

## Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

# Resolução do problema de fluxo de carga para redes de distribuição utilizando o método desacoplado rápido com rotação automática de eixos

**Autor: Ricardo Borges Gomes** 

Orientador: Prof. Dr. Carlos A. Castro

**Dissertação de Mestrado** apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Energia Elétrica**.

### Banca Examinadora

Prof. Dr. Carlos A. Castro	FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Ariovaldo V. Garcia	FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Walmir de Freitas Filho	FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Manoel Firmino de Medeiros Jr	DCA/UFRN

Campinas, SP Maio/2006

### FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Gomes, Ricardo Borges

G585r

Resolução do problema de fluxo de carga para redes de distribuição utilizando o método desacoplado rápido com rotação automática de eixos / Ricardo Borges Gomes. – Campinas, SP: [s.n.], 2006.

Orientador: Carlos Alberto de Castro Junior Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Energia elétrica - Distribuição. 2. Redes elétricas 3. Algoritmo. 4. Cargas elétricas. 5. Análise de sistemas. 6. Sistemas de energia elétrica - Controle. I. Castro Junior, Carlos Alberto de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em inglês: Fast decoupled load flow method with automatic axes rotation for distribution systems.

Palavras-chave em inglês: Electricity - Distribution, Electric networks, Algorithms, Electric loads, System analysis, Electric power systems - Control.

Área de concentração: Energia Elétrica.

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica.

Banca examinadora: Ariovaldo Verandio Garcia, Walmir de Freitas Filho e Manoel

Firmino de Medeiros Jr.

Data da defesa: 30.05.2006

## Resumo

O método desacoplado rápido (MDR) [2] é uma variante do tradicional método de Newton [1] para a resolução do problema de fluxo de carga (obtenção do estado de operação de redes elétricas de potência). Sabe-se que o MDR apresenta desempenho insatisfatório quando aplicado a redes de distribuição, devido à desfavorável relação r/x dos ramos, resultando num processo de cálculo que pode apresentar divergência ou convergência lenta (grande número de iterações). Há algum tempo foi proposta uma alteração no MDR, chamada de *rotação de eixos* [4], que melhora as características de convergência do método. A idéia consiste em obter uma rede fictícia para a qual o MDR funcione bem e cujo estado de operação (magnitudes e ângulos de tensão) seja o mesmo da rede original. O valor do ângulo de rotação de eixos, único para toda a rede, é determinado empiricamente. Recentemente uma outra proposta de *rotação ótima de eixos* [5] foi apresentada, sugerindo modificações ao método que trouxeram maior automação aos cálculos, apesar de efeitos desfavoráveis em relação à manipulação de matrizes e ao significado físico da rede elétrica durante o processo iterativo. O presente trabalho traz um novo algoritmo de rotação de eixos que supera algumas desvantagens dos métodos apresentados em [4, 5], com bom desempenho. Além disso, traz uma interessante contribuição sobre a rotação de barras do tipo PV, não abordado anteriormente.

**Palavras-chave**: sistemas de distribuição; cálculo de fluxo de carga; método desacoplado rápido; rotação de eixos.

## **Abstract**

The fast decoupled loadflow (FDLF) [2] is a variant of the traditional Newton method [1] for solving the loadflow problem (find the operational state of electrical power networks). It is well-known that FDLF presents unsatisfactory performance when applied to distribution systems. Their unfavourable r/x branch ratios may lead to divergence or slow convergence (large number of iterations). A modification to the FDLF, called *axes rotation* [4], was proposed some time ago, which improves convergency of the method. The idea is to obtain a fictitious network for which the FDLF performs better and which operational state (voltage magnitudes and angles) is the same as the original network. However, the rotation angle is determined empirically. Recently the *optimal axes rotation* [5] was presented, suggesting some modifications that led to more automated calculations, despite of some undesirable effects on matrices handling and also to the physical meaning of networks during the iterative process. This research work presents a new algorithm for axes rotation that overcomes some disadvantages found in [4, 5], with good performance. Moreover, it brings an interesting contribution on the rotation of PV buses, not previously considered.

**Keywords**: distribution systems; loadflow; fast decoupled loadflow; axes rotation.

À minha avó Maria, exemplo de fé, perseverança e vitalidade às 96 primaveras já vividas!

E à minha saudosa avó Judith, que sempre dizia:

"estude para ser gente na vida!"

## Agradecimentos

Agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao professor Carlos A. Castro, pela excelente orientação, dedicação, paciência e maneira sempre serena de conduzir a pesquisa. Dessa forma, a "luz" parece chegar mais facilmente!

À toda minha família, pelo mais indubitável sentimento! Em especial aos meus pais Lula e Geraldo, pelo amor, dedicação e incentivo desde os tempos em que a minha memória não consegue lembrar...

Aos amigos Gustavo e Denise, novamente, por considerá-los incluídos no agradecimento anterior!

À Alessandra, pelo companheirismo, carinho e sentimento imensuráveis. E por testemunhar, compartilhar e ajudar em todos os momentos deste trabalho. Ah, e por trazer tanta energia para a minha vida!

Ao Moisés, amizade recente e forte, pela qual tenho profunda admiração; e ao amigo Narciso, companheiro de casa e música.

Aos amigos da Elétrica 99, pelos inesquecíveis anos de faculdade, dos quais já tenho tanta saudade.

# Sumário

Li	sta de	Figuras	viii
Li	sta de	Tabelas	X
Li	sta de	Símbolos	xi
1	Intr	odução	1
2	Mét	odo de Newton	6
	2.1	Subsistema 1	7
	2.2	Subsistema 2	8
	2.3	Aplicação do método de Newton para a resolução do <i>subsistema 1</i>	8
	2.4	Algoritmo básico para a resolução dos <i>subsistemas 1</i> e 2 pelo método de Newton	11
	2.5	Considerações sobre o método de Newton	12
3	Mét	odo Desacoplado Rápido	15
	3.1	Método Desacoplado	15
		3.1.1 Algoritmo básico para a resolução dos <i>subsistemas 1</i> e 2 pelo método de-	
		sacoplado	16
	3.2	Método Desacoplado Rápido (MDR)	19
		3.2.1 Versão XB	21
		3.2.2 Shunts dobrados em $B''$	22
	2.2	3.2.3 Versão BX	23
	3.3	Considerações sobre o desacoplamento	24
4	Mét	odos com rotação de eixos	28
	4.1	Desenvolvimento da rotação de eixos	28
	4.2	Rotação ótima de eixos	31
	4.3	Rotação automática de eixos (método proposto)	33
	4.4	Rotação de eixos aplicada às barras PV	36
		4.4.1 Análise de sensibilidade para barras PV baseada na matriz jacobiana	37
	4.7	4.4.2 Análise de sensibilidade para barras PV baseada na matriz $\mathbf{B}''$	42
	4.5	Processo iterativo dos métodos rotacionados	43
		4.5.1 Algoritmo para a resolução dos <i>subsistemas 1</i> e 2 pelo MDR com rotação de	11
		eixos	44

SUMÁRIO	vii
---------	-----

5.1	Condi	ções de simulação	4
3.1	5.1.1		
		Variação no fator de carregamento	
	5.1.2	Variação no fator $r/x$	
	5.1.3	Limites para convergência	4
5.2	Ângul	o ótimo de rotação	
	5.2.1	Simulações variando o fator de carregamento	
	5.2.2	Simulações variando o fator $r/x$	
5.3	Sensib	vilidade entre $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{V}$ : baseado na jacobiana ou em $\mathbf{B}''$	
	5.3.1	Rede 2: 1 barra PV	
	5.3.2	Rede 6: 4 barras PV	
	5.3.3	Rede 7: 5 barras PV	
5.4	Métod	o [5]: com ou sem análise de sensibilidade	
	5.4.1	Rede 2: 1 barra PV	
	5.4.2	Rede 7: 5 barras PV	
	5.4.3	Rede 3: com a barra 55 convertida a PV	
5.5	De cor	mo a análise de sensibilidade para barras PV afeta os métodos	
5.6	Compa	aração entre os diversos métodos	

# Lista de Figuras

2.1	Fluxograma básico do Método de Newton	14
3.1	Fluxograma básico do Método Desacoplado	26
3.2	Fluxograma básico do Método Desacoplado Rápido	27
4.1	Representação da rotação de eixos complexos	29
4.2	Representação de ligação barra ramo	34
4.3	Representação de impedância no plano complexo	34
4.4	Métodos para rotação de eixos complexos	44
4.5	Fluxograma do processo iterativo do MDR com rotação de eixos	48
4.6	Fluxograma da correção de sensibilidade para barras PV	49
5.1	Diagrama unifilar da Rede 1	52
5.2	Métodos submetidos a simulações	52
5.3	Rede 3 submetida a diversos métodos sob diferentes fatores de carregamento	56
5.4	Rede 3 submetida a diversos ângulos de rotação e fatores de carregamento	57
5.5	Rede 3 submetida a diversos ângulos de rotação e fatores $r/x$	58
5.6	Rede 2 submetida ao método G com sensibilidade baseada na jacobiana: evolução de <i>mismatches</i> e de sensibilidades	60
5.7	Rede 2 submetida ao método G com sensibilidade baseada em B": evolução de <i>mis</i> -	
	matches	60
5.8	Rede 6 submetida ao método G com sensibilidade baseada na jacobiana: evolução de <i>mismatches</i> e de sensibilidades	61
5.9	Rede 6 submetida ao método G com sensibilidade baseada em B": evolução de mis-	
	matches	61
5.10	Rede 7 submetida ao método G com sensibilidade baseada na jacobiana: evolução de	
	mismatches e de sensibilidades	62
5.11	Rede 7 submetida ao método G com sensibilidade baseada em B": evolução de mis-	
	matches	63
5.12	Rede 2 submetida ao método C sem e com a rotação de barras PV via sensibilidade	
	calculada com B": evolução dos máximos mismatches de potência e tensão	64
5.13	Rede 2 submetida ao método F sem e com a rotação de barras PV via sensibilidade	
	calculada com $B''$ : evolução dos máximos <i>mismatches</i> de potência e tensão	65
5.14	Rede 7 submetida ao método C sem e com a rotação de barras PV via sensibilidade	
	calculada com $B''$ : evolução dos máximos <i>mismatches</i> de potência e tensão	66

LISTA DE FIGURAS ix

5.15	Rede 7 submetida ao método F sem e com a rotação de barras PV via sensibilidade	
	calculada com B": evolução dos máximos <i>mismatches</i> de potência e tensão	67
5.16	Rede 3 (modificada) submetida ao método C sem e com a rotação de barras PV via	
	sensibilidade calculada com B": evolução dos máximos <i>mismatches</i> de potência e	
	tensão	68
5.17	Rede 3 (modificada) submetida ao método F sem e com a rotação de barras PV via	
	sensibilidade calculada com B": evolução dos máximos mismatches de potência e	
	tensão	69
5.18	Simulação da Rede 3 considerando a inserção de barras do tipo PV e seus efeitos	70
5.19	Diagrama unifilar da Rede 1 modificada	71
5.20	Simulação da Rede 1 considerando a inserção de barras do tipo PV e seus efeitos	72
5.21	Redes submetidas a diversos métodos	73
5.22	Redes 6 e 7, sem barras PV, submetidas a diversos métodos	74

# Lista de Tabelas

2.1	Classificação das barras.	7
5.1	Redes submetidas a simulações	51
5.2	Dados de barras e ramos da Rede 1	53
5.3	Comparação de métodos de sensibilidade para a Rede 2	59
5.4	Comparação de métodos de sensibilidade para a Rede 6	62
5.5	Comparação de métodos de sensibilidade para a Rede 7	62
5.6	Resumo das simulações para a Rede 2 submetida aos métodos C e F com e sem rotação de barras PV	63
5.7	Resumo das simulações para a Rede 7 submetida aos métodos C e F com e sem rotação de barras PV	65
5.8	Resumo das simulações para a Rede 3 (com barra PV) submetida aos métodos C e F	
	com e sem rotação de barras PV	67
5.9	Comparação de ângulos dos métodos [5] e proposto (em graus)	75

## Lista de Símbolos

```
número de barras da rede
NB
NR
                              número de ramos da rede
\mathbf{G}
                              matriz condutância nodal
\mathbf{B}
                              matriz susceptância nodal
\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}
                              matriz admitância nodal
\mathbf{R}
                              matriz resistência nodal
\mathbf{X}
                              matriz reatância nodal
\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\mathbf{X}
                              matriz impedância nodal
G_{km}, B_{km}
                              elementos (k, m) das respectivas matrizes G e B
                              elementos (k, m) das respectivas matrizes \mathbf{R} e \mathbf{X}
R_{km}, X_{km}
V_k
                              magnitude de tensão da barra k
                              ângulo de tensão da barra \boldsymbol{k}
\theta_k
                              abertura angular: \theta_k - \theta_m
\theta_{km}
                              conjunto de todas as barras conectadas à barra k, incluindo a própria barra k
K
\Omega_k = K - \{k\}
                              conjunto de todas as barras conectadas à barra k, excluindo a barra k
                              potência ativa injetada na barra k
                              potência reativa injetada na barra k
Q_k
                              condutância do ramo k-m
g_{km}
                              susceptância do ramo k-m
b_{km}
y_{km} = g_{km} + jb_{km}
                              admitância do ramo k-m
                              resistência do ramo k-m
r_{km}
                              reatância do ramo k-m
x_{km}
                              impedância do ramo k-m
z_{km} = r_{km} + jx_{km}
```

# Capítulo 1

## Introdução

O problema do cálculo de fluxo de carga já é bastante conhecido e estudado. A sua resolução pelos métodos clássicos acontece através de processos iterativos, dado que há um sistema de equações nãolineares a ser resolvido. Dentre estes métodos, destaca-se o de Newton [1] e suas derivações, bastante eficientes e difundidos.

Antes do método de Newton ser apresentado na década de 1960, o processo iterativo de Gauss-Seidel, baseado na matriz Y, era um dos mais utilizados. Como descrito em [1], seu pequeno espaço de armazenamento em memória, que cresce de forma diretamente proporcional ao tamanho do problema, tornava-o um algoritmo interessante para a época. Além disso, os cálculos realizados a cada iteração são relativamente simples, o que faz com que a tarefa não seja muito distante da capacidade dos computadores das décadas de 1950 e 1960. As debilidades do método tornam-se evidentes para redes de grande porte e mal-condicionadas. À medida que o número de barras e ramos cresce, o número de iterações aumenta consideravelmente. Além disso, redes maiores são mais susceptíveis a apresentar problemas de condicionamento (capacitâncias grandes, compensações série e *shunt*, junção de impedâncias série muito grandes e pequenas, longas linhas de extra-alta tensão), o que prejudica a eficiência do método de Gauss-Seidel.

Segundo [19], outros métodos iterativos, como os baseados na matriz **Z**, também eram utilizados, mas foram perdendo força por requererem grande espaço em memória e elevado número de iterações.

A crescente evolução e pulverização dos sistemas elétricos, com redes maiores e mais complexas, tornavam extremamente necessário que métodos de resolução mais robustos e eficientes fossem desenvolvidos. Neste contexto, o método de Newton foi o primeiro e importante passo para uma série de derivações vastamente utilizadas até hoje.

Para o método de Newton [1], o número de iterações praticamente independe do tamanho do problema. Além disso, o poder de convergência de uma iteração de Newton equivale a algumas iterações de Gauss-Seidel, o que reduz o número total de iterações para algumas unidades. Isso se

deve à sua característica de convergência quadrática.

Outra vantagem de Newton é que a sua robustez garante bom desempenho até mesmo para redes mal-condicionadas. Ele não é sensível à escolha da barra de referência, mas depende do ponto de partida arbitrado (o que não é um fator tão crítico para redes de energia, principalmente quando adota-se representação em p.u.).

Entretanto, no início, o método de Newton também apresentava altos custos computacionais, devido ao armazenamento e inversão de matrizes a cada iteração. Os requisitos de memória e tempo eram, na verdade, maiores que para os métodos iterativos anteriores. A sua viabilidade firmou-se através do desenvolvimento de técnicas de armazenamento compacto e fatoração apresentadas em [1]. Com essa otimização, a dependência de memória e tempo passam a variar de forma proporcional ao tamanho do problema. Em outras palavras, tem-se um método extremamente robusto e eficiente a um custo computacional próximo dos anteriores. A confiabilidade e poder de convergência do método de Newton passam a ser verdades largamente aceitas.

Mas como a evolução dos sistemas de potência não cessa, novos desafios surgiram para tratar redes ainda maiores e mais complexas, para as quais os custos computacionais exigidos tornam o próprio método de Newton desinteressante (ou mesmo inviável) para cálculo em tempo real, como se faz necessário em controle e operação de sistemas de transmissão e distribuição. Problemas cruciais continuam sendo o armazenamento e a fatoração de matrizes a cada iteração, ainda que utilizando algoritmos ótimos de programação.

Essas limitações computacionais incitaram o surgimento de novas propostas. A maioria delas são derivações do método de Newton que buscam uma maior eficiência computacional. Apesar de não apresentarem o mesmo poder de convergência de Newton (leia-se número de iterações), as novas propostas são viáveis de serem implementadas para aplicações reais. Aliás, este é um ponto interessante a ser observado: à parte os custos computacionais, até os dias de hoje nenhum método conseguiu superar Newton em robustez, poder de convergência e número de iterações.

Uma das primeiras modificações, e talvez a mais substancial, é o método desacoplado rápido (MDR) [2], sendo até hoje a base de grande parte dos programas para cálculo de fluxo de carga. Desenvolve-se sobre a constatação da forte interação (acoplamento) entre *potência ativa/ângulo de tensão (MW/\theta)* e *potência reativa/magnitude de tensão (MVAr/V)*. Obtém-se um algoritmo em que a matriz jacobiana do método de Newton, antes calculada e invertida a cada iteração, agora é substituída por matrizes constantes ao longo de todo o processo iterativo, e que dependem apenas dos parâmetros da rede. Isto representa um salto fundamental para a viabilidade do cálculo.

Algumas variantes do MDR surgiram, sugerindo diferentes formas de construir essas matrizes constantes (chamadas B' e B"). Uma proposta é apresentada junto com o próprio método [2]. É a versão XB, na qual as resistências dos ramos são desprezadas na construção da matriz B', assim

como os elementos de rede relacionados à potência reativa (*shunts* e transformadores em fase com o *tap* fora da posição nominal). A importância e eficácia destas considerações é abordada em [8] e [9]. Além disso, alterações de outra ordem, como a idéia de dobrar o valor dos elementos *shunt* na matriz B" [7], aparecem na literatura.

Em [3], surge uma nova e importante idéia para a construção das matrizes  $\mathbf{B}'$  e  $\mathbf{B}''$ , trazendo resultados bastante satisfatórios: a versão  $\mathbf{B}\mathbf{X}$ , em que as resistências são desprezadas em  $\mathbf{B}''$ , e não mais em  $\mathbf{B}'$ . Testes mostraram uma maior eficiência no cálculo de redes de distribuição, sem perda de desempenho em outros casos.

As deduções para os MDR's (XB e BX) eram até então feitas sob observações das características das redes e também sob constatações empíricas. Entretanto, em [11], um estudo teórico valida matematicamente os métodos. Esta referência é de suma importância, pois provou-se que o suposto desacoplamento entre os problemas ativo e reativo, obtido por aproximações, na verdade ocorre naturalmente através de manipulação algébrica das equações. Ou seja, existe sempre um acoplamento, mesmo que implícito, entre as partes ativa e reativa do MDR.

Um problema que vem atravessando toda a evolução dos MDR's é o cálculo de fluxo de carga para redes de distribuição (tensões da ordem de até 15 kV). O crescimento das malhas de distribuição, relacionado ao aumento dos centros urbanos e industriais, é uma tendência natural da evolução sócioeconômica. Além disso, é cada vez maior o número de co-geradores independentes conectados às redes elétricas, impulsionado por uma abertura nas concessões de geração de energia e também por um apelo eco-ambiental, que busca fontes alternativas de geração. Estes co-geradores, em geral, conectam-se às redes num nível de tensão de distribuição (até 15kV). Por razões como estas, tem sido bastante relevante o aperfeiçoamento dos métodos de análise e resolução de redes de distribuição.

Para se chegar ao MDR, uma das condições descritas em [2] faz menção à relação r/x dos ramos da rede, que deve assumir valores baixos, geralmente menores que a unidade. Isso é verificado em redes de transmissão de extra-alta tensão (EAT) e ultra-alta tensão (UAT), para as quais o método converge satisfatoriamente, aproximando-se da eficiência e confiabilidade do método de Newton. Entretanto, para redes de baixa tensão, como as de distribuição, a relação r/x de boa parte dos ramos assume valores elevados, podendo chegar a algumas unidades. Nestes casos, verifica-se que o MDR apresenta convergência lenta ou até mesmo não converge. Essa anomalia pode aparecer também em redes de EAT/UAT quando há compensação com capacitores série; nestes casos, apenas alguns ramos específicos apresentam relação r/x desfavorável.

