridade corresponde ao perfil randômico discretizado na geometria interna da clarineta por três camadas, ($N_c = 3$), com secções transversais de mesmas áreas.

Faixa 44 Esta sonoridade corresponde ao perfil randômico discretizado na geometria interna da clarineta por quatro camadas, ($N_c = 4$), com secções transversais de iguais áreas.

Faixa 45 Esta sonoridade corresponde ao perfil randômico discretizado na geometria interna da clarineta por cinco camadas, ($N_c = 5$), com secções transversais de iguais áreas.

Faixa 46 Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico deslocado discretizado na geometria interna da clarineta por duas camadas, ($N_c = 2$), com secções transversais de idênticas áreas.

Faixa 47 *Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico deslocado discretizado na geometria interna da clarineta por três camadas, ($N_c = 3$), com secções transversais de iguais áreas.*

Faixa 48 *Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico deslocado discretizado na geometria interna da clarineta por quatro camadas, ($N_c = 4$), com secções transversais de mesmas áreas.*

Faixa 49 *Esta sonoridade corresponde ao perfil parabólico deslocado discretizado na geometria interna da clarineta por cinco camadas, ($N_c = 5$), com secções transversais de áreas idênticas.*

Faixa 50 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades triangular com pressão de entrada variando exponencialmente. A discretização corresponde a três camadas de mesma área.*

Faixa 51 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades parabólico com pressão de entrada variando exponencialmente. A discretização corresponde a três camadas de mesma área.*

Faixa 52 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades triangular com pressão de entrada tendo como transiente uma função parabólica. A discretização corresponde a três camadas de mesma área.*

Faixa 53 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades constante com pressão de entrada tendo como transiente uma função parabólica. A discretização corresponde a três camadas de mesma área.*

Faixa 54 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades triangular com pressão de entrada variando inicialmente através de uma função quadrática. A discretização corresponde a três camadas de mesma área.*

Faixa 55 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades parabólico deslocado com pressão de entrada variando inicialmente através de uma função quadrática. A discretização corresponde a três camadas de mesma área.*

Faixa 56 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades triangular com pressão de entrada variando exponencialmente. A discretização corresponde a cinco camadas de mesma largura.*

Faixa 57 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades parabólico com pressão de entrada variando exponencialmente. A discretização corresponde a cinco camadas de mesma largura.*

Faixa 58 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades triangular com pressão de entrada tendo como transiente uma função parabólica. A discretização corresponde a cinco camadas de mesma largura.*

Faixa 59 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades randômico com pressão de entrada tendo como transiente uma função parabólica. A discretização corresponde a cinco camadas de mesma largura.*

Faixa 60 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades triangular com pressão de entrada variando inicialmente através de uma função quadrática. A discretização corresponde a cinco camadas de mesma largura.*

Faixa 61 *Esta sonoridade corresponde ao perfil de velocidades constante com pressão de entrada variando inicialmente através de uma função quadrática. A discretização corresponde a cinco camadas de mesma largura.*

Faixa 62 *Esta amostra apresenta a transição entre notas utilizando a técnica “parallel crossfade”.*

Capítulo 7

Discussão dos Resultados de Síntese

É difícil estabelecer uma “medida” para indicar a aproximação da sonoridade do modelo com o instrumento real. A finalidade de apresentar inicialmente a sonoridade da nota D_3 emitida pelo aparato experimental (Faixa 1 e Faixa 2) e posteriormente por uma instrumentista (Faixa 3 e Faixa 4) foi para posicionar os resultados de síntese entre estas duas sonoridades.

Nota-se que os resultados de síntese sonora tem ligeira semelhança com o resultado experimental quando se observa a variação da pressão.

Iniciando-se a análise das sínteses por modelagem física através do modelo com impedância ideal na saída indicado pela estrutura da Figura 6.7, isto é $Z_L = 0$, ressalta-se que a sonoridade é particularmente distinta da proposta de uma clarineta (Faixa 5). Daí a importância do filtro de saída indicado por $R_L(z)$. Porém, as amplitudes espectrais bem como o corte no no instante intermediário já apresentam as características que permanecerão presentes nos modelo semelhantes ao *modelo elementar*. As amplitudes dos componentes espectrais têm envelopes temporais aproximadamente constantes e os valores das amplitude destes componentes decrescem com o aumento da frequência do componente espectral (Figura 6.4). Nota-se também a característica dos tubos cilíndricos onde os harmônicos pares têm intensidades menores que os ímpares (Figura 6.5). Observa-se na Figura 6.6 que a variação da pressão interna aproxima-se de uma onda quadrada.

