

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MICROONDAS E ÓPTICA

Equalização Preditiva e Otimização de Sistemas DSL por Gerenciamento Espectral e Processamento MIMO

Autor

Rafael Ferrari

Orientador

Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano

Co-orientador

Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes

Banca Examinadora:

Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano (FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Carlos Aurélio Faria da Rocha (UFSC)

Prof. Dr. Rui Seara (UFSC)

Prof. Dr. Paulo Cardieri (FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Gustavo Fraidenraich (FEEC/UNICAMP)

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica na área de concentração de Telecomunicações e Telemática (AG).

Campinas, Abril de 2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

F412e Ferrari, Rafael
Equalização preditiva e otimização de sistemas DSL
por gerenciamento espectral e processamento MIMO /
Rafael Ferrari. --Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientadores: João Marcos Travassos Romano,
Renato da Rocha Lopes.

Tese de Doutorado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Linhas por assinatura digital. 2. Processamento de
sinais. 3. Alocação de recursos. 4. Sistemas MIMO. 5.
Equalizadores (Eletrônica). I. Romano, João Marcos
Travassos. II. Lopes, Renato da Rocha. III.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Predictive equalization and optimization of DSL systems through
spectrum management and MIMO processing

Palavras-chave em Inglês: Digital subscriber lines, Signal processing, Resource
allocation, MIMO, Equalizers (Electronics)

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Carlos Aurélio Faria da Rocha, Rui Seara, Paulo Cardieri,
Gustavo Fraidenraich

Data da defesa: 28-04-2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

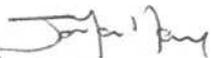
COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: Rafael Ferrari

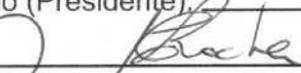
Data da Defesa: 28 de abril de 2011

Título da Tese: "Equalização Preditiva e Otimização de Sistemas DSL por Gerenciamento Espectral e Processamento MIMO"

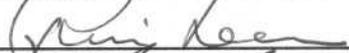
Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano (Presidente):



Prof. Dr. Carlos Aurélio Faria da Rocha:



Prof. Dr. Rui Seara:



Prof. Dr. Gustavo Fraidenraich:



Prof. Dr. Paulo Cardieri:



Resumo

O trabalho é dividido em duas partes e trata de três problemas importantes existentes nos sistemas de comunicação: o gerenciamento espectral, o cancelamento de interferências e a equalização de canais. Na primeira parte do trabalho, abordamos a otimização de sistemas multiportadora DSL, sistemas estes usados na transmissão em banda larga de dados através das linhas telefônicas. No contexto de gerenciamento espectral distribuído, é proposto um algoritmo iterativo para alocação discreta de bits e sua convergência e desempenho são analisados. No âmbito de sistemas centralizados, nos quais é possível a coordenação entre os sinais e entre os espectros dos usuários, propomos uma técnica MIMO de cancelamento de crosstalk baseada na decomposição em valores singulares e no critério zero-forcing. Além disso, propomos também uma estratégia para bitloading discreto que leva em consideração as técnicas de cancelamento de interferência. Na segunda parte do trabalho, analisamos o uso de filtros preditivos não lineares na equalização não supervisionada de canais de comunicação. O desempenho de tais estruturas é comparado com o equalizador de mínima taxa de erro.

Abstract

The work is divided into two parts and deals with three major problems in communication systems: spectrum management, interference cancellation and channel equalization. In the first part, we discuss the optimization of multicarrier DSL systems, a technology used for broadband transmission of data over telephone lines. In the context of distributed spectrum management, an iterative algorithm for discrete bit allocation is proposed and its convergence and performance are analyzed. In the context of centralized systems, where coordination is possible between signals and between the spectra of users, we propose a MIMO technique for crosstalk cancelation based on singular value decomposition and on the zero-forcing criterion. In addition, we also propose a strategy for discrete bitloading that takes into account the interference cancellation techniques. In the second part of the work, we analyze the use of nonlinear predictive filters applied to the unsupervised equalization of communication channels. The performance of these structures is compared with the minimum error rate equalizer.

*Aos meus pais,
Sergio e Esmeralda.*

Agradecimentos

Encontrar palavras apropriadas para expressar minha gratidão a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram com a realização deste trabalho, não é uma tarefa das mais fáceis. Espero que, com esses agradecimentos, eu possa retribuir a atenção que me foi dada por todos aqueles que me acompanharam durante esta caminhada.

Aos meus pais, Sergio e Esmeralda, e a meu irmão, Sérgio Leandro, por todo o carinho e compreensão. Certamente palavras são insuficientes para agradecer àqueles sem os quais nada disso teria sido possível ou teria valido a pena e cujo amor sempre me inspirou e incentivou.

Ao meu orientador João Marcos Travassos Romano, pela orientação, apoio, incentivo e paciência, desde os tempos da iniciação científica. Não só por isso, mas também pela amizade que, certamente, ultrapassou os limites da relação profissional.

Ao meu co-orientador, professor Renato da Rocha Lopes, pela amizade e pelas valiosas sugestões e discussões, fundamentais para o desenvolvimento desta tese.

Ao professor Romis Ribeiro de Faissol Attux, pela amizade, por todas as discussões, técnicas ou não, e pelas valiosas sugestões que muito contribuíram para o desenvolvimento desta tese.

Ao doutor Fabiano de Sousa Chaves pelas discussões, esclarecimentos e sugestões a respeito da teoria dos jogos e suas aplicações.

Aos professores Carlos Aurélio Faria da Rocha, Rui Seara, Paulo Cardieri e Gustavo Fraidenraich por suas valiosas sugestões e pela revisão criteriosa deste trabalho.

Aos amigos Murilo Bellezoni Loiola e Ricardo Suyama, pelo companheirismo desde o início da graduação.

Aos amigos do Laboratório de Processamento de Sinais para Comunicações (DSPCom) e à equipe do convênio Ericsson pela ajuda e pelos agradáveis momentos que passamos juntos.

Aos funcionários da FEEC, principalmente à Celi Aparecida Pavanatti, pelo apoio indispensável.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), à Ericsson e à Petrobrás pelo apoio financeiro.

A Deus, a quem tudo devo.

Conteúdo

Lista de Figuras	xv
Abreviaturas	xix
1 Introdução	1
1.1 Organização e contribuições da tese	4
1.2 Publicações	6
2 Fundamentos de sistemas DSL	13
2.1 <i>Digital Subscriber Lines</i>	13
2.2 Modulação Multiportadora	16
2.3 Modelos de canal	22
2.3.1 Modelo empírico	22
2.3.2 Modelo de Bin Lee	24
2.3.3 Canais medidos	25
2.4 Gerenciamento espectral monousuário	26
2.5 Gerenciamento espectral multiusuário	28
2.5.1 Canal de interferência	30
2.5.2 Canal de <i>broadcast</i>	31
2.5.3 Canal de acesso múltiplo	34
2.6 Conclusões	36
3 Gerenciamento espectral distribuído	39
3.1 Gerenciamento espectral monousuário	40

3.1.1	Maximização de taxa	40
3.1.2	Maximização de margem	42
3.1.3	Dualidade entre maximização de taxa e margem	45
3.1.4	Alocação discreta de bits	46
3.2	Gerenciamento espectral multiusuário distribuído	50
3.2.1	Gerenciamento espectral distribuído visto como um jogo	51
3.2.2	<i>Water-filling</i> iterativo	52
3.2.3	<i>Bitloading</i> discreto iterativo	55
3.3	Simulações	62
3.3.1	Avaliação do desempenho em função do alcance	63
3.3.2	Região de taxa	65
3.3.3	Cenário com mais de dois usuários	67
3.4	Conclusões	69
4	Coordenação de sinais e de espectro	71
4.1	Técnicas multiusuário de processamento de sinais	72
4.1.1	Coordenação na recepção	73
4.1.2	Coordenação na transmissão	75
4.1.3	Coordenação na transmissão e na recepção	76
4.1.4	SVD por blocos	77
4.1.5	Sumário das técnicas de processamento	81
4.2	Otimização espectral	82
4.2.1	Capacidade MIMO monousuário	83
4.2.2	Algoritmo <i>Optimal Power Allocation</i>	85
4.2.3	<i>Bitloading</i> discreto para sistemas com <i>precoder</i>	87
4.3	Simulações	92
4.3.1	Resultados para o caso MIMO monousuário	93
4.3.2	Avaliação do desempenho do algoritmo de <i>bitloading</i> discreto para sistemas com <i>precoder</i>	96
4.3.3	Avaliação de desempenho da SVD por blocos	97
4.4	Conclusões	99

5	Equalização de canais de comunicação	103
5.1	Modelo do sistema monoportadora	104
5.1.1	Estados do Canal	105
5.2	Equalização de Canais de Comunicação	106
5.3	Critérios supervisionados	109
5.3.1	O Critério MMSE e a Solução de Wiener	109
5.3.2	O Critério MAP e o Equalizador Bayesiano	111
5.4	Critérios não-supervisionados	113
5.4.1	Critério do módulo constante	114
5.4.2	Critério de Shalvi-Weinstein	115
5.5	Conclusões	116
6	Equalização preditiva	117
6.1	Predição não-linear e equalização	118
6.1.1	Equalização baseada no erro de predição progressivo	120
6.1.2	Equalização baseada no erro de predição retrógrado	121
6.1.3	Equalizador baseado em cascata de preditores	123
6.2	Preditor de mínimo erro quadrático médio	125
6.2.1	Preditor MMSE progressivo	125
6.2.2	Preditor MMSE retrógrado	129
6.3	O preditor MMSE na ausência de ruído	130
6.4	O preditor MMSE na presença de ruído	133
6.5	Conclusões	136
7	Conclusões e perspectivas	141
	Bibliografia	145
	Bibliografia	145

Lista de Figuras

2.1	<i>Far-end crosstalk</i>	14
2.2	<i>Near-end crosstalk</i>	15
2.3	Modulação multiportadora.	16
2.4	Modulação multiportadora.	20
2.5	Cenário multiusuário.	21
2.6	Distâncias usadas para determinação dos ganhos dos canais de <i>crosstalk</i> do modelo empírico.	23
2.7	Módulos dos ganhos de canal direto e <i>crosstalk</i> do modelo de Bin Lee para um cabo telefônico de 900m.	25
2.8	Resposta em frequência típica dos canais direto e de <i>crosstalk</i> dos cabos telefônicos medidos.	26
2.9	Exemplo de região de taxa para um sistema com dois usuários.	29
2.10	Canal de interferência.	30
2.11	Canal de <i>broadcast</i>	32
2.12	Canal de acesso múltiplo.	35
3.1	Solução de <i>water-filling</i> para o problema de maximização de taxa. A área hachurada corresponde à potência total disponível, P_{\max}^n	41
3.2	Representação gráfica da solução do problema de maximização de margem. A área hachurada corresponde à taxa alvo.	44
3.3	Curvas de reação ótima em um cenário onde o IDB apresenta dois pontos de equilíbrio.	59

3.4	Curvas de reação ótima em um cenário onde o IDB apresenta dois ciclos limite.	60
3.5	Convergência do IWF (linha pontilhada) e do IDB (linha cheia) no <i>upstream</i> de um sistema VDSL com dois usuários. As distâncias entre a os usuários e a central são 550 m e 700 m.	61
3.6	Cenário usado nas simulações de taxa em função do alcance. Um dos usuários se localiza a 400 m da central com taxa fixa de 50 Mbps enquanto o outro localiza-se a uma distância variável (L) da central.	64
3.7	Taxa em função do alcance obtidas pelos algoritmos IWF e IDB no <i>upstream</i> do sistema VDSL mostrado na figura 3.6.	64
3.8	Regiões de taxa obtidas pelos algoritmos IDB, IWF e DIWF no <i>upstream</i> de um sistema VDSL.	66
3.9	Convergência do IWF (linhas pontilhadas), do IDB (linhas cheias) e do DIWF (linhas tracejadas) no <i>upstream</i> de um sistema VDSL com 5 usuários. As distâncias entre os usuários e a central são 500m, 600m, 700m, 800m e 900m.	67
3.10	Evolução da taxa-soma do IWF, IDB e DIWF ao longo das iterações no cenário com cinco usuários.	69
4.1	Sistema equivalente.	73
4.2	Exemplo de cenário misto onde os usuários têm acesso a mais de um par trançado.	78
4.3	Taxa soma em função do alcance para um sistema VDSL com dez pares de mesmo comprimento. São mostrados os resultados para o caso distribuído com alocação determinada através do IWF, para o ZF e SVD com otimização espectral através do OPA (ZF-OPA e SVD-OPA) e a capacidade teórica do sistema.	94
4.4	Cenário usado nas simulações da SVD por blocos.	98
5.1	Esquema simplificado do sistema de comunicação monoportadora em banda base.	105
5.2	Diagrama em blocos da utilização de um equalizador na recepção de um sistema de comunicação.	106

5.3	Tipos de treinamento do equalizador.	108
5.4	Variação da fronteira de decisão do equalizador Bayesiano em função da potência do ruído para o canal $H(z) = 0.5 + 1.0z^{-1}$, com $m = 2$ e $d = 0$. Os estados associados a $x(k) = +1$ e $x(k) = -1$ correspondem, respectivamente, aos símbolos $+$ e o	112
5.5	Efeito do atraso de equalização na fronteira de decisão do equalizador Bayesiano para o canal $H(z) = 0.5 + 1.0z^{-1}$, com $m = 2$ e SNR=10dB.	113
6.1	Filtro de erro de predição progressivo.	120
6.2	Filtro de erro de predição retrógrado.	122
6.3	Equalizador baseado em cascata de preditores.	123
6.4	Mapeamento de entrada-saída do equalizador de erro de predição progressivo MMSE e do equalizador Bayesiano para o canal $H(z) = 0.5 + z^{-1}$ e SNR de 20 dB.	138
6.5	Fronteiras de decisão do equalizador de erro de predição progressivo MMSE (linha cheia) e do equalizador Bayesiano de atraso zero (linha tracejada) para o canal $H(z) = 0.5 + z^{-1}$. Os símbolos “+” representam os estados do canal para os quais $x(k) = +1$ enquanto os símbolos “o” correspondem aos estados do canal para os quais $x(k) = -1$	139
6.6	Taxa de erro de bit em função da SNR em dB para o canal $H(z) = 0.5 + z^{-1}$, com atraso de equalização nulo.	140

Abreviaturas

AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BGR	Benveniste-Goursat-Rouget
CM	<i>Constant Modulus</i>
CZF	Cancelador <i>zero-forcing</i>
DDC	Dominância diagonal por colunas
DDL	Dominância diagonal por linhas
DSL	<i>Digital Subscriber Lines</i>
FEXT	<i>Far-End Crosstalk</i>
FIR	<i>Finite Impulse Response</i>
HOS	<i>Higher Order Statistics</i>
IIS	Interferência Inter-Simbólica
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
MMSE	<i>Minimum Mean Squared Error</i>
NEXT	<i>Near-End Crosstalk</i>
OPA	<i>Optimal Power Allocation</i>
PZF	<i>Precoder zero-forcing</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
SINR	<i>Signal to Interference plus Noise Ratio</i>
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i>
SVD	<i>Singular value decomposition</i>
SW	Shalvi-Weinstein
TFD	Transformada de Fourier Discreta

TIFD	Transformada Inversa de Fourier Discreta
ZF	<i>Zero-forcing</i>

1

Introdução

O recente crescimento das aplicações multimídia na internet demanda taxas de transmissão cada vez maiores. Aplicações como a transmissão de vídeo em tempo real, que requerem, além de taxas altas, uma conexão estável, sem interrupções, até bem pouco tempo atrás impossíveis de ser implementadas, hoje em dia são cada vez mais comuns. A oferta de conexões de banda larga por preços acessíveis é um fator que tem contribuído fortemente para alavancar o crescimento e desenvolvimento de tais aplicações. Entre as tecnologias que têm possibilitado este desenvolvimento, destaca-se a *Digital Subscriber Line* (DSL).

A tecnologia DSL utiliza os cabos telefônicos da rede de telefonia fixa para transmissão de dados em banda larga. As altas taxas obtidas se devem principalmente à banda de frequência usada pelo DSL, muito maior do que a banda de voz usada pelas tecnologias anteriores. Entretanto, por operar fora da faixa de frequência para a qual o sistema de telefonia foi originalmente projetado, os sistemas DSL são afetados por fenômenos não observados ou pouco relevantes na banda de

voz. O principal deles é o *crosstalk*, a interferência provocada pelo acoplamento eletromagnético entre os pares trançados (Starr, Cioffi, & Silverman, 1999). Devido ao *crosstalk*, o cabo telefônico pode ser visto como um canal MIMO, onde parte do sinal transmitido em um dado par trançado chega, na forma de interferência, aos receptores dos demais pares.

Como a maioria dos meios físicos utilizados para a transmissão dos sinais de comunicação, o cabo telefônico é seletivo em frequência. No domínio temporal, a seletividade em frequência se traduz em um espalhamento do sinal que provoca a sobreposição dos símbolos transmitidos em diferentes instantes de tempo, fenômeno conhecido como Interferência Inter-Simbólica (IIS). A IIS pode degradar seriamente a qualidade da comunicação e contramedidas devem ser adotadas para minimizar seus efeitos. Para evitar a IIS, os sistemas DSL adotam a modulação multiportadora com prefixo cíclico, a qual consiste da divisão da banda de frequências do meio de transmissão em vários subcanais paralelos planos e ortogonais. Isto elimina a IIS mas cria a necessidade do uso de técnicas de gerenciamento espectral para que a potência de transmissão seja distribuída de forma eficiente entre os subcanais. Deste modo, o gerenciamento espectral e o cancelamento do *crosstalk* constituem dois fatores determinantes no desempenho dos sistemas DSL (Cendrillon, 2004; Ginis, 2002).

Os sistemas atualmente em uso não otimizam de forma eficiente a alocação da potência e nem empregam qualquer técnica de processamento para combater os efeitos do *crosstalk*, de forma que a capacidade do cabo telefônico é mal explorada (Cendrillon, 2004). Na primeira parte deste trabalho, abordaremos estes dois problemas-chave dos sistemas DSL, empregando técnicas de otimização espectral e de processamento multiusuário para cancelamento de interferências.

Podemos dividir as técnicas de otimização espectral em duas categorias: distribuídas e centralizadas. Na abordagem distribuída, cada transmissor determina autonomamente sua alocação de potência, sem levar em consideração a alocação dos demais transmissores do sistema. Apesar de na maioria dos casos ser subótimo, o gerenciamento espectral distribuído apresenta como principal vantagem a simplicidade de implementação prática, pois nesse tipo de abordagem não é necessária a sincronização ou troca de informação entre *links* distintos (Starr et al., 1999). Por outro lado, a abordagem centralizada requer um controle central e

conhecimento do canal para permitir a otimização conjunta da alocação de potência de todos os *links*. Se por um lado esse controle central é mais complexo em termos de implementação prática, ele apresenta a grande vantagem de permitir a obtenção de soluções mais eficientes, pois é possível levar em consideração o acoplamento entre os *links* no processo de alocação (Cendrillon, 2004). Além disso, a centralização permite o processamento conjunto dos sinais do sistema de modo a mitigar o *crosstalk* (Cendrillon, 2004; Ginis, 2002). A otimização espectral distribuída e centralizada, bem como as técnicas de mitigação do *crosstalk* em sistemas DSL são os temas da primeira parte dessa tese.

A modulação multiportadora com prefixo cíclico usada nos sistemas DSL não é a única forma de se combater a IIS. Na abordagem clássica, a seletividade em frequência do canal é compensada através de filtros denominados equalizadores (Haykin, 1996). Os equalizadores são geralmente empregados em sistemas monoportadora, mas podem também ser usados em sistemas multiportadora com o objetivo de reduzir a memória do canal e assim a diminuir o comprimento do prefixo cíclico necessário para compensar a IIS.

O projeto ou treinamento dos equalizadores pode ser feito basicamente de dois modos: supervisionado ou não-supervisionado. No contexto supervisionado, um sinal piloto conhecido pelo receptor é transmitido periodicamente e é usado como referência no ajuste dos parâmetros do equalizador. Durante a transmissão do sinal piloto, não há transmissão efetiva de informação pelo canal, o que reduz a eficiência espectral do sistema. Por outro lado, o paradigma não-supervisionado dispensa o uso do sinal piloto e baseia-se exclusivamente no sinal recebido e nas estatísticas do sinal transmitido para projetar o equalizador. Como neste caso não há a transmissão periódica do sinal de referência, a eficiência do sistema é maior do que a do caso supervisionado.

O equalizador de memória finita ótimo, o equalizador Bayesiano, é não-linear, e por isso estruturas não-lineares de equalização, de um modo geral, apresentam desempenho superior em relação às lineares (S. Chen, Mulgrew, & Grant, 1993). Entretanto, os teoremas conhecidos que dão suporte teórico à equalização não-supervisionada são válidos apenas para estruturas lineares. Assim, a equalização não-linear não-supervisionada permanece um tema aberto de pesquisa.

Em (Cavalcante, Filho, Dorizzi, & Mota, 2000), Cavalcante mostrou pela primeira vez que o uso de estruturas não lineares de predição é uma alternativa viável para a equalização não-linear e não-supervisionada. A segunda parte da tese se dedica ao tema de equalização de canais de comunicação, mais especificamente à equalização não-supervisionada baseada no critério de erro de predição, com o objetivo de expandir os resultados de Cavalcante. A seguir, apresentamos a organização e as contribuições da tese.

1.1 Organização e contribuições da tese

O restante do texto desta tese está organizado da seguinte forma:

- **Capítulo 2** - *Fundamentos de sistemas DSL*

São apresentados os conceitos básicos dos sistemas DSL: *crosstalk*, modulação multiportadora, gerenciamento espectral e regiões de taxa. São introduzidos também os modelos de canal e sinais utilizados na primeira parte do trabalho.

- **Capítulo 3** - *Gerenciamento espectral distribuído*

Neste capítulo, o gerenciamento espectral distribuído é discutido no contexto de sistemas DSL. São apresentados os problemas de maximização de taxa e margem. Como não há coordenação, o gerenciamento espectral é modelado como um jogo não-cooperativo.

- Contribuição: Propusemos um algoritmo iterativo de *bitloading* discreto, analisamos sua convergência e comparamos seu desempenho com o algoritmo de *water-filling* iterativo.

- Publicação associada ao capítulo:

- * **R. Ferrari**, R. R. Lopes, J. M. T. Romano, “On the Convergence of Iterative Discrete Bitloading for Autonomous Spectrum Management in DSL Systems,” XXVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT’09), Blumenau, SC, Brasil, 2009.

- **Capítulo 4** - *Coordenação de sinais e de espectro*

Neste capítulo, é considerado o caso onde os sinais do sistema DSL são

processados conjuntamente. São apresentadas técnicas MIMO para mitigação do *crosstalk* baseadas no *zero-forcing* e na decomposição em valores singulares. É abordada também a otimização espectral levando em consideração as técnicas de processamento.

- Contribuição 1: Foi proposto o uso e avaliado o desempenho da técnica de processamento MIMO denominada SVD por blocos. O objetivo da proposta é permitir o aproveitamento da diversidade espacial nos casos em que usuários têm acesso a mais de um par trançado.
- Contribuição 2: Proposta de um algoritmo para *bitloading* discreto para sistemas com *precoding*. O algoritmo se baseia em uma heurística gananciosa, inspirada no algoritmo *bit-filling*.
- Publicações associadas ao capítulo:
 - * D. Zanatta Filho, R. R. Lopes, **R. Ferrari**, M. B. Loiola, R. Suyama, G. C. C. P. Simões, C. Wada, J. M. T. Romano, B. Dortschy, J. Rius i Riu, “The Capacity of binders for MIMO Digital Subscriber Lines,” International Telecommunications Symposium 2006 (ITS 2006), Fortaleza, Brasil, 2006.
 - * D. Zanatta Filho, R. R. Lopes, **R. Ferrari**, R. Suyama, B. Dortschy, “Bit Loading for Precoded DSL Systems,” IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2007), Honolulu, HI, USA, 2007, DOI: 10.1109/ICASSP.2007.366545.
 - * D. Zanatta Filho, R. R. Lopes, **R. Ferrari**, M. B. Loiola, R. Suyama, G. C. C. P. Simões, J. M. T. Romano, B. Dortschy, “Achievable Rates of DSL with Crosstalk Cancelation,” European Transactions on Telecommunications, volume 20, issue 1, pp 81-86, December, 2008, DOI: 10.1002/ett.1345.
 - * B. Dortschy, D. Zanatta Filho, R. Suyama, M. B. Loiola, **R. Ferrari**, R. R. Lopes, J. M. T. Romano, “Method for Bit-Loading in a Multi-Tone DSL System,” International Publication Number WO 2008/030150 A1, 2008 (Pendente).

- **Capítulo 5** - *Equalização de canais de comunicação*

São introduzidos os conceitos básicos relacionados à equalização de canais, discutindo os esquemas de treinamento supervisionado e não supervisionado. No contexto supervisionado, são apresentados os critérios MMSE e MAP e os equalizadores de Wiener e Bayesiano. No âmbito não-supervisionado, destacam-se o teorema de BGR e os critérios do módulo constante e Shalvi-Weinstein.

- **Capítulo 6** - *Equalização preditiva*

O critério de erro de predição para equalização não-supervisionada é introduzido neste capítulo. São apresentados e discutidos os preditores MMSE equivalentes aos estimadores não polarizados MMSE. Seu uso no contexto de equalização é analisado na presença e na ausência de ruído.

- Contribuição: Análise do uso dos preditores MMSE em equalizadores de erro de predição. Demonstramos que, na ausência de ruído, o preditor MMSE estima perfeitamente a IIS presente no sinal predito, como enunciado no teorema 6.1.

- Publicação associada ao capítulo:

- * **R. Ferrari**, R. Suyama, R. R. Lopes, R. R. F. Attux, J. M. T. Romano, “An Optimal MMSE Fuzzy Predictor for SISO and MIMO Blind Equalization,” Workshop on Cognitive Information Processing (CIP 2008), Santorini, Grécia, 2008.

- **Capítulo 7** - *Conclusões e perspectivas*

Este capítulo conclui a tese, apresentando as considerações finais e mostrando as perspectivas de trabalhos futuros.

1.2 Publicações

Lista completa de publicações feitas no período do doutorado, incluindo as já citadas na seção anterior.

- Capítulo de livro:

- R. Suyama, L.T. Duarte, A. Neves, **R. Ferrari**, R.R.F. Attux, C.C. Cavalcante, C. Junqueira e J.M.T. Romano, Telecommunications: Advances and Trends in Transmission, Networking and Applications, capítulo Unsupervised Signal Processing: Concepts, Applications and Trends, 29-55, UNIFOR, 2006.
- Artigos de revista:
 - R. Suyama, L.T. Duarte, **R. Ferrari**, L.E.P. Rangel, R.R.F. Attux, C.C. Cavalcante, F.J. Von Zuben e J.M.T. Romano, “A Nonlinear Prediction Approach to the Blind Separation of Convolutional Mixtures,” EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. 2007, Article ID 43860, 2007.
 - D. Zanatta Filho, R. R. Lopes, **R. Ferrari**, M. B. Loiola, R. Suyama, G. C. C. P. Simões, J. M. T. Romano, B. Dortschy, “Achievable Rates of DSL with Crosstalk Cancellation,” European Transactions on Telecommunications, volume 20, issue 1, pp 81-86, December, 2008, DOI: 10.1002/ett.1345.
 - C. Wada, D. M. Consolaro, **R. Ferrari**, R. Suyama, R. R. F. Attux, F. J. Von Zuben, “Nonlinear Blind Source Deconvolution Using Recurrent Prediction-Error Filters and an Artificial Immune System,” Lecture Notes in Computer Science, volume 5441/2009, pp 371-378, 2009, DOI: 10.1007/978-3-642-00599-2_47.
- Patente:
 - B. Dortschy, D. Zanatta Filho, R. Suyama, M. B. Loiola, **R. Ferrari**, R. R. Lopes, J. M. T. Romano, “Method for Bit-Loading in a Multi-Tone DSL System,” International Publication Number WO 2008/030150 A1, 2008 (Pendente).
- Artigos de congresso:
 - R.R.F. Attux, L.T. Duarte, **R. Ferrari**, C.M. Panazio, L.N. Castro, F.J. Von Zuben, J.M.T. Romano, “MLP-Based Equalization and Pre-

- Distortion using an Artificial Immune Network,” 2005 IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing (MLSP 2005), Mystic, Connecticut, EUA, 2005.
- L.T. Duarte, R.R.F. Attux, **R. Ferrari**, L.N. Castro, F.J. Von Zuben, J.M.T. Romano, “Uma Proposta para Equalização Baseada em Redes Neurais Recorrentes e Sistemas Imunológicos Artificiais,” XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT’05), Campinas, SP, Brasil, 2005.
 - H. Knidel, **R. Ferrari**, L. T. Duarte, R. Suyama, R. R. De F. Attux, L. N. De Castro, F. J. Von Zuben, J. M. T. Romano, “A Hybrid Unsupervised Clustering Algorithm For Channel Equalization,” 2006 IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing (MLSP 2006), Maynooth, Irlanda, 2006.
 - D. Zanatta Filho, R. R. Lopes, **R. Ferrari**, M. B. Loiola, R. Suyama, G. C. C. P. Simões, C. Wada, J. M. T. Romano, B. Dortschy, J. Rius i Riu, “The Capacity of binders for MIMO Digital Subscriber Lines,” International Telecommunications Symposium 2006 (ITS 2006), Fortaleza, Brasil, 2006.
 - C.A.M. Lima, **R. Ferrari**, H. Knidel, C. Junqueira, R.R.F. Attux, J.M.T. Romano, F.J. Von Zuben, “Support Vector Clustering Applied to Digital Communications,” IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2006), Vancouver, Canadá, 2006.
 - R. R. F. Attux, R. Suyama, **R. Ferrari**, C. Junqueira, R. Krummenauer, A. Lopes, P. Larzabal, “A clustering-based method for DOA estimation in wireless communications”, European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2007), Poznan, Poland, 2007.
 - D. Zanatta Filho, R. R. Lopes, **R. Ferrari**, R. Suyama, B. Dortschy, “Bit Loading for Precoded DSL Systems,” IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2007), Honolulu, HI, USA, 2007, DOI: 10.1109/ICASSP.2007.366545.
 - **R. Ferrari**, R. Suyama, R. R. Lopes, R. R. F. Attux, J. M. T. Romano, “An Optimal MMSE Fuzzy Predictor for SISO and MIMO

- Blind Equalization,” Workshop on Cognitive Information Processing (CIP 2008), Santorini, Grécia, 2008.
- R. Krummenauer, F. de S. Chaves, **R. Ferrari**, M. Uliani Neto, A. Lopes, J. M. T. Romano, “Adaptive Bayesian Equalizer with Superimposed Training for MIMO Channels,” Workshop on Cognitive Information Processing (CIP 2008), Santorini, Grécia, 2008.
 - D. C. Soriano, E. Z. Nadalin, C. Wada, **R. Ferrari**, R. Suyama, R. R. F. Attux, “Equalização Cega com Realimentação de Decisões Baseada em Redes Imunológicas Artificiais,” XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT’08), Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008.
 - **R. Ferrari**, R. R. Lopes, J. M. T. Romano, “On the Convergence of Iterative Discrete Bitloading for Autonomous Spectrum Management in DSL Systems,” XXVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT’09), Blumenau, SC, Brasil, 2009.

Primeira Parte:
Otimização de Sistemas DSL

2

Fundamentos de sistemas DSL

Este capítulo introduz os conceitos básicos relacionados à tecnologia DSL. Serão discutidos os princípios de funcionamento, a modulação multiportadora, a modelagem do canal de comunicação, o gerenciamento espectral e conceitos de teoria da informação multiusuário que serão úteis para os capítulos posteriores.

2.1 *Digital Subscriber Lines*

A tecnologia *digital subscriber line* (DSL) utiliza os pares trançados das linhas telefônicas da rede de telefonia fixa já existente para transmissão de dados em banda larga. Esta tecnologia permitiu um enorme aumento nas taxas de transmissão de dados através das linhas telefônicas em relação às tecnologias anteriores. Enquanto os modems de banda de voz do padrão mais recente, o padrão V.92, atingem taxas de no máximo 56kbps, os modems DSL atuais operam a taxas de até 8Mbps. Essa diferença se deve principalmente à ampliação na faixa de frequência usada para

transmissão dos dados. Os modems de banda de voz do padrão V.92 e anteriores, como o próprio nome sugere, utilizam a mesma banda de frequência empregada na transmissão de voz, a faixa de 200 a 3600Hz. Por outro lado os modems DSL operam em faixas que podem chegar a até 12MHz dependendo do padrão usado.

A transmissão em frequências tão altas em um meio originalmente projetado para a banda de voz apresenta problemas. Os cabos telefônicos são formados por grupos de pares de fios trançados que podem variar de 10 a 100 pares. O tipo de isolamento entre os pares usado é adequado para a banda de voz mas não para a maior parte da faixa de frequências ocupada pelos sistemas DSL. Este fato somado à proximidade dos fios dentro do cabo cria um acoplamento magnético que faz com que o sinal transmitido em um par interfira nos demais, dando origem ao fenômeno denominado *crosstalk*. À medida que a frequência aumenta, a atenuação que o sinal transmitido sofre ao longo do cabo aumenta e os efeitos do *crosstalk* passam a ser mais significativos. Assim, o *crosstalk* é tipicamente 10-15 dB maior que o ruído de fundo e geralmente se constitui no maior fator de degradação da qualidade da comunicação em sistemas DSL.

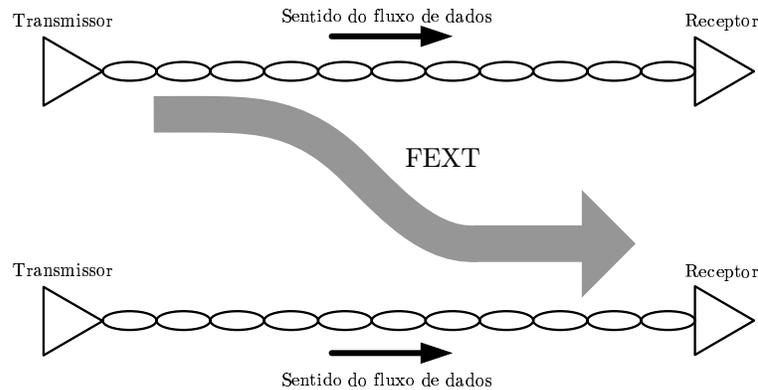


Figura 2.1: *Far-end crosstalk*.

O *crosstalk* é dividido em duas categorias: *far-end crosstalk* (FEXT) e *near-end crosstalk* (NEXT) (Starr et al., 1999; Bingham, 2000). O FEXT corresponde à interferência causada por um transmissor em um receptor, ambos localizados em pares diferentes e no mesmo sentido de transmissão, como mostra a Fig. 2.1. O NEXT ocorre quando um transmissor operando num sentido de transmissão causa

interferência em um receptor trabalhando em sentido oposto, ambos na mesma extremidade do sistema, ou seja, interferência entre transmissores e receptores localizados na central ou entre transmissores e receptores de usuários, como ilustrado na Fig. 2.2. Por não sofrer atenuação ao longo do cabo, os efeitos do NEXT geralmente são muito mais danosos do que os do FEXT. Por esse motivo, os sistemas DSL usam bandas de frequências independentes para as transmissões no sentido central-usuário, denominado *downstream*, e para transmissões no sentido usuário-central, denominado *upstream*. Desse modo, não existem transmissões em sentidos opostos na mesma faixa de frequência, o que praticamente elimina o NEXT. Com isso, a única fonte significativa de *crosstalk* acaba sendo o FEXT e, por esse motivo, apenas seus efeitos serão considerados neste trabalho.

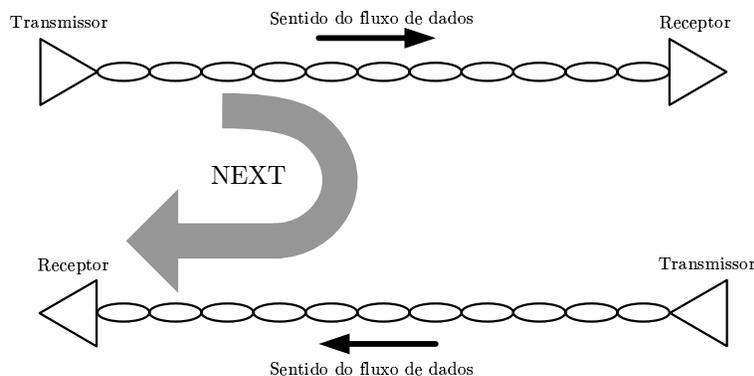


Figura 2.2: *Near-end crosstalk*.

Além da largura da banda de frequências usada, outra diferença marcante entre as tecnologias DSL e a dos modems de banda de voz é o tipo de modulação empregada. Os modems de banda de voz se caracterizam pelo uso da modulação monoportadora enquanto os modems DSL utilizam a modulação multiportadora (Starr et al., 1999). A diferença no tipo de modulação empregada, se monoportadora ou multiportadora, a rigor não constitui vantagem ou desvantagem para nenhuma das tecnologias. Entretanto, a modulação multiportadora de certo modo facilita o gerenciamento espectral ótimo e tem sido empregada com grande sucesso nos sistemas DSL. Esse tipo de modulação será descrito em detalhes a seguir.

2.2 Modulação Multiportadora

De um modo geral, os meios físicos utilizados para a transmissão dos sinais de comunicação são seletivos em frequência. No domínio temporal, a seletividade em frequência se traduz em um espalhamento do sinal que provoca a sobreposição dos símbolos transmitidos em diferentes instantes de tempo, fenômeno conhecido como Interferência Inter-Simbólica (IIS). A IIS pode degradar seriamente a qualidade da comunicação e contramedidas devem ser adotadas para minimizar seus efeitos. Em sistemas monoportadora são usados equalizadores para compensar as distorções provocadas pelo canal. Outra opção é a utilização da modulação multiportadora, que consiste da divisão da banda de frequências do meio de transmissão em vários subcanais paralelos planos e ortogonais, como mostrado na Fig. 2.3, sendo que em cada subcanal é transmitida uma portadora modulada em *Quadrature Amplitude Modulation* (QAM).

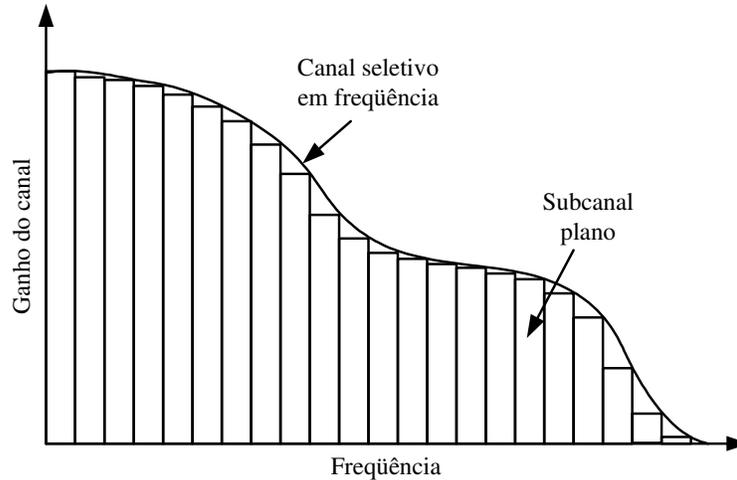


Figura 2.3: Modulação multiportadora.

O funcionamento da modulação multiportadora será descrito a seguir. Considere a transmissão da seqüência discreta x_i^{tempo} através de um canal seletivo em frequência. Supondo que transmissor e receptor estão sincronizados, o sinal recebido

é

$$y_i^{\text{tempo}} = \sum_{l=0}^L h_l^{\text{tempo}} x_{i-l}^{\text{tempo}} + z_i^{\text{tempo}}, \quad (2.1)$$

onde h_l^{tempo} é a resposta impulsiva discreta do canal e z_i^{tempo} é um ruído aditivo gaussiano que engloba os efeitos do ruído térmico e de interferências provenientes de outros sistemas de comunicação. L corresponde ao comprimento do canal, isto é, para $l > L$ os coeficientes da resposta impulsiva do canal são nulos.

A equação (2.1) corresponde a uma única amostra do sinal recebido em um dado instante de tempo. Um bloco contendo uma seqüência de K amostras do sinal recebido é dado pela forma matricial

$$\mathbf{y}^{\text{tempo}} = \mathcal{H}_{\text{toeplitz}} \mathbf{x}^{\text{tempo}} + \mathbf{z}^{\text{tempo}}, \quad (2.2)$$

onde $\mathbf{x}^{\text{tempo}} \triangleq [x_K^{\text{tempo}}, \dots, x_{1-L}^{\text{tempo}}]^T$ e $\mathbf{y}^{\text{tempo}} \triangleq [y_K^{\text{tempo}}, \dots, y_1^{\text{tempo}}]^T$ são os vetores que contêm as seqüências de amostras transmitidas e recebidas respectivamente, $\mathbf{z}^{\text{tempo}} \triangleq [z_K^{\text{tempo}}, \dots, z_1^{\text{tempo}}]^T$ é o vetor de ruído e $\mathcal{H}_{\text{toeplitz}}$ é a matriz Toeplitz $K \times (K + L)$ de convolução do canal, definida como

$$\mathcal{H}_{\text{toeplitz}} \triangleq \begin{bmatrix} h_0^{\text{tempo}} & \dots & h_L^{\text{tempo}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_0^{\text{tempo}} & \dots & h_L^{\text{tempo}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_0^{\text{tempo}} & \dots & h_L^{\text{tempo}} \end{bmatrix}.$$

O correto funcionamento da modulação multiportadora se deve à adição de um prefixo cíclico no início de cada bloco de dados transmitido, para garantir a ortogonalidade entre os subcanais. O prefixo cíclico é uma cópia dos últimos L símbolos de dados, adicionada ao início do bloco transmitido. Dessa forma, com a inclusão do prefixo cíclico, o vetor $\mathbf{x}^{\text{tempo}}$ passa a ser

$$\mathbf{x}^{\text{tempo}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\text{dados}}^{\text{tempo}} \\ \mathbf{x}_{\text{pc}}^{\text{tempo}} \end{bmatrix},$$

onde $\mathbf{x}_{\text{dados}}^{\text{tempo}} \triangleq [x_K^{\text{tempo}}, \dots, x_1^{\text{tempo}}]^T$ é o vetor de dados transmitidos e $\mathbf{x}_{\text{pc}}^{\text{tempo}} \triangleq [x_K^{\text{tempo}}, \dots, x_{K-L+1}^{\text{tempo}}]^T$ é o prefixo cíclico.

