

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

Fluxo de Carga Trifásico com Modelagem de Incertezas via Função de Pertinência Sinusoidal

Autora: Patrícia Lopes Cavalcante

Orientador: Carlos Alberto Favarin Murari

Trabalho apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Antônio Cesar Baleeiro AlvesEEEC/UFG

Prof. Dr. Carlos Alberto Favarin MurariDSEE/FEE/UNICAMP

Prof. Dr. Walmir de Freitas FilhoDSEE/FEE/UNICAMP

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

C314f Cavalcante, Patrícia Lopes
Fluxo de carga trifásico com modelagem de incertezas via função de pertinência sinusoidal / Patrícia Lopes Cavalcante. --Campinas, SP: [s.n.], 2010.

Orientador: Carlos Alberto Favarin Murari.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Energia elétrica - Distribuição. 2. Conjuntos difusos. 3. Lógica difusa. 4. Sistemas de energia elétrica. 5. Incerteza. I. Murari, Carlos Alberto Favarin. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Three-phase power flow with modelling of sinusoidal membership function

Palavras-chave em Inglês: Electric power distribution, Fuzzy sets, Fuzzy logic, Electric power systems, Uncertainties

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Antônio Cesar Baleeiro Alves, Walmir de Freitas Filho

Data da defesa: 22/02/2010

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidata: Patricia Lopes Cavalcante

Data da Defesa: 22 de fevereiro de 2010

Título da Tese: "Fluxo de Carga Trifásico com Modelagem de Incertezas via Função de Pertinência Sinusoidal"

Prof. Dr. Carlos Alberto Favarin Murari (Presidente): _____

Prof. Dr. Antônio César Baleeiro Alves: _____

Prof. Dr. Walmir de Freitas Filho: _____

Agradecimentos

A Deus por me amparar nos momentos difíceis, me dar força interior para superar as dificuldades, mostrar o caminho nas horas incertas e me suprir em todas as minhas necessidades. Agradeço a Nossa Senhora, minha mãezinha querida, por ser minha base e fonte de luz na minha vida.

Aos meus pais, Eduardo e Sueley, pela formação, apoio, motivação e carinho inesgotável. E aos meus irmãos, Daniella e Eduardo Filho, pelo incentivo.

Ao Prof. Murari, orientador desta dissertação, por todo empenho, sabedoria, exigência e, acima de tudo, compreensão. Ao Silvio pela co-orientação mesmo que informal e, sobretudo pela confiança e amizade.

Não poderia deixar de agradecer a Maiana, a Jordana e o Arlindo, sinto-me honrada em tê-los como “irmãos”. A Maiana por ser minha família em Campinas, por tudo que sempre fez e faz por mim, pela amizade única e pelo companheirismo. A Jordana e ao Arlindo, pois mesmo com a distância nunca deixaram de se fazer “presentes” na minha vida.

Agradeço as minhas florzinhas: Mayana, amiga e comadre, e a Ana Luiza, minha afilhada. Vocês tornam meus dias encantados, cheios de luz e amor.

A Beatriz (Bia), a Marina (Má) e a Eline (Foca), que bênção Deus ter colocado vocês na minha vida. Obrigada pelas risadas, conversas, conselhos e amizade. Vocês são umas gracinhas.

Aos amigos do Grupo de Oração Universitário, “amigos que nasceram pela fé”, sou imensamente grata a Deus por conhecer pessoas como vocês, que enchem minha vida de esperança e felicidade.

Aos amigos do Laboratório de Sistemas de Energia Elétrica por tornarem meus dias mais divertidos e pela troca de experiência fundamental para a conclusão deste trabalho. E a todos os professores do Departamento de Sistemas de Energia Elétrica pelos ensinamentos passados e que acrescentaram muito na minha formação.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Dedico este trabalho
aos meus pais, Eduardo e Suely;
à minha irmã, Daniella e ao meu irmão, Eduardo Filho;

Resumo

Neste trabalho é proposta uma versão *fuzzy* de fluxo de carga trifásico desbalanceado para redes de distribuição de energia elétrica. As características peculiares destas redes foram consideradas para tornar a solução o mais direta possível. Devido às técnicas específicas implementadas neste método, a decomposição LU e a substituição *backward/forward* da matriz Jacobiana, requeridas em métodos tradicionais, não são necessárias. O objetivo principal deste fluxo de carga é alcançar resultados que consideram as incertezas nas variáveis dos sistemas de potência. É utilizada uma função sinusoidal (forma de sino) ao invés de outras funções de pertinência, como por exemplo a trapezoidal e a triangular, para representar os números nebulosos e simular o fluxo de carga *fuzzy*. A função sinusoidal não requer técnicas adicionais como por exemplo, α -cortes e linearização, pois possui seus próprios operadores nebulosos. Para a validação do método proposto, resultados para diferentes redes são apresentados.

Abstract

A fuzzy direct approach for unbalanced three-phase distribution load flow solutions was developed in this work. The special topological characteristics of distribution networks have been fully utilized to make the direct solution possible. Due to the distinctive solution techniques of the proposed method, the time-consuming LU decomposition and forward/backward substitution of the Jacobian matrix or admittance matrix required in the traditional load flow methods are no longer necessary. The main objective of this load flow is to get results which consider the vagueness in the power system's variables. The three-phase fuzzy load flow uses the bell shape function instead of others common membership functions, like trapezoidal and triangular, to represent fuzzy numbers and simulate a fuzzy load flow. The bell shape function doesn't require additional techniques like α -cuts and linearization to execute a fuzzy load flow because this function has proper operators. Test results demonstrate the validity of the proposed method.

Sumário

Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xv
Lista de Abreviaturas e Siglas.....	xvii
Trabalhos afins publicados.....	xix
Capítulo 1	1
Introdução.....	1
Capítulo 2	3
Estado da Arte	3
2.1 Fluxo de carga para redes de distribuição	3
2.2 Imprecisões na representação de um sistema elétrico	6
2.3 Fluxo de carga com modelagem de incertezas	7
2.4 Comentários	9
Capítulo 3	11
Conceitos em Teoria Fuzzy.....	11
3.1 Conjuntos nebulosos	11
3.2 Função de pertinência.....	13
3.2.1 Função de pertinência sinusoidal	14
3.3 Números nebulosos	15
3.3.1 Operadores nebulosos	16
3.4 Teoria de possibilidades	18
3.5 Possibilidades x Probabilidades	18
Capítulo 4	21
Fluxo de Carga Trifásico Especializado.....	21
4.1 Modelagem das linhas de distribuição	21
4.2 Modelagem de transformadores [16]	25
4.3 Modelagem das cargas	27
4.3.1 Cargas conectadas em estrela.....	27
4.3.2 Cargas conectadas em delta.....	30
4.3.3 Cargas bifásicas e monofásicas	32
4.4 Bancos de capacitores	33

4.4.1 Bancos de capacitores em conexão estrela.....	33
4.4.2 Bancos de capacitores em conexão delta	34
4.5 Implementação do Fluxo de Carga Trifásico Especializado	35
4.5.1 Cálculo das injeções de corrente	35
4.5.2 Cálculo dos fluxos de corrente	36
4.5.3 Cálculo das tensões	39
4.6 Exemplo	41
Capítulo 5	53
Fluxo de Carga Trifásico Especializado Fuzzy (FCTEF).....	53
5.1 Desenvolvimento do algoritmo	53
5.2 Validação do método proposto.....	56
5.3 Exemplo	56
Capítulo 6	63
Resultados e Comentários	63
6.1 Sistema IEEE 13 barras	63
6.1.1 Resultados para o caso sem os capacitores	64
6.1.2 Resultados para o caso com os capacitores	72
6.2 Sistema IEEE 34 barras	80
6.2.1 Resultados para o caso sem os bancos de capacitores	81
6.2.2 Resultados para o caso com os bancos de capacitores	88
6.3 Sistema IEEE 123 barras	96
6.3.1 Resultados para o caso sem os capacitores	97
6.3.2 Resultados para o caso com os capacitores	102
Capítulo 7	107
Conclusões e Trabalhos Futuros	107
Referências Bibliográficas	109
Apêndice A	113
Dados básicos	113
Apêndice B	117
Cálculo das matrizes de impedância e admitância.....	117
B.1 Impedância de linhas aéreas e subterrâneas	117
B.1.1 Matriz impedância primitiva	119
B.1.2 Matriz impedância de fase	120
B.2 Admitância shunt de linhas aéreas e subterrâneas.....	122

Lista de Figuras

Figura 3.1 – Gráfico da função de pertinência sinusoidal	15
Figura 4.1 – Linha trifásica a quatro fios	21
Figura 4.2 – Modelagem de linha.....	22
Figura 4.3 – Conexão estrela-estrela aterrado	25
Figura 4.4 – Conexão estrela de cargas trifásicas	28
Figura 4.5 – Conexão delta de cargas trifásicas	30
Figura 4.6 – Conexão estrela para bancos de capacitores	33
Figura 4.7 – Conexão delta para bancos de capacitores.....	34
Figura 4.8 – Rede radial de quatro barras	36
Figura 4.9 – Modelo para uma seção entre barras.....	36
Figura 4.10 – Modelo de linha de distribuição trifásica.....	37
Figura 4.11 – Algoritmo do FCTE para redes de distribuição radiais	41
Figura 4.12 – Rede IEEE 4 barras [41]	42
Figura 5.1 – Função sinusoidal	53
Figura 6.1 – Sistema IEEE 13 barras [41].....	63
Figura 6.2 – Sistema IEEE 34 barras [41].....	80
Figura 6.3 – Trecho do sistema de 34 barras.....	81
Figura 6.4 – Trecho do sistema de 34 barras.....	81
Figura 6.5 – Sistema IEEE 123 barras [41].....	96
Figura 6.6 – Trecho do sistema IEEE 123 barras.....	97
Figura 6.7 – Trecho do sistema IEEE 123 barras.....	97
Figura A.1 – Condutor com neutro concêntrico [16]	114
Figura A.2 – Condutor <i>tape shield</i> [16]	115
Figura B.1 – Condutores e imagens	117
Figura B.2 – Segmento de linha de 4 fios com conexão estrela aterrado	120
Figura B.3 – Campo elétrico de um condutor carregado	122

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Exemplos de funções de pertinência	14
Tabela 4.1 – Cálculo das injeções de corrente	35
Tabela 4.2 – Dados de linha	42
Tabela 4.3 – Identificadores das configurações	42
Tabela 4.4 – Configurações para as linhas aéreas	42
Tabela 5.1 – Resultados para tensões e injeções de corrente	56
Tabela 5.2 – Fluxos de corrente	57
Tabela 5.3 – Desvios nas injeções de corrente das cargas	57
Tabela 5.4 – Desvios nas tensões de fase	58
Tabela 5.5 – Desvios nos fluxos de corrente	58
Tabela 5.6 – Fluxo ativo (kW) e respectivos desvios (kW)	59
Tabela 5.7 – Fluxo reativo (kVAr) e respectivos desvios (kVAr)	59
Tabela 5.8 – Fluxos de potência ativa (kW)	60
Tabela 5.9 – Erros (%) no fluxo ativo	60
Tabela 5.10 – Fluxos de potência reativa (kVAr)	60
Tabela 5.11 – Erros (%) no fluxo reativo	61
Tabela 6.1 – Tensão e impedância base	64
Tabela 6.2 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)	64
Tabela 6.3 – Erros (%) nas magnitudes das tensões	66
Tabela 6.4 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)	67
Tabela 6.5 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente	68
Tabela 6.6 – Fluxos de potência ativa (kW)	69
Tabela 6.7 – Erros (%) nos fluxos ativos	70
Tabela 6.8 – Fluxos de potência reativa (kVAr)	71
Tabela 6.9 – Erros (%) no fluxo reativo	72
Tabela 6.10 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)	72
Tabela 6.11 – Erros (%) nas magnitudes das tensões	74
Tabela 6.12 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)	75
Tabela 6.13 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente	76
Tabela 6.14 – Fluxos de potência ativa (kW)	77
Tabela 6.15 – Erros (%) nos fluxos ativos	78
Tabela 6.16 – Fluxos de potência reativa (kVAr)	79
Tabela 6.17 – Erros (%) no fluxo reativo	80
Tabela 6.18 – Tensão e impedância base	81
Tabela 6.19 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)	82
Tabela 6.20 – Erros (%) nas magnitudes das tensões	83
Tabela 6.21 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)	84
Tabela 6.22 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente	85
Tabela 6.23 – Fluxos de potência ativa (kW)	85
Tabela 6.24 – Erros (%) nos fluxos ativos	86
Tabela 6.25 – Fluxos de potência reativa (kVAr)	87
Tabela 6.26 – Erros (%) no fluxo reativo	87
Tabela 6.27 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)	88
Tabela 6.28 – Erros (%) nas magnitudes das tensões	89

Tabela 6.29 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)	90
Tabela 6.30 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente	91
Tabela 6.31 – Fluxos de potência ativa (kW).....	92
Tabela 6.32 – Erros (%) nos fluxos ativos	93
Tabela 6.33 – Fluxos de potência reativa (kVAr)	94
Tabela 6.34 – Erros (%) no fluxo reativo.....	95
Tabela 6.35 – Tensão e impedância base	96
Tabela 6.36 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)	97
Tabela 6.37 – Erros (%) nas magnitudes das tensões	98
Tabela 6.38 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)	99
Tabela 6.39 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente	99
Tabela 6.40 – Fluxos de potência ativa (kW).....	100
Tabela 6.41 – Erros (%) no fluxo ativo	100
Tabela 6.42 – Fluxos de potência reativa (kVAr)	101
Tabela 6.43 – Erros (%) no fluxo reativo.....	101
Tabela 6.44 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)	102
Tabela 6.45 – Erros (%) nas magnitudes das tensões	103
Tabela 6.46 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)	104
Tabela 6.47 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente	104
Tabela 6.48 – Fluxos de potência ativa (kW).....	105
Tabela 6.49 – Erros (%) no fluxo ativo	105
Tabela 6.50 – Fluxos de potência reativa (kVAr)	106
Tabela 6.51 – Erros (%) no fluxo reativo.....	106
Tabela A.1 – Código dos modelos de carga.....	113
Tabela A.2 – Linhas aéreas	113
Tabela A.3 – Linhas Subterrâneas.....	113
Tabela A.4 – Dados dos condutores para configurações aéreas	114
Tabela A.5 – Dados dos condutores com neutro concêntrico	115
Tabela A.6 – Dados do condutor com neutro adjacente	115

Lista de Abreviaturas e Siglas

FCTE	Fluxo de Carga Trifásico Especializado
FCTEF	Fluxo de Carga Trifásico Especializado <i>Fuzzy</i>

Trabalhos afins publicados

CAVALCANTE, P. L., MURARI, C. A. F., SEGURA, S. S. “Fluxo de Carga Trifásico – Versão *Fuzzy*”. Anais do Encontro de Pesquisadores em Sistemas de Potência – SisPot 2009, Campinas-SP, 2009.

CAVALCANTE, P. L., MURARI, C. A. F., SEGURA, S. S. “Fluxo de Carga Trifásico Especializado com Modelagem de Incertezas via Função de Pertinência Sinusoidal”. Anais do *Eigth Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission* – CLAGTEE 2009 (ISBN 978-85-61065-01-0), Ubatuba-SP, 2009.

SEGURA, S. S., CAVALCANTE, P. L., LOPES, Maiana, TORRES, Floriano, SILVA, L. C. P., ROMERO, R. A., “Uma comparação dos algoritmos heurísticos aplicados na solução do problema de alocação ótima de bancos de capacitores”, Anais do XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Porto Seguro-BA, 2009.

Capítulo 1

Introdução

Com o desenvolvimento das técnicas de cálculo de fluxo de potência em redes de energia elétrica, também conhecido como fluxo de carga, dispõem-se de uma ferramenta muito importante para a análise da operação e do planejamento dos sistemas elétricos de potência. Desde o seu desenvolvimento, esta ferramenta sofreu modificações, melhorias e adequações, dependendo dos objetivos que se pretende atingir.

Nessa pesquisa, o objetivo foi o desenvolvimento de um programa computacional específico para a análise de redes de distribuição de energia elétrica, procurando explorar as suas especificidades.

É fato que para efetuar simulações com um fluxo de carga, é necessário dispor dos dados do sistema para o qual se deseja estimar tensões, fluxos de potência, etc. Entre esses dados há aqueles, como as potências nas barras, que apresentam um grau de imprecisão significativo em comparação, por exemplo, aos valores das impedâncias das linhas da rede elétrica. Particularmente, nas redes de distribuição de energia elétrica as potências consumidas variam de acordo com o horário do dia.

Mesmo existindo essas imprecisões, pode-se com base na experiência e julgamento dos engenheiros, realizar estimativas e assim esses dados podem ser considerados constantes na maioria das simulações de fluxo de carga.

Neste trabalho, as variáveis imprecisas são representadas como números nebulosos (na forma de sino) e é apresentada uma nova proposta para a análise de redes elétricas de distribuição através de um Fluxo de Carga Trifásico Especializado que incorpora conjuntos nebulosos (*fuzzy sets*) com suas respectivas operações matemáticas.

Com a utilização desta função não é necessário fazer uso das técnicas de corte de nível ou linearização, já que os cálculos nebulosos são efetuados com os operadores desenvolvidos para esta função, que serão descritos no decorrer do trabalho.

A estrutura deste trabalho é composta por sete capítulos e dois apêndices.

No segundo capítulo tem-se uma breve revisão bibliográfica sobre métodos de fluxo de carga para redes de distribuição e em particular com modelagem de incertezas.

No terceiro capítulo são apresentados conceitos sobre conjuntos nebulosos, função de pertinência e números nebulosos, destacando-se a função de pertinência sinusoidal e seus operadores nebulosos.

No quarto capítulo é apresentado o Fluxo de Carga Trifásico Especializado convencional com um exemplo ilustrativo.

No quinto capítulo tem-se o desenvolvimento do Fluxo de Carga Trifásico Especializado *Fuzzy* (FCTEF) e respectivo exemplo ilustrativo.

No sexto capítulo são apresentados os resultados obtidos com a aplicação do FCTEF em diferentes redes de distribuição de energia elétrica.

Por último tem-se o sétimo capítulo no qual há uma análise geral do trabalho e propostas para futuros desenvolvimentos.

Capítulo 2

Estado da Arte

Em geral, os sistemas de distribuição de energia elétrica, além de apresentarem uma configuração radial, são caracterizados por possuírem condutores em que a relação $X/R^{(1)}$ é baixa e os respectivos fluxos de potência ativa e reativa são desbalanceados em virtude da disposição dos condutores e do desequilíbrio das cargas [16]. Estas características têm estimulado o desenvolvimento de metodologias específicas de fluxo de carga que possibilitem uma melhor eficiência computacional para a análise destes sistemas [12]. O fluxo de carga é uma ferramenta muito importante e fundamental para a análise de qualquer sistema de potência, seja para aplicações em tempo real ou nas etapas de planejamento da operação e da expansão das redes elétricas, sendo que um dos métodos mais estudados e utilizados é o método de Newton-Raphson [28] e suas versões modificadas [20, 24].

2.1 Fluxo de carga para redes de distribuição

A partir dos anos 80, o interesse de alguns pesquisadores em desenvolver técnicas de solução específicas para a área de distribuição de energia elétrica suscitou um avanço significativo nesta área de pesquisa. Um dos trabalhos mais importantes é o de Shirmohammadi et al. [26], no qual foi proposto um método de solução de fluxo de potência para a análise de redes de transmissão e de distribuição radiais ou fracamente malhadas, utilizando a técnica de compensação [34] e as formulações básicas das leis de Kirchhoff [7]. Baseados em estudos exaustivos da performance do método proposto, os autores concluíram que o mesmo é mais eficiente que o método de Newton-Raphson, com a seguinte ressalva: para redes fracamente malhadas, o número de iterações foi maior devido à inserção de não-linearidades na modelagem das barras com geração (barras tipo PV). No artigo são apresentados resultados para redes de 244, 544 e 1411 barras.

(1) X é a reatância e R é a resistência do condutor

Em [4] Cespedes considerou a solução de redes de distribuição radiais baseada no equivalente elétrico da rede. Desconsiderando os ângulos das tensões nodais, o autor propôs um método baseado nas magnitudes das tensões, o qual se mostrou eficiente, exato e de boas características de convergência. Ao considerar que no estudo de sistemas de distribuição não é importante conhecer os valores dos ângulos das tensões desde que a diferença entre esses ângulos seja de poucos graus, o autor elaborou um método que consiste em resolver, para cada trecho da rede, uma equação de quarto grau em função das magnitudes das tensões nodais. No artigo há testes realizados para um sistema de 29 barras.

Outro método para o estudo de redes de distribuição radiais foi proposto por Das et al. [9], no qual a característica radial da rede foi explorada para desenvolver um esquema de numeração de barras e ramos. O método envolveu somente a avaliação de tensões utilizando operações algébricas simples sem quaisquer funções trigonométricas, que segundo os autores, tornou o método mais eficiente computacionalmente e requereu pouca memória porque todos os dados foram armazenados na forma vetorial, sendo que diferentes modelos de cargas também podiam ser incluídos. Entretanto, segundo os autores, para redes desbalanceadas o método não teve aplicação, pois a modelagem dos componentes trifásicos era complicada e diminuía a sua eficiência [9]. Para validação do método, os autores apresentaram resultados referentes a um sistema de 12 barras e outro de 28 barras.

Apesar da crescente busca de novas soluções para análise das redes elétricas, técnicas que utilizam a matriz Jacobiana do método de Newton-Raphson [28] continuaram surgindo. Em [40] Zimmerman e Chiang propuseram uma nova formulação de fluxo de carga e uma técnica efetiva para a solução de redes radiais desbalanceadas. Modelos detalhados de linhas, transformadores, capacitores *shunt*, co-geradores e de diferentes tipos de cargas constam no artigo. Foi também proposta uma nova formulação das equações para uma versão trifásica de fluxo de carga que considera a estrutura radial das redes de distribuição. Quando comparado com outras formulações [29, 32], o método apresentava uma redução do número de equações, sendo que as propriedades numéricas assim como as propriedades estruturais dos sistemas de distribuição foram exploradas para conseguir um algoritmo desacoplado rápido. Os autores utilizaram um sistema de 292 barras e outro de 394 barras para validação do método apresentado.

Em [12], Garcia et al. propuseram uma nova formulação esparsa para a solução de redes trifásicas desbalanceadas, a qual faz uso do método Newton-Raphson. Foi elaborado, em função das injeções de corrente trifásicas, um sistema de equações em coordenadas retangulares de

ordem $6n$, em que n é o número de barras do sistema. A matriz Jacobiana compõe-se de blocos de matrizes 6×6 de mesma estrutura da matriz admitância nodal Y . O método, conhecido como Método de Injeção de Corrente Trifásico (MICT), foi testado em diferentes sistemas de distribuição práticos e comparado com os métodos de varredura *backward/forward* apresentados em [18, 26]. Um modelo polinomial para a representação das cargas foi incorporado na formulação do fluxo de carga possibilitando representá-las por potência constante, corrente constante, impedância constante ou ainda qualquer modelo misto. Os autores concluíram que o método convergia em menos iterações que os métodos de varredura, mas nada consta sobre o tempo de processamento de ambos os métodos. Há resultados para uma rede da Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG).

Teng [31] propôs o Fluxo de Carga Trifásico Especializado (FCTE) para redes de distribuição trifásicas desbalanceadas. A respectiva formulação tira proveito das características topológicas especiais destas redes e resolve um fluxo de carga através de uma única equação utilizada durante todo o processo iterativo. Neste método, a decomposição LU [35] e a substituição *backward-forward* [33] da matriz Jacobiana ou da matriz admitância Y exigidos em algoritmos tradicionais, em que a matriz Z está implícita, não são necessárias. Para a implementação deste método dispõe-se de duas matrizes, sendo que uma delas relaciona as injeções de corrente nas barras com os fluxos de corrente nos ramos, e a outra relaciona as correntes nos ramos com as tensões nas barras. Um maior número de iterações é requerido quando comparado com métodos anteriores, especialmente, quando os sistemas estão operando sobrecarregados ou perto desse ponto. Entretanto, o teste realizado para uma rede radial de 270 barras demonstrou que, apesar do método levar a um número maior de iterações, o tempo computacional é quase 24 vezes menor em relação ao método proposto na referência [5].

Trindade Júnior [37] apresentou uma modificação no método apresentado por Cespedes [4], em que o acoplamento magnético entre as fases do sistema no cálculo das tensões nodais é levado em consideração, através da aplicação do método das fontes fictícias de tensão [22]. Este método consiste na inserção de fontes fictícias de tensão no circuito elétrico equivalente da rede de distribuição, com o objetivo de determinar as respectivas magnitudes de modo que as correntes das fontes fictícias sejam nulas ou menores que uma tolerância especificada. Da análise dos resultados para um sistema de 20 barras, o autor observou que a não consideração do acoplamento magnético entre as fases conduz a um perfil de tensão com valores menores quando

comparado aos obtidos pelo método modificado, de modo que as perdas totais no método convencional são superiores às apresentadas no método modificado.

Qualquer que seja a metodologia adotada para efetuar simulações de fluxo de carga, com o intuito de obter o estado da rede e outras grandezas elétricas, é necessário dispor dos dados do sistema. Porém, é fato que há imprecisões a começar pelos dados, bem como as aproximações que são inseridas nos modelos das redes elétricas, que é o assunto comentado na próxima seção.

