## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

## Planejamento da Operação Energética Via Curvas-Guias de Armazenamento

Autor: Mônica de Souza Zambelli

Orientador: Prof. Dr. Secundino Soares Filho Co-orientador: Dr. Marcelo Augusto Cicogna

Banca Examinadora

Takaaki Ohishi, Dr ......DENSIS / FEEC / UNICAMP Paulo Sérgio Franco Barbosa, Dr .....DRH / FEC / UNICAMP

> **Dissertação de Mestrado** apresentada a Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para a obtenção do título de **Mestre** em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Energia Elétrica**.

Campinas, SP Julho/2006

#### FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Za14p	Zambelli, Mônica de Souza Planejamento da operação energética via curvas-guias de armazenamento / Mônica de Souza ZambelliCampinas, SP: [s.n.], 2006.
	Orientadores: Secundino Soares Filho, Marcelo Augusto Cicogna Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.
	1. Sistemas de energia elétrica. 2. Simulação (Computadores). 3. Usinas hidrelétricas. 4. Programação dinâmica. I. Soares Filho, Secundino. II. Cicogna, Marcelo Augusto. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Hydrothermal scheduling with storage guide-curves Palavras-chave em Inglês: Hydrothermal scheduling, Power systems, Operating policies, Guide-curves, Dynamic programming, Computer simulation Área de concentração: Energia Elétrica Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica Banca examinadora: Takaaki Ohishi, Paulo Sérgio Barbosa Data da defesa: 31/07/2006

### RESUMO

O setor elétrico brasileiro vem passando por sucessivas reformas na busca por um modelo institucional que permita a otimização do uso dos recursos energéticos, conciliada com o objetivo de se alcançar um desenvolvimento sustentável. O planejamento energético tem um papel fundamental neste contexto, de modo que estudos e pesquisas que forneçam suporte ao planejamento do setor energético e à elaboração de políticas energéticas de médio e longo prazo têm ganhado destaque entre as prioridades do setor elétrico brasileiro.

A proposta deste trabalho é apresentar uma política operativa baseada no conceito de curvas-guias de armazenamento para o planejamento da operação energética de médio prazo. Essa política determina que, a cada estágio do período de planejamento, as decisões de vazão turbinada por cada usina hidrelétrica devem ser tais que mantenham seus reservatórios em níveis pré-estabelecidos por curvas-guias de armazenamento.

A análise de desempenho dessa política operativa foi feita através de simulações da operação hidrotérmica, para sistemas de único reservatório e uma cascata do sistema elétrico brasileiro. Os resultados das simulações foram também comparados aos de políticas operativas mais robustas, incluindo o uso de programação dinâmica estocástica, técnica de solução já consolidada para o problema e utilizada atualmente no setor elétrico brasileiro.

Os resultados demonstram que, apesar de simples e transparente, essa política operativa apresenta um desempenho competitivo para o planejamento da operação energética.

Palavras-chave: planejamento da operação, sistemas hidrotérmicos de potência, políticas operativas, curva-guia, programação dinâmica, simulação por computador

### ABSTRACT

The Brazilian electric sector has been passing through successive reforms in the search for an institutional model that allows the optimization of the use of the energetic resources, concealed with the goal of achieving a sustaining development. The energetic planning plays a fundamental roll in this context, thus studies and researches designated to support planning in the energetic sector and elaboration of long term energetic policies have been gaining space among the Brazilian electric sector priorities.

The proposal of this work is to present an operating policy based on the concept of storage guide-curves for the mid term hydrothermal scheduling. This policy determines that, at each stage of the planning period, the decisions of water discharged from each hydro plant must be such that keep their reservoirs at levels pre-determined by storage guide-curves.

The performance analysis of this operating policy was done through operation simulation, considering different hydro plants of the Brazilian system. The simulation results were also compared to more robust operative policies, including the use of stochastic dynamic programming, a consolidated solution technique for the problem witch is actually in use by the Brazilian electric sector.

The results demonstrate that, despite of simple and transparent, this operating policy presents a competitive performance for the hydrothermal scheduling.

Keywords: hydrothermal scheduling, power systems, operating policies, guide-curves, dynamic programming, computer simulation

À memória de meu pai.

Este trabalho contou com o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ).

### AGRADECIMENTOS

Este trabalho não é resultado apenas do meu esforço, mas de um conjunto de fatores que me levaram aos lugares certos nas horas certas e da presença de pessoas muito especiais, que merecem meus sinceros agradecimentos.

Agradeço a Secundino, pela oportunidade que me deu de fazer parte desse grupo, a Marcelo, pela atenção e paciência com que me acompanhou nesse trabalho e a Thais, pela participação ativa no desenvolvimento das políticas de programação dinâmica.

Agradeço também aos amigos do COSE, que ajudaram a transformar os trabalhos diários em tarefas divertidas e momentos agradáveis, e a minha família que, longe ou perto, me apóiam, incentivam e compartilham as alegrias de cada pequena conquista.

Especialmente, agradeço a Deus, por todas as "coincidências" e "encontros positivos" que acontecem em minha vida.

## **SUMÁRIO**

CAPÍTULO 1	INTRODUÇÃO	
1.1	A ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL	
1.2	COORDENAÇÃO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA	
1.3	HISTÓRICO DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO NO BRASIL	
CAPÍTULO 2	METODOLOGIA	
2.1	Modelo de otimização	
2.2	Decomposição do Problema	
2.3	POLÍTICAS OPERATIVAS	
2.3.1	Política operativa baseada em curvas-guias de armazenamento	
2.3.2	Políticas operativas baseadas em programação dinâmica	40
2.3.3	Política operativa por controle em malha aberta	46
2.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE A IMPLEMENTAÇÃO	
CAPÍTULO 3	ESTUDOS DE CASO	51
3.1	Simulação	
3.1.1	Procedimentos	55
3.2	SISTEMAS DE ÚNICO RESERVATÓRIO	59
3.2.1	Análise de resultados	60
3.2.2	Regra de geração mínima	
3.3	SISTEMA DE MÚLTIPLOS RESERVATÓRIOS	
3.3.1	Análise de resultados	
3.3.2	Regra de geração mínima	103
CAPÍTULO 4	CONCLUSÕES	106
REFERÊNCIA	AS BIBLIOGRÁFICAS	
APÊNDICE A		115

### **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1: Participação percentual dos tipos de centrais na capacidade instalada para ge	ração de
energia elétrica no Brasil - situação em Agosto de 2006	
Figura 2: Comparativo da estrutura da oferta interna de energia elétrica no Brasil e no	) Mundo
	15
Figura 3: Oferta interna de energia elétrica no Brasil - situação ao final de 2005	15
Figura 4: Evolução da capacidade instalada segundo a natureza da fonte primária <sup>3</sup>	16
Figura 5: Participação do total de energia elétrica gerada a partir de cada fonte primária	a16
Figura 6: Esquema da decomposição temporal do problema de coordenação da o	operação
hidrotérmica do sistema brasileiro	
Figura 7: Esquema de variáveis hidráulicas do modelo	32
Figura 8: Trajetória de armazenamento resultante do processo de otimização	37
Figura 9: Curva-guia e os níveis ótimos de armazenamento agrupados mês-a-mês	37
Figura 10: Esquema de operação baseada em metas de armazenamento	
Figura 11: Esquema de operação da política CGA com parâmetro de ajuste	40
Figura 12: Esquema de decisão da PDD	42
Figura 13: Esquema de decisão da PDEI	43
Figura 14: Esquema de decisão da PDEM.	45
Figura 15: Esquema da política de malha aberta	47
Figura 16: Esquema de acoplamento das políticas operativas com o simulador	49
Figura 17: Custo marginal termelétrico e a função linear ajustada	52
Figura 18: Curva de permanência da geração, destacando as energias média,	firme e
assegurada	55
Figura 19: Histograma de vazões e probabilidades independentes ajustadas	58
Figura 20: Tabela de decisão PDEI	58
Figura 21: Ajuste dependente de probabilidades das vazões	58
Figura 22: Tabela de decisão PDEM	59
Figura 23: Curvas-guias para a o sistema Furnas	61
Figura 24: Afluências históricas de Furnas	62
Figura 25: Esquema da dispersão dos valores médios de custo, geração hidrel	étrica e
vertimento	64
Figura 26: Dispersão da geração hidrelétrica de Furnas: média x desvio padrão	65
Figura 27: Trajetórias de vazões na década de 50 para o sistema Furnas	67
Figura 28: Trajetórias de armazenamento na década de 50 para o sistema Furnas	67

Figura 29: Curvas-guias para a o sistema Emborcação	.68
Figura 30: Afluências históricas de Emborcação	.69
Figura 31: Esquema da dispersão dos valores médios de custo, geração hidrelétrica	a e
vertimento	.71
Figura 32: Dispersão da geração hidrelétrica de Emborcação: média x desvio padrão	.72
Figura 33: Trajetórias de vazões na década de 50 para o sistema Emborcação	.73
Figura 34: Trajetórias de armazenamento na década de 50 para o sistema Emborcação	.73
Figura 35: Curvas-guias para a o sistema Sobradinho	.74
Figura 36: Afluências históricas de Sobradinho	.75
Figura 37: Esquema da dispersão dos valores médios de custo, geração hidrelétrica	a e
vertimento	.77
Figura 38: Dispersão da geração hidrelétrica de Sobradinho: média x desvio padrão	.78
Figura 39: Trajetórias de vazões na década de 50 para o sistema Sobradinho	.79
Figura 40: Trajetórias de armazenamento na década de 50 para o sistema Sobradinho	.79
Figura 41: Curvas-guias para a o sistema Serra da Mesa	.80
Figura 42: Afluências históricas de Serra da Mesa	.81
Figura 43: Esquema da dispersão dos valores médios de custo, geração hidrelétrica	a e
vertimento	.83
Figura 44: Dispersão da geração hidrelétrica de Serra da Mesa: média x desvio padrão	.84
Figura 45: Trajetórias de vazões na década de 50 para o sistema Serra da Mesa	.85
Figura 46: Trajetórias de armazenamento na década de 50 para o sistema Serra da Mesa	.85
Figura 47: Curvas-guias para a o sistema Foz do Areia	.86
Figura 48: Afluências históricas de Foz do Areia	. 87
Figura 49: Esquema da dispersão dos valores médios de custo, geração hidrelétrica	a e
vertimento	. 89
Figura 50: Dispersão da geração hidrelétrica de Foz do Areia: média x desvio padrão	.90
Figura 51: Trajetórias de vazões na década de 50 para o sistema Foz do Areia	.91
Figura 52: Trajetórias de armazenamento na década de 50 para o sistema Foz do Areia	.92
Figura 53: Variação do custo da operação por imposição de regra de geração mínima	.93
Figura 54: Curva de permanência da geração hidráulica com e sem imposição de geração	ção
mínima	.95
Figura 55: Curvas de permanência da geração hidráulica	.96
Figura 56: Acoplamento espacial do sistema de múltiplos reservatórios	.97
Figura 57: Curvas-guias adotadas para o sistema de múltiplos reservatórios	.98
Figura 58: Afluências médias de longo termo do sistema com múltiplos reservatórios	.99
Figura 59: Esquema de dispersão dos valores médios de custo, geração hidrelétrica	a e
vertimento1	01
Figura 60: Dispersão da geração hidrelétrica do sistema de múltiplos reservatórios1	02
Figura 61: Energia armazenada do sistema de múltiplos reservatórios1	02
Figura 62: Curvas de permanência de geração para o sistema com múltiplos reservatórios 1	105

### LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resumo das variações de políticas utilizando curvas-guias	56
Tabela 2 – Dados dos sistemas com uma UHE	60
Tabela 3 – Parâmetro das políticas CGA para o sistema Furnas	62
Tabela 4 – Resumo quantitativo dos resultados para o sistema Furnas	63
Tabela 5 – Parâmetro das políticas CGA para o sistema Emborcação	69
Tabela 6 – Resumo quantitativo dos resultados para o sistema Emborcação	70
Tabela 7 – Parâmetro das políticas CGA para o sistema Sobradinho	75
Tabela 8 – Resumo quantitativo dos resultados para o sistema Sobradinho	76
Tabela 9 – Parâmetro das políticas CGA para o sistema Serra da Mesa	81
Tabela 10 - Resumo quantitativo dos resultados para o sistema Serra da Mesa	82
Tabela 11 – Parâmetro das políticas CGA para o sistema Foz do Areia	87
Tabela 12 - Resumo quantitativo dos resultados para o sistema Foz do Areia	
Tabela 13 – Parâmetro das políticas de curvas-guias de armazenamento	94
Tabela 14 - Resumo dos resultados com a imposição de geração mínima	94
Tabela 15 – Dados do sistema hidrotérmico de múltiplos reservatórios	97
Tabela 16 - Parâmetros das políticas CGA para o sistema de múltiplos reservatórios	98
Tabela 17 - Resumo quantitativo dos resultados para o sistema de múltiplos reservatór	ios100
Tabela 18 – Resumo dos resultados com a imposição de geração mínima	104

# CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta uma breve descrição do sistema elétrico brasileiro, destacandose as principais características relacionadas ao problema do planejamento energético no contexto da cadeia do planejamento da operação utilizada atualmente.

Com destaque para o planejamento energético, foi levantado um histórico das técnicas de solução utilizadas no Brasil até a metodologia atual. São comentadas algumas das novas metodologias que vem sendo estudas e apresentadas na literatura e o cenário atual do setor elétrico brasileiro.

#### 1.1 A energia elétrica no Brasil

Ao longo das últimas décadas, com o crescimento tecnológico, o homem vem se tornando extremamente dependente da energia elétrica, tanto no setor industrial, que tem seus sistemas de produção melhorados e automatizados, quanto no setor residencial, com a utilização cada vez maior de facilidades e aparelhos que consomem uma quantidade considerável de energia elétrica.

Esta elevada e crescente procura por energia elétrica faz com que os sistemas responsáveis pela geração e transmissão assumam grandes compromissos com a sociedade, tornando-se imprescindível um bom gerenciamento dos recursos utilizados na obtenção da eletricidade, a fim de garantir que toda a demanda seja suprida com confiabilidade e a baixos custos.

O Brasil dispõe de um vasto potencial hidráulico, em torno de 260GW, que pode ser utilizado para geração de energia elétrica. Isso configura uma vantagem competitiva indiscutível, uma vez que a geração de energia elétrica utilizando recursos hídricos é uma das formas mais baratas e eficientes de produzir eletricidade, além de ser, reconhecidamente, um dos processos que apresenta o menor nível de poluição atmosférica (impacto ambiental) durante a operação. Essas são algumas das razões pelas quais o Brasil apresenta, em sua matriz energética, uma participação expressiva da hidroeletricidade (ANEEL, 2005b).

Com tamanho e características que permitem considerá-lo único em âmbito mundial, o sistema de produção e transmissão de energia elétrica do Brasil é um sistema hidrotérmico de grande porte, com forte predominância de usinas hidrelétricas e com múltiplos proprietários. Atualmente, com cerca de 95,7 GW<sup>1</sup> de potência instalada, o Sistema Interligado Nacional (SIN) abrange as regiões Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e parte da região Norte. Apenas 3,4% da capacidade de produção de eletricidade do país encontra-se fora do SIN, em pequenos sistemas isolados localizados principalmente na região amazônica (ANEEL, 2005).

Na Figura 1, mostra-se a participação dos tipos de centrais de geração na capacidade instalada no País.



Figura 1: Participação percentual dos tipos de centrais na capacidade instalada para geração de energia elétrica no Brasil - situação em Agosto de 2006<sup>1</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Fonte: Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. Banco de Informações de Geração - BIG. Disponível em: <u>www.aneel.gov.br/15.htm</u> (Capacidade Geração Brasil)

A estrutura da oferta interna de energia elétrica em 2004 pode ser observada na Figura 2. Comparativamente à estrutura mundial, nota-se que a hidroeletricidade no Brasil tem participação bem mais significativa, de 73,8% no país contra 16,2% no mundo.



\*A importação inclui a parcela paraguaia de Itaipu

Figura 2: Comparativo da estrutura da oferta interna de energia elétrica no Brasil e no Mundo<sup>2</sup>

Na Figura 3, mostram-se os últimos valores publicados relativos à estrutura da oferta interna de energia elétrica segundo o tipo de fonte primária de geração.



Figura 3: Oferta interna de energia elétrica no Brasil - situação ao final de 2005<sup>2</sup>

Historicamente, o crescimento do país está atrelado a investimentos na geração de energia no Brasil. Nas Figuras 4 e 5, mostram-se, respectivamente, a evolução da capacidade instalada de geração de energia elétrica no país segundo a natureza da fonte primária, e a

 <sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Fonte: Ministério de Minas e Energia, Empresa de Pesquisa Energética - Balanço Energético Nacional 2006; Ano Base 2005
 – Resultados Preliminares. Disponível em: <u>www.mme.gov.br</u> (Publicações > Balanço energético Nacional)



evolução da energia elétrica gerada a partir de cada fonte, entre 1970 e 2004.

Figura 4: Evolução da capacidade instalada segundo a natureza da fonte primária<sup>3</sup>





Pode-se notar que os expressivos aumentos na oferta interna (capacidade instalada) de energia elétrica ao longo das décadas se mantêm nos últimos anos e que a predominância de energia hidráulica permanece, apesar do aumento da utilização de outras fontes, sobretudo nesta década.

A redução de impactos ambientais negativos, a promoção de desenvolvimento sustentável e a diminuição de riscos hidrológicos no suprimento de energia elétrica do país são objetivos que justificam a implantação de novas políticas operativas.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Fonte: Sumario ANEEL 2005 (dados até 2004) e Banco de informações de geração (BIG). Disponível em: <u>www.aneel.gov.br</u>

Nesse sentido, tem-se intensificado no país os programas de incentivo ao desenvolvimento de fontes alternativas de energia (eólica, pequenas centrais hidrelétricas e biomassa) e também se tem verificado aumento nos investimentos para a elaboração de diagnósticos, a proposição de novas estratégias e a identificação de linhas de ação sobre a política energética atual.

Neste contexto, o planejamento da operação hidrotérmica é de fundamental importância, uma vez que abrange a estratégia de utilização dos recursos disponíveis para geração elétrica e, portanto, a eficiência com que são utilizados.

#### 1.2 Coordenação da operação hidrotérmica

A coordenação da operação de um sistema hidrotérmico de energia elétrica tem por objetivo atender os requisitos de consumo do sistema de forma econômica e confiável. Isto significa utilizar os recursos hidrelétricos disponíveis da melhor forma possível, evitando ao máximo a complementação da geração, sobretudo por usinas termelétricas, sem, entretanto, comprometer a confiabilidade do sistema.

A predominância de fontes hidráulicas no parque gerador do Sistema Elétrico Brasileiro (SEB) faz com que tanto o planejamento quanto e a operação tenham algumas características peculiares, sobretudo no que diz respeito ao combustível utilizado, a água, que tem uma disponibilidade bastante irregular em sua forma natural. Para reduzir o efeito dessa irregularidade, várias usinas contam com grandes reservatórios de acumulação, denominados reservatórios de regulação plurianual, os quais tem o objetivo de "amortecer" as variações anuais das afluências. Estes devem elevar as vazões nos períodos de seca e reduzi-las, através do armazenamento, nas estações chuvosas, tornando a distribuição de água disponível para geração ao longo do ano a mais uniforme possível.

Esta tarefa de regularização não é trivial, justamente porque as afluências futuras não podem ser previstas com grande precisão. As decisões de operação devem estabelecer um compromisso entre a geração hidrelétrica no momento da decisão e a disponibilidade de água nos intervalos de tempo seguintes, procurando, ainda, respeitar restrições de uso múltiplo da água, tais como navegação, irrigação, controle de cheias e saneamento. O sistema hidrelétrico brasileiro conta com um parque hidráulico caracterizado por grandes bacias com um grande número de aproveitamentos e apresenta alguns aspectos peculiares que o diferenciam de outros sistemas de base hidrelétrica. Primeiro pelas características das afluências nos rios brasileiros, que apresentam acentuada sazonalidade e elevado nível de incerteza, ao contrário, por exemplo, dos sistemas do hemisfério norte, como os paises Nórdicos e o Canadá, onde o regime hidrológico é predominantemente oriundo do desgelo. Segundo, porque apresenta forte acoplamento hidráulico entre suas unidades geradoras resultantes da presença de usinas e reservatórios localizados em seqüência em bacias hidrográficas de grande extensão. E terceiro, pela característica de isolamento do sistema, que diferentemente dos demais sistemas hidrelétricos no mundo, possui uma interligação ainda incipiente com sistemas vizinhos de base termelétrica.

De modo geral, as principais dificuldades no gerenciamento dos recursos hidroenergéticos são decorrentes da incerteza nas vazões nos rios e da interdependência hidráulica entre as unidades geradoras situadas numa mesma bacia hidrográfica. Entretanto, é necessário observar também os aspectos hidráulicos da operação tais como o tempo de percurso da água entre usinas hidrelétricas adjacentes, as restrições de faixa de cavitação nas turbinas, variação não linear de produtividade na usina devido à variações de queda líquida e de rendimento nas turbinas e geradores, limites de defluência e armazenamento nos reservatórios devido a usos múltiplos da água e perdas por evaporação.

A coordenação da operação hidrotérmica deve considerar ainda fatores relativos ao sistema elétrico, tais como a capacidade do sistema de transmissão operando em condições normais e sujeito às contingências mais prováveis de falha na rede elétrica, a margem de reserva girante do sistema gerador, as rampas de tomada de carga dos grupos geradores, o perfil das tensões e as perdas na rede elétrica.

