TIAGO RODARTE RICCIARDI

CONTRIBUIÇÕES PARA A MODELAGEM DE CARGAS PARA ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

CAMPINAS

2015

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
Departamento de Sistemas e Energia

TIAGO RODARTE RICCIARDI

CONTRIBUIÇÕES PARA A MODELAGEM DE CARGAS PARA ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

Contributions to Load Modeling for Power Systems Static and Dynamic Analysis

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica, na Área de Energia Elétrica.

Orientador: PROF. DR. WALMIR DE FREITAS FILHO

Este exemplar corresponde à versão final da tese defendida pelo aluno Tiago Rodarte Ricciardi, e orientada pelo Prof. Dr. Walmir de Freitas Filho.

_____

CAMPINAS
2015

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

R359c

Ricciardi, Tiago Rodarte, 1986-
Contribuições para a modelagem de cargas para análise estática e dinâmica de sistemas de energia elétrica / Tiago Rodarte Ricciardi. – Campinas, SP : [s.n.], 2015.

Orientador: Walmir de Freitas Filho.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Energia elétrica, Sistemas de - Modelos matemáticos. 2. Energia elétrica - Medição. 3. Motores elétricos de indução. 4. Drives com velocidade variavel. 5. Dinâmica de sistemas. I. Freitas Filho, Walmir de,1971-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Contributions to load modeling for power systems static and dynamic analysis
Palavras-chave em inglês:
Electric energy systems - Mathematical models
Electricity - Measurement
Induction motors
Variable-frequency drive
System dynamics
Área de concentração: Energia Elétrica
Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica
Banca examinadora:
Walmir de Freitas Filho [Orientador]
Igor Kopcak
Carlos Frederico Meschini Almeida
Marcos Julio Rider Flores
Luiz Carlos Pereira da Silva
Data de defesa: 26-06-2015
Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: Tiago Rodarte Ricciardi

Data da Defesa: 26 de junho de 2015

Título da Tese: "Contribuições para a Modelagem de Cargas para Análise Estática e Dinâmica de Sistemas de Energia Elétrica"

Prof. Dr. Walmir de Freitas Filho (Presidente): _____

Prof. Dr. Igor Kopcak: _____

Prof. Dr. Carlos Frederico Meschini Almeida: _____

Prof. Dr. Marcos Julio Rider Flores: _____

Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva: _____

Resumo

Modelos matemáticos e computacionais precisos dos diversos componentes de um sistema de energia elétrica são importantes para estudos e simulações em um cenário de planejamento e operação da rede elétrica. Dentre os elementos de um sistema de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, as cargas são as que apresentam maiores dificuldades em serem adequadamente representadas. Embora esse tema de pesquisa tenha sido exaustivamente explorado, a modelagem de carga tem recebido renovada atenção do setor produtivo e da academia por uma série de fatores, dentre os quais podemos destacar a proliferação de medidores eletrônicos, o interesse por modelos de novos equipamentos e a necessidade da representação mais fiel do comportamento de diferentes cargas frente a distúrbios no sistema. Esta tese de doutoramento propõe duas contribuições na linha de pesquisa sobre modelagem de carga em sistemas de energia elétrica. A primeira delas trata-se de um método de modelagem de carga baseado em medições e na detecção de distúrbios naturais de tensão. O procedimento proposto emprega medidores eletrônicos simples, que são instalados junto a instalações em sistemas de distribuição com motivo outro que não o de modelagem de carga. A ideia principal é a de utilizar tais medidores para, paralelamente a função que desempenham, fornecer para a concessionária informações sobre modelos de carga, como um subproduto da função principal que desempenham. A segunda contribuição proposta é na linha da modelagem de carga baseada em templates, uma técnica recentemente proposta na literatura para modelagem dinâmica de cargas industriais de grande porte. Nesta tese é proposto um modelo dinâmico simplificado de motores de velocidade variável controlados via conversores eletrônicos (*Variable Frequency Drives* – VFDs), o qual é baseado em um modelo modificado de um motor de indução. O modelo proposto é adequado ao contexto da estrutura de modelagem de cargas industriais proposta pela técnica de modelagem baseada em templates e pode ser facilmente agregado e analisado em programas de simulação por parte de usuários sem necessidades de alterações do código fonte.

Palavras-chave: Dinâmica de sistemas de energia elétrica, medições em sistemas de energia elétrica, modelagem de carga, motores de indução, motores de velocidade variável.

Abstract

Accurate mathematical and computational models from various electric power systems components are important in a scenario of power systems studies and simulations for grid planning and operation. Among the elements in the electricity generation, transmission and distribution systems, the loads are probably the most difficult ones to be accordingly represented. Though this research topic has been exhaustively explored, there is a renewed interest in industry and academia for power systems load modeling, due to several reasons, including the proliferation of smart meters, the appearance of non-conventional types of load and the continuing need for even more confident representation of different load response for system disturbances. This Ph.D. thesis proposes two contributions to power systems load modeling research field. The first one deals with a load modeling method based on measurements and the detection of natural voltage disturbances. The proposed scheme uses simple smart meters, installed close to customers with a main goal other than load modeling. The main idea is to use data provided by those meters to, in parallel to the main function performed by this device, provide to the utility information regarding load models, as a byproduct capable to add value to the investment in this meters. The second contribution is in the template based load modeling, a recently methodology proposed for dynamic modeling of large industrial facilities. In this thesis, a simplified Variable Frequency Drive (VFD) dynamic model is proposed, which one is based on a modified induction machine model. The proposed model is suitable to the dynamic load model structure proposed by the template based methodology and can be easily aggregated and analyzed in simulation software by basic users without the need of programming a complex model.

Keywords: Induction motors, load modeling, power system dynamics, power system measurements, variable frequency drives.

Sumário

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO 1

1.1 Motivações 1

1.2 Escopo da Tese 3

1.3 Organização da Tese 3

CAPÍTULO 2 MODELAGEM DE CARGA: UMA REVISÃO 5

2.1 O que é Modelagem de Carga? 9

2.1.1 O que é um Modelo de Carga? 9

2.1.2 Importância da Modelagem de Carga 10

2.2 Principais Modelos de Carga 13

2.2.1 Modelos Estáticos 14

2.2.2 Modelos Dinâmicos 21

2.3 Técnicas para Parametrização de Modelos de Carga 25

2.3.1 Abordagem Baseada em Medições 26

2.3.2 Abordagem Baseada em Componentes 29

2.3.3 Modelagem de Carga Baseada em Templates 31

CAPÍTULO 3 MODELAGEM DE CARGA BASEADA EM MEDIÇÕES E NA DETECÇÃO DE DISTÚRBIOS NATURAIS DE TENSÃO 33

3.1 Aspectos Teóricos e Conceituais 35

3.2 Projeto Piloto: Procedimento de Medição 42

3.3 Análise dos Dados 47

3.3.1 Filtragem dos Eventos $|\Delta V| \geq 0{,}5\%$ 47

3.3.2 Filtragem dos Eventos com Sensibilidades $\Delta P/\Delta V$ e $\Delta Q/\Delta V$ Positivas 55

3.3.3 Obtenção dos Parâmetros do Modelo Exponencial 56

3.3.4 Análise de Outros Eventos 66

3.4 Medições de um Edifício Comercial 72

3.4.1 Obtenção dos Parâmetros do Modelo Exponencial 75

3.5 Sumário 80

CAPÍTULO 4 UM MODELO SIMPLIFICADO DE *VFD* PARA MODELAGEM DINÂMICA DE CARGAS INDUSTRIAIS 83

4.1 Modelos de *VFD* Descritos na Literatura 83

4.1.1 Modelo Chaveado (*Switched*) 83

4.1.2 Modelo Contínuo (*Average*) para Simulação Dinâmica Fasorial 87

4.1.3 Comparação Modelo *EMTP Switched* × Modelo *RMS Average* 118

4.2 Modelo Proposto 129

4.2.1 Comparação do Modelo *RMS Average* × Motor de Indução 129

4.2.2 Modelo Equivalente I 133

4.2.3 Modelo Equivalente II 138

4.3 Validação do Modelo Proposto 140

4.3.1 Comparação Modelo *RMS* A*verage* × Modelo Equivalente I (EQ-I) do *Drive* 140

4.3.2 Comparação Modelo Equivalente I (EQ-1) × Modelo Equivalente II (EQ-2) do *Drive* 143

4.3.3 Comparação Modelo *RMS Average* × Modelo Equivalente: *VFD* em Paralelo com um Motor de Indução 146

4.4 Agregação 149

4.5 Sumário 155

CAPÍTULO 5 CONCLUSÕES 157

5.1 Contribuições da Tese 158

5.2 Sugestões para Pesquisas Futuras 158

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 161

Agradecimentos

Gostaria de prestar meus mais profundos e sinceros agradecimentos:

- Ao Professor Walmir Freitas, pela orientação, pelos conselhos, pelas oportunidades, pela amizade, pela confiança e pelo exemplo que me guia nas minhas mais diversas atividades profissionais e pessoais.
- Ao Professor Wilsun Xu, da *University of Alberta*, Canadá, que me recebeu em seu grupo para a realização de estágios de pesquisa que contribuíram de forma profunda para a minha formação.
- À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, a FAPESP, pelo fomento e apoio financeiro indispensáveis à realização desta pesquisa.
- Aos Professores da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, pela inestimável contribuição à minha formação e pelo muito que aprendo com eles.
- Aos meus amigos da UNICAMP que, aqui ou espalhados pelo mundo, me apoiaram, me incentivaram, me ensinaram, me aconselharam, me ajudaram e me acompanharam nessa jornada.
- À minha família, ao meu irmão, Túlio, à minha mãe, Kátia e ao meu pai, Telmo (*i.m.*), a quem me faltam palavras para expressar minha eterna gratidão e o meu profundo amor.

Campinas/SP, maio de 2015.

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Modelos utilizados para estudos estáticos. FONTE: ([15]). 15
Figura 2.2 – Conversão de parâmetros do modelo exponencial para o modelo polinomial..... 20
Figura 2.3 – Modelos utilizados para estudos dinâmicos: (a) potência ativa e (b) potência reativa. FONTE: ([15])..... 22
Figura 2.4 – Técnicas utilizadas para parametrização de modelos de carga. FONTE: ([15])..... 26
Figura 2.5 – Esquema geral de modelagem de carga baseada em medições..... 27
Figura 2.6 – Estrutura para modelagem de carga baseada em componentes. FONTE: ([40]). 31
Figura 3.1 – Impacto na tensão decorrente da comutação de *tap* de regulador de tensão em rede de distribuição..... 36
Figura 3.2 Perturbação na tensão decorrente da comutação de *tap* de regulador de tensão..... 37
Figura 3.3 – Resposta da potência ativa da carga à perturbação na tensão da Figura 3.2. 37
Figura 3.4 – Resposta da potência reativa da carga à perturbação na tensão da Figura 3.2. 38
Figura 3.5 – Patamares de valores antes e depois do evento..... 41
Figura 3.6 – Diagrama esquemático do procedimento de medição..... 42
Figura 3.7 – Medidor utilizado no projeto piloto de medição do supermercado: modelo EMBRASUL RE6000..... 43
Figura 3.8 – Perfil da tensão de atendimento à instalação ao longo de ~ 82 horas de medição..... 45
Figura 3.9 – Perfil da corrente de carga ao longo de ~ 82 horas de medição..... 46
Figura 3.10 – Perfil da potência ativa consumida pela instalação ao longo de ~ 82 horas de medição. 46
Figura 3.11 – Perfil da potência reativa consumida pela instalação ao longo de ~ 82 horas de medição... 47
Figura 3.12 – Detecção de evento $|\Delta V| \geq 0{,}5\%$. 48
Figura 3.13 – Ocorrência de eventos $|\Delta V_{\phi}| \geq 0{,}5\%$ pré-candidatos à modelagem de carga. 49
Figura 3.14 – Distribuição dos eventos para modelagem de carga com $|\Delta V| > 0{,}5$ % entre as fases do sistema. 50
Figura 3.15 – Detalhe do degrau de tensão associado ao Evento #8..... 58
Figura 3.16 – Detalhe do degrau de potência ativa associado ao Evento #8..... 59
Figura 3.17 – Detalhe do degrau de potência reativa associado ao Evento #8..... 59
Figura 3.18 – Detalhe da corrente associada ao Evento #8..... 60
Figura 3.19 – Detalhe do degrau de tensão associado ao Evento #32..... 61
Figura 3.20 – Detalhe do degrau de potência ativa associado ao Evento #32..... 61

Figura 3.21 – Detalhe do degrau de potência reativa associado ao Evento #32. 62
Figura 3.22 – Detalhe da corrente associada ao Evento #32. 63
Figura 3.23 – Detalhe do degrau de tensão associado ao Evento #37. 64
Figura 3.24 – Detalhe do degrau de potência ativa associado ao Evento #37. 64
Figura 3.25 – Detalhe do degrau de potência reativa associada ao Evento #37. 65
Figura 3.26 – Detalhe da corrente associada ao Evento #37. 66
Figura 3.27 – Afundamento de tensão de curta duração associado aos Eventos #9 e #10. 67
Figura 3.28 – Comportamento da carga durante o Evento #9 e #10 – Fase A: (a) potência ativa e (b) potência reativa. 68
Figura 3.29 – Comportamento da carga durante o Evento #9 e #10 – Fase B: (a) potência ativa e (b) potência reativa. 69
Figura 3.30 – Comportamento da carga durante o Evento #9 e #10 – Fase C: (a) potência ativa e (b) potência reativa. 69
Figura 3.31 – Afundamento de tensão nas três fases devido à provável partida de um motor. 70
Figura 3.32 – Resposta da potência ativa consumida pela instalação modelada. 71
Figura 3.33 – Resposta da potência reativa consumida pela instalação modelada. 71
Figura 3.34 – Corrente de entrada da instalação durante o distúrbio de tensão apresentado na Figura 3.31. 72
Figura 3.35 – Perfil da tensão de atendimento ao edifício comercial ao longo de ~ 120 horas de medição. 73
Figura 3.36 – Perfil da potência ativa consumida pelo edifício comercial ao longo de ~ 120 horas de medição. 73
Figura 3.37 – Perfil da potência reativa consumida pelo edifício comercial ao longo de ~ 120 horas de medição. 74
Figura 3.38 – Perfil da corrente de carga do efifício comercial ao longo de ~ 120 horas de medição. 74
Figura 3.39 – Ocorrência de eventos $|\Delta V_\phi| \geq 0{,}5\%$ pré-candidatos à modelagem de carga. 75
Figura 3.40 – Detalhe do degrau de tensão associado ao Evento #36. 76
Figura 3.41 – Detalhe do degrau de potência ativa associado ao Evento #36. 77
Figura 3.42 – Detalhe do degrau de potência reativa associado ao Evento #36. 77
Figura 3.43 – Detalhe do degrau de tensão associado ao Evento #37. 79
Figura 3.44 – Detalhe do degrau de potência ativa associado ao Evento #37. 79
Figura 3.45 – Detalhe do degrau de potência reativa associado ao Evento #37. 80
Figura 4.1 – Estrutura geral de um *VFD*. 83

Figura 4.2 – Estrutura detalhada de um *VFD* fonte de tensão com controle V/Hz constante – retificador controlado a tiristores e inversor de onda quadrada de 6 pulsos. 86
Figura 4.3 – Estrutura detalhada de um *VFD* fonte de tensão com controle V/Hz constante – retificador não-controlado a diodos e inversor modulado por largura de pulso..... 86
Figura 4.4 – Retificador trifásico controlado. 89
Figura 4.5 – Formas de onda no retificador trifásico controlado. 90
Figura 4.6 – Inversor trifásico. 109
Figura 4.7 – Formas de onda no inversor de frequência de 6 pulsos. 110
Figura 4.8 – Circuito equivalente do modelo *average* do *VFD*..... 118
Figura 4.9 – Diagrama de blocos do modelo *average* do VFD. 118
Figura 4.10 – Diagrama unifilar do sistema utilizado na validação dos modelos discutidos neste capítulo. 119
Figura 4.11 – Perturbação em degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial. 120
Figura 4.12 – Resposta da magnitude da tensão terminal ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial..... 120
Figura 4.13 – Resposta da magnitude da corrente terminal ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial..... 121
Figura 4.14 – Resposta da potência ativa ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial..... 121
Figura 4.15 – Resposta da potência reativa ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial..... 122
Figura 4.16 – Resposta da magnitude da tensão do elo CC ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial..... 122
Figura 4.17 – Resposta da magnitude da corrente do elo CC ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial..... 123
Figura 4.18 – Resposta da velocidade do motor de indução ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial..... 123
Figura 4.19 – Resposta da magnitude da tensão terminal ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial. 124
Figura 4.20 – Resposta da magnitude da corrente terminal ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial. 125
Figura 4.21 – Resposta da potência ativa ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial. 125

Figura 4.22 – Resposta da potência reativa ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial..... 126
Figura 4.23 – Resposta da magnitude da tensão do elo CC ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial. 126
Figura 4.24 – Resposta da magnitude da corrente do elo CC ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial..... 127
Figura 4.25 – Resposta da velocidade do motor de indução ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial. 127
Figura 4.26 – Resposta da potência reativa ao curto-circuito trifásico: detalhe comparativo entre o valor médio da simulação do modelo chaveado para simulação EMTP e o modelo *average* para simulação dinâmica fasorial. 128
Figura 4.27 – Resposta da magnitude da corrente do elo CC ao curto-circuito trifásico: detalhe comparativo entre o valor médio da simulação do modelo chaveado para simulação EMTP e o modelo *average* para simulação dinâmica fasorial. 129
Figura 4.28 – Resposta da magnitude da tensão terminal ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × conexão direta do motor de indução do *drive*. 130
Figura 4.29 – Resposta da magnitude da corrente terminal ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × conexão direta do motor de indução do *drive*. 131
Figura 4.30 – Resposta da potência ativa ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × conexão direta do motor de indução do *drive*..... 131
Figura 4.31 – Resposta da potência reativa ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × conexão direta do motor de indução do *drive*..... 131
Figura 4.32 – Detalhe das formas de onda da tensão terminal e da tensão do elo CC durante curto-circuito trifásico: modelo chaveado..... 132
Figura 4.33 – Detalhe da resposta da magnitude da corrente terminal ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × conexão direta do motor de indução do *drive*..... 133
Figura 4.34 – Modelo equivalente I proposto para representação do VFD..... 134
Figura 4.35 – Circuito elétrico equivalente do modelo 1. 134
Figura 4.36 – Diagrama esquemático de conexão das equações do modelo equivalente I do VFD. 138
Figura 4.37 – Transformação do modelo equivalente I (a) no modelo equivalente II (b)..... 139
Figura 4.38 – Resposta da magnitude da tensão terminal ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente I do *drive*. 141
Figura 4.39 – Resposta da magnitude da corrente terminal ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente I do *drive*. 141

Figura 4.40 – Resposta da potência ativa ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente I do *drive*. 142
Figura 4.41 – Resposta da potência reativa ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente I do *drive*. 142
Figura 4.42 – Resposta da magnitude da tensão terminal ao curto-circuito trifásico: modelo equivalente I × modelo equivalente II do *drive*. 144
Figura 4.43 – Resposta da magnitude da corrente terminal ao curto-circuito trifásico: modelo equivalente I × modelo equivalente II do *drive*. 144
Figura 4.44 – Resposta da potência ativa ao curto-circuito trifásico: modelo equivalente I × modelo equivalente II do *drive*. 145
Figura 4.45 – Resposta da potência reativa ao curto-circuito trifásico: modelo equivalente I × modelo equivalente II do *drive*. 145
Figura 4.46 – Diagrama unifilar do sistema utilizado na validação dos modelos da instalação de motores. 146
Figura 4.47 – Resposta da magnitude da tensão terminal da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II. 147
Figura 4.48 – Resposta da magnitude da corrente terminal da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II. 147
Figura 4.49 – Resposta da potência ativa da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II. 148
Figura 4.50 – Resposta da potência reativa da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II. 148
Figura 4.51 – Agregação de um VFD com um motor de indução. 149
Figura 4.52 – Procedimento detalhado de agregação de *n* motores de indução que resultam em um motor de indução equivalente. 150
Figura 4.53 – Resposta da magnitude da tensão terminal da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II × equivalente agregado da instalação. 153
Figura 4.54 – Resposta da magnitude da corrente terminal da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II × equivalente agregado da instalação. 154
Figura 4.55 – Resposta da potência ativa da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II × equivalente agregado da instalação. 155

Figura 4.56 – Resposta da potência reativa da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II × equivalente agregado da instalação. 155

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Características da carga modelo polinomial (ZIP). 18
Tabela 2.2 – Parâmetros dos modelos exponencial e polinomial para alguns modelos típicos de carga. ... 21
Tabela 2.3 – Modelos dinâmicos de motores de indução trifásicos. 23
Tabela 2.4 – Variáveis e parâmetros do modelo de 3ª ordem do motor de indução trifásico. 25
Tabela 3.1 – Características do Método Proposto × Método de Referência. 35
Tabela 3.2 – Valores de potência e tensão para o exemplo das Figuras 3.2, 3.3 e 3.4. 40
Tabela 3.3 – Trecho do arquivo texto contendo os valores medidos. 44
Tabela 3.4 – Degrau de tensão $|\Delta V_{\phi}| \geq 0{,}5\%$ para o instante i = 20096. 48
Tabela 3.5 – Eventos pré-selecionados para modelagem de carga ao longo do período de ~ 82 horas de medição. 50
Tabela 3.6 – Eventos pós-selecionados para modelagem de carga ao longo do período de ~ 82 horas de medição. 53
Tabela 3.7 – Parâmetros *np* e *nq* do modelo de carga exponencial para a instalação modelada. 57
Tabela 3.8 – Valores de potência e tensão para o Evento #8. 58
Tabela 3.9 – Valores de potência e tensão para o Evento #32. 61
Tabela 3.10 – Valores de potência e tensão para o Evento #37. 63
Tabela 3.11 – Valores de potência ativa e tensão para os Eventos #9 e #10. 67
Tabela 3.12 – Valores dos parâmetros do modelo da carga para os Eventos #9 e #10. 68
Tabela 3.13 – Valores de potência e tensão para o Evento #36. 76
Tabela 3.14 – Valores de potência e tensão para o Evento #37. 78
Tabela 4.1 – Valores da tensão retificada para cada um dos intervalos do período $\omega \cdot t = 2\pi$ 91
Tabela 4.2 – Valores da tensão invertida para cada um dos intervalos do período $\omega \cdot t = 2\pi$ 111
Tabela 4.3 – Valores dos parâmetros para simulação dos modelos do *drive*. 119

Nomenclatura

np	Parâmetro do modelo de carga estático exponencial: potência ativa
nq	Parâmetro do modelo de carga estático exponencial: potência reativa
a	Coeficiente do termo com característica de impedância constante no modelo de carga polinomial: potência ativa
b	Coeficiente do termo com característica de corrente constante no modelo de carga polinomial: potência ativa
c	Coeficiente do termo com característica de potência constante no modelo de carga polinomial: potência ativa
d	Coeficiente do termo com característica de impedância constante no modelo de carga polinomial: potência reativa
e	Coeficiente do termo com característica de corrente constante no modelo de carga polinomial: potência reativa
f	Coeficiente do termo com característica de potência constante no modelo de carga polinomial: potência reativa
$\Delta V_{\phi}[i]$	Degrau de tensão na fase ϕ avaliado no instante i
ΔP_{ϕ}	Degrau de potência ativa na fase ϕ avaliado no instante i
ΔQ_{ϕ}	Degrau de potência reativa na fase ϕ avaliado no instante i
$v_d^{'}$	Tensão interna de eixo direto do motor de indução
$v_q^{'}$	Tensão interna de eixo em quadratura do motor de indução
$\overline{\omega}_r$	Velocidade do motor de indução
v_{dIM}	Tensão terminal de eixo direto do motor de indução
v_{dIM}	Tensão terminal de eixo em quadratura do motor de indução
i_{dIM}	Corrente de eixo direto do motor de indução
i_{dIM}	Corrente de eixo em quadratura do motor de indução
T_{el}	Torque (conjugado) eletromagnético
T_m	Torque (conjugado) da carga mecânica
L_c	Indutância de comutação
R_{DC}	Resistência do elo CC
L_{DC}	Indutância do elo CC

C_{DC}	Capacitância do elo CC
R_s	Resistência do estator do motor de indução
R_r	Resistência do rotor do motor de indução
L_s	Indutância do estator do motor de indução
L_r	Indutância do rotor do motor de indução
L_m	Indutância de magnetização do motor de indução
X'	Reatância transitória do motor de indução
α	Ângulo de disparo dos tiristores do estágio retificador do *VFD*
β	Ângulo de comutação dos tiristores do estágio retificador do *VFD*
L_{eq}	Indutância do modelo equivalente do *VFD*
C_{eq}	Capacitância do modelo equivalente do *VFD*
fp_{VFD}	Fator de potência do *VFD*
fp_{IM}	Fator de potência do motor de indução
i_R	Corrente de saída do estágio retificador do *VFD*
v_R	Tensão de saída do estágio retificador do *VFD*
i_I	Corrente de entrada do estágio inversor do *VFD*
v_I	tensão de saída do estágio inversor do *VFD*

Capítulo 1 Introdução

As decisões relativas à operação, ao planejamento da expansão, ao reforço ou à melhoria de desempenho da operação dos sistemas de energia elétrica são fundamentadas em resultados de simulações computacionais de modelos matemáticos que descrevem o sistema. Nesse contexto estão contemplados, por exemplo, os estudos de fluxo de carga, de curto-circuito, de transitórios eletromagnéticos, de estabilidade e tantos outros. Analisar e planejar um sistema de grandes dimensões, que se espalha por uma vasta área geográfica e que envolve milhares de variáveis de controle é uma tarefa bastante complicada que, no atual estágio de evolução e complexidade dos sistemas de energia elétrica, é virtualmente impossível de ser feita de outra forma se não através de metodologias que empreguem simulações de tais modelos matemáticos em computadores digitais ([1]–[3]).

A representação apropriada de todos os componentes de um sistema de potência através de modelos matemáticos adequados é de extrema importância para que os resultados dessas simulações que avalizam as ações sobre os sistemas reais não sejam nem subdimensionadas, o que comprometeria a operação segura e confiável, nem sobredimensionadas, para minimizar custos e investimentos ([4]). Dentre os diversos componentes dos sistemas de energia elétrica, a carga é possivelmente o que apresenta maior dificuldade para ser adequadamente modelado em ferramentas de análise computacional de sistemas elétricos de potência. Na evolução da representação dos sistemas de energia elétrica para análise computacional, embora todos os componentes devam ser apropriadamente considerados, muita atenção foi dada à modelagem pormenorizada de geradores e aos equipamentos de transmissão de energia elétrica, porém a representação do comportamento da carga recebeu menos atenção em razão da sua complexidade e continua sendo ainda um tema cercado de muitas incertezas, apesar de sua importância.

1.1 Motivações

Embora seja uma área de pesquisa bem tradicional em sistemas de energia elétrica, a modelagem de carga é um tema que, devido a uma série de fatores, tem tido um renovado interesse por parte da academia e da indústria do setor de energia elétrica. A importância e os desafios do problema de modelagem de carga por si só mantêm aquecido o interesse e a relevância do tema. A proliferação de medidores eletrônicos, o contexto das redes inteligentes, o maior interesse por estudos nas redes de distribuição, a busca incessante por melhores modelos que representem os componentes do sistema interligado são alguns aspectos mais

concretos que ajudam a explicar esse renovado interesse no tema. No contexto deste trabalho, duas recentes contribuições serviram de motivações mais concretas para o desenvolvimento da pesquisa.

A primeira delas foi a proposta de um método de medição e monitoramento de parâmetros de modelos de carga a partir do movimento natural de *taps* de transformadores reguladores de tensão (*Under Load Tap Changers, ULTCs*), apresentadada nas referências [5] e [6]. Embora existam na literatura trabalhos mais antigos que utilizem comutações de *tap* de reguladores de tensão como gatilho de procedimentos de modelagem de carga baseados em medição ([7], [8]), a proposta que motivou o presente trabalho era inédita no sentido de utilizar comutações naturais de *tap* para desencadear os algoritmos de modelagem de carga. O problema da utilização de comutações naturais é que os distúrbios de tensão resultantes são de pequena magnitude, muito menores do que os tradicionalmente utilizados em procedimentos de variação forçada da tensão para modelagem de carga, o que poderia inviabilizar a metodologia. Os resultados obtidos com extensivos testes mostraram que os distúrbios causados por movimentos naturais dos *taps* de *ULTCs* não apenas eram adequados como também eram mais propícios para o desenvolvimento de aplicações de monitoramento dos parâmetros da carga em tempo real. Uma das investigações realizadas neste trabalho constituiu-se de uma adaptação de tal técnica para um cenário de aplicação diferente e será discutida mais detalhadamente no decorrer do trabalho.

A segunda contribuição recente que serviu como motivação para o desenvolvimento desta tese foi a proposta de uma nova abordagem para modelagem dinâmica de instalações industriais de grande porte. Essa contribuição foi proposta como alternativa aos métodos tradicionais de modelagem de carga, muitas vezes incapazes de estabelecer modelos adequados para essa classe especial de carga, haja vista suas peculiaridades e a complexidade da sua resposta dinâmica a distúrbios no sistema ([9]–[11]). Essa técnica propõe a construção de *templates* de processos industriais típicos que poderiam então ser adaptadas a partir de poucas informações adicionais para a síntese de modelos dinâmicos de instalações específicas, que seriam então utilizados em estudos de planejamento e operação dos sistemas de transmissão. A estrutura genérica dos modelos sintetizados a partir dos *templates* é composta de uma carga estática equivalente, um motor síncrono equivalente, um motor de indução equivalente e um *VFD – Variable Frequency Drive –* equivalente. O modelo de *VFD* proposto para a estrutura genérica do modelo sintetizado a partir do *template*, embora seja correto é, contudo, muito complexo. Uma proposta de simplificação deste modelo foi um dos pontos investigados neste trabalho.

1.2 Escopo da Tese

Esta tese apresenta duas principais contribuições para a área de pesquisa em modelagem de carga. A primeira contribuição trata-se de um método de modelagem de carga baseado em medições e na detecção de distúrbios naturais de tensão. O procedimento proposto, adaptado de uma técnica previamente descrita na literatura ([5], [6]), emprega medidores eletrônicos mais simples, que são instalados junto a instalações em sistemas de distribuição com motivo outro que não o de modelagem de carga. A ideia principal é a de utilizar tais medidores para, paralelamente a função que desempenham, fornecer para a concessionária informações sobre modelos de carga, como um subproduto da função principal que desempenham. Essa contribuição procura responder a seguinte questão: *É possível utilizar medidores eletrônicos instalados em consumidores de redes de distribuição de energia elétrica, cuja função principal não está relacioanada à modelagem de carga, para, aproveitando-se de distúrbios que naturalmente ocorrem na operação dessas redes, extrair informações sobre parâmetros de modelos da carga, agregando valor ao investimento das distribuidoras em tais equipamentos?*

A segunda contribuição proposta é na linha da modelagem de carga baseada em *templates* recentemente proposta ([9]–[11]). O modelo de *VFD* utilizado pelos pesquisadores que propuseram a abordagem de modelagem de carga baseada em *templates* apresenta uma série de desvantagens. O modelo exige uma grande quantidade de parâmetros, o algoritmo de agregação proposto é bastante complexo e a implementação em ferramentas de simulação computacional requer um razoável esforço por parte do usuário. No presente trabalho é apresentada uma proposta de modelagem do *VFD* através de um motor de indução equivalente. Embora o modelo equivalente do *drive* seja aproximado, ele é bastante adequado ao contexto da estrutura de modelo de carga industrial, pode ser facilmente agregado, é de fácil aceitação e implementação em programas de simulação por parte de usuários. Essa contribuição procura responder a seguinte questão: *Como seria, no contexto da metodologia de modelagem de carga baseada em templates, um modelo simplificado de VFD, que possa ser facilmente implementado em programas comerciais de análise computacional de sistemas de energia elétrica?*

1.3 Organização da Tese

Esta tese está organizada da seguinte forma:

- O Capítulo 2 apresenta uma breve revisão de literatura sobre modelagem de carga em sistemas de energia elétrica. São discutidos conceitos gerais sobre o tema e sua importância no cenário de estudos e simulações computacionais em sistemas de energia elétrica. Os

principais modelos de carga descritos na literatura e utilizados por concessionárias e operadores de redes de transmissão e de distribuição de energia elétrica são apresentados bem como algumas das técnicas utilizadas para parametrização desses modelos são discutidas.

- No Capítulo 3 é apresentada a contribuição que consiste na modelagem de carga baseada em medições e na detecção de distúrbios naturais de tensão. São apresentados seus aspectos teóricos e em seguida é discutido um projeto piloto implementado em campo no qual o método foi empregado com a respectiva análise dos dados coletados durante sua realização.
- O Capítulo 4 apresenta a contribuição da tese na linha de modelagem da carga baseada em *templates*. Inicialmente são discutidos alguns modelos de *drives* presentes na literatura que serão utilizados para comparação com o modelo proposto. O modelo proposto é então apresentado, simulações de validação são discutidas e, finalmente, a agregação de VFDs é analisada sob a ótica do modelo proposto.
- As conclusões do trabalho são apresentadas no Capítulo 5, juntamente com sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2 Modelagem de Carga: Uma Revisão

A modelagem de carga é, provavelmente, um dos problemas mais desafiadores na área de sistemas de energia elétrica ([12]). Dentre os diversos componentes dos sistemas de energia elétrica, a carga é o que apresenta maior dificuldade para ser adequadamente modelada em ferramentas de análise computacional de sistemas elétricos de potência: se por um lado os modelos são mais simples, sem uma representação tão detalhada e pormenorizada quanto a dos geradores e dos equipamentos das redes de transmissão e de distribuição, por outro lado a escolha dos parâmetros dos modelos e a sua adequação ao cenário real é mais envolta em dúvidas e simplificações do que no caso dos demais componentes de rede. Na evolução da representação dos sistemas de energia elétrica para análise computacional, embora todos os componentes devam ser apropriadamente considerados, muitos avanços foram obtidos com a modelagem pormenorizada de geradores e dos equipamentos de transmissão de energia elétrica, porém a representação do comportamento da carga continua sendo ainda um tema cercado de muitas incertezas, apesar de sua importância.

Embora a área de pesquisa em modelagem de carga seja bem desenvolvida e estabelecida, devido à atenção que recebeu por sua importância desde os primórdios dos avanços na análise computacional de sistemas de energia elétrica, há um renovado interesse tanto da indústria quanto da academia neste importante tema. Esse renovado interesse tem sido direcionado por diversos fatores, dentre os quais podemos destacar como principais motivos, a saber ([13]):

- O surgimento de novos tipos de cargas não convencionais, cuja interface com os sistemas de transmissão e distribuição de energia elétrica é feita através de conversores eletrônicos de potência (cargas eletrônicas em geral, iluminação baseada em LEDs e lâmpadas fluorescentes compactas, veículos elétricos, motores de indução com controle de velocidade, etc);
- A proliferação de medidores eletrônicos, resultado de avanços tecnológicos nas infraestruturas de medição e comunicação aliados à redução de custos de equipamentos, que tem possibilitado uma maior oferta de dados de medição proveniente da operação das redes de distribuição que vem incentivando o desenvolvimento de uma gama de novas aplicações em monitoramento e gerenciamento das redes elétricas, incluindo ferramentas de modelagem de carga;

- O avanço das ferramentas e do interesse na análise computacionais de sistemas de energia elétrica em direção ao consumidor final, para redes de cada vez mais baixa tensão, o que tem feito a modelagem de carga se mover de uma perspectiva que visava à representação de agregados equivalentes de grandes redes de distribuição nos sistemas de transmissão para um cenário de representação cada vez mais detalhada do consumidor final de energia elétrica.

Esse avanço em direção ao consumidor final pode ser mais bem compreendido no cenário em que as redes de energia elétrica tendem a operar com cada vez mais restrições de ordem sócio-econômico e ambientais, com a flexibilidade propiciada pela penetração cada vez mais massiva de geração distribuída e renovável em níveis de tensão cada vez mais baixos. Nesse contexto, a representação adequada de todos os componentes das redes de média e baixa tensão é fundamental, incluindo aí a modelagem de carga.

Como exemplo desse renovado interesse pela modelagem de carga em sistemas de energia elétrica, podemos citar duas iniciativas, a saber. A primeira iniciativa que merece destaque foi o estabelecimento de um grupo de trabalho do CIGRE denominado "WG C4.605 – *Modelling and Aggregation of Loads in Flexible Power Networks*" em fevereiro de 2010, cujo objetivo principal foi revisar a prática corrente e propor recomendações no tópico de modelagem de carga para estudos de planejamento e de operação de concessionárias e operadores de sistemas de transmissão e de distribuição de energia elétrica ([13]–[15]).

O grupo de trabalho do CIGRE identificou que os modelos de carga, seus parâmetros e as técnicas de modelagem utilizadas pelas concessionárias não são, via de regra, informações amplamente disponíveis e publicamente divulgadas. Além disso, havia dúvidas por parte de tais pesquisadores quanto à aceitação por parte da indústria de resultados dos esforços de pesquisa nesta área. Para identificar a aceitação e a atualização das empresas neste tema bem como para publicar na literatura para um público mais amplo a prática corrente na indústria, o grupo de trabalho organizou um "censo" por meio de resposta a questionários envolvendo mais de 160 concessionárias e operadores de sistemas elétricos de potência em mais de 50 países de 5 continentes ([15]). As respostas aos questionários apontam que, mesmo havendo consenso na indústria e na academia acerca da importância e da necessidade de modelos de carga acurados, a representação estática da carga feita através de modelos potência/corrente/impedância constante e a representação dinâmica da carga através de motores de indução genéricos ainda é amplamente adotada.

Outra iniciativa de destaque é o trabalho realizado pela força tarefa em modelagem de carga (LMTF, *Load Modeling Task Force*) do WECC[1] ([16]–[19]). Em duas ocasiões distintas, a primeira em 10 de agosto de 1996 e a segunda em 4 de agosto de 2000, o sistema oeste norte americano entrou em colapso, resultado de uma série de desligamentos em cascata de linhas de transmissão que experimentavam sustentada oscilação de potência em baixa frequência, durante condições de pico de carregamento de verão. Simulações *post mortem* realizadas por operadores do sistema interligado oeste não reproduziam os fenômenos oscilatórios que foram verificados na ocasião do colapso. As investigações apontavam para a necessidade da inclusão de uma parcela dinâmica da carga de motores de indução como forma de reproduzir em simulações o comportamento observado no dia dos colapsos. Os modelos de carga do WECC estavam desatualizados. Nos anos anteriores ao blecaute houve um forte crescimento de carga de ar condicionado, sobretudo na região sul da Califórnia, de clima mais quente durante o verão. Os operadores do WECC precisavam então rever os modelos de carga utilizados para estudos de planejamento e operação do sistema interligado. As modificações nos modelos de carga tinham que ser rápidas, a fim de evitar novos blecautes no verão do ano seguinte. Além do mais, os modelos tinham que ser simples o suficiente de forma que pudessem ser prontamente implementados nos *softwares* de análise de redes dos agentes do sistema oeste, notadamente o PTI/PSS-E ([20]) e o GE/PSLF ([21]). Por esse motivo a solução encontrada foi a adoção de um modelo dinâmico simples do motor de indução. Estudos de sensibilidade apontaram que uma parcela de 20-30% de carga dinâmica no modelo de carga do sistema oeste era capaz de reproduzir com boa acurácia os fenômenos observados ([16]).

Desse modo, em 2001, um modelo de carga "provisório", que pudesse ser prontamente adotado por todos os agentes do sistema, composto por uma parte dinâmica e uma parte estática, foi proposto pelo WECC, que recomendou sua adoção em todos os estudos que envolvessem análises de interligações dos subsistemas da costa oeste. Esse modelo é composto por 20% modelo dinâmico e 80% modelo estático. Os 20% da parcela dinâmica são representados por um modelo padrão de motor de indução ao passo que os 80% da parcela estática deveriam ser representados pelos modelos estáticos adotados pelos agentes que formam o sistema interligado oeste norte americano ([16]). Os especialistas do grupo de trabalho do WECC que o propôs, denominado "WECC *Modeling and Validation Work Group* (MVWG)" ao apresentarem o modelo interino alertaram sobre a necessidade de desenvolvimento de um modelo "definitivo" que o substituiria. Para realizar essa demanda, foi estabelecido o LMTF/WECC.

[1] O WECC, *Western Electricity Coordinating Council*, no passado conhecido como WSCC, *Western System Coordinating Council*, é um forum que reúne representantes de diversas concessionárias e operadores do sistema elétrico da região oeste da América do Norte, compreendendo partes do Canadá, México e Estados Unidos.

Os trabalhos do LMTF/WECC constataram posteriormente que o modelo de carga interino, embora fosse capaz de reproduzir os fenômenos oscilatórios observados por ocasião dos blecautes anteriores, não era suficiente para reproduzir outros fenômenos que vinham sendo observados, notadamente sua incapacidade de reproduzir a lenta recuperação de tensão em certas barras do sistema oeste na sequência de faltas no sistema de transmissão. Enquanto o modelo proposto no início dos anos 2000 previa uma recuperação da tensão quase instantânea, medições de alguns eventos mostravam que em certas barras a tensão se recuperava para os níveis pré-distúrbio muito lentamente, levando até cerca de 30 segundos para tanto. Algumas concessionárias passaram a verificar que a recuperação lenta da tensão era observada em subestações em regiões de clima mais quente, como ao sul da Califórnia, e que o fenômeno se observava sobretudo em barras que supriam novas regiões residenciais e ocorriam apenas em situações de pico de carregamento de dias muito quentes. Estava claro que o fenômeno estava sendo causado pela grande concentração de equipamentos de ar condicionado, nos quais o motor de indução do compressor estolava em consequência do afundamento de tensão experimentado por ocasião da falta e essa dinâmica do novo tipo de carga que estava cada vez mais presente no sistema levava à lenta recuperação da tensão ([17]).

Um novo modelo de carga foi então proposto pelo LMTF/WECC. O motor de indução que corresponde à parcela de 20% do modelo interino não era capaz de representar adequadamente o efeito agregado de uma grande quantidade de pequenos motores de indução associados à carga de ar condicionado. O novo modelo de carga, que inclui ainda a representação elétrica de um alimentador de distribuição equivalente, é capaz de representar a separação entre a carga do consumidor final, como o ar condicionado, e o sistema de transmissão ao qual será conectada. Esse novo modelo é ainda composto por quatro tipos de modelos de motor de indução capazes de representar a carga de ar condicionado acionada tanto por motores trifásicos como por motores monofásicos. Outra modificação no novo modelo proposto pelo LMTF/WECC foi a inclusão de uma parcela de carga eletrônica, cada vez mais presente e importante ([17]).

Um aspecto importante sobre modelagem de carga pode ser identificado nos dois relatos apresentados dos grupos de trabalho do CIGRE e do WECC sobre modelagem de carga. Por mais que inúmeras pesquisas acadêmicas tenham proposto uma infinidade de modelos de carga nos mais diversos níveis de detalhamento e de complexidade, a indústria ainda prefere utilizar modelos tão simples quanto os modelos estáticos exponenciais ou polinimiais ou uma de suas variações e, quando muito, modelos dinâmicos o mais simples possível de motores de indução. O modelo que vem sendo desenvolvido pelo LMTF/WECC é o que apresenta maior grau de sofisticação no âmbito de utilização na indústria.

Na sequência deste Capítulo será apresentada uma breve revisão de literatura sobre modelagem de carga em sistemas de energia elétrica. O Capítulo está organizado da seguinte forma:

- A Seção 2.1 discute o que são modelos de carga e a importância da modelagem de carga no contexto de estudos em sistemas de potência;
- A Seção 2.2 trata dos principais modelos de carga descritos na literatura e utilizados pelas concessionárias em seus estudos de planejamento e operação da rede elétrica;
- Os métodos de parametrização dos modelos de carga são discutidos na Seção 2.3.

2.1 O que é Modelagem de Carga?

Modelagem de Carga (em inglês *load modeling*) é um termo bem amplo, que pode abranger diferentes aspectos. Compreende desde o desenvolvimento de modelos que representem o comportamento da carga para simulações computacionais em sistemas de energia elétrica até o desenvolvimento de técnicas que parametrizem tais modelos de forma a refletir as condições do sistema real a ser simulado. Pode em alguns casos ser também confundida com Previsão de Carga (em inglês *load forecast*), que se ocupa mais com métodos de previsão de quanta energia será consumida em determinado local e em determinado tempo para que a produção e operação do sistema possam, de antemão, se preparar técnica e economicamente para o atendimento daquela demanda. Nesta tese, modelagem de carga possui apenas o sentido do termo *load modeling*, ou seja, estamos interessados apenas em como representar a resposta da carga do sistema de energia elétrica a distúrbios no suprimento. Nesta seção discutiremos brevemente o que é um modelo de carga e porque a modelagem de carga é um assunto relevante em sistemas de energia elétrica.

2.1.1 O que é um Modelo de Carga?

Um modelo de carga é uma representação matemática da relação entre a tensão (magnitude e frequência) da barra onde é ligada a carga e a injeção de potência (ativa e reativa) ou de corrente naquela barra. O termo "modelo de carga" pode referir-se tanto às equações que representam o comportamento da carga no sistema de potência quanto ao conjunto dessas equações com os valores específicos de seus parâmetros ([4], [22], [23]).

O processo de modelagem de carga consiste na determinação de um modelo (uma expressão matemática) com os respectivos parâmetros associados que melhor representem a injeção de potência na barra modelada em função da tensão (magnitude e/ou frequência) da barra nas condições de operação do sistema em questão.

A dificuldade do procedimento de modelagem de carga está no fato de que esse componente se encontra espalhado em enormes quantidades de dispositivos pelo sistema, que além do mais apresentam comportamentos aleatórios. Os problemas que tornam essa tarefa mais complicada que a modelagem de

outros dispositivos como, por exemplo, geradores e linhas de transmissão podem ser resumidos nos seguintes pontos ([4]):

- A carga do sistema varia no tempo e no espaço de forma aleatória, e sua composição é sensível a parâmetros como, por exemplo, horário, dia, estação do ano, clima, fatores econômicos, sociais, muitas vezes de difícil representação nos modelos;
- Grande quantidade e diversidade de componentes;
- Dificuldades no levantamento de dados de equipamentos que não são facilmente acessíveis pelos profissionais das concessionárias de energia elétrica;
- Falta de informação precisa sobre a composição da carga;
- Os modelos de carga devem ser verificados com medidas reais da resposta dinâmica do sistema, um procedimento não trivial;

Os pontos acima, em geral, contemplam dois grandes aspectos que, na literatura especializada, são conhecidos como *modelo comportamental* e *modelo elétrico*. O aspecto comportamental da carga, que dá origem ao seu modelo comportamental, reflete a forma como fatores estocásticos como temperatura ambiente, número de ocupantes de uma casa, nível de atividade econômica entre tantos outros fatores não-elétricos influenciam se um equipamento estará ou não ligado em determinado local e em determinado momento. O modelo comportamental é quem, por exemplo, representa o fato de que a parcela da carga de um transformador de distribuição em uma região residencial composta por equipamentos de ar condicionado seja, provavelmente, muito maior em um dia quente de verão do que em uma noite fria de inverno.

O modelo elétrico, ou característica elétrica da carga, por sua vez, reflete a forma como as variáveis elétricas da carga respondem a distúrbios e mudanças das condições de operação da rede, sendo seu aspecto mais relevante a forma como as potências ativa e reativa consumidas pela carga variam em função da tensão de suprimento. Este trabalho concentra-se apenas em modelos elétricos de carga e, por conseguinte, o termo *modelo de carga* será usado ao longo do texto como sinônimo da nomenclatura que contempla apenas suas características elétricas. Características comportamentais da carga estão fora do escopo desta tese.

2.1.2 Importância da Modelagem de Carga

A representação apropriada de todos os componentes de um sistema de potência através de modelos matemáticos adequados é de extrema importância para que os resultados dessas simulações que avalizam as ações sobre os sistemas reais não sejam nem subdimensionadas, o que comprometeria a operação segura e confiável, nem sobredimensionadas, para minimizar custos e investimentos ([4], [22], [23]). Dentre os

diversos componentes dos sistemas de energia elétrica, a carga é possivelmente o que apresenta maior dificuldade para ser adequadamente modelado em ferramentas de análise computacional de sistemas elétricos de potência. Na evolução da representação dos sistemas de energia elétrica para análise computacional, embora todos os componentes devam ser apropriadamente considerados, muita atenção foi dada à modelagem pormenorizada de geradores e aos equipamentos de transmissão de energia elétrica, porém a representação do comportamento da carga recebeu menos atenção e continua sendo ainda um tema cercado de muitas incertezas, apesar de sua importância ([4]).

Modelos de carga adequados são fundamentais para estudos tanto em sistemas de transmissão quanto em sistemas de distribuição de energia elétrica. Nas próximas subseções discutiremos brevemente alguns aspectos particulares de sistemas de transmissão e de distribuição que tornam a modelagem de carga uma tarefa fundamental

2.1.2.1 Importância para Estudos em Sistemas de Transmissão

Historicamente, foi pela transmissão que começou o desenvolvimento de ferramentas de simulação e análise computacional de sistemas de energia elétrica. Pesquisas sobre modelagem da carga agregada de sistemas de transmissão são bastante antigas e já alertavam sobre a importância da modelagem de carga para análises dos sistemas interligados de energia elétrica ([24]–[27]). É amplamente reconhecido, por exemplo, o fato de que o modelo de carga tem grande influência no comportamento dinâmico dos sistemas de energia elétrica, impactando desse modo nas suas condições de estabilidade frente às mais variadas formas de perturbação.

Tradicionalmente, a ocorrência de grandes colapsos em sistemas interligados de energia elétrica é sempre uma ocasião propícia para a verificação de modelos de componentes da rede elétrica de transmissão. Simulações de modelos do sistema são feitas na tentativa de reproduzir os eventos que desencadearam os blecautes e a comparação entre grandezas medidas no sistema real e o resultado de simulações indica a adequação ou a necessidade de melhorias nos modelos utilizados pelos operadores para planejar a operação do sistema. A inadequação dos modelos de carga utilizados nos estudos elétricos de planejamento e operação das concessionárias é apontada em diversas referências como causa de fracasso em tentativas "*post-mortem*" de reconstrução de blecautes ([16]–[19]).

A importância da modelagem de carga para estudos envolvendo a transmissão fica clara em vários momentos do relato de evolução dos modelos de carga utilizados no âmbito do WECC, discutido na introdução do capítulo. Um dos fatores que contribuiu para o colapso do sistema em agosto de 1996, como apontado no relatório final de investigação do evento, foi o elevado nível de intercâmbio de potência entre os subsistemas do norte e do sul da costa oeste. Os modelos de carga de que dispunham os operadores do sistema eram muito diferentes da realidade que operava no sistema no momento do colapso. Os estudos de

planejamento da operação não foram capazes de apontar que, em caso de certas contingências no sistema, como a abertura de linha de conexão com o Canadá que desencadeou o processo, o sistema poderia observar fortes oscilações de potência no intercâmio norte-sul do sistema oeste. Os modelos de planejamento da operação não foram capazes de antever essa situação de insegurança dinâmica sobretudo porque o modelo de carga utilizado não era capaz de reproduzir a real situação do sistema, que supria forte carga de ar condicionado.

Modelos de carga corretos são importantes também para determinação da capacidade de transferência de potência nos sistemas de transmissão (em inglês ATC, *Available Transfer Capability*). O ATC fornece aos operadores os limites de transferência de potência entre subsistemas de uma rede interligada considerando diversos aspectos de segurança estáticos e dinâmicos, levando em conta cenários de contingência. Se os limites de transferência de potência forem obtidos utilizando modelos otimistas, o operador do sistema pode, inadvertidamente, operá-lo além de seus limites de segurança reais, colocando sua confiabilidade em risco. Por outro lado, se os limites de transferência de potência forem obtidos utilizando modelos pessimistas, a operação do sistema será mais conservadora do que o necessário, e essa restrição fictícia pode impactar negativamente na operação econômica e ambiental do sistema. Modelos de carga os mais próximos possíveis da realidade são importantes para garantir a operação segura, confiável, econômica e ambientalmente adequada do sistema de transmissão de energia elétrica.

2.1.2.2 Importância para Estudos em Sistemas de Distribuição

Modelagem de carga para estudos de sistemas de distribuição é um tópico de pesquisa bem aquecido. Há um grande interesse tanto da indústria quanto da academia neste tema ([28]–[34]). Esse interesse tem sido motivado pela crescente e recente atenção dada às redes de baixa tensão. A realização de simulações computacionais em redes de baixa tensão (BT) é um fenômeno relativamente recente na indústria de enegia elétrica. Por falta de ferramentas computacionais adequadas, do conhecimento de dados para modelagem da rede e até mesmo de maiores necessidades, os estudos computacionais se limitavam, quando muito, às redes de distribuição em média tensão. Mesmo análises mais básicas, como por exemplo as de cálculo de fluxo de carga, não eram comuns para redes de baixa tensão.

Por uma série de razões, entre elas a perspectiva cada vez mais forte da proliferação de painéis fotovoltaicos residenciais, a substituição de carros com motores a combustíveis fósseis por veículos elétricos *plug-in*, a conexão de dispositivos armazenadores de energia e até mesmo pela maior oferta de dados de medições e de modelos da rede, as concessionárias distribuidoras passaram a se interessar por modelagem das redes de baixa tensão para a realização de simulações computacionais de impactos da adoção massiva dessas novas tecnologias. A modelagem de carga é um aspecto fundamental nesse atual contexto de estudos e simulações computacionais das redes de BT. Não apenas o aspecto elétrico é importante, mas também o

modelo comportamental da carga é decisivo para que o real impacto da penetração de novas tecnologias como o veículo elétrico e o painel fotovoltaico possa ser corretamente dimensionado e ações mitigadoras possam ser propostas e avaliadas.

Tão importante como o modelo elétrico dos equipamentos que, agregados, compõe os modelos de carga das redes de distribuição em baixa tensão, é esse modelo comportamental que identifica os padrões de posse e utilização de tais equipamentos nas residências e pequenos comércios. O procedimento que tem sido adotado para modelagem de carga nas redes de baixa tensão é o de sintetização de perfis de utilização de determinados equipamentos a partir de bancos de dados estatísticos de posse e utilização de equipamentos que, combinado com informações sobre as características elétricas de tais equipamentos, dá origem a curvas que representam o modelo agregado de uma residência, por exemplo, suprida pelo sistema de distribuição em baixa tensão. Essa abordagem é interessante porque reflete, de certo modo, o efeito de fatores subjetivos no modelo da carga. Aspectos aleatórios e de difícil representação podem ser considerados na síntese de tais modelos através da geração de diversos cenários via métodos como Monte Carlo que são posteriormente analisados através de simulação repetitiva. A tendência e a probabilidade de ocorrência de impactos podem então ser obtidas através da análise desses numerosos resultados obtidos. Ressalta-se que esse aspecto de modelagem comportamental da carga não faz parte do escopo desta tese. Mais informações sobre trabalhos desenvolvidos nessa linha, no contexto desse grupo de pesquisa, podem ser encontradas na referência [32].

Não são apenas em estudos de impacto sobre o sistema da conexão de novas tecnologias na rede de distribuição em baixa tensão que a modelagem da carga é importante. Mesmo algumas análises mais tradicionais também são bastante sensíveis ao modelo de carga. Um bom exemplo é o de estudos de alocação ótima de dispositivos de controle de tensão, como reguladores de tensão e bancos de capacitores, por exemplo. A forma como a demanda da carga depende da tensão de suprimento é capaz de modificar radicalmente a solução de um problema de alocação dessa natureza. Outro exemplo de estudo no qual diferentes modelos de carga levam a diferentes resultados é o cálculo de perdas elétricas, uma análise central no procedimento de revisão tarifária das concessionárias de distribuição de energia elétrica ([35]). Há de fato uma miríade de aplicações e de estudos em sistemas de potência nos quais a reposta da carga é decisiva na tomada de decisões e no planejamento de ações de expansão e operação, cuja discussão pormenorizada foge ao escopo desta tese.

2.2 Principais Modelos de Carga

Embora exista vasta literatura acadêmica que proponha os mais diversos modelos de representação da carga, poucos são, de fato, utilizados por concessionárias e operadores de sistemas de energia elétrica.

Esses poucos modelos que são adotados pela indústria tornaram-se padrões na literatura técnica sobre modelagem de carga. Há uma série de motivos pelos quais a adoção de modelos padrão é vantajosa. Modelos padrão facilitam o desenvolvimento e a adoção de *software* para simulações computacionais, facilitam o intercâmio de parâmetros e a troca de experiência entre usuários, entre outros. Nesta seção apresentaremos os modelos de carga mais comuns, que se tornaram padrões na literatura.

Os modelos de carga são classificados em modelos estático e modelos dinâmicos. Modelos de carga estáticos são aqueles que expressam as características de consumo de potência ativa e reativa das cargas em qualquer instante de tempo como funções da magnitude e da frequência da tensão no barramento no qual a carga é conectada no mesmo instante. Por conta disso, a relação matemática entre tensão e potência é expressa através de *funções algébricas*. Se, por outro lado, o modelo que descreve o comportamento da carga no sistema a cada instante leva em conta além do valor da tensão naquele instante o histórico de valores da tensão em instantes de tempo anteriores, o modelo é dito dinâmico e a relação entre potências e tensão é matematicamente descrita através de *equações a diferenças* ou *equações diferenciais*.

