



**THAYZE D’MARTIN COSTA DA SILVA**

**PRINCÍPIO DO EQUIVALENTE CERTO NO PLANEJAMENTO  
DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS**

**CAMPINAS  
2014**





**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO**

**THAYZE D’MARTIN COSTA DA SILVA**

**PRINCÍPIO DO EQUIVALENTE CERTO NO PLANEJAMENTO DA  
OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS**

**Orientador: Prof. Dr. Secundino Soares Filho  
Coorientadora: Dra. Mônica de Souza Zambelli**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, na área de Energia Elétrica.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO  
DEFENDIDA PELA ALUNA THAYZE D’MARTIN COSTA DA SILVA  
E ORIENTADA PELO PROF. DR. SECUNDINO SOARES FILHO

---

**CAMPINAS  
2014**

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

Si38p Silva, Thayze D'Martin Costa da, 1988-  
Princípio do equivalente certo no planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos / Thayze D'Martin Costa da Silva. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: Secundino Soares Filho.  
Coorientador: Mônica de Souza Zambelli.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de energia elétrica. 2. Energia elétrica - Produção - Planejamento. 3. Otimização. 4. Programação dinâmica. 5. Simulação por computador. I. Soares Filho, Secundino, 1949-. II. Zambelli, Mônica de Souza. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Certainty equivalence principle in long term hydrothermal scheduling

**Palavras-chave em inglês:**

Power systems

Electric energy - Production - Planning

Optimization

Dynamic programming

Computer simulation

**Área de concentração:** Energia Elétrica

**Titulação:** Mestra em Engenharia Elétrica

**Banca examinadora:**

Secundino Soares Filho [Orientador]

Alberto Luiz Francato

Paulo Augusto Valente Ferreira

**Data de defesa:** 30-04-2014

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Elétrica



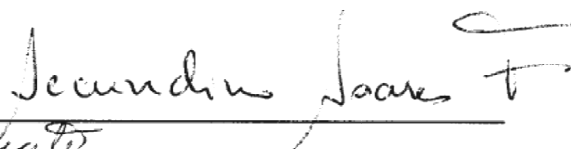
## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

**Candidata:** Thayze D Martin Costa da Silva

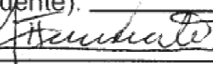
**Data da Defesa:** 30 de abril de 2014

**Título da Tese:** "Princípio do Equivalente Certo no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos"

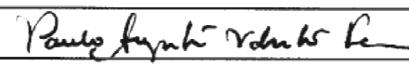
Prof. Dr. Secundino Soares Filho (Presidente):



Prof. Dr. Alberto Luiz Francato:



Prof. Dr. Paulo Augusto Valente Ferreira:





## RESUMO

O Princípio do Equivalente Certo (PEC) garante que as abordagens determinística e estocástica são equivalentes na otimização de sistemas dinâmicos estocásticos quando satisfeitas certas condições. É possível que o problema de planejamento da operação energética (POE) se aproxime de satisfazer as condições do PEC, apesar de não atendê-las teoricamente. Assim, o objetivo desta dissertação é analisar a validade do PEC no âmbito da Programação Dinâmica aplicado ao POE de sistemas hidrotérmicos constituídos de um único reservatório e avaliar o impacto da violação de cada condição. As hipóteses do PEC foram analisadas progressivamente por meio da comparação dos resultados dos modelos considerados, desde o ideal que atende teoricamente às condições, até o mais próximo da realidade. Foram observadas diferenças pouco significativas entre as políticas de operação determinística e estocástica, indicando que o modelo de POE se aproxima de atender às condições do PEC. Uma consequência imediata deste estudo seria que a abordagem determinística do problema de POE para sistemas hidrotérmicos com um único reservatório pode ser tão eficaz quanto as abordagens estocásticas.

**Palavras-chave:** Sistemas de energia elétrica, Operação energética, Otimização, Controle ótimo, Simulação.



## ABSTRACT

Certainty Equivalence Principle (CEP) ensures that deterministic and stochastic approaches are equivalent in stochastic dynamic systems optimization when some assumptions hold. It is possible that Long Term Hydrothermal Scheduling (LTHS) problem is close to attaining CEP's assumptions, although it does not attain them theoretically. Thus, the objective of this dissertation is to analyze the validity of CEP in Dynamic Programming framework applied to the single reservoir LTHS problem and to evaluate the impacts of each CEP's condition violation. The CEP's conditions were progressive analyzed by comparison of the considered models results from an ideal case where theoretically assumptions hold until a case study closer to reality. Slight differences were observed between deterministic and stochastic operation policies, indicating that LTHS model is close to attain the CEP's conditions. An immediate consequence of this study would be that deterministic approach for the single reservoir LTHS problem can be as effective as stochastic ones.

**Keywords:** Power Systems, Energetic Operation, Optimization, Optimal Control, Simulation.



## SUMÁRIO

<b>RESUMO.....</b>	<b>VII</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>IX</b>
<b>SUMÁRIO.....</b>	<b>XI</b>
<b>AGRADECIMENTOS .....</b>	<b>XIII</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>XV</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>XVII</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....</b>	<b>XIX</b>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2 PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA .....</b>	<b>7</b>
2.1 INTRODUÇÃO .....	7
2.2 CARACTERÍSTICAS DA PRODUÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA.....	7
2.2.1 Sistemas hidrotérmicos .....	7
2.2.2 Usinas Hidrelétricas.....	8
2.2.3 Afluências .....	10
2.2.4 Defluência, Turbinagem e Vertimento.....	11
2.2.5 Cota de Montante do Reservatório e Cota do Canal de Fuga.....	11
2.2.6 Altura de Queda.....	13
2.2.7 Conjuntos Turbina/Gerador .....	13
2.2.8 Função de Produção Hidráulica.....	15
2.3 PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA .....	19
<b>3 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA E O PRINCÍPIO DO EQUIVALENTE CERTO .....</b>	<b>23</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	23
3.2 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA .....	23
3.3 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DETERMINÍSTICA .....	25
3.4 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA INDEPENDENTE .....	27
3.5 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA MARKOVIANA (PDEM).....	28
3.6 PRINCÍPIO DO EQUIVALENTE CERTO.....	29

<b>3.6.1 Condições do PEC</b> .....	<b>30</b>
<b>4 ESTUDOS DE CASO</b> .....	<b>33</b>
4.1 INTRODUÇÃO .....	33
4.2 HYDROLAB .....	35
4.3 GERAÇÃO DE CENÁRIOS SINTÉTICOS.....	36
<b>4.3.1 Distribuição normal</b> .....	<b>36</b>
<b>4.3.2 Distribuição log-normal de três parâmetros</b> .....	<b>36</b>
<b>4.3.3 Modelo periódico autorregressivo</b> .....	<b>37</b>
<b>5 RESULTADOS</b> .....	<b>41</b>
5.1 INTRODUÇÃO .....	41
5.2 CASO IDEAL.....	42
<b>5.2.1 Formulação</b> .....	<b>42</b>
<b>5.2.2 Resultados da otimização no caso ideal</b> .....	<b>44</b>
5.3 ALTERAÇÃO DA CAPACIDADE DO RESERVATÓRIO .....	49
5.4 SUBSTITUIÇÃO DA SÉRIE SINTÉTICA DE AFLUÊNCIAS.....	52
5.5 SUBSTITUIÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO .....	54
5.6 ADIÇÃO DO EFEITO DE EVAPORAÇÃO .....	58
5.7 CENÁRIO DE AFLUÊNCIAS COM CORRELAÇÃO.....	60
<b>6 CONCLUSÕES</b> .....	<b>67</b>
<b>7 REFERÊNCIAS</b> .....	<b>71</b>
<b>APÊNDICES</b> .....	<b>75</b>
APÊNDICE A - HISTOGRAMA DOS DADOS DAS SÉRIES HISTÓRICAS MENSAIS E AJUSTES COM DISTRIBUIÇÃO NORMAL E LOG-NORMAL TRÊS PARÂMETROS .....	77
APÊNDICE B – POLÍTICAS DE DECISÃO DA PDD E PDEI PARA O CASO IDEAL	79
APÊNDICE C – POLÍTICAS DE DECISÃO DA PDD E PDEI PARA O CASO COM FUNÇÃO DE PRODUÇÃO NÃO LINEAR, EVAPORAÇÃO E VAZÕES INDEPENDENTES .....	81
APÊNDICE D – POLÍTICAS DE DECISÃO OBTIDAS POR PDEM.....	83



## **AGRADECIMENTOS**

À minha família e ao meu marido Renato Puliafico da Silva.

Ao meu orientador Prof. Dr. Secundino Soares Filho e à minha coorientadora Dra. Mônica de Souza Zambelli.

Aos professores Dr. Ricardo Menezes Salgado, Dr. José Carlos de Souza Júnior e Dr. José Paulo Carvalho da UNIFAL-MG.

Aos meus colegas do COSE.

Ao apoio da CAPES.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Esquema de um sistema hidrotérmico.....	8
Figura 2.2 – Esquema de uma usina hidrelétrica.....	9
Figura 2.3 – Média de Longo Termo do histórico de vazões mensais da usina de Furnas. ....	10
Figura 2.4 – Polinômio Volume x Cota de Montante de Furnas.....	12
Figura 2.5 – Polinômio Defluência x Cota do Canal de fuga de Furnas. ....	12
Figura 2.6 – Ilustração da função de produção da usina de Furnas.....	18
Figura 2.7 – Cortes da Função de Produção da usina de Furnas para os limites de Volume e Defluência apresentados na Figura 2.6.....	19
Figura 3.1 – Diagrama Esquemático da PDD.....	26
Figura 3.2 – Diagrama esquemático da PDEI. ....	27
Figura 3.3 – Diagrama esquemático da PDEM. ....	29
Figura 4.1 – Diagrama com os testes do estudo. ....	34
Figura 5.1 – Histograma e função densidade de probabilidade das aflúências em (A) janeiro e (B) julho da série sintética gerada.....	44
Figura 5.2 – Solução da PDD no caso ideal. ....	45
Figura 5.3 – Solução da PDEI no caso ideal. ....	45
Figura 5.4 – Comparação entre as políticas PDD e PDEI para o caso ideal em (A) janeiro e (B) julho.....	46
Figura 5.5 – Trajetórias de armazenamento obtidas na simulação da PDD e da PDEI no caso ideal. ....	47
Figura 5.6 – Solução da PDD para os meses janeiro, abril, julho e outubro considerando os limites reais de armazenamento e turbinagem.....	49
Figura 5.7 – Solução da PDEI considerando o limite de armazenamento real. ....	50
Figura 5.8 – Comparação entre PDD e PDEI em (A) janeiro e (B) julho, considerando os limites reais de armazenamento.....	50
Figura 5.9 – Histogramas das vazões históricas e funções densidade de probabilidade normal e LN3 ajustadas para (A) janeiro e (B) julho. ....	52
Figura 5.10 – Comparação entre as soluções da PDEI com vazões com distribuição normal e LN3 para os meses (A) janeiro e (B) julho.....	53

Figura 5.11 – Políticas PDD e PDEI considerando a função de produção não linear para (A) janeiro e (B) julho. ....	55
Figura 5.12 – Trajetória de armazenamento do reservatório durante a simulação. ....	56
Figura 5.13 – Evaporação média mensal da usina de Furnas. ....	58
Figura 5.14 – Gráfico do polinômio $A$ . ....	59
Figura 5.15 – Correlações mensais de ordem 1 das séries sintética e histórica. ....	61
Figura 5.16 – Funções densidade de probabilidade normal, log-normal e log-normal condicional ajustadas para o mês de janeiro. ....	61
Figura 5.17 – Funções densidade de probabilidade normal, log-normal e log-normal condicional ajustadas para o mês de julho. ....	62
Figura 5.18 – Solução da PDEM para janeiro no cenário de afluências correlacionadas. ....	62
Figura 5.19 – Solução da PDEM para julho no cenário de afluências correlacionadas. ....	63
Figura 5.20 – Soluções da PDEM, da PDEI e da PDD em janeiro no cenário de afluências correlacionadas. ....	63
Figura 5.21 – Soluções da PDEM, da PDEI e da PDD em julho no cenário de afluências correlacionadas. ....	64

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Características dos conjuntos Turbina/Gerador.....	15
Tabela 2.2 – Produtibilidade Específica de algumas usinas do Sistema Sudeste.....	17
Tabela 5.1 – Dados do caso ideal. ....	43
Tabela 5.2 – Resultados da simulação da operação das políticas PDD e PDEI no caso ideal. ....	48
Tabela 5.3 - Resultados da simulação da operação para a política constante. ....	48
Tabela 5.4 – Resultados da simulação das políticas PDD e PDEI para o caso com limites reais. ....	51
Tabela 5.5 – Resultados da simulação da operação utilizando as políticas PDEI com distribuição normal e distribuição log-normal no cenário de vazões independentes com distribuição log-normal.....	53
Tabela 5.6 – Coeficientes do polinômio da cota de montante.....	55
Tabela 5.7 – Coeficientes do polinômio da cota de jusante. ....	55
Tabela 5.8 – Resultados da simulação do problema com função objetivo não quadrática. ....	56
Tabela 5.9 – Resultados da simulação das PDs eliminando vertimento turbinável. ....	57
Tabela 5.10 – Coeficientes do polinômio A.....	59
Tabela 5.11 – Resultados da simulação das políticas PDD e PDEI com evaporação. ....	59
Tabela 5.12 - Resultados de simulação da PDD e PDEI com evaporação. ....	60
Tabela 5.13 – Resultados da simulação das políticas PDEM, PDEI e PDD no cenário de vazões correlacionadas .....	64
Tabela 5.14 – Resultados da simulação das políticas PDEM, PDEI e PDD no cenário de vazões correlacionadas eliminando vertimento turbinável.....	65



**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

LN3	Log-normal de três parâmetros
MLT	Média de longo termo
PD	Programação Dinâmica
PDD	Programação Dinâmica Determinística
PDE	Programação Dinâmica Estocástica
PDEI	Programação Dinâmica Estocástica Independente
PDEM	Programação Dinâmica Estocástica Markoviana
PEC	Princípio do Equivalente Certo
POE	Planejamento da operação energética
SEB	Setor Elétrico Brasileiro





# 1 INTRODUÇÃO

O planejamento da operação energética (POE) de sistemas hidrotérmicos visa determinar estratégias de decisão que minimizem o valor esperado do custo de operação do sistema durante o horizonte de planejamento, no caso brasileiro de até cinco anos à frente. Seu principal objetivo é promover o aproveitamento racional dos recursos disponíveis a médio prazo, garantindo o atendimento da demanda e satisfazendo as restrições operativas do sistema.

O POE é um problema complexo devido a vários aspectos de modelagem envolvidos, como a natureza dinâmica do sistema, a aleatoriedade de vazões afluentes nas usinas e a não linearidade das funções de produção hidráulica e de custo térmico. A incerteza das vazões afluentes às usinas hidrelétricas do sistema, do mercado de energia a ser atendido, do custo de combustível das usinas térmicas e do cronograma de expansão do sistema tornam o problema essencialmente estocástico. Para simplificar o problema e permitir sua solução, somente a incerteza das vazões afluentes tem sido explicitamente modelada. As outras incertezas são consideradas por meio dos cenários mais prováveis.

As decisões de operação tomadas ao longo do horizonte de planejamento são dependentes no tempo. Os recursos de geração, representados pela água armazenada nos reservatórios, são limitados, e a decisão em cada estágio de planejamento deve assegurar a menor complementação térmica no presente sem que a geração futura seja comprometida, caracterizando o problema como dinâmico e não separável no tempo.

As primeiras estratégias de operação energética para o Sistema Elétrico Brasileiro (SEB), a partir de 1974, foram calculadas utilizando um método determinístico denominado Método da Curva Limite Inferior de Armazenamento. Baseado em uma representação agregada do sistema hidrelétrico e em dados históricos de vazões afluentes, o sistema operava de acordo com uma curva limite, que representava o mínimo armazenamento necessário para o atendimento da demanda até o final do horizonte de planejamento com a mínima complementação de geração por termelétricas. Essa política operativa foi substituída posteriormente por um modelo de Programa-

ção Dinâmica Estocástica (PDE) desenvolvido pela Eletrobrás em conjunto com o CEPEL (CEPEL/ELETOBRÁS, 1977) e baseado em uma representação do parque hidrelétrico a sistema equivalente (Terry, 1980).

A PDE é o método classicamente adotado para a solução do POE considerando a estocasticidade presente implicitamente nas afluições. Na PDE, o problema divide-se em estágios de tempo e determina-se recursivamente a decisão de menor custo a cada estágio, de acordo com o estado em que se encontra o sistema. A otimalidade de cada decisão é baseada no Princípio da Otimalidade, o qual garante que em uma sequência ótima de escolhas ou de decisões cada subsequência deve também ser ótima. A principal desvantagem desta técnica, a chamada de “maldição de dimensionalidade”, consiste em aumentar exponencialmente o esforço computacional a cada nova variável de estado acrescida ao problema (Bellman, 1962), impedindo o uso da PDE em problemas de múltiplas usinas. Devido à “maldição de dimensionalidade”, foram desenvolvidas simplificações para diminuir o número de variáveis de estado do sistema. Uma delas foi a agregação de bacias hidrográficas semelhantes e, conseqüentemente, a agregação do parque gerador existente nessas bacias em um sistema equivalente de energia (Arvanitids & Rosing, 1970), (Duran, Pueh, Diaz & Sanchez, 1985), (Cruz Jr. & Soares, 1996), (Turgeon & Charbonneau, 1988). Mesmo assim, sua extensão para mais de um subsistema equivalente foi considerada inviável em meados da década de 80, com os recursos computacionais disponíveis.

Anos mais tarde foi proposto um método baseado em Programação Dinâmica Estocástica Dual para a otimização do problema de POE (Pereira & Pinto, 1985). O método proposto resolve a equação recursiva de otimalidade do problema através da técnica de decomposição de Benders, aproximando linearmente por partes as funções de custo futuro de cada estágio e assumindo que as vazões a cada estágio são conhecidas no início do estágio, antes portanto da tomada de decisão, numa recursão do tipo “acaso-decisão”. Este método resultou no modelo denominado NE-WAVE utilizado atualmente pelo SEB na determinação de estratégias de operação a médio prazo, e que representa o sistema por quatro subsistemas interligados.

Como abordagem alternativa à otimização em malha fechada proporcionada pela PDE, métodos de otimização determinísticos integrados a modelos de previsão de vazões para o POE têm sido sugeridos. Com a hipótese de vazões afluentes determinísticas, o problema resultante, em geral, é formulado como um problema de otimização não linear e é resolvido por algoritmos

especializados, tal como sugerido em (Rosenthal, 1981), (Carvalho & Soares, 1987), (Oliveira & Soares, 1995). Uma grande vantagem da abordagem determinística é que a representação do sistema pode ser feita detalhadamente, analisando as características individuais de cada usina, incluindo suas funções não lineares de produção e restrições operacionais.

Com base na otimização determinística, estudos têm sido propostos onde a estocasticidade do problema de planejamento energético é representada por um conjunto de possíveis cenários futuros. Este tipo de abordagem é conhecido como análise de cenários (Dembo, 1991), (Alvarez et al., 1994), (Escudero et al., 1996).

Em Karamouz & Houck (1987) é apresentada uma comparação entre as abordagens de Programação Dinâmica Determinística (PDD) e PDE na operação de sistemas compostos por um único reservatório, com diferentes capacidades de armazenamento e situados em diferentes regiões dos Estados Unidos. As regras operacionais geradas pelas duas políticas foram comparadas por simulação, sendo que a abordagem determinística mostrou-se mais eficiente.

Sistemas hidrotérmicos constituídos de um único reservatório são adequados à modelagem de usinas isoladas e de sistemas hidrelétricos em cascata, porém com a presença de um único reservatório de acumulação, ou em sistemas hidrelétricos com múltiplos reservatórios, porém agregados em um sistema equivalente (Arvanitidis & Rosing, 1970). A escolha de tais sistemas para o estudo do Princípio do Equivalente Certo (PEC) no POE se deve ao fato de que, por serem de dimensão mínima, não são afetados pela chamada “maldição da dimensionalidade” que limita a aplicação direta de Programação Dinâmica (PD) em sistemas de múltiplos reservatórios sem algum tipo de simplificação.

Em Zambelli, Soares & Silva (2011) faz-se uma comparação entre PDD e PDE no problema de POE de uma única usina e verificam-se por simulação sobre as vazões históricas as diferenças entre as políticas de operação e suas consequências em termos de evolução do armazenamento do reservatório. Concluiu-se que a PDD opera de tal forma que o reservatório mantém os níveis de água mais altos que na operação obtida por PDE, o que melhora seu rendimento, mas também causa mais vertimentos. No final, o custo esperado da PDD foi levemente maior que o

obtido pela PDE. Entretanto, se o vertimento turbinável<sup>1</sup> for evitado durante a simulação turbinando o máximo possível, então a PDD apresenta desempenho levemente melhor que a PDE. Quando as afluições são críticas, a PDD tem melhor desempenho que a PDE, pois solicita geração térmica mais cedo e evita o depressionamento severo do nível de água do reservatório. Para as usinas estudadas, os resultados indicaram que não houve benefícios significantes do uso do modelo estocástico no planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos. O PEC é uma possível justificativa para a semelhança nos desempenhos das abordagens determinística e estocástica.

O PEC ou “*Certainty Equivalence Principle*” (Bryson & Ho, 1975) estabelece que a lei do controle ótimo para problemas de controle estocásticos tem a mesma estrutura da lei de controle ótimo para o problema determinístico (equivalente certo) associado. A única diferença é que na lei de controle estocástico os parâmetros desconhecidos são substituídos por seus valores esperados.

O PEC garante que, quando satisfeitas algumas condições, as abordagens determinística e estocástica são equivalentes na otimização de sistemas dinâmicos estocásticos. Philbrick & Kitanidis (1999) analisam as limitações da otimização determinística aplicada a operações em reservatórios utilizando metodologia similar a que será usada neste trabalho e, afirmam que talvez os únicos sistemas próximos ao equivalente certo sejam aqueles cujo objetivo seja a geração de energia hidrelétrica, pois é possível que a formulação do problema de POE se aproxime das condições do PEC. O objetivo dessa pesquisa consiste em investigar essa afirmação.

Este trabalho avalia a validade do PEC, no âmbito da PD, no problema de POE constituídos de sistemas de uma única usina hidrelétrica com reservatório, comparando o desempenho da PDD com suas correspondentes estocásticas sob estudo de caso controlado. O impacto da violação das condições do princípio foi avaliado por meio da comparação de um modelo mais próximo do real com um modelo ideal que atenda às condições teóricas do PEC.

Os estudos foram realizados através de testes computacionais por meio do módulo *HydroProgDin* da plataforma *Hydrolab*, sob controle das alterações necessárias. Siqueira (2009) detalha a implementação do algoritmo de PD do módulo *HydroProgDin* e compara com essa

---

<sup>1</sup> O vertimento turbinável ocorre quando a turbinagem decidida é menor que a turbinagem máxima e que a afluição, e o reservatório estando cheio, ou próximo de cheio, não pode armazenar toda a diferença.

ferramenta diferentes técnicas de PD aplicadas ao POE para sistemas com uma única usina hidrelétrica.

O próximo capítulo aborda as características envolvidas na produção de energia elétrica, destacando os conceitos envolvidos no problema de POE. Por fim, faz-se a formulação do problema de POE para uma única usina.

No Capítulo 3, são detalhados os métodos de PD visando obter políticas para solucionar o problema de POE. São descritas as abordagens determinística, estocástica independente e estocástica markoviana. O capítulo se encerra com a descrição do PEC.

O estudo de caso proposto neste trabalho é descrito no Capítulo 4. São mostrados os passos para a construção do caso ideal e a estratégia para estudar o impacto do PEC sobre o problema de POE. Este capítulo também descreve a geração de cenários sintéticos, os quais são necessários para este estudo.

O Capítulo 5 mostra os resultados dos estudos. Os desempenhos das abordagens estocástica e determinística são comparados a cada seção, iniciando com o caso ideal até a obtenção do caso mais próximo do real, destacando o impacto de cada alteração no problema e sua relação com o PEC.

No Capítulo 6 encontram-se as principais conclusões do trabalho. Por fim, os Apêndices complementam os resultados mostrando, para todos os meses, algumas das políticas obtidas nos estudos.



## 2 PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo detalha o POE de sistemas hidrotérmicos com um único reservatório. Para isso, inicialmente, a Seção 2.2 descreve algumas características envolvidas no processo de produção energética, as quais serão utilizadas para a formulação do problema. A Seção 2.3 encerra o capítulo com o problema de POE de sistemas hidrotérmicos e sua formulação.

### 2.2 CARACTERÍSTICAS DA PRODUÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

#### 2.2.1 Sistemas hidrotérmicos

Um sistema hidrotérmico de potência pode ser dividido em quatro partes: geração, transmissão, distribuição e consumo. A geração engloba as unidades responsáveis pela produção de energia elétrica que pode ser hidrelétrica, quando resulta do aproveitamento da energia de quedas hidráulicas, ou termelétrica, resultante da queima de combustíveis diversos como carvão, óleo, gás e urânio (fissão). A transmissão de energia corresponde aos meios físicos de transporte (linhas de transmissão e distribuição) que conduzem a energia das fontes geradoras até os mercados consumidores. O consumo engloba as demandas de carga (equipamentos e consumidores) que recebem e utilizam esta energia. Um exemplo esquemático da relação entre as três partes pode ser visto na Figura 2.1.

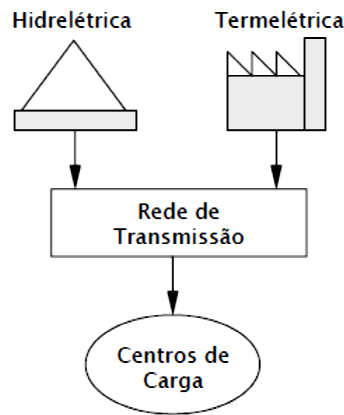


Figura 2.1 – Esquema de um sistema hidrotérmico.

A seguir, faz-se um detalhamento das características e variáveis envolvidas na descrição de usinas hidrelétricas com o objetivo de auxiliar a compreensão dos componentes do modelo matemático e aumentar a sensibilidade sobre a ordem de grandeza das variáveis descritas.