Outras questões pertinentes estão ligadas ao aspecto dinâmico do sistema. A demanda de energia elétrica, dado fundamental para a coordenação da operação, depende principalmente de fatores sociais e políticos o que a torna difícil de estimar. O parque gerador está em constante expansão, a fim de garantir o suprimento de energia elétrica, frente à expectativa de crescimento do país. Finalmente, as restrições operativas das unidades geradoras podem variar no tempo, seja para manutenções ou imposições temporárias.

A coordenação da operação hidrotérmica é, portanto, um problema de otimização sob incerteza, de grande porte, interconectado, dinâmico e não linear. As metodologias mais utilizadas aplicadas na obtenção de uma solução deste problema sugerem a decomposição em etapas, considerando ou abstraindo as particularidades do sistema conforme o período de planejamento.

Dessa forma, no Brasil, a solução deste problema é obtida por meio de uma cadeia de modelos acoplados, considerando os diferentes horizontes de planejamento: médio prazo, curto prazo e programação diária. Nesta cadeia de modelos, à medida que o horizonte de planejamento diminui a representação das características do sistema elétrico aumenta e a representação das incertezas também diminui.

Na Figura 6, mostra-se um esquema da cadeia de coordenação hidrotérmica utilizada pelo SEB. Nesta cadeia, propõe-se a divisão do planejamento em três etapas, ressaltando-se que o acoplamento entre elas é feito por estimativas do custo futuro da operação.



Figura 6: Esquema da decomposição temporal do problema de coordenação da operação hidrotérmica do sistema brasileiro

No planejamento de médio prazo, considera-se uma discretização mensal que abrange um horizonte de alguns anos à frente. Como o grau de incerteza das vazões é alto, considerase importante o uso de modelos estocásticos, entretanto, a representação individualizada das usinas hidrelétricas e a consideração estocástica das afluências, em um único modelo matemático, tornam-se extremamente difíceis.

O modelo em uso atualmente pelo setor, denominado NEWAVE, é estocástico e utiliza Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) (Pereira, 1989) para determinar a política operativa que minimiza o custo esperado da operação para um horizonte de planejamento de cindo anos. Esse modelo também realiza simulações da operação do sistema com até 2000 séries sintéticas de energias afluentes. É utilizada a abordagem de sistemas equivalentes em que o conjunto de usinas hidrelétricas pertencentes a um mesmo subsistema é agregado em um único reservatório equivalente e o sistema de geração termelétrica é representado por classes, de acordo com custos e valores de geração mínima e máxima. Como resultado, o modelo fornece uma função de custo futuro que é acoplada ao modelo de curto prazo no final do horizonte de planejamento (Rodrigues et al., 2001).

O planejamento de curto prazo abrange um horizonte de alguns meses e, como o grau de incerteza das vazões é menor que no médio prazo, o problema pode ser tratado de forma mais determinística, e deve fornecer decisões de operação individualizadas, considerando o acoplamento hidráulico e as possíveis diversidades hidrológicas entre os rios.

No modelo utilizado pelo setor, chamado DECOMP, as usinas hidrelétricas são representadas individualmente e o cálculo da política operativa utiliza programação dinâmica estocástica, considerando a função de custo futuro fornecida pelo modelo de médio prazo. O horizonte de planejamento é de até 1 ano com discretização semanal para o primeiro mês, utilizando afluências determinísticas fornecidas por um modelo de previsão de vazões, e mensal para os demais meses, considerando cenários de afluências (Rodrigues et al., 2001). Novamente uma função de custo futuro é obtida e utilizada para acoplar este modelo ao de programação da operação.

Na programação da operação, o horizonte é de até duas semanas, e o objetivo é determinar o despacho ótimo horário de geração para o sistema hidrotérmico, de modo a minimizar o custo total de operação no período de planejamento. Como o horizonte é pequeno, os valores de afluências são considerados conhecidos e todos os aspectos energéticos, hidráulicos e, sobretudo, elétricos devem ser considerados.

Atualmente o SEB utiliza um modelo baseado em Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD), denominado DESSEM, em um horizonte de duas semanas, com discretização semi-horária na primeira e horária na segunda, considerando, ao final desse período, a função de custo futuro calculada pelo modelo de curto prazo. Tal modelo tem como meta representar com detalhes as restrições de usinas hidrelétricas e térmicas. A transmissão pode ser modelada por uma representação linearizada da rede elétrica ou apenas pelos limites de intercâmbio entre os subsistemas (Rodrigues et al., 2001).

A partir das características das três etapas descritas anteriormente, a cadeia de planejamento da operação pode ser dividida em planejamento e programação da operação energética. O planejamento da operação engloba as etapas de médio e curto prazo, em que aspectos hidráulicos e estocásticos do problema são considerados com maior relevância. A programação da operação engloba a etapa de curtíssimo prazo, na qual as restrições vindas da operação elétrica do problema são consideradas com maior relevância.

O foco deste trabalho é o planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos em que, dada a incerteza sobre as vazões futuras do sistema hidrelétrico, é preciso determinar o compromisso entre os benefícios provenientes do estoque de água, com maior grau de confiabilidade no atendimento do mercado de energia elétrica, e a economia advinda da menor participação de origem termelétrica no sistema.

Essa dificuldade divide e classifica as estratégias de solução entre determinísticas, que pressupõe um dado cenário e priorizam a representação detalhada das usinas hidrelétricas de forma individualizada, e estocásticas, que tem enfoque no tratamento da incerteza das vazões afluentes admitindo simplificações na modelagem do sistema.

#### 1.3 Histórico do planejamento da operação no Brasil

Até meados da década de 60 as empresas detentoras de sistemas elétricos definiam seus requisitos e projetos específicos, voltados ao atendimento de sistemas isolados ou, quando muito, com fraco nível de intercâmbio. Nessa época o crescimento da capacidade instalada e da malha de transmissão que vinham ocorrendo no país, sobretudo entre 1945 e 1962, exigiu que os sistemas elétricos passassem gradativamente a funcionar de forma

integrada, a fim de proporcionar o aproveitamento mais racional das fontes energéticas e melhorar a qualidade do serviço.

Em meados da década de 70, o sistema eletroenergético brasileiro passou a ser operado de forma coordenada, com um órgão centralizador. Conceitualmente embasada na interdependência operativa entre as usinas, na interconexão dos sistemas elétricos e na integração dos recursos de geração e transmissão para atender o mercado, a operação coordenada visava minimizar os custos globais de produção de energia elétrica, contemplar restrições internas e externas e aumentar a confiabilidade do atendimento da demanda (ANEEL, 2005).

No inicio da operação coordenada um critério determinístico de garantia de suprimento de energia era aplicado nos estudos de planejamento da expansão de geração, para a definição do programa de expansão do sistema. A capacidade de produção de energia das usinas era determinada de modo a garantir o atendimento dos requisitos sem a ocorrência de déficits, na hipótese de repetição do registro histórico de vazões (Fortunato et al., 1990; GCPS, 1984).

Para o planejamento da operação, o critério determinístico adotado para a definição dos contratos de suprimento entre empresas se baseava na chamada Curva Limite Inferior de Armazenamento (CLIA), que estabelecia as reservas energéticas mínimas que deveriam ser mantidas nos reservatórios do sistema, de maneira que, na ocorrência do período hidrológico crítico, contido no histórico de afluências, a demanda de energia do sistema fosse atendida sem ocorrência de déficits, considerando a geração máxima das térmicas existentes (Fortunato et al., 1990; GCOI, 1978).

A curva limite era obtida a partir de balanços hidráulicos no sentido inverso de tempo, supondo conhecido o período de estudo, a evolução do parque gerador e os requisitos de energia. Dado a repetição das seqüências de afluências do histórico, considerando as térmicas operando com fator de capacidade máximo, e conhecido o armazenamento no final do mês, determinava-se o armazenamento mínimo necessário no inicio de cada mês para que não ocorressem déficits. A envoltória superior dos armazenamentos mínimos mensais referentes a cada série hidrológica determinava a CLIA.

Essa metodologia deu origem a uma política operativa em que, ao invés de se determinar a CLIA, eram calculadas de forma análoga "curvas-guias" de operação térmica para conjuntos de usinas termelétricas com custos semelhantes (Fortunato et al., 1990). Dessa forma, as usinas térmicas eram despachadas por patamares, da mais barata até a mais cara, à medida que as curvas-guias de cada classe térmica fossem atingidas.

Tal critério determinístico foi substituído em 1986, quando a identificação de suas deficiências levou à introdução de critérios probabilísticos (GCPS/GCOI, 1985). As principais deficiências apontadas na época foram:

- Falta de quantificação dos riscos de não atendimento ao mercado futuro de energia;
- Não se considerava uma regra de operação conjunta do sistema hidrotérmico, que visasse à minimização do custo total de operação;
- Dependência de uma única série hidrológica, a histórica, dentre uma infinidade de cenários igualmente plausíveis.

Com o objetivo de estabelecer uma estratégia de operação que, para cada estágio do período de planejamento, dado o estado do sistema, forneça decisões de geração que minimizem os custos esperados de operação e atenda a demanda de energia neste período, a política então implantada para o planejamento da operação utilizava Programação Dinâmica Estocástica (PDE) como técnica de solução (Bertsekas, 1987).

A PDE é uma técnica de otimização multi-estágios embasada no princípio da otimalidade de Bellman (1957) na qual cada decisão é baseada no conhecimento das possibilidades futuras e suas conseqüências. A principal desvantagem desta técnica é conhecida por "maldição da dimensionalidade" e remete ao fato de que o esforço computacional para obtenção da solução aumenta exponencialmente a cada nova variável de estado (por exemplo, uma nova usina) acrescida ao problema (Pereira, 1989). Essa limitação freqüentemente exige o uso de técnicas de aproximação para reduzir a dimensão do sistema.

No caso do sistema brasileiro, devido ao elevado número de reservatórios já na década de 80, fez-se necessário desenvolver métodos capazes de fornecer a solução aproximada do problema de operação a um custo computacional aceitável. A solução adotada consiste em reduzir o número de variáveis de estado através da agregação dos diversos reservatórios.

O modelo de agregação adotado, chamado "modelo a sistema equivalente" (Arvanitidis e Rosing, 1970; CEPEL, 1980), representa a capacidade de armazenamento do "reservatório equivalente" de um sistema, por meio de uma avaliação da energia produzida pelo esvaziamento de todos os reservatórios do sistema, dados os seus níveis iniciais e uma regra de esvaziamento.

De forma análoga, as afluências nos diversos reservatórios são representadas por afluências energéticas ao sistema. Os resultados deste modelo devem ser desagregados e validados em modelos de simulação que representem as características individuais de cada usina hidrelétrica.

De modo geral, a metodologia empregada pode ser resumida nos seguintes procedimentos:

- 1. Agregar os reservatórios do sistema em um reservatório equivalente de energia;
- 2. Agregar as afluências ao sistema em afluências energéticas equivalentes;
- 3. Representar as afluências por um modelo estocástico auto-regressivo;
- Usar a técnica de programação dinâmica estocástica para obter a estratégia de operação.

Esse modelo previa a agregação por bacias hidrográficas semelhantes, e, conseqüentemente, a agregação do parque gerador existente nestas bacias, em sistemas equivalentes de energia. Entretanto, sua extensão para mais de um subsistema equivalente foi considerada inviável com os recursos computacionais disponíveis na época.

Diante disso, ao final da década de 90 a PDE foi substituída pela Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) (Pereira, 1989). Esta técnica reduz o efeito da discretização do espaço de estados baseado na aproximação das funções de custo futuro esperado da PDE a cada estágio por funções lineares por partes. Tais aproximações, que podem ser interpretadas como cortes de Benders (1962), são obtidas em um processo iterativo, de decomposições sucessivas, pelas soluções duais do problema até sua convergência segundo uma dada precisão. Esse método não dispensa o uso de modelagem equivalente, mas permite a agregação para mais de uma bacia hidrográfica. Atualmente, a agregação é feita por subsistemas, Norte, Nordeste, Sul e Sudeste/Centro-Oeste, cujos contornos foram estabelecidos com base em características das bacias hidrográficas. O modelo conta com informações sobre a ligação hidráulica (acoplamento entre bacias) e energética (limites de intercâmbio) entre os subsistemas equivalentes de modo que o resultado da otimização deve representar a operação mais econômica para o sistema como um todo.

Entretanto, da forma como a PDDE tem sido usada, sobretudo no que diz respeito a sua integração com os demais modelos atualmente adotados na cadeia de coordenação da operação do SIN, a aproximação obtida ainda não é capaz de fornecer resultados com a robustez e estabilidade necessárias.

Durante a crise de abastecimento de 2001, este critério não se firmou como instrumento de gestão em situações de escassez de afluências e fez-se necessária a inclusão de novos critérios e diretrizes para a política de operação energética.

Uma dessas diretrizes foi a curva bianual de segurança, também denominada Curvas de Aversão ao Risco (CAR). Esta curva representa a evolução ao longo do período de planejamento dos requisitos mínimos de armazenamento de energia de um sistema, necessários ao atendimento pleno da carga, sob hipóteses pré-definidas de afluências e carga, e com toda a geração térmica (inclusive proveniente de térmicas emergenciais) despachada em sua produção máxima (CGCEE, 2002). Em outras palavras, para garantir o atendimento do mercado e assegurar a capacidade de recuperação dos reservatórios, os níveis de armazenamento do reservatório equivalente de uma região devem ser mantidos sempre acima da curva de aversão ao risco ao longo do período de planejamento.

Dessa forma, pode-se afirmar que o foco clássico da minimização do valor esperado do custo futuro da operação teve de ser conjugado a outros objetivos menos estratégicos e mais táticos, tais como a minimização de déficits e de vertimentos, ou a atenuação de situações potencialmente complexas para o atendimento energético.

O retorno ao critério determinístico como uma regra de segurança prioritária sobre a decisão do modelo estocástico de planejamento comprova que o critério probabilístico, da

maneira como é utilizado no Brasil, não é suficiente para garantir a segurança da operação e evidencia o afastamento entre as necessidades do setor e os modelos atualmente em uso.

Cabe lembrar que a cadeia de modelos matemáticos baseados no critério probabilístico e sua implementação computacional, usadas até hoje pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) para a gestão hidrotérmica do SIN, foram desenvolvidas e consolidadas entre as segundas metades das décadas de 70 e 90, de acordo com o padrão tecnológico adequado ao uso e as exigências vigentes na época.

Decorridas duas décadas em que a velocidade dos processadores tornou-se mais de mil vezes maior, novas estratégias surgiram, impulsionadas pelos desafios da otimização aplicada a problemas de sistemas de potência e pela difusão de aplicativos e outros facilitadores ao desenvolvimento de modelos matemáticos, levando a diversas e promissoras alternativas para a coordenação da operação.

Uma visão geral sobre as principais técnicas de otimização utilizadas nas várias etapas da coordenação da operação de sistemas de potência foi abordada por Bansal (2005). Para o planejamento da operação energética, as principais metodologias que se desenvolveram incluem desde métodos matemáticos clássicos como programação não linear e fluxo em redes (Oliveira e Soares, 1995; Cicogna, 1999; Azevedo, 2006), até métodos de inteligência artificial como algoritmos genéticos (Carneiro et al., 1998; Leite et al., 2001) e busca tabu (Bai e Shahidehpour, 1996, Mantawy et al., 2003).

Diversos trabalhos foram publicados propondo políticas alternativas para o planejamento da operação e comparando resultados com técnicas de programação dinâmica, em que está baseada a política atual do setor elétrico.

Para casos de sistemas com uma usina hidrelétrica, comparações entre políticas de programação dinâmica mostraram que as diferenças nos resultados são inexpressivas, entre suas variações estocásticas independente, markoviana e dual, até mesmo em relação à versão determinística (Siqueira, 2003; Siqueira et al., 2006). Sistemas com múltiplos reservatórios utilizando modelo a sistema equivalente também foram estudados e os resultados mostraram que algumas técnicas alternativas, como o uso de regras não lineares, podem trazer ganho significativo sobre a abordagem atual (Cruz e Soares, 1996).

Políticas operativas determinísticas mostraram resultados promissores, como a política de controle em malha aberta, que combina métodos de previsão de vazões e otimização iterativamente (Martinez e Soares, 2002), e a política de curva-guia proposta neste trabalho (Zambelli et al., 2006, 2006b).

Em meados da década de 90 teve inicio uma reestruturação institucional do setor elétrico brasileiro, que previa a separação das atividades de geração, transmissão, distribuição e comercialização, sendo que as atividades de geração e comercialização deviam ser exercidas em caráter competitivo (ANEEL, 2005b). A implantação do novo modelo tem ocorrido de forma gradual e conta com a regulamentação de órgãos do governo Federal (ANEEL, ONS e MAE) aos quais cabe, principalmente, estabelecer regras para o mercado, homologar os montantes de energia e demanda de potência a serem contratados e regular as tarifas correspondentes. Esta reestruturação acompanha mudanças que tem ocorrido em todo o mundo, baseia-se na livre concorrência e visa a utilização de investimentos privados para alavancar reformas e expansões no setor elétrico.

Dessa forma é pertinente questionar e confrontar a metodologia atualmente utilizada no setor elétrico frente a tantas outras que foram desenvolvidas ao longo de quase duas décadas, sobretudo considerando as mudanças no setor no Brasil e no mundo.

Este trabalho apresenta uma nova política operativa para o planejamento da operação energética, baseada no antigo conceito de operar seguindo metas de armazenamento, mas utilizando uma moderna técnica de otimização para obtenção de curvas-guias eficientes e econômicas.

# CAPÍTULO 2 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta o modelo de otimização adotado para o problema de planejamento energético e as técnicas de solução abordadas nesse trabalho.

### 2.1 Modelo de otimização

O problema de operação energética em um sistema hidrotérmico predominantemente hidráulico, como é o caso brasileiro, apresenta características complexas conforme mencionado na seção 1.2.

Em sua versão determinística, a operação energética de um sistema hidrotérmico de potência pode ser formulada como um problema de otimização não linear a usinas individualizadas, conforme a seguinte representação matemática:

Objetivo:

$$\min \sum_{t=1}^{T} \left[ \lambda_t \cdot \sum_{j=1}^{J} \psi_j(g_{j,t}) \right]$$
(2-1)

Sujeito a:

$$G_t + P_t = D_t \qquad \forall t \qquad (2-2)$$

$$G_t = \sum_{j=1}^{J} g_{j,t} \qquad \forall t \qquad (2-3)$$

$$g_{j}^{\min} \leq g_{j,t} \leq g_{j}^{\max} \qquad \forall j,t \qquad (2-4)$$

$$P_t = \sum_{i=1}^{l} p_{i,t} \qquad \forall t \qquad (2-5)$$

$$p_{i,t} = k_i . h_{i,t} . q_{i,t} \qquad \forall i,t \qquad (2-6)$$

$$h_{i,t} = hf_i(x_{i,t}^{med}) - ht_i(u_{i,t}) - hp_i(q_{i,t}) \qquad \forall i,t \qquad (2-7)$$

$$x_{i,t}^{med} = \frac{x_{i,t-1} + x_{i,t}}{2} \qquad \forall i,t \qquad (2-8)$$

$$x_{i,t} = x_{i,t-1} + \left( y_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t} - u_{i,t} \right) \gamma \qquad \forall i,t \qquad (2-9)$$

$$u_{i,t} = q_{i,t} + s_{i,t} \qquad \forall i,t \qquad (2-10)$$

$$x_{i,t}^{\min} \le x_{i,t} \le x_{i,t}^{\max} \qquad \forall i,t \qquad (2-11)$$

$$u_{i,t}^{\min} \le u_{i,t} \le u_{i,t}^{\max} \qquad \forall i,t \qquad (2-12)$$

$$q_{i,t}^{\min} \le q_{i,t} \le q_{i,t}^{\max}(h_{i,t})$$
  $\forall i,t$  (2-13)

$$s_{i,t} \ge 0$$
 e  $x_{i,0}$  dados  $\forall i, t$  (2-14)

em que:

- T : número de intervalos de tempo t;
- *I* : número de usinas hidrelétricas do sistema;
- J : número de usinas termelétricas do sistema;
- (*i*, *t*) : válido para a usina i durante o intervalo t
- $\lambda_t$ : coeficiente de atualização dos custos mensais para valor presente;
- $\psi_i(.)$ : função de custo de geração termelétrica [\$];
- $g_{j,t}$ : geração da usina termelétrica [MW];
- $p_{i,t}$ : geração da usina hidrelétrica [MW];
- $k_i$ : constante de produtibilidade específica [MW/m<sup>3</sup>/s/m];
- *G*<sub>t</sub>: geração termelétrica total [MW];
- *P<sub>t</sub>* : geração hidrelétrica total [MW];
- $D_t$ : mercado [MW];
- $g_j^{max}$ : geração máxima da usina termelétrica [MW];
- $g_j^{min}$ : geração mínima da usina termelétrica [MW];

30

 $x_{i,t}$ : volume do reservatório no final do intervalo [hm<sup>3</sup>];  $x_{i,t}^{med}$ : volume médio do reservatório no intervalo [hm<sup>3</sup>];  $h_{i,t}$ : altura de queda líquida do reservatório[m];  $h_{p_i}$ : perda de carga hidráulica da usina [m];  $x_{i,t}^{max}$ : volume máximo do reservatório [hm<sup>3</sup>];  $x_{i,t}^{min}$ : volume mínimo do reservatório [hm<sup>3</sup>];  $u_{i,t}$ : vazão defluente do reservatório [m<sup>3</sup>/s];  $q_{i,t}$ : vazão turbinada do reservatório [m<sup>3</sup>/s];  $s_{i,t}$ : vazão vertida do reservatório [m<sup>3</sup>/s];  $y_{i,t}$ : vazão incremental afluente do reservatório [m<sup>3</sup>/s];  $hf_i(x)$ : função que descreve a cota de montante (*forebay*)[m];  $ht_i(u)$ : função que descreve a cota de jusante (*tailrace*)[m];  $\gamma$ : parâmetro de conversão de vazão (m<sup>3</sup>/s) em volume (hm<sup>3</sup>);  $\Omega_i$ : conjunto das usinas imediatamente à montante da usina *i*.

