UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

AGREGAÇÃO DINÂMICA DE MOTORES DE INDUÇÃO

Dino Rogério Coinete Franklin

Orientador: André Luiz Morelato França

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica - UNICAMP.
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre
em Engenharia Elétrica

Campinas - setembro - 1991

Este exemplar corresponde à redação final da te
defendida por DINO ROGÉRIO COINETE FRANKLI
e aprovada pela Comis
gador 12 09 91
Orientador

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Dedico este trabalho
ao Rei da Luz, o SOL,
e às minhas estrelas guias,
as três Marias,
Maria Eva - mãe
Maria Vitória - noiva
e Maria. - filha

Agradeço
a TODOS.

De maneira especial

à minha mãe
que me impós a educação
e me deu o amor de mãe;

à minha noiva
que me libertou para o conhecimento
e me deu o amor de mulher;

ao professor André
pela orientação e amizade;

e ao meu anjo da guarda.

RESUMO

Um sistema elétrico de potência pode ser dividido, com relação a função dos seus componentes, em três grandes grupos: o grupo de geração de energia elétrica - onde estão concentrados os geradores de energia e seus dispositivos de controle; o grupo de transmissão - onde se encontram as linhas de transmissão e transformadores; e o grupo de consumo - onde esta representada a carga consumida no sistema.

Para se analisar a estabilidade deste sistema utilizam-se geralmente métodos numéricos devido às características não-lineares do sistema. Para utilizar tais métodos são necessários modelos matemáticos que representem os componentes do na sua forma dinâmica. Tendo em mãos os modelos dos componentes pode-se analisar o comportamento dinâmico do sistema real através de uma simulação no tempo das equações que representam o sistema.

O estudo de modelagem dos componentes de um sistema de energia elétrica tem se desenvolvido de forma não uniforme, pois enquanto grande atenção foi dispensada na modelagem dos componentes do grupo da geração e transmissão, as cargas têm sido representadas de forma simplificada por se constituir um problema mais difícil. Isto teve como consequência a defasagem no desenvolvimento dos modelos, e atualmente a modelagem detalhada dos componentes de geração e transmissão não implica necessariamente em um bom modelo do sistema como um todo, devido a modelagem deficiente da carga. Portanto, faz-se necessário mais pesquisa na área de modelagem de cargas elétricas.

Um componente de carga que merece destacada atenção é o motor de indução, pois este motor representa boa parte do total da carga consumida nos sistemas elétricos de potência, principalmente em sistemas elétricos industriais.

O modelo dinâmico de um motor de indução, como a de qualquer componente físico, consiste de um conjunto de equações diferenciais. Portanto, simular o comportamento dinâmico de um motor de indução consiste em resolver estas equações diferenciais no tempo.

Os modelos clássicos de carga são os do tipo impedância, corrente e/ou potência constante. Em programas de estabilidade geralmente são estas as modelagens de carga utilizadas, e nestes os motores de indução são frequentemente representados por algum tipo de modelagem clássica ou um misto destas, ao invés de sua modelagem dinâmica. Isto se deve ao fato do crescimento no tempo de simulação quando da adição de mais equações diferenciais no conjunto de equações que representam o sistema.

Em grandes instalações elétricas industriais a carga predominante constitui-se de motores de indução, cujo elevado número exige enorme esforço computacional nos estudos do comportamento dinâmico do sistema.

Dentre as abordagens utilizadas para amenizar o problema, este trabalho segue a linha de abordagem de equivalentes dinâmicos, cuja idéia básica con-

siste em representar um grupo de motores de indução por um unico motor equivalente. Este procedimento tem como base a hipótese de que o comportamento dinâmico de um unico motor equivalente é semelhante ao comportamento de um grupo de motores de indução.

Este trabalho apresenta um novo método para obtenção de equivalentes dinâmicos de motores de indução visando agregar grupos de motores de tal modo que possam ser representados por motores equivalentes. O método baseia-se nas equações diferenciais e algébricas que descrevem os comportamentos transitório e em regime permanente das máquinas de indução, garantindo a precisão do equivalente. Por outro lado, o método é rápido pois não possui processo iterativo nem exige obtenção ponto a ponto de respostas no tempo. Basicamente o método consiste em obter, utilizando técnicas de redução de circuito e o principio de conservação de energia, as impedâncias equivalentes, o escorregamento inicial do motor equivalente, a característica torque de carga-velocidade e a constante de inércia equivalente a partir dos dados e modelos de cada motor a ser agregado. O método se aplica em motores com rotor de gaiola simples ou dupla. São apresentados testes e resultados que mostram a validade do método, tanto para grupos de motores no mesmo barramento, quanto para motores em barramento diferente.

Conteúdo

1 Introdução **9**

1.1 Ciência 9
1.2 Sistemas 10
1.3 Sistemas de Energia Elétrica Industriais 11
1.4 Apresentação do Problema 12
1.5 Principais Abordagens 12
1.6 Características da Tese 13

2 Motores de Indução **14**

2.1 Introdução 14
2.2 Desenvolvimento das Equações Elétricas da Máquina de Indução Simétrica 15
2.2.1 Equação da Tensão 15
2.2.2 Equação do Torque 18
2.2.3 Análise em Regime Permanente 19
2.2.4 Tempo de Partida de um Motor de Indução 22
2.3 Equações de Transformação 24
2.3.1 Análise para o circuito do estator - *Referência Arbitrária* 24
2.3.2 Análise para o Circuito do Rotor - *Referência Arbitrária* 25
2.4 Referência Arbitrária 26
2.4.1 Equação de Tensão 26
2.4.2 Equação do Torque 30
2.5 Torque Mecânico 30
2.6 Simulação Digital 31

3 Agregação de Motores de Indução **32**

3.1 Visão Geral do Problema 32
3.2 Histórico 33
3.3 Nova Metodologia de Agregação 38
3.3.1 Obtenção dos Parâmetros Elétricos do Equivalente . . 38
3.3.2 Obtenção do Escorregamento Inicial Equivalente 42

3.3.3 Obtenção da Característica Potência Mecânica - Escorregamento do Equivalente 44
3.3.4 Obtenção da Constante de Inércia 51
3.3.5 Comparação das Metodologias de Obtenção dos Parâmetros Elétricos Equivalentes 53

4 Testes e Resultados **56**
4.1 Obtenção dos Parâmetros do Motor Equivalente 59
4.2 Obtenção Característica $Pmec_{eq}(s_{eq})$ 68
4.3 Motores em Diferentes Barramentos 69
4.4 Comparação de Modelos de Motor de Indução 72

5 Conclusões **75**

6 Apêndices **77**
6.1 Apêndice A 77
6.2 Apêndice B 79

O objetivo deste *prefácio* é mostrar a estrutura deste trabalho, isto é, apresentar de maneira sucinta suas bases, caminhos e por fim, conclusões.

O corpo da tese impressa é o seguinte:

Capítulo 1 - Introdução.

Na introdução são dadas algumas definições gerais de *ciência* e discutido brevemente o caminho desde as bases científicas até a matéria especifica deste estudo. Também é feita a apresentação do problema (*tema da tese*) e, uma comparação superficial entre as soluções existentes para este problema e a solução proposta neste trabalho.

Por fim são apresentadas as principais características de ordem prática deste trabalho.

Capítulo 2 - Modelos de motores de indução.

Neste capítulo são desenvolvidas as principais representações (*modelos*) da máquina de indução utilizadas neste trabalho. A análise da máquina de indução é basicamente matemática, isto é, a partir das características físicas da máquina são elaborados modelos matemáticos que representam seu comportamento dinâmico, e depois apresentam-se alguns itens que serão usados como ferramentas na nova metologia proposta no capítulo 3.

Capítulo 3 - Agregação de Motores de indução.

Neste capítulo são discutidos os principais métodos existentes nesta área, mostrando suas potencialidades e deficiências. São explicadas suas ramificações quanto ao tipo de solução e, a partir do conhecimento de onde se situa esta solução particular são apresentados os subproblemas até então não solucionados. Em seguida é apresentado um novo método para fazer a agregação dinâmica de motores de indução.

Capítulo 4 - Testes e Resultados

Este capítulo contém testes que validam o método proposto.

Capítulo 5 - Conclusões

Finalmente, com base na teoria desenvolvida e nos resultados dos testes são apresentados conclusões, e comentários finais.

Apêndices.

Nos apêndices são mostradas algumas deduções e/ou complementos do texto.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Ciência

Dentre as três áreas de conhecimento: *Ciência, Religião Arte*, a Ciência é uma área que esta ligada estritamente às percepções.

Na lingua grega as palavras *discernir e conhecer* têm o mesmo radical, sugerindo a afirmação de que conhecer algo é saber distingui-lo de outras coisas, isto é, discernir entre o que é e o que não é o objeto.

Através das percepções os seres aprendem a discernir as coisas e aí, a conhecê-las. Este trabalho esta inserido nesta área de conhecimento, na Ciência.

A Ciência[2] pode ser definida grosseiramente como sendo o conjunto de conhecimento relativo a um determinado objeto; ou de outra forma, como o processo no qual o homem se relaciona com a natureza usando a dominação dela em seu próprio benefício.

A Física, *Ciência Natural*, baseia-se , numa abordagem simplificada, na frase de Einstein: " Deus (A natureza) não joga dados.". Com esta frase ele quis dizer que a natureza não se comporta de maneira aleatória mas sim, de uma maneira ordenada e específica. A Física[2] é a ciência que estuda as inter-relações entre as partes da natureza e as leis que regem estas relações.

A uma combinação de componentes que agem em conjunto, no desempenho de uma função que seria impossível para qualquer das partes isoladamente, dá-se o nome de Sistema[1]. Os sistemas físicos podem ser divididos, com relação ao tempo, em sistemas com parâmetros não variáveis e variáveis no tempo. E a análise de um sistema com parâmetros invariantes no tempo pode ser feita estática ou dinamicamente.

A linguagem mais apropriada para descrever e/ou analisar um sistema físico é a Matemática, que surgiu posteriori ao discernimento das coisas e consequentemente da necessidade de expressar novos conceitos como similaridade, diferença, tamanho, quantidade, forma e etc.

Ao afirmar que este trabalho é um trabalho de pesquisa, é relevante men-

cionar a definição de pesquisa. Define-se Pesquisa[2] como uma busca minuciosa para averiguação da realidade; ou, particularmente neste caso, uma investigação minudente e sistemática com o fim de estabelecer relações em um campo de conhecimento bem determinado.

1.2 Sistemas

A modelagem matemática de um sistema consiste em transpassar para um conjunto de equações matemáticas a descrição completa do sistema, isto é, obter uma representação matemática que responde de modo idêntico ao sistema real. Para deduzir estas equações pode-se partir de dados experimentais e processos estatísticos ou de leis físicas conhecidas. É importante lembrar que um sistema físico pode ser representado dinamicamente por um conjunto de equações diferenciais e que melhor será o modelo quanto mais parecidas forem as respostas deste e a real.

Tendo-se um modelo pode-se simular o comportamento do sistema real em uma dada situação simplesmente resolvendo as equações diferenciais. Para a solução de equações diferenciais lineares com coeficientes constantes – sistema com parâmetros constantes e linear – existe solução algébrica exata, mas na natureza não existem sistemas lineares, pois os modelos lineares encontrados são uma aproximação de modelos não lineares, e a solução de equações não lineares é numérica ou gráfica. Este trabalho utiliza exclusivamente métodos numéricos.

Chama-se de Estabilidade Dinâmica de um sistema a capacidade deste de restabelecer o ponto de equilibrio inicial após uma pertubação. Um sistema está em equilíbrio, regime permanente, quando a variação das variáveis de estado é nula. Um sistema linear só tem um ponto de equilibrio enquanto um sistema não linear pode ter várias.

Um Sistema Elétrico de Potência compõe-se de diversos subsistemas interligados, um destes é o subsistema eletromecânico responsável pela conversão de energia. Todos os elementos de um Sistema de Potência podem ser agrupados em três partes: Produção, Transmissão e Consumo de energia. A carga, responsável pelo consumo, é na realidade variável ao longo do tempo e isto implica que, a cada momento, o sistema tende para um novo ponto de equilíbrio. Esta característica da carga ou mesmo uma outra perturbação qualquer criam transitórios no sistema, sendo que as características dos transitórios dependem do sistema e de seu ponto de operação. À análise destes transitórios dá-se, particularmente, o nome de Estudo dos Processos Transitórios Eletromecânicos em Sistemas Elétricos de Potência

1.3 Sistemas de Energia Elétrica Industriais

O estudo de estabilidade de um Sistema de Potência é uma averiguação, através de uma análise numérica, do comportamento dinâmico do sistema após uma pertubação. Com este estudo pode-se tirar conclusões sobre a integridade e operação deste sistema.

Este trabalho focaliza o comportamento dinâmico de sistemas elétricos industriais. Neste tipo de sistema a carga - que é constituida principalmente por motores de indução - tem um papel fundamental no comportamento dinâmico. Nos grandes sistemas operados por concessionárias a rede de transmissão tem um importante papel e deve ser modelada com precisão. Já as cargas podem ser modeladas simplificadamente. Nos sistemas industriais a rede pode ser simplificada mas não as cargas que estão, quase sempre, muito próximas da perturbação.

A análise da estabilidade de um sistema elétrico, particularmente, o sistema elétrico industrial faz-se necessário em duas fases distintas, a fase de projeto e a fase de operação.

Na fase de projeto, as principais razões que influenciam no *lay-out* do sistema são: rapidez de atuação, custo e seletividade da proteção. Portanto, na fase de projeto, o estudo de estabilidade tem papel importante no dimensionamento da proteção.

Na fase de operação, o estudo de estabilidade faz-se necessário quando a configuração do sistema é alterada bruscamente pela adição ou retirada de um elemento no sistema.

Os sistemas de energia elétrica industriais têm como principais características:

- Níveis de Tensão de Distribuição: < 34.5 kV.
- Carga predominantemente de motores de indução e motores síncronos.
- Redes radiais com linhas de distribuição muito curtas.
- Geração própria, geralmente interligada à rede da concessionária.

Os principais problemas analisados com a ajuda do estudo de estabilidade são:

- Curto-circuitos.
- Chaveamentos.
- Variação da carga.
- Partida e reaceleração de motores.

- Sincronismo de máquinas síncronas.
- Planos de corte de carga.
- Perda de unidade geradora.

1.4 Apresentação do Problema

Nos estudos de estabilidade de grandes sistemas de Potência, geralmente, a modelagem das cargas, incluindo aí a máquina de indução é a do tipo impedância constante, e mais raramente: potência constante, corrente constante ou um misto destas. Estas modelagens, usualmente, são satisfatórias pois este é um sistema de grande porte, e a influência dos motores de indução no comportamento transitório torna-se pequena, justificando esta modelagem simplificada. Os motores estão dispersos pela rede e, individualmente, têm pequena potência em comparação com a potência total do sistema.

Situação oposta acontece nos sistemas industriais pois uma das características destes sistemas é que, geralmente, mais de 50% da carga total consiste de inumeros motores de indução e portanto uma representação mais realista é importante.

A representação individual dos motores de indução usando modelos na sua forma mais completa, feita com um conjunto de equações diferenciais não- lineares propicia estudos dinâmicos mais precisos, mas acarreta um aumento exagerado no tempo de simulação, o que praticamente inviabiliza tal procedimento. Mesmo utilizando modelos de ordem reduzida (terceira ordem) o esforço computacional é enorme, tendo em vista a grande quantidade de motores existentes no sistema.

Neste ponto situa-se o problema: como fazer os estudos dinâmicos em um sistema industrial, levando-se em conta a importância dos motores de indução e gastando pouco tempo de simulação no computador digital.

1.5 Principais Abordagens

Para a resolução deste problema alguns podem ser os caminhos seguidos. Um destes caminhos consiste em modelar em detalhe somente os motores mais importantes (geralmente os de maior potência) e os demais modelar estaticamente ou desprezar. Isto é o que é feito nos programas de estabilidade para sistemas de grande porte.

Um segundo caminho é utilizar modelos de ordem reduzida ou linearizada de modo a reduzir o número de equações de cada máquina. Em sistemas elétricos industriais, onde o número de motores é muito grande, esta abordagem não tem impacto significativo.

Uma outra abordagem do problema consiste em tentar substituir grupos de motores de indução por um motor equivalente que apresente, aproximadamente, o mesmo comportamento dinâmico. A suposição de que a característica de um conjunto de motores de indução é semelhante a característica de um unico motor de indução é, certamente, o laço mais forte para aproveitar a singularidade do sistema a ser modelado. Daí, a idéia de substituir o conjunto de modelos individuais pelo modelo de um unico motor equivalente que se assemelha aos demais. Esta abordagem é conhecida como agregação dinâmica, e será o procedimento seguido neste trabalho. Evidentemente, para se obter o motor equivalente pode-se utilizar métodos que levem em conta diferentes modelos para os motores de indução.

Vários métodos para agregar modelos de motores de indução têm sido propostos ao longo do tempo. Uma análise sucinta destes métodos será apresentada no Capítulo 3, mas, em linhas gerais pode-se afirmar que existem duas vertentes: uma que procura utilizar técnicas estatísticas de estimação de parâmetros, por exemplo método dos mínimos quadrados, e outra que se baseia no circuito elétrico equivalente de cada motor individual. Ambas as abordagens têm como ponto fundamental a obtenção dos parâmetros do motor de indução equivalente.

Neste trabalho optou-se por seguir a linha que usa técnicas de redução de circuitos elétricos para obter os parâmetros do motor equivalente, com todas as deduções e desenvolvimentos baseados na teoria de circuitos elétricos e nas leis de Newton.

Uma crítica geral que pode-se fazer às abordagens até aqui conhecidas é que estas utilizam simplificações e hipóteses pouco justificáveis, levando à construção de equivalentes muito pouco precisos e/ou com inúmeras restrições de aplicação.

1.6 Características da Tese

O modelo de motor de indução utilizado neste trabalho é o de quinta ordem em termos de fluxo [13] [14], a apresentação detalhada deste modelo é dado no Capítulo 2.

Para resolver uma equação diferencial numericamente tem-se que, primeiramente, algebrizá-la, e posteriormente resolver as equações algébricas. O método de integração numérica utilizado neste trabalho é o Método Trapezoidal Implícito. Este método foi escolhido devido a sua simplicidade e por apresentar um desempenho numéricamente estável e satisfatório [15].

As linguagens computacionais escolhidas foram C, para simular dinamicamente as máquinas e um pacote de matemática numérica usado para obter os parâmetros do motor de indução equivalente.

Capítulo 2

Motores de Indução

2.1 Introdução

Neste Capítulo são desenvolvidas as equações matemáticas que representam as máquinas de indução. O modelo de motor de indução utilizado neste trabalho é o de quinta ordem em termos de fluxo. Este modelo foi escolhido, dentre os modelos geralmente utilizados nos estudos de estabilidade, por ser o mais completo, levando em conta tanto os transitórios do rotor quanto do estator. Nada impede que a metologia de agregação a ser apresentada seja aplicada a outros modelos de motores de indução, por exemplo: modelos de ordem reduzida.

Toda análise da máquina de indução neste trabalho é feita baseada nas seguintes hipóteses:

1. O entreferro da máquina de indução é considerado uniforme.
2. O circuito magnético da máquina é suposto linear, isto é, despreza-se o efeito da saturação do material ferromagnético.
3. As resistências são tomadas como constantes e invariáveis com relação à temperatura e frequência.
4. O fluxo magnético no entreferro é suposto radial e senoidal.
5. Os enrolamentos do rotor são idênticos e constantes.
6. Os enrolamentos do estator são idênticos e constantes.
7. A máquina é trifásica, ligada em estrela ou triângulo.
8. As perdas rotacionais são consideradas na potência da carga, ou desprezadas quando a potência da carga for nula.
9. O efeito pelicular é desprezado.

Estas hipóteses são usualmente feitas na elaboração dos modelos que representam as máquinas de indução em um programa de estabilidade, isto não implica que uma modelagem mais completa não possa ser usada.

O método de agregação proposto neste trabalho baseia-se nos modelos dos motores de indução e, portanto será tão realista quanto forem os modelos dos motores.

2.2 Desenvolvimento das Equações Elétricas da Máquina de Indução Simétrica

2.2.1 Equação da Tensão

As equações de tensão para o estator e rotor da máquina de indução podem ser expressas por :

$$\begin{aligned} \underline{V}_{abcs} &= \underline{r}_s \, \underline{i}_{abcs} + p \, \underline{\lambda}_{abcs} \\ \\ \underline{V}_{abcr} &= \underline{r}_r \, \underline{i}_{abcr} + p \, \underline{\lambda}_{abcr} \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde $\underline{r}_s$ e $\underline{r}_r$ são as resistências do estator e rotor, respectivamente; $\underline{\lambda}$ é o fluxo concatenado; e p é o operador d/dt.

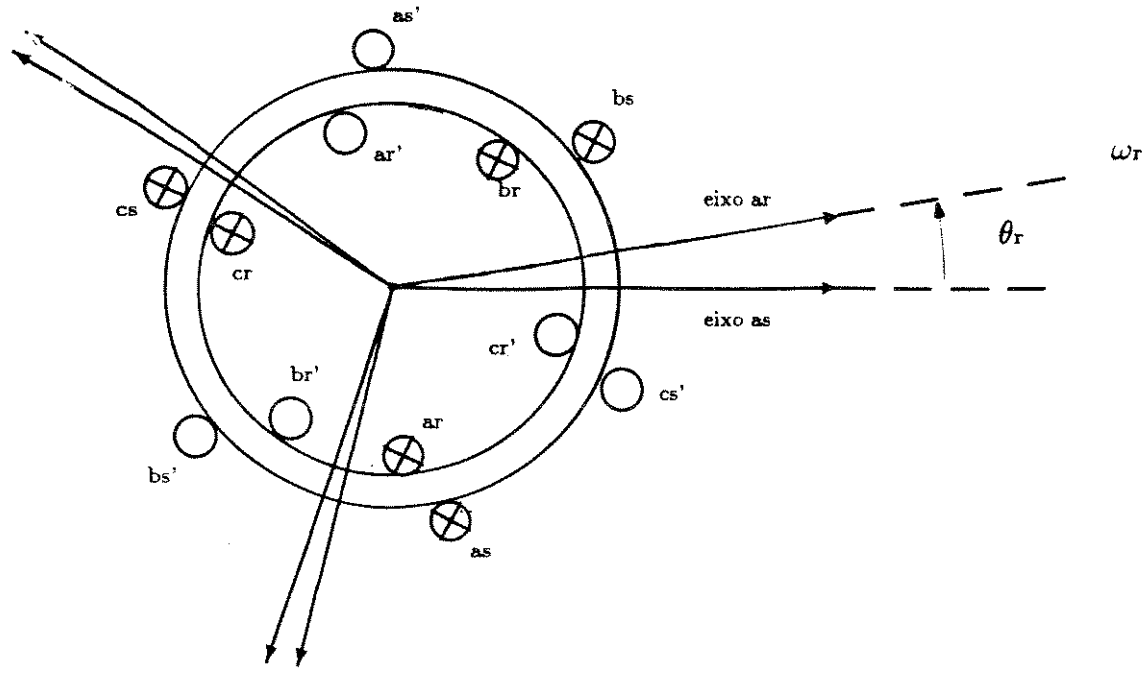

Figura 2.1 - máquina de indução, 2 pólos, 3 fases.