2.2 Imprecisões na representação de um sistema elétrico

Existem muitas incertezas em diferentes análises dos sistemas elétricos de potência, pois estes sistemas são grandes, complexos, geograficamente distribuídos e influenciados por eventos inesperados, sendo que tais fatores podem ser difíceis de serem tratados de maneira eficaz usando somente formulações matemáticas convencionais.

Alguns exemplos de incertezas e imprecisões nos sistemas de potência [27] correspondem a:

- Mudanças nas condições de operação dos sistemas elétricos de potência, por exemplo, variações nas cargas/geração em função da demanda solicitada pelos consumidores;
- Alterações na topologia;
- Inserção de compensação *shunt*;
- Diferentes condições de distúrbios ou de faltas;
- Incertezas provocadas pelo mercado de energia;
- Informações imprecisas fornecidas pelos operadores envolvidos no planejamento, administração, operação e controle de sistemas de potência.

Uma alternativa bastante praticada, baseada no conhecimento e na experiência dos operadores, é a realização de estimativas dos dados do sistema e considerá-los constantes. Entretanto, é possível, através de técnicas adequadas, inserir nas simulações de fluxo de carga tais imprecisões como comentado a seguir.

2.3 Fluxo de carga com modelagem de incertezas

Uma alternativa para o tratamento da incerteza é a aplicação da teoria de probabilidades ou da teoria de possibilidades [39]. Enquanto no primeiro caso, tem-se a utilização dos modelos tradicionais de distribuição probabilística, no segundo, faz-se uso da lógica nebulosa (*fuzzy logic*).

Os modelos baseados em probabilidades são implementados através de funções de distribuição de probabilidades de uma variável δ sobre um domínio D , que atribui a cada valor $d \in D$ um valor entre 0 e 1, indicando a probabilidade de δ ser igual a d , sendo que a soma das probabilidades deve ser igual a 1.

Por outro lado, os modelos baseados em possibilidades fundamentam-se na Teoria de Conjuntos Nebulosos (*Fuzzy Sets*) desenvolvida por Zadeh em 1965 [38]. Um conjunto nebuloso é uma classe de objetos onde é possível associar a um elemento um respectivo grau de pertinência ao referido conjunto e, portanto, tal conjunto é caracterizado por uma função de pertinência ou função característica que atribui a cada objeto um valor no intervalo de 0 a 1, indicando o seu peso ou grau de pertinência a este conjunto [38].

Além da Teoria de Conjuntos Nebulosos, Zadeh desenvolveu a Teoria de Possibilidades em 1978 [39] criando, assim, uma base teórica que permite introduzir nos dados do fluxo de carga as imprecisões presentes nos sistemas elétricos de potência.

A aplicação de lógica nebulosa em sistemas elétricos de potência começou a ganhar destaque na década de 90 [36], sendo que os conceitos da teoria de conjuntos nebulosos foram introduzidos no final da década de 70, primeiramente para resolver problemas de tomada de decisão [10].

Durante a elaboração de modelos para sistemas de energia elétrica, os pesquisadores sempre desejam obter resultados o mais próximo possível da realidade, mas o conhecimento de técnicos e engenheiros tem sido utilizado apenas para a determinação do “pior caso” [19] ou dos melhores valores das potências nas barras. Algumas aplicações, citadas a seguir, têm sido propostas para, por exemplo, processar informações do tipo “a tensão na barra k está alta”.

Miranda e Matos [19] propuseram uma modelagem *fuzzy* para os sistemas de potência, para que possam ser representados os aspectos qualitativos e imprecisões ou incertezas que não têm, na realidade, uma natureza aleatória e, portanto, não podem ser modelados por uma abordagem probabilística. A metodologia apresentada foi baseada em uma técnica de linearização

em torno de uma solução determinística e as grandezas do problema foram descritas como distribuições de possibilidades do tipo trapezoidal. O Fluxo de Carga Linearizado (fluxo CC) e o Fluxo de Carga Newton (fluxo CA), ambos na versão *fuzzy*, foram propostos para o planejamento de redes elétricas. O método foi testado em um sistema de 13 barras.

Em 2000, Lima [17] propôs uma nova metodologia para os fluxos de potência *fuzzy* CC e CA, que utilizam distribuições de possibilidade do tipo sinusoidal na representação dos dados de entrada, como alternativa aos métodos que empregam as do tipo trapezoidal. A função de pertinência sinusoidal apresentou vantagens sobre a trapezoidal por possuir seus próprios operadores nebulosos e por ser definida com apenas dois valores, enquanto que a trapezoidal necessita de no mínimo quatro pontos e a aplicação de α -cortes [19, 25, 30]. A metodologia foi aplicada em redes de 13, 30 e 57 barras.

Sun et. al. [30] empregaram a teoria de conjuntos nebulosos e a teoria de possibilidades para resolver problemas de fluxo de potência CC com incertezas. Foram propostos três modelos de fluxo de potência nebuloso: não linear, linearizado e multi-linearizado. No modelo não-linear, os α -cortes da formulação *fuzzy* e as variáveis de saída são descritos como dois problemas de programação não-linear a serem resolvidos. O modelo linearizado está baseado em análise de sensibilidade e são empregados os problemas de otimização não-linear somente para as soluções de α -corte igual a 1, sendo que para os demais cortes são aplicadas operações com números nebulosos. Segundo os autores, este modelo pode ser usado em situações que a oscilação na variação de injeção de potência é pequena e quando é necessária rapidez no processamento da informação. No modelo multi-linearizado, a faixa de pertinência foi dividida em várias seções e para cada seção foi resolvido um problema de programação não-linear nos α -cortes para encontrar os pontos iniciais, sendo então aplicadas análise de sensibilidade e operações com números nebulosos para achar a distribuição de possibilidades daquela seção. Para demonstrar a eficiência dos modelos propostos, foi utilizado o sistema IEEE 30 barras e os números nebulosos foram modelados como distribuições de possibilidades triangulares. Em [13], é apresentada uma extensão deste método em que a análise passou a ser feita com o fluxo de potência CA.

Recentemente, Bijwe e Raju [1] desenvolveram um fluxo de carga *fuzzy* para sistemas de distribuição radiais ou fracamente malhados, balanceados ou desbalanceados. O método possibilita controlar a presença simultânea de várias incertezas em variáveis de entrada como parâmetros da rede e previsão de carga, sendo que as variáveis *fuzzy* foram modeladas como distribuições de possibilidades trapezoidais. Este método é baseado no Fluxo de Carga

Especializado [31] e no Fluxo de Carga Boundary [11]. São apresentados resultados para redes de 4 e 13 barras.

Santos [25] desenvolveu uma nova metodologia para o tratamento das incertezas associadas aos dados do problema de fluxo de potência em sistemas de transmissão e distribuição. As cargas e gerações disponíveis foram modeladas por números *fuzzy* com distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal e emprega o Fluxo de Carga Boundary para a determinação dos valores extremos de cada intervalo definido pelos α -cortes, visando diminuir as oscilações causadas pelas linearizações em torno do ponto médio, que corresponde à solução de um fluxo de carga determinístico. Há resultados para redes de 13, 14, 30, 37, 57, 118 e 300 barras.

Com base no Fluxo de Carga Especializado [31], Kalesar e Seifi [14] desenvolveram um fluxo de carga *fuzzy* para sistemas de distribuição radiais, balanceados ou desbalanceados e com a incorporação da modelagem das cargas. Tanto a tensão na subestação como as demandas de potência foram representadas por números *fuzzy*, associados a funções de pertinência trapezoidais ou triangulares. Os autores apresentaram resultados referentes a uma rede de 34 barras e outra de 19 barras.

2.4 Comentários

Os trabalhos citados neste capítulo foram uma significativa fonte de referência, servindo de base teórica e aplicada para o desenvolvimento do que está sendo proposto nesta dissertação de mestrado.

Optou-se pelo desenvolvimento de uma versão *fuzzy*, com função de pertinência sinusoidal, do Fluxo de Carga Trifásico Especializado [31]. A escolha deste modelo de fluxo de carga deve-se ao fato de este ser um método bastante robusto e eficiente para sistemas de distribuição de energia elétrica e a decisão por implementar a função de pertinência sinusoidal fundamentou-se na experiência adquirida em outra dissertação de mestrado [17], na qual constatou-se que com esta função de pertinência não é necessário utilizar técnicas como cortes de nível (α -cortes) e linearização para formular a metodologia para a simulação do fluxo de carga *fuzzy* além desta possuir seus próprios operadores para executar os cálculos.

Capítulo 3

Conceitos em Teoria *Fuzzy*

Neste capítulo são apresentados de maneira sucinta conceitos básicos sobre conjuntos nebulosos e função de pertinência, com destaque para a função de pertinência sinusoidal a qual foi adotada para o desenvolvimento deste trabalho, devido à sua simplicidade e facilidade de implementação [17].

3.1 Conjuntos nebulosos

A idéia básica de conjuntos nebulosos está bem fundamentada na teoria desenvolvida por Zadeh [38], que consiste na agregação da precisão inerente ao modelo matemático de conjuntos clássicos com a imprecisão do mundo real e é através do conceito de conjunto nebuloso que se procura estudar e tratar a informação imprecisa ou vaga. Essa teoria nasceu a partir de questionamentos sobre os processos mentais que atuam através de aproximações abstratas, aptos a atuar em condições que até então seriam impossíveis para sistemas artificiais, tais como: reconhecimento de imagens (fotos, caligrafia, desenhos etc.), compreensão da linguagem, tomadas de decisões sob uma condição de incerteza e, acima de tudo, generalização do conhecimento.

A noção de conjunto faz parte da natureza humana, pois intuitivamente interpreta-se as informações relacionando-as com o “conjunto” de conhecimentos adquiridos anteriormente. A informação recebida é comparada com a nossa base de conhecimento e classificada de acordo com o grau de semelhança e então assimilada ou rejeitada. Por exemplo, ao observar e identificar um alimento, comparamo-lo com os diversos subconjuntos de alimentos que já conhecemos, podendo ou não classificá-lo como fruta, legume, etc. Esta classificação, no caso da mente humana, não necessariamente apresenta uma dicotomia entre pertencer ou não, pois pode-se reconhecer que um dado alimento é fruta, sem nunca tê-lo visto antes, através da generalização do conhecimento, chegando a uma conclusão do tipo: “*eu acho que é uma fruta*”.

A matemática clássica apenas possibilita identificar se um ponto pertence ou não a um conjunto preestabelecido. Por exemplo, seja um conjunto A definido em um universo X e $A(x)$ uma função, denominada função característica, definida pela expressão (3.1):

$$A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in A \\ 0 & \text{se } x \notin A \end{cases} \quad x \in X \quad (3.1)$$

$$A : X \rightarrow [0,1]$$

Nestes termos, x pertence (1) ou não (0) ao conjunto A .

Em muitos problemas em física e em matemática não há dificuldades em classificar elementos como pertencentes ou não a um dado conjunto clássico, ou seja, dado um conjunto A e um elemento x do conjunto universo X , em geral é possível distinguir se x pertence ou não ao conjunto A . Nós, por exemplo, podemos afirmar sem receio que o número 5 pertence ao conjunto dos números naturais e que o número -5 não pertence a este mesmo conjunto. Este é um caso sobre o qual não há dúvidas e a Lógica Booleana pode ser aplicada. No entanto, pode-se discordar quanto ao fato de o valor 4,5 pertencer ou não ao conjunto dos números aproximadamente iguais a 5. Neste caso a resposta não é única e objetiva, pois, pertencer ou não pode depender do tipo de problema que se esteja analisando. Se, por exemplo, 4,5 é a média das provas de um aluno extremamente aplicado que está passando por sérios problemas de saúde e que, em razão disso, apresenta dificuldades para realizar as últimas provas, o professor poderia ponderar sobre a capacidade do aluno, sua dedicação durante o curso e sua realidade optando por aprová-lo, ainda que a média necessária seja 5. Neste caso, a nota 4,5 pode ser vista como pertencendo (compatível) ao conjunto dos números aproximadamente iguais a 5. Como se pode inferir, mesmo a atribuição numérica de notas pode não ser um método totalmente objetivo de avaliação.

Um conjunto nebuloso pode ser visto como uma generalização do conceito de conjunto clássico, possibilitando atribuir um grau de pertinência para cada elemento e, portanto, deve-se dispor de um outro tipo de função que mapeie cada elemento do universo de discussão ao seu espaço de escala, que na maioria dos casos corresponde a um intervalo fechado $[0,1]$.

Desta forma, enquanto os conjuntos clássicos indicam se um ponto pertence ou não a um universo preestabelecido, os conjuntos nebulosos trazem uma complementação a este tipo de representação e permitem ampliar as tomadas de decisões, introduzindo qualificadores aos quantificadores, por exemplo “nível de tensão elevado”.

A teoria dos conjuntos nebulosos contém sub-ramos, entre eles, a aritmética nebulosa, a propagação matemática nebulosa, a teoria de grafos nebulosos e a lógica nebulosa. É comum empregar o termo “lógica nebulosa” tanto no seu sentido mais restrito, referindo-se à lógica do raciocínio aproximado, como num sentido mais amplo, praticamente como sinônimo da teoria dos conjuntos nebulosos. O conceito dos conjuntos nebulosos possibilita estudar e tratar a informação imprecisa e vaga.

3.2 Função de pertinência

Enquanto os conjuntos da teoria clássica (conjuntos *crisp*) são definidos por funções características, os conjuntos nebulosos são definidos por funções de pertinência. Pode-se afirmar que a principal diferença entre conjuntos clássicos e conjuntos nebulosos consiste em que o primeiro tem sempre função de pertinência única (exclusiva) enquanto o segundo tem um número infinito de funções de pertinências que o podem representar, permitindo que sistemas nebulosos sejam ajustados para a máxima utilidade em uma dada situação.

É a função de pertinência $\mu_A(x)$ (também conhecida por de grau de pertinência) que estabelece a relação entre o elemento x de um universo X e o conjunto nebuloso A , ou em outras palavras, uma função de pertinência fornece uma medida do grau de compatibilidade do elemento x ao conjunto nebuloso A .

Portanto, para o conjunto A do universo X , pode-se escrever:

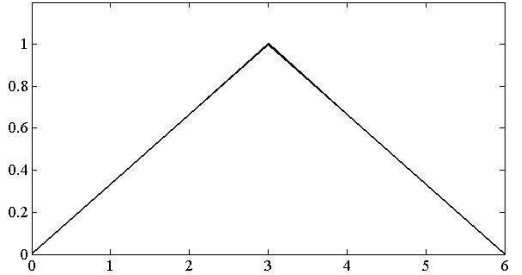
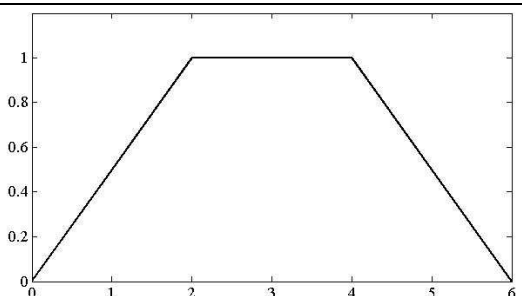
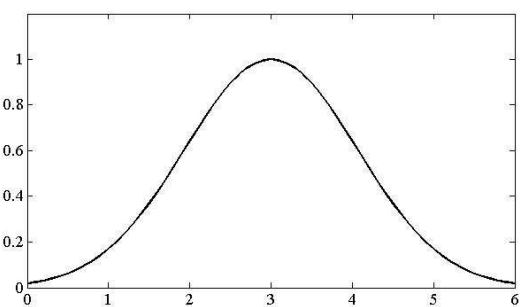
$$\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$$

em que a função $\mu_A(x)$ é responsável pelo mapeamento de $x \in X$ em relação ao conjunto A .

Para qualquer $x \in X$, $\mu_A(x_i)$ representa o grau de possibilidade de ocorrer $x = x_i$. Dessa forma, uma distribuição de possibilidades associada à variável x pode ser interpretada como uma função de pertinência de um conjunto nebuloso dos valores possíveis de x [39].

As funções de pertinência podem ser representadas através de diferentes tipos de funções unidimensionais: triangular, trapezoidal, gaussiana, dentre outras. As funções aqui citadas são exemplificadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Exemplos de funções de pertinência

Triangular	$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x/3 & x \in [0, 3] \\ (6 - x)/3 & x \in [3, 6] \\ 0 & x \geq 6 \end{cases}$	
Trapezoidal	$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x/2 & x \in [0, 2] \\ 1 & x \in [2, 4] \\ (6 - x)/2 & x \in [4, 6] \\ 0 & x \geq 6 \end{cases}$	
Gaussiana	$\mu_A(x) = \begin{cases} e^{\frac{-1}{1.5^2}(x-3)^2} & 0 \leq x \leq 6 \end{cases}$	

A escolha do tipo de função depende da aplicação na qual será utilizada, e nesse sentido, como já justificado anteriormente, nesta pesquisa a função de pertinência escolhida para representar a informação imprecisa, foi a sinusoidal (forma de sino) [17] a qual é descrita na próxima seção.

3.2.1 Função de pertinência sinusoidal

A função de pertinência sinusoidal é definida pela relação (3.2) e graficamente está representada na Figura 3.1.

$$x \in [0, \infty) \rightarrow \mu_A(x) = \frac{I}{1 + \left(\frac{x-m}{\alpha} \right)^2} \quad (3.2)$$

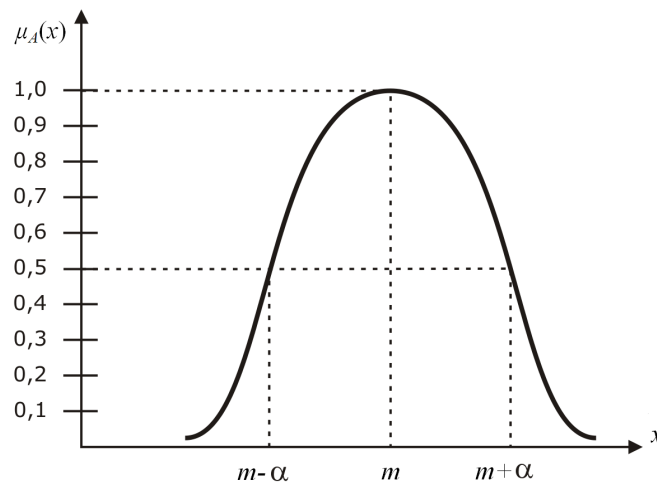


Figura 3.1 – Gráfico da função de pertinência sinusoidal

Nota-se que para $x=m$, $\mu_A(x)=1$ e para $x=m+\alpha$ e $x=m-\alpha$, $\mu_A(x)=0,5$.

Desta forma, a relação (3.2) também pode ser representada por $\mu_A(m,\alpha)$ pois para a determinação deste tipo de função é necessário dispor apenas destes dois valores:

$m \rightarrow$ corresponde ao valor de maior grau;

$\alpha \rightarrow$ representa o grau de incerteza da função.

Por necessitar somente destes dois valores para ser definida, a função sinusoidal permite maior facilidade na execução dos cálculos nebulosos e maior simplicidade no entendimento destes [17]. Além disso, com a utilização desta função não é necessário utilizar técnicas de cortes de nível e linearização, já que os cálculos nebulosos com este tipo de função são efetuados usando seus próprios operadores.

3.3 Números nebulosos

Em certas aplicações, determinadas informações não são nem determinísticas nem probabilísticas, como “o fluxo de potência no ramo 1-2 está muito alto”. Esta terminologia é utilizada com frequência pelos operadores dos sistemas de energia elétrica e a “quantificação” deste tipo de informação, através de números nebulosos, possibilita que dados imprecisos sejam tratados através de técnicas conhecidas, tais como o fluxo de carga. Números nebulosos possibilitam um tratamento matemático de quantidades imprecisas, as quais estão presentes em sistemas complexos.

Um número nebuloso A pode ser definido como um conjunto nebuloso no espaço dos números reais $\mathbf{R}$, cuja função de pertinência é contínua ou contínua por partes e que satisfaz as seguintes condições:

$$A(x): (-\infty, +\infty) \rightarrow [0,1], x \in \mathbf{R}$$

$$\exists m \in \mathbf{R} \text{ tal que } A(m) = 1$$

$$A(x) \text{ é não decrescente em } (-\infty, m]$$

$$A(x) \text{ é não crescente em } [m, +\infty)$$

A função expressa em (3.2) corresponde a um número nebuloso.

3.3.1 Operadores nebulosos

Considerando dois números nebulosos representados por $A(m_A, \alpha_A)$ e $B(m_B, \alpha_B)$, as seguintes operações podem ser efetuadas [21]:

a. *Adição* ($\oplus$)

$$C(m_C, \alpha_C) = A \oplus B \quad (3.3)$$

$$m_C = m_A + m_B \quad \alpha_C = \alpha_A + \alpha_B$$

b. *Subtração* ($\ominus$)

$$D(m_D, \alpha_D) = A \ominus B \quad (3.4)$$

$$m_D = m_A - m_B \quad \alpha_D = |\alpha_A - \alpha_B|$$

c. *Multipliação*

c.1 *Função faixa larga* ($\otimes$)

$$E(m_E, \alpha_E) = A \otimes B \quad (3.5)$$

$$m_E = m_A \times m_B \quad \alpha_E = \text{acalc}(3)$$

$\text{acalc}(3)$ é o terceiro elemento do vetor:

$$\begin{aligned} \text{acalc} = \text{ord} \Big[& |m_E - ((m_A - \alpha_A)(m_B - \alpha_B))|, |m_E - ((m_A + \alpha_A)(m_B - \alpha_B))|, \dots \\ & \dots |m_E - ((m_A - \alpha_A)(m_B + \alpha_B))|, |m_E - ((m_A + \alpha_A)(m_B + \alpha_B))| \Big] \end{aligned} \quad (3.6)$$

ord corresponde à função de ordenação do vetor em ordem crescente.

c.2 Função faixa estreita ($\underline{\otimes}$)

$$E(m_E, \alpha_E) = A \underline{\otimes} B \quad (3.7)$$

$$m_E = m_A \times m_B \quad \alpha_E = a_{calc}(2)$$

$a_{calc}(2)$ é o segundo elemento do vetor a_{calc} em (3.6).

Em [23] é comentado que a obtenção de uma função que represente operações de multiplicação nem sempre é possível. Acrescente-se a isto o fato de que operações consecutivas com números nebulosos impõem restrições, pois, assim como ocorrem erros em processamentos iterativos com números decimais, eles também surgem nas operações com números nebulosos e com maior intensidade. Portanto, em matemática *fuzzy*, a escolha das melhores funções e melhores operadores depende da aplicação. Nesse sentido, apresenta-se a seguir uma alternativa para a operação de multiplicação entre números complexos nebulosos na forma retangular.

d. Multiplicação retangular ($\otimes$)

Considere a obtenção do fluxo de potência em uma ligação:

$$S(m_S, \alpha_S) = E(m_E, \alpha_E) \otimes J(m_J, \alpha_J)^*$$

sendo:

S - fluxo de potência (complexa);

E - tensão nodal;

J - fluxo de corrente.

Estas variáveis são definidas com m e α complexos, na forma retangular. Para realizar esta operação procede-se da seguinte forma:

1. multiplicar o módulo de m_E pelo módulo de m_J que resulta no módulo de m_S ;
2. subtrair o ângulo de m_J do ângulo de m_E que resulta no ângulo de m_S ;
3. obter $E_{min} = m_E - \alpha_E$;
4. obter $J_{max} = m_J - \alpha_J$;
5. realizar a seguinte operação: $E_{min} \cdot J_{max}^* - m_E \cdot m_J^*$ para obter o desvio da potência aparente (forma retangular), sendo que o respectivo módulo corresponde ao módulo de α_S e o ângulo corresponde ao ângulo de α_S .

3.4 Teoria de possibilidades

Em 1978, Zadeh desenvolveu a teoria de possibilidades [39], onde pela primeira vez utilizou os conjuntos nebulosos para estabelecer o grau de compatibilidade de um elemento do conjunto universo com um subconjunto nebuloso. Desta forma, associada a esta teoria tem-se uma técnica (metodologia) para tratar de incertezas da informação, e com uma grande flexibilidade no momento de codificar a informação incerta da variável de interesse.

Através da teoria de possibilidades, a informação fornecida por uma fonte de conhecimento sobre o quão pertinente um elemento x é de um universo X é convertida para a forma de distribuição de possibilidades.

Então, para uma distribuição de possibilidades, representada por Π_A , tem-se:

$$\Pi_A = \pi_A \quad (3.8)$$

onde a função π_A que determina a distribuição de possibilidades é definida como sendo igual à função de pertinência da mesma variável: $\pi_A = \mu_A(x)$.

Por exemplo, cada injeção líquida de potência ativa pode ter a sua própria distribuição de possibilidades e assim não ficará atrelada a uma distribuição geral feita para a potência ativa nas barras. Isto permite uma maior versatilidade e expressividade para a variável em questão no momento de ser trabalhada e analisada [17].