Com a inclusão do prefixo cíclico, o sinal recebido passa a ser dado pelo vetor

$$\mathbf{y}_{\text{rec}}^{\text{tempo}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{\text{tempo}} \\ \mathbf{y}_{\text{pc}}^{\text{tempo}} \end{bmatrix},$$

onde $\mathbf{y}_{\text{pc}}^{\text{tempo}} \triangleq [y_K^{\text{tempo}}, \dots, y_{K-L+1}^{\text{tempo}}]^T$ é a parcela do sinal recebido independente do vetor de dados transmitidos e $\mathbf{y}^{\text{tempo}} \triangleq [y_K^{\text{tempo}}, \dots, y_1^{\text{tempo}}]^T$ é a parcela do sinal recebido que é função tanto do vetor de dados quanto do prefixo cíclico.

Após a recepção de todo o bloco $\mathbf{y}_{\text{rec}}^{\text{tempo}}$, as amostras correspondentes ao vetor $\mathbf{y}_{\text{pc}}^{\text{tempo}}$ são removidas e, usando a equação (2.2), o sinal recebido pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{\text{tempo}} &= \mathcal{H}_{\text{toeplitz}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\text{dados}}^{\text{tempo}} \\ \mathbf{x}_{\text{pc}}^{\text{tempo}} \end{bmatrix} + \mathbf{z}^{\text{tempo}}, \\ &= \mathcal{H}_{\text{circ}} \mathbf{x}_{\text{dados}}^{\text{tempo}} + \mathbf{z}^{\text{tempo}}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

onde $\mathcal{H}_{\text{circ}}$ é uma matriz Toeplitz circulante $K \times K$ com a primeira coluna dada pelo vetor $[h_0^{\text{tempo}} \ \mathbf{0}_{1 \times K-L-1} \ h_L^{\text{tempo}}, \dots, h_1^{\text{tempo}}]^T$. Portanto, o prefixo cíclico transforma a matriz de convolução do canal em uma matriz circulante.

Na modulação multiportadora, um símbolo de informação é transmitido através de cada subcanal por bloco de transmissão. Defina-se o vetor contendo os símbolos transmitidos em cada subcanal como $\mathbf{x}^{\text{freq}} \triangleq [x_1, \dots, x_K]^T$, onde x_k é o símbolo transmitido no k -ésimo subcanal. Esse vetor é modulado no transmissor usando-se a Transformada Inversa de Fourier Discreta (TIFD)

$$\mathbf{x}_{\text{dados}}^{\text{tempo}} = \mathcal{I}_K \mathbf{x}^{\text{freq}}, \quad (2.4)$$

onde \mathcal{I}_K é a matriz da TIFD de K pontos. No receptor, após a remoção do prefixo cíclico, o sinal recebido é demodulado usando-se a Transformada de Fourier Discreta (TFD)

$$\mathbf{y}^{\text{freq}} = \mathcal{F}_K \mathbf{y}^{\text{time}}, \quad (2.5)$$

onde \mathcal{F}_K representa a matriz da TFD de K pontos e $\mathbf{y}^{\text{freq}} \triangleq [y_1, \dots, y_K]$, sendo y_k o símbolo recebido no k -ésimo subcanal. Substituindo (2.4) e (2.5) em (2.3), o vetor recebido pode ser reescrito como

$$\mathbf{y}^{\text{freq}} = \mathcal{F}_K \mathcal{H}_{\text{circ}} \mathcal{I}_K \mathbf{x}^{\text{freq}} + \mathbf{z}^{\text{freq}}, \quad (2.6)$$

onde $\mathbf{z}^{\text{freq}} = \mathcal{F}_K \mathbf{z}^{\text{tempo}} = [z_1, \dots, z_K]^T$ é o vetor que representa o ruído no domínio da frequência. As estatísticas do ruído no tempo são preservadas no domínio da frequência, ou seja, a sequência z_k é branca, gaussiana e de média nula.

De (2.6), a matriz de canal equivalente no domínio da frequência é dada por

$$\mathcal{H}_{\text{freq}} = \mathcal{F}_K \mathcal{H}_{\text{circ}} \mathcal{I}_K. \quad (2.7)$$

A seguinte relação pode ser escrita entre matrizes circulantes e matrizes de transformada de Fourier discreta (Golub & Loan, 1996),

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \mathcal{I}_K \text{diag}(\mathcal{F}_K \mathbf{v}) \mathcal{F}_K, \quad (2.8)$$

onde $\mathbf{C}(\mathbf{v})$ é a matriz circulante $K \times K$ cuja primeira coluna é o vetor \mathbf{v} e $\text{diag}(\mathbf{a})$ é a matriz diagonal cuja diagonal é definida pelo vetor \mathbf{a} . Observa-se, segundo (2.8), que matrizes circulantes são diagonalizadas por matrizes de TIFD e TFD e, desse modo, aplicando-se (2.8) em (2.7), a matriz de canal equivalente no domínio da frequência é diagonal e dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{freq}} &= \text{diag} \left(\mathcal{F}_K \begin{bmatrix} h_0^{\text{tempo}} & \mathbf{0}_{1 \times K-L-1} & h_L^{\text{tempo}} & \dots & h_1^{\text{tempo}} \end{bmatrix}^T \right) \\ &= \text{diag}\{h_1, \dots, h_K\}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Como a matriz de canal equivalente é diagonal, a transmissão no domínio da frequência ocorre independentemente em cada subcanal. Assim, o sinal recebido no k -ésimo subcanal pode ser escrito como

$$y_k = h_k x_k + z_k. \quad (2.10)$$

O sinal recebido pode ser equalizado multiplicando-o pela inversa do ganho do subcanal correspondente, de forma que o símbolo estimado no k -ésimo subcanal é dado por

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= h_k^{-1} y_k \\ &= x_k + h_k^{-1} z_k. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Até o momento, foi considerado o caso monousuário, isto é, um sistema constituído por apenas um transmissor e um receptor. Entretanto, os sistemas

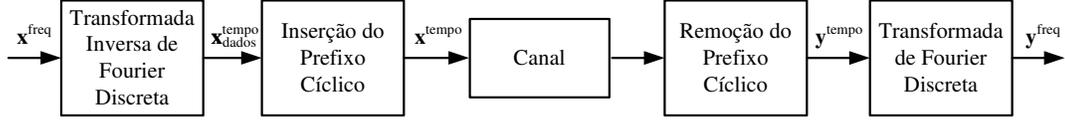


Figura 2.4: Modulação multiplexada.

DSL são inerentemente ambientes multiusuário, uma vez que vários transmissores e receptores operam num mesmo cabo telefônico e existe uma interação entre eles devido ao *crossstalk*. Neste contexto, considere o cenário mostrado na Fig. 2.5. Assume-se que os modems estão sincronizados e que transmitem simultaneamente. O sinal em tempo discreto após ser amostrado à taxa F_s no n -ésimo receptor é dado por

$$y_i^{n,\text{tempo}} = \sum_{l=0}^L \left(h_l^{n,n,\text{tempo}} x_{i-l}^{n,\text{tempo}} + \sum_{m \neq n} h_l^{n,m,\text{tempo}} x_{i-l}^{m,\text{tempo}} \right) + z_i^{n,\text{tempo}}, \quad (2.12)$$

onde $x_i^{n,\text{tempo}}$ é a seqüência transmitida no domínio do tempo pelo modem n e $h_l^{n,m,\text{tempo}}$ representa a resposta ao impulso do canal entre o transmissor m e o receptor n . Se $m = n$, $h_l^{n,m,\text{tempo}}$ é um canal direto. Por outro lado, se $m \neq n$, $h_l^{n,m,\text{tempo}}$ é um canal de *crossstalk*. Assim, o primeiro termo do somatório em (2.12) representa o sinal de interesse para o n -ésimo receptor, enquanto que o segundo termo é o *crossstalk* proveniente dos demais transmissores. As amostras do ruído aditivo branco e gaussiano no receptor n são dadas pela seqüência $z_i^{n,\text{tempo}}$.

Considere que L é escolhido de forma que quando $l > L$, $h_l^{n,m,\text{tempo}} = 0$ para todo n e m . De forma análoga ao caso monousuário, a *Discrete Multi-Tone Modulation* (DMT) converte o canal seletivo em frequência em vários subcanais paralelos independentes. Assim como em (2.9), os ganhos entre o transmissor m e o receptor n em cada subcanal k , $h_k^{n,m}$, são obtidos através da transformada discreta de Fourier da correspondente resposta impulsiva temporal

$$[h_1^{n,m}, \dots, h_K^{n,m}]^T = \mathcal{F}_K [h_0^{n,m,\text{tempo}} \mathbf{0}_{1 \times K-L-1} h_L^{n,m,\text{tempo}}, \dots, h_1^{n,m,\text{tempo}}]^T. \quad (2.13)$$

Calculadas as respostas em frequência de todos os canais diretos de *crossstalk*

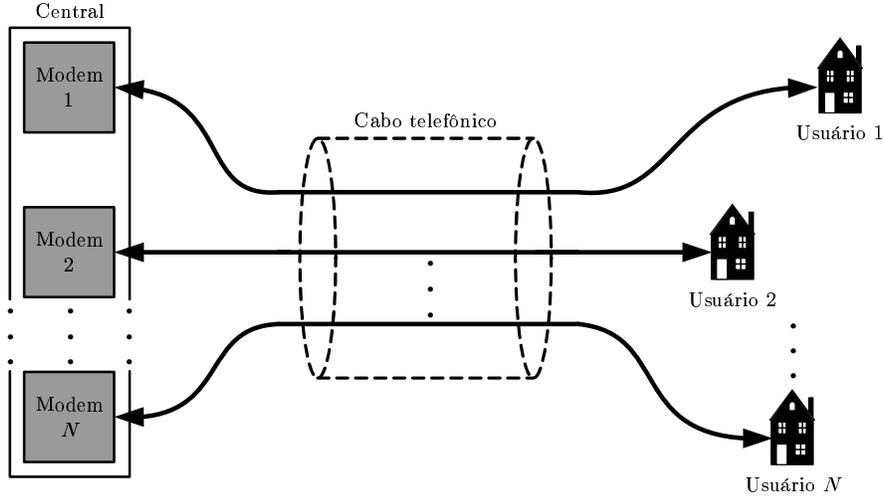


Figura 2.5: Cenário multiusuário.

usando (2.13), o sinal recebido no k -ésimo subcanal do receptor n é dado por

$$y_k^n = \sum_{m=1}^N h_k^{n,m} x_k^m + z_k^n, \quad (2.14)$$

onde N é o número de transmissores. O ganho de canal direto do usuário n no subcanal é $h_k^{n,n}$, enquanto os ganhos $h_k^{n,m}$ com $n \neq m$ são os ganhos de *crosstalk* que representam a interferência dos demais transmissores no usuário n . A relação entre os sinais transmitidos e recebidos em cada subcanal pode ainda ser expressa na forma matricial. No subcanal k , definam-se o vetor $\mathbf{x}_k \triangleq [x_k^1, \dots, x_k^N]^T$ que contém os sinais transmitidos por todos os transmissores, o vetor $\mathbf{y}_k \triangleq [y_k^1, \dots, y_k^N]^T$ que contém os sinais recebidos por todos os receptores e o vetor contendo todos os sinais de ruído, $\mathbf{z}_k \triangleq [z_k^1, \dots, z_k^N]^T$. A transmissão no subcanal k pode ser escrita como

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{z}_k, \quad (2.15)$$

onde $\mathbf{H}_k \triangleq [h_k^{n,m}]$ é a matriz que modela o canal. Os elementos na diagonal de \mathbf{H}_k são os canais diretos, enquanto os elementos fora da diagonal são os canais de *crosstalk*.

A modulação DMT permite que todo o processamento de sinal do sistema DSL seja realizado no domínio da frequência.

2.3 Modelos de canal

Para avaliar o desempenho das técnicas propostas em simulações computacionais é necessário se obter de alguma forma as matrizes de subcanal que modelam numericamente o sistema DSL em análise. Nesta seção serão descritos os modelos usados neste trabalho.

2.3.1 Modelo empírico

O modelo empírico de canal baseia-se em medidas dos canais direto e de *crosstalk* em cabos telefônicos. A partir de tais medidas foram desenvolvidos modelos que aproximam as respostas em frequência dos pares trançados de acordo com as características do cabo. Para o canal direto, adotamos o modelo proposto em (W. Y. Chen, 1998), que determina o ganho de canal em uma dada frequência a partir da expressão

$$h_k^{n,n}(d) = \exp\left(-a_1 \cdot d \cdot \sqrt{f_k} + a_2 \cdot f_k\right) \cdot \exp(-j \cdot a_3 \cdot d \cdot f_k), \quad (2.16)$$

onde a_1 , a_2 e a_3 são constantes que dependem do tipo de par trançado usado, d é o comprimento do cabo em milhas e f_k é a frequência em Hz da portadora correspondente ao k -ésimo subcanal. Os valores das constantes a_1 , a_2 e a_3 para três diâmetros de pares trançados, AWG22, AWG24 e AWG26, são mostrados na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Valores das constantes

Tipo de cabo	a_1	a_2	a_3
AWG22	3e-3	0,035e-8	4,865e-5
AWG24	3,8e-3	-0,541e-8	4,883e-5
AWG26	4,8e-3	-1,709e-8	4,907e-5

Para os ganhos dos canais de *crosstalk*, o modelo empírico se baseia nos 1% piores casos observados nas campanhas de medida, ou seja, em 99% dos casos, o acoplamento entre os pares observado em sistemas reais é menos severo do que o gerado pelo modelo. Esta modelagem de pior caso é usada para garantir que as

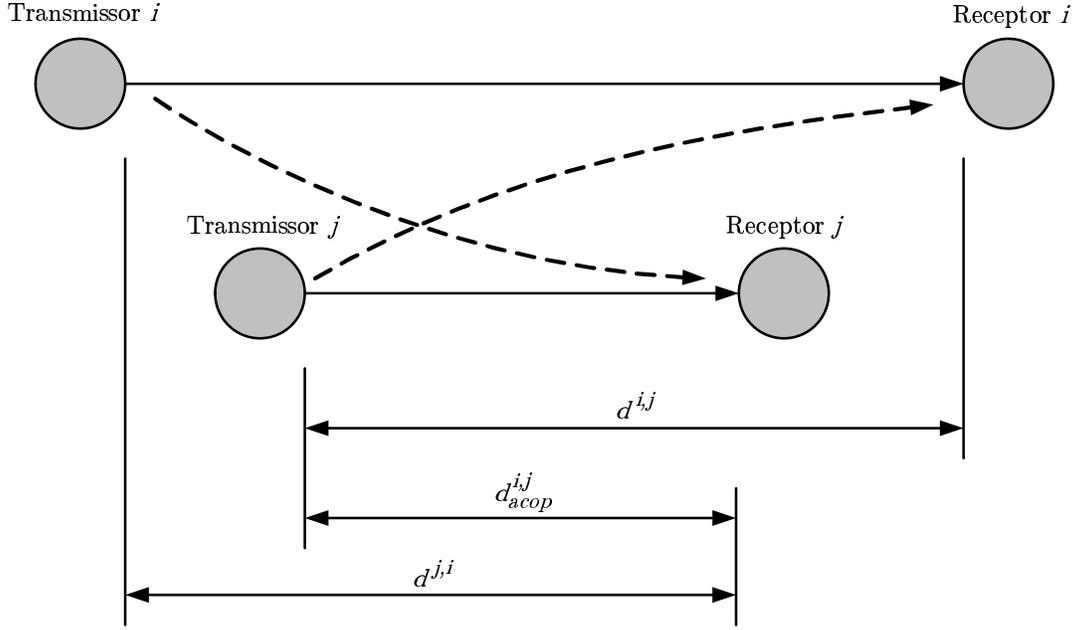


Figura 2.6: Distâncias usadas para determinação dos ganhos dos canais de *crosstalk* do modelo empírico.

análises feitas nas simulações sejam válidas para a maioria dos casos observados na prática. Assim, nosso modelo para o ganho do canal de *crosstalk* entre o transmissor m e o receptor n é dado pela expressão (ETSI-TS-101-270-1, 2003),

$$h_k^{n,m} = \alpha_k^{n,m} |h_k(d^{n,m})|, \quad (2.17)$$

onde $d^{n,m}$ é a distância entre o transmissor m e o receptor n , como definido na figura 2.6, $h_k(d^{n,m})$ é o ganho de canal direto para um par trançado de comprimento $d^{n,m}$, calculado de acordo com (2.16), e $\alpha_k^{n,m}$ é definido como

$$\alpha_k^{n,m} = K_{xf} f_k \sqrt{d_{acop}^{n,m}}, \quad (2.18)$$

onde f_k é a frequência em MHz da portadora correspondente ao k -ésimo subcanal, $K_{xf} = 0,0056$ é uma constante de acoplamento e $d_{acop}^{n,m}$ é o comprimento do trecho dos pares trançados, em quilômetros, no qual existe acoplamento magnético entre os usuários m e n , como definido na figura 2.6. Analisando (2.17) e (2.18) observamos

que o modelo considera como se houvesse um canal direto ligando o transmissor interferente ao receptor vítima usando o modelo dado pela equação (2.16). Para refletir a atenuação do sinal devido ao isolamento entre as linhas interferente e vítima, é usada a função de acoplamento $\alpha_k^{n,m}$ que é proporcional à raiz quadrada do comprimento dos cabos ao longo do qual existe o acoplamento. Observe que o ganho do canal de *crossstalk* obtido a partir deste modelo é um valor real, ou seja, a fase não é modelada.

2.3.2 Modelo de Bin Lee

O modelo proposto por Bin Lee para modelagem do canal DSL se baseia na teoria de linhas de transmissão de múltiplos condutores e usa parâmetros obtidos a partir de teoria eletromagnética ou de dados de medidas (B. Lee, 2004). O modelo gera as matrizes de subcanal em função da frequência, tipo de cabo, distância entre os pares trançados, taxa de giro e impedâncias das fontes e das cargas.

Este modelo se aplica à caracterização de canais MIMO monousuário, ou seja, canais onde é possível haver coordenação entre os transmissores na transmissão e entre os receptores na recepção. Na prática, o modelo de Bin Lee se restringe aos casos onde todos os transmissores se encontram fisicamente num mesmo local, assim como os receptores, ou seja, todos os pares trançados apresentam o mesmo comprimento. Em sistemas DSL, a comunicação entre duas centrais ou entre a central e um assinante que possui múltiplas linhas são exemplos de canais MIMO monousuário. Em relação ao modelo empírico, o modelo de Bin Lee apresenta a vantagem de modelar tanto o módulo quanto a fase dos canais de *crossstalk*. A figura 2.7 mostra a resposta em frequência do módulo do ganho direto de um cabo de 900m e de dois canais de *crossstalk*. Note que a resposta dos canais de *crossstalk* são diferentes, apesar de representarem a interferência de pares com a mesma distância de acoplamento. Se fosse usado o modelo empírico, tais respostas seriam idênticas.

O modelo de Bin Lee será usado na avaliação de técnicas MIMO monousuário no capítulo 4.

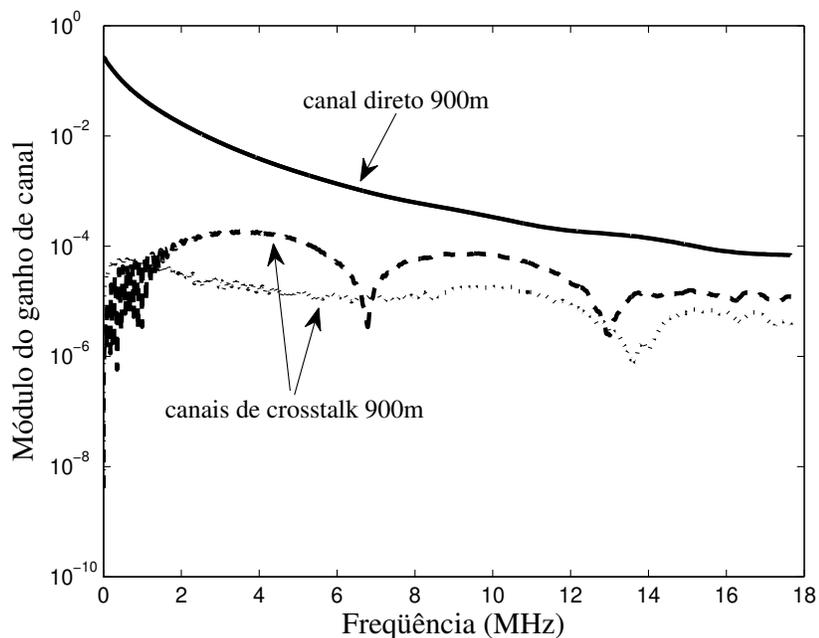


Figura 2.7: Módulos dos ganhos de canal direto e *crosstalk* do modelo de Bin Lee para um cabo telefônico de 900m.

2.3.3 Canais medidos

Além dos modelos empírico e de Bin Lee, foram obtidos canais através de medidas em cabos telefônicos. As medições foram feitas no *Access Signal Processing Laboratory* da Ericsson na Suécia. Foram realizadas medidas de módulo e fase dos ganhos de canal direto e de *crosstalk* em dois cabos telefônicos modelo EULEV 10x2x0.4 TEH 240 1402/010, de comprimentos diferentes, um de 500m e outro de 1500m. Cada cabo telefônico continha dez pares trançados, o que permite a simulação de sistemas com até dez usuários. As medidas foram feitas na faixa usada pelo padrão ADSL2+, que compreende frequências de 1 a 2,2MHz. A figura 2.8 mostra exemplos típicos de respostas em frequência observadas nas medidas.

Os canais obtidos com as medições são adequados principalmente para a simulação de sistemas MIMO monousuário pois, como o comprimento de todos os pares trançados nos dois cabos medidos é o mesmo, é possível formular cenários

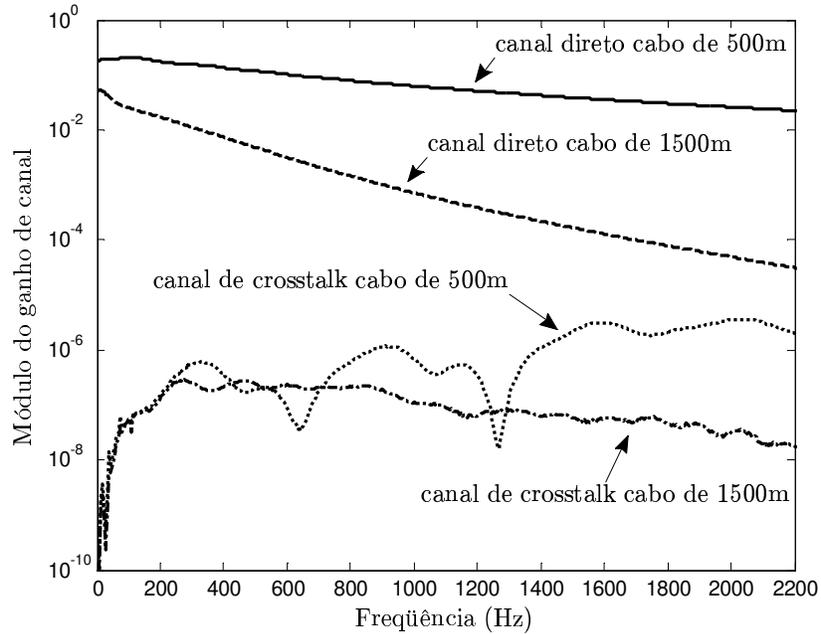


Figura 2.8: Resposta em frequência típica dos canais direto e de crosstalk dos cabos telefônicos medidos.

de simulação onde todos os pares são processados conjuntamente em ambas extremidades do cabo.

2.4 Gerenciamento espectral monousuário

Ao contrário dos sistemas monoportadora, em que toda a potência disponível é usada na única portadora, transmitida através do canal de comunicação, nos sistemas multiportadora é necessário distribuir a potência entre as diversas portadoras. O gerenciamento espectral em sistemas multiportadora consiste exatamente da divisão de forma eficiente da potência disponível entre as portadoras.

O gerenciamento espectral é fundamental nos sistemas DSL pois a taxa de transmissão está intimamente relacionada com a forma como a potência é distribuída, ou alocada, entre os subcanais. Para entender melhor a relação entre

a potência e a taxa, vejamos o conceito de capacidade de canal (Cover & Thomas, 2006).

A capacidade de um canal de comunicação é definida como a máxima taxa que pode ser transmitida com uma probabilidade de erro arbitrariamente pequena. Em um subcanal da modulação DMT, que consiste de um canal sem memória e com ruído aditivo gaussiano e branco de média nula (AWGN, do inglês *Additive White Gaussian Noise*), a capacidade é dada por

$$c_k^n = \Delta f \log_2 (1 + \text{SNR}_k^n), \quad (2.19)$$

onde Δf é a largura do subcanal e SNR_k^n é a relação sinal-ruído (SNR, do inglês *Signal to Noise Ratio*) no k -ésimo subcanal do usuário n , que é definida como

$$\text{SNR}_k^n = \frac{|h_k^{n,n}|^2 s_k^n}{\sigma_k^n}, \quad (2.20)$$

onde $\sigma_k^n = \mathcal{E}\{|z_k^n|^2\}$ e $s_k^n = \mathcal{E}\{|x_k^n|^2\}$ correspondem respectivamente às potências do ruído e do sinal transmitido no k -ésimo subcanal do usuário n . O operador $\mathcal{E}\{\cdot\}$ representa a operação esperança estatística.

A capacidade teórica requer o uso de um código que na maioria dos casos não pode ser obtido na prática. A medida de quão perto um código está da capacidade teórica é conhecida como *gap* de relação sinal ruído para capacidade ou simplesmente *SNR-gap*, do inglês *signal to noise ratio gap* (Forney & Eyuboglu, 1991). O *SNR-gap* é uma função do ganho de codificação, da modulação, da margem de ruído desejada e da probabilidade de erro (Forney & Eyuboglu, 1991; Starr et al., 1999). Deste modo, na prática a taxa de um subcanal é dada por

$$c_k^n = \Delta f \log_2 (1 + \Gamma^{-1} \text{SNR}_k^n), \quad (2.21)$$

onde Γ é o *SNR-gap*.

Outra grandeza importante no gerenciamento espectral é o número de bits, ou *bitloading*, transmitido em cada subcanal por símbolo DMT que, usando (2.21), é expresso por

$$b_k^n = f_s^{-1} \Delta f \log_2 (1 + \Gamma^{-1} \text{SNR}_k^n), \quad (2.22)$$

onde f_s é a taxa de símbolos DMT. Tipicamente a taxa de símbolos DMT é aproximadamente igual à largura dos subcanais, $f_s \approx \Delta f$, de modo que número de bits por subcanal pode ser aproximado por

$$b_k^n = \log_2 (1 + \Gamma^{-1} \text{SNR}_k^n). \quad (2.23)$$

A partir do número de bits por subcanal é possível determinar qual a modulação mais adequada a ser usada. Por exemplo, se $b_k^n = 4$ bits, deve ser utilizada uma modulação com $2^4 = 16$ símbolos no subcanal k , o que corresponde à modulação 16-QAM.

A taxa total de um usuário na modulação DMT é dada pela soma das taxas de todos os subcanais, ou seja,

$$R_k^n = f_s \sum_k b_k^n. \quad (2.24)$$

A partir de (2.20) e (2.21) é possível compreender a relação entre a potência do sinal transmitido e a taxa de transmissão de um subcanal: quanto maior a potência em relação ao ruído, maior a taxa. Entretanto, a taxa total da modulação DMT é a soma das taxas individuais de todos os subcanais e, como os ganhos dos diversos subcanais são, de um modo geral, diferentes, a taxa total depende de como a potência total é distribuída, ou seja, depende do gerenciamento espectral.

2.5 Gerenciamento espectral multiusuário

No caso multiusuário, devido ao *crosstalk*, existe uma interdependência entre as taxas dos vários usuários. Neste caso, a taxa de um subcanal passa a ser

$$c_k^n = \Delta f \log_2 (1 + \Gamma^{-1} \text{SINR}_k^n), \quad (2.25)$$

onde SINR_k^n é a relação sinal-interferência-mais-ruído (SINR, do inglês *signal to interference plus noise ratio*) no k -ésimo subcanal do usuário n , que é definida como

$$\text{SINR}_k^n = \frac{|h_k^{n,n}|^2 s_k^n}{\sum_{m \neq n} |h_k^{n,m}|^2 s_k^m + \sigma_k^n}. \quad (2.26)$$

Note a presença da soma das potências interferentes dos demais usuários no denominador de (2.26), diferentemente do caso monousuário, onde havia apenas o ruído. Assim, se um usuário tenta aumentar sua taxa através do aumento de sua potência de transmissão ele vai aumentar a quantidade de interferência nos pares dos outros usuários e conseqüentemente diminuir suas taxas, pois, para uma alocação de potência fixa, quanto maior o *crosstalk*, menor a taxa.

Devido a esse acoplamento, não é possível caracterizar a taxa de um usuário independentemente, o que nos leva ao conceito de região de taxa. A região de taxa é o conjunto de todas as combinações possíveis de taxas que podem ser atingidas pelos usuários em um canal de comunicação. A figura 2.9 mostra um exemplo de região de taxa em um sistema com dois usuários. O par de taxas representado pelo ponto **A** é uma combinação possível de taxas pois está dentro da região de taxa do sistema. Por outro lado, o ponto **B** não é atingível pelo sistema pois está além da fronteira da região de taxa.

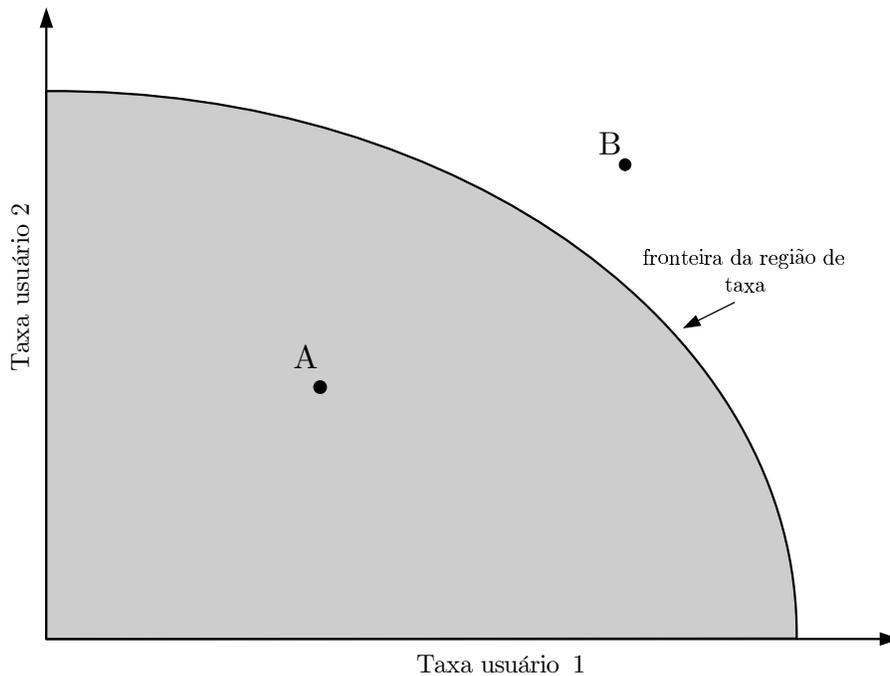


Figura 2.9: Exemplo de região de taxa para um sistema com dois usuários.

A região de taxa do sistema depende do grau de coordenação que existe entre

os transmissores na transmissão e entre os receptores na recepção. A seguir serão discutidos os tipos de configurações de canal multiusuário mais relevantes para este trabalho.

2.5.1 Canal de interferência

O canal de interferência caracteriza-se pela ausência de coordenação entre os sinais dos transmissores na transmissão e entre os receptores na recepção. Ou seja, a pré-codificação conjunta dos sinais transmitidos não é possível e cada receptor detecta seu sinal independentemente e na presença da interferência proveniente dos demais transmissores, como mostrado na figura 2.10. Os sistemas DSL atuais se enquadram nesta categoria de canais.

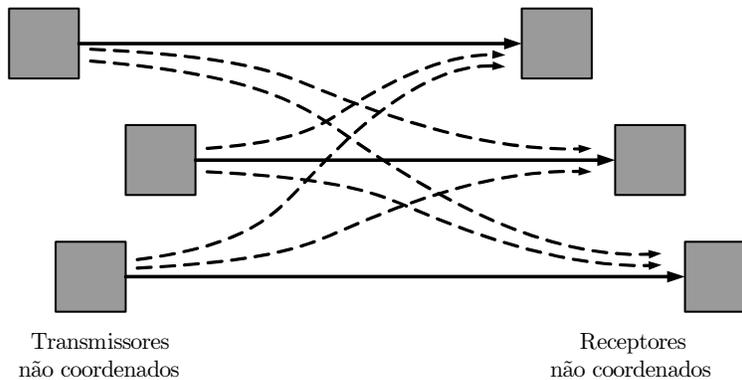


Figura 2.10: Canal de interferência.

A região de capacidade do canal de interferência é desconhecida na maior parte dos casos e permanece como um problema em aberto da teoria da informação. Apenas em alguns poucos casos especiais a região de capacidade do canal de interferência é conhecida, por exemplo, na situação de interferência forte e muito forte (Carleial, 1978).

As características dos canais DSL, de um modo geral, não se enquadram em nenhum caso especial de canal de interferência, sendo que o *crosstalk* é tratado como ruído pela tecnologia DSL atualmente em uso. Neste caso, o número de bits do modem n no subcanal k é limitado pela informação mútua entre os sinais

transmitido e recebido,

$$b_k^n = I(x_k^n; y_k^n), \quad (2.27)$$

onde $I(a; b)$ é a informação mútua entre a e b . Aproximando a distribuição da interferência por uma distribuição gaussiana, a informação mútua entre os sinais transmitido e recebido no k -ésimo subcanal resulta no número de bits dado por

$$b_k^n = \log_2 \left(1 + \frac{|h_k^{n,n}|^2 s_k^n}{\sum_{m \neq n} |h_k^{n,m}|^2 s_k^m + \sigma_k^n} \right). \quad (2.28)$$

A taxa total do modem n é, portanto, $R_n = f_s \sum_k b_k^n$. Assim, considerando que o *crosstalk* é tratado como ruído pelos receptores, a região de taxas atingíveis do canal de interferência é dada por

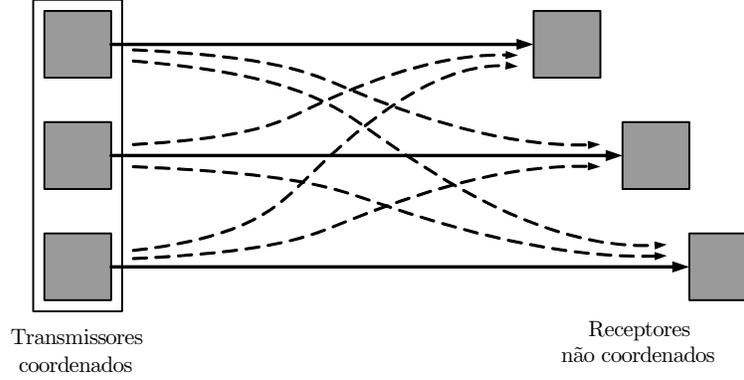
$$C_{CI} = \bigcup_{\sum_k s_k^n \leq P_n, \forall n} \left\{ (R_1, \dots, R_N) : R_n \leq f_s \sum_k I(x_k^n, y_k^n) \right\}, \quad (2.29)$$

onde $\sum_k s_k^n \leq P_n, \forall n$, representa a restrição de potência máxima que pode ser fornecida pelos amplificadores de saída dos transmissores. A região de capacidade é então dada pela união das taxas obtidas a partir de todas as combinações possíveis de espectros de transmissão que respeitam a restrição de potência. Embora teoricamente possível, na prática a obtenção da região de taxa do canal de interferência envolve um custo computacional proibitivo para avaliar todas as combinações possíveis de espectro, de modo que algoritmos de busca mais eficientes são necessários. Este assunto será abordado detalhadamente no capítulo 3.

2.5.2 Canal de *broadcast*

O canal de *broadcast* é caracterizado pela coordenação apenas entre os transmissores. Não existe coordenação entre os receptores. A figura 2.11 mostra um canal de *broadcast*.

O *downstream* de um sistema DSL, onde um conjunto de transmissores coordenados localizados na central se comunicam com os receptores de múltiplos usuários independentes, representa um canal de *broadcast*. Neste caso, os

Figura 2.11: Canal de *broadcast*.

transmissores coordenados podem codificar conjuntamente seus sinais de modo a pré-compensar os efeitos do *crosstalk*. Este cenário será discutido no capítulo 4.

Como é difícil de se calcular exatamente a região de capacidade do canal de *broadcast*, vamos tentar estabelecer uma região limitante baseada no limitante mono-usuário, que é o caso em que todos os transmissores se comunicam com um único receptor. Nesta situação, o sinal recebido no k -ésimo subcanal é dado por

$$y_k^n = \bar{\mathbf{h}}_k^n \mathbf{x}_k + \mathbf{z}_k, \quad (2.30)$$

onde o vetor $\bar{\mathbf{h}}_k^n$ é definido como a n -ésima linha da matriz de canal, ou seja, $\bar{\mathbf{h}}_k^n \triangleq [\mathbf{H}_k]_{\text{linha } n}$. O número máximo de bits alocados no subcanal k do usuário n é limitado por

$$\begin{aligned} b_k^n &\leq I(\mathbf{x}_k, y_k^n) \\ &= \log_2 \left(1 + (\sigma_k^n)^{-1} \bar{\mathbf{h}}_k^n \mathbf{S}_{x,k} (\bar{\mathbf{h}}_k^n)^H \right), \end{aligned} \quad (2.31)$$

onde a matriz de correlação do sinal transmitido é definida como $\mathbf{S}_{x,k} \triangleq \mathcal{E} \{ \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H \}$. Definindo os elementos da matriz de correlação do sinal transmitido como $s_k^{n,m} \triangleq [\mathbf{S}_{x,k}]_{n,m}$ e os elementos da diagonal como $s_k^n \triangleq [\mathbf{S}_{x,k}]_{n,n}$, podemos estabelecer a seguinte desigualdade

$$s_k^{n,m} \leq \sqrt{s_k^n s_k^m}, \quad \forall n, m, \quad (2.32)$$

pois a matriz $\mathbf{S}_{x,k}$ é semi-definida positiva.

Desenvolvendo o termo interno de (2.31), temos

$$\bar{\mathbf{h}}_k^n \mathbf{S}_{x,k} (\bar{\mathbf{h}}_k^n)^H = \sum_v h_k^{n,v} \sum_m s_k^{v,m} \text{conj}(h_k^{n,m}), \quad (2.33)$$

onde a operação $\text{conj}(a)$ é o complexo conjugado de a .

Usando a desigualdade (2.32) em (2.33), temos

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{h}}_k^n \mathbf{S}_{x,k} (\bar{\mathbf{h}}_k^n)^H &\leq \sum_v |h_k^{n,v}| \sum_m \sqrt{s_k^v} \sqrt{s_k^m} |h_k^{n,m}| \\ &= \sum_v |h_k^{n,v}| \sqrt{s_k^v} \sum_m |h_k^{n,m}| \sqrt{s_k^m} \\ &= \left(\sum_m |h_k^{n,m}| \sqrt{s_k^m} \right)^2. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Assim podemos estabelecer um limitante superior não justo para a capacidade monousuário do canal de *broadcast*

$$b_k^n \leq b_{k,\text{cb}}^n, \quad (2.35)$$

onde

$$b_{k,\text{cb}}^n \triangleq \log_2 \left(1 + (\sigma_k^n)^{-1} \left(\sum_m |h_k^{n,m}| \sqrt{s_k^m} \right)^2 \right). \quad (2.36)$$

No caso monousuário, o limitante monousuário pode ser obtido através do uso de um filtro casado como *precoder* do sinal transmitido

$$x_k^m = \text{conj}(h_k^{n,m}) |h_k^{n,m}|^{-1} \sqrt{s_k^m} \tilde{x}_k^m, \quad (2.37)$$

onde \tilde{x}_k^n é o símbolo QAM transmitido. Vamos considerar, sem perda de generalidade, que a potência média de \tilde{x}_k^n é unitária para garantir que $\mathcal{E} \{ |x_k^m|^2 \} = s_k^m$. Com o uso do filtro casado na transmissão, o sinal recebido no k -ésimo subcanal do receptor n é

$$y_k^n = \left(\sum_m |h_k^{n,m}| \sqrt{s_k^m} \right) \tilde{x}_k^m + z_k^n. \quad (2.38)$$

O símbolo estimado no receptor n é dado por

$$\begin{aligned}\hat{x}_k^n &= \left(\sum_m |h_k^{n,m}| \sqrt{s_k^m} \right)^{-1} y_k^n \\ &= \tilde{x}_k^n + \left(\sum_m |h_k^{n,m}| \sqrt{s_k^m} \right)^{-1} z_k^n,\end{aligned}\tag{2.39}$$

o que resulta na taxa $b_{k,\text{cb}}^n$. No caso multiusuário, o limitante monousuário pode ser atingido por um dos usuários através de *dirty paper coding* (Tse & Viswanath, 2005).