As equações de fluxo podem ser escritas na forma:

$$\begin{bmatrix} \underline{\lambda}_{abcs} \\ \underline{\lambda}_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{L}_s & \underline{L}_{sr} \\ \underline{L}_{sr}^T & \underline{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_{abcs} \\ \underline{i}_{abcr} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

onde

$$\underline{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls}+L_{ms} & -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2 \\ -L_{ms}/2 & L_{ls}+L_{ms} & -L_{ms}/2 \\ -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2 & L_{ls}+L_{ms} \end{bmatrix}$$

$$\underline{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lr}+L_{mr} & -L_{mr}/2 & -L_{mr}/2 \\ -L_{mr}/2 & L_{lr}+L_{mr} & -L_{mr}/2 \\ -L_{mr} & -L_{mr}/2 & L_{lr}+L_{mr} \end{bmatrix}$$

$$\underline{L}_{sr} = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r+2\pi/3) & \cos(\theta_r-2\pi/3) \\ \cos(\theta_r-2\pi/3) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r+2\pi/3) \\ \cos(\theta_r+2\pi/3) & \cos(\theta_r-2\pi/3) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix}$$

nas quais: L_{mj} representa a indutância do ramo magnetizante, L_{lj} representa a indutância de dispersão da bobina de cada fase. θ_r representa o ângulo entre os parâmetros do estator e rotor.

Referindo as variáveis do rotor para o estator:

$$\underline{i}'_{abcr} = \frac{N_r}{N_s}\,\underline{i}_{abcr} \qquad \underline{V}'_{abcr} = \frac{N_s}{N_r}\,\underline{V}_{abcr}$$

$$\underline{\lambda}'_{abcr} = \frac{N_s}{N_r}\,\underline{\lambda}_{abcr} \qquad \underline{L}'_{sr} = \frac{N_s}{N_r}\,\underline{L}_{sr}$$

$$\underline{L}'_r = (\frac{N_s}{N_r})^2\,\underline{L}_r \qquad L_{mr} = (\frac{N_r}{N_s})^2\,L_{ms}$$

$$L'_{lr} = (\frac{N_s}{N_r})^2\,L_{lr}$$

onde $\frac{N_s}{N_r}$ é a relação número de espiras do enrolamento do estator sobre o número de espiras do rotor.

Portanto:

$$\underline{L}'_r = \begin{bmatrix} L'_{lr}+L_{ms} & -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2 \\ -L_{ms}/2 & L'_{lr}+L_{ms} & -L_{ms}/2 \\ -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2 & L'_{lr}+L_{ms} \end{bmatrix}$$

E as equações 2.1 e 2.2 ficam da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \underline{\lambda}_{abcs} \\ \underline{\lambda}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{L}_s & \underline{L}'_{sr} \\ (\underline{L}'_{sr})^T & \underline{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_{abcs} \\ \underline{i}'_{abcr} \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_{abcs} \\ \underline{V}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{r}_s + p\underline{L}_s & p\underline{L}'_{sr} \\ p(\underline{L}'_{sr})^T & \underline{r}'_r + p\underline{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_{abcs} \\ \underline{i}'_{abcr} \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

2.2.2 Equação do Torque

A energia armazenada em um circuito magnético, em particular para uma máquina de indução trifásica, pode ser dada por:

$$W_f = \frac{1}{2}(\underline{i}_{abcs})^T(\underline{L}_s - L_{ls}\,\underline{I})\,\underline{i}_{abcs} + (\underline{i}_{abcs})^T\,\underline{L}'_{sr}\,\underline{i}'_{abcr} + \frac{1}{2}(\underline{i}'_{abcr})^T(\underline{L}'_r - L'_{lr}\,\underline{I})\,\underline{i}'_{abcr} \tag{2.5}$$

onde $\underline{I}$ é a matriz Identidade e T significa transposto.

A energia mecânica transferida ao eixo em um sistema rotacional pode ser escrita da seguinte forma:

$$dW_m = -T_{el}\,d\theta_{rm}$$

onde θ_{rm} é o deslocamento ângular do rotor e T_{el} é o torque elétrico.

Relacionando o ângulo elétrico com o mecânico, tem-se:

$$\theta_r = \frac{P}{2}\theta_{rm}$$

onde P é o número de pólos da máquina.

Então:

$$dW_m = -T_{el}\,(\frac{2}{P})\,d\theta_r$$

Desde que $W_c = W_e$, o torque eletromagnético pode ser dado por:

$$T_{el}(i,\theta_r) = \frac{P}{2}\frac{\partial W_c(i,\theta_r)}{\partial\theta_r} \tag{2.6}$$

onde W_c é a co-energia do sistema.

Portanto derivando a equação 2.5, substituindo na equação acima e usando as correntes desde que $\underline{L}_s$ e $\underline{L}'_r$ não são função de θ, tem-se a seguinte equação para o torque eletromagnético:

$$T_{el} = \frac{P}{2}(\underline{i}_{abcs})^T\frac{\partial}{\partial\theta_r}[\underline{L}'_{sr}]\,\underline{i}'_{abcr}$$

2.2.3 Análise em Regime Permanente

Nesta seção apresentam-se algumas equações para os motores de indução em regime permanente. Embora a simulação transitória da máquina não utiliza diretamente estas equações, elas figuram como base da metodologia de obtenção dos parâmetros do motor equivalente, como será visto no Capítulo 3.

Circuito Equivalente da Máquina de Indução

Dado o circuito equivalente da motor de indução com os parâmetros do rotor constantes [19]:

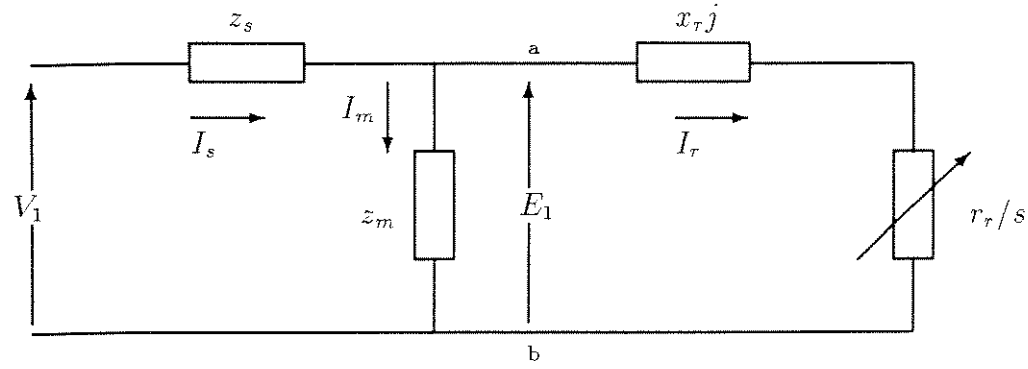

Figura 2.2 - Circuito equivalente por fase do motor de indução.

Do circuito acima deduz-se que a potência por fase transferida no entreferro a partir do estator, é dada por:

$$P_{ef} = \frac{r_r}{s} I_r^2 \tag{2.7}$$

As perdas no rotor, em [p.u.], são dadas por:

$$P_{disrot} = r_r I_r^2$$

onde r_r é a resistência do rotor da máquina, I_r é a corrente do rotor da máquina, e s o escorregamento da máquina.

Logo a potência elétrica desenvolvida no eixo pode ser dada por:

$$P_{eixo} = P_{ef} - P_{disrot}$$

$$P_{eixo} = \frac{r_r}{s} I_r^2 (1 - s) \tag{2.8}$$

E consequentemente:

$$T_{el} = \frac{P_{eixo}}{\omega_r}$$

Em [p.u.], tem-se:

$$T_{el} = \frac{r_r}{s} I_r^2 \frac{S_b}{\omega_s} (1 - s) \tag{2.9}$$

onde ω_s é a velocidade angular síncrona e S_b é potência base do sistema.

Relação Torque/Torque Máximo em função do Escorregamento

Pelo teorema de Thèvenin, qualquer circuito elétrico, visto de dois terminais, com elementos lineares e fontes de tensão fasorial constante pode ser representado por uma fonte de tensão e uma impedância em série.

Figura 2.3 - (i) Rede qualquer, (ii) equivalente de Thèvenin.

Dado o circuito equivalente para a motor de indução e aplicando o teorema de Thèvenin, tem-se:

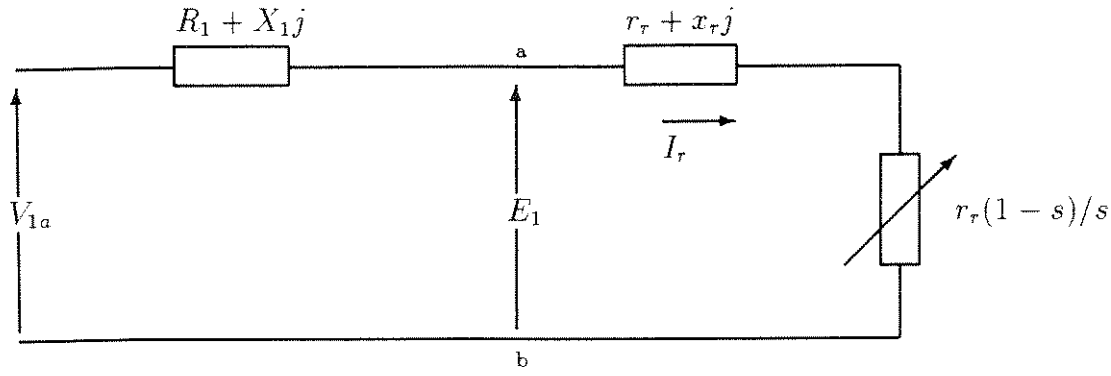

Figura 2.4 - Circuito simplificado de Thèvenin.

onde a tensão V_{1a} é dada por:

$$\frac{V_{1a}}{z_m} = \frac{V}{z_s + z_m}$$

e $R_1 + j\,X_1 = z_s \parallel z_m$.

Da equação 2.9 pode-se obter:

$$T_{el} = \frac{V_{1a}^2\, R_r/s}{\mid (R_1 + r_r/s)^2 - (X_1 + x_r)^2 + 2\,(R_1 + r_r/s)\,(X_1 + x_r)\,j \mid} \frac{S_b}{\omega_s} \qquad (2.10)$$

$$P_{el} = \frac{V_{1a}^2\, R_r/s\,(1-s)}{\mid (R_1 + r_r/s)^2 - (X_1 + x_r)^2 + 2\,(R_1 + r_r/s)\,(X_1 + x_r)\,j \mid} \qquad (2.11)$$

O conjugado de um motor é máximo quando a potência entregue a r_r/s é máxima. A potência entregue será máxima quando r_r/s for igual ao módulo da impedância entre esta e V_{1a}. Isto implica em:

$$\frac{r_r}{s_{max}} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_r)^2}$$

onde s_{max} é o escorregamento no qual o torque é máximo. E portanto,

$$s_{max} = \frac{r_r}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_r)^2}} \tag{2.12}$$

Daí,

$$T_{max} = \frac{0.5\, V_{1a}^2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_r)^2}} \frac{S_b}{\omega_s} \tag{2.13}$$

Das equações 2.10 e 2.13 tem-se que:

$$\frac{T_{el}}{T_{max}} = \frac{2(R_r + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_r)^2})(r_r/s)}{(R_1 + r_r)^2 + (X_1 + x_r)^2} \tag{2.14}$$

A equação acima pode ser rearranjada na forma:

$$\frac{T_{el}}{T_{max}} = \frac{1 + \sqrt{Q^2 + 1}}{1 + \frac{1}{2}\sqrt{Q^2 + 1}(s/s_{max} + s_{max}/s)} \tag{2.15}$$

onde se define:

$$Q = \frac{X_1 + x_r}{R_1}$$

Segundo Fitzgerald[19], o valor de Q tem pouca influência no caso da análise de torque e escorregamento relativos. Logo, fazendo $Q = \infty$ na eq. 2.15, tem-se:

$$\frac{T_{el}}{T_{max}} = \frac{2}{s/s_{max} + s_{max}/s} \tag{2.16}$$

Esta equação relaciona o torque elétrico em um escorregamento qualquer com o torque máximo e respectivo escorregamento e será utilizada na metodologia de agregação proposta no Capítulo 3.

2.2.4 Tempo de Partida de um Motor de Indução

Nesta seção, assim como na subseção anterior, é deduzida uma equação que servirá de ferramenta na metodologia de obtenção dos parâmetros do motor equivalente. O objetivo é o desenvolvimento de uma expressão que mostre quanto tempo um motor de indução leva para partir a vazio [21]. A expressão a ser desenvolvida é baseada na curva estática da característica $T_{el}(s)$.

Da equação de *swing* para um motor de indução, tem-se:

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_{el} - T_{carga}$$

onde J é o momento de inércia das massas girantes e T_{carga} é o torque da carga.

Como a partida é dada a vazio e as perdas rotacionais são desprezadas, $T_{carga} = 0$ e portanto:

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_{el} \tag{2.17}$$

Deixando a equação 2.17 em função de s, integrando os dois lados da igualdade e lembrando que $s = (\omega_s - \omega_r)/\omega_s$, tem-se:

$$-J\,\omega_s \frac{ds}{T_{el}} = dt$$

$$-\int_{s_0}^{s} \frac{J\,\omega_s}{T_{el}}\,ds = \int_{t_0}^{t} dt$$

$$t = -\frac{J\,\omega_s}{2\,T_{max}}\left(\frac{s^2}{2 s_{max}} - s_{max}\,\log s\right)_{s_0}^{s}$$

Fazendo $s_0 = 1$ e $t_0 = 0$, a equação acima resulta em:

$$t = \frac{J\,\omega_s}{2\,T_{max}}\left(\frac{1 - s^2}{2\,s_{max}} + s_{max}\,\log(1/s)\right) \qquad s \neq 0 \tag{2.18}$$

Esta equação permite obter o tempo necessário para um dado motor de indução partir e chegar até ao escorregamento s. Este tempo é menor do que o tempo real, pois as perdas rotacionais foram desprezadas. Esta equação tem a restrição de não ser definida para $s = 0$ e portanto para saber o tempo de partida de um motor, deve ser utilizado um valor s que represente uma velocidade próxima da velocidade angular síncrona.

2.3 Equações de Transformação

Com objetivo principal de eliminar as indutâncias variáveis com o tempo na análise da máquina AC, particularmente a máquina de indução, é apresentada uma troca de variáveis que simplifica tal análise.

Esta troca de variáveis consiste em uma transformação das variáveis trifásicas de elementos de um circuito estacionário para uma referência arbitrária.

2.3.1 Análise para o circuito do estator - *Referência Arbitrária*

A troca de variáveis para o estator pode ser dada por:

$$\mathbf{f}_{qdo} = \mathbf{K}_s \, \mathbf{f}_{abcs}$$

onde

$$(\mathbf{f}_{qdo})^T = [\, f_{qs} \; f_{ds} \; f_{os} \,]$$

$$(\mathbf{f}_{abcs})^T = [\, f_{as} \; f_{bs} \; f_{cs} \,]$$

$$\mathbf{K}_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$\theta = \int_0^1 \omega(\varepsilon) \, d\varepsilon + \theta(0)$$

e ε é uma variável de integração.

$$(\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix}$$

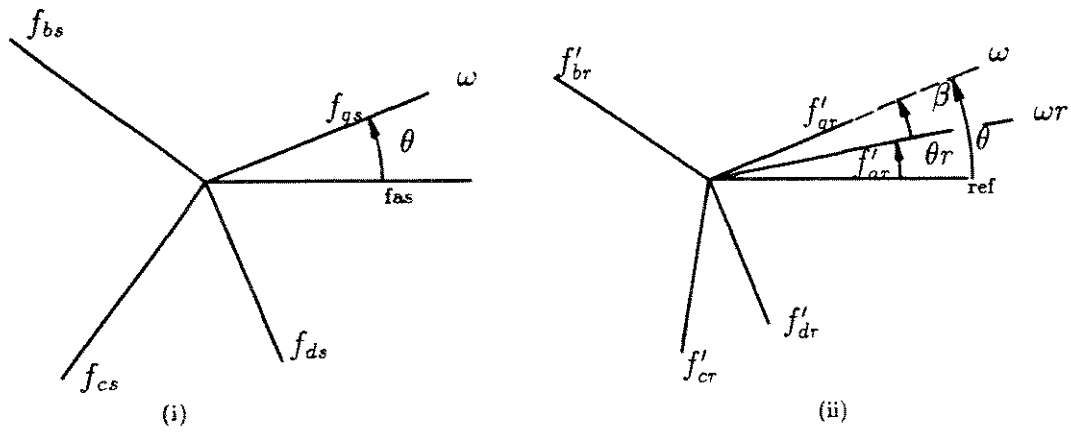

Figura 2.5 - Visualização das transformações para a referência arbitrária, (i) para o estator, (ii) para o rotor do motor de indução.

2.3.2 Análise para o Circuito do Rotor - *Referência Arbitrária*

A troca de variáveis para o rotor pode ser dada por:

$$\mathbf{f}'_{qdor} = \mathbf{K}_r \, \mathbf{f}'_{abcr}$$

onde

$$(\mathbf{f}'_{qdor})^T = [\, f_{qr} \; f_{dr} \; f_{or} \,]$$

$$(\mathbf{f}'_{abcr})^T = [\, f'_{ar} \; f'_{br} \; f'_{cr} \,]$$

$$\mathbf{K}_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \cos(\beta - 2\pi/3) & \cos(\beta + 2\pi/3) \\ \sin(\beta) & \sin(\beta - 2\pi/3) & \sin(\beta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$\beta = \theta - \theta_r$$

$$\theta_r = \int_0^1 \omega_r(\varepsilon)\, d\varepsilon + \theta_r(0)$$

, ε é uma variável de integração e

$$(\mathbf{K}_r)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 1 \\ \cos(\beta - 2\pi/3) & \sin(\beta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\beta + 2\pi/3) & \sin(\beta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix}$$

2.4 Referência Arbitrária

2.4.1 Equação de Tensão

Transformando todas as variáveis de um circuito estacionário de uma máquina de indução para uma referência arbitrária (Ver Apêndice B), tem-se:

$$\underline{V}_{qdos} = \underline{r}_s\, \underline{i}_{qdos} + \omega\, \underline{\lambda}_{dqs} + p\underline{\lambda}_{qdos}$$

$$\underline{V}'_{qdor} = \underline{r}_r\, \underline{i}'_{qdos} + (\omega - \omega_r)\, \underline{\lambda}'_{dqr} + p\underline{\lambda}'_{qdor}$$

onde

$$(\underline{\lambda}_{dqs})^T = [\, \lambda_{ds} \;\; -\lambda_{qs} \;\; 0\,]$$

$$(\underline{\lambda}'_{dqr})^T = [\, \lambda'_{dr} \;\; -\lambda'_{qr} \;\; 0\,]$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\lambda}_{qdos} \\ \underline{\lambda}'_{qdor} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s\, \underline{L}_s\, (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{K}_s\, \underline{L}'_{sr}\, (\mathbf{K}_r)^{-1} \\ \mathbf{K}_r\, \underline{L}'_{sr}\, (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{K}_r\, \underline{L}'_r\, (\mathbf{K}_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_{qdos} \\ \underline{i}'_{qdor} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_s\, \underline{L}_s\, (\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + M & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + M & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} + M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_r \, \underline{L}'_r \, (\mathbf{K}_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L'_{lr} + M & 0 & 0 \\ 0 & L'_{lr} + M & 0 \\ 0 & 0 & L'_{lr} + M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_s \, \underline{L}'_{sr} \, (\mathbf{K}_r)^{-1} = \mathbf{K}_r \, \underline{L}'_{sr} \, (\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & M \end{bmatrix}$$

$$M = \frac{3}{2} L_{ms}$$

sendo que $\underline{r}_s$ e $\underline{r}_r$ são matrizes diagonais.

Expandindo nas componentes d e q, tem-se:

$$V_{qs} = r_s \, i_{qs} + \omega \, \lambda_{ds} + p\lambda_{qs}$$

$$V_{ds} = r_s \, i_{ds} - \omega \, \lambda_{qs} + p\lambda_{ds}$$

$$V_{os} = r_s \, i_{os} + p\lambda_{os}$$

$$V'_{qr} = r'_r \, i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \, \lambda'_{dr} + p\lambda'_{qr}$$

$$V'_{dr} = r'_r \, i'_{dr} - (\omega - \omega_r) \, \lambda'_{qr} + p\lambda'_{dr}$$

$$V'_{or} = r'_r \, i'_{or} + p\lambda'_{or}$$

$$\lambda_{qs} = L_{ls} \, i_{qs} + M \, (i_{qs} + i'_{qr})$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} \, i_{ds} + M \, (i_{ds} + i'_{dr})$$

$$\lambda_{os} = L_{ls}\, i_{os}$$

$$\lambda'_{qr} = L'_{lr}\, i'_{qr} + M\,(i_{qs} + i'_{qr})$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr}\, i'_{dr} + M\,(i_{ds} + i'_{dr})$$

$$\lambda'_{or} = L'_{lr}\, i'_{or}$$

Como geralmente se trabalha com unidades das impedâncias em [p.u.] ou [Ω] é conveniente deixar as equações em termos de reatâncias, daí:

$$V_{qs} = r_s\, i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_s}\,\psi_{ds} + \frac{p}{\omega_s}\psi_{qs} \tag{2.19}$$

$$V_{ds} = r_s\, i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_s}\,\psi_{qs} + \frac{p}{\omega_s}\psi_{ds} \tag{2.20}$$

$$V_{os} = r_s\, i_{os} + \frac{p}{\omega_s}\psi_{os} \tag{2.21}$$

$$V'_{qr} = r'_r\, i'_{qr} + (\frac{\omega - \omega_r}{\omega_s})\,\psi'_{dr} + \frac{p}{\omega_s}\psi'_{qr} \tag{2.22}$$

$$V'_{dr} = r'_r\, i'_{dr} - (\frac{\omega - \omega_r}{\omega_s})\,\psi'_{qr} + \frac{p}{\omega_s}\psi'_{dr} \tag{2.23}$$

$$V'_{or} = r'_r\, i'_{or} + \frac{p}{\omega_s}\psi'_{or} \tag{2.24}$$

onde ω é velocidade angular arbitrária, ω_s é velocidade ângular síncrona, e ω_r é velocidade angular do rotor.

