Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

# NOVA TÉCNICA DE PROCESSAMENTO DE SINAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO DE GIROSCÓPIOS INTERFEROMÉTRICOS DE SAGNAC A FIBRA ÓPTICA

José Carlos Juliano de Almeida

Orientador:

Prof. Dr. Oséas Valente de Avilez Filho

Banca Examinadora:

Oséas V. de A. Filho - FEEC/UNICAMP: Presidente Alberto Martins Jorge – FEEC/UNICAMP Elnatan C. Ferreira – FEEC/UNICAMP Josemir Coelho Santos – EPUSP/USP Josiel Urbaninho de Arruda – CTA/IEAv Osni Lisbôa – CTA/IEAv

Tese apresentada à FEEC da UNICAMP como parte dos requisitos para a obtenção do título de doutor em engenharia elétrica.

Campinas, 30 de agosto de 2001

# Sumário

Este trabalho se dedica ao estudo de uma nova técnica de processamento de sinal, no domínio do tempo, de giroscópios interferométricos de Sagnac a fibra óptica. A técnica consiste em demodular o sinal de saída do interferômetro para obter a taxa de rotação  $\Omega$  e monitorar a profundidade de modulação da fase óptica  $\phi_m$ , e o nível de potência  $P_0$  incidente no fotodetector, a partir da detecção do valor *dc* e dos valores de pico positivo e negativos da componente *ac* da fotocorrente gerada no fotodetector. Um processador de sinais foi desenvolvido para implementar e verificar a eficiência da técnica na demodulação da razão de rotação medida por uma versão de laboratório de um girômetro interferométrico a fibra óptica de alta performance. Os resultados experimentais evidenciaram uma resolução de medidas comparável a de um amplificador *lock-in* comercial de alta resolução de medidas. Este trabalho contribuiu significativamente para implementações de processadores de sinais de giroscópios interferométricos a fibra óptica para sistemas de navegação inercial da classe *strapdown* no IEAv.

## Abstract

This work focuses on the study of a new time domain signal processing technique of Sagnac interferometric fiber optic gyroscopes. The technique consists in demodulating the output signal of the interferometer to obtain the rotation rate  $\Omega$  and to monitor both the optical phase modulation depth  $\phi_m$  and the incident power level  $P_0$ , by measuring the dc value and the ac negative peak values of the photocurrent generated in the photodetector. A signal processor was developed to test the signal processing scheme in the demodulation of the rotation rate measured by a laboratory model of a high grade gyroscope. The experimental results showed a resolution and scale factor stability performance comparable to those of a comercial high resolution lock-in amplifier. This work has greatly contributed to the development of future advanced processors of the output signal of this kind of sensor for application in strapdown inertial navigation system at IEAv.

# Índice de Assuntos

Sumário	iii
Abstract	iii
Índice de Assuntos	iv
Índice de Figuras	vi
Agradecimentos	ix
Dedicatória	xi
I.Introdução	1
I.1 Giroscópios ópticos da classe utilizada em navegação inercial	1
I.2. Processamento de sinal de girômetros ópticos interferométricos	4
I.3. Estrutura da tese	6
II. Girômetro Interferométrico a Fibra Óptica	8
II.1. O Efeito Sagnac	8
II.2. Configuração mínima do GFO	13
II.3. Espectro em freqüência da corrente do fotodetector	19
II.4. Velocidade de rotação mínima mensurável	21
II.4.1. Ruído Johnson ou térmico	21
II.4.2. Ruído Flicker ou 1/f	22
II.4.3. Ruído Shot	22
II.4.4. Ruído Excess ou de intensidade relativa	23
II.5. Técnicas de análise do sinal no domínio da freqüência	27
II.6. Técnicas de análise do sinal no domínio do tempo	
II.7. Sumário	
III. Demodulação do desvio de fase de Sagnac, $\Delta \phi_s$ , pela detecção do valor $dc$	
e dos valores de pico da componente ac da fotocorrente de saída do GFO	34
III.1. Valores de pico da componente alternada da tensão de saída	
do amplificador de transimpedância	

III.2. Determinação do desvio de fase de Sagnac, $\Delta \phi_s$ , e da amplitude
da modulação de fase óptica, $\phi_m$
III.3. Determinação do valor de $\phi_m$ para máxima sensibilidade, precisão e faixa
dinâmica da medida de $\Delta \phi_s$
III.4. Fator de escala eletrônico44
III.4.1. Faixa de medida de desvios de fase de Sagnac:
1 mrad $\leq \Delta \phi_s \leq 0.73$ rad, $\operatorname{com} \phi_m = 2.404844$
III.4.2. Faixa de medida de desvios de fase de Sagnac:
$\Delta \phi_s \le 1 \text{ mrad } \Delta \phi_s \le 1,5 \text{ rad }, \text{ com } \phi_m = \pi/245$
III.5. Influência da faixa de passagem do sinal na medida do desvio de fase de Sagnac46
III.5.1. Análise das tensões de pico negativas para
faixa de passagem do sinal infinita46
III.5.2. Influência da limitação da faixa de passagem do sinal e
, i C
do erro de sincronismo de fase49
do erro de sincronismo de fase

# Índice de Figuras

Figura I-1: Sistema de navegação classe <i>strapdown</i>	2
Figura I-2: Girômetro interferométrico de Sagnac a fibra óptica(GFO)	4
Figura I-3: Circuitos óptico e eletrônico de um GFO	5
Figura II-1: Feixes de luz contra-propagantes num loop de fibra óptica ( $\Omega \neq 0$ )	9
Figura II-2: Interferômetro de Sagnac	.14
Figura II-3: Configuração mínima do girômetro de Sagnac	.15
Figura II-4: Corrente de saída $I_d$ do fotodetector em função da defasagem $\Delta \phi_s = k\Omega$	.16
Figura II-5: Circuitos óptico e eletrônico do girômetro de Sagnac	.17
Figura II-6: $I_d vs t$ , obtido a partir de $\Delta \phi(t)$ , para $\phi_m = \pi/2 e \Delta \phi_s = 0$	.18
Figura II-7: Desvio de fase de Sagnac, $\Delta \phi_s$ , em função da razão de rotação $\Omega$	.20
Figura II-8: Potência de ruído $i_N$ em função da potência P incidente no fotodiodo	.24
Figura II-9: Relação sinal-ruído SNR do sinal óptico vs potência incidente $P_0$	.24
Figura II-10: Espectro típico do sinal de saída do girômetro interferométrico de Sagnac	
para desvio de fase $\Delta \phi_s = 1 \mu  \text{rad}$	.28
Figura II-11: Espectro típico do sinal de saída do girômetro interferométrico de Sagnac para	
desvio de fase $\Delta \phi_s = 1,5$ rad	.30
Figura II-12: Diagrama de tempo do sinal processado segundo a técnica de	
cruzamentos do zero: $\phi_m = 1$ rad, $\Delta \phi_s = 0$ , -0,1 e 0,1 rad	.31
Figura III-1: Fotocorrente $I(t)$ vs t	.35

ii) intensidade da fotocorrente de saída $I_d(\Delta \phi)$ , no intervalo $-\pi \langle \Delta \phi \langle \pi \rangle$ ;
iii) intensidade da fotocorrente de saída $I_d(t)$ , no intervalo de 0 a 2T
Figura III-3: i) Desvio de fase $\Delta \phi(t) = \phi_s + \phi_m \operatorname{sen}(\omega t),  \phi_m = \frac{\pi}{2}$ no intervalo de 0 a 2T
ii) intensidade da fotocorrente de saída $I_{d}(\Delta \phi)$ , no intervalo $-\pi \langle \Delta \phi \langle \pi \rangle$ ;
iii) intensidade da fotocorrente de saída $I_d(t)$ , no intervalo de 0 a 2T43
Figura III-4 : Curva de $\left  \Delta V_{pn} \right $ em função de $\phi_m$ no intervalo de 0 a $\pi$
Figura III-5: Desvio de fase $\delta\phi(\omega)$ de um filtro passa-baixas RC em relação a uma
característica de fase linear no intervalo $0 \le \omega \le \omega_{cb}$
Figura III-6: Contribuição das harmônicas pares e ímpares nas tensões de pico
negativas (amplitudes arbitrárias)55
Figura III-7: Retificação do semi-ciclo de ocorrência de $V_{pn2}$ (amplitudes arbitrárias)56
Figura III-8: Módulo (i) e Fase (ii) do Ganho do filtro Comb
para sinais de modo comum57
Figura III-9: Módulo (i) e Fase (ii) do Ganho do filtro Comb
para sinais de modo diferencial57
Figura III-10: Filtragem passa-baixa de demodulação58
Figura IV-1: Precessão do eixo de rotação da Terra em torno da normal
ao plano da eclíptica61
Figura IV-2: Posicionamento do GFO para a medida da componente $\Omega_{T_g}$ da velocidade
de rotação da Terra $\Omega_T$

Figura III-2: i) Desvio de fase  $\Delta \phi(t) = \phi_s + \phi_m \operatorname{sen}(\omega t)$ ,  $\phi_m = 2,4048$  no intervalo de 0 a 2T;

Figura IV-3: Atenuação e defasagem da 1ª e 2ª harmônicas na filtragem de pré
processamento do sinal65
Figura IV-4: Atenuação e defasagem da 3ª e 4ª harmônicas na filtragem de pré
processamento do sinal66
Figura IV-5: (i) Tensão de saída do amplificador de transimpedância, (ii) Demodulação
do desvio de fase de Sagnac, $\Delta \phi_s$ , ( $\phi_m \approx \pi/2$ , $B_{EQ}$ ruído $\approx 5.8$ MHz)67
Figura IV-6: Demodulação do desvio de fase de Sagnac, $\Delta \phi_s$ , com a faixa de passagem
do sinal demodulado fixada em 30 Hz68
Figura IV-7: Demodulação do desvio de fase de Sagnac, $\Delta \phi_s$ , com a faixa de passagem
do sinal demodulado fixada em 5 Hz69
Figura IV-8: Diagrama de blocos do experimento69
Figura IV-9: Componente ac da tensão de saída do amplificador de transimpedância
na medida da componente $\Omega_{T_g}$ da rotação terrestre $\Omega_T \ (\phi_m \approx \pi/2)$ 70
Figura IV-10: Espectro da tensão de saída do amplificador de transimpedância na medida
da componente $\Omega_{T_g}$ da rotação terrestre $\Omega_T (\phi_m \approx \pi/2)$
Figura IV-11: Demodulação de $\Delta \phi_s$ pelo amplificador <i>lock-in</i> (traços superiores)
e pelo processador.(traços inferiores)72
Figura IV-12: $\Delta \phi_s = \phi_m$ medidos pelo processador com
variação de –1,1 °C da temperatura73
Figura IV-13: Fotografia da montagem experimental75

## Agradecimentos

A Deus!

À minha família, onde em todos os momentos encontrei a compreensão, o apoio, e principalmente a motivação para superar todas as dificuldades.

Ao meu orientador e amigo Prof. Dr. Oséas Valente de Avilez Filho, do Departamento de Eletrônica e Microeletrônica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP, pelos conhecimentos transmitidos e pela compreensão e entusiasmo com que orientou a tese.

Ao Prof. Dr. Elnatan Chagas Ferreira, Chefe do Departamento de Eletrônica e Microeletrônica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP, pela amizade e pelas profícuas discussões de diversos tópicos relacionados ao assunto da tese.

Ao Dr. Marco Antonio Couto do Nascimento, Cel.-Av., Vice-Diretor do Centro Técnico Aeroespacial-CTA, por ter viabilizado no âmbito do IEAv a minha capacitação num programa de doutorado na UNICAMP.

Ao Dr. Osni Lisbôa, Ten. Cel.-Int., Vice Diretor do Instituto de Estudos Avançados-IEAv, pela amizade, pelo estímulo e o apoio dispensados ao meu doutorado, e pela orientação na fase inicial da tese.

Ao amigo Dr. Josiel Urbaninho de Arruda, Cap.-Eng., da Subdivisão de Sensores da Divisão de Fotônica do IEAv, pela orientação na fase experimental e principalmente pelas observações e valiosas sugestões que muito contribuíram para o aprimoramento do trabalho e a redação da tese.

Ao colega Msc. Renato da Cunha Rabelo, Cap.-Eng., da Subdivisão de Sensores da Divisão de Fotônica do IEAv, pela amizade e desprendimento com que apoiou a automação dos ensaios de caracterização do processador desenvolvido nesta tese.

Aos colegas, Antônio Sérgio de Jesus, e Rodolfo Cesário, do Laboratório de Processamento de Sinais da Subdivisão de Fotônica do IEAv, pela dedicação às montagens e aos ensaios dos diversos circuitos desenvolvidos em todo o trabalho.

À Ademilde Felix, Secretária do Departamento de Eletrônica e Microeletrônica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP, pela maneira atenciosa que sempre me atendeu em todo o programa do doutorado.

# Dedicatória

À Nara, Danielle e Juliana

A meu pais

À Patrícia, nesta data tão especial!

xii

# I. Introdução

O processamento de sinais de giroscópios interferométricos de Sagnac a fibra ótica é um tema amplamente pesquisado, dada a aplicação desse sensor em diversas áreas do conhecimento, dentre as quais destacamos as indústrias automobilística, naval e aeroespacial.

Um giroscópio interferométrico a fibra óptica (GFO) mede a intensidade e o sentido da taxa de rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano do *loop* de fibra óptica.

Nas aplicações nas áreas naval e aeroespacial, o sensor deve atender aos requisitos de alta resolução, precisão e ampla faixa dinâmica na medida das razões de rotação. Um giroscópio capaz de atender a estes requisitos é classificado como de alta performance e exige circuitos ópticos e eletrônicos da alta precisão, e com o mesmo grau de importância [5,26].

Uma das linhas de pesquisa do Instituto de Estudos Avançados-IEAv está voltada à capacitação em giroscópios a fibra óptica da classe utilizada em sistemas de navegação inerciais.

Por se tratar de uma área altamente estratégica, a literatura a respeito desses circuitos é eminentemente acadêmica, o que exige um esforço considerável de pesquisa e desenvolvimento visando atingir o domínio das técnicas de tratamento de sinais desses sensores e da sua implementação em circuitos com alto grau de confiabilidade.

Daí a motivação desta tese, ou seja, desenvolver uma nova técnica de processamento, em malha aberta, do sinal de saída de giroscópios interferométricos de Sagnac da classe utilizada em sistemas de navegação inercial.

Nesta introdução discorremos sobre os princípios do GFO e a importância da sua utilização em sistemas de navegação inercial da classe *strapdown*, ou sistemas de navegação com seus eixos de medida solidários aos veículos onde os sensores de taxa de rotação são instalados.

### I.1. Giroscópios ópticos da classe utilizada em navegação inercial

Esta tese se dedica ao processamento do sinal de um GFO para aplicação em sistemas de navegação de veículos lançadores de satélites, onde se faz necessária, dependendo da utilização do

sensor, a medida de taxas de rotações da ordem de grandeza de  $\pm 0,1$  °/h a  $\pm 1000000$  °/h, caracterizando uma faixa dinâmica de medidas de 140 dB [15,25]

No intuito de proporcionar um melhor entendimento da aplicação do sensor, apresentamos na Fig. I.1 um diagrama de blocos de um sistema de navegação inercial tipo *strapdown*, ou sistema solidário ao veículo.



p, q, r : velocidades angulares medidas no sistema de referência do veículo

#### Figura I-1: Sistema de navegação inercial classe strapdown.

Diferentemente de um sistema de navegação com giroscópios mecânicos, tal sistema se caracteriza pela medida das acelerações lineares e das velocidades angulares do veículo, em relação a um sistema de referência solidário ao mesmo. A transformação destas medidas para um referencial inercial é realizada por meio de integrações e transformações de Euler. No diagrama vemos que os acelerômetros servem não apenas para a obtenção da velocidade e da posição linear do veículo, mas também para determinar a intensidade da aceleração à qual o girômetro está submetido.

O conhecimento desta grandeza é da maior importância para a compensação da deriva de girômetros mecânicos com a aceleração, antes da integração do sinal destes sensores, para a medida da posição angular do veículo em relação ao seu centro de massa.

Os girômetros a fibra óptica são caracterizados por uma sensibilidade praticamente nula às acelerações lineares do veículo, evidenciando-se portanto uma vantagem significativa em relação aos girômetros mecânicos.

Nos dois últimos parágrafos propositadamente utilizamos o termo girômetro, ao nos referirmos ao sensor que mede taxas ou razões de rotação, não obstante o fato desta palavra não existir no idioma português.