De acordo com (2.36), a taxa total do usuário é limitada em

$$R_n \leq f_s \sum_k b_{k,\text{cb}}^n.\tag{2.40}$$

Considerando que todos os transmissores estão sujeitos a uma restrição de potência total P_n , a região de capacidade do canal de *broadcast* é limitada por

$$C_{\text{CB}} \subset \bigcup_{\sum_k s_k^n \leq P_n, \forall n} \left\{ (R_1, \dots, R_N) : R_n \leq f_s \sum_k b_{k,\text{cb}}^n \right\}.\tag{2.41}$$

Devido às características do canal, este limitante é justo para sistemas DSL (Cendrillon, 2004) e é muito útil como referência na avaliação de técnicas multiusuário de processamento e gerenciamento espectral. Este assunto será mais discutido no capítulo 4.

2.5.3 Canal de acesso múltiplo

O canal multiusuário de acesso múltiplo se caracteriza pela coordenação apenas entre os receptores. Neste caso os transmissores são independentes e a coordenação entre eles não é possível. A figura 2.12 ilustra um cenário de canal de acesso múltiplo.

O canal de *upstream* de um sistema DSL onde temos os modems dos usuários transmitindo seus sinais para a central é um exemplo de canal de acesso múltiplo. De um modo geral, por estarem localizados em locais diferentes, a coordenação entre os transmissores dos usuários não é possível. Por outro lado, se os receptores se

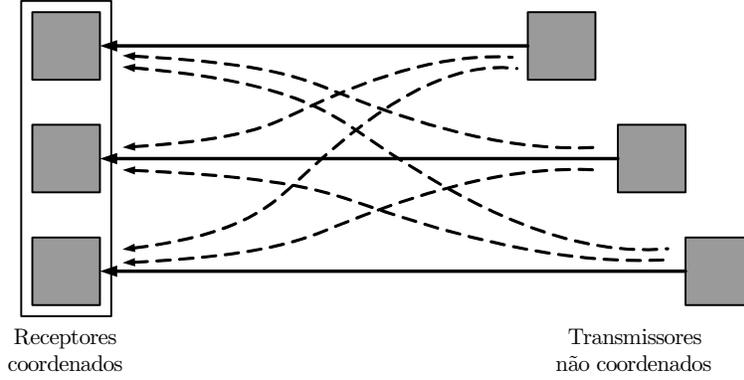


Figura 2.12: Canal de acesso múltiplo.

localizam numa mesma central, a coordenação na recepção pode ser usada para combater o *crosstalk* e melhorar o desempenho do sistema. Este cenário será discutido em detalhes no capítulo 4.

Assim como no canal de *broadcast*, vamos primeiramente estabelecer o limitante monousuário para nos auxiliar na caracterização da região de capacidade do canal de acesso múltiplo. O limitante monousuário representa a capacidade do sistema quando só há um único usuário transmitindo através do canal enquanto todos os receptores são usados conjuntamente na detecção do sinal. Como existe um único transmissor, o vetor de sinal recebido é

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k^n x_k^n + \mathbf{z}_k, \quad (2.42)$$

onde $\mathbf{h}_k^n \triangleq [\mathbf{H}_k]_{\text{col } n}$ é a n -ésima coluna da matriz de canal. O número máximo de bits que podem ser alocados no k -ésimo subcanal do usuário n é limitado por

$$\begin{aligned} b_k^n &\leq I(x_k^n, \mathbf{y}_k), \\ &= \log_2 \left(1 + s_k^n (\mathbf{h}_k^n)^H \mathbf{S}_{z,k}^{-1} \mathbf{h}_k^n \right), \end{aligned} \quad (2.43)$$

onde a matriz de correlação do ruído é definida como $\mathbf{S}_{z,k} = \mathcal{E} \{ \mathbf{z}_k \mathbf{z}_k^H \}$. Como o ruído é espacialmente branco, $\mathbf{S}_{z,k} = \sigma_k I_N$. Usando essa informação em (2.43), o limitante monousuário poder ser escrito na forma

$$b_{k,\text{cam}}^n = \log_2 \left(1 + \sigma_k^{-1} s_k^n \|\mathbf{h}_k^n\|_2^2 \right). \quad (2.44)$$

O limitante monousuário pode ser atingido no caso monousuário através do uso de um filtro casado na recepção. Neste caso, a estimativa do símbolo transmitido é dada por

$$\begin{aligned}\hat{x}_k^n &= \|\mathbf{h}_k^n\|_2^{-2} (\mathbf{h}_k^n)^H \mathbf{y}_k, \\ &= x_k^n + \|\mathbf{h}_k^n\|_2^{-2} (\mathbf{h}_k^n)^H \mathbf{z}_k.\end{aligned}\quad (2.45)$$

Calculando-se a SNR para (2.45), atingi-se a alocação máxima $b_{k,\text{cam}}^n$. No caso multiusuário, o uso de uma estrutura de cancelamento sucessivo de interferência possibilita que o limitante monousuário seja atingido no último usuário a ter seu sinal detectado (Cover & Thomas, 2006; Tse & Viswanath, 2005).

A taxa total do usuário n , usando (2.44), é limitada por

$$R_n \leq f_s \sum_k b_{k,\text{cam}}^n. \quad (2.46)$$

Considerando que existe uma restrição de potência total em cada transmissor, a região de capacidade do canal de acesso múltiplo é limitada por

$$C_{\text{CAM}} \subset \bigcup_{\sum_k s_k^n \leq P_n, \forall n} \left\{ (R_1, \dots, R_N) : R_n \leq f_s \sum_k b_{k,\text{cam}}^n \right\}. \quad (2.47)$$

Assim como ocorre no canal de *broadcast*, devido às características do canal, o limitante (2.47) é justo para o canal de *upstream* dos sistemas DSL. Voltaremos a esta discussão no capítulo 4.

2.6 Conclusões

A tecnologia DSL se baseia na ampliação da banda de frequência usada para transmissão de dados através da rede telefônica. Fora da faixa de voz, o acoplamento magnético entre os pares trançados passa a ser significativo com o aumento da frequência e, por isso, o *crosstalk* constitui o principal fator de degradação da qualidade da transmissão nos sistemas DSL.

Como os pares trançados são meios seletivos em frequência, os sistemas DSL usam uma modulação multiportadora com prefixo cíclico para dividir o espectro em vários subcanais planos, ortogonais e paralelos. Isto elimina a IIS mas cria a

necessidade do uso de técnicas de gerenciamento espectral para que a potência de transmissão seja distribuída de forma eficiente entre os subcanais.

Devido ao *crosstalk*, o canal DSL representa um canal multiusuário e sua região de taxa pode ser caracterizada através da teoria de informação multiusuário de acordo com o grau de coordenação entre transmissores e receptores. Nos próximos capítulos abordaremos técnicas usadas para o gerenciamento espectral e processamento de sinal para os vários cenários de coordenação: canal de interferência, canal de acesso múltiplo, canal de *broadcast* e canal MIMO monousuário.

3

Gerenciamento espectral distribuído

O gerenciamento espectral distribuído caracteriza-se pela ausência de coordenação central na definição da alocação de potência dos transmissores, ou seja, cada transmissor define autonomamente sua alocação independentemente dos demais. Por se tratar da abordagem mais simples do ponto de vista da implementação prática, este é o tipo de gerenciamento empregado atualmente nos sistemas DSL. Este problema tem sido muito estudado na literatura mas normalmente não se leva em consideração uma restrição fundamental: em sistemas práticos, as alocações de bits precisam ser inteiras ou múltiplas de alguma base devido às técnicas de modulação empregadas. Neste capítulo vamos avaliar qual o impacto desta restrição no gerenciamento espectral distribuído através da proposta e análise de convergência de um algoritmo iterativo de *bitloading* discreto. Nossas análises serão baseadas em simulações computacionais realizadas em sistemas DSL.

3.1 Gerenciamento espectral monousuário

Nesta seção vamos apresentar as técnicas de gerenciamento espectral ótimo do caso monousuário. Estas técnicas são importantes pois serão empregadas no gerenciamento distribuído na seção 3.2.

3.1.1 Maximização de taxa

Conforme o próprio nome sugere, o problema de maximização de taxa corresponde a determinar a distribuição da potência disponível de modo a maximizar a taxa de transmissão. Sendo P_{\max}^n a potência máxima disponível no transmissor, o problema é definido como

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_o^n &= \arg \max_{\mathbf{s}^n} \sum_k b_k^n, \\ \text{s.a.} \quad &\sum_k s_k^n \leq P_{\max}^n \\ &s_k^n \geq 0, \forall k : 1 \leq k \leq K, \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{s}_o^n \triangleq [s_{o,1}^n, \dots, s_{o,K}^n]^T$ é o vetor contendo a alocação de potência ótima e b_k^n é o número de bits no k -ésimo subcanal, dado por (2.23). Por se tratar do caso monousuário, n é constante. Definindo a função $g_k^n \triangleq (\Gamma \sigma_k^n)^{-1} |h_k^{n,n}|^2$, podemos reescrever (2.23) na forma

$$b_k^n = \log_2(1 + s_k^n g_k^n). \quad (3.2)$$

A equação (3.2) é uma função côncava e estritamente crescente em s_k^n . Deste modo, a maximização de taxa (3.1) trata-se de um problema de otimização convexa com restrições dadas por conjuntos convexos e, portanto, apresenta uma solução global única (Boyd & Vandenberghe, 2004). Por ser um problema não-linear, a solução é obtida através da aplicação das condições de Karush-Kuhn-Tucker ao correspondente lagrangeano de (3.1) (Boyd & Vandenberghe, 2004). O resultado é denominado solução de *water-filling* e é dado por

$$s_{o,k}^n = [\lambda_T - (g_k^n)^{-1}]^+, \quad (3.3)$$

onde $[x]^+ \triangleq \max(0, x)$ e λ_T é uma constante conhecida como nível de água que depende da potência máxima disponível no transmissor.

A figura 3.1 possibilita uma interpretação gráfica de (3.3) que permite entender o porquê do uso dos termos *water-filling* e nível de água. Fazendo uma analogia entre a função $(g_k^n)^{-1}$ e o formato do fundo de um recipiente, é como se a potência fosse derramada sobre a superfície definida por $(g_k^n)^{-1}$ de modo que os subcanais cobertos pelo nível de água λ_T recebem potência igual à diferença $\lambda_T - (g_k^n)^{-1}$ enquanto os demais subcanais não são usados. Uma característica importante da solução de *water-filling* que também pode ser observada na figura 3.1, é que quanto maior a relação entre o ganho e ruído no subcanal, isto é, quanto menor $(g_k^n)^{-1}$, maior a potência alocada no subcanal. Ou seja, os melhores subcanais são privilegiados na alocação da potência disponível. A área hachurada na figura 3.1 representa a potência total disponível no transmissor, P_{\max}^n .

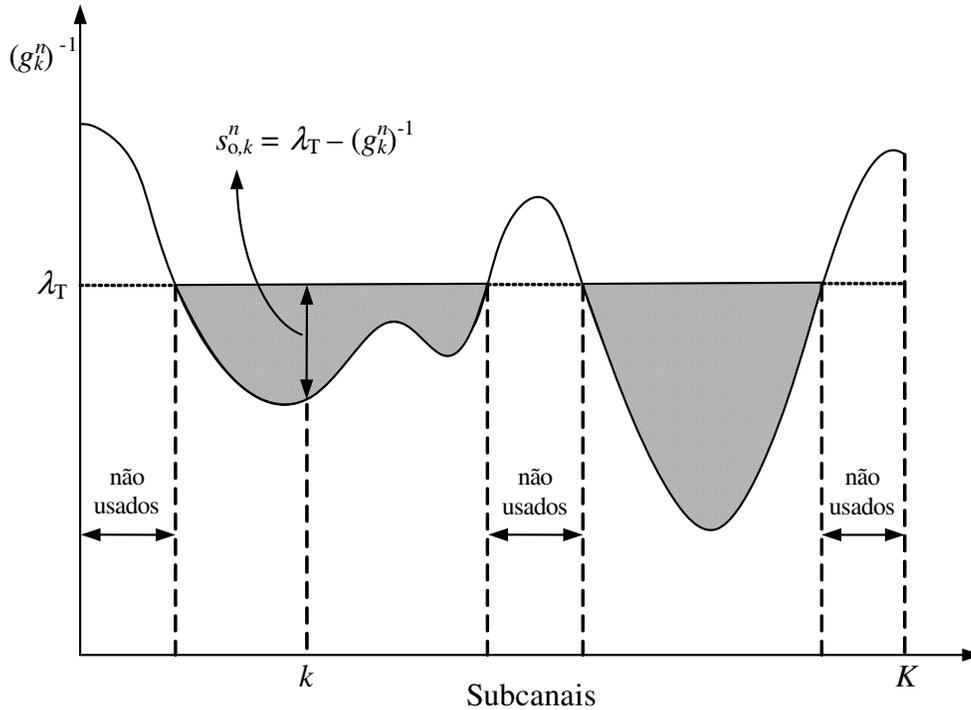


Figura 3.1: Solução de *water-filling* para o problema de maximização de taxa. A área hachurada corresponde à potência total disponível, P_{\max}^n .

Considerando que os subcanais estão ordenados em ordem decrescente de g_k^n , isto é, $g_1^n \geq g_k^n \geq g_K^n$, o nível de água λ_T é dado por

$$\lambda_T = \frac{P_{\max}^n}{M_T} + \frac{1}{M_T} \sum_{k=1}^{M_T} (g_k^n)^{-1}, \quad (3.4)$$

onde M_T é o número total de canais usados, determinados de acordo com

$$\begin{aligned} \frac{P_{\max}^n}{M_T} + \frac{1}{M_T} \sum_{k=1}^{M_T} (g_k^n)^{-1} &\geq (g_{M_T}^n)^{-1}, \\ \frac{P_{\max}^n}{M_T + 1} + \frac{1}{M_T + 1} \sum_{k=1}^{M_T+1} (g_k^n)^{-1} &< (g_{M_T+1}^n)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Algoritmos para a obtenção da solução de *water-filling*, de um modo geral, se baseiam na busca iterativa do número de canais usados, M_T , e do nível de água, λ_T , de modo que toda a potência disponível seja utilizada (Papandreou & Antonakopoulos, 2008). Implementações computacionalmente eficientes envolvem a ordenação dos subcanais, processo que, devido ao grande número de subcanais presentes nos sistemas DSL, domina a complexidade computacional dos algoritmos. Por conseguinte, a complexidade da obtenção da solução de *water-filling* é $\mathcal{O}(K \log_2 K)$ (Papandreou & Antonakopoulos, 2008).

3.1.2 Maximização de margem

O problema de maximização de margem consiste da obtenção da alocação de potência entre os subcanais de modo a atender uma determinada taxa alvo com a menor potência total possível, ou seja,

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_o^n &= \arg \min_{\mathbf{s}^n} \sum_k s_k^n, \\ \text{s.a. } f_s \sum_k b_k^n &= R_{\text{alvo}}^n, \\ s_k^n &\geq 0, \forall k : 1 \leq k \leq K, \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde R_{alvo}^n é a taxa alvo a ser atendida e n é constante por se tratar do caso monousuário.

Usando a relação entre número de bits e potência (3.2), podemos fazer uma mudança de variáveis e reescrever o problema de maximização de margem como o problema de otimização equivalente

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_o^n &= \arg \min_{\mathbf{b}^n} \sum_k \frac{2^{b_k^n} - 1}{g_k^n}, \\ \text{s.a. } f_s \sum_k b_k^n &= R_{\text{alvo}}^n, \\ b_k^n &\geq 0, \quad \forall k : 1 \leq k \leq K, \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde $\mathbf{b}_o^n \triangleq [b_{o,1}^n, \dots, b_{o,K}^n]^T$ é o vetor contendo a alocação de bits ótima e consideramos implicitamente que a potência total disponível no transmissor é suficiente para que a taxa alvo seja atingida pois, caso contrário, não há solução factível para (3.7).

O problema de maximização de margem pode ser interpretado como a busca da alocação de bits ótima que consome o mínimo possível de potência de transmissão entre todas as possíveis alocações que resultam na taxa alvo. A potência excedente, representada pela diferença entre a potência total disponível e a potência necessária para a transmissão da alocação ótima de bits, pode ser usada para aumentar a margem de ruído. Daí a origem da denominação maximização de margem para este problema, pois minimizar a potência usada equivale a maximizar essa diferença e, por conseqüência, maximizar a margem de ruído.

A expressão exponencial na função objetivo de (3.7) é estritamente crescente e convexa em b_k^n . Deste modo, assim como a maximização de taxa, a maximização de margem constitui um problema de otimização convexo com conjuntos convexos como restrições e, portanto, apresenta uma solução global e única (Boyd & Vandenberghe, 2004). Aplicando as condições de Karush-Kuhn-Tucker ao lagrangeano de (3.7), a solução para o problema de maximização de margem é dada por

$$b_{o,k}^n = [\lambda_M - \log_2 (g_k^n)^{-1}]^+, \quad (3.8)$$

onde λ_M é uma constante que depende da taxa alvo. Note a semelhança com a solução de *water-filling* (3.3). A constante λ_M também pode ser interpretada como um nível de água na superfície definida pela curva $\log_2 (g_k^n)^{-1}$, como ilustrado na figura 3.2. A área hachurada, que representa a água, é igual à taxa alvo.

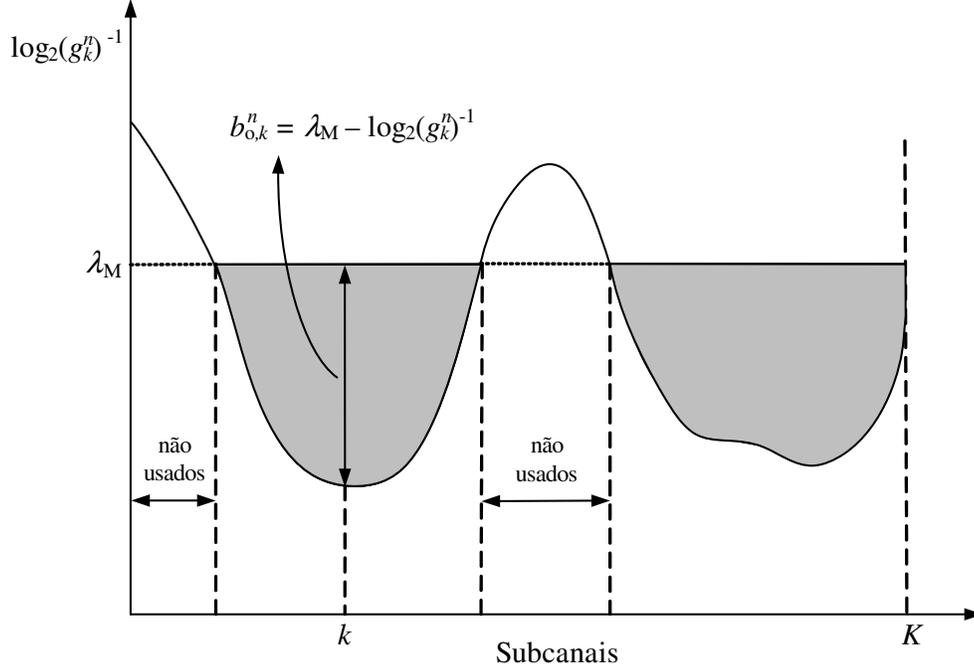


Figura 3.2: Representação gráfica da solução do problema de maximização de margem. A área hachurada corresponde à taxa alvo.

Substituindo (3.8) em (3.2), a alocação de potência ótima é dada por

$$s_{o,k}^n = [2^{\lambda_M} - (g_k^n)^{-1}]^+. \quad (3.9)$$

Comparando a alocação de potência ótima obtida na maximização de margem, (3.9), com a alocação obtida na maximização de taxa, (3.3), podemos estabelecer uma relação entre os níveis de água de ambos problemas

$$\lambda_T = 2^{\lambda_M}. \quad (3.10)$$

O procedimento para obtenção do nível de água λ_M é similar ao adotado na maximização de taxa. Considerando que os subcanais estão ordenados em ordem decrescente de g_k^n , o nível de água é dado por

$$\lambda_M = \frac{R_{\text{alvo}}^n}{M_M} + \frac{1}{M_M} \sum_{k=1}^{M_M} \log_2 (g_k^n)^{-1}, \quad (3.11)$$

onde M_M é o número total de subcanais usados, que pode ser determinado iterativamente através das inequações (Papandreou & Antonakopoulos, 2008)

$$\begin{aligned} \frac{R_{\text{alvo}}^n}{M_M} + \frac{1}{M_M} \sum_{k=1}^{M_M} \log_2 (g_k^n)^{-1} &\geq \log_2 (g_{M_M}^n)^{-1}, \\ \frac{R_{\text{alvo}}^n}{M_M + 1} + \frac{1}{M_M + 1} \sum_{k=1}^{M_M+1} \log_2 (g_k^n)^{-1} &< \log_2 (g_{M_M+1}^n)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Uma vez obtido M_M , o nível de água é calculado a partir de (3.11) e então as alocações ótimas de bits e potência podem ser determinadas usando-se (3.8) e (3.9) respectivamente.

Assim como na maximização de taxa, algoritmos eficientes para obtenção da solução ótima do problema de maximização de margem envolvem a ordenação dos subcanais em ordem decrescente de g_k^n . Devido ao grande número de subcanais nos sistemas DSL, o processo de ordenação domina a complexidade dos algoritmos, fazendo com que a complexidade assintótica para obtenção da alocação ótima seja $\mathcal{O}(K \log_2 K)$ (Papandreou & Antonakopoulos, 2008).

3.1.3 Dualidade entre maximização de taxa e margem

Ao discutir a maximização de taxa e a maximização de margem observamos que, apesar de se tratarem de problemas de otimização com objetivos diferentes, as soluções eram, de certa forma, semelhantes. Na verdade existe mais do que uma simples semelhança, há uma dualidade entre os dois problemas sob certas condições (Papandreou & Antonakopoulos, 2008).

Sejam, respectivamente, \mathbf{b}_T e \mathbf{s}_T as alocações de bit e potência ótimas obtidas como solução do problema de maximização de taxa e $\sum_{k=1}^K \{\mathbf{b}_T\}_k = R_T$ a taxa resultante. Então, \mathbf{b}_T e \mathbf{s}_T são também a solução do problema de maximização de margem para o qual a taxa alvo é R_T .

Equivalentemente, sejam \mathbf{b}_M e \mathbf{s}_M respectivamente as alocações de bit e potência ótimas obtidas como solução do problema de maximização de margem e $\sum_{k=1}^K \{\mathbf{s}_M\}_k = P_M$ a potência total necessária para tal solução. Então, \mathbf{b}_M e \mathbf{s}_M também são a solução do problema de maximização de taxa para o qual a restrição de potência total máxima a ser usada é P_T .

Uma demonstração das condições de equivalência entre os problemas de maximização de taxa e margem é apresentada em (Papandreou & Antonakopoulos, 2008).

3.1.4 Alocação discreta de bits

As alocações de bits obtidas na maximização de taxa e de margem resultam em um número positivo e real de bits por subcanal. Entretanto, na prática existem restrições de implementação, como a modulação a ser usada, que requerem que o número de bits seja inteiro ou múltiplo de uma certa base. Sem perda de generalidade, consideremos que seja necessário que o número de bits em cada subcanal deva ser inteiro. Além disso, também por restrições práticas, existe um limite máximo de bits que pode ser alocado em cada subcanal relacionado à maior constelação de símbolos da modulação suportada pelo sistema. No padrão ADSL, por exemplo, este limite é de 12 bits. Para adequar os problemas de maximização de taxa e margem à realidade prática, faz-se necessária a incorporação em (3.1) e em (3.7) da restrição

$$b_k^n \in \{0, 1, \dots, \bar{b} - 1, \bar{b}\}, \quad (3.13)$$

onde \bar{b} é o número máximo de bits que pode ser alocado em um subcanal.

Uma outra restrição de ordem prática relevante para o gerenciamento espectral é a máscara ou perfil de potência que define a potência máxima que pode ser alocada em cada subcanal. Desde o *Federal Telecommunications Act* de 1996, foi instituído um modelo de exploração do sistema telefônico nos Estados Unidos que permite que empresas de telecomunicações concorrentes dividam o uso dos cabos telefônicos, cada uma utilizando parte dos pares, de modo que o emprego de máscaras de potência se tornou fundamental para limitar a interferência e garantir a compatibilidade espectral entre os sistemas usados por cada empresa (Starr et al., 1999; Starr, Sorbara, Cioffi, & Silverman, 2003). A partir de (3.2), podemos converter a restrição de potência máxima no subcanal em uma restrição de número máximo de bits

$$\bar{b}_k^n = \lfloor \log_2(1 + \bar{s}_k^n g_k^n) \rfloor \quad (3.14)$$

onde \bar{s}_k^n é a potência máxima permitida no subcanal k , $\lfloor x \rfloor$ é o maior inteiro menor ou igual a x e \bar{b}_k^n é o número máximo de bits equivalente no subcanal k .

Entretanto, o uso das máscaras de potência está sendo revisto para as próximas gerações de sistemas DSL onde o gerenciamento espectral é dinâmico (Starr et al., 2003). A idéia é que o próprio sistema seja capaz de controlar os níveis de interferência sem que se utilize as máscaras que, por vezes, são muito restritivas e limitam o desempenho do sistema. Deste modo, não vamos considerar uma restrição de potência ou número máximo de bits por subcanal e sim um limite máximo de bits igual para todos os subcanais.

Uma forma de adequar as soluções dos problemas de maximização de taxa e margem obtidas anteriormente à restrição de alocação discreta de bits e número máximo de bits em (3.13) é simplesmente arredondar para baixo a alocação de bits obtida em cada subcanal, ou seja,

$$b_k^n = \lfloor b_k^n \rfloor^{\bar{b}}, \quad (3.15)$$

onde $\lfloor x \rfloor_{\alpha}^{\beta}$ é o maior inteiro menor ou igual a x no intervalo $\{\alpha, \alpha + 1, \dots, \beta - 1, \beta\}$. Com a diminuição no número de bits alocados devido ao arredondamento, o sistema terá uma margem de ruído maior que a especificada caso a alocação de potência não seja modificada também. Para manter a margem de ruído no nível especificado com o mínimo necessário de potência, a potência em cada subcanal é recalculada usando-se a nova alocação de bits discreta de acordo com (3.2).

A solução obtida a partir deste procedimento de arredondamento atende à restrição (3.13), porém é subótima. Para obter as alocações ótimas, é necessário levar em conta a restrição discreta na resolução do problema.

Com a inclusão de (3.13) em (3.1) e em (3.7), a maximização de taxa e margem se transformam em problemas de programação inteira, que podem ser resolvidos por meio de algoritmos gananciosos. Um algoritmo ganancioso se caracteriza por duas propriedades principais (Cormen, Leiserson, Rivest, & Stein, 2001):

- A cada iteração, o algoritmo movimenta seu ponto de operação na direção de maior incremento (decréscimo) da função objetivo a ser maximizada (minimizada).
- O algoritmo sempre avança seu ponto de operação, nunca retrocede.

Existem duas estratégias baseadas em algoritmos gananciosos para alocação discreta de bits: o *bit-filling* (Hughes-Hartogs, 1991) e o *bit-removal* (Sonalkar & Shively, 2000).

O *bit-filling* parte de uma alocação onde todos os subcanais não têm nenhum bit alocado, isto é, $b_k^n = 0$ para $k = 1, \dots, K$, e então adiciona, em cada iteração, um bit ao subcanal que minimiza o incremento de potência, ou seja, que minimiza a função objetivo

$$\Delta P_k^{n+}(b_k^n) = \frac{2^{b_k^n}}{g_k^n}. \quad (3.16)$$

O procedimento se repete, com um bit sendo adicionado a cada iteração até que toda a potência disponível seja alocada na maximização de taxa ou que a taxa alvo seja atingida na maximização de margem. Os pseudo códigos do algoritmo *bit-filling* para maximização de taxa e para a maximização de margem são mostrados, respectivamente, nos Algoritmos 3.1 e 3.2.

Algoritmo 3.1 *Bit-filling* para maximização de taxa

- 1: Inicializar $P = 0$, $b_k^n = 0$, $k = 1, \dots, K$.
 - 2: **repeat**
 - 3: $\kappa = \arg \min_k \Delta P_k^{n+}(b_k^n)$, s.a. $b_k^n < \bar{b}$
 - 4: **if** $P + \Delta P_\kappa^{n+}(b_\kappa^n) \leq P_{\max}^n$ **then**
 - 5: $b_\kappa^n = b_\kappa^n + 1$
 - 6: $P = P + \Delta P_\kappa^{n+}(b_\kappa^n)$
 - 7: **end if**
 - 8: **until** $P + \Delta P_\kappa^{n+}(b_\kappa^n) > P_{\max}^n$
 - 9: **return** \mathbf{b}^n
-

O método *bit-removal*, por sua vez, parte da alocação de bits máxima, ou seja, $b_k^n = \bar{b}$ para $k = 1, \dots, K$, e retira um bit a cada iteração do subcanal que produz o maior decréscimo na potência total. O subcanal escolhido é aquele que maximiza a função objetivo

$$\Delta P_k^{n-}(b_k^n) = \frac{2^{(b_k^n-1)}}{g_k^n}. \quad (3.17)$$

A cada iteração o procedimento se repete até que a potência total seja menor que

Algoritmo 3.2 *Bit-filling* para maximização de margem

```

1: Inicializar  $R = 0$ ,  $b_k^n = 0$ ,  $k = 1, \dots, K$ .
2: while  $R < R_{\text{alvo}}^n$  do
3:    $\kappa = \arg \min \Delta P_k^{n+}(b_k^n)$ , s.a.  $b_k^n < \bar{b}$ 
4:    $b_\kappa^n = b_\kappa^n + 1$ 
5:    $R = R + 1$ 
6: end while
7: return  $\mathbf{b}^n$ 

```

a potência máxima disponível na maximização de taxa, ou que a taxa alvo seja alcançada na maximização de margem.

Tanto a maximização de taxa como a maximização de margem com restrição de alocação discreta de bits apresentam uma única solução ótima, e os algoritmos gananciosos *bit-filling* e *bit-removal* convergem para esta solução, como demonstrado em (Campello, 1998, 1999a) e em (Baccarelli & Biagi, 2004). As condições que garantem a unicidade da alocação discreta ótima são (Papandreou & Antonakopoulos, 2008):

- A função que define o número de bits por subcanal é côncava e monotônica;
- A potência em cada subcanal é uma função convexa e monotônica;
- As funções incrementais de potência (3.16) e (3.17) são monotônicas e convexas.

Deste modo, o *bit-filling* e o *bit-removal* são algoritmos que levam à mesma solução, diferindo apenas em relação ao custo computacional. O *bit-filling* tem complexidade computacional proporcional à taxa final, $\mathcal{O}(KR_o)$, onde R_o é o número total de bits alocados na solução ótima. Já a complexidade do *bit-removal* é proporcional à diferença entre a taxa máxima, i.e., a taxa quando todos os subcanais têm \bar{b} bits alocados, e a taxa final, $\mathcal{O}(K(K\bar{b} - R_o))$. Quando a taxa final está mais próxima da alocação nula, o algoritmo *bit-filling* é a solução menos custosa. Caso contrário, se a taxa final está mais próxima da taxa máxima, o método *bit-removal* é mais vantajoso.

Existem outros algoritmos para alocação discreta de bits baseados no deslocamento de perfis de alocação e em estatísticas de ordem que são computacionalmente mais eficientes que o *bit-filling* e que o *bit-removal* (Campello, 1999a; Papandreou & Antonakopoulos, 2008). Para a maximização de margem, há algoritmos com complexidade computacional assintótica $\mathcal{O}(K)$, enquanto para a maximização de taxa é possível determinar a solução ótima com complexidade $\mathcal{O}(K \log K)$ (Campello, 1999a, 1999b; Papandreou & Antonakopoulos, 2008).

Assim como no caso contínuo, as soluções discretas dos problemas de maximização de taxa e maximização de margem são duais sob certas condições (Papandreou & Antonakopoulos, 2008).

3.2 Gerenciamento espectral multiusuário distribuído

Nas seções anteriores deste capítulo, foi apresentado o problema de gerenciamento espectral considerando-se um sistema com um único usuário. Entretanto, como discutido no capítulo 2, o ambiente DSL é inerentemente um caso de sistema multiusuário devido ao *crosstalk* entre os pares trançados. Agora iremos discutir o gerenciamento espectral no cenário multiusuário distribuído, ou seja, no contexto onde cada transmissor gerencia seu espectro independentemente, sem coordenação com os demais.

Para adequar a formulação dos problemas de maximização de taxa e maximização de margem ao cenário multiusuário, é necessário levar em consideração os efeitos do *crosstalk*. Como cada transmissor aloca sua potência autonomamente, a interferência dos demais usuários é considerada como equivalente a um ruído colorido aditivo. Esse efeito é incorporado ao problema modificando-se a função g_k^n , que passa a ser definida como

$$g_k^n = \frac{\Gamma^{-1} |h_k^{n,n}|^2}{\sum_{m \neq n} |h_k^{n,m}|^2 s_k^m + \sigma_k^n}, \quad (3.18)$$

onde o somatório no denominador representa a potência dos interferentes. Assim, para calcular a função g_k^n , cada usuário necessita apenas de uma estimativa do seu

ganho de canal direto e de uma medida da PSD resultante da soma do ruído com os interferentes, não sendo necessário o conhecimento da função de transferência dos canais dos demais usuários.

3.2.1 Gerenciamento espectral distribuído visto como um jogo

Um jogo é definido basicamente por três elementos principais: os jogadores, o conjunto de estratégias possíveis de cada jogador e a função objetivo de cada jogador. No contexto da alocação de potência distribuída, cada *link* ou par transmissor-receptor representa um jogador. As estratégias dos jogadores correspondem às possíveis alocações de potência que eles podem escolher para a transmissão. A função objetivo é a taxa, no caso da maximização de taxa, ou a margem, no caso da maximização de margem. O jogo pode ser definido matematicamente pela estrutura

$$\mathcal{G} = \{ \Omega, \{ \mathcal{S}_n \}_{n \in \Omega}, \{ \mathcal{J}_n \}_{n \in \Omega} \}, \quad (3.19)$$

onde:

- $\Omega \triangleq \{1, 2, \dots, N\}$ é o conjunto dos N pares transmissor-receptor que compõem o sistema.
- \mathcal{S}_n é o conjunto de todas as possíveis alocações de potência do n -ésimo transmissor. Dada a existência de um limite máximo para a potência total que pode ser usada por cada transmissor, o conjunto de estratégias possíveis de cada jogador é dado por

$$\mathcal{S}_n \triangleq \left\{ \mathbf{s}^n \in \mathbb{R}^K : \sum_{k=1}^K s_k^n = P_{\max}^n \right\}. \quad (3.20)$$

- \mathcal{J}_n é a função objetivo do n -ésimo usuário. Na maximização de taxa, a função objetivo é a taxa do usuário. Por outro lado, no caso da maximização de margem, a função objetivo é a margem de ruído do usuário.

A natureza descentralizada do problema impede que haja cooperação entre os usuários de modo que o gerenciamento espectral distribuído equivale a um jogo não-cooperativo onde cada usuário compete pelos recursos do sistema com o objetivo único de maximizar seu próprio desempenho, independentemente dos demais. Uma questão fundamental neste tipo de jogo é saber se eventualmente, com o decorrer das jogadas, haverá a convergência para um ponto de equilíbrio, o que nos remete ao conceito de equilíbrio de Nash (Basar & Olsder, 1999). O conjunto de estratégias $\mathbf{s}^* = (\mathbf{s}^{1*}, \mathbf{s}^{2*}, \dots, \mathbf{s}^{N*}) \in \mathcal{S}_1 \times \mathcal{S}_2 \times \dots \times \mathcal{S}_N$ é um ponto de equilíbrio de Nash do jogo \mathcal{G} em (3.19) se

$$\mathcal{J}_q(\mathbf{s}^{q*}, \mathbf{s}^{-q*}) \geq \mathcal{J}_q(\mathbf{s}^q, \mathbf{s}^{-q*}), \quad \forall \mathbf{s}^q \in \mathcal{S}_q, \quad \forall q \in \Omega, \quad (3.21)$$

onde $\mathbf{s}^{-q} \triangleq (\mathbf{s}^1, \dots, \mathbf{s}^{q-1}, \mathbf{s}^{q+1}, \dots, \mathbf{s}^N)$. Ou seja, o equilíbrio de Nash é definido como o conjunto de estratégias no qual a estratégia de cada jogador corresponde à resposta ótima às estratégias dos demais jogadores, de modo que nenhum jogador obterá benefício algum caso altere sua estratégia (Basar & Olsder, 1999).

3.2.2 *Water-filling* iterativo

Em um jogo, cada jogador procura usar a melhor estratégia possível, dadas a estratégias dos demais, de modo a maximizar seu retorno. Similarmente, em um sistema de comunicação descentralizado, cada *link* deve usar a melhor alocação de potência possível de forma a maximizar seu desempenho, dada a interferência dos demais. A melhor alocação, sob o ponto de vista não-cooperativo, corresponde à solução dos problemas de maximização de taxa (3.1) ou maximização de margem (3.6) monousuários, dependendo da função objetivo.

A formulação do problema de gerenciamento espectral distribuído como um jogo foi introduzida em (Yu, Ginis, & Cioffi, 2002). Yu et al. propôs um algoritmo iterativo de *water-filling* seqüencial onde os usuários maximizam suas próprias taxas seqüencialmente, um após o outro, sempre na mesma ordem. Cada usuário, no seu turno, atualiza sua alocação de potência resolvendo o problema de maximização de taxa monousuário, considerando a interferência devido aos demais usuários como um ruído aditivo colorido.

Algoritmo 3.3 Algoritmo iterativo de *water-filling* seqüencial (IWF).

```

1: Inicializar  $s_k^n = 0$  e  $b_k^n = 0$  para  $k = 1, \dots, K$  e  $n = 1, \dots, N$ .
2: for  $i = 1 : N_{it}$  do
3:    $q = i - \lfloor \frac{i}{N} \rfloor N$ 
4:    $\mathbf{s}^q(i+1) = \text{WF}_q(\mathbf{s}^{-q}(i))$ 
5:   for  $n = 1 : N$  do
6:     if  $n \neq q$  then
7:        $\mathbf{s}^n(i+1) = \mathbf{s}^n(i)$ 
8:        $b_k^n(i+1) = \log_2 \left( 1 + \frac{\Gamma^{-1} |h_k^{n,n}|^2 s_k^n(i+1)}{\sum_{m \neq n} |h_k^{n,m}|^2 s_k^m(i+1) + \sigma_k^n} \right), \forall k$ 
9:     end if
10:  end for
11: end for

```

O pseudo código do algoritmo iterativo de *water-filling* seqüencial é mostrado no algoritmo 3.3. Todos os jogadores iniciam o jogo com alocações nulas de potência e de bits. Em cada rodada, que corresponde a uma iteração do laço principal (linhas 2 a 11), o q -ésimo usuário, definido na linha 3, atualiza sua alocação resolvendo o problema de maximização de taxa, considerando a interferência atual dos demais transmissores, $\mathbf{s}^{-q}(i)$. A linha 4 mostra esta operação, onde o operador de *water-filling*, $\text{WF}_q(\mathbf{s}^{-q})$, corresponde à solução de taxa máxima dada pela equação (3.3), usando a função g_k^n definida em (3.18). Os demais usuários não alteram suas alocações de potência (linha 7). Entretanto, como o usuário q modifica sua alocação, a interferência que ele causa nos demais também se altera e, para manter a margem de ruído especificada, os demais usuários devem ajustar suas alocações de bits segundo a equação da linha 8. As rodadas se sucedem até que N_{it} iterações sejam completadas.

O algoritmo original proposto em (Yu et al., 2002) inclui também um laço externo onde, após terminado o jogo, cada usuário ajusta a potência total a ser usada de modo a atender sua taxa mínima alvo. Se um usuário está abaixo da taxa alvo, ele aumenta a potência total, respeitando o limite da potência máxima disponível. Caso a taxa seja maior que a desejada, o usuário reduz a potência total a ser usada

de forma que a interferência por ele causada seja a menor possível. Este laço, entretanto, não faz parte do jogo e, na verdade, não é necessário. Para evitá-lo, basta que, ao invés da maximização de taxa, cada jogador realize a maximização de margem visando a taxa alvo desejada (Yu et al., 2002; Yu, 2002). O único cuidado a ser tomado é que as taxas alvo dos usuários devem estar no interior da região de taxa do sistema. Caso contrário, pode ser necessária uma potência maior que a máxima disponível para se atingir a taxa alvo, o que acarretaria uma margem de ruído negativa (Yu et al., 2002).