Os limites operativos de volume e vazão defluente dos reservatórios foram indexados no tempo para permitir a consideração de restrições de usos múltiplos da água. O limite mínimo de operação de um reservatório pode variar no tempo em função, por exemplo, do uso do reservatório para fins de navegação, abastecimento de água, irrigação e recreação. O limite máximo de operação pode variar no tempo em função de restrições de controle e segurança de barragens e controle de cheias (volume de espera).

O custo operacional  $\psi_j(.)$  representa o custo de geração térmica complementar realizada por uma usina térmica *j*. Os custos associados à importação de mercados vizinhos e ao déficit de energia (racionamento) podem ser modelados de modo semelhante. O custo associado à geração hidrelétrica é, geralmente, muito baixo em relação ao custo da geração termelétrica e foi desprezado nesse modelo.

A geração hidrelétrica  $p_{i,t}$  em cada usina *i* no intervalo de tempo *t* é representada pela equação (2-6), sendo essa uma função não linear do volume de água armazenado no reservatório  $x_{i,t}$  e das vazões turbinada  $q_{i,t}$  e vertida  $s_{i,t}$  da usina. A equação (2-9) representa o balanço de conservação de água nos reservatórios.

A variável de decisão é a turbinagem  $q_{i,t}$ . A variável de vertimento  $s_{i,t}$  será calculada durante a simulação como um excesso sobre a turbinagem máxima, necessário para manter a factibilidade do sistema quando o reservatório esta cheio. Em outras palavras, o vertimento não é uma variável de decisão, mas pode ser considerada uma variável de folga, uma vez que só será diferente de zero se não houver meios de armazenar ou turbinar mais água.

A cota de montante hf(x) e a cota de jusante ht(u) são funções representadas por polinômios de até quarto grau em função do volume absoluto e da vazão defluênte, respectivamente. A função de perda de carga hidráulica hp(q) representa a perda, em metros, associada ao atrito entre a água e as paredes da tubulação de adução, e é uma função quadrática da vazão turbinada. O coeficiente  $\lambda_t$  representa a atualização para valor presente dos custos mensais de complementação não hidráulica, sendo dependente da taxa de juros adotada.

Na Figura 7 ilustram-se as principais variáveis hidráulicas do modelo.



Figura 7: Esquema de variáveis hidráulicas do modelo

### 2.2 Decomposição do Problema

A formulação apresentada para o problema engloba os sistemas hidrelétrico e termelétrico de geração. Porém, com exceção da Equação (2-2), os problemas seriam independentes uma vez que a função objetivo e as restrições poderiam ser separadas em duas

O problema (2-1)-(2-14) pode, então, ser escrito como:

Objetivo:

onde:

s.a.  

$$\min \sum_{t=1}^{T} [\lambda_t \cdot \Psi(D_t - P_t)]$$
Problema  
Hidráulico  

$$\Psi(G_t) = \min \sum_{j=1}^{J} \psi_j(g_{j,t})$$
S.a.  
Problema  
Térmico

S.2

(2-3)-(2-4)

A determinação da função  $\Psi(G_i)$  requer que o problema térmico seja resolvido para diversos valores de geração do sistema térmico. A solução de cada um destes problemas deve distribuir, entre as usinas termelétricas do sistema, a geração térmica total  $G_t$ , de maneira que o custo térmico seja mínimo. Na literatura, este problema recebe o nome de Despacho Econômico Termelétrico (DET) (El-Hawary e Christensen, 1979).

A consequência direta desta nova apresentação da formulação é que o problema hidráulico pode ser resolvido a partir de uma otimização prévia do sistema térmico. Esta otimização deve ser realizada para diversos valores de geração térmica, cobrindo toda a faixa de operação do sistema termelétrico.

O custo operacional  $\Psi(.)$  representa o custo mínimo de geração térmica complementar, e pode incluir importação de mercados vizinhos e déficit de energia (racionamento). Como conseqüência da solução do problema térmico,  $\Psi(.)$  é uma função convexa crescente com o aumento de geração complementar  $G_t$  e, portanto, decrescente com o aumento de geração hidrelétrica  $P_t$ , e dependente da demanda  $D_t$ .

A função objetivo do problema hidráulico se apresenta de forma bastante coerente com a realidade dos sistemas hidrotérmicos, pois a otimização dos recursos hidráulicos busca minimizar a complementação térmica no sistema. Dessa forma, quanto maior for o despacho pelo sistema hidrelétrico, menor será a complementação térmica necessária para atender a demanda, e, conseqüentemente, menor o custo da operação.

### 2.3 Políticas operativas

A estratégia de operação de um sistema hidrotérmico, ao longo do período de planejamento, é definida por uma política operativa. No médio prazo, ela estabelece as metas mensais de vazão turbinada de que cada usina hidrelétrica (UHE) no sistema irá dispor para dar seqüência ao planejamento de curto prazo. Em tempo de simulação, uma política operativa é dita real se não faz uso das informações das quais não disporia no tempo real da operação. Por exemplo, no inicio de um dado mês, não se conhecem as vazões afluentes que chegarão durante aquele mês, de forma que é preciso programar-se desprezando essa informação, ou utilizando valores esperados.

A escolha da política operativa remete principalmente aos objetivos que se deseja atingir no horizonte de planejamento. É uma decisão estratégica uma vez que as decisões geradas pelas políticas operativas de médio prazo servirão de meta para o curto prazo, que por sua vez alimentará outros modelos na cadeia de coordenação. Além disso, uma política operativa econômica e confiável é fundamental para a utilização efetiva dos recursos energéticos e a garantia de suprimento de energia no futuro, o que por sua vez pode ser um diferencial econômico para o país.

Num contexto de planejamento a usinas individualizadas, no qual as particularidades e restrições de cada UHE são bem representadas e tratadas individualmente, foi desenvolvida uma política operativa baseada em metas de armazenamento. A cada estágio, assumindo uma dada previsão de vazão afluente, as decisões são tais que levam os reservatórios a níveis préestabelecidos por curvas-guias de armazenamento, por sua vez obtidas utilizando um processo de otimização. A fim de estabelecer comparações que possibilitem avaliar e classificar melhor o desempenho da nova estratégia foram implementadas outras políticas operativas reais, todas visando à operação econômica do sistema.

A primeira abordagem utiliza programação dinâmica para realizar uma otimização *a priori*, que resulta numa tabela com as decisões ótimas de turbinagem para cada estado possível do sistema. Esse modelo é especialmente adequado à inclusão de análises estatísticas sobre as vazões afluentes e, dessa forma, sua incerteza pode ser tratada de forma explicita.

O segundo método consiste num processo de previsão de vazões e otimização, realimentados com o estado resultante da simulação, a cada estágio. Essa abordagem se mostrou promissora no trabalho de Martinez e Soares (2002), utilizando para previsão os mesmos modelos de vazões usados na PDE.

A seguir os modelos de cada uma das políticas operativas serão apresentados detalhadamente, destacando os pontos fortes e fracos das políticas resultantes além de algumas considerações adotadas.

#### 2.3.1 Política operativa baseada em curvas-guias de armazenamento

Ao contrário da CLIA, que visava somente à garantia de atendimento da carga sem ocorrência de déficit, e diferentemente da CAR, que estabelece apenas um limitante inferior para o armazenamento a partir do qual as decisões vindas de outro modelo de operação são alteradas para assegurar o suprimento, a política de curva-guia implementada neste trabalho tem por fundamento a operação energética eficiente do sistema gerador.

Baseado na idéia de usar uma curva-guia como regra de armazenamento para operar o sistema e na necessidade de incluir um critério de minimização de custos, desenvolveu-se uma nova abordagem, denominada Curva-Guia de Armazenamento (CGA). Neste método, a regra de operação é manter, na medida do possível, o armazenamento dos reservatórios próximo a um nível-alvo pré-estabelecido, obtido pela síntese dos valores de armazenamento resultantes de um processo de otimização.

#### Curva-guia

A curva-guia que estabelece as metas de armazenamento é periódica, definida para um ano, devido ao comportamento sazonal das vazões afluentes. Sua escolha é fundamental para o funcionamento eficiente do método enquanto política operativa. Desta forma a curva-guia deve ser cuidadosamente definida de forma a englobar os principais objetivos do planejamento energético. Por exemplo, para que o método se torne uma política operacional eficiente em termos de custos, a curva-guia deve ser obtida utilizando um processo de otimização cujo objetivo seja a minimização de custos operativos.

Nesse trabalho, as curvas-guias são obtidas a partir da otimização determinística a usinas individualizadas conforme (2-1)-(2-14) utilizando um modelo baseado em algoritmos de fluxo em rede não linear com arcos capacitados (Oliveira e Soares, 1995; Cicogna, 1999). Neste modelo, a otimização pode ser feita tomando como vazões afluentes os valores mensais da Média de Longo Termo (MLT mensais), as afluências registradas em um dado período histórico, ou mesmo uma série qualquer de vazões fornecida para o modelo.

Para casos com horizonte de otimização de doze meses, por exemplo, utilizando as MLT mensais, a trajetória de armazenamento resultante pode ser diretamente tomada como curva-guia. No entanto, se a otimização se der para um período de planejamento superior a um ano, a trajetória de armazenamento obtida deve ser sintetizada para extrair-se os doze pontos que compõem a curva-guia. Vários critérios podem ser usados para obter a curva-guia, incluindo desde métodos estatísticos como média, mediana e moda, até uma amostra qualquer da trajetória de armazenamento ótima.

Nas figuras que se seguem, ilustra-se esse processo. Na Figura 8, tem-se um exemplo de trajetória ótima obtida através do modelo de otimização ao longo de um período histórico de vazões afluentes, compreendido entre maio de 1931 e abril de 1998. Na Figura 9, os conjuntos verticais de pontos são resultantes do agrupamento dos armazenamentos mensais dessa trajetória ótima. A curva-guia é obtida tomando-se, por exemplo, os valores médios de cada um desses conjuntos mensais.



Figura 9: Curva-guia e os níveis ótimos de armazenamento agrupados mês-a-mês

#### Política operativa baseada em curvas-guias

Uma vez obtidas as curvas, o processo de decisão utilizando curvas-guias consiste em, a cada intervalo de tempo, para cada UHE, assumindo uma dada previsão de vazão afluente, determinar a turbinagem que leva ao nível de armazenamento pré-estabelecido pela curvaguia. Basicamente, essa regra pode ser definida pelas seguintes equações:

$$\Delta x_{i,t} = x_{i,t}^* - x_{i,t-1}$$
(2-15)

$$q_{i,t}^{*} = \min\left(\overline{y}_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_{i}} u_{k,t}^{*} - \frac{1}{\gamma} \Delta x_{i,t}, q_{i}^{\max}(h_{i,t})\right)$$
(2-16)

onde  $x_{i,t}^*$  é o nível meta de armazenamento, dado pela curva-guia, que se deseja atingir ao final do intervalo  $t \in \Delta x_{i,t}$  é o volume que deverá ser deplecionado do reservatório para atingir a meta. A decisão de turbinagem  $q_{i,t}^*$  é estabelecida por balanço hidráulico conforme (2-16), respeitando o engolimento máximo e eliminando possíveis vertimentos turbináveis, visando à meta de armazenamento e considerando uma dada previsão de vazão afluente  $\overline{y}_{i,t}$ . O cálculo das decisões deve respeitar a ordem determinada pelo acoplamento hidráulico entre as usinas, de modo que o cálculo da defluência montante possa considerar as decisões  $q_{k,t}^*$ ,  $k \in \Omega_i$ .

Na Figura 10, apresenta-se um esquema da operação baseada em metas e armazenamento para uma dada usina hidrelétrica em um dado instante de tempo *t*, destacando-se as variáveis apresentadas na Equação (2-15).



Figura 10: Esquema de operação baseada em metas de armazenamento

Supondo que, ao inicio do intervalo *t*, o reservatório encontra-se em um dado nível de armazenamento  $x_{t-1}$ , determina-se a decisão de turbinagem que levará à meta de armazenamento  $x_{i,t}^*$  ao final do intervalo, considerando uma dada previsão de vazões. Essa é a etapa de decisão, cuja trajetória de armazenamento está representada pela seta tracejada na Figura 10. A decisão é passada para o simulador que, dispondo da vazão realizada (de simulação), realiza um balanço hidráulico conforme a Equação (2-7) que determina o estado
de armazenamento final  $x_t$ . Esta é a etapa de simulação, e sua trajetória de armazenamento está representada pela seta contínua na Figura 10. Esse procedimento de decisão e simulação se repete para cada intervalo até o final do horizonte de simulação.

No modelo CGA implementado nesse trabalho, agregou-se um parâmetro de ajuste  $\alpha$ , de modo a tornar a política mais flexível. Tal parâmetro pode ser considerado um fator de amortecimento, que é aplicado sobre a diferença entre o nível de armazenamento e a meta no início do intervalo. Dessa forma, não se obriga o atendimento imediato da meta.

O cálculo da decisão de turbinagem se mantém conforme a Equação (2-16) mas o volume a ser deplecionado é então calculado pela seguinte equação:

$$\Delta x_{i,t} = (x_{i,t}^* - x_{i,t-1}^*) + \alpha (x_{i,t-1}^* - x_{i,t-1})$$
(2-17)

onde  $x_{i,t-1}^*$  e  $x_{i,t}^*$  são os níveis metas de armazenamento, dados pela curva-guia, no inicio e no fim do intervalo *t* respectivamente.

Se o armazenamento  $x_{i,t-1}$  no inicio do intervalo *t* está sobre a curva-guia, então o segundo termo na equação (2-17) se anula e, como conseqüência imediata, o volume a ser deplecionado,  $\Delta x_{i,t}$ , levará diretamente à meta daquele mês. No entanto, se ele não está na curva-guia, este termo fornece uma correção proporcional à diferença entre o nível meta  $x_{i,t-1}^*$ , dado pela curva-guia, e o nível de armazenamento real  $x_{i,t-1}$  no inicio do intervalo *t*.

O fator de amortecimento  $\alpha$  é um parâmetro escalar positivo que fornece uma certa atenuação no procedimento de correção do nível de armazenamento. Pode-se notar que se  $\alpha = 1$ , para qualquer que seja o nível de armazenamento no inicio do intervalo, a decisão levará ao nível ótimo de armazenamento  $x_{i,t}^*$  ao final do intervalo *t*.

Na Figura 11, apresenta-se um esquema da operação, incluindo o parâmetro de ajuste, no modelo da política CGA. Supônha-se que no instante *t*-1 o reservatório de uma usina *i* qualquer se encontra em um nível de armazenamento  $x_{t-1}$ . A seta vertical destaca a correção dada pelo primeiro termo da equação (2-17) que leva de o estado de armazenamento de  $x_{t-1}^*$  a  $x_t^*$  mantendo-o na curva-guia, e com a seta horizontal a correção amortecida por  $\alpha$ , que leva de um  $x_{t-1}$  fora da curva-guia até um  $x_t$  que estará tão próximo da meta ótima  $x_t^*$  à medida que  $\alpha$  estiver perto de 1.



Figura 11: Esquema de operação da política CGA com parâmetro de ajuste

A previsão de vazão afluente usada no processo de decisão será estimada por um método determinístico que considera as MLT mensais, ou um percentual delas.

### 2.3.2 Políticas operativas baseadas em programação dinâmica

Programação Dinâmica (PD) é uma metodologia clássica para resolução de problemas por enumeração. A técnica consiste na divisão do problema em estágios, e a melhor decisão em cada estágio é determinada de acordo com o estado em que o sistema se encontra. No modelo apresentado, os estágios são os intervalos de tempo, a decisão é a vazão de água turbinada durante um intervalo de tempo e o estado é composto pelas condições do sistema relevantes para a decisão, de modo geral, é o volume de água armazenado nos reservatórios.

O processo de otimização se baseia no conhecimento prévio das possibilidades futuras e suas conseqüências, de modo a satisfazer o princípio da otimalidade de Bellman (1957), que estabelece que, se  $u_t^*$ , para  $t = \sigma,...,T$ , é uma política ótima para o sistema no estado  $(x_{\sigma-1})$ no estágio  $t = \sigma - 1$ , então  $u_t^*$ , para  $t = \sigma + 1,...,T$ , será uma política ótima para o estado inicial  $x_{\sigma} = \phi(x_{\sigma-1}, y_{\sigma}, u_{\sigma})$  no estágio  $t = \sigma$ , onde  $\phi$  representa a equação de transição de estados do sistema.

Dessa forma, o custo total de operação passa a ser estimado pela soma do custo da decisão no próprio estágio, custo presente (CP), com o valor presente do custo esperado a partir do estágio seguinte, custo futuro (CF), assumindo decisões ótimas para todos os estágios

subseqüentes. Esse custo é aditivo no sentido de que o custo ocorrido no estágio *t* se acumula ao longo do tempo.

O problema é resolvido com a busca de decisões ótimas partindo do estágio final T, assumindo uma função de custo terminal  $\alpha_T(x_T)$  conhecida, seguindo até o estágio inicial, através da equação recursiva, que é dada por:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \min_{q_t} \{ CP_t + CF_t \}$$
(2-18)

$$CP_t = \Psi(D_t - P_t) \tag{2-19}$$

$$CF_t = \lambda_t . \alpha_t(x_t) \tag{2-20}$$

Para eliminar o efeito do custo terminal adotado, quando não é possível determiná-lo, o horizonte pode ser estendido para permitir a adoção de um custo terminal nulo, sem influência na solução sobre o período de planejamento.

Ao final do processo, obtêm-se as chamadas tabelas de decisão para cada mês, que determina, para cada estado discreto do sistema, a decisão ótima de turbinagem e o valor esperado do custo operativo associado.

A PD apresenta algumas características interessantes como a facilidade de operar com restrições e objetivos não lineares e não diferenciáveis e a possibilidade de considerar explicitamente aspectos estocásticos do problema. Porém apresenta como desvantagem a necessidade da discretização do espaço de estados, além da variável de controle, o que ocasiona o crescimento exponencial do esforço computacional com o número de variáveis de estado e controle considerado, limitação conhecida como a "maldição da dimensionalidade".

Na prática, isso limita o uso da técnica para sistemas compostos por vários reservatórios. Por esta razão, as equações apresentadas nessa seção foram simplificadas para o caso de uma única usina no sistema modelado por (2-1)-(2-14).

A seguir são apresentadas algumas variações da técnica, conforme o tratamento dado às vazões afluentes, presentes na equação de transição de estados.

#### Modelo determinístico

Na versão determinística da PD é dada uma seqüência de afluências futuras para o período de planejamento e determina-se o conjunto de decisões de turbinagem que vai resultar na evolução ótima do reservatório para tal seqüência de afluências.

Desta forma, a Programação Dinâmica Determinística (PDD) (Stedinger, 1984) assume um único cenário de afluências dado por seus valores esperados. A equação recursiva se mantém conforme (2-18) – (2-20), mas a equação de transição de estados é dada por:

$$x_t = x_{t-1}^k + \left(\overline{y}_t - q_t^z\right)\gamma \tag{2-21}$$

onde  $\overline{y}_t$  é o valor esperado da vazão no intervalo *t*. Cabe destacar a substituição da variável de vazão defluente *u* pela turbinada *q* na equação (2-21). Isso se deve à consideração, já mencionada, de que o vertimento é uma variável de folga neste modelo.

Um esquema do processo de decisão na PDD, para uma dada planta hidráulica, pode ser visto na Figura 12.



A cada estágio t, o volume útil do reservatório é discretizado em um certo número de valores entre  $x_t^{min}$  e  $x_t^{max}$ . Para cada possível estado de armazenamento no inicio do intervalo  $x_{t-1}^k$ , são avaliadas todas as possíveis decisões de turbinagem  $q_t^z$ , discretizadas entre  $q_t^{min}$  e  $q_t^{max}$ , e para cada uma delas se assume um dado valor esperado de vazão afluente  $\overline{y}_t$ .

Desta forma, as tabelas de decisões mensais fornecem a decisão de turbinagem ótima e o custo operativo associado para cada possível estado discreto de armazenamento do sistema, assumindo uma dada série de afluências que, nesse trabalho, considera os valores mensais da MLT.

#### Modelo estocástico

A forma estocástica da PD considera explicitamente o aspecto estocástico das vazões afluentes. Na Programação Dinâmica Estocástica (PDE) (Bertsekas, 1987) as decisões são tomadas considerando uma distribuição de probabilidade das vazões, que é ajustada sobre dados históricos, antes do inicio da otimização.

Conforme o modelo escolhido para ajustar as probabilidades das vazões afluentes, a PDE pode assumir variações principalmente no que diz respeito ao estudo das correlações entre as informações no tempo.

Quando o ajuste de probabilidades é feito de forma isolada usando apenas as informações do mês correspondente ao estágio em questão, tem-se a Programação Dinâmica Estocástica Independente (PDEI). Considera-se desta forma que a afluência do mês atual não é influenciada pelas afluências dos meses anteriores.