Ao acrescentar o filtro de reflexão/transmissão na saída, $R_L(z)$, mostrado na Figura 6.11, a sonoridade já remete a um instrumento de sopro (Faixa 6). Apesar da amplitude espectral ter semelhança com o caso de impedância ideal na saída, a relação entre as amplitudes dos componentes espectrais ímpares são menores (Figura 6.8 e Figura 6.9). A variação da pressão interna (Figura 6.10) tem contono simples, porém não caracteriza uma onda quadrada.

O *modelo elementar* (Figura 6.15), provavelmente por ter pequena parte fracionária, possui sonoridade pouco distinta do exemplo anterior porém perceptível (Faixa 7). Os componentes espectrais (Figura 6.12 e Figura 6.13) apresentam o mesmo formato do exemplo anterior, apesar de apresentar amplitudes relativas diferentes. Analogamente, a variação da pressão interna no interior do tubo, nos dois instantes, são similares (Figura 6.14).

Ao acrescentar a geometria da campana ao tubo cilíndrico (Figura 6.19) notam-se diferenças com relação ao *modelo elementar*. A começar pela sonoridade (Faixa 8), que se aproxima melhor de um instrumento de sopro. A quantidade de componentes espectrais reduziu-se significativamente e a relação entre as amplitudes dos componentes pares e ímpares (principalmente o $9^\circ \pm 1380\text{Hz}$ e $10^\circ \pm 1530\text{Hz}$). Ver Figura 6.16 e Figura 6.17. Ainda, a variação da pressão interna não apresenta

um contorno simples como pode ser observado pela Figura 6.18.

Ao impor uma geometria interna no tubo (apesar de artificial) conforme Tabela 6.1 e Figura 6.23, observa-se a oscilação da amplitude dos espectros em função do tempo (Figura 6.20). Também observável pela sonoridade (Faixa 9). Interessante notar que a relação entre as amplitudes dos componentes ímpares também foi alterada (Figura 6.21). Assim como o formato das curvas da pressão interna tornou-se mais complexo (Figura 6.22).

7.0.1 Discretizando a Geometria Interna

As sonoridades correspondentes à Faixa 10 até a Faixa 49 correspondem à discretização por mesma largura alterando o número de camadas de $N_c = 2$ a $N_c = 5$ e discretização por mesma área também alterando analogamente o número de camadas.

Ambas formas de discretização proporcionaram um resultado timbrístico, subjetivamente, mais próximo da sonoridade da clarineta. Percebe-se diferença de sonoridade entre discretização por mesma espessura e por mesma área. Porém, o número de camadas não apresentou significativa alteração da sonoridade para ambas formas de discretização.

Para ambas formas de discretização observa-se que a fundamental e o terceiro componente espectral têm valores de amplitudes que sobressaem com relação aos demais, e isto é independente do perfil de velocidades. O envelope temporal da amplitude do perfil triangular é praticamente constante enquanto para os demais perfis o envelope temporal varia consideravelmente.

O perfil triangular também se distingue dos demais perfis quanto às curvas da pressão interna no instrumento. Todos os perfis produzem curvas com formato complexo e irregular, porém nota-se certa homogeneidade no formato da curva para os perfis exceto para o triangular.

Estas diferenças entre o perfil triangular e demais perfis também podem ser percebidas através da sonoridade. A amostra sonora do perfil triangular discretizado por mesma espessura está na Faixa 10 até Faixa 13 e discretizado por mesma área na Faixa 30 até Faixa 33.

7.0.2 Efeito do Transiente da Pressão de Entrada

A influência do transiente inicial da pressão de entrada, apresentado na seção 6.5, está indicadas através das Figuras 6.68 a 6.85. Conforme discutido naquela seção, o perfil triangular foi pareado aos demais perfis para $N_c = 3$ camadas, neste caso com discretização por mesma área, e para $N_c = 5$ camadas com discretização por mesma espessura. As Faixas 50 até 61 correspondem aos respectivos exemplos sonoros.

As curvas utilizadas para o transiente, descritas na Figura 5.14, foram *função exponencial*, *função parabólica*, *função quadrática* e *função rampa*. Todas as amostras sonoras anteriores foram obtidas com a função rampa.

O transiente de entrada corresponde a cerca de 2,27ms (ou 100 amostras). Não se percebeu diferença significativa com relação aos exemplos onde a função rampa foi utilizada como transiente. Reforça-se, no entanto, a homogeneidade dos demais perfis com relação ao perfil triangular.