A convergência do algoritmo iterativo de *water-filling* seqüencial foi estudada em vários trabalhos (Yu, 2002; Yu et al., 2002; Yu, Rhee, Boyd, & Cioffi, 2004; Chung, Kim, Lee, & Cioffi, 2003; Scutari, 2004; Scutari, Palomar, & Barbarossa, 2008b; Luo & Pang, 2006). Foi mostrado que o algoritmo converge para um único ponto de equilíbrio de Nash, independentemente do número de usuários e das alocações iniciais de cada usuário. As alocações no equilíbrio não são globalmente ótimas, uma vez que, em regra, o ótimo global só pode ser atingido com a coordenação entre os usuários, o que não é possível em um cenário descentralizado. Entretanto, podemos considerar as alocações no equilíbrio como sendo ótimas num sentido competitivo, pois a alocação de cada usuário corresponde, do ponto de vista monousuário, à solução ótima do problema (Yu et al., 2002). A existência e unicidade do ponto de equilíbrio depende de algumas condições, principalmente relacionadas à intensidade das interferências (Yu, 2002; Yu et al., 2002; Chung et al., 2003; Scutari, 2004; Scutari et al., 2008b; Luo & Pang, 2006). De um modo geral, estas condições são satisfeitas nos canais DSL, de forma que a convergência do algoritmo não é um fator preocupante em cenários práticos.

A velocidade de convergência é o maior inconveniente do algoritmo seqüencial (Scutari, Palomar, & Barbarossa, 2006, 2008a). Como a alocação de apenas um único usuário é otimizada a cada iteração, à medida que o número de usuários aumenta, o número de iterações necessário para que ocorra a convergência pode chegar a níveis não factíveis para sistemas práticos. Como alternativa, foi proposto um algoritmo iterativo de *water-filling* simultâneo (Scutari et al., 2006). A cada iteração deste algoritmo, todos os usuários otimizam suas alocações de potência simultaneamente com base na última medida de SINR disponível. Dessa forma,

a velocidade de convergência do *water-filling* iterativo aumenta significativamente, principalmente em cenários com muitos usuários.

Tanto o algoritmo sequencial quanto o simultâneo necessitam de algum tipo de mecanismo de sincronismo central para informar quando os usuários devem atualizar suas alocações. Ou seja, é necessário um certo grau de coordenação entre os usuários que, a princípio, não é possível em um ambiente totalmente distribuído. Isso motivou o estudo do caso assíncrono, abordado em (Scutari et al., 2008a). Neste trabalho, Scutari et al. propõe e analisa o algoritmo de *water-filling* iterativo mais geral, implementado de uma forma totalmente assíncrona, no sentido definido em (Bertsekas & Tsitsiklis, 1989). Isto significa que alguns usuários podem otimizar suas alocações de potência com uma frequência maior que outros e na otimização podem ser usadas medidas desatualizadas da SINR. Desse modo, o algoritmo assíncrono representa uma generalização dos casos seqüencial e simultâneo.

Assim como nos casos sequencial e simultâneo, as condições de convergência do jogo assíncrono são, de um modo geral, atendidas em sistemas DSL e curiosamente não dependem de qualquer sincronismo ou seqüência específica em que os usuários realizam a otimização de suas alocações de potência (Scutari et al., 2008a). Portanto, as condições de convergência do algoritmo assíncrono representam um conjunto unificado de condições que englobam todos os algoritmos existentes, sejam eles seqüenciais ou simultâneos.

Em suma, as características específicas dos canais DSL, onde são observados níveis de interferência relativamente baixos se comparados com, por exemplo, sistemas de comunicações sem fio, favorecem a convergência dos algoritmos de *water-filling* iterativo. E, independentemente da técnica usada, seja ela seqüencial, simultânea ou assíncrona, o algoritmo de *water-filling* iterativo converge para o único ponto de equilíbrio de Nash do jogo (3.19).

3.2.3 *Bitloading* discreto iterativo

Assim como o WF monousuário, o *water-filling* iterativo apresentado na seção anterior não leva em consideração uma restrição prática irremediável do problema de alocação de potência: o número de bits alocados em cada subcanal precisa ser, necessariamente, inteiro ou múltiplo de alguma base devido às opções de modulação

disponíveis no transmissor.

Uma forma simples de resolver este problema é, após a convergência para o ponto de equilíbrio, discretizar a alocação de bits obtida pelo *water-filling* iterativo da forma apresentada na seção 3.1.4, mantendo a alocação de potência inalterada. Tal procedimento é detalhado no algoritmo 3.4, que chamaremos de *discretized IWF* (DIWF), onde é considerado, sem perda de generalidade, que o número de bits em cada subcanal deve ser inteiro. Após a discretização, a taxa de cada usuário é menor ou igual à taxa obtida pelo IWF, com igualdade apenas caso as alocações de bit originais já sejam inteiras. Note que, como a alocação de potência não é alterada e o número de bits nos subcanais pode ser menor após o arredondamento, a margem de ruído do DIWF em cada subcanal é maior ou igual à margem do IWF. Isso significa que a alocação usa mais potência do que a necessária para atender à margem especificada, ou seja, a solução obtida é subótima.

Algoritmo 3.4 Algoritmo IWF com alocação de bits discretizada (DIWF).

```

1: IWF
2: for  $n = 1 : N$  do
3:    $b_k^n = \left\lfloor \log_2 \left( 1 + \frac{\Gamma^{-1} |h_k^{n,n}|^2 s_k^n}{\sum_{m \neq n} |h_k^{n,m}|^2 s_k^m + \sigma_k^n} \right) \right\rfloor_{0}^{\bar{b}}, \forall k$ 
4: end for

```

Como visto na seção 3.1.4, para se obter a solução ótima quando existe uma restrição de número inteiro bits alocados é necessário o uso de um algoritmo de *bitloading* discreto. Consideremos, então, um novo jogo onde cada jogador define sua estratégia realizando um *bitloading* discreto. O espaço de estratégias de cada jogador neste novo jogo é diferente daquele visto em (3.20). Além de respeitar a restrição de potência máxima, a alocação de potência deve resultar em uma alocação de bits discreta. O conjunto de estratégias possíveis, dessa forma, depende das estratégias usadas pelos outros jogadores, uma vez que o cálculo do número de bits em cada subcanal depende do *crosstalk* gerado pelos demais transmissores.

Para uma primeira análise do jogo, vamos considerar a abordagem seqüencial que resulta no algoritmo 3.5, o qual chamaremos de algoritmo iterativo de *bitloading* discreto (IDB). Note que há basicamente duas diferenças entre o algoritmo IWF e

o IDB. A primeira, na linha 4, é o uso do operador de alocação discreta de bits $\text{DB}_q(\mathbf{s}^{-q})$ que retorna a solução discreta de máxima taxa. Este operador pode ser implementado usando-se, por exemplo, o algoritmo *bit-filling*. A segunda, na linha 8, é o arredondamento feito na alocação de bits dos demais usuários para garantir que suas alocações de bits sejam discretas após a atualização da alocação de potência do q -ésimo usuário.

Algoritmo 3.5 Algoritmo iterativo de *bitloading* discreto.

```

1: Inicializar  $s_k^n = 0$  e  $b_k^n = 0$  para  $k = 1, \dots, K$  e  $n = 1, \dots, N$ .
2: for  $i = 1 : N_{it}$  do
3:    $q = i - \lfloor \frac{i}{N} \rfloor N$ 
4:    $\mathbf{s}^q(i+1) = \text{DB}_q(\mathbf{s}^{-q}(i))$ 
5:   for  $n = 1 : N$  do
6:     if  $n \neq q$  then
7:        $\mathbf{s}^n(i+1) = \mathbf{s}^n(i)$ 
8:        $b_k^n(i+1) = \left\lfloor \log_2 \left( 1 + \frac{\Gamma^{-1} |h_k^{n,n}|^2 s_k^n(i+1)}{\sum_{m \neq n} |h_k^{n,m}|^2 s_k^m(i+1) + \sigma_k^n} \right) \right\rfloor_{0}^{\bar{b}}, \forall k$ 
9:     end if
10:  end for
11: end for

```

Apesar da semelhança entre o IWF e o IDB, o uso de um algoritmo de *bitloading* discreto para determinar a estratégia dos jogadores altera a dinâmica e as propriedades de convergência do jogo. Uma forma de verificar o impacto do *bitloading* discreto na convergência do algoritmo é através da análise das chamadas curvas de reação ótima dos jogadores (Basar & Olsder, 1999). A curva de reação ótima de um jogador é definida como o conjunto de alocações ótimas do jogador em relação a todas as possíveis alocações dos demais jogadores (Basar & Olsder, 1999). As intersecções entre as curvas de reação ótima dos jogadores são de particular interesse pois, caso existam, representam pontos de equilíbrio de Nash (Basar & Olsder, 1999).

Consideremos o cenário mais simples de sistema de comunicação multiusuário: dois usuários e um único subcanal. Neste caso, o canal é definido por uma matriz

2×2 e existem apenas duas variáveis de decisão, a potência de transmissão do primeiro usuário, s_1 , e a potência de transmissão do segundo usuário, s_2 . O fato de haver apenas uma variável de decisão para cada jogador permite que as curvas de reação sejam traçadas em um gráfico bidimensional, no plano das estratégias $s_1 \times s_2$, o que possibilita uma análise gráfica da convergência do jogo.

No caso contínuo, a solução de *water-filling* no cenário monocanal é trivial: toda a potência disponível é empregada na única portadora do sistema. Assim sendo, para o IWF, as curvas de reação ótima dos jogadores são dadas por

$$s_1 = P_{\max}, \quad \forall s_2, \quad (3.22)$$

para o primeiro usuário, e

$$s_2 = P_{\max}, \quad \forall s_1, \quad (3.23)$$

para o segundo usuário. A interseção entre as duas curvas acontece em $s_1 = s_2 = P_{\max}$, que representa o ponto de equilíbrio do algoritmo.

Não é possível fazer a mesma análise para o IDB, ou pelo menos não de forma tão simples, devido à restrição de número inteiro de bits alocados. Por isso faremos uso de exemplos gráficos em nossa análise. O primeiro exemplo é mostrado na figura 3.3. Cada ponto na curva de reação ótima de um usuário corresponde à solução ótima do problema de maximização de taxa com restrição de número inteiro de bits alocados para uma dada alocação de potência do outro usuário.

Note que as curvas de reação obtidas na figura 3.3 não são contínuas. Cada curva de reação é composta de segmentos de reta e cada um destes segmentos está associado a um certo número inteiro de bits alocados. Usando (3.2) e (3.18), as equações que descrevem os seguimentos de reta são dadas por

$$s_1 = \frac{(2^{b_1} - 1) |h^{1,2}|^2}{\Gamma^{-1} |h^{1,1}|^2} s_2 + \frac{\sigma (2^{b_1} - 1)}{\Gamma^{-1} |h^{1,1}|^2}, \quad (3.24)$$

para o primeiro usuário, e

$$s_2 = \frac{(2^{b_2} - 1) |h^{2,1}|^2}{\Gamma^{-1} |h^{2,2}|^2} s_1 + \frac{\sigma (2^{b_2} - 1)}{\Gamma^{-1} |h^{2,2}|^2}, \quad (3.25)$$

para o segundo usuário. O valor máximo de cada segmento é determinado pela potência máxima disponível. Uma vez atingido este valor, é necessário diminuir de

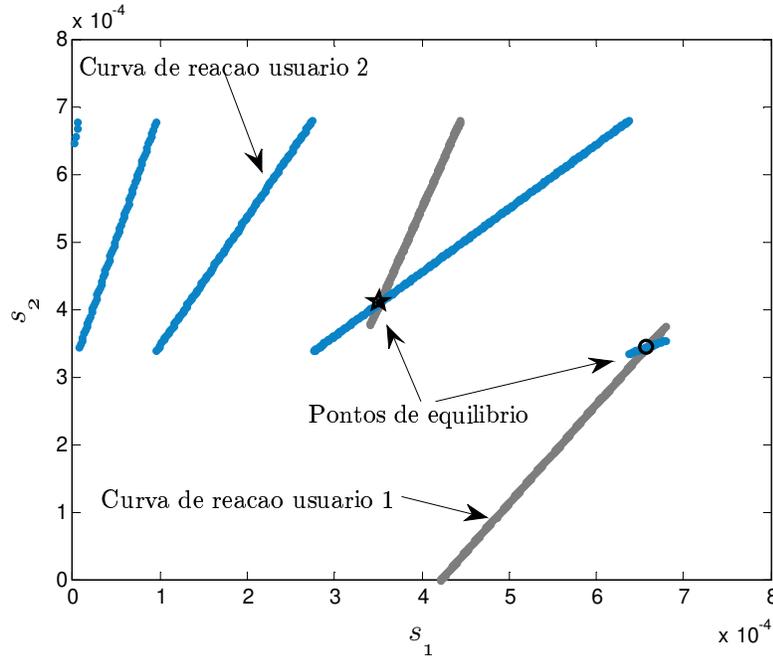


Figura 3.3: Curvas de reação ótima em um cenário onde o IDB apresenta dois pontos de equilíbrio.

um bit a alocação de modo a garantir que a margem de ruído seja respeitada e um novo segmento de reta se inicia.

Observa-se que existem dois cruzamentos entre as curvas de reação ótima dos usuários na figura 3.3, ou seja, há dois possíveis pontos de equilíbrio para onde o algoritmo IDB pode convergir neste cenário. As estratégias iniciais dos jogadores determinam para qual deles o jogo irá convergir, dependendo da bacia de atração onde as inicializações se localizam. Portanto, este exemplo nos mostra que, ao contrário do IWF, não há garantia de unicidade do ponto de equilíbrio no jogo com restrição de *bitloading* discreto.

Vejamos agora o exemplo mostrado na figura 3.4. Neste cenário não há interseção entre as curvas de reação ótima dos usuários, ou seja, não há pontos de equilíbrio de Nash no jogo. Porém, existem dois ciclos limite para onde o algoritmo pode convergir em regime. A alocação de potência inicial de cada jogador determina para qual ciclo limite o algoritmo IDB irá convergir.

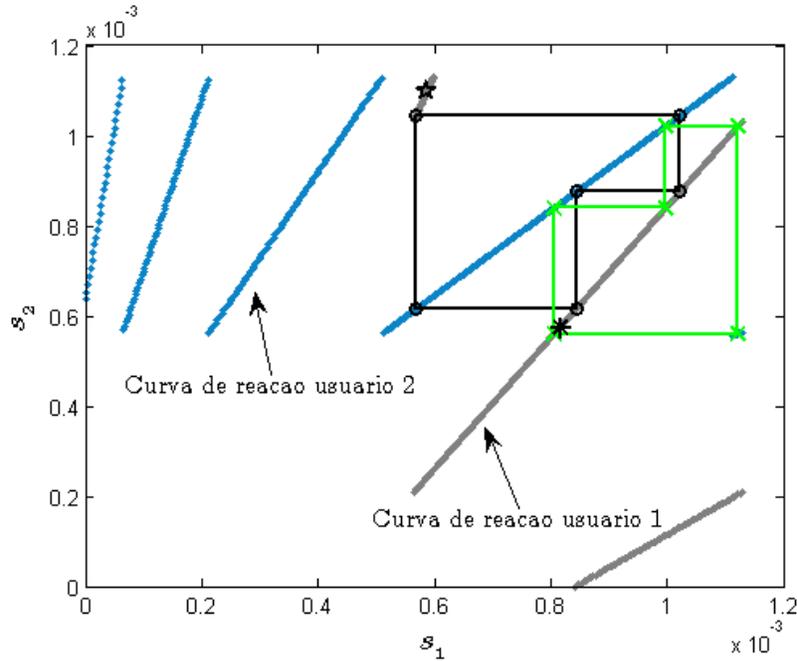


Figura 3.4: Curvas de reação ótima em um cenário onde o IDB apresenta dois ciclos limite.

Estes dois exemplos usando o mais simples dos cenários, dois usuários em um único canal, mostram que a inclusão da restrição de *bitloading* discreto tem um impacto significativo na convergência do jogo. Enquanto o IWF converge sempre para a solução trivial, $s_1 = s_2 = P_{\max}$, independentemente do canal, o IDB pode apresentar nenhum, um ou múltiplos pontos de equilíbrio. É esperado que o mesmo comportamento seja observado em cenários mais complexos, com mais usuários e subcanais, como os sistemas DSL.

Na figura 3.5 é mostrado um exemplo da evolução da taxa ao longo das iterações dos dois algoritmos, IWF e IDB, no *upstream* de um sistema VDSL, que possui 1.635 subcanais. O IWF converge para o equilíbrio em menos de 5 iterações, com o usuário mais próximo da central atingindo uma taxa próxima de 60 Mbps e o mais distante uma taxa de aproximadamente 25 Mbps. Por outro lado, o IDB não apresenta equilíbrio e a taxas dos usuários apresentam uma dinâmica oscilatória de amplitude limitada em regime que aparenta ser um ciclo limite. Note que, no

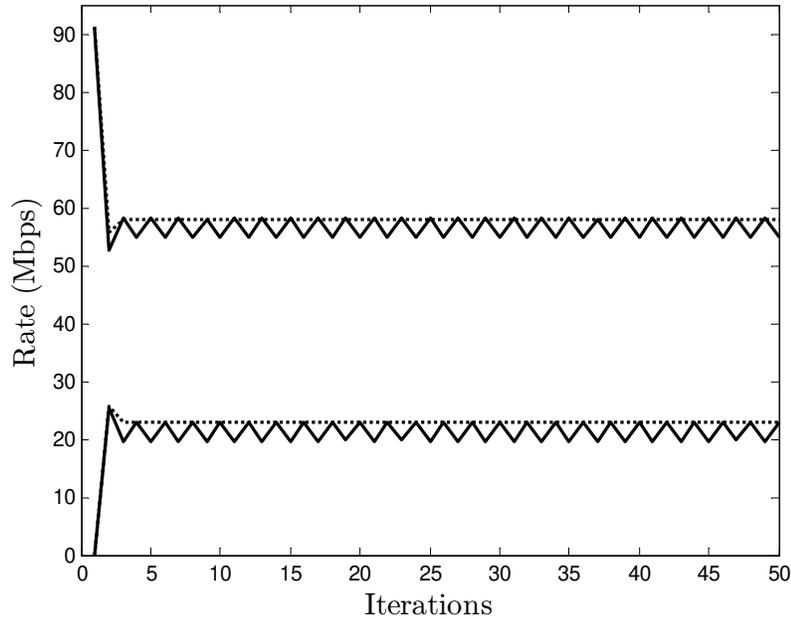


Figura 3.5: Convergência do IWF (linha pontilhada) e do IDB (linha cheia) no *upstream* de um sistema VDSL com dois usuários. As distâncias entre a os usuários e a central são 550 m e 700 m.

regime, em cada iteração do IDB a taxa de um dos usuários está no pico máximo da oscilação enquanto a do outro está no pico mínimo, e o pico máximo é muito próximo da solução de equilíbrio do IWF. O máximo está relacionado com a otimalidade da solução, ou seja, as iterações onde o usuário apresenta taxa máxima são aquelas onde suas alocações de taxa e bit correspondem à solução do problema de maximização de taxa. Na iteração seguinte, sua alocação de bits é ajustada de modo que a margem de ruído seja respeitada em todos os subcanais, fazendo com que opere em uma condição subótima e com taxa menor.

Neste exemplo pudemos ver um cenário VDSL no qual existe um equilíbrio de Nash para o IWF mas não para o IDB. Na verdade, como a convergência do IDB depende da inicialização, é mais correto afirmar que a inicialização usada, alocações nulas para os dois usuários, estava em uma bacia de atração que não levava a um equilíbrio. É possível que exista um ou mais pontos de equilíbrio no sistema dinâmico

representado pelo algoritmo IDB, mas, de fato, não é possível dizer de antemão qual a inicialização que os alcançaria.

Mas qual seria o impacto da ausência de equilíbrio em um sistema prático? Ao término do número de iterações pré determinado para o algoritmo, o último usuário a otimizar suas alocações estaria operando numa condição ótima sob o ponto de vista monousuário, enquanto os demais estariam com alocações subótimas devido ao ajuste para respeitar a margem de ruído. Essa taxa subótima pode ser vista como uma perda de desempenho em relação ao IWF. Por outro lado, a comparação direta com o IWF não é justa pois suas alocações de bits são contínuas, algo que não é possível na prática. A comparação mais justa deve ser feita com a versão discretizada do IWF, o DIWF, que também apresenta uma perda de desempenho devido à discretização das alocações.

Na próxima seção mostraremos algumas simulações no cenário VDSL com o objetivo de avaliar a frequência com que o IDB converge para pontos de equilíbrio e, em caso de não convergência, comparar a perda de desempenho em relação ao IWF e ao DIWF.

3.3 Simulações

Todas as simulações mostradas nesta seção foram realizadas considerando-se o canal de *upstream* de um sistema VDSL. As matrizes de canal foram obtidas a partir do modelo de canal empírico descrito na seção 2.3.1. Foram considerados pares trançados de diâmetro 0,5 mm (24-AWG). O *gap* de capacidade foi calculado para uma taxa de erro de bit de 10^{-7} ou menos, um ganho de codificação de 3,8 dB e uma margem de ruído de 6 dB, o que leva a um SNR-*gap* efetivo de $\Gamma = 9,8 - 3,8 + 6 = 12$ dB. De acordo com o padrão VDSL (ETSI-TS-101-270-1, 2003; ANSI-T1.424, 2004), foram usados subcanais com largura de 4,3125 kHz e 4 kbd de taxa de símbolos DMT. Foi utilizado um ruído branco com densidade espectral de potência de -140 dBm/Hz e a potência máxima de transmissão de cada usuário foi limitada em 11,5 dBm. Os subcanais usados para o *upstream* foram definidos segundo o *bandplan A* do padrão VDSL (ITU-T, 2004). O número máximo de bits alocados em cada subcanal foi limitado em 15 bits. Um resumo dos parâmetros usados nas

Tabela 3.1: Parâmetros de sistema usados nas simulações

Padrão de sistema	VDSL
Modelo de canal	empírico
Diâmetro do par trançado	0,5 mm (24-AWG)
Taxa de erro máxima	10^{-7}
Ganho de codificação	3,8 dB
Margem de ruído	6 dB
Γ	12 dB
Δf	4,3125 kHz
f_s	4 kHz
Ruído	-140 dBm/Hz
Potência máxima de transmissão	11,5 dBm
<i>Bandplan</i>	A
Número máximo de bits por subcanal	15 bits

simulações é mostrado na tabela 3.1.

3.3.1 Avaliação do desempenho em função do alcance

No nosso primeiro experimento vamos comparar as taxas obtidas através do algoritmo IDB em relação ao IWF em função do alcance. Vamos considerar o cenário com dois usuários mostrado na figura 3.6. O primeiro usuário está localizado a uma distância de 400 m da central, operando com uma taxa fixa de 50 Mbps, e servirá de referência. A distância entre a central e o segundo usuário foi variada de 500 m a 1200 m, em incrementos de 100 m, e, para cada uma destas distâncias, foi medida a taxa máxima obtida através dos dois algoritmos, IDB e IWF. Em todas as simulações, o usuário de referência foi o último a otimizar sua alocação de potência de modo a garantir a otimalidade de sua alocação. Os resultados obtidos são mostrados na figura 3.7.

Observe que a taxa obtida pelo IDB é aproximadamente 10% menor do que a taxa

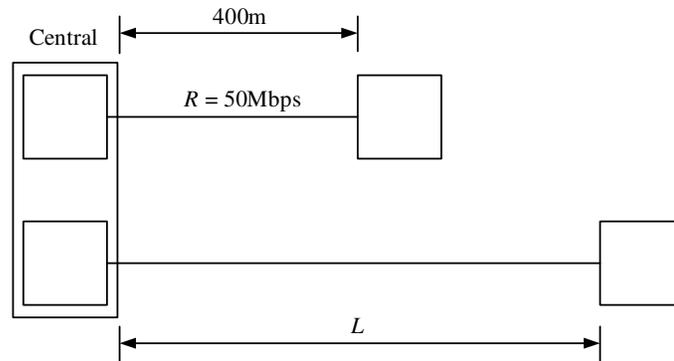


Figura 3.6: Cenário usado nas simulações de taxa em função do alcance. Um dos usuários se localiza a 400 m da central com taxa fixa de 50 Mbps enquanto o outro localiza-se a uma distância variável (L) da central.

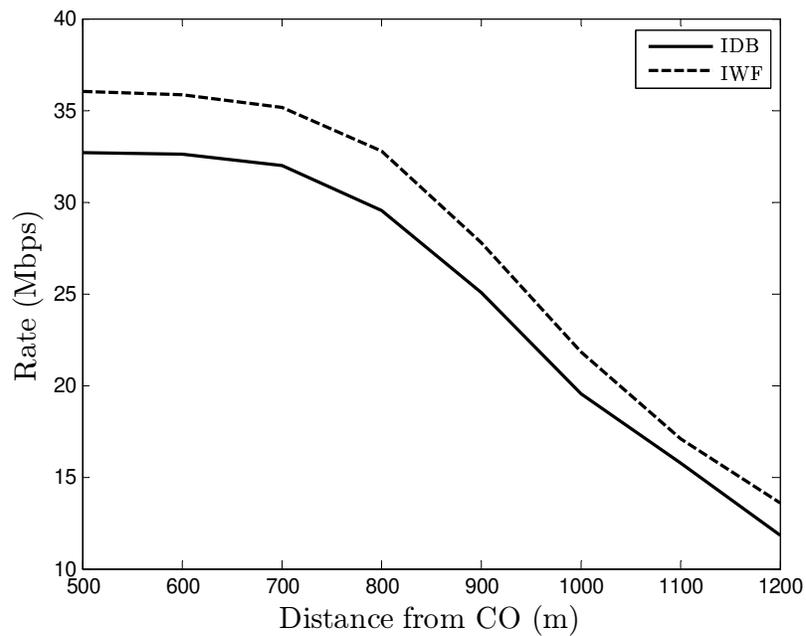


Figura 3.7: Taxa em função do alcance obtidas pelos algoritmos IWF e IDB no *upstream* do sistema VDSL mostrado na figura 3.6.

do IWF em todas as distâncias avaliadas. A perda de desempenho se deve ao fato do IDB não convergir para um ponto de equilíbrio em nenhum dos casos analisados, ou seja, a alocação de potência obtida é subótima devido ao ajuste feito na alocação de bits para garantir a margem de ruído correta. Note que foram avaliados vários níveis de interferência, desde baixa interferência, quando as distâncias entre a central e os usuários eram parecidas, até o cenário *near-far*, de grande interferência no usuário mais distante da central. Independentemente da intensidade da interferência, não foram observados pontos de equilíbrio no IDB, o que indica que a relação entre a intensidade da interferência e a convergência do IDB não é tão direta como para o IWF. Portanto, devem existir outras condições não observadas que influenciam na existência de pontos de equilíbrio do IDB.

3.3.2 Região de taxa

Neste experimento vamos comparar as regiões de taxa dos três algoritmos, IDB, IWF e DIWF. O cenário é constituído de dois usuários, um a 400 m e outro a 700 m da central. Os resultados são mostrados na figura 3.8. Em nenhuma das simulações o IDB convergiu para um ponto de equilíbrio, o que indica que a existência de um equilíbrio de Nash em cenários práticos é rara. Como não há convergência para um ponto de equilíbrio, as taxas resultantes do IDB foram medidas após um número de iterações suficiente para que a dinâmica do algoritmo entrasse em regime. Entretanto, não havendo equilíbrio, apenas um dos usuários está operando com alocação ótima. Qual deles, depende da iteração na qual foi realizada a medida. Por isso são mostradas duas regiões de taxa na figura 3.8: uma com o *link* de 400 m operando com alocação ótima e outra com otimalidade no *link* de 700 m ao término das iterações.

Comparando os resultados, a diferença entre as duas regiões de taxa do IDB é bem pequena, com vantagem para o caso no qual o *link* de 700 m está operando com alocação ótima. A região de taxa do IWF é ligeiramente maior que as duas regiões de taxa do IDB, enquanto o DIWF apresenta o pior desempenho. Ou seja, mesmo sem convergir para um ponto de equilíbrio, o IDB apresenta um desempenho superior à solução obtida através da discretização da alocação de bits resultante do IWF. Essa superioridade se deve ao fato de, no IDB, um dos usuários operar com

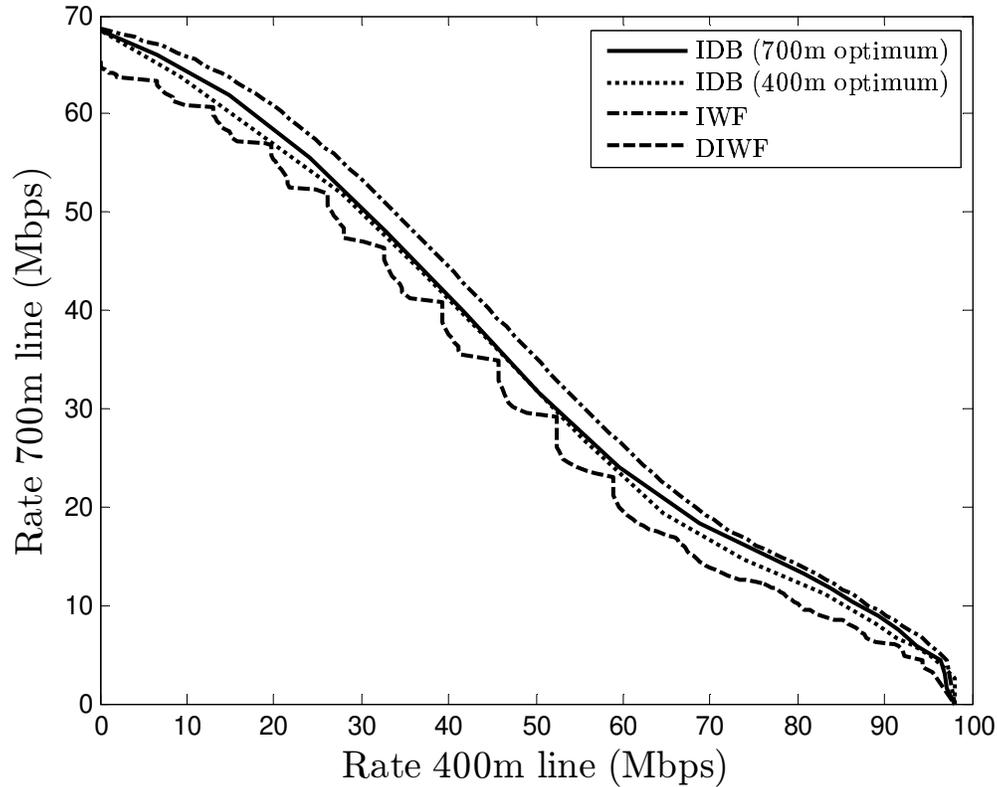


Figura 3.8: Regiões de taxa obtidas pelos algoritmos IDB, IWF e DIWF no *upstream* de um sistema VDSL.

alocação ótima. Já no DIWF, ambos usuários usam soluções subótimas do problema de *bitloading* discreto. Entretanto, é provável que em cenários com um número maior de usuários a diferença entre o IDB e o DIWF tenda a diminuir, pois o peso de um único usuário operando com solução ótima não seria tão grande quanto para o cenário com dois usuários. Infelizmente, é difícil comprovar tal afirmação pois a obtenção da região de taxa para mais de dois usuários é computacionalmente complexa, além de não ser possível se visualizar os resultados graficamente em cenários com mais de três usuários.

3.3.3 Cenário com mais de dois usuários

Neste experimento vamos avaliar a convergência e desempenho do IDB em um cenário com cinco usuários onde todos tentam maximizar suas taxas. As distâncias entre os usuários e a central usadas nas simulações foram 400 m, 500 m, 600 m, 700 m e 800 m. A convergência dos algoritmos IDB, IWF e DIWF são mostradas na figura 3.9.

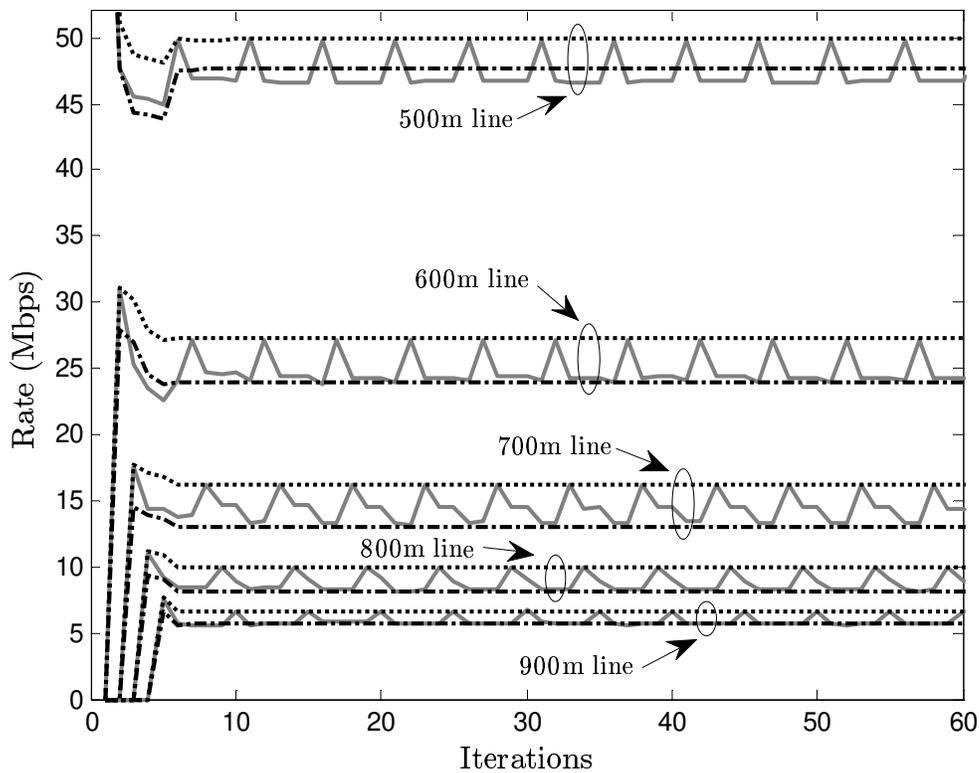


Figura 3.9: Convergência do IWF (linhas pontilhadas), do IDB (linhas cheias) e do DIWF (linhas tracejadas) no *upstream* de um sistema VDSL com 5 usuários. As distâncias entre os usuários e a central são 500m, 600m, 700m, 800m e 900m.

Novamente o IDB não apresenta um ponto de equilíbrio, mas ele converge para sua dinâmica de regime aproximadamente no mesmo número de iterações que o IWF

Tabela 3.2: Comparação entre as taxas obtidas pelo IWF, IDB e DIWF

Comprimento da linha (m)	Taxa (Mbps)				
	500	600	700	800	900
IWF	49,87	27,25	16,27	9,97	6,66
IDB (max)	49,78	27,13	16,18	9,94	6,68
IDB (min)	46,7	23,96	13,34	8,17	5,62
DIWF	47,72	23,95	13,00	8,07	5,63

converge para seu equilíbrio de Nash. A dinâmica de regime do IDB é limitada e quase periódica, possivelmente se tratando de um ciclo limite, sendo o limitante superior próximo da taxa obtida pelo IWF enquanto o limitante inferior é próximo da taxa do DIWF. A perda de taxa máxima do IDB, isto é, a diferença entre a taxa máxima (ótima) e a mínima de um usuário em regime, varia de aproximadamente 6% a 8% dependendo do comprimento da linha, como mostrado na tabela 3.2. A relação entre o limite superior do IDB e a taxa do IWF pode ser explicada pelo fato de: 1) os picos da dinâmica de regime ocorrerem nas iterações onde o usuário está com alocação ótima; 2) as soluções ótimas dos problemas de maximização de taxa com ou sem restrição de *bitloading* discreto são próximas. Já a relação entre o limitante inferior e a taxa do DIWF não é tão clara: tanto no pico inferior do IDB quanto na discretização do IWF o usuário opera com uma solução subótima, mas a razão das taxas resultantes serem próximas ainda precisa ser melhor investigada.

A figura 3.10 mostra a evolução da taxa soma do sistema ao longo das iterações para os três algoritmos, IWF, IDB e DIWF. Note que a taxa soma do IDB em regime é praticamente constante, apesar de não haver convergência para um ponto de equilíbrio. Podemos observar que, depois da convergência, a taxa-soma do IWF é aproximadamente 9% maior do que a taxa-soma obtida pelo IDB. Por outro lado, os resultados do IDB são aproximadamente 3% melhores que os do DIWF. A pequena vantagem do IDB em relação ao DIWF pode ser explicada pelo fato de no IDB sempre haver um usuário em cada iteração operando com alocação ótima, enquanto as alocações no DIWF de todos usuários, em todas as iterações, serem

subótimas. Portanto, em termos da informação total que pode ser transmitida através do canal, o uso de um algoritmo de *bitloading* discreto é ligeiramente melhor do que a discretização da solução contínua obtida pelo *water-filling*.

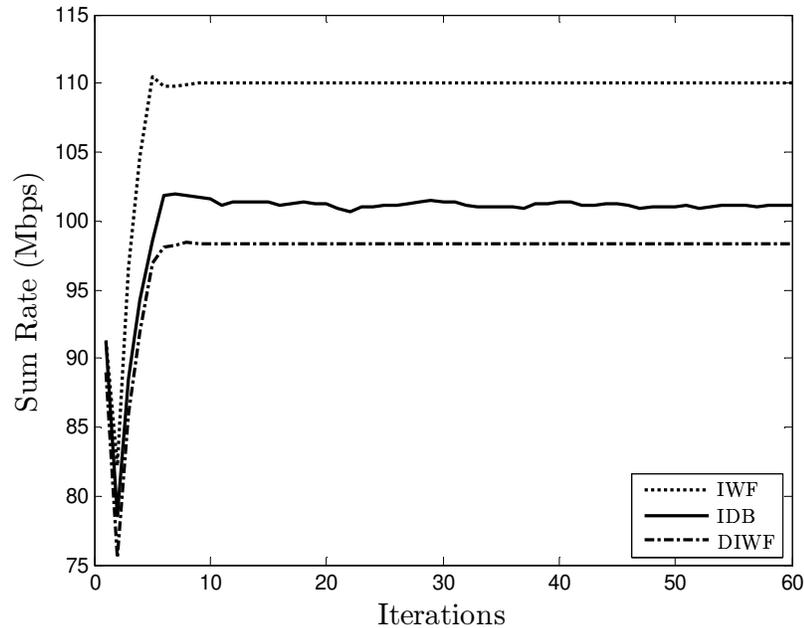


Figura 3.10: Evolução da taxa-soma do IWF, IDB e DIWF ao longo das iterações no cenário com cinco usuários.

3.4 Conclusões

Neste capítulo abordamos o gerenciamento espectral multiusuário distribuído no contexto dos sistemas DSL. Vimos que é possível formular o problema como um jogo não-cooperativo onde cada usuário representa um jogador que procura maximizar autonomamente seu critério de desempenho (taxa ou margem de ruído) através da otimização de sua estratégia (alocação de potência). Esta abordagem de teoria dos jogos tem sido usada na literatura para análise do algoritmo de *water-filling* iterativo, IWF, mostrando que, no caso de *bitloadings* contínuos, o jogo apresenta

um único ponto de equilíbrio de Nash, mediante a certas condições de interferência que normalmente são atendidas nos sistemas DSL.

Entretanto, em cenários práticos, o número de bits alocados em cada subcanal precisa ser discreto, em geral inteiro, e tal restrição não é contemplada pelo IWF. Propusemos, então, um algoritmo de *bitloading* discreto iterativo e analisamos, através de simulações, sua convergência e desempenho. Os resultados mostraram que o algoritmo depende das alocações iniciais dos usuários e que podem existir múltiplos ou até mesmo nenhum ponto de equilíbrio. Na verdade, as simulações realizadas em sistemas VDSL indicaram que é bastante rara a convergência para um ponto de equilíbrio, sendo mais comum uma dinâmica em regime onde a taxa dos usuários oscila entre um limitante superior, próximo à taxa do IWF, e um limitante inferior, próximo à taxa do DIWF, o qual, por sua vez, possui a vantagem da garantia de convergência.

4

Coordenação de sinais e de espectro

No capítulo anterior, abordamos o gerenciamento espectral no contexto distribuído, onde cada usuário alocava sua potência independentemente dos demais. Nenhuma medida além da otimização espectral era adotada para mitigar o *crosstalk*.

Neste capítulo, vamos considerar o caso coordenado, no qual os sinais dos diferentes pares do sistema DSL são processados conjuntamente, com o objetivo de combater o *crosstalk*. O gerenciamento espectral também é coordenado de modo que a otimização da alocação da potência leva em consideração todos os usuários.

A coordenação entre os sinais permite o uso de técnicas MIMO para o cancelamento do *crosstalk*. Entretanto, diferentemente do caso distribuído, é necessário o conhecimento do canal tanto para projetar as matrizes de processamento quanto para realizar a alocação da potência. Mas, como o canal DSL varia muito lentamente em relação à taxa de amostragem do sistema, é possível estimar as matrizes de canal de forma adequada.

O capítulo está estruturado da seguinte forma. Primeiramente vamos apresentar

as técnicas de processamento MIMO usadas no combate ao *crossstalk*. Em seguida, o problema de otimização espectral será discutido, levando em consideração as técnicas de processamento. Por fim, os resultados das simulações e as conclusões serão apresentados.