Cabe ressaltar que, embora modelos estáticos estejam predominantemente relacionados a estudos estáticos (*e.g.*, estudos baseados em cálculo de fluxo de carga) e modelos dinâmicos por sua vez sejam comumente associados a estudos dinâmicos (*e.g.*, estudos de estabilidade), essa relação não é unívoca: pode-se utilizar modelos estáticos para estudos dinâmicos da mesma forma que modelos dinâmicos possam também ser empregados em simulações de condições estáticas. Nas próximas subseções modelos estáticos e modelos dinâmicos serão discutidos.

2.2.1 Modelos Estáticos

Modelos de carga estáticos são aqueles em que a relação entre a potência consumida e a tensão de fornecimento é expressa através de equações algébricas. Na pesquisa que levantou a prática de modelagem de carga adotada por concessionárias ao redor do mundo ([15]), 84 % das respostas afirmaram que, para estudos de regime permanente, a prática adotada é modelar a carga, tanto a potência ativa como a reativa, através de modelos do tipo *potência constante*. Apenas 16% das concessionárias que responderam aos questionários afirmaram utilizar nos estudos de regime permanente algum modelo de carga que considere a dependência com a tensão, como os modelos *polinomial (ZIP)* e e*xponencial*. A porcentagem de concessionárias que utiliza cada tipo de modelo estático de carga é apresentada na Figura 2.1 a seguir.

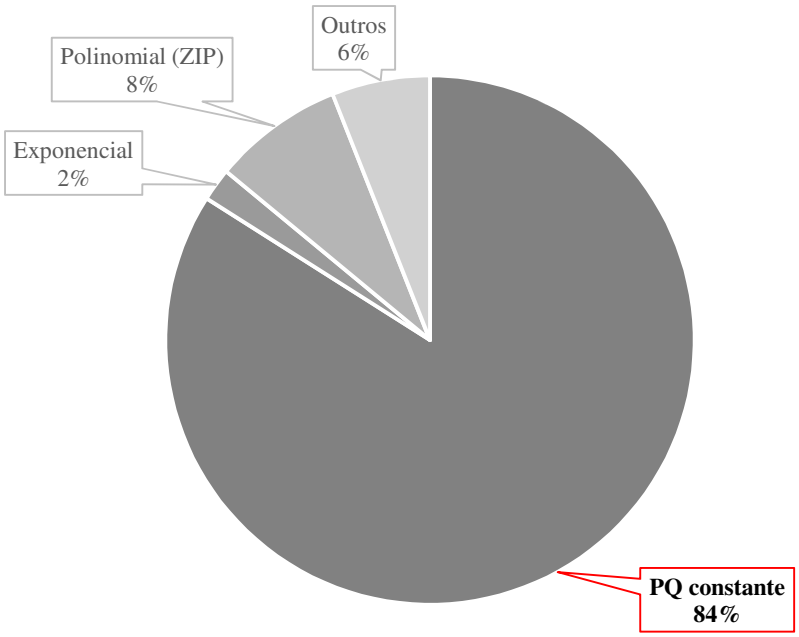


Figura 2.1 – Modelos utilizados para estudos estáticos. FONTE: ([15]).

Nas subseções a seguir discutiremos dois dos principais modelos estáticos de carga descritos na literatura e utilizados pelas concessionárias ao redor do mundo.

2.2.1.1 Modelo Exponencial

Um modelo tradicionalmente empregado na representação da dependência da carga estática com a tensão (P_s^V, Q_s^V) é o modelo exponencial, descrito pelas Equações (2.1) e (2.2) a seguir:

$$P_s^V = P_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^{np} \tag{2.1}$$

$$Q_s^V = Q_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^{nq} \tag{2.2}$$

Os parâmetros do modelo exponencial são os expoentes *np* e *nq*. O subscrito $_0$ indica que o valor da respectiva variável é tomado na condição de operação inicial V_0, ou seja, P_0 e Q_0 são, respectivamente, os valores de P_s^V e Q_s^V quando $V = V_0$.

2.2.1.2 Modelo Polinomial (ZIP)

Outra possibilidade para representação da dependência da carga estática com a tensão (P_s^V, Q_s^V) pode ser construída através de um ajuste com uma função expandida através de uma série de Taylor ao redor do ponto de operação nominal V_0. Supondo uma expressão geral para o consumo de potência ativa P_s^V e outra para o consumo de potência reativa Q_s^V na barra da carga em função da magnitude da tensão V temos a seguinte expansão em série de Taylor:

$$P_s^V(V) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \left.\frac{\partial^n P_s^V}{\partial V^n}\right|_{V_0} \cdot (V - V_0)^n = P_s^V(V_0) + \left.\frac{\partial P_s^V}{\partial V}\right|_{V_0} \cdot (V - V_0) + \frac{1}{2} \cdot \left.\frac{\partial^2 P_s^V}{\partial V^2}\right|_{V_0} \cdot (V - V_0)^2 + \ldots \tag{2.3}$$

$$Q_s^V(V) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \left.\frac{\partial^n Q_s^V}{\partial V^n}\right|_{V_0} \cdot (V - V_0)^n = Q_s^V(V_0) + \left.\frac{\partial Q_s^V}{\partial V}\right|_{V_0} \cdot (V - V_0) + \frac{1}{2} \cdot \left.\frac{\partial^2 Q_s^V}{\partial V^2}\right|_{V_0} \cdot (V - V_0)^2 + \ldots \tag{2.4}$$

Considerando uma boa aproximação para a série infinita acima o truncamento até o termo de segunda ordem, as potências estáticas ativa e reativa consumida pela carga em função da magnitude da tensão são:

$$P_s^V(V) \cong P_s^V(V_0) + \left.\frac{\partial P_s^V}{\partial V}\right|_{V_0} \cdot (V - V_0) + \frac{1}{2} \cdot \left.\frac{\partial^2 P_s^V}{\partial V^2}\right|_{V_0} \cdot (V - V_0)^2 \tag{2.5}$$

$$Q_s^V(V) \cong Q_s^V(V_0) + \left.\frac{\partial Q_s^V}{\partial V}\right|_{V_0} \cdot (V - V_0) + \frac{1}{2} \cdot \left.\frac{\partial^2 Q_s^V}{\partial V^2}\right|_{V_0} \cdot (V - V_0)^2 \tag{2.6}$$

As Equações (2.5) e (2.6) podem ser rearranjadas na seguinte forma:

$$P_s^V(V) \cong P_0\left[c\left(\frac{V}{V_0}\right)^0 + b\left(\frac{V}{V_0}\right)^1 + a\left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right] \tag{2.7}$$

$$Q_s^V(V) \cong Q_0\left[f\left(\frac{V}{V_0}\right)^0 + e\left(\frac{V}{V_0}\right)^1 + d\left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right] \tag{2.8}$$

sendo

$$P_0 = P_s^V(V_0) \tag{2.9}$$

$$a = \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{P_0}\frac{\partial^2 P_s^V}{\partial V^2}\bigg|_{V_0} \tag{2.10}$$

$$b = \frac{V_0}{P_0}\frac{\partial P_s^V}{\partial V}\bigg|_{V_0} - \frac{V_0^2}{P_0}\frac{\partial^2 P_s^V}{\partial V^2}\bigg|_{V_0} = \frac{V_0}{P_0}\frac{\partial P_s^V}{\partial V}\bigg|_{V_0} - 2a \tag{2.11}$$

$$c = 1 - \frac{V_0}{P_0}\frac{\partial P_s^V}{\partial V}\bigg|_{V_0} + \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{P_0}\frac{\partial^2 P_s^V}{\partial V^2}\bigg|_{V_0} = 1 - a - b \tag{2.12}$$

e

$$Q_0 = Q_s^V(V_0) \tag{2.13}$$

$$d = \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{Q_0}\frac{\partial^2 Q_s^V}{\partial V^2}\bigg|_{V_0} \tag{2.14}$$

$$e = \frac{V_0}{Q_0}\frac{\partial Q_s^V}{\partial V}\bigg|_{V_0} - \frac{V_0^2}{Q_0}\frac{\partial^2 Q_s^V}{\partial V^2}\bigg|_{V_0} = \frac{V_0}{Q_0}\frac{\partial Q_s^V}{\partial V}\bigg|_{V_0} - 2d \tag{2.15}$$

$$f = 1 - \frac{V_0}{Q_0}\frac{\partial Q_s^V}{\partial V}\bigg|_{V_0} + \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{Q_0}\frac{\partial^2 Q_s^V}{\partial V^2}\bigg|_{V_0} = 1 - d - e \tag{2.16}$$

No modelo representado pelas Equações (2.7) e (2.8), os termos possuem características de:

Tabela 2.1 – Características da carga modelo polinomial (ZIP).

Termo	*Característica*
$aP_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^2$, $dQ_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^2$	Impedância Constante (Z)
$bP_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^1$, $eQ_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^1$	Corrente Constante (I)
$cP_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^0$, $fQ_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^0$	Potência Constante (P)

Por esse motivo, o modelo polinomial é também conhecido como modelo ZIP. Os parâmetros do modelo ZIP são os coeficientes polinomiais *a, b, c* e *d, e, f* que podem ser vistos como a fração da carga impedância, corrente ou potência constante, respectivamente, para potência ativa e reativa, na composição da carga modelada através desta aproximação.

Essa expansão do modelo de carga dependente da tensão em séries de Taylor que leva à estrutura polinomial de modelo de carga pode ser manipulada para que os parâmetros do modelo exponencial *np*, *nq* possam ser convertidos em parâmetros de um modelo polinomial equivalente ([36]). Para isso, basta considerarmos como função de dependência da carga com a tensão a função exponencial do modelo exponencial, dada pelas Equações (2.1) e (2.2):

$$a = \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{P_0}\frac{\partial^2 P_s^V}{\partial V^2}\bigg|_{V_0} = \frac{np\cdot(np-1)}{2}V_0^2 \tag{2.17}$$

$$b = \frac{V_0}{P_0}\frac{\partial P_s^V}{\partial V}\bigg|_{V_0} - 2a = np\cdot V_0 - np\cdot(np-1)\cdot V_0^2 \tag{2.18}$$

$$c = 1 - a - b = 1 - np\cdot V_0 + \frac{np\cdot(np-1)}{2}V_0^2 \tag{2.19}$$

Portanto:

$$a = \frac{np^2 - np}{2} \tag{2.20}$$

$$b = 2 \cdot np - np^2 \tag{2.21}$$

$$c = \frac{np^2 - 3 \cdot np + 2}{2} \tag{2.22}$$

Analogamente para a potência reativa:

$$d = \frac{nq^2 - nq}{2} \tag{2.23}$$

$$e = 2 \cdot nq - nq^2 \tag{2.24}$$

$$f = \frac{nq^2 - 3 \cdot nq + 2}{2} \tag{2.25}$$

Essa equivalência é aproximada, pois a rigor só é valida para o ponto de operação $V = V_0$. A conversão inversa, dos parâmetros do modelo polinomial ZIP para o modelo exponencial, pode ser feita do seguinte modo:

$$P_{\text{polinomial}}(V) = P_0\left[c\left(\frac{V}{V_0}\right)^0 + b\left(\frac{V}{V_0}\right)^1 + a\left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right] \equiv P_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^{np} = P_{\text{exponencial}}(V) \tag{2.26}$$

$$\frac{\partial}{\partial V} P_{\text{polinomial}}(V) = \frac{\partial}{\partial V} P_0\left[c\left(\frac{V}{V_0}\right)^0 + b\left(\frac{V}{V_0}\right)^1 + a\left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right] \equiv \frac{\partial}{\partial V} P_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^{np} = \frac{\partial}{\partial V} P_{\text{exponencial}}(V) \tag{2.27}$$

$$P_0\left[c\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{V}{V_0}\right)^0 + b\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{V}{V_0}\right)^1 + a\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right] = P_0\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{V}{V_0}\right)^{np} \tag{2.28}$$

$$c \cdot 0 \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^{-1}\frac{1}{V_0} + b \cdot 1 \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^0\frac{1}{V_0} + a \cdot 2 \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^1\frac{1}{V_0} = np\left(\frac{V}{V_0}\right)^{np-1}\frac{1}{V_0} \tag{2.29}$$

$$c \cdot 0 \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^{-1} + b \cdot 1 \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^0 + a \cdot 2 \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^1 = np\left(\frac{V}{V_0}\right)^{np-1} \tag{2.30}$$

Avaliada para o ponto $V = V_0$, a igualdade acima é dada por:

$$np = 0 \cdot c + 1 \cdot b + 2 \cdot a \tag{2.31}$$

Analogamente, para a potência reativa:

$$nq = 0 \cdot f + 1 \cdot e + 2 \cdot d \tag{2.32}$$

A conversão de parâmetros do modelo exponencial para o modelo polinomial é dada pelas equações (2.20)–(2.25) e representada na Figura 2.2 a seguir. A conversão de parâmetros inversa, do modelo polinomial para o modelo exponencial, é dada pelas equações (2.31) e (2.32). Na Tabela 2.2 são listados os valores dos parâmetros tanto do modelo exponencial quanto do modelo polinomial para representação de cargas do tipo impedância (Z), corrente (I) ou potência (P) constantes.

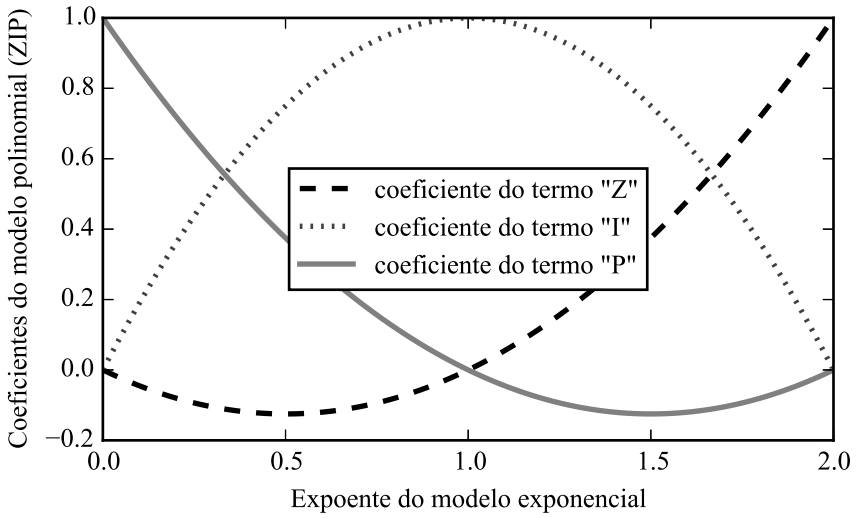


Figura 2.2 – Conversão de parâmetros do modelo exponencial para o modelo polinomial.

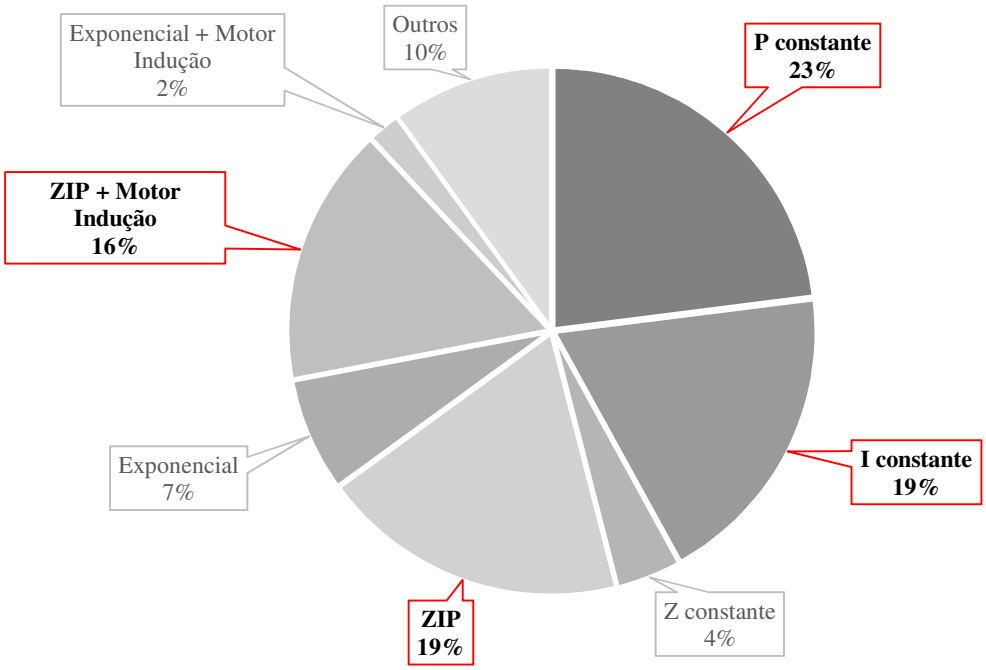
Tabela 2.2 – Parâmetros dos modelos exponencial e polinomial para alguns modelos típicos de carga.

Modelo	***np, nq***	***a,d***	***b,e***	***c,f***
Impedância Constante (Z)	2,0	1,0	0,0	0,0
Corrente Constante (I)	1,0	0,0	1,0	0,0
Potência Constante (P)	0,0	0,0	0,0	1,0

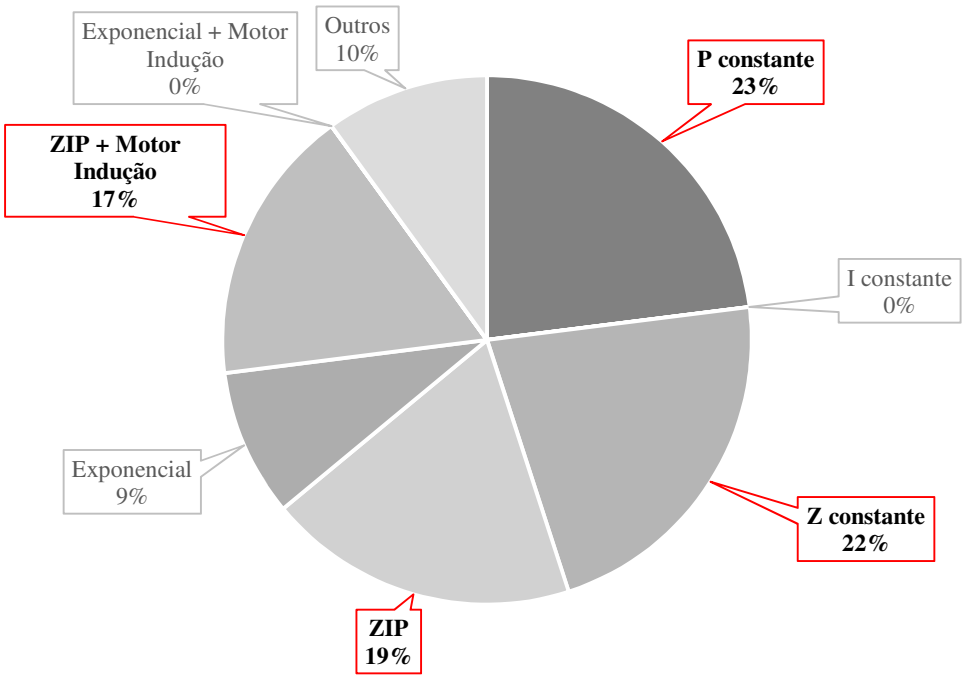
Dada a possibilidade de representação dos modelos polinomial, impedância, corrente ou potência constante através da conversão de parâmetros para o modelo exponencial, e o fato de que através do modelo exponencial a carga é modelada por apenas dois parâmetros (*np* e *nq*), esse modelo tende a ser mais interessante dada sua relativa simplicidade e potencialidade. Além disso, o modelo exponencial permite a representação da dependência com a tensão para além da dependência quadrática ao qual está limitado o modelo polinomial. Esse é o modelo de carga que será utilizado na contribuição apresentada no Capítulo 3.

2.2.2 Modelos Dinâmicos

Modelos de carga dinâmicos são aqueles em que a relação entre a potência consumida e a tensão de fornecimento é expressa através de equações diferenciais. Na pesquisa que levantou a prática de modelagem de carga adotada por concessionárias ao redor do mundo ([15]), constatou-se que não há, como ocorre no caso dos 84% de questionários que afirmam utilizar o modelo *potência constante* em estudos de regime permanente, um modelo dominante utilizado em estudos dinâmicos. A pesquisa também apontou que, além da adoção de modelos empregados em estudos dinâmicos ser pulverizada em 8 diferentes tipos de modelo, mais de 70% das concessionárias que responderam ao questionário afirmam que utilizam modelos estáticos de carga mesmo para a realização de estudos dinâmicos. Apenas cerca de 30% delas utiliza algum modelo de carga que contenha, ao menos em parte, modelos dinâmicos para a carga que normalmente são representados por motores de indução equivalente, como os modelos *ZIP + Motor de Indução* e *Exponencial + Motor de Indução*. A porcentagem de concessionárias que utiliza cada tipo de modelo de carga para estudos dinâmicos é apresentada na Figura 2.3 a seguir.



(a)



(b)

Figura 2.3 – Modelos utilizados para estudos dinâmicos: (a) potência ativa e (b) potência reativa. FONTE: ([15]).

2.2.2.1 Modelo Dinâmico do Motor de Indução Trifásico

O modelo dinâmico do motor de indução é o modelo dinâmico de carga mais comumente utilizado. Modelos dinâmicos de motores de indução trifásicos podem ser obtidos formalmente utilizando-se abordagens de transformações generalizadas, da qual as transformadas de Clarke e de Park são casos particulares ([37]–[39]). Na Tabela 2.3 estão listados os principais modelos dinâmicos de motores de indução descritos na literatura técnica e implementados nas principais ferramentas de simulação computacional de sistemas de energia elétrica:

Tabela 2.3 – Modelos dinâmicos de motores de indução trifásicos.

Nome	*Ordem dinâmica*	*Variáveis de estado*	*Nível de detalhamento*
Modelo mecânico	1ª	$\overline{\omega}_r$	Baixo
Modelo de gaiola simples	3ª	$\overline{\omega}_r$, $v_d^{'}$, $v_q^{'}$	Médio
Modelo de gaiola dupla	5ª	$\overline{\omega}_r$, $v_d^{'}$, $v_q^{'}$, $v_d^{''}$, $v_q^{''}$	Alto

Um modelo que apresenta um bom compromisso entre nível de detalhamento e complexidade e adequado para representação de grande parte dos motores industriais é o modelo de gaiola simples, de 3ª ordem. Este modelo é também conhecido como modelo da fonte de tensão atrás da reatância transitória ou ainda modelo de Brereton ([24], [40], [41]). O modelo de 3ª ordem representa a dinâmica do eixo mecânico do rotor através de um corpo rígido ao qual é aplicado a 2ª Lei de Newton para movimentos rotacionais e representa também a dinâmica eletromagnética do rotor da máquina através das equações de seu circuito equivalente em eixo direto e em quadratura. O modelo dinâmico de 3ª ordem da máquina de indução trifásica é dado pelas equações (2.33)–(2.35) a seguir:

$$\dot{v}_d^{'} = \frac{1}{T_0^{'}} \cdot \left(-v_d^{'} + \left(X - X^{'} \right) \cdot i_{qIM} \right) + \omega_s \cdot \left(1 - \overline{\omega}_r \right) \cdot v_q^{'} \tag{2.33}$$

$$\dot{v}_q^{'} = \frac{1}{T_0^{'}} \cdot \left(-v_q^{'} - \left(X - X^{'} \right) \cdot i_{dIM} \right) - \omega_s \cdot \left(1 - \overline{\omega}_r \right) \cdot v_d^{'} \tag{2.34}$$

$$\dot{\overline{\omega}}_r = \frac{1}{2H} \cdot \left(T_m - T_{el} \right) \tag{2.35}$$

O modelo representa a dependência da carga tipo motor de indução com a magnitude e a frequência da tensão terminal. A tensão terminal, interface entre o modelo da rede elétrica e o modelo do motor de indução, é caracterizada em magnitude e frequência pelas variáveis v_{dIM} , v_{qIM} , ω_s. As variáveis i_{dIM} , i_{qIM} , T_{el} são auxiliares na formulação do modelo e podem eventualmente serem eliminadas para que o modelo não as apresente explicitamente, através das seguintes equações:

$$T_{el} = \mathrm{Re}\left\{\overline{V}' \cdot \overline{I}_{IM}^{*}\right\} \tag{2.36}$$

$$T_{el} = v_d' \cdot i_{dIM} + v_q' \cdot i_{qIM} \tag{2.37}$$

$$\overline{V}' = \left(R_s + jX'\right) \cdot \overline{I}_{IM} + \overline{V}_{IM} \tag{2.38}$$

$$v_d' + j \cdot v_q' = \left(R_s + jX'\right) \cdot \left(i_{dIM} + j \cdot i_{qIM}\right) + \left(v_{dIM} + j \cdot v_{qIM}\right) \tag{2.39}$$

$$\begin{bmatrix} v_d' \\ v_q' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -X' \\ X' & R_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{dIM} \\ i_{qIM} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{dIM} \\ v_{qIM} \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

O torque mecânico da carga, T_m, pode ser modelado em função da velocidade do motor , $\overline{\omega}_r$, e, desse modo, é também uma variável auxiliar implícita. A dependência da carga mecânica com a velocidade é tipicamente expressa utilizando-se as mesmas relações que foram apresentadas para os modelos estáticos de carga, através de um modelo exponencial ou polinomial.

$$T_m = T_0 \cdot \left(\overline{\omega}_r\right)^m \tag{2.41}$$

$$T_m = T_0 \cdot [\mathrm{A} \cdot \overline{\omega}_r^{\,2} + \mathrm{B} \cdot \overline{\omega}_r + \mathrm{C}] \tag{2.42}$$

A Tabela 2.4 a seguir lista as variáveis e parâmetros do modelo de 3ª ordem do motor de indução trifásico.

Tabela 2.4 – Variáveis e parâmetros do modelo de 3ª ordem do motor de indução trifásico.

Descrição	***Variáveis***
Variáveis de estado	$v_d^{'}$, $v_q^{'}$, $\overline{\omega}_r$
Variáveis de interface com a rede elétrica	v_{dIM} , v_{qIM} , ω_s
Variáveis auxiliares (implícitas, podem ser eliminadas da formulação do modelo)	i_{dIM} , i_{qIM} , T_{el} , T_m
Parâmetros do modelo	R_s , X , $X^{'}$, $T_0^{'}$, H , m

O modelo de 3ª ordem do motor de indução será utilizado no Capítulo 4 para a representação de um modelo equivalente simplificado de um *Variable Frequency Drive, VFD.*

2.3 Técnicas para Parametrização de Modelos de Carga

O processo de modelagem de carga envolve, além da escolha de modelos como os discutidos na seção anterior, a obtenção dos valores dos parâmetros que os caracterizam, de modo a refletir através de modelos de simulação computacional o comportamento da carga suprida no sistema real. Ao longo das últimas quatro décadas, as metodologias e técnicas para obtenção dos parâmetros de modelos de carga como os apresentados na seção anterior se desenvolveram em duas linhas de abordagem centrais: as baseadas em componentes (composição da carga) e as baseadas em medições (resposta da carga a distúrbios).

Na pesquisa que levantou a prática de modelagem de carga adotada por concessionárias ao redor do mundo ([15]), além do levantamento sobre quais tipos de modelos de carga são utilizados pelas concessionárias para estudos de regime permanente e dinâmico, foram identificadas também as abordagens utilizadas pelas empresas para parametrização de tais modelos para o caso específico das cargas dos seus sistemas de transmissão/distribuição de energia elétrica. Metade (50%) dos questionários respondidos afirmam que os parâmetros dos modelos de carga são obtidos através de técnicas de medição. Cerca de 20% das concessionárias diz que os parâmetros dos modelos de carga são obtidos através de pesquisa junto a consumidores (*surveys*) e outros cerca de 20% dos questionários afirmam que os parâmetros são obtidos de literatura técnica especializada. Os cerca de 10% restantes obtém parâmetros para modelos de carga com base na experiência do corpo técnico da empresa, não souberam responder, afirmaram que tais parâmetros nunca foram coletados ou ainda utilizam outras técnicas. A porcentagem de concessionárias que utiliza cada tipo de abordagem para modelagem de carga é apresentada na Figura 2.4 a seguir.

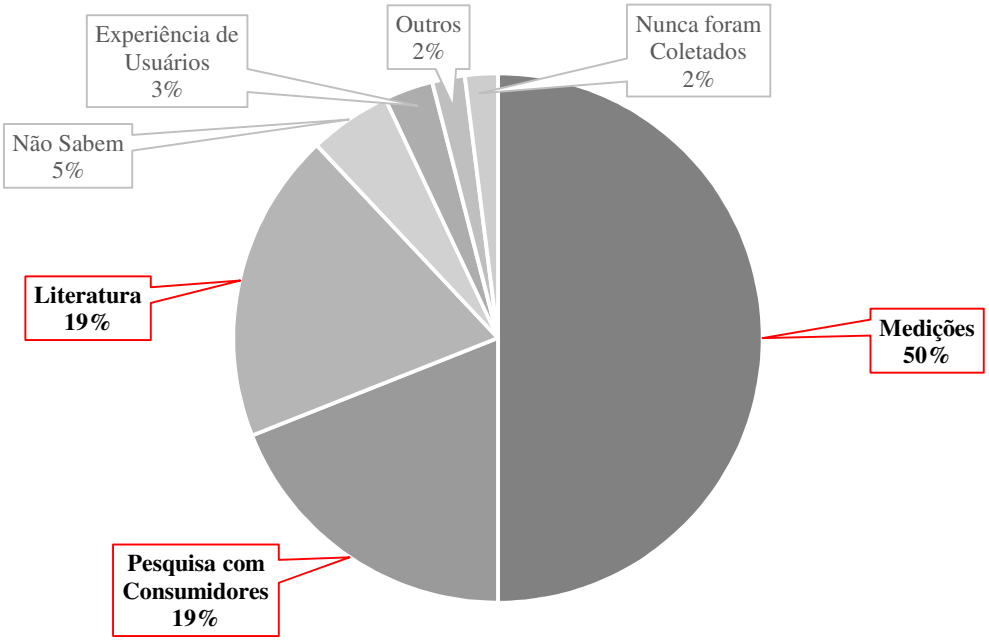


Figura 2.4 – Técnicas utilizadas para parametrização de modelos de carga. FONTE: ([15]).

Nas seções a seguir cada uma dessas linhas centrais de identificação dos parâmetros dos modelos de carga, *i.e.*, a da abordagem baseada em *medições* e a da abordagem baseada em *componentes*, será discutida. Uma nova abordagem recentemente proposta ([9]–[11]) para modelagem de um tipo específico de carga dos sistemas de energia elétrica, instalações industriais de grande porte, baseada em *templates*, será brevemente discutida ao final do capítulo. Essa abordagem pode ser vista como um caso da modelagem baseada em *componentes*, porém como possui importância para a contribuição apresentada no Capítulo 4, optou-se por apresentá-la em destaque.

2.3.1 Abordagem Baseada em Medições

A abordagem baseada em medições, também conhecida como "caixa-preta", é empírica. Os modelos são derivados de medidas reais levantadas em campo, relacionadas ao comportamento da carga frente a perturbações (variações) na magnitude e frequência da tensão. A partir de técnicas de estimação de parâmetros e identificação de sistemas, modelos como aqueles descritos na Seção 2.2 podem ser parametrizados através do processamento dos dados de medição coletados do sistema do qual se deseja a representação. Um esquema da ideia geral de modelagem de carga baseada em medições é apresentado na Figura 2.5 a seguir.

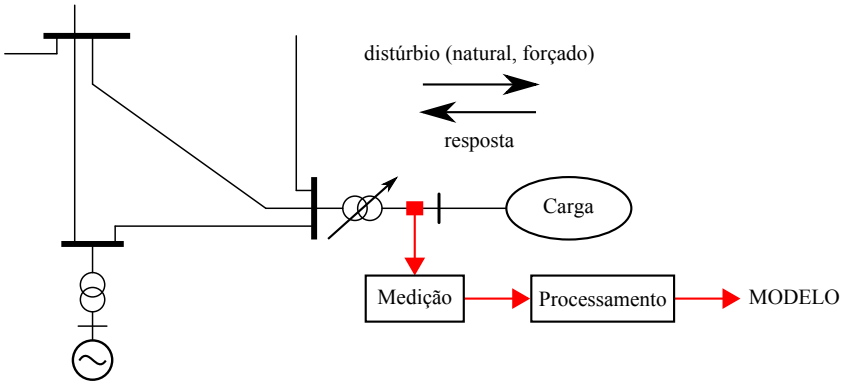


Figura 2.5 – Esquema geral de modelagem de carga baseada em medições.

A vantagem desta abordagem é que o conhecimento das características e respectivos modelos físicos da carga não são uma exigência. Somente com os dados de medições e um modelo matemático hipotético realiza-se o ajuste dos parâmetros para que o modelo reflita o comportamento real do sistema. Um problema dessa abordagem, apontado como sua principal desvantagem, é a necessidade da coleta e do tratamento de uma grande massa de dados associada à resposta da carga a perturbações. Para a coleta dessa massa de dados são necessários aparatos de medição como TCs, TPs e um sistema de aquisição de dados com interface para computador para controle e gravação dos dados em dispositivos de armazenamento. Com a tendência cada vez mais consolidada da instalação dos *Intelligent Electronic Devices* (*IEDs*) que desempenham funções de supervisão, automação, controle e proteção dos sistemas de energia elétrica esse aparato para coleta de dados muitas vezes já está disponível no sistema da concessionária, porém não é utilizado para alimentar processos de modelagem de carga entre tantos outros processos que podem ser beneficiados pela crescente multiplicação de dados medidos das redes elétricas.

Todos os métodos baseados em medições apresentam em comum essas características apresentadas. Em particular eles diferem entre si quanto às técnicas matemáticas empregadas para a obtenção dos parâmetros e quanto ao tipo de perturbação esperada para a obtenção dos dados. Alguns paradigmas utilizados são ([42]):

- Técnicas analíticas;
- Técnicas de otimização;
    - Algoritmos de busca que aplicam técnicas estatísticas
        - Métodos de mínimos quadrados e todos os seus derivados;
        - Métodos baseados em gradientes;
        - Métodos de máxima verossimilhança;
    - Algoritmos de busca que aplicam técnicas de identificação de sistemas avançadas
        - Redes neurais;
        - Algoritmos genéticos;
        - Lógica *Fuzzy*;
        - *Simulated Annealing*;
        - *Trajectory Sensitivity*;
- Técnicas estocásticas;

A abordagem baseada em medições contempla toda uma série de metodologias de modelagem de carga que empregam ajuste de curvas, regressão de dados, técnicas de inteligência artificial como redes neurais e conjuntos *fuzzy*, técnicas baseadas em séries temporais de curvas históricas de carga, técnicas de identificação de sistemas e tantas outras.

As abordagens baseadas em medições estão apoiadas na ocorrência de distúrbios na tensão de fornecimento à carga. As perturbações no sistema que estabelecerão as condições para caracterização da resposta da carga a tais variações podem ocorrer naturalmente ou ser induzidas. Perturbações induzidas não podem ser de grande magnitude para que os índices de qualidade da energia elétrica fornecida aos consumidores não sejam afetados. Perturbações naturais de grande magnitude, por outro lado, costumam ser ocasionais, o que compromete todos esses métodos matemáticos que em geral necessitam de uma grande quantidade de amostras para apresentarem nível de confiança estatística adequado.

A perturbação na tensão de fornecimento mais severa a que uma carga pode ser submetida é o curto-circuito seguido por atuação da proteção. O afundamento de tensão na carga é extremo nessas condições e pode, dependendo do local da falta, chegar a 100%. Contudo, para a maioria das perturbações, essa redução não será de tamanha magnitude para todas as cargas, limitando-se em muitos casos a valores na faixa de 10-20%. Parâmetros de carga estimados através de distúrbios de menor proporção não levam a erros significativos nos modelos porque para a grande maioria das cargas do sistema, o efeito será pequeno ([5], [6], [43]).

Para modelagem de carga estática, a frequência de amostragem empregada na medição de tensões e correntes das quais serão extraídos os dados para obtenção dos parâmetros em geral é baixa, justamente

porque para esses modelos não há o interesse na resposta dinâmica transitória. Nos casos em que se deseja obter um modelo dinâmico do comportamento da carga a taxa de amostragem das medições é determinada pelas constantes de tempo da resposta transitória. Quanto mais rápida for a resposta do sistema, maiores serão as frequências de amostragem necessárias para a modelagem correta dos fenômenos. Como na modelagem estática não existe a necessidade de grandes frequências de amostragem, em geral diversos *IEDs* podem ser empregados para medição: Medidores de qualidade de energia elétrica (*Power Quality Monitors*), Registradores de perturbações (*Digital Fault Recorders*), Unidades de medição fasorial sincronizada (*Phasor Measurement Unit*), Relés digitais de proteção, etc ([42]).

2.3.2 Abordagem Baseada em Componentes

A abordagem baseada em componentes, também conhecida como "caixa-branca", é fenomenológica, ou seja, é baseada no conhecimento do comportamento físico dos componentes individuais da carga frente a perturbações na magnitude e/ou frequência da tensão de fornecimento, descrito através de equações específicas. Sua origem remonta a uma série de projetos de pesquisa ([36]) iniciados pelo EPRI (*Electric Power Research Institute*) em meados da década de 70, voltados, sobretudo, para modelagem de cargas supridas por pontos de fornecimento nos sistemas interligados de transmissão. Embora tenha surgido no contexto da transmissão de energia elétrica, não há nessa abordagem nenhum impedimento à sua aplicação no contexto de sistemas de distribuição. De fato, o recente interesse por modelagem estocástica de carga em redes de baixa tensão discutido anteriormente é um bom exemplo de modelagem de carga baseada em componentes aplicada a sistemas de distribuição.

Nessa abordagem, modelos para os componentes individuais da carga são estabelecidos através de considerações físicas sobre o seu funcionamento, muitas vezes provenientes de ensaios em bancada. Sabendo-se então como a carga a ser modelada é composta por estes componentes individuais, os modelos de carga por barra são estabelecidos através de técnicas de agregação destes componentes. O modelo final então reflete o comportamento do agregado a variações na magnitude e na frequência da tensão.

Comparada à abordagem de medições empíricas, a fenomenológica permite a obtenção de modelos muito mais realistas e detalhados, pois estes são derivados diretamente das leis físicas que regem o funcionamento dos dispositivos componentes do agregado. Depende também muito menos de uma grande massa de dados coletados por medições, uma vez que, ao contrário dos pressupostos daquelas técnicas, a composição detalhada da carga agora é conhecida e, portanto, exige menos medições para sua modelagem. É particularmente interessante também para modelagem de cargas que ainda não existem no sistema real e, portanto, não podem ser modeladas através de medições.

Conhecer profundamente as características de funcionamento físico dos componentes da carga, contudo, não é uma tarefa simples. Saber a composição detalhada da carga, muito menos. Estas são as dificuldades inerentes dos métodos de modelagem de carga por componentes. Embora em teoria essa seja uma boa abordagem para modelagem da carga, existem muitos desafios de implementação a serem resolvidos. Sua aplicação para grandes agregados de carga residencial urbana é de certa forma um tanto quanto inovadora, visto que normalmente as concessionárias de distribuição empregam métodos de modelagem da carga baseados em medição. Suas potencialidades podem, porém, ser muito bem aproveitadas para modelagem de cargas industriais nas quais a composição detalhada pode ser mais bem determinada.

Um ponto importante na modelagem de cargas por composição é a definição da estrutura do modelo da carga. Visto que o modelo agregado é construído com base na premissa de como e do que a carga é composta, é fundamental que tal estrutura seja muito bem conhecida para que o modelo de carga obtido ao final do processo de modelagem possa ser realista. Tal estrutura compreende a definição das classes com os respectivos percentuais de composição do agregado, a topologia de como os componentes individuais são ligados para formar uma instalação, quais equipamentos são ligados em cada ponto desta topologia, os modelos individualizados de cada um destes equipamentos, etc.

Na Figura 2.6 uma estrutura hipotética de um agregado do qual deseja-se obter o modelo equivalente de carga é apresentada. Deseja-se obter um modelo matemático $P(V,f,t) + jQ(V,f,t)$ para a carga atendida pelo barramento de carga destacado. Na abordagem baseada em componentes, é preciso a definição correta da estrutura exibida na Figura 2.6, ou seja, é preciso saber a porcentagem da carga composta por cargas industriais, comerciais, residenciais, rurais e além do mais é preciso, para cada uma dessas classes, saber quais são os componentes de cada uma e como eles são modelados a partir de suas características físicas de funcionamento individuais. Com essas informações e com a correta definição de uma estrutura é possível derivar um modelo que represente o consumo de potência ativa e reativa no barramento de fornecimento destacado.

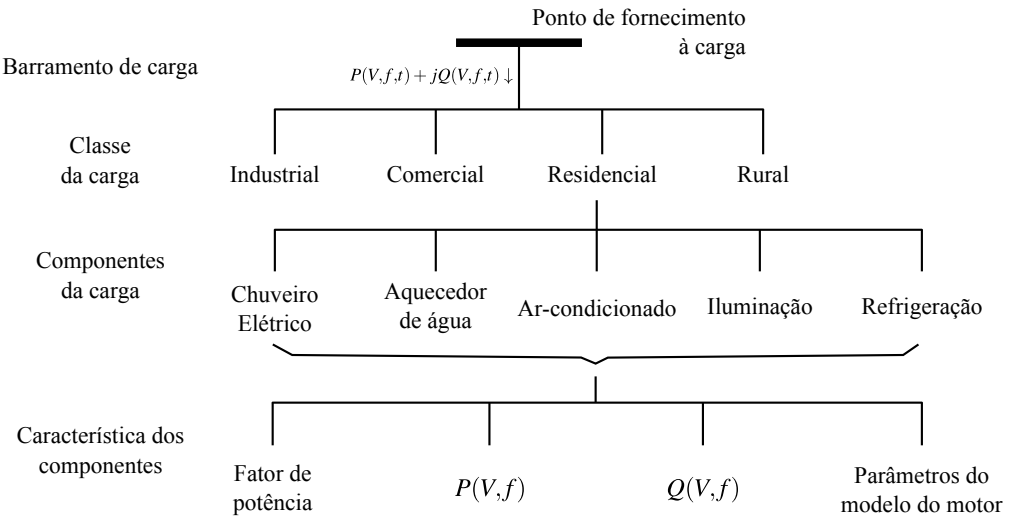


Figura 2.6 – Estrutura para modelagem de carga baseada em componentes. FONTE: ([40]).

O relatório final ([36]) do projeto de pesquisa conduzido pelo EPRI que resultou em um *software* denominado *LOADSYN* (*Load Model Synthesis,* em português "Síntese de Modelos de Carga"), é uma importante referência no tema. Tal *software* é referência na literatura especializada e aplica as ideias da modelagem de carga por componentes para a obtenção de modelos de carga conectadas nas barras de grandes sistemas de transmissão.

2.3.3 Modelagem de Carga Baseada em Templates

A modelagem de carga baseada em *templates* foi recentemente proposta como uma alternativa em potencial para a modelagem dinâmica de cargas industriais ([9]–[11]). Essa abordagem consiste, em linhas gerais: 1) criar grandes banco de dados de instalações industriais, organizadas de acordo com o tipo de processo industrial a que se destinam (*e.g.* refino de petróleo, mineração, produção de celulose e papel, siderurgia, sucroalcooleiro); 2) este banco de dados pode ser populado com dados de instalações reais ou ainda a partir de instalações fictícias projetadas com base em guias de projeto e *design* de tais instalações; 3) a partir de poucas informações de entrada do usuário, tais como, por exemplo, a produção da planta, sua potência total instalada e o nível de tensão de conexão, o banco de dados pode ser manipulado para sintetizar uma hipotética instalação industrial que represente o mais próximo possível a instalação real que deseja-se modelar; 4) técnicas de agregação e redução de modelos de motores podem ser empregadas para que um modelo composto por diversas barras possa ser reduzido para um modelo compacto, na forma de 1 carga estática, 1 motor síncrono, 1 motor de indução e 1 VFD.

Essa abordagem é bastante promissora para integração em *softwares* de análise de redes. Um fornecedor de um programa comercial, por exemplo, poderia integrar as bases de dados de *templates* em seu programa. Ao usuário interessado em realizar estudos de planejamento da rede de transmissão, quando utilizar o programa para realização de simulações que suportem as tomadas de decisão do plano de expansão do sistema, bastaria informar que uma instalação de refino de petróleo com capacidade de refino de X barris de petróleo por dia ou uma usina sucroalcooleira com capacidade de processamento de Y toneladas de cana-de-açúcar por dia será conectada em determinado ponto do sistema. O programa poderia então manipular o banco de dados de *templates* a partir dessas informações básicas e gerar para o usuário um modelo dinâmico que represente aquela instalação planejada.

A modelagem de cargas industriais baseada nos *templates* pode representar um grande avanço em relação à prática corrente. Consideremos a proposta do modelo "provisório" do WECC, que recomenda a modelagem com 20% motor de indução e 80% carga estática. Esta abordagem implica que a resposta dinâmica frente a um distúrbio no sistema interligado de uma refinaria é similar ao de uma usina de açúcar e álcool ou de uma unidade de papel e celulose, por exemplo. Em um contexto onde os modelos computacionais dos componentes dos sistemas de energia elétrica estão sendo cada vez mais detalhadamente representados, esta aproximação deve ser revisada e modelos melhores podem ser obtidos. É para esse propósito que a técnica baseada em *templates* foi proposta.

Capítulo 3 Modelagem de Carga Baseada em Medições e na Detecção de Distúrbios Naturais de Tensão

Neste capítulo será apresentada uma técnica de modelagem de carga investigada durante este projeto de doutoramento. A técnica consiste na obtenção de parâmetros de modelos de carga para instalações consumidoras conectadas na rede de distribuição de energia elétrica através de medições e detecção de distúrbios naturais de tensão (*i.e.*, distúrbios não intrusivos). A motivação para o desenvolvimento desta técnica surgiu no atual contexto de maior oferta de dados de medição proveniente da operação das redes de distribuição aliado ao interesse das concessionárias na obtenção de melhores modelos dos diversos elementos dos sistemas de distribuição de energia elétrica.

Diversas técnicas de modelagem de carga baseadas em medições já foram investigadas e propostas na literatura, muitas destas sendo utilizadas por concessionárias em aplicações reais. Grande parte destes métodos, porém, foi desenvolvida em um contexto de modelagem de carga para estudos em sistemas de transmissão em alta e extra alta tensão, com equipamentos sofisticados instalados em pontos estratégicos da rede elétrica. Em geral, esses métodos aplicam distúrbios específicos e controlados em pontos da rede elétrica e a resposta de diversas variáveis são monitoradas. Tendo-se os sinais de entrada e saída, inúmeras técnicas matemáticas e computacionais foram desenvolvidas e aplicadas para obtenção de modelos que descrevam o comportamento da carga frente a variações de tensão e/ou frequência. Nestas técnicas, a carga é tipicamente considerada como um agregado a jusante de uma barra de subestação de transmissão ou de um alimentador de uma subestação de distribuição.

A técnica discutida neste capítulo, porém, surgiu em um contexto um pouco diferente. Primeiro porque foi concebida em um cenário de modelagem de instalações consumidoras supridas por sistemas de distribuição em média e baixa tensão. Segundo porque foi pensada para utilizar equipamentos mais simples, medidores digitais que inicialmente sejam instalados na rede elétrica para o cumprimento de outras funções primárias que não a modelagem de carga, tais como equipamentos de monitoramento de carregamento, de avaliação da qualidade de energia elétrica e de tarifação. O crescimento na utilização desses medidores digitais abre um leque de possibilidades de novas aplicações, incluindo novas abordagens para modelagem de carga. Os avanços tecnológicos na infraestrutura de medição e comunicação aliados à redução de custos de equipamentos possibilitaram a proliferação de medidores e de dados de medição disponíveis das redes de distribuição de energia elétrica. Há, contudo, certo grau de subutilização dessas novas informações

disponíveis. Muitas concessionárias têm investido em novas infraestruturas de medição porém ainda não se beneficiam à exaustão de todas as suas potencialidades.

A pesquisa apresentada neste capítulo surgiu neste contexto de maior disponibilidade de dados de medição em redes de distribuição. Como a priori ela utiliza informação provenientes de equipamentos que foram instalados para atender a outros objetivos anteriores, que não a modelagem de carga, uma terceira característica pode ser destacada: a utilização de distúrbios naturais de tensão como gatilho do procedimento de modelagem de carga. Se os equipamentos de medição operam em um horizonte de tempo mais amplo, justamente por estarem desempenhando outras funções, não há motivos ou até mesmo necessidade da aplicação de distúrbios específicos para a modelagem de carga. Como a ideia é extrair parâmetros de modelo de carga como um subproduto do processo principal ao qual se destina aquela infraestrutura de medição, a técnica foi construída sob o pilar da detecção e utilização de distúrbios de tensão naturais ao longo de um horizonte de operação mais amplo. Os equipamentos de medição desempenham suas funções primárias e a técnica investigada se apresenta como uma possibilidade para a concessionária extrair informações novas a partir de uma estrutura que inicialmente não serviria a tal propósito, agregando valor ao processo principal.

Sob essa ótica de agregação de valor, cabe destacar que durante o desenvolvimento deste trabalho, em parceria com uma concessionária de distribuição de energia elétrica, o método investigado pôde ser testado e aperfeiçoado em um projeto piloto que envolveu medições em uma instalação comercial atendida pela concessionária. A concessionária estava em um processo de compra e instalação de medidores para levantamento de curvas de carregamento em diversos pontos da rede de distribuição e gostaria de utilizar as potencialidades de tais equipamentos para melhorar seus modelos de carga. O levantamento dessas curvas de carga fez parte de um esforço maior, uma campanha de medição, uma longa etapa de levantamento de dados de consumo que precede a caracterização dos consumidores da concessionária que deve ser realizado periodicamente no processo de revisão tarifária da concessionária. Para que a técnica proposta pudesse ser avaliada neste caso específico, tal projeto piloto consistiu no levantamento de dados do monitoramento e medição de um supermercado suprido pela rede primária de energia elétrica para que fossem analisados sob a ótica da técnica investigada.

Entre as contribuições desse capítulo, podemos citar:

- O método de modelagem de carga em si, baseado em medições e na detecção de distúrbios naturais de tensão, adaptado do método proposto em ([5], [6]);
- Os resultados do projeto piloto de modelagem do supermercado.

Tendo em vista que o método descrito neste capítulo foi baseado em um método previamente apresentado na literatura ([5], [6]), é importante destacar as principais características que ressaltam as

diferenças e as semelhanças entre ambos os métodos. Um quadro comparativo é apresentado na Tabela 3.1 a seguir:

Tabela 3.1 – Características do Método Proposto × Método de Referência.

	Método Referência	***Método Proposto***
localização do medidor	medidor no começo do alimentador, próximo ao regulador de tensão da subestação	medidor na unidade consumidora, longe do regulador de tensão
aparato de medição	aparato de medição mais sofisticado (f_s = 15,36 kHz)	aparato de medição mais simplificado (f_s = 10 Hz) medidores mais baratos, mais facilmente instaláveis e realocáveis
ambiente de medição	ambiente controlado: a comutação do *tap* do regulador de tensão é monitorada juntamente com as medições	ambiente descontrolado: a comutação do *tap* do regulador de tensão é inferida com base nas medições

Nas próximas seções serão apresentadas as bases teóricas e conceituais do método, o procedimento de medição dos dados e finalmente a análise dos dados obtidos no projeto piloto que foi realizado no supermercado.

3.1 Aspectos Teóricos e Conceituais

A técnica utilizada para extração dos parâmetros do modelo de carga consiste em utilizar distúrbios naturais de tensão para determinar os parâmetros que descrevem a dependência da carga com a tensão. Utilizando-se medidas adequadas, processamento de dados adequado e um modelo adequado é possível parametrizar um modelo que represente a dependência da carga com a tensão, utilizando-se distúrbios naturais de tensão na rede elétrica. Embora haja potencial para a determinação de parâmetros transitórios, para utilização em estudos de dinâmica, a técnica proposta concentra-se apenas na extração de parâmetros para modelos de regime permanente, utilizados em estudos de fluxo de carga.

Consideram-se distúrbios naturais de tensão todos os distúrbios na magnitude da tensão de suprimento que não são intencionalmente introduzidos com o propósito específico de modelagem da carga, tais como efeitos da comutação de *tap* de transformadores reguladores de tensão, afundamentos de tensão de curta duração resultantes de faltas na rede elétrica ou da partida de cargas especiais como motores de

grande porte, etc. Existe na literatura uma quantidade de trabalhos de modelagem de carga baseada em medições que utiliza distúrbios forçados na rede elétrica para extrair informações sobre o comportamento da carga. Na técnica utilizada os distúrbios não são aplicados intencional e/ou controladamente com o objetivo de propiciar variação de tensão e potência, mas são detectados automaticamente a partir de eventos naturais.

Para exemplificarmos a ideia da técnica consideremos o seguinte cenário. Os transformadores reguladores de tensão tipicamente utilizados em sistemas de distribuição de energia elétrica são autotransformadores com ajuste automático de *tap* que possuem capacidade de regulação de ± 10% da tensão nominal em 32 posições de *tap* ([44]). Dessa forma, cada comutação de *tap* corresponde a uma variação de (20%) / 32 = 0,625% na tensão. De forma ideal, uma comutação de *tap* do regulador de tensão pode ser representada como um degrau de 0,625%, semelhante ao esquematizado na Figura 3.1 a seguir.

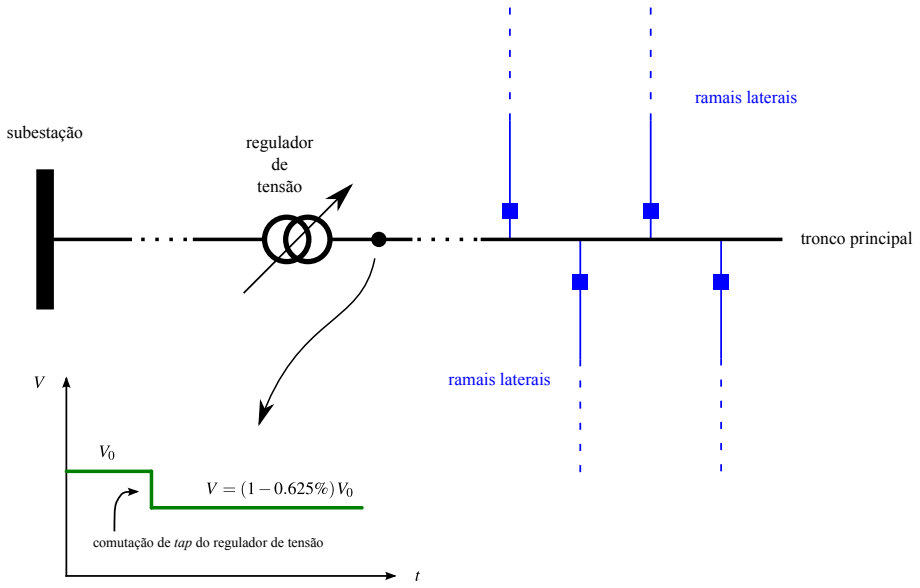


Figura 3.1 – Impacto na tensão decorrente da comutação de *tap* de regulador de tensão em rede de distribuição.

A fim de observarmos o comportamento típico da carga após a comutação do *tap* do regulador de tensão, foram feitas as simulações cujos resultados são apresentados nas Figuras 3.2, 3.3 e 3.4 a seguir. Observe o comportamento da carga à jusante do regulador de tensão após o degrau resultante da comutação de *tap*.

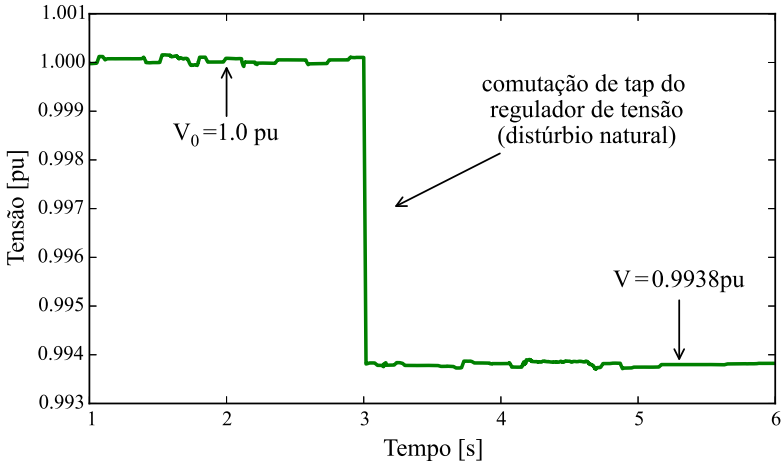


Figura 3.2 Perturbação na tensão decorrente da comutação de *tap* de regulador de tensão.

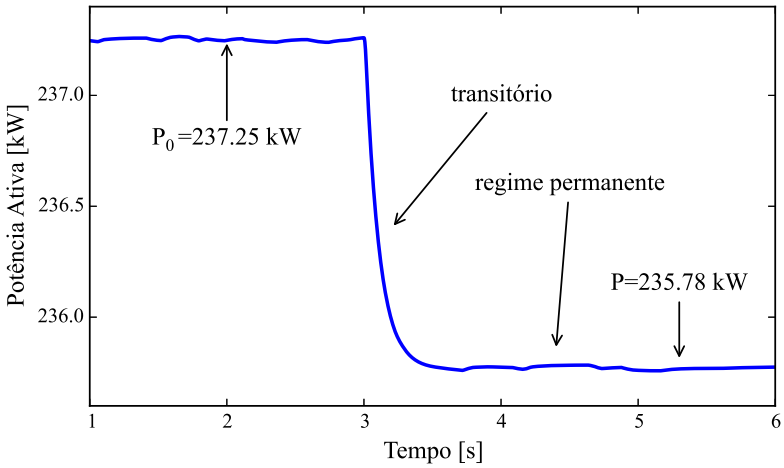


Figura 3.3 – Resposta da potência ativa da carga à perturbação na tensão da Figura 3.2.

