UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Sistemas e Controle de Energia

Análise de Sensibilidade de Parâmetros Elétricos de Linhas de Transmissão no Domínio da Freqüência

Autor: Michel Gonçalves Pinheiro
Eng. Eletricista

Orientadora:
Prof. Dra. Maria Cristina Dias Tavares

Dissertação de mestrado submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação (FEEC), da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), como parte dos pré-requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dra. Maria Cristina Dias Tavares - FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela - COPPE/UFRJ
Prof. Dr. Ariovaldo Garcia - FEEC/UNICAMP

Campinas, Novembro de 2005.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

	Pinheiro, Michel Gonçalves
P655a	Análise de sensibilidade de parâmetros elétricos de linhas de transmissão no domínio da freqüência / Michel Gonçalves Pinheiro. --Campinas, SP: [s.n.], 2005. Orientador: Maria Cristina Dias Tavares Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. 1. Análise de sensibilidade. 2. Linhas elétricas aéreas. 3. Transitórios (Eletricidade). 4. Simulação (Computadores). I. Tavares, Maria Cristina Dias. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Sensitivity Analysis of Electrical Transmission Line Parameters in Frequency Domain.
Palavras-chave em Inglês: Transmission line, Electrical parameters, Sensitivity analysis, Frequency dependence, Electromagnetic transient.
Área de concentração: Energia Elétrica
Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica
Banca examinadora: Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela e Ariovaldo Verândio Garcia.
Data da defesa: 17/11/2005

RESUMO

Este trabalho apresenta uma extensa análise de sensibilidade dos parâmetros elétricos longitudinais e transversais de uma linha de transmissão trifásica em função da freqüência. Uma linha real de 440 kV foi utilizada como base para as análises.

Considerando determinadas hipóteses simplificadoras, foram calculados os parâmetros elétricos da linha: resistência, indutância e capacitância no domínio da freqüência. Esses parâmetros foram apresentados em termos das parcelas das matrizes primitivas, das matrizes reduzidas e componentes modais.

Na análise de sensibilidade variaram-se as seguintes características da linha: diâmetros dos cabos pára-raios, diâmetros dos condutores fase, altura dos condutores, distância horizontal entre as fases, espaçamento vertical dos sub-condutores dos feixes das fases externas. Para cada variação observou-se o comportamento dos parâmetros elétricos em função da freqüência, em termos das parcelas das matrizes primitivas e em termos dos modos. Também foi observado o fator de aterramento e foram estimados os aumentos de potência natural em função das variações realizadas. As linhas com elevada potência natural (LPNE) foram avaliadas no âmbito da análise efetivada.

ABSTRACT

In this work a large sensitivity analysis of longitudinal and transversal electrical parameters of a three-phase transmission line in frequency domain was performed. An actual 440 kV transmission line was used as reference in the analysis.

Considering some simplified hypothesis, electrical parameters, as resistance, inductance and capacitance, were evaluated in frequency domain. Those parameters were presented in terms of parcels of primitive matrices and reduced matrices in phase modal domain.

An extensive sensitivity analysis was performed and the following line caracteristics were varied: ground wires diameter, phase conductors diameter, height of conductors, horizontal distance among phases and vertical spacing within external phases bending. For each line caracteristic, the performance of electrical parameters in frequency domain, in terms of primitive and modal matrices was observed. Also, it was observed the ground factor and it was estimated the increases on natural power. Using of High Natural Power Lines was studied and related to variations of line geometry.

Dedico este trabalho a meu pai Silvio (in memorian), minha mãe Wania, meus irmãos Duílio e Gustavo e a todos meus familiares e amigos.

Este trabalho teve o apoio da CAPES e das Centrais Elétricas Brasileiras – Eletrobrás.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tornar possível a conclusão deste mestrado.

Agradeço a todos que contribuíram de alguma forma na viabilização deste trabalho e de maneira especial às seguintes pessoas e instituições:

Professora. Dra. Maria Cristina Dias Tavares pela orientação durante o mestrado e na elaboração desta tese, bem como pela orientação e por acreditar no desenvolvimento do trabalho de iniciação científica de 1999-2001.

Professor Dr. José Pissolato Filho pela orientação em 2002 e pelo apoio durante o mestrado.

CAPES, FAPESP e CNPq pelo apoio financeiro.

Aos docentes, funcionários e colegas da UNICAMP que estiveram presentes durante a elaboração deste trabalho.

Centrais Elétricas Brasileiras S.A. – Eletrobrás, por disponibilizar seu acervo bibliotecário e de suas controladas, bem como por disponibilizar sua infra-estrutura na elaboração desta tese.

Aos colegas de Eletrobrás George Alves Soares, Fernando Pinto Dias Perrone e todos os demais pelo apoio e incentivo prestados.

Familiares e amigos, em especial à minha mãe Wania Maria Gonçalves Pinheiro e aos meus irmãos Duílio e Gustavo, que sempre estiveram presentes comigo e me incentivaram durante o mestrado.

ÍNDICE

Índice de Figuras

Índice de Gráficos

Índice de Tabelas

1. INTRODUÇÃO

1.1. Evolução dos Sistemas de Transmissão

A linha de transmissão é o elemento do sistema elétrico de potência que conecta a geração à carga. As linhas também fazem a interconexão entre sistemas diferentes de transmissão.

A difusão do uso da eletricidade teve início nos anos de 1879-1880 com a invenção da lâmpada incandescente por Thomas Edison, que em 1882 inaugurou a central elétrica de Pearl para fornecimento de energia destinada à iluminação pública e motores em Nova York. Então começaram a surgir sistemas comerciais de eletricidade em diversos países do mundo, cuja expansão provocou problemas com o transporte de energia elétrica, então gerada e consumida em corrente contínua (CC). As primeiras linhas de transmissão foram monofásicas, a energia era geralmente usada para iluminação somente [1], [2].

Com a invenção do transformador em 1885 e dos motores de indução (Nikola Tesla em 1888), os sistemas de corrente alternada tiveram novo impulso e difundiram-se, em detrimento dos sistemas de corrente contínua. A primeira linha CA nos Estados Unidos foi posta em operação em 1890, tinha comprimento de 20,92 km. O aumento do uso da eletricidade motivou o aumento da potência das centrais elétricas, cujas localizações encontravam-se cada vez mais remotas. Este fato exigiu a adoção de tensões cada vez mais elevadas e linhas mais longas. A Figura 1.1 apresenta uma evolução mundial dos níveis de tensão para linhas de transmissão trifásica ao longo do tempo.

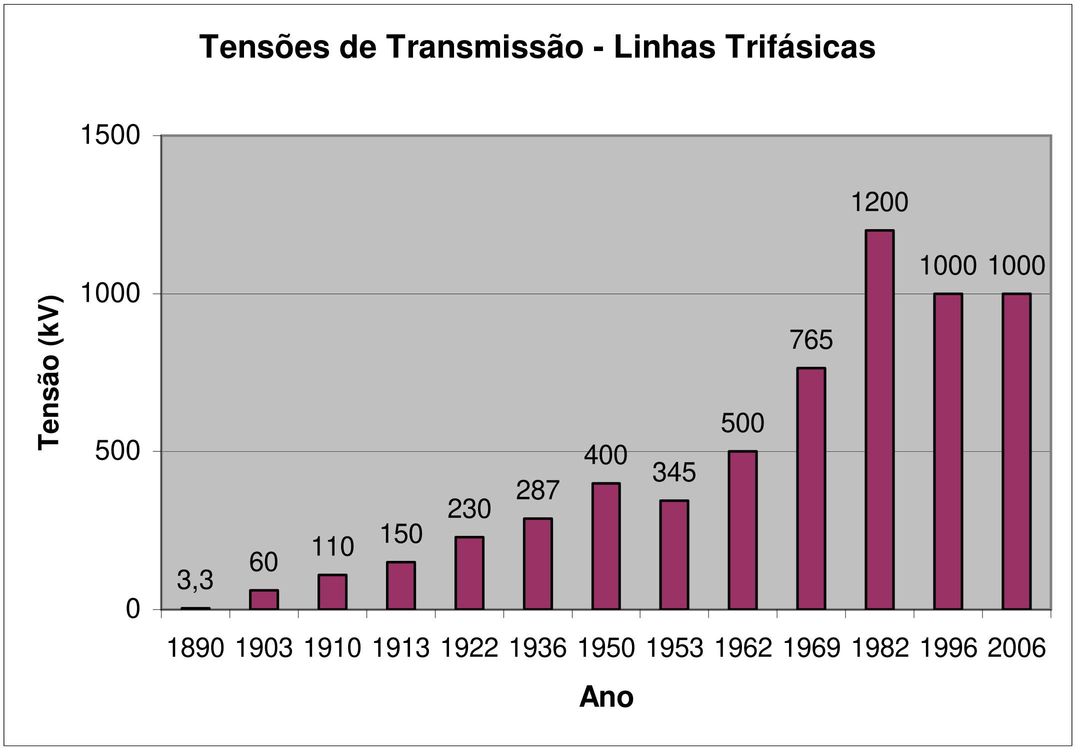


Figura 1.1: Evolução dos níveis de tensão nas linhas de transmissão trifásicas.

No Brasil, onde a evolução das tensões de transmissão foi relativamente mais lenta até o fim da primeira metade do século XX, procura-se acompanhar *pari passu* a evolução nos países desenvolvidos. A primeira linha de transmissão de que se tem registro no Brasil foi construída em 1883, em Diamantina (MG), de 2 km. Esta linha foi considerada uma das mais longas do mundo [1].

Atualmente, em relação ao nível de tensões, as linhas de transmissão podem ser caracterizadas como:

- Alta tensão (AT): as tensões entre fases vão até 230 kV. Por exemplo: tensões de 69, 115, 138 e 230 kV.
- Extra-alta tensão (EAT): as tensões entre fases vão de 345 até 765 kV. Por exemplo: tensões de 345, 440, 500 e 765 kV.
- Ultra-alta tensão (UAT): as tensões são acima de 765 kV. Por exemplo: linhas de 800, 1.000 (Rússia, Japão-1996 e China-2006) e 1.200 kV (Cazaquistão).

A importância das linhas de transmissão para o sistema elétrico e para economia do país é confirmada pelo fato dos novos potenciais hidrelétricos a serem explorados, na maioria dos casos, encontrarem-se afastados dos centros consumidores, tendo como exemplos os futuros aproveitamentos hidrelétricos no Rio Xingu (Belo Monte) e Rio Madeira. Logo, a realização de estudos e o aprofundamento na modelagem fazem-se necessárias à operação das linhas existentes, contribuindo para o desenvolvimento de novos projetos.

1.2. Aplicações de Parâmetros Elétricos de Linha

O estudo de parâmetros elétricos de linhas de transmissão é de grande importância a diversas áreas de sistemas elétricos de potência, envolvendo análise em regime permanente, bem como fenômenos de transitórios eletromagnéticos.

- Projetos de linhas: A determinação dos parâmetros elétricos tem como finalidade o dimensionamento da linha para condições normais de operação e para condições extremas, através de simulações computacionais.
- Estudos de transitórios eletromagnéticos: As linhas de transmissão, durante sua vida útil, estão sujeitas a transitórios eletromagnéticos de natureza temporária, de manobra e descargas atmosféricas. Durante os transitórios, as linhas ficam submetidas a tensões e correntes desequilibradas, resultando em elevações e reduções das tensões e correntes. A partir das simulações computacionais nas quais o sistema é representado através de modelos matemáticos, é possível determinar as sobretensões críticas que a linha e os equipamentos conectados a ela estarão sujeitos.
- Simulações computacionais: Os programas computacionais requerem um modelo de linha para as simulações de suas várias condições operativas. Os modelos adotados devem representar adequadamente a linha real, de modo que os resultados da simulação estejam o mais próximo das condições de campo.
- Aplicações em regime permanente: Uma modelagem precisa da linha de transmissão servirá de suporte às diversas análises de sistemas de potência em regime permanente envolvendo estudos de fluxo de potência e de estabilidade em sistemas de potência. A análise dos parâmetros elétricos de uma linha servirá de subsídio a estudos de re-capacitação e otimização dos sistemas existentes.

Os transitórios eletromagnéticos de linhas de transmissão envolvem normalmente valores de freqüência acima da industrial até 1 MHz. Estes transitórios podem ser classificados em função da faixa de freqüência dominante [3], conforme Tabela 1.1.

Tabela 1.1 – Faixas de freqüências associadas ao tipo de transitório em linhas de transmissão.

Faixa de Freqüência	Tipo do Transitório
10 Hz a 100 Hz	Transitórios eletromecânicos.
100 Hz a 10 kHz	Transitórios devido a ocorrência de faltas, chaveamentos tais como energização/religamento de linhas, dentre outros.
10 kHz a 1 MHz	Distúrbios devido a descargas atmosféricas.

Um dos aspectos importantes da modelagem de linhas está relacionado à dependência da freqüência dos parâmetros. Modelos de parâmetros constantes (60 Hz) não são adequados para simular a resposta da linha em uma faixa extensa de freqüências presentes durante os transitórios. Na maioria dos casos, o modelo a parâmetros constantes produz distorções e exageram o pico das formas de onda [5].

1.3. Tópicos Apresentados Neste Trabalho

Neste trabalho é realizada uma análise de sensibilidade dos parâmetros elétricos de uma linha trifásica simples em função da variação das características físicas dos condutores e da geometria da torre.

No capítulo 1 é apresentada a introdução ao tema e a motivação para a realização do estudo.

No capítulo 2 é realizada a revisão bibliográfica das obras pesquisadas e utilizadas neste estudo.

No capítulo 3 a modelagem de linhas de transmissão é apresentada, incluindo a teoria de cálculo de parâmetros elétricos através das matrizes primitivas e matrizes reduzidas. Os conceitos de transposição de linhas são recordados e em seguida é analisada a transformação fase-modo. Finalmente as características da linha de potência natural elevada são apresentadas.

O cálculo de parâmetros elétricos e a análise de sensibilidade foram implementados no capítulo 4, tendo como caso base a linha da CESP de 440 kV, trecho de Araraquara-Bauru (feixe convencional). Os parâmetros variados foram geometria da linha e características dos condutores de fase e pára-raios, mais especificamente: altura dos condutores fase, altura dos cabos pára-raios, distância horizontal entre as fases, geometria dos feixes dos sub-condutores, diâmetro dos cabos pára-raios, raios interno e externo dos condutores de fase.

No capítulo 5 foram apresentadas as conclusões do trabalho e foram sugeridos itens a serem aprofundados em trabalhos futuros.

O Anexo I mostra os valores comerciais de diâmetros de cabos pára-raios expressos em milímetros e polegadas; o Anexo II apresenta os valores comerciais de diâmetros interno e externo dos condutores CAA (cabo de alumínio com alma de aço), bem como seus códigos. Neste mesmo anexo estão indicados os valores extremos utilizados na análise de sensibilidade. Finalmente, o Anexo III apresenta o programa de cálculo de parâmetros elétricos no ambiente "Mathematica", considerando a linha original (caso base).

Os resultados referentes ao cálculo dos parâmetros elétricos da linha original na freqüência e à análise de sensibilidade foram obtidos através no ambiente Mathematica 4.0.

O presente estudo de sensibilidade servirá para futuros trabalhos envolvendo o desenvolvimento de fórmulas alternativas de cálculo de parâmetros elétricos para análise de transitórios eletromagnéticos e para estudos envolvendo recapacitação e projetos de linhas.

1.4. Trabalhos Publicados

Durante a realização deste trabalho, foi publicado um informe técnico no XVIII SNPTEE (Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica), 2005. O informe técnico teve como título "Análise de Sensibilidade de Parâmetros Elétricos de Linhas de Transmissão no Domínio da Freqüência" [5].

2. O ESTADO DA ARTE

As referências bibliográficas estudadas abordam a teoria básica e os tópicos avançados envolvendo linhas de transmissão. A seguir será apresentado um resumo das principais referências estudadas:

Fucks [1] apresenta um histórico do uso da eletricidade no mundo e no Brasil desde o século XIX, bem como a evolução dos sistemas de transmissão e a teoria de linhas aéreas em regime permanente. Em relação à modelagem de linhas, é apresentada uma abordagem matricial (considerando todos os condutores da linha e seus acoplamentos) para o cálculo de parâmetros elétricos. O autor faz referência à linha transposta, redução de matrizes e cabos pára-raios. O Método de Carson é apresentado sob a forma de séries com os 4 (quatro) primeiros termos.

Stevenson [2] apresenta as fórmulas para cálculo de parâmetros de linha sob uma forma simplificada. O cálculo é restrito à freqüência de regime permanente (50 ou 60 Hz). O efeito do solo real não é considerado. Neste livro é relatado um histórico do uso da energia elétrica no mundo e nos Estados Unidos.

[3] e [4] discorrem sobre os transitórios eletromagnéticos e as técnicas de coordenação de isolamento. A teoria de transitórios em circuitos elétricos e linhas de transmissão é apresentada, e são descritos os tipos de sobretensões com suas faixas de freqüência e valores extremos. As simulações apresentadas foram obtidas nos programas EMTP e ATP.

J. Marti [5] mostra que dentre os aspectos importantes da modelagem de linhas estão aqueles relacionados à dependência da freqüência dos parâmetros e à distribuição natural das perdas. Modelos de parâmetros constantes (60 Hz) não são adequados para simular a resposta da linha em uma faixa extensa de freqüências, presentes durante os transitórios. Na maioria dos casos, o modelo a parâmetros constantes produz harmônicos, distorções e exageram o pico das formas de onda. Neste artigo, é apresentado um resumo sobre o modelo proposto por Dommel de parâmetros constantes na freqüência e linha sem perdas. Também é apresentado o modelo proposto por Dommel e Meyer, propondo funções pesos para representar a dependência com a freqüência.

Johnson [7] descreve a teoria de propagação de ondas em linhas de transmissão, abrangendo as equações de onda no domínio do tempo e na freqüência, e modelos de quadripolos para linhas.

Carson [8] em 1926 apresenta uma solução para o problema de propagação de onda ao longo de um sistema de transmissão, composto de condutores aéreos em paralelo ao solo plano e homogêneo. Carson propõe uma modelagem para os campos elétrico e magnético no solo, considerando a propagação de ondas na linha no modo quase TEM. Em sua teoria, são apresentadas as parcelas da impedância em série da linha por unidade de comprimento: a impedância interna, a reatância externa, sendo a última relativa ao solo como um condutor perfeito, e o efeito do solo de condutividade finita (a correção de solo real). Este efeito foi representado através de integrais infinitas, obtidas a partir das expressões de campo elétrico e magnético. A resolução das integrais foi apresentada na forma de séries infinitas, desenvolvidas por R. M. Foster.

Pollackzek [9], do mesma forma que Carson, realiza o desenvolvimento para o cálculo de campo elétrico em linhas de transmissão, considerando-se o efeito do solo e utilizando a formulação de integrais e séries.

Tavares et al [10] e [11] utiliza o conceito de distância complexa para representar a impedância mútua entre condutores considerando as características do solo. São apresentados alguns resultados práticos relacionados aos parâmetros calculados e aos valores de tensão e corrente em linhas de transmissão para a formulação da distância complexa. A proposta de distância complexa foi apresentada por A. Deri [12].

Santiago [13] possui uma abordagem matricial dos cálculos de parâmetros através da obtenção das *Matrizes de Parâmetros Longitudinais* e *de Parâmetros Transversais.* O autor apresenta a formulação geral dos termos das séries de Carson e as fórmulas interpoladas das funções de Bessel.

Wedepohl [14] relata a importância das ondas viajantes e dos fenômenos de surto em sistemas potência na resolução de diversos problemas em linhas de transmissão. É apresentada a solução das equações de onda para a linha monofásica através de álgebra matricial. Esta técnica será utilizada para linhas polifásicas. Exemplos do método matricial foram apresentados, destacando que as componentes simétricas são um caso particular de um resultado geral. Os métodos matriciais são recomendados no uso de computadores digitais.

Portela [15] apresenta a teoria aprofundada para cálculo de parâmetros elétricos de linha de transmissão com dependência da freqüência. São descritas as fórmulas para cálculo de impedância interna utilizando funções de Bessel, além da teoria de Carson (1926), sob a forma de séries e integrais, para cálculo de impedância devido ao retorno da corrente pelo solo. Também são descritos os fenômenos de propagação de ondas em linhas de transmissão, os modos de propagação, bem como alguns modelos de simulação de linhas elétricas (modelos de circuitos π).

Em [16], Fernandes propõe a formulação, desenvolvimento e implementação de um modelo computacional para linhas de transmissão polifásica a parâmetros dependentes da freqüência no domínio de fases. Também são descritos os modelos computacionais de linhas de transmissão já existentes e é abordada a teoria de cálculo de parâmetros de linhas de transmissão na freqüência.

Dommel [17] descreve o EMTP, programa utilizado na resolução de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência. Tais transitórios são resolvidos para intervalos de tempo discretos "Δt", considerando ser inviável a resolução computacional continuamente no tempo. A maior parte dos métodos utilizados é numericamente estável evitando erros de truncamento cumulativos em cada passo, capazes de provocar divergência da solução verdadeira.

Long et al [18] apresenta as diversas transformações usadas para o desacoplamento das fases e realiza a análise de sistemas polifásicos. Segundo [18], exemplos notáveis são as transformações de componentes simétricas e as desenvolvidas por Edith Clarke e R. H. Park. As condições gerais para transformações com potência constante são desenvolvidas.

A teoria de linhas de potência natural elevadas (LPNE), envolvendo a técnica russa de otimização dos feixes de condutores, é exposta em [19], [20] e [21], nos quais são mostrados os estudos realizados pela Eletrobrás, CEPEL e CHESF.

Em [19] e [20] são descritos os vários aspectos conceituais na nova técnica de concepção e projetos de linhas de transmissão desenvolvida na Rússia. A aplicação desta técnica resulta em linhas de transmissão com configurações diferentes das tradicionais, com potência natural significativamente superior. Foi realizada uma análise prospectiva de possíveis configurações para linhas de 69 kV, 138 kV e 230 kV.

O informe técnico [21] relata as experiências da CHESF, Eletrobrás e CEPEL na implementação de LPNE em 230 kV, nas quais uma LPNE Piloto é descrita. São apresentadas as dificuldades construtivas, recomendações a serem adotadas, bem como estimativas de custos.

O trabalho [22] aborda os efeitos de sobretensões para duas linhas de 500 kV, uma com feixe expandido e outra com feixe convencional, correspondente ao trecho Luiz Gonzaga, Quixadá e Fortaleza. Para o caso particular do sistema estudado, verificou-se que a utilização de feixe expandido tem como conseqüência à necessidade de maior montante de compensação reativa em derivação e a ocorrência de maiores sobretensões nos fenômenos analisados, quando comparados à alternativa de feixe convencional. Isto é compatível com o fato destas linhas transportarem maior potência em relação a uma linha convencional.

3. INTRODUÇÃO TEÓRICA

3.1. Propagação de Ondas

Seja uma linha de transmissão monofásica constituída por um condutor e o retorno separados por uma distância “b”. A linha possui um comprimento “d”, conforme a Figura 3.1. Os campos elétricos, magnéticos e as perdas por Efeito Joule estão presentes em toda a extensão da linha. Essas grandezas físicas são modeladas através de parâmetros elétricos distribuídos por unidade de comprimento, correspondentes a resistência “r”, indutância “l”, capacitância “c” e condutância “g”.

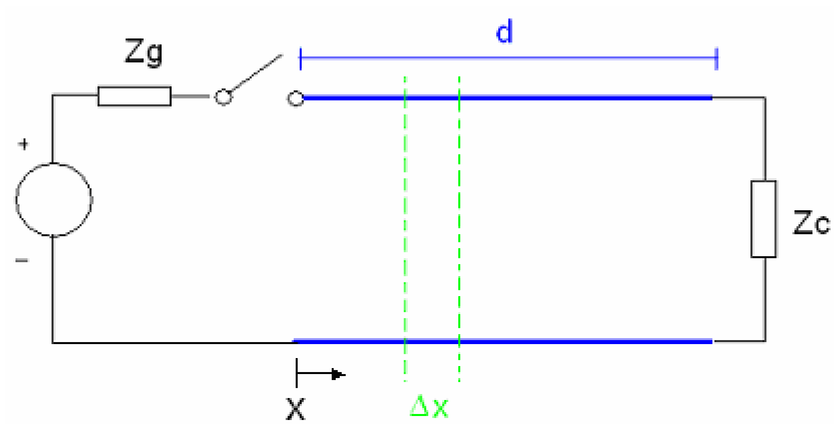


Figura 3.1: Esquema de linha monofásica conectando a fonte à carga.

O trecho de linha destacado de extensão Δx é detalhado na Figura 3.2, na qual são apresentadas as tensões e correntes, ambas dependentes do tempo “t” e do comprimento “x”. Os elementos concentrados representam o efeito total no condutor e no retorno pelo solo. A partir do trecho Δx, obtêm-se as equações de onda para uma linha monofásica.

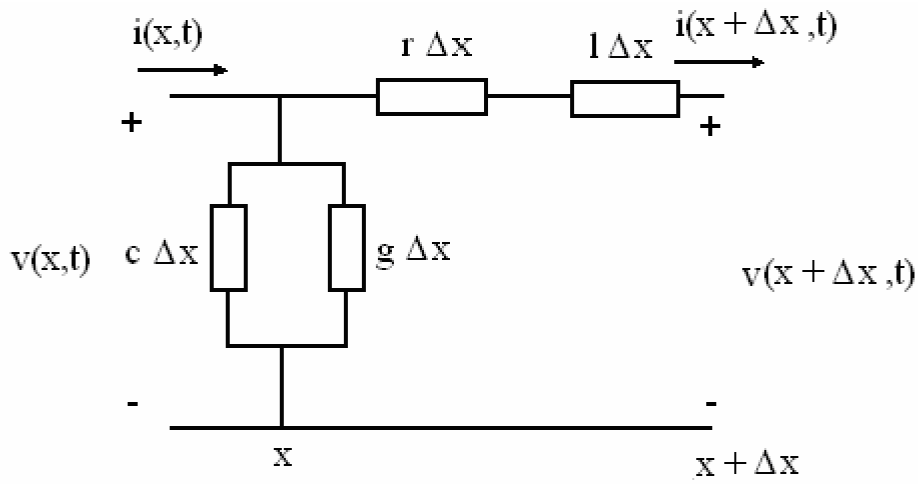


Figura 3.2: Trecho de linha de comprimento Δx.

Antes do desenvolvimento das equações de ondas, algumas hipóteses foram consideradas:

- O diâmetro "a" é menor que à distância "b" entre condutores e retorno pelo solo. Ambos "a" e "b" são muito pequenos, quando comparados ao comprimento de onda λ que a linha está sujeita. O valor de λ é igual a v_p/f, sendo v_p a velocidade de propagação e "f" a freqüência da onda.
- A linha pode ser considerada uniforme, ou seja, todas as seções Δx são iguais. Pode-se desprezar o efeito das extremidades e considerar os parâmetros da linha por unidade de comprimento.
- Os parâmetros "r", "l", "g" e "c" são independentes das correntes, tensões e do tempo.

Aplicando as leis de malhas e nós ao trecho Δx da Figura 3.2, chega-se a 3.1-3.4:

$$v(x,t) = r \cdot \Delta x \cdot i(x+\Delta x,t) + l \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial i(x+\Delta x,t)}{\partial t} + v(x+\Delta x,t) \qquad (3.1)$$

$$r \cdot i(x+\Delta x,t) + l \cdot \frac{\partial i(x+\Delta x,t)}{\partial t} = -\frac{v(x+\Delta x,t) - v(x,t)}{\Delta x} \qquad (3.2)$$

$$i(x+\Delta x,t) = i(x,t) - g \cdot \Delta x \cdot v(x,t) - c \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}$$

(3.3)

$$g \cdot \Delta x \cdot v(x,t) + c \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = -\frac{i(x+\Delta x,t) - i(x,t)}{\Delta x} \qquad (3.4)$$

Fazendo $\Delta x \to 0$, obtêm-se 3.5 e 3.6:

$$r \cdot i(x,t) + l \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \tag{3.5}$$

$$g \cdot v(x,t) + c \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} \tag{3.6}$$

Derivando (3.5) em relação a "x" e (3.6) em relação a "t", obtêm-se (3.7) e (3.8), respectivamente:

$$r \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} + l \cdot \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t \cdot \partial x} = -\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \tag{3.7}$$

$$g \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x \cdot \partial t} \tag{3.8}$$

Derivando (3.5) em relação a "t" e (3.6) em relação a "x", obtêm-se, (3.9) e (3.10), respectivamente:

$$r \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + l \cdot \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x \cdot \partial t} \tag{3.9}$$

$$g \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + c \cdot \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t \cdot \partial x} = -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x^2} \tag{3.10}$$

Substituindo (3.6) e (3.8) em (3.7), obtêm-se (3.11); enquanto substituindo (3.5) e (3.9) em (3.10), chega-se a (3.11) [7].

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - l \cdot c \cdot \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} - \left(r \cdot c + l \cdot g\right) \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} - r \cdot g \cdot v(x,t) = 0 \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} - l \cdot c \cdot \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2} - \left(r \cdot c + l \cdot g\right) \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} - r \cdot g \cdot i(x,t) = 0 \tag{3.12}$$

A linha sem perdas (ideal) possui r = g = 0. Neste caso, (3.11) e (3.12) podem ser reescritas sob a forma de (3.13) e (3.14), respectivamente.

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = l \cdot c \cdot \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \tag{3.13}$$

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = l \cdot c \cdot \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2} \tag{3.14}$$

Uma solução geral para (3.14) foi proposta por D' Alembert e está apresentada em (3.15), [7] e [23]. Esta solução geral é apresentada em (3.15):

$$i = f\left(x \pm \frac{t}{\sqrt{l \cdot c}} \right) \tag{3.15}$$

A velocidade de propagação é expressa como $v_P = {}^{1}\!\Big/\!\sqrt{l \cdot c}$, portanto (3.15) pode ser escrita conforme (3.16):

$$i(x,t) = f_1(x - v_P \cdot t) + f_2(x + v_P \cdot t) \tag{3.16}$$

A solução apresentada em (3.16) é verificada por substituição. A solução para (3.13) é obtida a partir de (3.16) [7] e [7]. Esta solução corresponde à (3.17):

$$v(x,t) = l \cdot v_P \cdot \left[f_1(x - v_P \cdot t) - f_2(x + v_P \cdot t) \right] \tag{3.17a}$$

$$v(x,t) = z_0 \cdot \left[f_1(x - v_P \cdot t) - f_2(x + v_P \cdot t) \right] \tag{3.17b}$$

Em (3.17b), z_0 é igual a $\sqrt{\frac{l}{c}}$ e corresponde à impedância característica da linha.

3.2. Relação Tensão-Corrente em Regime Permanente

A linha monofásica da Figura 3.1 está alimentada por uma fonte de tensão senoidal de freqüência angular ω, em regime permanente. Logo, as tensões e correntes ao longo da linha podem ser expressas no domínio da freqüência, eliminando-se a variável t (tempo).

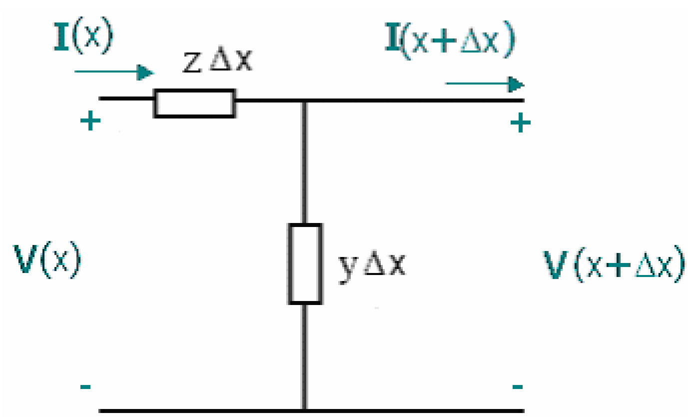


Figura 3.3: Trecho do comprimento Δx da linha no domínio da freqüência.

No domínio da freqüência, o trecho Δx da Figura 3.2 passa a ser representado conforme a Figura 3.3, na qual a impedância série por unidade de comprimento é "z," igual a $r + j \cdot \omega \cdot l$; e a admitância em paralelo é "y", igual $g + j \cdot \omega \cdot c$. Aplicando-se as leis de nós e malhas no trecho da Figura 3.3 e fazendo Δx tender a zero, chega-se as equações de onda para tensão e corrente, apresentadas em (3.18) e (3.19), respectivamente.

$$\frac{d\dot{V}(x)}{dx} = -z \cdot \dot{I}(x) \tag{3.18}$$

$$\frac{d\dot{I}(x)}{dx} = -y \cdot \dot{V}(x) \tag{3.19}$$

Derivando (3.18) e (3.19) em relação à variável x, chega-se a (3.20) e (3.21), respectivamente. Substituindo (3.21) em (3.20), obtém-se uma equação homogênea de segunda ordem em V(x), apresentada em (3.22).

$$\frac{d^2\dot{V}(x)}{dx^2} = -z \cdot \frac{d\dot{I}(x)}{dx} \tag{3.20}$$

$$\frac{d^2\dot{I}(x)}{dx^2} = -y \cdot \frac{d\dot{V}(x)}{dx} \tag{3.21}$$

$$\frac{d^2\dot{V}(x)}{dx^2} = z \cdot y \cdot \dot{V}(x) \tag{3.22}$$

Fazendo $z \cdot y = \gamma^2$, chega-se a (3.23):

$$\frac{d^2\dot{V}(x)}{dx^2} = \gamma^2 \cdot \dot{V}(x) \tag{3.23}$$

A solução de (3.23) é expressa em (3.24):

$$V(x) = \dot{V}_1 \cdot \exp(\gamma \cdot x) + \dot{V}_2 \cdot \exp(-\gamma \cdot x) \tag{3.24}$$

A corrente $\dot{I}(x)$ é obtida através da substituição de (3.24) em (3.18), obtendo-se (3.25):

$$I(x) = \frac{1}{\sqrt{z/y}} \cdot \left(-\dot{V}_1 \cdot \exp(\gamma \cdot x) + \dot{V}_2 \cdot \exp(-\gamma \cdot x) \right) \qquad (3.25)$$

O termo γ é um número complexo correspondente à constante de propagação da linha, escrito sob a forma $\gamma = \alpha + j \cdot \beta$. A parte real corresponde à constante de atenuação (Neper/km) e a parte imaginária é a constante de fase (radiano/km) da linha. A constante α modifica a amplitude das ondas de tensão e corrente na linha, enquanto a constante β está relacionada à defasagem das ondas ao longo da linha. Sendo o comprimento de onda λ a menor distância entre dois pontos de mesma fase (Gráfico 3.1), tem-se (3.26):

$$\beta \cdot \lambda = 2 \cdot \pi \qquad (3.26)$$

Sendo $v_f = \lambda \cdot f$, chega-se à velocidade de fase (3.27):

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} \qquad (3.27)$$

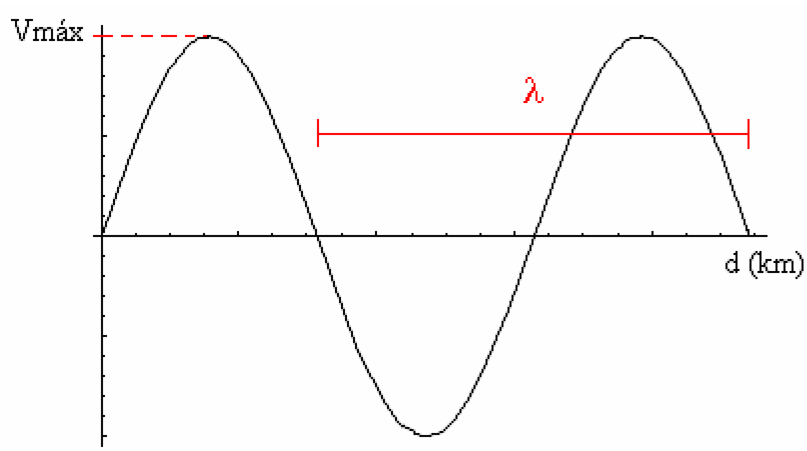


Gráfico 3.1: Perfil de tensão ao longo de uma linha para tempo fixo com atenuação nula – Visualização do comprimento de onda.

A velocidade de fase é menor que a velocidade de propagação para linha sem perdas, definida na seção 3.1. Para a linha sem perdas, a velocidade de fase e a velocidade de propagação são iguais e a atenuação é nula.

Em (3.25), $\sqrt{z/y}$ é a impedância característica da linha, representada por z_0.

Supondo-se que em x = 0 temos um extremo da linha conectado à geração, com tensão V_G e uma corrente I_G. Os valores de V_1 e V_2 são determinados a partir destas condições de contorno no receptor. Fazendo x = 0 em (3.24) e (3.25), obtém-se o sistema de equações (3.26):

$$V_G = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \tag{3.26a}$$

$$I_G = \frac{1}{z_0} \cdot \left(\dot{V}_2 - \dot{V}_1 \right) \tag{3.26b}$$

Resolvendo esse sistema, obtêm-se (3.28) e (3.29) para $\dot{V}_1$ e $\dot{V}_2$, respectivamente.

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{V}_G - I_G \cdot z_0}{2} \tag{3.28}$$

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{V}_G + \dot{I}_G \cdot z_0}{2} \tag{3.29}$$

Substituindo (3.28) e (3.29) em (3.24) e (3.25), chega-se a (3.30) e (3.31):

$$V(x) = \left(\frac{\dot{V}_G - \dot{I}_G \cdot z_0}{2} \right) \cdot \exp(\gamma \cdot x) + \left(\frac{\dot{V}_G + \dot{I}_G \cdot z_0}{2} \right) \cdot \exp(-\gamma \cdot x) \tag{3.30}$$

$$I(x) = \frac{1}{z_0} \cdot \left[-\left(\frac{\dot{V}_G - \dot{I}_G \cdot z_0}{2} \right) \cdot \exp(\gamma \cdot x) + \left(\frac{\dot{V}_G + \dot{I}_G \cdot z_0}{2} \right) \cdot \exp(-\gamma \cdot x) \right] \tag{3.31}$$

Em (3.30) e (3.31), após a multiplicação dos termos dentro dos parêntesis pelo termo exponencial, coloca-se $\dot{V}_R$ e $\dot{I}_R$ em evidência em ambas as expressões. Então, sabendo-se que $cosh(\theta) = \frac{exp(\theta) + exp(-\theta)}{2}$ e $senh(\theta) = \frac{exp(\theta) - exp(-\theta)}{2}$ para θ qualquer, obtêm-se (3.32) e (3.33) para tensão e corrente, respectivamente.

$$V(x) = cosh(\gamma \cdot x) \cdot \dot{V}_G - z_0 \cdot senh(\gamma \cdot x) \cdot \dot{I}_G \tag{3.32}$$

$$I(x) = -\frac{1}{z_0} \cdot senh(\gamma \cdot x) \cdot \dot{V}_G + cosh(\gamma \cdot x) \cdot \dot{I}_G \tag{3.33}$$

Através de (3.32) e (3.33) é possível determinar a tensão e a corrente em regime permanente para um ponto x da linha, conhecidas a impedância característica, a constante de propagação, a tensão e corrente no gerador. Igualando “x” ao comprimento da linha, obtêm-se a tensão e corrente na carga (receptor).

Re-escrevendo (3.32) e (3.33), chega-se à representação da linha através de matriz de quadripolo na qual as constantes generalizadas do quadripolo de linha estão definidas conforme (3.34).

$$\begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cosh(\gamma \cdot x) & -z_0 \cdot senh(\gamma \cdot x) \\ -\frac{1}{z_0} \cdot senh(\gamma \cdot x) & cosh(\gamma \cdot x) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_G \\ I_G \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

A partir de (3.34), é possível determinar tensão e corrente em qualquer ponto x afastado do gerador, conhecidas a tensão e a corrente no gerador.

3.3. Parâmetros Elétricos Dependentes da Freqüência

A teoria de propagação de ondas e relação tensão-corrente em linhas de transmissão; apresentada na seção 3.1 e 3.2, respectivamente, foi desenvolvida para uma linha de um condutor e seu retorno. Esta teoria pode ser generalizada para as linhas de múltiplos condutores, fazendo com os parâmetros elétricos sejam expressos através de matrizes, cujas dimensões correspondem ao número total de condutores.

Algumas hipóteses simplificadoras no cálculo de parâmetros elétricos da linha trifásica foram consideradas [13] e [15]:

- O solo é plano na vizinhança da linha.
- O solo é homogêneo, com condutividade e constante dielétrica constante.
- Os efeitos terminais da linha são desprezados na determinação do campo eletromagnético.
- O efeito das estruturas também é desprezado no cálculo do campo eletromagnético.
- Os cabos compostos de fios encordoados, e com alma de aço, são representados por um condutor tubular com seção reta com a forma de uma coroa circular, na qual a corrente na alma de aço é desprezada.
- Os cabos pára-raios foram representados como condutores sólidos.

Considerando-se as hipóteses simplificadoras supracitadas, realizou-se o cálculo das matrizes de parâmetros elétricos da linha em função da freqüência. Em estudos de transitórios eletromagnéticos, nos quais as freqüências variam desde freqüências abaixo do regime permanente (60 Hz) até freqüências próximas a 1 MHz [3], a dependência no domínio da freqüência não pode ser desconsiderada.

Os parâmetros de linha são apresentados sob a forma das matrizes:

- **Matriz Primitiva Longitudinal** é correspondente à impedância série da linha, expressa em Ω/km.
- **Matriz Primitiva Transversal** é correspondente a admitância em paralelo da linha, expressa em S/km.

Ambas as matrizes primitivas estão estruturadas conforme apresentado em [13].

3.4. Matriz Primitiva Longitudinal

A matriz primitiva longitudinal corresponde à impedância série por unidade de comprimento de uma linha de transmissão com n condutores (sub-condutores fase e cabos pára-raios). Os elementos desta matriz são dados por (3.35):

$$Z_{ij} = Rc_{ij} + j \cdot Xc_{ij} + Rg_{ij} + j \cdot Xg_{ij} + j \cdot Xe_{ij} \qquad (3.35)$$

Onde:

Os índices i e j variam de 1 até n.

A contribuição $Rc_{ij} + j \cdot Xc_{ij}$ é a contribuição do condutor. Para i ≠ j, a impedância interna é nula.

O termo $j \cdot Xe_{ij}$ está associado à contribuição na condição de solo ideal. O solo ideal é aquele que apresenta condutividade infinita.

A contribuição $Rg_{ij} + j \cdot Xg_{ij}$ é a correção de solo real, de condutividade finita.

3.1.1 Impedância Interna

A impedância interna de um condutor cilíndrico com seção reta em forma de coroa circular com raio externo R_1 e raio interno R_0, mostrado na Figura 3.4, é determinada pela resistência interna e reatância interna. À medida que a freqüência aumenta, a densidade de corrente concentra-se em maior grau na superfície do condutor e diminui bastante na região central do condutor. Este fenômeno é denominado Efeito Pelicular (em inglês, “Skin Effect”). Tal efeito, envolvendo alteração do fluxo magnético e densidade de corrente, resulta na modificação da resistência e indutância internas fazendo com que estas variem em função da freqüência.