A variável de estado segue representada pelo armazenamento do reservatório e as probabilidades  $p_i$  são calculadas a partir de uma função de densidade de probabilidade  $f(y_t)$  da variável  $y_t$ . Na Figura 13, ilustra-se o esquema de cálculo dessa abordagem.



O processo de otimização segue conforme no modelo determinístico, varrendo os valores discretos de armazenamento e turbinagem dentro de suas faixas de operação, mas para

cada decisão de turbinagem, verificam-se diversos valores discretos de vazão afluente, cada um com uma dada probabilidade de ocorrer, que foi estabelecida a *priori*.

As decisões ótimas são resultantes da minimização do valor esperado do custo da operação, que é dado pela soma dos custos da operação, considerando cada possível afluência, ponderados pelas probabilidades de que tais afluências ocorram, conforme as equações (2-22) e (2-23).

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}^{k}) = \min_{q_{t}} E\left\{\sum_{i=1}^{NI} (CP_{t} + CF_{t}).p_{i}\right\}$$
(2-22)

$$CF_t = \lambda_t . \alpha_t(x_t^i) \tag{2-23}$$

onde  $x_t^i$  é o estado final dado pela afluência discreta  $y_{i,t}^i$ , dado por:

$$x_{t}^{i} = x_{t-1}^{k} + \left(y_{t}^{i} - q_{t}^{z}\right)\gamma$$
(2-24)

Um ponto a destacar é a inclusão do custo presente no cálculo como valor esperado. Conforme a equação (2-19), o custo presente é função da geração térmica, que, por sua vez, é complementar a geração hidráulica para atender a demanda a cada instante (2-2). O modelo apresentado representa corretamente a dependência da geração hidráulica com o nível de armazenamento e a vazão defluida, já que estas afetam a altura de queda durante o intervalo de decisão, conforme equações (2-6)-(2-7). Uma vez que se considera uma média entre os armazenamentos no inicio e no fim do intervalo (2-8), e já que o estado final de armazenamento depende a vazão afluente, o custo presente passa a ser ponderado pelas probabilidades das vazões afluentes da mesma forma que o custo futuro.

As tabelas de decisão resultantes deste processo têm a mesma dimensão que as obtidas por PDD.

Quando se considera que as vazões afluentes seguem uma tendência e, portanto, que a afluência de um dado mês pode ser melhor estimada se forem observadas as informações dos meses anteriores, tem-se a chamada PDE dependente. As funções de distribuição de probabilidades para cada mês são ajustadas considerando a correlação entre o mês atual e os anteriores.

Nesse trabalho utiliza-se um modelo auto-regressivo de ordem 1, baseado em cadeias de Markov, em que apenas a correlação com a vazão do mês imediatamente anterior é

considerada (Bertsekas, 1995). Desta forma, adota-se o termo Programação Dinâmica Estocástica Markoviana (PDEM) para esta abordagem.

A variável de estado é composta pelo volume armazenado no estágio t e pela vazão afluente do mês anterior. As probabilidades são então calculadas a partir da função de densidade de probabilidade condicional  $f(y_t / y_{t-1})$ .

Utilizado uma notação simplificada em que  $p_{ij}$  representa a probabilidade de a vazão afluente  $y_t^i$  ocorrer, dado que a vazão  $y_{t-1}^j$  ocorreu no mês anterior, a equação recursiva pode ser descrita por:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}^{k}, y_{t-1}^{j}) = \min_{q_{t}} E\left\{\sum_{i=1}^{NI} (CP_{t} + CF_{t}) \cdot p_{ij}\right\}$$
(2-25)

$$CF_t = \lambda_t . \alpha_t (x_t^i, y_t^i)$$
(2-26)

A equação de transição de estados se mantém conforme no caso independente, equação (2-24).

> x max  $x_{t-1}^k$  $y_{t-1}^J$ x <sup>min</sup> Estágio t-1 0  $f(y_t|y_t)$ Estágio t

Na Figura 14, apresenta-se um esquema do processo de decisão da PDEM.

Figura 14: Esquema de decisão da PDEM.

O esquema ilustra que o estado do sistema passa a ser composto não mais apenas pelo nível de armazenamento, mas também pela afluência no mês anterior, que representa a tendência hidrológica do intervalo atual e será utilizada para definir as probabilidades das afluências neste estágio. Desta forma, para cada valor de armazenamento, varrem-se vários possíveis valores discretos de afluência do mês anterior e, para cada um destes, testam-se as



possíveis decisões de turbinagem, cada uma com várias possíveis vazões afluentes para o estágio corrente. As probabilidades das afluências neste estágio são condicionadas a ocorrência das afluências no estágio anterior.

Com o aumento da dimensão da variável de estado, as tabelas de decisão resultantes do processo de otimização ganham uma dimensão extra, relativa à afluência do período anterior. Desta forma, cada tabela passa a conter as decisões ótimas de turbinagem e os custos operativos associados para cada valor discreto de armazenamento e vazão afluente no mês anterior.

#### 2.3.3 Política operativa por controle em malha aberta

O uso de programação dinâmica para otimização de um problema pode ser interpretado com uma técnica de uma solução em malha fechada, uma vez que estabelece, *a priori*, uma regra de operação capaz de determinar as decisões ótimas, em cada estágio *t*, para cada possível estado do sistema.

Em muitos problemas práticos, como foi mencionado anteriormente, a aplicação da técnica de programação dinâmica na busca de uma solução em malha fechada pode ser computacionalmente impraticável devido à dimensão do problema de otimização resultante. Dessa forma, uma boa opção é o uso de abordagens determinísticas para a otimização, baseadas em algum tipo de representação dos dados incertos do problema. Nessa abordagem, dita de malha aberta, as decisões são tomadas a cada instante de tempo, aproveitando informações passadas recentes.

A técnica de controle de malha aberta, denominada Open-Loop Feedback Control (OLFC) (Martinez, 2001), utiliza a simplicidade da determinação de uma solução em malha aberta para o problema do planejamento da operação hidrotérmica e considera a realimentação no sentido de melhorar o desempenho do sistema.

Para cada estágio *t* de planejamento, o estado do sistema é observado e utilizado como condição inicial para a resolução de um problema de otimização determinística, para um horizonte de otimização, intervalo [*t*, *T*\*]. Essa otimização tem como base os valores previstos dos parâmetros incertos do sistema ao longo do horizonte de otimização  $\overline{y}_{t,T^*}$  e apenas a

46

solução ótima do primeiro estágio  $q_t^*$  é selecionada para atuar no sistema. No estágio seguinte, *t*+1, o novo estado do sistema é observado e a previsão das incertezas é atualizada, com base nas últimas informações disponíveis no sistema. Esse procedimento de previsão/otimização é repetido até o fim do horizonte de planejamento, estágio *T*.

Um esquema da operação segundo essa política pode ser visto na Figura 15, para um dado instante de tempo *t*.



Figura 15: Esquema da política de malha aberta.

Sendo baseada em um modelo determinístico de otimização, a política OLFC permite a representação do sistema hidráulico em detalhes, considerando cada usina individualmente, com suas próprias restrições operacionais e características de produção.

A política operativa implementada neste trabalho, com base no modelo OLFC, será chamada de Controle em Malha Aberta (CMA), e algumas modificações foram feitas em relação ao modelo original.

Para definir o horizonte de otimização, alguns pontos tiveram de ser observados. Para uma simulação com T intervalos, T otimizações terão de ser realizadas, de modo que quanto maior o horizonte de otimização maior é o tempo computacional para obter a resposta. Além disso, os métodos de previsão de vazões tendem a perder qualidade ao preverem muitos períodos à frente. Entretanto, num horizonte muito pequeno, as condições de contorno poderiam influenciar negativamente os resultados da otimização.

Dessa forma, optou-se por um período de otimização com tamanho variável, entre 12 e 23 meses, fixando abril como mês final. Esta decisão se baseia na observação de diversas soluções obtidas por otimização determinística, que mostram que freqüentemente os reservatórios deveriam encontram-se cheios ao final do mês de abril, que marca o início da estação seca na maioria das bacias hidrográficas brasileiras (Martinez e Soares, 2002).

Como previsão de vazões foram utilizados os valores mensais da MLT. Esse método extremamente simples não aproveita a realimentação, uma vez que, independente do novo valor verificado, a previsão fornecida se mantém.

Entretanto, a MLT mensal foi adotada para manter a coerência com a previsão adotada na política CGA, a fim de avaliá-la em iguais condições e sem a influência do método de previsão.

# 2.4 Considerações sobre a implementação

Os modelos apresentados foram projetados e implementados segundo o paradigma de programação orientada a objetos (Horstmann, 1997) em C++, e constituem novas políticas operativas no módulo de simulação do sistema de apoio a decisão proposto por Cicogna (2003), que já dispões de uma implementação para o modelo de otimização determinística por fluxo em redes, utilizando o modelo (2-1)-(2-14).

O módulo de simulação foi especialmente modelado e estruturado para testar diferentes políticas operacionais. Ele possui uma classe que representa a abstração de uma política operativa genérica que define quais são as tarefas que uma política operativa qualquer deve possuir para ser utilizada pelo simulador. Através do conceito de polimorfismo, derivam-se da classe abstrata as diversas políticas operacionais implementadas no simulador.

As novas políticas foram integradas ao simulador especializando-se a classe genérica criada para a interface com o simulador, ou seja, faz-se uma operação de herança da classe genérica implementando-se as operações que definem cada política. Um esquema desse acoplamento é apresentado na Figura 16.



Figura 16: Esquema de acoplamento das políticas operativas com o simulador

Dessa forma todas as políticas compartilham o ambiente de simulação que opera conforme as equações (2-2)-(2-14).

A otimização por programação dinâmica, que resulta nas tabelas de decisão, é feita *a priori*, antes da simulação e, portanto, foi implementada fora do simulador, no mesmo nível do otimizador determinístico, já que ambos são classificados como modelos de otimização.

A obtenção das curvas-guias também é feita antes do inicio da simulação, mas por entender que esta se trata de uma ferramenta de apoio à política operativa CGA, totalmente ligada ao contexto da operação, foi implementada dentro do módulo de simulação, mas fora da política operativa.

Como a política de controle em malha aberta não necessita de procedimentos externos, foi totalmente implementada por derivação da classe genérica Política Operativa, utilizando a implementação do otimizador determinístico presente no sistema de apoio à decisão.

# CAPÍTULO 3 ESTUDOS DE CASO

Este capítulo tem como objetivo apresentar os resultados obtidos por simulação da política operativa CGA e analisá-los, comparativamente aos resultados obtidos com as políticas de programação dinâmica e de controle em malha aberta. Para tal foram montados casos de estudos com uma única usina hidrelétrica e um estudo com um maior número de usinas em cascata.

# 3.1 Simulação

A análise de desempenho da política operativa CGA foi feita através de simulações da operação sobre os dados históricos de vazões afluentes entre 1931 e 1998, considerando diferentes configurações com usinas do sistema elétrico brasileiro.

A simulação foi feita utilizando um modelo de usinas individualizadas denominado HydroSim LP (Cicogna, 2003), com discretização mensal, considerando todas as restrições expressas no modelo (2-2)-(2-14).

Inicialmente, foram realizadas simulações com sistemas compostos por uma única usina hidrelétrica, a fim de observar os resultados e o comportamento da política CGA com maior detalhamento.

Em seguida, foi realizado um estudo com várias usinas hidrelétricas do SIN demonstrando que a utilização dessa política operativa também é possível para sistemas mais complexos e mais próximos à realidade operativa do SEB.

A demanda de carga dos sistemas foi adotada constante e proporcional à potência hidrelétrica instalada em cada sistema. Isto assegura uma composição hidrotérmica aproximadamente uniforme em todos os sistemas considerados. Nos modelos em que se faz necessária uma previsão de afluências futuras, foi adotado um previsor simples baseado na média mensal de longo termo (MLT mensal). O interesse é analisar o comportamento das políticas independentemente da qualidade do previsor que venha a ser utilizado.

O problema térmico foi resolvido *a priori* por despacho econômico termelétrico (DET), utilizando as usinas termelétricas (UTEs) do SIN com dados de maio de 2005<sup>4</sup>. As funções de custo de geração termelétrica, para cada UTE, são consideradas lineares, de modo que o custo de um MWh (custo marginal) é constante. Dado o porte dos casos de estudo e com o intuito de obter um melhor ajuste para a função de custo térmico  $\Psi(.)$ , não foram consideradas as usinas com custo marginal superior R\$300,00/MWh (216000 R\$/MWmês).



Na Figura 17, apresentam-se a curva de custo marginal térmico e o ajuste linear obtido.

Figura 17: Custo marginal termelétrico e a função linear ajustada

A função de custo da complementação térmica, resultante da integração da função de custo marginal ajustada, é apresentada na Equação (3-1). Esta função foi utilizada para estimar os custos da operação em todos os casos de estudo montados.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Disponível em: www.ccee.org.br (Comercialização de Energia » Preços » Download Deck de Preços)

$$\Psi_t = 5.7(D_t - P_t)^2 \tag{3-1}$$

Uma vez que a operação por programação dinâmica só é possível para sistemas com apenas um reservatório, devido à "maldição da dimensionalidade", já mencionada, as políticas de programação dinâmica foram simuladas e utilizadas para comparação apenas nos sistemas de único reservatório.

A política de controle em malha aberta não apresenta esse tipo de limitação e, portanto, foi simulada para todos os sistemas montados, tanto de único reservatório, quanto de múltiplos reservatórios.

A otimização determinística (OD), alimentada com as afluências históricas, apesar de não constituir uma política operativa real, uma vez que assume a previsão perfeita (exata) das vazões afluentes, foi incluída nos resultados para estabelecer um limitante superior para o desempenho das políticas operativas reais. A operação a fio d'agua (FA), que mantém os reservatórios cheios a todo tempo, foi incluída entre as simulações na expectativa de fornecer um limitante inferior de desempenho para as políticas reais, já que não faz uso da função regulatória do reservatório.

Os resultados desses estudos foram comparados em termos de média e desvio padrão da geração hidráulica, custo médio da operação e vazão média vertida. Medidas de disponibilidade energética análogas àquelas utilizadas pelo SEB, denominadas energia firme e energia assegurada, foram levantadas por simulação sobre o histórico de vazões.

A energia firme de um sistema é o maior valor possível de energia capaz de ser produzido continuamente pelo sistema, sem a ocorrência de déficits, no caso de repetição das afluências do registro histórico. Por simulação, o requisito de energia atendido pelo sistema é modificado iterativamente até que, durante a pior seqüência de afluências contida no histórico, o sistema seja totalmente deplecionado sem a ocorrência de déficits (Fortunato et al., 1990).

A energia assegurada é a máxima produção de energia que pode ser mantida quase que continuamente pelas usinas hidrelétricas. Na simulação, considera-se a ocorrência de um grande número de séries de vazões afluentes, criadas com base no histórico utilizando recursos estatísticos, e admite-se certo risco de não atendimento à carga, ou seja, em determinado percentual das séries simuladas, permite-se que haja racionamento dentro de um limite

considerado aceitável pelo sistema. Na regulamentação atual, esse risco é de 5%. Considera-se energia assegurada de cada usina hidrelétrica, a fração, a ela alocada, da energia assegurada do sistema (ANEEL, 2005b).

Desse modo, a determinação da energia assegurada independe da geração real e está associada às condições, a longo prazo, que cada usina pode fornecer ao sistema, assumindo um critério específico de risco de não atendimento do mercado (déficit), considerando principalmente a variabilidade hidrológica à qual a usina está submetida.

No SEB, os cálculos de energia firme e assegurada são feitos por subsistemas agregados, utilizando a cadeia de modelos adotada atualmente.

Há uma importante relação entre os valores de energia assegurada e a confiabilidade de suprimento: para qualquer combinação de geradores cuja soma dos valores de energia assegurada seja igual à demanda total, a confiabilidade física de suprimento deverá ser igual ou melhor do que o padrão estabelecido. Além da importância para a confiabilidade de suprimento e expansão eficiente, os valores de energia assegurada têm grande importância comercial, pois constituem a quantidade máxima de energia que o gerador pode comprometer (volumes médios anuais) com contratos de longo prazo.

Neste trabalho, foi considerado como energia assegurada de cada sistema o maior valor de energia hidrelétrica que pode ser gerada em 95% dos intervalos de tempo, ou seja, admitindo 5% de não atendimento. Analogamente a energia firme foi calculada como o maior valor de energia que pode ser produzida em todos os intervalos (meses) do período de planejamento. Essas são estimativas que podem ser obtidas por simulação, e não refletem os cálculos utilizados SEB.

Na Figura 18, apresenta-se um exemplo de curva de permanência, em que se podem observar os pontos de obtenção desses valores sobre a curva, além da geração média.



Figura 18: Curva de permanência da geração, destacando as energias média, firme e assegurada

O desvio-padrão da energia gerada é uma medida da qualidade da operação, uma vez que, dado a natureza quadrática do custo de complementação, despachos hidráulicos mais constantes geralmente estão associados a operações mais econômicas.

O custo da operação, estimado pela função de complementação termelétrica, sinaliza o caráter econômico das políticas operativas, e deve ser especialmente observado, pois este é o parâmetro que se deseja minimizar nas funções objetivo da programação dinâmica e do controle em malha aberta, bem como na obtenção das curvas-guias.

A fim de uma análise mais qualitativa, serão apresentadas as trajetórias de armazenamento dos sistemas fornecidas por algumas políticas para um trecho do período de planejamento.

## 3.1.1 Procedimentos

#### Políticas utilizando curvas-guias

O processo para obtenção de resultados para a política de curvas-guias de armazenamento (CGA), para cada sistema, consiste em:

1) Obtenção da trajetória ótima de armazenamento das usinas;

2) Obtenção da curva-guia anual, com base nos dados obtidos em (1);

3) Simulação da política CGA, utilizando a curva obtida em (2).

O primeiro passo foi realizado conforme o procedimento descrito na sessão 2.3.1, utilizando o período histórico de afluências e a MLT. No segundo passo, a otimização sobre o período histórico foi sintetizada utilizando as medidas estatísticas de média e mediana.

Dessa forma, quatro curvas-guias foram geradas: nas duas primeiras, CG-MLT80 e CG-MLT100, a otimização determinística foi feita considerando 80% e 100% da MLT, respectivamente, num horizonte de 12 meses, de modo que a trajetória ótima resultante foi diretamente adotada. Nas demais, a otimização foi feita ao longo do período de vazões históricas compreendido entre maio de 1931 e abril de 1998 e a trajetória de armazenamento resultante foi sintetizada pelas medidas estatísticas de média e mediana, gerando as curvas denominadas CG-Média e CG-Mediana respectivamente.

O parâmetro de amortecimento  $\alpha$  foi investigado na simulação (terceiro passo) a fim de encontrar o valor que fornecesse melhor desempenho.

Dessa forma, para este sistema, foram feitas 5 simulações, a fim de avaliar o efeito dos ajustes sobre os resultados da política. Na primeira, "CGA Média Std", utilizou-se a curvaguia CG-Média com correção integral, ou seja,  $\alpha = 1$ . A seguir, ajustaram-se os parâmetros  $\alpha$  para que as políticas fornecessem o menor custo de operação possível gerando, sobre as curvas CG-Média, CG-Mediana, CG-MLT80 e CG-MLT100, as políticas "CGA Média", "CGA Mediana", "CGA MLT80" e "CGA MLT100", respectivamente. Na Tabela 1 apresenta-se um resumo das políticas CGA estudadas.

		3		
Política Operativa	Afluência de Otimização	Método de Síntese da Curva-Guia	Afluência de Simulação	Parâmetro de Simulação
CGA Média Std	histórica	média mensal	100% MLT	1
CGA Média	histórica	média mensal	100% MLT	otimizado
CGA Mediana	histórica	mediana mensal	100% MLT	otimizado
CGA MLT100	100% MLT	-	100% MLT	otimizado
CGA MLT80	80% MLT	_	100% MLT	otimizado

Tabela 1 – Resumo das variações de políticas utilizando curvas-guias

#### Políticas baseadas em programação dinâmica

Foram três as políticas de programação dinâmica desenvolvidas: deterministica (PDD), estocástica independente (PDEI) e estocástica markovinana (PDEM), conforme descrito na sessão 2.3.2.

Para obter resultados na política de programação dinâmica, para cada sistema em estudo, faz-se necessário:

- Ajustar funções de distribuição de probabilidades das vazões, com os métodos independente e dependente, para serem usados nas políticas de programação dinâmica estocástica;
- Obter as tabelas de decisões ótimas via programação dinâmica, para cada uma das abordagens, utilizando as funções de probabilidades ajustadas em (1);
- Simular as políticas de programação dinâmica, para toda a hidrologia histórica, utilizando as tabelas de decisões obtidas em (2).

No primeiro passo, a distribuição normal foi usada para o ajuste de probabilidades em ambas as políticas estocásticas, independente e dependente. Uma breve explicação sobre essa técnica pode ser encontrada no Apêndice A.

Para todas estas, a discretização adotada para as variáveis de estado e decisão foram 60 e 30, respectivamente. Nas políticas estocásticas, a variável de afluência foi discretizada em 10 valores possíveis.

Como exemplo, serão mostradas nas figuras que se seguem as funções de probabilidades de vazões afluentes ajustadas e as tabelas de decisão, resultantes do processo de otimização utilizando tais ajustes, para casos estocásticos independentes e dependentes, para a usina de Sobradinho no mês de junho.