Na literatura internacional, quase toda escrita no idioma inglês, os sensores interferométricos fundamentados no efeito Sagnac e destinados à medida da taxa de rotação em torno do seu eixo de medidas são denominados *interferometric fiber optic gyroscopes*, e têm sido traduzido para o português por giroscópios interferométricos a fibra óptica. No nosso entender a denominação mais apropriada seria girômetro interferométrico a fibra óptica. Um giroscópio mecânico mede os desvios angulares de um veículo em torno dos eixos de um sistema de referência inercial previamente estabelecido, ou seja, fornece como saídas informações dos ângulos de Euler indicativos do movimento angular do veículo em relação aos eixos de um sistema inercial. Já um sensor interferométrico a fibra óptica, baseado no efeito Sagnac, mede a taxa ou a razão de rotação em relação ao seu eixo de medidas, que é solidário ao veículo, como em todo sistema do tipo *strapdown*. Portanto, para a obtenção do desvio angular é necessária a integração da razão de rotação por um método computacional, denominado *quaternions*, seguida da transformação do resultado para os ângulos de Euler, pelo método da matriz de transformações, como ilustrado na Fig.I-1.

Para definir tal tipo de sensor, encontramos nos relatórios técnicos e na literatura relacionada ao campo da engenharia de sistemas inerciais o termo girômetro. Este termo é a versão utilizada no linguajar técnico relativo à tradução do termo em francês *gyromètre*, encontrado na literatura especializada francesa, o qual se distingue da palavra *gyroscope*, que se traduz por giroscópio [29,30].

Isto posto, no presente trabalho optamos por manter a palavra **giroscópio** no título, para uniformidade com o sistema de referências bibliográficas brasileiro, mas em toda a tese estes sensores serão denominados de girômetros interferométricos a fibra ótica (GFO).

#### I.2. Processamento de sinal de girômetros ópticos interferométricos

A informação da razão de rotação medida por um GFO está relacionada com a defasagem existente entre dois feixes luminosos contra-propagantes numa espira ou *loop* de fibra óptica, quando o plano da espira é submetido a rotação, como ilustrado na Fig. I-2.

Em se tratando de girômetros interferométricos, fundamentados no efeito Sagnac, e aplicáveis à navegação inercial de longo termo, caracterizada por grandes distâncias, tal defasagem, dita de Sagnac, se situa tipicamente na faixa de  $\pm 0.5 \mu$ rad à  $\pm 2$  rad [5,13,26].



Figura I-2: Girômetro interferométrico de Sagnac a fibra óptica (GFO).

Os feixes de luz também são submetidos a uma modulação da sua fase, por meio de um modulador de fase óptico, em instantes diferentes do seu percurso ao longo da fibra óptica. A modulação visa aumentar a sensibilidade e eliminar a indeterminação, respectivamente, na medida da intensidade e do sentido da razão de rotação.

Os GFO podem ser classificados, no tocante aos seus circuitos ópticos, como sensores operando em malha aberta ou em malha fechada. A Fig. I-3 esquematiza tais modos de operação. O fechamento da malha é obtido através da inserção de uma defasagem entre os feixes luminosos de modo a compensar a defasagem de Sagnac. Esta ação é realizada utilizando o mesmo modulador de

fase óptico [2,5,6,8,11,13,16].

Nas arquiteturas em malha fechada, a realimentação utilizada é indicativa da intensidade e do sentido da razão de rotação medida pelo girômetro.



Figura I-3: Circuitos óptico e eletrônico de um GFO.

Técnicas de processamento de sinal visando atender aos requisitos de alta resolução e faixa dinâmica de medidas tem sido amplamente pesquisadas e dentre estas destacamos uma empregando algoritmos de processamento digital, em malha aberta, do sinal do sensor, cujas simulações indicaram a possibilidade teórica de obtenção de faixas dinâmicas de medida de 140 dB [17].

Embora, a utilização de técnicas de processamento analógico de sinal, em malha aberta, seja mais limitada com relação à precisão e a linearidade do fator de escala do processador, o desenvolvimento de processadores analógicos de sinais operando em malha aberta é da maior importância.

O domínio desta técnica permite

- a caracterização do circuito óptico do GFO, p. ex. o modulador da fase óptica, em faixas dinâmicas de medidas tipicamente da ordem de 100 dB,
- a evolução para arquiteturas de processamento analógico e/ou digital de sinais operando em malha fechada, com maiores resolução e faixa dinâmica de medida.

Este trabalho propõe uma nova arquitetura de processamento analógico de sinais de GFO, onde tanto o circuito óptico do sensor como o eletrônico de determinação da defasagem de Sagnac, operam em malha aberta. No entanto, como representado na Figura I-3, a arquitetura possibilita o controle automático da amplitude da modulação da fase óptica dos feixes luminosos propagando-se no *loop* interferométrico.

Finalmente, para bem situar o trabalho, apresentamos a estrutura da tese, colocando em evidência os pontos essenciais de cada capítulo.

### I.3. Estrutura da tese

A tese está subdividida em cinco capítulos nos quais são discutidos o princípio de operação do GFO e a técnica de processamento de sinal para a demodulação da intensidade e do sentido da razão de rotação medida pelo sensor.

No capítulo II discorremos sucintamente sobre o Efeito Sagnac, o princípio de operação dos GFO e a configuração de circuito óptico utilizado. A expressão da fotocorrente detectada, contendo a informação da razão de rotação medida pelo sensor, é deduzida nos domínios do tempo e da freqüência. A partir deste resultado, pode-se estudar a técnica de processamento de sinal discutida nos capítulos subsequentes.

No capítulo III estuda-se a técnica em questão, fundamentada na análise no domínio do tempo do sinal de saída do sensor. A demodulação da intensidade e do sentido da razão de rotação é obtida por meio de medidas do valor médio (dc) e dos valores de pico da componente alternada (ac) da

tensão de saída do amplificador de transimpedância integrado ao fotodetector na saída do *loop* de fibra óptica. Procede-se neste capítulo à uma discussão sobre o critério de escolha do valor de amplitude da modulação de fase óptica,  $\phi_m$ , a ser controlado, e a sua implicação com a resolução, a estabilidade e a faixa dinâmica de medidas do sensor.

Deduzem-se as equações independentes para monitoração dos parâmetros

- defasagem de Sagnac  $\Delta \phi_s$ ,
- amplitude  $\phi_m$  da modulação de fase óptica dos feixes luminosos,

em função dos valores detectados das tensões dos picos positivos e negativos.

Finalmente é realizado o cálculo da mínima tensão detectável no processamento do sinal, o que fornece o mínimo desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_{smin}$ , detectável pela técnica apresentada.

No capítulo IV são apresentados os resultados experimentais obtidos com um processador desenvolvido para a implementação da técnica proposta, e utilizado para a demodulação da razão de rotação medida por um modelo de laboratório de um GFO.

Para uma perfeita caracterização do processador de sinais a demodulação do sinal do GFO foi realizada simultaneamente pelo processador implementado e por um amplificador *lock-in* de alta precisão. A utilização do *lock-in* também possibilitou a determinação do valor de tensão a ser aplicado ao modulador para a obtenção de uma dada amplitude de modulação de fase óptica. Os valores recuperados da defasagem de Sagnac,  $\Delta \phi_S$ , e da amplitude da modulação de fase óptica,  $\phi_m$ , são apresentados em função do tempo e da correspondente variação de temperatura, sem a compensação do parâmetro  $\phi_m$ .

No capítulo V procede-se à conclusão da tese a partir dos resultados experimentais e discutese a evolução do trabalho visando a implementação do algoritmo em sistemas com processamento digital de sinal.

# II. Girômetro Interferométrico a Fibra Óptica

Neste capítulo revisamos inicialmente um interferômetro de Sagnac, cujo princípio de operação é essencial ao entendimento de girômetros interferométricos. A seguir, apresentamos as expressões matemáticas, nos domínios do tempo e da freqüência, do sinal de saída de girômetros utilizando um *loop* de fibra óptica como meio de propagação da luz. A análise é complementada com a indicação da rotação mínima mensurável. Visando situar o presente trabalho no contexto das principais técnicas de análise e processamento, em malha aberta, no domínio do tempo ou da freqüência, do sinal de saída de um girômetro a fibra óptica (GFO), finalizamos o capítulo abordando sucintamente os seus princípios.

Assim, estabelecemos neste capítulo os fundamentos necessários para a aplicação e caracterização da técnica proposta, quando utilizada no processamento do sinal de um GFO.

### **II.1. O Efeito Sagnac**

Nesta seção deduziremos a expressão matemática que relaciona a variável cujo sinal se quer processar com a intensidade e o sentido da razão de rotação,  $\Omega$ , medida pelo girômetro interferométrico. Tal variável consiste no desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , experimentado pelos feixes luminosos propagando-se em sentidos opostos no *loop* de fibra óptica do sensor.

O girômetro interferométrico fundamenta-se no Efeito Sagnac, que estabelece que duas ondas eletromagnéticas, propagando-se a partir de um mesmo ponto e em sentidos opostos num circuito fechado, retornarão ao ponto de partida através de comprimentos de percurso diferentes, se o meio de propagação estiver submetido a rotação. A explicação do Efeito Sagnac, sem levar em conta a teoria da relatividade geral, é apresentada nas abordagens utilizadas por Ezekiel e Ardity [13,16], e permite a derivação correta da expressão matemática do Efeito Sagnac.

Utilizando tal metodologia representamos, na Fig.II-1, os caminhos ópticos e os pontos P e P', de entrada e saída dos feixes de luz propagando-se respectivamente nos sentidos horário e anti-horário ao longo do *loop* de fibra óptica de diâmetro D. Em rotação nula, os dois feixes retornarão ao ponto P

 $\equiv$  P', após terem percorrido o mesmo comprimento de caminho óptico, num tempo de trânsito,  $\tau$ , dado por:

$$\tau = \frac{\pi D}{\left(\frac{C_o}{n}\right)},\tag{II-1}$$

onde  $c_o$  é a velocidade da luz no vácuo e n o índice de refração da fibra.

Quando o sistema é submetido a uma taxa de rotação  $\Omega$  em torno de um eixo perpendicular ao plano do *loop* de fibra, os pontos, de incidência, P, e de saída, P', não mais coincidem pois existe uma diferença  $\Delta L$  entre os comprimentos dos caminhos ópticos dos feixes de luz.



Figura II-1: Feixes de luz contra-propagantes num loop de fibra óptica ( $\Omega \neq 0$ ).

Nesta condição, os tempos de trânsito dos fótons modificam-se de acordo com o seu sentido de propagação ao longo da fibra, e a velocidade de propagação deve levar em conta a transformação de Lorentz. Assim, os valores das velocidades de propagação  $v_h e v_{ah}$  no sentido horário e anti-horário serão:

$$v_{h} = \frac{\frac{c_{o}}{n} + v_{t}}{\frac{c_{o}}{1 + \frac{n}{c_{o}^{2}}}} = \frac{\frac{c_{o}}{n} + v_{t}}{1 + \frac{v_{t}}{nc_{o}}} \cong \left(\frac{c_{o}}{n} + v_{t}\right) \left(1 - \frac{v_{t}}{nc_{o}}\right) \cong \frac{c_{o}}{n} + v_{t} \left(1 - \frac{1}{n^{2}}\right) + \dots,$$
(II-2)

$$v_{ah} = \frac{\frac{c_o}{n} - v_t}{\frac{c_o}{1 - \frac{v_t}{c_o^2}}} = \frac{\frac{c_o}{n} - v_t}{1 - \frac{v_t}{nc_o}} \cong \left(\frac{c_o}{n} - v_t\right) \left(1 + \frac{v_t}{nc_o}\right) \cong \frac{c_o}{n} - v_t \left(1 - 1/n^2\right) + \dots,$$
(II-3)

nas quais  $v_t = \Omega R$  é o valor da velocidade tangencial do sistema de referência, no caso o *loop* de fibra óptica de raio R, e leva-se em consideração o fato de que  $v_t \langle \langle nc_o \rangle$ .

Os comprimentos das trajetórias ópticas dos feixes horário e anti-horário são expressos por:

$$L_h = L + \Delta L = 2\pi R + \tau_h R \Omega = \tau_h v_h , \qquad (\text{II-4})$$

$$L_{ah} = L - \Delta L = 2\pi R - \tau_{ah} R\Omega = \tau_{ah} v_{ah} , \qquad (\text{II-5})$$

onde  $\tau_h$  e  $\tau_{ah}$  são, respectivamente, os tempos de trânsito dos fótons nos sentidos horário e antihorário. A diferença de tempo de trânsito,  $\Delta \tau_s$ , devido ao Efeito Sagnac, entre os feixes contrapropagantes é dada por

$$\Delta \tau_{s} = L \left( \frac{1}{v_{h}} - \frac{1}{v_{ah}} \right) + \Delta L \left( \frac{1}{v_{h}} + \frac{1}{v_{ah}} \right) \cong$$

$$\cong L\left(\frac{1}{v_{h}} - \frac{1}{v_{ah}}\right) + \Delta L\left[\frac{1}{\frac{c_{o}}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^{2}}\right)\Omega R} + \frac{1}{\frac{c_{o}}{n} - \left(1 - \frac{1}{n^{2}}\right)\Omega R}\right] \cong$$

$$\cong L\left(\frac{1}{v_{h}} - \frac{1}{v_{ah}}\right) + \Delta L\left[\frac{\frac{2c_{o}}{n}}{\left(\frac{c_{o}}{n}\right)^{2} - \left[\left(1 - \frac{1}{n^{2}}\right)\Omega R\right]^{2}}\right] = L\left(\frac{1}{v_{h}} - \frac{1}{v_{ah}}\right) + \frac{2\Delta L}{\frac{c_{o}}{n}}, \quad (\text{II-6})$$

onde considera-se que, em toda a faixa dinâmica de medidas, temos  $\Omega R \langle \langle c_o | [13,16] \rangle$ .

O comprimento do caminho  $\Delta L$  correspondente ao deslocamento do acoplador óptico devido à rotação do sistema é aproximado por:

$$\Delta L \cong \Omega R \frac{L}{\frac{c_o}{n}},\tag{II-7}$$

Considerando que:

$$L\left(\frac{1}{v_{h}} - \frac{1}{v_{ah}}\right) = \frac{-2v_{t}L\left(1 - \frac{1}{n^{2}}\right)}{\left(\frac{c_{o}}{n}\right)^{2}} = \frac{2\Omega RL}{c_{o}^{2}}\left(1 - n^{2}\right) \quad , \tag{II-8}$$

temos:

$$\Delta \tau_{s} = (1 - n^{2}) \frac{2\Omega RL}{c_{o}^{2}} + \frac{2\Omega RLn^{2}}{c_{o}^{2}} = \frac{2\Omega RL}{c_{o}^{2}} = \frac{4A\Omega}{c_{o}^{2}} , \qquad (\text{II-9})$$

sendo A a área do loop delimitado pela fibra.

A diferença  $\Delta L$  no comprimento do caminho óptico dos feixes contra-propagantes, quando relacionada à defasagem de Sagnac  $\Delta \phi_s$  é:

$$\Delta L = \frac{\Delta \phi_s}{2\pi} \lambda_o \quad , \tag{II-10}$$

onde  $\lambda_o$  é o comprimento de onda médio da fonte luminosa, no meio livre (ou vácuo).

No intuito de se ter uma ordem de grandeza de  $\Delta L$  para um GFO da classe de navegação inercial, com A = 100 cm<sup>2</sup> e uma razão de rotação de um milésimo da terrestre, i.é. 0,015°/h, obtém-se um  $\Delta L$  de 10<sup>-15</sup> cm [16]. Tal valor é muito pequeno em relação ao comprimento de onda da luz, o qual é de cerca de 8 x 10<sup>-5</sup> cm.

A fim de aumentar a sensibilidade de  $\Delta \tau_s$  com a velocidade de rotação  $\Omega$ , utilizamos N *loops* ou espiras de fibra óptica como caminho óptico dos feixes luminosos, e o desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , [16], é então expresso por:

$$\Delta \phi_s = \frac{2\pi \Delta \tau_s}{\frac{\lambda_o}{c_o}} = \frac{8\pi AN}{\lambda_o c_o} \Omega , \qquad (\text{II-11})$$

e a diferença no comprimento dos caminhos ópticos é modificada para:

$$\Delta L = \frac{4AN}{c_o} \Omega = \frac{L_f D}{c_o} \Omega \quad , \tag{II-12}$$

onde  $L_f$  é o comprimento total da fibra.

Do exposto, vimos que os feixes contra-propagantes na bobina experimentam desvios de fase recíprocos, que se cancelam devido à propagação linear, e desvios de fase não recíprocos inerentes ao Efeito Sagnac, que se adicionam.

Portanto, um interferômetro de Sagnac mede efeitos não recíprocos, ou seja o desvio de fase medido depende do sentido de rotação do *loop*. Utilizando as Eq. (II-11) e (II-12), concluímos que

$$\Delta \phi_s = \frac{2\pi L_f D}{\lambda_o c_o} \Omega \quad , \tag{II-13}$$

A partir da Eq.(II-13) concluímos que, para um interferômetro utilizando um fonte de luz de comprimento de onda médio  $\lambda_0$ , a sensibilidade à rotação aumenta com o comprimento de fibra enrolada (*L*) e com o diâmetro da bobina (*D*).

Para um GFO da classe de navegação inercial, tipicamente encontramos, D = 20 cm,  $L_f = 0.5$  km e  $\lambda_0 = 1$  µm, obtendo-se uma resolução da ordem de 0.1°/h, correspondente a  $\Delta \phi_s \approx 1$  µrad [9].

