



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica



TEORIA DE POTÊNCIA CONSERVATIVA:

UMA NOVA ABORDAGEM PARA O CONTROLE COOPERATIVO DE CONDICIONADORES DE ENERGIA E CONSIDERAÇÕES SOBRE ATRIBUIÇÃO DE RESPONSABILIDADES

Autor: Helmo Kelis Morales Paredes

Orientador: Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva

Co-Orientador: Prof. Dr. Fernando Pinhabel Marafão

*Tese submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA** na área de concentração de energia elétrica.*

Campinas, março de 2011.

Unidade BCC
T/UNICAMP 1m792t
Cutter _____
V. _____ Ed. _____
Tombo BC 91904
Proc. 16-130-2011
C _____ D _____
Preço R\$ 11,00
Data 19/07/11
Cód. lit. F96799

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

n-792t
Morales Paredes, Helmo Kelis
Teoria de potencia conservativa: uma nova abordagem para o controle cooperativo de condicionadores de energia e considerações sobre atribuição de responsabilidades / Helmo Kelis Morales Paredes. --Campinas, SP: [s.n.], 2011.
Orientadores: Luiz Carlos Pereira da Silva, Fernando Pinhabel Marafão.
Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.
1. Teoria de potência. 2. Responsabilidade. 3. Controle de qualidade. 4. Redes trifásicas. I. Silva, Luiz Carlos Pereira da. II. Marafão, Fernando Pinhabel. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Conservative power theory: a new approach to cooperative control of power conditioners and considerations regarding to responsibility assignment

Palavras-chave em Inglês: Power theory, Responsibility, Quality control, Three-phase networks

Área de concentração: Energia Elétrica


Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Edson Hirokazu Watanabe, Fernando Luiz Marcelo Antunes, Sigmar Maurer Deckmann, Carlos Alberto de Castro Junior

Data da defesa: 28/03/2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

Informamos que o título correto é "Teoria de Potência Conservativa: Uma nova abordagem para o controle cooperativo de condicionadores de energia e considerações sobre atribuição de responsabilidades".



CARLOS ALBERTO DE CASTRO JR.
Coordenador de Pós-Graduação
FEEC/UNICAMP - Matr. 7698-8

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: Helmo Kelis Morales Paredes

Data da Defesa: 28 de março de 2011

Titulo da Tese: "Teoria de Potencia Conservativa. Uma nova abordagem para o controle cooperativo de condicionadores de energia e considerações sobre atribuição de responsabilidades"

Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva (Presidente): 


Prof. Dr. Edson Hirokazu Watanabe: _____

Prof. Dr. Fernando Luiz Marcelo Antunes: 

Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Júnior: 

Prof. Dr. Sigmar Maurer Deckmann: 

Informamos que o título correto é "Teoria de Potência Conservativa: Uma nova abordagem para o controle cooperativo de condicionadores de energia e considerações sobre atribuição de responsabilidades".


CARLOS ALBERTO DE CASTRO JR.
Coordenador de Pós-Graduação
FEEC/UNICAMP - Matr. 7693-8

*Dedico este trabalho
aos meus pais, FELIX e EMMA.*

*A Deus, amigos, colegas de trabalho e orientadores
pelo apoio, força, incentivo, companheirismo e amizade.
Sem eles nada disso seria possível.*

Resumo

Considerando as mais variadas aplicações relacionadas aos sistemas elétricos modernos, um dos grandes desafios das últimas décadas têm sido a interpretação e controle dos fenômenos físicos através das chamadas teorias de potência. Aplicações relacionadas, por exemplo, com o projeto e controle de dispositivos e sistemas têm sido influenciadas pela presença de distorções de formas de onda, bem como assimetrias relacionadas a cargas desbalanceadas nos sistemas polifásicos. Somem-se a isto as últimas tendências relacionadas às redes com geração distribuída, em especial as micro-redes, as quais estão sujeitas a variações de frequência, além de serem mais susceptíveis aos distúrbios provocados pelas cargas. Neste contexto, a análise e operação dos sistemas elétricos tornam-se ainda mais complexas.

Neste sentido, este trabalho traz contribuições à chamada Teoria de Potência Conservativa proposta inicialmente pelos professores P. Tenti e P. Mattavelli, da Universidade de Pádua (Itália), onde parte deste trabalho foi realizado. Em particular, a influência da variação de frequência, distorção e/ou assimetria de tensão são analisadas. Assim, a reformulação da teoria proposta fornece uma base apropriada para lidar com a necessidade de caracterização dos modernos sistemas elétricos.

Através da teoria proposta, uma possível abordagem para atribuição de responsabilidades será apresentada, a qual permite a caracterização e a separação das responsabilidades entre a carga e a fonte, além de oferecer uma plataforma para o desenvolvimento de técnicas de controle cooperativo para compensadores de potência chaveados e compensadores estáticos de potência.

Tanto as contribuições à Teoria de Potência Conservativa, quanto sua aplicação para o controle cooperativo de compensadores de distúrbios serão validadas no trabalho através da simulação computacional de diversos circuitos elétricos, sob diferentes condições de operação. Além disto, resultados de medição serão apresentados para validar a proposta de separação das responsabilidades na geração de distúrbios, sejam estes originários nas cargas ou nas fontes do sistema elétrico.

Palavras-chave: Teoria de potência conservativa, processadores eletrônicos de potência, controle distribuído, responsabilidades, medição de energia, microrredes.

Abstract

Considering the various applications related to the modern power systems, one of the major challenges in the last decades has been the interpretation and control of the physical phenomena using the so called power theories. Applications related to the project and control of devices and systems have been influenced by the presence of waveform distortions, as well as voltage asymmetries caused by unbalanced loads in polyphase systems. In addition, the last trends related to distributed generation networks, especially micro-grids, are vulnerable to frequency deviation and are more sensitive to load disturbances. In this scenario, the analysis and operation of the power system became even more complex.

In such context, this work brings some contributions to the so called Conservative Power Theory, initially proposed by professors P. Tenti and P. Mattavelli, from the University of Padova (Italy), where part of the work has been realized. The influence of frequency deviation, distortion and/or asymmetry of the measured voltages have been analyzed. As a result, the proposed renewed theory provides a proper basis to lead to the characterization of modern power systems.

Considering the proposed theory, a possible accountability approach has been presented, which allows the characterization and separation of load and supply responsibilities. Besides, it provides a platform for designing cooperative control techniques for distributed switching power converters and static reactive compensator.

Both, the contributions to the Conservative Power Theory and its application to the cooperative control of power conditioners have been evaluated by means of computational simulation of different electrical circuits. In addition, the proposed accountability approach has been validated by means of experimental data measurements.

Keywords: Conservative power theory, electronic power processors, distributed control, revenue metering, power measurement, smart micro-grids.

Agradecimentos

Em nossa vida nada vem ao acaso, não conquistamos absolutamente nada sozinhos, precisamos sempre de outras pessoas para alcançar nossas metas, objetivos e ideais. Um simples gesto de companheirismo, fraternidade, ajuda, entendimento e força pode mudar a nossa vida e contribuir para o nosso sucesso. Desta forma, embora uma tese tenha fins acadêmicos e expresse um objetivo individual, existem contribuições de outras formas que não podem ser esquecidas, devem ser realçadas e assim expresse meus sinceros agradecimentos:

Primeiramente agradeço infinitamente a Deus, nosso Senhor, pela fortaleza, sabedoria, ciência, discernimento, perseverança e valor para que fosse possível a finalização desta tese de doutorado. Em momentos de alegria e tristeza, de paz e desespero, luz ou sombras, é a Ele que devemos recorrer.

Em seguida, sou imensamente grato a todos meus familiares pelo apoio recebido ao longo destes anos. A eles também agradeço por me ensinar os verdadeiros valores como a ética, caráter, respeito e educação. Aos meus pais, Felix e Emma, aos meus irmãos e irmãs Lino, Hayde, Norma (in memoriam), David e Ramiro, aos meus cunhados e cunhadas Willy, Lusmila, José, Jaqueline e Carola e aos meus sobrinhos e sobrinhas Edson, Leslie, Emanuel, Gustavo, Ronald, Maria del Carmen, Guadalupe e Jarey agradeço por todo incentivo, amor, respeito, compreensão e carinho.

Ao Professor Luiz Carlos Pereira da Silva, meu orientador de doutorado, pela oportunidade a dar continuidade aos meus estudos de mestrado, por acreditar no sucesso da tese, pela disponibilidade e generosidade reveladas ao longo destes 4 anos de trabalho, assim como as críticas, correções e sugestões feitas durante a orientação, sempre buscando meu crescimento acadêmico.

Ao Professor Paolo Tenti, meu orientador durante o meu estágio na Itália, por me transmitir seu conhecimento, pela sua maneira de trabalhar, pela sua paciência, a sua permanente disponibilidade e pelas inúmeras discussões sobre a teoria de potência conservativa e suas possíveis aplicações, que me permitiram encontrar informações e soluções para contribuir com a citada teoria e que muito contribuiu para a elaboração desta tese. Por ele eu prezo um grande respeito e admiração.

Ao Professor José Antenor Pomillo, pelo apoio e disponibilidade de espaço de trabalho no Laboratório de Condicionamento de Energia da FEEC/Unicamp.

Um agradecimento especial ao Professor Fernando Pinhabel Marafão, meu co-orientador, por me colocar o desafio de realizar este doutoramento, pela competência científica e orientação dada, e que me ensinou com prazer e dedicação parte do que sei, bem como pela disponibilidade, amizade e consideração então demonstradas. Acima de tudo, agradeço imensamente por acompanhar na continuidade desta jornada e por estimular o meu interesse pelo conhecimento e pela vida acadêmica.

Aos colegas do Departamento de Engenharia da Informação da Universidade de Pádua, em especial ao professor Giorgio Spiazzi, pelo tempo e atenção dedicada durante minha permanência em Pádua, bem como aos professores Paolo Mattavelli, Simone Buso, Leopoldo Rosseto e os colegas Alessandro Costabeber, Francesco Sichirollo, Nicolo' Ronchi, Antonio Stocco, Daniele Bari, Marco Stellini, Renato Sartorello, Daniela Trombetti, por me acolher com tamanha receptividade e atenção durante minha estadia na Itália entre outubro de 2009 a junho de 2010.

A todos os colegas do GASI (Grupo de Automação e Sistemas Integráveis) da UNESP de Sorocaba, pela amizade, pela convivência agradável e cooperativa, pelos momentos de descontração e pelo apoio nos momentos difíceis. Em especial aos amigos Eduardo V. Liberado, Wesley A. de Souza, Danilo Brandão, Thiago Terrazas. Também agradeço aos professores Diego Colón, Ronaldo Carrion, Alexandre Simões, Antonio Martins, Flavio Gonçalves, Ivando Diniz.

Meus especiais agradecimentos aos colegas e amigos, alunos e ex-alunos do Laboratório de Condicionamento de Energia Elétrica, pelo ambiente agradável e cooperativo sempre presente: Edson Adriano Vandrúsculo, Giuliano Sperandio, Leonardo de Araújo Silva, Sérgio Pires Pimentel, Marcio M. Kubo, Rodolfo Martinez, Jakson Bonaldo, André Augusto Ferreira, Newton da Silva, Marcos Balduino, Douglas Pagani, Filipe de Nassau e Braga e Diego Tardivio Rodrigues.

A meus amigos, Edson Avellaneda, João Bosco, Elton Freire, Richard Estombelo, Justo Emilio Alvarez, Marcelo Villalva, Thais Gama, Cecília Castro, pela acolhida durante minhas viagens para campinas, pela amizade e compartilhando momentos agradáveis nas festas e churrascos.

Aos amigos da república Magnata, Fernando Simioni, Thiago Terrazas, Bruno Carbonari, Bruno Lazzarini, Wesley A. de Souza, Eduardo V. Liberado, Rafael Teixeira, José Valdinei, pela hospitalidade e momentos agradáveis nas festas e churrascos.

Um agradecimento especial ao meu colega e amigo Fellipe Saldanha Garcia, pela amizade, companheirismo, convivência, consideração e pelo apoio durante minha estadia na Itália.

Agradeço a meu colega e amigo Ernesto Kenji Luna, pelo incentivo na realização desse doutoramento, pelos momentos agradáveis nas festas e também pelo apoio nos momentos difíceis.

Agradeço aos meus amigos e colegas, Alessandro Costabeber e Francesco Sichirollo, pela boa receptividade, pela atenção prestada e convivência agradável durante minha estadia na Itália. Também, a Rita Simorra, Judit Comalada, Iris Oliva, Bruna de Costa Alberton e Giovana Tavarnaro pela amizade e acima de tudo pela consideração nestes últimos tempos.

Às muitas das pessoas que passaram e passam pelo que eu passei e passo: ficar longe da família em busca de um ideal. Os desafios são imensos, mas quando se tem um ideal, as barreiras devem ser encaradas como formas de se obter sucesso. O importante é olhar para trás e ver que valeu a pena.

Tenho muito a agradecer a todos vocês que são citados nestas páginas e a todos os outros que trabalharam anonimamente ou que por acidente não citei e que foram pessoas que me auxiliaram até onde cheguei. **MUITO OBRIGADO !!!**

Agradeço também às seguintes Instituições pelo apoio e excelentes condições de trabalho que me proporcionaram, sem as quais não seria possível a concretização deste trabalho de doutoramento:

A Universidade Estadual de Campinas;

A Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação;

Ao Departamento de Sistemas de Energia Elétrica;

Ao Laboratório de Condicionamento de Energia Elétrica;

A Universidade Estadual Paulista Julio Mesquita Filho, Campus de Sorocaba;

Ao Grupo de Automação e Sistemas Integráveis;

A Universidade de Pádua;

Ao Departamento de Engenharia da Informação;

Finalmente agradeço à CNPQ, FUNCAMP, FUNDUNESP e ao DEI – Departamento de Engenharia da Informação da Universidade de Pádua pelo apoio financeiro.

A todos, os meus sinceros agradecimentos.

Hoje eu sei que o mais importante é a aprendizagem. Aprender o que ainda não sei é a força motora para manter meus objetivos. Ah! E como existem muitas coisas a serem aprendidas, eu sempre serei um aprendiz.

Uma educação que possibilite ao homem a discussão corajosa de sua problemática. De sua inserção nesta problemática. Que o coloca em diálogo constante com o outro. Que o predispõe a constantes revisões. À análise crítica de seus ‘olhados’. A uma certa rebeldia no sentido mais humano da expressão. Que o identifique com métodos e processos científicos.

PAULO FREIRE

Ringraziamenti

Nella nostra vita niente succede per caso e non si ottiene niente da soli, abbiamo sempre bisogno dell'aiuto degli altri per raggiungere i nostri obiettivi e perseguire i nostri ideali. Un semplice gesto di amicizia, fratellanza, aiuto, comprensione ed incoraggiamento può cambiarci la vita e contribuire al nostro successo. Così, sebbene una tesi abbia fini accademici, e sia espressione di un obiettivo individuale, ci sono altre forme di contributo che non possono essere dimenticate, ma anzi devono sempre essere evidenziate. E' per questo che voglio esprimere i miei più sinceri ringraziamenti:

Prima di tutto sono infinitamente grato a Dio, nostro Signore, per avermi donato forza, conoscenza, scienza, discernimento, perseveranza, coraggio e valori che hanno reso possibile il completamento di questa tesi di dottorato. Nei momenti di gioia e di dolore, di serenità e di disperazione, di luce e di oscurità, dobbiamo rivolgerci a Dio.

Poi, sono immensamente grato a tutta la mia famiglia per il sostegno che mi ha dato nel corso di tutti questi anni. Li ringrazio per avermi trasmesso valori autentici come l'etica, il rispetto e l'educazione. I miei genitori, Felix e Emma, i miei fratelli e sorelle Lino, Hayde, Norma (ad memoriam), David e Ramiro, i miei cognati e cognate Willy, Lusmila, José, Jaqueline e Carola e i miei nipoti Edson, Leslie, Emanuel, Gustavo, Ronald, Maria del Carmen, Guadalupe e Jarey. Un grazie a tutti loro per l'incoraggiamento, l'amore, il rispetto, la comprensione e l'affetto.

Ringrazio il Professor Luiz Carlos Pereira da Silva, mio supervisore di dottorato, per avermi dato l'opportunità di continuare i miei studi di laurea, per aver creduto nel successo della tesi e per la disponibilità e generosità dimostrate nei miei confronti nel corso di questi ultimi quattro anni di lavoro. Allo stesso modo lo voglio ringraziare anche per le critiche, le correzioni ed i suggerimenti che mi ha dato durante il dottorato, sempre cercando di favorire la mia crescita intellettuale.

Ringrazio il Professor Paolo Tenti, mio mentore durante il mio periodo in Italia, per avermi trasmesso le sue conoscenze, per il suo modo di lavorare, per tutta la pazienza, la costante disponibilità e per le innumerevoli discussioni sulla "*Conservative Power Theory*" e l'applicazione di tale teoria. Lavorare al suo fianco mi ha permesso di trovare nuove informazioni e soluzioni per dare il mio contributo alla teoria, e per la stesura di questa tesi. Per lui nutro grande rispetto ed ammirazione.

Al Professor José Antenor Pomillo, per tutto il sostegno e disponibilità di spazi di lavoro nel LCEE (Laboratório de Condicionamento de Energia Elétrica) di FEEC/UNICAMP.

Un ringraziamento speciale al Professor Fernando Pinhabel Marafão, il mio co-supervisore, per avermi dato la possibilità di fare questa tesi, per le competenze scientifiche e la supervisione, per avermi insegnato con piacere e dedizione parte di quello che so. Oltre che per la disponibilità, l'amicizia e la considerazione dimostrata, vorrei soprattutto, ringraziarlo immensamente per la continuità del suo supporto lungo tutto il mio percorso di formazione e per aver stimolato il mio interesse verso la conoscenza e la vita accademica.

Aicollegli del Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione dell'Università degli Studi di Padova, in particolare al Professor Giorgio Spiazzi, per il tempo e l'attenzione che mi ha dedicato durante il mio soggiorno a Padova. Ringrazio anche tutti gli altri professori: Paolo Mattavelli,

Simone Buso, Leopoldo Rossetto ed i colleghi: Alessandro Costabeber, Francesco Sichirollo, Nicolo' Ronchi, Antonio Stocco, Daniele Bari, Marco Stellini, Renato Sartorello e Daniela Trombetti, per avermi accolto con grande attenzione durante il mio soggiorno in Italia tra l' Ottobre del 2009 ed il Giugno 2010.

A tutti i colleghi del GASI (Gruppo di automazione e sistemi integrati), di UNESP Sorocaba, per l'amicizia, la convivenza piacevole e cooperativa e il sostegno nei momenti difficili. In particolare gli amici Eduardo V. Liberado, Wesley A. de Souza, Danilo Brandão, Thiago Terrazas. Ringrazio anche i Professori Diego Colón, Ronaldo Carrion, Alexandre Simões, Antonio Martins, Flavio Gonçalves, Ivando Diniz.

Un ringraziamento speciale a colleghi ed amici, studenti ed ex-studenti del LCEE (Laboratório de Condicionamento de Energia Elétrica), per l'ambiente collaborativo e piacevole: Edson Adriano Vendrusculo, Giuliano Sperandio, Leonardo de Araújo Silva, Sérgio Pires Pimentel, Marcio M. Kubo, Rodolfo Martinez, Jakson Bonaldo, André Augusto Ferreira, Newton da Silva, Marcos Balduino, Douglas Pagani, Filipe de Nassau e Braga e Diego Tardivio Rodrigues.

Ai miei amici, Edson Avellaneda, João Bosco, Elton Freire, Richard Estombelo, Justo Emilio Alvarez, Marcelo Villalva, Thais Gama, Cecília Castro, per l'accoglienza durante i miei viaggi a Campinas, per l'amicizia e per aver condiviso con me piacevoli e bei momenti durante feste e grigliate.

Per gli amici della repubblica Magnata, Fernando Simioni, Thiago Terrazas, Bruno Carbonari, Bruno Lazzarini, Wesley A. de Souza, Eduardo Verri, Rafael Teixeira, José Valdinei, per l'ospitalità che mi hanno dato e per i bei momenti passati insieme.

Un ringraziamento particolare al mio collega e amico Fellipe Saldanha Garcia, per l'amicizia, la compagnia, la considerazione ed il sostegno durante il mio soggiorno in Italia.

Ringrazio il mio collega e amico Ernesto Kenji Luna, per avermi incoraggiato nel portare a termine questo dottorato, per i piacevoli momenti ed il suo sostegno nei momenti difficili.

Ringrazio i miei amici e colleghi, Alessandro Costabeber e Francesco Sichirollo, per l'accoglienza che mi hanno riservato, per l'attenzione nei miei confronti e la piacevole convivenza durante il mio soggiorno in Italia (avanzo ancora una camminata lungo la via delle gallerie, la prossima volta che torno in Italia dobbiamo assolutamente andare a farla insieme!). Inoltre, Rita Simorra, Judit Comalada, Iris Oliva, Bruna de Costa Alberton e Giovana Tavarnaro per la amicizia e, soprattutto, la stima e considerazione che mi hanno dimostrato.

Per le molte persone che hanno vissuto quello che ho ho vissuto e vivo tuttora: stare lontano dalla famiglia per inseguire un ideale. Le sfide sono immense, ma quando si ha un ideale, gli ostacoli dovrebbero essere considerati come mezzi per raggiungere il successo. La cosa importante è guardare indietro e vedere che valeva la pena.

Devo ringraziare tutti voi che ho citato in queste pagine, ed anche tutti coloro che hanno lavorato in forma anonima, che non ho citato ma che mi hanno aiutato ad arrivare fino a qui: GRAZIE MILLE!!!

Ringrazio le seguenti istituzioni per il sostegno e le ottime condizioni di lavoro che mi hanno fornito, senza le quali non avrei potuto realizzare questa tesi di dottorato:

Universidade Estadual de Campinas;

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação;
il Departamento de Sistemas de Energia Elétrica;
il Laboratório de Condicionamento de Energia Elétrica;
Universidade Estadual Paulista Julio Mesquita Filho, Campus de Sorocaba;
il Grupo de Automação e Sistemas Integráveis;
Università degli Studi di Padova;
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione;

Infine ringrazio il CNPQ, FUNCAMP, FUNDUNESP ed il DEI – Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione dell'Università degli Studi di Padova per il sostegno finanziario.

A tutti, i miei sinceri ringraziamenti.

Oggi so che la cosa più importante è imparare. La voglia di imparare quello che ancora non conosco mi dà la forza per mantenere fede ai miei obiettivi. Ecco! Visto che ci sono tante cose da imparare, io sarò sempre un apprendista.

Una educazione che permetta all'uomo di affrontare la discussione della sua problematica. Di entrare nella sua problematica. Che lo metta in costante dialogo con l'altro. Predisponendolo a costanti critiche. A un'analisi critica del proprio 'sguardo'. Alla ribellione nel senso più umano del termine. Che lo accomuna a metodi e processi scientifici.

PAULO FREIRE

Sumário

Resumo.....	iii
Abstract.....	v
Agradecimentos.....	vii
Ringraziamenti.....	xi
Lista de Figuras	xxi
Lista de Tabelas	xxv
Lista de Siglas	xxvii
Lista de Símbolos.....	xxix
Trabalhos Afins Publicados pelo Autor	xxxiii
Capítulo 1	
Introdução Geral.....	1
1.1 Motivação e objetivos do trabalho.....	4
1.2 Organização do trabalho	5
Capítulo 2	
Considerações Sobre a História de Algumas Teorias de Potência.....	7
2.1 Introdução.....	7
2.2 Uma breve revisão histórica de fatos e documentos	8
2.3 Origem das definições de potência no domínio da frequência.....	11
2.3.1 Comentários e discussões.....	11
2.4 Origem das definições de potência no domínio do tempo	12
2.4.1 Teoria de potência proposta por <i>Fryze</i>	13
a) Comentários e discussões.....	14
2.4.2 Teoria de potência proposta por <i>Buchholz</i>	14
a) Comentários e discussões.....	16
2.4.3 Teoria de potência proposta por <i>Depenbrock</i>	16
a) Comentários e discussões.....	18
2.4.4 Teoria de potência proposta por <i>Akagi et al</i>	19

a) Comentários e discussões.....	21
2.5 Comparações, discussões e conclusões preliminares	22
a) Exemplo 1 - Carga desbalanceada resistiva.....	23
Capítulo 3	
Teoria de Potência Conservativa	29
3.1 Introdução.....	29
3.2 Definição de operadores matemáticos para quantidades de fase e vetoriais.....	30
3.3 Definição e propriedades da integral imparcial e derivada no tempo	32
3.4 Conservação dos termos de potência e energia	33
3.4.1 Potência instantânea e energia reativa instantânea.....	33
3.4.2 Potência ativa, energia reativa e seus significados físicos	34
3.4.3 Associação dos termos de potência em redes passivas lineares.....	35
a) Resistência (R)	35
b) Indutância (L).....	36
c) Capacitância (C).....	36
3.4.4 Potência ativa e energia reativa absorvida em uma rede linear passiva.....	37
3.5 Definição de termos de corrente e potência em circuitos monofásicos	38
3.5.1 Corrente ativa	38
3.5.2 Corrente reativa.....	39
3.5.3 Corrente residual (nula)	40
a) Corrente ativa dispersa	42
b) Corrente reativa dispersa	42
c) Corrente harmônica gerada pela carga	43
3.6 Ortogonalidade e decomposição completa da corrente em circuitos monofásicos .	43
3.7 Potência aparente e suas componentes em circuitos monofásicos	44
3.7.1 Potência ativa	46
3.7.2 Potência reativa	46
3.7.3 Potência residual (nula).....	47
a) Potência ativa dispersa	47
b) Potência reativa dispersa	47
c) Potência harmônica gerada pela carga	47

3.8 Fator de potência e sua decomposição em circuitos monofásicos.....	48
3.8.1 Fator de não linearidade	48
3.8.2 Fator de reatividade.....	48
3.9 Aplicação de exemplos em circuitos monofásicos	48
3.9.1 Exemplo 1 – Carga resistiva	49
3.9.2 Exemplo 2 – Carga capacitiva	54
3.9.3 Exemplo 3 – Carga resistiva indutiva	59
3.9.4 Exemplo 4 – Carga não linear.....	65
3.10 Conclusões preliminares para circuitos monofásicos:.....	69
3.11 Extensão para circuitos polifásicos sem e com condutor de retorno.....	69
3.11.1 Escolha da referência de tensão	70
a) Na ausência do condutor de retorno	71
b) Na presença do condutor de retorno.....	75
3.12 Potência e energia reativa conservativa em circuitos polifásicos.....	77
3.13 Componentes básicas de corrente em circuitos polifásicos	77
3.13.1 Corrente ativa.....	77
3.13.2 Corrente reativa.....	78
3.13.3 Corrente residual (nula)	78
3.13.4 Corrente residual (nula) e suas componentes.....	79
a) Corrente ativa dispersa	79
b) Corrente reativa dispersa.....	79
c) Corrente harmônica gerada pela carga	80
3.13.5 Ortogonalidade dos termos básicos.....	80
3.13.6 Corrente ativa e suas componentes	80
a) Corrente ativa balanceada	80
b) Corrente ativa desbalanceada	81
3.13.7 Corrente reativa e suas componentes	81
a) Corrente reativa balanceada	82
b) Corrente reativa desbalanceada.....	82
3.13.8 Decomposição completa da corrente total	83
3.14 Potência aparente e suas componentes.....	84

3.14.1 Potência ativa	85
3.14.2 Potência reativa	85
3.14.3 Potência ativa de desbalanço.....	86
3.14.4 Potência reativa de desbalanço	86
3.14.5 Potência ativa dispersa	87
3.14.6 Potência reativa dispersa	87
3.14.7 Potência harmônica gerada pela carga	87
3.15 Fator de potência e suas componentes	88
3.15.1 Fator de não linearidade.....	88
3.15.2 Fator de assimetria.....	88
3.15.3 Fator de reatividade.....	88
3.16 Exemplos em circuitos trifásicos sem condutor de retorno (3ϕ a 3 fios).....	89
3.16.1 Exemplo 1 – Carga balanceada resistiva.....	89
3.16.2 Exemplo 2 – Carga desbalanceada resistiva	93
3.16.3 Exemplo 3 – Carga balanceada capacitiva.....	99
3.16.4 Exemplo 4 – Carga capacitiva desbalanceada	104
3.16.5 Exemplo 5 – Carga balanceada resistiva indutiva.....	109
3.16.6 Exemplo 6 – Carga desbalanceada (RL + R _{ac}).....	115
3.16.7 Exemplo 7 – Carga balanceada (não linear + RL).....	121
3.16.8 Exemplo 8 – Carga desbalanceada (não linear + RL + R _{ab})	127
3.17 Exemplos em circuitos trifásicos com condutor de retorno (3ϕ a 4 fios)	131
3.17.1 Exemplo 1 - Carga balanceada resistiva indutiva	131
3.17.2 Exemplo 2 – Carga desbalanceada resistiva	136
3.18 Discussões e conclusões preliminares para circuitos trifásicos	140
Capítulo 4	
Medição de Potências e Separação de Responsabilidades.....	143
4.1 Introdução.....	143
4.2 Componentes de sequência generalizadas	144
4.2.1 Sequência positiva.....	144
4.2.2 Sequência negativa.....	144
4.2.3 Sequência zero	145

4.2.4	Componente residual das sequências.....	145
4.3	Atribuição de responsabilidades e medição de potências em circuitos monofásicos	146
4.4	Exemplos de aplicação em circuitos monofásicos	148
4.4.1	Exemplo 1 – Carga resistiva indutiva	149
4.4.2	Exemplo 2 – Carga não linear.....	150
4.5	Atribuição de responsabilidades e medição de potências em circuitos trifásicos com e sem condutor de retorno.....	150
4.6	Exemplos de aplicação em circuitos trifásicos a 3 fios.....	154
4.6.1	Exemplo 1 – Carga balanceada (não linear + RL).....	155
4.7	Análise de circuito experimental (3ϕ a 4 fios).....	155
4.8	Discussões e conclusões preliminares	164
Capítulo 5		
Controle Cooperativo de Condicionadores de Energia Elétrica.....		165
5.1	Introdução.....	165
5.1.1	Compensação localizada	165
5.1.2	Compensação distribuída	166
5.1.3	Compensação cooperativa.....	166
5.2	Objetivos da compensação de distúrbios	167
5.2.1	Índices de qualidade da energia elétrica na entrada do PAC	168
5.2.2	Índices de qualidade da energia elétrica na saída do PAC.....	168
5.2.3	Índices de qualidade de energia global	169
5.3	Estratégia de compensação seletiva de distúrbios.....	169
5.3.1	Corrente reativa balanceada ($i_{r\mu}^b$).....	169
5.3.2	Corrente desbalanceada ($i_{\mu}^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u$)	170
5.3.3	Corrente residual (nula) ($i_{v\mu}$).....	170
5.3.4	Corrente não ativa ($i_{na\mu}$).....	170
5.4	Controle dos processadores eletrônicos de potência	171
5.4.1	Operação e controle de capacitores chaveados a tiristor.....	173
5.4.2	Operação e controle de reatores controlados por tiristor	174
a)	Compensação de reativos mediante sequência positiva.....	174

b) Compensação de desbalanço mediante sequência negativa	176
5.4.3 Operação e controle de compensadores chaveados de potência	179
5.5 Implementação do controle cooperativo distribuído de PEP	180
5.6 Exemplo de aplicação do controle cooperativo distribuído de PEP	181
5.7 Discussões e conclusões preliminares	185
Capítulo 6	
Conclusões Gerais e Trabalhos Futuros.....	187
6.1 Trabalhos futuros.....	188
Apêndice A	
Propriedades da integral imparcial e da derivada no tempo	191
Apêndice B	
Prova da conservação dos termos de potência e energia	193
Apêndice C	
Prova de $\ i_{a\mu}\ \leq \ i_{a\mu h}\$ e $\ i_{r\mu}\ \leq \ i_{r\mu h}\$	197
Apêndice D	
Ortogonalidade das componentes da corrente em circuitos monofásicos.....	199
Apêndice E	
Ortogonalidade das componentes da corrente em circuitos polifásicos.....	203
Apêndice F	
Relação entre a potência de desbalanço fundamental e as reatividades	211
Referências Bibliográficas	213

Lista de Figuras

Capítulo 1

Figura 1.1: Esquema de um sistema de potência moderno (rede inteligente) [6]..	2
Figura 1.2: Esquema de um sistema de potência tradicional [6].....	3

Capítulo 2

Figura 2.1: Sistema monofásico com compensação.....	12
Figura 2.2: Circuito 3 ϕ a 3 fios - carga R desbalanceada.....	23
Figura 2.3: Caso I – Tensão e corrente no PAC, e corrente ativa: <i>FBD</i> (esquerda) e <i>pq</i> (direita).23	
Figura 2.4: Caso I – Decomposição da corrente no PAC: <i>FBD</i> (esquerda), <i>pq</i> (direita).	24
Figura 2.5: Caso I – Espectros das componentes de corrente: <i>FBD</i> (esquerda) e <i>pq</i> (direita).	25
Figura 2.6: Caso II – Tensão e corrente no PAC, e corrente ativa: <i>FBD</i> (esquerda) e <i>pq</i> (direita).	25
Figura 2.7: Caso II – Decomposição da corrente no PAC: <i>FBD</i> (esquerda) e <i>pq</i> (direita).	26
Figura 2.8: Caso II – Espectros das componentes de corrente: <i>FBD</i> (esquerda) e <i>pq</i> (direita).	27

Capítulo 3

Figura 3.1: Bipolo resistivo.....	35
Figura 3.2: Bipolo indutivo.	36
Figura 3.3: Bipolo capacitivo.....	36
Figura 3.4: Representação geral de uma rede passiva linear π	37
Figura 3.5: Decomposição da corrente da carga para circuitos monofásicos.	44
Figura 3.6: Exemplo 1 carga resistiva – Circuito monofásico.	49
Figura 3.7: Exemplo 1 carga resistiva – Tensão e corrente no PAC.....	49
Figura 3.8: Exemplo 1 carga resistiva – Termos instantâneos e médios.....	50
Figura 3.9: Exemplo 1 carga resistiva – Decomposição da corrente no PAC.	53
Figura 3.10: Exemplo 2 carga capacitiva – Circuito monofásico.	54
Figura 3.11: Exemplo 2 carga capacitiva – Tensão e corrente no PAC.....	55
Figura 3.12: Exemplo 2 carga capacitiva – Termos instantâneos e médios.....	55
Figura 3.13: Exemplo 2 carga capacitiva – Decomposição da corrente no PAC.....	57
Figura 3.14: Exemplo 2 carga capacitiva (caso II) – Decomposição da corrente residual (i_v).	58
Figura 3.15: Exemplo 3 carga RL – Circuito monofásico.	59
Figura 3.16: Exemplo 3 carga RL – Tensão, corrente no PAC e corrente ativa.	59
Figura 3.17: Exemplo 3 carga RL – Termos instantâneos e médios.....	61
Figura 3.18: Exemplo 3 carga RL – Decomposição da corrente no PAC.....	63
Figura 3.19: Exemplo 3 carga RL (caso II) – Decomposição da corrente residual (i_v).	64
Figura 3.20: Exemplo 4 carga não linear – Circuito monofásico.....	65
Figura 3.21: Exemplo 4 carga não linear – Tensão, corrente no PAC e corrente ativa.	66

Figura 3.22: Exemplo 4 carga não linear – Termos instantâneos e médios.....	66
Figura 3.23: Exemplo 4 carga não linear – Decomposição da corrente no PAC.....	67
Figura 3.24: Exemplo 4 carga não linear – Decomposição da corrente residual (i_v).....	67
Figura 3.25: Estrutura de um circuito polifásico genérico sem e com condutor de retorno.....	70
Figura 3.26: Diferentes esquemas de medição em sistemas polifásicos sem condutor de retorno.....	71
Figura 3.27: Medição das tensões em relação ao condutor de retorno (neutro).....	75
Figura 3.28: Circuito polifásico genérico com e sem condutor de retorno.....	83
Figura 3.29: Representação genérica de uma fase do circuito polifásico com e sem condutor de retorno.....	84
Figura 3.30: Exemplo 1 carga R balanceada – Circuito 3 ϕ 3 fios.....	89
Figura 3.31: Exemplo 1 carga R balanceada – Tensões e correntes no PAC.....	90
Figura 3.32: Exemplo 1 carga R balanceada – Termos instantâneos e médios.....	91
Figura 3.33: Exemplo 1 carga R balanceada – Decomposição da corrente no PAC.....	92
Figura 3.34: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Circuito 3 ϕ 3 fios.....	93
Figura 3.35: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Tensões e correntes no PAC.....	94
Figura 3.36: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Tensões no PAC e correntes ativas balanceadas.....	94
Figura 3.37: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Termos instantâneos e médios.....	95
Figura 3.38: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Decomposição da corrente no PAC.....	97
Figura 3.39: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Decomposição da corrente residual (i_v).....	98
Figura 3.40: Exemplo 3 carga C balanceada – Circuito 3 ϕ 3 fios.....	99
Figura 3.41: Exemplo 3 carga C balanceada – Tensões e correntes no PAC.....	99
Figura 3.42: Exemplo 3 carga C balanceada – Termos instantâneos e médios.....	101
Figura 3.43: Exemplo 3 carga C balanceada – Decomposição da corrente no PAC.....	102
Figura 3.44: Exemplo 3 carga C balanceada – Decomposição da corrente residual (i_v).....	103
Figura 3.45: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Circuito 3 ϕ 3 fios.....	104
Figura 3.46: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Tensões e correntes no PAC.....	105
Figura 3.47: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Termos instantâneos e médios.....	106
Figura 3.48: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Decomposição da corrente no PAC.....	107
Figura 3.49: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Decomposição da corrente residual (i_v).....	108
Figura 3.50: Exemplo 5 carga RL balanceada – Circuito 3 ϕ 3 fios.....	109
Figura 3.51: Exemplo 5 carga RL balanceada – Tensões e correntes no PAC.....	109
Figura 3.52: Exemplo 5 carga RL balanceada – Tensões no PAC e correntes ativas balanceadas.....	110
Figura 3.53: Exemplo 5 carga RL balanceada – Termos instantâneos e médios.....	111
Figura 3.54: Exemplo 5 carga RL balanceada – Decomposição da corrente no PAC.....	113
Figura 3.55: Exemplo 5 carga RL balanceada – Decomposição da corrente residual (i_v).....	114
Figura 3.56: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Circuito 3 ϕ 3 fios.....	115
Figura 3.57: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Tensões e correntes no PAC.....	115
Figura 3.58: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Tensões no PAC e correntes ativas balanceadas.....	116
Figura 3.59: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Termos instantâneos e médios.....	117
Figura 3.60: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Decomposição da corrente no PAC.....	119

Figura 3.61: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Decomposição da corrente residual (i_v).....	120
Figura 3.62: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Circuito 3 ϕ 3 fios.	121
Figura 3.63: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Tensão e corrente no PAC.	121
Figura 3.64: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Termos instantâneos e médios.	122
Figura 3.65: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Decomposição da corrente no PAC.....	124
Figura 3.66: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Decomposição da corrente residual (i_v).....	125
Figura 3.67: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Circuito 3 ϕ 3 fios.....	127
Figura 3.68: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Tensões e correntes no PAC.....	127
Figura 3.69: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Termos instantâneos e médios.....	128
Figura 3.70: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Decomposição da corrente no PAC.....	129
Figura 3.71: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Decomposição da corrente residual (i_v).....	130
Figura 3.72: Exemplo 1 carga RL balanceada – Circuito 3 ϕ 4 fios.....	131
Figura 3.73: Exemplo 1 carga RL balanceada – Tensões e correntes no PAC.....	132
Figura 3.74: Exemplo 1 carga RL balanceada – Tensões no PAC e correntes ativas balanceadas.....	132
Figura 3.75: Exemplo 1 carga RL balanceada – Decomposição da corrente no PAC.....	133
Figura 3.76: Exemplo 1 carga RL balanceada – Decomposição da corrente de neutro (i_n).....	134
Figura 3.77: Exemplo 1 carga RL balanceada - Decomposição da corrente residual (i_v).....	135
Figura 3.78: Exemplo 2 carga R desbalanceada – Circuito 3 ϕ 4 fios.	136
Figura 3.79: Exemplo 2 carga R desbalanceada – Tensões e correntes no PAC.....	136
Figura 3.80: Exemplo 2 carga R desbalanceada – Tensões no PAC e correntes ativas balanceadas.....	137
Figura 3.81: Exemplo 2 carga R desbalanceada – Decomposição da corrente no PAC.....	138
Figura 3.82: Exemplo 2 carga R desbalanceada – Decomposição da corrente de neutro (i_n).....	139

Capítulo 4

Figura 4.1: Circuito equivalente para a identificação de responsabilidades das cargas em circuitos monofásicos.....	148
Figura 4.2: Exemplo 1 carga RL – Circuito monofásico.	149
Figura 4.3: Exemplo 2 carga não linear – Circuito monofásico.....	150
Figura 4.4: Circuito equivalente (por fase) para a identificação de responsabilidades das cargas em circuitos trifásicos.....	154
Figura 4.5: Exemplo 1 carga balanceada (não linear + RL) – Circuito 3 ϕ 3 fios.	155
Figura 4.6: Circuito experimental trifásico de quatro fios	157
Figura 4.7: Caso I – Na sequência: tensões, correntes, potência e energia reativa instantânea no PAC.....	158
Figura 4.8: Caso I – Decomposição da corrente no PAC: na sequência, correntes ativas balanceadas, reativas balanceadas, desbalanceadas e residuais.	158

Figura 4.9: Caso I – Medições de grandezas no PAC vs grandezas calculadas para carga.	159
Figura 4.10: Caso II – Na sequência: tensões, correntes, potência e energia reativa instantânea no PAC	160
Figura 4.11: Caso II – Decomposição da corrente no PAC: na sequência correntes ativas balanceadas, reativas balanceadas, desbalanceadas e residuais.	160
Figura 4.12: Caso II – Medições de grandezas no PAC vs grandezas calculadas para carga.	161
Figura 4.13: Caso III – Na sequência: tensões, correntes, potência e energia reativa instantânea no PAC.	161
Figura 4.14: Caso III – Decomposição da corrente no PAC: na sequência correntes ativas balanceadas, reativas balanceadas, desbalanceadas e residuais.	162
Figura 4.15: Caso III – Medições de grandezas no PAC vs grandezas calculadas para carga. ..	162
Figura 4.16: Caso IV – Na sequência: tensões, correntes, potência e energia reativa instantânea no PAC.	163
Figura 4.17: Caso IV – Decomposição da corrente no PAC: na sequência correntes ativas balanceadas, reativas balanceadas, desbalanceadas e residuais.	163
Figura 4.18: Caso IV – Medições de grandezas no PAC vs grandezas calculadas para carga. ..	164

Capítulo 5

Figura 5.1: Representação de um sistema genérico com compensadores distribuídos.	167
Figura 5.2: Esquema conceitual do controle cooperativo para compensadores distribuídos.	180
Figura 5.3: Circuito simulado para compensação cooperativa distribuída.	181
Figura 5.4: Tensões medidas no PAC.	182
Figura 5.5: Correntes medidas no PAC com SVC e FAP desligados.	182
Figura 5.6: Evolução das correntes no PAC com SVC e FAP ligados.	183
Figura 5.7: Correntes no PAC com o SVC ligado.	183
Figura 5.8: Correntes no PAC com SVC e FAP ligados.	183
Figura 5.9: Comportamento do fator de reatividade no tempo.	184
Figura 5.10: Comportamento do fator de assimétrica no tempo.	184
Figura 5.11: Comportamento do fator de não linearidades no tempo.	184
Figura 5.12: Comportamento do fator de potência no tempo.	185

Lista de Tabelas

Capítulo 2

Tabela 2.1: Tensões de alimentação para os caso I e II.	22
--	----

Capítulo 3

Tabela 3.1: Exemplo 1 carga resistiva – Termos de potência e fatores.	53
Tabela 3.2: Exemplo 2 carga capacitiva – Termos de potência e fatores.	58
Tabela 3.3: Exemplo 3 carga resistiva indutiva – Termos de potência e fatores.	64
Tabela 3.4: Exemplo 4 carga não linear – Termos de potência e fatores.	68
Tabela 3.5: Tensões de alimentação para os casos I, II, III e IV.	89
Tabela 3.6: Exemplo 1 carga R balanceada – Termos de potência e fatores.	93
Tabela 3.7: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Termos de potência e fatores.	98
Tabela 3.8: Exemplo 3 carga C balanceada – Termos de potência e fatores.	103
Tabela 3.9: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Termos de potência e fatores.	108
Tabela 3.10: Exemplo 5 carga RL balanceada – Termos de potência e fatores.	114
Tabela 3.11: Exemplo 6 carga desbalanceada ($RL + R_{ac}$) – Termos de potência e fatores.	120
Tabela 3.12: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Termos de potência e fatores. ...	126
Tabela 3.13: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Termos de potência e fatores.	131
Tabela 3.14: Exemplo 1 carga RL balanceada (4 fios) – Termos de potência e fatores.	135
Tabela 3.15: Exemplo 2 carga R desbalanceada (4 fios) – Termos de potência e fatores.	140

Capítulo 4

Tabela 4.1: Exemplo 1 carga RL (monofásico) – Termos de potência.	149
Tabela 4.2: Exemplo 2 carga não linear (monofásico) – Termos de potência.	150
Tabela 4.3: Tensões de alimentação para os casos I, II, III e IV – circuito simulado.	154
Tabela 4.4: Exemplo 1 carga balanceada 3ϕ 3 fios (não linear + RL).	155
Tabela 4.5: Tensões de alimentação para os caso I, II, III e IV – circuito experimental.	157

Lista de Siglas

AIEE	American Institute of Electrical Engineers
CA	Corrente alternada
CC	Corrente contínua
CCT	Capacitor chaveado por tiristor
CPC	Conversores de potência chaveados
DHT	Distorção harmônica total de tensão
DHT	Distorção harmônica total ponderada de tensão
DHT	Distorção harmônica total da tensão coletiva
DHT	Distorção harmônica total ponderada da integral imparcial de tensão
FAD	Filtros ativos distribuídos
FAP	Filtro ativo de potência
FBD	Teoria Fryze-Buchholz-Depenbrock
FD	Fator de deslocamento
GD	Geração distribuída
ICP	Interfaces Chaveadas de Potência
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
ISNCC	International School on Non Sinusoidal Currents and Compensation
LCK	Lei de correntes de Kirchhoff
LTK	Lei de tensões de Kirchhoff
NELA	National Electric Light Association
PAC	Ponto de Acoplamento Comum
PCS	Processador de componentes de sequência
PEP	Processador eletrônico de potência
pq	Teoria de Potência Instantânea

QEE	Qualidade da energia elétrica
RCT	Reator chaveado por tiristor
SVC	Compensadores Estáticos de Potência
TPC	Teoria de Potência Conservativa
UCP	Unidade de compartilhamento de potência
VTCD	Variação de tensão de curta duração

Lista de Símbolos

μ	Fase a, b, c, \dots, m
A	Potência aparente
A_x	Potência aparente em função da referência x
B_e	Reatividade equivalente
B_k	Reatividade da k -ésima harmônica
B_μ	Reatividade da fase μ
C	Capacitância
C_e	Capacitância equivalente
$\cos \varphi$	Fator de deslocamento
D	Potência residual
D_a	Potência ativa dispersa
D_g	Potência harmônica gerada
D_r	Potência reativa dispersa
ε_C	Energia instantânea armazenada no capacitor
E_C	Energia média no capacitor
$E_{C_{tot}}$	Energia média total capacitiva
ε_L	Energia instantânea armazenada no indutor
E_L	Energia média no indutor
$E_{L_{tot}}$	Energia média total indutiva
G	Condutância
G_e	Condutância equivalente
G_k	Condutância da k -ésima harmônica
G_μ	Condutância da fase μ
I	Corrente eficaz
I	Corrente coletiva eficaz
I_a	Corrente ativa eficaz
I_a	Corrente ativa coletiva eficaz
I_{as}	Corrente ativa dispersa eficaz
I_{as}	Corrente ativa dispersa coletiva eficaz
I_a^b	Corrente ativa balanceada coletiva eficaz

I_a^u	Corrente ativa desbalanceada coletiva eficaz
I_g	Corrente harmônica gerada eficaz
I_g	Corrente harmônica gerada coletiva eficaz
I_k	Corrente eficaz da k-ésima harmônica
I_r	Corrente reativa eficaz
I_r	Corrente reativa coletiva eficaz
I_{rs}	Corrente reativa dispersa eficaz
I_{rs}	Corrente reativa dispersa coletiva eficaz
I_r^b	Corrente reativa balanceada coletiva eficaz
I_r^u	Corrente reativa desbalanceada coletiva eficaz
I_v	Corrente residual eficaz
I_v	Corrente residual coletiva eficaz
i	Corrente instantânea
i_μ	Corrente instantânea da fase μ
i_a	Corrente ativa instantânea
$i_{a\mu}$	Corrente ativa instantânea da fase μ
i_{ah}	Corrente ativa harmônica total
i_{ak}	Corrente ativa da k-ésima harmônica
i_{as}	Corrente ativa dispersa instantânea
i_{asn}	Corrente ativa dispersa do neutro
$i_{as\mu}$	Corrente ativa dispersa instantânea da fase μ
$i_{a\mu}^b$	Corrente ativa balanceada instantânea da fase μ
i_{an}^b	Corrente ativa balanceada do neutro
$i_{a\mu}^u$	Corrente ativa desbalanceada instantânea da fase μ
i_{an}^U	Corrente ativa desbalanceada do neutro
i_g	Corrente harmônica gerada instantânea
i_{gn}	Corrente harmônica gerada do neutro
$i_{g\mu}$	Corrente harmônica gerada instantânea da fase μ
i_h	Corrente ativa harmônica coexistente com as harmônicas de tensão
i_r	Corrente reativa instantânea
$i_{r\mu}$	Corrente reativa instantânea da fase μ
i_{rh}	Corrente reativa harmônica total
i_{rk}	Corrente reativa da k-ésima harmônica
i_{rs}	Corrente reativa dispersa instantânea
i_{rsn}	Corrente reativa dispersa do neutro

$i_{rs\mu}$	Corrente reativa dispersa instantânea da fase μ
$i_{r\mu}^b$	Corrente reativa balanceada instantânea da fase μ
i_{rn}^b	Corrente reativa balanceada do neutro
$i_{r\mu}^u$	Corrente reativa desbalanceada instantânea da fase μ
i_{rn}^u	Corrente reativa desbalanceada do neutro
i_v	Corrente residual instantânea
$i_{v\mu}$	Corrente residual instantânea da fase μ
i_{vn}	Corrente residual do neutro
K^-	Fator de desequilíbrio de sequência negativa
K^0	Fator de desequilíbrio de sequência zero
L	Indutância
\hat{i}	Integral imparcial da corrente instantânea
\hat{i}_μ	Integral imparcial da corrente instantânea da fase μ
\dot{i}	Derivada da corrente instantânea
\dot{i}_μ	Derivada da corrente instantânea da fase μ
m	Numero de condutores
n	Neutro ou retorno
P	Potência ativa
P_μ	Potência ativa da fase μ
P_a	Potência ativa associada à corrente ativa
P_{ah}	Potência ativa associada à corrente ativa harmônica total
P_{as}	Potência ativa associada à corrente ativa dispersa
P_C	Potência ativa associada ao capacitor
P_k	Potência ativa da k-ésima harmônica
P_L	Potência ativa associada ao indutor
P_R	Potência ativa associada ao resistor
P_{rh}	Potência ativa associada à corrente reativa harmônica total
P_{rs}	Potência ativa associada à corrente reativa dispersa
P_u	Potência ativa associada à corrente de desbalanço
P_v	Potência ativa associada à corrente residual
P_r^b	Potência ativa associada à corrente reativa balanceada
$P_{R_{tot}}$	Potência resistiva total
p	Potência instantânea coletiva
p_μ	Potência instantânea da fase μ
p_x	Potência instantânea coletiva em função da referência x
p_y	Potência instantânea coletiva em função da referência y
Q	Potência reativa
R	Resistência
U	Potência de desbalanço

U_a	Potência ativa de desbalanço
U_r	Potência reativa de desbalanço
V	Tensão eficaz
\mathbf{V}	Tensão coletiva eficaz
V_k	Tensão eficaz da k-ésima harmônica
\mathbf{V}_x	Tensão eficaz coletiva em função da referência x
\mathbf{V}_y	Tensão eficaz coletiva em função da referência y
\hat{V}_k	Integral imparcial da tensão eficaz, da k-ésima harmônica
$\hat{\mathbf{V}}_k$	Integral imparcial da tensão coletiva eficaz, da k-ésima harmônica
v	Tensão instantânea
v_μ	Tensão instantânea da fase μ
v_k	Tensão instantânea da k-ésima harmônica
\hat{v}	Integral imparcial da tensão instantânea
\hat{v}_μ	Integral imparcial da tensão instantânea da fase μ
\check{v}	Derivada da tensão instantânea
\check{v}_μ	Derivada da tensão instantânea da fase μ
\hat{v}_k	Integral imparcial da tensão instantânea da k-ésima harmônica
W_r	Energia reativa coletiva
$W_{r\mu}$	Energia reativa da fase μ
W_{ra}	Energia reativa associada à corrente ativa
W_{rah}	Energia reativa associada à corrente ativa harmônica total
W_{ras}	Energia reativa associada à corrente ativa dispersa
W_{rC}	Energia reativa associada ao capacitor
W_{rk}	Energia reativa da k-ésima harmônica
W_{rL}	Energia reativa associada ao indutor
W_{rR}	Energia reativa associada ao resistor
W_{rrh}	Energia reativa associada à corrente reativa harmônica total
W_{rrs}	Energia reativa associada à corrente reativa dispersa
W_{ru}	Energia reativa associada à corrente de desbalanço
W_{rv}	Energia reativa associada à corrente residual
W_{rr}^b	Energia reativa associada à corrente reativa balanceada
w_r	Energia reativa instantânea coletiva
$w_{r\mu}$	Energia reativa instantânea da fase μ
w_x	Energia reativa instantânea coletiva em função da referência x
w_y	Energia reativa instantânea coletiva em função da referência y
λ	Fator de potência
λ_Q	Fator de reatividade
λ_U	Fator de assimetria
λ_D	Fator de não linearidade
*	Ponto estrela virtual
σ_V	Distorção de tensão

Trabalhos Afins Publicados pelo Autor

Revistas nacionais e internacionais

1. P. Tenti, H. K. M. Paredes, P. Mattavelli. “Conservative Power Theory, a Framework to Approach Control and Accountability Issues in Smart Micro-Grids”. Artigo aceito para publicação em *IEEE Transactions on Power Electronics*. (DOI 10.1109/TPEL.2010.2093153).
2. H. K. M. Paredes, A. Costabeber, P. Tenti. “Application of Conservative Power Theory to Cooperative Control of Distributed Compensators in Smart Grids”. *Przeegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 87, no. 1, pp.1-7, 2011. (Este artigo foi baseado no trabalho homônimo apresentado no ISNCC 2010)
3. F. P. Marafão, E. V. Liberado, H. K. M. Paredes, L. C. P. da Silva. “Three-Phase Four-Wire Circuits Interpretation by means of Different Power Theories”. *Przeegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 87, no. 1, pp.28-33, 2011. (Este artigo foi baseado no trabalho homônimo apresentado no ISNCC 2010)
4. H. K. M. Paredes, L. C. P. da Silva, D. I. Brandão, F. P. Marafão. “Possible Shunt Compensation Strategies Based on Conservative Power Theory”. *Przeegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 87, no. 1, pp.34-39, 2011. (Este artigo foi baseado no trabalho homônimo apresentado no ISNCC 2010)
5. P. Tenti, P. Mattavelli, H. K. M. Paredes. “Conservative Power Theory, Sequence Components and Accountability in Smart Grids”. *Przeegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 86, no. 6, pp.30-37, 2010. (Este artigo foi baseado no trabalho homônimo apresentado no ISNCC 2010)
6. F. P. Marafão, H. K. M. Paredes, L. C. P. da Silva. “Critical Evaluation of FBD, pq and CPT Current Decompositions For Four-wire Circuits”. *Eletrônica de Potência*, vol. 14, no. 4, pp. 277-286, 2009. (Este artigo foi baseado no trabalho homônimo apresentado no COBEP 2009)
7. F. P. Marafão, S. M. Deckmann H. K. M. Paredes, “A Influência da Referência de Tensão na Avaliação de Indicadores de Qualidade de Energia”. *IEEE Latin America Transactions*, vol. 6, no. 1, pp. 81-88, 2008.

Congressos nacionais e internacionais

1. P. Tenti, H. K. M. Paredes, F. P. Marafão, P. Mattavelli. “Accountability and Revenue Metering in Smart Micro-Grids”, *IEEE International Workshop on Applied Measurements for Power Systems – AMPS*, September, Aachen 2010.
2. H. K. M. Paredes, A. costabeber, P. Tenti. “Application of Conservative Power Theory to Cooperative Control of Distributed Compensators in Smart Grids”. *International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation – ISNCC*, June, Lagow, 2010.

3. F. P. Marafão, E. V. Liberado, H. K. M. Paredes, L. C. P. da Silva. “Three-Phase Four-Wire Circuits Interpretation by means of Different Power Theories”. *International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation – ISNCC*, June, Lagow, 2010.
4. H. K. M. Paredes, L. C. P. da Silva, D. I. Brandão, F. P. Marafão. “Possible Shunt Compensation Strategies Based on Conservative Power Theory”. *International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation – ISNCC*, June, Lagow, 2010.
5. P. Tenti, P. Mattavelli, H. K. M. Paredes. “Conservative Power Theory, Sequence Components and Accountability in Smart Grids”. *International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation – ISNCC*, June, Lagow, 2010.
6. F. P. Marafão, H. K. M. Paredes, L. C. P. da Silva. “Critical Evaluation of FBD, pq and CPT Current Decompositions For Four-wire Circuits”. *Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência – COBEP*, Setembro/Outubro, Bonito, 2009.
7. H. K. M. Paredes, F. P. Marafão, T. M. Terrazas, P. J. A. Serni. “Harmonic, Reactive and Unbalance Compensation by means of CPT Framework”, *Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência – COBEP*, Setembro/Outubro, Bonito, 2009.
8. H. K. M. Paredes, F. P. Marafão, D. I. Brandão, I. S. Diniz. “Conservative Power Theory Discussion and Evaluation by means of Virtual Instrumentation”, *Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência – COBEP*, Setembro/Outubro, Bonito. 2009.
9. H. K. M. Paredes, F. P. Marafão, L. C. P. da Silva. “Selective Current Compensators Based on the Conservative Power Theory”. *IEEE-PowerTech*, June/July, Bucharest 2009.
10. H. K. M. Paredes, F. P. Marafão, L. C. P. Silva. “A Comparative Analysis of FBD, PQ and CPT Current Decompositions Part II: Three-Phase Four-Wire Systems”, *IEEE - PowerTech*, June/July, Bucharest 2009.
11. H. K. M. Paredes, F. P. Marafão, L. C. P. Silva. “A Comparative Analysis of FBD, PQ and CPT Current Decompositions Part I: Three-Phase Three-Wire Systems”, *IEEE - PowerTech*, June/July, Bucharest 2009.
12. H. K. M. Paredes, F. P. Marafão, S. M. Deckmann, L. C. P. Silva. “Tipos de Compensadores e Estratégias de Compensação para Cargas Lineares e Não-Lineares”, *Conferência Brasileiro de Qualidade de Energia Elétrica – CBQEE*, Agosto, Santos, 2007.
13. H. K. M. Paredes, F. P. Marafão, S. M. Deckmann, L. C. P. Silva. “Influência de Harmônicas na Tarifação de Energia Elétrica”, *Conferência Brasileiro de Qualidade de Energia Elétrica – CBQEE*, Agosto, Santos, 2007.

Capítulo 1

Introdução Geral

Nos últimos anos, a adoção de políticas de incentivo à redução de emissões de gases de efeito estufa em diversos países, resultou no uso de tecnologias de geração distribuída (GD) de pequena ou média potência¹, incluindo fontes de energia renováveis ou alternativas e elementos de armazenamento de energia, dando assim a origem das chamadas *microrredes*. Uma vez que cada unidade deste tipo é equipada com um conversor de potência chaveado, deu-se início a proliferação das chamadas “fontes de energia inteligentes” [1,2,3,4,5]. Esta é a essência da técnica das *redes inteligentes* do inglês *smart grids*, onde as fontes de energia distribuídas cooperam para atender a demanda de energia através da exploração otimizada dos recursos energéticos de forma inteligente (controle inteligente). As redes inteligentes são caracterizadas por duas inovações importantes:

- 1) Disponibilidade de distribuição “inteligente” dos recursos energéticos;
- 2) Participação dos clientes no mercado de energia elétrica.

Nesse sentido, as *redes inteligentes* representam um dos grandes desafios do setor elétrico e da sociedade mundial. A difusão da tecnologia de informação em toda a rede elétrica cria novos recursos, com impactos na ciência, tecnologia, economia e no estilo de vida da sociedade. O termo “*rede inteligente*” descreve a evolução das redes elétricas e uma mudança do paradigma na organização do mercado elétrico e da gestão do sistema elétrico [1,2].

Vários fatores têm contribuído para a evolução do setor elétrico, dentre os quais destacam-se:

- o aumento da demanda para o fornecimento de energia confiável e de qualidade ambiental;
- a utilização mais abrangente de pequenas fontes de energias renováveis;
- a modernização do setor elétrico através da aplicação extensiva de técnicas de comunicação e controle inteligente;

¹ Entende-se por pequenas potências neste trabalho, algumas dezenas de kVA, e por médias algumas centenas de kVA.

- a reestruturação da indústria elétrica e mercados de energia mais competitivos;
- a participação ativa dos clientes para o funcionamento da rede através de novos contratos de fornecimento e tarifas adequadas.

O efeito combinado dessas inovações irá mudar drasticamente o funcionamento da rede e gerar novos problemas, riscos e oportunidades, tanto técnicos, quanto econômicos. Nas *microrredes inteligentes* (ou seja, redes inteligentes de alimentação residenciais ou loteamentos municipais) há restrições adicionais, uma vez que os investimentos estão limitados, a gestão centralizada da energia é pouco prática e a utilização eficaz dos recursos energéticos e da infraestrutura elétrica requerem a sinergia entre os agentes locais.

Em uma perspectiva global, a implementação de *redes inteligentes* (Figura 1.1) em larga escala poderá resultar em melhorias significativas dos serviços de eletricidade e o aumento considerável do mercado, em detrimento de uma crescente complexidade de controle e responsabilidade.

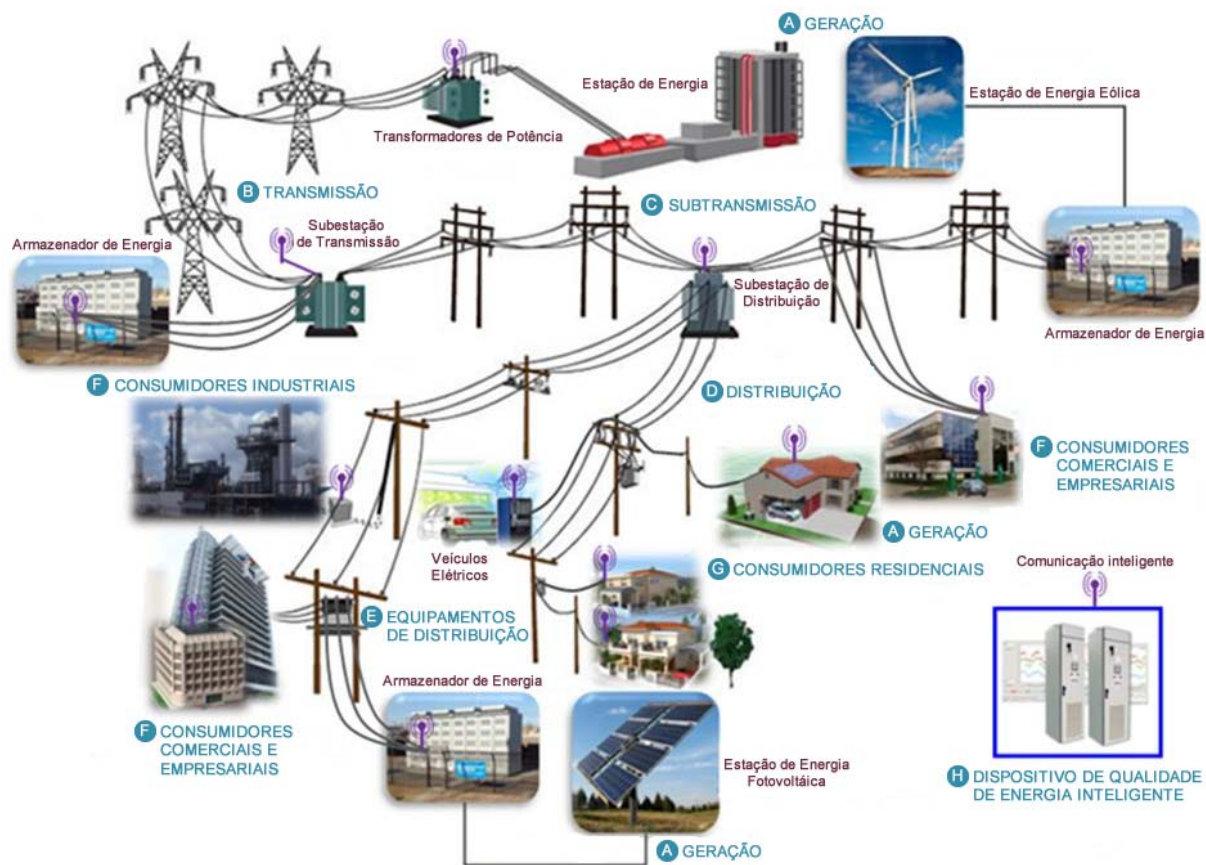


Figura 1.1: Esquema de um sistema de potência moderno (rede inteligente) [6].

Tecnicamente, as *redes inteligentes* incluem um elevado número de GD e processadores eletrônicos de potência (*PEP*), os quais devem ser plenamente explorados para o controle do fluxo de energia, para melhorar a qualidade e confiabilidade da energia e para maximizar a eficiência nos sistemas de distribuição [3,4,5,7]. Na verdade, os sistemas de geração distribuída estão equipados com *PEPs* chaveados para regular o *fluxo de energia local* para a rede. Se tais conversores de potência chaveados, e os outros *PEPs* que atuam na mesma rede (Compensadores

Estáticos de Reativos – SVC, ou Filtros Ativos de Potência – FAP) forem acionados por técnicas adequadas de controle cooperativo, estes podem exercer *funções de otimização global*, ou seja, dar suporte à tensão, balanceamento das correntes da carga, mitigar as distorções harmônicas e limitar as perdas na distribuição.

O *paradigma das redes inteligentes* é, portanto, diferente daquele das redes tradicionais (Figura 1.2), as quais são baseadas no pressuposto de algumas fontes de energia de grande capacidade e fornecimento de tensões senoidais. Especialmente em *microrredes* (redes de dezenas a centenas de kW), as fontes de energia podem ser pequenas, distribuídas, com interação dinâmica e também com tensões assimétricas e distorcidas, onde as tensões de alimentação podem ser assimétricas e distorcidas.

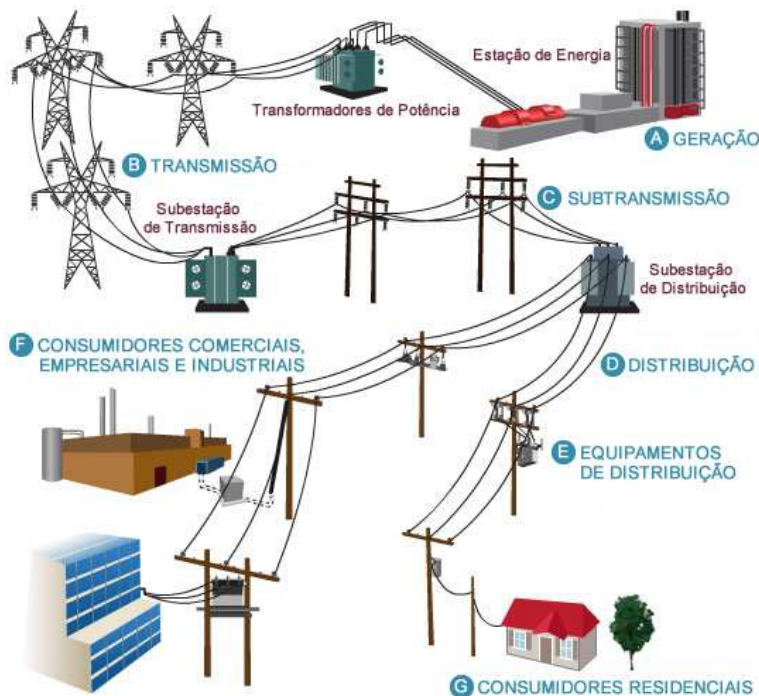


Figura 1.2: Esquema de um sistema de potência tradicional [6].

Do exposto, resulta que enfrentar os desafios das *redes inteligentes*, em especial as *microrredes*, requer uma revisão das teorias de potência existentes e uma abordagem global de operação cooperativa de PEPs distribuídos. Este trabalho aborda uma reformulação da teoria de potência conservativa proposta inicialmente pelos professores *P. Tenti* e *P. Mattavelli* em 2003 [8]. Tal proposta tem sido expandida desde então [9,10,11], sendo que as contribuições no contexto deste trabalho de doutoramento foram registradas em [12].

Assim, este trabalho apresenta um estudo detalhado da teoria de potência conservativa e sua aplicação para controlar cooperativamente os PEPs distribuídos. Em particular, as influências da variação de frequência, distorção e/ou assimetria das tensões de fornecimento são analisadas. Além disso, uma possível abordagem para atribuição de responsabilidades é apresentada, a qual permite a caracterização e a separação de responsabilidades entre a carga e a fonte.

1.1 Motivação e objetivos do trabalho

Como descrito anteriormente, a complexidade na análise e operação dos sistemas elétricos é muito variada, dando espaço a um amplo estudo que dentre muitos assuntos incluem os efeitos das crescentes mudanças dos sistemas de geração devido à ampla expansão das fontes renováveis, e o desenvolvimento de dispositivos de compensação para a melhoria da qualidade da energia elétrica.

Nos sistemas elétricos, onde podem existir distorções e/ou assimetrias tanto nas tensões quanto nas correntes solicitadas pelas cargas, a obtenção do conjunto de correntes senoidais e equilibradas no lado da fonte, que por sua vez se encontrem em fase com as respectivas tensões, requer a utilização de unidades de compensação, cujo controle se apoie, direta ou indiretamente, na aplicação de um postulado de alguma teoria de potência. Uma revisão das diferentes teorias em condições não senoidais e/ou assimétricas revela uma apreciável divergência na definição das componentes de corrente e potência, não existindo uma explicação clara acerca do significado físico das características dos circuitos elétricos de cada uma dessas componentes. Adicionalmente, a falta de um critério unificado a respeito do papel que deve desempenhar o condutor de retorno em um sistema trifásico a quatro condutores faz com que o cálculo das componentes de corrente e potência varie em função da teoria aplicada. Esta divergência motivou o autor a empreender um estudo detalhado das teorias de potência mais relevantes, tentando encontrar as relações existentes, para assim poder propor uma renovada abordagem de teoria de potência denominada Teoria de Potência Conservativa.

Por outro lado, do ponto de vista da carga, quando é necessária a compensação de reativos, distorções e desbalanço de carga, podem ser utilizados os denominados condicionadores (compensadores) de energia, sejam eles equipamentos baseados em componentes passivos (bancos de capacitores, filtros sintonizados), chaveados (CCT – capacitor chaveado por tiristores, RCT – reator chaveado por tiristor), ativos (filtros ativos de potência) ou topologias híbridas (ativo-passivo). Acontece que frequentemente estes compensadores já estão dispersos ao longo da rede, como resultado da disposição específica da compensação localizada de uma única carga. A maioria dos compensadores tem sido concebida e controlada, de forma totalmente independente para atender às necessidades locais. Isto significa que podem afetar o comportamento de outros compensadores de forma indesejada e prejudicial, e portanto, seu funcionamento não é otimizado, no sentido de uma compensação sinérgica. Isto motivou o desenvolvimento de uma estratégia de controle que seja capaz de garantir um bom desempenho da compensação. Trata-se de uma nova perspectiva, que é a dos sistemas de compensação distribuída, considerando um projeto de controle cooperativo dos compensadores.

Assim, o principal objetivo deste trabalho baseia-se na necessidade de criar um marco teórico adequado que permita desmistificar e/ou esclarecer muitos dos problemas atuais, no contexto das teorias de potência e do condicionamento da energia elétrica cooperativa.

Já os objetivos específicos deste trabalho são:

- Discutir brevemente o panorama atual dos sistemas elétricos;
- Fazer uma análise crítica e comparativa das teorias de potência mais relevantes dos últimos anos;
- Discutir uma nova abordagem da teoria de potência conservativa;

- Mostrar a viabilidade das várias aplicações da teoria de potência conservativa;
- Discutir uma possível utilização de diferentes fatores (indicadores) de qualidade de energia para a corrente;
- Apresentar os subsídios básicos para a implementação do controle de SVCs;
- Apresentar os subsídios básicos para a implementação do controle de conversores chaveados de potência (CPC);
- Discutir uma estratégia do controle cooperativo para diferentes unidades de compensação.

1.2 Organização do trabalho

Este *Capítulo 1* apresentou os objetivos e as motivações para este trabalho, bem como uma breve contextualização do mesmo em relação os sistemas elétricos modernos.

O *Capítulo 2* traz um histórico detalhado de pessoas, documentos, fatos e dos principais eventos sobre as discussões das propriedades dos circuitos elétricos na presença de distorções e/ou assimetrias. Das várias propostas na literatura, apenas as mais relevantes serão discutidas, analisadas e comparadas, com o intuito de identificar as semelhanças, discrepâncias e inconsistências. As discussões não são direcionadas do ponto de vista de aplicação, mais sim para elucidar as propriedades de potência mediante a decomposição de corrente.

O *Capítulo 3* apresenta uma abordagem totalmente renovada da Teoria de Potência Conservativa. O ponto de partida é a elaboração de um marco teórico para analisar as redes elétricas, que operem sob condições senoidais e simétricas e/ou não senoidais e assimétricas, levando em consideração a variação da frequência. O objetivo é fornecer um marco teórico que enfatize os efeitos das principais características elétricas do circuito.

No entanto, é digno de nota que o presente trabalho não se destina a oferecer uma contribuição puramente especulativa e teórica, mas, pelo contrário, faz um esforço concreto no domínio da aplicação (monitoração, tarifação e compensação). Por isso, precisa levar em consideração todos os diferentes meios e tecnologias que são comumente utilizados para a monitoração, tarifação e compensação de correntes não ideais na rede elétrica.

O *Capítulo 4* visa mostrar uma possível aplicação de atribuição de responsabilidades baseada na abordagem apresentada no capítulo 3 e com ajuda das componentes de sequência generalizadas, as quais podem ser aplicadas para os sistemas tradicionais onde a rede é considerada como forte.

O *Capítulo 5* apresenta uma abordagem para controle cooperativo de *PEPs* com base na teoria apresentada no capítulo 3. Ela faz uso de termos de potência e energia conservativos como variáveis de controle e permite a otimização do funcionamento da rede ou sistema compartilhando adequadamente as funções de controle entre *PEPs*.

Finalmente no *Capítulo 6*, apresentam-se as conclusões gerais deste trabalho em relação ao que foi abordado e algumas sugestões para trabalhos futuros que possam dar continuidade a esta pesquisa.

Capítulo 2

Considerações Sobre a História de Algumas Teorias de Potência

2.1 Introdução

O crescimento permanente das aplicações com cargas não lineares, não só nas atividades industriais e comerciais como também no uso doméstico, é responsável pelo aumento contínuo do nível de distorção das formas de onda de tensão e corrente nos sistemas elétricos. Some-se a isto o desbalanço de cargas monofásicas e bifásicas em sistemas polifásicos, resultando em diversas perturbações na transmissão, na distribuição e no consumo da energia elétrica nos sistemas atuais [13,14,15].

Além disto, a rediscussão das matrizes energéticas tem se tornado um assunto fundamental nas sociedades modernas. Sustentabilidade e desenvolvimento de energias renováveis são uns dos principais assuntos em discussão na comunidade científica e política internacional, indicando, inclusive, a necessidade emergencial de regulamentação. Neste sentido, considerando as últimas tendências e tecnologias no que diz respeito à geração, distribuição e consumo de energia elétrica, destaca-se o interesse por fontes renováveis de energia, sistemas de Geração Distribuída (*GD*), microrredes (*micro grids*) e especialmente, pelos novos conceitos de gestão e controle da energia nos sistemas elétricos [2,1].

Um assunto bastante em foco são as “Redes Inteligentes”, do inglês *Smart Grids*. Neste caso, as propostas vêm no sentido de viabilizar a geração, controle e consumo de energia de forma integrada e inteligente, permitindo a operação de diversas fontes de energia (de pequeno, médio ou grande porte), interconectadas à mesma rede e controladas de forma a atender o comportamento dinâmico da demanda dos sistemas consumidores da rede.

Assim, em uma situação geral [7] onde:

- A rede pode ser fraca (impedância da rede alta);
- A frequência pode mudar;

- As tensões são assimétricas;
- As distorções afetam as tensões e correntes.

Algumas perguntas ainda precisam ser respondidas, tais como:

- P1:** As definições existentes para potência reativa, desbalanço e distorção em sistemas monofásicos e polifásicos, alimentados com tensões não senoidais e/ou assimétricas, são realmente válidas?
- P2:** Qual é o significado físico desses termos?
- P3:** Estes termos são úteis para a tarifação e compensação?
- P4:** Até que ponto as medições de potência são afetadas pelas fontes não ideais?
- P5:** É possível a discriminação de responsabilidade entre a fonte e a carga sob condições de distorção de tensão e assimetria?

Embora sabendo que uma teoria de potência deveria ser geral o suficiente para atender as novas tendências, fica cada vez mais evidente que as divergências em torno das várias metodologias estão diretamente relacionadas com o objetivo de cada autor quando da apresentação da proposta.

2.2 Uma breve revisão histórica de fatos e documentos

As propriedades dos circuitos elétricos só aparentam ser simples. Apesar de terem sido debatidas por mais de um século, diversos trabalhos ainda são publicados a cada ano. Neste sentido, este item traz uma breve descrição histórica de tentativas de explicação e definições para as potências ativa P e aparente S . Por exemplo, uma explicação entre a diferença de P e S poderia ser dada em termos de potência reativa Q e distorção D . Assim, a tentativa de explicar a diferença entre a potência ativa e aparente, deu origem ao tema de “*Teoria de Potência*”.

Em 1865 *Maxwell* introduziu o conceito de defasagem causado por elementos reativos [16], e em 1881, *Gaulard e Gibbs* patentearam o conceito de um sistema de transmissão em corrente alternada (CA) [17,18].

Em 1888, *Shallenberger* observou os fenômenos de oscilação da potência entre uma fonte de tensão (CA) e a carga causada pelo ângulo de defasagem da tensão e da corrente [19].

Em 1891 que *Westinghouse* instalou um dos primeiros sistemas de transmissão monofásica CA [17,18].

Em 1892, *Steinmetz* demonstrou que uma carga não linear produz correntes não ativas sem alterar o ângulo de fase [20]. O próprio *Steinmetz* em 1893 descreveu o fenômeno de ressonância elétrica [21], e um dos primeiros trabalhos que utiliza o termo harmônico foi escrito por *Houston e Kenenly* em 1894 [22].

Isto motivou a aparição das primeiras definições de potência aplicadas a circuitos monofásicos de CA, que foram propostas por *Steinmetz* em 1897, que definiu os três tipos de potências que usualmente conhecemos como: aparente (S), ativa (P) e reativa (Q). Ele também propôs o uso do “fator de potência (FP)” como sendo a razão entre a potência ativa e aparente [23].

Por outro lado, a proliferação das aplicações dos sistemas trifásicos de CA, na época, levou ao estudo de novos fenômenos. Foi assim que, por volta de 1910 *Campos, Lupi, Norsa e Niethammer* debateram problemas relacionados com a assimetria de tensões e correntes de um motor polifásico devido a cargas monofásicas situadas em outros pontos da rede [24]. Provavelmente esta foi a principal causa para a aparição das definições conhecidas de potência aparente vetorial (S_V) e potência aparente aritmética (S_A), as quais foram motivo de discussão por, praticamente, um século. E ainda são mencionadas nas diferentes versões das Normas Americanas [25,26,27,28,29,30].

Como uma resposta aos problemas de desequilíbrio, em 1918, *Fortescue* publicou a famosa “teoria de componentes simétricas” [31]. Mas foi em 1920 que pela primeira vez, uma comissão especial formada pelo *American Institute of Electrical Engineers (AIEE)* e a *National Electric Light Association (NELA)* discutiu o significado e aplicação do fator de potência vetorial (FP_V) e o fator de potência aritmético (FP_A) em sistemas polifásicos [32]². Porém, estudos referentes às propriedades da potência em circuitos desequilibrados, foram introduzidos por *Lyon* em 1920 e *Buchholz* em 1922, respectivamente. Uma das principais observações destes estudos foi que o desbalanço da carga piora o fator de potência [33,34,35].

Por outro lado, em 1927, *Budeanu* foi o primeiro em desenvolver um equacionamento para a decomposição da potência aparente em três parcelas, potência ativa (P), potência reativa (Q) e potência distorcida (D) [36,37]. Definições que dominaram os estudos sobre sistemas com tensões e correntes não senoidais por várias décadas. Teoria no domínio da frequência, que chegou a ser adotada pela *Norma Americana*, e foi duramente criticada por *Czarnecki* em 1987 [38], mesmo assim o IEEE manteve estas definições até a publicação da Std. 1459-2010 [30].

Quatro anos após *Budeanu* sugerir suas definições de potência, em 1931, *Fryze* apresentou uma definição de potência baseada em uma decomposição ortogonal, no domínio do tempo [39,40]. Esta teoria foi incorporada pela *Norma Alemã* [41] que posteriormente foi atualizada [42,43] com as contribuições trazidas por *Debenbrock* [44,45].

Após mais de uma década de discussões e definições de potências e como resposta ao “*Roumanian Questionnaire*” elaborado em 1927 e distribuído internacionalmente a diferentes países³ [46], em 1933 ocorreu outra grande discussão⁴ organizada por uma subcomissão especial do AIEE [47]. Destacando-se os trabalhos de *Lyon* [48] e *Goodhue* [49], onde as definições de potência e fator de potência são interpretadas em função da potência máxima transferível para um dado nível de tensão e de perdas na transmissão.

Em nenhuma das discussões (1920 e 1933) chegou-se a um consenso mais amplo sobre as definições de potência e seus significados. Porém, tendo como base as discussões anteriores, em 1935, *Harvey L. Curtis e Francis B. Silsbee* publicaram, a pedido do *Institute’s Committee on Instruments and Measurements do A.I.E.E.*, o artigo [50] onde foram dados conceitos e definições fundamentais às quantidades relacionadas com a potência em circuitos monofásicos senoidais e não senoidais, assim como circuitos polifásicos equilibrados e desequilibrados em condições senoidais e não-senoidais de CA, que, depois foram as bases para a formulação das normas americanas.

² Todos os trabalhos contemplados nesta discussão foram apresentados no “36th Annual Convention of the American Institute of Electrical Engineers”, While Sulphur Springs W. Va., July 1, 1920”.

³ A *Roumanian Questionnaire* foi elaborado após a apresentação do trabalho intitulado “*The Power Factor and Its Improvement*” pelo Prof. *Constantin D. Busila* no International Conference on High-Voltage Electric Systems (Paris, 1927).

⁴ The Symposium on Reactive Power at the Institute’s North Eastern District Metering in Schenectady, May 10 – 12, 1933.

Foi assim que a partir de 1941 [25], as definições de potência foram normalizadas, porém as discussões sobre o assunto não terminaram.

Nos anos 50, *Buchholz* realizou uma contribuição importantíssima sobre a decomposição das correntes em um sistema polifásico genérico [51]. Posteriormente, *Depenbrock*, na sua tese de doutorado [52] publicada em 1962, estabeleceu as bases para o cálculo instantâneo de novas componentes de correntes em sistemas polifásicos genéricos as quais denominou correntes (instantâneas) de potência. Após uma pesquisa bibliográfica verificou-se que *Depenbrock* não tinha divulgado seu trabalho em nenhum evento científico alemão até 1979 [44]. Só em 1993 apareceu a primeira publicação em inglês da proposta denominada pelo autor de Método *FBD* (*Fryze-Buchholz-Depenbrock*). Pode ser este o motivo pelo qual o método *FBD* não teve a mesma repercussão que outras teorias formuladas posteriormente. A mesma só passou a ser referenciada e utilizada por outros autores após sua publicação no *IEEE* [45].

Em 1982, *Akagi*, *Kanazawa* e *Nabae* publicaram a primeira versão da teoria conhecida como *Teoria de Potência Instantânea pq* em uma conferência japonesa, e mais tarde, em uma revista do Instituto de Engenheiros Elétricos do Japão [53]. Ao contrário da teoria *FBD*, a teoria *pq* foi publicada em uma conferência internacional em um intervalo de tempo mais curto [54]. Foi assim que em 1984 um trabalho mais completo foi publicado no *IEEE* [55].

Por outro lado, nas décadas de 70 e 80 apareceram várias outras teorias, sendo estas expansões e/ou modificações das teorias clássicas de *Budeanu* e *Fryze*. Destacam-se os trabalhos de *Kimbark* em 1971 [56], *Shepherd* e *Zakikhani* em 1972 [57], *Sharon* em 1973 [58], *Kuster e Moore* em 1980 [59], *Page* em 1980 [60], *Czarnecki* 1988 [61], e os trabalhos de medição desenvolvidos por *Filipski* [62,63], entre outros.

Porém, foi nos anos 90 que se iniciaram as principais discussões de propostas com especialistas de dois grandes grupos de estudo: o grupo de estudo do *IEEE* para situações não senoidais, presidido pelo *Prof. A. Emanuel* e o grupo de estudos presidido pelo *Prof. A. Ferrero*, sobre estudos específicos de definições de potência (*I – VII International Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-sinusoidal Conditions*). E finalmente, cabe destacar as reuniões de 2008 e 2010 na Polônia, coordenados pelo *Prof. Czarnecki* (*ISNCC – International School on Non-sinusoidal Currents and Compensation*), onde foi publicada uma quantidade expressiva de artigos sobre o tema e foram apresentadas propostas de metodologias e definições para o cálculo e decomposições de parcelas de corrente e potência em sistemas monofásicos e polifásicos.

Buscando discutir e identificar possíveis similaridades, divergências ou inconsistências entre as diferentes teorias e propostas, diversos trabalhos foram publicados ao longo dos últimos anos [64,65,66,67,68,69], mas nenhum deles buscou a responder as questões apresentadas em [69,70], ou mesmo as questões levantadas no item anterior (P1-P5).

Neste sentido, a seguir será apresentada uma revisão sucinta dos dois enfoques predominantes nas definições de potência que foram introduzidas por *Budeanu* no domínio da frequência [36,37] e *Fryze* no domínio do tempo [39,40]. O principal objetivo é criar um contexto de estudos das principais e mais relevantes teorias, no qual se possa observar as diferentes linhas de pesquisa e identificar as deficiências, semelhanças e diferenças entre elas, principalmente no que tange o objetivo pelo qual cada proposta de teoria de potência foi desenvolvida (medição, análise, tarifação ou compensação).

Antes de proceder com esta revisão, é preciso enfatizar que não é propósito apresentar uma monografia sobre os métodos de decomposição da corrente e sobre as teorias de potência, uma vez que diversos métodos e teorias encontradas na literatura, não serão discutidos neste trabalho.

2.3 Origem das definições de potência no domínio da frequência

Este enfoque foi introduzido por *Budeanu* [36,37] e tem sido o mais difundido e utilizado na engenharia elétrica. Em um circuito de CA monofásico, *Budeanu* expressa a tensão e a corrente mediante séries de Fourier. Portanto, o valor eficaz de tais variáveis pode ser calculado como:

$$V = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} V_h^2}; \quad I = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} I_h^2}, \quad (2.1)$$

onde V_h e I_h representam os valores eficazes das componentes harmônicas (múltiplos ínteros da fundamental) de tensão e corrente, respectivamente.

A partir da análise matemática da interação entre a corrente e a tensão, *Budeanu* definiu as seguintes potências para sistema monofásico:

Potência aparente:

$$S = VI. \quad (2.2)$$

Potência ativa:

$$P = \sum_{h=1}^{\infty} P_h = \sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h \cos \varphi_h. \quad (2.3)$$

Potência reativa:

$$Q_B = \sum_{h=1}^{\infty} Q_h = \sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h \sin \varphi_h. \quad (2.4)$$

Potência de distorção:

$$D_B = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_B^2}. \quad (2.5)$$

2.3.1 Comentários e discussões

Shepherd e *Zakikhani* foram os primeiros a apontar, por escrito, algumas deficiências desta teoria [57]. Porém, foi *Czarnecki* em 1987, quem demonstrou detalhadamente as deficiências e criticou veementemente esta teoria [38], exatamente 60 anos após a teoria de *Budeanu* ser desenvolvida. Seu principal argumento foi que a redução de potência reativa não leva a uma redução do valor eficaz da corrente de alimentação, e a potência de distorção pode não ter nada em comum com a distorção da forma de onda da tensão e corrente.

A principal propriedade, por exemplo, da potência reativa no caso senoidal é que a sua redução diminui a perda da linha para a mesma transferência de energia. O fato de que essa propriedade não é preservada pela potência reativa de *Budeanu* em condições não senodais, fez com que *Czarnecki* rejeitasse fortemente o conceito da potência reativa de *Budeanu*. Esta lacuna da potência reativa de *Budeanu* também foi apontada por *Akagi et al.* em [71] e pode ser a razão pela qual o conceito não foi incluído nas definições propostas em [72] e excluídos da norma IEEE 1459 [29,30] em sua recente revisão de 2010.

Assim, nestas definições, a potência ativa P tem um significado físico inequívoco ante qualquer composição de tensões e correntes, porém Q_B e D_B surgem de formulações matemáticas que do ponto de vista da **teoria de potência**, não têm uma relação específica com os fenômenos físicos dos sistemas elétricos, podendo levar a falsas interpretações.

Acredita-se que, a principal deficiência da **teoria proposta por Budeanu** está no fato dele não ter definido as componentes de correntes ortogonais associadas às potências Q_B e D_B . Assim, por exemplo, considerando o circuito mostrado na Figura 2.1, a corrente do compensador $i_{comp}(t)$ que reduziria a potência reativa de *Budeanu* ($Q_B = 0$) poderia não reduzir a corrente de alimentação $i(t)$. Isto porque a corrente do compensador e seu complemento não são mutuamente ortogonais, ou seja:

$$\|i_c(t)\|^2 \neq \underbrace{\|i_a(t)\|^2 + \|i_{res}(t)\|^2}_{\text{complemento}} + \|i_{comp}(t)\|^2$$

onde $i_a(t)$ é associado a potência P , $i_{res}(t)$ a potência D_B e $i_{comp}(t)$ a potência Q_B .

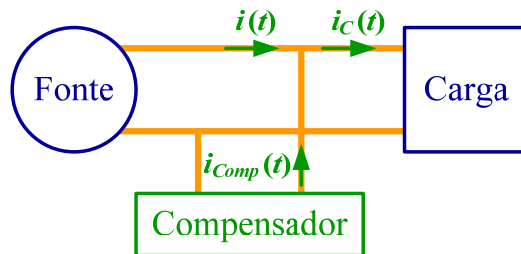


Figura 2.1: Sistema monofásico com compensação.

Finalmente, cabe destacar que devido à complexidade do método, a implementação prática da teoria proposta por *Budeanu* torna-se uma tarefa difícil. Provavelmente este foi o principal motivo para que os primeiros medidores da potência reativa e potência de distorção fossem construídos quase 50 anos após ser definida [73,74,62,63]. Destaca-se que uma das primeiras patentes de um medidor de Q_B foi concedida em 1974 [74].

2.4 Origem das definições de potência no domínio do tempo

A formulação proposta por *Fryze* em [39,40] não emprega a análise de Fourier, tornando a sua aplicação prática mais simples. Mesmo assim, ela não foi adotada em grande escala.

2.4.1 Teoria de potência proposta por Fryze

Para sinais periódicos de forma de onda qualquer, Fryze parte da definição do valor eficaz de tensão e corrente como sendo:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt}; \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}, \quad (2.6)$$

onde T é o período da fundamental (60/50Hz).

A partir dos valores eficazes de tensão e corrente e a determinação do valor médio da potência instantânea, Fryze propõe a seguinte decomposição das variáveis de um sistema monofásico:

Potência aparente:

$$S = VI. \quad (2.7)$$

Potência ativa:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T vidt. \quad (2.8)$$

Fator de potência:

$$\lambda = \frac{P}{S}. \quad (2.9)$$

Potência reativa⁵:

$$Q_F = \sqrt{S^2 - P^2}. \quad (2.10)$$

Fryze foi quem deu base para a decomposição da corrente (i) em duas componentes instantâneas ortogonais, **ativa** (i_a) e **não ativa** (i_{na}) da forma:

$$i_a = \frac{P}{V^2} v = G_a v. \quad (2.11)$$

O parâmetro G_a é referido como uma **condutância equivalente** da carga monofásica. A corrente ativa corresponde à parcela que, efetivamente, transfere potência para a carga e possui a mesma forma de onda da tensão. E a parte restante é:

$$i_{na} = i - i_a, \quad (2.12)$$

a qual representa uma corrente de ocupação adicional do sistema elétrico.

Originalmente, a corrente ativa é obtida através da “condutância equivalente” (G_e) do sistema e representa a corrente de uma carga puramente resistiva, a qual, para uma mesma tensão, absorve a mesma potência ativa (P) da carga realmente utilizada. Se a corrente i_{na} fosse completamente eliminada ou compensada, o fator de potência seria unitário.