4.1 Técnicas multiusuário de processamento de sinais

Nesta seção serão mostradas as técnicas lineares de processamento de sinal multiusuário para mitigação de *crossstalk* em sistemas DSL que foram exploradas no trabalho. Serão analisadas as três possíveis situações:

- Coordenação entre os sinais somente na recepção e não na transmissão;
- Coordenação entre os sinais exclusivamente na transmissão e não na recepção;
- Coordenação na transmissão e recepção simultaneamente.

As técnicas lineares podem ser implementadas através da multiplicação dos sinais transmitidos por uma matriz de *precoding* antes da transmissão e/ou a multiplicação do sinais recebidos por uma matriz de recepção. Dessa forma, todos os esquemas de processamento podem ser representados como mostrado na figura 4.1. Na figura, \tilde{x}_k^n é o símbolo de informação transmitido no subcanal k do par n , \tilde{y}_k^n é o sinal no k -ésimo subcanal da n -ésima linha resultante do processamento do sinal recebido e \mathbf{P}_k e \mathbf{R}_k são, respectivamente, as matrizes de *precoding* e de recepção no subcanal k . Este esquema linear de processamento cria um sistema equivalente que é descrito por

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{y}}_k &= \mathbf{R}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{R}_k \mathbf{z}_k \\ &= \tilde{\mathbf{H}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k + \tilde{\mathbf{z}}_k,\end{aligned}\tag{4.1}$$

onde $\tilde{\mathbf{H}}_k$ é o canal equivalente e $\tilde{\mathbf{z}}_k = \mathbf{R}_k \mathbf{z}_k$ é o ruído aditivo gaussiano equivalente com média nula e matriz de covariância $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{z}}_k} = \sigma_k \mathbf{R}_k \mathbf{R}_k^H$.

Note que as técnicas usadas neste capítulo pressupõe o conhecimento perfeito das matrizes de canal.

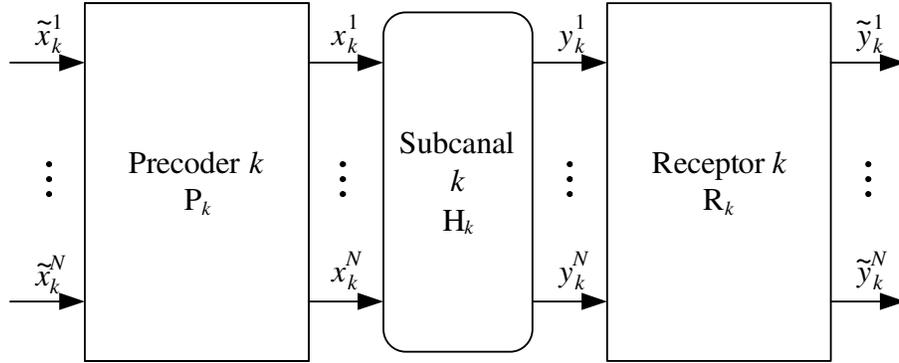


Figura 4.1: Sistema equivalente.

O nível de coordenação impõe restrições sobre as matrizes. A seguir, descreveremos em mais detalhes como.

4.1.1 Coordenação na recepção

Para que exista coordenação na recepção, ou seja, para que os sinais de um sistema DSL sejam conjuntamente processados na recepção, é necessário que os modems receptores estejam localizados fisicamente num mesmo lugar. Esta situação corresponde ao canal de acesso múltiplo e ocorre no *upstream* de um sistema DSL, quando uma mesma central recebe os sinais transmitidos por vários usuários. Como não há processamento na transmissão, a matriz de *precoder* é a identidade, ou seja, $\mathbf{P}_k = \mathbf{I}_N$ em (4.1).

Neste caso, a matriz de canal DSL apresenta uma propriedade bastante útil: o módulo do elemento que pertence à diagonal principal de uma determinada coluna, correspondente ao canal direto, é muito maior que o módulo dos demais elementos desta coluna, correspondentes ao *crosstalk*. Matematicamente, temos que

$$|h_k^{m,m}| \gg |h_k^{n,m}|, \quad \forall m \neq n. \quad (4.2)$$

Esta propriedade é chamada de dominância diagonal por colunas (DDC) e implica que o canal de crosstalk $h_k^{n,m}$ de um interferente m na vítima n é sempre mais fraco que o canal direto do interferente $h_k^{m,m}$ (Cendrillon, 2004).

A DDC da matriz de canal faz com que o ganho de diversidade espacial em sistemas DSL seja desprezível e, por isso, a capacidade de um usuário é muito próxima à do limitante mono-usuário, ou seja, cada usuário opera a taxas muito próximas às que ele teria se fosse o único transmitindo (Cendrillon, 2004). Assim, o processamento conjunto dos sinais na recepção não melhora o desempenho do sistema devido ao ganho de diversidade mas sim porque atenua a potência das interferências.

Cancelamento de crosstalk baseado no critério *zero-forcing*

O cancelador *zero-forcing* (CZF) consiste de uma estrutura linear, projetada de forma que os canais de crosstalk da matriz de canal equivalente sejam “forçados” a zero (Cendrillon, 2004; Cendrillon, Ginis, Bogaert, & Moonen, 2006).

Aplicando-se o critério *zero-forcing* (ZF), $\mathbf{P}_k = \mathbf{I}_N$ e $\mathbf{R}_k = \mathbf{H}_k^{-1}$ e, dessa forma, a estimativa do vetor transmitido é dada por

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{y}}_k &= \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{y}_k \\ &= \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{z}_k.\end{aligned}\tag{4.3}$$

Assim, os usuários transmitem seus sinais por um canal sem crosstalk e são afetados apenas pelo ruído filtrado.

A filtragem do ruído pela inversa da matriz de canal altera a matriz de covariância do ruído, que passa a ser $\sigma_k \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{H}_k^{-H}$, dando origem ao fenômeno conhecido como *noise enhancement* ou amplificação de ruído. Se a matriz de canal não for bem condicionada, a amplificação do ruído pode provocar uma severa degradação no desempenho do sistema. Entretanto, a propriedade DDC pode ser usada para demonstrar que a matriz de canal DSL é bem condicionada e que, por isso, o CZF causa uma amplificação desprezível do ruído, propiciando a cada usuário atingir uma taxa próxima ao limite mono-usuário (Cendrillon, 2004; Cendrillon, Moonen, Bogaert, & Ginis, 2004; Cendrillon et al., 2006).

4.1.2 Coordenação na transmissão

O processamento conjunto dos sinais de um sistema DSL na transmissão pode ser feito quando os modems de transmissão estão localizados fisicamente num mesmo lugar. Esta situação configura o canal de *broadcast* e ocorre no *downstream*, quando os modems estão localizados numa mesma central. Neste caso, é possível inserir uma pré-distorção no sinal transmitido de modo a compensar o crosstalk e permitir que os usuários detectem seus sinais livres de interferência. Como não há processamento na recepção, neste caso, $\mathbf{R}_k = \mathbf{I}_N$ em (4.1).

A matriz de canal de *downstream* possui uma propriedade especial: dominância diagonal por linhas (DDL). Segundo esta propriedade, o módulo do elemento que pertence à diagonal principal de uma determinada linha é muito maior que o módulo dos demais elementos desta linha,

$$|h_k^{n,n}| \gg |h_k^{n,m}|, \quad \forall m \neq n. \quad (4.4)$$

Como no caso da coordenação na recepção, devido a esta propriedade da matriz de canal DSL, o ganho de diversidade espacial é desprezível. Porém, o processamento conjunto dos sinais na transmissão permite o cancelamento do crosstalk e o conseqüente aumento das taxas do sistema (Cendrillon, 2004).

Precoder *zero-forcing*

O precoder *zero-forcing* (PZF) se baseia no critério ZF para pré-distorcer os sinais a serem transmitidos de modo a eliminar o *crosstalk*. Neste caso, o vetor a ser transmitido é dado pela multiplicação da inversa da matriz de canal, \mathbf{H}_k^{-1} , pelo vetor contendo os símbolos a serem enviados a cada usuário, $\tilde{\mathbf{x}}_k$, de acordo com a equação

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{H}_k^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_k. \quad (4.5)$$

Usando-se a inversa da matriz de canal como matriz de *precoding*, $\mathbf{P}_k = \mathbf{H}_k^{-1}$, o vetor recebido é dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{z}_k \\ &= \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{z}_k. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Apesar de eliminar completamente o *crosstalk* entre os usuários, o PZF apresenta um problema bem conhecido: o *power enhancement* ou amplificação de potência. Como as restrições de potência de transmissão se aplicam após o *precoder*, para compensar a amplificação devido ao PZF, é necessário reduzir a potência dos símbolos de informação antes do *precoder*, o que acarreta uma perda de SNR e, conseqüentemente, de taxa. Entretanto, devido à propriedade de DDL da matriz de canal, os efeitos da amplificação de potência são desprezíveis e, assim como o CZF, o PZF possui desempenho próximo ao limitante mono-usuário (Cendrillon, 2004; Cendrillon, Moonen, Verlinden, Bostoen, & Ginis, 2004).

4.1.3 Coordenação na transmissão e na recepção

No cenário completamente coordenado, todos os pares podem ser conjuntamente processados tanto na transmissão quanto na recepção. Este é o caso MIMO monousuário, onde a central se comunica com um único usuário, utilizando, para este fim, diversos pares em paralelo. Tal situação pode ocorrer quando um mesmo usuário tem acesso a vários pares trançados de um cabo telefônico ou ainda na comunicação entre uma central e um terminal remoto (Starr et al., 1999, 2003). A capacidade do sistema MIMO monousuário é atingida através do uso da decomposição em valores singulares, ou *singular value decomposition* (SVD), da matriz de canal (Starr et al., 1999; Telatar, 1999). Vejamos do que consiste tal técnica.

Seja $\mathbf{H}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{\Sigma}_k \mathbf{V}_k^H$ a SVD da matriz de canal \mathbf{H}_k , onde \mathbf{U}_k e \mathbf{V}_k são matrizes unitárias que contém os auto-valores das matrizes $\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H$ e $\mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k$ respectivamente, e $\mathbf{\Sigma}_k$ é a matriz diagonal contendo a raiz quadrada dos auto-valores correspondentes (Golub & Loan, 1996). Usando a matriz \mathbf{V}_k como *precoder* no transmissor e a matriz \mathbf{U}_k^H no receptor, o vetor recebido é dado por

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_k &= \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{V}_k \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{U}_k^H \mathbf{z}_k \\ &= \mathbf{\Sigma}_k \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{U}_k^H \mathbf{z}_k, \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde $\mathbf{\Sigma}_k$ é a matriz de canal equivalente e, como se trata de uma matriz diagonal, o *crosstalk* é eliminado.

As matrizes de *precoding* e de recepção são unitárias de forma que elas não alteram a potência de transmissão e nem as estatísticas do ruído, como veremos a

seguir. A potência total de transmissão em um subcanal, isto é, a soma das potências transmitidas em cada par, é dada por

$$\begin{aligned}
\mathcal{E} [\|\mathbf{x}_k\|^2] &= \mathcal{E} [\mathbf{x}_k^H \mathbf{x}_k] \\
&= \mathcal{E} [\tilde{\mathbf{x}}_k^H \mathbf{V}_k^H \mathbf{V}_k \tilde{\mathbf{x}}_k] \\
&= \mathcal{E} [\tilde{\mathbf{x}}_k^H \tilde{\mathbf{x}}_k] \\
&= \mathcal{E} [\|\tilde{\mathbf{x}}_k\|^2],
\end{aligned} \tag{4.8}$$

onde $\mathbf{V}_k^H \mathbf{V}_k$ resulta na matriz identidade pois \mathbf{V}_k é unitária. Note que a última linha é igual à potência total de transmissão antes da precodificação, ou seja, a operação de *precoding* não afeta a potência total de transmissão. Na recepção, o ruído equivalente, $\tilde{\mathbf{z}}_k = \mathbf{U}_k^H \mathbf{z}_k$, resultante do processamento linear aplicado ao sinal recebido, mantém-se gaussiano e de média nula. Sua matriz de covariância é dada por

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{z}}_k} &= \mathcal{E} [\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k^H] \\
&= \mathcal{E} [\mathbf{U}_k \mathbf{z}_k \mathbf{z}_k^H \mathbf{U}_k^H] \\
&= \mathbf{U}_k \mathcal{E} [\mathbf{z}_k \mathbf{z}_k^H] \mathbf{U}_k^H \\
&= \mathbf{U}_k \sigma_k \mathbf{I}_N \mathbf{U}_k^H \\
&= \sigma_k \mathbf{I}_N,
\end{aligned} \tag{4.9}$$

ou seja, $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{z}}_k} = \mathbf{C}_{\mathbf{z}_k}$, e, portanto, o filtro de recepção não altera as estatísticas do ruído.

Em suma, a SVD efetivamente elimina o *crosstalk* e transforma o canal MIMO em um sistema equivalente com canais desacoplados, sem amplificação de ruído e sem aumento na potência total. Por conseqüência, a potência pode ser alocada facilmente a cada um destes canais independentes. Na verdade, quando combinada com o algoritmo de *water-filling* para alocação de potência, que será descrito na seqüência do capítulo, a técnica de SVD atinge a capacidade do canal (Telatar, 1999).

4.1.4 SVD por blocos

Até agora, nós discutimos as técnicas de processamento nos cenários com coordenação só na recepção, coordenação somente na transmissão e coordenação

completa, ou seja, tanto na transmissão quanto na recepção simultaneamente. Nesta seção vamos propor uma técnica para o cenário misto, no qual é possível processar conjuntamente todos os pares do sistema somente na central, i.e., só na transmissão ou só na recepção, porém, um ou mais usuários têm acesso a mais de um par trançado, de modo que o canal pode ser dividido em subsistemas MIMO monousuários, nos quais a coordenação completa dos sinais é possível. A figura 4.2 mostra um exemplo de cenário misto que iremos considerar. Neste caso, cada usuário pode ser associado a um subsistema MIMO monousuário no qual é possível a coordenação dos sinais tanto na transmissão como na recepção.

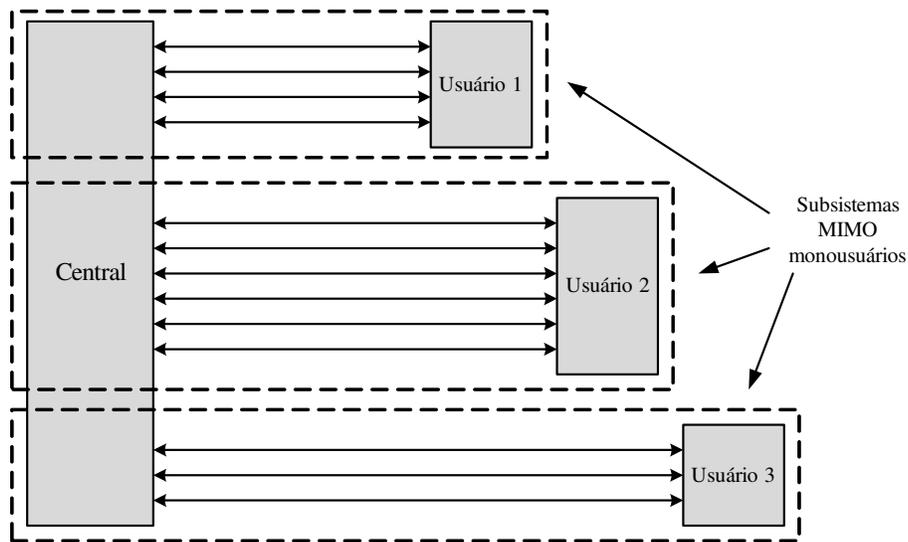


Figura 4.2: Exemplo de cenário misto onde os usuários têm acesso a mais de um par trançado.

Nossa proposta se baseia na combinação das técnicas ZF e SVD. A técnica ZF é empregada apenas para cancelar o *crosstalk* entre os diferentes usuários. Entretanto, o ZF não afeta o *crosstalk* entre os pares que pertencem a um mesmo usuário, caso este usuário tenha acesso a mais de um par. Esta abordagem cria vários canais MIMO monousuários desacoplados, um para cada usuário. Equivalentemente, este processamento ZF transforma a matriz de canal em uma matriz bloco-diagonal, com cada bloco representando o canal MIMO equivalente de um dos usuários.

Matematicamente, o canal equivalente após o ZF parcial, $\tilde{\mathbf{H}}_k^{\text{ZF}}$, deve ser a matriz

bloco-diagonal dada por

$$\tilde{\mathbf{H}}_k^{\text{ZF}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_k^1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_k^2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{H}_k^{N_u} \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

onde $N_u \leq N$ é o número de usuários e \mathbf{H}_k^i é a matriz de canal MIMO do i -ésimo usuário. Note que o *crosstalk* entre os usuários é suprimido em $\tilde{\mathbf{H}}_k^{\text{ZF}}$, entretanto, o *crosstalk* entre os pares de um mesmo usuário não devem ser alterados.

Para obter a matriz de canal equivalente $\tilde{\mathbf{H}}_k^{\text{ZF}}$ no *upstream* de um sistema DSL, cenário onde é possível processar conjuntamente todos os pares na recepção, devemos usar uma matriz de recepção \mathbf{M}_k na central de modo que

$$\tilde{\mathbf{H}}_k^{\text{ZF}} = \mathbf{M}_k \cdot \mathbf{H}_k, \quad (4.11)$$

ou seja,

$$\mathbf{M}_k = \tilde{\mathbf{H}}_k^{\text{ZF}} \cdot \mathbf{H}_k^{-1}. \quad (4.12)$$

De forma análoga, no *downstream*, onde os pares podem ser processados conjuntamente na transmissão, devemos usar uma matriz de *precoding* \mathbf{N}_k tal que

$$\tilde{\mathbf{H}}_k^{\text{ZF}} = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{N}_k, \quad (4.13)$$

ou seja,

$$\mathbf{N}_k = \mathbf{H}_k^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_k^{\text{ZF}}. \quad (4.14)$$

Depois do ZF parcial, o cabo telefônico é dividido em vários canais MIMO independentes e sem interferência entre si. Para cada canal MIMO, isto é, cada bloco da matriz de canal equivalente $\tilde{\mathbf{H}}_k^{\text{ZF}}$, a técnica de SVD pode agora ser usada para eliminar o *crosstalk* entre seus pares. Seja $\mathbf{H}_k^i = \mathbf{U}_k^i \boldsymbol{\Sigma}_k^i \mathbf{V}_k^{i\text{H}}$ a decomposição em valores singulares da matriz \mathbf{H}_k^i , o i -ésimo usuário utiliza a matriz \mathbf{V}_k^i como *precoder* e $\mathbf{U}_k^{i\text{H}}$ como filtro de recepção. Como resultado, sua matriz MIMO é diagonalizada e seu canal equivalente passa a ser a matriz $\boldsymbol{\Sigma}_k^i$.

Usando a notação de (4.1), podemos definir as matrizes de *precoding* e de recepção da técnica de SVD por blocos. No *upstream*, temos:

- Precoder: $\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_k^1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_k^2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{V}_k^{N_u} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{V}}_k$
- Receptor: $\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_k^{1H} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_k^{2H} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{U}_k^{N_u H} \end{bmatrix} \mathbf{M}_k = \tilde{\mathbf{U}}_k^H \mathbf{M}_k$
- Canal equivalente: $\tilde{\mathbf{H}}_k = \begin{bmatrix} \Sigma_k^1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_k^2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \Sigma_k^{N_u} \end{bmatrix}$

Em relação ao ruído equivalente, sua matriz de covariância é dada por

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{z}}_k} &= \sigma_k \mathbf{R}_k \mathbf{R}_k^H \\
&= \sigma_k \tilde{\mathbf{U}}_k^H \mathbf{M}_k \left(\tilde{\mathbf{U}}_k^H \mathbf{M}_k \right)^H \\
&= \sigma_k \tilde{\mathbf{U}}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{M}_k^H \tilde{\mathbf{U}}_k,
\end{aligned} \tag{4.15}$$

ou seja, a SVD por blocos modifica as estatísticas do ruído no *upstream*. Isso é esperado, uma vez que na recepção é usada a matriz \mathbf{M}_k que deriva do ZF parcial e, como visto anteriormente, a técnica ZF apresenta amplificação de ruído.

No *downstream*, as matrizes de processamento são:

- Precoder: $\mathbf{P}_k = \mathbf{N}_k \begin{bmatrix} \mathbf{V}_k^1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_k^2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{V}_k^{N_u} \end{bmatrix} = \mathbf{N}_k \tilde{\mathbf{V}}_k$
- Receptor: $\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_k^{1H} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_k^{2H} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{U}_k^{N_u H} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{U}}_k^H$

• Canal equivalente: $\tilde{\mathbf{H}}_k = \begin{bmatrix} \Sigma_k^1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_k^2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \Sigma_k^{N_u} \end{bmatrix}$

A covariância do ruído equivalente no *downstream* é

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{z}}_k} &= \sigma_k \mathbf{R}_k \mathbf{R}_k^H \\ &= \sigma_k \tilde{\mathbf{U}}_k^H \tilde{\mathbf{U}}_k \\ &= \sigma_k \mathbf{I}_N, \end{aligned} \tag{4.16}$$

sendo que na última passagem foi usado o fato de \mathbf{U}_k^i ser unitária, de forma que $\mathbf{U}_k^{iH} \mathbf{U}_k^i$ resulta na identidade. Nota-se que no *downstream* a SVD por blocos não altera as características do ruído.

Em suma, a idéia da SVD por blocos é combinar o ZF parcial e a SVD na diagonalização da matriz de canal de modo a explorar ao máximo as vantagens da SVD que, como discutido anteriormente, não apresenta penalidades na potência (amplificação da potência de transmissão e amplificação de ruído). Portanto, a SVD por blocos explora o fato de alguns usuários terem acesso a mais de um par trançado no cancelamento das interferências entre essas linhas. Com isso, espera-se obter uma penalidade menor na taxa em relação à penalidade observada no uso do ZF.

4.1.5 Sumário das técnicas de processamento

Nesta seção, apresentamos um resumo das técnicas de processamento MIMO discutidas. As estruturas de processamento usadas no *downstream* são mostradas na tabela 4.1 enquanto a tabela 4.2 exhibe as estruturas empregadas no *upstream*. Nestas tabelas, a grandeza \tilde{g}_k^n corresponde ao módulo quadrático do ganho de canal direto equivalente no subcanal k da linha n , o qual é definido como

$$\tilde{g}_k^n = \left| [\mathbf{R}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k]_{n,n} \right|^2. \tag{4.17}$$

Tabela 4.1: Sumário das técnicas de processamento - *Downstream*

	SVD	ZF	SVD por blocos
\mathbf{P}_k	\mathbf{V}_k	\mathbf{H}_k^{-1}	$\mathbf{N}_k \tilde{\mathbf{V}}_k$
\mathbf{R}_k	\mathbf{U}_k^H	\mathbf{I}_N	$\tilde{\mathbf{U}}_k^H$
$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{z}}_k}$	$\sigma_k \mathbf{I}_N$	$\sigma_k \mathbf{I}_N$	$\sigma_k \mathbf{I}_N$
\tilde{g}_k^n	$ \left[\boldsymbol{\Sigma}_k\right]_{n,n} ^2$	1	$ \left[\tilde{\mathbf{H}}_k\right]_{n,n} ^2$

Tabela 4.2: Sumário das técnicas de processamento - *Upstream*

	SVD	ZF	SVD por blocos
\mathbf{P}_k	\mathbf{V}_k	\mathbf{I}_N	$\tilde{\mathbf{V}}_k$
\mathbf{R}_k	\mathbf{U}_k^H	\mathbf{H}_k^{-1}	$\tilde{\mathbf{U}}_k^H \mathbf{M}_k$
$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{z}}_k}$	$\sigma_k \mathbf{I}_N$	$\sigma_k \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{H}_k^{-H}$	$\tilde{\mathbf{U}}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{M}_k^H \tilde{\mathbf{U}}_k$
\tilde{g}_k^n	$ \left[\boldsymbol{\Sigma}_k\right]_{n,n} ^2$	1	$ \left[\tilde{\mathbf{H}}_k\right]_{n,n} ^2$

4.2 Otimização espectral

As técnicas de processamento de sinal descritas na seção 4.1 diagonalizam o canal, isto é, removem o *crosstalk* entre os pares trançados. Levando isso em conta, a partir de agora vamos ver como otimizar a alocação de potência de modo a maximizar a taxa do sistema.

Todas as técnicas de processamento discutidas eliminam completamente o *crosstalk* entre os pares. Desse modo, a taxa em cada par trançado independe das alocações de potência nos demais. Entretanto, quando o processamento do sinal envolve o uso de um *precoder*, o problema de otimização da alocação de potência permanece acoplado entre os pares. Isto porque as restrições de potência de transmissão são aplicadas após o *precoder*, na saída dos modems de transmissão, enquanto o problema de otimização da alocação de potência é formulado em função das potências antes do *precoder*, como veremos a seguir. A relação entre a potência antes e depois do *precoder* é dada por

$$s_k^n = \sum_m |p_k^{n,m}|^2 \tilde{s}_k^m, \quad (4.18)$$

onde $p_k^{n,m} \triangleq [\mathbf{P}_k]_{n,m}$ e \tilde{s}_k^m é a potência dos símbolos de informação antes do *precoder*.

Na seqüência desta seção, vamos apresentar algoritmos de alocação de potência e de *bitloading* discreto para maximização da taxa levando em consideração o acoplamento gerado pelo *precoder*.

4.2.1 Capacidade MIMO monousuário

Na seção 4.1.3 vimos que o uso da técnica de processamento SVD desacopla os pares trançados de modo que o sistema passa a ser composto por vários canais AWGN independentes. Neste caso, como a SVD não amplifica a potência, a variância do ruído e a potência total transmitida são as mesmas tanto no canal equivalente quanto no real. A capacidade do canal MIMO monousuário, isto é, a taxa total máxima que pode ser transmitida através do cabo telefônico, é obtida através da diagonalização do canal usando a SVD e da alocação de potência resultante do problema de maximização dado por (Starr et al., 1999; Telatar, 1999)

$$\left\{ \tilde{s}_k^{*n} \right\}_{k=1 \dots K}^{n=1 \dots N} = \arg \max_{\tilde{s}_k^n, \forall k, n} \sum_n \sum_k b_k^n \quad (4.19)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} \sum_k \sum_n s_k^n &\leq P_{\max}, \\ \tilde{s}_k^n &\leq 0, \quad \forall n, k, \end{aligned} \quad (4.20)$$

onde \tilde{s}_k^{*n} é a potência ótima do símbolo de informação transmitido no k -ésimo subcanal do par n . É importante notar que, neste caso, a restrição de potência total de transmissão se aplica sobre a soma das potências em todos os subcanais e em todas as linhas conjuntamente.

Usando (4.8), podemos reescrever a potência total em cada subcanal em função da potência dos símbolos de informação

$$\begin{aligned} \sum_n s_k^n &= \mathcal{E} [\mathbf{x}_k^H \mathbf{x}_k] \\ &= \mathcal{E} [\tilde{\mathbf{x}}_k^H \tilde{\mathbf{x}}_k] \\ &= \sum_n \tilde{s}_k^n. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Substituindo o ganho de canal direto equivalente da SVD em (2.23) (ver página 28), o número de bits em cada subcanal é dado por

$$b_k^n = \log_2 \left(1 + \frac{\tilde{g}_k^n \tilde{s}_k^n}{\sigma_k \Gamma} \right), \quad (4.22)$$

onde o valor de \tilde{g}_k^n para a SVD é mostrado nas tabelas 4.1 e 4.2.

Usando (4.21) e (4.22), podemos reescrever o problema de maximização de taxa exclusivamente em função da potência do símbolo de informação, ou seja, da potência do sinal transmitido antes do *precoder*,

$$\left\{ \tilde{s}_k^{*n} \right\}_{k=1 \dots K}^{n=1 \dots N} = \arg \max_{\tilde{s}_k^n, \forall k, n} \sum_n \sum_k \log_2 \left(1 + \frac{\tilde{g}_k^n \tilde{s}_k^n}{\sigma_k \Gamma} \right) \quad (4.23)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} \sum_k \sum_n \tilde{s}_k^n &\leq P_{\max}, \\ \tilde{s}_k^n &\leq 0, \quad \forall n, k. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Note que, devido às propriedades do *precoder* usado na SVD, a potência de transmissão, s_k^n , é simplesmente substituída na restrição de potência total pela potência do símbolo de informação, \tilde{s}_k^n .

O problema de otimização resultante é praticamente idêntico ao problema de maximização de taxa monousuário discutido na seção 3.1.1 do capítulo anterior. A única diferença é que aqui estamos buscando uma matriz de potências, isto é, a potência em cada subcanal de cada par trançado, enquanto que na seção 3.1.1, procurávamos um vetor de potências, apenas a potência em cada subcanal, uma vez que havia um único par trançado envolvido na otimização.

Aplicando-se as condições de Karush-Kuhn-Tucker ao lagrangeano do problema de otimização, obtemos a solução de *water-filling* (Starr et al., 1999; Boyd & Vandenberghe, 2004)

$$\tilde{s}_k^n = \left[\lambda - \Gamma \frac{\sigma_k^2}{\tilde{g}_k^n} \right]^+, \quad (4.25)$$

onde λ é o nível de água, que deve ser determinado de modo que a potência total de transmissão seja igual ao máximo valor permitido, ou seja, de modo que

$$\sum_n \sum_k \tilde{s}_k^n = P_{\max}. \quad (4.26)$$

Com isso, a alocação ótima de potência é obtida. Aplicando-se a SVD na diagonalização do canal e esta alocação, temos a capacidade teórica do sistema MIMO monousuário.

4.2.2 Algoritmo *Optimal Power Allocation*

A solução para a alocação ótima de potência obtida na seção anterior usa uma restrição de potência máxima de transmissão aplicada à soma das potências em todos os pares e subcanais. Entretanto, em cenários práticos, cada par trançado é alimentado por um amplificador independente, de modo que existe uma restrição de potência máxima de transmissão associada a cada par trançado e não à soma de todos eles. Além disso, a alocação obtida pressupõe o uso da SVD no cancelamento do *crosstalk*, o que exclui o ZF e a SVD por blocos. Nesta seção vamos formular o problema de maximização da taxa-soma de uma forma mais geral, de modo a contemplar a restrição de potência por par trançado e o uso do ZF e SVD por blocos na diagonalização do canal.

O número máximo de bits que pode ser alocado em um subcanal, considerando-se que a interferência entre os pares foi cancelada, é

$$b_k^n = \log_2 \left(1 + \frac{\tilde{g}_k^n s_k^n}{\tilde{\sigma}_k^n \Gamma} \right), \quad (4.27)$$

onde o ganho de potência do canal direto equivalente, \tilde{g}_k^n , e a variância do ruído equivalente, $\tilde{\sigma}_k^n$, dependem da técnica de diagonalização empregada e podem ser obtidas nas tabelas 4.1 e 4.2.

Usando (4.18), a restrição na potência máxima de transmissão por linha para um sistema com *precoder* pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned} \sum_k s_k^n &\leq P_{\max}^n \\ \sum_k \sum_m |p_k^{n,m}|^2 s_k^m &\leq P_{\max}^n, \end{aligned} \quad (4.28)$$

onde os elementos da matriz de *precoder*, $p_k^{n,m}$, dependem da técnica de processamento utilizada (ver tabelas 4.1 e 4.2).

O problema de maximização da taxa-soma com restrição de potência por par trançado pode então ser formulado como (Cendrillon et al., 2006)

$$\left\{ \tilde{s}_k^{*n} \right\}_{k=1 \dots K}^{n=1 \dots N} = \arg \max_{\tilde{s}_k^n, \forall k, n} \sum_n \sum_k \log_2 \left(1 + \frac{\tilde{g}_k^n \tilde{s}_k^n}{\tilde{\sigma}_k^n \Gamma} \right) \quad (4.29)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} \sum_k \sum_m |p_k^{n,m}|^2 \tilde{s}_k^m &\leq P_{\max}^n, \quad \forall n \\ \tilde{s}_k^n &\geq 0, \quad \forall n, k. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Como a função objetivo é côncava e as restrições formam um conjunto convexo, as condições de Karush-Kuhn-Tucker são suficientes para a otimalidade (Boyd & Vandenberghe, 2004). Aplicando-as ao lagrangeano, obtemos a seguinte solução ótima para o problema (Cendrillon, 2004)

$$\tilde{s}_k^n = \left[\frac{1}{\sum_m \lambda_m |p_k^{m,n}|^2} - \Gamma \frac{\tilde{\sigma}_k^n}{\tilde{g}_k^n} \right]^+. \quad (4.31)$$

onde os multiplicadores de Lagrange devem ser escolhidos de modo que toda a potência disponível em cada linha seja utilizada.

Note que a alocação de potência ótima de cada usuário é acoplada através dos multiplicadores de Lagrange $\lambda_1, \dots, \lambda_N$. Em (Cendrillon, 2004), Cendrillon propõe o algoritmo iterativo denominado *Optimal Power Allocation* (OPA) para determinar a alocação ótima. Seu pseudocódigo é mostrado no algoritmo 4.1.

Algoritmo 4.1 Algoritmo *Optimal Power Allocation* para sistemas com *precoder*.

1: **repeat**

2: Para cada n : $\tilde{s}_k^n = \left[\frac{1}{\sum_m \lambda_m |p_k^{m,n}|^2} - \Gamma \frac{\tilde{\sigma}_k^n}{\tilde{g}_k^n} \right]^+, \quad \forall k$

3: Para cada n : $\lambda_n = \left[\lambda_n + \mu \left(\sum_k \sum_m |p_k^{n,m}|^2 \tilde{s}_k^m - P_{\max}^n \right) \right]^+$

4: **until** convergência de \tilde{s}_k^n

A cada iteração, os valores das potências em cada subcanal de cada linha são atualizados usando os valores atuais dos multiplicadores de lagrange. Por sua vez,

os multiplicadores de lagrange são atualizados de acordo com a diferença entre a potência total alocada e a máxima disponível em cada linha, de acordo com o passo de adaptação μ . O algoritmo converge quando esta diferença é nula, ou seja, toda a potência disponível é alocada e os multiplicadores de lagrange atingem um valor constante.

4.2.3 *Bitloading* discreto para sistemas com *precoder*

O algoritmo OPA descrito na seção anterior incorpora as restrições de potência máxima por par trançado. Entretanto, ele não leva em consideração as restrições práticas de que o número de bits alocados deve ser inteiro e limitado a um valor máximo. Ou seja, a seguinte restrição deve ser incluída em (4.30),

$$b_k^n \in \{0, 1, \dots, \bar{b} - 1, \bar{b}\}, \quad (4.32)$$

onde \bar{b} é o número máximo de bits que pode ser transmitido em um símbolo de informação.

Essa nova restrição transforma o problema de maximização da taxa soma em um problema de programação inteira, cuja solução ótima global é de difícil obtenção. Uma estratégia para sua solução é a realização de uma busca exaustiva no espaço formado por todas as alocações de bit possíveis. Com $(\bar{b} + 1)$ possíveis alocações em cada subcanal de cada linha, K subcanais e N linhas, o número total de combinações a serem testados é $(\bar{b} + 1)^{KN}$. No *upstream* de um sistema VDSL, por exemplo, temos $\bar{b} = 15$ e $K = 1635$ e, supondo um sistema com 10 pares, teríamos 16^{16350} combinações possíveis de alocações de bits. Não é factível testar um número tão grande de possibilidades, o que inviabiliza a obtenção da solução ótima global através de uma busca exaustiva em sistemas práticos.

Para resolver o problema, nesta seção vamos propor um algoritmo de *bitloading* discreto baseado em uma heurística gananciosa de otimização, inspirado no algoritmo de *bit-filling* para maximização de taxa discutido no capítulo anterior, na página 48 (Filho, Lopes, Ferrari, Suyama, & Dortschy, 2007). Nossa proposta se baseia na alocação incremental e, por isso, ela requer a comparação dos custos da alocação de um bit nos diferentes subcanais e pares. No caso monousuário discutido no capítulo anterior, este custo, o incremento de potência para adicionar um bit, é

um valor escalar. No entanto, em um subcanal de um sistema com *precoder*, o sinal efetivamente transmitido em uma linha é uma combinação de todos os símbolos de informação transmitidos no subcanal, ou seja, $x_k^n = \sum_m p_k^{n,m} \tilde{x}_k^m$. Assim, quando um novo bit é alocado em um símbolo de informação de um certo subcanal, ocorre um aumento na potência transmitida em todos os pares daquele subcanal em particular. Isso resulta em um vetor de aumento de potência, e, para a alocação incremental, é preciso determinar qual vetor é o melhor. Uma vez que não há uma métrica para ordenar os vetores, propomos uma comparação baseada no aumento da potência total necessário para a alocação do bit, ou seja, baseada na soma dos aumentos das potências de transmissão em todos os pares. Vejamos, então, como é feito o cálculo do custo.

Considere que queremos avaliar o custo devido à adição de um bit à linha i do subcanal k . Usando (4.27), a potência de símbolo $\hat{\varepsilon}_k^i$ necessária para esta alocação é

$$\hat{\varepsilon}_k^i = \left(2^{b_k^i+1} - 1\right) \tilde{\sigma}_k^i \Gamma(\tilde{g}_k^i)^{-1}. \quad (4.33)$$

Devido ao *precoder*, a mudança na potência dos símbolos de informação na linha i altera a potência de transmissão em todas as linhas do subcanal k . De acordo com (4.18), a nova potência de transmissão na linha n do subcanal k , \hat{s}_k^n , é

$$\hat{s}_k^n = \sum_{m \neq i} |p_k^{n,m}|^2 \tilde{s}_k^m + |p_k^{n,i}|^2 \hat{\varepsilon}_k^i. \quad (4.34)$$

Deste modo, o incremento na potência total de transmissão ao se adicionar um bit à linha i do subcanal k , ΔP_k^i , ou seja, o custo incremental, é dado por

$$\begin{aligned} \Delta P_k^i &= \sum_n \hat{s}_k^n - \sum_n s_k^n \\ &= \sum_n (\hat{s}_k^n - s_k^n). \end{aligned} \quad (4.35)$$

Substituindo (4.18) e (4.34) em (4.35), temos

$$\begin{aligned} \Delta P_k^i &= \sum_n \left(\sum_{m \neq i} |p_k^{n,m}|^2 \tilde{s}_k^m + |p_k^{n,i}|^2 \hat{\varepsilon}_k^i - \left(\sum_{m \neq i} |p_k^{n,m}|^2 \tilde{s}_k^m + |p_k^{n,i}|^2 \tilde{s}_k^i \right) \right) \\ &= (\hat{\varepsilon}_k^i - \tilde{s}_k^i) \sum_n |p_k^{n,i}|^2. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Finalmente, usando (4.27) e (4.33), o custo para se adicionar um bit à linha i do subcanal k é

$$\Delta P_k^i = 2^{b_k^i} \frac{\tilde{\sigma}_k^i \Gamma}{\tilde{g}_k^i} \sum_n |p_k^{n,i}|^2. \quad (4.37)$$

A partir desta informação, o algoritmo prossegue como no capítulo anterior. O pseudocódigo do algoritmo proposto é apresentado no algoritmo 4.2. O primeiro passo é atribuir alocações nulas a todos os subcanais de todas as linhas. Em seguida, o custo para alocação do primeiro bit em cada subcanal de cada linha é calculado. Inicia-se então o laço principal, no qual os bits são alocados seqüencialmente, um a cada iteração, ao subcanal da linha que requer o menor incremento de potência total. O melhor subcanal, k^* , e a melhor linha, n^* , são definidos resolvendo-se o problema de minimização (4.38), que nada mais é do que uma busca pelo menor valor de ΔP_k^n . Entretanto, além do menor custo, é necessário testar se o bit adicionado não leva a uma violação das restrições de potência máxima ou de número máximo de bits. Uma vez definida a posição de menor custo, um bit é adicionado ao subcanal k^* da linha n^* e todas as variáveis dependentes da nova alocação são atualizadas: a potência de símbolo de informação, as potências de transmissão e o custo. O algoritmo termina quando não é mais possível alocar um novo bit sem violar as restrições de potência máxima de transmissão.

Note que, de um modo geral, o algoritmo proposto não garante que a solução ótima global do problema seja encontrada. No entanto, vejamos o caso particular no qual o *precoder* é a matriz identidade, situação que ocorre, por exemplo, quando a técnica de cancelamento de *crosstalk* ZF é usada no *upstream* de um sistema DSL. Neste caso, a potência dos símbolos de informação é igual à potência do sinal transmitido, o que elimina o acoplamento entre as restrições de potência máxima de transmissão. Assim, o problema de maximização da taxa soma passa a ser

$$\left\{ \tilde{s}_k^{*n} \right\}_{k=1 \dots K}^{n=1 \dots N} = \arg \max_{\tilde{s}_k^n, \forall k, n} \sum_n \sum_k \log_2 \left(1 + \frac{\tilde{g}_k^n \tilde{s}_k^n}{\tilde{\sigma}_k^n \Gamma} \right) \quad (4.39)$$

Algoritmo 4.2 Algoritmo de *bitloading* discreto para sistemas com *precoder*.