Capítulo 8

Conclusão e Proposta de Continuidade do Estudo

A intenção deste trabalho foi construir um material em acústica de instrumentos musicais, em particular, para sopros da família das madeiras, que de certa forma possibilitasse uma interdisciplinaridade. Objetivo este de difícil alcance.

Por isso, o segundo capítulo apresentou a acústica utilizando ferramentas matemática e física de nível secundário visando, principalmente, os músicos. O computador já é visto como um instrumento musical e há real possibilidade de músicos, segundo Smith [54], saber lidar com os filtros digitais.

A síntese por modelagem física através do guia de ondas digital é uma ferramenta que comprova serem os filtros digitais apropriados para a formulação de algoritmos de reverberação, portanto, para a síntese de instrumentos musicais em tempo real.

A alternativa através da modelagem das equações diretamente por diferença finita, conforme Bilbao [55], tem por desvantagem o custo computacional além da instabilidade numérica. Este esforço computacional advém da discretização espacial e temporal. A atualização da malha na região do tubo fica prejudicada quanto menor for a escolha do passo temporal k e espacial h . Ainda, o posicionamento dos furos nem sempre está em um ponto da malha estabelecida.

O guia de ondas trata facilmente o tubo ressonador. A conexão de comprimentos não inteiros de delay lines é tratada utilizando filtros fracionários.

A maior vantagem da modelagem por diferença finita, ainda segundo Bilbao [55], consiste na fidelidade à física do modelo contínuo espaço/tempo.

A introdução do escoamento e ainda do perfil de velocidades neste trabalho propociona um contexto mais realístico da modelagem. De certo, a escolha aqui dos perfis de velocidade teve certa arbitrariedade. No entanto, apresentou novas possibilidades timbríticas para a síntese. Ainda, após estudo fluidodinâmico experimentais, poderá proporcionar um ferramental para o projeto e análise de instrumentos musicais com maior fidelidade.

A propagação da onda sonora em meio com escoamento foi discutiva no texto de Landau [29]. A transposição daquele conhecimento para a linguagem do guia de ondas, de certa forma simples, foi discretizar o interior do instrumento em diversos guias de ondas. Desta forma, pode-se representar o escoamento com qualquer possibilidade de perfil de velocidades.

A discretização não acrescentou maior esforço computacional devido à eficiência do guia de ondas. Este procedimento vem ao encontro da modelagem física quanto à utilização de parâmetros em

contexto real. Possibilita, com isto, construir novas sonoridades manipulando variáveis acessíveis fisicamente.

A transição de notas, ainda em desenvolvimento, mostrou a possibilidade de construção de uma sonoridade híbrida entre cordas e sopro. Conforme categorização de Kojs et alii [56], esta modelagem física pode formar um “*cyberinstrument*” híbrido ou mesmo extensivo e ter aplicação composicional. Esta é uma característica do guia de ondas digital, modelar a reverberação de instrumentos de corda e sopro. No artigo eles enumeram diversas composições que empregam a modelagem física por guia de ondas digital além de outras técnicas de síntese.

8.1 Proposta de Continuidade do Estudo

Um aspecto considerado essencial na continuidade deste trabalho é a construção de um lastro através de estudos experimentais. Fuks [57], [58] apresenta resultados experimentais para a clarineta que devem ser utilizados na reprodutibilidade do modelo de síntese proposto, assim que a distribuição do escoamento pela configuração de furos seja estabelecida.

Para a contribuição à idéia de discretização deve-se conduzir também estudo experimental em fluidodinâmica através do conjunto boquilha/tubo. Isto possibilitará não apenas estabelecer a distribuição do escoamento através do instrumento como também determinar outros parâmetros que possibilitará modelar o mecanismo de excitação com algoritmo mais eficiente. Consiste em determinar a variação da energia mecânica (*energia dissipada* entre a entrada da boquilha e interface boquilha/tubo. Com isso, pode-se aplicar a equação de Bernoulli, que inclui o tipo de perfil de velocidades, determinando a vazão no interior do tubo, conforme descrito em Perry [52, Equação(6-15), Seção 6, pág.6-7], e conseqüentemente a pressão no tubo.

A geometria cônica deve ser estudada através desta estrutura de filtros empregando-se também a discretização. A conexão de trechos cônicos necessita de filtros que são dependentes da frequência. Isto pode também melhorar a aproximação da geometria interna da clarineta além de modelar instrumentos como o saxofone.

Computacionalmente, faz-se necessário adquirir maior sensibilidade na comparação da modelagem direta das equações resolvendo-as numericamente por diferença finita ou mesmo elementos finitos. O avanço da tecnologia dos computadores possibilitará agilizar os algoritmos e esta técnica deve ser dominada.