⁵ Esta potência de Fryze também pode ser encontrada na literatura com o nome de **potência fictícia** ou **não ativa**.

A relação de ortogonalidade entre ambas as componentes instantâneas implica que:

$$\frac{1}{T} \int_0^T i_a i_{na} dt = 0 \Leftrightarrow I^2 = I_a^2 + I_{na}^2. \quad (2.13)$$

Além disto, utilizando a **desigualdade de Schwartz**, Fryze mostrou que:

$$S \geq P = VI\lambda, \quad (2.14)$$

onde $\lambda = \cos\varphi$ no caso particular de funções senoidais e que a **igualdade de Schwartz** só ocorre se a relação P/S for constante. Isso significa que $S = P$ apenas no caso em que a corrente é proporcional à tensão (carga resistiva) e a relação v/i se mantiver constante no período ($v/i = R = cte$) ou seja, corresponde a uma resistência invariante no tempo.

Portanto, Fryze provou que a potência aparente de um resistor invariante coincide com a potência ativa, qualquer que seja a forma de onda. Assim o fator de potência (λ), alcança seu valor máximo ($\lambda = 1$) se, e só se a corrente instantânea é proporcional à tensão instantânea em qualquer outro caso $\lambda < 1$.

a) Comentários e discussões

Uma grande contribuição da teoria de Fryze foi a introdução do conceito de ortogonalidade entre as parcelas de corrente ativa e não ativa.

Se o objetivo é quantificar o total de energia supérflua (não ativa) de um sistema elétrico, as componentes i_{na} e Q_F podem ser utilizadas com bastante precisão. Além disso, a proposta permite o projeto de filtros ativos de potência, para eliminação de i_{na} , mesmo se em seu tempo, tal solução ainda não fosse uma realidade.

Uma das desvantagens é, que pelo fato de agrupar todos os “distúrbios” de corrente na parcela i_{na} , tal teoria não permite o aprofundamento dos estudos sobre cada tipo de fenômeno físico envolvido na transferência de energia, bem como não permite a monitoração para fins de tarifação ou compensação “seletiva” de determinadas parcelas de corrente e potência e, finalmente, não explora circuitos polifásicos.

2.4.2 Teoria de potência proposta por Buchholz

Em 1950, Buchholz estendeu o trabalho de Fryze para sistemas polifásicos [51]. Segundo Buchholz, o sistema pode ser representado mediante um circuito homogêneo onde nenhum dos condutores é tratado como especial, ou seja, o condutor neutro é tratado como um condutor de fase no caso de um sistema trifásico a quatro condutores. Assim, neste circuito homogêneo, as tensões dos “ m ” terminais são referenciadas a um ponto externo do circuito “*” da forma:

$$v_{\mu*} = v_{\mu r} - v_{*r}; \quad v_{*r} = \frac{1}{m} \sum_{\mu=1}^m v_{\mu r}, \quad (2.15)$$

onde $v_{\mu r}$ é a tensão da μ -ésima fase medida em relação a um nó físico de referência “ r ”, o qual pode ser escolhido arbitrariamente. Segundo isto, a tensão v_{*r} é a tensão de flutuação do nó virtual “*” em relação ao nó de referência arbitrária “ r ”.

Assim a potência instantânea coletiva das “ m ” fases do sistema é dada por:

$$p_{\Sigma} = \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*} i_{\mu} . \quad (2.16)$$

Para tratar este sistema polifásico como um todo, *Buchholz* introduziu o conceito de valores coletivos (instantâneos) e também os valores eficazes coletivos de tensão e corrente. Estes valores são definidos como:

$$i_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m i_{\mu}^2} ; v_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m v_{\mu*}^2} , \quad (2.17)$$

$$I_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\mu=1}^m i_{\mu}^2 dt} ; V_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*}^2 dt} . \quad (2.18)$$

Nota-se que, para o cálculo dos valores coletivos instantâneos e eficazes, todos os condutores do sistema polifásico são considerados como ativos, inclusive o condutor neutro (usualmente considerado retorno).

Buchholz tinha estudado em detalhe os sistemas polifásicos, muito antes do cálculo das correntes ativas instantâneas, e foi assim que em 1922, propôs a seguinte expressão para o cálculo da **potência aparente** [35]:

$$S_{\Sigma} = V_{\Sigma} I_{\Sigma} . \quad (2.19)$$

Recentemente, tal definição foi incorporada na moderna *Std. 1459* do IEEE, renomeada de potência aparente efetiva “ S_e ” [29,30].

Por outro lado a **potência ativa coletiva** é dada:

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma} dt . \quad (2.20)$$

A partir da definição das potências, *Buchholz* estabeleceu da mesma forma que *Fryze*, que as **correntes instantâneas** (i_{μ}) em cada condutor do sistema polifásico poderiam ser decompostas em duas parcelas: uma **ativa** ($i_{a\mu}$) e outra **não ativa** ($i_{na\mu}$), de forma que:

$$i_{a\mu} = \frac{P_{\Sigma}}{V_{\Sigma}^2} v_{\mu*} = G_a v_{\mu*} , \quad (2.21)$$

$$i_{na\mu} = i_{\mu} - i_{a\mu} , \quad (2.22)$$

onde $i_{na\mu}$ não contribui na potência ativa coletiva (P_{Σ}), sendo que poderia ser eliminada mediante algum tipo de compensador adequado. Nota-se que, diferentemente da teoria de *Fryze*, nesta abordagem G_a representa a condutância equivalente (por fase) de uma carga polifásica.

Se pelos condutores do sistema polifásico circulassem apenas correntes ativas instantâneas ($i_{a\mu}$) a potência instantânea fornecida pela fonte seria:

$$p_{\Sigma a} = \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*} i_{a\mu} = G_a \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*}^2, \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma a} dt = G_a \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*}^2 dt, \quad (2.24)$$

$$G_a \mathbf{V}_{\Sigma}^2 = P_{\Sigma}. \quad (2.25)$$

Nesta hipotética situação, utilizando a **desigualdade de Schwartz**, *Buchholz* mostrou que:

- A potência $p_{\Sigma a}$, é uma função do tempo e só será constante se v_{Σ}^2 também for constante;
- O conjunto de correntes ativas ($i_{a\mu}$) apresenta permanentemente o mínimo valor coletivo (i_{Σ}) para fornecer a potência instantânea ($p_{\Sigma a}$);
- Para qualquer valor eficaz coletivo de tensão (\mathbf{V}_{Σ}), o conjunto de correntes ativas ($i_{a\mu}$) conduz o mínimo valor eficaz coletivo de corrente ($\mathbf{I}_{\Sigma a}$) que seja capaz de fornecer a potência ativa (P_{Σ}).

a) Comentários e discussões

Esta teoria, por ser apenas uma expansão da teoria de *Fryze*, também não permite o aprofundamento dos estudos sobre cada tipo de fenômeno físico envolvido na transferência de energia.

Buchholz emprega magnitudes instantâneas de um sistema polifásico com um número genérico de fases, não distingue condutores de fase e de neutro para o cálculo da potência aparente coletiva (S_{Σ}).

Uma grande contribuição de *Buchholz* foi a introdução dos valores coletivos de tensão e corrente para o cálculo da potência aparente.

2.4.3 Teoria de potência proposta por *Depenbrock*

Depenbrock, baseando-se nos trabalhos de *Fryze* [40] e *Buchholz* [51], apresentou a teoria denominada de método *FBD* “*Fryze-Buchholz-Depenbrock*” [45].

Assim como *Buchholz*, a proposta de *Depenbrock* utiliza a referência externa para a medida das tensões. *Depenbrock* em [75], demonstrou que independentemente dos valores das tensões nas fases, as “ m ” tensões medidas em relação ao ponto virtual “*” e as “ m ” correntes satisfazem as leis de tensões e correntes de *Kirchhoff*:

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*} &= 0; \\ \sum_{\mu=1}^m i_{\mu} &= 0. \end{aligned} \quad (2.26)$$

A equação anterior fortalece a idéia de que o condutor de retorno (neutro) tem as mesmas propriedades, e assim deve ser tratado como um condutor de fase.

Depenbrock estabeleceu as bases para a decomposição de novas parcelas de corrente nos sistemas polifásicos, as quais chamou de *correntes instantâneas de potência (Power Currents)*. Assim, a corrente instantânea em cada fase do sistema (i_μ) é decomposta em parcelas de corrente proporcionais e ortogonais à tensão, definindo assim:

Correntes de Potência ($i_{p\mu}$): responsáveis pela potência instantânea, incluindo possíveis oscilações relacionadas com harmônicos e desequilíbrios:

$$i_{p\mu} = \frac{p_\Sigma}{v_\Sigma^2} v_{\mu*} = G_p v_{\mu*}, \quad (2.27)$$

onde G_p é referida como uma *condutância equivalente instantânea* (por fase) de uma carga polifásica. Nota-se que, o valor de G_p não é constante no tempo.

Correntes de Potência Zero ($i_{z\mu}$): não contribuem para a transferência de energia, e estas correntes poderiam ser compensadas sem a necessidade de armazenadores de energia [45,52]:

$$\begin{aligned} i_{z\mu} &= i_\mu - i_{p\mu}; \\ p_{\Sigma z} &= \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*} i_{z\mu} = 0. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Corrente Ativa ($i_{a\mu}$): responsável pela transferência de energia média para a carga. Esta corrente resulta na corrente ativa definida por *Fryze* (Eq. 2.11) e expandida por *Buchholz* (Eq. 2.21):

$$i_{a\mu} = \frac{P_\Sigma}{V_\Sigma^2} v_{\mu*} = G_a v_{\mu*}. \quad (2.29)$$

Nota-se que, diferentemente de G_p (Eq. 2.27), a condutância G_a representa a *condutância equivalente* (por fase) de uma carga polifásica, e seu valor sempre é constante no tempo. Além disso, (Eq. 2.29) é idêntica a (Eq. 2.21) definida por *Buchholz*.

Correntes Não-Ativas ($i_{na\mu}$): associadas aos vários tipos de distúrbios e oscilações que afetam a potência instantânea, mas não transferem energia média para as cargas:

$$i_{na\mu} = i - i_{a\mu}. \quad (2.30)$$

Correntes de variação ($i_{v\mu}$): estas correntes permitem relacionar as correntes de potência ($i_{p\mu}$) com as correntes ativas ($i_{a\mu}$), e podem ser calculadas por:

$$i_{v\mu} = i_{p\mu} - i_{a\mu} = i_{na\mu} - i_{z\mu}. \quad (2.31)$$

Tais componentes de corrente só resultam zero quando $G_p = G_a$. Em outras condições são responsáveis pelas oscilações da potência instantânea ($p_\Sigma \neq P_\Sigma$). Para a eliminação destas parcelas ($i_{v\mu}$) é necessário o uso de condicionadores de energia (filtros ativos) com capacidade de intercâmbio de energia com a rede.

Na publicação [76] e recentemente atualizada por *Staudt* em [77] propõe-se, baseado na ortogonalidade existente entre os vetores de corrente em cada condutor de um sistema polifásico, a seguinte decomposição da corrente:

$$\mathbf{I}_{\Sigma}^2 = \mathbf{I}_{\Sigma a}^2 + \mathbf{I}_{\Sigma na}^2 = \mathbf{I}_{\Sigma a}^2 + \mathbf{I}_{\Sigma v}^2 + \mathbf{I}_{\Sigma z}^2 \quad (2.32)$$

o qual permite estabelecer a seguinte decomposição da potência:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\Sigma}^2 \mathbf{I}_{\Sigma}^2 &= \mathbf{V}_{\Sigma}^2 \mathbf{I}_{\Sigma a}^2 + \mathbf{V}_{\Sigma}^2 \mathbf{I}_{\Sigma na}^2 = \mathbf{V}_{\Sigma}^2 \mathbf{I}_{\Sigma a}^2 + \mathbf{V}_{\Sigma}^2 \mathbf{I}_{\Sigma v}^2 + \mathbf{V}_{\Sigma}^2 \mathbf{I}_{\Sigma z}^2 \\ S^2 &= P_a^2 + P_{na}^2 = P_a^2 + P_v^2 + P_z^2 \end{aligned} \quad (2.33)$$

onde cada parcela de potência é associada a cada decomposição da corrente. Potência ativa coletiva (P_a), potência não ativa coletiva (P_{na}), potência de variação coletiva (P_v) e potência nula coletiva (P_z).

Assim o fator de potência coletivo foi definido como:

$$\lambda_{\Sigma} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma} dt}{\mathbf{V}_{\Sigma} \mathbf{I}_{\Sigma}} = \frac{\mathbf{V}_{\Sigma}^2 \mathbf{I}_{\Sigma a}^2}{\mathbf{V}_{\Sigma} \mathbf{I}_{\Sigma}} = \frac{P_a}{S} \quad (2.34)$$

onde $P_a = P_{\Sigma}$ é a potência ativa coletiva e $S = S_{\Sigma}$ a potência aparente coletiva.

a) Comentários e discussões

Deppenbrock tem sido um dos grandes responsáveis pela divulgação da potência aparente de *Buchholz*, bem como sobre a necessidade de definir um “ponto de referência virtual” para as medidas das tensões também sugeridas por *Buchholz*.

Em sistemas trifásicos com condutor de retorno (neutro), cargas desbalanceadas e/ou não lineares fazem com que flua corrente no condutor de neutro e de acordo com *Deppenbrock*, tal condutor deve ser tratado como um condutor de fase [45,75].

O ponto estrela virtual pode ser bastante interessante em algumas aplicações, como medição das tensões em sistemas trifásicos a três condutores, onde não há presença do condutor neutro e, normalmente, não são medidas as tensões da fase. No entanto, na presença de componentes homopolares as medidas das tensões para o ponto estrela virtual podem não representar os valores eficazes ou os valores instantâneos das tensões sobre os terminais da carga [78,79].

Semelhante à *Teoria pq* (como será visto no próximo item), a *Teoria FBD* tem sua origem na área de compensação de distúrbios, embora, com uma definição mais simples e sem o uso de transformações de coordenadas, tais como, $\alpha\beta 0$; $dq 0$, etc. No entanto, esta teoria pode apresentar algumas limitações em termos de interpretação de fenômenos físicos [70,80,81], por exemplo, baseado no fato de não separar a componente reativa e a componente de desbalanço da corrente total. Portanto, as componentes $i_{v\mu}$ e $i_{z\mu}$ podem combinar os efeitos do comportamento reativo convencional, desequilíbrios e harmônicos.

As definições de $i_{v\mu}$ e $i_{z\mu}$ propostas por *Deppenbrock*, do ponto de vista de compensação podem ser aplicadas de forma semelhante às correntes ativa e reativa propostas por *Akagi et al* [54], apesar de realizadas de forma completamente distinta.

Depenbrock, tem tentado demonstrar que a definição de uma teoria e a sua implementação em sistemas de medição e controle no domínio do tempo, nada tem a ver com as chamadas teorias de potência instantâneas [82], apresentadas, por exemplo, em [54,83,84,85,86,87].

Depenbrock apresenta uma metodologia, que não só formula uma definição de potências e propõe uma divisão das mesmas, como também estabelece as bases para a determinação de um circuito equivalente e, portanto, permite a compensação de potência não ativa [75].

2.4.4 Teoria de potência proposta por Akagi et al.

Inicialmente, a teoria de potência instantânea foi desenvolvida para sistemas trifásicos a três condutores [54]. Esta teoria ficou conhecida como *Teoria de Potência Instantânea* ou simplesmente *Teoria pq* e tem como base a transformação de Clarke [88]. Através de contribuições de vários autores ao longo das últimas duas décadas de utilização da teoria [85,86], as publicações mais recentes de Akagi e coautores trazem uma teoria estendida, onde a presença de 4 fios no sistema trifásico foi incorporada ao método de cálculo de suas variáveis, além de outras considerações [71,84,53], também aplicações na área de compensação de micro redes [89,90].

Assim, o vetor de tensões de fase, nas coordenadas α , β e θ , é dado por:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \mathbf{C}_1 \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Observe-se que, para sistemas trifásicos a três condutores, as tensões são medidas em relação ao ponto estrela virtual (como no método *FBD*) e para sistemas a quatro condutores, as tensões são medidas em relação ao condutor de retorno (neutro). Similarmente as correntes instantâneas i_a , i_b e i_c , podem ser transformadas para as coordenadas α , β e θ .

A *Teoria pq* descreve as propriedades de potência de sistemas trifásicos a quatro condutores por meio de três principais componentes de potência instantânea: a potência instantânea real p , a potência instantânea imaginária q e a potência instantânea de sequência zero p_0 [71,83,53], tais como:

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p \\ q \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} v_0 & 0 & 0 \\ 0 & v_\alpha & v_\beta \\ 0 & v_\beta & -v_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

A soma de p_0 e p resulta na potência trifásica instantânea tradicional (em watts):

$$p_{3\phi} = p + p_0 = v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta + v_0 i_0 = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (2.37)$$

Seguidamente, os autores da *Teoria pq* introduziram o conceito de potência instantânea imaginária q dada em Volt-Ampère-Imaginário (vai), definido como:

$$q = v_\beta i_\alpha - v_\alpha i_\beta \quad (2.38)$$

Por conseguinte, considerando as duas potências instantâneas p e q , as correntes ortogonais i_α e i_β podem ser decompostas em correntes ativas instantâneas nos eixos α e β ($i_{\alpha p}$ e $i_{\beta p}$) e correntes reativas instantâneas nos eixos α e β ($i_{\alpha q}$ e $i_{\beta q}$), como segue:

$$i_{\alpha p} = \frac{v_\alpha}{v_{\alpha\beta}^2} p \quad (2.39)$$

$$i_{\beta p} = \frac{v_\beta}{v_{\alpha\beta}^2} p$$

$$i_{\alpha q} = \frac{v_\beta}{v_{\alpha\beta}^2} q \quad (2.40)$$

$$i_{\beta q} = -\frac{v_\alpha}{v_{\alpha\beta}^2} q$$

onde $v_{\alpha\beta}^2 = v_\alpha^2 + v_\beta^2$.

Portanto, as correntes instantâneas de sequência zero, ativa e reativa de cada fase podem ser calculadas nas suas coordenadas originais, por meio da transformação inversa de *Clarke*:

$$\begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{b0} \\ i_{c0} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} i_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Assim, as correntes trifásicas instantâneas (a, b e c) podem ser decompostas como segue:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{b0} \\ i_{c0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Seguindo a abordagem da **Teoria pq**, as potências instantâneas poderiam ser decompostas ainda como:

$$p = \bar{p} + \tilde{p} \quad (2.45)$$

$$q = \bar{q} + \tilde{q} \quad (2.46)$$

onde \bar{p} e \tilde{p} representam as componentes média e oscilante de p , e onde \bar{q} e \tilde{q} representam as componentes média e oscilante de q . Supondo-se que as partes oscilantes de p e q possam ser relacionadas à ocorrência de tensões e correntes desequilibradas e/ou distorcidas. Consequentemente, a corrente instantânea ativa também pode ser decomposta em componente média \bar{x} e \tilde{x} oscilatória como segue:

$$i_{\alpha p} = \frac{v_{\alpha}}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \bar{p} + \frac{v_{\alpha}}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \tilde{p} = i_{\alpha \bar{p}} + i_{\alpha \tilde{p}} \quad (2.47)$$

$$i_{\beta p} = \frac{v_{\beta}}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \bar{p} + \frac{v_{\beta}}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \tilde{p} = i_{\beta \bar{p}} + i_{\beta \tilde{p}} \quad (2.48)$$

Resultando nas coordenadas a, b e c :

$$\begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha \bar{p}} \\ i_{\beta \bar{p}} \end{bmatrix} + \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha \tilde{p}} \\ i_{\beta \tilde{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a \bar{p}} \\ i_{b \bar{p}} \\ i_{c \bar{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{a \tilde{p}} \\ i_{b \tilde{p}} \\ i_{c \tilde{p}} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Assim, as correntes instantâneas de fase resultam:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{b0} \\ i_{c0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a \bar{p}} \\ i_{b \bar{p}} \\ i_{c \bar{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{a \tilde{p}} \\ i_{b \tilde{p}} \\ i_{c \tilde{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{b0} \\ i_{c0} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Finalmente, de acordo com a **Teoria pq**, as seguintes componentes de potência podem ser calculadas no caso de sistemas trifásicos a três e quatro condutores [91]:

- ✓ P valor médio de p ($P = \bar{p}$);
- ✓ P_0 valor médio de p_0 ($P_0 = \bar{p}_0$);
- ✓ Q valor médio de ($Q = \bar{q}$);
- ✓ P^{\sim} valor eficaz de \tilde{p} ;
- ✓ P_0^{\sim} valor eficaz de \tilde{p}_0 ;
- ✓ Q^{\sim} valor eficaz de \tilde{q} .

É importante observar que a parcela de potência ativa média (\bar{p}) pode ser calculada através da aplicação de filtros bassa-baixa na potência instantânea (Eq. 2.45), não necessitando da informação do período dos sinais para o cálculo de seu valor médio. Esta característica permite a aplicação da **teoria pq**, inclusive em condições onde a frequência da rede possa ser variável, tais como as modernas aplicações em microrredes de energia [89,90].

a) Comentários e discussões

A **Teoria pq** é muito bem conhecida e aceita pela comunidade de eletrônica de potência. Alguns autores tendem a considerá-la como uma ferramenta teórica, não apenas para o controle de filtros ativos [85,87,92,93,53], mas também para as definições e/ou entendimento das propriedades de potência [91,94,95,96]. Em [97], o autor constatou que a **Teoria pq** enfrentava alguns problemas conceituais. Mais recentemente, em [82], os autores pesquisaram a **teoria pq original e modificado** para sistemas trifásicos a quatro condutores, e em [98,99], o autor

pesquisou como as propriedades de sistemas trifásicos a três condutores são descritas por meio da *Teoria pq* e tem discutido porquê tal teoria não deveria ser utilizada para a compreensão e/ou entendimento das propriedades e/ou características de uma carga. Por outro lado em [100,101] o autor também apontou algumas limitações da *teoria pq* na compensação de distúrbios.

Assim, do ponto de vista de instrumentação e monitoração de distúrbios na qualidade de energia, por exemplo, esta teoria não permite facilmente separar e identificar a origem da deterioração quando vários fatores estão presentes simultaneamente [80,81]. Entretanto, existem propostas para sua utilização neste sentido [94].

Do ponto de vista de compensação, a *teoria pq* pode ser aplicada com dois objetivos principais: 1) o de garantir potência constante no ponto de acoplamento comum ou 2) o de garantir correntes senoidais e equilibradas no PAC. Os dois objetivos só podem ser atendidos simultaneamente quando as tensões no PAC forem senoidais e equilibradas. Em quaisquer outras condições de tensão (distorções e/ou assimetrias), os objetivos só podem ser atendidos isoladamente. Isto significa que o resultado final da compensação depende diretamente das tensões do PAC e do objetivo escolhido para uma dada aplicação [53,89,90].

Finalmente, vale destacar que o trabalho desenvolvido por *Akagi e coautores* é sem dúvida muito interessante e foi uma das maiores contribuições dos últimos anos no campo de compensação de distúrbios.

2.5 Comparações, discussões e conclusões preliminares

Assumindo que dentre as teorias no domínio do tempo, as propostas de *Depenbrock* e *Akagi et al* são provavelmente as mais citadas na literatura, esta seção apresenta uma análise comparativa com foco na interpretação e caracterização de circuitos elétricos. Para isto foi analisado um caso particular de carga bifásica resistiva, alimentada através de um sistema trifásico com três condutores (Figura 2.2).

Duas condições de tensão foram simuladas por meio do software PSIM e a análise foi realizada mediante as decomposições das correntes das duas propostas.

- ✓ **Caso I:** Tensão senoidal simétrica;
- ✓ **Caso II:** Tensão senoidal assimétrica;

As tensões de alimentação para os *casos I e II* são dadas na Tabela 2.1. Os parâmetros da linha são $R_{Ln} = R_{La} = R_{Lb} = R_{Lc} = 0,018\Omega$ e $L_{Ln} = L_{La} = L_{Lb} = L_{Lc} = 0,0239\text{mH}$.

Tabela 2.1: Tensões de alimentação para os caso I e II.

Caso I	Caso II
$V_a = 127 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_a = 127 \angle 0^\circ \text{ V}$
$V_b = 127 \angle -120^\circ \text{ V}$	$V_b = 113 \angle -104,4^\circ \text{ V}$
$V_c = 127 \angle 120^\circ \text{ V}$	$V_c = 147,49 \angle 144^\circ \text{ V}$

A fim de facilitar as comparações, as seguintes siglas foram aplicadas: *FBD* e *pq*, para as abordagens consideradas e μ , indicando as variáveis de fase. Para análise comparativa das teorias *FBD* e *pq*, para todos os exemplos, as tensões e correntes no PAC foram normalizadas pelos respectivos valores picos (1pu). E para fins de comparação entre as tensões e correntes, as correntes foram ajustadas em $\frac{1}{2}\text{pu}$.

a) *Exemplo 1 – Carga resistiva desbalanceada*

A Figura 2.2 mostra o circuito analisado para os *Casos I e II*. Em ambos os casos, a fonte de tensão alimenta uma carga resistiva desbalanceada de 45kW (resistor ligado entre duas fases).

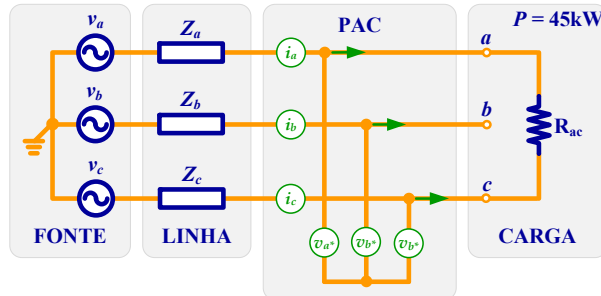


Figura 2.2: Circuito 3φ a 3 fios – carga R desbalanceada

Caso I: Na Figura 2.3 (superior), nota-se que as tensões e correntes no PAC não estão em fase, uma vez que as tensões são medidas em relação a um ponto virtual, o que na prática representa que as tensões são referenciadas ao ponto central da fonte de potência, ao invés do ponto central da carga. Além disso, as tensões aparecem equilibradas, já que refletem as tensões da fonte.

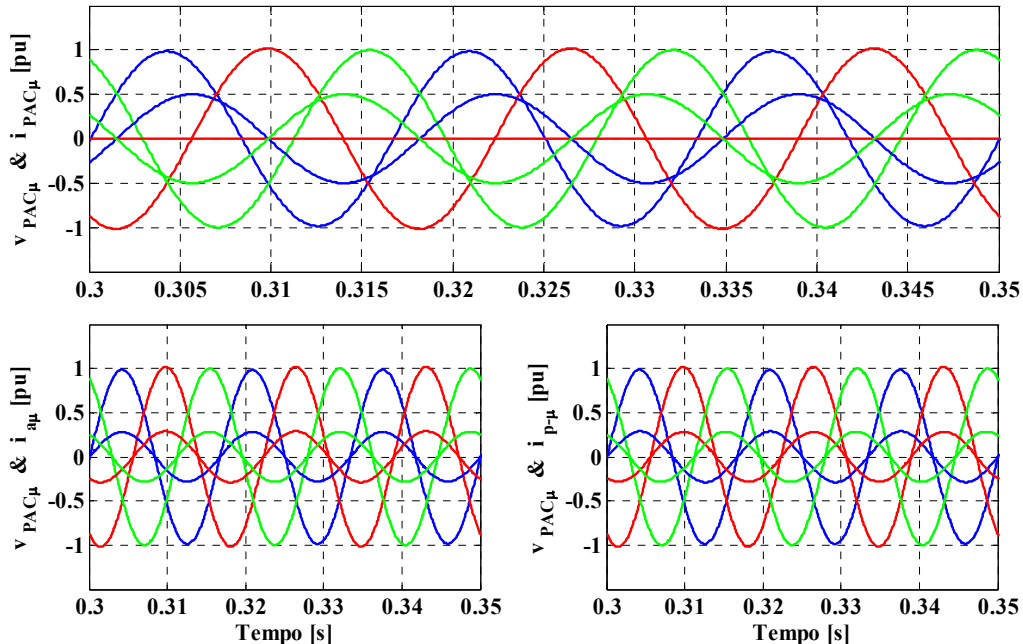


Figura 2.3: Caso I – Tensão e corrente no PAC, e corrente ativa: *FBD* (esquerda) e *pq* (direita).

A Figura 2.4 mostra a decomposição da corrente por meio da *Teoria FBD* e *pq*. Neste caso, a corrente ativa baseada na *Teoria FBD* corresponde ao valor médio da corrente ativa da *Teoria pq* e estão em fase e com a mesma forma de onda que as respectivas tensões (parte inferior da

Figura 2.3). Uma vez que as equações (Eq. 2.29) e (Eq. 2.47) sob tensões simétricas e senoidais são equivalentes $i_{a\mu FBD} = i_{\tilde{p}\mu pq}$.

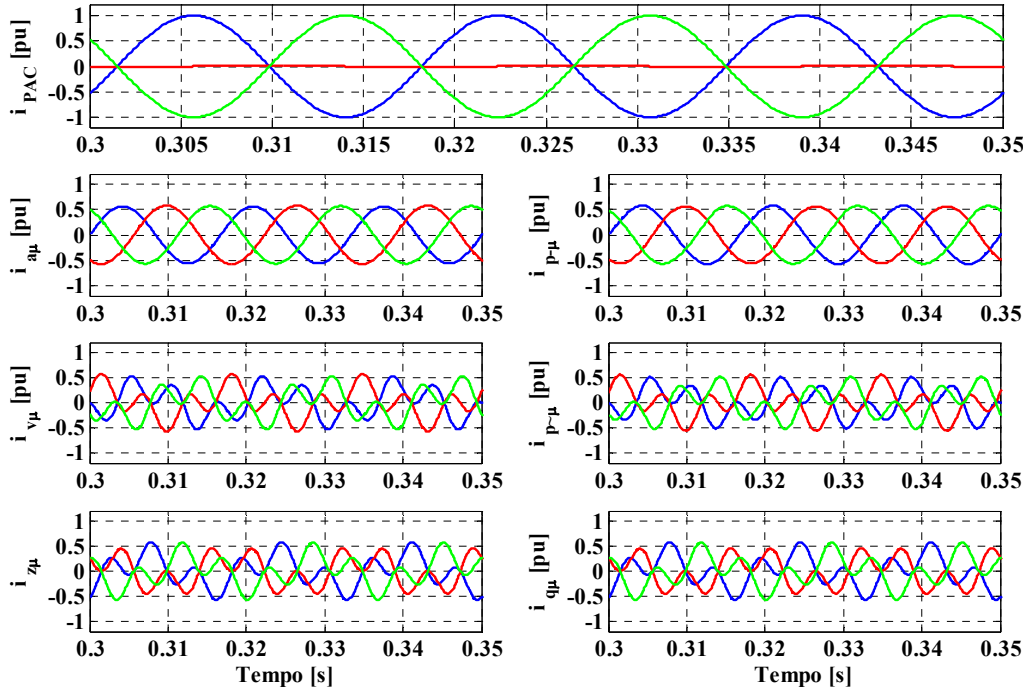


Figura 2.4: Caso I – Decomposição da corrente no PAC: *FBD* (esquerda), *pq* (direita).

No entanto, alguns resultados podem ser apontados, como por exemplo: as componentes $i_{v\mu FBD}$ e $i_{z\mu FBD}$ apresentam distorção, mesmo na ausência de harmônicas nas tensões e correntes de carga, o que poderia indicar que elas não são uma boa representação do fenômeno de potência para tal condição. Além disso, a parte oscilatória da corrente ativa (proporcional a \tilde{p}) da **Teoria pq** também é distorcida, o que significa que a corrente ativa total ($i_{p\mu pq} = i_{\tilde{p}\mu pq} + i_{\tilde{p}\mu pq}$), neste caso não é senoidal! E mesmo considerando uma carga linear resistiva pura, sem elementos armazenadores de energia (capacitores e/ou indutores), a decomposição indica a existência de corrente reativa ($i_{q\mu pq} \neq 0$) !

Além disso, considerando-se as componentes harmônicas de corrente, a comparação de seus espectros e formas de onda, pode-se identificar as seguintes relações:

$$i_{v\mu FBD} = i_{\tilde{p}pq}$$

$$i_{z\mu FBD} = i_{qpq}$$

Czarnecki em [98,99] demonstrou que a corrente ativa e reativa total da **Teoria pq** apresenta conteúdo da 3ª harmônica, originado pela própria decomposição. Na Figura 2.5 pode-se observar que o conteúdo harmônico vem da corrente ativa oscilante e da corrente reativa. Por outro lado, nunca foi discutida na literatura a equivalência com a **Teoria FBD**, em tais condições. A Figura 2.5 mostra que tanto as correntes de potência zero ($i_{z\mu FBD}$) quanto as correntes de variação ($i_{v\mu FBD}$) também apresentam o mesmo conteúdo harmônico.

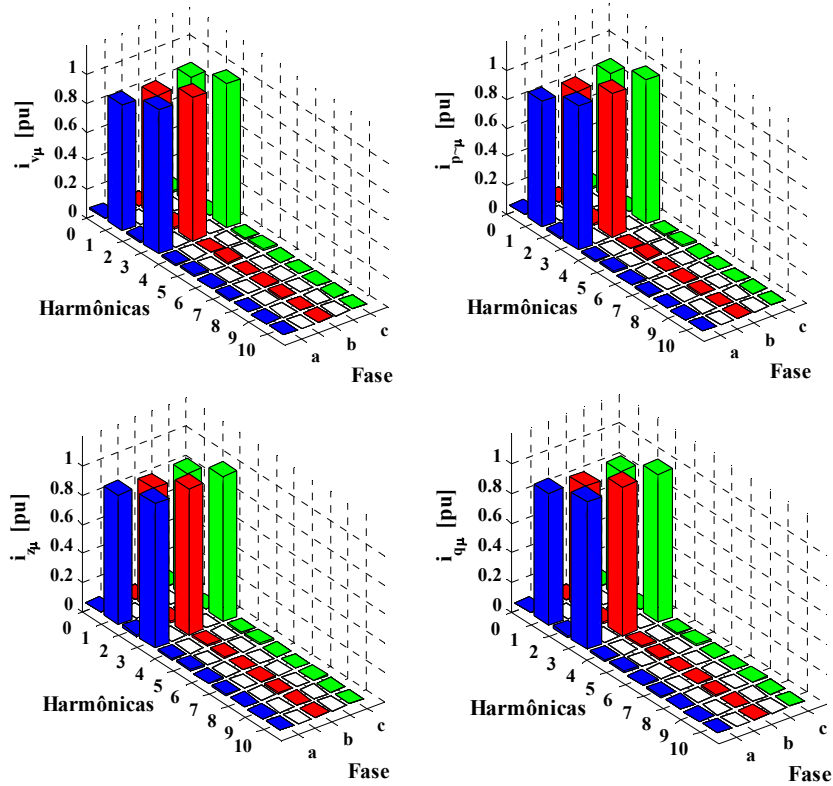


Figura 2.5: Caso I – Espectros das componentes de corrente: *FBD* (esquerda) e *pq* (direita).

Caso II: Similarmente e pela mesma razão que no caso anterior, na Figura 2.6 (superior) as tensões e correntes no PAC não estão em fase. Além disso, nota-se que (Figura 2.6 parte inferior) a corrente ativa da *Teoria FBD* é proporcional à tensão (em fase e mesma forma de onda), contrariamente a corrente ativa média da *Teoria pq* que está em fase com a tensão, porém aparece com diferente forma de onda (distorcida), mesmo na ausência de tensões harmônicas na fonte de tensão!

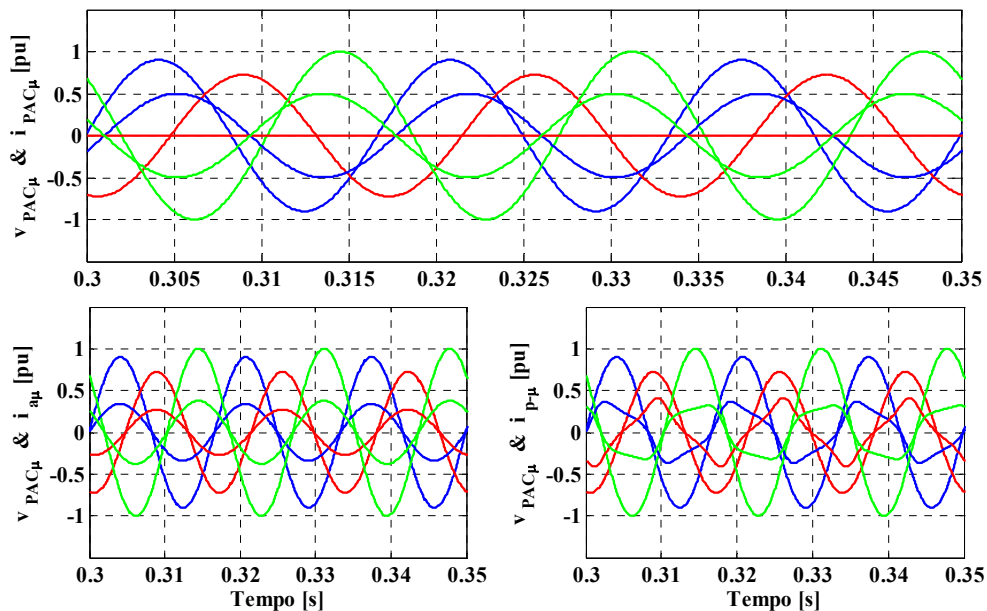


Figura 2.6: Caso II – Tensão e corrente no PAC, e corrente ativa: *FBD* (esquerda) e *pq* (direita).

Neste caso, das Figura 2.7 e Figura 2.8 é possível concluir as seguintes relações:

$$\begin{aligned} i_{a\mu_{FBD}} &\neq i_{\bar{p}pq} \\ i_{v\mu_{FBD}} &\neq i_{\tilde{p}pq} \\ i_{z\mu_{FBD}} &= i_{qpq} \end{aligned}$$

Observa-se que a parte média da corrente ativa da **Teoria pq** não corresponde mais a corrente ativa da **Teoria FBD** ($i_{\bar{p}\mu_{pq}} \neq i_{a\mu_{FBD}}$). Acontece que na condição de tensões senoidais assimétricas, o denominador da equação 2.29 não corresponde a $(v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2)$ na equação (2.47). Isto significa que mesmo se os numeradores das duas equações sejam iguais, as relações não são. Na verdade, a relação em (Eq. 2.29) é constante ao longo de um período da fundamental (condutância equivalente), enquanto a relação em (Eq. 2.47) não é.

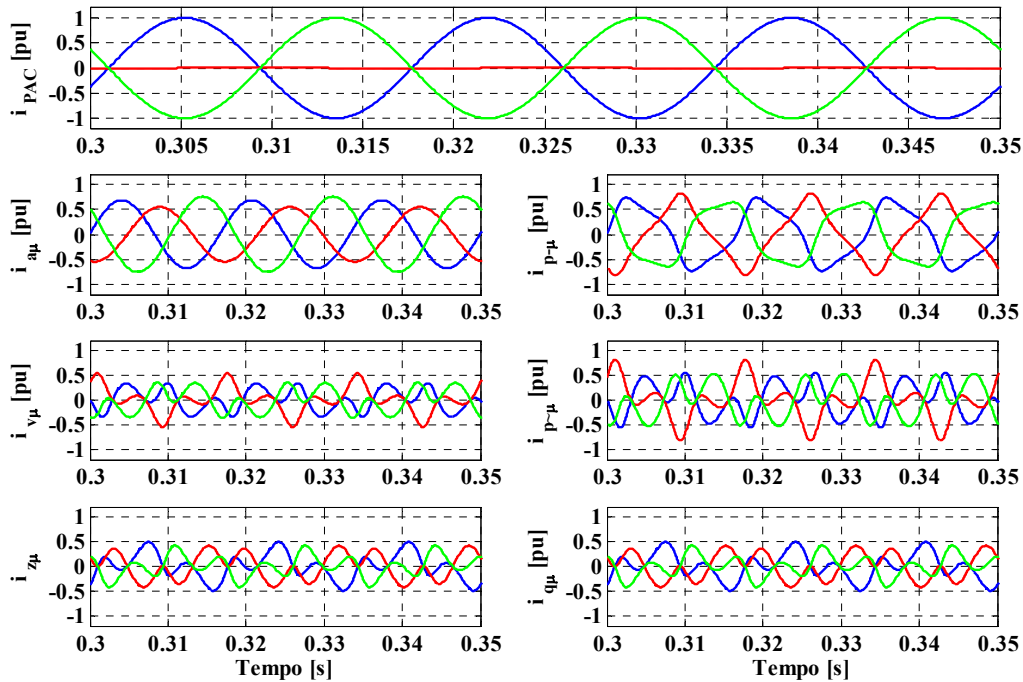


Figura 2.7: Caso II – Decomposição da corrente no PAC: **FBD** (esquerda) e **pq** (direita).

Na Figura 2.8 observa-se que, neste caso, a componente $i_{\bar{p}\mu_{pq}}$ apresenta 3ª harmônica e a componente $i_{\tilde{p}\mu_{pq}}$ apresenta 3ª e 5ª. Portanto, diferentemente do caso anterior, agora a componente ativa total não só apresenta 3ª harmônica, mas também uma 5ª harmônica.

Entretanto, a equivalência entre as **Teorias FBD** e **pq** em tais condições (Figura 2.8), para as componentes $i_{v\mu_{FBD}}$ e $i_{\tilde{p}\mu_{pq}}$, e, $i_{z\mu_{FBD}}$ e $i_{q\mu_{pq}}$ baseia-se apenas no conteúdo harmônico, que desta vez, apresenta 3ª e 5ª harmônicas. Isto significa que, de acordo com estas teorias, algumas componentes não serão senoidais, mesmo na ausência de uma fonte geradora de harmônicas na fonte de alimentação e na carga!

Em [53] e [130], os autores da **Teoria pq** discorrem sobre uma possível interpretação das componentes harmônicas (3 e 5), originadas após a decomposição das correntes originais em suas sub parcelas, como sendo "correntes escondidas", do inglês "*hidden currents*".

Além da análise de corrente dos dois casos que foram apresentados anteriormente, exemplos adicionais podem ser encontrados em outras publicações. Recomenda-se a referência [80] para sistemas trifásicos a três condutores, e as referências [81] e [70] para sistemas trifásicos a quatro condutores.

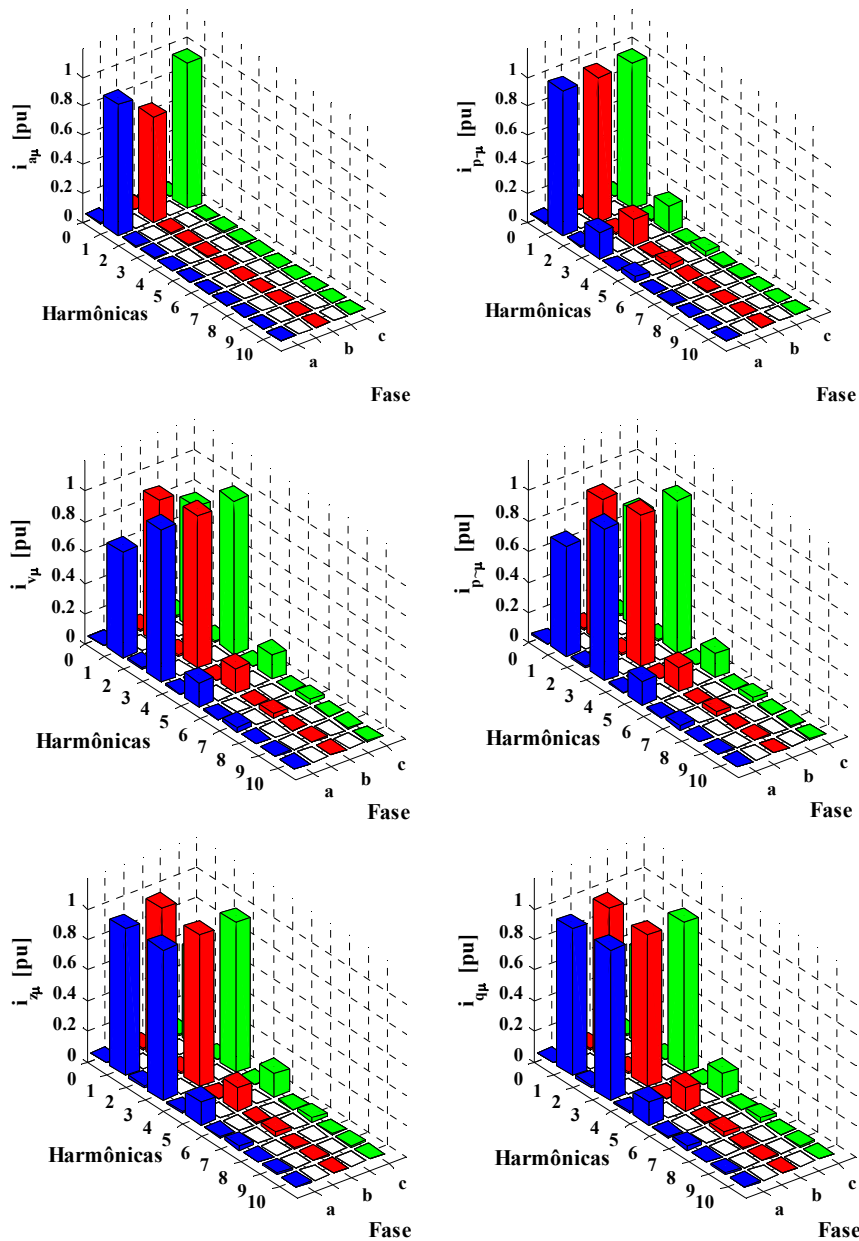


Figura 2.8: Caso II – Espectros das componentes de corrente: *FBD* (esquerda) e *pq* (direita).

Capítulo 3

Teoria de Potência Conservativa

3.1 Introdução

Como discutido no capítulo anterior, a análise e interpretação dos circuitos elétricos em condições não senoidais e/ou assimétricas, bem como os cálculos de potência associados, ainda encontra-se em discussão e diferentes propostas têm sido apresentadas. A teoria de potência conservativa, apresentada em [8,9,10], proporciona uma possível abordagem ao problema. No entanto, foi desenvolvida inicialmente sob o pressuposto de frequência de operação constante, o que pode não ser verdadeiro em redes com geração distribuída e em especial nas microrredes [7]. Além disso, os efeitos de desbalanço da carga e de assimetria de tensão não foram explicitamente representados e quantificados. Assim, o objetivo deste capítulo é apresentar uma versão revisada da teoria de potência conservativa, levando em consideração as questões indicadas e buscando consolidá-la como um marco teórico para lidar com sistemas elétricos em condições gerais de operação.

Na primeira parte deste capítulo, os fundamentos matemáticos são definidos sob a hipótese básica de funcionamento periódico. Um conjunto adequado de variáveis (integrais e derivadas) deve ser definido e suas propriedades são introduzidas. Em seguida, esses conceitos matemáticos são aplicados à análise de circuitos elétricos, com atenção especial nos termos de potência e energia. Termos de potência e energia instantânea são definidos bem como seus correspondentes termos médios. A interpretação e as propriedades de tais termos também serão apontadas.

A partir das definições de potência média e energia reativa média, uma decomposição de corrente é elaborada, mantendo um significado físico unívoco, devido ao relacionamento com termos de potência e energia assim como com a distorção de tensão e/ou corrente. Na sequência, também os conceitos de potência aparente, reativa e residual são derivadas e suas propriedades são esclarecidas.

Buscando a generalização das definições, todos os conceitos e definições são expandidos para uma análise vetorial para que os sistemas polifásicos com e sem condutor de retorno também possam ser tratados. No final do capítulo, alguns exemplos foram escolhidos para análise

comparativa com a teoria clássica⁶ e para desmistificação do cálculo de potência baseado na teoria proposta.

3.2 Definição de operadores matemáticos para quantidades de fase e vetoriais

Para construir uma teoria de potência que permita a análise das redes elétricas sob condição senoidal ou distorcida, assumimos como hipótese básica a operação periódica, ou seja, assumimos que todas as quantidades envolvidas na análise são periódicas.

Assim, considerando um conjunto de quantidades reais, contínuo e periódicas de período T , frequência fundamental $f = 1 / T$ e frequência angular $\omega = 2\pi f$, são definidos os seguintes operadores:

O **valor médio** de uma grandeza $x(t)$ é definido como:

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad (3.1)$$

e sua **norma Euclidiana**, é:

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} = X, \quad (3.2)$$

onde X resulta no valor eficaz da variável x .

O **produto interno**, de duas grandezas periódicas $x(t)$ e $y(t)$ é definido como:

$$\langle x, y \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t) dt. \quad (3.3)$$

No caso do produto interno de $x(t)$ e $y(t)$ resultar igual a zero, tais grandezas serão ditas **ortogonais**, isto é:

$$\langle x, y \rangle = 0. \quad (3.4)$$

A **ortogonalidade** entre duas grandezas, por exemplo, pode se dar:

- Para funções senoidais deslocadas em 90° graus;
- Para componentes harmônicas de ordens diferentes.

e finalmente, aplicando a **desigualdade de Cauchy-Schwartz** para o produto interno temos:

$$\langle x, y \rangle \leq \|x\| \|y\| = XY. \quad (3.5)$$

⁶ Entende-se neste trabalho por teoria clássica aquela onde: a potência ativa é calculada como $P = VI \cos \theta$ (potência ativa), a potência reativa é calculada como $Q = VI \sin \theta$ (potência reativa) e a potência aparente resulta $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$.

Todas as definições dadas acima podem ser facilmente estendidas para **quantidades vetoriais** reais, contínuas e periódicas.

Considerando os vetores \underline{x} e \underline{y} de dimensão “ m ”, definidos como:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_m(t) \end{bmatrix}, \quad \underline{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

assim por exemplo, a **magnitude do vetor** \underline{x} é:

$$|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m x_{\mu}^2}. \quad (3.7)$$

O **valor médio do vetor** \underline{x} é definido como:

$$\bar{\underline{x}} = \frac{1}{T} \int_0^T \underline{x}(t) dt = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_m \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

e, conseqüentemente, a **norma do vetor** \underline{x} é:

$$\|\underline{x}\| = \sqrt{\langle \underline{x}, \underline{x} \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{\mu=1}^m \int_0^T x_{\mu}^2 dt} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m X_{\mu}^2} = \mathbf{X}, \quad (3.9)$$

onde \mathbf{X} é o **valor eficaz coletivo** do vetor \underline{x} e X_{μ} o valor eficaz da variável x_{μ} .

O **produto escalar instantâneo dos vetores** \underline{x} e \underline{y} é definido como:

$$\underline{x} \cdot \underline{y} = \sum_{\mu=1}^m x_{\mu} y_{\mu}, \quad (3.10)$$

e o **produto interno destes dois vetores** é dado por:

$$\langle \underline{x}, \underline{y} \rangle = \sum_{\mu=1}^m \langle x_{\mu}, y_{\mu} \rangle = \sum_{\mu=1}^m \frac{1}{T} \int_0^T x_{\mu}(t) y_{\mu}(t) dt. \quad (3.11)$$

A **ortogonalidade** entre os vetores \underline{x} e \underline{y} dá-se quando:

$$\langle \underline{x}, \underline{y} \rangle = 0, \quad (3.12)$$

e finalmente, também é útil lembrar a desigualdade de **Cauchy-Schwartz** para o produto escalar:

$$\langle \underline{x}, \underline{y} \rangle \leq \|\underline{x}\| \|\underline{y}\| = \mathbf{XY}. \quad (3.13)$$

3.3 Definição e propriedades da integral imparcial e derivada no tempo

Considerando uma variável $x(t)$ com valor médio nulo, ou seja:

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = 0. \quad (3.14)$$

A **integral no tempo** da variável $x(t)$ é:

$$x_f(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau. \quad (3.15)$$

assim, a **integral imparcial** de $x(t)$ é definida como:

$$\hat{x}(t) = x_f(t) - \bar{x}_f, \quad (3.16)$$

onde \bar{x}_f é o valor médio de $x_f(t)$ sobre o período T . O termo imparcial neste caso, indica que a integral não possui valor médio.

A **derivada no tempo** de $x(t)$ é:

$$\check{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}. \quad (3.17)$$

A **integral imparcial** e a **derivada no tempo** apresentam as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} \hat{\hat{x}} &= \check{\check{x}} = x \implies \hat{\check{x}} = \check{\hat{x}} = \underline{x}, \\ \langle x, \check{x} \rangle = \langle x, \hat{x} \rangle &= 0 \implies \langle \underline{x}, \check{\underline{x}} \rangle = \langle \underline{x}, \hat{\underline{x}} \rangle = 0, \\ \langle x, \check{y} \rangle = -\langle \check{x}, y \rangle &\implies \langle \underline{x}, \check{\underline{y}} \rangle = -\langle \check{\underline{x}}, \underline{y} \rangle, \\ \langle x, \hat{y} \rangle = -\langle \hat{x}, y \rangle &\implies \langle \underline{x}, \hat{\underline{y}} \rangle = -\langle \hat{\underline{x}}, \underline{y} \rangle, \\ \langle \check{x}, \hat{y} \rangle = \langle \hat{x}, \check{y} \rangle = -\langle x, y \rangle &\implies \langle \check{\underline{x}}, \hat{\underline{y}} \rangle = \langle \hat{\underline{x}}, \check{\underline{y}} \rangle = -\langle \underline{x}, \underline{y} \rangle. \end{aligned} \quad (3.18)$$

A demonstração das propriedades (Eq. 3.18) pode ser encontrada no Apêndice A. Além disso, considerando a **condição de funções senoidais**:

$$x = \sqrt{2}X \sin(\omega t); \quad y = \sqrt{2}Y \sin(\omega t + \varphi), \quad (3.19)$$

temos:

$$\hat{x} = -\frac{1}{\omega} \sqrt{2}X \cos(\omega t); \quad \hat{y} = -\frac{1}{\omega} \sqrt{2}Y \cos(\omega t + \varphi), \quad (3.20)$$

$$\check{x} = \omega \sqrt{2}X \cos(\omega t); \quad \check{y} = \omega \sqrt{2}Y \cos(\omega t + \varphi), \quad (3.21)$$

por conseguinte pode-se verificar que:

$$\|x\| = \omega\|\hat{x}\| = \frac{1}{\omega}\|\check{x}\| = X, \quad (3.22)$$

$$\omega\hat{x} + \frac{1}{\omega}\check{x} = 0, \quad (3.23)$$

$$x^2 + \omega^2\hat{x}^2 = x^2 + \frac{1}{\omega^2}\check{x}^2 = x^2 - \hat{x}\check{x} = 2X^2, \quad (3.24)$$

$$xy - \hat{x}\check{y} = xy - \check{x}\hat{y} = 2XY\cos\varphi, \quad (3.25)$$

$$\frac{1}{\omega}(\hat{x}y - x\hat{y}) = \omega(x\check{y} - \check{x}y) = 2XY\sin\varphi, \quad (3.26)$$

$$\langle x, y \rangle = XY\cos\varphi, \quad (3.27)$$

$$\langle \hat{x}, y \rangle = \frac{1}{\omega}XY\sin\varphi. \quad (3.28)$$

As equações (3.22) até (3.28) mostram claramente que as propriedades para o caso senoidal são mantidas.

Todas as definições matemáticas acima são úteis para analisar o comportamento de redes elétricas com fontes periódicas, trabalhando tanto em condições senoidais quanto não senoidais, que no caso geral, pode ser completamente descrita a partir das tensões e correntes nos ramos.

3.4 Conservação dos termos de potência e energia

Considerando uma rede Π com L ramificações, o conjunto de tensões $\{v_\ell\}_{\ell=1}^L$ e correntes $\{i_\ell\}_{\ell=1}^L$ é dito consistente com a rede, desde que satisfaça a *lei de tensões de Kirchoff* (LTK) e a *lei de correntes de Kirchoff* (LCK), respectivamente. É fácil mostrar que, se as tensões nos ramos u_ℓ são consistentes com a rede, o mesmo acontece com as quantidades \check{u}_ℓ e \hat{u}_ℓ . Da mesma forma para as correntes nos ramos i_ℓ e suas quantidades relacionadas \check{i}_ℓ e \hat{i}_ℓ . Assim, de acordo com o *Teorema de Tellegen*, pode-se afirmar que cada produto escalar dos termos u_ℓ , \check{u}_ℓ , \hat{u}_ℓ consistentes com a LTK e os termos i_ℓ , \check{i}_ℓ , \hat{i}_ℓ consistentes com a LCK é uma quantidade conservativa (vide Apêndice B). A seguir serão feitas referências a algumas quantidades conservativas que desempenham uma função primordial nesta teoria, denominada *Teoria de Potência Conservativa* (TPC).

3.4.1 Potência instantânea e energia reativa instantânea

No caso geral de uma rede polifásica de “ m ” condutores, considerando \underline{v} e \underline{i} como os vetores da tensão e corrente em um corte genérico, define-se:

A **potência instantânea coletiva** como:

$$p(t) = \underline{v}(t) \cdot \underline{i}(t) = \sum_{\mu=1}^m v_\mu(t)i_\mu(t), \quad (3.29)$$

sendo a **potência instantânea de fase** definida como:

$$p_\mu(t) = v_\mu(t)i_\mu(t). \quad (3.30)$$

Similarmente, a **energia reativa instantânea coletiva** é definida como:

$$w_r(t) = \underline{\hat{v}}(t) \cdot \underline{i}(t) = \sum_{\mu=1}^m \hat{v}_\mu(t)i_\mu(t). \quad (3.31)$$

e a **energia reativa instantânea de fase** é:

$$w_{r\mu}(t) = \hat{u}_\mu(t)i_\mu(t). \quad (3.32)$$

É importante salientar que tanto a potência instantânea e energia reativa instantânea são conservativas e suas unidades são: watts [W] e joules [J], respectivamente.

3.4.2 Potência ativa, energia reativa e seus significados físicos

Sob condição geral periódica (senoidal ou não senoidal) a **potência ativa coletiva** é definida como:

$$P = \langle \underline{v}, \underline{i} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \underline{v} \cdot \underline{i} dt = \frac{1}{T} \sum_{\mu=1}^m \int_0^T v_\mu(t)i_\mu(t) dt = \sum_{\mu=1}^m P_\mu, \quad (3.33)$$

sendo P_μ a **potência ativa de fase** dada por:

$$P_\mu = \langle v_\mu, i_\mu \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v_\mu(t)i_\mu(t) dt. \quad (3.34)$$

P e P_μ representam, os valores médios da potência instantânea. Em condições senoidais e equilibradas conforme a propriedade (Eq. 3.27), as quantidades de fase correspondem à potência ativa usual $VI \cos\varphi$.

Em geral, *a potência ativa representa o fluxo permanente de energia por unidade de tempo através do corte da rede*. Como se sabe, o valor de P não depende da referência de tensão [102]. Além disso, P é uma quantidade conservativa, ou seja, ela é aditiva sobre todas as componentes da rede.

A potência ativa não é suficiente para caracterizar o funcionamento da rede, nem mesmo em caso de circuitos passivos lineares. Oscilações de potência e fluxos de corrente provocados por elementos armazenadores de energia também devem ser levadas em consideração, e sob condições senoidais, este fenômeno é responsável pela potência reativa Q . A expansão do conceito de potência reativa para condição periódica não senoidal tem sido um assunto de discussão durante varias décadas [32,36,40,47,57,59,38,103,77,104]. A teoria de potência conservativa introduz um novo termo chamado energia reativa W_r .

Assim, a **energia reativa coletiva** é definida como:

$$W_r = \langle \underline{\hat{v}}, \underline{i} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \underline{\hat{v}} \cdot \underline{i} dt = \frac{1}{T} \sum_{\mu=1}^m \int_0^T \hat{v}_\mu(t)i_\mu(t) dt = \sum_{\mu=1}^m W_{r\mu}, \quad (3.35)$$

e a **energia reativa de fase** é:

$$W_{r\mu} = \langle \hat{v}_\mu(t), i_\mu(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{v}_\mu(t) i_\mu(t) dt, \quad (3.36)$$

W_r e $W_{r\mu}$ representam o valor médio dos termos instantâneos da energia reativa e são conservativos. Isto, em geral, não é válido para a potência reativa (Q), como será demonstrado nos próximos itens.

Sob condição senoidal, conforme a propriedade (Eq.3.28), as quantidades de fase são dadas por:

$$\omega W_r = V I \sin \varphi = Q, \quad (3.37)$$

onde Q é a potência reativa usual, que é conservativa apenas nesta condição (senoidal).

Todos os termos definidos acima, ou seja, potência instantânea p , potência ativa P , energia reativa instantânea w_r e energia reativa W_r são quantidades conservativas, independentemente da forma de onda das tensões e correntes. Além disso, são independentes da tensão de referência e, em condição senoidal e equilibrada, mantém um valor constante em cada instante de tempo, ou seja, $p(t) = P$, $w_r(t) = W_r \forall t$.

3.4.3 Associação dos termos de potência em redes passivas lineares

Nos componentes básicos passivos, vale a pena analisar as definições de potência ativa (Eq. 3.34) e energia reativa (Eq. 3.36), considerando as propriedades (Eq. 3.18).

a) Resistência (R)

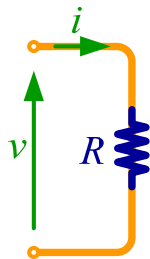


Figura 3.1: Bipolo resistivo.

A equação básica para o bipolo é:

$$\begin{aligned} v &= Ri \Leftrightarrow i = Gv, \\ \hat{v} &= R\hat{i} \Leftrightarrow \hat{i} = G\hat{v}; \text{ com } G = \frac{1}{R}, \\ \check{v} &= R\check{i} \Leftrightarrow \check{i} = G\check{v}, \end{aligned}$$

onde R é a resistência e G a condutância do bipolo, que é constante sob o pressuposto de linearidade.

A potência ativa calculada mediante (Eq. 3.34) é:

$$P_R = \langle v, i \rangle = \langle Ri, i \rangle = R \langle i, i \rangle = R \underbrace{\|i\|^2}_{I^2} = G \underbrace{\|v\|^2}_{V^2}, \quad (3.38)$$

e sua energia reativa conforme (Eq. 3.36) resulta:

$$W_{rR} = \langle \hat{v}, \hat{i} \rangle = \langle R\hat{i}, \hat{i} \rangle = R \langle \hat{i}, \hat{i} \rangle = 0. \quad (3.39)$$

A equação (3.39) mostra que, a energia reativa é zero para qualquer resistência. Isto é devido às propriedades da integral imparcial e derivada no tempo. Além disso, a potência ativa é exatamente a mesma expressão que na suposição senoidal.

b) Indutância (L)

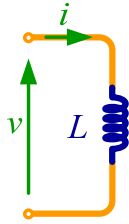


Figura 3.2: Bipolo indutivo.

Neste caso a potência ativa é:

$$P_L = \langle v, i \rangle = \langle L\dot{i}, i \rangle = L\langle \dot{i}, i \rangle = 0, \quad (3.40)$$

e para a energia reativa temos:

$$W_{rL} = \langle \hat{v}, i \rangle = \langle Li, i \rangle = L \underbrace{\|i\|^2}_{I^2}. \quad (3.41)$$

Note-se que, quando:

$$\varepsilon_L(t) = \frac{1}{2}Li^2(t), \quad (3.42)$$

é a energia instantânea armazenada em um indutor, seu valor médio é dado por:

$$\bar{\varepsilon}_L = E_L = \frac{1}{T} \int_0^T \varepsilon_L(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2}Li^2(t) dt = \frac{1}{2}L \underbrace{\|i\|^2}_{I^2} = \frac{W_{rL}}{2}. \quad (3.43)$$

A equação (3.43) mostra que a energia reativa está relacionada com a energia média do indutor. Além disso, a potência ativa é zero para qualquer indutor devido às propriedades da integral imparcial e a derivada no tempo.

c) Capacitância (C)

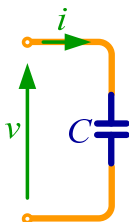


Figura 3.3: Bipolo capacitivo.

A potência ativa resulta:

$$P_C = \langle v, i \rangle = \langle v, C\dot{v} \rangle = C\langle v, \dot{v} \rangle = 0, \quad (3.44)$$

e sua energia reativa é:

$$W_{rC} = \langle \hat{v}, i \rangle = \langle \hat{v}, C\dot{v} \rangle = C\langle \hat{v}, \dot{v} \rangle = -C\|v\|^2. \quad (3.45)$$

Observe-se que, quando:

As equações básicas para o bipolo são:

$$v = L \frac{di}{dt} = L\dot{i} \Leftrightarrow i = \frac{\hat{v}}{L},$$

onde L é a indutância do bipolo, que é constante sob o pressuposto de linearidade.

As equações básicas para o bipolo são:

$$i = C \frac{dv}{dt} = C\dot{v} \Leftrightarrow v = \frac{\hat{i}}{C},$$

onde C é a capacitância do bipolo, que é constante sob o pressuposto de linearidade.

$$\varepsilon_c(t) = \frac{1}{2} C v^2(t), \quad (3.46)$$

é a energia instantânea armazenada em um capacitor, seu valor médio é dado por:

$$\bar{\varepsilon}_c(t) = E_c = \frac{1}{T} \int_0^T \varepsilon_c(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} C v^2(t) dt = \frac{1}{2} C \|v\|^2 = -\frac{W_{rc}}{2}. \quad (3.47)$$

Também neste caso, (Eq. 3.47) mostra que a energia reativa está relacionada à energia média do capacitor e a potência ativa é zero para qualquer capacitor, devido às propriedades da integral imparcial e a derivada no tempo.

Em conclusão, foi demonstrado que um resistor puro absorve somente potência ativa, e não tem consumo de energia reativa. Ao contrário, indutores e capacitores não consomem potência ativa, mas absorvem energia reativa. Além disso, *independentemente da forma da onda de tensão e corrente, a energia reativa W_{rL} tomada por um indutor é o dobro do valor da energia média $\bar{\varepsilon}_L$ armazenada nele*. O mesmo acontece para um capacitor, mas com sinal oposto.

3.4.4 Potência ativa e energia reativa absorvida em uma rede linear passiva

Para obter uma visão completa do significado físico da potência ativa e da energia reativa, podemos considerar um sistema linear passivo, incluindo L ramos, com N resistores, M indutores e K capacitores, como mostrado na Figura 3.4. A partir das considerações anteriores e as propriedades de conservação, podemos calcular a absorção total, simplesmente adicionando a potência absorvida por cada bipolo da rede.

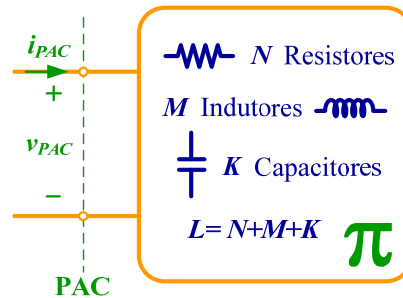


Figura 3.4: Representação geral de uma rede passiva linear π .

Assim, para a potência ativa temos:

$$P = \sum_{\ell=1}^L \langle v_{\ell}, i_{\ell} \rangle = \sum_{n=1}^N P_{Rn} = P_{R_{tot}}, \quad (3.48)$$

e quanto à energia reativa resulta:

$$\begin{aligned} W_r &= \sum_{\ell=1}^L \langle \hat{v}_{\ell}, i_{\ell} \rangle = \sum_{m=1}^M W_{rLm} + \sum_{k=1}^K W_{rCk} = 2 \left(\sum_{m=1}^M E_{Lm} - \sum_{k=1}^K E_{Ck} \right) \\ &= 2(E_{L_{tot}} - E_{C_{tot}}). \end{aligned} \quad (3.49)$$

De fato, apenas os resistores absorvem potência ativa, enquanto a energia reativa é devida a todos os elementos armazenadores de energia.

É muito importante ressaltar que a energia reativa média total (W_r) é proporcional à diferença entre a energia média total indutiva ($E_{L_{tot}}$) e energia total média capacitiva ($E_{C_{tot}}$) na rede. Isto relaciona diretamente a absorção da energia reativa com a energia média armazenada na rede. Também é importante ressaltar que os termos $E_{L_{tot}}$ e $E_{C_{tot}}$ são simplesmente calculados pela adição das quantidades de energia média armazenada em cada indutor ou capacitor da rede, respectivamente.

A equação (3.49) é relevante para a análise da compensação reativa, por meio de reatores controlados ou capacitores, uma vez que definem a quantidade de energia indutiva ou capacitiva, que deve ser armazenada nos equipamentos de compensação, a fim de compensar a energia reativa absorvida pelas cargas. Este tipo de informação tem uma aplicação muito mais ampla, no sentido de que não se limita às redes lineares e passivas. *Seja qual for a origem da energia reativa, incluindo cargas ativas e cargas não lineares, ela sempre pode ser compensada por meio de elementos reativos com capacidade adequada de armazenamento de energia.*

Além disso, uma vez que a energia reativa de componentes indutivos é positiva e que os componentes capacitivos são negativos, as técnicas de compensação com base em elementos reativos controláveis de sinal contrário (por exemplo, o circuito de compensação de *Steinmetz* para carga desbalanceada) podem ser aplicadas também em condições não senoidais.

Destaca-se que a energia reativa não é apenas associada a elementos armazenadores de energia, também pode ser associada à defaseagem de corrente, provocada, por exemplo, por circuitos eletrônicos tiristorizados com carga resistiva.

3.5 Definição de termos de corrente e potência em circuitos monofásicos

As definições anteriores de potência ativa e energia reativa são as bases para uma decomposição de corrente, em que todos os termos de corrente mantêm um significado físico específico. Assim, em operação periódica (senoidal ou não) cada corrente na rede genérica pode ser decomposta em três componentes: ativa, reativa e residual (nula).

3.5.1 Corrente ativa

A corrente ativa i_a é definida como a corrente mínima, ou seja, a corrente com norma mínima, necessária para transportar potência ativa (P), através de uma rede e pode ser expressa como:

$$i_a = \frac{\langle v, i \rangle}{\|v\|^2} v = \frac{P}{V^2} v = G_e v, \quad (3.50)$$

onde G_e é a condutância equivalente [ohm^{-1}] e $V = \|v\|$ é o valor da norma ou valor eficaz da tensão. Aplicando a definição de produto interno (Eq. 3.3) e as propriedades (Eq. 3.18) temos:

$$P_a = \langle v, i_a \rangle = G_e \langle v, v \rangle = G_e \|v\|^2 = G_e V^2 = P, \quad (3.51)$$

$$\|i_a\| = I_a = \frac{P}{V},$$

$$W_{ra} = \langle \hat{v}, i_a \rangle = G_e \langle \hat{v}, v \rangle = 0, \quad (3.52)$$

com $I_a = \|i_a\|$ sendo o valor eficaz da corrente ativa. Observe-se que, a corrente ativa transporta toda a potência ativa (total) e zero de energia reativa. A definição de (Eq. 3.50) coincide com a corrente ativa definida por Fryze (Eq. 2.11) [40].

3.5.2 Corrente reativa

A corrente reativa i_r é definida como a corrente mínima, ou seja, a corrente com norma mínima necessária para transportar energia reativa através de uma rede é definida como:

$$i_r = \frac{\langle \hat{v}, i \rangle}{\|\hat{v}\|^2} \hat{v} = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v} \quad (3.53)$$

onde $\hat{V} = \|\hat{v}\|$ é o valor eficaz (norma) da integral imparcial da tensão.

É interessante analisar a origem de i_r quanto ao comportamento indutivo ou capacitivo do circuito:

- 1) Se o valor de W_r resulta positivo ($sign(W_r) = +$), a energia reativa é devido a elementos indutivos, assim temos:

$$\mathcal{B}_e = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \quad (3.54)$$

onde \mathcal{B}_e é a reatidade equivalente [henry⁻¹]⁷.

- 2) Se o valor de W_r resulta negativo ($sign(W_r) = -$), a energia reativa é devido a elementos capacitivos, e a capacitância equivalente [faraday], pode ser obtida diretamente de (Eq. 3.45):

$$C_e = \frac{|W_r|}{V^2} \quad (3.55)$$

Similarmente a condição de corrente ativa, aplicando-se a definição de produto interno (Eq. 3.3) e as propriedades (Eq. 3.18) temos:

$$\begin{aligned} W_{rL} &= \langle \hat{v}, i_r \rangle = \mathcal{B}_e \langle \hat{v}, \hat{v} \rangle = \mathcal{B}_e \|\hat{v}\|^2 = \mathcal{B}_e \hat{V}^2 = W_r, \\ W_{rC} &= \langle \hat{v}, i_r \rangle = C_e \frac{V^2}{\hat{V}^2} \langle \hat{v}, \hat{v} \rangle = C_e \frac{V^2}{\hat{V}^2} \|\hat{v}\|^2 = C_e V^2 = |W_r|, \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\|i_r\| = I_r = \frac{W_r}{\hat{V}},$$

$$P_L = \langle v, i_r \rangle = \mathcal{B}_e \langle v, \hat{v} \rangle = 0, \quad (3.57)$$

⁷ Note-se que o termo \mathcal{B} não é chamado de susceptância, uma vez que este termo representa a parte imaginária da admitância (inversa da reatância) e sim de **reatividade** que é o inverso da indutância, daí a unidade [henry]⁻¹. No caso de condição senoidal temos:

$$\mathcal{B} = \frac{W_f}{\hat{V}^2} = \omega \frac{Q_f}{V_f^2} = \omega B$$

onde \mathcal{B} é reatidade e B é susceptância.

Assim, a susceptância para os bipolos indutivo e capacitivo são:

$$B_L = \frac{\mathcal{B}}{\omega} = \frac{1}{\omega L} [\Omega^{-1} \text{ ou } S], \quad \mathcal{B}_L = \frac{1}{L} [H^{-1}] \text{ e } L = \frac{1}{\mathcal{B}_L} [H]$$

$$B_C = \frac{\mathcal{B}}{\omega} = \omega C [\Omega^{-1} \text{ ou } S], \quad \mathcal{B}_C = \omega^2 C \left[\frac{\text{rad}^2}{s^2} F \right] \text{ e } C = \frac{\mathcal{B}_C}{\omega^2} [F]$$

$$P_C = \langle v, i_r \rangle = C_e \frac{V^2}{\hat{v}^2} \langle v, \hat{v} \rangle = 0,$$

com $I_r = \|i_r\|$ sendo o valor eficaz da corrente reativa. Note-se que, a corrente reativa transporta toda a energia reativa (total) e nada de potência ativa (zero).

Como foi demonstrado, tanto a reatividade equivalente quanto à capacitância equivalente não produz potência ativa. Além disso, como energia reativa é proporcional à diferença entre a energia média total indutiva e a energia total média capacitiva (Eq. 3.49) uma compensa a outra, assim para desenvolvimento e análise das seguintes etapas da teoria de potência conservativa será utilizada apenas a reatividade equivalente como parâmetro associado à energia reativa.

3.5.3 Corrente residual (nula)

O termo i_v representa a componente de corrente residual, e é definida por:

$$i_v = i - i_a - i_r. \quad (3.58)$$

A corrente residual não transporta potência ativa nem energia reativa. De fato, os produtos internos resultam zero:

$$\begin{aligned} P_v &= \langle v, i_v \rangle = \langle v, i - i_a - i_r \rangle = \langle v, i \rangle - \langle v, i_a \rangle - \langle v, i_r \rangle = P - P_a - \underbrace{P_r}_0 = 0, \\ W_{rv} &= \langle \hat{v}, i_v \rangle = \langle \hat{v}, i - i_a - i_r \rangle = \langle \hat{v}, i \rangle - \langle \hat{v}, i_a \rangle - \langle \hat{v}, i_r \rangle = W_r - \underbrace{W_{ra}}_0 - W_{rL} = 0. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Para melhor entendimento, o significado físico da corrente residual (nula) pode ser analisado no domínio da frequência, ou seja, pela decomposição em séries de Fourier.

Seja $\{K_i\}$ o conjunto dos índices correspondentes aos harmônicos existentes na corrente e $\{K_v\}$ o conjunto de harmônicos da tensão, temos:

$$i(t) = \sum_{k \in \{K_i\}} i_k(t) = \sum_{k \in \{K_i\}} \sqrt{2} I_k \text{sen}(k\omega t + \beta_k), \quad (3.60)$$

$$v(t) = \sum_{k \in \{K_v\}} v_k(t) = \sum_{k \in \{K_v\}} \sqrt{2} V_k \text{sen}(k\omega t + \alpha_k). \quad (3.61)$$

A integral imparcial da tensão é:

$$\hat{v}(t) = \sum_{k \in \{K_v\}} \hat{v}_k(t) = - \sum_{k \in \{K_v\}} \frac{\sqrt{2}}{\omega k} V_k \cos(k\omega t + \alpha_k), \quad (3.62)$$

o seu valor eficaz resulta:

$$\hat{v}^2 = \sum_{k \in \{K_v\}} \hat{v}_k^2 = \sum_{k \in \{K_v\}} \frac{V_k^2}{\omega^2 k^2}, \quad (3.63)$$

e considerando apenas uma única harmônica temos:

$$\hat{V}_k = \frac{V_k}{\omega k}, \quad (3.64)$$

onde V_k e \hat{V}_k representam o valor eficaz (norma) da k -ésima harmônica da tensão e integral parcial da tensão, respectivamente.

Agora definimos $\{K\}$ como conjunto de harmônicas comuns, ou seja, $K = \{K_i \cap K_v\}$, assim podemos escrever:

$$i(t) = \sum_{k \in \{K\}} i_k(t) + \sum_{k \in \{K_i - K\}} i_k(t) = i_h + i_g, \quad (3.65)$$

onde, i_h inclui todos os harmônicos de corrente coexistentes com as harmônicas de tensão, enquanto i_g são as harmônicas que existem só na corrente e não na tensão, ou seja, são as harmônicas geradas na carga, e as quais representam as não linearidades da carga.

Assim, para cada componente harmônica de i_h , pode-se definir a correspondente corrente ativa e reativa como:

$$i_{ak} = \frac{\langle v, i_k \rangle}{\|v_k\|^2} v_k = \frac{P_k}{V_k^2} v_k = G_k v_k, \quad (3.66)$$

$$i_{rk} = \frac{\langle \hat{v}_k, i_k \rangle}{\|\hat{v}_k\|^2} \hat{v}_k = \frac{\omega^2 k^2 W_{rk}}{V_k^2} \hat{v}_k = B_k \hat{v}_k, \quad (3.67)$$

assumindo, $\varphi_k = \alpha_k - \beta_k$, encontramos:

$$P_k = V_k I_k \cos \varphi_k = G_k V_k^2 \Rightarrow G_k = \frac{I_k}{V_k} \cos \varphi_k, \quad (3.68)$$

$$W_{rk} = \frac{1}{\omega k} V_k I_k \sin \varphi_k = \frac{V_k^2 B_k}{\omega^2 k^2} \Rightarrow B_k = \frac{\omega k I_k}{V_k} \sin \varphi_k. \quad (3.69)$$

A potência ativa total e a energia reativa total são dadas pela soma da potência ativa e energia reativa, que estão associadas a cada única harmônica, assim:

$$\sum_{k \in \{K\}} P_k = P, \quad (3.70)$$

$$\sum_{k \in \{K\}} W_{rk} = W_r. \quad (3.71)$$

Podemos então decompor a corrente total como segue:

$$i = \sum_{k \in \{K\}} (i_{ak} + i_{rk}) + \sum_{k \in \{K_i - K\}} i_g = i_{ah} + i_{rh} + i_g, \quad (3.72)$$

onde i_{ah} é a *corrente harmônica ativa total* e i_{rh} é a *corrente harmônica reativa total*. Estes termos de corrente, podem não coincidir com as definições de corrente ativa i_a e reativa i_r dadas

em (Eq. 3.50 e Eq. 3.53) respectivamente, pois como demonstrado no Apêndice C, $\|i_a\| \leq \|i_{ah}\|$ e $\|i_r\| \leq \|i_{rh}\|$. Portanto, podem ser definidos os termos de correntes dispersas.

a) Corrente ativa dispersa

$$i_{as} = i_{ah} - i_a = \sum_{k \in \{K\}} \frac{P_k}{V_k^2} v_k - \frac{P}{V^2} v = \sum_{k \in \{K\}} (G_k - G_e) v_k. \quad (3.73)$$

Aplicando a definição de produto interno (Eq. 3.3) e as propriedades (Eq. 3.18) temos:

$$\begin{aligned} P_{ah} &= \langle v, i_{ah} \rangle = \sum_{k \in \{K\}} \langle v, i_{ak} \rangle = \sum_{k \in \{K\}} P_k = P_a = P, \\ W_{rah} &= \langle \hat{v}, i_{ah} \rangle = \sum_{k \in \{K\}} \langle \hat{v}, i_{ak} \rangle = \sum_{k \in \{K\}} G_k \langle \hat{v}, v_k \rangle = 0, \\ P_a^s &= \langle v, i_{as} \rangle = \langle v, i_{ah} - i_a \rangle = \langle v, i_{ah} \rangle - \langle v, i_a \rangle = P_{ha} - P_a = 0, \\ W_{ra}^s &= \langle \hat{v}, i_{as} \rangle = \langle \hat{v}, i_{ah} - i_a \rangle = \underbrace{\langle \hat{v}, i_{ah} \rangle}_{W_{rah}} - \underbrace{\langle \hat{v}, i_a \rangle}_{W_{ra}} = 0 - 0 = 0. \end{aligned} \quad (3.74)$$

Observe-se que, a potência ativa total é exclusivamente devida a corrente ativa harmônica e não gera energia reativa harmônica, diferentemente da componente ativa dispersa (i_{as}) que não gera potência ativa, nem energia reativa.

E, de (Eq. 3.73) temos:

$$I_{as} = \|i_{as}\| = \sqrt{\sum_{k \in \{K\}} (G_k - G_e)^2 V_k^2}, \quad (3.75)$$

com $I_{as} = \|i_{as}\|$, sendo o valor eficaz (norma) da corrente ativa dispersa.

b) Corrente reativa dispersa

$$i_{rs} = i_{rh} - i_r = \sum_{k \in \{K\}} \frac{W_{rrk}}{\hat{V}_k^2} \hat{v}_k - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v} = \sum_{k \in \{K\}} (\mathcal{B}_k - \mathcal{B}_e) \hat{v}_k. \quad (3.76)$$

Aplicando a definição de produto interno (Eq. 3.3) e as propriedades (Eq. 3.18) temos:

$$\begin{aligned} P_{rh} &= \langle v, i_{rh} \rangle = \sum_{k \in \{K\}} \langle v, i_{rk} \rangle = \sum_{k \in \{K\}} \mathcal{B}_k \langle v, \hat{v}_k \rangle = 0, \\ W_{rrh} &= \langle \hat{v}, i_{rh} \rangle = \sum_{k \in \{K\}} \langle \hat{v}, i_{rk} \rangle = \sum_{k \in \{K\}} W_{rk} = W_{rr} = W_r, \\ P_r^s &= \langle v, i_{rs} \rangle = \langle v, i_{rh} - i_r \rangle = \underbrace{\langle v, i_{rh} \rangle}_{P_{rh}} - \underbrace{\langle v, i_r \rangle}_{P_r} = 0 - 0 = 0, \\ W_{rr}^s &= \langle \hat{v}, i_{rs} \rangle = \langle \hat{v}, i_{rh} - i_r \rangle = \langle \hat{v}, i_{rh} \rangle - \langle \hat{v}, i_r \rangle = W_{rrh} - W_{rr} = 0, \end{aligned} \quad (3.77)$$

Observe-se que, a energia reativa total é exclusivamente devida a corrente reativa harmônica e não gera potência ativa harmônica, diferentemente que a componente reativa dispersa (i_{rs}) que não gera nem potência ativa nem energia reativa.

E, a partir de (Eq. 3.76) temos:

$$I_{rs} = \|i_{rs}\| = \sqrt{\sum_{k \in \{K\}} (\mathcal{B}_k - \mathcal{B}_e)^2 \hat{V}_k^2}, \quad (3.78)$$

com $I_{rs} = \|i_{rs}\|$, sendo os valores eficaz (norma) da corrente reativa dispersa.

Quanto ao seu significado físico, a corrente residual (nula) leva em conta termos de correntes dispersas (i_{as} e i_{rs}) que são devidas aos diferentes comportamentos que a condutância e a reatidade apresentam em diferentes frequências (em função, por exemplo, de fenômeno como o efeito Skin). Em outras palavras, os termos i_{as} e i_{rs} se devem ao fato de que, em geral, $G_k \neq G_e$ e $\mathcal{B}_k \neq \mathcal{B}_e$.

Substituindo (Eq. 3.73) e (Eq. 3.76) em (Eq. 3.72), temos:

$$i = i_a + i_r + i_{as} + i_{rs} + i_g. \quad (3.79)$$

Observe-se também, a partir de (Eq. 3.58) a corrente residual (nula) pode ser decomposta em:

$$i_v = i_{as} + i_{rs} + i_g, \quad (3.80)$$

e, finalmente, o termo auto-gerado (i_g), pode ser obtido da equação anterior e nomeada como:

c) Corrente harmônica gerada pela carga

$$i_g = i_v - i_{as} - i_{rs}, \quad (3.81)$$

Como mostrado, quanto a seu significado físico, a corrente harmônica gerada é devida aos termos harmônicos que existem apenas na corrente e não na tensão, ou seja, são as harmônicas geradas que representam as não linearidades da carga. É importante ressaltar que a abordagem no domínio da frequência foi usada somente para esclarecer o significado físico da corrente residual (nula), mas não é necessário nem para o desenvolvimento da teoria, nem para a elaboração de estratégias de compensação ou monitoração, como será mostrado nos próximos capítulos. Assim, a abordagem teórica apresentada pode ser inteiramente desenvolvida no domínio do tempo. Também vale a pena destacar que, tanto a definição dos termos ativa e reativa dispersas quanto a corrente harmônica gerada são similares às propostas por *Czarneck* em seus artigos sobre termos de potência e corrente sob condições não senoidais [61,105].

3.6 Ortogonalidade e decomposição completa da corrente em circuitos monofásicos

Como mostrado no Apêndice D, todas as parcelas de corrente, que foram definidas anteriormente são ortogonais entre si, ou seja:

$$I^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_v^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_{as}^2 + I_{rs}^2 + I_g^2 \quad (3.82)$$

com $I = \|i\|$, $I_a = \|i_a\|$, etc, sendo o valor eficaz (norma) das diferentes componentes de corrente. Assim, para uma condição geral, a corrente total pode ser decomposta em:

- Corrente ativa (i_a): conversão constante de energia útil;
- Corrente reativa (i_r): relacionada ao deslocamento de fase entre tensão e corrente, seja este provocado pela presença de elementos armazenadores de energia (indutores e capacitores) ou pela presença de circuitos eletrônicos defasadores da corrente;
- Corrente dispersa ($i_s = i_{as} + i_{rs}$): diferentes valores de condutância e reatividade em diferentes frequências;
- Corrente harmônica gerada pela carga (i_g): não linearidades da carga (harmônicos que não existem no espectro de tensão).

De acordo com a decomposição da corrente acima, qualquer carga genérica, como a mostrada na Figura 3.5a pode ser representada pela Figura 3.5b, por meio de uma condutância equivalente G_e e reatividade equivalente B_e ; uma condutância variável $\Delta G_k = G_k - G_e$ e reatividade variável $\Delta B_k = B_k - B_e$, e um gerador de corrente (j), que representa a corrente harmônica gerada pela carga.

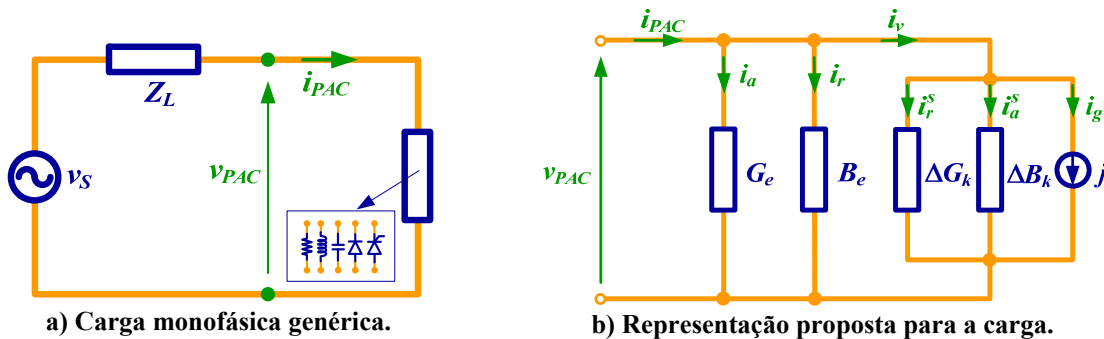


Figura 3.5: Decomposição da corrente da carga para circuitos monofásicos.

3.7 Potência aparente e suas componentes em circuitos monofásicos

Dos termos de corrente acima definidos, uma nova decomposição de potência pode ser obtida, que é válida para condições gerais, ou seja, para *condições senoidal e não senoidal*, e tem a propriedade que todos os termos de potência possuem uma associação direta com um fenômeno físico distinto. Além disso, a análise da variação da frequência se torna possível.

Quando a carga tem a potência ativa P especificada com a equação (Eq. 3.34), o valor eficaz (norma) da tensão da fonte de alimentação é, segundo a equação (Eq. 3.2), igual a:

$$V = \sqrt{\langle v, v \rangle} = \frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} V_k^2}, \quad (3.83)$$

e o valor eficaz (norma) da corrente da fonte é igual a:

$$I = \sqrt{\langle i, i \rangle} = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_k^2}. \quad (3.84)$$

Antes de definir os termos de potência, vamos primeiro analisar o valor eficaz (norma) da integral imparcial da tensão. De (Eq. 3.64) podemos escrever:

$$\hat{V} = \sqrt{\langle \hat{v}, \hat{v} \rangle} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{v}^2 dt = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \hat{V}_k^2} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{V_k^2}{\omega^2 k^2}} \quad (3.85)$$

Dividindo (Eq. 3.83) por (Eq. 3.85), temos:

$$\begin{aligned} \frac{V}{\hat{V}} &= \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} V_k^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \hat{V}_k^2}} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} V_k^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{V_k^2}{\omega^2 k^2}}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\sum_{k=2}^{\infty} V_k^2}{V_1^2}}}{\frac{1}{\omega} \sqrt{1 + \frac{\sum_{k=2}^{\infty} \frac{V_k^2}{k^2}}{V_1^2}}} \\ &= \omega \sqrt{\frac{1 + DHT_V^2}{1 + DHT_{\hat{V}}^2}} \end{aligned} \quad (3.86)$$

onde ω é a frequência angular, DHT_V é a distorção harmônica total e $DHT_{\hat{V}}$ é o fator de distorção harmônica total ponderado da tensão.

Agora definimos o fator de distorção de tensão como sendo:

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{1 + DHT_V^2}{1 + DHT_{\hat{V}}^2}} - 1, \quad (3.87)$$

de (Eq. 3.84) e (Eq. 3.85) temos:

$$\frac{V}{\hat{V}} = \omega(1 + \sigma_V). \quad (3.88)$$

Uma vez que $THD_V^2 > THD_{\hat{V}}^2$, o fator de distorção da tensão é sempre maior que zero ($\sigma_V \geq 0$). De (Eq. 3.88) observa-se que a norma da integral imparcial da tensão também é influenciada pela variação de frequência.

Se a fonte de alimentação tem de fornecer um valor eficaz de tensão $V = \|v\|$ e a carga gera uma corrente eficaz $I = \|i\|$, independentemente da potência ativa P da carga, esses dois valores eficazes influenciam a potência da fonte de alimentação e as perdas de potência de forma independente um do outro. Portanto, a potência da fonte de alimentação é caracterizada pelo produto dos valores eficazes de tensão e corrente e é capaz de fornecer, a denominada, **potência aparente**. Ou seja:

$$\|v\| \|i\| = VI = A. \quad (3.89)$$

Esta não é uma grandeza física, mas sim matemática. O adjetivo aparente enfatiza a natureza fictícia desta potência. Não há nenhum fenômeno físico relacionado diretamente com a

potência aparente. Além disso, é um termo não conservativo que é relevante apenas para analisar e/ou dimensionar um circuito ou uma rede elétrica.

Assim, de (Eq. 3.89) e (Eq. 3.82), a potência aparente pode ser decomposta em relação aos vários termos de corrente da seguinte forma:

$$A^2 = V^2 I^2 = V^2 I_a^2 + V^2 I_r^2 + V^2 I_{as}^2 + V^2 I_{rs}^2 + V^2 I_g^2. \quad (3.90)$$

Finalmente, a potência aparente pode ser correspondentemente decomposta em:

$$A^2 = P^2 + Q^2 + D_a^2 + D_r^2 + D_g^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad (3.91)$$

onde:

P : Potência ativa [W]

Q : Potência reativa [VA]

D : Potência residual (nula) [VA]

D_a : Potência ativa dispersa [VA]

D_r : Potência reativa dispersa [VA]

D_g : Potência harmônica gerada [VA]

A : Potência aparente [VA]

3.7.1 Potência ativa

Um consenso importante que deveria ser mantido é a definição de potência ativa, que também pode ser dada por:

$$P = VI_a = G_e V^2. \quad (3.92)$$

Note-se que toda a potência ativa é devido à corrente ativa.

3.7.2 Potência reativa

A potência reativa é igual a:

$$Q = VI_r = V \frac{W_r}{\hat{V}} = \omega W_r (1 + \sigma_V), \quad (3.93)$$

agora, fazendo ω_n a frequência nominal de linha, podemos escrever:

$$Q = \omega_n W_r \frac{\omega}{\omega_n} (1 + \sigma_V) = \omega_n W_r \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_n} \right) (1 + \sigma_V). \quad (3.94)$$

Na equação acima $\Delta\omega = \omega - \omega_n$ pode ser positivo ou negativo e mostra que, ao contrário da energia reativa W , a potência reativa Q não é conservativa. O termo Q é afetado pela distorção de tensão (representado pelo fator σ_V , que é próximo de zero se a distorção da tensão for limitada) e pela variação da frequência de linha (representada pelo fator $\Delta\omega/\omega_n$, que normalmente é pequeno para redes tradicionais, mas pode ser não desprezível para redes com geração distribuída, principalmente as micro redes).