### II.2. Configuração mínima do GFO

A seguir discorremos a respeito da configuração mínima de um girômetro interferométrico e suas limitações, que impedem a sua utilização em aplicações voltadas à detecção de valores de rotação bem menores que a terrestre.

A condição de perfeita reciprocidade do girômetro interferométrico de Sagnac implica em que a luz que é injetada em sentidos opostos na fibra óptica percorra o mesmo caminho óptico. Isso implica em que a luz que se propaga pela fibra óptica o faça apresentando modos de polarização e espacial únicos. Tais condições são satisfeitas com o emprego de fibras mono-modais que preservam a polarização da luz e de um polarizador inserido no circuito óptico entre a fonte luminosa e a bobina de fibra óptica.

A Fig. II-2 esquematiza uma configuração mínima de um girômetro interferométrico a fibra óptica operando em malha aberta, onde a luz polarizada de um diodo laser superluminescente é dividida em duas ondas contra-propagantes por um divisor de feixes de -3 dB, posicionado na conexão com a bobina de fibra óptica.



Figura II-2: Interferômetro de Sagnac.

O sinal de saída do interferômetro apresenta um termo de não reciprocidade devido ao efeito Sagnac e outro devido à diferença de caminhos ópticos através do divisor de feixes (o feixe que se propaga no sentido horário reflete duas vezes no espelho parcial enquanto que o que se propaga no sentido anti-horário passa duas vezes através do espelho parcial).

Esta não reciprocidade devido ao divisor de feixes adicionada àquela do efeito Sagnac resulta em uma fonte de erro da ordem de  $10^{-4}$  rad [9]que limita a sensibilidade do sensor.

A fim de se eliminar essa não-reciprocidade indesejável, utiliza-se normalmente a configuração da Fig. II-3, a qual foi obtida a partir da configuração da Fig. II-2, com o acréscimo de outro divisor de feixes. Na Fig. II-3 são apresentados acopladores direcionais a fibra óptica como divisores de feixe. Essa nova configuração é conhecida como configuração mínima de um GFO [2,8].



Figura II-3: Configuração mínima do girômetro de Sagnac.

Nessa configuração, os feixes contra-propagantes experimentam desvios de fase  $\phi_s + kl \ e \ \phi_s - kl$ , sendo  $k = \frac{2\pi n}{\lambda_o}$  a constante de propagação do modo de polarização ao longo da fibra. A corrente elétrica  $I_d$  produzida pelo fotodiodo quando um feixe de luz de intensidade *P* incide sobre o mesmo é dada por [8]:

$$I_{d} = \eta_{d} \frac{q}{h\nu} P \tag{II-14}$$

onde q é a carga do elétron ( $q = -1,6021 \times 10^{-19} \text{ C}$ ), h é a constante de Planck ( $h = 6,6256 \times 10^{-34} \text{ J}$ ),  $\nu$  é a freqüência da onda associada ao fóton, e  $\eta_d$  é a eficiência quântica do fotodetector.

O sinal de saída  $I_d$  do girômetro interferométrico resultante da interferência de dois feixes de intensidades iguais e diferença de fase de Sagnac  $2\phi_s$  é expresso por [9,16]:

$$I_d = \frac{I_o}{2} (1 + \cos 2\phi_s) \quad , \tag{II-15}$$

onde  $\phi_s$  é o desvio de fase experimentado por cada feixe luminoso na fibra.

A defasagem de Sagnac é dada por  $\Delta \phi_s = 2\phi_s$ , e a corrente detectada  $I_d$  será:

$$I_{d} = \frac{I_{o}}{2} \left( 1 + \cos \Delta \phi_{s} \right). \tag{II-16}$$

A Fig. II-4 apresenta o comportamento da corrente detectada  $I_d$  em função da defasagem não recíproca total  $\Delta \phi(\Omega)$  num intervalo de  $-2\pi$  a  $2\pi$ .



Figura II-4: Corrente de saída  $I_d$  do fotodetector em função da defasagem  $\Delta \phi = k \Omega$ .

Na Fig. II-4 é interessante destacar os seguintes aspectos:

- Observa-se que  $\frac{\partial I_d}{\partial \Omega} \bigg|_{\Omega \cong 0} \cong 0$ . Esta característica é indesejável para navegação inercial, pois implica em sensibilidade praticamente nula para pequenas velocidades de rotação  $(\Omega \approx 0)$ , para as quais o sensor também apresenta uma pobre linearidade do fator de escala,
- *I<sub>d</sub>*(Ω) é uma função par de Ω, o que impossibilita a determinação do sentido da velocidade de rotação Ω.

Um modo de solucionar esses problemas é provocar uma defasagem adicional de  $\pi/2$  em  $\Delta \phi_s$ , a fim de se ter o sinal  $I_d$  proporcional a sen  $\Delta \phi_s$ 

Isto pode ser feito de maneira bastante estável através do acréscimo de um modulador de fase do sinal óptico dentro do *loop*, em uma posição assimétrica em relação ao seu centro, por exemplo, em uma das extremidades da bobina de fibra óptica [2,8], conforme indicado na Fig. II-5.



Figura II-5: Circuitos óptico e eletrônico do girômetro de Sagnac.

Aplicando-se um sinal  $\varphi(t) = \varphi_m \operatorname{sen} \omega_m t, \omega_m = 2\pi f_m$ , no modulador, temos para o sinal detectado pelo fotodiodo:

$$I_d = \frac{I_0}{2} \left\{ 1 + \cos\left[\Delta \phi_s + \phi(t)\right] \right\}$$
(II-17)

onde  $\phi_m = \phi_m \sin \frac{\omega_m \tau}{2}$  é a amplitude da modulação de fase não recíproca.

A Fig. II-6 ilustra, para  $\phi_m = \pi/2$ , as curvas de  $\Delta \phi$  vs t, no intervalo de 0 a 2T,  $I_d$  vs  $\Delta \phi$ , no intervalo de  $-\pi$  a  $\pi$ , e  $I_d$  vs t, no intervalo de 0 a 2T, onde T é o período do sinal de modulação de fase óptica.



Figura II-6:  $I_d vs t$ , obtido a partir de  $\Delta \phi(t)$  para  $\phi_m = \pi/2$ , e  $\Delta \phi_s = 0$ .

A maximização de  $\phi_m$  é obtida com:

$$\omega_m \frac{\tau}{2} = (2n+1) \frac{\pi}{2} , \qquad (\text{II-18})$$

onde n é um inteiro arbitrário.

Para n = 0, temos:

$$w_m \tau = \pi \quad , \tag{II-19}$$

ou seja,

$$f_m = \frac{1}{2\tau} , \qquad (\text{II-20})$$

Esse valor de  $f_m$  é conhecido como freqüência própria do sensor  $f_p$ .

.

No projeto de um GFO, em que  $L \approx 1 \text{ km}$ , temos  $\tau \approx 5 \mu \text{s}$  e  $f_m \approx 100 \text{ kHz}$ .

### II.3. Espectro em freqüência da corrente do fotodetector

Na configuração apresentada na Fig. II-5, considerando a modulação de fase alternada e o desvio de fase não recíproco  $\Delta \phi_s$  associado ao Efeito Sagnac, a corrente  $I_d(t)$  no fotodetector é dada por:

$$I_{d}(t) = \frac{I_{0}}{2} \left[ 1 + \cos\left(\Delta\phi_{s} + \phi_{m} \sec\omega_{m}t\right) \right]$$
$$= \frac{I_{0}}{2} \left[ 1 + \cos\Delta\phi_{s} \cos(\phi_{m} \sec\omega_{m}t) - \sec\Delta\phi_{s} \sec(\phi_{m} \sec\omega_{m}t) \right] . \quad (\text{II-21})$$

Se expandirmos  $I_d(t)$  em funções de Bessel obtém-se a seguinte expressão [6]:

$$I_{d}(t) = \frac{I_{0}}{2} \left\{ 1 + \left[ J_{0}(\phi_{m}) + 2\sum_{n} J_{2n}(\phi_{m}) \cos(2n\omega_{m}t) \right] \cos \Delta \phi_{s} \right\}$$
$$- \frac{I_{o}}{2} \left\{ 2\sum_{n} J_{2n-1}(\phi_{m}) \operatorname{sen}[(2n-1)\omega_{m}t] \operatorname{sen} \Delta \phi_{s} \right\}, \qquad (\text{II-22})$$

onde  $n \in N^* e$   $J_n$  é a função de Bessel de ordem n e primeira espécie.

Aplicando-se a Transformada de Fourier à Eq. (II-22) obtém-se o espectro em freqüência  $I_d(j\omega)$ , expresso por

$$I_{d}(j\omega) = \frac{I_{0}}{2} [1 + J_{0}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s}] 2\pi \delta(\omega)$$
  
+  $I_{0} \sum_{n} J_{2n}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s} \pi [\delta(\omega - 2n\omega_{m}) + \delta(\omega + 2n\omega_{m})]$   
-  $I_{0} \sum_{n} J_{2n-1}(\phi_{m}) \sin \Delta \phi_{s} j\pi [\delta(\omega - 2(n-1)\omega_{m}) - \delta(\omega + 2(n-1)\omega_{m})]$  (II-23)

Nota-se que as harmônicas ímpares de  $I_d(t)$  são proporcionais a sen  $\Delta \phi_s$ , o que proporciona máxima sensibilidade para  $\Delta \phi_s$  pequenos.

A demodulação coerente da componente  $I_d(t)$  na freqüência  $\omega_m$  (primeira harmônica) fornece um sinal de saída proporcional a  $I_o J_1(\phi_m) \sec \Delta \phi_s$ , o qual pode ser maximizado pela escolha de  $\phi_m \approx$ 1,84 rad.

Este sinal permite a medida de valores de  $\Delta \phi_s$  próximos de zero, além de discriminar o sentido da rotação. No entanto, a sua faixa dinâmica é limitada a desvios de fase  $\Delta \phi_s \langle \pi/2, a \text{ saber em} \Delta \phi_s \approx 1,30 \text{ rad.}$ 

No intuito de se oferecer uma noção da faixa dinâmica de medidas dos GFO, a Fig.II-7 apresenta para  $LR = 10 \text{ m}^2 \text{ e } LR = 100 \text{ m}^2$ , a curva respectiva do desvio de fase de Sagnac  $\Delta \phi_s$  em função da razão de rotação  $\Omega$ , obtida de [11].



Figura II-7: Desvio de fase de Sagnac  $\Delta \phi$  em função da razão de rotação  $\Omega$ .

Nota-se que para um GFO da classe inercial, com  $L_f = 1$  km e R = 10 cm, i.é. com  $L_f R$ = 100m<sup>2</sup>, para uma faixa dinâmica de medida 100 dB, indo de 0,1 °/h a 10000 °/h, o desvio de fase correspondente é de aproximadamente 10<sup>-7</sup> rad a 10<sup>-2</sup> rad. No entanto, a partir de ± 0,03 rad o erro na aproximação sen $(\Delta \phi_s) = \Delta \phi_s$  é de 0,015%, o que implica numa faixa dinâmica de 90 dB com não-linearidade máxima de 0,015% em relação ao valor do fundo de escala.

### II.4. Velocidade de rotação mínima mensurável

Tendo deduzido as expressões matemáticas da fotocorrente  $I_d$ , nos domínios do tempo e da freqüência, procederemos ao cálculo da intensidade de rotação mínima mensurável por um GFO.

No cálculo faremos as hipóteses de modulação senoidal da fase óptica e de detecção e demodulação da primeira harmônica do sinal de saída do sensor.

Basicamente a sensibilidade do interferômetro é limitada pelo ruído presente no sinal detectado.

Existem várias fontes de ruído no sinal da fotocorrente detectada, a saber ruído *Flicker* ou 1/*f*, ruído térmico ou *Johnson*, ruído *Shot* e ruído de intensidade.

#### II.4.1. Ruído Johnson ou térmico

Trata-se do ruído associado com a agitação térmica dos elétrons e aparece em todo condutor [23,33]. Nyquist em 1928 [22] demonstrou que valor médio quadrático do ruído térmico à uma temperatura T [°K], é expresso por

$$\left\langle i_{Rtt}^{2} \right\rangle = \frac{4K_{B}TB}{R} \tag{II.24}$$

onde  $K_B \acute{e}$  a constante de Boltzmann [1,38.10<sup>-23</sup> J/k], R é a resistência [ohm] do resistor, e B é a faixa de passagem [hertz].

O ruído térmico pode ser considerado como branco até freqüências da ordem de  $10^{13}$  Hz [15,22] e a sua função densidade de probabilidade é gaussiana e com média nula.

#### II.4.2. Ruído Flicker ou 1/f

Apresenta uma densidade espectral que é inversamente proporcional à freqüência e por este motivo é denominado de ruído 1/f.

A sua densidade espectral de potência pode ser escrita [22,23]como

$$i_{Rf}^{2}(f) = \frac{CI^{2}}{f}$$
 (II-25)

onde C é uma constante que depende do material e da sua geometria e *I* é a corrente *dc*. A densidade espectral apresenta uma alta precisão com a lei 1/f até freqüências extremamente baixas da ordem de  $10^{-6}$  Hz [22]. No processamento a ser utilizado esta fonte de ruído não implica em nenhuma limitação no sinal a ser detectado.

#### II.4.3. Ruído Shot

Esta fonte de ruído é devida ao processo quantizado de geração e detecção da luz

A incidência aletória dos fótons no detector causa uma foto-geração aleatória de portadores de carga. Schottky (1918) [22] mostrou que esta corrente de ruído apresenta uma densidade espectral de potência uniforme até freqüências de dezenas de gigahertz e portanto pode ser considerado um ruído branco com valor médio quadrático  $\langle i_{Rsh}^2 \rangle$  expresso [23,33] por

$$\left\langle i_{Rsh}^{2} \right\rangle = 2q \left( I_{e} + I_{f} \right) B \tag{II-26}$$

onde  $I_e$  é a corrente de escuro e  $I_f$  é a fotocorrente.

O ruído Shot obedece a uma distribuição de Poisson, com média nula e da Eq. (II-27) o seu valor médio quadrático é proporcional à  $P_0$ , ou seja, à potência  $P_0$  incidente no fotodetector.

#### II.4.4. Ruído Excess ou de intensidade relativa

A luz que incide sobre o fotodiodo contém um ruído de intensidade que é devido a diversas causas, dentre as quais as principais são a presença de irradiação gerada por emissão espontânea e a flutuação de potência de cada modo longitudinal de oscilação da cavidade da fonte de luz [3]. Esse ruído de intensidade apresenta uma função densidade de probabilidade gaussiana, e é caracterizado por uma relação denominada ruído de intensidade relativa (RIN) que é definida [3] por:

$$RIN = \frac{\left\langle i_{Rin}^{2}(t) \right\rangle}{\left\langle P_{0} \right\rangle} \tag{II-27}$$

O seu valor médio quadrático [3] é proporcional ao quadrado da potência média incidente ou seja  $\langle i_{Rin}^2 \rangle \alpha P_0^2$ .

Por serem todas essas correntes de ruído processos aleatórios descorrelacionados [3], tem-se que o valor quadrático médio da corrente de ruído total é expresso por

$$\left\langle i_{N}^{2}\right\rangle = \left\langle i_{t}^{2}\right\rangle + \left\langle i_{Sh}^{2}\right\rangle + \left\langle i_{in}^{2}\right\rangle$$
(II-28)

onde os subscritos identificam as fontes de ruído na forma como definida para os valores médios quadráticos e levou-se em conta que para fotodetectores com banda passante de centenas de kHz o ruído 1/f é desprezível em relação aos demais.

Desde que  $\langle i_t^2 \rangle$  independe de  $P_0$ ,  $\langle i_{sh}^2 \rangle \alpha P_0$  e  $\langle i_{in}^2 \rangle \alpha P_0^2$ , observa-se que a medida que  $P_0$ aumenta, existem faixas de operação nas quais um determinado tipo de ruído predomina. A Fig. II-8 apresenta um gráfico das potências de ruído em função da potência óptica incidente no fotodiodo de acordo com a Eq. (II-28). Nota-se que quando  $P_0$  é pequena, o ruído térmico predomina. A partir de um certo valor de  $P_0$  o ruído shot passa a predominar, e a partir de um outro valor de  $P_0$ , o ruído de intensidade é que predominará sobre os demais. Diz-se que o sistema é limitado nessa regiões, respectivamente, pelo ruído térmico, shot e de intensidade.



Fig. II-8: Potência de ruído i\_n em função da potência  $P_0$  incidente no fotodiodo.



Fig. II-9: Relação sinal-ruído SNR do sinal óptico v<br/>s potência incidente ${\cal P}_{\scriptscriptstyle 0}\,$  .

A Fig. II-10 ilustra, em escalas logarítmicas, a relação sinal-ruído (SNR) do sinal óptico em função da potência incidente  $P_0$  no fotodiodo, e notam-se 3 regiões distintas, representadas pelas suas assíntotas, e limitadas por diferentes fontes de ruído, a saber

- Região I: a SNR é limitada pelo ruído térmico,
- Região II: a SNR é limitada pelo ruído shot,
- Região III: a SNR é limitada pelo ruído de intensidade.