### 2.2.2 Usinas Hidrelétricas

O processo de geração de energia hidrelétrica baseia-se na transformação de energia potencial hidráulica em energia elétrica. A energia potencial hidráulica é obtida a partir da construção de uma obra de represamento criando um desnível. A água do reservatório é conduzida sob pressão através de condutos forçados até o conjunto de turbinas da usina chamado casa de máquinas. Na casa de máquinas, a água é utilizada para girar as pás (ou lâminas) das turbinas. A energia cinética e a energia de pressão dinâmica desenvolvida no percurso da água, através da tubulação, são convertidas em energia cinética de rotação. As turbinas estão conectadas a geradores que, postos em movimento contínuo, convertem a energia cinética em energia elétrica. Depois de passar pelas turbinas, a água retorna ao manancial hídrico através de canais ou condutos que recebem o nome de canal de fuga da usina.

Outra maneira de se retirar água do reservatório, sem que essa gere energia passando pelas turbinas da usina, é através do vertedor. Esta obra permite o controle do nível d'água do reservatório, em situações em que a geração de energia não é suficiente para extravasar o fluxo de água que chega ao reservatório, quando este está cheio.



A Figura 2.2 apresenta um esquema de uma usina hidrelétrica e as principais variáveis que compõem seu modelo matemático.

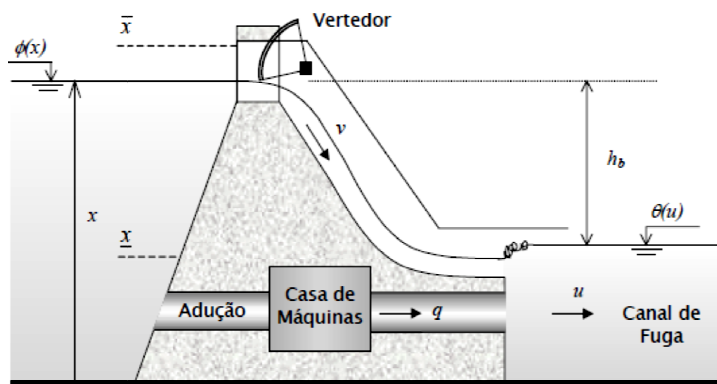


Figura 2.2 – Esquema de uma usina hidrelétrica.

As variáveis envolvidas na descrição do modelo de uma usina hidrelétrica e suas respectivas unidades são:

$x$ : volume do reservatório [ $\text{hm}^3$ ];

$\bar{x}$ : volume máximo operativo do reservatório [ $\text{hm}^3$ ];

$\underline{x}$ : volume mínimo operativo do reservatório [ $\text{hm}^3$ ];

$x_{\text{útil}} = (\bar{x} - \underline{x})$ : volume útil do reservatório [ $\text{hm}^3$ ];

$u$ : vazão descarregada pela usina (defluência) [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];

$q$ : vazão turbinada pela casa de máquinas (engolimento) [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];

$v$ : vazão descarregada pelo vertedor (vertimento) [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];

$\phi(x)$ : cota de montante do reservatório (função do volume) [m];

$\theta(u)$ : cota de jusante do canal de fuga (função da defluência) [m];

$h_b = (\phi(x) - \theta(u))$ : altura de queda bruta [m];

$\xi$ : constante de perda de carga hidráulica [m];

$h_l = (\phi(x) - \theta(u) - \xi)$ : altura de queda líquida [m].

A constante  $\xi$  representa a perda de carga hidráulica que é associada principalmente ao atrito entre a água e as paredes da tubulação do canal de adução da usina. A variável  $h_l$ , por sua

vez, representa a altura de queda líquida obtida quando se desconta a constante de perda de carga hidráulica ( $\xi$ ) da altura de queda bruta ( $h_b$ ).

### 2.2.3 Afluências

Outro dado importante na análise de um reservatório é a vazão afluente a ele. A vazão afluente é aquela que chega ao reservatório através do manancial hídrico (rios, lagos, etc.) e da área de drenagem da bacia hidrográfica que capta água e descarrega no reservatório. A vazão afluente é classificada em dois tipos: natural e incremental. A vazão afluente natural é a vazão total que passa por uma usina, desconsiderando-se a operação das usinas a montante. A vazão afluente incremental (lateral) é aquela que adentra ao manancial devido à área de drenagem entre a usina e a imediatamente acima.

Através de métodos de medição de vazão (Souza et al., 1983), as usinas brasileiras dispõem de um histórico de vazões afluentes naturais, com início no ano de 1931. Esses históricos estão disponíveis em discretização mensal e semanal. A Figura 2.3 apresenta a MLT (Média de Longo Termo) do histórico de vazões mensais da usina de Furnas. A MLT representa a média aritmética das vazões naturais dos rios sendo considerado no exemplo o histórico mensal de vazões. Para a bacia hidrográfica do Sistema Sudeste, onde se encontra o reservatório de Furnas, o mês de maio corresponde ao início do período seco estendendo-se até novembro, enquanto o período úmido vai de dezembro a abril.

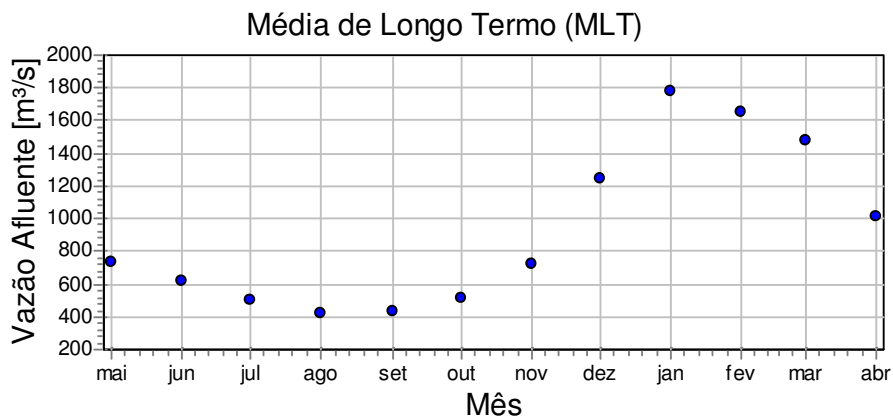


Figura 2.3 – Média de Longo Termo do histórico de vazões mensais da usina de Furnas.

Uma análise interessante de se fazer é comparar a ordem de grandeza das vazões afluentes com a capacidade de armazenamento do reservatório de uma usina. Nota-se, por exemplo, que Furnas possui uma posição privilegiada em relação às demais, no que se refere à capacidade de regularização da vazão afluente que chega a seu reservatório, sendo essa capacidade evidenciada pelos baixos valores de sua MLT e por Furnas possuir um dos maiores reservatórios brasileiros, com mais de 17 Km<sup>3</sup> de volume útil.

#### 2.2.4 Defluência, Turbinagem e Vertimento

A variável  $q$  representa a vazão turbinada pela usina, ou seja, a vazão que é retirada do reservatório pelo conduto forçado e que passa pelas turbinas produzindo energia. Esta variável possui um limitante superior chamado engolimento máximo  $\bar{q}$ , que é a vazão turbinada que produz a potência máxima do conjunto de turbinas para uma dada altura de queda líquida. O vertimento  $v$  é uma vazão que não passa pelas turbinas, deixando de produzir energia. A defluência  $u$ , a turbinagem  $q$  e o vertimento  $v$  estão relacionados na Equação (2.1).

$$u = q + v \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (2.1)$$

Normalmente o nível d'água a jusante da usina (cota do canal de fuga) é função somente da vazão defluente. Entretanto, para algumas usinas, por razões construtivas, o vertimento não tem influência na variação do nível d'água imediatamente a jusante da usina. Para outras, o nível d'água a jusante depende também do armazenamento do reservatório a jusante, situação em que a usina opera afogada.

#### 2.2.5 Cota de Montante do Reservatório e Cota do Canal de Fuga

A cota de montante é uma função do volume armazenado no reservatório. Costuma-se utilizar polinômios para representar esta função. A obtenção desses polinômios é feita a partir de estudos topográficos da região alagada pela construção da barragem. Estes estudos determinam o volume de alagamento para diferentes posições do nível d'água do reservatório. Com os dados de volume x nível d'água, os polinômios da cota de montante são determinados através de métodos

de regressão numérica. No SEB adotam-se polinômios de até quarto grau para a representação da relação cota de montante x volume do reservatório, porém nem todos possuem grau 4.

Para ilustrar a não linearidade desses polinômios, a Figura 2.4 apresenta o gráfico do polinômio Volume x Cota de Montante do reservatório da usina de Furnas. Esse polinômio foi calculado para valores de volume variando entre os volumes mínimo e máximo operativos do reservatório de Furnas. Assim, têm-se informações sobre o grau de não linearidade do polinômio da cota reservatório entre seus limites mínimo e máximo de operação.

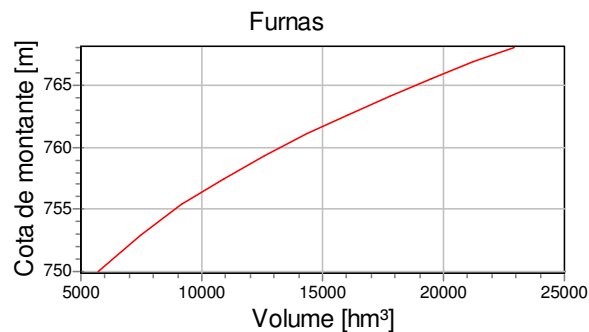


Figura 2.4 – Polinômio Volume x Cota de Montante de Furnas.

Assim como a cota de montante do reservatório, a cota do canal de fuga (ou cota de jusante) também é representada por polinômios. A Figura 2.5 apresenta o gráfico do polinômio Defluência x Cota do Canal de Fuga do reservatório de Furnas.

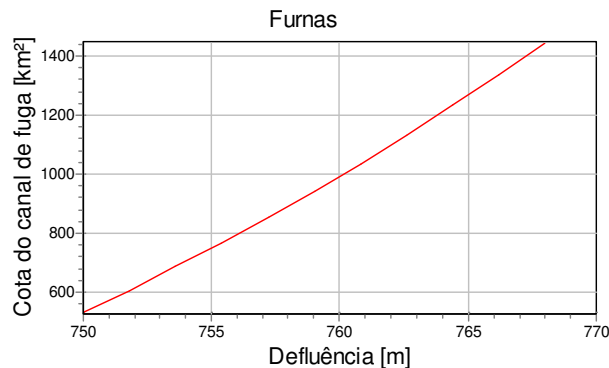


Figura 2.5 – Polinômio Defluência x Cota do Canal de fuga de Furnas.

### 2.2.6 Altura de Queda

A partir da cota de montante do reservatório e da cota do canal de fuga, definem-se os valores de altura de queda bruta e altura de queda líquida como:

$$h_b = \phi(x) - \theta(u) \quad [\text{m}] \quad (2.2)$$

$$h_l = \phi(x) - \theta(u) - \xi \quad [\text{m}] \quad (2.3)$$

O parâmetro  $\xi$  representa a perda de carga hidráulica, em metros, que a água sofre no percurso de adução, desde o reservatório até as turbinas. Nos modelos adotados pelo SEB, existem três representações da perda de carga:

$$\xi = \begin{cases} c \cdot h_b \\ c \\ c \cdot q^2 \end{cases} \quad [\text{m}] \quad (2.4)$$

A primeira representa uma porcentagem  $c$  da altura bruta ( $h_b$ ) da usina, a segunda é um valor constante e a terceira é função quadrática da turbinagem da usina. A análise do cadastro de usinas da Eletrobrás mostra que a maioria das usinas brasileiras tem representada a perda de carga como uma porcentagem  $c$  da altura bruta da usina. Algumas usinas utilizam a representação da perda de carga por uma constante.

Para a usina de Furnas, a perda hidráulica é estimada por 1,09% da altura bruta.

### 2.2.7 Conjuntos Turbina/Gerador

A casa de máquinas de uma usina hidrelétrica é composta por conjuntos de unidades geradoras (Turbina/Gerador) com características semelhantes. As características principais de uma casa de máquinas e de suas unidades geradoras são:

- $N_c$ : número de conjuntos de unidades geradoras da usina;
- $N_j$ : número de unidades geradoras do conjunto  $j$ ;
- $Tipo_j$ : tipo da turbina do conjunto  $j$  (Francis, Kaplan ou Pelton);

- $p_{ef,j}$ : Potência Efetiva de cada unidade geradora do conjunto  $j$ . A potência efetiva é definida como a máxima potência ativa possível de ser gerada, em regime permanente, na unidade geradora a partir da sua entrada em operação;
- $h_{ef,j}$ : Altura de Queda Efetiva de cada unidade geradora do conjunto  $j$ . É definida como a menor queda líquida sob a qual a unidade, em operação, desenvolve a sua potência efetiva;
- $q_{ef,j}$ : Engolimento Efetivo de cada unidade geradora do conjunto  $j$ . É definido como a vazão turbinada que submetida à queda efetiva produz a potência efetiva.

Na fase de dimensionamento dos conjuntos geradores de uma usina, são definidos os valores de Potência Nominal, Altura de Queda Nominal e Engolimento Nominal de cada unidade geradora, utilizados na fase de projeto da usina, e que por isso recebem o pós-fixo nominal. Terminada a fase de construção da usina, e após a sua entrada em operação comercial, a unidade geradora é avaliada e, então, são determinados os valores efetivos de potência, queda e engolimento. Esta avaliação é necessária, pois nem sempre as considerações de projeto são atingidas após a execução das obras. Porém, em muitos dos casos, os valores nominais são ultrapassados pelos valores efetivos.

A partir dos conceitos de engolimento efetivo e potência efetiva de cada unidade geradora de um conjunto e do número de conjuntos que uma usina possui, podem ser definidos os conceitos de Engolimento Efetivo  $q_{ef}$  e Potência Efetiva  $p_{ef}$  da usina:

$$q_{ef} = \sum_{j=1}^{Nc} (N_j \cdot q_{ef,j}) \quad [m^3/s] \quad (2.5)$$

$$p_{ef} = \sum_{j=1}^{Nc} (N_j \cdot p_{ef,j}) \quad [MW] \quad (2.6)$$

Para ilustração numérica das características descritas acima, a Tabela 2.1 apresenta um resumo das características dos conjuntos Turbina/Gerador da usina de Furnas.

Tabela 2.1 – Características dos conjuntos Turbina/Gerador.

Usina	Conjuntos Turbina/Gerador					
	j	Tipo <sub>j</sub>	N <sub>j</sub>	h <sub>ef,j</sub> [m]	q <sub>ef,j</sub> [m <sup>3</sup> /s]	p <sub>ef,j</sub> [MW]
Furnas	1	Francis	6	90,00	211	164,0
	2	Francis	2	89,30	213	164,0

### 2.2.8 Função de Produção Hidráulica

A função de produção hidráulica é um componente que requer muita atenção do modelo matemático de uma usina hidrelétrica. É a partir dela que se quantifica o principal objetivo de uma usina: a geração de energia. Além disso, como será mostrado adiante, esta função tem características de não linearidade, o que exige dos modelos um cuidado especial quanto ao seu uso.

A função de produção de uma unidade geradora pode ser deduzida a partir da energia potencial armazenada no reservatório. Inicialmente, define-se a variação de energia potencial ( $de_p$ ), medida em Joules, em relação a uma variação de massa de água no reservatório ( $dm$ ):

$$de_p = dm \cdot g \cdot h \quad [J] \quad (2.7)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $h$  é a altura de queda entre o nível de montante e de jusante provocado pela barragem.

Essa variação de massa pode ser convertida em uma variação de volume, utilizando-se a massa específica da água  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ :

$$\rho = \frac{m}{v} \rightarrow dm = \rho \cdot dv \quad (2.8)$$

A variação de volume, considerando-se que ocorra num intervalo de tempo infinitesimal, pode ser convertida em vazão:

$$q = \frac{dv}{dt} \rightarrow dv = q \cdot dt \quad (2.9)$$

Com essas duas transformações, pode-se escrever a equação da variação da energia potencial em função da vazão retirada do reservatório para a geração de energia:

$$de_p = \rho \cdot q \cdot dt \cdot g \cdot h \quad (2.10)$$

A transformação de energia potencial em energia elétrica depende do rendimento  $\eta$  do processo de conversão da energia:

$$e_e = \eta \cdot e_p \quad (2.11)$$

Este rendimento é uma função da vazão turbinada e da altura de queda líquida. A função de rendimento fornece o rendimento de uma unidade geradora desde estados de engolimento e queda líquida mínimos necessários para a geração de energia, até condições de engolimento e queda líquida máximos. A modelagem do problema de planejamento da operação em médio e longo prazo adotada pelos modelos em vigor no SEB não considera o rendimento variável, adotando um rendimento médio  $\eta^{med}$  para a unidade geradora. A equação de transformação de energia pode ser escrita da seguinte forma:

$$de_e = \eta^{med} \cdot \rho \cdot q \cdot dt \cdot g \cdot h \quad (2.12)$$

Transformando a energia em potência ( $p = \frac{de_e}{dt}$ ):

$$p = \eta^{med} \cdot \rho \cdot q \cdot g \cdot h \quad [W] \quad (2.13)$$

Por simplificação, pode-se englobar em uma constante  $k$  o rendimento médio da unidade geradora, a aceleração da gravidade e a massa específica da água. A função de geração hidráulica resulta em:

$$p = k \cdot h \cdot q \quad [W] \quad (2.14)$$

A constante  $k$  recebe o nome de produtibilidade específica, e pode ser calculada substituindo-se os valores do rendimento médio, do peso específico da água e da aceleração da gravidade:

$$k = \rho \cdot g \cdot \eta^{med} = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \eta^{med} = 9810 \cdot \eta^{med} \quad \left[ \frac{kg}{m^2 \cdot s^2} \right] \text{ ou } \left[ \frac{W}{(m^3/s) \cdot m} \right] \quad (2.15)$$

Para que a potência dada pela Equação (2.14) seja expressa em MW, deve-se dividir o valor da produtibilidade específica por  $10^6$ :



$$k = \frac{9810}{10^6} \cdot \eta^{med} = 0,00981 \cdot \eta^{med} \left[ \frac{MW}{\left(\frac{m^3}{s}\right) \cdot m} \right] \quad (2.16)$$

A Tabela 2.2 apresenta alguns valores de produtividade específica para algumas usinas do Sistema Sudeste.

Tabela 2.2 – Produtibilidade Específica de algumas usinas do Sistema Sudeste.

Usina	Produtibilidade Específica (k) $\left[ \frac{MW}{\left(\frac{m^3}{s}\right) \cdot m} \right]$
<b>Furnas</b>	0,008633
<b>Água Vermelha</b>	0,008829
<b>Emborcação</b>	0,008731
<b>São Simão</b>	0,009025
<b>Ilha Solteira</b>	0,008829

Para se incluir o efeito das perdas hidráulicas na tubulação de adução, a altura de queda bruta considerada na Equação (2.14) deve ser substituída pela altura de queda líquida da unidade geradora, ou seja, a altura de queda bruta menos a perda de carga. A função de produção passa a ser uma função do volume armazenado no reservatório e da vazão defluída pela unidade geradora:

$$p(x, u, q) = k \cdot (\phi(x) - \theta(u) - \xi) \cdot q \quad [MW] \quad (2.17)$$

A função de produção, apresentada acima, determina a potência instantânea conseguida a partir de uma unidade geradora da usina com o seu reservatório armazenando um volume  $x$ , uma unidade geradora engolindo uma vazão  $q$  e a usina defluindo uma vazão  $u$ , que inclui a turbina-gem de todas as unidades geradoras e o vertimento da usina, caso exista. Para se determinar a potência instantânea da usina basta calcular o somatório da potência instantânea de cada unidade geradora. Se as máquinas forem idênticas, e as vazões turbinadas em cada máquina forem iguais, a potência instantânea produzida na usina será a potência de cada máquina, dada pela Equação (2.17), multiplicada pelo número de máquinas em operação.

Considerando-se que toda a vazão defluente da usina seja turbinada até que o engolimento máximo seja atingido, a análise da função de produção destaca dois aspectos importantes:

- para um determinado valor de volume  $x$ , a função de produção é crescente em relação à  $u$ , enquanto  $u < q$ . Acima deste valor, a usina passa a verter e a função de geração decresce devido à diminuição da queda líquida disponível. A queda líquida diminui devido à consideração de volume constante aliada ao aumento da defluência da usina, que eleva a cota do canal de fuga;
- a produtividade das usinas aumenta com o volume armazenado nos reservatórios (aumento da altura de queda líquida).

Para ilustração de uma função de produção com as características citadas acima, a Figura 2.6 apresenta a função de produção da usina de Furnas.

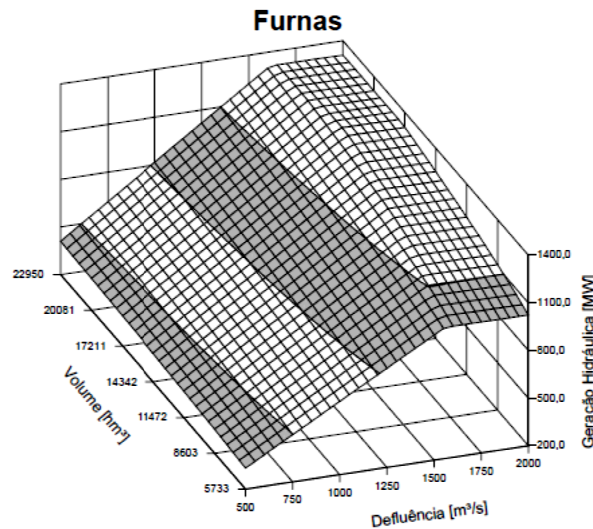


Figura 2.6 – Ilustração da função de produção da usina de Furnas.

Deve-se notar a descontinuidade que existe a partir de certo valor de defluência para os diversos valores de volume. Estas quinas ocorrem por causa da limitação do engolimento da turbina pelo seu engolimento máximo, e por causa do vertimento que ocorre como um excesso de vazão acima do engolimento máximo das unidades geradoras.

A Figura 2.7 apresenta cortes da função de produção para os valores máximos e mínimos de volume e defluência escolhidos como limites da função apresentada na Figura 2.6.

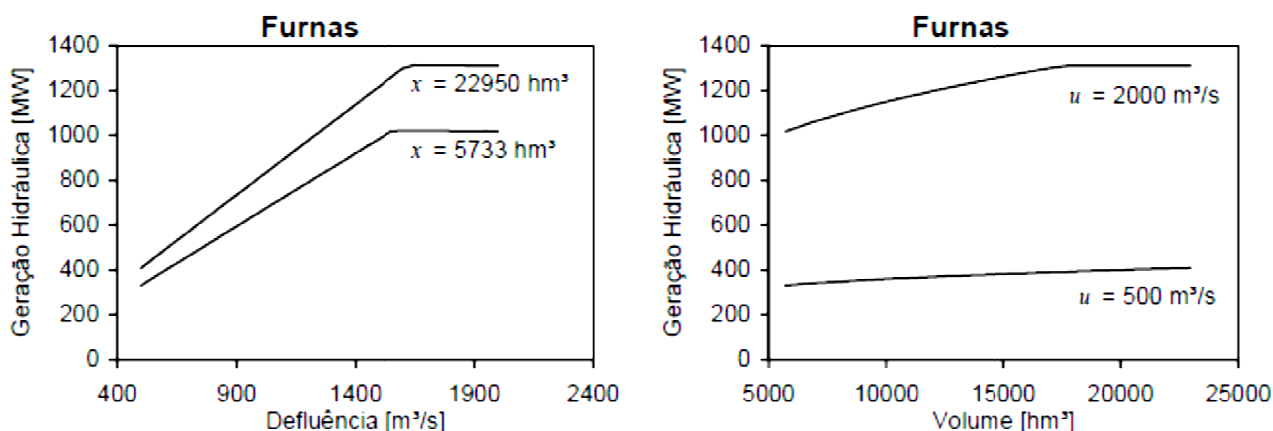


Figura 2.7 – Cortes da Função de Produção da usina de Furnas para os limites de Volume e Defluência apresentados na Figura 2.6.

Partindo das características da produção de energia elétrica mostradas nesse capítulo, define-se o problema de planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de potência na próxima seção.

### 2.3 PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA

O planejamento da operação energética visa determinar estratégias de operação que minimizem o valor esperado do custo de operação do sistema durante o horizonte de planejamento. O principal objetivo é promover o aproveitamento racional dos recursos disponíveis a médio prazo, garantindo qualidade e segurança no atendimento à demanda e satisfazendo as restrições operativas do sistema.

As decisões de operação tomadas ao longo do horizonte de planejamento são dependentes no tempo. Os recursos de geração, representados pela água armazenada nos reservatórios, são limitados, e a decisão em cada estágio de planejamento deve assegurar a menor complementação térmica no presente sem que a geração futura seja comprometida, caracterizando o problema como dinâmico e não separável no tempo.

O problema de planejamento de operação de sistemas constituídos por um único reservatório pode ser formulado como o seguinte problema de programação não linear:

Função Objetivo:

$$\alpha_0(x_0) = \min_q E_y \left\{ \sum_{t=1}^T \psi \cdot (D_t - p_t)^2 \right\} \quad (2.18)$$

Sujeito a:

$$p_t = kh_t q_t \quad \forall t \quad (2.19)$$

$$h_t = \phi(x_{t-1}) - \theta(u_t) - \xi \quad \forall t \quad (2.20)$$

$$x_t = x_{t-1} + (y_t - u_t)\beta_t - \mu e_t A(x_{t-1}) \quad \forall t \quad (2.21)$$

$$u_t = q_t + v_t \quad \forall t \quad (2.22)$$

$$\underline{x} \leq x_t \leq \bar{x} \quad \forall t \quad (2.23)$$

$$u_t \geq \underline{u} \quad \forall t \quad (2.24)$$

$$q_t \leq \bar{q} \quad \forall t \quad (2.25)$$

$$v_t \geq 0 \quad \forall t \quad (2.26)$$

$$x_0 \text{ dado} \quad (2.27)$$

em que:

$\alpha_0$	custo esperado mínimo;
$x_0$	volume inicial armazenado do reservatório;
$E_y$	valor esperado em relação às vazões;
$t$	índice do mês;
$T$	número de meses no período de planejamento;
$\psi$	constante da função quadrática de custo de combustível;
$D$	consumo de energia ( $MW$ );
$p$	geração de energia hidrelétrica ( $MW$ );
$x$	armazenamento do reservatório no final do estágio ( $hm^3$ );
$e_t$	coeficiente médio de evaporação do reservatório no mês $t$ ( $mm/mês$ );
$A(x_t)$	polinômio de área do espelho d'água em função do armazenamento ( $km^2$ );

$\mu$	constante para conversão de medidas de $km^2 \times mm$ para $hm^3$ $\left(\mu = 10^{-3} \left[\frac{km^2 \times mm}{hm^3}\right]\right)$ .
$\underline{x}, \bar{x}$	limites de armazenamento do reservatório ( $hm^3$ );
$u$	vazão defluente ( $m^3/s$ );
$\underline{u}$	vazão defluente mínima ( $m^3/s$ );
$q$	vazão turbinada ( $m^3/s$ );
$\bar{q}$	vazão turbinada máxima ( $m^3/s$ );
$v$	vazão vertida ( $m^3/s$ );
$k$	produtibilidade específica da usina ( $MW/(m^3/s) \cdot m$ );
$h$	altura de queda líquida (m);
$\phi$	polinômio da cota montante do reservatório (m);
$\theta$	polinômio da cota jusante do reservatório (m);
$\xi$	constante de perda de carga hidráulica (m);
$y$	vazão afluente ( $m^3/s$ );
$\beta_t$	constante para transformar dados de $m^3/s$ para $hm^3/mês$ ( $\beta_t =$ número de segundos no mês $t$ dividido por $10^6$ ).