3.7.3 Potência residual (nula)

Este termo é chamado de potência residual (nula), uma vez que, a corrente que o gera é uma componente de corrente que não transporta nem potência ativa, nem energia reativa. Portanto este termo de potência não deve ser confundido com a(s) chamada(s) potência de distorção, comumente encontradas na literatura. A potência residual é dada por:

$$D = VI_v, \quad (3.95)$$

Observe-se que esta potência está presente somente na absorção de corrente residual (nula) na rede considerada, ou seja, na presença de não linearidade entre as ondas da tensão e corrente e/ou variações dos parâmetros passivos (G e \mathcal{B}) do circuito com a frequência (dispersão).

a) Potência ativa dispersa

A potência ativa dispersa é dada por:

$$D_a = VI_{as} = \sqrt{V^2 \sum_{k \in \{K\}} (G_k - G_e)^2 V_k^2}, \quad (3.96)$$

uma vez que D_a é afetado pelas tensões harmônicas que são comuns com as correntes (V_k^2 , com $k \in \{K\}$ e da tensão total ($V^2 = V_1^2 + V_k^2$, com $k = 2, 3, \dots, \infty$). Em qualquer caso, D_a desaparece se a tensão é senoidal. De fato:

$$V_k^2 = 0 \Rightarrow D_a = 0. \quad (3.97)$$

b) Potência reativa dispersa

A potência reativa dispersa é dada por:

$$D_r = VI_{rs} = \omega_r \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_r}\right) (1 + \sigma_v) \sqrt{\hat{V}^2 \sum_{k \in \{K\}} (\mathcal{B}_k - \mathcal{B}_e)^2 \hat{V}_k^2}, \quad (3.98)$$

da mesma forma que o termo D_a , o termo D_r desaparece se a tensão é senoidal. De fato:

$$\hat{V}_k^2 = 0 \Rightarrow D_r = 0 \quad (3.99)$$

c) Potência harmônica gerada

A potência harmônica gerada é dada por:

$$D_g = VI_g \quad (3.100)$$

Note-se que esta potência está presente somente com a absorção de corrente harmônica gerada, ou seja, quando a carga gera harmônicas de corrente distintas da tensão.

É importante salientar que o domínio da frequência foi utilizado apenas para esclarecer o significado físico da potência residual (nula), mas, como foi dito anteriormente, não é necessário

para o desenvolvimento desta teoria. Assim, a abordagem teórica apresentada pode ser inteiramente desenvolvida no domínio do tempo.

3.8 Fator de potência e sua decomposição em circuitos monofásicos

Para caracterizar o uso da rede em um corte dado, define-se o fator de potência, como sendo a relação entre as potências ativa e aparente:

$$\lambda = \frac{P}{A}, \quad (3.101)$$

de (3.101) e (3.91) temos:

$$\lambda = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}} = \frac{\|i_a\|}{\sqrt{\|i_a\|^2 + \|i_r\|^2 + \|i_v\|^2}}, \quad (3.102)$$

assim, ambas as correntes, reativa e residual, contribuem para a redução do fator de potência que pode ser melhorado pela redução dessas correntes.

Note-se que, baseado na ortogonalidade dos termos de corrente, é possível definir diferentes fatores para uma caracterização seletiva da rede.

3.8.1 Fator de não linearidade

O fator de não linearidade (λ_D) é definido como sendo a relação entre a potência residual e a potência aparente:

$$\lambda_D = \frac{D}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}} = \frac{D}{A} = \frac{\|i_v\|}{\|i\|}. \quad (3.103)$$

3.8.2 Fator de reatividade

O fator de reatividade (λ_Q) é definido como:

$$\lambda_Q = \frac{Q}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{\|i_r\|}{\sqrt{\|i_a\|^2 + \|i_r\|^2}} \quad (3.104)$$

Finalmente, o fator de potência pode ser expresso por:

$$\lambda = \sqrt{(1 - \lambda_Q^2)(1 - \lambda_D^2)} = \sqrt{\left(1 - \frac{Q^2}{P^2 + Q^2}\right)\left(1 - \frac{D^2}{P^2 + Q^2 + D^2}\right)} = \frac{P}{A} = \frac{\|i_a\|}{\|i\|}. \quad (3.105)$$

Da equação anterior, portanto, é possível avaliar qualitativamente os efeitos sobre o fator de potência λ das componentes de corrente reativa e residual.

3.9 Aplicação de exemplos em circuitos monofásicos

A fim de explicar o significado físico da definição dos termos instantâneos e médios, assim como da decomposição da corrente, alguns exemplos serão apresentados considerando os seguintes casos:

- **Caso I:** Tensão senoidal;
- **Caso II:** Tensão não senoidal.

Para todos os exemplos, a tensão de alimentação para o **Caso I** é $127\angle 0^\circ\text{V}$ e para o **Caso II** é a mesma tensão do **Caso I**, porém com uma adição de 10% da 3ª e 5ª harmônicas. A impedância de linha é $R_{L0} = R_{L1} = 0,018\Omega$ e $L_{L0} = L_{L1} = 0,0239\text{mH}$.

Para análise das formas de onda de tensão, corrente, potência e energia para todos os exemplos, a tensão e a corrente no PAC foram normalizadas pelos respectivos valores picos. E para fins de comparação entre a tensão e a corrente, a corrente foi ainda dividida por 2. No entanto para a construção de todas as tabelas seguintes, foram utilizados os valores reais (não normalizados).

3.9.1 Exemplo 1 – Carga resistiva

A Figura 3.6 mostra o circuito analisado para os **Casos I e II**. Em ambos os casos a fonte de tensão alimenta uma carga resistiva de 15kW.

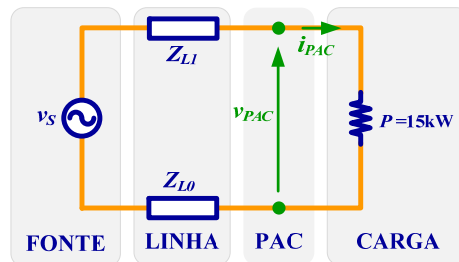


Figura 3.6: Exemplo 1 carga resistiva – Circuito monofásico.

Na Figura 3.7, observa-se que em ambos os **casos, I e II**, a tensão e corrente no PAC estão em fase e apresentam a mesma forma de onda, característica própria de cargas resistivas.

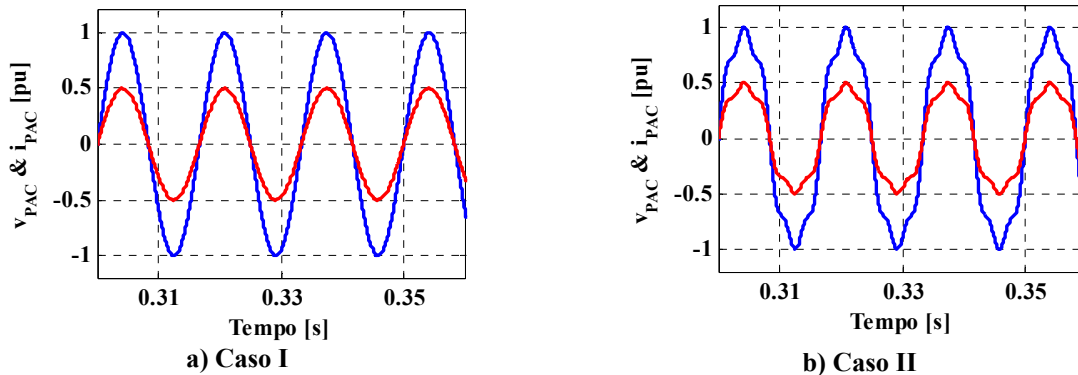


Figura 3.7: Exemplo 1 carga resistiva – Tensão e corrente no PAC.

Caso I: para analisar os termos instantâneos e médios mostrados na Figura 3.8a, a tensão e corrente no PAC podem ser representadas por: $v(t) = \sqrt{2}V_1 \cos \omega_1 t$ e $i(t) = \sqrt{2}I_1 \cos \omega_1 t$. Assim, a potência instantânea resulta:

$$p(t) = v(t)i(t) = V_1 I_1 - V_1 I_1 \cos 2\omega_1 t = P(1 - \cos 2\omega_1 t)$$

onde $P = \bar{p}(t) = V_1 I_1$ denota a potência ativa e ω_1 é a frequência angular fundamental.

Nota-se que a potência instantânea não é constante no tempo: contém uma parte constante P e uma parte oscilatória, com uma amplitude P e uma frequência de duas vezes a da fonte de

tensão ($2\omega_1$). Esta parte oscilatória não contribui para a transferência de potência útil, no entanto, este termo sempre está presente quando um resistor é alimentado com tensão senoidal.

E a energia reativa instantânea é:

$$w_r(t) = \hat{v}(t)i(t) = -\frac{1}{\omega_1} V_1 I_1 \sin 2\omega_1 t = -\frac{1}{\omega_1} P \sin 2\omega_1 t,$$

Agora, multiplicando ambos os membros por ω_1 na equação anterior, temos:

$$\omega_1 w_r(t) = -P \sin 2\omega_1 t$$

Observa-se que, diferentemente, o produto $\omega_1 w_r(t)$ contém apenas a parte oscilatória com amplitude igual a P e uma frequência de duas vezes a da fonte de tensão ($2\omega_1$). Esta oscilação também sempre está presente quando um resistor é alimentado com tensão senoidal. Desde que a energia elétrica não é armazenada, não há energia reativa, consequentemente a potência reativa também é zero:

$$\omega_1 W_r = \omega_1 \bar{w}_r(t) = 0 = Q.$$

É importante salientar que o produto $\omega_1 w_r(t)$ e $\omega_1 W_r$ foi feito apenas para fazer uma equivalência entre a potência instantânea $p(t)$ e a potência ativa P , como mostrado na Figura 3.8a.

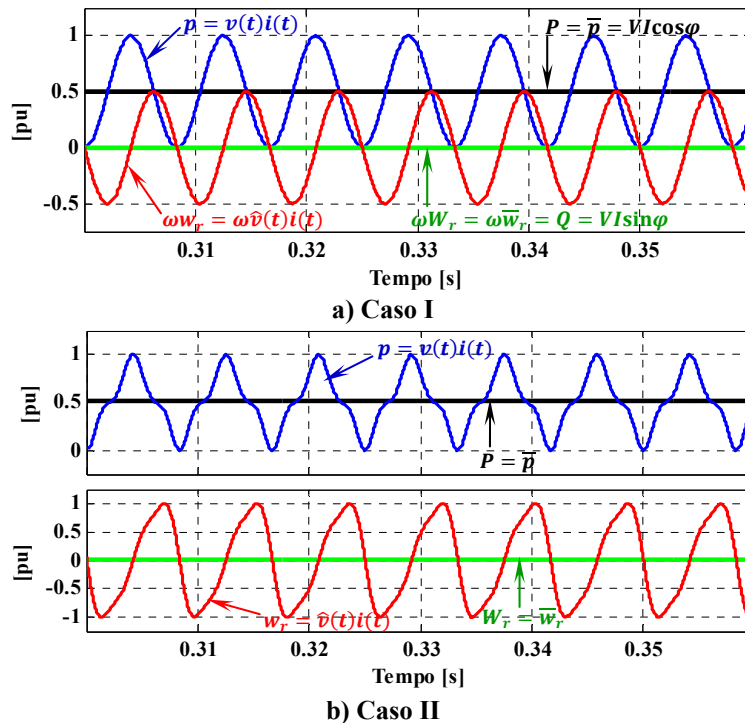


Figura 3.8: Exemplo 1 carga resistiva – Termos instantâneos e médios.

Caso II: Similarmente ao *Caso I*, a tensão e a corrente no PAC podem ser representadas por:

$$\begin{aligned} v(t) &= \sqrt{2}V_1 \cos \omega_1 t + \sqrt{2}V_3 \cos 3\omega_1 t + \sqrt{2}V_5 \cos 5\omega_1 t \\ i(t) &= \sqrt{2}I_1 \cos \omega_1 t + \sqrt{2}I_3 \cos 3\omega_1 t + \sqrt{2}I_5 \cos 5\omega_1 t \end{aligned}$$

e a potência instantânea resulta⁸:

$$p(t) = v(t)i(t) = p_1 + p_3 + p_5 + p_{13} + p_{31} + p_{15} + p_{51} + p_{35} + p_{53}$$

Os três primeiros termos da equação acima podem ser interpretados como as potências instantâneas da fundamental, 3ª, 5ª harmônica e são representadas por:

$$p_1 = v_1 i_1 = P_1(1 - \cos 2\omega_1 t),$$

$$p_3 = v_3 i_3 = P_3(1 - \cos 6\omega_1 t),$$

$$p_5 = v_5 i_5 = P_5(1 - \cos 10\omega_1 t),$$

onde $P_1 = \bar{p}_1(t) = V_1 I_1$, $P_3 = \bar{p}_3(t) = V_3 I_3$ e $P_5 = \bar{p}_5(t) = V_5 I_5$ indicam as potências ativas de fundamental, 3ª e 5ª harmônicas respectivamente.

Nota-se que, neste caso, cada potência instantânea harmônica é composta por uma parte constante P_1 , P_3 e P_5 e uma parte oscilatória com o dobro da frequência harmônica $2\omega_1$, $6\omega_1$ e $10\omega_1$, tendo como amplitude a parte constante. No entanto, estes termos oscilatórios não contribuem para a transferência de potência útil e sempre estão presentes quando um resistor é alimentado com tensão não senoidal.

Os outros termos representam a interação instantânea de tensão e corrente de frequências distintas:

$$p_{13} = v_1 i_3 = 2[V_1 I_3 \cos \omega_1 t \cos 3\omega_1 t],$$

$$p_{31} = v_3 i_1 = 2[V_3 I_1 \cos 3\omega_1 t \cos \omega_1 t],$$

$$p_{15} = v_1 i_5 = 2[V_1 I_5 \cos \omega_1 t \cos 5\omega_1 t],$$

$$p_{51} = v_5 i_1 = 2[V_5 I_1 \cos 5\omega_1 t \cos \omega_1 t],$$

$$p_{35} = v_3 i_5 = 2[V_3 I_5 \cos 3\omega_1 t \cos 5\omega_1 t],$$

$$p_{53} = v_5 i_3 = 2[V_5 I_3 \cos 5\omega_1 t \cos 3\omega_1 t],$$

Percebe-se que, estes termos instantâneos são oscilações não senoidais e, por definição, o seu valor médio por período é zero.

Assim, a potência ativa é:

$$P = \bar{p}(t) = P_1 + P_3 + P_5.$$

Nota-se que, neste caso, a potência ativa é composta pela somatória individual de cada potência harmônica (Eq. 3.70).

⁸ No caso geral de tensão não senoidal, $v(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(k\omega_1 t + \alpha_k)$ a *potência instantânea* e a *potência ativa* no **bipolo resistivo (R)** são:

$$p(t) = \sum_{k=1}^{\infty} P_k [1 - \cos(2k\omega_1 t + 2\alpha_k)] + 2 \sum_{\substack{x,y=1 \\ x \neq y}}^{\infty} V_x I_y \cos(x\omega_1 t + \alpha_x) \cos(y\omega_1 t + \alpha_y),$$

onde x e y são as ordens harmônicas contidas em k . E a potência ativa é:

$$P = \bar{p}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} P_k.$$

Similarmente, a energia reativa instantânea⁹ resulta:

$$w_r(t) = \hat{v}(t)i(t) = w_{r1} + w_{r3} + w_{r5} + w_{r13} + w_{r31} + w_{r15} + w_{r51} + w_{r35} + w_{r53}$$

Os três primeiros termos da equação acima podem ser interpretados como as energias reativas instantâneas da fundamental, 3ª e 5ª harmônica e são dadas por:

$$w_{r1} = \hat{v}_1 i_1 = -\frac{1}{\omega_1} P_1 \text{sen } 2\omega_1 t,$$

$$w_{r3} = \hat{v}_3 i_3 = -\frac{1}{3\omega_1} P_3 \text{sen } 6\omega_1 t,$$

$$w_{r5} = \hat{v}_5 i_5 = -\frac{1}{5\omega_1} P_5 \text{sen } 10\omega_1 t,$$

Nota-se que, cada energia reativa instantânea é composta por oscilações individuais de cada frequência harmônica com amplitudes P_1/ω_1 , $P_3/3\omega_1$ e $P_5/5\omega_1$, com uma frequência de duas vezes à tensão harmônica $2\omega_1$, $6\omega_1$ e $10\omega_1$ e sempre é presente quando um resistor é alimentando com tensão não senoidal.

A interação instantânea da integral imparcial da tensão e corrente de frequências diferentes é dada por:

$$w_{r13} = \hat{v}_1 i_3 = \frac{2}{\omega_1} [V_1 I_3 \text{sen } \omega_1 t \cos 3\omega_1 t],$$

$$w_{r31} = \hat{v}_3 i_1 = \frac{2}{3\omega_1} [V_3 I_1 \text{sen } 3\omega_1 t \cos \omega_1 t],$$

$$w_{r15} = \hat{v}_1 i_5 = \frac{2}{\omega_1} [V_1 I_5 \text{sen } \omega_1 t \cos 5\omega_1 t],$$

$$w_{r51} = \hat{v}_5 i_1 = \frac{2}{5\omega_1} [V_5 I_1 \text{sen } 5\omega_1 t \cos \omega_1 t],$$

$$w_{r35} = \hat{v}_3 i_5 = \frac{2}{3\omega_1} [V_3 I_5 \text{sen } 3\omega_1 t \cos 5\omega_1 t],$$

$$w_{r53} = \hat{v}_5 i_3 = \frac{2}{5\omega_1} [V_5 I_3 \text{sen } 5\omega_1 t \cos 3\omega_1 t],$$

Neste caso a energia reativa e, conseqüentemente, a potência reativa é zero:

$$W_r = \overline{w}_r(t) = 0 = Q$$

⁹ No caso geral de tensão não senoidal, $v(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(k\omega_1 t + \alpha_k)$, a **energia reativa instantânea** e a **energia reativa no bipolo resistivo (R)** são:

$$w_r(t) = -\frac{1}{\omega_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P_k}{k} \text{sen}(2k\omega_1 t + 2\alpha_k) + \frac{2}{\omega_1} \sum_{\substack{x,y=1 \\ x \neq y}}^{\infty} \frac{1}{x} V_x I_y \text{sen}(x\omega_1 t + \alpha_x) \cos(y\omega_1 t + \alpha_y),$$

onde x e y são as ordens harmônicas contidas em k .

E a energia reativa é:

$$W_r = \overline{w}_r(t) = 0.$$

Nota-se que no **caso II**, não é mais possível fazer uma equivalência entre os termos instantâneos ($p(t)$ e $w(t)$) pelo produto da frequência angular ω_1 (vide Figura 3.8b).

A Figura 3.9 mostra a decomposição de corrente no PAC. Em ambos os **casos, I e II**, a corrente ativa resulta igual, em valor e forma de onda, a corrente no PAC ($i_a = i_{PAC}$); conseqüentemente, as correntes reativa e residual (nula) são zero ($i_r = 0$ e $i_v = 0$), isto devido à ausência de elementos armazenadores de energia (indutores e capacitores) e as não linearidades na carga.

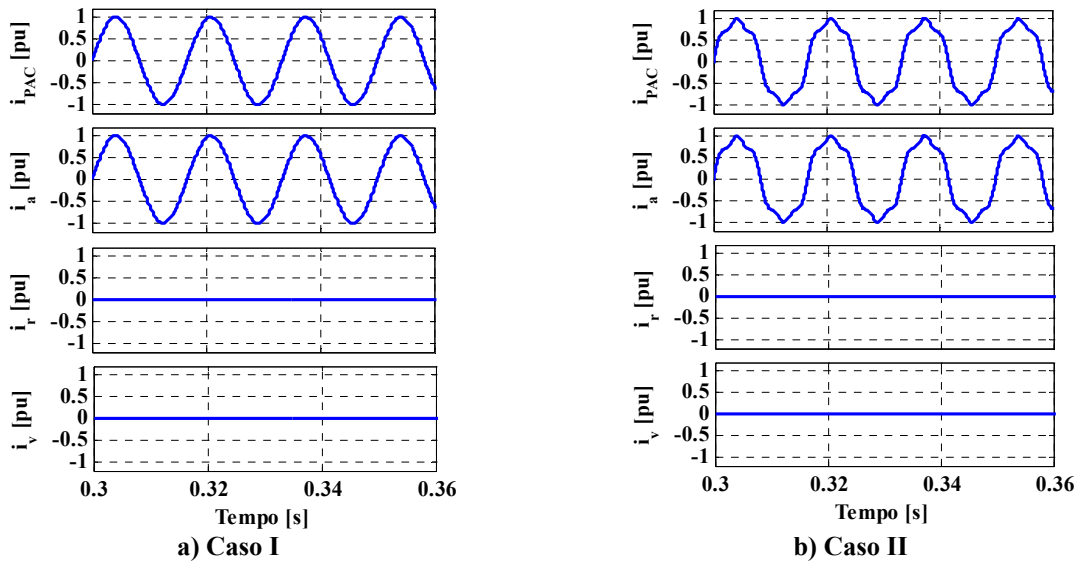


Figura 3.9: Exemplo 1 carga resistiva – Decomposição da corrente no PAC.

Finalmente, a Tabela 3.1 mostra que em ambos os **casos, I e II**, a potência consumida efetivamente pela carga resistiva é a potência fornecida pela fonte no PAC, resultando potência aparente igual à potência ativa ($A = P = VI_a = \overline{p}(t) = V_1 I_1$), e os demais termos de potência iguais a zero ($Q = 0 = D$). Conseqüentemente, o fator de potência é unitário ($\lambda = 1$) e os demais fatores são iguais à zero ($\lambda_Q = 0 = \lambda_D$).

Tabela 3.1: Exemplo 1 carga resistiva – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II
A [VA]	14101,588	14382,442
P [W]	14101,588	14382,442
Q [VA]	0,033	0,638
D [VA]	0,033	0,638
W_r [J]	0,000	0,000
λ	1,000	1,000
λ_Q	0,000	0,000
λ_D	0,000	0,000

No **caso II**, é interessante notar que, embora a tensão seja distorcida, a potência residual ($D_{caso II} = 0$) é zero. Como foi mostrado, o efeito da distorção da tensão é contabilizado na potência ativa. Assim, a potência transferida da fonte para a carga no **caso II** resulta maior que no **caso I** ($P_{caso I} = 14,1\text{kW} < 14,38\text{kW} = P_{caso II}$), isto mostra claramente que, mesmo na presença de harmônicas na tensão e corrente, existe transferência de potência útil.

Portanto, este **Exemplo 1** mostrou a correspondência entre a **teoria convencional** e a **teoria de potência conservativa** mediante as definições de potência instantânea $p(t)$, potência ativa P , energia reativa instantânea $w_r(t)$ e energia reativa W_r .

3.9.2 Exemplo 2 – Carga capacitiva

A Figura 3.10 mostra o circuito analisado para os **Casos I e II**. Em ambos os casos, a fonte de tensão alimenta uma carga capacitiva pura (C) de 15kVA.

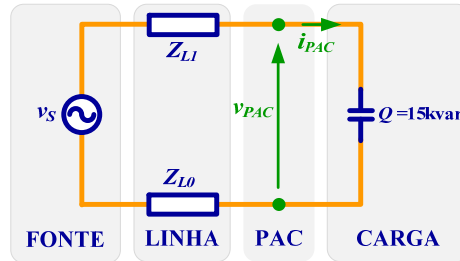


Figura 3.10: Exemplo 2 carga capacitiva – Circuito monofásico.

Para um melhor entendimento, serão analisados os dois casos com base nas equações básicas do **bipolo capacitivo (C)** definidas anteriormente.

Caso I: quando uma tensão $v(t) = \sqrt{2}V_1 \cos \omega_1 t$ é aplicada nos terminais de um bipolo capacitivo irá fornecer uma corrente igual a:

$$i(t) = C \check{v}(t) = -\sqrt{2}C\omega_1 V_1 \sin \omega_1 t = -\sqrt{2}I_1 \sin \omega_1 t.$$

Nota-se que a corrente no capacitor está em quadratura com a tensão, ou seja, corrente adiantada em 90° com relação à tensão (Figura 3.11a).

Caso II: o capacitor é alimentado com uma tensão não senoidal:

$$v(t) = \sqrt{2}V_1 \cos \omega_1 t + \sqrt{2}V_3 \cos 3\omega_1 t + \sqrt{2}V_5 \cos 5\omega_1 t,$$

que irá fornecer uma corrente¹⁰:

$$\begin{aligned} i(t) = C \check{v}(t) &= -\sqrt{2}C\omega_1 V_1 \sin \omega_1 t - 3\sqrt{2}C\omega_1 V_3 \sin 3\omega_1 t - 5\sqrt{2}C\omega_1 V_5 \sin 5\omega_1 t \\ &= -\sqrt{2}I_1 \sin \omega_1 t - \sqrt{2}I_3 \sin 3\omega_1 t - \sqrt{2}I_5 \sin 5\omega_1 t. \end{aligned}$$

Portanto, quando um capacitor é alimentado com tensão não senoidal a corrente sofre uma amplificação harmônica e cada componente harmônica é adiantada em 90° com relação à tensão, como mostra a Figura 3.11b e a equação anterior ($i(t) = C \check{v}(t)$).

¹⁰ No caso geral, de $v(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(k\omega_1 t + \beta_k)$, a corrente no **bipolo capacitivo (C)**, pode ser expressa como:

$$i = C \check{v}(t) = -\sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} Ck\omega_1 V_k \sin \omega_1 t = -\sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sin(k\omega_1 t + \beta_k).$$

Similarmente, a corrente para o **bipolo indutivo (L)** é:

$$i = \frac{\hat{v}(t)}{L} = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{V_k}{Lk\omega_1} \sin(k\omega_1 t + \beta_k) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sin(k\omega_1 t + \beta_k).$$

Nota-se que, a corrente no bipolo capacitivo sofre uma amplificação harmônica, por outro lado, o bipolo indutivo sofre uma atenuação. O fator de amplificação e atenuação é a ordem harmônica (k).

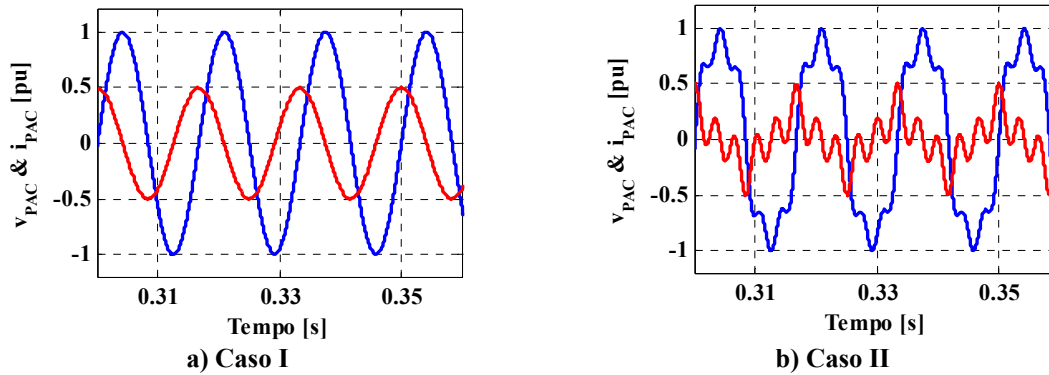


Figura 3.11: Exemplo 2 carga capacitiva – Tensão e corrente no PAC.

Os termos instantâneos e médios, mostrados na Figura 3.12, podem ser expressos como:

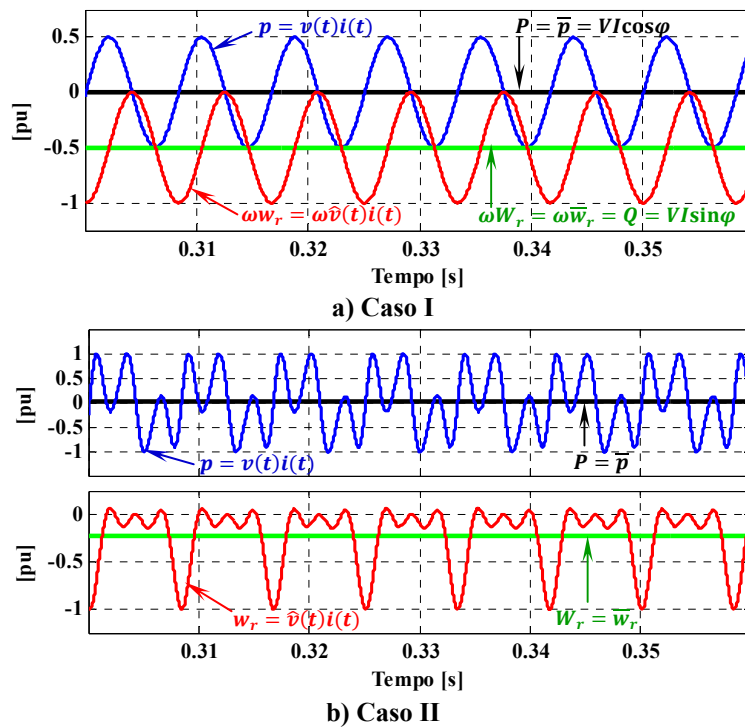


Figura 3.12: Exemplo 2 carga capacitiva – Termos instantâneos e médios.

Caso I: a energia reativa instantânea é:

$$w_r(t) = \hat{v}(t)i(t) = -\frac{1}{\omega_1} V_1 I_1 (1 - \cos 2\omega_1 t) = -\frac{1}{\omega_1} Q (1 - \cos 2\omega_1 t),$$

onde $Q = -V_1 I_1$ é a potência reativa.

A energia reativa é dada por:

$$W_r = \bar{w}_r(t) = -\frac{Q}{\omega_1}.$$

Nota-se que a potência reativa pode ser obtida pela multiplicação direta da frequência angular e a energia reativa.

E a potência instantânea é oscilatória:

$$p(t) = v(t)i(t) = -V_1 I_1 \text{sen } 2\omega_1 t = -Q \text{sen } 2\omega_1 t,$$

com amplitude Q . Porém, neste caso a energia elétrica não é convertida em potência ativa (útil), portanto:

$$P = \bar{p}(t) = 0.$$

Caso II: Similarmente ao caso resistivo (*Exemplo 1 caso II*), no caso geral, de:

$$v(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(k\omega_1 t + \beta_k),$$

$$i(t) = -\sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k \text{sen}(k\omega_1 t + \beta_k).$$

A potência instantânea¹¹ pode ser expressa como:

$$p(t) = - \sum_{k=1}^{\infty} Q_k \text{sen}(2k\omega_1 t + 2\alpha_k) - 2 \sum_{\substack{x,y=1 \\ x \neq y}}^{\infty} V_x I_y \cos(x\omega_1 t + \alpha_x) \text{sen}(y\omega_1 t + \alpha_y).$$

Similarmente ao caso anterior, a energia elétrica não é convertida em potência ativa:

$$P = \bar{p}(t) = 0.$$

E a energia reativa instantânea¹² é:

$$w_r(t) = -\frac{1}{\omega_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Q_k}{k} [1 - \cos(2k\omega_1 t + 2\alpha_k)]$$

$$- \frac{2}{\omega_1} \sum_{\substack{x,y=1 \\ x \neq y}}^{\infty} \frac{1}{x} V_x I_y \text{sen}(x\omega_1 t + \alpha_x) \text{sen}(y\omega_1 t + \alpha_y)$$

onde x e y são as ordens harmônicas contidas em k .

¹¹ Similarmente, para o **bipolo indutivo (L)** a potência instantânea é:

$$p(t) = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k \text{sen}(2k\omega_1 t + 2\alpha_k) + 2 \sum_{\substack{x,y=1 \\ x \neq y}}^{\infty} V_x I_y \cos(x\omega_1 t + \alpha_x) \text{sen}(y\omega_1 t + \alpha_y)$$

onde x e y são as ordens harmônicas contidas em k . E a potência ativa é:

$$P = \bar{p}(t) = 0.$$

¹² Similarmente, para o **bipolo indutivo (L)** a potência reativa instantânea é:

$$w_r(t) = \frac{1}{\omega_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Q_k}{k} [1 - \cos(2k\omega_1 t + 2\alpha_k)] + \frac{2}{\omega_1} \sum_{\substack{x,y=1 \\ x \neq y}}^{\infty} \frac{1}{x} V_x I_y \text{sen}(x\omega_1 t + \alpha_x) \text{sen}(y\omega_1 t + \alpha_y)$$

onde x e y são as ordens harmônicas contidas em k . E a energia reativa é:

$$W_r = \bar{w}_r(t) = \sum_{k=1}^{\infty} W_{rk} = \frac{1}{\omega_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Q_k}{k}.$$

Assim, a energia reativa é:

$$W_r = \bar{w}_r(t) = -\frac{1}{\omega_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Q_k}{k} = -\sum_{k=1}^{\infty} W_{rk}$$

Nota-se que, neste caso a energia reativa é composta pela somatória individual de cada energia reativa harmônica (Eq. 3.71). Além disso, não é mais possível obter a potência reativa pela multiplicação direta da frequência angular e a energia reativa.

Como esperado, a Figura 3.13a correspondente ao **caso I** mostra que a única corrente que circula pelo circuito é puramente reativa $i_r = i_{PAC}$, conseqüentemente, as correntes ativa e residual (nula) são zero ($i_a = 0 = i_v$), isto devido à característica capacitiva da carga.

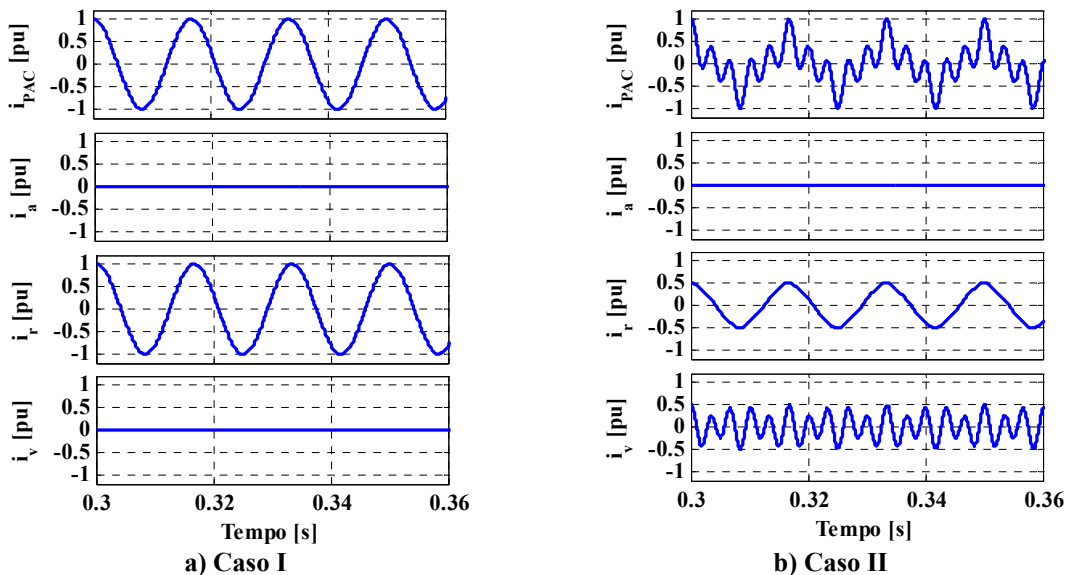


Figura 3.13: Exemplo 2 carga capacitiva – Decomposição da corrente no PAC.

Caso II: na Figura 3.13b observamos que a corrente reativa é ligeiramente distorcida, pois representa a parcela de corrente relacionada a elementos armazenados de energia e seu cálculo é baseado em uma função integral (Eq. 3.53). Conseqüentemente, se comparada com a tensão (v) ou a corrente no PAC (i_{PAC}), apresenta uma atenuação no conteúdo harmônico. Também neste caso há ocorrência da corrente residual (i_v).

A Figura 3.14 mostra a decomposição da corrente residual. Nota-se que, neste caso, a não linearidade entre as ondas de tensão e corrente gerou unicamente corrente reativa dispersa ($i_{sr} = i_v$). Por outro lado, devido à característica da carga capacitiva, a corrente ativa dispersa é zero ($i_{sa} = 0$). No entanto, a corrente harmônica gerada é zero ($i_g = 0$), uma vez que as correntes harmônicas são impostas pelas tensões harmônicas da fonte (carga linear). Por tanto, quando um capacitor é alimentado por uma tensão não senoidal, não apenas absorve corrente reativa (i_r), mas também corrente reativa dispersa (i_{rs}).

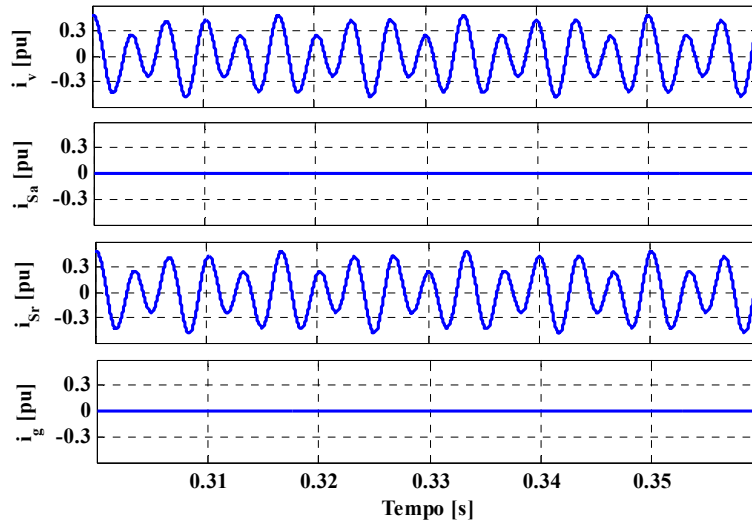


Figura 3.14: Exemplo 2 carga capacitiva (caso II) – Decomposição da corrente residual (i_r).

A Tabela 3.2 mostra que em ambos os *casos, I e II*, efetivamente não existe transferência de potência útil da fonte para a carga ($P = 0$), assim o fator de potência resulta zero ($\lambda = 0$).

Tabela 3.2: Exemplo 2 carga capacitiva – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II
A [VA]	15564,857	21174,601
P [W]	0,524	1,399
Q [VA]	15564,857	16479,507
D [VA]	0,708	13296,224
W_r [J]	-41,287	-42,925
λ	0,0000	0,0000
λ_O	1,0000	1,0000
λ_D	0,0000	0,6279

Caso I: como não há elementos resistivos nem conteúdo harmônico na carga, a potência reativa é a potência aparente ($Q = 15,564\text{k} = A$), conseqüentemente o fator de reatividade é unitário ($\lambda_Q = 1$) e a fator de não linearidade é zero ($\lambda_D = 0$). Nota-se que, diferentemente da energia reativa ($W_r = -41,287\text{J}$), a potência reativa é positiva ($Q = 15,564\text{kVA}$). De fato, a potência reativa é calculada em base a valores eficazes ($Q = VI_r = \omega W_r = V_1 I_1$).

Observa-se que a potência reativa também pode ser calculada pelo produto direto da frequência angular e a energia reativa:

$$\omega W_r = 120\pi(-41,287) = -15,5648\text{k} = -Q$$

Caso II: é interessante notar que, quando um capacitor é alimentado com tensões não senoidais, não só gera potência reativa mas também potência residual ($D = 13,296\text{kVA}$), como discutido na decomposição de correntes. De fato, a corrente do capacitor é proporcional à derivada da tensão (e não a integral da tensão como acontece com a corrente reativa), mas isto não altera o significado físico da energia reativa, que é de qualquer forma proporcional à energia média do capacitor. Além disso, nota-se que a não linearidade entre as ondas de tensão e corrente não afeta o fator de reatividade, mantendo-se igual nos dois casos ($\lambda_{Q_{\text{caso I}}} = 1 = \lambda_{Q_{\text{caso II}}}$).

Perceba-se que, neste caso, o produto da frequência angular pela energia reativa resulta diferente da potência reativa:

$$\omega W_r = -16,182k \neq 16,479k = Q,$$

devido à presença das harmônicas na tensão.

Por outro lado, a distorção harmônica de tensão incrementou a potência reativa, quando comparado com o **caso I** ($Q_{caso I} = 15,5648kVA < 16,479kVA = Q_{caso II}$). De fato, como mostrado em (Eq. 3.91), a potência reativa é proporcional ao fator de distorção harmônica (σ_v). Portanto, contribui para o incremento da potência aparente.

Finalmente, a presença da potência residual resultou em um fator de não linearidade de 62,79% ($\lambda_{D_{caso I}} = 0 \rightarrow 62,79\% = \lambda_{D_{caso II}}$). A potência residual D também incrementa o valor da potência aparente. Assim, a potência aparente resulta maior com relação ao caso I ($A_{caso I} = 15,5648kVA < 21,175kVA = A_{caso II}$).

3.9.3 Exemplo 3 – Carga resistiva indutiva

A Figura 3.15 mostra o circuito analisado para os **Casos I e II**. Em ambos os casos, a fonte de tensão alimenta uma carga RL que representa um motor de 15kW com $\cos\phi = 0,8$.

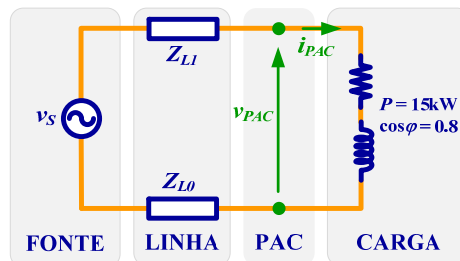


Figura 3.15: Exemplo 3 carga RL – Circuito monofásico.

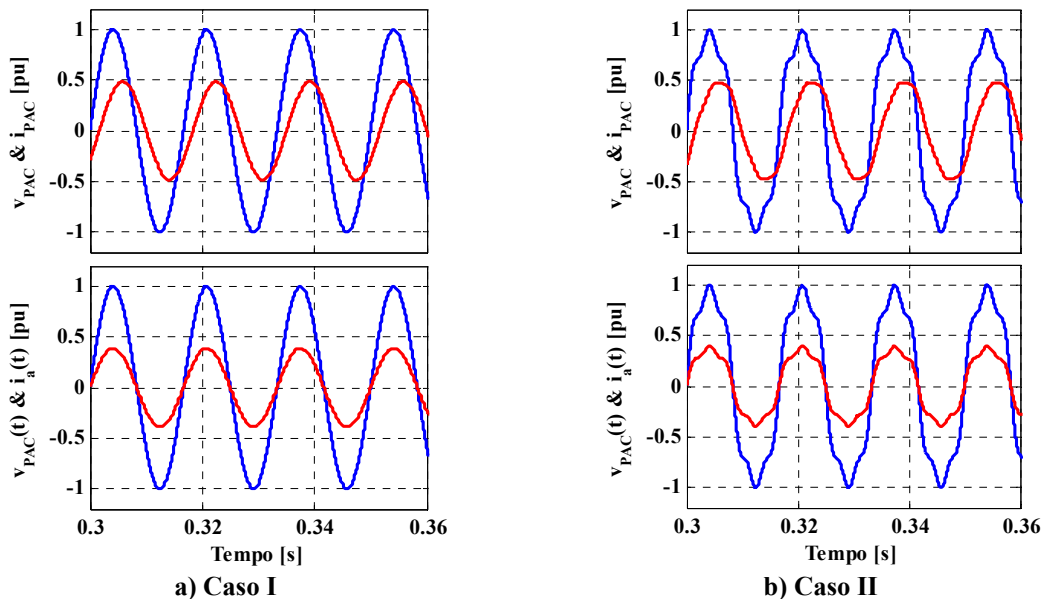


Figura 3.16: Exemplo 3 carga RL – Tensão, corrente no PAC e corrente ativa.

A Figura 3.16 mostra as formas de onda da tensão e corrente no PAC (v_{PAC} e i_{PAC}), a tensão no PAC e corrente ativa (v_{PAC} e i_a). Observa-se que ambos os **casos, I e II**, a corrente está

atrasada em relação à tensão. Como esperado, a corrente ativa (i_a) está em fase e com a mesma forma de onda da tensão, uma vez que a corrente ativa é a projeção da corrente total sobre a tensão (isto é, $i_a(t)$ é proporcional a $v_{PAC}(t)$ conforme a equação 3.50).

Diferentemente do comportamento da carga capacitiva, a corrente $i_{PAC}(t)$ no **caso II**, apresenta uma atenuação harmônica (Figura 3.16b), característica própria de cargas indutivas na presença de tensões harmônicas.

Caso I: a tensão e corrente no PAC podem ser representadas por, $v(t) = \sqrt{2}V_1 \cos \omega_1 t$ e $i(t) = \sqrt{2}I_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1)$, assim a potência instantânea resulta:

$$p(t) = v(t)i(t) = P(1 + \cos 2\omega_1 t) + Q \sen 2\omega_1 t$$

onde $P = V_1 I_1 \cos \varphi_1$ e $Q = V_1 I_1 \sen \varphi_1$ denotam a potência ativa e potência reativa convencional, respectivamente.

O termo $P(1 + \cos 2\omega_1 t)$ representa uma componente unidirecional¹³ da potência instantânea. Como foi mostrado, isto ocorre mesmo se a carga for puramente resistiva (**Exemplo 1 caso I**), o que significa que não há uma oscilação de energia entre a fonte e carga. O segundo termo $Q \sen 2\omega_1 t$, representa uma componente bidirecional¹⁴, o que significa uma componente de oscilação da potência instantânea. A potência reativa Q é a amplitude desta componente de oscilação. Quando a potência reativa Q não é igual à zero, então há intervalos de tempo em que o fluxo de energia da carga volta para a fonte de alimentação.

A potência ativa por definição é o valor médio de $p(t)$:

$$P = \bar{p}(t) = V_1 I_1 \cos \varphi_1.$$

Por outro lado, a energia reativa instantânea é:

$$w_r(t) = \hat{v}(t)i(t) = \frac{1}{\omega_1} [Q(1 + \cos 2\omega_1 t) + P \sen 2\omega_1 t]$$

O termo $Q(1 + \cos 2\omega_1 t)$, representa a componente bidirecional da potência reativa instantânea. Como foi mostrado, isto ocorre mesmo se a carga for puramente indutiva ou capacitiva (**Exemplo 2 caso I**). O segundo termo, $P \sen 2\omega_1 t$ representa a unidirecional, o que significa uma componente oscilatória da potência reativa instantânea. A potência ativa P é a amplitude desta componente de oscilação. Quando a potência ativa P é igual à zero, então não há transferência de energia que possa ser convertida pela carga em outras formas de energia (térmica ou mecânica).

E a energia reativa é:

$$W_r = \bar{w}_r(t) = \frac{Q}{\omega_1}$$

Nota-se que neste caso, a potência reativa pode ser obtida pela multiplicação direta da frequência angular e a energia reativa.

¹³ O termo **unidirecional** refere-se aquela parcela de potência que flui em um só sentido, ou seja, do gerador para o receptor, mas em nenhum caso esta poderá fluir do receptor para o gerador.

¹⁴ O termo **bidirecional** refere-se aquela parcela de potência que pode fluir em ambos os sentidos, ou seja, do gerador para o receptor ou vice-versa, e esta sempre fluirá entre ambos.

Os termos instantâneos ($p(t)$ e $w(t)$) e médios (P e W) são mostrados na Figura 3.17a. O produto $\omega_1 w_r(t)$ e $\omega_1 W_r = Q$, foi apenas para fazer uma equivalência entre a potência instantânea e a potência ativa.

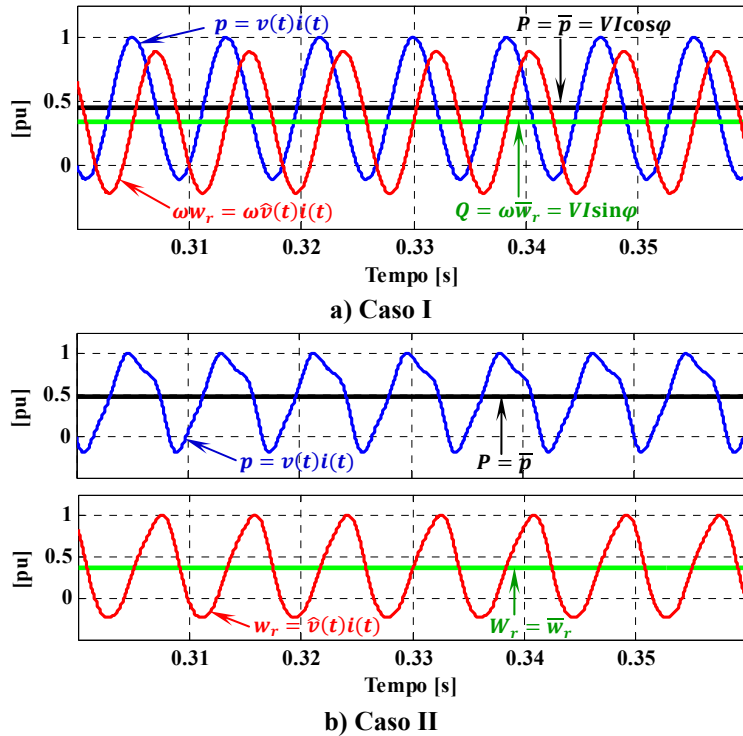


Figura 3.17: Exemplo 3 carga RL – Termos instantâneos e médios.

Caso II: Os termos instantâneos ($p(t)$ e $w(t)$) e médios (P e W) são mostrados na Figura 3.17b. Neste caso, a tensão e corrente no PAC podem ser representados por:

$$v(t) = \sqrt{2}V_1 \cos \omega_1 t + \sqrt{2}V_3 \cos 3\omega_1 t + \sqrt{2}V_5 \cos 5\omega_1 t,$$

$$i(t) = \sqrt{2}I_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1) + \sqrt{2}I_3 \cos(3\omega_1 t - \varphi_3) + \sqrt{2}I_5 \cos(5\omega_1 t - \varphi_5),$$

a potência instantânea¹⁵ é dada por:

$$p(t) = v(t)i(t) = p_1 + p_3 + p_5 + p_{13} + p_{31} + p_{15} + p_{51} + p_{35} + p_{53}$$

Os três primeiros termos da equação acima podem ser interpretados como as potências instantâneas da fundamental, 3ª e 5ª harmônica e são dadas por:

¹⁵ No caso geral de $v(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(k \omega_1 t + \alpha_k)$ e $i(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos(k \omega_1 t + \beta_k - \theta_k)$, a potência instantânea é dada por:

$$p(t) = \sum_{k=1}^{\infty} P_k (1 + \cos 2k\omega_1 t + 2\alpha_k + 2\theta_k) + 2 \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq y}}^{\infty} \sum_{y=1}^{\infty} V_x I_y \{ \cos \varphi_y [\cos(x\omega_1 t + \alpha_y) \cos(y\omega_1 t + \theta_y)] + \sin \varphi_y [\cos(x\omega_1 t + \alpha_y) \sin(y\omega_1 t + \theta_y)] \}$$

onde x e y são as ordens harmônicas contidas em k . E a potência ativa é:

$$P = \bar{p}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} P_k.$$

$$\begin{aligned} p_1 &= v_1 i_1 = P_1(1 + \cos 2\omega_1 t) + Q_1 \sin 2\omega_1 t \\ p_3 &= v_3 i_3 = P_3(1 + \cos 6\omega_1 t) + Q_3 \sin 6\omega_1 t \\ p_5 &= v_5 i_5 = P_5(1 + \cos 10\omega_1 t) + Q_5 \sin 10\omega_1 t \end{aligned}$$

onde $P_{11} = V_1 I_1 \cos \varphi_1$, $P_{33} = V_3 I_3 \cos \varphi_3$ e $P_{55} = V_5 I_5 \cos \varphi_5$ denota a potência ativa de cada harmônica. Nota-se que estes termos instantâneos são do mesmos tipos já discutidos no caso *I*.

As interações instantâneas de tensão e corrente de frequências diferentes resultam:

$$\begin{aligned} p_{13} &= v_1 i_3 = 2[V_1 I_3 \cos \varphi_3 (\cos \omega_1 t \cos 3\omega_1 t) + V_1 I_3 \sin \varphi_3 (\cos \omega_1 t \sin 3\omega_1 t)] \\ p_{31} &= v_3 i_1 = 2[V_3 I_1 \cos \varphi_1 (\cos 3\omega_1 t \cos \omega_1 t) + V_3 I_1 \sin \varphi_1 (\cos 3\omega_1 t \sin \omega_1 t)] \\ p_{15} &= v_1 i_5 = 2[V_1 I_5 \cos \varphi_5 (\cos \omega_1 t \cos 5\omega_1 t) + V_1 I_5 \sin \varphi_5 (\cos \omega_1 t \sin 5\omega_1 t)] \\ p_{51} &= v_5 i_1 = 2[V_5 I_1 \cos \varphi_1 (\cos 5\omega_1 t \cos \omega_1 t) + V_5 I_1 \sin \varphi_1 (\cos 5\omega_1 t \sin \omega_1 t)] \\ p_{35} &= v_3 i_5 = 2[V_3 I_5 \cos \varphi_5 (\cos 3\omega_1 t \cos 5\omega_1 t) + V_3 I_5 \sin \varphi_5 (\cos 3\omega_1 t \sin 5\omega_1 t)] \\ p_{53} &= v_5 i_3 = 2[V_5 I_3 \cos \varphi_3 (\cos 5\omega_1 t \cos 3\omega_1 t) + V_5 I_3 \sin \varphi_3 (\cos 5\omega_1 t \sin 3\omega_1 t)] \end{aligned}$$

Observa-se que, estas potências instantâneas são oscilações não senoidais e, por definição, o seu valor médio por período é zero. Todas as componentes de oscilação são devidas á carga e descarga do indutor e sua natureza não é diferente da oscilação $Q_1 \sin 2\omega_1 t$.

Portanto, a potência ativa é:

$$P = \bar{p}(t) = P_1 + P_3 + P_5$$

E a energia reativa instantânea é¹⁶:

$$w_r(t) = \hat{v}(t)i(t) = w_{r1} + w_{r3} + w_{r5} + w_{r13} + w_{r31} + w_{r15} + w_{r51} + w_{r35} + w_{r53}$$

Os três primeiros termos da equação acima podem ser interpretados como as energias reativas instantâneas da fundamental, 3ª e 5ª harmônica e são dadas por:

$$\begin{aligned} w_{r1} &= \hat{v}_1 i_1 = \frac{1}{\omega_1} [Q_1(1 - \cos 2\omega_1 t) + P_1 \sin 2\omega_1 t] \\ w_{r3} &= \hat{v}_3 i_3 = \frac{1}{3\omega_1} [Q_3(1 - \cos 6\omega_1 t) + P_3 \sin 6\omega_1 t] \\ w_{r5} &= \hat{v}_5 i_5 = \frac{1}{5\omega_1} [Q_5(1 - \cos 10\omega_1 t) + P_5 \sin 10\omega_1 t] \end{aligned}$$

¹⁶ No caso geral de $v(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(k\omega_1 t + \alpha_k)$ e $i(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos(k\omega_1 t + \beta_k - \theta_k)$, a energia reativa instantânea é dada por:

$$\begin{aligned} w_r(t) &= \frac{1}{\omega_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Q_k}{k} (1 - \cos(2k\omega_1 t + 2\alpha_k + 2\theta_k)) + \\ &+ \frac{2}{\omega_1} \sum_{x=1}^{\infty} \sum_{y=1}^{\infty} \frac{1}{x} V_x I_y \{ \cos \varphi_y [\sin(x\omega_1 t + \alpha_y) \cos(y\omega_1 t + \theta_y)] + \sin \varphi_y [\sin(x\omega_1 t + \alpha_y) \sin(y\omega_1 t + \theta_y)] \} \end{aligned}$$

onde x e y são as ordens harmônicas contidas em k . E a potência reativa é:

$$W = \bar{w}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Q_k}{k} = \sum_{k=1}^{\infty} W_k.$$

onde $Q_1 = V_1 I_1 \text{ sen } \varphi_1$, $Q_3 = V_3 I_3 \text{ sen } \varphi_3$, $Q_5 = V_5 I_5 \text{ sen } \varphi_5$ denotam as potências reativas de cada harmônica. Percebe-se que, estes termos instantâneos são do mesmo tipo já discutidos no *caso I*.

As interações instantâneas de tensão e corrente de frequências diferentes resultam:

$$w_{r13} = \hat{v}_1 i_3 = \frac{2}{\omega_1} [V_1 I_3 \cos \varphi_3 (\text{sen } \omega_1 t \cos 3\omega_1 t) + V_1 I_3 \text{ sen } \varphi_3 (\text{sen } \omega_1 t \text{ sen } 3\omega_1 t)]$$

$$w_{r31} = \hat{v}_3 i_1 = \frac{2}{3\omega_1} [V_3 I_1 \cos \varphi_1 (\text{sen } 3\omega_1 t \cos \omega_1 t) + V_3 I_1 \text{ sen } \varphi_1 (\text{sen } 3\omega_1 t \text{ sen } \omega_1 t)]$$

$$w_{r15} = \hat{v}_1 i_5 = \frac{2}{\omega_1} [V_1 I_5 \cos \varphi_5 (\text{sen } \omega_1 t \cos 5\omega_1 t) + V_1 I_5 \text{ sen } \varphi_5 (\text{sen } \omega_1 t \text{ sen } 5\omega_1 t)]$$

$$w_{r51} = \hat{v}_5 i_1 = \frac{2}{5\omega_1} [V_5 I_1 \cos \varphi_1 (\text{sen } 5\omega_1 t \cos \omega_1 t) + V_5 I_1 \text{ sen } \varphi_1 (\text{sen } 5\omega_1 t \text{ sen } \omega_1 t)]$$

$$w_{r35} = \hat{v}_3 i_5 = \frac{2}{3\omega_1} [V_3 I_5 \cos \varphi_5 (\text{sen } 3\omega_3 t \cos 5\omega_1 t) + V_3 I_5 \text{ sen } \varphi_5 (\text{sen } 3\omega_1 t \text{ sen } 5\omega_1 t)]$$

$$w_{r53} = \hat{v}_5 i_3 = \frac{2}{5\omega_1} [V_5 I_3 \cos \varphi_3 (\text{sen } 5\omega_1 t \cos 3\omega_1 t) + V_5 I_3 \text{ sen } \varphi_3 (\text{sen } 5\omega_1 t \text{ sen } 3\omega_1 t)]$$

Nota-se que, estas energias reativas instantâneas são oscilações não senoidais, e por definição os seus valores médios por período também são zero.

Finalmente, a energia reativa é:

$$W_r = \overline{w_r}(t) = W_{r1} + W_{r3} + W_{r5} = \frac{Q_1}{\omega_1} + \frac{Q_3}{3\omega_1} + \frac{Q_5}{5\omega_1}$$

Observa-se que, W_{r1} , W_{r3} e W_{r5} , de fato, podem ser somadas porque são valores médios constantes. No entanto, Q_1 , Q_3 e Q_5 não podem ser somadas, pois estes termos de potência variam em função da ordem harmônica. Assim, por exemplo, a compensação da soma $Q = Q_1 + Q_3 + Q_5$, torna-se uma aplicação complexa.

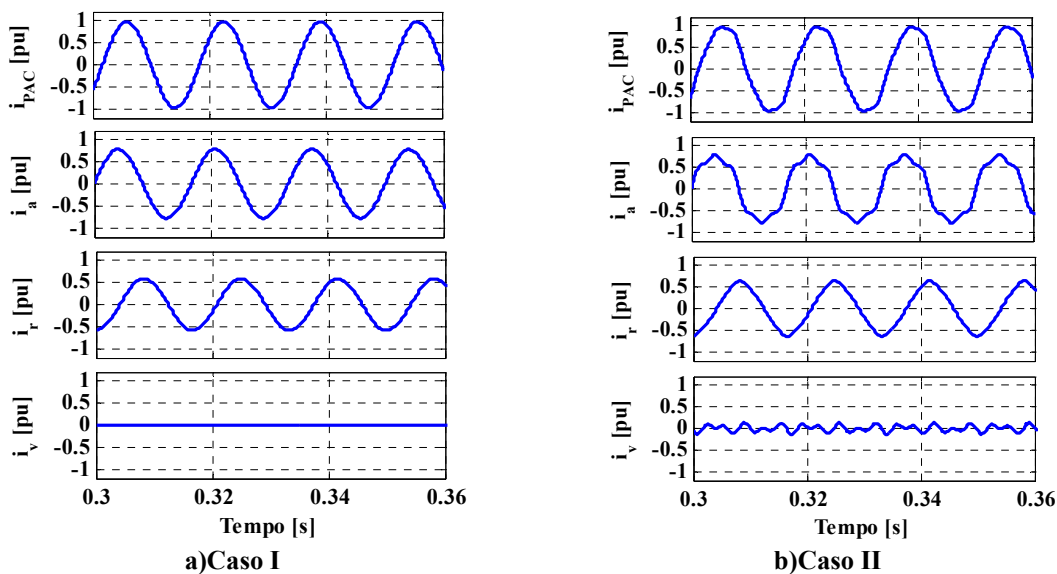


Figura 3.18: Exemplo 3 carga RL - Decomposição da corrente no PAC.

A Figura 3.18a mostra, para o **caso I**, a decomposição da corrente no PAC. Observa-se que, como esperado, i_{PAC} é composta por duas parcelas: uma parcela ativa (i_a) devido à parte resistiva da carga a qual é proporcional à tensão; e uma parcela reativa (i_r) devido à parte indutiva da carga a qual está em quadratura com a corrente ativa logo com a tensão. A corrente residual é zero ($i_v = 0$) devido à ausência de não linearidades entre as ondas da tensão e corrente.

Caso II: (Figura 3.18b) Nota-se que neste caso, além da corrente ativa e reativa, há também a ocorrência de corrente residual, causada pela não linearidade entre as ondas de tensão e corrente. Outra observação é que a corrente reativa é ligeiramente distorcida, uma vez que seu cálculo é baseado em uma função integral, como visto no **Exemplo, caso II**, do capacitor.

A Figura 3.19 mostra a decomposição da corrente residual. Nota-se que neste caso que, a não linearidade entre as ondas de tensão e corrente provocou corrente dispersa ativa e reativa ($i_v = i_{sa} + i_{sr}$), devido à característica RL da carga. No entanto, a corrente harmônica gerada resulta zero ($i_g = 0$), uma vez que as correntes harmônicas são impostas pelas tensões harmônicas da fonte.

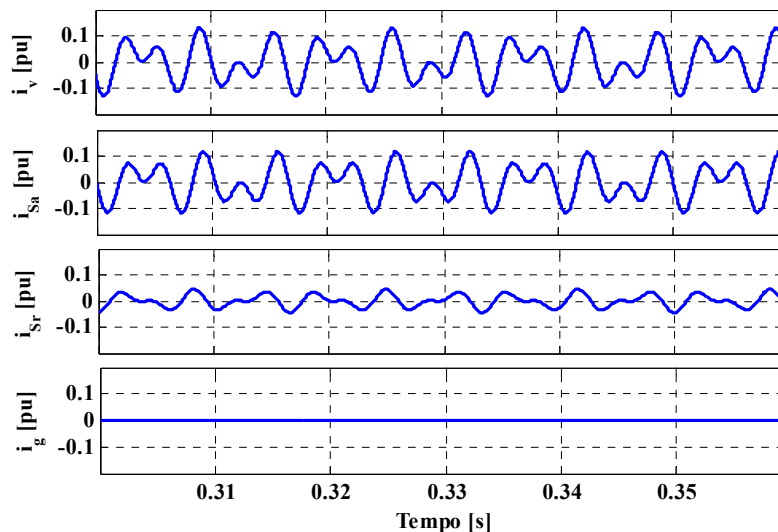


Figura 3.19: Exemplo 3 carga RL (caso II) – Decomposição da corrente residual (i_v).

A Tabela 3.3 mostra que em ambos os **casos, I e II**, a energia reativa é positiva devido à característica indutiva da carga. Além disso, cada parcela de potência é relacionada às componentes de corrente já discutidas anteriormente $P = VI_a$, $Q = VI_r$ e $D = VI_v$.

Tabela 3.3: Exemplo 3 carga RL – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II
A [VA]	17209,991	17416,233
P [W]	13768,380	13818,989
Q [VA]	10325,479	10460,461
D [VA]	0,496	1714,490
W_r [J]	27,389	27,490
λ	0,8000	0,7935
λ_o	0,6000	0,6035
λ_D	0,0000	0,0984

Caso I: indica a presença de potência ativa e reativa. Neste caso, a potência reativa também pode ser calculada como:

$$\omega W_r = 120\pi(27,389) = 10,325\text{kVA} = Q = V_1 I_1 \sin \varphi_1 = V I_r.$$

Percebe-se que, devido à característica indutiva da carga, o fator de potência resulta com valor menor que o unitário ($\lambda = 0,8 < 1$) e o fator de reatividade maior que zero ($\lambda_Q = 0,6 > 0$). A potência residual é zero ($D = 0 = V I_v$), conseqüentemente, o fator de não linearidade é igual à zero ($\lambda_D = 0$). Assim, facilmente pode ser comprovado que:

$$\lambda = \sqrt{(1 - 0,6^2)(1 - 0)} = 0,8 = \cos \varphi$$

Caso II: é interessante observar que, a não linearidade entre as ondas de tensão e corrente ocasiona a presença de potência residual ($D = 1,714\text{kVA} = V I_v$). Também vale destacar, tanto a potência ativa P quanto a reativa Q , incluem as contribuições das componentes harmônicas.

$$P_{\text{caso I}} = 13,768\text{kW} < 13,819\text{kW} = P_{\text{caso II}}$$

$$Q_{\text{caso I}} = 10,325\text{kVA} < 10,460\text{kVA} = Q_{\text{caso II}}$$

Neste caso, o produto da frequência angular pela energia reativa resulta diferente à potência reativa:

$$\omega W_r = 10,364\text{k} \neq 10,460\text{k} = Q = V I_r,$$

devido a presença da harmônicas na tensão.

Nota-se que, a presença de harmônicas na tensão, provocou uma ligeira diminuição no fator de potência ($\lambda_{\text{caso I}} = 0,8 > 0,7935 = \lambda_{\text{caso II}}$) e um pequeno acréscimo no fator de reatividade ($\lambda_{Q_{\text{caso I}}} = 0,6 < 0,6035 = \lambda_{Q_{\text{caso II}}}$). No entanto, o fator de não linearidade foi incrementado para 9,84% ($\lambda_{D_{\text{caso I}}} = 0,0 < 0,0984 = \lambda_{D_{\text{caso II}}}$).

Similarmente ao caso anterior pode-se verificar que:

$$\lambda = \sqrt{(1 - 0,6035^2)(1 - 0,0984^2)} = 0,7935 < \cos \varphi = 0,8$$

3.9.4 Exemplo 4 – Carga não linear

A Figura 3.20 mostra o circuito analisado para os *Casos I e II*. Em ambos os casos, a fonte de tensão alimenta uma carga não linear tipo fonte de tensão de 15kW.

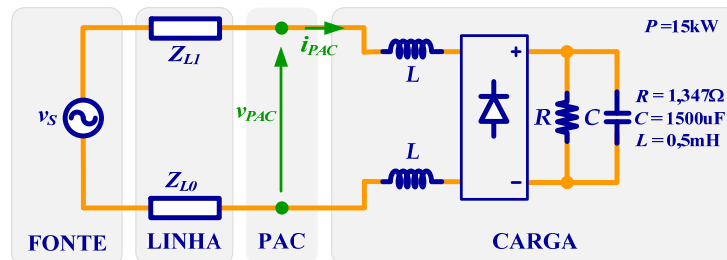


Figura 3.20: Exemplo 4 carga não linear – Circuito monofásico.

A Figura 3.21, mostra as formas de onda da tensão e corrente no PAC, a tensão no PAC e a corrente ativa i_a para **ambos os casos**. Como esperado, a corrente ativa (i_a) aparece proporcional à tensão (isto é, em fase e com a mesma forma de onda).

Caso I: na Figura 3.21a, observa-se que a tensão é aproximadamente senoidal devido ao filtro de entrada do retificador. A corrente, além de distorcida, tem o pico ligeiramente deslocado com relação à tensão, devido a não linearidade do retificador¹⁷.

Caso II: na Figura 3.21b, observa-se que a interação das harmônicas de tensão e corrente mudou a forma de onda da corrente com relação ao **caso I**.

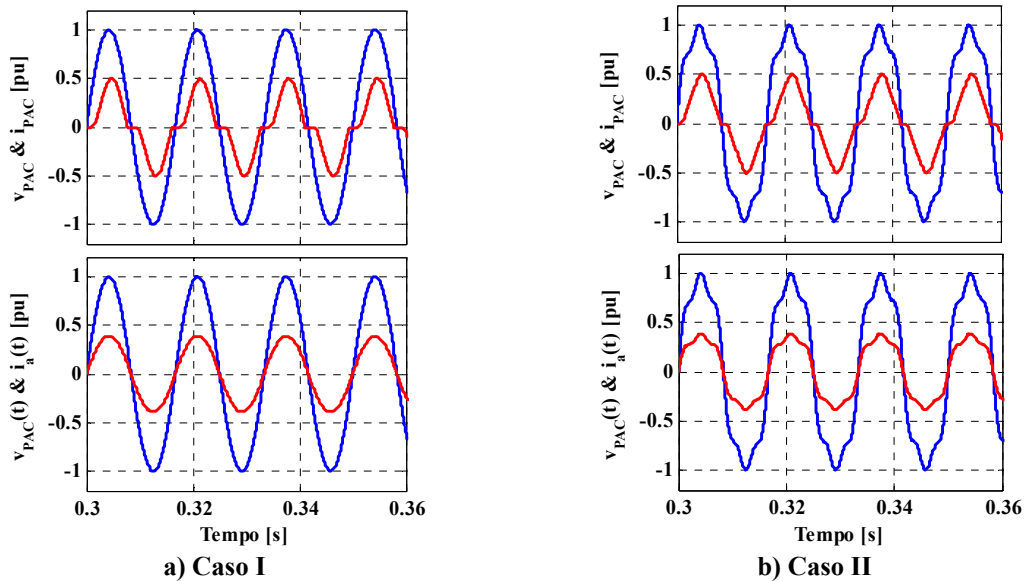


Figura 3.21: Exemplo 4 carga não linear – Tensão, corrente no PAC e corrente ativa.

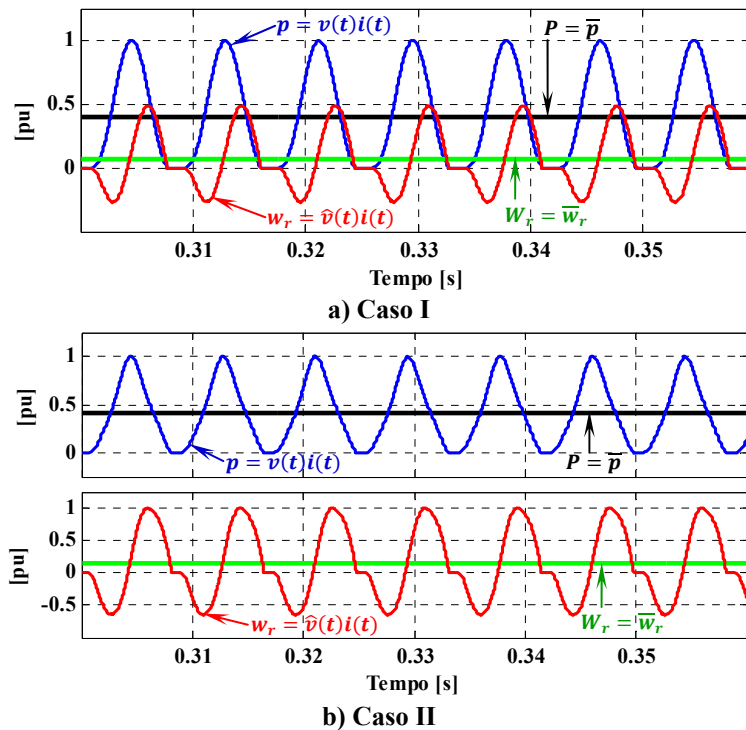


Figura 3.22: Exemplo 4 carga não linear – Termos instantâneos e médios.

¹⁷ A ação reguladora do capacitor interfere na interação do retificador com a rede, que injeta pulsos de corrente a cada meio ciclo, durante o tempo que a tensão da rede tende a ser maior que a tensão do capacitor (polarização positiva dos diodos retificadores). Essa condução descontínua gera harmônicos de corrente na rede CA.

Os valores instantâneos e médios $p(t)$, $w(t)$, P e W correspondentes às interações da tensão e corrente para os dois casos são mostradas na Figura 3.22.

A Figura 3.23 mostra que em **ambos os casos**, a corrente no PAC é decomposta em parcelas de correntes ativa, reativa e residual, sendo esta última provocada pela interação entre o filtro CC e a rede. Tal parcela de corrente é calculada no domínio do tempo e representa as não linearidades provocadas pelas ondas de tensão e corrente no PAC.

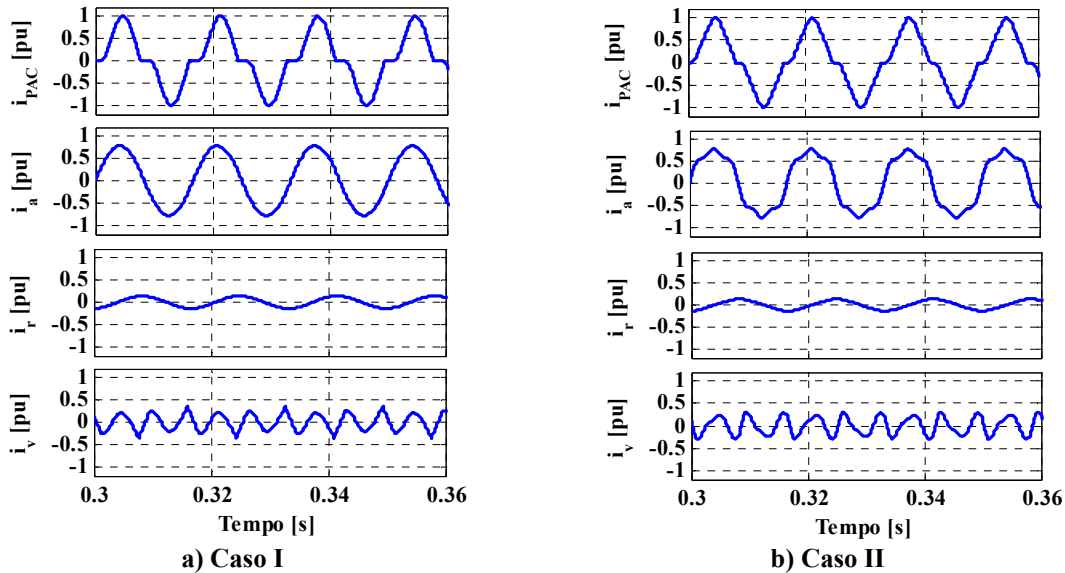


Figura 3.23: Exemplo 4 carga não linear – Decomposição da corrente no PAC.

Neste Exemplo, é interessante analisar a decomposição da corrente residual. Observa-se que no **caso I** (Figura 3.24a), a corrente harmônica gerada corresponde praticamente a corrente residual ($i_g \cong i_v$). Assim, diferente das outros **Exemplos 1, 2 e 3**, este tipo de carga não linear gera harmônicas de corrente no circuito. A presença mínima de corrente dispersa (i_{sa} e i_{sr}) é associada à interação entre a impedância de linha e a carga não linear que gera as harmônicas de tensão.

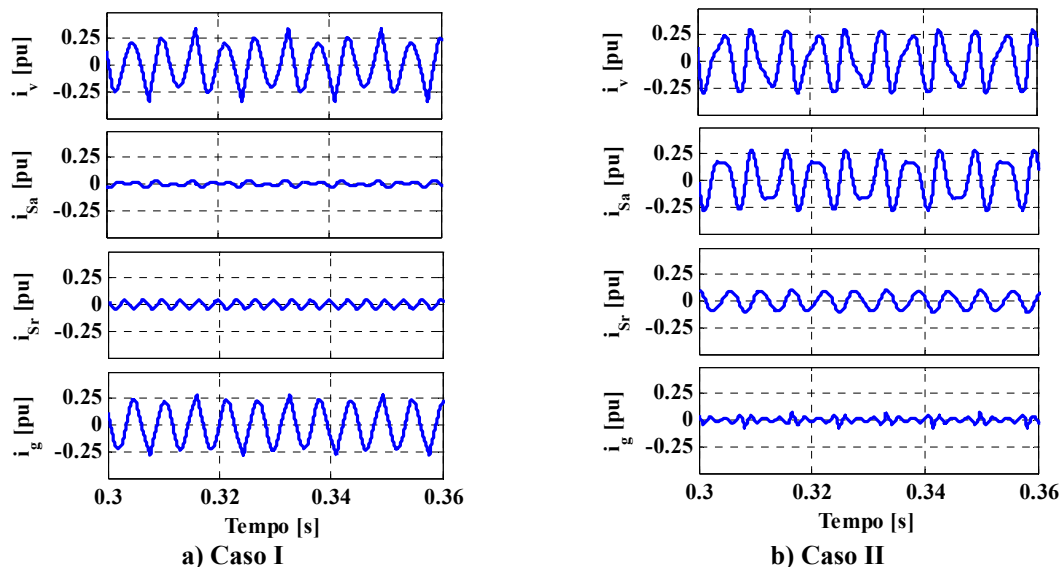


Figura 3.24: Exemplo 4 carga não linear – Decomposição da corrente residual (i_r).

Caso II: na Figura 3.24b nota-se claramente como as harmônicas presentes na tensão da fonte modificaram completamente as formas de onda das subparcelas da corrente residual, e provocaram correntes dispersas (i_{sa} e i_{sr}) que, desta vez não são nada desprezíveis.

A Tabela 3.4 indica a presença de potências ativa, reativa e residual. Vale destacar que neste caso, a potência reativa é menor com relação às demais ($Q < D < P$). Por outro lado, observando-se a potência residual D , é possível perceber que a não linearidade da carga é significativa. Assim, a presença de cada parcela de potência é devida a existência das componentes de corrente já discutidas anteriormente ($P = VI_a$, $Q = VI_r$ e $D = VI_v$).

Tabela 3.4: Exemplo 4 carga não linear – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II
A [VA]	14714,982	14071,759
P [W]	13852,460	13182,977
Q [Var]	2445,714	2145,638
D [VA]	4319,550	4429,420
W_r [J]	6,486	5,629
λ	0,9414	0,9368
λ_O	0,1739	0,1606
λ_D	0,2935	0,3148

Caso I: Note-se que a potência residual $D = VI_v$ provoca fator de não linearidade que, neste caso, é aproximadamente igual à distorção harmônica total de corrente ($\lambda_D \cong DHT_I = 29,35\%$).

Verifica-se que:

$$\omega W_r = 2,4452\text{k} \cong 2,4457\text{k} = Q = VI_r,$$

o cálculo da potência reativa não é afetado pela distorção harmônica, quando presente só na corrente. De fato, a potência reativa é proporcional à distorção de tensão e não à distorção da corrente como demonstrado na equação (3.93).

Os termos comparados anteriormente não são exatamente iguais, devido à presença mínima de harmônicas na tensão que foram provocadas pela interação de carga não linear e impedância da linha.

Caso II: observa-se que a não linearidade entre as ondas de tensão e corrente, contrariamente à potência residual, causou uma diminuição nas parcelas de potência ativa e potência reativa:

$$D_{\text{caso I}} = 43,196\text{kVA} < 44,294\text{kVA} = D_{\text{caso II}},$$

$$P_{\text{caso I}} = 13,852\text{kW} > 13,183\text{kW} = P_{\text{caso II}},$$

$$Q_{\text{caso I}} = 44,457\text{kVA} > 44,294\text{kVA} = Q_{\text{caso II}},$$

onde, podemos concluir então, que nesta condição houve um cancelamento mútuo entre as harmônicas de tensão e corrente.

Por outro lado, nota-se que:

$$\omega W_{r_{\text{caso II}}} = 2,1220\text{k} \neq 2,1456\text{k} = Q_{\text{caso II}},$$

como mencionado nas ilustrações anteriores, isto é devido a presença das harmônicas na tensão.

3.10 Conclusões preliminares para circuitos monofásicos:

- A abordagem da potência instantânea $p(t)$ e potência média P foi estendida para a definição de energia reativa instantânea $w(t)$ e a energia reativa W , mediante funções derivativas (\check{v} e \check{i}) e integrais (\hat{v} e \hat{i});
- A definição de corrente ativa (i_a) é baseada em uma condutância equivalente (G_e), similarmente à definição da corrente ativa de Fryze;
- A abordagem da corrente ativa de Fryze foi estendida para a definição da corrente reativa (i_r) mediante uma reatidade equivalente (B_e);
- A diferença entre a corrente total e ativa é a corrente não ativa ($i_{na} = i - i_a$). Em condições senoidais coincide com a corrente reativa ($i_{na} = i_r$);
- A diferença entre a corrente não ativa e a corrente reativa é a corrente residual ($i_v = i_{na} - i_r$);
- A energia reativa é uma quantidade física e pode ser compensada por elementos armazenadores de energia;
- A potência reativa não é uma quantidade física, o mesmo aplica-se para as potências residual e aparente;
- A definição de componentes de corrente ortogonais (neste caso com funções ortogonais no tempo) é a chave para compreender a existência dos diferentes distúrbios presentes no circuito (fenômenos de potência);
- A teoria de potência conservativa apresenta uma correspondência clara com a teoria convencional mediante a definição de $p(t)$, $w_r(t)$, P e W_r ;
- Foi demonstrado que é possível associar os fenômenos de potência em cargas monofásicas lineares e não lineares sob condições senoidais e não senoidais, mediante diferentes componentes de corrente e a definição de diferentes termos de potência associados a estas.
- Finalmente, as características de um circuito elétrico monofásico, linear e/ou não linear, alimentado por tensão senoidal ou não senoidal, podem ser representadas (modeladas) mediante um circuito equivalente, como mostrado na Figura 3.5b, onde cada característica é associada a uma determinada componente de corrente ou potência.

3.11 Extensão para circuitos polifásicos sem e com condutor de retorno

Na extensão para sistemas polifásicos genéricos, sem e com condutor de retorno, é necessário revisar a maioria das definições apresentadas para circuitos monofásicos, e também, introduzir novas quantidades peculiares que devem ser cuidadosamente analisadas. Uma estrutura básica de um sistema polifásico, sem e com condutor de retorno, é mostrada na Figura 3.25.

Nota-se que na Figura 3.25, ambos os circuitos contém o mesmo número de fontes de tensão (m), sendo a diferença básica o número de condutores e, conseqüentemente, suas impedâncias. Assim, temos m condutores, no caso, sem condutor de retorno, e $(m + 1)$ para o sistema polifásico com condutor de retorno. A seguir será discutida a escolha da referência de tensão e a influência do condutor de retorno para avaliação do fenômeno de potência nos terminais de uma carga genérica.

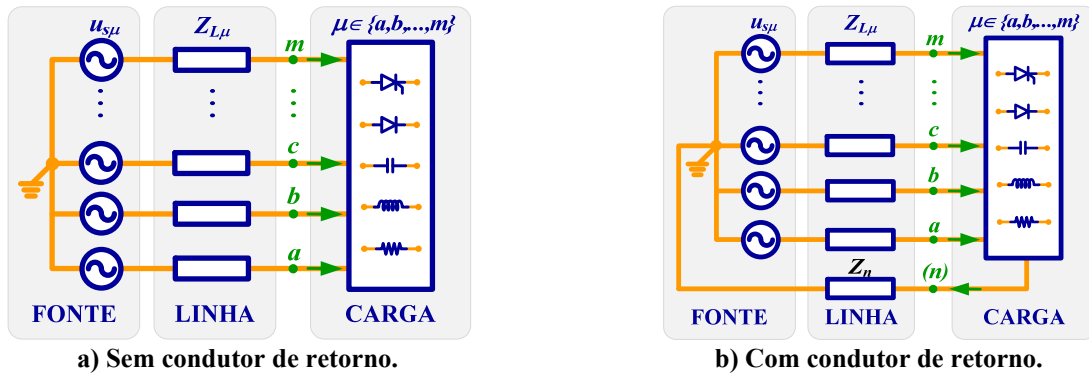


Figura 3.25: Estrutura de um circuito polifásico genérico sem e com condutor de retorno.

Antes de qualquer tentativa de esclarecer as propriedades de potência dos sistemas polifásicos (com e sem condutor de retorno) com tensões e correntes não senoidais e/ou assimétricas, uma definição aceitável de potência aparente deve ser selecionada.

Da mesma forma como em sistemas monofásicos, a potência aparente em sistemas polifásicos com e sem condutor de retorno, não é uma grandeza física nem conservativa, mas sim uma quantidade convencional.

A potência aparente em sistemas monofásicos é definida como o produto dos valores eficazes de tensão e corrente, ou seja, $A = VI$. Portanto, é razoável definir a **potência aparente em sistemas polifásicos** com e sem condutor de retorno, da mesma forma, ou seja, como o produto dos valores eficazes dos vetores de tensão (\underline{v}) e corrente (\underline{i}):

$$A = \|\underline{v}\| \|\underline{i}\| = VI, \quad (3.106)$$

assim, para caracterizar a utilização de uma rede num corte dado, definimos o **fator de potência polifásico** como:

$$\lambda = \frac{P}{A}. \quad (3.107)$$

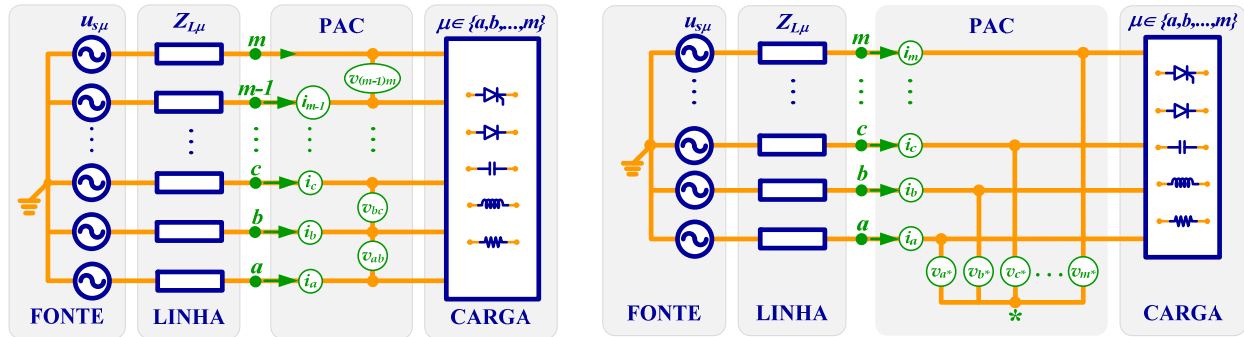
3.11.1 Escolha da referência de tensão

A introdução de um terceiro ou mais condutores ainda causa muita discussão [30,45,75,78,79,81,106,107,108,77]. No entanto, a questão do referencial de tensão é mais extensa do que a definição e/ou o cálculo dos termos de corrente e potência, e pode ter um efeito direto sobre muitas áreas relacionadas, tais como: instrumentação, análise, proteção, compensação, etc., e, por este motivo, merece especial atenção tanto por parte dos usuários dos instrumentos bem como dos órgãos responsáveis pela regulação do sistema elétrico.

Nesta abordagem, independentemente da presença do condutor de retorno (neutro), é selecionada uma referência de tensão de forma a garantir um fator de potência unitário ($A = P$), no caso de carga puramente resistiva balanceada. Isto dá uma definição e significado coerente para a potência aparente e permite a caracterização de carga por meio de um fator de potência polifásico como um índice de qualidade global.

a) Na ausência do condutor de retorno

Em geral, em um sistema polifásico sem condutor de retorno, como mostrado na Figura 3.25a, as tensões podem ser medidas em relação a um dos condutores do sistema (Figura 3.26a), resultando em tensões de fase a fase (tensões de linha) ou pode ser criado um ponto comum, externo ao circuito (flutuante), conforme mostrado na (Figura 3.26b).


a) Referência interna ao circuito.
b) Referência externa ao circuito.
Figura 3.26: Diferentes esquemas de medição em sistemas polifásicos sem condutor de retorno.

Dada uma rede de “ m ” fases define-se:

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ \vdots \\ i_m(t) \end{bmatrix} \triangleq \{i_\mu\}_{\mu=a'}^m \quad (3.108)$$

$$\underline{v}_x = \begin{bmatrix} v_{ax} \\ v_{bx} \\ \vdots \\ v_{mx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ax}(t) \\ v_{bx}(t) \\ \vdots \\ v_{mx}(t) \end{bmatrix} \triangleq \{v_\mu\}_{\mu=a'}^m \quad (3.109)$$

onde \underline{i} é o vetor de corrente e \underline{v}_x é o vetor de tensão medido em um corte genérico da rede, assumindo “ x ” como a referência de tensão.

De acordo com a lei de correntes de *Kirchhoff* (LCK) as “ m ” correntes de cada circuito polifásico sem condutor de retorno, sempre somam zero:

$$\sum_{\mu=a}^m i_\mu = 0, \quad (3.110)$$

Assim, apenas $m - 1$ correntes são linearmente independentes, e a corrente restante pode ser facilmente determinada por (Eq. 3.110).

A fim de selecionar a referência adequada de tensão, primeiro deve-se ressaltar que a potência instantânea não é afetada por essa escolha. De fato, com a referência “ x ” temos:

$$p_x = \sum_{\mu=a}^m v_{\mu x} i_\mu. \quad (3.111)$$

Agora, considerando outra referência de tensão “ y ”, a potência instantânea, torna-se:

$$p_y = \sum_{\mu=a}^m v_{\mu y} i_{\mu}, \quad (3.112)$$

considerando que $v_{\mu y} = v_{\mu x} + v_{xy}$ temos:

$$p_y = \sum_{\mu=a}^m (v_{\mu x} + v_{xy}) i_{\mu} = p_x + v_{xy} \underbrace{\sum_{\mu=a}^m i_{\mu}}_0 = p_x \quad (3.113)$$

Similarmente, a energia reativa instantânea é independente da escolha da referência de tensão:

$$w_{ry} = \sum_{\mu=a}^m (\hat{v}_{\mu x} + \hat{v}_{xy}) i_{\mu} = w_{rx} + \hat{v}_{xy} \underbrace{\sum_{\mu=a}^m i_{\mu}}_0 = w_{rx} \quad (3.114)$$

Como demonstrado acima, a potência e a energia reativa instantânea não dependem da referência de tensão, portanto, a potência ativa P e a energia reativa W_r também não dependem da referência de tensão. No caso da potência aparente, a análise a seguir leva a uma conclusão distinta:

$$A = \|\underline{v}_y\| \|\underline{i}\|. \quad (3.115)$$

De fato:

$$\begin{aligned} \|\underline{v}_y\|^2 &= \sum_{\mu=a}^m \|v_{\mu y}\|^2 = \sum_{\mu=a}^m \langle v_{\mu x} + v_{xy}, v_{\mu x} + v_{xy} \rangle \\ &= \underbrace{\sum_{\mu=a}^m \|v_{\mu x}\|^2}_{\|\underline{v}_x\|^2} + 2v_{xy} \sum_{\mu=a}^m v_{\mu x} + mv_{xy}^2. \end{aligned} \quad (3.116)$$

Esta equação mostra que a seleção da referência de tensão afeta a norma da tensão, uma vez que $\|\underline{v}_y\| \neq \|\underline{v}_x\|$. A norma mínima do vetor da tensão é obtida através da minimização da distância entre os referenciais x e y :

$$\frac{\partial \|\underline{v}_y\|^2}{\partial v_{xy}} = 2 \sum_{\mu=a}^m v_{\mu x} + 2mv_{xy} = 0. \quad (3.117)$$

Portanto:

$$v_{xy} = -\frac{1}{m} \sum_{\mu=a}^m v_{\mu x}. \quad (3.118)$$

Finalmente temos que:

$$\sum_{\mu=a}^m v_{\mu y} = \sum_{\mu=a}^m v_{\mu x} + m v_{xy} = 0 \quad (3.119)$$

está em conformidade com a definição da potência aparente, como a *máxima potência ativa que pode ser transferida para uma carga considerando-se um dado conjunto de tensões e corrente eficazes*.

Considerando a desigualdade de **Cauchy-Schwartz** temos:

$$\langle \underline{v}, \underline{i} \rangle \leq \|\underline{v}\| \|\underline{i}\| \Rightarrow P \leq A, \quad (3.120)$$

$$\lambda = \frac{|P|}{A} \leq 1. \quad (3.121)$$

Observa-se que as definições acima, de potência aparente e fator de potência, só são aplicáveis se o sinal de igualdade tem:

$$\|\underline{v}\| \propto \|\underline{i}\| \Rightarrow |\langle \underline{v}, \underline{i} \rangle| = \|\underline{v}\| \|\underline{i}\| \Rightarrow |\lambda| = 1. \quad (3.122)$$

Isto, por sua vez, só é possível se a tensão instantânea e corrente são proporcionais de acordo com um fator de condutância $G = \|\underline{i}\|/\|\underline{v}\|$, ou seja:

$$\underline{i} = G \underline{v} \text{ ou } \underline{v} = R \underline{i}, \quad (3.123)$$

o que requer que tanto as tensões como as correntes somem zero.

Em conclusão, a única referência de tensão que é coerente com a definição de potência aparente é aquela que minimiza a norma de tensão, ou seja, a referência de tensão deve ser assumida no centro virtual das tensões. Esta referência de tensão (potencial) está associada com o chamado ponto estrela virtual (“*virtual star point*”). O ponto estrela virtual “*” pode ser realizado por meio de uma ligação estrela dos “*m*” transdutores de tensão como mostra a Figura 3.26b.