Utilizando-se como fonte de luz um diodo superluminescente com comprimento de onda médio de 850 nm, o valor da potência óptica incidente tal que  $\langle i_{sh}^2 \rangle = \langle i_{in}^2 \rangle$  é de aproximadamente 7 µW [3]. Como até o momento sabe-se que a potência incidente no fotodiodo de um GFO é menor que 7 µW, consideraremos nosso sistema limitado pelo ruído shot.

### II.4.5 Mínima taxa de rotação mensurável

Com a hipótese feita no final da seção anterior a incerteza  $\delta \Omega$  na medida da rotação, ou a mínima rotação mensurável  $\Omega_{min}$ , é obtida igualando-se as potências das correntes de sinal  $I_d$  e do ruído *shot*  $I_{sh}$  do fotodetector.

De acordo com [8], se considerarmos uma faixa de passagem  $B_d$  em torno da freqüência de modulação  $f_m$ , o valor *rms* da corrente de ruído *shot* é dado por:

$$I_{sh} = q \left[ P_o \eta_d \frac{\left( 1 + J_0(\phi_m) \right) B_d}{h \nu} \right]^{\frac{1}{2}} . \tag{II-29}$$

A corrente de sinal  $I_d(t)$  no fotodetector é relacionada aos mesmos parâmetros por:

$$I_d(t) = -I_0 J_1(\phi_m) \operatorname{sen} \Delta \phi_s \cos w_m t \tag{II-30}$$
Assim, substituindo  $I_0$  pelo seu valor dado pela Equação (II-14), obtemos:

$$I_{d}(t) = -\frac{\eta_{d} P_{o} q}{h \nu} J_{1}(\phi_{m}) \operatorname{sen} \Delta \phi_{s} \cos \omega_{m} t$$
(II-31)

Lembrando que para pequenas taxas de rotação sen $(\Delta \phi_s) \cong \Delta \phi_s$  igualando a corrente *rms* do sinal com a do ruído *shot* obtemos [8] o mínimo desvio de fase Sagnac mensurável  $\Delta \phi_{s_{min}}$ :

$$\Delta \phi_{s_{min}} = \frac{\sqrt{1 + J_0(\phi_m)}}{J_1(\phi_m)} \sqrt{\frac{h v B_d}{P \eta_d}} , \qquad (\text{II-32})$$

No ponto de operação escolhido temos  $\phi_m \cong 1,84$ , o que implica em

$$\frac{\sqrt{1+J_0(\phi_m)}}{J_1(\phi_m)} \cong 2 \quad , \tag{II-33}$$

de modo que a expressão (II-30) resulta em:

$$\Delta \phi_{s_{\min}} \approx 2 \sqrt{\frac{h \nu B_d}{2 P_o \eta_d}} \,. \tag{II-34}$$

Utilizando-se então a expressão de  $\Delta \phi_s$  por  $\Omega$ , dada pela Equação II-13, obtemos a expressão de  $\Omega_{min}$  [5,9]

$$\Omega_{\min} = \frac{\lambda_0 c}{2\pi R L_f} \left( \frac{h \nu B_d}{2 P_o \eta_d} \right)^{1/2} . \tag{II-35}$$

A distribuição espectral do ruído *shot* é plana e portanto podemos associar uma densidade espectral de potência ou coeficiente de deriva de  $\Omega_{min}$ , devido ao ruído *shot*, dado por [5,9]:

$$\frac{\Omega_{min}}{B_d^{\prime/2}} = \frac{\lambda_0 c}{2\pi R L_f} \left(\frac{h\nu}{2P_o\eta_d}\right)^{1/2}.$$
 (II-36)

### II.5 Técnicas de análise do sinal no domínio da freqüência

Uma das primeiras técnicas para a análise no domínio da freqüência e demodulação do sinal de saída de girômetro interferométrico a fibra óptica foi apresentada por Bohm K. et al em 1984 [6]. A mesma fundamenta-se na filtragem e detecção das harmônicas de ordem n = 1, 2 e 4 da fotocorrente de saída do sensor para a demodulação do desvio de fase de Sagnac  $\Delta \phi_s$  e a medida e controle da amplitude  $\phi_m$  da intensidade da modulação de fase óptica do sensor.

De acordo com a Equação (II-24), tem-se

$$I_1(\boldsymbol{\omega}_m) = I_0 J_1(\boldsymbol{\phi}_m) \operatorname{sen} \Delta \boldsymbol{\phi}_s \operatorname{sen} \boldsymbol{\omega}_m t \tag{II-37}$$

$$C(\phi_m) = \frac{A_2}{A_4} = \frac{J_2(\phi_m)}{J_4(\phi_m)}$$
(II-38)

A demodulação do parâmetro  $\Delta \phi_s$  é possível pela filtragem e demodulação síncrona, através de amplificadores *lock-in*, da primeira harmônica do sinal, como evidencia-se da Eq. (II-37).

O sinal de saída  $C(\phi_m)$  para o controle de  $\phi_m$  é obtido pela medida da razão das amplitudes da segunda e quarta harmônicas do sinal como depreende-se da Eq. (II-38). A implementação do *lock-in*, porém é complexa, porque é preciso filtrar significativamente as harmônicas pares antes da etapa de demodulação síncrona, sendo que estas amplitudes são muito maiores do que a da 1<sup>°</sup> harmônica. Por exemplo a segunda e a quarta harmônicas situam-se tipicamente 100 a 120 dB acima da mínima amplitude da primeira harmônica a ser demodulada. Esta filtragem das harmônicas pares é essencial para não saturar ou colocar numa faixa de operação não linear o demodulador síncrono, e também para não produzir um sinal na saída do demodulador, na hipótese de que existam harmônicas pares no sinal do oscilador de referência do demodulador. A Figura II-10 ilustra o espectro, sem ruído, para as harmônicas de ordem n = 1 a 4 para desvios de fase de Sagnac  $\Delta \phi = 1 \mu$  rad, com  $\phi_m = 1,84$  rad.



Figura II-10: Espectro típico do sinal de saída do girômetro interferométrico de Sagnac para desvio de fase  $\Delta \phi_s = 1 \mu$  rad.

Uma outra técnica de análise no domínio da freqüência do sinal de saída do sensor interferométrico, foi proposta em 1995 por Y. Gronau e M. Tur [17]. A mesma fundamenta-se na

filtragem e na detecção das harmônicas de ordem n = 1, 2, 3 e 4 da fotocorrente de saída do sensor para a demodulação do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , e na medida e no controle da amplitude  $\phi_m$  da intensidade da modulação de fase óptica do sensor.

Trata-se da implementação de um algoritmo de processamento digital do sinal, em malha aberta, onde através de uma Transformada Rápida de Fourier calculam-se as amplitudes  $A_i$  das harmônicas de ordem i = 1 a 4 do sinal, e determina-se  $\Delta \phi_s$  por meio da expressão

$$\Delta \phi_s = \arctan\left(\frac{J_2(\phi_m)A_1}{J_1(\phi_m)A_2}\right)$$
(II-39)

O sinal de saída para o controle (medida) de  $\phi_m$  é obtido indiretamente pela razão entre os valores das funções de Bessel, ou das amplitudes das harmônicas de ordem correspondente, como indicado nas equações abaixo.

$$\frac{J_1(\Phi_m)}{J_3(\Phi_m)} = \frac{A_1}{A_3}, \qquad |\Delta \Phi_s| \le \pi/2 \qquad \text{(II-40)}$$

$$\frac{J_2(\phi_m)}{J_4(\phi_m)} = \frac{A_2}{A_4}, \qquad \pi/2 \le \left| \Delta \phi_s \right| \le \pi \qquad \text{(II-41)}$$

Na faixa inferior de desvios de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , conforme ilustrado na Fig. II-10 as amplitudes das harmônicas pares prevalecem, e utiliza-se a Eq. (II-41) para a medida de  $\phi_m$ , enquanto que na faixa superior, são as harmônicas ímpares que tem maior amplitude, como ilustrado na Fig. II-11, e utiliza-se a Eq. (II-40) para a medida deste parâmetro.

Segundo os autores, o algoritmo permite a medida de desvios de fase de Sagnac  $\Delta \phi_s$  numa faixa dinâmica de 140 dB, obtendo-se com um processador de sinais, em malha aberta, o mesmo desempenho dos melhores processadores com a malha fechada por meio do circuito óptico do sensor.

Esta performance é obtida se na implementação do algoritmo forem utilizadas 64 amostras por ciclo do sinal e realizada uma conversão A/D de 10 bits.



Figura II-11: Espectro típico do sinal de saída do girômetro interferométrico de Sagnac para desvio de fase  $\Delta \phi_s = 1,5$  rad.

As técnicas discutidas revisam sucintamente e elucidam as abordagens mais relevantes de análise do sinal utilizando algoritmos de divisão harmônica.

#### II.6. Técnica de análise do sinal no domínio do tempo

Uma técnica bastante investigada de análise do sinal no domínio do tempo é a técnica de detecção de cruzamentos por zero desenvolvida originalmente para a demodulação de sinais modulados em freqüência e aplicada pela primeira vez por B. Y. Kim em 1988 [25] na demodulação de sinais de sensores interferométricos.

Um trabalho publicado demonstrou ser possível obter deriva, estabilidade do fator de escala e relação sinal-ruído comparáveis às dos melhores girômetros interferométricos de Sagnac operando em malha aberta, e com modulação senoidal da fase óptica utilizando um cristal piezoelétrico [32].

A Figura II-12 ilustra o fundamento desta técnica. A componente *ac* da tensão de saída do amplificador de transimpedância apresenta semi-ciclos negativos consecutivos que variam proporcionalmente ao desvio da fase de Sagnac  $\Delta \phi_s$ , de maneira inversa: quando  $\Delta \phi_s$  aumenta, o intervalo de cruzamentos por zero do semi-ciclo negativo M aumenta e o do semi-ciclo negativo N diminui. Esta situação se inverte com a mudança da polaridade de  $\Delta \phi_s$ . Para  $\Delta \phi_s = 0$ , M = N.



Figura II-12: Diagrama de tempo do sinal processado segundo a técnica de cruzamentos do zero:  $\phi_m = 1 \text{ rad}, \Delta \phi_s = 0; 0, 1, -0, 1 \text{ rad}.$ 

Demonstra-se que  $\Delta \phi_s$  é proporcional à  $\Delta T$  = M-N, expresso por

$$\Delta T = \frac{2}{\omega} \left\{ \arccos\left[\frac{\arccos[J_o(\phi_m)\cos\Delta\phi_s] + \Delta\phi_s}{\phi_m}\right] \right\}$$

$$-\arccos\left[\frac{\arccos[J_{o}(\phi_{m})\cos\Delta\phi_{s}]-\Delta\phi_{s}}{\phi_{m}}\right]\right\}$$
(II-42)

Na hipótese de pequenos desvios de fase de Sagnac, resulta

$$\Delta \phi_s = \frac{-\omega_m \Delta T}{4} \left\{ \phi_m^2 - \arccos[J_o(\phi_m)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(II-43)

onde  $\omega_m = 2\pi f_m$  é a freqüência de modulação do sinal

A estratégia utilizada para controlar o parâmetro  $\phi_m$  foi manter constante o valor de M+N, que independe de  $\Delta \phi_s$  e é expresso por

$$M + N = \frac{2}{\omega} \left\{ \arccos\left[\frac{\arccos[J_o(\phi_m)\cos\Delta\phi_s] + \Delta\phi_s}{\phi_m}\right] + \arccos\left[\frac{\arccos[J_o(\phi_m)\cos\Delta\phi_s] - \Delta\phi_s}{\phi_m}\right] \right\}$$
(II-44)

A expressão apresentada para o máximo desvio de fase de Sagnac detectável  $\Delta \phi_{s max}$  é

$$\Delta \phi_{s \max} = \arctan\left[\frac{J_0(\phi_m) - \cos \phi_m}{\sin \phi_m}\right]$$
(II-45)

O máximo desvio de fase de Sagnac detectável  $\Delta \phi_{s \max}$  é limitado pela condição onde os cruzamentos por zero deixam de existir, condição esta que depende da amplitude  $\phi_m$  da modulação de fase óptica e da freqüência de corte  $f_c$  do filtro passa-baixas de pré-processamento do sinal. A título de informação, uma das simulações realizadas com  $\phi_m = 2,5$  rad, resultou em  $\Delta \phi_{s \max} = 0,9$  rad, e  $\Delta \phi_{s \max} = 0,75$  rad, respectivamente, com e sem filtragem, por um filtro passa baixas, com  $f_c = 2f_m$ .

### II.7 Sumário

Neste capítulo analisamos o Efeito Sagnac, fundamental para a compreensão do funcionamento de girômetros interferométricos a fibra óptica e discutimos de forma sucinta o circuito óptico utilizado no projeto do sensor. As análises nos domínios do tempo e da freqüência da corrente de saída do sensor foram realizadas e a mínima velocidade de rotação mensurável estimada. As principais técnicas de análise do sinal no domínio do tempo e da freqüência foram revisadas para se estabelecer uma referência de comparação para a técnica a ser estudada.

A partir destas informações procederemos no capítulo seguinte ao estudo da técnica de processamento do sinal de saída de um girômetro interferométrico a fibra óptica, fundamentada na medida dos valores de pico da componente *ac* da tensão de saída do amplificador de transimpedância, normalmente utilizado para a conversão em tensão da fotocorrente de saída do sensor.

### III. Demodulação do desvio de fase de Sagnac, Δφ<sub>s</sub>, pela detecção do valor *dc* e dos valores de pico da componente *ac* da fotocorrente

Neste capítulo tratamos da detecção dos valores de pico da componente *ac* da tensão de saída do amplificador de transimpedância, utilizado para converter em tensão a fotocorrente de saída do GFO. Inicialmente são deduzidas as expressões do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , e da amplitude da modulação de fase óptica,  $\phi_m$ . A seguir são abordados critérios de escolha do valor de  $\phi_m$  e suas implicações com a faixa dinâmica e a resolução das medidas. O capítulo finaliza com o cálculo do mínimo desvio de fase de Sagnac detectável,  $\Delta \phi_{smin}$ , em função da faixa de passagem do sinal e do valor de  $\phi_m$  utilizado. O sentido e a intensidade da razão de rotação  $\Omega$  medida pelo girômetro interferométrico a fibra óptica são obtidos a partir da demodulação do sinal  $\Delta \phi_s$  e do conhecimento do fator de escala óptico do sensor.

## III.1. Valores de pico da componente alternada da tensão de saída do amplificador de transimpedância

A técnica de medida da intensidade e do sentido da razão de rotação  $\Omega$  experimentada pelo sensor e de medida e controle da amplitude  $\phi_m$  da modulação de fase óptica será apresentada em detalhes para uma modulação de fase senoidal aplicada ao modulador de fase óptico do interferômetro.

Nesta circunstância, a fotocorrente gerada pela detecção do sinal de saída de um GFO é [6,8,9] dada por

$$I(t) = \frac{I_0}{2} \left[ 1 + \cos\left(\Delta \phi_s + \phi_m \operatorname{sen} \omega_m t\right) \right]$$
(III.1)

A Fig. III-1 representa I(t) vs (t), para  $\Delta \phi_s = 0, -0, 1, 0, 1$  rad, onde nota-se que em cada período ocorrem dois vales intercalados por um pico.



Figura III-1 Fotocorrente *I*(*t*) vs *t*.

Os picos de I(t) ocorrem nos instantes onde  $\Delta \phi_s = -\phi_m \operatorname{sen}(\omega_m t)$ , sendo expressos pelos valores

$$I_p = I_0 \tag{III.2}$$

Os vales de I(t) ocorrem nos instantes em que a modulação diferencial de fase óptica  $\phi_m \operatorname{sen} \omega_m t$  atinge seus valores máximo e mínimo, e seus valores são dados por

$$I_{v1} = \frac{I_0}{2} [1 + \cos(\Delta \phi_s + \phi_m)]$$
(III.3)

$$I_{\nu 2} = \frac{I_0}{2} \left[ 1 + \cos(\phi_m - \Delta \phi_s) \right]$$
(III.4)

Normalmente o pré-amplificador do circuito eletrônico de fotodetecção utilizado em sensores de Sagnac é do tipo transimpedância. Numa configuração clássica de um amplificador de transimpedância ideal, tem-se a tensão de saída V(t) expressa por

$$V(t) = R_f I(t) \tag{III.5}$$

onde  $R_f$  é a resistência de realimentação. Em nossa análise utilizaremos apenas a componente *ac* da tensão V(t) no processamento dos valores de pico do sinal, a fim de eliminar os erros em V(t) devidos ao ruído 1/f e à deriva da tensão de *off-set* na saída do amplificador de transimpedância.