3.5 Possibilidades x Probabilidades

A princípio, a teoria de possibilidades e a de probabilidades parecem ser similares no sentido que ambas se referem a algum tipo de incerteza e apresentam valores no intervalo $[0,1]$. Porém, tal afirmação é irreal por dois motivos:

1. A comparação poderia ser feita em níveis diferentes, como linguisticamente e matematicamente;
2. A teoria de conjuntos nebulosos não apresenta uma estrutura matemática excepcionalmente definida, tal como a álgebra booleana ou a lógica binária. Por certo, a teoria de conjuntos nebulosos pode ser comparada à teoria de conjuntos de sistemas lógicos multivalores.

A teoria da possibilidade tem como enfoque a imprecisão, que é intrínseca em linguagem natural e é proposto para ser mais “possibilístico” do que probabilístico. Conseqüentemente, a variável é usada em um sentido mais lingüístico do que matemático. Esta é a razão pela qual a terminologia e o simbolismo da teoria da possibilidade diferem em alguns pontos da teoria de conjuntos nebulosos.

Para ilustrar a teoria da possibilidade considere o seguinte exemplo: “é provável que amanhã ocorra *blackout* em São Paulo”. O exemplo faz uma previsão futura sobre um ou vários acontecimentos que, na realidade, não se pode prever, pois é apenas uma possível hipótese para o acontecimento, podendo-se ter *blackout* ou não, porém sem qualquer garantia sobre o que vai de fato acontecer. Este tipo de situação ou experiência é chamada de aleatória.

Capítulo 4

Fluxo de Carga Trifásico Especializado

O Fluxo de Carga Trifásico Especializado (FCTE) [31] contém uma formulação específica que tira proveito das características topológicas das redes de distribuição de energia elétrica e fornece resultados sem a utilização das técnicas de decomposição LU [35] e da substituição *backward-forward* [33] como ocorre em algoritmos tradicionais [28].

Na implementação desta metodologia são formadas duas matrizes, uma que relaciona as injeções de correntes nodais com os fluxos de corrente nas ligações e outra que relaciona as correntes nos ramos com as tensões nas barras. São estas duas matrizes que possibilitam obter as tensões nodais em redes de distribuição de energia elétrica, através do FCTE.

Neste capítulo, após a apresentação das modelagens das linhas de distribuição, dos transformadores, das cargas e dos bancos de capacitores, são descritas, passo a passo, as etapas para obtenção das matrizes anteriormente mencionadas, no processo de resolução do FCTE.

A implementação computacional do FCTE foi realizada em MATLAB[®] pelo doutorando Silvio Segura Salas, vinculado ao mesmo laboratório de pesquisas do DSEE / FEEC.

4.1 Modelagem das linhas de distribuição

Na Figura 4.1 [16] tem-se a representação de uma linha trifásica a quatro fios.

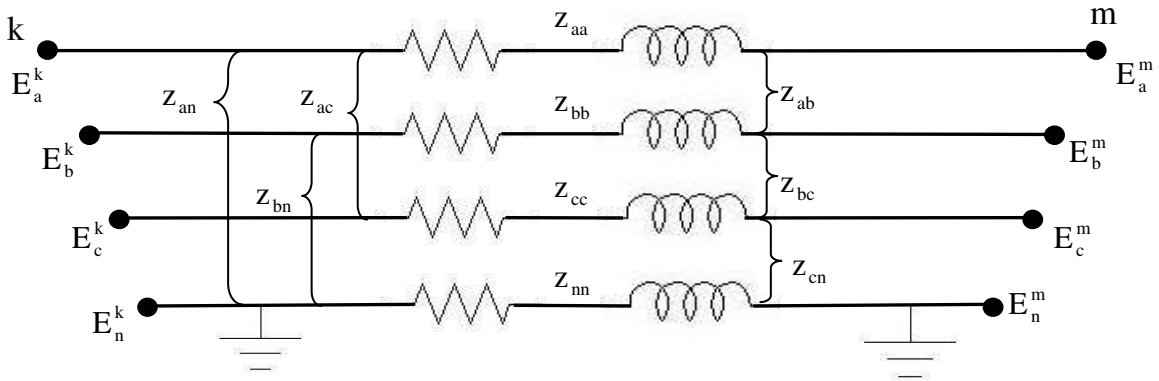


Figura 4.1 – Linha trifásica a quatro fios

Nos terminais k e m da linha trifásica (Figura 4.1) estão indicadas as “tensões complexas” e também:

$Z_{aa}, Z_{bb}, Z_{cc}, Z_{nn}$ Impedâncias próprias

$Z_{an}, Z_{ab}, Z_{ac}, Z_{bn}, Z_{bc}, Z_{cn}$ Impedâncias mútuas

Nesta pesquisa assumiu-se que o condutor neutro é “multi-aterrado”, isto é, solidamente aterrado em todas as barras do sistema, como indicado na Figura 4.1. Assim sendo, o condutor neutro, quando presente, foi implicitamente representado através da aplicação da redução de Kron [2] e, dessa forma, as matrizes de impedância e de admitância da rede terão dimensão 3x3.

Na Figura 4.2 é apresentado um modelo [16] para as linhas em redes de distribuição aérea e subterrânea, abrangente para todos os casos: trifásico, bifásico e monofásico. Na figura estão indicados os fluxos de corrente (setas) e também a admitância *shunt* (Y_{abc}).

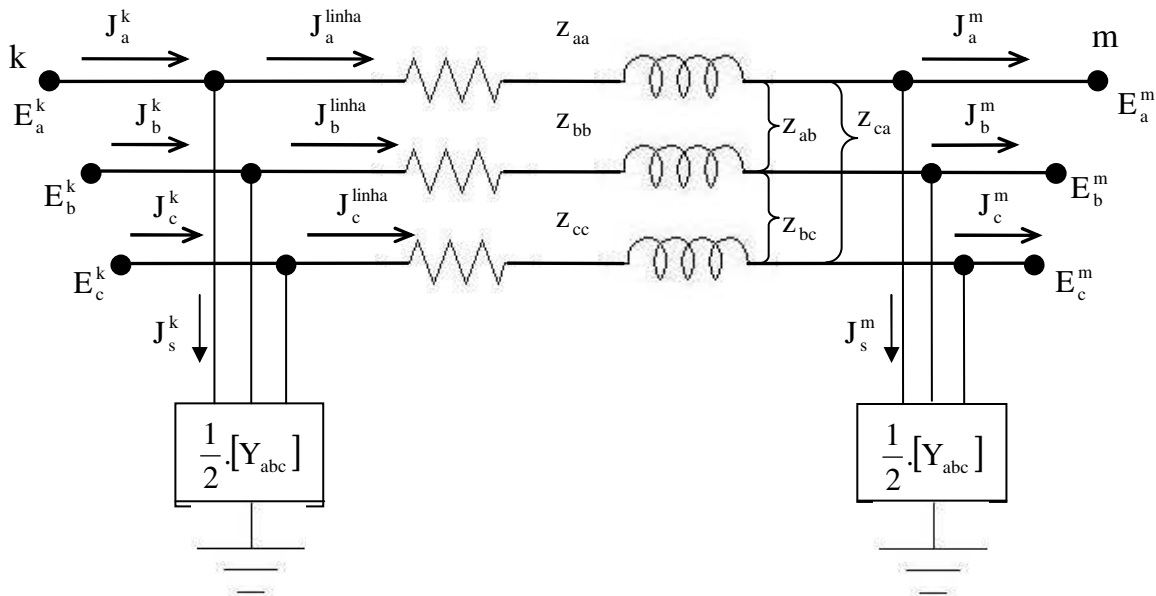


Figura 4.2 – Modelagem de linha

Aplicando ao nó m a Lei dos Nós de Kirchhoff tem-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{J}_a^{linha} \\ \underline{J}_b^{linha} \\ \underline{J}_c^{linha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_a^m \\ \underline{J}_b^m \\ \underline{J}_c^m \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} \\ y_{ba} & y_{bb} & y_{bc} \\ y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{E}_a^m \\ \underline{E}_b^m \\ \underline{E}_c^m \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

De forma resumida:

$$\underline{J}_{abc}^{linha} = \underline{J}_{abc}^m + \frac{1}{2} [\underline{Y}_{abc}] \underline{E}_{abc}^m \quad (4.2)$$

Aplicando a Lei das Malhas de Kirchhoff na ligação k-m:

$$\begin{bmatrix} \underline{E}_a^k \\ \underline{E}_b^k \\ \underline{E}_c^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_a^m \\ \underline{E}_b^m \\ \underline{E}_c^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{J}_a^{\text{linha}} \\ \underline{J}_b^{\text{linha}} \\ \underline{J}_c^{\text{linha}} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

De forma resumida:

$$\underline{E}_{abc}^k = \underline{E}_{abc}^m + [\underline{Z}_{abc}] \underline{J}_{abc}^{\text{linha}} \quad (4.4)$$

$\underline{Z}_{abc}$ – matriz impedância da ligação trifásica k-m.

Substituindo (4.2) em (4.4):

$$\begin{aligned} \underline{E}_{abc}^k &= \underline{E}_{abc}^m + [\underline{Z}_{abc}] \left\{ \underline{J}_{abc}^m + \frac{1}{2} [\underline{Y}_{abc}] \underline{E}_{abc}^m \right\} \\ \underline{E}_{abc}^k &= \left\{ [\underline{u}] + \frac{1}{2} [\underline{Z}_{abc}] [\underline{Y}_{abc}] \right\} \underline{E}_{abc}^m + [\underline{Z}_{abc}] \underline{J}_{abc}^m \end{aligned}$$

Em forma compacta:

$$\underline{E}_{abc}^k = [\underline{a}] \underline{E}_{abc}^m + [\underline{b}] \underline{J}_{abc}^m \quad (4.5)$$

sendo

$$\begin{aligned} [\underline{u}] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & [\underline{a}] &= [\underline{u}] + \frac{1}{2} [\underline{Z}_{abc}] [\underline{Y}_{abc}] \\ & & [\underline{b}] &= [\underline{Z}_{abc}] \end{aligned}$$

Para as correntes no nó k tem-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{J}_a^k \\ \underline{J}_b^k \\ \underline{J}_c^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_a^{\text{linha}} \\ \underline{J}_b^{\text{linha}} \\ \underline{J}_c^{\text{linha}} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} \\ y_{ba} & y_{bb} & y_{bc} \\ y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{E}_a^k \\ \underline{E}_b^k \\ \underline{E}_c^k \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

De forma resumida:

$$\underline{J}_{abc}^k = \underline{J}_{abc}^{\text{linha}} + \frac{1}{2} [\underline{Y}_{abc}] \underline{E}_{abc}^k \quad (4.7)$$

Substituindo (4.2) em (4.7):

$$\underline{J}_{abc}^k = \underline{J}_{abc}^m + \frac{1}{2} [\underline{Y}_{abc}] \underline{E}_{abc}^m + \frac{1}{2} [\underline{Y}_{abc}] \underline{E}_{abc}^k \quad (4.8)$$

E substituindo (4.5) em (4.8):

$$\begin{aligned}\underline{J}_{abc}^k &= \underline{J}_{abc}^m + \frac{1}{2} \cdot [Y_{abc}] \underline{E}_{abc}^m + \frac{1}{2} \cdot [Y_{abc}] \left\{ \left[u \right] + \frac{1}{2} \cdot [Z_{abc}] [Y_{abc}] \right\} \underline{E}_{abc}^m + [Z_{abc}] \underline{J}_{abc}^m \\ \underline{J}_{abc}^k &= \left\{ [Y_{abc}] + \frac{1}{4} \cdot [Y_{abc}] [Z_{abc}] [Y_{abc}] \right\} \underline{E}_{abc}^m + \left\{ [u] + \frac{1}{2} \cdot [Z_{abc}] [Y_{abc}] \right\} \underline{J}_{abc}^m\end{aligned}$$

Em forma compacta:

$$\underline{J}_{abc}^k = [c] \underline{E}_{abc}^m + [d] \underline{J}_{abc}^m \quad (4.9)$$

sendo

$$[c] = [Y_{abc}] + \frac{1}{4} \cdot [Y_{abc}] [Z_{abc}] [Y_{abc}] \quad [d] = [u] + \frac{1}{2} \cdot [Z_{abc}] [Y_{abc}]$$

Agrupando as equações (4.5) e (4.9) tem-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{E}_{abc}^k \\ \underline{J}_{abc}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a] & [b] \\ [c] & [d] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{E}_{abc}^m \\ \underline{J}_{abc}^m \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

A equação (4.10) pode ser reescrita para as tensões e correntes no nó m em função das tensões e correntes no nó k:

$$\begin{bmatrix} \underline{E}_{abc}^m \\ \underline{J}_{abc}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a] & [b] \\ [c] & [d] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{E}_{abc}^k \\ \underline{J}_{abc}^k \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

A inversa da matriz indicada em (4.11) é facilmente encontrada, pois o determinante é:

$$[a][d] - [b][c] = [u]$$

Desta forma tem-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{E}_{abc}^m \\ \underline{J}_{abc}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [d] & -[b] \\ -[c] & [a] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{E}_{abc}^k \\ \underline{J}_{abc}^k \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Como a matriz $[a]$ é igual à matriz $[d]$, a equação (4.12) expandida torna-se:

$$\underline{E}_{abc}^m = [a] \underline{E}_{abc}^k - [b] \underline{J}_{abc}^k \quad (4.13)$$

$$\underline{J}_{abc}^m = -[c] \underline{E}_{abc}^k + [d] \underline{J}_{abc}^k \quad (4.14)$$

As tensões no nó m em função das tensões no nó k e das correntes no nó m podem ser escritas a partir da equação (4.5).

$$\underline{E}_{abc}^m = [a]^{-1} \cdot \{ \underline{E}_{abc}^k - [b] \underline{J}_{abc}^m \} \quad (4.15)$$

A equação (4.15) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\underline{E}_{abc}^m = [A] \underline{E}_{abc}^k - [B] \underline{J}_{abc}^m \quad (4.16)$$

sendo

$$[A] = [a]^{-1} \quad [B] = [a]^{-1} \cdot [b]$$

Com foco nas linhas de distribuição, as equações (4.5), (4.9), (4.14) e (4.16) possibilitam obter as tensões nodais e os fluxos de corrente.

4.2 Modelagem de transformadores [16]

Da referência [16] é reproduzido nesta seção, o modelo para transformador trifásico com conexão estrela aterrada tanto no primário quanto no secundário, pelo fato de as redes analisadas nesta pesquisa possuírem transformadores com este tipo de conexão.

Na Figura 4.3 é apresentado o modelo de conexão estrela-estrela aterrada.

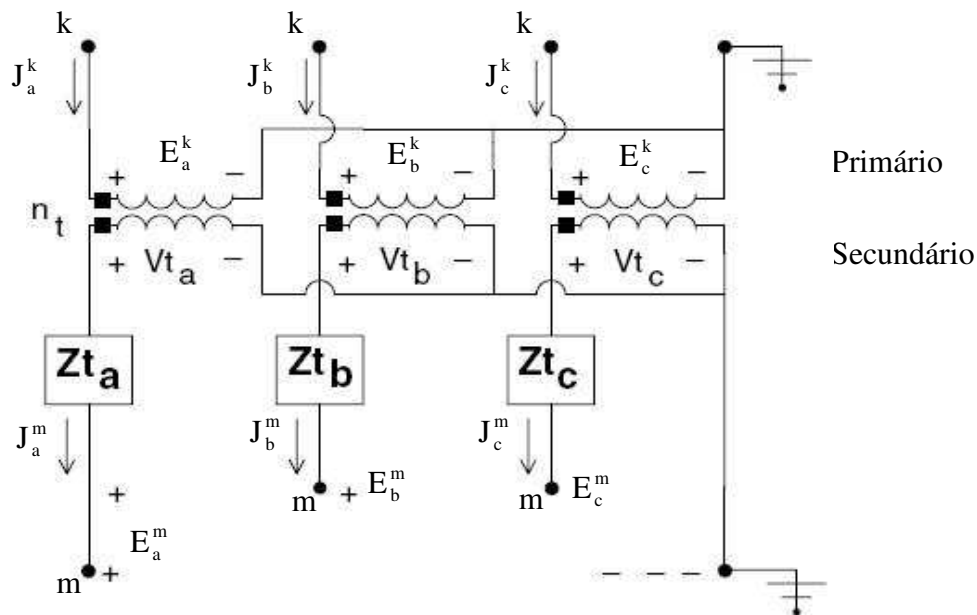


Figura 4.3 – Conexão estrela-estrela aterrado

As tensões no secundário do transformador podem ser calculadas por:

$$\begin{bmatrix} \underline{Vt}_a \\ \underline{Vt}_b \\ \underline{Vt}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_a^m \\ \underline{E}_b^m \\ \underline{E}_c^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Zt}_a & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Zt}_b & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Zt}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{J}_a^m \\ \underline{J}_b^m \\ \underline{J}_c^m \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\underline{Vt}_{abc} = \underline{E}_{abc}^m + [\underline{Zt}_{abc}] \underline{J}_{abc}^m \quad (4.18)$$

As tensões de fase no lado do primário são obtidas aplicando-se a relação de espiras nas tensões do secundário.

$$\begin{bmatrix} \underline{E}_a^k \\ \underline{E}_b^k \\ \underline{E}_c^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Vt}_a \\ \underline{Vt}_b \\ \underline{Vt}_c \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\underline{E}_{abc}^k = [AV] \underline{Vt}_{abc} \quad (4.20)$$

Substituindo (4.18) em (4.20) tem-se:

$$\underline{E}_{abc}^k = [AV] \underline{E}_{abc}^m + [AV][\underline{Zt}_{abc}] \underline{J}_{abc}^m \quad (4.21)$$

sendo

$$[AV] = \begin{bmatrix} n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \end{bmatrix} \quad [AV][\underline{Zt}_{abc}] = \begin{bmatrix} n_t \cdot \underline{Zt}_a & 0 & 0 \\ 0 & n_t \cdot \underline{Zt}_b & 0 \\ 0 & 0 & n_t \cdot \underline{Zt}_c \end{bmatrix}$$

As correntes de linha no primário em função das correntes de linha no secundário são:

$$\underline{J}_{abc}^k = [d_t] \underline{J}_{abc}^m \quad (4.22)$$

$$[d_t] = \begin{bmatrix} \frac{1}{n_t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_t} \end{bmatrix}$$

A partir da equação (4.21) pode-se obter as tensões de fase no secundário, ou seja:

$$\underline{E}_{abc}^m = [AV]^{-1} \underline{E}_{abc}^k - [\underline{Zt}_{abc}] \underline{J}_{abc}^m \quad (4.23)$$

sendo

$$[AV]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n_t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_t} \end{bmatrix} \quad [Zt_{abc}] = \begin{bmatrix} Zt_a & 0 & 0 \\ 0 & Zt_b & 0 \\ 0 & 0 & Zt_c \end{bmatrix}$$

4.3 Modelagem das cargas

Usualmente, em um sistema de distribuição de energia elétrica, os consumidores são caracterizados pela carga a qual pode ser especificada através de uma das seguintes alternativas [16]:

- ✓ Potência complexa (kVA) e fator de potência;
- ✓ Potência ativa (kW) e fator de potência;
- ✓ Potência ativa (kW) e reativa (kVAr).

Elas podem ser trifásicas, bifásicas ou monofásicas com qualquer grau de desbalanço, sendo que as cargas trifásicas podem ser conectadas em estrela ou em delta.

As cargas presentes nos sistemas de distribuição podem ser modeladas da seguinte forma [16]:

- ✓ Potências ativa e reativa constantes;
- ✓ Corrente constante;
- ✓ Impedância constante;
- ✓ Qualquer combinação dos modelos acima.

Estes modelos de carga são usados no processo iterativo do programa de fluxo de carga, sendo que todos eles são inicialmente definidos pelas respectivas potências complexas por fase e vinculados a tensões de fase (fase-neutro) para cargas em estrela ou a tensões de linha (fase-fase) para cargas em delta, também denominadas cargas em triângulo.

4.3.1 Cargas conectadas em estrela

Nessa seção é apresentada a modelagem para cargas conectadas em estrela (Figura 4.4) para os modelos citados no item 4.3.

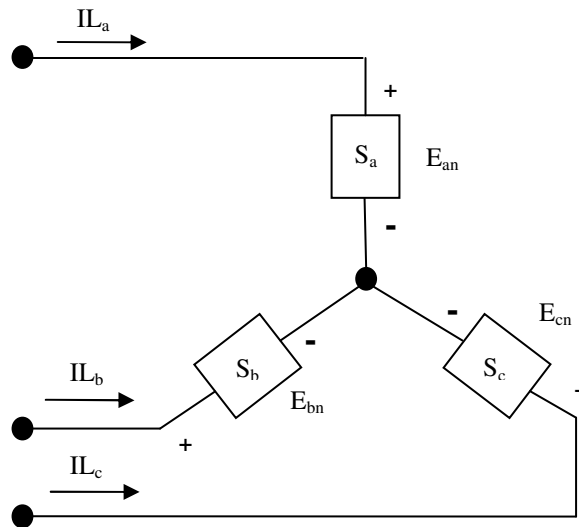


Figura 4.4 – Conexão estrela de cargas trifásicas

A notação para as potências e tensões complexas é como segue:

$$\begin{aligned}
 \text{Fase a: } |S_a| \angle \theta_a &= P_a + jQ_a \text{ e } E_{an} = V_{an} \angle \delta_a \\
 \text{Fase b: } |S_b| \angle \theta_b &= P_b + jQ_b \text{ e } E_{bn} = V_{bn} \angle \delta_b \\
 \text{Fase c: } |S_c| \angle \theta_c &= P_c + jQ_c \text{ e } E_{cn} = V_{cn} \angle \delta_c
 \end{aligned}
 \tag{4.24}$$

sendo

$ S_a , S_b \text{ e } S_c $	Potências aparentes
$S_a, S_b \text{ e } S_c$	Potências complexas
$P_a, P_b \text{ e } P_c$	Potências ativas
$Q_a, Q_b \text{ e } Q_c$	Potências reativas
$V_{an}, V_{bn} \text{ e } V_{cn}$	Magnitudes das tensões de fase
$\delta_a, \delta_b \text{ e } \delta_c$	Ângulos das tensões de fase
$\theta_a, \theta_b \text{ e } \theta_c$	Ângulos dos fatores de potência
$I_{La}, I_{Lb} \text{ e } I_{Lc}$	Correntes de linha

a) Cargas com potências ativa e reativa constantes

As correntes de linha para as cargas em estrela com potências ativa e reativa constantes são obtidas por:

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_{L_a} &= \left(\frac{\mathbf{S}_a}{V_{an}} \right)^* = \left(\frac{|\mathbf{S}_a| \angle \theta_a}{V_{an} \angle \delta_a} \right)^* = \frac{|\mathbf{S}_a|}{V_{an}} \angle (\delta_a - \theta_a) = |\mathbf{I}_{L_a}| \angle \alpha_a \\
\mathbf{I}_{L_b} &= \left(\frac{\mathbf{S}_b}{V_{bn}} \right)^* = \left(\frac{|\mathbf{S}_b| \angle \theta_b}{V_{bn} \angle \delta_b} \right)^* = \frac{|\mathbf{S}_b|}{V_{bn}} \angle (\delta_b - \theta_b) = |\mathbf{I}_{L_b}| \angle \alpha_b \\
\mathbf{I}_{L_c} &= \left(\frac{\mathbf{S}_c}{V_{cn}} \right)^* = \left(\frac{|\mathbf{S}_c| \angle \theta_c}{V_{cn} \angle \delta_c} \right)^* = \frac{|\mathbf{S}_c|}{V_{cn}} \angle (\delta_c - \theta_c) = |\mathbf{I}_{L_c}| \angle \alpha_c
\end{aligned} \tag{4.25}$$

sendo α_a , α_b e α_c os ângulos das correntes de linha.

b) Cargas com impedância constante

Para este tipo de carga, são determinadas as respectivas impedâncias Z_a , Z_b e Z_c a serem mantidas constantes.

$$\begin{aligned}
Z_a &= \frac{V_{an}^2}{S_a^*} = \frac{V_{an}^2}{|\mathbf{S}_a|} \angle \theta_a = |Z_a| \angle \theta_a \\
Z_b &= \frac{V_{bn}^2}{S_b^*} = \frac{V_{bn}^2}{|\mathbf{S}_b|} \angle \theta_b = |Z_b| \angle \theta_b \\
Z_c &= \frac{V_{cn}^2}{S_c^*} = \frac{V_{cn}^2}{|\mathbf{S}_c|} \angle \theta_c = |Z_c| \angle \theta_c
\end{aligned} \tag{4.26}$$

As respectivas tensões de fase podem ser os valores nominais ou *flat-start* (magnitude 1 p.u e ângulo 0).