Assim, as *m* tensões v_{μ} entre os terminais e o ponto estrela virtual, possuem a mesma propriedade que a correntes:

$$\sum_{\mu=a}^m v_{\mu} = 0. \quad (3.124)$$

Portanto, para avaliar uma carga ligada a um sistema polifásico sem condutor de retorno, do ponto de vista de **teoria de potência**, a única referência de tensão que satisfaz a definição de potência aparente é o *ponto virtual*.

De acordo com estas definições, o fator de potência é unitário no caso de uma carga balanceada resistiva, e os valores eficazes coletivos das tensões e correntes são definidos por:

$$\mathbf{V} = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m V_{\mu}^2} \quad \mathbf{I} = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m I_{\mu}^2}. \quad (3.125)$$

Na prática, não é necessário realizar este ponto virtual (Figura 3.26b) para medir as tensões. As tensões de fase virtual podem ser calculadas apenas a partir das tensões de linha (Figura 3.26a), de acordo com a relação:

$$\{v_{\mu}\}_{\mu=a}^m = \frac{1}{m} \sum_{\substack{j=a \\ (j \neq \mu)}}^m v_{\mu j}. \quad (3.126)$$

Além disso, a amplitude (e, conseqüentemente, a norma) do vetor de tensão pode ser facilmente avaliada, considerando que:

$$|\underline{v}|^2 = \frac{1}{2m} \sum_{\mu=a}^m \sum_{\substack{j=a \\ (j \neq \mu)}}^m v_{\mu j}^2. \quad (3.127)$$

No que diz respeito à amplitude da tensão de fase, temos:

$$v_{\mu}^2 = \frac{1}{m} \left(\sum_{\substack{j=a \\ (j \neq \mu)}}^m v_{\mu j}^2 - |\underline{v}|^2 \right), \quad \mu \in a, b, c, \dots, m. \quad (3.128)$$

Portanto, conclui-se que para avaliar a carga, apenas são necessários $m - 1$ transdutores de tensão e corrente. Assim, por exemplo, para um sistema trifásico a três condutores sem condutor de retorno, apenas duas tensões de linha (v_{ab} e v_{bc}) e duas correntes de fase (i_a e i_b) são necessárias:

$$\begin{aligned} v_{ca} &= -(v_{ab} + v_{bc}), \\ i_c &= -(i_a + i_b). \end{aligned} \quad (3.129)$$

De acordo com (Eq. 3.124), (Eq. 3.126) e (Eq. 3.129), o conjunto de tensões pode ser obtido como:

$$\begin{aligned} v_a &= \frac{1}{3}(v_{ab} + v_{ac}), \\ v_b &= \frac{1}{3}(v_{ba} + v_{bc}), \\ v_c &= \frac{1}{3}(v_{cb} + v_{ca}), \end{aligned} \quad (3.130)$$

e os correspondentes valores eficazes coletivos da tensão e corrente são:

$$\mathbf{V} = \sqrt{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2} \quad \mathbf{I} = \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}. \quad (3.131)$$

Finalmente, neste circuito a potência aparente resulta:

$$A = \mathbf{VI} = \sqrt{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2} \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}. \quad (3.132)$$

b) Na presença do condutor de retorno

Devido à presença do condutor de retorno (Figura 3.25b), cada fase torna-se independente e o mesmo resultado obtido no caso monofásico pode ser aplicado individualmente para cada fase [100]. Assim, o condutor do neutro “n” é tomado como a referência:

$$v_{ref} = v_n \Rightarrow v_\mu = v_\mu - u_{ref}, \quad \mu = n, a, b, \dots, m \quad (3.133)$$

Note-se que, $v_n = 0$, portanto o condutor de retorno não contribui com os termos instantâneos de potência e energia reativa. Além disso, como mostrado para os circuitos sem condutor de retorno, tanto a potência ativa quanto a energia reativa não dependem da referência de tensão.

Assim, a Figura 3.27 mostra o esquema de medição para sistemas polifásicos com condutor de retorno. Nota-se que são apenas “m” medidores de tensão e corrente para a decomposição das correntes, assim como para o cálculo da potência aparente e suas respectivas parcelas.

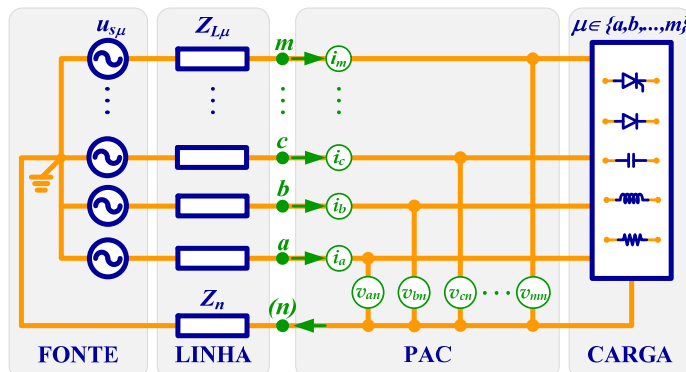


Figura 3.27: Medição das tensões em relação ao condutor de retorno (neutro).

Em caso de uma carga resistiva balanceada, a condição de proporcionalidade entre as tensões e correntes de fase só é possível se a referência de tensão é fixada no condutor de retorno (neutro).

$$v_\mu = R i_\mu, \quad \mu \in a, b, \dots, m \quad (3.134)$$

Assim, o fator de potência unitário ocorre apenas quando as quantidades de fase são consideradas para o cálculo da potência aparente:

$$A = P = \mathbf{VI} \quad (3.135)$$

onde:

$$\begin{aligned}
 V &= \sqrt{\sum_{\mu=a}^m V_{\mu}^2} = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m (V_{\mu}^2 + V_n^2)}, \\
 I &= \sqrt{\sum_{\mu=a}^m I_{\mu}^2} \neq \sqrt{\sum_{\mu=a}^m (I_{\mu}^2 + I_n^2)}.
 \end{aligned}
 \tag{3.136}$$

A corrente de neutro não é considerada para o cálculo da potência aparente. Neste caso, as tensões e correntes de fase não somam zero, portanto, conforme [106], podem ser definidos os termos de sequência-zero como:

$$v^z = \frac{1}{m} \sum_{\mu=a}^m v_{\mu}
 \tag{3.137}$$

$$i^z = \frac{1}{m} \sum_{\mu=1}^m i_{\mu} = -\frac{i_n}{m}
 \tag{3.138}$$

onde i_n é a corrente do neutro.

Portanto, os valores eficazes coletivos das tensões e correntes são considerados como:

$$V = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m V_{\mu}^2} \quad I = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m I_{\mu}^2}
 \tag{3.139}$$

De acordo com essas definições, o fator de potência é unitário em caso de carga resistiva balanceada. Note-se que, as definições (Eq. 3.139) são formalmente idênticas às utilizadas para sistemas polifásicos sem condutor de retorno (neutro) (Eq. 3.125) e mantém as mesmas propriedades. Por outro lado, a componente de sequência zero das tensões e correntes é contabilizada nas quantidades de fase e aumenta os valores eficazes coletivos e, portanto, afeta a potência aparente também.

Destaca-se que, a análise anterior é válida para avaliar as condições de operação da carga **do ponto de vista do fenômeno de potência** (cálculo de potência aparente e fator de potência). Neste caso, a única referência de tensão que satisfaz a definição de potência aparente é o *condutor de retorno (neutro)* que está de acordo com [73,74], onde a carga foi analisada **do ponto de vista da qualidade da energia elétrica** (análise de indicadores como: DHT_v , K^- , K^z e VTCDs). Note-se que nesta análise, não foi considerado o efeito da impedância do sistema (perdas).

Na discussão a seguir, a menos que seja especificado o contrário, serão referidas só as quantidades de fase (fase-ponto virtual para circuitos polifásicos sem condutor de retorno e fase-neutro para circuitos polifásicos com condutor de retorno) e os resultados são aplicáveis independente do condutor de retorno (neutro).

3.12 Potência e energia reativa conservativa em circuitos polifásicos

No caso geral de uma rede polifásica genérica, com \underline{v} e \underline{i} sendo os vetores de tensão e corrente em uma corte genérico, os conceitos de potência ativa e energia reativa podem ser estendidos facilmente.

A potência ativa coletiva e a energia reativa coletiva são definidas como:

$$P = \langle \underline{v}, \underline{i} \rangle = \sum_{\mu=a}^m P_{\mu} \quad (3.140)$$

$$W_r = \langle \underline{\hat{v}}, \underline{i} \rangle = -\langle \underline{v}, \underline{\hat{i}} \rangle = \sum_{\mu=a}^m W_{r\mu} \quad (3.141)$$

onde P_{μ} e $W_{r\mu}$ são a potência ativa e a energia reativa de cada fase, respectivamente. Quanto à decomposição da corrente, as definições de corrente ativa, reativa e residual (remanescente) podem ser aplicadas separadamente a cada fase genérica “ μ ” das “ m ” fases, as quais chamamos de termos básicos.

É importante salientar que, a corrente de neutro será considerada separadamente, uma vez que não afeta a potência ativa nem a energia reativa.

3.13 Componentes básicas de corrente em circuitos polifásicos

3.13.1 Corrente ativa

As correntes ativas de cada fase $i_{a\mu}$ são definidas como as correntes mínimas, ou seja, a corrente com a norma mínima necessária para transmitir potência ativa P_{μ} através do corte. E podem ser expressadas como:

$$\underline{i}_a = \{i_{a\mu}\}_{\mu=a}^m, \quad i_{a\mu} = \frac{\langle v_{\mu}, i_{\mu} \rangle}{\|v_{\mu}\|^2} v_{\mu} = \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu} = G_{\mu} v_{\mu}, \quad (3.142)$$

onde G_{μ} é a condutância de fase equivalente e $V_{\mu} = \|v_{\mu}\|$ sendo o valor eficaz (norma) da tensão de fase. Aplicando a definição de produto interno (3.11) temos:

$$\langle \underline{v}, \underline{i}_a \rangle = \sum_{\mu=a}^m \langle v_{\mu}, i_{a\mu} \rangle = \sum_{\mu=a}^m P_{\mu} = P \quad (3.143)$$

$$I_a = \|\underline{i}_a\| = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m I_{a\mu}^2} = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_{\mu}}{V_{\mu}}\right)^2} \Rightarrow \mathbf{V} I_a \neq P \quad (3.144)$$

com $I_a = \|\underline{i}_a\|$ e V , sendo os valores de eficaz (valor coletivo) da corrente ativa e tensão, respectivamente. Observe-se que, a corrente ativa coletiva não transporta toda a potência ativa (total).

A corrente ativa do neutro, quando existente, é determinada por:

$$i_{an} = - \sum_{\mu=a}^m i_{a\mu}. \quad (3.145)$$

3.13.2 Corrente reativa

As correntes reativas $i_{r\mu}$ são definidas como as correntes mínimas, ou seja, a corrente com a norma mínima necessária para transmitir energia reativa $W_{r\mu}$ através do corte. E podem ser expressadas como:

$$\underline{i}_r = \{i_{r\mu}\}_{\mu=a}^m, \quad i_{r\mu} = \frac{\langle \hat{v}_\mu, i_\mu \rangle}{\|\hat{v}_\mu\|^2} \hat{v}_\mu = \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu = \mathcal{B}_\mu \hat{v}_\mu, \quad (3.146)$$

onde \mathcal{B}_μ é a reatividade equivalente de fase e $\hat{V}_\mu = \|\hat{v}_\mu\|$ sendo o valor eficaz (norma) da integral imparcial de tensão. Aplicando a definição de produto interno (3.11) temos:

$$\langle \underline{\hat{v}}, \underline{i}_r \rangle = \sum_{\mu=a}^m \langle \hat{v}_\mu, i_{r\mu} \rangle = \sum_{\mu=a}^m W_{r\mu} = W_r \quad (3.147)$$

$$I_r = \|\underline{i}_r\| = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m I_{r\mu}^2} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu}\right)^2} \Rightarrow \hat{V} I_r \neq W_r \quad (3.148)$$

com $I_r = \|\underline{i}_r\|$ e \hat{V} , sendo o valor eficaz (valor coletivo) da corrente reativa e tensão, respectivamente. Observe-se que, a corrente reativa coletiva não transporta toda a energia reativa (total).

A corrente reativa do neutro, quando existente, é determinada por:

$$i_{rn} = - \sum_{\mu=a}^m i_{r\mu}. \quad (3.149)$$

3.13.3 Corrente residual (nula)

Os termos $i_{v\mu}$ representam as componentes de corrente remanescentes, que não transmitem nem potência ativa nem energia reativa, e são definidos como:

$$\underline{i}_v = \underline{i} - \underline{i}_a - \underline{i}_r. \quad (3.150)$$

A corrente residual (nula) do neutro, quando existente, é determinada por:

$$i_{vn} = - \sum_{\mu=a}^m i_{v\mu}. \quad (3.151)$$

Todos os termos de corrente são ortogonais, assim:

$$\underline{i} = \underline{i}_a + \underline{i}_r + \underline{i}_v \quad (3.152)$$

$$I^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_v^2 \quad (3.153)$$

Observe-se que a corrente ativa e reativa referem-se aos termos de potência e energia que são conservativos para cada rede e mantêm o seu significado físico também na presença de distorções, assimetria de tensão e carga desbalanceada.

3.13.4 Corrente residual (nula) e suas componentes

Da mesma forma que as redes monofásicas, a corrente residual pode ser dividida em correntes dispersas (ativa e reativa) e correntes geradas.

a) Corrente ativa dispersa

$$\begin{aligned} \underline{i}_{sa} = \underline{i}_{ah} - \underline{i}_a = \{i_{sa}\}_{\mu=a}^m, \quad i_{sa\mu} = \sum_{k \in \{K\}} (G_{\mu k} - G_{\mu}) v_{\mu k} \\ G_{\mu k} = \frac{I_{\mu k}}{V_{\mu k}} \cos \varphi_{\mu k}, \quad e \quad G_{\mu} = \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \end{aligned} \quad (3.154)$$

com:

$$I_{sa} = \|\underline{i}_{sa}\| = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m \left(\sum_{k \in \{K\}} (G_{\mu k} - G_{\mu})^2 V_{\mu k}^2 \right)^2} \quad (3.155)$$

onde $I_{sa} = \|\underline{i}_{sa}\|$, é o valor coletivo eficaz (norma) da corrente ativa dispersa.

A corrente ativa dispersa do neutro, quando existente, é determinada por:

$$i_{san} = - \sum_{\mu=a}^m i_{sa\mu}. \quad (3.156)$$

b) Corrente reativa dispersa

$$\begin{aligned} \underline{i}_{sr} = \underline{i}_{rh} - \underline{i}_r = \{i_{sr}\}_{\mu=a}^m, \quad i_{sr\mu} = \sum_{k \in \{K\}} (B_{\mu k} - B_{\mu}) \hat{v}_{\mu k} \\ B_{\mu k} = \frac{\omega k I_{\mu k}}{V_{\mu k}} \text{sen } \varphi_{\mu k} \quad e \quad B_{\mu} = \frac{W_{\mu}}{V_{\mu}^2} \end{aligned} \quad (3.157)$$

com:

$$I_{sr} = \|\underline{i}_{sr}\| = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m \left(\sum_{k \in \{K\}} (B_{\mu k} - B_{\mu})^2 \hat{V}_{k\mu}^2 \right)^2} \quad (3.158)$$

onde $I_{sr} = \|\underline{i}_{sr}\|$, é o valor coletivo eficaz (norma) da corrente reativa dispersa.

A corrente reativa dispersa do neutro, quando existente, é determinada por:

$$i_{srn} = - \sum_{\mu=a}^m i_{sr\mu}. \quad (3.159)$$

c) Corrente harmônica gerada pela carga

$$\underline{i}_g = \underline{i}_v - \underline{i}_{sa} - \underline{i}_{sr}. \quad (3.160)$$

A corrente harmônica gerada do neutro, quando existente, é determinada por:

$$i_{gn} = - \sum_{\mu=a}^m i_{g\mu}. \quad (3.161)$$

3.13.5 Ortogonalidade dos termos básicos

Os termos básicos de corrente acima definidos podem ser divididos como:

$$\underline{i} = \underline{i}_a + \underline{i}_r + \underline{i}_v = \underline{i}_a + \underline{i}_r + \underline{i}_{sa} + \underline{i}_{sr} + \underline{i}_g. \quad (3.162)$$

Conforme mostrado no Apêndice D, todos os termos acima são ortogonais, assim:

$$I^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_v^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_{sa}^2 + I_{sr}^2 + I_g^2 \quad (3.163)$$

Da mesma forma, as componentes de corrente do neutro resultam ortogonais:

$$I_n^2 = I_{an}^2 + I_{rn}^2 + I_{vn}^2 = I_{an}^2 + I_{rn}^2 + I_{san}^2 + I_{srn}^2 + I_{gn}^2 \quad (3.164)$$

A seguir, podemos ainda decompor as parcelas de corrente ativa e reativa em componentes balanceadas e desbalanceadas.

3.13.6 Corrente ativa e suas componentes

A carga é balanceada se a condutância equivalente é a mesma em todas as fases, caso contrário, ela é dita desbalanceada. Assim, a corrente ativa pode ainda ser dividida em termos balanceados e desbalanceados. O termo balanceado refere-se a um circuito equivalente balanceado contendo toda a potência ativa. As correntes ativas remanescentes de fase são as componentes desbalanceadas, o que representa o comportamento assimétrico das várias fases.

a) Corrente ativa balanceada

As correntes ativas balanceadas são as correntes mínimas (ou seja, com valor coletivo eficaz mínimo) necessárias para transmitir potência ativa total P absorvida no corte da rede. E são dadas por:

$$\underline{i}_a^b = \frac{\langle \underline{v}, \underline{i} \rangle}{\|\underline{v}\|^2} \underline{v} = \frac{P}{V^2} \underline{v} = G^b \underline{v} \quad (3.165)$$

O termo G^b é a condutância equivalente balanceada, idêntica para todas as fases. Aplicando a definição de produto interno (3.11) e as propriedades (3.18) temos:

$$\begin{aligned} \langle \underline{v}, \underline{i}_a^b \rangle &= P \\ W_{ra}^b &= \langle \underline{\hat{v}}, \underline{i}_a^b \rangle = G^b \langle \underline{\hat{v}}, \underline{v} \rangle = 0 \end{aligned} \quad (3.166)$$

$$I_a^b = \|\underline{i}_a^b\| = \frac{P}{V} \Rightarrow \mathbf{V} I_a^b = P \quad (3.167)$$

com $V = \|\underline{v}\|$ e $I_a^b = \|\underline{i}_a^b\|$ representando o valor coletivo eficaz (norma) da tensão e corrente ativa balanceada. Observe-se que, a corrente ativa balanceada coletiva (I_a^b) transporta toda a potência ativa (total) e zero de energia reativa.

A corrente ativa balanceada do neutro, quando existente, é determinada por:

$$i_{an}^b = - \sum_{\mu=a}^m i_{a\mu}^b. \quad (3.168)$$

b) Corrente ativa desbalanceada

As correntes ativas desbalanceadas podem ser expressadas como uma função da potência ativa absorvida em cada fase:

$$\underline{i}_a^u = \underline{i}_a - \underline{i}_a^b = \{i_{a\mu}^u\}_{\mu=a}^m = \{(G_\mu - G^b)v_\mu\}_{\mu=a}^m \quad (3.169)$$

com:

$$G_\mu = \frac{P_\mu}{V_\mu^2} \quad \text{e} \quad G^b = \frac{P}{V^2} \quad (3.170)$$

Claramente, essas correntes só existem se as condutâncias equivalentes de fase diferem umas das outras. Percebe-se que:

$$\begin{aligned} P_u &= \langle \underline{v}, \underline{i}_a^u \rangle = \langle \underline{v}, \underline{i}_a \rangle - \langle \underline{v}, \underline{i}_a^b \rangle = 0 \Rightarrow \langle \underline{i}_a^b, \underline{i}_a^u \rangle = 0 \\ I_a^u &= \|\underline{i}_a^u\| = \sqrt{I_a^2 - I_a^{b2}} = V \sqrt{\sum_{\mu=a}^m G_\mu^2 - G^{b2}} \end{aligned} \quad (3.171)$$

A corrente ativa desbalanceada do neutro, quando existente, é determinada por:

$$i_{an}^u = - \sum_{\mu=a}^m i_{a\mu}^u. \quad (3.172)$$

3.13.7 Corrente reativa e suas componentes

Da mesma forma que a corrente ativa, a corrente reativa pode ser dividida em termos balanceados e desbalanceados. O termo balanceado refere-se a um circuito equivalente simétrico

contendo toda a energia reativa. As correntes remanescentes de fase são as componentes reativas desbalanceadas, que representam o comportamento assimétrico das várias fases.

a) Corrente reativa balanceada

As correntes reativas balanceadas são as correntes mínimas necessárias para transmitir energia reativa total W absorvida no corte da rede. E são dadas por:

$$\underline{i}_r^b = \frac{\langle \underline{\hat{v}}, \underline{i} \rangle}{\|\underline{\hat{v}}\|^2} \underline{\hat{v}} = \frac{W_r}{\widehat{V}^2} \underline{\hat{v}} = \mathcal{B}^b \underline{\hat{v}} \quad (3.173)$$

O termo \mathcal{B}^b é a reatidade equivalente balanceada e é idêntica para todas as fases. Percebe-se que:

$$\begin{aligned} \langle \underline{\hat{v}}, \underline{i}_r^b \rangle &= W \\ P_r^b = \langle \underline{v}, \underline{i}_r^b \rangle &= \mathcal{B}^b \langle \underline{v}, \underline{\hat{v}} \rangle = 0 \end{aligned} \quad (3.174)$$

$$I_r^b = \|\underline{i}_r^b\| = \frac{W}{\widehat{V}} \quad (3.175)$$

com $\widehat{V} = \|\underline{\hat{v}}\|$ e $I_r^b = \|\underline{i}_r^b\|$ representando o valor coletivo eficaz (norma) da integral imparcial da tensão e corrente reativa balanceada. Note-se que, a corrente reativa balanceada coletiva (I_r^b) transporta toda a energia reativa (total) e zero de potência ativa.

A corrente reativa balanceada do neutro, quando existente, é determinada por:

$$i_{rn}^b = - \sum_{n=1}^N i_{r\mu}^b. \quad (3.176)$$

b) Corrente reativa desbalanceada

As correntes reativas desbalanceadas podem ser expressadas como função da energia reativa absorvida em cada fase:

$$\underline{i}_r^u = \underline{i}_r - \underline{i}_r^b = \{i_{r\mu}^u\}_{\mu=a}^m = \{(\mathcal{B}_\mu - \mathcal{B}^b)\hat{v}_\mu\}_{\mu=a}^m \quad (3.177)$$

com:

$$\mathcal{B}_\mu = \frac{W_{r\mu}}{\widehat{V}_\mu^2} \quad \text{e} \quad \mathcal{B}^b = \frac{W_r}{\widehat{V}^2}. \quad (3.178)$$

Claramente, estas correntes existem apenas se as reatidades de fase equivalentes diferem umas das outras. Nota-se que:

$$\begin{aligned} W_u = \langle \underline{\hat{v}}, \underline{i}_r^u \rangle &= \langle \underline{\hat{v}}, \underline{i}_r \rangle - \langle \underline{\hat{v}}, \underline{i}_r^b \rangle = 0 \Rightarrow \langle \underline{i}_r^b, \underline{i}_r^u \rangle = 0 \\ I_r^u = \|\underline{i}_r^u\| &= \sqrt{I_r^2 - I_r^{b2}} = \widehat{V} \sqrt{\sum_{\mu=a}^m \mathcal{B}_\mu^2 - \mathcal{B}^{b2}} \end{aligned} \quad (3.179)$$

A corrente reativa desbalanceada do neutro, quando existente, é determinada por:

$$i_{rn}^u = - \sum_{\mu=a}^m i_{r\mu}^u. \quad (3.180)$$

3.13.8 Decomposição completa da corrente total

Em conclusão, as correntes de fase podem ser divididas em:

$$\underline{i} = \underline{i}_a^b + \underline{i}_r^b + \underline{i}_a^u + \underline{i}_r^u + \underline{i}_a^s + \underline{i}_r^s + \underline{i}_g \quad (3.181)$$

Os termos de corrente acima são ortogonais, assim podemos escrever:

$$I^2 = I_a^{b^2} + I_r^{b^2} + I_a^{u^2} + I_r^{u^2} + I_a^{s^2} + I_r^{s^2} + I_g^2 \quad (3.182)$$

onde $I = \|\underline{i}\|$, $I_a = \|\underline{i}_a\|$, etc. A ortogonalidade de todas as componentes de corrente é demonstrada no Apêndice E.

As componentes da corrente do neutro também são ortogonais:

$$I_n^2 = I_{an}^{b^2} + I_{rn}^{b^2} + I_{an}^{u^2} + I_{rn}^{u^2} + I_{an}^{s^2} + I_{rn}^{s^2} + I_{gn}^2 \quad (3.183)$$

Cada componente de corrente tem uma associação de fenômeno físico distinto, inclusive em condições não senoidais. Além disso, as correntes ativas e reativas referem-se a termos de potência e energia que são conservativos para cada circuito e mantêm o seu significado mesmo na presença de distorções, assimetria de tensão e desequilíbrio de carga.

De acordo com (Eq. 3.182), a corrente de qualquer tipo de carga (linear e/ou não linear), com ou sem condutor de retorno (Figura 3.28), pode ser facilmente representada pelo esquema equivalente apresentado na Figura 3.29.

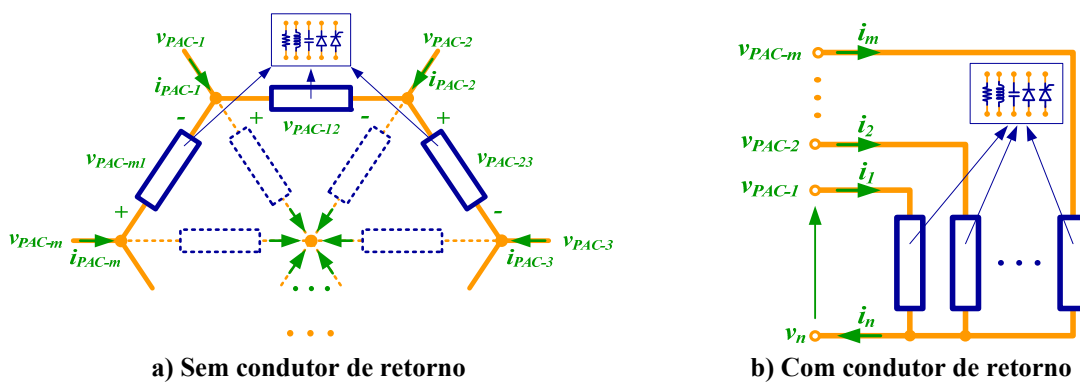


Figura 3.28: Circuito polifásico genérico com e sem condutor de retorno.

É importante sublinhar que a definição (Eq. 3.182) pode ser aplicável para qualquer tipo de sistema polifásico, com ou sem condutor de retorno, e qualquer tipo de ligação: conexão “Y” com neutro (retorno), conexão “Y” sem neutro (retorno) e ligação “Δ”.

Assim, para uma condição geral, a corrente total pode ser decomposta em:

- Corrente ativa balanceada (\underline{i}_a^b): conversão constante de energia útil;
- Corrente reativa balanceada (\underline{i}_r^b): armazenamento e transferência de energia associado a indutores e capacitores (deslocamento de fase entre a tensão e corrente). Assim como circuitos desfasadores sem armazenamento de energia;
- Corrente de desbalanço ($\underline{i}^u = \underline{i}_a^u + \underline{i}_r^u$): diferentes valores de condutância e reatividade equivalente por fase;
- Corrente dispersa ($\underline{i}^s = \underline{i}_{as} + \underline{i}_{rs}$): diferentes valores de condutância e reatividade em diferentes frequências;
- Corrente harmônica gerada pela carga (\underline{i}_g): não linearidades da carga (harmônicos que não existem no espectro de tensão).

De acordo com a decomposição de corrente acima, qualquer carga polifásica, com e sem condutor de retorno, pode ser representada (como mostrado na Figura 3.29) por meio de uma condutância equivalente balanceada G^b , por uma reatividade equivalente balanceada B^b , por uma condutância dispersa $\Delta G_\mu = G_\mu - G^b$ (devido a diferentes valores de condutância equivalente por fase), por uma reatividade dispersa $\Delta B_\mu = B_\mu - B^b$ (devido a diferentes valores de reatividade equivalente por fase), por uma condutância variável $\Delta G_{\mu k} = G_{\mu k} - G_\mu$ (devido a diferentes valores de condutância equivalentes nas diferentes harmônicas), e por uma reatividade variável $\Delta B_{\mu k} = B_{\mu k} - B_\mu$ (devido a diferentes valores de reatividade equivalentes nas diferentes harmônicas) e por um gerador de corrente (\mathbf{j}), que representa a corrente gerada pela carga (termos harmônicos que existem só na corrente, não nas tensões).

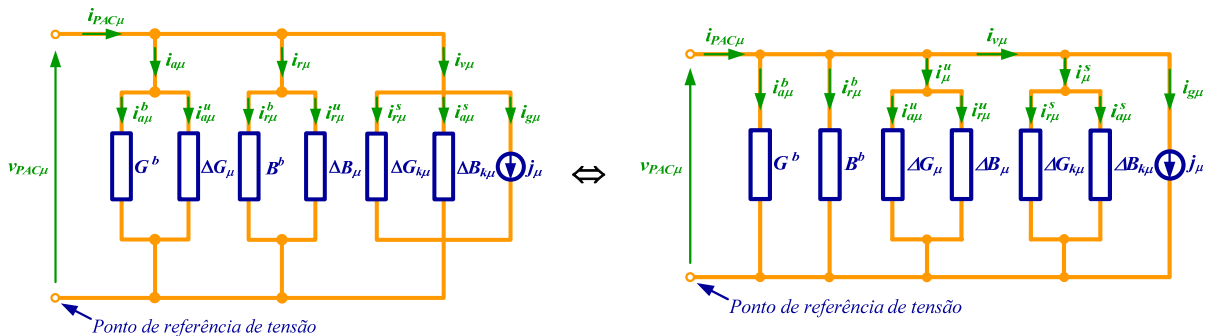


Figura 3.29: Representação genérica de uma fase do circuito polifásico com e sem condutor de retorno.

Nota-se que, em caso de sistemas polifásicos com condutor de retorno (neutro) a referência das tensões é o condutor de retorno (n) e para sistemas sem condutor de retorno, o ponto central virtual (*) é a referência das tensões.

3.14 Potência aparente e suas componentes

De (Eq. 3.183) e (Eq. 3.106), a potência aparente pode ser decomposta como:

$$A^2 = V^2 I^2 = \underbrace{V^2 I_a^b^2}_{P^2} + \underbrace{V^2 I_r^b^2}_{Q^2} + \underbrace{V^2 I_a^u^2}_{U_a^2} + \underbrace{V^2 I_r^u^2}_{U_r^2} + \underbrace{V^2 I_a^s^2}_{D_{sa}^2} + \underbrace{V^2 I_r^s^2}_{D_{sr}^2} + \underbrace{V^2 I_g^2}_{D_g^2} \quad (3.184)$$

$$A^2 = P^2 + Q^2 + \underbrace{U_a^2 + U_r^2}_{U^2} + \underbrace{D_{sa}^2 + D_{sr}^2 + D_g^2}_{D^2} = P^2 + Q^2 + U^2 + D^2 \quad (3.185)$$

onde:

$P \rightarrow$ Potência ativa [W];

$Q \rightarrow$ Potência reativa [VA];

$U \rightarrow$ Potência de desbalanço ($U^2 = U_a^2 + U_r^2$) [VA];

$U_a \rightarrow$ Potência ativa de desbalanço [VA]

$U_r \rightarrow$ Potência reativa de desbalanço [VA]

$D \rightarrow$ Potência residual (nula) ($D^2 = D_{sa}^2 + D_{sr}^2 + D_g^2$) [VA]

$D_{sa} \rightarrow$ Potência ativa dispersa [VA]

$D_{sr} \rightarrow$ Potência reativa dispersa [VA]

$D_g \rightarrow$ Potência harmônica gerada pela carga [VA]

Pode-se notar que, no que diz respeito à rede monofásica, dois novos componentes estão presentes, isto é: componentes de desbalanço, ativa e reativa. Olhando para os termos de potência temos:

3.14.1 Potência ativa

A potência ativa é dada por:

$$P = \mathbf{V} \mathbf{I}_a^b \quad (3.186)$$

3.14.2 Potência reativa

A potência reativa é dada por:

$$Q = \mathbf{V} \mathbf{I}_r^b = \mathbf{V} \frac{W}{\widehat{V}} \quad (3.187)$$

Decompondo os valores coletivos eficazes de \mathbf{V} e \widehat{V} em componente fundamental e harmônicas, teremos:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \sqrt{\mathbf{V}_f^2 + \mathbf{V}_h^2} = \mathbf{V}_f \sqrt{1 + [DHT_V]^2} \\ \widehat{V} &= \sqrt{\widehat{V}_f^2 + \widehat{V}_h^2} = \widehat{V}_f \sqrt{1 + [DHT_{\widehat{V}}]^2} \end{aligned} \quad (3.188)$$

onde DHT_V e $DHT_{\widehat{V}}$ significam distorção harmônica total da tensão e tensão imparcial coletiva, e são dadas por:

$$DHT_V = \frac{\sum_{\mu=a}^m \sum_{k=2}^{\infty} V_{\mu k}^2}{\sum_{\mu=a}^m V_{\mu 1}^2} = \frac{V^2 - V_f^2}{V_f^2}$$

$$DHT_{\hat{V}} = \frac{\sum_{\mu=a}^m \sum_{k=2}^{\infty} \hat{V}_{\mu k}^2}{\sum_{\mu=a}^m \hat{V}_{\mu 1}^2} = \frac{\hat{V}^2 - \hat{V}_f^2}{\hat{V}_f^2}$$
(3.189)

Desde que $V_f/\hat{V}_f = \omega$, temos:

$$Q = \omega W \frac{\sqrt{1 + [DHT_V]^2}}{\sqrt{1 + [DHT_{\hat{V}}]^2}}$$
(3.190)

A equação acima mostra que, ao contrário da energia reativa W_r , a potência reativa Q não é conservativa. Na verdade, depende da frequência de linha e da distorção de tensão local.

3.14.3 Potência ativa de desbalanço

A potência ativa de desbalanço é dada por:

$$U_a = VI_a^u = \sqrt{V^2 \sum_{\mu=a}^m \frac{P_{\mu}^2}{V_{\mu}^2} - P^2}$$
(3.191)

nota-se que, este termo de potência desaparece apenas no caso de carga balanceada, pois:

$$P_{\mu} = \frac{P}{V^2} V_{\mu}^2 \Rightarrow U_a = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m \frac{P^2}{V^2} V_{\mu}^2 - P^2} = 0$$
(3.192)

3.14.4 Potência reativa de desbalanço

A potência reativa de desbalanço é dada por:

$$U_r = VI_r^u = \frac{V}{\hat{V}} \hat{V} I_r^u = \omega \frac{\sqrt{1 + [DHT_V]^2}}{\sqrt{1 + [DHT_{\hat{V}}]^2}} \sqrt{\hat{V}^2 \sum_{\mu=a}^m \frac{W_{\mu}^2}{\hat{V}_{\mu}^2} - W^2}$$
(3.193)

a equação acima mostra que a variação da frequência, assimetrias de tensão e distorções afetam o termo de potência reativa de desbalanço. Em qualquer caso, U_r desaparece se a carga é balanceada, pois:

$$W_{r\mu} = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{V}_\mu^2 \Rightarrow U_r = \frac{V}{\hat{V}} \sqrt{\sum_{\mu=a}^m \frac{W^2}{\hat{V}^2} \hat{V}_\mu^2 - W^2} = 0 \quad (3.194)$$

3.14.5 Potência ativa dispersa

A potência ativa dispersa é dada por:

$$D_{sa} = \mathbf{V} \mathbf{I}_{sa} = \sqrt{V^2 \sum_{\mu=a}^m \left(\sum_{k \in \{K\}} (G_{\mu k} - G_\mu)^2 \hat{V}_{kn}^2 \right)^2} \quad (3.195)$$

Em qualquer caso, D_{sa} desaparece se a tensão é senoidal, de fato:

$$V_k^2 = 0 \Rightarrow D_{sa} = 0 \quad (3.196)$$

3.14.6 Potência reativa dispersa

A potência reativa dispersa é dada por:

$$D_{sr} = \mathbf{V} \mathbf{I}_{sr} = \omega \frac{\sqrt{1 + [DHT_V]^2}}{\sqrt{1 + [DHT_{\hat{V}}]^2}} \sqrt{\hat{V}^2 \sum_{\mu=a}^m \left(\sum_{k \in \{K\}} (B_{\mu k} - B_\mu)^2 \hat{V}_{k\mu}^2 \right)^2} \quad (3.197)$$

Similarmente a D_{sa} , o termo D_{sr} desaparece se a tensão é senoidal, de fato:

$$\hat{V}_k^2 = 0 \Rightarrow D_{sr} = 0 \quad (3.198)$$

3.14.7 Potência harmônica gerada pela carga

A potência harmônica gerada é dada por:

$$D_g = \mathbf{V} \mathbf{I}_g \quad (3.199)$$

Finalmente, a potência residual (remanescente) é dada por:

$$D = \mathbf{V} \mathbf{I}_v = \sqrt{D_{sa}^2 + D_{sr}^2 + D_g^2} \quad (3.200)$$

Note-se que, a potência residual pode ser obtida sem o uso do domínio da frequência. O domínio da frequência foi utilizado apenas para esclarecer o significado físico da potência residual, mas não é necessário para o desenvolvimento da teoria. Assim, a abordagem apresentada pode ser inteiramente desenvolvida no domínio do tempo.

3.15 Fator de potência e suas componentes

A fim de caracterizar o uso da rede em um determinado corte, é definido o fator de potência como:

$$\lambda = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + N_a^2 + N_r^2 + D_{sa}^2 + D_{sr}^2 + D_g^2}} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + U^2 + D^2}} \quad (3.201)$$

Pode-se observar que, ao contrário do sistema monofásico, a potência aparente também leva em consideração a potência de desbalanço. Assim, podemos definir os seguintes fatores relacionados com a corrente:

3.15.1 Fator de não linearidade

O fator de não linearidade (λ_D) é definido como a relação entre a potência residual (nula) e a potência aparente:

$$\lambda_D = \frac{D}{A} = \frac{\|\underline{i}_v\|}{\|\underline{i}\|}. \quad (3.202)$$

Nota-se que, o fator de não linearidade desaparece apenas se $i_v = 0$.

3.15.2 Fator de assimetria

O fator de assimetria (λ_U) é definido como:

$$\lambda_U = \frac{U}{\sqrt{P^2 + Q^2 + U^2}} = \frac{\sqrt{\|\underline{i}_a^u\|^2 + \|\underline{i}_r^u\|^2}}{\sqrt{\|\underline{i}_a^b\|^2 + \|\underline{i}_r^b\|^2 + \|\underline{i}_a^u\|^2 + \|\underline{i}_r^u\|^2}}. \quad (3.203)$$

Percebe-se que, o fator de assimetria desaparece só se a carga for balanceada.

3.15.3 Fator de reatidade

O fator de reatidade (λ_Q) de corrente é definido como:

$$\lambda_Q = \frac{Q}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{\|\underline{i}_r^b\|}{\sqrt{\|\underline{i}_a^b\|^2 + \|\underline{i}_r^b\|^2}}. \quad (3.204)$$

Note-se que, o fator de reatidade de corrente desaparece na ausência de elementos armazenadores de energia.

Portanto, o fator de potência pode ser expresso como:

$$\lambda = \sqrt{(1 - \lambda_Q^2)(1 - \lambda_U^2)(1 - \lambda_D^2)} = \frac{\|\underline{i}_a^b\|}{\|\underline{i}\|} = \frac{P}{A}. \quad (3.205)$$

De (Eq. 3.205), é possível avaliar qualitativamente os efeitos sobre o fator de potência dos termos de corrente reativa, desbalanço e residual.

3.16 Exemplos em circuitos trifásicos sem condutor de retorno (3φ a 3 fios)

A fim de explicar o significado físico da decomposição de corrente apresentada anteriormente, diferentes configurações de cargas são apresentadas e diferentes casos de tensões de alimentação foram simulados:

- **Caso I:** Tensões senoidais simétricas;
- **Caso II:** Tensões senoidais assimétricas;
- **Caso III:** Tensões não senoidais simétricas;
- **Caso IV:** Tensões não senoidais assimétricas;

As tensões de alimentação aplicada para os quatro casos são apresentadas na Tabela 3.5. As tensões para os *casos III e IV* são as mesmas dos *casos I e II*, com uma adição de 10% da 5ª e 7ª para os circuitos trifásicos a 3 condutores e 10% de 3ª, 5ª, 7ª e 9ª harmônicas para os circuitos a 4 condutores. Os parâmetros da linha são $R_{Ln} = R_{La} = R_{Lb} = R_{Lc} = 0,018\Omega$ e $L_{Ln} = L_{La} = L_{Lb} = L_{Lc} = 0,0239\text{mH}$.

Tabela 3.5: Tensões de alimentação para os casos I, II, III e IV.

Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
$V_a = 127 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_a = 127 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_a = V_{a(\text{Caso I})} + \sum V_{ak(\text{Caso I})}$	$V_a = V_{a(\text{Caso II})} + \sum V_{ak(\text{Caso II})}$
$V_b = 127 \angle -120^\circ \text{ V}$	$V_b = 113 \angle -104,4^\circ \text{ V}$	$V_b = V_{b(\text{Caso I})} + \sum V_{bk(\text{Caso I})}$	$V_b = V_{b(\text{Caso II})} + \sum V_{bk(\text{Caso II})}$
$V_c = 127 \angle 120^\circ \text{ V}$	$V_c = 147,49 \angle 144^\circ \text{ V}$	$V_c = V_{c(\text{Caso I})} + \sum V_{ck(\text{Caso I})}$	$V_c = V_{c(\text{Caso II})} + \sum V_{ck(\text{Caso II})}$

k – ordem harmônica.

Similarmente ao caso monofásico, em todos os *Exemplos*, as correntes e tensões foram normalizadas com base no maior valor pico entre as três fases (pu). E para fins de comparação com a tensão a corrente foi dividida por 2.

Os termos de potência e energia também foram normalizados. No entanto para a construção de todas as tabelas foram utilizados os valores reais (não normalizados).

3.16.1 Exemplo 1 – Carga balanceada resistiva

A Figura 3.30 mostra o circuito analisado, nos quatro casos a fonte de tensão alimenta uma carga resistiva balanceada de 45kW.

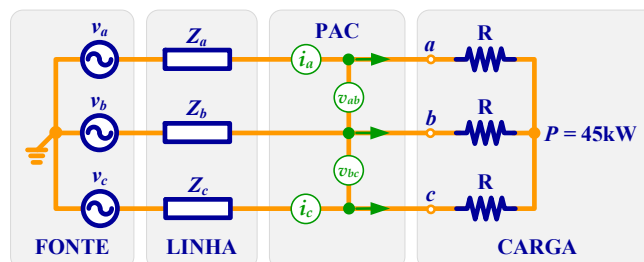


Figura 3.30: Exemplo 1 carga R balanceada – Circuito 3φ 3 fios.

Da Figura 3.31, observa-se que em todos os *casos (I, II, III e IV)*, as tensões e correntes no PAC estão em fase e apresentam a mesma forma de onda, característica própria de cargas resistivas. Destaca-se que as tensões de fase foram obtidas a partir de (Eq. 3.130).

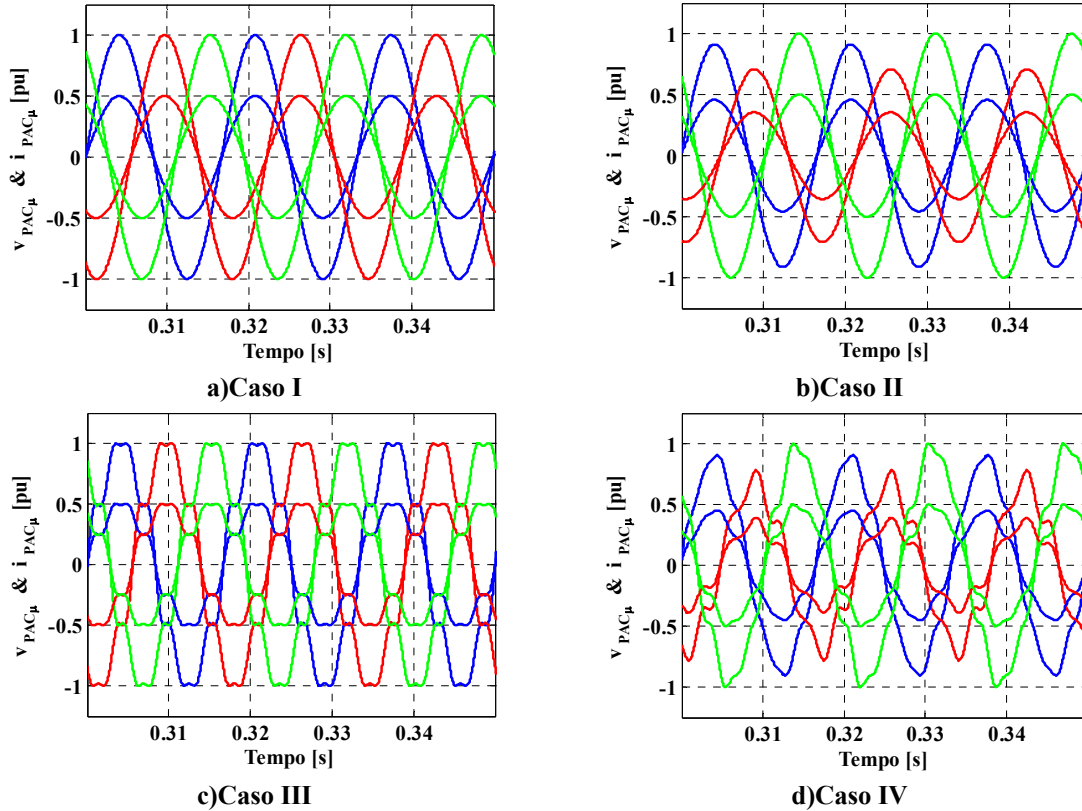


Figura 3.31: Exemplo 1 carga R balanceada – Tensões e correntes no PAC.

A Figura 3.32 mostra os termos instantâneos e médios da potência e energia. Observa-se que, diferentemente do sistema monofásico, quando uma carga balanceada linear resistiva pura é alimentada com tensões senoidais simétricas (*Caso I*) não há oscilação de energia entre a carga e a fonte (Figura 3.32a), ou seja:

$$\begin{aligned} p(t) &= v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \\ &= VI[1 - \cos(2\omega_1 t)] + VI \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] + VI \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right) \right] \\ &= 3VI = \text{Cte.} \end{aligned}$$

onde $v_a(t) = \sqrt{2}V \cos \omega_1 t$, $v_b(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3})$ e $v_c(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3})$, são as tensões medidas no PAC e V é o valor eficaz das tensões instantâneas. Neste caso, os termos oscilatórios se cancelam mutuamente.

Assim, a potência ativa resulta:

$$P = \bar{p}(t) = 3VI = p(t).$$

E a energia reativa instantânea também não é oscilatória e resulta zero (Figura 3.32a), desde que:

$$\begin{aligned} w(t) &= \hat{v}_a i_a + \hat{v}_b i_b + \hat{v}_c i_c \\ &= -\frac{1}{\omega_1} \left[VI \sin(2\omega_1 t) + VI \sin\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) + VI \sin\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right) \right] = 0 \end{aligned}$$

Do anterior, observa-se que realmente os termos oscilatórios se cancelam. Consequentemente, a energia reativa resulta também zero:

$$W_r = \bar{w}_r(t) = w_r(t) = 0.$$

Finalmente, na Figura 3.32b, c e d observa-se que, nos *casos II, III e IV* há oscilação de energia entre a carga e a fonte. Nestes casos, as oscilações dependem do tipo de distúrbio e são impostas pela fonte de alimentação. No entanto, a energia reativa sempre resulta zero.

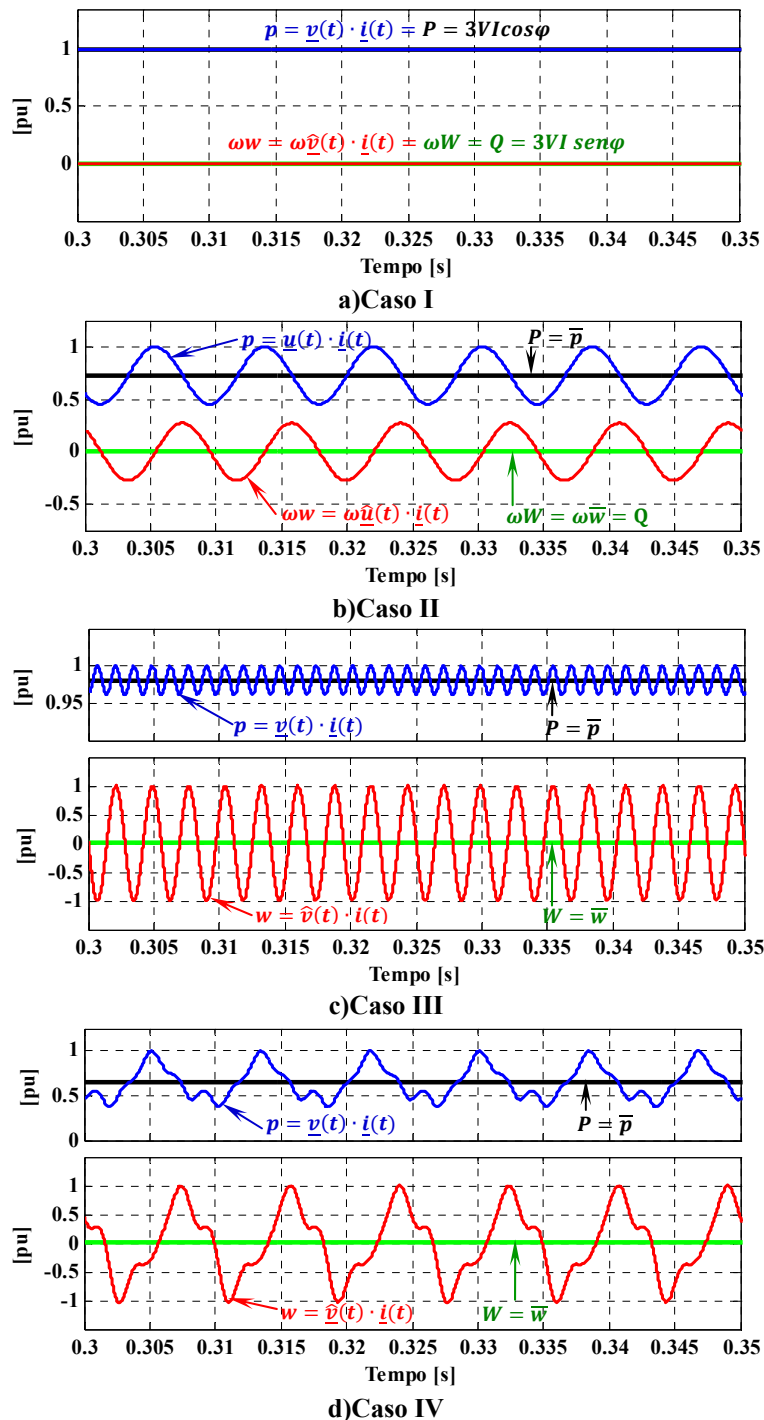


Figura 3.32: Exemplo 1 carga R balanceada – Termos instantâneos e médios.

A Figura 3.33 mostra as formas de onda do resultado da decomposição das correntes no PAC. Observa-se que em todos os casos as correntes ativas balanceadas de fase correspondem às correntes de fase no PAC ($i_{a\mu}^b = i_{PAC\mu}$), indicando ausência de qualquer outro tipo de fenômeno de potência ($i_{r\mu}^b = i_{a\mu}^u = i_{r\mu}^u = i_{v\mu} = 0$). De fato, a carga é um circuito linear e puramente resistivo.

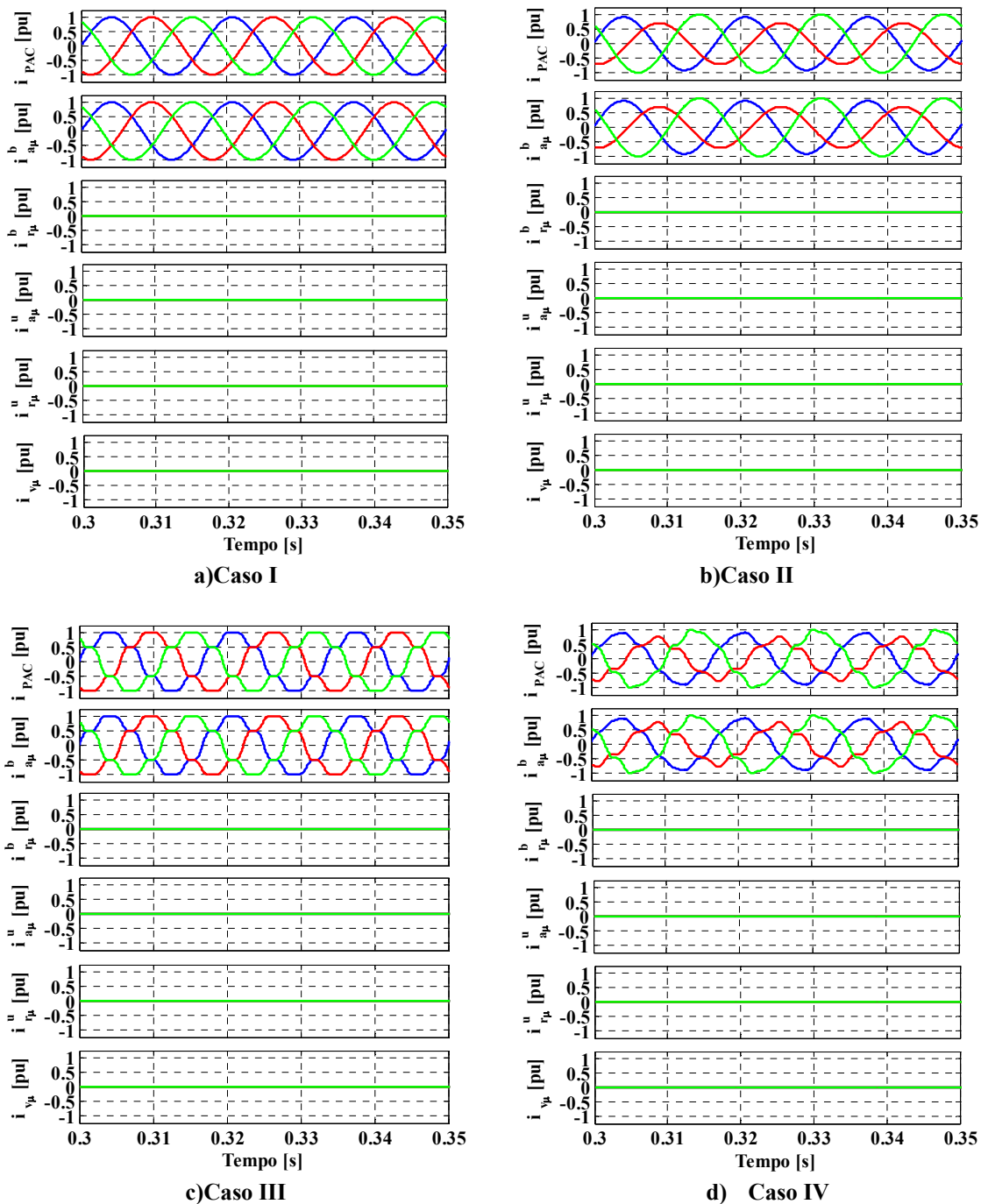


Figura 3.33: Exemplo 1 carga R balanceada – Decomposição da corrente no PAC.

Como esperado, a Tabela 3.6 mostra realmente que toda a potência fornecida pela fonte de alimentação é consumida pela carga, resultando $A = P = \mathbf{VI}_a^b = 3VI$ e $\lambda = 1$.

Tabela 3.6: Exemplo 1 carga R balanceada – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
A [VA]	43592,304	45155,434	44462,038	45657,665
P [W]	43592,304	45155,434	44462,038	45657,665
Q [VA]	0,869	0,758	1,007	1,982
U [VA]	0,086	0,112	0,014	0,192
D [VA]	0,864	0,766	1,006	1,994
W_r [J]	0,000	0,000	0,000	0,000
λ	1,000	1,000	1,0000	1,0000
λ_o	0,000	0,000	0,000	0,000
λ_U	0,000	0,000	0,000	0,000
λ_D	0,000	0,000	0,000	0,000

3.16.2 Exemplo 2 – Carga desbalanceada resistiva

A Figura 3.34 mostra o circuito analisado para os quatro casos: a fonte de tensão alimenta uma carga resistiva desbalanceada (apenas um resistor ligado entre duas fases) de 45kW.

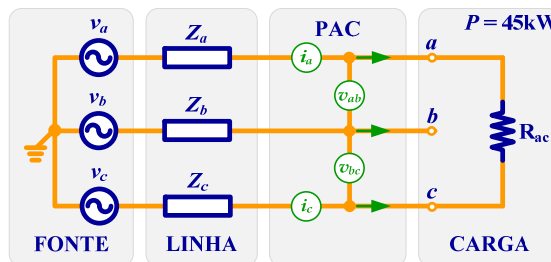


Figura 3.34: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Circuito 3 ϕ 3 fios.

A Figura 3.35 mostra as tensões e correntes no PAC para os quatro casos. Note-se que as tensões e correntes não estão em fase, uma vez que as tensões medidas representam as tensões referenciadas ao ponto virtual, o que na prática representa que as tensões são referenciadas ao ponto central da fonte de potência, ao invés do ponto central da carga.

A Figura 3.36 mostra as tensões no PAC e as correntes balanceadas ativas. Como esperado para todos os casos, as correntes ativas balanceadas por fase e as tensões medidas no PAC estão em fase e com as mesmas formas de onda, devido à proporcionalidade de $i_{a\mu}^b$ e $v_{PAC\mu}$ segundo a Equação 3.165.

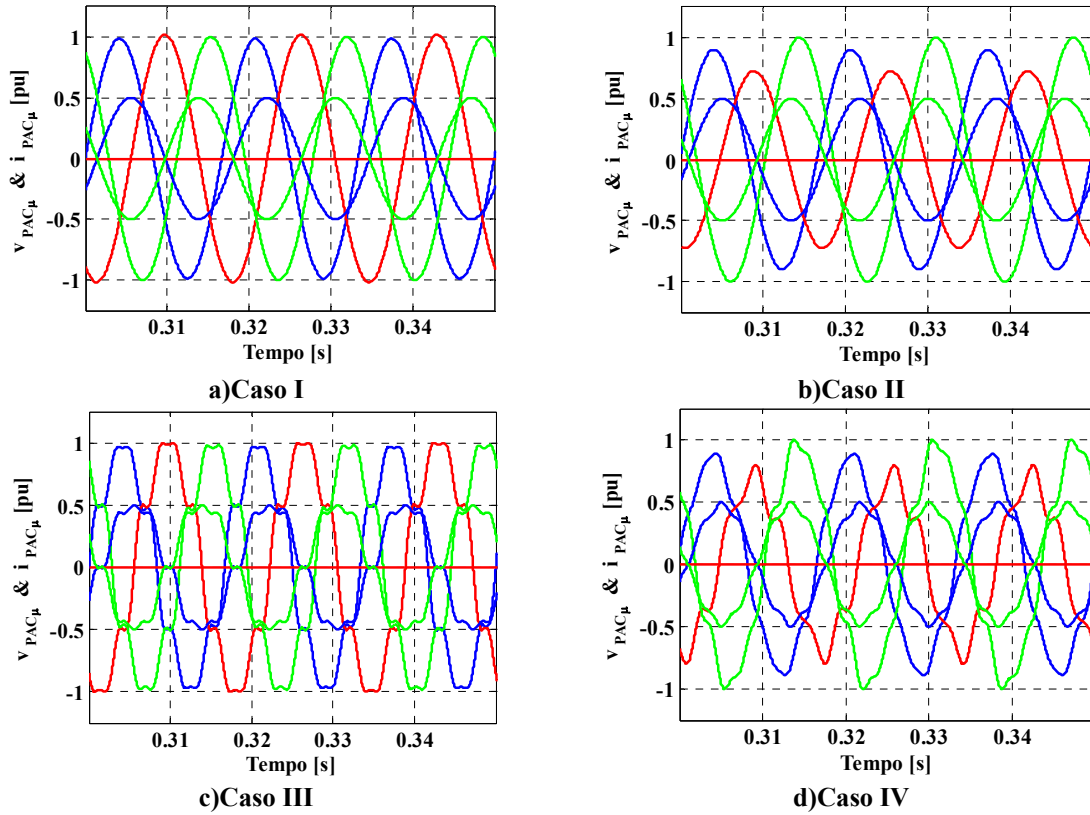


Figura 3.35: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Tensões e correntes no PAC.

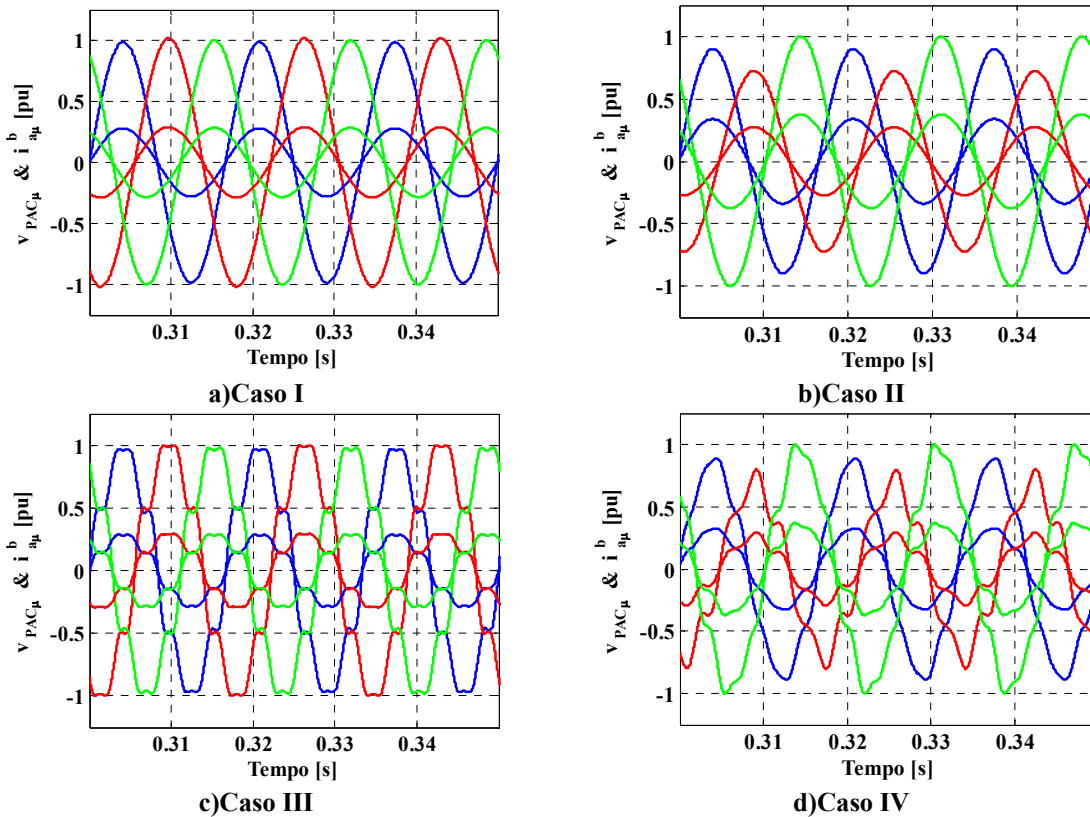


Figura 3.36: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Tensões no PAC e correntes ativas balanceadas.

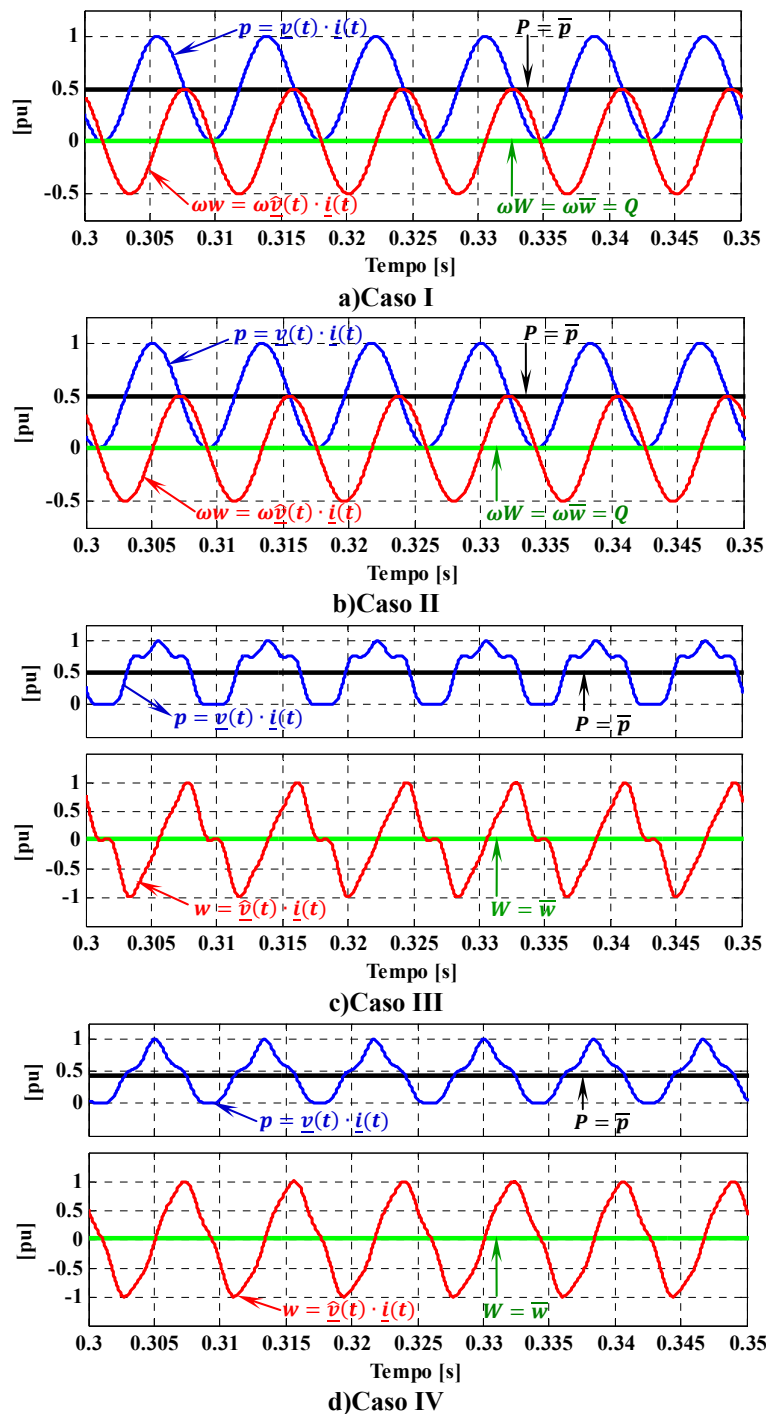


Figura 3.37: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Termos instantâneos e médios.

A Figura 3.37 mostra os termos instantâneos e médios da potência e energia. Observa-se que, quando uma carga desbalanceada linear resistiva pura é alimentada com tensões senoidais simétricas (*Caso I*), diferentemente que a carga balanceada, há oscilação de energia entre a carga e a fonte (Figura 3.37a), neste caso provocado pelo desbalanço da carga, ou seja:

$$p(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = p_a + p_b + p_c \neq \text{cte.}$$

onde:

$$\begin{aligned} p_a(t) &= V_a I_a [1 - \cos 2\omega_1 t] - V_a I_a \sin 2\omega_1 t \\ p_b(t) &= V_b I_b \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] - V_b I_b \sin\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \\ p_c(t) &= V_c I_c \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right) \right] - V_c I_c \sin\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

Do anterior podemos observar que, neste caso, os termos oscilatórios não mais se cancelam mais uns aos outros.

Assim, a potência ativa resulta:

$$P = \bar{p}(t) = V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c = P_a + P_b + P_c.$$

E a energia reativa instantânea resulta diferente de zero (Figura 3.37a):

$$\begin{aligned} w_r(t) &= \hat{v}_a i_a + \hat{v}_b i_b + \hat{v}_c i_c \\ &= -\frac{1}{\omega_1} \left[V_a I_a \sin(2\omega_1 t) + V_b I_b \sin\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) + V_c I_c \sin\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right) \right] \neq 0 \end{aligned}$$

Finalmente, a energia reativa resulta zero:

$$W_r = \bar{w}_r(t) = w_r(t) = 0.$$

Similarmente ao caso anterior, nos *casos II, III e IV*, há oscilação de energia entre a carga e a fonte, desta vez devido à interação da carga desbalanceada e aos distúrbios presentes na fonte de tensão. Porém, a energia reativa sempre é zero, devido à característica da carga (resistiva) (Figura 3.37b, c e d).

A Figura 3.38 mostra o resultado da decomposição de corrente no PAC para os quatro casos. Observa-se que não há correntes reativas balanceadas ($i_{r\mu}^b = 0$), indicando ausência de elementos armazenadores de energia (indutores e/ou capacitores), mas, existem correntes ativas e reativas desbalanceadas ($i_{a\mu}^u$ e $i_{r\mu}^u$) representando o desbalanço da carga ($i_{\mu}^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u$).

A presença de correntes reativas desbalanceadas ($i_{r\mu}^u$) é devida ao fato que, cada fase está relacionada com as outras (defasagem entre as tensões e correntes), assim as parcelas $i_{r\mu}^u$ mostram a interação dos ângulos das fases *a* e *c*. Nota-se que as correntes reativas desbalanceadas na fase *b* são zero ($i_{r\mu}^u = 0$), devido à configuração da carga (resistor ligado entre as fases *a* e *c*).

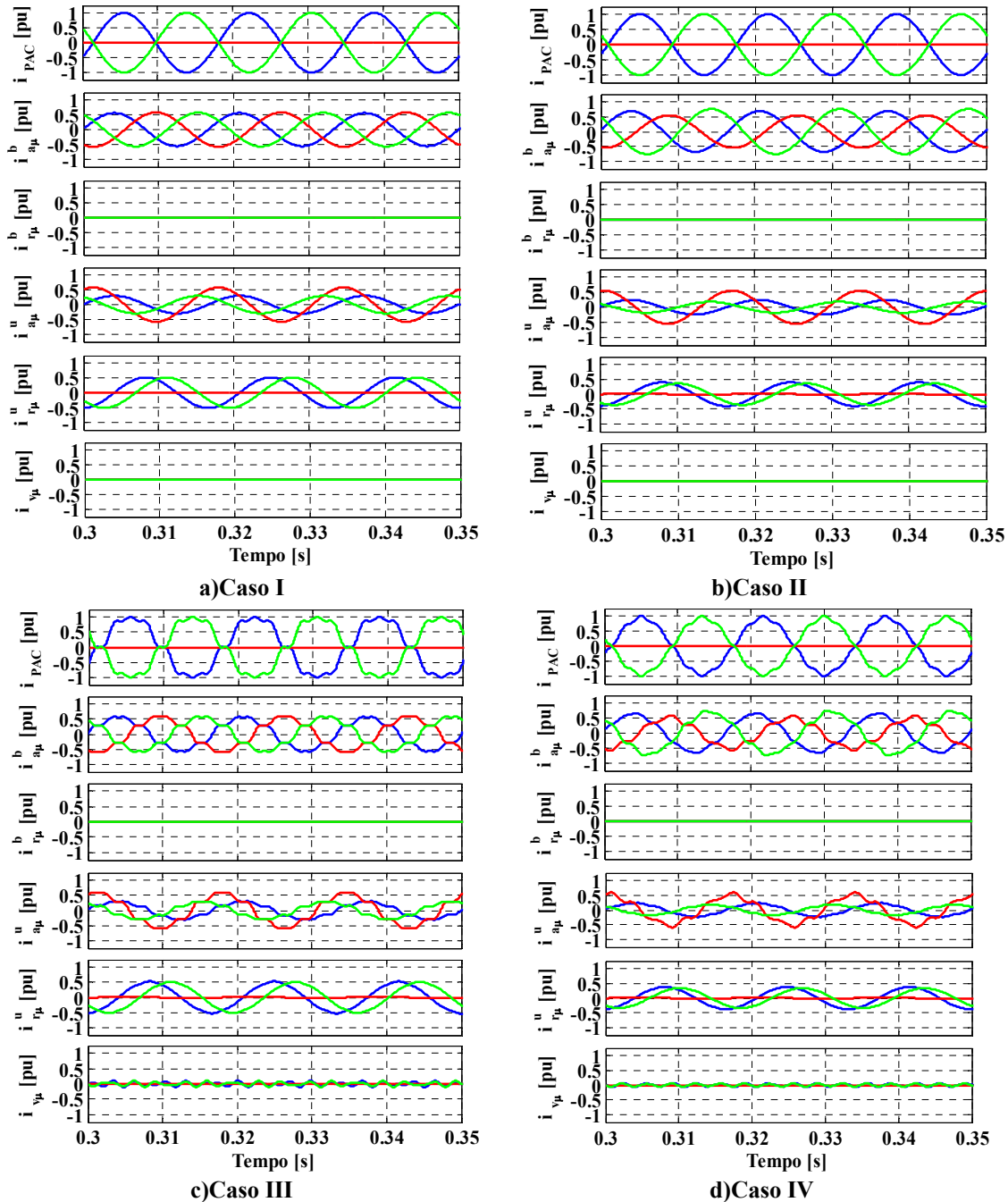


Figura 3.38: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Decomposição da corrente no PAC.

Por outro lado, observa-se presença mínima de corrente residual para os *casos III e IV* (Figura 3.38). Nestes casos, como mencionada anteriormente, a defasagem entre as tensões e corrente, origina corrente reativa por fase que é proporcional a reatidade equivalente ($i_{r\mu} = \mathcal{B}_\mu \hat{v}_\mu = i_{r\mu}^u = (\mathcal{B}_\mu - 0) \hat{v}_\mu$). Assim, a presença de corrente residual está associada à reatidade equivalente por fase. Para uma melhor visualização, a Figura 3.39 mostra o resultado da decomposição da corrente residual. Observa-se que as correntes dispersas na fase *b* são zero $i_{asb} = i_{rsb} = 0$. Além do mais, dependendo do conteúdo harmônico, principalmente dos ângulos, a configuração das sub parcelas da corrente residual pode mudar dramaticamente. Finalmente,

observa-se que não há corrente harmônica gerada pela carga, pelo fato da carga ser linear (não gera harmônicas).

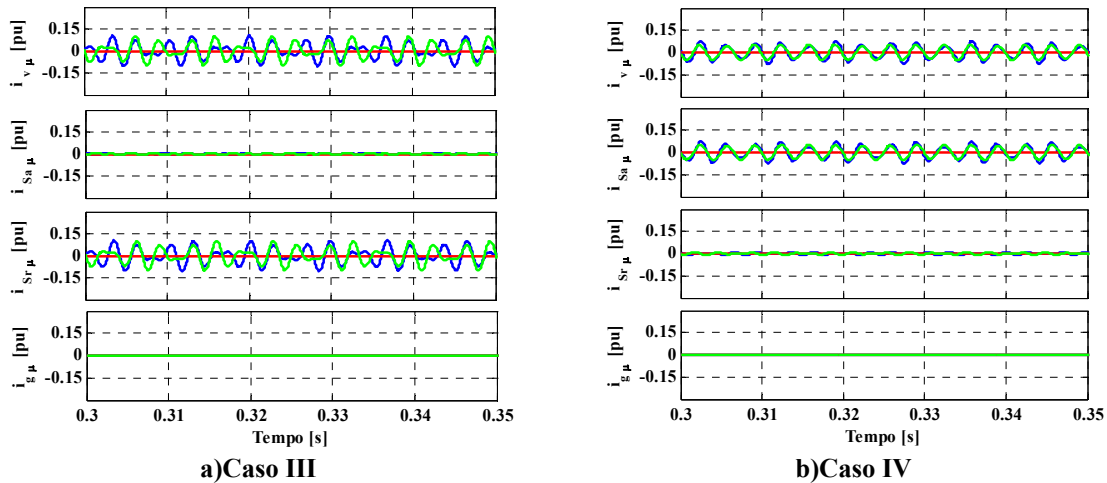


Figura 3.39: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Decomposição da corrente residual (i_r).

A Tabela 3.7 apresenta os valores obtidos da decomposição da potência aparente e os diferentes fatores. Nota-se que em todos os casos a energia reativa, conseqüentemente a potência reativa, são aproximadamente zero ($W \cong 0 \cong Q$) resultando em fator de reatividade zero ($\lambda_Q = 0$). De fato a carga é puramente resistiva.

Observa-se a presença de potência de desbalanço, diferentemente dos *casos II e IV*, os valores para os *casos I e III* são relativamente predominantes devido às tensões serem simétricas.

Finalmente, como discutido anteriormente, a presença de potência residual nos *caso III e IV* é devido as não linearidades entre as ondas das tensões e correntes. Observa-se que estes valores são aproximadamente 90% menores se comparados com a potência ativa e residual. Assim, o fator de não linearidade resulta bem menor que o fator de assimetria ($\lambda_U > \lambda_D$). Conseqüentemente, o circuito apresenta alto conteúdo de assimetria e baixo fator de potência. Além disso, observe-se que cada parcela de potência está associada à existência de cada componente de corrente presente no circuito, como discutido anteriormente ($P = VI_a^b$, $Q = VI_r^b$, $U = VI^u$ e $D = VI_v$).

Tabela 3.7: Exemplo 2 carga R desbalanceada (R_{ac}) – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
A [VA]	60669,931	72693,703	61874,918	73271,894
P [W]	42187,399	59169,447	43023,290	59425,603
Q [VA]	0,711	0,949	1,249	2,199
U [VA]	43601,191	42229,741	44227,929	42654,434
D [VA]	1,015	1,147	4625,186	4238,791
W_r [J]	0,000	0,000	0,000	0,000
λ	0,6954	0,8140	0,6953	0,8110
λ_Q	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
λ_U	0,7187	0,5809	0,7168	0,5831
λ_D	0,0000	0,0000	0,0748	0,0579

3.16.3 Exemplo 3 – Carga balanceada capacitiva

A Figura 3.40 mostra o circuito analisado para os quatro casos. A fonte de tensão alimenta uma carga capacitiva balanceada de 45kVA.

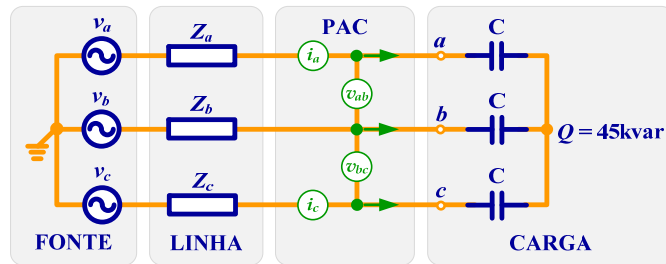


Figura 3.40: Exemplo 3 carga C balanceada – Circuito 3φ 3 fios.

A Figura 3.41 mostra as tensões e correntes no PAC. Observa-se que as correntes estão em quadratura com as tensões para todos os casos. Além disso, os distúrbios presentes nas correntes (assimetrias e distorções) estão sendo impostos pelas tensões da fonte de alimentação. E como demonstrado (circuito monofásico capacitivo), as tensões harmônicas presentes na tensão de alimentação (*caso III e IV*) excitam uma amplificação harmônica nas correntes no PAC.

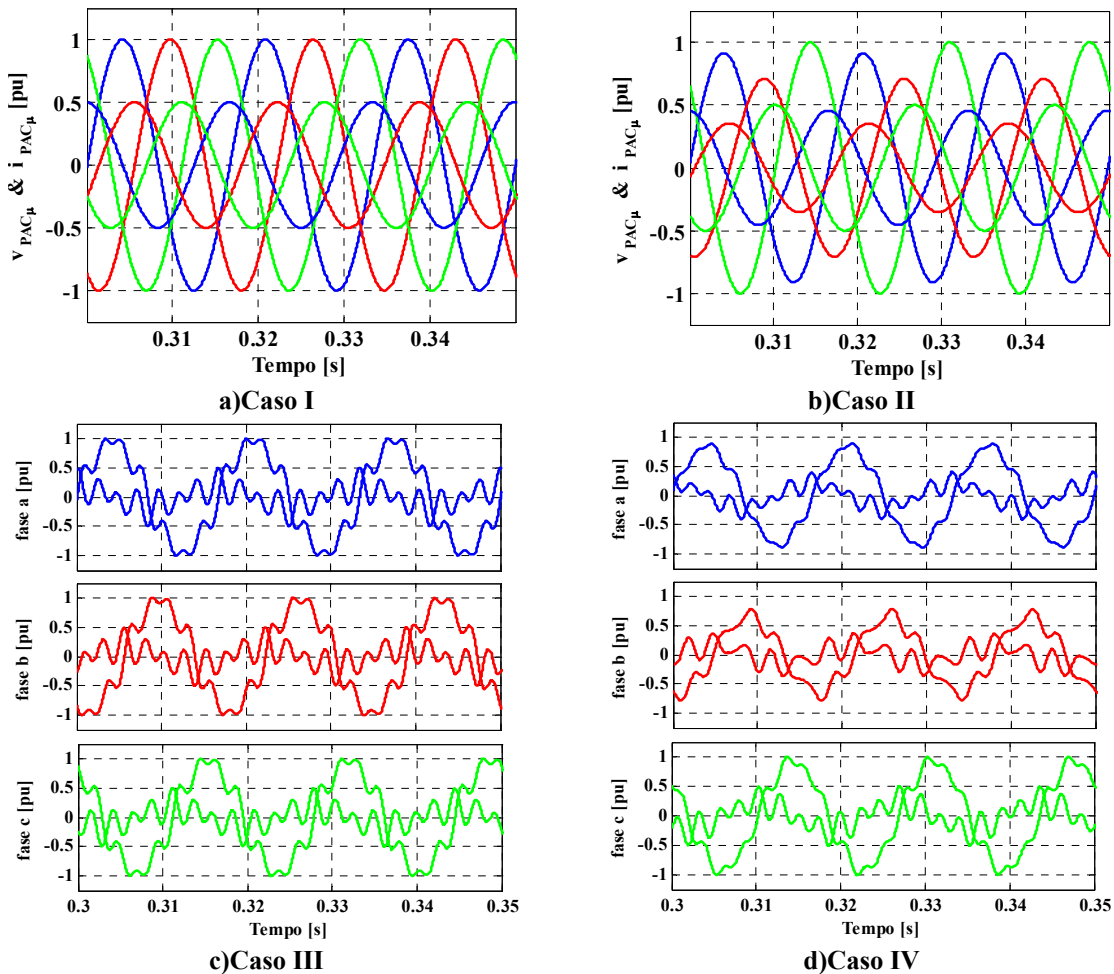


Figura 3.41: Exemplo 3 carga C balanceada – Tensões e correntes no PAC.

A Figura 3.42 mostra os termos instantâneos e médios da potência e energia. Observa-se que, contrariamente à carga balanceada resistiva, quando uma carga balanceada linear capacitiva é alimentada com tensões senoidais simétricas (**Caso I**), a potência instantânea resulta zero ($p(t) = 0$) e a energia reativa instantânea constante ($w_r(t) = \text{cte.}$).

Assim, também não há oscilação de energia entre a carga e a fonte (Figura 3.42a), ou seja:

$$p(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c$$

$$p(t) = -VI \operatorname{sen}(2\omega_1 t) - VI \operatorname{sen}\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) - VI \operatorname{sen}\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

nota-se que, os termos oscilatórios se cancelam, resultando potência instantânea zero.

Consequentemente, a potência ativa também resulta zero:

$$P = \bar{p}(t) = p(t) = 0$$

Por outro lado, a energia reativa instantânea (Figura 3.42a) resulta:

$$w_r(t) = \hat{v}_a i_a + \hat{v}_b i_b + \hat{v}_c i_c$$

$$w_r(t) = -\frac{1}{\omega_1} \left\{ VI[1 - \cos(2\omega_1 t)] + VI \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] + VI \left[1 - \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \right\}$$

$$w_r(t) = -\frac{3}{\omega_1} VI = \text{cte.}$$

observa-se que, os termos oscilatórios se cancelam, resultando energia reativa constante.

Resultando energia reativa igual à instantânea:

$$W_r = \bar{w}_r(t) = w_r(t) = -\frac{3}{\omega_1} VI.$$

Finalmente, na Figura 3.42b, c, e d, observa-se que, nos **casos II, III e IV** há oscilação de energia entre a carga e a fonte. Nestes casos, as oscilações dependem do tipo de distúrbio e estão sendo originadas pela fonte de alimentação. No entanto, a potência ativa sempre resulta zero, em função da característica da carga (capacitiva).

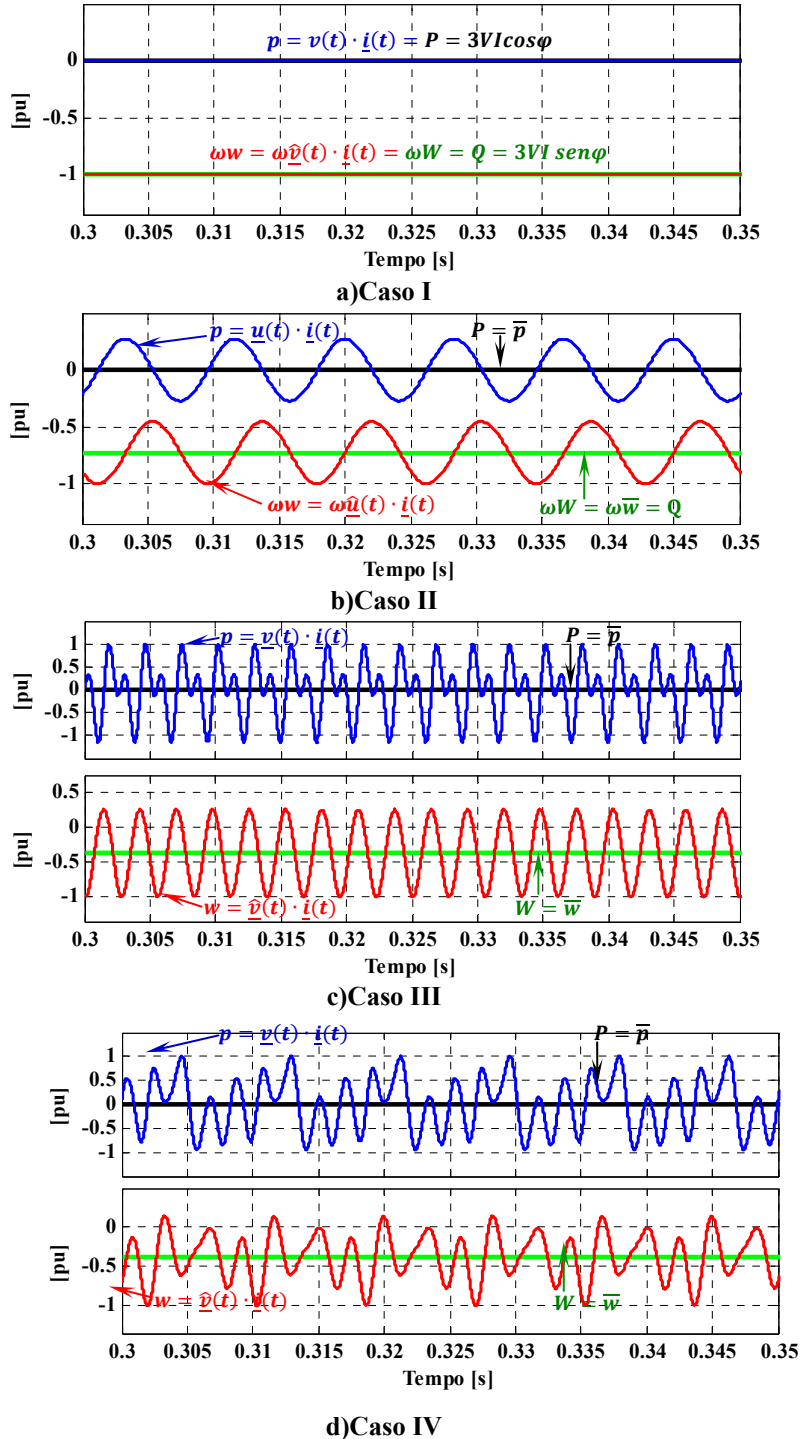


Figura 3.42: Exemplo 3 carga C balanceada – Termos instantâneos e médios.

A Figura 3.43 mostra o resultado da decomposição da corrente no PAC. Observe-se que, para os *casos I e II*, as correntes reativas balanceadas correspondem às correntes no PAC ($i_{r\mu}^b = i_{PAC\mu}$), conseqüentemente, as correntes ativas balanceadas ($i_{a\mu}^b = 0$), as correntes de

desbalanço ($i_{\mu}^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u = 0$) e residuais são zero ($i_{v\mu} = 0$), devido à característica capacitiva da carga sob condição senoidal.

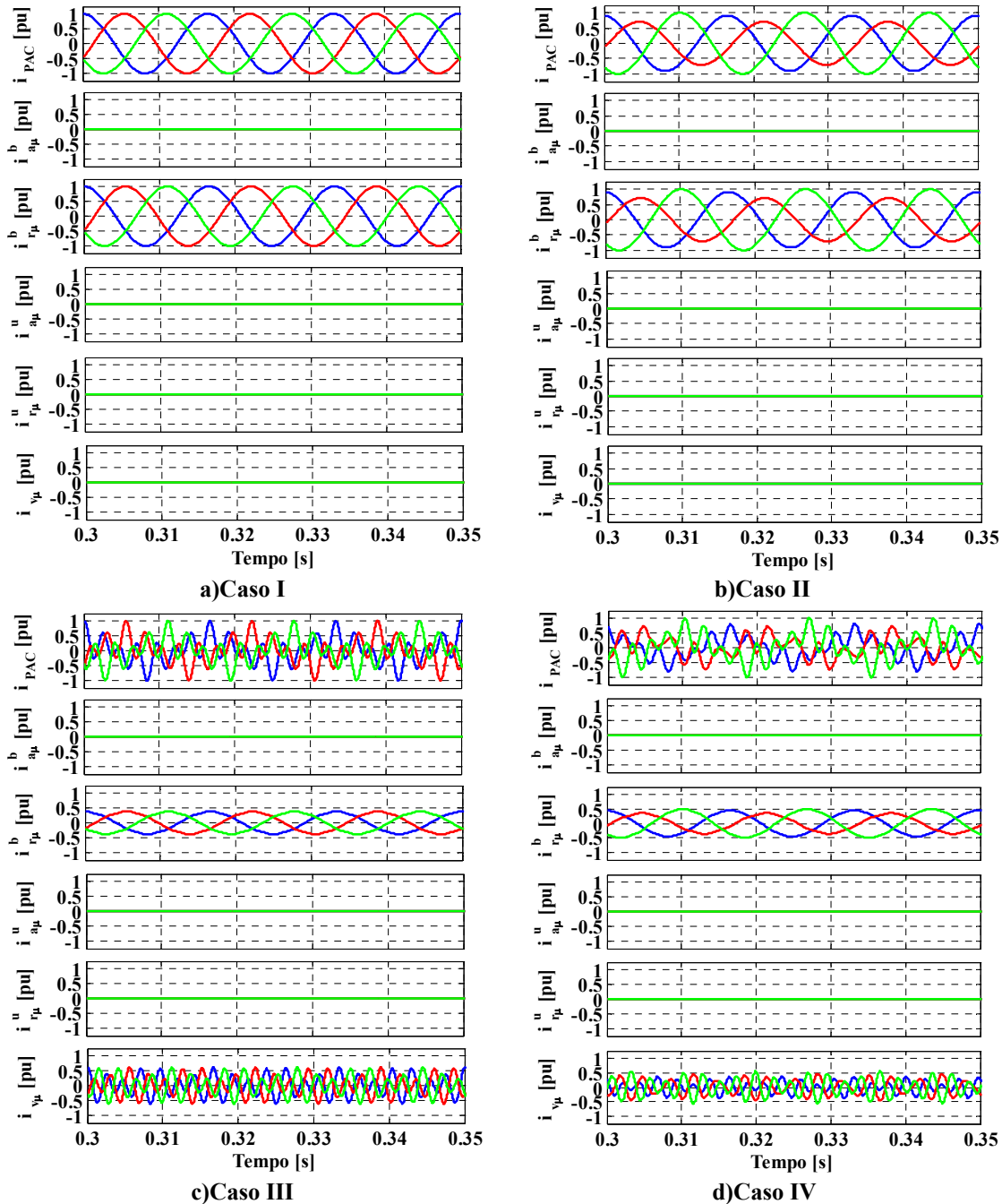


Figura 3.43: Exemplo 3 carga C balanceada – Decomposição da corrente no PAC.

Já nos *Casos III e IV*, as correntes reativas balanceadas são ligeiramente distorcidas devido à proporcionalidade com uma função integral (integral imparcial da tensão, equação 3.173), consequentemente, se comparadas com as tensões e as correntes no PAC apresentam uma atenuação no seu conteúdo harmônico.

Nota-se também que nestes casos há ocorrência de correntes residuais ($i_{v\mu} \neq 0$) devido a não linearidade entre as ondas de tensão e as correntes originadas pelos harmônicos presentes nas tensões de alimentação. Assim, é interessante analisar as sub parcelas das correntes residuais que são mostradas na Figura 3.44.