Da Eq. (II.24) obtém-se que a componente dc da corrente I(t) é dada por

$$I_{DC} = \frac{I_0}{2} [1 + J_o(\phi_m) \cos \Delta \phi_s]$$
(III.6)

Portanto, o valor  $V_{DC}$  da componente dc da tensão de saída V(t), resulta em

$$V_{DC} = \frac{R_f I_0}{2} [1 + J_o(\phi_m) \cos \Delta \phi_s]$$
(III.7)

Das Eq. (III.1), (III.5), e (III.7) obtém-se o valor de  $V_{AC}(t)$  referente à componente *ac* da tensão de saída do amplificador de transimpedância, é dado por

$$V_{AC}(t) = \frac{R_f I_0}{2} \left[ \cos(\Delta \phi_s + \phi_m \operatorname{sen} \omega t) - J_0(\phi_m) \cos(\Delta \phi_s) \right]$$
(III.8)

Os picos positivos  $V_{pp1}$ ,  $V_{pp2}$  e os negativos  $V_{pn1}$ ,  $V_{pn2}$  de  $V_{AC}(t)$  ocorrem alternadamente nos instantes,:  $t_{pp1}$ ,  $t_{pn1}$ ,  $t_{pp2}$  e  $t_{pn2}$ , (vide Fig. III-1), e assumem os valores

$$V_{pp1} = V_{pp2} = V_{pac} = \frac{R_f I_0}{2} \left[ 1 - J_0(\phi_m) \cos \Delta \phi_s \right]$$
(III.9)

$$V_{pn1} = \frac{R_f I_0}{2} \left[ \cos(\phi_m + \Delta \phi_s) - J_o(\phi_m) \cos \Delta \phi_s \right]$$
(III.10)

$$V_{pn2} = \frac{R_f I_0}{2} \left[ \cos(\phi_m - \Delta \phi_s) - J_0(\phi_m) \cos \Delta \phi_s \right]$$
(III.11)

A dependência desses valores com  $R_{f}I_{0}$  é eliminada se utilizarmos no processamento do sinal os valores dos picos negativos normalizados em relação ao valor de pico positivo e expressos por

$$\frac{V_{pn1}}{V_{pac}} = \frac{\cos(\phi_m + \Delta\phi_s) - J_o(\phi_m)\cos\Delta\phi_s}{1 - J_0(\phi_m)\cos\Delta\phi_s}$$
(III.12)

$$\frac{V_{pn2}}{V_{pac}} = \frac{\cos(\phi_m - \Delta\phi_s) - J_o(\phi_m)\cos\Delta\phi_s}{1 - J_0(\phi_m)\cos\Delta\phi_s}$$
(III.13)

# III.2. Determinação do desvio de fase de Sagnac, $\Delta \phi_s$ , e da amplitude da modulação de fase óptica, $\phi_m$

As Eq. (III.12) e (III.13) nos permitem escrever

$$\cos(\phi_m + \Delta\phi_s) = \frac{V_{pn1}}{V_{pac}} \left[1 - J_0(\phi_m)\cos\Delta\phi_s\right] + J_o(\phi_m)\cos\Delta\phi_s$$
(III.14)

$$\cos(\phi_m - \Delta\phi_s) = \frac{V_{pn2}}{V_{pac}} \left[1 - J_0(\phi_m)\cos\Delta\phi_s\right] + J_o(\phi_m)\cos\Delta\phi_s$$
(III.15)

Desta últimas resultam as equações transcendentais para a obtenção do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , e da amplitude da modulação de fase óptica,  $\phi_m$ 

$$\Delta \phi_{s} = \frac{1}{2} \arccos\left\{ \frac{V_{pn1}}{V_{pac}} \left[ 1 - J_{0}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s} \right] + J_{o}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s} \right\}$$
$$- \frac{1}{2} \arccos\left\{ \frac{V_{pn2}}{V_{pac}} \left[ 1 - J_{0}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s} \right] + J_{o}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s} \right\}$$
(III.16)

$$\phi_{m} = \frac{1}{2} \arccos\left\{ \frac{V_{pn1}}{V_{pac}} \left[ 1 - J_{0}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s} \right] + J_{o}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s} \right\}$$
$$+ \frac{1}{2} \arccos\left\{ \frac{V_{pn2}}{V_{pac}} \left[ 1 - J_{0}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s} \right] + J_{o}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s} \right\}$$
(III.17)

Se escolhermos o ponto de operação tal que a profundidade de modulação  $\phi_m$  seja 2,4048, então  $J_0(\phi_m)=0$  e os termos  $J_0(\phi_m)\cos\Delta\phi_s$  nas Eq. (III.16) e (III.17) serão anulados resultando nas expressões simplificadas

$$\Delta \phi_s = \frac{1}{2} \left[ \arccos\left(\frac{V_{pn1}}{V_{pac}}\right) - \arccos\left(\frac{V_{pn2}}{V_{pac}}\right) \right]$$
(III.18)

$$\phi_m = \frac{1}{2} \left[ \arccos\left(\frac{V_{pn1}}{V_{pac}}\right) + \arccos\left(\frac{V_{pn2}}{V_{pac}}\right) \right]$$
(III.19)

A eliminação dos termos  $J_0(\phi_m) \cos \Delta \phi_s$  mencionada, independe do valor de  $\Delta \phi_s$ .

A Fig. III-2 ilustra dois ciclos de  $I_d(t)$ , para esta condição.



Figura III-2: i) Desvio de fase  $\Delta \phi(t) = \phi_s + \phi_m \cos(\omega t)$ ,  $\phi_m = 2,4048$  no intervalo de 0 a 2T; ii) Intensidade da fotocorrente de saída  $I_d(\Delta \phi)$ , no intervalo  $-\pi \langle \Delta \phi \langle \pi ; iii \rangle$  Intensidade da fotocorrente de saída  $I_d(t)$ , no intervalo de 0 a 2T.

Para esta condição, concluímos a partir da Eq. (III.9) que o valor de  $I_0$  é dado por

$$I_o \approx \frac{2V_{pac}}{R_f} \tag{III.20}$$

O controle dos parâmetros  $I_0$  e  $\phi_m$  pode ser implementado numa taxa que seja uma ordem de grandeza mais rápida que a necessária para a medida de  $\Delta \phi_s$ , o que implica em se definir as freqüências de corte dos controladores em aproximadamente dez vezes a de filtragem do desvio de fase de Sagnac  $\Delta \phi_s$ .

Embora a Eq. (III.18) forneça o valor de  $\Delta \phi_s$  independentemente de  $\phi_m$ , é importante que haja um controle deste último parâmetro a fim de reduzir os erros na determinação do primeiro.

Não obstante a escolha de  $\phi_m = 2,4048$  possibilite saídas independentes para a demodulação do desvio de fase de Sagnac, e monitoração da amplitude da modulação de fase óptica, tal ponto de operação não corresponde àquele que proporciona a melhor sensibilidade a  $\Delta \phi_s$  e a menor dependência a variações de  $\phi_m$ .

### III.3. Determinação do valor de $\phi_m$ para máxima sensibilidade, precisão e faixa dinâmica de medidas de $\Delta \phi_s$

Voltando às Eq. (III.10) e (III.11), podemos expressar as tensões de pico negativas de saída,  $V_{pn1}$  e  $V_{pn2}$ , por

$$V_{pn1} = \frac{R_f I_0}{2} \left[ \cos \phi_m \cos \Delta \phi_s - \sin \phi_m \sin \Delta \phi_s - J_0(\phi_m) \cos \Delta \phi_s \right]$$
(III.21)

$$V_{pn2} = \frac{R_f I_0}{2} \left[ \cos \phi_m \cos \Delta \phi_s + \sin \phi_m \sin \Delta \phi_s - J_0 (\phi_m) \cos \Delta \phi_s \right]$$
(III.22)

Nestas últimas equações, considerando-se somente os termos que são funções ímpares de  $\Delta \phi_s$ , obtém-se que o módulo do desvio da tensão entre dois valores de pico negativos consecutivos,  $|\Delta V_{pn}|$ , é dado por

$$\left|\Delta V_{pn}\right| = R_f I_0 \left| \operatorname{sen} \phi_m \operatorname{sen} \Delta \phi_s \right|$$
(III.23)

No intervalo  $0 \le \phi_m \le \pi$ , o valor de  $|\Delta V_{pn}|$  é máximo quando  $\phi_m = \pi/2$ , e resulta em

$$\left|\Delta V_{pn}\right|_{\max} = R_f I_o \left| \sec \Delta \phi_s \right|$$
(III.24)

Isto posto, utilizando  $\phi_m = \pi/2$  nas Eq. (III.10) e (III.11), as mesmas se reduzem a

$$V_{pn1} = \frac{R_f I_0}{2} \left[ -\operatorname{sen} \Delta \phi_s - J_o(\pi/2) \cos \Delta \phi_s \right]$$
(III.25)

$$V_{pn2} = \frac{R_f I_0}{2} [\operatorname{sen} \Delta \phi_s - J_o(\pi/2) \cos \Delta \phi_s]$$
(III.26)

Destas últimas resulta

$$\Delta \phi_s = \arcsin\left(\frac{V_{pn2} - V_{pn1}}{V_p}\right) \tag{III.27}$$

onde  $V_p$  representa o valor de pico do sinal total na saída do amplificador, ou seja

$$V_p = R_f I_0 \tag{III.28}$$

Uma vez determinado  $\Delta \phi_s$  , é possível monitorar  $\phi_m$  a partir da expressão

$$J_{0}(\phi_{m}) = -\frac{V_{pn1} + V_{pn2}}{V_{p} \cos \Delta \phi_{s}}$$
(III.29)

Para pequenos valores de  $\Delta \phi_s$ , (p.ex.,  $\Delta \phi_s \leq 2$ mrad), podemos fazer as aproximações sen $\Delta \phi_s \approx \Delta \phi_s$ e  $\cos \Delta \phi_s \approx 1$ , e as Eq. (III.25) e (III.26) se reduzem a

$$V_{pn1} = \frac{R_f I_0}{2} [-\Delta \phi_s - J_o(\pi/2)]$$
(III.30)

$$V_{pn2} = \frac{R_f I_0}{2} [\Delta \phi_s - J_o(\pi/2)]$$
(III.31)

Portanto com as hipóteses feitas, a expressão procurada para o desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , simplifica-se para

$$\Delta \phi_s \approx \frac{V_{pn2} - V_{pn1}}{V_p} \tag{III.32}$$

Nessa condição (pequeno  $\Delta \phi_s$ ) conclui-se de (III.29) que a medida e o controle de  $\phi_m$  podem ser obtidos indiretamente pelo controle do valor de  $J_0(\phi_m)$  expresso por

$$J_{0}(\phi_{m}) = -\frac{V_{pn1} + V_{pn2}}{V_{p}}$$
(III.33)

Do exposto para se obter saídas independentes para  $\phi_m e \Delta \phi_s$ , numa faixa dinâmica de medidas de ± 0,73 rad, é possível comutar a amplitude da modulação de fase óptica do sensor, da seguinte forma:

•  $\phi_m \approx \pi/2$  para pequenos desvios de fase de Sagnac ( $|\Delta \phi_s| \le 1$ mrad), maximizando o mínimo sinal a ser detectado,

•  $\phi_m \approx 2,4048$  para maiores desvios de fase de Sagnac, (1 mrad  $\leq |\Delta \phi_s| \leq 0,73$  rad),

Na Fig. III-3 ilustra-se a corrente I(t) em função de  $\Delta \phi$  e do tempo, utilizando uma amplitude  $\phi_m = \pi/2$  na modulação senoidal da fase óptica no girômetro, para desvios de fase de Sagnac  $\Delta \phi_s = -0.5$ , 0 e 0.5 rad.



Figura III-3: i) Desvio de fase  $\Delta \phi(t) = \phi_s + \phi_m \cos(\omega t)$ ,  $\phi_m = \pi/2$ , no intervalo de 0 a 2T; ii) Intensidade da fotocorrente de saída  $I_d(\Delta \phi)$ , no intervalo  $-\pi \langle \Delta \phi \langle \pi ; iii \rangle$  Intensidade da fotocorrente de saída  $I_d(t)$ , no intervalo de 0 a 2T.

Essa estratégia possibilita, do ponto de vista teórico, obter-se uma faixa dinâmica de medidas da ordem de 117 dB. Na próxima seção mostraremos que esta abordagem é de implementação mais difícil e não possibilita a melhor performance para o processamento dos parâmetro  $\Delta \phi_s$  devido à maior dependência à variações de  $\phi_m$  ao se operar com  $\phi_m \approx 2,4048$ .

As precisões requeridas para o controle de  $\phi_m$  em cada uma das faixas dinâmicas do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , citadas acima serão discutidas a seguir.

### **III.4. Fator de Escala Eletrônico**

Nesta seção abordamos o fator de escala eletrônico, a sua precisão, e as implicações com a implementação do algoritmo de demodulação para uma dada faixa dinâmica de medidas do desvio de fase de Sagnac  $\Delta \phi_s$ , e são analisadas as duas faixas dinâmicas de medidas anteriores, caracterizadas por saídas independentes dos parâmetros medidos  $\Delta \phi_s$  e  $\phi_m$ .

### III.4.1. Faixa de medida de desvios de fase de Sagnac: 1 mrad $\leq \Delta \phi_s \leq 0,73$ rad, com $\phi_m \approx 2,4048$

Definindo-se para esta faixa de medidas o fator de escala  $FE_1$ 

$$FE_{1} = \frac{\left|\Delta V_{pn}\right|}{\left|\Delta \phi_{s}\right|} = \frac{\left|V_{p} \operatorname{sen} \phi_{m} \operatorname{sen} \Delta \phi_{s}\right|}{\left|\Delta \phi_{s}\right|} \Big|_{\phi_{m} = 2.4048}$$
(III.34)

então se  $V_p = 1$  V, resulta  $FE_1 \approx 0$ , 671  $\mu$ V/ $\mu$ rad. Nesta condição, devido ao fato de se operar fora da condição de máximo de sen  $\phi_m$ , o que implica em maior sensibilidade à variações deste parâmetro, é necessário um controle bem mais rígido do valor ajustado.

Para utilização do GFO em sistemas de navegação inercial para aplicações táticas se requer estabilidade do fator de escala inferior a 50 ppm [5,8,26]. Operando-se com  $\phi_m = 2,4048$ , para cada ppm de variação deste parâmetro, tem-se uma variação correspondente de 2,65 ppm em  $FE_1$ , o que impõe o controle de  $\phi_m$  com 19 ppm para manter em 50 ppm a estabilidade do fator de escala  $FE_1$ .

No entanto para aplicações onde se tolera uma menor estabilidade do fator de escala, e uma menor faixa dinâmica de medidas, como por exemplo de 100 a 1000 ppm em sistemas de navegação terrestre e de estabilização de mísseis [2,26], a operação com  $\phi_m = 2,4048$  é a mais apropriada e de implementação factível.

# III.4.2. Faixas de medida de desvios de fase de Sagnac : $\Delta \phi_s \leq 1$ mrad e $\Delta \phi_s \leq 1,5$ rad , com $\phi_m = \frac{\pi}{2}$

Nesta faixa, caracterizada pela medida de desvios de fase de Sagnac próximos ao limiar de detecção, há que se maximizar a diferença  $\Delta V_{pn}$  entre os valores de pico negativos consecutivos  $V_{pn1}$  e  $V_{pn2}$ , que de acordo com as equações (III.24) e (III.25) é dado por  $|\Delta V_{pn}| = V_p |\sin \Delta \phi_s|$ .

Portanto, resulta o fator de escala  $FE_2$  definido como

$$FE_{2} = \frac{\left|\Delta V_{pn}\right|}{\left|\Delta \phi_{s}\right|}_{\phi_{m} = \frac{\pi}{2}}$$
(III.35)

Na hipótese de  $V_p = 1$ V, resulta um fator de escala de 1  $\mu$ V/ $\mu$ rad, e por se estar operando num ponto de máximo da função sen  $\phi_m$ , tem-se  $\partial FE_1/\partial \phi_m = 0$ , e uma variação de 500 ppm no parâmetro  $\phi_m$  implica numa variação de apenas 0,3 ppm em  $FE_2$ .

No limite definido de 50 ppm de variação em  $FE_2$  o rigor no controle de  $\phi_m$  passa a ser de 4000 ppm.

Neste ponto é importante assinalar que no intervalo para  $|\Delta \phi| \leq \pi$ ,  $\phi_m = \pi/2$  é o valor da amplitude de modulação de fase óptica que assegura a maior faixa dinâmica de medidas de defasagem de Sagnac, a saber limitada em  $|\Delta \phi_{smax}| = \pi/2$ .

Portanto, mantendo-se o valor de  $\phi_m = \pi/2$ , para  $|\Delta \phi_s| \le \pi/2$ , obtém-se uma faixa dinâmica superior a 120 dB para a medida de defasagem de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , se considerarmos uma resolução de medidas de  $|\Delta \phi_s|_{min} \approx 1\mu$  rad.

Do exposto, para aplicação em sistemas de navegação inercial com estabilidade do fator de escala inferior a 10 ppm [5,8,26], conclui-se pela escolha de  $\phi_m = \pi/2$ , por:

- maximizar a sensibilidade diferencial dos picos negativos em relação à  $\Delta \phi_s$ ,
- minimizar a deriva do fator de escala eletrônico em relação à variação de  $\phi_m$ ,

• maximizar a faixa dinâmica de medida de  $\Delta \phi_s$ .