Algumas técnicas surgiram ao longo do tempo para aperfeiçoar esta característica do MDR. Nas discussões de [6], Dy Liacco e Ramarao sugerem uma forma de compensação série para ramos de alta relação r/x. Outra forma de compensação, desta vez em paralelo e com melhores resultados, é apresentada em [7]. Ambas implicam em modificações na matriz admitância da rede, pois requerem

a introdução de nós e ramos fictícios. Para redes em que a maioria das barras precisariam de compensação, a reconstrução das matrizes torna-se desinteressante. Além disso, a convergência passa a ser razoavelmente mais lenta quando comparado com o MDR, principalmente quando o ramo em questão faz parte de um loop. Portanto, a compensação é interessante quando o MDR falha e a suspeita para tal é a presença de apenas alguns ramos radiais com alta relação r/x.

Outra sugestão de modificação ao MDR é apresentada em [10]. Aqui, as equações do MDR sofrem alteração para que as resistências sejam parcialmente consideradas durante os cálculos, minimizando os efeitos das hipóteses de desacoplamento. Critérios empíricos são utilizados para determinar as novas equações. Os resultados são interessantes para redes com relações r/x bastante desfavoráveis, e levemente piores que o MDR padrão para as outras redes.

Já o presente trabalho está focado em uma outra alternativa de alteração do MDR para redes de distribuição: a rotação de eixos complexos. Em [4] esta técnica é proposta, e tem por objetivo melhorar as características de convergência do método através de uma redução das relações r/x dos ramos da rede. A idéia é obter, através de uma rotação nos eixos complexos para potências e admitâncias, uma nova rede fictícia para a qual o MDR funcione bem e cujo estado de operação seja o mesmo da rede original. O ângulo de rotação dos eixos é escolhido empiricamente, buscando-se um valor ideal para cada caso. Verificou-se uma melhora considerável no cálculo de redes de distribuição.

Em [14], propõe-se uma técnica de rotação baseada em operadores unitários aplicados às injeções de potência e às tensões complexas (magnitude e ângulo), visando tornar as impedâncias dos ramos o mais *reativas* possível. Este tipo de rotação tem uma natureza diferente do apresentado em [4], já que não preserva, durante o processo iterativo, o estado da rede original. Além disso, difere significativamente do MDR originalmente proposto, o que requer modificações substanciais em termos de algoritmo e programação.

Uma outra técnica de rotação de eixos é sugerida em [5], chamada "rotação ótima de eixos". Nela, ângulos de rotação individualizados para cada barra são definidos, utilizando para isso um critério de otimização do forte acoplamento entre *potência ativa/ângulo de tensão* e *potência reativa/magnitude de tensão*. Resultados bastante satisfatórios foram obtidos, com pequeno número de iterações, para redes com altas relações r/x. Diferentemente de [4], por se ter ângulos individuais por barra, a rede obtida após a rotação não tem sentido físico associado; as matrizes da rede perdem a simetria, o que, computacionalmente, representa um maior custo. Apesar disso, obtém-se um sistema de equações que apresenta a mesma solução da rede original (magnitudes e ângulos de tensões). Observações bastante semelhantes aplicam-se a uma técnica de rotação proposta ainda antes, em [16].

O trabalho apresentado em [5] foi ponto de partida e inspiração para a presente dissertação. No método aqui proposto, o objetivo é desenvolver uma nova técnica de rotação de eixos que alie as vantagens dos métodos apresentados em [4] e [5]: apenas um ângulo para toda a rede, a fim de

que não se perca o significado físico após a rotação, nem a simetria das matrizes; e um critério de otimização para se chegar automaticamente a este ângulo.

Além disso, sistemas com barras do tipo PV apresentam uma dificuldade intrínseca à aplicação da rotação de eixos complexos. Também neste trabalho desenvolve-se uma forma de realizar esta rotação buscando minimizar os impactos sobre a precisão e confiabilidade do método. Vale lembrar que os co-geradores independentes são freqüentemente representados por barras do tipo PV; é interessante, portanto, considerar o tratamento de sistemas com esta característica.

Existem outros métodos, como o *back-forward sweep* [17], que utilizam algoritmos diferentes do MDR (e do conceito original de Newton) para tratar redes de distribuição. O *back-forward sweep* apresenta bom desempenho, mas com a restrição de ser aplicável apenas a redes radiais ou pouco malhadas. Em caso de redes com maior número de laços, sua eficiência fica bastante afetada. Essa restrição inexiste para os métodos derivados de Newton, como é o caso da proposta apresentada nesta dissertação.

No presente trabalho, inicialmente é feita uma revisão dos métodos já conhecidos e apresentados em detalhe nas referências citadas. Com isso, cria-se uma base teórica para o desenvolvimento da nova técnica aqui sugerida, bem como para os estudos comparativos entre os diversos métodos.

No capítulo 2, o método de Newton é apresentado. Inclui-se a dedução e o fluxograma do processo iterativo. A importância dada a este método deve-se ao fato dele ser a base de todo o desenvolvimento dos métodos subsequentes.

O capítulo 3 inicia com o método desacoplado e as hipóteses para o desacoplamento. Dele deriva o método desacoplado rápido (MDR) com suas diferentes versões (XB, BX) e adaptações feitas ao longo do tempo.

O capítulo 4 traz os métodos com rotação de eixos, desenvolvidos para adequar o MDR às redes de distribuição. Aqui, inicia-se com a rotação arbitrada, descrita em [4], desenvolve-se o método já proposto em [5] e finalmente é apresentada a nova proposta de rotação automática de eixos. O capítulo termina com a análise do problema de rotação de barras do tipo PV, trazendo uma sugestão para o seu tratamento.

No capítulo 5, tem-se as comparações entre os diversos métodos apresentados, e para diversas situações de simulação, buscando evidenciar as vantagens e desvantagens de cada um.

Por fim, o capítulo 6 traz a conclusão do trabalho.

# Capítulo 2

## Método de Newton

O método numérico de Newton é uma ferramenta matemática bastante importante e difundida para a solução de sistemas de equações não-lineares. Consiste num processo no qual iterativas linearizações do problema são montadas e resolvidas. O seu êxito depende de alguns fatores, dentre os quais destacam-se a possibilidade da correspondente matriz jacobiana de derivadas do sistema ser computada e a existência de uma boa aproximação inicial da solução. Essas condições aplicam-se bem ao problema do cálculo de fluxo de carga para redes elétricas.

O desenvolvimento do método de Newton para sistemas elétricos [1] toma como base as equações de potências nodais para as NB barras da rede, resultantes da aplicação das leis de Kirchhoff a essas barras, e dadas por:

$$P_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km})$$
(2.1)

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$
(2.2)

O estado da rede é considerado determinado quando são conhecidas as magnitudes V e ângulos de fase  $\theta$  das tensões de todas as NB barras. Pode-se observar que, de posse desses dados, e utilizando as equações (2.1) e (2.2), determina-se as potências nodais nas barras (considera-se conhecida a matriz admitância da rede). As quatro variáveis atribuídas a cada barra k são, portanto:  $V_k$ ,  $\theta_k$ ,  $P_k$  e  $Q_k$ .

Classifica-se as barras em três tipos: PQ, PV e V $\theta$ . Para cada um, duas das variáveis são conhecidas, conforme Tabela 2.1.

Tem-se, assim, para cada barra, duas equações de potências nodais e duas variáveis conhecidas.

2.1 Subsistema 1 7

Tipo de barra	Variáveis conhecidas	Variáveis desconhecidas	Função na rede
PQ	P,Q	$V, \theta$	Barra de carga
PV	P, V	$Q, \theta$	Barra de geração
$V\theta$	$V, \theta$	P,Q	Barra de geração (referência)

Tab. 2.1: Classificação das barras.

O problema consiste então em solucionar o seguinte sistema de 2NB equações e 2NB incógnitas:

$$\begin{cases} P_k - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \\ Q_k - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \end{cases}$$

$$(2.3)$$

Considera-se a rede constituída de NPQ barras do tipo PQ; NPV barras do tipo PV; e 1 barra do tipo V $\theta$ , tomada como referência para as tensões. Sendo assim, o sistema possui:

- 2 (NPQ + NPV + 1) dados
- 2 (NPQ + NPV + 1) incógnitas

O sistema é dividido em dois *subsistemas*, objetivando criar um algoritmo para a resolução. Como já mencionado, ao se obter as magnitudes e ângulos de fase das tensões de todas as NB barras, necessariamente tem-se também as potências nodais. Portanto, o *subsistema 1* consistirá na obtenção das variáveis de estado desconhecidas, que determinam o estado da rede (a saber, V e  $\theta$  para as barras PQ; e  $\theta$  para as barras PV). Já o *subsistema 2* será utilizado para calcular as potências nodais desconhecidas (P e Q da barra V $\theta$ ; e Q das barras PV).

### 2.1 Subsistema 1

O objetivo aqui é obter V e  $\theta$  desconhecidos na rede. Para a barra do tipo  $V\theta$ , a solução do subsistema I já é conhecida. Logo, essa barra não entra nesta etapa. As barras PQ, das quais V e  $\theta$  são desconhecidos, e as barras PV, das quais Q e  $\theta$  são desconhecidos, serão as barras utilizadas durante a resolução deste subsistema. Para as barras PV, busca-se obter  $\theta$ ; o cálculo de Q será realizado no subsistema Q, posteriormente. Tem-se, assim, um sistema determinado:

- (2NPQ + NPV) dados: P e Q das barras PQ; P das barras PV
- (2NPQ + NPV) incógnitas:  $V e \theta$  das barras PQ;  $\theta$  das barras PV

2.2 Subsistema 2

Chamando de  $P_k^{esp}$  e  $Q_k^{esp}$  os valores conhecidos de P e Q, o objetivo é, portanto, resolver:

$$\begin{cases} P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0, & \text{para barras PQ e PV} \\ Q_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = 0, & \text{para barras PQ} \end{cases}$$
 (2.4)

### 2.2 Subsistema 2

Após conhecidos os valores de V e  $\theta$  para todas as barras da rede, aplica-se as equações (2.1) e (2.2) para determinar as potências desconhecidas. Esta etapa constitui-se em obter P e Q para a barra  $V\theta$  e Q para as barras PV. Temos, portanto, um sistema de dimensão (NPV + 2).

Dessa forma, do total de 2NB equações do sistema, (2NPQ + NPV) são utilizadas no *subsistema* 1; as (NPV + 2) restantes formam o *subsistema* 2.

# 2.3 Aplicação do método de Newton para a resolução do *subsistema 1*

Seja o vetor de incógnitas

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

onde  $\theta$  tem dimensão (NPQ + NPV) e é o vetor dos ângulos das tensões das barras PQ e PV; e V tem dimensão NPQ, sendo o vetor das magnitudes das tensões das barras PQ.

Reescrevendo o sistema (2.4), chegamos a:

$$\begin{cases} \Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc} = 0\\ \Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc} = 0 \end{cases}$$
(2.6)

Para este sistema, tem-se que:

- $\Delta P_k$  e  $\Delta Q_k$  são os resíduos ou *mismatches* de potência ativa e reativa da barra k;
- $P_k^{esp}$  e  $Q_k^{esp}$  são os valores já conhecidos de P e Q;
- $P_k^{calc}$  e  $Q_k^{calc}$  são calculados através das equações (2.1) e (2.2) de potências nodais.

Busca-se resolver:

$$g(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Delta} \mathbf{P} \\ \mathbf{\Delta} \mathbf{Q} \end{bmatrix} = 0 \tag{2.7}$$

onde  $\Delta P$  é o vetor de *mismatches* de potência ativa das barras PQ e PV, tendo dimensão (NPQ + NPV);  $\Delta Q$  é o vetor de *mismatches* de potência reativa das barras PQ, tendo dimensão NPQ.

O método iterativo de Newton diz que, para cada iteração  $\nu$ , tem-se:

$$g(\mathbf{x}^{\nu}) = -\mathbf{J}(\mathbf{x}^{\nu}) \cdot \Delta \mathbf{x}^{\nu} \tag{2.8}$$

onde  $\mathbf{J}$  é a matriz jacobiana das derivadas de  $g(\mathbf{x})$  em relação a  $\mathbf{x}$ ;  $\Delta \mathbf{x}$  é o vetor de correção de estado. Ambos são calculados a cada iteração.

Após alguma manipulação algébrica, chega-se ao sistema básico das equações de fluxo de carga do método para uma iteração  $\nu$ :

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}^{\nu} \\ \Delta \mathbf{Q}^{\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix}^{(\nu)} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta^{\nu} \\ \Delta \mathbf{V}^{\nu} \end{bmatrix}$$
(2.9)

As submatrizes **H**, **N**, **M** e **L**, relacionadas à matriz jacobiana **J**, medem as sensibilidades entre as potências (ativas e reativas) e as tensões (magnitudes e ângulos de fase) nodais:

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta}$$
  $\mathbf{N} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}}$   $\mathbf{M} = \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \theta}$   $\mathbf{L} = \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}}$  (2.10)

Para calcular os elementos destas submatrizes, utiliza-se as expressões de potências nodais para  $P_k$  e  $Q_k$ . Considera-se aqui que a matriz admitância  $\mathbf{Y}$  seja simétrica. Em resumo, as expressões são:

$$\begin{cases}
H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -B_{kk}V_k^2 - Q_k \\
H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\
H_{mk} = \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} = -V_k V_m (G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km})
\end{cases} (2.11)$$

$$\begin{cases}
N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = V_k^{-1}(P_k + G_{kk}V_k^2) \\
N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k(G_{km}\cos\theta_{km} + B_{km}\sin\theta_{km}) \\
N_{mk} = \frac{\partial P_m}{\partial V_k} = V_m(G_{km}\cos\theta_{km} - B_{km}\sin\theta_{km}) \\
M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = -G_{kk}V_k^2 + P_k \\
M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_kV_m(G_{km}\cos\theta_{km} + B_{km}\sin\theta_{km}) \\
M_{mk} = \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} = -V_kV_m(G_{km}\cos\theta_{km} - B_{km}\sin\theta_{km}) \\
L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = V_k^{-1}(Q_k - B_{kk}V_k^2) \\
L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k(G_{km}\sin\theta_{km} - B_{km}\cos\theta_{km}) \\
L_{mk} = \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} = -V_m(G_{km}\sin\theta_{km} + B_{km}\cos\theta_{km})
\end{cases} (2.14)$$

As dimensões dessas submatrizes são:

$$\begin{array}{ll} \mathbf{H} & \rightarrow & [(\mathsf{NPQ} + \mathsf{NPV}) \times (\mathsf{NPQ} + \mathsf{NPV})] \\ \mathbf{N} & \rightarrow & [(\mathsf{NPQ} + \mathsf{NPV}) \times \mathsf{NPQ}] \\ \\ \mathbf{M} & \rightarrow & [\mathsf{NPQ} \times (\mathsf{NPQ} + \mathsf{NPV})] \\ \\ \mathbf{L} & \rightarrow & [\mathsf{NPO} \times \mathsf{NPO}] \end{array}$$

Buscando facilidades computacionais, é conveniente se trabalhar com matrizes de dimensões constantes. Assim, todas as matrizes são construídas em sua forma completa, com dimensão [NB  $\times$  NB]. Coloca-se um número muito grande ( $\rightarrow$   $\infty$ ) nas posições das diagonais correspondentes à barra de referência na matriz  $\mathbf{H}$  e nas posições das diagonais correspondentes às barras de referência

e PV na matriz L. Com isso assegura-se que, quando há inversão<sup>1</sup> dessas matrizes, os elementos das linhas e colunas correspondentes aos elementos grandes das diagonais serão muito pequenos ( $\rightarrow$  0). Os valores de correção de variáveis de estado correspondentes também serão desprezíveis:  $\Delta\theta_k$  para a barra de referência e  $\Delta V_k$  para as barras de referência e PV.

O vetor de correções de variáveis, para uma determinada iteração, é obtido através de:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta^{\nu} \\ \Delta \mathbf{V}^{\nu} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix}^{\nu} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}^{\nu} \\ \Delta \mathbf{Q}^{\nu} \end{bmatrix}$$
(2.15)

Ter-se-á atingido a solução quando, para um determinado estado  $(\theta, \mathbf{V})$ , os *mismatches* estiverem bem próximos de zero, ou seja, as potências calculadas para as barras devem ser iguais ou estar bem próximas das especificadas  $(P \in Q \text{ para as barras PQ } e P \text{ para as barras PV})$ . Utiliza-se aqui a seguinte condição de convergência para os *mismatches*:

- $|\Delta P_k| \leq \varepsilon_P$ , para as barras k do tipo PQ e PV
- $|\Delta Q_k| \leq \varepsilon_Q$ , para as barras k do tipo PQ

onde  $\varepsilon_P$  e  $\varepsilon_Q$  são as tolerâncias admitidas para os *mismatches* de potência ativa e reativa, respectivamente.

# 2.4 Algoritmo básico para a resolução dos *subsistemas 1* e 2 pelo método de Newton

As etapas para a resolução do problema de fluxo de carga pelo método de Newton, através dos *subsistemas 1* e 2, estão descritas a seguir.

#### SUBSISTEMA 1

1. Inicializar contador de iterações  $\nu=0$ Escolher valores iniciais para as magnitudes (barras PQ) e ângulos de fase (barras PQ e PV) das tensões nodais não fornecidas. Com isso, tem-se o vetor:

$$\mathbf{x} = \left[egin{array}{c} heta^0 \ \mathbf{V}^0 \end{array}
ight]$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>No presente trabalho, quando se faz referência à inversão de matrizes, considera-se a utilização de algoritmos ótimos de fatoração (ordenação e eliminação) a fim de se obter os elementos de interesse da matriz inversa.

2. Calcular  $P_k$   $(\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu})$  para as barras PQ e PV.

Calcular  $Q_k$   $(\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu})$  para as barras PQ.

Calcular os respectivos mismatches de potência:  $\Delta P_k^{\nu}$  e  $\Delta Q_k^{\nu}$ .

3. Testar a convergência: se

$$\max\{|\Delta P_k^{\nu}|\}_{k=PQ,PV} \le \varepsilon_P \quad \text{e} \quad \max\{|\Delta Q_k^{\nu}|\}_{k=PQ} \le \varepsilon_Q$$

considera-se que o processo iterativo convergiu para a solução  $\mathbf{x}=\left[egin{array}{c} heta^{
u} \\ \mathbf{V}^{
u} \end{array}\right].$ 

 $\rightarrow$  ir para o passo 7.

Caso contrário, prosseguir.

4. Calcular a matriz jacobiana

$$\left[\begin{array}{cc} \mathbf{H}(\theta^{\nu},\mathbf{V}^{\nu}) & \mathbf{N}(\theta^{\nu},\mathbf{V}^{\nu}) \\ \mathbf{M}(\theta^{\nu},\mathbf{V}^{\nu}) & \mathbf{L}(\theta^{\nu},\mathbf{V}^{\nu}) \end{array}\right]$$

5. Calcular os vetores de correções resolvendo o sistema

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta^{\nu} \\ \Delta \mathbf{V}^{\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) & \mathbf{N}(\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) \\ \mathbf{M}(\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) & \mathbf{L}(\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}(\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) \\ \Delta \mathbf{Q}(\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) \end{bmatrix}$$

e determinar a nova solução:

$$\theta^{\nu+1} = \theta^{\nu} + \Delta \theta^{\nu}$$

$$\mathbf{V}^{\nu+1} = \mathbf{V}^{\nu} + \Delta \mathbf{V}^{\nu}$$

6. Incrementar o contador de iterações  $(\nu \leftarrow \nu + 1)$  e voltar ao passo 2.

#### SUBSISTEMA 2

7. Calcular  $P_k$  para a barra de referência e  $Q_k$  para as barras de referência e PV.

A figura 2.1 mostra o fluxograma referente ao método de Newton.

## 2.5 Considerações sobre o método de Newton

A obtenção de uma solução correta nem sempre é garantida pelo método de Newton. Para alguns sistemas, o processo iterativo pode ficar oscilando continuamente entre dois pontos sem jamais alcançar a raiz da equação. Sob condições favoráveis, como acontece em geral para o cálculo de fluxo

de carga, há convergência, a qual tem característica quadrática. Entretanto, apesar de encontrar uma raiz do sistema, esta pode ser uma solução não-factível para a rede elétrica.

A formulação do método é bastante interessante por permitir a inclusão de diversos tipos de controles e limites através de modificações apropriadas no algoritmo. Dessa forma, pode-se controlar a magnitude de tensão em barras de carga, a injeção de potência reativa em geradores, o *tap* de transformadores ou o fluxo de potência entre áreas, apenas para citar alguns casos. Além disso, o método funciona bem para redes mal-condicionadas, fato que não acontece para os métodos baseados nas matrizes Y e Z [23].

O número de iterações requerido para se chegar à solução do fluxo de carga é teoricamente independente do tamanho do problema, porém bastante sensível ao ponto inicial utilizado e à existência de controles e limites; o método de Newton não é sensível à escolha da barra de referência. O tamanho do problema (número de barras e ramos) interfere significativamente no tempo computacional, pois a cada iteração tem-se que montar e inverter a matriz jacobiana, esforço esse que varia proporcionalmente às dimensões da mesma. É nesse aspecto que reside o grande custo computacional do método de Newton. A sua viabilidade foi alcançada através do estudo de algoritmos ótimos de ordenação das linhas e colunas da matriz jacobiana para conseqüente aplicação da eliminação de Gauss. Buscase assim explorar as características de esparsidade da matriz, reduzindo a armazenagem de novos elementos durante a triangularização.