As equações dos fluxos ficam:

$$\psi_{qs} = X_{ls}\, i_{qs} + M\,(i_{qs} + i'_{qr}) \tag{2.25}$$

$$\psi_{ds} = X_{ls}\, i_{ds} + M\,(i_{ds} + i'_{dr}) \tag{2.26}$$

$$\psi_{os} = X_{ls}\, i_{os} \tag{2.27}$$

$$\psi'_{qr} = X'_{lr}\, i'_{qr} + M\,(i_{qs} + i'_{qr}) \tag{2.28}$$

$$\psi'_{dr} = X'_{lr}\, i'_{dr} + M\,(i_{ds} + i'_{dr}) \tag{2.29}$$

$$\psi'_{or} = X'_{lr}\, i'_{or} \tag{2.30}$$

Colocando as correntes como variáveis independentes, tem-se:

$$\begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ V_{os} \\ V'_{qr} \\ V'_{dr} \\ V'_{or} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + \frac{p}{\omega_s} X_{ss} & \frac{\omega}{\omega_s} X_{ss} & 0 & \frac{p}{\omega_s} X_m & \frac{\omega}{\omega_s} X_m & 0 \\ -\frac{\omega}{\omega_s} X_{ss} & r_s + \frac{p}{\omega_s} X_{ss} & 0 & -\frac{p}{\omega_s} X_m & \frac{p}{\omega_s} X_m & 0 \\ 0 & 0 & r_s + \frac{p}{\omega_s} X_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{p}{\omega_s} X_m & \frac{\omega-\omega_r}{\omega_s} X_m & 0 & r'_r + \frac{p}{\omega_s} X'_{rr} & \frac{\omega-\omega_r}{\omega_s} X'_{rr} & 0 \\ -\frac{\omega-\omega_r}{\omega_s} X_m & \frac{p}{\omega_s} X_m & 0 & -\frac{\omega-\omega_r}{\omega_s} X_{rr} & r'_r + \frac{p}{\omega_s} X'_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r'_r + \frac{p}{\omega_s} X_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{or} \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

onde

$$X_{ss} = X_{ls} + X_m$$

e

$$X'_{rr} = X_{lr} + X_m$$

Tomando os fluxos como variáveis independentes, tem-se:

$$\begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ V_{os} \\ V'_{qr} \\ V'_{dr} \\ V'_{or} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s & \frac{\omega}{\omega_s} & 0 & \frac{-r_s X_m}{D} & 0 & 0 \\ -\frac{\omega}{\omega_s} & F_s & 0 & 0 & -\frac{\omega}{\omega_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_s}{X_{ls}} + \frac{p}{\omega_s} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-r'_r X_m}{D} & 0 & 0 & F_r & \frac{\omega-\omega_r}{\omega_s} & 0 \\ 0 & \frac{-r'_r X_m}{D} & 0 & -\frac{\omega-\omega_r}{\omega_s} & F_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r'_r}{X'_{lr}} + \frac{p}{\omega_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{os} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{or} \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

onde

$$D = X_{ss} X'_{rr} - X_m^2$$

$$F_r = \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_s}$$

e

$$F_s = \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_s}$$

As equações que relacionam fluxos e correntes são:

$$\begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{os} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{or} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{ss} & 0 & 0 & X_m & 0 & 0 \\ 0 & X_{ss} & 0 & 0 & X_m & 0 \\ 0 & 0 & X_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ X_m & 0 & 0 & X'_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & X_m & 0 & 0 & X'_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X'_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{or} \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

$$\begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{or} \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} X'_{rr} & 0 & 0 & -X_m & 0 & 0 \\ 0 & X'_{rr} & 0 & 0 & -X_m & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D}{X_{ls}} & 0 & 0 & 0 \\ -X_m & 0 & 0 & X_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & -X_m & 0 & 0 & X_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{D}{X'_{lr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{os} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{or} \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

Considera-se que a máquina é alimentada por uma tensão equilibrada e como os enrolamentos das fases são idênticos tem-se que as c omponentes sequêencia zero são nulas.

2.4.2 Equação do Torque

Fazendo a troca de variáveis para a equação do torque, tem-se:

$$T_{el} = \frac{P}{2} [(\mathbf{K}_s)^{-1} \underline{i}_{qdos}]^T \frac{\partial}{\partial \theta_r} [\underline{L}'_{sr}] (\mathbf{K}_s)^{-1} \underline{i}_{qdor}$$

A equação acima, tomando como torque de base, $Tb = (P/2)(S_b/\omega_s)$ pode ser escrita da seguinte forma:

$$T_{el} = \psi'_{qr} i'_{dr} - \psi'_{dr} i'_{qr} \tag{2.35}$$

2.5 Torque Mecânico

A metodologia desenvolvida neste trabalho não impõe restrições na modelagem do torque de carga, de modo que estes podem ser constantes, lineares, quadráticos, exponenciais, etc.

Nos testes desenvolvidos procurou-se modelar a carga mecânica de uma forma semelhante às modelagens geralmente utilizadas, que são da forma $T_{carga} = K \omega_r^{\beta}$, onde K é uma constante de proporcionalidade e β um coeficiente real.

2.6 Simulação Digital

O comportamento dinâmico dos motores de indução será estudado através da resolução numérica das equações diferenciais e algébricas que representam a máquina.

O modelo a ser usado nas simulações é o de quinta ordem em termos de fluxo, pois é, dentre os modelos utilizados nos estudos de estabilidade, o mais correto. Esta modelagem é pouca usada nos estudos de estabilidade de grandes sistemas de potência, pois é um modelo caro computacionalmente para ser usado em cada motor do sistema

O diagrama de blocos para a simulação em computador digital da máquina de indução é o seguinte [14]:

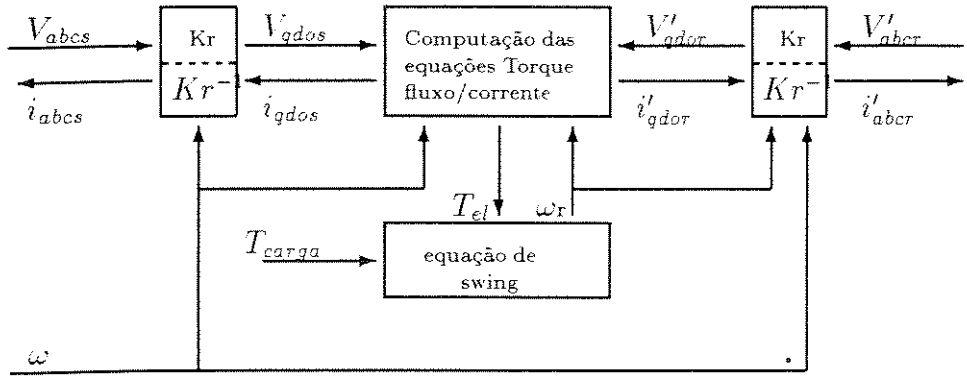

Figura 2.6 - diagrama de blocos usado para simulação do motor de indução, 3 fases, referência arbitrária.

Em resumo, as equações resolvidas para cada motor são:

- Equação *de swing*: $2H\dot{s} = T_m - T_{el}$
  onde H é a constante de inércia da massa girante, dada em segundos.
- Equações de Tensão: equação 2.29 e equação 2.30.
- Equação 2.35 que dá o Torque elétrico

Capítulo 3

Agregação de Motores de Indução

3.1 Visão Geral do Problema

O problema da agregação de motores de indução é um caso particular do problema geral de obtenção de equivalentes dinâmicos. A substituição de um grupo de motores por um motor equivalente que apresente o mesmo comportamento dinâmico do grupo, quando submetido a uma mesma perturbação, foi a abordagem escolhida para a resolução do problema. Neste trabalho os motores do grupo podem estar no mesmo barramento ou em barramentos diferentes de uma mesma instalação.

A figura 3.1 ilustra a equivalência na abordagem de agregação dinâmica de motores de indução.

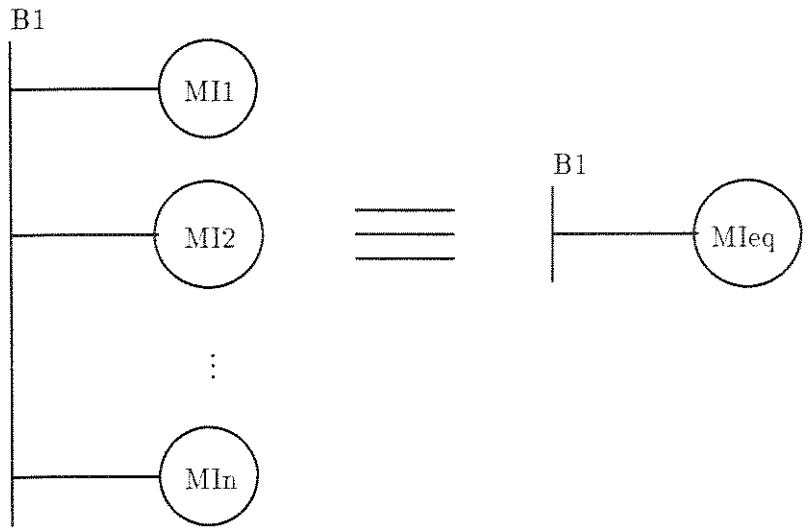

Figura 3.1 - Visualização do problema de agregação.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

O critério suficiente e necessário para obter um equivalente dinâmico correto é dado pela lei de conservação de energia e, neste caso, isto implica que a energia total do sistema real (grupo de motores de indução) é igual à energia do sistema equivalente (motor equivalente). Para que isto seja respeitado a cada instante e relembrando que

$$W = \int P\, dt$$

onde W é energia e P potência, tem-se como *Critério de Equivalência* do problema de agregação:

$$P_{el-eq}(t) = \sum_{j=1}^{n} P_{el-j}(t)$$

qualquer que seja o tempo t e onde P_{el-eq} e P_{el-j} são as potências ativas elétricas do motor equivalente e do motor 'j' do grupo, respectivamente. Também é desejável que as potências reativas tenham comportamento similar, mas esta condição não é imposta a priori, por ser desnecessária.

A metodologia de agregação discutida neste trabalho assume que os modelos que representam os motores de indução são aqueles descritos no final do Capítulo 2. Estes modelos envolvem a resolução das equações de 'swing', das correntes ou fluxos com relação a tensão, do torque elétrico e da equação do torque mecânico, caso esta seja função da velocidade. Deseja-se que estas mesmas equações sejam utilizadas para resolver o motor equivalente e portanto a obtenção do equivalente recai no problema de como obter os parâmetros do motor equivalente conhecendo-se os parâmetros de cada motor a ser agregado.

Desse modo, na metodologia de agregação são necessárias as seguintes etapas:

1. Obtenção dos parâmetros elétricos (impedâncias) para o motor equivalente.
2. Obtenção da constante de inércia do motor equivalente.
3. Obtenção do escorregamento inicial do motor equivalente.
4. Obtenção da característica torque mecânico-escorregamento do motor equivalente.

3.2 Histórico

Um histórico crítico dos procedimentos conhecidos para a construção do motor equivalente é apresentado, de modo a mostrar como se desenvolveu e onde se situa a fronteira do assunto.

Diversos métodos foram desenvolvidos para se obter os parâmetros do motor equivalente tendo como principal fundamento o modelo de circuito elétrico da máquina de indução. Os principais são analisados nesta seção.

F. Illiceto e A. Capasso - 1974

Este trabalho [11] pode ser considerado clássico na área. Os autores realizaram exaustivo estudo estatístico da influência dos parâmetros elétricos e mecânicos no comportamento dos motores assíncronos. O trabalho propõe que os parâmetros do motor equivalente sejam obtidos através da média ponderada dos parâmetros de cada motor, usando as potências nominais como pesos, e mostra que as constantes de inércia (H) e as constantes de tempo com o circuito do estator em aberto (T'_{d0}) dos motores do grupo são parâmetros que influenciam bastante na resposta do motor equivalente.

O trabalho mostra também que este procedimento só da bons resultados se os motores obedecerem à restrição: $H > (1/2)T'_{d0}$.

Para grupos de motores que não obedecem esta restrição, os autores sugerem que sejam construidos diversos grupos equivalentes para não prejudicar o desempenho dos equivalentes dinâmicos.

As curvas de simulação apresentadas no trabalho indicam claramente que quando a condição $H > (1/2)T'_{d0}$ não é obedecida as frequências de oscilação da curva da $P_{el}(t)$ não são as mesmas (motores não coerentes), dificultando uma agregação correta.

M.M. Hakim e G.J. Berg - 1976

O procedimento proposto por Hakim e Berg [10] assume que o motor equivalente tem uma estrutura de circuito equivalente semelhante ao circuito de um motor de indução trifásico simétrico; considera n motores em um mesmo barramento e faz a aproximação de colocar a impedância magnetizante nos terminais do motor, isto é, despreza as impedâncias do estator.

O procedimento para a obtenção das impedâncias do motor equivalente é fazer:

$$Z_{meq} = Z_{m1} \parallel Z_{m2} \parallel \cdots \parallel Z_{mn}$$

$$Z_{seq} = Z_{s1} = Z_{s2} = \cdots Z_{sn} = 0.0$$

$$Z_{req} = Z_{r1} \parallel Z_{r2} \parallel \cdots \parallel Z_{rn}$$

onde se supõe que $s_i = 1$.

Para obter o escorregamento inicial s_0, a partir do parâmetro R_{req} obtido no procedimento anterior, faz-se:

$$\frac{R_{req}}{s_{eq}} = \frac{R_{r1}}{s_1} \parallel \frac{R_{r2}}{s_2} \parallel \cdots \parallel \frac{R_{rn}}{s_n}$$

A obtenção da constante de inércia, **H**, baseia-se em sua própria definição (é a quantidade de energia cinética armazenada no rotor da máquina na velocidade síncrona, dividida pela potência base de cada máquina). Ou seja:

$$H_{eq} S_{beq} = H_1 S_{b1} + H_2 S_{b2} + \cdots + H_n S_{bn}$$

A característica torque de carga-escorregamento para cada motor , supondo que cada motor tenha uma carga mecânica diferente, pode ser escrita na forma:

$$T_{carga}(\omega) = T_0 \omega^{\beta}$$

onde T_0 e β são constantes para uma dada carga.

Assume-se que o motor equivalente entrega a potência mecânica total entregue pelo conjunto de motores,e portanto:

$$\omega_{eq} T_{0eq} \omega_{eq}^{\beta_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i T_{0i} \omega_i^{\beta_i}$$

Para obter T_{0eq} e β_{eq}, faz-se as hipóteses que:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \cdots = \omega_n = \omega_{eq} = 1.0\,[pu]$$

e portanto:

$$T_{0eq} = T_{01} + T_{02} + \cdots + T_{0n}$$

e

$$\beta_{eq} = f(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$$

Este método tem como inconvenientes: uma aproximação desnecessária no cálculo da impedância do estator; a obtenção da característica torque da carga - escorregamento do equivalente impõe restrições no modelo da carga e é definida para uma região limitada ao redor da síncrona ($s = 1$); além disso o torque da carga do equivalente é função das velocidades dos motores do grupo. Finalmente, a forma de obtenção do H_{eq} só dá bons resultados quando os motores do grupo forem coerentes, isto é quando os motores tiverem comportamentos dinâmico semelhantes.

Nozari, Kankam e Price - 1987

Este trabalho [12] descreve dois métodos de obtenção dos parâmetros do motor equivalente (métodos **A** e **B**), sendo que os autores chegam à conclusão da superioridade do método **B**.

No método **A** cada parâmetro do motor equivalente é calculado como sendo a média ponderada dos parâmetros de cada motor do grupo.

A fórmula de recorrência é:

$$P_{eq} = \sum_{j=1}^{n} \sigma_j P_j$$

onde P representa cada parâmetro,do tipo: Rs, Xs, Xm, Rr, Xr, H, Lm, e σ_j é a relação entre potência de base do motor 'j' e potência de base do motor equivalente.

A fórmula aplicada para a obtenção de H_{eq} é idêntica à utilizada no trabalho anterior [10], isto é, fazendo $H_{eq} = \sum_{j=1}^{n} H_j$, onde cada H_j é dada na base do motor equivalente.

O método **B** é semelhante ao método **A**, com exceção feita para o cálculo dos parâmetros do circuito elétrico equivalente, onde se usa agora a média ponderada das admitâncias. A fórmula de recorrência para as admitâncias fica:

$$\frac{1}{Z_eq} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\sigma_j}{Z_j}$$

Para a determinação do escorregamento inicial e da resistência do rotor do motor agregado supõe-se uma relação entre R_{req} e s_{eq} assumindo que o torque máximo do equivalente seja também igual a média ponderada dos torques máximos de cada motor do grupo. Novamente aqui usam-se as potências como pesos de ponderação.

As restrições a este método são:

1. Fundamenta todo o procedimento em fórmulas heurísticas.
2. Supõe que as impedâncias de estator, rotor e magnetizante do circuito equivalente estão diretamente em paralelo.
3. O método só dá bons resultados quando os motores a agregar têm comportamento dinâmico coerente.

A.H.M.A. Rahim e A.R. Laldin - 1987

Esse artigo [8]apresenta um procedimento no qual, a partir de um modelo de motor escolhido para o motor equivalente, faz-se uso do método de mínimos

quadrados para se obter os parâmetros deste motor. O processo de obtenção dos parâmetros pode ser sintetizado da seguinte forma:

O modelo do motor equivalente é expresso como:

$$p\underline{X} = f(\underline{X}, \underline{u}, \underline{\alpha})$$

$$\underline{Y} = g(\underline{X}, \underline{u}, \underline{\alpha})$$

onde $\underline{X}$ é o vetor de estado, $\underline{u}$ é o vetor de entrada, $\underline{Y}$ é o vetor de saída e $\underline{\alpha}$ é o vetor de parâmetros.

Usando o método dos mínimos quadrados deve-se obter α de modo a minimizar a função:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [\underline{Y}_m - \underline{Y}_c(\alpha)]\, W\, [\underline{Y}_m - \underline{Y}_c(\alpha)]\, dt$$

onde $\underline{Y}_m$ é a saída medida e W é uma matriz de ponderação.

Os incovenientes deste método são:

1. A necessidade de um vetor de parâmetros inicial perto da solução final, pois a convergência do método depende deste. Um meio de estimar bem o vetor inicial é utilizar um dos métodos expostos anteriormente.

2. A convergência do método depende fortemente da escolha dos fatores de aceleração.

3. O método só converge de maneira satisfatória para grupos homogêneos de motores, ou seja, motores que obedecem a condição $H > (1/2)T_{d0}$.

Ma Da-Quiang e Ju Ping - 1989

O método apresentado neste trabalho [9] segue a linha de identificação e pode ser usado para qualquer tipo de carga, incluindo ou não máquinas elétricas. Particularmente aplica-se à modelagem dinâmica de um grupo de motores de indução.

Os autores apresentam uma proposta de obtenção de um motor de indução equivalente onde os parâmetros do modelo, cuja estrutura é previamente fixada, são estimados através de uma técnica do tipo *Constrained Non-Linear Recursive Filter - CNLRF*, que é baseada no filtro de Kalman.

As principais vantagens deste método em relação ao método dos mínimos quadrados são que o *CNLRF* pode modelar qualquer tipo de carga, não depende dos parâmetros dos motores individuais, e a solução não é um processo iterativo, ou seja, é resolvido uma unica vez.

A principal restrição a este método é que ele requer medidas experimentais que forneçam as respostas da carga durante o transitório. Isto pode ser pouco prático, ou mesmo, inviável em grandes instalações industriais.

3.3 Nova Metodologia de Agregação

Analisando o estágio atual dos métodos de obtenção de equivalentes para motores de indução observa-se que ainda existem problemas nesta área que não estão completamente resolvidos.

Os principais problemas são: falta de um procedimento preciso para se obter as impedâncias do motor equivalente; dificuldade de obter-se o escorregamento inicial e a caracterítica torque - escorregamento do motor equivalente; e incapacidade de generalização, de modo a evitar segregação dos motores em diversos grupos equivalentes. Aliado a estes problemas tem-se ainda problemas adicionais do tipo dificuldade de obtenção dos parâmetros dos motores individuais em uma industria, número grande de motores distintos, cargas mecânicas diferentes e motores dispostos em barramentos diferentes.

Em linhas gerais, as metodologias até agora propostas ou são simples porém imprecisas, ou exigem grande esforço computacional, tornando-se inviáveis na prática.

Visando suprimir estas deficiências foi desenvolvido um novo método de agregação de motores de indução, que é preciso - no sentido que as aproximações são reduzidas a um mínimo; e rápido - no sentido que o esforço computacional necessário é pequeno, ambas as características analisadas em relação aos métodos existentes.

A obtenção do equivalente segue as quatro etapas definidas anteriormente. Os parâmetros do motor equivalente são obtidos em função dos parâmetros de cada motor individual a ser agregado. Sabe-se que os parâmetros do circuito equivalente muitas vezes nã estão disponíveis na prática na forma que se deseja. Os motores de indução podem estar descritos através de diversos dados experimentais e de projeto. Porém, existem métodos precisos e sistemáticos que permitem extrair os parâmetros do circuito equivalente dos dados usualmente disponíveis [25]. No novo método proposto as impedâncias do equivalente são obtidas de forma exata, do ponto de vista da teoria de circuitos elétricos. Esta etapa é fundamental, pois todos os demais aspectos do modelo equivalente dependem destes parâmetros.

3.3.1 Obtenção dos Parâmetros Elétricos do Equivalente

A metodologia de obtenção das impedâncias do motor equivalente supõe os motores em condição de rotor travado $s = 1$.

Considere o circuito equivalente mostrado na figura 3.2(a) onde $Z_s = r_s + x_s j$, $Z_m = x_m j$ e $Z_r = r_r + x_r j$. Este mesmo circuito pode ser expresso na forma da figura 3.2(b) introduzindo uma impedância fictícia Z'_s.

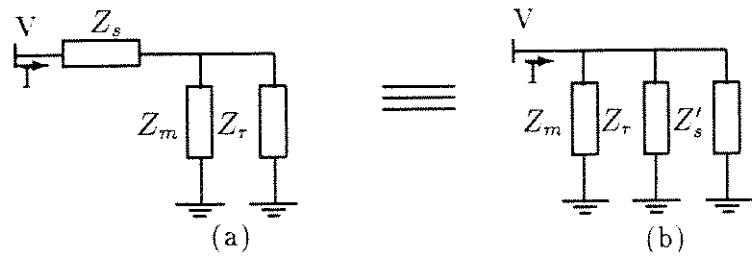

Figura 3.2 - Circuito equivalente do motor de indução.

Para que os circuitos das figuras 3.2(a) e 3.2(b) sejam equivalentes, ou seja, a corrente I seja a mesma, tem-se que:

$$\dot{V} = (z_s + \frac{1}{\frac{1}{z_m} + \frac{1}{z_r}})\dot{I} = (\frac{1}{\frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_m} + \frac{1}{z'_s}})\dot{I}$$

Portanto:

$$z_s + \frac{1}{\frac{1}{z_m} + \frac{1}{z_r}} = (\frac{1}{\frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_m} + \frac{1}{z'_s}}) \tag{3.1}$$

A partir da expressão acima obtém-se z'_s para todo motor do grupo usando somente as impedâncias dos motores, onde z'_s é uma impedância fictícia.

Assumindo que um grupo de motores de indução têm a mesma barra terminal e considerando que cada motor será representado por um circuito equivalente com impedância fictícia, chega-se ao circuito mostrado na figura 3.3.

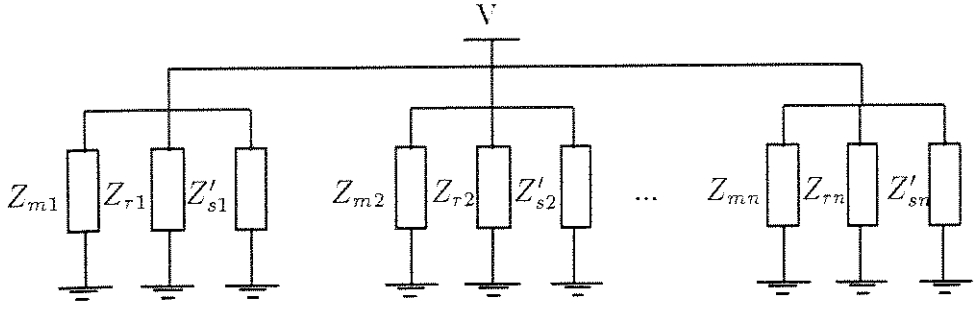

Figura 3.3 - Circuito elétrico de um grupo de motores de indução no mesmo barramento.

Para achar as impedâncias do motor equivalente basta colocar as impedâncias respectivas de cada motor em paralelo, e portanto:

$$z_{req} = \frac{1}{\frac{1}{z_{r1}} + \frac{1}{z_{r2}} + \cdots + \frac{1}{z_{rn}}} \tag{3.2}$$

$$z_{meq} = \frac{1}{\frac{1}{z_{m1}} + \frac{1}{z_{m2}} + \cdots + \frac{1}{z_{mn}}} \tag{3.3}$$

$$z'_{seq} = \frac{1}{\frac{1}{z'_{s1}} + \frac{1}{z'_{s2}} + \cdots + \frac{1}{z'_{sn}}} \tag{3.4}$$

Estas equações fornecem os parâmetros elétricos do motor equivalente na forma com impedância fictícia. Para obter a forma usual basta calcular Z_{seq} na expressão 3.1.