Dispondo dos valores das impedâncias obtêm-se as correntes de linha através de:

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_{L_a} &= \frac{\mathbf{E}_{an}}{Z_a} = \frac{V_{an}}{|Z_a|} \angle (\delta_a - \theta_a) = |\mathbf{I}_{L_a}| \angle \alpha_a \\
\mathbf{I}_{L_b} &= \frac{\mathbf{E}_{bn}}{Z_b} = \frac{V_{bn}}{|Z_b|} \angle (\delta_b - \theta_b) = |\mathbf{I}_{L_b}| \angle \alpha_b \\
\mathbf{I}_{L_c} &= \frac{\mathbf{E}_{cn}}{Z_c} = \frac{V_{cn}}{|Z_c|} \angle (\delta_c - \theta_c) = |\mathbf{I}_{L_c}| \angle \alpha_c
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Com as impedâncias mantidas constantes, tem-se que as correntes de linha dependem apenas das tensões de fase.

c) Cargas com corrente constante

Neste modelo permanecem constantes as magnitudes das correntes de linha calculadas de acordo com as equações (4.25). No entanto, os ângulos das tensões (δ) variam e sendo constantes os valores dos fatores de potência das cargas, os ângulos das correntes também variam.

$$\begin{aligned}\mathbf{I}L_a &= |\mathbf{I}L_a| \angle (\delta_a - \theta_a) \\ \mathbf{I}L_b &= |\mathbf{I}L_b| \angle (\delta_b - \theta_b) \\ \mathbf{I}L_c &= |\mathbf{I}L_c| \angle (\delta_c - \theta_c)\end{aligned}\quad (4.28)$$

d) Cargas compostas

Este tipo de carga pode ser modelado assumindo uma percentagem de cada modelo de carga citado nos itens anteriores. A corrente consumida pela carga será a soma das correntes encontradas para os respectivos componentes.

4.3.2 Cargas conectadas em delta

Na Figura 4.5 é apresentado o esquema de conexão de cargas conectadas em delta.

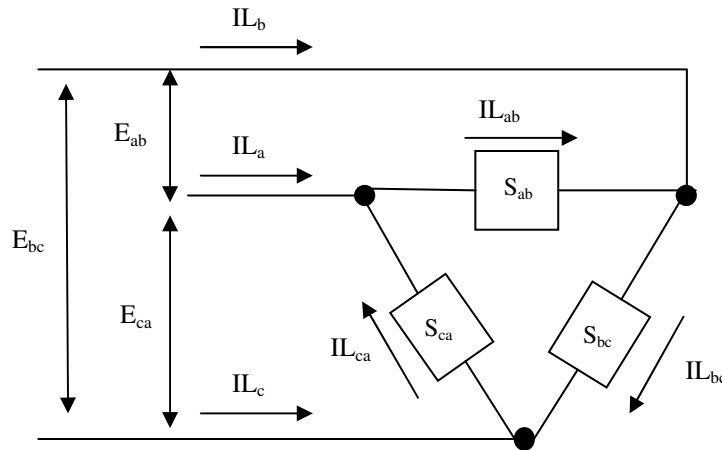


Figura 4.5 – Conexão delta de cargas trifásicas

A notação para as potências e tensões complexas é como segue:

$$\begin{aligned}\text{Fase ab: } |S_{ab}| \angle \theta_{ab} &= P_{ab} + jQ_{ab} \quad \text{e} \quad E_{ab} = V_{ab} \angle \delta_{ab} \\ \text{Fase bc: } |S_{bc}| \angle \theta_{bc} &= P_{bc} + jQ_{bc} \quad \text{e} \quad E_{bc} = V_{bc} \angle \delta_{bc} \\ \text{Fase ca: } |S_{ca}| \angle \theta_{ca} &= P_{ca} + jQ_{ca} \quad \text{e} \quad E_{ca} = V_{ca} \angle \delta_{ca}\end{aligned}\quad (4.29)$$

sendo

$ S_{ab} , S_{bc} \text{ e } S_{ca} $	Potências aparentes
$S_{ab}, S_{bc} \text{ e } S_{ca}$	Potências complexas
$P_{ab}, P_{bc} \text{ e } P_{ca}$	Potências ativas
$Q_{ab}, Q_{bc} \text{ e } Q_{ca}$	Potências reativas
$V_{ab}, V_{bc} \text{ e } V_{ca}$	Magnitudes das tensões de linha
$\delta_{ab}, \delta_{bc} \text{ e } \delta_{ca}$	Ângulos das tensões de linha
$\theta_{ab}, \theta_{bc} \text{ e } \theta_{ca}$	Ângulos dos fatores de potência
$I_{L_{ab}}, I_{L_{bc}} \text{ e } I_{L_{ca}}$	Correntes de fase
$I_{L_a}, I_{L_b} \text{ e } I_{L_c}$	Correntes de linha

a) Cargas com potências ativa e reativa constantes

As correntes de fase para as cargas em delta com potências ativa e reativa constantes são obtidas por:

$$\begin{aligned}
 I_{L_{ab}} &= \left(\frac{S_{ab}}{E_{ab}} \right)^* = \frac{|S_{ab}|}{V_{ab}} \angle(\delta_{ab} - \theta_{ab}) = |I_{L_{ab}}| \angle \alpha_{ab} \\
 I_{L_{bc}} &= \left(\frac{S_{bc}}{E_{bc}} \right)^* = \frac{|S_{bc}|}{V_{bc}} \angle(\delta_{bc} - \theta_{bc}) = |I_{L_{bc}}| \angle \alpha_{bc} \\
 I_{L_{ca}} &= \left(\frac{S_{ca}}{E_{ca}} \right)^* = \frac{|S_{ca}|}{V_{ca}} \angle(\delta_{ca} - \theta_{ca}) = |I_{L_{ca}}| \angle \alpha_{ca}
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

b) Cargas com impedância constante

Para este tipo de carga, são determinadas as impedâncias Z_{ab} , Z_{bc} e Z_{ca} a serem mantidas constantes.

$$\begin{aligned}
 Z_{ab} &= \frac{V_{ab}^2}{S_{ab}^*} = \frac{V_{ab}^2}{|S_{ab}|} \angle \theta_{ab} = |Z_{ab}| \angle \theta_{ab} \\
 Z_{bc} &= \frac{V_{bc}^2}{S_{bc}^*} = \frac{V_{bc}^2}{|S_{bc}|} \angle \theta_{bc} = |Z_{bc}| \angle \theta_{bc} \\
 Z_{ca} &= \frac{V_{ca}^2}{S_{ca}^*} = \frac{V_{ca}^2}{|S_{ca}|} \angle \theta_{ca} = |Z_{ca}| \angle \theta_{ca}
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

As respectivas tensões de linha podem ser os valores nominais ou *flat-start* (magnitude 1 p.u e ângulo 0).

Tendo os valores das impedâncias, é possível obter as correntes de fase através de:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_{ab} &= \frac{\mathbf{E}_{ab}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{|\mathbf{Z}_{ab}|} \angle(\delta_{ab} - \theta_{ab}) = |\mathbf{I}_{ab}| \angle \alpha_{ab} \\ \mathbf{I}_{bc} &= \frac{\mathbf{E}_{bc}}{\mathbf{Z}_{bc}} = \frac{\mathbf{V}_{bc}}{|\mathbf{Z}_{bc}|} \angle(\delta_{bc} - \theta_{bc}) = |\mathbf{I}_{bc}| \angle \alpha_{bc} \\ \mathbf{I}_{ca} &= \frac{\mathbf{E}_{ca}}{\mathbf{Z}_{ca}} = \frac{\mathbf{V}_{ca}}{|\mathbf{Z}_{ca}|} \angle(\delta_{ca} - \theta_{ca}) = |\mathbf{I}_{ca}| \angle \alpha_{ca}\end{aligned}\quad (4.32)$$

Com as impedâncias mantidas constantes, tem-se que as correntes de fase dependem apenas das tensões de linha.

c) Cargas com corrente constante

Neste modelo, as magnitudes das correntes de fase são calculadas a partir das equações (4.30) e permanecem constantes. Dado que os ângulos das tensões (δ) variam e os valores dos fatores de potência das cargas são constantes, os ângulos das correntes também variam.

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_{ab} &= |\mathbf{I}_{ab}| \angle(\delta_{ab} - \theta_{ab}) \\ \mathbf{I}_{bc} &= |\mathbf{I}_{bc}| \angle(\delta_{bc} - \theta_{bc}) \\ \mathbf{I}_{ca} &= |\mathbf{I}_{ca}| \angle(\delta_{ca} - \theta_{ca})\end{aligned}\quad (4.33)$$

d) Cargas compostas

Este tipo de carga pode ser modelado assumindo uma percentagem de cada modelo de carga citado nos itens anteriores. A corrente total no laço delta para cada carga será a soma das correntes encontradas para os respectivos componentes.

e) Correntes de linha para carga em Delta

As correntes de linha indicadas na Figura 4.5 são calculadas aplicando a Lei dos Nós de Kirchhoff. Na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{ab} \\ \mathbf{I}_{bc} \\ \mathbf{I}_{ca} \end{bmatrix}\quad (4.34)$$

4.3.3 Cargas bifásicas e monofásicas

Para a modelagem das cargas bifásicas e monofásicas ou seja, aquelas conectadas entre duas fases ou entre fase e neutro, não constituindo uma ligação estrela ou uma ligação delta,

utilizam-se as mesmas equações do modelo adotado para as cargas trifásicas, bastando anular os valores das respectivas correntes de linha (conexão estrela) ou de fase (conexão delta) onde a carga é inexistente.

4.4 Bancos de capacitores

Os bancos de capacitores são geralmente instalados em sistemas de distribuição para prover suporte de potência reativa e assim contribuir para a regulação da tensão. Usualmente são modelados como susceptâncias constantes conectadas em estrela ou delta e no caso de conexão bifásica ou monofásica, basta anular os valores das respectivas correntes de linha (conexão estrela) ou de fase (conexão delta) onde não há capacitor.

4.4.1 Bancos de capacitores em conexão estrela

A Figura 4.6 mostra o esquema de conexão em estrela para bancos de capacitores, os quais são especificados pelas grandezas elétricas potência e tensão, usualmente nas unidades KVA_r e KV, respectivamente.

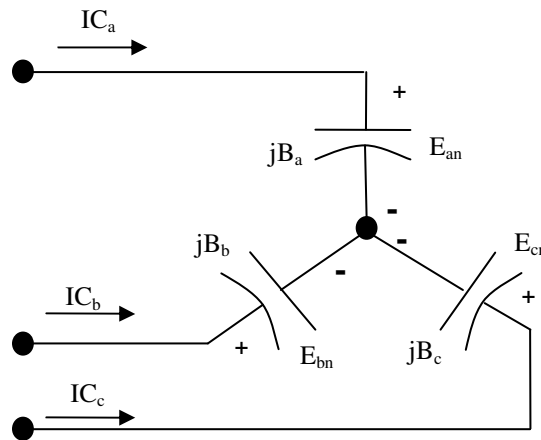


Figura 4.6 – Conexão estrela para bancos de capacitores

A respectiva susceptância é obtida através de:

$$B_x = \frac{Q}{|E_{xn}|^2} \quad (4.35)$$

B_x	Susceptâncias: B_a , B_b , B_c
E_{xn}	Tensões de fase: E_{an} , E_{bn} , E_{cn}
Q	Potência reativa nominal
IC_a , IC_b e IC_c	Correntes de linha

Calculam-se as correntes injetadas pelos capacitores segundo as equações (4.36).

$$\begin{aligned} IC_a &= jB_a \cdot E_{an} \\ IC_b &= jB_b \cdot E_{bn} \\ IC_c &= jB_c \cdot E_{cn} \end{aligned} \quad (4.36)$$

4.4.2 Bancos de capacitores em conexão delta

A Figura 4.7 mostra o esquema de conexão em delta para bancos de capacitores, especificados da mesma forma citada no item 4.4.1.

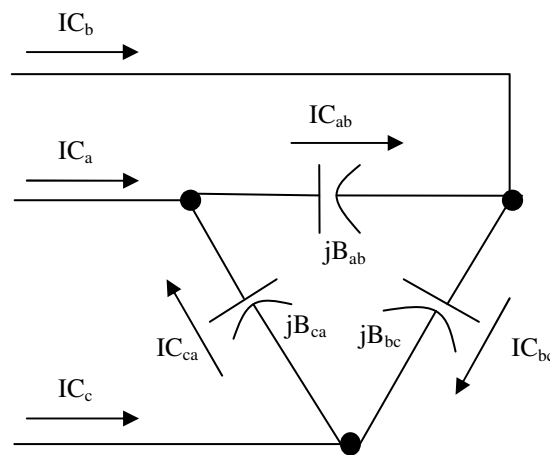


Figura 4.7 – Conexão delta para bancos de capacitores

A respectiva susceptância é obtida através de:

$$B_{xy} = \frac{Q}{|E_{xy}|^2} \quad (4.37)$$

B_{xy}	Susceptâncias: B_{ab} , B_{bc} , B_{ca}
E_{xy}	Tensões de linha: E_{ab} , E_{bc} , E_{ca}
Q	Potência reativa
IC_{ab} , IC_{bc} e IC_{ca}	Correntes de fase
IC_a , IC_b e IC_c	Correntes de linha

Calculam-se as correntes de fase segundo as equações (4.38).

$$\begin{aligned}
IC_{ab} &= jB_{ab} \cdot E_{ab} \\
IC_{bc} &= jB_{bc} \cdot E_{bc} \\
IC_{ca} &= jB_{ca} \cdot E_{ca}
\end{aligned} \tag{4.38}$$

As correntes de linha são determinadas aplicando a Lei dos Nós de Kirchhoff. Na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} IC_a \\ IC_b \\ IC_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IC_{ab} \\ IC_{bc} \\ IC_{ca} \end{bmatrix} \tag{4.39}$$

4.5 Implementação do Fluxo de Carga Trifásico Especializado

4.5.1 Cálculo das injeções de corrente

A injeção de corrente em cada barra é calculada a cada iteração do fluxo de carga em função da tensão calculada e do tipo de carga conectada. A Tabela 4.1 indica as equações a serem utilizadas para o cálculo das injeções de corrente segundo o tipo de conexão das cargas.

Tabela 4.1 – Cálculo das injeções de corrente

Tipo de Carga	Conexão	
	Estrela	Delta
Potência Constante	(4.25)	(4.30) e (4.34)
Impedância Constante	(4.27)	(4.25) e (4.34)
Corrente Constante	(4.25)	(4.30) e (4.34)

Desta forma, a corrente trifásica injetada na barra k está dada pelo seguinte vetor de dimensão 3 x 1:

$$\underline{I}_{abc}^k = \underbrace{\underline{I}_{abc}}_{\text{Potência constante}} + \underbrace{\underline{I}_{abc}}_{\text{Impedância constante}} + \underbrace{\underline{I}_{abc}}_{\text{Corrente constante}} + \underbrace{\underline{I}_{abc}}_{\text{Corrente capacitores}} \tag{4.40}$$

Admite-se que as injeções de corrente $\underline{I}_{abc}^k$ para uma rede composta de n barras compõem a seguinte expressão:

$$\underline{I}_{abc} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{abc}^1 \\ \vdots \\ \underline{I}_{abc}^k \\ \vdots \\ \underline{I}_{abc}^n \end{bmatrix} \tag{4.41}$$

sendo

$\underline{I}_{abc}$ vetor de dimensão $3.n \times 1$.

$k = 2, \dots, n$ conjunto das barras de carga.

A subestação (barra 1) não faz parte do processo iterativo pois a sua tensão é considerada constante (fixa).

4.5.2 Cálculo dos fluxos de corrente

Considere que na Figura 4.8 está representada uma rede radial com 4 barras e 3 ligações e a barra 1 é a referência. E na Figura 4.9 tem-se um modelo de circuito de um dos componentes (seção) da Figura 4.8.

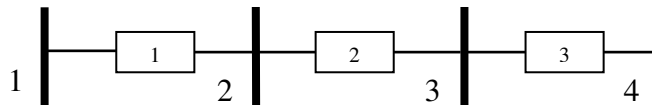


Figura 4.8 – Rede radial de quatro barras

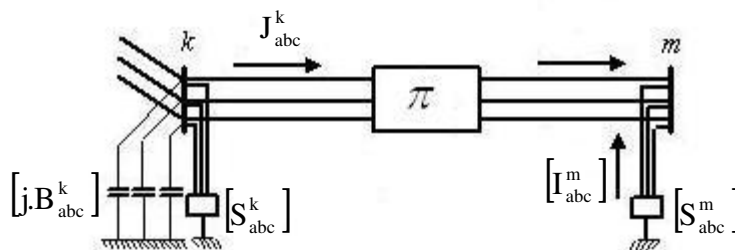


Figura 4.9 – Modelo para uma seção entre barras

Tomando como exemplo o modelo de linha de distribuição trifásica, na Figura 4.9 o elemento π engloba a impedância série e o elemento *shunt* representados na Figura 4.10.

Para um transformador com conexão estrela-estrela:

$$[c_i] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [d_i] = \frac{1}{n_t} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

sendo n_t a relação de espiras do transformador.

As matrizes para os demais tipos de conexão podem ser encontradas em [16].

Aplicando a equação (4.45) para cada componente do sistema radial da Figura 4.8, o seguinte sistema linear de equações é obtido:

$$\begin{aligned} \underline{J}_{abc}^{e-1} &= [c_1] \underline{E}_{abc}^2 + [d_1] \underline{J}_{abc}^{s-1} & (\text{componente 1}) \\ \underline{J}_{abc}^{e-2} &= [c_2] \underline{E}_{abc}^3 + [d_2] \underline{J}_{abc}^{s-2} & (\text{componente 2}) \\ \underline{J}_{abc}^{e-3} &= [c_3] \underline{E}_{abc}^4 + [d_3] \underline{J}_{abc}^{s-3} & (\text{componente 3}) \end{aligned} \quad (4.46)$$

Em (4.46), as correntes entrando nos componentes são obtidas em função das tensões das barras de recepção (m) e das correntes saindo dos componentes.

Para obtenção das correntes saindo dos componentes da rede aplica-se a lei dos nós de Kirchhoff nas barras 4, 3 e 2.

$$\underline{J}_{abc}^{s-3} = \underline{I}_{abc}^4 \quad \underline{J}_{abc}^{s-2} = \underline{J}_{abc}^{e-3} + \underline{I}_{abc}^3 \quad \underline{J}_{abc}^{s-1} = \underline{J}_{abc}^{e-2} + \underline{I}_{abc}^2 \quad (4.47)$$

Substituindo (4.47) em (4.46), obtém-se uma expressão para as correntes de entrada nos componentes $\underline{J}_{abc}^{e-i}$ ($i=1,2,3$) em função das tensões $\underline{E}_{abc}^k$ e das injeções de correntes $\underline{I}_{abc}^k$ ($k=2,3,4$). Em forma matricial é como segue:

$$\begin{bmatrix} \underline{J}_{abc}^{e-1} \\ \underline{J}_{abc}^{e-2} \\ \underline{J}_{abc}^{e-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [d_1 \cdot d_2 \cdot d_3] & [d_1 \cdot c_2] & [c_1] \\ [d_2 \cdot c_3] & [c_2] & [0] \\ [c_3] & [0] & [0] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{E}_{abc}^4 \\ \underline{E}_{abc}^3 \\ \underline{E}_{abc}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [d_1 \cdot d_2 \cdot d_3] & [d_1 \cdot d_2] & [d_1] \\ [d_2 \cdot d_3] & [d_2] & [0] \\ [d_3] & [0] & [0] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{abc}^4 \\ \underline{I}_{abc}^3 \\ \underline{I}_{abc}^2 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

De forma simplificada, a equação (4.48) pode ser escrita como segue:

$$\underline{J}_{abc}^e = [dc] \underline{E}_{abc} + [dd] \underline{I}_{abc} \quad (4.49)$$

A partir da equação (4.49) é possível calcular todos os fluxos de corrente nos ramos, bastando conhecer as injeções de corrente nas cargas.

4.5.3 Cálculo das tensões

De uma forma geral, a equação (4.50) é obtida para representar ambos os casos: tensão de recepção em uma linha ou no secundário de um transformador.

$$\underline{E}_{abc}^m = [A_i] \underline{E}_{abc}^k - [B_{Mi}] \underline{J}_{abc}^{e-i} \quad (4.50)$$

Para uma linha tem-se:

$$[A_i] = [a]^{-1} \quad [a] = [u] + \frac{1}{2} [Z_{abc}] [Y_{abc}] \quad [B_{Mi}] = [a]^{-1} \cdot [Z_{abc}]$$

E para um transformador:

$$[A_i] = \frac{1}{n_t} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [B_{Mi}] = n_t \cdot \begin{bmatrix} Z_{t_a} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{t_b} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{t_c} \end{bmatrix}$$

Aplicando a equação (4.50) para cada componente da rede da Figura 4.8:

$$\begin{aligned} \underline{E}_{abc}^2 &= [A_1] \underline{E}_{abc}^1 - [B_{M1}] \underline{J}_{abc}^{e-1} \quad (\text{componente 1}) \\ \underline{E}_{abc}^3 &= [A_2] \underline{E}_{abc}^2 - [B_{M2}] \underline{J}_{abc}^{e-2} \quad (\text{componente 2}) \\ \underline{E}_{abc}^4 &= [A_3] \underline{E}_{abc}^3 - [B_{M3}] \underline{J}_{abc}^{e-3} \quad (\text{componente 3}) \end{aligned} \quad (4.51)$$

Por meio de substituições, pode-se reescrever (4.51) para que as tensões das barras de recepção sejam obtidas em função do vetor de tensões da subestação (barra 1) e das correntes entrando nos componentes da rede. Assim, na forma matricial obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{E}_{abc}^4 \\ \underline{E}_{abc}^3 \\ \underline{E}_{abc}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_3 \cdot A_2 \cdot A_1] & [0] & [0] \\ [0] & [A_2 \cdot A_1] & [0] \\ [0] & [0] & [A_1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{E}_{abc}^1 \\ \underline{E}_{abc}^1 \\ \underline{E}_{abc}^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [A_3 \cdot A_2 \cdot B_{M1}] & [A_3 \cdot B_{M2}] & [B_{M3}] \\ [A_2 \cdot B_{M1}] & [B_{M2}] & [0] \\ [B_{M1}] & [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{J}_{abc}^{e-1} \\ \underline{J}_{abc}^{e-2} \\ \underline{J}_{abc}^{e-3} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

De forma simplificada, a equação (4.52) pode ser escrita como segue:

$$\underline{E}_{abc} = [AA] \underline{E}_{abc}^1 - [AB] \underline{J}_{abc}^e \quad (4.53)$$

Substituindo a equação (4.49) em (4.53) tem-se:

$$\begin{aligned} \underline{E}_{abc} &= [AA] \underline{E}_{abc}^1 - [AB] ([dc] \underline{E}_{abc} + [dd] \underline{I}_{abc}) \\ \underline{E}_{abc} &= [AA] \underline{E}_{abc}^1 - [AB] [dc] \underline{E}_{abc} - [AB] [dd] \underline{I}_{abc} \\ ([I] + [AB] [dc]) \underline{E}_{abc} &= [AA] \underline{E}_{abc}^1 - [AB] [dd] \underline{I}_{abc} \end{aligned}$$

$[I]$ corresponde à matriz identidade de dimensão $3n \times 3n$, sendo $n = n_b - 1$ e n_b a quantidade de barras do sistema.

Finalmente, tem-se a equação básica do FCTE para redes de distribuição radiais:

$$\underline{E}_{abc} = ([I] + [AB][dc])^{-1} \cdot [AA] \underline{E}_{abc}^1 - ([I] + [AB][dc])^{-1} \cdot [AB][dd] \underline{I}_{abc} \quad (4.54)$$

Com o intuito de simplificar a equação (4.54) a seguinte notação é utilizada:

$$[MatA] = ([I] + [AB][dc])^{-1} \cdot [AA] \quad (4.55)$$

$$[MatB] = ([I] + [AB][dc])^{-1} \cdot [AB][dd] \quad (4.56)$$

As matrizes $[MatA]$ e $[MatB]$ também tem dimensão $3n \times 3n$.

Substituindo (4.55) e (4.56) em (4.54) a equação fundamental do FCTE para redes de distribuição radiais pode ser expressa na forma:

$$\underline{E}_{abc} = [MatA] \underline{E}_{abc}^1 - [MatB] \underline{I}_{abc} \quad (4.57)$$

Na equação (4.57) tem-se que para cada barra da rede (exceto a subestação):

$[MatA]$ reflete sobre a tensão da subestação, o efeito das impedâncias e capacitâncias das linhas adicionado ao efeito dos transformadores;

$[MatB]$ representa o efeito das impedâncias e capacitâncias das linhas mais o efeito dos transformadores sobre as injeções de correntes das cargas.

Desta forma, a equação (4.57) é a base do algoritmo de Fluxo de Carga Especializado e é a expressão generalizada da segunda lei de Kirchhoff (Lei das Malhas) para toda a rede. Entretanto, conforme se pode constatar no exemplo da próxima seção, em redes de distribuição a matriz admitância ($[Y_{abc}]$) apresenta valores muito baixos e, portanto, nas equações (4.55) e (4.56) pode-se considerar $[dc] \approx [0]$, obtendo-se:

$$[MatA] = [AA] \quad (4.58)$$

$$[MatB] = [AB] \cdot [dd] \quad (4.59)$$

A principal vantagem é que esta simplificação ajuda na implementação computacional do algoritmo de FCTE sem perda da qualidade dos resultados como destacado por Teng [31]. Outra grande vantagem é o fato da leitura de dados e da implementação das matrizes $[MatA]$ e $[MatB]$ serem obtidas somente uma vez, restando simplesmente o esforço computacional de operações básicas de multiplicação de duas matrizes por vetores e uma operação de subtração,

segundo a equação (4.57). É adotado como critério de parada do algoritmo, o maior valor absoluto da diferença das tensões entre duas iterações sucessivas. A Figura 4.11 sintetiza as etapas para aplicação do FCTE em redes de distribuição radiais.