Figura 21: Ajuste dependente de probabilidades das vazões



Figura 22: Tabela de decisão PDEM

#### Política de controle em malha aberta

A política de controle em malha aberta (CMA) opera totalmente em tempo de simulação de modo que nenhum procedimento deve ser feito *a priori*, ou seja, antes da tomada de decisão (Martinez e Soares, 2002).

A cada intervalo de simulação, estabelece-se um horizonte de otimização, com término no próximo mês maio, calcula-se uma previsão de afluências para este horizonte (neste trabalho, os valores mensais da MLT foram adotados como previsão) e determinam-se as decisões ótimas de turbinagem sob tais condições. Toma-se a primeira destas decisões e a submete à operação com as condições de simulação, resultando no próximo estado do sistema.

## 3.2 Sistemas de único reservatório

As usinas hidrelétricas (UHEs) escolhidas para compor os sistemas de único reservatório foram Furnas, no Rio Grande e Emborcação, no Rio Paranaíba, subsistema Sudeste/Centro-Oeste (SE/CO), Sobradinho, no Rio São Francisco, subsistema Nordeste (NE), Serra da Mesa, no Rio Tocantins, subsistema Norte (NO), e Foz do Areia, no Rio Iguaçu, subsistema Sul (S). Em cada sistema considerou-se a presença de uma única usina termelétrica (UTE) com capacidade instalada igual a da UHE.

Na Tabela 2, podem ser vistos os dados de potência instalada, volume útil dos reservatórios, defluência mínima e engolimento efetivo das UHEs que compões os sistemas de único reservatório.

UHE	Potência Instalada (MW)	Volume Mínimo/ Máximo (hm³)	Defluência Mínima / Engolimento Efetivo (m <sup>3</sup> /s)	Volume Util (hm <sup>3</sup> )
Furnas	1.312	5.733 / 22.950	196 / 1.692	17.217
Emborcação	1.192	4.669 / 17.725	100 / 1.048	13.056
Sobradinho	1.050	5.447 / 34.116	1.300 / 4.278	28.669
Serra da Mesa	1.200	11.150 / 54.400	98 / 1.212	43.250
Foz do Areia	1.676	1.974 / 5.779	79 / 1.376	3.805

Tabela 2 – Dados dos sistemas com uma UHE

## 3.2.1 Análise de resultados

Os resultados das simulações serão apresentados por sistema, cada um identificado pelo nome da usina hidrelétrica que o compõe. Para cada sistema, serão apresentadas:

- As curvas-guias e valores do parâmetro α utilizados nos estudos de caso com políticas CGA, para cada uma de suas variações;
- Um gráfico das vazões afluentes à UHE, registradas entre os anos hidrológicos de 1931 e 1998, destacando algumas medidas relevantes e restrições operativas;
- Uma tabela com as principais métricas registradas ao final das simulações, expressas em termos de seus valores médios e de sua diferença percentual em relação à operação ótima com perfeita previsão (OD). O símbolo "#" representa o índice das políticas operativas em uma ordenação da mais econômica para a de maior custo operativo;
- Um gráfico de dispersão de custo e geração média em relação à OD e dos valores médios de vertimento;
- Um esquema de comparação das políticas operativas baseado em um gráfico de geração média x desvio padrão;

 Para uma década do período de planejamento, gráficos das vazões afluentes e previstas, e das trajetórias de armazenamento dos reservatórios resultantes da simulação para algumas políticas.

#### Sistema Furnas

As curvas-guias obtidas para o sistema Furnas, segundo o procedimento descrito no item 2.3.1, podem ser vistas na Figura 23.



Figura 23: Curvas-guias para a o sistema Furnas

Observando as curvas-guias da Figura 23, nota-se um mesmo comportamento em todas as curvas, iniciando em níveis altos em maio, descendo suavemente até atingir um mínimo em novembro, quando então retornam suavemente até seu máximo ao final de abril. Com exceção da CG-Média, todas as demais tem meta de 100% de armazenamento ao final de abril.

Esse comportamento é bem coerente com a sazonalidade das vazões ao longo de um ano nessa UHE. Na Figura 24, pode-se ver que há estações bem definidas, com um período de seca de maio a novembro, e um período úmido de dezembro a abril.

Dessa forma, para cumprir bem sua função regulatória o reservatório é deplecionado durante o período de seca, compensando as baixas afluências e se preparando para armazenar as altas vazões do período úmido, ao final do qual, o reservatório deve estar cheio para dar inicio a um novo ciclo. Este resultado é característico da operação ótima para o problema da operação hidrotérmica (Oliveira e Soares, 1995; Cicogna, 1999).



Figura 24: Afluências históricas de Furnas

Outro aspecto interessante que se nota na Figura 24 é que a variação das vazões afluentes é muito maior nos meses do período úmido que nos meses do período seco, o que deverá resultar em erros de previsão maiores no período de dezembro a abril. A média histórica de longo termo é 942,7 m<sup>3</sup>/s e está bem situada dentro da faixa operativa da usina, que abrange a maior parte das vazões afluentes históricas. A mediana, 716,5 m<sup>3</sup>/s, é inferior à média, o que está de acordo com o fato de a curva-guia CG-Mediana estabelecer uma trajetória superior à da CG-Média (Figura 23).

Na Tabela 3, pode-se encontrar os valores do parâmetro de amortecimento que fornecem o menor custo operativo para as políticas baseadas em curvas-guias.

	CGA Média	CGA Mediana	CGA MLT 80	CGA MLT 100
α	0,18	0,17	0,14	0,15

Tabela 3 – Parâmetro das políticas CGA para o sistema Furnas

No gráfico da Figura 23, pode-se perceber a grande variabilidade dos níveis de armazenamento fornecidos pela otimização com perfeita previsão, sobretudo para os meses de outubro a dezembro. Isso pode ajudar a explicar os baixos valores ajustados para o parâmetro  $\alpha$  que, dessa forma, tornam as políticas mais flexíveis e capazes de explorar melhor a zona de armazenamentos ótimos.

Na Tabela 4, são apresentados os resultados das simulações para o sistema Furnas.

	#	Custo (\$)	Geração Média (MW)	Desvio Padrão da Geração (MW)	Vertimento (m <sup>3</sup> /s)	Energia Firme (MW)	Energia Assegurada (MW)
OD	0	6992	740,0	149,6	6,6	397,66	496,8
FA	10	9946	684,2	321,5	102,2	170,1	274,3
		(42,25%)	(-7,53%)	(114,87%)	(1448%)	(-57,23%)	(-44,79%)
CGA Média	9	8095	723,1	240,8	31,8	152,6	263,2
Std		(15,78%)	(-2,28%)	(60,96%)	(381%)	(-61,62%)	(-47,02%)
CGA Média	1	7690	719,2	182,0	35,0	212,5	429,3
		(9,99%)	(-2,81%)	(21,66%)	(430%)	(-46,57%)	(-13,59%)
CGA Mediana	6	7737	717,9	184,3	38,1	230,3	431,7
		(10,66%)	(-2,99%)	(23,21%)	(477%)	(-42,09%)	(-13,10%)
CGA MLT100	5	7722	717,3	180,3	39,4	234,9	443,0
		(10,45%)	(-3,07%)	(20,55%)	(497%)	(-40,94%)	(-10,83%)
CGA MLT80	8	7905	715,2	197,8	45,7	205,0	414,8
		(13,06%)	(-3,35%)	(32,21%)	(592%)	(-48,45%)	(-16,51%)
PDD	3	7712	717,1	178,1	39,1	373,2	448,3
		(10,30%)	(-3,09%)	(19,04%)	(492%)	(-6,16%)	(-9,76%)
PDEI	4	7715	715,4	172,6	28,4	222,8	444,1
		(10,34%)	(-3,32%)	(15,38%)	(330%)	(-43,98%)	(-10,61%)
PDEM	7	7756	716,3	181,4	26,4	263,6	394,6
		(10,93%)	(-3,20%)	(21,25%)	(300%)	(-33,72%)	(-20,57%)
CMA	2	7703	719,4	184,3	34,2	362,7	445,8
		(10,17%)	(-2,78%)	(23,19%)	(418%)	(-8,80%)	(-10,27%)

Tabela 4 – Resumo quantitativo dos resultados para o sistema Furnas

Conforme esperado, a operação com a política FA forneceu o pior custo, 42,3% superior ao ótimo, e delimitou a faixa de custo operativo das políticas. Nas políticas de PD e

CMA, as diferenças percentuais de custo em relação à operação ótima se mostram estáveis em torno de 10,5%.

Observando as políticas CGA, o uso da média sobre a otimização do histórico foi a melhor opção para obtenção da curva-guia, com um custo operativo inferior ao de todas as demais políticas. Com exceção da "CGA MLT80", que registrou custo superior a 13% do ótimo, para todas as configurações de curvas-guias, após o ajuste de seus parâmetros, as políticas CGA forneceram resultados tão próximos do ótimo quanto às políticas que fazem uso direto de métodos de otimização (PD e CMA).

Vale destacar que, pela comparação entre os casos "CGA Média Std" e "CGA Média", o ajuste do parâmetro  $\alpha$  agrega uma significativa redução de custo, em torno de 5,8%. Os valores ajustados para o parâmetro foram baixos, o que sinaliza que as políticas tiveram um alto grau de liberdade, dando passos lentos (muito amortecidos) em direção as curvas-guias a cada intervalo.

Na Figura 25, apresentam-se alguns dados da Tabela 4 de forma gráfica, destacando a distribuição dos valores verificados entre as políticas OD e a FA. As políticas de curva-guia foram posicionadas em um segundo eixo, para facilitar a visualização.



Figura 25: Esquema da dispersão dos valores médios de custo, geração hidrelétrica e vertimento

As políticas que utilizam programação dinâmica estocástica registraram vertimento médio abaixo de 30 m<sup>3</sup>/s, enquanto as demais políticas operaram com vertimentos médios entre 34 e 40 m<sup>3</sup>/s por mês.

A curva-guia obtida contando com 80% da MLT tem melhor desempenho em períodos de seca, já que pressupõe-se a operação com menos recursos. Entretanto, ao longo do período de simulação com 100% das vazões registradas, apresenta, em média, maior nível de vertimento.

A política FA registrou a geração hidrelétrica mais baixa e menos constante. A política "CGA Média Std", com correção integral, forneceu a geração mais alta, mas também mais variável ao longo do período de planejamento, o que é sinalizado pelo alto valor de desvio padrão e explica seu fraco desempenho de custo. Todas as demais políticas apresentaram valores médios de geração estáveis em torno de 3% abaixo da OD, com valores de desvio padrão próximos de 180 MW. Mais especificamente, as políticas com curvas-guias ajustadas sobre o histórico apresentaram um leve aumento de geração hidrelétrica, mas o aumento do desvio-padrão de geração também registrado manteve os custos operativos estáveis.

Na Figura 26, mostra-se o desempenho das políticas num gráfico de dispersão da geração média pelo desvio padrão da geração hidrelétrica. Operações mais econômicas estão na região superior esquerda, onde se encontra a OD, com alta geração média e baixo desvio padrão, e no outro extremo, tem-se a FA, política de operação mais custosa.



Figura 26: Dispersão da geração hidrelétrica de Furnas: média x desvio padrão

Nota-se que a maioria das políticas se concentrou numa região mais próxima da solução OD no eixo do desvio padrão e central no eixo da geração. As políticas "CGA Média Std" e "CGA MLT80" ficaram mais afastadas dessa região e apresentaram custos operativos maiores.

Quanto à disponibilidade energética, a PDD e a CMA apresentaram as mais altas energias firmes, em torno de 368  $\overline{\text{MW}}$ , enquanto as demais políticas registrarem valores entre 212  $\overline{\text{MW}}$  (CGA média) e 263  $\overline{\text{MW}}$  (PDEM). Entretanto, analisando a energia assegurada, que admite déficits em 5% dos intervalos do período de simulação, as políticas ficaram muito mais equilibradas, com valores em torno de 15% inferiores a OD, entre 394  $\overline{\text{MW}}$  (PDEM) e 448  $\overline{\text{MW}}$  (PDD).

Baixos valores de energia firme ocorrem porque para o cálculo da energia firme todos os intervalos são considerados e, freqüentemente, curtos períodos de condições desfavoráveis (baixa afluência com baixo nível de armazenamento, por exemplo) levam a algum despacho hidrelétrico muito abaixo da média, que é tomado como energia firme. Na energia assegurada desprezam-se 5% dos intervalos com os piores valores de geração hidrelétrica e, portanto, essa métrica representa melhor a disponibilidade energética fornecida pelas políticas operativas.

A política "CGA Média Std" apresentou energias firme e assegurada abaixo das registradas pela FA. Isso ocorreu porque em ambas as políticas houve intervalos em que foi turbinada a defluência mínima da usina, por restrições operativas, e na FA, já que o reservatório encontrou-se cheio todo o tempo, a produtividade mais elevada forneceu mais energia para as mesmas vazões.

Nas Figuras 27 e 28, apresentam-se as vazões afluentes e as trajetórias de volume obtidas para o sistema Furnas pelas políticas PDEM, "CGA Média" e CMA, além da resultante da OD. A década de 50 foi escolhida pois contém um período crítico de afluências desse sistema.



Figura 28: Trajetórias de armazenamento na década de 50 para o sistema Furnas

Pelo gráfico das vazões, pode-se notar que as afluências ficaram abaixo da média prevista durante quatro anos (1952 a 1955) e bem próxima da média nos quatro anos seguintes (1956 a 1959). As baixas afluências explicam o esvaziamento do reservatório observado na Figura 28 entre 1952 e 1957, acarretado pelas políticas. Nesse período a política CGA foi mais conservadora e segura, já que manteve o nível do reservatório mais alto que as demais, apesar do baixo valor do parâmetro  $\alpha$ .

Pelo gráfico das trajetórias de volume, pode-se notar que na maior parte do tempo a política CGA se mantém mais próxima dos níveis ótimos (OD) que a política PDEM. Esse comportamento pode ajudar a explicar a leve superioridade dessa política em termos de custo, já que, dessa forma, esta opera também com maior produtividade.

Outra observação pertinente é que as políticas baseadas em programação dinâmica estocástica têm como estratégia operar o reservatório em níveis mais baixos, durante todo o tempo. Isso lhe permite acomodar melhor eventuais cheias, reduzindo o vertimento, mas lhe fornece menor produtividade, dado a redução da altura de queda.

#### Sistema Emborcação



As curvas-guias obtidas para o sistema Emborcação podem ser vistas na Figura 29.

Figura 29: Curvas-guias para a o sistema Emborcação

As curvas-guias levantadas via otimização para o sistema Emborcação tem comportamentos muito semelhantes às do sistema Furnas, como se pode constatar pela observação do gráfico da Figura 29. Entretanto, para o sistema Emborcação, esvazia-se menos o reservatório com metas sempre superiores a 70%, e, pelos pontos ótimos, vê-se que o reservatório se manteve com mais de 30% do volume útil em todos os intervalos de otimização com perfeita previsão no período histórico.

A semelhança com o sistema Furnas se verifica também pela observação das vazões naturais afluentes do sistema Emborcação, na Figura 30. Apresentam-se ainda a MLT Mensal, que é usada pelas políticas como previsão, média e mediana históricas, que são, respectivamente, os valores de média e mediana das afluências registradas ao longo de todo o histórico, e os limites operativos da usina relativos às vazões.



Figura 30: Afluências históricas de Emborcação

Pode-se observar que Emborcação segue o mesmo padrão hidrológico que Furnas, com períodos seco e úmido bem definidos, variabilidade alta nos meses úmidos (dezembro a abril) e baixa no período seco (maio a novembro). A média e a mediana históricas são um pouco menores, 479,6 m<sup>3</sup>/s e 364,5 m<sup>3</sup>/s, respectivamente, e as médias mensais de todos os meses estão contidas na faixa operativa da usina, o que indica que os limites de defluência mínima e engolimento máximo não deverão interferir na operação na maior parte dos intervalos.

Na Tabela 5, apresentam-se os valores ótimos ajustados para o parâmetro  $\alpha$  em cada uma das políticas baseadas em curvas-guias.

	CGA Média	CGA Mediana	CGA MLT 80	CGA MLT 100
α	0,17	0,14	0,10	0,14

Tabela 5 - Parâmetro das políticas CGA para o sistema Emborcação

Com condições hidrológicas e operativas tão favoráveis quanto as do sistema Furnas, os valores otimizados dos parâmetros  $\alpha$  para o sistema emborcação são baixos e bem próximos aos do primeiro sistema.

Um resumo quantitativo dos resultados das simulações é apresentado na Tabela 6.

	#	Custo (\$)	Geração Média (MW)	Desvio Padrão da Geração (MW)	Vertimento (m <sup>3</sup> /s)	Energia Firme (MW)	Energia Assegurada (MW)
OD		8306	560,2	127,2	0	262,6	381,5
FA	10	10706	523,8	298,2	44,0	122,8	162,1
		(28,89%)	(-6,50%)	(134,52%)		(-53,24%)	(-57,51%)
CGA Média	9	9204	546,9	209,9	13,4	114,8	164,0
Std		(10,80%)	(-2,37%)	(65,06%)		(-56,28%)	(-57,01%)
CGA Média	3	8918	544,3	162,5	14,0	111,7	327,1
		(7,36%)	(-2,84%)	(27,79%)		(-57,46%)	(-14,26%)
CGA Mediana	7	8938	543,5	162,3	14,5	157,5	335,5
		(7,61%)	(-2,98%)	(27,64%)		(-40,02%)	(-12,06%)
CGA MLT100	5	8933	543,8	163,0	14,4	144,8	334,1
		(7,55%)	(-2,93%)	(28,15%)		(-44,86%)	(-12,42%)
CGA MLT80	8	9090	541,8	178,2	16,6	173,8	301,9
		(9,43%)	(-3,28%)	(40,15%)		(-33,82%)	(-20,87%)
PDD	4	8923	544,4	163,8	15,3	229,9	352,5
		(7,42%)	(-2,82%)	(28,81%)		(-12,45%)	(-7,60%)
PDEI	1	8894	542,7	152,1	10,0	228,3	347,5
		(7,07%)	(-3,12%)	(19,61%)		(-13,06%)	(-8,91%)
PDEM	2	8912	543,3	157,6	7,1	160,1	278,4
		(7,29%)	(-3,02%)	(23,93%)		(-39,03%)	(-27,02%)
СМА	6	8937	544,2	165,2	14,5	241,0	349,5
		(7,60%)	(-2,86%)	(29,91%)		(-8,23%)	(-8,39%)

Tabela 6 - Resumo quantitativo dos resultados para o sistema Emborcação

Para o sistema Emborcação, a política FA, com 29% de sub-otimalidade, marcou uma faixa mais estreita para os custos operativos das políticas, que se apresentaram estáveis em torno de 7,4% superiores a OD. As políticas de programação dinâmica se destacaram e a operação mais econômica foi fornecida pela PDEI.

A "CGA Média" foi a melhor entre as políticas de curva-guia, e a terceira entre as demais, com custo superior apenas às políticas PDE. As políticas "CGA MLT80" e "CGA Média Std" tiveram desempenho semelhante, com custos aproximadamente 10% maiores que

o ótimo. Isso representa um ganho de custo de 3,2% com o ajuste do parâmetro  $\alpha$ , que novamente teve valores baixos, permitindo maior liberdade na meta de aderência à curva-guia.

A política "CGA Média Std", com correção integral, forneceu a geração mais alta, mas também a de maior desvio padrão. Todas as demais políticas apresentaram valores médios de geração estáveis com diferenças próximas a 3% em relação à OD, com valores de desvio padrão próximos de 160 MW. As PDEs apresentaram desvio padrão de geração levemente menor em relação as outras políticas, o que explica seu melhor desempenho em custos médios.

Na Figura 31, apresentam-se alguns dados da Tabela 6 de forma gráfica, destacando-se a distribuição dos valores verificados entre as políticas OD e a FA.



Figura 31: Esquema da dispersão dos valores médios de custo, geração hidrelétrica e vertimento

Como no sistema Furnas, as políticas PDE registraram menor vertimento em média, 10 m<sup>3</sup>/s e 7 m<sup>3</sup>/s para PDEI e PDEM, respectivamente, enquanto as demais políticas operaram com vertimentos médios próximos a 14,5 m<sup>3</sup>/s por mês, exceto pela política "CGA MLT80" que, por prever uma hidrologia menor, apresentou em média 2 m<sup>3</sup>/s a mais de vertimento. A política FA, operando com reservatório cheio, não realiza o trabalho de regularização de vazões e, portanto, apresenta níveis de vertimento maiores.

Na Figura 32, apresenta-se o gráfico de média versus desvio padrão da geração.



Figura 32: Dispersão da geração hidrelétrica de Emborcação: média x desvio padrão

Pode-se observar a concentração das políticas numa mesma região, próxima a operação ideal, com pequeno afastamento das políticas "CGA Média Std" e "CGA MLT80", que registraram custos operativos mais elevados.

As políticas CMA, PDD e PDEI apresentaram maior disponibilidade energética, tanto em termos de energia firme, em torno de 240 e 230  $\overline{\text{MW}}$ , quanto em termos de energia assegurada, próximas a 350  $\overline{\text{MW}}$ . As demais políticas registraram valores abaixo de 175  $\overline{\text{MW}}$  de energia firme e 335  $\overline{\text{MW}}$  de energia assegurada. Para a "CGA Média", a mais econômica entre as políticas de curvas-guias, a energia firme não superou a da FA, entretanto, sua energia assegurada foi competitiva em relação às outras políticas.