A Figura 3.44, mostra o resultado da decomposição da corrente residual. Observa-se que nestes casos, similarmente ao circuito monofásico capacitivo, as não linearidades entre as ondas das tensões e correntes gerarão unicamente correntes reativas dispersas ($i_{rs\mu} \neq 0$), devido à característica da carga capacitiva (não gera harmônicas). Assim, a parte ativa e a corrente harmônica gerada pela carga são zero ($i_{as\mu} = 0 = i_{g\mu}$).

Finalmente, podemos concluir que, quando um capacitor é alimentado por tensões não senoidais, não apenas gera corrente reativa balanceada, mas também correntes reativas dispersas ($i_{rs\mu}$). De fato, a corrente no capacitor é proporcional à derivada da tensão.

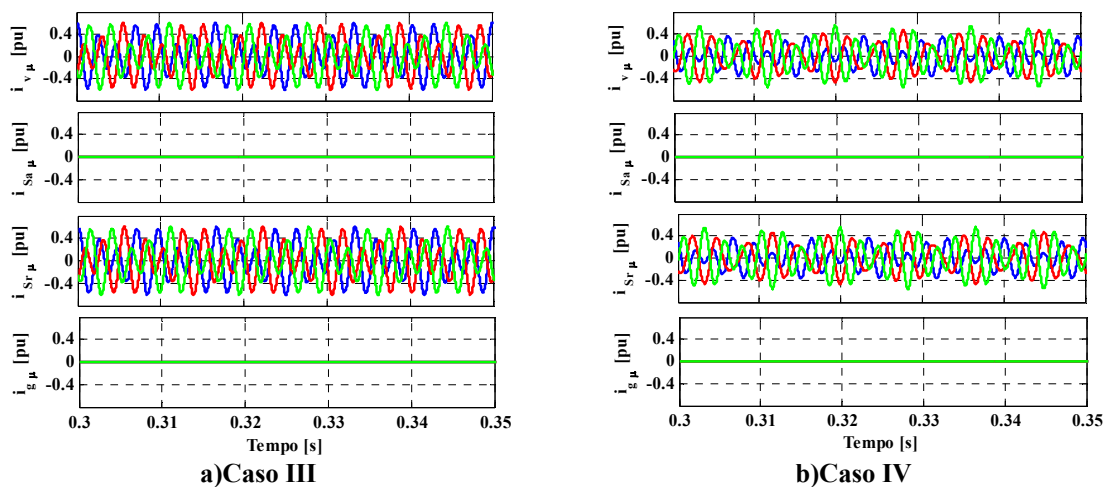


Figura 3.44: Exemplo 3 carga C balanceada – Decomposição da corrente residual (i_r).

A Tabela 3.8 apresenta os valores obtidos da decomposição da potência aparente e os respectivos fatores. Observa-se que para todos os casos não existe transferência de potência útil da fonte para a carga ($P = 0 = \mathbf{VI}_Q^b$), resultando fator de potência zero ($\lambda = 0$). Assim, o circuito mostra-se reativo puro ($\lambda_Q = 1$). De fato, a carga é capacitiva.

Tabela 3.8: Exemplo 3 carga C balanceada – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
A [VA]	45812,206	47454,994	77131,184	62818,784
P [W]	0,695	0,507	4,178	1,779
Q [VA]	45812,206	47454,994	48748,910	48929,704
U [VA]	1,258	0,121	1,039	542,079
D [VA]	0,084	0,953	59772,597	39392,763
W_r [J]	-121,520	-125,878	-126,710	-128,503
λ	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
λ_Q	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
λ_U	0,0000	0,0000	0,0000	0,0111
λ_D	0,0000	0,0000	0,7749	0,6271

Caso I e II: Nota-se que, diferentemente da energia reativa W_r , a potência reativa Q é positiva. De fato, a potência reativa é calculada em base a valores coletivos eficazes ($Q = VI_a^b$). Por outro lado, a potência reativa também pode ser calculada como:

$$\begin{aligned}\omega W_{r_{caso I}} &= 120\pi(-121,520) = -45,812\text{kVA} = Q_{caso I} = 3VI \\ \omega W_{r_{caso II}} &= 120\pi(-125,878) = -47,455\text{kVA} = Q_{caso I} \neq 3VI\end{aligned}$$

do anterior, sob condição senoidal, a potência reativa resulta proporcional à frequência angular e a energia reativa.

Casos III e IV: como discutido na carga monofásica, quando capacitores são alimentados com tensões não senoidais, não só geram potência reativa, senão que também potência residual ($D = VI_v$), que nestes casos torna-se significativa, resultando num fator de não linearidade alto.

O cálculo da potência reativa pelo produto da frequência angular e pela energia reativa não é mais possível:

$$\begin{aligned}\omega W_{r_{caso III}} &= 120\pi(-126,710) = -47,769\text{kVA} \neq 48,7489\text{kVA} = Q_{caso III} \\ \omega W_{r_{caso IV}} &= 120\pi(-128,503) = -48,444\text{kVA} \neq 48,9297\text{kVA} = Q_{caso IV}\end{aligned}$$

de fato, a potência reativa não só é proporcional à frequência angular mas também à distorção de tensão (DHT), conforme (Eq. 3.188).

Finalmente, observe-se que cada parcela de potência está associada à existência de cada componente de corrente presente no circuito ($P = VI_a^b$, $Q = VI_r^b$, $U = VI^u$ e $D = VI_v$).

3.16.4 Exemplo 4 – Carga capacitiva desbalanceada

A Figura 3.45 mostra o circuito analisado para os quatro casos. A fonte de tensão alimenta uma carga capacitiva desbalanceada (apenas um capacitor ligado entre duas fases) de 45kVA.

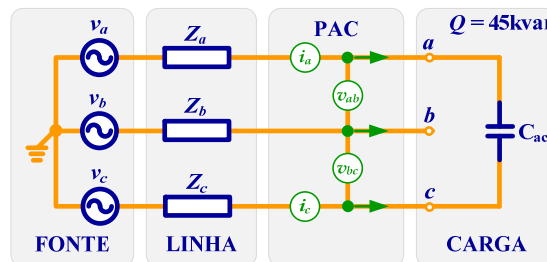


Figura 3.45: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Circuito 3 ϕ 3 fios.

A Figura 3.46 mostra as tensões e correntes no PAC para os quatro casos. Nota-se que as tensões e correntes não estão exatamente em quadratura, uma vez que as tensões medidas representam as tensões referenciadas ao ponto central da fonte, ao invés do ponto central da carga.

Similarmente ao caso de carga balanceada capacitiva, observa-se que as tensões harmônicas presentes na tensão de alimentação (**casos III e IV**), excitam uma amplificação harmônica nas correntes no PAC, sendo ainda maior que na carga balanceada.

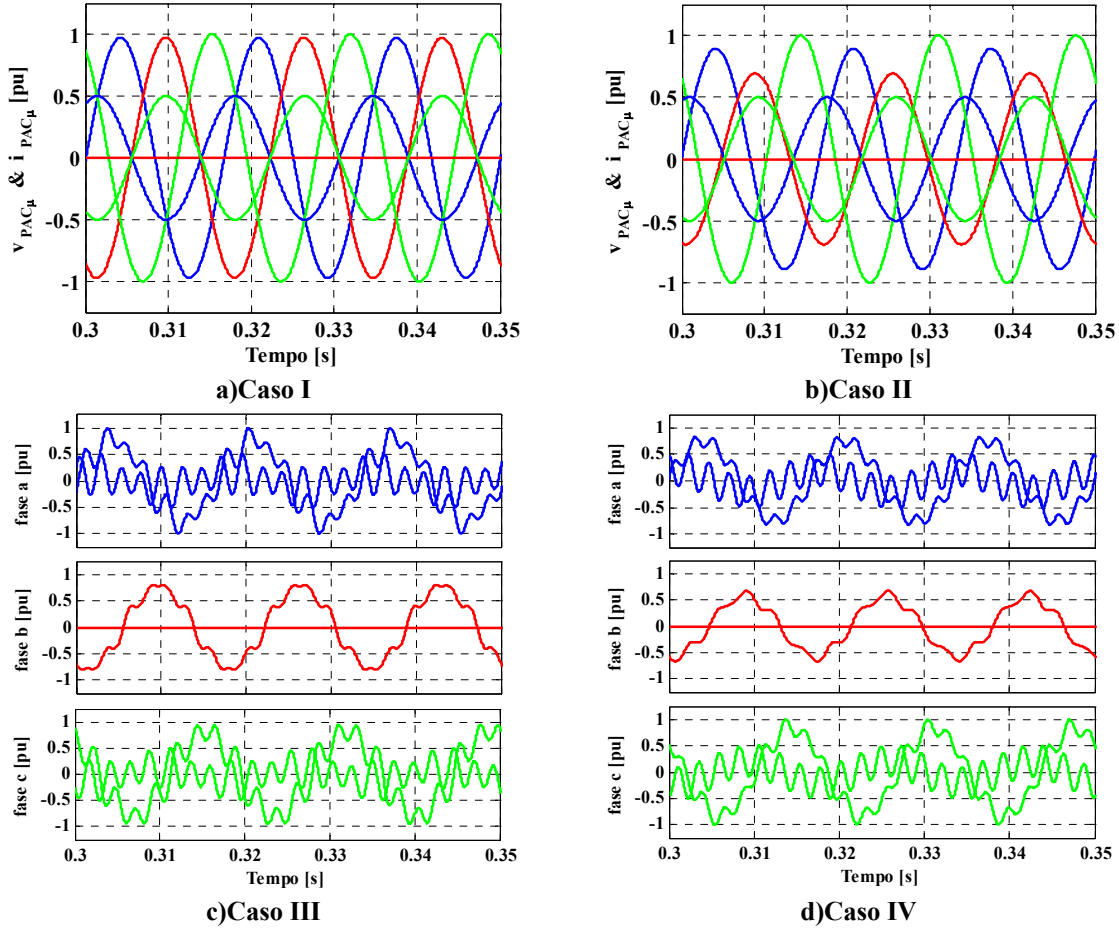


Figura 3.46: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Tensões e correntes no PAC.

A Figura 3.47 mostra os termos instantâneos e médios da potência e energia. Observa-se que, contrariamente à carga balanceada capacitiva, para o *caso I*, a potência instantânea e a energia reativa instantânea apresentam termos oscilatórios (Figura 3.47a), neste caso provocado pela carga desbalanceada, ou seja:

$$\begin{aligned}
 p(t) &= v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \\
 &= -V_a I_a \sin(2\omega_1 t) - V_b I_b \sin\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) - V_c I_c \sin\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

Nota-se que os termos oscilatórios não se cancelam. Mas a potência ativa resulta:

$$P = \bar{p}(t) = 0.$$

E a energia reativa instantânea, resulta diferente de zero (Figura 3.47a):

$$\begin{aligned}
 w_r(t) &= \hat{v}_a i_a + \hat{v}_b i_b + \hat{v}_c i_c \\
 &= -\frac{1}{\omega_1} \left\{ V_a I_a [1 - \cos(2\omega_1 t)] + V_b I_b \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \right. \\
 &\quad \left. + V_c I_c \left[1 - \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \right\} \neq \text{cte.}
 \end{aligned}$$

similarmente à potência instantânea, os termos oscilatórios não são cancelados.

Finalmente, a energia reativa resulta:

$$W_r = \bar{w}_r(t) = -\frac{1}{\omega_1} (V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c).$$

A Figura 3.47b, c, e d mostra, similarmente ao caso anterior, que há presença de oscilação de energia entre a carga e a fonte (*casos II, III e IV*), desta vez devido à interação da carga desbalanceada e os distúrbios presentes na fonte de tensão. Porém, a potência ativa sempre é zero, devido à característica da carga (capacitiva).

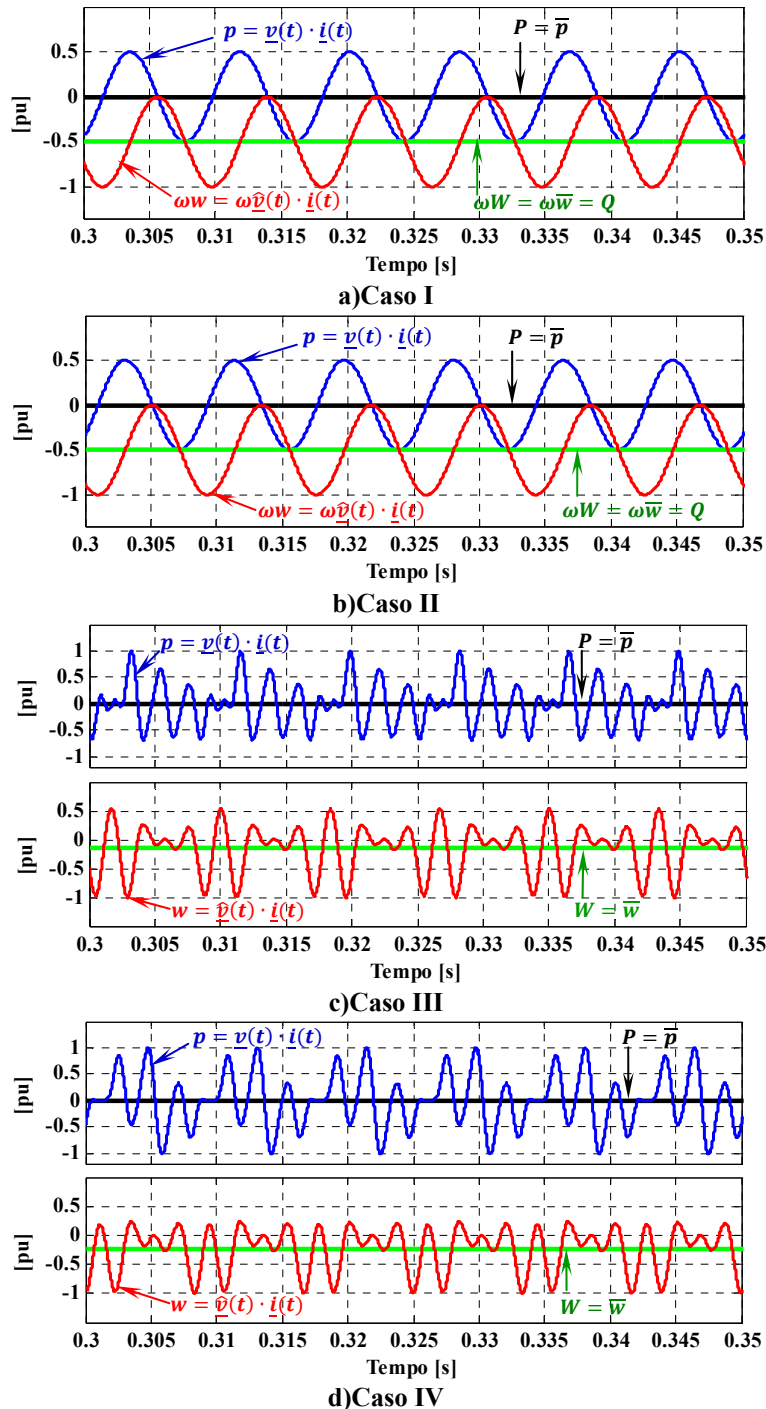


Figura 3.47: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Termos instantâneos e médios.

A Figura 3.48 mostra o resultado da decomposição de corrente no PAC para os quatro casos. Observa-se que não há correntes ativas balanceadas ($i_{a\mu}^b = 0$) indicando ausência de elementos resistivos e presença tanto de correntes ativas quanto de reativas desbalanceadas ($i_{a\mu}^u$ e $i_{r\mu}^u$), representando o desbalanço da carga ($i_{\mu}^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u$).

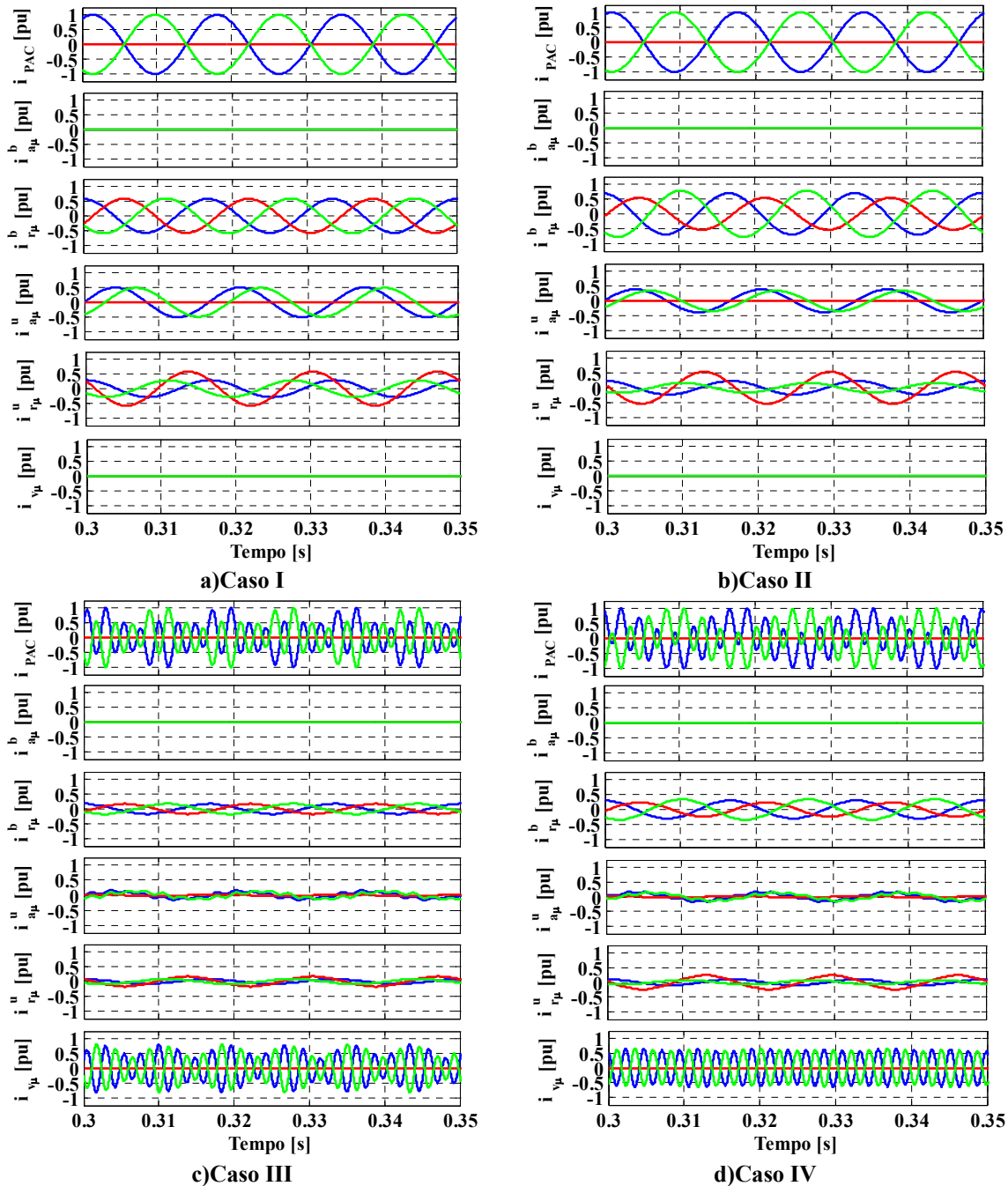


Figura 3.48: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Decomposição da corrente no PAC.

Contrariamente à carga resistiva desbalanceada, a interação entre as fases a e c (defasagem entre as tensões e correntes), é refletida nas componentes ativas de desbalanço ($i_{a\mu}^u$). Nota-se que as correntes ativas desbalanceadas na fase b são zero ($i_{rb}^u = 0$), devido à configuração da carga (capacitor ligado entre as fases a e c).

Assim, destaca-se que, para circuitos capacitivos desbalanceados a interação dos ângulos das fases é refletida nas componentes ativas de desbalanço (Figura 3.48) e para circuitos resistivos desbalanceados, a interação é dada nas componentes reativas de desbalanço (Figura 3.38).

Analogamente ao circuito monofásico, observa-se a presença de correntes residuais ($i_{v\mu} \neq 0$) para os **casos III e IV**, devido a não linearidade entre as ondas das tensões e correntes geradas pelas harmônicas presentes nas tensões de alimentação.

A Figura 3.49 mostra o resultado da decomposição da corrente residual. Observa-se que não há corrente harmônica gerada pela carga ($i_{g\mu} = 0$), uma vez que a carga é linear e não gera harmônicas. Além disso, as correntes dispersas na fase *b* são zero $i_{asb} = i_{rsb} = 0$ e dependendo do conteúdo harmônico, principalmente dos ângulos, a configuração das parcelas dispersas pode mudar dramaticamente. Além do mais, as correntes dispersas geradas são nada desprezíveis quando comparadas com as correntes dispersas geradas em cargas resistivas desbalanceadas.

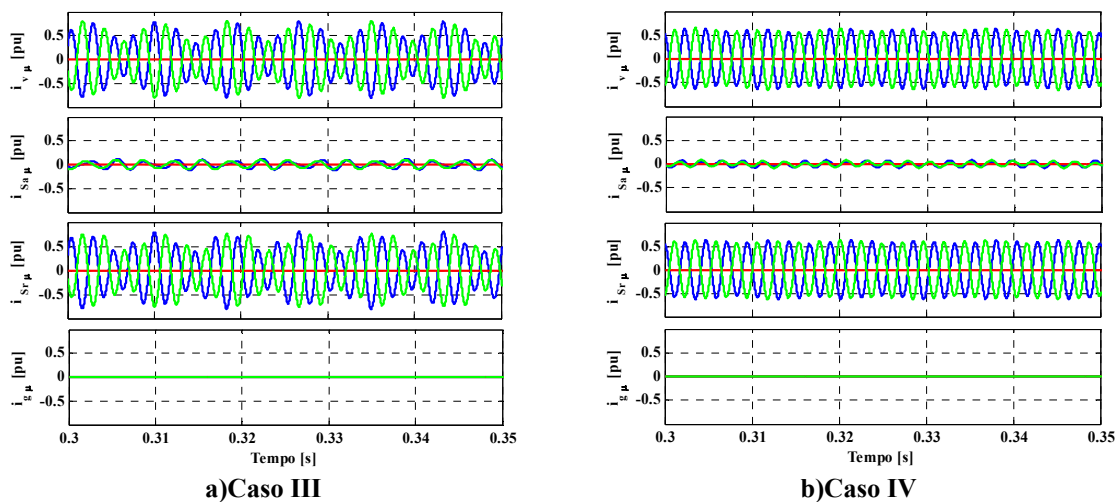


Figura 3.49: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Decomposição da corrente residual (i_v).

Tabela 3.9: Exemplo 4 carga C desbalanceada (C_{ac}) – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
A [VA]	65307,336	79203,496	180430,310	141442,886
P [W]	0,473	0,897	12,6779	13,333
Q [VA]	46553,467	65523,694	54935,384	69355,226
U [VA]	45801,996	44495,386	51169,565	45142,711
D [VA]	1,557	1,6116	164069,729	114708,666
W_r [J]	-123,487	-173,807	-140,399	-180,689
λ	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001
λ_0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
λ_U	0,7013	0,5618	0,6816	0,5455
λ_D	0,0000	0,0000	0,9093	0,8110

A Tabela 3.9 apresenta os valores obtidos da decomposição da potência aparente e os respectivos fatores. Comentários similares ao exemplo 3 (capacitor balanceado) são válidos. Porém, neste exemplo, devido à carga ser desbalanceada, há presença de potência de desbalanço. Nota-se que, a interação da carga desbalanceada e os harmônicos presentes na tensão de alimentação (**casos III e IV**) geram uma amplificação harmônica na corrente provocando potência residual considerável. Assim, também neste exemplo, cada parcela de potência está

associada à existência de diferentes componentes de correntes presentes no circuito ($P = VI_a^b$, $Q = VI_r^b$, $U = VI^u$ e $D = VI_v$).

3.16.5 Exemplo 5 – Carga balanceada resistiva indutiva

A Figura 3.50 mostra o circuito analisado para os quatro casos. A fonte de tensão alimenta uma carga RL balanceada que representa um motor 3φ de 45kW com $\cos \varphi = 0,8$.

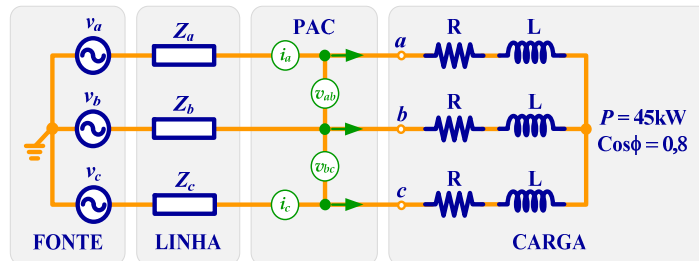


Figura 3.50: Exemplo 5 carga RL balanceada – Circuito 3φ 3 fios.

A Figura 3.51 mostra as formas de onda das tensões e correntes no PAC. Observa-se que em todos os casos as correntes estão atrasadas em relação às tensões. Nota-se que, no **caso II**, a assimetria das correntes está sendo imposta pelas tensões da fonte de alimentação, semelhante ao **caso IV**, porém neste caso, são assimétricas e não senoidais. Diferentemente ao comportamento de cargas capacitivas, as correntes nos **casos III e IV** apresentam uma atenuação harmônica (Figura 3.51c e d) comparado com as tensões impostas pela fonte de alimentação, característica própria de cargas indutivas.

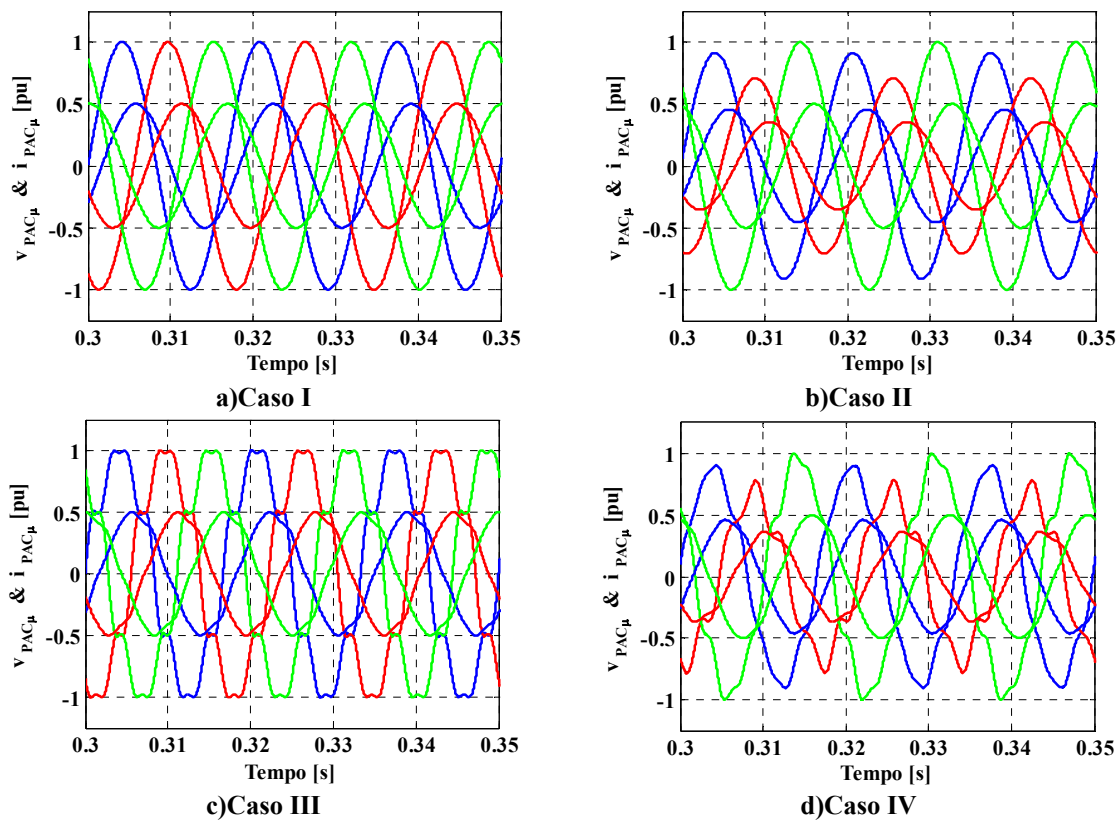


Figura 3.51: Exemplo 5 carga RL balanceada – Tensões e correntes no PAC.

Como esperado, para todos os casos, a Figura 3.52 mostra a proporcionalidade entre as correntes ativas balanceadas ($i_{a\mu}^b$) e as tensões no PAC ($v_{PAC\mu}$), resultando em fase e com formas de onda iguais conforme (Eq. 3.173).

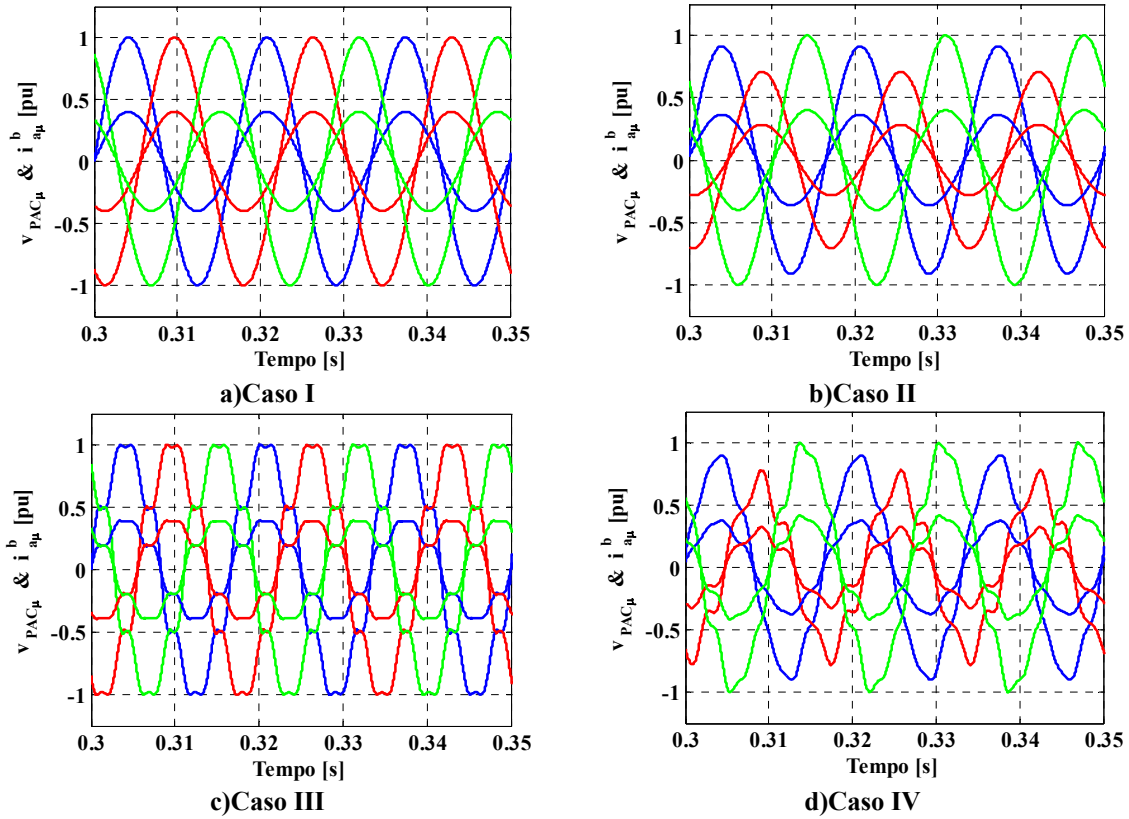


Figura 3.52: Exemplo 5 carga RL balanceada – Tensões no PAC e correntes ativas balanceadas.

A Figura 3.53, mostra para todos os casos, os termos instantâneos e médios da potência e energia. Observa-se que, no *caso I*, similarmente às cargas resistiva e capacitiva balanceada, não há oscilação de energia entre a carga e a fonte. Para um melhor entendimento desta observação, as tensões e correntes podem ser representadas como:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= \sqrt{2}V \cos(\omega_1 t) & i_a(t) &= \sqrt{2}I \cos(\omega_1 t - \varphi) \\ v_b(t) &= \sqrt{2}V \cos(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}) & i_b(t) &= \sqrt{2}I \cos(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} - \varphi) \\ v_c(t) &= \sqrt{2}V \cos(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}) & i_c(t) &= \sqrt{2}I \cos(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} - \varphi) \end{aligned}$$

A potência instantânea (Figura 3.53a) resulta constante:

$$\begin{aligned} p(t) &= v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \\ &= VI \cos \phi [1 - \cos(2\omega_1 t)] + VI \cos \phi \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \\ &\quad + VI \cos \phi \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right) \right] = 3VI \cos \phi = \text{cte.} \end{aligned}$$

Nota-se que, neste caso os termos oscilatórios se cancelam mutuamente.

Assim, a potência ativa resulta igual à potência instantânea:

$$P = \bar{p}(t) = p(t) = 3VI\cos\varphi.$$

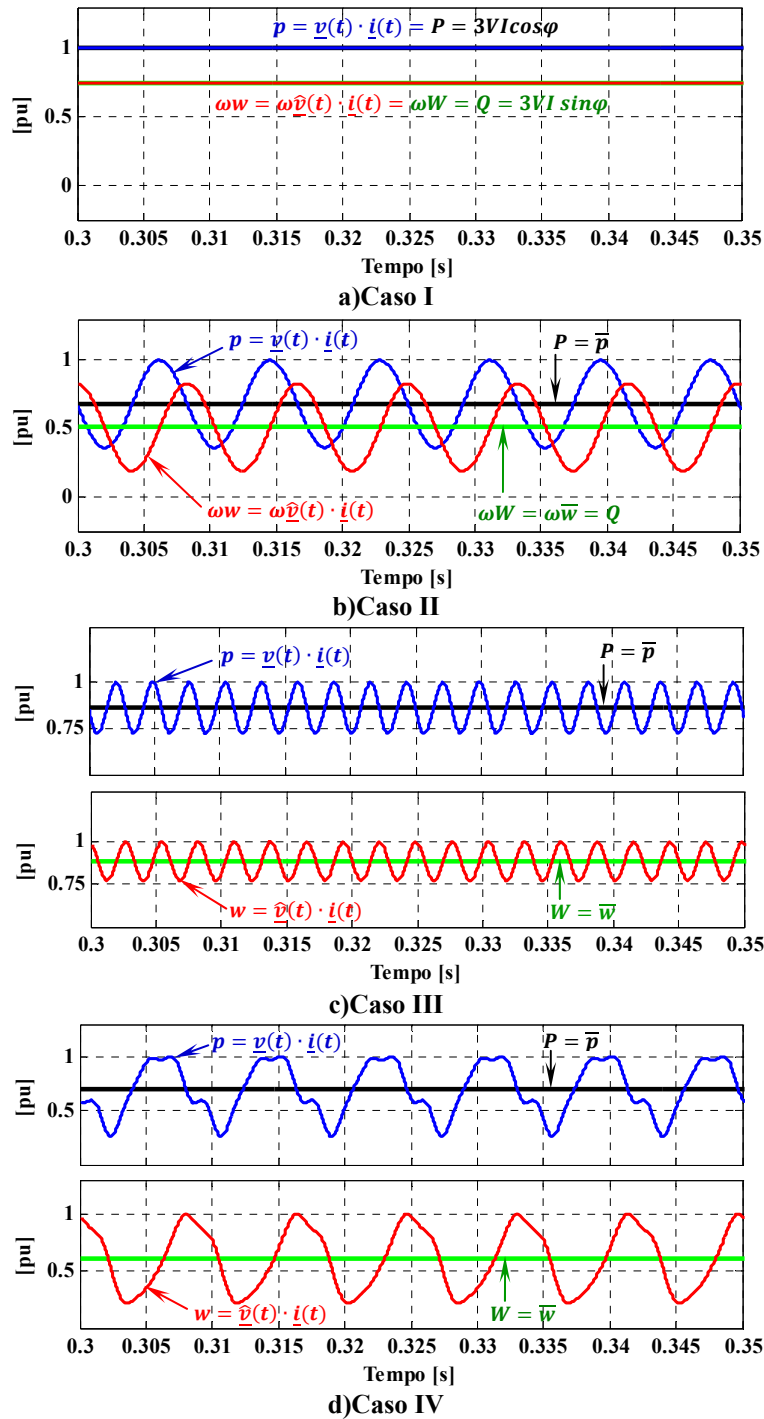


Figura 3.53: Exemplo 5 carga RL balanceada – Termos instantâneos e médios.

E a energia reativa instantânea (Figura 3.53a) também resulta constante:

$$\begin{aligned} w(t) &= \hat{v}_a i_a + \hat{v}_b i_b + \hat{v}_c i_c \\ &= \frac{1}{\omega_1} V I \text{sen } \phi [1 + \cos(2\omega_1 t)] + \frac{1}{\omega_1} V I \text{sen } \phi \left[1 + \cos\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{\omega_1} V I \text{sen } \phi \left[1 + \cos\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right) \right] = \frac{1}{\omega_1} 3V I \text{sen } \phi = \text{cte.} \end{aligned}$$

Do anterior, observa-se que realmente os termos oscilatórios se cancelam uns aos outros. Consequentemente, a energia reativa resulta igual à energia reativa instantânea:

$$W_r = \bar{w}_r(t) = w_r(t) = \frac{1}{\omega_1} 3V I \text{sen } \phi = \frac{1}{\omega_1} Q.$$

Finalmente, na Figura 3.53b, c e d; observa-se que, nos **casos II, III e IV** há oscilação de energia entre a carga e a fonte. Nestes casos, as oscilações dependem do tipo de distúrbio e são impostas pela fonte de alimentação.

A Figura 3.54 mostra o resultado da decomposição da corrente no PAC. Observa-se que, para todos os casos e como esperado, há presença de correntes ativas balanceadas (devido à parte resistiva da carga) que são proporcionais às tensões no PAC, e correntes reativas balanceadas (devido à parte indutiva presente na carga) que estão em quadratura com as tensões no PAC. No entanto, mesmo na presença de assimetrias nas tensões de alimentação, não há componentes de desbalanço nem ativas nem reativas ($i_{a\mu}^u = 0 = i_{r\mu}^u$) devido à carga ser balanceada.

A Figura 3.54c e d mostra que, diferentemente dos **casos I e II** (Figura 3.54a e b), as correntes residuais nos **casos III e IV** resultam diferentes de zero ($i_{v\mu} \neq 0$), devido a não linearidade entre as ondas das tensões e correntes, originadas pelas harmônicas presentes nas tensões de alimentação. Outra observação é que as correntes reativas balanceadas são ligeiramente distorcidas (proporcionalidade com as integrais imparciais das tensões).

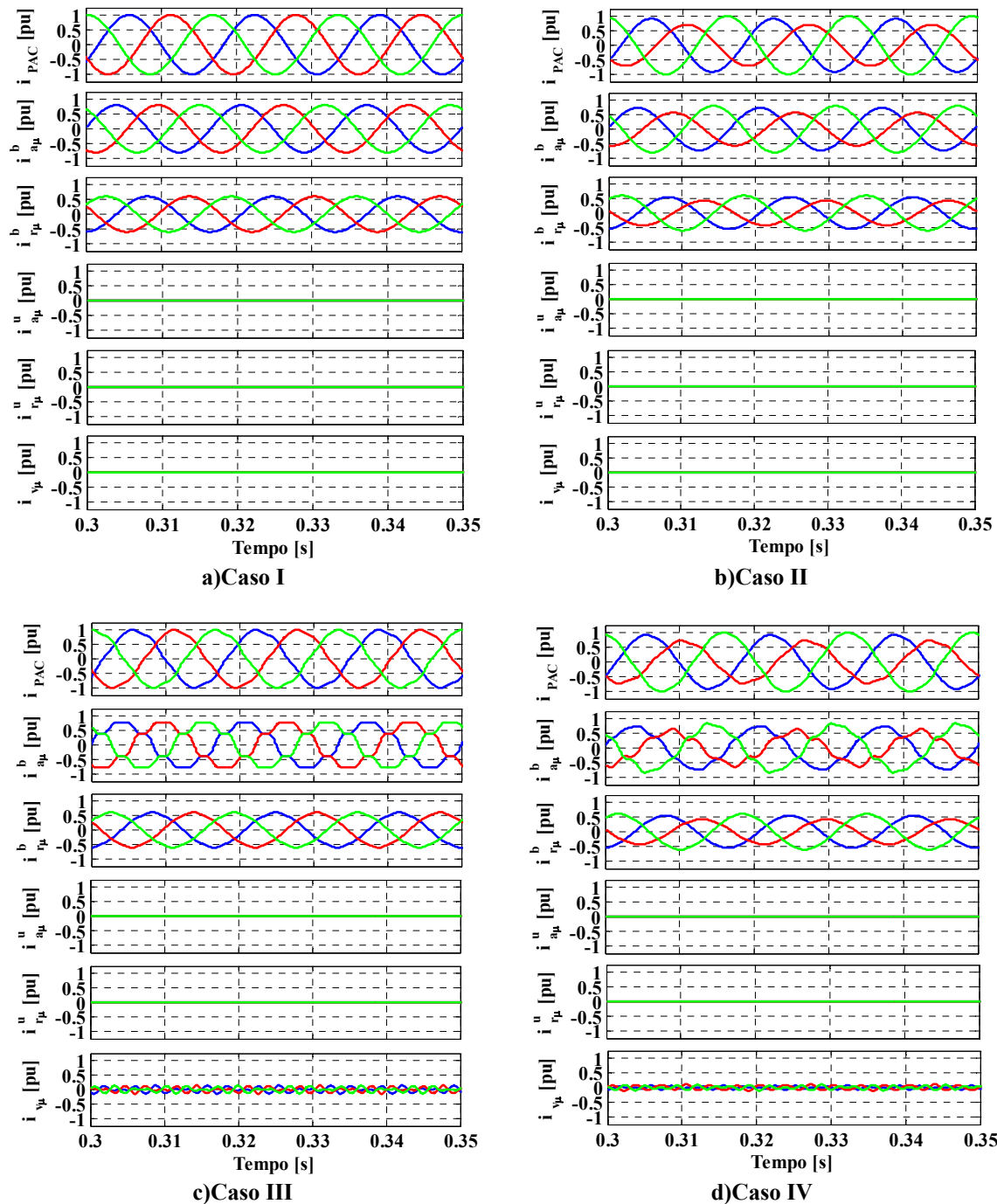


Figura 3.54: Exemplo 5 carga RL balanceada – Decomposição da corrente no PAC.

Finalmente a Figura 3.55 mostra o resultado da decomposição das correntes residuais. Observa-se que a não linearidade entre as tensões e correntes não gerou correntes harmônicas geradas pela carga ($i_{g\mu} = 0$). De fato, a carga é linear e não injeta harmônicas no circuito. Consequentemente, os harmônicos presentes nas tensões de alimentação originam a presença de correntes dispersas resultando iguais às correntes residuais ($i_{s\mu} = i_{as\mu} + i_{rs\mu} = i_{v\mu}$).

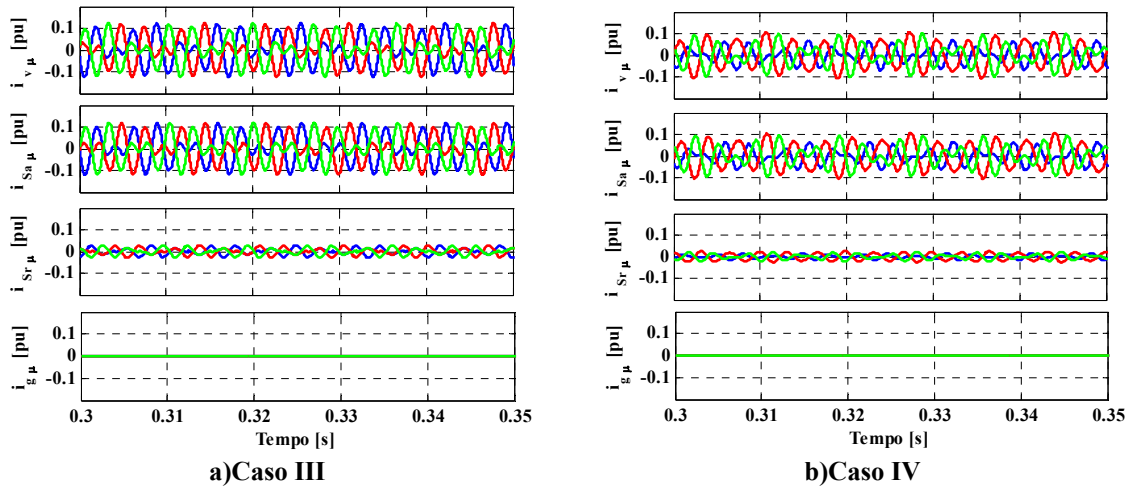


Figura 3.55: Exemplo 5 carga RL balanceada – Decomposição da corrente residual (i_v).

A Tabela 3.10 mostra o resultado da decomposição da potência aparente e os respectivos fatores. Observe-se que há presença de potência ativa, reativa e a energia reativa que desta vez é positiva, devido ao comportamento indutivo da carga balanceada. Assim, a potência de desbalanço resulta praticamente desprezível ($U \cong 0$).

Tabela 3.10: Exemplo 5 carga RL balanceada – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
A [VA]	53981,805	55917,479	54567,926	56259,932
P [W]	43186,781	44735,384	43255,617	44780,753
Q [VA]	32387,301	33548,620	32755,564	33764,965
U [VA]	0,122	0,088	0,0663	320,829
D [VA]	0,748	0,605	5803,717	4437,149
W_r [J]	85,909	88,991	86,049	89,082
λ	0,8000	0,8000	0,7927	0,7960
λ_Q	0,6000	0,6000	0,6037	0,6020
λ_U	0,0000	0,0000	0,0000	0,0057
λ_D	0,0000	0,0000	0,1064	0,0789

Nos **casos I e II**, a seguinte igualdade também é válida:

$$\omega W_{r_{caso I}} = 120\pi(85,909) = 32,387\text{k} = Q_{caso I} = 3VI\text{sen } \phi$$

$$\omega W_{r_{caso II}} = 120\pi(88,991) = 33,548\text{k} = Q_{caso II} \neq 3VI\text{sen } \phi$$

Devido à característica indutiva da carga, o fator de potência resulta menor que a unidade ($\lambda = 0,8 < 1$), o fator de reatividade resulta maior que zero ($\lambda_Q = 0,6 > 0$ e os fatores de assimetria e não linearidade resultam zero ($\lambda_U = 0 = \lambda_D$)).

Casos III e IV: observa-se que, a não linearidade entre as ondas das tensões e correntes ocasiona a presença de potência residual ($D \neq 0$).

Nestes casos, o produto da frequência angular pela energia reativa não é mais válida para calcular a potência reativa:

$$\omega W_{r_{caso III}} = 120\pi(86,049) = 32,444\text{k} \neq 32,755\text{k} = Q_{caso III}$$

$$\omega W_{r_{caso IV}} = 120\pi(89,082) = 33,583\text{k} \neq 33,765\text{k} = Q_{caso IV}$$

devido à proporcionalidade da potência reativa com o fator de distorção da (σ_v). A presença mínima de fator de não linearidade devido à potência residual.

Finalmente, cada parcela de potência está associada à existência de cada componente de corrente presente no circuito ($P = VI_a^b$, $Q = VI_r^b$, $U = VI^u$ e $D = VI_v$).

3.16.6 Exemplo 6 – Carga desbalanceada (RL + R_{ac})

A Figura 3.56 mostra o circuito analisado para os quatro casos. A fonte de tensão alimenta uma carga desbalanceada composta por uma carga RL balanceada, representando um motor 3φ de 45kW com $\cos \varphi = 0,8$ e uma carga monofásica ligada entre duas fases de 15kVA.

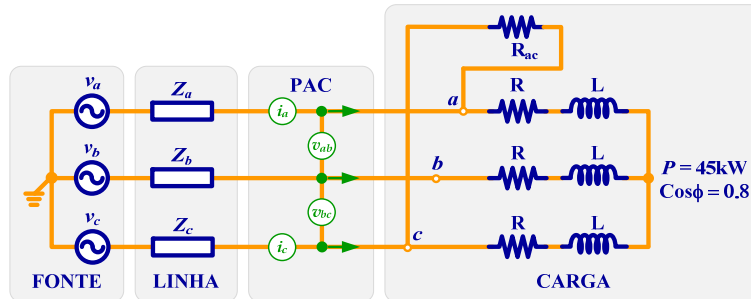


Figura 3.56: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Circuito 3φ 3 fios.

A Figura 3.57 mostra as tensões e correntes no PAC. Como esperado, devido ao comportamento indutivo da carga, para todos os casos as correntes estão atrasadas com relação às tensões.

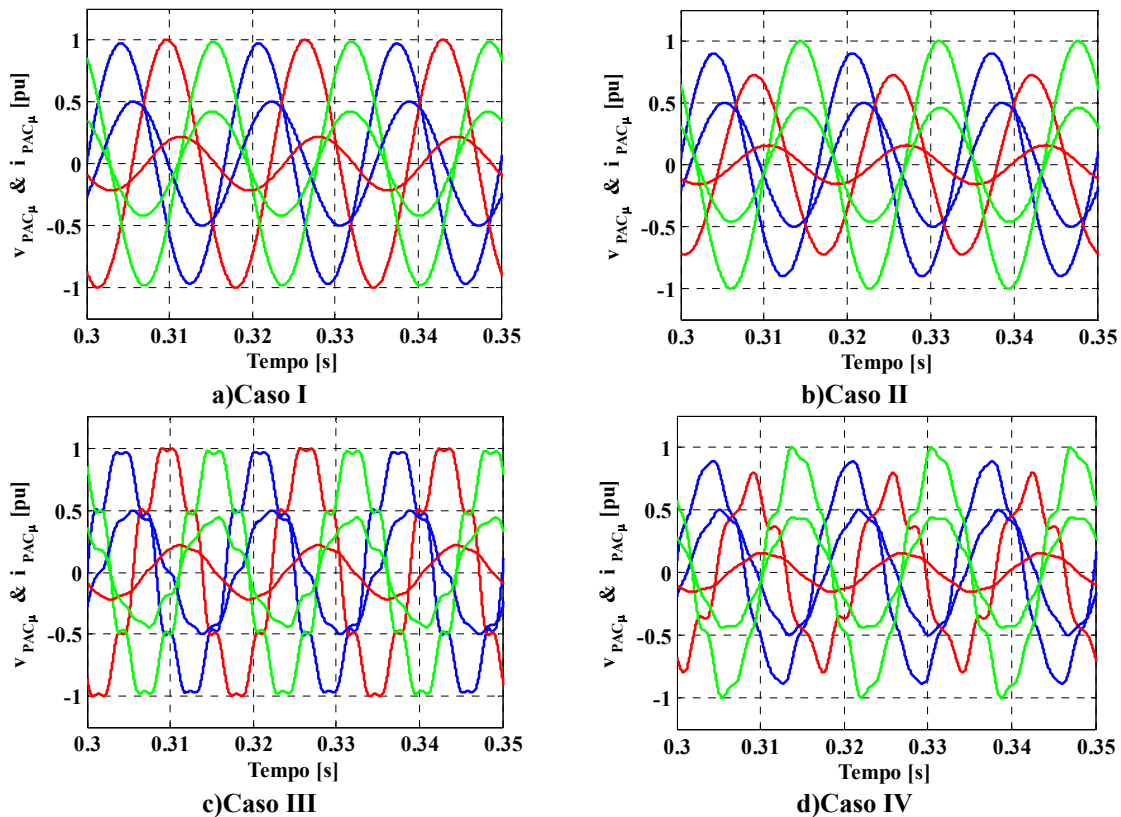


Figura 3.57: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Tensões e correntes no PAC.

Observa-se que no *caso I*, as correntes no PAC são assimétricas devido à carga desbalanceada e nos outros *casos, II, III e IV* os distúrbios presentes na corrente são devido à combinação dos distúrbios da fonte de alimentação (assimetria e/ou distorção) com a assimetria da corrente.

A Figura 3.58 mostra as tensões no PAC e correntes ativas balanceadas. Observa-se mais uma vez, para todos os casos a proporcionalidade entre ambas ($i_{a\mu}^b$ e $v_{PAC\mu}$).

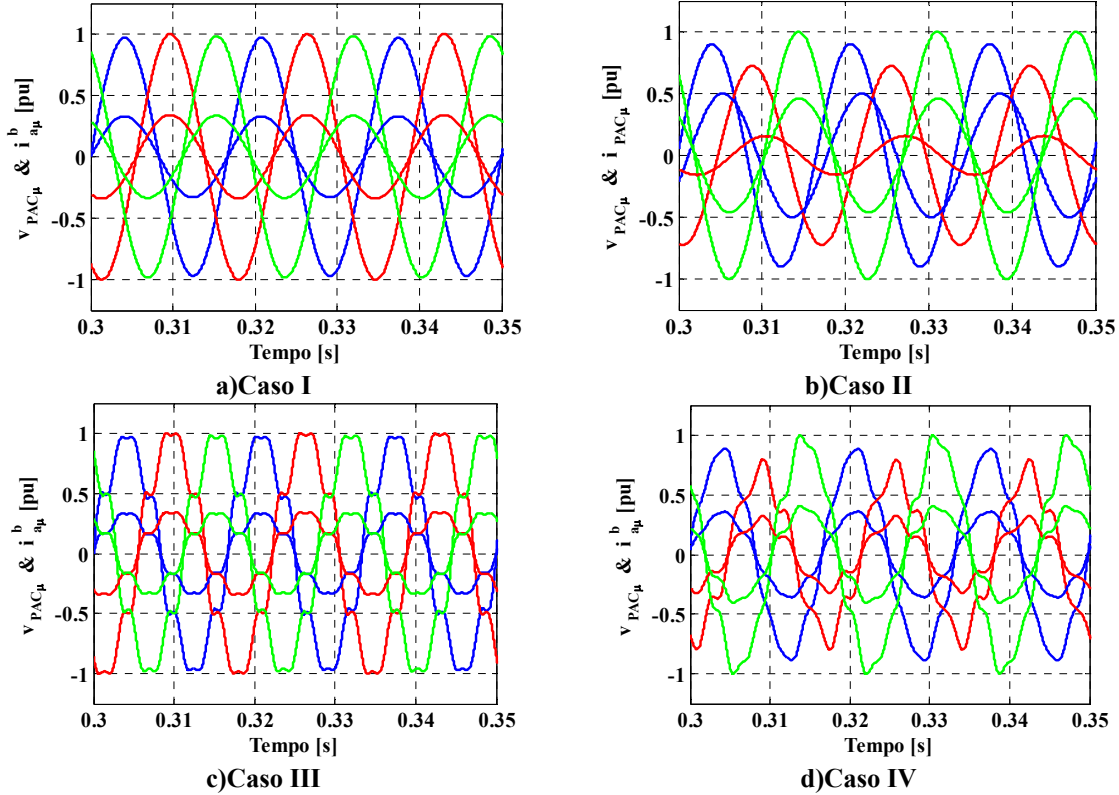


Figura 3.58: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Tensões no PAC e correntes ativas balanceadas.

A Figura 3.59 mostra os termos instantâneos e médios. Para o *caso I* (Figura 3.59a), as tensões e correntes podem ser representadas por:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= \sqrt{2}V_a \cos(\omega_1 t) & i_a(t) &= \sqrt{2}I_a \cos(\omega_1 t - \varphi_a) \\ v_b(t) &= \sqrt{2}V_b \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) & i_b(t) &= \sqrt{2}I_b \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} - \varphi_b\right) \\ v_c(t) &= \sqrt{2}V_c \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) & i_c(t) &= \sqrt{2}I_c \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} - \varphi_c\right) \end{aligned}$$

A potência instantânea neste caso resulta:

$$p(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = p_a + p_b + p_c$$

onde:

$$\begin{aligned} p_a(t) &= V_a I_a \cos \varphi_a [1 - \cos(2\omega_1 t)] - V_a I_a \sin \varphi_a \sin(2\omega_1 t) \\ p_b(t) &= V_b I_b \cos \phi_b \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right)\right] - V_b I_b \sin \phi_b \sin\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \\ p_c(t) &= V_c I_c \cos \phi_c \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right)\right] - V_c I_c \sin \phi_c \sin\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

Nota-se que, neste caso, similarmente à carga RL monofásica, a potência instantânea de cada fase apresenta dois termos oscilatórios, um unidirecional e outro bidirecional.

Assim, a potência ativa resulta:

$$P = \bar{p}(t) = V_a I_a \cos \phi_a + V_b I_b \cos \phi_b + V_c I_c \cos \phi_c = P_a + P_b + P_c.$$

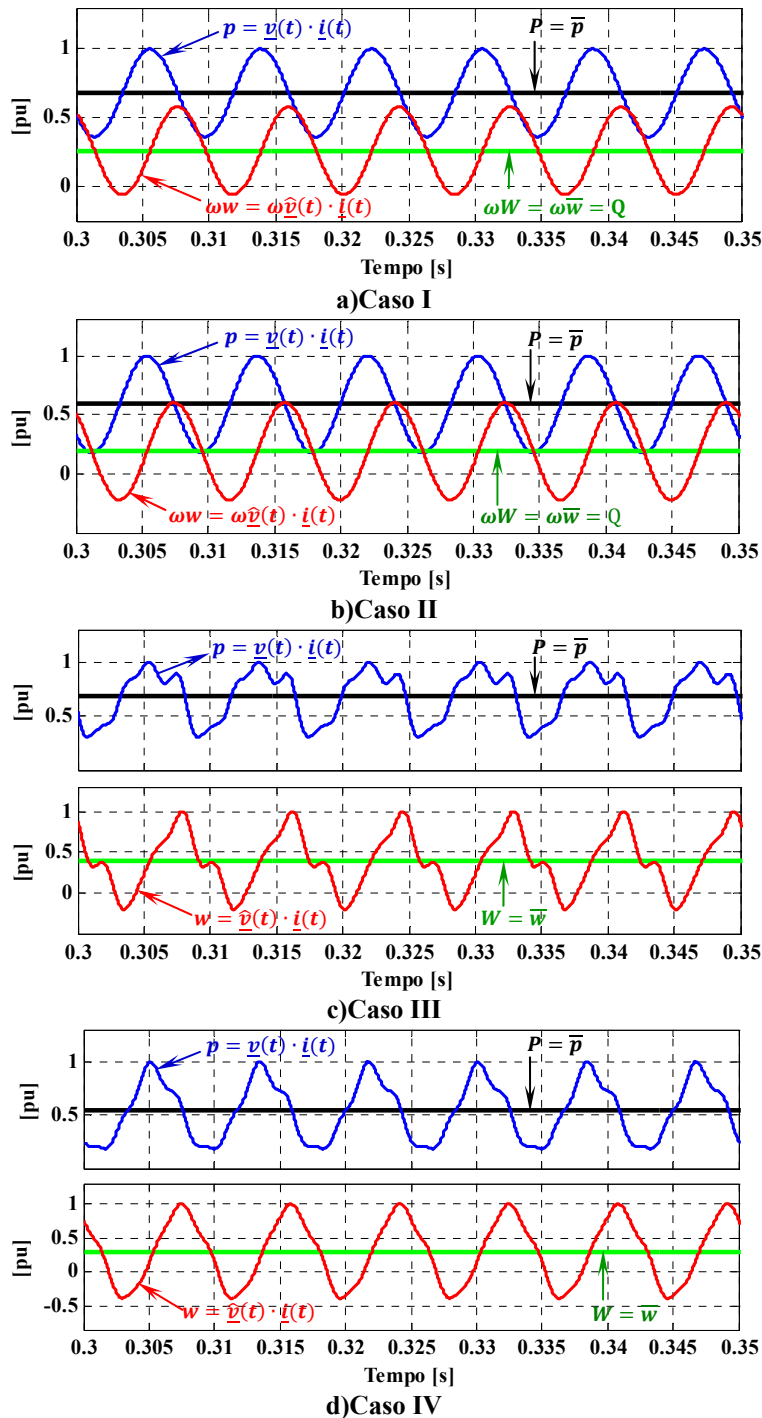


Figura 3.59: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Termos instantâneos e médios.

E a energia reativa instantânea:

$$w_r(t) = \hat{v}_a i_a + \hat{v}_b i_b + \hat{v}_c i_c = w_{ra} + w_{rb} = w_{rc}$$

onde:

$$w_{ra}(t) = \frac{1}{\omega_1} V_a I_a \sin \phi_a [1 + \cos(2\omega_1 t)] + V_a I_a \cos \phi_a (2\omega_1 t)$$

$$w_{rb}(t) = \frac{1}{\omega_1} V_b I_b \sin \phi_b \left[1 + \cos \left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3} \right) \right] + V_b I_b \cos \phi_b \left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

$$w_{rc}(t) = \frac{1}{\omega_1} V_c I_c \sin \phi_c \left[1 + \cos \left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3} \right) \right] + V_c I_c \cos \phi_c \left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3} \right)$$

Do anterior, observa-se que, também a energia reativa instantânea apresenta dois termos oscilatórios, um unidirecional e outro bidirecional.

Nota-se que estes termos oscilatórios da potência instantânea e energia reativa instantânea são do mesmo tipo já discutido para a carga RL monofásica sob condição senoidal!.

A energia reativa resulta:

$$W_r = \overline{w}_r(t) = \frac{1}{\omega_1} (V_a I_a \sin \phi_a + V_b I_b \sin \phi_b + V_c I_c \sin \phi_c) = \frac{1}{\omega_1} (Q_a + Q_b + Q_c).$$

Finalmente, na Figura 3.59b, c e d observa-se que, nos **casos II, III e IV** há oscilação de energia entre a carga e a fonte. Nestes casos, as oscilações são devidas aos distúrbios da fonte de alimentação e a carga desbalanceada.

A Figura 3.60 mostra o resultado da decomposição das correntes no PAC. Observa-se ausência de correntes residuais ($i_{v\mu} = 0$) quando as tensões são senoidais e simétricas (**caso I e II**). De fato, a carga é linear e desbalanceada, e não há presença de harmônicas que possa gerar não linearidades entre as formas de onda das correntes e tensões.

Assim, as correntes ativas balanceadas são devido à presença de elementos resistivos na carga, as correntes reativas devido ao indutor presente na carga e as correntes de desbalanço ($i_{\mu}^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u$) devido à carga monofásica resistiva.

Similarmente às cargas desbalanceadas já analisadas, a presença de correntes reativas de desbalanço é devido à interação das fases a e c (resistor ligado entre as fases a e c). Além disso, as correntes reativas de desbalanço da fase b são zero ($i_{rb}^u = 0$).

No entanto, a presença de correntes residuais ($i_{v\mu} \neq 0$) nos **casos III e IV** são devido às não linearidades entre as ondas das tensões e correntes provocadas pelas harmônicas presentes na tensão de alimentação.

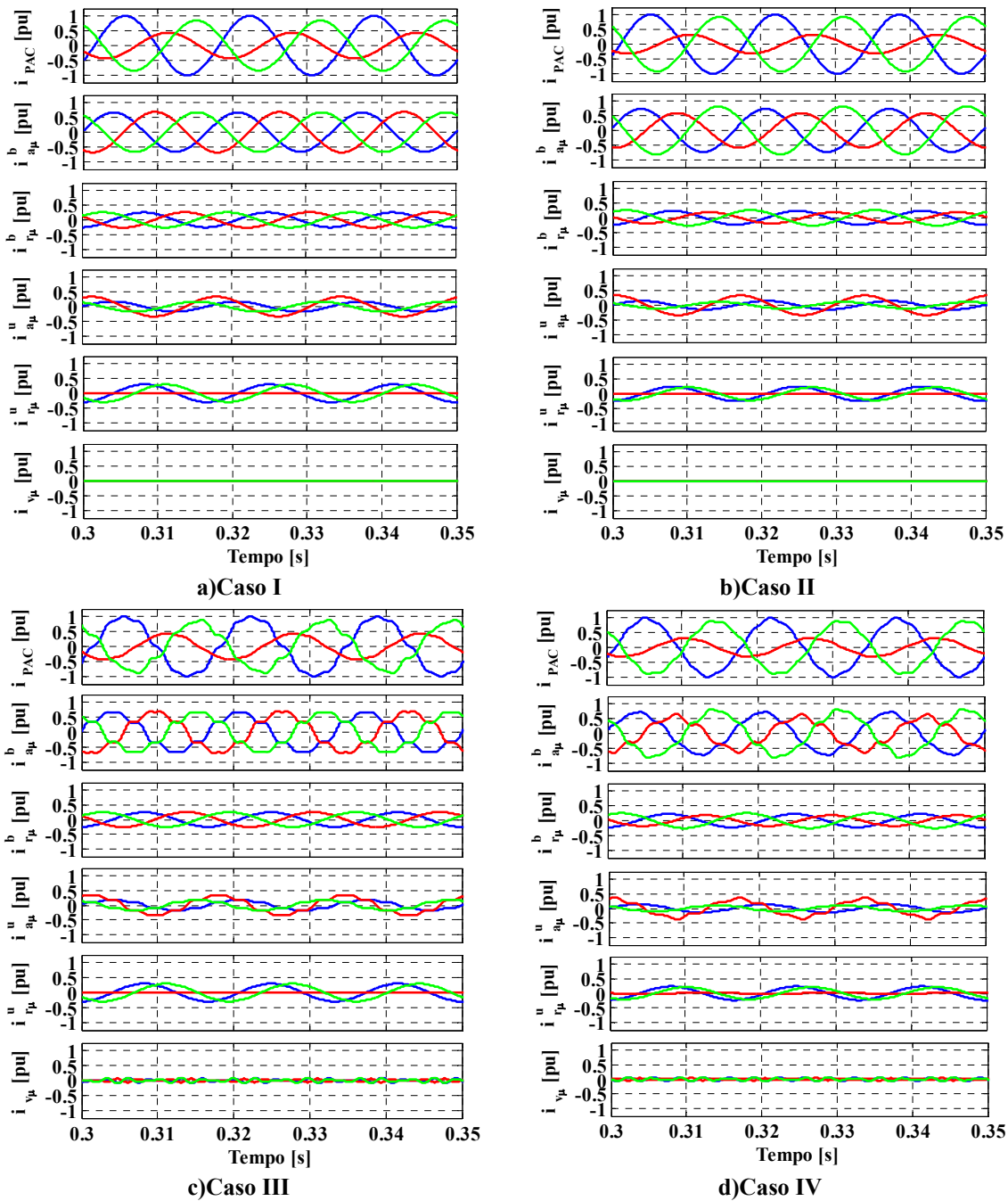


Figura 3.60: Exemplo 6 carga desbalanceada ($RL + R_{ac}$) – Decomposição da corrente no PAC.

A Figura 3.61 mostra o resultado da decomposição das correntes residuais. Observa-se novamente ausência de correntes harmônicas geradas pela carga ($i_{g\mu} = 0$). De fato, a carga é linear e não gera harmônicas. Assim, as correntes residuais correspondem, unicamente, às correntes dispersas ($i_{v\mu} = i_{as\mu} + i_{rs\mu}$).

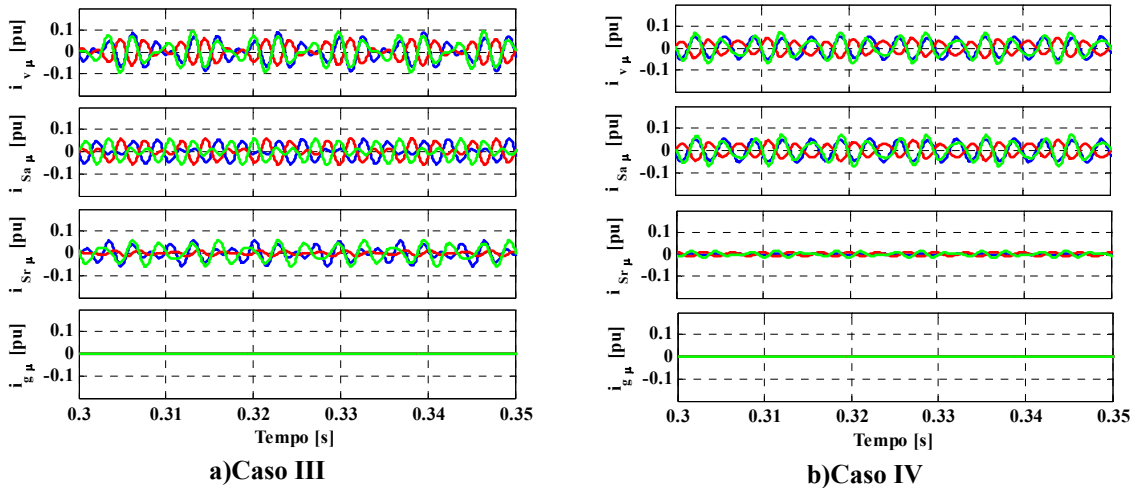


Figura 3.61: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Decomposição da corrente residual (i_r).

A Tabela 3.11 mostra o resultado da decomposição da potência aparente e os respectivos fatores. Comentários similares ao exemplo 5 (carga RL balanceada) são válidos. Porém, neste exemplo é importante destacar a presença de potência de desbalanço devido à carga desbalanceada. Assim, o fator de assimetria é maior que zero.

Tabela 3.11: Exemplo 6 carga desbalanceada (RL + R_{ac}) – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
A [VA]	97376,476	112085,442	98750,161	112834,200
P [W]	82214,585	99498,324	83089,099	99764,851
Q [VA]	31378,662	32133,427	31734,752	32347,384
U [VA]	41693,161	40381,589	42300,824	41025,016
D [VA]	1,141	1,363	7165,313	7008,987
W_r [J]	83,234	85,236	83,370	85,330
λ	0,8443	0,8877	0,8414	0,8842
λ_D	0,3566	0,3073	0,3568	0,3084
λ_U	0,4282	0,3603	0,4295	0,3643
λ_D	0,0000	0,0000	0,0726	0,0621

Nota-se que os distúrbios da carga desbalanceada e os harmônicos presentes na tensão de alimentação (*casos III e IV*) provocando potências residuais relativamente baixas (indutores atenuam as harmônicas).

Também são válidas as seguintes igualdades e desigualdades:

$$\omega W_{r_{caso I}} = 120\pi(83,234) = 31,378\text{k} = Q_{caso I}$$

$$\omega W_{r_{caso II}} = 120\pi(85,236) = 32,133\text{k} = Q_{caso II}$$

$$\omega W_{r_{caso III}} = 120\pi(83,370) = 31,432\text{k} \neq 31,734\text{k} = Q_{caso III}$$

$$\omega W_{r_{caso IV}} = 120\pi(85,330) = 32,169\text{k} \neq 32,347\text{k} = Q_{caso IV}$$

Similarmente às ilustrações anteriores, cada parcela de potência está associada à existência com cada componente de corrente presente no circuito ($P = \mathbf{VI}_a^b$, $Q = \mathbf{VI}_r^b$, $U = \mathbf{VI}^u$ e $D = \mathbf{VI}_v$).

3.16.7 Exemplo 7 – Carga balanceada (não linear + RL)

A Figura 3.62 mostra o circuito analisado. A fonte de tensão alimenta uma carga balanceada, composta por uma carga RL balanceada representando um motor de 45kW com $\cos \varphi = 0,8$ e uma carga balanceada não linear.

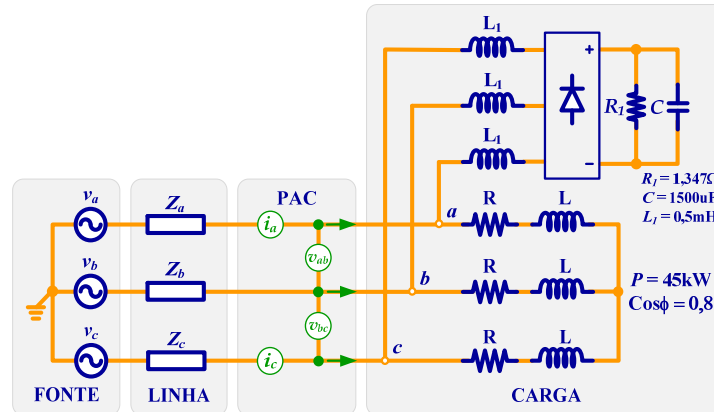


Figura 3.62: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Circuito 3φ 3 fios com.

A Figura 3.63 mostra as formas de onda das tensões e correntes no PAC. Observa-se que em todos os casos, as correntes aparecem atrasadas em relação às tensões devido ao comportamento indutivo da carga.

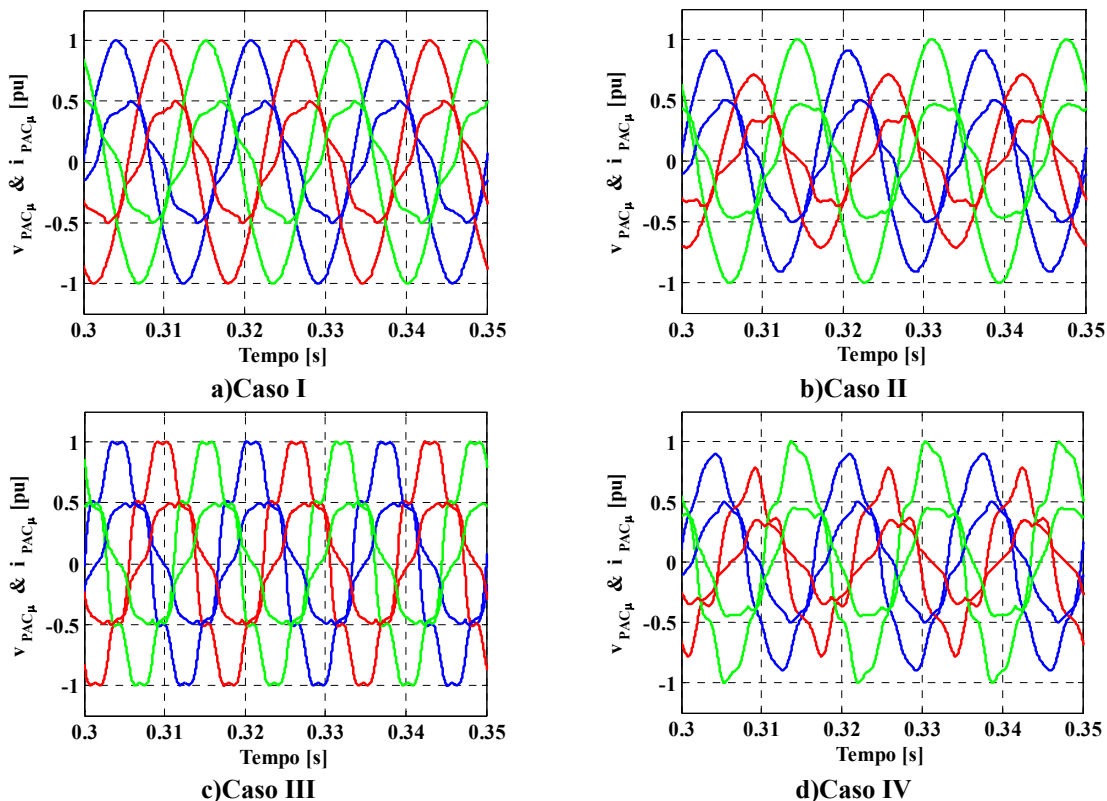


Figura 3.63: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Tensão e corrente no PAC.

No *caso I*, as correntes aparecem distorcidas devido ao comportamento não linear da carga. Já nos outros casos (*II, III e IV*), os distúrbios presentes nas correntes são devido à interação da carga com os distúrbios da fonte de alimentação.

Como observado nos exemplos anteriores, as correntes ativas balanceadas sempre são proporcionais às tensões no PAC. Assim, daqui para frente não serão mostradas mais estas formas de ondas.

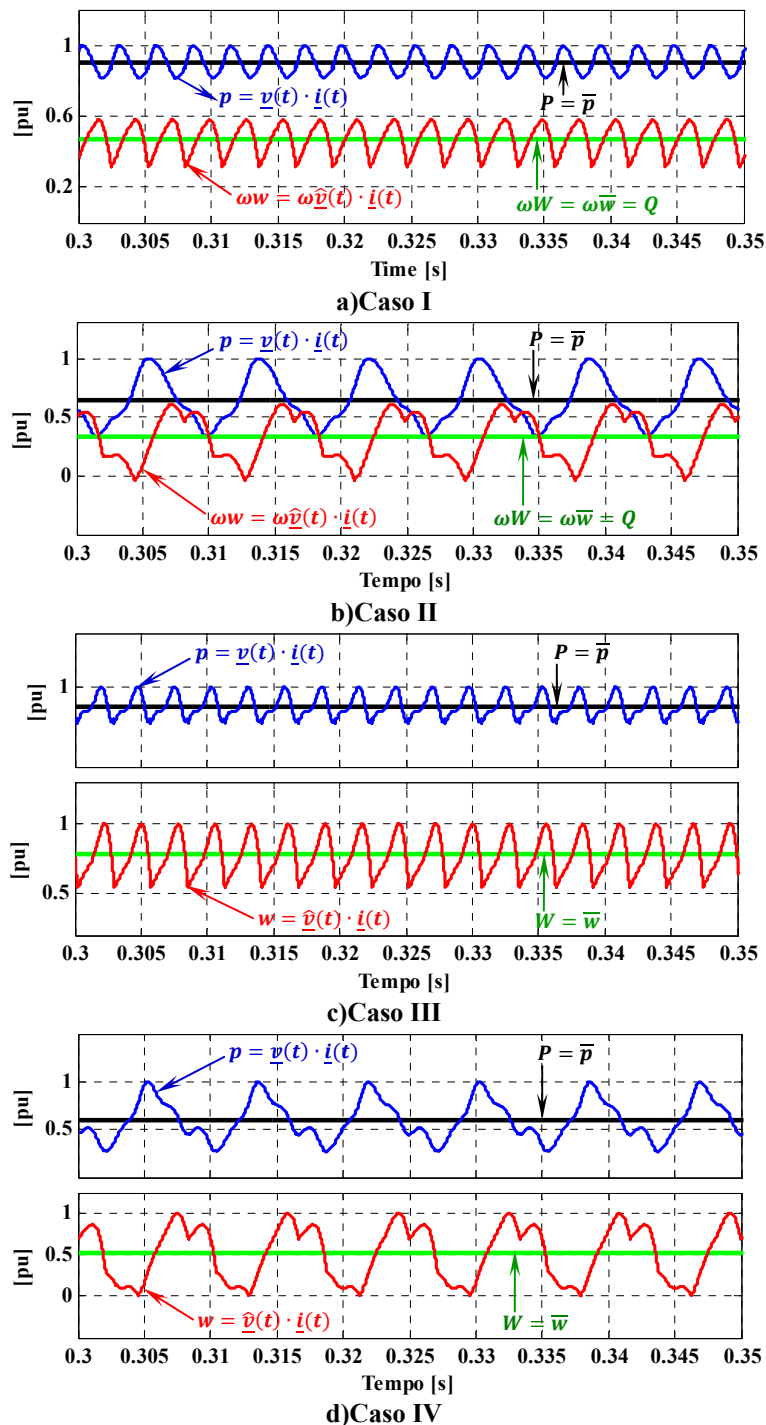


Figura 3.64: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Termos instantâneos e médios.

A Figura 3.64 mostra os termos instantâneos e médios. Nesta configuração de carga é interessante analisar o *caso I* (Figura 3.64a). As tensões e correntes podem ser representadas por:

$$\begin{aligned}
 v_a(t) &= \sqrt{2}V \cos(\omega_1 t) & i_a(t) &= \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos(\omega_1 t - \varphi_k) \\
 v_b(t) &= \sqrt{2}V \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) & i_b(t) &= \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} - \varphi_k\right) \\
 v_c(t) &= \sqrt{2}V \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) & i_c(t) &= \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} - \varphi_k\right)
 \end{aligned}$$

Assim, a potência instantânea resulta:

$$p(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = p_a + p_b + p_c$$

onde:

$$\begin{aligned}
 p_a &= V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos \varphi_k [1 - \cos 2 \omega_1 t] + V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sen \varphi_k \sen 2 \omega_1 t \\
 p_b &= V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos \varphi_k \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right)\right] + V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sen \varphi_k \sen\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \\
 p_c &= V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos \varphi_k \left[1 - \cos\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right)\right] + V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sen \varphi_k \sen\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

Nota-se que, neste caso, os termos oscilatórios não se cancelam e dependem apenas dos harmônicos presentes na corrente.

Assim, a potência ativa resulta igual à potência instantânea:

$$P = \bar{p}(t) = p(t) = 3V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos \varphi_k.$$

E a energia reativa instantânea (Figura 3.64b) resulta:

$$w_r(t) = \hat{v}_a i_a + \hat{v}_b i_b + \hat{v}_c i_c = w_{ra} + w_{rb} + w_{rc}$$

onde:

$$\begin{aligned}
 w_{ra} &= \frac{1}{\omega_1} V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sen \varphi_k [1 + \cos(2\omega_1 t)] + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos \varphi_k \sen(2\omega_1 t) \\
 w_{rb} &= \frac{1}{\omega_1} V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sen \varphi_k \left[1 + \cos\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right)\right] + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos \varphi_k \sen\left(2\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}\right) \\
 w_{rc} &= \frac{1}{\omega_1} V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sen \varphi_k \left[1 + \cos\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right)\right] + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos \varphi_k \sen\left(2\omega_1 t + \frac{4\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

Similarmente à potência instantânea, os termos oscilatórios não se cancelam e dependem apenas dos harmônicos presentes na corrente.

Consequentemente a energia reativa resulta:

$$W_r = \bar{w}_r(t) = w_r(t) = \frac{1}{\omega_1} 3V \sum_{k=1}^{\infty} I_k \text{sen } \varphi_k = \frac{1}{\omega_1} Q.$$

Na Figura 3.64b, c e d observa-se que, nos *casos II, III e IV*, similarmente ao caso anterior, há oscilação de energia entre a carga e a fonte. Nestes casos, as oscilações dependem do tipo de distúrbio e são impostas pela fonte de alimentação e pela carga não linear.

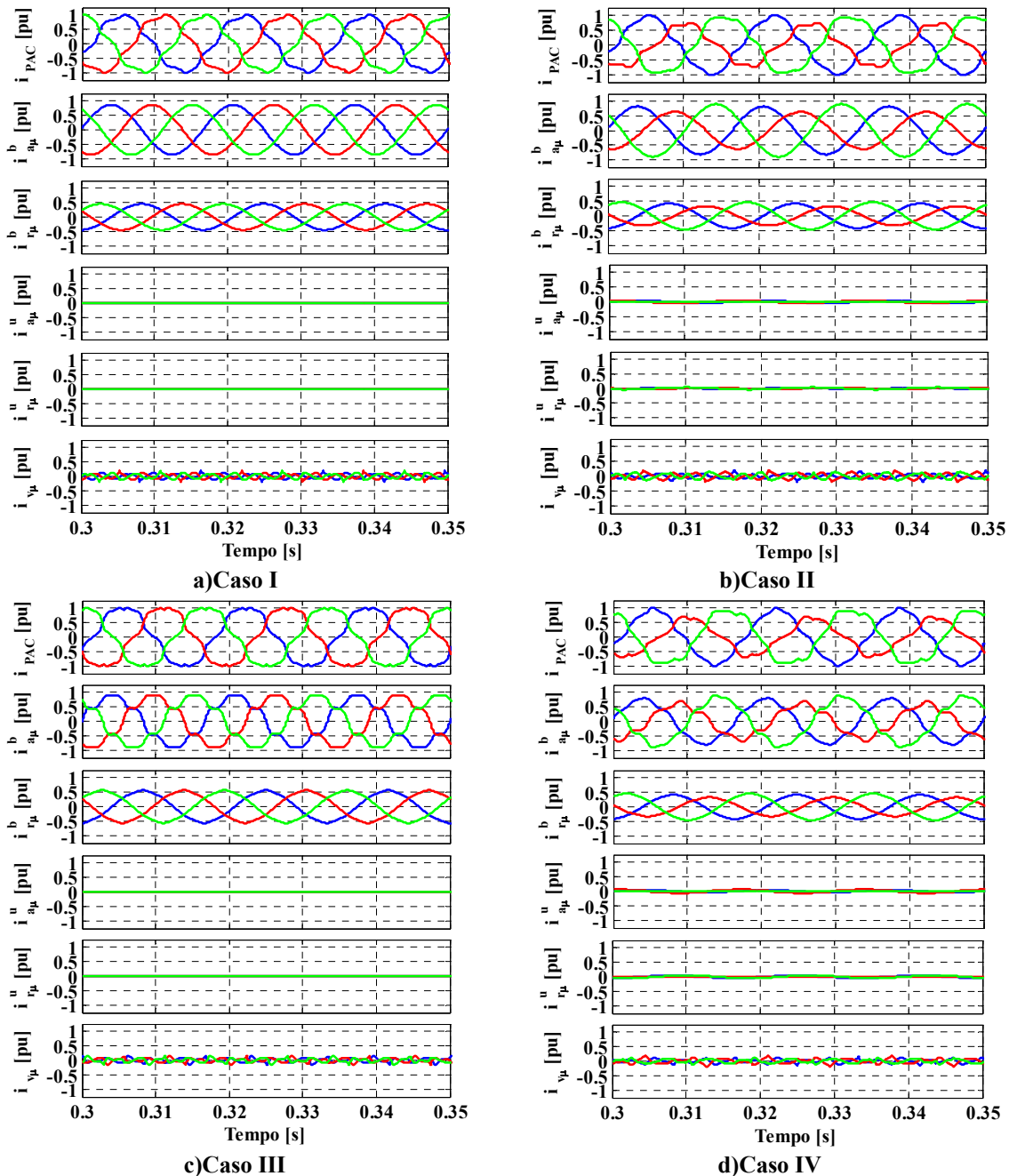


Figura 3.65: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Decomposição da corrente no PAC.

A Figura 3.65 mostra o resultado da decomposição das correntes no PAC. Observa-se que nos *casos I e III* não há correntes de desbalanço ($i_{\mu}^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u = 0$). Pois a carga é balanceada. Porém, nos *casos II e IV*, nota-se presença mínima de correntes de desbalanço, provavelmente provocada pelas harmônicas de corrente e as assimetrias na fases das tensões.

Por outro lado, as correntes ativas balanceadas são devido às componentes resistivas. As correntes reativas balanceadas são devido aos elementos armazenadores de energia, que nesta topologia de carga, são predominantemente indutivos. Neste caso, é interessante analisar a decomposição das correntes residuais, principalmente para o *caso I*, devido ao fato que a carga apresenta um comportamento não linear.

É importante destacar que a interação da impedância da linha e a corrente da carga não linear, origina uma ligeira distorção nas tensões (*casos I e II*).

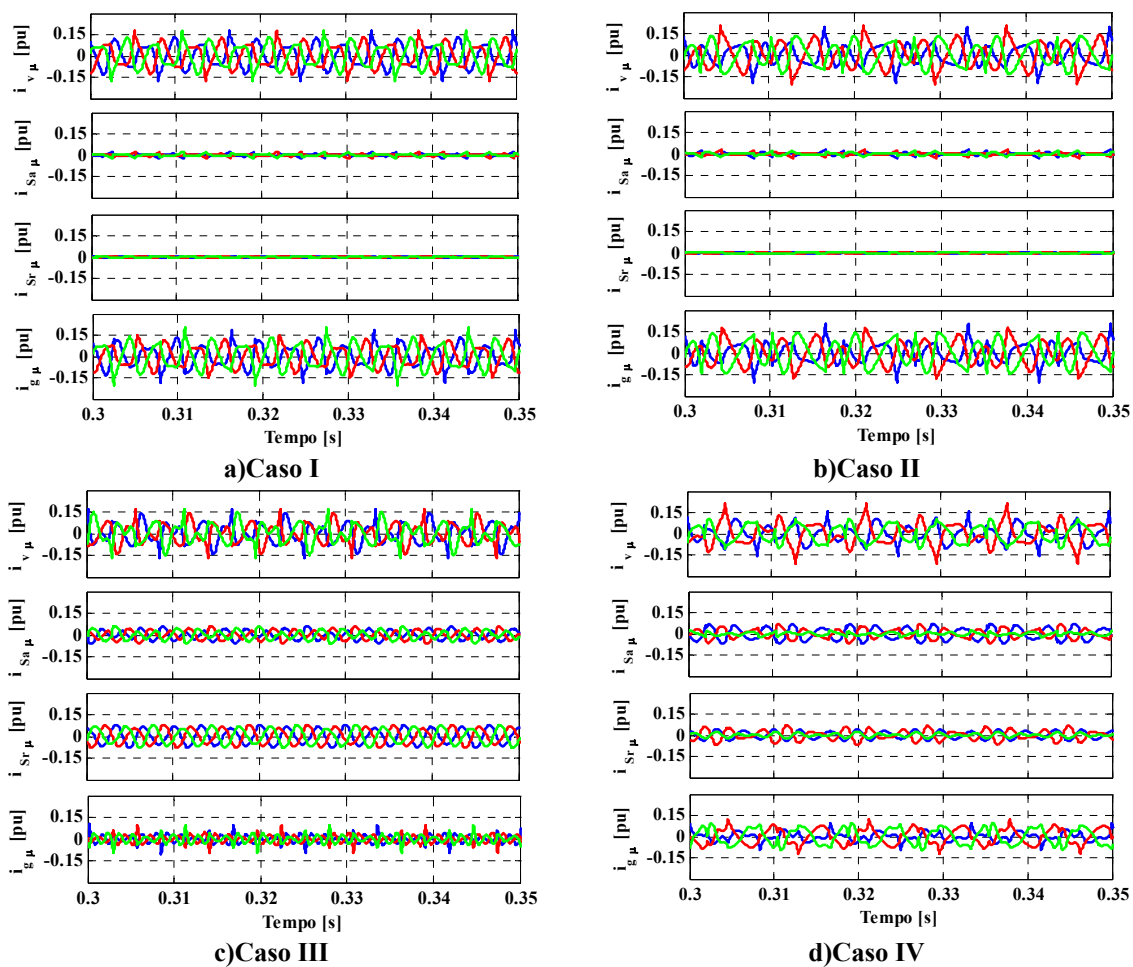


Figura 3.66: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Decomposição da corrente residual (i_v).

A Figura 3.66 mostra o resultado da decomposição das correntes residuais. Observa-se (*casos I e II*) que, praticamente, as correntes harmônicas geradas pela carga correspondem às correntes residuais. De fato, a carga apresenta um comportamento não linear, portanto injeta

harmônicas ao circuito. A presença mínima de correntes dispersas é devido às harmônicas presentes nas tensões provocadas pela interação da linha e a carga.

Já nos **casos III e IV** observamos presença de todas as sub parcelas das correntes residuais ($i_{as\mu} \neq 0$, $i_{rs\mu} \neq 0$ e $i_{g\mu} \neq 0$) devido à presença de harmônicas nas tensões de alimentação e ao comportamento não linear da carga.

A Tabela 3.12 mostra a decomposição da potência aparente e os respectivos fatores. Observa-se que há presença de potência ativa, reativa e a energia reativa que, desta vez, é positiva, devido à parte indutiva da carga balanceada. Também há potência residual devido à parte não linear da carga balanceada. Assim, a potência de desbalanço resulta praticamente desprezível ($U \cong 0$) para os **casos I e III**. No entanto, a presença de potência de desbalanço nos **casos II e IV** é devido à interação das assimetrias das fases presentes nas tensões e às correntes harmônicas originadas pela carga.

Observa-se que, a não linearidade entre as ondas das tensões e correntes ocasiona a presença de potência residual ($D \neq 0$).

Também são válidas as seguintes igualdades e desigualdades:

$$\begin{aligned}\omega W_{r_{caso I}} &= 120\pi(110,221) \cong 41,557\text{kVA} = Q_{caso I} \\ \omega W_{r_{caso II}} &= 120\pi(131,753) \cong 49,680\text{kVA} = Q_{caso II} \\ \omega W_{r_{caso III}} &= 120\pi(147,388) = 55,564\text{kVA} \neq 56,144\text{kVA} = Q_{caso III} \\ \omega W_{r_{caso IV}} &= 120\pi(135,543) = 51,099\text{kVA} \neq 51,399\text{kVA} = Q_{caso IV}\end{aligned}$$

Tabela 3.12: Exemplo 7 carga balanceada (não linear + RL) – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
A [VA]	90302,152	110633,642	106795,637	110484,611
P [W]	79539,697	97743,277	90365,231	96760,414
Q [VA]	41557,403	49680,188	56144,279	51399,830
U [VA]	89,339	5788,630	89,665	8069,797
D [VA]	10044,376	13580,325	9340,501	11713,558
W_r [J]	110,221	131,753	147,388	135,543
λ	0,8808	0,8835	0,8462	0,8758
λ_o	0,4631	0,4531	0,5277	0,4691
λ_U	0,0010	0,0527	0,0008	0,0735
λ_D	0,1112	0,1228	0,0875	0,1060

3.16.8 Exemplo 8 – Carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab})

A Figura 3.67 mostra o circuito analisado para os quatro casos. A fonte de tensão alimenta uma carga desbalanceada, composta por uma carga RL balanceada representando um motor de 45kW com $\cos \varphi = 0,8$, uma carga balanceada não linear e uma carga resistiva monofásica de 15kW.

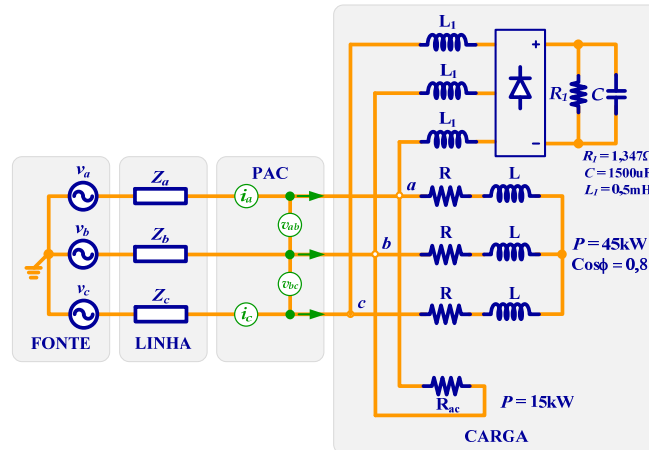


Figura 3.67: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Circuito 3φ 3 fios.