A capacidade de convergência do método de Newton é tão alta que, mesmo realizando algumas aproximações na matriz jacobiana, consegue-se um desempenho bastante satisfatório (naturalmente, com convergência pior que a de Newton). Essas modificações objetivam tornar o método mais "leve" do ponto de vista computacional, permitindo a sua aplicação a cálculos em tempo real sem a necessidade de exorbitante capacidade de memória e processamento. Apesar de crescer o número de iterações, o cálculo para cada uma delas torna-se consideravelmente mais simples e rápido. Essas modificações no método de Newton, dentre as quais destaca-se o Método Desacoplado Rápido (MDR), são abordadas nos capítulos 3 e 4.

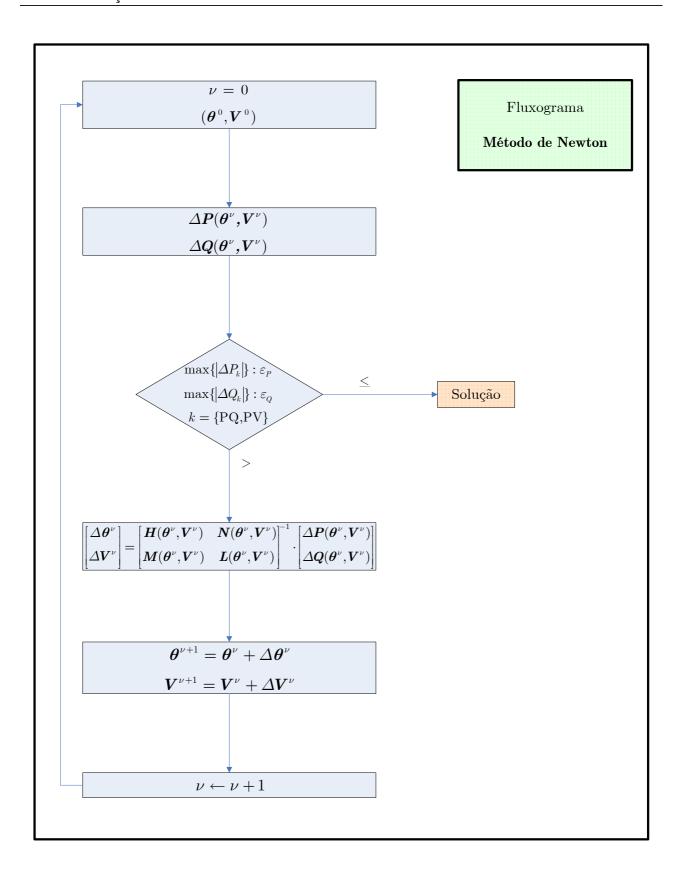


Fig. 2.1: Fluxograma básico do Método de Newton

## Capítulo 3

# Método Desacoplado Rápido

Os métodos numéricos para a resolução de redes elétricas em geral tornam-se mais eficientes ao considerarem, na sua formulação, aspectos físicos dos sistemas em estudo. Dessa maneira, os mais importantes critérios de performance - armazenamento, velocidade e convergência - podem ser aprimorados. O próprio método de Newton, ao utilizar-se da esparsidade da matriz jacobiana durante a eliminação de Gauss, é um exemplo de aprimoramento através da exploração de características físicas das redes.

È nesse contexto que surge o método desacoplado e, subseqüentemente, o método desacoplado rápido [2]. O primeiro considera a existência de uma baixa interação entre  $[P \ e \ V]$  e entre  $[Q \ e \ \theta]$ . O segundo vai além, realizando simplificações em algumas grandezas elétricas e obtendo uma notória redução de custo computacional.

## 3.1 Método Desacoplado

Como já foi dito, as submatrizes H, N, M, L indicam as sensibilidades entre as potências (ativas e reativas) e as tensões (magnitudes e ângulos de fase). Observa-se, nestas submatrizes, que as sensibilidades entre  $[P \ e \ \theta]$  e entre  $[Q \ e \ V]$  são bem maiores que aquelas entre  $[P \ e \ V]$  e  $[Q \ e \ \theta]$ . Diz-se que existe um acoplamento forte quando a sensibilidade é grande, e um acoplamento fraco (ou desacoplamento) caso contrário. Isso é geralmente verificado para redes de extra-alta tensão (EAT; acima de 230 kV) e ultra-alta tensão (UAT; acima de 750 kV).

De posse dessa constatação, chega-se ao método de Newton desacoplado, no qual são desprezadas as submatrizes N e M, já que seus valores são substancialmente menores que os de H e L. Com isso, pode-se escrever:

$$\begin{cases}
\Delta \mathbf{P} (\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) = \mathbf{H} (\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) \cdot \Delta \theta^{\nu} \\
\Delta \mathbf{Q} (\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) = \mathbf{L} (\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) \cdot \Delta \mathbf{V}^{\nu}
\end{cases}$$
(3.1)

$$\begin{cases} \theta^{\nu+1} = \theta^{\nu} + \Delta \theta^{\nu} \\ \mathbf{V}^{\nu+1} = \mathbf{V}^{\nu} + \Delta \mathbf{V}^{\nu} \end{cases}$$
(3.2)

Esta é a chamada resolução simultânea, pois os *mismatches* de potências ativa e reativa são calculados com base nos valores de estado da iteração anterior. Uma maneira de melhorar a característica de convergência do sistema é utilizando o esquema de solução alternado, no qual tem-se:

$$\begin{cases}
\Delta \mathbf{P} (\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) = \mathbf{H} (\theta^{\nu}, \mathbf{V}^{\nu}) \cdot \Delta \theta^{\nu} \\
\theta^{\nu+1} = \theta^{\nu} + \Delta \theta^{\nu}
\end{cases}$$
(3.3)

$$\begin{cases}
\Delta \mathbf{Q} \left( \theta^{\nu+1}, \mathbf{V}^{\nu} \right) = \mathbf{L} \left( \theta^{\nu+1}, \mathbf{V}^{\nu} \right) \cdot \Delta \mathbf{V}^{\nu} \\
\mathbf{V}^{\nu+1} = \mathbf{V}^{\nu} + \Delta \mathbf{V}^{\nu}
\end{cases}$$
(3.4)

O sistema (3.3) constitui a meia-iteração ativa, através da qual é feita a atualização dos ângulos de fase das tensões, relacionados aos *mismatches* de potência ativa. O sistema (3.4) é a meia-iteração reativa, na qual é feita a atualização das magnitudes das tensões, relacionadas aos *mismatches* de potência reativa. Aqui, utiliza-se os valores atualizados dos ângulos de fase, melhorando o desempenho do método. Tem-se, portanto, uma atualização de variáveis de estado a cada meia-iteração.

Vale observar que, neste método, só foram introduzidas aproximações na matriz jacobiana, sendo os vetores de *mismatches* calculados da mesma forma que no método de Newton. Essas aproximações alteram o processo de convergência, tornando diferente o caminho percorrido entre o ponto inicial e a solução, mas sem alterar a solução final, que depende das tolerâncias  $\varepsilon_P$  e  $\varepsilon_Q$ . O modelo da rede não é afetado, sendo o desacoplamento aplicado apenas no algoritmo de resolução.

# 3.1.1 Algoritmo básico para a resolução dos *subsistemas 1* e 2 pelo método desacoplado

Considere que:

- p e q são contadores das meias-iterações ativa e reativa, respectivamente;
- KP e KQ são indicadores de convergência dos subproblemas ativo e reativo, respectivamente. Têm a função de sinalizadores (semáforos) computacionais: sempre que alguma variável de estado é alterada, o indicador de convergência do outro subproblema é igualado a "1", provocando uma avaliação dos mismatches deste outro subproblema, mesmo que já tenha convergido

em uma iteração anterior. Com isso, evita-se afastamento do ponto de solução.

### SUBSISTEMA 1

1. Atribuir os valores iniciais: KP = KQ = 1, p = q = 0. Escolher valores iniciais para as magnitudes (barras PQ) e ângulos de fase (barras PQ e PV) das tensões nodais não fornecidas. Com isso, tem-se o vetor

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta^0 \\ \mathbf{V}^0 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

- 2. Calcular  $P_k(\theta^p, \mathbf{V}^q)$  para as barras PQ e PV. Calcular os respectivos *mismatches* de potência  $\Delta P_k$ .
- 3. Testar a convergência: se

$$\max\{|\Delta P_k|\}_{k=PQ,PV} \le \varepsilon_P \tag{3.6}$$

 $\rightarrow$  ir para o passo 13.

Caso contrário, prosseguir.

4. Calcular a matriz H.

Calcular os vetores de correções para  $\theta$ , resolvendo

$$\Delta \theta^{p} = \mathbf{H} \left( \theta^{p}, \mathbf{V}^{q} \right)^{-1} \cdot \Delta \mathbf{P} \left( \theta^{p}, \mathbf{V}^{q} \right)$$
(3.7)

e determinar o novo valor

$$\theta^{p+1} = \theta^p + \Delta \theta^p \tag{3.8}$$

- 5. Incrementar o contador de meias-iterações ativas  $(p \leftarrow p + 1)$ .
- 6. Fazer KQ = 1.
- 7. Calcular  $Q_k(\theta^p, \mathbf{V}^q)$  para as barras PQ. Calcular os respectivos *mismatches* de potência  $\Delta Q_k$ .
- 8. Testar a convergência: se

$$\max\{|\Delta Q_k|\}_{k=PQ} \le \varepsilon_Q \tag{3.9}$$

 $\rightarrow$  ir para o passo 14.

Caso contrário, prosseguir.

9. Calcular a matriz L.

Calcular os vetores de correções para V, resolvendo

$$\Delta \mathbf{V}^{q} = \mathbf{L} (\theta^{p}, \mathbf{V}^{q})^{-1} \cdot \Delta \mathbf{Q} (\theta^{p}, \mathbf{V}^{q})$$
(3.10)

e determinar o novo valor

$$\mathbf{V}^{q+1} = \mathbf{V}^q + \Delta \mathbf{V}^q \tag{3.11}$$

- 10. Incrementar o contador de meias-iterações reativas  $(q \leftarrow q + 1)$ .
- 11. Fazer KP = 1.
- 12. Voltar ao passo 2.
- 13. Fazer KP = 0.

Testar: se KQ = 0, o processo convergiu.

 $\rightarrow$  ir para o passo 15.

Caso contrário,  $\rightarrow$  ir para o passo 7.

14. Fazer KQ = 0.

Testar: se KP = 0, o processo convergiu.

 $\rightarrow$  ir para o passo 15.

Caso contrário,  $\rightarrow$  ir para o passo 2.

#### SUBSISTEMA 2

15. Calcular  $P_k$  para a barra de referência e  $Q_k$  para as barras de referência e PV.

Neste algoritmo, os passos 2 a 6 e 13 correspondem à meia-iteração ativa. Os passos 7 a 12 e 14 correspondem à meia-iteração reativa. A resolução do *subsistema 2* (passo 15) é feita de maneira semelhante ao método de Newton.

O fluxograma referente a este algoritmo encontra-se na figura 3.1.

Para o método desacoplado, as matrizes H e L precisam ser montadas e invertidas a cada iteração, o que não representa uma grande modificação em relação ao método de Newton. Mas é um passo importante para o desenvolvimento do método desacoplado rápido (MDR), descrito em seguida.

## 3.2 Método Desacoplado Rápido (MDR)

Baseando-se no método desacoplado, faz-se em [2] algumas considerações a fim de se chegar a um método de cálculo mais rápido.

Seja a matriz diagonal de magnitude de tensões:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 & & & \\ & V_2 & 0 & \\ & 0 & \ddots & \\ & & V_{NB} \end{bmatrix}$$
 (3.12)

Define-se duas novas matrizes, H' e L', dadas por:

$$H' = V^{-1}H$$
 (3.13)

$$\mathbf{L}' = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{L} \tag{3.14}$$

Os elementos dessas duas matrizes são, portanto:

$$\begin{cases}
H'_{kk} = -V_k B_{kk} - \frac{Q_k}{V_k} \\
H'_{km} = V_m \left( G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km} \right) \\
H'_{mk} = -V_k \left( G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km} \right)
\end{cases}$$
(3.15)

$$\begin{cases}
L'_{kk} = -B_{kk} + \frac{Q_k}{V_k^2} \\
L'_{km} = G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km} \\
L'_{mk} = -G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}
\end{cases}$$
(3.16)

Para o método desacoplado, tem-se as equações:

$$\Delta P/V = H' \cdot \Delta \theta \tag{3.17}$$

$$\Delta Q/V = L' \cdot \Delta V \tag{3.18}$$

Levando em conta as seguintes considerações:

- $\theta_{km}$  é pequeno, de tal forma que  $\cos \theta_{km}$  é muito próximo de 1. Esta aproximação é válida para sistemas de transmissão (EAT e UAT) e também para sistemas de distribuição, já que para estes últimos as aberturas angulares são em geral pequenas;
- $B_{km}$  é, em magnitude, muito maior que  $G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km}$ . Esta aproximação é válida em geral, especialmente para EAT e UAT. Para EAT, a relação  $B_{km}/G_{km}$  é da ordem de 5, podendo atingir a ordem de 20 em redes de UAT;
- $B_{kk}V_k^2$  é, em magnitude, muito maior que  $Q_k$ . Isso indica que as reatâncias *shunt* (cargas, reatores, capacitores, *shunts* de linha) são, na grande parte dos casos, muito maiores que as reatâncias série (linhas e transformadores);
- As tensões  $V_k$  são próximas da unidade (em p.u.).

Aplicando estas aproximações às matrizes  $\mathbf{H}'$  e  $\mathbf{L}'$  chega-se a duas novas matrizes, chamadas de  $\mathbf{B}'$  e  $\mathbf{B}''$ , respectivamente:

$$\begin{cases}
B'_{kk} = -B_{kk} \\
B'_{km} = -B_{km} \\
B'_{mk} = -B_{km}
\end{cases}$$
(3.19)

$$\begin{cases}
B_{kk}'' = -B_{kk} \\
B_{km}'' = -B_{km} \\
B_{mk}'' = -B_{km}
\end{cases}$$
(3.20)

Vê-se aqui um resultado bastante interessante: as matrizes  $\mathbf{B}'$  e  $\mathbf{B}''$  dependem apenas dos parâmetros da rede (impedâncias e susceptâncias dos ramos e elementos *shunt*), ficando, portanto, independentes das variáveis de estado do sistema (magnitudes e ângulos das tensões nodais). As novas matrizes aproximam-se bastante da matriz susceptância nodal  $\mathbf{B}$ , com a ressalva de que em  $\mathbf{B}'$  não constam as linhas e colunas referentes à barra  $V\theta$ , e em  $\mathbf{B}''$  não constam as linhas e colunas referentes às barras  $V\theta$  e PV. Essas matrizes são constantes ao longo do processo iterativo (diz-se que o método apresenta "tangente fixa"), diminuindo o tempo computacional e a quantidade de memória antes usada para calcular e inverter  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{L}$  a cada iteração. Daí o método ser denominado desacoplado rápido, cujas equações são:

$$\Delta \theta = (\mathbf{B}')^{-1} \cdot (\Delta \mathbf{P}/\mathbf{V}) \tag{3.21}$$

$$\Delta \mathbf{V} = (\mathbf{B}'')^{-1} \cdot (\Delta \mathbf{Q}/\mathbf{V}) \tag{3.22}$$

Estas equações passam a substituir os passos 4 e 9 do algoritmo do método desacoplado, apresentado na seção 3.1.1, nos quais tem-se  $\Delta\theta = \mathbf{H}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{P}$  e  $\Delta \mathbf{V} = \mathbf{L}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{Q}$ . O restante do algoritmo não é alterado. As matrizes constantes  $\mathbf{B}'$  e  $\mathbf{B}''$  e suas inversas são calculadas logo no passo 1, apenas uma vez para todo o processo iterativo.

O fluxograma correspondente a este método está na figura 3.2.

### 3.2.1 Versão XB

Ainda em [2], algumas alterações são propostas na formulação das matrizes  $\mathbf{B}'$  e  $\mathbf{B}''$ , buscando melhorar as características de convergência do método. São elas:

- omitir em B' os elementos predominantemente relacionados ao fluxo de carga reativa (elementos *shunt* e transformadores em fase com *tap* fora do nominal);
- omitir em  $\mathbf{B}''$  os elementos predominantemente relacionados ao fluxo de carga ativa (como os transformadores defasadores);
- desprezar as resistências série dos ramos na formação de B', aproximação essa comumente utilizada em métodos de fluxo de carga CC (corrente contínua). Essa aproximação, em [2], foi alcançada através de testes experimentais.

Com essas modificações, chega-se ao método XB, no qual as matrizes B' e B'' são reais, esparsas e com estruturas semelhantes às de H e L, respectivamente. Omitindo aqui os transformadores, para

efeito de simplificação das expressões (mas sem que se deixe de incluí-los nos cálculos), passamos a ter:

$$\begin{cases}
B'_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} \frac{1}{x_{km}} \\
B'_{km} = -\frac{1}{x_{km}} \\
B'_{mk} = -\frac{1}{x_{km}}
\end{cases}$$
(3.23)

$$\begin{cases}
B_{kk}'' = -B_{kk} \\
B_{km}'' = -B_{km} \\
B_{mk}'' = -B_{km}
\end{cases}$$
(3.24)

Este método apresenta taxa de convergência geométrica, sendo menor, portanto, que a do método de Newton. Entretanto, este aspecto é compensado pela rapidez de cálculo para cada iteração.

### 3.2.2 *Shunts* dobrados em B"

Considerou-se em [2], dentre as aproximações para se chegar ao método desacoplado rápido, que  $B_{kk}V_k^2$  é, em magnitude, muito maior que  $Q_k$ . Entretanto, em algumas situações, os elementos *shunt* podem aparecer com valores demasiadamente elevados. Nessas condições, a potência reativa  $Q_k$  relacionada a esse elemento pode não ser desprezível, comprometendo a aproximação anterior. Isso pode afetar a convergência do método, tornando-a lenta ou simplesmente não convergindo.

A aproximação atinge o elemento  $B''_{kk}$ . Uma solução proposta em [7] é obtida a partir da expressão de  $L'_{kk}$ , sugerindo que os elementos *shunt* de barra e de linha apareçam dobrados na diagonal da matriz B''. As demais aproximações do MDR permanecem válidas.

Em [19], a seguinte dedução é feita para se chegar a esta conclusão:

$$L'_{kk} = -B_{kk} + Q_k / V_k^2$$

$$= -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - \left( b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh} \right) + \frac{1}{V_k} \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$

Considerando as mesmas simplificações do desacoplado rápido, isto é,  $V_k \approx 1$ ,  $B_{km} \gg G_{km} \sin \theta_{km}$ ,  $\cos \theta_{km} \approx 1$ , tem-se:

$$L'_{kk} = -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - \left(b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}\right) - \sum_{m \in K} B_{km}$$

$$= -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - \left(b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}\right) - \left(B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} B_{km}\right)$$

$$= -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - \left(b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}\right) - \left[\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} + \left(b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}\right) - \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}\right]$$

$$= -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - 2\left(b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}\right) = B''_{kk}$$
(3.25)

Ou seja, ao desconsiderar a aproximação  $B_{kk}V_k^2 \gg Q_k$ , esta é a expressão obtida a partir de  $L'_{kk}$ . Observa-se o aparecimento do fator 2 multiplicando os elementos *shunt*.

### 3.2.3 Versão BX

Em [3], uma nova proposta para a construção das matrizes B' e B'' é descrita. Aqui, sugere-se que as resistências dos ramos sejam desprezadas na matriz B'', e não mais em B' (como no caso XB). Os elementos *shunt* continuam sendo desprezados na matriz B'; em B'', eles aparecem dobrados, seguindo indicação feita na seção anterior. Tem-se então:

$$\begin{cases}
B'_{kk} = -\sum_{m \in \Omega_k} b_{km} \\
B'_{km} = b_{km} \\
B'_{mk} = b_{km}
\end{cases}$$
(3.26)

$$\begin{cases} B_{kk}'' = \sum_{m \in \Omega_k} \frac{1}{x_{km}} - 2\left(b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}\right) \\ B_{km}'' = -\frac{1}{x_{km}} \\ B_{mk}'' = -\frac{1}{x_{km}} \end{cases}$$
(3.27)

Os transformadores, omitidos por simplificação, são incluídos nos cálculos.

O número de iterações para este método, quando da análise de redes de alta tensão, é bastante próximo daquele para o método XB. As vantagens do BX ficam mais evidentes para redes com relações r/x mais altas, comumente redes de distribuição. Nestes casos, em geral o número de iterações para o método BX é sensivelmente menor que o necessário para o XB. Há entretanto excessões, conforme pode ser visto nas discussões de [3]. Além disso, este método mostrou-se mais robusto, garantindo convergência em casos em que o XB diverge ou tem comportamento cíclico. O estudo realizado em [3] é de caráter experimental, ou seja, as vantagens apresentadas pelo método são comprovadas empiricamente.