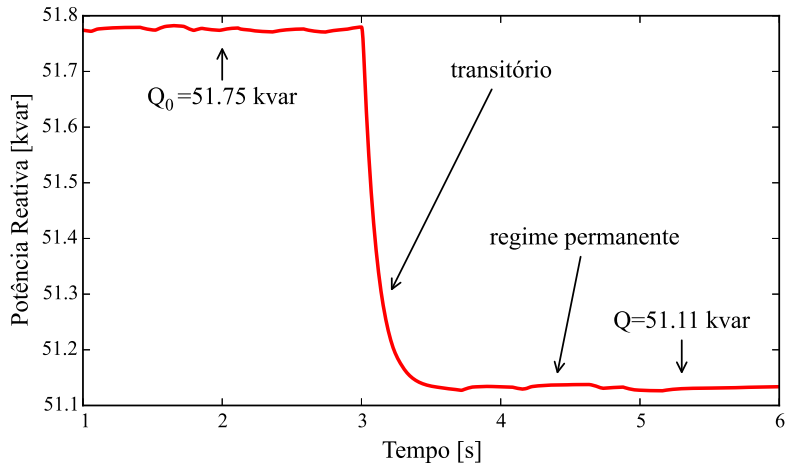


Figura 3.4 – Resposta da potência reativa da carga à perturbação na tensão da Figura 3.2.

O comportamento da carga no domínio do tempo pode ser modelado pelas Equações (3.1) e (3.2) a seguir (modelo exponencial):

$$P(t) = P_0\left\{1-\left[1-\left(\frac{V}{V_0}\right)^{np}\right]\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right)\right]\right\} \tag{3.1}$$

$$Q(t) = Q_0\left\{1-\left[1-\left(\frac{V}{V_0}\right)^{nq}\right]\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau_q}\right)\right]\right\} \tag{3.2}$$

À medida que o tempo avança, de tal forma que $t >> \tau_p$ e $t >> \tau_q$, os termos $-t/\tau_p$ e $-t/\tau_q$ tendem a $-\infty$, de tal forma que os termos $\exp\left(-t/\tau_p\right)$ e $\exp\left(-t/\tau_q\right)$ tendem a 0. Com isso, as Equações (3.1) e (3.2) podem ser simplificadas por:

$$P_{\text{regime}} = P\left(t \middle| t \to \infty\right)$$

$$P_{\text{regime}} = P_0\left\{1-\left[1-\left(\frac{V}{V_0}\right)^{np}\right]\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right)\right]\right\}\Bigg|_{t\to\infty}$$

$$P_{\text{regime}} = P_0 \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{V}{V_0} \right)^{np} \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{\infty}{\tau_p} \right) \right] \right\}$$

$$P_{\text{regime}} = P_0 \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{V}{V_0} \right)^{np} \right] \left[1 - \exp(-\infty) \right] \right\}$$

$$P_{\text{regime}} = P_0 \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{V}{V_0} \right)^{np} \right] \left[1 - 0 \right] \right\}$$

$$P_{\text{regime}} = P_0 \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{V}{V_0} \right)^{np} \right] \cdot (1) \right\}$$

$$P_{\text{regime}} = P_0 \left\{ 1 - 1 + \left(\frac{V}{V_0} \right)^{np} \right\}$$

$$P_{\text{regime}} = P_0 \left\{ \left(\frac{V}{V_0} \right)^{np} \right\}$$

$$P_{\text{regime}} = P_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{np} \tag{3.3}$$

e, analogamente:

$$Q_{\text{regime}} = Q_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{nq} \tag{3.4}$$

A técnica utilizada para modelagem da carga a partir do monitoramento de distúrbios naturais de tensão utiliza os resultados de medições para parametrizar o modelo de carga exponencial dado pelas expressões a seguir:

$$P(V) = P_{\text{regime}} = P_0 \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right)^{np} \tag{3.5}$$

$$Q(V) = Q_{\text{regime}} = Q_0 \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right)^{nq} \tag{3.6}$$

Sabendo-se o comportamento da carga através das medições, podemos através de processamento adequado obter os valores de P_0, Q_0, V_0, P_{regime}, Q_{regime}, V_{regime} e, a partir destes, obter os parâmetros *np* e *nq* através das seguintes equações.

$$np = \frac{\log_{10}\left(\frac{P_{regime}}{P_0}\right)}{\log_{10}\left(\frac{V_{regime}}{V_0}\right)} \tag{3.7}$$

$$nq = \frac{\log_{10}\left(\frac{Q_{regime}}{Q_0}\right)}{\log_{10}\left(\frac{V_{regime}}{V_0}\right)} \tag{3.8}$$

No exemplo apresentado nas Figuras 3.2, 3.3 e 3.4, os valores de P_0, Q_0, V_0, P_{regime}, Q_{regime}, V_{regime} são apresentados na Tabela 3.2 a seguir:

Tabela 3.2 – Valores de potência e tensão para o exemplo das Figuras 3.2, 3.3 e 3.4.

Condição	***P* [kW]**	***Q* [kVAr]**	***V* [pu]**
antes	237,25	51,75	0,9938
depois	235,78	51,11	1,0000

Aplicando as Equações (3.7) e (3.8) aos valores apresentados na Tabela 3.2 obtém-se:

$$np = \frac{\log_{10}\left(\frac{P_{regime}}{P_0}\right)}{\log_{10}\left(\frac{V_{regime}}{V_0}\right)} = \frac{\log_{10}\left(\frac{235,78}{237,25}\right)}{\log_{10}\left(\frac{0,9938}{1,0000}\right)} = \frac{-0,002699}{-0,002701} = 0,999352 \tag{3.9}$$

$$nq = \frac{\log_{10}\left(\frac{Q_{regime}}{Q_0}\right)}{\log_{10}\left(\frac{V_{regime}}{V_0}\right)} = \frac{\log_{10}\left(\frac{51,11}{51,75}\right)}{\log_{10}\left(\frac{0,9938}{1,0000}\right)} = \frac{-0,005404}{-0,002701} = 2,000910 \tag{3.10}$$

De fato, na simulação das Figuras 3.2, 3.3 e 3.4 foram utilizados os parâmetros $np = 1$ e $nq = 2$.

Para estimação dos valores de P_0, Q_0, V_0, P_{regime}, Q_{regime}, V_{regime} obtém-se o valor médio de um intervalo de medição antes e após o evento. A escolha da janela de medição antes e após o evento é um ponto chave nesta técnica. Uma janela de tempo mais ampla reduz os efeitos de variações espúrias de tensão e potência que podem ocorrer em qualquer processo de medição e ainda que o efeito de variações decorrentes de transitórios rápidos que eventualmente contaminem as medições sejam minimizados. Por outro lado, uma janela de tempo muito reduzida poderia pré-selecionar uma grande quantidade de potenciais eventos naturais utilizados como gatilho do processo de parametrização dos modelos de carga. Dessa forma, janelas muito curtas poderiam sugerir como comutação de *tap* eventos que não são adequados à metodologia. Diversos testes realizados ao longo das investigações levaram a escolha de uma janela de 0,5 a 1,0 segundo para cada parte do evento, isto é, 0,5 a 1,0 segundo de janela antes do evento e outros 0,5 a 1,0 segundo de janela depois do evento.

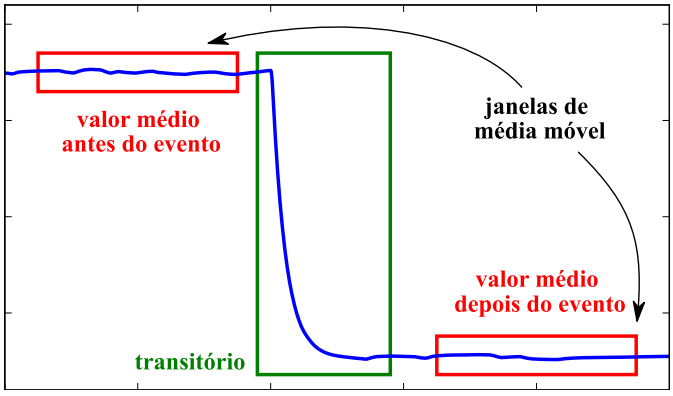


Figura 3.5 – Patamares de valores antes e depois do evento.

O modelo exponencial foi escolhido por dois motivos principais, a saber. Em primeiro lugar, como o modelo é parametrizado por apenas um parâmetro para potência ativa (np) e um parâmetro para potência reativa (nq), a técnica utilizada para ajustar as medições ao modelo é razoavelmente simples, de modo que modelos que representem a dependência da carga com a tensão através de mais parâmetros necessitam de técnicas mais sofisticadas para a regressão dos dados ao modelo. Em segundo lugar, o modelo exponencial é mais flexível pois permite a representação da dependência da carga com a tensão para termos além do termo quadrático ao qual está limitado o modelo ZIP polinomial. Como será visto na Seção 3.4, algumas

cargas podem apresentar, para a parte reativa, dependências com a tensão mais fortes do que os termos quadráticos ao qual está limitado o modelo ZIP polinomial. Além desses motivos, ressalta-se que o modelo exponencial está presente em diversos programas comerciais de análise de redes.

Nesta subseção foi feita uma breve apresentação conceitual da técnica de modelagem utilizada. Ainda que o distúrbio na tensão em um ponto à jusante e distante do regulador não seja da mesma magnitude (0,625%) que aquele observado no secundário do autotransformador, a comutação de *tap* implica em uma perturbação em forma de degrau em toda a rede elétrica à jusante do ponto de controle de tensão, o que é suficiente para a técnica utilizada. Na subseção a seguir serão descritos os procedimentos empregados na obtenção dos dados de medição do supermercado, e na subseção seguinte será apresentada a análise dos dados coletados sob a ótica do procedimento descrito acima.

3.2 Projeto Piloto: Procedimento de Medição

Os dados de medições obtidos no projeto piloto de modelagem da instalação comercial foram coletados no primário de um transformador trifásico de distribuição que atende exclusivamente o supermercado. Através da técnica descrita na Subseção 3.1 e nas referências [5] e [6], podemos obter um modelo de carga que represente a dependência do consumo à jusante com a tensão observada nesse ponto, ou seja, um modelo que representa a instalação do supermercado. A tensão de distribuição primária no alimentador ao qual está conectada esta instalação é de 13,8 kV. Um diagrama esquemático do procedimento de medição é apresentado na Figura 3.6 a seguir.

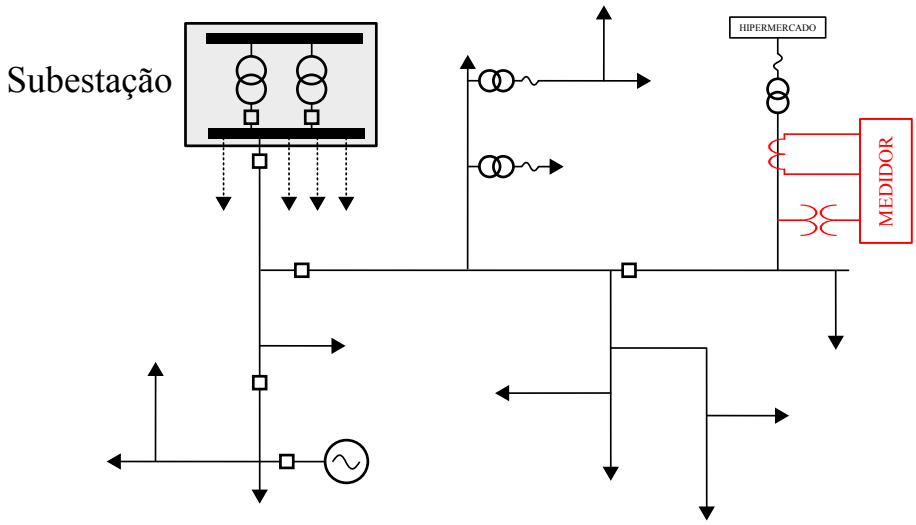


Figura 3.6 – Diagrama esquemático do procedimento de medição.

As medidas foram coletadas das 11:36:00 do dia 1, uma sexta-feira, até as 21:00:08 da segunda-feira seguinte, dia 4, cobrindo um intervalo de quase 82 horas de medições. A frequência de amostragem utilizada foi de 10 Hz, o que corresponde a um período de amostragem de 100 ms. Com isso, foram registrados quase 3 milhões de instantes de medição. Uma imagem do medidor utilizado é apresentada na Figura 3.7 a seguir.

Em cada instante de medição foram registrados, entre outros, a magnitude das tensões de fase, de linha, de neutro; a magnitude das correntes de fase e de neutro e a potência ativa e reativa em cada uma das três fases. Os dados foram armazenados na memória interna do medidor utilizado e posteriormente descarregados para um computador, na forma de arquivo texto. Na Tabela 3.3 a seguir apresentamos um trecho do arquivo texto obtido, correspondente a 1 segundo de medição (10 amostras).

Figura 3.7 – Medidor utilizado no projeto piloto de medição do supermercado: modelo EMBRASUL RE6000.

Tabela 3.3 – Trecho do arquivo texto contendo os valores medidos.

DATA	HORA	Ua	Ub	Uc	Un	Uab	Ubc	Uca	NEMA	IEC	
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	
11052012	111337	7943.6	7991.2	7922.6	1.61	13799.86	13781.697	13740.435	0.244	0.255	
11052012	111337.1	7943.6	7988.4	7926.1	1.61	13797.433	13782.296	13743.465	0.224	0.233	
11052012	111337.2	7949.9	7993.3	7930.3	1.61	13807.131	13790.178	13752.559	0.223	0.234	
11052012	111337.3	7954.1	7998.2	7935.2	1.62	13815.013	13798.665	13760.439	0.224	0.234	
11052012	111337.4	7957.6	8000.3	7933.8	1.62	13819.861	13799.275	13762.26	0.229	0.244	…
11052012	111337.5	7954.1	7999.6	7938	1.62	13816.226	13802.3	13762.863	0.224	0.232	
11052012	111337.6	7956.9	7998.9	7938.7	1.62	13818.042	13802.299	13765.895	0.214	0.224	
11052012	111337.7	7957.6	7999.6	7938.7	1.61	13819.255	13802.906	13766.502	0.215	0.226	
11052012	111337.8	7956.9	8003.8	7938	1.61	13822.289	13805.942	13765.289	0.236	0.245	
11052012	111337.9	7955.5	8001.7	7936.6	1.61	13819.258	13802.911	13762.864	0.233	0.243	
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	

	Ia	Ib	Ic	In	Pa	Pb	Pc	Qa	Qb	Qc	
	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	
	9.7	10.1	10.7	0	74201.962	79258.32	83330.699	20765.869	15244.79	15564.577	
	9.7	10	10.7	0	74201.962	79884	83367.512	20765.869	0	15571.453	
	9.8	10	10.7	0	75026.386	79933	83411.688	20996.589	0	15579.704	
	9.7	10	10.7	0	74300.043	78542.324	83463.227	20793.318	15107.073	15589.331	
…	9.7	10	10.7	0	74332.737	78562.946	83448.502	20802.467	15111.04	15586.58	…
	9.7	10.1	10.7	0	74300.043	79341.633	83492.678	20793.318	15260.815	15594.832	
	9.8	10	10.7	0	75092.448	78549.198	83500.04	21015.077	15108.395	15596.207	
	9.8	10	10.7	0	75099.054	78556.072	83500.04	21016.926	15109.718	15596.207	
	9.7	10	10.7	0	74326.198	78597.316	83492.678	20800.637	15117.651	15594.832	
	9.7	10	10.7	0	74313.121	78576.694	83477.952	20796.978	15113.684	15592.081	
	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	

	Sa	Sb	Sc	FPa	FPb	FPc	P3f	Q3f	S3f	FreqUa	FreqUb	FreqUc
	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
	77052.92	80711.12	84771.82	0.963	0.982	0.983	236790.981	51575.236	242342.678	59.93	59.93	59.93
	77052.92	79884	84809.27	0.963	1	0.983	237453.474	36337.322	240217.721	59.93	59.93	59.93
	77909.02	79933	84854.21	0.963	1	0.983	238371.075	36576.294	241160.931	59.93	59.93	59.93
	77154.77	79982	84906.64	0.963	0.982	0.983	236305.595	51489.722	241850.213	59.93	59.93	59.93
	77188.72	80003	84891.66	0.963	0.982	0.983	236344.185	51500.088	241890.126	59.93	59.93	59.93
…	77154.77	80795.96	84936.6	0.963	0.982	0.983	237134.354	51648.964	242693.876	59.93	59.93	59.93
	77977.62	79989	84944.09	0.963	0.982	0.983	237141.686	51719.679	242716.099	59.93	59.93	59.93
	77984.48	79996	84944.09	0.963	0.982	0.983	237155.167	51722.85	242729.945	59.93	59.93	59.93
	77181.93	80038	84936.6	0.963	0.982	0.983	236416.192	51513.12	241963.256	59.93	59.93	59.93
	77168.35	80017	84921.62	0.963	0.982	0.983	236367.767	51502.743	241913.733	59.93	59.93	59.93
	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

Nas Figuras 3.8 à 3.11 a seguir apresentamos o perfil das tensões de fase, das correntes de linha e das potências ativa e reativa em cada uma das três fases obtidos durante o intervalo de medição. Podemos notar que na sexta-feira e na segunda-feira das 18h00 às 21h00 a medição das magnitudes das correntes de fase e das potências ativa e reativa é nula. Isso ocorre porque no intervalo das 18h00 às 21h00 dos dias úteis, horário de ponta da curva de carga do sistema, o supermercado é desconectado da rede primária de distribuição e alimentado por geração própria, em virtude do valor cobrado pela concessionária neste intervalo ser elevado.

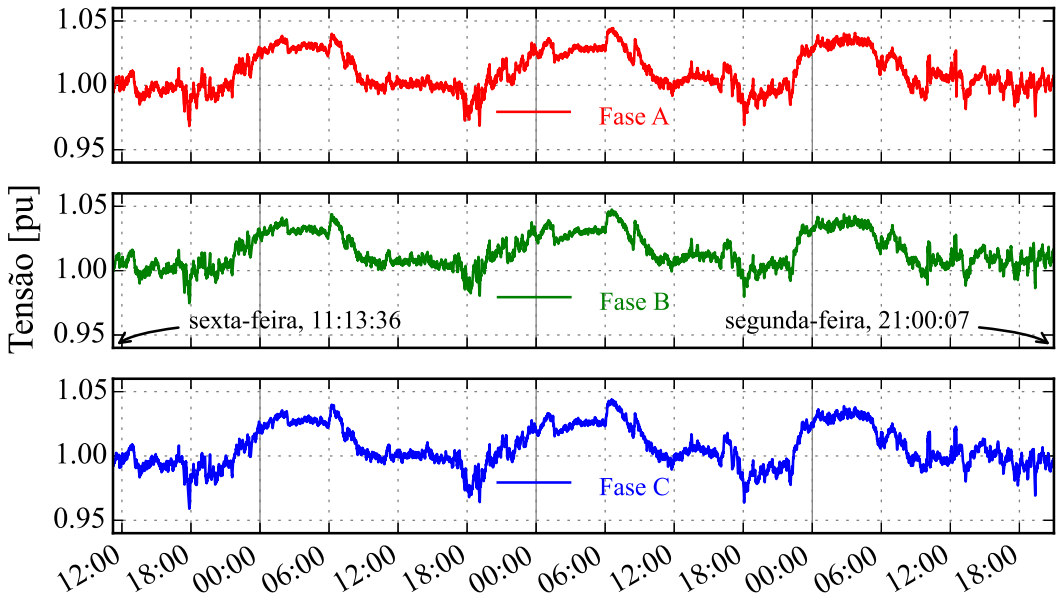


Figura 3.8 – Perfil da tensão de atendimento à instalação ao longo de ~ 82 horas de medição.

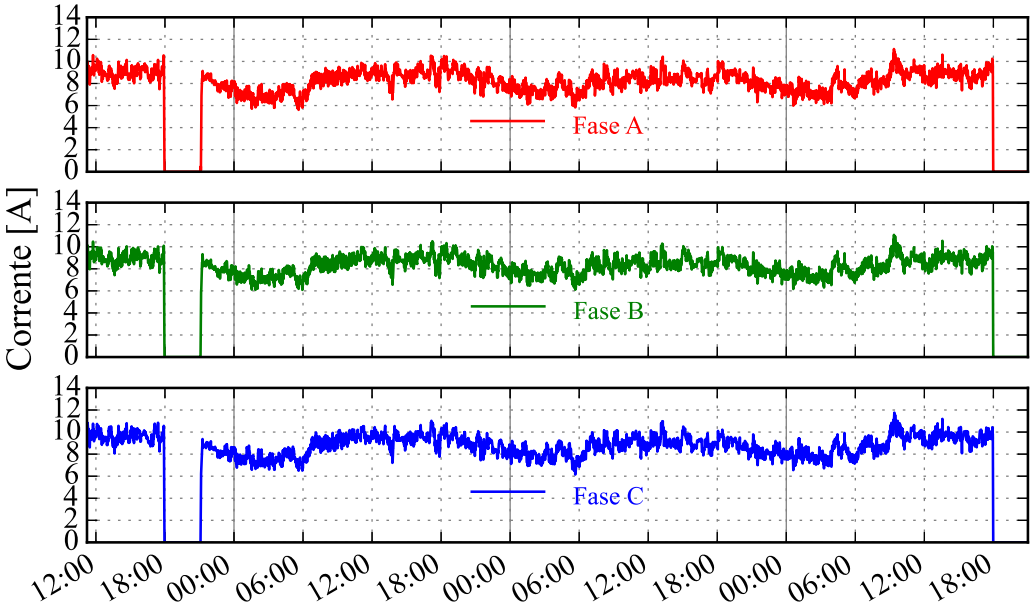


Figura 3.9 – Perfil da corrente de carga ao longo de ~ 82 horas de medição.

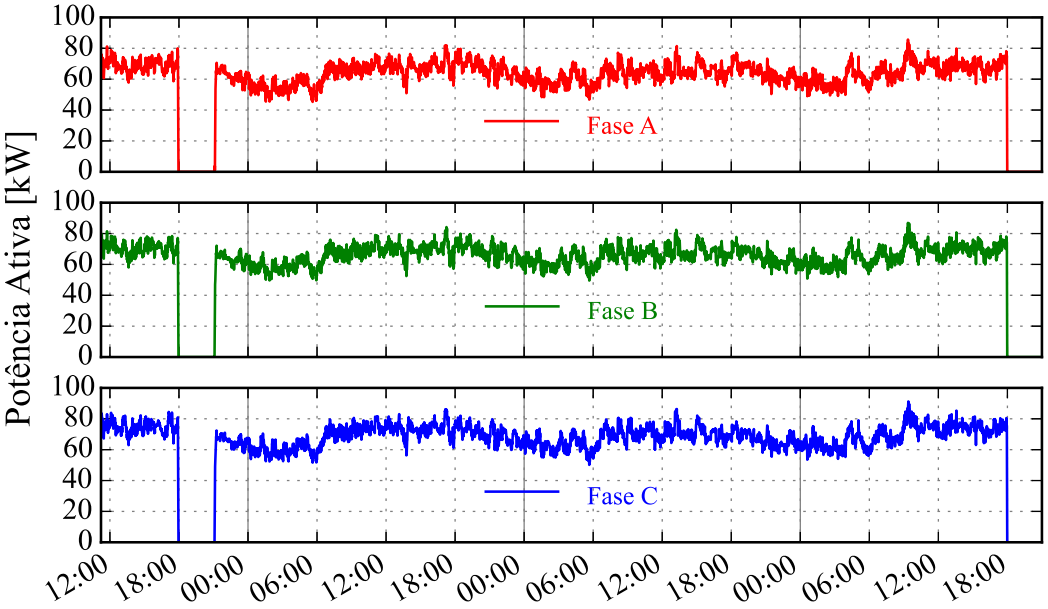


Figura 3.10 – Perfil da potência ativa consumida pela instalação ao longo de ~ 82 horas de medição.

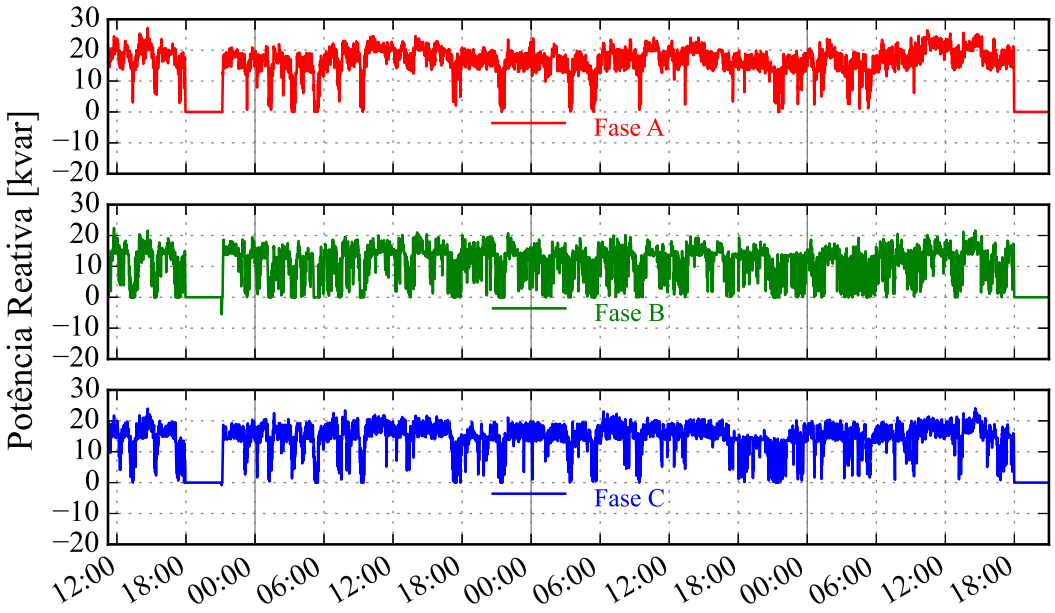


Figura 3.11 – Perfil da potência reativa consumida pela instalação ao longo de ~ 82 horas de medição.

3.3 Análise dos Dados

Apresentaremos a seguir a análise dos dados obtidos conforme o procedimento de medição realizado e descrito na Subseção 3.2, sob a óptica da técnica descrita na Subseção 3.1. Os dados foram analisados com auxílio da biblioteca *pandas*, *Python Data Analysis Library* ([45], [46]).

3.3.1 Filtragem dos Eventos $|\Delta V| \geq 0{,}5\%$

A análise dos dados de medição que poderão ser utilizados para modelagem de carga começa com a identificação dos instantes de tempo onde ocorrem degraus de tensão de magnitude maior ou igual a 0,5%. Esse valor de 0,5% representa um distúrbio de magnitude próxima aos 0,625% da comutação de *tap* do regulador de tensão discutida na Seção 3.1. Utilizar valores maiores que 0,625% não selecionaria eventos associados à comutação de *tap* dos reguladores de tensão, ao passo que utilizar valores muito menores que 0,625% poderia selecionar muitos eventos espúrios. O valor utilizado, 0,5%, é um compromisso entre filtrar as comutações de *tap* e evitar ao máximo possível outros tipos de distúrbios que não são de interesse para a metodologia. A forma como o degrau de tensão é calculado é exemplificada na Figura 3.12 a seguir. Seja o instante *i* apresentado na Figura 3.12, que ocorre às 11:47:06. O degrau de tensão é calculado por:

$$\Delta V_{\phi}[i] = \frac{V_{\phi}[i+1] - V_{\phi}[i]}{V_{\phi}[i]} \tag{3.11}$$

Na Tabela 3.4 a seguir apresentamos os valores de $|\Delta V_{\phi}|$ para o instante exemplificado na Figura 3.12.

Tabela 3.4 – Degrau de tensão $|\Delta V_{\phi}| \geq 0{,}5\%$ para o instante i = 20096.

Fase	$V_{\phi}[i]$	$V_{\phi}[i+1]$	$\Delta V_{\phi}[i]$	$\lvert\Delta V_{\phi}[i]\rvert$
A	1,0029 pu	0,9947 pu	-0,81 %	0,81 %
B	1,0099 pu	1,0017 pu	-0,82 %	0,82 %
C	0,9985 pu	0,9916 pu	-0,70 %	0,70 %

Para o instante i = 20096 existe ao menos um $|\Delta V_{\phi}| \geq 0{,}5\%$, para ϕ = A, B ou C. Com isso, o evento que ocorre no instante i = 20096 é pré-selecionado para ser utilizado no procedimento de modelagem de carga.

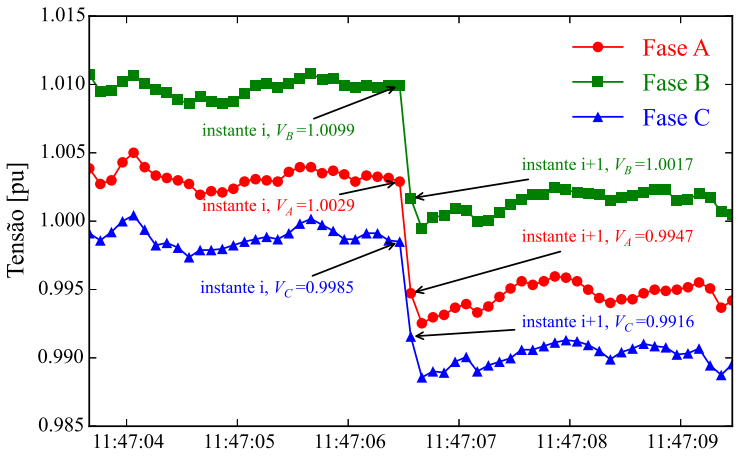


Figura 3.12 – Detecção de evento $|\Delta V| \geq 0{,}5\%$.

Aplicando-se o procedimento da Equação (3.11) para todo o intervalo de medições realizados, foram pré-selecionados 61 eventos na fase A, 49 eventos na fase B e 54 eventos na fase C, o que a primeira

vista nos levaria a considerar 164 eventos pré-candidatos à utilização para modelagem da carga. Tais eventos são destacados na representação da Figura 3.13 a seguir.

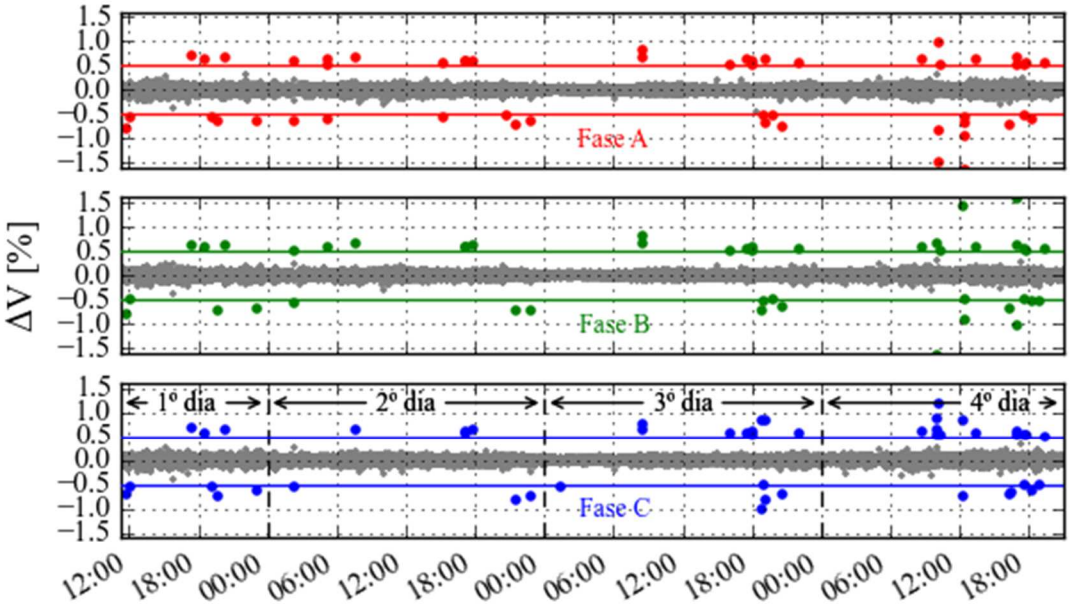


Figura 3.13 – Ocorrência de eventos $|\Delta V_\phi| \geq 0{,}5\%$ pré-candidatos à modelagem de carga.

Muitos desses eventos, todavia, são comuns às três fases: ora o distúrbio atinge as três fases, ora o distúrbio é maior em duas fases e menor (menor que 0,5%) na outra, ora o distúrbio é maior que 0,5% apenas em uma das fases. Dessa forma, comparando-se os instantes em que ocorrem os distúrbios em cada uma das 3 fases, pode-se montar o diagrama de Venn apresentado na Figura 3.14, na qual conclui-se que na janela de 82 horas de medição temos 72 eventos pré-selecionados para utilização na modelagem da carga. Na Tabela 3.5 são apresentadas algumas informações para cada um dos 72 eventos.

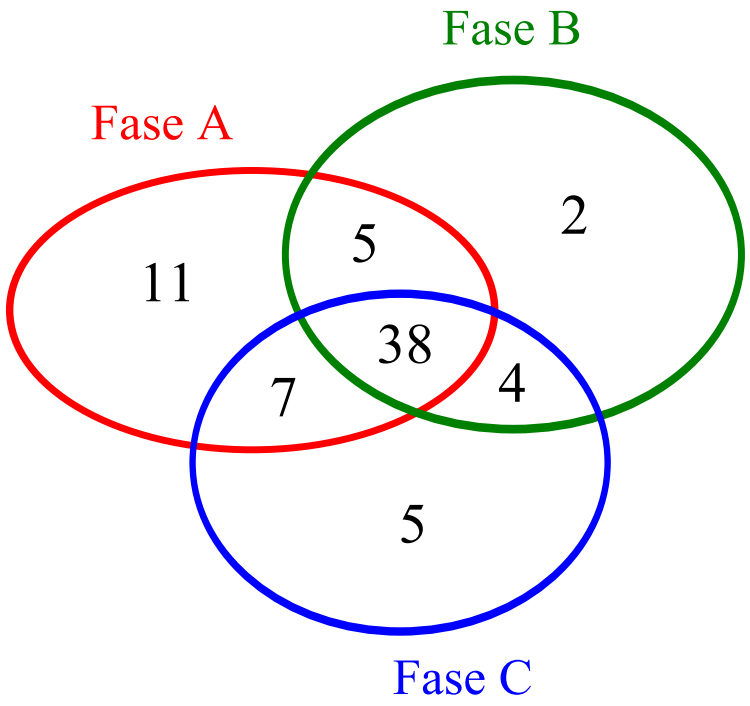


Figura 3.14 – Distribuição dos eventos para modelagem de carga com |ΔV| > 0,5 % entre as fases do sistema.

Na pré-seleção dos eventos listados na Tabela 3.5 estão incluídos 8 eventos que ocorreram enquanto o supermercado era alimentado por geração própria (desconectado da rede durante o horário de pico) e, portanto, serão excluídos. O universo de eventos pré-selecionados é reduzido, portanto, para 64 eventos. Os eventos excluídos são os #4, 5, 6, 7, 69, 70, 71 e 72. Outros eventos que ocorrem em instantes de tempo muito próximos são também identificados. O fato de que mais de um evento ocorre em um intervalo curto de tempo é um indício de que tais distúrbios de tensão não estão associados a comutação de *tap* de reguladores de tensão. Alguns desses eventos serão posteriormente analisados.

Tabela 3.5 – Eventos pré-selecionados para modelagem de carga ao longo do período de ~ 82 horas de medição.

Evento #	ΔV_A [%]	ΔV_B [%]	ΔV_C [%]	*i*	Dia	Hora	Observação
1	-0,81	-0,82	-0,70	20096	1 sexta - feira	11:47:06	
2	-0,56	-0,52	-0,56	32335		12:07:30	
3	0,72	0,61	0,68	224450		17:27:51	
~~4~~	~~0,61~~	~~0,58~~	~~0,58~~	~~262752~~		~~18:31:43~~	supermercado desconectado da rede de distribuição
~~5~~	~~-0,59~~	~~-0,48~~	~~-0,55~~	~~288349~~		~~19:14:24~~	
~~6~~	~~-0,66~~	~~-0,73~~	~~-0,74~~	~~304743~~		~~19:41:44~~	
~~7~~	~~0,65~~	~~0,61~~	~~0,65~~	~~324787~~		~~20:15:10~~	
8	-0,65	-0,68	-0,62	425805		23:03:36	

Evento #	ΔV_A [%]	ΔV_B [%]	ΔV_C [%]	*i*	Dia	Hora	Observação
9	-0,64	-0,58	-0,56	543965	2 sábado	02:20:38	eventos muito próximos: potencialmente não se trata de comutação de *tap*.
10	0,60	0,50	0,49	543973		02:20:39	
11	0,51	0,57	0,27	646107		05:10:57	
12	-0,59	-0,20	-0,15	646796		05:12:06	eventos muito próximos: potencialmente não se trata de comutação de *tap*.
13	0,62	0,15	0,15	646797		05:12:06	
14	0,66	0,64	0,62	732623		07:35:13	
15	-0,58	-0,30	0,05	1009515		15:16:55	eventos muito próximos: potencialmente não se trata de comutação de *tap*.
16	0,53	0,27	-0,04	1009516		15:16:56	
17	0,60	0,57	0,58	1078981		17:12:45	
18	0,58	0,56	0,59	1079096		17:12:57	
19	0,59	0,60	0,63	1100777		17:49:06	
20	-0,51	-0,48	-0,47	1206432		20:45:17	
21	-0,71	-0,72	-0,82	1231654		21:27:20	
22	-0,66	-0,71	-0,74	1283778		22:54:15	
23	-0,49	-0,48	-0,54	1376776	3 domingo	01:29:19	
24	0,68	0,64	0,64	1629761		08:31:10	
25	0,83	0,80	0,76	1631065		08:33:20	
26	0,52	0,52	0,55	1902687		16:06:16	
27	0,61	0,56	0,55	1955358		17:34:05	
28	0,50	0,52	0,53	1974532		18:06:04	
29	0,59	0,59	0,62	1975489		18:07:39	
30	-2,19	-0,74	-1,02	2001972		18:51:49	eventos muito próximos: potencialmente não se trata de comutação de *tap*.
31	1,98	0,48	0,83	2001973		18:51:49	
32	-0,53	-0,55	-0,52	2009189		19:03:51	
33	-0,69	-0,07	-0,82	2011736		19:08:06	eventos muito próximos: potencialmente não se trata de comutação de *tap*.
34	0,62	0,06	0,84	2011737		19:08:06	
35	-0,52	-0,50	-0,49	2035865		19:48:20	
36	-0,75	-0,66	-0,72	2063109		20:33:46	
37	0,54	0,53	0,56	2119463		22:07:44	

Evento #	ΔV_A [%]	ΔV_B [%]	ΔV_C [%]	*i*	Dia	Hora	Observação
38	0,62	0,57	0,61	2502415	4 segunda - feira	08:46:17	
39	2,25	-1,66	0,63	2546581		09:59:56	
40	-0,23	0,26	0,52	2546730		10:00:11	eventos muito próximos: potencialmente não se trata de comutação de *tap*.
41	0,02	0,67	0,89	2546731		10:00:11	
42	0,01	2,37	-0,12	2546938		10:00:32	
43	-1,49	0,02	-0,03	2554962		10:13:55	eventos muito próximos: potencialmente não se trata de comutação de *tap*.
44	-0,85	-0,03	-0,05	2554963		10:13:55	
45	0,97	-0,04	-3,11	2555124		10:14:11	
46	-0,44	-1,84	1,20	2555375		10:14:36	
47	0,51	0,51	0,54	2558568		10:19:55	
48	0,15	1,43	-0,74	2630947		12:20:37	eventos muito próximos: potencialmente não se trata de comutação de *tap*.
49	-0,44	0,06	1,89	2631259		12:21:08	
50	-0,21	0,05	0,84	2631260		12:21:08	
51	1,79	-0,01	0,01	2631510		12:21:33	
52	-0,95	-0,04	-0,05	2637043		12:30:47	eventos muito próximos: potencialmente não se trata de comutação de *tap*.
53	-1,66	-0,01	-0,10	2637044		12:30:47	
54	-0,68	-0,51	0,10	2637304		12:31:13	
55	-0,58	-0,18	0,03	2637305		12:31:13	
56	1,86	-0,91	-1,92	2637587		12:31:41	
57	0,62	0,56	0,58	2668541		13:23:18	
58	-0,73	-0,69	-0,70	2772905		16:17:19	
59	0,11	0,03	-0,66	2780934		16:30:43	
60	-10,45	-1,02	-10,89	2796274		16:56:17	eventos muito próximos: potencialmente não se trata de comutação de *tap*.
61	4,68	-2,21	6,30	2796275		16:56:17	
62	4,74	1,56	3,70	2796276		16:56:18	
63	0,53	0,49	0,53	2796277		16:56:18	
64	0,65	0,62	0,62	2796327		16:56:23	
65	-0,49	-0,50	-0,50	2818857		17:33:57	
66	-0,53	-0,47	-0,53	2820099		17:36:01	
67	0,51	0,53	0,54	2820908		17:37:22	
68	0,54	0,51	0,51	2824685		17:43:40	
~~69~~	~~-0,62~~	~~-0,56~~	~~-0,64~~	~~2842646~~		~~18:13:37~~	supermercado desconectado da rede de distribuição
~~70~~	~~-0,47~~	~~-0,54~~	~~-0,52~~	~~2869976~~		~~18:59:11~~	
~~71~~	~~0,55~~	~~0,54~~	~~0,50~~	~~2885310~~		~~19:24:45~~	
~~72~~	~~-1,06~~	~~-1,43~~	~~-0,26~~	~~2942505~~		~~21:00:08~~	

Além dos 8 eventos excluídos por ocorrerem em instantes de tempo em que o supermercado não era suprido pela rede elétrica, outros eventos pré-selecionados pela metodologia serão descartados. Na

tabela de eventos pós-selecionados, foram excluídos os eventos detectados nos intervalos em que o supermercado estava desconectado da rede de distribuição bem como foram agrupados em eventos únicos aqueles eventos pré-selecionados em que, por ocorrerem em instantes de tempo muito próximos, potencialmente não configuram comutação de *tap* de regulador de tensão. Esses eventos podem ser variações de tensão de curta duração ou ainda afundamentos de tensão decorrentes de outros distúrbios naturais na rede elétrica, como faltas ou partida de motores. Os eventos pós-selecionados são listados na Tabela 3.6 a seguir.

Tabela 3.6 – Eventos pós-selecionados para modelagem de carga ao longo do período de ~ 82 horas de medição.

Evento #	ΔV_A [%]	ΔV_B [%]	ΔV_C [%]	*i*	Dia	Hora	Observação
1	-0,81	-0,82	-0,70	20096	1 sexta - feira	11:47:06	
2	-0,56	-0,52	-0,56	32335		12:07:30	
3	0,72	0,61	0,68	224450		17:27:51	
8	-0,65	-0,68	-0,62	425805		23:03:36	
9/10	-0,64	-0,58	-0,56	543965	2 sábado	02:20:38 - 02:20:39	
	0,60	0,50	0,49	543973			
11	0,51	0,57	0,27	646107		05:10:57	
12/13	-0,59	-0,20	-0,15	646796		05:12:06	
	0,62	0,15	0,15	646797			
14	0,66	0,64	0,62	732623		07:35:13	
15/16	-0,58	-0,30	0,05	1009515		15:16:55 - 15:16:56	
	0,53	0,27	-0,04	1009516			
17	0,60	0,57	0,58	1078981		17:12:45	
18	0,58	0,56	0,59	1079096		17:12:57	
19	0,59	0,60	0,63	1100777		17:49:06	
20	-0,51	-0,48	-0,47	1206432		20:45:17	
21	-0,71	-0,72	-0,82	1231654		21:27:20	
22	-0,66	-0,71	-0,74	1283778		22:54:15	

Evento #	ΔV_A [%]	ΔV_B [%]	ΔV_C [%]	*i*	Dia	Hora	Observação
23	-0,49	-0,48	-0,54	1376776	3 domingo	01:29:19	
24	0,68	0,64	0,64	1629761		08:31:10	
25	0,83	0,80	0,76	1631065		08:33:20	
26	0,52	0,52	0,55	1902687		16:06:16	
27	0,61	0,56	0,55	1955358		17:34:05	
28	0,50	0,52	0,53	1974532		18:06:04	
29	0,59	0,59	0,62	1975489		18:07:39	
30/31	-2,19	-0,74	-1,02	2001972		18:51:49	
	1,98	0,48	0,83	2001973			
32	-0,53	-0,55	-0,52	2009189		19:03:51	
33/34	-0,69	-0,07	-0,82	2011736		19:08:06	
	0,62	0,06	0,84	2011737			
35	-0,52	-0,50	-0,49	2035865		19:48:20	
36	-0,75	-0,66	-0,72	2063109		20:33:46	
37	0,54	0,53	0,56	2119463		22:07:44	

Evento #	ΔV_A [%]	ΔV_B [%]	ΔV_C [%]	*i*	Dia	Hora	Observação
38	0,62	0,57	0,61	2502415	4 segunda - feira	08:46:17	
39	2,25	-1,66	0,63	2546581		09:59:56	
40-42	-0,23	0,26	0,52	2546730		10:00:11 - 10:00:32	
	0,02	0,67	0,89	2546731			
	0,01	2,37	-0,12	2546938			
43-46	-1,49	0,02	-0,03	2554962		10:13:55 - 10:14:36	
	-0,85	-0,03	-0,05	2554963			
	0,97	-0,04	-3,11	2555124			
	-0,44	-1,84	1,20	2555375			
47	0,51	0,51	0,54	2558568		10:19:55	
48-51	0,15	1,43	-0,74	2630947		12:20:37 - 12:21:33	
	-0,44	0,06	1,89	2631259			
	-0,21	0,05	0,84	2631260			
	1,79	-0,01	0,01	2631510			
52-56	-0,95	-0,04	-0,05	2637043		12:30:47 - 12:31:41	
	-1,66	-0,01	-0,10	2637044			
	-0,68	-0,51	0,10	2637304			
	-0,58	-0,18	0,03	2637305			
	1,86	-0,91	-1,92	2637587			
57	0,62	0,56	0,58	2668541		13:23:18	
58	-0,73	-0,69	-0,70	2772905		16:17:19	
59	0,11	0,03	-0,66	2780934		16:30:43	
60-64	-10,45	-1,02	-10,89	2796274		16:56:17 - 16:56:23	
	4,68	-2,21	6,30	2796275			
	4,74	1,56	3,70	2796276			
	0,53	0,49	0,53	2796277			
	0,65	0,62	0,62	2796327			
65	-0,49	-0,50	-0,50	2818857		17:33:57	
66	-0,53	-0,47	-0,53	2820099		17:36:01	
67	0,51	0,53	0,54	2820908		17:37:22	
68	0,54	0,51	0,51	2824685		17:43:40	

3.3.2 Filtragem dos Eventos com Sensibilidades ΔP/ΔV e ΔQ/ΔV Positivas

Nem todos os eventos selecionados na subseção anterior poderão ser utilizados para fins de modelagem de carga. Para parametrização do modelo da carga, é necessário separar os eventos em que o degrau de potência ativa e/ou reativa ocorre no mesmo sentido que o degrau de tensão. Dessa forma, estamos

interessados em eventos nos quais uma variação ΔV [%] negativa seja acompanhada de variações ΔP [%] e ΔQ [%] também negativas bem como em eventos nos quais uma variação ΔV [%] positiva seja acompanhada de variações ΔP [%] e ΔQ [%] também positivas.

Uma variação de potência ΔP [%], ΔQ [%] positiva acompanhada de uma variação de tensão ΔV [%] negativa é um indício que a tensão de fornecimento foi reduzida devido à regulação de tensão associada a um acréscimo da carga, assim como variações de potência ΔP [%], ΔQ [%] negativas associadas de variação de tensão ΔV [%] positiva sugerem alívio de carga na característica de regulação de tensão de fornecimento. Aumento ou alívio de carga são eventos a jusante do medidor, internos à instalação que desejamos modelar, e, portanto, não trazem informação útil para a modelagem da carga[2].

A separação dos eventos pré-selecionados válidos dos inválidos é simples e pode ser feito através do seguinte teste:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\Delta P}{\Delta V}\right) \text{e} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta V}\right) > 0 \Rightarrow \text{evento válido} \\ &\left(\frac{\Delta P}{\Delta V}\right) \text{ou} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta V}\right) < 0 \Rightarrow \text{evento inválido} \end{aligned} \tag{3.12}$$

Esse teste é equivalente a análise do sinal dos parâmetros *np* e *nq* do modelo exponencial: parâmetros menores que 0 (negativos) devem ser desconsiderados pois o evento associado não é válido para a modelagem de carga que se propõe neste trabalho.

3.3.3 Obtenção dos Parâmetros do Modelo Exponencial

Uma vez que os eventos que envolvam distúrbios naturais de tensão tenham sido filtrados, o procedimento de obtenção dos valores dos patamares antes e depois do distúrbio bem como a aplicação das Equações (3.7) e (3.8) podem ser aplicados. Na Tabela 3.7 a seguir são apresentados os valores dos parâmetros *np* e *nq*, para cada um dos eventos pós-selecionados apresentados na Tabela 3.6.

[2] Tais eventos, contudo, trazem informações úteis relacionadas ao nível de curto-circuito do ponto de acoplamento da instalação à rede de distribuição.

Tabela 3.7 – Parâmetros *np* e *nq* do modelo de carga exponencial para a instalação modelada.

Evento #	*np*			*nq*			Dia	Hora
	Fase A	Fase B	Fase C	Fase A	Fase B	Fase C		
1	2,49324	1,00000	1,00000	0,88781	1,00000	1,00000	1 sexta - feira	11:47:06
2	1,00000	1,00000	2,74046	0,99999	1,00000	2,74046		12:07:30
3	-1,97740	1,00000	3,97803					17:27:51
8	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000		23:03:36
11	1,00000	-1,14639	-3,26467				2 sábado	05:10:57
14	2,96317	1,00000	1,16706	1,00625	1,00000	-1,04520		07:35:13
17	-2,01494	4,18274	3,98039					17:12:45
18	-2,16569	1,00000	5,46534					17:12:57
19	-0,48291	-2,39389	1,00000	57,15408		1,00001		17:49:06
20	1,00000	3,64198	1,00000	0,99999	3,64199	1,00000		20:45:17
21	-0,93341	1,00000	-0,58797					21:27:20
22	1,00000	4,52968	1,00000	1,00001		1,00000		22:54:15
23	1,21247	4,03285	7,46713	-1,07856	-0,59626	-59,11290	3 domingo	01:29:19
24	1,00000	1,00000	1,00000	1,00001	1,00000	1,00000		08:31:10
25	-0,36578	-0,42870	1,00000	-0,36578	-0,42870	1,00000		08:33:20
26	1,00000	-1,35267	-0,65866	1,00000	-1,35267	63,29410		16:06:16
27	1,00000	5,01568	1,00000	0,99999		1,00001		17:34:05
28	1,00000	1,00000	-0,94232	0,99999	0,99999	-0,94231		18:06:04
29	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00001	1,00000		18:07:39
32	-0,74894	-2,88118	1,00000	64,79878		0,99999		19:03:51
35	-3,20240	1,00000	1,00000	64,83905	1,00000	1,00000		19:48:20
36	2,49167	-0,73959	1,00000	2,49167	-0,73958	1,00000		20:33:46
37	1,00000	1,00000	-1,23484	0,99999	1,00000	-1,23484		22:07:44
38	-2,35489	3,28957	1,00000	52,67166	-0,94308	1,00001	4 segunda - feira	08:46:17
39	1,12943	2,34475	-0,67179	16,30099		-0,67179		09:59:56
47	3,22636	1,00000	1,00000	3,22636	1,00001	1,00000		10:19:55
57	-2,01378	2,89512	-0,67978	52,43138	2,89511	-0,67977		13:23:18
58	-1,74141	-1,83766	1,14478	26,98194	46,95000	-2,60501		16:17:19
59	30,08545	-35,72677	2,64671	-286,1464		2,64672		16:30:43
65	-2,78666	1,20255	-1,04965	65,62085	-4,04341	-1,04965		17:33:57
66	1,00000	-1,29936	1,00000	1,00000	-1,29934	0,99999		17:36:01
67	-4,89446	1,00000	1,00000	65,76697	0,99999	1,00000		17:37:22
68	1,00000	3,18462	-2,74693	1,00000	3,18463			17:43:40

Vamos analisar a seguir alguns dos eventos apresentados na Tabela 3.7 em detalhes. Na análise de cada um dos eventos selecionados serão obtidos os parâmetros do modelo de carga em questão.

- **Evento #8**

Na Figura 3.15 a seguir é apresentada uma janela de tempo que mostra a curva da tensão na Fase C para o Evento #8 listado na Tabela 3.5. Este evento ocorre às 23:03:36 da sexta-feira, o primeiro dia de medições. Nas Figuras 3.16 e 3.17 é apresentada a medição da potência ativa e reativa consumida pelo supermercado no mesmo intervalo de tempo. Os valores dos patamares de tensão, potência ativa e reativa antes e depois do evento são condensados na Tabela 3.8 a seguir:

Tabela 3.8 – Valores de potência e tensão para o Evento #8.

	P **[kW]**	***Q*** **[kVAr]**	***V*** **[kV]**
antes	63,3407	19,2000	8,072
depois	63,0102	19,0998	8,029

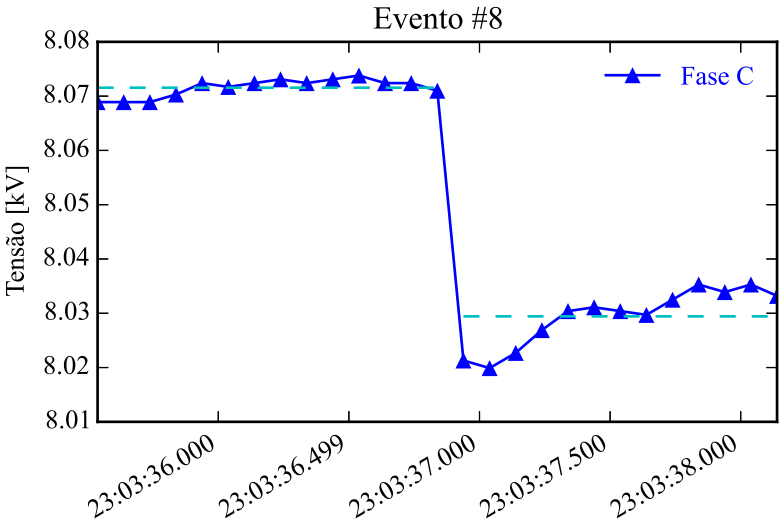


Figura 3.15 – Detalhe do degrau de tensão associado ao Evento #8.

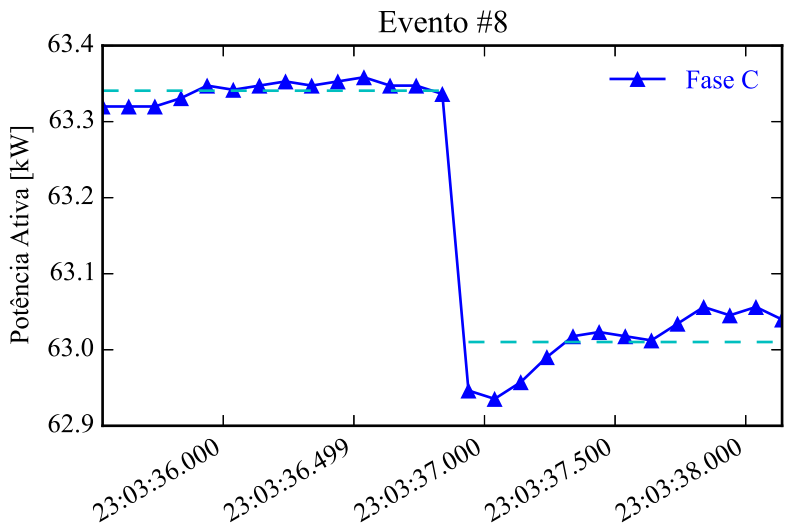


Figura 3.16 – Detalhe do degrau de potência ativa associado ao Evento #8.

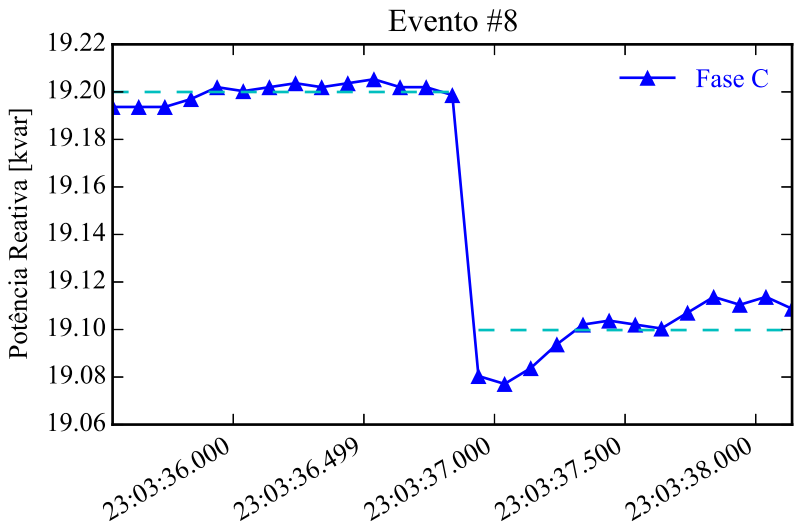


Figura 3.17 – Detalhe do degrau de potência reativa associado ao Evento #8.