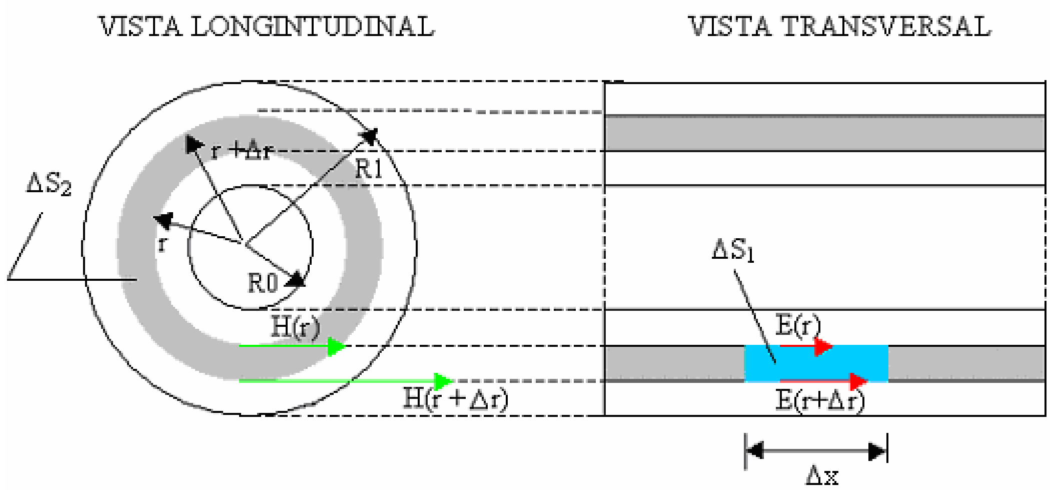


Figura 3.4: Vistas longitudinal e transversal de um condutor cilíndrico de seção reta em forma de coroa circular.

Conforme a Figura 3.4, no interior dos condutores foram consideradas apenas as componentes longitudinais do campo elétrico e as componentes tangenciais do campo magnético. Essas grandezas foram supostas senoidais com freqüência angular ω e os comprimentos de onda muito superiores às dimensões transversais.

Aplicando-se as equações de Maxwell $\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -j\cdot\omega\cdot\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}$ à superfície ΔS_1 e $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \oint_S \vec{J}\cdot d\vec{s}$ à superfície ΔS_2, chega-se a (3.36) e (3.37):

$$\Delta x\cdot\left[E(r+\Delta r)-E(r)\right] = j\cdot\omega\cdot\left[B(r)\cdot\Delta x\cdot\Delta r\right] \Rightarrow \frac{E(r+\Delta r)-E(r)}{\Delta r} = j\cdot\omega\cdot B(r) \quad (3.36)$$

$$2\cdot\pi\cdot(r+\Delta r)\cdot H(r+\Delta r) - 2\cdot\pi\cdot r\cdot H(r) = J\cdot 2\cdot\pi\cdot r\cdot\Delta r \quad (3.37a)$$

$$\frac{r\cdot H(r+\Delta r)-r\cdot H(r)}{\Delta r} - \frac{\Delta r\cdot H(r+\Delta r)}{\Delta r} = J\cdot r \quad (3.37b)$$

Considerando-se $B=\mu\cdot H$, $J=\sigma\cdot E$ e fazendo $\Delta r\to 0$, chega-se a (3.38) e (3.39):

$$\frac{\partial E(r)}{\partial r} = j \cdot \omega \cdot \mu \cdot H(r) \tag{3.38}$$

$$r \cdot \frac{\partial H(r)}{\partial r} + H(r) = \sigma \cdot E \cdot r \tag{3.39}$$

De (3.38) e (3.39), chega-se à equação diferencial (3.30):

$$r^2 \cdot \frac{\partial^2 E(r)}{\partial^2 r} + r \cdot \frac{\partial E(r)}{\partial r} - j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \sigma \cdot r^2 \cdot E(r) = 0 \tag{3.40}$$

Considerando $\rho = r \cdot \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \sigma}$, obtêm-se (3.41):

$$\rho^2 \cdot \frac{\partial^2 E(\rho)}{\partial^2 \rho} + \rho \cdot \frac{\partial E(\rho)}{\partial \rho} - \rho^2 \cdot E(\rho) = 0 \tag{3.41}$$

A solução de (3.31) é do tipo (3.32):

$$E(\rho) = C_1 \cdot I_0(\rho) + C_2 \cdot K_0(\rho) \tag{3.42}$$

Em (3.42), C_1 e C_2 são constantes e I_0 e K_0 são respectivamente as funções modificadas de Bessel de 1ª e 2ª espécie de ordem zero.

De (3.42) e considerando $\frac{dI_0(\rho)}{d\rho} = I_1(\rho)$ e $\frac{dK_0(\rho)}{d\rho} = -K_1(\rho)$ chega-se à (3.43) para H:

$$H(\rho) = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu} \cdot \left[C_1 \cdot I_1(\rho) - C_2 \cdot K_1(\rho)\right] \tag{3.43}$$

As constantes C_1 e C_2 são determinadas pelas seguintes condições de contorno: o campo magnético é nulo para $r = R_0$ e $\rho_0 = R_0 \cdot \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \sigma}$, conforme (3.44); as correntes no condutor são nulas para $r < R_0$; na coroa circular foi considerada uma corrente total $I = \int_S J \cdot ds$, conforme (3.45).

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{K_1(\rho_0)}{I_1(\rho_0)} \tag{3.44}$$

$$I = \frac{2 \cdot \pi \cdot \rho_1}{j \cdot \omega \cdot \mu} \cdot C_1 \cdot \left[I_1(\rho_1) - I_1(\rho_0) \cdot \frac{K_1(\rho_1)}{K_1(\rho_0)} \right] \tag{3.45}$$

A relação entre o campo elétrico longitudinal na superfície exterior do condutor e a corrente I será a impedância longitudinal do condutor por unidade de comprimento Zc, conforme (3.46).

$$Zc = \frac{C_1 \cdot I_0(\rho_1) + C_2 \cdot K_0(\rho_1)}{I} \tag{3.46}$$

Então, chega-se à expressão (3.47) da impedância interna.

A expressão da impedância interna (3.47) foi desenvolvida em [12]:

$$Zc = Rc + j \cdot Xc = \sqrt{\frac{j \cdot \omega \cdot \mu}{\sigma}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_1} \cdot \frac{I_0(\rho_1) \cdot K_1(\rho_0) + K_0(\rho_1) \cdot I_1(\rho_0)}{I_1(\rho_1) \cdot K_1(\rho_0) - I_1(\rho_0) \cdot K_1(\rho_1)} \tag{3.47}$$

Onde: I_0, I_1, K_0 e K_1 são funções de Bessel.

O termo σ é a condutividade do condutor.

A constante μ é a permeabilidade magnética do condutor.

$$\rho_0 = R_0 \cdot \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \sigma} = R_0 \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu \cdot \sigma} \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{4}} = \rho_0' \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{4}} \tag{3.47a}$$

$$\rho_1 = R_0 \cdot \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \sigma} = R_1 \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu \cdot \sigma} \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{4}} = \rho_1' \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{4}} \tag{3.47b}$$

$$\rho_0' = R_0 \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu \cdot \sigma} \tag{3.47c}$$

$$\rho_1' = R_1 \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu \cdot \sigma} \tag{3.47d}$$

$$I_0(\rho_1) = ber_0(\rho_1') + j\, bei_0(\rho_1') \tag{3.47e}$$

$$K_0(\rho_1) = ker_0(\rho_1') + j\, kei_0(\rho_1') \tag{3.47f}$$

$$K_1(\rho_0) = j\, ker_1(\rho_0') - kei_1(\rho_0') \tag{3.47g}$$

$$K_1(\rho_1) = j\, ker_1(\rho_1') - kei_1(\rho_1') \tag{3.47h}$$

$$I_1(\rho_0) = -j\, ber_1(\rho_0') + bei_1(\rho_0') \tag{3.47i}$$

$$I_1(\rho_1) = -j\, ber_1(\rho_1') + bei_1(\rho_1') \tag{3.47j}$$

3.1.2 Reatância Externa para Solo Ideal

A reatância externa para solo ideal, isto é, solo com condutividade infinita, foi definida considerando-se *i* e *j* condutores cilíndricos paralelos ao solo plano, conforme mostra a Figura 3.5. As imagens de *i* e *j* são *i’* e *j’*, respectivamente.

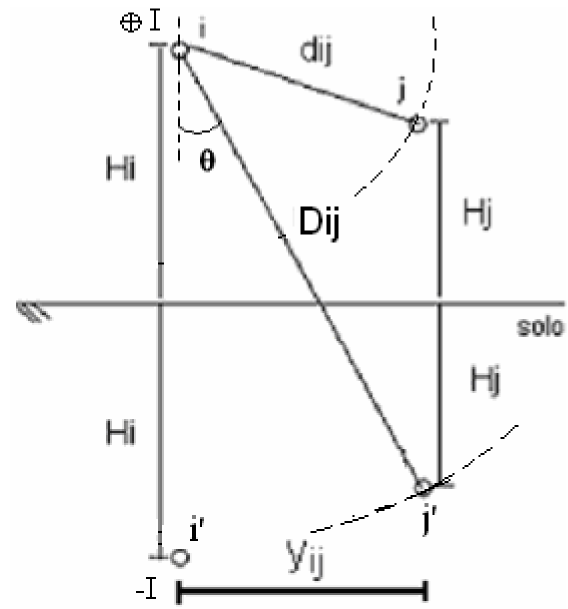


Figura 3.5: Vista transversal dos condutores *i* e *j*, com suas respectivas imagens *i'* e *j'*.

O fluxo magnético resultante próprio do condutor "i" corresponde ao fluxo produzido por "i" que enlaça sua imagem *i'*, na Figura 3.5. Considerando a Lei de Ampère $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$ e o conceito de fluxo magnético $\phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A}$, chega-se à indutância e reatância próprias para o condutor *i*, conforme o desenvolvimento (3.48)-(3.51):

$$B(r) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \tag{3.48}$$

$$\phi_p = \int_{R1i}^{2 \cdot Hi} B(r) \cdot x \cdot dr = \int_{R1i}^{2 \cdot Hi} \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot x \cdot dr = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot x}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{R1i}^{2 \cdot Hi} \frac{dr}{r} \tag{3.49a}$$

$$\phi_p = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot x}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot H_i}{R_{1i}}\right) \tag{3.49b}$$

De (3.49), chega-se à indutância e reatância próprias por unidade de comprimento ($i = j$), conforme (3.50)-(3.51):

$$Le_{ii} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot H_i}{R_{1i}}\right) \tag{3.50}$$

$$Xe_{ii} = \frac{\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot H_i}{R_{1i}}\right) \tag{3.51}$$

Analogamente, chega-se à reatância mútua, baseando-se na Figura 3.5, conforme o desenvolvimento (3.53)-(3.56):

$$B(r) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \tag{3.53}$$

O fluxo magnético mútuo resultante corresponde ao fluxo produzido por *i* que enlaça o condutor *j* e sua imagem *j'*, conforme (3.54):

$$\phi_m = \int_{dij}^{Dij} B(r) \cdot x \cdot dr = \int_{dij}^{Dij} \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot x \cdot dr = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot x}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{dij}^{Dij} \frac{dr}{r} \tag{3.54a}$$

$$\phi_m = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot x}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \tag{3.54b}$$

De (3.54), chega-se à indutância e reatância externa mútua, conforme (3.55) e (3.56), respectivamente:

$$Le_{ij} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \tag{3.55}$$

$$Xe_{ij} = \frac{\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \tag{3.56}$$

A indutância externa considerando o solo como condutor ideal é dependente da geometria da linha; isto é, da posição espacial dos condutores, e do meio dielétrico entre os condutores.

Em relação à freqüência, a indutância externa é constante. Conseqüentemente, a reatância externa é proporcional à freqüência.

3.1.3 Correção de Solo Real

Nos sistemas trifásicos as correntes fluem nos condutores de fase e retornam por um percurso que consiste somente no solo, num condutor neutro, nos cabos pára-raios ou numa combinação dos mesmos. O retorno normalmente dá-se pelo solo em paralelo com outro percurso (como por exemplo, cabos pára-raios), conforme a Figura 3.6.

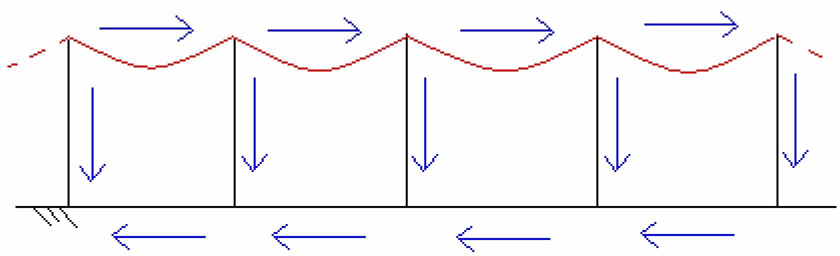


Figura 3.6: Circulação de corrente pelo solo.

O problema foi analisado por diversos pesquisadores, tendo destaque os trabalhos de J. R. Carson [8], publicados em 1926, e Pollackzek [9], propondo métodos de cálculo cujos resultados mais se aproximam dos valores reais.

Carson considerou em suas hipóteses dois condutores cilíndricos i e j, mostrados na Figura 3.5, de extensão infinita e paralelos entre si, de pequeno diâmetro face a distância entre eles e o solo, paralelos ao solo. O solo foi considerado plano, de constante dielétrica nula e condutividade uniforme e constante, invariável à freqüência. O ar apresenta condutividade uniforme muito inferior a do solo.

Em relação à propagação dos campos elétrico e magnético, considerou-se esta propagação do tipo TEM. O campo elétrico produzido pela circulação de correntes apresentou apenas componente na direção do eixo dos condutores, sendo as demais componentes desprezíveis. Conseqüentemente, o campo magnético apresenta componentes somente no plano perpendicular ao eixo do condutor.

No ar, o campo magnético é resultante da somatória das componentes do campo devido à corrente no condutor e outra devido à corrente no solo. A partir dos campos elétrico e magnético, chegou-se à correção de solo real na impedância da linha.

O termo Zg_{ij} corresponde à correção da matriz impedância para solo de condutividade finita através da formulação de Carson. Segundo sua teoria, obtêm-se (3.57) para Zg_{ij} para i e j variando de 1 até *n* condutores na linha. A expressão (3.57) foi definida para condutores "i" e "j" distintos. No caso de *i = j*, chega-se à (3.58).

$$Zg_{ij} = \mathrm{Re}_{ij} + j \cdot Xe_{ij} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \omega \cdot \int_0^\infty \left(\sqrt{\xi^2 + j} - \xi\right) \cdot e^{-(h_i' + h_j') \cdot \xi} \cdot \cos(y_{ij}' \cdot \xi) \cdot d\xi \quad (3.57)$$

$$Zg_{ii} = \mathrm{Re}_{ii} + j \cdot Xe_{ii} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \omega \cdot \int_0^\infty \left(\sqrt{\xi^2 + j} - \xi\right) \cdot e^{-2 \cdot (h_i') \cdot \xi} \cdot d\xi \quad (3.58)$$

Onde:

$$h_i' = H_i \cdot \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot \omega}{\rho}};$$

$$h_j' = H_j \cdot \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot \omega}{\rho}};$$

$$y_{ij}' = y_{ij} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot \omega}{\rho}} \; ;$$

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

ρ = resistividade do solo [Ω.m].

Os termos H_i, H_j e y_{ij} são apresentados na Figura 3.5.

A impedância Zg_{ij} também pode ser expressa conforme (3.59)-(3.61):

$$Zg_{ij} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \omega \cdot J\left(h_i' + h_j', y_{ij}'\right) \tag{3.59}$$

$$Zg_{ii} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \omega \cdot J\left(2 \cdot h_i', 0\right) \tag{3.60}$$

Onde:

$$J(\eta, \zeta) = \int_0^{\infty} \left(\sqrt{\xi^2 + j} - \xi\right) \cdot e^{-(\eta)\cdot\xi} \cdot cos(\zeta \cdot \xi) \cdot d\xi \tag{3.61}$$

Para determinar Z_{eij}, basta determinar a função J. A função J é expressa em (3.62):

$$J_{ij} = P_{ij} + j \cdot Q_{ij} \tag{3.62}$$

Onde P e Q são reais.

As expressões P e Q foram obtidas na forma de séries de termos função de δ e de θ (em radianos) a partir da teoria de Carson. As séries completas foram apresentadas em [8]. O parâmetro adimensional δ entre os condutores “i” e “j” está definido em (3.63) e o ângulo θ está definido na Figura 3.5.

$$\delta_{ij} = D_{ij} \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_0}{\rho}} \tag{3.63}$$

Em função da variável δ_{ij}, definida em (3.63); e θ_{ij}, mostrado na figura 3.5, foi definida a correção de solo real através de séries numéricas, o método de Carson expresso em séries [8] equivalentes à formulação das integrais de (3.40) e (3.41). As séries foram definidas para diferentes faixas de δ.

3.5. Matriz Primitiva Transversal

A matriz de parâmetros transversais é correspondente à admitância capacitiva ao longo da linha. A condutância do ar é desprezível.

Considerando os condutores da Figura 3.5, o campo elétrico produzido por "i" em um ponto afastado de "r" de seu eixo é dado por $E(r) = \dfrac{q}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$, sendo "$q_i$" a carga do condutor em coulombs/m. A tensão entre o condutor *i* e sua imagem *i'* é calculada conforme (3.64):

$$V_{ii'} = \int_{R1_i}^{2Hi} E(r) \cdot dr = \int_{R1_i}^{2Hi} \frac{q_i}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r} \cdot dr = \frac{q_i}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot H_i}{R_{1i}}\right) \tag{3.64}$$

Sendo o conceito de capacitância $C = Q/V$, onde Q é carga em coulomb/m e V tensão em volts, a capacitância própria do condutor *i* é dada por (3.65):

$$C_{ii} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\dfrac{2 \cdot H_i}{R_{1i}}\right)} \tag{3.65}$$

Analogamente à capacitância própria, a capacitância mútua entre *i* e *j* é obtida da tensão entre o condutor *j* e sua imagem *j'*, produzida pelo campo elétrico gerado por *i*. A capacitância mútua é dada por (3.66):

$$C_{ij} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\dfrac{D_{ij}}{d_{ij}}\right)} \tag{3.66}$$

As tensões nos condutores relacionam-se com as cargas desses através de (3.67):

$$\left[V\right] = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right)\right] \cdot \left[Q\right] \tag{3.67}$$

Seja $\left[A\right]$, a matriz cujos elementos são iguais a $\ln\left(\frac{Dij}{dij}\right)$. A expressão (3.67) pode ser reescrita como (3.68):

$$\left[V\right] = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[A\right] \cdot \left[Q\right] \tag{3.68}$$

Em termos matriciais, a matriz capacitância e a matriz admitância são dadas conforme (3.69) e (3.70):

$$\left[C\right] = 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \left[A\right]^{-1} \tag{3.69}$$

$$\left[Y\right] = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \left[A\right]^{-1} \tag{3.70}$$

Onde:

ω , freqüência angular (rad/s).

ε_0 , a permissividade do ar ($8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m).

Os termos D_{ij}, d_{ij}, H_i e H_j são apresentados na figura 3.5. Para $i = j$, tem-se $D_{ij} = 2 \cdot H_i$ e $d_{ij} = R_{1i}$ (raio externo do condutor "i").

A capacitância, ao contrário da indutância, não sofre influência significativa para freqüências inferiores a 1 MHz. O efeito da freqüência na capacitância ocorre para valores superiores a 1 MHz [16]. Portanto, considera-se que a capacitância própria e mútua dos condutores de uma linha de transmissão, assim como a indutância externa para solo ideal, independem da freqüência para estudos de parâmetros elétricos até 1 MHz.

Ambos os parâmetros capacitância e indutância externa são função do meio dielétrico e da geometria da linha [26] A dependência dos parâmetros na freqüência ocorre na impedância interna e na impedância devido ao efeito de solo real.

3.6. Redução de Matrizes

As matrizes de parâmetros (longitudinais e transversais) são estruturadas visando à obtenção de matrizes reduzidas cujas dimensões correspondem ao número de fases da linha. A implementação da redução de matrizes foi realizada considerando-se as seguintes hipóteses:

- Os cabos pára-raios foram considerados aterrados em todas as estruturas, fazendo com que a tensão fase-terra nesses cabos seja nula.
- A corrente total por feixe de cada fase é correspondente à soma das correntes dos sub-condutores no feixe [1] e [12].
- A tensão em cada sub-condutor é igual à tensão de fase equivalente.

O processo de redução de matrizes é baseado em técnicas de eliminação de Gauss (método de Kron) [13]. Para uma linha de "n" condutores, a eliminação inicia-se a partir do condutor "n" (última linha) e vai até o número de fases da linha (N_f). A eliminação possui a fórmula recursiva mostrada em (3.71).

$$Z_{ij}^{\,n} = Z_{ij}^{\,v} - \frac{Z_{im}^{\,v} \cdot Z_{mj}^{\,v}}{Z_{mm}^{\,v}} \qquad (3.71)$$

Os índices "n" e "v" referem-se aos termos da matriz impedância (ou admitância) novos e velhos, respectivamente. O índice "m" indica o elemento (o condutor) da matriz primitiva a ser eliminado. A expressão (3.58) aplica-se também aos elementos da matriz primitiva transversal Y_{ij}.

Quando a eliminação dos condutores das matrizes primitivas restringe-se apenas aos sub-condutores fases e os pára-raios são preservados, o índice m decresce de “n” até “N_f + N_{PR}” (onde N_{PR} é o número de cabos pára-raios).

Nas matrizes reduzidas, os sub-condutores do feixe de cada fase são representados por um condutor equivalente representando a fase. Após a eliminação dos feixes, eliminam-se os cabos pára-raios, supondo-os, por exemplo, aterrados continuamente e tendo suas contribuições nas matrizes de parâmetros são incorporadas aos elementos equivalentes de cada fase. As matrizes reduzidas de impedância e admitância, obtidas da redução de matrizes são expressas, respectivamente conforme (3.72) e (3.73):

$$Z_{fase} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{bmatrix} \tag{3.72}$$

$$Y_{fase} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

Cabe ressaltar que ambas as matrizes, assim como as matrizes primitivas, são simétricas.

3.7. Transposição de Linhas

Apesar de simétricas as matrizes de impedância e admitância não têm elementos da diagonal iguais entre si, nem tampouco elementos fora da diagonal iguais entre si. Isto causa desequilíbrios entre as tensões nas fases e entre as correntes que circulam nas fases. Por exemplo, se tensões e correntes equilibradas foram impostas a um terminal da linha, as tensões e correntes medidas no outro extremo da linha serão desequilibradas. Para minimizar este desequilíbrio se transpõe a linha, de modo que as matrizes de impedância e admitância da linha transposta tenham valores da diagonal iguais entre si e valores fora da diagonal iguais entre si também considerando toda a extensão da linha.

A transposição consiste na rotação cíclica de seus condutores, dividindo-se a linha, ou trechos de linha, em três trechos de igual comprimento, transpondo-se os condutores no final de cada trecho, de forma que a corrente de uma fase seja transportada ao longo de 1/3 do comprimento da linha em cada uma das posições nas estruturas, como mostra a Figura 3.7.

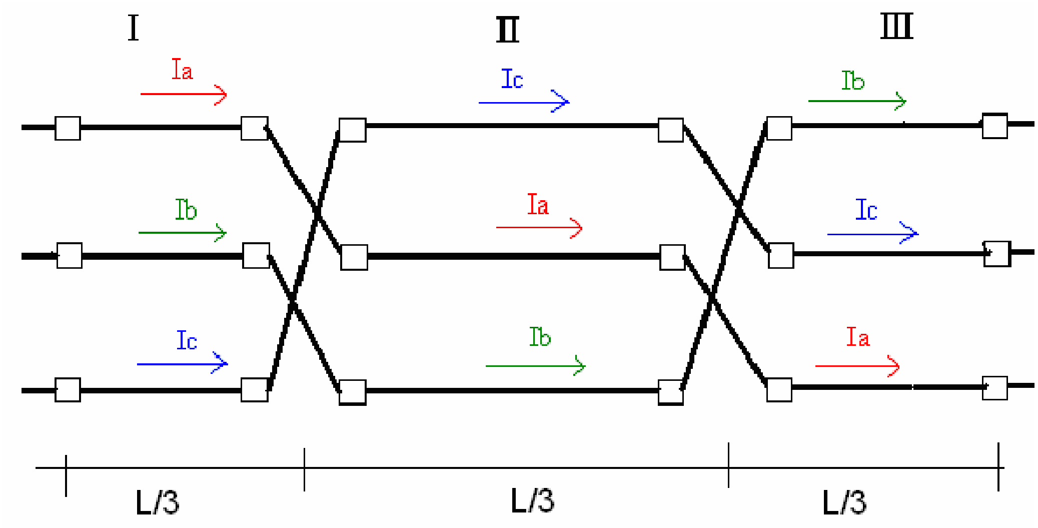


Figura 3.7: Esquema de transposição de linha de transmissão trifásicas de circuito simples com três trechos.

O esquema de transposição da Figura 3.8 apresenta o mesmo efeito de equalização dos parâmetros da linha. Este esquema é mais utilizado na prática, pois o posicionamento das fases num extremo da linha é o mesmo do outro extremo.

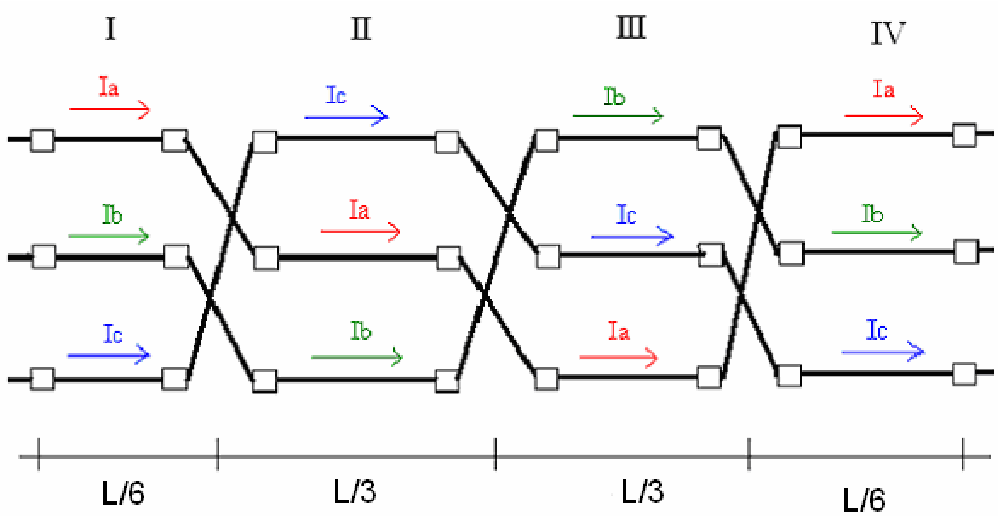


Figura 3.8: Esquema de transposição de linha de transmissão trifásicas circuito simples com quatro trechos.

A matriz impedância para linha transposta tem seus elementos obtidos a partir da matriz impedância reduzida. Para uma linha em circuito simples, a impedância própria na matriz idealmente transposta z_p é obtida da média aritmética das impedâncias própria da matriz reduzida; enquanto a impedância mútua z_m, analogamente à própria, é obtida da média aritmética dos termos mútuos da matriz reduzida.

A expressão (3.74) mostra a matriz impedância Z_{Tr} para a linha transposta no domínio das fases.

$$Z_{Tr} = \begin{bmatrix} z_p & z_m & z_m \\ z_m & z_p & z_m \\ z_m & z_m & z_p \end{bmatrix} \tag{3.74}$$

Em (3.74), estão associadas à z_p a resistência própria e a indutância própria. A resistência própria é obtida pela soma da resistência interna dos condutores com a resistência própria devido à correção de solo real. A indutância própria é composta pela somatória de indutância interna dos condutores, indutância externa própria para solo ideal e indutância própria devido à correção de solo real. Na matriz reduzida temos ainda o efeito da redução do feixe de sub-condutores e da incorporação dos cabos pára-raios.

Analogamente à z_p, z_m é composta pela resistência e indutância mútuas. Na matriz primitiva a resistência mútua apresenta apenas a parcela da correção de solo real. A indutância mútua é resultante da somatória da indutância externa mútua de solo ideal e a indutância externa mútua devido à correção de solo real. Novamente é importante lembrar que na matriz reduzida as parcelas primitivas estão um pouco misturadas.

De forma análoga à matriz impedância, chega-se à matriz admitância transposta no domínio das fases, conforme (3.75).

$$Y_{Tr} = \begin{bmatrix} y_p & y_m & y_m \\ y_m & y_p & y_m \\ y_m & y_m & y_p \end{bmatrix} \tag{3.75}$$

A transposição numa linha é dimensionada para a freqüência de regime permanente. Em 60 Hz, para uma velocidade de propagação próxima à da luz, o comprimento de onda é de 5.000 km e o quarto de comprimento de onda é de 1.250 km. Os trechos de transposição numa linha estão, em geral, em torno de 100 km, totalizando ciclos de 300 km, distância muito menor que um quarto do comprimento de onda para 60 Hz. Quando se considera a variação dos parâmetros elétricos com a freqüência, o comprimento de onda associado a cada freqüência varia. Isto é, quando a linha está sujeita a tensões e correntes de freqüências maiores do que a do regime permanente, os respectivos comprimentos de onda são menores. Conseqüentemente, para sinais de freqüências elevadas, a transposição para ciclos de 100 km torna-se insuficiente, ou seja, a linha não pode ser considerada idealmente transposta para freqüências elevadas, mas sim trechos não transpostos conectados pelas torres de transposição.

Nos estudos efetivados, adotou-se a transposição ideal para todas as faixas de freqüências. Esta hipótese implica em imprecisões que podem ser consideradas de segunda ordem na presente análise.

3.8. Transformação Fase-Modo – Linha Transposta

Na solução de curtos-circuitos, propagação de ondas em linhas de transmissão e outros estudos elétricos, é conveniente fazer transformações para o desacoplamento das fases, obtendo-se um conjunto de relações nas quais as tensões e correntes de cada "circuito" são dependentes unicamente dos parâmetros elétricos do "circuito" [13]. Desta forma, além da facilidade de representação matemática, características importantes da propagação de ondas podem ser observadas.

As matrizes de parâmetros longitudinais e transversais são matrizes cheias, ou seja, existe um acoplamento mútuo entre as fases tanto em termos de efeitos longitudinais quanto em termos de efeitos transversais. Este tipo de acoplamento dificulta a análise das características principais, pois acarreta a mistura dos efeitos. Para facilitar a manipulação adota-se a transformação de coordenadas. Os parâmetros obtidos em componentes de fase são transformados em modos naturais de propagação. Desta forma as matrizes de parâmetros tornam-se matrizes diagonais, facilitando a resolução de problemas de propagação de ondas em linhas.

Existem diversas transformações usadas no desacoplamento das fases para possibilitar a análise de sistemas polifásicos. Exemplos conhecidos são componentes simétricos e as transformações desenvolvidas por Edith Clarke e R. H. Park. As restrições gerais para cada transformação são apresentadas em [18] e estão associadas à racionalização do conceito de conversão fase-modo. Na condição de potência constante, a potência trifásica da linha é idêntica à soma das potências em cada modo.

As equações de onda da linha para tensão e corrente foram expressas em (3.18) e (3.19). Nesta seção, estas equações são reescritas na forma matricial através de (3.76) e (3.77) para tensão e corrente, respectivamente.

$$\frac{d\dot{V}(x)}{dx} = -Z_{Tr} \cdot \dot{I}(x) \tag{3.76}$$

$$\frac{d\dot{I}(x)}{dx} = -Y_{Tr} \cdot \dot{V}(x) \tag{3.77}$$

As matrizes Z_{Tr} e Y_{Tr} correspondem às matrizes unitárias longitudinal e transversal para linha transposta em componentes de fase. Derivando as (3.76) e (3.77) em relação a "x" e substituindo (3.77) na derivada de (3.76), obtem-se a equação de segunda ordem para tensão, apresentada em (3.78):

$$\frac{d^2\dot{V}(x)}{dx^2} = Z_{Tr} \cdot Y_{Tr} \cdot \dot{V}(x) \tag{3.78}$$

Analogamente, substituindo (3.76) na derivada de (3.77) em relação a "x", chega-se a (3.79):

$$\frac{d^2\dot{I}(x)}{dx^2} = Y_{Tr} \cdot Z_{Tr} \cdot \dot{I}(x) \tag{3.79}$$

Ambas as matrizes de parâmetros Z_{Tr} e Y_{Tr} são simétricas e seus elementos na diagonal principal são iguais, assim como os elementos fora desta. Através da teoria da álgebra linear, verifica-se que os produtos $Z_{Tr} \cdot Y_{Tr}$ e $Y_{Tr} \cdot Z_{Tr}$ são idênticos para linhas transpostas. Logo, a matriz de transformação para o domínio dos modos para tensão e corrente é a mesma quando a linha é transposta.

Seja $[V_{abc}]$ o vetor das tensões de fase, $[I_{abc}]$ o vetor das correntes de fase e seja $[T]$ uma matriz de transformação genérica, cuja dimensão é 3x3, correspondente à linha trifásica. Aplicando-se $[T]$ aos vetores das tensões $[V_{\text{mod}\,os}]$ e das correntes $[\text{I}_{\text{m}\,odos}]$, obtêm-se (3.80) e (3.81). Ambos os vetores estão definidos para um determinado sistema de coordenadas em "modos".

$$[V_{abc}] = [T] \cdot [V_{\text{mod}\,os}] \tag{3.80}$$

$$[I_{abc}] = [T] \cdot [\text{I}_{\text{m}\,odos}] \tag{3.81}$$

Substituindo (3.80) e (3.81) em (3.76), chega-se a (3.82):

$$[T]\cdot\frac{d[V_{\text{mod}\,os}]}{dx}=-Z_{Tr}\cdot[T]\cdot[\mathrm{Im}_{odos}] \tag{3.82}$$

Multiplicando ambos os membros de (3.82) por $[T]^{-1}$, chega-se a 3.83:

$$\frac{d[V_{\text{mod}\,os}]}{dx}=[T]^{-1}\cdot Z_{Tr}\cdot[T]\cdot[\mathrm{Im}_{odos}] \tag{3.83}$$

Sendo $[Z_{\text{mod}\,os}]=[T]^{-1}\cdot Z_{Tr}\cdot[T]$, (3.49) é reescrita da forma de (3.84):

$$\frac{d[V_{\text{mod}\,os}]}{dx}=-[Z_{\text{mod}\,os}]\cdot[\mathrm{Im}_{odos}] \tag{3.84}$$

A matriz $[Z_{\text{mod}\,os}]$ corresponde à matriz impedância após a aplicação da transformação $[T]$ às tensões e correntes da linha trifásica. De forma análoga a (3.82)-(3.84), chega-se à matriz admitância $[Y_{\text{mod}\,os}]$, associada à transformação $[T]$.

Uma linha polifásica é desacoplada através de matrizes de transformação modal, tal que cada modo pode ser analisado separadamente como um circuito monofásico [5] e [14].

Essas matrizes de transformação são obtidas através dos autovalores e autovetores associados à matriz de propagação $Z_{Tr}\cdot Y_{Tr}$. Esta matriz, para a linha trifásica idealmente transposta, apresenta dois autovalores idênticos (degenerados) e um distinto.

Os modos associados aos autovalores idênticos são conhecidos como modos não homopolares. O modo associado ao autovalor distinto é conhecido como modo homopolar. Os modos não homopolares podem ser desacoplados por qualquer combinação de dois autovetores linearmente independentes, pois os autovalores são degenerados para a linha transposta.

A matriz de transformação utilizada no presente estudo na obtenção dos modos naturais corresponde à matriz de Clarke, aplicada em linhas de transmissão com plano de simetria. Esta transformação é baseada na decomposição das correntes nos condutores conforme a Figura 3.8 [24].

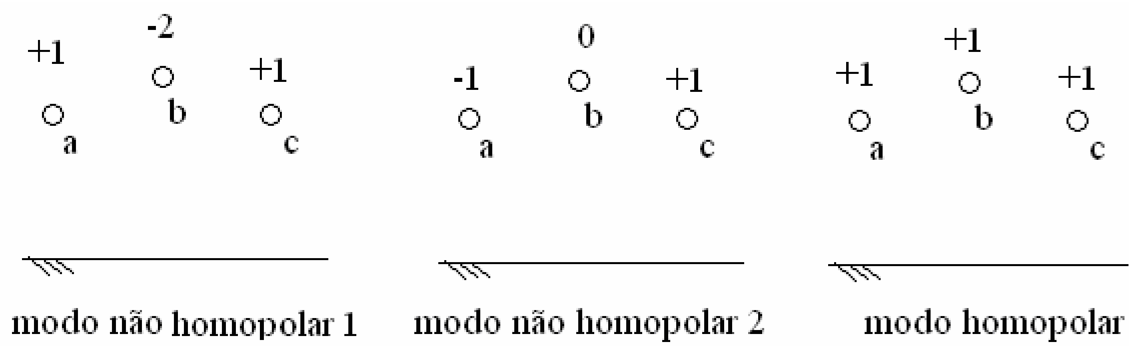


Figura 3.9: Correntes nos condutores, para as componentes de Clarke.

A matriz de Clarke $[T_{Ck}]$, utilizada em [24], é apresentada em (3.85). Esta matriz apresenta a distribuição de corrente da figura 3.10 normalizada.

$$[T_{Ck}] = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \\ -2/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \tag{3.85}$$

A matriz impedância em modos é dada por (3.86) em que Z_{Tr} é a matriz impedância no domínio das fases. Aplicando-se Clarke à linha transposta, obtêm-se os modos exatos da linha [25].

$$Z_{\text{mod}os} = [T_{Ck}]^{-1} \cdot Z_{Tr} \cdot [T_{Ck}] \tag{3.86}$$

Simplificando (3.86), chega-se à (3.87):

$$Z_{\text{mod}\,os} = \begin{bmatrix} z_p - z_m & 0 & 0 \\ 0 & z_p - z_m & 0 \\ 0 & 0 & z_p + 2 \cdot z_m \end{bmatrix} \tag{3.87}$$

Em (3.86), substituindo a matriz de Clarke pela matriz de componentes simétricas de Fortescue [1], chega-se ao mesmo resultado de (3.87). Para linha idealmente transposta existem 2 autovalores iguais resultando numa degeneração. Logo, qualquer par de autovetores linearmente independentes diagonalizará as matrizes de parâmetros. A partir deste fato, verificam-se as matrizes de parâmetros nos modos são numericamente iguais às matrizes em componentes simétricas para linha idealmente transposta. Entretanto as tensões e correntes em modos são diferentes das respectivas em componentes simétricas.

A expressão (3.87) pode ser reescrita conforme (3.88):

$$Z_{\text{mod}\,os} = \begin{bmatrix} r_p - r_m & 0 & 0 \\ 0 & r_p - r_m & 0 \\ 0 & 0 & r_p + 2 \cdot r_m \end{bmatrix} + j \cdot \omega \cdot \begin{bmatrix} l_p - l_m & 0 & 0 \\ 0 & l_p - l_m & 0 \\ 0 & 0 & l_p + 2 \cdot l_m \end{bmatrix} \qquad (3.88)$$

Em (3.88), o efeito dos cabos pára-raios e dos feixes das fases já estão incorporados. Os efeitos dominantes são apresentados para as parcelas de (3.88):

- "r_p" - resistência própria formada pela resistência interna e parte resistiva da correção de solo real, associada ao efeito de agrupar os sub-condutores num único condutor equivalente e incorporando o efeito dos pára-raios;
- "l_p" – indutância própria formada pela indutância interna, externa (solo ideal) e correção de solo real, associada ao efeito de agrupar os sub-condutores num único condutor equivalente e incorporando o efeito dos pára-raios;
- "r_m" - resistência mútua constituída pela parte resistiva da correção de solo real, associada ao efeito de agrupar os sub-condutores num único condutor equivalente e incorporando o efeito dos pára-raios;
- "l_m" - indutância mútua associada à contribuição externa e correção de solo real, associada ao efeito de agrupar os sub-condutores num único condutor equivalente e incorporando o efeito dos pára-raios;

Na resistência homopolar, o efeito da correção de solo real acentua-se, em função da soma da parcela própria com a mútua. Da mesma forma, na indutância homopolar a contribuição externa e da correção de solo real acentuam-se, decorrente da soma dos termos próprios e mútuos.

Nas resistências não homopolares ocorre o predomínio das contribuições internas com uma pequena contribuição da parcela relativa à correção de solo real em função da subtração entre os termos próprios e mútuos associados à correção de solo real. De forma semelhante, nas indutâncias não homopolares ocorre o predomínio das contribuições internas com uma pequena contribuição das parcelas relativas à correção do solo e à indutância interna em função da substração entre os termos próprios e mútuos.

3.9. Linhas de Potência Natural Elevada

O aumento gradativo do consumo de energia elétrica, associado às restrições econômicas e àquelas impostas à ocupação do solo, tem levado a um esforço sistemático de pesquisa, em nível mundial, visando otimizar o uso dos corredores das linhas de transmissão. A compactação aparece como uma alternativa técnica e economicamente competitiva para este objetivo [19].

A tecnologia alternativa desenvolvida na Rússia, e ainda pouco difundida no ocidente, baseia-se na combinação adequada de aproximação das fases, elevação do número de condutores por fase e uma nova disposição geométrica destes condutores no feixe, alterando a distribuição circular normalmente utilizada [20].

Além de assimétricos, os feixes têm distâncias entre sub-condutores de uma mesma fase maiores que as convencionais, reduzindo o acoplamento magnético entre estes, resultando numa redução do valor da reatância própria (x_p) de cada fase.

A redução das distâncias entre as fases aumenta o campo elétrico na superfície dos condutores. Aumenta também o acoplamento entre as três fases, elevando a reatância mútua (x_m), o que significa menor reatância não homopolar ($x_{nh} = x_p - x_m$) e se reflete como um aumento da potência natural.

A técnica russa otimiza a posição dos cabos no feixe, equalizando e maximizando as capacitâncias e os campos elétricos na superfície dos condutores.

No caso da linha com potência natural elevada apresentado em [22], os acréscimos nos níveis de sobretensões durante a manobra de energização de linha variavam desde 5% até 25%. Na ocorrência do religamento tripolar, a configuração de feixe expandido apresenta as maiores sobretensões, exceto quando todos os reatores estão presentes. Os resultados de rejeição de carga apresentados no mesmo estudo mostraram que as sobretensões para as situações de feixe expandido também são maiores. Estes resultados são compatíveis com o aumento da potência natural da linha.

4. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

4.1. Introdução

Foi realizada uma extensa análise de sensibilidade dos parâmetros longitudinais e transversais da linha em função da freqüência na faixa de 10 Hz a 1 MHz. A análise de sensibilidade foi feita inicialmente para as parcelas que compõem as matrizes primitivas da linha (solo ideal, efeito pelicular dos condutores e correção para solo real) e numa segunda etapa para os modos homopolar e não homopolar.