Este procedimento pode ser entendido de outro modo, lembrando que a impedância fictícia tem caracteristícas análogas a uma fonte de corrente e portanto para imprimir sentido físico a esta pode-se considerar a figura abaixo:

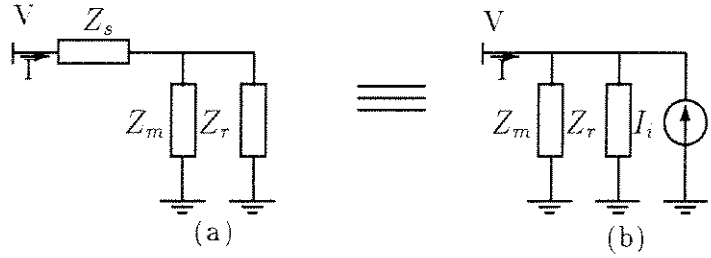

Figura 3.4 - Circuito equivalente do motor de indução usando fonte de corrente.

onde calcula-se a injeção decorrente de modo a tornar os dois circuitos equivalentes. Fazendo uso da definição de impedância fictícia para calcular I_i, tem-se:

$$\dot{I}_i = \frac{\dot{V}}{z'_s} \tag{3.5}$$

e

$$z_s + \frac{1}{\frac{1}{z_m} + \frac{1}{z_r}} = \left(\frac{1}{\frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_m} + \frac{1}{z'_s}}\right)$$

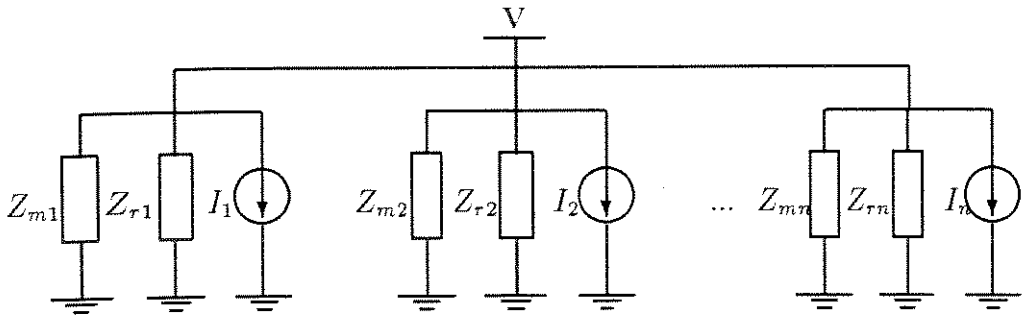

Figura 3.5 - Circuito elétrico de um grupo de motores de indução usando fonte de corrente.

Com as correntes para todos os motores do grupo pode-se calcular a corrente equivalente, fazendo:

$$\dot{I}_{eq} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \cdots + \dot{I}_n$$

E a impedância equivalente do estator pode ser obtida da equação 3.5.

Estas mesmas impedâncias do motor equivalente podem ser obtidas utilizando ponte de Wheatstone, como mostrado abaixo:

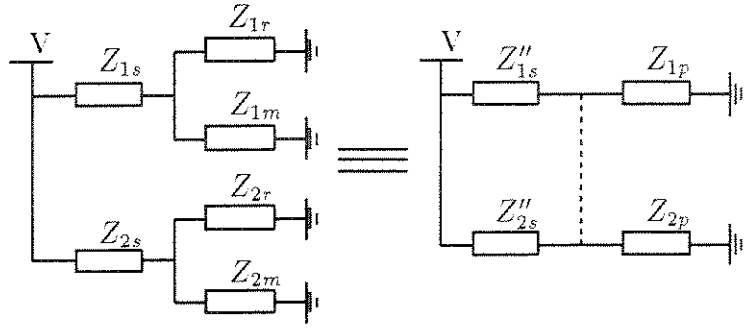

Figura 3.6 - Circuito equivalente de um motor de indução usando ponte de Wheatstone.

onde $z_{1p} = z_{1m} \parallel z_{1r}$ e $z_{2p} = z_{2m} \parallel z_{2r}$.

Para que as figuras (a) e (b) sejam equivalentes, a equação abaixo tem de ser obedecida:

$$\frac{(z_{1s} + z_{1p})(z_{2s} + z_{2p})}{z_{1s} + z_{1p} + z_{2s} + z_{2p}} = \frac{z''_{1s} z''_{2s}}{z''_{1s} + z''_{2s}} + \frac{z_{1p} z_{2p}}{z_{1p} + z_{2p}}$$

E da teoria da ponte de Wheatstone:

$$z''_{1s} z_{1p} = z_{2p} z''_{2s}$$

A partir destas duas equações obtém-se as duas incógnitas z''_{1s} e z''_{2s} e depois, para calcular as impedâncias do motor equivalente, basta fazer o equivalente paralelo de cada parâmetro (impedância do rotor, do estator e do ramo magnetizante).

Deve ser notado que nestas versões o procedimento é exato, não envolvendo aproximação.

Outra vantagem desta abordagem é que pode-se, a partir daí, generalizar um pouco mais a metodologia de agregação, tornado esta capaz de fazer a agregação de motores dispostos em barramentos diferentes, simplesmente, adicionando à impedância do estator as impedâncias da rede que liga os barramentos.

3.3.2 Obtenção do Escorregamento Inicial Equivalente

Um outro problema que vem sendo resolvido de forma aproximada é a obtenção da velocidade rotacional do motor equivalente no instante inicial. Um novo modo de obter este parâmetro é apresentado a seguir. Este procedimento é desenvolvido tomando como corretos os valores das impedâncias obtidas para o motor de indução equivalente.

O procedimento para a obtenção do escorregamento inicial ($s^0_{\epsilon q}$) consiste em: primeiro, com base nos dados dos motores do grupo, calcula-se a potência elétrica desenvolvida no eixo de cada motor em função do seu escorregamento inicial; segundo, faz-se a somatória destas potências igual á potência desenvolvida no eixo do equivalente, de modo a satisfazer o principio de conservação de energia (critério de equivalência); e finalmente, usando-se as impedâncias do motor equivalente, obtém-se o escorregamento inicial para o motor equivalente.

A figura 3.7 ilustra o procedimento e mostra a curva $P_{el} - s$ do motor equivalente, na qual se entra com o valor de P_{el} e obtém-se o valor de $s_{\epsilon q}$

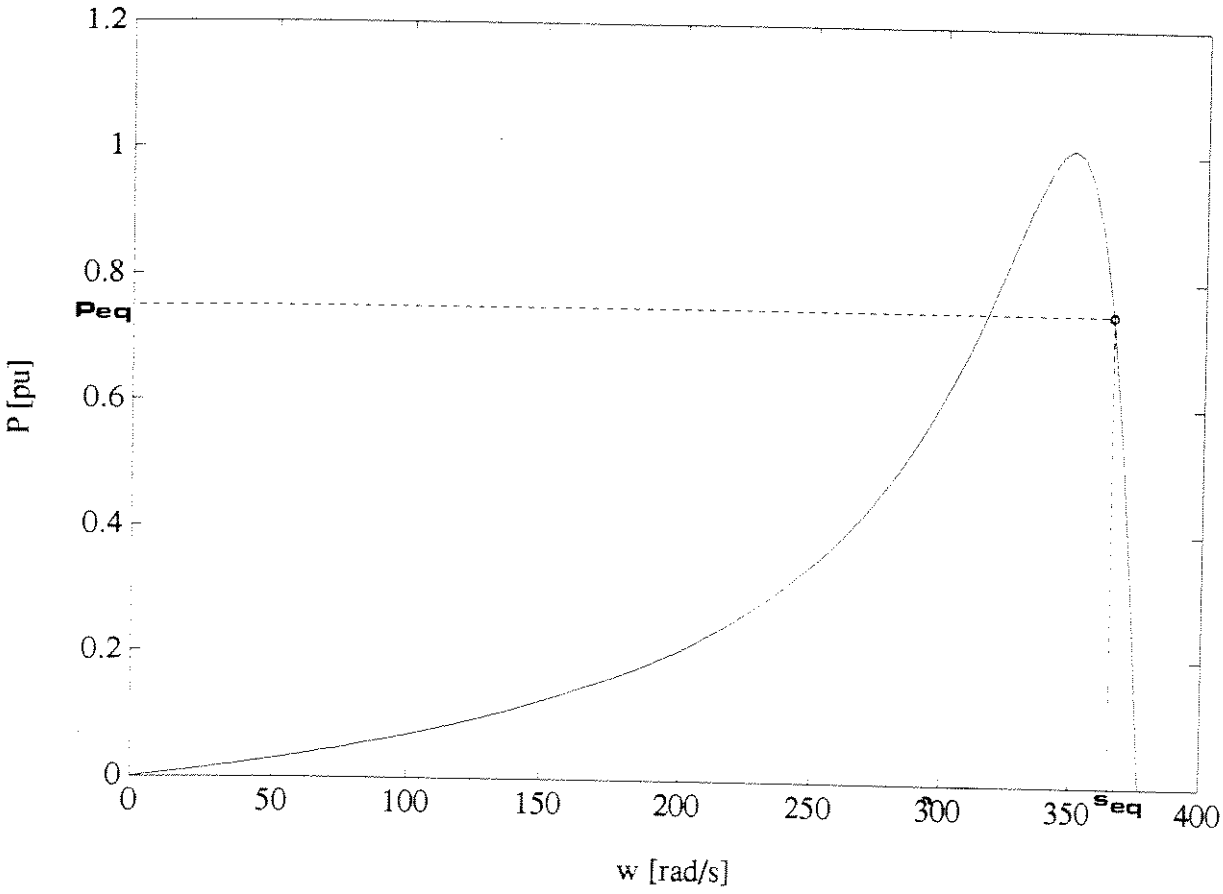

Figura 3.7 - Obtenção do escorregamento inicial do motor equivalente.

O algoritmo é o seguinte:

1. Calcula-se para cada motor do grupo a potência entregue ao eixo no instante inicial:

$$P^0_{eixo-j} = \frac{r_{rj}}{s^0_j} I^2_{rj}(1 - s^0_j)$$

onde $j = 1, 2, \cdots, n$ e s^0_j é o escorregamento inicial de cada motor 'j'. Lembrar que a corrente do rotor I_r é função de s^0.

2. Aplica-se o critério de equivalência:

$$P_{eixo-eq} = \sum_{1}^{n} P_{eixo-j}$$

3. Obtém-se o valor do escorregamento inicial do equivalente, s_{eq}^{0} resolvendo a equação implícita abaixo:

$$P_{eixo-eq} = \frac{r_{req}}{s_{eq}} I_{req}^{2}(1 - s_{eq})$$

A corrente do rotor I_r, pode ser obtida pelo conjunto de equações a seguir:

$$z_{rx} = \frac{Re(z_r)}{s} + Im(zr_r)\,i$$

$$z_{px} = \frac{1}{\frac{1}{z_m} + \frac{1}{z_r}}$$

$$z_{ce} = z_s + z_{px}$$

$$\dot{I}_s = \frac{\dot{v}}{z_{ce}}$$

$$I_r = \left| \frac{\dot{I}_s z_{px}}{z_{rx}} \right|$$

onde z_{rx} é a impedância do rotor em função do escorregamento, z_{px} é a impedância do rotor em função do escorregamento em paralelo com a impedância do ramo magnetizante e z_{ce} é a impedância total de um motor em função do escorregamento.

Estas equações são obtidas facilmente examinando o circuito elétrico equivalente de um motor de indução, dado na figura 2.2.

Nas aplicações a equação implícita é resolvida utilizando o método da bisecção.

3.3.3 Obtenção da Característica Potência Mecânica - Escorregamento do Equivalente

Para se obter a característica $P_{carga} - s_{eq}$ para o motor equivalente utilizam-se as características estáticas do motor e faz-se uma variação de parâmetros, de modo que tal parâmetro da máquina seja influente na potência elétrica desenvolvida no eixo pelo rotor, e não seja com relação à potência mecânica.

Este parâmetro pode ser, por exemplo, a tensão do barramento. Supondo que a tensão tenha sido escolhida, um procedimento para se obter a caracterítica da carga do motor equivalente é mostrado abaixo:

1. Escolhe-se um valor de tensão, e começa-se o processo.

2. Obtém-se para a tensão especificada, a potência desenvolvida no eixo para cada motor, isto é:

$$P_{eixo-j} = \frac{r_{rj}}{s_j} I_{rj}^2 (1 - s_j)$$

   com $j = 1, 2, \cdots$, n. Lembrar que $I_r = f(s)$.

3. Aplica-se o critério de equivalência:

$$P_{eixo-eq} = \sum_{1}^{n} P_{eixo-j}$$

4. Obtém-se o valor de s_{eq} de modo que a igualdade abaixo seja respeitada para o valor especificado da tensão V:

$$P_{eixo-eq} = \frac{r_{req}}{s_{eq}} I_{req}^2 (1 - s_{eq})$$

   e com isso obtém-se um ponto da curva $(P_{mec_{eq}}, s_{eq})$.

5. Testa se o processo acabou; se não, toma-se uma outra tensão, $V = V + \Delta V$ e volta-se ao passo (2).

As figuras 3.8 e 3.9 ilustram este procedimento.

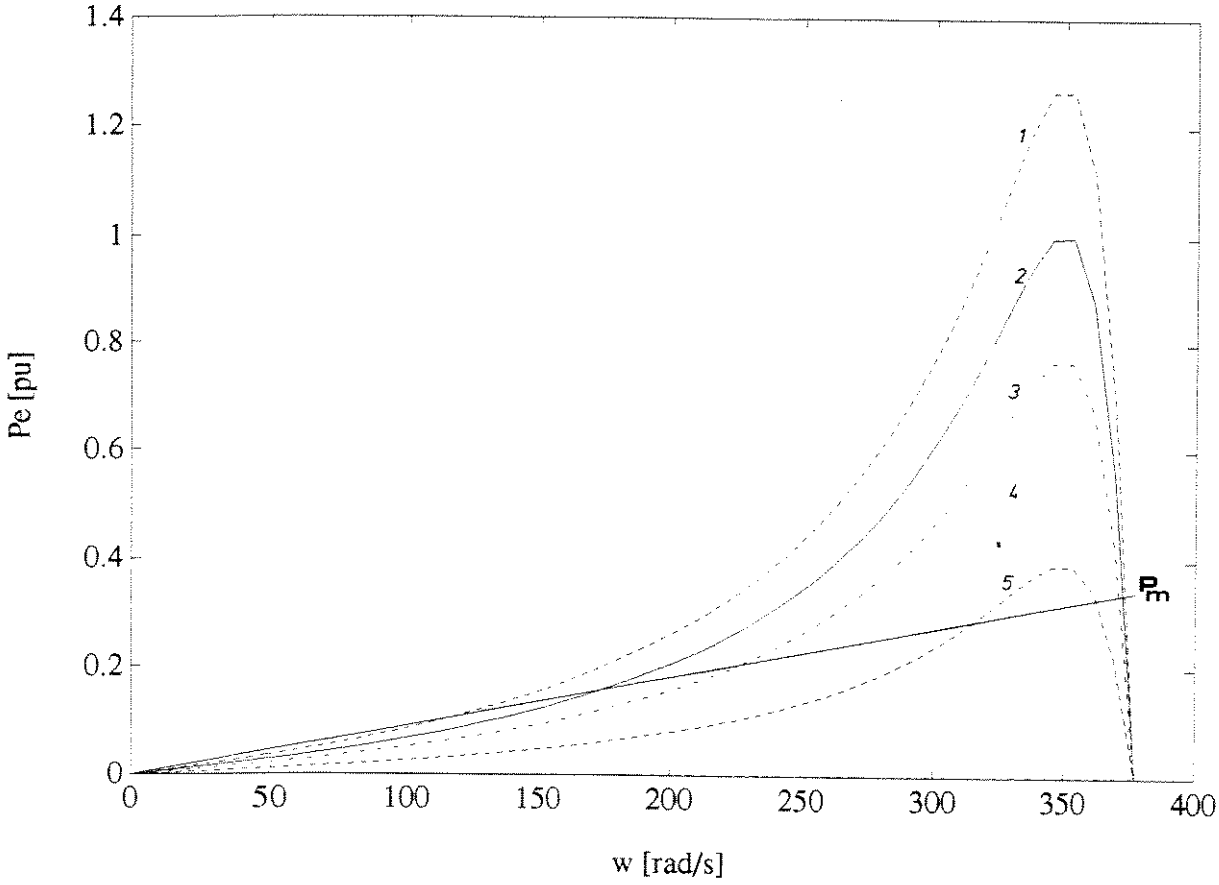

Figura 3.8 - Característica da potência - escorregamento do equivalente com a variação da tensão terminal, onde (1) V=1.0 pu, (2) V=0.9, (3) V=0.8, (4) V=0.7 e (5) V=0.5.

Oberva-se que enquanto a característica $P_{el} - s$ varia com a tensão, a característica $P_m \; x \; s$ permanece a mesma. Isto vale para todos os motores, inclusive para o equivalente. A figura 3.9 mostra mais detalhadamente o trecho final da figura 3.8.

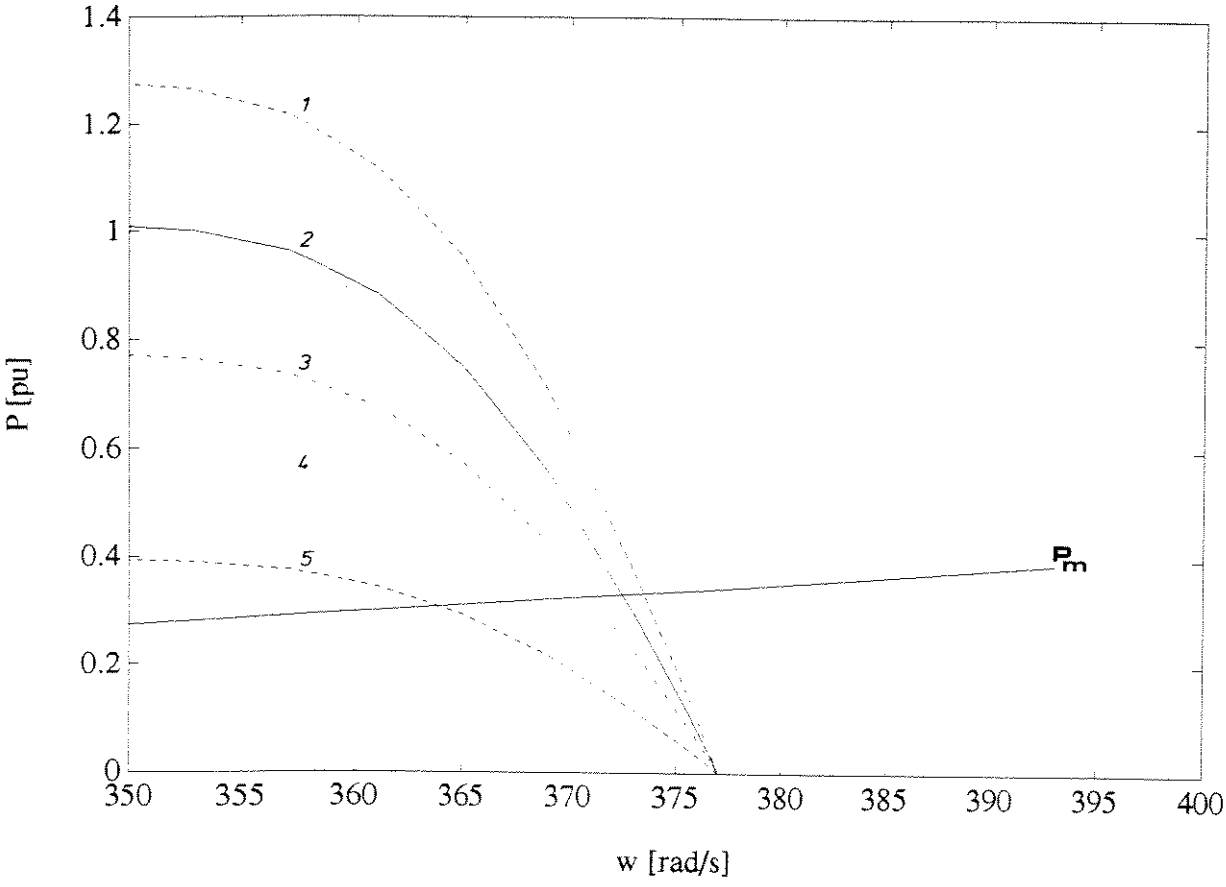

Figura 3.9 -Característica potência - escorregamento do equivalente com a variação da tensão terminal, em detalhe.onde (1) V=1.0 pu, (2) V=0.9, (3) V=0.8, (4) V=0.7 e (5) V=0.5.

Este procedimento tem o inconveniente que dependendo da característica da carga pode não haver ponto de interseção entre as curvas da potência desenvolvida no eixo e potência mecânica. como pode ser visto na figura 3.10.

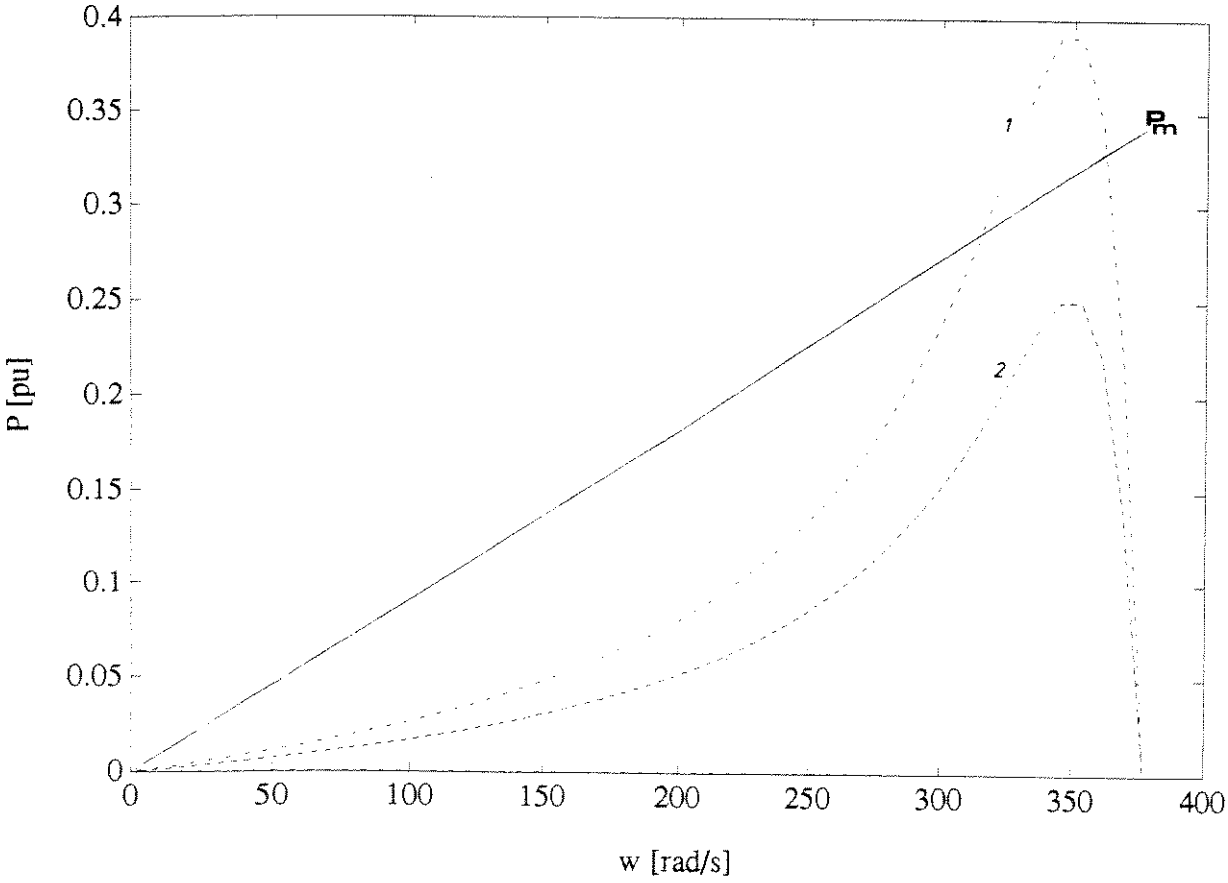

Figura 3.10 - Característica potência - escorregamento do equivalente com a variação da tensão terminal, onde (1) V=0.5 pu, (2) V=0.4.