Nas Figuras 33 e 34, apresentam-se as vazões afluentes e as trajetórias de volume obtidas para o sistema Emborcação pelas políticas PDEM, "CGA Média" e CMA além da resultante da OD, para a década de 50.

Pelo gráfico das vazões, pode-se notar que a afluência ficou abaixo da prevista (MLT mensal) durante quatro anos, quando então uma cheia dá inicio a um período com afluências bem próximas da previsão. O período de baixas afluências provoca o esvaziamento do reservatório, que retorna ao seu armazenamento máximo após o período de cheia, no inicio de 1957, conforme se observa na Figura 34.





As políticas CGA e CMA apresentaram trajetórias muito próximas e mais seguras em relação à PDEM que, conforme foi observado para o sistema Furnas, operou com o reservatório em níveis mais baixos. Vale destacar que as trajetórias das três políticas têm comportamento muito semelhante, inclusive em relação à da OD.

Nesse sistema, apesar das políticas CGA e CMA operarem em níveis de armazenamento mais próximos do ideal no período observado na Figura 34, a política PDEM forneceu melhor desempenho, no histórico todo, em termos de custo médio entre essas três políticas, o que se justifica por seu baixo desvio padrão na geração hidráulica.

#### Sistema Sobradinho



As curvas-guias obtidas para o sistema Sobradinho podem ser vistas na Figura 35.

Figura 35: Curvas-guias para a o sistema Sobradinho

Apesar de manterem o comportamento de esvaziamento e enchimento já comentado, no sistema Sobradinho as curvas-guias indicam um maior trabalho de regularização, com metas abaixo de 50% do volume útil do reservatório em novembro. Pode-se notar ainda, na Figura 35, que as curvas-guias são um pouco mais distintas entre si, apresentando um descolamento expressivo no período úmido entre as curvas CG-Média, CG-Mediana e CG-MLT100.

Na Figura 36, apresentam-se as vazões afluentes do sistema, destacando-se as médias mensal e histórica, a mediana histórica e os limites operativos da UHE Sobradinho.

Apesar de se encontrar em outra bacia e outra região do país, as vazões afluentes em Sobradinho mantém o padrão hidrológico sazonal das usinas do Sudeste. No entanto, os valores das afluências naturais são muito superiores a dos sistemas já analisados, com média histórica de 2750,4 m<sup>3</sup>/s. Esse valor é 35,7% inferior ao engolimento máximo da usina, o que indica que este sistema deve ser capaz de turbinar grande parte das vazões afluentes históricas.



Figura 36: Afluências históricas de Sobradinho

Observando-se as restrições operativas da usina, na Figura 36, vê-se que a faixa delimitada pela defluência mínima (1300  $m^3/s$ ) e pelo engolimento máximo (4278  $m^3/s$ ) é estreita, e não contém grande parte das vazões históricas, inclusive no período seco.

Na Tabela 7, apresenta-se os valores do parâmetro  $\alpha$ , ajustados considerando a minimização de custos de operação desse sistema.

		-	-	
	CGA Média	CGA Mediana	CGA MLT 80	CGA MLT 100
α	0,66	0,85	0,63	0,89

Tabela 7 – Parâmetro das políticas CGA para o sistema Sobradinho

Os valores ótimos obtidos foram mais altos que nos sistemas apresentados anteriormente, entre 0,6 e 0,9. Isso torna as políticas CGA muito mais rígidas no atendimento das metas das curvas-guias. Tais resultados podem ser atribuídos a menor variabilidade dos pontos ótimos, sobretudo no período entre abril e agosto, e que delimitam a operação do reservatório numa faixa mais estreita em torno da curva-guia.

Os resultados numéricos fornecidos pelas simulações encontram-se na Tabela 8.
	#	Custo (\$)	Geração Média (MW)	Desvio Padrão da Geração (MW)	Vertimento (m <sup>3</sup> /s)	Energia Firme (MW)	Energia Assegurada (MW)
OD		3799	634,4	131,3	97,3	356,4	445,2
FA	10	5407	588,2	239,2	446,3	335,8	346,6
		(42,35%)	(-7,28%)	(82,16%)	(359%)	(-5,78%)	(-22,15%)
CGA Média	5	4489	613,4	184,1	197,8	270,2	326,3
Std		(18,17%)	(-3,31%)	(40,23%)	(103%)	(-24,19%)	(-26,71%)
CGA Média	3	4476	612,3	179,5	197,4	267,8	330,5
		(17,83%)	(-3,48%)	(36,72%)	(103%)	(-24,86%)	(-25,76%)
CGA Mediana	6	4495	612,0	181,5	210,8	278,0	326,8
		(18,33%)	(-3,53%)	(38,25%)	(117%)	(-22,00%)	(-26,59%)
CGA MLT100	1	4471	611,9	177,9	185,5	259,7	329,0
		(17,70%)	(-3,55%)	(35,50%)	(90%)	(-27,13%)	(-26,10%)
CGA MLT80	7	4503	615,6	191,1	221,7	277,6	332,7
		(18,54%)	(-2,96%)	(45,56%)	(128%)	(-22,11%)	(-25,27%)
PDD	2	4474	606,5	164,4	190,0	249,1	376,4
		(17,79%)	(-4,40%)	(25,21%)	(95%)	(-30,11%)	(-15,45%)
PDEI	8	4553	602,2	164,9	189,1	222,4	338,8
		(19,85%)	(-5,07%)	(25,58%)	(94%)	(-37,60%)	(-23,90%)
PDEM	9	4584	605,4	177,7	168,5	249,4	323,6
		(20,67%)	(-4,57%)	(35,36%)	(73%)	(-30,02%)	(-27,31%)
СМА	4	4479	606,1	164,1	188,5	245,8	364,4
		(17,91%)	(-4,46%)	(24,99%)	(94%)	(-31,03%)	(-18,15%)

Tabela 8 - Resumo quantitativo dos resultados para o sistema Sobradinho

Para o sistema Sobradinho, a política FA delimitou, a exemplo do sistema Furnas, uma faixa mais larga de custo de operação das políticas, 42% superior ao custo da OD. As políticas reais apresentaram custos médios de operação com diferenças próximas a 18% da OD, entretanto os custos das políticas PDE foram ligeiramente maiores, em torno de 20% superiores a OD.

A "CGA MLT100" foi a melhor entre as políticas de curva-guia, com diferença de apenas 0,11% da "CGA Média" e 0,18% da CMA. Neste sistema, diferentemente dos anteriores, a política "CGA Média Std" alcançou a mesma zona de custo das demais políticas,

o que significa um ganho de apenas 0,29% com a otimização do parâmetro  $\alpha$ . Isso se deve ao fato dos valores ajustados para  $\alpha$  serem mais altos que nos sistemas apresentados anteriormente.

As políticas CGA registraram geração média na faixa de 3% a 3,5% abaixo da OD, sendo que a "CGA MLT80" foi levemente melhor. Entretanto, esta última foi a que apresentou maior desvio padrão, próximo a 190 MW, enquanto nas demais políticas os valores ficaram em torno de 180 MW. As políticas PD e CMA geraram menos em média, entre 4,4% e 5%, mas também apresentaram desvio padrão menor, entre 164 e 178 MW. Apesar da geração mais constante, a queda na geração média não se compensou para as políticas PDEI e PDEM, resultando em custos mais elevados para essas políticas.

As diferenças de custo, geração média e vertimento médio podem ser melhor observadas no esquema da Figura 37.



Figura 37: Esquema da dispersão dos valores médios de custo, geração hidrelétrica e vertimento

A política PDEM apresentou o menor vertimento médio, inferior a 170 m<sup>3</sup>/s, e as políticas PD, PDEI e CMA registraram vertimentos próximos a 190 m<sup>3</sup>/s. Nas políticas CGA o vertimento ficou em torno de 200 m<sup>3</sup>/s ao mês, com exceção das políticas "CGA MLT100", com o segundo menor vertimento médio, 185 m<sup>3</sup>/s, e "CGA MLT80", superado apenas pela política FA. Esses resultados são coerentes com os dos estudos anteriores, em que as PDEs apresentam menores níveis de vertimento, devido ao nível de armazenamento mais baixo com que operam o reservatório.

No gráfico da Figura 38, pode-se notar que a dispersão das políticas em relação à média e desvio padrão da geração hidrelétrica é maior que nos sistemas anteriores. A zona de concentração das políticas é mais extensa e mais afastada da OD. É importante observar que a região onde se encontram as políticas CGA é tão eficiente, em termos de custo, quanto a região onde estão localizadas as políticas PDD e CMA, que se encontram sobrepostas.



Figura 38: Dispersão da geração hidrelétrica de Sobradinho: média x desvio padrão

Quanto à disponibilidade energética, a política FA forneceu, surpreendentemente, a mais alta energia firme, 336  $\overline{MW}$ , seguida pelas políticas "CGA MLT80" e Mediana, com aproximadamente 278  $\overline{MW}$ . Entretanto, a maior energia assegurada, 376  $\overline{MW}$ , foi obtida pela política PDD, enquanto na maioria das outras políticas ficou em torno de 330  $\overline{MW}$ , abaixo dos 346  $\overline{MW}$  registrados pela FA. Dessa forma, pode-se dizer que a política FA forneceu uma melhor disponibilidade energética, apesar do alto custo de operação.

Nas Figuras 39 e 40, apresentam-se as vazões afluentes e as trajetórias de volume obtidas para o sistema Sobradinho pelas políticas PDEM, "CGA Média" e CMA além da resultante da OD, para a década de 50.

Nota-se nas trajetórias de vazões que, de forma semelhante ao sistema Emborcação, as vazões ficaram abaixo da média prevista durante quatro anos, quando então ocorre um ano de afluências bastante favoráveis. O período de baixas afluências novamente provoca o

esvaziamento do reservatório, que retorna ao seu armazenamento máximo após a cheia, em maio de 1957, conforme se observa na Figura 40.



Figura 40: Trajetórias de armazenamento na década de 50 para o sistema Sobradinho

Nos períodos de afluências próximas à média, nos anos hidrológicos de 1950 e 1960, por exemplo, as políticas apresentam trajetórias quase idênticas. No entanto, nos períodos desfavoráveis, as políticas se comportam de modo diferente, com as políticas PDEM e CMA muito próximas, operando em níveis de reservatório mais baixos que a política CGA, que se mostrou novamente mais segura e próxima da trajetória ideal.

#### Sistema Serra da Mesa



As curvas-guias obtidas para o sistema Serra da Mesa podem ser vistas na Figura 41.

Figura 41: Curvas-guias para a o sistema Serra da Mesa

Diferentemente dos sistemas apresentados até aqui, as curvas-guias obtidas para o sistema Serra da Mesa são bastante distintas entre si e se apresentam em faixas paralelas de nível de armazenamento. Todas indicam a manutenção do reservatório em níveis altos, sendo que a meta mais baixa é de 75% do volume útil, na CG-Média. Isso se deve ao fato de que, com o maior reservatório do SIN, Serra da Mesa não precisaria deplecionar muito para regularizar suas próprias vazões, com mínimo custo operativo, se possuísse perfeita previsão das afluências.

Pelo gráfico da Figura 42, em que se mostram as afluências históricas e os limites operativos da usina, pode-se notar que o engolimento máximo de Serra da Mesa, apesar de superior, é bem próximo da média geral das vazões históricas. Isso indica que o engolimento máximo deverá limitar as decisões de turbinagem em muitos intervalos de tempo. A defluência mínima é baixa e poderá ser facilmente atendida ao longo de todo o histórico pelas vazões naturais afluentes.



Figura 42: Afluências históricas de Serra da Mesa

Na Tabela 9, são apresentados os valores ótimos ajustados para o parâmetro de amortecimento da correção das políticas baseadas em curvas-guias.

Tabela 9 – Parâmetro das políticas CGA para o sistema Serra da Mesa

	CGA Média	CGA Mediana	CGA MLT 80	CGA MLT 100
α	0,06	0,04	0,03	0,03

Os valores ajustados para o parâmetro  $\alpha$  foram extremamente baixos, com passos quase insignificantes de correção a cada intervalo de tempo. Dessa forma, pode-se concluir que o sistema tem alto grau de liberdade para operar o reservatório, podendo afastar-se das metas livremente. Apesar disso, a operação eficiente se dará pelo uso de metas conservadoras, freqüentemente indicando uma direção de enchimento, pela restrição de engolimento máximo, limitando as decisões de turbinagem, e pelo imenso volume do reservatório, que não deverá sofrer reduções abruptas de cota, mesmo defluindo o máximo turbinável.

Na Tabela 10, apresenta-se os resultados quantitativos das simulações.

	#	Custo (\$)	Geração Média (MW)	Desvio Padrão da Geração (MW)	Vertimento (m <sup>3</sup> /s)	Energia Firme (MW)	Energia Assegurada (MW)
OD		3453	805,9	131,7	11,0	461,9	582,5
FA	10	8378	635,7	317,1	201,7	105,1	183,1
		(142,61%)	(-21,12%)	(140,84%)	(1734%)	(-77,25%)	(-68,57%)
CGA Média	9	5001	780,3	272,0	44,1	99,8	118,0
Std		(44,82%)	(-3,18%)	(106,58%)	(301%)	(-78,39%)	(-79,74%)
CGA Média	2	3967	776,5	138,0	44,6	409,5	530,7
		(14,89%)	(-3,65%)	(4,81%)	(305%)	(-11,34%)	(-8,89%)
CGA Mediana	6	4261	770,3	168,8	49,0	301,0	492,1
		(23,41%)	(-4,42%)	(28,18%)	(345%)	(-34,83%)	(-15,52%)
CGA MLT100	4	4047	765,1	115,1	55,3	448,1	531,1
		(17,21%)	(-5,06%)	(-12,55%)	(403%)	(-2,99%)	(-8,82%)
CGA MLT80	8	4319	760,2	150,1	110,5	366,4	546,0
		(25,08%)	(-5,67%)	(14,00%)	(905%)	(-20,68%)	(-6,27%)
PDD	3	4033	772,2	136,8	53,6	229,9	352,5
		(16,80%)	(-4,18%)	(3,87%)	(387%)	(-50,23%)	(-39,48%)
PDEI	1	3960	776,9	137,8	39,6	424,1	595,7
		(14,68%)	(-3,60%)	(4,66%)	(260%)	(-8,18%)	(2,27%)
PDEM	5	4073	774,1	149,4	28,2	160,1	278,4
		(17,95%)	(-3,95%)	(13,49%)	(156%)	(-65,34%)	(-52,21%)
CMA	7	4146	767,2	141,5	61,0	357,0	539,8
		(20,07%)	(-4,80%)	(7,47%)	(455%)	(-22,71%)	(-7,33%)

Tabela 10 - Resumo quantitativo dos resultados para o sistema Serra da Mesa

Para o sistema Serra da Mesa, a política FA atingiu um custo quase 2,5 vezes maior que o custo mínimo, com 143% de diferença em relação à OD. Isso destaca a importância do uso da função regulatória do reservatório para a operação econômica do sistema. As demais políticas apresentaram custos mais dispersos, diferentemente dos sistemas apresentados anteriormente, porém com diferenças abaixo de 25% da OD, com destaque para a PDEI e a "CGA Média", que forneceram as operações mais econômicas, com custos em torno de 14,8% superiores a OD. Ao contrário do sistema Sobradinho, o ganho com a otimização do parâmetro  $\alpha$  foi grande, 26% sobre o custo da "CGA Média Std", o que está relacionado aos baixos valores que foram ajustados para o parâmetro.

Valores tão baixos para o parâmetro de amortecimento implicam que, para este sistema, as curvas-guias determinam apenas uma direção para a decisão, no sentido do deplecionamento ou do enchimento do reservatório, já que o passo de correção  $\alpha$  que determina o volume envolvido a cada intervalo é pequeno. Outra implicação disso é que, apesar das curvas-guias fornecerem metas altas (sempre superiores a 75% do volume útil), o baixo amortecimento torna a política mais flexível.

Na Figura 43, apresentam-se alguns dados da Tabela 10 de forma gráfica, destacando a distribuição dos valores verificados entre as políticas OD e a FA.





A "CGA Média Std", com correção integral, forneceu a maior geração média mas com desvio padrão bem maior que nas demais políticas. Entre as demais políticas CGA, a que usa a média do histórico voltou a se sobressair, com um valor médio e desvio padrão de geração entre os registrados pelas políticas baseadas em programação dinâmica, com diferenças de 3,6% (PDEI) a 4,2% (PDD) em relação à OD.

Esses aspectos podem ser também observados pelo gráfico da Figura 44, no qual podese notar a aglomeração das políticas numa zona de alta geração e baixo desvio padrão. Cabe ressaltar que a política "CGA MLT100" foi a que forneceu a operação mais constante entre todas, com desvio padrão de geração inferior até mesmo ao da OD, e por esse motivo, essa política obteve também um custo de operação competitivo. Os baixos valores de desvio padrão da geração são um reflexo de que, com um reservatório tão grande, as variações das vazões afluentes pouco modificam a altura de queda do reservatório, e, conseqüentemente, a geração hidráulica.



Figura 44: Dispersão da geração hidrelétrica de Serra da Mesa: média x desvio padrão

Quanto ao vertimento, a política PDEM aproveitou bem as informações do modelo de vazões que utiliza, apresentando o menor vertimento médio, 28,2 m<sup>3</sup>/s, enquanto as demais políticas estiveram entre 39,6 m<sup>3</sup>/s (PDEI) e 61 m<sup>3</sup>/s (CMA).

A política "CGA Média Std" forneceu a pior disponibilidade energética, com valores de energia firme e assegurada inferiores aos da FA, o que reforça a importância do ajuste do parâmetro de amortecimento para esse sistema. De modo geral, as políticas forneceram boa disponibilidade energética, com destaque para as políticas PDEI e "CGA MLT100", que registraram os valores mais próximos dos da OD, e para a política PDEM que registrou os piores valores de energias firme e assegurada.

Nas Figuras 45 e 46, apresentam-se as vazões afluentes e as trajetórias de volume obtidas pelas políticas PDEM, "CGA Média" e CMA, além da operação ótima (OD), para a década de 50.



Figura 46: Trajetórias de armazenamento na década de 50 para o sistema Serra da Mesa

Para esse sistema, pode-se ver pelo gráfico das vazões que há um período seco de seis anos seguido de um período úmido de quatro anos. Da mesma forma que nos sistemas já apresentados, pode-se ver na Figura 46 que ocorre o esvaziamento do reservatório ao longo do período de baixas afluências e que o nível de armazenamento se recupera durante o período de afluências favoráveis, de forma mais rápida na política CMA, e mais lenta na política PDEM.

No gráfico das trajetórias, mostra-se a política CMA mais próxima da ótima, mais segura e eficiente, mas, apesar disso, seu custo de operação foi cerca de 1,8% maior que o da PDEM. Vale destacar que com a política PDEM o nível do reservatório não é totalmente recuperado mesmo ao final de um período de afluências bastante favoráveis (1956 a 1960),

sinalizando que operar em níveis mais baixos de armazenamento faz parte da estratégia operativa da política.

#### Sistema Foz do Areia



As curvas-guias obtidas para o sistema Foz do Areia podem ser vistas na Figura 47.

Figura 47: Curvas-guias para a o sistema Foz do Areia

Pela observação do gráfico da Figura 47, pode-se imaginar que o sistema Foz do Areia constitui um caso de estudo bem particular. Os pontos da trajetória ótima parecem ter variabilidade uniforme para todos os meses e não seguem o padrão de comportamento observado em todos os sistemas apresentados anteriormente.

Nas curvas-guias obtidas, as metas variam pouco de um mês para o outro. Em cada curva a distância entre os pontos de mínimo e máximo não ultrapassam 12 pontos percentuais de volume útil e todas as curvas estão definidas na região acima de 76% do reservatório.

Podem-se identificar dois vales, com valores mínimos em agosto e setembro, e três picos em torno de junho, novembro e março. As curvas-guias fornecidas pela otimização com percentuais da MLT são muito próximas e mais conservadoras que as sintetizadas pela otimização ao longo de todo o período histórico.

86

São apresentadas, na Figura 48, as afluências históricas de Foz do Areia destacando-se as médias mensais (MLT mensal), a média e a mediana ao longo de todo o histórico e as restrições operativas da usina relacionadas às vazões.



Figura 48: Afluências históricas de Foz do Areia

As vazões afluentes mostram-se sem padrão de sazonalidade definido, com MLT mensal quase constante ao longo do ano e alta variabilidade em relação à média para todos os meses. Tais características justificam os pontos ótimos observados no gráfico da Figura 47, e ajudam a compreender as curvas-guias obtidas.

A MLT mensal se encontra totalmente inserida na faixa delimitada pela defluência mínima e pelo engolimento máximo da UHE, que também abrange a maior parte das afluências históricas. Isso sinaliza que a operação deste sistema não sofrerá impacto por tais restrições operativas.

Na Tabela 11, mostra-se os valores ótimos obtidos para os parâmetros das políticas baseadas em curvas-guias. Os valores ajustados são mais próximos aos dos sistemas do Sudeste, o que é razoável, considerando a alta variabilidade das vazões mensais, a confortável faixa operativa e o tamanho reduzido do reservatório diante da vazão média esperada.

Tabela 11 – Parâmetro das políticas CGA para o sistema Foz do Areia

	CGA Média	CGA Mediana	CGA MLT 80	CGA MLT 100
α	0,24	0,21	0,23	0,24

Na Tabela 12, são apresentados os resultados das simulações para esse sistema.