### 3.3 Considerações sobre o desacoplamento

Um trabalho posterior [11], através de uma análise teórica mais profunda, evidencia que se pode chegar às equações do método desacoplado rápido (XB ou BX) sem a necessidade de realizar as aproximações descritas nas seções anteriores.

Através de uma abordagem que busca resolver o sistema jacobiano (método de Newton) algebricamente e de maneira desacoplada, comprova-se que o acoplamento entre as partes ativa e reativa não deixa de existir, mas sim permanece implícito nas equações do MDR.

De fato, as aproximações realizadas em [2] e [3], apesar de experimentais e guiadas pela necessidade de explorar características da rede a fim de melhorar a eficiência computacional do método, na

verdade refletem o que ocorre quando se manipula algebricamente o sistema (2.9). É como se este sistema estivesse sendo solucionado intuitivamente!

Em [11] é mostrado que, a partir do algoritmo de Newton, pode-se chegar ao que é chamado de algoritmo primal (correspondente à versão BX) e ao algoritmo dual (versão XB). As considerações são idênticas para os dois casos. Entretanto, para que a versão dual fique igual ao método XB de [2], deve-se desprezar os efeitos das barras PV e dos *shunts* nas sensibilidades  $P - \theta$ . Além disso, o método dual naturalmente inicia o processo iterativo com a meia-iteração reativa, enquanto o XB de [2] o faz com a meia-iteração ativa. Ou seja, o método BX de [3] é mais próximo da sua respectiva versão primal que o XB é da dual. Isto explica o melhor desempenho do BX, em geral.

Aplicadas as considerações de [11], os desempenhos para os dois casos - primal e dual - são bem próximos (em número de iterações). Isto é condizente com o fato dos dois métodos serem provenientes de manipulações algébricas análogas.

No presente trabalho, quando se menciona método XB ou BX, faz-se referência aos métodos de [2] e [3], respectivamente (inclusive para as simulações do capítulo 5). Isto assim é feito já que, uma vez que os desempenhos do primal e do BX são bem próximos (e consequentemente o do dual também), ao manter-se o método original de [2] dentre os analisados, tem-se uma melhor abrangência da evolução histórica dos fluxos de carga.

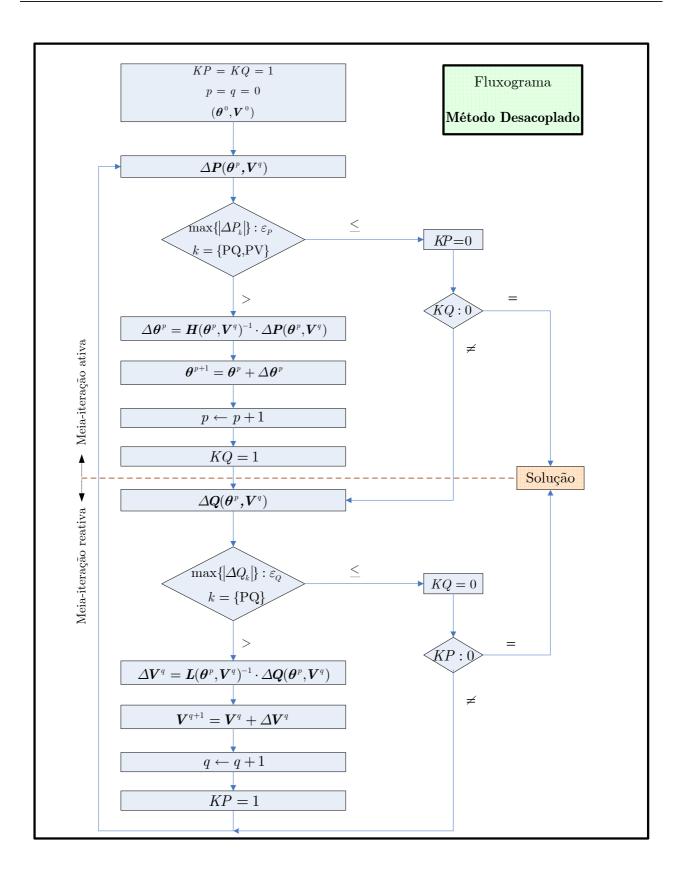


Fig. 3.1: Fluxograma básico do Método Desacoplado

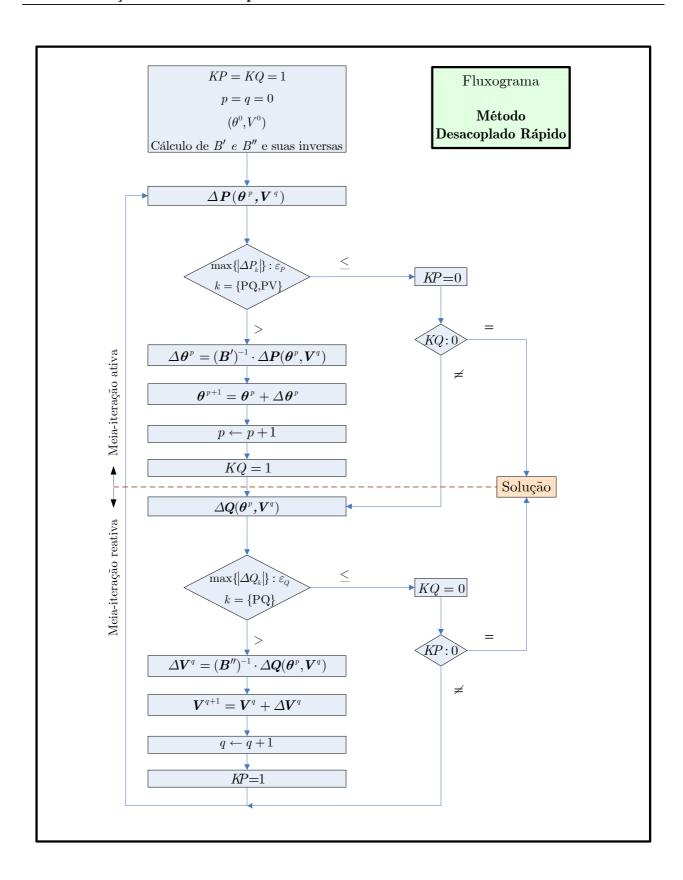


Fig. 3.2: Fluxograma básico do Método Desacoplado Rápido

# Capítulo 4

# Métodos com rotação de eixos

As aproximações utilizadas durante a dedução do método desacoplado rápido aplicam-se bem a redes de alta tensão, como os sistemas de transmissão. Nestes, as relações r/x dos ramos são pequenas, e o método converge de maneira satisfatória. Entretanto, para redes de distribuição, essas relações assumem valores mais elevados, prejudicando sensivelmente o desempenho do MDR. Em [4], sugere-se aplicar uma técnica chamada rotação de eixos, a fim de tornar as relações r/x menores e, portanto, mais adequadas à aplicação do método. O ângulo para esta rotação é arbitrado e único para toda a rede.

Recentemente, outra sugestão de rotação de eixos foi abordada em [5], na qual os ângulos são calculados através de critérios de otimização, sendo individualizados para cada barra. Para este caso, perde-se a simetria das matrizes da rede, e consequentemente o seu significado físico durante o processo iterativo.

O presente trabalho tem por objetivo apresentar um novo método de rotação, no qual o ângulo é calculado por critérios de otimização, sendo único para toda a rede e assim mantendo o seu significado físico associado. Torna-se possível aproveitar os algoritmos de armazenamento compacto e fatoração já bastante difundidos para matrizes simétricas. Além disso, desenvolve-se também uma forma de realizar a rotação de eixos para redes com barras PV, para as quais a aplicação da técnica não é imediata. Este último tópico não é abordado nos trabalhos anteriores sobre rotação.

A seguir, apresenta-se em detalhe a evolução da técnica de rotação de eixos complexos.

### 4.1 Desenvolvimento da rotação de eixos

A rotação de eixos proposta em [4] consiste em mudar, temporariamente, o sistema de referência complexo para a rede em estudo. Isso se dá através de uma rotação dos eixos real e imaginário, buscando reduzir a relação entre resistência e reatância dos ramos. Assim, as características da rede

ficam mais próximas daquelas adotadas quando da dedução do MDR (seção 3.2), favorecendo o desempenho do método. Vejamos em seguida.

Seja a impedância z=r+jx, representada no plano complexo (Real,Imag), conforme figura 4.1:

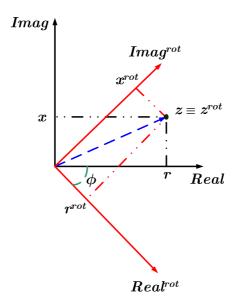


Fig. 4.1: Representação da rotação de eixos complexos

Na mesma figura, tem-se um outro plano  $(Real^{rot}, Imag^{rot})$ , rotacionado de um ângulo  $\phi$  em relação ao primeiro. Neste, o ponto correspondente à impedância z torna-se  $z^{rot}=r^{rot}+jx^{rot}$ . Sendo assim, devido à rotação:

$$z^{rot} = r^{rot} + jx^{rot} = ze^{j\phi} (4.1)$$

de onde, aplicando a relação de Euler:

$$r^{rot} = r\cos\phi - x\sin\phi \tag{4.2}$$

$$x^{rot} = r \operatorname{sen} \phi + x \cos \phi \tag{4.3}$$

Sendo todos os ramos rotacionados de um mesmo ângulo  $\phi$  , a relação r/x de cada ramo passa a ser:

$$\frac{r^{rot}}{x^{rot}} = \frac{r\cos\phi - x\sin\phi}{r\sin\phi + x\cos\phi} \tag{4.4}$$

Neste novo sistema de referência, pode-se obter relações r/x mais favoráveis à aplicação do método desacoplado rápido, dependendo do ângulo de rotação  $\phi$ . Para manter o mesmo estado de operação da rede original (magnitudes e ângulos de tensão), é necessário rotacionar também as injeções de potência ativa e reativa. Das relações:

$$S = EI^* (4.5)$$

$$I = \frac{E}{z} \tag{4.6}$$

tem-se, após substituir z por  $z^{rot}e^{-j\phi}$ :

$$I = \frac{E}{z^{rot}e^{-j\phi}} \tag{4.7}$$

$$I^{rot} = Ie^{-j\phi} = \frac{E}{z^{rot}} \tag{4.8}$$

o que significa que devemos rotacionar as correntes de um ângulo  $\phi$  em sentido contrário ao das impedâncias. As tensões se mantêm. Para a potência complexa chega-se a:

$$S^{rot} = E\left(I^{rot}\right)^* \tag{4.9}$$

$$S^{rot} = Se^{j\phi} (4.10)$$

Ou seja, as potências são rotacionadas de maneira semelhante às impedâncias. Daí:

$$P^{rot} = P\cos\phi - Q\sin\phi \tag{4.11}$$

$$Q^{rot} = P \sin \phi + Q \cos \phi \tag{4.12}$$

Tem-se uma nova rede fictícia, para a qual o desempenho do método é melhor e o estado fornecido (tensões complexas) é o mesmo que o da rede original. Após a resolução do problema, aplica-se a rotação inversa às grandezas de interesse (fluxos de potências, injeções de potências), obtendo então o resultado final. Nesta técnica, o valor do ângulo  $\phi$  é arbitrado pelo usuário, podendo ser obtido experimentalmente um valor ótimo para cada rede, para o qual se tenha o menor número de iterações.

### 4.2 Rotação ótima de eixos

Como dito na seção anterior, para o método apresentado em [4], o ângulo de rotação  $\phi$  é arbitrado. Busca-se um valor ideal para cada rede. Em [5], uma técnica é desenvolvida a fim de se realizar uma rotação automática, isto é, o ângulo de rotação passa a ser calculado, e não mais arbitrado. O trabalho se intitula "rotação ótima de eixos". Para realizar este cálculo, utiliza-se um critério que consiste em minimizar os acoplamentos entre P e V e entre Q e  $\theta$ : o ângulo  $\phi$  deve fazer com que as submatrizes N e M, obtidas após a rotação, tenham valores próximos a zero. Ou seja, o ângulo de rotação é um parâmetro a ser ajustado de forma a atender à hipótese do desacoplamento.

Uma grande novidade deste método é o fato de se obter um ângulo de rotação  $\phi$  para cada barra k, diferentemente do apresentado em [4], em que um mesmo ângulo é aplicado a toda a rede. Cada equação nodal possui seu respectivo ângulo otimizado. Diz-se que o cálculo é orientado por barra.

Por ser calculado através de um algoritmo, o usuário não mais necessita estipular um valor para a rotação, já que o cálculo é feito automaticamente, com base nos parâmetros da rede. O valor para  $\phi_k$  é função das relações r/x dos ramos conectados à barra k. Apresenta-se em seguida o desenvolvimento para obtê-lo.

Da aplicação de (4.11) e (4.12) à (2.1) e (2.2), para um ângulo  $\phi_k$ , pode-se concluir que:

$$G_{km}^{rot} = G_{km}\cos\phi_k + B_{km}\sin\phi_k \tag{4.13}$$

$$B_{km}^{rot} = B_{km}\cos\phi_k - G_{km}\sin\phi_k \tag{4.14}$$

Observando os conjuntos de equações (2.12) e (2.13), vê-se que, para o sistema rotacionado, os elementos referentes ao ramo k-m das submatrizes N e M são dados por:

$$N_{km}^{rot} = \frac{\partial P_k^{rot}}{V_m} = V_k \left( G_{km}^{rot} \cos \theta_{km} + B_{km}^{rot} \sin \theta_{km} \right)$$
(4.15)

$$M_{km}^{rot} = \frac{\partial Q_k^{rot}}{\theta_m} = -V_k V_m \left( G_{km}^{rot} \cos \theta_{km} + B_{km}^{rot} \sin \theta_{km} \right)$$
(4.16)

Da hipótese do desacoplamento:

$$N_{km}^{rot} \cong 0 \tag{4.17}$$

$$M_{km}^{rot} \cong 0 \tag{4.18}$$

Aplicando às equações (4.15) e (4.16), conclui-se que:

$$G_{km}^{rot} \cong -B_{km}^{rot} \operatorname{tg} \theta_{km}$$
 (4.19)

Utilizando (4.13) e (4.14):

$$\operatorname{tg} \phi_k = \frac{G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}}{G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}} \tag{4.20}$$

Considerando pequenas aberturas angulares, temos  $\cos\theta_{km}\cong 1$  e  $\sin\theta_{km}\cong 0$  . Daí:

$$tg \,\phi_k = -\frac{G_{km}}{B_{km}} = \frac{r_{km}}{x_{km}} \tag{4.21}$$

Essa expressão fornece o ângulo a ser utilizado para rotacionar a barra k a fim de que o ramo k-m não prejudique as hipóteses de desacoplamento (4.17) e (4.18). Para outros ramos conectados à mesma barra, um outro valor para o ângulo  $\phi_k$  seria encontrado. Assim sendo, faz-se necessário minimizar a influência do conjunto de ramos ligados à barra k. Aplicando o critério dos mínimos quadrados:

$$\min \left\{ f_k = \sum_{k \in \Omega_k} \left( \operatorname{tg} \phi_k - \frac{r_{km}}{x_{km}} \right)^2 \right\}$$

$$\frac{df_k}{d\phi_k} = 0 \Rightarrow \sum_{k \in \Omega_k} 2\left(\operatorname{tg}\phi_k - \frac{r_{km}}{x_{km}}\right) \frac{d\operatorname{tg}\phi_k}{d\phi_k} = 0$$

$$N_k \operatorname{tg} \phi_k = \sum_{k \in \Omega_k} \frac{r_{km}}{x_{km}}$$

$$\phi_k = \arctan\left(\frac{1}{N_k} \sum_{k \in \Omega_k} \frac{r_{km}}{x_{km}}\right) \tag{4.22}$$

onde  $N_k$  é o número de barras conectadas à barra k. Após definido um ângulo de rotação para cada barra, as matrizes G e B precisam ter seus elementos rotacionados de acordo com as equações (4.13) e (4.14). Ao final do processo iterativo, aplica-se a devida rotação inversa às grandezas de interesse.

Vale observar que a rotação de cada ramo na matriz admitância obedece o ângulo de rotação da barra onde o ramo inicia. Ou seja, o ramo k-m é rotacionado de um determinado ângulo, e o ramo m-k (que fisicamente é o mesmo que k-m!) de outro: duplica-se o número de admitâncias da rede a serem consideradas em cálculos, além da perda da simetria da matriz admitância nodal.

Resultados apresentados em [5] ressaltam a melhor convergência deste método em relação ao

MDR convencional (sem rotação) para redes com relação r/x desfavorável. Entretanto, surgem aqui algumas diferenças em relação à rotação proposta em [4]. A começar pelo fato de os ângulos serem individuais para cada barra, o que faz com que a rede obtida após a rotação não mais seja uma rede fictícia. Perde-se a representação de uma rede elétrica, isto é, as equações não mais correspondem ao fenômeno físico. Deve-se ressaltar que isso não representa uma desvantagem, já que não interfere na eficiência do método. Outra importante constatação é que as matrizes Y, B' e B'' perdem a simetria. Isso afeta as técnicas de armazenamento compacto dessas matrizes, que utilizam as características de esparsidade das mesmas (para redes de grande porte). Com a rotação ótima de eixos, uma técnica de armazenamento de matrizes assimétricas deve ser empregada. Vale salientar que, como originalmente Y, B' e B'' são simétricas, técnicas apropriadas de armazenamento já estão desenvolvidas e sendo utilizadas em diversos programas computacionais. Logo, para se implementar a nova rotação em um desses programas, alterações no tratamento das matrizes devem ser feitas, o que certamente demanda trabalho adicional.

Um ponto interessante a ser observado é o fato do cálculo do ângulo ser automático, baseado nos parâmetros da rede. Isso agiliza a obtenção do resultado, já que a intervenção do operador da rede é minimizada.

### 4.3 Rotação automática de eixos (método proposto)

Apresenta-se aqui uma nova proposta para a técnica de rotação de eixos. Este é o objetivo principal deste trabalho.

Nessa nova proposta, busca-se aliar pontos positivos das duas técnicas apresentadas anteriormente: apenas um ângulo para toda a rede, para que não se perca o sentido físico da rotação nem a simetria das matrizes  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{B}'$  e  $\mathbf{B}''$ ; e um critério de otimização para se chegar neste ângulo.

O algoritmo para determinação do ângulo único de rotação é mais simples que aquele apresentado em [5]. Em redes de pequeno porte, essa diferença não é tão perceptível, mas tende a ser significativa à medida em que as dimensões das redes crescem, como em casos de algumas centenas de barras e ramos. O método é descrito em seguida.

Sejam duas barras k e m e um ramo l conectando-as. Este ramo tem uma impedância  $z_{km}=r_{km}+jx_{km}$  (indicado na figura 4.2).

Considere-se que a relação r/x do ramo l é alta (fato comum para redes de distribuição). Do plano complexo da figura 4.3, tem-se:

$$z_l = r_{km} + jx_{km} = |z_l|e^{j\alpha_l} (4.23)$$

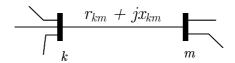


Fig. 4.2: Representação de ligação barra ramo

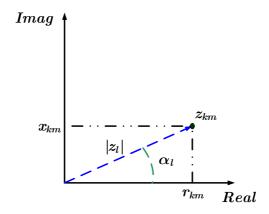


Fig. 4.3: Representação de impedância no plano complexo

$$|z_l| = \sqrt{(r_{km}^2 + x_{km}^2)} (4.24)$$

$$\alpha_l = \arctan\left(\frac{x_{km}}{r_{km}}\right) \tag{4.25}$$

Adotando as seguintes aproximações, em geral válidas para redes elétricas:

- as tensões  $V_k$  são muito próximas da unidade (em p.u.);
- $\theta_{km}$  é pequeno, de tal forma que  $\cos\theta_{km}$  é muito próximo da unidade;
- $B_{km}$  é, em magnitude, muito maior que  $G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km}$ ,

e aplicando-las às equações (2.12) e (2.13), chega-se a (desprezando, para efeito de simplificação nas deduções, os transformadores):

$$N_{km} = G_{km} = -g_{km} (4.26)$$

$$M_{km} = -G_{km} = q_{km} (4.27)$$

Também aqui, a idéia é garantir o mínimo acoplamento entre  $[P \ e \ V]$  e  $[Q \ e \ \theta]$ . O ângulo procurado deve minimizar as matrizes  $\mathbf{M^{rot}}$  e  $\mathbf{N^{rot}}$ . Portanto, busca-se novamente as condições (4.17) e (4.18).