Ainda, novos softwares estão disponíveis no mercado que possibilitam resolver diretamente as equações diferenciais parciais do modelo, por elementos finitos, através da Fluido Dinâmica Computacional, conhecida pela sigla em inglês CFD (“*Computational Fluid Dynamic*”). Esta ferramenta permitirá auxiliar no projeto e análise dos instrumentos musicais.

Referências Bibliográficas

- [1] Daniel R. Raichel. *The Science and Applications of Acoustics*. Springer Science, NY-USA, 2nd edition, 2006.
- [2] Axel Nackaerts. *Sound Synthesis by Simulation of Physical Models of Musical Instruments*. PhD thesis, KATHOLIEKE UNIVERSITEIT LEUVEN, Leuven, 2003.
- [3] Iannis Xenakis. *Formalized Music*. Pendragon Press, Hillsdale, NY, 2nd edition, 1992.
- [4] Max V. Mathews; John R. Pierce. The Computer as a Musical Instrument. *Scientific American*, 255(2):126–133, February 1987.
- [5] Hermann L.F. von Helmholtz. *On the Sensations of Tone*. Dover, New York, 3rd edition, 1954. trans. A.J. Ellis.
- [6] John M. Grey. Multidimension perceptual scaling of music timbres. *J. Acoust. Soc. Am.*, 61(5):1270–1277, May 1977.
- [7] Yee On Lo. *Toward a Theory of Timbre*. PhD thesis, CCRMA - Stanford University, California, 1987. Report No. STAN-M-42.
- [8] Dave Benson. *Music: A Mathematical Offering*. Dover, London, 1st edition, 2008. Versão simplificada disponível em: <http://www.maths.abdn.ac.uk/~bensondj/>. Último acesso, agosto de 2010.
- [9] Miller Puckette. The Theory and Technique of Electronic Music. homepage de Miller Puckette, California, 2006. Acessado em 19 de junho de 2008.
- [10] L.C. Oliveira; R. Goldemberg; J. Manzolli. Modelo empírico da sonoridade da clarineta aplicado como ferramenta composicional. In *Anais da XVI Congresso da ANPPOM*, Brasília, 2006. ANPPOM.
- [11] Ricardo Goldemberg. *Ciência, Tecnologia e Arte da Construção de Clarinetas*. Medford-MA, EUA, 2001. Relatório FAPESP de Bolsa de Pós-Doutoramento.
- [12] L.C. Oliveira; R. Goldemberg; J. Manzolli. Estudo da sonoridade da clarineta através de modelo experimental. In *Anais da XII Convenção Nacional da AES*, São Paulo, 2008. AES-Brasil.
- [13] Lord Rayleigh. *Theory of Sound*. Dover, New York, 2nd edition, 1945. 1st published in 1877.

- [14] H. Bouasse. *Instruments à Vent*. Librairie Delagrave, Paris, 1st edition, 1929.
- [15] C.V. Raman. On the mechanical theory of the vibrations of bowed strings and of musical instruments of the violin family, with experimental verification of the results. *Bull. Indian Assoc. Adv. Sci.*, 15:1–158, 1918.
- [16] John Backus. Small-vibration theory of the clarinet. *J. Acoust. Soc. Am.*, 35(1):305–312, March 1963.
- [17] A. H. Benade. *Fundamentals of Musical Acoustics*. Oxford Univ. Press, New York, 1st edition, 1976.
- [18] Cornelis Johannes Nederveen. *Acoustical Aspects of Woodwind Instruments*. Northern Illinois University Press, DeKalb, Illinois, 2nd edition, 1998.
- [19] Neville H. Fletcher e Thomas D. Rossing. *The Physics of Musical Instruments*. Springer, New York, 2nd edition, 2005. 5th corr. printing.
- [20] Jean Kergomard. *Mechanics of Musical Instruments*, chapter Elementary considerations on reed-instruments oscillations (Chap.6). Springer, NY, 1995. Lectures Notes CISM.
- [21] J. Kergomard; S. Ollivier ; J. Gilbert. Calculation of the spectrum of self-sustained oscillations using a variable truncation method: application to cylindrical reed instruments. *Acustica - acta acustica*, 86:685–703, 2000.
- [22] Philippe Guillemain; Jean Kergomard; Thierry Voinier. Real-time synthesis of clarinet-like instruments using digital impedance models. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(1):483–494, July 2005.
- [23] M.E. McIntyre; R.T. Schumacher; J. Woodhouse. On the oscillations of musical instruments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 74:1325–1324, November 1983.
- [24] Julius Orion Smith III. Efficient simulation of the reed-bore and bow-string mechanisms. In *Proc. 1986 Int. Computer Music Conf.(ICMC'86)*, pages 275–280, The Hague, The Netherlands, 1986. Computer Music Association.
- [25] Julius Orion Smith III. *Music Application of Digital Waveguides*. CCRMA, California, May 1987. Tech. Report no. STAM-M-39.
- [26] Julius O. Smith III. Physical modeling using waveguides. *Computer Music Journal*, 16(4):74–91, November 1992.
- [27] Julius Orion Smith III. Bibliography: Physical modeling of musical instruments. Home Page, April 2008.
- [28] Gary Paul Scavone. *An Acoustic Analysis of Single-Reed Woodwinds Instruments with an Emphasis on Design and Performance Issues and Digital Waveguide Modeling Techniques*. PhD thesis, CCRMA - Stanford University, California, 1997.