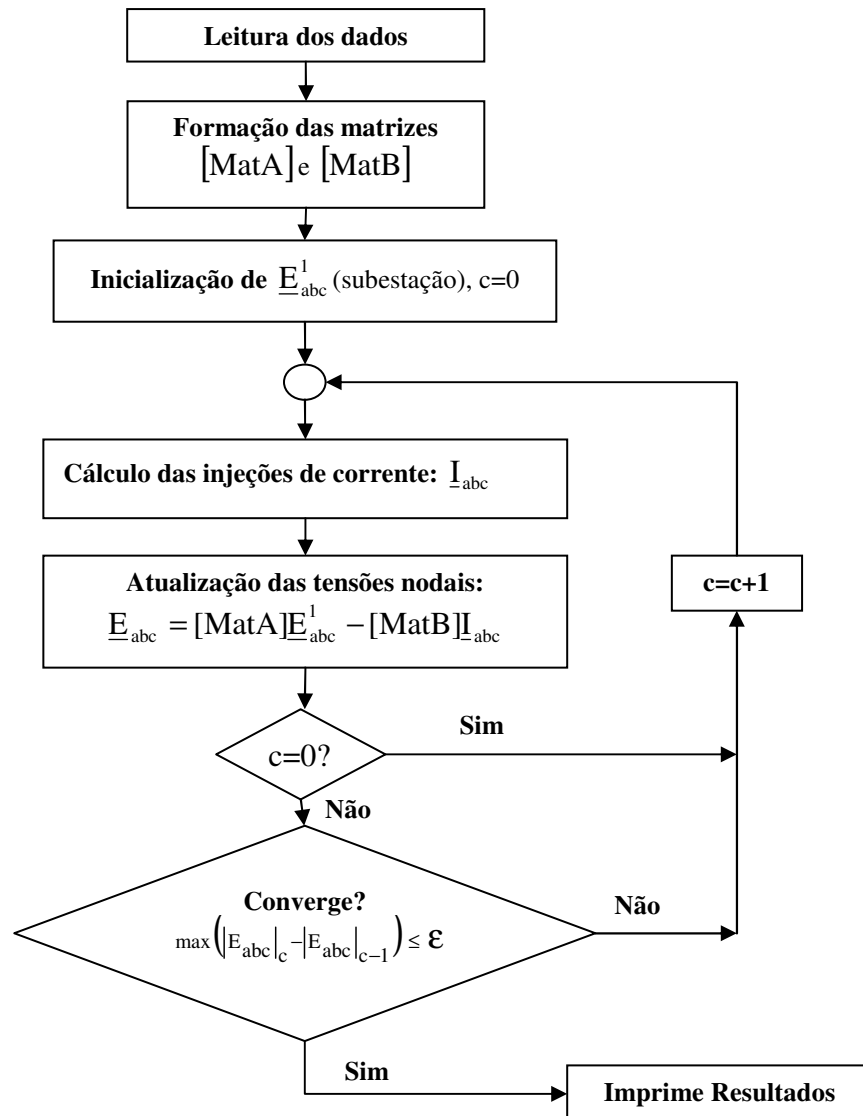


Figura 4.11 – Algoritmo do FCTE para redes de distribuição radiais

4.6 Exemplo

Para exemplificar a aplicação do FCTE é utilizada a rede da Figura 4.12.

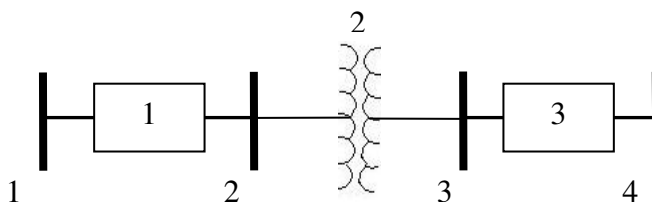


Figura 4.12 – Rede IEEE 4 barras [41]

Na Tabela 4.2 são apresentados dados relativos aos componentes (ligações) da rede; na Tabela 4.3 tem-se os identificadores para as configurações; na Tabela 4.4 as configurações das linhas e na Tabela 4.5 os dados do transformador. Para formar as impedâncias das linhas é utilizada uma base de dados dos cabos tanto para uso aéreo como para subterrâneo. No Apêndice A são apresentadas a base de dados dos cabos e demais informações necessárias à modelagem da rede.

Tabela 4.2 – Dados de linha

Componente	De	Para	Comprimento (ft)	Configuração
1	1	2	2000	300
2	2	3	0	001
3	3	4	2500	300

(ft-pés)

Tabela 4.3 – Identificadores das configurações

Configuração	ID
300	500

Tabela 4.4 – Configurações para as linhas aéreas

ID	Sequência das fases	Configuração das fases	Configuração do neutro
500	ABCN	'ACSR #336,4 26/7'	'ACSR #4/0 6/1'

Tabela 4.5 – Dados do transformador

	kVA	kV- primário	kV- secundário	R (%)	X (%)	Configuração
XFM -1	6.000	12,47 – Y aterrado	4,16 – Y aterrado	1	6	001

A relação de transformação corresponde a $n_t = \frac{12,47}{4,16} = 2,9976$, que em p.u é dada por

$$n_t = \frac{n_t}{n_{tbase}} = 1 \text{ sendo } n_{tbase} = \frac{12,47/\sqrt{3}}{4,16/\sqrt{3}} = 2,9976.$$

A barra 1 é a referência, a potência aparente trifásica de base é $S_{base} = 10.000VA$ e na Tabela 4.6 são apresentados os valores de base para as tensões e impedâncias.

Tabela 4.6 – Tensões e impedâncias base

Linha	V_{base} (V)	Z_{base} (Ω)
1-2	12.470,0	15,55
3-4	4.160,0	1,731

A corrente base pode ser obtida a partir de $I_{base} = \frac{S_{base}}{\sqrt{3} \cdot V_{base}}$.

Na Tabela 4.7 são apresentados os valores por fase das potências das potências ativa e reativa da única carga, ligada na barra 4.

Tabela 4.7 – Dados das potências (kW e kVAr)

Barra	P_a	Q_a	P_b	Q_b	P_c	Q_c	Modelo
4	1.275,00	790,174	1.800,00	871,779	2.375,00	780,624	'Y-PQ'

O primeiro passo para a aplicação do FCTE corresponde à obtenção das matrizes $[Z_{abc}]$ e $[Y_{abc}]$. Os valores dos elementos da matriz $[Z_{abcn}]$ são obtidos utilizando as expressões apresentadas no Apêndice B.

$$[Z_{abcn}] = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa} & \hat{Z}_{ab} & \hat{Z}_{ac} & \hat{Z}_{an} \\ \hat{Z}_{ba} & \hat{Z}_{bb} & \hat{Z}_{bc} & \hat{Z}_{bn} \\ \hat{Z}_{ca} & \hat{Z}_{cb} & \hat{Z}_{cc} & \hat{Z}_{cn} \\ \hat{Z}_{na} & \hat{Z}_{nb} & \hat{Z}_{nc} & \hat{Z}_{nn} \end{bmatrix}$$

$$[Z_{abcn}] = \begin{bmatrix} 0,4013 + 1,4133i & 0,0953 + 0,8515i & 0,0953 + 0,7266i & 0,0953 + 0,7524i \\ 0,0953 + 0,8515i & 0,4013 + 1,4133i & 0,0953 + 0,7802i & 0,0953 + 0,7865i \\ 0,0953 + 0,7266i & 0,0953 + 0,7802i & 0,4013 + 1,4133i & 0,0953 + 0,7674i \\ 0,0953 + 0,7524i & 0,0953 + 0,7865i & 0,0953 + 0,7674i & 0,6873 + 1,5465i \end{bmatrix} \Omega / \text{milha}$$

Dado que, neste exemplo, os componentes 1 e 3 apresentam a mesma configuração, a matriz $[Z_{abcn}]$ acima é válida para ambos os ramos 1-2 e 3-4.

Aplicando-se a redução de Kron [2], obtém-se:

$$[Z_{abc}] = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{an} \\ \hat{Z}_{bn} \\ \hat{Z}_{cn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{Z}_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \hat{Z}_{na} & \hat{Z}_{nb} & \hat{Z}_{nc} \end{bmatrix} \rightarrow [Z_{abc}] = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa-n} & \hat{Z}_{ab-n} & \hat{Z}_{ac-n} \\ \hat{Z}_{ba-n} & \hat{Z}_{bb-n} & \hat{Z}_{bc-n} \\ \hat{Z}_{ca-n} & \hat{Z}_{cb-n} & \hat{Z}_{cc-n} \end{bmatrix}$$

$$[Z_{abc}] = \begin{bmatrix} 0,4576 + 1,0780i & 0,1560 + 0,5017i & 0,1535 + 0,3849i \\ 0,1560 + 0,5017i & 0,4666 + 1,0482i & 0,1580 + 0,4236i \\ 0,1535 + 0,3849i & 0,1580 + 0,4236i & 0,4615 + 1,0651i \end{bmatrix} \Omega / \text{milha}$$

Multiplicando-se esta matriz pelo respectivo comprimento das ligações 1-2 e 3-4, obtém-se as seguintes matrizes:

$$[Z_{abc}]_{1-2} = \begin{bmatrix} 0,1733 + 0,4083i & 0,0591 + 0,1900i & 0,0581 + 0,1458i \\ 0,0591 + 0,1900i & 0,1768 + 0,3970i & 0,0599 + 0,1605i \\ 0,0581 + 0,1458i & 0,0599 + 0,1605i & 0,1748 + 0,4034i \end{bmatrix} \Omega$$

$$[Z_{abc}]_{3-4} = \begin{bmatrix} 0,2166 + 0,5104i & 0,0738 + 0,2375i & 0,0727 + 0,1823i \\ 0,0738 + 0,2375i & 0,2209 + 0,4963i & 0,0748 + 0,2006i \\ 0,0727 + 0,1823i & 0,0748 + 0,2006i & 0,2185 + 0,5043i \end{bmatrix} \Omega$$

Os valores dos elementos da matriz $[Y_{abc}]$ são obtidos através das expressões apresentadas no Apêndice B.

$$[Y_{abc}] = \begin{bmatrix} 0 + 5,6765i & 0 - 1,8319i & 0 - 0,6982i \\ 0 - 1,8319i & 0 + 5,9809i & 0 - 1,1645i \\ 0 - 0,6982i & 0 - 1,1645i & 0 + 5,3971i \end{bmatrix} \mu S / \text{milha}$$

Multiplicando-se esta matriz pelo respectivo comprimento das ligações 1-2 e 3-4, obtém-se as seguintes matrizes:

$$[Y_{abc}]_{1-2} = \begin{bmatrix} 0 + 2,150i & 0 - 0,694i & 0 - 0,264i \\ 0 - 0,694i & 0 + 2,265i & 0 - 0,441i \\ 0 - 0,264i & 0 - 0,441i & 0 + 2,044i \end{bmatrix} \mu S$$

$$[Y_{abc}]_{3-4} = \begin{bmatrix} 0 + 2,688i & 0 - 0,867i & 0 - 0,331i \\ 0 - 0,867i & 0 + 2,832i & 0 - 0,551i \\ 0 - 0,331i & 0 - 0,551i & 0 + 2,555i \end{bmatrix} \mu S$$

A seguir são calculadas as matrizes $[c_i]$ e $[d_i]$ da expressão (4.45).

$$[c_i] = [Y_{abc}] + \frac{1}{4} \cdot [Y_{abc}] \cdot [Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}]$$

$$[d_i] = [u] + \frac{1}{2} \cdot [Y_{abc}] \cdot [Z_{abc}] \quad [u] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[c_1] = \begin{bmatrix} 0 + 0,2150i & 0 - 0,0694i & 0 - 0,0264i \\ 0 - 0,0694i & 0 + 0,2265i & 0 - 0,0441i \\ 0 - 0,0264i & 0 - 0,0441i & 0 + 0,2044i \end{bmatrix} \cdot 10^{-5} \text{ S}$$

$$[c_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[c_3] = \begin{bmatrix} 0 + 0,2688i & 0 - 0,0867i & 0 - 0,0331i \\ 0 - 0,0867i & 0 + 0,2832i & 0 - 0,0551i \\ 0 - 0,0331i & 0 - 0,0551i & 0 + 0,2555i \end{bmatrix} \cdot 10^{-5} \text{ S}$$

$$[d_1] = \begin{bmatrix} 1 & -4,5327 - 0,5731i & -4,7734 + 1,8624i \\ -4,1417 - 0,6042i & 1 & -4,2208 + 0,9071i \\ -5,3133 + 2,3481i & -5,1336 + 1,4383i & 1 \end{bmatrix} \cdot 10^{-8}$$

$$[d_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[d_3] = \begin{bmatrix} 1 & -7,0824 - 0,9548i & -7,4584 + 2,9100i \\ -6,4715 - 0,9439i & 1 & -6,5949 + 1,4174i \\ -8,3020 + 3,6688i & -8,0213 + 2,2474i & 1 \end{bmatrix} \cdot 10^{-8}$$

Na sequência são calculadas as matrizes $[A_i]$ e $[B_{Mi}]$ da expressão (4.50).

$$[A_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [A_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{M1} = \begin{bmatrix} 0,1733 + 0,4083i & 0,0591 + 0,1900i & 0,0581 + 0,1458i \\ 0,0591 + 0,1900i & 0,1768 + 0,3970i & 0,0599 + 0,1605i \\ 0,0581 + 0,1458i & 0,0599 + 0,1605i & 0,1748 + 0,4034i \end{bmatrix} \Omega$$

$$B_{M3} = \begin{bmatrix} 0,2166 + 0,5104i & 0,0738 + 0,2375i & 0,0727 + 0,1823i \\ 0,0738 + 0,2375i & 0,2209 + 0,4963i & 0,0748 + 0,2006i \\ 0,0727 + 0,1823i & 0,0748 + 0,2006i & 0,2185 + 0,5043i \end{bmatrix} \Omega$$

Para o transformador (componente 2) devem ser obtidas as respectivas matrizes Z_{tabc} ,

c_t , d_t , A_i e B_{Mi} :

$$Z_{tabc} = \begin{bmatrix} 0,0167 + 0,1000i & 0 & 0 \\ 0 & 0,0167 + 0,1000i & 0 \\ 0 & 0 & 0,0167 + 0,1000i \end{bmatrix} \text{ pu}$$

$$c_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad d_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2 = [AV]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{M1} = [Zt_{abc}] = \begin{bmatrix} 0,0167 + 0,1000i & 0 & 0 \\ 0 & 0,0167 + 0,1000i & 0 \\ 0 & 0 & 0,0167 + 0,1000i \end{bmatrix} \text{ pu}$$

Para a obtenção de [MatA] e [MatB] todas as matrizes apresentadas foram passadas para pu. Através das equações (4.58) e (4.59) obtêm-se essas matrizes.

Obtidas as matrizes [MatA] e [MatB], o processo iterativo do FCTE é realizado até convergir. O cálculo das injeções de corrente é realizado através das equações apresentadas no item 4.3 e para esse sistema não foram usadas as equações do item 4.4 devido não haver banco de capacitores.

$$\text{MatA} = \begin{bmatrix}
 1 & 1,0613 * 10^{-7} & +1,5481 * 10^{-8} & 1,3615 * 10^{-7} & -6,0169 * 10^{-8} & 0 & 0 & 0 \\
 1,1615 * 10^{-7} & +1,4686 * 10^{-8} & 1 & 1,3155 * 10^{-7} & -3,6857 * 10^{-8} & 0 & 0 & 0 \\
 1,2232 * 10^{-7} & -4,7724 * 10^{-8} & 1,0816 * 10^{-7} & -2,3246 * 10^{-8} & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4,1417 * 10^{-8} & +6,0412 * 10^{-9} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4,5327 * 10^{-8} & +5,7311 * 10^{-9} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4,7734 * 10^{-8} & -1,8624 * 10^{-8} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 5,3133 * 10^{-8} & -2,3481 * 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 5,1336 * 10^{-8} & -1,4383 * 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 4,1417 * 10^{-8} & +6,0412 * 10^{-9} & 5,3133 * 10^{-8} & -2,3481 * 10^{-8} & 0 \\
 0 & 4,5327 * 10^{-8} & +5,7311 * 10^{-9} & 1 & 1 & 5,1336 * 10^{-8} & -1,4383 * 10^{-8} & 0 \\
 0 & 4,7734 * 10^{-8} & -1,8624 * 10^{-8} & 4,2208 * 10^{-8} & -9,0716 * 10^{-9} & 1 & 1 & 0
 \end{bmatrix}$$

$$\text{MatB} = \begin{bmatrix} 0,1530 + 0,4212i & 0,0465 + 0,1495i & 0,0457 + 0,1147i & 0,0278 + 0,1263i & 0,0038 + 0,0122i \\ 0,0465 + 0,1495i & 0,1557 + 0,4123i & 0,0471 + 0,1262i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0280 + 0,1255i \\ 0,0457 + 0,1147i & 0,0471 + 0,1262i & 0,1542 + 0,4173i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i \\ 0,0278 + 0,1263i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0278 + 0,1263i & 0,0038 + 0,0122i \\ 0,0038 + 0,0122i & 0,0280 + 0,1255i & 0,0038 + 0,0103i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0280 + 0,1255i \\ 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i & 0,0279 + 0,1259i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i \\ 0,0111 + 0,0263i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0111 + 0,0263i & 0,0038 + 0,0122i \\ 0,0038 + 0,0122i & 0,0114 + 0,0255i & 0,0038 + 0,0103i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0114 + 0,0255i \\ 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i & 0,0112 + 0,0259i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i \\ 0,0037 + 0,0094i & 0,0111 + 0,0263i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i \\ 0,0038 + 0,0103i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0114 + 0,0255i & 0,0038 + 0,0103i & 0,0038 + 0,0122i \\ 0,0279 + 0,1259i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i & 0,0112 + 0,0259i & 0,0037 + 0,0094i \\ 0,0037 + 0,0094i & 0,0111 + 0,0263i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i \\ 0,0038 + 0,0103i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0114 + 0,0255i & 0,0038 + 0,0103i & 0,0038 + 0,0122i \\ 0,0279 + 0,1259i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i & 0,0112 + 0,0259i & 0,0037 + 0,0094i \\ 0,0037 + 0,0094i & 0,0111 + 0,0263i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i \\ 0,0038 + 0,0103i & 0,0038 + 0,0122i & 0,0114 + 0,0255i & 0,0038 + 0,0103i & 0,0038 + 0,0122i \\ 0,0112 + 0,0259i & 0,0037 + 0,0094i & 0,0038 + 0,0103i & 0,0112 + 0,0259i & 0,0037 + 0,0094i \end{bmatrix}$$

A seguir, são apresentadas as duas primeiras iterações, isto porque, adotando uma tolerância de 10^{-3} pu, este sistema converge após 9 iterações.

$$\text{Tensão na subestação} \Rightarrow \underline{E}_{abc}^1 = \begin{bmatrix} 1,0000 - 0,0000i \\ -0,5000 - 0,8660i \\ -0,5000 + 0,8660i \end{bmatrix} \text{ pu}$$

- Primeira iteração

$$\text{Correntes iniciais} \Rightarrow \underline{I}_{abc} = \begin{bmatrix} 0,3825 - 0,2371i \\ -0,4965 - 0,3369i \\ -0,1534 + 0,7341i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

$$\underline{E}_{abc} = [\text{MatA}]\underline{E}_{abc}^1 - [\text{MatB}]\underline{I}_{abc}$$

$$\underline{E}_{abc} = [\text{MatA}] \begin{bmatrix} 1,0000 - 0,0000i \\ -0,5000 - 0,8660i \\ -0,5000 + 0,8660i \\ 1,0000 - 0,0000i \\ -0,5000 - 0,8660i \\ -0,5000 + 0,8660i \\ 1,0000 - 0,0000i \\ -0,5000 - 0,8660i \\ -0,5000 + 0,8660i \end{bmatrix} - [\text{MatB}] \begin{bmatrix} 0,3825 - 0,2371i \\ -0,4965 - 0,3369i \\ -0,1534 + 0,7341i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{E}_{abc} = \begin{bmatrix} 0,9056 - 0,0510i \\ -0,5149 - 0,6702i \\ -0,2338 + 0,8624i \\ 0,9647 - 0,0357i \\ -0,5246 - 0,7993i \\ -0,4085 + 0,8686i \\ 0,9947 - 0,0014i \\ -0,4991 - 0,8545i \\ -0,4844 + 0,8655i \end{bmatrix} \text{ pu}$$

O cálculo desse vetor encerra a primeira iteração.

- Segunda iteração

$$\underline{I}_{abc} = \begin{bmatrix} 0,4064 - 0,2846i \\ -0,6346 - 0,3181i \\ 0,0443 + 0,8382i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

$$\underline{E}_{abc} = [\text{MatA}]\underline{E}_{abc}^1 - [\text{MatZ}]\underline{I}_{abc}$$

$$\underline{E2}_{abc} = [\text{MatA}] \begin{bmatrix} 1,0000 - 0,0000i \\ -0,5000 - 0,8660i \\ -0,5000 + 0,8660i \\ 1,0000 - 0,0000i \\ -0,5000 - 0,8660i \\ -0,5000 + 0,8660i \\ 1,0000 - 0,0000i \\ -0,5000 - 0,8660i \\ -0,5000 + 0,8660i \end{bmatrix} - [\text{MatB}] \begin{bmatrix} 0,4064 - 0,2846i \\ -0,6346 - 0,3181i \\ 0,0443 + 0,8382i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{E2}_{abc} = \begin{bmatrix} 0,8940 - 0,0614i \\ -0,4901 - 0,6474i \\ -0,2185 + 0,7798i \\ 0,9590 - 0,0380i \\ -0,5187 - 0,7850i \\ -0,4007 + 0,8421i \\ 0,9942 - 0,0021i \\ -0,4975 - 0,8538i \\ -0,4838 + 0,8605i \end{bmatrix} \text{ pu} \quad \Delta \underline{E}_{abc} = \underline{E2}_{abc} - \underline{E1}_{abc} = \begin{bmatrix} -0,0116 - 0,0104i \\ 0,0248 + 0,0228i \\ 0,0153 - 0,0826i \\ -0,0057 - 0,0023i \\ 0,0059 + 0,0143i \\ 0,0078 - 0,0265i \\ -0,0005 - 0,0007i \\ 0,0017 + 0,0008i \\ 0,0007 - 0,0050i \end{bmatrix} \text{ pu}$$

Testar convergência: $\max(|\Delta \underline{E}_{abc}|) = 0,0840 \leq 0,001$? Não.

Os passos mostrados acima são repetidos até o sistema convergir. Na Tabela 4.8 tem-se os resultados das tensões e das injeções de corrente após a convergência do processo iterativo.