Os parâmetros variados foram: geometria da linha e característica dos condutores de fase e pára-raios, mais especificamente: altura dos condutores fase, altura dos cabos pára-raios, distância horizontal entre as fases, geometria dos feixes dos sub-condutores, diâmetro dos cabos pára-raios, raio interno dos condutores de fase.

A análise de sensibilidade permite observar o comportamento dos parâmetros elétricos de linha no domínio da freqüência, variando-se as características físicas da linha. Foi possível avaliar a influência da geometria da linha e características dos condutores nas parcelas das matrizes primitivas (domínio das fases) e nas matrizes de parâmetros no domínio dos modos. Nas situações apresentadas foram avaliadas as alterações nos parâmetros elétricos de maneira quantitativa e qualitativa.

A linha foi considerada idealmente transposta para toda a faixa de freqüência analisada. Como explicado, para freqüências nas quais o ciclo de transposição não é muito menor que $\lambda/4$ esta hipótese não é correta. Vista dos terminais a linha é uma seqüência de trechos não transpostos conectados por torres de transposição. Em cada trecho temos 3 modos nos quais 2 modos podem ser muito semelhantes (modos não homopolares) em função da geometria da torre e um outro modo distinto (homopolar). Se analisássemos a linha através do conjunto de trechos e as torres de transposição vistas dos terminais chegaríamos a modos diferentes dos obtidos nos trechos não transpostos. No presente estudo a linha foi suposta idealmente transposta, desprezando-se o erro desta hipótese.

Em todos os casos analisados a resistividade do solo foi considerada invariável com a freqüência e igual a 1.000 Ω.m. A condutividade do solo deveria ser representada conforme (4.1), sendo ε a permissividade dielétrica do solo. A influência do comportamento eletromagnético do solo é importante e deverá ser considerada em trabalho futuro incluindo a sua dependência com a freqüência e a correta representação da condutividade e permissividade [23].

$$\sigma' = \sigma + j \cdot \omega \cdot \varepsilon \qquad (4.1)$$

Além dos parâmetros elétricos abordados, foram analisados a relação x_h/x_{nh} [3], quociente entre reatância homopolar e reatância não homopolar em 60 Hz, e a potência natural da linha. A relação x_h/x_{nh} influenciará no fator de aterramento da linha. A potência natural da linha é calculada por $P_0 = \mathrm{Re}\left[\frac{V_L^2}{|z_0|} \cdot e^{j\cdot\phi}\right]$ [1], sendo V_L a tensão entre fases, z_0 o módulo da impedância característica e ϕ o ângulo da impedância característica da linha. A impedância característica da linha é função dos parâmetros não homopolares para a freqüência de 60 Hz.

As possibilidades de otimização de projetos e estudos de re-capacitação de linhas também foram objeto da análise de sensibilidade.

4.2. Cálculo dos Parâmetros Elétricos para o Caso Base

A linha de transmissão trifásica utilizada para o cálculo de parâmetros e análise de sensibilidade corresponde à linha da CESP de 440 kV, entre Araraquara e Bauru. Esta linha apresenta dois cabos pára-raios na posição superior e quatro condutores no feixe de cada fase. A silhueta de torre é apresentada na Figura 4.1.

Os condutores fase são do tipo alumínio com alma de aço – cabos CAA, código Grosbeak. Os cabos pára-raios são de aço, diâmetro 3/8’’.

A condutividade dos condutores foi obtida a partir da resistência em corrente contínua e dos diâmetros dos condutores da linha no caso base. Conforme [24], a resistência em corrente contínua a 75°C do cabo Grosbeak é de 0,089898 Ω/km, enquanto para o cabo pára-raio a 45°C é de 4,188042 Ω/km. Os valores de condutividade obtidos do caso base foram implementados para os todos os casos.

A permeabilidade magnética relativa para os condutores fase é igual à unidade, enquanto a permeabilidade relativa para os cabos pára-raios é igual a 70.

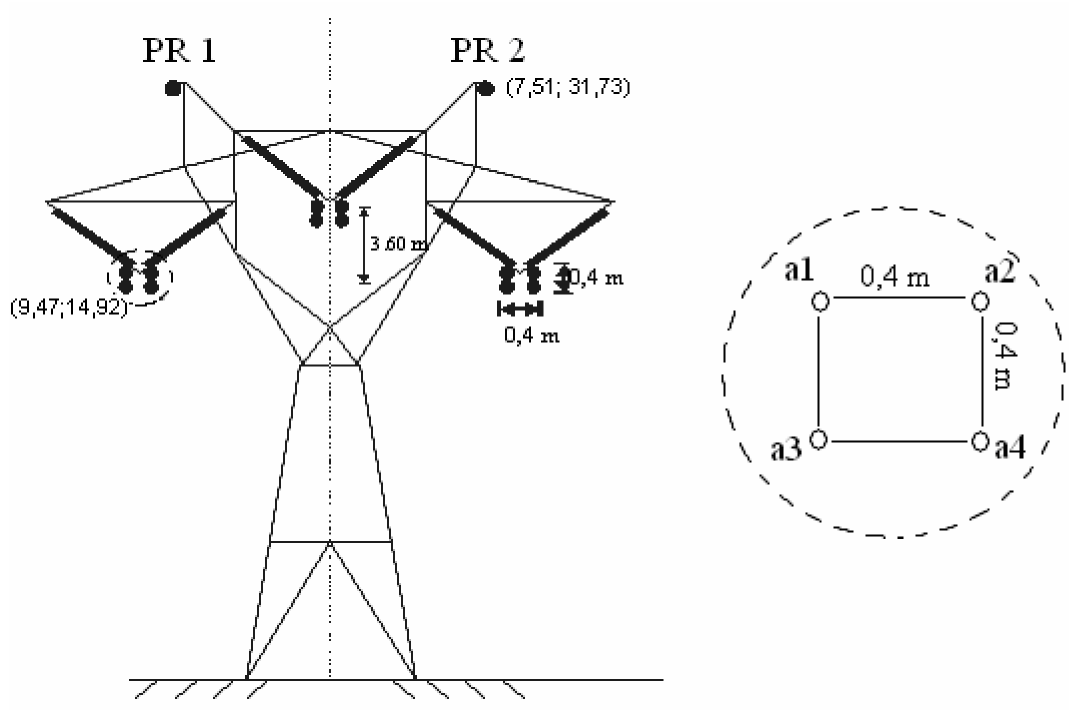


Figura 4.1: Silhueta esquemática de torre da linha de transmissão de 440 kV da CESP de Araraquara a Bauru.

O cálculo de parâmetros foi implementado variando-se a freqüência desde 10 Hz até 1 MHz e considerando o solo de resistividade igual a 1000 Ω.m. Para cada valor de freqüência obteve-se a matriz primitiva longitudinal. A matriz transversal foi calculada uma única vez por ser independente da freqüência na faixa de freqüência estudada. Em seguida realizou-se a redução de matrizes eliminando-se os sub-condutores do feixe e os cabos pára-raios. As matrizes reduzidas representam a linha original em termos de condutores equivalentes para cada fase, nas quais é incorporada a contribuição dos cabos pára-raios.

A linha analisada foi considerada idealmente transposta. Os elementos das matrizes equivalentes de linhas transpostas são obtidos a partir das matrizes reduzidas de impedância e admitância.

O Gráfico 4.1 apresenta a resistência interna, a resistência própria devido à correção de solo real e a resistência própria total do condutor "a_1" da linha da Figura 4.1 variando com a freqüência. O Gráfico 4.2 mostra a resistência mútua entre os condutores "a_1" e "b_1", a resistência própria de "a_1" e suas parcelas variando com a freqüência. A resistência interna mostrou-se aproximadamente constante até a freqüência de 200 Hz aproximadamente. A partir desta freqüência, o efeito pelicular acentua-se, verificando-se o aumento da resistência interna com a freqüência.

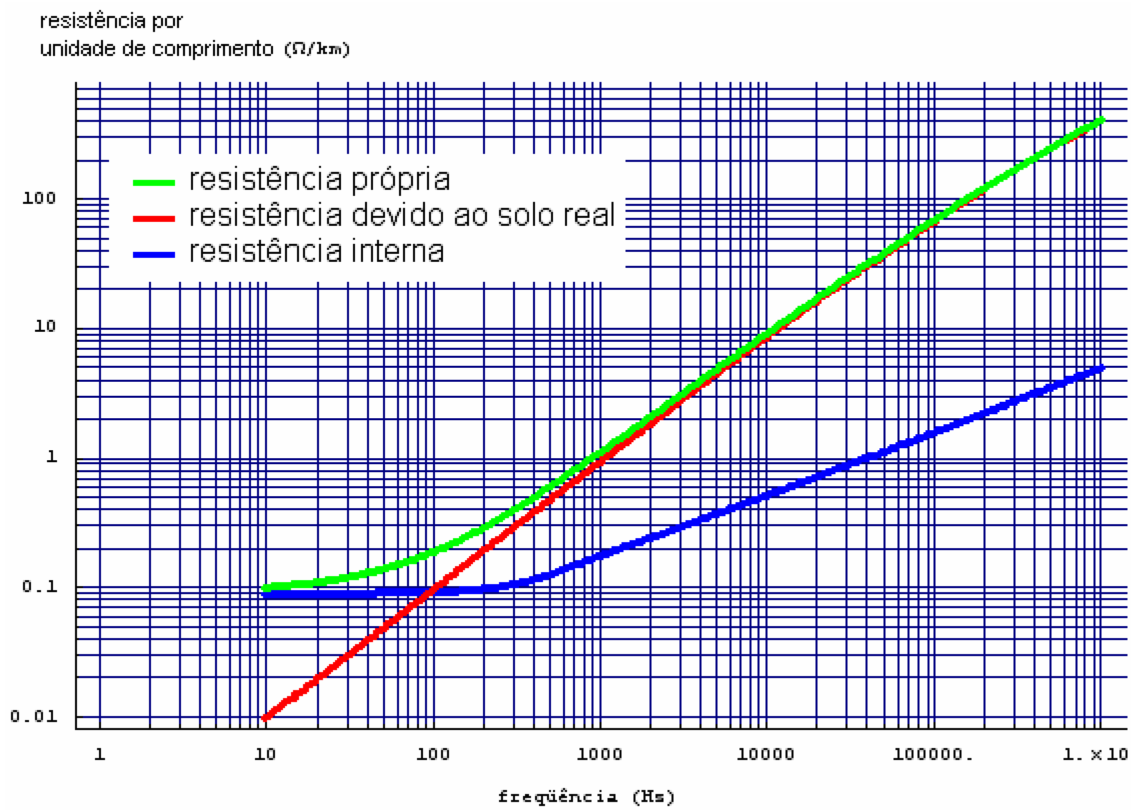


Gráfico 4.1: Resistência total e parcelas por unidade de comprimento referentes ao condutor "a_1" em função da freqüência.

A parcela da resistência interna, no Gráfico 4.1, é predominante para o valor de resistência própria para freqüências abaixo de 100 Hz. Em freqüências baixas, próximas à condução contínua, o efeito do solo pode ser desprezado. Quando a linha é submetida a sinais superiores a 1 kHz, o efeito de solo real torna-se predominante, e a resistência interna desprezível. Em 1 MHz, o efeito do solo representa 99% da resistência própria da matriz primitiva. A influência do solo depende da sua representação e no presente estudo a resistividade de solo foi suposta constante e igual a 1000 Ω.m. Caso o solo tivesse um valor de resistividade diferente o seu efeito seria dominante para freqüências diferentes das obtidas.

O Gráfico 4.2 apresenta a resistência interna de "a_1", o termo próprio da correção de solo real para "a_1" e o termo mútuo da correção de solo real entre "a_1" e "b_1" além da parcela da resistência interna de "a_1". Foi observado que a relação entre a correção de solo real mútua e própria não apresentou variações significativas até 10 kHz, cuja relação nesta freqüência foi de 0,99. Isto é, a correção de solo real mútua foi praticamente igual à própria. A máxima variação ocorreu em 1 MHz, na qual a correção mútua foi 91% da própria.

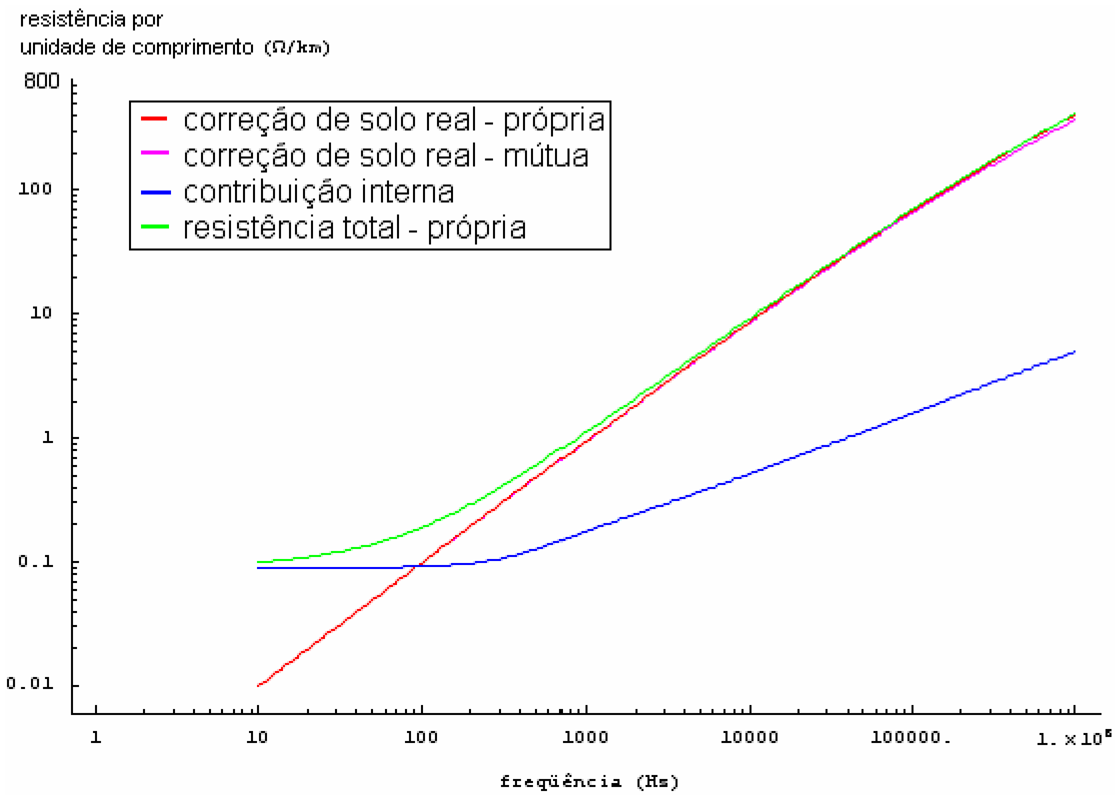


Gráfico 4.2: Resistências mútuas entre a_1 e b_1 devido a correção de solo real, própria de a_1 para solo real, interna de a_1 e total própria de a_1 por unidade de comprimento em função da freqüência.

A resistência não homopolar, calculada por rp-rm, tem os efeitos dos pára-raios e dos feixes das fases incorporados nas matrizes equivalentes. Nestas matrizes, assim como nas matrizes primitivas, estão inseridas a contribuição interna e a correção de solo real. As correções de solo real própria e mútua apresentam valores muito próximos, fazendo com que o efeito do solo real torne-se desprezível na resistência não homopolar. A influência da resistência interna é predominante na resistência não homopolar.

O Gráfico 4.3 mostra a indutância interna, a indutância própria devido à correção de solo real, a indutância para solo ideal e a indutância própria total do condutor "a_1" da linha da Figura 4.1 variando com a freqüência. Neste gráfico, em toda a faixa de freqüência, a contribuição de solo ideal é predominante e a indutância interna é algumas ordens de grandeza inferior. À medida que a freqüência aumenta, a indutância devido ao solo real vai se tornando desprezível em relação à parcela referente ao solo ideal, indicando que a indutância própria do condutor tende ao valor da indutância externa.

A indutância interna no Gráfico 4.3 permaneceu independente da freqüência até 200 Hz aproximadamente. A partir desta freqüência, em função do efeito pelicular, a indutância começa sofrer redução. Esta redução ocorre devido ao fato da seção transversal percorrida pela corrente sofrer redução.

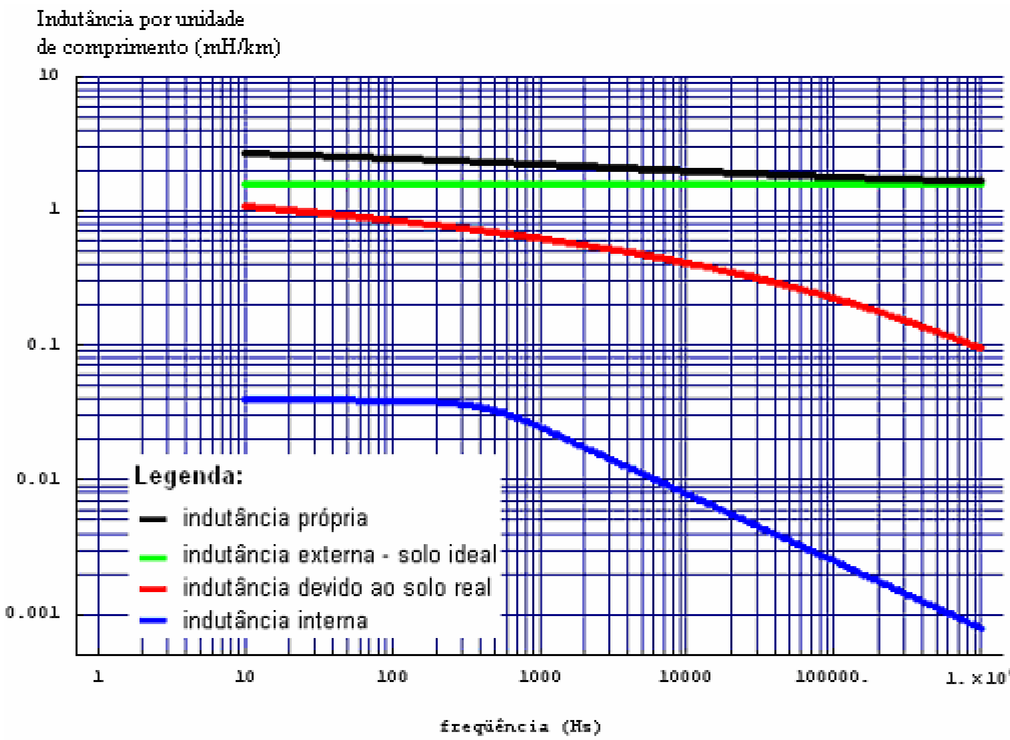


Gráfico 4.3: Indutância total e contribuições por unidade de comprimento referentes ao condutor "a_1" em função da freqüência.

As parcelas das indutâncias próprias de "a_1" e mútuas entre "a_1" e "b_1" foram apresentadas no Gráfico 4.4. A diferença entre indutância externa própria e mútua foi constante para toda a faixa de freqüência. As parcelas das correções de solo real própria e mútua para a indutância são muito próximas, porém com diferença maior quando comparadas às correções de solo real nas resistências. A diferença entre as correções própria e mútua foi visível no gráfico. A relação entre correção mútua e própria na indutância variou desde 0,97 para 10 Hz até 0,86 para 1 MHz.

As indutâncias não homopolares, analisando-se o Gráfico 4.4, terão maior influência devido às diferenças entre as indutâncias externas próprias e mútuas considerando o solo ideal. A diferença entre a correção de solo real própria e mútua foi pequena, resultando em pouca influência nas indutâncias não homopolares. A indutância interna é muito pequena quando comparadas às demais parcelas.

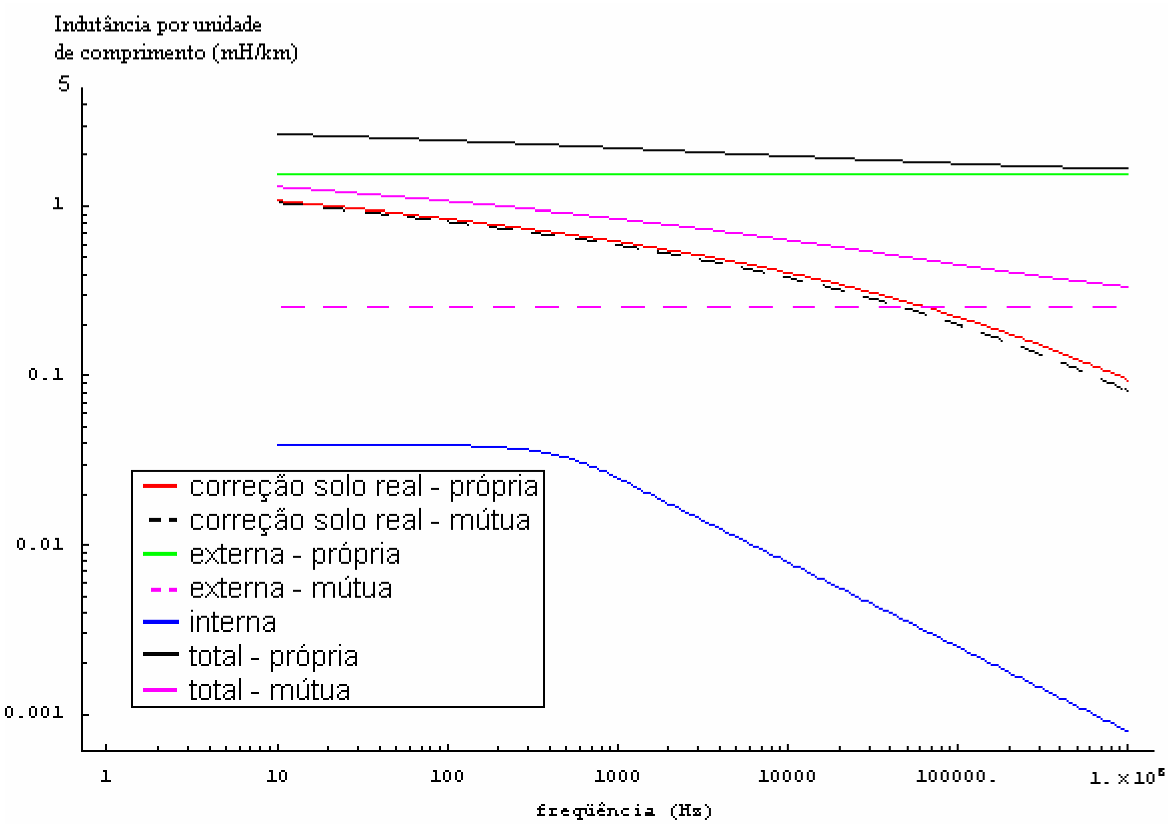


Gráfico 4.4: Indutâncias total, externa e de correção de solo real mútuas entre “a_1” e “b_1”; total, externa, correção de solo real e interna de “a_1” por unidade de comprimento em função da freqüência.

A Tabela 4.1 mostra algumas capacitâncias próprias e os módulos das capacitâncias mútuas referentes ao caso base. Assim como a indutância externa para solo ideal, as capacitâncias entre condutores são independentes da freqüência para a faixa de freqüências analisadas.

Tabela 4.1: Capacitâncias próprias e mútuas para o caso base.

Capacitância própria de “a_1” (nF/km)	Capacitância própria de “PR_1” (nF/km)	Capacitância mútua de “a_1” e “b_1” (nF/km)	Capacitância mútua de “PR_1” e “PR_2” (nF/km)
12,5044	0,152373	6,18834	0,718051

O Gráfico 4.5 mostra a resistência da linha para os modos não homopolares e homopolar em função da freqüência. Deste gráfico verifica-se que a relação entre a resistência do modo homopolar e os modos não homopolares é de 3, para a freqüência de 10 Hz; enquanto, para 1 MHz, a relação entre resistências do modo homopolar e não homopolar é de 32.

A resistência no modo homopolar no Gráfico 4.5 apresenta forte dependência com a freqüência devido ao efeito do solo dominante neste modo. O efeito pelicular é dominante para a resistência nos modos não homopolares para freqüências até cerca de 100 kHz, para esta resistividade do solo adotada, sendo que a partir desta região o efeito do solo passa a ser importante. Espera-se que para solos com maior resistividade, ou com representação de comportamento eletromagnético do solo que incluam a dependência com a freqüência [15], o efeito do solo real seja dominante para faixas de freqüência menores.

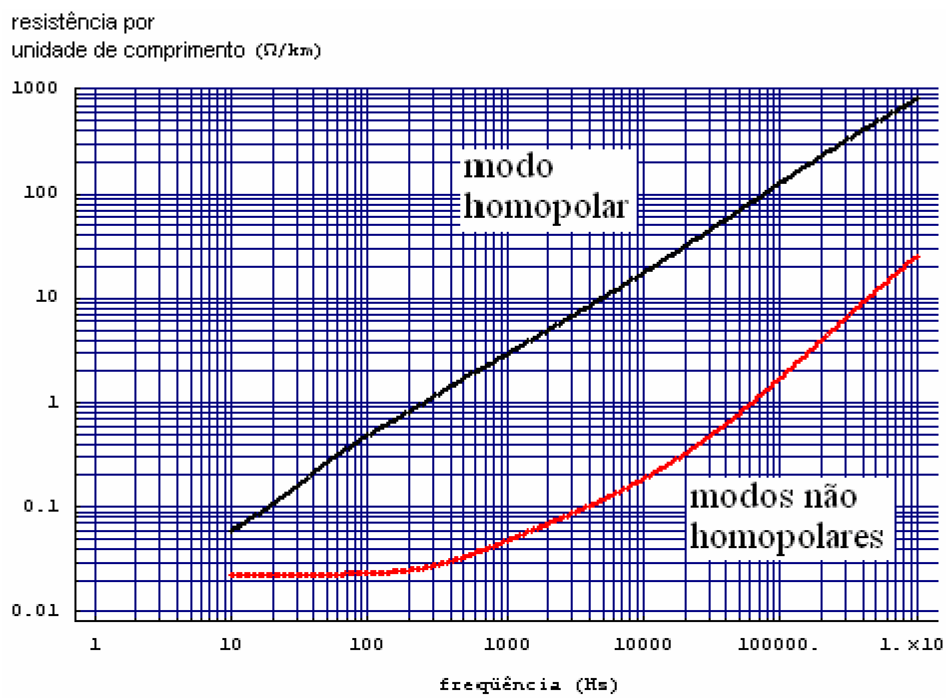


Gráfico 4.5: Resistência por unidade de comprimento em função da freqüência no domínio dos modos.

O Gráfico 4.6 apresenta as contribuições próprias da resistência na matriz primitiva e as resistências em modos. Em baixas freqüências a resistência homopolar é influenciada pela resistência interna e correção de solo real; nas altas freqüências a correção de solo real predomina na resistência homopolar. A resistência não homopolar é influenciada pela resistência interna, uma vez que as correções para solo real própria e mútua praticamente se anulam. A partir de um valor elevado de freqüência no qual surge diferença significativa entre as correções do solo própria e mútua, a resistência não homopolar tem um comportamento semelhante ao da resistência homopolar, com maior influência do solo.

O Gráfico 4.7 mostra a indutância nos modos não homopolares e homopolar em função da freqüência. A variação do modo homopolar com a freqüência é devido ao efeito de solo dominante para este modo.

A indutância nos modos não-homopolares apresentou uma pequena redução com o aumento da freqüência. A máxima redução percentual em relação à faixa de freqüências analisadas (de 10 Hz a 1 MHz) foi de 5,3% aproximadamente. Esta pequena variação é devido à indutância interna.

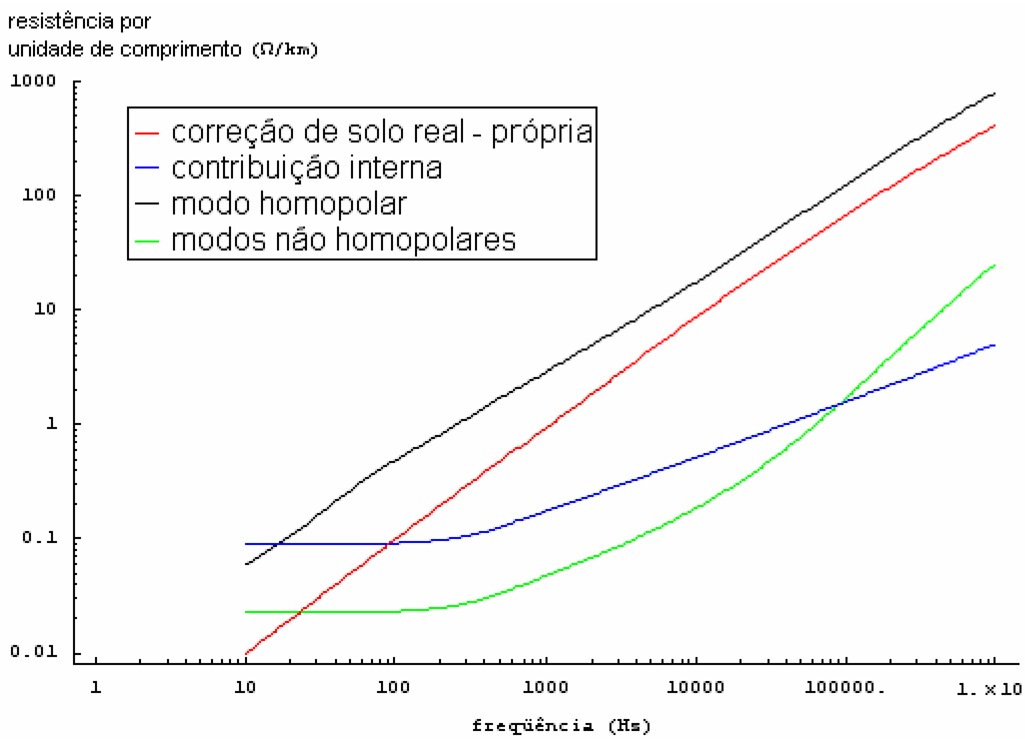


Gráfico 4.6: Contribuições próprias da resistência de "a_1" e resistências nos modos por unidade de comprimento.

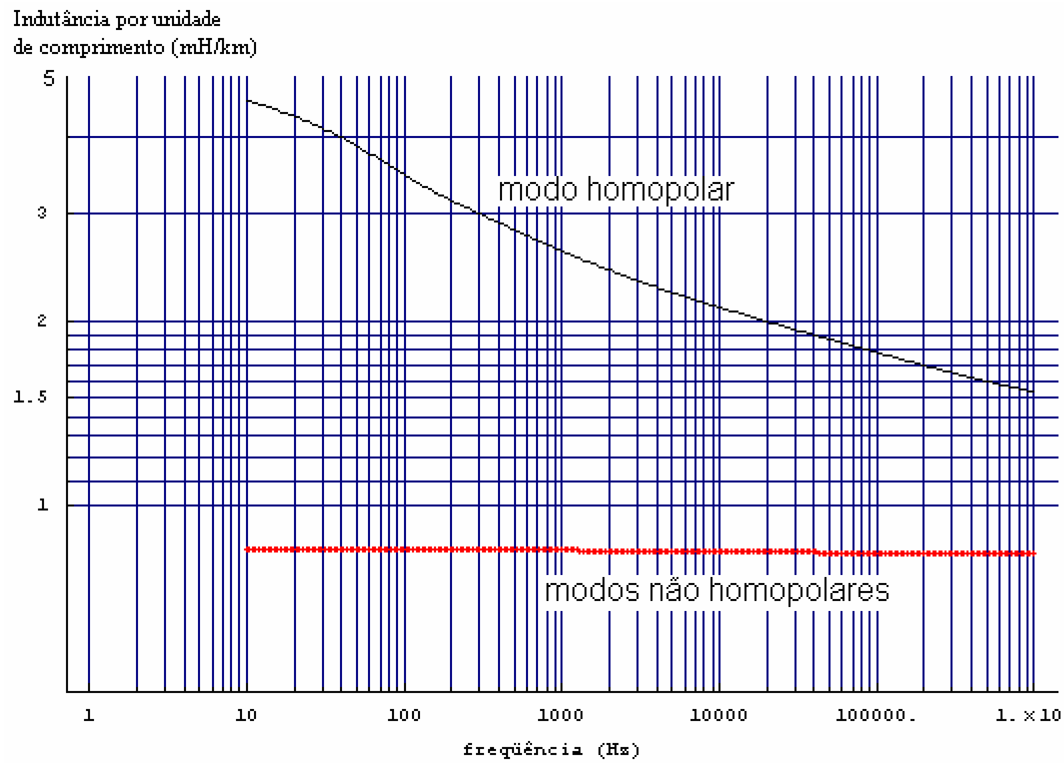


Gráfico 4.7**:** Indutância por unidade de comprimento em função da freqüência no domínio dos modos.

O Gráfico 4.8 mostra as parcelas da indutância própria de "a_1" e as indutâncias nos modos. Na indutância homopolar predomina a contribuição externa de solo ideal e a correção de solo real. A indutância interna apresenta ordem de grandeza menor que as outras parcelas. Nas altas freqüências a indutância interna torna-se ainda mais desprezível na determinação da indutância homopolar.

As indutâncias não homopolares são determinadas predominantemente pelo efeito de solo ideal (diferença entre a parcela própria e a mútua, independente da freqüência), enquanto o efeito da correção de solo real se anula. A indutância interna contribui para a indutância não homopolar, mas o seu valor é relativamente pequeno.

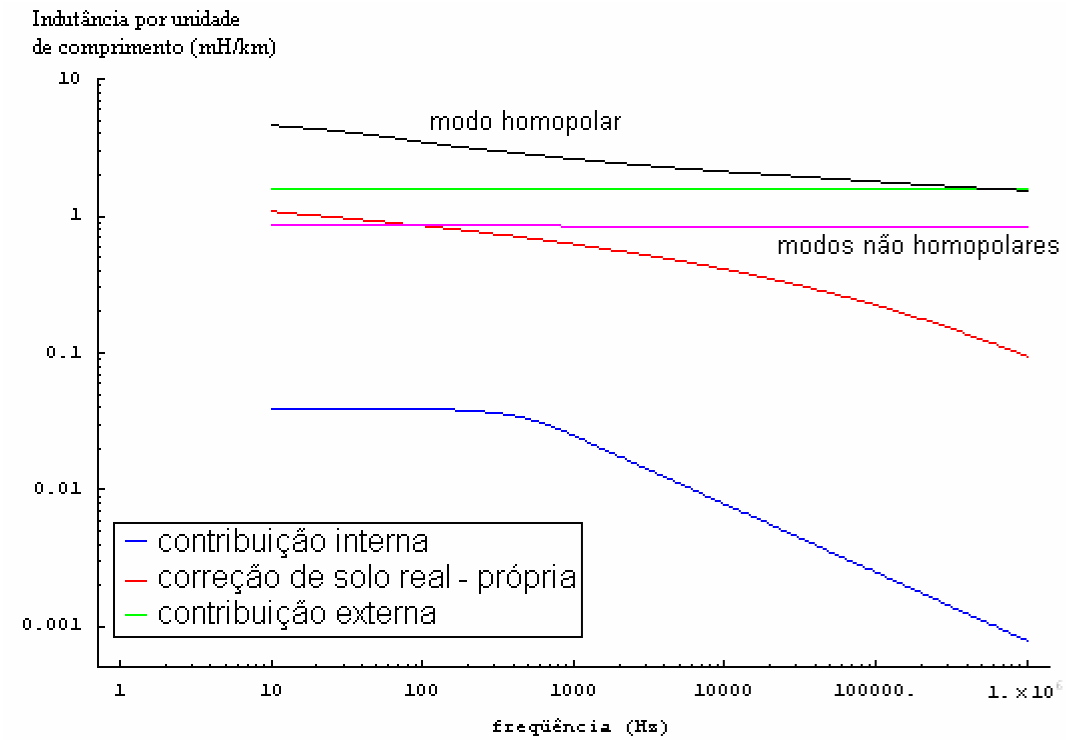


Gráfico 4.8: Parcelas da indutância própria de "a_1" e indutância por unidade de comprimento nos modos (mH/km).

4.3. Análise para Variação do Diâmetro dos Cabos Pára-Raios

Para a linha apresentada na seção 4.2, variou-se o diâmetro dos cabos pára-raios baseando-se nos valores comerciais do Anexo I. Dentre os valores tabelados, utilizaram-se os valores de diâmetro iguais a: 0,16; 0,9144 e 2,6 cm.

Fixando-se o valor do raio dos cabos pára-raios e mantendo-se fixos os condutores de fase, obtiveram-se as matrizes primitivas de parâmetros e em seguida as matrizes reduzidas e transposta. A condutividade foi considerada igual a dos cabos pára-raios no caso base.

As resistências internas dos cabos pára-raios em função da freqüência para os diferentes diâmetros são apresentadas no Gráfico 4.9. No mesmo gráfico, é mostrada a resistência devido à correção do solo real em função da freqüência. Nas baixas freqüências e para um diâmetro específico, o efeito pelicular é pequeno. Com o aumento da freqüência, o efeito pelicular provoca o aumento da resistência interna do condutor.

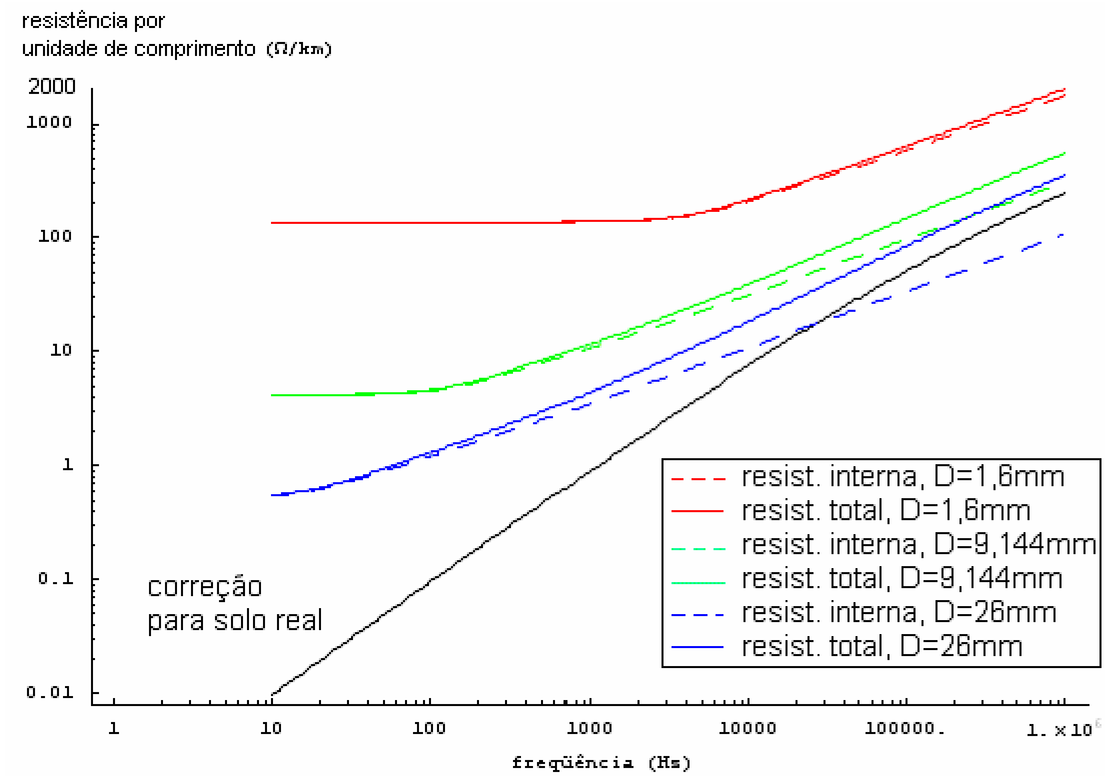


Gráfico 4.9: Resistência total, interna e correção de solo real por unidade de comprimento de cabo pára-raio de diferentes diâmetros em função da freqüência. Comparação com a resistência devido à correção de solo real.

Considerando a variação do diâmetro dos cabos pára-raios, dentro de uma faixa limitada pelo menor e maior valor comercial, observou-se que a redução do diâmetro provocou um aumento da resistência interna, bem como o aumento da faixa de freqüência na qual o efeito pelicular torna-se significativo. Isto é, a resistência interna é constante até um determinado valor de freqüência, sendo que esta freqüência aumenta com a redução do diâmetro do cabo pára-raio.

Para o maior diâmetro, de 26 mm, a resistência interna em baixas freqüências é a menor e o efeito pelicular ocorre a partir de 20 Hz. No caso do menor diâmetro, de 1,6 mm, a resistência interna não sofre variação significativa até a freqüência de 2 kHz, a partir da qual surge o efeito pelicular.

A resistência devido ao efeito do solo nas baixas freqüências para os diferentes diâmetros varia desde 10 % da resistência interna para o maior diâmetro até 1 % da resistência interna para o menor diâmetro.

À medida que o diâmetro dos cabos pára-raios aumenta, o efeito do solo aproxima-se mais da resistência interna.

As indutâncias internas dos cabos pára-raios em função da freqüência para os diferentes diâmetros são apresentadas no Gráfico 4.10. No mesmo gráfico, é mostrada a indutância devida à correção do solo real em função da freqüência, obtida na seção 4.2.

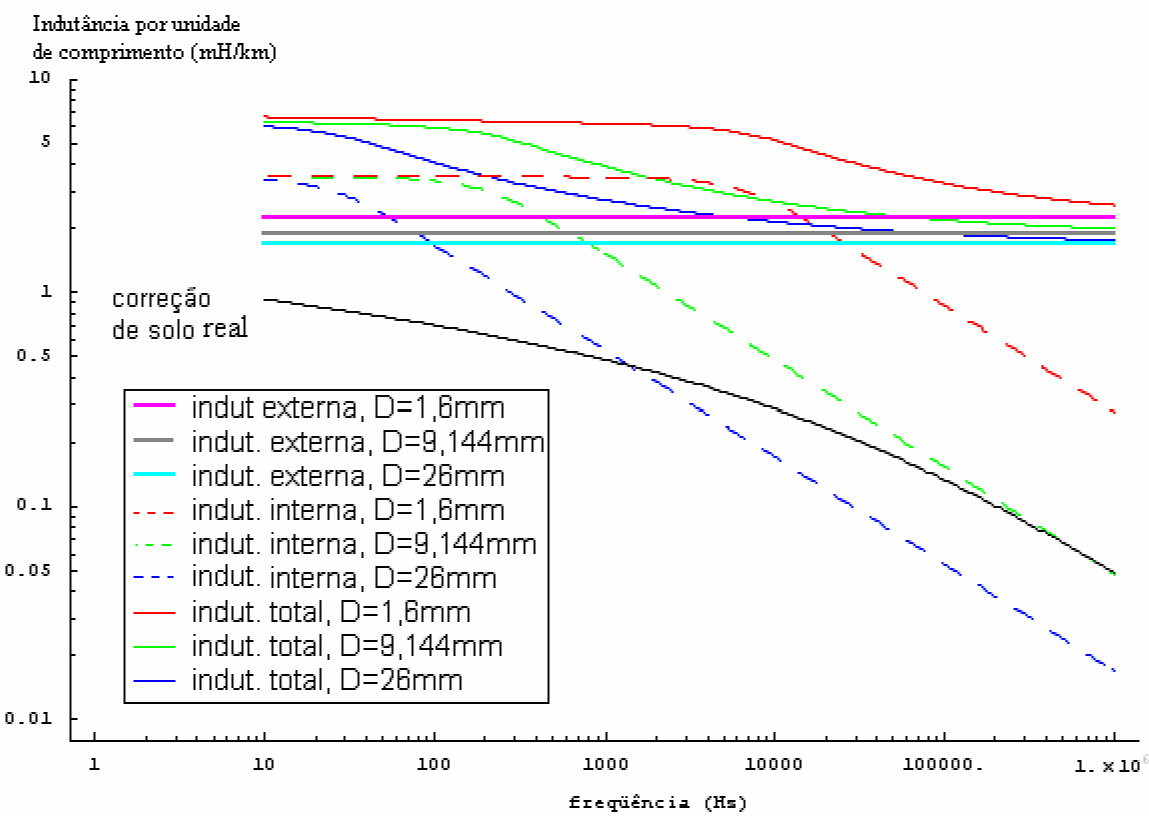


Gráfico 4.10: Indutância total, interna, externa e correção de solo real por unidade de comprimento para cabos pára-raios de diferentes diâmetros em função da freqüência. Comparação com a indutância devido à correção de solo real.