- [29] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *Fluid Mechanics*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2nd edition, 1987.
- [30] John Michael Strawn. *Modeling Musical Transition*. PhD thesis, CCRMA - Stanford University, California, 1985. Report No. STAN-M-26.
- [31] André Almeida; Rene Chow; John Smith; Joe Wolfe. The kinetics and acoustics of fingering and note transitions on the flute. *J. Acoust. Soc. Am.*, 126(3):1521–1529, September 2009.
- [32] W. Shyy. Computational fluid dynamics with moving boundaries. In *Computational Methods and Physical Process in Mechanics and Thermal Sciences*. Taylor and Francis, New York, 1995.
- [33] M. Liefvendahl; C. Troeng. Deformation and regeneration of the computational grid for cfd with moving boundaries. In *45th AIAA Aerospace Science Meeting*, Nevada, 2007.
- [34] Andrey Ricardo da Silva; Gary Scavone. Numerical simulation of fluid-structure interactions in single-reed mouthpieces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122(3):1798–1809, September 2007.
- [35] Gary Scavone. Modeling vocal-tract influence in reed wind instruments. In *Stockholm Music Acoustics Conference*, Stockholm-Sweden, 2003.
- [36] Gary Scavone; Antoine Lefbvre; Andrey Ricardo da Silva. Measurement of vocal-tract influence during saxophone performance. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123(4):2391–2400, April 2008.
- [37] Claudia Fritz. *La Clarinette et le Clarinetiste: Influence du Conduit Vocal sur la Production du Son*. PhD thesis, Université Paris VI e University of New South Wales, Paris-Sydney, 2004.
- [38] Claudia Fritz and Joe Wolfe. How do clarinet players adjust the resonances of their vocal tracts for different playing effects? *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(5):3305–3315, November 2005.
- [39] A. H. Benade e E. Jansson. On plane and spherical waves in horns with nonuniform flare: I. theory of radiation, resonance frequencies and mode conversion. *Acustica*, 31(2):80–98, 1974.
- [40] H. Levine; J. Schwinger. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Phys. Rev.*, 73(4):383–406, 1948.
- [41] Vesa Välimäki. *Discrete-Time of Acoustics Tubes Using Fractional Delay Filters*. PhD thesis, Helsinki University of Technology, Helsinki, 1995.
- [42] A. H. Benade. On the mathematical theory of woodwind finger holes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 32(12):1591–1608, 1960.
- [43] D. H. Keefe. Acoustic streaming, dimensional analysis of nonlinearities, and tone hole mutual interactions in woodwinds. *J. Acoust. Soc. Am.*, 75(5):1804–1820, 1983.
- [44] D. H. Keefe. Woodwind air column models. *J. Acoust. Soc. Am.*, 88(1):35–51, 1990.
- [45] Suzanne Eve Hirschman. *Digital Waveguide Modeling and Simulation of Reed Woodwinds Instruments*. PhD thesis, CCRMA - Stanford University, California, 1991.