Aplicando as Equações (3.7) e (3.8) aos valores apresentados na Tabela 3.8 obtém-se:

$$np = \frac{\log_{10}\left(\dfrac{P_{\text{regime}}}{P_0}\right)}{\log_{10}\left(\dfrac{V_{\text{regime}}}{V_0}\right)} = \frac{\log_{10}\left(\dfrac{63{,}0102}{63{,}3407}\right)}{\log_{10}\left(\dfrac{8{,}029}{8{,}072}\right)} = \frac{-0{,}002272}{-0{,}002319} = 0{,}979439 \tag{3.13}$$

$$nq = \frac{\log_{10}\left(\frac{Q_{\text{regime}}}{Q_0}\right)}{\log_{10}\left(\frac{V_{\text{regime}}}{V_0}\right)} = \frac{\log_{10}\left(\frac{19{,}0998}{19{,}2000}\right)}{\log_{10}\left(\frac{8{,}029}{8{,}072}\right)} = \frac{-0{,}002272}{-0{,}002319} = 0{,}979615 \tag{3.14}$$

Os valores de np = 0,979439 e nq = 0,979615 são muito próximos de 1, sugerindo que a carga apresenta comportamento típico de corrente constante. De fato, se observarmos a medição de corrente nessa janela de tempo, que é apresentada na Figura 3.18, observaremos que o comportamento corrente constante é verificado.

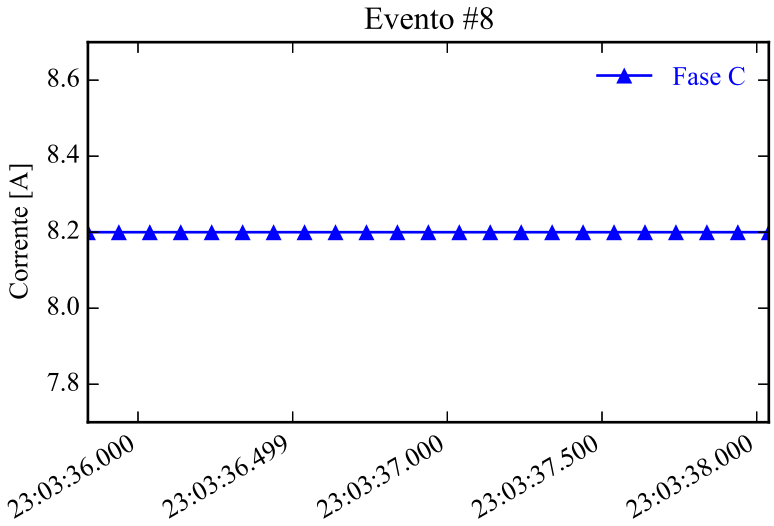


Figura 3.18 – Detalhe da corrente associada ao Evento #8.

- **<u>Evento #32</u>**

De forma análoga à análise apresentada para o Evento #8, consideremos o Evento#32. Na Figura 3.19 a seguir é apresentada uma janela de tempo da curva da tensão na Fase C para o Evento #32 listado na Tabela 3.5. Este evento ocorre às 19:03:51 do domingo. Nas Figuras 3.20 e 3.21 é apresentada a medição da potência ativa e reativa consumida pelo supermercado no mesmo intervalo de tempo. Os valores dos patamares de tensão, potência ativa e reativa antes e depois do evento são condensados na Tabela 3.9 a seguir:

Tabela 3.9 – Valores de potência e tensão para o Evento #32.

	***P* [kW]**	***Q* [kVAr]**	***V* [kV]**
antes	71,4323	14,5050	7,8377
depois	71,0959	14,4366	7,8007

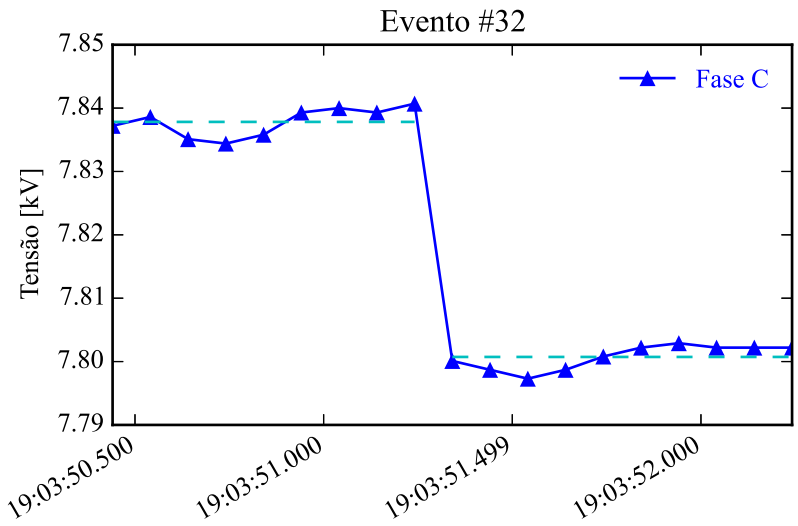


Figura 3.19 – Detalhe do degrau de tensão associado ao Evento #32.

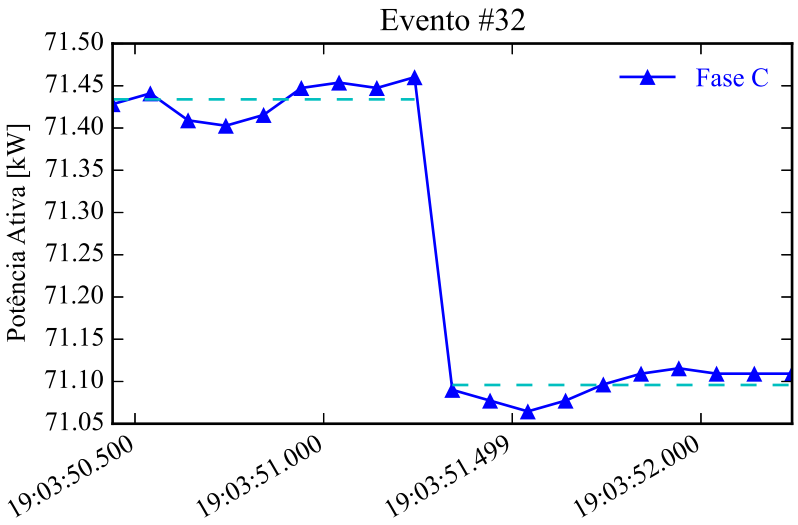


Figura 3.20 – Detalhe do degrau de potência ativa associado ao Evento #32.

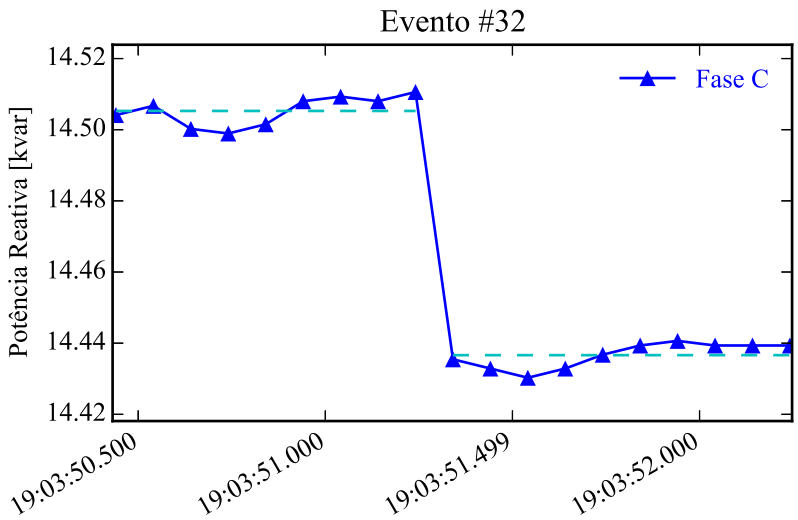


Figura 3.21 – Detalhe do degrau de potência reativa associado ao Evento #32.

Aplicando as Equações (3.7) e (3.8) aos valores apresentados na Tabela 3.9 obtém-se:

$$np = \frac{\log_{10}\left(\frac{P_{\text{regime}}}{P_0}\right)}{\log_{10}\left(\frac{V_{\text{regime}}}{V_0}\right)} = \frac{\log_{10}\left(\frac{71{,}0959}{71{,}4323}\right)}{\log_{10}\left(\frac{7{,}8007}{7{,}8377}\right)} = \frac{-0{,}002050}{-0{,}002055} = 0{,}997575 \tag{3.15}$$

$$nq = \frac{\log_{10}\left(\frac{Q_{\text{regime}}}{Q_0}\right)}{\log_{10}\left(\frac{V_{\text{regime}}}{V_0}\right)} = \frac{\log_{10}\left(\frac{14{,}4366}{14{,}5050}\right)}{\log_{10}\left(\frac{7{,}8007}{7{,}8377}\right)} = \frac{-0{,}002053}{-0{,}002055} = 0{,}998905 \tag{3.16}$$

Os valores de np = 0,997575 e nq = 0,998905 são muito próximos de 1, sugerindo que a carga apresenta comportamento típico de corrente constante. De fato, se observarmos a medição de corrente nessa janela de tempo, que é apresentada na Figura 3.22, observaremos que o comportamento corrente constante é verificado.

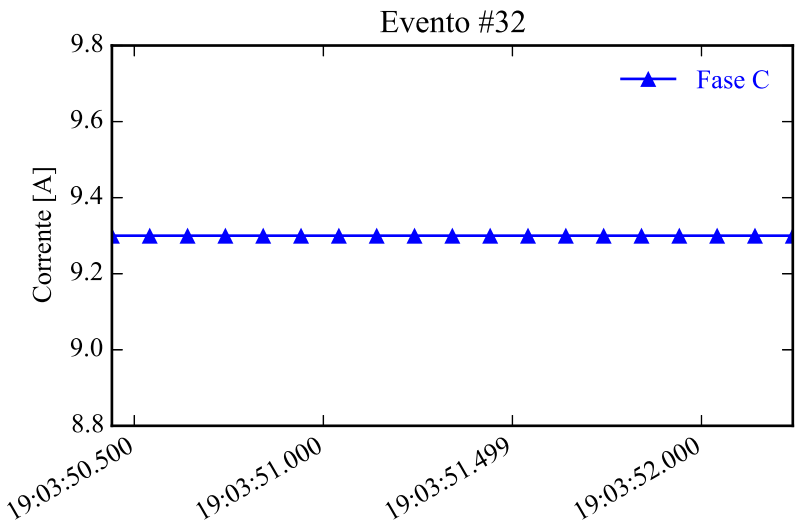


Figura 3.22 – Detalhe da corrente associada ao Evento #32.

- **<u>Evento #37</u>**

Os Eventos #8 e #32 são exemplos em que a carga é modelada na comutação de descida do *tap* do regulador de tensão. Da mesma forma, a comutação de subida pode ser utilizada, que é o caso do Evento #37 apresentado a seguir. Na Figura 3.23 a seguir é apresentada a janela de tempo da curva da tensão na Fase A para o Evento #37 listado na Tabela 3.5. Este evento ocorre às 22:07:44 do domingo. Nas Figura 3.24 e Figura 3.25 é apresentada a medição da potência ativa e reativa consumida pelo supermercado no mesmo intervalo de tempo. Os valores dos patamares de tensão, potência ativa e reativa antes e depois do evento são condensados na Tabela 3.10 a seguir:

Tabela 3.10 – Valores de potência e tensão para o Evento #37.

	***P* [kW]**	***Q* [kVAr]**	***V* [kV]**
antes	61,3000	13,3793	7,8429
depois	61,6188	13,4489	7,8837

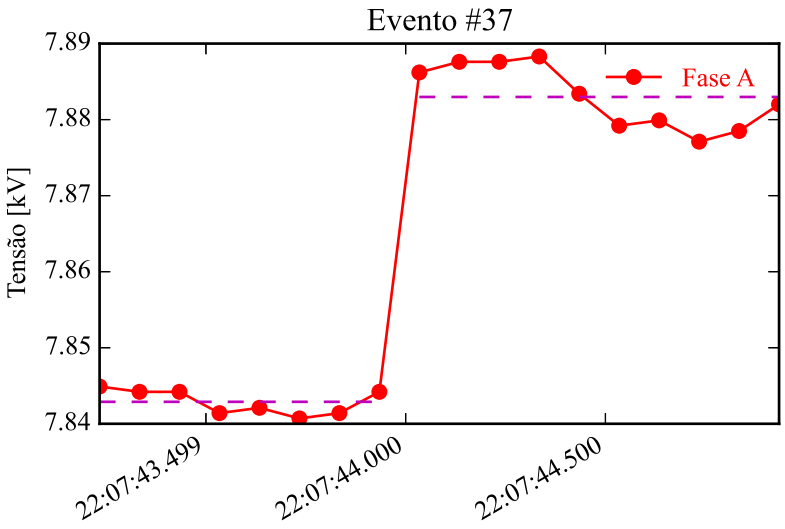


Figura 3.23 – Detalhe do degrau de tensão associado ao Evento #37.

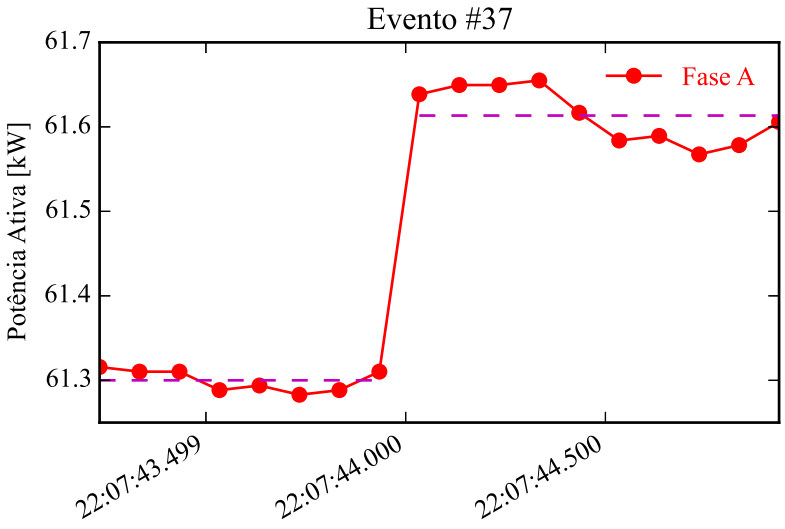


Figura 3.24 – Detalhe do degrau de potência ativa associado ao Evento #37.

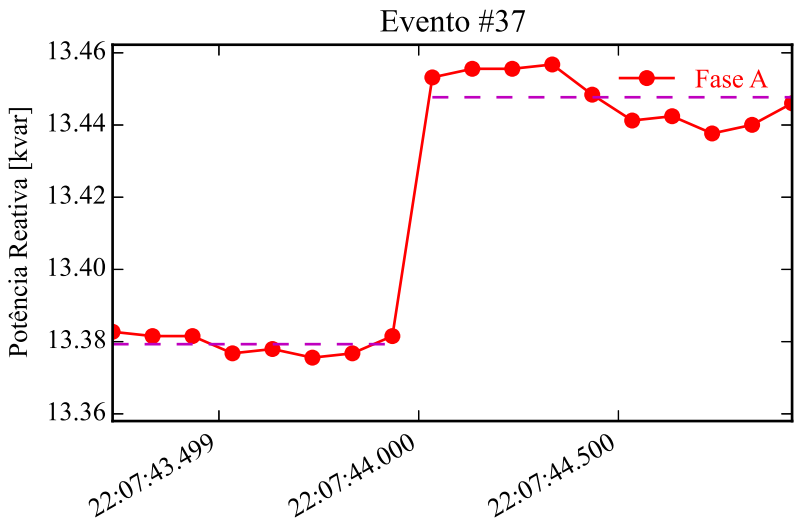


Figura 3.25 – Detalhe do degrau de potência reativa associada ao Evento #37.

Aplicando as Equações (3.7) e (3.8) aos valores apresentados na Tabela 3.10 obtém-se:

$$np = \frac{\log_{10}\left(\frac{P_{\text{regime}}}{P_0}\right)}{\log_{10}\left(\frac{V_{\text{regime}}}{V_0}\right)} = \frac{\log_{10}\left(\frac{61{,}6188}{61{,}3000}\right)}{\log_{10}\left(\frac{7{,}8837}{7{,}8429}\right)} = \frac{0{,}002252}{0{,}002252} = 0{,}999999 \tag{3.17}$$

$$nq = \frac{\log_{10}\left(\frac{Q_{\text{regime}}}{Q_0}\right)}{\log_{10}\left(\frac{V_{\text{regime}}}{V_0}\right)} = \frac{\log_{10}\left(\frac{13{,}4489}{13{,}3793}\right)}{\log_{10}\left(\frac{7{,}8837}{7{,}8429}\right)} = \frac{0{,}002252}{0{,}002252} = 0{,}999999 \tag{3.18}$$

Os valores de np = 0,999999 e nq = 0,999999 são muito próximos de 1, sugerindo que a carga apresenta comportamento típico de corrente constante. De fato, se observarmos a medição de corrente nessa janela de tempo, que é apresentada na Figura 3.26, observaremos que o comportamento corrente constante é verificado.

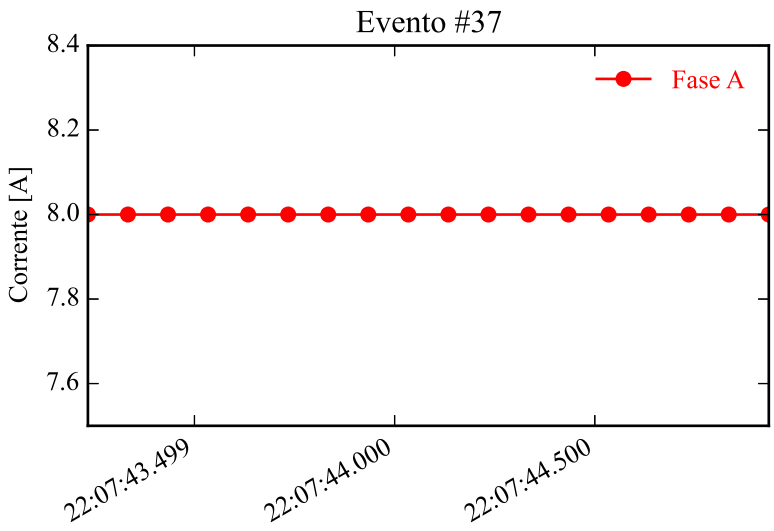


Figura 3.26 – Detalhe da corrente associada ao Evento #37.

Os 3 eventos analisados indicam que a carga do supermercado se comporta como corrente constante. Esse é o valor dos parâmetros *np* e *nq* obtidos em geral na Tabela 3.7.

3.3.4 Análise de Outros Eventos

Na Subseção 3.3.1 foram descartados alguns eventos pré-selecionados que não se adequavam aos tipos de distúrbio necessários para a metodologia. Nesta subseção, analisaremos alguns desses eventos a fim de investigarmos se os resultados obtidos anteriormente estão de acordo com o comportamento da carga que foi observado em tais eventos.

3.3.4.1 Curto-circuito trifásico

- **<u>Eventos #9 e #10</u>**

Alguns eventos pré-selecionados através do critério $|\Delta V_\phi| \geq 0{,}5\%$ podem não estar relacionados a eventos de comutação de *tap* de regulador de tensão especificamente. A observação atenta da Tabela 3.5 sugere que os Eventos #9 e #10 podem ser vistos como etapas de um evento único, dada a proximidade temporal com que ocorrem. De fato, se observarmos a tensão medida nas três fases do transformador de alimentação do supermercado, veremos um afundamento de tensão de curta duração, de aproximadamente 900 ms, mostrado na Figura 3.27 a seguir. É possível que esse afundamento de tensão seja resultante de alguma falta na rede. Nas Figura 3.28, Figura 3.29 e Figura 3.30 são apresentadas as respostas das potências ativa e reativa consumidas por cada uma das 3 fases do supermercado.

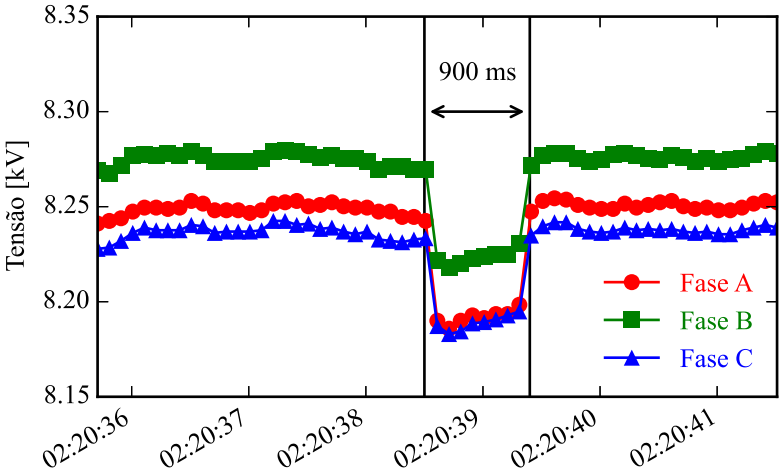


Figura 3.27 – Afundamento de tensão de curta duração associado aos Eventos #9 e #10.

Ainda que não seja um evento relacionado à comutação de *tap*, tal evento é, a priori, perfeitamente possível de ser utilizado como distúrbio natural para os fins de modelagem de carga. A diferença em relação ao procedimento apresentado para os outros eventos reside no fato de que os patamares de tensão antes e depois precisam ser estabelecidos de outra maneira. No caso do Evento composto #9 e #10 é mais adequado definirmos três patamares, a saber: patamar 1, antes do evento; patamar 2, durante o evento e patamar 3, depois do evento. Os valores estimados para os patamares de potência ativa e tensão antes, durante e depois do distúrbio são apresentados na Tabela 3.11 a seguir:

Tabela 3.11 – Valores de potência ativa e tensão para os Eventos #9 e #10.

	P_A [kW]	P_B [kW]	P_C [kW]	Q_A [kvar]	Q_B [kvar]	Q_C [kvar]	V_A [kV]	V_B [kV]	V_C [kV]
antes	59,53	61,39	62,14	13,29	13,41	19,09	8,24792	8,27438	8,23597
durante	57,73	61,02	61,80	13,21	13,33	18,98	8,19193	8,22334	8,18886
depois	59,57	61,42	62,19	13,30	13,41	19,09	8,25137	8,27700	8,23855

Podemos estimar os parâmetros da carga tanto na borda de descida quanto na borda de subida do degrau de tensão, utilizando as Equações (3.19) e (3.20) a seguir:

$$np^{\phi}_{\text{descida}} = \frac{\log_{10}\left(\dfrac{P_2^{\phi}}{P_1^{\phi}}\right)}{\log_{10}\left(\dfrac{V_2^{\phi}}{V_1^{\phi}}\right)},\ nq^{\phi}_{\text{descida}} = \frac{\log_{10}\left(\dfrac{Q_2^{\phi}}{Q_1^{\phi}}\right)}{\log_{10}\left(\dfrac{V_2^{\phi}}{V_1^{\phi}}\right)} \tag{3.19}$$

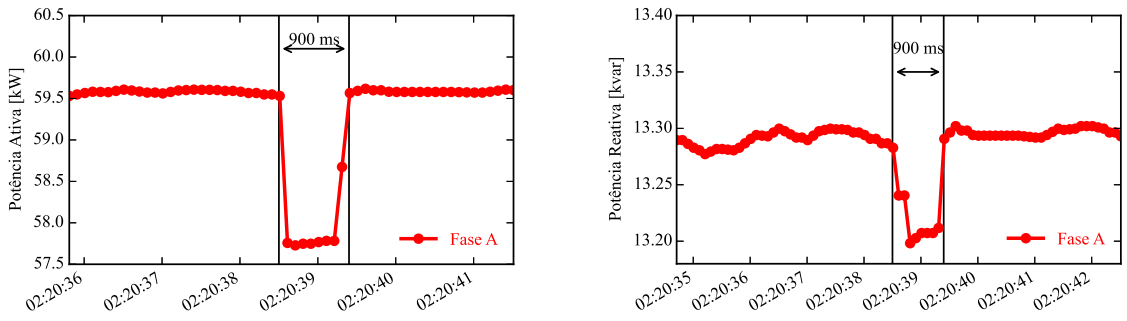
$$np^{\phi}_{\text{subida}} = \frac{\log_{10}\left(\dfrac{P_3^{\phi}}{P_3^{\phi}}\right)}{\log_{10}\left(\dfrac{V_3^{\phi}}{V_2^{\phi}}\right)},\ nq^{\phi}_{\text{subida}} = \frac{\log_{10}\left(\dfrac{Q_3^{\phi}}{Q_3^{\phi}}\right)}{\log_{10}\left(\dfrac{V_3^{\phi}}{V_2^{\phi}}\right)} \tag{3.20}$$

Aplicando os valores da Tabela 3.11 às Equações (3.19) e (3.20) chegamos aos seguintes valores:

Tabela 3.12 – Valores dos parâmetros do modelo da carga para os Eventos #9 e #10.

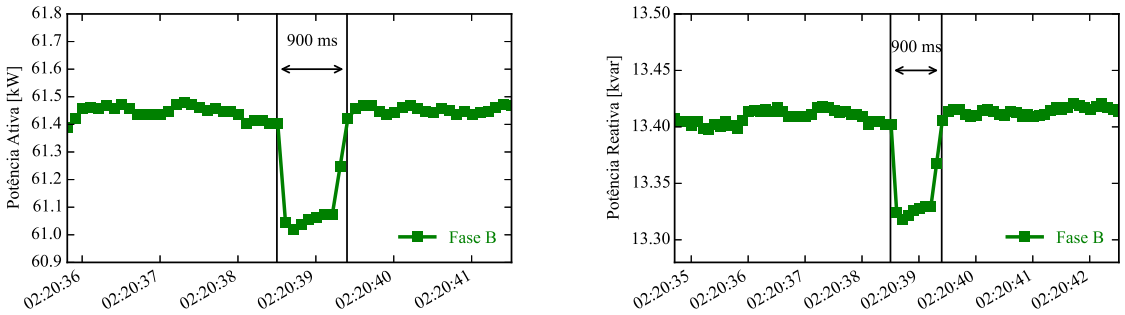
	np_A	np_B	np_C	nq_A	nq_B	nq_C
descida	4,507570	0,977008	0,956434	0,860880	0,956158	1,000955
subida	4,339740	1,004567	1,039868	0,853795	0,958711	1,000451
média	4,423655	0,990787	0,998151	0,857338	0,957435	1,000703

Para as cargas das fases B e C o valor do parâmetro permanece sugerindo carga do tipo corrente constante. Para a fase A o parâmetro apresenta um valor bastante diferente dos obtidos anteriormente. De qualquer forma, a análise do Evento #9 e #10 mostra que diversos tipos de distúrbios podem ser utilizados como eventos propícios para monitoramento do modelo de carga em operação nas redes elétricas.



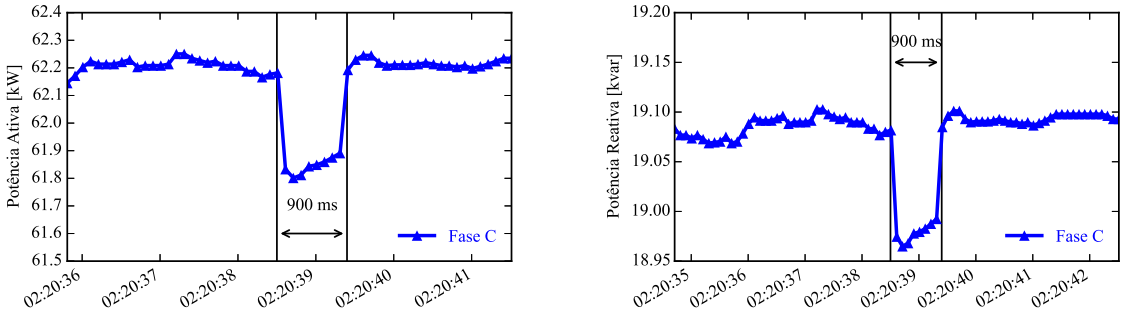
(a) **(b)**

Figura 3.28 – Comportamento da carga durante o Evento #9 e #10 – Fase A: (a) potência ativa e (b) potência reativa.



(a) **(b)**

Figura 3.29 – Comportamento da carga durante o Evento #9 e #10 – Fase B: (a) potência ativa e (b) potência reativa.



(a) **(b)**

Figura 3.30 – Comportamento da carga durante o Evento #9 e #10 – Fase C: (a) potência ativa e (b) potência reativa.

3.3.4.2 Partida de motor na rede de distribuição

Um outro tipo de distúrbio natural de tensão observado nas medições do supermercado cuja análise aponta para o mesmo tipo de modelo de carga obtido pelos eventos de comutação de *tap* de regulador de tensão previamente analisados é apresentado nesta subseção. A Figura 3.31 a seguir apresenta uma janela de 25 segundos de medição de tensão das 3 fases, na entrada da instalação, entre as 10:19:35 e as 10:20:00 do dia 4 de medições. Nessa janela de medições pode-se observar um afundamento de tensão trifásico, caracterizado por uma duração de cerca de 6 segundos. O formato do afundamento de tensão observado nesta janela de tempo possui características típicas de uma partida de motor de indução que, a priori, pode ter ocorrido tanto internamente à instalação modelada quanto em alguma outra instalação externa ao supermercado, conectada na mesma rede de distribuição.

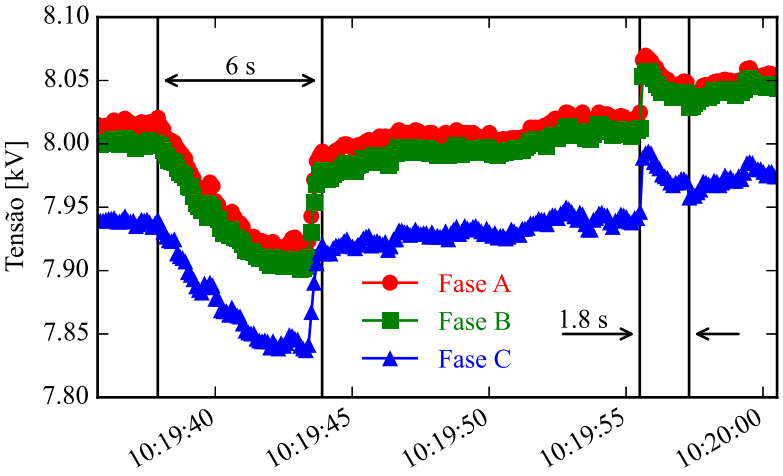


Figura 3.31 – Afundamento de tensão nas três fases devido à provável partida de um motor.

Para que a localização do motor seja determinada, isto é, se ele é interno ou externo à instalação modelada, basta uma análise da sensibilidade $\Delta P/\Delta V$, $\Delta Q/\Delta V$. Se o motor estiver dentro da instalação modelada, o afundamento de tensão foi causado por sua partida, portanto uma redução na tensão de entrada corresponde a uma elevação na potência consumida pela instalação. Caso contrário, ou seja, se o motor estiver fora da instalação modelada, se houver dependência da carga com a tensão, um afundamento na tensão de suprimento da instalação deve ser acompanhado por uma redução na potência consumida pela instalação.

A janela de medição das potências ativa e reativa na entrada da instalação durante o evento de partida do motor são apesentadas nas Figura 3.32 e Figura 3.33 a seguir. Pode se observar das medições que, durante os 6 segundos de afundamento da tensão de suprimento, a potência consumida pela instalação é reduzida, sugerindo que a partida do motor é externa a instalação modelada e que a carga da instalação modelada possui dependência com a tensão.

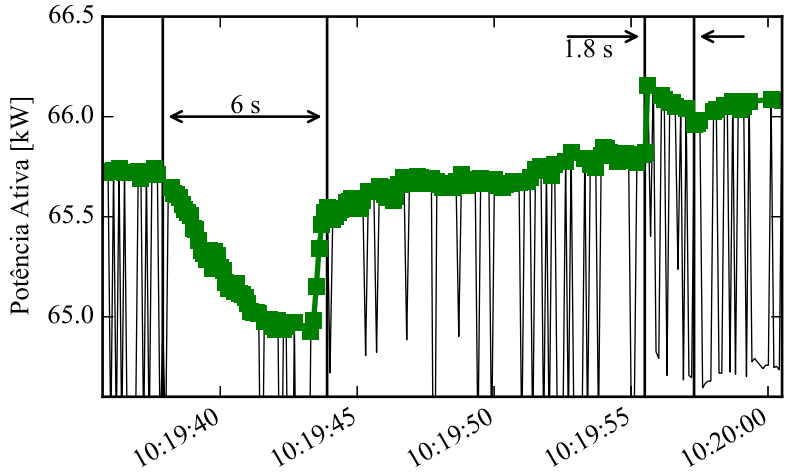


Figura 3.32 – Resposta da potência ativa consumida pela instalação modelada.

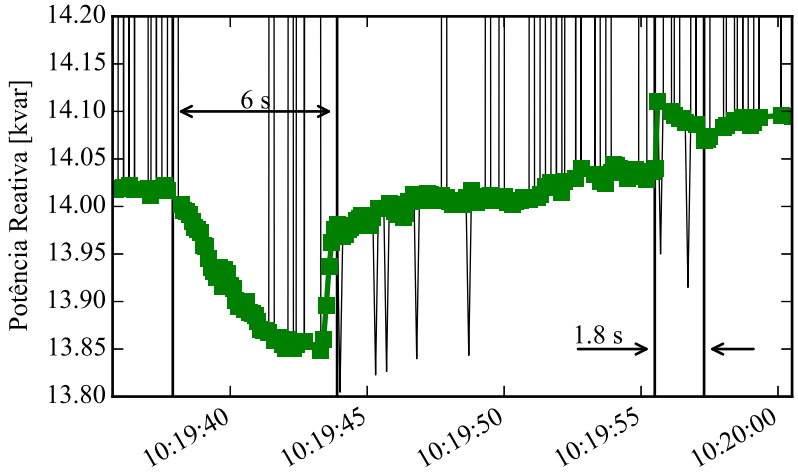


Figura 3.33 – Resposta da potência reativa consumida pela instalação modelada.

Embora este evento de afundamento de tensão no supermercado decorrente da partida de um motor em outro ponto da rede de distribuição indique, através de análise das medições, que a carga modelada possui dependência com a tensão, a técnica descrita na Seção 3.1 não pode ser aplicada para determinação do valor dos parâmetros *np* e *nq* do modelo exponencial. Isso ocorre pelo fato de não haver uma variação abrupta de tensão, em forma de degrau, entre os patamares "antes" e "depois". Desse modo, não é possível obter os valores de regime de antes e de depois do distúrbio de tensão, e, portanto não é possível o cálculo dos parâmetros do modelo de carga conforme as Equações (3.7) e (3.8). Todavia, observando-se o

comportamento da corrente na entrada da instalação durante essa janela de medições em que observa-se a possível partida de um motor externo à instalação, verifica-se que não há variações significativas ao longo deste intervalo, conforme apresentado na Figura 3.34. Essa observação sugere que a instalação modelada se comporta como "corrente constante", embora não tenham sido obtidos os valores *np*, *nq* ≈ 1 conforme a metodologia em questão.

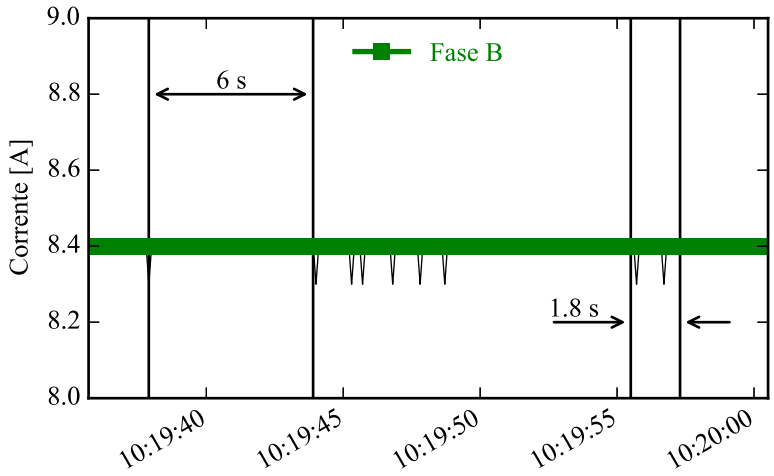


Figura 3.34 – Corrente de entrada da instalação durante o distúrbio de tensão apresentado na Figura 3.31.

3.4 Medições de um Edifício Comercial

Além das medições do supermercado discutidas na seção anterior, a técnica proposta foi testada também para medições em um pequeno edifício de escritórios comerciais. Alguns resultados obtidos serão brevemente apresentados nesta seção. Ao contrário do supermercado, este edifício comercial é alimentado pela rede de distribuição em baixa tensão (220 V). As medidas foram coletadas das 14:55 do dia 1, uma terça-feira, até as 14:08 do domingo seguinte, dia 6, cobrindo um intervalo de quase 120 horas de medições e as curvas de tensão, potência ativa e reativa e corrente de carga são apresentadas nas Figuras a seguir:

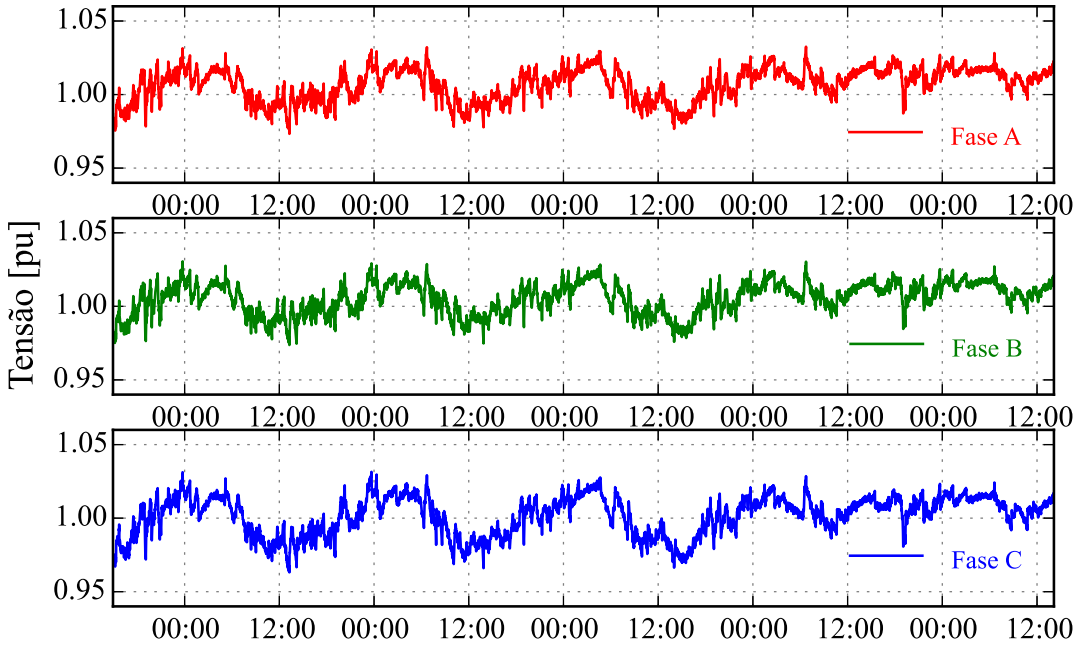


Figura 3.35 – Perfil da tensão de atendimento ao edifício comercial ao longo de ~ 120 horas de medição.

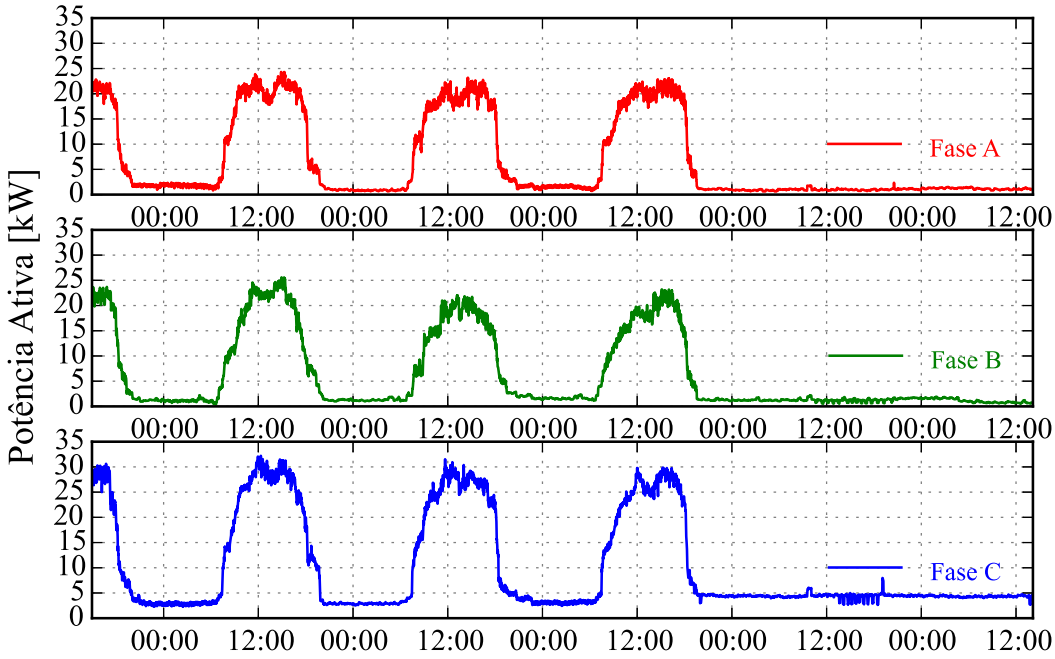


Figura 3.36 – Perfil da potência ativa consumida pelo edifício comercial ao longo de ~ 120 horas de medição.

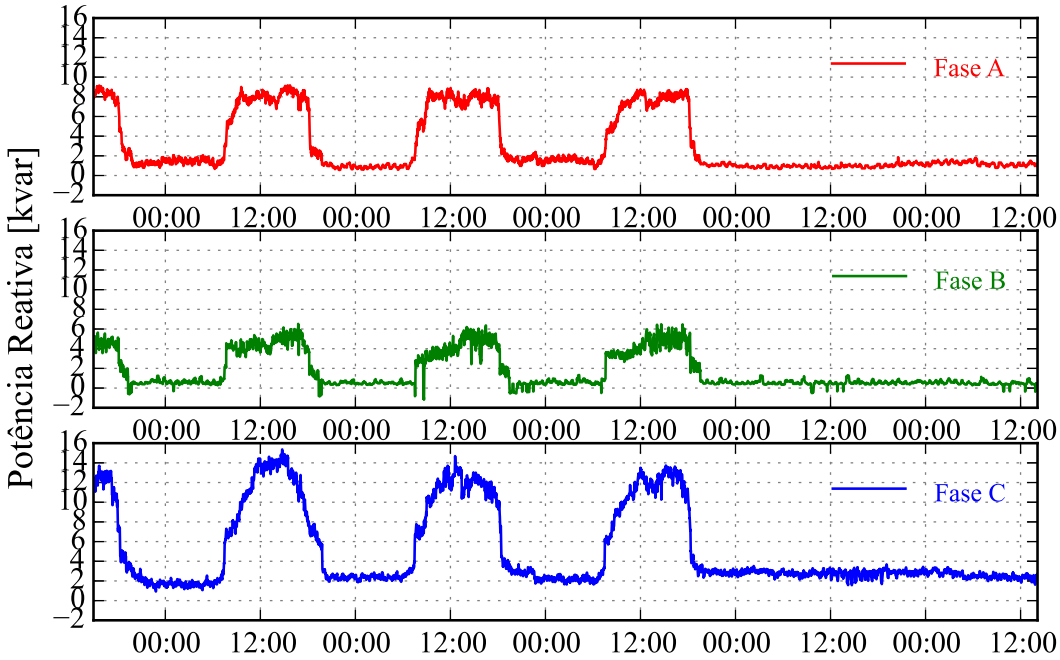


Figura 3.37 – Perfil da potência reativa consumida pelo edifício comercial ao longo de ~ 120 horas de medição.

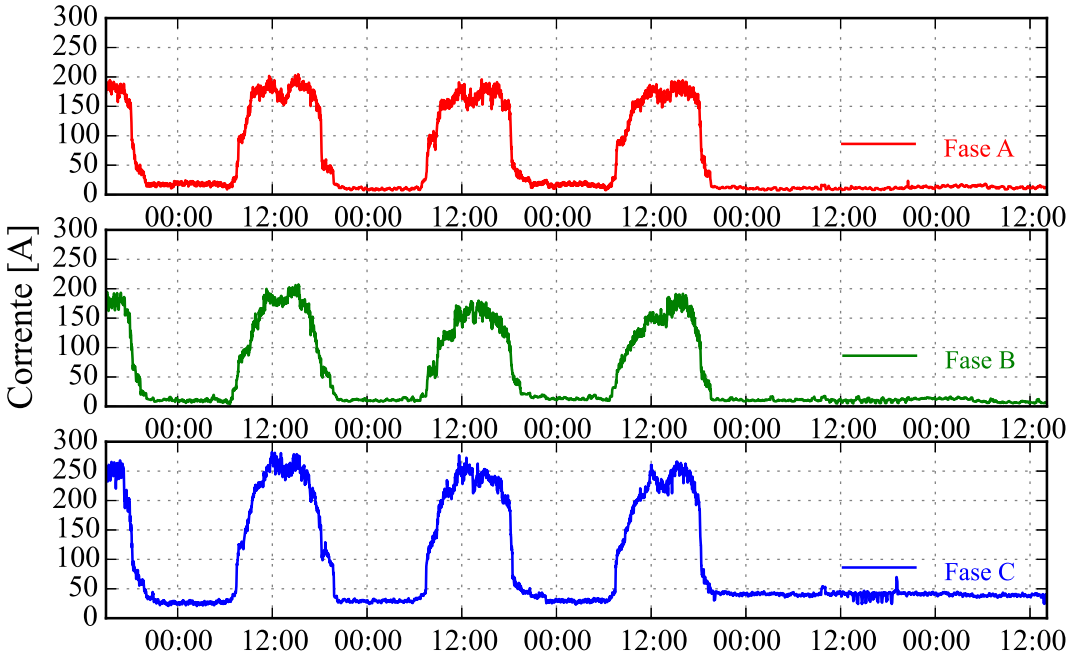


Figura 3.38 – Perfil da corrente de carga do efifício comercial ao longo de ~ 120 horas de medição.

Utilizando-se o mesmo critério de detecção de distúrbios naturais de tensão, isto é, filtrando-se os eventos nos quais $|\Delta V| \geq 0{,}5\%$, foram identificados 347 eventos. Os instantes de ocorrência, as fases e a magnitude de ocorrência desses eventos filtrados são apresentados na Figura 3.39. Destes 347 eventos, 50 são potencialmente classificados como comutação de *tap* de regulador de tensão e o restante constitui-se de afundamentos de tensão instantâneos ou momentâneos (de curta duração).

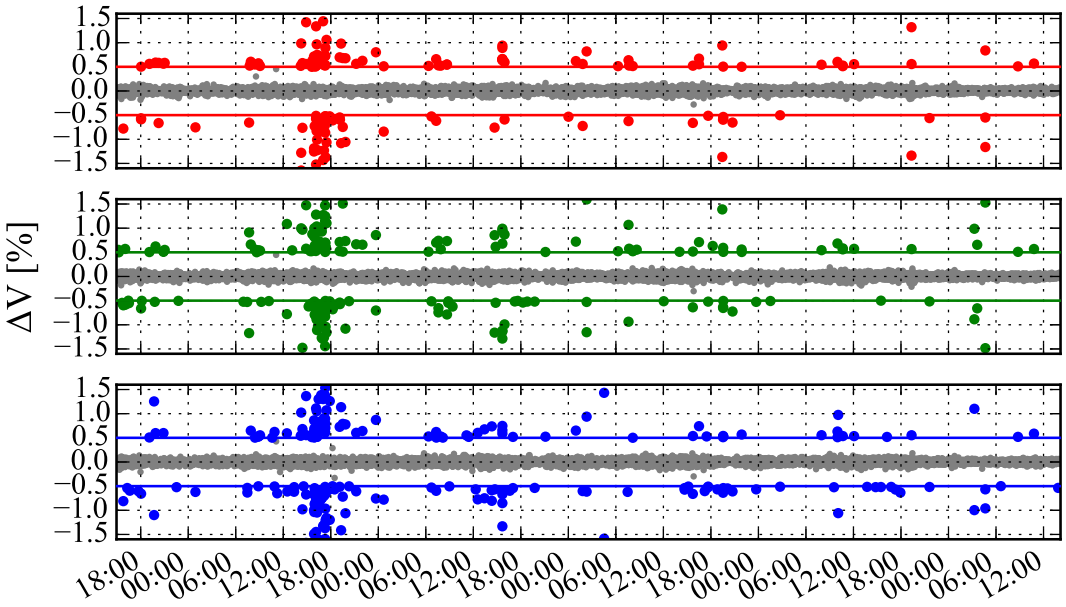


Figura 3.39 – Ocorrência de eventos $|\Delta V_\phi| \geq 0{,}5\%$ pré-candidatos à modelagem de carga.

3.4.1 Obtenção dos Parâmetros do Modelo Exponencial

Vamos analisar a seguir alguns dos eventos filtrados nas medições do edifício comercial em detalhes. Na análise dos eventos selecionados serão obtidos os parâmetros do modelo de carga em questão.

- **Evento #36**

Na Figura 3.40 a seguir é apresentada uma janela de tempo que mostra as medições de tensão da Fase C para o Evento #36. Este evento ocorre às 07:54:05 da quarta-feira, o segundo dia de medições. Nas Figura 3.41 e Figura 3.42 é apresentada a medição da potência ativa e reativa consumida pelo edifício comercial no mesmo intervalo de tempo. Os valores dos patamares de tensão, potência ativa e reativa antes e depois do evento são condensados na Tabela 3.13 a seguir:

Tabela 3.13 – Valores de potência e tensão para o Evento #36.

	P **[kW]**	***Q*** **[kVAr]**	***V*** **[V]**
antes	13,7152	6,2886	124,8833
depois	13,7635	6,4608	125,7177

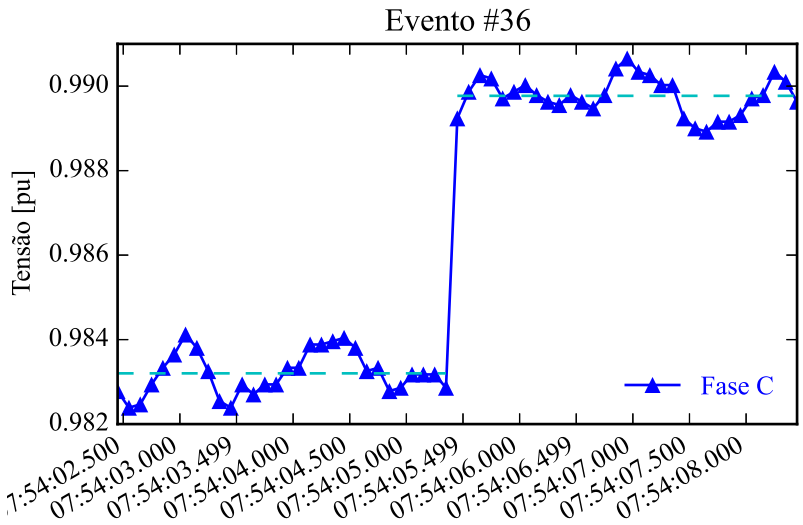


Figura 3.40 – Detalhe do degrau de tensão associado ao Evento #36.

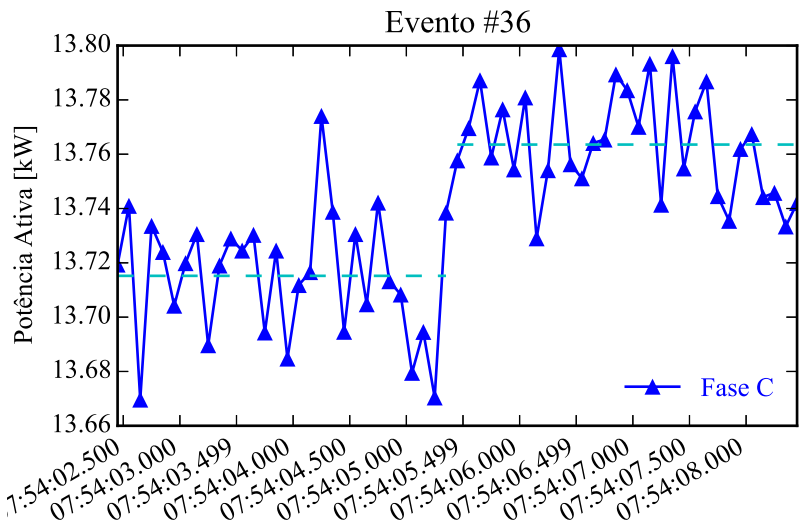


Figura 3.41 – Detalhe do degrau de potência ativa associado ao Evento #36.

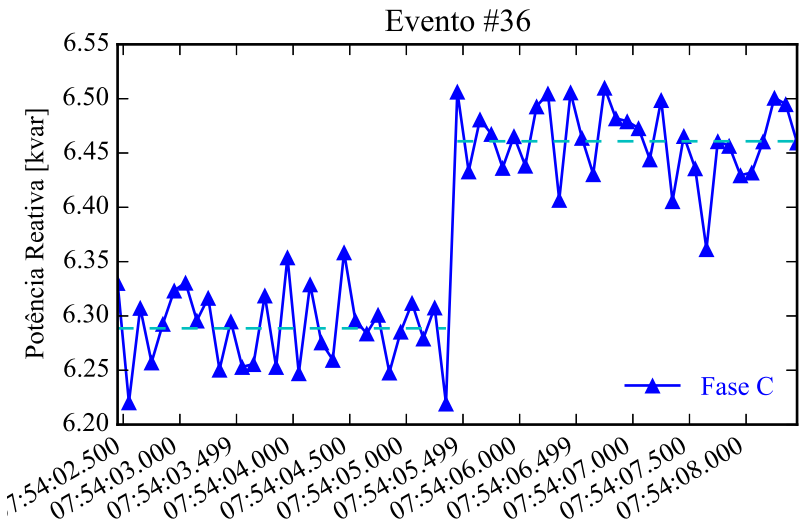


Figura 3.42 – Detalhe do degrau de potência reativa associado ao Evento #36.

Aplicando as Equações (3.7) e (3.8) aos valores apresentados na Tabela 3.13 obtém-se:

$$np = \frac{\log_{10}\left(\dfrac{P_{\text{regime}}}{P_0}\right)}{\log_{10}\left(\dfrac{V_{\text{regime}}}{V_0}\right)} = \frac{\log_{10}\left(\dfrac{13{,}7635}{13{,}7152}\right)}{\log_{10}\left(\dfrac{125{,}7177}{124{,}8833}\right)} = 0{,}528 \tag{3.21}$$

$$nq = \frac{\log_{10}\left(\frac{Q_{\text{regime}}}{Q_0}\right)}{\log_{10}\left(\frac{V_{\text{regime}}}{V_0}\right)} = \frac{\log_{10}\left(\frac{6{,}4608}{6{,}2886}\right)}{\log_{10}\left(\frac{125{,}7177}{124{,}8833}\right)} = 4{,}057 \tag{3.22}$$

Os parâmetros obtidos para as outras fases são:

	A	B	C
np	0,117	0,701	0,528
nq	2,239	3,972	4,057

- **Evento #37**

O evento #37 ocorre cerca de 30 minutos após o evento #36. Na Figura 3.43 a seguir é apresentada uma janela de tempo que mostra as medições de tensão da Fase C para este evento. Nas Figura 3.41 e Figura 3.42 é apresentada a medição da potência ativa e reativa no mesmo intervalo de tempo. Os valores dos patamares de tensão, potência ativa e reativa antes e depois do evento são condensados na Tabela 3.14 a seguir:

Tabela 3.14 – Valores de potência e tensão para o Evento #37.

	P_A [kW]	P_B [kW]	P_C [kW]	Q_A [kvar]	Q_B [kvar]	Q_C [kvar]	V_A [V]	V_B [V]	V_C [V]
antes	11,24	9,97	14,67	5,49	4,22	7,06	125,86	125,56	125,13
depois	11,29	9,99	14,70	5,58	4,32	7,22	126,59	126,31	125,84

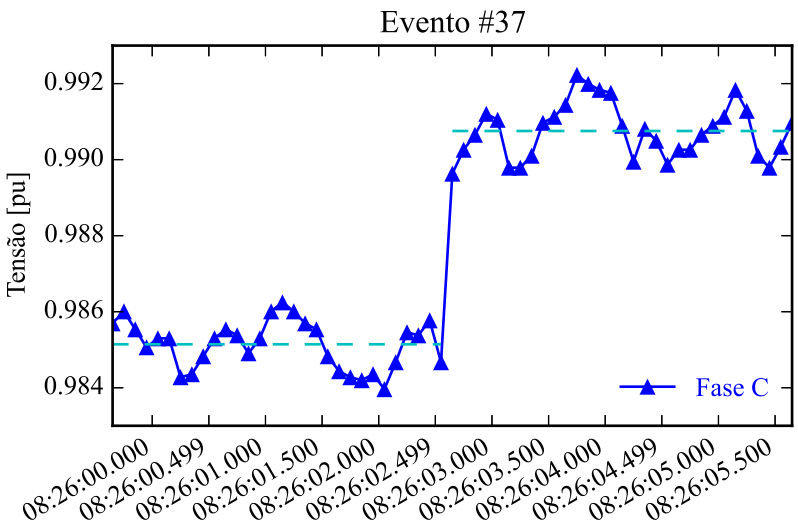


Figura 3.43 – Detalhe do degrau de tensão associado ao Evento #37.