Conforme o Gráfico 4.10, para o menor diâmetro comercial, D = 1,6 mm, o efeito pelicular inicia em 4 kHz, muito acima da condução contínua; enquanto para o maior diâmetro, D = 26 mm, o efeito pelicular inicia em 20 Hz. Logo, à medida que o diâmetro dos cabos pára-raios aumenta, a freqüência de início do efeito pelicular diminui. Na condução contínua, a indutância interna independe da freqüência e do diâmetro dos cabos pára-raios.

Para o maior diâmetro comercial, a indutância interna iniciou a decair de forma acentuada a partir de 20 Hz; enquanto no menor diâmetro, a diminuição da indutância devido ao efeito pelicular, teve início para maiores valores de freqüência. Nos cabos pára-raios de diâmetro 1,6 mm, o menor valor comercial, a indutância interna deixa de ser constante e começa a decair a partir de 4 kHz.

A indutância externa considerando o solo ideal, conforme (3.48), é função do raio externo do condutor e independe da freqüência. Na Tabela 4.2, para os diâmetros comerciais de cabos pára-raios, o menor valor de indutância foi de 1,70 mH/km e ocorreu no maior diâmetro, enquanto que o valor máximo de indutância foi 2,26 mH/km no menor diâmetro.

Tabela 4.2: Indutância externa própria por unidade de comprimento para os diferentes diâmetros de cabos pára-raios comerciais analisados.

Diâmetro dos pára-raios (mm)	Indutância externa – solo ideal – por unidade de comprimento (mH/km)
1,6	2,2563
9,1	1,9076
26,0	1,6986

O comportamento dos parâmetros elétricos nos modos em termos da variação dos diâmetros dos cabos pára-raios é mostrado nos Gráfico 4.11 e 4.12. O Gráfico 4.11 mostra a resistência nos modos em função da freqüência, enquanto o Gráfico 4.12 apresenta a indutância nos modos em função da freqüência.

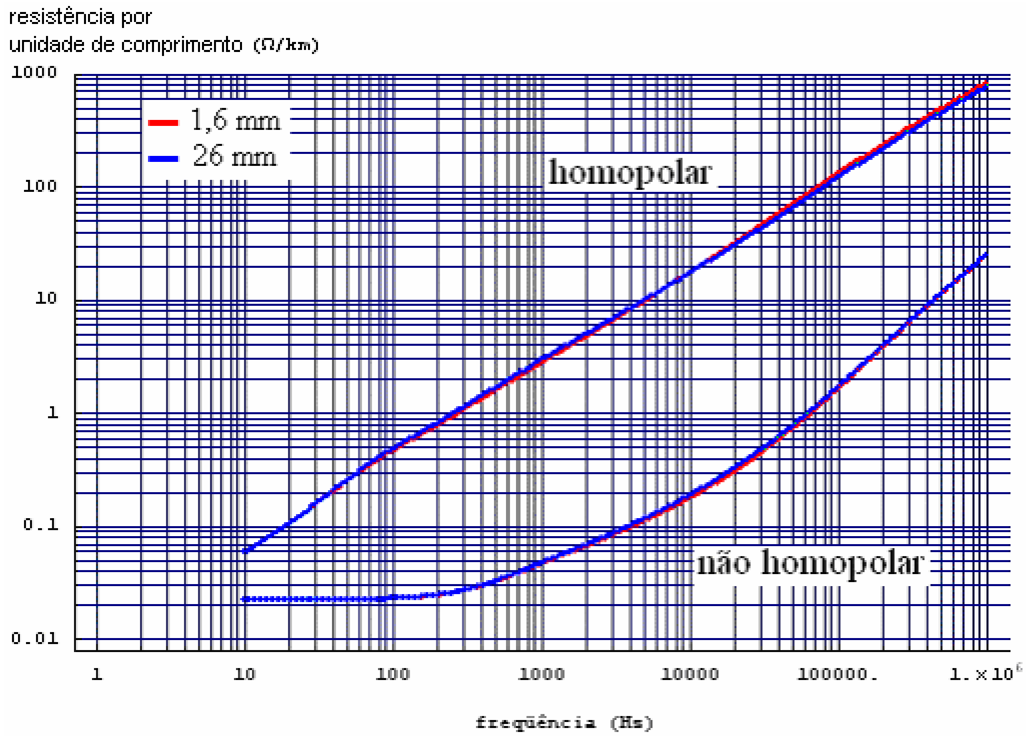


Gráfico 4.11: Resistência por unidade de comprimento nos modos em função da freqüência – Variação do diâmetro dos cabos pára-raios.

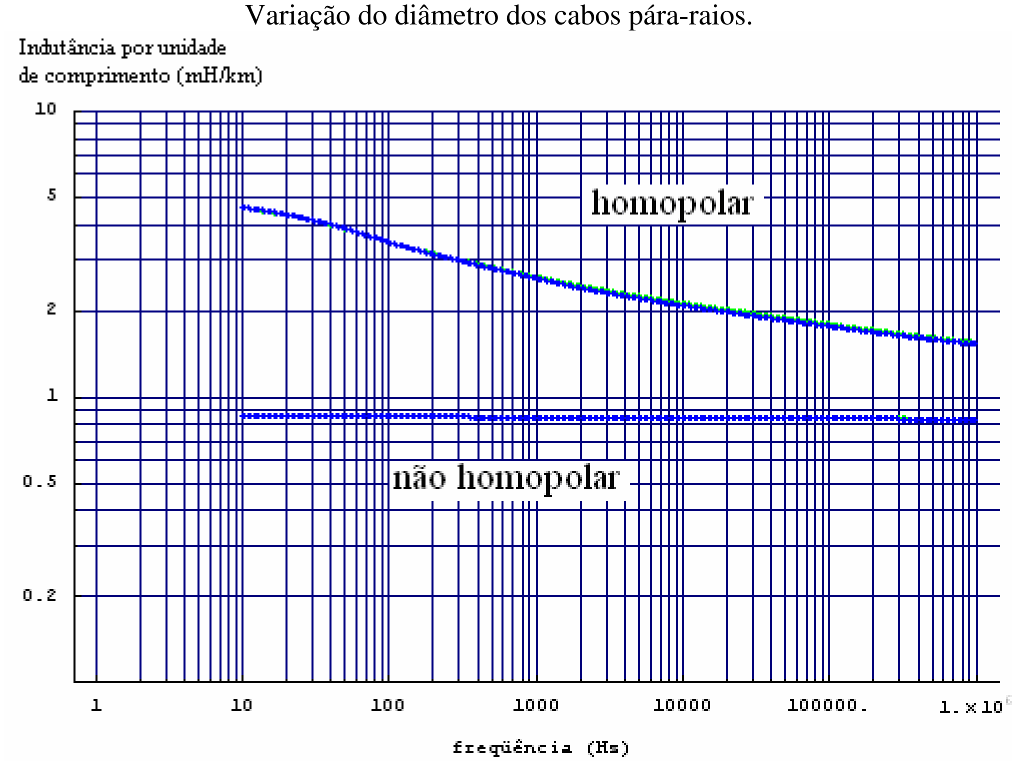


Gráfico 4.12: Indutância nos modos por unidade de comprimento em função da freqüência – Variação do diâmetro dos cabos pára-raios.

A resistência e indutância nos modos não apresentaram variações significativas com a variação dos diâmetros dos cabos pára-raios para a faixa de diâmetros comerciais utilizados. As curvas obtidas sobrepuseram-se às curvas referentes ao caso base. Conseqüentemente o fator de aterramento e a potência transmitida permaneceram inalterados.

4.4. Análise para Variação dos Diâmetros dos Condutores de Fase

Os diâmetros interno e externo dos condutores de fase exercem influência na impedância interna, conforme (3.50); e na reatância externa própria de cada condutor, de acordo com (3.49). Quanto à correção devido ao solo real, a variação destes diâmetros do condutor não influencia nas matrizes de parâmetros, como pode ser verificado em (3.59) e (3.60).

Quanto aos termos mútuos das matrizes primitivas, nenhuma variação ocorre devido à variação dos diâmetros dos condutores de fase.

A distribuição dos condutores na torre foi mantida, bem como o diâmetro dos cabos pára-raios, tomando como referência o caso base. O diâmetro dos condutores de fase da linha da CESP teve variação de acordo com os dados de valores comerciais dos cabos CAA.

O Anexo II mostra os códigos e valores comerciais para diâmetro interno D_0, diâmetro externo D_1 e relação $k = \frac{D_1}{D_0}$ dos condutores CAA. Da tabela do Anexo II, encontrou-se o mínimo D_0 de 1,33 mm e o máximo de 13,10 mm. O menor *k* verificado foi de 2,33, enquanto o maior foi de 7,00. Recordando da seção anterior, o D_0 para o caso base foi de 9,30 mm e o *k* de 2,71.

O valor de condutividade do condutor adotado foi igual ao do caso base. Na implementação do cálculo das matrizes de parâmetros, D_1 foi expresso em termos de k e D_0. Para cada valor de *k*, fixou-se D_0 para os seguintes valores em mm: 1,33; 5,0; 9,30; 11; 13,1. Os valores de *k* utilizados correspondem aos obtidos no Anexo II, isto é: *k* = 2,33 (mínimo), *k* = 2,71 (caso base) e *k* = 7,0 (máximo).

Os gráficos dos parâmetros elétricos em função da freqüência obedeceram a seguinte metodologia de variação de D_0 e *k* dos condutores fase:

- Variação de D_0, mantendo-se *k* constante.
- Variação de *k*, mantendo-se D_0 constante.

As combinações para variação de D_0 e k realizadas estão apresentadas na Tabela 4.3. Na tabela foram calculados os valores de D_1 (em mm) para os casos analisados e as curvas obtidas para os gráficos a seguir.

Tabela 4.3: Combinação dos casos analisados de variação dos diâmetros dos condutores de fase.

k / D_0(mm)	2,33	2,71	7,0
1,33	3,0989	3,6043	9,31
5,0		13,55	
9,30	21,669	25,203	65,1
11,0		29,81	
13,1	30,523	35,501	91,7

Os valores máximos e mínimos obtidos para os diâmetros dos condutores podem não corresponder aos valores reais. Trata-se de valores extremos teóricos obtidos a partir dos valores comerciais do Anexo II.

4.4.1 Análise para *k* fixo e D_0 variando

OGráfico 4.13 apresenta a resistência interna (Ω/km) do sub-condutor “a_1” do feixe da fase A em função da freqüência para k = 2,71. Cada curva corresponde a um valor especifico de D_0, conforme indicado na legenda.

O comportamento da resistência interna para o condutor de fase considerando k = 2,71 obedece ao verificado na análise dos cabos pára-raios. Isto é, em baixas freqüências à resistência interna é constante e para os menores diâmetros, o efeito pelicular tende a se manifestar para valores maiores de freqüência. No maior diâmetro comercial, o efeito pelicular intensificou-se a partir de 100 Hz; enquanto no menor diâmetro, a resistência interna ficou independente da freqüência até 10 kHz. Para um valor de freqüência qualquer e considerando um aumento de D_0 e D_1 (k fixo), verifica-se que a resistência interna diminui.

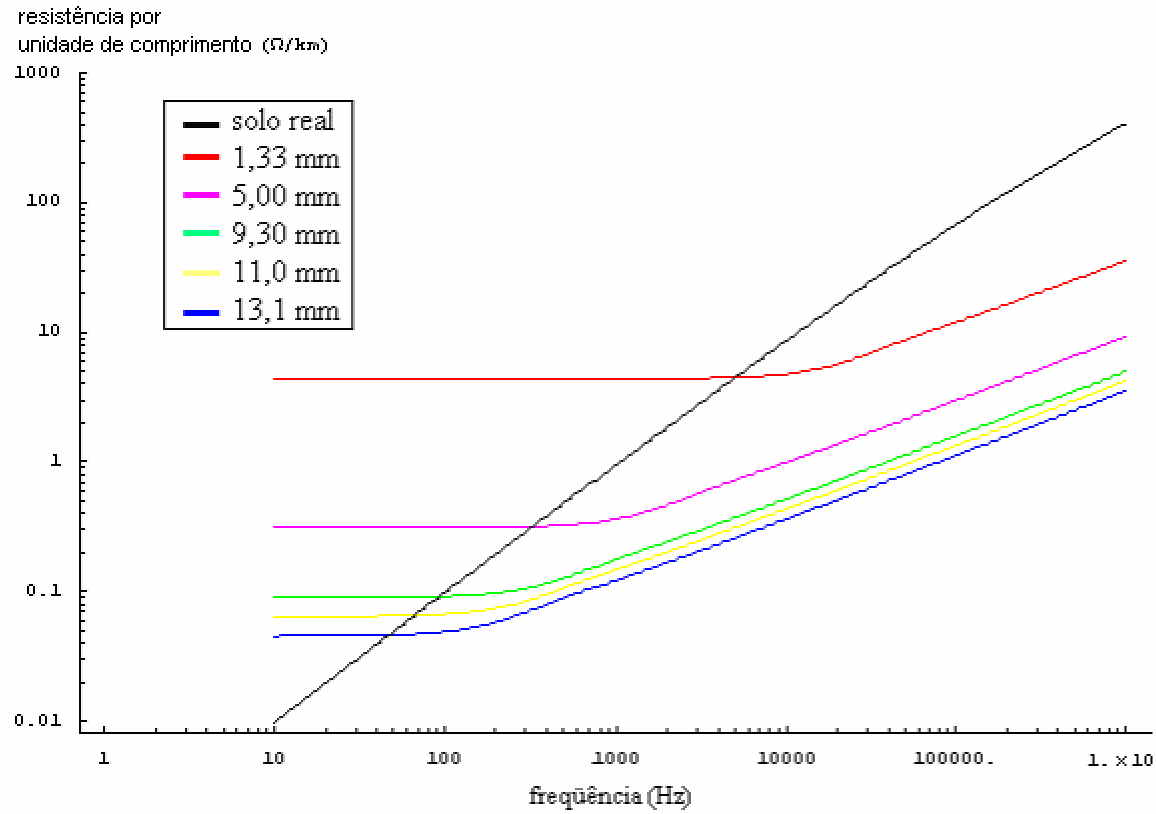


Gráfico 4.13: Resistência interna por unidade de comprimento dos cabos de fase para diferentes diâmetros externos e internos dos condutores de fase e k = 2,71 em função da freqüência. Comparação com a resistência devido à correção de solo real por unidade de comprimento.

A contribuição do solo real na resistência própria do condutor de fase "a_1", considerando a faixa de diâmetros e k = 2,71 é menor que a contribuição da resistência interna na faixa de freqüências próximas à corrente contínua (CC). Por exemplo, na freqüência de 10 Hz, o efeito do solo não pode ser desprezado para o condutor de maior diâmetro e enquanto que para o condutor de menor diâmetro torna-se desprezível quando comparado com a resistência interna.

Com o aumento da freqüência, a correção para solo real passa a ter relevância maior, apresentando um crescimento mais acentuado do que a resistência interna, qualquer que seja o diâmetro adotado. Em 1 MHz, a resistência interna para o condutor de menor diâmetro é 10% do efeito do solo, para a resistividade de solo adotada.

O Gráfico 4.14 mostra a resistência total de "a_1" variando-se D_0 e mantendo k constante. Da mesma forma que o

Gráfico 4.13, são apresentadas as contribuições interna e correção para solo real. Do Gráfico 4.14 verifica-se que a resistência total de "a_1" tem a contribuição interna predominante para as baixas freqüências; e à medida que a freqüência aumenta, a correção de solo real vai tornando-se predominante em relação à contribuição interna. Para D_0 igual 1,33 mm, a correção do solo real torna-se predominante na resistência total a partir de 100 kHz; enquanto para D_0 igual a 13,1 mm, a correção do solo já é predominante a partir de 1 kHz, com a sobreposição das curvas de resistência total e da correção de solo real.

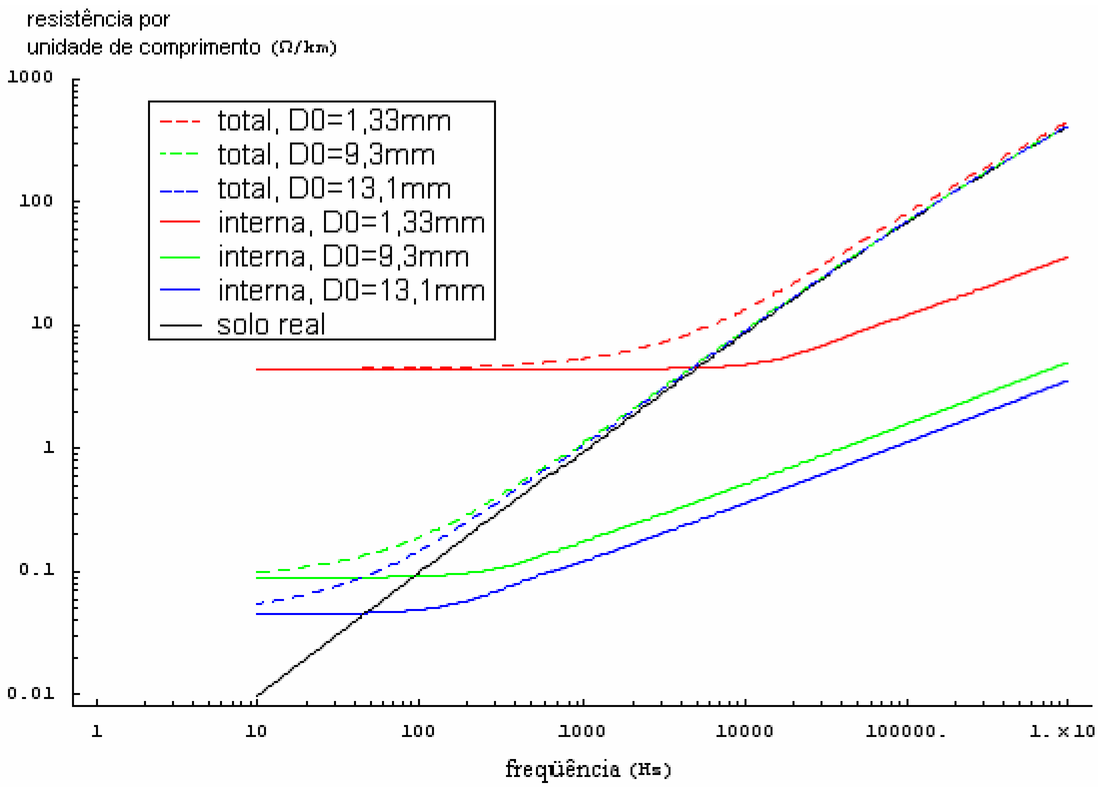


Gráfico 4.14: Resistência total de "a_1" e parcelas interna e correção de solo real por unidade de comprimento – Diferentes diâmetros externo e interno dos condutores fase mantendo-se k = 2,71.

A indutância interna (mH/km) de "a_1" em função da freqüência para os diferentes valores de diâmetros, considerando k = 2,71, é apresentada no Gráfico 4.15. O Gráfico 4.16 mostra as indutâncias totais de "a_1" e suas parcelas, considerando-se os valores extremos de D_0 (1,33 mm e 13,1 mm) considerando k igual a 2,71.

A indutância interna na primeira década não sofre variação com o diâmetro nem com a freqüência, possuindo um valor constante. A partir de segunda década (200 Hz aproximadamente) de freqüência, o cabo de maior diâmetro começa a sofrer a ação do efeito pelicular. O cabo de menor diâmetro mantém a indutância constante até 10 kHz.

Em toda a faixa de freqüência e para os diferentes diâmetros, a indutância devido ao solo real mostra-se superior à interna. O maior percentual da indutância interna em relação à contribuição do solo é de 10 % para o cabo de fase de menor diâmetro em 10 kHz.

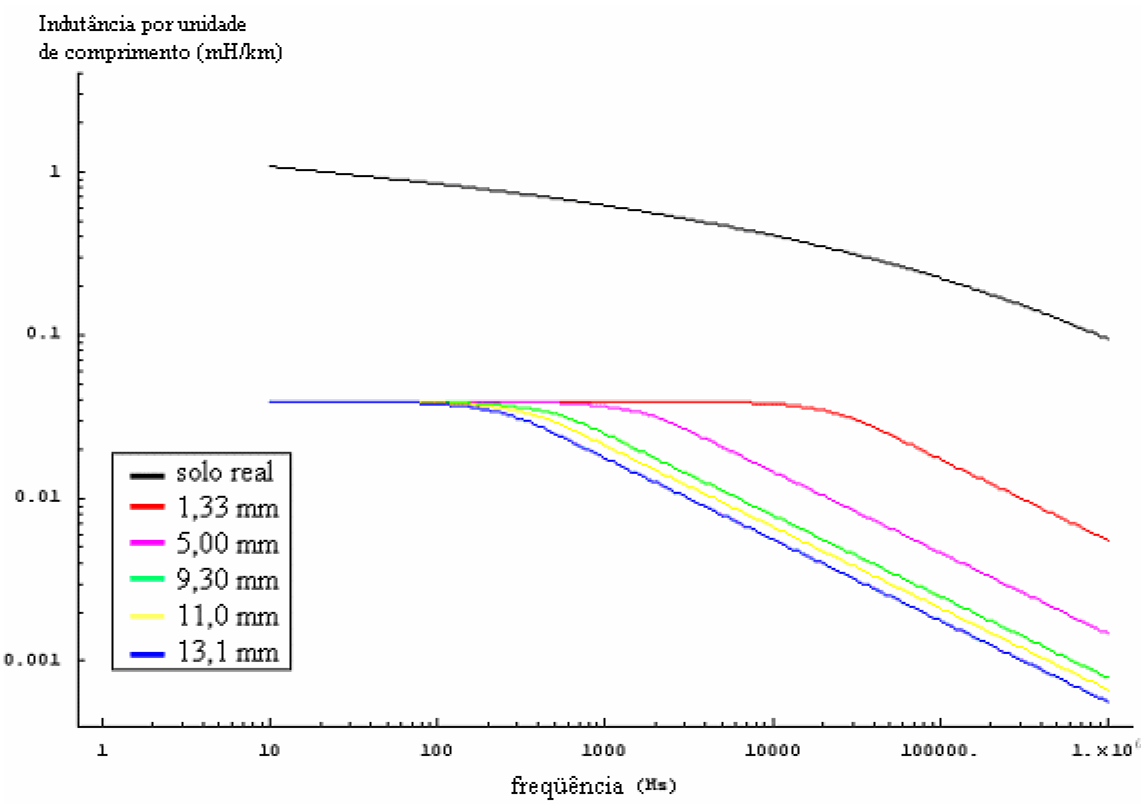


Gráfico 4.15: Indutância interna por unidade de comprimento dos condutores de fase para diferentes diâmetros externos e internos dos condutores de fase e k = 2,71 em função da freqüência. Comparação com a indutância devido à correção de solo real por unidade de comprimento.

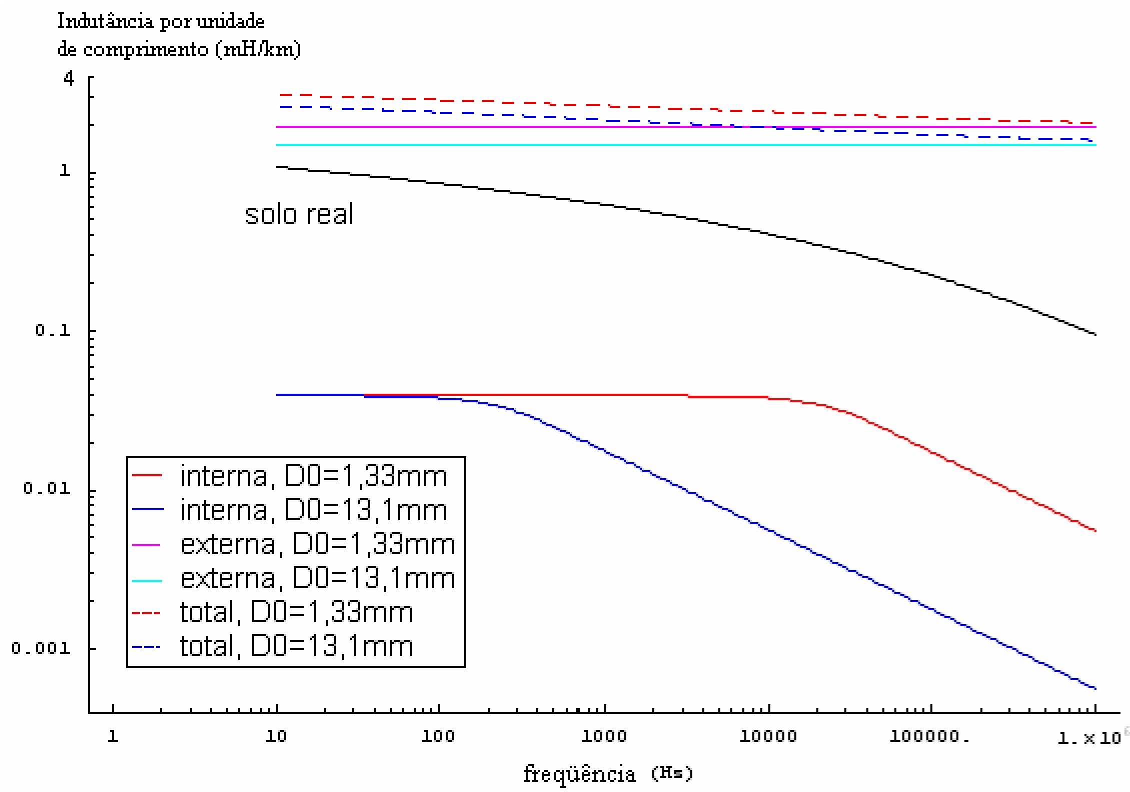


Gráfico 4.16: Indutância total de "a_1" e suas parcelas por unidade de comprimento para diferentes diâmetros externos e internos dos condutores de fase e k = 2,71 em função da freqüência.

A indutância externa própria de "a_1", considerando *k* igual a 2,71, é apresentada na Tabela 4.4 para diferentes valores de D_0. Desta tabela, verificou-se a redução da indutância própria para o aumento no diâmetro dos condutores fase. Considerando-se os diâmetros máximos e mínimos, esta redução foi de 23,5 %, em relação à indutância para D_0 igual 1,33 mm.

Tabela 4.4 - Indutância externa própria e capacitâncias própria e mútua por unidade de comprimento de "a1" para diferentes diâmetros externo e interno dos condutores fase e k = 2,71.

D_0 (mm)	L_p-a_1 (mH/km)	C_p-a_1 (nF/km)	C_m a_1-b_1 (nF/km)
1,33	1,9482	8,2459	0,1241
5	1,6834	10,7135	0,1422
9,3	1,5593	12,5044	0,1524
11	1,5257	13,103	0,1554
13,1	1,4908	13,7937	0,1586

Considerando-se toda a faixa de diâmetros, não somente os casos de k igual a 2,71; a indutância externa própria variou desde 1,3 (maior diâmetro comercial) até 1,98 (menor diâmetro comercial). Essa redução foi de 34,3 % em relação a maior indutância (menor diâmetro comercial).

A resistência nos modos em função da freqüência é apresentada no Gráfico 4.17. No gráfico, verificou-se a redução da resistência não homopolar com o aumento do diâmetro interno. Em 60 Hz, essa redução foi da ordem de 100 vezes, em relação à resistência no menor diâmetro. Nas altas freqüências, a influência dos diâmetros reduziu para a resistência não homopolar. A resistência homopolar mostrou-se dependente do diâmetro interno dos condutores nas baixas freqüências. A partir de 10 kHz, a resistência homopolar mostrou-se independente da variação do diâmetro interno dos condutores. Este resultado era esperado devido ao predomínio da parcela da resistência interna nos modos não homopolares.

A indutância nos modos em função da freqüência é apresentada no Gráfico 4.18. A partir deste gráfico, verifica-se que a indutância, tanto no modo homopolar quanto nos modos não homopolares, diminuiu com aumento do diâmetro dos condutores fase da linha. A maior influência da variação dos diâmetros internos, considerando k constante, ocorreu para os modos não homopolares. Este resultado era esperado devido ao predomínio da parcela da resistência interna nos modos não homopolares.

A indutância nos modos não homopolares apresentou maior sensibilidade à variação do diâmetro interno para k constante, quando comparada à variação com a freqüência. Na indutância dos modos não homopolares ocorreu o predomínio da indutância de solo ideal, função da geometria da linha e do diâmetro externo.

As alterações nos condutores fase de uma linha provocaram pequenas variações na indutância homopolar. No modo homopolar prevaleceu a correção para solo real.

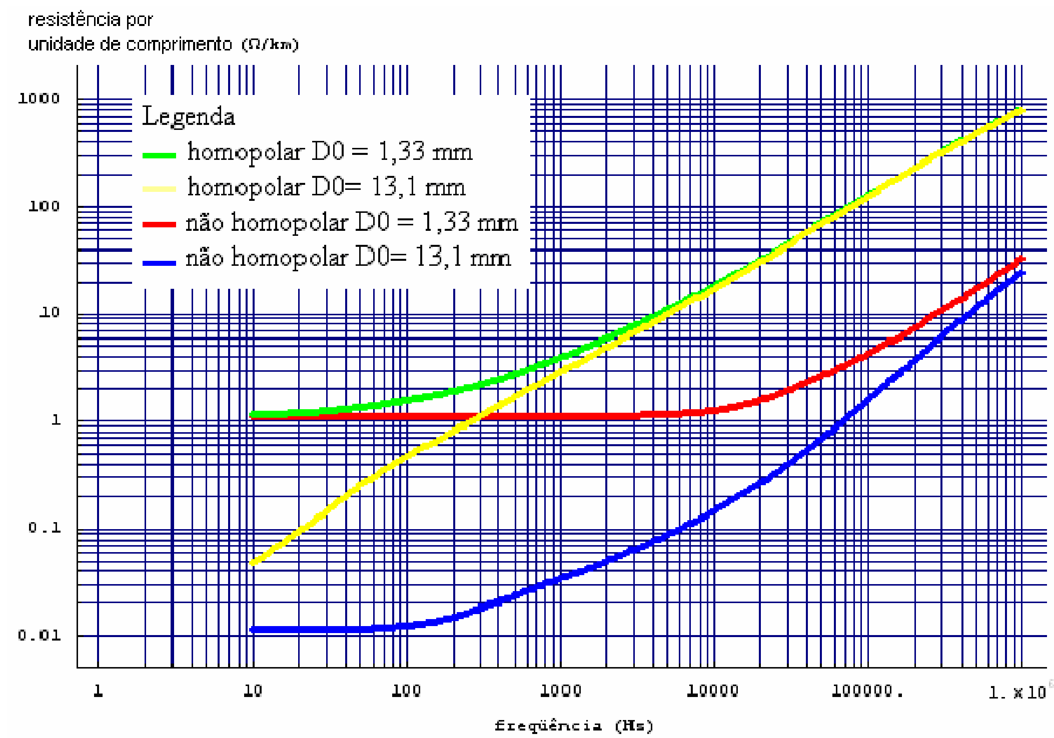


Gráfico 4.17: Resistência nos modos por unidade de comprimento em função da freqüência para diferentes diâmetros externo e interno dos condutores de fase e k = 2,71 em função da freqüência.

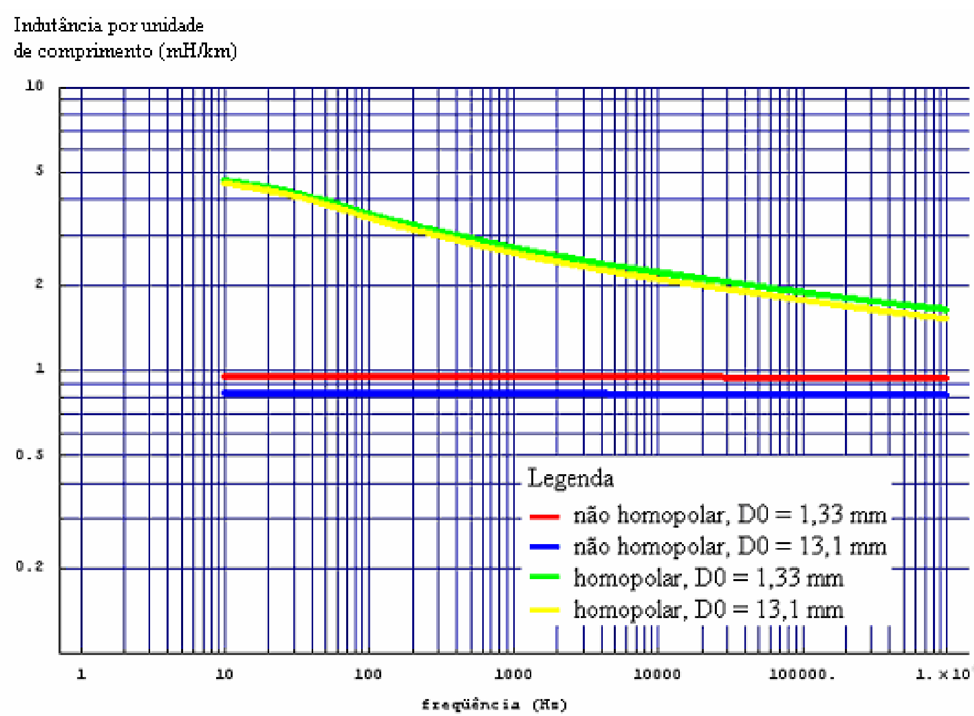


Gráfico 4.18: Indutância nos modos por unidade de comprimento em função da freqüência para diferentes diâmetros externo e interno dos condutores de fase e k = 2,71 em função da freqüência.

4.4.2 Análise para *k* variando e D_0 fixo

Neste item, fixou-se D_0 em 1,33; 9,3 (caso base) e 13,1 mm e para cada um destes valores, variou-se *k* para 2,33; 2,71 (caso base) e 7,0, ou seja, para cada D_0 variou-se D_1 (diâmetro externo) conforme a Tabela 4.3. Os Gráfico 4.19 e 4.20 apresentam a resistência e a indutância, respectivamente, internas em função da freqüência.

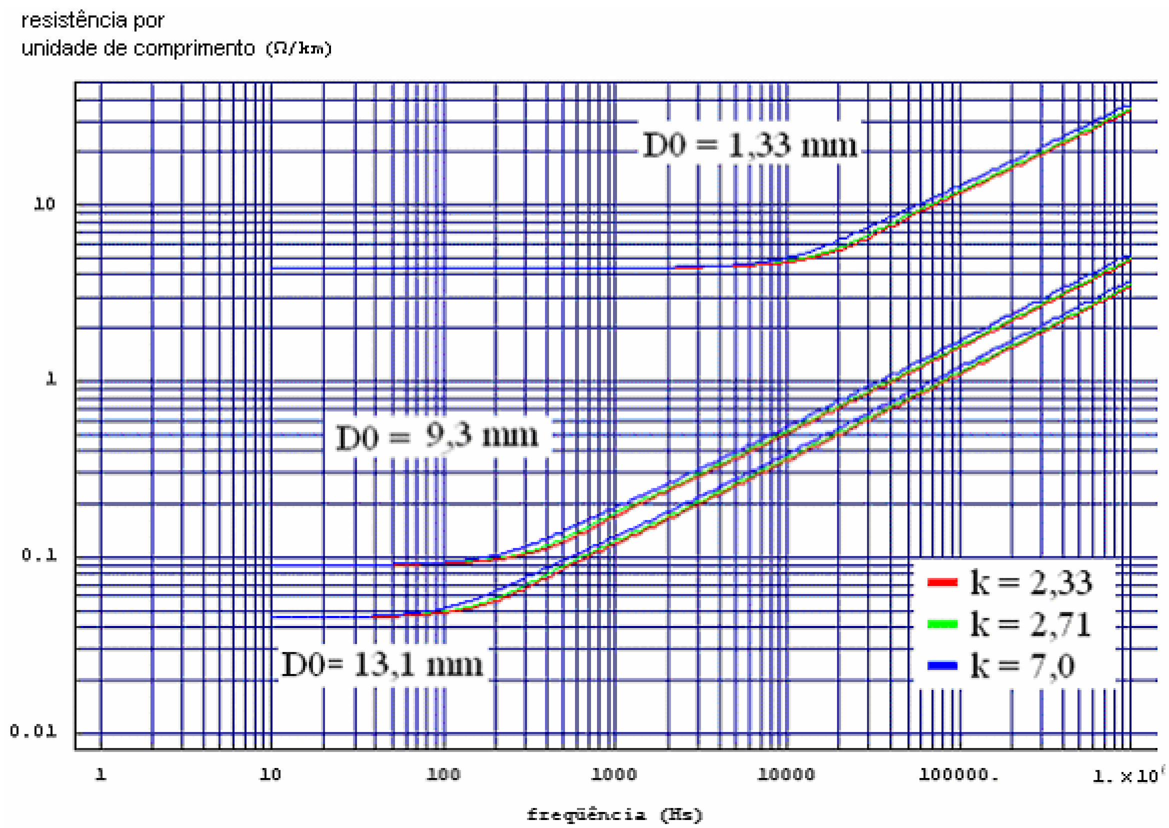


Gráfico 4.19: Resistência interna por unidade de comprimento em função da freqüência – Variação de *k* para diferentes valores de diâmetro interno.

Esta análise permitiu identificar o predomínio do diâmetro interno no efeito pelicular sendo este parâmetro quem define o valor da resistência interna a baixa freqüência e a freqüência em que o efeito pelicular se inicia. A influência do diâmetro externo é de segunda ordem, mas não é nula. Conforme apresentado no Gráfico 4.19, para um mesmo diâmetro interno D_0, ao se aumentar o diâmetro externo (D_1) e, portanto, ao se aumentar *k* e a seção do condutor, o efeito pelicular se intensifica ligeiramente. No entanto, ao se variar o diâmetro interno, variando-se também o diâmetro externo e, portanto, variando-se a seção do condutor, a resistência a baixa freqüência varia algumas ordens de grandeza e a freqüência inicial do efeito pelicular varia algumas décadas.

Conforme apresentado no Gráfico 4.20, a indutância interna a baixa freqüência é função da relação *k*, e à medida que a freqüência aumenta o efeito pelicular se inicia e o diâmetro interno D_0 torna-se o parâmetro de maior importância. A relação *k* (ou o diâmetro externo D_1), após o início do efeito pelicular, tem uma influência de segunda ordem, enquanto que o diâmetro interno D_0 altera em ordens de grandeza o valor da indutância interna para altas freqüências, após o efeito pelicular se estabelecer.

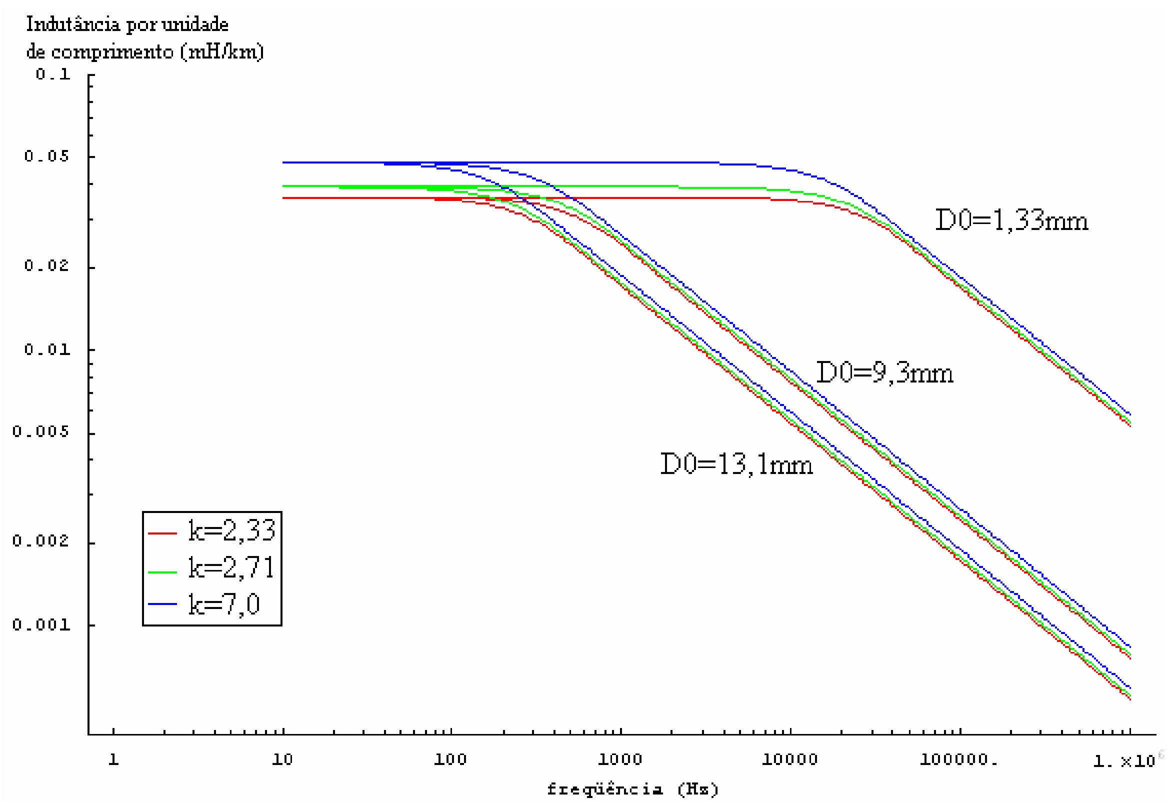


Gráfico 4.20: Indutância interna por unidade de comprimento de "a_1" na freqüência - Variação de *k* para diferentes valores de diâmetro interno.

A resistência e indutância nos modos são mostradas nos Gráfico 4.21 e 4.22, respectivamente. Foram utilizados D_0 iguais a 1,33 e 13,1 mm, enquanto utilizou-se *k* iguais a 2,33; 2,71 (caso base) e 7,0.

O efeito de *k* na resistência não homopolar foi imperceptível na primeira e última década de freqüências. A influência de *k* tornou-se perceptível com o início do efeito pelicular. Considerando D_0 de 1,33 mm; o efeito de *k* foi visualizado no intervalo de 8 a 70 kHz; enquanto para D_0 de 13,1 mm, esta visualização ocorreu no intervalo de 80 Hz a 4 kHz.