	#	Custo (\$)	Geração Média (MW)	Desvio Padrão da Geração (MW)	Vertimento (m <sup>3</sup> /s)	Energia Firme (MW)	Energia Assegurada (MW)
OD		18860	752,7	301,1	21,1	160,5	313,3
FA	5	20901	736,1	402,2	63,1	122,8	162,1
		(10,82%)	(-2,21%)	(33,57%)	(199%)	(-23,49%)	(-48,26%)
CGA Média	8	21387	720,2	394,9	52,9	84,1	185,4
Std		(13,40%)	(-4,32%)	(31,14%)	(151%)	(-47,60%)	(-40,82%)
CGA Média	7	21077	714,4	359,6	50,4	75,3	224,5
		(11,76%)	(-5,09%)	(19,42%)	(139%)	(-53,08%)	(-28,34%)
CGA Mediana	6	20944	719,9	365,1	54,2	80,2	224,9
		(11,05%)	(-4,36%)	(21,25%)	(157%)	(-50,03%)	(-28,22%)
CGA MLT100	3	20856	721,9	364,3	55,9	79,2	230,1
		(10,58%)	(-4,09%)	(20,98%)	(165%)	(-50,65%)	(-26,56%)
CGA MLT80	4	20862	723,1	367,8	56,4	80,7	217,2
		(10,62%)	(-3,93%)	(22,14%)	(167%)	(-49,72%)	(-30,67%)
PDD	1	20774	719,0	350,9	53,8	112,5	260,5
		(10,15%)	(-4,48%)	(16,53%)	(155%)	(-29,91%)	(-16,85%)
PDEI	9	21606	701,6	362,0	42,4	73,6	178,4
		(14,56%)	(-6,79%)	(20,22%)	(101%)	(-54,14%)	(-43,06%)
PDEM	10	21716	703,3	374,0	43,5	79,2	191,7
		(15,15%)	(-6,56%)	(24,20%)	(106%)	(-50,65%)	(-38,81%)
CMA	2	20798	719,5	353,9	54,9	80,8	266,0
		(10,28%)	(-4,41%)	(17,53%)	(160%)	(-49,66%)	(-15,10%)

Tabela 12 – Resumo quantitativo dos resultados para o sistema Foz do Areia

Para o sistema Foz do Areia, diferentemente dos sistemas apresentados anteriormente, a política FA não estabeleceu um limite inferior para o custo da operação, mostrando-se bastante competitiva em comparação com as outras políticas. A política mais econômica foi a PDD, com custo 10,15% superior ao ótimo. As demais políticas se concentraram bem próximas deste custo, exceto pelas políticas PDE, que apresentaram custos aproximadamente 4% superiores a PDD. Isso sinaliza que o modelo estocástico de vazões ajustado para as PDEs não foi capaz de captar e reproduzir o comportamento das vazões, sobretudo devido à grande variabilidade dos dados, como pode ser visto na Figura 48.

Entre as políticas CGA, aquelas baseadas em MLT forneceram custos de operação mais baixos, até para o caso em que otimização considerou 80% da MLT, que apresentou uma diferença de apenas 0,04 pontos percentuais em relação à "CGA MLT100". O ganho com a otimização do parâmetro  $\alpha$  foi baixo, 1,45% do custo da "CGA Média Std". Esse fato também deve estar relacionado à grande variabilidade das vazões ao longo de todo o ano, que provoca alto índice de erros de previsão.

Na Figura 49, apresentam-se alguns dados da Tabela 12 de forma gráfica, destacando a distribuição dos valores verificados de custo e geração e vertimento médios, em relação a solução ótima (OD).





A operação com a política FA resultou na geração média mais alta, com um desvio padrão não muito superior aos das demais políticas, o que justifica seu bom desempenho de custo. A alta geração está ligada ao ganho de produtividade acarretado pela manutenção do reservatório no nível máximo, em média 1,25 MW/m<sup>3</sup>/s, contra 1,18 MW/m<sup>3</sup>/s das demais políticas. Uma vez que seu volume útil é bem reduzido se comparado aos dos sistemas apresentados anteriormente, as variações de volume para regularização de vazões acarretam maiores perdas de produtividade.

As políticas de PDE forneceram valores de geração baixos em torno de 6,7% inferiores a OD. As outras políticas apresentaram geração na faixa entre 4% e 5% de diferença em relação a OD. Todas as políticas apresentaram desvio padrão bem semelhante, com destaque apenas para a PDD, que obteve a geração mais constante ao longo do período simulado, razão pela qual registrou o menor custo médio de operação.

O gráfico de dispersão de geração apresentado na Figura 50 ilustra o afastamento das políticas PDE em relação a OD, o bom desempenho das políticas PDD e CMA, e a posição relativa da política FA que, com o alto valor de geração média, realizou uma operação competitiva, apesar do desvio padrão mais alto que nas demais políticas.



Figura 50: Dispersão da geração hidrelétrica de Foz do Areia: média x desvio padrão

Todas as políticas simuladas apresentaram valores médios de vertimento em torno de 54 m<sup>3</sup>/s, exceto as políticas PDE que, apesar das dificuldades com o ajuste das vazões afluentes, ainda registraram cerca de 9 m<sup>3</sup>/s a menos de vertimento mensal médio.

A política FA apresentou a mais alta energia firme, mas também a energia assegurada mais baixa. As demais políticas forneceram valores de energia firme muito concentrados em torno de 79  $\overline{\text{MW}}$ , com exceção da política PDD com 112,5  $\overline{\text{MW}}$ . Quanto à energia assegurada, destacam-se a CMA e a PDD, apenas 15,1% e 16,6%, respectivamente, menores que a obtida

pela OD. De modo geral, a política PDD foi mais econômica e forneceu a melhor disponibilidade energética e uma das mais altas gerações médias, com menor variabilidade.

Nas Figuras 51 e 52, apresentam-se as vazões afluentes e as trajetórias de volume obtidas para o sistema Foz do Areia pelas políticas PDEM, "CGA Média" e CMA além da resultante da OD, para a década de 50.

No gráfico das vazões é importante destacar as grandes diferenças entre a previsão (MLT mensal) e as vazões registradas nesse período. Ainda, diferente dos outros sistemas, essa não foi uma década com períodos bem definidos de seca e, ainda, a hidrologia neste sistema não segue os mesmos padrões de sazonalidade observados anteriormente.



Figura 51: Trajetórias de vazões na década de 50 para o sistema Foz do Areia

Esse comportamento diferenciado das afluências se reflete no gráfico da Figura 52, no qual se apresentam trajetórias de armazenamento muito mais variáveis e distintas entre as políticas. Também se pode notar um maior afastamento de todas as políticas em relação à trajetória ótima.





Na Figura 52 (A), observa-se o rápido esvaziamento e enchimento do reservatório em períodos de um ano (1951, 1952, 1953). Esse comportamento está ligado à dimensão relativamente pequena do reservatório e à ocorrência de baixas afluências no inicio desses anos e altas afluências ao final do ano, que possibilitam sua rápida recuperação. Pode-se observar também na Figura 52 (B) o esvaziamento prolongado entre os anos de 1958 e 1960 devido a baixas vazões desse período.

Ainda assim, de acordo com o comportamento observado nos sistemas anteriores, a PDEM operou constantemente em níveis de armazenamento mais baixos que as outras políticas. A CMA apresentou a trajetória mais próxima da OD e a política "CGA Média" acompanhou muito bem seu padrão de comportamento.

#### 3.2.2 Regra de geração mínima

Manter uma geração mínima pode ser muito interessante para a operação do sistema, à medida que isso pode contribuir para a obtenção de uma complementação térmica mais estável e uma maior disponibilidade energética.

Com esse intuito, uma segunda regra de operação foi incluída nas políticas baseadas em curvas-guias de modo que a decisão dada pela regra operativa da política CGA pode ser corrigida para superar um valor mínimo de geração hidrelétrica desejada para o sistema.

Para cada sistema, sobre as simulações "CGA Média" foram incluídas metas de geração que deveriam ser superadas. Os valores da geração mínima desejadas foram estabelecidos por tentativa e erro procurando melhorar o custo de operação do sistema.

Exemplos das curvas levantadas da variação do custo em função da imposição de um valor mínimo de geração podem ser vistos nos gráficos da Figura 53 para os sistemas Furnas e Emborcação.



Figura 53: Variação do custo da operação por imposição de regra de geração mínima

Os melhores valores de geração mínima levantados para todos os sistemas em estudo encontram-se na Tabela 13.

UHE	Geração Mínima (MW)
Furnas	404
Emborcação	360
Sobradinho	384
Serra da Mesa	495
Foz do Areia	104

Tabela 13 – Parâmetro das políticas de curvas-guias de armazenamento

Os resultados das simulações encontram-se resumidos na Tabela 14, na qual apresentam-se os valores médios registrados e as diferenças percentuais em relação às políticas "CGA Média" originais já apresentadas para cada sistema.

	Custo (\$)	Geração Média (MW)	Desvio Padrão da Geração (MW)	Vertimento (m <sup>3</sup> /s)	Energia Firme (MW)	Energia Assegurada (MW)
Furnas	7684	718,8	179,7	35,0	398,0	403,7
	(-0,08%)	(-0,06%)	(-1,25%)	(0,00%)	(87,29%)	(-5,96%)
Emborcação	8916	543,0	157,0	13,9	353,1	359,0
	(-0,01%)	(-0,24%)	(-3,38%)	(-0,71%)	(216,11%)	(9,75%)
Sobradinho	4467	610,4	173,5	196,0	118	379,3
	(-0,20%)	(-0,31%)	(-3,34%)	(-2,23%)	(-55,94%)	(14,77%)
Serra da Mesa	3967	776,1	136,5	44,6	489,6	508,1
	(-0,02%)	(-0,05%)	(-1,09%)	(0,00%)	(19,56%)	(-4,26%)
Foz do Areia	21077	714,1	358,7	50,3	96,2	224,8
	(0,00%)	(-0,04%)	(-0,25%)	(-0,20%)	(27,76%)	(0,13%)

Tabela 14 - Resumo dos resultados com a imposição de geração mínima

Pode-se constatar que a inclusão da regra de geração mínima não trouxe ganhos significativos em custo ou geração se comparada à política original. Por outro lado, a imposição de uma geração mínima forneceu uma boa contribuição à medida que elevou as energias firmes dos sistemas a níveis bem próximos e até superiores aos registrados pela operação ótima, que são os casos de Furnas (+0,08%), Emborcação (+34,5%) e Serra da Mesa (+6,0%).

Na Figura 54, apresentam-se as curvas de permanência da geração hidrelétrica, com a operação ótima (OD) e com a política "CGA Média" sem e com a meta de geração mínima, para o sistema Emborcação.



Figura 54: Curva de permanência da geração hidráulica com e sem imposição de geração mínima

Pelo gráfico pode-se visualizar a significativa diferença entre as energias firmes (triângulos sobre as curvas) e a não tão expressiva diferença entre as energias asseguradas (círculos sobre as curvas). É importante destacar que o impacto dessa regra se dá em um percentual pequeno dos intervalos de simulação, aqueles que forneciam valores baixos de geração.

Na Figura 55, são apresentadas as curvas de permanência de geração dos demais sistemas, a partir de 90% de freqüência, com e sem a regra de geração mínima conforme a legenda da Figura 54. Nessas curvas destacam-se a as energias firmes (triângulos sobre as curvas) e as energias asseguradas (círculos sobre as curvas).



Figura 55: Curvas de permanência da geração hidráulica

De modo geral, observando-se as energias asseguradas, os ganhos não foram expressivos e em alguns casos registrou-se redução. As energias firmes registradas são muito próximas às metas de geração, exceto para o sistema Sobradinho no qual se observa uma grande queda próxima a 99%. Isso significa que em aproximadamente 1% dos intervalos, não foi possível atender a meta de geração e a energia gerada nesses casos sofreu forte degradação.

O valor para a regra de geração mínima foi estabelecido pelo critério do mínimo custo, entretanto entende-se que o uso da regra pode ser aliado a outros objetivos, por exemplo, estabelecer um patamar desejado para as energias assegurada e firme, fazendo uma análise de custo-benefício da operação sob tal imposição, considerando ainda o risco do não atendimento da meta de geração.

## 3.3 Sistema de Múltiplos Reservatórios

Para compor o sistema de teste com múltiplos reservatórios, foram escolhidas sete usinas de uma das bacias mais importantes da região sudeste do Brasil. A bacia do Rio Paraná concentra um grande número de usinas, com grande capacidade instalada de geração e grandes reservatórios, além de estar situada próxima aos maiores centros de carga do país.



Na Figura 56, apresenta-se um esquema do acoplamento espacial do sistema.

Figura 56: Acoplamento espacial do sistema de múltiplos reservatórios

Alguns dados relevantes sobre as usinas que compõe o sistema podem ser vistos na Tabela 15.

	Potência Instalada (MW)	Volume Útil (hm <sup>3</sup> )	Def. Min / Engolimento Efetivo (m <sup>3</sup> /s)	MLT Histórica (m <sup>3</sup> /s)
Emborcação	1.192	13.056	100 / 1.048	479,6
Itumbiara	2.280	12.454	254 / 3.222	1528,1
São Simão	1.710	5.540	343 / 2.670	2342,8
Furnas	1.312	17.217	196 / 1.692	942,7
Marimbondo	1.488	5.260	441 / 2.944	1824,7
Agua Vermelha	1.398	5.169	501 / 2.922	2075,7
Ilha Solteira	3.444	5.514	1.387 / 9.399	5206,2
Total:	12.824			

Tabela 15 – Dados do sistema hidrotérmico de múltiplos reservatórios

Da mesma maneira como foi feito para os estudos com uma única UHE, quatro estudos de simulação foram montados para este sistema com a política CGA. Os valores ajustados para os parâmetros utilizados encontram-se na Tabela 16.

Tabela 16 – Parâmetros das políticas CGA para o sistema de múltiplos reservatórios

	CGA Média	CGA Mediana	CGA MLT 80	CGA MLT 100
α	0,27	0,26	0,38	0,28

Para exemplificar, na Figura 57 podem ser vistas as curvas-guias CG-Média, extraídas pela média mensal da trajetória ótima sobre o período histórico.



Como dois dos sistemas de único reservatório são compostos por usinas que fazem parte deste estudo (Furnas e Emborcação), é possível estabelecer comparações entre o comportamento dessas usinas de forma isolada e quando operam em conjunto com outras em um sistema, que é o caso deste estudo.

Observando-se as curvas-guias na Figura 57, percebe-se que as curvas-guias de Furnas e Emborcação determinam a operação dos reservatórios em níveis mais baixos do que nos sistemas isolados (figuras 23 e 29). Isoladamente, a curva-guia de Furnas abrange a faixa entre 61% e 96% do volume útil do reservatório, enquanto que em cascata, sua curva-guia estabelece a operação entre 37% e 87% do reservatório. Para Emborcação a curva-guia isolada apresenta metas entre 72% e 99% do volume útil do reservatório contra uma faixa de 51% a 91% para a operação em cascata.

Isso ocorre porque, localizadas no topo da cascata e com reservatórios de grande porte, essas usinas tem a tarefa de regularizar, não só suas próprias vazões naturais, mas a vazão de todo rio, contribuindo para que seja melhor aproveitada por todas as UHEs a jusante.

Na Figura 58, apresentam-se as médias mensais de longo termo (MLT mensal) das usinas desse sistema.



Figura 58: Afluências médias de longo termo do sistema com múltiplos reservatórios

Pode-se perceber que todas as usinas apresentam o mesmo padrão de sazonalidade anual, comportamento já comentado nos estudos de único reservatório, e que as afluências de Ilha Solteira se destacam com valores muito mais altos que das demais UHEs. Isso se dá devido a grande vazão incremental nessa usina que se localiza após a confluência entre os rios Paranaíba e Grande. Os altos valores de vazões de Ilha Solteira associados ao tamanho relativamente pequeno do seu reservatório exigem que uma maior regularização seja feita a montante, o que está de acordo com as curvas-guias apresentadas.

#### 3.3.1 Análise de resultados

Na Tabela 17, apresentam-se os resultados das simulações utilizando as políticas FA, CGAs e CMA, em valores médios e percentuais em relação a otimização determinística com perfeita previsão (OD). Cabe lembrar que as políticas de programação dinâmica não foram simuladas para este caso de estudo por limitações do método já comentadas.

	#	Custo (\$)	Geração Média (MW)	Desvio Padrão da Geração (MW)	Vertimento (m <sup>3</sup> /s)	Energia Firme (MW)	Energia Assegurada (MW)
OD		555467	7669	1096	79,7	4975,0	5673,9
FA	7	861316	6929,0	2885,4	263,9	1885,8	2926,6
		(55,06%)	(-9,65%)	(163,27%)	(231,12%)	(-62,09%)	(-48,42%)
CGA Média	6	641755	7468,3	1846,3	118,2	1736,3	3852,0
Std		(15,53%)	(-2,62%)	(68,46%)	(48,31%)	(-65,10%)	(-32,11%)
CGA Média	2	623006	7470,4	1578,7	107,9	1620,6	4555,8
		(12,16%)	(-2,59%)	(44,04%)	(35,38%)	(-67,43%)	(-19,71%)
CGA Mediana	3	623151	7471,0	1583,2	110,8	1658,9	4552,6
		(12,19%)	(-2,58%)	(44,45%)	(39,02%)	(-66,66%)	(-19,76%)
CGA MLT100	4	623431	7456,3	1537,1	101,6	1621,3	4618,6
		(12,24%)	(-2,77%)	(40,25%)	(27,48%)	(-67,41%)	(-18,60%)
CGA MLT80	5	639733	7430,1	1701,7	137,7	1629,0	4459,6
		(15,17%)	(-3,12%)	(55,26%)	(72,77%)	(-67,26%)	(-21,40%)
CMA	1	597185	7536,7	1380,5	138,8	3076,3	5283,4
		(7,51%)	(-1,73%)	(25,96%)	(74,15%)	(-38,16%)	(-6,88%)

Tabela 17 - Resumo quantitativo dos resultados para o sistema de múltiplos reservatórios

Observando-se os resultados, pode-se dizer que as políticas operativas baseadas em curvas-guias forneceram bons resultados para o sistema com múltiplos reservatórios, uma vez que conseguiram manter-se próximas a 12,2% de diferença da solução ótima em custo, e abaixo de 3% de diferença em geração média. As políticas "CGA Média Std" e "CGA MLT80" foram menos eficientes, repetindo o comportamento observado nos sistemas de único reservatório. A otimização do parâmetro  $\alpha$  agregou uma redução de 2,9% no custo médio da operação.

Na Figura 59, são apresentados alguns dados da Tabela 17 de forma gráfica, com visibilidade a dispersão das políticas entre a operação ótima e a fio d'água em termos de custo, geração e vertimento médio.



Figura 59: Esquema de dispersão dos valores médios de custo, geração hidrelétrica e vertimento

A política CMA se destacou, apresentando um custo médio apenas 7,51% maior que o da OD e 4,14% menor que o da "CGA Média", que foi a mais econômica entre as políticas baseadas em curvas-guias. A geração hidráulica média também foi a mais elevada, apenas 1,73% menor que a da operação ótima, com desvio padrão bastante reduzido, 12,5% menor que o da política "CGA Média".

As políticas CGA apresentaram níveis mais baixos de vertimento médio, sendo o menor deles fornecido pela política "CGA MLT100", 106 m<sup>3</sup>/s, contra 139 m<sup>3</sup>/s da política CMA e 264 m<sup>3</sup>/s da FA.

Quanto à disponibilidade energética, as políticas CGA apresentaram resultados muito semelhantes, sendo o melhor deles fornecido pela política "CGA MLT100", com valores de energia assegurada e firme de 4618  $\overline{\text{MW}}$  e 1621  $\overline{\text{MW}}$ , respectivamente. A política CMA apresentou uma disponibilidade energética bastante superior a das políticas CGAs com energia assegurada 14,4% superior a da "CGA MLT100".

Na Figura 60, apresenta-se um gráfico de dispersão das políticas em função da média e do desvio padrão da geração. Pode-se notar a política CMA mais próxima da OD, enquanto as políticas CGA mais eficientes se concentraram numa mesma região, um pouco mais afastada, que lhes forneceu custos semelhantes.



Figura 60: Dispersão da geração hidrelétrica do sistema de múltiplos reservatórios

Na Figura 61, apresenta-se o gráfico da energia armazenada no sistema para a operação ótima (OD) e para as políticas "CGA Média" e CMA, durante a década de 50, que contêm o período de afluências críticas desse sistema. Essa é uma forma de visualizar a evolução do armazenamento dos sistemas de forma agregada.



Pode-se perceber que as trajetórias de armazenamento são semelhantes, e que a política CMA fica mais próxima da trajetória ótima nos períodos de afluências regulares (1950 a 1952

e 1957 a 1959), apesar da política "CGA Média" manter uma reserva energética mais alta no período de seca.

É importante ressaltar que, nos estudos de único reservatório, a política CMA registrou resultados sempre muito próximos aos da política PDD, e que as políticas CGA também acompanhavam tal desempenho. Entretanto, com o aumento da dimensão do problema, a política CMA teve seu desempenho melhorado, à medida que se aproximou mais dos resultados da OD, enquanto que nas políticas CGA, observou-se uma certa degradação comparadas os resultados dos sistemas isolados Furnas e Emborcação, por exemplo.