A Figura 3.68 mostra as formas de onda das tensões e correntes no PAC. Observa-se que, em todos os casos, as correntes são assimétricas. No *caso I*, devido às características da carga; nos *casos II, III e IV* devido à interação da característica da carga e os distúrbios presentes na fonte de alimentação.

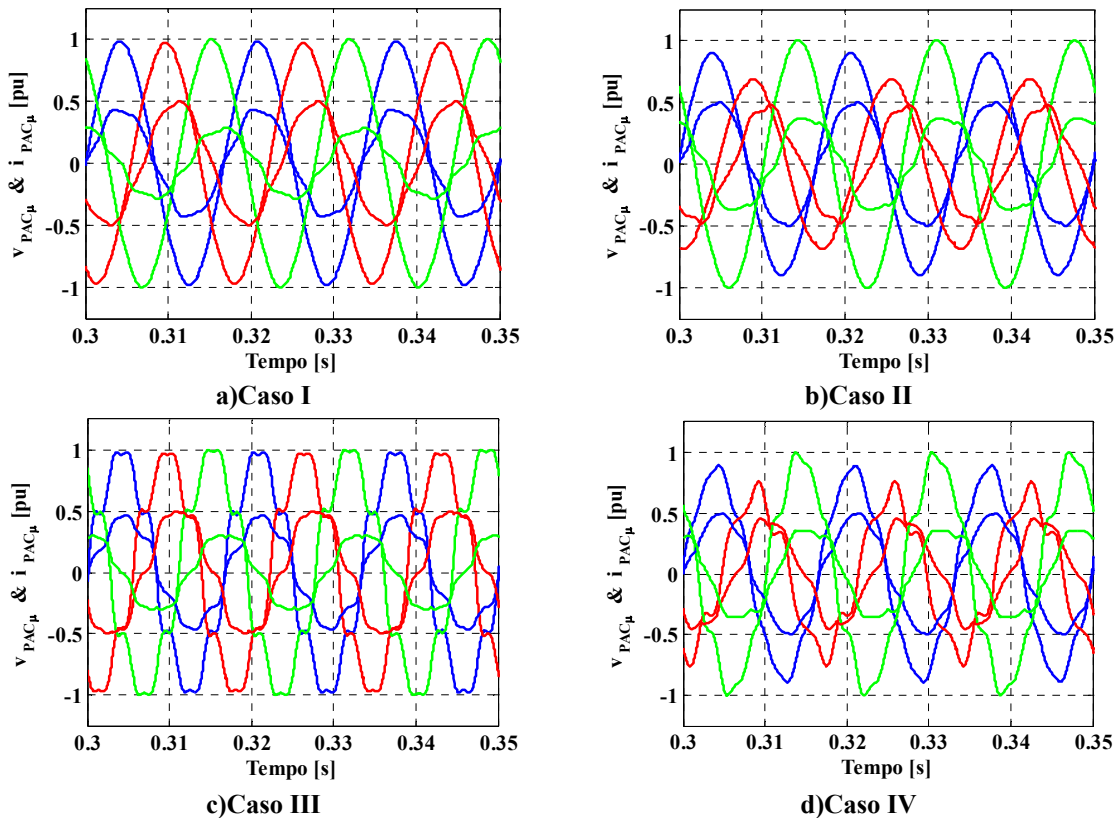


Figura 3.68: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Tensões e correntes no PAC.

A Figura 3.69 mostra os termos instantâneos e médios. Percebe-se que para os dois primeiros casos, similarmente à exemplo anterior, as oscilações estão associadas às harmônicas presentes nas correntes (casos I e II). No entanto, nos *casos III e IV*, são devido aos efeitos das harmônicas das corrente e tensões.

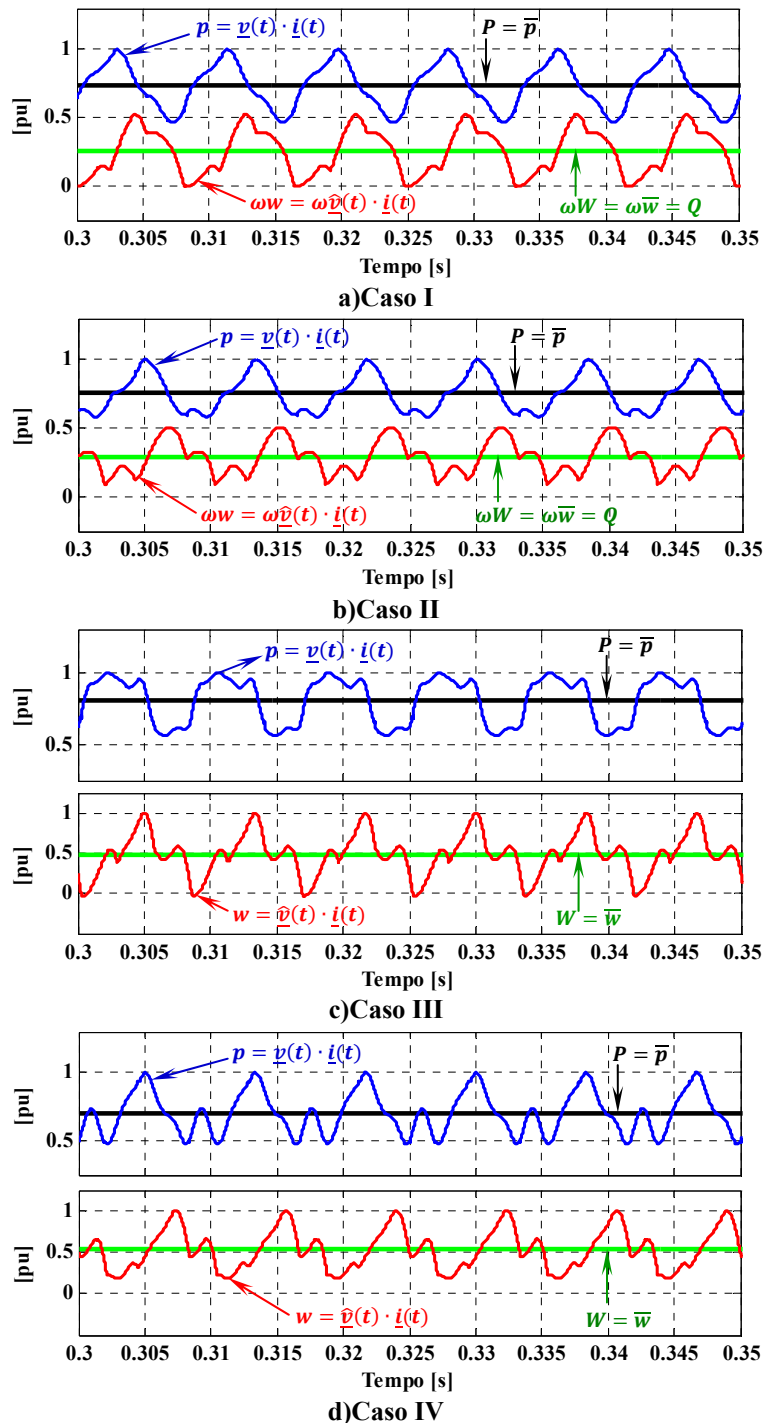


Figura 3.69: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Termos instantâneos e médios.

A Figura 3.70 mostra o resultado da decomposição da corrente no PAC. Nota-se que nesta configuração de carga há presença de todas as componentes de corrente e cada uma está

associada a cada tipo de fenômeno relacionado à carga: As correntes ativas balanceadas (devido à presença dos resistores), correntes reativas balanceadas (neste caso, devido aos elementos armazenadores de energia), correntes de desbalanço (devido à parte monofásica- resistor ligado entre duas fases) e as correntes residuais (devido ao retificador trifásico-carga não linear).

Observe-se que, a interação entre as fases, devido à carga monofásica, se dá nas fases “a e b” resultando as correntes reativas de desbalanço diferente de zero ($i_{ra}^u \neq 0 \neq i_{rb}^u$). De fato, a carga é resistiva e foi ligada entre as fases “a e b” ($i_{rc}^u = 0$).

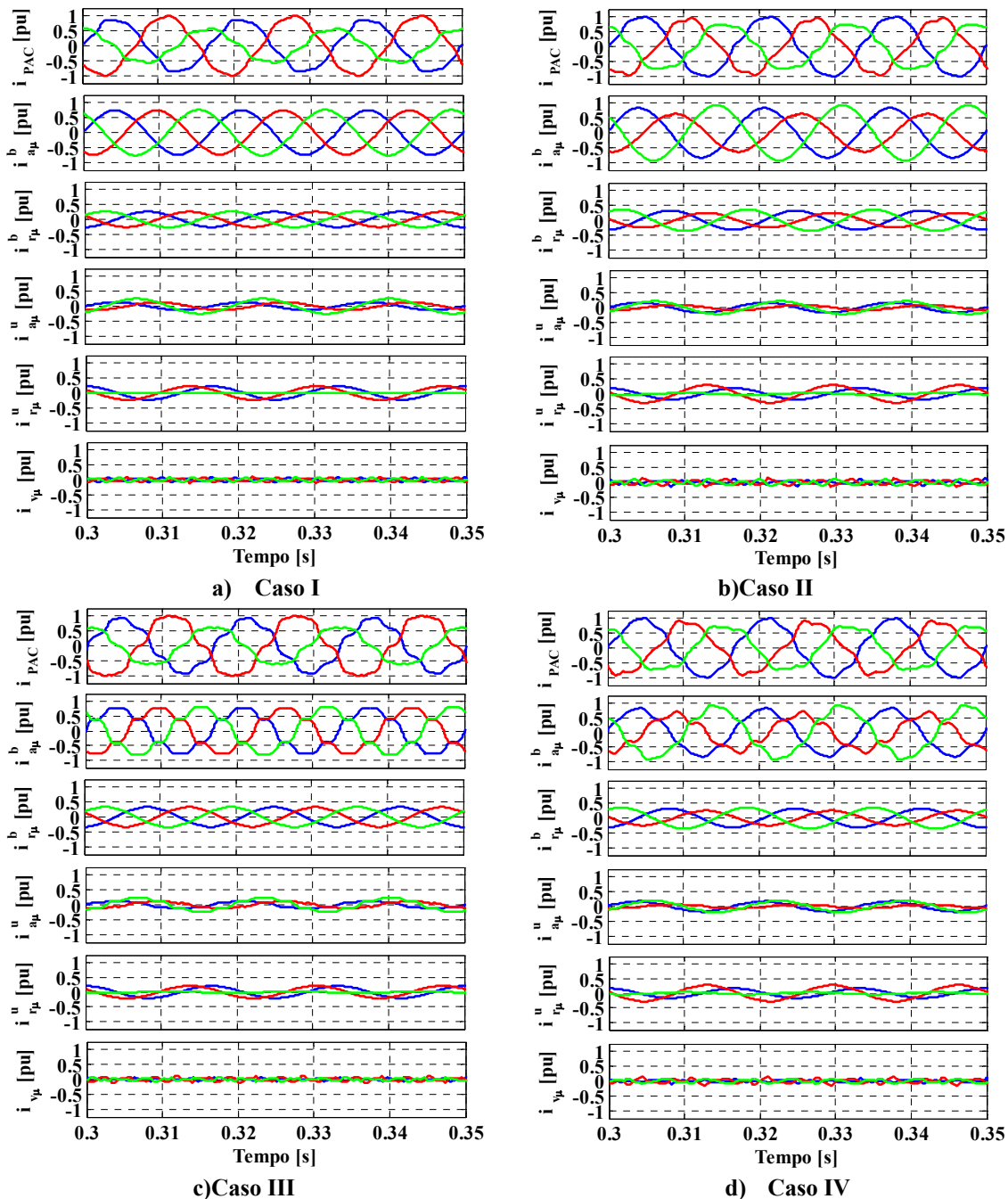


Figura 3.70: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Decomposição da corrente no PAC.

A Figura 3.71 mostra que, nos *casos I e II* há presença predominantemente de correntes harmônicas geradas pela carga e presença mínima de correntes dispersas devido às harmônicas presentes nas tensões. De fato, a carga apresenta um comportamento não linear, portanto injeta harmônicas ao circuito. A presença mínima de correntes dispersas é associada, como já dito anteriormente, às harmônicas presentes nas tensões provocadas pela interação da linha e a carga.

Já nos *casos III e IV*, observamos presença de todas as sub parcelas das correntes residuais ($i_{as\mu} \neq 0$, $i_{rs\mu} \neq 0$ e $i_{g\mu} \neq 0$) devido à presença de harmônicas nas tensões de alimentação e ao comportamento não linear da carga.

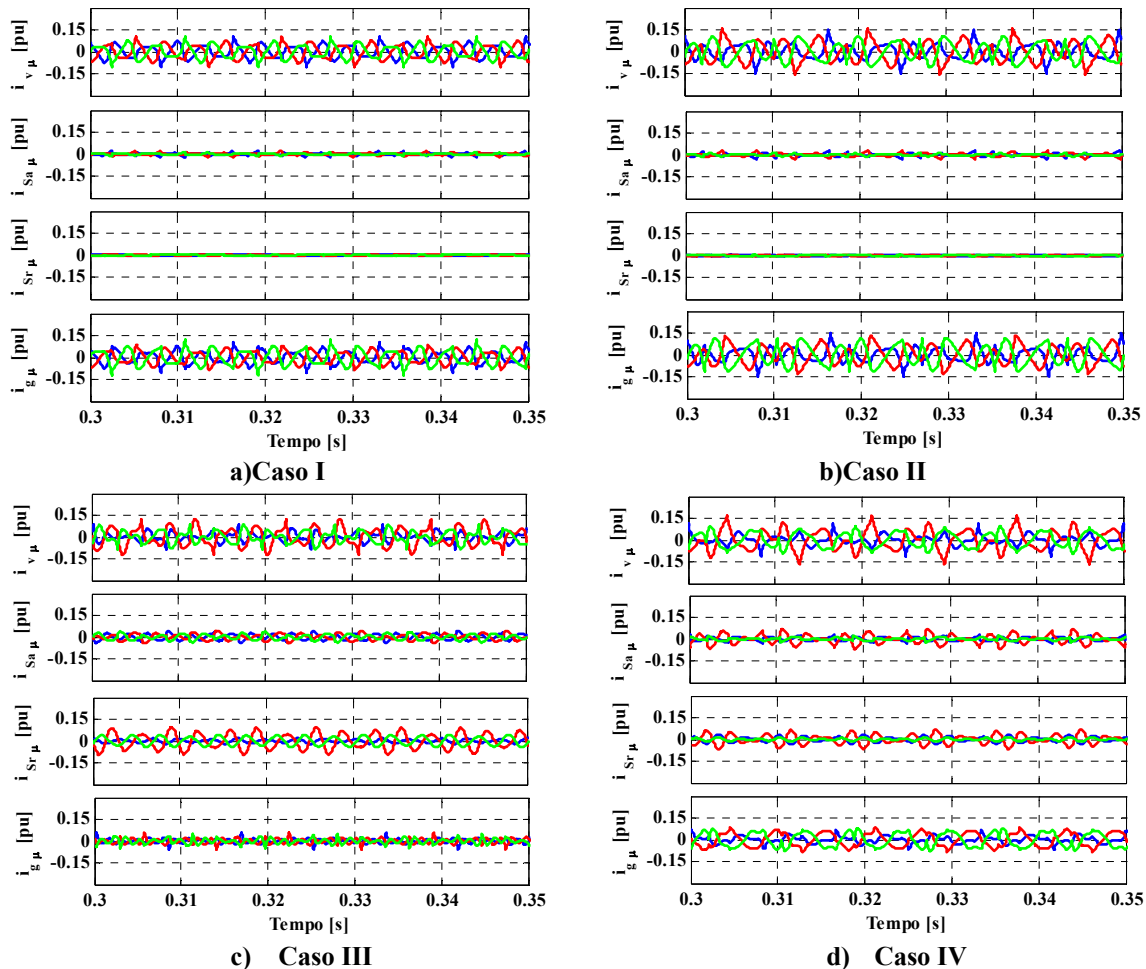


Figura 3.71: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Decomposição da corrente residual (i_r).

A Tabela 3.13 mostra os resultados da decomposição da potência aparente e os respectivos fatores da carga. Como em todos os exemplos anteriores, observa-se que, cada componente de potência está associada à existência de uma componente de corrente presente no circuito ($P = \mathbf{VI}_a^b$, $Q = \mathbf{VI}_r^b$, $U = \mathbf{VI}^u$ e $D = \mathbf{VI}_v$). Consequentemente, cada potência é associada com um tipo de fator. Assim, a potência ativa P ao fator de potência λ , a potência reativa Q ao fator de reatividade λ_Q , a potência de desbalanço U ao fator de assimetria λ_U e, finalmente, a potência residual ao fator de não linearidade λ_D .

Finalmente nota-se que, as igualdades e desigualdades da potência reativa associada à energia reativa e à frequência angular são iguais ao exemplo anterior.

$$\omega W_{r_{caso I}} = 120\pi(106,898) \cong 40,305k = Q_{caso I}$$

$$\omega W_{r_{caso II}} = 120\pi(128,053) \cong 48,276k = Q_{caso II}$$

$$\omega W_{r_{caso III}} = 120\pi(142,009) = 53,536k \neq 54,083k = Q_{caso III}$$

$$\omega W_{r_{caso IV}} = 120\pi(130,881) = 49,341k \neq 49,624k = Q_{caso IV}$$

Tabela 3.13: Exemplo 8 carga desbalanceada (não linear + RL + R_{ab}) – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
A [VA]	129787,652	140047,323	144168,666	139514,283
P [W]	116158,890	124298,105	127144,862	124042,456
Q [VA]	40304,674	48275,796	54083,428	49624,371
U [VA]	40432,922	40633,864	39858,126	38425,946
D [VA]	9625,951	13474,806	10251,880	11771,686
W_r [J]	106,898	128,053	142,009	130,881
λ	0,8950	0,8875	0,8819	0,8891
λ_o	0,3278	0,3620	0,3914	0,3714
λ_U	0,3124	0,2915	0,2772	0,2764
λ_D	0,0742	0,0962	0,0711	0,0844

3.17 Exemplos em circuitos trifásicos com condutor de retorno (3φ a 4 fios)

A análise segue a mesma sequência dos circuitos trifásicos sem condutor de retorno. Muitas das interpretações são semelhantes aos circuitos a três condutores, porém, nestes circuitos é interessante a análise das componentes de sequência zero e sua influência no cálculo da potência aparente.

3.17.1 Exemplo 1: Carga balanceada resistiva indutiva

A Figura 3.72 mostra o circuito analisado para os quatro casos. A fonte de tensão alimenta a mesma carga analisada em circuitos 3φ sem condutor de retorno (45kW e $\cos\phi = 0,8$).

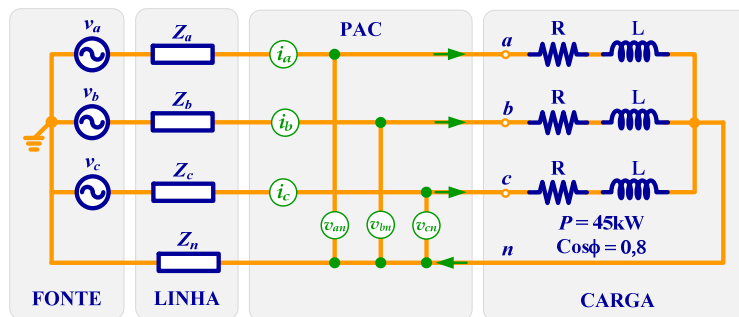


Figura 3.72: Exemplo 1 carga RL balanceada – Circuito 3φ 4 fios.

A Figura 3.73 mostra as tensões e correntes no PAC. Observa-se que similarmente ao circuito sem condutor de retorno as correntes estão atrasadas em relação às tensões.

Comentários similares ao exemplo com três condutores podem ser extraídas, porém nos *casos II, III e IV*, há presença de sequência zero devido ao condutor de retorno.

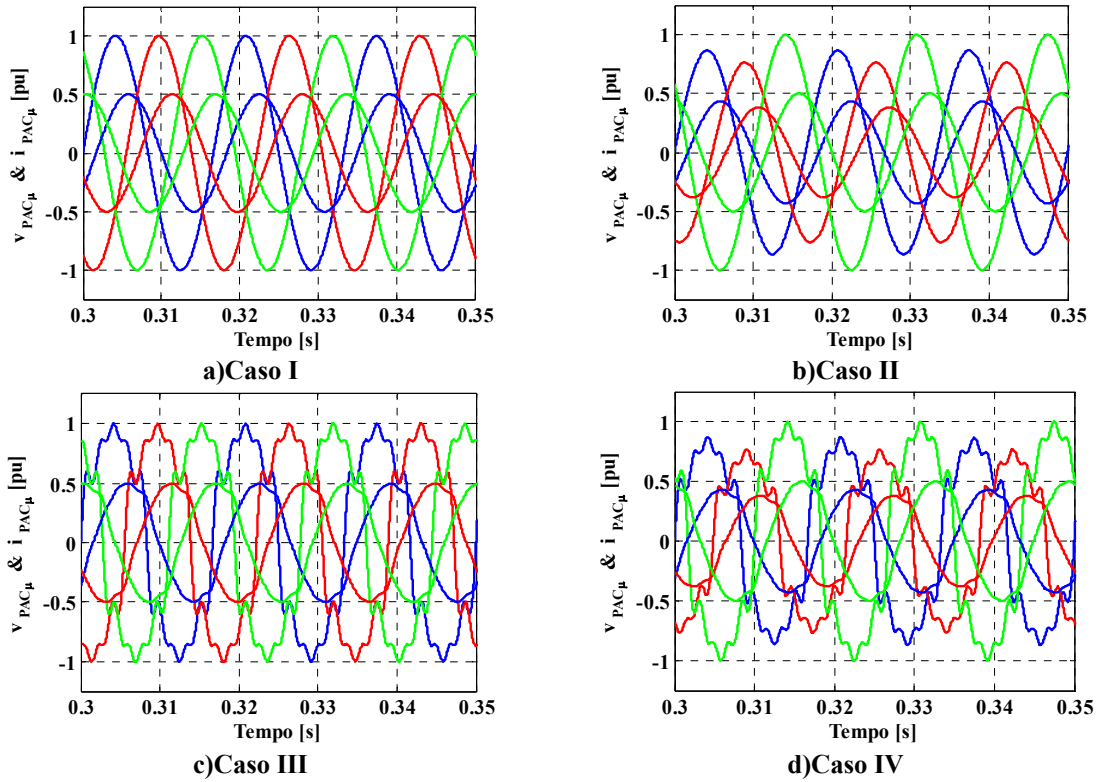


Figura 3.73: Exemplo 1 carga RL balanceada – Tensões e correntes no PAC.

A Figura 3.74 mostra as tensões e correntes no PAC. Note-se que as correntes ativas balanceadas são sempre proporcionais às tensões no PAC.

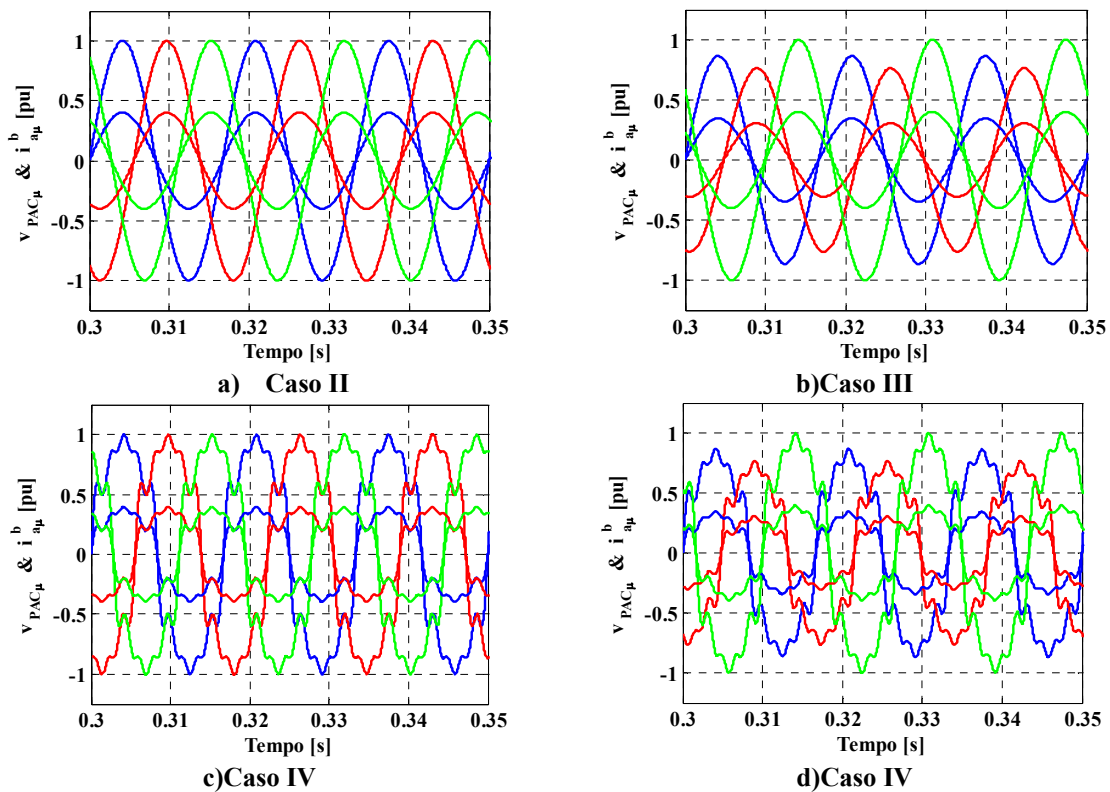


Figura 3.74: Exemplo 1 carga RL balanceada – Tensões no PAC e correntes ativas balanceadas.

A Figura 3.75 mostra o resultado da decomposição das correntes no PAC. Similarmente aos sistemas 3ϕ a três condutores, a presença das componentes ativas balanceadas, reativas balanceadas e residuais é devido aos diferentes fenômenos presentes na carga (originadas pela própria carga ou pela interação da carga e a fonte de alimentação).

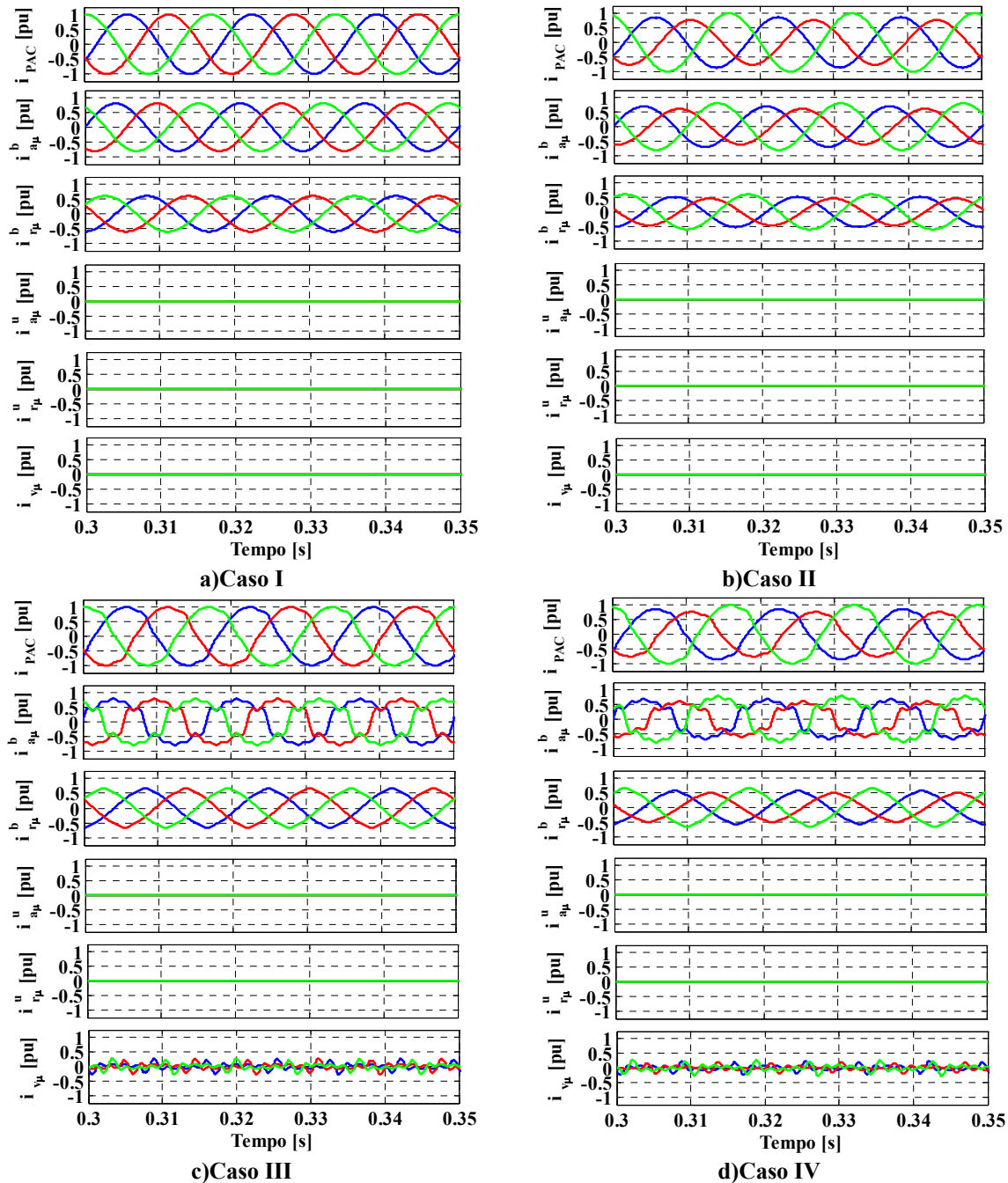


Figura 3.75: Exemplo 1 carga RL balanceada – Decomposição da corrente no PAC.

Neste exemplo, é importante observar o que acontece com as componentes associadas a corrente do neutro (Figura 3.76).

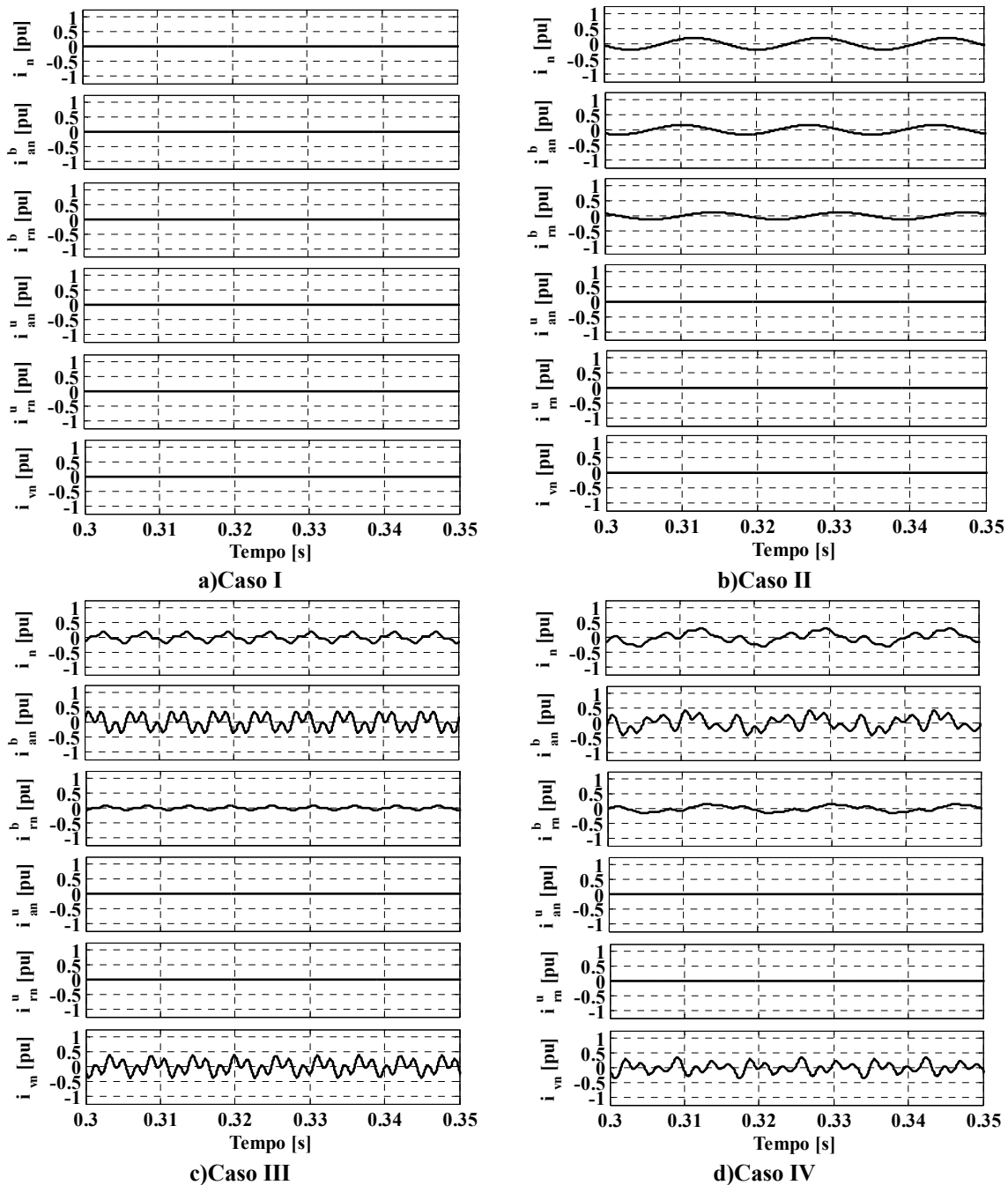


Figura 3.76: Exemplo 1 carga RL balanceada – Decomposição da corrente do neutro (i_n).

A Figura 3.76 mostra as componentes associadas a corrente do neutro. Observa-se que, no **caso I**, a corrente do neutro é zero, conseqüentemente suas sub parcelas também são zero. De fato a carga é balanceada e as tensões são senoidais.

Contrariamente ao *caso I*, nos *casos II, III e IV*, há presença de corrente no neutro. Note-se que tanto a parte ativa quanto a parte reativa balanceada da corrente do neutro, estão sendo impostas pelas tensões (assimétricas e/ou distorcidas) da fonte de alimentação. Também a componente residual do neutro está sendo imposta pelas tensões da fonte.

A Figura 3.77 mostra a decomposição da corrente residual. Similarmente aos sistemas a três condutores, a presença de componentes dispersas é devido a não linearidade das ondas das tensões e corrente (provocadas pelas tensões harmônicas da fonte de tensão).

Finalmente, não há componentes harmônicas geradas devido ao comportamento linear da carga (não gera harmônicas de corrente).

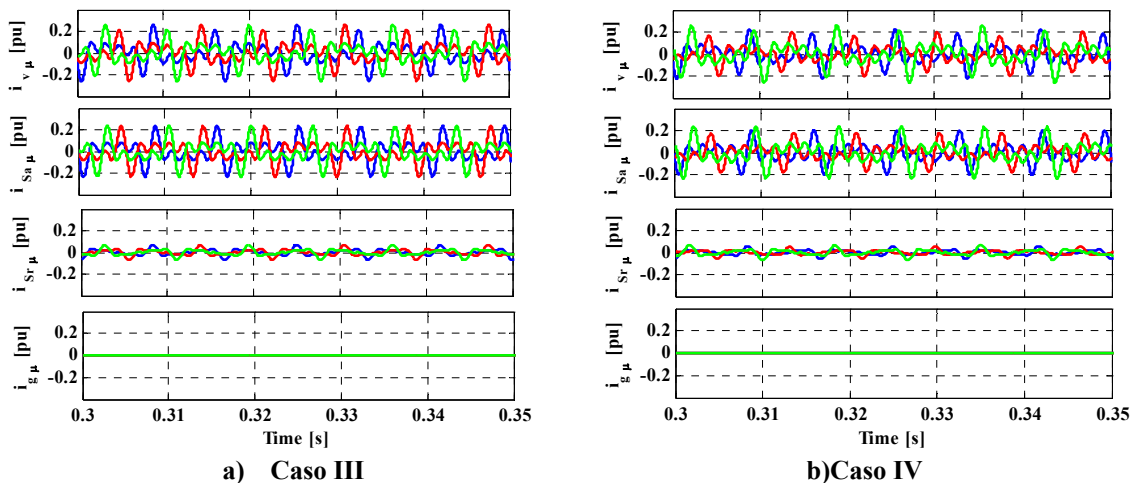


Figura 3.77: Exemplo 1 carga RL balanceada – Decomposição da corrente residual (i_v).

A Tabela 3.14 mostra o resultado da decomposição da potência aparente e os respectivos fatores.

Tabela 3.14: Exemplo 1 carga RL balanceada (4 fios) – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
A [VA]	53981,805	56221,178	55124,411	56795,691
P [W]	43186,781	44978,366	43369,885	45047,850
Q [VA]	32387,301	33730,809	33114,238	34097,924
U [VA]	0,122	0,020	0,156	15,106
D [VA]	0,748	0,636	7823,110	5811,465
W_r [J]	85,909	89,474	86,274	89,611
λ	0,8000	0,8000	0,7868	0,7932
λ_0	0,6000	0,6000	0,6069	0,6035
λ_U	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003
λ_D	0,0000	0,0000	0,1419	0,1023

Comentários similares à carga RL balanceada a três condutores podem ser extraídos. No entanto para os *casos II, III e IV*, a presença da componente de sequência zero nas tensões de alimentação incrementaram os valores das diferentes parcelas de potência, conseqüentemente incrementou-se o valor da potência aparente (vide Tabela 3.10).

3.17.2 Exemplo 2 – Carga desbalanceada resistiva

A Figura 3.78 mostra o circuito analisado para os quatro casos. A fonte de tensão alimenta uma carga desbalanceada resistiva de 30,8kW ($R_a = 1,62 \Omega$, $R_b = 0,82 \Omega$ e $R_c = 3,24\Omega$).

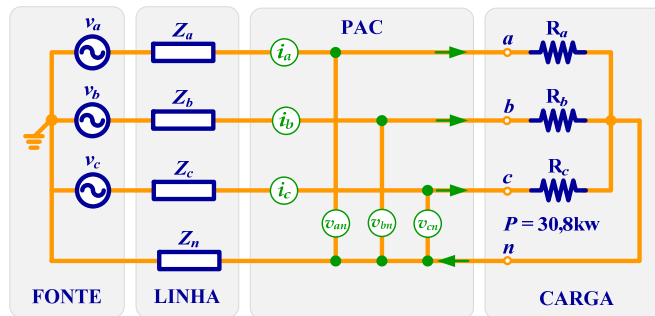


Figura 3.78: Exemplo 2 carga R desbalanceada – Circuito 3 ϕ 4 fios.

A Figura 3.79 mostra as tensões e correntes no PAC. Observa-se que (*casos I, II, III e IV*), diferentemente ao circuito a três condutores, as tensões e correntes medidas no PAC estão em fase. Isto se deve ao fato que as tensões medidas com relação ao neutro (retorno) representam as tensões sobre as impedâncias por fase da carga (o condutor de retorno garante que o ponto central da carga corresponda ao ponto central da fonte).

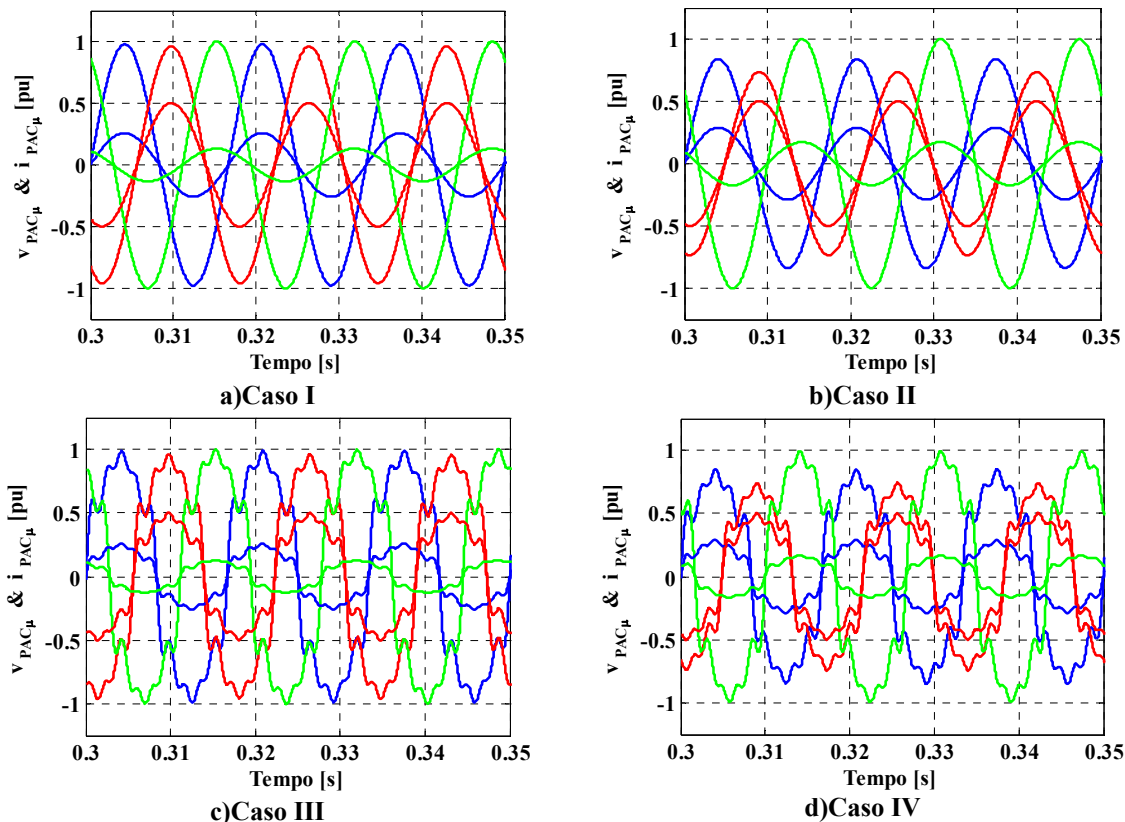


Figura 3.79: Exemplo 2 carga R desbalanceada – Tensões e correntes no PAC.

As correntes aparecem assimétricas e com a mesma forma de onda das tensões devido ao comportamento da carga (desbalanceada e resistiva pura). Nos *casos II, III e IV*, as assimetrias

e/ou distorções presentes nas correntes são devido aos efeitos combinados da carga desbalanceada e a fonte de alimentação.

A Figura 3.80 mostra as tensões no PAC e as correntes ativas balanceadas. Em todos os casos observa-se a proporcionalidade entre as ondas das tensões e correntes ativas balanceadas (em fase e a mesma formas de onda).

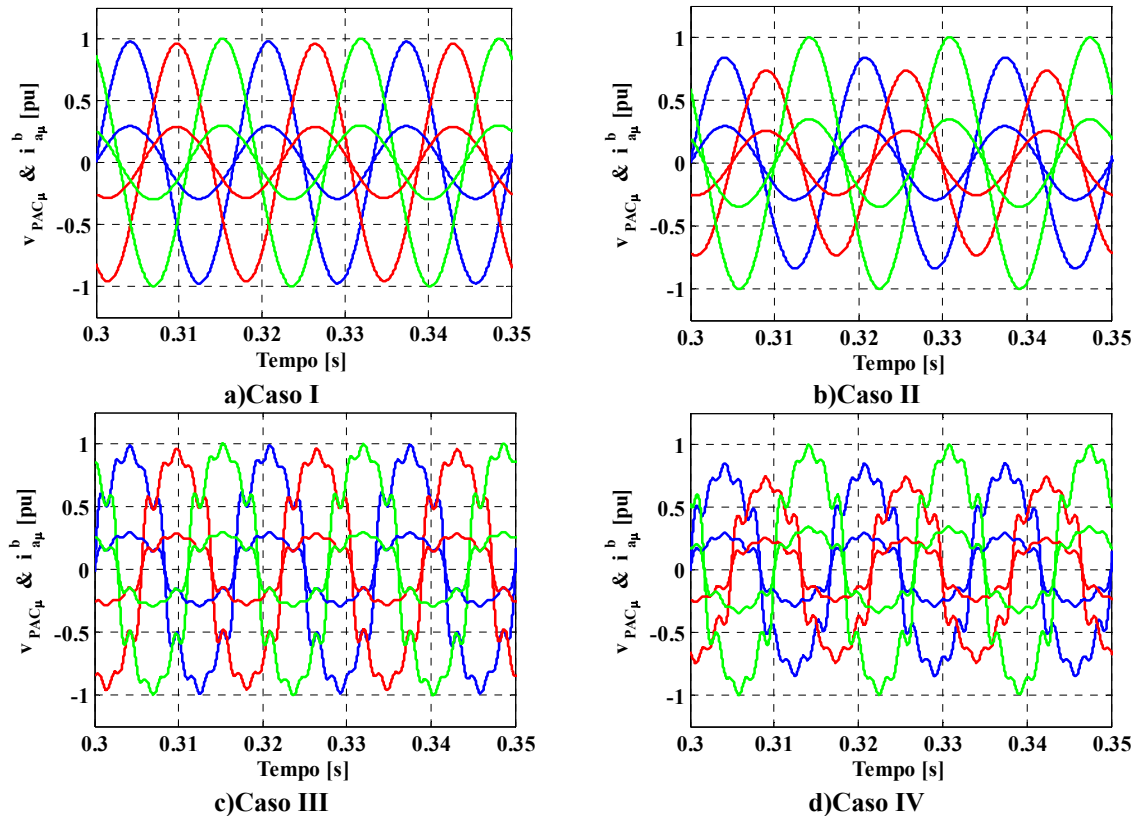


Figura 3.80: Exemplo 2 carga R desbalanceada – Tensões no PAC e correntes ativas balanceadas.

A Figura 3.81 mostra o resultado da decomposição das correntes no PAC. Observe-se a ausência de correntes reativas balanceadas ($i_{r\mu}^b = 0$), visto se tratar de um circuito puramente resistivo. Diferentemente do circuito com três condutores, observa-se apenas a presença de correntes ativas desbalanceadas ($i_{a\mu}^u \neq 0$ e $i_{r\mu}^u = 0$), uma vez que não há interação entre as fases (não há defasagem entre as tensões e correntes na carga).

Nos *casos III e IV*, contrariamente ao circuito a três condutores, note-se que não há correntes residuais ($i_{v\mu} = 0$), uma vez que nestes tipos de circuitos (trifásicos com quatro condutores) cada fase é independente da outra (não há defasagem entre as tensões harmônicas e as correntes na carga). Consequentemente, não há correntes dispersas ($i_{as\mu} = 0 = i_{rs\mu}$) nem correntes harmônicas geradas ($i_{g\mu} = 0$).

Similarmente ao exemplo anterior, é importante observar o que acontece com as componentes associadas a corrente do neutro (Figura 3.82).

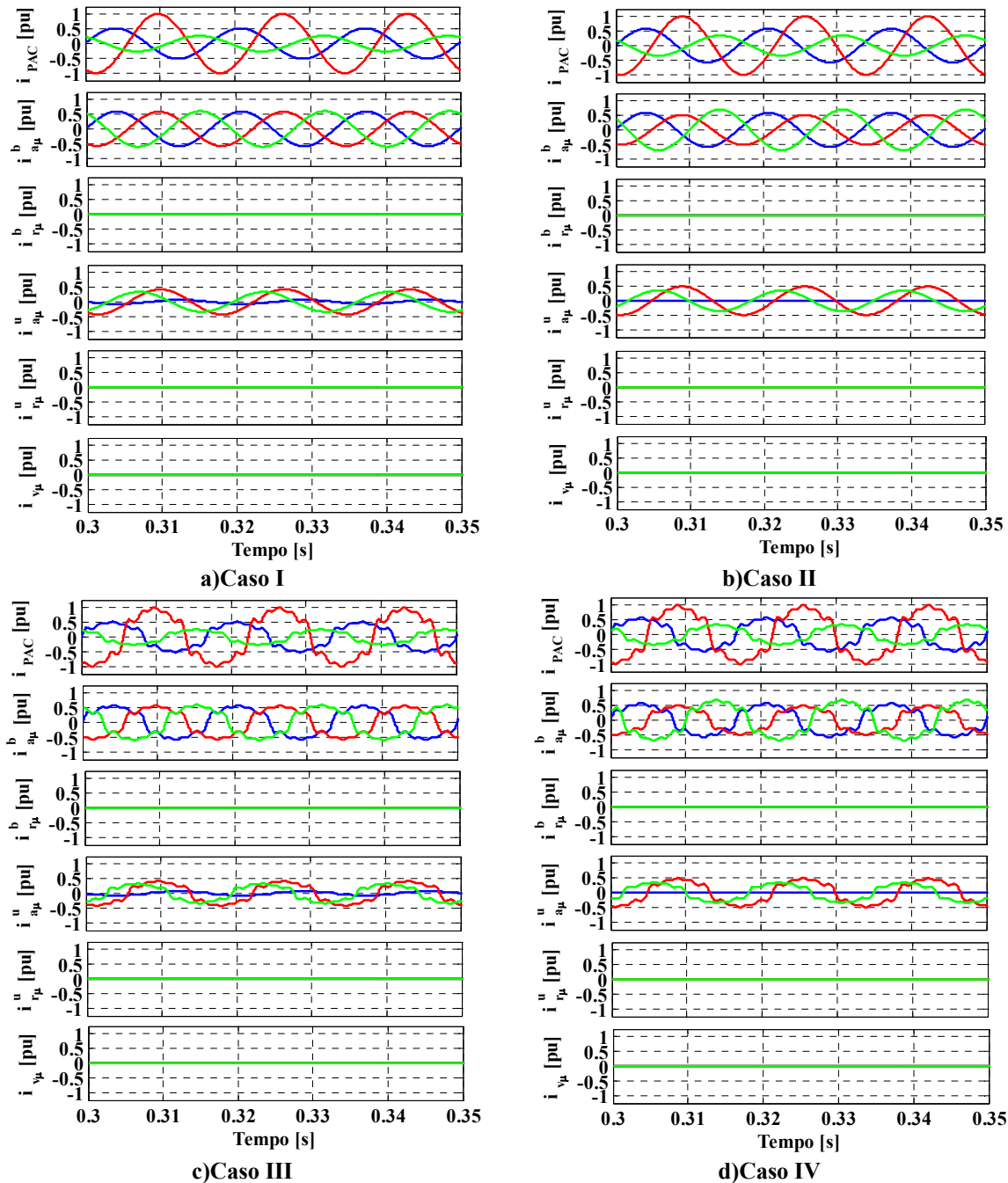


Figura 3.81: Exemplo 2 carga R desbalanceada - Decomposição da corrente no PAC.

A Figura 3.82 mostra as componentes associadas à corrente do neutro. Observa-se que há presença de corrente de neutro em todos os casos (seja originada pela carga ou pela interação entre a carga e a tensão de alimentação).

No *caso I*, a corrente de neutro corresponde praticamente à porção ativa de desbalanço de neutro ($i_n = i_{an}^u$), que neste caso é inteiramente provocada pela carga. A presença mínima da corrente ativa balanceada de neutro é devido ao desequilíbrio da tensão provocado pela carga.

Já nos *casos II, III e IV* a corrente de neutro é dividida em uma parte ativa balanceada (provocada pelas tensões assimétricas e/ou distorcidas da fonte de alimentação) e uma parte ativa desbalanceada (provocada pela própria carga e pela interação da carga e a fonte de alimentação).

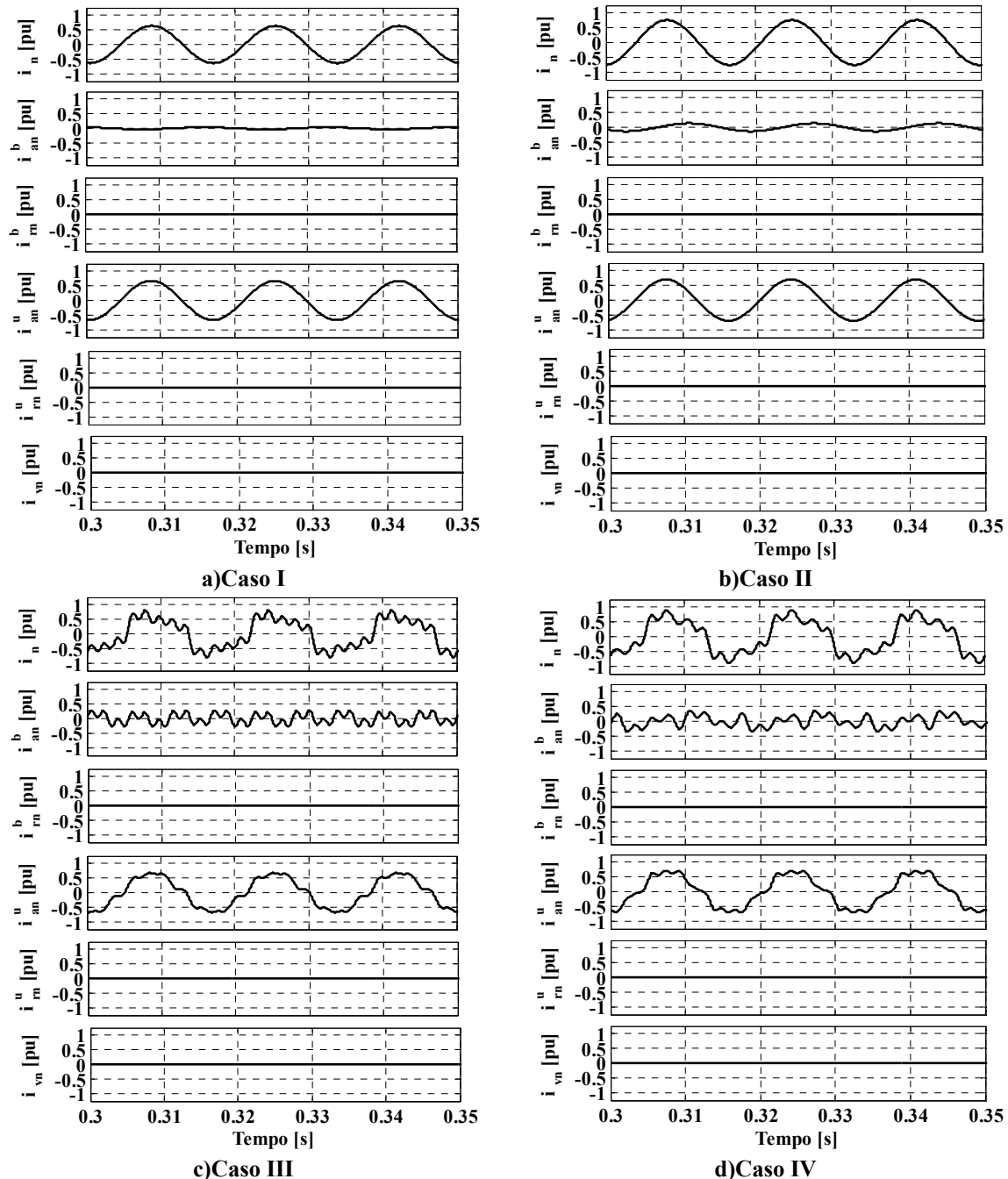


Figura 3.82: Exemplo 2 carga R desbalanceada – Decomposição da corrente de neutro (i_n).

A Tabela 3.15 mostra o resultado da decomposição da potência aparente e os respectivos fatores. Observa-se que não há potência reativa nem potência residual, devido ao comportamento linear da carga resistiva e as fases serem independentes umas das outras (ausência de não linearidades entre as ondas de tensões e correntes).

Em todos os casos, o baixo fator de potência e alto conteúdo de assimetria é devido unicamente a presença da potência de desbalanço.

Tabela 3.15: Exemplo 2 carga R desbalanceada – Termos de potência e fatores.

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
A [VA]	37796,466	35693,266	39235,146	37074,251
P [W]	33310,449	30924,145	34579,027	32122,745
Q [VA]	0,585	0,537	0,912	1,021
U [VA]	17860,203	17824,323	18538,813	18510,249
D [VA]	1,015	0,638	1,080	1,201
W_r [J]	0,000	0,000	0,000	0,000
λ	0,8813	0,8664	0,8813	0,8664
λ_0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
λ_U	0,4725	0,4994	0,4725	0,4993
λ_D	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

3.18 Discussões e conclusões preliminares para circuitos trifásicos

- A análise do sistema elétrico polifásico ainda tem sido considerada uma extensão natural da abordagem monofásica. Porém, suas propriedades são totalmente distintas, especialmente para sistemas polifásicos sem condutor de retorno;
- Uma abordagem geral para tensões, correntes e definição de termos de potência e energia por fase e coletiva, em condições não senoidais e/ou assimétricas foi apresentada, a qual é inteiramente desenvolvida no domínio do tempo e é válida para todo tipo de rede;
- A abordagem é válida para a operação periódica, e faz referência a grandezas físicas que são facilmente expressas em termos de vetores de tensão (\underline{v}) e corrente (\underline{i}), e suas derivadas ($\underline{\dot{v}}$ e $\underline{\dot{i}}$) e integrais imparciais ($\underline{\hat{v}}$ e $\underline{\hat{i}}$);
- Foi introduzido um novo termo chamado de energia reativa (W_r), a qual é uma quantidade relacionada com a defasagem entre as tensões e correntes na rede, sejam elas causadas por elementos armazenadores de energia ou por circuitos eletrônicos defasadores de corrente (por exemplo, cargas resistivas tiristorizadas);
- Termos de potência e energia instantâneos, médios por fase (p_μ , $w_{r\mu}$, P_μ e $W_{r\mu}$) e coletivos (p , w_r , P e W_r) foram definidos, os quais são conservativos em qualquer tipo de circuito e podem ser aplicadas para analisar o impacto de cada carga na absorção de potência ativa, reativa, desbalanço e residual;
- Foi mostrado que, para circuitos polifásicos com e sem condutor de retorno, tanto a potência ativa quanto a energia reativa não dependem da escolha da referência de tensão;
- Foi mostrado que, a potência aparente em circuitos polifásicos com e sem condutor de retorno é influenciada pela escolha da referência de tensão;
- Uma seleção da referência para medir as tensões foi proposta que garante fator de potência unitário, no caso de carga resistiva balanceada (independente do condutor de retorno) e conseqüentemente fornece uma definição unívoca de potência aparente (do ponto de vista das cargas);

- Uma nova decomposição ortogonal de corrente (e tensões) foi descrita, onde cada componente de corrente está relacionada com características específicas do circuito em análise (independente do condutor de retorno);
- Cada componente de corrente está relacionada com um termo de potência específico. Como resultado, a potência aparente é decomposta em: potência ativa, potência reativa, potência residual (nula) e potência de desbalanço (no caso polifásico);
- Foi demonstrado que a potência reativa não é uma quantidade conservativa, pois depende da frequência e a distorção harmônica de tensão. O mesmo aplica-se para as potências de desbalanço, residual (nula) e aparente;
- Foi demonstrado que a definição geralmente aceita para a potência reativa clássica é conservativa e existe apenas sob condição senoidal;
- As abordagens no domínio do tempo e da frequência muitas vezes podem ser vistas separadamente. No entanto estas podem ser ligadas mediante transformações matemáticas (série de Fourier). Assim, nesta abordagem o domínio da frequência foi utilizado apenas para esclarecer o significado físico da corrente residual (nula), consequentemente da potência residual (nula). Porém, do ponto de vista prático (medição, tarifação e compensação), a teoria proposta pode ser desenvolvida completamente no domínio do tempo.
- Todos os termos de corrente e potência definidos podem ser derivados de quantidades básicas de fase, ou seja, a potência ativa P_μ , energia reativa W_μ , e os valores eficazes dos termos V_μ e \hat{V}_μ . Estas quantidades podem ser avaliadas diretamente no domínio do tempo e podem ser medidas por instrumentos simples.
- Os termos de potência definidos são geralmente diferentes daqueles considerados nas abordagens tradicionais de medição. No entanto, eles proporcionam uma visão clara sobre os fenômenos físicos existentes no circuito, ou seja, consumo de potência, armazenamento de energia, distorções, etc., os quais devem ser levados em conta para tarifação e medição.
- Finalmente, foi demonstrado que é possível representar as características dos circuitos elétricos polifásicos, lineares ou não lineares, sob condições senoidais simétricas ou não, através de modelos equivalentes relacionados às componentes de corrente e termos de potência associados (vide Figura 3.29).

Capítulo 4

Medição de Potências e Separação de Responsabilidades

4.1 Introdução

As definições apresentadas no capítulo anterior sugerem uma associação direta do significado físico das correntes ativa balanceada I_a^b , reativa balanceada I_r^b , desbalanceada $I^u = \sqrt{I_a^u{}^2 + I_r^u{}^2}$ e residual (I_v), e os termos de potência definidos constituem uma base consistente para medições sob operação assimétrica e/ou distorcida.

Na prática, porém, eles não permitem uma fácil separação de atribuição de responsabilidades entre a fonte e a carga sobre a geração de potência reativa (Q), desbalanço (U) e residual (D). Isto é particularmente verdadeiro em sistemas elétricos, onde a frequência de linha pode variar e as distorções e/ou assimetrias das tensões podem ser significantes.

Portanto, os problemas relacionados à caracterização e atribuição de responsabilidades especialmente da carga deve ser tratada com muito cuidado, para evitar a penalização indevida dos clientes (usuários). Em geral, as correntes harmônicas podem ser causadas por não linearidades inerentes à carga e/ou pelas distorções das tensões de alimentação. Similarmente as assimetrias podem ser geradas pela assimetria das tensões e/ou pelas cargas desbalanceadas.

Em termos gerais, é muito difícil desenvolver uma metodologia que seja capaz de separar as contribuições de assimetrias e/ou distorções entre a carga e a fonte, quando só as medidas no PAC são disponíveis. Alguns trabalhos anteriores discutiram a separação da distorção da fonte e a carga [110,111,112], mas mesmo nesses casos, não foi possível estabelecer um marco teórico geral, que seja válido para quaisquer condições de operação.

As definições de potência ativa e energia reativa, assim como, a decomposição das correntes, apresentadas no capítulo anterior oferecem uma ferramenta viável, para coletar informações úteis e estabelecer uma abordagem para caracterizar e atribuir responsabilidades à carga. Assim, neste capítulo, considerando um circuito trifásico, com condutor de retorno, contendo cargas lineares, não lineares e desbalanceadas será avaliada experimentalmente a abordagem apresentada no capítulo anterior, por meio de um medidor de energia e qualidade de

energia. Além disso, será abordada e discutida uma possível proposta para caracterizar e identificar a responsabilidade específica da carga no consumo de energia.

Para este objetivo vamos supor que em um circuito genérico são medidas as quantidades de fase, P_μ , $W_{r\mu}$, V_μ e \hat{V}_μ no PAC. Em seguida, estimamos os termos de potência (isto é: ativa, reativa, desbalanço e residual) que seriam, efetivamente, de responsabilidade da carga. Esse procedimento simples está baseado nos seguintes pressupostos:

- 1) As tensões de fornecimento deveriam ser senoidais e simétricas, o que seria de responsabilidade exclusiva dos fornecedores de energia;
- 2) As assimetrias e/ou distorções das tensões não seriam causadas pela carga, o que só será verdade se a potência nominal da carga for muito menor do que a capacidade de potência da rede no PAC.
- 3) Que os parâmetros equivalentes de fase G_μ e B_μ mantêm o mesmo valor, independentemente das assimetrias e/ou distorções das tensões. Isto corresponde a uma aproximação da operação da carga, que pode ser, no entanto, ajustada se uma modelagem mais precisa da carga estiver disponível.

Assim, se considerarmos um circuito genérico e medimos a absorção de potência ativa e energia reativa no PAC, geralmente apenas uma parte é responsabilidade da carga. Na verdade, o conteúdo harmônico e/ou assimétrico das tensões está sob a responsabilidade da fonte de alimentação e seus efeitos não deveriam ser atribuídas à carga.

Para isso, a teoria apresentada no capítulo anterior pode ser expandida para as componentes de sequência generalizada [109], de forma a permitir uma análise mais precisa sobre a atribuição de responsabilidades da carga.

4.2 Componentes de sequência generalizadas

De acordo com [109], as componentes de sequência de um conjunto de variáveis monofásicas periódicas x_a , x_b , e x_c (tensões ou correntes) de um sistema trifásico a três ou quatro condutores, podem ser expressas *no domínio do tempo* como:

4.2.1 Sequência positiva

$$\begin{aligned}
 x_a^p(t) &= \frac{x_a(t) + x_b\left(t + \frac{T}{3}\right) + x_c\left(t + \frac{2T}{3}\right)}{3}; \\
 x_b^p(t) &= x_a^p\left(t - \frac{T}{3}\right); \\
 x_c^p(t) &= x_a^p\left(t - \frac{2T}{3}\right).
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

4.2.2 Sequência negativa

$$\begin{aligned}
 x_a^n(t) &= \frac{x_a(t) + x_b\left(t - \frac{T}{3}\right) + x_c\left(t - \frac{2T}{3}\right)}{3}; \\
 x_b^n(t) &= x_a^n\left(t + \frac{T}{3}\right);
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

$$x_c^p(t) = x_a^p\left(t + \frac{2T}{3}\right).$$

4.2.3 Sequência zero

$$x_a^z(t) = x_b^z(t) = x_c^z(t) = \frac{x_a(t) + x_b(t) + x_c(t)}{3}; \quad (4.3)$$

na presença de distorções, as componentes de sequência não são suficientes para recompor a forma de onda original. Outro termo é necessário, ou seja:

4.2.4 Componente residual das sequências

$$x_\mu^r(t) = \frac{x_\mu(t) + x_\mu\left(t - \frac{T}{3}\right) + x_\mu\left(t + \frac{T}{3}\right)}{3}, \quad \mu \in \{a, b, c\}; \quad (4.4)$$

observa-se que, ao contrário das componentes de sequência, os termos residuais não são simétricos e devem ser computados separadamente para cada fase. Em conclusão, as quantidades das três fases podem-se decompor como:

$$\underline{x} = \underline{x}^p + \underline{x}^n + \underline{x}^z + \underline{x}^r. \quad (4.5)$$

É fácil demonstrar que os termos de sequência diferentes são ortogonais, assim:

$$\mathbf{X} = \sqrt{\mathbf{X}^p^2 + \mathbf{X}^n^2 + \mathbf{X}^z^2 + \mathbf{X}^r^2}. \quad (4.6)$$

Vamos agora dividir as quantidades fundamentais em componentes de sequência (os termos residuais não existem para variáveis senoidais), ou seja:

$$\underline{v} = \underline{v}_f^p + \underline{v}_f^n + \underline{v}_f^z + \underline{v}_h; \quad (4.7)$$

$$\underline{i} = \underline{i}_f^p + \underline{i}_f^n + \underline{i}_f^z + \underline{i}_h; \quad (4.8)$$

devido à ortogonalidade, temos:

$$V = \sqrt{V_f^p^2 + V_f^n^2 + V_f^z^2 + V_h^2}; \quad (4.9)$$

$$I = \sqrt{I_f^p^2 + I_f^n^2 + I_f^z^2 + I_h^2}; \quad (4.10)$$

de (Eq. 4.7) e a definição de potência ativa (Eq. 3.33) e energia reativa (Eq. 3.35) temos:

$$\begin{aligned} P &= \langle \underline{v}, \underline{i} \rangle = \langle \underline{v}_f^p, \underline{i}_f^p \rangle + \langle \underline{v}_f^n, \underline{i}_f^n \rangle + \langle \underline{v}_f^z, \underline{i}_f^z \rangle + \langle \underline{v}_h, \underline{i}_h \rangle \\ &= P_f^p + P_f^n + P_f^z \pm P_h; \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} W_r &= \langle \underline{\hat{v}}, \underline{i} \rangle = \langle \underline{\hat{v}}_f^p, \underline{i}_f^p \rangle + \langle \underline{\hat{v}}_f^n, \underline{i}_f^n \rangle + \langle \underline{\hat{v}}_f^z, \underline{i}_f^z \rangle + \langle \underline{\hat{v}}_h, \underline{i}_h \rangle \\ &= W_{rf}^p + W_{rf}^n + W_{rf}^z \pm W_{rh}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Do anterior, observamos que os efeitos das tensões assimétricas e/ou harmônicas são dois:

- 1) As correntes ativas balanceadas e reativas balanceadas são proporcionais às formas de ondas das tensões, de acordo com (Eq. 3.165) e (Eq. 3.173), e são, portanto, afetados pela distorção e/ou assimetrias das tensões;
- 2) A potência ativa e energia reativa são também afetadas pela presença de sequência negativa, sequência zero e harmônicas de tensão, de acordo com (Eq. 4.11) e (Eq. 4.12).

Assim, uma abordagem de caracterização e atribuição de responsabilização adequada deve depurar os efeitos da distorção e/ou assimetrias da tensão dos termos de potência e corrente, garantindo que a carga seja cobrada apenas pelo seu impacto de reativos, desbalanço e harmônicos. Naturalmente, não são conhecidas as correntes reais que a carga iria absorver na condição de tensões senoidais e simétricas. Para nossa estimativa, consideramos apenas uma parte das correntes ativa e reativa que estão relacionados com a tensão fundamental de sequência positiva.

4.3 Atribuição de responsabilidades e medição de potências em circuitos monofásicos

No caso de circuitos monofásicos, a tensão e corrente são afetadas apenas pelas harmônicas e suas componentes fundamentais e harmônicas podem ser separadas como:

$$\begin{aligned} v &= v_f \pm v_h ; \\ \hat{v} &= \hat{v}_f \pm \hat{v}_h ; \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$i = i_f \pm i_h ; \quad (4.14)$$

devido à ortogonalidade, temos:

$$V = \sqrt{V_f^2 + V_h^2} ; \quad (4.15)$$

$$I = \sqrt{I_f^2 + I_h^2} . \quad (4.16)$$

Assim, os termos de potência e energia, podem ser separados em suas componentes: fundamental e harmônicas que permitam uma análise mais precisa sobre o fornecimento e a atribuição de responsabilidade à carga. De (Eq. 3.34), (Eq. 3.36), (Eq. 4.13) e (Eq. 4.14) temos:

$$P = \langle v, i \rangle = \langle v_f, i_f \rangle + \langle v_h, i_h \rangle = P_f + P_h ; \quad (4.17)$$

$$W_r = \langle \hat{v}, i \rangle = \langle \hat{v}_f, i_f \rangle + \langle \hat{v}_h, i_h \rangle = W_{rf} + W_{rh} . \quad (4.18)$$

Observa-se que, se a tensão de alimentação for senoidal ($\sigma_v = 0$), de (Eq. 3.64), temos:

$$\hat{V}_f = \frac{V_f}{\omega} . \quad (4.19)$$

Assim, a porção da corrente ativa e potência ativa associada à carga seriam:

$$i_{a\ell} = G_e v_f ; \quad (4.20)$$

$$P_\ell = \langle v_f, i_{a\ell} \rangle = \langle v_f, G_e v_f \rangle = G_e \langle v_f, v_f \rangle = G_e V_f^2 = P \frac{V_f^2}{V^2} ; \quad (4.21)$$

resultando:

$$I_{a\ell} = \frac{P_\ell}{V_f} . \quad (4.22)$$

Similarmente, para a corrente reativa e energia reativa temos:

$$i_{r\ell} = B_e \hat{v}_f ; \quad (4.23)$$

$$W_{r\ell} = \langle \hat{v}_f, i_{r\ell} \rangle = \langle \hat{v}_f, B_e \hat{v}_f \rangle = B_e \langle \hat{v}_f, \hat{v}_f \rangle = B_e \hat{V}_f^2 = W_r \frac{\hat{V}_f^2}{V^2} ; \quad (4.24)$$

resultando:

$$I_{r\ell} = \frac{W_{r\ell}}{\hat{V}_f} = \frac{Q_\ell}{V_f} . \quad (4.25)$$

Para fins de caracterização e atribuição de responsabilidades da carga, vamos considerar a corrente residual como um todo. Neste caso, a corrente residual deve ser revisada.

De fato, a corrente residual i_v satisfaz as condições:

$$\langle v, i_v \rangle = 0 ; \quad (4.26)$$

$$\langle \hat{v}, i_v \rangle = 0 ; \quad (4.27)$$

assim, considerando a decomposição (4.13) temos:

$$\langle v, i_v \rangle = \langle v_f, i_v \rangle + \langle v_h, i_v \rangle = 0 ; \quad (4.28)$$

$$\langle \hat{v}, i_v \rangle = \langle \hat{v}_f, i_v \rangle + \langle v_h, i_v \rangle = 0 . \quad (4.29)$$

Isso mostra que a corrente residual não é ortogonal à tensão fundamental, v_f e a integral imparcial da tensão fundamental, \hat{v}_f devido à presença de harmônicos nos termos da tensão. Porém, podemos separar a porção da corrente residual daqueles componentes que não são ortogonais v_f e \hat{v}_f , alcançando assim o termo da corrente residual, $i_{v\ell}$ que seria contabilizada para a carga:

$$i_{v\ell} = i_v - \frac{\langle v_f, i_v \rangle}{V_f^2} u_f - \frac{\langle \hat{v}_f, i_v \rangle}{\hat{V}_f^2} \hat{u}_f . \quad (4.30)$$

Desta forma, foi restaurada a condição de ortogonalidade:

$$\langle v_f, i_{v\ell} \rangle = 0 ; \quad (4.31)$$

$$\langle \hat{v}_f, i_{v\ell} \rangle = 0 . \quad (4.32)$$

Em conclusão, as correntes responsáveis pela carga seriam:

$$i_\ell = i_{a\ell} + i_{r\ell} + i_{v\ell} . \quad (4.33)$$

Todos os termos são ortogonais também, assim:

$$I_\ell^2 = I_{a\ell}^2 + I_{r\ell}^2 + I_{v\ell}^2 . \quad (4.34)$$

Agora podemos definir a potência aparente associada à carga, a qual seria:

$$A_\ell^2 = V_f^2 I_\ell^2 = V_f^2 I_{a\ell}^2 + V_f^2 I_{r\ell}^2 + V_f^2 I_{v\ell}^2 . \quad (4.35)$$

Finalmente as parcelas de potência associada à carga seriam:

$$A_\ell^2 = P_\ell^2 + Q_\ell^2 + D_\ell^2 . \quad (4.36)$$

De acordo com as definições acima a abordagem de atribuição de responsabilidade para a carga pode ser representada pelo circuito mostrado na Figura 4.1, que tem apenas uma fonte de tensão senoidal no lado da fonte, e no lado do usuário uma condutância G_e constante, uma reatividade B_e constante e uma fonte de corrente j que representa a não linearidade da carga.

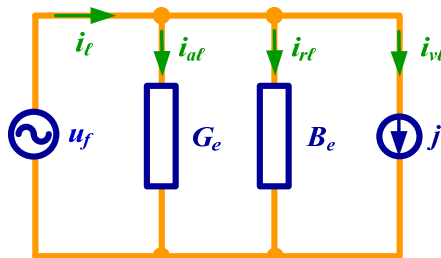


Figura 4.1: Circuito equivalente para a identificação de responsabilidades das cargas em circuitos monofásicos

4.4 Exemplos de aplicação em circuitos monofásicos

A fim de testar a abordagem de caracterização e a atribuição de responsabilidade apresentada na seção anterior, os circuitos das Figura 4.2 e Figura 4.3 foram simulados e testados sob os seguintes casos:

- **Caso I:** Tensão senoidal;
- **Caso II:** Tensão não senoidal.

Para todos os exemplos, a tensão de alimentação para o **Caso I** é $127\angle 0^\circ\text{V}$ e para o **Caso II** é a mesma tensão do **Caso I**, porém com uma adição de 10% da 3ª ($12,7\angle 0^\circ\text{V}$) e 5ª ($12,7\angle 0^\circ\text{V}$) harmônicas. A impedância de linha é $R_{L0} = R_{L1} = 0,018\Omega$ e $L_{L0} = L_{L1} = 0,0239\text{mH}$. Nesta condição a impedância de linha provoca uma queda de tensão aproximadamente igual a 3,6%.

A fim de facilitar a análise dos resultados a seguir, no que diz respeito a proposta de separação de responsabilidades, as seguintes siglas foram usadas: “PAC” e “Carga”. O primeiro indica os resultados dos cálculos dos termos de potência originais da teoria (Capítulo 3) e o segundo indica a abordagem de atribuição de responsabilidades à carga respectivamente.

4.4.1 Exemplo 1 – Carga resistiva indutiva

A Figura 4.2 mostra o circuito analisado para os *Casos I e II*. Em ambos os casos, a fonte de tensão alimenta uma carga RL que representa um motor de 15kW com $\cos\varphi = 0,8$.

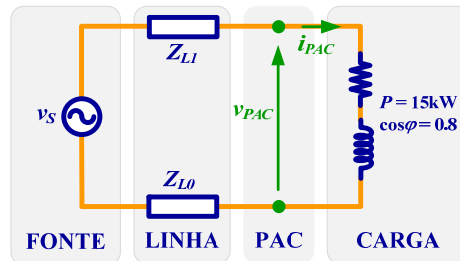


Figura 4.2: Exemplo 1 carga RL – Circuito monofásico.

A Tabela 4.1 resume o resultado dos termos de potência calculados de acordo com as definições dadas no capítulo 3 (PAC), e os termos correspondentes atribuídos para a carga de acordo com a abordagem de atribuição de responsabilidades apresentada anteriormente.

Tabela 4.1: Exemplo 1 carga RL (monofásico) – Termos de potência.

	Caso I		Caso II	
	PAC	Carga	PAC	Carga
A [VA]	17209,991	17209,992	17416,233	17126,751
P [W]	13768,380	13768,380	13818,989	13543,318
Q [VA]	10325,479	10325,480	10460,461	10347,669
D [VA]	0,496	0,027	1714,490	1682,230
λ	0,8000	0,8000	0,7935	0,7908

Caso I: Todos os termos de potência coincidem, para o PAC e carga. Na verdade, a tensão é senoidal, assim, a carga é inteiramente responsável pelo consumo de potência ativa e potência reativa. Não há potência residual, porque a carga apresenta comportamento indutivo e não há distorção na tensão e corrente.

Caso II: o fator de potência é um pouco menor do que no caso anterior, devido à presença da potência residual, que aparece devido à distorção de tensão e é, praticamente, responsabilidade da carga, uma vez que a sua impedância é dependente das frequências harmônicas. A potência ativa e reativa no lado da carga são menores do que os do PAC, pois os termos de potência harmônica não são contabilizados para a carga.

4.4.2 Exemplo 2 – Carga não linear

A Figura 4.3 mostra o circuito analisado para os *Casos I e II*. Em ambos os casos, a fonte de tensão alimenta uma carga não linear tipo fonte de tensão de 15kW.

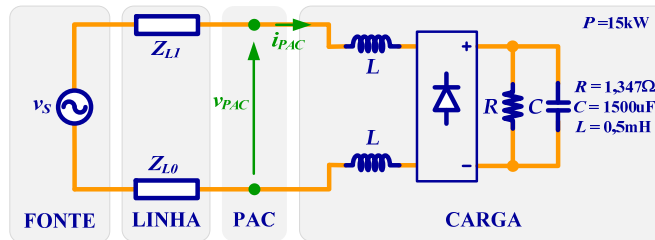


Figura 4.3: Exemplo 2 carga não linear – Circuito monofásico.

Similarmente ao exemplo anterior a Tabela 4.2 resume o resultado dos termos de potência calculados de acordo com as definições dadas no capítulo 3 (PAC), e os termos correspondentes atribuídos para a carga de acordo com a abordagem de responsabilidades apresentada.

Caso I: neste caso, nota-se que todos os termos de potência responsáveis pela carga e PAC são quase iguais. Isso ocorre porque o efeito da carga não linear na tensão no PAC é muito baixo. Se a carga não linear causasse distorções consideráveis na tensão no PAC, a sua potência aparente, ativa, reativa, residual poderia ser maior do que os medidos no PAC. De fato, os parâmetros G_e e B_e são afetados pela distorção de tensão, e o correspondente aumento dos termos de potência seria contabilizado para a carga.

Tabela 4.2: Exemplo 2 carga não linear (monofásico) – Termos de potência.

	Caso I		Caso II	
	PAC	Carga	PAC	Carga
A [VA]	14714,982	14709,709	14071,759	13747,698
P [W]	13852,460	13847,360	13182,977	12872,571
Q [VA]	2445,714	2444,786	2145,638	2118,135
D [VA]	4319,550	4318,470	4429,420	4337,006
λ	0,9414	0,9414	0,9368	0,9363

Caso II: observa-se novamente o efeito da distorção de tensão na carga não linear. Às potências aparente, ativa, reativa e residual contabilizadas para a carga são inferiores às calculadas no PAC, devido à eliminação dos efeitos das harmônicas presentes na tensão.

Assim, conclui-se que as cargas deveriam ser responsabilizadas (tarifadas) apenas de acordo com os termos de potência calculadas pelas colunas indicadas como “Carga”, ou seja, assumindo que as tensões deveriam ser senoidais.

4.5 Atribuição de responsabilidades e medição de potências em circuitos trifásicos com e sem condutor de retorno

Se considerarmos um circuito trifásico (com ou sem condutor de retorno) e medirmos a potência ativa e energia reativa no PAC, similarmente ao caso monofásico, os termos de potência também devem ser revisados. Neste caso a sequência negativa, sequência zero e o conteúdo harmônico das tensões de alimentação são normalmente de responsabilidade da fonte, sobretudo se a potência de curto-circuito no PAC é muito maior do que a potência da carga e seus efeitos não deveriam ser atribuídos à carga.

Observa-se que, se as tensões de alimentação são senoidais e de sequência positiva (v_f^P) temos que:

$$\left. \begin{aligned} V_\mu &= V_f^P \\ \hat{V}_\mu &= \frac{V_f^P}{\omega} \end{aligned} \right\} \mu \in \{a, b, c\}; \quad (4.37)$$

resultando:

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{3}V_f^P; \\ \hat{V} &= \frac{\sqrt{3}V_f^P}{\omega}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

A parcela de corrente ativa associada à carga em cada fase é:

$$i_{a\ell\mu} = G_\mu u_{f\mu}^P \quad (4.39)$$

consequentemente a potência ativa resulta:

$$P_{\ell\mu} = \langle v_{f\mu}^P, i_{a\ell\mu} \rangle = \langle v_{f\mu}^P, G_\mu u_{f\mu}^P \rangle = G_\mu \langle v_{f\mu}^P, u_{f\mu}^P \rangle = P_\mu \frac{V_f^{P2}}{V_\mu^2}; \quad (4.40)$$

assim, o valor eficaz da corrente ativa associada à carga é:

$$I_{a\ell\mu} = \frac{P_{\ell\mu}}{V_f^P} \Rightarrow I_{a\ell} = \frac{1}{V_f^P} \sqrt{\sum_{\mu=a}^c P_{\ell\mu}^2}. \quad (4.41)$$

Similarmente, a corrente reativa e a energia reativa de cada fase temos:

$$i_{r\ell\mu} = B_\mu \hat{v}_{f\mu}^P; \quad (4.42)$$

$$W_{r\ell\mu} = \langle \hat{v}_{f\mu}^P, i_{r\ell\mu} \rangle = \langle \hat{v}_{f\mu}^P, B_\mu \hat{v}_{f\mu}^P \rangle = B_\mu \langle \hat{v}_{f\mu}^P, \hat{v}_{f\mu}^P \rangle = W_{r\mu} \frac{\hat{V}_f^{P2}}{\hat{V}_\mu^2}; \quad (4.43)$$

e o valor eficaz da corrente reativa é:

$$I_{r\ell\mu} = \frac{W_{r\ell\mu}}{\hat{V}_f^P} = \frac{Q_{\ell\mu}}{V_f^P} \Rightarrow I_{r\ell} = \frac{1}{V_f^P} \sqrt{\sum_{\mu=a}^c Q_{\ell\mu}^2}. \quad (4.44)$$

A potência ativa total e a correspondente condutância equivalente balanceada associada à carga seriam:

$$P_\ell = \sum_{\mu=a}^c P_{\ell\mu} ; \quad (4.45)$$

$$G_\ell^b = \frac{P_\ell}{3V_f^{p2}} . \quad (4.46)$$

A energia reativa total e a correspondente reatidade equivalente balanceada associada à carga seriam:

$$W_{r\ell} = \sum_{\mu=a}^c W_{r\ell\mu} ; \quad (4.47)$$

$$\mathcal{B}_\ell^b = \frac{W_{r\ell}}{3\hat{V}_f^{p2}} = \omega \frac{Q_\ell}{3V_f^{p2}} . \quad (4.48)$$

assim, as correntes ativa e reativa balanceadas associadas à carga seriam:

$$\underline{i}_{a\ell}^b = G_\ell^b \underline{u}_f^p ; \quad (4.49)$$

$$\underline{i}_{r\ell}^b = \mathcal{B}_\ell^b \underline{\hat{v}}_f^p . \quad (4.50)$$

E seus valores eficazes coletivos resultam:

$$I_{a\ell}^b = \frac{P_\ell}{\sqrt{3}V_f^p} ; \quad (4.51)$$

$$I_{r\ell}^b = \frac{W_\ell}{\sqrt{3}\hat{V}_f^p} = \frac{Q_\ell}{\sqrt{3}V_f^p} . \quad (4.52)$$

Por outro lado, as correntes ativa e reativa desbalanceadas associadas à carga seriam:

$$i_{a\ell\mu}^u = i_{a\ell\mu} - i_{a\ell\mu}^b = (G_\mu - G_\ell^b)v_{f\mu}^p ; \quad (4.53)$$

$$i_{r\ell\mu}^u = i_{r\ell\mu} - i_{r\ell\mu}^b = (\mathcal{B}_\mu - \mathcal{B}_\ell^b)\hat{v}_{f\mu}^p . \quad (4.54)$$

E seus valores eficazes coletivos resultam:

$$I_{a\ell}^u = \sqrt{\sum_{\mu=a}^c (G_\mu - G_\ell^b)^2 V_f^{p2}} = \frac{1}{V_f^p} \sqrt{\sum_{\mu=a}^c P_{\ell\mu}^2 - \frac{P_\ell^2}{3}} ; \quad (4.55)$$

$$\mathbf{I}_{r\ell}^u = \sqrt{\sum_{\mu=a}^c (\mathcal{B}_\mu - \mathcal{B}_\ell^b)^2 \hat{V}_f^{p2}} = \frac{1}{V_f^p} \sqrt{\sum_{\mu=a}^c Q_{\ell\mu}^2 - \frac{Q_\ell^2}{3}}. \quad (4.56)$$

Similarmente ao caso monofásico, a corrente residual deve ser revisada. De fato a corrente residual \underline{i}_v satisfaz a relação:

$$\langle \underline{v}, \underline{i}_v \rangle = 0; \quad (4.57)$$

$$\langle \underline{\hat{v}}, \underline{i}_v \rangle = 0. \quad (4.58)$$

De (Eq. 4.7), (Eq. 4.57) e (Eq. 4.58) temos:

$$\langle \underline{v}, \underline{i}_v \rangle = \langle \underline{v}_f^p, \underline{i}_v \rangle + \langle \underline{v}_f^n + \underline{v}_f^z + \underline{v}_h, \underline{i}_v \rangle = 0; \quad (4.59)$$

$$\langle \underline{\hat{v}}, \underline{i}_v \rangle = \langle \underline{\hat{v}}_f^p, \underline{i}_v \rangle + \langle \underline{\hat{v}}_f^n + \underline{\hat{v}}_f^z + \underline{\hat{v}}_h, \underline{i}_v \rangle = 0. \quad (4.60)$$

A equação anterior mostra que as correntes residuais não são ortogonais às tensões fundamentais de sequência positiva (\underline{v}_f^p) e as suas integrais imparciais ($\underline{\hat{v}}_f^p$), devido à presença de termos de tensão não ideais (sequência negativa, zero e harmônicas). Porém podemos separar as correntes residuais daquelas componentes que não são ortogonais com \underline{v}_f^p e $\underline{\hat{v}}_f^p$, alcançando assim as correntes residuais $\underline{i}_{v\ell}$, que são associadas à carga:

$$\underline{i}_{v\ell} = \underline{i}_v - \frac{\langle \underline{v}_f^p, \underline{i}_v \rangle}{3V_f^{p2}} \underline{v}_f^p - \frac{\langle \underline{\hat{v}}_f^p, \underline{i}_v \rangle}{3\hat{V}_f^{p2}} \underline{\hat{v}}_f^p. \quad (4.61)$$

Desta forma, temos restaurado a condição de ortogonalidade:

$$\langle \underline{v}_f^p, \underline{i}_{v\ell} \rangle = 0; \quad (4.62)$$

$$\langle \underline{\hat{v}}_f^p, \underline{i}_{v\ell} \rangle = 0. \quad (4.63)$$

Em conclusão, as correntes associadas à carga seriam:

$$\underline{i}_\ell = \underline{i}_{a\ell} + \underline{i}_{r\ell} + \underline{i}_{v\ell} = \underline{i}_{a\ell}^b + \underline{i}_{r\ell}^b + \underline{i}_{a\ell}^u + \underline{i}_{r\ell}^u + \underline{i}_{v\ell} \quad (4.64)$$

Todos os termos de corrente são ortogonais, assim:

$$\mathbf{I}_\ell^2 = \mathbf{I}_{a\ell}^{b2} + \mathbf{I}_{r\ell}^{b2} + \mathbf{I}_{a\ell}^{u2} + \mathbf{I}_{r\ell}^{u2} + \mathbf{I}_{v\ell}^2 \quad (4.65)$$

Finalmente, a potência aparente associado à carga resulta:

$$A_\ell^2 = \mathbf{V}_f^{p2} \mathbf{I}_\ell^2 = \underbrace{\mathbf{V}_f^{p2} \mathbf{I}_{a\ell}^{b2}}_{P_\ell^2} + \underbrace{\mathbf{V}_f^{p2} \mathbf{I}_{r\ell}^{b2}}_{Q_\ell^2} + \underbrace{\mathbf{V}_f^{p2} \mathbf{I}_{a\ell}^{u2}}_{U_{a\ell}^2} + \underbrace{\mathbf{V}_f^{p2} \mathbf{I}_{r\ell}^{u2}}_{U_{r\ell}^2} + \underbrace{\mathbf{V}_f^{p2} \mathbf{I}_{v\ell}^2}_{D_\ell^2} \quad (4.66)$$

$$A_\ell^2 = P_\ell^2 + Q_\ell^2 + \underbrace{U_{a\ell}^2 + U_{r\ell}^2}_{U_\ell^2} + D_\ell^2 = P_\ell^2 + Q_\ell^2 + U_\ell^2 + D_\ell^2 \quad (4.67)$$

De acordo com as definições acima a abordagem de atribuição de responsabilidade para a carga pode ser representado pelo circuito mostrado na Figura 4.4, que tem apenas uma fonte de tensão senoidal de sequência positiva no lado da fonte, e no lado do usuário uma condutância G_ℓ^b constante, uma reatividade B_ℓ^b constante, uma condutância dispersa ΔG_ℓ , uma reatividade dispersa ΔB_ℓ e uma fonte de corrente j que representa a não linearidade da carga.

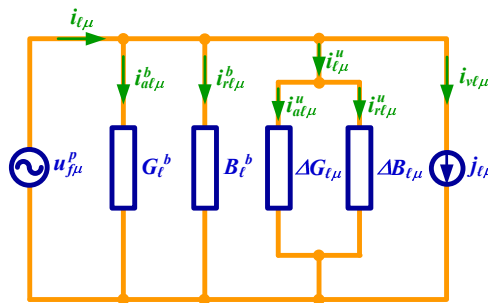


Figura 4.4: Circuito equivalente (por fase) para identificação de responsabilidades das cargas em circuitos trifásicos.

4.6 Exemplos de aplicação em circuitos trifásicos a 3 fios

A fim de testar a abordagem da caracterização e responsabilidades apresentada na seção anterior, o circuito da Figura 4.5 foi simulado sob os seguintes casos:

- **Caso I:** Tensões senoidais simétricas;
- **Caso II:** Tensões senoidais assimétricas;
- **Caso III:** Tensões não senoidais simétricas;
- **Caso IV:** Tensões não senoidais assimétricas;

As tensões de alimentação aplicadas para os quatro casos são apresentadas na Tabela 4.3. As tensões para os **Casos III e IV** são os mesmos dos **Casos I e II**, com uma adição de 10% da 5ª e 7ª harmônicas (vide Tabela 4.3). Os parâmetros da linha são $R_{Ln} = R_{La} = R_{Lb} = R_{Lc} = 0,018\Omega$ e $L_{Ln} = L_{La} = L_{Lb} = L_{Lc} = 0,0239mH$, nesta condição a impedância de linha provoca uma queda de tensão aproximadamente igual à 2% (rede forte).

Tabela 4.3: Tensões de alimentação para os casos I, II, III e IV – circuito simulado.

Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
$V_a = 127 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_a = 127 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_a = V_{a(\text{Caso I})} + \Sigma V_{ak(\text{Caso I})}$	$V_a = V_{a(\text{Caso II})} + \Sigma V_{ak(\text{Caso II})}$
$V_b = 127 \angle -120^\circ \text{ V}$	$V_b = 113 \angle -104,4^\circ \text{ V}$	$V_b = V_{b(\text{Caso I})} + \Sigma V_{bk(\text{Caso I})}$	$V_b = V_{b(\text{Caso II})} + \Sigma V_{bk(\text{Caso II})}$
$V_c = 127 \angle 120^\circ \text{ V}$	$V_c = 147,49 \angle 144^\circ \text{ V}$	$V_c = V_{c(\text{Caso I})} + \Sigma V_{ck(\text{Caso I})}$	$V_c = V_{c(\text{Caso II})} + \Sigma V_{ck(\text{Caso II})}$

k – ordem harmônica.