Tabela 4.8 – Tensões e injeções de corrente convergidas

f	Barra	$\underline{E}_{abc}$ (pu)	$\underline{I}_{abc}$ (pu)
a	2	$0,9950 - 0,0024i$	0
b	2	$-0,4966 - 0,8537i$	0
c	2	$-0,4809 + 0,8582i$	0
a	3	$0,9592 - 0,0378i$	0
b	3	$-0,5198 - 0,7816i$	0
c	3	$-0,3847 + 0,8329i$	0
a	4	$0,9031 - 0,0649i$	$0,4027 - 0,2914i$
b	4	$-0,4812 - 0,6429i$	$-0,6639 - 0,3429i$
c	4	$-0,1701 + 0,7449i$	$0,0902 + 0,9769i$

O próximo passo é calcular os fluxos de corrente bastando multiplicar o vetor de correntes nodais pela matriz incidência nodal ([MatI]) [5, 31], ou seja: $\underline{J}_{abc} = [\text{MatI}] \underline{I}_{abc}$.

$$\underline{J}_{abc} = \begin{bmatrix} J_{1-2}^a \\ J_{1-2}^b \\ J_{1-2}^c \\ J_{2-3}^a \\ J_{2-3}^b \\ J_{2-3}^c \\ J_{3-4}^a \\ J_{3-4}^b \\ J_{3-4}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,4027 - 0,2914i \\ -0,6639 - 0,3429i \\ 0,0902 + 0,9769i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4027 - 0,2914i \\ -0,6639 - 0,3429i \\ 0,0902 + 0,9769i \\ 0,4027 - 0,2914i \\ -0,6639 - 0,3429i \\ 0,0902 + 0,9769i \\ 0,4027 - 0,2914i \\ -0,6639 - 0,3429i \\ 0,0902 + 0,9769i \end{bmatrix} \text{ pu}$$

$$\underline{J}_{abc} = \underline{J}_{abc} \cdot \underline{I}_{base} = \begin{bmatrix} 230,1 \angle -35,9^\circ \\ 345,9 \angle -152,7^\circ \\ 454,2 \angle 84,7^\circ \\ 689,9 \angle -35,9^\circ \\ 1037,0 \angle -152,7^\circ \\ 1361,6 \angle 84,7^\circ \\ 689,9 \angle -35,9^\circ \\ 1037,0 \angle -152,7^\circ \\ 1361,6 \angle 84,7^\circ \end{bmatrix} \text{ A (ampères)}$$

Para o cálculo dos fluxos de potência ativa e reativa, basta multiplicar a tensão da barra de partida pelo conjugado do fluxo de corrente correspondente.

$$\underline{S}_{abc}^{k-m} = \underline{E}_{abc}^k \cdot (\underline{J}_{abc}^{k-m})^*$$

$$\underline{S}_{abc}^{k-m} = \begin{bmatrix} S_a^{1-2} \\ S_b^{1-2} \\ S_c^{1-2} \\ S_a^{2-3} \\ S_b^{2-3} \\ S_c^{2-3} \\ S_a^{3-4} \\ S_b^{3-4} \\ S_c^{3-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,0000 - 0,0000i \\ -0,5000 - 0,8660i \\ -0,5000 + 0,8660i \\ 0,9950 - 0,0024i \\ -0,4966 - 0,8537i \\ -0,4809 + 0,8582i \\ 0,9592 - 0,0378i \\ -0,5198 - 0,7816i \\ -0,3847 + 0,8329i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,4027 + 0,2914i \\ -0,6639 + 0,3429i \\ 0,0902 - 0,9769i \\ 0,4027 + 0,2914i \\ -0,6639 + 0,3429i \\ 0,0902 - 0,9769i \\ 0,4027 + 0,2914i \\ -0,6639 + 0,3429i \\ 0,0902 - 0,9769i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4027 + 0,2914i \\ 0,6289 + 0,4035i \\ 0,8009 + 0,5666i \\ 0,4014 + 0,2890i \\ 0,6224 + 0,3965i \\ 0,7950 + 0,5472i \\ 0,3973 + 0,2643i \\ 0,6131 + 0,3406i \\ 0,7790 + 0,4509i \end{bmatrix} \text{ pu}$$

$$\underline{P}_{abc}^{k-m} = \begin{bmatrix} P_a^{1-2} \\ P_b^{1-2} \\ P_c^{1-2} \\ P_a^{2-3} \\ P_b^{2-3} \\ P_c^{2-3} \\ P_a^{3-4} \\ P_b^{3-4} \\ P_c^{3-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4027 \\ 0,6289 \\ 0,8009 \\ 0,4014 \\ 0,6224 \\ 0,7950 \\ 0,3973 \\ 0,6131 \\ 0,7790 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

$$\underline{P}_{abc}^{k-m} = \begin{bmatrix} 0,4027 \\ 0,6289 \\ 0,8009 \\ 0,4014 \\ 0,6224 \\ 0,7950 \\ 0,3973 \\ 0,6131 \\ 0,7790 \end{bmatrix} \cdot \frac{S_{Base}}{3} = \begin{bmatrix} 1.342,3 \\ 2.096,3 \\ 2.669,8 \\ 1.338,0 \\ 2.074,6 \\ 2.650,0 \\ 1.324,2 \\ 2.043,6 \\ 2.596,5 \end{bmatrix} \text{ kW}$$

$$\underline{Q}_{abc}^{k-m} = \begin{bmatrix} Q_a^{1-2} \\ Q_b^{1-2} \\ Q_c^{1-2} \\ Q_a^{2-3} \\ Q_b^{2-3} \\ Q_c^{2-3} \\ Q_a^{3-4} \\ Q_b^{3-4} \\ Q_c^{3-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2914 \\ 0,4035 \\ 0,5666 \\ 0,2890 \\ 0,3965 \\ 0,5472 \\ 0,2643 \\ 0,3406 \\ 0,4509 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

$$\underline{Q}_{abc}^{k-m} = \begin{bmatrix} 0,2914 \\ 0,4035 \\ 0,5666 \\ 0,2890 \\ 0,3965 \\ 0,5472 \\ 0,2643 \\ 0,3406 \\ 0,4509 \end{bmatrix} \cdot \frac{S_{Base}}{3} = \begin{bmatrix} 971,5 \\ 1.344,9 \\ 1.888,6 \\ 963,4 \\ 1.321,5 \\ 1.824,0 \\ 881,0 \\ 1.135,4 \\ 1.503,1 \end{bmatrix} \text{ kVAr}$$

Com este exemplo encerra-se a descrição e respectiva implementação do FCTE. No próximo capítulo é apresentada uma versão *fuzzy* deste fluxo de carga.

Capítulo 5

Fluxo de Carga Trifásico Especializado *Fuzzy* (FCTEF)

A modelagem e a análise de um sistema de distribuição de energia elétrica dependem principalmente das cargas, as quais, em geral, estão em contínua variação. A cada momento, diferentes tipos e quantidades de cargas são ligadas/desligadas e consequentemente a intensidade da corrente nos alimentadores é variável.

O FCTEF foi desenvolvido visando obter uma distribuição de possibilidades para os resultados e utilizando os operadores nebulosos da função sinusoidal para o maior número de cálculos efetuados. Esta função de pertinência permitiu a simplificação dos cálculos na forma nebulosa, isso devido à utilização dos respectivos operadores nebulosos, como exposto no Capítulo 3. A implementação computacional do FCTEF também foi realizada em MATLAB[®].

5.1 Desenvolvimento do algoritmo

O primeiro passo para obter as distribuições de possibilidades para os resultados é executar um FCTE, com os valores médios das distribuições de possibilidades dos dados fornecidos para o sistema, que para a função sinusoidal correspondem aos valores de m para as distribuições de possibilidades, referentes aos dados de potência ativa e reativa injetadas, conforme os parâmetros m e α do gráfico ilustrado na Figura 5.1.

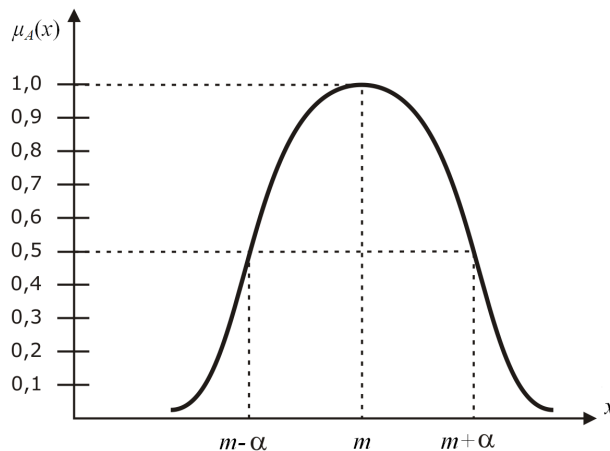


Figura 5.1 – Função sinusoidal

Dos resultados do FCTE obtêm-se os valores de $\underline{E}_{\text{médio}}$ e $\underline{J}_{\text{médio}}$ por fase. É válido ressaltar que, para tirar proveito da formulação do FCTE, os valores médios e os desvios são obtidos na forma retangular.

Os valores $\underline{E}_{\text{médio}}$ e $\underline{J}_{\text{médio}}$ passam a ser considerados os valores de maior grau de pertinência para formar as distribuições de possibilidades dessas variáveis, ou seja, são os respectivos valores de m . Resta agora o cálculo dos desvios (α) destas variáveis.

Considerando-se uma variação de 3% nos valores das cargas, as quais são modeladas na forma de injeções de corrente, em (5.1) tem-se a fórmula para o cálculo dos desvios nestas injeções de corrente, necessários para a obtenção dos desvios nas tensões.

$$\underline{\alpha}_{I_{\text{cargas}}^k} = \underline{I}_{\text{cargas}}^k \cdot 0,03 \quad (5.1)$$

$\underline{\alpha}_{I_{\text{cargas}}^k}$ - desvios nas injeções de correntes, por fase, provenientes das cargas em cada barra do sistema.

O desvio na injeção de corrente em uma barra é nulo se sua injeção de potência é nula.

Os desvios em $\underline{E}_{\text{médio}}$ são obtidos multiplicando-se a matriz $[\text{MatB}]$ pelos valores dos desvios nas injeções de corrente obtidos em (5.1).

$$\underline{\alpha}_{E_{\text{abc}}}^k = [\text{MatB}] \cdot \underline{\alpha}_{I_{\text{cargas}}}^k \quad (5.2)$$

$\underline{\alpha}_{E_{\text{abc}}}^k$ - desvios nas tensões, por fase, de cada barra do sistema.

Existindo capacitores na rede elétrica, é necessário incluir no cálculo dos desvios nas tensões, as variações nas injeções de corrente provenientes desses capacitores, devido às variações nas tensões nodais. Assim sendo, deve-se calcular os desvios nas injeções de corrente dos capacitores através da expressão:

$$\underline{\alpha}_{I_{\text{capacitores}}}^k = jB_k \cdot \underline{\alpha}_{E_{\text{capacitores}}}^k \quad (5.3)$$

$\underline{\alpha}_{I_{\text{capacitores}}}^k$ - desvios nas injeções de corrente dos capacitores;

$\underline{\alpha}_{E_{\text{capacitores}}}^k$ - vetor formado a partir de $\underline{\alpha}_{E_{\text{abc}}}^k$ contendo apenas os desvios nas tensões das barras onde há capacitores.

E os desvios nas tensões são recalculados através de:

$$\underline{\alpha}_{E_{\text{abc}}}^k = [\text{MatB}] \cdot \left(\underline{\alpha}_{I_{\text{cargas}}}^k - \underline{\alpha}_{I_{\text{capacitores}}}^k \right) \quad (5.4)$$

A subtração realizada na expressão (5.4) deve-se ao fato de que quando há, por exemplo, uma diminuição nas injeções de corrente das cargas, há um aumento nas injeções de corrente provenientes dos capacitores, devido à elevação da tensão.

Note-se que as tensões nas barras do sistema podem ser representadas por um número nebuloso na forma $\underline{E}(m_{E_{abc}}^k, \alpha_{E_{abc}}^k)$.

Assim sendo, os desvios relativos aos fluxos de corrente terão uma parcela devido às cargas e outra devido aos bancos de capacitores.

$$\underline{\alpha}_{J_{total}}^{km} = \underline{\alpha}_{J_{cargas}}^{km} - \underline{\alpha}_{J_{capacitores}}^{km} \quad (5.5)$$

Usando-se o mesmo procedimento adotado no cálculo dos desvios nas injeções de corrente das cargas, pode-se calcular os desvios nos fluxos de corrente devido às cargas.

$$\underline{\alpha}_{J_{cargas}}^{km} = [\text{MatI}] \cdot \underline{I}_{cargas}^k \cdot 0,03 \quad (5.6)$$

$\underline{\alpha}_{J_{cargas}}^{km}$ - desvios nos fluxos de corrente devido às cargas.

[MatI] - matriz incidência nodal.

Tendo os desvios nas injeções de corrente provenientes de capacitores, é possível obter os desvios nos fluxos de corrente associados a esses componentes.

$$\underline{\alpha}_{J_{capacitores}}^{km} = [\text{MatI}] \cdot \underline{\alpha}_{I_{capacitores}}^k \quad (5.7)$$

$\underline{\alpha}_{J_{capacitores}}^{km}$ - desvios nos fluxos de corrente devido aos capacitores.

Portanto, os fluxos de corrente nos ramos do sistema podem ser representados por um número nebuloso na forma $\underline{J}\left(m_{\underline{J}_{abc}}^{km}, \alpha_{\underline{J}_{total}}^{km}\right)$.

Dessa forma, os fluxos de potência ativa e reativa em cada fase, são obtidos através de:

$$\begin{aligned} S\left(m_{S_{abc}}^{km}, \alpha_{S_{abc}}^{km}\right) &= E\left(m_{E_{abc}}^k, \alpha_{E_{abc}}^k\right) \otimes \underline{J}\left(m_{\underline{J}_{abc}}^{km}, \alpha_{\underline{J}_{total}}^{km}\right)^* \\ S\left(m_{S_{abc}}^{km}, \alpha_{S_{abc}}^{km}\right) &= P\left(m_{P_{abc}}^{km}, \alpha_{P_{abc}}^{km}\right) + Q\left(m_{Q_{abc}}^{km}, \alpha_{Q_{abc}}^{km}\right) \cdot i \end{aligned} \quad (5.8)$$

5.2 Validação do método proposto

Para a validação do método proposto, foram realizados testes com as redes IEEE 13, 34 e 123 barras [15], com diferentes imprecisões nas potências ativas e reativas nodais, sendo que são apresentados resultados para a imprecisão de $\pm 3\%$, a qual é um valor significativo sob o ponto de vista da medição. E pelo fato de estar em estudo, um modelo *fuzzy* para o regulador de tensão, este equipamento não foi considerado nos testes realizados.

Para o cálculo dos erros foi utilizada a expressão (5.9).

$$E\% = \frac{\text{Result}_{\text{FCTE}} - \text{Result}_{\text{FCTEF}}}{\text{Result}_{\text{FCTE}}} \cdot 100\% \quad (5.9)$$

Nesta expressão:

$\text{Result}_{\text{FCTEF}}$ corresponde aos resultados do FCTEF para $\alpha_p = \alpha_Q = \pm 3\%$ (ver Figura 5.1) e

$\text{Result}_{\text{FCTE}}$ provem do FCTE para os bancos de dados:

$$[P_k^{\min} = m_P - \alpha_P; Q_k^{\min} = m_Q - \alpha_Q] \text{ e } [P_k^{\max} = m_P + \alpha_P; Q_k^{\max} = m_Q + \alpha_Q]$$

5.3 Exemplo

Como indicado na seção 5.1, para a simulação utilizando os operadores nebulosos é necessário executar um FCTE. Utilizando a mesma rede do exemplo apresentado na seção 4.6, esse passo já foi realizado e, portanto, na Tabela 5.1 repetem-se os valores obtidos para as tensões e injeções de corrente, que correspondem aos valores de m das distribuições de possibilidades.

Tabela 5.1 – Resultados para tensões e injeções de corrente

f	Barra	$\underline{E}_{abc}^{\text{LN}}$	$\underline{I}_{abc}$
a	1	1,0000 – 0,0000i	0
b	1	-0,5000 – 0,8660i	0
c	1	-0,5000 + 0,8660i	0
a	2	0,9950 – 0,0024i	0
b	2	-0,4966 – 0,8537i	0
c	2	-0,4809 + 0,8582i	0
a	3	0,9592 – 0,0378i	0
b	3	-0,5198 – 0,7816i	0
c	3	-0,3847 + 0,8329i	0
a	4	0,9031 – 0,0649i	0,4027 – 0,2914i
b	4	-0,4812 – 0,6429i	-0,6639 – 0,3429i
c	4	-0,1701 + 0,7449i	0,0902 + 0,9769i

Na Tabela 5.2 são apresentados os valores dos fluxos de corrente.

Tabela 5.2 – Fluxos de corrente

f	De (k)	Para(m)	J_{abc}^{km}
a	1	2	$0,4027 - 0,2914i$
b	1	2	$-0,6639 - 0,3429i$
c	1	2	$0,0902 + 0,9769i$
a	2	3	$0,4027 - 0,2914i$
b	2	3	$-0,6639 - 0,3429i$
c	2	3	$0,0902 + 0,9769i$
a	3	4	$0,4027 - 0,2914i$
b	3	4	$-0,6639 - 0,3429i$
c	3	4	$0,0902 + 0,9769i$

Para o cálculo dos desvios nas injeções de corrente provenientes das cargas, utiliza-se a expressão (5.1). Na Tabela 5.3 são apresentados os valores destes desvios para a rede exemplo e na Tabela 5.4 tem-se os desvios nas tensões obtidos através da expressão (5.2).

Tabela 5.3 – Desvios nas injeções de corrente das cargas

f	Barra	$\alpha_{lcargas}^k$
a	1	0
b	1	0
c	1	0
a	2	0
b	2	0
c	2	0
a	3	0
b	3	0
c	3	0
a	4	$0,0121 - 0,0087i$
b	4	$-0,0199 - 0,0103i$
c	4	$0,0027 + 0,0293i$

Tabela 5.4 – Desvios nas tensões de fase

f	Barra	$\alpha_{E_{abc}^k}$
a	1	0
b	1	0
c	1	0
a	2	$0,0001 + 0,0001i$
b	2	$-0,0001 - 0,0004i$
c	2	$-0,0006 + 0,0002i$
a	3	$0,0012 + 0,0011i$
b	3	$0,0006 - 0,0025i$
c	3	$-0,0035 + 0,0010i$
a	4	$0,0029 + 0,0019i$
b	4	$-0,0006 - 0,0067i$
c	4	$-0,0099 + 0,0036i$

Devido a subestação (barra 1) ser adotada como referência, é estabelecido que sua tensão é constante e, portanto, o desvio relativo a essa variável é nulo.

Utilizando-se a equação (5.4) calculam-se os desvios nos fluxos de corrente apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Desvios nos fluxos de corrente

f	De (k)	Para(m)	$\alpha_{J_{cargas}^{km}}$
a	1	2	$0,0121 - 0,0087i$
b	1	2	$-0,0199 - 0,0103i$
c	1	2	$0,0027 + 0,0293i$
a	2	3	$0,0121 - 0,0087i$
b	2	3	$-0,0199 - 0,0103i$
c	2	3	$0,0027 + 0,0293i$
a	3	4	$0,0121 - 0,0087i$
b	3	4	$-0,0199 - 0,0103i$
c	3	4	$0,0027 + 0,0293i$

Obtidos os desvios nas tensões e nos fluxos de corrente, a equação (5.6) é utilizada para calcular os fluxos de potência ativa (Tabela 5.6) e reativa (Tabela 5.7) com seus respectivos desvios.

Tabela 5.6 – Fluxo ativo (kW) e respectivos desvios (kW)

f	De (k)	Para(m)	P_f^{km}	$\alpha_{P_f^{km}}$
a	1	2	1342,323	40,27
b	1	2	2096,286	62,89
c	1	2	2669,774	80,09
a	2	3	1337,971	40,27
b	2	3	2074,580	62,87
c	2	3	2650,000	80,08
a	3	4	1324,243	40,25
b	3	4	2043,565	62,84
c	3	4	2596,528	80,03

Tabela 5.7 – Fluxo reativo (kVAr) e respectivos desvios (kVAr)

f	De (k)	Para(m)	Q_f^{km}	$\alpha_{Q_f^{km}}$
a	1	2	971,4556	29,144
b	1	2	1344,896	40,347
c	1	2	1888,556	56,657
a	2	3	963,3772	29,136
b	2	3	1321,509	40,326
c	2	3	1823,974	56,599
a	3	4	881,0104	29,062
b	3	4	1135,414	40,158
c	3	4	1503,144	56,310

Para fins de validação da metodologia inserida no FCTEF, conforme explicitado na seção 5.2, são apresentados na:

Tabela 5.8 - valores dos fluxos de potência ativa obtidos com o FCTEF e com o FCTE;

Tabela 5.9 - valores dos respectivos erros conforme expressão (5.9);

Tabela 5.10 - valores dos fluxos de potência reativa obtidos com o FCTEF e com o FCTE;

Tabela 5.11 - valores dos respectivos erros conforme expressão (5.9).

Tabela 5.8 – Fluxos de potência ativa (kW)

f	De (k)	Para(m)	FCTEF		FCTE	
			$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$	P_{km}^{min}	P_{km}^{max}
a	1	2	1302,053	1382,593	1302,045	1381,382
b	1	2	2033,397	2159,174	2019,881	2174,649
c	1	2	2589,681	2749,868	2567,95	2775,849
a	2	3	1297,705	1378,236	1297,775	1377,023
b	2	3	2011,711	2137,449	1999,825	2151,246
c	2	3	2569,925	2730,076	2550,288	2753,497
a	3	4	1283,989	1364,496	1284,924	1362,401
b	3	4	1980,723	2106,406	1971,144	2117,779
c	3	4	2516,501	2676,556	2501,791	2694,258

Tabela 5.9 – Erros (%) no fluxo ativo

f	De (k)	Para(m)	$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$
a	1	2	0,0006	0,0876
b	1	2	0,6691	0,7116
c	1	2	0,8462	0,9360
a	2	3	0,0054	0,0881
b	2	3	0,5944	0,6413
c	2	3	0,7700	0,8506
a	3	4	0,0728	0,1538
b	3	4	0,4860	0,5370
c	3	4	0,5880	0,6570

Tabela 5.10 – Fluxos de potência reativa (kVAr)

f	De (k)	Para(m)	FCTEF		FCTE	
			$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	Q_{km}^{min}	Q_{km}^{max}
a	1	2	942,312	1000,599	935,365	1008,059
b	1	2	1304,549	1385,243	1286,943	1401,552
c	1	2	1831,899	1945,213	1762,132	2035,313
a	2	3	934,241	992,514	927,866	999,331
b	2	3	1281,183	1361,835	1264,979	1376,837
c	2	3	1767,375	1880,573	1703,626	1963,688
a	3	4	851,948	910,073	850,759	911,599
b	3	4	1095,256	1175,572	1092,895	1176,033
c	3	4	1446,834	1559,454	1412,642	1608,253

Tabela 5.11 – Erros (%) no fluxo reativo

f	De (k)	Para(m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$
a	1	2	0,7427	0,7400
b	1	2	1,3681	1,1637
c	1	2	3,9593	4,4268
a	2	3	0,6870	0,6822
b	2	3	1,2809	1,0896
c	2	3	3,7420	4,2326
a	3	4	0,1397	0,1674
b	3	4	0,2160	0,0392
c	3	4	2,4204	3,0343

Da análise dos resultados, pode-se observar que os erros obtidos são baixos, não ultrapassando 1% para o fluxo ativo e 4% para o fluxo reativo, o que confirma a eficácia do método proposto.

Com este exemplo encerra-se a descrição e respectiva implementação do FCTEF. No próximo capítulo são apresentados resultados da aplicação do FCTEF em diferentes redes de distribuição.

Capítulo 6

Resultados e Comentários

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com o FCTEF aplicado a diferentes redes bem como a comparação dos mesmos com resultados provenientes do FCTE convencional.

Em todas as redes, os dados de entrada considerados nebulosos foram as potências ativa e reativa nas barras, às quais atribuiu-se uma variação de $\pm 3\%$.

6.1 Sistema IEEE 13 barras

O sistema IEEE 13 barras é formado por treze barras e doze ramos, sendo que um desses ramos é um transformador (Figura 6.1). Os dados referentes a esse sistema podem ser encontrados em [41].

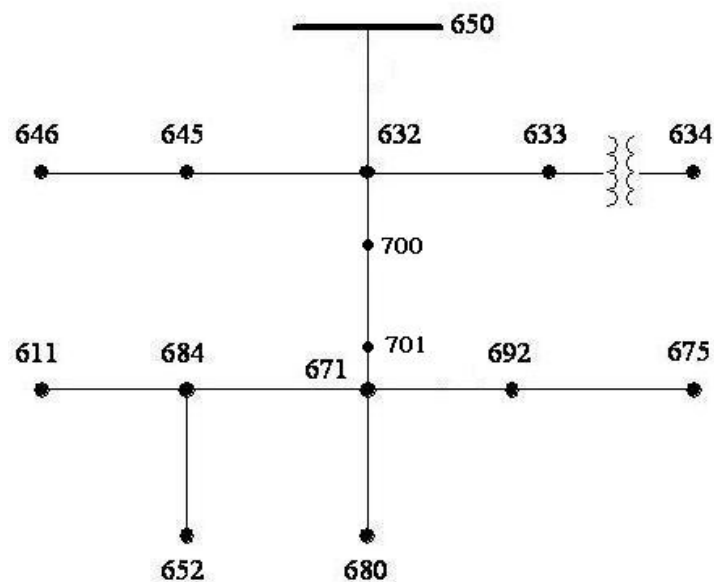


Figura 6.1 – Sistema IEEE 13 barras [41]

Por apresentar uma carga distribuída no ramo 632-671, foram criadas duas barras fictícias (700 e 701) e, assim, a carga foi alocada da seguinte forma:

Barra	P_a	Q_a	P_b	Q_b	P_c	Q_c	Modelo
700	11,333	6,666	44	25,3333	78	45,3333	'Y-PQ'
701	5,666	3,333	22	12,6666	39	22,6666	'Y-PQ'

Na Tabela 6.1 são apresentadas as tensões e impedâncias bases.

Tabela 6.1 – Tensão e impedância base

Transformador	V_{base} (V)	Z_{base} (Ω)
Primário	4.160,00	1,7306
Secundário	480,00	0,0230

Nesta rede há um banco de capacitores, com conexão estrela, instalado na barra 675 e um capacitor monofásico localizado na barra 611.

6.1.1 Resultados para o caso sem os capacitores

As magnitudes das tensões são apresentadas na Tabela 6.2, onde $V_k^{m-\alpha}$ e $V_k^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF e V_k^{min} e V_k^{max} resultam da aplicação do FCTE. A barra 650 é a referência e portanto, não há alteração na sua tensão.