A unidade de energia adotada nesse trabalho é o  $MW$  médio, que por simplicidade de notação foi representado simplesmente por  $MW$ .

A função objetivo a ser minimizada em (2.18) representa os custos com combustível para geração de energia térmica, representada por uma função quadrática decrescente de geração hidrelétrica  $p$ , para a demanda de carga  $D$ .

Por (2.19), a potência gerada em uma usina hidrelétrica é uma função da vazão turbinada e da altura de queda que, por sua vez, é uma função não linear do volume armazenado e da turbinagem do reservatório, de acordo com a equação (2.20). O fator  $k$  é conhecido como produtibili-

dade específica da usina, sendo expresso em  $MW/(m^3/s)m$ . Esta constante é dada pelo produto da densidade da água pela aceleração da gravidade e pelo rendimento médio turbina/gerador.

O nível de armazenamento do reservatório, em relação ao nível do mar, é denominado cota montante  $\phi(\cdot)$ , enquanto o nível do canal de fuga é denominado cota jusante  $\theta(\cdot)$ . Essas funções são expressas por polinômios de até quarto grau em função do volume e da defluência. A perda hidráulica  $\xi$ , considerada constante, é a associada principalmente ao atrito entre a água e as paredes da tubulação do canal de adução da usina.

A restrição de igualdade em (2.21) representa o balanço hídrico no reservatório a cada estágio  $t$ , em que  $y_t$  é a vazão afluente. O termo  $\mu e_t A(x_t)$  representa a evaporação da água no reservatório no mês  $t$ , sendo que  $A(x_t)$  é a área do espelho d'água do reservatório dada em  $km^2$ ,  $e_t$  é a taxa de evaporação da usina medida em  $mm/mês$ , e a constante  $\mu$  é usada para converter o volume evaporado de  $km^2 \times mm$  para  $hm^3$ .

As restrições de (2.23) a (2.25) representam os limites operativos de volume e turbina-gem da usina hidrelétrica, respectivamente. Esses limites são impostos por restrições operacionais da usina e outras restrições associadas ao uso múltiplo da água, como controle de cheias, irrigação e navegação.

## 3 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA E O PRINCÍPIO DO EQUIVALENTE CERTO

### 3.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo descreve nas seções 3.2 a 3.5 a Programação Dinâmica e suas abordagens determinística, estocástica independente e estocástica markoviana para o problema de POE para uma única usina. A Seção 3.6 mostra o Princípio do Equivalente Certo e seu impacto nas abordagens de Programação Dinâmica.

### 3.2 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA

A determinação de estratégias de operação dos sistemas interligados no SEB tem como base a Programação Dinâmica Estocástica (PDE) (Silva, 1981), (Stedinger, Sula & Loucks, 1984), (Thanos & Yeh, 1987), (Loucks & van Beek, 2005). Caracterizada como uma política de controle em malha fechada, a PDE tem como objetivo determinar uma política de decisões que forneça, a cada estágio de planejamento, a decisão para cada possível estado do sistema. Esta técnica é apropriada para problemas de otimização multi-estágios e tem como característica a capacidade de tratar adequadamente as não linearidades e a estocasticidade do problema. Sua principal limitação, entretanto, está na necessidade da discretização do espaço de estados (Nemhauser, 1966), (Bertsekas, 1976), (Bertsekas, 1995).

Na PDE o problema se divide em etapas (estágios) e a melhor decisão em cada etapa é determinada de acordo com a situação (estado) em que o sistema se encontra. O processo de otimização baseia-se no conhecimento prévio de todas as possibilidades futuras e seus custos, de modo a satisfazer o Princípio de Otimalidade de Bellman (Bellman, 1962). Assim, o custo total de operação a cada estágio é dado pela soma do custo da decisão no próprio estágio com o custo futuro

mínimo pré-determinado a partir do estágio seguinte. Como o problema é estocástico, a decisão em cada estágio é obtida com base na distribuição de probabilidades das vazões afluentes a usina.

Em cada estágio as decisões são determinadas por meio da minimização da soma do custo presente mais o custo esperado futuro, assumindo decisões ótimas para todos os estágios subsequentes. Este custo é aditivo no sentido de que o custo ocorrido nos diversos estágios acumula-se sobre o tempo.

Segundo o Princípio de Otimalidade de Bellman (Bellman, 1962), se  $\Omega_t^* = (q_k^*, \dots, q_T^*)$ , para  $t = k, \dots, T$ , é uma política ótima estando o sistema no estado  $x_{k-1}$  no estágio  $t = k - 1$ , então  $\Omega_t^*$ , para  $t = k + 1, \dots, T$ , será uma política ótima para o estado inicial  $x_k = g(x_{k-1}, y_k, q_k)$  no estágio  $t = k$ , onde  $g$  representa a equação de transição de estado do sistema.

Na técnica de resolução *backward* o problema é resolvido com a busca de políticas ótimas partindo do estágio final  $T$  a partir do custo terminal  $\alpha_T(x_T)$ . Como nesse trabalho se busca a política em regime permanente, o custo terminal é considerado nulo e  $T$  é feito suficientemente grande para se obter a convergência da política. A resolução parte do estágio terminal e segue até o estágio inicial através da equação recursiva dada por

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \min_{q_t \in Q_t} E_{y_t} \{ \psi \cdot (D_t - p_t)^2 + \alpha_t(x_t) \} \quad (3.1)$$

$t = T, T - 1, \dots, 1$

onde  $Q_t$  é o intervalo das decisões viáveis,  $\alpha_t(x_t)$  representa o valor esperado mínimo do custo de operação do estágio  $t$  ao final do horizonte  $T$ , supondo que o sistema se encontra no estado  $x_{t-1}$  e transita para o estado  $x_t$ , dado um conjunto de decisões  $Q_t = \{q_t\}$  que satisfaz as seguintes equações:

$$p_t = kh_t q_t \quad (3.2)$$

$$h_t = \phi(x_{t-1}) - \theta(u_t) - \xi \quad (3.3)$$

$$x_t = x_{t-1} + (y_t - q_t)\beta_t - \mu e_t A(x_{t-1}) \quad (3.4)$$

$$u_t = q_t + v_t \quad (3.5)$$

$$\underline{x} \leq x_t \leq \bar{x} \quad (3.6)$$

$$u_t \geq \underline{u} \quad (3.7)$$



$$q_t \leq \bar{q} \quad (3.8)$$

A vazão vertida  $v$  não produz energia e, portanto, não reduz os custos da complementação térmica. Por isso, não é considerada uma variável de decisão na resolução da equação recursiva. Isto significa que a minimização em (3.1) deve ser realizada somente em relação à vazão turbinada  $q$ . De fato, o vertimento será diferente de zero se, durante a simulação, o reservatório estiver cheio e as decisões de turbinagem forem menores que a afluência.

Supondo conhecida a função densidade de probabilidade  $f(y_t)$  da variável estocástica no caso independente (vazão afluente) do problema, a equação recursiva (3.1) pode ser reescrita como:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \min_{q_t \in Q_t} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [\psi_t \cdot (D_t - p_t)^2 + \alpha_t(x_t)] f(y_t) dy_t \right\} \quad (3.9)$$

$$t = T, T - 1, \dots, 1$$

Supondo a discretização da distribuição de probabilidades das vazões, uma política ótima  $\Omega_t^*$ , com  $t = 1, \dots, T$ , para o problema (3.2)-(3.8) pode ser obtida pela solução de:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \min_{q_t \in Q_t} \left\{ \sum_{i=1}^{N_y} [\psi \cdot (D_t - p_t)^2 + \alpha_t(x_t^i)] prob_i \right\} \quad (3.10)$$

onde

$$x_t^i = x_{t-1} + (y_t^i - q_t) \beta_t - \mu e_t A(x_{t-1}) \quad (3.11)$$

e onde  $N_y$  é o número de discretizações de  $y$  e  $prob_i$  é a probabilidade de ocorrer a afluência  $y_t^i$ .

### 3.3 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DETERMINÍSTICA

Na Programação Dinâmica Determinística (PDD) a vazão afluente em cada mês  $m$  é considerada conhecida e usualmente é dada pela vazão média histórica  $\bar{y}_m$ , chamada MLT.

A PDD pode ser interpretada como um caso particular da PDE, onde a função de distribuição de probabilidades é a função impulso que atribui probabilidade unitária de ocorrer a vazão afluente dada pela MLT.

A equação recursiva para a PD no caso determinístico pode ser escrita como

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \min_{q_t \in Q_t} \{ \psi_t(D_t - p_t)^2 + \alpha_t(x_t) \} \quad (3.12)$$

em que

$$x_t = x_{t-1} + (\bar{y}_t - q_t)\beta_t - \mu e_t A(x_{t-1}), \quad (3.13)$$

onde o espaço das variáveis de controle do sistema é o intervalo das decisões viáveis de turbinagem  $q_t \in Q_t$ .

A Figura 3.1 ilustra o esquema da PDD.

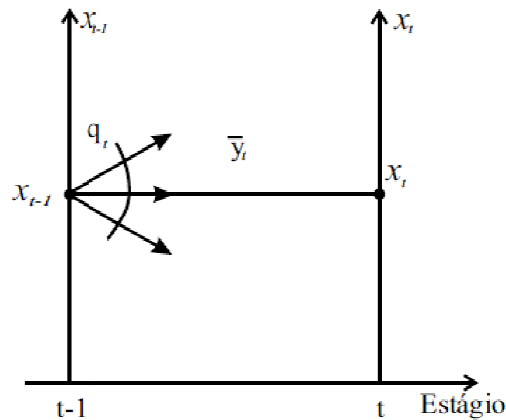


Figura 3.1 – Diagrama Esquemático da PDD.

Para cada volume discretizado no estágio  $t - 1$  as possíveis decisões são percorridas, e para cada uma delas o custo futuro é computado, supondo o estado resultante da decisão tomada e da afluência média (MLT), segundo a equação (3.13).



Para cada estágio e para cada variável de estado varre-se o espaço de decisão  $Q_t$  e para cada decisão nesse espaço percorre-se o espaço das variáveis aleatórias de afluência  $y_t$  que estão associadas a função densidade de probabilidade. Calcula-se então o custo total de operação, que é dado pela soma do custo presente e do custo esperado futuro, supondo os possíveis estados resultantes da decisão. O menor custo total de operação e a respectiva decisão ótima são registrados para cada estado de armazenamento. Ao final do processo de otimização duas tabelas são obtidas para cada mês do ano, uma com as decisões ótimas e outra com os custos esperados futuros ótimos.

### 3.5 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA MARKOVIANA (PDEM)

Na Programação Dinâmica Estocástica Markoviana (PDEM) explora-se a correlação temporal das vazões afluentes através de uma cadeia de Markov. De modo análogo à PDEI, um ajuste de vazões é realizado utilizando os dados do histórico de vazões naturais de acordo com a distribuição escolhida (Siqueira et al., 2006).

Na PDEM o custo futuro também é ponderado pelas probabilidades de uma certa vazão afluente acontecer no mês corrente, agora supondo que no mês anterior ocorreu uma dada afluência. O custo futuro agora depende não somente do estado de armazenamento do estágio  $t$ , mas também da vazão afluente do mês anterior  $y_{t-1}$ . Neste caso, a variável de estado inclui a vazão do estágio anterior, as probabilidades  $prob_{ij}$  são calculadas a partir da função de densidade de probabilidade condicional  $f(y_t|y_{t-1})$  e a equação recursiva pode ser escrita como

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}, y_{t-1}) = \min_{q_t \in Q_t} \sum_{j=1}^{N_y} \{ \psi \cdot (D_t - p_t)^2 + \alpha_t(x_t^j, y_t^j) \} \cdot prob_{ij} \quad (3.16)$$

em que

$$x_t^j = x_{t-1} + (y_t^j - q_t)\beta_t - \mu e_t A(x_{t-1}). \quad (3.17)$$

A Figura 3.3 apresenta o esquema da PDEM onde dessa vez a afluência do mês anterior  $y_{t-1}$  é considerada uma variável de estado na resolução do problema.

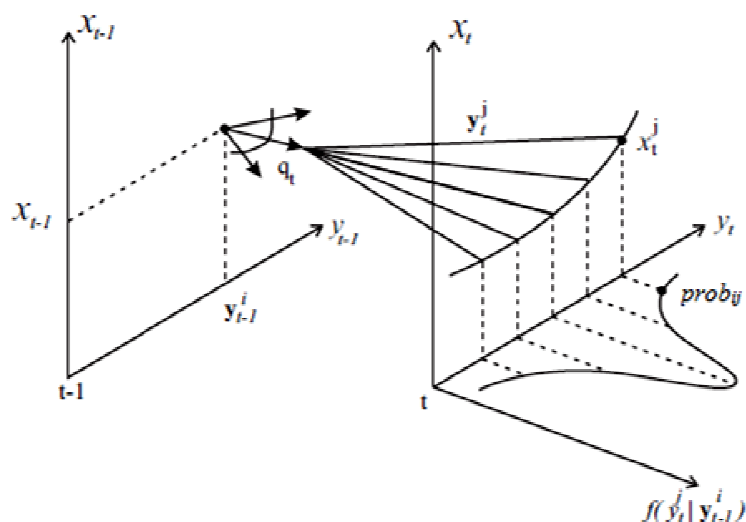


Figura 3.3 – Diagrama esquemático da PDEM.

Os índices  $j, i$  apresentados na Figura 3.3, estão associados às discretizações das variáveis  $y_t$  e  $y_{t-1}$ , respectivamente, e  $prob_{ij}$  é a probabilidade de ocorrer a vazão afluente  $j$  dado que no mês anterior ocorreu a vazão  $i$ , calculada a partir da função densidade de probabilidade condicionada  $f(y_t/y_{t-1})$ .

O processo de resolução de PDEM é semelhante ao da PDEI só que desta vez existe mais uma variável de estado que representa a afluência do mês anterior. O custo esperado ótimo e as decisões ótimas são armazenados para cada estado de armazenamento  $t$  e de afluência do mês anterior  $t - 1$ .

### 3.6 PRINCÍPIO DO EQUIVALENTE CERTO

O Princípio do Equivalente Certo (PEC) ou “*Certainty Equivalence Principle*” (Bryson & Ho, 1975) estabelece que a lei do controle ótimo para problemas de controle estocásticos tem a mesma estrutura da lei de controle ótimo para o problema determinístico (equivalente certo) associado. A única diferença é que na lei de controle estocástico as verdadeiras variáveis de estado, desconhecidas, são substituídas por seus valores esperados.

A validade desse princípio leva ao chamado Teorema da Separação, que estabelece a con-

clusão de que o estimador (previsor) e o controlador (otimizador) podem ser modelados independentemente.

O PEC foi inicialmente provado para sistemas do tipo Linear Quadrático Gaussiano (LQG) (Joseph & Tau, 1961) (Gunckel & Franklin, 1963), determinando que esse processo de otimização da previsão estatística e da decisão do sistema separadamente é capaz de fornecer uma política ótima de decisão em problemas de tempo discreto cuja função de transição é linear em relação à incerteza considerada e a função de custo é quadrática, assumindo as variáveis de controle ilimitadas bem como ruído e perturbação gaussianos na variável aleatória.

Também foi estabelecido que para sistemas lineares em tempo discreto com variáveis de controle limitadas e com padrão de informação estritamente clássico (histórico de todas as medidas e controles anteriores), a distribuição de probabilidades condicional do estado estimado é independente da formulação de controle ótimo (Sriebel, 1965).

Para outros casos lineares com diferentes estatísticas também foi possível provar a validade do PEC (Root, 1969) e (Tse & Bar Shalom, 1975). Entretanto, para muitos problemas práticos esse princípio não pode ser provado.

Exceto para casos em que o controle em malha fechada afeta a estimação das incertezas envolvidas, violando claramente o Teorema da Separação, é necessário estudar e testar a aplicação dessa técnica a cada tipo de problema, avaliando se a solução sub-ótima fornecida é de boa qualidade.

Quando um sistema de reservatórios é equivalente certo, a otimização determinística pode ser usada para identificar despachos ótimos ou outras decisões operativas. Sob essas condições, a melhor previsão de vazões futuras é usada como um valor determinístico e assim é possível resolver sistemas em larga escala sem simplificações significantes.

### **3.6.1 Condições do PEC**

A equivalência certa é garantida nos casos em que:

- (1) Não há restrições de desigualdade ativas;
- (2) Entradas incertas são independentes e normalmente distribuídas;
- (3) A performance (custos ou benefícios) é medida por função quadrática;
- (4) A dinâmica do sistema é linear.

Dessa forma, se um problema de programação dinâmica atende a essas condições, então suas correspondentes estocásticas e determinística devem apresentar soluções similares. Contudo, problemas práticos dificilmente atendem a todos esses requisitos, o que torna difícil o estabelecimento de conclusões teóricas fortes sobre a equivalência entre soluções determinísticas e estocásticas. Daí a abordagem por estudos de caso.





## 4 ESTUDOS DE CASO

### 4.1 INTRODUÇÃO

O POE de sistemas hidrotérmicos com um único reservatório não atende teoricamente as condições do PEC, no entanto é possível que sua formulação se aproxime de atendê-las. Essas condições foram analisadas progressivamente por meio da comparação dos resultados dos modelos considerados, desde o ideal que as atende teoricamente, até o mais próximo da realidade, o qual foi chamado de modelo “real”. O caso ideal foi construído da seguinte forma:

- a) Apesar das restrições de desigualdade estarem presente no problema através dos limites de armazenamento e turbinagem das usinas, o volume máximo do reservatório em questão foi aumentado para evitar que essas restrições sejam ativas na solução. Desse modo, a condição (1) do PEC foi assegurada.
- b) Apesar das vazões serem variáveis aleatórias não normais e correlacionadas temporalmente, foram utilizadas séries sintéticas de vazões independentes e normalmente distribuídas para assegurar a condição (2) do PEC.
- c) Apesar da função objetivo em (2.18) ser usualmente bem aproximada por uma função quadrática, a função objetivo do problema não é em geral quadrática devido ao termo  $p_t$  dependente de  $h_t$ , o qual é dado por uma função não linear. Portanto, para assegurar a condição (3) do PEC, foi usada uma constante para representar a queda  $h_t$ , tornando (2.20) uma função de produção hidrelétrica linear e a função objetivo uma função quadrática.
- d) Apesar da equação dinâmica do sistema em (2.21) não ser linear devido à evaporação da água do reservatório, para assegurar a condição (4) do PEC foi adotada uma dinâmica linear no sistema, desprezando-se a evaporação.

A partir desse caso ideal, as alterações feitas foram incluídas de volta, uma a uma, retornando ao caso real, permitindo a avaliação dos impactos de cada premissa isoladamente nas políticas operativas fornecidas pelo processo de otimização e no desempenho das PDs através de simulação.

A Figura 4.1 mostra os testes que foram realizados neste estudo, desde o modelo ideal até o modelo mais próximo da realidade.

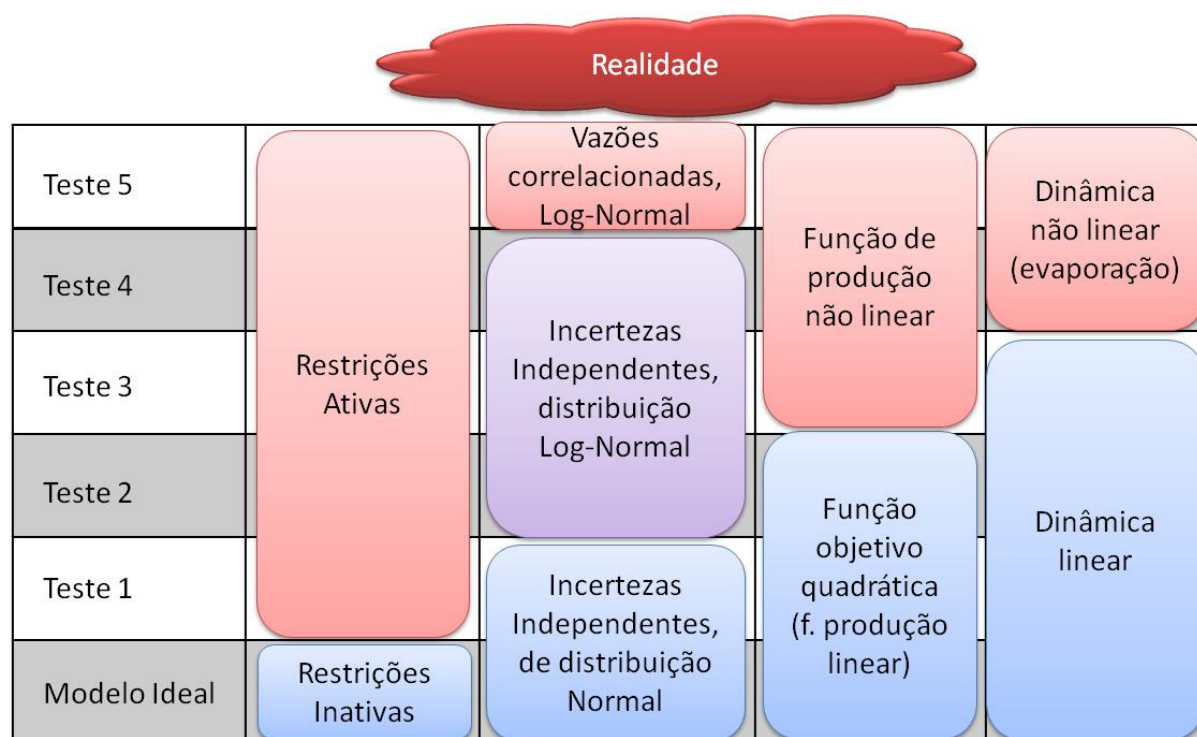


Figura 4.1 – Diagrama com os testes do estudo.

A usina de Furnas foi escolhida para este estudo por ser uma importante usina do sistema sudeste brasileiro, na cabeceira do rio Grande, bacia do rio Paraná, com mais de 17 Km<sup>3</sup> de volume útil. Tanto o cálculo das políticas operativas de PD como sua simulação foram realizados pelos módulos correspondentes da plataforma HydroLab, descrita sumariamente na Seção 4.2. A otimização foi realizada com três cenários sintéticos de aflúncias diferentes: o primeiro com distribuição normal não correlacionado, o segundo com distribuição log-normal não correlacionado e o terceiro com distribuição log-normal correlacionado. A Seção 4.3 descreve a geração desses cenários.

## 4.2 HYDROLAB

A plataforma *HydroLab* desenvolvida no laboratório COSE (Laboratório de Coordenação de da Operação de Sistemas Eletroenergéticos) do Departamento de Sistemas e Energia (DSE) (antigo DENSIS) da Unicamp, disponível em <http://www.cose.fee.unicamp.br/>, será utilizada como ferramenta para otimizar e simular os problemas.

O *HydroLab* é um sistema de suporte à decisão para o planejamento e programação da operação de sistemas hidrotérmicos. O termo suporte à decisão é devido à característica que o sistema tem de gerenciar um conjunto de modelos de otimização, previsão e simulação; modelos esses que auxiliam a solução dos problemas de planejamento da operação do sistema em horizontes de médio e longo prazo, e da programação da operação em horizonte de curto prazo.

Foram utilizados três módulos do *HydroLab*:

***HydroSeries***: Gerador de séries sintéticas de vazões mensais. Nele encontram-se implementados quatro modelos de geração de séries sintéticas baseados em Sistema de Inferência *Fuzzy*, Redes Neurais Multicamadas, Modelo Periódico Autorregressivo e Redes Neurofuzzy (Lopes, 2014).

***HydroProgDin***: Otimizador que implementa a programação dinâmica nas versões determinística, estocástica independente e estocástica markoviana, gerando tabelas de decisão para os doze meses do ano. Possui um submódulo de ajuste de probabilidades das vazões com as opções de distribuição Normal, Log-Normal e Box-Cox (Siqueira, 2009).

***HydroSim***: Simulador a usinas individualizadas em base mensal para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, onde a política operativa pode ser selecionada entre um conjunto no qual constam as PDs (Cicogna, 2003).

## 4.3 GERAÇÃO DE CENÁRIOS SINTÉTICOS

### 4.3.1 Distribuição normal

A distribuição normal é considerada uma das distribuições mais importantes no estudo de probabilidade e estatística devido à sua enorme aplicação nos mais variados campos do conhecimento. Seja  $x$  uma variável aleatória contínua, diz-se que  $x$  tem distribuição normal com parâmetros  $\mu$  (média) e  $\sigma$  (desvio padrão), se ela tem uma função densidade de probabilidade da forma

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty \quad (4.1)$$

e a função de distribuição

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(z) dz. \quad (4.2)$$

Para obter séries com distribuição normal para cada mês, foi usada uma função do *software* livre  $R^2$  que gera números aleatórios com essa distribuição a partir da média e desvio padrão fornecidos.

### 4.3.2 Distribuição log-normal de três parâmetros

Uma variável aleatória  $x$  tem distribuição log-normal de três parâmetros (LN3) se  $y = \ln(x + \tau)$  tem distribuição normal. Sua função densidade de probabilidade é

$$f(x, \mu, \sigma, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(x + \tau)\sigma} e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{\ln(x+\tau) - \mu}{\sigma} \right]^2}, \quad (4.3)$$

em que  $\mu$  é a média dos logaritmos de  $x$ ,  $\sigma$  é o desvio padrão dos logaritmos de  $x$  e  $\tau$  é o parâmetro de deslocamento da função.

---

<sup>2</sup> Disponível em <http://www.r-project.org/>.

Para construir um cenário de vazões independente mais próximo do real, adotou-se a distribuição LN3 para cada mês  $m$ . Os parâmetros dessa distribuição são estimados a partir da média e do desvio padrão do logaritmo natural aplicado aos dados históricos de vazões do mês  $m$ . Os parâmetros  $\tau_m$  adotados nesse trabalho para geração das séries seguiram a sugestão dada em Stedinger (1980):

$$\tau_m = \frac{y_{m_{med}}^2 - y_{m(N)}y_{m(1)}}{y_{m(N)} + y_{m(1)} - 2y_{m_{med}}}, \quad (4.4)$$

em que  $y_{m_{med}}$ ,  $y_{m(N)}$  e  $y_{m(1)}$  representam, respectivamente, a mediana e os valores máximo e mínimo da série histórica do mês  $m$ .