- [46] David P. Berners. *Acoustics and Signal Processing Techniques for Physical Modeling of Brass Instruments*. PhD thesis, Stanford University, California, 1999.
- [47] Julien Bensa; Stefan Bilbao; Richard Kronland-Martinet and Julius O. Smith III. The simulation of piano string vibration: From physical models to finite difference schemes and digital waveguides. *J. Acoust. Soc. Am.*, 114(2):1804–1820, August 2003.
- [48] Vesa Välimäki. *Discrete-time Modeling of Acoustic Tubes using Fractional Delay Filters*. Helsinki University of Technology, Espoo-Finland, 1995.
- [49] A. H. Benade. On woodwind instrument bores. *J. Acoust. Soc. Am.*, 31(2):137–146, 1959.
- [50] J. Backus. Input impedance curves for the reed woodwind instruments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 56(4):1266–1279, 1974.
- [51] G. R. Plitnik; W. J. Strong. Numerical method for calculating input impedances of the oboe. *J. Acoust. Soc. Am.*, 65(3):816–825, 1979.
- [52] Robert H. Perry; Don W. Green. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. Mc Graw-Hill, USA, 7th edition, 1999. Prepared by a staff of specialists under the editorial direction of late editor Robert H. Perry: editor, Don W. Green.
- [53] Lawrence Fritz. Musical instruments samples. <http://theremin.music.uiowa.edu/>. Acessado em 20 de janeiro de 2011.
- [54] Julius Orion Smith III. *Introduction to Digital Filter Theory*. CCRMA, California, April 1985. Tech. Report no. STAM-M-20.
- [55] Stefan Bilbao. Direct simulation of reed wind instrument. *Computer Music Journal*, 33(4):43–55, Winter2009 2009.
- [56] Juraj Kojs; Stefania Serafin; Chris Chafe. Cyberinstruments via physical modeling synthesis: Compositional applications. *Leonardo Music Journal*, 17:61–66, 2007.
- [57] L. FUKS ; J. SUNDBERG. Blowing pressures in bassoon, clarinet, oboe and saxophone. *Acta acustica*, 85(2):267–277, 1999.
- [58] Leonardo Fuks. *From Air to Music: Acoustical, physiological and perceptual aspects of reed wind instrument playing and vocal-ventricular fold phonation*. PhD thesis, Royal Institute of Technology, Estocolmo, 1999.
- [59] G.E.P. Box; W.G. Hunter; J.S. Hunter. *Statistics for Experimenters: An Introduction to Design, Data Analysis and Model Building*. John-Wiley & Sons, New York, 1978.

Apêndice A

Análise e Síntese por Tratamento Experimental

Os resultados aqui resumidos fazem parte de dois distintos trabalhos de Oliveira *et al.* [12] e [10]. Ambos tendo em comum o uso de um aparato experimental para produção sonora da clarineta e obtenção de um modelo algébrico para a frequência fundamental e dos componentes espectrais de algumas notas emitidas.

No primeiro estudo [10], os modelos de algumas notas da clarineta, distribuídas em três regiões de sua extensão, foram utilizados no ambiente gráfico “*Pure Data(Pd)*” com o objetivo de desenvolver uma metodologia de síntese para aplicação composicional.

Já no segundo trabalho [12], os modelos obtidos para uma quantidade maior de notas, ainda das três regiões de sua extensão, foram utilizados para analisar os efeitos de diferentes parâmetros na sonoridade do instrumento.

A exposição nas secções seguintes descreverá o procedimento experimental, a metodologia de análise baseada em projeto de experimentos e o procedimento de síntese empregado em Pd.

A.1 Aparato Experimental

A decisão por utilizar um aparato experimental para produção sonora da clarineta baseou-se no fato que o músico profissional invariavelmente tem por hábito corrigir a altura da nota emitida. Esta atitude, na maioria das vezes, é um procedimento automático oriundo de sua atividade. Sem dúvida que esta interferência teria conseqüências nos resultados obtidos.

O aparato experimental consiste de um compressor acoplado a uma caixa acrílica onde fixou-se a clarineta. A tampa é ajustável ao longo do comprimento da clarineta na região próxima à boquilha. As Figuras A.1 e A.2 mostram uma visão geral do conjunto experimental e o detalhe de contato com a palheta, respectivamente.

O contato com a palheta consiste de um pequeno pedaço de borracha cuja área é variável assim como sua posição, podendo permanecer mais na ponta da palheta (*externa*), no fundo (*interna*) ou posição intermediária (*centro*).

A caixa acrílica tem tamanho fixo, porém a região de passagem do ar foi alterada colocando-se uma placa de isopor em diferentes posições de forma a restringir seu volume interno.