Tabela 6.2 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)

f	k	FCTEF		FCTE	
		$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$	V_k^{min}	V_k^{max}
a	650	1,062	1,062	1,062	1,062
b	650	1,049977	1,049977	1,049977	1,049977
c	650	1,069016	1,069016	1,069016	1,069016
a	632	1,012272	1,015111	1,015361	1,012003
b	632	1,034712	1,035579	1,035584	1,034707
c	632	1,000161	1,004135	1,004433	0,999839
a	645	1,012272	1,015111	1,015361	1,012003
b	645	1,025322	1,02673	1,026749	1,025303
c	645	0,998258	1,002344	1,002645	0,997933
a	633	1,009139	1,012157	1,012417	1,00886
b	633	1,032747	1,033727	1,033733	1,03274
c	633	0,997427	1,00156	1,001867	0,997096
a	700	1,002586	1,005953	1,006259	1,002257
b	700	1,035259	1,036091	1,036091	1,03526
c	700	0,985071	0,989905	0,990269	0,984678

f	k	FCTEF		FCTE	
		$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$	V_k^{min}	V_k^{max}
a	701	0,97338	0,978278	0,978753	0,97287
b	701	1,038872	1,039481	1,039464	1,038891
c	701	0,94297	0,950189	0,950737	0,942379
a	671	0,97338	0,978278	0,978753	0,97287
b	671	1,038872	1,039481	1,039464	1,038891
c	671	0,94297	0,950189	0,950737	0,942379
a	684	0,971356	0,976367	0,976849	0,970838
b	684	1,038872	1,039481	1,039464	1,038891
c	684	0,939363	0,946789	0,947354	0,938754
a	692	0,97338	0,978278	0,978753	0,97287
b	692	1,038872	1,039481	1,039464	1,038891
c	692	0,94297	0,950189	0,950737	0,942379
a	646	1,012272	1,015361	1,01369	1,012003
b	646	1,023591	1,02512	1,024344	1,023568
c	646	0,996209	1,000719	0,998312	0,995882
a	634	0,984278	0,989048	0,986491	0,983911
b	634	1,013719	1,015826	1,014755	1,013683
c	634	0,977733	0,983368	0,980362	0,977328
a	680	0,97338	0,978753	0,975825	0,972871
b	680	1,038872	1,039464	1,039176	1,038891
c	680	0,94297	0,950737	0,946577	0,942379
a	652	0,965004	0,970888	0,967692	0,964467
b	652	1,038872	1,039464	1,039176	1,038891
c	652	0,939363	0,947354	0,943074	0,938754
a	611	0,971356	0,976849	0,973857	0,970838
b	611	1,038872	1,039464	1,039176	1,038891
c	611	0,935761	0,943975	0,939574	0,935132
a	675	0,965334	0,971193	0,968005	0,96479
b	675	1,039989	1,04051	1,040259	1,040011
c	675	0,939241	0,947245	0,942961	0,938636

Na Tabela 6.3 são apresentados os erros relativos às magnitudes das tensões, tendo sido calculados utilizando a expressão (5.9).

Tabela 6.3 – Erros (%) nas magnitudes das tensões

f	k	$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$
a	650	0,0000	0,0000
b	650	0,0000	0,0000
c	650	0,0000	0,0000
a	632	0,0266	0,1648
b	632	0,0005	0,0424
c	632	0,0322	0,2281
a	645	0,0266	0,1648
b	645	0,0018	0,0704
c	645	0,0325	0,2344
a	633	0,0277	0,1751
b	633	0,0006	0,0481
c	633	0,0332	0,2375
a	700	0,0328	0,1983
b	700	0,0001	0,0402
c	700	0,0399	0,2818
a	701	0,0524	0,3001
b	701	0,0019	0,0277
c	701	0,0628	0,4395
a	671	0,0524	0,3001
b	671	0,0019	0,0277
c	671	0,0628	0,4395
a	684	0,0533	0,3072
b	684	0,0019	0,0277
c	684	0,0649	0,4538

f	k	$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$
a	692	0,0524	0,3001
b	692	0,0019	0,0277
c	692	0,0628	0,4395
a	646	0,0266	0,1648
b	646	0,0023	0,0758
c	646	0,0328	0,2411
a	634	0,0372	0,2592
b	634	0,0036	0,1056
c	634	0,0414	0,3066
a	680	0,0524	0,3001
b	680	0,0019	0,0277
c	680	0,0628	0,4395
a	652	0,0556	0,3303
b	652	0,0019	0,0277
c	652	0,0649	0,4538
a	611	0,0533	0,3072
b	611	0,0019	0,0277
c	611	0,0673	0,4684
a	675	0,0565	0,3293
b	675	0,0022	0,0241
c	675	0,0645	0,4544

Pode-se observar que os erros obtidos para as magnitudes das tensões são inferiores a 0,5% e este fato repetiu-se para os testes realizados nos outros sistemas.

Na Tabela 6.4 são apresentados os resultados para as magnitudes dos fluxos de corrente e na Tabela 6.5 os respectivos erros. Na Tabela 6.4, $J_{km}^{m-\alpha}$ e $J_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que J_{km}^{min} e J_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Tabela 6.4 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$	J_{km}^{min}	J_{km}^{max}
a	650	632	589,6225	626,094	587,8666	627,9851
b	650	632	440,3685	467,6078	439,6923	468,3327
c	650	632	638,8288	678,344	636,6546	680,6901
b	632	645	137,305	145,7981	137,1484	145,9656
c	632	645	61,10427	64,88391	61,00996	64,98501
a	632	633	79,4833	84,3998	79,27886	84,61978
b	632	633	59,70018	63,39297	59,63708	63,46016
c	632	633	61,78928	65,6113	61,60113	65,81405
a	632	700	510,1926	541,7509	508,6434	543,4196
b	632	700	245,7609	260,9626	245,2914	261,467
c	632	700	523,1717	555,5328	521,2852	557,5693
b	645	646	61,10427	64,88392	61,00996	64,98501
c	645	646	61,10427	64,88392	61,00996	64,98501
a	633	634	688,8553	731,4649	687,0835	733,3714
b	633	634	517,4016	549,4058	516,8547	549,9881
c	633	634	535,5071	568,6313	533,8765	570,3884
a	700	701	504,9084	536,1398	503,3694	537,7975
b	700	701	225,9915	239,9703	225,5289	240,4673
c	700	701	486,2768	516,3558	484,4936	518,2811
a	701	671	502,1882	533,2514	500,6573	534,9004
b	701	671	216,1387	229,5081	215,6785	230,0026
c	701	671	467,0368	495,9257	465,3374	497,7604
a	671	684	64,34924	68,3296	64,13873	68,55641
c	671	684	80,75035	85,74521	80,37547	86,15057
a	671	692	256,6752	272,552	255,7995	273,4959
b	671	692	35,2083	37,38613	35,19972	37,39513
c	671	692	204,9834	217,6627	204,1159	218,6001
a	684	652	64,34924	68,3296	64,13873	68,55641
c	684	611	80,75035	85,74521	80,37547	86,15057
a	692	675	217,2902	230,7308	216,5817	231,4942
b	692	675	35,2083	37,38613	35,19972	37,39513
c	692	675	153,8391	163,3549	153,1461	164,104

Tabela 6.5 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente

f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$
a	650	632	0,2987	0,3011
b	650	632	0,1538	0,1548
c	650	632	0,3415	0,3447
b	632	645	0,1142	0,1148
c	632	645	0,1546	0,1556
a	632	633	0,2579	0,2600
b	632	633	0,1058	0,1059
c	632	633	0,3054	0,3081
a	632	700	0,3046	0,3071
b	632	700	0,1914	0,1929
c	632	700	0,3619	0,3652
b	645	646	0,1546	0,1556
c	645	646	0,1546	0,1556
a	633	634	0,2579	0,2600
b	633	634	0,1058	0,1059
c	633	634	0,3054	0,3081

f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$
a	700	701	0,3057	0,3082
b	700	701	0,2051	0,2067
c	700	701	0,3681	0,3715
a	701	671	0,3058	0,3083
b	701	671	0,2134	0,2150
c	701	671	0,3652	0,3686
a	671	684	0,3282	0,3308
c	671	684	0,4664	0,4705
a	671	692	0,3423	0,3451
b	671	692	0,0244	0,0241
c	671	692	0,4250	0,4288
a	684	652	0,3282	0,3308
c	684	611	0,4664	0,4705
a	692	675	0,3271	0,3298
b	692	675	0,0244	0,0241
c	692	675	0,4525	0,4565

Pode-se constatar que os erros nas magnitudes dos fluxos de corrente também são inferiores a 0,5%.

Nas Tabelas 6.6 e 6.8 são apresentados os valores dos fluxos de potência ativa e reativa, e nas Tabelas 6.7 e 6.9 tem-se os respectivos erros destes fluxos. Na Tabela 6.6, $P_{km}^{m-\alpha}$ e $P_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que P_{km}^{min} e P_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE e na Tabela 6.8, $Q_{km}^{m-\alpha}$ e $Q_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que Q_{km}^{min} e Q_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Constata-se, que para os fluxos de potência ativa, o maior erro obtido foi de 0,3375% na fase c do ramo 701-671, enquanto que, para os fluxos de potência reativa, o maior erro foi de 5,7932% na fase b do ramo 645-646, onde se tem um ramo com fluxo comparativamente baixo. Somente neste ramo o erro foi superior a 5%, enquanto que nos demais não ultrapassou 1%.

Tabela 6.6 – Fluxos de potência ativa (kW)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$	P_{km}^{min}	P_{km}^{max}
a	650	632	1219,986	1295,449	1218,651	1296,877
b	650	632	946,202	1004,73	945,6028	1005,371
c	650	632	1326,811	1408,882	1324,093	1411,812
b	632	645	317,8692	337,5947	317,6957	337,7832
c	632	645	73,19275	77,72887	73,30142	77,61179
a	632	633	157,9369	167,8499	157,9105	167,8831
b	632	633	117,9724	125,2187	117,898	125,2965
c	632	633	118,0558	125,6358	118,1275	125,5686
a	632	700	1041,097	1106,609	1041,093	1106,649
b	632	700	512,2033	543,7629	511,6882	544,3131
c	632	700	1081,451	1151,308	1082,081	1150,741
b	645	646	150,4722	159,9909	150,4487	160,0242
c	645	646	72,99614	77,5319	73,11707	77,40209
a	633	634	157,5795	167,4918	157,5754	167,5017
b	633	634	117,8222	125,0682	117,7566	125,1369
c	633	634	117,7409	125,3204	117,8329	125,232
a	700	701	1028,327	1093,143	1028,425	1093,077
b	700	701	470,4931	499,4236	469,9186	500,036
c	700	701	994,596	1059,503	995,8354	1058,295
a	701	671	1016,48	1080,936	1016,965	1080,469
b	701	671	452,7157	480,3463	451,9171	481,1926
c	701	671	926,1581	988,4762	929,2941	985,2854
a	671	684	125,1042	132,9669	125,1304	132,943
c	671	684	165,4893	176,6843	165,9164	176,2598
a	671	692	516,524	549,234	516,6624	549,1119
b	671	692	65,85192	69,83691	65,81403	69,87449
c	671	692	403,2747	430,3764	404,3994	429,2446
a	684	652	124,9252	132,7875	124,9627	132,7518
c	684	611	164,8984	176,0923	165,3648	175,6266
a	692	675	473,0343	503,5812	473,5507	503,0718
b	692	675	65,85192	69,83691	65,81403	69,87449
c	692	675	282,0464	300,8068	282,6361	300,22

Tabela 6.7 – Erros (%) nos fluxos ativos

f	De (k)	Para (m)	$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$
a	650	632	0,1096	0,1101
b	650	632	0,0634	0,0638
c	650	632	0,2052	0,2076
b	632	645	0,0546	0,0558
c	632	645	0,1482	0,1509
a	632	633	0,0167	0,0198
b	632	633	0,0632	0,0621
c	632	633	0,0607	0,0535
a	632	700	0,0004	0,0036
b	632	700	0,1007	0,1011
c	632	700	0,0582	0,0493
b	645	646	0,0157	0,0208
c	645	646	0,1654	0,1677
a	633	634	0,0026	0,0059
b	633	634	0,0557	0,0549
c	633	634	0,0781	0,0705

f	De (k)	Para (m)	$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$
a	700	701	0,0095	0,0060
b	700	701	0,1223	0,1225
c	700	701	0,1245	0,1142
a	701	671	0,0477	0,0432
b	701	671	0,1767	0,1759
c	701	671	0,3375	0,3239
a	671	684	0,0209	0,0180
c	671	684	0,2574	0,2408
a	671	692	0,0268	0,0223
b	671	692	0,0576	0,0538
c	671	692	0,2781	0,2637
a	684	652	0,0300	0,0269
c	684	611	0,2821	0,2651
a	692	675	0,1090	0,1013
b	692	675	0,0576	0,0538
c	692	675	0,2087	0,1955

Tabela 6.8 – Fluxos de potência reativa (kVAr)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	Q_{km}^{min}	Q_{km}^{max}
a	650	632	879,475	933,876	873,660	940,134
b	650	632	581,351	617,311	579,067	619,758
c	650	632	964,307	1023,955	958,546	1030,163
b	632	645	124,066	132,387	124,230	132,234
c	632	645	127,232	135,790	127,630	135,386
a	632	633	111,351	119,004	111,547	118,821
b	632	633	89,968	95,811	90,013	95,772
c	632	633	89,965	96,168	90,168	95,973
a	632	700	674,333	720,912	674,353	721,070
b	632	700	332,665	354,399	332,259	354,878
c	632	700	640,211	684,905	640,751	684,515
b	645	646	0,923	1,269	0,980	1,219
c	645	646	127,023	135,580	127,434	135,163
a	633	634	110,820	118,472	111,049	118,254
b	633	634	89,701	95,543	89,762	95,487
c	633	634	89,709	95,911	89,928	95,699
a	700	701	648,648	694,732	649,869	693,637
b	700	701	307,229	327,345	306,829	327,817
c	700	701	578,282	619,801	579,792	618,390
a	701	671	587,479	633,209	592,384	628,277
b	701	671	293,068	312,368	292,753	312,752
c	701	671	510,940	550,687	515,253	546,343
a	671	684	83,550	89,932	84,114	89,370
c	671	684	77,844	84,008	78,463	83,392
a	671	692	305,422	329,122	307,645	326,907
b	671	692	58,147	61,924	58,233	61,838
c	671	692	229,989	247,820	231,735	246,073
a	684	652	83,255	89,636	83,837	89,055
c	684	611	77,457	83,620	78,102	82,977
a	692	675	185,183	200,552	186,981	198,762
b	692	675	58,147	61,924	58,233	61,838
c	692	675	204,556	220,074	205,934	218,697

Tabela 6.9 – Erros (%) no fluxo reativo

f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$
a	650	632	0,6656	0,6657	a	700	701	0,1880	0,1579
b	650	632	0,3945	0,3948	b	700	701	0,1304	0,1439
c	650	632	0,6010	0,6027	c	700	701	0,2604	0,2281
b	632	645	0,1321	0,1157	a	701	671	0,8281	0,7850
c	632	645	0,3121	0,2983	b	701	671	0,1076	0,1226
a	632	633	0,1753	0,1538	c	701	671	0,8371	0,7950
b	632	633	0,0501	0,0409	a	671	684	0,6702	0,6288
c	632	633	0,2251	0,2031	c	671	684	0,7889	0,7388
a	632	700	0,0030	0,0219	a	671	692	0,7227	0,6776
b	632	700	0,1221	0,1350	b	671	692	0,1478	0,1391
c	632	700	0,0843	0,0569	c	671	692	0,7534	0,7096
b	645	646	5,7932	4,1128	a	684	652	0,6949	0,6531
c	645	646	0,3226	0,3086	c	684	611	0,8259	0,7754
a	633	634	0,2064	0,1842	a	692	675	0,9616	0,9008
b	633	634	0,0680	0,0583	b	692	675	0,1478	0,1391
c	633	634	0,2439	0,2216	c	692	675	0,6692	0,6298

6.1.2 Resultados para o caso com os capacitores

As magnitudes das tensões são apresentadas na Tabela 6.10, onde $V_k^{m-\alpha}$ e $V_k^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF e V_k^{min} e V_k^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Tabela 6.10 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)

f	k	FCTEF		FCTE	
		$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$	V_k^{min}	V_k^{max}
a	650	1,062	1,062	1,062	1,062
b	650	1,049977	1,049977	1,049977	1,049977
c	650	1,069016	1,069016	1,069016	1,069016
a	632	1,018795	1,021684	1,02194	1,01852
b	632	1,041878	1,042673	1,04267	1,041882
c	632	1,015768	1,019803	1,020094	1,015454
a	645	1,018795	1,021684	1,02194	1,01852
b	645	1,032571	1,033902	1,033912	1,032562
c	645	1,01389	1,018035	1,018329	1,013573
a	633	1,015673	1,018741	1,019007	1,015388
b	633	1,039929	1,040836	1,040834	1,039932

Tabela 6.11 (continuação)

f	k	FCTEF		FCTE	
		$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$	V_k^{min}	V_k^{max}
c	633	1,013079	1,017271	1,01757	1,012757
a	700	1,010735	1,014165	1,014478	1,010398
b	700	1,044201	1,044943	1,044933	1,044212
c	700	1,004579	1,009491	1,009847	1,004196
a	701	0,986447	0,991443	0,991929	0,985925
b	701	1,05314	1,053608	1,053575	1,053176
c	701	0,974193	0,981541	0,982077	0,973616
a	671	0,986447	0,991443	0,991929	0,985925
b	671	1,05314	1,053608	1,053575	1,053176
c	671	0,974193	0,981541	0,982077	0,973616
a	684	0,984368	0,989477	0,989971	0,983839
b	684	1,05314	1,053608	1,053575	1,053176
c	684	0,971986	0,979546	0,980098	0,971392
a	692	0,986447	0,991443	0,991929	0,985925
b	692	1,05314	1,053608	1,053575	1,053176
c	692	0,974193	0,981541	0,982077	0,973616
a	646	1,018795	1,021684	1,02194	1,01852
b	646	1,030863	1,032291	1,032305	1,030849
c	646	1,011862	1,016127	1,016423	1,011544
a	634	0,990982	0,995452	0,995798	0,99061
b	634	1,021037	1,023029	1,023054	1,021011
c	634	0,993701	0,999003	0,999368	0,993308
a	680	0,986447	0,991443	0,991929	0,985925
b	680	1,05314	1,053608	1,053576	1,053176
c	680	0,974193	0,981541	0,982077	0,973616
a	652	0,978101	0,98358	0,984091	0,977553
b	652	1,05314	1,053608	1,053575	1,053176
c	652	0,971986	0,979546	0,980098	0,971392
a	611	0,984368	0,989477	0,989971	0,983839
b	611	1,05314	1,053608	1,053575	1,053176
c	611	0,969796	0,977563	0,978133	0,969182
a	675	0,979705	0,985163	0,985683	0,979147
b	675	1,055562	1,05596	1,055925	1,055601
c	675	0,972177	0,979746	0,980294	0,971587

Na Tabela 6.11 são apresentados os erros relativos às magnitudes das tensões, tendo sido calculados utilizando a expressão (5.9).

Tabela 6.12 – Erros (%) nas magnitudes das tensões

f	k	$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$	f	k	$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$
a	650	0,0000	0,0000	a	692	0,0529	0,3022
b	650	0,0000	0,0000	b	692	0,0034	0,0192
c	650	0,0000	0,0000	c	692	0,0593	0,4307
a	632	0,0270	0,1668	a	646	0,0270	0,1668
b	632	0,0003	0,0379	b	646	0,0014	0,0706
c	632	0,0309	0,2269	c	646	0,0315	0,2395
a	645	0,0270	0,1668	a	634	0,0375	0,2600
b	645	0,0009	0,0654	b	634	0,0025	0,0999
c	645	0,0312	0,2330	c	634	0,0396	0,3028
a	633	0,0281	0,1770	a	680	0,0529	0,3022
b	633	0,0002	0,0434	b	680	0,0034	0,0192
c	633	0,0318	0,2360	c	680	0,0593	0,4307
a	700	0,0333	0,2005	a	652	0,0561	0,3318
b	700	0,0011	0,0346	b	652	0,0034	0,0192
c	700	0,0381	0,2793	c	652	0,0612	0,4441
a	701	0,0529	0,3022	a	611	0,0538	0,3093
b	701	0,0034	0,0192	b	611	0,0034	0,0192
c	701	0,0593	0,4307	c	611	0,0633	0,4576
a	671	0,0529	0,3022	a	675	0,0570	0,3312
b	671	0,0034	0,0192	b	675	0,0036	0,0155
c	671	0,0593	0,4307	c	675	0,0607	0,4441
a	684	0,0538	0,3093				
b	684	0,0034	0,0192				
c	684	0,0612	0,4441				

Pode-se observar que os erros obtidos para as magnitudes das tensões são inferiores a 0,46% . Na Tabela 6.12 são apresentados os resultados para as magnitudes dos fluxos de corrente e na Tabela 6.13 os respectivos erros. Na Tabela 6.12, $J_{km}^{m-\alpha}$ e $J_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que J_{km}^{min} e J_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Tabela 6.13 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$	J_{km}^{min}	J_{km}^{max}
a	650	632	543,3029	579,5449	541,7566	581,2265
b	650	632	398,7355	425,3293	398,2186	425,8933
c	650	632	567,4227	606,1844	565,5561	608,2207
b	632	645	136,051	144,4666	135,9008	144,6272
c	632	645	60,40772	64,14428	60,315	64,24365
a	632	633	78,94356	83,82666	78,74005	84,04563
b	632	633	59,27646	62,94305	59,217	63,00633
c	632	633	60,79853	64,55926	60,61575	64,75612
a	632	700	465,5743	496,8774	464,2489	498,323
b	632	700	207,9897	222,2015	207,7141	222,5123
c	632	700	462,3726	493,7992	460,8384	495,483
b	645	646	60,40772	64,14428	60,315	64,24365
c	645	646	60,40772	64,14428	60,315	64,24365
a	633	634	684,1775	726,4978	682,4138	728,3955
b	633	634	513,7293	545,5064	513,214	546,0549
c	633	634	526,9206	559,5136	525,3365	561,2197
a	700	701	460,3672	491,3419	459,0531	492,7753
b	700	701	189,3992	202,2983	189,1413	202,5913
c	700	701	427,2246	456,3279	425,8052	457,8899
a	701	671	457,7164	488,5227	456,4104	489,9475
b	701	671	180,2913	192,5312	180,0413	192,8166
c	701	671	409,3131	437,2132	407,9775	438,6852
a	671	684	63,48475	67,41165	63,27635	67,63618
c	671	684	70,8227	75,12929	70,60799	75,3769
a	671	692	221,8947	237,3357	221,2953	238,0084
b	671	692	69,95616	69,30051	69,98716	69,26707
c	671	692	173,0649	184,7475	172,4798	185,4069
a	684	652	63,48475	67,41165	63,27635	67,63618
c	684	611	70,8227	75,12929	70,60799	75,3769
a	692	675	199,1327	211,9239	198,734	212,3818
b	692	675	69,95616	69,30051	69,98716	69,26707
c	692	675	119,9942	128,1561	119,6033	128,6122

Tabela 6.14 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente

f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$
a	650	632	0,2854	0,2893	a	700	701	0,2863	0,2909
b	650	632	0,1298	0,1324	b	700	701	0,1363	0,1446
c	650	632	0,3301	0,3348	c	700	701	0,3334	0,3411
b	632	645	0,1105	0,1110	a	701	671	0,2861	0,2908
c	632	645	0,1537	0,1547	b	701	671	0,1389	0,1480
a	632	633	0,2585	0,2605	c	701	671	0,3274	0,3355
b	632	633	0,1004	0,1004	a	671	684	0,3294	0,3320
c	632	633	0,3015	0,3040	c	671	684	0,3041	0,3285
a	632	700	0,2855	0,2901	a	671	692	0,2709	0,2826
b	632	700	0,1327	0,1397	b	671	692	0,0443	0,0483
c	632	700	0,3329	0,3398	c	671	692	0,3392	0,3557
b	645	646	0,1537	0,1547	a	684	652	0,3294	0,3320
c	645	646	0,1537	0,1547	c	684	611	0,3041	0,3285
a	633	634	0,2585	0,2605	a	692	675	0,2006	0,2156
b	633	634	0,1004	0,1004	b	692	675	0,0443	0,0483
c	633	634	0,3015	0,3040	c	692	675	0,3269	0,3546

Pode-se constatar que os erros nas magnitudes dos fluxos de corrente são inferiores a 0,36%.

Nas Tabelas 6.14 e 6.16 são apresentados os valores dos fluxos de potência ativa e reativa, e nas Tabelas 6.15 e 6.17 tem-se os respectivos erros destes fluxos. Na Tabela 6.14, $P_{km}^{m-\alpha}$ e $P_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que P_{km}^{min} e P_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE e na Tabela 6.16, $Q_{km}^{m-\alpha}$ e $Q_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que Q_{km}^{min} e Q_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Constata-se que, para os fluxos de potência ativa, o maior erro obtido foi de 0,6405%, enquanto que, para os fluxos de potência reativa, o maior erro foi de 9,8368% na fase **a** do ramo 692-675, onde se tem um ramo com fluxo comparativamente baixo. Na fase **b** do 645-646 também encontra-se um erro superior a 8%, entretanto, somente nestes ramos o erro foi elevado, enquanto que nos demais não ultrapassou 2,4%.