Para encontrar a série de vazões  $x_t$ , para cada mês  $m$ , de modo que  $\ln(x_t + \tau_m)$  tenha distribuição normal, seguem-se os seguintes passos:

1. Calcula-se o parâmetro de deslocamento  $\tau_m$  a partir da série de vazões histórica utilizando a Equação (4.4).
2. Obtém-se a série  $\{\ln(y_t + \tau_t)\}$  e calculam-se sua média  $\mu_t$  e seu desvio padrão  $\sigma_t$ .
3. Obtém-se uma nova série  $\{\tilde{y}_t\}$  com distribuição normal a partir da média  $\mu_t$  e do desvio padrão  $\sigma_t$ .
4. Efetua-se o seguinte cálculo com cada dado da série  $\{\tilde{y}_t\}$ :

$$x_t = e^{\tilde{y}_t} - \tau_t,$$

Dessa forma, obtém-se a série  $\{x_t\}$  com distribuição LN3.

### 4.3.3 Modelo periódico autorregressivo

Para obter um cenário de afluições ainda mais próximo do real, utiliza-se uma série de vazões correlacionadas com distribuição log-normal gerada a partir do modelo periódico autorre-

gressivo (PAR). Cada série  $\{\hat{y}_t\}$  é obtida de modo que  $y_t = \ln(\hat{y}_t + \tau_m)$  tenha distribuição normal.

A função de densidade de probabilidade da distribuição normal condicional é dada por

$$f(y_m|y_{m-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{m|m-1}} e^{-\frac{(y_m - \mu_{m|m-1})^2}{2\sigma_{m|m-1}^2}}, \quad (4.5)$$

onde  $\mu_{m|m-1}$  e  $\sigma_{m|m-1}$  são, respectivamente, a média e o desvio padrão condicional de da variável aleatória  $y_m$  dependente de  $y_{m-1}$ . Estes parâmetros são estimados por (4.6) e (4.7) a partir da média e desvio padrão do mês  $m$  ( $\mu_m$  e  $\sigma_m$ ) e do mês  $m - 1$  ( $\mu_{m-1}$  e  $\sigma_{m-1}$ ), e da correlação de ordem 1 ( $\rho_m$ ).

$$\mu_{m|m-1} = \mu_m + \rho_m \frac{\sigma_m}{\sigma_{m-1}} (y_{m-1} - \mu_{m-1}) \quad (4.6)$$

$$\sigma_{m|m-1} = \sigma_m \sqrt{1 - \rho_m^2} \quad (4.7)$$

Muitas séries temporais revelam um comportamento periódico ou sazonal os quais podem ser modelados por processos periódicos. Os processos periódicos foram propostos originalmente em (Gladyssey, 1961) e várias aplicações desses modelos nas áreas de hidrologia.

A classe de processos PAR foi originalmente proposta por Thomas e Fiering (1962) e amplamente analisada em Pagano (1978), que apresenta as propriedades assintóticas destes modelos assumindo normalidade do processo, e Troutman (1979) que mostra as condições necessárias e suficientes para estacionariedade periódica. Neste caso, assume-se que a componente estocástica é modelada como um processo gaussiano. Tendo em vista que a maioria das séries hidrológicas não tem distribuição gaussiana, uma abordagem comumente proposta é considerar a hipótese de distribuição log-normal.

O modelo periódico autorregressivo de primeira ordem PAR(1) é descrito matematicamente por

$$\left(\frac{y_{t(r,m)} - \mu_m}{\sigma_m}\right) = \lambda_m \left(\frac{y_{t(r,m)-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}}\right) + a_{t(r,m)}, \quad (4.8)$$

sendo

$y_{t(r,m)}$ : vazão média mensal em  $t(r,m) = 12(r-1) + m$ , onde  $r$  e  $m$  representam o ano e o mês, respectivamente;

$\mu_m$ : média do mês  $m$ ;

$\sigma_m$ : desvio padrão do mês  $m$ ;

$\lambda_m$ : coeficiente do modelo autorregressivo para o mês  $m$ ,

$a_{t(r,m)}$ : ruído não correlacionado para o ano  $r$  e o mês  $m$ .

Em relação ao ruído  $a_{t(r,m)}$ , tem-se as propriedades  $E(a_{t(r,m)}) = 0$  e  $Var(a_{t(r,m)}) = \sigma_m^2$  onde

$$\sigma_m^2 = (1 + \rho^m), \quad (4.9)$$

em que  $\rho^m$  é o coeficiente de autocorrelação entre  $y_{t(r,m)}$  e  $y_{t(r,m)-1}$ , dado por

$$\rho^m = E \left\{ \left( \frac{y_{t(r,m)} - \mu_m}{\sigma_m} \right) \left( \frac{y_{t(r,m)-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) \right\}. \quad (4.10)$$

Para o ajuste dos parâmetros do modelo utiliza-se o algoritmo da Máxima Verossimilhança (EM) (Vecchia, 1985).

A geração da série sintética de vazões correlacionada PAR(1) foi feita por meio do módulo *HydroSeries* do *HydroLab*, o qual implementa entre outros os modelos PAR.





## 5 RESULTADOS

### 5.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os resultados dos estudos realizados para analisar o PEC no problema de POE para sistemas hidrotérmicos com um único reservatório, tendo sido utilizada a usina de Furnas por sua grande capacidade de armazenamento na cabeceira do rio Grande, na bacia do Rio Paraná, região sudeste do Brasil.

Inicialmente, a Seção 5.2 mostra um caso ideal que assegura as condições do PEC. Na Seção 5.3, o modelo ideal é modificado substituindo o limite máximo do reservatório pelo valor real. A Seção 5.4 mostra o estudo anterior no cenário de aflúências com distribuição de probabilidades log-normal.

Na Seção 5.5, substituiu-se a função de produção hidrelétrica linear do modelo ideal pela função não linear mais próxima do problema real e na Seção 5.6, foi acrescentada a evaporação do reservatório na formulação.

Em cada estudo proposto são comparadas as políticas operativas obtidas com a PDD e PDEI e os respectivos resultados de simulação da operação sobre série sintética de 1000 anos. Também é analisado o impacto nas curvas de decisão conforme cada condição do PEC deixa de ser satisfeita progressivamente, do modelo ideal em direção ao real.

Por fim, na Seção 5.7, o modelo é alterado novamente com a substituição da série de vazões por uma série sintética correlacionada de distribuição log-normal segundo um modelo PAR(1), obtendo o problema mais próximo do real para o POE da usina de Furnas. Assim, faz-se uma comparação entre os resultados dos métodos PDD, PDEI e PDEM e analisa-se o impacto da correlação entre as vazões no problema.

## 5.2 CASO IDEAL

### 5.2.1 Formulação

Nesta seção, o problema formulado no Capítulo 2 é simplificado com o objetivo não de modelar o problema real, mas de obter uma formulação na qual o PEC seja válido.

O caso ideal tem a seguinte formulação baseada na formulação (2.18)-(2.27):

$$\min_q E_y \left\{ \sum_{t=1}^T \psi \cdot (D_t - p_t)^2 \right\} \quad (5.1)$$

Sujeito a:

$$p_t = kh_{ef}q_t \quad \forall t \quad (5.2)$$

$$x_t = x_{t-1} + (y_t - u_t)\beta \quad \forall t \quad (5.3)$$

$$u_t = q_t + v_t \quad \forall t \quad (5.4)$$

$$\underline{x} \leq x_t \leq \bar{x} \quad \forall t \quad (5.5)$$

$$u_t \geq \underline{u} \quad \forall t \quad (5.6)$$

$$q_t \leq \bar{q} \quad \forall t \quad (5.7)$$

$$v_t \geq 0 \quad \forall t \quad (5.8)$$

$$x_0 \text{ dado} \quad (5.9)$$

Na Equação 5.2, as variáveis  $h_t$  foram substituídas pela constante  $h_{ef}$  (altura efetiva), dada por

$$h_{ef} = \frac{p_{ef}}{q_{ef} \cdot k} \quad (5.10)$$

na qual  $p_{ef}$  é a potência efetiva e  $q_{ef}$  é o engolimento efetivo dos conjuntos turbina/gerador, tornando linear a função de produção hidrelétrica e, conseqüentemente, quadrática a função objetivo (5.1). Além disso, a evaporação foi desconsiderada para tornar a Equação (5.3) linear.

Para cada mês, foi considerado um número de segundos constante e igual ao número total de segundos do ano dividido pelo número de meses do ano (12). A demanda de cada mês, por sua vez, foi considerada igual à potência instalada da usina, ou seja, 1312 MW. Dessa forma, supondo um mesmo número de segundos e uma mesma demanda para cada mês, foi possível comparar as regras de decisão dos meses sem que esses fatores interferissem na solução.

Os limites de armazenamento e turbinagem do reservatório foram modificados para tentar tornar inativas as restrições de desigualdade. O nível máximo de armazenamento passou de 22950  $hm^3$  para 74601  $hm^3$ , sendo que o volume útil foi quadruplicado, passando de 17217  $hm^3$  para 68868  $hm^3$ , além disso, o nível mínimo foi reduzido para 0  $hm^3$ . O engolimento máximo da usina também foi ampliado de 1402  $m^3/s$  para 2100  $m^3/s$ .

Todos os estudos utilizaram os dados da usina de Furnas. No caso ideal, foram usados os dados presentes na Tabela 5.1, sendo o nível máximo do reservatório maior que o real.

Tabela 5.1 – Dados do caso ideal.

Constante	Valor
$\psi$	106,6 $\$/MW^2$
$k$	0,008633 $MW/(m^3/s).m$
$\underline{x}$	0 $hm^3$
$\bar{x}$	74601 $hm^3$
$\underline{u}$	0 $m^3/s$
$\bar{q}$	2100 $m^3/s$
$h_{ef}$	89,82 m

A série de vazões neste primeiro caso foi representada por uma série sintética não correlacionada e com distribuição de probabilidades normal, na qual nem todos os valores gerados são positivos. Apesar dessa distribuição não ser a que melhor representa os dados históricos de afluições, ela será utilizada para satisfazer a condição do PEC sobre as entradas incertas do problema.

A PDD utiliza somente as médias mensais da série sintética na resolução da equação recursiva de otimalidade, enquanto que a PDEI utiliza a distribuição de probabilidades de ocorrên-

cia de cada vazão. A Figura 5.1 mostra os histogramas das séries sintéticas de janeiro e julho e os gráficos das funções densidade de probabilidade da distribuição normal obtidas a partir deles.

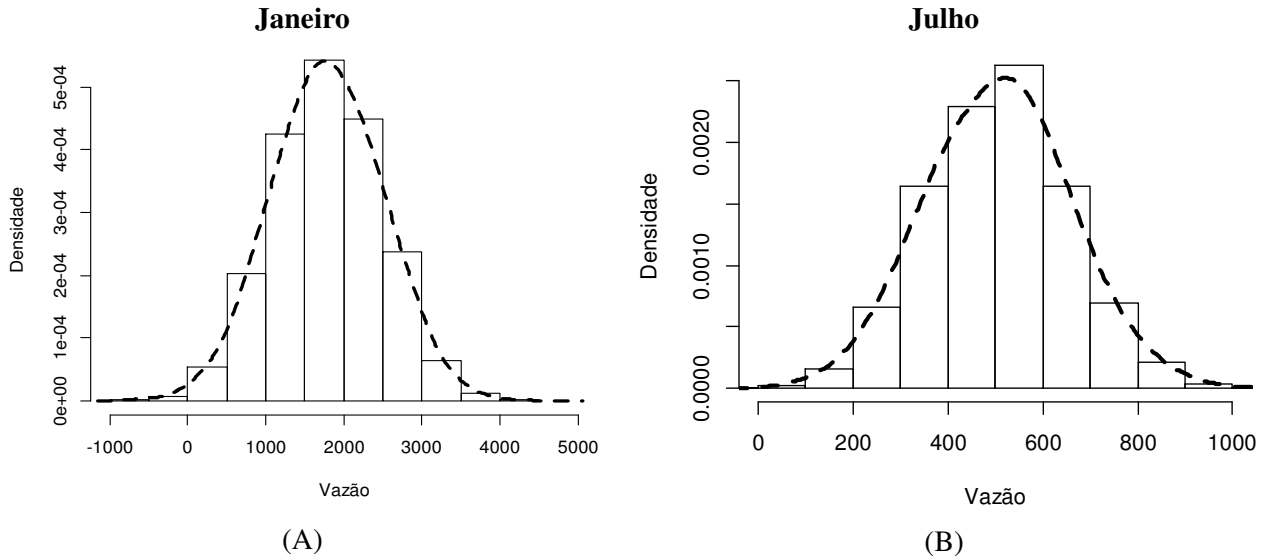


Figura 5.1 – Histograma e função densidade de probabilidade das afluições em (A) janeiro e (B) julho da série sintética gerada.

A partir da formulação (5.1)-(5.9), foram compostos estudos de caso de PDD e PDEI no módulo *HydroProgDin* do *HydroLab*. Os resultados estão na próxima subsecção.

### 5.2.2 Resultados da otimização no caso ideal

Considerando o caso ideal, a Figura 5.2 e a Figura 5.3 mostram as políticas ótimas de turbinagem ( $q_t$ ) em função do armazenamento inicial ( $x_{t-1}$ ) para os meses janeiro, abril, julho e outubro, de acordo com a PDD e a PDEI, respectivamente.

Percebe-se que as políticas ótimas de cada mês, tanto da PDD quanto da PDEI, se aproximam da turbinagem constante  $q = 926 \text{ m}^3/\text{s}$  por volta de 50% de volume útil quando os limites do reservatório praticamente não influem na decisão. As políticas mudam de comportamento quando o nível do reservatório está próximo do limite mínimo ou máximo para evitar que o armazenamento alcance o mínimo, acarretando elevadas complementações térmicas, ou que atinja o máximo, acarretando vertimentos. Nessas circunstâncias surgem diferenças sazonais nas políti-

cas, com turbinagens maiores nos meses úmidos e menores nos meses secos, independente do armazenamento estar próximo do limite superior ou inferior.

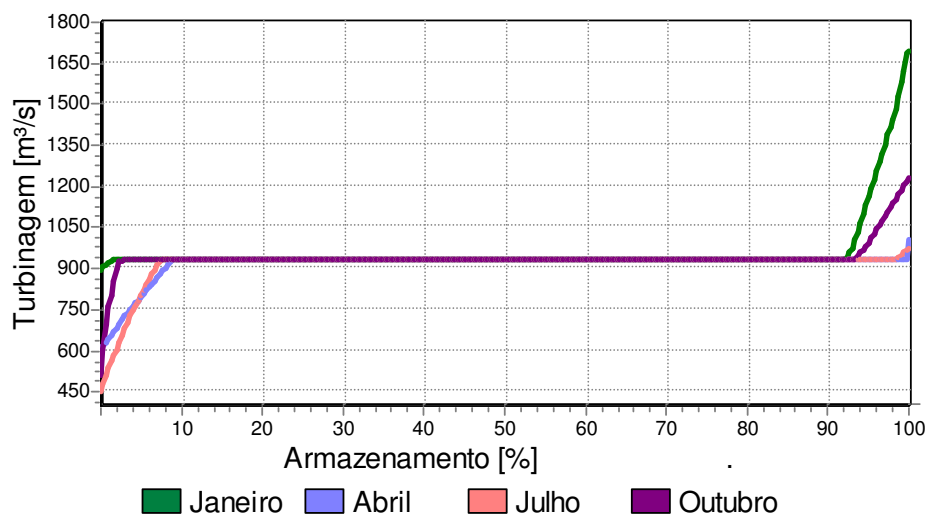


Figura 5.2 – Solução da PDD no caso ideal.

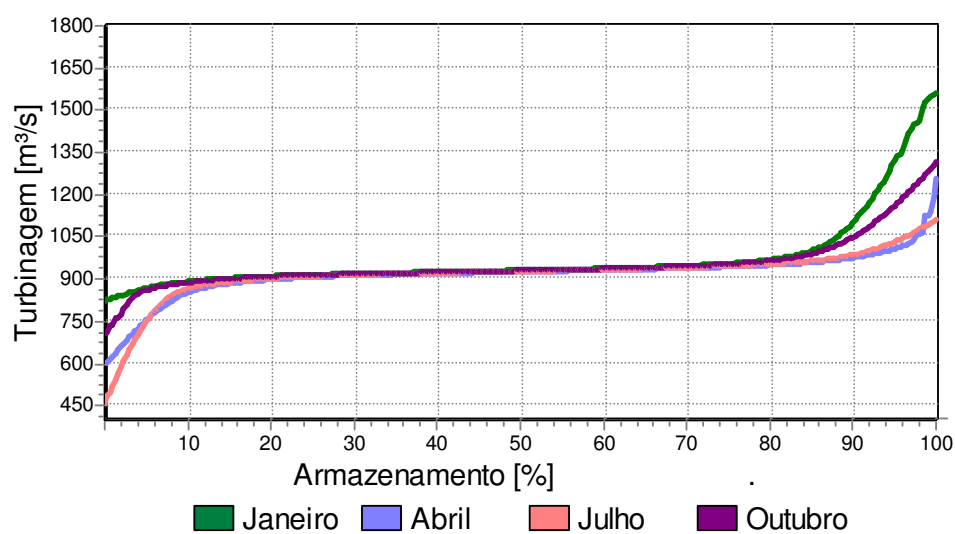


Figura 5.3 – Solução da PDEI no caso ideal.

A Figura 5.4 mostra a sobreposição dos gráficos da PDD e PDEI nos meses de janeiro e julho. As curvas tendem à mesma reta na região central de armazenamento, porém apresentam diferença nas regiões próximas dos limites dos reservatórios. As políticas para os outros meses podem ser vistas no Apêndice B.

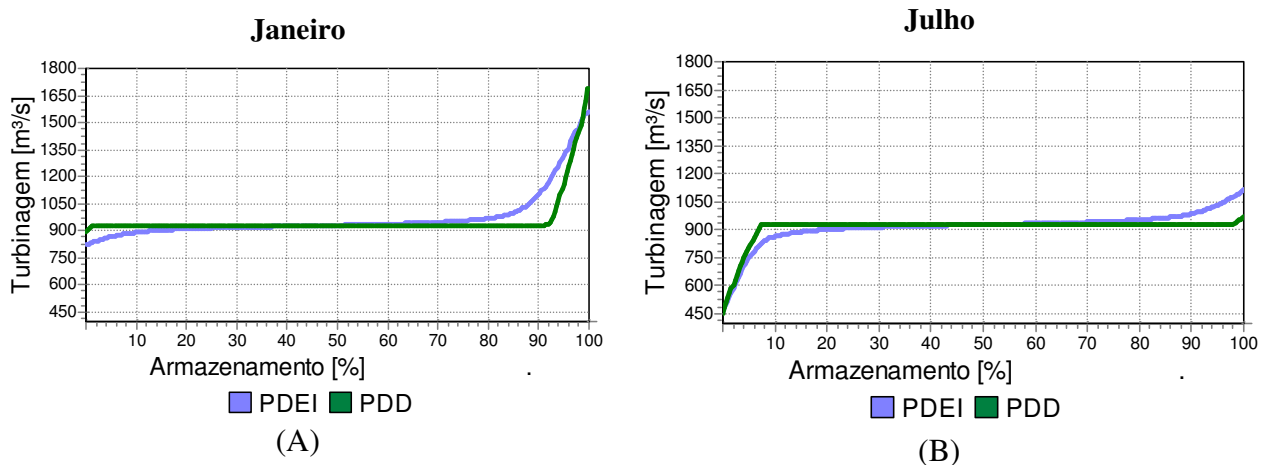


Figura 5.4 – Comparação entre as políticas PDD e PDEI para o caso ideal em (A) janeiro e (B) julho.

É importante destacar que a PDD, por considerar um único cenário hidrológico de afluências médias, altera sua política bruscamente à medida que o armazenamento do reservatório se aproxima dos limites, ao passo que a PDEI, por considerar vários cenários com diferentes probabilidades, altera sua política de forma lenta e gradual. Isso proporciona à PDEI, em relação à PDD, uma decisão mais arrojada na região próxima ao armazenamento máximo do reservatório, e uma decisão mais conservadora na região próxima ao armazenamento mínimo.

Os resultados indicam que, se não existissem limites de armazenamento, a decisão ótima seria turbinar um mesmo valor constante para todos os níveis de armazenamento em todos os meses. Realmente, com um reservatório infinito, a política ótima seria turbinar constante o valor médio das vazões, deixando que o reservatório absorva as diferenças entre a afluência e a defluência, assegurando uma geração hidráulica constante e consequentemente uma complementação térmica constante. É importante lembrar que nesse caso ideal a função de produção hidrelétrica é linear, não havendo benefício em se operar o reservatório com um armazenamento maior (não há o efeito queda).

Determinadas as políticas ótimas, realizou-se a simulação de Monte Carlo com séries de 1000 anos no módulo *HydroSim* do *HydroLab*, para comparar o desempenho das duas políticas. A simulação da operação ocorreu supondo a ocorrência de vazões independentes normalmente distribuídas, sem considerar a evaporação da água.

A Figura 5.5 (A) mostra um trecho de 20 anos das trajetórias de armazenamento do reservatório obtidas por simulação da operação utilizando as políticas PDD e PDEI. As políticas PDD

e PDEI são quase coincidentes entre 30% e 70% de volume útil, conseqüentemente ocorre a semelhança entre as trajetórias obtidas pela simulação nesta faixa.

A Figura 5.5 (B) mostra outro trecho de 20 anos com as trajetórias de armazenamento obtidas pela simulação da operação com PDD e PDEI. Neste caso, as trajetórias iniciaram no mesmo nível de 27% de armazenamento, mas se distanciaram ao atingir níveis abaixo de 25% devido à diferença entre as políticas quando estão próximas do volume útil mínimo.

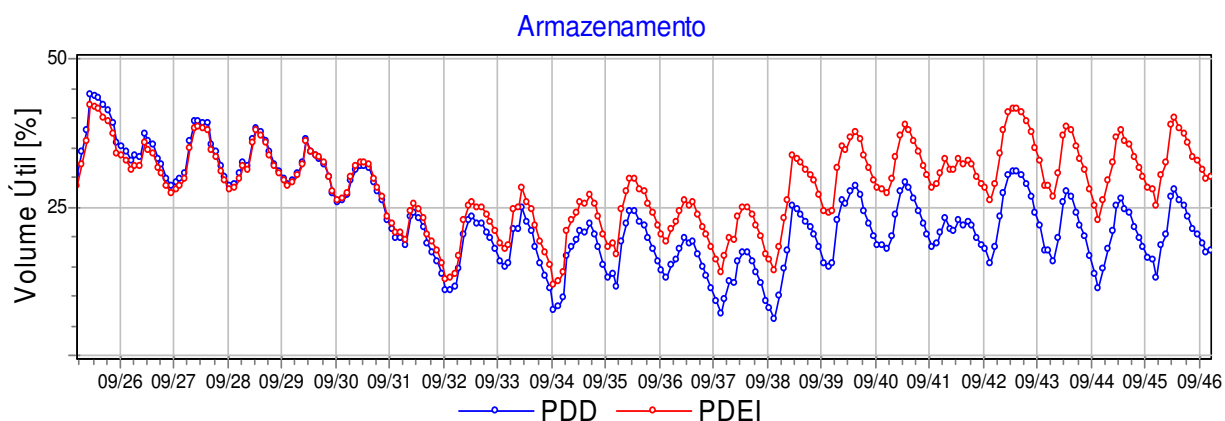
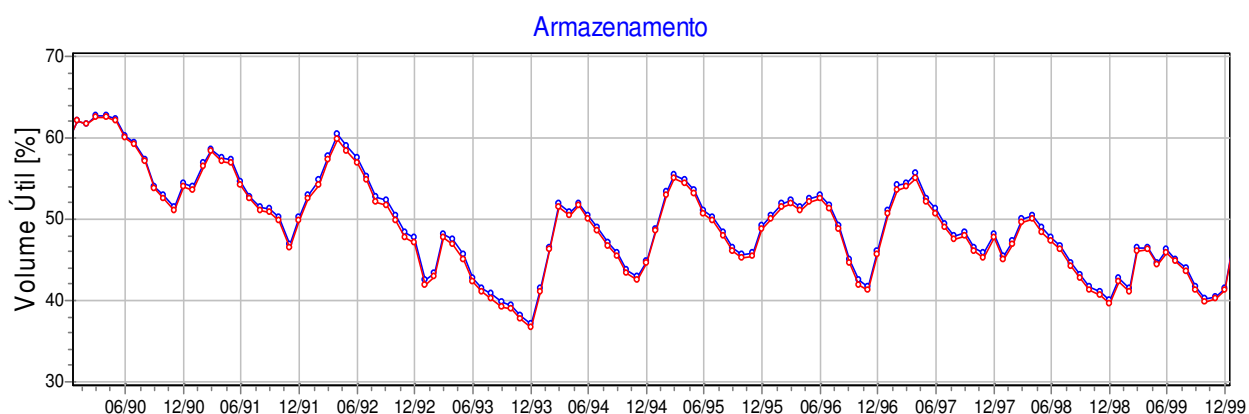


Figura 5.5 – Trajetórias de armazenamento obtidas na simulação da PDD e da PDEI no caso ideal.

Para comparar o desempenho das políticas, a Tabela 5.2 mostra os resultados da simulação da operação aplicando as políticas PDD e PDEI.

Tabela 5.2 – Resultados da simulação da operação das políticas PDD e PDEI no caso ideal.

	<b>Custo</b> ( <b>\$</b> )	<b>Geração</b> ( <b>MW</b> )		<b>Produtividade</b> ( <b>MW/m<sup>3</sup>/s</b> )	<b>Vertimento</b> ( <b>m<sup>3</sup>/s</b> )
	<b>Média</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Média</b>	<b>Média</b>
<b>PDD</b>	37.779.109,44	717,20	25,8	0,775	0,2
<b>PDEI</b>	37.675.326,88	717,60	13,5	0,775	0

O custo da operação com PDD foi apenas 0,3% maior que o custo da PDEI, enquanto que a média de geração da operação com PDD foi 0,06% menor que a da PDEI. A produtividade foi a mesma para os dois casos, pois a altura de queda líquida foi fixada. Não houve vertimento durante a operação com PDEI, enquanto que na operação com PDD houve apenas 0,2 m<sup>3</sup>/s de vertimento médio. Os resultados dessa simulação comprovaram que o desempenho da PDD e da PDEI são similares no caso ideal, indicando que esse caso se aproxima do PEC.