Observando (4.26) e (4.27), vê-se que, para satisfazer o critério de desacoplamento, faz-se necessário:

$$g_{km} \cong 0 \Rightarrow r_{km} \cong 0$$
 (4.28)

Deve-se, para isso, rotacionar os eixos de um ângulo  $\phi$  de tal forma que, após a rotação, tenhamos, para o ramo l,  $r_{km}^{rot}=0$ . Este cálculo é orientado a ramo, diferentemente do apresentado na seção 4.2 (orientado a barra). Conforme a figura 4.3:

$$\phi_l = 90^\circ - \alpha_l \tag{4.29}$$

Por ser orientado a ramo, conclui-se que será encontrado um respectivo valor para o ângulo de rotação para cada outro ramo da rede. Sendo o objetivo um único ângulo para toda a rede, aplica-se um critério de minimização de erros para calculá-lo. Utilizando a técnica dos mínimos quadrados:

$$\min \left\{ f_l = \sum_{l=1}^{NR} (\phi - \phi_l)^2 \right\}$$
 (4.30)

Aplicando a condição de otimalidade:

$$\frac{df_l}{d\phi} = 0 \Rightarrow \sum_{l=1}^{NR} 2(\phi - \phi_l) = 0$$

Finalmente, o ângulo procurado é:

$$\phi = \frac{1}{NR} \sum_{l=1}^{NR} \phi_l \tag{4.31}$$

Este é o ângulo a ser utilizado para rotacionar as impedâncias e potências complexas da rede em estudo. É uma média aritmética dos ângulos que seriam utilizados para rotacionar os respectivos ramos, caso fossem tratados em separado, como no início da demonstração. Esta média simples é um resultado trivial da aplicação dos mínimos quadrados, uma vez que não se utiliza pesos diferentes para os ramos.

O resultado é intuitivamente confortável. Chega-se, assim, a um cálculo simples, que fornece um

único valor para a rotação de toda a rede, baseado em um critério de otimização.

É interessante notar que a expressão (4.31) aparece anteriormente em [13]. Essa referência também aborda o aperfeiçoamento do MDR para relações r/x desfavoráveis, porém a sua proposta é baseada em análise heurística para minimizar o acoplamento entre as partes ativa e reativa (na verdade, explora o acoplamento implícito, conforme descrito em [11]), sendo este um conceito bastante diferente da técnica de rotação de eixos.

### 4.4 Rotação de eixos aplicada às barras PV

A rotação de eixos é um procedimento bastante interessante para adequar as redes de distribuição à aplicação dos métodos desacoplados rápidos. No entanto, nenhum dos trabalhos anteriores que foram estudados incluíram algum tipo de tratamento de barras PV.

Hoje em dia é clara a importância da inclusão deste tratamento, tendo em vista o aumento significativo de geradores independentes conectados diretamente à rede de distribuição, e em particular à rede primária. Dependendo de fatores como, por exemplo, o montante de potência gerada e a legislação sobre o assunto, alguns geradores independentes podem ser conectados à rede incluindo o controle de tensão no barramento correspondente, sendo este então modelado como uma barra do tipo PV.

Para aplicar a rotação conforme descrito na seção 4.1, deve-se conhecer as potências nodais (ativa e reativa) da barra em questão. Com isso, aplica-se as equações (4.11) e (4.12) e obtém-se as novas potências rotacionadas. Ocorre que, para as barras do tipo PV, somente é conhecida a potência ativa; a potência reativa é uma incógnita do sistema. Ou seja, precisa-se da potência reativa para aplicar a rotação e dar início ao processo iterativo, mas esta potência só será de fato conhecida depois de convergido o fluxo de carga.

Este tipo de problema (em que se precisa utilizar um valor antes mesmo de conhecê-lo!) não é raro em estudos de redes, e para tal é frequente a utilização de uma técnica conhecida como *análise de sensibilidade* [12, 20]. A idéia é simples: consiste em calcular qual a sensibilidade de uma determinada variável desconhecida do sistema em relação a outras variáveis conhecidas, através das equações do problema. Obtém-se assim uma forma de efetuar correções na variável desconhecida a partir de informações já determinadas.

No nosso caso, a idéia consiste em, durante o processo iterativo, tratar a barra PV como se fosse PQ, a fim de garantir a aplicabilidade da rotação de eixos. Ao final de cada iteração, teremos a magnitude de tensão calculada para esta barra. Como é conhecida a magnitude correta (por ser uma barra PV), utiliza-se  $\Delta V$  para corrigir o valor de Q, aplicando um fator de sensibilidade entre as grandezas. O objetivo é que na próxima iteração  $\Delta V$  seja menor. Esta idéia foi baseada em [18].

Vale destacar ainda que, para o método de rotação proposto em [5], em que tem-se a rotação de eixos individualizada por barra, podemos contornar este problema simplesmente não rotacionando as barras do tipo PV. Nos testes comparativos, avalia-se qual o impacto que isso traz à eficácia do método.

A seguir, desenvolve-se a técnica de sensibilidade para rotação de barras PV. Esta é uma das contribuições a que se propõe esta dissertação.

### 4.4.1 Análise de sensibilidade para barras PV baseada na matriz jacobiana

O problema básico do MDR consiste em resolver os *subsistemas 1* e 2, conforme descrito na seção 3.2. O *subsistema 1* é dado pelo sistema (2.4), aqui repetido por conveniência:

$$\begin{cases} P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m \left( G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km} \right) = 0, & \text{para barras PQ e PV} \\ Q_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m \left( G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km} \right) = 0, & \text{para barras PQ} \end{cases}$$

O vetor (2.5), repetido abaixo, é o vetor das incógnitas do subsistema 1:

$$\mathbf{x} = \left[ egin{array}{c} heta \ \mathbf{V} \end{array} 
ight]$$

Este também é chamado de vetor das variáveis dependentes.

Agora, defina-se y como sendo o vetor das grandezas especificadas. Suas componentes aparecem nos *subsistemas 1* e 2, e podem ser agrupadas no vetor u das variáveis de controle e no vetor p dos parâmetros do sistema. O vetor u das variáveis de controle pode conter, por exemplo, as magnitudes das tensões das barras de geração e compensadores síncronos, as injeções de potência ativa nas barras de geração e os *taps* variáveis de transformadores. O vetor p de parâmetros pode conter, entre outras grandezas, as injeções de potência ativa e reativa nas barras de carga. Lembra-se ainda que o estado da rede fica completamente definido pelos ângulos e magnitudes das tensões de todas as barras. Ou seja, o vetor de estado da rede é formado por todos os componentes de x, por alguns componentes de y (magnitudes das tensões das barras PV, por exemplo) e pela referência angular.

Reescrevendo o sistema (2.4) numa forma compacta, tem-se:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = 0 \tag{4.32}$$

Alterações nas variáveis de controle  $\mathbf{u}$  e/ou nos parâmetros  $\mathbf{p}$  implicam em alterações nas variáveis dependentes  $\mathbf{x}$ , de forma que:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}, \mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}) = 0 \tag{4.33}$$

A linearização de (4.33) resulta em:

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{p}} \Delta \mathbf{p} = 0 \tag{4.34}$$

De outra forma:

$$\Delta \mathbf{x} = -\left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}\right]^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u} - \left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}\right]^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{p}} \Delta \mathbf{p}$$
(4.35)

Definindo:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{u}} = -\left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}\right]^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \tag{4.36}$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{p}} = -\left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}\right]^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{p}} \tag{4.37}$$

pode-se reescrever (4.35) como:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{S}_{\mathbf{u}} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{S}_{\mathbf{p}} \Delta \mathbf{p} \tag{4.38}$$

onde  $S_u$  e  $S_p$  são matrizes de sensibilidade. Como no método de Newton, estas matrizes incluem a inversão da jacobiana  $(\partial \mathbf{g}/\partial \mathbf{x})$ , requerendo grande esforço computacional para elevadas dimensões. Entretanto, se estiver disponível uma solução convergida do método de Newton, pode-se utilizar os fatores triangulares já obtidos para montar as sensibilidades.

Tem-se também, além das variáveis já mencionadas, as chamadas variáveis dependentes funcionais w, dentre as quais citamos: fluxos de potência ativa e reativa e injeção de potência reativa em barras de geração. É possível colocar estas variáveis na forma:

$$\mathbf{w} = \mathbf{h} \left( \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p} \right) \tag{4.39}$$

As perturbações  $\Delta \mathbf{w}$  provocadas por  $\Delta \mathbf{u}$  e  $\Delta \mathbf{p}$  são dadas por:

$$\Delta \mathbf{w} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}} \Delta \mathbf{p}$$
(4.40)

Ou ainda, utilizando (4.38):

$$\Delta \mathbf{w} = \left[ \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{S}_{\mathbf{u}} \right] \Delta \mathbf{u} + \left[ \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{S}_{\mathbf{p}} \right] \Delta \mathbf{p}$$
(4.41)

Vale lembrar que as componentes do vetor x, apesar de serem variáveis dependentes, não são do tipo funcional.

Feita esta análise, apresenta-se a sugestão deste trabalho para o tratamento das barras PV em métodos com rotação de eixos.

Como, nas barras PV, a grandeza Q não é conhecida, deve-se assumir um valor inicial para a mesma, a fim de realizar a rotação das potências complexas. Arbitra-se o valor "0" (zero) como ponto de partida. A idéia consiste em transformar a barra PV em PQ, rotacionando-a para iniciar o processo iterativo. Para esta condição, chegar-se-á, após uma iteração, a um valor de magnitude de tensão V para esta barra. Lembra-se que a magnitude correta já é conhecida (por ser, originalmente, uma barra PV!). Ora, é possível então utilizar um novo mismatch, o de magnitude de tensão  $\Delta V$ , para realizar correções na potência reativa desta barra, a fim de se chegar ao valor correto ao final do processo iterativo.

Sugere-se que, a cada meia-iteração reativa (quando as magnitudes de tensão são corrigidas), seja feita a atualização de Q para as barras originalmente PV, através da análise de sensibilidade:

$$\Delta Q = Sens \cdot \Delta V \tag{4.42}$$

onde

$$\Delta \mathbf{V} = \mathbf{V}^{correto} - \mathbf{V}^{calculado} \tag{4.43}$$

$$\Delta \mathbf{Q} = \mathbf{Q}^{novo} - \mathbf{Q}^{calculado} \tag{4.44}$$

Sens é a matriz de sensibilidade que relaciona Q e V.

Impõe-se que, além da verificação dos *mismatches* de potência ( $\Delta P$  e  $\Delta Q$ ) em relação às tolerâncias de erro ( $\varepsilon_P$  e  $\varepsilon_Q$ ), conforme descrito na seção 2.3, seja verificado também o *mismatch*  $\Delta V$  para as barras PV em relação a uma nova tolerância para tensões:  $\varepsilon_V$ . Dessa forma, garante-se que o método só estará convergido quando existir uma precisão considerável para a potência reativa Q nestas barras.

Cria-se assim mais um critério de convergência para o processo iterativo, e é necessário verificar

se esta "complexidade" adicional não prejudica seu desempenho a ponto de torná-lo desinteressante. Esta análise será apresentada no capítulo 5, quando diversos métodos são comparados.

Resta definir como é calculada a sensibilidade entre as grandezas Q e V. Utilizando a equação (4.41), tem-se que, para o problema em questão,  $\Delta \mathbf{p} = 0$ , uma vez que as injeções de potência ativa e reativa nas barras de carga não se alteram. Daí:

$$\Delta \mathbf{w} = \left[ \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{S}_{\mathbf{u}} \right] \Delta \mathbf{u}$$
 (4.45)

Substituindo  $S_u$  na expressão:

$$\Delta \mathbf{w} = \left[ \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}} - \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right] \Delta \mathbf{u}$$
 (4.46)

onde

 $\mathbf{w} = \mathbf{h} = \mathbf{Q} o ext{Potência}$  reativa das barras PV

 $u \to \text{magnitude}$  de tensão das barras PV

 $x \rightarrow$  incógnitas do fluxo de carga:  $\theta$  de barras PV e PQ; V de barras PQ

g → sistema de equações do fluxo de carga

Relacionando essas grandezas com a matriz jacobiana e suas submatrizes, tem-se:

$$\Delta \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{L_a} - \begin{bmatrix} \mathbf{M_a} & \mathbf{L_b} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{J}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{N_a} \\ \mathbf{L_c} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \Delta \mathbf{V}$$
 (4.47)

Para esta expressão:

$$\mathbf{L_a} = rac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} 
ightarrow \mathbf{Q}$$
 e  $\mathbf{V}$  de barras PV

$$\mathbf{M_a} = rac{\partial \mathbf{Q}}{\partial heta} 
ightarrow \mathbf{Q}$$
 de barras PV;  $heta$  de barras PQ e PV

$$L_b = rac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} 
ightarrow \mathbf{Q}$$
 de barras PV;  $\mathbf{V}$  de barras PQ

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} \end{bmatrix} \rightarrow \text{matriz jacobiana, conforme definido na seção 2.3}$$

$$N_{\mathbf{a}} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial V} \to \mathbf{P}$$
 de barras PV e PQ;  $V$  de barras PV

$$L_c = rac{\partial Q}{\partial V} 
ightarrow Q$$
 de barras PQ;  $V$  de barras PV

Como pode ser notado, trabalha-se com elementos criteriosamente *selecionados* das submatrizes N, M e L. Uma forma rápida e automática de realizar esta seleção é colocando um número muito grande  $(\to \infty)$  nas posições das diagonais correspondentes à barra de referência na matriz H e nas posições das diagonais correspondentes às barras de referência e PV na matriz L, quando a jacobiana J para a equação (4.47) é montada. Com isso, assegura-se que, quando da inversão dessa matriz, os elementos das linhas e colunas correspondentes aos elementos grandes das diagonais serão muito pequenos  $(\to 0)$ . Ao pré-multiplicar e pós-multiplicar essa matriz pelas suas vizinhas na equação (4.47), automaticamente são selecionados os elementos importantes das outras matrizes, obtendo o resultado correto para a sensibilidade.

Por este método, apesar de se chegar a uma matriz, chamada Sens, de dimensão (NB x NB), apenas os elementos relacionados às barras PV são considerados. Assim, tendo-se somente uma barra PV no sistema (barra k), utiliza-se apenas o elemento (k, k) na equação (4.42):

$$\Delta Q_k = Sens_{kk} \, \Delta V_k \tag{4.48}$$

Se existirem duas barras PV na rede (barras k e m), os elementos (k, k), (k, m), (m, k) e (m, m) serão utilizados, num sistema que sairá automaticamente da equação (4.47):

$$\begin{cases}
\Delta Q_k = Sens_{kk} \, \Delta V_k + Sens_{km} \, \Delta V_m \\
\Delta Q_m = Sens_{mk} \, \Delta V_k + Sens_{mm} \, \Delta V_m
\end{cases}$$
(4.49)

Analogamente, tendo-se m barras do tipo PV, deve-se considerar todas as sensibilidades próprias (da diagonal da matriz Sens), cruzadas (fora da diagonal) e suas respectivas combinações com os NPV  $mismatches\ \Delta V$ . Assim, leva-se em consideração todas as variações de tensão nestas barras e como elas afetam as potências reativas das barras PV. Sendo estas barras numeradas de 1 a m, chega-se ao sistema:

$$\begin{cases}
\Delta Q_1 = Sens_{11} \Delta V_1 + Sens_{12} \Delta V_2 + \dots Sens_{1m} \Delta V_m \\
\vdots \\
\Delta Q_k = Sens_{k1} \Delta V_1 + Sens_{k2} \Delta V_2 + \dots Sens_{km} \Delta V_m \\
\vdots \\
\Delta Q_m = Sens_{m1} \Delta V_1 + Sens_{m2} \Delta V_2 + \dots Sens_{mm} \Delta V_m
\end{cases} (4.50)$$

Assim, quando se tem que realizar a correção via sensibilidade, calcula-se as submatrizes H, N, M, e L utilizando o estado mais recente da rede. Com isto, obtém-se a sensibilidade conforme a equação (4.47). Um aspecto de grande relevância é que opta-se por realizar todo o cálculo de sensibilidade utilizando grandezas não-rotacionadas. Ou seja, a cada meia-iteração reativa, calcula-se a jacobiana não-rotacionada, da qual obtém-se a sensibilidade. Como o estado da rede não é afetado pela rotação de eixos, resta estar atento à atualização da potência reativa das barras PV, que também é feita no espaço não-rotacionado. O  $\Delta V$  é calculado utilizando a equação (4.43). O  $\Delta Q$ , obtido de (4.47), é atualizado sobre o Q calculado na última correção de sensibilidade feita. Como já dito, na primeira iteração considera-se como valor arbitrado de partida Q=0.

O motivo para realizar o cálculo da sensibilidade com grandezas não-rotacionadas reside no fato de que, para as barras PV, a única potência de fato conhecida é a potência ativa não-rotacionada. Assim, obtém-se, através da sensibilidade, a respectiva potência reativa (não-rotacionada) e então aplica-se a rotação à esta barra. Retorna-se ao processo iterativo rotacionado, atualizando  $P_k^{rot}$  e  $Q_k^{rot}$ . Procura-se, dessa forma, evitar a propagação de erro no cálculo. A sequência de passos é a seguinte:

- calculamos as submatrizes H, N, M, e L não-rotacionadas utilizando o estado mais atual da rede;
- 2. calculamos a sensibilidade conforme equação (4.47) e obtemos  $\Delta Q$ ;
- 3. atualizamos Q para as barras PV:  $Q_k^{novo} = Q_k^{anterior} + \Delta Q_k$  (grandezas não-rotacionadas);
- 4. rotacionamos as potências das barras PV, utilizando  $Q_k^{novo}$  e  $P_k$  conhecido originalmente. Com isso, retorna-se ao processo iterativo.

Um ponto importante a ser ressaltado em todo este desenvolvimento é o fato de se utilizar a matriz jacobiana para efetuar o cálculo da sensibilidade. Apesar de se mostrar um método bastante eficiente para solucionar o problema da rotação das barras PV, como será apresentado no capítulo 5, não se pode esquecer que é deveras inconveniente envolver a matriz jacobiana, em se tratando de um método desacoplado rápido. Afinal, ter que montar esta matriz a cada iteração é justamente o que o método busca evitar. Por esse motivo, adapta-se todo o desenvolvimento anterior de sensibilidade à utilização da matriz constante  $\mathbf{B}''$  que, dentre as matrizes do MDR, é a que relaciona Q e V.

### 4.4.2 Análise de sensibilidade para barras PV baseada na matriz B''

Fazendo uma correlação entre a equação (4.47) e as matrizes constantes  $\mathbf{B}'$  e  $\mathbf{B}''$ , e lembrando as considerações do desenvolvimento do método desacoplado, tem-se que:

- as matrizes N e M são desprezadas, inclusive na matriz jacobiana que aparece no cálculo.
   Considera-se seus valores nulos;
- a matriz L é substituída pela matriz B";
- a matriz jacobiana passa a ser unicamente a matriz B''; a matriz H é desconsiderada do cálculo (por relacionar  $P \in \theta$ ), e assim respeitamos as dimensões das matrizes restantes.

Com isso, a equação (4.47) passa a ser:

$$\Delta \mathbf{Q} = \left[ \mathbf{B}_{\mathbf{a}}^{"} - \mathbf{B}_{\mathbf{b}}^{"} \cdot \left( \mathbf{B}_{\mathbf{j}}^{"} \right)^{-1} \cdot \mathbf{B}_{\mathbf{c}}^{"} \right] \cdot \Delta \mathbf{V}$$
 (4.51)

A diferenciação entre as matrizes  $B_a''$ ,  $B_b''$ , e  $B_c''$  segue os mesmos critérios que aqueles apresentados para as matrizes  $L_a$ ,  $L_b$  e  $L_c$ . Sendo assim, da mesma forma que antes, colocando um elemento muito grande  $(\to \infty)$  nas posições correspondentes às barras de referência e PV na diagonal da matriz  $B_i''$ , que substitui a jacobiana, garante-se, após a inversão, a seleção dos elementos de interesse.

Neste ponto, volta-se a ter uma situação confortável e viável, já que a matriz  $\mathbf{B}''$  é calculada apenas uma vez durante todo o processo iterativo. Consequentemente, a sensibilidade passa a ser também constante. A cada meia-iteração reativa, precisa-se apenas atualizar os valores de Q utilizando o mais recente valor de  $\Delta V$ , para as barras do tipo PV, conforme equação (4.42).

A forma como é atualizada a potência reativa das barras PV segue o mesmo princípio do que foi apresentado para o método com a matriz jacobiana. Ou seja, também é utilizada a matriz B" na sua versão não-rotacionada.

### 4.5 Processo iterativo dos métodos rotacionados

Com o que foi visto nas seções anteriores, pode-se montar o processo iterativo a ser aplicado para os métodos rotacionados.

O primeiro passo é determinar qual o método de rotação a ser utilizado. A figura 4.4 resume as três opções que serão objeto de estudo comparativo neste trabalho.

A rotação dos eixos é realizada antes do início do processo iterativo. Dessa forma, prepara-se a rede que será utilizada durante todo o cálculo. Após o processo iterativo, faz-se a rotação inversa das grandezas de interesse.