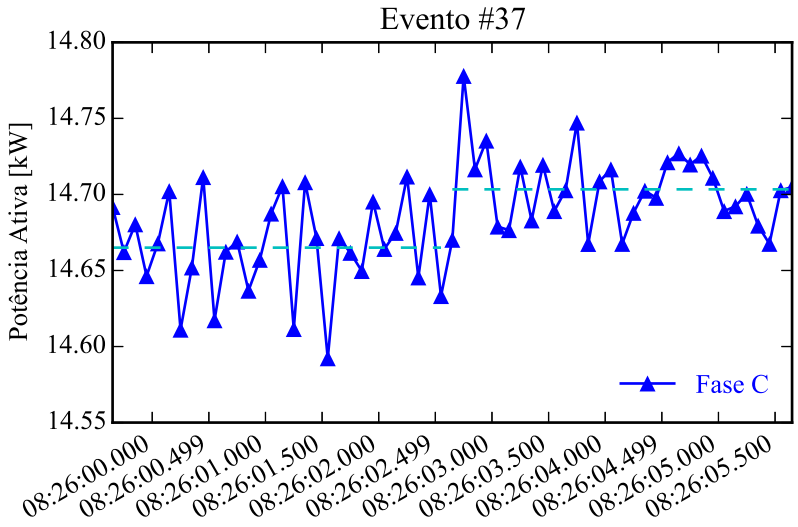


Figura 3.44 – Detalhe do degrau de potência ativa associado ao Evento #37.

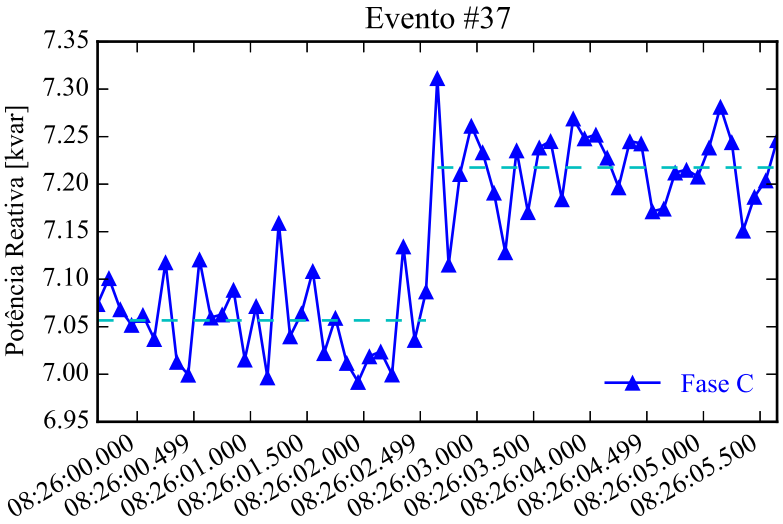


Figura 3.45 – Detalhe do degrau de potência reativa associado ao Evento #37.

Aplicando as Equações (3.7) e (3.8) aos valores apresentados na Tabela 3.14 obtém-se:

	A	B	C
np	0,775	0,415	0,460
nq	2,844	3,946	3,969

Observe que os valores dos parâmetros do modelo de carga obtidos para esses dois eventos, que ocorrem com uma separação de cerca de 30 minutos, são próximos, sobretudo para a fase C.

3.5 Sumário

Neste capítulo apresentamos uma técnica de modelagem de carga que consiste na obtenção dos parâmetros do modelo de carga exponencial através de medições e detecção de distúrbios naturais de tensão. Embora diversas abordagens de modelagem de carga baseada em medições da resposta do consumo de potência ativa e reativa frente a distúrbios na tensão de fornecimento já tenham sido propostas e investigadas, a técnica apresentada neste capítulo se diferencia das demais por basear-se em medidores eletrônicos mais simples, instalados próximos aos consumidores finais e seu processo ser desencadeado por

distúrbios de tensão que naturalmente ocorrem durante a operação da rede elétrica, sem a necessidade da indução de distúrbios intrusivos com objetivo único de modelar a carga.

A técnica proposta foi aplicada no monitoramento de um supermercado atendido pela rede de distribuição primária em média tensão e um edifício comercial suprido pela rede de distribuição secundária em baixa tensão. Os resultados obtidos para os parâmetros do modelo exponencial são consistentes com resultados da literatura. No caso do supermercado, o modelo tipo corrente constante obtido é próprio para uma instalação moderna que possui muitas cargas eletrônicas de iluminação e refrigeramento. No caso do edifício comercial, os valores que sugerem uma forte dependência da potência reativa com a tensão são compatíveis com cargas da rede de baixa tensão. Essa forte dependência da potência reativa com a tensão observada em muitas cargas de redes de baixa tensão, inclusive, é um motivo pelo qual o modelo exponencial para representação de tais cargas apresente mais vantagens que o modelo ZIP polinomial, cuja dependência da carga com a tensão é restrita a termos quadráticos.

Embora a técnica proposta possa apresentar menos robustez do que algumas outras apresentadas na literatura, sobretudo por basear-se em distúrbios de tensão naturais de pequena magnitude, ela apresenta vantagens visto que pode ser empregada em medidores instalados na rede de distribuição que desempenhem outra função principal que não a modelagem de carga, como por exemplo o monitoramento de carregamento e tensão, avaliação da qualidade de energia elétrica, entre outros, agregando valor ao investimento em tais equipamentos.

Capítulo 4 Um Modelo Simplificado de *VFD* para Modelagem Dinâmica de Cargas Industriais

Neste Capítulo apresentaremos uma solução para inclusão de VFDs no procedimento de modelagem de carga baseada em *templates*. Uma revisão de modelos dinâmicos descritos na literatura é apresentada. Em seguida, baseado nos modelos discutidos, um modelo dinâmico simplificado do *drive* é apresentado. O modelo proposto é então verificado e a agregação de modelos é então discutida.

4.1 Modelos de *VFD* Descritos na Literatura

Nesta seção serão apresentados dois modelos mais completos de *drives* descritos na literatura, mais notadamente um modelo chaveado (*switched*) para simulação de transitórios eletromagnéticos (EMTP) e um modelo contínuo (*average*) para simulação de dinâmica eletromecânica fasorial. Tais modelos servirão de referência para o modelo simplificado a ser apresentado na Seção 4.2.

4.1.1 Modelo Chaveado (*Switched*)

A estrutura geral de um *VFD* é apresentada na Figura 4.1. O *VFD* é conectado à rede elétrica através das indutâncias de comutação L_c. O estágio de entrada do *drive* compreende um conversor CA-CC trifásico (retificador). O lado CC do conversor de entrada é conectado ao conversor CC-CA trifásico (inversor) através de um barramento CC. A topologia deste elo depende do tipo de inversor que será empregado. No caso de um conversor tipo fonte de tensão, o elo CC demanda um capacitor de acoplamento. No caso de um conversor tipo fonte de corrente, apenas a indutância do elo CC é suficiente para o acoplamento entre o retificador e o inversor.

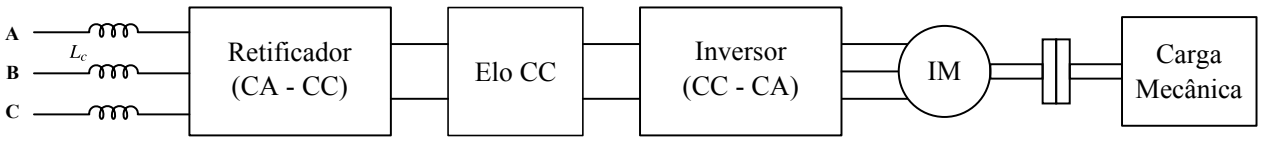


Figura 4.1 – Estrutura geral de um *VFD*.

O controle de velocidade do motor de indução é proporcionado pela variação da frequência da tensão aplicada ao estator da máquina pelo conversor CC-CA, isto é, o inversor de frequência. A rigor, a velocidade do rotor (ω_m, em rpm) é relacionada à frequência da tensão aplicada ao estator (f_s, em Hz) pela equação:

$$\omega_m[\text{rpm}] = (1-s)\cdot 60 \cdot \frac{1}{pp} \cdot f_s[\text{Hz}] \tag{4.1}$$

sendo *pp* é o número de pares de pólos da máquina e *s* é o seu escorregamento de operação.

Para um controle de velocidade menos preciso, podemos considerar que a velocidade é proporcional à frequência da tensão aplicada ao estator da máquina: para velocidade nominal aplica-se frequência nominal, para reduzir a velocidade de operação pela metade reduz-se a frequência pela metade e assim por diante, seguindo-se a lei de controle em malha aberta explicitada pela Equação (4.2).

$$s \to 0 \Rightarrow \omega_m[\text{rpm}] \approx 60 \cdot \frac{1}{pp} \cdot f_s[\text{Hz}] \tag{4.2}$$

Se para o controle de velocidade for necessário um ajuste mais preciso, costuma-se optar por estratégias de controle em malha fechada, no qual a frequência de acionamento será ajustada levando-se em conta a realimentação da velocidade medida no eixo do *drive*.

Para avaliarmos o impacto da variação da frequência/velocidade de operação do motor de indução, consideremos as equações da dinâmica eletromagnética do estator da máquina de indução, descritas pelas Equações (4.3) e (4.4) a seguir ([37]–[41]):

$$v_{dIM} = R_s \cdot i_{dIM} - \omega \cdot \lambda_{qIM} + \dot{\lambda}_{dIM} \tag{4.3}$$

$$v_{qIM} = R_s \cdot i_{qIM} + \omega \cdot \lambda_{dIM} + \dot{\lambda}_{qIM} \tag{4.4}$$

Combinando-se os componentes de eixo *d* e eixo *q*, podemos reescrever as equações acima da seguinte forma:

$$v_{dIM} + j \cdot v_{qIM} = R_s \cdot i_{dIM} + j \cdot R_s \cdot i_{qIM} - \omega \cdot \lambda_{qIM} + j \cdot \omega \cdot \lambda_{dIM} + \dot{\lambda}_{dIM} + j \cdot \dot{\lambda}_{qIM} \tag{4.5}$$

$$\left(v_{dIM} + j \cdot v_{qIM}\right) = R_s \cdot \left(i_{dIM} + j \cdot i_{qIM}\right) + j \cdot \omega \cdot \left(\lambda_{dIM} + j \cdot \lambda_{qIM}\right) + \left(\dot{\lambda}_{dIM} + j \cdot \dot{\lambda}_{qIM}\right) \tag{4.6}$$

$$\overline{V}_{IM} = R_s \cdot \overline{I}_{IM} + j \cdot \omega \cdot \overline{\lambda}_{IM} + \dot{\overline{\lambda}}_{IM} \tag{4.7}$$

Considerando-se as situações de regime permanente ($\dot{\overline{\lambda}}_{IM} = 0$) e desprezando os efeitos da resistência do estator ($R_s \to 0$), o fluxo concatenado no estator da máquina de indução ($\overline{\lambda}_{IM}$) é dado por:

$$\dot{\overline{\lambda}}_{IM} = 0, R_s \to 0 \Rightarrow \overline{V}_{IM} = j \cdot \omega \cdot \overline{\lambda}_{IM} \tag{4.8}$$

$$\overline{V}_{IM} \approx j \cdot \omega \cdot \overline{\lambda}_{IM} \tag{4.9}$$

$$\left|\overline{\lambda}_{IM}\right| \approx \frac{\left|\overline{V}_{IM}\right|}{\omega} \tag{4.10}$$

A fim de evitar-se a saturação magnética da máquina (altos valores de $\left|\overline{\lambda}_{IM}\right|$), variações na frequência da tensão aplicada ao estator da máquina (variações de velocidade ω) devem ser acompanhadas de variações na magnitude da tensão aplicada ao estator da máquina (variações de $\left|\overline{V}_{IM}\right|$). A este processo de variação coordenada da frequência e da tensão dá-se o nome de controle V/f (Volts/Hertz) constante.

Para manter constante esse fluxo concatenado com o estator da máquina, o controle da magnitude da tensão V_{IM} aplicada ao estator da máquina pode ser feito de duas formas distintas. A primeira possibilidade é através do controle da tensão no elo CC. Para que seja possível regular a tensão no barramento CC a partir de uma tensão fixa no terminal do *drive*, é necessário que o conversor CA-CC use tiristores, de tal forma que o controle da tensão CC possa ser feito pelo controle do ângulo de disparo dos tiristores do estágio de entrada do *drive*. Caso o retificador apresente essa flexibilidade operativa, o conversor CC-CA que alimenta o motor de indução a partir do barramento CC não necessita de controle de ciclo de trabalho (*duty cycle*), podendo ser utilizado um inversor de 6 pulsos. A Figura 4.2 a seguir apresenta um diagrama esquemático mais detalhado de um *VFD* tipo fonte de tensão com o respectivo controle de fluxo (V/Hz) do estator.

Na segunda possibilidade de realização do controle V/Hz, apresentada na Figura 4.3, o *drive* não necessita de controle do retificador de entrada. O controle da magnitude e da frequência da tensão aplicada ao estator da máquina deve ser feito diretamente no conversor CC-CA (inversor). Neste caso, o inversor precisa de controle de ciclo de trabalho (*duty cycle*), que deve se ajustar para que a relação V/Hz seja mantida constante.

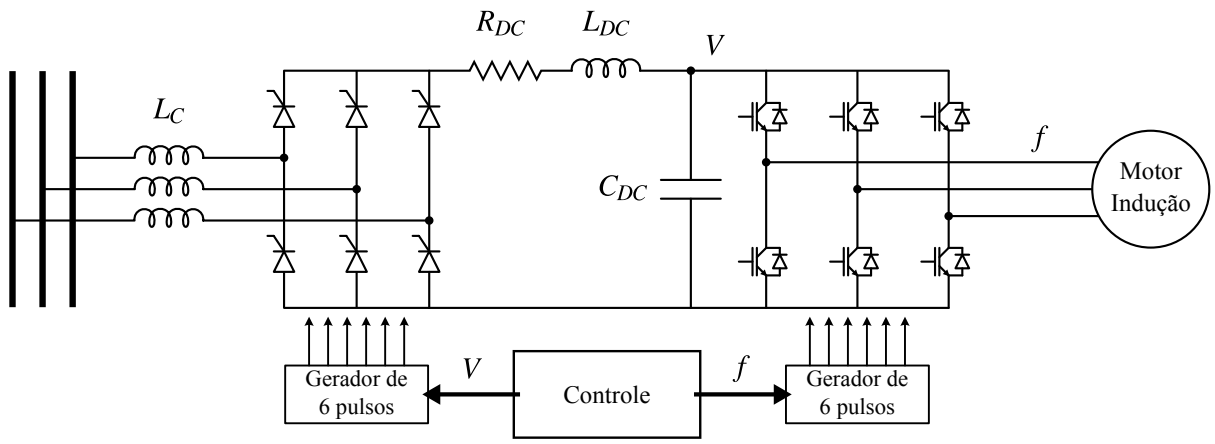


Figura 4.2 – Estrutura detalhada de um *VFD* fonte de tensão com controle V/Hz constante – retificador controlado a tiristores e inversor de onda quadrada de 6 pulsos.

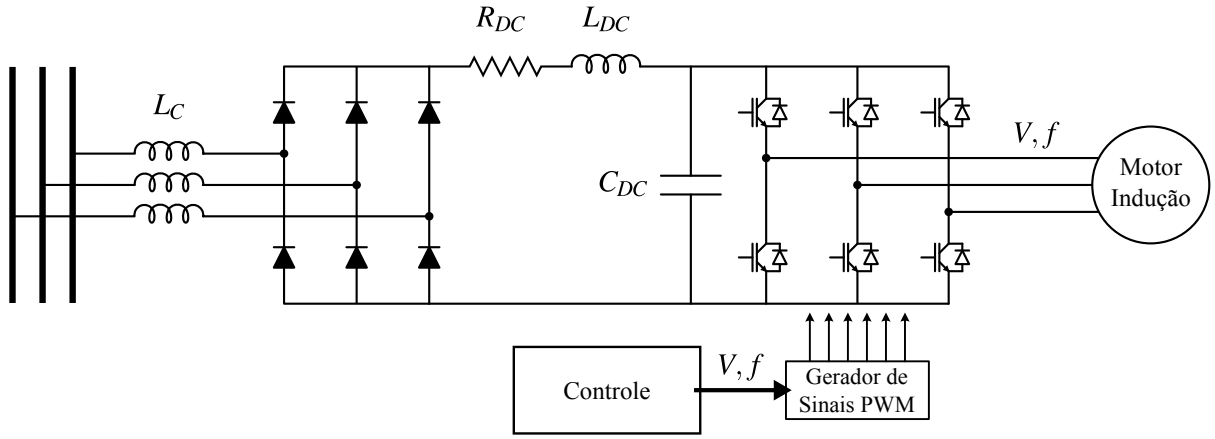


Figura 4.3 – Estrutura detalhada de um *VFD* fonte de tensão com controle V/Hz constante – retificador não-controlado a diodos e inversor modulado por largura de pulso.

O modelo chaveado representa cada uma das 6 "chaves" (tiristores, diodos, IGBTs, etc) dos conversores CA-CC e CC-CA. A simulação deste modelo fornece os valores instantâneos das tensões e correntes nos conversores, dos quais pode-se obter as formas de onda. Como a simulação envolve dinâmica de alta frequência, o passo de integração deve ser mantido muito pequeno. Este modelo não é normalmente empregado para investigações de estabilidade, nas quais tipicamente utiliza-se uma representação fasorial (algébrica) para a rede elétrica, sem a possibilidade da obtenção das formas de onda senoidais na rede elétrica. O modelo descrito nesta seção será utilizado apenas para validação do modelo completo para simulação dinâmica fasorial, que será discutido na próxima seção.

4.1.2 Modelo Contínuo (*Average*) para Simulação Dinâmica Fasorial

O modelo *average* descrito nesta seção é baseado no modelo apresentado em ([39], [40], [47], [48]). Tal modelo, implementado para a realização de simulações dinâmicas fasoriais, será utilizado para desenvolvimento do modelo equivalente proposto.

O modelo *average* fasorial é obtido do modelo *switched* para simulações tipo EMTP com base nas seguintes hipóteses simplificadoras:

1. O *drive* é alimentado por tensões trifásicas balanceadas;
2. As variações da corrente de entrada do *drive* são muito mais lentas que a frequência de chaveamento dos conversores;
3. As chaves do retificador (tiristores, diodos) são ideiais, sua impedância é inifinita quando reversamente polarizados ou antes do disparo do pulso no *gate* e nula quando estes estão em estado de condução;
4. As chaves do inversor (IGBTs, MOSFETs, GTOs, etc) são ideais, sua impedância é infinita enquanto não forem disparados e nula enquanto conduzem.

Nas simulações dinâmicas fasoriais, as tensões e correntes na rede elétrica são representadas pelos seus fasores e não pelas formas de onda senoidais como nas simulações tipo EMTP. Considerando a 1ª hipótese, as tensões trifásicas balanceadas nos terminais do *VFD*

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = V_p \cdot \begin{bmatrix} \sin(\omega \cdot t + \theta) \\ \sin(\omega \cdot t + \theta - 2\pi/3) \\ \sin(\omega \cdot t + \theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

são representadas pelo fasor

$$\overline{E} = E\angle(\theta - \pi/2) = E \cdot \cos(\theta - \pi/2) + j \cdot E \cdot \sin(\theta - \pi/2), E = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \tag{4.12}$$

Enquanto a rede elétrica (correntes, tensões, impedâncias) é descrita por fasores (magnitude e fase), os componentes dinâmicos são descritos nas variáveis *dq*. A transformação *T* que decompõe as tensões e_a, e_b, e e_c nos componentes v_d e v_q é feita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = T \cdot \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} -\cos(\omega_T \cdot t + \phi) & -\cos\left(\omega_T \cdot t + \phi - \frac{2\pi}{3}\right) & -\cos\left(\omega_T \cdot t + \phi + \frac{2\pi}{3}\right) \\ +\sin(\omega_T \cdot t + \phi) & +\sin\left(\omega_T \cdot t + \phi - \frac{2\pi}{3}\right) & +\sin\left(\omega_T \cdot t + \phi + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \cdot V_p \cdot \begin{bmatrix} \sin(\omega \cdot t + \theta) \\ \sin\left(\omega \cdot t + \theta - 2\pi/3\right) \\ \sin\left(\omega \cdot t + \theta + 2\pi/3\right) \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot V_p \cdot \frac{3}{2} \cdot \begin{bmatrix} -\sin((\omega - \omega_T) \cdot t + (\theta - \phi)) \\ +\cos((\omega - \omega_T) \cdot t + (\theta - \phi)) \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

Se $\omega_T = \omega$, ou seja, se a frequência angular da transformada for igual a do sinal transformado:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot V_p \cdot \frac{3}{2} \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\theta - \phi) \\ +\cos(\theta - \phi) \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = V_p \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\theta - \phi) \\ +\cos(\theta - \phi) \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

A relação entre o fasor $\overline{E}$ da tensão terminal do *drive* (que é utilizada para modelagem da rede) e as componentes *d* e *q* dessa mesma tensão (que é utilizada para modelagem do dispositivo) é dada pelas equações:

$$v_d^2 + v_q^2 = V_p^2 \cdot [-\sin(\theta - \phi)]^2 + V_p^2 \cdot [+\cos(\theta - \phi)]^2 \tag{4.18}$$

$$v_d^2 + v_q^2 = V_p^2 \cdot \left[\sin^2(\theta - \phi) + \cos^2(\theta - \phi)\right] \tag{4.19}$$

$$v_d^2 + v_q^2 = V_p^2 \tag{4.20}$$

$$V_p = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \tag{4.21}$$

$$E = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \tag{4.22}$$

$$\theta = \phi - \tan^{-1}\left(\frac{v_d}{v_q}\right) \tag{4.23}$$

Nas próximas seções serão obtidas as expressões que relacionam a tensão terminal com as injeções de corrente e a dinâmica do *drive*, para o modelo *average*.

4.1.2.1 Retificador

O retificador trifásico do *VFD* é apresentado na Figura 4.4 a seguir:

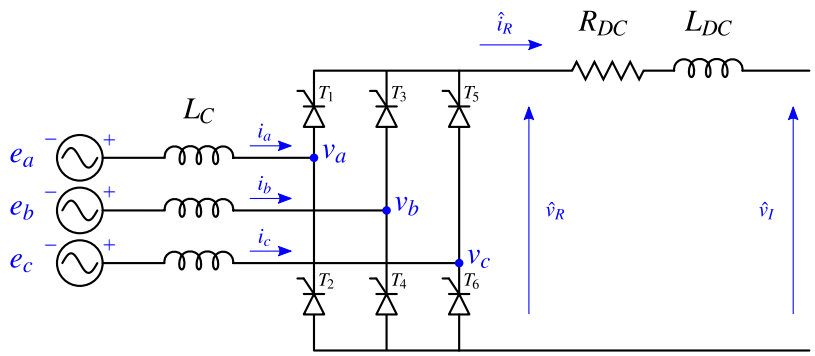


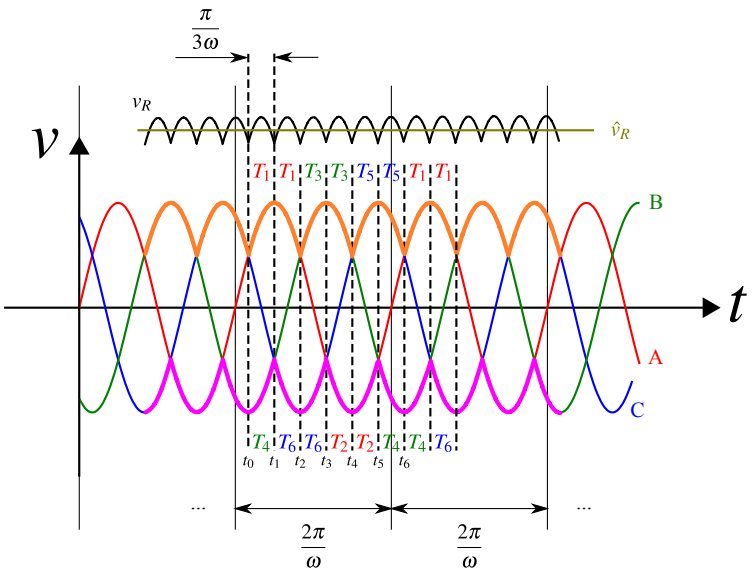
Figura 4.4 – Retificador trifásico controlado.

As equações que descrevem o modelo do retificador são:

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_p \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) \\ V_p \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta - 2\pi/3\right) \\ V_p \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta + 2\pi/3\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} + L_c \cdot \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

$$v_R = R_{DC} \cdot i_R + L_{DC} \cdot \frac{di_R}{dt} + v_I \tag{4.25}$$

Considerando tiristores ideais, para os quais a queda de tensão é nula durante seu respectivo intervalo de condução, o valor da tensão retificada v_R para cada intervalo de um período na frequência de 60 Hz é dada na Figura 4.5 e na Tabela 4.1 a seguir:



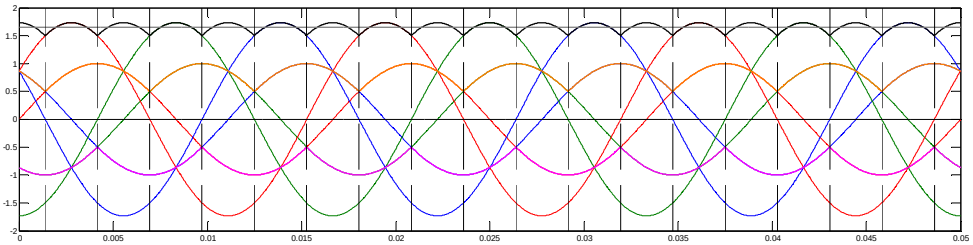


Figura 4.5 – Formas de onda no retificador trifásico controlado.

Tabela 4.1 – Valores da tensão retificada para cada um dos intervalos do período $\omega \cdot t = 2\pi$.

	...	t_0-t_1	t_1-t_2	t_2-t_3	t_3-t_4	t_4-t_5	t_5-t_6	...
$\omega \cdot t$	...	$\left[\frac{1\pi}{6},\frac{3\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{3\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{5\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{7\pi}{6},\frac{9\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{9\pi}{6},\frac{11\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{11\pi}{6},\frac{13\pi}{6}\right]$	...
Tiristor Superior	...	T1	T1	T3	T3	T5	T5	...
Tiristor Inferior	...	T4	T6	T6	T2	T2	T4	...
v_R^+	...	v_a	v_a	v_b	v_b	v_c	v_c	...
v_R^-	...	v_b	v_c	v_c	v_a	v_a	v_b	...
v_R	...	$v_a - v_b$	$v_a - v_c$	$v_b - v_c$	$v_b - v_a$	$v_c - v_a$	$v_c - v_b$	...
$\hat{v}_R$	...	$\frac{1}{t_1 - t_0} \cdot \int_{t_0}^{t_1} (v_a - v_b) dt$	$\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} (v_a - v_c) dt$	$\frac{1}{t_3 - t_2} \cdot \int_{t_2}^{t_3} (v_b - v_c) dt$	$\frac{1}{t_4 - t_3} \cdot \int_{t_3}^{t_4} (v_b - v_a) dt$	$\frac{1}{t_5 - t_4} \int_{t_4}^{t_5} (v_c - v_a) dt$	$\frac{1}{t_6 - t_5} \cdot \int_{t_5}^{t_6} (v_c - v_b) dt$	...
i_a	...	$+i_R$	$+i_R$	0	$-i_R$	$-i_R$	0	...
i_b	...	$-i_R$	0	$+i_R$	$+i_R$	0	$-i_R$	...
i_c	...	0	$-i_R$	$-i_R$	0	$+i_R$	$+i_R$	...

Podemos considerar quaisquer um dos 6 intervalos de chaveamento de um período de 60 Hz para obtermos o valor médio da tensão retificada. Considerando-se o primeiro intervalo:

$$\hat{v}_R = \frac{1}{t_1 - t_0} \cdot \int_{t_0}^{t_1} (v_a - v_b) dt \tag{4.26}$$

Substituindo a Equação (4.24) na Equação (4.26) temos:

$$\hat{v}_R = \frac{1}{T} \int_{t_0+\Delta\tau}^{t_0+\Delta\tau+T} \left(e_a - L_c \cdot \frac{di_a}{dt} - e_b + L_c \cdot \frac{di_b}{dt} \right) dt \tag{4.27}$$

$$\hat{v}_R = \frac{1}{T} \int_{t_0+\Delta\tau}^{t_0+\Delta\tau+T} \left((e_a - e_b) - L_c \cdot \left(\frac{di_a}{dt} - \frac{di_b}{dt} \right) \right) dt \tag{4.28}$$

O valor médio da tensão retificada pode ser decomposto em duas parcelas, $\hat{v}_{R-I}$ e $\hat{v}_{R-II}$:

$$\hat{v}_R = \hat{v}_{R-I} - \hat{v}_{R-II} = \frac{1}{T} \int_{t_0+\Delta\tau}^{t_0+\Delta\tau+T} (e_a - e_b) dt - \frac{1}{T} \int_{t_0+\Delta\tau}^{t_0+\Delta\tau+T} L_c \left(\frac{di_a}{dt} - \frac{di_b}{dt} \right) dt \tag{4.29}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{1}{T} \int_{t_0+\Delta\tau}^{t_0+\Delta\tau+T} \left(V_p \sin(\omega \cdot t) - V_p \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3} \right) \right) dt \tag{4.30}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{1}{T} \int_{\omega t_0+\alpha}^{\omega t_0+\alpha+\omega T} \left(V_p \sin(x) - V_p \sin\left(x - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \frac{dx}{\omega} \tag{4.31}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{V_p}{\omega T} \int_{\omega t_0+\alpha}^{\omega t_0+\alpha+\omega T} \left(\sin(x) - \sin\left(x - \frac{2\pi}{3} \right) \right) dx \tag{4.32}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{3 \cdot V_p}{\pi} \int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\pi/3} \left(\sin(x) - \sin\left(x - \frac{2\pi}{3} \right) \right) dx \tag{4.33}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{3 \cdot V_p}{\pi} \left[\int_{\pi/6+\alpha}^{3\pi/6+\alpha} \sin(x) dx - \int_{\pi/6+\alpha}^{3\pi/6+\alpha} \sin\left(x - \frac{2\pi}{3} \right) dx \right] \tag{4.34}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{3 \cdot V_p}{\pi}\left[\left(-\cos(x)\Big|_{\pi/6+\alpha}^{3\pi/6+\alpha}\right) - \left(-\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)\Big|_{\pi/6+\alpha}^{3\pi/6+\alpha}\right)\right] \tag{4.35}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{3 \cdot V_p}{\pi}\left[\left(-\cos\left(\pi/2 + \alpha\right) + \cos\left(\pi/6 + \alpha\right)\right) - \left(-\cos\left(\pi/2 + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\pi/6 + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right)\right)\right] \tag{4.36}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{3 \cdot V_p}{\pi}\left[\cos\left(\pi/6 + \alpha\right) - \cos\left(\pi/2 + \alpha\right) + \cos\left(-\pi/6 + \alpha\right) - \cos\left(-\pi/2 + \alpha\right)\right] \tag{4.37}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{3 \cdot V_p}{\pi} \cdot \left[2 \cdot \cos\left(\pi/6\right) \cdot \cos(\alpha)\right] \tag{4.38}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot V_p}{\pi} \cdot \cos(\alpha) \tag{4.39}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot E}{\pi} \cdot \cos(\alpha) \tag{4.40}$$

$$\hat{v}_{R-I} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\pi} \cdot E \cdot \cos(\alpha) \tag{4.41}$$

$$\hat{v}_{R-II} = \frac{1}{T}\int_{t_0+\Delta\tau}^{t_0+\Delta\tau+T} L_c \cdot \frac{d(i_a - i_b)}{dt} \cdot dt \tag{4.42}$$

$$\hat{v}_{R-II} = \frac{3}{\pi} \cdot L_c \cdot \int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\pi/3} \frac{d(i_a - i_b)}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} \cdot dx \tag{4.43}$$

$$\hat{v}_{R-II} = \frac{3}{\pi} \cdot L_c \cdot \int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\pi/3} d(i_a - i_b) \tag{4.44}$$

$$\hat{v}_{R-II} = \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_c \cdot (i_a - i_b)\Big|_{\pi/6+\alpha}^{\pi/2+\alpha} \tag{4.45}$$

$$\hat{v}_{R-II} = \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_c \cdot \left[i_a\big|_{\pi/2+\alpha} - i_b\big|_{\pi/2+\alpha} - i_a\big|_{\pi/6+\alpha} + i_b\big|_{\pi/6+\alpha}\right] \tag{4.46}$$

Para $\omega \cdot t = \pi/6 + \alpha$, $\begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\hat{i}_R & \hat{i}_R \end{bmatrix}$ e, para $\omega \cdot t = 3\pi/6 + \alpha$, $\begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{i}_R + \Delta\hat{i}_R & -\hat{i}_R - \Delta\hat{i}_R & 0 \end{bmatrix}$.

$$\hat{v}_{R-II} = \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_c \cdot \left[\left(i_a\big|_{\pi/2+\alpha}\right) - \left(i_b\big|_{\pi/2+\alpha}\right) - \left(i_a\big|_{\pi/6+\alpha}\right) + \left(i_b\big|_{\pi/6+\alpha}\right)\right] \tag{4.47}$$

$$\hat{v}_{R-II} = \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_c \cdot \left[\hat{i}_R + \Delta\hat{i}_R + \hat{i}_R + \Delta\hat{i}_R - \hat{i}_R\right] \tag{4.48}$$

$$\hat{v}_{R-II} = \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_c \cdot \left[\hat{i}_R + 2 \cdot \Delta\hat{i}_R\right] \tag{4.49}$$

Em um intervalo de tempo do período T temos:

$$\omega \cdot T = 3\pi/6 - \pi/6 \Rightarrow T = \pi/3\omega \tag{4.50}$$

Nesse mesmo intervalo, a corrente $\hat{i}_R$ sofre uma variação de valor $\Delta\hat{i}_R$. Podemos aproximar sua derivada no tempo por:

$$\frac{d\hat{i}_R}{dt} = \lim_{T \to 0}\left(\frac{\Delta\hat{i}_R}{T}\right) \approx \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot \Delta\hat{i}_R \tag{4.51}$$

Essa aproximação da derivada da corrente $\hat{i}_R$ pelo valor de sua variação em um intervalo T é decorrente da 2ª hipótese simplificadora adotada anteriormente. Substituindo a Equação (4.51) na Equação (4.49) temos:

$$\hat{v}_{R-II} = \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_c \cdot \hat{i}_R + \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_c \cdot 2 \cdot \Delta\hat{i}_R \tag{4.52}$$

$$\hat{v}_{R-II} = \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_c \cdot \hat{i}_R + 2 \cdot L_c \cdot \frac{d\hat{i}_R}{dt} \tag{4.53}$$

Finalmente, substituindo as Equações (4.41) e (4.53) na Equação (4.29) temos:

$$\hat{v}_R = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\pi} \cdot E \cdot \cos(\alpha) - \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_c \cdot \hat{i}_R - 2 \cdot L_c \cdot \frac{d\hat{i}_R}{dt} \tag{4.54}$$

Combinando a Equação (4.54) acima com a Equação (4.25) do elo CC temos:

$$\hat{v}_R - \hat{v}_R = \frac{3\cdot\sqrt{6}}{\pi}\cdot E\cdot\cos(\alpha) - \frac{3}{\pi}\cdot\omega\cdot L_c\cdot\hat{i}_R - 2\cdot L_c\cdot\frac{d\hat{i}_R}{dt} - R_{DC}\cdot\hat{i}_R - L_{DC}\cdot\frac{d\hat{i}_R}{dt} - \hat{v}_I \tag{4.55}$$

$$L_{DC}\cdot\frac{d\hat{i}_R}{dt} + 2\cdot L_c\cdot\frac{d\hat{i}_R}{dt} = \frac{3\cdot\sqrt{6}}{\pi}\cdot E\cdot\cos(\alpha) - \frac{3}{\pi}\cdot\omega\cdot L_c\cdot\hat{i}_R - R_{DC}\cdot\hat{i}_R - \hat{v}_I \tag{4.56}$$

$$(L_{DC} + 2\cdot L_c)\cdot\frac{d\hat{i}_R}{dt} = \frac{3\cdot\sqrt{6}}{\pi}\cdot E\cdot\cos(\alpha) - \left(\frac{3}{\pi}\cdot\omega\cdot L_c + R_{DC}\right)\cdot\hat{i}_R - \hat{v}_I \tag{4.57}$$

$$\frac{d\hat{i}_R}{dt} = \frac{\frac{3\cdot\sqrt{6}}{\pi}\cdot E\cdot\cos(\alpha) - \left(\frac{3}{\pi}\cdot\omega\cdot L_c + R_{DC}\right)\cdot\hat{i}_R - \hat{v}_I}{L_{DC} + 2\cdot L_c} \tag{4.58}$$

A Equação (4.58) relaciona a corrente no lado CC do retificador ($\hat{i}_R$) com as tensões na entrada do *drive* (*E*) e no elo CC ($\hat{v}_I$). A corrente no lado CA do retificador, corrente de entrada do *drive*, por sua vez, pode ser relacionada com a corrente no lado CC da forma como se segue.

Inicialmente precisamos entender como se desenvolve o processo de comutação da corrente de entrada no conversor CA-CC entre as chaves do retificador. No caso do tiristor (retificador controlado), a chave entra em condução quando, na situação que se encontra diretamente polarizado, um pulso é disparado no *gate*. O atraso entre o instante de disparo do *gate* e o instante em que o tiristor encontra-se diretamente polarizado corresponde ao valor do ângulo α. No tiristor, embora se possa controlar o instante de tempo para o qual a chave entra em condução, não podemos controlar o instante de tempo para o qual a chave entra em bloqueio (não há condução de corrente). O tiristor entra em bloqueio apenas quando a corrente conduzida se anula. Caso um tiristor vizinho (de outra fase) seja disparado antes que o tiristor que se encontra em condução seja bloqueado, haverá por um intervalo de tempo um estágio no qual duas fases do retificador são temporariamente curto-circuitadas e três chaves (duas em uma polaridade e a terceira na polaridade oposta) irão conduzir corrente elétrica. Esse intervalo é conhecido como intervalo de <u>comutação</u>. Após a corrente do tiristor que está bloqueando anular-se, quando o retificador volta a operar com apenas duas chaves conduzindo corrente elétrica, dá-se o nome de intervalo de <u>condução</u>. Como o valor da corrente de entrada do *drive* varia conforme a situação de comutação e condução, é importante que esse processo seja corretamente modelado para que o valor médio (*average*) da corrente CA de entrada reflita adequadamente a operação do *VFD*. Esse processo é importante também para a análise do fator de potência do *drive,* que por sua vez será importante para o desenvolvimento do modelo equivalente apresentado na Seção 4.2.

Durante o intervalo de tempo $\omega\cdot t = \left[\frac{1\pi}{6}, \frac{3\pi}{6}\right]$ para o qual foi obtido o valor médio das tensões e correntes retificadas, a corrente CA de entrada do retificador é comutada da chave T_5 (fase C) para a chave

T_1 (fase A). Durante todo esse intervalo, no conjunto de chaves da polaridade negativa, a corrente CC circula apenas pela chave T_4 (fase B). Durante o intervalo de tempo que a corrente é comutada da fase C para a fase A, as tensões nos anôdos de T_1 e T_5, v_a e v_c, são iguais:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_c + i_R \\ -i_R \\ i_c \end{bmatrix} \tag{4.59}$$

$$v_a = v_c \tag{4.60}$$

Da Equação (4.24) temos:

$$e_a - L_c \cdot \frac{di_a}{dt} = e_c - L_c \cdot \frac{di_c}{dt} \tag{4.61}$$

$$L_c \cdot \left(\frac{di_c}{dt} - \frac{di_a}{dt} \right) = e_c - e_a \tag{4.62}$$

$$L_c \cdot \left(\frac{di_c}{dt} - \frac{d(-i_c + i_R)}{dt} \right) = e_c - e_a \tag{4.63}$$

$$L_c \cdot \left(2 \cdot \frac{di_c}{dt} - \frac{di_R}{dt} \right) = e_c - e_a \tag{4.64}$$

$$2L_c \cdot \frac{di_c}{dt} = e_c - e_a \tag{4.65}$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{1}{2L_c} \cdot (e_c - e_a) \tag{4.66}$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{1}{2L_c} \cdot \left(V_p \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta + 2\pi/3\right) - V_p \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) \right) \tag{4.67}$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{V_p}{2L_c} \cdot \left(\sin\left(\omega \cdot t + \theta + 2\pi/3\right) - \sin(\omega \cdot t + \theta) \right) \tag{4.68}$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{\sqrt{3}V_p}{2L_c} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta + 5\pi/6\right) \tag{4.69}$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}E}{2L_c} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta + 5\pi/6\right) \tag{4.70}$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{\sqrt{6}E}{2L_c} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta + 5\pi/6\right) \tag{4.71}$$

Resolvendo-se a equação diferencial (4.71):

$$\int_{i_c(t_0)}^{i_c(t)} di_c = \int_{t_0}^{t} \frac{\sqrt{6}E}{2L_c} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta + 5\pi/6\right) dt \tag{4.72}$$

$$\int_{i_c(x_0)}^{i_c(x)} di_c = \int_{x_0}^{x} \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \sin\left(x + \theta + 5\pi/6\right) dx \tag{4.73}$$

$$i_c(x) = i_c(x_0) + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \int_{x_0}^{x} \sin\left(x + \theta + 5\pi/6\right) dx \tag{4.74}$$

$$i_c(x) = i_c(x_0) + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[-\cos\left(x + \theta + 5\pi/6\right)\Big|_{x_0}^{x} \right] \tag{4.75}$$

$$i_c(x) = i_c(x_0) + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos\left(x_0 + \theta + 5\pi/6\right) - \cos\left(x + \theta + 5\pi/6\right)\right] \tag{4.76}$$

O ângulo x_0 para o qual inicia-se o processo de comutação da corrente da fase C para a fase A é dado por:

$$x_0 = \alpha + \pi/6 \tag{4.77}$$

Substituindo a Equação (4.77) em (4.76):

$$i_c(x) = i_c(x_0) + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos\left(\alpha + \pi/6 + 5\pi/6\right) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] \tag{4.78}$$

$$i_c(x) = i_c(x_0) + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha + \pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] \tag{4.79}$$

O período de comutação termina quando a corrente na fase C anula-se. Dessa forma, para determinarmos o ângulo x correspondente ao fim do período de comutação, temos:

$$i_c(x) = 0 \tag{4.80}$$

$$i_c(x_0)+\frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c}\cdot\left[\cos(\alpha+\pi)-\cos\left(x+5\pi/6\right)\right]=0 \tag{4.81}$$

$$\cos\left(x+5\pi/6\right)=\cos(\alpha+\pi)+\frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E}\cdot i_c(x_0) \tag{4.82}$$

$$\cos\left(x+5\pi/6\right)=\cos(\alpha)\cdot\cos(\pi)-\sin(\alpha)\cdot\sin(\pi)+\frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E}\cdot i_c(x_0) \tag{4.83}$$

$$\cos\left(x+5\pi/6\right)=-\cos(\alpha)+\frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E}\cdot i_c(x_0) \tag{4.84}$$

$$x=\cos^{-1}\left(-\cos(\alpha)+\frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E}\cdot i_c(x_0)\right)-5\pi/6 \tag{4.85}$$

$$x=\cos^{-1}\left(\cos(\alpha)-\frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E}\cdot i_c(x_0)\right)+\pi-5\pi/6 \tag{4.86}$$

$$x=\cos^{-1}\left(\cos(\alpha)-\frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E}\cdot i_c(x_0)\right)+\pi/6 \tag{4.87}$$

$$x=\cos^{-1}\left(\cos(\alpha)-\frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E}\cdot i_c(x_0)\right)+x_0-\alpha \tag{4.88}$$

$$x-x_0=-\alpha+\cos^{-1}\left(\cos(\alpha)-\frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E}\cdot i_c(x_0)\right) \tag{4.89}$$

O intervalo de ângulo $\beta = x - x_0$ para o qual ocorre a comutação da corrente da fase C para a fase A é dado por:

$$\beta=-\alpha+\cos^{-1}\left(\cos(\alpha)-\frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E}\cdot i_c(x_0)\right) \tag{4.90}$$

Visto que a corrente de entrada do *drive* $i = i_d + j\cdot i_q$ pode ser decomposta em uma componente correspondente à corrente de comutação e outra componente correspondente à corrente de condução, no intervalo de tempo t_0-t_1 do período T para o qual foi obtida a expressão da corrente média do lado CC, o valor médio das correntes i_d e i_q, $\hat{i}_d$ e $\hat{i}_q$, pode ser obtido por:

$$\hat{i}_d=\frac{1}{t_1-t_0}\cdot\int_{t_0}^{t_1}(i_d)dt \tag{4.91}$$

$$\hat{i}_d = \frac{3}{\pi} \cdot \int_{x_0}^{x_1} \left(i_d(x) \right) dx \tag{4.92}$$

$$\hat{i}_d = \frac{3}{\pi} \cdot \int_{x_0}^{x_1} \left(i_{d,\text{com}}(x) + i_{d,\text{cond}}(x) \right) dx \tag{4.93}$$

$$\hat{i}_d = \frac{3}{\pi} \cdot \left[\int_{x_0}^{x_1} i_{d,\text{com}}(x) dx + \int_{x_0}^{x_1} i_{d,\text{cond}}(x) dx \right] \tag{4.94}$$

Podemos dividir o intervalo $x_0 - x_1$ no período de comutação, que vai de $\frac{\pi}{6} + \alpha$ até $\frac{\pi}{6} + \alpha + \beta$, para o qual a corrente de condução é nula, e no período de condução, que vai de $\frac{\pi}{6} + \alpha + \beta$ até $\frac{\pi}{2} + \alpha$, para o qual a corrente de comutação é nula. Desse modo, a Equação (4.94) passa a:

$$\hat{i}_d = \frac{3}{\pi} \cdot \left[\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta} i_{d,\text{com}}(x) dx + \int_{\pi/6+\alpha+\beta}^{\pi/2+\alpha} i_{d,\text{cond}}(x) dx \right] \tag{4.95}$$

$$\hat{i}_{d,\text{com}} = \frac{3}{\pi} \cdot \int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta} i_{d,\text{com}}(x) dx \tag{4.96}$$

$$\hat{i}_{d,\text{cond}} = \frac{3}{\pi} \cdot \int_{\pi/6+\alpha+\beta}^{\pi/2+\alpha} i_{d,\text{cond}}(x) dx \tag{4.97}$$

Analogamente, para a componente de eixo q:

$$\hat{i}_q = \frac{3}{\pi} \cdot \left[\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta} i_{q,\text{com}}(x) dx + \int_{\pi/6+\alpha+\beta}^{\pi/2+\alpha} i_{q,\text{cond}}(x) dx \right] \tag{4.98}$$

$$\hat{i}_{q,\text{com}} = \frac{3}{\pi} \cdot \int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta} i_{q,\text{com}}(x)dx \tag{4.99}$$

$$\hat{i}_{q,\text{cond}} = \frac{3}{\pi} \cdot \int_{\pi/6+\alpha+\beta}^{\pi/2+\alpha} i_{q,\text{cond}}(x)dx \tag{4.100}$$

Para o intervalo de comutação, substituindo a Equação (4.79) na Equação (4.59):

$$\begin{bmatrix} i_{a,\text{com}} \\ i_{b,\text{com}} \\ i_{c,\text{com}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_R - \dfrac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] + i_R \\ -i_R \\ i_R + \dfrac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] \end{bmatrix} \tag{4.101}$$

$$\begin{bmatrix} i_{a,\text{com}} \\ i_{b,\text{com}} \\ i_{c,\text{com}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] \\ -i_R \\ i_R + \dfrac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] \end{bmatrix} \tag{4.102}$$

Aplicando a transformada *dq* ao conjunto de Equações (4.102):

$$\begin{bmatrix} i_{d,\mathrm{com}} \\ i_{q,\mathrm{com}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} -\cos(\omega \cdot t) & -\cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) & -\cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ +\sin(\omega \cdot t) & +\sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) & +\sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] \\ -i_R \\ i_R + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] \end{bmatrix} \tag{4.103}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\mathrm{com}} \\ i_{q,\mathrm{com}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} +\cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] + \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \left(i_R + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right]\right) \\ -\sin(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] - \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \left(i_R + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right]\right) \end{bmatrix} \tag{4.104}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\mathrm{com}} \\ i_{q,\mathrm{com}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} +\cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] + \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] \\ -\sin(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] - \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] \end{bmatrix} \tag{4.105}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\mathrm{com}} \\ i_{q,\mathrm{com}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} +\cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] + \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos(\alpha+\pi) + \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \\ -\sin(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos(\alpha+\pi) - \cos\left(x + 5\pi/6\right)\right] - \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos(\alpha+\pi) - \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \end{bmatrix} \tag{4.106}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\mathrm{com}} \\ i_{q,\mathrm{com}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} +\cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R + \cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos(\alpha+\pi) - \cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos(\alpha+\pi) + \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \\ -\sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R - \sin(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos(\alpha+\pi) + \sin(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos(\alpha+\pi) - \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \end{bmatrix} \tag{4.107}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\mathrm{com}} \\ i_{q,\mathrm{com}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} +\cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R + \cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos(\alpha+\pi) - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos(\alpha+\pi) - \cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) + \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \\ -\sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot i_R - \sin(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos(\alpha+\pi) + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos(\alpha+\pi) + \sin(\omega \cdot t) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) - \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \end{bmatrix} \tag{4.108}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\mathrm{com}} \\ i_{q,\mathrm{com}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \left[+\cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \cdot i_R + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[+\cos(\omega \cdot t) - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \cdot \cos(\alpha+\pi) + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[-\cos(\omega \cdot t) + \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \\ \left[-\sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \cdot i_R + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[-\sin(\omega \cdot t) + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \cdot \cos(\alpha+\pi) + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[+\sin(\omega \cdot t) - \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \end{bmatrix} \tag{4.109}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\mathrm{com}} \\ i_{q,\mathrm{com}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{3} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot i_R + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos(\alpha+\pi) - \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\sqrt{3} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{6}\right)\right] \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \\ \sqrt{3} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot i_R - \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos(\alpha+\pi) + \frac{\sqrt{6}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\sqrt{3} \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{6}\right)\right] \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \end{bmatrix} \tag{4.110}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\mathrm{com}} \\ i_{q,\mathrm{com}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{3} \cdot \sin(x) \cdot i_R - \frac{3\sqrt{2}E}{2\omega L_c} \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos(\alpha) - \frac{3\sqrt{2}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right] \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \\ \sqrt{3} \cdot \cos(x) \cdot i_R + \frac{3\sqrt{2}E}{2\omega L_c} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos(\alpha) + \frac{3\sqrt{2}E}{2\omega L_c} \cdot \left[\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right] \cdot \cos\left(x + 5\pi/6\right) \end{bmatrix} \tag{4.111}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\text{com}} \\ i_{q,\text{com}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\sin(x)\cdot i_R - \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) - \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\cos\left(x+\frac{5\pi}{6}\right) \\ \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\cos(x)\cdot i_R + \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\cos\left(x+\frac{5\pi}{6}\right) \end{bmatrix} \tag{4.112}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\text{com}} \\ i_{q,\text{com}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\sin(x)\cdot i_R - \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\left[\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+1\right] \\ \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\cos(x)\cdot i_R + \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\left[\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right] \end{bmatrix} \tag{4.113}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\text{com}} \\ i_{q,\text{com}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\sin(x)\cdot i_R - \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c} \\ \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\cos(x)\cdot i_R + \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) \end{bmatrix} \tag{4.114}$$

Aplicando as Equações (4.96) e (4.99):

$$\hat{i}_{d,\text{com}} = \frac{3}{\pi}\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\sin(x)\cdot i_R - \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\right]dx \tag{4.115}$$

$$\hat{i}_{d,\text{com}} = \frac{3}{\pi}\cdot\left[\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\sin(x)\cdot i_R\right]dx - \int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}\left[\frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]dx + \int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right]dx + \int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\right]dx\right] \tag{4.116}$$

$$\hat{i}_{d,\text{com}} = \frac{3}{\pi}\cdot\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot i_R\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}[\sin(x)]dx - \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}\left[\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]dx + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}\left[\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right]dx + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}dx\right] \tag{4.117}$$

$$\hat{i}_{d,\text{com}} = \frac{3}{\pi}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot i_R\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}[\sin(x)]dx - \frac{3}{\pi}\cdot\frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}\left[\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]dx + \frac{3}{\pi}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}\left[\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right]dx + \frac{3}{\pi}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\gamma}dx \tag{4.118}$$

$$\hat{i}_{d,\text{com}} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\left\{-\cos(x)\Big|_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\right\} - \frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\left\{\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\Big|_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\right\} + \frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\left\{-\frac{1}{2}\cdot\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\Big|_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\right\} + \frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\left\{x\Big|_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\right\} \tag{4.119}$$

$$\hat{i}_{d,\text{com}} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\left\{-\cos\left(\pi/6+\alpha+\beta\right)+\cos\left(\pi/6+\alpha\right)\right\} - \frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\left\{\sin\left(\pi/6+\alpha+\beta-\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left(\pi/6+\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right\} - \frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\left\{\cos\left(2\left(\pi/6+\alpha+\beta\right)+\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(2\left(\pi/6+\alpha\right)+\frac{\pi}{6}\right)\right\} + \frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\left\{\pi/6+\alpha+\beta-\pi/6-\alpha\right\} \tag{4.120}$$

$$\hat{i}_{d,\mathrm{com}}=\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\left\{-\cos\left(\alpha+\beta+\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\right\}-\frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha)\}-\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\left\{\cos\left(2\alpha+2\beta+\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{2}\right)\right\}+\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\beta \tag{4.121}$$

$$\hat{i}_{d,\mathrm{com}}=\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\left\{\cos\left(\alpha+\beta-\frac{5\pi}{6}\right)-\cos\left(\alpha-\frac{5\pi}{6}\right)\right\}-\frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha)\}+\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\{\sin(2\alpha+2\beta)-\sin(2\alpha)\}+\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\beta \tag{4.122}$$

$$\hat{i}_{d,\mathrm{com}}=-\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\left\{\cos\left(\alpha-\frac{5\pi}{6}\right)-\cos\left(\alpha+\beta-\frac{5\pi}{6}\right)\right\}-\frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha)\}-\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\{\sin(2\alpha)-\sin(2\alpha+2\beta)\}+\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\beta \tag{4.123}$$

$$\hat{i}_{d,\mathrm{com}}=-\left\{\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\left[\cos\left(\alpha-\frac{5\pi}{6}\right)-\cos\left(\alpha+\beta-\frac{5\pi}{6}\right)\right]+\frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha)]+\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot[\sin(2\alpha)-\sin(2\alpha+2\beta)]-\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\beta\right\} \tag{4.124}$$

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}}=\frac{3}{\pi}\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\cos(x)\cdot i_R+\frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right]dx \tag{4.125}$$

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}}=\frac{3}{\pi}\cdot\left[\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\cos(x)\cdot i_R\right]dx+\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\left[\frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]dx+\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right]dx\right] \tag{4.126}$$

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}}=\frac{3}{\pi}\cdot\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot i_R\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}[\cos(x)]dx+\frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\left[\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]dx+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\left[\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right]dx\right] \tag{4.127}$$

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}}=\frac{3}{\pi}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot i_R\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}[\cos(x)]dx+\frac{3}{\pi}\cdot\frac{\sqrt{2}E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\left[\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]dx+\frac{3}{\pi}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\int_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\left[\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right]dx \tag{4.128}$$

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}}=\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\left\{\sin(x)\Big|_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\right\}+\frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\left\{-\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\Big|_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\right\}+\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\Big|_{\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha+\beta}\right\} \tag{4.129}$$

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}}=\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\{\sin(\pi/6+\alpha+\beta)-\sin(\pi/6+\alpha)\}-\frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\left\{\cos\left(\pi/6+\alpha+\beta-\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(\pi/6+\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right\}+\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\left\{\sin\left(2(\pi/6+\alpha+\beta)+\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left(2(\pi/6+\alpha)+\frac{\pi}{6}\right)\right\} \tag{4.130}$$

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}}=\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\left\{\sin\left(\alpha+\beta+\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\right\}-\frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha)\}+\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\left\{\sin\left(2\alpha+2\beta+\frac{\pi}{2}\right)-\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{2}\right)\right\} \tag{4.131}$$

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot i_R \cdot \left\{ -\sin\left(\alpha + \beta - \frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(\alpha - \frac{5\pi}{6}\right) \right\} - \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot \cos(\alpha) \cdot \{\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha)\} + \frac{3\sqrt{2}}{4\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot \{\cos(2\alpha + 2\beta) - \cos(2\alpha)\} \tag{4.132}$$

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}} = -\frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot i_R \cdot \left\{ \sin\left(\alpha + \beta - \frac{5\pi}{6}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{5\pi}{6}\right) \right\} - \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot \cos(\alpha) \cdot \{\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha)\} - \frac{3\sqrt{2}}{4\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot \{\cos(2\alpha) - \cos(2\alpha + 2\beta)\} \tag{4.133}$$

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}} = -\left\{ \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot i_R \cdot \left[\sin\left(\alpha + \beta - \frac{5\pi}{6}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{5\pi}{6}\right) \right] + \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot \cos(\alpha) \cdot [\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha)] + \frac{3\sqrt{2}}{4\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot [\cos(2\alpha) - \cos(2\alpha + 2\beta)] \right\} \tag{4.134}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_{d,\mathrm{com}} \\ \hat{i}_{q,\mathrm{com}} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot i_R \cdot \left[\cos\left(\alpha - \frac{5\pi}{6}\right) - \cos\left(\alpha + \beta - \frac{5\pi}{6}\right) \right] + \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot \cos(\alpha) \cdot [\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha)] + \frac{3\sqrt{2}}{4\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot [\sin(2\alpha) - \sin(2\alpha + 2\beta)] - \frac{3\sqrt{2}}{2\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot \beta \\ \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot i_R \cdot \left[\sin\left(\alpha + \beta - \frac{5\pi}{6}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{5\pi}{6}\right) \right] + \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot \cos(\alpha) \cdot [\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha)] + \frac{3\sqrt{2}}{4\pi} \cdot \frac{E}{\omega L_c} \cdot [\cos(2\alpha) - \cos(2\alpha + 2\beta)] \end{bmatrix} \tag{4.135}$$

Observe que, na Equação (4.135), se o intervalo de comutação β for nulo, o valor médio das correntes de comutação $i_{d,\text{com}}$ e $i_{q,\text{com}}$ também é nulo.