Apesar de pequena, ainda existe diferença entre os resultados da simulação com PDD e PDEI. Esta diferença se deve ao fato de que não é possível simular a existência de um reservatório ilimitado. Se fosse, as duas políticas seriam iguais, com turbinagem igual à média de vazões (926 m<sup>3</sup>/s) e neste caso valeria o PEC. A Tabela 5.3 mostra os resultados de simulação para o caso em que a política de operação determina que a turbinagem seja sempre 926 m<sup>3</sup>/s em um reservatório teórico sem limites inferior e superior.

Tabela 5.3 - Resultados da simulação da operação para a política constante.

	<b>Custo</b> ( <b>\$</b> )	<b>Geração</b> ( <b>MW</b> )		<b>Produtividade</b> ( <b>MW/m<sup>3</sup>/s</b> )	<b>Vertimento</b> ( <b>m<sup>3</sup>/s</b> )
	<b>Média</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Média</b>	<b>Média</b>
<b>Constante</b>	37.601.462,46	718	0	0,775	0

Portanto, percebe-se que no caso ideal as políticas PDD e PDEI se comportam de modo similar enquanto não estão próximas dos limites do reservatório. Se o reservatório fosse ilimitado, as soluções da PDD e da PDEI seriam iguais e o PEC seria válido.



### 5.3 ALTERAÇÃO DA CAPACIDADE DO RESERVATÓRIO

A seção anterior mostrou uma formulação que satisfaz as condições do PEC, implicando na equivalência dos resultados da PDD e da PDEI. A partir de agora serão inseridas progressivamente algumas características de um modelo mais próximo do real, avaliando o impacto de cada uma delas nas soluções.

A primeira modificação do modelo ideal foi considerar os limites máximo e mínimo reais de armazenamento e turbinagem de Furnas, isto é,  $\bar{q} = 1402,7 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $\underline{x} = 5733 \text{ hm}^3$  e  $\bar{x} = 22950 \text{ hm}^3$ . Estas alterações causam a violação da condição (1) do PEC (pág. 30), mas preservam as outras características do modelo ideal. A Figura 5.6 representa a solução via PDD do novo problema, mostrando a política ótima de turbinagem ( $q_t$ ) em função do armazenamento ( $x_t$ ) para diferentes meses do ano.

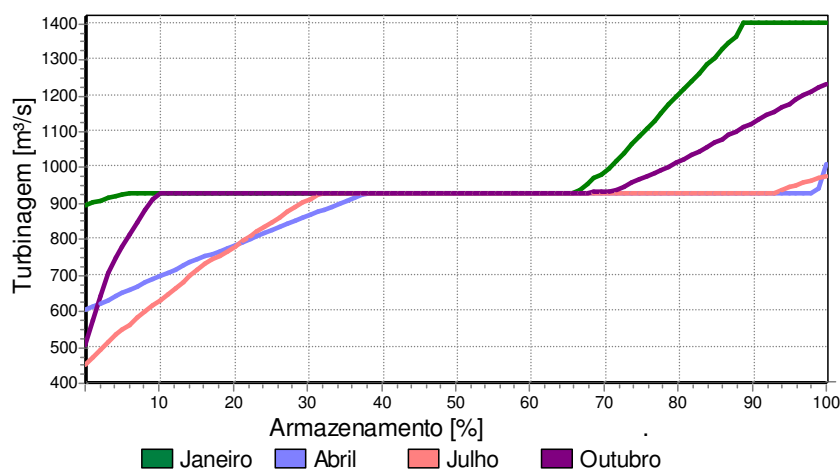


Figura 5.6 – Solução da PDD para os meses janeiro, abril, julho e outubro considerando os limites reais de armazenamento e turbinagem.

Analisando a solução, tem-se que as curvas de decisão são crescentes e aproximadamente lineares até se aproximarem da vazão média de  $926 \text{ m}^3/\text{s}$  de turbinagem, no qual permanecem constantes, e depois voltam a crescer linearmente até atingir, no caso de janeiro, a máxima turbinagem de  $1402,7 \text{ m}^3/\text{s}$ . Comparando esta solução com a obtida na seção anterior, observa-se que a diminuição da capacidade do reservatório causou o aumento da influência dos limites nas políticas, diminuindo a região de turbinagem constante dos gráficos.

A Figura 5.7 representa as regras de decisão para o mesmo problema, mas desta vez utili-

zando a PDEI. A política obtida pela PDEI, por mudar de forma lenta e gradual, é mais afetada pelos limites mínimo e máximo do reservatório quando o armazenamento é menor. As curvas tendem a seguir o comportamento das regiões próximas dos limites, conforme apresentado na Figura 5.3, entretanto, não mais apresentam uma região de turbinagem constante. As políticas dos meses mais úmidos propõem uma turbinagem maior, pois consideram vazões mais altas no futuro próximo, e conseqüentemente maior risco de vertimento, enquanto que o oposto ocorre com os meses mais secos.

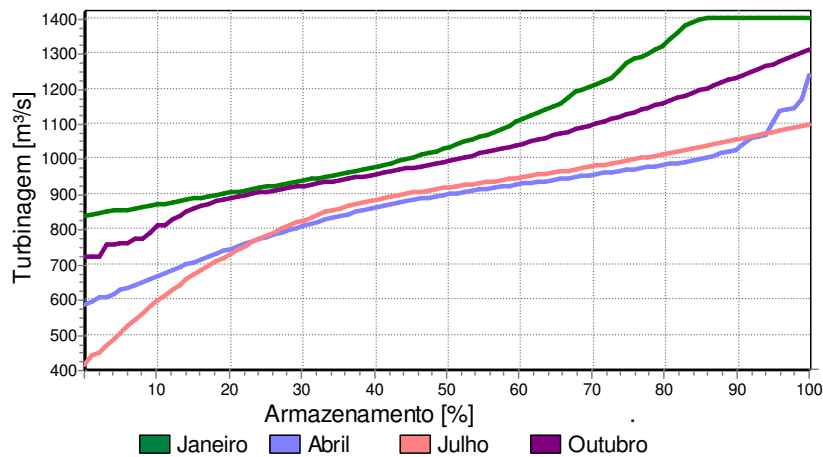


Figura 5.7 – Solução da PDEI considerando o limite de armazenamento real.

Para comparar as políticas, a Figura 5.8 exibe as curvas da PDD e da PDEI para os meses de janeiro e julho.

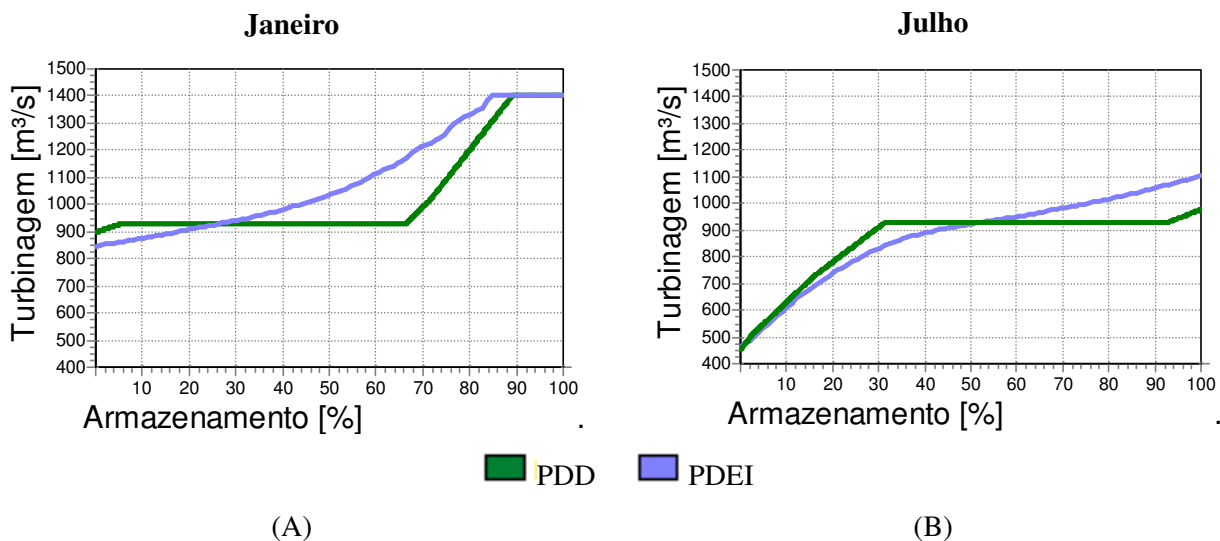


Figura 5.8 – Comparação entre PDD e PDEI em (A) janeiro e (B) julho, considerando os limites reais de armazenamento.

A diminuição da capacidade do reservatório fez com que as curvas da PDD e PDEI se distanciassem mais. No mês de janeiro do caso ideal havia um ponto de interseção entre as duas curvas próximo do nível de 50% de armazenamento. Agora, para este caso, a interseção ocorre próxima a 30% de armazenamento. No mês de julho do caso ideal, a faixa de 30% a 70% das duas políticas eram quase coincidentes, mas agora há apenas um ponto de interseção próximo de 50% de armazenamento. Continua, entretanto, o mesmo comportamento da PDD, em relação à PDEI, mais conservador na região próxima ao máximo, e mais arrojado na região próxima do mínimo.

A partir das curvas de decisão, foram realizadas as simulações das operações para comparar seus desempenhos. Os resultados obtidos estão descritos na próxima tabela.

Tabela 5.4 – Resultados da simulação das políticas PDD e PDEI para o caso com limites reais.

	<b>Custo</b> ( <b>\$</b> )	<b>Geração</b> ( <b>MW</b> )		<b>Produtividade</b> ( <b>MW/m<sup>3</sup>/s</b> )	<b>Vertimento</b> ( <b>m<sup>3</sup>/s</b> )
	<b>Média</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Média</b>	<b>Média</b>
<b>PDD</b>	38.709.509,99	712,8	64,2	0,775	6,8
<b>PDEI</b>	38.090.449,85	717,5	63,0	0,775	0,8

Observa-se que o custo médio da PDD é 1,6% maior que o da PDEI e que sua geração média é 0,7% menor que a da PDEI. Com a diminuição da capacidade do reservatório, a PDD passou a verter mais que no caso ideal e bem mais que a PDEI deste caso. A produtividade das duas ainda é igual devido à altura de queda líquida constante.

Portanto, mesmo com a diminuição da capacidade do reservatório, os resultados de simulação da PDD e PDEI apresentaram diferenças relativamente pequenas. Assim, pode-se concluir que, apesar do problema proposto nesta seção violar teoricamente a condição (1) do PEC, as abordagens determinística e estocástica independente continuam a apresentar desempenhos médios não muito distintos.

## 5.4 SUBSTITUIÇÃO DA SÉRIE SINTÉTICA DE AFLUÊNCIAS

Nas seções anteriores foi utilizada uma série sintética de vazões médias mensais gerada com distribuição normal e sem correlação, no entanto a distribuição log-normal de três parâmetros (LN3) é mais adequada para representá-las (Sangal & Biswas, 1970). O objetivo desta nova seção é avaliar o impacto da substituição da série de vazões com distribuição normal por outra com distribuição LN3, tornando o modelo mais próximo do real e causando parcialmente a violação da condição (2) do PEC (pág. 30). Nesta seção, supõe-se ainda que os dados da série sejam independentes, isto é, não há correlação entre um mês e o anterior.

A Figura 5.9 ilustra os gráficos das funções de densidade de probabilidade das distribuições normal e LN3 ajustadas em dois meses do histórico. Os ajustes dos outros meses podem ser vistos no Apêndice A.

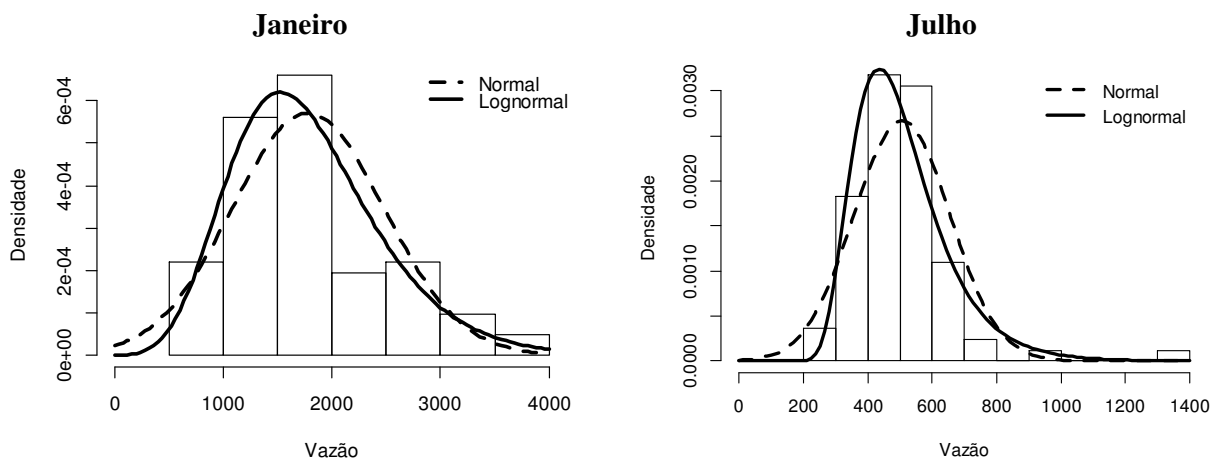


Figura 5.9 – Histogramas das vazões históricas e funções densidade de probabilidade normal e LN3 ajustadas para (A) janeiro e (B) julho.

Apesar da distribuição LN3, comparada com a normal, aumentar a probabilidade de ocorrência de vazões baixas, ela também diminui a ocorrência de vazões baixíssimas e favorece a ocorrência de vazões muito altas.

O uso das probabilidades obtidas ocorre apenas na equação recursiva da PDEI, pois a da PDD utiliza a MLT. Os próximos resultados de PDEI referem-se ao caso em que a função de produção é linear, não há evaporação e  $\bar{x} = 22950 \text{ hm}^3$  (volume máximo real). Os resultados

comparam duas situações, uma onde as vazões tem distribuição normal independente e outra onde tem distribuição LN3 independente.

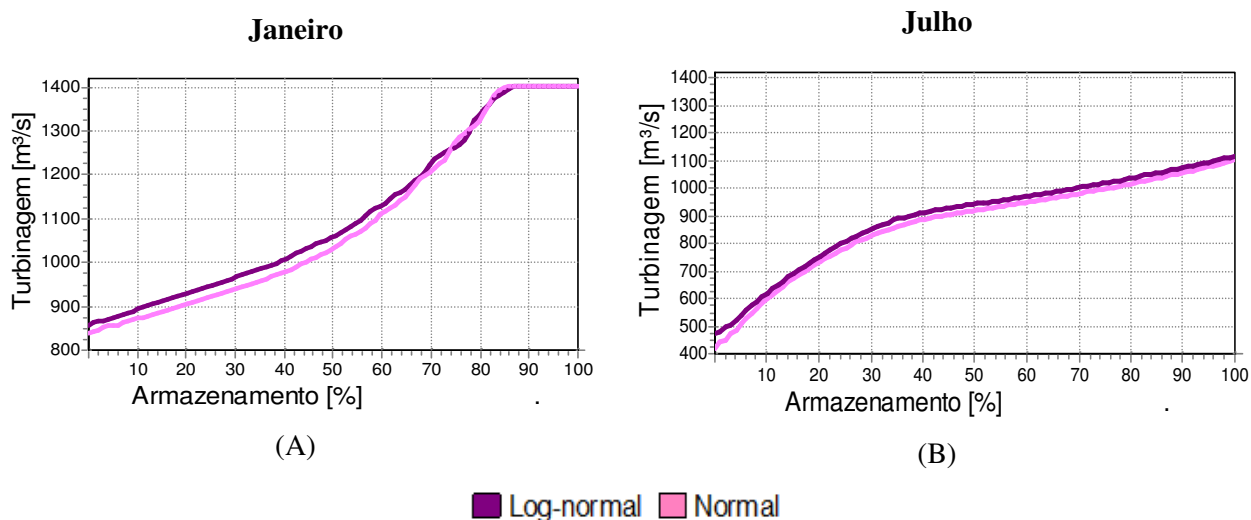


Figura 5.10 – Comparação entre as soluções da PDEI com vazões com distribuição normal e LN3 para os meses (A) janeiro e (B) julho.

Nos dois meses percebe-se que a solução que utiliza distribuição log-normal propõe quase sempre que a turbinagem seja ligeiramente maior que a proposta pela solução com distribuição normal, tornando a PDEI mais arrojada em geral.

A partir das curvas de decisão da PDEI foram realizadas simulações ignorando o efeito de evaporação e supondo a ocorrência de uma série de vazões com distribuição LN3. Os resultados médios dessas simulações são apresentados na Tabela 5.5, onde constam ainda os resultados da simulação com PDD sobre o novo cenário de vazões.

Tabela 5.5 – Resultados da simulação da operação utilizando as políticas PDEI com distribuição normal e distribuição log-normal no cenário de vazões independentes com distribuição log-normal.

	<b>Custo</b> (\$)	<b>Geração</b> (MW)		<b>Produtividade</b> (MW/m³/s)	<b>Vertimento</b> (m³/s)
	<b>Média</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Média</b>	<b>Média</b>
<b>PDEI (Normal)</b>	38.083.794,67	717,0	57,9	0,775	0,8
<b>PDEI Log-normal</b>	38.091.622,60	717,4	61,6	0,775	0,4
<b>PDD</b>	38.523.838,75	713,5	57,3	0,775	5,2

O custo médio mensal da operação utilizando a PDEI com distribuição normal foi 0,02% menor que o custo da operação da PDEI com distribuição LN3. No entanto, com distribuição normal, a geração média foi 0,05% menor que com distribuição LN3. Observa-se que a PDEI com distribuição normal verte mais que a PDEI com distribuição LN3, porém os valores são inferiores ao vertimento da PDD nos dois casos.

Comparando os resultados médios da PDD com seus correspondentes da PDEI com distribuição LN3, observa-se que a PDD tem custo 1,1% maior e geração 0,5% menor, além de provocar um aumento de 4,8 m<sup>3</sup>/s no vertimento médio. A utilização da distribuição LN3 aproximou mais o desempenho das duas políticas operativas.

A diferença entre as políticas de PDEI que utilizam distribuições normal ou LN3 se tornou menos significativa e, assim, a formulação do problema com LN3 se aproxima mais de satisfazer a condição (2) do PEC.

Mesmo violando a condição (2) do PEC, as políticas PDD e PDEI obtiveram desempenhos similares.

## 5.5 SUBSTITUIÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO

Nas seções anteriores, os problemas utilizaram a função de produção hidrelétrica linear, na qual a queda líquida do reservatório era constante para satisfazer a condição (3) do PEC. Para tornar o problema mais próximo da realidade, agora a função de produção é não linear como proposta no problema original (2.18)-(2.27). As modificações anteriores continuam mantidas.

O polinômio  $\phi(x_t) = a_0 + a_1x_t + a_2x_t^2 + a_3x_t^3$ , como dito na Seção 2.2.5, é o polinômio da cota de montante do reservatório. Dado o volume armazenado no reservatório do mês  $t$ , esta função retorna o nível da água do mesmo em relação ao nível do mar. A Tabela 5.6 mostra os coeficientes para a usina de Furnas.

Tabela 5.6 – Coeficientes do polinômio da cota de montante.

	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
$\phi$	7,352458E+02	3,496580E-03	-1,974370E-07	6,917049E-12	-9,773650E-17

O polinômio  $\theta(q_t) = b_0 + b_1q_t + b_2q_t^2 + b_3q_t^3$  é chamado polinômio da cota de jusante ou polinômio da cota do canal de fuga da usina (Seção 2.2.5). Seus coeficientes para a usina de Furnas são mostrados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Coeficientes do polinômio da cota de jusante.

	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
$\theta$	6,716328E+02	1,017380E-03	-1,799719E-07	2,513280E-11

A perda  $\xi$  é dada por um valor constante de 0,979 m. A função de produção hidráulica  $p_t = k(\phi(x_{t-1}) - \theta(u_t) - \xi)q_t$  é não linear, pois  $\phi$  e  $\theta$  são funções não lineares.

Adicionando essa restrição ao problema, que considera que as variáveis incertas seguem distribuição LN3 independente e que o volume máximo do reservatório é o real, obtêm-se as seguintes curvas de decisão para janeiro e julho, apresentadas na Figura 5.11.

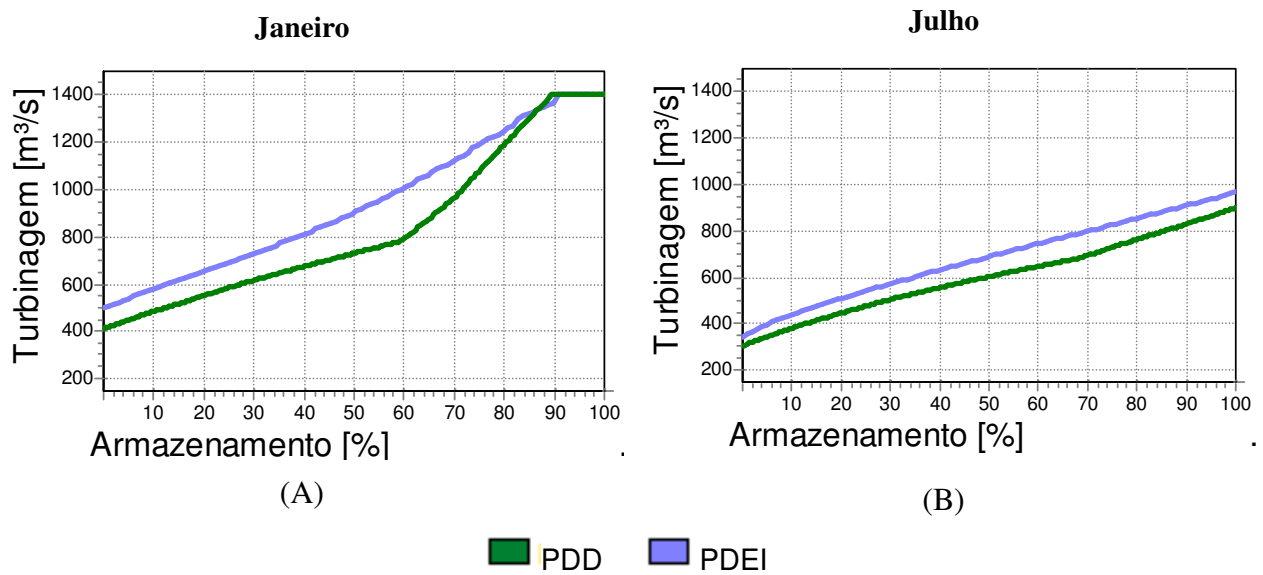


Figura 5.11 – Políticas PDD e PDEI considerando a função de produção não linear para (A) janeiro e (B) julho.

Note que a política da PDD fornece decisões mais conservadoras que a política da PDEI, o que se verifica em todos os meses do ano. Isso decorre da modelagem do efeito da queda variável sobre a produtividade da usina, indicando que a solução ótima agora consiste em operar o reservatório o mais próximo possível do armazenamento máximo. Assim, somente o armazenamento máximo do reservatório influi nas curvas de decisão, acarretando comportamento mais conservador da PDD em todos os meses.

Após obter as políticas com função de produção não linear, foi realizada a simulação das operações para 1000 anos obedecendo a tais regras de decisão. Os resultados são mostrados na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Resultados da simulação do problema com função objetivo não quadrática.

	<b>Custo</b> (\\$)	<b>Geração</b> (MW)		<b>Produtividade</b> (MW/m <sup>3</sup> /s)	<b>Vertimento</b> (m <sup>3</sup> /s)
	<b>Média</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Média</b>	<b>Média</b>
<b>PDD</b>	39.850.844,25	717,7	116,4	0,795	30,6
<b>PDEI</b>	38.688.276,81	717,1	95,3	0,783	10,3

No geral, a PDEI apresentou melhor desempenho. O custo da política operativa PDD foi 3% maior que o custo da PDEI. A operação com PDEI teve geração média 0,8% maior que a operação com PDD. No entanto, a produtividade média na simulação da PDD é 1,5% maior que a correspondente da PDEI. A Figura 5.12 ilustra a trajetória de armazenamento do reservatório na simulação das operações das PDs.

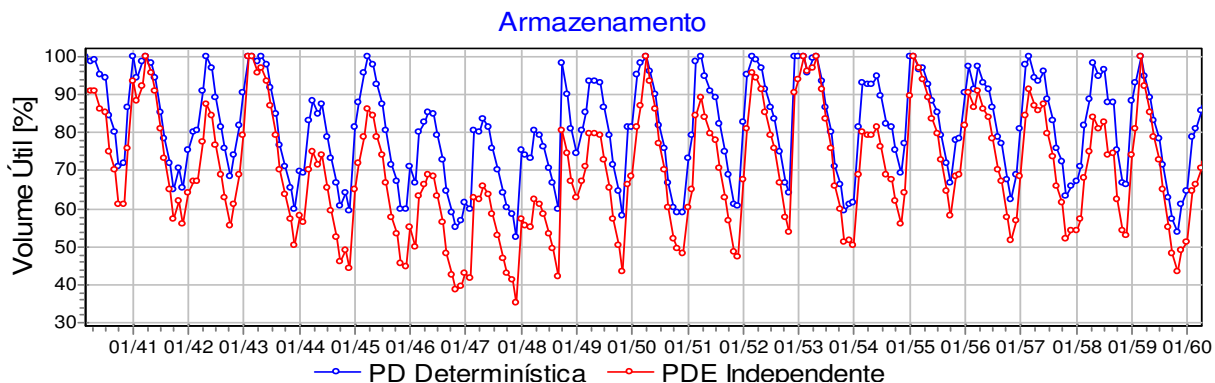


Figura 5.12 – Trajetória de armazenamento do reservatório durante a simulação.



Observa-se que a política operativa PDD tem como vantagem manter o reservatório mais cheio, pois a trajetória da PDD está quase sempre acima da trajetória da PDEI. Como consequência, ocorrem mais vertimentos. Com o reservatório operando com o nível da água mais alto também ocorre aumento na produtividade, uma vez que a altura de queda é maior.

Durante a simulação com as duas políticas observa-se a ocorrência de vertimentos turbináveis, decorrente de decisões de turbinagem menores que a máxima em situações onde a afluência, sendo maior que a turbinagem, não pode ser totalmente armazenada. Como verter é sempre pior que turbinar, uma estratégia para incrementar o desempenho das políticas operativas consiste em eliminar os vertimentos turbináveis durante a simulação. As políticas que trabalham com o reservatório mais cheio beneficiam-se mais dessa eliminação. A eliminação do vertimento turbinável é uma medida corretiva de bom senso, uma vez que não tem sentido verter se for possível turbinar, já que assim o custo de operação será menor.