Portanto, quando  $|\Delta \phi_s| \ge 1$ mrad modifica-se o algoritmo de medidas, passando a calcular-se o valor de  $\phi_m$  pela Eq. (III.29), com $\Delta \phi_s$  obtido a partir da Eq. (III.27).

### III.5. Influência da faixa de passagem do sinal na medida do desvio de fase de Sagnac Δφ<sub>s</sub>

Nesta seção estudamos a diferença entre as tensões de pico negativas da componente *ac* do sinal, com e sem a limitação da sua faixa de passagem, sendo que neste último caso deduzimos o valor mínimo aceitável da faixa de passagem para que não ocorram erros no processamento do sinal.

## III.5.1. Análise das tensões de pico negativas para faixa de passagem infinita do sinal a ser processado

A filtragem passa-faixa de pré-processamento provoca distorções de amplitude e de fase no sinal a ser processado.

Os resultados da análise espectral apresentados na seção II-5 possibilitam expressar os valores de pico negativos da componente *ac* da tensão de saída do amplificador de transimpedância em função das amplitudes das suas componentes espectrais.

Após manipulações da Equação (II.24), obtém-se, na hipótese de faixa de passagem infinita do sinal a ser processado, as expressões relacionando os valores de pico negativo  $V_{pn1}$  e  $V_{pn2}$  com as amplitudes das diversas harmônicas

$$V_{pn1} = R_{f} I_{0} \left[ -\sum_{k} (-1)^{k-1} J_{2k-1}(\phi_{m}) \operatorname{sen} \Delta \phi_{s} + \sum_{k} (-1)^{k} J_{2k}(\phi_{m}) \cos \Delta \phi_{s} \right]$$
(III.36)

$$V_{pn2} = R_f I_0 \left[ \sum_{k} (-1)^{k-1} J_{2k-1}(\phi_m) \operatorname{sen} \Delta \phi_s + \sum_{k} (-1)^k J_{2k}(\phi_m) \cos \Delta \phi_s \right]$$
(III.37)

onde  $k \in N^*$ , 2k-1 e 2k representam, respectivamente, as ordens das harmônicas impares e pares, e o limite de *k* é dado pelo decréscimo dos valores das funções de Bessel.

Desta últimas equações nota-se que:

- as amplitudes das harmônicas ímpares alternam-se, e como paraφ<sub>m</sub> ≤ π tem-se J<sub>1</sub>(φ<sub>m</sub>) > J (φ<sub>m</sub>) > J<sub>5</sub>(φ<sub>m</sub>) > J<sub>7</sub>(φ<sub>m</sub>), o resultado da somatória das harmônicas ímpares é sempre menor que o termo da primeira harmônica.
- As harmônicas pares contribuem de modo comum nas expressões de  $V_{pn1}$  e  $V_{pn2}$ .

A diferença de tensão  $\Delta V_{pn}$  entre valores de pico negativos consecutivos  $V_{pn1}$  e  $V_{pn2}$ , se considerarmos a Eq. (III.9), é expressa por

$$\Delta V_{pn} = -2V_p \sum_{k} (-1)^{k-1} J_{2k-1}(\phi_m) \operatorname{sen} \Delta \phi_s = -V_p \operatorname{sen} \phi_m \operatorname{sen} \Delta \phi_s$$
(III.38)

onde utilizamos a identidade sen  $\phi_m = 2\sum_k (-1)^{k-1} J_{2k-1}(\phi_m)$ . Para  $\phi_m = \pi/2$ , os termos a partir de  $J_9(\phi_m)$  são menores que  $2.10^{-5} J_1(\phi_m)$ , e (III.36) e (III.37) podem ser aproximadas pelos quatro primeiros termos de cada parcela. Substituindo-se na equação (III.38) os valores das funções de Bessel de primeira espécie, para as ordens = 1, 3, 5 e 7, e normalizando em relação à  $J_1(\phi_m)$  resulta

$$\Delta V_{pn} \approx 2V_p J_1(\phi_m) [-1 + 0.12179 - 0.00396 + 0.00006] \operatorname{sen} \Delta \phi_s$$
(III.39)

$$\Delta V_{pn} \approx -1,7642 V_p J_1(\phi_m) \operatorname{sen} \Delta \phi_s$$
 (III.40)

Substituindo  $J_1(\pi/2) \approx 0.566825$  nesta última equação, resulta

$$\Delta V_{pn} \approx -0.99999 V_p \operatorname{sen} \Delta \phi_s \tag{III.41}$$

o que praticamente coincide com o resultado com faixa de passagem infinita obtido pela Eq. (III.38).

A Fig. III-4 ilustra a Eq. (III.38) de  $\left| \Delta V_{pn} \right|$  em função de  $\phi_m$  para  $0 \le \phi_m \le \pi$ .



Fig. III-4 Curva de  $\left| \Delta V_{pn} \right|$  em função de  $\phi_m$  no intervalo de 0 a  $\pi$  .

Observa-se, como esperado, que  $\phi_m = \pi/2$  implica em maximizar  $|\Delta V_{pn}|$  no intervalo de 0 a  $\pi$ . Se considerarmos somente o termo devido à primeira harmônica na somatória da Eq. (III.38), então para  $\phi_m = \pi/2$ , resultaria  $|\Delta V_{pn}|_{1h} \approx 1,13364 V_p \operatorname{sen} \Delta \phi_s$ , que é um valor superior à  $|\Delta V_{pn}|_{max}$  obtido com faixa de passagem infinita.

Na próxima seção serão estudados os efeitos no processamento devidos à limitação da faixa de passagem do sinal e ao erro de sincronismo de fase na detecção das tensões de pico negativas.

### III.5.2. Influência da limitação da faixa de passagem do sinal e do erro de sincronismo de fase

Inicialmente será considerado o erro devido à limitação da faixa de passagem do sinal a ser processado.

No processo de filtragem existe uma distorção de amplitude e de fase do sinal filtrado devido às características de ganho e de fase do filtro em função de freqüência, e esta distorção deve ser mantida dentro de limites aceitáveis.

As equações (III.38) e (III.39) modificam-se devido à limitação da faixa de passagem do processador de sinais para a forma

$$V_{pn1} = \frac{R_f I_0}{2} \left[ \sum_{k} (-1)^{k-1} \alpha (2k-1) J_{2k-1}(\phi_m) \operatorname{sen} \Delta \phi_s - \sum_{k} (-1)^k \beta (2k) J_{2k}(\phi_m) \cos \Delta \phi_s \right] \quad (\text{III.42})$$

$$V_{pn2} = \frac{R_f I_0}{2} \left[ -\sum_k (-1)^{k-1} \alpha (2k-1) J_{2k-1}(\phi_m) \operatorname{sen} \Delta \phi_s - \sum_k (-1)^k \beta (2k) J_{2k}(\phi_m) \cos \Delta \phi_s \right]$$
(III.43)

onde  $k \in N^*$  e  $\alpha(2k-1)$  e  $\beta 2(k)$  representam, respectivamente, os fatores de correção nas amplitudes das harmônicas ímpares e pares, devido ao efeito conjunto da defasagem e atenuação da filtragem passa-faixa de pré-processamento do sinal.

Em processamento de sinais fundamentados na sua análise no domínio do tempo, o ideal é que sejam constantes a atenuação, e o atraso no tempo, experimentados no processo de filtragem pelas harmônicas necessárias à implementação eficaz do algoritmo de tratamento do sinal.

Tais requisitos são a princípio preenchidos por um filtro com característica de ganho constante e de fase linear na faixa espectral necessária ao processamento do sinal, ou seja um filtro de *Bessel*. Portanto, se considerarmos uma filtragem com característica de fase linear, em cada ciclo do sinal filtrado, os valores de pico negativos ocorrerão em  $T/4 + \Delta T$  e  $3T/4 + \Delta T$ , onde  $\Delta T = \frac{\phi_n}{\omega_n}$  é o atraso constante no tempo experimentado por cada uma das harmônicas de ordem *n* devido à defasagem  $\phi_n$ .

Um detector de picos síncrono ideal mede o valor correto dos picos, atenuados pelo filtro, desde que as janelas de detecção em torno de T/4 e 3T/4, sejam maiores que  $\Delta T$ .

Um grau de defasagem da primeira harmônica corresponde a um atraso no tempo de 28 ns, se considerarmos a sua freqüência como  $f_m = 100$  kHz.

Não obstante a detecção de somente a primeira harmônica proporcionar uma maior sensibilidade diferencial dos picos negativos a variações de  $\Delta \phi_s$ , consideraremos, no estudo a seguir, o sinal como definido na Eq. (III.39), o que implica em fixar a faixa espectral necessária ao seu processamento sem distorção levando-se em conta até a sétima harmônica.

Visando uma excelente estabilidade no processo de filtragem, consideraremos como filtragem passa faixa do sinal o resultado da filtragem passa-baixa RC na conversão de corrente para tensão e da filtragem passa-alta RC desta tensão, antes da detecção dos picos. Isto posto deduziremos a seguir a mínima freqüência de corte,  $f_{cb}$ , de um filtro passa baixas RC, para que as suas características de ganho e de fase sejam, respectivamente, constante e linear, dentro de limites aceitáveis, na faixa espectral acima mencionada. A dedução parte da premissa que o filtro passa altas tenha uma freqüência de corte  $f_{ca} \langle \frac{f_m}{100}$ , para que o mesmo não provoque atenuação e defasagem significativas na faixa espectral acima definida.

A Fig. III-5 representa o desvio de fase  $\delta \phi(\omega)$  de um filtro passa baixas RC em relação à característica de fase linear no intervalo  $0 \le \omega \le \omega_{cb}$ . Na mesma nota-se que se a freqüência de modulação for  $\omega_m = \omega_{cb}/10$ , então o atraso no tempo experimentado pela sétima harmônica do sinal filtrado será de –143ns (correspondendo a uma defasagem de  $\approx$  -0,09 rad). A diferença do atraso no tempo desta harmônica em relação ao atraso devido a um filtro de fase linear será de 75 ns e o ganho do filtro nesta freqüência, de aproximadamente 0,8192. Portanto, deve-se aumentar a freqüência de corte  $\omega_{cb}$  para que o desvio do atraso no tempo da sétima harmônica em relação ao da primeira e a sua atenuação não impliquem em erros significativos no processamento do sinal.



Figura III-5: Desvio de fase  $\delta \phi(\omega)$  de um filtro passa baixas RC em relação a uma característica de fase linear no intervalo  $0 \le \omega \le \omega_{cb}$ .

As atenuações experimentadas pelas harmônicas pares não causam erros no fator de escala eletrônico, pois as mesmas contribuem para os valores dos picos negativos consecutivos com termos de modo comum, os quais se cancelam no cálculo da diferença dos referidos valores.

Já as harmônicas ímpares contribuem de forma diferencial nos valores de dois picos negativos consecutivos e portanto as atenuações experimentadas pelas mesmas introduzem um erro  $\varepsilon_{FE}$  no fator de escala, que pode ser estimado por:

$$\varepsilon_{FE} \approx \frac{\sum_{i=1}^{4} V_p J_{2i-1}(\phi_m) G(\omega_{2i-1}) \cos \delta \phi(\omega_{2i-1}) \operatorname{sen} \phi_n \operatorname{sen} \Delta \phi_s}{V_p \operatorname{sen} \phi_m \operatorname{sen} \Delta \phi_s}$$
(III.44)

onde  $i \in N^*$ , e  $G(\omega_{2i-1})$  e  $\delta \phi(\omega_{2i-1})$  são, respectivamente, o ganho e o desvio da fase linear do filtro na freqüência  $\omega(2i-1)$ .

Portanto, com as hipóteses estabelecidas em relação à filtragem passa-faixa de préprocessamento do sinal, utilizando-se uma amplitude de modulação da fase óptica  $\phi_m = \pi/2$ , as simulações da Eq. (III.44) mostram que para um erro de fator de escala  $\varepsilon_{FE} \langle 0, 1^{0/0}, \text{ deve-se ter} \omega_m \approx \omega_{cb}/40$ . Isto implica em se ter uma janela de detecção maior que o atraso de 40 ns experimentado por praticamente todas as harmônicas. Finalizamos esta seção analisando o efeito de um possível erro de sincronismo  $\Delta T_{ES}$  na detecção dos picos negativos, o que implica numa assimetria da janela de detecção em relação aos instantes  $T/4 + \Delta T$  e  $3T/4 + \Delta T$  da sua ocorrência em cada ciclo do sinal após a filtragem.

Se considerarmos filtragem de fase linear com ganho unitário na faixa de processamento do sinal, este erro é proporcional à  $\cos(2\pi f \Delta T_{ES})$ , e para cada 28 ns de assimetria tem-se um erro de – 0.018%.

Na prática a janela de detecção deve ser centrada em torno dos instantes de ocorrência dos picos negativos e com largura suficiente para abranger o tempo de resposta do detector de picos, o atraso no tempo do sinal devido ao filtro passa-faixa, o erro de sincronismo, e as derivas do filtro e dos circuitos de sincronismo.

### III.6. Resolução de medida ou mínimo desvio de fase de Sagnac Δφ<sub>s min</sub> mensurável

O mínimo desvio de tensão  $\Delta V_{pn_{min}}$ , entre dois picos negativos, a ser detectado na entrada do processador fornece a resolução na medida do desvio de fase de *Sagnac*, ou o mínimo desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_{s_{min}}$ , mensurável.

Se considerarmos a condição de máxima sensibilidade, ou seja  $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ , tem-se de acordo com a Eq. (III.39) que o módulo do desvio de tensão  $\left|\Delta V_{pn_{\min}}\right|$  entre dois picos negativos será

$$\left| \Delta V_{pn_{\min}} \right| \approx V_p \left| \operatorname{sen} \Delta \phi_{s_{\min}} \right| \tag{III.45}$$

Assim, se considerarmos uma faixa de passagem do sinal em 30 Hz, típica para uma das aplicações em navegação inercial, e se a mesma for definida por um filtro passa-baixa de 1<sup>a</sup> ordem, obteremos na demodulação do sinal uma faixa de passagem equivalente de ruído de aproximadamente 47 Hz.

No intuito de se estabelecer uma referência para comparação da técnica ora apresentada, abordaremos primeiro o  $\left|\Delta \phi_{s_{\min}}\right|$  mensurável pela técnica de processamento do sinal pela filtragem e demodulação coerente da primeira harmônica do sinal.

Assim, se utilizarmos  $\phi_m = \frac{\pi}{2}$  na Eq. (II.33), obtém-se 2,1 como resultado. Substituindo este valor e  $B_d = 47$  Hz na Eq. (II.34) resulta  $\left| \Delta \phi_{s_{\min}} \right| \approx 5,5 \,\mu$  rad *rms*.

Utilizando este valor na Eq. (III.45), para o GFO mencionado na seção II.1, e assumindo  $V_p \approx 1 \text{ V}$ , a resolução ou mínima tensão  $\Delta V_{pn_{\min}}$ , em módulo, a ser detectada na entrada do processador de sinais é  $\left| \Delta V_{pn_{\min}} \right| \approx 5,5 \ \mu \text{ Vrms}$ .

Se utilizarmos o procedimento abordado em [14] para a mesma banda passante, 30 Hz obtémse para  $P_0 \approx 5\mu$  W uma resolução  $\left|\Delta \phi_{s_{\min}}\right| \approx 6,1 \mu$  rad *rms*.

Os valores obtidos de  $\left|\Delta\phi_{s_{\min}}\right| \in \left|\Delta V_{pn_{\min}}\right|$  para a técnica de demodulação coerente da primeira harmônica do sinal de saída do GFO se constituem numa excelente referência para comparação dos resultados a serem obtidos com a técnica apresentada nesta tese.

Após estas importantes considerações passamos a analisar a resolução da técnica proposta neste trabalho.

A fim de bem situar a explanação é importante notar que o algoritmo de demodulação compreende três etapas :

- retificação linear e detecção síncrona, a partir de uma tensão inicial nula, alternadamente, do valor de pico negativo V<sub>pn1</sub> e do valor de pico negativo V<sub>pn2</sub>,
- amostragem, retenção e filtragem dos valores de pico negativos V<sub>pn1</sub> e V<sub>pn2</sub> detectados,
- filtragem e cálculo da diferença normalizada dos valores armazenados das tensões de pico negativas V<sub>pn1</sub> e V<sub>pn2</sub>.

Portanto, na primeira fase tem-se uma retificação linear e uma detecção síncrona, supostas ideais e sem efeito de memória da detecção anterior, pois parte-se de uma tensão inicial nula. Se considerarmos estas hipóteses e um ruído branco gaussiano X, com variância  $\sigma_x$  e média  $m_x = 0$ , na

entrada do retificador e limitador ideais, então somente as tensões negativas do ruído influenciam no valor do pico negativo detectado [12,15,18,19,28,31].

Na saída do retificador e detector síncrono ideal tem–se um processo de ruído gaussiano retificado *Y*, que obviamente apresenta uma menor variância  $\sigma_y$  e um valor médio  $m_y$  não nulo.