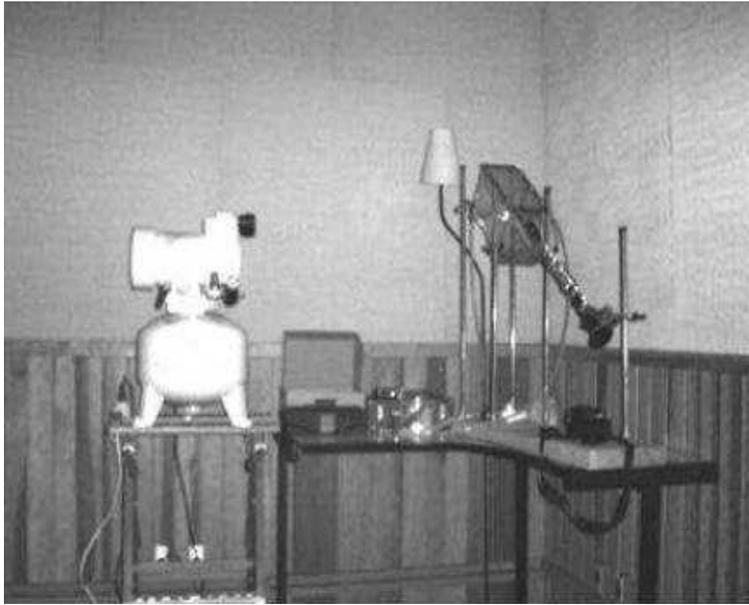


Fig. A.1: Visão Geral do Aparato Experimental.

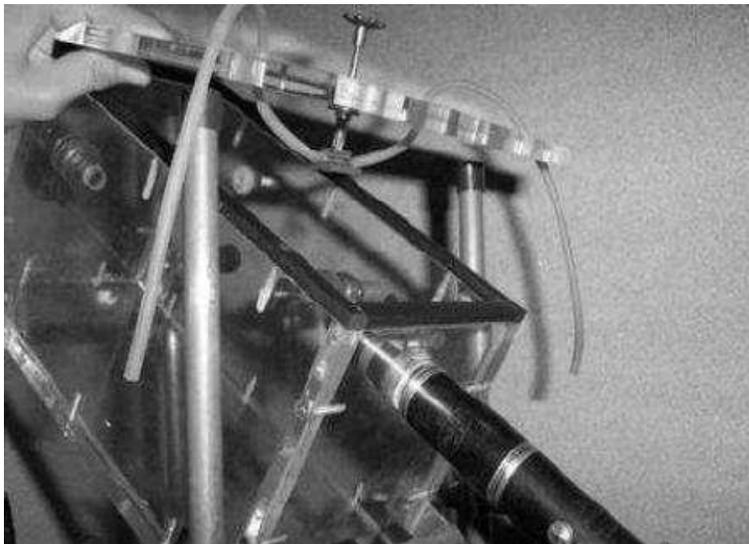


Fig. A.2: Detalhe do Contato com a Palheta.

Para alterar a nota emitida utilizou-se pequenas rolinhas de borracha para vedar os correspondentes furos para emissão da nota.

O som emitido foi registrado por um microfone unidirecional dinâmico (cardióide) com resposta de frequência entre 50 Hz e 15 kHz colocado a uma distância fixa de 40 cm da clarineta. Este microfone estava acoplado a um computador que amostrou o sinal numa taxa de 44,1 kHz e configuração de 16 bits. Um software instalado fez a análise espectral do sinal.

A.2 Análise Experimental

O procedimento experimental foi realizado segundo o *Projeto Fatorial Fracionado de Experimentos*, [59, ver Box *et al.*]. Em linhas gerais, esta técnica possibilita analisar problemas a partir de pequenas perturbações nas variáveis independentes (*fatores*) e obter um modelo na variável dependente (*resposta*).

Matematicamente, corresponde a uma expansão por série de Taylor da variável dependente em torno de um ponto central. O modelo obtido pode ser linear ou de ordem superior dependendo do arranjo de pontos em torno do ponto central.

Os fatores são parametrizados de modo a variar entre -1 e $+1$, onde os principais para o estudo foram o *Volume Vazio do Tanque Pulmão*(x_1), *Dureza da Palheta*(x_2), *Posição na Palheta*(x_3), *Boquilha*(x_4) e *Área de Contato com a Palheta*(x_5). Os valores utilizados estão indicados na Tabela A.1.

FATORES	NÍVEIS		
	-1	0	+1
Volume Vazio do Tanque Pulmão	60	65	70
Dureza da Palheta (#)	2,0	2,5	3,0
Posição na Palheta	Interna	Centro	Externa
Boquilha	A	B	C
Área de Contato com a Palheta (m ²)	$3,0 \times 10^{-5}$	$1,0 \times 10^{-4}$	$1,4 \times 10^{-4}$

Tab. A.1: Níveis dos Fatores nos Experimentos

As *respostas*(variáveis dependentes) verificadas nos trabalhos foram a *freqüência*(Y_f) e *amplitude*(Y_a) da fundamental e mais 11 componentes espectrais. Para o grupo de notas estudadas o modelo tanto para a freqüência como para a amplitude tem a forma indicada pela Equação A.1:

$$Y_i = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 \quad (\text{A.1})$$

onde o subscrito i é para indicar tanto freqüência (f) como amplitude(a).