A Tabela 5.9 apresenta os resultados da simulação das políticas operativas, mas desta vez eliminando o vertimento turbinável.

Tabela 5.9 – Resultados da simulação das PDs eliminando vertimento turbinável.

	<b>Custo</b> (\$)	<b>Geração</b> (MW)		<b>Produtividade</b> (MW/m <sup>3</sup> /s)	<b>Vertimento</b> (m <sup>3</sup> /s)
	<b>Média</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Média</b>	<b>Média</b>
<b>PDD</b>	38.794.349,61	723,6	133,4	0,795	15,9
<b>PDEI</b>	38.423.782,61	720,7	104,2	0,783	5,8

Nesta nova simulação observa-se que, ao eliminar os vertimentos turbináveis, houve redução dos custos e dos vertimentos e aumento da geração hidráulica nas duas políticas. Entretanto, a diferença entre os resultados da PDD e da PDEI diminuiu. Apesar do vertimento médio da PDD ainda ser maior que o da PDEI, agora sua geração média é 0,9% maior e seu custo médio é apenas 0,4% maior.

Portanto, a não linearidade da função de produção original causou inicialmente uma diferença maior entre os desempenhos das políticas determinística e estocástica. No entanto, a elimi-

nação dos vertimentos turbináveis diminuiu essa vantagem da operação da abordagem estocástica, tornando a diferença menor.

Apesar da condição (4) do PEC ter sido violada, a diferença entre as políticas ainda é relativamente pequena, de modo que o problema de POE pode ainda ser considerado próximo de satisfazer essa condição.

## 5.6 ADIÇÃO DO EFEITO DE EVAPORAÇÃO

Esta seção avalia o impacto da evaporação da água do reservatório nas soluções das PDs. A evaporação do reservatório foi adicionada ao problema, causando a violação da condição (4) do PEC (pág. 30). A restrição (5.3) foi substituída por

$$x_t = x_{t-1} + (y_t - u_t)\beta - \mu e_t A(\phi(x_{t-1})), \quad (5.11)$$

tornando não linear a dinâmica do sistema.

A Figura 5.13 mostra as taxas  $e_t$  de evaporação média mensal do reservatório de Furnas.

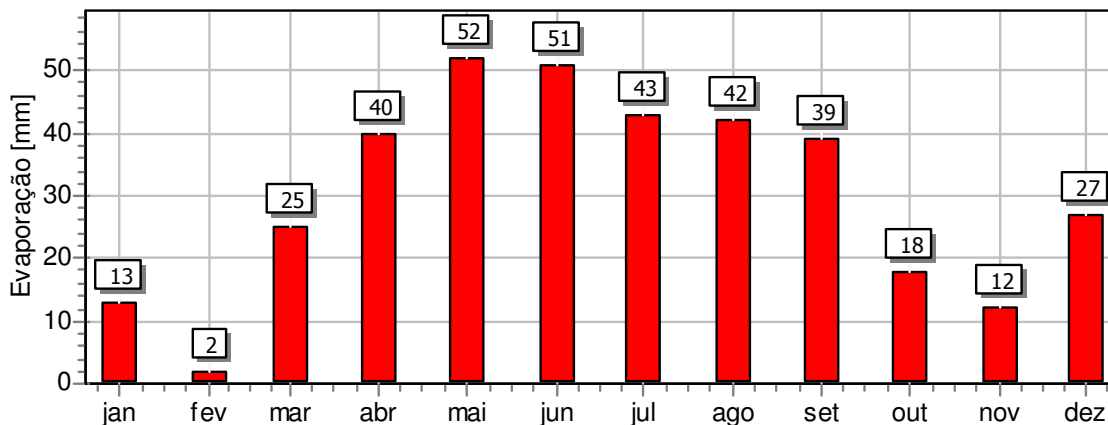


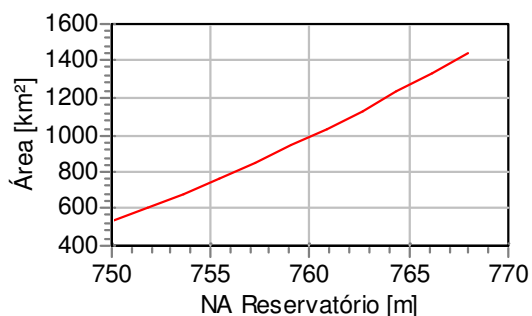
Figura 5.13 – Evaporação média mensal da usina de Furnas.

A evaporação também depende da área do espelho d'água dada pelo polinômio  $A(\phi(x_{t-1})) = c_0 + c_1\phi(x_{t-1}) + c_2\phi(x_{t-1})^2 + c_3\phi(x_{t-1})^3$ , cujos coeficientes estão na Tabela 5.10. O nível d'água depende da função  $\phi(x_{t-1})$  descrita na seção anterior.

Tabela 5.10 – Coeficientes do polinômio  $A$ .

	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$c_3$
Área x NA	1,788270E+05	-3,852769E+02	2,213550E-02	2,327930E-04

A Figura 5.14 mostra o gráfico da função  $A$  dependente do nível d'água (NA) determinado por  $\phi(x_{t-1})$ .

Figura 5.14 – Gráfico do polinômio  $A$ .

Os próximos resultados referem-se ao problema em que há evaporação, a função de produção é não linear, as vazões tem distribuição LN3 e  $\bar{x} = 22950 \text{ hm}^3$ . Neste estudo, as políticas foram ligeiramente diferentes das obtidas na seção anterior. Como essas diferenças são pouco perceptíveis, os gráficos comparativos foram omitidos neste texto. As políticas obtidas nesta seção estão no Apêndice C.

Para comprovar que o efeito de evaporação causa pequeno impacto, foram realizadas simulações operando com as políticas obtidas com evaporação. Em todas as simulações, ativou-se a evaporação do reservatório, a fim de avaliar seu efeito exclusivamente na otimização, e utilizaram-se vazões sintéticas com distribuição LN3. Os resultados médios são apresentados na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 – Resultados da simulação das políticas PDD e PDEI com evaporação.

	Custo (\$)	Geração (MW)		Produtividade (MW/m <sup>3</sup> /s)	Vertimento (m <sup>3</sup> /s)
	Média	Média	Desvio padrão	Média	Média
<b>PDD</b>	41.381.735,71	699,9	116,5	0,795	29,8
<b>PDEI</b>	40.150.476,82	705,4	93,7	0,782	9,5

A PDD obteve custo médio de operação 3% maior que a PDEI e geração média 0,8% menor. Na simulação das operações com PDEI, as duas políticas apresentaram desempenhos próximos, mas pode-se melhorá-los eliminando os vertimentos turbináveis. A Tabela 5.12 apresenta os resultados da nova simulação.

Tabela 5.12 - Resultados de simulação da PDD e PDEI com evaporação.

	<b>Custo</b> ( <b>\$</b> )	<b>Geração</b> ( <b>MW</b> )		<b>Produtividade</b> ( <b>MW/m<sup>3</sup>/s</b> )	<b>Vertimento</b> ( <b>m<sup>3</sup>/s</b> )
	<b>Média</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Média</b>	<b>Média</b>
<b>PDD</b>	40.322.094,78	711,7	134,0	0,795	15,2
<b>PDEI</b>	39.899.317,64	708,8	102,4	0,782	5,3

Ao eliminar os vertimentos turbináveis, a diferença entre PDD e PDEI foi reduzida, sendo 1% de diferença entre os custos médios e 0,4% de diferença entre as gerações médias.

Apesar do efeito de evaporação no reservatório tornar o problema não linear, comprovou-se que a diferença entre os desempenhos das políticas continua pouco significativa. Portanto, apesar da condição (4) do PEC ser teoricamente violada, os desempenhos das políticas determinística e estocástica continuaram similares.

## 5.7 CENÁRIO DE AFLUÊNCIAS COM CORRELAÇÃO

No problema de POE real, sabe-se que as vazões apresentam alguma correlação temporal. Conforme considerado nesse trabalho, assume-se que existe correlação entre cada vazão mensal com a vazão do mês anterior. Para formular o problema de POE para Furnas mais próximo da realidade, a última alteração será substituir a série com distribuição LN3 independente por outra série correlacionada com distribuição LN3 gerada pelo modelo PAR(1). O objetivo é comparar os desempenhos da PDD, PDEI e PDEM nesse caso real. A correlação temporal entre um mês e o anterior, é mostrada na Figura 5.15, comparando os valores referentes à série histórica e à série sintética. Observa-se que a correlação é maior nos meses secos, tais como julho e agosto, e menor nos meses úmidos, como janeiro e fevereiro.

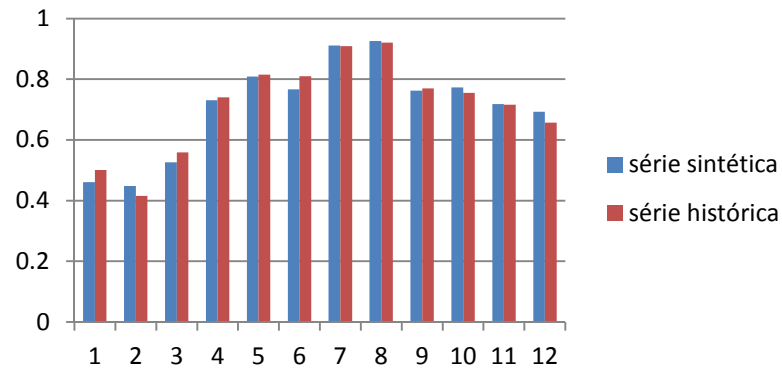


Figura 5.15 – Correlações mensais de ordem 1 das séries sintética e histórica.

A correlação média ponderada pelas vazões médias, dada por

$$\rho_{med} = \frac{\sum_{i=1}^{12} \bar{y}_i \cdot \rho_i}{\sum_{i=1}^{12} \bar{y}_i}, \quad (5.12)$$

em que  $\bar{y}_i$  é a vazão média do mês  $i$  e  $\rho_i$  é a correlação do mês  $i$  com o anterior, é de 0,644 na série histórica e de 0,639 na série sintética.

A Figura 5.16 e a Figura 5.17 mostram os ajustes de probabilidade para janeiro e julho obtidos a partir da série sintética correlacionada. Foram obtidas 20 curvas, variando a vazão ocorrida no mês anterior.

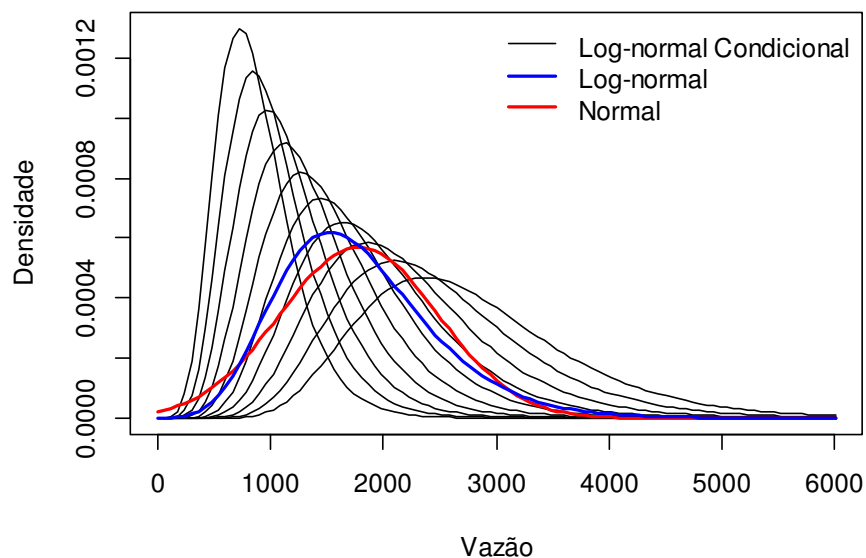


Figura 5.16 – Funções densidade de probabilidade normal, log-normal e log-normal condicional ajustadas para o mês de janeiro.

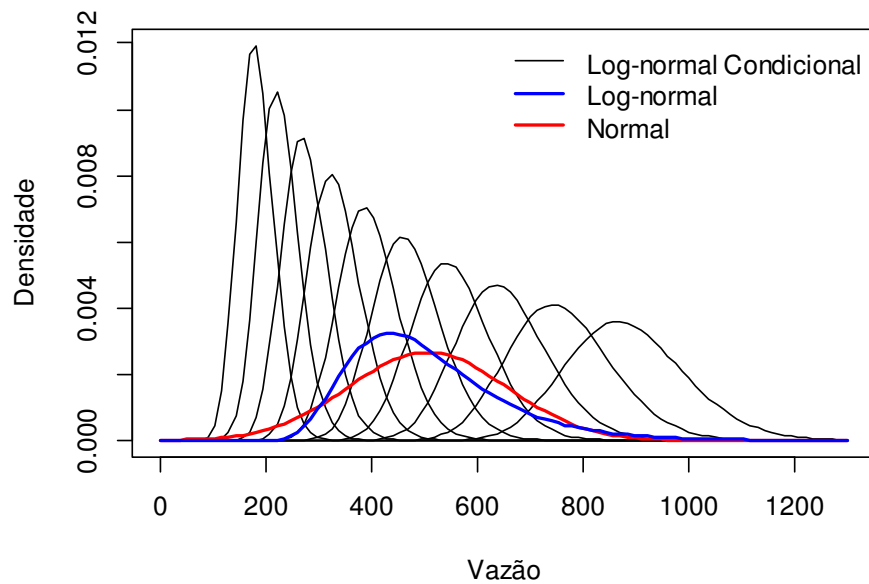


Figura 5.17 – Funções densidade de probabilidade normal, log-normal e log-normal condicional ajustadas para o mês de julho.

Com essa nova série de aflúências foi executada a PDEM, resultando nas curvas de decisão apresentadas na Figura 5.18 para janeiro e na Figura 5.19 para julho. As curvas para os outros meses do ano estão no Apêndice D.

Cada solução mostra uma superfície de decisão formada por 20 faixas, as quais determinam a política de operação conforme a aflúência do mês anterior. Dessa forma, a PDEM procurou explorar a correlação existente entre as aflúências.

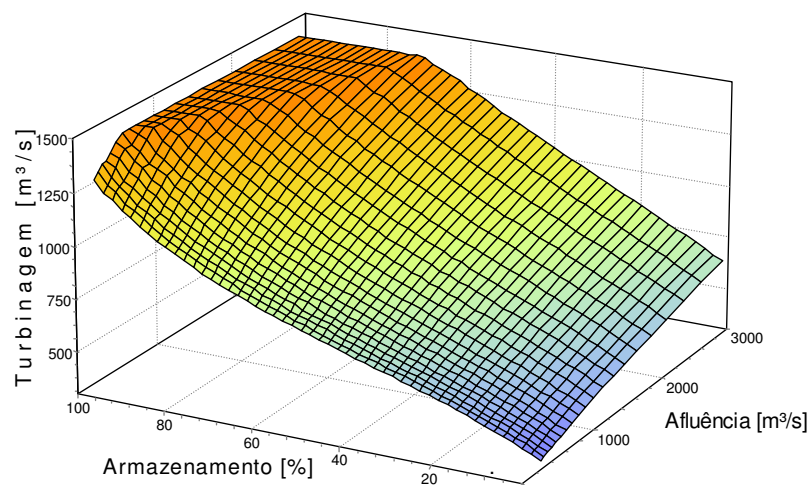


Figura 5.18 – Solução da PDEM para janeiro no cenário de aflúências correlacionadas.

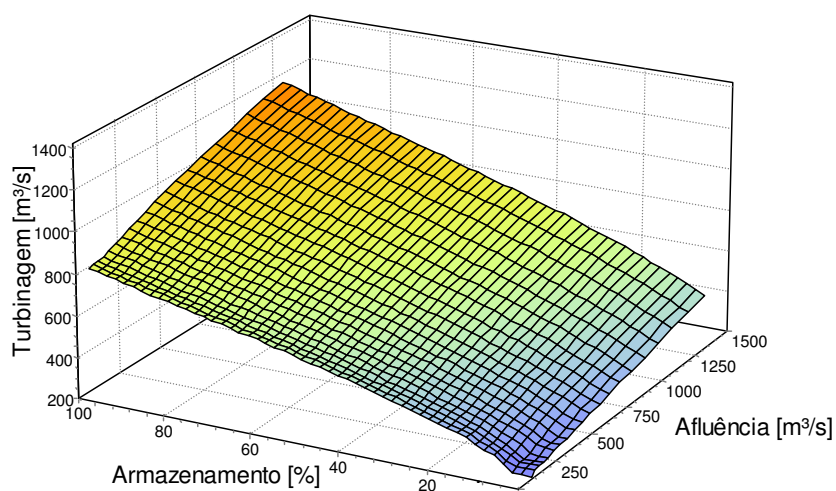


Figura 5.19 – Solução da PDEM para julho no cenário de afluências correlacionadas.

A partir da mesma série sintética de vazões, foi executada a PDEI. A Figura 5.20 e a Figura 5.21 mostram as soluções da PDD e da PDEI em comparação com 10 faixas da solução da PDEM para os meses janeiro e julho.

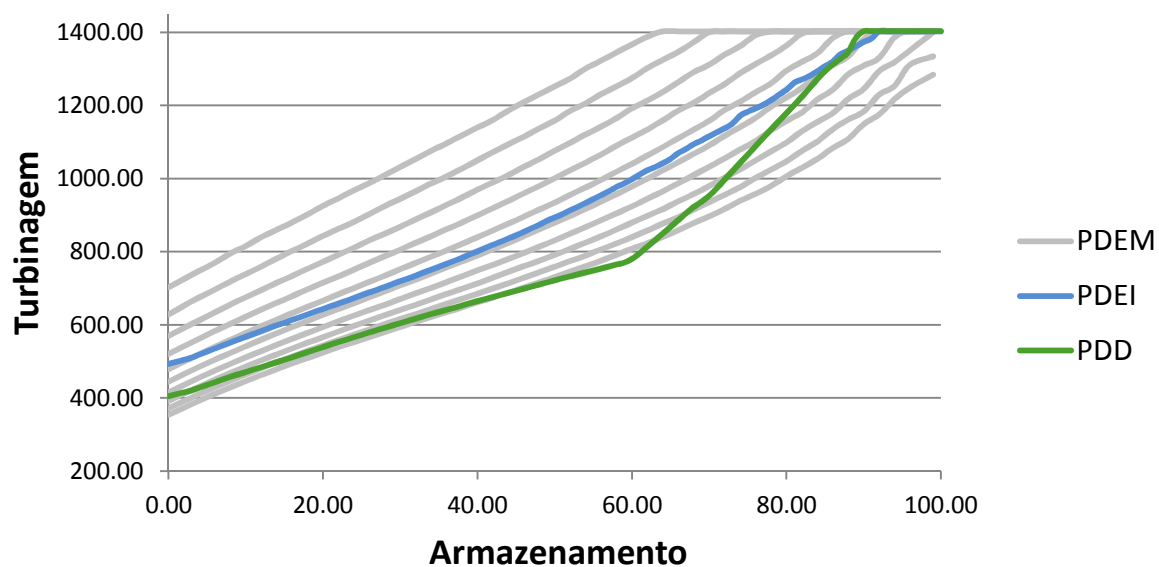


Figura 5.20 – Soluções da PDEM, da PDEI e da PDD em janeiro no cenário de afluências correlacionadas.

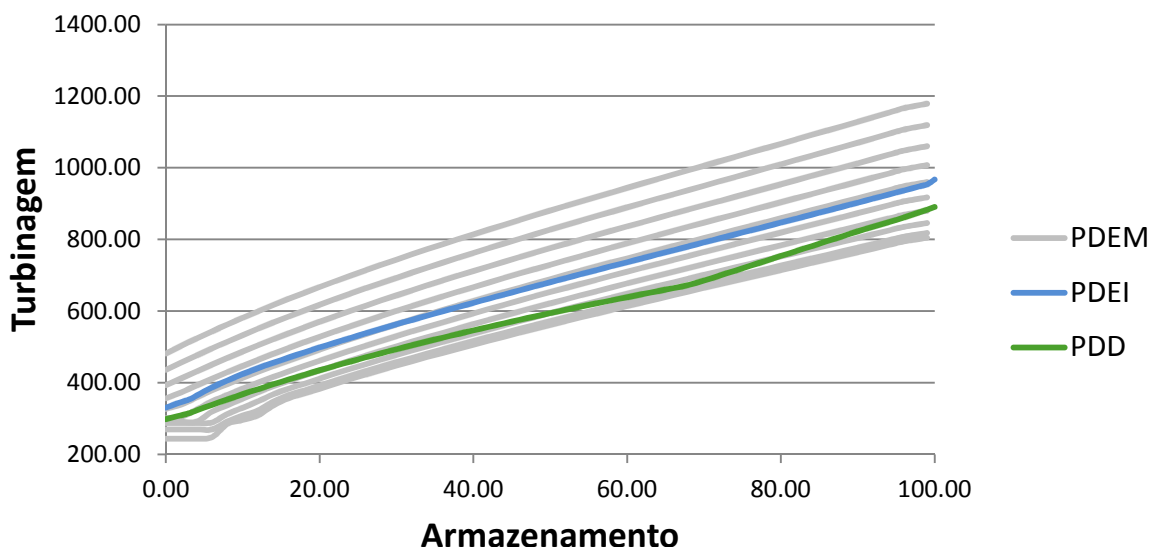


Figura 5.21 – Soluções da PDEM, da PDEI e da PDD em julho no cenário de aflúências correlacionadas.

A partir das políticas obtidas, foi realizada a simulação das operações iniciando com o reservatório com 70% de armazenamento nos três casos e utilizando 1000 anos de vazões correlacionadas. Os resultados estão na Tabela 5.13.

Tabela 5.13 – Resultados da simulação das políticas PDEM, PDEI e PDD no cenário de vazões correlacionadas

	<b>Custo total</b>	<b>Geração</b>		<b>Produtividade</b>	<b>Vertimento</b>
	<b>(\$)</b>	<b>(MW)</b>		<b>(MW/m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>(m<sup>3</sup>/s)</b>
	<b>Média</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Média</b>	<b>Média</b>
<b>PDEM</b>	44.156.037,37	692,50	174,6	0,773	16,80
<b>PDEI</b>	44.404.160,93	684,90	152,9	0,776	27,50
<b>PDD</b>	45.687.559,57	677,70	162,2	0,789	49,10

Os resultados mostram que as diferenças entre PDEM e PDEI são pouco significativas. Na operação com PDEI, o custo da operação foi apenas 0,6% maior e a geração foi 1,1% menor que na operação com PDEM. A PDD teve pior desempenho devido ao maior vertimento resultante da operação com nível de armazenamento mais elevado. Comparada com a PDEM, a operação com PDD obteve custo 3,5% maior e geração 2,1% menor.

Ao realizar uma nova simulação, desta vez eliminando os vertimentos turbináveis, têm-se



os seguintes resultados médios, conforme se apresenta na Tabela 5.14.

Tabela 5.14 – Resultados da simulação das políticas PDEM, PDEI e PDD no cenário de vazões correlacionadas eliminando vertimento turbinável

	<b>Custo total</b> ( <b>\$</b> )	<b>Geração média</b> ( <b>MW</b> )		<b>Produtividade</b> ( <b>MW/m<sup>3</sup>/s</b> )	<b>Vertimento</b> ( <b>m<sup>3</sup>/s</b> )
	<b>Média</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Média</b>	<b>Média</b>
<b>PDEM</b>	43.971.204,94	694,70	177,5	0,774	14,00
<b>PDEI</b>	43.990.004,50	691,10	165,2	0,776	19,80
<b>PDD</b>	44.401.852,76	691,90	179,0	0,789	31,50

Todas as três políticas foram beneficiadas com a eliminação dos vertimentos, principalmente a PDD. Comparada com a PDEM, a operação com PDD obteve agora custo apenas 0,9% maior e geração 0,4% menor. O custo da PDEI foi apenas 0,04% maior que da PDEM, enquanto que a geração foi 0,5% menor.

A PDEI e a PDEM apresentaram desempenhos similares, indicando que a utilização da PDEM não trouxe grandes benefícios ao explorar a correlação das vazões. Apesar do desempenho da política PDD ter sido inferior, quando os vertimentos turbináveis foram eliminados houve redução no custo e no vertimento e aumento na geração. Assim, a diferença dentre as três abordagens se manteve pouco significativa.

Os estudos de caso anteriores mostraram que o modelo real se aproxima das condições do PEC. Portanto, apesar não satisfazer teoricamente essas hipóteses, as abordagens determinística e estocásticas apresentaram desempenhos similares.



## 6 CONCLUSÕES

Esta dissertação mostrou um estudo completo sobre a influência do PEC no problema de POE para sistemas hidrotérmicos constituídos de um único reservatório. O PEC, no âmbito da Programação Dinâmica, estabelece que, quando satisfeitas algumas condições, as abordagens determinística e estocástica são equivalentes na otimização de sistemas dinâmicos estocásticos.

O objetivo deste trabalho foi mostrar que o problema de POE em questão, apesar de não satisfazer teoricamente as condições do PEC, se aproxima de atendê-las e, conseqüentemente, as diferenças nos desempenhos das políticas obtidas por PDD, PDEI e PDEM são pouco significativas. Foi realizado um estudo de caso sobre o problema de POE para a usina de Furnas, no rio Grande e avaliou-se o impacto da violação das condições do PEC por meio da comparação de um modelo mais próximo do real com um modelo chamado “ideal” que atendia às condições teóricas do PEC.

Primeiramente, foi construído o caso ideal que atende às condições do PEC, ou seja, neste caso não existem restrições de desigualdade ativas, as entradas incertas (afluências) são independentes e normalmente distribuídas, a dinâmica do sistema é linear e a função objetivo é quadrática. Comprovou-se então que as políticas obtidas por PDD e PDEI convergem para a turbinagem constante da média das vazões do histórico quando os limites do reservatório não influem na decisão, e também que as duas abordagens apresentam desempenhos similares, comprovando o atendimento do PEC.

Cada condição do PEC foi progressivamente deixando de ser satisfeita. Inicialmente, no caso ideal, a capacidade do reservatório foi aumentada para que as restrições referentes aos limites de volume não se tornassem ativas. Em um novo estudo, alterou-se o caso ideal reconsiderando o volume máximo do reservatório igual ao real. As políticas obtidas por PDD e PDEI sofreram modificações, mas os resultados de simulação indicaram que os desempenhos das duas abordagens continuaram sendo similares.