O intervalo de comutação termina quando a corrente i_c se anula, permanecendo assim até o final do intervalo de condução. Nesta condição, a Equação (4.102) passa a:

$$\begin{bmatrix} i_{a,\text{cond}} \\ i_{b,\text{cond}} \\ i_{c,\text{cond}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\hat{i}_R \\ -\hat{i}_R \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.136}$$

Aplicando a transformada dq ao conjunto de Equações (4.136):

$$\begin{bmatrix} i_{d,\text{cond}} \\ i_{q,\text{cond}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} -\cos(\omega \cdot t) & -\cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) & -\cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ +\sin(\omega \cdot t) & +\sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) & +\sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} +\hat{i}_R \\ -\hat{i}_R \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.137}$$

$$\begin{bmatrix} i_{d,\text{cond}} \\ i_{q,\text{cond}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \hat{i}_R \cdot \begin{bmatrix} -\cos(\omega \cdot t) + \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ +\sin(\omega \cdot t) - \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \tag{4.138}$$

Aplicando as Equações (4.97) e (4.100):

$$\hat{i}_{d,\text{cond}} = \frac{3}{\pi} \cdot \int_{\pi/6+\alpha+\beta}^{\pi/2+\alpha} \frac{2}{3} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[-\cos(x) + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \right] dx \tag{4.139}$$

$$\hat{i}_{d,\text{cond}} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[-\sin(x) + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \Big|_{\pi/6+\alpha+\beta}^{\pi/2+\alpha} \right] \tag{4.140}$$

$$\hat{i}_{d,\text{cond}} = \frac{2}{\pi} \hat{i}_R \left[-\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \beta\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \beta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \tag{4.141}$$

$$\hat{i}_{d,\text{cond}} = \frac{2}{\pi} \hat{i}_R \left[-\sin\left(\alpha + 3\pi/6\right) + \sin\left(\alpha + \beta + \pi/6\right) + \sin\left(\alpha - \pi/6\right) - \sin\left(\alpha + \beta - 3\pi/6\right) \right] \tag{4.142}$$

$$\hat{i}_{d,\text{cond}} = \frac{2}{\pi} \hat{i}_R \left[\sin\left(\alpha - \pi/6\right) - \sin\left(\alpha + 3\pi/6\right) + \sin\left(\alpha + \beta + \pi/6\right) - \sin\left(\alpha + \beta - 3\pi/6\right) \right] \tag{4.143}$$

$$\hat{i}_{d,\text{cond}} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[-\sqrt{3} \cdot \cos\left(\alpha + \pi/6\right) + \sqrt{3} \cdot \cos\left(\alpha + \beta - \pi/6\right) \right] \tag{4.144}$$

$$\hat{i}_{d,\text{cond}} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[-\cos\left(\alpha + \pi/6\right) + \cos\left(\alpha + \beta - \pi/6\right) \right] \tag{4.145}$$

$$\hat{i}_{d,\text{cond}} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[\cos\left(\alpha + 7\pi/6\right) - \cos\left(\alpha + \beta + 5\pi/6\right) \right] \tag{4.146}$$

$$\hat{i}_{q,\text{cond}} = \frac{3}{\pi} \cdot \int_{\pi/6+\alpha+\beta}^{\pi/2+\alpha} \frac{2}{3} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[+\sin(x) - \sin\left(x - \frac{2\pi}{3} \right) \right] dx \tag{4.147}$$

$$\hat{i}_{q,\text{cond}} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[-\cos(x) + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3} \right) \Big|_{\pi/6+\alpha+\beta}^{\pi/2+\alpha} \right] \tag{4.148}$$

$$\hat{i}_{q,\text{cond}} = \frac{2}{\pi} \hat{i}_R \left[-\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \beta\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha + \beta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \tag{4.149}$$

$$\hat{i}_{q,\text{cond}} = \frac{2}{\pi} \hat{i}_R \left[-\cos\left(\alpha + 3\pi/6\right) + \cos\left(\alpha + \beta + \pi/6\right) + \cos\left(\alpha - \pi/6\right) - \cos\left(\alpha + \beta - 3\pi/6\right) \right] \tag{4.150}$$

$$\hat{i}_{q,\text{cond}} = \frac{2}{\pi} \hat{i}_R \left[-\cos\left(\alpha + 3\pi/6\right) + \cos\left(\alpha - \pi/6\right) - \cos\left(\alpha + \beta - 3\pi/6\right) + \cos\left(\alpha + \beta + \pi/6\right) \right] \tag{4.151}$$

$$\hat{i}_{q,\text{cond}} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[\sqrt{3} \cdot \sin\left(\alpha + \pi/6\right) - \sqrt{3} \cdot \sin\left(\alpha + \beta - \pi/6\right) \right] \tag{4.152}$$

$$\hat{i}_{q,\text{cond}} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[\sin\left(\alpha + \pi/6\right) - \sin\left(\alpha + \beta - \pi/6\right) \right] \tag{4.153}$$

$$\hat{i}_{q,\text{cond}} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[-\sin\left(\alpha + 7\pi/6\right) + \sin\left(\alpha + \beta + 5\pi/6\right) \right] \tag{4.154}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_{d,\text{cond}} \\ \hat{i}_{q,\text{cond}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[+\cos\left(\alpha + 7\pi/6\right) - \cos\left(\alpha + \beta + 5\pi/6\right) \right] \\ \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \hat{i}_R \cdot \left[-\sin\left(\alpha + 7\pi/6\right) + \sin\left(\alpha + \beta + 5\pi/6\right) \right] \end{bmatrix} \tag{4.155}$$

A transformação do modelo chaveado no modelo *average* foi detalhadamente realizada para o intervalo $\omega \cdot t = \left[\frac{1\pi}{6}, \frac{3\pi}{6} \right]$, que corresponde a um período do sinal retificado. O mesmo modelo é obtido caso o procedimento de obtenção dos valores médios seja feito para outro período qualquer. As equações que descrevem o modelo dinâmico *average* do retificador são sumarizadas a seguir:

$$\frac{d\hat{i}_R}{dt}=\frac{\frac{3\cdot\sqrt{6}}{\pi}\cdot E\cdot\cos(\alpha)-\left(\frac{3}{\pi}\cdot\omega\cdot L_c+R_{DC}\right)\cdot\hat{i}_R-\hat{v}_I}{L_{DC}+2\cdot L_c} \tag{4.156}$$ [3]

$$\beta=-\alpha+\cos^{-1}\left(\cos(\alpha)-\frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E}\cdot\hat{i}_R\right) \tag{4.157}$$ [4]

$$\hat{i}_{d,\mathrm{com}}=-\left\{\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\left[\cos\left(\alpha-\frac{5\pi}{6}\right)-\cos\left(\alpha+\beta-\frac{5\pi}{6}\right)\right]+\frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha)]+\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot[\sin(2\alpha)-\sin(2\alpha+2\beta)]-\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\beta\right\} \tag{4.158}$$ [5]

$$\hat{i}_{q,\mathrm{com}}=-\left\{\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot i_R\cdot\left[\sin\left(\alpha+\beta-\frac{5\pi}{6}\right)-\sin\left(\alpha-\frac{5\pi}{6}\right)\right]+\frac{3\sqrt{2}}{\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot\cos(\alpha)\cdot[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha)]+\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\cdot\frac{E}{\omega L_c}\cdot[\cos(2\alpha)-\cos(2\alpha+2\beta)]\right\} \tag{4.159}$$ [6]

$$\hat{i}_{d,\mathrm{cond}}=\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot\hat{i}_R\cdot\left[+\cos\left(\alpha+7\pi/6\right)-\cos\left(\alpha+\beta+5\pi/6\right)\right] \tag{4.160}$$ [7]

$$\hat{i}_{q,\mathrm{cond}}=\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot\hat{i}_R\cdot\left[-\sin\left(\alpha+7\pi/6\right)+\sin\left(\alpha+\beta+5\pi/6\right)\right] \tag{4.161}$$ [8]

$$\hat{i}_d=\hat{i}_{d,\mathrm{com}}+\hat{i}_{d,\mathrm{cond}} \tag{4.162}$$

$$\hat{i}_q=\hat{i}_{q,\mathrm{com}}+\hat{i}_{q,\mathrm{cond}} \tag{4.163}$$

[3] A Equação (4.156) é uma repetição da Equação (4.58).

[4] A Equação (4.157) é uma repetição da Equação (4.90).

[5] A Equação (4.158) é uma repetição da Equação (4.135).

[6] A Equação (4.159) é uma repetição da Equação (4.135).

[7] A Equação (4.160) é uma repetição da Equação (4.155).

[8] A Equação (4.161) é uma repetição da Equação (4.155).

O fator de potência do *drive* pode ser obtido de modo aproximado, pela expressão:

$$FP_{aprox} = \cos\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) \tag{4.164}$$

Substituindo-se a Equação (4.157) na Equação (4.164):

$$\beta = -\alpha + \cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right) \tag{4.165}$$

$$\frac{\beta}{2} = -\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right) \tag{4.166}$$

$$\alpha + \frac{\beta}{2} = \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right) \tag{4.167}$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) = \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)\right) \tag{4.168}$$

$$FP_{aprox} = \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)\right) \tag{4.169}$$

$$FP_{aprox}^2 = \cos^2\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)\right) \tag{4.170}$$

$$FP_{aprox}^2 = \frac{1}{2}\left(\cos\left(2\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)\right)\right) + 1\right) \tag{4.171}$$

$$FP_{aprox}^2 = \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\alpha + \cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)\right) + \frac{1}{2} \tag{4.172}$$

$$FP_{aprox}^2 = \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\alpha + \cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)\right) + \frac{1}{2} \tag{4.173}$$

$$FP_{aprox} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\alpha + \cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)\right)} \tag{4.174}$$

$$FP_{aprox} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\alpha + \cos^{-1}\left(\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)\right)} \tag{4.175}$$

No caso do retificador não controlado ($\alpha = 0$):

$$FP_{aprox} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos\left(0 + \cos^{-1}\left(\cos(0) - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)\right)} \tag{4.176}$$

$$FP_{aprox} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\cos^{-1}\left(1 - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)\right)} \tag{4.177}$$

$$FP_{aprox} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)} \tag{4.178}$$

$$FP_{aprox} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R} \tag{4.179}$$

$$FP_{aprox} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega L_c}{\sqrt{6}E} \cdot \hat{i}_R\right)} \tag{4.180}$$

4.1.2.2 Inversor de frequência de 6 pulsos

O inversor trifásico do *VFD* é apresentado na Figura 4.6 a seguir:

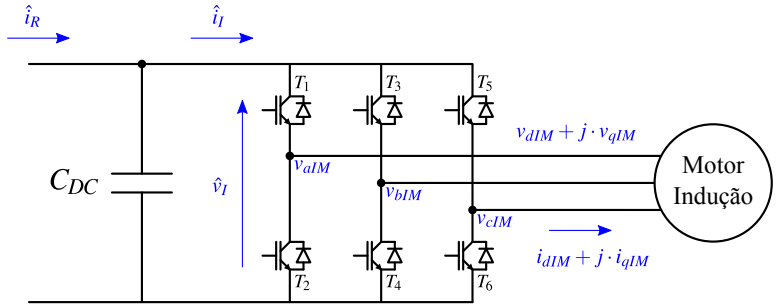


Figura 4.6 – Inversor trifásico.

As equações que descrevem o modelo do inversor são:

$$i_R - i_I = C_{DC} \cdot \frac{dv_I}{dt} \tag{4.181}$$

$$\frac{dv_I}{dt} = \frac{1}{C_{DC}} \cdot (i_R - i_I) \tag{4.182}$$

Considerando chaves ideais, para as quais a queda de tensão é nula durante seu respectivo intervalo de condução, o valor da tensão retificada v_R para cada intervalo de um período de 60 Hz é dado pela Figura 4.7 e Tabela 4.2 a seguir:

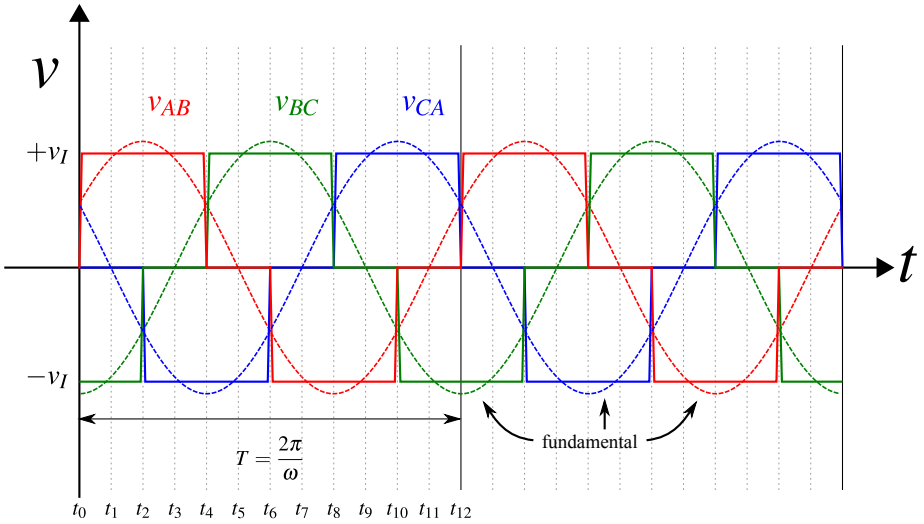


Figura 4.7 – Formas de onda no inversor de frequência de 6 pulsos.

Tabela 4.2 – Valores da tensão invertida para cada um dos intervalos do período $\omega \cdot t = 2\pi$.

t	...	t_0-t_1	t_1-t_2	t_2-t_3	t_3-t_4	t_4-t_5	t_5-t_6	t_6-t_7	t_7-t_8	t_8-t_9	t_9-t_{10}	t_{10}-t_{11}	t_{11}-t_{12}	...
$\omega \cdot t$	...	$\left[\frac{0\pi}{6},\frac{1\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{1\pi}{6},\frac{2\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{2\pi}{6},\frac{3\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{3\pi}{6},\frac{4\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{4\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{5\pi}{6},\frac{6\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{6\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{7\pi}{6},\frac{8\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{8\pi}{6},\frac{9\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{9\pi}{6},\frac{10\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{10\pi}{6},\frac{11\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{11\pi}{6},\frac{12\pi}{6}\right]$	...
+	...	T1,T5	T1,T5	T1	T1	T1,T3	T1,T3	T3	T3	T3,T5	T3,T5	T5	T5	...
-	...	T4	T4	T4,T6	T4,T6	T6	T6	T2,T6	T2,T6	T2	T2	T2,T4	T2,T4	...
v_a	...	v_I	v_I	v_I	v_I	v_I	v_I	0	0	0	0	0	0	...
v_b	...	0	0	0	0	v_I	v_I	v_I	v_I	v_I	v_I	0	0	...
v_c	...	v_I	v_I	0	0	0	0	0	0	v_I	v_I	v_I	v_I	...
v_{ab}	...	v_I	v_I	v_I	v_I	0	0	$-v_I$	$-v_I$	$-v_I$	$-v_I$	0	0	...
v_{bc}	...	$-v_I$	$-v_I$	0	0	v_I	v_I	v_I	v_I	0	0	$-v_I$	$-v_I$	...
v_{ca}	...	0	0	$-v_I$	$-v_I$	$-v_I$	$-v_I$	0	0	v_I	v_I	v_I	v_I	...
i_a	...	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\hat{i}_I$	$\hat{i}_I$	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\hat{i}_I$	$-\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	...
i_b	...	$-\hat{i}_I$	$-\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\hat{i}_I$	$\hat{i}_I$	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	...
i_c	...	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\hat{i}_I$	$-\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$-\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\frac{1}{2}\hat{i}_I$	$\hat{i}_I$	$\hat{i}_I$	...

O cálculo do componente fundamental das tensões v_{ab}, v_{bc} e v_{ca} é feito a partir da aproximação por uma série de Fourier do sinal invertido (onda quadrada). Para a tensão *ab*, temos:

$$v_{ab}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot n \cdot \pi \cdot t}{T}\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot n \cdot \pi \cdot t}{T}\right)\right] \tag{4.183}$$

Os coeficientes da série de Fourier são dados por:

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int_{-T/2}^{+T/2} v_{ab}(t) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot n \cdot \pi \cdot t}{T}\right) dt \tag{4.184}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_{-T/2}^{+T/2} v_{ab}(t) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot n \cdot \pi \cdot t}{T}\right) dt \tag{4.185}$$

A componente CC da tensão é nula (o valor médio de v_{ab} é nulo):

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_{-T/2}^{+T/2} v_{ab}(t) dt = 0 \tag{4.186}$$

Para a componente fundamental temos:

$$a_1 = \frac{2}{T} \cdot \int_{-T/2}^{+T/2} v_{ab}(t) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) dt \tag{4.187}$$

$$a_1 = \frac{2}{\omega T} \cdot \int_{-2\pi/2}^{+2\pi/2} v_{ab}(t) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\omega T}\right) dx \tag{4.188}$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} v_{ab}(t) \cdot \cos(x) dx \tag{4.189}$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \left[\int_{-\pi}^{-\pi/3} -v_I \cdot \cos(x) dx + \int_{-\pi/3}^{0} 0 \cdot \cos(x) dx + \int_{0}^{2\pi/3} v_I \cdot \cos(x) dx + \int_{2\pi/3}^{\pi} 0 \cdot \cos(x) dx\right] \tag{4.190}$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \left[-v_I \cdot \int_{-\pi}^{-\pi/3} \cos(x)dx + v_I \cdot \int_{0}^{2\pi/3} \cos(x)dx \right] \tag{4.191}$$

$$a_1 = \frac{v_I}{\pi} \cdot \left[\int_{0}^{2\pi/3} \cos(x)dx - \int_{-\pi}^{-\pi/3} \cos(x)dx \right] \tag{4.192}$$

$$a_1 = \frac{v_I}{\pi} \cdot \left[\sin(x)\Big|_{0}^{\frac{2\pi}{3}} - \sin(x)\Big|_{-\pi}^{\frac{-\pi}{3}} \right] \tag{4.193}$$

$$a_1 = \frac{v_I}{\pi} \cdot \left[\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \sin(0) - \sin\left(\frac{-\pi}{3}\right) + \sin(-\pi) \right] \tag{4.194}$$

$$a_1 = \frac{v_I}{\pi} \cdot \left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \tag{4.195}$$

$$a_1 = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot v_I \tag{4.196}$$

Analogamente:

$$b_1 = \frac{v_I}{\pi} \cdot \left[\int_{0}^{2\pi/3} \sin(x)dx - \int_{-\pi}^{-\pi/3} \sin(x)dx \right] \tag{4.197}$$

$$b_1 = \frac{v_I}{\pi} \cdot \left[-\cos(x)\Big|_{0}^{\frac{2\pi}{3}} + \cos(x)\Big|_{-\pi}^{\frac{-\pi}{3}} \right] \tag{4.198}$$

$$b_1 = \frac{v_I}{\pi} \cdot \left[-\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos(0) + \cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) - \cos(-\pi) \right] \tag{4.199}$$

$$b_1 = \frac{v_I}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 1 \right] \tag{4.200}$$

$$b_1 = \frac{3}{\pi} \cdot v_I \tag{4.201}$$

Portanto, a tensão v_{ab} decomposta em série de Fourier tem a seguinte forma:

$$v_{ab}(t) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot v_I \cdot \cos(\omega \cdot t) + \frac{3}{\pi} \cdot v_I \cdot \sin(\omega \cdot t) + \text{harm.} \tag{4.202}$$

Aplicando identidades trigonométricas, a soma da função cosseno com a função seno pode ser reescrita por:

$$\text{pico} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{\pi}\cdot v_I\right)^2 + \left(\frac{3}{\pi}\cdot v_I\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot v_I \tag{4.203}$$

$$\text{fase} = \tan^{-1}\left(\frac{\left(\frac{3}{\pi}\cdot v_I\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{\pi}\cdot v_I\right)}\right) = \frac{\pi}{6} \tag{4.204}$$

$$v_{ab}(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\cdot v_I \cdot \sin\left(\omega\cdot t + \pi/6\right) + \text{harm.} \tag{4.205}$$

Considerando-se um conjunto trifásico balanceado e equilibrado, as tensões v_{bc} e v_{ca} podem ser obtidas por analogia:

$$v_{ab}(t) = V_p \cdot \sin\left(\omega\cdot t + 1\pi/6\right) + \text{harm.} \tag{4.206}$$

$$v_{bc}(t) = V_p \cdot \sin\left(\omega\cdot t - 3\pi/6\right) + \text{harm.} \tag{4.207}$$

$$v_{ca}(t) = V_p \cdot \sin\left(\omega\cdot t + 5\pi/6\right) + \text{harm.} \tag{4.208}$$

A partir das tensões de linha equilibradas, podemos obter as tensões de fase a seguir:

$$v_a(t) = \frac{V_p}{\sqrt{3}}\cdot \sin\left(\omega\cdot t + 0\pi/6\right) + \text{harm.} \tag{4.209}$$

$$v_b(t) = \frac{V_p}{\sqrt{3}}\cdot \sin\left(\omega\cdot t - 4\pi/6\right) + \text{harm.} \tag{4.210}$$

$$v_c(t) = \frac{V_p}{\sqrt{3}}\cdot \sin\left(\omega\cdot t + 4\pi/6\right) + \text{harm.} \tag{4.211}$$

A relação entre a magnitude da componente fundamental da tensão CA e da magnitude da tensão CC é dada por:

$$V_p = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot v_I \tag{4.212}$$

$$\frac{V_p}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\pi} \cdot v_I \tag{4.213}$$

Portanto:

$$v_a(t) = \frac{2}{\pi} \cdot v_I \cdot \sin(\omega \cdot t) + \text{harm.} \tag{4.214}$$

$$v_b(t) = \frac{2}{\pi} \cdot v_I \cdot \sin\left(\omega \cdot t - 2\pi/3\right) + \text{harm.} \tag{4.215}$$

$$v_c(t) = \frac{2}{\pi} \cdot v_I \cdot \sin\left(\omega \cdot t + 2\pi/3\right) + \text{harm.} \tag{4.216}$$

Considerando-se a modelagem *dq* do *drive*, podemos aplicar uma transformada *dq* às tensões acima para obter os componentes v_{dIM} e v_{qIM}. Utilizando-se uma transformação na qual o eixo *q* é orientado com a tensão na fase *a* e na qual o eixo *dq* gira a uma velocidade ω igual à frequência angular de acionamento do conversor CC-CA, temos:

$$v_{dIM} = 0 + v_{dIM}^{\text{harm}} \tag{4.217}$$

$$v_{qIM} = \frac{2}{\pi} \cdot v_I + v_{qIM}^{\text{harm}} \tag{4.218}$$

As tensões v_{dIM}^{harm} e v_{qIM}^{harm} são somatórios de funções senoidais em frequências múltiplas de ω – (5±1) ω, (11±1) ω, (17±1) ω, etc – de forma que o valor médio (*average*) dessas tensões pode ser obtido por:

$$\hat{v}_{dIM} = \frac{1}{T}\int_0^T (v_{dIM})dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(0 + v_{dIM}^{\text{harm}}\right)dt = \frac{1}{T}\int_0^T (0)dt + \frac{1}{T}\int_0^T \left(v_{dIM}^{\text{harm}}\right)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(v_{dIM}^{\text{harm}}\right)dt \tag{4.219}$$

$$\hat{v}_{qIM} = \frac{1}{T}\int_0^T (v_{qIM})dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{2}{\pi} \cdot v_I + v_{dIM}^{\text{harm}}\right)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{2}{\pi} \cdot v_I\right)dt + \frac{1}{T}\int_0^T \left(v_{dIM}^{\text{harm}}\right)dt = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{v}_I + \frac{1}{T}\int_0^T \left(v_{dIM}^{\text{harm}}\right)dt \tag{4.220}$$

O valor médio das tensões v_{dIM}^{harm} e v_{qIM}^{harm} é nulo (funções senoidais harmônicas da componente fundamental) e, portanto, os valores médios das tensões *dq* aplicadas ao estator da máquina de indução são dados por:

$$\hat{v}_{dIM} = 0 \tag{4.221}$$

$$\hat{v}_{qIM} = \left(\frac{2}{\pi}\right) \cdot \hat{v}_I \tag{4.222}$$

Finalmente, a equação que completa a modelagem do inversor consiste em, desprezando-se as perdas neste conversor, igualar sua potência de entrada a sua potência de saída.

$$P_{in} = P_{out} \tag{4.223}$$

$$\hat{v}_I \cdot \hat{i}_I = \frac{3}{2} \cdot \left(\hat{v}_{dIM} \cdot \hat{i}_{dIM} + \hat{v}_{qIM} \cdot \hat{i}_{qIM}\right) \tag{4.224}$$

$$\hat{i}_I = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\hat{v}_I} \cdot \left(\hat{v}_{dIM} \cdot \hat{i}_{dIM} + \hat{v}_{qIM} \cdot \hat{i}_{qIM}\right) \tag{4.225}$$

Substituindo-se as Equações (4.221) e (4.222) na Equação (4.225) temos:

$$\hat{i}_I = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\hat{v}_I} \cdot \left(0 \cdot \hat{i}_{dIM} + \frac{2}{\pi} \cdot \hat{v}_I \cdot \hat{i}_{qIM}\right) \tag{4.226}$$

$$\hat{i}_I = \frac{3}{\pi} \cdot \hat{i}_{qIM} \tag{4.227}$$

Combinando as equações do retificador (4.156)–(4.163) com as equações do inversor podemos organizá-las na forma do circuito equivalente da Figura 4.8.

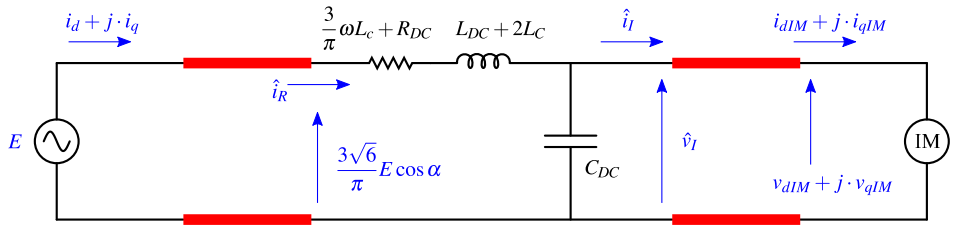


Figura 4.8 – Circuito equivalente do modelo *average* do *VFD*.

O diagrama de blocos do modelo *average* do *VFD* é apresentado na Figura 4.9.

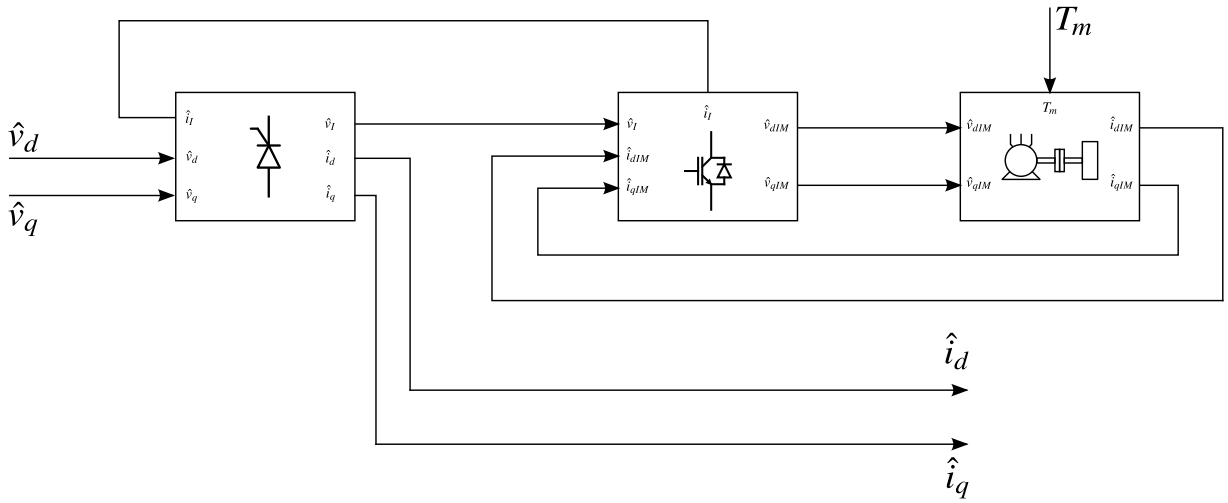


Figura 4.9 – Diagrama de blocos do modelo *average* do VFD.

4.1.3 Comparação Modelo *EMTP Switched* × Modelo *RMS Average*

A resposta dos modelos discutidos nesta e nas próximas seções deste capítulo, para diferentes distúrbios, foram verificadas através de simulações do sistema apresentado na Figura 4.10. Os modelos foram implementados e as simulações foram realizadas no ambiente SimPowerSystems™/Simulink®/MATLAB®. Os valores numéricos dos parâmetros utilizados na simulação dos modelos discutidos neste capítulo são apresentados na Tabela 4.3. No caso do modelo chaveado, foram utilizadas simulações do tipo transitórios eletromagnéticos (EMTP), com passo de integração de 20 μs. Nos demais modelos, foram utilizadas simulações do tipo transitórios eletromecânicos (também denominada simulação dinâmica fasorial ou ainda Phasor RMS), com passo de integração de 1 ms.

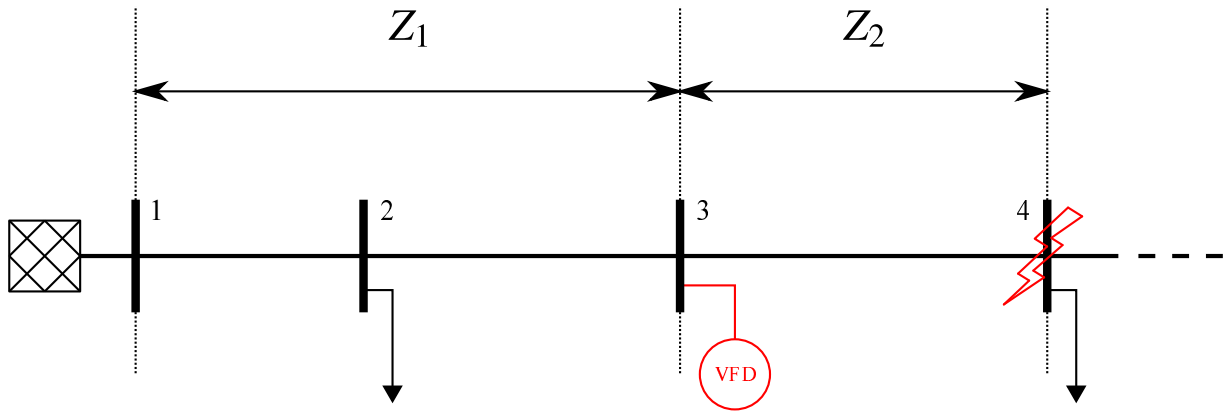


Figura 4.10 – Diagrama unifilar do sistema utilizado na validação dos modelos discutidos neste capítulo.

Tabela 4.3 – Valores dos parâmetros para simulação dos modelos do *drive*.

Parâmetro	***Valor***
Potência Nominal	3 HP
Tensão Nominal	220 V
Frequência Nominal	60 Hz
Par de pólos ***pp***	2
Momento de Inércia ***J*** (Constante de Inércia ***H***)	0,089 kg·m^2 (0,7065 s)
Indutância de Comutação L_c	5 mH
Resistência do elo CC R_{DC}	10^{-9} Ω
Indutância do elo CC L_{DC}	1 mH
Capacitância do elo CC C_{DC}	4000 μF
Resistência do Estator R_s	0,435 Ω
Resistência do Rotor R_r	0,816 Ω
Indutância do Estator L_s	2 mH
Indutância do Rotor L_r	2 mH
Indutância de Magnetização L_m	69,31 mH

A resposta do modelo *average* para simulação dinâmica fasorial implementado foi comparada com a resposta do modelo chaveado para simulação EMTP para duas perturbações, a saber: degrau de tensão terminal (afundamento de tensão resultante de curto-circuito trifásico) e degrau de torque mecânico.

4.1.3.1 Degrau de torque mecânico

No primeiro distúrbio simulado, o torque mecânico aplicado ao eixo do motor acionado pelo *drive* (carga mecânica) foi variado de T_m = 0,8 pu para T_m = 1,0 pu no instante t = 0,5 s, conforme apresentado na

Figura 4.11. As respostas de algumas variáveis são apresentadas nas Figura 4.12 à 4.18 a seguir. Observa-se uma boa correspondência entre a resposta do modelo para simulação dinâmica fasorial com a resposta do modelo para simulação EMTP.

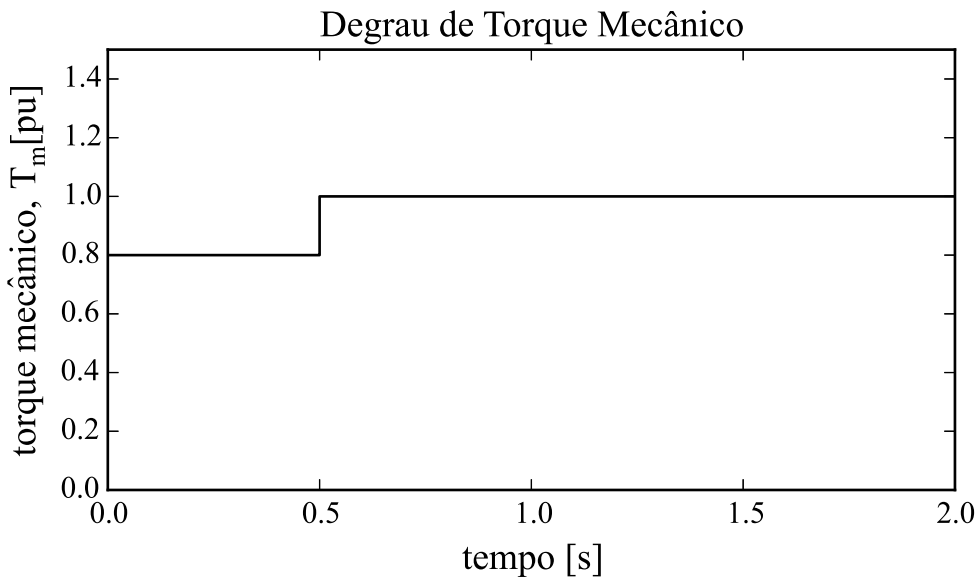


Figura 4.11 – Perturbação em degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

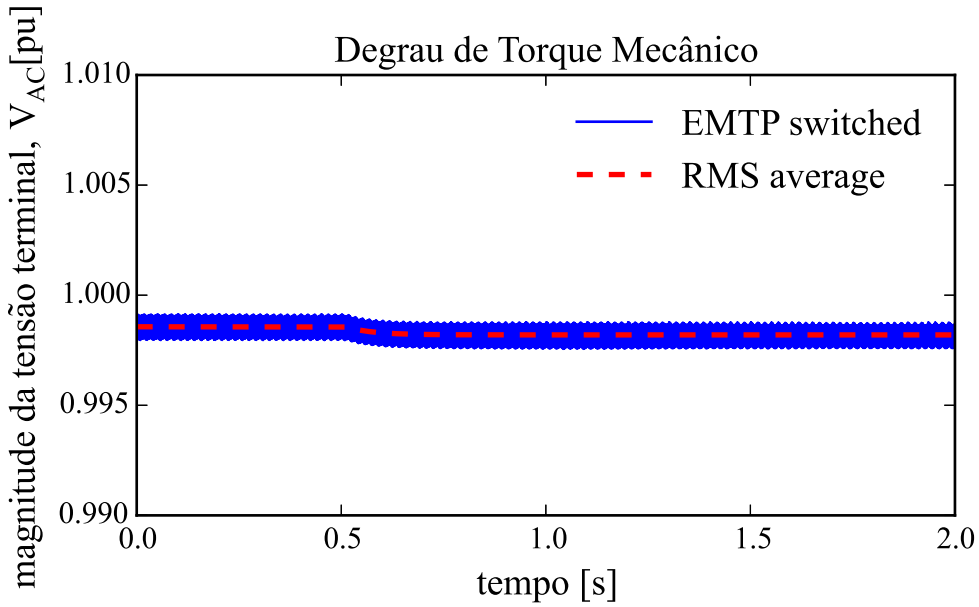


Figura 4.12 – Resposta da magnitude da tensão terminal ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

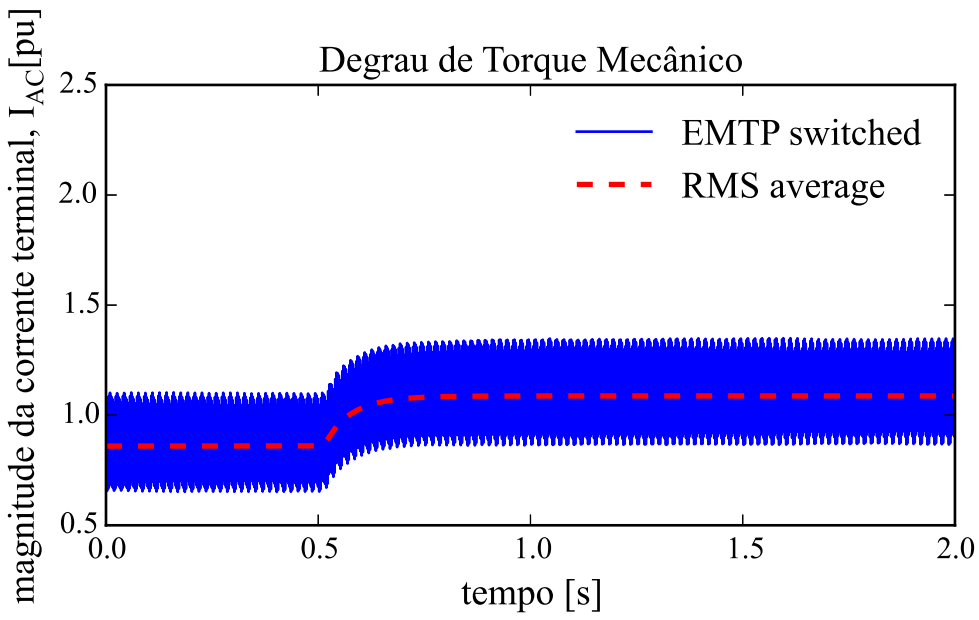


Figura 4.13 – Resposta da magnitude da corrente terminal ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

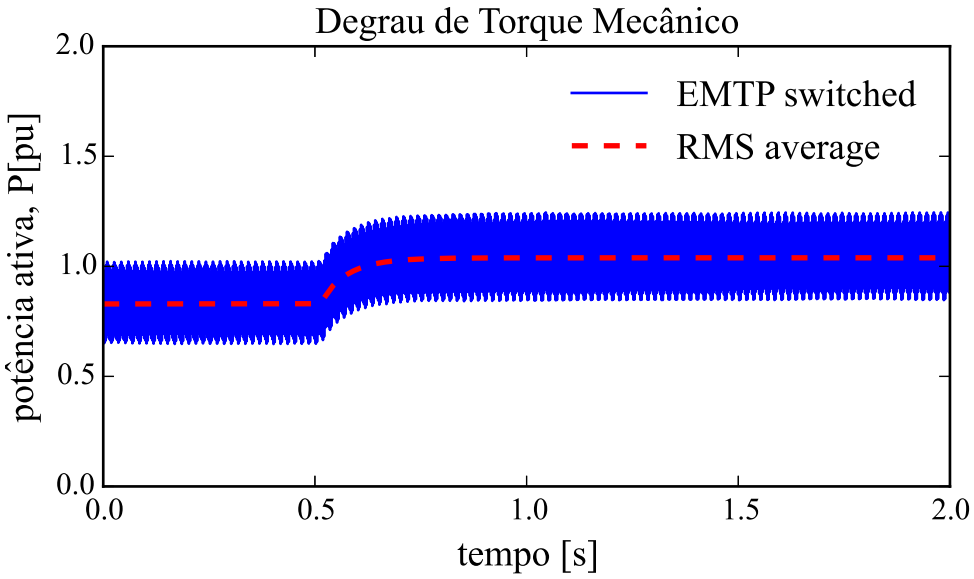


Figura 4.14 – Resposta da potência ativa ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

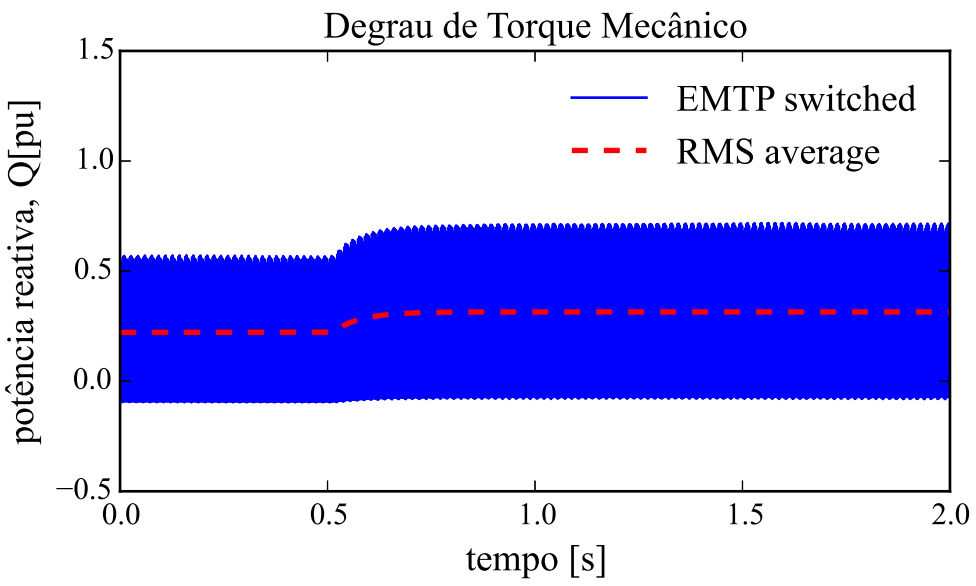


Figura 4.15 – Resposta da potência reativa ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

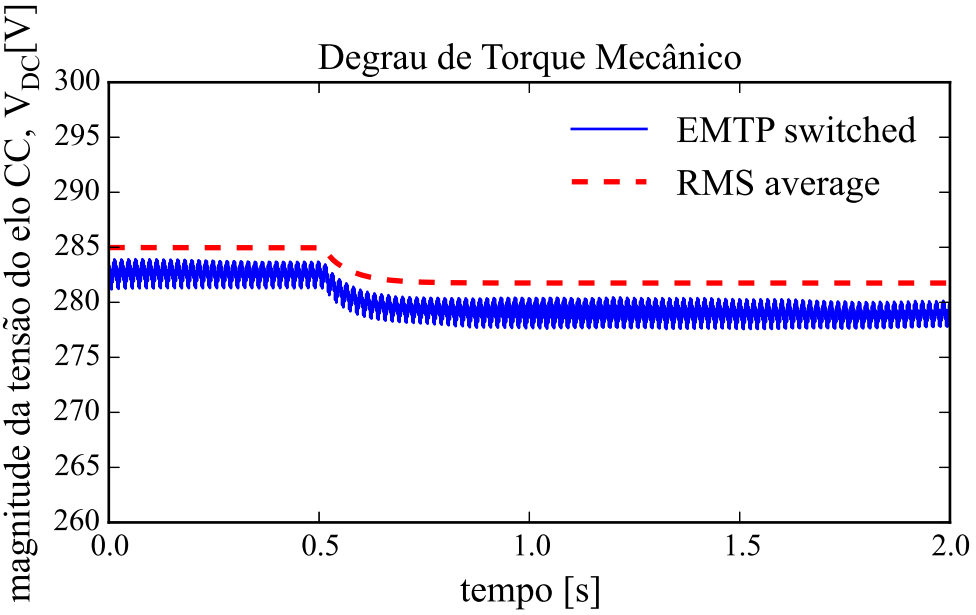


Figura 4.16 – Resposta da magnitude da tensão do elo CC ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

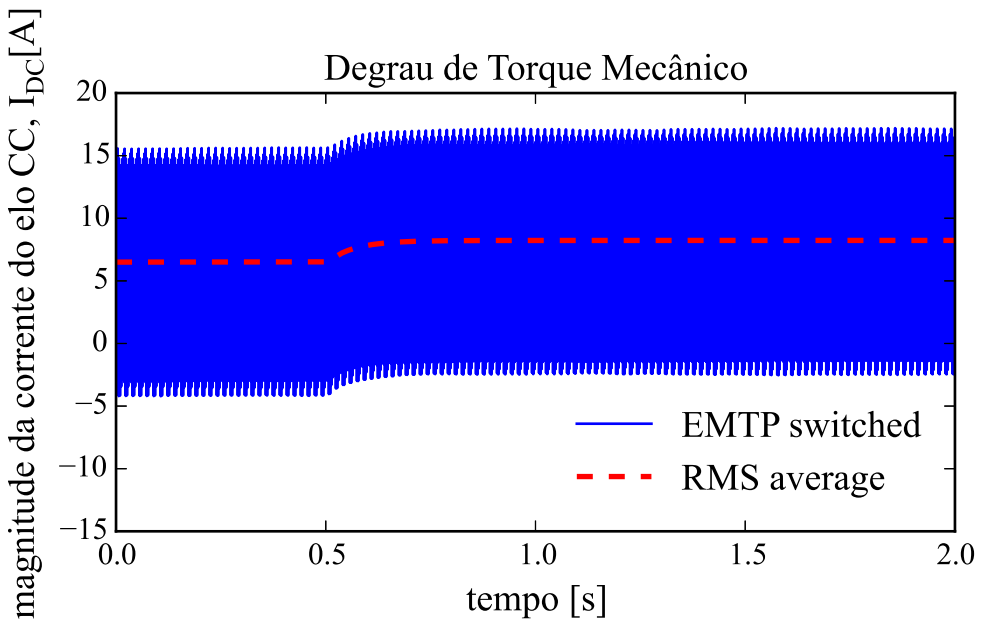


Figura 4.17 – Resposta da magnitude da corrente do elo CC ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

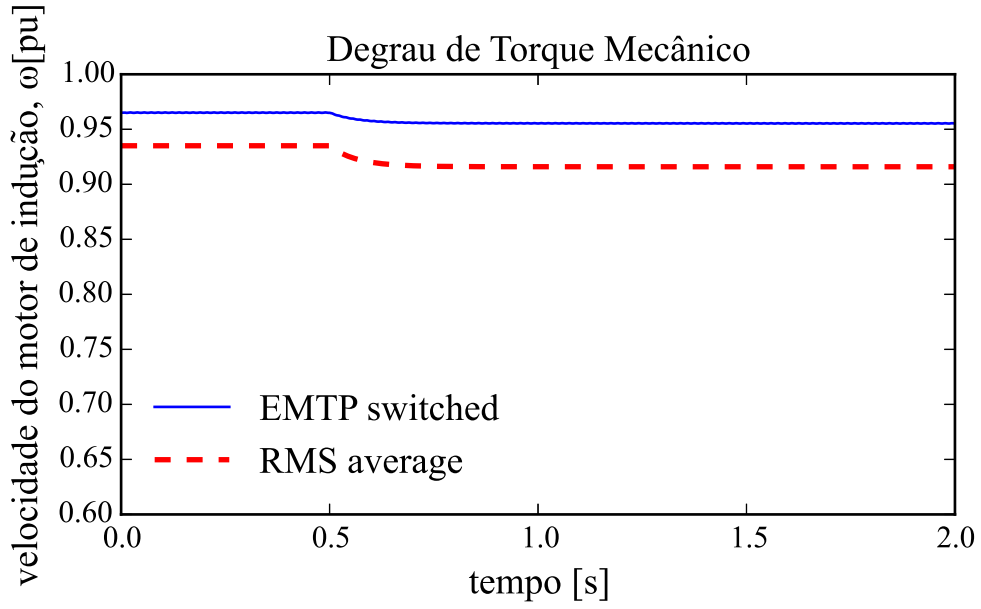


Figura 4.18 – Resposta da velocidade do motor de indução ao degrau de torque mecânico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

4.1.3.2 Curto-circuito (afundamento de tensão)

No segundo distúrbio simulado, um curto-circuito trifásico franco foi aplicado à barra 4, entre os instantes t = 0,5 s e t = 1,0 s. A resposta dos modelos para simulação EMTP e para simulação dinâmica fasorial a esta falta são apresentadas nas Figura 4.19 à 4.25. Nas simulações foram utilizados $Z_1 = 3 \cdot z$ e $Z_2 = 7 \cdot z$, conforme definidos na Figura 4.10, de tal forma que o afundamento de tensão ao qual o *VFD* é submetido é da ordem de $Z_2/(Z_1+Z_2) = 70\%$, como pode ser verificado na Figura 4.19. Novamente observa-se uma boa correspondência entre a resposta do modelo para simulação dinâmica fasorial com a resposta do modelo para simulação EMTP.