Uma outra possibilidade consiste em usar a variação da resistência do rotor, que não tem o inconveniente da tensão, pois a variação da resistência do rotor de um motor de indução desloca a curva torque versus velocidade sem alterar o valor do torque crítico. Isto poder ser visto através das figuras 3.11 e 3.12.

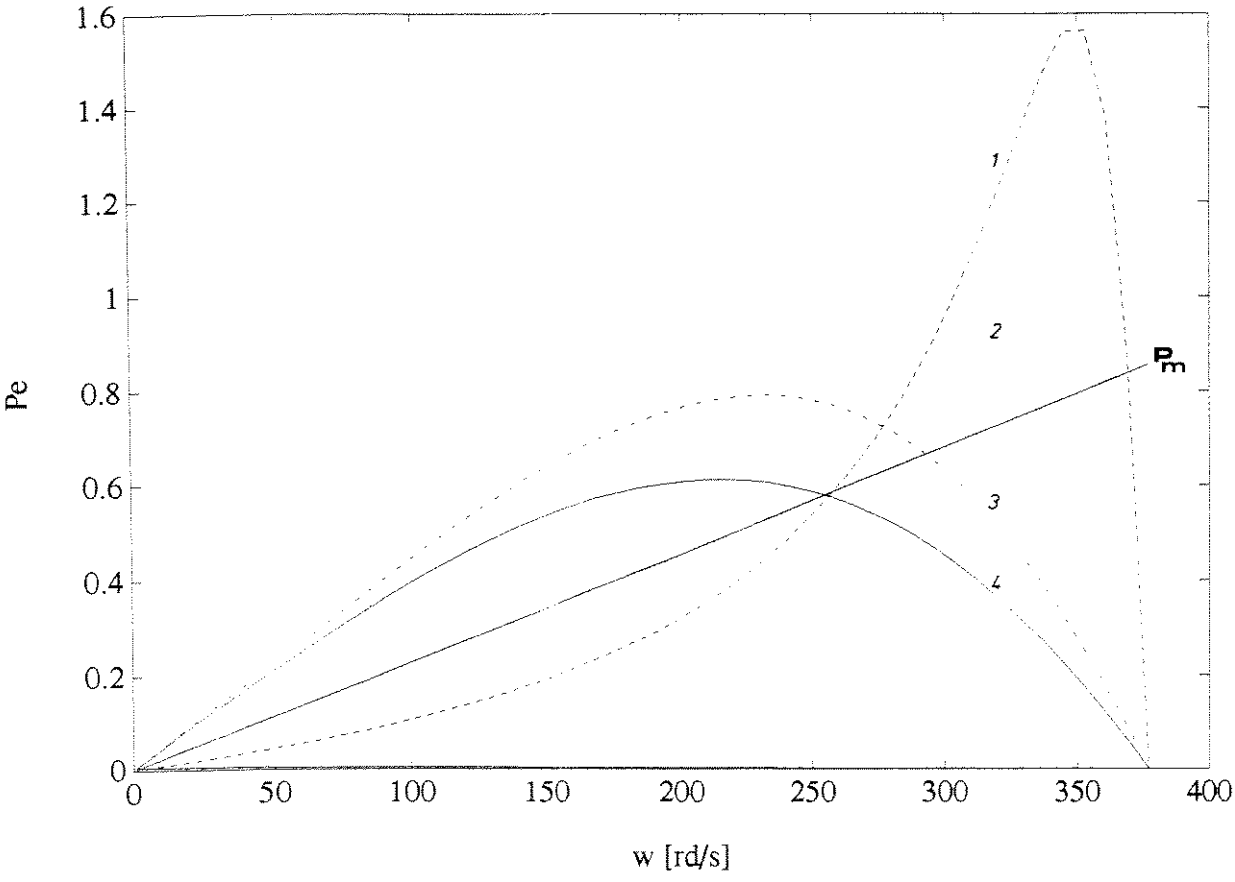

Figura 3.11 - Característica potência - escorregamento do equivalente com a variação da resistência do rotor, onde (1) $r_r = 1$. (2) $r_r = 5$, (3) $r_r = 10$ e (4) $r_r = 15$.

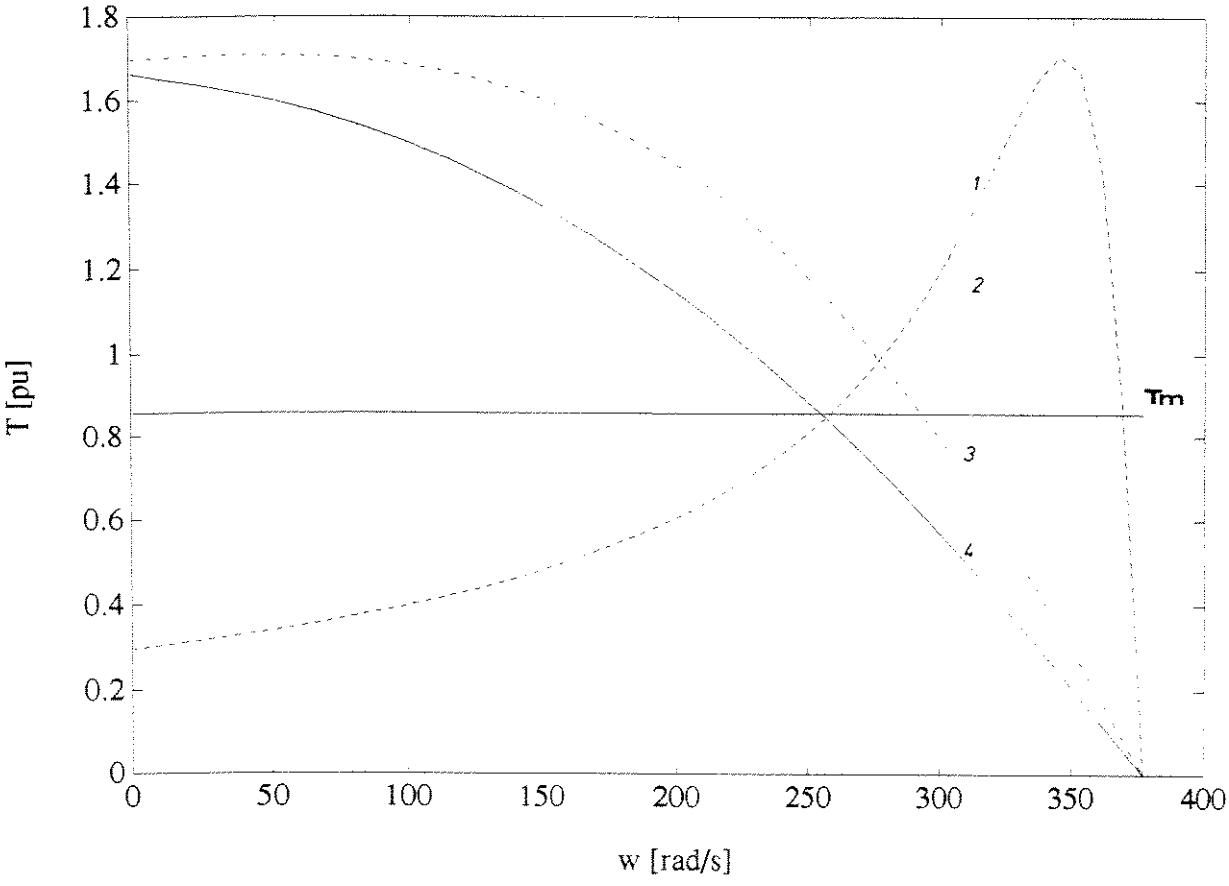

Figura 3.12 - característica torque - escorregamento do equivalente com a variação da resistência do rotor , onde (1) $r_r = 1$, (2) $r_r = 5$, (3) $r_r = 10$ e (4) $r_r = 15$.

Um procedimento para se achar a característica potência mecânica versus escorregamento, fazendo uso da variação das resistências dos rotores de cada motor, pode ser dado por:

1. Tomam-se as resistências dos rotores de todos os motores, inclusive o equivalente, e começa-se o processo.

2. Obtém-se com as resistências dos rotores especificadas, a potência desenvolvida no eixo para cada motor, isto é:

$$P_{eixo-j} = \frac{r_{rj}}{s_j} I_{rj}^2 (1 - s_j)$$

com $j = 1, 2, \cdots, n$.

3. Aplica-se o critério de equivalência:

$$P_{eixo-eq} = \sum_{1}^{n} P_{eixo-j}$$

4. Obtém-se o valor de s_{eq} de modo que a igualdade abaixo seja respeitada para o valor especificado de r_{req}.

$$P_{eixo-eq} = \frac{r_{req}}{s_{eq}} I_{req}^2 (1 - s_{eq})$$

e obtém-se um ponto da curva $(P_{mec_{eq}}, s_{eq})$.

5. Testa se o processo acabou; se não, considera-se outro valor de resistências dos motores, calcula-se a nova resistência do rotor equivalente e volta-se ao passo (2).

3.3.4 Obtenção da Constante de Inércia

A constante de inércia (**H**) de uma máquina é definida como a quantidade de energia cinética armazenada no rotor na velocidade síncrona por unidade de potência, isto é:

$$H = \frac{1}{2} J \frac{\omega_s^2}{S_b} = \frac{W_c}{S_b} [T]$$

onde J é o momento de inércia, ω_s é a velocidade síncrona, S_b é a potência de base, W_c é a energia armazenada no sistema, e [T] é a unidade de tempo, usualmente segundos.

Os métodos comumente usados para a obtenção da constante de inércia do motor equivalente baseiam-se na hipótese que a energia cinética do motor equivalente é igual a soma das energias cinéticas de cada motor, ambos na velocidade síncrona. Geralmente,toma-se a base de potência do motor equivalente como a soma das bases indivíduais, ou seja:

$$W_{c.eq} = W_{c.1} + W_{c.2} + \cdots + W_{c.n}$$

$$S_{b.eq} = S_{b.1} + S_{b.2} + \cdots + S_{b.n}$$

Portanto:

$$H_{eq} = \frac{W_{ceq}}{S_{beq}} = \frac{W_{c1}}{S_{beq}} + \frac{W_{c2}}{S_{beq}} \cdots + \frac{W_{cn}}{S_{beq}}$$

ou de outra forma:

$$H_{eq} = (H_1 S_{b1} + H_2 S_{b2} + \cdots + H_n S_{bn}) / S_{beq}$$

onde as constantes de inércia das máquinas são dadas em suas respectivas bases.

Lembrando que:

$$W_{c.i} = \frac{1}{2} J_i \omega r_i^2$$

e voltando ao critério de equivalência:

$$W_{ceq} = H_{eq} S_{beq} = \frac{1}{2} J_1 \omega r_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega r_2^2 + \cdots + \frac{1}{2} J_n \omega r_n^2$$

Isto implica que quando os motores não são coerentes, na verdade H_{eq} depende do escorregamento dos motores do grupo, ou seja:

$$H_{eq} = f(\omega r_1, \omega r_2, \cdots, \omega r_n)$$

Portanto este procedimento de obtenção do H_{eq} implica em um bom desempenho, somente enquanto a velocidade das máquinas do grupo estiverem perto da síncrona e os motores forem coerentes, isto é:

$$\dot{s}_{r1} = \dot{s}_{r2} = \cdots = \dot{s}_{rn} = \dot{s}_{req}$$

De modo a superar as restrições desta abordagem - amplamente utilizada - um novo procedimento para a obtenção da constante de inércia do motor equivalente é apresentado.

As bases teóricas desta nova metodologia já foram apresentadas no Capítulo 2 e resumidamente são:

- Conjugado e potência pelo teorema de Thèvenin.
- Relação do escorregamento e conjugado máximo.
- Cálculo do tempo de partida de um motor, com resistências do rotor constantes, a vazio.

O procedimento proposto para a obtenção do H_{eq} é o seguinte:

1. Cálcula-se o tempo gasto para cada motor partir a vazio e chegar a uma dada velocidade perto da síncrona, isto é:

$$t_i = \frac{J_i \omega_s}{2 T_{max.i}} [\frac{1 - s_i^2}{2 s_{max.i}} + s_{max.i} \log(1/s_i)]$$

para $i = 1 \cdots n$.

2. Faz-se t_{menor} igual ao menor dos t_i obtidos.

3. Da equação:

$$t_{menor} = \frac{J_i \omega_s}{2 T_{max.i}} [\frac{1 - s_i^2}{2 s_{max.i}} + s_{max.i} \log(1/s_i)]$$

obtém-se o escorregamento em que estará cada motor, após um tempo igual a t_{menor}.

4. Com as equações de potência elétrica em função do escorregamento, obtém-se a potência elétrica de cada motor em um tempo igual a t_{menor}.

5. Usando o critério de equivalência, faz-se:

$$P_{eixo-eq} = \sum_{1}^{n} P_{eixo-j}$$

6. Obtém-se o valor de s_{eq} de modo que a igualdade abaixo seja respeitada para o tempo especificado t_{menor}:

$$P_{eixo-eq} = \frac{r_{req}}{s_{eq}} I_{req}^2 (1 - s_{eq})$$

7. A partir da equação abaixo obtém-se J_{eq} e posteriormente H_{eq}.

$$t_{menor} = \frac{J_{eq} \omega_s}{2 T_{max.eq}} [\frac{1 - s_{eq}^2}{2 s_{max.eq}} + s_{max.eq} \log(1/s_{eq})]$$

$$H_{eq} = \frac{1}{2} J_{eq} \frac{\omega_s^2}{S_b}$$

3.3.5 Comparação das Metodologias de Obtenção dos Parâmetros Elétricos Equivalentes

Como deve ter sido notado, a obtenção dos parâmetros elétricos do motor equivalente é fundamental para a obtenção dos demais parâmetros. Com isto em vista, apresenta-se na tabela 3.1 uma breve uma breve comparação entre as diversas metodologias.

Parâmetros	Rr	Xr	Rs	Xs	Xm	Caso T2	Caso T1
Método Hakim/Berg	0.00825	0.05077	0.0	0.0	0.85692	0.70415	0.50647
Metodo A Nozari el alli	0.0328	0.208	0.05	0.208	3.48	0.70415	0.50647
Metodo B Nozari et alli	0.00825	0.05077	0.0123	0.0508	0.85692	0.70415	0.50647
Novo Método	0.00825	0.05077	0.01233	0.05077	0.85692	0.4495	0.04527

Tabela 3.1 - Parâmetros do motor equivalente para um grupo de motores {M1 e M2}, obtidos através das diversas metodologias.

Os dados da tabela estão em [pu] na base do agregado (equivalente), sendo que a potência de base do equivalente é a somatória das potências de base de cada motor do grupo.

Tomando as impedância do novo método como corretas, observa-se da tabela que:

- O método de Hakim/Berg é um método que obtém corretamente as impedâncias do rotor e do ramo magnetizante, mas despreza a impedância do estator dos motores;
- O método **A** é a pior aproximação;
- O método **B**, assim como o de Hakim/Berg, calcula corretamente as impedâncias do rotor e do ramo magnetizante, e a impedância do estator obtida se aproxima muito do valor correto. Esta aproximação se deve ao fato dos motores serem parecidos, pois pela equação 3.1 tem-se que a impedância correta de estator do equivalente depende dos valores das impedâncias do rotor e do ramo magnetizante. Portanto quando da agregação de motores distintos maior será a possibilidade da impedância do estator obtida pelo método **B** se afastar do valor correto O mesmo acontece quando o grupo a ser agregado estiver em barras diferentes, pois uma nova impedância será adicionada ao estator das máquinas. Para mostrar este fato aumentou-se o valor das impedâncias de estator do motor M2 e recalculando-se os parâmetros equivalentes mantendo os demais inalterados. A comparação entre os métodos está na tabela 3.2.

De modo a mostrar que a boa aproximação na obtenção da impedância do estator do equivalente - método B (tabela 3.1) é devida a semelhança dos motores dos do grupo, foram adicionados alguns valores de impedância na impedância do motor M2. A tabela 3.2 ilustra este fato.

Impedância adicionada ao estator do motor M2	$2 \, . \, Z_{s2}$	0.02 + j0.08
Impedância do estator do motor equivalente - método B	0.0197 + j0.0825	0.0323 + j0.0681
Impedância do estator do motor equivalente - novo método	0.0215 + j0.0917	0.0186 + j0.0543

Tabela 3.2 - Impedâncias do estator do motor eqivalente para o grupo {M1 e M2}, com a adição de uma impedância no estator do motor M2. Os valores estão em [pu] na base do motor equivalente.

Capítulo 4

Testes e Resultados

Neste capítulo serão descritos os testes realizados no intuito de validar o método de agregação proposto. Baseados nos resultados das simulações são também apresentadas algumas análises de desempenho.

A fim de simular o comportamento dinâmico de motores de indução foi desenvolvido um programa na linguagem C que resolve as equações do modelo de 5a. (ou 3a.) ordem em termos de fluxos. As equações diferenciais são integradas passo-a-passo através do método trapezoidal implícito, que é utilizado por ser rápido e confiável. Este programa é utilizado como referência para obter o comportamento dinâmico tanto do grupo de motores individuais quanto do motor equivalente. As variáveis usadas para aferir a qualidade do equivalente obtido são a potência ativa e a potência reativa em função do tempo. Um motor equivalente a um grupo de motores será considerado adequado se as curvas P(t) e Q(t) correspondentes ao motor equivalente forem semelhantes às curvas correspondentes à somatória das curvas Pi(t) e Qi(t) de cada motor individual, assumindo o mesmo tipo de perturbação.

A maioria das simulações realizadas consideram que o conjunto de motores a agregar está no mesmo barramento, e além disso um exemplo de agregação com motores em barras distintas é mostrado. O tipo de transitório estudado é aquele causado por uma variação brusca de tensão no barramento terminal. Esta perturbação foi escolhida por ser, geralmente, a mais severa e frequente nos sistemas industriais.

A construção do motor equivalente, a partir dos dados de cada motor individual, foi realizada resolvendo-se as equações necessárias (como descrito no Cap. 3) através de um programa escrito em um pacote de matemática numérica, que imprimiu flexibilidade para se trabalhar com funções matemáticas e gráficos. Este software foi muito útil durante o desenvolvimento do método de agregação por sua facilidade de acesso e flexibilidade. Uma vez desenvolvido o método em sua forma final, nada impede que este seja programado também em C e seja integrado ao programa de simulação. Porém isto não foi feito neste trabalho, pois o objetivo era desenvolver e

testar a metodologia de agregação, ou seja, a obtenção dos parâmetros do equivalente.

Durante a fase de desenvolvimento do método vários testes foram realizados com o objetivo de validar os procedimentos propostos. Serão apresentados aqui alguns desses resultados (os considerados mais importantes) para ilustrar e esclarecer o funcionamento do método proposto. Os testes estão distribuidos de modo a se isolar o efeito de cada procedimento ou item, e comparando sempre com o resultado correto. O passo de integração utilizado é de 0.5 milisegundos.

Os dados dos motores utilizados nos testes estão no Apêndice A e foram obtidos das referências ou algumas vezes adaptados para mostrar algumas particularidades.

São supostos nulos os torques mecânicos dos motores em todos os gráficos onde o torque mecânico não vier especificado na legenda da figura.

Dois casos foram utilizados, T1 e T2 cujas principais características são:
Caso T2 - O grupo de motores obedecem à condição $H >= \frac{1}{2}T'_{d0}$.
Caso T1 - Algum motor não obedece à condição acima.

A perturbação usada nos testes é uma queda brusca de tensão da forma,

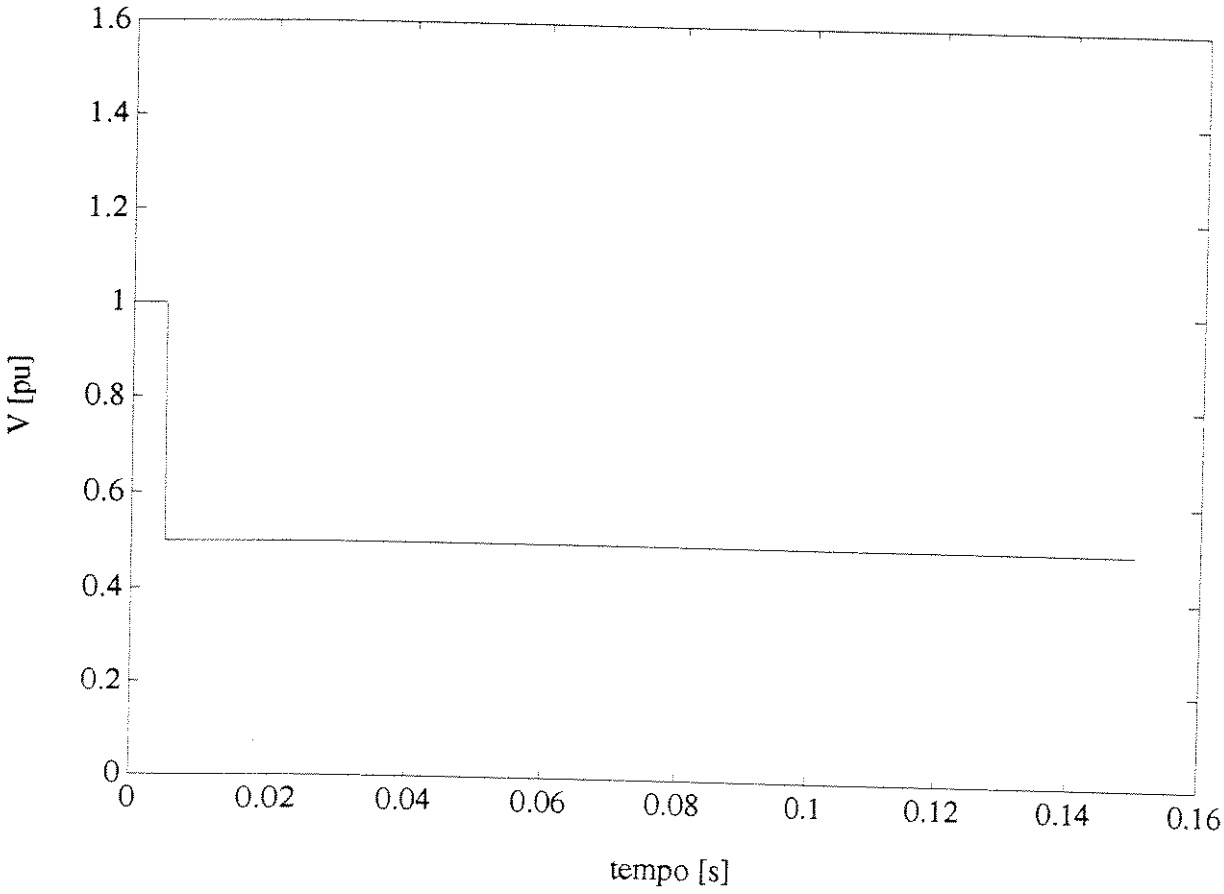

Figura 4.1a - Degrau de Tensão.

e um poço de tensão da forma:

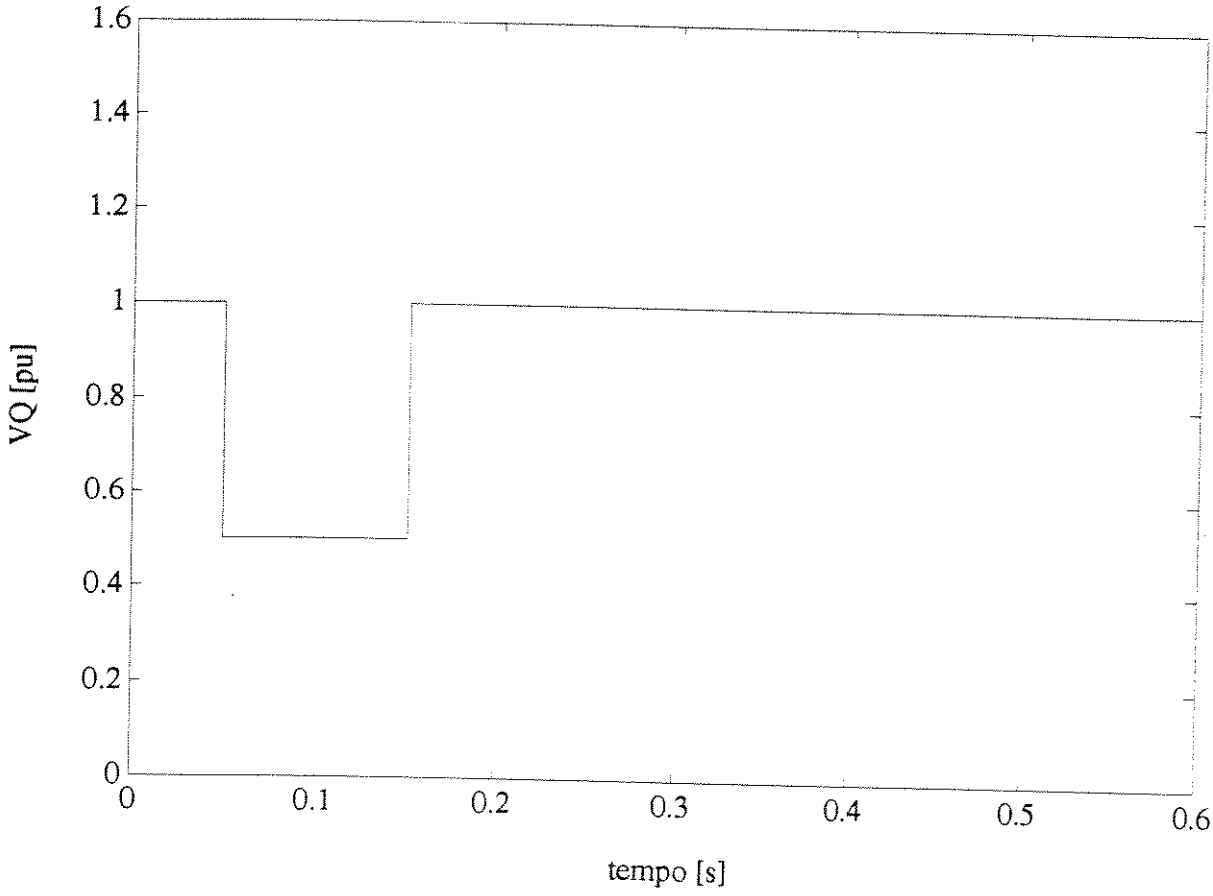

Figura 4.1b - Poço de Tensão.