No caso seguinte, as vazões que eram representadas por uma série sintética com distribuição normal independente passaram a ser representadas por uma série com distribuição log-normal independente, violando assim uma das condições do PEC, mas se aproximando mais da realidade. As novas políticas obtidas por PDD e PDEI indicaram que a turbinagem deveria ser levemente maior. A diferença entre os desempenhos das políticas foi novamente pouco significativa.

Para satisfazer a condição do PEC que exige dinâmica linear do sistema, a evaporação, dada por uma função não linear, foi ignorada no caso ideal. Em um novo caso, a evaporação foi acrescentada ao caso anterior, violando assim a condição do PEC. Os desempenhos das abordagens PDD e PDEI continuaram similares, indicando que o problema de POE se aproxima de atender a condição de dinâmica linear.

No caso ideal, a função de produção hidrelétrica utilizada era linear para satisfazer a condição do PEC que exige que a função objetivo seja quadrática. Foi construído um novo caso a partir do anterior utilizando a função de produção hidrelétrica não linear que é comumente associada ao problema de POE. Os resultados indicaram que a política PDD mantém o reservatório mais cheio, acarretando em maior produtividade, mas também maior volume vertido. O desempenho da PDEI foi um pouco melhor, no entanto, ao eliminar vertimentos turbináveis, a diferença entre os desempenhos das duas políticas diminuiu, tornando-se pouco significativa.

Para que o cenário de aflúências se tornasse ainda mais próximo da realidade, a série de vazões foi substituída por outra correlacionada com distribuição log-normal gerada pelo modelo PAR 1 em um novo caso criado a partir do anterior. Com a existência da correlação nesse caso, também foi analisado o desempenho da PDEM em relação à PDD e PDEI. As três abordagens apresentaram desempenhos similares quando os vertimentos turbináveis foram eliminados.

Portanto, conclui-se com este estudo que existem diferenças pouco significativas entre as políticas de operação determinística e estocástica, indicando que o modelo real de POE se aproxima das condições do PEC. Uma consequência imediata dessa pesquisa seria que a abordagem determinística do problema de POE para sistemas hidrotérmicos com um único reservatório pode ser tão eficaz quanto as abordagens estocásticas.

Para estudos futuros, propõe-se realizar os testes desta dissertação com outras usinas de diferentes características, incluindo aquelas cuja vazão decorre do degelo.

Outro trabalho futuro seria considerar sistemas com duas usinas de reservatório, em cascata (série) e em bacias independentes (paralelo), e sistemas com uma única usina de reservatório, porém com vazões fornecidas por modelos  $PAR(p)$  com  $p > 1$ , enfim estudos onde a maldição da dimensionalidade ainda não comprometa a solução por PD.

Finalmente, outro trabalho futuro de interesse seria verificar o impacto da correlação das vazões no PEC, o qual poderia ser obtido aumentando artificialmente essa correlação nas séries sintéticas geradas pelo  $PAR(1)$ . Assim, seria possível saber a partir de que valores de correlações temporais das vazões o uso de modelos estocásticos markovianos passaria a se justificar.



## 7 REFERÊNCIAS

- Alvarez, M., Cuevas, C. M., Escudero, L. F., Fuentes, J. L., García, C. & Pietro, F. J. (1994). Network planning under uncertainty with an application to hydropower generation. *TOP - Trabajos de Investigación Operativa*, 2, pp. 25–58.
- Arvanitids, N. V. & Rosing, J. (1970). Composite representation of multireservoir hydroelectric. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, PAS-89 (2), 319–326.
- Bellman, R. (1962). *Dynamic Programming*. Princeton: Princeton University Press.
- Bertsekas, D. P. (1995). *Dynamic Programming and Optimal Control* (Vol. 1). Belmont, Massachussets: Athena Scientific.
- Bertsekas, D. P. (1976). *Dynamic Programming and Stochastic Control*. Academic Press.
- Bryson, A. E. & Ho, Y. C. (1975). *Applied Optimal Control*. Washington, DC: Hemisphere Publishing Corp.
- Carvalho, M. F. & Soares, S. (1987). An efficient hydrothermal scheduling algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2 (3), 537 - 542.
- Castro, M. A. (2006). *O planejamento energético de médio prazo com representação individualizada das usinas hidrelétricas*. Universidade de São Paulo: Escola de Engenharia de São Carlos.
- CEPEL/ELETROBRÁS. (1977). *Modelo de Programação Dinâmica Estocástica para a Operação de Sistemas Hidrotérmicos*. Relatório técnico CEPEL no. 144/77.
- Cicogna, M. A. (2003). *Sistema de Suporte à Decisão para o Planejamento e a Programação da Operação de Sistemas de Energia Elétrica*. UNICAMP, FEEC. Campinas: Tese de Doutorado.
- Cruz Jr., G. & Soares, S. (1996). Non-uniforme composite representation of hydroelectric systems for long-term hydrothermal scheduling. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11 (2), 701–707.
- Dembo, R. S. (1991). Scenario Optimization. *Annals of Operations Research*, 63-80.
- Duran, H., Pueh, C., Diaz, J. & Sanchez, G. (1985). Optimal operation of multireservoir system using an aggregation-decomposition approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 104 (8), 2086–2092.

Escudero, L. F., Fuente, J. L., Garcia, C. & Pietro, F. J. (1996). Hydropower generation management under uncertainty via scenario analysis and parallel computation. *IEEE Transaction on Power Systems* , 11, pp. 683-689.

Gladyssey, E. (1961). Periodically correlated random sequences. *Sov. Math. Dokl* (2), 385-388.

Gunckel, T. F. & Franklin, G. F. (1963). A General Solution for Linear Sampled-Data Control Systems. *85D*, 197.

Joseph, P. D. & Tau, J. T. (1961). On Linear Control Theory. *Transactions of AIEE* , 80 (18), pp. 193-196.

Karamouz, M. & Houck, M. H. (1987). Comparison of stochastic and deterministic dynamic programming for reservoir operation rule generation. *Water Resources Bulletin - American Water Resources Association* , 23 (1), 1-9.

Lopes, M. S. (2014). *Sistema de suporte para previsão e geração de séries sintéticas de vazões*. UNICAMP, FEEC. Campinas: Dissertação de mestrado.

Loucks, D. & van Beek, E. (2005). *Water Resources Systems Planning and Management*. Unesco Publishing.

Nemhauser, G. L. (1966). *Introduction to Dynamic Programming*. New York: John Wiley.

Oliveira, G. G. & Soares, S. (1995). A Second-Order Network Flow Algorithm for Hydrothermal Scheduling. *IEEE Transactions on Power Systems* , 10 (3), pp. 1635-1641.

Pagano, M. (1978). On periodic and multiple autoregressions. *The Anals of Statistics* 6(6), (pp. 1310-1317).

Pereira, M. V. & Pinto, L. M. (1985). Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: a decomposition approach. *Water Resources Research* , 21 (6), 779-792.

Philbrick, C. R. & Kitanidis, P. K. (jun de 1999). Limitations of Deterministic Optimization Applied to Reservoir Operations. *Journal of Water Resources Planning and Management* , pp. 135-142.

Root, J. G. (1969). Optimum Control of Non-Gaussian Linear Stochastic Systems with Inaccessible State Variables. *SIAM Journal on Control* , 7 (5), 317-323.

Rosenthal, R. (1981). A nonlinear network flow algorithm for maximization of benefits in a hydroelectric power system. *Operations Research* , 29, 763-786.

Sangal, B. P. & Biswas, A. K. (1970). The 3-Parameter Lognormal Distribution and Its Applications in Hydrology. *Water Resources Research* , 6 (2), 505-515.

Silva, L. F. (1981). *Modelo de Intercâmbio a Subsistemas Equivalentes*. Rio de Janeiro: COPPE-UFRJ.



Siqueira, T. G. (2009). *Comparação entre Diferentes Abordagens de Programação Dinâmica no Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos de Potência*. UNICAMP, FEEC. Campinas: Tese de doutorado.

Siqueira, T. G., Zambelli, M. S., Cicogna, M. A., Andrade, M. & Soares, S. (2006). Stochastic dynamic programming for long term hydrothermal scheduling considering different streamflow models. *PMAPS 2006 - 9th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*.

Souza, Z., Fuchs, R.D & Santos, A.H.M. (1983). *Centrais Hidro e Termelétricas*. Escola Federal de Engenharia. Itajubá: Edgard Blücher.

Sriebel, C. (1965). Sufficient statistics in the optimal control of stochastic systems. *Journal on Mathematical Analysis and Applications* , 12, 576-592.

Stedinger, J. R. (1980). Fitting Log Normal Distributions to Hydrologic Data. *Water Resources Research*, 16 (3), 481-490.

Stedinger, J. W., Sula, B. F. & Loucks, D. P. (1984). Stochastic Dynamic Programming for Reservoir Operation Optimization. *Water Resources Research* , 20 (11), 1499-1505.

Terry, L. A., CEPEL, DENE/DPE/ELETROBRÁS & DEOP/DOS/ELETROBRÁS. (1980). *Modelo a Sistema Equivalente - Descrição Geral - Relatório Técnico*. CEPEL-ELETROBRÁS.

Thanos, T. & Yeh, W. W. G. (1987). Use of stochastic dynamic programming for reservoir management. *Water Resources Research* , 23 (6), 983-986.

Thomas, H. & Fiering, M. (1962). Mathematical synthesis of stream flow sequences for the analysis of river basins by simulation. In: A. Maass, M. Hufschmidt, R. Dorfman, H. Thomas, & S. Marglin, *Design of Water Resources*. Cambridge: Harvard University Press.

Troutman, B. M. (1979). Some results in periodic autoregression. *Biometrika* (66), 219-228.

Tse, E. & Bar Shalom, Y. (1975). Generalized certainty equivalence and dual effect in stochastic control. *IEEE Transactions on Optimal Control* , 6 (AC-20), 817-819.

Turgeon, A. & Charbonneau, R. (1988). Optimal operation of multi-reservoir systems with stochastic inflows. *Water Resources Research* , 16 (2), 275-283.

Vecchia, A. V. (1985). Maximum likelihood estimation for periodic autoregressive moving average models. *Technometrics* , 27 (4), 375-385.

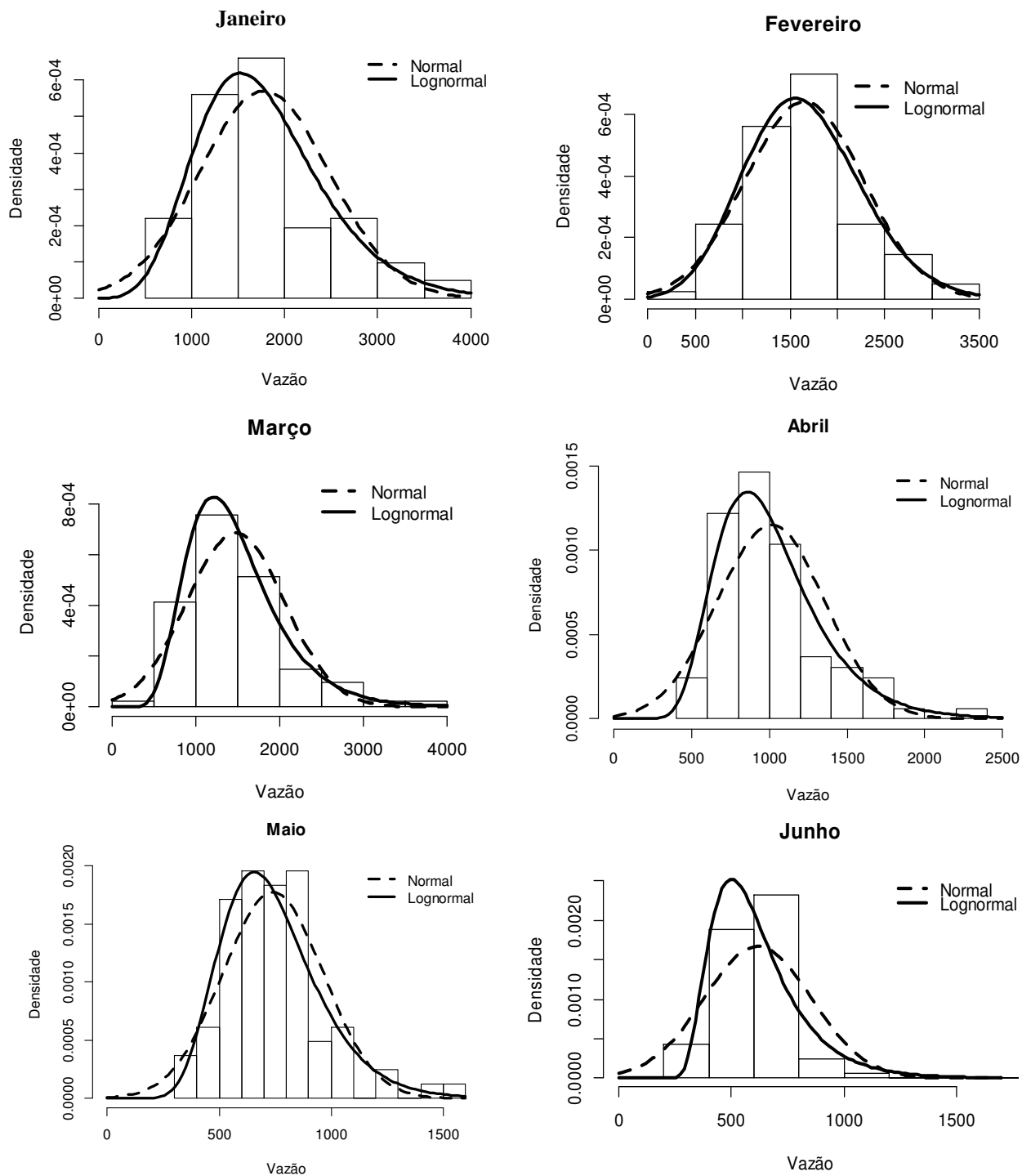
Zambelli, M. S., Soares, S. & Silva, D. (2011). Deterministic Versus Stochastic Dynamic Programming for Long Term Hydropower Scheduling. *2011 IEEE Trondheim Power Tech Conference*. Trondheim, Norway.

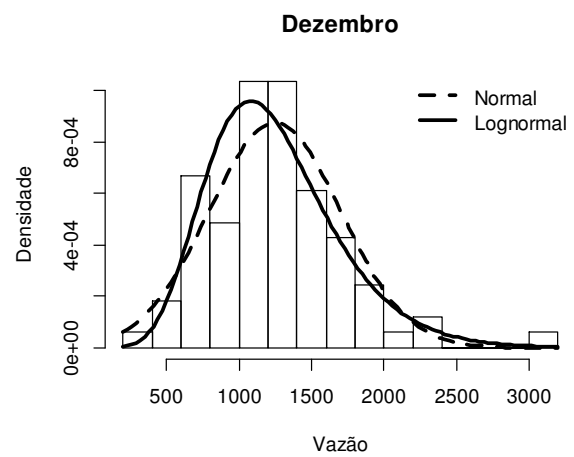
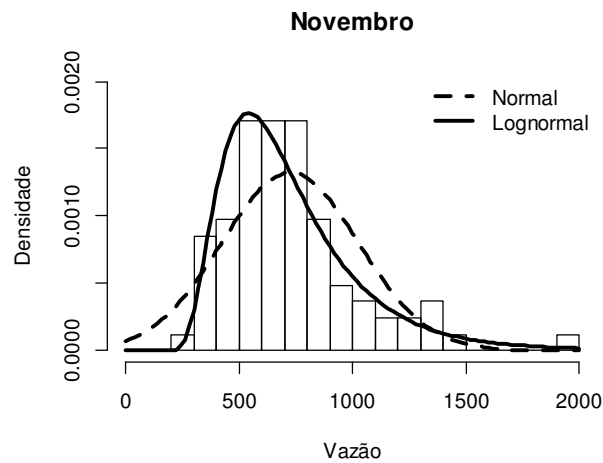
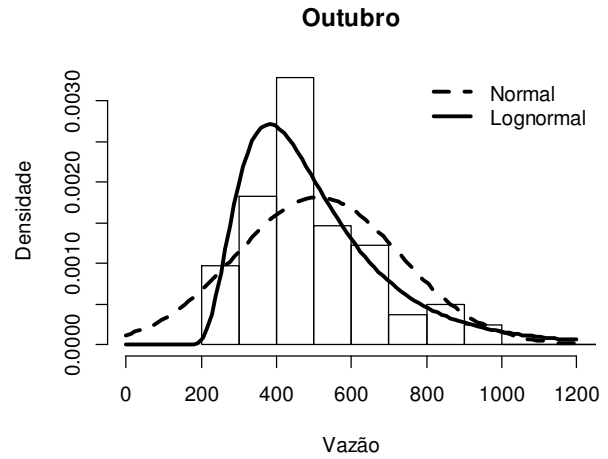
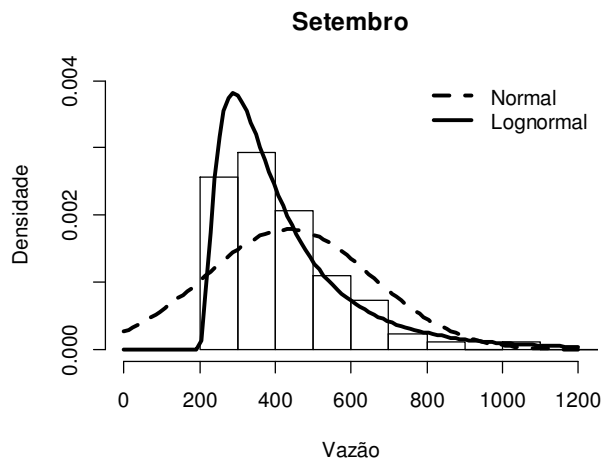
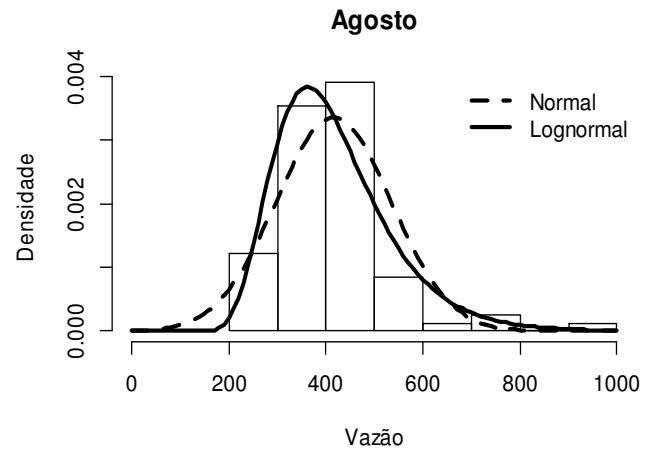
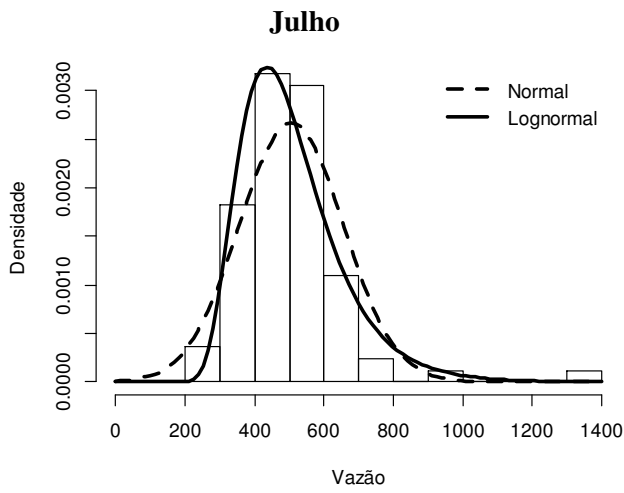


## **APÊNDICES**



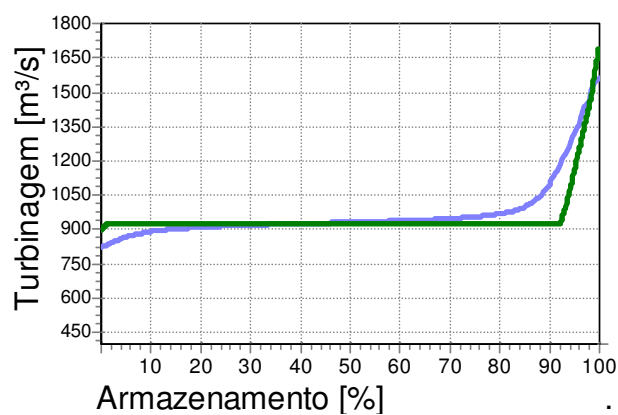
## APÊNDICE A - HISTOGRAMA DOS DADOS DAS SÉRIES HISTÓRICAS MENSAIS E AJUSTES COM DISTRIBUIÇÃO NORMAL E LOG-NORMAL TRÊS PARÂMETROS