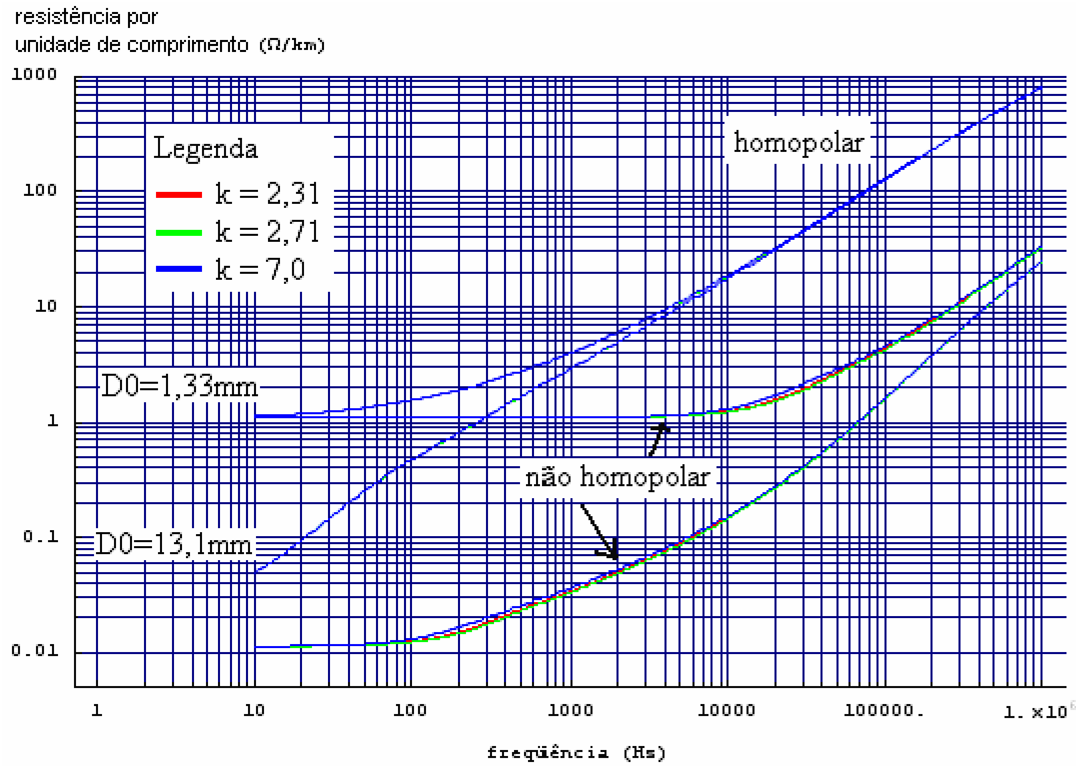


Gráfico 4.21: Resistência nos modos por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação de *k* para diferentes valores de diâmetro interno dos condutores de fase.

Foi identificado que para uma mesma freqüência, o aumento de *k* induziu um pequeno aumento na resistência, cujas maiores variações ocorreram para os intervalos de freqüência supracitados.

A resistência homopolar foi influenciada dominantemente por D_0, sendo que o seu aumento provocou redução dessa resistência. Para freqüências acima de 10 kHz, a resistência homopolar tornou-se indiferente ao comportamento de D_0 e *k*, sendo dominante o efeito da correção do solo real.

O efeito de D_0 nas resistências modais é predominante à variação de *k* dos condutores fase da linha.

Quanto às indutâncias modais, o efeito de *k* foi perceptível para todas as freqüências estudadas. A indutância não homopolar apresentou maior sensibilidade às variações nos diâmetros dos condutores fase. A indutância homopolar teve maior dependência de *k* nas altas freqüências quando domina a indutância externa (solo ideal). No Gráfico 4.22 observou-se em todas as freqüências a redução das indutâncias nos modos resultante do aumento de *k* e D_0.

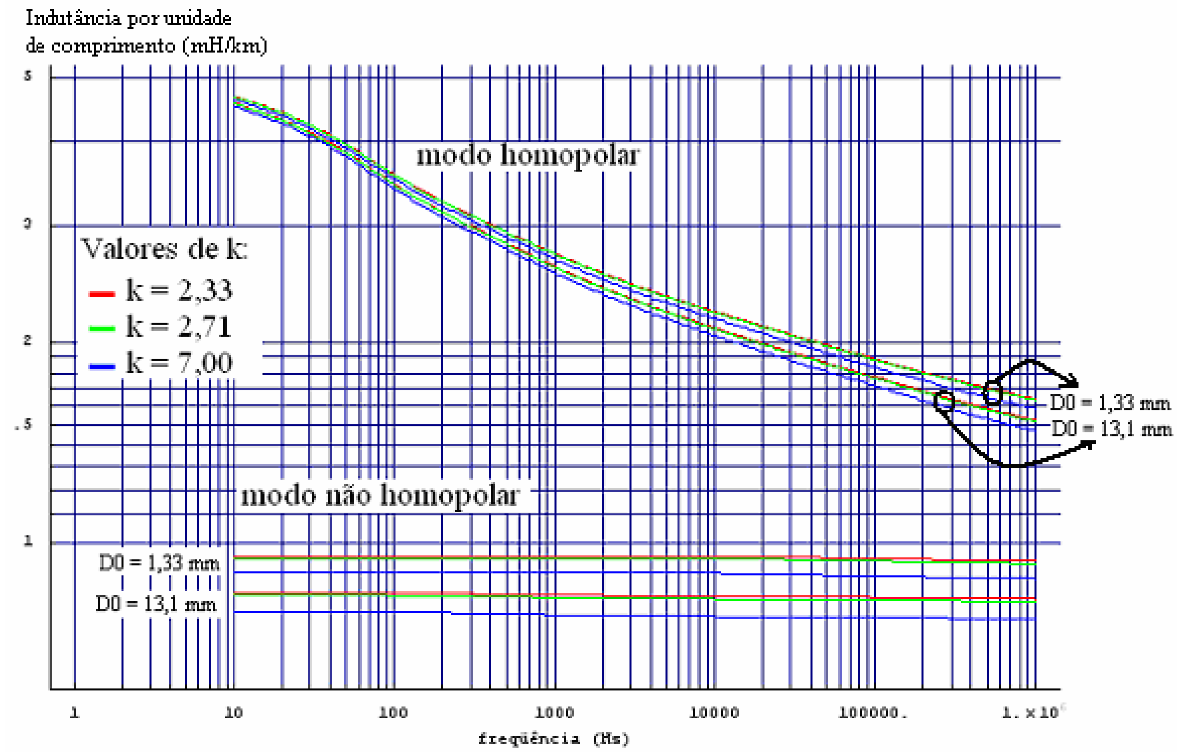


Gráfico 4.22: Indutância nos modos por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação de *k* para diferentes valores de diâmetro interno.

Na Tabela 4.5 observa-se que a indutância não homopolar em 10 Hz sofreu uma redução de 5,45 % decorrente da variação de *k* de 2,33 a 7,0; mantendo-se o diâmetro interno em 1,33 mm. Considerando D_0 igual a 13,1 mm, a indutância não homopolar teve uma redução de 6,20 % para a mesma variação de *k*, de 2,33 até 7,0.

Tabela 4.5 – Indutância não homopolar por unidade de comprimento e sua variação percentual - Variação de *k* para diferentes valores de diâmetro interno dos condutores de fase.

D_0	k	L_{nh} (mH/km) - 10 Hz	L_{nh} (mH/km) - 1 MHz	ΔL% - freqüência	ΔL% - k variando, 10 Hz
1,33	2,33	0,953544	0,937463	1,69%	5,45%
	2,71	0,946782	0,929952	1,78%	
	7	0,901552	0,882573	2,11%	
13,1	2,33	0,839105	0,821847	2,06%	6,20%
	2,71	0,832342	0,814298	2,17%	
	7	0,78711	0,766808	2,58%	

A Tabela 4.6 apresenta os parâmetros resistência, indutância e capacitância não homopolares em 60 Hz por unidade de comprimento, a impedância característica e a potência natural da linha, considerando a variação dos diâmetros dos condutores de fase. Conforme essa tabela, o diâmetro interno e k influenciaram na potência natural da linha com o mesmo grau. O maior aumento na potência natural em relação ao caso base foi de 8,76 %, este aumento foi obtido para o maior diâmetro externo comercial possível. O uso de condutores com o menor diâmetro comercial possível acarretará uma redução de 67,3 % da potência natural em relação ao caso base.

Tabela 4.6 – Resistência, indutância e capacitância não homopolares por unidade de comprimento, impedância característica e a potência natural da linha em 60 Hz – Variação nos diâmetros dos condutores de fase.

D_0 (mm)	k	R_{nh} (Ω/km)	L_{nh} (mH/km)	C_{nh} (nF/km)	z_0 (Ω)	P_0 (MW)
1,33	2,33	1,5738	0,9534	12,10	465,22 - j 370,95	254
	7	0,1454	0,9014	12,87	270,38 - j 55,41	687
9,3	2,71	0,0228	0,8493	13,66	249,46 - j 8,86	776
13,1	2,33	0,0165	0,8389	13,83	246,38 - j 6,44	786
	7	0,0032	0,7817	14,85	229,40 - j 1,23	844

A Tabela 4.7 apresenta os valores de indutância homopolar para 10 Hz e 1 MHz, bem como as variações percentuais em função de *k* nessas freqüências. Da tabela observa-se que o aumento de *k* em um mesmo D_0 acarreta a redução na indutância homopolar. Os valores percentuais obtidos foram tomados em relação ao menor valor de *k* (2,33).

Em ambas as freqüências 10 Hz e 1 MHz, a variação percentual teve acréscimo com o aumento de D_0. Para um mesmo valor de D_0, a variação percentual aumentou com a freqüência. A máxima redução na indutância homopolar foi de 3,61 %. Esta redução ocorreu para o maior D_0 (13,1 mm) e freqüência de 1 MHz.

Tabela 4.7 - Indutância homopolar por unidade de comprimento e variações percentuais - Variação de *k* para diferentes valores de diâmetro interno dos condutores de fase.

D_0	k	L_h (mH/km) - 10 Hz	L_h (mH/km) - 1MHz	ΔL% - 10 Hz	ΔL% - 1 MHz
1,33	2,33	4,68304	1,64187	1,11%	3,34%
	2,71	4,67627	1,63436		
	7	4,63104	1,58698		
13,1	2,33	4,56859	1,52625	1,14%	3,61%
	2,71	4,56182	1,5187		
	7	4,51659	1,47121		

As resistências e indutâncias não homopolares são mais dependentes da variação dos diâmetros dos condutores de fase quando comparadas às do modo homopolar. A maior redução da indutância não homopolar decorrente do aumento dos diâmetros, quando comparada àquela homopolar, provocará um aumento no fator de aterramento da linha. Conseqüentemente, as sobretensões de manobra terão amplitudes maiores.

Foi observado que a variação de diâmetro interno para *k* constante é mais relevante que a variação de *k* para diâmetro interno constante na determinação dos valores da resistência interna.

4.5. Variação da Altura dos Condutores da Linha

A altura dos condutores exerce influência na correção de solo real e na reatância externa considerando o solo ideal da matriz impedância longitudinal, conforme (3.48)-(3.51), mostradas na teoria de parâmetros de linhas de transmissão.

Os condutores fase e pára-raios da linha tiveram suas alturas modificadas de maneira uniforme. Essa modificação ocorreu através de uma translação vertical do conjunto dos condutores, na qual variou-se a altura dos condutores inferiores H_0 para os seguintes valores: 5 m, 10 m, 14,92 m (linha base), 20 m e 100 m. Destes valores, chegou-se à altura dos demais condutores. Mantiveram-se idênticas as alturas relativas da linha original entre os condutores, realizando a translação das alturas para cada valor de H_0.

Para cada valor de altura de condutores inferiores, foi realizado o cálculo dos parâmetros elétricos para as matrizes primitivas longitudinais e transversais, nas fases; e no domínio dos modos.

O efeito da variação das alturas na correção de solo real é apresentado nos gráficos 4.23 a 4.30. Estes gráficos mostram resistência e indutância em função da freqüência, considerando a faixa de alturas apresentadas de 5 a 100 m.

Os Gráficos 4.23 e 4.24 mostram a correção de solo real, em função da freqüência, na resistência do condutor "a_1" e resistência mútua entre "a_1" e "b_1", respectivamente.

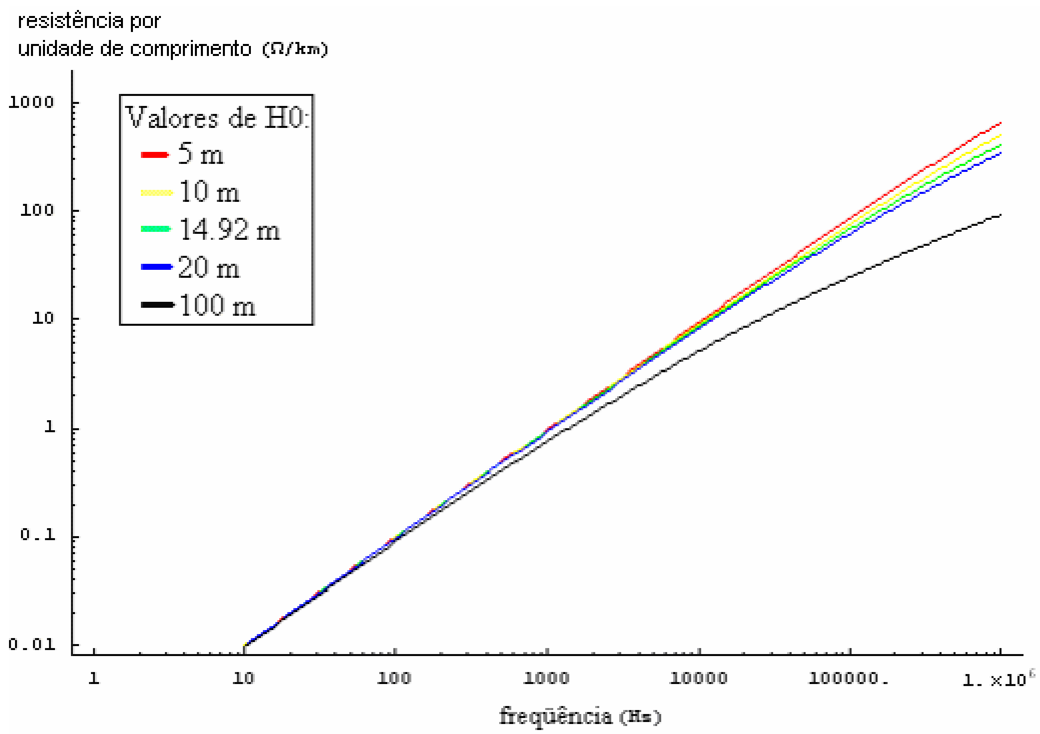


Gráfico 4.23: Parcela da resistência de "a_1" devido à correção de solo real por unidade de comprimento em função da freqüência – Variação da altura dos condutores da linha.

Observa-se que para baixas freqüências a diferença da altura não foi importante. À medida que a freqüência aumenta, o efeito do solo fica mais intenso nos casos com condutores mais próximos do solo. Para solos com maior resistividade a influência da altura seria mais importante para freqüências menores. A partir de 1 kHz, verifica-se que a elevação dos condutores em uma linha provoca a redução na resistência devido ao efeito do solo, adotando-se um mesmo valor de freqüência. Em 1 MHz, por exemplo, as resistências variam 83 % com a elevação dos condutores inferiores de 5 m até 100 m (quanto mais afastado do solo, menor o efeito da correção).

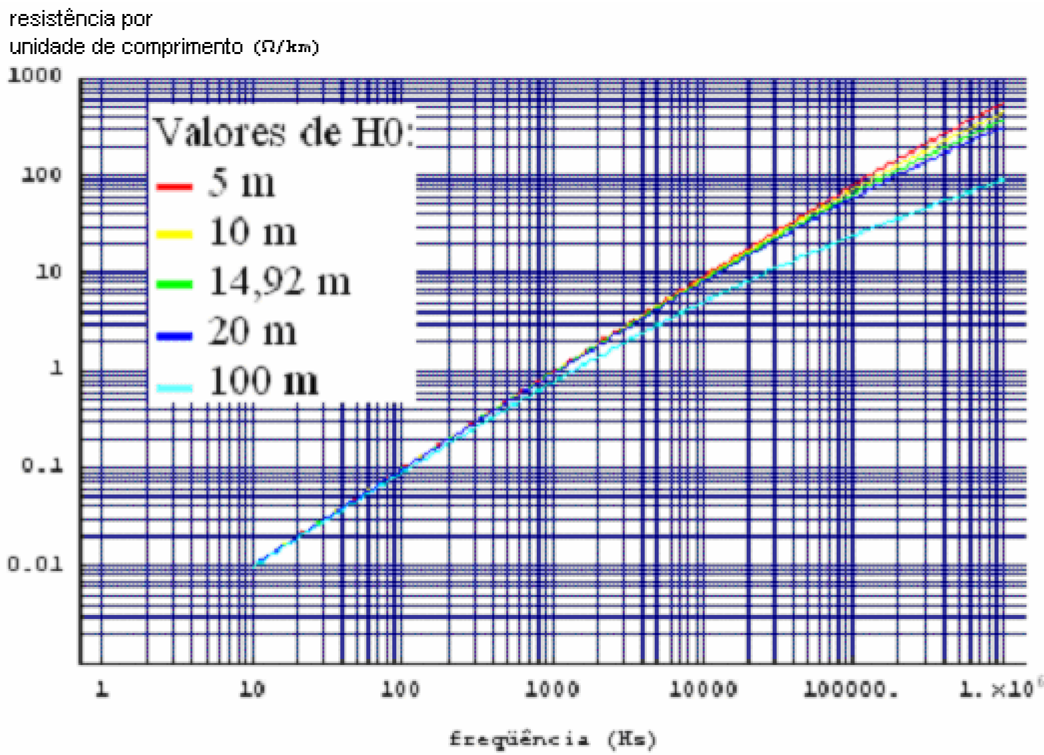


Gráfico 4.24: Parcela da resistência mútua entre b_1 e a_1 devido à correção de solo real por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação da altura dos condutores da linha.

O Gráfico 4.25 mostra a resistência total própria de "a_1" e sua parcela referente à correção de solo real para H_0 igual a 5 m e 100 m. A parcela da correção de solo real tornou-se predominante nas altas freqüências. Para H_0 de 5 m, a predominância da correção de solo real na resistência total iniciou em 2 kHz; enquanto para H_0 de 100 m, essa predominância iniciou na freqüência de 10 kHz. Portanto, a elevação dos condutores (aumento de H_0) em uma linha provocou aumento da freqüência na qual a correção de solo real torna-se predominante.

A resistência total mútua entre "a_1" e "b_1" é mostrada no Gráfico 4.26. Conforme a teoria de parâmetros elétricos de linhas, a resistência mútua apresenta apenas a parcela da correção de solo real. Na primeira década de freqüências, a variação de H_0 não influenciou na resistência mútua entre "a_1" e "b_1". A influência de H_0 iniciou a partir de 100 Hz e mostrou-se mais acentuada em 1 MHz. Nesse gráfico, verificou-se também que o aumento de H_0 causou redução na resistência mútua, conseqüência da redução da influência do solo real.

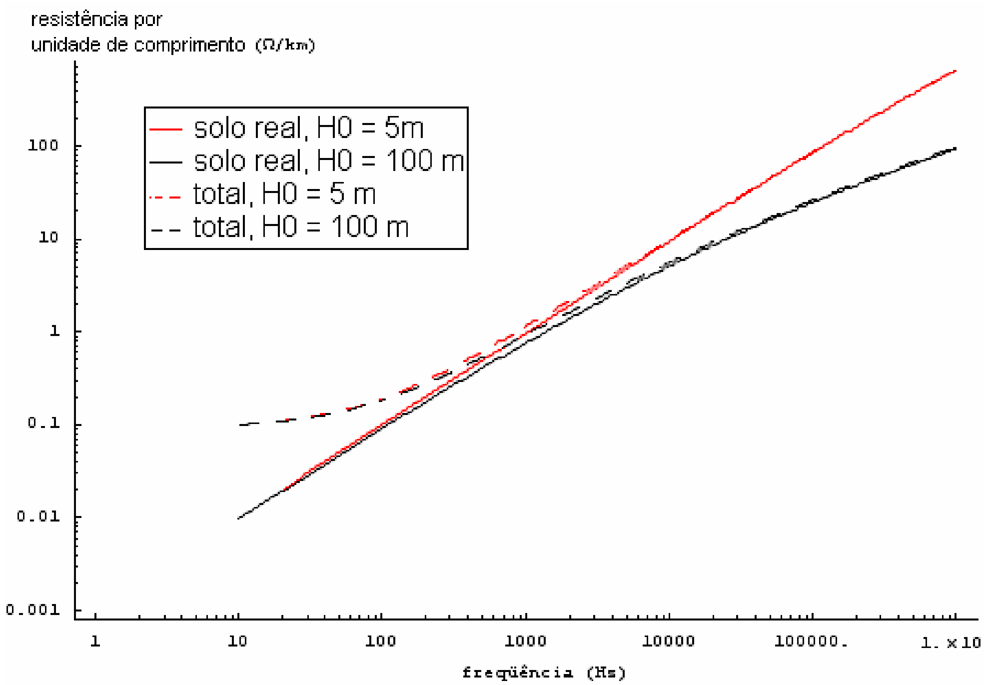


Gráfico 4.25: Resistência total própria de "a_1" e parcela relativa à correção para solo real por unidade de comprimento - Variação da altura dos condutores da linha.

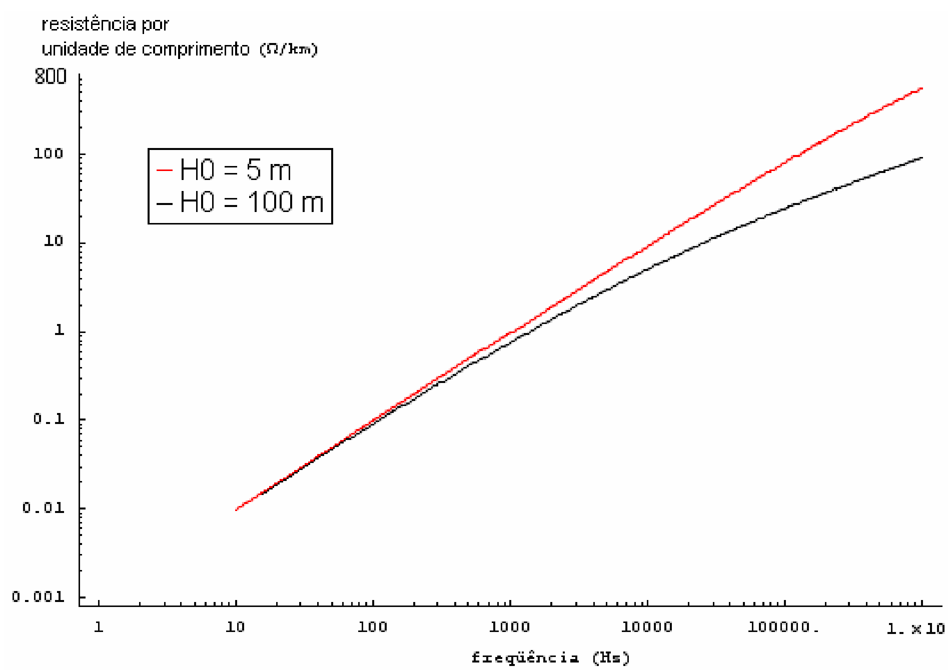


Gráfico 4.26: Resistência total mútua de "a_1" e "b_1" por unidade de comprimento - Variação da altura dos condutores da linha.

Os Gráfico 4.27 e 4.28 mostram as indutâncias de solo real de "a_1" e mútua entre "a_1" e "b_1" em função da freqüência, considerando-se a faixa de alturas de condutores estudada. Em todas as faixas de freqüência, a indutância própria e a mútua de solo real sofreram influência da altura. A elevação do conjunto dos condutores da linha provocou uma redução na indutância de solo real. A influência da altura intensifica-se com o aumento da freqüência. Considerando a faixa de alturas, para 10 Hz a redução na indutância foi de 53%; enquanto em 1 MHz a redução foi de 93 %.

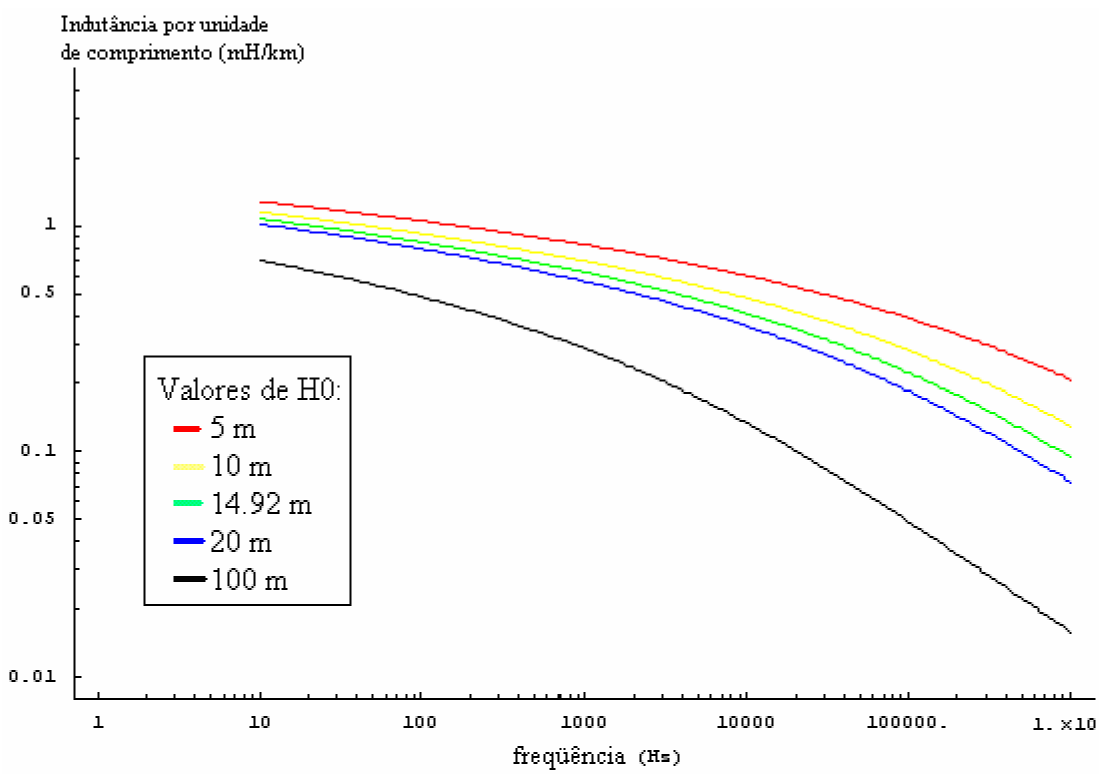


Gráfico 4.27: Parcela da indutância própria de “a_1” devido ao solo real por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação da altura dos condutores da linha.

A Tabela 4.8 apresenta as indutâncias próprias e mútuas considerando o solo ideal para os valores de H_0 analisados. Desta tabela verificou-se um aumento nos valores de indutância de solo ideal com a elevação dos condutores da linha.

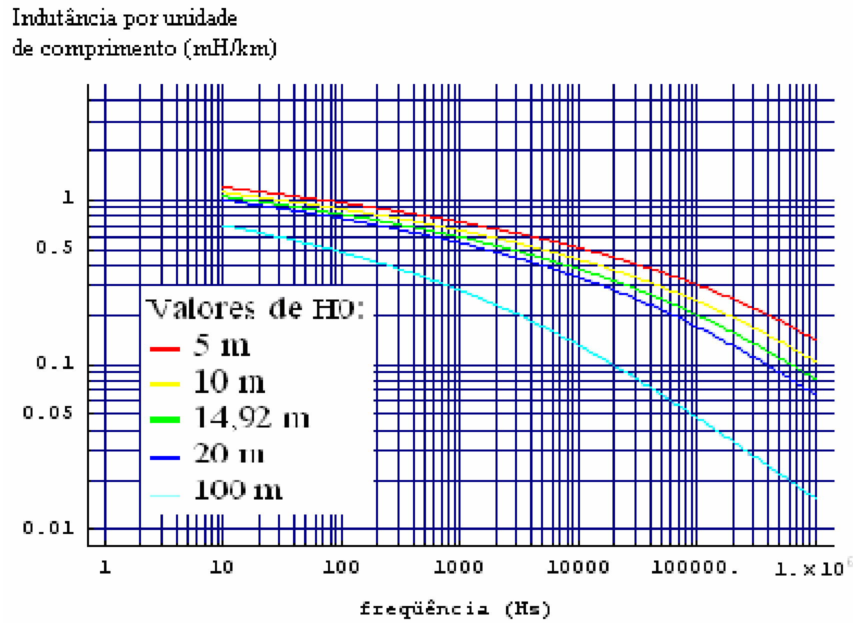


Gráfico 4.28: Parcela da indutância mútua entre a_1 e b_1 por unidade de comprimento devido ao solo real em função da freqüência - Variação da altura dos condutores da linha.

Tabela 4.8: Valores das parcelas das indutâncias próprias e mútuas para solo ideal por unidade de comprimento - Variação da altura dos condutores da linha.

H_0 (m)	Lp a_1 (mH/km)	Lp b_1 (mH/km)	Lm a_1-b_1 (mH/km)
5	1,35072	1,45289	0,108713
10	1,4818	1,54125	0,192995
14,92	1,55927	1,60149	0,254349
20	1,61655	1,64905	0,303511
100	1,93527	1,94232	0,604817

A indutância total e suas parcelas para o condutor "a_1", considerando a variação da menor altura inferior dos condutores na linha, são apresentadas no Gráfico 4.29. O Gráfico 4.30 apresenta a indutância total mútua e suas parcelas entre os condutores "a_1" e "b_1", considerando a variação das alturas dos condutores.

O Gráfico 4.29 mostra que nas baixas freqüências a indutância total de "a_1" é influenciada predominantemente pela correção de solo real e pela parcela da indutância externa para solo ideal. Foi observado que a elevação dos condutores reduz a influência da correção de solo real, e a indutância externa torna-se predominante. Nas altas freqüências, para toda a faixa de H_0 estudada, a indutância externa tornou-se predominante em relação à correção de solo real.

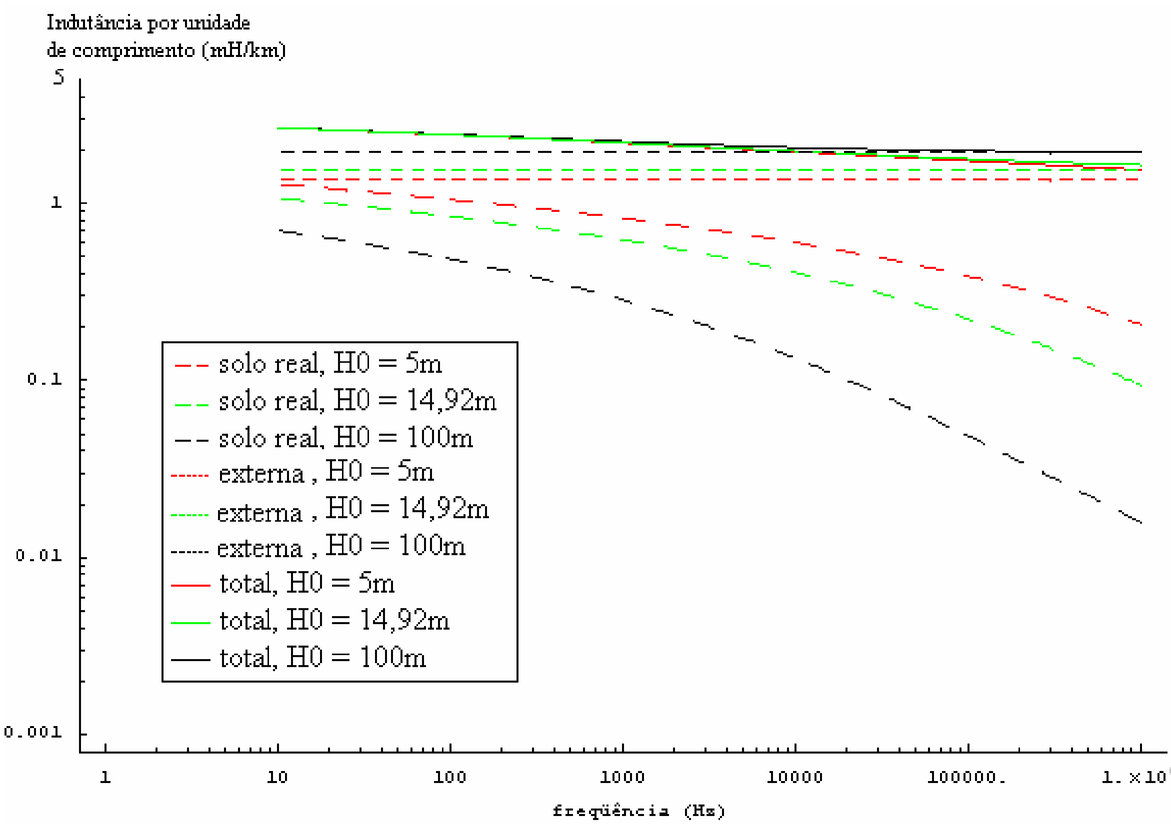


Gráfico 4.29: Indutância total do condutor "a_1" e suas parcelas por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação da altura dos condutores da linha.

No Gráfico 4.30, a correção do solo é predominante em relação à indutância externa no valor total da indutância mútua, para as baixas freqüências. A indutância externa mútua torna-se predominante nas altas freqüências e para as maiores alturas dos condutores.

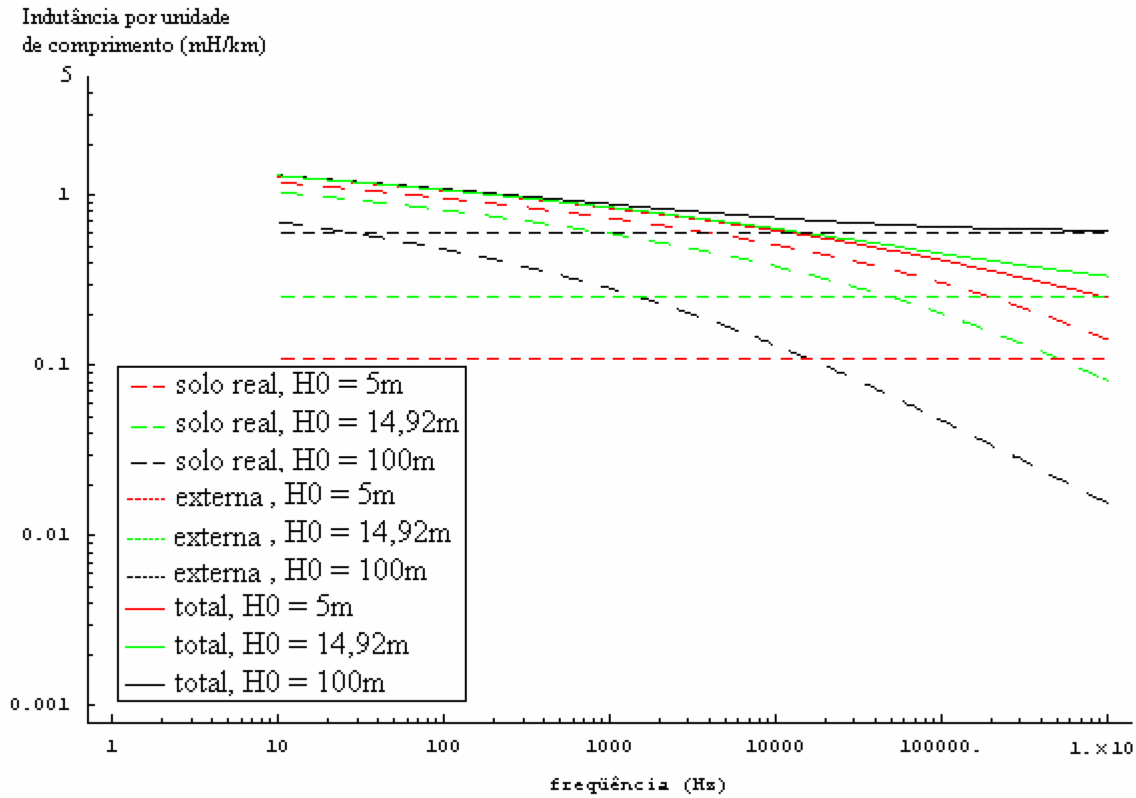


Gráfico 4.30: Indutância total mútua entre "a_1" e "b_1" e suas parcelas por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação da altura dos condutores da linha.

O Gráfico 4.31 mostra a resistência nos modos em função da freqüência para as diferentes alturas. A resistência nos modos não homopolares mostrou-se independente da altura dos condutores para as freqüências inferiores a 1 kHz. Acima deste valor, observou-se que o efeito do solo (correção para solo com condutividade finita) tornava-se mais significativo. Quanto mais próximo do solo maior este efeito.

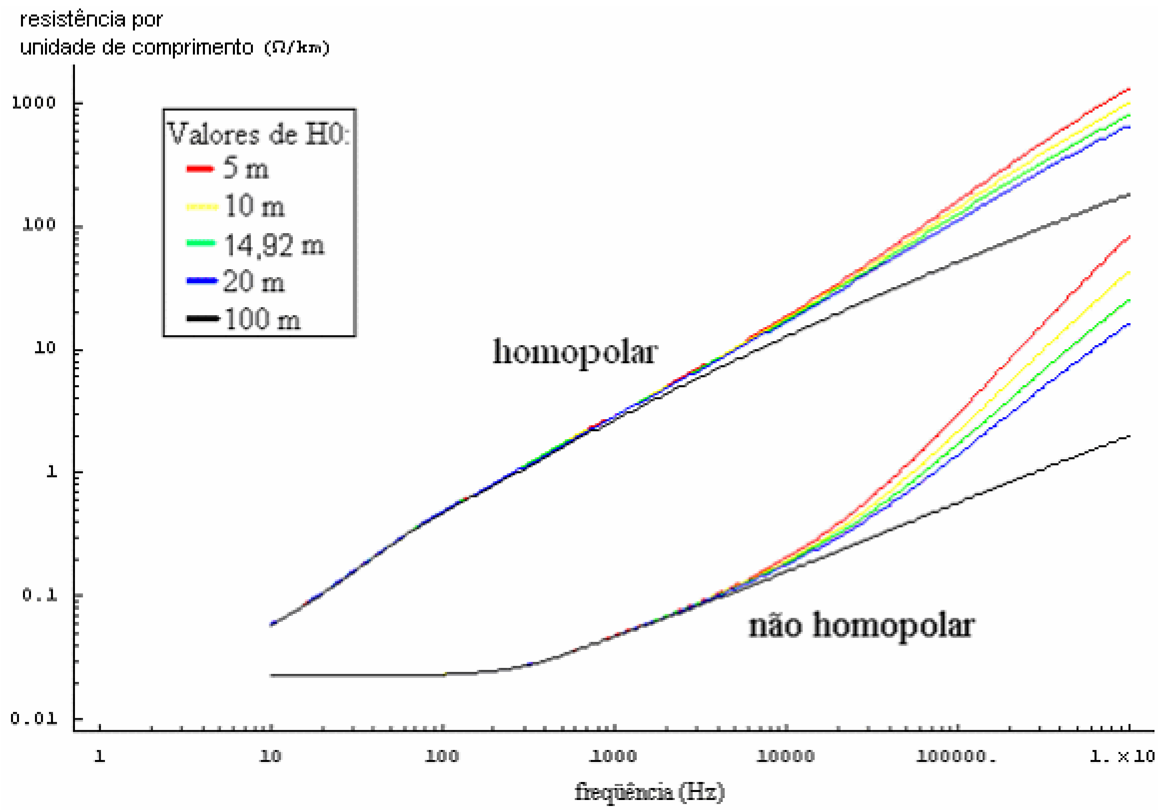


Gráfico 4.31: Resistência nos modos por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação da altura dos condutores da linha.

A resistência homopolar em função da freqüência para diferentes alturas de condutores é apresentada também no Gráfico 4.31. Nas duas primeiras décadas de freqüências, constatou-se a sobreposição das curvas para a faixa de alturas analisadas. Em 10 kHz, a variação da resistência homopolar com a elevação dos condutores do menor até o maior valor de altura foi de 9 %. Nas altas freqüências, o efeito da altura dos condutores é maior e verifica-se que o aumento da altura provoca redução na resistência homopolar (menor efeito do solo). A máxima variação para os valores limites de altura ocorre para 1 MHz corresponde a 80 %.

A indutância não homopolar é apresentada com detalhes no Gráfico 4.32. A indutância nos modos é mostrada no Gráfico 4.33.

O efeito da altura dos condutores torna-se perceptível a partir de 10 kHz, quando se verifica que a elevação do conjunto de condutores da linha provocará um aumento na indutância não homopolar para um mesmo valor de freqüência. Esse aumento ocorreu em função do aumento da indutância externa para solo ideal e da redução do efeito da correção de solo ideal na indutância, resultante da elevação dos condutores. O maior aumento na indutância não homopolar ocorreu na freqüência de 1 MHz. O efeito do solo diminui e a indutância tende para o valor da indutância externa para solo ideal.

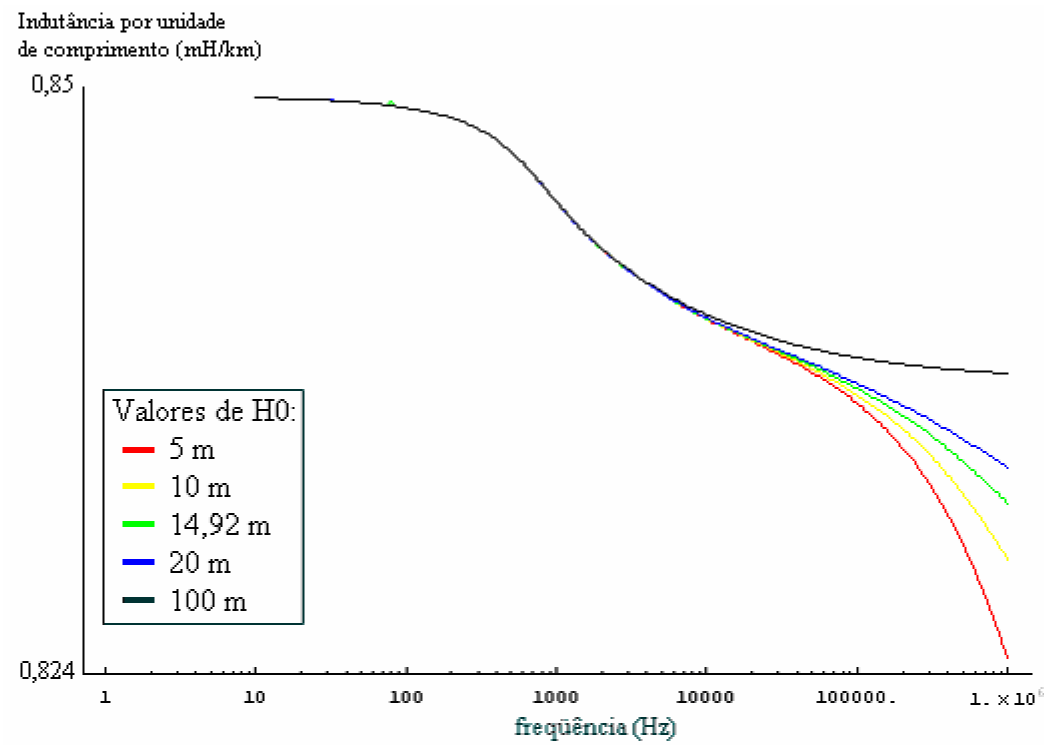


Gráfico 4.32: Indutância não homopolar por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação da altura dos condutores da linha.