A.3 Destaques da Síntese Experimental

A Figura A.3 mostra o *patch* principal, **note-chal.Pd**, para o cálculo da freqüência (pequenos blocos e parâmetros à esquerda) e amplitude(pequenos blocos e parâmetros à direita) da nota E_2 por síntese aditiva em Pd. Observe os pequenos blocos à esquerda onde depois do primeiro “*partial*” da primeira linha, que corresponde à fundamental, os demais componentes espectrais seguem numa relação, aproximadamente, de números inteiros para a freqüência.

É interessante salientar que os resultados experimentais obtidos para a freqüência e amplitude apresentam incertezas devido ao erro experimental. Estas incertezas foram implementadas no modelo, através do *patch dev.Pd* mostrado na Figura A.4 para a freqüência, de modo que a nota emitida pelo modelo *difícilmente* tem as mesmas características. Isto imprime certa “*humanização*” no modelo.

Por exemplo, quando o usuário deseja tocar a nota E_2 um conjunto de parâmetros (os coeficientes da Equação A.1) são acionados. Sendo a freqüência do terceiro componente espectral (440 ± 18),

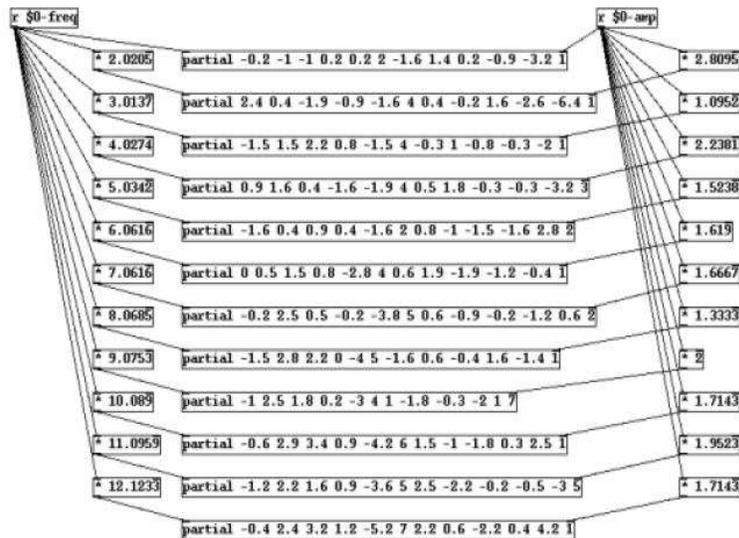


Fig. A.3: *Patch* para a Síntese da Nota D_2 .

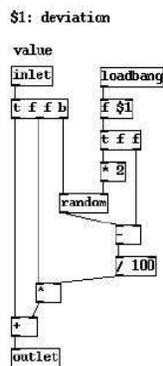


Fig. A.4: *Patch* para o Cálculo da Frequência, com Desvio, da Nota D_2 .

ver [10], o *patch dev.Pd* calculará um valor nesta faixa. Isto é feito para a frequência e amplitude da fundamental e dos componentes espectrais.

Este procedimento mostrou a possibilidade de estabelecer o vínculo entre um modelo empírico a um modelo computacional.

A.4 Destaques da Análise Experimental

Para a região *chalumeau* da clarineta os fatores descritos na secção A.2 têm influência a partir do segundo componente espectral [12]. Então, notou-se maior influência da abertura da boquilha. O aumento da abertura da boquilha tende a baixar os valores da frequência s dos componentes espectrais e

simultaneamente, este aumento da abertura proporciona amplitude mais elevada destes componentes.

Neste mesma região notou-se que existe uma interação entre a dureza da palheta e a posição em que o lábio inferior está posicionado. Numa posição mais interna (maior área de vibração da palheta), ao aumentar a dureza da palheta nota-se queda de alguns componentes espectrais (no artigo foi examinado o quinto). Quando na posição mais externa (menor área de vibração da palheta) a variação da dureza da palheta não afeta a frequência.

Utilizando uma palheta #2 e executando o movimento para diminuir a área de vibração da palheta, não se observa variação da frequência, porém se a palheta é #3 e realiza o mesmo movimento, o quinto harmônico eleva sua frequência em 7,5Hz.