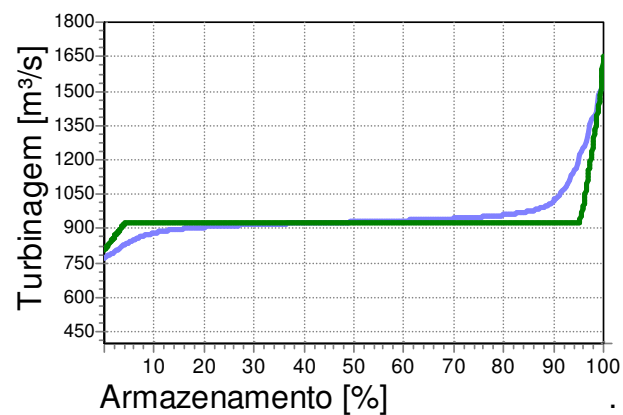


APÊNDICE B – POLÍTICAS DE DECISÃO DA PDD E PDEI PARA O CASO IDEAL

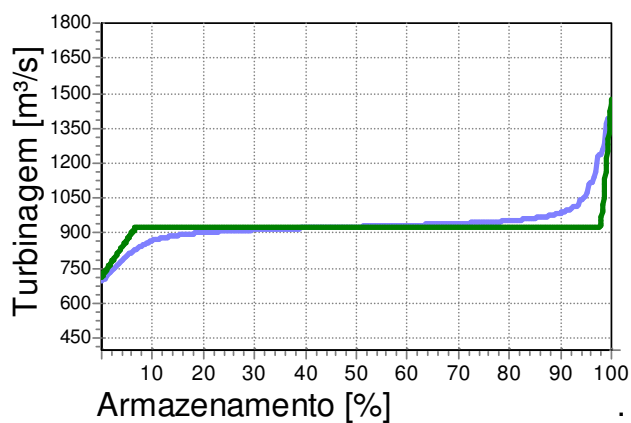
**Janeiro**



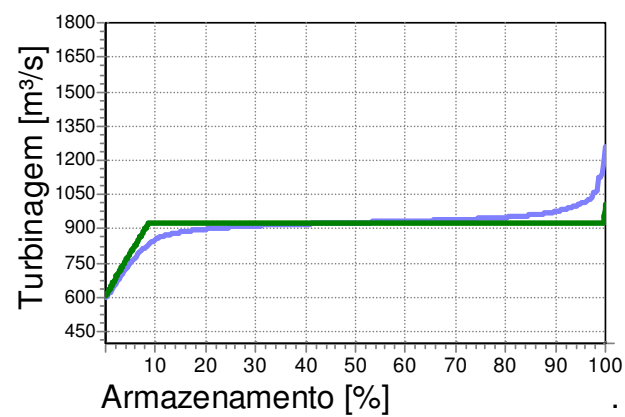
**Fevereiro**



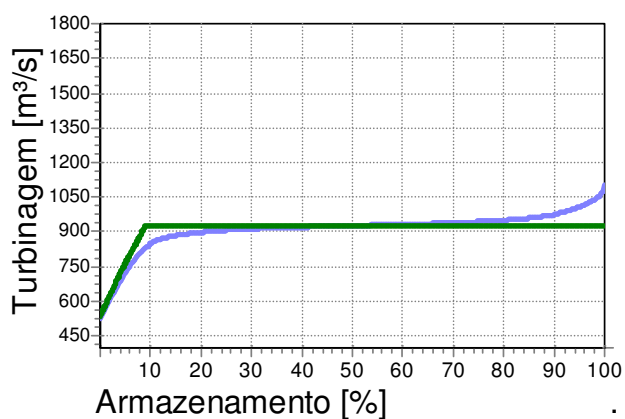
**Março**



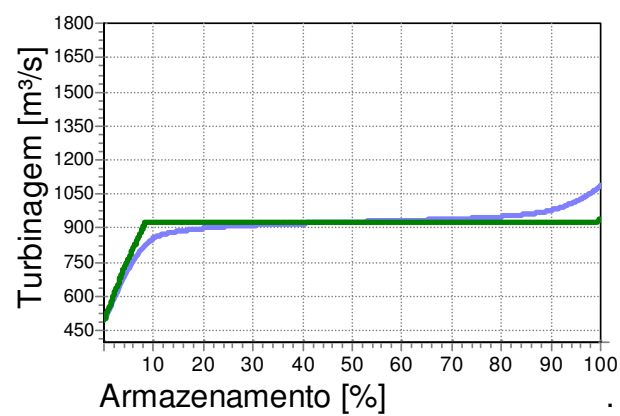
**Abril**



**Mai**

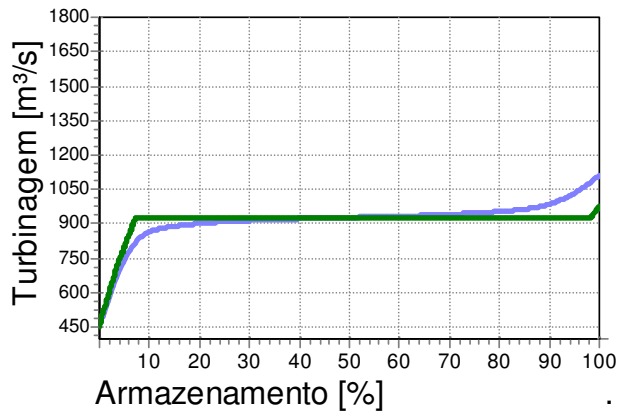


**Junho**

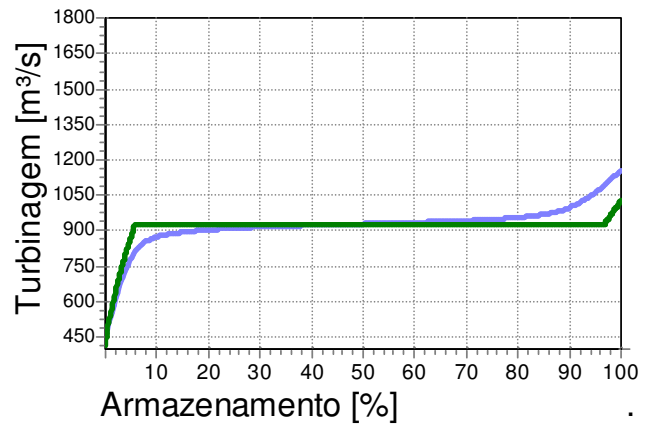


■ PD Determinística ■ PD Estocástica Independente

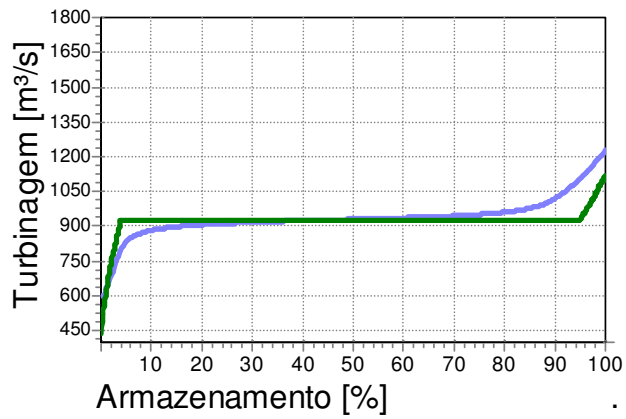
Julho



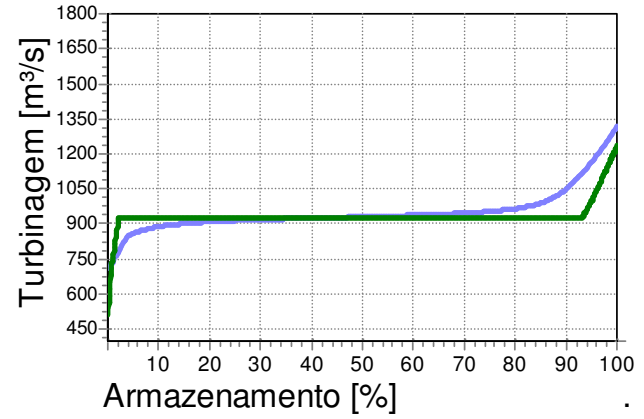
Agosto



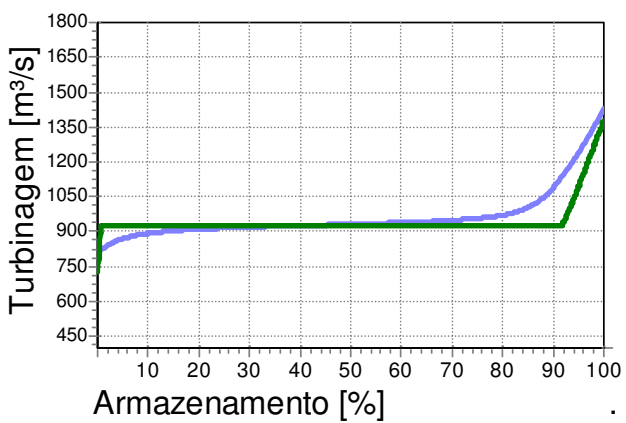
Setembro



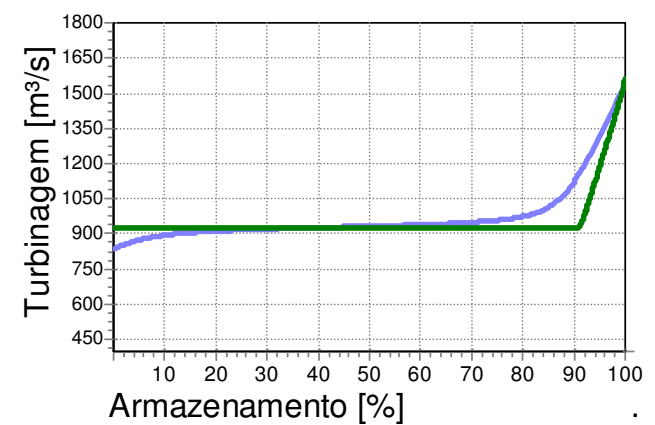
Outubro



Novembro



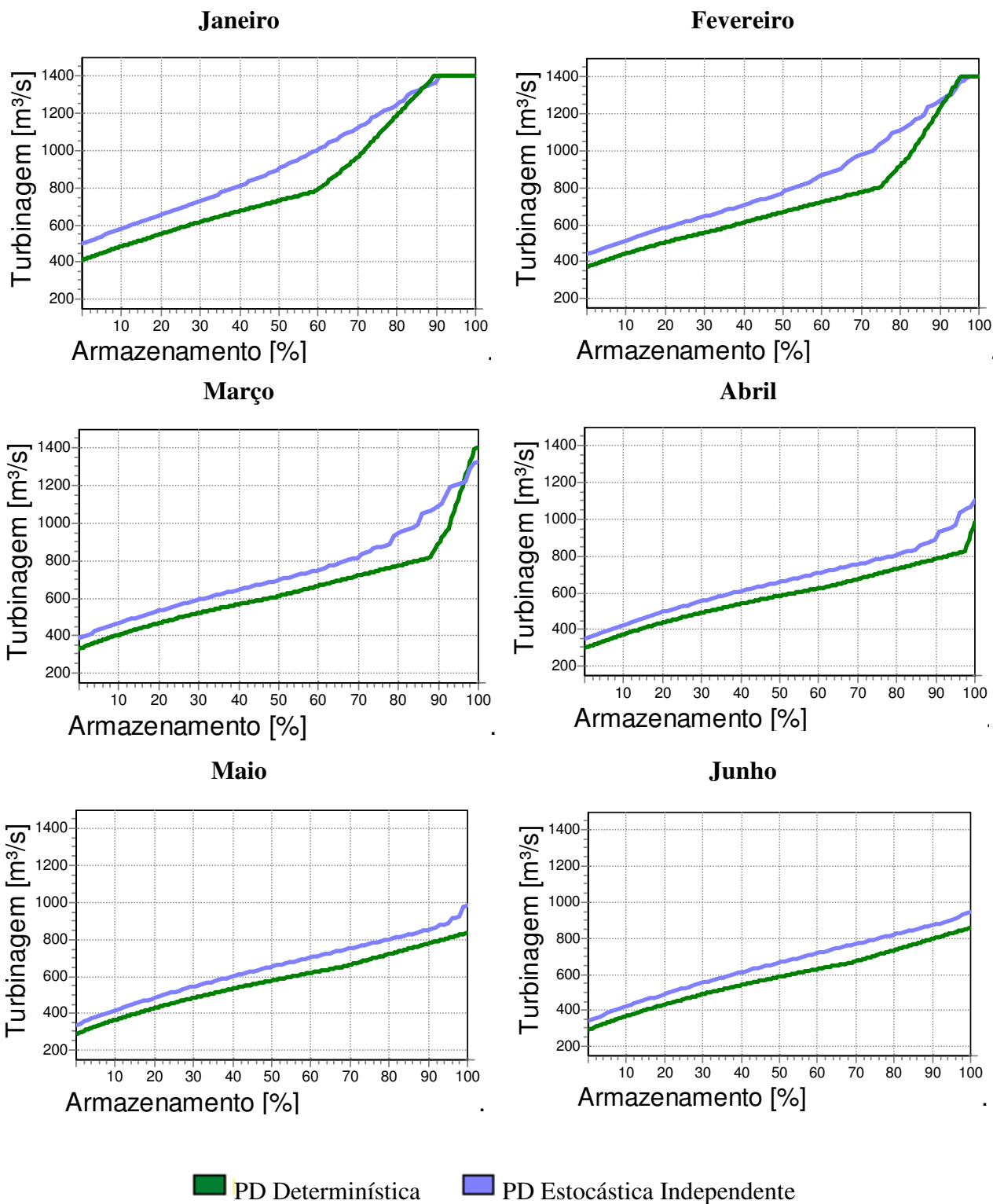
Dezembro

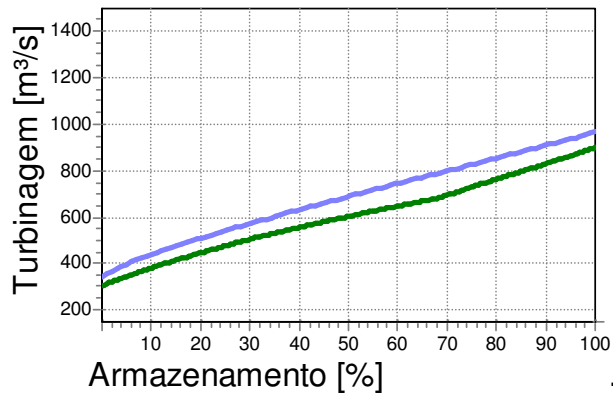
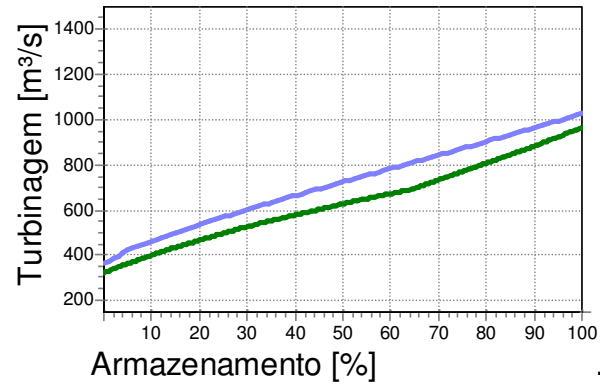
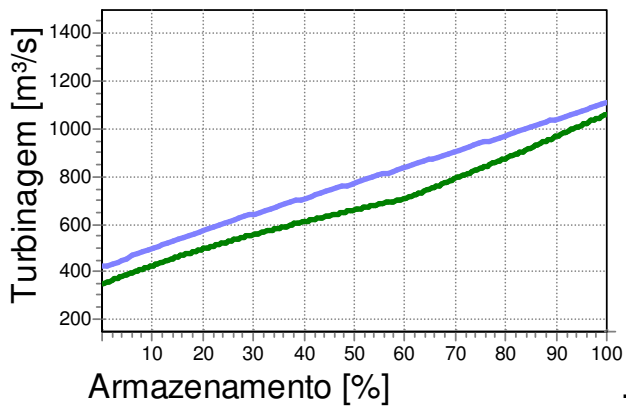
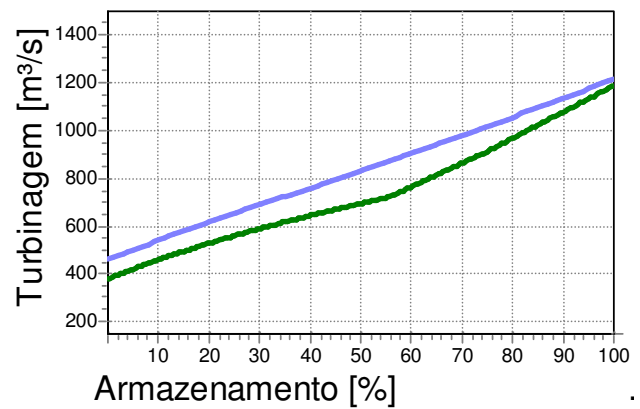
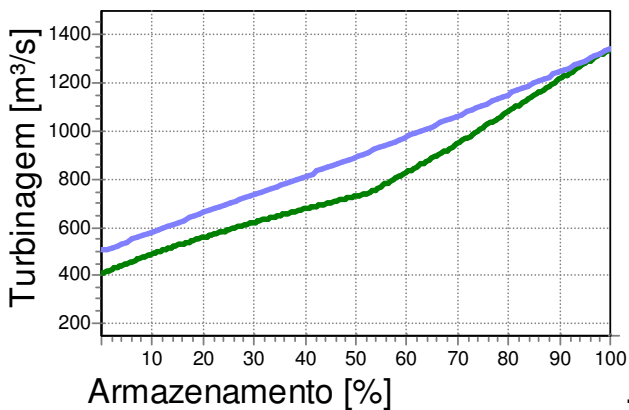
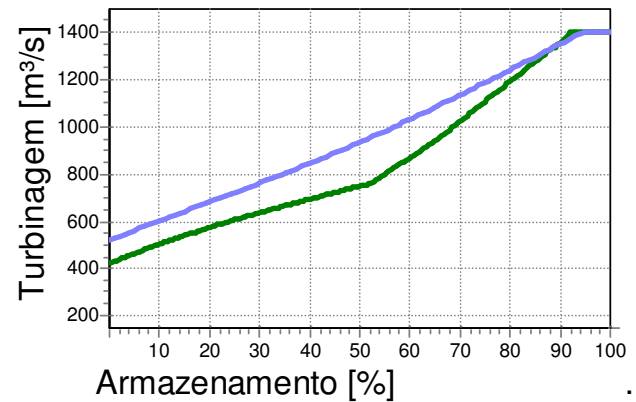


■ PD Determinística ■ PD Estocástica Independente



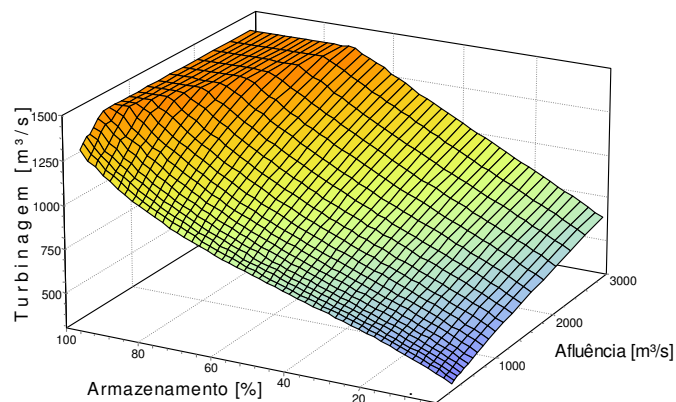
APÊNDICE C – POLÍTICAS DE DECISÃO DA PDD E PDEI PARA O CASO COM FUNÇÃO DE PRODUÇÃO NÃO LINEAR, EVAPORAÇÃO E VAZÕES INDEPENDENTES



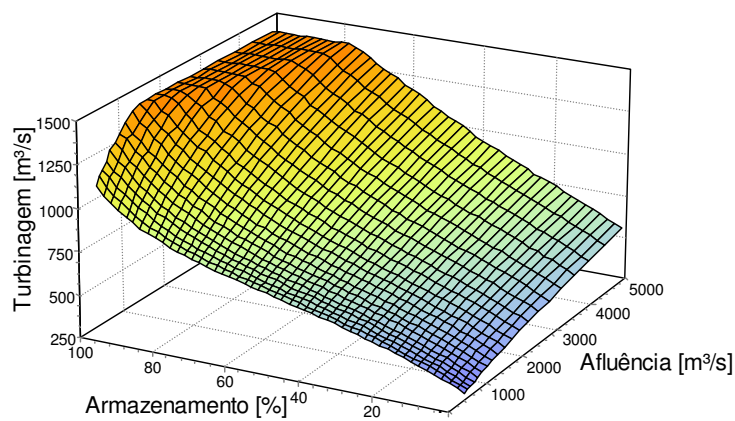
**Julho****Agosto****Setembro****Outubro****Novembro****Dezembro**

■ PD Determinística ■ PD Estocástica Independente

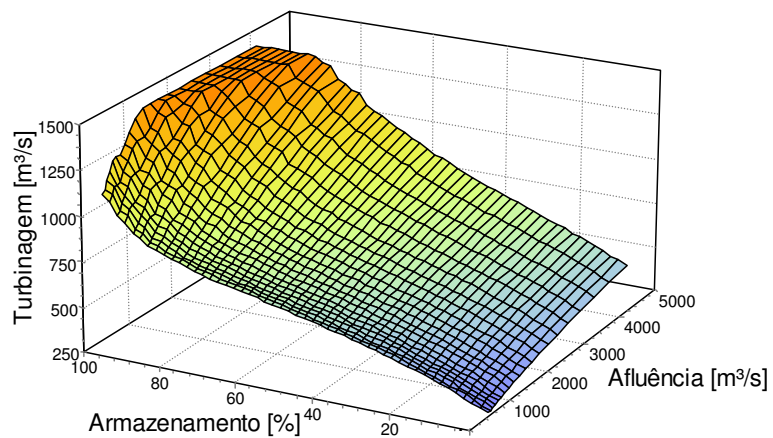
## APÊNDICE D – POLÍTICAS DE DECISÃO OBTIDAS POR PDEM



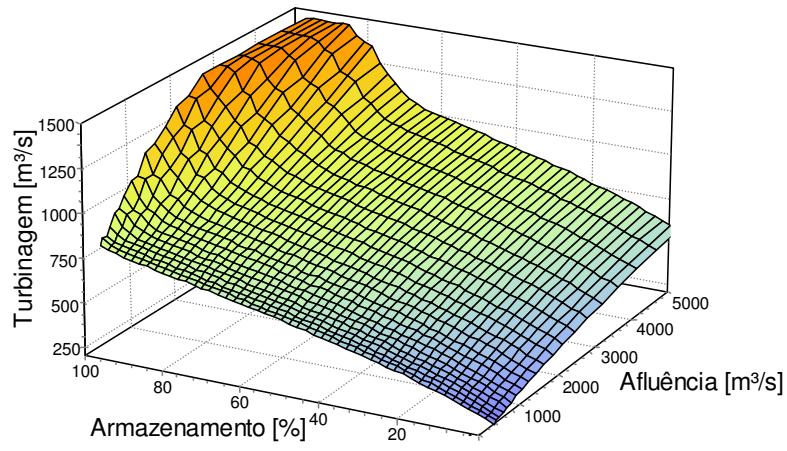
Janeiro



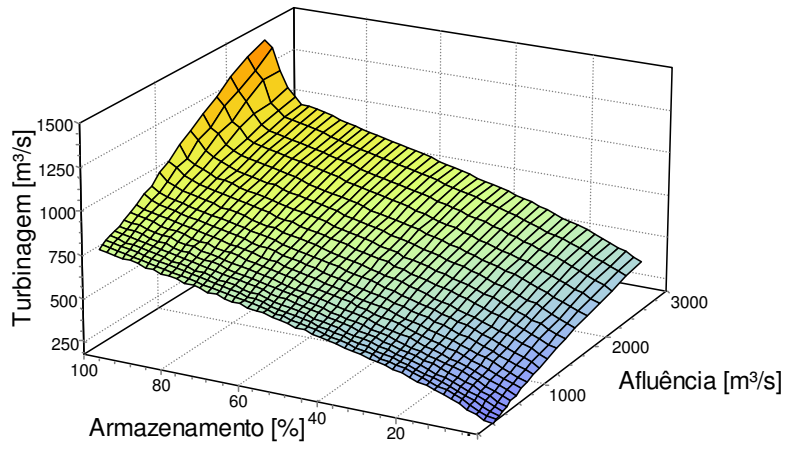
Fevereiro



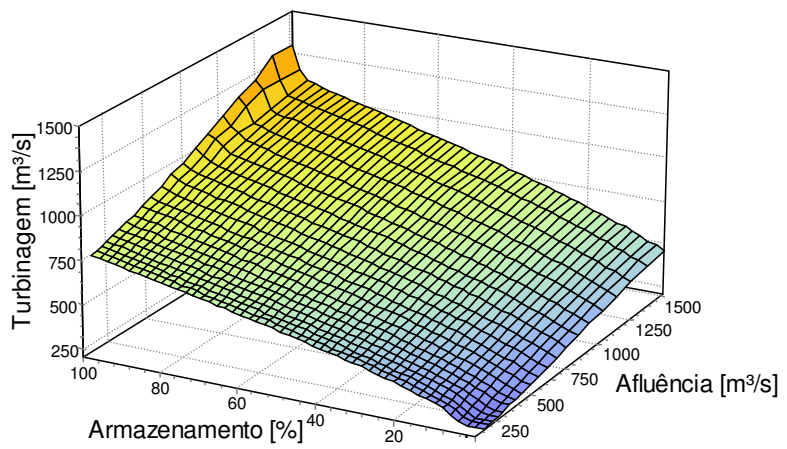
Março



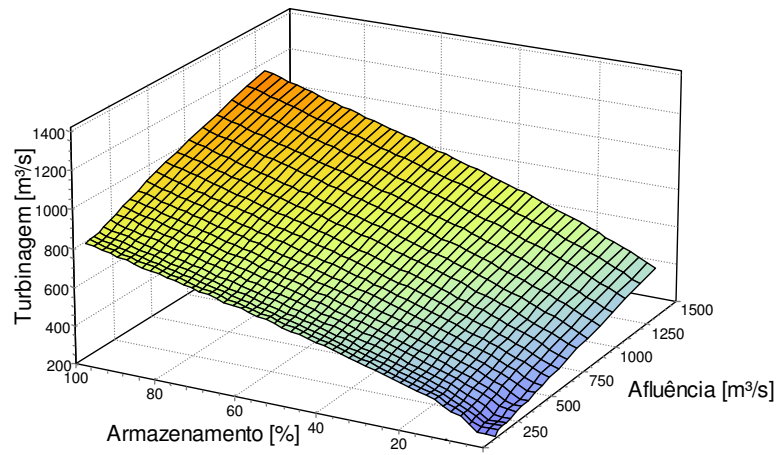
Abril



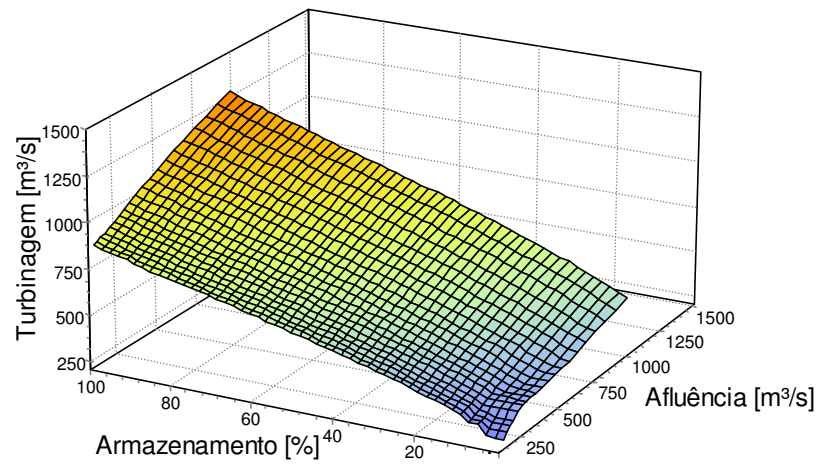
Maio



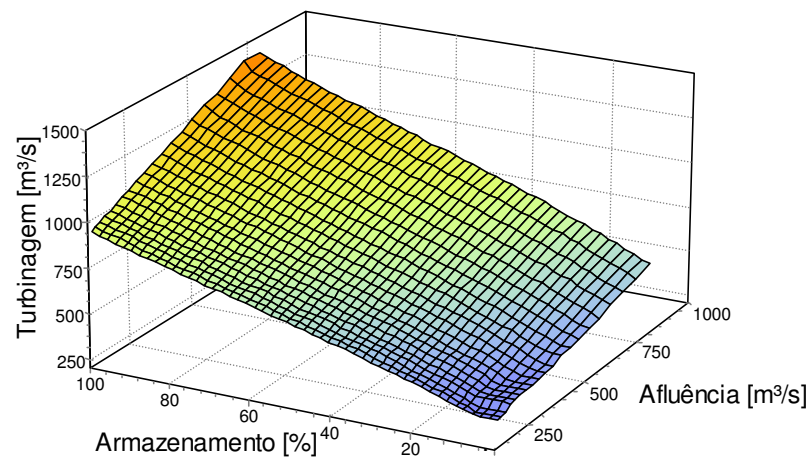
Junho



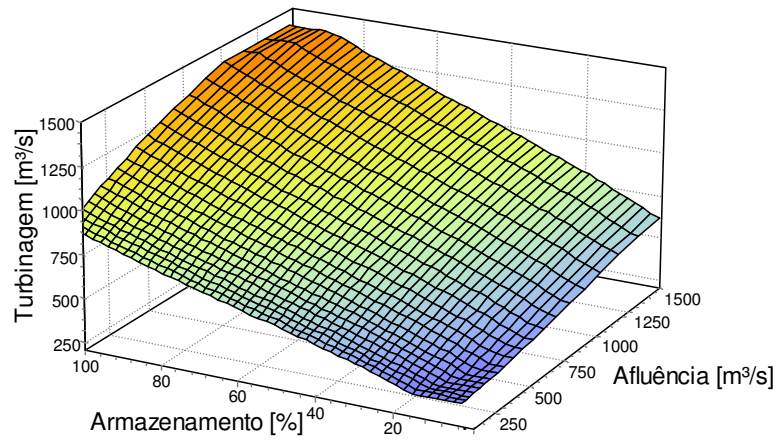
Julho



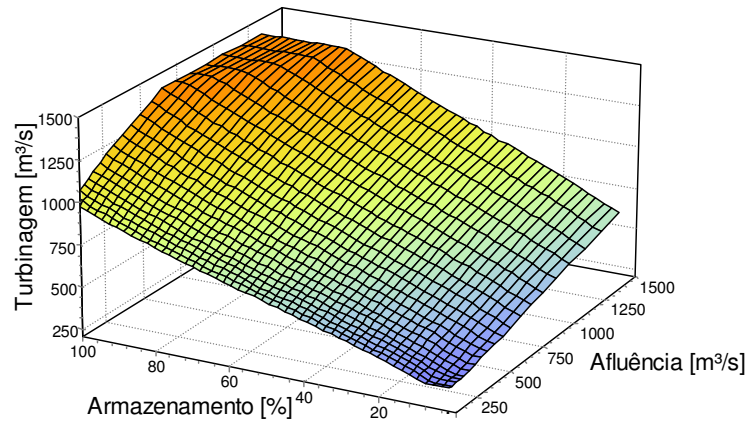
Agosto



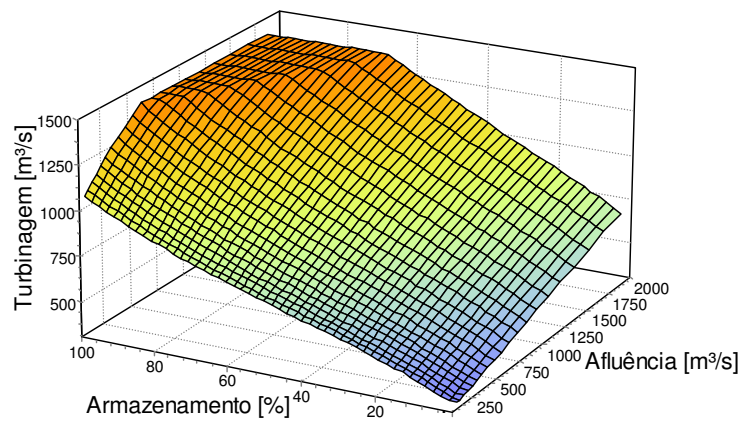
Setembro



Outubro



Novembro



Dezembro