No Gráfico 4.33, a variação da indutância não homopolar não é percebida visualmente, em função da escala maior, quando comparada a do gráfico 4.32. Analisando-se este gráfico, somente nas altas freqüências a dependência é percebida, porém permanece pequena.

A indutância homopolar é mostrada no Gráfico 4.33, no qual observa-se a sobreposição das curvas dos diferentes casos até a freqüência de 1 kHz. A partir deste valor, observa-se que a indutância homopolar aumenta com a elevação dos condutores de uma linha, considerando um determinado valor de freqüência. Isto é correto porque com a elevação dos cabos ocorre a redução do efeito do solo e a indutância tende para a indutância externa mais rapidamente. A influência da altura tem melhor visualização nas altas freqüências, apresentando a máxima variação de 54 % em relação à menor altura na freqüência de 1 MHz.

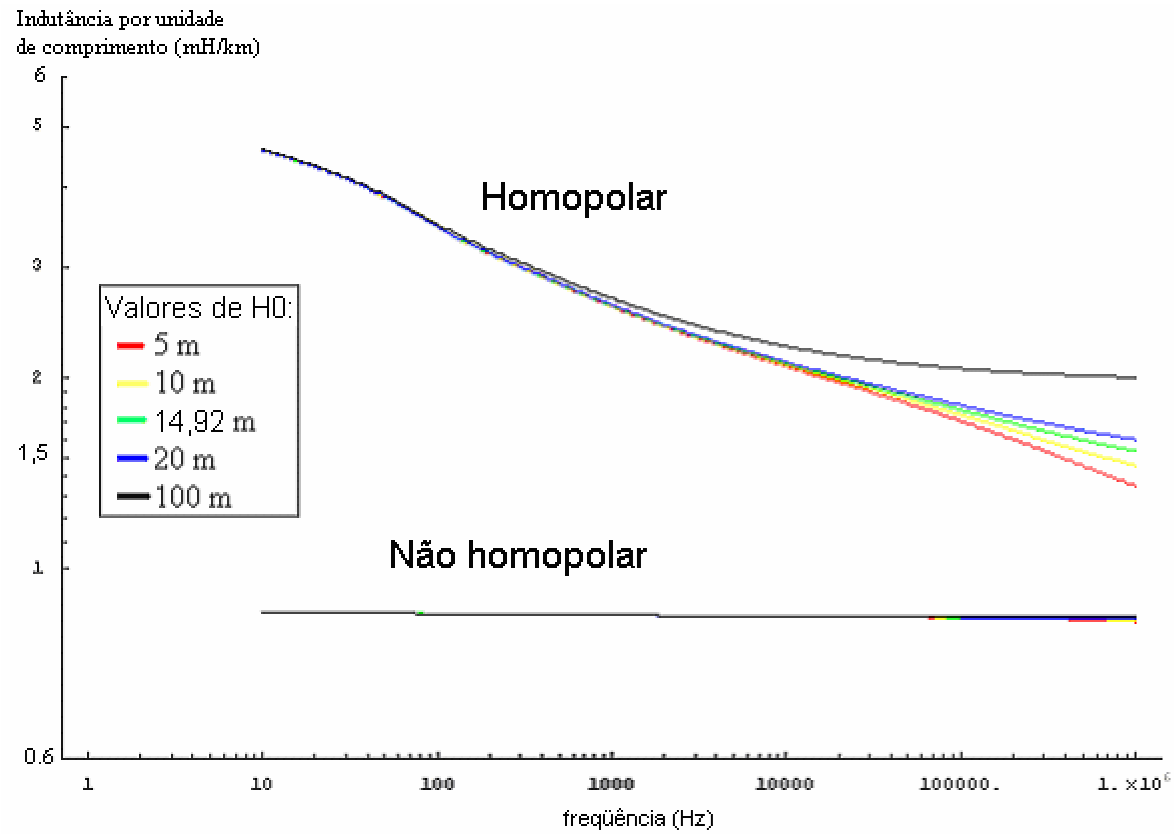


Gráfico 4.33: Indutância nos modos por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação da altura dos condutores da linha.

A Tabela 4.9 mostra a indutância não homopolar para as freqüências de 10 Hz e 1 MHz para os diferentes valores de H_0. A máxima variação percentual na freqüência ocorreu para H_0 igual a 5 m. Esta variação foi de 2,9%. À medida que os condutores sofrem elevação, a variação percentual na indutância não homopolar sofre redução.

Tabela 4.9: Indutância não homopolar por unidade de comprimento - Variação da altura dos condutores da linha.

H_0 (m)	L_{nh} - 10 Hz (mH/km)	L_{nh} - 1 MHz (mH/km)	ΔL_{nh} (%)
5	0,849511	0,824684	2,9
10		0,829027	2,4
14,92		0,831496	2,1
20		0,833089	1,9
100		0,837217	1,4

A Tabela 4.10 apresenta os valores de resistência, indutância e capacitância não homopolares por unidade de comprimento e as potência e impedância características variando-se as alturas H_0 desde 5 m até 100 m para a freqüência de 60 Hz. A elevação dos condutores da linha acarretou redução na potência natural da linha. A maior redução na potência natural em relação ao caso base foi de 0,90 %, para H_0 igual a 100m; enquanto o abaixamento dos condutores da linha até H_0 de 5 m provocou um aumento na potência natural de 3,61 %. O maior aumento na potência natural da linha foi de 4,48% em relação àquela para H_0 igual 5 m. A influência da capacitância não homopolar foi predominante na variação da potência natural da linha. A resistência e a indutância não homopolar tiveram variações pouco perceptíveis para a faixa de H_0 analisada.

Tabela 4.10 – Resistência, indutância e capacitância não homopolares por unidade de comprimento, impedância característica e potência natural em 60 Hz – Variação da altura dos condutores da linha.

H_0 (m)	R_{nh} (Ω/km)	L_{nh} (mH/km)	C_{nh} (nF/km)	z_0 (Ω)	P_0 (MW)
5,00	0,0228	0,8493	14,68	240,68 - j 8,55	804
10,00	0,0228	0,8493	13,89	247,44 - j 8,79	782
14,92	0,0228	0,8493	13,66	249,46 - j 8,86	776
20,00	0,0228	0,8493	13,57	250,34 - j 8,89	773
100,00	0,0228	0,8493	13,42	251,69 - j 8,94	769

A Tabela 4.11 expressa o fator x_h/x_{nh} para as alturas H_0 desde 5 m até 100 m da linha exemplo para a freqüência de 60 Hz. O aumento de x_h/x_{nh} devido à elevação dos condutores da linha chegou a 0,95 %, considerando-se a maior elevação possível do conjunto. A maioria das linhas de transmissão possui H_0 variando de 10 a 20 m. Nesta variação, o aumento de x_h/x_{nh} ficou em 0,1 % em relação a H_0 igual 10 m. Esse fator não apresentou alterações significativas com a altura.

Considerando a pequena variação do fator x_h/x_{nh}, as sobretensões de linha não apresentarão aumentos significativos nos seus valores de pico máximos e sustentados.

Tabela 4.11: Fator x_h/x_{nh} - Variação da altura dos condutores da linha para a freqüência de 60 Hz.

H_0 (m)	x_h/x_{nh}
5,00	4,4157
10,00	4,4180
14,92	4,4202
20,00	4,4225
100,00	4,4575

Os fenômenos transitórios de freqüências inferiores a 1 kHz não apresentarão alterações significativas, decorrente da não variação das resistências e indutâncias nos modos. Entretanto, nas manobras acima de 1 kHz e nas descarga atmosféricas (da ordem de 1 MHz), a variação da altura influenciará nas sobretensões, como pode ser verificado com a redução significativa das resistências modais decorrente da elevação dos condutores. A redução nessas resistências provocará uma elevação dos valores de sobretensão para surtos de manobra e descargas atmosféricas.

4.6. Variação da Distância Horizontal das Fases Externas

Os parâmetros elétricos de linha foram calculados para as matrizes primitivas e no domínio dos modos variando-se a distância horizontal entre os condutores e foi estudada sua influência. Nas matrizes primitivas, a distância horizontal entre condutores exerce influência nas parcelas mútuas da contribuição de solo real, na indutância externa mútua e na capacitância mútua.

A linha original, considerada o caso base, teve suas distâncias horizontais das fases externas ao eixo de simetria modificadas. Nessa modificação, adotou-se como referencial o valor da distância dos condutores fase nas extremidades da torre ao eixo de simetria. No caso base, esta distância é igual a 9,47 m.

A partir do caso base, variaram-se as distâncias horizontais dos condutores da linha para os seguintes casos:

I. Distância horizontal dos condutores externos equivalentes ao dobro do caso base (18,94 m).

II. Distância horizontal dos condutores externos equivalentes a 1/2 do caso base (4,74 m).

III. Distância horizontal dos condutores externos equivalentes a ¼ do caso base (2,37 m).

Os casos supracitados estão representados esquematicamente na Figura 4.2. Para o caso base, I, II e III mantiveram-se inalteradas as posições na torre dos cabos pára-raios e os espaçamentos entre condutores nos feixes de cada fase.

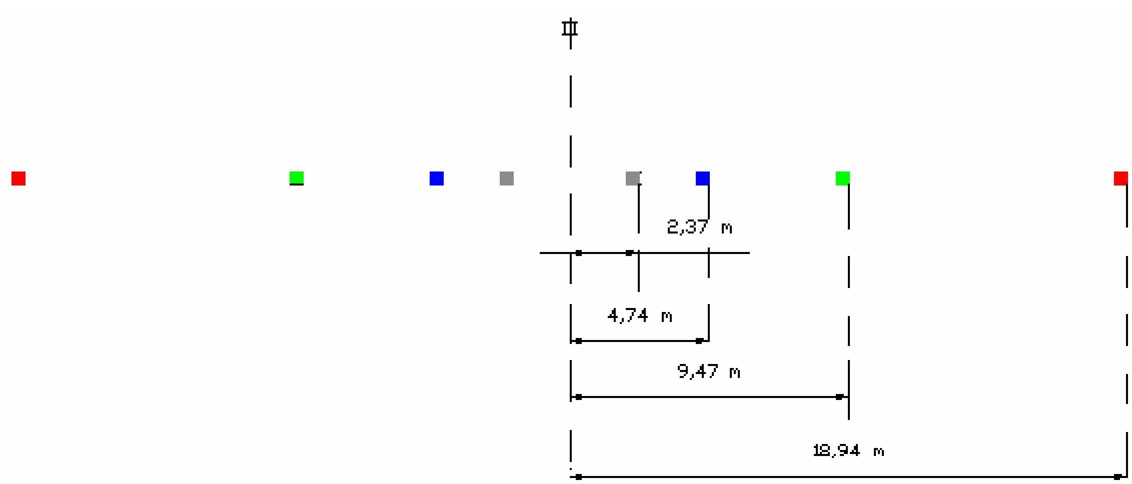


Figura 4.2:Posição dos condutores fase na torre para os diferentes casos, com variação da localização das fases externas, conservando fixa a fase central.

Na representação gráfica de impedância mútua devido ao solo real e impedância nos modos, utilizaram-se valores por unidade, sendo as grandezas de base os parâmetros da linha original (caso base). Isto é, os parâmetros elétricos no caso base foram considerados iguais a unidade (1pu). O uso dos valores por unidade tem como objetivo a visualização do comportamento dos parâmetros elétricos com a modificação da distância horizontal.

A indutância externa mútua para solo ideal e a capacitância mútua, sendo ambas independentes da freqüência, foram representadas graficamente em função da distância horizontal entre os condutores analisados, para os casos propostos.

A resistência mútua devido a correção para solo real entre os condutores a_1 e b_1 em função da freqüência para os casos propostos é mostrada no Gráfico 4.34. Neste gráfico, verificou-se que esta resistência mútua aumentou com a aproximação das fases. A máxima variação foi de 0,11 p.u., para freqüência de 1 MHz. Até a freqüência de 1 kHz, pode-se considerar que a aproximação das fases não influencia o efeito de solo real na resistência.

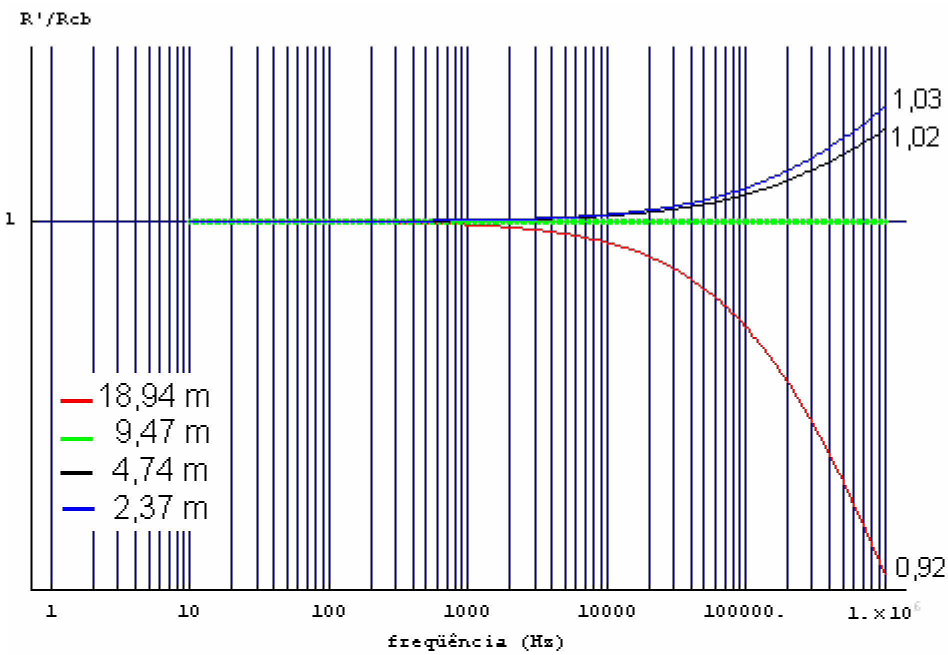


Gráfico 4.34:Efeito do solo na resistência mútua por unidade de comprimento em relação ao caso base entre os condutores a_1 e b_1 em função da freqüência - Variação da distância horizontal das fases externas.

O Gráfico 4.35 mostra a indutância mútua devido à correção de solo real entre os condutores a_1 e b_1 em função da freqüência para os casos propostos. A máxima variação nessa indutância mútua ocorreu em 1MHz. Essa variação foi de 0,19 p.u. Em toda a faixa de freqüência, é nítido o aumento do acoplamento indutivo com a aproximação das fases.

A indutância externa mútua entre a_1 e b_1 em função da distância horizontal entre estes condutores é mostrada no Gráfico 4.36. A capacitância mútua em função da distância horizontal entre os mesmos condutores está apresentada no Gráfico 4.37. Em ambos os gráficos, indutância e capacitância estão expressas em valores absolutos.

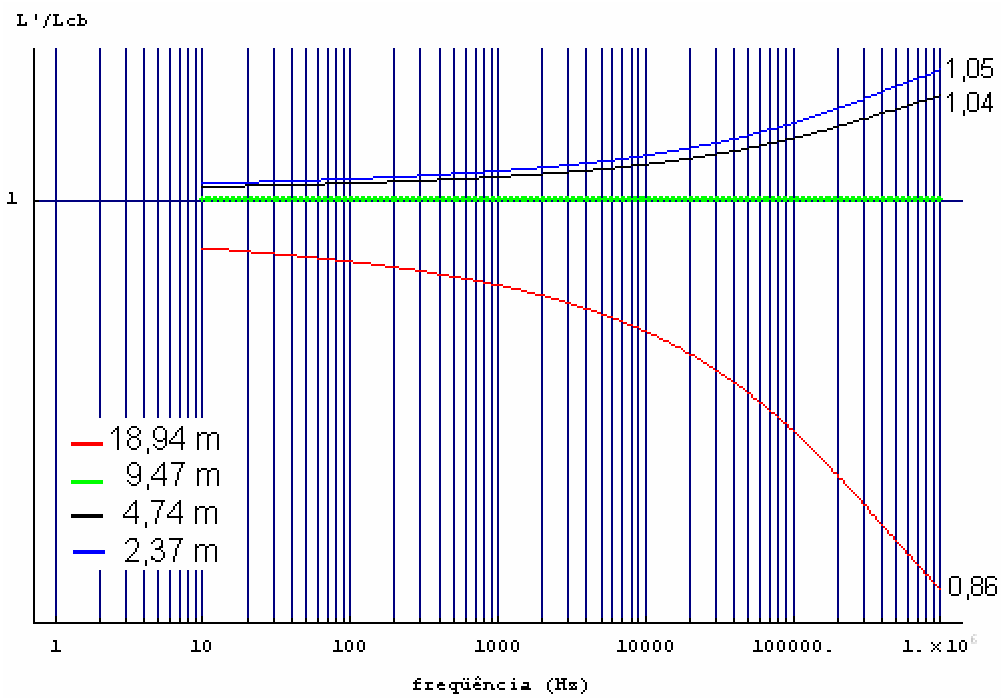


Gráfico 4.35:Efeito do solo na indutância mútua por unidade de comprimento em relação ao caso base entre os condutores b_1 e a_1 em função da freqüência - Variação da distância horizontal das fases externas.

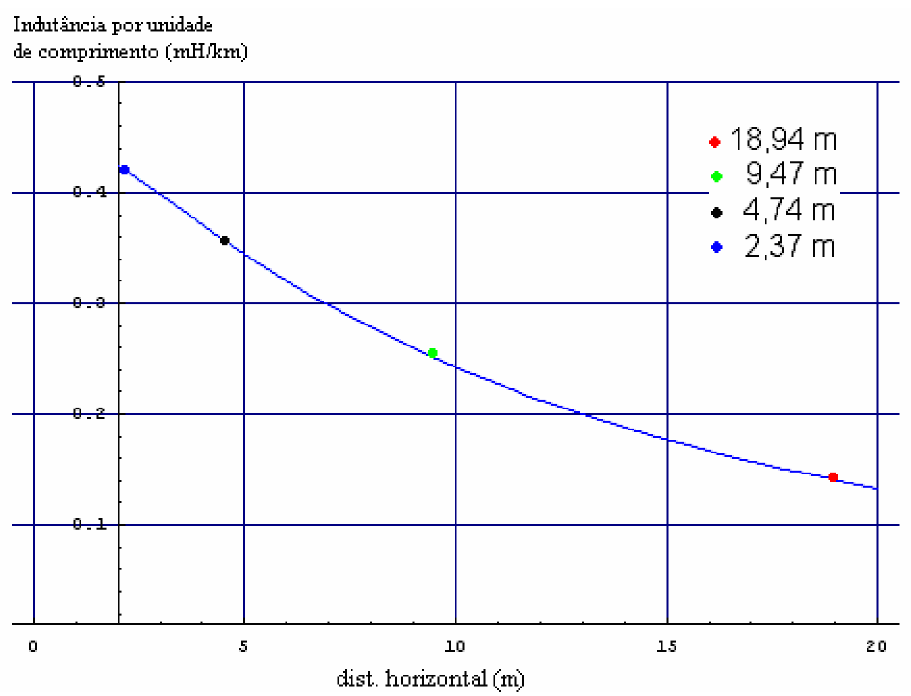


Gráfico 4.36:Indutância mútua externa por unidade de comprimento entre a_1 e b_1 para solo ideal em função da distância horizontal entre as fases.

A indutância externa para solo ideal, que não depende da freqüência, é influenciada pela distância horizontal entre os condutores. A redução nessa distância provoca o aumento do acoplamento indutivo entre as fases. Ocorreu um aumento de 193 % na indutância mútua entre a_1 e b_1, provocado pela variação da distância extrema de 18,94 m até 2,37 m.

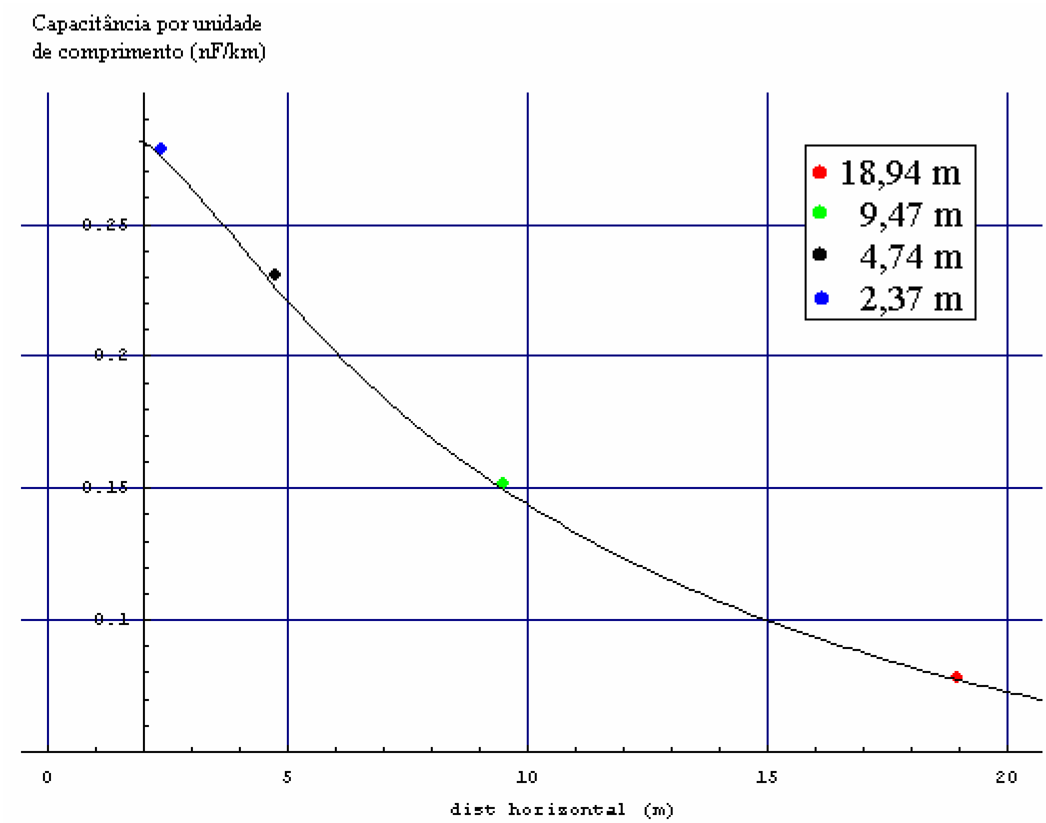


Gráfico 4.37: Capacitância mútua por unidade de comprimento externa entre a_1 e b_1 para solo ideal em função da distância entre as fases.

De maneira análoga à indutância externa mútua, o acoplamento capacitivo mútuo aumenta quando as fases são aproximadas, como pode ser verificado no Gráfico 4.37. Conforme este gráfico, o acoplamento capacitivo aumentou 255 % na posição mais afastada dos condutores.

Conforme o Gráfico 4.38, em 60 Hz, a resistência dos modos não homopolares não variou com a distância horizontal entre os condutores; apresentando, assim, os mesmos valores da linha original. A partir de 1 kHz, o efeito da redução da distância horizontal é melhor visualizado. Foi observado que a aproximação dos condutores provocou redução na resistência não homopolar (redução do amortecimento para sobretensão transitória).

A máxima redução da resistência ocorreu em 1 MHz para a menor distância horizontal analisada (Caso III). O valor final do caso III foi de 0,16 do caso base. Enquanto a máximo aumento na resistência não homopolar, decorrente do afastamento das fases, foi de 3,0 p.u. A redução da resistência não homopolar para a aproximação das fases é conseqüência do aumento do acoplamento entre as fases. Com a aproximação das fases, a correção de solo real para a resistência mútua aumentou ($r_{nh} = r_p - r_m$). A resistência é uma função monotônica devido à predominância da contribuição interna e da subtração entre os termos próprio e mútuo da correção de solo real.

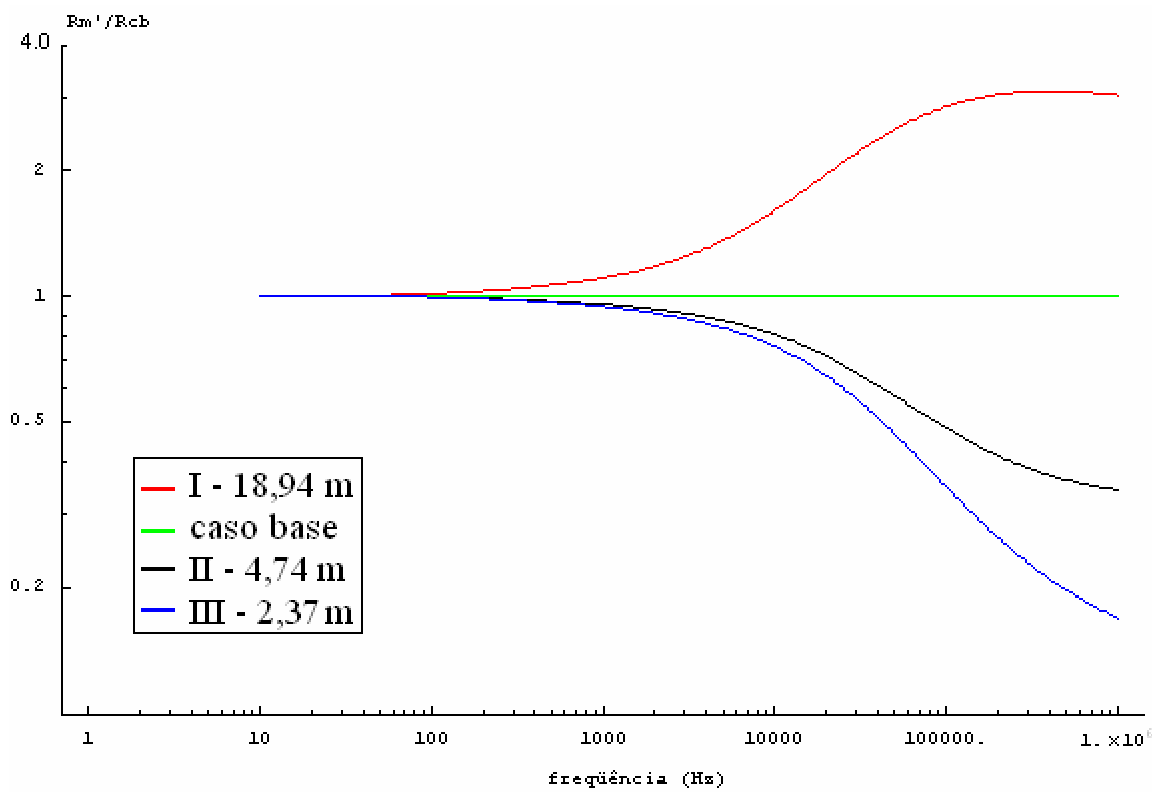


Gráfico 4.38: Resistência não homopolar em relação ao caso base em função da freqüência - Variação da distância horizontal das fases externas.

O Gráfico 4.39 mostra a resistência no modo homopolar sofre um pequeno aumento com a aproximação horizontal dos condutores fase. O acréscimo máximo, em função desta aproximação, está em torno de 3,5 % em relação à linha original e ocorre para 1 MHz.

Para a maioria dos valores de freqüência, exceto para o intervalo de 15 kHz (aproximadamente) a 60 kHz, a aproximação das fases provocou aumento na resistência homopolar. A resistência homopolar, ao contrário da resistência não homopolar, é uma função não monotônica da freqüência e da distância horizontal. O modo homopolar tem um efeito dominante do solo composto pelas resistências próprias e mútuas e o efeito da incorporação dos cabos pára-raios e sub-condutores. Apesar do efeito do solo ser monotônico a composição das diversas parcelas resulta nesta função final não monotônica. No intervalo de 15 kHz a 60 kHz, a aproximação das fases provocou uma pequena redução na resistência homopolar.

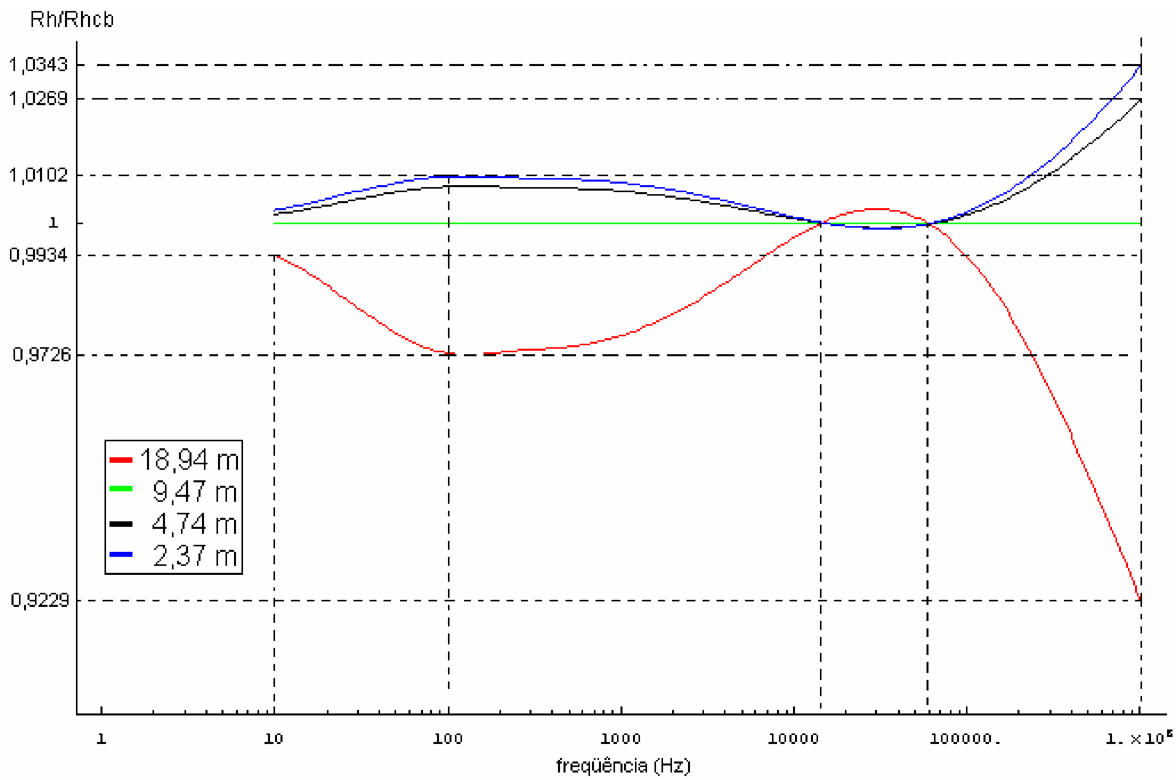


Gráfico 4.39: Resistência homopolar em relação ao caso base em função da freqüência - Variação da distância horizontal das fases externas.

A indutância não homopolar relativa ao caso base (em p.u.) nos modos é apresentada no Gráfico 4.40 no qual a indutância reduziu seu valor diante da aproximação das fases. Para todos os casos estudados, as indutâncias não homopolares apresentaram dependência na freqüência desprezível.

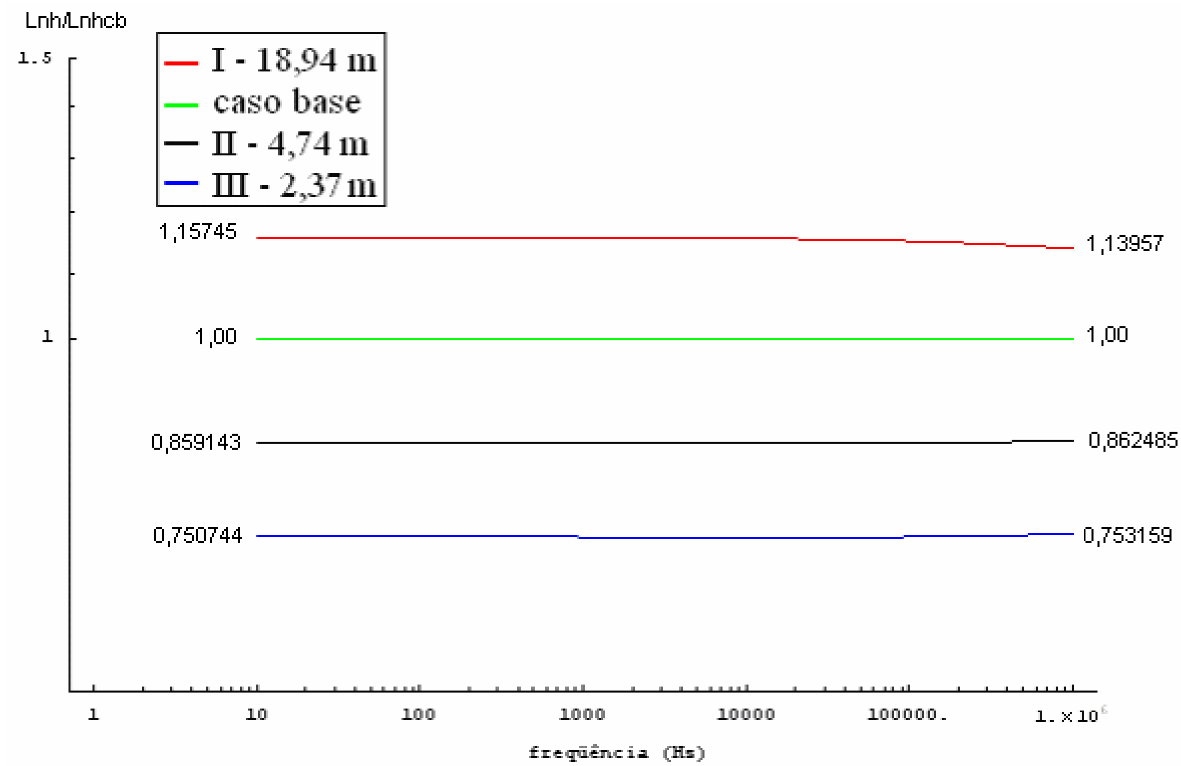


Gráfico 4.40: Indutância não homopolar em relação ao caso base em função da freqüência - Variação da distância horizontal das fases externas.

A Tabela 4.12 mostra a indutância relativa não homopolar para a aproximação das fases externas da linha. A indutância não homopolar não apresentou alterações significativas na freqüência.

Tabela 4.12 – Indutância não homopolar relativa ao caso base - Variação da distância horizontal das fases externas.

Caso	L_{nh} (10 Hz)	L_{nh} (1 MHz)
I	1,15754	1,13957
Caso Base	1,00	1,00
II	0,859143	0,862485
III	0,750744	0,753159

A indutância homopolar, mostrada no Gráfico 4.41, aumentou diante da aproximação das fases externas da linha para todas as freqüências estudadas. Nas baixas freqüências (até 100 Hz), esse aumento ficou na ordem de 10 % para a maior aproximação das fases (Caso III), tendo como referência o caso base (1,0). Enquanto em 1 MHz, o aumento na indutância homopolar foi de 25 % para o Caso III (menor distância entre as fases), em relação ao caso base. Portanto, observa-se que a variação percentual da indutância aumenta com a freqüência, partindo da referência do caso base (1,0).

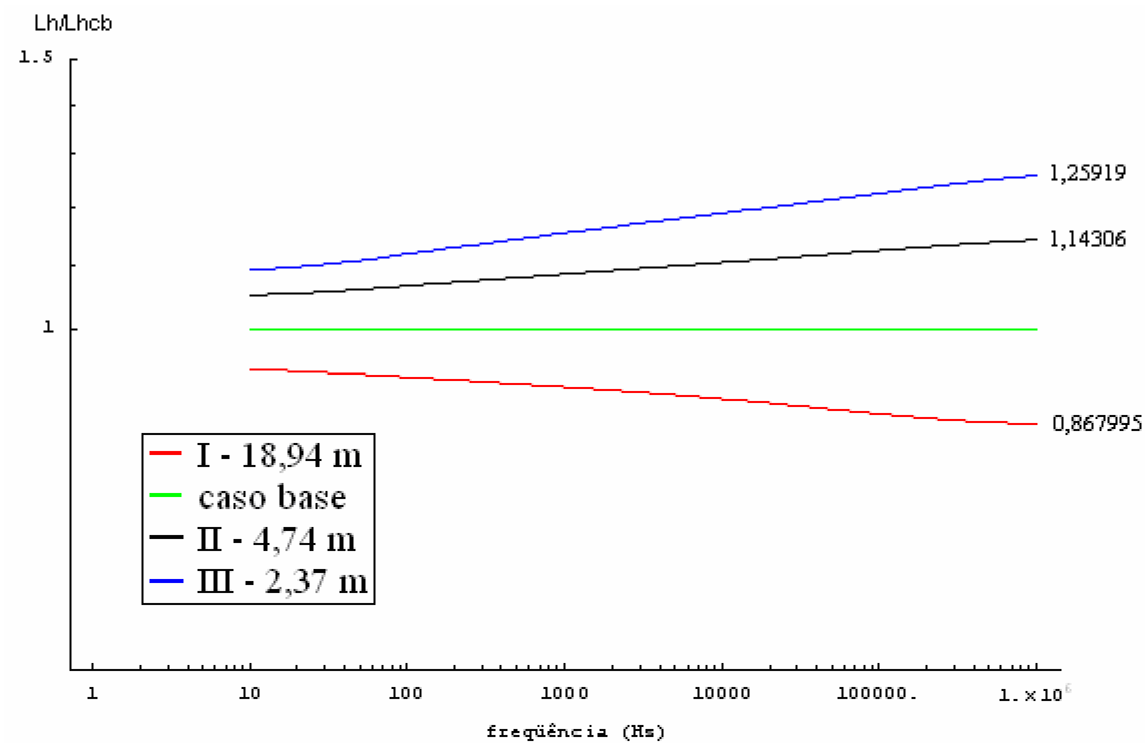


Gráfico 4.41: Indutância homopolar em relação ao caso base em função da freqüência - Variação da distância horizontal das fases externas.

Os valores de resistência, indutância e capacitância não homopolares por unidade de comprimento, a potência natural da linha e a impedância característica são apresentados na Tabela 4.13 para a freqüência de 60 Hz. O maior aumento na potência natural foi a 31,57 % ao aproximar as fases da configuração da linha do caso base para o caso III (menor distância entre as fases). O maior afastamento analisado da configuração do caso base para o caso I, acarretaria uma redução na potência natural de 14,12%. Em 60 Hz, indutância e capacitância não homopolares apresentaram variações mais significativas quando comparadas à resistência. A maior aproximação das fases externas, da configuração do caso I até o caso III, fez com que a resistência reduzisse 0,8 %, a indutância reduzisse 35,17% e a capacitância aumentasse 46,66% em relação ao caso I.

Tabela 4.13 – Resistência, indutância e capacitância não homopolares por unidade de comprimento, impedância característica e potência natural da linha em 60 Hz - Variação da distância horizontal entre fases.

Caso	R_{nh} (Ω/km)	L_{nh} (mH/km)	C_{nh} (nF/km)	z_0 (Ω)	P_0 (MW)
I	0,0229	0,9829	12,14	284,69 - j 8,80	680
Caso Base	0,0228	0,8493	13,66	249,46 - j 8,86	776
II	0,0227	0,7295	15,71	215,70 - j 8,90	897
III	0,0227	0,6372	17,80	189,40 - j 8,95	1021

O aumento na relação x_h/x_{nh}, decorrente da aproximação das fases, é mostrado na Tabela 4.14 para a freqüência de 60 Hz. A maior variação foi de 85,59 % em relação ao caso I. Em função do aumento da relação x_h/x_{nh}, a linha de transmissão no caso III estará sujeita às maiores sobretensões quando comparada à linha do caso base. É preciso lembrar que o sistema elétrico no qual a linha se insere interfere no nível de sobretensão de uma manobra e que a potência natural desta linha é 31,57 % maior do que a do caso base. A linha deve sempre ser analisada junto do sistema.

Tabela 4.14: Relação x_h/x_{nh} para 60 Hz - Variação da distância horizontal entre fases.

Casos	x_h/x_{nh}
I	3,5643
caso base	4,4202
II	5,4663
III	6,5436

4.7. Variação nas Alturas dos Feixes das Fases Externas

As fases externas da linha original tiveram suas distâncias entre sub-condutores alteradas, conforme esquema da Figura 4.3. Tal alteração ocorreu apenas no espaçamento vertical do feixe, mantendo-se constante o espaçamento horizontal nessas fases externas. Outras condições de contorno foram estabelecidas:

- Os sub-condutores inferiores dos feixes das fases externas se aproximam do solo, mantendo-se fixos os sub-condutores superiores destes feixes.
- Os condutores se aproximam do solo.
- O feixe da fase central não teve alteração.
- Não ocorreu aproximação entre as fases associadas ao aumento do espaçamento no feixe das fases, conforme realizado na técnica russa.

- A posição dos cabos pára-raios foi mantida constante.

As alterações nas fases externas da linha são mostradas na Figura 4.3 na qual a altura “h” relativa entre os sub-condutores no feixe variou para os seguintes valores: 0,2 m; 0,4 m (linha original); 0,8 m; 1,0 m e 1,5 m. Para cada uma destas condições, realizou-se o cálculo dos parâmetros elétricos nas fases e nos modos.

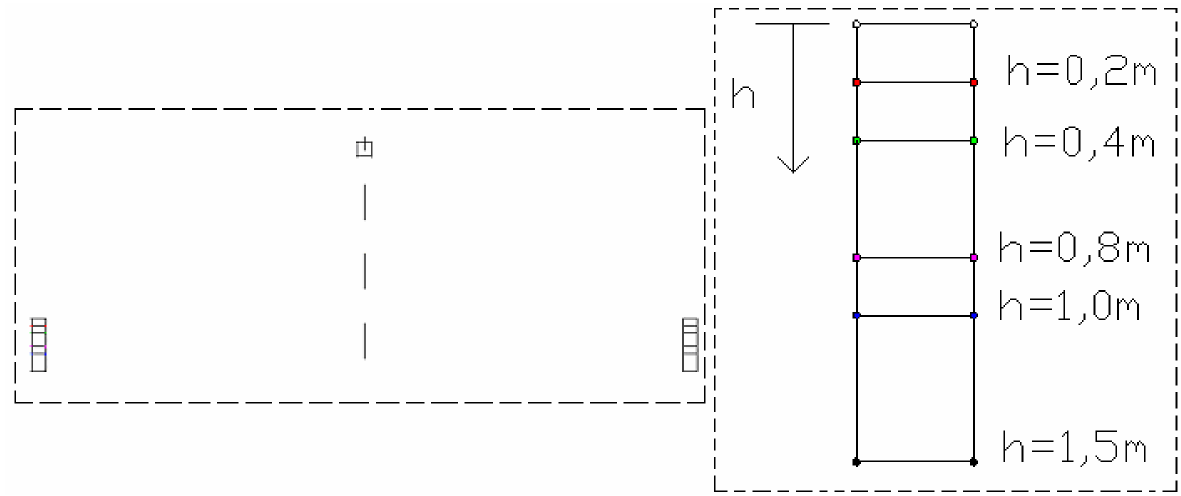


Figura 4.3: Posição dos condutores fase para diferentes valores de “h”, com destaque para o feixe das fases externas.