A rotação de barras PV (convertidas a PQ) também é feita logo no início, e a correção de sensibilidade é realizada a cada meia-iteração reativa. Como visto na seção 4.4, a sensibilidade utilizada na correção pode ser calculada a cada iteração, se é baseada na matriz jacobiana (seção 4.4.1); ou pode

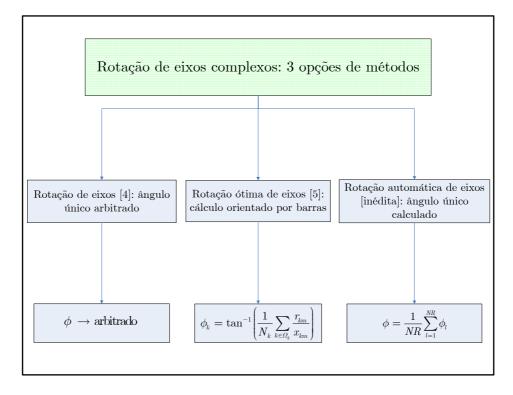


Fig. 4.4: Métodos para rotação de eixos complexos

ser constante durante todo o processo, quando baseada na matriz  $\mathbf{B}''$ , caso este aplicado ao MDR (seção 4.4.2).

A seguir, tem-se o algoritmo para aplicação do MDR com rotação de eixos.

# 4.5.1 Algoritmo para a resolução dos *subsistemas 1* e 2 pelo MDR com rotação de eixos

Considere que:

- p e q são contadores das meias-iterações ativa e reativa, respectivamente;
- KP e KQ s\(\tilde{Q}\) s\(\tilde{a}\) indicadores de converg\(\tilde{e}\) ncia dos subproblemas ativo e reativo, conforme descrito na se\(\tilde{q}\) a 3.1.1.

#### SUBSISTEMA 1

Destaca-se, com texto sublinhado, as alterações feitas ao MDR para adequá-lo à rotação de eixos, incluindo o tratamento de barras PV.

1. Atribuir os valores iniciais: KP = KQ = 1, p = q = 0. Atribuir valor nulo (0) para as potências reativas iniciais Q de barras do tipo PV. Realizar a rotação da rede de acordo com uma das três opções de métodos apresentados na figura 4.4.

Calcular as matrizes constantes B', B'' e suas inversas.

Escolher valores iniciais para as magnitudes (barras PQ) e ângulos de fase (barras PQ e PV) das tensões nodais não fornecidas. Com isso, tem-se o vetor

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta^0 \\ \mathbf{V}^0 \end{bmatrix} \tag{4.52}$$

- 2. Calcular  $P_k(\theta^p, \mathbf{V}^q)$  para as barras PQ e PV. Calcular os respectivos *mismatches* de potência  $\Delta P_k$ .
- 3. Testar a convergência: se

$$\max\{|\Delta P_k|\}_{k=PO,PV} \le \varepsilon_P \tag{4.53}$$

 $\rightarrow$  ir para o passo 13.

Caso contrário, prosseguir.

4. Calcular os vetores de correções para  $\theta$ , resolvendo

$$\Delta \theta^p = (\mathbf{B}')^{-1} \cdot \Delta \mathbf{P} \left( \theta^p, \mathbf{V}^q \right) \tag{4.54}$$

e determinar o novo valor

$$\theta^{p+1} = \theta^p + \Delta \theta^p \tag{4.55}$$

- 5. Incrementar o contador de meias-iterações ativas  $(p \leftarrow p + 1)$ .
- 6. Fazer KQ = 1.
- 7. Calcular  $Q_k\left(\theta^p,\mathbf{V}^q\right)$  para as barras PQ. Calcular os respectivos *mismatches* de potência  $\Delta Q_k$ .
- 8. Testar a convergência: se

$$\max\{|\Delta Q_k|\}_{k=PQ} \le \varepsilon_Q \quad \underline{e} \quad \max\{|\Delta V_k|\}_{k=PV} \le \varepsilon_V$$
 (4.56)

 $\rightarrow$  ir para o passo 14.

Caso contrário, prosseguir.

9. Calcular os vetores de correções para V, resolvendo

$$\Delta \mathbf{V}^q = (\mathbf{B}'')^{-1} \cdot \Delta \mathbf{Q} \left( \theta^p, \mathbf{V}^q \right) \tag{4.57}$$

e determinar o novo valor

$$\mathbf{V}^{q+1} = \mathbf{V}^q + \Delta \mathbf{V}^q \tag{4.58}$$

- 10. Incrementar o contador de meias-iterações reativas  $(q \leftarrow q + 1)$ .

  Atualizar, para barras PV, o *mismatch*  $\Delta V$  conforme equação (4.43).

  Realizar a correção de sensibilidades para barras PV.
- 11. Fazer KP = 1.
- 12. Voltar ao passo 2.
- 13. Fazer KP = 0.

Testar: se 
$$KQ = 0$$
 e  $\max\{|\Delta V_k|\}_{k=PV} \le \varepsilon_V$ ,

- o processo convergiu.
- $\rightarrow$  ir para o passo 15.

Caso contrário,  $\rightarrow$  ir para o passo 7.

14. Fazer KQ = 0.

Testar: se 
$$KP = 0$$
  $\underline{e}$   $\max\{|\Delta V_k|\}_{k=PV} \leq \varepsilon_V$ ,

- o processo convergiu.
- $\rightarrow$  ir para o passo 15.

Caso contrário,  $\rightarrow$  ir para o passo 2.

#### SUBSISTEMA 2

Realizar a rotação inversa às grandezas de interesse.

15. Calcular  $P_k$  para a barra de referência e  $Q_k$  para as barras de referência e PV.

Neste algoritmo, os passos 2 a 6 e 13 correspondem à meia-iteração ativa. Os passos 7 a 12 e 14 correspondem à meia-iteração reativa. A resolução do *subsistema 2* é feita de maneira semelhante à do método de Newton.

A figura 4.5 refere-se a este algoritmo.

Neste esquema, a "correção de sensibilidade para barras PV" corresponde ao fluxograma da figura 4.6.

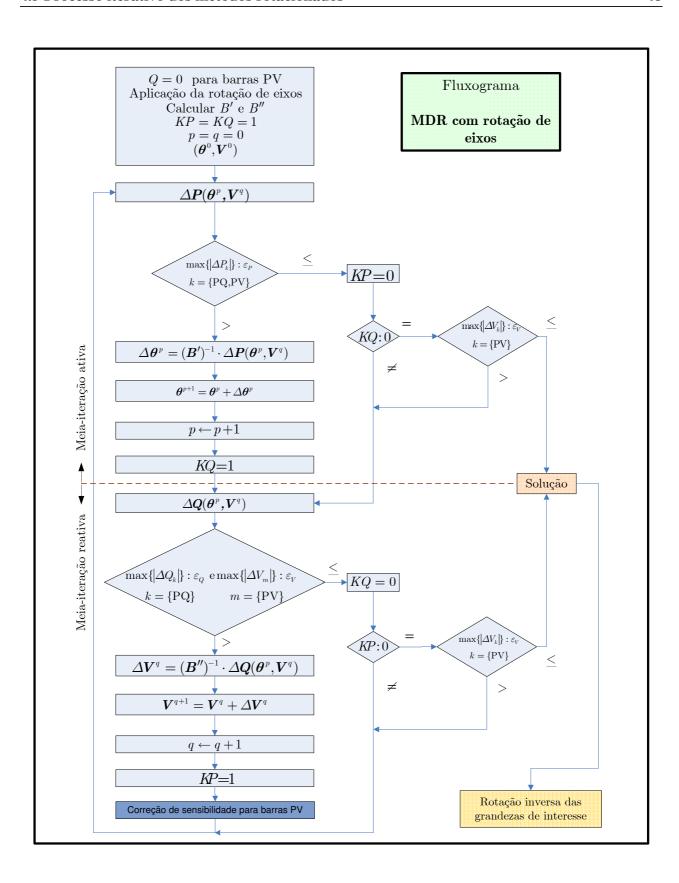


Fig. 4.5: Fluxograma do processo iterativo do MDR com rotação de eixos

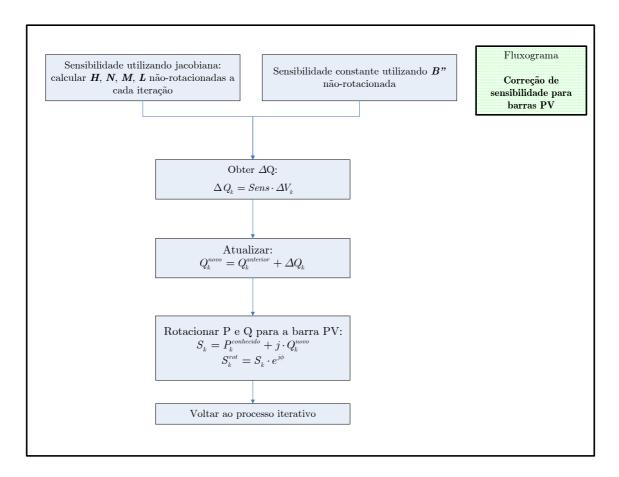


Fig. 4.6: Fluxograma da correção de sensibilidade para barras PV

# Capítulo 5

# Análises comparativas

A maioria dos métodos descritos já foi submetida a exaustivos testes e comparações em trabalhos anteriores (vide referências), a fim de que se concluísse quanto à maior ou menor eficácia de um ou de outro.

Uma etapa importante do presente trabalho consiste na comparação dos diversos métodos de cálculo de fluxo de carga em variadas situações de operação. Além de realizar testes entre os métodos já conhecidos e previamente estudados, procura-se, naturalmente, verificar a eficiência e confiabilidade da nova proposta de rotação de eixos. Também são analisados o desempenho e impactos gerados pela análise de sensibilidade proposta para a rotação de barras PV.

# 5.1 Condições de simulação

Para as simulações, utilizou-se 7 redes elétricas, conforme tabela 5.1. A escolha destas redes busca abranger diferentes condições para o estudo dos métodos: redes pequenas e grandes (número de barras e ramos), radiais e malhadas, com diferentes relações r/x nos ramos, com e sem barras do tipo PV.

O diagrama unifilar da rede 1 é mostrado na figura 5.1, e seus dados são apresentados na tabela 5.2. Trata-se de uma rede fictícia de pequeno porte.

A rede 2 corresponde a uma parte de um sistema real de distribuição de uma companhia elétrica brasileira.

Os dados da rede 3 são apresentados em [21], sendo este um sistema radial.

A rede 4 também é parte de um sistema real de distribuição, cedido por uma companhia brasileira. Esta rede também foi testada em [5].

A rede 5 corresponde a um sistema malhado reticulado de distribuição. Seus dados foram obtidos de [22].

Rede	Número de	Número de	Média relações	Característica	Barras	mín	máx	desvpad	amplitude
	barras	ramos	r/x	da rede	PV	r/x	r/x		
1	6	5	1.8	Radial	0	1	4	1.3	3
2	37	36	1.34	Radial	1	0	3.07	0.79	3.07
3	69	68	2.07	Radial	0	0.4	3.36	1.07	2.95
4	31	30	1.57	Radial	0	0.49	3.26	1.17	2.77
5	311	518	1.3	Malhada	0	0.21	1.69	0.41	1.48
6	14	20	0.33	Malhada	4	0	1.11	0.26	1.11
7	30	41	0.37	Malhada	5	0	1.11	0.23	1.11

Tab. 5.1: Redes submetidas a simulações

As redes 6 e 7 são amplamente conhecidas e seus dados podem ser obtidos em [24]. São, na realidade, redes de transmissão e sub-transmissão, tendo sido incluídas nas simulações com o objetivo de evidenciar o comportamento dos métodos para redes com mais de uma barra PV.

Os métodos com os quais foram realizadas simulações são 7, conforme figura 5.2. Por conveniência, foram atribuídas as letras de A a G, para simplificar a sua representação durante as análises.

Considera-se o método de Newton como ponto de referência para a resolução das redes. Em relação à solução de Newton, avalia-se se os resultados dos demais métodos convergiram para a resposta esperada. Entre os métodos desacoplados, compara-se o número de meias iterações ativas e reativas, a fim de avaliar os desempenhos.

Um outro ponto interessante é observar como algumas variações nas condições de operação de uma mesma rede afetam o desempenho dos métodos rotacionados. Em especial, estudou-se como o nível de carregamento e a relação r/x são aspectos importantes para os MDR's.

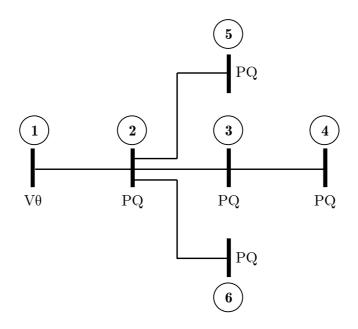


Fig. 5.1: Diagrama unifilar da Rede 1

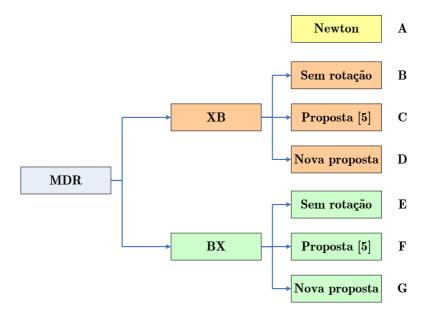


Fig. 5.2: Métodos submetidos a simulações

### 5.1.1 Variação no fator de carregamento

O fator de carregamento consiste num multiplicador de todas as cargas da rede. Originalmente seu valor é a unidade. Chama-se "ponto de carregamento máximo" aquele além do qual o método de

Ramo	De	Para	Resistência (p.u.)	Reatância (p.u.)	Shunt (p.u.)
1	1	2	0.0020	0.0005	0.0000
2	2	3	0.0020	0.0020	0.0000
3	3	4	0.0020	0.0020	0.0000
4	2	5	0.1000	0.0500	0.0000
5	2	6	0.0200	0.0200	0.0000

Barra	Tipo	Magnitude de	Ângulo de tensão	Potência	Potência	$\operatorname{Shunt}$
Darra		tensão (p.u.)	(graus)	ativa (p.u.)	reativa (p.u.)	(p.u.)
1	Vθ	1.0000	0.0	0.0	0.0	0.0
2	PQ	0.0000	0.0	-0.5	-0.1	0.0
3	PQ	0.0000	0.0	-1.5	-0.2	0.0
4	PQ	0.0000	0.0	-5.0	-2.0	0.0
5	PQ	0.0000	0.0	-0.5	-0.3	0.0
6	PQ	0.0000	0.0	-1.0	-0.5	0.0

Tab. 5.2: Dados de barras e ramos da Rede 1

Newton não mais converge. Com isso, um intervalo para o fator de carregamento (onde o limite é o fator que dá o carregamento máximo) é analisado. Observe que, para se determinar o carregamento máximo, a referência é o método de Newton, devido ao seu maior poder de convergência e confiabilidade. A partir do valor para o qual este método não mais convirja, é de se esperar que os demais também não o consigam. Essa é outra verificação a ser apontada pelos testes: é deveras importante saber até que situação um programa computacional é capaz de fornecer uma solução confiável. Um método robusto abrangerá diversos níveis de carregamento.

### 5.1.2 Variação no fator r/x

A outra variação imposta às redes é a chamada fator r/x, um multiplicador das relações r/x de todos os ramos, cujo valor original é a unidade. De fato, o que se faz é multiplicar apenas as resistências dos ramos, o que reflete diretamente na relação r/x. Vale salientar que, assim como para o fator de carregamento, utiliza-se, por vez, um mesmo fator r/x para toda a rede (algumas redes apresentam considerável amplitude das relações r/x, garantindo assim simulações com relações grandes e pequenas em uma mesma rede). Também aqui busca-se o fator r/x máximo, além do qual o método de Newton não mais converge. Então, um intervalo é analisado. Esta variação é substancialmente importante, já que um dos problemas previamente apresentados é o da relação r/x das redes em estudo. Afinal, é exatamente por esse motivo que surgem os métodos de rotação de eixos: objetivam tornar os algoritmos de solução mais robustos a tais variações.

### 5.1.3 Limites para convergência

A não convergência de um método pode ser detectada pela violação de dois limites: o limite de iterações ou o limite de tensões. O primeiro indica que o processo iterativo atingiu o valor máximo estipulado para o número de iterações. Para as simulações propostas, considerou-se como máximo 50 iterações (método de Newton) ou 75 meias-iterações ativas e reativas, contadas separadamente (métodos desacoplados e derivações). De um modo geral, a convergência se dá para um número consideravelmente menor de iterações. Entretanto, pode ocorrer o comportamento cíclico dos *mismatches* em casos de não convergência, o que dispararia o contador de iterações, não tendo fim o processo iterativo: eis a razão desse limite.

Já o limite de tensões é estipulado em 2 p.u. (máximo). Considera-se que, ao ultrapassá-lo, o processo já se afastou bastante dos valores comumente encontrados em redes de energia (próximos de 1 p.u.), caracterizando a divergência. O limite inferior é 0 p.u.)

A tolerância utilizada para os *mismatches* de potência ( $\varepsilon_P$  e  $\varepsilon_Q$ ) e tensão ( $\varepsilon_V$ , este último no caso dos métodos rotacionados com barras PV) é de  $10^{-4}$  p.u.. Quando se atinge *mismatches* abaixo deste valor, considera-se que o método convergiu.

Após a convergência, deve-se observar se foi atingida a resposta esperada, quando comparada à de Newton. Para tanto, analisa-se o estado obtido e considera-se satisfatório se o valor da máxima diferença absoluta entre o resultado obtido (magnitudes e ângulos de tensão) para o método em estudo e o de Newton for menor que  $10^{-3}$  p.u.

As simulações são feitas com as redes sob diversas condições, a fim de que as conclusões alcançadas não sejam fruto de particularidades. Afinal, sabe-se que, inevitavelmente, o desempenho dos métodos é bastante dependente das características do sistema de equações. A análise, em primeira

instância, observa características de desempenho comuns às diversas redes em estudo. Dessa forma, pode-se atingir conceitos que possivelmente são extensivos a outras redes. Exemplos são apresentados para evidenciar as constatações levantadas.

# 5.2 Ângulo ótimo de rotação

Os métodos rotacionados envolvem a determinação de ângulos de rotação para a rede. No caso da nova proposta e do método proposto em [4], utiliza-se um ângulo único para toda a rede. Já para o método proposto em [5], tem-se ângulos individualizados por barra.

Alguns algoritmos foram apresentados para se chegar ao ângulo ótimo de rotação. Para saber se o ângulo obtido por esses critérios realmente corresponde ao ótimo<sup>1</sup>, foram feitas simulações do método proposto em [4], em que o ângulo de rotação é arbitrado, varrendo-se um intervalo que vai de 5° a 85°. Assim sendo, através da comparação dos resultados obtidos para diversos ângulos com aqueles gerados pelos ângulos das propostas [5] e inédita, busca-se comprovar se os critérios utilizados no cálculo desses ângulos são realmente otimizadores quanto ao número de iterações. Para o método [5], toma-se, para efeito de comparação, a média dos NB ângulos da rede.

Esta avaliação é feita variando-se o fator de carregamento e o fator r/x, a fim de verificar como diferentes condições da rede afetam o ângulo de rotação.

### 5.2.1 Simulações variando o fator de carregamento

Verificou-se uma tendência ao aumento no número de iterações à medida em que o fator de carregamento cresce, até que se atinge a divergência. Uma das razões para esse aumento de iterações é o fato de que, com maior carregamento, as magnitudes de tensões nodais tendem a ser mais baixas, fugindo da consideração ("chute") inicial de que teriam valor próximo da unidade (em *p.u.*).

Neste ponto, vale ressaltar o poder de convergência do método de Newton: sob as condições mais difíceis, onde o carregamento é elevado, ele raramente ultrapassa 6 iterações. Em situação de carregamento nominal, o número de iterações é próximo a 3. Veja, por exemplo, na figura 5.3, os resultados de diversos métodos aplicados à rede 3, sob distintos carregamentos.

Nas figuras, é adotada a seguinte representação:

- → violação do número de iterações
- → violação dos limites de tensão

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Para as análises deste trabalho, sempre que se faz referência ao "ângulo ótimo" de rotação, faz-se menção ao ângulo de rotação que proporciona a convergência utilizando-se do menor número de iterações (média de iterações ativas e reativas).

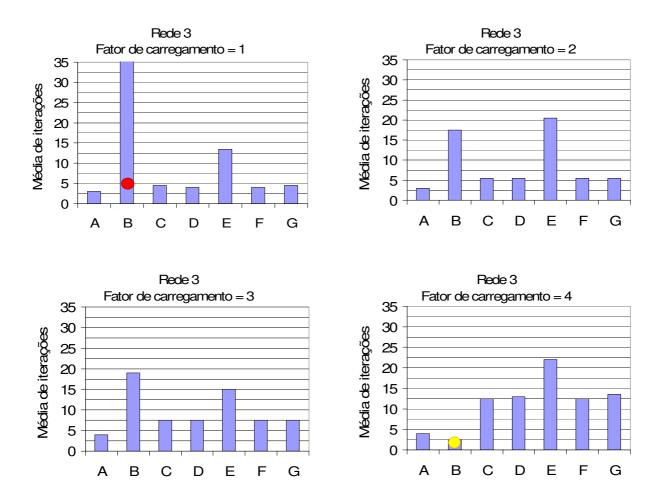
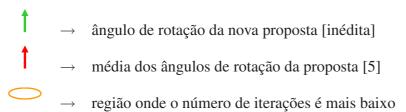


Fig. 5.3: Rede 3 submetida a diversos métodos sob diferentes fatores de carregamento

Um ponto importante a ser observado é que, para diferentes carregamentos, ângulos ótimos também diferentes são obtidos. Os resultados da figura 5.4 evidenciam esta constatação, também para a rede 3. Nela, apresenta-se o método de ângulo arbitrado [4] aplicado ao intervalo de 5° a 85°. Observe que os ângulos para os quais tem-se menor número de iterações variam em cada caso.