4.1 Obtenção dos Parâmetros do Motor Equivalente

Nestes dois primeiros gráficos é apresentado o procedimento para a obtenção da curva de simulação correta de um grupo de motores de indução. A curva correta é a dada como a somatória das curvas individuais de cada motor do grupo com modelagens individuais de quinta ordem em termos de fluxo.

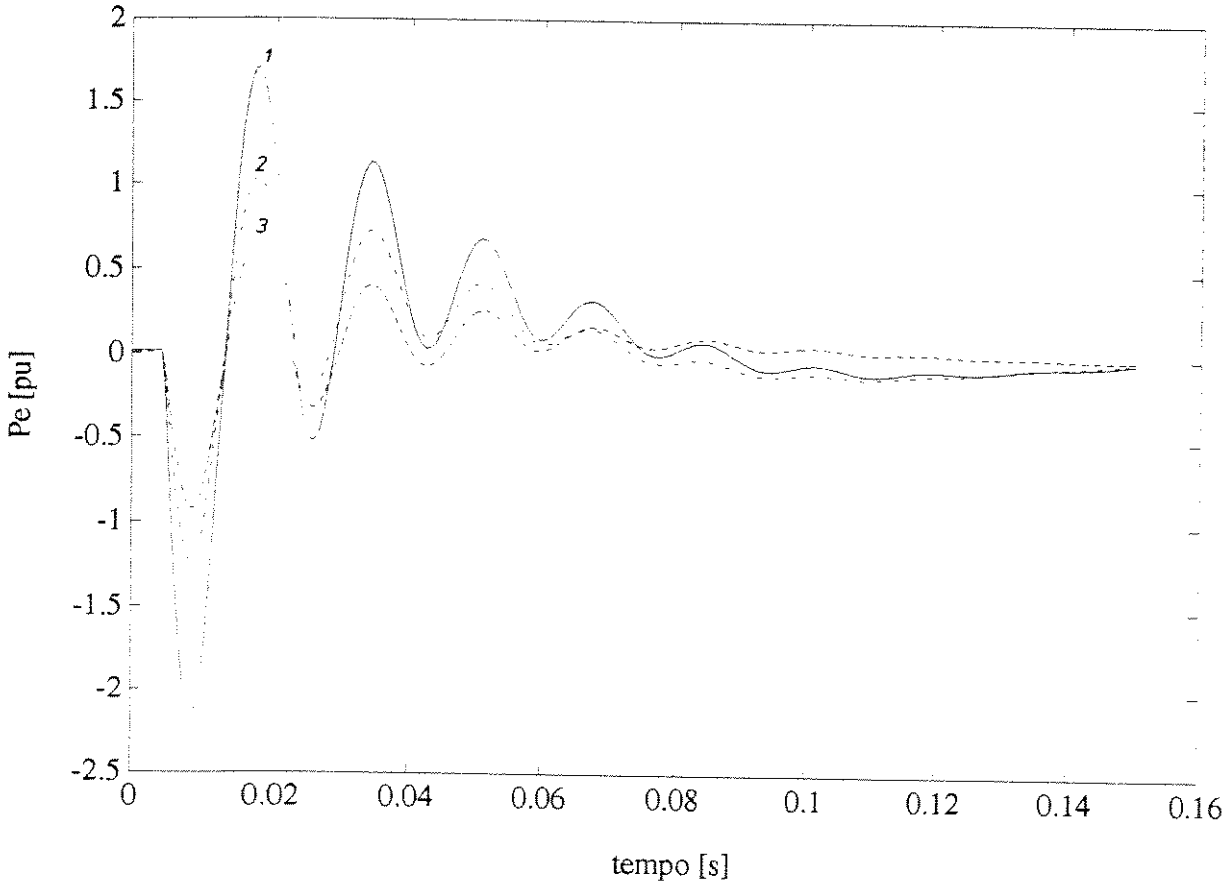

Figura 4.2 - Curva da Potência Ativa: (1) correta do grupo, M1 e M2; (2) motor M2; e (3) motor M1.

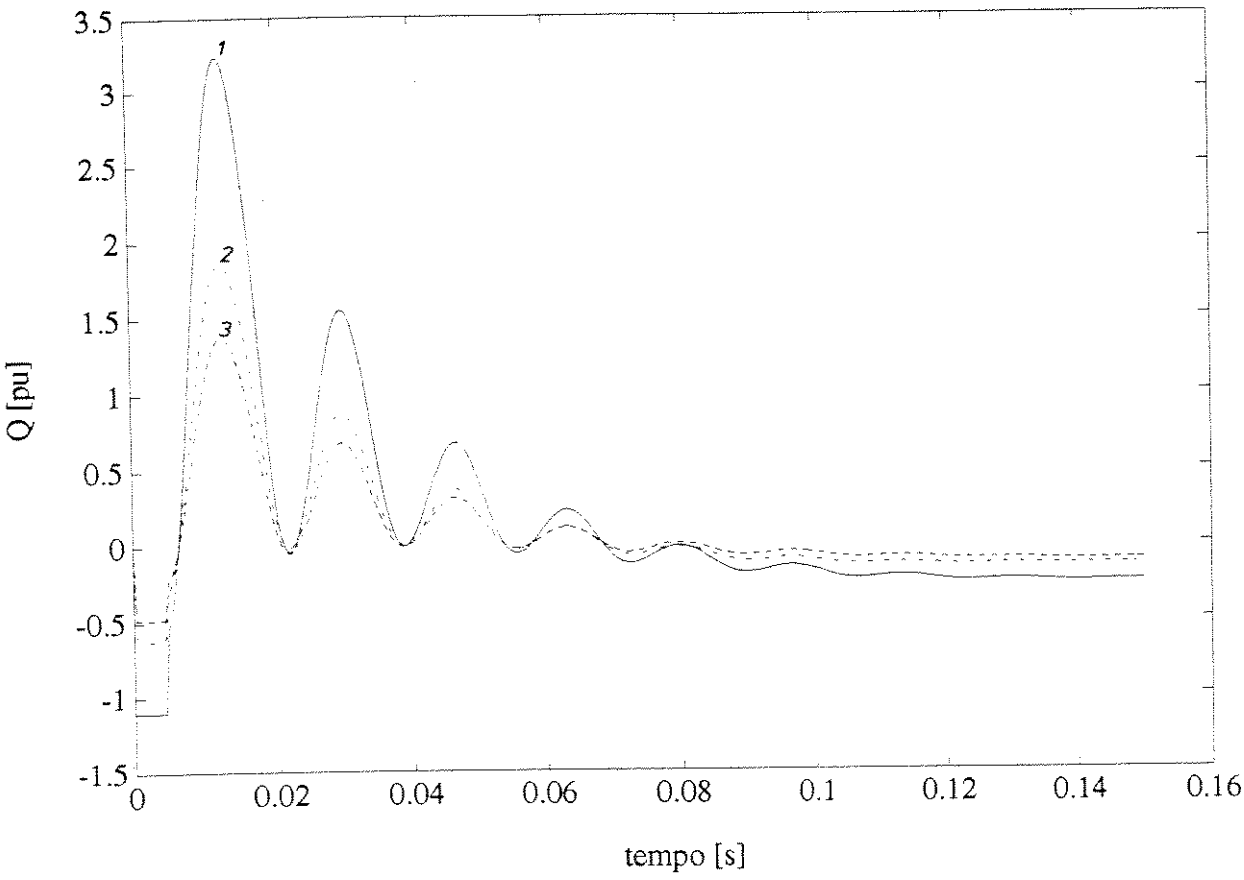

Figura 4.3 - Curva da Potência Reativa: (1) correta do grupo, M1 e M2; (2) motor M2; e (3) motor M1.

Os gráficos mostram as curvas corretas para o grupo de dois motores { M1 e M2 } a serem simulados. A curva suposta correta é a somatória em todo instante das respectivas potências de cada motor do grupo.

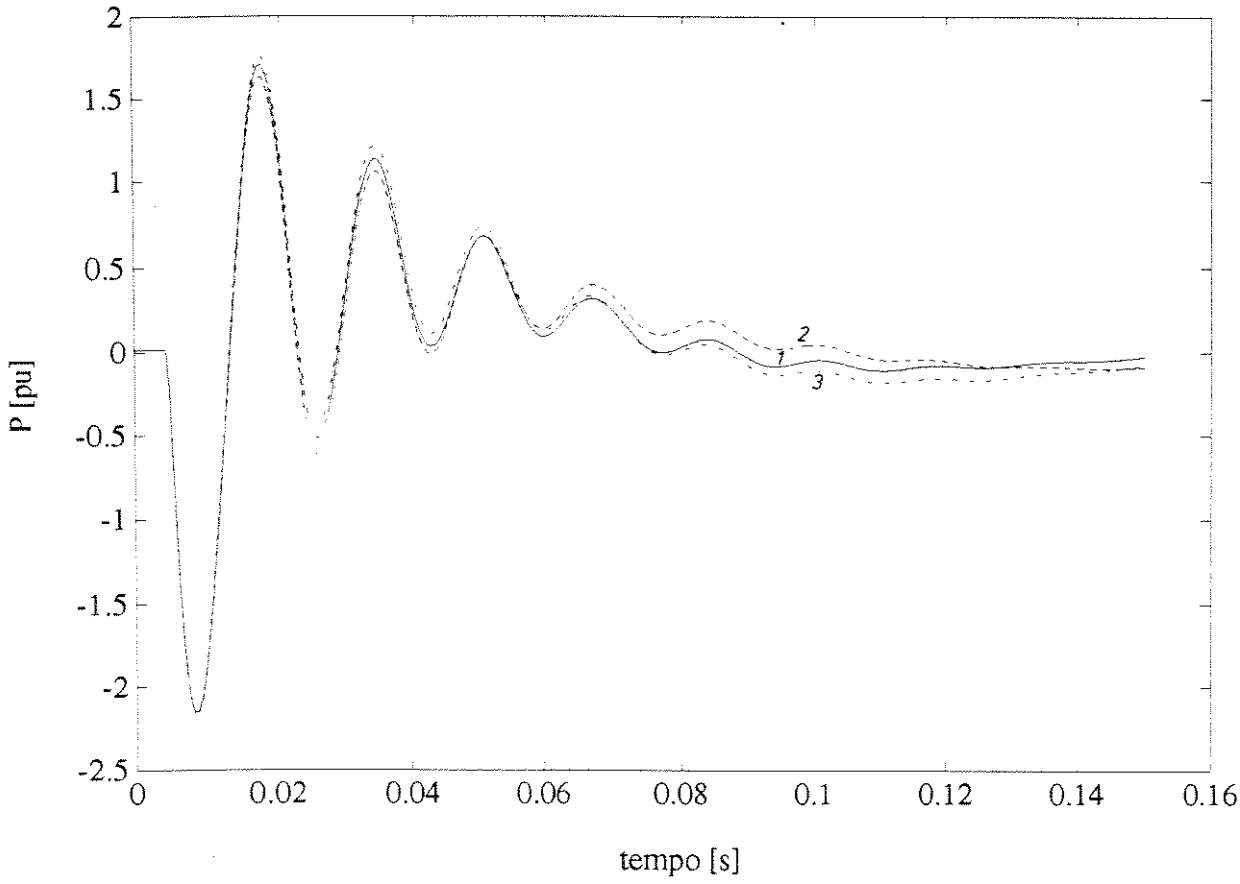

Figura 4.4 - Curva da Potência Ativa: (1) correta do grupo, M1 e M2; (2) do agregado com parâmetros obtidos pelo método **B**: e (3) do agregado com parâmetros obtidos pelo novo método.

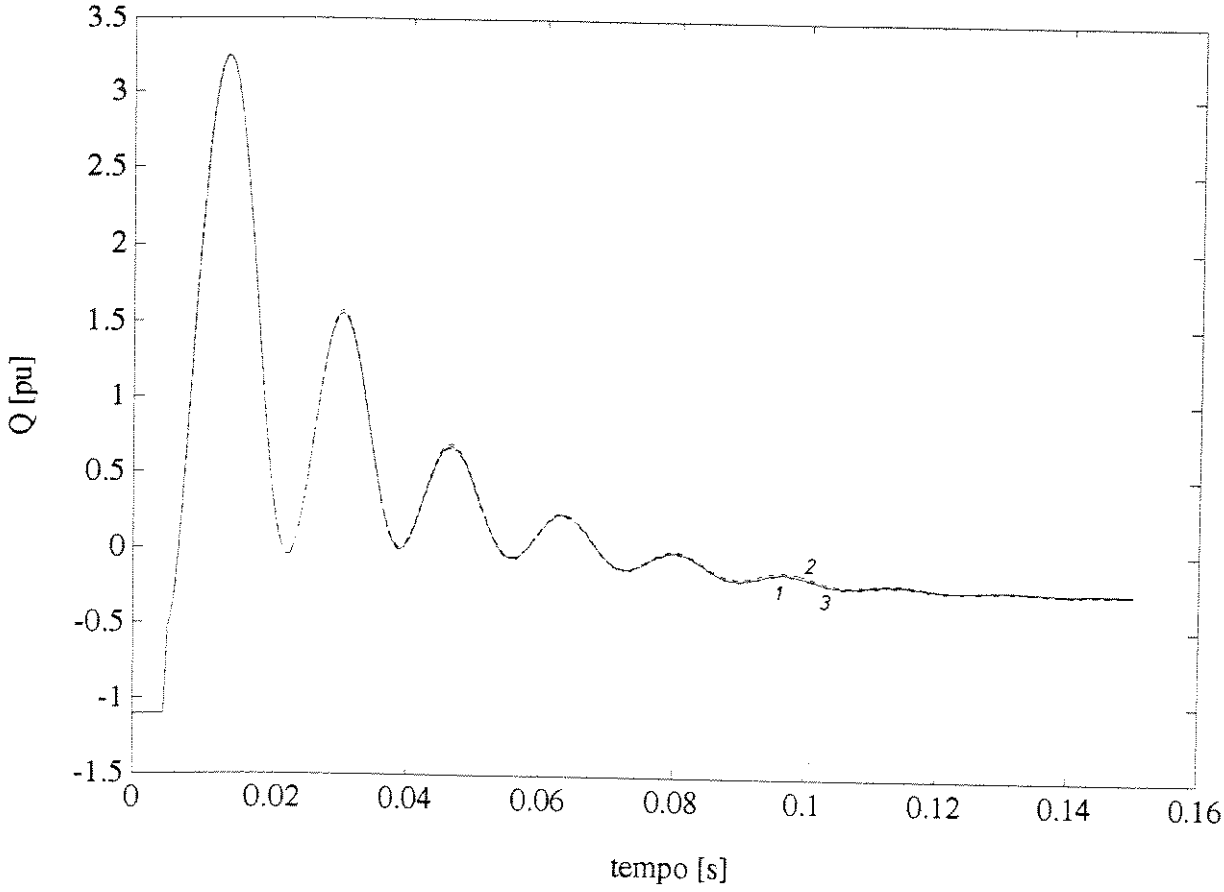

Figura 4.5 - Curva da Potência Reativa: (1) correta do grupo, M1 e M2; (2) do agregado com parâmetros obtidos pelo método **B**; e (3) do agregado com parâmetros obtidos pelo novo método.

As curvas ilustram as diferenças entre o método **B** e o novo método para o grupo de motores { M1 e M2 }, onde $H \geq (1/2)T'_{do}$ é respeitado. A conclusão baseada nestes gráficos é que apesar de ambos os métodos apresentarem bom desempenho , o novo método apresenta um resultado um pouco melhor para tal simulação.

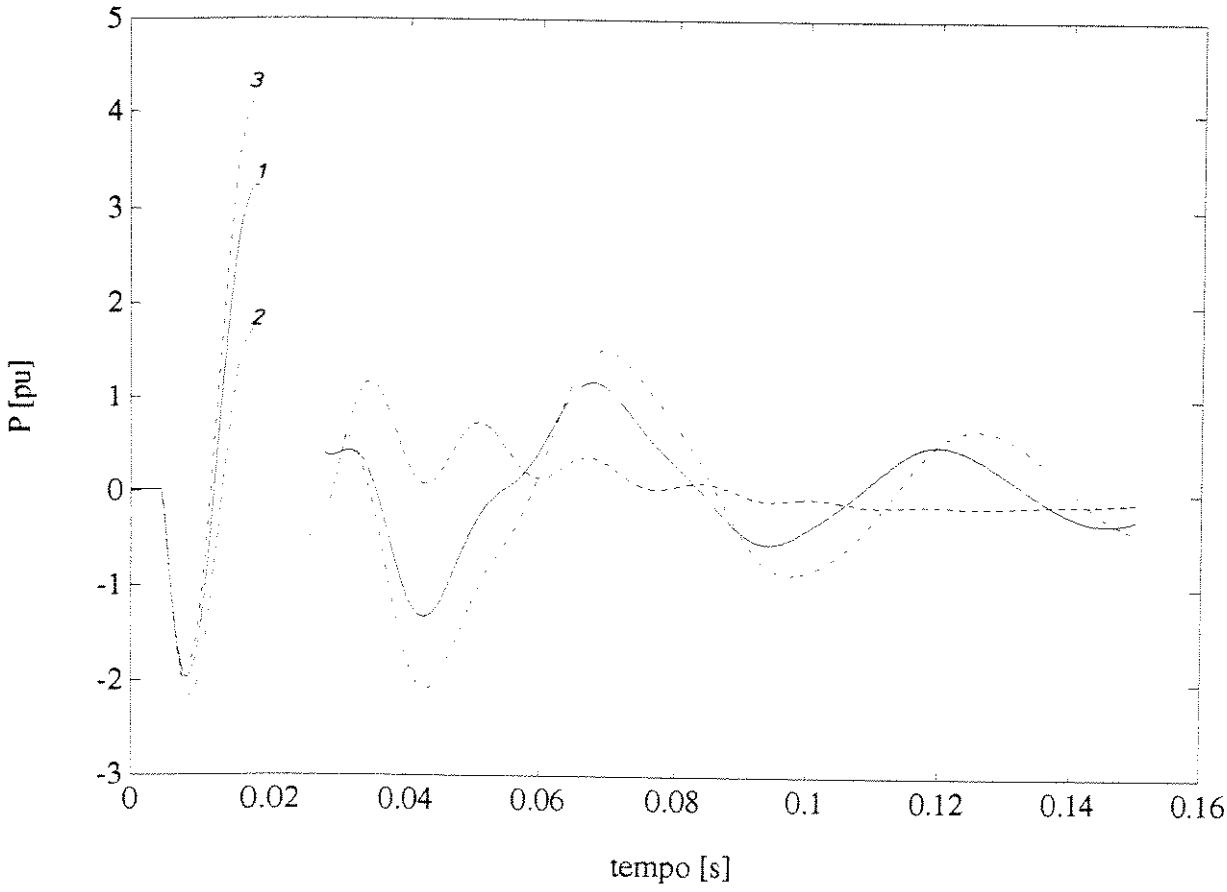

Figura 4.6 - Curva da Potência Ativa: (1) correta do grupo, M1 e M2, caso T2: (2) do agregado com parâmetros obtidos pelo método **B**; e (3) do agregado com parâmetros obtidos pelo novo método.