- 1: Inicializar $b_k^n = 0, \forall k, n$
- 2: **for** $n = 1 : N$ **do**
- 3: **for** $k = 1 : K$ **do**
- 4: $\Delta P_k^n = \frac{\tilde{\sigma}_k^n \Gamma}{\tilde{g}_k^n} \sum_l \left| p_k^{l,n} \right|^2$
- 5: **end for**
- 6: **end for**
- 7: **while** $\sum_{k=1}^K s_k^n < P_{\max}^n, \forall n$ **do**
- 8: Determinar o melhor subcanal, k^* , e a melhor linha, n^* , para se adicionar um bit:

$$\begin{aligned}
 (k^*, n^*) &= \arg \min_{k,n} \Delta P_k^n \\
 \text{s.a. } \sum_{k=1}^K s_k^n &< P_{\max}^n, \forall n \\
 b_k^n &< \bar{b}
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

- 9: Adicionar um bit à posição ótima: $b_{k^*}^{n^*} = b_{k^*}^{n^*} + 1$
 - 10: Calcular e atualizar a potência de símbolo de transmissão, $\tilde{s}_{k^*}^{n^*}$, e as potências de saída, $s_{k^*}^{n^*}, \forall n$, para a nova alocação de bit $b_{k^*}^{n^*}$
 - 11: Atualizar o custo: $\Delta P_{k^*}^{n^*} = 2^{b_{k^*}^{n^*}} \frac{\tilde{\sigma}_{k^*}^{n^*} \Gamma}{\tilde{g}_{k^*}^{n^*}} \sum_l \left| p_{k^*}^{l,n^*} \right|^2$
 - 12: **end while**
-

sujeito a

$$\begin{aligned} \sum_k \tilde{s}_k^n &\leq P_{\max}^n, \quad \forall n \\ b_k^n &\in \{0, 1, \dots, \bar{b} - 1, \bar{b}\}, \quad \forall n, k \\ \tilde{s}_k^n &\geq 0, \quad \forall n, k. \end{aligned} \tag{4.40}$$

Como nas restrições não há acoplamento entre as potências de linhas diferentes e como maximizar um somatório de funções objetivo positivas é equivalente a maximizar cada função objetivo individualmente, podemos dividir o problema de maximização da taxa soma em N problemas de maximização de taxa independentes, um para cada par trançado. Estes problemas são idênticos ao problema de maximização de taxa descrito no capítulo anterior para o caso monousuário, cuja solução ótima pode ser obtida através do algoritmo de *bit-filling* 3.1, mostrado na página 48. Portanto, se o *precoder* for a identidade, a solução ótima global do problema de maximização da taxa soma pode ser obtida aplicando-se o algoritmo 3.1 em cada uma das linhas independentemente. Mas o que ocorre com o algoritmo que propusemos nesta situação? Como o *precoder* é a identidade, a função custo (4.37) transforma-se em

$$\Delta P_k^n = 2^{b_k^n} \frac{\tilde{\sigma}_k^n \Gamma}{\tilde{g}_k^n} \tag{4.41}$$

pois, se $\mathbf{P}_k = \mathbf{I}_N$, então $\sum_n |p_k^{n,i}|^2 = 1$. Observe a semelhança entre (4.41) e a função custo (3.16) usada no algoritmo 3.1, a qual, por conveniência, repetimos aqui,

$$\Delta P_k^{n+}(b_k^n) = 2^{b_k^n} \frac{\sigma_k^n \Gamma}{|h_k^{n,n}|^2}.$$

A variável \tilde{g}_k^n , definida em (4.17), representa o módulo ao quadrado do ganho de canal direto equivalente do k -ésimo subcanal da n -ésima linha e, portanto, as duas funções custo são equivalentes.

Sem o acoplamento entre as potências de linhas diferentes, o que elimina a restrição de potência em (4.38), e com funções custo equivalentes, os algoritmos de *bitloading* discreto proposto 4.2 e do caso monousuário 3.1 passam a ser equivalentes. Ou seja, quando o *precoder* é a matriz identidade, o algoritmo proposto provê as alocações ótimas globais do problema de maximização da taxa soma.

4.3 Simulações

Nesta seção vamos apresentar alguns experimentos computacionais para avaliar o desempenho das nossas propostas. A menos que sejam especificados de outra forma na descrição dos experimentos, os parâmetros usados nas simulações são apresentados na tabela 4.3. Tais parâmetros foram retirados das especificações dos sistemas ADSL2+ e VDSL contidas nas normas (G.992.5, 2005) e (ANSI-T1.424, 2004).

Tabela 4.3: Parâmetros de sistema usados nas simulações

Parâmetro		Valor
Diâmetro do par trançado		0,5 mm (24-AWG)
Taxa de erro máxima		10^{-7}
Ganho de codificação		3,8 dB
Margem de ruído		6 dB
Γ		12 dB
Δf		4,3125 kHz
f_s		4 kHz
Ruído		-140 dBm/Hz
ADSL2+	Potência máxima (upstream)	12,5 dBm
	Potência máxima (downstream)	19,9 dBm
	Número máximo de bits por subcanal	15 bits
	<i>Bandplan</i>	Padrão ADSL2+ Anexo A
VDSL	Potência máxima (upstream)	11,5 dBm
	Potência máxima (downstream)	14 dBm
	Número máximo de bits por subcanal	15 bits
	<i>Bandplan</i>	A

4.3.1 Resultados para o caso MIMO monousuário

Neste experimento, vamos comparar o desempenho das diferentes técnicas de diagonalização e alocação de potência no cenário MIMO monousuário. Mais precisamente, vamos apresentar as taxas obtidas através do uso da SVD e do ZF em conjunto com o OPA e compará-las com a capacidade do sistema e com o que seria obtido sem o cancelamento do *crosstalk*, apenas otimizando o espectro usando o IWF. Lembramos que a capacidade é obtida a partir da combinação da SVD com a solução de *water-filling*.

Primeiramente, vamos mostrar os resultados para um sistema VDSL composto por dez pares trançados de mesmo comprimento no qual é possível a coordenação de sinais e espectro tanto na transmissão quanto na recepção. As matrizes de canal foram geradas através do modelo de Bin Lee (B. Lee, 2004). No cálculo da capacidade, usamos uma restrição de potência total igual à soma das restrições por linha, ou seja, dez vezes maior que a restrição de potência máxima por linha. A figura 4.3 apresenta a taxa soma em função do alcance no *downstream* e no *upstream* para as técnicas analisadas.

O desempenho do ZF-OPA¹ e da SVD-OPA² são praticamente iguais, o que era esperado devido às propriedades DDC e DDL das matrizes de canal, que fazem com que o ganho de diversidade espacial da SVD seja desprezível. Os resultados do ZF-OPA e do SVD-OPA também são muito próximos da capacidade do sistema, ou seja, não há perda significativa de desempenho entre restringir a potência máxima por par trançado, caso do OPA, ou restringir a potência total, restrição usada na obtenção da capacidade. Esta proximidade com a capacidade pode ser explicada pelo fato do canal direto e do *crosstalk* em todos os dez pares do sistema ser praticamente o mesmo, uma vez que os pares têm o mesmo comprimento, o que resulta em valores similares de SNR em todas as linhas. Em outras palavras, os canais em todos os pares são similares de forma que não há razão para se alocar mais potência em uma linha do que em outra.

Em relação à abordagem distribuída, ou seja, em relação aos resultados do IWF, as simulações mostram que a coordenação dos sinais para eliminação do *crosstalk*

¹Cancelamento do *crosstalk* através do ZF e alocação de potência usando o algoritmo OPA.

²Cancelamento do *crosstalk* através da SVD e alocação de potência usando o algoritmo OPA.

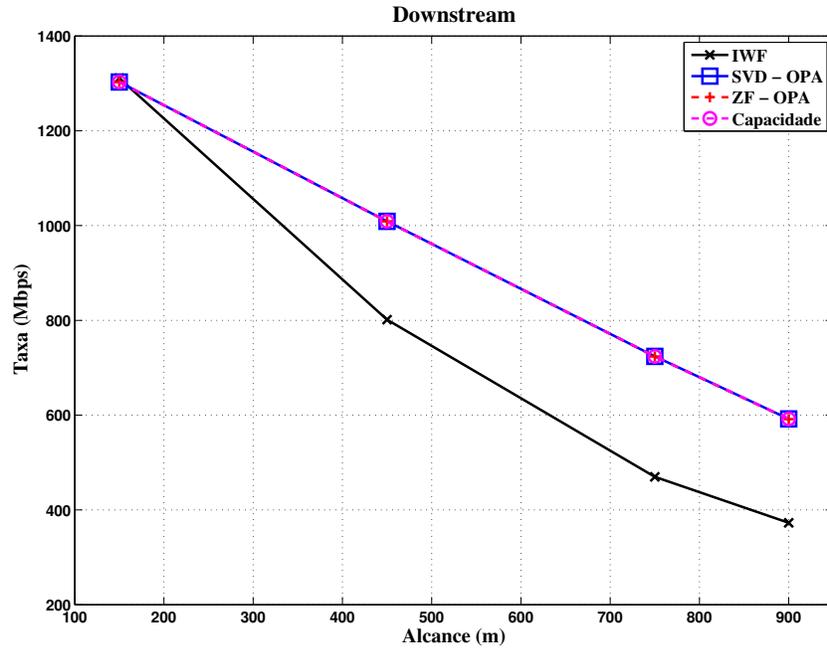
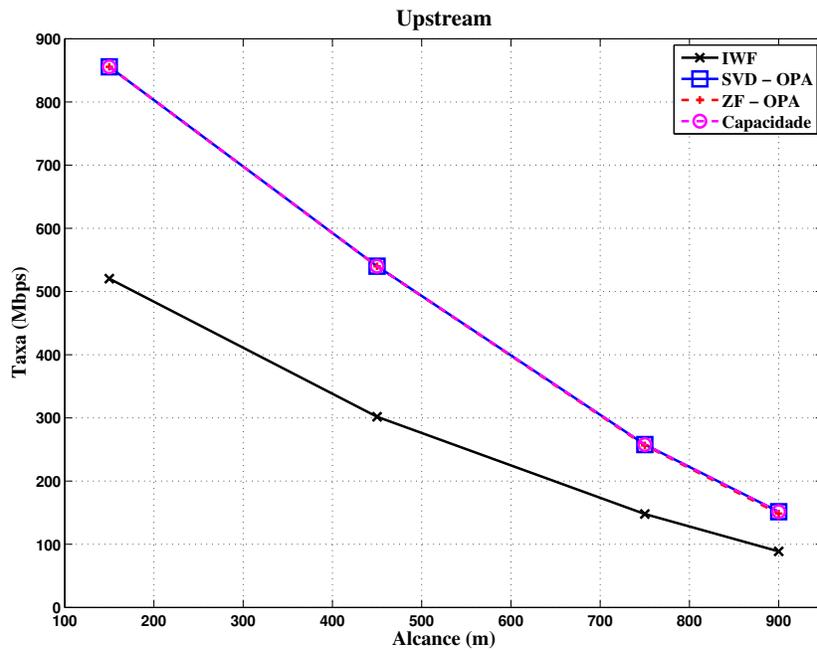
(a) *Downstream.*(b) *Upstream.*

Figura 4.3: Taxa soma em função do alcance para um sistema VDSL com dez pares de mesmo comprimento. São mostrados os resultados para o caso distribuído com alocação determinada através do IWF, para o ZF e SVD com otimização espectral através do OPA (ZF-OPA e SVD-OPA) e a capacidade teórica do sistema.

traz ganhos significativos de alcance no sistema VDSL. No *upstream*, as taxas obtidas com a utilização das técnicas MIMO são praticamente o dobro das taxas do IWF. Já no *downstream*, a diferença é mais significativa para distâncias mais longas, acima de 300m. Em cabos curtos, particularmente nas simulações realizadas no cabo de 150m, não houve ganho algum, o que significa que, nesta distância, o *crosstalk* era desprezível em relação ao ruído nas faixas de frequência compreendidas pelo *downstream*.

Agora, utilizando o canal medido descrito na seção 2.3.3 (página 25), consideremos um novo cenário de simulação constituído por um sistema ADSL2+ MIMO monousuário operando em um cabo telefônico com dez pares trançados. Os resultados obtidos para os dois comprimentos de cabo disponíveis, 500m e 1500m, são apresentados na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Taxa em função do alcance para o sistema ADSL2+

Técnica	Upstream (Mbps)		Downstream (Mbps)	
	500m	1500m	500m	1500m
IWF	27,1745	21,0607	379,106	129,746
ZF	27,1747	21,1538	380,456	130,382
SVD	27,1747	21,1538	380,456	130,382

Podemos notar que, neste caso, o uso das técnicas de processamento MIMO não apresentam vantagem em relação à abordagem distribuída. O desempenho similar para todas as técnicas empregadas pode ser explicado pelo fato das matrizes de canal de todos os subcanais serem quase diagonais e, por isso, a potência do *crosstalk* é pequena em relação ao ruído, i.e., o desempenho do sistema é limitado pelo ruído.

Os resultados do IWF na tabela 4.4 contrastam com os mostrados na figura 4.3. Este contraste pode ser explicado pela diferença entre a faixa de frequência do VDSL e do ADSL2+. Enquanto a frequência máxima do ADSL2+ é 2,2MHz, o VDSL ocupa uma faixa de frequência que chega próxima dos 18MHz. Como o impacto do *crosstalk* aumenta com a frequência (Starr et al., 1999), o *crosstalk* tem um impacto mais significativo nos sistemas VDSL do que nos sistemas ADSL2+. Por isso, as técnicas MIMO para diagonalização do canal acabam apresentando melhores resultados nas simulações VDSL do que nas ADSL2+.

4.3.2 Avaliação do desempenho do algoritmo de *bitloading* discreto para sistemas com *precoder*

Nesta seção, vamos avaliar o desempenho do algoritmo proposto de *bitloading* discreto para sistemas com *precoder*. Vamos considerar nas simulações o *downstream* de um sistema VDSL com dez pares de mesmo comprimento, cujas matrizes de canal foram geradas a partir do modelo de Bin Lee (B. Lee, 2004). As técnicas de otimização do sistema usadas nas simulações foram:

- ZF-OPA: diagonalização através do *precoder* ZF e alocação de potência através do algoritmo OPA;
- ZF-ROPA (*Rounded* OPA): discretização da alocação de bits obtida pelo ZF-OPA. A discretização foi realizada arredondando-se para baixo a alocação do ZF-OPA, nos moldes do que foi feito no DIWF no capítulo anterior (ver página 56);
- ZF-Proposta: cancelamento do *crosstalk* usando o *precoder* ZF e alocação de bits através do algoritmo proposto;
- Lee: nenhuma técnica de cancelamento de interferência e alocação discreta de bits usando o algoritmo proposto em (J. Lee, Sonalkar, & Cioffi, 2006). Este algoritmo não leva em consideração o uso de *precoders* de forma que não é possível o emprego das técnicas MIMO de cancelamento do *crosstalk* nas suas simulações.

Para garantir uma comparação justa, não utilizamos a restrição de número máximo de bits por subcanal nos algoritmos de *bitloading* discreto, uma vez que tal restrição não é levada em consideração no OPA. Os resultados das simulações são apresentados na tabela 4.5.

O desempenho da heurística proposta para *bitloading* discreto é muito próxima do OPA e da capacidade teórica do canal, lembrando que o OPA não se restringe a alocações discretas. Além disso, as taxas do algoritmo proposto são ligeiramente maiores do que as obtidas através da discretização da alocação do OPA. Em relação ao algoritmo de Lee, as taxas obtidas são muito menores que as das demais técnicas,

Tabela 4.5: Taxa soma no *downstream* (Gbps) vs. Alcance (m)

Alcance	150	450	750	900
Capacidade	1,9526	1,1809	0,6233	0,4910
ZF-OPA	1,9526	1,1807	0,6213	0,4906
ZF-Proposta	1,9496	1,1771	0,6190	0,4886
ZF-ROPA	1,8952	1,1217	0,5817	0,4577
Lee (J. Lee et al., 2006)	1,3051	0,7858	0,4449	0,3565

o que se explica pelo fato de que, neste caso, nenhuma técnica de mitigação do *crosstalk* é empregada.

Com isso, concluímos que a heurística de alocação usada no algoritmo proposto é bastante efetiva e que constitui uma solução melhor que o simples arredondamento das alocações do OPA.

4.3.3 Avaliação de desempenho da SVD por blocos

Neste experimento, vamos avaliar o desempenho da técnica de cancelamento de *crosstalk* que propusemos para o cenário misto, a SVD por blocos. O cenário utilizado nas simulações é mostrado na figura 4.4 e é constituído por cinco usuários localizados a diferentes distâncias da central, e que têm acesso a dois pares trançados cada um. As simulações foram realizadas considerando-se um sistema VDSL e as matrizes de canal foram geradas a partir do modelo empírico descrito na seção 2.3.1 (página 22).

No cenário mostrado na figura 4.4, a coordenação entre os sinais transmitidos em todos os pares só é possível na central. Assim, no *downstream*, só é possível processar conjuntamente todos os sinais na transmissão e, no *upstream*, o processamento conjunto só pode ser realizado na recepção. Nesta situação, a técnica ZF pode ser usada para eliminar o *crosstalk* entre as linhas. Entretanto, como cada usuário tem acesso a dois pares, usando a SVD por blocos, podemos dividir o sistema em cinco subsistemas MIMO monousuário desacoplados e processar conjuntamente na transmissão e recepção simultaneamente os sinais nestes subsistemas de modo a usar

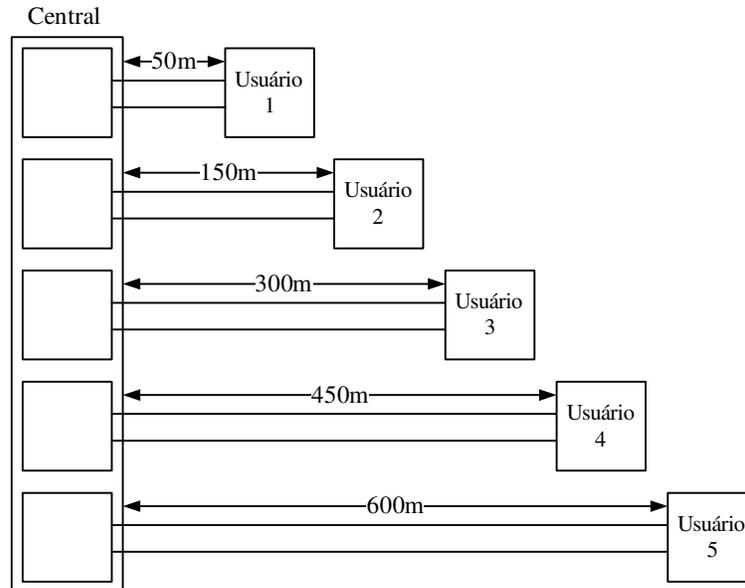


Figura 4.4: Cenário usado nas simulações da SVD por blocos.

o ganho de diversidade da SVD para melhorar o desempenho do sistema.

Usando o algoritmo de *bitloading* discreto que propusemos para obter a alocação de bits, os resultados obtidos pelo ZF e pela SVD por blocos são apresentados na tabela 4.6. Note que a vantagem de desempenho da SVD por blocos é, de fato, inferior a 1%. Isso porque, como comentado anteriormente, devido às propriedades DDC e DDL das matrizes de canal, o ganho de diversidade espacial nos sistemas DSL é muito pequeno, o que faz com que o ZF tenha um desempenho muito próximo da SVD.

Tabela 4.6: Taxas obtidas pelo ZF e SVD por blocos

Técnica	Taxa soma (Mbps)	
	<i>Upstream</i>	<i>Downstream</i>
ZF	880,88	1021,60
SVD por blocos	885,57	1049,00

4.4 Conclusões

Neste capítulo abordamos a otimização de sistemas DSL através de técnicas MIMO de cancelamento do *crosstalk* usadas em conjunto com a otimização espectral. Tais técnicas pressupõem o conhecimento do canal, pré-requisito factível na prática, uma vez que o canal DSL varia muito lentamente em relação à taxa de amostragem.

Em relação à eliminação do *crosstalk*, consideramos as técnicas lineares de diagonalização do canal baseadas no *zero-forcing* e na decomposição em valores singulares do canal e propusemos uma técnica híbrida. Nossa proposta, a SVD por blocos, combina o ZF e a SVD de modo a eliminar a interferência ao mesmo tempo que tira proveito da diversidade espacial, nos casos onde os usuários têm acesso a mais de um par trançado.

Quando na diagonalização é empregado um *precoder*, temos um acoplamento entre as potências transmitidas em cada par, pois, neste caso, os sinais transmitidos são uma combinação linear dos símbolos de informação de cada linha. Como as restrições de potência máxima de transmissão se aplicam nos sinais após o *precoder*, mesmo com o cancelamento da interferência, o problema de otimização espectral permanece acoplado entre os diferentes pares. O algoritmo de alocação de potência OPA soluciona este problema. No entanto, ele não leva em consideração duas restrições práticas fundamentais: o número de bits alocados deve ser inteiro e limitado a uma certo valor máximo.

Para atender a tais restrições, propusemos um algoritmo de *bitloading* discreto baseado em uma heurística gananciosa incremental inspirada no algoritmo de *bit-filling* discutido no capítulo anterior. De um modo geral, a heurística proposta não garante a obtenção da alocação de bits ótima global. Entretanto, no caso específico de um *precoder* equivalente à matriz identidade, ou seja, quando o *precoder* não provoca acoplamento entre as linhas, mostramos que a nossa heurística leva à solução ótima global do problema de *bitloading* discreto para maximização da taxa.

Os resultados obtidos nas simulações comprovaram a eficácia da técnica ZF, cujo desempenho foi sempre próximo à capacidade teórica enquanto que os ganhos proporcionados pela SVD por blocos, embora existentes, não foram significativos no cenário em estudo. Isto ocorre porque as propriedades de DDC e de DDL dos

canais DSL fazem com que os ganhos de desempenho devido ao uso de técnicas MIMO sejam relacionados quase que exclusivamente ao cancelamento do *crosstalk*, uma vez que os ganhos de diversidade espacial são desprezíveis, o que favorece o ZF. As simulações mostraram também que a efetividade das técnicas de cancelamento de interferência variam com o alcance e com a faixa de frequência utilizada e, em alguns casos, não resultaram em aumento da taxa do sistema.

Em relação à nossa proposta de algoritmo de *bitloading* discreto para sistemas com *precoder*, foram obtidos resultados muito próximos dos do algoritmo OPA, que não leva em consideração a restrição de número inteiro de bits. Isto comprova a eficácia da heurística utilizada.

Segunda Parte:
Equalização Preditiva

5

Equalização de canais de comunicação

Na primeira parte deste trabalho, discutimos a otimização de sistemas DSL sob o ponto de vista do gerenciamento espectral e do cancelamento de *crosstalk*. Nestes sistemas, o combate à IIS é feito através da modulação multiportadora com prefixo cíclico, a qual divide o canal seletivo em frequência em vários subcanais paralelos planos e ortogonais.

Entretanto, a modulação multiportadora com prefixo cíclico não é a única forma de se combater a IIS. Pelo contrário, na abordagem clássica, a seletividade em frequência do canal é compensada através de filtros denominados equalizadores. Os equalizadores são geralmente empregados em sistemas monoportadora, mas podem também ser usados em sistemas multiportadora com o objetivo de reduzir a memória do canal, de modo a diminuir o prefixo cíclico necessário para compensar a IIS.

A equalização de canais de comunicação pode ser vista como uma filtragem temporal do sinal recebido de modo a recuperar as informações transmitidas. Neste capítulo, vamos discutir o problema de equalização de um modo geral, abordando

os diversos esquemas de treinamento dos equalizadores e critérios de equalização, tanto no caso supervisionado quanto no caso não-supervisionado.

5.1 Modelo do sistema monoportadora

Como discutimos no capítulo 2, os meios físicos usados para transmissão dos sinais de comunicação são seletivos em frequência. Esta seletividade se traduz em um espalhamento temporal do sinal que acarreta a sobreposição dos símbolos transmitidos em diferentes instantes de tempo, fenômeno conhecido como IIS.

A IIS é modelada por um filtro linear de resposta ao impulso finita (FIR, do inglês *Finite Impulse Response*). Considerando que o canal é invariante no tempo e que f_s é a frequência de amostragem do sistema, o sinal recebido em banda base no instante $(kf_s^{-1} + t_0)$ é dado por

$$y(k) = \sum_{i=0}^{n_c-1} h_i x(k-i) + z(k), \quad (5.1)$$

onde:

- h_i representa o i -ésimo coeficiente da resposta impulsiva do canal de comprimento n_c

$$H(z) = h_0 + h_1 z^{-1} + \dots + h_{n_c-1} z^{-n_c+1}.$$

Equivalentemente, a resposta impulsiva do canal pode ser representada pelo vetor $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{n_c-1}]^T$.

- $x(k)$ é o sinal transmitido no instante k , o qual é composto de uma seqüência de símbolos i.i.d. pertencentes a um conjunto finito. Vamos usar neste trabalho apenas a modulação BPSK, de forma que $x(k)$ pertence ao conjunto binário $\{-1; +1\}$.
- $z(k)$ é uma seqüência i.i.d. que representa o ruído aditivo gaussiano de média nula e variância σ^2 . Diferentemente do que foi adotado na primeira parte, na qual o quadrado era omitido, nessa parte da tese usaremos o quadrado na variância do ruído por se tratar da notação usual em problemas de equalização.

Note que (5.1) é equivalente a (2.1), com a diferença que aqui foi usada uma notação mais apropriada e usual para o problema de equalização.

A figura 5.1 mostra o esquema simplificado do sistema de comunicação monoportadora em banda base.

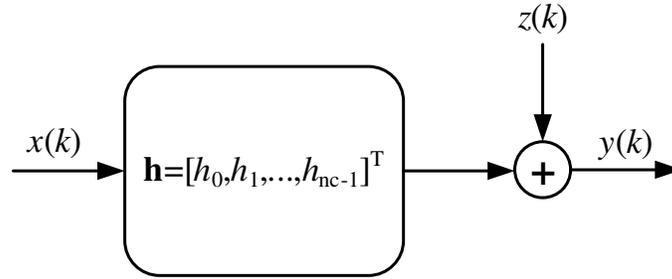


Figura 5.1: Esquema simplificado do sistema de comunicação monoportadora em banda base.

5.1.1 Estados do Canal

Os estados do canal são definidos como os possíveis valores que o sinal recebido pode assumir na ausência de ruído. O j -ésimo estado do canal, o vetor $\mathbf{c}_j = [c_{j,0}, c_{j,1}, \dots, c_{j,m-1}]^T$, é dado por

$$\mathbf{c}_j = \mathcal{E} [\mathbf{y}(k) | \mathbf{x}_j], \quad (5.2)$$

onde $\mathbf{y}(k) = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-m+1)]^T$ é o vetor de saída do canal e $\mathbf{x}_j = [x_{j,0}, x_{j,1}, \dots, x_{j,n_c+m-2}]^T$, com $x_{j,i} \in \{-1; +1\}$, é o vetor contendo a j -ésima seqüência de símbolos transmitidos de comprimento $n_c + m - 1$. Note que, como a modulação é binária, existem 2^{n_c+m-1} possíveis seqüências de símbolos de comprimento $n_c + m - 1$, ou seja, para uma seqüência transmitida deste comprimento, existem 2^{n_c+m-1} estados do canal.

O j -ésimo estado do canal pode ser calculado através da operação

$$\mathbf{c}_j = (\mathcal{H}\mathbf{x}_j)^T, \quad (5.3)$$

onde \mathcal{H} é a matriz Toeplitz de convolução do canal de dimensões $m \times (m + n_c - 1)$, definida como

$$\mathcal{H} \triangleq \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \cdots & h_{n_c-1} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_0 & \cdots & h_{n_c-2} & h_{n_c-1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & h_0 & \cdots & h_{n_c-1} \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

Como veremos adiante, os estados do canal serão usados na definição do equalizador Bayesiano e dos preditores ótimos.

5.2 Equalização de Canais de Comunicação

Para compensar a IIS introduzida pelo canal de comunicação e estimar o sinal transmitido, faz-se uso de um filtro denominado equalizador. Normalmente, o equalizador é inserido no receptor, mas existe também a possibilidade do seu uso no transmissor, num esquema de pré-distorção do sinal transmitido. Adotaremos a primeira abordagem por ser mais simples e usual. A Figura 5.2 ilustra a utilização do equalizador em um sistema de comunicação.

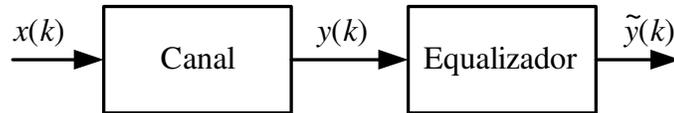


Figura 5.2: Diagrama em blocos da utilização de um equalizador na recepção de um sistema de comunicação.

A recuperação do sinal transmitido pelo equalizador pode ser feita segundo duas abordagens: estimação de seqüência ou símbolo a símbolo. Na estimação de seqüência, um bloco de amostras recebidas é usado para se obter, através do critério de máxima verossimilhança, os símbolos transmitidos (Forney, 1972). Este tipo de equalizador pode ser implementado por meio do algoritmo de Viterbi (Forney, 1973). Por outro lado, os equalizadores símbolo a símbolo usam um número fixo de amostras recebidas para estimar um único símbolo a cada período

de amostragem. Tais equalizadores permitem que seus parâmetros sejam ajustados ao longo do tempo para se adequarem a variações no canal, ou seja, podem ser adaptativos (Haykin, 1996). O equalizador de memória finita símbolo a símbolo ótimo, no sentido da minimização da taxa de erro, é dado pelo critério de Máxima Probabilidade A Posteriori (MAP, do inglês *Maximum A Posteriori*) e é chamado de equalizador Bayesiano por ser calculado através do teorema de Bayes. Neste trabalho, consideraremos somente equalizadores símbolo a símbolo.

Os parâmetros dos equalizadores são determinados através de algoritmos de treinamento de modo a atender um certo critério de desempenho. Neste contexto, o treinamento pode ser supervisionado ou não-supervisionado. No treinamento supervisionado, um sinal de treinamento ou piloto é enviado periodicamente durante a transmissão das informações. O receptor possui uma cópia deste sinal piloto que é utilizada para adaptar os parâmetros do equalizador durante o período de treinamento. Deste modo, durante o treinamento supervisionado não existe transmissão efetiva de informação, uma vez que os dados já são conhecidos pelo receptor. A Figura 5.3(a) ilustra o processo de treinamento supervisionado, onde o bloco decisor corresponde ao dispositivo responsável por fazer o mapeamento entre a saída do equalizador e os símbolos do alfabeto transmitido. Quando o sistema usa a modulação BPSK, com símbolos pertencentes ao conjunto binário $\{-1; +1\}$, o decisor é implementado através da função sinal, de forma que o símbolo estimado é dado por

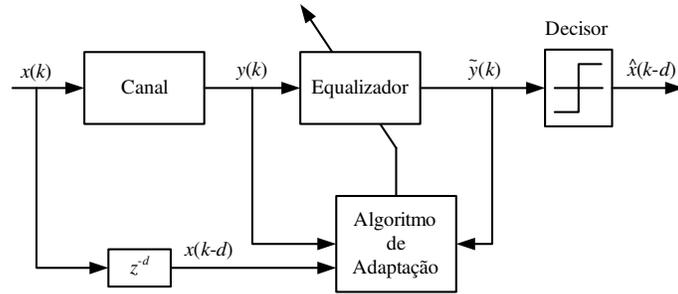
$$\hat{x}(k-d) = \text{sign}[\tilde{y}(k)], \quad (5.5)$$

onde a função $\text{sign}[a]$ é definida como

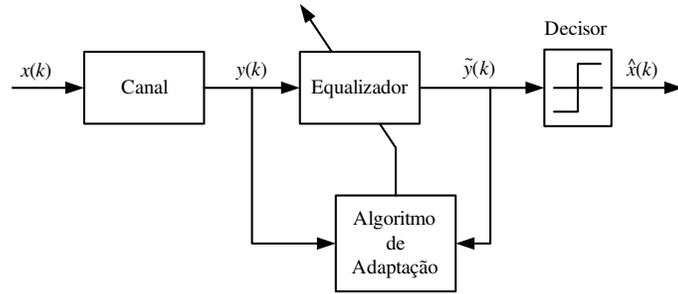
$$\text{sign}[a] \triangleq \begin{cases} -1, & a < 0 \\ +1, & a \geq 0 \end{cases}. \quad (5.6)$$

O treinamento não-supervisionado, também conhecido como autodidata ou cego, é caracterizado pela ausência de um sinal piloto, sendo a adaptação do equalizador feita com base exclusivamente no sinal recebido e em estatísticas do sinal transmitido (Haykin, 1996). O esquema de treinamento não-supervisionado é mostrado na Figura 5.3(b).

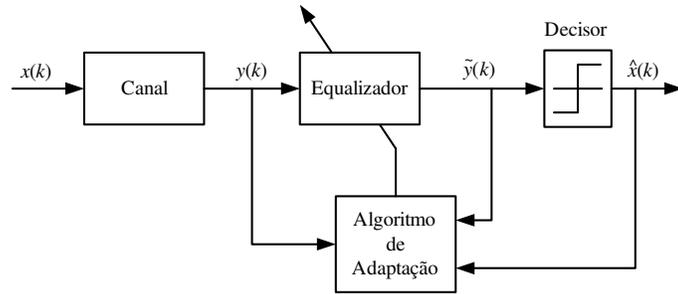
Após o término do período de treinamento supervisionado ou não-supervisionado, a atualização dos parâmetros do equalizador passa a ser realizada



(a) Treinamento supervisionado.



(b) Treinamento não-supervisionado.



(c) Modo DD.

Figura 5.3: Tipos de treinamento do equalizador.

no modo *Decision-Directed* (DD), onde os próprios símbolos decididos no receptor são utilizados como sinal piloto para o algoritmo de treinamento. O modo DD de treinamento é mostrado na Figura 5.3(c).

Os equalizadores podem ser implementados usando-se filtros lineares ou não-lineares. Existe uma vasta bibliografia sobre a aplicação de filtros lineares na equalização de canais, com destaque para os filtros FIR. Um dos principais atrativos

deste tipo de estrutura, além da sua baixa complexidade computacional, é o grande arcabouço matemático existente sobre sistemas lineares. Matematicamente, um filtro linear FIR realiza uma combinação linear das amostras do sinal recebido e sua saída é expressa por

$$\begin{aligned}\tilde{y}(k) &= \sum_{j=0}^{m-1} w_j y(k-j) \\ &= \begin{bmatrix} w_0 & w_1 & \cdots & w_{m-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-m+1) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{y}(k),\end{aligned}\tag{5.7}$$

onde m é o número de coeficientes do filtro linear.

Por outro lado, os recentes avanços tecnológicos têm viabilizado a utilização e incentivado o estudo de estruturas computacionalmente mais complexas como as não-lineares, especialmente os filtros polinomiais (Mathews & Sicuranza, 1995), as redes neurais artificiais (Haykin, 1996) e os sistemas fuzzy (Patra, 1998). Comparativamente, é possível obter através de equalizadores não-lineares um desempenho superior ao dos filtros lineares e, como veremos a seguir, o desempenho ótimo resulta, em geral, de uma estrutura não-linear.

5.3 Critérios supervisionados

Os critérios supervisionados para projeto dos equalizadores são aqueles que dependem de um sinal piloto ou seqüência de treinamento. A seguir, apresentamos dois dos principais critérios, o MMSE e o MAP.

5.3.1 O Critério MMSE e a Solução de Wiener

O critério de mínimo erro quadrático médio (MMSE, do inglês *Minimum Mean Squared Error*) é um critério supervisionado muito usado no treinamento de filtros lineares e não-lineares de um modo geral. Quando aplicado à equalização de canais,

este critério visa fazer com que a saída do equalizador seja o mais parecida possível com o sinal transmitido. Isto é feito através da minimização da função custo

$$\begin{aligned} J_{\text{MMSE}} &= \mathcal{E} [(x(k-d) - \tilde{y}(k))^2] \\ &= \mathcal{E} [(e(k))^2], \end{aligned} \quad (5.8)$$

onde $e(k) = x(k-d) - \tilde{y}(k)$ é o erro, isto é, a diferença entre os sinais transmitido e estimado e d é o atraso de equalização.

Os equalizadores ótimos segundo o critério MMSE são subótimos em relação ao critério MAP no que diz respeito à recuperação da seqüência transmitida com o menor número possível de erros. Isso porque minimizar o erro quadrático médio não implica na minimização da taxa de erro. Entretanto, a função custo J_{MMSE} é diferenciável, o que permite o uso de algoritmos de otimização baseadas no gradiente para treinamento dos equalizadores, um dos motivos pelo qual esse critério é tão popular na literatura.

Para canais e equalizadores lineares FIR, a função custo J_{MMSE} , dado um certo atraso de equalização, é côncava e apresenta um único mínimo. O filtro correspondente a este mínimo, ou seja, a solução ótima do problema, é conhecido como equalizador de Wiener, o qual é dado por (Haykin, 1996)

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}_d, \quad (5.9)$$

onde:

- $\mathbf{w}_o = [w_{o_0}, w_{o_1}, \dots, w_{o_{m-1}}]^T$ é o vetor que contém os coeficientes do filtro FIR ótimo,
- \mathbf{R} é a matriz de autocorrelação do sinal recebido definida como

$$\mathbf{R} = \mathcal{E} [\mathbf{y}(k) \mathbf{y}^H(k)], \quad (5.10)$$

- \mathbf{p}_d é o vetor de correlação cruzada entre o sinal recebido e o sinal transmitido com atraso d e é dado por

$$\mathbf{p}_d = \mathcal{E} [\mathbf{y}(k) x^*(k-d)]. \quad (5.11)$$

5.3.2 O Critério MAP e o Equalizador Bayesiano

O objetivo do critério MAP é minimizar a taxa de erro dos símbolos detectados no receptor para um dado atraso de equalização d . Para tanto, determina-se qual o símbolo transmitido que maximiza a probabilidade a posteriori, resolvendo-se o problema de otimização

$$\hat{x}(k-d) = \arg \max_a P(x(k-d) = a | \mathbf{y}(k)) P(a), \quad (5.12)$$

onde $\mathbf{y}(k) = [y(k), \dots, y(k-m+1)]^T$ é o vetor de amostras de saída do canal.

O equalizador símbolo a símbolo de memória finita que recupera a seqüência transmitida com o menor número possível de erros é obtido através do critério MAP e é denominado equalizador Bayesiano (S. Chen, Mulgrew, & McLaughlin, 1993).

Considerando que a modulação BPSK é usada no sinal transmitido, com símbolos pertencentes ao conjunto binário $\{-1; +1\}$, o mapeamento entrada-saída do equalizador Bayesiano com atraso de equalização d é (S. Chen, Mulgrew, & Grant, 1993)

$$f_{\text{MAP}}(\mathbf{y}(k)) = \sum_{j=1}^{2^{nc+m-1}} w_j \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}(k) - \mathbf{c}_j\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (5.13)$$

onde $w_j = 1$ se \mathbf{c}_j pertence ao conjunto de estados do canal para os quais $s(k-d) = +1$ e $w_j = -1$ se \mathbf{c}_j pertence ao conjunto de estados do canal para os quais $s(k-d) = -1$. A entrada do equalizador é o vetor composto pelas amostras de saída do canal $\mathbf{y}(k) = [y(k), \dots, y(k-m+1)]^T$. Note que o equalizador Bayesiano realiza um mapeamento não-linear entre suas entradas e sua saída, fato que sugere que, para se obter o desempenho ótimo em termos de taxa de erro, é necessário o uso de um equalizador não-linear.

O equalizador Bayesiano pode ser visto como um classificador que divide em duas partes o espaço a que pertence o vetor $\mathbf{y}(k)$: uma região do espaço associada a $x(k-d) = +1$ e outra associada a $x(k-d) = -1$. O lugar geométrico que delimita estas partições é chamado de fronteira de decisão e é definido pelo conjunto de pontos para os quais a saída do equalizador é nula, ou seja,

$$f_{\text{MAP}}(\mathbf{y}(k)) = 0. \quad (5.14)$$

Na figura 5.4, mostramos as fronteiras de decisão do equalizador Bayesiano para o canal $H(z) = 0.5 + 1.0z^{-1}$, com atraso de equalização $d = 0$, cuja entrada é o vetor $\mathbf{y}(k) = [y(k), y(k-1)]^T$. Cada curva corresponde a um valor diferente de SNR, com variação de 3dB a 25dB. As fronteiras mostram que, para o atraso em questão, somente um equalizador não-linear pode classificar corretamente os estados do canal. Além disso, observamos que a fronteira de decisão do equalizador Bayesiano não é muito sensível à variação da SNR. Para valores baixos de SNR, a fronteira tem uma forma mais arredondada, e à medida que a SNR aumenta, ela tende assintoticamente a uma composição de segmentos de retas.

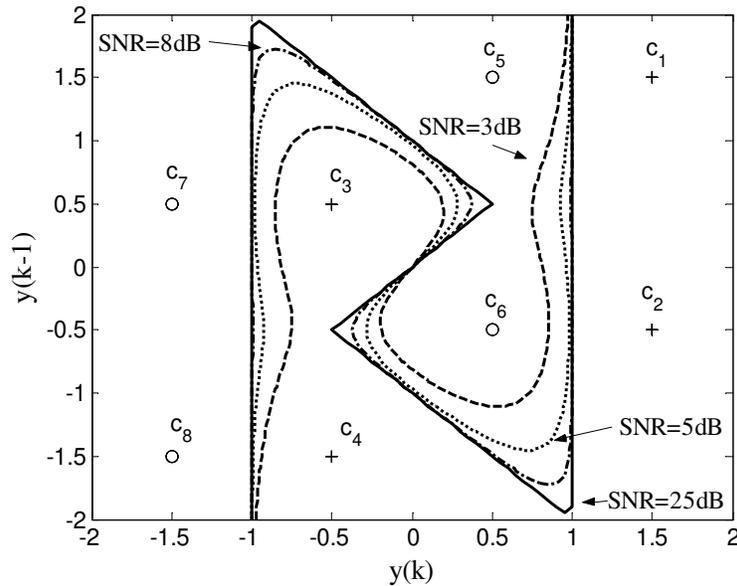


Figura 5.4: Variação da fronteira de decisão do equalizador Bayesiano em função da potência do ruído para o canal $H(z) = 0.5 + 1.0z^{-1}$, com $m = 2$ e $d = 0$. Os estados associados a $x(k) = +1$ e $x(k) = -1$ correspondem, respectivamente, aos símbolos $+$ e o .