A resistência nos modos é mostrada no Gráfico 4.42, em que a linha original teve as distâncias verticais entre os condutores nas fases externas alteradas. Deste gráfico, pode-se observar que as resistências nos modos independem dessas distâncias verticais para a faixa de 0,2 m até 1,5 m.

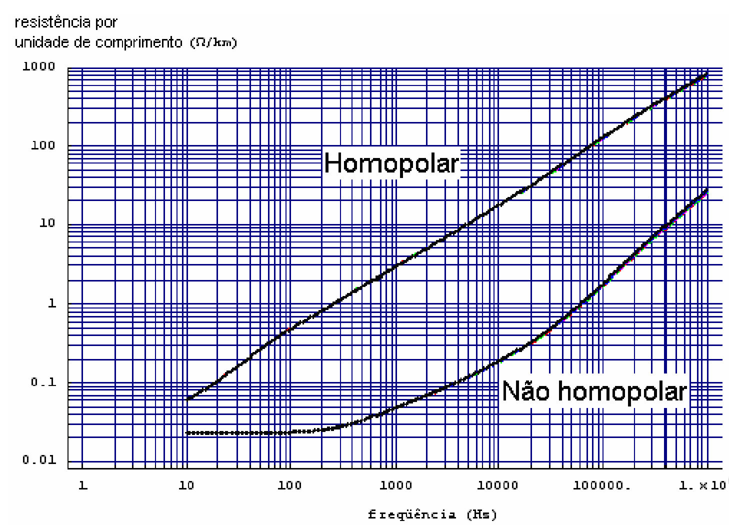


Gráfico 4.42: Resistência nos modos por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação da altura dos feixes das fases externas.

A indutância não homopolar sofreu maiores alterações do que a homopolar diante da variação do espaçamento vertical “h” na mesma fase, cujo aumento provocou a redução nessas indutâncias. A indutância não homopolar apresentou pouca alteração na freqüência, predominando a variação de “h”. Já a indutância homopolar apresentou uma redução maior diante do aumento de “h” para as altas freqüências.

A Tabela 4.15 apresenta a resistência, indutância e capacitância não homopolares em 60 Hz, bem como a potência natural da linha e a impedância característica para os diferentes valores de “h”. Considerando a variação de “h” de 0,2 m a 1,5 m, a potência natural aumentou 9,79 %, em relação ao menor “h”. O aumento da distância dos condutores na mesma fase provocou aumento da potência natural.

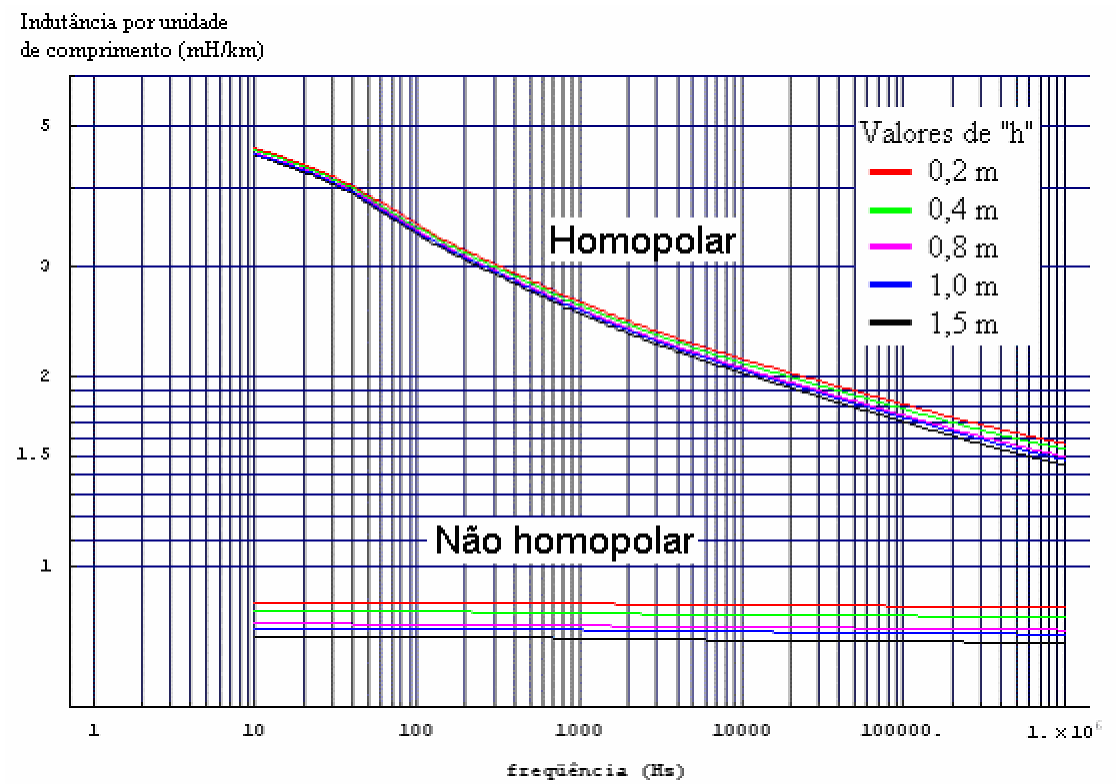


Gráfico 4.43: Indutância nos modos por unidade de comprimento em função da freqüência - Variação da altura dos feixes das fases externas.

Em regime permanente (60 Hz), a indutância não homopolar reduziu 11,9 % quando se variou o espaçamento vertical nos feixes externo “h” de 0,2 m até 1,5 m. Para esta mesma variação de “h” em 60 Hz, a capacitância não homopolar aumentou 14,1 % e a resistência não homopolar aumentou 0,04 %, podendo ser considerado desprezível. A variação do espaçamento “h” nas fases externas exerce maior influência na indutância e na capacitância não homopolar.

Tabela 4.15 – Resistência, indutância e capacitância não homopolares por unidade comprimento, impedância característica e potência natural da linha em 60 Hz – Variação da altura dos feixes das fases externas.

h (m)	r_{nh} (Ω/km)	l_{nh} (mH/km)	c_{nh} (nF/km)	z_0 (Ω)	P_0 (MW)
0,2	0,0228	0,8797	13,19	258,41 - j 8,87	749
0,4	0,0228	0,8493	13,66	249,46 - j 8,86	776
0,8	0,0228	0,8119	14,31	238,36 - j 8,87	812
1,0	0,0228	0,7989	14,56	234,41 - j 8,86	825
1,5	0,0228	0,7746	15,06	226,96 - j 8,85	852

O afastamento dos condutores na mesma fase, mantendo-se inalteradas as distâncias horizontais entre as fases, provocou um aumento na relação x_h/x_{nh} para a freqüência de 60 Hz, conforme a Tabela 4.16. Este aumento está associado à redução mais acentuada da indutância não homopolar. O máximo aumento na relação x_h/x_{nh} ocorreu para a variação da altura relativa dos sub-condutores na mesma fase de 1,5 m. Este aumento foi de 10,14 %.

Tabela 4.16: Fator x_h/x_{nh} para 60 Hz - Variação da altura dos feixes das fases externas.

h (m)	x_h/x_{nh}
0,2	4,3004
0,4	4,4173
0,8	4,5712
1,0	4,6279
1,5	4,7366

O maior espaçamento nos feixes das fases provocará elevação nos picos de sobretensões de manobras envolvendo energização, religamento e aplicação de faltas. É preciso lembrar que o sistema elétrico no qual a linha se insere interfere no nível de sobretensão de uma manobra. A linha deve sempre ser analisada junto do sistema sendo importante considerar o aumento da potência natural da linha.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi efetuada uma extensa análise de sensibilidade dos parâmetros elétricos de uma linha transmissão trifásica simples variando-se a geometria da torre e as características físicas dos condutores.

As alterações na geometria da linha resultaram em variações importantes na impedância devido à correção de solo real e na indutância externa para solo ideal das matrizes primitivas, enquanto alterações das características dos condutores resultaram em variações importantes na impedância interna e na indutância externa própria para solo ideal.

A variação dos diâmetros dos cabos pára-raios, na faixa de valores comerciais, não exerceu influência significativa nas resistências e indutâncias modais. O efeito dessa variação foi mais significativo nas matrizes primitivas. Na redução de matrizes, a variação dos cabos pára-raios não foi importante quando comparada com a dos condutores de fase.

O impacto dos diâmetros dos condutores fase nas resistências modais foi mais significativo nas freqüências inferiores ao início do efeito pelicular. A influência de diâmetros nas resistências modais foi visualizada nas baixas freqüências, sendo que nas altas freqüências os modos não homopolares tiveram maior sensibilidade à variação dos diâmetros. Nos condutores CAA, o diâmetro interno exerceu maior influência nos parâmetros elétricos quando comparado à relação diâmetro externo por diâmetro interno. Nas indutâncias não homopolares, a variação desses diâmetros exerceu maior influência que nas homopolares. Para toda a faixa de freqüência, os parâmetros longitudinais não homopolares sofreram maior influência com a variação dos diâmetros.

O aumento nos diâmetros dos condutores, apesar de provocar elevação da potência natural, antecipará a freqüência para início do efeito pelicular, fazendo com que os parâmetros de linha estejam mais sensíveis a tensões e correntes de freqüências cada vez menores.

A elevação dos condutores na linha de transmissão reduziu a influência da correção para solo real na resistência. Nas altas freqüências, as resistências modais apresentaram redução em função da elevação dos condutores. As indutâncias não homopolares tiveram variações desprezíveis com a elevação dos condutores. A redução das resistências modais e o aumento do fator de aterramento são indicativos de elevações das sobretensões de manobra e descargas atmosféricas na linha.

Essa elevação provocou também redução das resistências modais nas altas freqüências. As resistências modais não tiveram variações significativas para as baixas freqüências, considerando a variação das alturas. Considerando as alturas inferiores médias das linhas existentes (entre 10 e 20 m), essa variação pode ser desprezível. Em termos de sobretensões de manobra e surtos atmosféricos, espera-se uma elevação das tensões de pico e sustentadas em função do pequeno aumento do fator de aterramento e da redução das resistências modais.

A variação da distância horizontal resultou em maior influência nos parâmetros elétricos quando comparadas a variações na geometria dos feixes das fases externas da linha. Tanto a aproximação das fases quanto o afastamento dos condutores nos feixes externos provocaram aumento de potência natural na linha. Estas alterações provocarão também elevações nas sobretensões transitórias em função do aumento do acoplamento entre as fases, redução da impedância não homopolar e aumento do fator de aterramento.

As alterações nos feixes das fases externas provocaram variações de capacitâncias e indutâncias da linha mais significativas que as variações de resistência. Essas alterações quando comparadas à variação da altura dos condutores produziram variações mais importantes nos parâmetros elétricos da linha, e em comparação com a variação dos diâmetros dos condutores de fase, tais alterações nos feixes influenciaram a indutância e capacitância não homopolares de maneira mais importante.

Para as análises realizadas, a aproximação das fases externas produziu o maior aumento na potência natural da linha, chegando a 31,57 % em relação ao caso base. Em seguida a variação do espaçamento vertical nas fases externas produziu um aumento máximo na potência natural de 9,79 %. O uso dos condutores de fase com o maior diâmetro comercial possível produziu o terceiro maior aumento na potência natural da linha de 8,76 % em relação ao caso base. Portanto, para os estudos de otimização e re-capacitação de linhas de transmissão, deve-se priorizar as variações na geometria da linha envolvendo estudos de aproximação de fases externas e aumento no espaçamento nos feixes das fases em detrimento de substituição de condutores de fase.

As variações de altura do conjunto dos condutores e dos diâmetros de pára-raios pouco influenciaram na potência natural da linha. Em estudos de otimização estas variações não devem ser consideradas.

A aproximação de fases combinada ao afastamento dos condutores na mesma fase resultará em elevação significativa da potência natural. Assim foi verificado um dos motivos da disseminação das técnicas das LPNE.

A análise de sensibilidade possibilitou um aprofundamento dos conhecimentos de cálculo de parâmetros elétricos e da influência das características físicas da linha nesses parâmetros. As observações realizadas servirão de suporte para trabalhos relacionados à modelagem e às suas aplicações em otimização de linhas de transmissão.

Vários tópicos deixaram de ser abordados neste trabalho e poderiam ser estudados em futuros trabalhos. A seguir são apresentadas algumas sugestões para continuidade e aprofundamento nos estudos de modelagem de linhas de transmissão:

- Realização de simulações computacionais de transitórios eletromagnéticos para quantificar o impacto nas sobretensões de manobra decorrente da análise de sensibilidade realizada. As formas de onda para tensão e corrente serão visualizadas e comparadas àquelas da linha de transmissão referência. Este trabalho quantificará as sobretensões de pico e sustentadas, cujo aumento ou redução foram abordados neste trabalho e nos anteriores.
- Aplicação da análise de sensibilidade para linha de transmissão não transposta.
- Realização da análise de sensibilidade variando-se as características do solo, condutividade e permissividade em função da freqüência, o número de sub-condutores por fase e o formato dos feixes das fases.
- Implementação da análise de sensibilidade para os seguintes parâmetros elétricos de linha: matriz de propagação, constantes de atenuação, constantes de fase. A dependência desses parâmetros na freqüência deve ser estudada.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Fuchs, Rubens D.; Transmissão de Energia Elétrica - Linhas Aéreas; 2ª Edição; Editora LTC; 1979.

[2] Stevenson, Willian D.; Elements of Power System Analysis; 4ª Edição; Editora McGraw Hill; 1982.

[3] D´Ajuz, Ary et ali; Transitórios Elétricos e Coordenação de Isolamento, aplicação em sistemas de potência de alta tensão; 1987.

[4] Greenwood, Allan; Electrical Transients in Power System; John Wiley & Sons; Second Edition; Maio 1991.

[5] Marti, J.; Accurate Modeling of Frequency-Depend Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations; IEEE Transactions on PAS; Vol. PAS-101, No. 1; 1982.

[6] Pinheiro, Michel G.; Análise de Sensibilidade de Parâmetros Elétricos de Linhas de Transmissão no Domínio da Freqüência; XVIII SNPTEE; 2005.

[7] Johnson, Walter C.; Transmission Lines and Networks; McGraw-Hill Book Company; 1950.

[8] Carson, John E.; Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return; Bell System Technical Journal; pg 539-554; 1926.

[9] Pollaczek, Von F.; Über das Feld einer unendlich langen wechsel stromdurchflossenen Einfachleitung; ENT; Band 3; pg 339-359; 1926.

[10] Tavares, M. C., Portela, C. M., Pissolato, J., Influence of Earth Conductivity and Permittivity Frequency Dependence in Electromagnetic Transient Phenomena, Anais do IEEE PES Winter Meeting 2000, Singapura.

[11] Portela, Carlos M., Tavares, Maria. C., Pissolato Filho, J., Accurate Representation of Soil Behaviour for Transient Studies, Accurate Representation of Soil Behaviour for Transient Studies, vol. 150, no. 6 , pgs. 736-744, nov-2003, 2003.

[12] Deri, A., Tevan, G., Semlyen, A. and Castanheira, A., “The Complex Ground Return Plane, a Simplifield Model for Homogeneous and Multi-layer Earth Return”, IEEE Trans. PAS, vol. 100, no. 8, pp 3686-3693, 1981.

[13] Santiago, Nelson; Linhas Aéreas de Transmissão; Rio de Janeiro; Departamento de Engenharia Elétrica/UFRJ; 1983.

[14] Wedepohl, L. M.; Application of matrix methods to the solution of traveling-wave phenomena in polyphase systems; Proc. IEE; Vol. 110; No. 12; 1963.

[15] Portela, Carlos M.; Regimes Transitórios – vol. II; Editora COPPE/UFRJ e Eletrobrás; 1984.

[16] Fernandes, Alécio B.; Modelo Computacional para Linhas de Transmissão no Domínio das Fases; Tese de Doutorado; UFPB; setembro de 2000.

[17] Dommel, Hermann W.; Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single- and Multiphase Networks; IEEE Transaction; Power Apparatus and Systems, 88, No. 4, 388-399; 1969.

[18] Long, R. Wilson et ali; Component Transformations – Eigenvalue Analysis Succinctly Defines Their Relationship; IEEE Transactions PAS; Vol. PAS-101; No. 10 October; 1982.

[19] Maia, Marcelo J. A.; Linha de Potência Natural Elevada (LPNE): Utilização do Conceito de Linhas de Transmissão Convencionais para o Aumento da Capacidade de Transmissão; CIER/BRACIER; 1994.

[20] Régis Jr., Osvaldo; Linhas Não Convencionais de Potência Natural Elevada (LPNE): Um Exercício de Prospecção em 69 kV e 138 kV; V ERLAC; 1993.

[21] Neto, Antonio P.; Estudos Paramétricos de Engenharia e Custos Comparativos de LPNE Versus LT Convencional; XIII SNPTEE; 1995.

[22] Alves, Fernando R., et alli; Comparação do Desempenho de uma Linha de Transmissão de 500 kV Convencional com o de uma Linha de Feixe Expandido Quanto a Sobretensões Transitórias; XVII SNPTEE; Uberlândia; 2003.

[23] Gertrudes, João Bosco; Comportamento Eletromagnético do Solo no Domínio da Freqüência: Tratamento de Dados de Campo e Influência no Desempenho de Linhas Aéreas de Transmissão de Energia Elétrica; tese de mestrado; UNICAMP; 2005.

[24] Tavares, Maria C.; Modelo de Linha de Transmissão Polifásica utilizando Quase-Modos; Tese de Doutorado; UNICAMP; 1998.

[25] Kurokawa, S.; Parâmetros Longitudinais e Transversais de Linhas de Transmissão Calculados a Partir das Correntes e Tensões de Fase; Tese de Doutorado; Unicamp; 2003.

[26] Tavares, Maria C.; Pissolato Filho, José; Portela, Carlos M.; Mode domain multiphase transmission line model-use in transient studies; IEEE Transactions on Power Delivery, Volume: 14, no.: 4, Out-1999,pg: 1533 - 1544; 1999.

[27] Castellanos, F. et alli; Full Frequency-Dependent Phase-Domain Transmission Line Model; IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 12, No. 3; 1997.

[28] Diesendorf, W.; Insulation Co-ordination in High-voltage Electric Power Systems; London Butterworths, 1974.

[29] Kimbark, E.; Selective-Pole Switching of Long Double-Circuit EHV Line; IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-95, no. 1; 1976.

[30] Pinheiro, Michel G., Tavares, Maria C., Cálculo de Parâmetros Elétricos de Linha de Transmissão no Ambiente “Mathematica”, VIII SIICUSP (Simpósio Internacional de Iniciação Científica da USP); 2000.

[31] Pinheiro, Michel G., Tavares, Maria C., Estudos de Parâmetros Elétricos de Linha de Transmissão Usando a Ferramenta Computacional “Mathematica”, IX SIICUSP (Simpósio Internacional de Iniciação Científica da USP); 2001.

[32] Wolfram, S.; The Mathematica Book; 4a edição; Wolfram Media/Cambridge University Press; 1999.

Anexo I: Diâmetros Comerciais de Cabos Pára-Raios

Diâmetros - Cabos pára-raios	
Polegadas	Milímetros
1/16"	1,6
5/94"	2
3/32"	2,4
1/8"	3,2
5/32"	4
3/16"	4,8
1/4"	6,4
5/16"	8
3/8"	9,5
7/16"	11,5
1/2"	13
9/16"	14,5
5/8"	16
3/4"	19
7/8"	22
1"	26

Anexo II: Códigos dos Cabos Alumínio com Alma de Aço

Condutor	Dext (mm)	Dint(mm)	Dext/Dint	Espessura da coroa circular
Wren	3,99	1,33	3,00	1,33
Warbler	4,50	1,50	3,00	1,5
Turkey	5,04	1,68	3,00	1,68
Thrush	5,67	1,89	3,00	1,89
Swan	6,36	2,12	3,00	2,12
Swanate	6,53	2,61	2,50	1,96
Swallow	7,14	2,38	3,00	2,38
Sparate	8,01	2,67	3,00	2,67
Robin	8,24	3,30	2,50	2,47
Raven	10,11	3,37	3,00	3,37
Quail	11,34	3,78	3,00	3,78
Pigeon	12,75	4,25	3,00	4,25
Penguin	14,31	4,77	3,00	4,77
Waxwing	15,45	3,09	5,00	6,18
Owl	16,09	5,37	3,00	5,36
Partridge	16,28	6,00	2,71	5,14
Ostrich	17,27	6,36	2,72	5,455
Piper	17,78	7,62	2,33	5,08
Merlin	17,35	3,47	5,00	6,94
Linnet	18,31	6,75	2,71	5,78
Oriole	18,83	8,07	2,33	5,38
Chickadee	18,85	3,77	5,00	7,54
Brant	19,62	6,54	3,00	6,54
Ibis	19,88	7,32	2,72	6,28
Lark	20,44	8,76	2,33	5,84
Pelican	20,70	4,14	5,00	8,28
Filcker	21,49	7,17	3,00	7,16
Hawk	21,80	8,04	2,71	6,88
Hen	22,40	9,60	2,33	6,4
Heron	22,95	9,84	2,33	6,555
Osprey	22,35	4,47	5,00	8,94
Parakeet	23,22	7,74	3,00	7,74
Dove	23,55	8,67	2,72	7,44

Condutor	Dext (mm)	Dint (mm)	Dext/Dint	Espessura da coroa circular
Eagle	24,22	10,38	2,33	6,92
Duck	24,20	8,07	3,00	8,065
Peacock	24,19	8,07	3,00	8,06
Squab	24,51	9,03	2,71	7,74
Teal	25,24	10,80	2,34	7,22
Swift	23,66	3,38	7,00	10,14
Kingbird	23,90	4,78	5,00	9,56
Rook	24,84	8,28	3,00	8,28
Grosbeak	25,15	9,27	2,71	7,94
Egret	25,90	11,10	2,33	7,4
Goose	24,84	8,28	3,00	8,28
-	24,21	4,85	4,99	9,68
Gull	25,38	8,46	3,00	8,46
Flamingo	25,38	8,46	3,00	8,46
Gannet	25,76	9,48	2,72	8,14
Starling	26,68	9,84	2,71	8,42
Redwing	27,43	11,75	2,33	7,84
Crow	26,28	8,76	3,00	8,76
Coot	26,39	3,77	7,00	11,31
Tern	27,03	6,75	4,00	10,14
Cuckoo	27,74	9,24	3,00	9,25
Condor	27,72	9,24	3,00	9,24
Drake	28,11	10,35	2,72	8,88
Mallard	28,96	12,40	2,34	8,28
Crane	29,07	9,69	3,00	9,69
Ruddy	28,74	7,20	3,99	10,77
Canary	29,52	9,84	3,00	9,84
Catbird	28,98	4,14	7,00	12,42
Rail	29,61	7,41	4,00	11,1
Cardinal	30,42	10,14	3,00	10,14
Ortolan	30,81	7,71	4,00	11,55
Curlew	31,59	10,53	3,00	10,53
Bluejay	31,98	7,98	4,01	12
Finch	32,85	10,95	3,00	10,95

Condutor	Dext (mm)	Dint(mm)	Dext/Dint	Espessura da coroa circular
Bunting	33,12	8,28	4,00	12,42
Grackle	33,97	11,35	2,99	11,31
Bittern	34,17	8,55	4,00	12,81
Pheasant	35,10	11,70	3,00	11,7
Dipper	35,19	8,79	4,00	13,2
Martin	36,17	12,05	3,00	12,06
Bobolink	36,24	9,06	4,00	13,59
Plover	37,24	12,40	3,00	12,42
Nuthatch	37,20	9,30	4,00	13,95
Parrot	38,25	12,75	3,00	12,75
Lapwing	38,22	9,54	4,01	14,34
Falcon	39,26	13,10	3,00	13,08
Chukar	40,70	11,10	3,67	14,8
-	42,71	8,55	5,00	17,08
Bluebird	44,76	12,20	3,67	16,28
Kiwi	44,10	8,82	5,00	17,64
Thrasher	45,79	10,35	4,42	17,72
Joree	47,76	10,80	4,42	18,48

Condições	Dext (mm)	Dint(mm)	k = Dext/Dint	Espessura da coroa circular
Mínimo	3,99	1,33	2,33	1,33
Máximo	47,76	13,10	7,00	18,48
Caso Base	25,15	9,27	2,71	5,08
Media Total	24,94	7,62	3,40	

Anexo III: Programa “Mathematica” – Caso Base

Cálculo de Parâmetros de Linha de Transmissão

Dados de Entrada para Cálculo de Parâmetros:

Célula 1: Definição de Constantes e Ativação do Pacote de Gráficos

Célula 2: Leitura das Características de Condutores e Pára-Raios

Exemplo: Linha da CESP 440 kV, Araraquara - Bauru

```
<< Calculus`DSolveIntegrals`

Needs["Graphics`"]
Needs["Calculus`"]
Needs["Calculus`DSolveIntegrals`"]
```

$mi0 = \frac{4\pi}{10^7};$

$E0 = \frac{8.85}{10^{12}};$

```
ro = {1000};
cond = 14;
subc = 4;
Nf = 3;
Npr = 2;

fase = {
  {{0.93, 2.52, .089898, -9.47, 15.32, 1}, {0.93, 2.52, .089898, -9.07, 15.32, 1},
   {0.93, 2.52, .089898, -9.47, 14.92, 1}, {0.93, 2.52, .089898, -9.07, 14.92, 1}},

  {{0.93, 2.52, .089898, -0.2, 18.92, 1}, {0.93, 2.52, .089898, 0.2, 18.92, 1},
   {0.93, 2.52, .089898, -0.2, 18.52, 1}, {0.93, 2.52, .089898, 0.2, 18.52, 1}},

  {{0.93, 2.52, .089898, 9.07, 15.32, 1}, {0.93, 2.52, .089898, 9.47, 15.32, 1},
   {0.93, 2.52, .089898, 9.07, 14.92, 1}, {0.93, 2.52, .089898, 9.47, 14.92, 1}} };
```

$pr = \{\{(10)^{-30}, 0.9144, 4.188042, 7.51, 31.73, 70\}, \{(10)^{-30}, 0.9144, 4.188042, -7.51, 31.73, 70\}\};$

$Do\left[fase[[i, j, k]] = \frac{1}{100}\, fase[[i, j, k]], \{k, 2\}, \{j, subc\}, \{i, Nf\}\right];$

$Do\left[fase[[i, j, 3]] = N\left[\frac{fase[[i, j, 3]]}{1000}, 10\right], \{j, subc\}, \{i, Nf\}\right];$

$Do\left[pr[[j, k]] = \frac{1}{100}\, pr[[j, k]], \{k, 2\}, \{j, 2\}\right];$

$Do\left[pr[[j, 3]] = \frac{pr[[j, 3]]}{1000}, \{j, 2\}\right];$

```
fase;
pr;
```

Célula 3 : Ordenação das características de condutores e pára-raios e conversão para o SI

```
prR0 = Join[{pr[[1, 1]]}, {pr[[2, 1]]}];
R01 = Table[fase[[i, j, 1]], {j, subc}, {i, Nf}];
R0 = Join[R01[[1]], prR0];
Do[{aux = R01[[i]], R0 = Join[R0, aux]}, {i, 2, subc}];
R0 = R0/2;
prR1 = Join[{pr[[1, 2]]}, {pr[[2, 2]]}];
R02 = Table[fase[[i, j, 2]], {j, subc}, {i, Nf}];
R1 = Join[R02[[1]], prR1];
Do[{aux = R02[[i]], R1 = Join[R1, aux]}, {i, 2, subc}];
R1 = R1/2;
prsigma = Join[{pr[[1, 3]]}, {pr[[2, 3]]}];
sigma1 = Table[fase[[i, j, 3]], {j, subc}, {i, Nf}];
sigma = Join[sigma1[[1]], prsigma];
Do[{aux = sigma1[[i]], sigma = Join[sigma, aux]}, {i, 2, subc}];

pry = Join[{pr[[1, 4]]}, {pr[[2, 4]]}];
y1 = Table[fase[[i, j, 4]], {j, subc}, {i, Nf}];
y = Join[y1[[1]], pry];

Do[{aux = y1[[i]], y = Join[y, aux]}, {i, 2, 4}];
prH = Join[{pr[[1, 5]]}, {pr[[2, 5]]}];
H1 = Table[fase[[i, j, 5]], {j, 4}, {i, 3}];
H = Join[H1[[1]], prH];
Do[{aux = H1[[i]], H = Join[H, aux]}, {i, 2, subc}];

prmir = Join[{pr[[1, 6]]}, {pr[[2, 6]]}];
mir1 = Table[fase[[i, j, 6]], {j, subc}, {i, Nf}];
mir = Join[mir1[[1]], prmir];
Do[{aux = mir1[[i]], mir = Join[mir, aux]}, {i, 2, subc}]
mi = N[mir mi0, 10];

R0;
R1;
sigma;
y;
H;
mi;
```

Célula 4: Cálculo da condutividade dos condutores de fase e dos cabos pára-raios

```
Clear[sig]
sig = Table[0, {i, cond}];
sig1 = 1 / (0.000089898 * Pi (0.0126^2 - 0.00465^2));
sig2 = 1 / (0.004188042 Pi (0.004572^2 - R0[[4]]^2));
Do[
 If[(i < Nf + 1) || (i > Nf + Npr), sig[[i]] = sig1, sig[[i]] = sig2], {i, cond}]
sig
```

$\{2.58193\times10^{7}, 2.58193\times10^{7}, 2.58193\times10^{7}, 3.63602\times10^{6}, 3.63602\times10^{6}, 2.58193\times10^{7}, 2.58193\times10^{7}, 2.58193\times10^{7}, 2.58193\times10^{7}, 2.58193\times10^{7}, 2.58193\times10^{7}, 2.58193\times10^{7}, 2.58193\times10^{7}, 2.58193\times10^{7}\}$

Célula 5: Determinação dos valores de freqüência (de 10 Hz até 1 MHz):

Utilização de 50 pontos por década.

```
n = 50;
f = {10};
fvelha = {10};
Do[{
  fnova = N[fvelha * 10^(1/n), 50],
   f = Join[f, fnova],
   fvelha = fnova},
 {i, n}]

dec = 5;
ff = Delete[f, 1];
Do[f = N[Union[f, 10^(j) * ff], 50], {j, 1, (dec - 1)}]
f;
f[[40]] = 60;

freq = 1 + n * dec;
MatrixForm[f];
```

Célula 6: Impedância Interna de um condutor cilíndrico na forma de uma coroa circular.

1) Definição das Funções de Bessel.

2) Cálculo da Impedância Interna dos Condutores.

```
Clear[I0]
Clear[K0]
Clear[I1]
Clear[K1]
Clear[i1]
Clear[k1]
Clear[Zinterna]
```

```
I0 = Table[0, {j, freq}, {1, cond}];
K0 = I0; i1 = I0; I1 = I0; k1 = I0; K1 = I0;
```

$$\text{Do}\Big[\{\text{I0}[[j, k]] = N\big[\text{BesselJ}\big[0, \text{R1}[[k]]\sqrt{2\pi\, f[[j]]\, \text{sig}[[k]]\, \text{mi}[[k]]}\; e^{-\frac{\pi i}{4}}\big], 100\big],$$
$$\text{K0}[[j, k]] = N\big[\text{BesselK}\big[0, \text{R1}[[k]]\sqrt{2\pi\, f[[j]]\, \text{sig}[[k]]\, \text{mi}[[k]]}\; e^{\frac{\pi i}{4}}\big], 100\big],$$
$$\text{i1}[[j, k]] = -i\left(e^{\pi i}\, N\big[\text{BesselJ}\big[1, \text{R0}[[k]]\sqrt{2\pi\, f[[j]]\, \text{sig}[[k]]\, \text{mi}[[k]]}\; e^{-\frac{\pi i}{4}}\big], 100\big]\right),$$
$$\text{I1}[[j, k]] = -i\left(e^{\pi i}\, N\big[\text{BesselJ}\big[1, \text{R1}[[k]]\sqrt{2\pi\, f[[j]]\, \text{sig}[[k]]\, \text{mi}[[k]]}\; e^{-\frac{\pi i}{4}}\big], 100\big]\right),$$
$$\text{k1}[[j, k]] = i\left(e^{-\frac{\pi i}{2}}\, N\big[\text{BesselK}\big[1, \text{R0}[[k]]\sqrt{2\pi\, f[[j]]\, \text{sig}[[k]]\, \text{mi}[[k]]}\; e^{\frac{\pi i}{4}}\big], 100\big]\right),$$
$$\text{K1}[[j, k]] = i\left(e^{-\frac{\pi i}{2}}\, N\big[\text{BesselK}\big[1, \text{R1}[[k]]\sqrt{2\pi\, f[[j]]\, \text{sig}[[k]]\, \text{mi}[[k]]}\; e^{\frac{\pi i}{4}}\big], 100\big]\right)\},$$
$$\{j, \text{freq}\}, \{k, \text{cond}\}\Big];$$

```
Zinterna = Table[0, {j, freq}, {k, cond}, {l, cond}];
Zinterna =
```

$$\text{Table}\left[\text{DiagonalMatrix}\left[\text{Table}\left[\frac{\sqrt{\frac{i\,2\pi f[[j]]\,\text{mi}[[k]]}{\text{sig}[[k]]}}}{(2\pi\,\text{R1}[[k]])} * \frac{(\text{I0}[[j,k]]\,\text{k1}[[j,k]] + \text{K0}[[j,k]]\,\text{i1}[[j,k]])}{(\text{I1}[[j,k]]\,\text{k1}[[j,k]] - \text{i1}[[j,k]]\,\text{K1}[[j,k]])}, \{k, \text{cond}\}\right]\right], \{j, \text{freq}\}\right];$$

```
Rc = Re[Zinterna] 1000;
```

$$\text{Lc} = \text{Table}\left[\text{Im}[\text{Zinterna}[[j]]] / (2\,\text{Pi}\ f[[j]])\ 10^6, \{j, \text{freq}\}\right];$$

```
MatrixForm[Rc[[1, 1, 1]]]
```

```
0.0899172
```

Célula 7: Reatância Externa de um condutor ideal sobre um solo ideal (solo condutor perfeito)

```
Clear[Altimag]
Clear[Altcond]
Clear[Dm]
Clear[dm]
Clear[Xg]
Altimag = Table[(H[[i]] + H[[j]])^2, {i, cond}, {j, cond}];
Altcond = Table[(H[[i]] - H[[j]])^2, {i, cond}, {j, cond}];

x = Table[y[[i]] - y[[j]], {i, cond}, {j, cond}];
x2 = DiagonalMatrix[R1];
x = x + x2;

Dm = Table[0, {i, cond}, {j, cond}];
dm = Dm;
Do[{Dm[[i, j]] = N[√(x[[i, j]]^2 + Altimag[[i, j]]) , 200],
   dm[[i, j]] = N[√(x[[i, j]]^2 + Altcond[[i, j]]) , 200]}, {i, cond}, {j, cond}];


Xg = Table[N[f[[k]] mi[[1]] Log[Dm[[i, j]] / dm[[i, j]]], 200], {k, freq}, {i, cond}, {j, cond}];
Lg = Table[Xg[[k]] / (2 * Pi * f[[k]]), {k, freq}];
Lg = Lg * 10 ^ 6;

Lg[[1, 2, 1]]
0.254349
```

Célula 8: Resistência e reatância devido ao retorno no solo real. Uso da formulação de Carson na forma de Integrais no cálculo de P e Q.

Célula 9: Resistência e reatância devido ao retorno no solo real. Cálculo final de resistência e reatância a partir de P e Q.

```
Clear[hl]
Clear[yl]
Clear[α]
yl = Table[0, {l, 1}, {k, freq}, {j, cond}, {i, cond}];

α = Table[√((mi0 * 2 * π * f[[k]]) / ro[[1]]) , {l, 1}, {k, freq}];
hl = Table[H[[j]] * α[[l, k]], {l, 1}, {k, freq}, {j, cond}];
Do[
yl[[l, k, j, i]] = Abs[y[[i]] - y[[j]] ] * α[[l, k]] , {l, 1}, {k, freq}, {j, cond}, {i, j}];

hm = hl[[1, 1]];
hn = hl[[1, 1]];
ymn = yl[[1, 1, 2]];
```

```
Clear[ξ]
PQ = Table[0, {l, 1}, {k, freq}, {j, cond}, {i, cond}];

Do[PQ[[l, k, j, i]] =
  NIntegrate[(Sqrt[ξ^2 + I] - ξ) * Exp[-(hl[[l, k, j]] + hl[[l, k, i]]) * ξ] * Cos[yl[[l, k, j, i]] * ξ], {ξ, 0, ∞} ],
 {l, 1}, {k, freq}, {j, cond}, {i, j}]

SessionTime[]
```

```
General::unfl : Underflow occurred in computation.
General::unfl : Underflow occurred in computation.
General::unfl : Underflow occurred in computation.
General::stop : Further output of General::unfl will be suppressed during this calculation.
7029.
```

```
PC = Re[PQ];
QC = Im[PQ];
Clear[REC]
Clear[XEC]
REC = Table[N[(2 π f[[k]] mi0 PC[[l, k]])/π, 50], {l, 1}, {k, freq}];
XEC = Table[N[(2 π f[[k]] mi0 QC[[l, k]])/π, 50], {l, 1}, {k, freq}];
Do[{REC[[l, k, i, j]] = REC[[l, k, j, i]], XEC[[l, k, i, j]] = XEC[[l, k, j, i]]},
  {l, 1}, {k, freq}, {j, cond}, {i, j}];

REC1 = REC * 1000;
LEC1 = Table[XEC[[l, k, j, i]] / (2 Pi f[[k]]) 10^6, {l, 1}, {k, freq}, {j, cond}, {i, cond}];


MatrixForm[N[Table[{f[[k]], PQ[[1, k, 1, 1]]}, {k, freq}], 10]];
```

Célula 10: Matriz Primitiva Longitudinal.

Impedância série

```
Clear[Z]
Z = Table[0, {t, 1}, {k, freq}, {j, cond}, {i, cond}];

Z = Table[Zinterna[[k]] + REC[[t, k]] + ⅈ (Xg[[k]] + XEC[[t, k]]),
   {t, 1}, {k, freq}];
```

Célula 11: Matriz de Parâmetros Transversais

Admitância Capacitiva de um condutor sobre um solo ideal.

```
Clear[Y]
Y = Table[0, {t, 1}, {k, freq}, {j, cond}, {i, cond}];
Clear[Yg]
Clear[A]
A = Log[Dm/dm];
Y = N[Table[ⅈ 4 π^2 f[[i]] E0 Inverse[A], {t, 1}, {i, freq}], 40];
Cg = Table[2 Pi E0 Inverse[A], {t, 1}, {i, freq}];

Cg[[1, 1, 1, 2]] * 10^12

-0.152373

MatrixForm[Z[[1, 1]] 10^4]
MatrixForm[Y[[1, 1]] 10^10]
```

0.997366 + 1.67977 i	0.0981344 + 0.816892 i	0.0981912 + 0.738555 i	0.097927 + 0.708429 i	0.0979285 + 0.
0.0981344 + 0.816892 i	0.997249 + 1.67989 i	0.0981344 + 0.816892 i	0.0978705 + 0.765921 i	0.0978706 + 0.
0.0981912 + 0.738555 i	0.0981344 + 0.816892 i	0.997366 + 1.67977 i	0.0979285 + 0.753598 i	0.0979271 + 0.
0.097927 + 0.708429 i	0.0978705 + 0.765921 i	0.0979285 + 0.753598 i	42.0165 + 3.98118 i	0.0976656 + 0.
0.0979285 + 0.753273 i	0.0978706 + 0.767633 i	0.0979271 + 0.709961 i	0.0976656 + 0.765557 i	42.0165 + 3.
0.0981932 + 1.22063 i	0.0981344 + 0.82168 i	0.0981913 + 0.741296 i	0.0979271 + 0.709961 i	0.0979285 + 0.
0.0981343 + 0.812254 i	0.0980767 + 1.22075 i	0.0981344 + 0.82168 i	0.0978706 + 0.767633 i	0.0978705 + 0.
0.0981911 + 0.735873 i	0.0981343 + 0.812254 i	0.0981932 + 1.22063 i	0.0979285 + 0.753273 i	0.097927 + 0.
0.0981996 + 1.22062 i	0.0981408 + 0.814983 i	0.0981977 + 0.73852 i	0.0979334 + 0.706943 i	0.0979349 + 0.
0.0981408 + 0.818638 i	0.0980831 + 1.22074 i	0.0981408 + 0.818638 i	0.0978769 + 0.763055 i	0.097877 + 0.
0.0981977 + 0.73852 i	0.0981408 + 0.814983 i	0.0981996 + 1.22062 i	0.0979349 + 0.750591 i	0.0979335 + 0.
0.0981996 + 1.17707 i	0.0981409 + 0.819623 i	0.0981978 + 0.741259 i	0.0979335 + 0.708438 i	0.0979349 + 0.
0.0981408 + 0.813874 i	0.0980831 + 1.17719 i	0.0981409 + 0.823567 i	0.097877 + 0.76469 i	0.0978769 + 0.
0.0981976 + 0.735838 i	0.0981408 + 0.810479 i	0.0981996 + 1.17707 i	0.0979349 + 0.750282 i	0.0979334 + 0.

7.85673 i	-0.0957389 i	-0.0285928 i	-0.0690365 i	-0.149508 i	-2.34637 i	-0.0788174 i	-0.02512
-0.0957389 i	7.86797 i	-0.0912794 i	-0.157689 i	-0.169517 i	-0.111657 i	-2.33968 i	-0.07881
-0.0285928 i	-0.0912794 i	7.86531 i	-0.144079 i	-0.0707328 i	-0.0328302 i	-0.111657 i	-2.3463
-0.0690365 i	-0.157689 i	-0.144079 i	3.88825 i	-0.451165 i	-0.0707328 i	-0.169517 i	-0.1495
-0.149508 i	-0.169517 i	-0.0707328 i	-0.451165 i	3.88825 i	-0.144079 i	-0.157689 i	-0.06903
-2.34637 i	-0.111657 i	-0.0328302 i	-0.0707328 i	-0.144079 i	7.86531 i	-0.0912794 i	-0.02859
-0.0788174 i	-2.33968 i	-0.111657 i	-0.169517 i	-0.157689 i	-0.0912794 i	7.86797 i	-0.09573
-0.0251291 i	-0.0788174 i	-2.34637 i	-0.149508 i	-0.0690365 i	-0.0285928 i	-0.0957389 i	7.8567
-2.34813 i	-0.0852586 i	-0.0277593 i	-0.059338 i	-0.125283 i	-1.32168 i	-0.0709386 i	-0.0241
-0.0978301 i	-2.33572 i	-0.095328 i	-0.131278 i	-0.142133 i	-0.116465 i	-1.31349 i	-0.08050
-0.0277129 i	-0.082828 i	-2.34007 i	-0.119979 i	-0.060886 i	-0.0320738 i	-0.100261 i	-1.3214
-1.32149 i	-0.100261 i	-0.0320738 i	-0.060886 i	-0.119979 i	-2.34007 i	-0.082828 i	-0.02771
-0.0805058 i	-1.31349 i	-0.116465 i	-0.142133 i	-0.131278 i	-0.095328 i	-2.33572 i	-0.09783
-0.024191 i	-0.0709386 i	-1.32168 i	-0.125283 i	-0.059338 i	-0.0277593 i	-0.0852586 i	-2.3481

Célula 12: Redução da Matriz de Parâmetros Longitudinais.