Segundo [12,18,19,31] para uma dada função amostra do processo têm-se a média  $m_y$  expressa por

$$m_{y} = E(y) = (2\pi\sigma_{x}^{2})^{-1/2} \int_{0}^{\infty} x e^{-x^{2}/2\sigma_{x}^{2}} dx = (2\pi)^{-1/2} \sigma_{x} = \frac{\sigma_{x}}{\sqrt{2\pi}}$$
(III.46)

e o valor médio quadrático  $E(y^2)$ 

$$E(y^{2}) = (2\pi\sigma_{x}^{2})^{-1/2} \int_{0}^{\infty} x^{2} e^{-x^{2}/2\sigma_{x}^{2}} dx = \frac{\sigma_{x}^{2}}{2}$$
(III.47)

resultando para a variância  $\sigma_{y}^{2}$ 

$$\sigma_{y}^{2} = E(y^{2}) - m_{y}^{2} = \frac{\sigma_{x}^{2}}{2} - \frac{\sigma_{x}^{2}}{2\pi} = \frac{1}{2} (1 - \pi^{-1}) \sigma_{x}^{2} \approx 0.3408 \sigma_{x}^{2}$$
(III.48)

Se considerarmos que o processo de ruído de entrada é um processo ergódico relacionado a um sinal ciclo-estacionário no sentido amplo [15], então resulta na saída do detector uma tensão de *offset* associada à média estatística do ruído gaussiano retificado. Esse valor adiciona-se aos valores de pico negativos detectados  $V_{pn1}$  e  $V_{pn2}$  e não afeta o cálculo da sua diferença  $\Delta V_{pn}$ .

A seguir analisamos as etapas subseqüentes do processamento de  $\Delta V_{pn}$ .

Como explicado, as harmônicas pares contribuem com valores de tensão de modo comum nos valores consecutivos das tensões de pico negativas, enquanto que as harmônicas ímpares contribuem de

55



simplificação adotamos valores arbitrários para as suas amplitudes.

Figura III-6 Contribuição das harmônicas pares e impares nas tensões de pico negativas (amplitudes arbitrárias).

A obtenção da diferença  $\Delta V_{pn}$  entre os valores armazenados nos circuitos de amostragem e retenção do sinal é equivalente a inverter o semi-ciclo de ocorrência de  $V_{pn2}$ , amostrar o valor de pico resultante  $-V_{pn2}$ , e em seguida somar os valores amostrados  $V_{pn1}$  e  $-V_{pn2}$ , o que é possível inferir da Fig. III-7, onde consideramos apenas as duas primeiras harmônicas.





Figura III-7 Retificação do semi-ciclo de ocorrência de  $V_{\it pn2}$  (amplitudes arbitrárias).

Do exposto, torna-se claro que o esquema de demodulação proposto é o de uma demodulação coerente [1,4,18,19,22,34], utilizando no processo de filtragem um filtro *comb* (4,22,27,34), e a faixa de passagem do demodulador,  $f_d$ , é definida pelo filtro de pós-demodulação, o qual foi fixado como um filtro RC com freqüência de corte de 30 Hz. A Fig. III-8 ilustra, na faixa de  $f_m$  a 10  $f_m$ , para sinais de entrada de modo comum e modo diferencial, as características do módulo e da fase do ganho do filtro *comb* formado pela diferença entre os sinais de saída de dois amostradores de ordem zero defasados de meio-período da freqüência  $f_m$  de modulação.



Figura III-8: Módulo (i) e Fase (ii) do Ganho do filtro Comb para sinais de modo comum.



Figura III-9: Módulo (i) e Fase (ii) do Ganho do filtro Comb para sinais de modo diferencial.

A resposta do filtro *comb* a um ruído banda larga com densidade espectral de potência uniforme, caracteriza-se por um aumento de aproximadamente 12 % no valor *rms* da tensão de ruído na sua saída [1].

Portanto o processo de ruído após a retificação, detecção e filtragem síncrona do sinal apresenta um valor *rms* de aproximadamente 65 % do valor *rms* na entrada dos retificadores [15], levando-se em conta a redução inerente ao processo de retificação do ruído conforme a Eq. (III.48).

Se levarmos em conta as respostas harmônicas do filtro *comb*, resulta um aumento de aproximadamente 60 % no valor da diferença entre as tensões de picos negativos,  $\Delta V_{pn}$ , em relação ao valor obtido pela Eq. (III.41).

Na etapa final da demodulação coerente a faixa de passagem é reduzida para  $f_d = 30$  Hz e tem-se o fator de qualidade do demodulador coerente dado por  $Q = f_m/2 f_d$ , o que para  $f_d = 30$  Hz e  $f_m = 100$  kHz implica num Q  $\approx 1666$ .



Figura III-10: Filtragem passa-baixa de demodulação.

Assim, se considerarmos  $V_p = 1$  V e a mesma faixa de passagem de demodulação do sinal, e aplicarmos estes últimos resultados na Eq.(III.45) obtém-se uma estimativa da resolução da técnica proposta para a medida de desvios de fase de Sagnac, ou seja  $\left|\Delta \phi_{s_{\min}}\right| \approx 3,2 \,\mu$  rad *rms*, o que nos leva ao seguinte valor para a mínima tensão a ser detectada:  $\left|\Delta V_{pn_{\min}}\right| \approx 3,2 \,\mu$  V*rms*. Portanto, sob o ponto de vista teórico, para a mesma faixa de passagem de demodulação do sinal, a técnica proposta permite a medida de desvios de fase de Sagnac comparáveis ao valor medido pela técnica de demodulação coerente da primeira harmônica do sinal.

### **III.7. Sumário**

Neste capítulo estudou-se uma nova técnica de demodulação do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , de um GFO. A mesma fundamenta-se na detecção e processamento do valor *dc* e dos valores de pico da componente *ac* da tensão de saída do amplificador de transimpedância.

A técnica também mede a amplitude  $\phi_m$  da modulação da fase óptica do sensor e a intensidade da fotocorrente, para controle destes parâmetros.

Uma estratégia de escolha de  $\phi_m$  foi definida em função da estabilidade do fator de escala e da sensibilidade e faixa dinâmica requeridas na medida do parâmetro  $\Delta \phi_s$ .

Finalmente, foi obtida uma estimativa da mínima tensão a ser detectada pela técnica de demodulação coerente da primeira harmônica e pela nova técnica apresentada, considerando uma mesma faixa de freqüências de demodulação do sinal, visando a aplicação em navegação inercial.

Os resultados teóricos apontam para uma melhor resolução de medidas da nova técnica proposta.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados experimentais obtidos com um processador analógico de sinais implementado segundo esta técnica e utilizado para a demodulação da razão de rotação medida por uma versão de laboratório de um girômetro interferométrico a fibra óptica, GFO.

### **IV. Resultados experimentais**

Neste capítulo são apresentados os testes realizados para a caracterização do processador desenvolvido para a implementação da técnica de medidas apresentada nesta tese, e utilizado para a demodulação da componente  $\Omega_{T_g}$ , (vide Fig. IV-2) da velocidade de rotação terrestre  $\Omega_T$ , segundo o eixo de medidas de uma versão de laboratório de um GFO. Mediu-se, também, a componente  $\Omega_{T_g}$ , em todos os testes realizados, por um equipamento amplificador *lock-in* de alta performance, no intuito de se estabelecer uma referência de comparação para as medidas realizadas com o processador. Foram realizados testes de fator de escala, deriva e resolução, e os resultados obtidos comprovam a eficiência da técnica de medidas apresentada nesta tese.

# IV.1. Posicionamento do GFO para a medida da componente $\Omega_{T_g}$ da velocidade de rotação terrestre $\Omega_T$

A fim de bem caracterizar o procedimento experimental, apresentamos inicialmente na Fig. IV-3 a posição correta do globo terrestre com o seu eixo de rotação em movimento de precessão em torno da normal ao plano da eclíptica. Nota-se a linha dos equinócios e o plano do equador com um ângulo de 23° 27' em relação ao plano da eclíptica.

Nos testes de medida da velocidade de rotação, o GFO foi posicionado na horizontal com o seu eixo de medidas de rotação na vertical, conforme ilustrado na Fig. IV-4, ora na posição A, ora na posição B, definidas abaixo:

- posição A eixo de medidas no sentido da componente  $\Omega_{T_g}$  da velocidade de rotação da Terra  $\Omega_T$ ,
- posição B eixo de medidas no sentido oposto ao da componente  $\Omega_{T_g}$  da velocidade de rotação da Terra  $\Omega_T$ .



Fig. IV-1: Precessão do eixo de rotação da Terra em torno da normal ao plano da eclíptica.

O laboratório localiza-se na latitude de 23°12′ Sul, ou seja numa inclinação bem próxima ao do plano da eclíptica, e portanto  $\Omega_{T_g} = \Omega_T \text{ sen } 23^0 12' \approx 5,91 \text{ %h.}$
Na Fig. IV-2 posicionamos o eixo de rotação da Terra na vertical e nota-se que a inclinação local de  $23^{0}12^{'}$  é aproximadamente a do plano da eclíptica ( $23^{0}27^{'}$ ) como indicado na Fig. IV-1.



Figura IV-2: Posicionamento do GFO para a medida da componente  $\Omega_{Tg}$  da velocidade de rotação da Terra  $\Omega_T$ .

### IV.2. Versão de Laboratório do GFO e dos equipamentos de medida

A caracterização do processador e a conseqüente validação da técnica de medidas foi obtida pela demodulação da componente  $\Omega_{T_g}$  (vide Fig. IV-4) da velocidade de rotação terrestre  $\Omega_T$ , simultaneamente pelo processador e por um equipamento *lock-in* profissional.

O sensor utilizado para a medida da componente  $\Omega_{T_g}$  da velocidade de rotação terrestre  $\Omega_T$ , foi uma versão de laboratório de um GFO, utilizando modulação senoidal da fase óptica dos feixes luminosos contra- propagantes no *loop* de fibra óptica, e cujos parâmetros principais são:

- fator de escala óptico  $\approx 15,7 \,\mu \, rad / ^{\circ}/h$
- freqüência própria ≈ 101,8 kHz

A modulação da fase óptica do girômetro é realizada por um modulador acusto-óptico implementado num cilindro de material piezoelétrico, e com o primeiro modo de ressonância acima de 100 KHz.

A tensão senoidal foi sintetizada numo equipamento Synthesizer/Funtion Generator model 3325 B do fabricante Hewllett Packard Co, cujas principais características são estabilidade de freqüência e de amplitude, respectivamente de  $\pm$  5 ppm e  $\pm$  200 ppm dos valores selecionados, numa faixa de 20 °C a 30 °C, completada a fase de aquecimento.

Utilizou-se o amplificador *Lock-In* modelo 5302 do fabricante EG&G Princeton Applied Research, para se estabelecer uma referência precisa de comparação para a medida da razão de rotação.

Nos testes realizados o valor de pico a ser ajustado no gerador para se obter uma dada amplitude da modulação de fase óptica, $\phi_m$ , foi obtido por um programa de controle e aquisição de dados desenvolvido para a automação dos ensaios do girômetro

Essencialmente esse programa realiza as seguintes etapas:

- aplica uma varredura de tensão na amplitude do sintetizador, operando na freqüência de uma das harmônicas pares do sinal de saída do giroscópio;
- adquire a medida da amplitude da harmônica par em questão, através do amplificador *lock-in*;

ajusta o resultado, por um processo matemático, ao da curva de J<sub>2n</sub>(φ<sub>m</sub>), onde 2n corresponde à ordem da harmônica, e 0 ≤ φ<sub>m</sub> ≤ 2π.

Deve-se levar em conta que a precisão e estabilidade do processo dependem das precisões e derivas

- da amplitude do sinal senoidal de alimentação do modulador,
- da função de transferência do modulador acusto-óptico,
- da função de transferência do filtro passa-faixa de pré-processamento do sinal.

A atenuação e a defasagem experimentadas na filtragem passa-faixa por um sinal senoidal de freqüência variável, com 1V de pico, são apresentadas na Fig. IV-3, para as freqüências correspondentes à  $1^a$  e  $2^a$  harmônicas do sinal interferométrico, e na Fig. IV-4, para as freqüências correspondentes à  $3^a$  e  $4^a$  harmônicas do referido sinal.

As freqüências de corte  $f_{pa}$  e  $f_{pb}$  do filtro são respectivamente 500 Hz e 3,5 MHz, e no projeto foi considerado o circuito equivalente do amplificador OPA655 da Burr-Brown Co. integrado a um fotodiodo BPX65. Das curvas é possível obter-se a atenuação, a defasagem e o desvio da característica de fase linear das harmônica ímpares. Para o filtro em questão tais valores não alteram significativamente o valor e a deriva do fator de escala  $FE_2$ , ou seja o mesmo aumenta aproximadamente 0,02% e apresenta uma deriva menor que 0,005%, se considerarmos as tolerâncias dos resistores e capacitores do filtro passa-faixa.

As tensões de pico foram medidas com voltímetro modelo HP 34401 A do fabricante Hewllett Packard Co, com resolução de 6  $\frac{1}{2}$  dígitos e erro de 0,002 % da leitura e 0,0006% do fundo de escala, para medidas *dc* numa faixa de temperatura de 23 ± 1 °C, após o tempo de estabilização térmica do equipamento.





Figura IV-3 Atenuação e defasagem da 1<sup>ª</sup> e 2<sup>ª</sup> harmônicas na filtragem de pré processamento do sinal.





Figura IV-4: Atenuação e defasagem da 3ª e 4ª harmônicas na filtragem de pré processamento do sinal.

# IV.3 Simulações da demodulação do desvio de fase de Sagnac, $\Delta \phi_s$ , para diferentes faixas de passagem do sinal demodulado

A seguir são apresentados os resultados das simulações de obtenção do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , com e sem a ação do demodulador coerente composto pelos circuitos síncronos detectores, amostradores e seguradores de valores de picos negativos consecutivos e de filtragem da diferença destes valores, como explicado na seção III.6.

A Fig. IV-5 (i) representa a superposição de dois ciclos da tensão de saída do amplificador de transimpedância na seguinte condição:

- faixa de passagem de sinal de 3,7 MHz
- amplitude  $\phi_m$  da modulação da fase óptica de aproximadamente  $\frac{\pi}{2}$ ,
- desvios de fase de Sagnac ,  $\Delta \phi_s$ , de 100  $\mu$  rad e 100  $\mu$  rad.
- ruído com distribuição normal e média nula, e densidade espectral de potência uniforme obtida de (II-36) e filtrado por um filtro passa-baixas com faixa de passagem equivalente de ruído da ordem de 5,8 MHz.



Fig. IV-5 (i) Tensão de saída do amplificador de transimpedância, (ii) Demodulação do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ ; ( $\phi_m \approx \pi/2$ ,  $B_{eq}$  ruído  $\approx$  5,8 MHz).

A Fig. IV-5 (ii) representa, nas mesmas condições da anterior, o desvio de fase de total  $\Delta \phi$ , obtido pela Eq. (III-27). Nesta situação não há redução da faixa de passagem de ruído e os picos de ruído de fase são ordem de 6 mrad e, portanto, não há como identificar os desvios de fase de Sagnac de 100 $\mu$  rad e – 100  $\mu$ rad utilizados, respectivamente, na primeira e na segunda fase da simulação.

A Fig. IV-6 ilustra o desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , mais o ruído de fase resultante, devidos à demodulação coerente da componente ac do sinal de saída do amplificador de transimpedância, com a faixa de passagem de demodulação do sinal fixada em 30 Hz. Este valor implica numa faixa de passagem equivalente de ruído da ordem de 47 Hz. Nota-se que os valores médios dos desvios de fase demodulados são de 100 µrad e –100 µ rad, respectivamente na primeira e na segunda fase de simulação, e superposto a estes valores há um ruído de fase com valor de pico a pico da ordem de 50 µrad.



Figura IV-6: Demodulação do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , com a faixa de passagem do sinal demodulado fixada em 30 Hz.

Finalmente é ilustrada na Fig. IV-7 a demodulação do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , com a faixa de passagem do sinal demodulado fixada em 5 Hz. Nota-se que, para essa faixa de passagem, os valores médios dos desvios de fase demodulados são também de 100µrad e –100µrad, respectivamente na primeira e na segunda fase de simulação, mas que agora, superposto a estes valores, há um ruído de fase com o valor de pico a pico reduzido para aproximadamente 20 µrad.



Figura IV-7: Demodulação do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , com a faixa de passagem do sinal demodulado fixada em 5 Hz.

## **IV.4.** Medidas realizadas de $\Delta \phi_s e \phi_m$

Tendo discorrido sobre as principais características do GFO e dos equipamentos de medida, apresentamos na Fig. IV-8 o diagrama de blocos do experimento realizado.



Figura IV-8: Diagrama de blocos do experimento.

Após ter ajustado a tensão do gerador para uma amplitude  $\phi_m \approx \pi/2$  da modulação da fase óptica do GFO, foram conduzidos testes de estabilidade de curto e de longo termo, com aquisição, a cada segundo, pelo aplicativo LabView das medidas do *lock-in* e dos multímetros utilizados na medida dos valores de pico medidos pelo processador. Por não se dispor do coeficiente de variação com a temperatura da característica de transdução tensão elétrica/fase óptica do modulador acusto óptico, monitorou-se também, em todos os testes realizados, a temperatura próxima ao cristal piezoelétrico. Todos os testes foram realizados após a fase de estabilização térmica dos equipamentos.