A variação da fronteira de decisão em função do atraso de equalização é mostrada na figura 5.5. Diferentemente do que ocorre para o ruído, as fronteiras para atrasos distintos são bastante diferentes. Para $d = 0$, os estados do canal só podem ser corretamente classificados se a fronteira de decisão for não-linear. Já para $d = 1$ e

$d = 2$, é possível separar linearmente os estados. Este exemplo ilustra que, mesmo para canais lineares, dependendo do atraso, a equalização pode ser um problema de classificação não-linear.

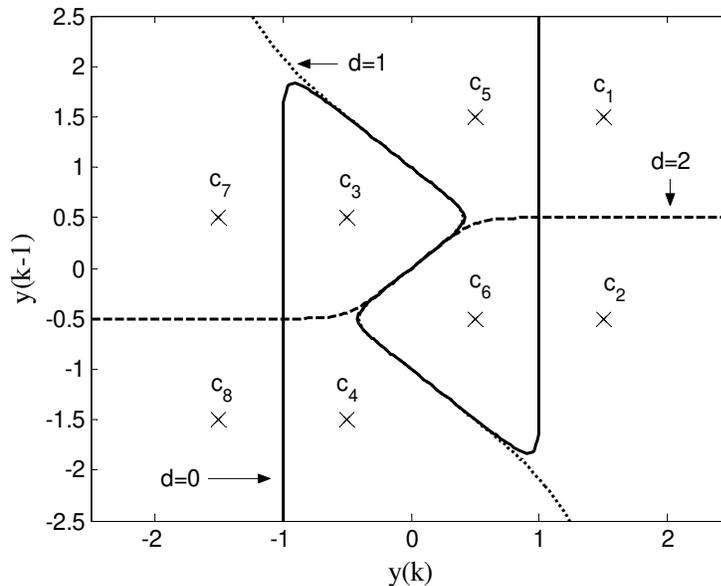


Figura 5.5: Efeito do atraso de equalização na fronteira de decisão do equalizador Bayesiano para o canal $H(z) = 0.5 + 1.0z^{-1}$, com $m = 2$ e $\text{SNR} = 10\text{dB}$.

5.4 Critérios não-supervisionados

Como visto anteriormente, no treinamento supervisionado, a adaptação dos parâmetros do equalizador é efetuada durante a transmissão de uma seqüência de símbolos já conhecida pelo receptor. Deste modo, durante o período de treinamento não há transferência efetiva de informação entre transmissor e receptor, resultando em um sub-aproveitamento da banda disponível para a comunicação. A fim de aumentar a eficiência do sistema de comunicação, iniciou-se a busca por técnicas que não necessitassem de uma seqüência de treinamento, as quais recebem o nome de técnicas não-supervisionadas ou cegas.

As técnicas de treinamento não-supervisionadas usam exclusivamente o sinal recebido e as estatísticas do sinal transmitido na adaptação dos parâmetros do equalizador. A forma como tais informações são utilizadas caracterizam o critério de equalização. Um grupo bastante significativo de critérios no contexto de canais e equalizadores lineares fundamenta-se no teorema de Benveniste-Goursat-Rouget (BGR) (Benveniste, Goursat, & Ruget, 1980)

Teorema 5.1 *Benveniste-Goursat-Ruget*

Em um cenário sem ruído, seja o sinal transmitido composto de uma seqüência de amostras i.i.d. com distribuição não gaussiana e sejam tanto o canal quanto o equalizador sistemas lineares invariantes no tempo. Nestas condições, se as p.d.f.'s do sinal transmitido e da saída do equalizador forem iguais, então o canal terá sido perfeitamente equalizado, isto é,

$$\tilde{y}(k) = \pm \alpha x(k - d), \quad (5.15)$$

onde α é uma constante complexa de módulo unitário e d é um atraso arbitrário.

Isso significa que é possível recuperar o sinal transmitido sem o conhecimento do sinal em si, mas apenas com base em suas estatísticas que, de um modo geral, são conhecidas pelo receptor, uma vez que elas dependem da modulação usada. É importante ressaltar que o teorema BGR pressupõe que o sistema equivalente canal-equalizador é linear.

Os critérios de equalização não-supervisionada que fundamentam-se no teorema BGR utilizam implicitamente ou explicitamente as estatísticas de ordem superior a dois, ou *Higher-Order Statistics* (HOS), do sinal transmitido, de forma a aproximar a distribuição do sinal de saída do equalizador da distribuição do sinal transmitido. A seguir, apresentaremos dois critérios bastante conhecidos que são suportados teoricamente pelo teorema de BGR.

5.4.1 Critério do módulo constante

O critério do módulo constante (CM, do inglês *Constant Modulus*), proposto por Godard (Godard, 1980), ocupa um lugar de destaque entre os critérios que se

baseiam nas HOS. Este critério caracteriza-se pela função custo

$$J_{\text{CM}} = \mathcal{E} \left\{ \left[|\tilde{y}(k)|^2 - \frac{\mathcal{E}[|x(k)|^4]}{\mathcal{E}[|x(k)|^2]} \right]^2 \right\}. \quad (5.16)$$

Independente da estrutura do equalizador, se linear ou não, a função custo CM não é convexa, isto é, possui mínimos locais. Isto implica que a qualidade dos equalizadores depende fortemente das inicializações quando são empregados algoritmos de treinamento que utilizam o gradiente da função custo. Para equalizadores lineares, a localização dos mínimos de J_{CM} guardam relação estreita com as soluções de Wiener para os diversos atrasos de equalização, como mostrado em (Suyama, 2003).

5.4.2 Critério de Shalvi-Weinstein

Outro critério bastante conhecido é o de Shalvi-Weinstein (SW) (Shalvi & Weinstein, 1990). Este critério baseia-se na busca pelo conjunto de parâmetros do equalizador que maximiza o módulo da curtose do sinal de saída do equalizador

$$\max |K[\tilde{y}(k)]|, \quad (5.17)$$

sujeito à restrição

$$\mathcal{E}[|\tilde{y}(k)|^2] = \mathcal{E}[|x(k)|^2], \quad (5.18)$$

onde a curtose de $\tilde{y}(k)$ é dada por

$$K[\tilde{y}(k)] = \mathcal{E}[|\tilde{y}(k)|^4] - 2\mathcal{E}[|\tilde{y}(k)|^2] - |\mathcal{E}[|\tilde{y}(k)|^2]|^2. \quad (5.19)$$

A maximização da curtose funciona pois, num contexto linear, havendo igualdade entre as estatísticas de segunda ordem da seqüência transmitida e da filtrada, a curtose do sinal de saída do equalizador será menor ou igual à do sinal transmitido, com igualdade somente se ambos os sinais forem idênticos (Shalvi & Weinstein, 1990). Deste modo, satisfeita a restrição (5.18), quanto maior o módulo da curtose de $\tilde{y}(k)$, mais próximo o sinal de saída do equalizador estará da seqüência transmitida. Além disso, segundo o teorema de Shalvi-Weinstein, no contexto linear, a condição necessária e suficiente para que ocorra a equalização é que haja igualdade entre as estatísticas de segunda ordem e alguma outra estatística de ordem superior a dois de $x(k)$ e $\tilde{y}(k)$, como por exemplo a curtose (Shalvi & Weinstein, 1990).

5.5 Conclusões

Neste capítulo, discutimos o problema de equalização em sistemas monoportadora. Os equalizadores são dispositivos de filtragem projetados de forma a mitigar a IIS e seu treinamento pode ser feito de forma supervisionada ou não-supervisionada.

No contexto supervisionado, um sinal piloto conhecido pelo receptor é transmitido periodicamente e é usado como referência no treinamento do equalizador. Durante a transmissão do sinal piloto, não há transmissão efetiva de informação pelo canal, o que reduz a eficiência espectral do sistema. Destacamos dois critérios supervisionados, o MMSE e o MAP. O critério MMSE se baseia na obtenção do equalizador que minimiza o erro quadrático médio entre o sinal transmitido e o estimado pelo receptor. Quando um filtro linear FIR é usado como equalizador, a solução do critério MMSE é o conhecido filtro de Wiener. Por outro lado, o critério MAP tem como objetivo a minimização da probabilidade de erro do sistema e resulta no receptor ótimo de memória finita, o equalizador Bayesiano.

O paradigma não-supervisionado dispensa o uso do sinal piloto e baseia-se exclusivamente no sinal recebido e nas estatísticas do sinal transmitido para projetar o equalizador. Como neste caso não há a transmissão periódica do sinal de referência, a eficiência do sistema é maior que a do caso supervisionado. O resultado que norteia a equalização não-supervisionada é o teorema BGR, segundo o qual, a igualdade entre as distribuições de probabilidade do sinal transmitido e do estimado pelo receptor implica na equalização do canal. Os critérios CM e SW são teoricamente sustentados pelo teorema BGR.

Entretanto, a validade do teorema BGR se limita a sistemas lineares enquanto o receptor ótimo, o equalizador Bayesiano, é não-linear. Ou seja, não há suporte teórico para o uso de critérios baseados no teorema de BGR no treinamento de equalizadores não-lineares, com o objetivo de se atingir um desempenho próximo do ótimo. O desafio então é combinar a eficiência espectral da abordagem não-supervisionada com o desempenho dos filtros não-lineares, questão esta que será abordada no próximo capítulo.

6

Equalização preditiva

O melhor receptor de memória finita, em termos de taxa de erro, é obtido através do equalizador Bayesiano. Por sua vez, o equalizador Bayesiano apresenta uma estrutura não-linear, o que significa, em outras palavras, que de um modo geral é necessário o emprego de equalizadores não-lineares para se atingir a mínima taxa de erro.

Entretanto, os critérios para equalização não-supervisionada discutidos no capítulo anterior assumem que o canal e o equalizador constituem um sistema linear. Especificamente em relação ao teorema BGR é possível mostrar que equalizadores não-lineares podem igualar as distribuições de probabilidade dos sinais transmitido e recebido, mesmo sem que os símbolos recuperados na recepção correspondam aos transmitidos (Ferrari, 2005; Ferrari, Suyama, Lopes, Attux, & Romano, 2008). Portanto, tais critérios não são adequados para a obtenção de equalizadores não-lineares de forma não-supervisionada.

Estudos recentes mostram que o critério de erro de predição constitui uma

alternativa viável de critério não-supervisionado para o projeto de equalizadores não-lineares (Cavalcante et al., 2000; Ferrari et al., 2003; Ferrari, 2005; Ferrari et al., 2008). Além disso, o uso de preditores não-lineares permite que sejam superadas as conhecidas restrições dos equalizadores de erro de predição lineares em relação à fase do canal. (Haykin, 1996).

Deste modo, nosso objetivo neste capítulo é fazer uma análise mais profunda dos preditores MMSE, mais precisamente do preditor equivalente ao estimador MMSE não polarizado, de modo a explicar e justificar o funcionamento dos equalizadores de erro de predição MMSE que vêm sendo propostos na literatura.

6.1 Predição não-linear e equalização

O conceito de predição está presente em várias aplicações de processamento de sinais (Haykin, 1996). A predição é um caso particular do problema de estimação de uma amostra de uma série temporal baseada na informação contida em outras amostras disponíveis da série. Matematicamente, considerando a série temporal formada pelas amostras $n(1), \dots, n(N_s)$, temos que a estimativa da amostra $n(k)$ é dada por

$$\hat{n}(k) = \mathcal{P}[\mathbf{n}(k)] \quad (6.1)$$

onde $\hat{n}(k)$ é o sinal estimado, $\mathcal{P}[\cdot]$ é o mapeamento do preditor e $\mathbf{n}(k)$ é o conjunto de amostras da série temporal a partir do qual se deseja estimar $n(k)$. Se o vetor $\mathbf{n}(k)$ contém as amostras passadas $n(k-i)$, $i = 1 + d_f, 2 + d_f, \dots, m-1$, a operação é chamada de predição progressiva de $n(k)$ a $(d_f + 1)$ passos. Por outro lado, se o vetor $\mathbf{n}(k)$ contém as amostras futuras $n(k+i)$, $i = 1 + d_b, 2 + d_b, \dots, m-1$, a operação é denominada de predição retrógrada de $n(k)$ a $(d_b + 1)$ passos. O uso de amostras passadas e futuras para estimar uma certa amostra da série temporal corresponde ao problema de interpolação. Em todos os casos, o erro de predição é definido por

$$\begin{aligned} e_P(k) &= n(k) - \hat{n}(k) \\ &= n(k) - \mathcal{P}[\mathbf{n}(k)]. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Quanto menor o erro de predição, melhor a estimativa de $n(k)$. Dessa forma, o preditor pode ser projetado através da minimização do erro quadrático médio de

predição. No caso particular da predição linear, $\mathcal{P}[\cdot]$ é implementado por um filtro FIR linear e seus coeficientes podem ser calculados através das equações de Wiener-Hopf (Haykin, 1996).

Considere que seja possível decompor a amostra $n(k)$ da série temporal em duas partes: uma parcela inovadora, independente das amostras em $\mathbf{n}(k)$, e uma parcela de memória, dependente de $\mathbf{n}(k)$. Deste modo, apenas a parcela de memória pode ser estimada pelo preditor, uma vez que $\mathbf{n}(k)$ não possui informações sobre a parte inovadora de $n(k)$. Ou seja, na melhor hipótese, o erro de predição deve ser igual à parcela inovadora caso o preditor consiga extrair toda informação redundante entre $n(k)$ e $\mathbf{n}(k)$. Neste sentido, o erro de predição pode ser interpretado como um filtro de eliminação de redundância entre o sinal predito e o sinal de entrada do preditor.

No contexto de sistemas de comunicação digital, podemos considerar que a parcela de memória na amostra $y(k)$ da série temporal constituída pela saída do canal está relacionada à memória do canal, ou seja, à IIS. Utilizando um preditor para estimar $y(k)$, o erro de predição pode ser usado para eliminar a redundância entre $y(k)$ e as demais amostras recebidas, ou seja, para remover a IIS do sinal recebido. Assim, estabelecemos a relação entre predição e equalização.

A equalização baseada no critério de erro de predição têm sido bastante estudada na literatura, principalmente no que se refere à predição linear (Haykin, 1996; Macchi & Hachicha, 1986; Macchi & Gu, 1987; Rocha, 1996). Neste contexto, foram descobertas duas propriedades fundamentais (Haykin, 1996):

- Filtros de erro de predição progressivos lineares com passo unitário equalizam canais de fase mínima.
- Filtros de erro de predição retrógrados lineares com passo unitário equalizam canais de fase máxima.

Entretanto, Cavalcante et al. (Cavalcante et al., 2000) mostraram que as restrições sobre a fase do canal podem ser superadas através do uso da predição não-linear, ou seja, tais limitações estavam associadas à estrutura linear dos preditores e não ao critério em si. Este resultado motivou outros trabalhos envolvendo, por exemplo, o uso de preditores fuzzy que confirmaram a eficácia do critério (Ferrari et al., 2003; Ferrari, 2005; Ferrari et al., 2008).

Assim, podemos afirmar que o erro de predição constitui uma alternativa viável de critério para equalização não-supervisionada não-linear. A seguir, vamos descrever em detalhes os diferentes tipos de equalizadores de erro de predição.

6.1.1 Equalização baseada no erro de predição progressivo

Considere um equalizador de erro de predição progressivo de passo unitário como o ilustrado na figura 6.1. Neste caso, o preditor estima $y(k)$ baseado no vetor de amostras passadas $\mathbf{y}_f(k) = [y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-m+1)]^T$. Usando (5.1) e (6.2), o erro de predição é

$$\begin{aligned} e_f(k) &= y(k) - f_f(\mathbf{y}_f(k)) \\ &= h_0 x(k) + z(k) + \sum_{j=1}^{n_c-1} h_j x(k-j) - f_f(\mathbf{y}_f(k)), \end{aligned} \quad (6.3)$$

onde $f_f(\mathbf{y}_f(k))$ é a saída do preditor progressivo.

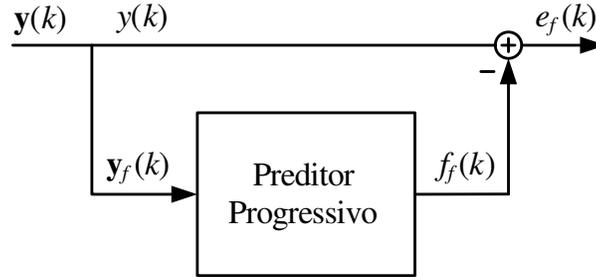


Figura 6.1: Filtro de erro de predição progressivo.

De acordo com (5.1), o vetor $\mathbf{y}_f(k)$ é função do vetor de símbolos transmitidos $[x(k-1), x(k-2), \dots, x(k-m-n_c+2)]^T$ e do vetor de amostras do ruído $[z(k-1), z(k-2), \dots, z(k-m+1)]^T$. Deste modo, a informação redundante entre $y(k)$ e $\mathbf{y}_f(k)$ é o conjunto de símbolos transmitidos $x(k-1), x(k-2), \dots, x(k-n_c+1)$, ou seja, os símbolos que constituem a IIS em $y(k)$. Para que o equalizador de erro de predição consiga remover toda a redundância entre $y(k)$ e $\mathbf{y}_f(k)$, a saída do preditor

deve ser igual à IIS, ou seja

$$f_f(\mathbf{y}_f(k)) = \sum_{j=1}^{n_c-1} h_j x(k-j). \quad (6.4)$$

Supondo que (6.4) seja verdadeiro, substituindo (6.4) em (6.3), temos

$$e_f(k) = h_0 x(k) + z(k). \quad (6.5)$$

Note que, nesta situação ideal onde a saída do preditor é igual à IIS, o equalizador de erro de predição progressivo com passo unitário recupera o sinal transmitido com atraso zero e multiplicado pelo primeiro coeficiente do canal, sem alterar o ruído. A taxa de erro pode ser estabelecida a partir do canal AWGN equivalente ao erro de predição. Para a modulação BPSK, com símbolos pertencentes ao conjunto binário $\{-1; +1\}$, e variância do ruído σ^2 , ela é dada por

$$P_e = 1 + \operatorname{erf}\left(-\frac{|h_0|}{\sigma\sqrt{2}}\right), \quad (6.6)$$

onde a função erro é definida como

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-t^2} dt. \quad (6.7)$$

Como (6.4) não é exata, (6.6) é um limitante inferior da probabilidade de erro.

6.1.2 Equalização baseada no erro de predição retrógrado

Nesta seção, vamos analisar o equalizador de erro de predição retrógrado de passo unitário, cujo diagrama simplificado é mostrado na figura 6.2. Considere que o preditor estima $y(k-m+1)$ baseado no vetor de amostras $\mathbf{y}_b(k) = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-m+2)]^T$. Usando (5.1) e (6.2), o erro de predição é

$$\begin{aligned} e_b(k) &= y(k-m+1) - f_b(\mathbf{y}_b(k)) \\ &= h_{n_c-1}x(k-m-n_c+2) + z(k-m+1) + \dots \\ &\quad \dots + \sum_{j=0}^{n_c-2} h_j x(k-m+1-j) - f_b(\mathbf{y}_b(k)), \end{aligned} \quad (6.8)$$

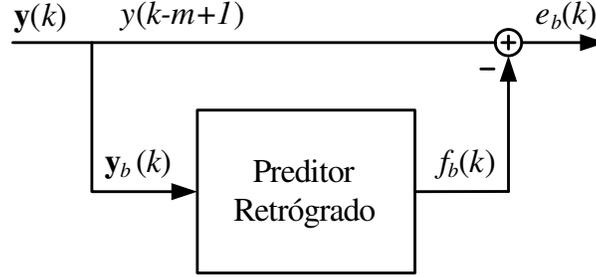


Figura 6.2: Filtro de erro de predição retrógrado.

onde $f_b(\mathbf{y}_b(k))$ é a saída do preditor retrógrado.

A partir de (5.1), podemos verificar que $\mathbf{y}_b(k)$ é função do vetor de símbolos transmitidos $[x(k), x(k-1), \dots, x(k-m-n_c+3)]^T$ e do vetor de amostras do ruído $[z(k), z(k-1), \dots, z(k-m+2)]^T$. Assim, a informação redundante entre $y(k-m+1)$ e $\mathbf{y}_b(k)$ é o conjunto de símbolos transmitidos $x(k-m+1), x(k-m), \dots, x(k-m-n_c+3)$. Para que o equalizador de erro de predição consiga remover toda a redundância entre $y(k-m+1)$ e $\mathbf{y}_b(k)$, a saída do preditor deve ser

$$f_b(\mathbf{y}_b(k)) = \sum_{j=0}^{n_c-2} h_j x(k-m+1-j). \quad (6.9)$$

Substituindo (6.9) em (6.8), temos

$$e_b(k) = h_{n_c-1} x(k-m-n_c+2) + z(k-m+1). \quad (6.10)$$

Note que, nesta situação ideal onde toda a redundância é removida, o equalizador de erro de predição retrógrado com passo unitário recupera o sinal transmitido com atraso $(m+n_c-2)$ com um fator de escala igual ao último coeficiente do canal, sem alterar o ruído. Ou seja, o equalizador de erro de predição retrógrado ideal elimina a memória do canal, convertendo-o em um canal AWGN equivalente com ganho h_{n_c-1} e variância do ruído σ^2 . Neste caso, para uma modulação BPSK, podemos estabelecer a seguinte taxa de erro de bit do sistema

$$P_e = 1 + \operatorname{erf} \left(-\frac{|h_{n_c-1}|}{\sigma\sqrt{2}} \right). \quad (6.11)$$

Entretanto, como (6.9) não é exata, (6.11) constitui um limitante para a probabilidade de erro dos equalizadores de erro de predição retrógrados.

6.1.3 Equalizador baseado em cascata de preditores

Uma vez apresentados os equalizadores de erro de predição progressivo e retrógrado, vamos analisar o filtro em cascata, o qual combina os dois tipos de filtros de erro de predição, como ilustrado na figura 6.3.

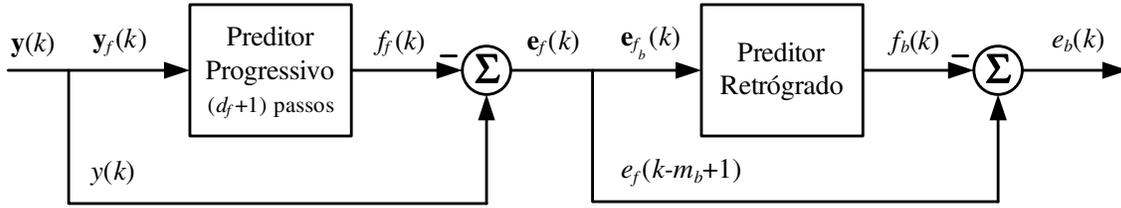


Figura 6.3: Equalizador baseado em cascata de preditores.

Vimos na descrição do equalizador ideal de erro de predição progressivo a um passo que, idealmente, ele elimina os coeficientes finais do canal, deixando apenas o primeiro coeficiente como canal equivalente em sua saída e recuperando o sinal transmitido com atraso zero. Por outro lado, o equalizador ideal de erro de predição retrógrado a um passo remove os primeiros coeficientes do canal, o que resulta em um canal equivalente composto apenas pelo último coeficiente do canal original, enquanto o sinal transmitido é recuperado com atraso máximo. A idéia da cascata é combinar estas características de forma a se obter na saída do equalizador canais equivalentes sem memória e com ganhos relacionados aos coeficientes intermediários do canal, além da possibilidade de se recuperar o sinal transmitido com outros atrasos de equalização.

Primeiramente, considere o preditor progressivo a $d_f + 1$ passos, com $0 < d_f < n_c - 1$, que estima $y(k)$ a partir do vetor de entrada $\mathbf{y}_f(k) = [y(k - d_f - 1), \dots, y(k - m + 1)]^T$. De acordo com (5.1), enquanto $y(k)$ é função de $[x(k), x(k - 1), \dots, x(k - n_c + 1)]^T$ e do ruído $z(k)$, $\mathbf{y}_f(k)$ é função do vetor de símbolos transmitidos $[x(k - d_f - 1), x(k - d_f - 2), \dots, x(k - m - n_c + 2)]^T$ e do vetor de amostras do ruído $[z(k - d_f - 1), z(k - d_f - 2), \dots, z(k - m + 1)]^T$. Dessa forma, os símbolos transmitidos $x(k - d_f - 1), x(k - d_f - 2), \dots, x(k - n_c + 1)$ constituem a informação redundante entre $y(k)$ e $\mathbf{y}_f(k)$. Assumindo que idealmente toda a informação redundante é suprimida, é possível mostrar que o erro de predição

progressivo é dado por

$$e_f(k) = \sum_{j=0}^{d_f} h_j x(k-j) + z(k), \quad (6.12)$$

ou seja, o filtro de erro de predição progressivo promove o encurtamento do canal através da eliminação da IIS relacionada aos últimos coeficientes do canal, mais precisamente aos coeficientes $h_{d_f+1}, \dots, h_{n_c-1}$. Como resultado, temos um canal equivalente com função de transferência $H'(z) = h_0 + h_1 z^{-1} + \dots + h_{d_f} z^{-d_f}$ na saída do primeiro estágio da cascata.

O erro de predição progressivo é usado como entrada do segundo estágio da cascata, o qual consiste de um preditor retrógrado com passo unitário que estima $e_f(k - m_b + 1)$ a partir do vetor $\mathbf{e}_{f_b}(k) = [e_f(k), e_f(k-1), \dots, e_f(k - m_b + 2)]^T$. Segundo (6.12), $\mathbf{e}_{f_b}(k)$ é função do vetor de símbolos transmitidos $[x(k), x(k-1), \dots, x(k - d_f - m_b + 2)]^T$ e do vetor de amostras do ruído $[z(k), z(k-1), \dots, z(k - m_b + 2)]^T$, enquanto $e_f(k - m_b + 1)$ é função do vetor de símbolos transmitidos $[x(k - m_b + 1), x(k - m_b), \dots, x(k - d_f - m_b + 1)]^T$ e do ruído $z(k - m_b + 1)$. Assim, os símbolos $x(k - m_b + 1), x(k - m_b), \dots, x(k - d_f - m_b + 2)$ constituem a informação redundante entre $e_f(k - m_b + 1)$ e $\mathbf{e}_{f_b}(k)$. Considerando que o equalizador de erro de predição retrógrado elimina toda a redundância, a saída da cascata é dada por

$$e_b(k) = h_{d_f} x(k - d_f - m_b + 1) + z(k - m_b + 1). \quad (6.13)$$

Portanto, idealmente a cascata recupera o sinal transmitido com atraso de equalização $(d_f + m_b - 1)$ e sua saída equivale ao canal AWGN com ganho h_{d_f} e variância do ruído σ^2 . Para a modulação BPSK, podemos estabelecer um limitante de desempenho dado por

$$P_e = 1 + \operatorname{erf} \left(-\frac{|h_{d_f}|}{\sigma\sqrt{2}} \right). \quad (6.14)$$

Baseado em (6.6), (6.11) e (6.14), observamos que o desempenho dos equalizadores de erro de predição dependem principalmente do módulo do ganho de canal equivalente na saída do equalizador. Quando o primeiro coeficiente do canal

é, em módulo, maior que os demais, o equalizador de erro de predição progressivo é o que apresenta a menor taxa de erro. Por outro lado, se o módulo do último coeficiente é o maior entre todos os coeficientes do canal, o equalizador de erro de predição retrógrado é o que exibe melhor desempenho. Nos casos onde o maior módulo não é nem o do primeiro e nem o do último coeficiente, a menor probabilidade de erro pode ser obtida através da cascata.

6.2 Preditor de mínimo erro quadrático médio

Nesta seção vamos determinar os preditores MMSE progressivo e retrógrado com base nas estatísticas dos sinais envolvidos e na teoria de estimação, sem pré-estabelecer uma estrutura de filtragem, seja ela linear ou não-linear. O passo de predição dos preditores é deixado como parâmetro livre de modo que possa ser escolhido de acordo com o tipo de filtro de erro de predição desejado.

6.2.1 Preditor MMSE progressivo

De acordo com a teoria de estimação, o estimador MMSE não polarizado de $y(k)$ dado o vetor de amostras passadas $\mathbf{y}_f(k) = [y(k - d_f - 1), \dots, y(k - m + 1)]^T$, i.e., o preditor progressivo de $y(k)$ a $(d_f + 1)$ passos, é dado pela média condicional (Trees, 2001)

$$f_{f_{\text{MMSE}}}(y_f(k)) = \mathcal{E}[y(k) | \mathbf{y}_f(k)]. \quad (6.15)$$

Deste modo, para determinar o estimador MMSE, é necessário obter a distribuição condicional $p(y(k) | \mathbf{y}_f(k))$, ou equivalentemente, usando o teorema de Bayes, a distribuição conjunta $p(y(k), \mathbf{y}_f(k))$ assim como $p(\mathbf{y}_f(k))$. A distribuição de $\mathbf{y}_f(k)$ é expressa por

$$p(\mathbf{y}_f) = \sum_{j=1}^{2^{m+n_c-d_f-2}} p(\mathbf{y}_f | \mathbf{c}_{a_j}) P(\mathbf{c}_{a_j}), \quad (6.16)$$

onde \mathbf{c}_{a_j} é o j -ésimo estado de dimensão $(m - d_f - 1)$ do canal. O índice temporal foi suprimido para simplificar a notação. Devido ao ruído aditivo gaussiano de média

nula, $p(\mathbf{y}_f|\mathbf{c}_{a_j})$ é uma distribuição normal centrada em \mathbf{c}_{a_j} , ou seja,

$$p(\mathbf{y}_f|\mathbf{c}_{a_j}) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{(m-d_f-1)}{2}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (6.17)$$

Como os estados \mathbf{c}_{a_j} são equiprováveis, com probabilidade $1/2^{m+n_c-d_f-2}$, substituindo (6.16) em (6.17) temos

$$p(\mathbf{y}_f) = \frac{(2\pi\sigma^2)^{-\frac{(m-d_f-1)}{2}} (2^{m+n_c-d_f-2})}{2^{m+n_c-d_f-2}} \sum_{j=1} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (6.18)$$

Considere que $0 \leq d_f < (n_c - 1)$ de modo que y e \mathbf{y}_f sejam correlacionados e que portanto \mathbf{y}_f contenha alguma informação sobre y . Usando o teorema da probabilidade total (Papoulis, 1991) e o fato que y e \mathbf{y}_f são condicionalmente independentes dado \mathbf{c}_j , a distribuição conjunta $p(y, \mathbf{y}_f)$ é dada por

$$\begin{aligned} p(y, \mathbf{y}_f) &= \sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-1})} p(y, \mathbf{y}_f|\mathbf{c}_j) \cdot P(\mathbf{c}_j) \\ &= \sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-1})} p(y|\mathbf{c}_j) \cdot p(\mathbf{y}_f|\mathbf{c}_j) \cdot P(\mathbf{c}_j), \end{aligned} \quad (6.19)$$

onde \mathbf{c}_j é o j -ésimo estado de dimensão m do canal (note que \mathbf{c}_{a_j} está contido em \mathbf{c}_j). Com base em (6.17), podemos notar que

$$p(y|\mathbf{c}_j) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{\|y - c_{j,0}\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6.20)$$

e

$$p(\mathbf{y}_f|\mathbf{c}_j) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{(m-d_f-1)}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f - \hat{\mathbf{c}}_j\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (6.21)$$

onde $c_{j,i}$ é o i -ésimo elemento do estado do canal \mathbf{c}_j e $\hat{\mathbf{c}}_j$ é o segmento de \mathbf{c}_j correspondente ao vetor $[c_{j,(d_f+1)}, c_{j,(d_f+2)}, \dots, c_{j,(m-1)}]^T$. Novamente, devido ao fato

dos estados serem equiprováveis, i.e., $P(\mathbf{c}_j) = 2^{-(m+n_c-1)}$, substituindo (6.20) e (6.21) em (6.19), temos

$$p(y, \mathbf{y}_f) = \frac{(2\pi\sigma^2)^{-\frac{(m-d_f)}{2}}}{2^{m+n_c-1}} \cdot \sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-1})} \exp\left(-\frac{|y-c_{j,0}|^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f - \hat{\mathbf{c}}_j\|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (6.22)$$

Dividindo (6.22) por (6.18),

$$p(y|\mathbf{y}_f) = \frac{(2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}}}{2^{d_f+1}} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-1})} \exp\left(-\frac{|y-c_{j,0}|^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f - \hat{\mathbf{c}}_j\|^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-d_f-2})} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (6.23)$$

e usando este resultado em (6.33), obtemos a seguinte expressão para o estimador MMSE

$$\begin{aligned} f_{f_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_f) &= \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot p(y|\mathbf{y}_f) dy \\ &= \frac{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-d_f-2})} w_j \cdot \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-d_f-2})} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right)} \end{aligned} \quad (6.24)$$

onde

$$w_j = \frac{1}{2^{d_f+1}} \sum_{n=1}^{2^{d_f+1}} c_{n,0} \quad (6.25)$$

com $\hat{\mathbf{c}}_n = \mathbf{c}_{a_j}$.

Os pesos w_j representam a média do primeiro elemento dos vetores de estado do canal \mathbf{c}_n para os quais o segmento $\hat{\mathbf{c}}_n$ é igual ao estado do canal \mathbf{c}_{a_j} . O estado \mathbf{c}_n está associado à transmissão da seqüência de símbolos \mathbf{x}_n enquanto \mathbf{c}_{a_j} está associado à seqüência $\mathbf{x}_j = [x_{j,0}, x_{j,1}, \dots, x_{j,n_c-d_f-2}]^T$. Ambas seqüências se relacionam do seguinte modo

$$\mathbf{x}_n = [x_{n,0}, x_{n,1}, \dots, x_{n,d_f}, \mathbf{x}_j^T]^T. \quad (6.26)$$

De acordo com a definição de estado do canal, o primeiro elemento de \mathbf{c}_n é dado por $\mathcal{E}[y(k)|\mathbf{x}_n]$. Usando (5.1) e (6.26), a esperança é dada por

$$\begin{aligned} c_{n,0} &= h_0 x_{n,0} + \dots + h_{d_f} x_{n,d_f} + h_{d_f+1} x_{j,0} + \dots + h_{n_c-1} x_{j,n_c-d_f-2} \\ &= \sum_{i=0}^{d_f} h_i x_{n,i} + \sum_{i=d_f+1}^{n_c-1} h_i x_{j,i-d_f-1}. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Substituindo (6.27) em (6.25), temos

$$w_j = \frac{1}{2^{d_f+1}} \sum_{i=0}^{d_f} \sum_{n=1}^{2^{d_f+1}} h_i x_{n,i} + \sum_{i=d_f+1}^{n_c-1} h_i x_{j,i-d_f-1}. \quad (6.28)$$

Como em (6.28) são usadas todas as possíveis combinações de $x_{n,0}, \dots, x_{n,d_f}$ para um dado \mathbf{x}_j e $\mathcal{E}[x(k)] = 0$,

$$\sum_{i=0}^{d_f} \sum_{n=1}^{2^{d_f+1}} h_i x_{n,i} = 0. \quad (6.29)$$

Deste modo, usando (6.29) em (6.28), temos que os pesos são dados por

$$w_j = \sum_{i=d_f+1}^{n_c-1} h_i x_{j,i-d_f-1}. \quad (6.30)$$

Em suma, o preditor progressivo MMSE a $(d_f + 1)$ passos de $y(k)$ é dado por

$$f_{f_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_f(k)) = \frac{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-d_f-2})} w_j \cdot \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f(k) - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-d_f-2})} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f(k) - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (6.31)$$

onde

$$w_j = \sum_{i=d_f+1}^{n_c-1} h_i x_{j,i-d_f-1}, \quad (6.32)$$

sendo \mathbf{x}_j a seqüência de símbolos associada ao estado \mathbf{c}_{a_j} , com $j \in \{1, 2, \dots, 2^{m+n_c-d_f-2}\}$.

Note que o preditor MMSE é uma função não-linear do vetor de entrada \mathbf{y}_f , mais precisamente uma combinação linear normalizada de gaussianas com centros \mathbf{c}_{a_j} e variância σ^2 . Três conjuntos de parâmetros definem o preditor: a variância do ruído, σ^2 , os estados do canal de mesma dimensão do vetor de entrada, \mathbf{c}_{a_j} , e os pesos w_j . Além disso, comparando (6.32) e (5.1), observamos que os pesos do preditor progressivo MMSE contém informações sobre a IIS do canal, pois w_j corresponde a uma combinação linear de símbolos que equivale exatamente à IIS devida aos coeficientes do canal $h_{d_f+1}, \dots, h_{n_c-1}$. As implicações desta relação entre pesos e IIS para o problema de equalização serão discutidas na seção 6.3.

6.2.2 Preditor MMSE retrógrado

O preditor MMSE retrógrado de $y(k - m + 1)$ a $d_b + 1$ passos dado o vetor de amostras de saída do canal $\mathbf{y}_b(k) = [y(k), \dots, y(k - m + d_b + 2)]^T$, com $0 \leq d_b \leq n_c - 2$, é dado pela esperança condicional

$$f_{b_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_b(k)) = \mathcal{E}[y(k - m + 1) | \mathbf{y}_b(k)]. \quad (6.33)$$

Adotando um procedimento análogo ao realizado no cálculo da esperança condicional para o caso do preditor progressivo, é possível demonstrar que o preditor MMSE retrógrado é dado por

$$f_{b_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_b(k)) = \frac{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-d_b-2})} w_j \cdot \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_b(k) - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-d_b-2})} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_b(k) - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (6.34)$$

onde

$$w_j = \sum_{i=0}^{n_c-2-d_b} h_i x_{j,i+m-1}, \quad (6.35)$$

sendo $\mathbf{c}_{a_j} = \mathcal{E}\{\mathbf{y}_b(k) | \mathbf{x}_j\}$ o estado do canal associado à sequência transmitida $\mathbf{x}_j = [x_{j,0}, \dots, x_{j,m+n_c-d_b-2}]^T$, com $j \in \{1, 2, \dots, 2^{m+n_c-d_b-2}\}$.

Note que os pesos do preditor MMSE retrógrado são uma combinação linear de símbolos que equivale à IIS devida aos coeficientes do canal $h_0, \dots, h_{n_c-d_b-2}$.

Comparando (6.34) com (6.31) e (6.35) com (6.32), observamos que os preditores progressivo e retrógrado são estruturalmente idênticos, diferindo apenas no valores dos pesos. Enquanto os pesos do preditor progressivo estão relacionados com os últimos coeficientes do canal, os pesos do retrógrado relacionam-se com os primeiros coeficientes do canal. Ou seja, os pesos trazem informações diferentes sobre a IIS.

6.3 O preditor MMSE na ausência de ruído

Na ausência de ruído, o preditor progressivo MMSE a $(d_f + 1)$ passos de $y(k)$ é dado por

$$\lim_{\sigma^2 \rightarrow 0} f_{\text{MMSE}}(\mathbf{y}_f(k)). \quad (6.36)$$

Calculando o limite, temos

$$f_{\text{MMSE}}(\mathbf{y}_f(k)) = \frac{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-d_f-2})} w_j \cdot \delta(\|\mathbf{y}_f(k) - \mathbf{c}_{a_j}\|^2)}{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-d_f-2})} \delta(\|\mathbf{y}_f(k) - \mathbf{c}_{a_j}\|^2)}, \quad (6.37)$$

onde $\delta(\cdot)$ é a função delta de Dirac.

Considere a hipótese que não há estados \mathbf{c}_{a_j} coincidentes, i.e., $\mathbf{c}_{a_j} \neq \mathbf{c}_{a_i}, \forall i, j$. Esta hipótese geralmente é válida para dimensões suficientemente grandes do espaço de entradas do preditor ou, equivalentemente, dimensões suficientemente grandes dos estados \mathbf{c}_{a_j} , exceto para canais com zeros em -1 ou $+1$ (Montalvão, Dorizzi, & Mota, 1999).

Como não há ruído, os vetores de saída do canal $\mathbf{y}_f(k)$ assumem os valores dos próprios estados do canal e a transmissão da sequência de símbolos \mathbf{x}_i resulta no vetor de saída do canal $\mathbf{y}_f(k) = \mathbf{c}_{a_i}$. Substituindo $\mathbf{y}_f(k)$ por \mathbf{c}_{a_i} em (6.37), temos que todas as funções delta de Dirac são iguais a zero exceto aquela para a qual $j = i$. Nestas condições, no limite a saída do preditor é o peso w_i :

$$f_{f_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_f(k) = \mathbf{c}_{a_i}) = w_i. \quad (6.38)$$

Seja $\mathbf{x}(k - d_f - 1) = [x(k - d_f - 1), \dots, x(k - n_c - m + 2)]^T$ o vetor de símbolos transmitidos associado a $\mathbf{y}_f(k)$, de forma que $\mathbf{x}(k - d_f - 1) = \mathbf{x}_i$. Substituindo

$\mathbf{x}(k - d_f - 1)$ em (6.30), temos

$$\begin{aligned} w_i &= \sum_{q=d_f+1}^{n_c-1} h_q x_{i,q-d_f-1} \\ &= \sum_{q=d_f+1}^{n_c-1} h_q x(k - q), \end{aligned} \quad (6.39)$$

pois $[x_{i,0}, \dots, x_{i,n_c+m-d_f-3}]^T = [x(k - d_f - 1), \dots, x(k - n_c - m + 2)]^T$. Assim, usando (6.39) em (6.38), a saída do preditor MMSE na ausência de ruído, quando a sequência de símbolos transmitidos é $\mathbf{x}(k - d_f - 1)$, é dada por

$$f_{f_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_f(k)) = \sum_{q=d_f+1}^{n_c-1} h_q x(k - q), \quad (6.40)$$

ou seja, a saída do preditor progressivo corresponde à parcela da IIS presente em $y(k)$ que depende dos símbolos contidos em $\mathbf{x}(k - d_f - 1)$, ou, em outras palavras, à parte da IIS que é correlacionada com o vetor $\mathbf{y}_f(k)$, usado como entrada do preditor.