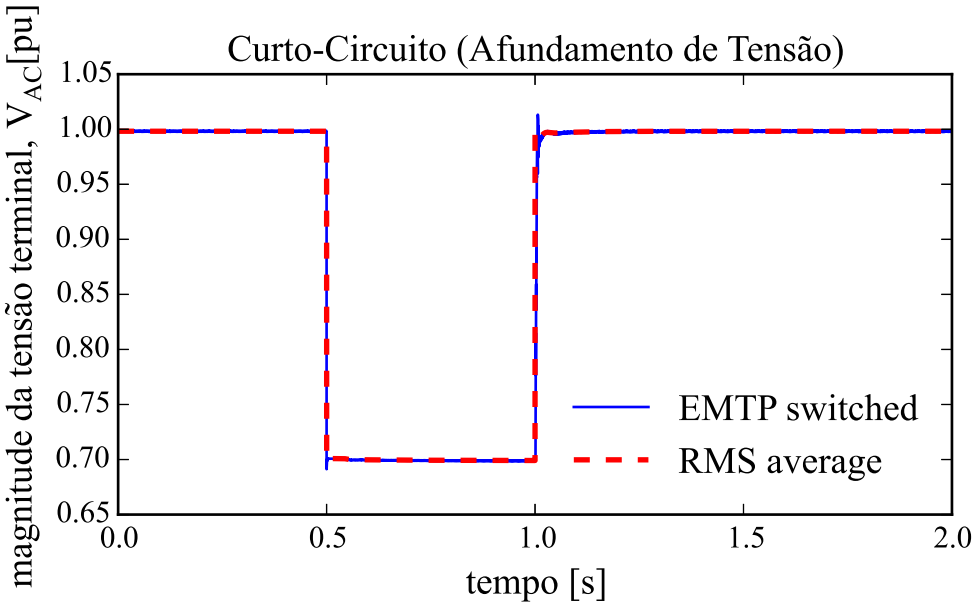


Figura 4.19 – Resposta da magnitude da tensão terminal ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

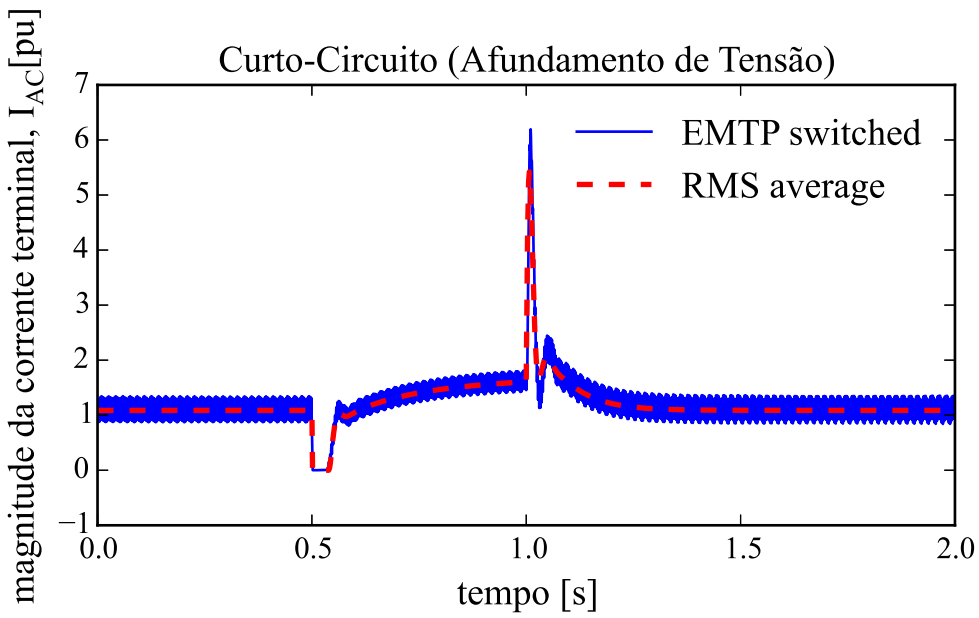


Figura 4.20 – Resposta da magnitude da corrente terminal ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

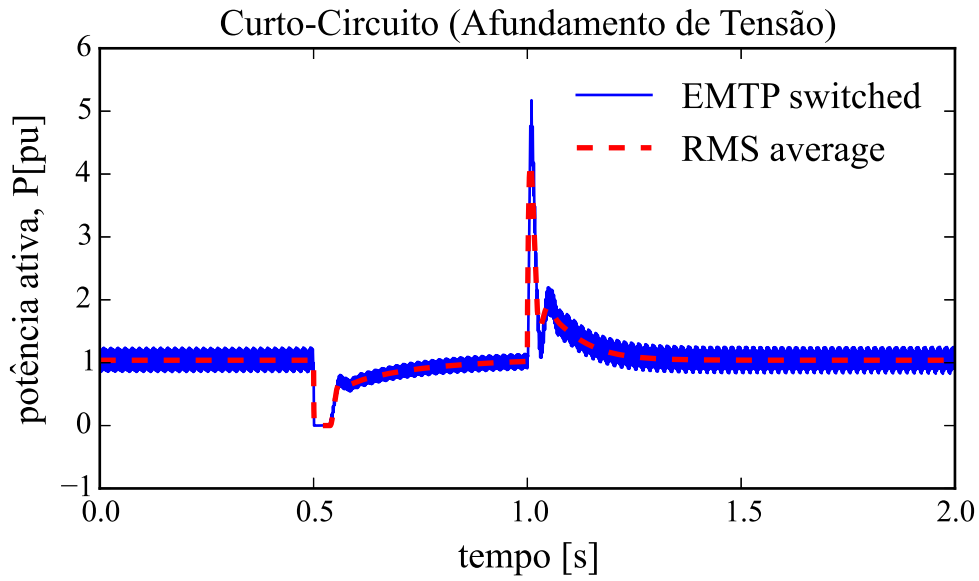


Figura 4.21 – Resposta da potência ativa ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

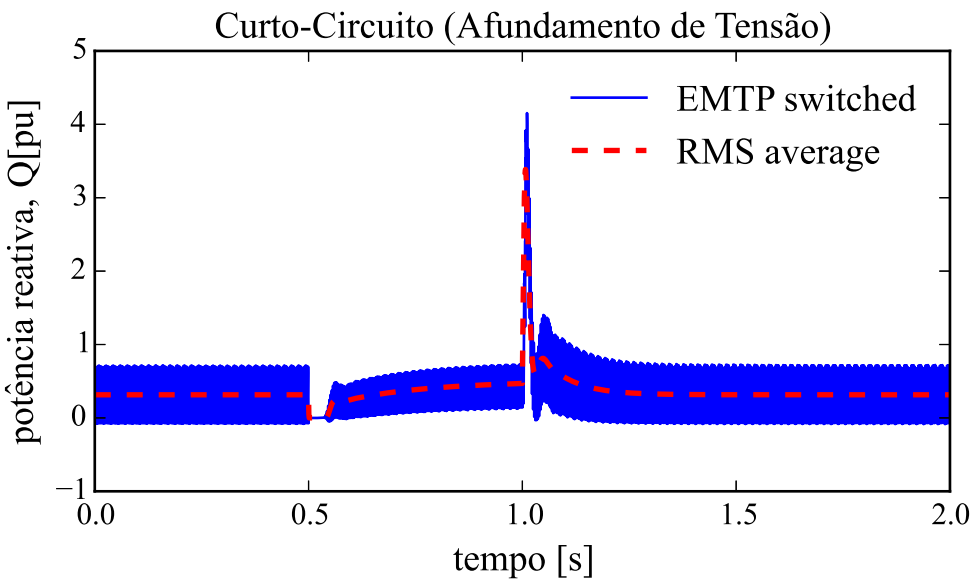


Figura 4.22 – Resposta da potência reativa ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

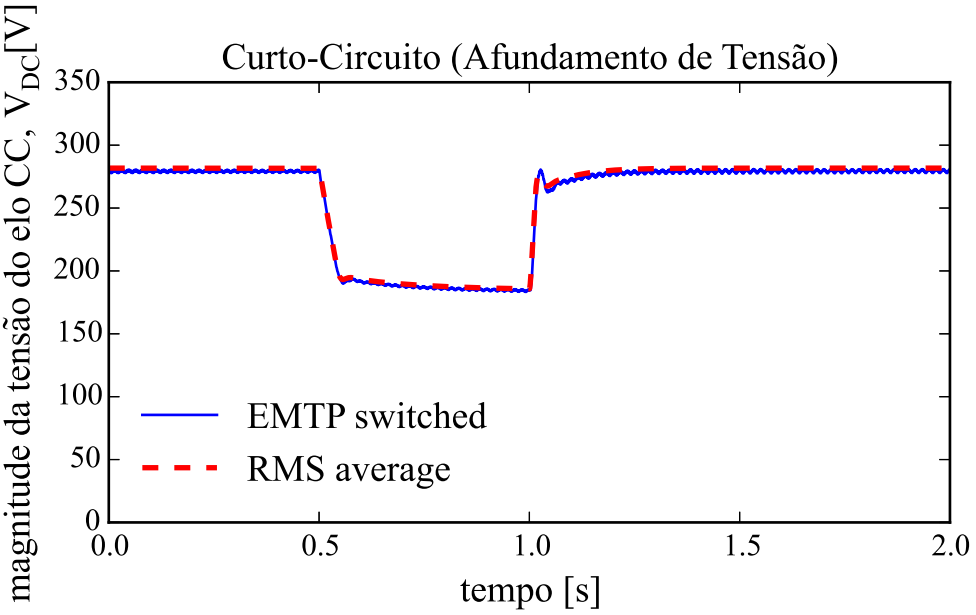


Figura 4.23 – Resposta da magnitude da tensão do elo CC ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

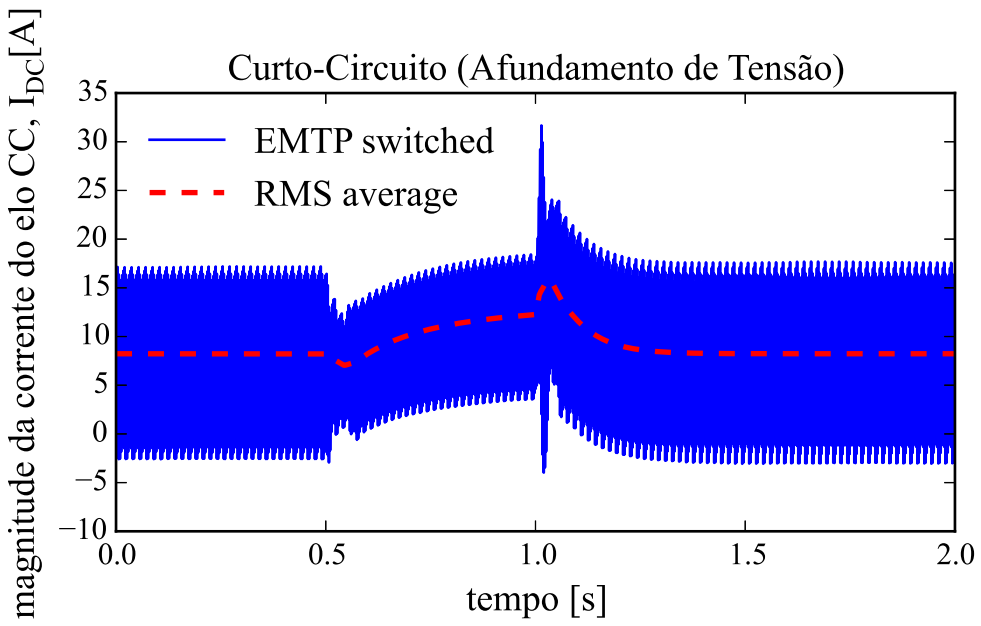


Figura 4.24 – Resposta da magnitude da corrente do elo CC ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

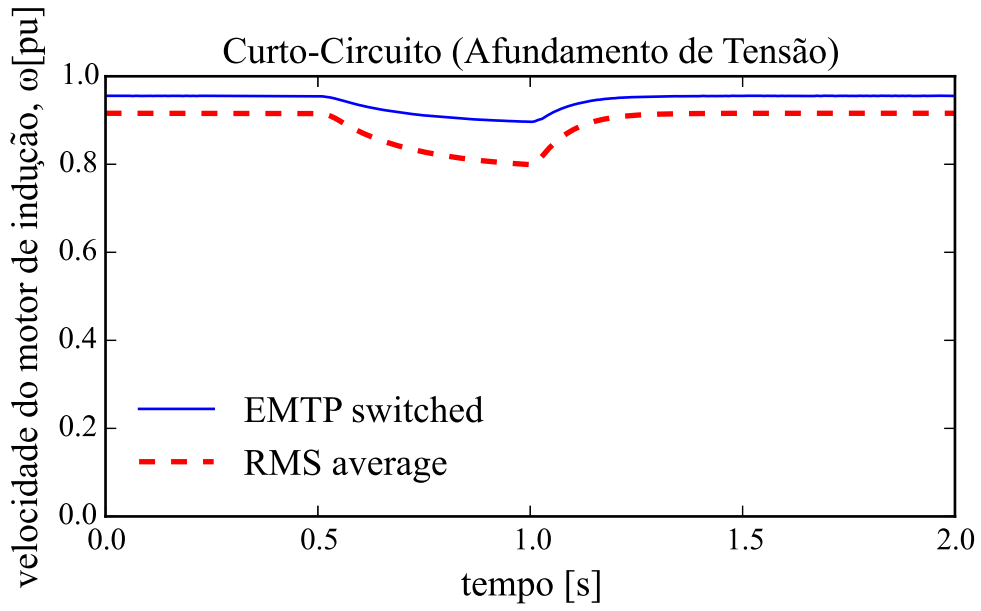


Figura 4.25 – Resposta da velocidade do motor de indução ao curto-circuito trifásico: modelo chaveado para simulação EMTP × modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

A fim de melhor observar a correspondência entre a resposta do modelo *average* para simulação dinâmica fasorial com a resposta do modelo chaveado para simulação EMTP, as Figuras 4.26 e 4.27 a seguir apresentam em detalhe o último período de um ciclo de 60 Hz das simulações apresentadas nesta subseção, para a resposta da potência reativa e da corrente do elo CC. Além do detalhe dos 6 pulsos por ciclo, pode-se verificar que, de fato, o valor médio da resposta da simulação do modelo EMTP *switched* é muito próximo ao valor obtido da simulação do modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

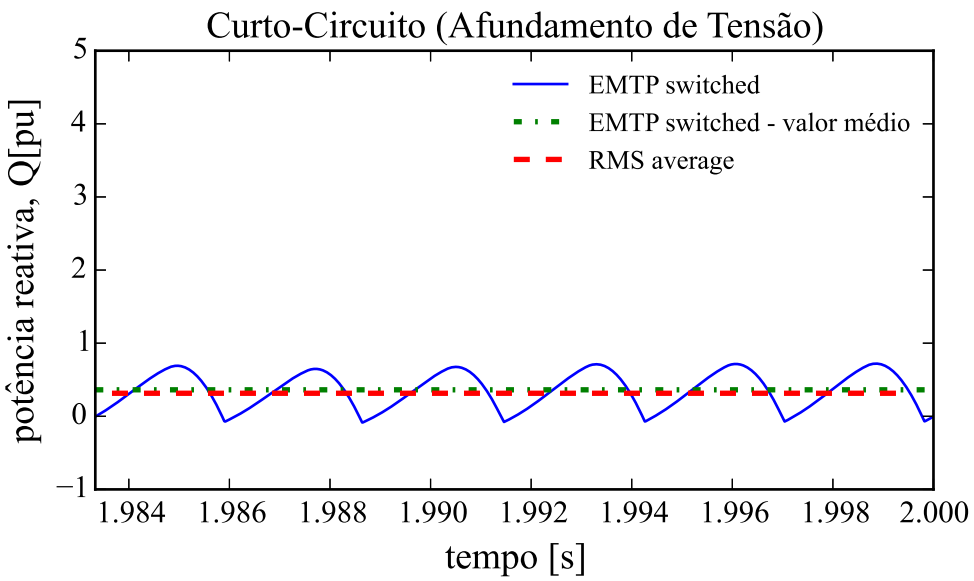


Figura 4.26 – Resposta da potência reativa ao curto-circuito trifásico: detalhe comparativo entre o valor médio da simulação do modelo chaveado para simulação EMTP e o modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

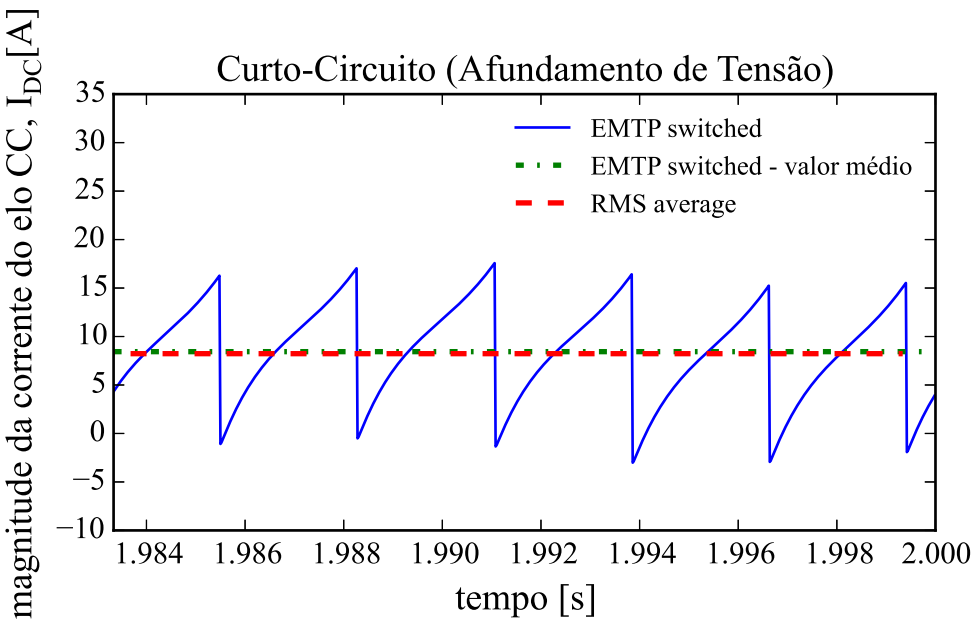


Figura 4.27 – Resposta da magnitude da corrente do elo CC ao curto-circuito trifásico: detalhe comparativo entre o valor médio da simulação do modelo chaveado para simulação EMTP e o modelo *average* para simulação dinâmica fasorial.

4.2 Modelo Proposto

O modelo proposto para representação do *drive* é baseado em alterações nos parâmetros do motor de indução do *VFD*. Nas subseções a seguir será discutido passo a passo como obter tais alterações nos parâmetros.

4.2.1 Comparação do Modelo *RMS Average* × Motor de Indução

Consideremos inicialmente a possibilidade de representar o *VFD* apenas pelo motor de indução acionado pelo *drive*. A resposta do modelo para simulação dinâmica fasorial (*VFD* completo) e do motor de indução deste *drive* a um afundamento de tensão de 70% (curto-circuito trifásico na barra 4) é apresentada nas Figura 4.28 à 4.31 a seguir.

A potência ativa consumida pelo *drive*, em regime permanente pré-distúrbio, 0,9613 pu, é muito próxima ao valor da potência ativa consumida pelo motor de indução "equivalente", 0,9592 pu. Este valor próximo é esperado, visto que toda a potência ativa consumida pelo *VFD* ou é entregue ao motor de indução por ele acionado ou é dissipada na forma de perdas nos conversores. Desconsiderando as perdas nos conversores, tais valores são iguais. O valor da potência reativa pré-distúrbio, por outro lado, é muito diferente entre o *drive* e o seu motor de indução "equivalente". Na simulação apresentada na Figura 4.31 o

drive consome 0,2789 pu enquanto para o motor de indução o consumo de potência reativa pré-distúrbio é cerca de 0,8362 pu. Essa diferença, que inclusive é um dos motivos pelo qual *VFDs* são cada vez mais adotados em aplicações industriais, se deve ao próprio mecanismo de funcionamento do *drive*. Essa diferença entre a potência reativa consumida pelo *drive* e pelo motor de indução é responsável pela diferença entre a magnitude da corrente CA pré-distúrbio, como apresentado na Figura 4.29.

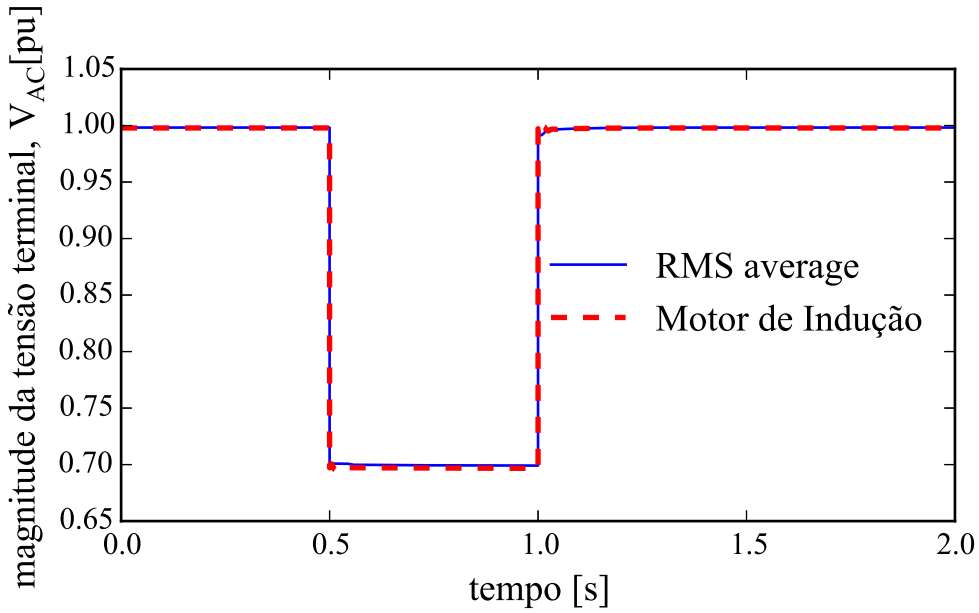


Figura 4.28 – Resposta da magnitude da tensão terminal ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × conexão direta do motor de indução do *drive*.

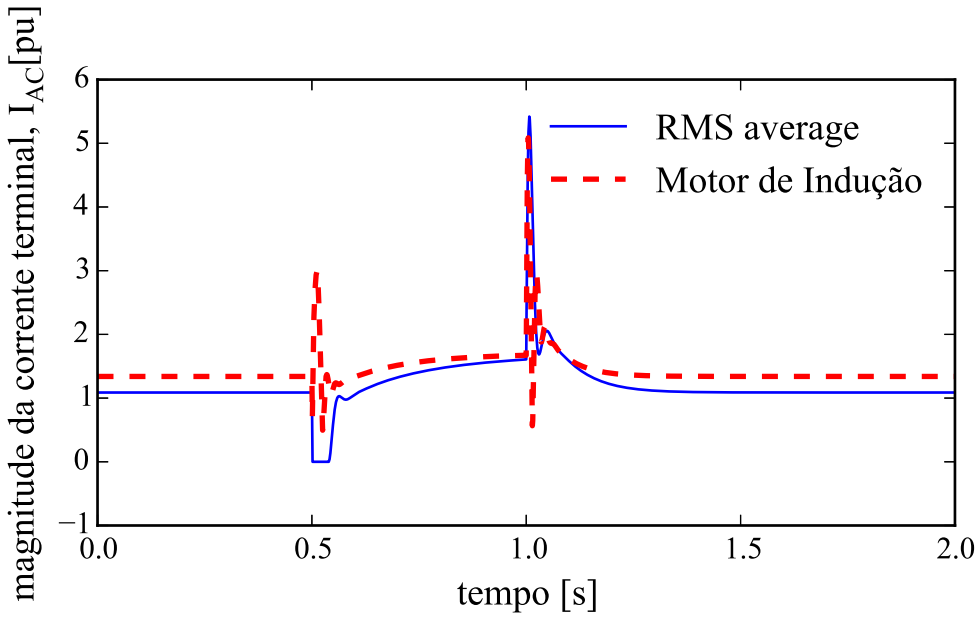


Figura 4.29 – Resposta da magnitude da corrente terminal ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × conexão direta do motor de indução do *drive*.

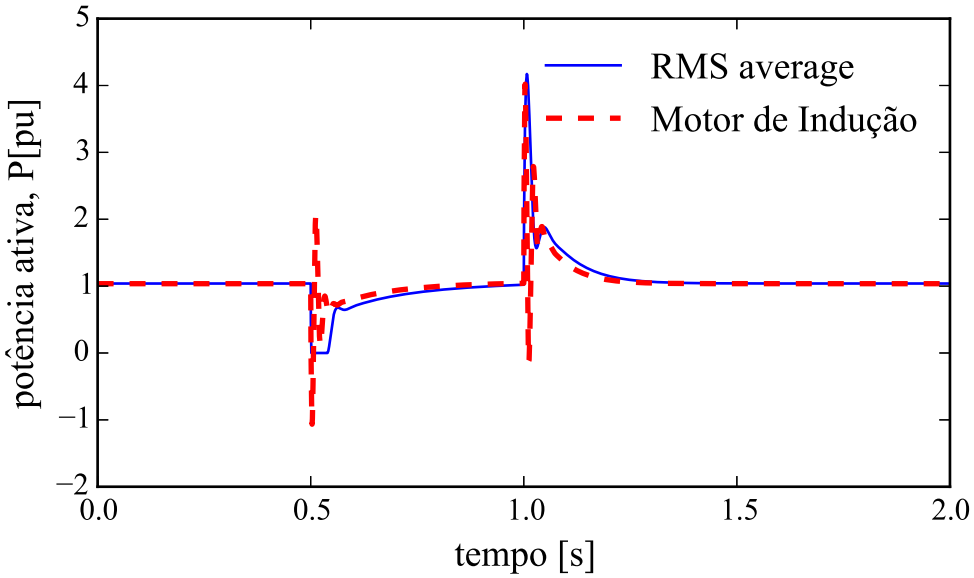


Figura 4.30 – Resposta da potência ativa ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × conexão direta do motor de indução do *drive*.

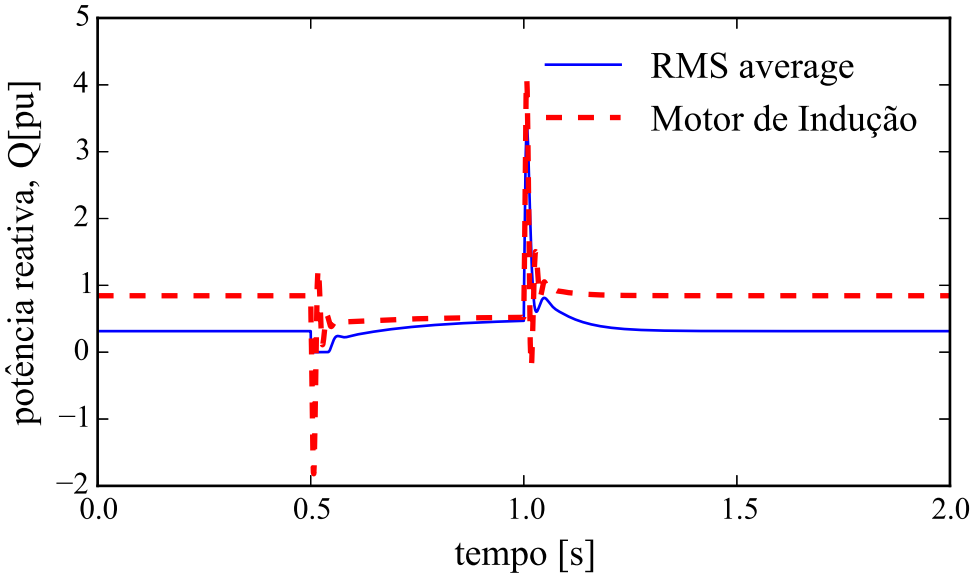


Figura 4.31 – Resposta da potência reativa ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × conexão direta do motor de indução do *drive*.

Outra diferença entre a resposta do *VFD* e do motor de indução ao curto-circuito (afundamento de tensão) diz respeito à corrente de entrada nos instantes que se seguem ao distúrbio. No caso do *VFD*, o curto-circuito implica em uma variação brusca da tensão terminal, que no instante de tempo imediatamente após a falta passa a ser menor que a tensão do elo CC, como pode ser observado na Figura 4.32. Essa diferença faz com que os diodos da ponte retificadora de entrada do *drive* permaneçam reversamente polarizados, não conduzindo corrente elétrica, como pode ser observado na Figura 4.33. Com o conversor CA-CC operando em aberto, o capacitor do elo CC descarrega-se, alimentando o motor de indução. Quando o capacitor descarregar ao ponto em que a tensão CC for menor que a tensão terminal, a ponte retificadora volta a ser novamente diretamente polarizada, e o *drive* volta a conduzir corrente elétrica terminal.

No motor de indução, não há o processo de polarização reversa da ponte retificadora do conversor CA-CC. Ao ser submetido ao afundamento de tensão, a corrente terminal da máquina aumenta em um primeiro instante, como resultado do processo de desmagnetização ao qual é submetida pelo afundamento de tensão. As diferenças observadas nesta seção entre a resposta do *drive* e do motor de indução serão exploradas na proposta do modelo equivalente a ser utilizado no procedimento de modelagem de carga.

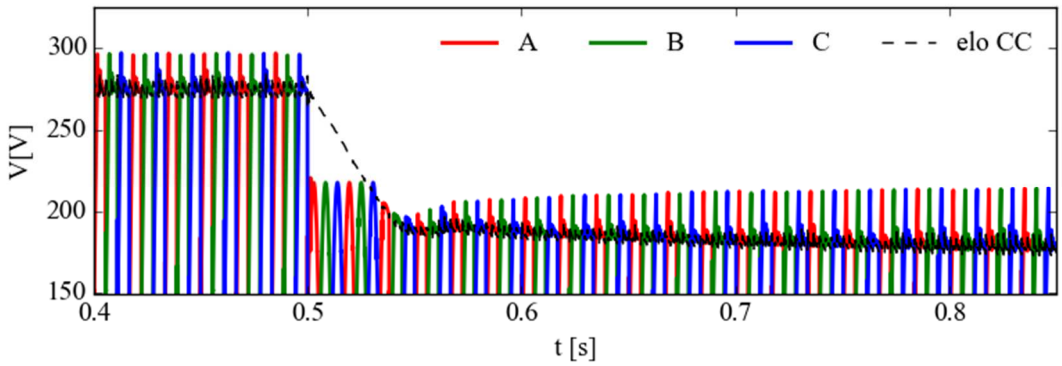


Figura 4.32 – Detalhe das formas de onda da tensão terminal e da tensão do elo CC durante curto-circuito trifásico: modelo chaveado.

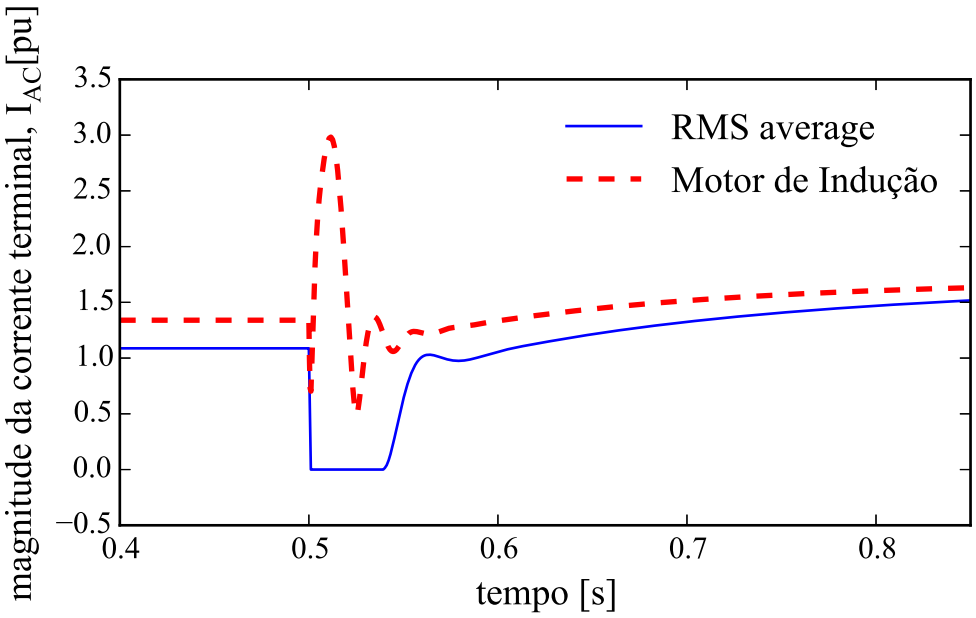


Figura 4.33 – Detalhe da resposta da magnitude da corrente terminal ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × conexão direta do motor de indução do *drive*.

Partindo-se da ideia de que as potências ativa e reativa consumidas pelo *VFD* e pelo modelo equivalente sejam iguais para a mesma tensão pré-distúrbio aplicada, o modelo equivalente desenvolvido propõe a correção do fator de potência do modelo equivalente através da modelagem de um circuito LC junto ao motor de indução, conforme representado na Figura 4.34

Para a indutância equivalente L_{eq} propõe-se o mesmo valor da indutância de comutação L_c. O valor de C_{eq} é calculado na sequência para que o consumo de potência reativa do modelo equivalente seja igual ao consumo de potência reativa do modelo completo do *drive*, como será discutido posteriormente.

4.2.2 Modelo Equivalente I

O modelo equivalente proposto para representação do *drive* é apresentado na Figura 4.34.

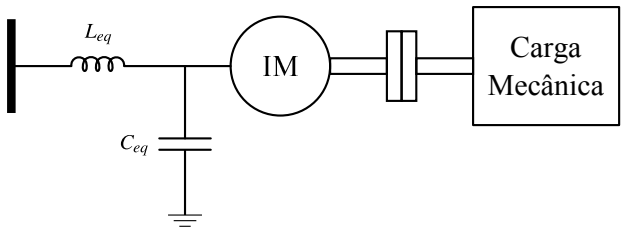


Figura 4.34 – Modelo equivalente I proposto para representação do VFD.

As tensões e correntes utilizadas no equacionamento do modelo são apresentadas na Figura 4.35:

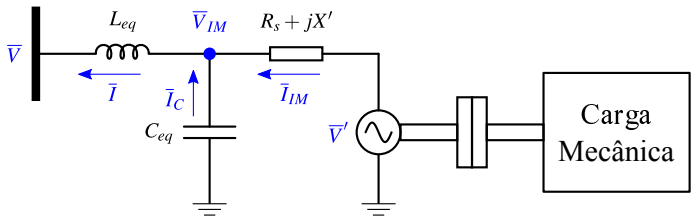


Figura 4.35 – Circuito elétrico equivalente do modelo 1.

Um modelo simples como o modelo 1 proposto na Figura 4.34 pode ser diretamente implementado pelo usuário de qualquer programa de análise computacional de estabilidade transitória, baseado em simulações dinâmicas fasoriais no domínio do tempo, visto que os elementos "motor de indução", "indutância" e "capacitância" tipicamente estão implementados nas bibliotecas de modelos desses programas.

As equações para implementação do modelo equivalente I são apresentadas a seguir:

4.2.2.1 Motor de Indução

O modelo dinâmico fasorial do motor de indução trifásico é dado por:

$$\dot{v}_d^{'} = \frac{1}{T_0^{'}} \cdot \left(- v_d^{'} + \left(X - X^{'}\right) \cdot i_{qIM}\right) + \omega_s \cdot \left(1 - \overline{\omega}_r\right) \cdot v_q^{'} \tag{4.228}$$

$$\dot{v}_q^{'} = \frac{1}{T_0^{'}} \cdot \left(- v_q^{'} - \left(X - X^{'}\right) \cdot i_{dIM}\right) - \omega_s \cdot \left(1 - \overline{\omega}_r\right) \cdot v_d^{'} \tag{4.229}$$

$$\dot{\overline{\omega}}_r = \frac{1}{2H} \cdot \left(T_m - T_{el}\right) \tag{4.230}$$

$$T_{el} = \mathrm{Re}\left\{\overline{V}^{'} \cdot \overline{I}_{IM}^{*}\right\} \tag{4.231}$$

$$T_{el} = v_d^{'} \cdot i_{dIM} + v_q^{'} \cdot i_{qIM} \tag{4.232}$$

$$\overline{V}^{'} = \left(R_s + jX^{'}\right) \cdot \overline{I}_{IM} + \overline{V}_{IM} \tag{4.233}$$

$$v_d^{'} + j \cdot v_q^{'} = \left(R_s + jX^{'}\right) \cdot \left(i_{dIM} + j \cdot i_{qIM}\right) + \left(v_{dIM} + j \cdot v_{qIM}\right) \tag{4.234}$$

$$\begin{bmatrix} v_d^{'} \\ v_q^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -X^{'} \\ X^{'} & R_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{dIM} \\ i_{qIM} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{dIM} \\ v_{qIM} \end{bmatrix} \tag{4.235}$$

4.2.2.2 Indutância Equivalente

O modelo fasorial da indutância equivalente é dado por:

$$\overline{V}_{IM} = j\omega_s L_{eq} \cdot \overline{I} + \overline{V} \tag{4.236}$$

$$\left(v_{dIM} + j \cdot v_{qIM}\right) = j\omega_s L_{eq} \cdot \left(i_d + j \cdot i_q\right) + \left(v_d + j \cdot v_q\right) \tag{4.237}$$

$$v_{dIM} + j \cdot v_{qIM} = j\omega_s L_{eq} \cdot i_d - \omega_s L_{eq} \cdot i_q + v_d + j \cdot v_q \tag{4.238}$$

$$\begin{bmatrix} v_{dIM} \\ v_{qIM} \end{bmatrix} = \omega_s L_{eq} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \tag{4.239}$$

4.2.2.3 Capacitância Equivalente

O modelo fasorial da capacitância equivalente é dado por:

$$\overline{I}_C = -j\omega_s C_{eq} \cdot \overline{V}_C \tag{4.240}$$

$$\left(i_{dC} + j \cdot i_{qC}\right) = -j\omega_s C_{eq} \cdot \left(v_{dC} + j \cdot v_{qC}\right) \tag{4.241}$$

$$i_{dC} + j \cdot i_{qC} = -j\omega_s C_{eq} \cdot v_{dC} + \omega_s C_{eq} \cdot v_{qC} \tag{4.242}$$

$$\begin{bmatrix} i_{dC} \\ i_{qC} \end{bmatrix} = -\omega_s C_{eq} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{dC} \\ v_{qC} \end{bmatrix} \tag{4.243}$$

4.2.2.4 Injeções de Potência Ativa e Reativa

As injeções de potência ativa e reativa do *drive* equivalente são dadas por:

$$S = P + j \cdot Q \tag{4.244}$$

$$S = \overline{V} \cdot \overline{I}^* \tag{4.245}$$

$$S = \left(v_d + j \cdot v_q\right) \cdot \left(i_d + j \cdot i_q\right)^* \tag{4.246}$$

$$S = \left(v_d + j \cdot v_q\right) \cdot \left(i_d - j \cdot i_q\right) \tag{4.247}$$

$$S = v_d \cdot i_d + v_q \cdot i_q + j \cdot v_q \cdot i_d - j \cdot v_d \cdot i_q \tag{4.248}$$

$$P = v_d \cdot i_d + v_q \cdot i_q \tag{4.249}$$

$$Q = v_q \cdot i_d - v_d \cdot i_q \tag{4.250}$$

4.2.2.5 Cálculo do Capacitor Equivalente Ceq

O critério de equivalência entre o modelo *average* fasorial do *drive* e o modelo equivalente proposto é a igualdade das potências injetadas em regime permanente. Para que as potências ativa e reativa injetadas pelo modelo equivalente sejam iguais, o seguinte critério deve ser observado:

$$S = \overline{V} \cdot \overline{I}^* \tag{4.251}$$

$$P + j \cdot Q = \left(\overline{V}_{IM} - j \cdot \omega_s \cdot L_{eq} \cdot \overline{I}\right) \cdot \overline{I}^* \tag{4.252}$$

$$P + j \cdot Q = \overline{V}_{IM} \cdot \left(\overline{I}_{IM} + \overline{I}_C\right)^* - j \cdot \omega_s \cdot L_{eq} \cdot \overline{I} \cdot \overline{I}^* \tag{4.253}$$

$$P + j \cdot Q = \overline{V}_{IM} \cdot \overline{I}_{IM}^* + \overline{V}_{IM} \cdot \overline{I}_C^* - j \cdot \omega_s \cdot L_{eq} \cdot \left|\overline{I}\right|^2 \tag{4.254}$$

$$P + j \cdot Q = P_{IM} + j \cdot Q_{IM} + j \cdot Q_C - j \cdot \omega_s \cdot L_{eq} \cdot \left|\overline{I}\right|^2 \tag{4.255}$$

$$P + j \cdot Q = P_{IM} + j \cdot \left(Q_{IM} + Q_C - \omega_s \cdot L_{eq} \cdot \left|\overline{I}\right|^2\right) \tag{4.256}$$

$$Q = Q_{IM} + Q_C - \omega_s \cdot L_{eq} \cdot \left|\overline{I}\right|^2 \tag{4.257}$$

$$Q_C = Q - Q_{IM} + \omega_s \cdot L_{eq} \cdot \left|\overline{I}\right|^2 \tag{4.258}$$

$$\frac{Q_C}{P} = \frac{Q}{P} - \frac{Q_{IM}}{P} + \frac{\omega_s \cdot L_{eq} \cdot \left|\overline{I}\right|^2}{P} \tag{4.259}$$

$$\frac{Q_C}{P} = \tan\left(\cos^{-1}\left(fp_{VFD}\right)\right) - \tan\left(\cos^{-1}\left(fp_{IM}\right)\right) + \frac{\omega_s \cdot L_{eq} \cdot \left|\overline{I}\right|^2}{P} \tag{4.260}$$

Para a situação de plena carga ($|\overline{I}|$ ~ 1,0 pu) e com a hipótese de tensão terminal unitária ($|V|$ ~ 1,0 pu) podemos considerar as seguintes simplificações:

$$P = S \cdot fp_{VFD} \Rightarrow P \approx fp_{VFD} \tag{4.261}$$

$$\frac{Q_C}{P} = \tan\left(\cos^{-1}\left(fp_{VFD}\right)\right) - \tan\left(\cos^{-1}\left(fp_{IM}\right)\right) + \frac{\omega_s \cdot L_{eq} \cdot \left|\bar{I}\right|^2}{P} \tag{4.262}$$

$$Q_C[\text{pu}] = fp_{VFD} \cdot \tan\left(\cos^{-1}\left(fp_{VFD}\right)\right) - fp_{VFD} \cdot \tan\left(\cos^{-1}\left(fp_{IM}\right)\right) + \frac{\omega_s \cdot L_{eq}}{Z_{BASE}} \tag{4.263}$$

Finalmente, o valor da capacitância equivalente C_{eq} é dado por:

$$Q_C[\text{pu}] = V_{IM}^2 \cdot \omega_s \cdot C_{eq} \cdot Z_{BASE} \tag{4.264}$$

$$C_{eq} = \frac{Q_C[\text{pu}]}{V_{IM}^2 \cdot \omega_s \cdot Z_{BASE}} \tag{4.265}$$

$$C_{eq} = \left(\frac{S_{BASE}}{2 \cdot \pi \cdot f_{BASE} \cdot V_{BASE}^2}\right) \cdot Q_C[\text{pu}] \tag{4.266}$$

As equações do modelo equivalente I apresentadas devem ser combinadas de acordo com o diagrama esquemático apresentado na Figura 4.36.

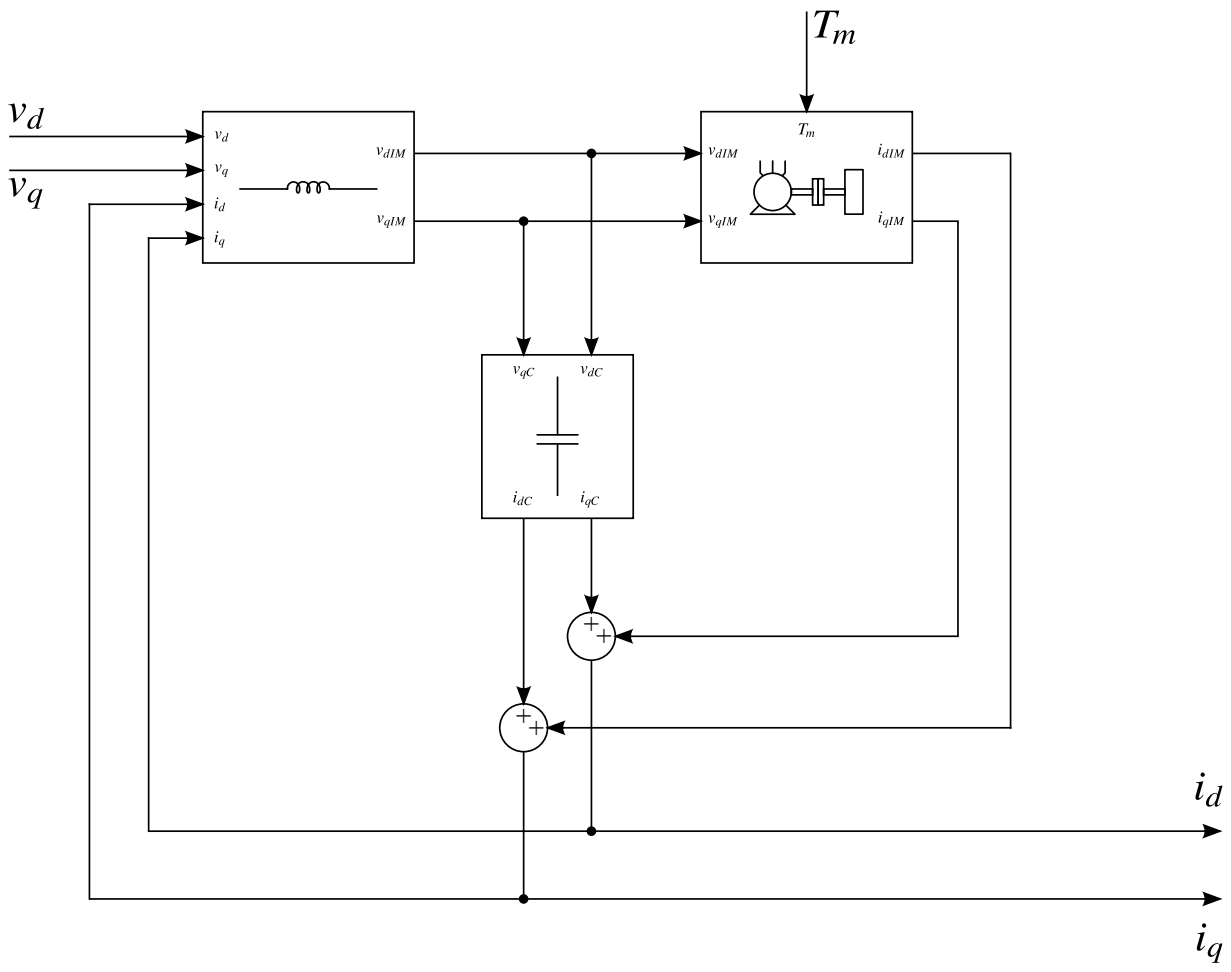


Figura 4.36 – Diagrama esquemático de conexão das equações do modelo equivalente I do VFD.

4.2.3 Modelo Equivalente II

O modelo equivalente II é uma adaptação do modelo equivalente I. Desprezando-se a queda de tensão na impedância do estator do motor de indução do modelo equivalente I do *drive*, o capacitor do modelo equivalente I é conectado em paralelo com a reatância de magnetização do motor de indução. Deste modo, a capacitância *shunt* pode ser combinada com a reatância de magnetização, resultando em uma reatância de magnetização equivalente. A indutância de comutação do modelo equivalente I é combinada com a indutância de dispersão do estator.

Este procedimento é vantajoso pois, incorpora de forma aproximada, os efeitos de L_{eq} e C_{eq} nos próprios parâmetros do motor de indução acionado pelo *drive*, simplificando ainda mais o modelo equivalente I proposto. O modelo equivalente II é, portanto, simplesmente um motor de indução no qual o valor de alguns parâmetros é modificado para incorporar os efeitos de L_{eq} e C_{eq} do modelo equivalente I.

O procedimento de obtenção dos parâmetros do modelo equivalente II a partir do modelo equivalente I é apresentado na Figura 4.37 a seguir. O valor das impedâncias de magnetização e do estator do motor de indução que representa o modelo equivalente II é descrito pelas Equações (4.272) e (4.276).

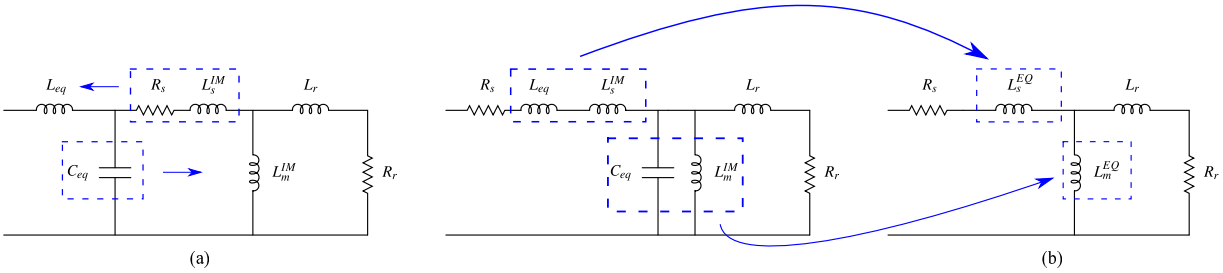


Figura 4.37 – Transformação do modelo equivalente I (a) no modelo equivalente II (b).

$$Z_m^{EQ} = Z_m^{IM} \,//\, Z_C \tag{4.267}$$

$$\frac{1}{\left(\dfrac{j\cdot\omega_s\cdot L_m^{EQ}}{Z_{BASE}}\right)} = \frac{1}{\left(\dfrac{j\cdot\omega_s\cdot L_m^{IM}}{Z_{BASE}}\right)} + \frac{1}{\left(\dfrac{\left(\dfrac{1}{j\cdot\omega_s\cdot C_{eq}}\right)}{Z_{BASE}}\right)} \tag{4.268}$$

$$\frac{-j\cdot Z_{BASE}}{\omega_s\cdot L_m^{EQ}} = \frac{-j\cdot Z_{BASE}}{\omega_s\cdot L_m^{IM}} + j\cdot\omega_s\cdot C_{eq}\cdot Z_{BASE} \tag{4.269}$$

$$\frac{Z_{BASE}}{\omega_s\cdot L_m^{EQ}} = \frac{Z_{BASE}}{\omega_s\cdot L_m^{IM}} - \omega_s\cdot C_{eq}\cdot Z_{BASE} \tag{4.270}$$

$$\frac{\omega_s\cdot L_m^{EQ}}{Z_{BASE}} = \frac{1}{\dfrac{Z_{BASE}}{\omega_s\cdot L_m^{IM}} - \omega_s\cdot C_{eq}\cdot Z_{BASE}} \tag{4.271}$$

$$X_m^{EQ}[\text{pu}] = \frac{1}{\dfrac{1}{X_m^{IM}[\text{pu}]} - \omega_s\cdot C_{eq}\cdot Z_{BASE}} \tag{4.272}$$

$$Z_s^{EQ} = Z_s^{IM} + Z_L \tag{4.273}$$

$$\frac{j\cdot\omega_s\cdot L_s^{EQ}}{Z_{BASE}} = \frac{j\cdot\omega_s\cdot L_s^{IM}}{Z_{BASE}} + \frac{j\cdot\omega_s\cdot L_{eq}}{Z_{BASE}} \tag{4.274}$$

$$\frac{\omega_s\cdot L_s^{EQ}}{Z_{BASE}} = \frac{\omega_s\cdot L_s^{IM}}{Z_{BASE}} + \frac{\omega_s\cdot L_{eq}}{Z_{BASE}} \tag{4.275}$$

$$X_s^{EQ}[\text{pu}] = X_s^{IM}[\text{pu}] + \frac{\omega_s\cdot L_{eq}}{Z_{BASE}} \tag{4.276}$$

4.3 Validação do Modelo Proposto

Nesta seção o modelo do *drive* proposto na Seção 4.2 será validado, utilizando-se como referência os modelos descritos na literatura discutidos na Seção 4.1.

4.3.1 Comparação Modelo *RMS* A*verage* × Modelo Equivalente I (EQ-I) do *Drive*

A capacitância equivalente para o modelo equivalente I do *drive* é obtida da seguinte forma:

$$Q_C[\text{pu}] = fp_{VFD} \cdot \tan\left(\cos^{-1}\left(fp_{VFD}\right)\right) - fp_{VFD} \cdot \tan\left(\cos^{-1}\left(fp_{IM}\right)\right) + \frac{\omega_s \cdot L_{eq}}{Z_{BASE}} \tag{4.277}$$

$$Q_C[\text{pu}] = 0{,}96 \cdot \tan\left(\cos^{-1}(-0{,}96)\right) - 0{,}96 \cdot \tan\left(\cos^{-1}(-0{,}75)\right) + \frac{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{21{,}6265} \tag{4.278}$$

$$Q_C = 0{,}6538 \text{ pu} \tag{4.279}$$

$$C_{eq} = \left(\frac{S_{BASE}}{2 \cdot \pi \cdot f_{BASE} \cdot V_{BASE}^2}\right) \cdot Q_C[\text{pu}] \tag{4.280}$$

$$C_{eq} = \left(\frac{2238}{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 220^2}\right) \cdot 0{,}6538 \tag{4.281}$$

$$C_{eq} = 80{,}192 \ \mu F \tag{4.282}$$

A resposta do modelo equivalente I e do modelo para simulação dinâmica fasorial (*VFD* completo) a um afundamento de tensão de 70% (curto-circuito trifásico na barra 4) é apresentada nas Figuras 4.38 à 4.41 a seguir. Observa-se das simulações que o modelo equivalente que acrescenta ao motor de indução a indutância e a capacitância equivalente apresenta resposta mais próxima ao modelo *average* completo do *VFD* do que aquela obtida utilizando-se apenas o motor de indução do *drive* para representá-lo, conforme investigado na Subseção 4.2.1.

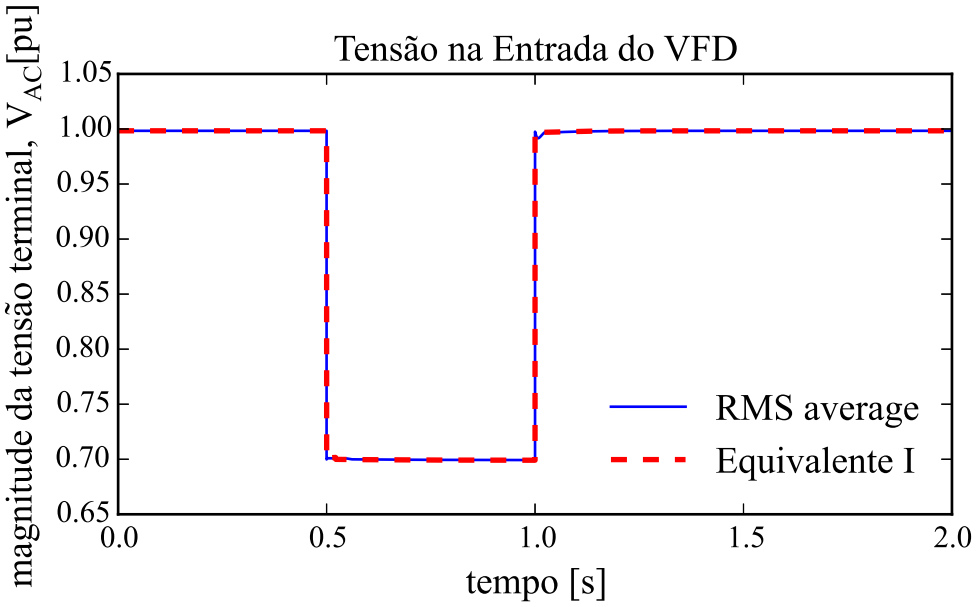


Figura 4.38 – Resposta da magnitude da tensão terminal ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente I do *drive*.

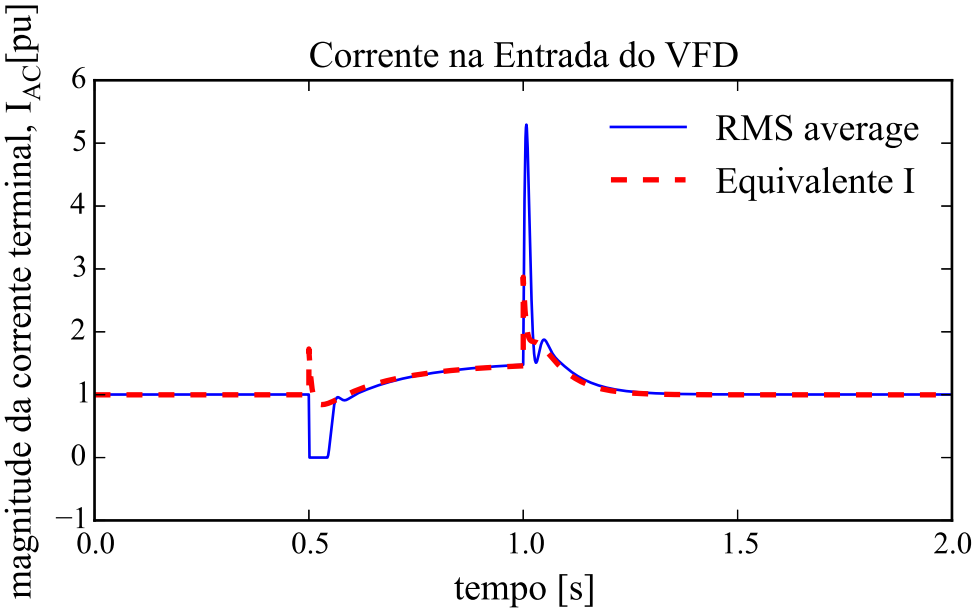


Figura 4.39 – Resposta da magnitude da corrente terminal ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente I do *drive*.

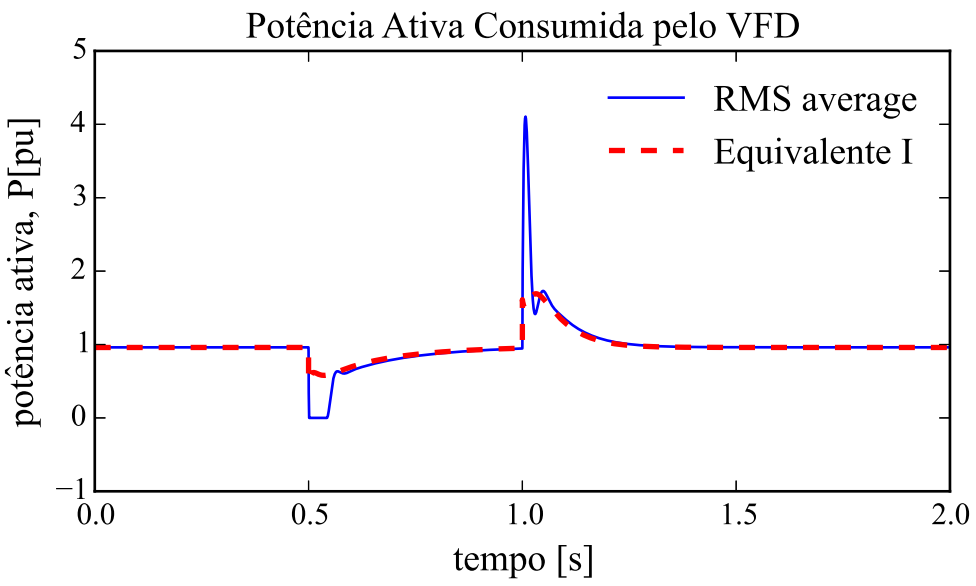


Figura 4.40 – Resposta da potência ativa ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente I do *drive*.

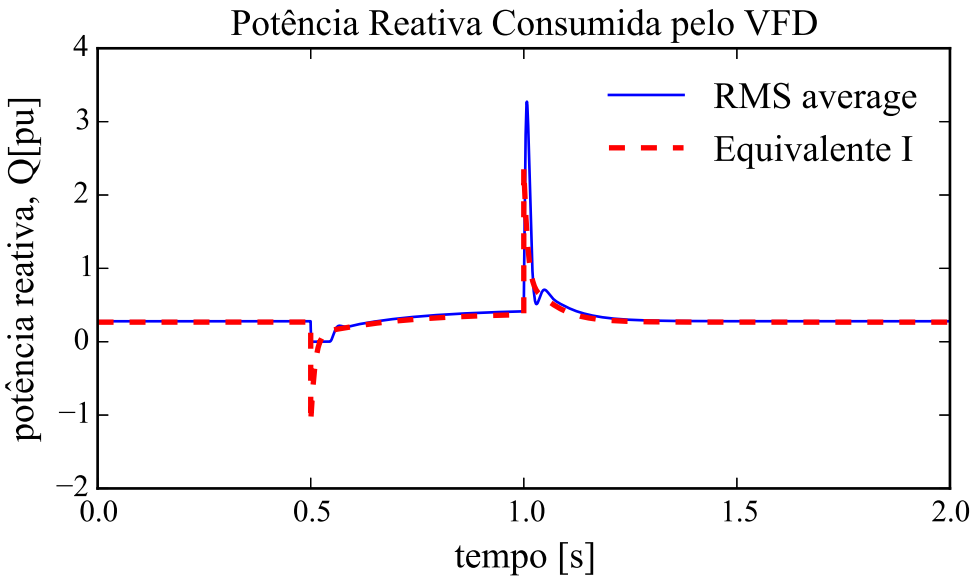


Figura 4.41 – Resposta da potência reativa ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente I do *drive*.

4.3.2 Comparação Modelo Equivalente I (EQ-1) × Modelo Equivalente II (EQ-2) do *Drive*

Conforme discutido na Subseção 4.2.3, o modelo equivalente II é obtido a partir de modificações nos valores dos parâmetros do motor de indução do modelo equivalente I. Os valores dos parâmetros modificados X_m e X_s são obtidos a seguir:

$$X_m^{EQ}[\text{pu}] = \frac{1}{\frac{1}{X_m^{IM}[\text{pu}]} - \omega_s \cdot C_{eq} \cdot Z_{BASE}} \tag{4.283}$$

$$X_m^{EQ}[\text{pu}] = \frac{1}{\frac{1}{1{,}2082} - 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 80{,}192 \cdot 10^{-6} \cdot 21{,}6265} \tag{4.284}$$

$$X_m^{EQ}[\text{pu}] = \frac{1}{\frac{1}{1{,}2082} - 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 80{,}192 \cdot 10^{-6} \cdot 21{,}6265} \tag{4.285}$$

$$X_m^{EQ} = 5{,}8294 \quad \text{pu} \tag{4.286}$$

$$X_s^{EQ}[\text{pu}] = X_s^{IM}[\text{pu}] + \frac{\omega_s \cdot L_{eq}}{Z_{BASE}} \tag{4.287}$$

$$X_s^{EQ}[\text{pu}] = 0{,}0349 + \frac{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{21{,}6265} \tag{4.288}$$

$$X_s^{EQ} = 0{,}1221 \quad \text{pu} \tag{4.289}$$

A resposta do modelo equivalente II e do modelo equivalente I ao mesmo afundamento de tensão de 70% (curto-circuito trifásico na barra 4) é apresentada nas Figuras 4.42 à 4.45 a seguir. Observa-se das simulações que ambos os modelos equivalentes apresentam resposta muito próxima. O modelo equivalente II apresenta, em relação ao modelo equivalente I, a vantagem de ser ainda mais simples e compacto. Essa vantagem é importante para agregação de modelos e, por esse motivo, o modelo equivalente II será utilizado sempre que possível no contexto de modelagem de carga baseada em *templates*.