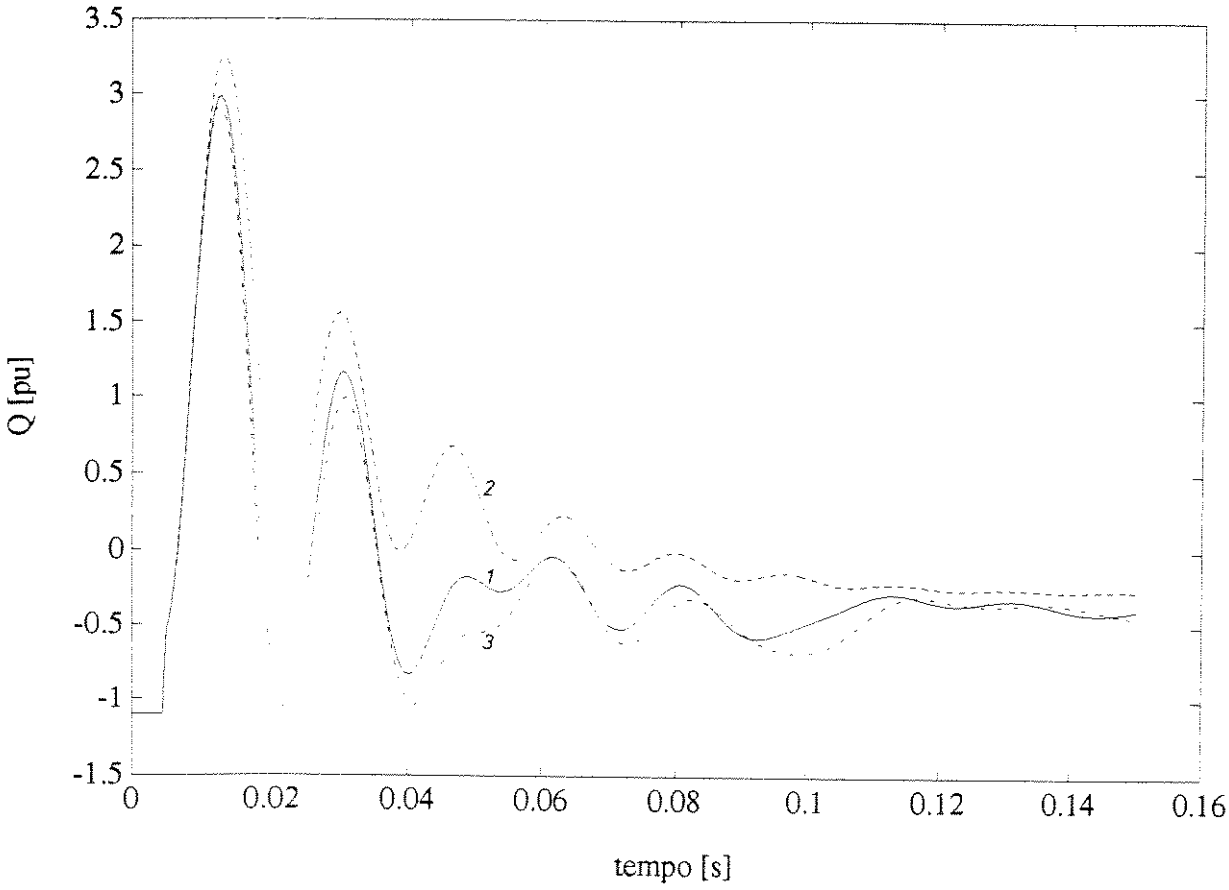

Figura 4.7 - Curva da Potência Reativa: (1) correta do grupo, M1 e M2, caso T2; (2) do agregado com parâmetros obtidos pelo método **B**; e (3) do agregado com parâmetros obtidos pelo novo método.

No caso T2 a constante de inércia do motor M2 é alterada de 0.21965 para 0.021965 de modo a desrespeitar as condições impostas na referência [11].

Ao examinar as figuras 4.6 e 4.7, onde a condição $H \geq (1/2)\, T'_{do}$ é violada é que observamos a vantagem do novo método. Enquanto a curva com os parâmetros obtidos pelo novo método acompanha a curva correta, a outra curva referente ao método **B** defasa e oscila em uma frequência fundamental diferente, não acompanhando nem mesmo a variação de amplitude.

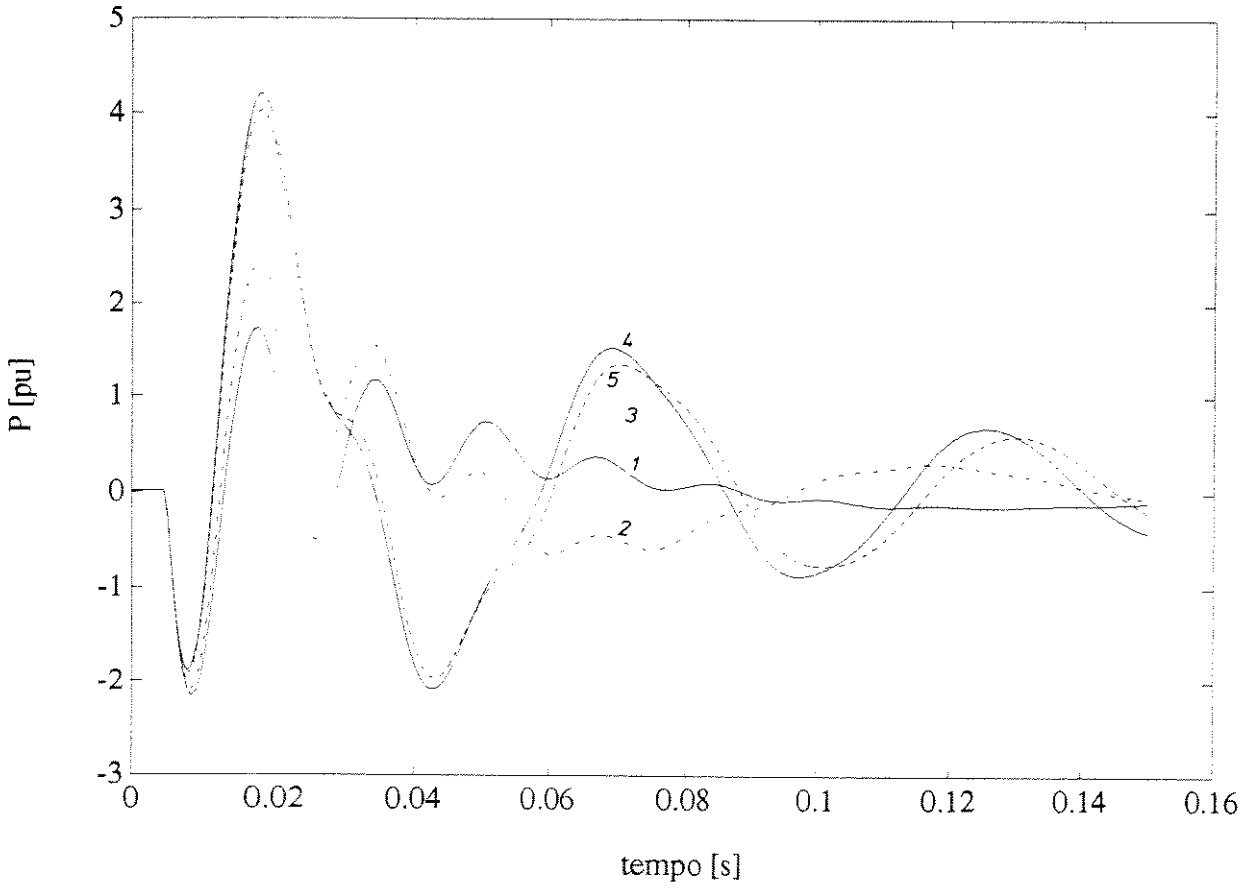

Figura 4.8 - Curva da Potência Ativa para o grupo {M1 e M2}, caso T2: (1) $H_{eq} = 0.70415$, valor calculado utilizando metodologia usual; (2) $H_{eq} = 0.1$; (3) $H_{eq} = 0.05$; (4) $H_{eq} = 0.04527$, valor calculado utilizando a nova metologia proposta; (5) $H_{eq} = 0.04$.

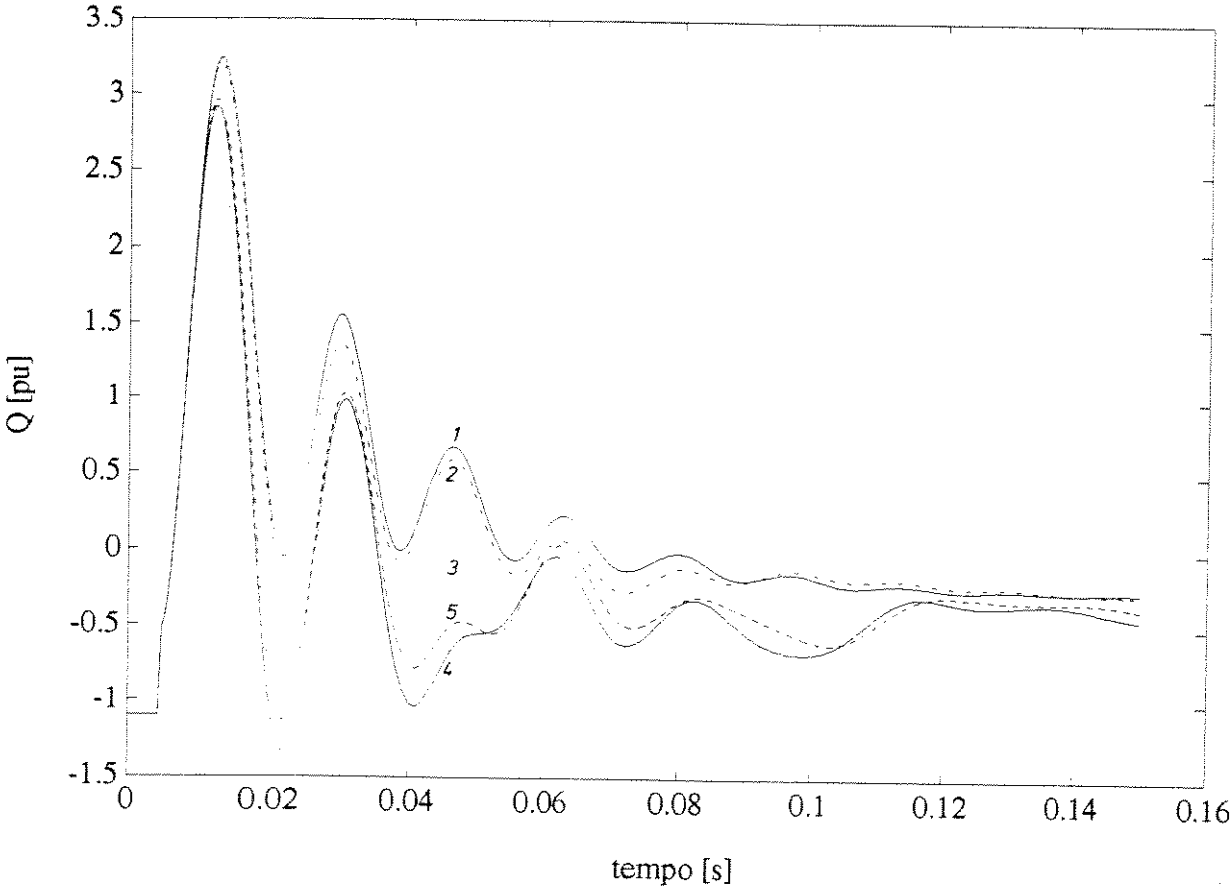

Figura 4.9 - Curva da Potência Reativa para o grupo {M1 e M2}, caso T2: (1) $H_{eq} = 0.70415$, valor calculado utilizando metodologia usual; (2) $H_{eq} = 0.1$; (3) $H_{eq} = 0.05$; (4) $H_{eq} = 0.04527$, valor calculado utilizando a nova metologia proposta; (5) $H_{eq} = 0.04$.

Nos gráficos das figuras 4.8 e 4.9 observa-se que o H_{eq} obtido pela nova metologia proposta é o valor que minimiza o erro entre a curva correta do grupo e a curva do motor equivalente. São dadas variaçôes no valor de H_{eq} e as curvas mostram que à medida que o valor de H_{eq} tende para aquele calculado pelo novo método, também a curva do motor equivalente tende a ficar mais parecida com a curva correta do grupo. Apòs o valor de H_{eq} passar pelo H_{eq}(ótimo) e ir se distanciando deste, a diferença entre as curvas do motor equivalente e a curva correta do grupo vai aumentando.

4.2 Obtenção Característica $Pmec_{eq}(s_{eq})$

Para expressar tal efeito no motor equivalente ainda não havia nenhuma metodologia adequada. A obtenção da característica da $Pmec_{eq}$ era dada em função das velocidades angulares de cada motor do grupo a cada instante, ou então somavam-se as curvas $Pmec(s)$ de cada motor. Este último procedimento assume que todos os motores têm a todo instante a mesma velocidade, e no primeiro tem-se que saber a variação de velocidade de todos os motores do grupo, logo a praticidade destes métodos é mínima.

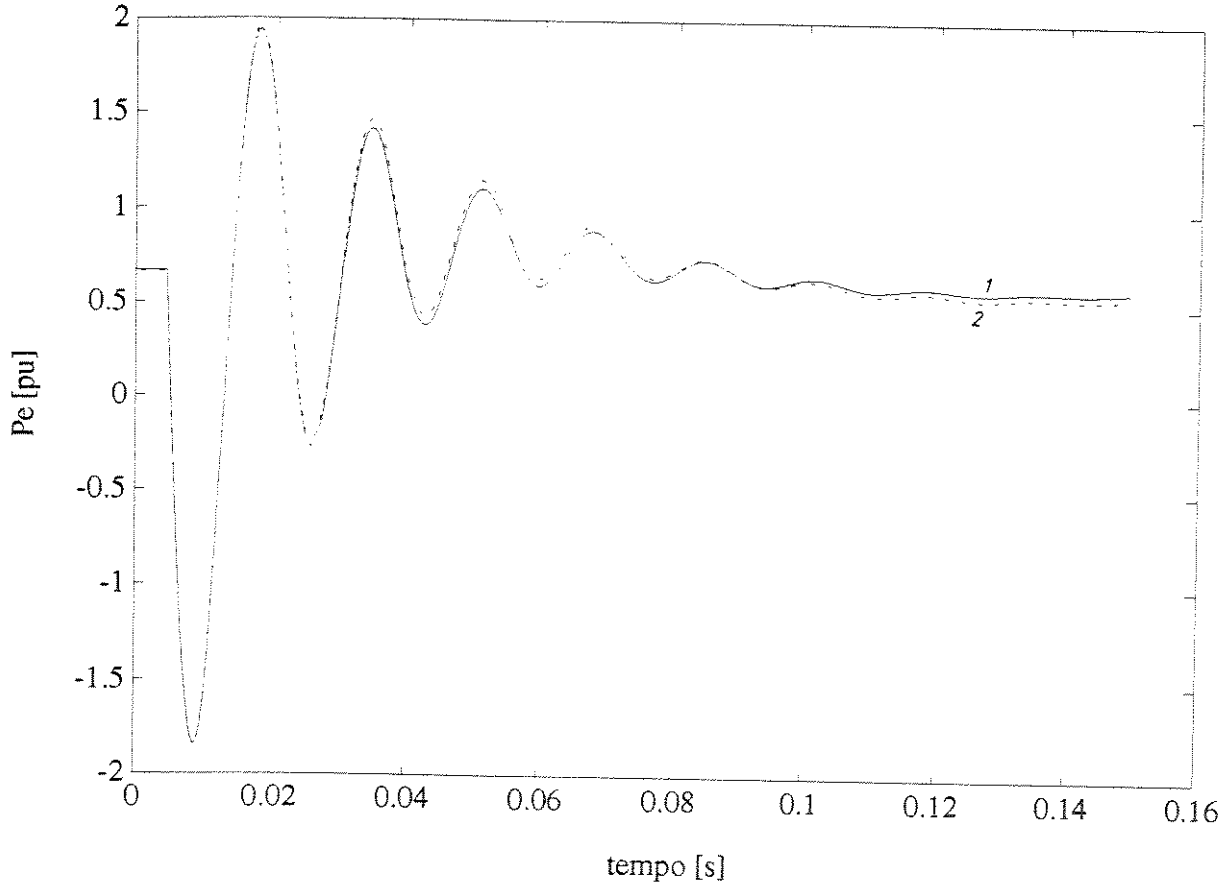

Figura 4.10 - Curva da Potência Ativa para o grupo {M1 e M2}, caso T1, com $T_{m1} = K_1$ e $T_{m2} = K_2\,\omega_r^{1.3}$: (1) correta do grupo; (2) do agregado com $Pmec_{eq}(s_{eq})$ obtida pelo novo método.

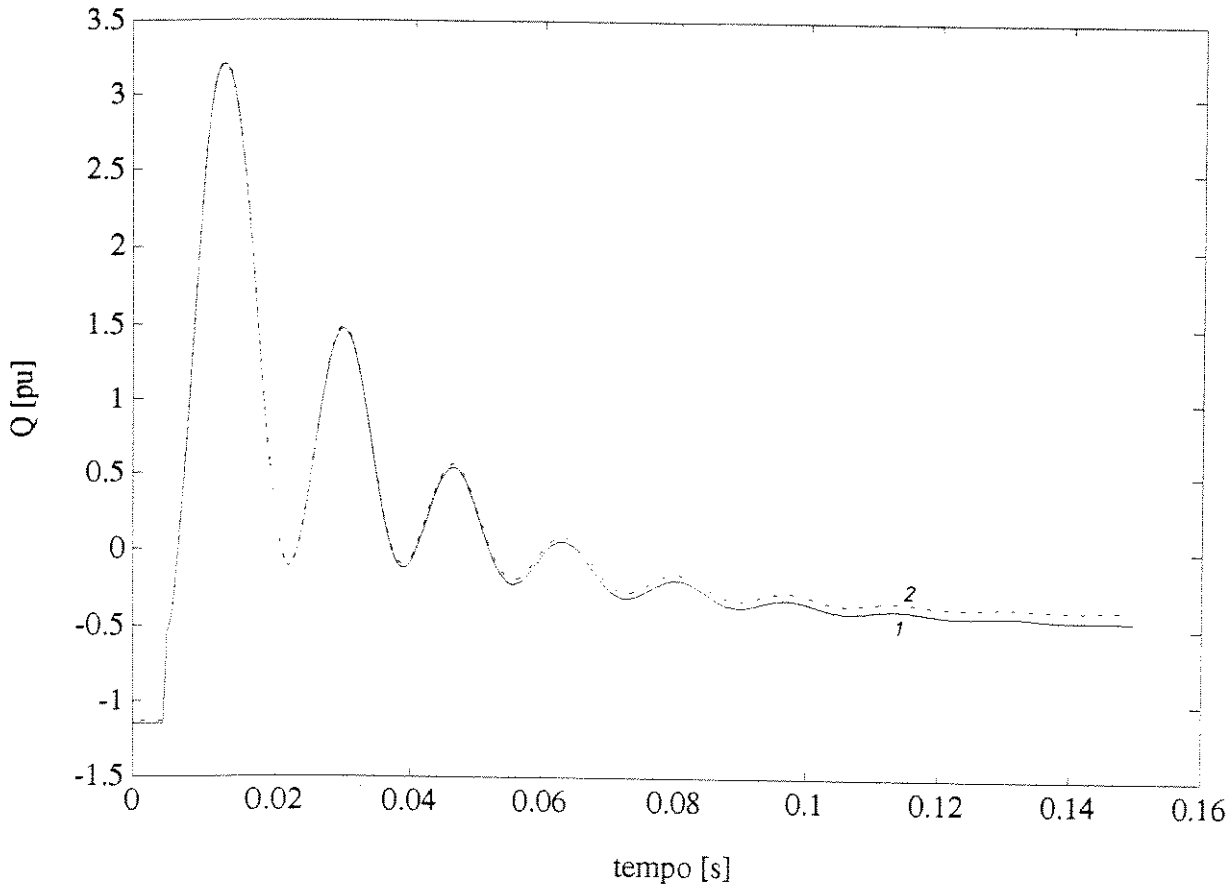

Figura 4.11 - Curva da Potência Reativa para o grupo {M1 e M2}, caso T1, com $T_{m1} = K_1$ e $T_{m2} = K_2\,\omega_r^{1.3} + K_3$: (1) correta do grupo; (2) do agregado com $Pmec_{eq}(s_{eq})$ obtida pelo novo método.

Os gráficos das figuras 4.10 e 4.11 mostram a eficiência do novo método para expressões quaisquer do T_{mec}, pois as curvas do equivalente e a curva correta do grupo são bastante semelhantes.

4.3 Motores em Diferentes Barramentos

Para testar a flexibilidade da nova metologia foi simulado o seguinte sistema:

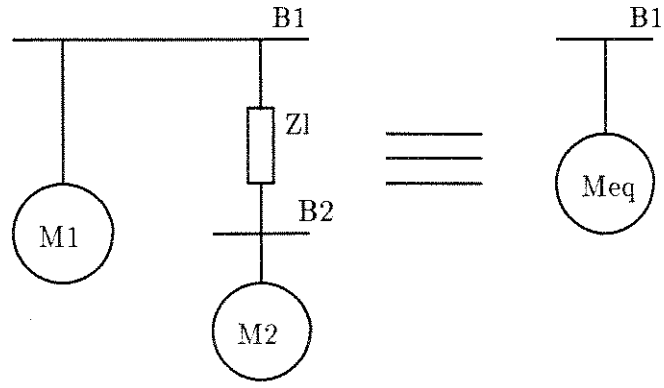

Figura 4.12 - Sistema com um grupo de dois motores em barras diferentes e seu modelo de motor equivalente.

Para obter os parâmetros do motor equivalente adicionou-se a impedância da linha entre as barras B1 e B2 à impedância do estator do motor M2, e daí aplicou-se a nova metologia já descrita. Os gráficos abaixo mostram o bom desempenho do novo método. A perturbarção de tensão é um poço de tensão dada na barra B1, com $T_{mec.1} = 1.0\,[pu]$ e $T_{mec.2} = 0.8\,\omega r^{1.3}[pu]$.

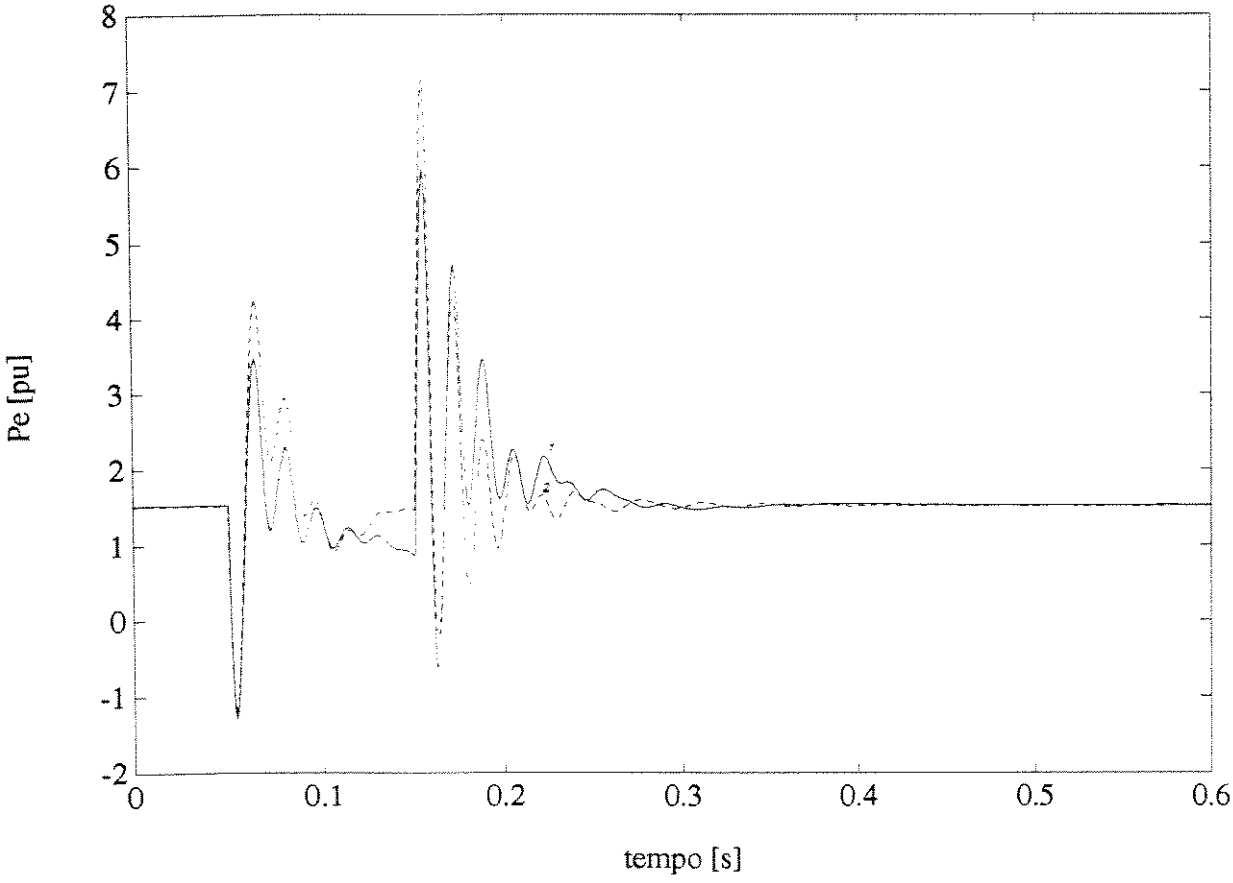

Figura 4.13 - Curva da Potência Ativa para o grupo {M1 e M2}, caso T2, em barras diferentes: (1) correta do grupo; (2) obtida com o novo método.