4.6.1 Exemplo 1 – Carga balanceada (não linear + RL)

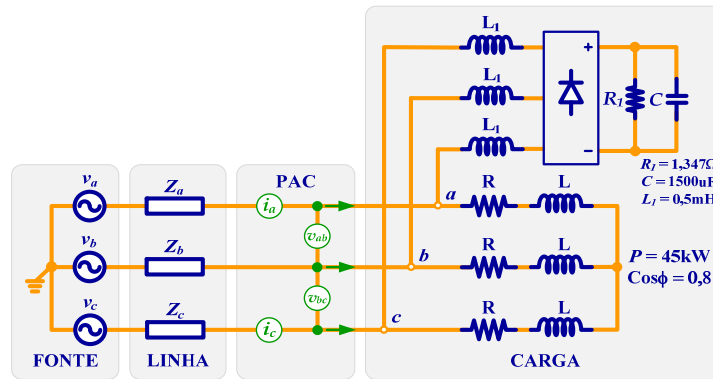


Figura 4.5: Exemplo 1 carga balanceada (não linear + RL) – Circuito 3φ 3 fios.

A Figura 4.5 mostra o circuito analisado para os quatro casos. A fonte de tensão alimenta uma carga balanceada, composta por uma carga RL balanceada representando um motor de 45kW com $\cos \varphi = 0,8$ e uma carga balanceada não linear.

A Tabela 4.4 resume o resultado dos termos de potência calculados de acordo com as definições dadas no capítulo 3 (PAC), e os termos correspondentes atribuídos para a carga de acordo com a abordagem de atribuição de responsabilidades apresentada anteriormente

Tabela 4.4: Exemplo 1 carga balanceada 3φ 3 fios (não linear + RL).

	Caso I		Caso II		Caso III		Caso IV	
	PAC	Carga	PAC	Carga	PAC	Carga	PAC	Carga
A [kVA]	90,302	90,242	110,634	106,409	106,796	105,028	110,485	104,362
P [kW]	79,540	79,474	97,743	93,458	90,365	88,670	96,760	90,568
Q [kVA]	41,557	41,553	49,680	48,738	56,144	55,525	51,400	49,914
U [kVA]	0,089	0,089	5,789	5,923	0,090	0,089	8,070	8,195
D [kVA]	10,044	10,040	13,580	13,338	9,341	9,240	11,714	11,416
λ	0,8808	0,8807	0,8835	0,8783	0,8462	0,8443	0,8758	0,8678

Caso I: Neste caso todos os termos de potência da carga e PAC são praticamente iguais, devido ao efeito da carga não linear nas tensões no PAC ser mínimo. Assim, a carga é integralmente responsável pelo consumo de potência ativa, reativa e residual. Não há potência de desbalanço porque a carga é balanceada.

Caso II: Surge potência de desbanlanço devido à interação entre a tensão de sequência negativa e a carga não linear, o que provoca uma absorção de corrente de sequência negativa no PAC. De fato, a tensão é assimétrica, e há termos de potência associados à sequência negativa. Assim todos os termos de potência e o fator de potência não são iguais para a carga e PAC. No entanto, a carga é balanceada e não é responsável pela pelo consumo de tais parcelas adicionais.

Observa-se que a potência aparente e a potência ativa contabilizadas para a carga são definitivamente menores do que no PAC.

Caso III: O fator de potência é menor do que nos casos anteriores, devido à presença de potência residual e a distorção das tensões. A potência ativa, reativa e residual do lado da carga são menores do que as do PAC, pois as distorções da tensão não são contabilizadas para a carga. A potência de desbalanço é zero porque a carga é balanceada e as tensões são simétricas.

Caso IV: Observa-se novamente os efeitos da assimetria e distorção nas formas de onda das tensões e a carga. Os termos de potência (ativa, reativa e residual) contabilizados para a carga são sempre menores aos calculados no PAC, devido à eliminação dos efeitos de assimetria e distorções das tensões.

Nota-se que nos **casos II e IV** aparece potência de desbalanço associada à ação integrada das assimetrias das fases (ângulos) presentes nas tensões e as correntes harmônicas originadas pela carga.

4.7 Análise de circuito experimental (3 ϕ a 4 fios)

A fim de avaliar e analisar as decomposições de corrente e potência apresentadas no capítulo 3 e a abordagem de responsabilidades proposta, um medidor de energia e qualidade de energia para estas quantidades foi implementado. Este baseava-se em um PC dual-core e uma plataforma de aquisição de dados de oito canais (*DAQmx PCI-6143-S*, da *National Instruments*). Os sinais analógicos são medidos por meios de transdutores de tensão de efeito Hall e de corrente (LV-25P e LA-55P, da LEM).

A placa de aquisição possui oito entradas analógicas em modo diferencial, com um conversor analógico digital de 16 bits dedicado para cada canal. A frequência máxima de amostragem é de 250kS/s/canal. No trabalho, a frequência de amostragem foi definida como 12kHz por canal, resultando em 200 amostras por ciclo da fundamental de 60Hz.

As rotinas de aquisição foram implementadas através de uma linguagem de programação gráfica (*LabView*), enquanto os cálculos dos termos de potência e parcelas de corrente foram implementados em C++ e compilados em bibliotecas dinâmicas (DLL - *dynamic link libraries*) acessadas pelo *LabView*.

A Figura 4.6 ilustra a montagem do circuito experimental, incluindo uma fonte de tensão trifásica programável de 9kVA (da *California Instrument*), impedância de linha, cargas lineares e não lineares. As medidas foram feitas no PAC. É importante ressaltar que a impedância da linha escolhida corresponde a uma queda de tensão superior a 10%, sob carga nominal, o que representa uma rede fraca, por exemplo, uma microrrede. Em seguida, quatro casos diferentes de tensões de alimentação foram considerados:

- **Caso I** – Tensões simétricas senoidais;
- **Case II** – Tensões assimétricas senoidais;
- **Case III** – Tensões simétricas não senoidais;
- **Case IV** – Tensões assimétricas não senoidais.

A Tabela 4.5 apresenta o valor eficaz das tensões de fases aplicadas para os quatro casos. As tensões de fase para os **Casos III e IV** tem a mesma componente fundamentais dos **Casos I e II**, com a adição das 3^a, 5^a, 7^a e 9^a harmônicas (a amplitude de cada harmônica é de 5% do valor da componente fundamental).

Tabela 4.5: Tensões de alimentação caso I, II, III, IV – circuito experimental.

Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
$V_a = 127 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_a = 127 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_a = V_{a(\text{Caso I})} + \sum V_{ak(\text{Caso I})}$	$V_a = V_{a(\text{Caso II})} + \sum V_{ak(\text{Caso II})}$
$V_b = 127 \angle -120^\circ \text{ V}$	$V_b = 113 \angle -255,6^\circ \text{ V}$	$V_b = V_{b(\text{Caso I})} + \sum V_{bk(\text{Caso I})}$	$V_b = V_{b(\text{Caso II})} + \sum V_{bk(\text{Caso II})}$
$V_c = 127 \angle 120^\circ \text{ V}$	$V_c = 135 \angle 144^\circ \text{ V}$	$V_c = V_{c(\text{Caso I})} + \sum V_{ck(\text{Caso I})}$	$V_c = V_{c(\text{Caso II})} + \sum V_{ck(\text{Caso II})}$

k – ordem harmônica.

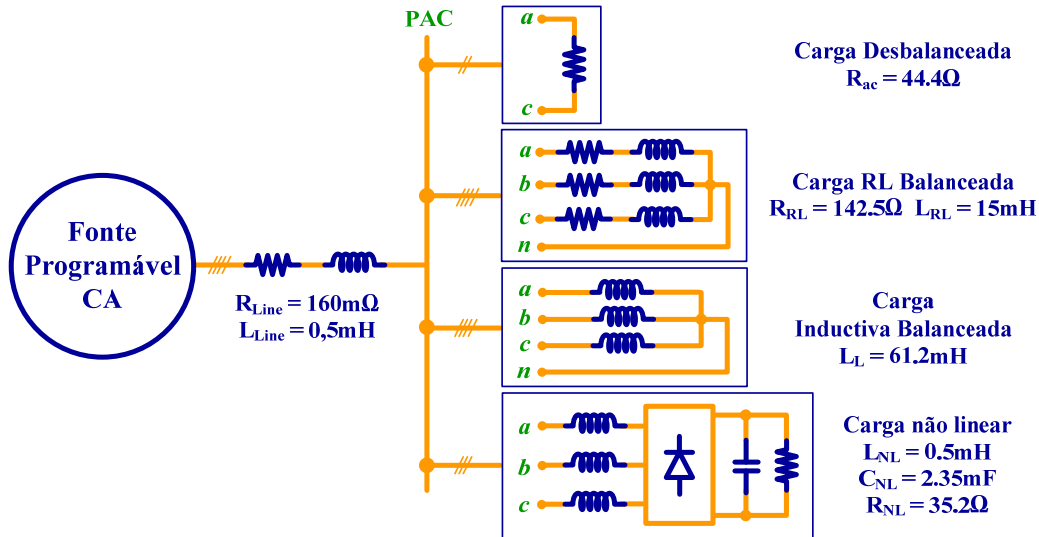


Figura 4.6: Circuito experimental trifásico de quatro condutores.

Caso I: A Figura 4.7 mostra as medidas das tensões ($v_{PAC\mu}$), correntes ($i_{PAC\mu}$), potência (p_{PAC}) e energia reativa (w_{rPAC}) instantânea no PAC. Observe que as tensões aparecem ligeiramente distorcidas e assimétricas, devido à interação da impedância da linha com o conjunto de cargas. As correntes são distorcidas e desbalanceadas devido à presença da carga não linear e a carga monofásica (resistor ligado entre as fases a e c).

Assim a potência e a energia reativa instantânea apresentam um comportamento oscilatório (indicando a presença de oscilações devido às harmônicas de corrente, carga desbalanceada e aos reativos).

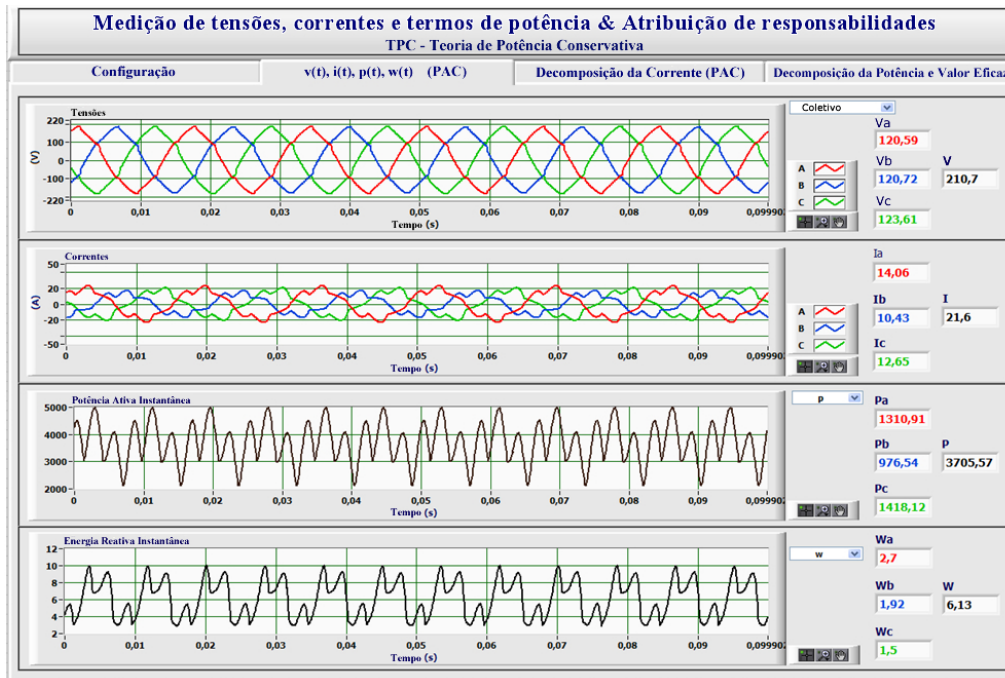


Figura 4.7: Caso I – Na seqüência: tensões, correntes, potência e energia reativa instantânea no PAC.

A Figura 4.8 mostra o resultado da decomposição da corrente no PAC. Observa-se, como esperado a presença de todas as componentes de corrente: ativas balanceadas ($i_{a\mu}^b$), reativas balanceadas ($i_{r\mu}^b$), desbalanceadas ($i_{\mu}^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u$) e residuais ($i_{v\mu}$), devido ao conjunto de cargas ligadas ao PAC. A distorção presente nas componentes ativas balanceadas é devido à proporcionalidade com as tensões no PAC.

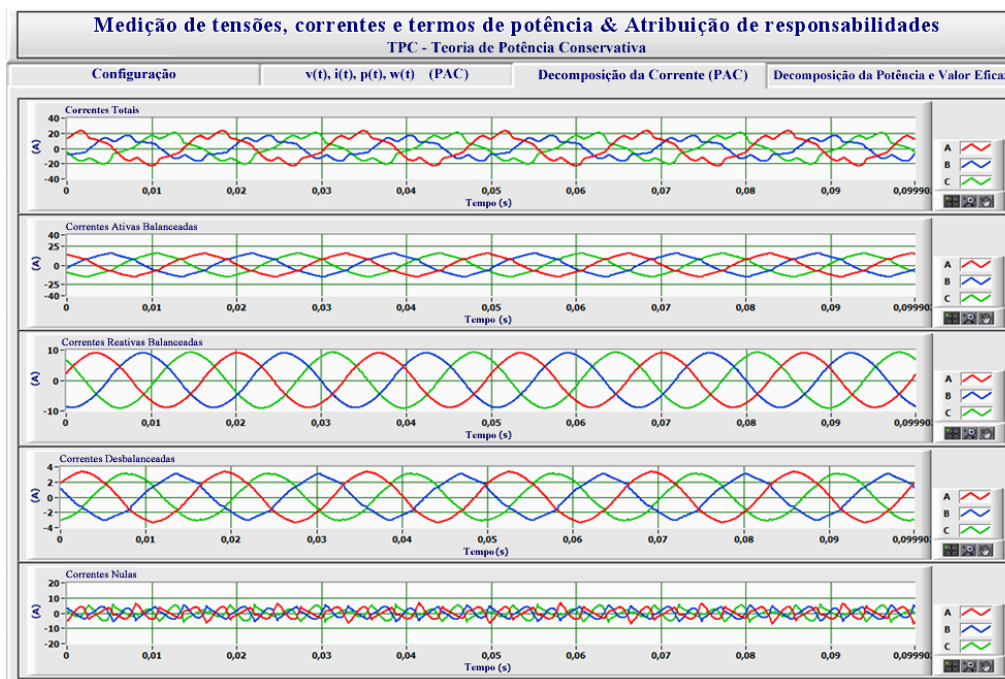


Figura 4.8: Caso I – Decomposição da corrente no PAC: na seqüência, correntes ativas balanceadas, reativas balanceadas, desbalanceadas e residuais.

A Figura 4.9 mostra o resultado das grandezas medidas no PAC e calculadas para a carga. Apesar das tensões de alimentação serem senoidais e simétricas, as grandezas de potência calculadas na carga são ligeiramente diferentes das medidas no PAC. Este é o efeito da atenuação da tensão através da impedância de linha, que reflete a assimetria e distorção das correntes de carga e afetam as tensões no PAC. Conseqüentemente, os cálculos dos parâmetros G_μ e B_μ são influenciados pela queda de tensão, assim contribuindo para a diferença entre os termos de potência. Entretanto, é interessante notar que, o valor da DHT de tensão no PAC é em torno de 6%, assim como os fatores de sequência negativa e zero (K^- e K^0) resultam em 1%. Os termos de potência calculados na carga são muito próximos dos valores medidos no PAC.

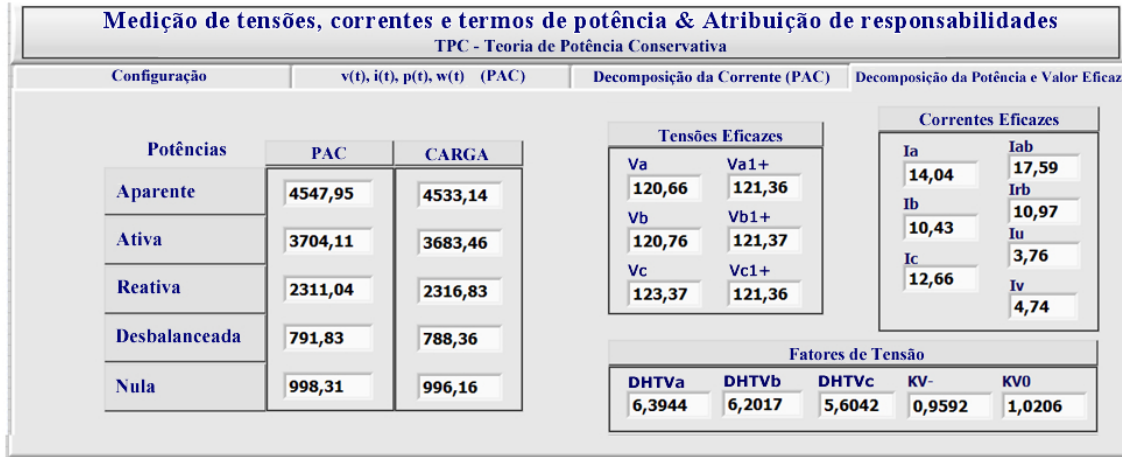


Figura 4.9: Caso I – Medições de grandezas no PAC vs grandezas calculadas para carga.

Assim, conclui-se que as cargas deveriam ser responsabilizadas (tarifadas) apenas de acordo com os termos de potência calculadas pelas colunas indicadas como “Carga”.

Caso II: A Figura 4.10 mostra as medidas das tensões ($v_{PAC\mu}$), correntes ($i_{PAC\mu}$), potência (p_{PAC}) e energia reativa (w_{rPAC}) instantânea no PAC. Nota-se que a assimetria da tensão de alimentação modificou totalmente as formas de onda das correntes e tensões no PAC tornando-as mais distorcidas e assimétricas.

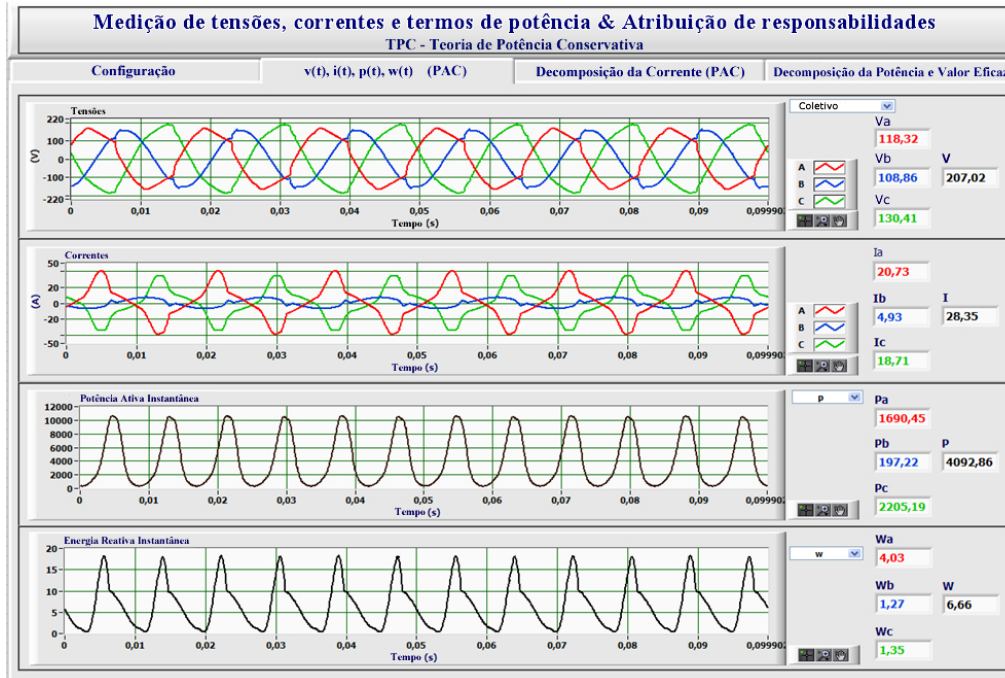


Figura 4.10: Caso II – Na seqüência: tensões, correntes, potência e energia reativa instantânea no PAC.

A Figura 4.11 mostra o resultado da decomposição da corrente no PAC. Observa-se, que tanto a corrente ativa balanceada ($i_{a\mu}^b$) quanto a corrente reativa balanceada ($i_{r\mu}^b$) apresentam um comportamento assimétrico, devido à assimetria das tensões na fonte de alimentação. Além disso, a ação integrada da assimetria das tensões (ângulos) e as harmônicas das correntes modificaram totalmente as formas de onda das componentes residuais.

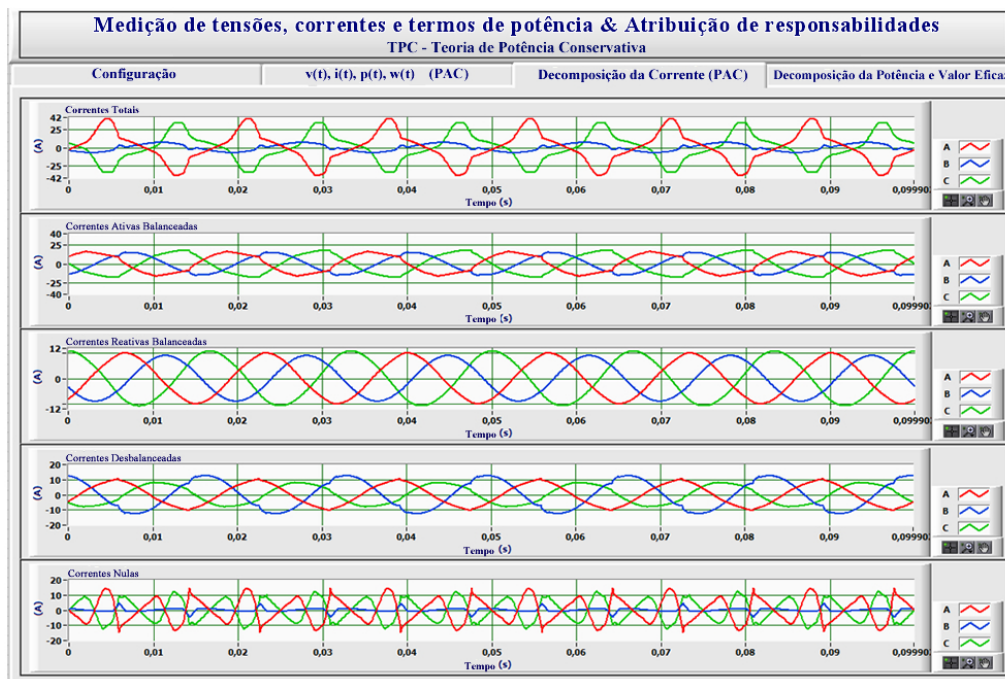


Figura 4.11: Caso II – Decomposição da corrente no PAC: na seqüência correntes ativas balanceadas, reativas balanceadas, desbalanceadas e residuais.

A Figura 4.12 mostra os resultados dos termos de potência medidas no PAC e calculadas para a carga. Observa-se que desta vez os termos de potência são diferentes, especialmente a potência ativa que difere em cerca de 10%. Este é o efeito das tensões assimétricas da fonte de alimentação e a queda de tensão na impedância de linha, que causa assimetria e distorção das tensões no PAC (as distorções de fase são de 9,7%, 5% e 8,5%, respectivamente).

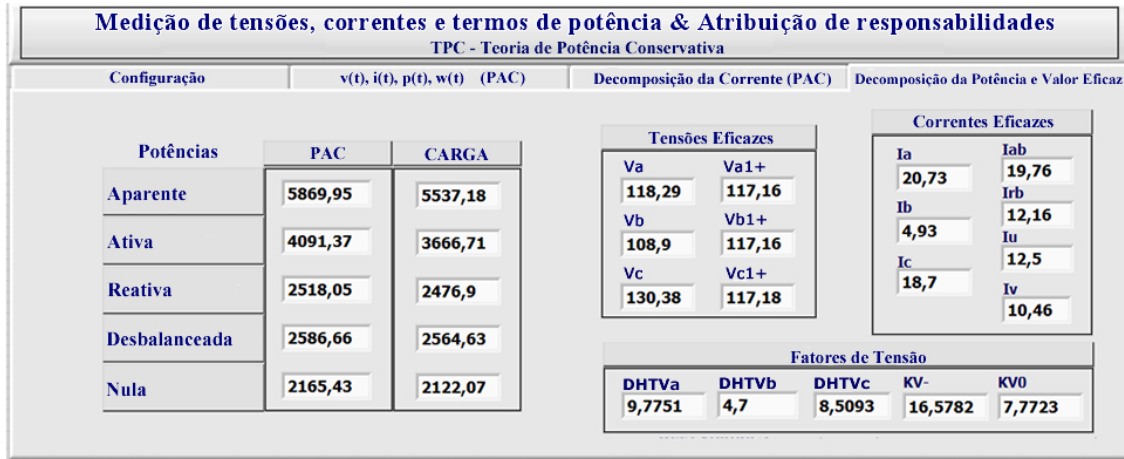


Figura 4.12: Caso II – Medições de grandezas no PAC vs grandezas calculadas para carga.

Caso III: A Figura 4.13 mostra as medidas das tensões ($v_{PAC\mu}$), correntes ($i_{PAC\mu}$), potência (p_{PAC}) e energia reativa (w_{rPAC}) instantânea no PAC. Observa-se que as harmônicas nas tensões de alimentação, contribuem para a distorção das tensões no PAC e conseqüentemente também afetam as correntes.

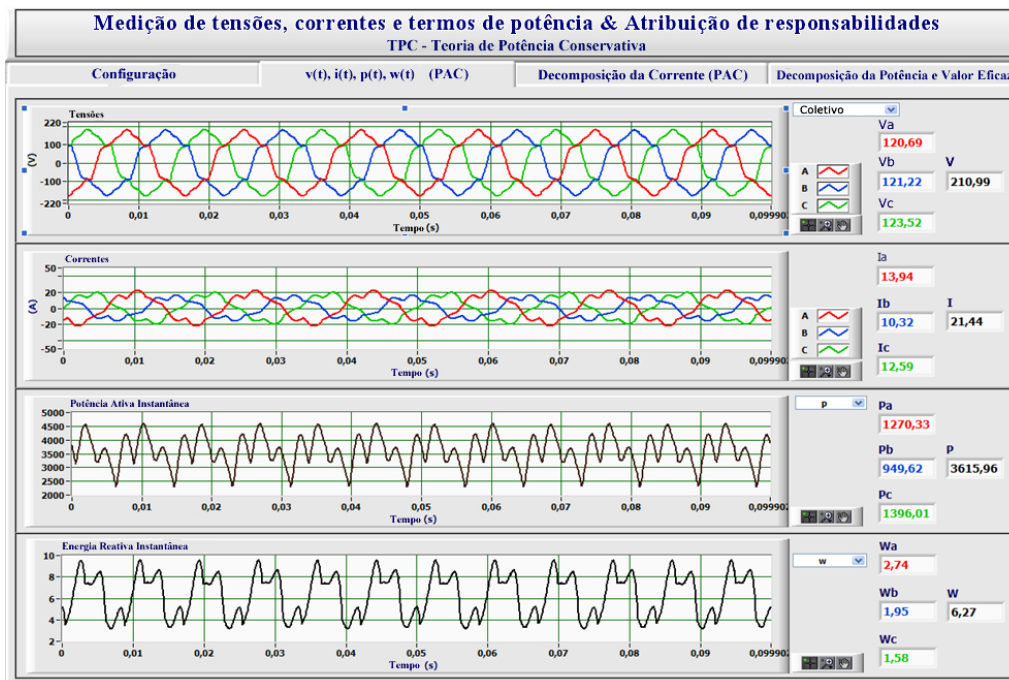


Figura 4.13: Caso III – Na seqüência: tensões, correntes, potência e energia reativa instantânea no PAC.

A Figura 4.14 mostra o resultado da decomposição da corrente no PAC. Observa-se, que a corrente ativa balanceada ($i_{a\mu}^b$) aparece distorcida, proporcionalidade com a tensão ($v_{PAC\mu}$), a

corrente reativa balanceada aparece ($i_{r\mu}^b$) ligeiramente distorcida, proporcionalidade com a função integral ($\hat{v}_{PAC\mu}$).

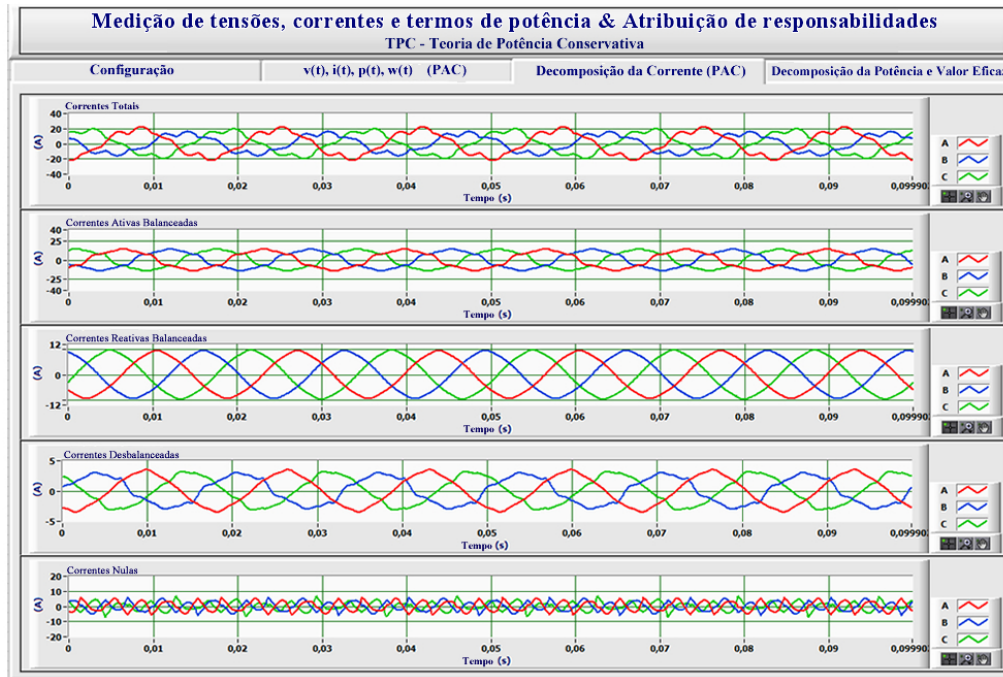


Figura 4.14: Caso III – Decomposição da corrente no PAC: na sequência correntes ativas balanceadas, reativas balanceadas, desbalanceadas e residuais.

A Figura 4.15 mostra os resultados dos termos de potência medidas no PAC e calculadas para a carga. Neste caso, a *DHT* da fase é aproximadamente 13%, enquanto os fatores de desequilíbrio são negligenciáveis (próximos a 1%). As grandezas G_μ e B_μ são moderadamente influenciadas pela distorção harmônica, as grandezas calculadas para carga são ligeiramente diferentes (menos que 2%) das medidas no PAC.

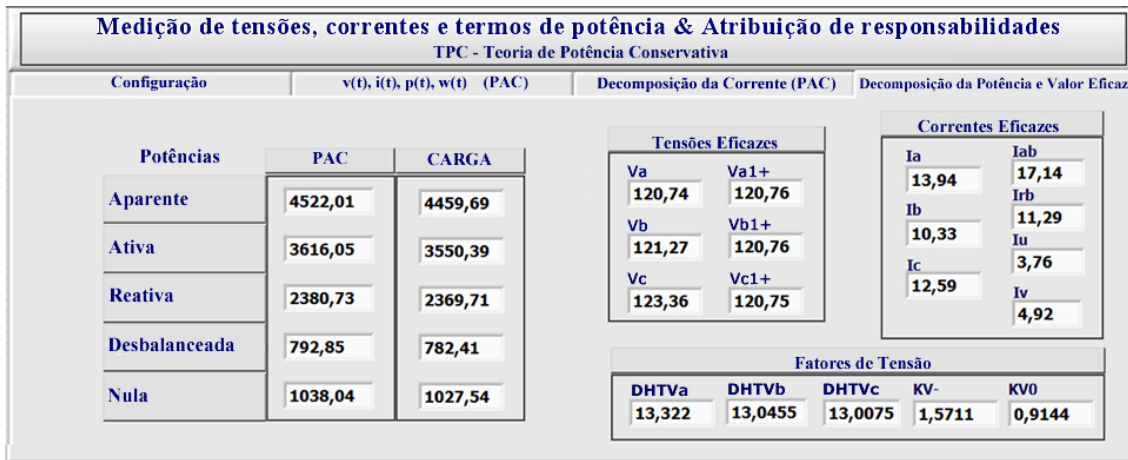


Figura 4.15: Caso III – Medições de grandezas no PAC vs grandezas calculadas para carga.

Caso IV: A Figura 4.16 mostra as medidas das tensões ($v_{PAC\mu}$), correntes ($i_{PAC\mu}$), potência (p_{PAC}) e energia reativa (w_{rPAC}) instantânea no PAC. Observa-se que o efeito da ação integrada da distorção e assimetria das tensões (ângulos) na fonte de alimentação e a carga, provocaram maior assimetria e distorção nas tensões e correntes no PAC que os casos anteriores.

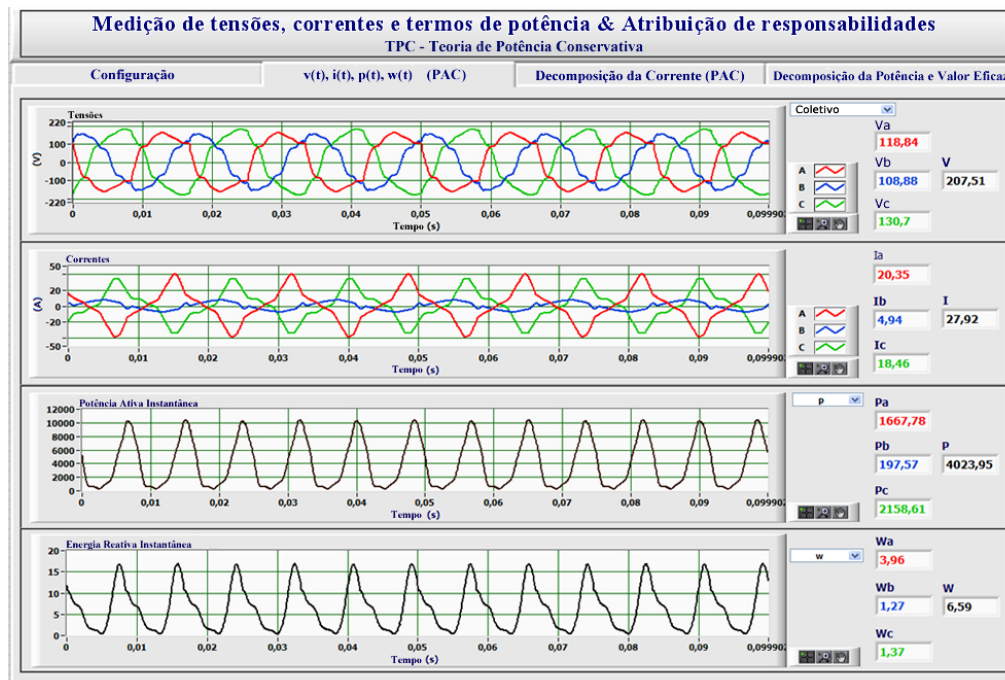


Figura 4.16: Caso IV – Na seqüência: tensões, correntes, potência e energia reativa instantânea no PAC.

A Figura 4.17 mostra o resultado da decomposição da corrente no PAC. Observa-se, que a corrente ativa balanceada ($i_{a\mu}^b$) aparece distorcida e assimétrica, proporcionalidade com a tensão ($v_{PAC\mu}$), a corrente reativa balanceada ($i_{r\mu}^b$) aparece ligeiramente distorcida e assimétrica, proporcionalidade com a função integral ($\hat{v}_{PAC\mu}$).

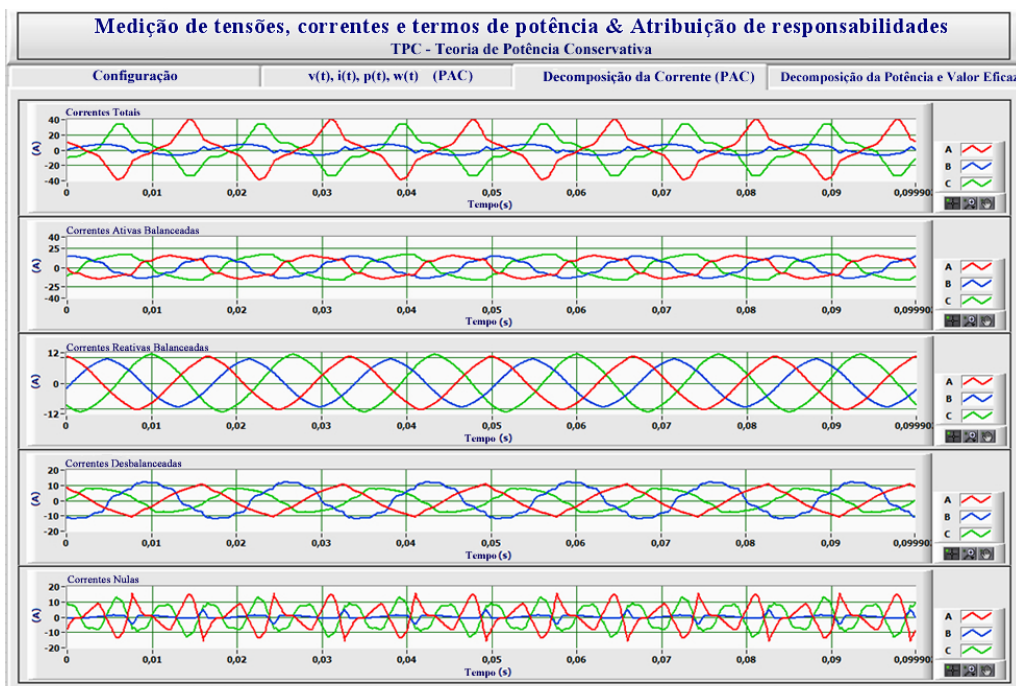


Figura 4.17: Caso IV – Decomposição da corrente no PAC: na seqüência correntes ativas balanceadas, reativas balanceadas, desbalanceadas e residuais.

A Figura 4.18 mostra os resultados dos termos de potência medidas no *PAC* e calculadas para a carga. Este é o pior caso, onde as tensões de fase são assimétricas e distorcidas. A potência aparente e ativa são significativamente menores que as medidas no *PAC*, devido aos efeitos de assimetria e distorção das tensões. Em particular, a potência ativa medida na carga é 13% menor que a medida no *PAC*.

Finalmente, conclui-se que as cargas deveriam ser responsabilizadas (tarifadas) apenas de acordo com os termos de potência calculadas pelas colunas indicadas como “CARGA”.

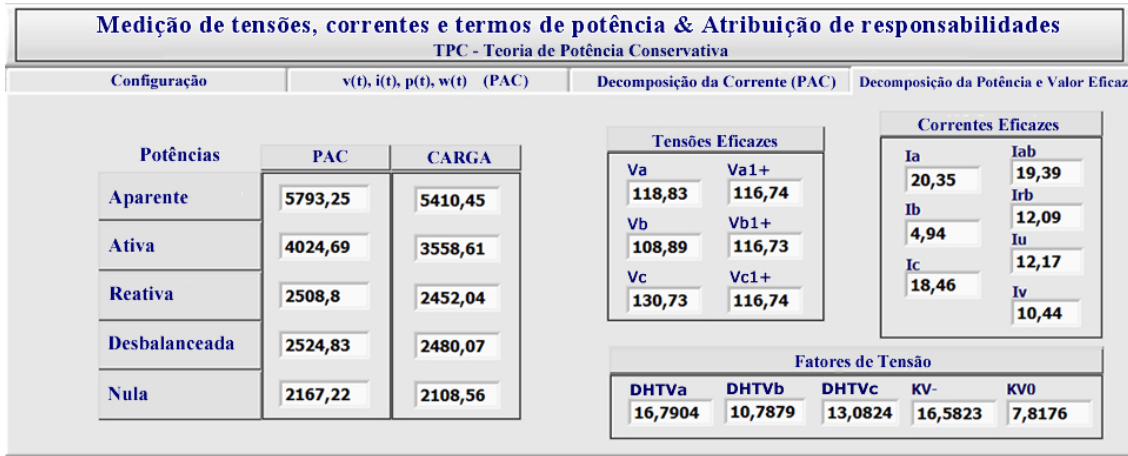


Figura 4.18: Caso IV – Medições de grandezas no PAC vs grandezas calculadas para CARGA.

4.8 Discussões e conclusões preliminares

Uma possível abordagem de atribuição de responsabilidades foi apresentada neste capítulo, a qual foi particularmente orientada para sistemas elétricos onde a distorção e/ou assimetria de tensão e variação frequência podem não ser negligenciáveis. A base da proposta é a teoria de potência conservativa e as definições de componentes de sequência generalizadas.

A metodologia proposta permite identificar as parcelas de responsabilidade da carga no consumo de potência ativa e reativa, desbalanço e residual. Neste caso, a influência de distúrbios da tensão (assimetrias e/ou distorções) foi desconsiderada nos cálculos, uma vez que esta foi assumida como responsabilidade da fonte fornecedora de energia. A abordagem foi validada mediante simulações para circuitos monofásicos e trifásicos a três condutores e experimentalmente para circuitos trifásicos a quatro condutores.

Ainda que considerando que análises mais detalhadas serão necessárias, especialmente para os casos onde o nível de curto circuito do PAC seja reduzido, acredita-se que a metodologia proposta representa uma alternativa interessante para medição e análise de potência nos circuitos com cargas não lineares desbalanceadas.

Capítulo 5

Controle Cooperativo de Condicionadores de Energia Elétrica

5.1 Introdução

Como discutido nos capítulos 1, 2 e 3, a proliferação de fontes de energia de pequeno porte, associadas ao uso de cargas não lineares e/ou desbalanceadas pode caracterizar um sistema com tensões distorcidas e/ou assimétricas e impedância de linha não desprezível. Assim, num cenário onde a geração de energia distribuída vem ganhando contínua difusão, esta nova perspectiva é ainda mais importante.

Neste cenário, considerando a existência de muitas cargas não lineares, espalhadas por diferentes pontos da rede, as quais contribuem para a potência reativa total e para a poluição harmônica e deveriam ser reduzidas para satisfazer determinadas especificações, vale destacar que frequentemente, existem diversos compensadores instalados dispersos ao longo da rede, como resultado da disposição de compensadores localizados específicos.

Assim, em cada cenário, sempre que uma ação compensadora fosse necessária, seria natural se perguntar que tipo de projeto é necessário para atingir uma meta de compensação, e também, como obter melhor aproveitamento dos compensadores que já estão ligados na rede, os quais poderiam ajudar a atingir os objetivos de compensação. Para um melhor entendimento da perspectiva da compensação distribuída cooperativa é necessário esclarecer algumas definições:

5.1.1 Compensação localizada

Refere-se à estratégia de compensação quando determinadas especificações em termos de fator de potência, distorção harmônica total, deslocamento de fase na frequência fundamental, etc, são dados como referência para definir o ponto da rede e o sistema de compensação que tem que executar o trabalho e são conectados no mesmo ponto.

5.1.2 Compensação distribuída

Refere-se ao fato de que muitos dos compensadores que podem ser utilizados para alcançar um objetivo, são fisicamente ligados em diferentes pontos da rede. Neste sentido, ao considerar uma rede elétrica, lidamos com compensadores que estão distribuídos por toda a rede.

5.1.3 Compensação cooperativa

Esta definição refere-se ao fato de que, sempre que uma estratégia de compensação otimizada é desejada, é necessário explorar melhor todos os compensadores presentes na rede, de modo que possam cooperar para alcançar resultados esperados. A idéia da cooperação permite também uma abordagem hierárquica para compensação, no sentido de que, diferentes compensadores possam partilhar os deveres de compensação.

As primeiras tentativas de compensação distribuída foram a aplicação de filtros ativos monofásicos [113,114]. Seguida pela idéia de explorar os vários filtros ativos instalados na rede, para conseguir reduzir a distorção harmônica total de tensão [115]. Uma diferente estratégia para atingir o mesmo objetivo foi proposta em [116,117]. Para melhorar o desempenho dos filtros ativos distribuídos (FAD) as funções da compensação poderiam ser dinamicamente sintonizadas, baseadas na medição da distorção harmônica total no ponto da instalação como proposto em [118]. Baseando-se nos trabalhos [10,11], a abordagem de compensação proposta neste trabalho é em uma perspectiva diferente, por isto não visa o controle da tensão distorcida na rede, mais na limitação da distorção de correntes harmônicas ou na satisfação de requerimentos específicos expressos em termos de corrente e potência.

A fim de otimizar a utilização das fontes de energia disponíveis, garantindo níveis adequados de qualidade de energia elétrica é necessário compensar o desequilíbrio de carga, as distorções e a potência reativa. Isto é particularmente importante nas modernas microrredes, onde as fontes renováveis de energia de diferentes tipos coexistem e devem ser utilizados da forma mais eficiente. Assim toda ação para melhorar o funcionamento da rede (controle de fluxo de potência, suporte de tensão, compensação do desequilíbrio, atenuação de harmônicas) deve ser coordenada pelos processadores eletrônicos de potência (*PEP*) que estejam atuando na rede, ou seja:

- Conversores de Potência Chaveados (*CPC*), que incluem compensadores de alta frequência como: Interfaces Chaveadas de Potência (*ICP*) e Filtros Ativos de Potência (*FAP*);
- Compensadores Estáticos de Potência (*SVC* do inglês, *Static VAR Compensators*), que incluem compensadores de baixa frequência como: Reatores Controlados por Tiristores (*RCT*), Capacitores Chaveados a Tiristor (*CCT*) e *STATCOM*.

Do ponto de vista do controle, devemos considerar que os *PEP* tendem interagir através das linhas de distribuição, possivelmente causando instabilidades no controle. Além disso, eles normalmente são projetados para alimentação senoidal e seu funcionamento pode ser afetado por distorções de tensão e/ou assimetria.

Das considerações acima, enfrentar o problema de compensação requer uma abordagem abrangente para operação cooperativa de *PEP* [115,119,11]. Neste sentido, uma revisão das estratégias de controle dos *PEPs* é necessária, uma vez que devem funcionar em condições não senoidais e/ou assimétricas [9,10,113,114,120,121,122,123,118] que devem atender necessidades locais [124,125,71,55] e globais [11] ao mesmo tempo, interagindo entre si e com os

controladores da rede. A arquitetura de controle deve atender às necessidades de otimização global e local melhorando a qualidade da energia e permitindo o uso pleno dos recursos de energia distribuídos e da infraestrutura de distribuição já existente.

A teoria de potência conservativa apresentada no capítulo 3 define também uma base para o controle cooperativo remoto de todo tipo de compensador, ou seja, *CPCs* e *SVCs*. Os recursos de compensação são diferentes, os *CCT* são mais utilizados para a compensação reativa, enquanto os *RCT* permitem a compensação de reativos e desbalanço [126]. O *STATCOM* permite todo tipo de compensação de baixa frequência, enquanto o *CPC* proporciona a atenuação das harmônicas [114,89].

Assim, neste capítulo será discutido os métodos de controle aplicáveis aos vários compensadores sob o pressuposto de que estes são comandados por termos de potência e energia que são conservativos. O uso de comandos baseados em grandezas conservativas permite, então, controlar uma variedade de compensadores remotos, com a intenção de se poder distribuir a capacidade de compensação em toda a rede.

A Figura 5.1 mostra uma representação de um sistema genérico de compensação distribuída (por exemplo, uma micro rede), onde compensadores distribuídos são apresentados separadamente, enquanto as outras componentes da rede (linhas de distribuição, transformadores, cargas, fontes de energia, etc.) são incluídas na caixa π .

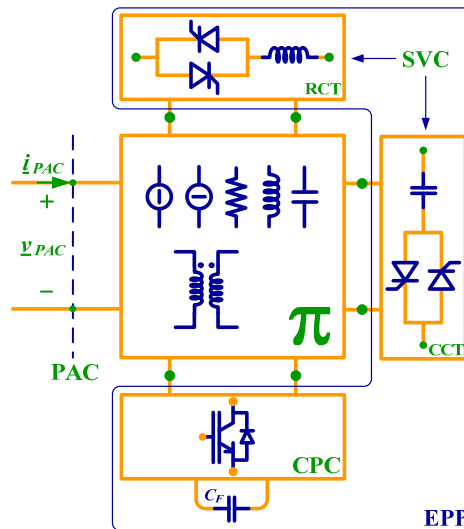


Figura 5.1: Representação de um sistema genérico com compensadores distribuídos.

5.2 Objetivos da compensação de distúrbios

Ao abordar o problema de compensação de uma rede elétrica genérica é fundamental definir o objetivo do trabalho que, geralmente, é relacionado à necessidade de cumprir determinadas especificações.

O desempenho da qualidade da energia elétrica uma rede genérica pode ser avaliado através de diferentes índices:

5.2.1 Índices de qualidade da energia elétrica na entrada do PAC

Estes índices descrevem o desempenho da fonte de alimentação para o fornecimento de energia que frequentemente utiliza:

- Fator de deslocamento:

$$FD = \cos \varphi_1 = \cos(\alpha_1 - \beta_1);$$

- Fator de potência:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{P}{VI};$$

- Distorção harmônica total de tensão:

$$DHT = \sqrt{\frac{\sum_{k=2}^{\infty} V_k^2}{V_1^2}};$$

- Fator de desequilíbrio:

$$K^- = \frac{\dot{V}^-}{\dot{V}^+};$$

$$K^0 = \frac{\dot{V}^0}{\dot{V}^+}.$$

No entanto, é importante destacar que alguns desses índices são geralmente definidos apenas para a operação senoidal e simétrica, enquanto uma definição mais geral é necessária.

5.2.2 Índices de qualidade da energia elétrica na saída do PAC

Descrevem o desempenho da rede vista a partir dos terminais da carga. Podem quantificar e qualificar distúrbios relacionados a não linearidade da carga, desbalanços entre fases e a presença de elementos armazenadores de energia.

A questão central não é apenas reduzir os distúrbios propagados pelas redes, mas também, identificar suas causas e propor mecanismos de atribuição de responsabilidades ou compensações dos distúrbios.

Diferentemente dos índices anteriormente citados, neste trabalho para avaliar o desempenho da carga serão usados os fatores definidos com base nas parcelas de corrente propostas no capítulo 3, ou seja:

- Fator de não linearidade:

$$\lambda_D = \frac{\|\underline{\dot{i}}_v\|}{\|\underline{\dot{i}}\|};$$

- Fator de assimetria:

$$\lambda_U = \frac{\sqrt{\|\underline{i}_a^u\|^2 + \|\underline{i}_r^u\|^2}}{\sqrt{\|\underline{i}_a^b\|^2 + \|\underline{i}_r^b\|^2 + \|\underline{i}_a^u\|^2 + \|\underline{i}_r^u\|^2}} = \frac{\|\underline{i}^u\|}{\sqrt{\|\underline{i}_a^b\|^2 + \|\underline{i}_r^b\|^2 + \|\underline{i}^u\|^2}};$$

- Fator de reatividade:

$$\lambda_Q = \frac{\|\underline{i}_r^b\|}{\sqrt{\|\underline{i}_a^b\|^2 + \|\underline{i}_r^b\|^2}};$$

- Fator de potência:

$$\lambda = \frac{\|\underline{i}_a^b\|}{\|\underline{i}\|} = \sqrt{(1 - \lambda_Q^2)(1 - \lambda_U^2)(1 - \lambda_D^2)}.$$

Nota-se que, todos os fatores estão relacionados diretamente com as diferentes parcelas de corrente decompostas no PAC.

5.2.3 Índices de qualidade de energia global

Os índices de qualidade global estão relacionados com as perdas na linha e são afetados pelas correntes não ativas ($i_{na\mu} = i_{r\mu}^b + i_{\mu}^u + i_{v\mu}$) que fluem através das redes de distribuição. Todos os fatores descritos acima são afetados pela presença de unidades de compensação ligadas na rede. Assim, controlando-se a absorção das corrente reativas balanceadas ($i_{r\mu}^b$), desbalanceadas ($i_{\mu}^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u$) e residuais ($i_{v\mu}$) na rede tais fatores podem ser melhorados significativamente.

5.3 Estratégia de compensação seletiva de distúrbios

Neste caso, o objetivo é mostrar a viabilidade de uma estratégia de compensação seletiva que se baseia nos termos de corrente (reativa balanceada, desbalanceada e residual). Para isto é necessário lembrar a decomposição da corrente apresentada no capítulo 3, para entender de que forma cada uma delas pode ser compensada.

5.3.1 Corrente reativa balanceada ($i_{r\mu}^b$)

De (3.173) pode ser visto que a corrente reativa balanceada desaparece se a energia reativa total absorvida pela rede é zero. Isto significa que a compensação da corrente reativa balanceada requer a absorção de energia reativa que seja oposta a W_r da rede não compensada.

$$i_{r\mu}^{b\ c} = \frac{W_{r\mu}^c}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu = \frac{-W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu = -i_{r\mu}^b \quad (5.1)$$

Destaca-se que, similarmente que na *teoria pq* [55], esta parcela de corrente também pode ser compensada sem a necessidade de armazenadores de energia [127,128] em sistemas polifásicos, uma vez que a soma instantâneas das variáveis de fase resulta zero.

Na perspectiva de uma compensação cooperativa distribuída, a energia reativa pode ser compartilhada entre várias unidades ($n = 1, 2, \dots, N$), independentemente da sua localização na rede, ou seja:

$$\sum_{n=1}^N W_{rn}^C = -W_r \quad (5.2)$$

5.3.2 Corrente desbalanceada ($i_\mu^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u$)

De (3.169) e (3.177) também pode ser compensada por meio da associação não homogênea de potência ativa e energia reativa entre as fases. Para cada fase é:

$$i_\mu^{uC} = (i_{a\mu} - i_{a\mu}^b)^C + (i_{r\mu} - i_{r\mu}^b)^C = \frac{P_\mu^{uC}}{V_\mu^2} v_\mu + \frac{W_\mu^{uC}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu = -i_\mu^u \quad (5.3)$$

onde:

$$P_\mu^{uC} = -\left(P_\mu - \sum_{\mu=a}^m P_\mu \frac{V_\mu^2}{V^2}\right) = -P_\mu^u \quad (5.4)$$

$$W_\mu^{uC} = -\left(W_\mu - \sum_{\mu=a}^m W_\mu \frac{\hat{V}_\mu^2}{\hat{V}^2}\right) = -W_\mu^u \quad (5.5)$$

Tal parcela também poderia ser compensada sem a necessidade de armazenadores de energia [127,128].

Na perspectiva de uma compensação cooperativa distribuída, a potência ativa e energia reativa de desbalanço pode ser compartilhada entre várias unidades ($n = 1, 2, \dots, N$), independentemente da sua localização na rede, ou seja:

$$\sum_{n=1}^N P_\mu^{uC} = -P_\mu^u \quad (5.6)$$

$$\sum_{n=1}^N W_\mu^{uC} = -W_\mu^u \quad (5.7)$$

5.3.3 Corrente residual ($i_{v\mu}$)

Quanto a corrente residual, a partir de (3.150) obtemos:

$$i_{v\mu}^C = -(i_\mu - i_{a\mu}^b - i_{r\mu}^b - i_\mu^u) \quad (5.8)$$

5.3.4 Corrente não ativa ($i_{na\mu}$)

Similarmente à corrente não ativa a ser compensada resulta:

$$i_{na\mu}^C = -(i_\mu - i_{a\mu}^b) \quad (5.9)$$

Supondo a utilização, em especial de *FAPs*, qualquer uma das componentes da corrente, anteriormente citadas, pode ser aplicada na estratégia de controle, a fim de minimizar

seletivamente as perturbações indesejáveis [127,128,129]. No entanto, apesar dos enormes avanços na eletrônica de potência, este tipo de aplicação ainda resulta em soluções bastante caras. Assim, estas estratégias de compensação devem ser adequadas para que o controle dos dispositivos de compensação permita a adoção de uma abordagem hierárquica para os problemas de compensação, no sentido de que, quando uma ação de compensação for necessária, sempre que possível, será realizada mediante os *SVCS*, e somente a parte residual será exigida para os *FAPs*.

5.4 Controle dos processadores eletrônicos de potência

Nesta seção será discutida e mostrada a viabilidade de uma metodologia de compensação que se baseia nos termos conservativos (potência e energia), de forma a fornecer uma estratégia de controle cooperativo dos vários tipos de compensadores que se encontrem distribuídos nas redes elétricas.

Para entender de que forma os distúrbios podem ser compensados e para fins de controle, é necessário lembrar as definições de potência e energia reativa instantânea:

$$\begin{aligned} p^c &= \underline{v} \cdot \underline{i}^c ; \\ w_r^c &= \underline{\hat{v}} \cdot \underline{i}^c ; \end{aligned} \quad (5.10)$$

onde \underline{v} e \underline{i}^c são os vetores de tensão e corrente.

Agora, fazendo referência às componentes sequenciais definidas no capítulo anterior (item 4.2), no caso especial de variáveis senoidais, no vetor de tensão fundamental de sequência positiva \underline{v}_f^p , as tensões por definição são senoidais e simétricas:

$$\underline{v}_f^p = \sqrt{2}V_f^p \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \alpha^p) \\ \cos(\omega t + \alpha^p - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega t + \alpha^p - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}; \quad (5.11)$$

e o vetor da integral imparcial de \underline{v}_f^p é:

$$\underline{\hat{v}}_f^p = \sqrt{2} \frac{V_f^p}{\omega} \begin{bmatrix} \text{sen}(\omega t + \alpha^p) \\ \text{sen}(\omega t + \alpha^p - \frac{2\pi}{3}) \\ \text{sen}(\omega t + \alpha^p - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}. \quad (5.12)$$

Similarmente podemos definir a corrente \underline{i}_f^p e \underline{i}_f^n , que são a componente fundamental de sequência positiva e negativa da corrente:

$$\underline{i}_f^p = \sqrt{2}I_f^p \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \beta^p) \\ \cos\left(\omega t + \beta^p - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\omega t + \beta^p - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix}; \quad (5.13)$$

$$\underline{i}_f^n = \sqrt{2}I_f^n \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \beta^n) \\ \cos\left(\omega t + \beta^n + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\omega t + \beta^n + \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

Assim, os termos instantâneos de potência e energia associados ao vetor de tensão fundamental de sequência positiva \underline{v}_f^p (de fase α^p) e ao vetor de corrente fundamental de sequência positiva \underline{i}_f^p (de fase β^p), de acordo com (5.10), são dados como:

$$\begin{aligned} p_f^p &= \underline{v}_f^p \cdot \underline{i}_f^p = P_f^p; \\ w_{rf}^p &= \underline{\hat{v}}_f^p \cdot \underline{i}_f^p = W_{rf}^p; \end{aligned} \quad (5.15)$$

com:

$$\begin{aligned} P_f^p &= 3V_f^p I_f^p \cos(\alpha^p - \beta^p) = 3V_f^p I_f^p \cos(\varphi^p); \\ W_{rf}^p &= 3\hat{V}_f^p I_f^p \sin(\alpha^p - \beta^p) = 3\hat{V}_f^p I_f^p \sin(\varphi^p); \end{aligned} \quad (5.16)$$

onde, V_f^p e I_f^p são os valores eficazes de tensão e corrente fundamental de sequência positiva. P_f^p e W_{rf}^p são a potência ativa e energia reativa respectivamente, e φ^p é o deslocamento de fase entre \underline{v}_f^p e \underline{i}_f^p . Além disso, também é possível definir a potência reativa fundamental de sequência positiva como:

$$Q_f^p = \omega W_{rf}^p = 3V_f^p I_f^p \sin(\alpha^p - \beta^p) = 3V_f^p I_f^p \sin(\varphi^p); \quad (5.17)$$

é importante destacar que a potência reativa Q_f^p , neste caso, é uma quantidade conservativa também (tensões simétricas).

Por outro lado, os termos instantâneos de potência e energia associados ao vetor de tensão fundamental de sequência positiva \underline{v}_f^p (de fase α^p) e ao vetor de corrente fundamental de sequência negativa da \underline{i}_f^n (de fase β^n) são dados:

$$\begin{aligned} p_f^n &= \underline{v}_f^p \cdot \underline{i}_f^n = -3V_f^p I_f^n \cos(2\omega t + \alpha^p + \beta^n); \\ w_{rf}^n &= \underline{\hat{v}}_f^p \cdot \underline{i}_f^n = -\frac{3}{\omega} V_f^p I_f^n \sin(2\omega t + \alpha^p + \beta^n); \end{aligned} \quad (5.18)$$

onde, V_f^p é o valor eficaz da tensão fundamental de sequência positiva e I_f^n é o valor eficaz da corrente fundamental de sequência negativa.

A potência fundamental de desbalanço pode ser definida como:

$$U_f = 3V_f^p I_f^n ; \quad (5.19)$$

substituindo (5.19) em (5.18) temos:

$$\begin{aligned} p_f^n &= -U_f \cos(2\vartheta - \varphi^n) ; \\ w_{rf}^n &= -\frac{1}{\omega} U_f \sin(2\vartheta - \varphi^n) ; \end{aligned} \quad (5.20)$$

onde $\vartheta = \omega t + \alpha^p$ é a posição angular do vetor de tensões e $\varphi^n = \alpha^p - \beta^n$ é o deslocamento da fase entre a tensão v_{fa}^p e a corrente i_{fa}^n da fase a .

5.4.1 Operação e controle de capacitores chaveados a tiristor

O *CCT* pode ser representado por três capacitores simétricos conectados em estrela (Y) ou em delta (Δ). Cada fase de um *CCT* é composta por um conjunto de ramos paralelos, cada um inclui um capacitor em série com uma chave com tiristores em antiparalelo. Pela comutação de liga e desliga de vários ramos, a capacitância total equivalente da fase pode ser variada gradualmente em passos na faixa $0 \leq C \leq C_{max}$. Normalmente a operação do *CCT* é simétrica e todas as fases apresentam a mesma capacitância C .

Para efeito de controle, assumimos que as tensões são puramente senoidais e simétricas com sequência positiva. De fato, os outros componentes de tensão são inúteis para controle da potência reativa, que é a função principal do *CCT*, e podem ser desprezados. Na prática, eles causam correntes indesejadas que podem ser compensadas por outros dispositivos (*ICP/FAP*).

A corrente de sequência positiva absorvida pelo *CCT* tem uma defasagem de $+\pi/2$ e seu valor eficaz é:

$$I^{CCT} = \omega C V_f^p. \quad (5.21)$$

A correspondente potência reativa total absorvida pelo compensador, de acordo com (5.17), é:

$$Q^{CCT} = -3V_f^{p2} I^{CCT} = -3\omega C V_f^{p2}. \quad (5.22)$$

Assim, dada uma potência reativa, o valor do capacitor equivalente é imediatamente determinado por (5.22). Note-se que, Q^{CCT} é uma quantidade conservativa, isto significa que podemos facilmente aumentar ou diminuir o valor do capacitor equivalente.

Porém, na prática, não é necessário usar o comando da potência reativa Q^{CCT} para determinar a capacitância do compensador. Este valor pode ser diretamente obtido mediante a energia reativa dada por (3.45), desde que este termo é conservativo para qualquer composição de tensões.

Portanto assumindo um *CCT* trifásico com capacitores conectados em delta, a energia reativa total absorvida pelo compensador é:

$$W_r^{CCT} = -C(V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2); \quad (5.23)$$

onde, V_{ab} , V_{bc} e V_{ca} são os valores eficazes das tensões de linha. Quando o *CCT* recebe um comando de energia reativa, seu controlador determina a capacitância necessária a partir de (5.23).

5.4.2 Operação e controle de reatores controlados por tiristor

Um *RCT* trifásico é composto por três ramos conectados em delta, cada uma inclui um indutor L em série com um comutador tiristorizado (tiristores em antiparalelo). Por controle de fase dos tiristores, a indutância equivalente de fase é continuamente regulada na faixa de $L \leq L_{TCR} \leq \infty$.

Também neste caso, assumimos que as tensões de alimentação são puramente senoidais e simétricas, de sequência positiva. Uma vez que os outros componentes de tensão são inúteis para o controle da energia reativa e desbalanço. Este efeito pode ser compensado, juntamente com outras correntes harmônicas geradas pelo *RCT*, por compensadores de potência chaveados (*ICP/FAP*).

O *RCT* pode, portanto, ser representado por três reatividades controláveis \mathcal{B}_{ab} , \mathcal{B}_{bc} e \mathcal{B}_{ca} , a corrente de linha absorvida pelo *RCT* é dada por:

$$\underline{i}^{TCR} = \mathcal{B} \underline{\hat{v}}_f^p; \quad (5.24)$$

com:

$$\mathcal{B} = \begin{vmatrix} \mathcal{B}_{ab} + \mathcal{B}_{ca} & -\mathcal{B}_{ab} & -\mathcal{B}_{ca} \\ -\mathcal{B}_{ab} & \mathcal{B}_{ab} + \mathcal{B}_{bc} & -\mathcal{B}_{bc} \\ -\mathcal{B}_{ca} & -\mathcal{B}_{bc} & \mathcal{B}_{ca} + \mathcal{B}_{bc} \end{vmatrix}; \quad (5.25)$$

onde, $\underline{\hat{v}}_f^p$ é o vetor da integral imparcial do vetor da tensão fundamental de sequência positiva.

As correntes do *RCT* podem ser divididas em componentes de sequência positiva e negativa, que são independentemente usadas para compensação de reativos e de desbalanço.

a) Compensação de reativos mediante sequência positiva

Se considerarmos primeiro o efeito de uma só reatividade \mathcal{B}_{ab} aplicada entre as fases a e b , deixando a fase c aberta, temos:

$$i_{ab} = \mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fa}^p - \hat{v}_{fb}^p); \quad (5.26)$$

portanto, as correntes serão:

$$\begin{aligned} i_a &= i_{ab}; \\ i_b &= -i_{ab}; \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$i_c = 0.$$

As correntes fundamentais de sequência positiva, aplicando as transformações (5.13) e, por (Eq. 5.26) e (Eq. 5.27), temos:

$$\begin{aligned} i_{fa}^p &= \frac{i_{ab}(t) - i_{ab}(t + T/3)}{3} = \frac{\mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fa}^p - \hat{v}_{fb}^p) - \mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fc}^p - \hat{v}_{fa}^p)}{3} = \mathcal{B}_{ab}\hat{v}_{fa}^p; \\ i_{fb}^p &= \frac{-i_{ab}(t) + i_{ab}(t - T/3)}{3} = \frac{-\mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fa}^p - \hat{v}_{fb}^p) + \mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fb}^p - \hat{v}_{fc}^p)}{3} = \mathcal{B}_{ab}\hat{v}_{fb}^p; \end{aligned} \quad (5.28)$$

Estendendo a discussão para outras possíveis ligações são obtidos os seguintes casos:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} \mathcal{B}_{ab} \neq 0 \\ \mathcal{B}_{bc} = 0 \\ \mathcal{B}_{ca} = 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow \underline{i}_{ab}^p = \mathcal{B}_{ab}\underline{\hat{v}}_f^p; \\ \left. \begin{array}{l} \mathcal{B}_{ab} = 0 \\ \mathcal{B}_{bc} \neq 0 \\ \mathcal{B}_{ca} = 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow \underline{i}_{bc}^p = \mathcal{B}_{bc}\underline{\hat{v}}_f^p; \\ \left. \begin{array}{l} \mathcal{B}_{ab} = 0 \\ \mathcal{B}_{bc} = 0 \\ \mathcal{B}_{ca} \neq 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow \underline{i}_{ca}^p = \mathcal{B}_{ca}\underline{\hat{v}}_f^p. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Se agora considerarmos o efeito combinado dos três reatores, teremos:

$$\underline{i}_B^p = \underline{i}_{ab}^p + \underline{i}_{bc}^p + \underline{i}_{ca}^p = (\mathcal{B}_{ab} + \mathcal{B}_{bc} + \mathcal{B}_{ca})\underline{\hat{v}}_f^p. \quad (5.30)$$

Nota-se que adicionando um valor constante a todas as reatâncias, modificam-se os componentes da sequência positiva. A solução é, portanto, adicionar reatâncias simétricas ($\mathcal{B}_{ab} = \mathcal{B}_{bc} = \mathcal{B}_{ca} = \mathcal{B}_B^p$) para compensar a potência reativa. Assim o vetor de corrente resulta:

$$\underline{i}_B^p = \mathcal{B}_0\underline{\hat{v}}_f^p = \underline{i}_r^p; \quad (5.31)$$

onde $\mathcal{B}_0 = \mathcal{B}_{12} + \mathcal{B}_{23} + \mathcal{B}_{31} = 3\mathcal{B}_B^p$ é a reatância total. O valor eficaz da corrente de sequência positiva é:

$$I_B^p = \frac{\mathcal{B}_0}{\omega} V_f^p. \quad (5.32)$$

Portanto, a correspondente potência reativa total absorvida pelo compensador é:

$$Q^{RCT} = 3V_f^p I_B^p = 3V_f^{p2} \frac{\mathcal{B}_0}{\omega}. \quad (5.33)$$

As reatâncias simétricas necessárias para compensar a potência reativa Q^{RCT} são dadas por:

$$\mathcal{B}_B^p = \frac{\mathcal{B}_0}{3} = \omega \frac{Q^{RCT}}{9V_f^{p2}}. \quad (5.34)$$

Note-se que, a potência reativa Q^{CCT} e a potência reativa Q^{RCT} são conservativas.

Similarmente ao CCT , não é necessário usar o comando da potência reativa Q^{RCT} para determinar a reatividade do compensador. Este valor pode ser diretamente obtido por (3.41).

Assim o RCT pode, portanto ser representado por três reatividades controláveis \mathcal{B}_{ab} , \mathcal{B}_{bc} e \mathcal{B}_{ca} e sua energia reativa total é dado por:

$$W^{RCT} = \mathcal{B}\hat{V}_{ab}^2 + \mathcal{B}_{bc}\hat{V}_{bc}^2 + \mathcal{B}_{ca}\hat{V}_{ca}^2. \quad (5.35)$$

Se o RCT é obrigado a fornecer apenas compensação de energia reativa, as três reatividades são iguais e o seu valor é determinado a partir de (5.35) com base nas tensões medidas de linha.

b) Compensação de desbalanço mediante sequência negativa

Uma situação mais complexa ocorre se o RCT desempenha a função de compensar desbalanço também. De fato, a potência de desbalanço ($U = \sqrt{U_a^2 + U_r^2}$) definida em (3.191 e 3.193) não é conservativa e, portanto, não é aplicável para o controle do RCT . Uma solução pode ser encontrada fazendo uso das componentes de sequência anteriormente definidas. Considere-se, de fato, que o desbalanço é atenuado consideravelmente se o RCT compensar correntes de sequência negativa absorvidas pela carga, e isto pode ser alcançado por uma escolha adequada de parâmetros \mathcal{B}_{ab} , \mathcal{B}_{bc} e \mathcal{B}_{ca} .

O problema pode ser simplificado se consideramos apenas as componentes de sequência positiva das tensões de alimentação (v_f^p). De fato, as outras componentes de tensão geralmente não são usadas para a compensação de potência reativa e desbalanço e podem ser negligenciadas para propósitos de controle de RCT . Estes efeitos podem ser compensados juntamente com outras correntes harmônicas geradas pelo RCT , por compensadores tipo ICP ou FAP .

Com este pressuposto, similarmente à sequência positiva, a sequência negativa das correntes é derivada aplicando a transformação (Eq. 5.14) e por (Eq. 5.26) e (Eq. 5.27) são dadas por:

$$\begin{aligned} i_{fa}^n &= \frac{i_{ab}(t) - i_{ab}(t - T/3)}{3} = \frac{\mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fa}^p - \hat{v}_{fb}^p) - \mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fb}^p - \hat{v}_{fc}^p)}{3} = -\mathcal{B}_{ab}\hat{v}_{fb}^p; \\ i_{fb}^n &= \frac{-i_{ab}(t) + i_{ab}(t + T/3)}{3} = \frac{-\mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fa}^p - \hat{v}_{fb}^p) + \mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fc}^p - \hat{v}_{fa}^p)}{3} = -\mathcal{B}_{ab}\hat{v}_{fa}^p; \\ i_{fc}^n &= \frac{i_{ab}(t - T/3) - i_{ab}(t + T/3)}{3} = \frac{\mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fb}^p - \hat{v}_{fc}^p) - \mathcal{B}_{ab}(\hat{v}_{fc}^p - \hat{v}_{fa}^p)}{3} = -\mathcal{B}_{ab}\hat{v}_{fc}^p. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Estendendo a discussão para outras ligações possíveis, são obtidos os seguintes casos:

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \mathcal{B}_{ab} \neq 0 \\ \mathcal{B}_{bc} = 0 \\ \mathcal{B}_{ca} = 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow \underline{i}_{ab}^n = -\mathcal{B}_{ab} \begin{bmatrix} \hat{v}_{fb}^p \\ \hat{v}_{fa}^p \\ \hat{v}_{fc}^p \end{bmatrix}; \\
 \left. \begin{array}{l} \mathcal{B}_{ab} = 0 \\ \mathcal{B}_{bc} \neq 0 \\ \mathcal{B}_{ca} = 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow \underline{i}_{cb}^n = -\mathcal{B}_{cb} \begin{bmatrix} \hat{v}_{fa}^p \\ \hat{v}_{fc}^p \\ \hat{v}_{fb}^p \end{bmatrix}; \\
 \left. \begin{array}{l} \mathcal{B}_{ab} = 0 \\ \mathcal{B}_{bc} = 0 \\ \mathcal{B}_{ca} \neq 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow \underline{i}_{ca}^n = -\mathcal{B}_{ca} \begin{bmatrix} \hat{v}_{fc}^p \\ \hat{v}_{fb}^p \\ \hat{v}_{fa}^p \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{5.37}$$

Se agora considerarmos o efeito combinado dos três reatores, teremos:

$$\underline{i}_B^n = \underline{i}_{ab}^n + \underline{i}_{bc}^n + \underline{i}_{ca}^n = -\mathcal{B}_{ab} \begin{bmatrix} \hat{v}_{fb}^p \\ \hat{v}_{fa}^p \\ \hat{v}_{fc}^p \end{bmatrix} - \mathcal{B}_{bc} \begin{bmatrix} \hat{v}_{fa}^p \\ \hat{v}_{fc}^p \\ \hat{v}_{fb}^p \end{bmatrix} - \mathcal{B}_{ca} \begin{bmatrix} \hat{v}_{fc}^p \\ \hat{v}_{fb}^p \\ \hat{v}_{fa}^p \end{bmatrix}. \tag{5.38}$$

Se o propósito é apenas compensar as componentes de sequência negativa, são portanto, usadas reatâncias que satisfaçam a relação $\mathcal{B}_{ab} + \mathcal{B}_{bc} + \mathcal{B}_{ca} = 0$. Assim, a corrente resulta:

$$\underline{i}_B^n = \mathcal{B}^n \underline{\hat{v}}_f^p = \underline{i}_f^n; \tag{5.39}$$

com:

$$\mathcal{B}^n = \begin{vmatrix} \mathcal{B}_{12} + \mathcal{B}_{31} & -\mathcal{B}_{12} & -\mathcal{B}_{31} \\ -\mathcal{B}_{12} & \mathcal{B}_{12} + \mathcal{B}_{23} & -\mathcal{B}_{23} \\ -\mathcal{B}_{31} & -\mathcal{B}_{23} & \mathcal{B}_{31} + \mathcal{B}_{23} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \mathcal{B}_{23} & \mathcal{B}_{12} & \mathcal{B}_{31} \\ \mathcal{B}_{12} & \mathcal{B}_{31} & \mathcal{B}_{23} \\ \mathcal{B}_{31} & \mathcal{B}_{23} & \mathcal{B}_{12} \end{vmatrix}; \tag{5.40}$$

Nota-se que as correntes \underline{i}_B^n não mudam adicionando-se a mesma quantidade para todas as reatâncias. A energia reativa instantânea é:

$$w_B^n = \underline{\hat{v}}_f^p \cdot \underline{i}_B^n = \underline{\hat{v}}_f^p \cdot (\mathcal{B}^n \underline{\hat{v}}_f^p) = -\underline{\hat{v}}_f^p \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{B}_{23} \hat{v}_{f1}^p + \mathcal{B}_{12} \hat{v}_{f2}^p + \mathcal{B}_{31} \hat{v}_{f3}^p \\ \mathcal{B}_{12} \hat{v}_{f1}^p + \mathcal{B}_{31} \hat{v}_{f2}^p + \mathcal{B}_{23} \hat{v}_{f3}^p \\ \mathcal{B}_{31} \hat{v}_{f1}^p + \mathcal{B}_{23} \hat{v}_{f2}^p + \mathcal{B}_{12} \hat{v}_{f3}^p \end{bmatrix}; \tag{5.41}$$

$$w_B^n = -\mathcal{B}_{12} (2\hat{v}_{f1}^p \hat{v}_{f2}^p + \hat{v}_{f3}^{p2}) - \mathcal{B}_{23} (2\hat{v}_{f2}^p \hat{v}_{f3}^p + \hat{v}_{f1}^{p2}) - \mathcal{B}_{31} (2\hat{v}_{f3}^p \hat{v}_{f1}^p + \hat{v}_{f2}^{p2}).$$

Agora, assumindo arbitrariamente $\mathcal{B}_{ca} = 0$. A potência reativa instantânea é:

$$w_B^n = - \left[\mathcal{B}_{23} (\hat{v}_{f1}^{p2} + 2\hat{v}_{f2}^p \hat{v}_{f3}^p) + \mathcal{B}_{12} (\hat{v}_{f3}^{p2} + 2\hat{v}_{f1}^p \hat{v}_{f2}^p) \right]. \tag{5.42}$$

Como apresentado no Apêndice F, pelo termo w_{rf}^n em (5.18) e w_B^n em (5.42) facilmente pode ser obtida a relação entre U_f e os termos \mathcal{B}_{ab} e \mathcal{B}_{bc} :

$$\begin{aligned} U_f \cos \varphi^n &= -3\sqrt{3} \frac{V_f^{p2}}{2\omega} \mathcal{B}_{ab}; \\ U_f \sin \varphi^n &= 3 \frac{V_f^{p2}}{2\omega} (2\mathcal{B}_{bc} - \mathcal{B}_{ab}). \end{aligned} \quad (5.43)$$

Assim, dada à potência desbalanceada U_f , e o deslocamento entre v_{fa}^p e i_{fa}^n , os valores de \mathcal{B}_{ab} e \mathcal{B}_{bc} são facilmente obtidos de (5.43). É importante notar que os termos de potência $U_f \cos \varphi^n$ e $U_f \sin \varphi^n$ são conservativos, podendo ser usados para controle do SVC. Assim, o comando de potência de desbalanço pode ser expresso em termos complexos como:

$$\dot{U}_f = U_f \cos \varphi^n + jU_f \sin \varphi^n. \quad (5.44)$$

Se o RCT recebe um comando de potência desbalanceado (5.44), seu controle determinaria os valores de \mathcal{B}_{ab} e \mathcal{B}_{bc} de (5.43). Se ambos os valores forem positivos, a solução é aceitável. Caso contrário, uma quantidade comum deve ser adicionada a \mathcal{B}_{ab} , \mathcal{B}_{bc} e \mathcal{B}_{ca} para fazer duas delas positivas e a terceira zero. As correspondentes equações podem ser facilmente derivadas de (5.42) e (5.43) por analogia.

Assim, desde que exista sincronização de tempo entre os controladores locais e/ou remotos, dados os comandos de energia reativa e potência de desbalanço, o RCT tem a informação completa necessária para efetuar a compensação reativa e de desequilíbrio.

Agora vamos supor, por simplicidade, que a solução é aceitável. De (5.43) é fácil mostrar que:

$$\frac{\mathcal{B}_{12} + \mathcal{B}_{23}}{\omega} = \frac{2U_f}{3V_f^{p2}} \sin\left(\varphi^n - \frac{\pi}{3}\right). \quad (5.45)$$

O valor máximo da reatidade total $\mathcal{B}_{ab} + \mathcal{B}_{bc}$ ocorre se $\sin(\varphi^n - \pi/3) = 1$. Neste caso temos:

$$\mathcal{B}_{ab} = \mathcal{B}_{bc} = \mathcal{B}_B^n = \omega \frac{U_f}{3V_f^{p2}}; \quad \mathcal{B}_{ca} = 0. \quad (5.46)$$

A energia reativa absorvida pelo RCT traz:

$$W_{max}^{RCT} = 3 \frac{V_f^{p2}}{\omega} (\mathcal{B}_{ab} + \mathcal{B}_{bc}) = \frac{2}{\omega} U_f. \quad (5.47)$$

E a reatidade mínima ocorre quando $\cos \varphi^n = 0$ em (5.43). Correspondentemente temos:

$$\mathcal{B}_{bc} = \mathcal{B}_B^n = \omega \frac{U_f}{3V_f^p}; \quad \mathcal{B}_{ab} = \mathcal{B}_{ca} = 0. \quad (5.48)$$

A energia reativa absorvida pelo *RCT* é:

$$W_{min}^{RCT} = \frac{1}{\omega} U_f. \quad (5.49)$$

As relações acima (5.47 e 5.49) têm validade geral e não dependem da reatividade e podem ser fixadas, qualquer uma, em zero para fazer o cálculo. Elas mostram que a compensação da potência de desbalanço U_f requer uma absorção de energia reativa pelo *RCT* no intervalo $U_f \div 2U_f$. Além disso, as reatividades simétricas que podem ser utilizadas para compensação da energia reativa são limitadas pelo intervalo:

$$0 \leq \mathcal{B}_B^p \leq \mathcal{B}_{max} - \mathcal{B}_B^n. \quad (5.50)$$

Correspondentemente, a capacidade do *RCT* para compensar energia reativa é reduzida por $\frac{3}{\omega} U_f$.

5.4.3 Operação e controle de compensadores chaveados de potência

Os *CPC* são capazes de realizar compensação dinâmica, ou seja, eles podem compensar cada termo de potência ou corrente (reativa, desbalanço, residual) podendo atuar seletivamente [127,128,129] e também na presença de tensões distorcidas e/ou assimétricas [122]. Para este efeito, de acordo com (5.10), eles são controlados por comandos de potência e energia:

$$\begin{aligned} p^{CPC} &= \underline{v} \circ \underline{i}^{CPC}; \\ w^{CPC} &= \underline{\hat{v}} \circ \underline{i}^{CPC}; \end{aligned} \quad (5.51)$$

e considerando que:

$$\sum_{\mu=a}^c i_{\mu}^{CPC} = 0. \quad (5.52)$$

Para sistemas trifásicos a três condutores, esses comandos são transformados em um vetor de corrente de referência \underline{i}^{CPC} através de:

$$\underline{i}^{CPC} = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \\ \hat{v}_1 & \hat{v}_2 & \hat{v}_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p^{CPC} \\ w^{CPC} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

O controle das correntes \underline{i}^{CPC} é efetuado, de acordo com as técnicas usuais de controle de corrente (lineares ou não lineares: *PI*, *PID*, dead beat, repetitivo, etc.). A estratégia para a obtenção das correntes de referência em sistemas trifásicos a quatro condutores podem ser encontradas em [11,123].

A capacidade de compensação de um *CPC* é somente limitada pela tensão e corrente:

$$A^{CPC} = 3V \frac{I_{pk}}{\sqrt{2}} \quad (5.54)$$

onde, V é a tensão nominal eficaz e I_{pk} é a capacidade de corrente de pico do *CPC*. A potência aparente A^{CPC} é a capacidade de comutação da potência nominal.

5.5 Implementação do controle cooperativo distribuído de PEP

O esquema conceitual do controle para os compensadores distribuídos é apresentado na Figura 5.2. Isto se refere para uma situação onde o objetivo do controle é melhorar o fator de potência no *PAC* mediante um controle adequado de todos os compensadores disponíveis.

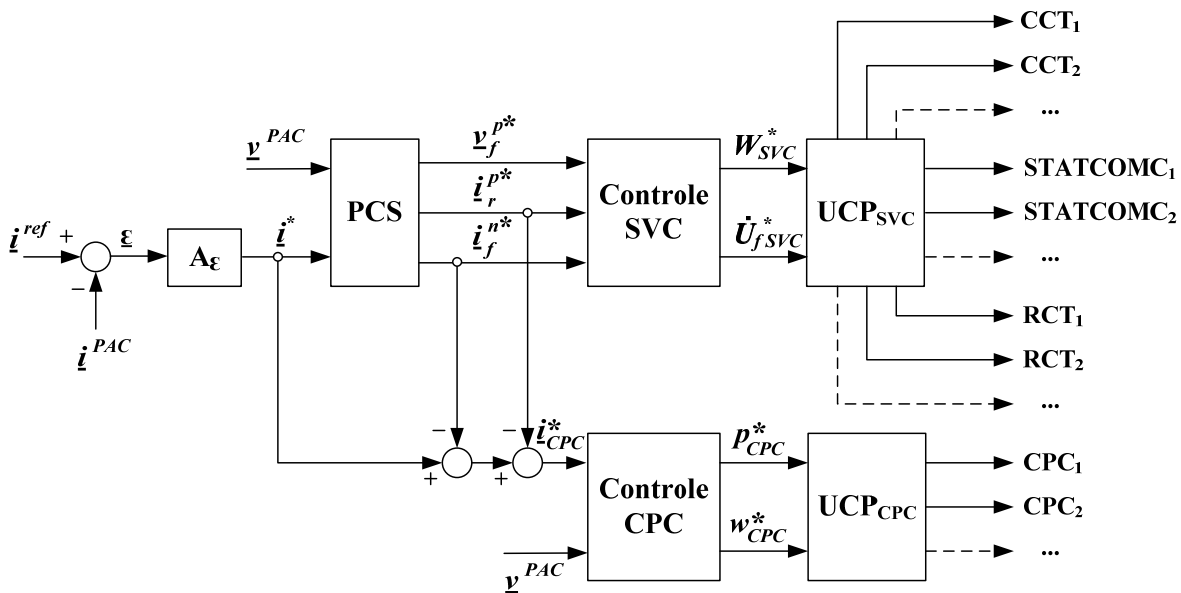


Figura 5.2: Esquema conceitual do controle cooperativo para compensadores distribuídos.

O controlador é executado como a seguir.

- 1) Primeiramente, as correntes ativas balanceadas absorvidas no *PAC* são determinadas, de acordo com (3.165), e dadas como referências ($\underline{i}_a^b = \underline{i}^{ref}$). De fato, todas as grandezas de correntes remanescentes (reativa, desbalanço e residual) devem ser suprimidas pelo sistema de compensação.
- 2) As correntes de referência \underline{i}^{ref} são então comparadas com as correntes atuais absorvidas no *PAC* (\underline{i}_{PAC}) para gerar os sinais de erro $\underline{\epsilon} = \underline{i}^{ref} - \underline{i}_{PAC}$, que são processadas por um amplificador de erro A_ϵ para gerar as correntes internas de referência \underline{i}^* .
- 3) As correntes \underline{i}^* junto com as tensões no *PAC* \underline{v}_{PAC} são alimentadas para o processador de componentes de sequência (*PCS*) para extrair as tensões fundamentais de sequência positiva \underline{v}_f^p e correntes de referência \underline{i}_r^{p*} (correntes reativas fundamentais de sequência positiva) e \underline{i}_f^{n*} (correntes fundamentais de sequência negativa), para serem compensadas pelo sistema *SVC*. Portanto, a corrente total que deve ser enviada para o controle do *SVC* é:

$$\underline{i}_{SVC}^* = \underline{i}_r^* + \underline{i}_f^*$$

4) As referências para o CPC são determinadas pela diferença:

$$\underline{i}_{CPC}^* = \underline{i}^* - \underline{i}_{SVC}^* = \underline{i}^* - \underline{i}_r^* - \underline{i}_f^*$$

- 5) O controle do SVC gera um comando de energia reativa total W_{SVC}^* e um comando de potência de desbalanço $\dot{U}_{f_{SVC}}^*$ para o sistema SVC. Estes comandos são então distribuídos pela unidade de compartilhamento de potência UCP_{SVC} entre os vários SVC de acordo com seu tipo, capacidade de compensação e distância vinda do PAC.
- 6) Da mesma forma, a unidade de controle do CPC gera comandos de potência ativa e energia reativa instantânea, p_{CCP}^* e w_{CCP}^* para o sistema CPC. Estes comandos são então distribuídos pela unidade de compartilhamento de potência UCP_{CPC} entre os vários CPC, de acordo com sua capacidade de compensação e distância do PAC.

5.6 Exemplo de aplicação do controle cooperativo distribuído de PEP

Como um exemplo de aplicação de controle cooperativo, o circuito mostrado na Figura 5.3 foi simulado, o qual inclui uma carga desbalanceada, uma carga não linear, linhas de transmissão, transformadores e unidade de compensação (banco de capacitores fixos, RCT e FAP). As tensões de alimentação no PAC são assimétricas e distorcidas.

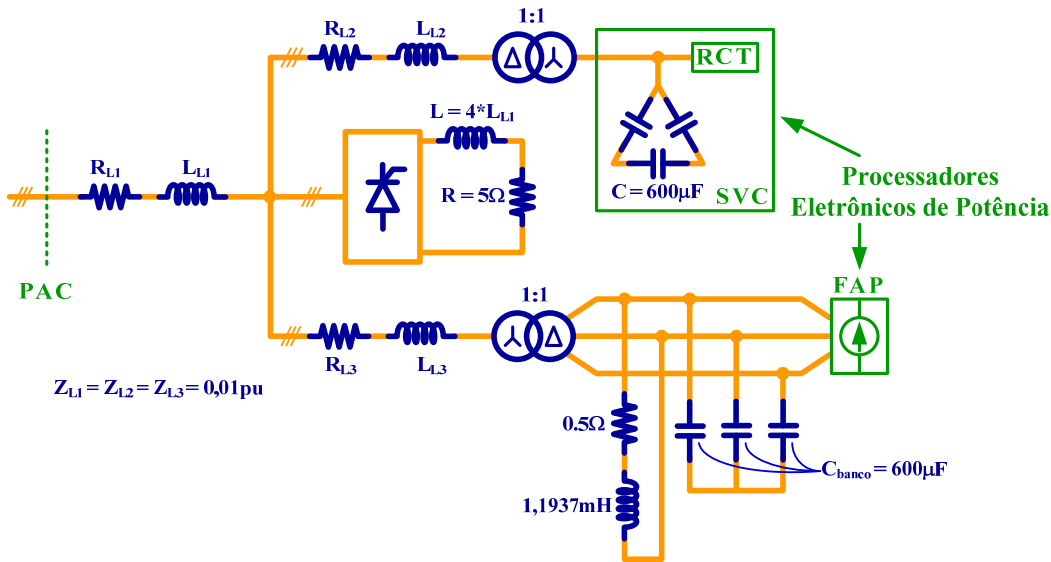


Figura 5.3: Circuito simulado para compensação cooperativa distribuída.

A Figura 5.4 mostra as tensões no PAC. Nota-se claramente uma assimetria considerável (10% de fator de desequilíbrio) e distorção (5% de 5ª e 7ª harmônicas).

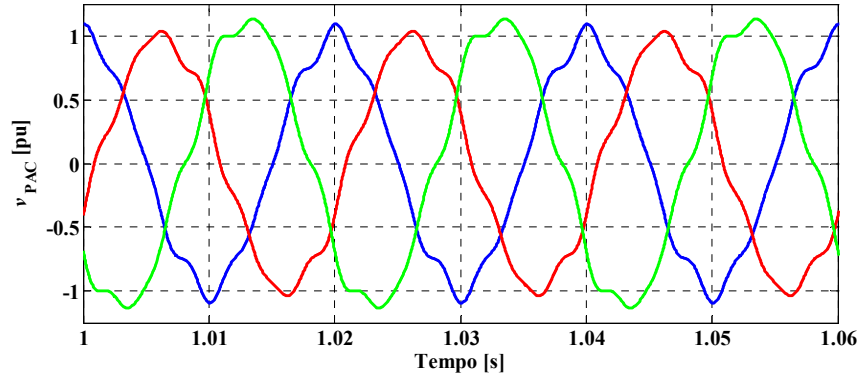


Figura 5.4: Tensões medidas no PAC.

A Figura 5.5 mostra as correntes no PAC quando as unidades de compensação não estão ligadas. A distorção é alta, devido não apenas à carga não linear, mas também pelo banco de capacitores que é alimentado por tensões distorcidas. A assimetria da corrente é devido à carga desbalanceada e à assimetria de tensão.

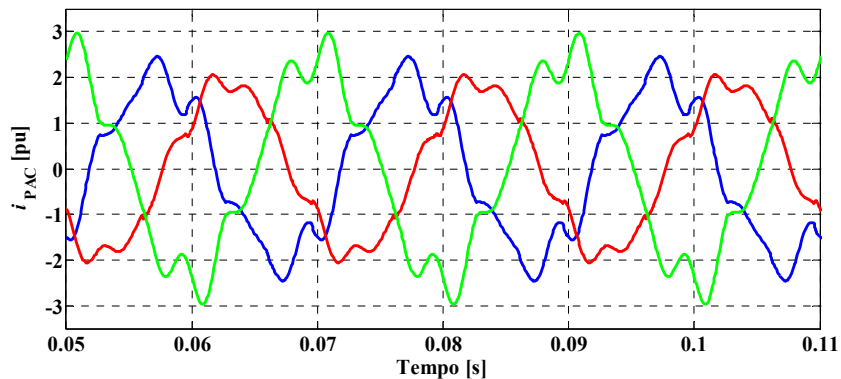


Figura 5.5: Correntes medidas no PAC com SVC e FAP desligados.

Assim, para verificar a eficácia do controle cooperativo proposto, os compensadores são acionados de acordo com a sequência: inicialmente o SVC é ligado no momento $t_1 = 0,2s$ e o FAP em $t_2 = 0,6s$. Finalmente, em $t_3 = 1,2s$, uma mudança súbita de carga é introduzida (os ângulos de controle do tiristor retificador são atrasados por 50°) para analisar a dinâmica e o desempenho do controle proposto.