1) Eliminação do feixe das fases mantendo Pára- Raios.

2) Eliminação dos Pára-Raios.

```
Clear[RRED];
Clear[LRED];
Zred = Z ;
Do[{Zred[[n, l, (1 + i) Nf + Npr + k, j]] =
    N[Zred[[n, l, (1 + i) Nf + Npr + k, j]] - Zred[[n, l, k, j]], 10]},
  {n, 1}, {l, freq}, {k, Nf}, {i, 0, Nf - 1}, {j, cond}]

Do[{Zred[[n, l, i, (1 + j) Nf + Npr + k]] =
    N[Zred[[n, l, i, (1 + j) Nf + Npr + k]] - Zred[[n, l, i, k]], 10]},
  {n, 1}, {l, freq}, {k, Nf}, {j, 0, Nf - 1}, {i, cond}]
m = cond;

While[m ≥ Nf + Npr + 1,
 {Do[Zred[[n, l, i, j]] = Zred[[n, l, i, j]] - (Zred[[n, l, i, m]] Zred[[n, l, m, j]]) / Zred[[n, l, m, m]],
   {n, 1}, {l, freq}, {i, m}, {j, m}], m = m - 1}]
ZREDPR = Table[Zred[[n, l, i, j]], {n, 1}, {l, freq}, {i, Nf + Npr}, {j, Nf + Npr}];

While[m ≥ Nf + 1,
 {Do[Zred[[n, l, i, j]] = Zred[[n, l, i, j]] - (Zred[[n, l, i, m]] Zred[[n, l, m, j]]) / Zred[[n, l, m, m]],
   {n, 1}, {l, freq}, {i, m}, {j, m}], m = m - 1}]
ZREDUZIDA = Table[Zred[[n, l, i, j]], {n, 1}, {l, freq}, {i, Nf}, {j, Nf}];

RredPR = Re[ZREDPR] 1000;
RRED = Re[ZREDUZIDA] 1000;
LRED = Table[0, {l, 1}, {k, freq}, {j, Nf}, {i, Nf}];
LredPR = Table[0, {l, 1}, {k, freq}, {j, Nf + Npr}, {i, Nf + Npr}];
Do[
 LRED[[l, k, j, i]] = Im[ZREDUZIDA[[l, k, j, i]] ] / (2 Pi f[[k]]), {l, 1}, {k, freq}, {j, Nf}, {i, Nf}]

Do[
 LredPR[[l, k, j, i]] = Im[ZREDPR[[l, k, j, i]] ] / (2 Pi f[[k]]), {l, 1}, {k, freq}, {j, Nf},
 {i, Nf}]
```

Célula 13: Redução da Matriz de Parâmetros Transversais.

1) Eliminação do feixe das fases mantendo Pára - Raios.

2) Eliminação dos Pára - Raios.

```
Clear[Yred];
Clear[YRED];

Yred = Table[A, {l, 1}, {k, freq}];
Do[{Yred[[n, l, (1 + i) Nf + Npr + k, j]] =
    N[Yred[[n, l, (1 + i) Nf + Npr + k, j]] - Yred[[n, l, k, j]], 10]},
  {n, 1}, {l, freq}, {k, Nf}, {i, 0, Nf - 1}, {j, cond}]

Do[{Yred[[n, l, i, (1 + j) Nf + Npr + k]] =
    N[Yred[[n, l, i, (1 + j) Nf + Npr + k]] - Yred[[n, l, i, k]], 10]},
  {n, 1}, {l, freq}, {k, Nf}, {j, 0, Nf - 1}, {i, cond}]
m = cond;

While[m ≥ Nf + Npr + 1,
 {Do[Yred[[n, l, i, j]] = Yred[[n, l, i, j]] - (Yred[[n, l, i, m]] Yred[[n, l, m, j]]) / Yred[[n, l, m, m]],
   {n, 1}, {l, freq}, {i, m}, {j, m}], m = m - 1}]
YREDPR = Table[Yred[[n, l, i, j]], {n, 1}, {l, freq}, {i, Nf + Npr}, {j, Nf + Npr}];

While[m ≥ Nf + 1,
 {Do[Yred[[n, l, i, j]] = Yred[[n, l, i, j]] - (Yred[[n, l, i, m]] Yred[[n, l, m, j]]) / Yred[[n, l, m, m]],
   {n, 1}, {l, freq}, {i, m}, {j, m}], m = m - 1}]
YRED = Table[Yred[[n, l, i, j]], {n, 1}, {l, freq}, {i, Nf}, {j, Nf}];

CRED = Table[2 * Pi * E0 * Inverse[YRED[[1, k]]], {l, 1}, {k, freq}];
YREDUZIDA = Table[2 * Pi * f[[k]] * CRED[[1, k]], {l, 1}, {k, freq}];

MatrixForm[CRED[[1, 40]]]
MatrixForm[YREDUZIDA[[1, 40]] ]
```

$$\begin{pmatrix} 1.1799\times10^{-11} & -2.33615\times10^{-12} & -7.14659\times10^{-13} \\ -2.33615\times10^{-12} & 1.20079\times10^{-11} & -2.33615\times10^{-12} \\ -7.14659\times10^{-13} & -2.33615\times10^{-12} & 1.1799\times10^{-11} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4.44813\times10^{-9} & -8.80707\times10^{-10} & -2.6942\times10^{-10} \\ -8.80707\times10^{-10} & 4.52686\times10^{-9} & -8.80707\times10^{-10} \\ -2.6942\times10^{-10} & -8.80707\times10^{-10} & 4.44813\times10^{-9} \end{pmatrix}$$

Célula 14: Aplicação de Transposição - Matriz Reduzida Longitudinal

```
Clear[ztr]
ztr = Table[0, {l, 1}, {k, freq}, {j, Nf}, {i, Nf}];
Ltr = ztr;
soma = 0;
Do[ztr[[l, k, j, j]] = Tr[ZREDUZIDA[[l, k]]] / Nf, {l, 1}, {k, freq}, {j, Nf}]


Do[{
  Do[soma = soma + ZREDUZIDA[[l, k, j, i]], {j, Nf - 1}, {i, j + 1, Nf}],
  Do[If[i ≠ j, ztr[[l, k, j, i]] = soma / Nf], {j, Nf}, {i, Nf}],
  soma = 0}, {l, 1}, {k, freq}]
Rtr = Re[ztr];
Ltr = Table[0, {l, 1}, {k, 1}, {j, Nf}, {i, Nf}];
Ltr = Table[Im[ztr[[l, k, j, i]] ] / (2 Pi f[[k]]), {l, 1}, {k, freq}, {j, Nf}, {i, Nf} ];


MatrixForm[ztr[[1, 40]] * 10 ^ 3]
```

$$\begin{pmatrix} 0.118403 + 0.685166 i & 0.0956266 + 0.365006 i & 0.0956266 + 0.365006 i \\ 0.0956266 + 0.365006 i & 0.118403 + 0.685166 i & 0.0956266 + 0.365006 i \\ 0.0956266 + 0.365006 i & 0.0956266 + 0.365006 i & 0.118403 + 0.685166 i \end{pmatrix}$$

Célula 15: Aplicação de Transposição - Matriz Reduzida Transversal

```
Clear[ytr]
ytr = Table[0, {l, 1}, {k, freq}, {j, Nf}, {i, Nf}];
ctr = ytr;
soma = 0;
Do[ytr[[l, k, j, j]] = Tr[YREDUZIDA[[l, k]]] / Nf, {l, 1}, {k, freq}, {j, Nf}]


Do[{
  Do[soma = soma + YREDUZIDA[[l, k, j, i]], {j, Nf - 1}, {i, j + 1, Nf}],
  Do[If[i ≠ j, ytr[[l, k, j, i]] = soma / Nf], {j, Nf}, {i, Nf}],
  soma = 0}, {l, 1}, {k, freq}]
ctr = Table[0, {l, 1}, {k, 1}, {j, Nf}, {i, Nf}];
ctr = Table[Im[ytr[[l, k, j, i]] ] / (2 Pi f[[k]]), {l, 1}, {k, freq}, {j, Nf}, {i, Nf} ];


MatrixForm[ytr[[1, 40]] * 10 ^ 9]
```

$$\begin{pmatrix} 4.47437 & -0.676944 & -0.676944 \\ -0.676944 & 4.47437 & -0.676944 \\ -0.676944 & -0.676944 & 4.47437 \end{pmatrix}$$

Célula 16: Aplicação de Transformada de Clarke

Domínio dos Modos - Linha Não Transposta

```
Clear[tcl]
Clear[tcltr]
Clear[Zαβ0]
```

$$\text{tcl} = \left\{\left\{1/\sqrt{6}, -\frac{2}{\sqrt{6}}, 1/\sqrt{6}\right\}, \left\{\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -1/\sqrt{2}\right\}, \left\{1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}\right\}\right\};$$

```
tcltr = Transpose[%];

Zαβ0 = Table[Dot[tcl, ZREDUZIDA[[1, k]], tcltr], {1, 1}, {k, freq}];

Rm1 = Re[Zαβ0] 1000;
Lm1 = Table[Im[Zαβ0[[1, k]] ] / (2 Pi f[[k]]), {1, 1}, {k, freq}] * 10^6;

MatrixForm[Zαβ0[[1, 151]] 1000]
```

$$\begin{pmatrix} 0.0224867 & 0. & 0. \\ 0. & 0.0224867 & 0. \\ 0. & 0. & 0.0593091 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.849511 & 0. & 0. \\ 0. & 0.849511 & 0. \\ 0. & 0. & 4.579 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.0227769 + 0.32016\,i & 0. + 0.\,i & 0. + 0.\,i \\ 0. + 0.\,i & 0.0227769 + 0.32016\,i & 0. + 0.\,i \\ 0. + 0.\,i & 0. + 0.\,i & 0.309657 + 1.41518\,i \end{pmatrix}$$

```
1.4151786760412313` / 0.320160356570204 75`
```

4.42022

Célula 18: Aplicação de Transformada de Clarke - Matriz Admitância

Domínio dos Modos - Linha Transposta

```
Clear[tcl]
Clear[tcltr]
Clear[Ymodo]
```

$$tcl = \{\{1/\sqrt{6}, -\frac{2}{\sqrt{6}}, 1/\sqrt{6}\}, \{\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -1/\sqrt{2}\}, \{1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}\}\};$$

```
tcltr = Transpose[%];

Ymodo = Table[Dot[tcl, ytr[[l, k]], tcltr], {l, 1}, {k, freq}];
```

$$cm2 = Table[Ymodo[[l, k]] / (2 Pi f[[k]]), \{l, 1\}, \{k, freq\}] * 10^{12};$$

```
MatrixForm[cm2[[1, 40]] ]
MatrixForm[Ymodo[[1, 40]] 10^6]
```

$$\begin{pmatrix} 13.6643 & 0. & 0. \\ 0. & 13.6643 & 0. \\ 0. & 0. & 8.27734 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.00515132 & 0. & 0. \\ 0. & 0.00515132 & 0. \\ 0. & 0. & 0.00312048 \end{pmatrix}$$

Célula 19: Impedância Característica e Potência Natural da Linha

```
Zmodo[[1, 40, 1, 1]]
Ymodo[[1, 40, 1, 1]]
z0 = Sqrt[Zmodo[[1, 40, 1, 1]] / Ymodo[[1, 40, 1, 1]] ]
Abs[z0]
Arg[z0] * 180 / Pi
p0 = 440 * 440 / Abs[z0]
```

```
z = 0.000022776882631923146` + 0.00032016035657020473` i;
y = I 5.151317258418724`*^-9;
z0demo = Sqrt[z / y]
p0 = 440 * 440 / Abs[z0demo]
```

```
249.459 - 8.86231 i

775.591
```

Análise Gráfica

(Matriz de Parâmetros Longitudinais)

A partir das matrizes de parâmetros, foram obtidos os gráficos dos parâmetros em função da freqüência. Os gráficos obtidos foram: impedância interna x freqüência, impedância devido ao solo real x freqüência e impedância (matriz longitudinal) x freqüência.

IMPORTANTE: ANTES DE EXECUTAR AS CÉLULAS DE CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS, É NECESSÁRIOS EXECUTAR A CÉLULA ABAIXO (Needs["Graphics`"]). ASSIM O PACOTE "GRAPHICS" DO MATHEMATICA SERÁ CARREGADO POSSIBILITANDO IMPLEMENTAR FUNÇÕES ESPECIAIS (como por exemplo "LogLogListPlot" para construção de gráficos LogLog de pontos discretizados).

Gráfico de resistência interna em função da freqüência.

Cabo Pára-Raio para diferentes valores de raio externo

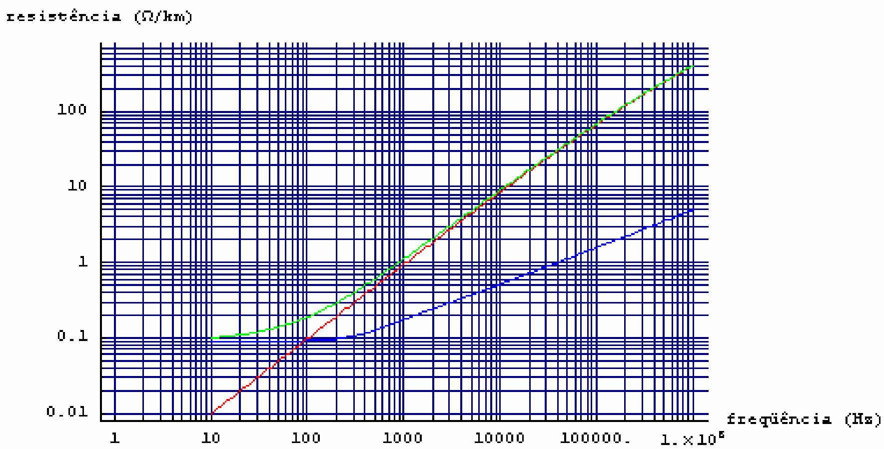
Gráfico de indutância interna em função da freqüência.

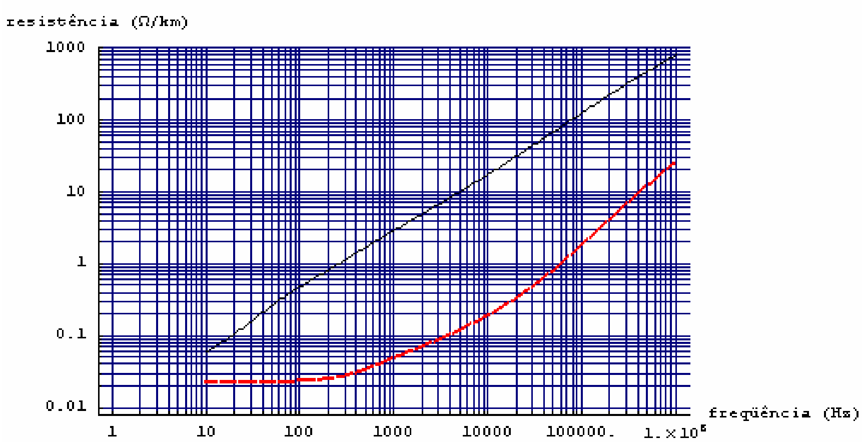
Cabo Pára-Raio para diferentes valores de raio externo

```
REC1[[1, 251, 1, 2]] / REC1[[1, 251, 1, 1]];
REC1[[1, 101, 1, 2]] / REC1[[1, 101, 1, 1]];
LEC1[[1, 251, 1, 2]] / LEC1[[1, 251, 1, 1]]
LEC1[[1, 101, 1, 2]] / LEC1[[1, 101, 1, 1]]
LEC1[[1, 1, 1, 2]] / LEC1[[1, 1, 1, 1]]
```

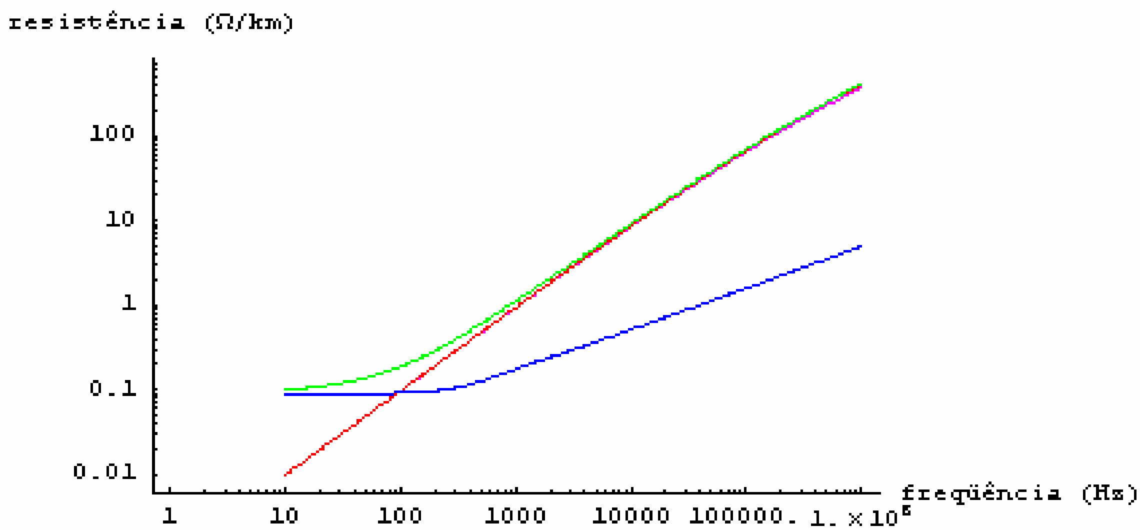
```
0.861527

0.954377

0.97284
```

```
GPR01 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Rc[[j, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[0, 0, 1],
   PlotRange → {0.008, 800},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}];

GPR02 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], REC1[[1, j, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 0],
   PlotRange → {0.0008, 800},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}];

GPR03 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Re[Z[[1, j, 1, 1]]] * 1000}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[0, 1, 0],
   PlotRange → {0.008, 800},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}];

GPR04 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Rm1[[1, j, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 0], PlotRange → {0.008, 1000},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}];

GPR05 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Rm1[[1, j, 2, 2]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[0, 0, 1], PlotRange → {0.008, 1000},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}];

GPR06 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Rm1[[1, j, 3, 3]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[0, 1, 0], PlotRange → {0.0008, 1000},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}];

GPR07 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Rm2[[1, j, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 0], PlotRange → {0.008, 1000},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}];

GPR08 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Rm2[[1, j, 2, 2]]}, {j, freq}],
   PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[0, 1, 0], PlotRange → {0.008, 1000},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}];

GPR09 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Rm2[[1, j, 3, 3]]}, {j, freq}],
   PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[0, 0, 0], PlotRange → {0.0008, 1000},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}];


Show[GPR01, GPR02, GPR03]
Show[GPR07, GPR09]
```





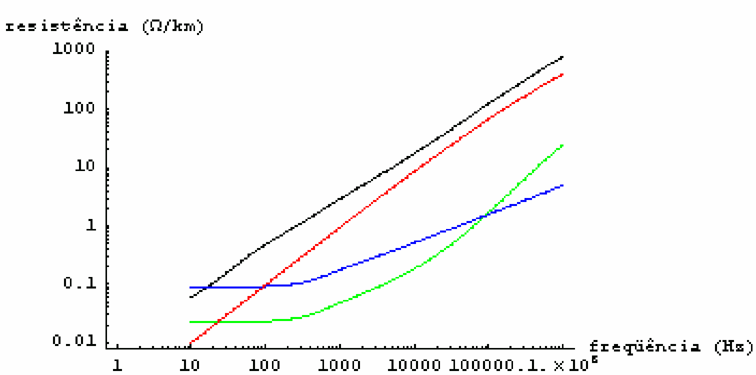

```
gr02 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], REC1[[1, j, 1, 2]]}, {j, freq}],
   PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[0, 0, 0], PlotRange → {0.006, 800},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}];
gr03 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Re[Z[[1, j, 1, 2]]] * 1000}, {j, freq}],
   PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 1], PlotRange → {0.006, 800},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"} ];
Show[gr02, gr03, GPR02, GPR01, GPR03]
```



Show[GPR09, GPR01, GPR02]

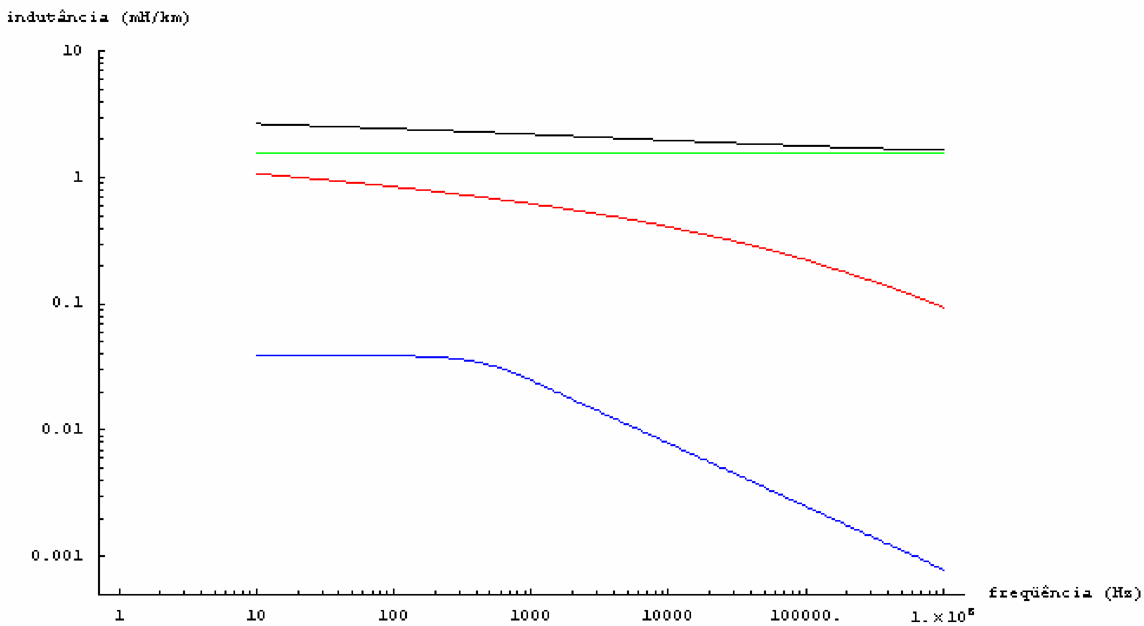
Show[GPR08, GPR09, GPR01, GPR02]

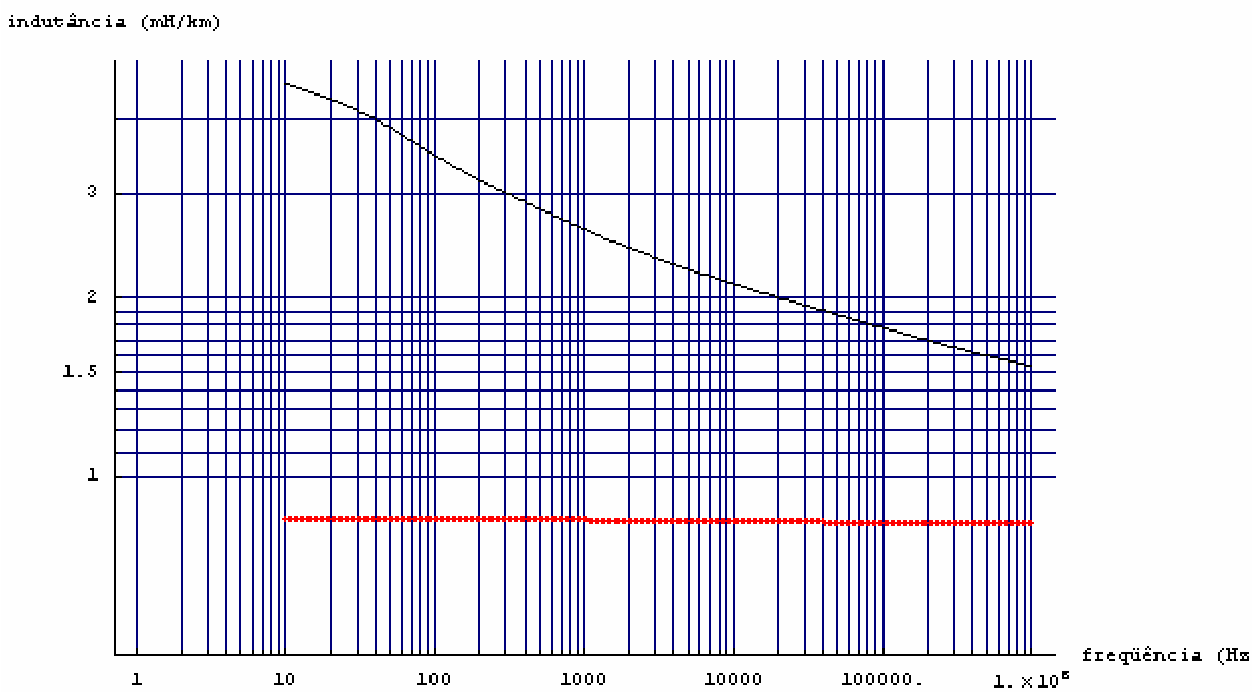
- Graphics -



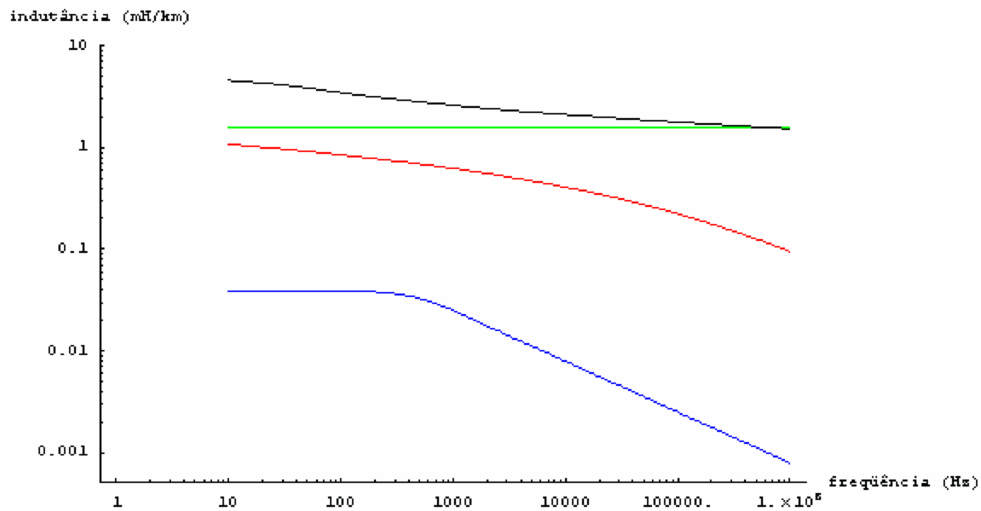
Show[GPR1, GPR2, GPR3, GPR4, GPR5]

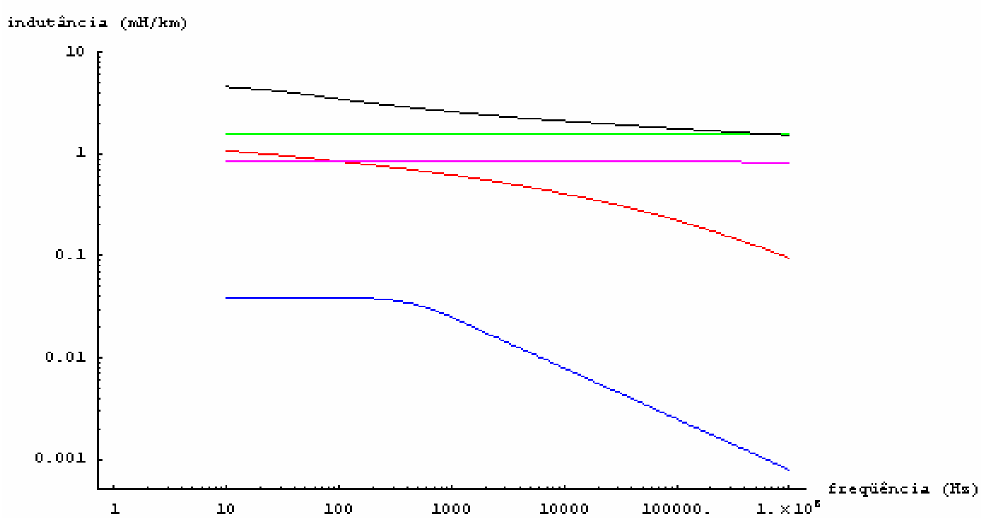
```
GPR10 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lc[[j, 1, 1]]}, {j, freq}],
  PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[0, 0, 1], PlotRange → {0.0005, 10},
  AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}]

GPR11 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], LEC1[[1, j, 1, 1]]}, {j, freq}],
  GridLines → Automatic, PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 0],
  PlotRange → {0.0005, 10},
  AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}]

GPR12 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lg[[j, 1, 1]]}, {j, freq}],
  GridLines → Automatic, PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[0, 1, 0],
  PlotRange → {0.0005, 10},
  AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}]

GPR13 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Im[Z[[1, j, 1, 1]]] / (2 Pi f[[j]]) * 10^6}, {j, freq}],
  GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[0, 0, 0], PlotRange → {0.002, 10},
  AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (Ω/km)"}, PlotJoined → True ]

GPR14 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lm1[[1, j, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 0], PlotRange → {0.01, 100},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];

GPR15 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lm1[[1, j, 2, 2]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[0, 0, 1], PlotRange → {0.01, 100},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];

GPR16 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lm1[[1, j, 3, 3]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[0, 1, 0], PlotRange → {0.01, 100},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];

GPR17 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lm2[[1, j, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 0], PlotRange → {0.5, 5},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];

GPR18 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lm2[[1, j, 2, 2]]}, {j, freq}],
   PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 1], PlotRange → {0.01, 100},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];

GPR19 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lm2[[1, j, 3, 3]]}, {j, freq}],
   PlotJoined → True, PlotStyle → RGBColor[0, 0, 0], PlotRange → {0.01, 100},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];

Show[GPR10, GPR11, GPR12, GPR13]
Show[GPR17, GPR19]
```


indutância (mH/km)
10
1
0.1
0.01
0.001
1
10
100
1000
10000
100000.
1. × 10⁶
freqüência (Hz)

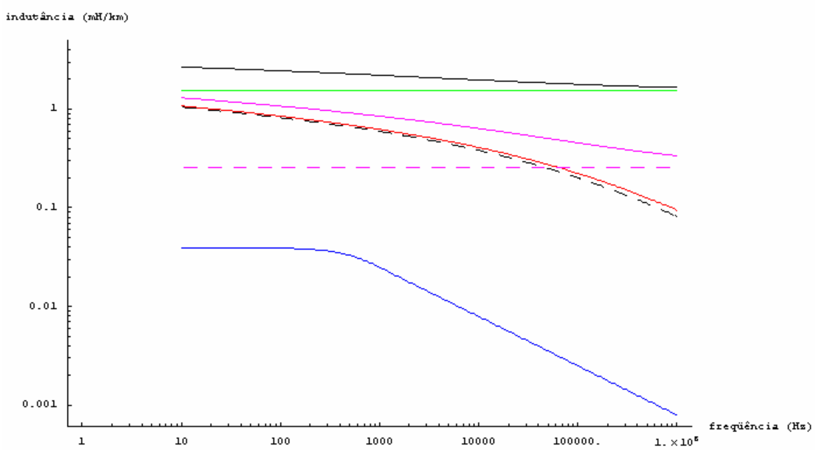

indutância (mH/km)
3
2
1.5
1
1
10
100
1000
10000
100000.
1. × 10⁶
freqüência (Hz)

```
Show[GPR10, GPR11, GPR12, GPR19]
Show[GPR10, GPR11, GPR12, GPR18, GPR19]
```



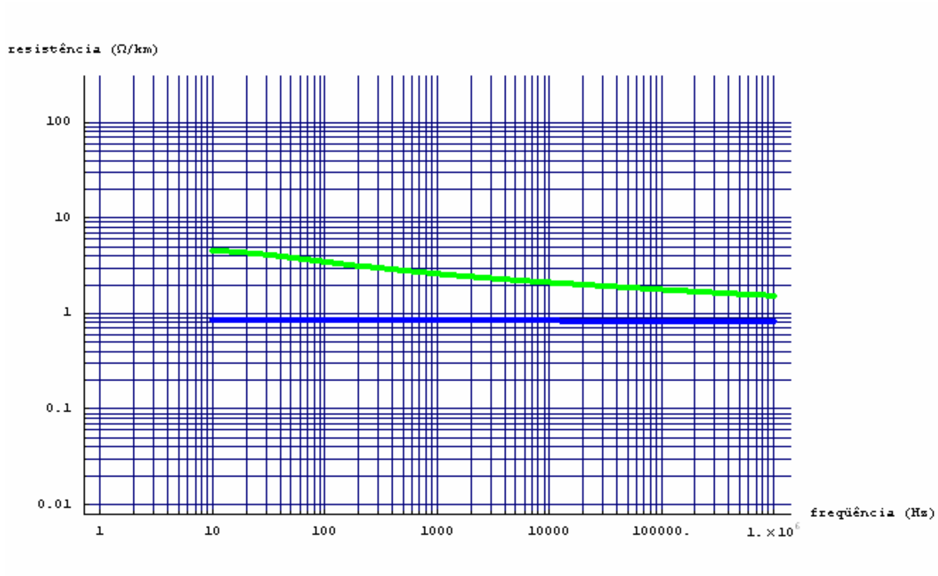


```
gr003 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], LEC1[[1, j, 1, 2]]}, {j, freq}],
  PlotJoined → True, PlotStyle → {RGBColor[0, 0, 0], Dashing[{0.02, 0.02}]},
  PlotRange → {0.0006, 5},
  AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}]
gr004 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lg[[1, 1, 2]]}, {j, freq}],
  PlotJoined → True, PlotStyle → {RGBColor[1, 0, 1], Dashing[{0.02, 0.02}]},
  PlotRange → {0.02, 2},
  AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}]
gr005 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Im[Z[[1, j, 1, 2]]] / (2 Pi f[[j]]) * 10^6}, {j, freq}],
  PlotJoined → True, PlotStyle → {RGBColor[1, 0, 1]}, PlotRange → {0.02, 2},
  AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}]

Show[gr003, GPR11, GPR12, GPR10, gr004, GPR13, gr005]
```




```
GPR12 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lm[[1, j, 1, 1]]}, {j, freq}],
  GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 0], PlotRange → {0.008, 300},
  AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}]

GPR13 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lm[[1, j, 2, 2]]}, {j, freq}],
  GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[0, 0, 1], PlotRange → {0.008, 300},
  AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "resistência (Ω/km)"}]

GPR14 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lm[[1, j, 3, 3]]}, {j, freq}],
  GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[0, 1, 0], PlotRange → {0.008, 300},
  AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}]
```

Show[GPR12,GPR13,GPR14]




```
gpr1 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lg[[j, 1, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[0, 0, 1], PlotRange → {1, 4},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];

gpr2 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lg[[j, 2, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 0], PlotRange → {1, 4},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];

gpr3 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lg[[j, 3, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[0, 1, 0], PlotRange → {1, 4},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];

gpr4 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lg[[j, 4, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[1, 1, 0], PlotRange → {1, 4},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];

gpr5 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Lg[[j, 5, 1, 1]]}, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotStyle → RGBColor[0, 1, 1], PlotRange → {1, 4},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "indutância (mH/km)"}];
```

```
Show[gpr1, gpr2, gpr3, gpr4, gpr5]
```

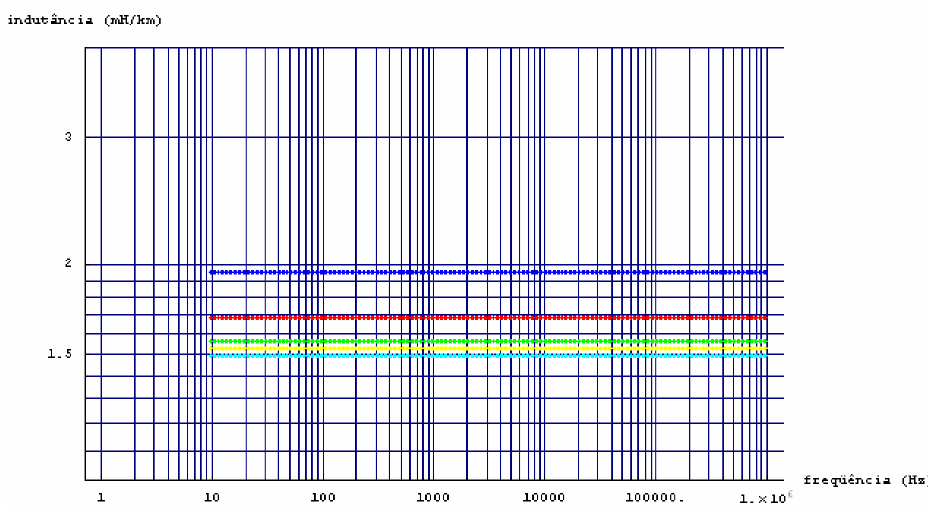
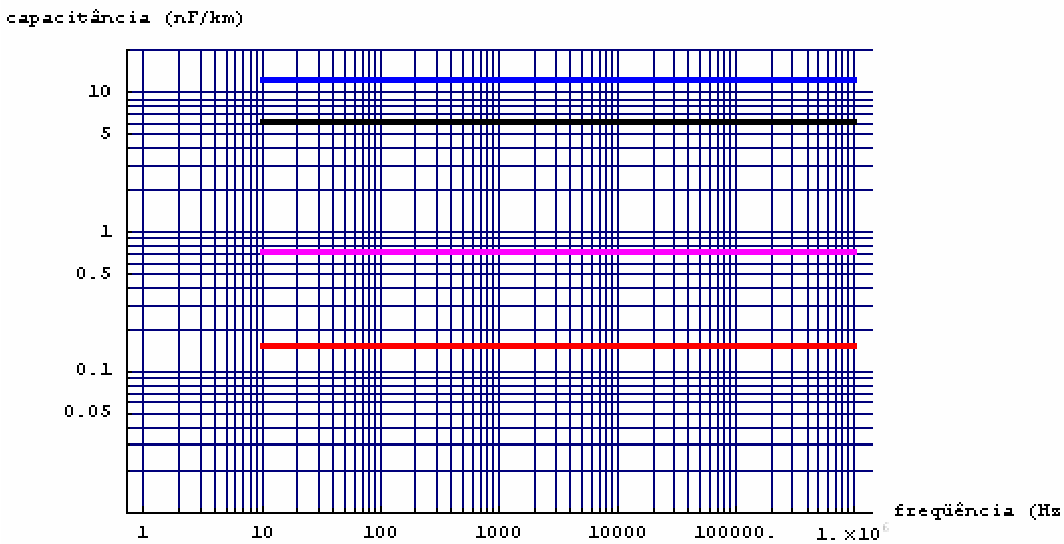


Gráfico de capacitâncias em função da freqüência

Matriz Primitiva Transversal

```
gpr060 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Cg[[1, j, 1, 1]] * 10^12 }, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotJoined → True,
   PlotStyle → { RGBColor[0, 0, 1], Thickness[.009]}, PlotRange → {.01, 20},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "capacitância (nF/km)" } ];

gpr061 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Abs[Cg[[1, j, 1, 2]] ] * 10^12 }, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotJoined → True,
   PlotStyle → { RGBColor[1, 0, 0], Thickness[.009]}, PlotRange → {.01, 1},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "capacitância (nF/km)" } ];

gpr062 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Abs[Cg[[1, j, 4, 4]] ] * 10^12 }, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotJoined → True,
   PlotStyle → { RGBColor[0, 0, 0], Thickness[.009]}, PlotRange → {.01, 20},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "capacitância (nF/km)" } ];

gpr063 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Abs[Cg[[1, j, 4, 5]] ] * 10^12 }, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotJoined → True,
   PlotStyle → { RGBColor[1, 0, 1], Thickness[.009]}, PlotRange → {.01, 20},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "capacitância (nF/km)" } ];

Show[gpr060, gpr061, gpr062, gpr063]
```




```
Cg[[1, 1, 1, 1]]
Cg[[1, 1, 1, 2]]
Cg[[1, 1, 4, 4]]
Cg[[1, 1, 4, 5]]
```

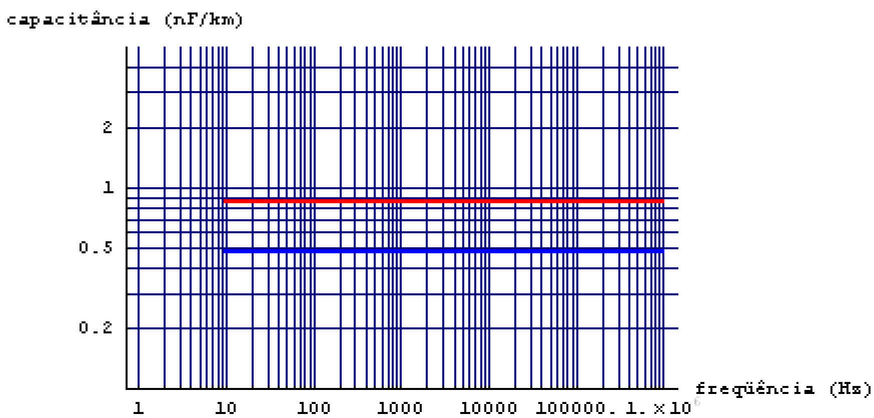
1.25044×10^{-11}

-1.52373×10^{-13}

6.18834×10^{-12}

-7.18051×10^{-13}

```
gpr060 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], cm2[[1, j, 1, 1]] }, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotJoined → True,
   PlotStyle → { RGBColor[1, 0, 0], Thickness[.009]}, PlotRange → {.1, 5},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "capacitância (nF/km)" } ];

gpr061 = LogLogListPlot[Table[{f[[j]], Abs[cm2[[1, j, 3, 3]] ] }, {j, freq}],
   GridLines → Automatic, PlotJoined → True,
   PlotStyle → { RGBColor[0, 0, 1], Thickness[.009]}, PlotRange → {.01, 1},
   AxesLabel → {"freqüência (Hz)", "capacitância (nF/km)" } ];

Show[gpr060, gpr061]
```




```
cm2[[1, 1, 1, 1]]
cm2[[1, 1, 3, 3]]
```

0.852248

0.479497

```
Show[gpr7, gpr8, gpr9, gpr10, gpr11]
```