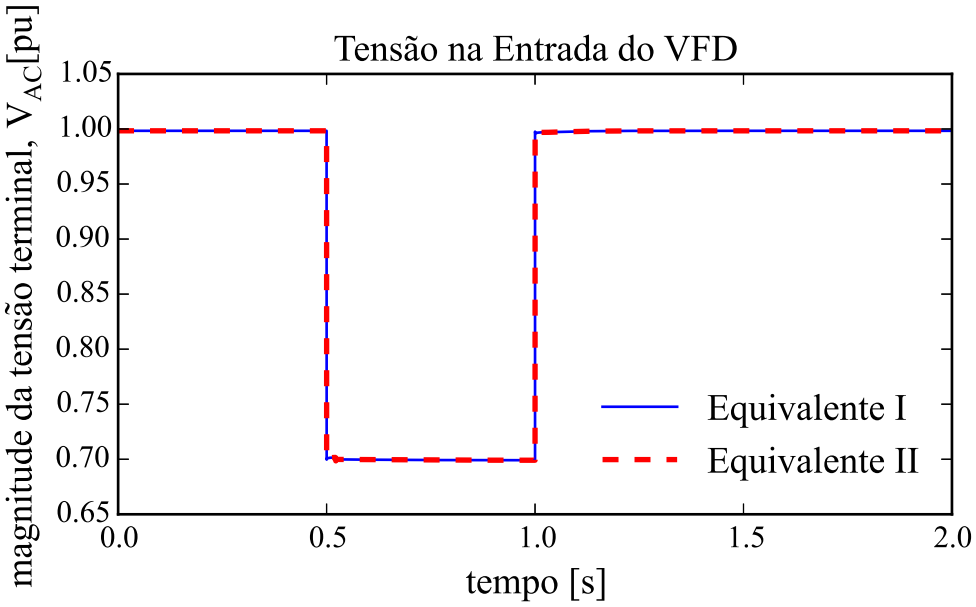


Figura 4.42 – Resposta da magnitude da tensão terminal ao curto-circuito trifásico: modelo equivalente I × modelo equivalente II do *drive*.

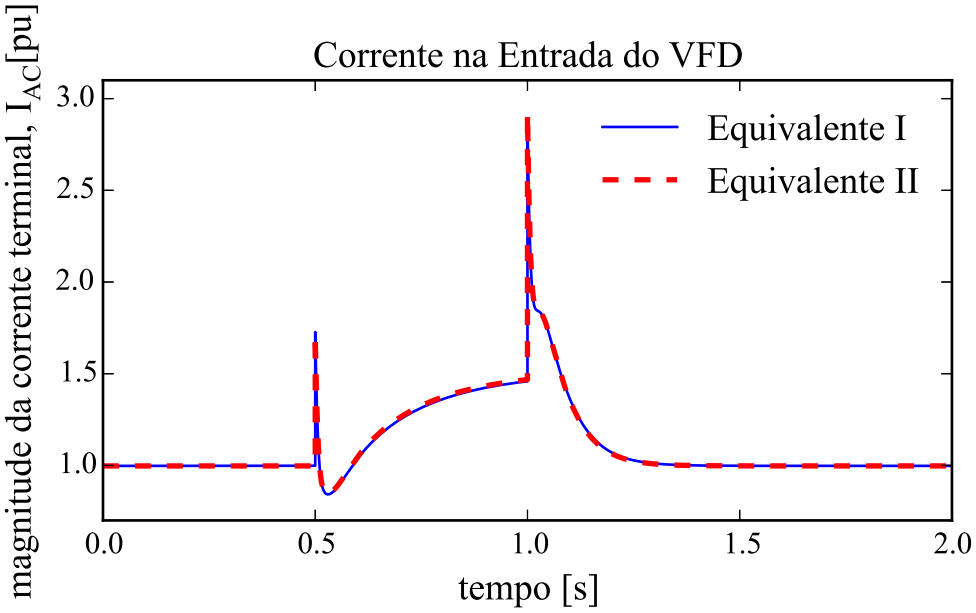


Figura 4.43 – Resposta da magnitude da corrente terminal ao curto-circuito trifásico: modelo equivalente I × modelo equivalente II do *drive*.

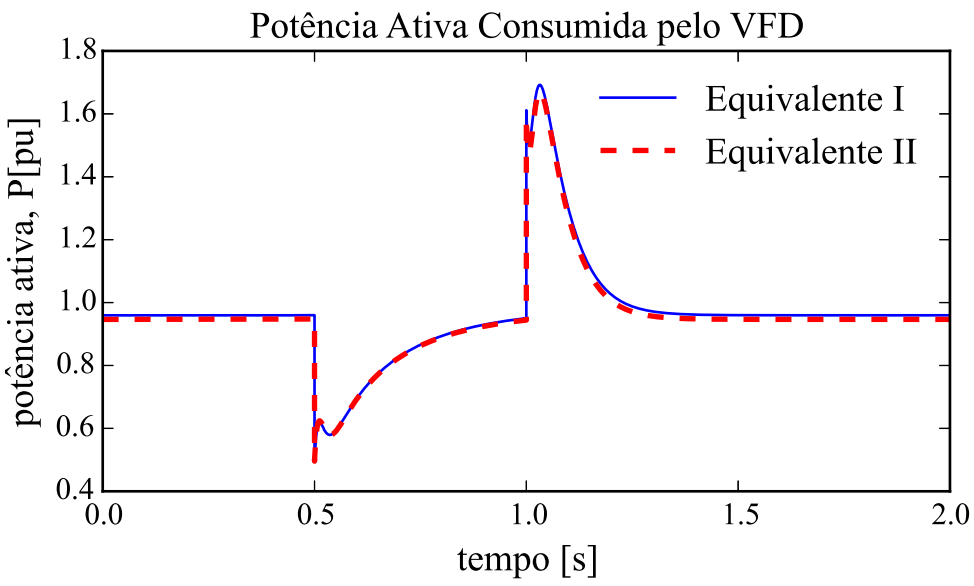


Figura 4.44 – Resposta da potência ativa ao curto-circuito trifásico: modelo equivalente I × modelo equivalente II do *drive*.

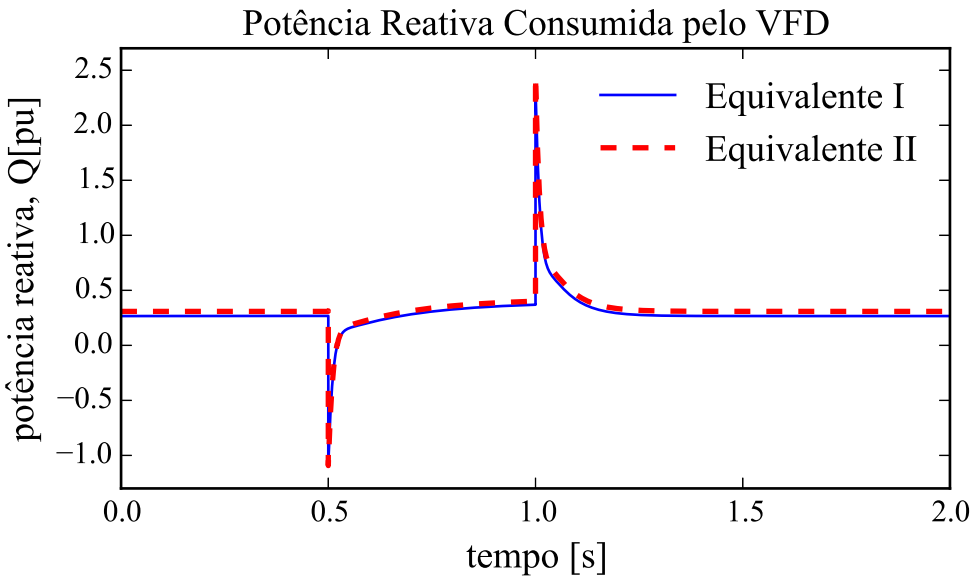


Figura 4.45 – Resposta da potência reativa ao curto-circuito trifásico: modelo equivalente I × modelo equivalente II do *drive*.

4.3.3 Comparação Modelo *RMS Average* × Modelo Equivalente: *VFD* em Paralelo com um Motor de Indução

O último teste de validação do modelo equivalente é apresentado nesta subseção. Ao invés de um único *drive*, foram obtidas as respostas de uma instalação que compreende um *drive* em paralelo com um motor de indução, como indicado no diagrama unifilar apresentado na Figura 4.46. Destaca-se que a potência nominal do *drive* é a mesma do motor de indução, de forma que 50% da carga da instalação é composta pelo *drive* e os outros 50% são compostos pelo motor de indução.

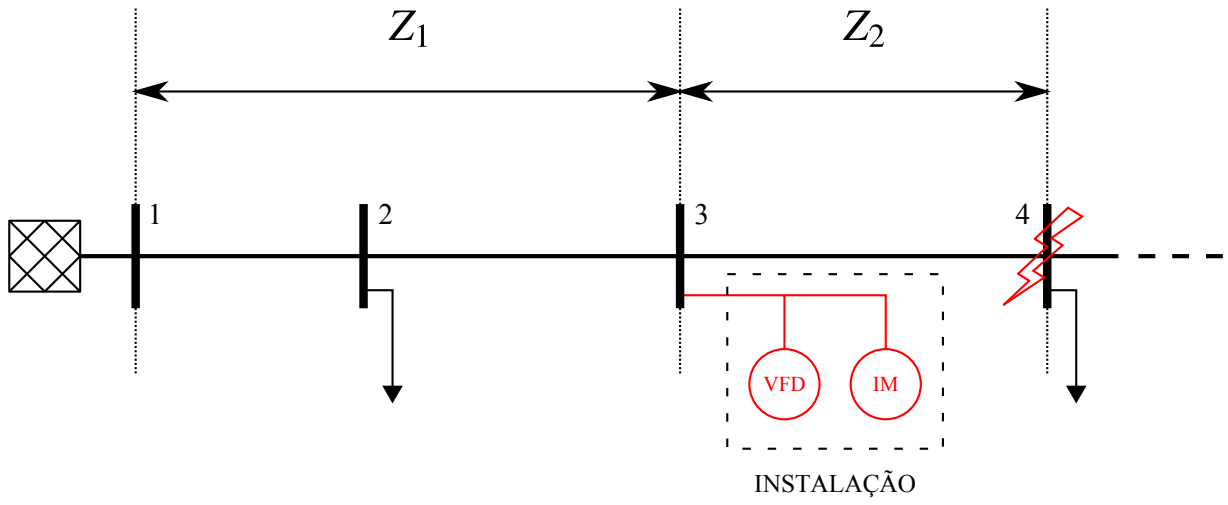


Figura 4.46 – Diagrama unifilar do sistema utilizado na validação dos modelos da instalação de motores.

Novamente um curto-circuito trifásico é aplicado à barra 4 e a resposta da instalação a este distúrbio é apresentada nas Figuras 4.47 à 4.50 a seguir.

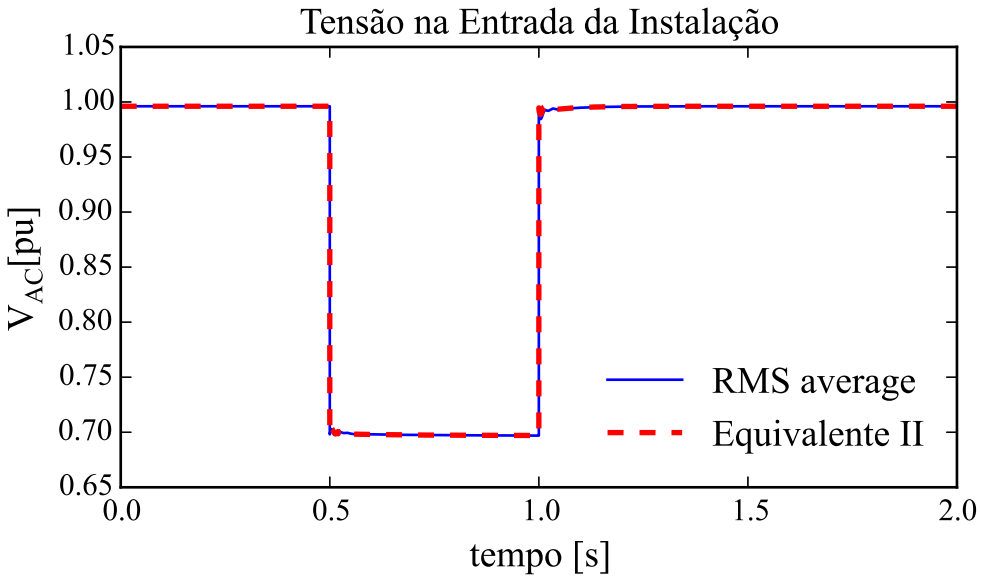


Figura 4.47 – Resposta da magnitude da tensão terminal da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II.

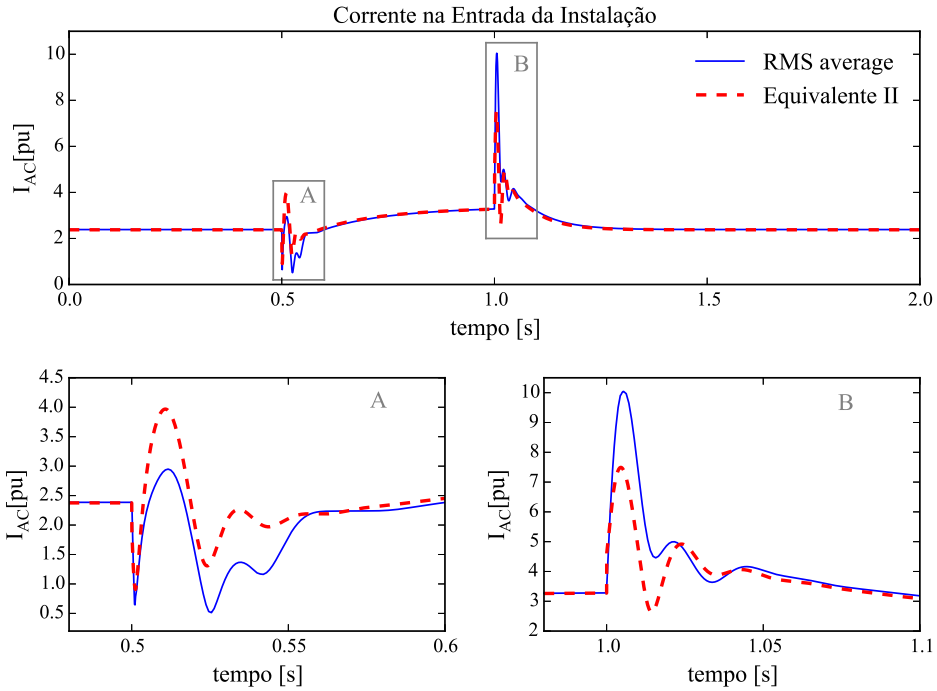


Figura 4.48 – Resposta da magnitude da corrente terminal da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II.

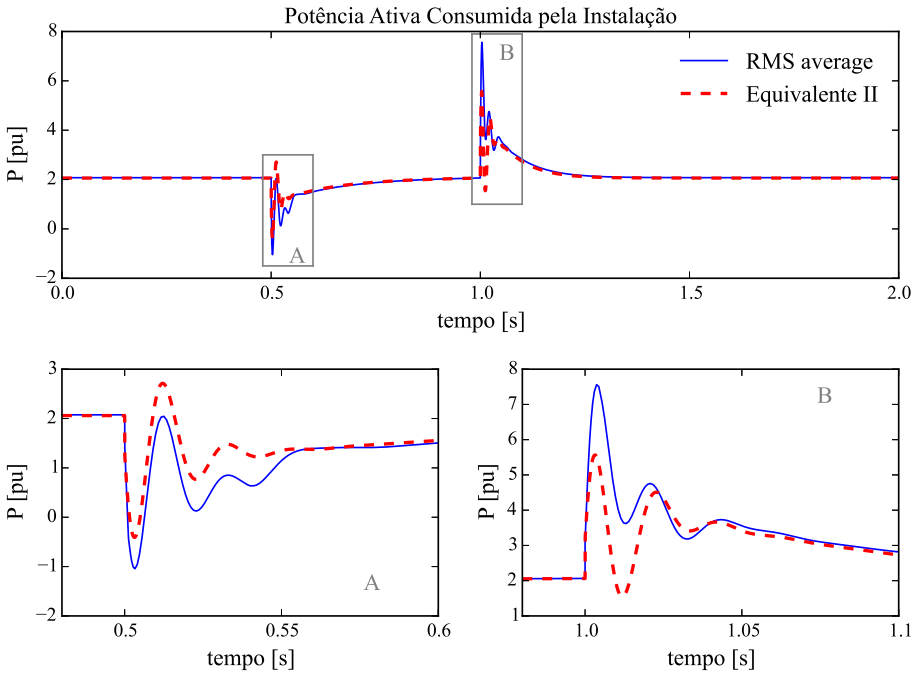


Figura 4.49 – Resposta da potência ativa da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II.

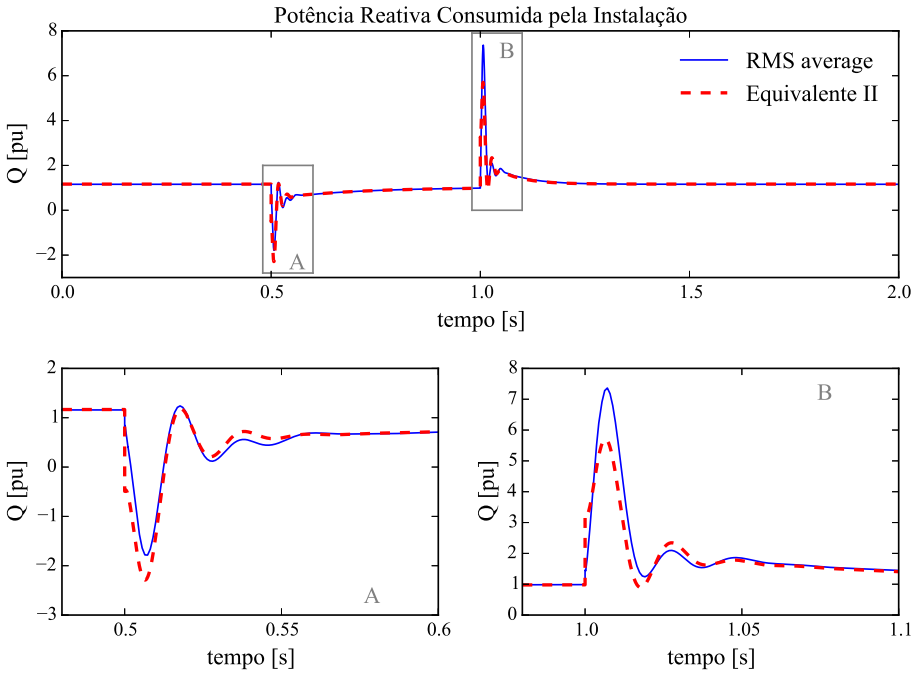


Figura 4.50 – Resposta da potência reativa da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II.

Uma deficiência do modelo simplificado proposto é não representar adequadamente a resposta do *drive* no primeiro instante de resposta ao distúrbio, que envolve a corrente de entrada nula em função da polarização reversa do conversor CA-CC do estágio de entrada, como pode ser mais bem observado nas simulações apresentadas na Subseção 4.3.1. Essa deficiência, todavida, tende a ser diluída à medida que o *VFD* não for a totalidade da carga a ser modelada, mas apenas um componente no meio de tantos outros possíveis equipamentos, como é o caso de instalações industriais, por exemplo. Nas simulações apresentadas nesta subseção, para as quais a resposta do modelo de carga da instalação utilizando o modelo de *drive* proposto e utilizando o modelo *average* completo são mais próximas entre si do que no caso anterior da Subseção 4.3.1, fica ilustrado que a deficiência do modelo proposto tende a perder importância no contexto da metodologia de modelagem de carga baseada em *templates*.

4.4 Agregação

O modelo proposto para representação do *VFD*, que pode ser reduzido a um motor de indução (modelo equivalente II), apresenta como principal vantagem no contexto da modelagem de cargas industriais por *templates* a possibilidade de um *VFD* ser facilmente agregado a outros *VFDs* ou ainda a outros motores de indução sem controle de velocidade. Essa facilidade de agregação só é possível porque o modelo proposto para o *drive* é simples o bastante para tanto: trata-se do mesmo modelo de motor de indução.

A princípio, qualquer uma das inúmeras técnicas de agregação de motores de indução descritas na literatura poderia ser utilizada para agregação dos *VFDs*. Neste trabalho, utilizaremos a técnica proposta em ([49]–[51]) que mostrou-se bastante simples e robusta. A ideia geral do procedimento da agregação do *VFD* com o motor de indução é apresentada na Figura 4.51 e os detalhes passo-à-passo são apresentados na Figura 4.52. O *drive* deve ser modelado pelo modelo equivalente II proposto na Subseção 4.2.3 antes que possa ser combinado com o motor de indução. O modelo equivalente que representa o comportamento agregado do *drive* com o motor de indução é também um motor de indução.

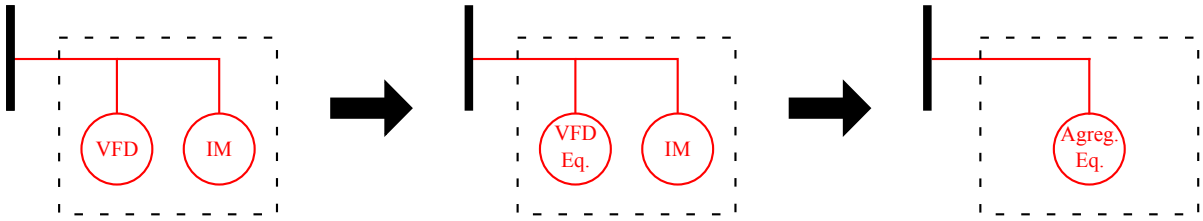
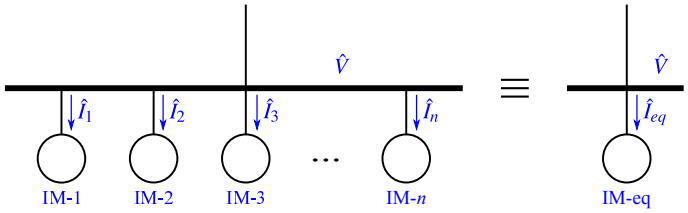
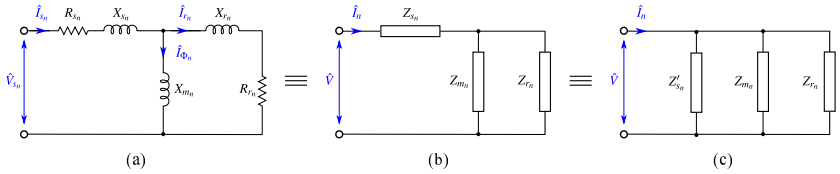


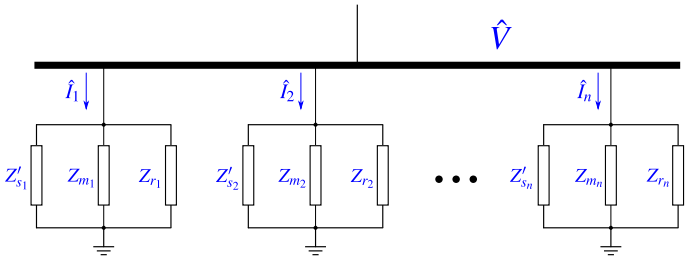
Figura 4.51 – Agregação de um VFD com um motor de indução.



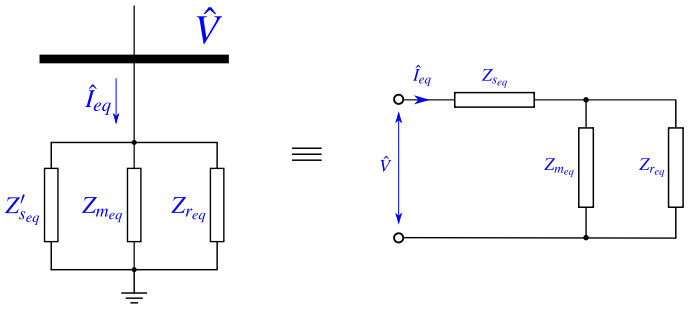
PASSO 1: *n* motores de indução em paralelo serão representados através de um único motor de indução.



PASSO 2: o equivalente *shunt* da impedância do estator, Z'_{s_n}, é calculado para cada um dos *n* motores de indução e o circuito elétrico equivalente clássico do motor de indução (a)/(b) é representado através do equivalente (c).



PASSO 3: cada um dos *n* motores é representado através de um circuito elétrico equivalente no qual as impedâncias *shunt* do estator, de magnetização e do rotor são dispostas em paralelo.



PASSO 4: o equivalente *shunt* da impedância do estator do modelo agregado é a impedância equivalente dos *n* equivalentes *shunt* das impedâncias dos estatores dos *n* motores em paralelo; do mesmo modo as impedâncias de magnetização e do rotor do modelo agregado são obtidas do equivalente paralelo das *n* impedâncias de magnetização e do rotor dos *n* motores; a impedância série do motor agregado é obtida à partir de seu equivalente *shunt* de tal forma que o motor agregado equivalente é representado pelo circuito elétrico equivalente clássico do motor de indução.

Figura 4.52 – Procedimento detalhado de agregação de *n* motores de indução que resultam em um motor de indução equivalente.

Inicialmente, a impedância do estator do modelo equivalente do *drive* e do motor de indução devem ser convertidas de acordo com a seguinte equação:

$$Z'_{s_n} = -\frac{Z_{m_n} Z_{r_n} \left(Z_{s_n} Z_{r_n} + Z_{s_n} Z_{m_n} + Z_{m_n} Z_{r_n} \right)}{Z_{s_n} \left(Z_{m_n} + Z_{r_n} \right)^2} \tag{4.290}$$

sendo n o índice que indica o número do *drive* ou do motor de indução que está sendo agregado. Para o modelo equivalente do *drive* (n = 1-EQ-VFD) temos:

$$Z'_{s_{1-EQ-VFD}} = -\frac{Z_{m_{1-EQ-VFD}} Z_{r_{1-EQ-VFD}} \left(Z_{s_{1-EQ-VFD}} Z_{r_{1-EQ-VFD}} + Z_{s_{1-EQ-VFD}} Z_{m_{1-EQ-VFD}} + Z_{m_{1-EQ-VFD}} Z_{r_{1-EQ-VFD}} \right)}{Z_{s_{1-EQ-VFD}} \left(Z_{m_{1-EQ-VFD}} + Z_{r_{1-EQ-VFD}} \right)^2} \tag{4.291}$$

$$Z'_{s_{1-EQ-VFD}} = -\frac{j6{,}2110\,(0{,}0377 + j0{,}0349)\left((0{,}0201 + j0{,}1220)(0{,}0377 + j0{,}0349) + (0{,}0201 + j0{,}1220)(j6{,}2110) + (j6{,}2110)(0{,}0377 + j0{,}0349)\right)}{(0{,}0201 + j0{,}1220)(j6{,}2110 + 0{,}0377 + j0{,}0349)^2} \tag{4.292}$$

$$Z'_{s_{1-EQ-VFD}} = -0{,}0583 - j0{,}0369 \text{ pu} \tag{4.293}$$

Para o motor de indução (n = 2-IM):

$$Z'_{s_{2-IM}} = -\frac{Z_{m_{2-IM}} Z_{r_{2-IM}} \left(Z_{s_{2-IM}} Z_{r_{2-IM}} + Z_{s_{2-IM}} Z_{m_{2-IM}} + Z_{m_{2-IM}} Z_{r_{2-IM}} \right)}{Z_{s_{2-IM}} \left(Z_{m_{2-IM}} + Z_{r_{2-IM}} \right)^2} \tag{4.294}$$

$$Z'_{s_{2-IM}} = -\frac{j1{,}2082\,(0{,}0377 + j0{,}0349)\left((0{,}0201 + j0{,}0349)(0{,}0377 + j0{,}0349) + (0{,}0201 + j0{,}0349)(j1{,}2082) + (j1{,}2082)(0{,}0377 + j0{,}0349)\right)}{(0{,}0201 + j0{,}0349)(j1{,}2082 + 0{,}0377 + j0{,}0349)^2} \tag{4.295}$$

$$Z'_{s_{2-IM}} = -0{,}0898 - j0{,}0649 \text{ pu} \tag{4.296}$$

Em seguida, podemos obter a impedância do estator convertida, a impedância do rotor e a impedância de magnetização do agregado a partir dos valores desses parâmetros para cada um dos elementos agregados de acordo com as seguintes equações:

$$Z'_{s_{agg}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{Z'_{s_k}}} = \frac{1}{\frac{1}{Z'_{s_{1-EQ-VFD}}} + \frac{1}{Z'_{s_{2-IM}}}} \tag{4.297}$$

$$Z_{m_{agg}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{Z_{m_k}}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_{m_{1-EQ-VFD}}} + \frac{1}{Z_{m_{2-IM}}}} \tag{4.298}$$

$$Z_{r_{agg}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{Z_{r_k}}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_{r_{1-EQ_VFD}}} + \frac{1}{Z_{r_{2-IM}}}} \tag{4.299}$$

Para a impedância do estator convertida:

$$Z'_{s_{agg}} = \frac{1}{\frac{1}{-0{,}0583 - j0{,}0369} + \frac{1}{-0{,}0898 - j0{,}0649}} \tag{4.300}$$

$$Z'_{s_{agg}} = -0{,}0354 - j0{,}0236 \text{ pu} \tag{4.301}$$

Para a impedância de magnetização:

$$Z_{m_{agg}} = \frac{1}{\frac{1}{j6{,}2110} + \frac{1}{j1{,}2082}} \tag{4.302}$$

$$Z_{m_{agg}} = j1{,}0115 \text{ pu} \tag{4.303}$$

Para a impedância do rotor:

$$Z_{r_{agg}} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}0377 + j0{,}0349} + \frac{1}{0{,}0377 + j0{,}0349}} \tag{4.304}$$

$$Z_{r_{agg}} = 0{,}0189 + j0{,}0174 \text{ pu} \tag{4.305}$$

Finalmente, a impedância do estator convertida pode ser reconvertida na impedância série do estator:

$$Z_{s_{agg}} = \frac{-Z_{m_{agg}}^2 \cdot Z_{r_{agg}}^2}{\left(Z_{m_{agg}} + Z_{r_{agg}}\right) \cdot \left(Z'_{s_{agg}} Z_{r_{agg}} + Z'_{s_{agg}} Z_{m_{agg}} + Z_{m_{agg}} Z_{r_{agg}}\right)} \tag{4.306}$$

$$Z_{s_{agg}} = \frac{-(j1{,}0115)^2 \cdot (0{,}0189 + j0{,}0174)^2}{(j1{,}0115 + 0{,}0189 + j0{,}0174) \cdot ((-0{,}0354 - j0{,}0236) \cdot (0{,}0189 + j0{,}0174) + (-0{,}0354 - j0{,}0236) \cdot j1{,}0115 + j1{,}0115 \cdot (0{,}0189 + j0{,}0174))} \tag{4.307}$$

$$Z_{s_{agg}} = 0{,}0131 + j0{,}0324 \text{ pu} \tag{4.308}$$

Com os parâmetros do circuito elétrico equivalente do modelo agregado obtidos, podemos comparar as respostas dos modelos (a) motor de indução + modelo *average* do *VFD*; (b) motor de indução + modelo equivalente II do *VFD* e (c) modelo agregado. As mesmas simulações apresentadas nas Subseções 4.3.3 foram repetidas e os resultados são apresentados nas Figuras 4.53 à Figura 4.56. O resultado do modelo agregado, composto por um único motor de indução, é satisfatoriamente similar ao resultado da simulação considerando-se o um motor de indução em paralelo com o modelo completo *average* do *VFD* para simulação dinâmica fasorial.

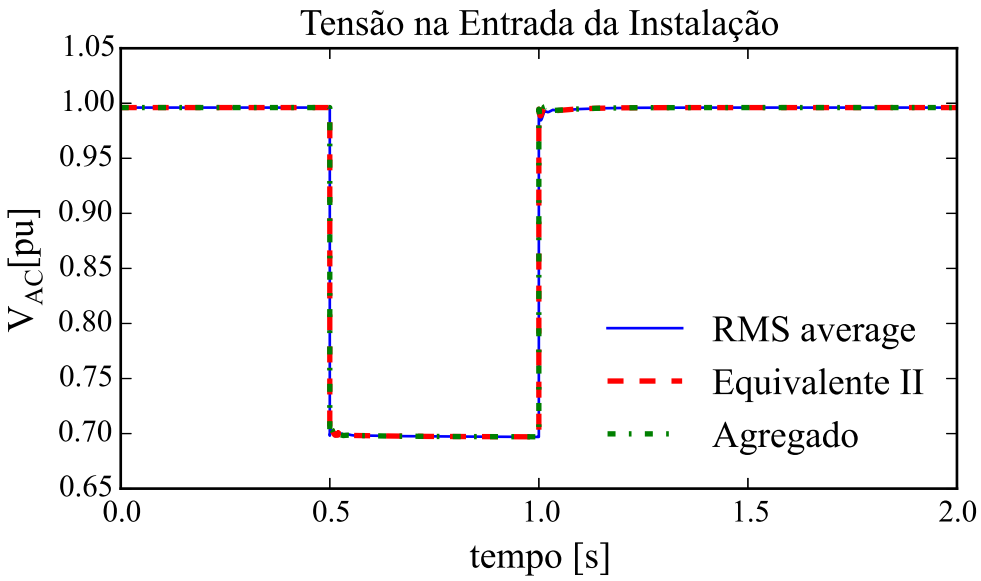


Figura 4.53 – Resposta da magnitude da tensão terminal da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II × equivalente agregado da instalação.

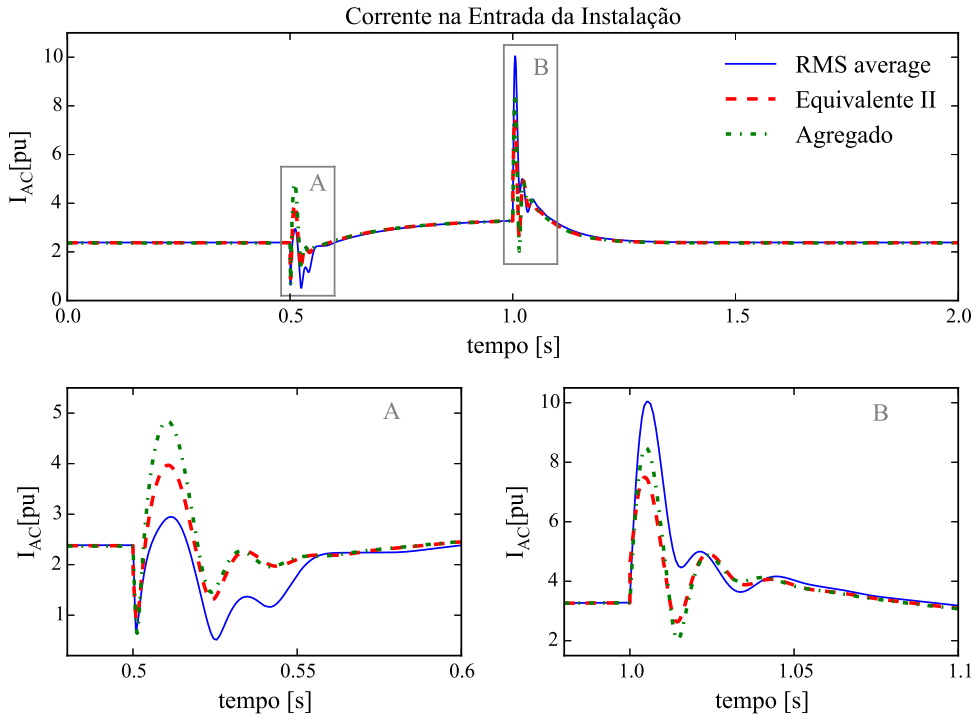


Figura 4.54 – Resposta da magnitude da corrente terminal da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II × equivalente agregado da instalação.

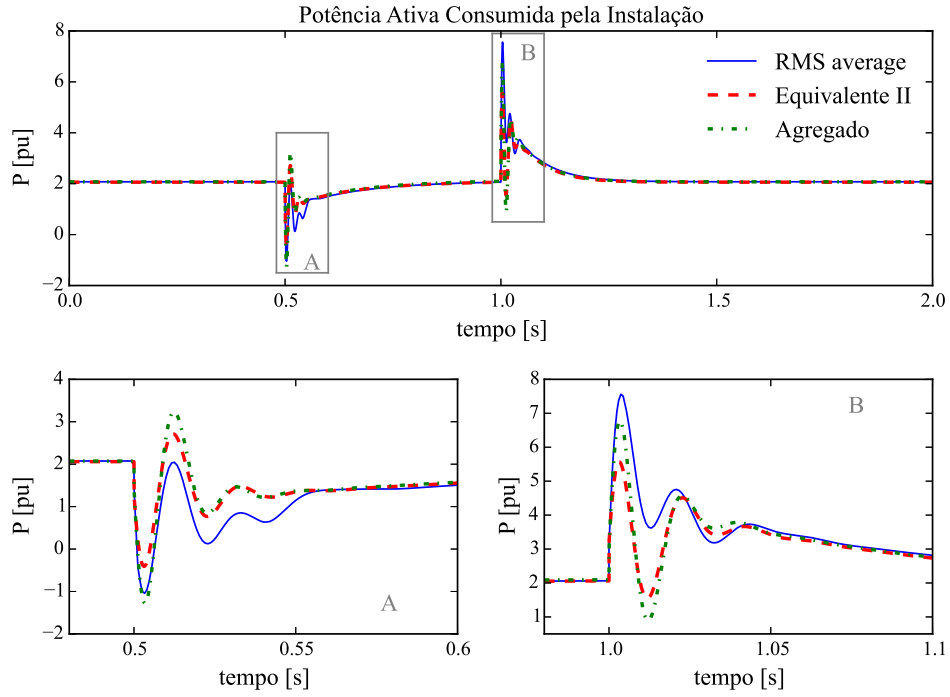


Figura 4.55 – Resposta da potência ativa da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II × equivalente agregado da instalação.

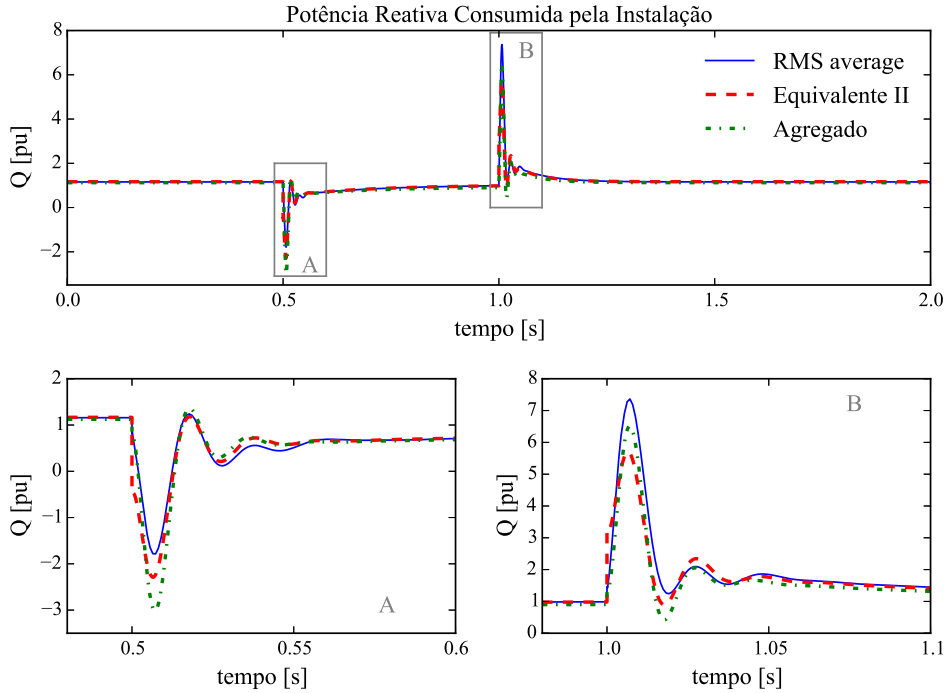


Figura 4.56 – Resposta da potência reativa da instalação ao curto-circuito trifásico: modelo *average* para simulação dinâmica fasorial × modelo equivalente II × equivalente agregado da instalação.

4.5 Sumário

Neste capítulo apresentamos um modelo simplificado de *VFD* que pode ser incluído diretamente no procedimento de modelagem baseada em *templates*. O modelo proposto é bastante simples, pois trata-se de uma modificação no modelo dinâmico clássico de 3ª ordem da máquina de indução trifásica, amplamente difundido na comunidade técnica. As principais vantagens e desvantagens do modelo proposto são sumarizadas a seguir:

<u>Vantagens:</u>

- O modelo simplificado proposto pode ser agregado mais facilmente que o modelo *average* detalhado;

- *Drives* conectados em barramentos diferentes, interligados por cabos e/ou transformadores, podem ser facilmente agregados;
- *Drives* podem ser agregados com motores de indução, resultando em modelos finais bastante compactos;
- O modelo não é baseado em linearizações, o que sugere que ele é adequado mesmo quando distúrbios mais severos forem simulados, como no caso de curtos-circuitos, típicos de estudos de estabilidade transitória dos sistemas de energia elétrica.

Desvantagens:

- A resposta de um drive individual pode ser mais bem representada utilizando-se o modelo completo para simulação dinâmica fasorial;
- A resposta do modelo proposto no instante de tempo em que o conversor retificador do *VFD* encontra-se em bloqueio é inadequada. Todavia, esse erro tende a ser diluído caso o modelo seja empregado para a representação de *drives* dentro de um contexto maior como o de uma instalação industrial.

Capítulo 5 Conclusões

A modelagem de carga é um tema de grande relevância dada sua importância para a realização de estudos e simulações computacionais de planejamento e operação dos sistemas de energia elétrica. Embora esse tópico tenha sido intensamente explorado no passado, há um renovado interesse por parte de operadores, concessionárias e pesquisadores de sistemas de energia elétrica por melhores modelos que representem o comportamento da carga nas redes elétricas de transmissão e distribuição. A proliferação de medidores eletrônicos, o contexto das redes inteligentes, o maior interesse por estudos nas redes de distribuição são alguns dentre vários fatores que explicam essa renovação de interesse pelo tema. Este trabalho propôs duas contribuições na linha de pesquisa em modelagem de carga de sistemas de energia elétrica: uma técnica de modelagem de carga para análise estática de redes de distribuição, baseada em medições e um modelo de carga para análise dinâmica de cargas industriais, dentro do contexto da metodologia de modelagem de carga baseada em *templates*.

A primeira delas trata-se de um método de modelagem de carga baseado em medições e na detecção de distúrbios naturais de tensão. No escopo da tese apresentado na Seção 1.2, a seguinte questão foi formulada: *"É possível utilizar medidores eletrônicos instalados em consumidores de redes de distribuição de energia elétrica, cuja função principal não está relacioanada à modelagem de carga, para, aproveitando-se de distúrbios que naturalmente ocorrem na operação dessas redes, extrair informações sobre parâmetros de modelos da carga, agregando valor ao investimento das distribuidoras em tais equipamentos?"*. O método e o projeto piloto discutidos no Capítulo 3 respondem ao questionamento formulado. O procedimento proposto emprega medidores eletrônicos simples, que são instalados junto a instalações em sistemas de distribuição com motivo outro que não o de modelagem de carga. Parâmetros e informações do modelo de carga em operação na rede podem ser fornecidos à concessionária por tais medidores, paralelamente à função que desempenham. Subprodutos fornecidos por tais equipamentos são interessantes pois podem agregar valor ao seu investimento por parte das concessionárias, contribuindo para que sua utilização se intensifique e acelere o desenvolvimento de inúmeras aplicações no contexto das redes elétricas inteligentes.

A segunda contribuição proposta é na linha da modelagem de carga baseada em *templates*, uma técnica recentemente proposta na literatura para modelagem dinâmica de cargas industriais de grande porte. A questão formulada no escopo da tese – *"Como seria, no contexto da metodologia de modelagem de carga baseada em templates, um modelo simplificado de VFD, que possa ser facilmente implementado em*

programas comerciais de análise computacional de sistemas de energia elétrica?" – é respondida com os modelos equivalentes I e II propostos no Capítulo 4. O modelo dinâmico simplificado proposto para representação do *drive* é baseado em um modelo modificado de um motor de indução. Por ser baseado em uma modificação dos parâmetros de um motor de indução, o modelo proposto é adequado ao contexto da modelagem de cargas industriais proposta pela técnica de modelagem baseada em *templates* e, além disso, pode ser facilmente agregado através de diversos métodos já propostos para agregação dinâmica de motores e pode facilmente ser utilizado por usuários para análise em programas de simulação sem necessidade de implementação de modelos complexos definidos pelo usuário. Modelos mais simples tendem a ser mais facilmente adotados pela indústria, como foi apontado pelo grupo de trabalho do CIGRE que, recentemente, revisou a prática de modelagem de carga de concessionárias e operadores de sistemas de transmissão e de distribuição ao redor do mundo ([13]–[15]).

5.1 Contribuições da Tese

Os tópicos a seguir são destacados como contribuições deste trabalho:

- O método de modelagem de carga apresentado no Capítulo 3 em si, baseado em medições e na detecção de distúrbios naturais de tensão, adaptado do método proposto em ([5], [6]);
- Os resultados dos projetos piloto de modelagem de carga que utilizaram o método proposto;
- A proposta de um modelo simplificado de um *drive* para modelagem dinâmica de cargas industriais.

5.2 Sugestões para Pesquisas Futuras

Os tópicos a seguir são sugeridos como continuação deste trabalho para futuras pesquisas e aplicações:

- Existem no mercado medidores eletrônicos semelhantes ao utilizado no projeto piloto que investigou a possibilidade de modelagem de carga apresentada no Capítulo 3 com razoável capacidade embarcada para processamento de dados. Sugere-se como continuação deste trabalho a investigação mais profunda da implementação de algoritmos de modelagem de carga baseados na detecção de distúrbios de tensão diretamente nos medidores eletrônicos. Pode-se vislumbrar um cenário no qual o medidor automaticamente detecte potenciais eventos, valide-os como candidatos a distúrbios aptos à modelagem de carga, processe as medições para calcular os parâmetros do modelo e transmita os resultados remotamente aos

operadores do sistema, que passam a dispor de informações atualizadas sobre o modelo da carga em operação na rede elétrica.

- Melhorias na resposta do modelo equivalente do *drive* no intervalo de tempo logo após o afundamento da tensão terminal. Podem ser investigados tanto modificações no modelo do motor de indução que tentem introduzir um atraso na resposta do *drive* quanto a possibilidade de limitação de valores de corrente como forma de aproximar a resposta do modelo equivalente ao modelo completo.
- Uma vez que um modelo de *drive* mais simples foi proposto, sua utilização na proposta de *templates* de processos industriais que o utilizem pode ser investigada e explorada. Sugere-se, por exemplo, a construção de *templates* para modelagem de usinas de açúcar e álcool. Tais instalações, importantes no cenário econômico e elétrico do estado de São Paulo, tem sido modernizadas com a substituição de picadores, desfibriladores e moendas a vapor por acionamentos elétricos mais eficientes. A substituição de maquinário à vapor por motores elétricos aumenta a disponibilidade de vapor para geração termelétrica. A usina então passa a gerar uma quantidade maior de eletricidade, capaz de suprir o aumento de demanda com a eletrificação da produção e ainda gerar um excedente que pode ser comercializado, de forma que a substituição de equipamentos leva a aumento de ganhos econômicos da usina. Além disso, a substituição do maquinário à vapor por acionamentos elétricos de velocidade variável flexibiliza e otimiza a produção pela possibilidade de controle de velocidade, torna a instalação mais compacta e enxuta e reduz os gastos com manutenção ([52]).
- Investigações sobre a validade do modelo proposto e eventuais adaptações para representação de outras topologias de *VFD*s, que envolvam outros tipos de conversores (inversor tipo fonte de corrente, *drives* de corrente contínua, etc).

Referências Bibliográficas

[1] R. Natarajan, "Computer-Aided Power System Analysis", CRC Press, 2002.

[2] G. W. Stagg, A. H. El-Abiad, "Computer Methods in Power System Analysis", McGraw-Hill, 1968.

[3] M. L. Crow, "Computational Methods for Electric Power Systems, Second Edition", CRC Press, 2009.

[4] IEEE Task Force on Load Representation for Dynamic Performance, "Load Representation for Dynamic Performance Analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.8, No.2, pp.472–482, May 1993.

[5] S. A. Arefifar, "Online Measurement and Monitoring of Power System Impedance and Load Model Parameters", Tese de Doutorado, ECE/University of Alberta, 2010.

[6] S. A. Arefifar e W. Xu, "Online Tracking of Voltage-Dependent Load Parameters Using ULTC Created Disturbances," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.28, No.1, pp.130–139, February 2013.

[7] D. J. Hill, "Nonlinear Dynamic Load Models with Recovery for Voltage Stability Studies", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.8, No.1, pp.166–176, February 1993.

[8] W. Xu, E. Vaahedi, Y. Mansour, J. Tamby, "Voltage Stability Load Parameter Determination from Field Tests on BC Hydro's System", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.12, No.3, pp.1290–1297, August 1997.

[9] X. Liang, "Dynamic Load Models for Industrial Facilities", Tese de Doutorado, ECE/University of Alberta, 2013.

[10] X. Liang, W. Xu, C. Y. Chung, W. Freitas, K. Xiong, "Dynamic Load Models for Industrial Facilities", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.27, No.1, pp.69–80, February 2012.

[11] W. Xu, "Operation and Construction of Electric Power Consuming Facilities Using Facility Models", US Patent US8774948 B2, 8 de julho de 2014, 15 páginas.

[12] M. Ilić e J. Zaborszky, "Dynamics and Control of Large Electric Power Systems", John Wiley & Sons, Inc., 2000.

[13] K. Yamashita, S. M. Villanueva, J. V. Milanović, "Initial Results of International Survey on Industrial Practice on Power System Load Modelling Conducted by CIGRE WG C4.605", CIGRE International Symposium: The Electric Power System of the Future - Integrating supergrids and microgrids, Bolonha, Itália, 2011.

[14] S. M. Villanueva, K. Yamashita, L. M. Korunović, S. Z. Djokić, J. Matevosyan, A. Borghetti, Z. Y. Dong e J. V. Milanović, "Modelling and Aggregation of Loads in Flexible Power Networks – Scope and Status of the Work of CIGRE WG C4.605", CIGRE SC C4 2012 Colloquium, Hakodate, Japão, 2012.

[15] J. V. Milanović, K. Yamashita, S. M. Villanueva, S. Ž. Djokić, L. M. Korunović, "International Industry Practice on Power System Load Modeling", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.28, No.3, pp.3038–3046, August 2013.

[16] L. Pereira, D. Kosterev, P. Mackin, D. Davies, J. Undrill, W. Zhu, "An Interim Dynamic Induction Motor Model for Stability Studies in the WSCC", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.17, No.4, pp.1108–1115, November 2002.

[17] B. Lesieutre, R. Bravo, R. Yinger, D. Chassin, H. Huang, N. Lu, I. Hiskens, G. Venkataramanan, "Load Modeling Transmission Research – Final Project Report", CEEE/LBNL, March 2010.

[18] North American Electric Reliability Corporation, "Power System Model Validation – A White Paper by the NERC Model Validation Task Force of the Transmission Issues Subcommittee", December 2010.

[19] D. N. Kosterev, C. W. Taylor, W. A. Mittelstadt, "Model Validation for the August 10, 1996 WSCC System Outage", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.14, No. 3, pp.967–979, August 1999.

[20] Siemens Power Systems Simulator for Engineering (PSS/E) [Online]. Disponível em: http://w3.siemens.com/smartgrid/global/en/products-systems-solutions/software-solutions/planning-data-management-software/planning-simulation/pages/pss-e.aspx. [Maio 2015].

[21] General Electric Positive Sequence Load Flow Software (GE/PSLF) [Online]. Disponível em: http://www.geenergyconsulting.com/pslf-re-envisioned. [Maio 2015].

[22] IEEE Task Force on Load Representation for Dynamic Performance, "Standard Load Models for Power Flow and Dynamic Performance Simulation", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.10, No.3, pp.1302–1313, August 1995.

[23] IEEE Task Force on Load Representation for Dynamic Performance, "Bibliography on Load Models For Power Flow and Dynamic Performance Simulation", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.10, No.1, pp.523–538, February 1995.

[24] D. S. Brereton, D. G. Lewis, C. C. Young, "Representation of Induction Motor Loads During Power System Stability Studies", *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers – Power Apparatus and Systems, Part III*. Vol.76, No. 3, pp.451–460, April 1957.

[25] D. S. Brereton, D. G. Lewis, C. C. Young, "Representation of Induction Motor Loads", *Electrical Engineering*, Vol.76, No. 5, pp.393–393, May 1957.

[26] C. Concordia, S. Ihara, "Load Representation in Power System Stability Studies", *IEEE Transsactions on Power Apparatus and Systems*, Vol.PAS-101, No.4, pp.969–977, April 1982.

[27] G. J. Rogers, J. Di Manno, R. T. H. Alden, "An Aggregate Induction Motor Model for Industrial Plants", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol.PAS-103, No. 4, pp.683–690, April 1984.

[28] A. J. Collin, G. Tsagarakis, A. E. Kiprakis, S. McLaughlin, "Development of Low-Voltage Load Models for the Residential Load Sector", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.29, No.5, pp.2180–2188, September 2014.

[29] A. Capasso, W. Grattieri, R. Lamedica, A. Prudenzi, "A Bottom-up Approach to Residential Load Modelling", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.9, No.2, pp.957–964, May 1994.

[30] J. Widén, E. Wäckelgård, "A High Resolution Stochastic Model of Domestic Activity Patterns and Electricity Demand", *Applied Energy*, Vol.87, No.6, pp.1880–1892, June 2010.

[31] J. Dickert, P. Schegner, "A Time Series Probabilistic Synthetic Load Curve Model for Residential Customers", in Proceedings of 2011 IEEE PES PowerTech, Trondheim, Noruega, June 2011.

[32] R. Torquato, Q. Shi, W. Xu, W. Freitas, "A Monte Carlo Simulation Platform for Studying Low Voltage Residential Networks", *IEEE Transactions on Smart Grid*, Vol.5, No.6, pp.2766–2776, November 2014.

[33] I. Richardson, M. Thomson, D. Infield, C. Clifford, "Domestic Electricity Use: A High-Resolution Energy Demand Model", *Energy and Buildings*, Vol.42, No.10, pp.1878–1887, October 2010.

[34] R. Yao, K. Steemers, "A Method of Formulating Energy Load Profile for Domestic Buildings in the UK," *Energy and Buildings*, Vol.37, No.6, pp.663–671, June 2005.

[35] Agência Nacional de Energia Elétrica, "Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – PRODIST." ANEEL, 2015.

[36] Electric Power Research Institute, "Load Modeling for Power Flow and Transient Stability Computer Studies – Volume 2: Load-Modeling Reference Manual." EPRI Project 849-7 EL-5003 – Final Report, General Electric Company, Schenectady/NY, 1987.

[37] I. Barbi, Teoria Fundamental do Motor de Indução, Edição do Autor.

[38] P. C. Krause, O. Wasynczuk e S. D. Sudhoff, "Analysis of Electric Machinery and Drive Systems, Second Edition", IEEE Press/Wiley Interscience, 2002.

[39] P. Krause, O. Wasynczuk, S. Sudhoff e S. Pekarek, "Analysis of Electric Machinery and Drive Systems, Third Edition", IEEE Press/Wiley Interscience, 2013.

[40] P. Kundur, "Power Systems Stability and Control", McGraw-Hill, 1994.

[41] F. Milano, "Power System Modelling and Scripting", Springer, 2010.

[42] Electric Power Research Institute, "Measurement-Based Load Modeling." EPRI Project 1014402 – Final Report, EPRI, Palo Alto/CA, 2006.

[43] Alberta Power Industry Consortium, "Measuring the Load Model Parameters." APIC Project 1.4 – Full Report, ECE/UofA, Edmonton/AB, 2009.

[44] T. Gönen, "Electric Power Distribution System Engineering, Second Edition", CRC Press, 2007.

[45] W. McKinney, "Python for Data Analysis", O'Reilly, 2012.

[46] *Python Data Analysis Library (pandas)* [Online]. Disponível em: http://pandas.pydata.org. [Maio 2015].

[47] IEEE Task Force in Dynamic Average Modeling, S. Chiniforoosh, J. Jatskevich, V. Dinavahi, R. Ivarani, J. A. Martinez e A. Ramirez, "Dynamc Average Modeling of Line Commutated Converters for Power Systems Applications", 2009 IEEE PES General Meeting.

[48] IEEE Task Force on Dynamic Average Modeling, S. Chiniforoosh, H. Atighechi, A. Davoudi, J. Jatskevich, A. Yazdani, S. Filizadeh, M. Saeedifard, J. A. Martinez, V. Sood, K. Strunz, J. Mahseredjian e V. Dinavahi "Dynamic Average Modeling of Front-End Diode Rectifier Loads Considering Discontinuous Conduction Mode and Unbalanced Operation", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.27, No.1, pp.421–429, January 2012;

[49] D. C. Franklin, A. Morelato, "Improving Dynamic Aggregation of Induction Motor Models", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.9, No.4, pp.1934–1941, November 1994.

[50] D. R. C. Franklin, "Agregação Dinâmica de Motores de Indução", Dissertação de Mestrado, FEEC/Universidade Estadual de Campinas, 1991.

[51] D. R. C. Franklin, "Modelos Computacionais de Motores de Indução em Estudos Transitórios de Sistemas Elétricos", Tese de Doutorado, FEEC/Universidade Estadual de Campinas, 1996.

[52] F. A. dos Santos, "Análise da Aplicação da Biomassa da Cana como Fonte de Energia Elétrica: Usina de Açúcar, Etanol e Bioeletricidade", Dissertação de Mestrado, POLI/Universidade de São Paulo, 2012.