Além da simbologia anterior, utiliza-se também:



Não foi detectado um padrão a fim de se determinar de que forma o carregamento influencia no ângulo de rotação, mas é notório que há uma relação entre fator de carregamento e ângulo ótimo.

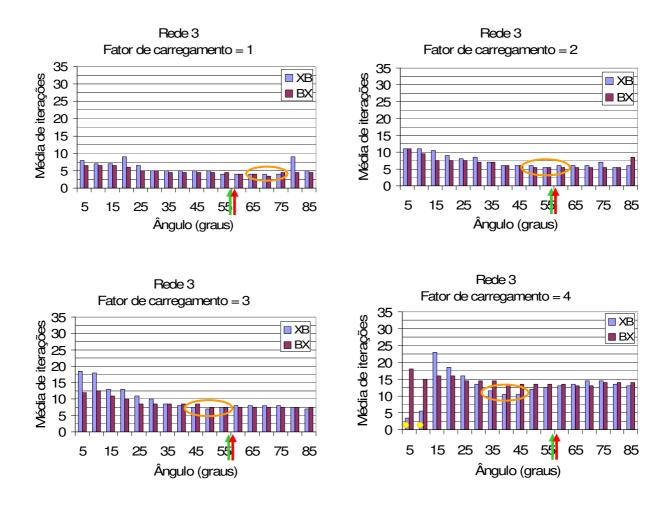


Fig. 5.4: Rede 3 submetida a diversos ângulos de rotação e fatores de carregamento

Esta interação evidencia que, à medida que o carregamento aumenta, o ângulo ótimo tende a diminuir. Cabe lembrar que o nível de carregamento não é um fator considerado nas deduções para cálculo dos ângulos de rotação feitas em [5] (equação 4.22) e na nova proposta (equação 4.31). Essas deduções baseiam-se exclusivamente em características intrínsecas à estrutura elétrica das redes: as resistências e reatâncias dos ramos. Os ângulos calculados são, dessa forma, insensíveis ao carregamento da rede. Vê-se que, para diversas situações, os ângulos ótimos (relacionados com o menor número de iterações) afastam-se bastante dos valores calculados em [5] e na proposta inédita. Põe-se em xeque a característica de otimização dos algoritmos descritos em [5] e no presente trabalho (inédito). Apesar disso, na ausência de um algoritmo mais completo para cálculo do ângulo de rotação, as propostas apresentadas, que poderiam ser referenciadas simplesmente como aquelas que obtêm os ângulos de rotação de forma automática, trazem resultados bastante robustos.

### **5.2.2** Simulações variando o fator r/x

Analogamente ao que foi observado no item anterior, o número médio de iterações necessárias para a convergência aumenta ao passo em que cresce o fator r/x. Isso ocorre já que, como foi dito, o MDR é mais propício a redes com baixas relações r/x. Mais uma vez, a rede 3 é utilizada para exemplificar, conforme figura 5.5.

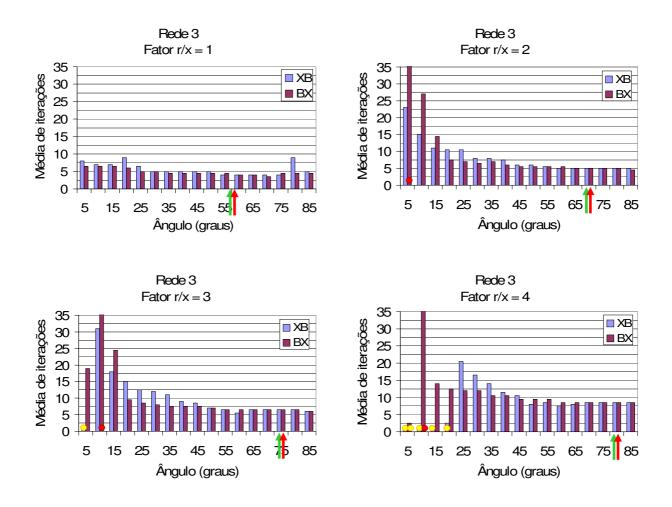


Fig. 5.5: Rede 3 submetida a diversos ângulos de rotação e fatores r/x

Observa-se que o ângulo calculado pelos métodos [5] e inédito acompanham a evolução do fator r/x, já que esta grandeza é utilizada na dedução dos algoritmos apresentados. O ângulo calculado tende a acompanhar o ângulo ótimo. É neste ponto que vê-se, de fato, o quão robustos são os métodos rotacionados. Mesmo para relações r/x bastante elevadas, os métodos rotacionados seguem convergindo para uma determinada faixa de ângulos. Em alguns casos, esta faixa de ângulos vai se restringindo à medida que o fator r/x aumenta, evidenciando que se deve utilizar ângulos cada vez mais precisos e próximos do ótimo, sob pena de não se alcançar a convergência.

# 5.3 Sensibilidade entre Q e V: baseado na jacobiana ou em B"

Conforme mencionado na seção 4.4.1, o cálculo de sensibilidade para rotação de barras PV é dado pela equação (4.47):

$$\Delta \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{L_a} - \begin{bmatrix} \mathbf{M_a} & \mathbf{L_b} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{J}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{N_a} \\ \mathbf{L_c} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \Delta \mathbf{V}$$

Esta equação considera a matriz jacobiana e suas submatrizes, o que se busca evitar nos MDR's. Com isso, após algumas aproximações, chega-se à equação simplificada dada por (4.51):

$$\Delta \mathbf{Q} = \left[\mathbf{B_a''} - \mathbf{B_b''} \cdot \left(\mathbf{B_j''}\right)^{-1} \cdot \mathbf{B_c''}\right] \cdot \Delta \mathbf{V}$$

A seguir será observado o comportamento do método proposto neste trabalho para os dois casos: com a sensibilidade calculada através da jacobiana e através de B". Para exemplificar, utilizar-se-á o método BX, ou seja, trata-se do método G. São consideradas as redes 2, 6 e 7, que possuem barras do tipo PV.

#### **5.3.1** Rede 2: 1 barra PV

Para esta rede, foram obtidos os resultados para o método G com sensibilidade baseada na jacobiana evidenciados na figura 5.6.

Para a sensibilidade calculada com  $\mathbf{B}''$ , tem-se a evolução de *mismatches* conforme figura 5.7 (a sensibilidade é constante).

Na tabela 5.3 compara-se as sensibilidades e número de iterações. Observa-se que o padrão das curvas de *mismatches* é bem parecido, fruto da grande proximidade das sensibilidades para os dois métodos.

Rede 2	Sensibilidade	Meias-iterações	Meias-iterações	
Método G	Barra 34	ativas	reativas	
Sensibilidade				
calculada com	0.18	8	7	
jacobiana (final)				
Sensibilidade				
calculada com	0.19	8	7	
B" (constante)				

Tab. 5.3: Comparação de métodos de sensibilidade para a Rede 2

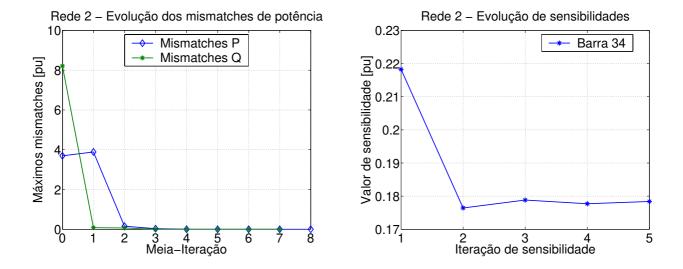


Fig. 5.6: Rede 2 submetida ao método G com sensibilidade baseada na jacobiana: evolução de *mismatches* e de sensibilidades

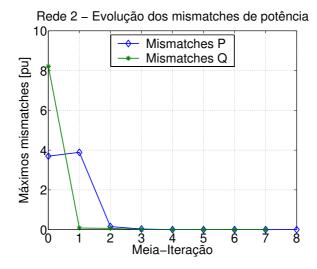


Fig. 5.7: Rede 2 submetida ao método G com sensibilidade baseada em B": evolução de mismatches

#### **5.3.2** Rede 6: 4 barras PV

Para esta rede, tem-se os resultados apresentados na figura 5.8 (por simplicidade, apresentamos aqui as sensibilidades próprias, da diagonal principal da matriz sensibilidade).

Para a sensibilidade calculada com B", a evolução de *mismatches* é a apresentada na figura 5.9. A tabela 5.4 traz a comparação entre as sensibilidades e número de iterações. Aqui, mais uma vez os resultados são bem próximos.

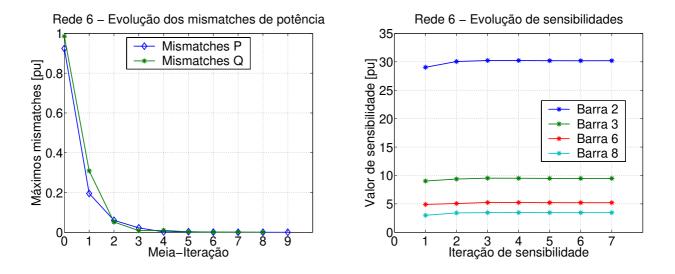


Fig. 5.8: Rede 6 submetida ao método G com sensibilidade baseada na jacobiana: evolução de *mismatches* e de sensibilidades

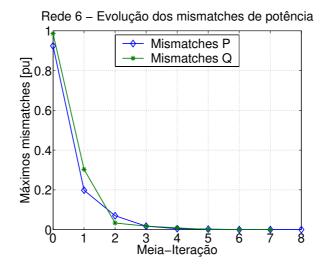


Fig. 5.9: Rede 6 submetida ao método G com sensibilidade baseada em B": evolução de mismatches

#### **5.3.3** Rede 7: 5 barras PV

Finalmente, para a rede 7, tem-se os resultados das figuras 5.10 e 5.11. A tabela 5.5 traz a comparação entre as sensibilidades e número de iterações.

Vê-se, nos 3 casos, que as sensibilidades constantes obtidas com B" (eq. 4.51) são sempre bastante próximas daquelas obtidas através de (4.47), que utiliza elementos da jacobiana e suas submatrizes. Dessa forma, o número de iterações é pouco afetado, o que também pode ser comprovado nas referidas tabelas. Para a rede 6, curiosamente, alcançou-se um número de iterações até menor

Rede 6		Sensib	ilidade	Meias-iterações	Meias-iterações	
Método G	Barra 2	Barra 3	Barra 6	Barra 8	ativas	reativas
Sensibilidade calculada com jacobiana (final)	30.20	9.48	5.21	3.46	9	8
Sensibilidade calculada com B" (constante)	28.76	9.42	5.16	3.06	8	7

Tab. 5.4: Comparação de métodos de sensibilidade para a Rede 6

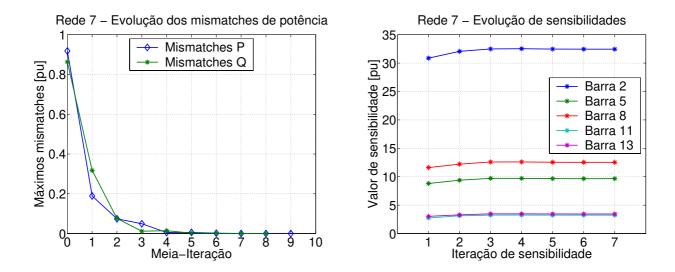


Fig. 5.10: Rede 7 submetida ao método G com sensibilidade baseada na jacobiana: evolução de *mismatches* e de sensibilidades

Rede 7			Sensibilida	Meias-iterações	Meias-iterações		
Método G	Barra 2	Barra 2   Barra 5   Barra 8   Barra 11   Barra 13		ativas	reativas		
Sensibilidade calculada com jacobiana (final)	32.45	9.66	12.53	3.24	3.44	9	8
Sensibilidade calculada com B" (constante)	31.01	9.51	12.33	2.88	3.24	9	8

Tab. 5.5: Comparação de métodos de sensibilidade para a Rede 7

utilizando a versão simplificada de cálculo.

A partir destas observações, passou-se a utilizar a sensibilidade calculada com  $\mathbf{B}''$  sempre que realizada a rotação de barras PV.

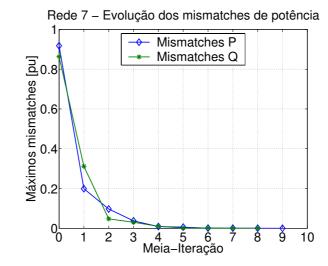


Fig. 5.11: Rede 7 submetida ao método G com sensibilidade baseada em B": evolução de mismatches

### 5.4 Método [5]: com ou sem análise de sensibilidade

Para o método proposto em [5], no qual a rotação é realizada individualmente por barra, pode-se imaginar que, para solucionar a questão da rotação de barras PV, há a opção de simplesmente não rotacionar estas barras (atribuindo ângulo de rotação = 0°). Isso poderia representar uma vantagem da rotação individualizada por barras.

Em seguida, são apresentados os resultados para algumas redes quando são aplicados os métodos C e F (MDR XB e BX, método [5]) com e sem a rotação de barras PV via sensibilidade calculada com B".

#### **5.4.1** Rede 2: 1 barra PV

A evolução de máximos *mismatches* de potência ativa, reativa e de tensão, com e sem rotação de barras PV, para o método C (XB) está evidenciada na figura 5.12. A figura correspondente ao método F (BX) é a 5.13. O resumo dos resultados está na tabela 5.6.

Rede 2	Sem rot	ação de PV	Com rotação de PV		
Meias-iterações	Ativas	Reativas	Ativas	Reativas	
Método C (XB)	15	15	10	12	
Método F (BX)	9	11	6	6	

Tab. 5.6: Resumo das simulações para a Rede 2 submetida aos métodos C e F com e sem rotação de barras PV

Observa-se uma grande oscilação nos mismatches de tensão para o método sem rotação de barras

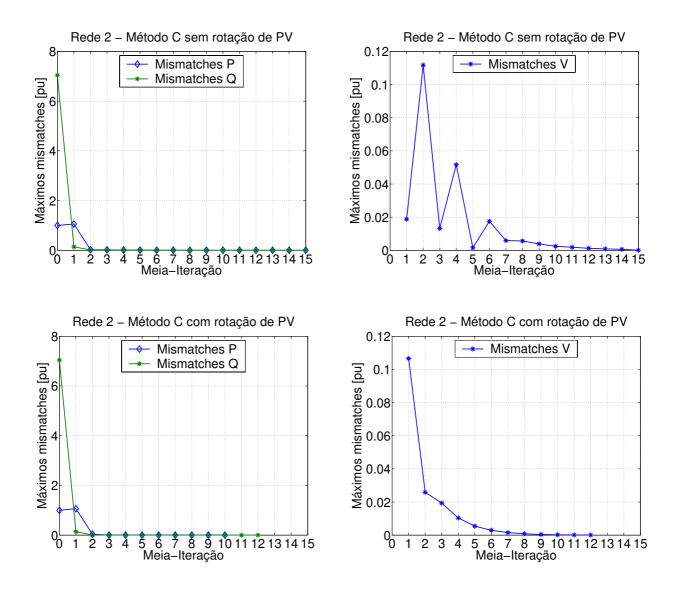


Fig. 5.12: Rede 2 submetida ao método C sem e com a rotação de barras PV via sensibilidade calculada com B": evolução dos máximos *mismatches* de potência e tensão

PV. Aliás, esta oscilação refere-se à barra 34, que é a barra PV desta rede. Comparando com os *mismatches* de potências, conclui-se que a dificuldade maior em atingir convergência provém da perturbação provocada pela barra PV não-rotacionada.

### **5.4.2** Rede 7: 5 barras PV

Para a rede 7, a evolução de máximos *mismatches* ativos, reativos e de tensão é mostrada nas figuras 5.14 (método C - XB) e 5.15 (método F - BX). O resumo com os respectivos números de iterações necessários para convergência está na tabela 5.7.

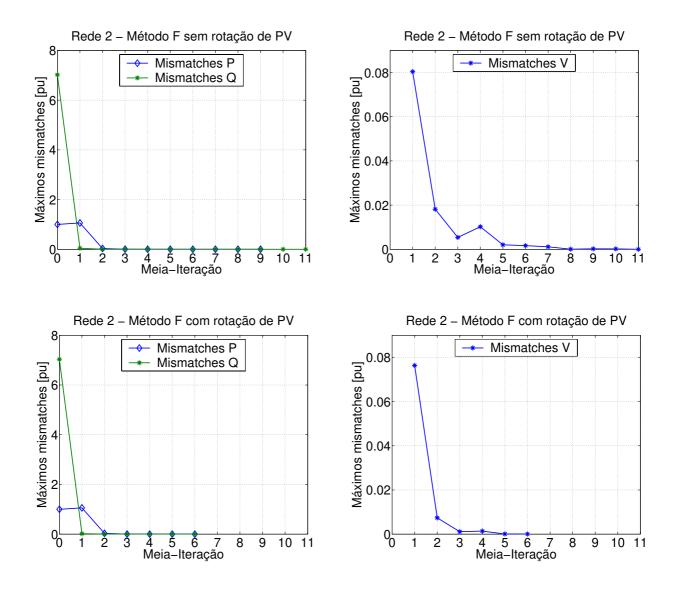


Fig. 5.13: Rede 2 submetida ao método F sem e com a rotação de barras PV via sensibilidade calculada com B'': evolução dos máximos *mismatches* de potência e tensão

Rede 7	Sem rot	tação de PV	Com rotação de PV		
Meias-iterações	Ativas	Reativas	Ativas	Reativas	
Método C (XB)	8	8	9	8	
Método F (BX)	8	7	8	7	

Tab. 5.7: Resumo das simulações para a Rede 7 submetida aos métodos C e F com e sem rotação de barras PV

Para esta rede, verifica-se mínima influência da rotação das barras PV em relação ao número de iterações. Na verdade, nota-se até uma leve redução para o método C.

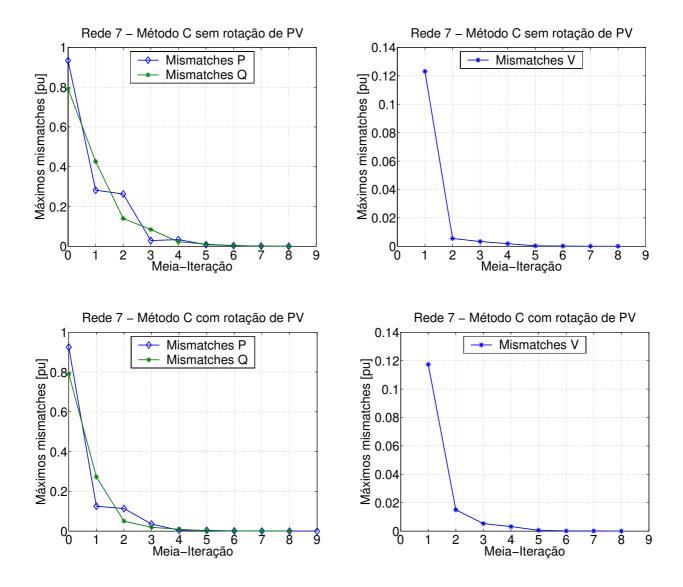


Fig. 5.14: Rede 7 submetida ao método C sem e com a rotação de barras PV via sensibilidade calculada com B": evolução dos máximos *mismatches* de potência e tensão

### 5.4.3 Rede 3: com a barra 55 convertida a PV

Um caso extremo foi verificado quando se converteu uma determinada barra da rede 3 (barra 55) a PV, sendo que originalmente esta barra é do tipo PQ. Também para este caso, a evolução de máximos *mismatches* ativos, reativos e de tensão, com e sem rotação de barras PV, está evidenciada nas figuras 5.16 (método C - XB) e 5.17 (método F - BX). A tabela 5.8 traz o resumo dos respectivos números de iterações necessários para a convergência.

Nas curvas de *mismatches*, vê-se a maior dificuldade em atingir convergência quando não se rotaciona a barra do tipo PV. Os *mismatches* de tensão da barra 55 retardam o processo iterativo.