A Figura 5.6 mostra a operação do circuito ao longo de todas as intervenções dos dispositivos de compensação. Observa-se que, primeiramente não há nenhum tipo de compensação. Quando o SVC é ligado compensa a potência reativa e o desbalanceo de carga. Finalmente, também o FAP é ligado compensa as grandezas de corrente remanescentes indesejadas.

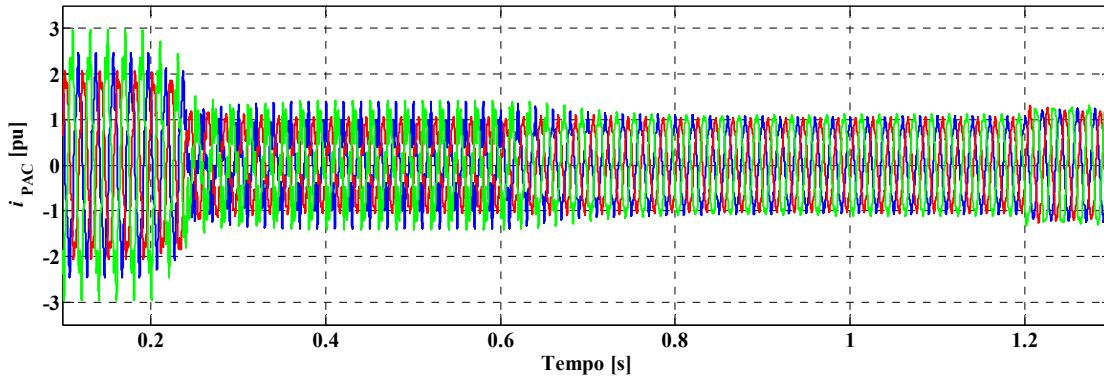


Figura 5.6: Evolução das correntes no PAC com SVC e FAP ligados

A Figura 5.7 mostra as correntes no *PAC* após o tempo t_1 , quando o *SVC* está ligado. Embora ainda exista uma parcela de distorção, as correntes se apresentam de maneira razoavelmente equilibrada e em fase com as tensões de linha devido à redução de reativos e desbalanço (coforme será mostrado nas Figuras 5.9 e 5.10).

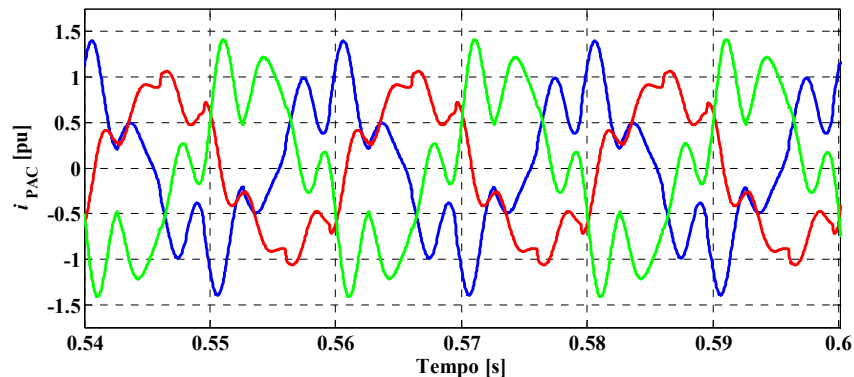


Figura 5.7: Correntes no PAC com o SVC ligado.

A Figura 5.8 mostra as correntes na *PAC* após o tempo t_2 , quando também o *FAP* é ligado. As correntes de entrada agora representam apenas correntes ativas balanceadas, com formas de onda idênticas as das tensões (Figura 5.4).

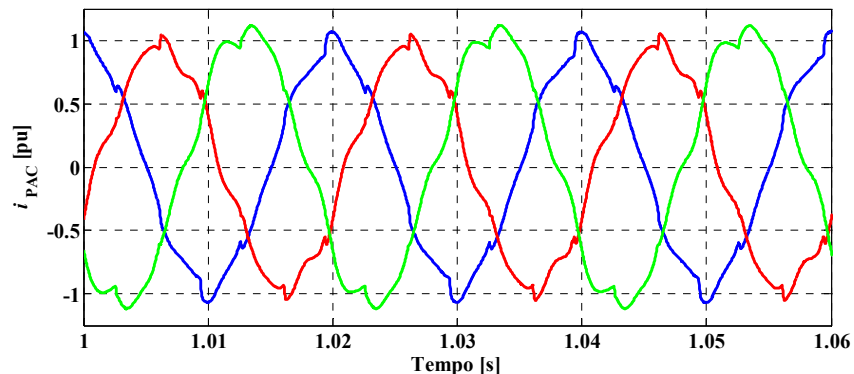


Figura 5.8: Correntes no PAC com SVC e FAP ligados.

A Figura 5.9 mostra o comportamento do fator de reatividade λ_Q no *PAC*. Inicialmente o fator de reatividade é muito alto, devido principalmente à carga indutiva monofásica. A intervenção do *SVC* reduz praticamente toda a corrente reativa balanceada. Assim não há necessidade da intervenção do *FAP* para a redução desta parcela de corrente.

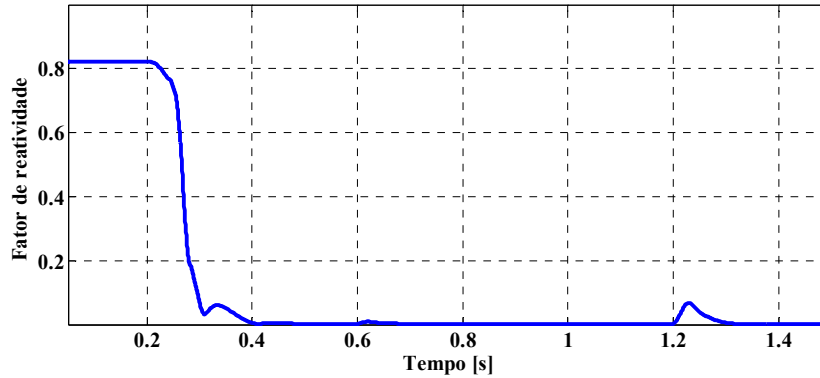


Figura 5.9: Comportamento do fator de reatividade no tempo.

Figura 5. 10 mostra o comportamento do fator de assimetria λ_U no *PAC*. Note-se que, a intervenção do *SVC* reduz grande parte da corrente de desbalanço, deixando uma pequena corrente de desbalanço remanescente para ser compensada pelo *FAP*.

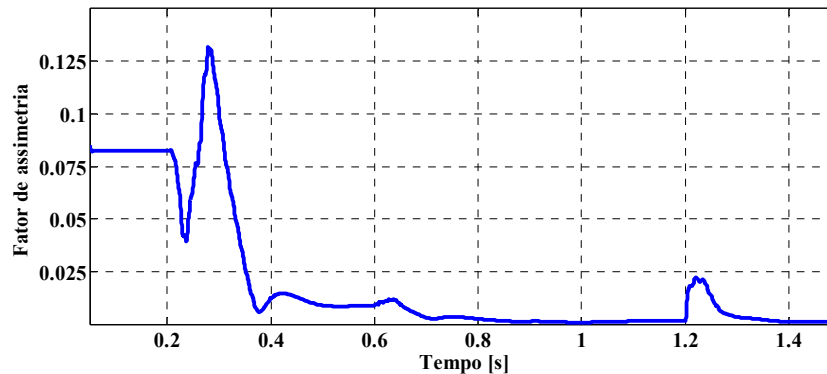


Figura 5. 10: Comportamento do fator de assimétrica no tempo.

A Figura 5.11 mostra o comportamento do fator de não linearidade λ_D no *PAC*. Observa-se que a intervenção do *SVC* excita a amplificação harmônica, originando um acréscimo no fator de não linearidade que por sua vez é eliminada pela atuação do *FAP*, que compensa todas as componentes de corrente remanescentes.

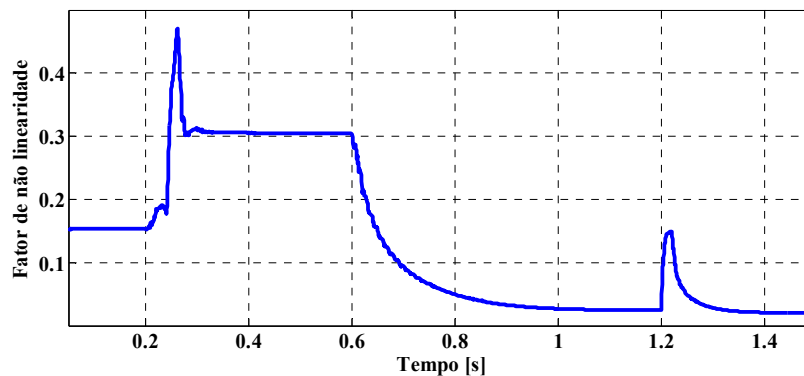


Figura 5.11: Comportamento do fator de não linearidades no tempo.

Finalmente, a Figura 5.12 mostra o comportamento do fator de potência λ no *PAC*. Inicialmente, o fator de potência é muito baixo devido à potência de desbalanço, distorção e reativa. A intervenção do *SVC* reduz as potências reativa e desbalanceada da carga, fazendo que o fator de potência aumente consideravelmente. O fator de potência melhora ainda mais,

aproximando-se a unidade após a intervenção do *APF*, que remove todas as correntes residuais (reativos e desbalanço) junto com correntes residuais, inclusive as geradas pelo *SVC*. O efeito do chaveamento da carga no fator de potência é mínimo, mostrando que o sistema reage adequadamente para variação súbita de potência ativa e reativa.

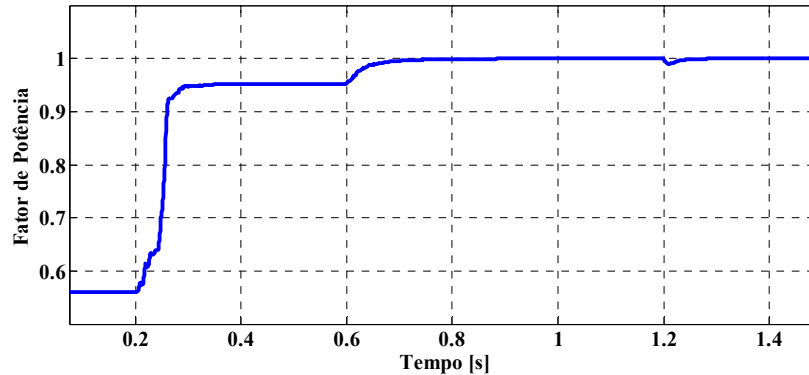


Figura 5.12: Comportamento do fator de potência no tempo.

5.7 Discussões e conclusões preliminares

Uma abordagem geral para o controle cooperativo de unidades de processadores eletrônicos de potência distribuída foi desenvolvida e permite a utilização eficaz da capacidade de compensação distribuída pela rede (*STATCOM*, *RCT*, *CCT* e *FAP*). A abordagem faz uso dos termos conservativos (potência e energia) apresentados no capítulo 3, tanto para definir a estratégia de compensação (sob condição não senoidal e/ou assimétrica) como para o controle remoto de compensadores.

As características dos vários tipos de compensadores foram analisadas em termos de capacidade local de compensação (para atender as necessidades da rede envolvente), e capacidade global (cooperativa, para melhorar os índices de desempenho do sistema). Os limites de compensação também foram discutidos junto com a resposta aos comandos de potência e energia, de modo a caracterizar o funcionamento e as propriedades de cada unidade de compensação, quando controladas remotamente a partir de unidade central.

A abordagem de controle proposta foi verificada por meio da simulação de um circuito típico, incluindo todas as possíveis unidades de compensação (filtros passivos, *SVC* e *FAP*). A operação cooperativa dos compensadores distribuídos proporciona uma redução substancial do desbalanço da carga, distorção e potência reativa, mostrando excelente adaptação e desempenho dinâmico, mesmo na presença de distorção e desequilíbrio na tensão.

Destaca-se que neste trabalho foi apresentado um exemplo de controle cooperativo local, mas o conceito da abordagem de controle cooperativo proposto é muito mais geral e pode ser aplicado para compensadores distribuídos em redes de distribuição e/ou transmissão mesmo que localizado em diferentes pontos da rede elétrica.

Finalmente cabe destacar que os diferentes fatores definidos facilmente podem ser utilizados como indicadores de qualidade da energia elétrica relacionados à corrente. Além disso, tais fatores foram úteis para mostrar o desempenho de cada unidade compensadora na rede ou sistema elétrico.

Capítulo 6

Conclusões Gerais e Trabalhos Futuros

Com base nos estudos realizados, do ponto de vista da teoria de potência, no *capítulo 2* foi apresentada uma revisão detalhada de fatos, pessoas e eventos e, dentre as propostas mais relevantes, foram abordadas as definições de *Budeanu, Fryze, Buchholz, Depenbrock e Akagi et al.*

Considerando a importância das propostas de *Depenbrock e Akagi et al.* na literatura internacional, estas foram analisadas com mais de detalhamento. Da análise, conclui-se que apesar das duas serem bastante úteis para aplicações em compensação de distúrbios ou para o controle de dispositivos eletrônicos, a interpretação dos circuitos elétricos através das mesmas torna-se uma tarefa complexa, uma vez que misturam diferentes características dos circuitos em suas parcelas de corrente e potência. Além disto, em determinadas condições de operação e em função das decomposições aplicadas, são geradas algumas componentes harmônicas de difícil interpretação.

Assim, com o intuito de dar condições à análise detalhada de circuitos elétricos distintos, o *Capítulo 3* apresentou uma abordagem totalmente renovada da teoria de potência conservativa, válida para a operação periódica, aplicável para circuitos monofásicos (sob condições senoidais e não senoidais) e circuitos polifásicos com e sem condutor de retorno (sob condições senoidais simétricas e/ou não senoidais assimétricas). Além disso, foi evidenciado que a variação da frequência pode influenciar determinados termos de potência.

As quantidades propostas podem ser facilmente consideradas como uma extensão natural dos conceitos clássicos que são comumente aplicados para condições senoidais e simétricas, os quais, nestas condições, podem ser considerados como um caso especial da teoria proposta.

O processo de decomposição apresentado para a corrente total e a potência aparente resulta em uma abordagem que enfatiza os efeitos dos principais fenômenos físicos no circuito. Cada componente de corrente está relacionada a uma característica específica e, devido a sua ortogonalidade mútua, cada uma afeta o valor eficaz da corrente total de uma maneira uniforme, que é independente de sua natureza. Portanto, esta abordagem explica as características intrínsecas dos circuitos elétricos e forma uma boa base para o estudo de qualquer circuito elétrico.

Com base nas decomposições de corrente e potência propostas, qualquer tipo de carga (linear e/ou não linear) monofásica, trifásica com e sem condutor de retorno, alimentada por

tensões senoidais simétricas e/ou não senoidais assimétricas, pode ser representada (modelada por condutâncias, reatidades e fontes de corrente) mediante um circuito equivalente onde cada característica da carga é associada a uma componente de corrente e potência.

A abordagem proposta é desenvolvida com base em quantidades instantâneas e médias, as quais apresentam a propriedade fundamental de conservação de energia (teorema de *Tellegen*) e podem auxiliar no desenvolvimento prático de aplicações como condicionamento de energia, medição e monitoramento de termos de potência e de indicadores (fatores) de qualidade de energia elétrica relacionados com os distúrbios da corrente e tensão.

Assim, o **Capítulo 4** apresentou a validação experimental da teoria de potência conservativa, mediante um circuito de potência e um sistema de medição que permitiu a interpretação dos termos instantâneos (potência e energia reativa), decomposição de corrente e os termos de potência. Além disso, com base na teoria de potência conservativa foi apresentada uma metodologia para a caracterização e identificação das responsabilidades da carga no consumo de energia, assumindo-se que seria reponsabiliade das fontes o fornecimento de tensões senoidais e simétricas, especialmente em sistemas de elevado nível de curto circuito.

Considerando-se os vários tipos de unidades compensadoras, o **Capítulo 5** apresentou uma abordagem inovadora para a compensação reativa, harmônica e compensação de carga desbalanceada. Isto exigiu, em um primeiro momento, estabelecer um marco teórico adequado para lidar com os sistemas elétricos em condições não senoidais e/ou assimétricas, mais também para se concentrar em termos de potências específicos, os quais são conservativos para qualquer rede ou sistema. Tais termos conservativos são a base para construir uma nova estratégia de compensação, não só seletiva, mas também uma estratégia de controle cooperativo de compensadores distribuídos.

O trabalho focou o desenvolvimento de técnicas de controle destinadas a otimizar o uso e a exploração de compensadores ligados em diferentes pontos do sistema ou rede elétrica. Algoritmos de controle foram desenvolvidos tendo em conta a disponibilidade de diferentes tipos de dispositivos de compensação (Compensadores estáticos de potência SVC e compensadores de potência chaveada), e os vários aspectos da otimização da rede (limitação de potência reativa, atenuação da poluição harmônica e eliminação do desbalanço da carga). Uma estrutura de controle de validade geral foi elaborada e os principais blocos operacionais foram analisados em detalhe, do ponto de vista teórico e, em seguida, projetados e testados por simulação.

Em sistemas elétricos modernos há um crescente interesse pela monitoração da qualidade da energia elétrica e/ou compensação de distúrbios, uma vez que as distorções e/ou assimetrias de tensão e a variação de frequência podem afetar consideravelmente o funcionamento do sistema. Acredita-se que este trabalho contribuiu para o esclarecimento, compreensão e a interpretação das características dos circuitos elétricos, bem como apresentar soluções concretas no que tange a implementação de algoritmos e/ou técnicas de controle localizado e cooperativo para diferentes unidades de compensadores distribuídos pela rede. Além disso, foi introduzida uma metodologia para a atribuição de responsabilidades.

6.1 Trabalhos Futuros

Dentre as várias possibilidades que se vislumbra para a continuação desta pesquisa, pode-se destacar:

- Propor alterações na regulamentação vigente para medição e tarifação de acordo com a teoria proposta;
- Propor e implementar um sistema de medição e monitoramento da QEE de corrente baseado nos fatores λ_Q , λ_U , e λ_D ;
- Aprofundamento da abordagem de caracterização e atribuição de responsabilidades para sistemas onde as interações dos distúrbios entre a fonte e carga sejam maiores, por exemplo, as microrredes;
- Propor estratégias de compensação localizada e/ou distribuída baseados nos fatores λ_Q , λ_U , e λ_D para atender determinados limites em função das normas técnicas;
- Implementação prática do controle de SVC;
- Implementação prática do controle de CPC para sistemas a três e quatro condutores;
- Implementação prática do controle cooperativo proposto;
- Extensão do controle cooperativo proposto para sistemas a quatro condutores;
- Desenvolvimento de técnicas de comunicação adequadas para redes elétricas, já que a escolha do canal de comunicação e o protocolo podem causar sérios efeitos na resposta do sistema e, conseqüentemente, no desempenho de compensação como um todo.

Apêndice A

Propriedades da integral imparcial e da derivada no tempo

A integral imparcial de $x(t)$ é definida por:

$$\hat{x}(t) = x_f(t) - \bar{x}_f, \quad (\text{A.1})$$

onde \bar{x}_f é valor médio de $x_f(t)$ sobre o período T .

A derivada no tempo de $x(t)$ é:

$$\check{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}. \quad (\text{A.2})$$

Diretamente de (A.1) e (A.2), temos que:

$$\hat{x} = \check{x} = x. \quad (\text{A.3})$$

Diretamente da derivada do tempo (A.2) temos:

$$\langle x, \check{x} \rangle = \langle x, \frac{dx(t)}{dt} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \frac{dx(t)}{dt} dt = \frac{1}{T} \left[\frac{x^2(t)}{2} \right]_0^T = 0,$$

deixando, $\hat{x} = z$, de (A.3) e a equação anterior, obtemos:

$$\langle x, \hat{x} \rangle = \langle \check{x}, \hat{x} \rangle = \langle \check{z}, z \rangle = \langle z, \check{z} \rangle = 0,$$

portanto, temos que:

$$\langle x, \check{x} \rangle = \langle x, \hat{x} \rangle = 0. \quad (\text{A.4})$$

Agora deixando $f = xy$, temos: $\frac{df}{dt} = \frac{dx}{dt}y + x\frac{dy}{dt} = \check{x}y + x\check{y}$; assim:

$$\langle \check{x}, y \rangle + \langle x, \check{y} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{df}{dt} dt = \frac{1}{T} [f(t)]_0^T = 0,$$

portanto, temos que:

$$\langle x, \check{y} \rangle = -\langle \check{x}, y \rangle. \quad (\text{A.5})$$

Baseado em (A.3) pode-se escrever $\langle x, \hat{y} \rangle = \langle \check{x}, \hat{y} \rangle$ e de acordo com (A.5) resulta:

$$\langle \check{x}, \hat{y} \rangle = -\langle \hat{x}, \check{y} \rangle = -\langle \hat{x}, y \rangle,$$

portanto, temos que:

$$\langle x, \hat{y} \rangle = -\langle \hat{x}, y \rangle. \quad (\text{A.6})$$

Agora deixando $g = \hat{x}y$, temos: $\frac{dg}{dt} = \frac{d\hat{x}}{dt}y + \hat{x}\frac{dy}{dt} = x\dot{y} + \hat{x}\ddot{y}$, assim:

$$\langle x, y \rangle + \langle \hat{x}, \ddot{y} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{dg}{dt} dt = \frac{1}{T} [g(t)]_0^T = 0,$$

portanto, temos que:

$$\langle \ddot{x}, \hat{y} \rangle = \langle \hat{x}, \ddot{y} \rangle = -\langle x, y \rangle. \quad (\text{A.7})$$

E finalmente de (A.7) temos que:

$$\langle \ddot{x}, \hat{x} \rangle = -\langle x, x \rangle = -\|x\|^2 \quad (\text{A.8})$$

As notações apresentadas acima são válidas tanto para funções unidimensionais quanto para multidimensionais. Neste último caso, as quantidades escalares são substituídas por quantidades vetoriais.

Apêndice B

Prova da conservação dos termos de potência e energia

1. Consistência da integral imparcial e derivada no tempo de uma malha de tensão e um conjunto de correntes em um corte

Se um circuito genérico M , de L ramos é considerado, podemos definir o vetor de tensões na malha \underline{v}^M e com base na lei de tensões de *Kirchhoff* (LTK), temos:

$$\sum_{\ell=1}^L v_{\ell}^M = 0. \quad (\text{B.1})$$

A partir da derivação de (B.1), imediatamente resulta:

$$\sum_{\ell=1}^L \frac{v_{\ell}^M}{dt} = \sum_{\ell=1}^L \check{v}_{\ell}^M = 0. \quad (\text{B.2})$$

Similarmente para qualquer corte no circuito M o conjunto de correntes dos L ramos, devido a lei de correntes de *Kirchhoff* (LCK), temos:

$$\sum_{\ell=1}^L \check{i}_{\ell}^M = 0. \quad (\text{B.3})$$

Assim, demonstrou-se a consistência da derivada no tempo de uma malha de tensões e um conjunto de correntes num corte com o circuito ou rede.

A partir da integração de (B.1), temos:

$$\int_0^t \sum_{\ell=1}^L v_{\ell}^M(\tau) d\tau = 0. \quad (\text{B.4})$$

Agora, definindo a integral no tempo da v_{ℓ}^M como:

$$v_{f_{\ell}}^M = \int_0^t v_{\ell}^M(\tau) d\tau, \quad (\text{B.5})$$

a operação (B.4) torna-se:

$$\sum_{\ell=1}^L v_{f\ell}^M = 0, \quad (\text{B.6})$$

pela média de (B.6) encontramos:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\ell=1}^L v_{f\ell}^M(t) dt = \sum_{\ell=1}^L \bar{v}_{f\ell}^M = 0, \quad (\text{B.7})$$

lembrando a definição da integral imparcial de tensão (3.16), obtemos:

$$\hat{v}_{f\ell}^M = v_{f\ell}^M - \bar{v}_{f\ell}^M \quad (\text{B.8})$$

e então, conseqüentemente de (B.6) e (B.7) encontramos:

$$\sum_{\ell=1}^L \hat{v}_{f\ell}^M = \underbrace{\sum_{\ell=1}^L v_{f\ell}^M}_0 + \underbrace{\sum_{\ell=1}^L \bar{v}_{f\ell}^M}_0 = 0 \quad (\text{B.9})$$

E finalmente, temos:

$$\sum_{\ell=1}^L \hat{v}_{f\ell}^M = 0, \quad (\text{B.10})$$

a qual indica que a integral imparcial da tensão é consistente com a *LTK*.

De maneira análoga para a integral imparcial da corrente pode ser demonstrado que:

$$\sum_{\ell=1}^L \hat{i}_{f\ell}^M = 0, \quad (\text{B.11})$$

a qual mostra que a integral imparcial da corrente é consistente com a *LCK*.

Assim, é comprovada a consistência da integral imparcial de uma malha de tensões e da integral imparcial de um conjunto de correntes em um corte de uma rede.

As notações acima valem tanto para circuitos monofásicos quanto para polifásicos; neste último caso, as grandezas escalares são substituídas por grandezas vetoriais.

2. Conservação da potência instantânea e da energia reativa instantânea

Para uma dada rede, o teorema de *Tellegen* garante que, para cada conjunto de ramos de tensões \underline{v} e correntes \underline{i} que é consistente com a rede, satisfaz as *Leis de Kirkhhoff*. Assim, para tensões e correntes podemos escrever:

$$\underline{v} \cdot \underline{i} = \sum_{\ell=1}^L v_{\ell} i_{\ell} = 0 \quad (\text{B.12})$$

onde L é o número total de ramos na rede.

Se o conjunto de tensões e correntes são simultâneos, o teorema de *Tellegen* corresponde ao princípio da conservação da potência instantânea.

Por extensão, aplicando o teorema de *Tellegen*, para cada par consistente de integrais imparciais de tensão e corrente e derivadas de tensão e corrente temos:

$$\begin{aligned} \hat{\underline{v}} \cdot \hat{\underline{i}} &= 0 \\ \check{\underline{v}} \cdot \check{\underline{i}} &= 0 \\ \hat{\underline{v}} \cdot \underline{i} = \underline{v} \cdot \hat{\underline{i}} &= 0 \\ \check{\underline{v}} \cdot \underline{i} = \underline{v} \cdot \check{\underline{i}} &= 0 \\ \hat{\underline{v}} \cdot \check{\underline{i}} = \check{\underline{v}} \cdot \hat{\underline{i}} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Em outras palavras, cada termo com forma de potência é conservativo em qualquer rede dada. Consequentemente, as energias reativas instantâneas w_r e w_{rn} também são conservativas.

Apêndice C

Prova de $\|i_{a\mu}\| \leq \|i_{a\mu h}\|$ e $\|i_{r\mu}\| \leq \|i_{r\mu h}\|$

A corrente ativa é:

$$\{i_{a\mu}\}_{\mu=1}^m = \left\{ \frac{P_n}{V_\mu^2} v_\mu \right\}_{\mu=1}^m \quad (C.1)$$

e a corrente ativa harmônica total é:

$$\{i_{a\mu h}\}_{\mu=1}^m = \left\{ \sum_{k \in \{K\}} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} \right\}_{\mu=1}^m \quad (C.2)$$

O termo de corrente de $(i_{a\mu h})$, geralmente, não coincide com o termo $i_{a\mu}$, e pode ser demonstrado que:

$$\|i_{a\mu}\| \leq \|i_{a\mu h}\| \quad (C.3)$$

Podemos escrever de forma equivalente:

$$\left\langle \frac{P_\mu}{V_\mu^2} v_\mu, \frac{P_\mu}{V_\mu^2} v_\mu \right\rangle \leq \left\langle \sum_{k \in \{K\}} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k}, \sum_{k \in \{K\}} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} \right\rangle \Rightarrow \frac{P_\mu^2}{V_\mu^2} \leq \sum_{k \in \{K\}} \frac{P_{\mu k}^2}{V_{\mu k}^2} \quad (C.4)$$

Vamos considerar que a série do segundo membro de (C.4) é uma série de termos positivos e, para cada termo podemos escrever:

$$\frac{P_{\mu k}^2}{V_{\mu k}^2} \geq \frac{P_{\mu k}^2}{V_\mu^2} \quad (C.5)$$

Nota-se que, $V_\mu^2 > V_{\mu k}^2$. Isto significa que:

$$\sum_{k \in \{K\}} \frac{P_{\mu k}^2}{V_{\mu k}^2} \geq \sum_{k \in \{K\}} \frac{P_{\mu k}^2}{V_\mu^2} \quad (C.6)$$

e portanto:

$$\sum_{k \in \{K\}} \frac{P_{\mu k}^2}{V_{\mu k}^2} \geq \frac{P_\mu^2}{V_\mu^2} \Rightarrow \|i_{a\mu}\| \leq \|i_{a\mu h}\| \quad (C.7)$$

De maneira análoga para as correntes reativa e reativa harmônica total pode ser demonstrado que:

$$\|i_{r\mu}\| \leq \|i_{r\mu h}\| \quad (\text{C.8})$$

As notações acima valem tanto para circuitos monofásicos quanto para polifásicos.

Apêndice D

Ortogonalidade das componentes de corrente em circuitos monofásicos

1. Ortogonalidade entre corrente ativa e corrente reativa:

$$\langle i_a, i_r \rangle = \left\langle \frac{P}{V^2} v, \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v} \right\rangle = \frac{P}{V^2} \frac{W_r}{\hat{V}^2} \langle v, \hat{v} \rangle = 0 \quad (\text{D.1})$$

2. Ortogonalidade entre corrente ativa e corrente residual:

$$\begin{aligned} \langle i_a, i_v \rangle &= \langle i_a, i - i_a - i_r \rangle = \langle i_a, i \rangle - \langle i_a, i_a \rangle - \underbrace{\langle i_a, i_r \rangle}_0 \\ &= \frac{P}{V^2} \langle v, i \rangle - \frac{P}{V^2} \langle v, i_a \rangle - 0 = \frac{P}{V^2} (P - P) = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

3. Ortogonalidade entre corrente reativa e corrente residual:

$$\begin{aligned} \langle i_r, i_v \rangle &= \langle i_r, i - i_a - i_r \rangle = \langle i_r, i \rangle - \underbrace{\langle i_r, i_a \rangle}_0 - \langle i_r, i_r \rangle \\ &= \frac{W_r}{\hat{V}^2} \langle \hat{v}, i \rangle - 0 - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \langle \hat{v}, i_r \rangle = \frac{W_r}{\hat{V}^2} (W_r - W_r) = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

4. Ortogonalidade entre corrente ativa e corrente ativa dispersa:

$$\begin{aligned} \langle i_a, i_a^s \rangle &= \left\langle i_a, \sum_{k \in K} i_{ak} - i_a \right\rangle = \left\langle \frac{P}{V^2} v, \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} v_k - \frac{P}{V^2} v \right\rangle \\ &= \frac{P}{V^2} \left[\left\langle v, \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} v_k \right\rangle - \frac{P}{V^2} \langle v, v \rangle \right] = \frac{P}{V^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} \langle v, v_k \rangle - \frac{P}{V^2} V^2 \right] \\ &= \frac{P}{V^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} V_k^2 - P \right] = \frac{P}{V^2} \left[\sum_{k \in K} P_k - P \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

5. Ortogonalidade entre corrente ativa e a corrente reativa dispersa:

$$\begin{aligned} \langle i_a, i_r^s \rangle &= \left\langle i_a, \sum_{k \in K} i_{rk} - i_r \right\rangle = \left\langle \frac{P}{V^2} v, \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \hat{v}_k - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v} \right\rangle \\ &= \frac{P}{V^2} \left[\left\langle v, \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \hat{u}_k \right\rangle - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \underbrace{\langle v, \hat{v} \rangle}_0 \right] = \frac{P}{V^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \underbrace{\langle v, \hat{v}_k \rangle}_0 - 0 \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

6. Ortogonalidade entre corrente ativa e corrente gerada:

$$\langle i_a, i_g \rangle = \langle i_a, i_v - i_a^s - i_r^s \rangle = \underbrace{\langle i_a, i_v \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_a, i_a^s \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_a, i_r^s \rangle}_0 = 0 \quad (\text{D.6})$$

7. Ortogonalidade entre correntes reativa e ativa dispersa:

$$\begin{aligned} \langle i_r, i_a^s \rangle &= \langle i_r, \sum_{k \in K} i_{ak} - i_a \rangle = \left\langle \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v}, \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} v_k - \frac{P}{V^2} v \right\rangle \\ &= \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\langle \hat{v}, \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} v_k \rangle - \frac{P}{V^2} \underbrace{\langle \hat{v}, v \rangle}_0 \right] = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} \underbrace{\langle \hat{v}, v_k \rangle}_0 - 0 \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

8. Ortogonalidade entre correntes reativa e reativa dispersa:

$$\begin{aligned} \langle i_r, i_r^s \rangle &= \langle i_r, \sum_{k \in K} i_{rk} - i_r \rangle = \left\langle \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v}, \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \hat{v}_k - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v} \right\rangle \\ &= \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\langle \hat{v}, \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \hat{v}_k \rangle - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \langle \hat{v}, \hat{v} \rangle \right] = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \langle \hat{v}, \hat{v}_k \rangle - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{V}^2 \right] \\ &= \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \hat{V}_k^2 - W_r \right] = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\sum_{k \in K} W_{rk} - W_r \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

9. Ortogonalidade entre a corrente reativa e a corrente gerada:

$$\langle i_r, i_g \rangle = \langle i_r, i_v - i_a^s - i_r^s \rangle = \underbrace{\langle i_r, i_v \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_r, i_a^s \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_r, i_r^s \rangle}_0 = 0 \quad (\text{D.9})$$

10. Ortogonalidade entre correntes ativa dispersa e reativa dispersa:

$$\begin{aligned} \langle i_a^s, i_r^s \rangle &= \left\langle \sum_{k \in K} i_{ak} - i_a, i_r^s \right\rangle = \left\langle \sum_{k \in K} i_{ak}, i_r^s \right\rangle - \underbrace{\langle i_a, i_r^s \rangle}_0 \\ &= \left\langle \sum_{k \in K} i_{ak}, \sum_{k \in K} i_{rk} - i_r \right\rangle - 0 = \left\langle \sum_{k \in K} i_{ak}, \sum_{k \in K} i_{rk} \right\rangle - \left\langle \sum_{k \in K} i_{ak}, i_r \right\rangle \\ &= \left\langle \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} v_k, \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \hat{v}_k \right\rangle - \left\langle \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} v_k, \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v} \right\rangle \\ &= \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \underbrace{\langle v_k, \hat{v}_k \rangle}_0 - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} \underbrace{\langle v_k, \hat{v} \rangle}_0 = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

11. Ortogonalidade entre corrente ativa dispersa e corrente gerada:

$$\begin{aligned}
 \langle i_a^s, i_g \rangle &= \langle i_a^s, i_v - i_a^s - i_r^s \rangle = \langle i_a^s, i_v \rangle - \underbrace{\langle i_a^s, i_a^s \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_a^s, i_r^s \rangle}_0 \\
 &= \langle i_a^s, i - i_a - i_r \rangle - \langle i_a^s, \sum_{k \in K} i_{ak} - i_a \rangle - 0 \\
 &= \langle i_a^s, i \rangle - \underbrace{\langle i_a^s, i_a \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_a^s, i_r \rangle}_0 - \langle i_a^s, \sum_{k \in K} i_{ak} \rangle - \underbrace{\langle i_a^s, i_a \rangle}_0 \\
 &= \langle \sum_{k \in K} i_{ak} - i_a, i \rangle - 0 - 0 - \langle \sum_{k \in K} i_{ak} - i_a, \sum_{k \in K} i_{ak} \rangle - 0 \\
 &= \langle \sum_{k \in K} i_{ak}, i \rangle - \langle i_a, i \rangle - \langle \sum_{k \in K} i_{ak}, \sum_{k \in K} i_{ak} \rangle - \langle i_a, \sum_{k \in K} i_{ak} \rangle \\
 &= \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} \langle v_k, i \rangle - \frac{P}{V^2} \langle v, i \rangle - \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} \langle v_k, v_k \rangle - \frac{P}{V^2} \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} \langle v, v_k \rangle \\
 &= \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} \left[\sum_{k \in K} P_k - \frac{P}{V^2} V^2 \right] - \frac{P}{V^2} \left[P - \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} V_k^2 \right] \\
 &= \sum_{k \in K} \frac{P_k}{V_k^2} \left[\sum_{k \in K} P_k - P \right] - \frac{P}{V^2} \left[P - \sum_{k \in K} P_k \right] = 0
 \end{aligned} \tag{D.11}$$

12. Ortogonalidade entre as correntes reativa dispersa e a corrente gerada:

$$\begin{aligned}
 \langle i_r^s, i_g \rangle &= \langle i_r^s, i_v - i_a^s - i_r^s \rangle = \langle i_r^s, i_v \rangle - \underbrace{\langle i_r^s, i_a^s \rangle}_0 - \langle i_r^s, i_r^s \rangle \\
 &= \langle i_r^s, i - i_a - i_r \rangle - 0 - \langle i_r^s, \sum_{k \in K} i_{rk} - i_r \rangle \\
 &= \langle i_r^s, i \rangle - \underbrace{\langle i_r^s, i_a \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_r^s, i_r \rangle}_0 - \langle i_r^s, \sum_{k \in K} i_{rk} \rangle - \underbrace{\langle i_r^s, i_r \rangle}_0 \\
 &= \langle \sum_{k \in K} i_{rk} - i_r, i \rangle - 0 - 0 - \langle \sum_{k \in K} i_{rk} - i_r, \sum_{k \in K} i_{rk} \rangle - 0 \\
 &= \langle \sum_{k \in K} i_{rk}, i \rangle - \langle i_r, i \rangle - \langle \sum_{k \in K} i_{rk}, \sum_{k \in K} i_{rk} \rangle - \langle i_r, \sum_{k \in K} i_{rk} \rangle \\
 &= \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \langle \hat{v}_k, i \rangle - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \langle \hat{v}, i \rangle - \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \langle \hat{v}_k, \hat{v}_k \rangle \\
 &\quad - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{V}_k^2} \langle \hat{v}, \hat{v}_k \rangle
 \end{aligned} \tag{D.12}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{v}_k^2} \left[\sum_{k \in K} W_{rk} - \frac{W_r}{\hat{v}^2} \hat{v}^2 \right] - \frac{W_r}{\hat{v}^2} \left[W_r - \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{v}_k^2} \hat{v}_k^2 \right] \\ &= \sum_{k \in K} \frac{W_{rk}}{\hat{v}_k^2} \left[\sum_{k \in K} W_{rk} - W_r \right] - \frac{W_r}{\hat{v}^2} \left[W_r - \sum_{k \in K} W_{rk} \right] = 0 \end{aligned}$$

Apêndice E

Ortogonalidade das componentes das correntes em circuitos polifásicos

1. Ortogonalidade entre correntes ativa balanceada e reativa balanceada:

$$\langle \underline{i}_a^b, \underline{i}_r^b \rangle = \left\langle \frac{P}{V^2} \underline{v}, \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{\underline{v}} \right\rangle = \frac{P}{V^2} \frac{W_r}{\hat{V}^2} \underbrace{\langle \underline{v}, \hat{\underline{v}} \rangle}_0 = 0 \quad (\text{E.1})$$

2. Ortogonalidade entre correntes ativa balanceada e ativa desbalanceada:

$$\begin{aligned} \langle \underline{i}_a^b, \underline{i}_a^u \rangle &= \left\langle \frac{P}{V^2} \underline{v}, \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \underline{v} \right\rangle = \frac{P}{V^2} \left(\sum_{\mu=a}^m \frac{P_\mu}{V_\mu^2} \langle \underline{v}, \underline{v} \rangle - \frac{P}{V^2} \langle \underline{v}, \underline{v} \rangle \right) \\ &= \frac{P}{V^2} \left(\frac{P}{V^2} V^2 - \frac{P}{V^2} V^2 \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

3. Ortogonalidade entre corrente ativa balanceada e corrente reativa desbalanceada:

$$\langle \underline{i}_a^b, \underline{i}_r^u \rangle = \left\langle \frac{P}{V^2} \underline{v}, \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \hat{\underline{v}} \right\rangle = \frac{P}{V^2} \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \underbrace{\langle \underline{v}, \hat{\underline{v}} \rangle}_0 = 0 \quad (\text{E.3})$$

4. Ortogonalidade entre corrente ativa balanceada e corrente ativa dispersa:

$$\begin{aligned} \langle \underline{i}_{a\mu}^b, \underline{i}_{a\mu}^s \rangle &= \langle \underline{i}_{a\mu}^b, \sum_{k \in K} i_{a\mu k} - i_{a\mu} \rangle = \left\langle \frac{P}{V^2} v_\mu, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} v_\mu \right\rangle \\ &= \frac{P}{V^2} \left[\langle v_\mu, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} \rangle - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} \langle v_\mu, v_\mu \rangle \right] = \frac{P}{V^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{P_{nk}}{V_{nk}^2} \langle v_\mu, v_{\mu k} \rangle - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} V_\mu^2 \right] \\ &= \frac{P}{V^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} V_{k\mu}^2 - P_\mu \right] = \frac{P}{V^2} \left[\sum_{k \in K} P_{\mu k} - P_\mu \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

$$\langle \underline{i}_a^b, \underline{i}_a^s \rangle = 0$$

5. Ortogonalidade entre corrente ativa balanceada e corrente reativa dispersa:

$$\langle \underline{i}_{a\mu}^b, \underline{i}_{r\mu}^s \rangle = \langle \underline{i}_{a\mu}^b, \sum_{k \in K} i_{r\mu k} - i_{r\mu} \rangle = \left\langle \frac{P}{V^2} v_\mu, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu \right\rangle \quad (\text{E.5})$$

$$= \frac{P}{V^2} \left[\langle v_\mu, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_{\mu k} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \underbrace{\langle v_\mu, \hat{v}_\mu \rangle}_0 \right] = \frac{P}{V^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_\mu^2} \underbrace{\langle v_\mu, \hat{v}_{\mu k} \rangle}_0 - 0 \right] = 0$$

$$\langle \underline{i}_a^b, \underline{i}_r^s \rangle = 0$$

6. Ortogonalidade entre corrente ativa balanceada e corrente gerada:

$$\begin{aligned} \langle i_{a\mu}^b, i_{g\mu} \rangle &= \langle i_{a\mu}^b, i_\mu - i_{a\mu} - i_{r\mu} - i_{a\mu}^s - i_{r\mu}^s \rangle \\ &= \langle i_{a\mu}^b, i_\mu \rangle - \langle i_{a\mu}^b, i_{a\mu} \rangle - \langle i_{a\mu}^b, i_{r\mu} \rangle - \underbrace{\langle i_{a\mu}^b, i_{a\mu}^s \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_{a\mu}^b, i_{r\mu}^s \rangle}_0 \\ &= \frac{P}{V^2} [\langle v_\mu, i_\mu \rangle - \langle v_\mu, i_{a\mu} \rangle - \langle v_\mu, i_{r\mu} \rangle] - 0 - 0 \\ &= \frac{P}{V^2} \left[P_\mu - P_\mu - \langle v_\mu, \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu \rangle \right] = \frac{P}{V^2} \left[0 - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \underbrace{\langle v_\mu, \hat{v}_\mu \rangle}_0 \right] = 0 \end{aligned} \quad (E.6)$$

$$\langle \underline{i}_a^b, \underline{i}_g \rangle = 0$$

7. Ortogonalidade entre corrente reativa balanceada e corrente ativa desbalanceada:

$$\langle \underline{i}_r^b, \underline{i}_a^u \rangle = \langle \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v}, \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \underline{v} \rangle = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \langle \hat{v}, \underline{v} \rangle = 0 \quad (E.7)$$

8. Ortogonalidade entre corrente reativa balanceada e corrente reativa desbalanceada:

$$\begin{aligned} \langle \underline{i}_r^b, \underline{i}_r^u \rangle &= \langle \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v}, \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \hat{v} \rangle = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left(\sum_{\mu=1}^N \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \langle \hat{v}, \hat{v} \rangle - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \langle \hat{v}, \hat{v} \rangle \right) \\ &= \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left(\frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{V}^2 - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{V}^2 \right) = 0 \end{aligned} \quad (E.8)$$

9. Ortogonalidade entre corrente reativa balanceada e corrente ativa dispersa:

$$\begin{aligned} \langle i_{r\mu}^b, i_{a\mu}^s \rangle &= \langle i_{r\mu}^b, \sum_{k \in K} i_{a\mu k} - i_{a\mu} \rangle = \langle \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v}_\mu, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} v_\mu \rangle \\ &= \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\langle \hat{v}_\mu, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} \rangle - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} \underbrace{\langle \hat{v}_\mu, v_\mu \rangle}_0 \right] = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \underbrace{\langle \hat{v}_\mu, v_{\mu k} \rangle}_0 - 0 \right] = 0 \end{aligned} \quad (E.9)$$

$$\langle \underline{i}_r^b, \underline{i}_a^s \rangle = 0$$

10. Ortogonalidade entre corrente reativa balanceada e corrente reativa:

$$\langle i_{r\mu}^b, i_{r\mu}^s \rangle = \langle i_{r\mu}^b, \sum_{k \in K} i_{r\mu k} - i_{r\mu} \rangle = \langle \frac{W_r}{\hat{V}^2} \hat{v}_\mu, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu \rangle \quad (E.10)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\langle \hat{v}_\mu, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \langle \hat{v}_\mu, \hat{v}_\mu \rangle \right] = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \langle \hat{v}_\mu, \hat{v}_\mu \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{V}_\mu^2 \right] \\
 &= \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{V}_{\mu k}^2 - W_{r\mu} \right] = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[\sum_{k \in K} W_{r\mu k} - W_{r\mu} \right] = 0 \\
 &\langle \underline{i}_r^b, \underline{i}_r^s \rangle = 0
 \end{aligned}$$

11. Ortogonalidade entre corrente reativa balanceada e corrente gerada:

$$\begin{aligned}
 \langle i_{r\mu}^b, i_{g\mu} \rangle &= \langle i_{r\mu}^b, i_\mu - i_{a\mu} - i_{r\mu} - i_{a\mu}^s - i_{r\mu}^s \rangle \\
 &= \langle i_{r\mu}^b, i_\mu \rangle - \langle i_{r\mu}^b, i_{a\mu} \rangle - \langle i_{r\mu}^b, i_{r\mu} \rangle - \underbrace{\langle i_{r\mu}^b, i_{a\mu}^s \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_{r\mu}^b, i_{r\mu}^s \rangle}_0 \\
 &= \frac{W_r}{\hat{V}^2} [\langle \hat{v}_\mu, i_\mu \rangle - \langle \hat{v}_\mu, i_{a\mu} \rangle - \langle \hat{v}_\mu, i_{r\mu} \rangle] - 0 - 0 \\
 &= \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[W_{r\mu} - W_{r\mu} - \langle v_\mu, \frac{P_\mu}{V_\mu^2} v_\mu \rangle \right] = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \left[0 - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} \underbrace{\langle \hat{v}_\mu, v_\mu \rangle}_0 \right] = 0 \\
 &\langle \underline{i}_r^b, \underline{i}_g \rangle = 0
 \end{aligned} \tag{E.11}$$

12. Ortogonalidade entre corrente ativa desbalanceada e corrente reativa desbalanceada:

$$\begin{aligned}
 \langle \underline{i}_a^u, \underline{i}_r^u \rangle &= \left\langle \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) v_\mu, \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \hat{v}_\mu \right\rangle \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \underbrace{\langle v_\mu, \hat{v}_\mu \rangle}_0 = 0
 \end{aligned} \tag{E.12}$$

13. Ortogonalidade entre corrente ativa desbalanceada e corrente ativa dispersa:

$$\begin{aligned}
 \langle i_{a\mu}^u, i_{a\mu}^s \rangle &= \langle i_{a\mu}^u, \sum_{k \in K} i_{a\mu k} - i_{a\mu} \rangle = \left\langle \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) v_\mu, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} v_\mu \right\rangle \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \left[\langle v_\mu, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} \rangle - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} \langle v_\mu, v_\mu \rangle \right] \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \left[\sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \langle v_\mu, v_{\mu k} \rangle - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} V_\mu^2 \right] \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \left[\sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} V_{\mu k}^2 - P_\mu \right] = \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \left[\sum_{k \in K} P_{\mu k} - P_\mu \right] = 0 \\
 &\langle \underline{i}_a^u, \underline{i}_a^s \rangle = 0
 \end{aligned} \tag{E.13}$$

14. Ortogonalidade entre corrente ativa desbalanceada e corrente reativa dispersa:

$$\begin{aligned}
 \langle i_{a\mu}^u, i_{r\mu}^s \rangle &= \langle i_{a\mu}^u, \sum_{k \in K} i_{r\mu k} - i_{r\mu} \rangle = \left\langle \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) v_\mu, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu \right\rangle \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \left[\langle v_\mu, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \underbrace{\langle v_\mu, \hat{v}_\mu \rangle}_0 \right] \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \underbrace{\langle v_\mu, \hat{v}_{\mu k} \rangle}_0 - 0 \right] = 0 \\
 \langle \underline{i}_a^u, \underline{i}_r^s \rangle &= 0
 \end{aligned} \tag{E.14}$$

15. Ortogonalidade entre corrente ativa desbalanceada e corrente gerada:

$$\begin{aligned}
 \langle i_{a\mu}^u, i_{g\mu} \rangle &= \langle i_{a\mu}^u, i_\mu - i_{a\mu} - i_{r\mu} - i_{a\mu}^s - i_{r\mu}^s \rangle \\
 &= \langle i_{a\mu}^u, i_\mu \rangle - \langle i_{a\mu}^u, i_{a\mu} \rangle - \langle i_{a\mu}^u, i_{r\mu} \rangle - \underbrace{\langle i_{a\mu}^u, i_{a\mu}^s \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_{a\mu}^u, i_{r\mu}^s \rangle}_0 \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) [\langle v_\mu, i_\mu \rangle - \langle v_\mu, i_{a\mu} \rangle - \langle v_\mu, i_{r\mu} \rangle] - 0 - 0 \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \left[P_\mu - P_\mu - \langle v_\mu, \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu \rangle \right] = \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{P_\mu}{V_\mu^2} - \frac{P}{V^2} \right) \left[0 - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \underbrace{\langle v_\mu, \hat{v}_\mu \rangle}_0 \right] = 0 \\
 \langle \underline{i}_a^u, \underline{i}_g \rangle &= 0
 \end{aligned} \tag{E.15}$$

16. Ortogonalidade entre corrente reativa desbalanceada e corrente ativa dispersa:

$$\begin{aligned}
 \langle i_{r\mu}^u, i_{a\mu}^s \rangle &= \langle i_{r\mu}^u, \sum_{k \in K} i_{a\mu k} - i_{a\mu} \rangle = \left\langle \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{V^2} \right) \hat{v}_\mu, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} v_\mu \right\rangle \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{V^2} \right) \left[\langle \hat{v}_\mu, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} \rangle - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} \underbrace{\langle \hat{v}_\mu, v_\mu \rangle}_0 \right] \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{V^2} \right) \left[\sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \underbrace{\langle \hat{v}_\mu, v_{\mu k} \rangle}_0 - 0 \right] = 0 \\
 \langle \underline{i}_r^u, \underline{i}_a^s \rangle &= 0
 \end{aligned} \tag{E.16}$$

17. Ortogonalidade entre corrente reativa desbalanceada e corrente reativa dispersa:

$$\begin{aligned}
 \langle i_{r\mu}^u, i_{r\mu}^s \rangle &= \langle i_{r\mu}^u, \sum_{k \in K} i_{r\mu k} - i_{r\mu} \rangle = \left\langle \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \hat{v}_\mu, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu \right\rangle \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \left[\langle \hat{v}_\mu, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \langle \hat{v}_\mu, \hat{v}_\mu \rangle \right] \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \langle \hat{v}_\mu, \hat{v}_\mu \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} V_\mu^2 \right] \quad (E.17) \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{V}_{\mu k}^2 - W_{r\mu} \right] = \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \left[\sum_{k \in K} W_{r\mu k} - W_{r\mu} \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\langle \underline{i}_r^u, \underline{i}_r^s \rangle = 0$$

18. Ortogonalidade entre corrente reativa desbalanceada e corrente gerada

$$\begin{aligned}
 \langle i_{r\mu}^u, i_{g\mu} \rangle &= \langle i_{r\mu}^u, i_\mu - i_{a\mu} - i_{r\mu} - i_{a\mu}^s - i_{r\mu}^s \rangle \\
 &= \langle i_{r\mu}^u, i_\mu \rangle - \langle i_{r\mu}^u, i_{a\mu} \rangle - \langle i_{r\mu}^u, i_{r\mu} \rangle - \underbrace{\langle i_{r\mu}^u, i_{a\mu}^s \rangle}_0 - \underbrace{\langle i_{r\mu}^u, i_{r\mu}^s \rangle}_0 \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) [\langle \hat{v}_\mu, i_\mu \rangle - \langle \hat{v}_\mu, i_{a\mu} \rangle - \langle \hat{v}_\mu, i_{r\mu} \rangle] - 0 - 0 \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \left[W_{r\mu} - W_{r\mu} - \langle \hat{v}_\mu, \frac{P_\mu}{V_\mu^2} v_\mu \rangle \right] \quad (E.18) \\
 &= \sum_{\mu=a}^m \left(\frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} - \frac{W_r}{\hat{V}^2} \right) \left[0 - \frac{P_\mu}{V_\mu^2} \underbrace{\langle \hat{v}_\mu, v_\mu \rangle}_0 \right] = 0 \\
 \langle \underline{i}_r^u, \underline{i}_g \rangle &= 0
 \end{aligned}$$

19. Ortogonalidade entre corrente ativa dispersa e corrente reativa dispersa:

$$\langle i_{a\mu}^s, i_{r\mu}^s \rangle = \left\langle \sum_{k \in K} i_{a\mu k} - i_{a\mu}, i_{r\mu}^s \right\rangle = \left\langle \sum_{k \in K} i_{a\mu k}, i_{r\mu}^s \right\rangle - \langle i_{a\mu}, i_{r\mu}^s \rangle \quad (E.19)$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\langle \sum_{k \in K} i_{a\mu k}, \sum_{k \in K} i_{r\mu k} - i_{r\mu} \right\rangle - \langle i_{a\mu}, \sum_{k \in K} i_{r\mu k} - i_{r\mu} \rangle \\
 &= \left\langle \sum_{k \in K} i_{a\mu k}, \sum_{k \in K} i_{r\mu k} \right\rangle - \left\langle \sum_{k \in K} i_{a\mu k}, i_{r\mu} \right\rangle - \langle i_{a\mu}, \sum_{k \in K} i_{r\mu k} \rangle \\
 &\quad - \langle i_{a\mu}, i_{r\mu} \rangle \\
 &= \left\langle \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k}, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} \right\rangle - \left\langle \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k}, \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu} \right\rangle \\
 &\quad - \left\langle \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu}, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} \right\rangle - \left\langle \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu}, \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu} \right\rangle \\
 &= \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \underbrace{\langle v_{\mu k}, \hat{v}_{\mu k} \rangle}_0 - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \underbrace{\langle v_{\mu k}, \hat{v}_{\mu} \rangle}_0 \\
 &\quad - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \underbrace{\langle v_{\mu}, \hat{v}_{\mu k} \rangle}_0 - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \underbrace{\langle v_{\mu}, \hat{v}_{\mu} \rangle}_0 = 0 \\
 &\quad \langle \underline{i}_a^s, \underline{i}_r^s \rangle = 0
 \end{aligned}$$

20. Ortogonalidade entre corrente ativa dispersa e corrente gerada:

$$\begin{aligned}
 \langle i_{a\mu}^s, i_{g\mu} \rangle &= \langle i_{a\mu}^s, i_{\mu} - i_{a\mu} - i_{r\mu} - i_{a\mu}^s - i_{r\mu}^s \rangle \\
 &= \langle i_{a\mu}^s, i_{\mu} \rangle - \langle i_{a\mu}^s, i_{a\mu} \rangle - \langle i_{a\mu}^s, i_{r\mu} \rangle - \langle i_{a\mu}^s, i_{a\mu}^s \rangle - \underbrace{\langle i_{a\mu}^s, i_{r\mu}^s \rangle}_0 \\
 &= \left\langle \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu}, i_{\mu} \right\rangle - \left\langle \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu}, i_{a\mu} \right\rangle \\
 &\quad - \left\langle \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu}, i_{r\mu} \right\rangle - \left\langle \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu}, i_{a\mu}^s \right\rangle \\
 &= \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \langle v_{\mu k}, i_{\mu} \rangle - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \langle v_{\mu}, i_{\mu} \rangle - \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \langle v_{\mu k}, i_{a\mu} \rangle - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \langle v_{\mu}, i_{a\mu} \rangle \\
 &\quad - \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \langle v_{\mu k}, i_{r\mu} \rangle - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \langle v_{\mu}, i_{r\mu} \rangle - \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \langle v_{\mu k}, i_{a\mu}^s \rangle - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \langle v_{\mu}, i_{a\mu}^s \rangle \\
 &= \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} [\langle v_{\mu k}, i_{\mu} \rangle - \langle v_{\mu k}, i_{a\mu} \rangle] - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} [\langle v_{\mu}, i_{\mu} \rangle - \langle v_{\mu}, i_{a\mu} \rangle] \\
 &\quad - \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \langle v_{\mu k}, \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu} \rangle - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \langle v_{\mu}, \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu} \rangle \\
 &\quad - \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \langle v_{\mu k}, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu} \rangle - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \langle v_{\mu}, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu} \rangle
 \end{aligned} \tag{E.20}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} [P_{\mu k} - P_{\mu k}] - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} [P_{\mu} - P_{\mu}] - \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k} W_{r\mu}}{V_{\mu k}^2 \hat{V}_{\mu}^2} \underbrace{\langle v_{\mu k}, \hat{v}_{\mu} \rangle}_0 \\
&\quad - \frac{P_{\mu} W_{r\mu}}{V_{\mu}^2 \hat{V}_{\mu}^2} \underbrace{\langle v_{\mu}, \hat{v}_{\mu} \rangle}_0 - \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \left[\langle v_{\mu k}, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} \rangle - \langle v_{\mu k}, \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu} \rangle \right] \\
&\quad - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \left[\langle v_{\mu}, \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} v_{\mu k} \rangle - \langle v_{\mu}, \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu} \rangle \right] \\
&= 0 - 0 - 0 - 0 - \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \langle v_{\mu k}, v_{\mu k} \rangle - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \langle v_{\mu k}, v_{\mu} \rangle \right] \\
&\quad - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \langle v_{\mu}, v_{\mu k} \rangle - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \langle v_{\mu}, v_{\mu} \rangle \right] \\
&= - \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} V_{\mu k}^2 - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} V_{\mu}^2 \right] - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} V_{\mu k}^2 - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} V_{\mu}^2 \right] \\
&= - \sum_{k \in K} \frac{P_{\mu k}}{V_{\mu k}^2} \left[\sum_{k \in K} P_{\mu k} - P_{\mu} \right] - \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \left[\sum_{k \in K} P_{\mu k} - P_{\mu} \right] = 0 \\
&\quad \langle \underline{i}_a^s, \underline{i}_g \rangle = 0
\end{aligned}$$

21. Ortogonalidade entre corrente reativa dispersa e corrente gerada:

$$\begin{aligned}
\langle i_{r\mu}^s, i_{g\mu} \rangle &= \langle i_{r\mu}^s, i_{\mu} - i_{a\mu} - i_{r\mu} - i_{a\mu}^s - i_{r\mu}^s \rangle \\
&= \langle i_{r\mu}^s, i_{\mu} \rangle - \langle i_{r\mu}^s, i_{a\mu} \rangle - \langle i_{r\mu}^s, i_{r\mu} \rangle - \underbrace{\langle i_{r\mu}^s, i_{a\mu}^s \rangle}_0 - \langle i_{r\mu}^s, i_{r\mu}^s \rangle \\
&= \left\langle \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu}, i_{\mu} \right\rangle - \left\langle \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu}, i_{a\mu} \right\rangle \\
&\quad - \left\langle \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu}, i_{r\mu} \right\rangle - \left\langle \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu}, i_{r\mu}^s \right\rangle \quad (E.21) \\
&= \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \langle \hat{v}_{\mu k}, i_{\mu} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \langle \hat{v}_{\mu}, i_{\mu} \rangle - \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \langle \hat{v}_{\mu k}, i_{a\mu} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \langle \hat{v}_{\mu}, i_{a\mu} \rangle \\
&\quad - \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \langle \hat{v}_{\mu k}, i_{r\mu} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \langle \hat{v}_{\mu}, i_{r\mu} \rangle - \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \langle \hat{v}_{\mu k}, i_{r\mu}^s \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \langle \hat{v}_{\mu}, i_{r\mu}^s \rangle
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} [\langle \hat{v}_{\mu k}, i_{\mu} \rangle - \langle \hat{v}_{\mu k}, i_{r\mu} \rangle] - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} [\langle \hat{v}_{\mu}, i_{\mu} \rangle - \langle \hat{v}_{\mu}, i_{r\mu} \rangle] \\
 &\quad - \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \langle \hat{v}_{\mu k}, \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \langle \hat{v}_{\mu}, \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} v_{\mu} \rangle \\
 &- \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \langle \hat{v}_{\mu k}, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \langle \hat{v}_{\mu}, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu} \rangle \\
 &= \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} [W_{r\mu k} - W_{r\mu k}] - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} [W_{r\mu} - W_{r\mu}] - \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \underbrace{\langle \hat{v}_{\mu k}, v_{\mu} \rangle}_0 \\
 &\quad - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2} \underbrace{\langle \hat{v}_{\mu}, v_{\mu} \rangle}_0 - \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \left[\langle \hat{v}_{\mu k}, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} \rangle - \langle \hat{v}_{\mu k}, \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu} \rangle \right] \\
 &\quad - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \left[\langle \hat{v}_{\mu}, \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{v}_{\mu k} \rangle - \langle \hat{v}_{\mu}, \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{v}_{\mu} \rangle \right] \\
 &= 0 - 0 - 0 - 0 - \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \langle \hat{v}_{\mu k}, \hat{v}_{\mu k} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \langle \hat{v}_{\mu k}, \hat{v}_{\mu} \rangle \right] \\
 &\quad - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \langle \hat{v}_{\mu}, \hat{v}_{\mu k} \rangle - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \langle \hat{v}_{\mu}, \hat{v}_{\mu} \rangle \right] \\
 &= - \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{V}_{\mu k}^2 - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{V}_{\mu}^2 \right] - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \left[\sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \hat{V}_{\mu k}^2 - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \hat{V}_{\mu}^2 \right] \\
 &= - \sum_{k \in K} \frac{W_{r\mu k}}{\hat{V}_{\mu k}^2} \left[\sum_{k \in K} W_{r\mu k} - W_{r\mu} \right] - \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_{\mu}^2} \left[\sum_{k \in K} W_{r\mu k} - W_{r\mu} \right] = 0 \\
 &\quad \langle \underline{i}_r, \underline{i}_g \rangle = 0
 \end{aligned}$$

Apêndice F

Relação entre a potência de desbalanço fundamental e as reatividades

No caso de variáveis senoidais, as componentes fundamentais de sequência positiva das tensões e sua integral imparcial podem ser expressadas por:

$$\underline{v}_f^p = \sqrt{2}V_f^p \begin{vmatrix} \cos(\vartheta) \\ \cos(\vartheta - 2\pi/3) \\ \cos(\vartheta - 4\pi/3) \end{vmatrix}; \quad \underline{\hat{v}}_f^p = \sqrt{2}\frac{V_f^p}{\omega} \begin{vmatrix} \text{sen}(\vartheta) \\ \text{sen}(\vartheta - 2\pi/3) \\ \text{sen}(\vartheta - 4\pi/3) \end{vmatrix} \quad (\text{F.1})$$

onde $\vartheta = \omega t + \alpha^p$ e $\omega = 2\pi f$.

Simplificando os termos \hat{v}_{fb}^p e \hat{v}_{fc}^p de (F.1) temos:

$$\begin{aligned} \hat{v}_{fb}^p &= \frac{\sqrt{2}}{\omega} V_f^p \left(\text{sen } \vartheta \cos \frac{2\pi}{3} - \text{sen } \frac{2\pi}{3} \cos \vartheta \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2\omega} V_f^p (\text{sen } \vartheta + \sqrt{3} \cos \vartheta) \\ \hat{v}_{fc}^p &= \frac{\sqrt{2}}{\omega} V_f^p \left(\text{sen } \vartheta \cos \frac{2\pi}{3} + \text{sen } \frac{2\pi}{3} \cos \vartheta \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2\omega} V_f^p (\text{sen } \vartheta - \sqrt{3} \cos \vartheta) \end{aligned} \quad (\text{F.2})$$

Equacionando agora o termo w_r^n em (5.20) temos:

$$w_r^n = -\frac{1}{\omega} U_f^n \text{sen}(2\vartheta - \varphi^n) = -\frac{1}{\omega} U_f^n [\text{sen } 2\vartheta \cos \varphi^n - \text{sen } \varphi^n \cos 2\vartheta]$$

E finalmente:

$$w_r^n = -\frac{1}{\omega} U_f^n [2\text{sen } \vartheta \cos \vartheta \cos \varphi^n - \text{sen } \varphi^n (1 - 2 \text{sen}^2 \vartheta)] \quad (\text{F.3})$$

De acordo com (5.42) a energia reativa vale:

$$w_{rB}^n = -B_{bc} \left(\hat{u}_{fa}^p{}^2 + 2\hat{u}_{fb}^p \hat{u}_{fc}^p \right) - B_{ab} \left(\hat{u}_{fc}^p{}^2 + 2\hat{u}_{fa}^p \hat{u}_{fb}^p \right) \quad (\text{F.4})$$

Equacionando (F.3) com (F.4) temos:

$$\begin{aligned} w_{rB}^n &= - \left[B_{bc} \left(\frac{2V_f^{p2}}{\omega^2} \text{sen } \vartheta^2 + \frac{V_f^{p2}}{\omega^2} (\text{sen } \vartheta^2 - 3 \cos \vartheta^2) \right) \right. \\ &\quad \left. + B_{ab} \left(\frac{V_f^{p2}}{2\omega^2} (\text{sen } \vartheta - \sqrt{3} \cos \vartheta)^2 - \frac{V_f^{p2}}{\omega^2} \text{sen } \vartheta (\text{sen } \vartheta + \sqrt{3} \cos \vartheta) \right) \right] \end{aligned}$$

$$= -\frac{V_f^{p2}}{\omega^2} \left[B_{bc}(3 \operatorname{sen} \vartheta^2 - 3 \operatorname{cos} \vartheta^2) + B_{12} \left(-\frac{3}{2} \operatorname{sen} \vartheta^2 + \frac{3}{2} \operatorname{cos} \vartheta^2 - 3\sqrt{3} \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{cos} \vartheta \right) \right]$$

$$w_{rB}^n = -\frac{3V_f^{p2}}{\omega^2} \left[B_{bc}(2 \operatorname{sen} \vartheta^2 - 1) + B_{ab} \left(\frac{1}{2} (1 - 2 \operatorname{sen} \vartheta^2) - \sqrt{3} \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{cos} \vartheta \right) \right]$$

E finalmente:

$$w_B^n = -\frac{3V_f^{p2}}{\omega^2} \left[(1 - 2 \operatorname{sen} \vartheta^2) \left(\frac{B_{ab}}{2} - B_{bc} \right) - B_{ab} \sqrt{3} \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{cos} \vartheta \right] \quad (\text{F.5})$$

Comparando agora (F.3) com (F.5) temos:

$$-\frac{1}{\omega} U_f^n 2 \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{cos} \vartheta \operatorname{cos} \varphi^n = -\frac{3V_f^{p2}}{\omega^2} [-B_{ab} \sqrt{3} \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{cos} \vartheta] \quad (\text{F.6})$$

$$U_f^n \operatorname{cos} \varphi^n = -\frac{3\sqrt{3}V_f^{p2}}{2\omega} B_{ab}$$

e

$$-\frac{1}{\omega} U_f^n [-\operatorname{sen} \varphi^n (1 - 2 \operatorname{sen}^2 \vartheta)] = -\frac{3V_f^{p2}}{\omega^2} \left[(1 - 2 \operatorname{sen} \vartheta^2) \left(\frac{B_{ab}}{2} - B_{bc} \right) \right] \quad (\text{F.7})$$

$$U_f^n \operatorname{sen} \varphi^n = \frac{3V_f^{p2}}{2\omega} (2B_{bc} - B_{ab})$$

Referências Bibliográficas

- [1] C. Marnay, H. Asano, S. Papathanassiou, G. Strbac, "Policymaking for Microgrids: Economic and Regulatory Issues of Microgrid Implementation," *IEEE Power & Energy Magazine*, pp. 66-77, May/June 2008.
- [2] G. Venkataramann, C. Marnay, "A Large Role for Microgrids, Are Microgrids a Viable Paradigm for Electricity Supply Expansion?," *IEEE power & Energy Magazine*, pp. 78-82, May/June 2008.
- [3] A. Monti, F. Ponci, A. Benigni and J. Liu, "Distributed Intelligence for Smart Grid Control," *Przeegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 86, no. 6, pp. 38-47, 2010.
- [4] E. Barklund, N. Pogaku, M. Prodanovic, C. Hernandez-Aramburo, T. C. Green, "Energy Management in Autonomous Microgrid Using Stability-Constrained Droop Control of Inverters," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 23, no. 5, pp. 2346-2352, September 2008.
- [5] Y. W. Li, C.-N. Kao , "An Accurate Power Control Strategy for Power-Electronics-Interfaced Distributed Generation Units Operating in a Low-Voltage Multibus Microgrid," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 24, no. 12, pp. 2977-2988, December 2009.
- [6] Venturebeat Interpreting Innovation. (2011, Março) How secure is the smart grid. [Online]. <http://venturebeat.com/2011/02/01/how-secure-is-the-smart-grid/>
- [7] Carlo Muscas, "Power Quality Monitoring in Modern Electric Distribution Systems," *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, pp. 19-27, October 2010.
- [8] P.Tenti, P.Mattavelli, "A Time-Domain Approach to Power Term Definitions under Non-Sinusoidal Conditions," *L'Energia Elettrica*, vol. 81, p. 75.84, 2004.
- [9] P. Tenti, P. Mattavelli, E. Tedeschi, "Compensation Techniques Based on Reactive Power Conservation," *Electrical Power Quality and Utilization*, vol. XIII, no. 1, pp. 17-24, 2007.
- [10] E. Tedeschi, P.Tenti, "Cooperative Design and Control of Distributed Harmonic and Reactive Compensators," *Przeegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 84, no. 6, pp. 23-27, June 2008.
- [11] E.Tedeschi, P.Tenti, P.Mattavelli, D.Trombetti, "Cooperative Control of Electronic Power Processors in Micro-grid," *Brasilian Transactions on Power Electronics*, vol. 14, no. 4, pp. 241-249, 2009.
- [12] P. Tenti, P. Mattavelli and H. K. Morales P., "Conservative Power Theory, Sequence Components and Accountability in Smart Grids," *Przeegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 86, no. 6, pp. 30-37, June 2010.
- [13] I. M. Nejdawi, A. E. Emanuel, D. J. Pileggi, M. J. Corridori, R. D. Archambeault, "Harmonics Trend in NE USA: A Preliminary Survey," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, no. 4, pp. 1488-1494, October 1999.
- [14] Union of the Electricity Industry - EURELECTRIC, Power Quality in European Electricity Supply Networks - 1st Edition, February 2002.
- [15] Union of the Electricity Industry – EURELECTRIC, Power Quality in European Electricity

- Supply Networks - 2nd Edition, November 2003.
- [16] J. C. Maxwell, "A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field," *Phil. Trans. of the Royal Society London*, vol. 155, pp. 459-512, 1865.
- [17] C. L. Sulzberger, "History, Triumph of AC from Pearl Street to Niagara," *IEEE Power & Energy Magazine*, pp. 64-67, may/june 2003.
- [18] C. L. Sulzberger, "History, Triumph of AC, Part 2 the battle of the currents," *IEEE Power & Energy Magazine*, pp. 70-73, july/august 2003.
- [19] O. B. Shallenberger, "The Energy of Alternating Currents," *Electrical World*, vol. 3, pp. 114-115, March 1888.
- [20] C. P. Steinmetz, "Is there a phase displacement in AC electrical arcs? (In German)," *ETZ-A Elektrotech Zeitschrift*, pp. 567-568, 1892.
- [21] E. L. Owen, "A History of Harmonics in Power Systems," *IEEE Industry Applications Magazine*, pp. 6-12, January/February 1998.
- [22] A. E. Emanuel, "Harmonic in the Early of Electrical Engineering: A Brief Review of Events, People and Documents," in *IEEE - Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power - ICHQP.*, Orlando, 2000, pp. 1-7.
- [23] C. P. Steinmetz, *Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena*. New York: McGraw-Hill, 1897.
- [24] W. H. Pratt, "Power Factor in Polyphase Circuits : Preliminary Report of Special Joint Committee," *AIEE - American Institute of Electrical Engineers*, pp. 1491-1495, July 1920.
- [25] AIEE - C42, American Standard Definitions of Electrical Terms, 1941.
- [26] IEEE Std-100, Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms (Fourth Edition), 1988, New York.
- [27] IEEE Std-100, The New IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms (Fifth Edition), New York, 1992.
- [28] IEEE Std-100, The IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms (Six Edition), New York, 1996.
- [29] IEEE. Std-1459, Trial-Use Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal, Non-sinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions, 2000, (Full-Use August 2002).
- [30] IEEE 1459, IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal, Non-sinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions, 2010, (Revision of IEEE 1459-2000).
- [31] C. L. Fortescue, "Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks," *AIEE Transaction*, vol. 37, pp. 1027-1140, 1918.
- [32] Copyright by AIEE, "Power Factor in Polyphase Circuit: Preliminary Report of the Special Joint Committee," *AIEE Transactions*, pp. 1449-1520, july 1920.
- [33] W. V. Lyon, "Unbalanced Three-Phase Circuits," *Electrical World*, vol. 75, no. 23, pp. 1304-1308, june 1920.
- [34] W. V. Lyon, "Reactive Power and Unbalanced Circuits," *Electrical World*, vol. 75, no. 25, pp. 1417-1420, june 1920.
- [35] F. Buchholz, "Die Drehstrom-Scheinleistung bei Ungleichmassiger Belastung Der Drei

- Zweige," *Licht und Kraft* , no. 2, pp. 9-11, 1922.
- [36] C. I. Budeanu, "Puissances Reactives et Fictives," *Institute Romain de l.Energie*, no. 2, 1927.
- [37] C. I. Budeanu, "The Different Options and Conceptions Regarding Active Power in Non-sinusoidal Systems," *Instytut Romain de l'Energie*, no. 4, 1927.
- [38] L. S. Czarnecki, "What is Wrong with the Budeanu Concept of Reactive and Distortion Powers and why it Should be Abandoned," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-36, no. 3, pp. 834-837, 1987.
- [39] S. Fryze, "Moc, Rzeczywista, Urojona i Pozorna w Obwodach Elektrycznych o Przebiegach Odkształconych Prądu i Napięcia," *Przegląd Elektrotechniczny*, vol. XIII, no. 7 i 8, pp. 193-203 i 225-234, 1931.
- [40] S. Fryze, "Wirk-, Blind- und Scheinleistung in Elektrischen Stromkreisen mit Nichtsinusförmigem Verlauf von Strom und Spannung," *ETZ-A Elektrotech Zeitschrift*, vol. 53, no. 25, pp. pp. 596-599, 625-627, 700-702, 1932.
- [41] DIN 40110, Wechselstromgrößen: Entwurf, 1964.
- [42] DIN 40110 Teil 1, Wechselstromgrößen; Zweileiter-Stromkreise, 1994.
- [43] DIN 40110 Teil 2, Mehrleiter-Stromkreise., 2002.
- [44] M. Depenbrock, "Wirk- und Blindleistungen Periodischer Ströme in Ein- u. Mehrphasensystemen mit Periodischen Spannungen Beliebiger Kurvenform," *ETG Fachberichte*, no. 6, pp. 17-59, 1979.
- [45] M. Depenbrock, "The FBD-Method, a Generally Applicable Tool for Analyzing Power Relations," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no. 2, pp. 381-387, May. 1993.
- [46] A. E. Knowlton, "Reactive Power in Need of Clarification," *AIEE Transactions*, no. 52, pp. 744-747, 1933.
- [47] AIEE Special Subcommittee, "The Symposium on Reactive Power: Companion papers and discussions," *AIEE Transactions*, no. 52, pp. 744-805, 1933.
- [48] W. V. Lyon, "Reactive Power and Power Factor," *AIEE Transactions*, no. 52, pp. 763-770, 1933.
- [49] W. M. Goodhue, "Discussion in The Symposium on Reactive Power," *AIEE Transactions*, no. 52, p. 787, 1933.
- [50] H. L. Curtis and F. B. Silsbee, ""Definitions of Power and Related Quantities," *AIEE Transactions*, pp. 394-404, 1935.
- [51] F. Buchholz, "Das Begriffsystem Rechteistung, Wirkleistung, totale Blindleistung," *Selbstverlag München*, 1950.
- [52] M. Depenbrock, Investigation of the Voltage and Power Conditions at Converter Without Energy Storage, 1962, PhD thesis, Technical University of Hannover, Germany.
- [53] E. H. Watanabe, H. Akagi, and M. Aredes, "Instantaneous p-q Power Theory for Compensating Nonsinusoidal Systems," *Przegląd Elektrotechniczny*, no. 6, pp. 28-37, 2008.
- [54] H. Akagi, Y. Kanazawa and A. Nabae, "Generalized Theory of the Instantaneous Reactive Power in Three-Phase Circuits," in *IPEC – International Power Electronics Conference*, Tokyo, 1983, pp. 1375-1386.

- [55] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae, "Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices Without Energy Storage Components," *IEEE Trans. on Industrial Application*, vol. IA-20, no. 3, pp. 625-630, May/June 1984.
- [56] E. W. Kimbark, *Direct Current Transmission.*: John Wiley & Sons, 1971.
- [57] W. Shepherd and P. Zakikhani, "Suggested Definitions of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems," *IEE Proceedings*, vol. 9, no. 119, pp. 1361–1362, 1972.
- [58] D. Sharon, "Reactive-Power Definitions and Power Factor Improvement in Nonlinear Systems," *IEE Proceedings*, vol. 120, no. 6, pp. 704-706, June 1973.
- [59] N. L. Kusters, W. J. M. Moore, "On the Definition of Reactive Power Under Non-Sinusoidal Conditions," *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, no. 5, pp. 1845-1854, Sept-Oct. 1980.
- [60] C. H. Page, "Reactive Power in Nonsinusoidal Situations," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-29, no. 4, pp. 420-423, December 1980.
- [61] L. S. Czarnecki, "Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3-phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with a Nonsinusoidal Voltage Source," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. 1, no. 37, pp. 30–34, March 1988.
- [62] P. Filipski, "A New Approach to Reactive Current and Reactive Power Measurement in Nonsinusoidal Systems," *Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-29, no. 4, pp. 423-426, December 1980.
- [63] P. Filipski, "The Measurement of Distortion Current and Distortion Power," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-33, no. 1, pp. 36-40, March 1984.
- [64] L. S. Czarnecki, Comparison of Power Definition for Circuits with Non-sinusoidal Waveforms, 1990, IEEE Tutorial Course, Nonsinusoidal Situations: Effects on the Performance of Meters and Definitions of Powe, pp. 43-50,.
- [65] M. Depenbrock, D. A. Marshall and J. D. Van Wyk , "Formulating Requirements for a Universally Applicable Power Theory as Control algorithm in Power Compensator," *ETEP European Transactions on Electrical Power*, vol. 4, no. 6, pp. 445-454, November/December 1994.
- [66] R. S. Herrera and P. Salmerón, "Instantaneous Reactive Power Theory: A comparative Evaluation of Different Formulations," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, no. 1, pp. 595-604, January 2007.
- [67] W. G. Morsi and M. E. El-Hawary, "Defining Power Components in Nonsinusoidal Unbalanced Polyphase Systems: The issues," *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 22, no. 4, pp. 2428-2438, October 2007.
- [68] M.I Malengret and C. T. Gaunt, "Decomposition of Currents in Three- and Four-Wire Systems," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 57, no. 5, pp. 963-972, May 2008.
- [69] F. P. Marafão, Análise e controle da Energia Elétrica Através de Técnicas de Processamento Digital de Sinais, 2004, tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, SP-Brasil.
- [70] F. P. Marafão, E. V. Liberado, H. K. Morales P., L. C. P. da Silva, "Three- phase four-wire

- circuits interpretation by means of different power theories," *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 87, no. 1, pp. 28-33, January 2011.
- [71] H. Akagi, E. H. Watanabe, M. Aredes, *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning*.: IEEE Press and Wiley-Interscience, 2007, pp. 25-28.
- [72] A. Ferrero, "Definitions of electrical quantities commonly used in nonsinusoidal conditions," *Eur. Trans. Elect. Power*, vol. 8, no. 4, pp. 235-240, July/August 1998.
- [73] R. A. López, J. C. Montaño and R. G. Izquierdo, "Reactive Power Meter for Nonsinusoidal Systems," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-26, no. 3, pp. 258-260, September 1977.
- [74] L. S. Czarnecki, "Measurement Principle of Reactive Power Meter for Nonsinusoidal Systems," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-30, no. 3, pp. 209-213, 1981.
- [75] M. Depenbrock, "Quantities of a MultiTerminal Circuit Determined on the Basis of Kirchhof's Laws," *ETEP European Transactions on Electrical Power*, vol. 8, no. 4, pp. 249–257, July/August 1998.
- [76] M. Depenbrock, "Variation Power, Variation Currents: Physical Background and Compensation Rules," *ETEP - European Transaction on Electrical Power Engineering*, vol. 11, no. 5, pp. 309-316., September/October 2001.
- [77] V. Staudt, "Fryze-Buchholz-Depenbrock: A Time-Domain Power Theory," *Przegląd Elektrotechniczny*, no. 6, pp. 1-11, 2008.
- [78] H. K. Morales P., *Influência do Referencial de Tensão na Avaliação da Qualidade da Energia Elétrica*, 2006, dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, SP-Brasil.
- [79] F. P. Marafão, S. M. Deckmann, H. K. Morales P. , "The influence of the Voltage Referential to Power Quality Evaluation," *IEEE Latin America Magazine*, vol. 6, no. 1, pp. 81-88, March 2008.
- [80] H. K. Morales P., F. P. Marafão, L. C. P. da Silva, "A Comparative Analysis of FBD, PQ and CPT Current Decompositions – Part I: Three-Phase Three-Wire Systems," in *IEEE Power Tech Conference*, June 28th - July 2nd, Bucharest, 2009, pp. 1-8.
- [81] F. P. Marafão, H. K. Morales P., Luiz C. P. da Silva, "Critical Evaluation of FBD, PQ and CPT Current Decompositions for Four-Wire Circuits," *Eletrônica de Potência*, vol. 14, no. 4, pp. 277-286, Novembro 2009.
- [82] M. Depenbrock, V. Staudt, H. Wrede H., "Theoretical Investigation of Original and Modified Instantaneous Power Theory Applied to Four-Wire Systems," *IEEE Transaction on Industrial Application*, vol. 39, no. 4, pp. 1160-1168, July/August 2003.
- [83] H. Akagi, A. Nabae, "The p-q Theory in Three-phase Systems Under Non-Sinusoidal Conditions," *ETEP - European Transaction Electrical Power Engineering*, vol. 3, no. 1, pp. 27-31, January/February 1993.
- [84] H. Akagi, S. Ogasawara, H. Kim, "The Theory of Instantaneous Power in Three-phase Four-wire Systems: A Comprehensive Approach," in *Industry Applications Conference Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE*, Phoenix, AZ , 1999, pp. 431–439.
- [85] F. Z. Peng, G. W. Ott, D. J. Adams, "Harmonic and Reactive Power Compensation Based

- on the Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Four-Wire Systems," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 13, no. 6, pp. 1174-1181, November 1998.
- [86] E. H. Watanabe, M. Aredes, "Teoria de potência ativa e reativa instantânea e aplicações - Filtros ativos e FACTS," in *CBA - Congresso Brasileiro de Automática*, Uberlândia, 1998, pp. 81-122.
- [87] H. Kim, F. Blaabjerg, B. Bak-Jensen, J. Choi, "Instantaneous Power Compensation in Three-phase Systems by Using p-q-r Theory," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 17, no. 5, pp. 701-710, September 2002.
- [88] E. Clarke, *Circuit Analysis of A-C power systems - Symmetrical and Related Components*, I ed. New York: John Wiley, 1943.
- [89] E. H. Watanabe, J. L. Alfonso, J. G. Pinto, L. F. C. Monteiro, M. Aredes, H. Akagi, "Instantaneous p-q Power Theory for Control of Compensators in Micro-Grids," *Przeegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 86, no. 6, pp. 1-10, June 2010.
- [90] E. H. Watanabe, L. F. C. Monteiro, J. L. Afonso, J. G. Pinto, M. Aredes, H. Akagi, "Compensation Algorithms Based on the p-q and CPC Theories for Switching Compensators in Micro-Grids," *Eletrônica de Potência*, vol. 14, no. 4, pp. 259-268, Novembro 2009.
- [91] E. H. Watanabe, R. M. Stephan, M. Aredes, "New Concept of Instantaneous Active and Reactive Powers in Electrical Systems with Generic Loads," *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 8, no. 2, pp. 697-703, April 1993.
- [92] E. H. Watanabe, M. Aredes, "Compensation of Non-periodic Currents Using the Instantaneous Reactive Power Theory," in *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, July, Seattle, 2000, pp. 994-999.
- [93] M. K. Mishra, A. Joshi, A. Ghosh, "Unified Shunt Compensator Algorithm Based on Generalized Instantaneous Reactive Power Theory," *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, vol. 148, no. 6, pp. 583-589, November 2001.
- [94] H. Kim, F. Blaabjerg, B. Bak-Jensen, "Spectral Analysis of Instantaneous Powers in Single-phase and Three-phase Systems with Use of p-q-r Theory," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 17, no. 5, pp. 711-720, September 2002.
- [95] P. Salmeron and J. C. Montano, "Instantaneous Power Components in Polyphase Systems Under Nonsinusoidal Conditions," *IEE Proc.-Sci. Meas. Technol.*, vol. 143, no. 2, pp. 151-155, March 1996.
- [96] F. Z. Peng, J.-S. La, "Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-phase Power Systems," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. 45, no. 1, pp. 293-297, February 1996.
- [97] J. L. Willems, "A New Interpretation of the Akagi-Nabae Power Components for Nonsinusoidal Three-phase Situations," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. 41, no. 4, pp. 523-527, August 1992.
- [98] L. S. Czarnecki, "On Some Misinterpretations of the Instantaneous Reactive Power p-q Theory," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 19, no. 3, pp. 828-836, May 2004.
- [99] L. S. Czarnecki, "Instantaneous Reactive Power p-q Theory and Power Properties of Three-

- phase Systems," *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 21, no. 1, pp. 362–367, January 2006.
- [100] L. S. Czarnecki, "Effect of Supply Voltage Harmonics on IRP-Based Switching Compensator Control," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 24, no. 2, pp. 483-488, February 2009.
- [101] L.S. Czarnecki, "Effect of Supply Voltage Asymmetry on IRP p–q-based switching compensator control," *IET Power Electron.*, vol. 3, no. 1, pp. 11-17, 2010.
- [102] A. Blondel, "Measurement of Energy of Polyphase Currents ," in *III Proc. International Electrical Congress*, Chicago, USA., 1893, pp. 112-117.
- [103] J. L. Willems, "Instantaneous Sinusoidal and Harmonic Active and Deactive Currents in Three-phase Power Systems," *ETEP - European Transaction on Electrical Power Engineering*, vol. 4, no. 5, pp. 335-343, 1994.
- [104] J. L. Willems, "Reflections on Power Theories for Poly-Phase Nonsinusoidal Voltages and Currents," *Przełąd Elektrotechniczny*, no. 6, pp. 11-21, 2010.
- [105] L.S. Czarnecki, "Considerations on the Reactive Power in Nonsinusoidal Situations," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-34, no. 3, pp. 399-404, September 1985.
- [106] J. L. Willems, J. A. Ghijselen and A. E. Emanuel, "The apparent power concept and the IEEE standard 1459-2000," *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 876-884, April 2005.
- [107] J. L. Willems, J. A. Ghijselen, "The Relation between the Generalized Apparent Power and the Voltage Reference ," *L'Energia Elettrica*, vol. 81, pp. 37-45, 2004.
- [108] A. E. Emanuel, "Reflections on the Effective Voltage Concept," *L'Energia Elettrica*, vol. 81, pp. 30-36, 2004.
- [109] P. Tenti, J. L. Willems, P. Mattavelli, E. Tedeschi, "Generalized Symmetrical Components for Periodic Non-Sinusoidal Three-Phase Signals," *Electrical Power Quality and Utilization*, vol. XIII, no. 1, pp. 9-15, 2007.
- [110] L. Cristaldi, A. Ferrero, "A Digital Method for the Identification of the Source of Distortion in Electric Power Systems," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 44, no. 1, pp. 14-18, February 1994.
- [111] A. Pavas, V. Staudt, H. Torres-Sánchez, "Discussion on Existing Methodologies for the Resposabilities Assigment Problem," in *International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation*, Lagow, Poland, 2008.
- [112] C. Li, W. Xu, T. Tayjasant, "A Critical Impedance – Based Method for Identifying Harmonic Sources," *IEEE Transations on Power Delivery*, vol. 19, no. 2, pp. 671-678, April 2004.
- [113] H. Akagi, "Control Strategy and Site Selection of a Shunt Active Filter for Damping of Harmonic Propagation in Power Distribution Systems," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 12, no. 1, pp. 354–363, Jan 1997.
- [114] H. Akagi, H. Fujita, K. Wada, "A Shunt Active Filter Based on Voltage Detection for Harmonic Termination of a Radial Power Distribution Line," *IEEE Transactions on Industry Applications* , vol. 31, no. 3, pp. 682-690, May/Jun 1995.
- [115] P. Jintakosonwit, H. Fujita, H. Akagi, S. Ogasawara, "Implementation and Performance of

- Cooperative Control of Shunt Active Filters for Harmonic Damping Throughout a Power Distribution System," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 39, no. 2, pp. 556-563, Mar/Apr 2003.
- [116] P.T. Cheng, T. L. Lee, "Distributed Active Filter Systems (DAFS): A New Approach to Power Systems Harmonics," *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 42, no. 5, pp. 1301-1309, Sept/Oct. 2006.
- [117] P.T. Cheng, T. L. Lee, "Analysis of Harmonic Damping Effect of the Distributed Active Filter System," *IEEJ Transaction on Industry Applications*, vol. 126, no. 5, pp. 605-614, May 2006.
- [118] P.T. Cheng, T. L. Lee, H. Akagi, H. Fujita, "A Dynamic Tuning Method for Distributed Active Filter Systems," in *IEEE IAS 41th Annual Meeting*, October, Tampa., 2006, pp. 175-182.
- [119] P.T. Cheng, T. L. Lee, "Distributed Active Filter Systems (DAFS): A new Approach to Power Systems Harmonics," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 42, no. 5, pp. 1301-1309, Sept/Oct 2006.
- [120] K. Wada, H. Fujita, H. Akagi, "Considerations of a Shunt Active Filter Based on Voltage Detection for Installation on a Long Distribution Feeder," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, no. 4, pp. 1123-1130, July/August 2002.
- [121] P.Tenti, D.Trombetti, E.Tedeschi, P.Mattavelli, "Compensation of Load Unbalance, Reactive Power and Harmonic Distortion by Cooperative Operation of Distributed Compensators," in *European Conference on Power Electronics and Drives*, Barcelona, 2009.
- [122] E. Tedeschi, P. Tenti, P. Mattavelli, "Synergistic Control and Cooperative Operation of Distributed Harmonic and Reactive Compensators," in *Proc. of the IEEE Power Electronics Conference (PESC)*, June, Rhodes, 2008.
- [123] E. Tedeschi, P. Tenti, P. Mattavelli, "Cooperative Operation of Active Power Filters by Instantaneous Complex Power Control," in *Proc. of the 7th Int. Conf.on Power Electronics and Drive Systems (PEDS)*, November, Bangkok, 2007.
- [124] H. Akagi, "Control Strategy and Site Selection of a Shunt Active Filter for Damping of Harmonic Propagation in Power Distribution Systems," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 12, no. 2, pp. 354-363, January 1997.
- [125] P. Mattavelli, "A Closed-loop Selective Harmonic Compensation for Active Filters," *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 37, no. 1, pp. 81-89, Jan/Feb 2001.
- [126] L. Gyugyi, R.A.Otto, T.H. Putman, "Principles and applications of static, thyristor-controlled, shunt compensators," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-97, no. 5, Sept/Oct 1978.
- [127] H. K. Morales P., L. C. P. da Silva, D. I. Brandão, F. P. Marafão, "Possible Shunt Compensation Strategies Based on Conservative Power Theory," *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 87, no. 1, pp. 34-39, 2011.
- [128] H. K. Morales P., F. P. Marafão, T. M. Terrazas, P. J. A. Serni., "Harmonic, Reactive and Unbalance Compensation by means of CPT Framework," in *Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência (COBEP)*, Sept/Oct, Bonito, 2009.
- [129] H. K. Morales P., F. P. Marafão, L. C. P. da Silva., "Selective Current Compensators Based

- on the Conservative Power Theory," in *IEEE-PowerTech*, June/July, Bucharest, 2009.
- [130] E. H. Watanabe, M. Aredes and H. Akagi, "The p-q Theory for Active Filter Control: Some Problems and Solutions," *SBA-Revista Controle & Automação*, vol. 15, no. 1, pp. 78-84, Jan/Mar. 2004.