Repetindo o procedimento para o preditor MMSE retrógrado a $(d_b + 1)$ passos de $y(k - m + 1)$ em (6.34), temos que a saída do preditor quando $\mathbf{y}_b(k) = \mathbf{c}_{a_i}$ é dada por

$$f_{b_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_b(k)) = \sum_{q=0}^{n_c-2-d_b} h_q x(k - i - m + 1), \quad (6.41)$$

onde $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}_i = [x(k), \dots, x(k - n_c - m + d_b + 3)]^T$ é o vetor de símbolos transmitidos que resulta no vetor de saída do canal $\mathbf{y}_b(k)$. Utilizando (5.1), note que, na ausência de ruído, $y(k - m + 1)$ é dado por

$$y(k - m + 1) = h_0 x(k - m + 1) + \dots + h_{n_c-1} x(k - m - n_c + 2). \quad (6.42)$$

Comparando (6.42) com (6.41), percebemos que a saída do preditor retrógrado corresponde à parte da IIS presente em $y(k - m + 1)$ que depende dos símbolos contidos em $\mathbf{x}(k)$, ou seja, à parcela da IIS que é correlacionada com as entradas do preditor, i.e., o vetor $\mathbf{y}_b(k)$.

Baseados nestes resultados, enunciamos o seguinte teorema:

Teorema 6.1 *Preditor MMSE como estimador de IIS*

Na ausência de ruído, se não houver estados coincidentes no espaço das entradas, a saída do preditor MMSE corresponde à IIS presente no sinal predito correlacionada com o seu vetor de entrada.

Agora, considere o erro de predição MMSE progressivo que, usando (5.1) e (6.40), é dado por

$$\begin{aligned} e_{f_{\text{MMSE}}} &= y(k) - f_{f_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_f(k)) \\ &= y(k) - \sum_{q=d_f+1}^{n_c-1} h_q x(k-q) \\ &= h_0 x(k) + \dots + h_{d_f} x(k-d_f). \end{aligned} \quad (6.43)$$

Quando o passo de predição é unitário, i.e., $d_f = 0$, temos

$$e_{f_{\text{MMSE}}} = h_0 x(k). \quad (6.44)$$

De modo análogo, o erro de predição MMSE retrógrado, utilizando (5.1) e (6.41), é expresso por

$$\begin{aligned} e_{b_{\text{MMSE}}} &= y(k-m+1) - f_{b_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_b(k)) \\ &= y(k-m+1) - \sum_{q=0}^{n_c-2-d_b} h_q x(k-i-m+1) \\ &= h_{n_c-d_b-1} x(k-m-n_c+d_b+2) + \dots + h_{n_c-1} x(k-m-n_c+2). \end{aligned} \quad (6.45)$$

Quando o passo de predição é unitário, ou seja, $d_b = 0$, temos

$$e_{b_{\text{MMSE}}} = h_{n_c-1} x(k-m-n_c+2). \quad (6.46)$$

Portanto, na ausência de ruído, os filtros de erro de predição progressivo e retrógrado baseados nos preditores MMSE removem completamente do sinal predito a IIS correlacionada com o vetor de entradas do preditor. Para passos de predição maiores que a unidade, os filtros de erro de predição encurtam o canal. Quando o passo é unitário, o canal é equalizado, ou seja, o erro de predição é igual ao sinal transmitido a menos de um ganho e um atraso, independentemente da fase do canal, seja ela mínima, máxima ou mista.

6.4 O preditor MMSE na presença de ruído

Nesta seção, vamos analisar o desempenho do equalizador de erro de predição MMSE na presença de ruído. Com a adição do ruído, a melhor medida de desempenho é a taxa de erro de bit e, por isso, vamos basear nossa análise na comparação entre o equalizador de erro de predição MMSE e o equalizador Bayesiano. Como vimos anteriormente, o equalizador Bayesiano é o equalizador de memória finita que conduz à menor taxa de erro de bit e, por isso, é a referência de desempenho para qualquer equalizador. Para facilitar a comparação, vamos reproduzir aqui as equações que definem o mapeamento entrada-saída do equalizador Bayesiano e do preditor MMSE. De acordo com (5.13), o equalizador Bayesiano é dado por

$$f_{\text{MAP}}(\mathbf{y}(k)) = \sum_{j=1}^{2^{n_c+m-1}} w_j \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}(k) - \mathbf{c}_j\|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (6.47)$$

Já o preditor progressivo MMSE a um passo de $y(k)$, segundo (6.31), é dado por

$$f_{f_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_f(k)) = \frac{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-2})} w_j \cdot \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f(k) - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_{j=1}^{(2^{m+n_c-2})} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_f(k) - \mathbf{c}_{a_j}\|^2}{2\sigma^2}\right)}. \quad (6.48)$$

Comparando o equalizador Bayesiano com o preditor MMSE, observamos algumas similaridades estruturais interessantes. Ambos são funções de combinações lineares de gaussianas. Os centros das gaussianas são os estados do canal e a variância é igual à variância do ruído. A principal diferença estrutural é a presença do fator de normalização no denominador do preditor MMSE. Na verdade, existe uma versão normalizada do equalizador Bayesiano que apresenta um termo análogo no denominador o qual é geralmente omitido pois não afeta o desempenho do equalizador (Patra, 1998). Na verdade, o que realmente diferencia os filtros são os valores dos pesos. No equalizador Bayesiano, os pesos assumem os valores dos símbolos transmitidos para um certo atraso de equalização. Por outro lado, os pesos do preditor MMSE estão relacionados à IIS, como vimos anteriormente.

Considere agora o equalizador de erro de predição progressivo MMSE, dado por

$$e_f(k) = y(k) - f_{f_{\text{MMSE}}}(\mathbf{y}_f(k)). \quad (6.49)$$

Comparando o equalizador Bayesiano com o equalizador de erro de predição em (6.49), identificamos uma diferença estrutural significativa entre os dois filtros. Enquanto o equalizador Bayesiano é uma função não linear de todas as suas entradas, no equalizador de erro de predição, a entrada que corresponde ao sinal a ser predito recebe necessariamente um processamento linear. Do ponto de vista do mapeamento entrada-saída do filtro, esta diferença representa uma limitação na flexibilidade do equalizador de erro de predição em relação ao equalizador Bayesiano. Note que esta limitação está relacionada ao critério de erro de predição e independe do preditor usado.

Para entender melhor as diferenças entre os equalizadores, vejamos um exemplo. Considere o canal com função de transferência $H(z) = 0.5 + z^{-1}$. Para possibilitar a visualização gráfica do problema, vamos considerar que os equalizadores possuem duas entradas ($m = 2$), de forma que o vetor de entrada dos equalizadores é $\mathbf{y}(k) = [y(k), y(k-1)]^T$. Um preditor progressivo MMSE a um passo ($d_f = 0$) é usado, o que significa que o sinal $y(k)$ é predito a partir de $y(k-1)$ e, nesta configuração, o equalizador de erro de predição estima o sinal transmitido com atraso zero. O mapeamento entrada-saída do equalizador de erro de predição MMSE para uma SNR de 20 dB é mostrado na figura 6.4(a). O equalizador Bayesiano com atraso de equalização zero, $d = 0$, é mostrado na figura 6.4(b). Podemos observar que os mapeamentos apresentam formas bem distintas. No equalizador de erro de predição progressivo MMSE, a dependência linear em $y(k)$ e não-linear em $y(k-1)$ do erro de predição podem ser claramente vistas e conferem um formato ao mapeamento do equalizador que se assemelha a uma telha. Já o equalizador Bayesiano exibe o formato característico de soma de gaussianas positivas e negativas centralizadas nos estados do canal.

As diferenças nos mapeamentos resultam em fronteiras de decisão diferentes para os dois equalizadores que, em última análise, é a característica que determina a taxa de erro dos equalizadores. Como discutido no capítulo 5, a fronteira de decisão é o lugar geométrico no espaço das entradas do equalizador definido pelo conjunto

de pontos para os quais a saída do equalizador é nula. Para os equalizadores de erro de predição, igualando (6.2) a zero, temos que fronteira de decisão é dada pela expressão

$$n(k) = \mathcal{P}[\mathbf{n}(k)]. \quad (6.50)$$

Note que a fronteira de decisão corresponde exatamente ao conjunto de pontos definido pela função do preditor, com domínio no espaço das entradas do preditor e codomínio no espaço do sinal predito. Por se tratar de uma função, cada ponto da fronteira de decisão se relaciona com um único ponto no espaço das entradas do preditor. A mesma restrição não se aplica ao equalizador Bayesiano, de forma que, dependendo do canal, é provável que não seja possível obter a fronteira de mínima taxa de erro através de um equalizador de erro de predição. Esta é característica geral dos equalizadores de erro de predição, isto é, independe do preditor usado, e decorre do fato da entrada do equalizador associada ao sinal predito sempre receber um processamento linear. Vejamos agora o que acontece especificamente quando o preditor MMSE é usado.

A figura 6.5(a) mostra as fronteiras de decisão do equalizador de erro de predição progressivo MMSE e do equalizador Bayesiano para o canal $H(z) = 0.5 + z^{-1}$ e 20 dB de SNR. Como este canal é de fase máxima, é necessária uma fronteira de decisão não-linear para separar corretamente os estados do canal quando o atraso de equalização é zero. Em outras palavras, somente um equalizador não-linear pode classificar corretamente os estados de modo a equalizar o canal. Podemos notar que ambos equalizadores separam corretamente os estados do canal, porém de formas distintas. Na verdade, este é um exemplo de cenário onde não é possível obter a fronteira de mínima taxa de erro a partir de um equalizador de erro de predição pois, de acordo com (6.50), só pode existir um ponto da fronteira de decisão do equalizador de erro de predição progressivo associado a cada valor de $y(k-1)$ enquanto que na fronteira do equalizador bayesiano existem vários pontos relacionados a um mesmo valor de $y(k-1)$. Como consequência, a distância entre os estados do canal e a fronteira de decisão é em média menor para o equalizador de erro de predição, o que significa uma taxa de erro maior.

O impacto do aumento do ruído nas fronteiras de decisão é mostrado na figura 6.5(b), na qual a SNR é 8dB. Para ambos equalizadores, o único parâmetro que

depende do ruído é a variância das gaussianas que, na verdade, correspondem à própria variância do ruído. A fronteira de decisão do equalizador bayesiano praticamente não se altera, apenas suas bordas ficam mais suaves. Por outro lado, a fronteira do equalizador de erro de predição progressivo MMSE, além de ficar mais arredondada, se aproxima muito dos estados do canal, o que deve ter um impacto negativo na taxa de erro do equalizador. Parece provável que, mesmo com 8dB de SNR, a fronteira de decisão do equalizador de erro de predição obtida para a SNR de 20dB, a qual apresentava uma distância maior em relação aos estados, resulte em uma taxa de erro menor que a fronteira do preditor MMSE mostrada na figura 6.5(b). Comprovaremos essa observação a seguir.

A taxa de erro em função da SNR em dB é mostrada na figura 6.6. Note que além das curvas correspondentes ao equalizador bayesiano e ao equalizador de erro de predição progressivo MMSE, temos duas outras curvas. Uma é a do limitante inferior do erro progressivo, que corresponde à probabilidade de erro do canal AWGN equivalente, dado por (6.6). A outra curva foi obtida mantendo-se a fronteira de decisão constante e igual à fronteira do equalizador de erro de predição progressivo MMSE projetado para SNR=20dB, mostrada na figura 6.5(a). Note que, como suspeitávamos, devido à maior distância entre a fronteira de decisão e os estados, a taxa de erro do equalizador de erro de predição com variância fixa é menor do que a do MMSE. Com esse resultado, chegamos à seguinte conclusão: o uso do critério MMSE para o projeto do preditor não conduz à mínima taxa de erro que pode ser obtida a partir de um equalizador de erro de predição. Apesar disso, a diferença de desempenho em relação ao equalizador bayesiano não é muito grande, mesmo em um cenário desfavorável como o usado em nosso exemplo, i.e., um canal de fase máxima sendo equalizado com atraso zero.

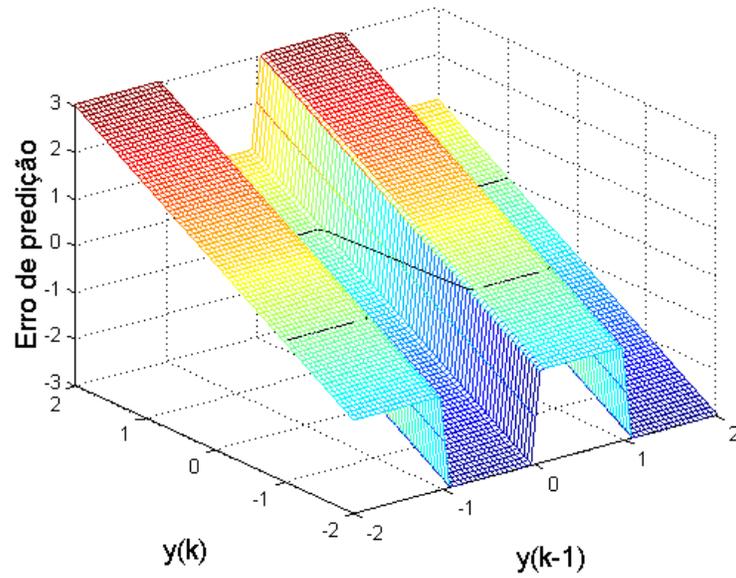
6.5 Conclusões

Neste capítulo, abordamos o problema de equalização não-supervisionada de canais de comunicação digital baseada no erro de predição. Trabalhos anteriores demonstraram a eficácia do uso de preditores não-lineares projetados a partir do critério MMSE, obtendo excelentes resultados independentemente da fase do canal

(Cavalcante et al., 2000; Ferrari et al., 2003; Ferrari, 2005; Ferrari et al., 2008). Nosso objetivo aqui é fazer uma análise mais profunda dos preditores MMSE, mais precisamente do preditor equivalente ao estimador MMSE não polarizado, de modo a explicar e justificar o funcionamento dos equalizadores de erro de predição MMSE.

Primeiramente, mostramos que os pesos do preditor MMSE contém informações sobre a IIS presente no sinal predito e correlacionada com o sinais de entrada do preditor. Isso nos permitiu demonstrar que, na ausência de ruído, caso não haja estados coincidentes no espaço das entradas, a saída do preditor MMSE corresponde exatamente à IIS presente no sinal predito correlacionada com o seu vetor de entrada. Conseqüentemente, o filtro de erro de predição MMSE elimina toda a IIS do sinal presente no sinal predito, equalizando o canal quando o passo de predição é unitário, ou encurtando o canal quando o passo de predição é maior que a unidade. No nosso conhecimento, não há na literatura uma demonstração formal deste resultado.

Na presença de ruído, baseamos nossa análise na taxa de erro, comparando o equalizador de erro de predição MMSE com o equalizador Bayesiano. Observamos que com a diminuição da SNR, a fronteira de decisão do equalizador de erro de predição MMSE tende a se aproximar dos estados do canal. Esta aproximação degrada o desempenho do equalizador, impedindo que ele atinja a taxa de erro mínima permitida pela estrutura de erro de predição. Este resultado não é surpreendente, uma vez que o critério MMSE não leva em consideração a taxa de erro. Por outro lado, isso nos motiva a buscar outros critérios de otimização do preditor que explorem melhor a estrutura. De qualquer forma, a taxa de erro obtida pelo equalizador de erro de predição MMSE, mesmo não sendo ótima, foi próxima da taxa do equalizador bayesiano, apesar do cenário desfavorável, de fase máxima, usado nas simulações, o que mais uma vez corrobora a eficácia do critério.



(a) Equalizador de erro de predição progressivo MMSE.

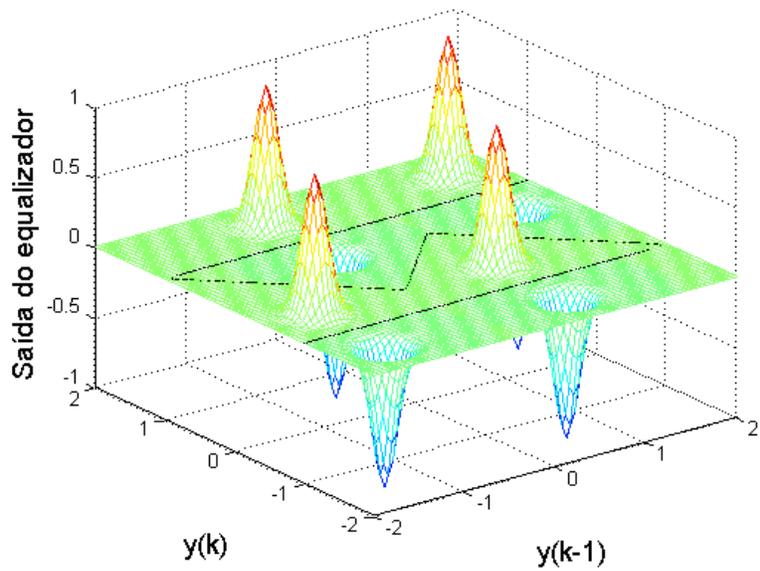
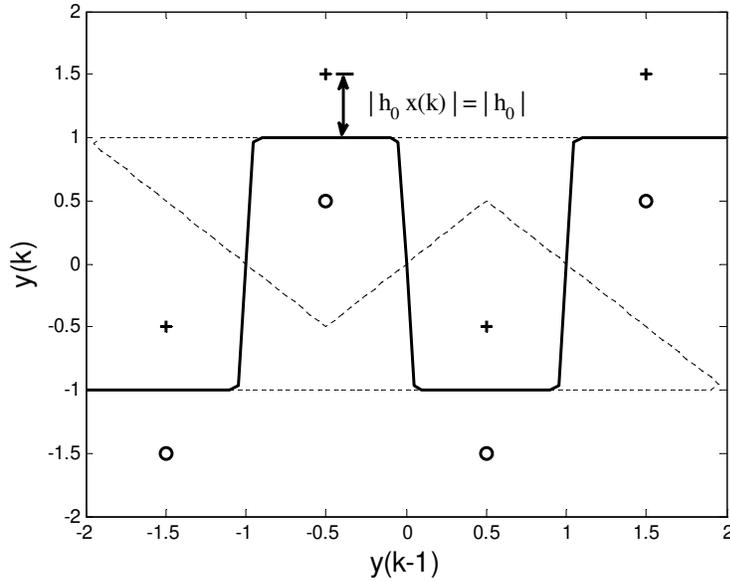
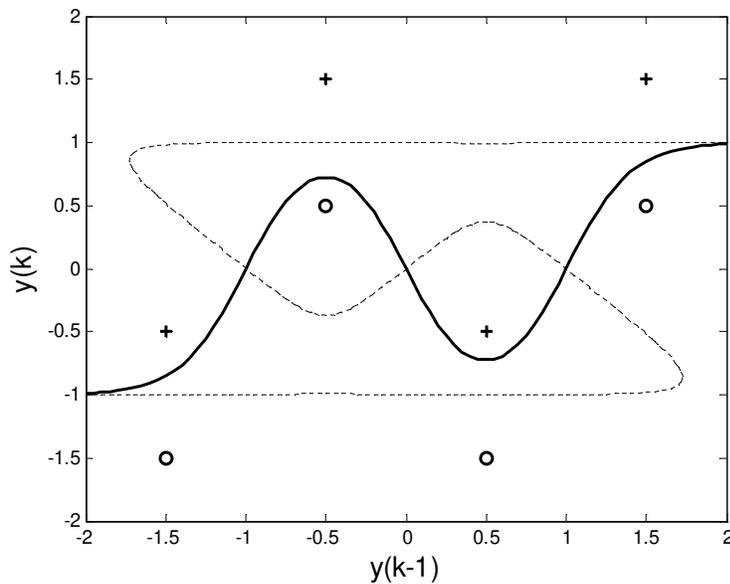
(b) Equalizador Bayesiano ($d = 0$).

Figura 6.4: Mapeamento de entrada-saída do equalizador de erro de predição progressivo MMSE e do equalizador Bayesiano para o canal $H(z) = 0.5 + z^{-1}$ e SNR de 20 dB.



(a) Fronteiras de decisão para 20 dB de SNR.



(b) Fronteiras de decisão para 8 dB de SNR.

Figura 6.5: Fronteiras de decisão do equalizador de erro de previsão progressivo MMSE (linha cheia) e do equalizador Bayesiano de atraso zero (linha tracejada) para o canal $H(z) = 0.5 + z^{-1}$. Os símbolos “+” representam os estados do canal para os quais $x(k) = +1$ enquanto os símbolos “o” correspondem aos estados do canal para os quais $x(k) = -1$.

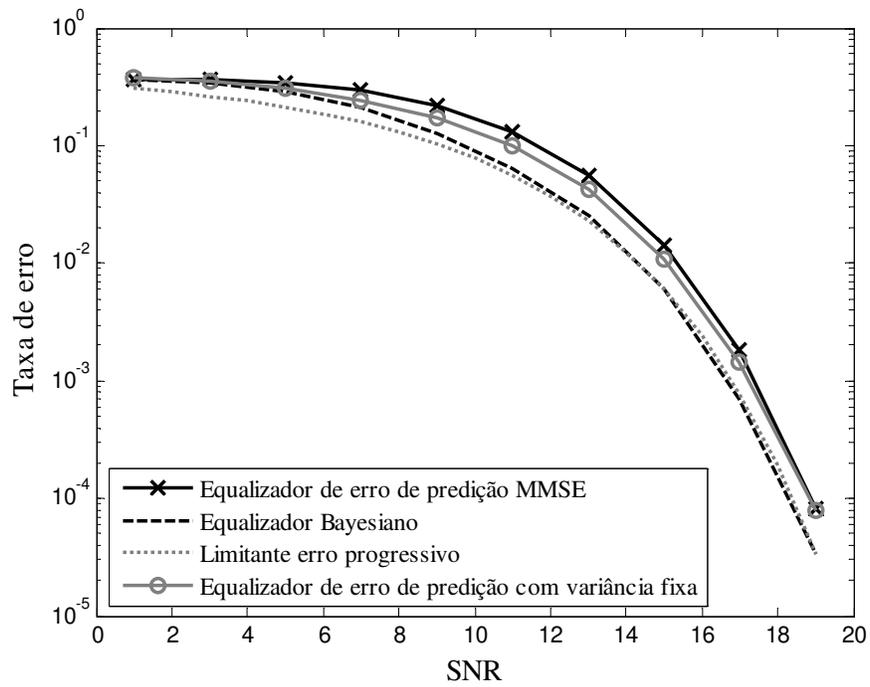


Figura 6.6: Taxa de erro de bit em função da SNR em dB para o canal $H(z) = 0.5 + z^{-1}$, com atraso de equalização nulo.

7

Conclusões e perspectivas

Neste trabalho, tratamos de três temas importantes dos sistemas de telecomunicação, o gerenciamento espectral, o cancelamento de interferências e a equalização de canais. Os dois primeiros temas foram abordados na primeira parte do trabalho no contexto de sistemas DSL, enquanto a equalização de canais foi o tema central da segunda parte da tese. A seguir, vamos apresentar os comentários e conclusões finais sobre as propostas da tese, bem como as perspectivas de trabalhos futuros. Discutiremos apenas os capítulos que trouxeram contribuições.

No capítulo 3, estudamos o gerenciamento espectral multiusuário distribuído no contexto dos sistemas DSL. Como neste caso não há coordenação entre os usuários, o problema de gerenciamento espectral pode ser formulado como um jogo não-cooperativo onde cada usuário representa um jogador que procura maximizar autonomamente sua taxa ou margem de ruído através da otimização de sua alocação de potência. O método que resulta desta formulação é o *iterative water-filling* (IWF). A abordagem de teoria dos jogos demonstra que para o IWF existe um

único ponto de equilíbrio de Nash, dado que certas condições de interferência sejam satisfeitas, condições estas que geralmente são atendidas nos sistemas DSL. Mas o IWF não leva em conta uma restrição prática fundamental: o número de bits alocados em cada subcanal precisa ser inteiro devido às modulações usadas. Desse modo, nossa proposta se baseou em um algoritmo de *bitloading* discreto iterativo, o IDB. Os resultados mostraram que, ao contrário do IWF, o *bitloading* discreto pode apresentar múltiplos ou até mesmo nenhum ponto de equilíbrio e que a solução obtida pelo algoritmo depende das alocações iniciais dos usuários. Na verdade, as simulações realizadas em sistemas VDSL indicaram que é bastante rara a convergência para um ponto de equilíbrio, sendo mais comum uma dinâmica em regime onde a taxa dos usuários oscila entre um limitante superior, próximo à taxa do IWF, e um limitante inferior, próximo à taxa do DIWF. Como futuros trabalhos neste tema, existe a perspectiva de estudos mais aprofundados para tentar determinar as condições de existência de pontos de equilíbrio no IDB e eventualmente como alcançá-los.

No capítulo 4, consideramos o caso de sistema DSL com coordenação de sinais e espectro, ou seja, o cenário onde os sinais transmitidos nos diferentes pares são processados conjuntamente e o gerenciamento espectral também é conjunto. Neste caso, é possível lançar mão de técnicas de processamento MIMO para combater o *crosstalk* e melhorar o desempenho do sistema. O uso de tais técnicas implica no conhecimento do canal, hipótese factível pois os canais DSL variam muito devagar em relação à taxa de amostragem, o que permite sua estimação.

Para combater o *crosstalk*, utilizamos as técnicas lineares ZF e SVD na diagonalização do canal, além de propor o uso de uma técnica híbrida, a SVD por blocos. Nossa proposta combina o ZF e a SVD e se aplica aos cenários onde os usuários têm acesso a mais de um par trançado mas o processamento conjunto de todos os pares do cabo telefônico é possível apenas na central. Neste caso, o canal de cada usuário pode ser interpretado como um subsistema MIMO monousuário. O ZF é usado no cancelamento da interferência entre estes subsistemas, enquanto a SVD é aplicada em cada subsistema independente de modo a diagonalizar o canal. O objetivo da SVD por blocos é, então, tentar tirar o máximo proveito possível da diversidade espacial nos casos onde os usuários têm acesso a mais de um par

trançado.

No contexto do gerenciamento espectral coordenado, vimos que mesmo eliminando o *crosstalk* o problema de otimização espectral permanece acoplado entre os pares quando a técnica de processamento envolve um *precoder* que não é diagonal. Isto porque as restrições de potência máxima de transmissão se aplicam aos sinais após o *precoder*, enquanto que o sinal transmitido em um dado par é uma combinação linear dos símbolos de informação de todos os usuários. Levando em conta este problema, propusemos um algoritmo de *bitloading* discreto baseado em uma heurística gananciosa incremental inspirada no algoritmo de *bit-filling*. De um modo geral, a heurística proposta não garante a obtenção da alocação de bits ótima global. Entretanto, no caso específico de um *precoder* diagonal, ou seja, quando o *precoder* não provoca acoplamento entre as linhas, mostramos que a nossa heurística leva à solução ótima global do problema de *bitloading* discreto para maximização da taxa.

Nas simulações computacionais realizadas, confirmamos os ganhos de desempenho promovidos pelo processamento MIMO dos sinais. Entretanto, a SVD por blocos não propiciou um aumento significativo na taxa em relação ao ZF. Em certa medida, este resultado já era esperado, uma vez que, devido às propriedades de DDC e de DDL dos canais DSL, o ganho de diversidade espacial é desprezível. Deste modo, o ganho proporcionado pelo processamento está ligado majoritariamente ao cancelamento do *crosstalk*, o que faz com que o ZF apresente um desempenho próximo à capacidade teórica.

Em relação à nossa proposta de algoritmo de *bitloading* discreto para sistemas com *precoder*, a eficácia da heurística utilizada foi ratificada pelos resultados obtidos, os quais foram muito próximos dos do algoritmo OPA, que não leva em consideração a restrição de alocação de número inteiro de bits.

As simulações mostraram também que a efetividade das técnicas de cancelamento de interferência variam com o alcance e com a faixa de frequência utilizada e, em alguns casos, não resultaram em aumento da taxa do sistema. Isso nos motiva a investir futuramente nas técnicas de cancelamento parcial de *crosstalk*, que consistem do combate apenas das interferências que têm maior impacto no sistema.

Outra perspectiva de continuidade do trabalho é a redução da complexidade

do algoritmo de *bitloading* discreto para sistemas com *precoder*, investigando, por exemplo, o uso de perfis de alocação e estatísticas de ordem, nos moldes do que foi proposto por Campello em (Campello, 1999a) para o caso monousuário SISO.

Por fim, no capítulo 6, abordamos o problema de equalização não-supervisionada de canais de comunicação digital baseada no erro de predição. Trabalhos anteriores demonstraram a eficácia do uso de preditores não-lineares projetados a partir do critério MMSE, obtendo excelentes resultados independentemente da característica de fase do canal (Cavalcante et al., 2000; Ferrari et al., 2003; Ferrari, 2005; Ferrari et al., 2008). Isso nos motivou a fazer uma análise mais profunda dos preditores MMSE, mais precisamente do preditor equivalente ao estimador MMSE não polarizado, a fim de achar uma justificativa teórica que explicasse o funcionamento dos equalizadores de erro de predição não-lineares.

Em nosso estudo, demonstramos que, na ausência de ruído, caso não haja estados coincidentes no espaço das entradas, a saída do preditor MMSE corresponde exatamente à IIS presente no sinal predito correlacionada com o seu vetor de entrada. Conseqüentemente, o filtro de erro de predição MMSE elimina toda a IIS do sinal presente no sinal predito, equalizando o canal quando o passo de predição é unitário, ou encurtando o canal quando o passo de predição é maior que a unidade.

Na presença de ruído, observamos que com a diminuição da SNR, a fronteira de decisão do equalizador de erro de predição MMSE tende a se aproximar dos estados do canal. Esta aproximação degrada o desempenho do equalizador, impedindo que ele atinja a taxa de erro mínima permitida pela estrutura de erro de predição. Este resultado nos motiva a buscar outros critérios de otimização do preditor que explorem melhor o potencial da estrutura. Além disso, nossos resultados foram todos obtidos para a modulação binária BPSK. Assim, a extensão dos resultados para outras modulações constitui uma perspectiva natural para trabalhos futuros.

Bibliografia

- ANSI-T1.424. (2004). *Very-high bit-rate Digital Subscriber Lines (VDSL) Metallic Interface*. ANSI Std. T1.424.
- Baccarelli, E., & Biagi, M. (2004). Optimal integer bit-loading for multicarrier adsl systems subject to spectral-compatibility limits. *Signal Processing*, 84(4), 729-741.
- Basar, T., & Olsder, G. J. (1999). *Dynamic Noncooperative Game Theory* (2nd edition ed.). Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Benveniste, A., Goursat, M., & Ruget, G. (1980, June). Robust Identification of a Nonminimum Phase System: Blind Adjustment of a Linear Equalizer in Data Communications. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25(3), 385-399.
- Bertsekas, D. P., & Tsitsiklis, J. N. (1989). *Parallel and Distributed Computation: Numerical Methods* (2^a edição ed.). Cambridge University Press.
- Bingham, J. A. C. (2000). *ADSL, VDSL, and Multicarrier Modulation*. Wiley.
- Boyd, S., & Vandenberghe, L. (2004). *Convex Optimization*. Cambridge University Press.
- Campello, J. (1998, Agosto). Optimal discrete bit loading for multicarrier modulation systems. In *Proc. ieee international symposium on information theory* (Vol. 3, p. 193). Cambridge, MA , EUA.
- Campello, J. (1999a). *Discrete Bit Loading for Multicarrier Modulation Systems*. Tese de Doutorado, Stanford University, Stanford, EUA.
- Campello, J. (1999b, June). Practical Bit Loading for DMT. In *Proc. ieee international conference on communications (icc'99)* (p. 801-805). Vancouver, Canada.
- Carleial, A. (1978, Janeiro). Interference channels. *IEEE Trans. on Information Theory*, 24, 60-70.
- Cavalcante, C. C., Filho, J. R. M., Dorizzi, B., & Mota, J. C. M. (2000). A Neural Predictor for Blind Equalization in Digital Communication: Is It Plausible? In *Proceedings of IEEE Neural Networks for Signal Processing*. Sydney, Australia.
- Cendrillon, R. (2004). *Multi-User Signal and Spectra Co-ordination for Digital*

- Subscriber Lines*. Tese de Doutorado, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Belgica.
- Cendrillon, R., Ginis, G., Bogaert, E. V. D., & Moonen, M. (2006, Agosto). A Near-Optimal Linear Crosstalk Canceler for Upstream VDSL. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(8), 3136-3146.
- Cendrillon, R., Moonen, M., Bogaert, E. V. den, & Ginis, G. (2004, November-December). The Linear Zero-Forcing Crosstalk Canceler is Near-optimal in DSL Channels. In *Proc. Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'04)* (Vol. 4, p. 2334 - 2338). Dallas, Texas, USA.
- Cendrillon, R., Moonen, M., Verlinden, J., Bostoen, T., & Ginis, G. (2004, Maio). Improved Linear Crosstalk Precompensation for DSL. In *Proc. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'04)* (Vol. 4, p. 1053-1056). Montreal, Quebec, Canada.
- Chen, S., Mulgrew, B., & Grant, P. M. (1993, July). A Clustering Technique for Digital Communications Channel Equalization Using Radial Basis Function Networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 4(4), 570-579.
- Chen, S., Mulgrew, B., & McLaughlin, S. (1993, September). Adaptive Bayesian Equalizer with Decision Feedback. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41, 2918-2927.
- Chen, W. Y. (1998). *DSL: Simulation Techniques and Standards Development for Digital Subscriber Lines*. Macmillan.
- Chung, S. T., Kim, S. J., Lee, J., & Cioffi, J. M. (2003, Junho). A game-theoretic approach to power allocation in frequency-selective Gaussian interference channels. In *Proc. 2003 IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT 2003)* (p. 316). Lausanne, Suíça.
- Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2001). *Introduction to Algorithms* (2nd edition ed.). The MIT Press.
- Cover, T. M., & Thomas, J. A. (2006). *Elements of Information Theory* (2nd ed.). Wiley-Interscience.
- ETSI-TS-101-270-1. (2003). *Very High Speed Digital Subscriber Line (VDSL); Part 1: Functional Requirements*. ETSI Std. TS 101 270-1.
- Ferrari, R. (2005). *Equalização de canais de comunicação digital baseada em filtros*

- fuzzy*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas.
- Ferrari, R., Panazio, C. M., Attux, R. R. F., Cavalcante, C. C., Castro, L. N. de, Zuben, F. J. V., et al. (2003, September). Unsupervised Channel Equalization using Fuzzy Prediction-Error Filters. In *Proceedings of IEEE Neural Networks for Signal Processing* (p. 1680-1686). Paris, France.
- Ferrari, R., Suyama, R., Lopes, R. R., Attux, R. R. F., & Romano, J. M. T. (2008). An Optimal MMSE Fuzzy Predictor for SISO and MIMO Blind Equalization. In *Workshop on Cognitive Information Processing (CIP 2008)*. Santorini, Grécia.
- Filho, D. Z., Lopes, R. R., Ferrari, R., Suyama, R., & Dortschy, B. (2007). Bit Loading for Precoded DSL Systems. In *International conference on acoustics, speech and signal processing (icassp 2007)*. Honolulu, Hawaii, EUA.
- Forney, G. D. (1972, May). Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference. *IEEE Transactions on Information Theory*, *IT-18*, 363-378.
- Forney, G. D. (1973, March). The Viterbi Algorithm. In *Proceedings of the IEEE* (Vol. 61, p. 268-278).
- Forney, G. D., & Eyuboglu, M. V. (1991, December). Combining Equalization and Coding Using Precoding. *IEEE Communications Magazine*, *29*(12), 25-34.
- G.992.5. (2005). *Asymmetric digital subscriber line (ADSL) transceivers - extended bandwidth ADSL2 (ADSL2plus)*. ITU-T Recommendation G.992.5.
- Ginis, G. (2002). *Multi-Line Coordinated Communication for Broadband Access Networks*. Tese de Doutorado, Stanford University, Stanford, EUA.
- Godard, D. N. (1980). Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems. *IEEE Transactions on Communications*, *28*(11), 1867-1875.
- Golub, G. H., & Loan, C. F. V. (1996). *Matrix Computations* (3rd edition ed.). Johns Hopkins.
- Haykin, S. (1996). *Adaptive Filter Theory* (3rd ed.). Prentice-Hall.
- Hughes-Hartogs, D. (1991, October). *Ensemble modem structure for imperfect transmission media*. US Patent 5 054 034.
- ITU-T. (2004). G.993.1 VDSL (Very High Speed Digital Subscriber Line

- Transceivers) [Computer software manual].
- Lee, B. (2004). *Binder MIMO channels*. Tese de Doutorado, Stanford University, Stanford, EUA.
- Lee, J., Sonalkar, R. V., & Cioffi, J. M. (2006, July). Multiuser Bit Loading for Multicarrier Systems. *IEEE Transactions on Communications*, 54(7), 1170-1174.
- Luo, Z.-Q., & Pang, J.-S. (2006). Analysis of iterative water-filling algorithm for multiuser power control in digital subscriber lines. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2006.
- Macchi, O., & Gu, Y. (1987). Self-Adaptive Equalization with a Mixed Backward and Forward Predictor. In *Proceedings of International Symposium on Electronic Devices, Circuits and Systems* (p. 437-440). Kharagpur.
- Macchi, O., & Hachicha, A. (1986). Self-Adaptive Equalization Based on a Prediction Principle. In *Proceedings of GLOBECOM-86*. Houston, USA.
- Mathews, J., & Sicuranza, G. L. (1995). *Polynomial signal processing*. Wiley.
- Montalvão, J., Dorizzi, B., & Mota, J. C. M. (1999). Some theoretical limits of efficiency of linear and nonlinear equalizers. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações*, 14(2), 85-92.
- Papandreou, N., & Antonakopoulos, T. (2008, Janeiro). Bit and Power Allocation in Constrained Multicarrier Systems: The Single-User Case. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008.
- Papoulis, A. (1991). *Probability, Random Variables and Stochastic Processes* (3rd ed.). McGraw-Hill International.
- Patra, S. K. (1998). *Development of Fuzzy System Based Channel Equalisers*. Tese de Doutorado, University of Edinburg.
- Rocha, C. A. F. (1996). *Técnicas Preditivas para Equalização Autodidata*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas.
- Scutari, G. (2004). *Competition and Cooperation in Wireless Communication Networks*. Tese de Doutorado, Universidade de Roma “La Sapienza”, Roma, Itália.
- Scutari, G., Palomar, D. P., & Barbarossa, S. (2008a). Asynchronous iterative water-filling for gaussian frequency-selective interference channels. *IEEE Trans.*

- Information Theory*, 54(7), 2868-2878.
- Scutari, G., Palomar, D. P., & Barbarossa, S. (2008b). Optimal linear precoding strategies for wideband non-cooperative systems based on game theory-part ii: Algorithms. *IEEE Trans. Signal Processing*, 56(3), 1230-1249.
- Scutari, G., Palomar, D. R., & Barbarossa, S. (2006, Julho). Simultaneous Iterative Water-Filling for Gaussian Frequency-Selective Interference Channels. In *Proc. 2006 IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT 2006)* (p. 600-604). Seattle, EUA.
- Shalvi, O., & Weinstein, E. (1990). New Criteria for Blind Deconvolution of Nonminimum Phase Systems (Channels). *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(2), 312-321.
- Sonalkar, R. V., & Shively, R. R. (2000, Março). An Efficient Bit-Loading Algorithm for DMT Applications. *IEEE Communications Letters*, 4(3), 80-82.
- Starr, T., Cioffi, J. M., & Silverman, P. J. (1999). *Understanding Digital Subscriber Line Technology*. Prentice Hall.
- Starr, T., Sorbara, M., Cioffi, J. M., & Silverman, P. J. (2003). *DSL Advances*. Prentice Hall.
- Suyama, R. (2003). *Sobre o Critério do Módulo Constante para Equalização Não-Supervisionada e suas Relações com a Teoria de Wiener*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas.
- Telatar, E. (1999, Novembro). Capacity of multi-antenna gaussian channels. *European Transactions on Telecommunications*, 10(6), 585-596.
- Trees, H. L. V. (2001). *Detection, Estimation and Linear Modulation Theory*. Wiley.
- Tse, D., & Viswanath, P. (2005). *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge University Press.
- Yu, W. (2002). *Competition and Cooperation in Multi-User Communication Environments*. Tese de Doutorado, Stanford University, Stanford, EUA.
- Yu, W., Ginis, G., & Cioffi, J. (2002, Junho). Distributed Multiuser Power Control for Digital Subscriber Lines. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 20, 1105-1115.
- Yu, W., Rhee, W., Boyd, S., & Cioffi, J. M. (2004, Janeiro). Iterative water-filling for gaussian vector multiple-access channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(1), 145-152.