Tal resultado pode ser atribuído simplesmente ao aumento de complexidade do sistema, já que, com múltiplos reservatórios, a operação econômica do sistema depende de decisões eficientes em cascata, com as usinas colaborando entre si.

Entretanto, os estudos para os sistemas com usinas isoladas mostraram que as UHEs tem propriedades distintas que fazem com que o parâmetro  $\alpha$  tenha valores ótimos diferentes para cada usina, e que o ajuste adequado desse parâmetro traz benefícios significativos para a política CGA. Dessa forma, acredita-se que o uso de um parâmetro  $\alpha$  para cada UHE do sistema deve melhorar o desempenho das políticas CGA para sistemas com múltiplos reservatórios.

#### 3.3.2 Regra de geração mínima

Do mesmo modo como foi feito para os estudos de um único reservatório, a regra de geração mínima foi adicionada ao estudo "CGA Média". O valor da geração hidráulica mínima que o sistema deve produzir foi estabelecido por tentativa e erro, buscando a redução do custo da operação. O valor ótimo encontrado foi 5172,0 MW.

Os resultados da simulação com a inclusão da regra de geração podem ser vistos na Tabela 18, na qual são apresentados os valores médios observados e suas diferenças percentuais em relação a política "CGA Média" original. O valor ótimo do parâmetro  $\alpha$  foi mantido.

	Custo (\$)	Geração Média (MW)	Desvio Padrão da Geração (MW)	Vertimento (m³/s)	Energia Firme (MW)	Energia Assegurada (MW)
CGA Média	619595	7463,7	1499,8	104,7	2407,5	5190,9
Ger. Min.	(-0,55%)	(-0,09%)	(-5,00%)	(-2,97%)	(48,56%)	(13,94%)

Tabela 18 – Resumo dos resultados com a imposição de geração mínima

Pode-se perceber que a inclusão da regra de geração mínima elevou consideravelmente a disponibilidade energética do sistema, tanto na energia firme quanto na assegurada. Esta última é apenas 8,5% inferior à fornecida pela OD (5673,9  $\overline{\text{MW}}$ ).

A imposição de uma geração mínima possibilitou um despacho hidrelétrico mais constante, com uma redução de 5% no desvio padrão da geração, sem afetar seu valor médio. Dessa forma, a inclusão da regra forneceu uma operação mais econômica, com uma redução de 0,55% no custo da operação.

Apesar de não ter relação direta, a regra ainda trouxe como benefício uma redução de quase 3% no vertimento médio. Isso está relacionado ao volume de água deplecionado do reservatório para atingir a meta, que possibilita a melhor acomodação do excesso de vazão afluente nos intervalos seguintes.

Na Figura 62, mostram-se as curvas de permanência de geração obtida pela OD e pela simulação com a política "CGA Média" original e incluindo a regra de geração mínima, "CGA Média Ger.Min.", para o sistema de múltiplos reservatórios.

Pela observação da curva de permanência podem-se notar as expressivas elevações da energia assegurada (círculos sobre as curvas) e energia firme (triângulos sobre as curvas). Vale destacar que em aproximadamente 70% dos intervalos não houve qualquer influência da regra de geração mínima sobre o despacho hidrelétrico.

Ao final da curva de permanência, pode-se perceber que a energia firme ficou abaixo da metade do valor de geração mínima desejada (5172  $\overline{MW}$ ). Isso ocorre porque não foi possível respeitar a regra de geração ao longo de todo o período de planejamento e, nos meses em que a regra foi violada, a geração hidrelétrica foi baixa.



Figura 62: Curvas de permanência de geração para o sistema com múltiplos reservatórios

A regra de geração mínima atua na política, no momento da decisão, e, portanto está baseada em uma expectativa de afluência. Em tempo de simulação, com as vazões afluentes registradas, a decisão de turbinagem não fornecerá exatamente a geração hidrelétrica calculada em tempo de decisão. Tais diferenças devem ser pequenas, já que estão relacionadas a alterações de altura de queda causadas por erros de previsão de vazões.

Ainda, pode não ser possível atender a decisão de turbinagem devido a restrições operativas como a de defluência mínima. Neste caso, a decisão é corrigida até um valor factível e a geração hidrelétrica é bastante afetada, mas isso ocorre em poucos intervalos, menos de 1%, neste caso de estudo, como se observa pela queda abrupta de geração na política "CGA Mèdia Ger.Min." ao final no gráfico da Figura 62.

É interessante lembrar que o valor da geração mínima desejada foi determinado com o objetivo de reduzir o custo da operação. A regra pode ser ajustada com outros objetivos, por exemplo, para alcançar um dado patamar em termos de disponibilidade energética, desde que observado e controlado o seu impacto sobre o custo da operação.

# CAPÍTULO 4 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma alternativa para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos baseada em curvas-guias de armazenamento (CGA). A política operativa foi modelada, implementada e simulada no contexto de usinas individualizadas. Foram montados estudos de caso compostos por usinas hidrelétricas isoladas envolvendo importantes UHEs do SIN, de diferentes regiões do país, e um caso de estudo mais complexo, com sete UHEs em cascata.

A fim de validar os resultados da nova política foram implementadas políticas baseadas em programação dinâmica estocástica, uma técnica de solução clássica para o problema de coordenação hidrotérmica, e uma política de controle em malha aberta, utilizando uma técnica de otimização não linear por fluxo em redes.

Os casos de estudos foram submetidos à simulação com uma variedade de políticas baseadas em curvas-guias, explorando suas opções e ajustes, com as políticas de programação dinâmica e com a política de controle em malha aberta. Para todas as políticas utilizou-se o mesmo ambiente de simulação, com condições de contorno e premissas idênticas, considerando vazões afluentes históricas.

Os resultados mostraram que a política proposta neste trabalho é competitiva e eficiente para sistemas com um único reservatório. Para todos os casos de estudo, as políticas baseadas em curvas-guias apresentaram resultados na mesma faixa de sub-otimalidade que as políticas de programação dinâmica e controle em malha aberta, em relação ao custo da operação ótima com perfeita previsão. Vale destacar que a programação dinâmica é uma

técnica de otimização complexa, já consolidada para o problema do planejamento da operação energética, e utilizada pelo setor elétrico brasileiro.

Em uma análise mais detalhada dos estudos, pôde-se perceber que uso da curva-guia estabelecida pelas médias mensais da trajetória ótima de armazenamento forneceu melhores resultados que as curvas utilizando mediana ou percentuais da MLT. Em todos os casos, as curvas-guias obtidas seguem um padrão sazonal, que está diretamente relacionado ao das afluências, estabelecendo que o reservatório deve esvaziar-se durante os períodos secos para recuperar-se durante os períodos úmidos. Dessa forma, busca-se a utilização regular dos recursos ao longo do ano e reduzem-se os vertimentos nos períodos de cheia.

O ajuste ótimo do parâmetro de amortecimento  $\alpha$  nas políticas CGA possibilitou reduções significativas nos custos da operação para a maioria dos casos de estudo, o que sugere que este parâmetro deve ser cuidadosamente estimado em busca do melhor funcionamento da política.

Através de gráficos das trajetórias de volume para um período do horizonte de planejamento, mostrou-se que a política CGA acompanhou o comportamento das políticas PDEM e CMA, com níveis de armazenamento mais altos que os determinados por programação dinâmica, inclusive em períodos de escassez de recursos. Um reflexo disso é a boa disponibilidade energética fornecida pela política CGA na maioria dos casos de estudo.

Em termos de disponibilidade, deve-se destacar a inclusão da regra de geração mínima sobre as políticas de curva-guia. Estabelecendo uma meta mínima de geração foi possível obter gerações hidrelétricas mais constantes, com elevações expressivas das energias firme e assegurada na maioria dos casos de estudo, e com menor custo de operação.

Através das curvas-guias para o sistema com múltiplos reservatórios foi possível observar as diferenças estratégicas da operação das usinas isoladas e em conjunto no sistema. As curvas-guias estabelecem que o maior trabalho de esvaziamento e enchimento deve ser feito pelos grandes reservatórios das usinas na cabeceira dos rios, para que todas as UHEs a jusante sejam beneficiadas pela regularização. Os resultados das simulações se mostraram econômicos e com boa geração hidrelétrica média em relação à operação ótima.

A simulação não pôde ser realizada para as políticas baseadas em programação dinâmica, devido a restrições deste método. A política de controle em malha aberta apresentou um custo 4% inferior ao da política CGA mais econômica, além de apresentar maior geração média e maior disponibilidade energética.

De modo geral, a política operativa apresentada é de fácil entendimento e têm relativa simplicidade de uso. É bastante flexível à medida que seus parâmetros podem ser ajustados para aliar outros objetivos ao critério do mínimo custo. Quando comparada com as outras políticas, que utilizam técnicas robustas de otimização, a CGA mostrou-se bastante competitiva.

Os estudos por simulações demonstram que a política operativa proposta fornece resultados muito eficientes para sistemas de único reservatório e que sua utilização é possível para sistemas com múltiplos reservatórios, apesar da pequena degradação de desempenho observada.

Como trabalhos futuros, pretende-se investigar o efeito de ajustar um parâmetro de amortecimento  $\alpha$  para cada mês ou por períodos, já que os estudos mostraram que a variabilidade dos pontos da trajetória ótima com perfeita previsão é diferente de um mês para o outro, e está relacionada a variabilidade das vazões afluentes. Ainda, para sistemas com múltiplos reservatórios, pretende-se possibilitar o ajuste do parâmetro por usina. Acredita-se que a política deve se beneficiar com um amortecimento menor para as usinas de cabeceira e maior para as usinas mais a jusante.

Outros estudos podem ser realizados incluindo métodos mais sofisticado de previsão de vazões a fim de analisar a sensibilidade dos resultados quanto a essa melhoria.

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ANEEL - Agencia Nacional de Energia Elétrica, "Atlas de Energia Elétrica do Brasil", 2. ed. Brasilia, 2005.

ANEEL - Agencia Nacional de Energia Elétrica, "Cadernos Temáticos", Brasilia, 2005b.

Arvanitidis, N. V. e Rosing, J. "Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS-89, pp. 319-326, 1970.

Azevedo, A.T. "Metodos de Pontos Interiores Aplicados em Sistemas de Potência Modelados por Fluxo em Redes" Tese de Doutorado, FEEC/UNICAMP, Campinas, SP, Março, 2006.

Bai, X. e Shahidehpour, M. "Hydro-thermal Scheduling by Tabu Search and Decomposition Method", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, no. 2, pp. 968-975, Maio, 1996.

Bansal, R.C. "Optimization Methods for Electric Power Systems: An Overview", International Journal of Emerging Electric Power Systems, vol. 2, no. 1, article 1021, 2005.

Bellman, R.E, "Dynamic Programming", Princeton University Press, Princeton, NJ, 1957.

Benders, J.F. "Paritioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problems", *Numer. Math.*, vol. 4, pp. 238-252, 1962.

Bertsekas, D.P. "Dynamic Programming: Deterministic and Stochastic Models", Academic Press, 1987.

Bertsekas, D.P. "Dynamic Programming and Optimal Control", vol. 1, Athena Scientific, Belmont, Massachusetts, 1995.

Carneiro, A.A.F.M., Leite, P.T., Carvalho, A.C.P.L.F. "A Genetic Algorithm Approach to Optimize the Operation Planning of Hydrothermal System Scheduling", Vth Brazilian Symposium on Neural Networks, *sbrn*, p. 253, 1998.

Carvalho, M.A.P. e Rosenblatt, J. "Modelo de Simulação a Subsistemas Equivalentes", In: SNPTEE – Seminário nacional de produção e transmissão de energia elétrica, Rio de Janeiro, 1977.

CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, "Modelo a Sistema Equivalente – Descrição Geral", Relatório Técnico 1705/80, Rio de Janeiro, 1980.

Cicogna, M. A. "Modelo de Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos a Usinas Individualizadas Orientado por Objetos. Dissertação de Mestrado", FEEC/UNICAMP, fevereiro, 1999.

Cicogna, M. A. "Sistema de Suporte à Decisão para o Planejamento e a Programação da Operação de Sistemas de Energia Elétrica", Tese de Doutorado, FEEC/UNICAMP, dezembro, 2003.

Cruz, Jr.G. e Soares, S. "Non-Uniforme Composite Representation of Hydroelectric Systems for Long-Term Hydrothermal Scheduling", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, no. 2, pp. 701-707, 1996.

CGCEE - Resolução nº109/2002 da Câmara de Gestão da Crise de Energia Elétrica http://www.ons.org.br/avaliacao\_condicao/curva\_aversao.aspx

El-Hawary, M.E. e Christensen, G.S. "Optimal Economic Operation of Electric Power System", Academic Press, pp. 11-21, 1979.

Fortunato, L.A.M., Araripe Neto, T.A., Albuquerque, J.C.R., Pereira, M.V.F. "Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica", Niterói, Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990.

GCOI - Grupo Coordenador para a Operação Interligada, "Modelos Utilizados para a programação da operação de sistemas hidrotermicos", Subcomitê de Estudos Energéticos (SCEN) do CGOI, Rio de Janeiro, 1978.

GCPS/GCOI - Grupo Coordenador do Planejamento de Sistemas / Grupo Coordenador para a Operação Interligada, "Avaliação do critério tradicional de energia - Sumário da Atividade 1", Subgrupo Misto CGPS/CGOI para a Análise de Critérios de atendimento, Rio de Janeiro, 1984.

Horstmann, C. S. "Practical Object-Oriented Development in C++ and Java", John Wiley & Sons, 1997.

Leite, P., Carneiro, A., Carvalho, A. "Aplicação de Algoritmos Genéticos Híbridos em Sistemas Hidrotérmicos de Potência", III Encontro Nacional de Inteligência Artificial – Fortaleza, CE, 2001.

Mantawy, A.H., Soliman, S.A., El-Hawary, M.E. "The Long-Term Hydro-Scheduling Problem - A New Algorithm", Electric Power Systems Research, vol. 64, no. 1, pp. 67-72(6), Janeiro, 2003.

Martinez, L. "Políticas de Controle Malha Fechada e Malha Aberta no Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos", Tese de Doutorado, FEEC/UNICAMP, Campinas, SP, Setembro, 2001.

Martinez, L. e Soares, S. "Comparison between Closed-Loop and Partial Open-Loop Feedback Control Policies in Long Term Hydrothermal Scheduling", IEEE Transactions on Power Systems, vol 17, no 2, 2002.

Oliveira, G.G. e Soares, S. "A Second-Order Network Flow Algorithm for Hydrothermal Scheduling", IEEE Transactions on Power Systems, USA, vol. 10, no. 3, pp. 1635-1641, 1995.

Pereira, M.V.F. "Optimal Scheduling of Hydrothermal Systems - An Overview", IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy System - Preprints, pp. 1-9, 1985

Pereira, M.V.F. e Pinto, L.M.V.G. "Stochastic Optimization of Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach", Water Resources Research, vol. 21, no. 6, pp. 779-792, Junho, 1985.

Pereira, M.V.F. "Optimal Stochastic Operations Scheduling of Large Hydroelectric Systems", International Journal of Electric Power and Energy Systems, vol. 11, no. 3, pp. 161-169, Julho, 1989.

Rodrigues, M.A.M, Maceira, M.E.P., Ross, R.P.D., Kopiler, A., Tito, F.L., Henriques, L.A.C., Castro, A., Araújo, A.C.P., Zarur, P.D., Mello, J.C.O., Andrades, D.B. "Sistema de Encadeamento de Modelos Energéticos", In: XVI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Campinas, SP, 2001.

Siqueira, T. G. "Comparação entre Programação Dinâmica Estocástica Primal e Dual no Planejamento da Operação Energética", Dissertação de Mestrado, FEEC/UNICAMP, Campinas, SP, Junho, 2003.

Siqueira, T. G., Zambelli, M.S., Cicogna, M.A., Soares, S. "Effects of Streamflow Modeling in Stochastic Dynamic Programming for Long Term Hydrothermal Scheduling", X SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica, Florianópolis, SC, Maio, 2006.

Stedinger, J.R., Sule, B.F., Loucks, D.P. "Stochastic Dynamic Programming Models for Reservoir Operation Optimization", Water Resources Research, vol. 20 no. 11, pp. 1499-1505, 1984.

Zambelli, M.S., Cicogna, M.A., Soares, S. "Planejamento Da Operação Energética Baseado em Curvas-Guias de Armazenamento", VCBPE – Congresso Brasileiro de Planejamento Energético, Brasília, DF, Maio, 2006.

Zambelli, M.S., Siqueira, T.G., Cicogna, M.A., Soares, S. "Deterministic Versus Stochastic Models for Long Term Hydrothermal Scheduling", IEEE PES General Meeting, Montreal, Canadá, Junho, 2006b.

### 112
## **APÊNDICE A**

## Ajuste de vazões afluentes: Distribuição Normal

A distribuição Normal é uma das distribuições mais importantes no estudo de probabilidades e estatística. Vários fenômenos naturais podem ser ajustados através da distribuição Gaussiana.

A função de distribuição normal condicionada pode ser escrita como na Equação (A-1), onde  $\mu_{m|m-1}$  e  $\sigma_{m|m-1}$  representam a média condicional e o seu desvio padrão.

$$f(y_{t(r,m)} | y_{t(r,m-1)}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{m|m-1}} \exp\left\{-\frac{(y_{t(r,m)} - \mu_{m|m-1})^2}{2\sigma_{m|m-1}^2}\right\}$$
(A-1)  
$$\mu_{m|m-1} = \mu_m + \rho_m \frac{\sigma_m}{\sigma_{m-1}} (y_{t(r,m-1)} - \mu_{m-1})$$
(A-2)  
$$\sigma_{m|m-1} = \sigma_m \sqrt{(1 - \rho_m^2)}$$
(A-3)

Esses parâmetros podem ser calculados se a vazão afluente do mês anterior ( $y_{t(r,m-1)}$ ), os parâmetros da distribuição normal ( $\mu_m e \sigma_m$ ), e o parâmetro da correlação lag-1 ( $\rho_m$ ), entre dois meses consecutivos são conhecidos.

Os parâmetros da densidade condicional podem ser estimados usando os dados de vazões afluentes do histórico, de acordo com as equações (A-4)–(A-6)

$$\mu_{m} = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} y_{t(r,m)}$$
(A-4)

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (y_{t(r,m)} - \mu_m)^2}$$
(A-5)

$$\rho_m = \frac{\sum_{r=1}^n (y_{t(r,m)} - \mu_m)(y_{t(r,m-1)} - \mu_{m-1})}{\sigma_m \sigma_{m-1}}$$
(A-6)

No caso de probabilidades não correlacionadas o parâmetro de correlação  $\rho_m = 0$ ;

Para exemplificar o uso da técnica, suponha-se que se deseja calcular a probabilidade de uma certa vazão afluente  $y_{t(r,m)}$  em um certo mês *m* do ano *r* ocorrer em um dado intervalo  $(y_m^{\min} \le A_{t(r,m)} \le B_{t(r,m)} \le y_m^{\max})$ , sendo a vazão afluente do mês anterior  $y_{t(r,m-1)}$  conhecida.

$$P(A_{t(r,m)} \le y_{t(r,m)} \le B_{t(r,m)} \mid y_{t(r,m-1)}) = P_{m|m-1}$$
(A-7)

A probabilidade desejada pode ser obtida através da função densidade condicional  $f(y_{t(r,m)} | y_{t(r,m-1)})$ , que será obtida de forma aproximada a partir da discretização das vazões afluentes em intervalos. Cada intervalo terá uma probabilidade e um valor de afluência associados.

$$P_{m|m-1} = \int_{A_{t(r,m)}}^{B_{t(r,m)}} f(y_{t(r,m)} \mid y_{t(r,m-1)}) dy_{r(t,m)}$$
(A-8)

Como a integral acima não apresenta solução exata, será utilizada a tabela padrão com a distribuição Normal N(0,1) para resolvê-la. Para isso uma transformação dos dados será necessária:

$$Z_{m|m-1} = \frac{(y_{t(r,m)} - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \sim N(0,1)$$
(A-9)

As probabilidades equivalentes de cada intervalo  $[A_{t(r,m)}, B_{t(r,m)}]$  são obtidas através da distribuição Normal padronizada N(0,1), denotada por  $[Z_A, Z_B]$  e calculadas por:

$$Z_{A} = \frac{\left(A_{t(r,m)} - \mu_{m|m-1}\right)}{\sigma_{m|m-1}}$$
(A-10)

$$Z_{B} = \frac{\left(B_{t(r,m)} - \mu_{m|m-1}\right)}{\sigma_{m|m-1}}$$
(A-11)

Portanto a probabilidade é reescrita como:

$$P_{m|m-1} = \int_{Z_A}^{Z_B} N(Z_{m|m-1}) dZ_{m|m-1}$$
(A-12)

onde:

$$N(Z_{m|m-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{Z_{m|m-1}^2}{2}\right\} \sim N(0,1)$$
(A-13)

A integral acima é resolvida usando os valores tabelados da distribuição Normal  $\Phi(Z)$ para um certo intervalo [ $Z_A$ ,  $Z_B$ ]:

$$\int_{Z_{A}}^{Z_{B}} N(Z_{m|m-1}) dZ_{m|m-1} = \Phi(Z_{B}) - \Phi(Z_{A})$$
(A-14)

Dessa forma a probabilidade desejada pode ser calculada por:

$$P_{m|m-1} = P(A_{t(r,m)} \le Q_{t(r,m)} \le B_{t(r,m)} | Q_{t(r,m-1)}) = \Phi(Z_B) - \Phi(Z_A)$$
(A-15)