As Fig. IV-9 e IV-10 mostram, respectivamente, a forma de onda e o espectro da componente *ac* da tensão de saída do amplificador de transimpedância, na medida da componente  $\Omega_{Tg}$  da velocidade de rotação terrestre  $\Omega_T$ , obtidas, respectivamente na tela do osciloscópio e do analisador de espectros.



Figura IV-9: Componente *ac* da tensão de saída do amplificador de transimpedância na medida da componente  $\Omega_{T_g}$  da rotação terrestre  $\Omega_T$  ( $\phi_m \approx \pi/2$ ).

Nota-se das informações constantes na tela, do osciloscópio, relativas à uma estatística de 1000 aquisições:

- uma relação da ordem de 1,20 na média da razão entre os valores de pico positivos e os negativos, indicativa de operação com φ<sub>m</sub> ≈ π/2. Teoricamente, para φ<sub>m</sub> = π/2 a relação seria 1,13, se considerarmos valores de desvio de fase de Sagnac Δφ<sub>s</sub> ≈ ± 94 μ rad.
- uma razão de 37,2 dB entre os valores de pico negativos e o valor rms do ruído.
- um valor do pico positivo de aproximadamente 218 mV. Portanto, se considerarmos que o resistor de realimentação R<sub>f</sub> = 100 kΩ e que a responsividade do fotodiodo é ℜ = 0,4 A/W, tem-se I<sub>0</sub> ≈ 2,18 μ A e P<sub>0</sub> ≈ 5,45 μW, e como foi visto, para este nível de potência e comprimento de onda λ ≈ 813 nm, o ruído limitante é o ruído *shot*, o que corrobora a hipótese feita na seção II.4.4.



Figura IV-10: Espectro da tensão de saída do amplificador de transimpedância na medida da componente  $\Omega_{T_e}$  da rotação terrestre  $\Omega_T$  ( $\phi_m \approx \pi/2$ ).

No espectro, mostrado na Fig. IV-10, se considerarmos como referência a amplitude da 2º harmônica, há que se destacar que:

a amplitude da primeira harmônica encontra-se praticamente no nível de ruído, o que está compatível com uma atenuação relativa à referência de 73,4 dB, para φ<sub>m</sub> = π/2;

- a amplitude relativa da quarta harmônica é de aproximadamente -26 dB, bem próximo ao valor correto de -25,0 dB para φ<sub>m</sub> = π/2;
- as demais harmônicas ímpares encontram-se imersas no ruído, o que também está compatível com as suas amplitudes relativas à referência que devem ser inferiores à - 80 dB;
- a amplitude relativa da sexta harmônica é de aproximadamente 62,5 dB, valor este bem próximo ao valor correto de 59,5 dB, para φ<sub>m</sub> = π/2;
- as demais harmônicas pares encontram-se imersas no ruído, o que também está compatível com as suas amplitudes relativas à referência que devem ser inferiores à 80 dB,
- há componentes de interferência numa freqüência fundamental de aproximadamente 34 kHz e em suas harmônicas.

O programa de aquisição e processamento de dados determina  $\Delta \phi_s$  e  $\phi_m$  a partir das leituras dos valores de pico negativos  $V_{pn1}$  e  $V_{pn2}$  e positivo  $V_{pac}$ . Os resultados do processamento de  $\Delta \phi_s$ , pelo amplificador *lock-in* e pelo processador, são ilustrados na Fig. IV-11.



Figura IV-11: Demodulação de  $\Delta \phi_s$  pelo amplificador *lock-in* (traços superiores) e pelo processador (traços inferiores).

Nos testes nota-se uma deriva na medida de  $\Delta \phi_s$  pelo processador, a qual não é observada na medida pelo *lock-in*. Este processo de deriva é devido à variação da temperatura, a qual provoca uma

variação correspondente em  $\phi_m$ , que por sua vez altera o fator de escala. Este fato é melhor evidenciado na Fig. IV-12, onde são apresentadas as curvas dos parâmetros  $\Delta \phi_s$  e  $\phi_m$  para 12 horas de observação. A variação de temperatura no período foi de -1,1 °C. Essa variação da temperatura provocou uma variação de -0,99% em  $\phi_m$  e de 0,76% em  $\Delta \phi_s$ .



Figura IV-12:  $\Delta \phi_s$  e  $\phi_m$  medidos pelo processador com variação de -1,1 °C da temperatura.

Não obstante se operar  $\operatorname{com} \phi_m \approx \pi/2$ , a variação na medida do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , deve-se ao fato de, no experimento, ter-se normalizado as medidas dos valores de pico negativos  $V_{pn1}$  e  $V_{pn2}$  em relação ao valor de pico  $V_{pac}$  (dependente de  $J_o(\phi_m) \cos \Delta \phi_s$ ) e não em relação ao valor de pico total  $V_p$  (independente de  $J_o(\phi_m) \cos \Delta \phi_s$ ). Se as leituras de  $V_{pn1}$  e  $V_{pn2}$ forem normalizadas em relação à  $V_p$ , esta deriva na medida de  $\Delta \phi_s$  será minimizada. É importante notar, porém, que a eliminação desta deriva implica numa diminuição do valor pico a pico no traço do ruído mais deriva, utilizado a seguir no cálculo do mínimo desvio de fase de Sagnac mensurável.

Apesar da Fig. IV-8 sugerir que a relação sinal-ruído na medida de  $\Delta \phi_s$  pelo *lock-in* é maior que aquela na medida pelo processador, na realidade as mesmas são quase iguais. A razão para isso é que o amplificador *lock-in* demodulou o sinal utilizando um filtro passa-baixas de ordem n = 2 e freqüência de corte = 5 Hz ena demodulação do sinal pelo processador, utilizou-se um filtro passabaixas de ordem n = 1 e freqüência de corte = 30 Hz. Portanto tem-se uma relação de aproximadamente 5,2 entre as faixas de passagem equivalente de ruído do processador, que é de aproximadamente 47 Hz, e do *lock-in*, que é de aproximadamente 6,25 Hz. O valor *rms* do ruído na medida de  $\Delta \phi_s$  pelo processador é reduzido por um fator de  $\sqrt{\frac{47}{6,25}} \approx 2,74$  se considerarmos uma filtragem equivalente à do amplificador *lock-in*.

O resultado foi apresentado desta forma porque queríamos mostrar o funcionamento do processador com faixa de passagem de 30 Hz, a qual, como foi mencionado no cap.III, é típica para aplicações em veículos lançadores de satélites. Infelizmente o amplificador *lock-in* utilizado em nosso experimento não operava nessa condição.

Feitas estas considerações podemos estimar a resolução e a razão sinal-ruído das medidas, em função do número de divisões verticais (div):

#### Lock-in:

- valor médio da variação para  $2|\Delta \phi_s|$  ( $\approx 9$  div)  $\approx$  188  $\mu$  rad
- valor pico a pico do ruído ( $\approx 2 \text{ div}$ )  $\approx$  42  $\mu$  rad
- valor *rms* do ruído ( $\approx 0.33$  div)  $\approx$  7  $\mu$  rad

#### Processador:

- valor médio da variação para  $2|\Delta \phi_s|$  ( $\approx 9$  div)  $\approx$  188  $\mu$  rad
- valor pico a pico do ruído mais deriva ( $\approx 3 \text{ div}$ )  $\approx 63 \mu \text{ rad}$

- valor *rms* do ruído mais deriva ( $\approx 0.5$  div)  $\approx 10.5 \,\mu$  rad
- valor *rms* do ruído mais deriva
  c/ correção da faixa (≈ 0,23 div) ≈ 3,9µ rad

Portanto, se compararmos os resultados considerando uma filtragem com a mesma ordem, n = 2, e a mesma faixa de passagem, 8 Hz, a resolução obtida na medida de desvios de fase de Sagnac com o *lock-in* foi de 7  $\mu$  rad *rms* e a do processador 3,9  $\mu$  rad *rms*.

Ambos os valores estão acima dos valores teóricos mas deve-se levar em conta que o GFO estava com seu circuito óptico disposto numa bancada e portanto sensível a desvios de fase devidos as vibrações do ambiente do laboratório.

Finalizamos o capítulo apresentando na Fig. IV-13 uma fotografia da parte experimental onde nota-se o microcomputador instalado para a automação das medidas, a bancada para equipamentos eletrônicos com o *lock-in*, os sintetizadores, multímetros, osciloscópios, um analisador de espectros e a placa do processador, e uma bancada com o circuito óptico da versão de laboratório do GFO.



Figura IV-13: Fotografia da montagem experimental.

## IV.4. Sumário

Neste capítulo discorremos sobre os testes realizados com o processador desenvolvido para a experimentação da técnica de medidas, objeto desta tese, quando da sua utilização na demodulação da razão de rotação  $\Omega_{Tg}$  medida pela versão de laboratório de um GFO. Os resultados obtidos foram comparados aos medidos por um *lock-in* de alta precisão e a comparação evidenciou a eficácia da técnica apresentada neste trabalho para a demodulação do desvio de fase de Sagnac,  $\Delta \phi_s$ , e da amplitude da modulação da fase óptica,  $\phi_m$ .

# 5. Conclusão

Foi proposta uma nova técnica de processamento, no domínio do tempo, do sinal de saída de girômetros a fibra óptica, com os circuitos óptico e eletrônico operando em malha aberta.

Sob o ponto de vista teórico a técnica desenvolvida possibilitou a obtenção de uma eletrônica de alta estabilidade do fator de escala e alta resolução e faixa dinâmica de medidas de desvios de fase de Sagnac.

Um processador de sinais foi desenvolvido para a implementação da técnica e a verificação da sua eficiência na demodulação da razão de rotação medida por uma versão de laboratório de um GFO de alta performance.

Os resultados experimentais evidenciaram uma excelente performance do processador construído. O processador apresentou, na medida de desvios de fase de Sagnac, uma resolução de 10,5 µrad *rms*, numa banda de 30 Hz, enquanto que um amplificador *lock-in* comercial, normalmente considerado referência para essas medidas, apresenta resolução de 19 µrad *rms*, nas mesmas condições.

Embora não tenha sido testado o desempenho do processador na demodulação de desvios de fase de Sagnac numa faixa dinâmica de 120 dB com o seu limite superior em 1,5 rad, o circuito foi simulado numa faixa de 106 dB com o seu limite inferior em 5  $\mu$ rad, e testado na prática com sintetizadores simulando a 1<sup>a</sup> e a 2<sup>a</sup> harmônicas do sinal interferométrico, apresentando resultado satisfatório.

Este tipo de processamento se destaca por apresentar um algoritmo extremamente simples para a obtenção dos parâmetros  $\Delta \phi_s$  e  $\phi_m$ , a partir dos valores lidos, e por requerer taxas de conversão A/D da ordem de centenas de hertz. Estas características viabilizam a sua implementação em sistemas de aquisição e conversão A/D de sinais com 20 bits de resolução, disponíveis na faixa de áudio e, portanto, de custo inferior aos circuitos integrados de aquisição e digitalização de sinais com taxas de amostragem e conversão A/D na faixa de megahertz. No tocante à não linearidade ao longo da faixa dinâmica de medidas de 1,5 rad, dada a precisão do fator de escala, é perfeitamente viável compensá-la matematicamente num processador digital de sinais.

# **Referências Bibliográficas**

- [1] ALMEIDA, J.C.J. Técnicas de Processamento de Sinais em Girômetros a Fibra Óptica para Sistemas de Navegação Inercial, Campinas: UNICAMP, 1996, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica.
- [2] ARRUDA, J.U. Estabilização do Fator de Escala de Giroscópios a Fibra Óptica, ITA, 1993, Tese de Mestrado em Ciências
- [3] ARRUDA, J.U. Optical Noise Interferometry and Fiber-Optic Sensors, Texas A&M University, May 1999, Ph.D. Dissertation.
- [4] BEAUCHAMP, K.G and MADDOCK, I. Signal Processing Using Analog and Digital Techniques, George Allen & Unwin Ltd., London, 1973.
- [5] BERGH, R.A., LEFÈVRE, H.C. and SHAW, H.J. An Overview of Fiber-Optic Gyroscopes. Selected Papers on Fiber Optical Gyroscopes, v. MS 8, p.39-53, 1989.
- [6] BURNS, W. K. Optical Fiber Rotation Sensing. Washington, DC: Academic Press, Inc., 1994.
- [7] CARLSON, A.B. Communication Systems: An Introduction to Signals and Noise in Electrical Communication, Mc Graw-Hill, Inc., New York, NY 1981.
- [8] CARRARA, S.L.A. Drift Reduction in Optical Fiber Gyroscopes. Stanford: Stanford University, 1988. 147p. Ph.D. Thesis.
- [9] CHINLON, L. Optical Fiber Gyroscope. In:\_. Optoelectronic Technology and Lightwave Communications Systems. New York: Van Nostrand Reinhold, 1989. p.636-652. cap. 21.

- [10] COUCH II, L.H. Digital and Analog Communication Systems. New York: Macmillan Publishing Co, Inc., 1983. 563p.
- [11] CULSHAW, B. and GILES, P. Fibre Optic Gyroscopes. Selected Papers on Fiber Optical Gyroscopes, v. MS 8, p.28-37, 1989.
- [12] DAVENPORT, W.B and ROOT, W.C. Random Signals and Noise, Mc Graw-Hill Book Company, New York, NY 1958.
- [13] EZEKIEL, S. and ARDITTY, H.J. Fiber Optic Rotation Sensors. Selected Papers on Fiber Optical Gyroscopes, v. MS 8, p.3-27, 1989.
- [14] FERREIRA, E. C. Nova Técnica de Processamento de Sinais de Girômetros a Fibra Óptica para Sistemas de Navegação Inercial, UNICAMP, 2001, Tese de Livre Docência.
- [15] GARDNER, W. An Introduction to Random Processes with Applications to Signals and Systems. New York: Mc Graw- Hill Publishing Company, 1990. 547p.
- [16] GIALLORENZI, T.G. and EZEKIEL, S. Optical Fiber Sensors. Optics News, Special Issue, p.11-47, Nov 1989.
- [17] GRONAU, Y. and TUR, M. Digital Signal Processing for an Open-Loop Fiber-Optic Gyroscope. Applied Optics, vol.34, n.25, p.5849-5853, 1995.
- [18] HANCOCK, J.C. An Introduction To The Principles of Communication Theory. New Delhi: Tata McGraw- Hill Publishing Company Ltd, 1961,
- [19] HARMAN, W.W. Principles of The Statistical Theory of Communication. Mc Graw-Hill Book Company, 1963,
- [20] HAYKIN, S. An Introduction to Analog and Digital Communications. New York: John Wiley & Sons, 1989. 652p.

- [21] HAYKIN, S. Communication Systems. New York: John Wiley & Sons, 1994. 872p.
- [22] JENKINS, T. E. Optical Sensing Techniques and Signal Processing. Prentice- Hall International (UK) Ltd, 1987.
- [23] KEISER, G. Optical Fiber Communications, Mc Graw-Hill, New York, 1985.
- [24] LATHI, B.P. Random Signals and Communication Theory, International Textbook Co, Sranton, PE, 1968.
- [25] MCCAIN, D. M. An Interferometer Signal Demodulation Scheme Using Zero Crossings and an Asynchronous Clock, Texas A&M University,1992. Msc Thesis
- [26] MATTHEWS, A. Utilization of Fiber Optic Gyros in Inertial Measurement Units. J. of The Institute of Navigation, v.37, n.1, p.17-38, Spring 1990.
- [27] PARISI, J. High-Performance Waveform-Sampling Analysis: Current Status and Trends, Rep. Prog. Phys., vol 48, p 709-736, 1985.
- [28] PEEBLES, P.Z.Jr. Communication System Principles. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1976,
- [29] RADIX, J.C. Gyroscopes et Gyromètres, Ècole Nationale Supèrieure de L'Aeronautique et de L'Espace, Cepadues Editions, Paris, 1978. .
- [30] RADIX, J. C. Systemes Inertiels à Composants Lies "Strap-Down", Ècole Nationale Supèrieure de L'Aeronautique et de L'Espace, Cepadues Editions, Paris, 1980.
- [31] SCHWARTZ, M. Information, Transmission, Modulation, and Noise, Mc Graw-Hill International Student Edition, New York 1981.
- [32] TSELIKOV, A., ARRUDA J.U. and BLAKE, J. "Zero-Crossing Demodulation for Open-Loop Sagnac Interferometers", IEEE J. of Lightwave Technology, vol.16,NO.9, p 1613-1619, September 1998.

- [33] WILSON, J and HAWKES, J.F.B. Optoelectronic: An Introduction, Prentice Hall International Series in Optoelectronics, New Jersey, NJ 1973.
- [34] WILMSHURST, T.H. Signal recovery from noise in electronic instrumentaion. IOP Publishing Ltd, 1990.