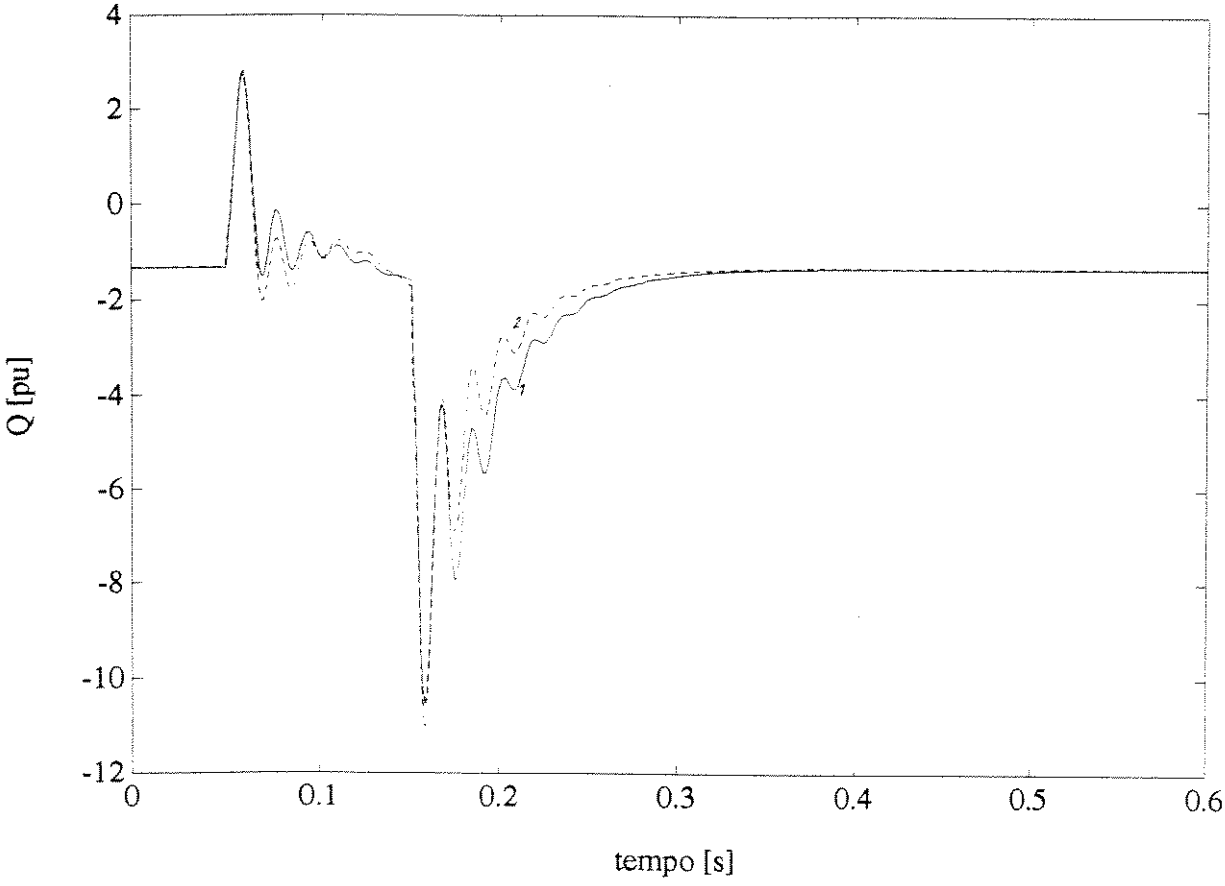

Figura 4.14 - Curva da Potência Reativa para o grupo {M1 e M2}, caso T2, em barras diferentes: (1) correta do grupo; (2) obtida com o novo método.

Portanto o método permite agregar motores que se encontram em barras diferentes e com características de torque quaisquer, o que lhe garante grande versatilidade.

4.4 Comparação de Modelos de Motor de Indução

A representação dos motores de indução com modelos de ordem reduzida é uma saída usual do problema que este trabalho aborda, pois reduz bastante o tempo de simulação do sistema, mas o tempo gasto por este procedimento ainda é grande se comparado com o tempo gasto para se obter os parâmetros e simular um motor equivalente. De modo a ilustrar a outra face de comparação, ou seja a qualidade dos métodos, são mostrados gráficos comparativos

entre os modelos de quinta e terceira ordem em termos de fluxo para o grupo de motores e para o equivalente. Na modelagem de 3a. ordem em termos de fluxo desprezam-se os transitórios do estator [4], [14] e [24], e portanto no equacionamento para a simulação de um motor de indução descrito no capítulo 2, basta fazer $d\psi_s/dt = 0$ na equação 2.30, e seguir o procedimento já descrito.

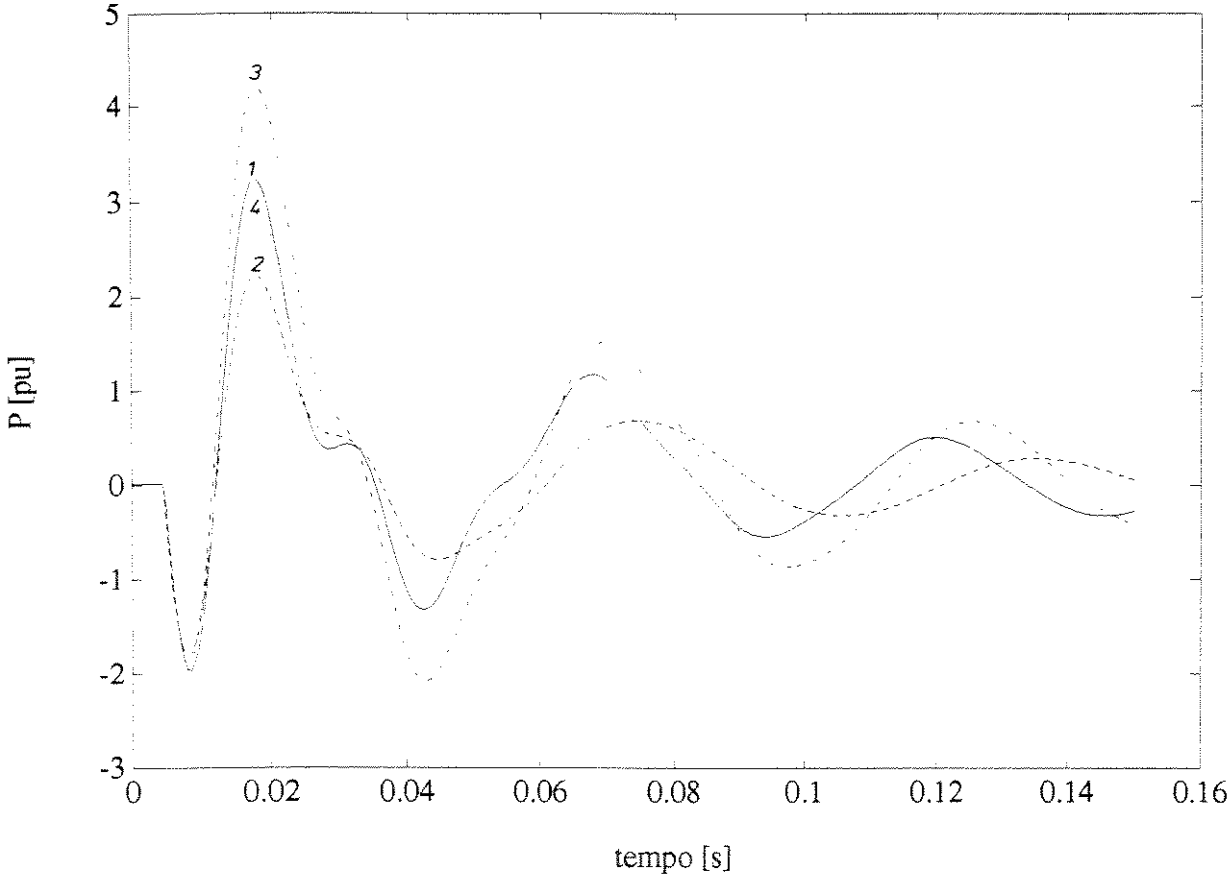

Figura 4.15 - Curva da Potência Ativa para o grupo {M1 e M2}, caso T2: (1) correta do grupo - 5a. ordem ; (2) correta do grupo - 3a. ordem; (3) do equivalente do novo método - 5a. ordem; (4) do equivalente do novo método - 3a. ordem.

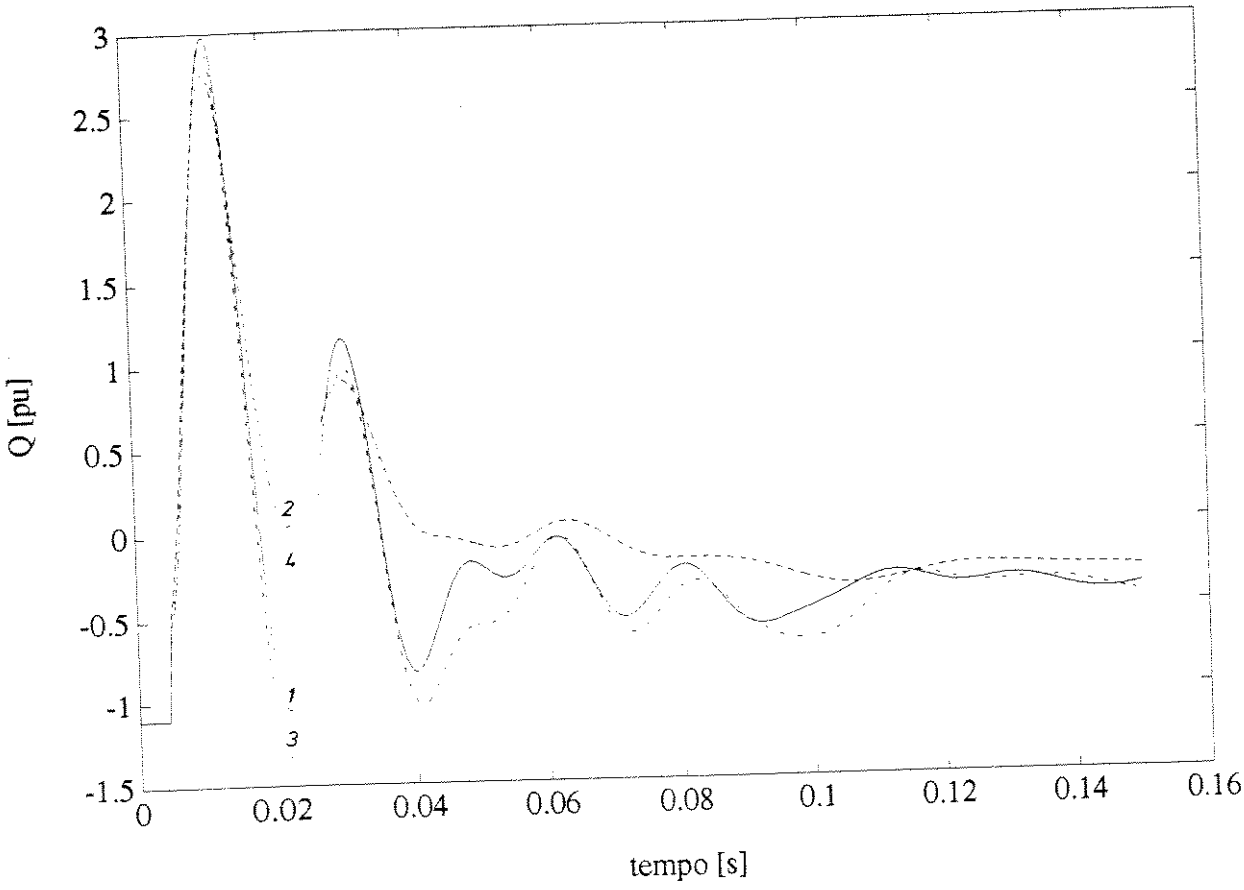

Figura 4.16 - Curva da Potência Reativa para o grupo {M1 e M2}, caso T2: (1) correta do grupo - 5a. ordem ; (2) correta do grupo - 3a. ordem; (3) do equivalente do novo método - 5a. ordem; (4) do equivalente do novo método - 3a. ordem.

A metodologia não impõe restrições quanto ao número, nem quanto ao tipo de modelagem do motores de indução, e portanto poderia ser usado para calcular tensão residual após desligamentos ou transferência de barramentos.

Em todos os testes feitos o novo método apresentou resultados mais precisos que os outros métodos existentes na mesma linha de abordagem.

Capítulo 5

Conclusões

Os métodos de agregação dinâmica existentes são muito simplificados e têm aplicação limitada à situações especiais (por exemplo: grupo de motores com comportamento coerente ou no mesmo barramento). Este trabalho apresenta uma nova metodologia de agregação de motores de indução que não sofre as limitações apontadas, nem exige que grandes aproximações sejam feitas. O método assume que os motores de indução serão descritos pelo modelo de quinta ordem em termos de fluxo, a equação de *swing*, os parâmetros do circuito estático equivalente e a curva estática T_{el} - escorregamento.

O motor equivalente também será descrito pelo mesmo modelo, o que é uma vantagem pois permite utilizar programas de análise dinâmica já existentes.

Os testes de validação deste método mostram que é possível obter bons equivalentes com este tipo de abordagem sem lançar mão de complicados métodos da teoria de identificação.

Deve ser ressaltado que no novo método a única condição de equivalência imposta é a igualdade em termos de potência ativa (conservação de energia), e que a obtenção das impedâncias equivalentes é exata. Os resultados permitem concluir que as aproximações feitas nos métodos existentes são desnecessárias e introduzem erros significativos, principalmente quando são muito diferentes ou quando os motores estão em barras distintas.

Uma contribuição importante deste trabalho é quanto ao cálculo da constante de inércia equivalente. Os testes e resultados indicam que a hipótese de que a inércia equivalente é a média ponderada das inércias de cada motor não é válida. A inércia equivalente é função do escorregamento do motor equivalente.

Outra contribuição refere-se à obtenção de uma forma bem mais realista da caracteristica da carga mecânica equivalente em função do escorregamento equivalente. Também não pode deixar de ser mencionado que a restrição de motores no mesmo barramento pode ser relaxada com o novo método.

Em todos os testes feitos o novo método apresentou resultados mais preci-

sos que os outros métodos na mesma linha de abordagem. O método mostrou-se também computacionalmente eficiente pois utiliza somente cálculo direto de expressões, embora uma delas seja implícita.

O novo método não foi testado com modelos de motor de indução mais completos, que incluem por exemplo, rotor de gaiola dupla, saturação ou efeito pelicular, mas, embora modelos mais detalhados raramente são utilizados na prática, a natureza da metologia permite afirmar que esta se aplica também neste caso com algumas pequenas modificações nas expressões. Porém isto precisa ser testado na prática.

A precisão do método esta relacionada a adequação dos modelos motor de indução usados. No máximo, a precisão do equivalente será semelhante à precisão dos motores individuais. Não pode ser esquecido de que este tipo de abordagem se baseia na hipótese de que o comportamento de um grupo de motores de indução é semelhante ao comportamento de um único motor de indução equivalente, o que já é uma aproximação .Um tipo de imprecisão adicional incorporada no equivalente refere-se ao cálculo sucessivo de caracteristicas estáticas para representar o comportamento dinâmico. Este é o preço a ser pago para se manter simples a construção do equivalente. Os resultados das simulações com o novo método permitem concluir que este procedimento é viável.

Capítulo 6

Apêndices

6.1 Apêndice A

Motor	Rs	Xs	Rr	Xr	Xm	H [s]	Pot. Base
M1	0.014	0.06	0.0094	0.06	0.98	0.969	11 KVA
M2	0.011	0.044	0.007	0.044	0.76	0.4393 / 0.04393 *	11 KVA
M3	0.056	0.087	0.053	0.082	2.4	0.28	** 0.26175
M4	0.031	0.1	0.018	0.18	3.2	0.7	** 0.3977
M5	0.013	0.067	0.009	0.17	3.8	1.5	** 0.3405

Tabela A.1 - Dados dos motores de indução.

Os parâmetros elétricos dos motores estão em [pu] na base de cada motor. Os motores M1 e M2 têm a mesma tensão base, o mesmo ocorre com os motores M3, M4 e M5.

O valor da constante de inércia do motor M2 é em algumas simulações alterado e representado como caso T2, sendo que o novo valor é o especificado na tabela com (*).

As potências de base dos motores M3, M4 e M5 (**) são dadas em funç ao da potência base do equivalente do grupo contendo estes três motores, tomando esta última com o valor unitário.

A impedância da linha utilizada é dada em [pu] na base do motor equivalente por $Z_l = 0.001883 + 0.004232j$.

6.2 Apêndice B

Neste apêndice é feita a análise de transformação de parâmetros para os elementos que compoem o circuito magnético de uma máquina de indução.

A análise é feita para o estator de uma máquina de indução trifásica.

Elementos Resistivos

A equação de voltagem para um circuito puramente resistivo, pode ser dado por [14]:

$$\underline{V}_{abcs} = R_s \, \underline{i}_{abcs}$$

onde R_s é uma matriz diagonal resistência.

Fazendo a transformação de variáveis,

$$\underline{V}_{qdos} = K_s \, R_s \, (K_s)^{-1} \, \underline{i}_{qdos}$$

onde K_s é a matriz transformação.

Isto implica que:

$$K_s \, R_s \, (K_s)^{-1} = R_s$$

isto é, a matriz resistência é independente da referência dos eixos.

Elementos Indutivos

Neste caso a equação de voltagem pode ser dada por:

$$\underline{V}_{abcs} = p\underline{\lambda}_{abcs}$$

Fazendo a transformação:

$$\underline{V}_{qdos} = K_s \, p[(K_s)^{-1} \, \underline{\lambda}_{qdos}]$$

$$\underline{V}_{qdos} = K_s \, p(K_s)^{-1} \, \underline{\lambda}_{qdos} + K_s \, (K_s)^{-1} \, p\underline{\lambda}_{qdos}$$

$$\underline{V}_{qdos} = K_s \, p(K_s)^{-1} \, \underline{\lambda}_{qdos} + p\underline{\lambda}_{qdos}$$

Como:

$$p[(K_s)^{-1}] = \omega \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & -\cos(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\cos(\theta - 2\pi/3) & 0 \\ -\sin(\theta + 2\pi/3) & -\cos(\theta + \pi/3) & 0 \end{bmatrix}$$

e

$$K_s\, p(K_s)^{-1} = \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Isto implica que $(\lambda_{dqs})^T = [\, \lambda_{ds} \;\; -\lambda_{qs} \;\; 0\,]$, portanto:

$$V_{qs} = \omega\, \lambda_{ds} + p\lambda_{qs}$$

$$V_{qs} = -\omega\, \lambda_{qs} + p\lambda_{ds}$$

$$V_{qs} = p\lambda_{os}$$

O mesmo pode ser demonstrado para os elementos indutivos e resistivos do rotor da máquina.

Bibliografia

[1] *IEEE Standard Dictionary of Electrical and Eletronic Terms.* Wiley - Interscience.

[2] Aurélio Buarque de Holanda Ferreira. *Dicionário da Lingua Portuguesa.*

[3] P.C. Krause and A. Murdoch III. *Simplified Representatios of Induction Machine Dynamics.* IEEE PES Winter Meeting. New York,January 1975.

[4] O. Wasynczuk, Yi-Min Diao and P.C. Krause. *Theory and Comparison of Reduced Orders Models of Induction Machines.* IEEE PES Winter Meeting. Seattle 1984.

[5] F.D. Rodriguez and O. Wasynczuk. *A Refined Method of Deriving Reduced Order of Induction Machines.* IEEE Trans on EC. vol.EC-2, No.1, March 1987.

[6] S. Ertem and Y. Baghzous. *Simulation of Induction Machinery for Power System Studies* IEEE Trans on EC. vol.4, No.4. March 1987.

[7] G. J. Rogers. *Linearized Analysis of Induction Motor Transients.* Proc.IEE 112, No.10, 1965.

[8] A.H.M.A. Rahim and A.R. Laldin. *Aggregation of Inducton Motor Loads for Transient Stability Studies.* IEEE Trans on EC. vol.EC-2, No.1, March 1987.

[9] Ma Da-Quiang and Ju Ping. *A Novel Approach to Dynamic Load Modelling.* IEEE Trans on PS, vol.4, No.2, May 1989.

[10] M.M. Hakim and G.J. Berg. *Dynamic Single Unit representation of Induction Motor Group.* IEEE Trans on PAS, PAS-95. 1976.

[11] F. Iliceto and A. Capasso. *Dynamic Equivalents of Asynchronous Motor Loads in System Stability Studies.* IEEE Trans on PAS, PAS-93, 1974.

[12] F. Nozari, M.D. Kankam and W.W. Price. *Aggregation fo Induction Motors for Transient Stability Load Modeling.* IEEE Trans on PS, vol. PWRS-2, No.4, 1987.

[13] P.C. Krause and C.H. Thomas. *Simulation of Symmetrical Induction Machinery* IEEE Trans on PAS, PAS-84, 1965.

[14] P.C. Krause. *Analysis of Electric Machinery.* McGraw Hill Book Company.

[15] H.W. Dommel and N. Sato. *Fast Transient Stability Solutions.* IEEE Trans on PAS, PAS-91, 1972.

[16] R.H. McFadden. *Stability Considerations for Industrial Power Systems.* IEEE Trans on IA, vol. IA-13, No.2, 1977.

[17] V. Venikov. *Procesos Transitorios Electromecánicos en los Sistemas Eléctricos de Potência.* Editora Mir.

[18] D. Beeman, Editor. *Industrial Power Systems Handbook.* McGraw Hill Book Company.

[19] A.E. Fitzgerald, C. Kingsley JR and A. Kusko. *MÁQUINAS ELÉTRICAS - Conversão Eletromecânica da Energia, Processos, Dispositivos e Sistemas.* McGraw Hill.

[20] J.J. D'azzo and C.H. Houpis. *Análise e Projeto de Sistemas de Controles Lineares.* Guanabara Dois.

[21] R. Rüdenberg. *Transient Performance of Electric Power Systems.* MIT Press.

[22] P. M. Anderson and A. A. Fouad. *Power System Control and Stability.* Iowa State University Press.

[23] C. A. Desoer and E. S. Kuh. *Basic Circuit Theory.* McGraw Hill Book Company.

[24] D. Dutra. *Dinâmica de Sistemas Elétricos.* Tese de Mestrado em Engenharia Elétrica, UNICAMP - 90.

[25] B. K. Johnson, J. R. Willis. *Tailoring Induction Motor ...* IEEE Trans on PS, vol. PWRS-6, No.6, 1991.