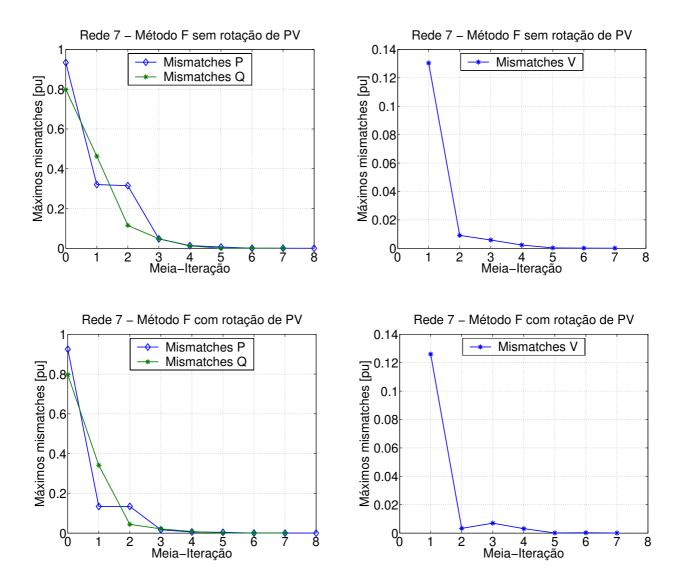


Fig. 5.15: Rede 7 submetida ao método F sem e com a rotação de barras PV via sensibilidade calculada com B": evolução dos máximos *mismatches* de potência e tensão

Rede 3	Sem rot	tação de PV	Com rotação de PV		
Meias-iterações	Ativas	Reativas	Ativas	Reativas	
Método C (XB)	50	49	4	4	
Método F (BX)	12	12	5	5	

Tab. 5.8: Resumo das simulações para a Rede 3 (com barra PV) submetida aos métodos C e F com e sem rotação de barras PV

Na verdade, o que se conclui é que a não rotação de barras PV pode gerar uma perturbação nas matrizes B e X, já que as barras vizinhas são rotacionadas. É como se existisse um elemento em

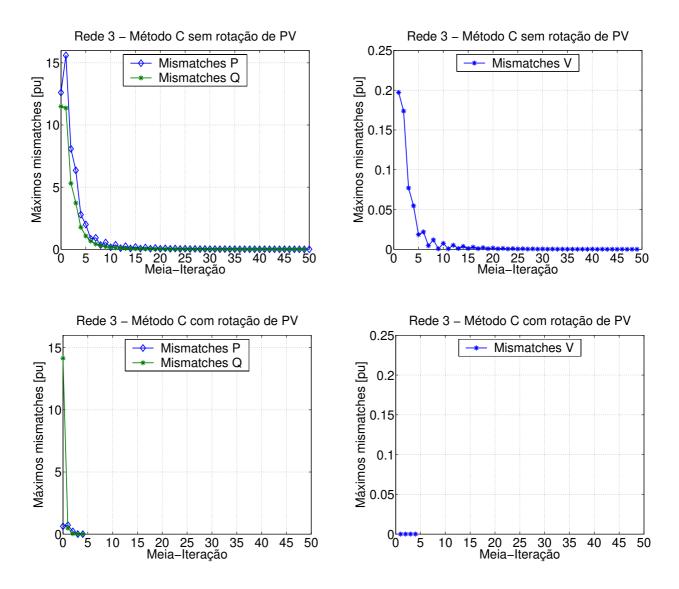


Fig. 5.16: Rede 3 (modificada) submetida ao método C sem e com a rotação de barras PV via sensibilidade calculada com B": evolução dos máximos *mismatches* de potência e tensão

desarmonia com os demais, o que requer um esforço adicional do método.

A depender da estrutura elétrica da rede, a perturbação pode ser de maior intensidade: o acréscimo no número de iterações chega a ser bastante crítico! De um modo geral, a não-rotação das barras PV tende a provocar pior desempenho nos métodos. Aliás, aqui vale uma observação: os métodos XB têm o seu desempenho mais afetado que os métodos BX, que apresentam-se mais robustos a tais perturbações.

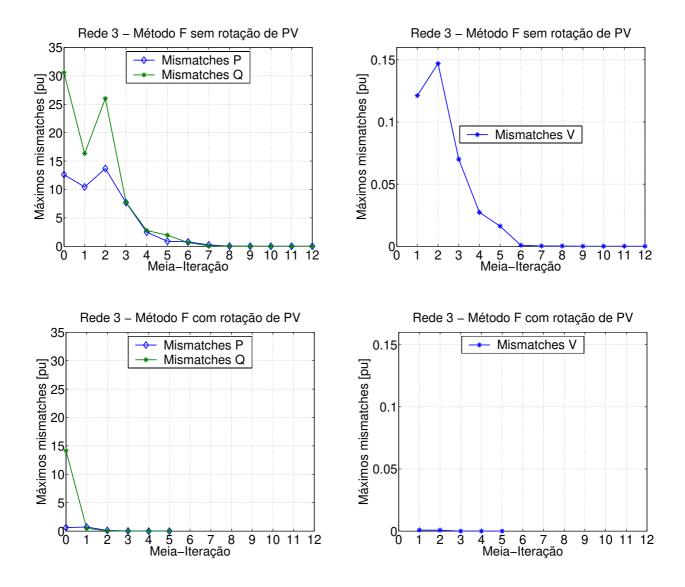


Fig. 5.17: Rede 3 (modificada) submetida ao método F sem e com a rotação de barras PV via sensibilidade calculada com B'': evolução dos máximos *mismatches* de potência e tensão

# 5.5 De como a análise de sensibilidade para barras PV afeta os métodos

Outra constatação interessante é verificar como a introdução de barras PV (geradores, por exemplo) em uma determinada rede pode afetar os métodos com rotação de eixos, quando comparado à rede original. Afinal, o tratamento de sensibilidade em barras PV é inerente ao método proposto neste trabalho, e introduz os *mismatches* de tensão como um critério adicional para convergência.

Naturalmente, a maior dificuldade de convergência surgirá de acordo com as características da

barra PV introduzida, sua vizinhança e perturbações provocadas. O que foi feito aqui foi tomar uma barra originalmente PQ e, com seus respectivos valores P e V convergidos, transformá-la em PV. Assim, é possível detectar de forma mais isolada as implicações de se realizar a análise de sensibilidade para barras do tipo PV.

Na figura 5.18 tem-se, para a rede 3, os resultados para diversos métodos, nas seguintes situações:

- sem barras PV
- barra 55 convertida a PV
- barras 55 e 28 convertidas a PV
- barras 55, 28, 10, 20, 40, 54 e 56 convertidas a PV

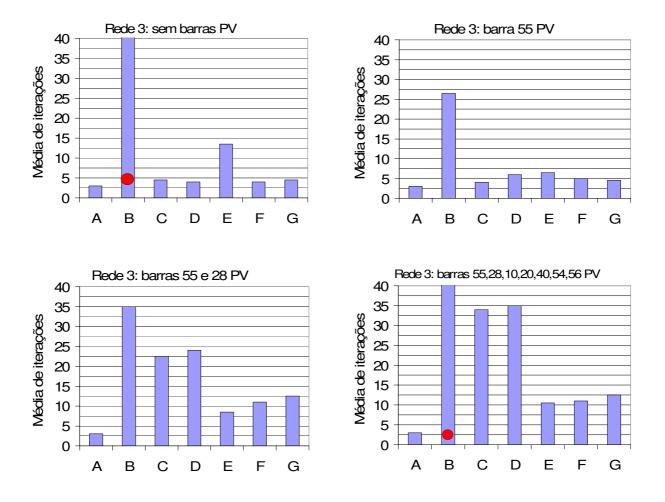


Fig. 5.18: Simulação da Rede 3 considerando a inserção de barras do tipo PV e seus efeitos

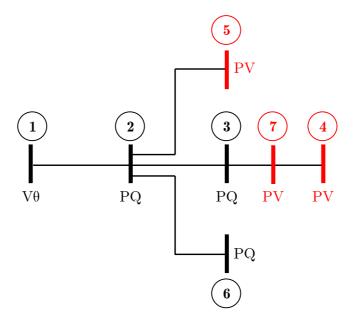


Fig. 5.19: Diagrama unifilar da Rede 1 modificada

Para a rede 1, inicialmente foi criada uma nova barra entre as barras 3 e 4. Dividiu-se a resistência e reatância do ramo 3-4 em duas partes iguais, introduzindo aí a barra 7. Considerando-a PQ com  $P \in Q$  zerados, foi obtido o seu estado. A partir daí, converteu-se tal barra em PV utilizando valor arbitrário para a potência (no caso, potência gerada = 1 p.u.). Outras condições de simulação foram criadas em seguida:

- · sem barras PV
- barra 7 convertida a PV
- barras 7 e 4 convertidas a PV
- barras 7, 4 e 5 convertidas a PV

A configuração final da rede 1 é mostrada pelo diagrama unifilar da figura 5.19. A figura 5.20 evidencia os resultados.

Vê-se claramente que a análise de sensibilidade agrega maior dificuldade para convergência, à medida que novas barras PV vão sendo introduzidas. Viu-se na seção 4.4.1 que o cálculo de sensibilidade torna-se mais complexo à medida que cresce o número de barras PV. Também torna-se mais

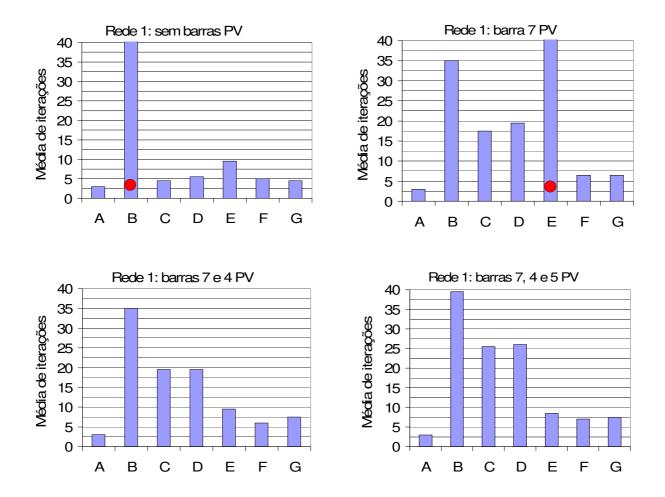


Fig. 5.20: Simulação da Rede 1 considerando a inserção de barras do tipo PV e seus efeitos

difícil satisfazer ao critério de convergência de tensão para todas as novas barras, problema este que é adicional à convergência de potências.

Observa-se também que os métodos rotacionados BX são mais robustos à introdução de barras PV: o acréscimo no número de iterações é mais baixo que para o XB.

## 5.6 Comparação entre os diversos métodos

Feitas as considerações sobre ângulo ótimo de rotação, as influências de fator de carregamento, fator r/x e análise de sensibilidade, apresenta-se finalmente a comparação dos métodos: sem rotação, com rotação proposta em [5] e com rotação proposta neste trabalho (inédita).

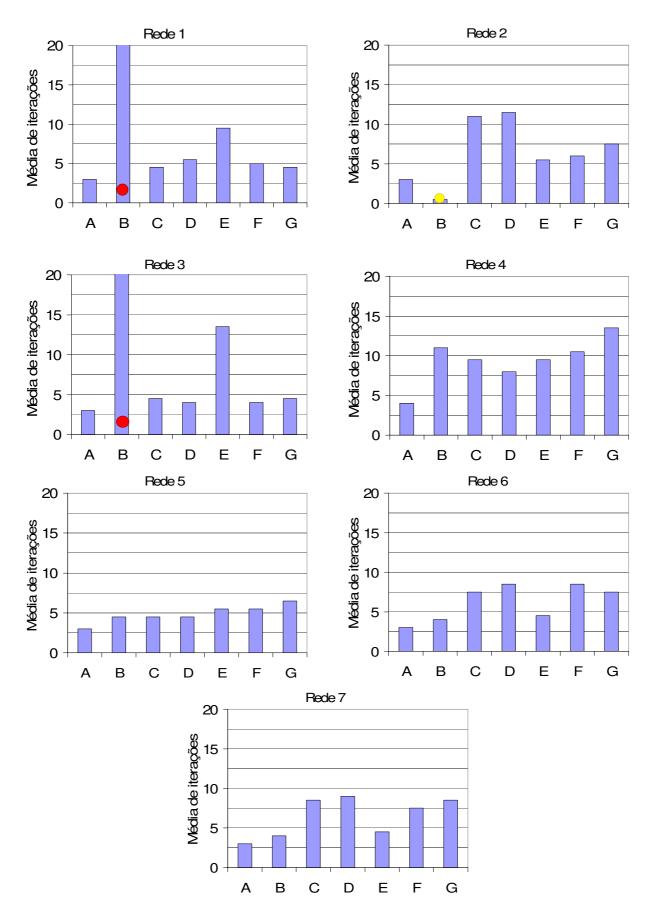


Fig. 5.21: Redes submetidas a diversos métodos

Observou-se as 7 redes sob estudo, algumas incluindo barras do tipo PV, tratadas com a análise de sensibilidade. Assumindo fator de carregamento e fator r/x unitários, isto é, nominais da rede, os resultados encontram-se na figura 5.21.

Uma das constatações baseadas nestes resultados é que, observando a tabela 5.1, vê-se que é para as redes com mais baixas médias de relações r/x e que possuem barras PV que os métodos rotacionados apresentam pior desempenho que os não-rotacionados (redes 6 e 7). Na seção 5.2.2, afirmou-se que o diferencial dos métodos com rotação torna-se maior à medida que o fator r/x aumenta. Para baixos fatores r/x, a simples rotação não traria deficiência no número de iterações, afinal os ângulos de rotação seriam igualmente baixos. O problema surge quando se tem que realizar a análise de sensibilidade para barras do tipo PV, inserindo um critério adicional de convergência: os *mismatches* de tensão.

Esta constatação pode ser verificada ao se tomar as mesma redes 6 e 7, apenas convertendo as barras PV em PQ, utilizando para tal o estado convergido. Chega-se aos resultados da figura 5.22.

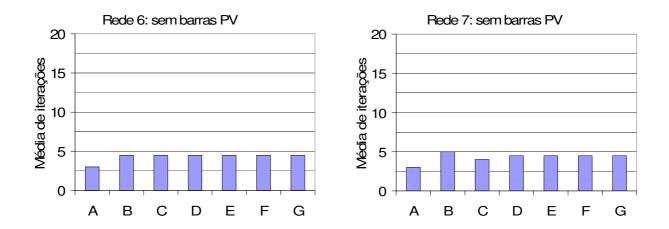


Fig. 5.22: Redes 6 e 7, sem barras PV, submetidas a diversos métodos

Para as redes com mais altas relações r/x, vê-se uma dificuldade maior na convergência dos métodos não rotacionados. Em algumas situações eles simplesmente não conseguem atingir convergência, evidenciando a importância da aplicação da rotação de eixos.

Dentre os métodos [5] e o aqui proposto, os resultados são em geral bastante similares. A tabela 5.9 evidencia que a média de ângulos da proposta [5] e o ângulo da nova proposta são sempre próximos, justificando a paridade de desempenho.

Método	Rede 1	Rede 2	Rede 3	Rede 4	Rede 5	Rede 6	Rede 7
Proposto em [5]	56.31	50.25	57.89	51.02	53.29	18.00	20.50
Nova proposta	54.88	48.32	57.27	47.81	50.19	17.08	19.76

Tab. 5.9: Comparação de ângulos dos métodos [5] e proposto (em graus)

# Capítulo 6

## Conclusão

O presente trabalho traz uma contribuição aos métodos de resolução de sistemas de distribuição. Baseado na técnica de rotação de eixos complexos, busca aliar vantagens dos métodos apresentados anteriormente em [4] e [5], sem perda de desempenho: utilizar um ângulo único para toda a rede, manter a simetria das matrizes e o significado físico durante o processo iterativo, chegar ao ângulo de rotação de forma automática e utilizando critérios otimizadores. Pode ser implementado através de modificações simples sobre o MDR original, além de poder facilmente incorporar dispositivos de controle para parâmetros do sistema. O ângulo de rotação é obtido através de cálculo simples e rápido.

A técnica de rotação é aplicável a redes radiais ou malhadas, indistintamente, o que o faz interessante para tratar os cada vez mais complexos sistemas de distribuição. Também independe de quantos ramos com baixas relações r/x existem na rede. O problema intrínseco a esta técnica referese à rotação das barras PV. Essa dissertação apresenta um algoritmo para tratar esta questão, baseado em análise de sensibilidade, que apresenta bons resultados e amplia a possibilidade de aplicação do método. Isto atende a uma tendência crescente de inclusão de geradores conectados às redes num nível de baixa tensão.

Um fato interessante é que, apesar das propostas [5] e do presente trabalho utilizarem critérios otimizadores para se chegar ao ângulo de rotação, o valor obtido não é aquele para o qual se tem o menor número de iterações. Nota-se que há elementos que interferem no ângulo ótimo e que não são considerados nos cálculos, como o nível de carregamento da rede. Este é um ponto interessante a ser explorado num trabalho futuro, a fim de aprimorar a automação e eficiência do método proposto.

# Referências Bibliográficas

- [1] W. F. TINNEY, C. E. HART, "Power Flow Solution by Newton's Method", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-86, n.11, pp.1449-1460, 1967.
- [2] B. Stott, O. Alsaç, "Fast Decoupled Load Flow", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-93, pp.859-869, 1974.
- [3] R. A. M. VAN AMERONGEN, "A General-Purpose Version of the Fast Decoupled Loadflow", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.4, n.2, pp.760-770, 1989.
- [4] A. V. GARCIA, A. J. MONTICELLI, A. L. M. FRANÇA, M. R. TANAKA, C. A. F. MURARI, "Automatização da Distribuição de Energia Elétrica: Simulação Utilizando o Fluxo de Carga Desacoplado Rápido", *Anais do V Congresso Brasileiro de Automática / I Congresso Latino Americano de Automática*, Campina Grande, pp.256-261, 1984.
- [5] M. F. DE MEDEIROS JR., J. A. LUCAS, "Fast decoupled load flow with optimal axes rotation", *Proceedings of the IEEE/PES Transmission and Distribution 2002*, Latin America, São Paulo, SP, 2002.
- [6] FELIX F. Wu, "Theoretical Study of the Convergence of the Fast Decoupled Load Flow", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-96, n.1, pp.268-275, 1977.
- [7] S. DECKMANN, A. PIZZOLANTE, A. MONTICELLI, B. STOTT, O. ALSAÇ, "Numerical Testing of Power System Load Flow Equivalents", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, n.6, pp.2292-2300, 1980.
- [8] J. NANDA, D. P. KOTHARI, S. C. SRIVASTAVA, "Some Important Observations on Fast Decoupled Load Flow Algorithm", *Proceedings of the IEEE*, vol.75, n.5, pp.732-733, 1987.
- [9] J. NANDA, V. BAPI RAJU, P.R. BIJWE, M.L. KOTHARI, BASHIR M. JOMA, "New Findings of Convergence Properties of Fast Decoupled Load Flow Algorithms", *IEE Proceedings-C*, vol.138, n.3, pp.218-220, 1991.

- [10] D. RAJIČIĆ, A. BOSE, "A Modification to the Fast Decoupled Power Flow for Networks with High R/X Ratios", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.3, n.2, pp.743-746, 1988.
- [11] A. MONTICELLI, A. GARCIA, O. R. SAAVEDRA, "Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations, and Testing", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.5, n.4, pp.1425-1431, 1990.
- [12] J. PESCHON, D.S. PIERCY, W.F. TINNEY, O. J. TVEIT, "Sensitivity in Power Systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-87, n.8, pp.1687-1696, 1968.
- [13] LU WANG, X. RONG LI, "Robust Fast Decoupled Power Flow", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n.1, pp.208-215, 2000.
- [14] P. HALEY, M. AYRES, "Super Decoupled Loadflow with Distributed Slack Bus", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-104, n.1, pp.104-113, 1985.
- [15] S.B. PATEL, "Fast Super Decoupled Loadflow", IEEE Proceedings-C, vol. 139, n.1, 1992.
- [16] FANG DA-ZHONG, SONG WEN-NAN, T.S. CHUNG, "A Modification to the Fast Decoupled Load Flow for Power System with Low X/R Ratio Branches", *IEE 2nd International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management*, pp.279-284, 1993.
- [17] D. SHIRMOHAMMADI, H. W. HONG, A. SEMLEY, G. X. Luo, "A Compensation-based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Newtworks", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.3, n.2, pp.753-762, 1988.
- [18] C. S. CHENG, D. SHIRMOHAMMADI, "A Three-Phase Power Flow Method for Real-Time Distribution System Analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.10, n.2, pp.671-679, 1995.
- [19] CARLOS A. CASTRO, "Métodos de resolução do problema de fluxo de carga", *Apostila do curso de Cálculo de Fluxo de Carga*, FEEC/UNICAMP. Disponível em maio/2006 em: http://www.dsee.fee.unicamp.br/~ccastro/
- [20] A. MONTICELLI, "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica", *CEPEL-Eletrobrás*, Editora Edgard Blücher, 1983.
- [21] M. CHAKRAVORTY, D. DAS, "Voltage stability analysis of radial distribution networks", *Electrical Power and Energy Systems*, vol.23, pp.129-135, 2001.

- [22] S. DECKMANN, "Modelo para o Cálculo de Queda de Tensão em Redes Reticuladas Subterrâneas", *Tese de Mestrado -* FEEC/UNICAMP, 1976.
- [23] B. Stott, "Review of load-flow calculation methods", *Proceedings of the IEEE*, vol.62, n.7, pp.916-929, 1974.
- [24] Disponível em maio/2006 em: http://www.ee.washington.edu/research/pstca/