Tabela 6.15 – Fluxos de potência ativa (kW)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			P_{km}^{m-a}	P_{km}^{m+a}	P_{km}^{min}	P_{km}^{max}
a	650	632	1218,444	1293,741	1217,097	1295,179
b	650	632	940,7892	998,8803	940,2148	999,4946
c	650	632	1310,835	1391,66	1308,247	1394,451
b	632	645	317,1722	336,8318	316,9829	337,0364
c	632	645	73,84001	78,43596	73,96437	78,30283
a	632	633	157,9005	167,8137	157,8764	167,8445
b	632	633	117,9559	125,1934	117,8784	125,2743
c	632	633	117,9959	125,5847	118,0758	125,5092
a	632	700	1038,357	1104,817	1038,917	1104,293
b	632	700	508,7231	540,7114	508,5374	540,9331
c	632	700	1076,272	1147,067	1077,655	1145,742
b	645	646	149,8103	159,2746	149,7743	159,3208
c	645	646	73,64909	78,24471	73,78537	78,0992
a	633	634	157,5461	167,4587	157,5442	167,4665
b	633	634	117,8087	125,046	117,7398	125,1179
c	633	634	117,6902	125,2785	117,7898	125,1825
a	700	701	1024,851	1090,882	1025,665	1090,099
b	700	701	467,476	496,9266	467,2512	497,1906
c	700	701	991,7611	1058,066	993,8809	1055,974
a	701	671	1010,761	1077,237	1012,419	1075,596
b	701	671	450,8139	479,2158	450,4257	479,6539
c	701	671	930,2512	995,2304	934,6004	990,8251
a	671	684	125,1276	132,9958	125,1564	132,9693
c	671	684	164,8165	176,7407	165,6296	175,93
a	671	692	513,8865	548,8095	515,187	547,5253
b	671	692	65,88286	70,80481	66,30758	70,37985
c	671	692	402,9756	431,6393	404,8835	429,7241
a	684	652	124,9027	132,767	124,9425	132,7291
c	684	611	164,4122	176,3607	165,265	175,5086
a	692	675	471,7095	504,5533	473,3929	502,8767
b	692	675	65,88286	70,80481	66,30758	70,37985
c	692	675	280,4243	300,6627	281,7932	299,2965

Tabela 6.16 – Erros (%) nos fluxos ativos

f	De (k)	Para (m)	P_{km}^{m-a}	P_{km}^{m+a}
a	650	632	0,1107	0,1111
b	650	632	0,0611	0,0615
c	650	632	0,1978	0,2001
b	632	645	0,0597	0,0607
c	632	645	0,1681	0,1700
a	632	633	0,0153	0,0183
b	632	633	0,0658	0,0645
c	632	633	0,0677	0,0602
a	632	700	0,0538	0,0475
b	632	700	0,0365	0,0410
c	632	700	0,1284	0,1157
b	645	646	0,0240	0,0290
c	645	646	0,1847	0,1863
a	633	634	0,0012	0,0046
b	633	634	0,0585	0,0575
c	633	634	0,0845	0,0767

f	De (k)	Para (m)	P_{km}^{m-a}	P_{km}^{m+a}
a	700	701	0,0794	0,0718
b	700	701	0,0481	0,0531
c	700	701	0,2133	0,1982
a	701	671	0,1638	0,1526
b	701	671	0,0862	0,0913
c	701	671	0,4654	0,4446
a	671	684	0,0230	0,0199
c	671	684	0,4909	0,4608
a	671	692	0,2524	0,2345
b	671	692	0,6405	0,6038
c	671	692	0,4712	0,4457
a	684	652	0,0318	0,0286
c	684	611	0,5161	0,4855
a	692	675	0,3556	0,3334
b	692	675	0,6405	0,6038
c	692	675	0,4858	0,4565

Tabela 6.17 – Fluxos de potência reativa (kVAr)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	Q_{km}^{min}	Q_{km}^{max}
a	650	632	660,169	715,138	654,361	721,386
b	650	632	354,989	390,780	352,814	393,109
c	650	632	635,777	696,900	630,117	702,991
b	632	645	123,722	132,005	123,884	131,854
c	632	645	127,541	136,110	127,931	135,714
a	632	633	111,272	118,927	111,474	118,737
b	632	633	89,936	95,768	89,978	95,732
c	632	633	89,877	96,057	90,076	95,867
a	632	700	468,659	515,522	468,061	516,297
b	632	700	109,931	131,401	109,393	132,008
c	632	700	337,760	383,092	336,841	384,163
b	645	646	0,607	0,929	0,666	0,876
c	645	646	127,336	135,906	127,740	135,497
a	633	634	110,747	118,401	110,983	118,176
b	633	634	89,671	95,503	89,729	95,451
c	633	634	89,630	95,810	89,845	95,603
a	700	701	445,692	492,006	446,169	491,655
b	700	701	84,217	104,091	83,691	104,685
c	700	701	280,983	322,937	280,700	323,325
a	701	671	392,886	438,671	396,656	434,876
b	701	671	68,778	87,913	68,377	88,379
c	701	671	227,681	267,270	229,261	265,674
a	671	684	83,464	89,844	84,031	89,278
c	671	684	-17,190	-11,069	-17,440	-10,813
a	671	692	110,909	134,674	111,962	133,634
b	671	692	-164,225	-160,445	-164,218	-160,454
c	671	692	39,802	57,499	39,784	57,524
a	684	652	83,230	89,613	83,816	89,028
c	684	611	-17,446	-11,356	-17,695	-11,102
a	692	675	-8,737	6,740	-8,120	6,137
b	692	675	-164,225	-160,445	-164,218	-160,454
c	692	675	13,765	29,145	13,408	29,510

Tabela 6.18 – Erros (%) no fluxo reativo

f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$
a	650	632	0,8876	0,8661	a	700	701	0,1071	0,0715
b	650	632	0,6163	0,5925	b	700	701	0,6283	0,5672
c	650	632	0,8981	0,8664	c	700	701	0,1008	0,1200
b	632	645	0,1305	0,1145	a	701	671	0,9505	0,8727
c	632	645	0,3054	0,2917	b	701	671	0,5869	0,5277
a	632	633	0,1814	0,1598	c	701	671	0,6894	0,6008
b	632	633	0,0467	0,0377	a	671	684	0,6752	0,6338
c	632	633	0,2204	0,1991	c	671	684	-1,4319	-2,3652
a	632	700	0,1278	0,1501	a	671	692	0,9401	0,7783
b	632	700	0,4912	0,4596	b	671	692	-0,0046	-0,0056
c	632	700	0,2728	0,2789	c	671	692	0,0450	0,0436
b	645	646	8,8460	6,0140	a	684	652	0,6992	0,6574
c	645	646	0,3157	0,3017	c	684	611	-1,4029	-2,2799
a	633	634	0,2123	0,1899	a	692	675	-7,5934	9,8368
b	633	634	0,0644	0,0549	b	692	675	-0,0046	-0,0056
c	633	634	0,2386	0,2168	c	692	675	2,6644	1,2353

6.2 Sistema IEEE 34 barras

O sistema IEEE 34 barras é formado por trinta e quatro barras e trinta e três ramos, sendo que um desses ramos é um transformador (Figura 6.2).

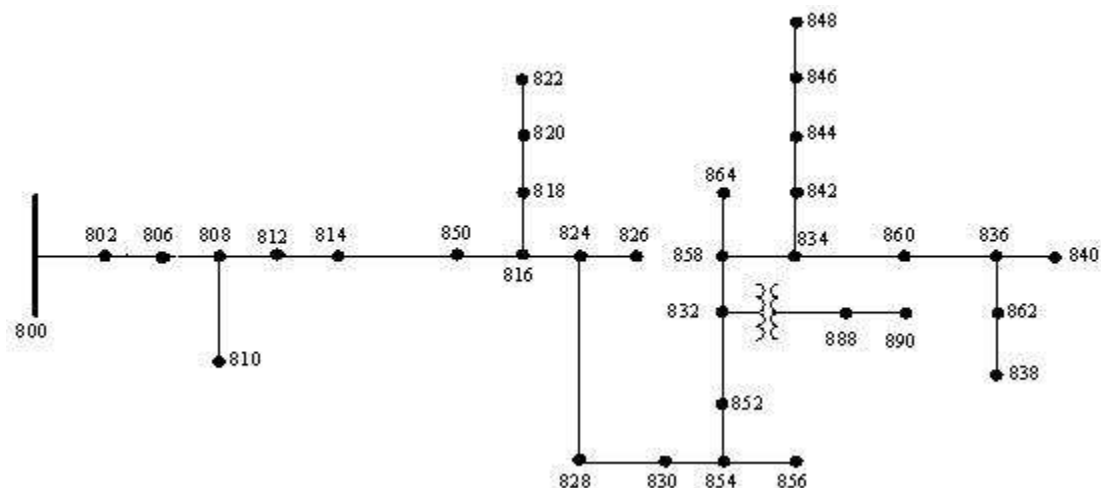


Figura 6.2 – Sistema IEEE 34 barras [41]

Na Tabela 6.18 são apresentadas as tensões e impedâncias bases.

Tabela 6.19 – Tensão e impedância base

Transformador	V_{base} (V)	Z_{base} (Ω)
Primário	24.900,00	62
Secundário	4.160,00	1,7306

Nesta rede há dois bancos de capacitores, com conexão estrela, sendo um deles instalado na barra 844 e o outro na barra 848.

Para o caso sem os capacitores, apenas são mostrados os resultados relativos ao trecho da Figura 6.3, devido ser o que apresenta maiores erros. Neste trecho, as barras 936, 938 e 940 são fictícias para fins de representação das cargas distribuídas existentes.

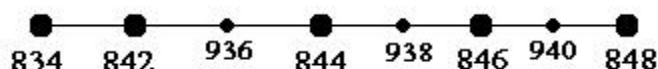


Figura 6.3 – Trecho do sistema de 34 barras

E para o caso com os capacitores, apenas são mostrados os resultados relativos ao trecho da Figura 6.4. Neste trecho, as barras 922 e 926 também são fictícias.

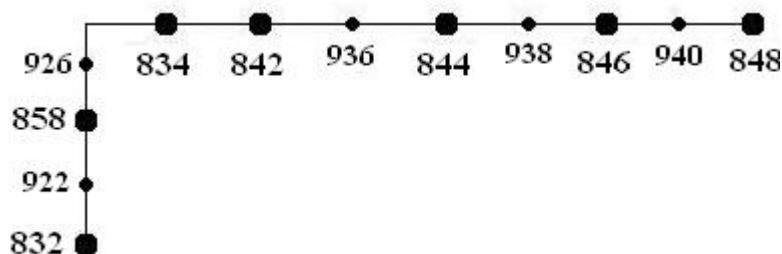


Figura 6.4 – Trecho do sistema de 34 barras

6.2.1 Resultados para o caso sem os bancos de capacitores

Na Tabela 6.19 são apresentadas as magnitudes das tensões, sendo que V_k^{m-a} e V_k^{m+a} resultam da aplicação do FCTEF e V_k^{min} e V_k^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Tabela 6.20 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)

f	k	FCTEF		FCTE	
		V_k^{m-a}	V_k^{m+a}	V_k^{min}	V_k^{max}
a	834	0,896769	0,905757	0,901238	0,896715
b	834	0,900805	0,909404	0,905166	0,900932
c	834	0,860305	0,871291	0,865841	0,860392
a	842	0,860212	0,871204	0,865751	0,8603
b	842	0,896647	0,905642	0,901121	0,896593
c	842	0,900705	0,909309	0,905068	0,900832
a	936	0,859989	0,870993	0,865535	0,860078
b	936	0,896354	0,905366	0,900836	0,896301
c	936	0,900463	0,909081	0,904833	0,900591
a	844	0,859785	0,870799	0,865336	0,859875
b	844	0,896056	0,905086	0,900547	0,896003
c	844	0,900221	0,908853	0,904599	0,90035
a	938	0,859702	0,870722	0,865256	0,859791
b	938	0,895727	0,904778	0,900228	0,895672
c	938	0,90008	0,908721	0,904461	0,900208
a	846	0,859602	0,870628	0,865159	0,859691
b	846	0,895526	0,904589	0,900032	0,89547
c	846	0,900013	0,908658	0,904396	0,90014
a	940	0,859588	0,870615	0,865145	0,859677
b	940	0,895497	0,904561	0,900004	0,895441
c	940	0,900003	0,908649	0,904387	0,90013
a	848	0,859574	0,870602	0,865132	0,859663
b	848	0,895484	0,90455	0,899991	0,895428
c	848	0,899989	0,908636	0,904373	0,900117

Na Tabela 6.20 são apresentados os erros nas magnitudes das tensões no trecho da Figura 6.3, destacando-se que o maior erro não ultrapassa 0,65%.

Tabela 6.21 – Erros (%) nas magnitudes das tensões

f	k	$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$
a	834	0,0060	0,5014
b	834	0,0141	0,4683
c	834	0,0102	0,6295
a	842	0,0102	0,6298
b	842	0,0060	0,5018
c	842	0,0142	0,4686
a	936	0,0103	0,6306
b	936	0,0060	0,5029
c	936	0,0142	0,4695
a	844	0,0105	0,6313
b	844	0,0059	0,5040
c	844	0,0143	0,4703
a	938	0,0104	0,6317
b	938	0,0061	0,5054
c	938	0,0142	0,4709
a	846	0,0104	0,6322
b	846	0,0062	0,5063
c	846	0,0142	0,4712
a	940	0,0103	0,6322
b	940	0,0063	0,5064
c	940	0,0142	0,4712
a	848	0,0103	0,6323
b	848	0,0063	0,5065
c	848	0,0141	0,4713

Os fluxos de corrente são apresentados na Tabela 6.21 e os respectivos erros estão na Tabela 6.22. Na Tabela 6.21, $J_{km}^{m-\alpha}$ e $J_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que J_{km}^{min} e J_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Constata-se que os maiores erros encontrados nos fluxos de corrente são menores que 0,54%.

Nas Tabelas 6.23 e 6.25 são apresentados os resultados referentes ao fluxo de potência ativa e fluxo de potência reativa, respectivamente. Nas Tabelas 6.24 e 6.26 são apresentados os erros relativos a esses fluxos. Na Tabela 6.23, $P_{km}^{m-\alpha}$ e $P_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF

enquanto que P_{km}^{min} e P_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE e na Tabela 6.25, $Q_{km}^{m-\alpha}$ e $Q_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que Q_{km}^{min} e Q_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Da Tabela 6.24 tem-se que o maior erro para o fluxo de potência ativa não ultrapassa 1,8% e na Tabela 6.26 o maior erro encontrado para o fluxo de potência reativa ficou abaixo de 1,7%.

Tabela 6.22 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$	J_{km}^{min}	J_{km}^{max}
a	834	842	12,71971	13,50649	12,76755	13,45588
b	834	842	16,25547	17,26097	16,27754	17,23784
c	834	842	14,06502	14,93502	14,09582	14,90257
a	842	936	12,71971	13,5065	12,76756	13,45588
b	842	936	16,25547	17,26097	16,27754	17,23784
c	842	936	14,06502	14,93502	14,09582	14,90257
a	936	844	11,92652	12,66425	11,97934	12,60829
b	936	844	16,25547	17,26097	16,27754	17,23784
c	936	844	14,06502	14,93502	14,09582	14,90257
a	844	938	1,942196	2,062332	1,931851	2,073434
b	844	938	5,902322	6,267414	5,871931	6,300042
c	844	938	3,632091	3,856756	3,613809	3,876354
a	938	846	1,942197	2,062333	1,931852	2,073434
b	938	846	3,831526	4,068528	3,81157	4,08995
c	938	846	1,942563	2,062722	1,932192	2,073852
a	846	940	1,942198	2,062334	1,931853	2,073435
b	846	940	3,831527	4,068529	3,811571	4,089951
c	846	940	1,942564	2,062722	1,932193	2,073853
a	940	848	1,942198	2,062334	1,931853	2,073435
b	940	848	1,942117	2,062248	1,931772	2,073349
c	940	848	1,942564	2,062722	1,932193	2,073853

Tabela 6.23 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente

f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$
a	834	842	0,3747	0,3761	a	938	846	0,5355	0,5354
b	834	842	0,1356	0,1342	b	938	846	0,5236	0,5238
c	834	842	0,2185	0,2177	c	938	846	0,5367	0,5367
a	842	936	0,3747	0,3761	a	846	940	0,5355	0,5354
b	842	936	0,1356	0,1342	b	846	940	0,5236	0,5238
c	842	936	0,2185	0,2177	c	846	940	0,5367	0,5367
a	936	844	0,4409	0,4438	a	940	848	0,5355	0,5354
b	936	844	0,1356	0,1342	b	940	848	0,5355	0,5354
c	936	844	0,2185	0,2177	c	940	848	0,5367	0,5367
a	844	938	0,5355	0,5354					
b	844	938	0,5176	0,5179					
c	844	938	0,5059	0,5056					

Tabela 6.24 – Fluxos de potência ativa (kW)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$	P_{km}^{min}	P_{km}^{max}
a	834	842	124,5948	134,0738	126,7244	131,8736
b	834	842	171,9746	184,2427	173,8235	182,3323
c	834	842	145,674	156,127	147,3721	154,3732
a	842	936	124,5782	134,0572	126,7086	131,8561
b	842	936	171,9497	184,2178	173,8001	182,3059
c	842	936	145,656	156,1091	147,3551	154,3543
a	936	844	115,8675	124,6888	117,9411	122,5445
b	936	844	171,8898	184,1577	173,7435	182,2424
c	936	844	145,6129	156,0658	147,3143	154,3086
a	844	938	18,47581	19,88382	18,63113	19,72654
b	844	938	66,13191	70,86317	66,42923	70,56647
c	844	938	38,9496	41,74672	39,12574	41,57139
a	938	846	18,47256	19,88057	18,62811	19,72306
b	938	846	41,97709	44,9789	42,16062	44,79603
c	938	846	19,64057	21,05099	19,7232	20,96925
a	846	940	18,46941	19,87741	18,62517	19,71968
b	846	940	41,96789	44,96969	42,15205	44,78616
c	846	940	19,63893	21,04935	19,72168	20,96749
a	940	848	18,46895	19,87695	18,62474	19,71918
b	940	848	19,76635	21,17667	19,8442	21,09956
c	940	848	19,63869	21,04911	19,72145	20,96723

Tabela 6.25 – Erros (%) nos fluxos ativos

f	De (k)	Para (m)	$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$
a	834	842	1,6805	1,6684
b	834	842	1,0637	1,0478
c	834	842	1,1523	1,1361
a	842	936	1,6814	1,6693
b	842	936	1,0646	1,0487
c	842	936	1,1531	1,1369
a	936	844	1,7581	1,7498
b	936	844	1,0669	1,0510
c	936	844	1,1550	1,1387
a	844	938	0,8337	0,7973
b	844	938	0,4476	0,4205
c	844	938	0,4502	0,4218
a	938	846	0,8350	0,7986
b	938	846	0,4353	0,4082
c	938	846	0,4190	0,3898
a	846	940	0,8363	0,7999
b	846	940	0,4369	0,4098
c	846	940	0,4196	0,3904
a	940	848	0,8365	0,8001
b	940	848	0,3923	0,3655
c	940	848	0,4196	0,3905

Tabela 6.26 – Fluxos de potência reativa (kVAr)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	Q_{km}^{min}	Q_{km}^{max}
a	834	842	96,041	103,102	97,551	101,540
b	834	842	119,759	128,594	121,282	127,024
c	834	842	109,338	117,208	110,643	115,861
a	842	936	96,035	103,096	97,545	101,533
b	842	936	119,745	128,580	121,269	127,009
c	842	936	109,328	117,198	110,633	115,851
a	936	844	91,194	97,903	92,679	96,365
b	936	844	119,711	128,546	121,237	126,973
c	936	844	109,304	117,174	110,611	115,826
a	844	938	15,328	16,457	15,419	16,365
b	844	938	37,516	40,300	37,743	40,072
c	844	938	26,314	28,209	26,431	28,092
a	938	846	15,328	16,457	15,420	16,365
b	938	846	25,927	27,847	26,085	27,690
c	938	846	15,686	16,816	15,752	16,751
a	846	940	15,327	16,456	15,419	16,365
b	846	940	25,921	27,841	26,079	27,683
c	846	940	15,685	16,815	15,752	16,750
a	940	848	15,327	16,456	15,419	16,364
b	940	848	15,310	16,439	15,403	16,345
c	940	848	15,685	16,815	15,751	16,750

Tabela 6.27 – Erros (%) no fluxo reativo

f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$
a	834	842	1,548	1,539	a	938	846	0,594	0,561
b	834	842	1,256	1,236	b	938	846	0,604	0,570
c	834	842	1,179	1,162	c	938	846	0,420	0,388
a	842	936	1,548	1,539	a	846	940	0,594	0,561
b	842	936	1,257	1,237	b	846	940	0,606	0,571
c	842	936	1,180	1,163	c	846	940	0,420	0,389
a	936	844	1,602	1,596	a	940	848	0,594	0,561
b	936	844	1,259	1,239	b	940	848	0,604	0,572
c	936	844	1,181	1,164	c	940	848	0,420	0,389
a	844	938	0,594	0,561					
b	844	938	0,602	0,567					
c	844	938	0,445	0,415					

6.2.2 Resultados para o caso com os bancos de capacitores

Na Tabela 6.27 são apresentadas as magnitudes das tensões, onde $V_k^{m-\alpha}$ e $V_k^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF e V_k^{min} e V_k^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Tabela 6.28 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)

f	k	FCTEF		FCTE	
		$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$	V_k^{min}	V_k^{max}
a	832	0,893758	0,904793	0,904681	0,893872
b	832	0,93308	0,941936	0,941961	0,933051
c	832	0,937799	0,946442	0,946291	0,937956
a	922	0,892529	0,903664	0,903548	0,892646
b	922	0,931777	0,940739	0,940765	0,931748
c	922	0,936655	0,945396	0,945242	0,936815
a	858	0,891329	0,902562	0,902443	0,891449
b	858	0,930494	0,939561	0,939588	0,930464
c	858	0,935531	0,944368	0,944212	0,935693
a	926	0,889918	0,901266	0,901144	0,890042
b	926	0,928964	0,938156	0,938184	0,928933
c	926	0,934195	0,943148	0,942989	0,934361
a	834	0,888562	0,900023	0,899897	0,88869
b	834	0,927493	0,936806	0,936835	0,92746
c	834	0,932952	0,942014	0,941852	0,933121
a	842	0,888512	0,899979	0,899853	0,888641
b	842	0,92742	0,936741	0,93677	0,927388
c	842	0,932904	0,941972	0,94181	0,933073
a	936	0,888392	0,899874	0,899746	0,888521
b	936	0,927245	0,936584	0,936613	0,927212
c	936	0,932787	0,941871	0,941708	0,932957
a	844	0,888289	0,899785	0,899656	0,88842
b	844	0,927064	0,936423	0,936451	0,927033
c	844	0,932671	0,94177	0,941607	0,932842
a	938	0,888382	0,899885	0,899757	0,888513
b	938	0,92694	0,936319	0,936349	0,926906
c	938	0,932745	0,941854	0,941691	0,932915
a	846	0,888459	0,899971	0,899843	0,888589
b	846	0,926939	0,936331	0,936362	0,926904

Tabela 6.29 (continuação)

f	k	FCTEF		FCTE	
		$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$	V_k^{min}	V_k^{max}
c	846	0,932891	0,942006	0,941843	0,933061
a	940	0,88847	0,899983	0,899855	0,8886
b	940	0,926938	0,936333	0,936364	0,926904
c	940	0,932913	0,942028	0,941865	0,933082
a	848	0,888482	0,899997	0,899869	0,888613
b	848	0,926954	0,93635	0,936381	0,926919
c	848	0,93293	0,942046	0,941884	0,9331

Na Tabela 6.28 são apresentados os erros nas magnitudes das tensões no trecho da Figura 6.4, destacando-se que o maior erro não ultrapassa 0,63%.

Tabela 6.30 – Erros (%) nas magnitudes das tensões

f	k	$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$	f	k	$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$
a	832	0,0127	0,6011	a	936	0,0146	0,6279
b	832	0,0031	0,4750	b	936	0,0035	0,5041
c	832	0,0168	0,4427	c	936	0,0182	0,4672
a	922	0,0131	0,6071	a	844	0,0148	0,6286
b	922	0,0032	0,4814	b	844	0,0034	0,5052
c	922	0,0171	0,4481	c	844	0,0183	0,4680
a	858	0,0135	0,6130	a	938	0,0147	0,6290
b	858	0,0033	0,4877	b	938	0,0036	0,5066
c	858	0,0174	0,4535	c	938	0,0182	0,4685
a	926	0,0139	0,6200	a	846	0,0147	0,6294
b	926	0,0034	0,4953	b	846	0,0037	0,5074
c	926	0,0177	0,4600	c	846	0,0182	0,4688
a	834	0,0144	0,6267	a	940	0,0147	0,6295
b	834	0,0035	0,5026	b	940	0,0037	0,5075
c	834	0,0181	0,4661	c	940	0,0182	0,4688
a	842	0,0145	0,6271	a	848	0,0147	0,6295
b	842	0,0035	0,5031	b	848	0,0038	0,5076
c	842	0,0181	0,4664	c	848	0,0182	0,4688

Os fluxos de corrente são apresentados na Tabela 6.29 e os respectivos erros estão na Tabela 6.30. Na Tabela 6.29, $J_{km}^{m-\alpha}$ e $J_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que J_{km}^{min} e J_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Tabela 6.31 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$	J_{km}^{min}	J_{km}^{max}
a	832	922	19,66702	20,89742	19,69579	20,86536
b	832	922	22,54135	23,89528	22,54301	23,89443
c	832	922	22,72129	23,95428	22,74933	23,92418
a	922	858	19,26796	20,4641	19,29425	20,43465
b	922	858	22,30681	23,63469	22,30746	23,63498
c	922	858	22,45149	23,66286	22,478	23,6344
a	858	926	19,11828	20,30077	19,14538	20,27042
b	858	926	22,30682	23,6347	22,30747	23,63499
c	858	926	22,45151	23,66287	22,47801	23,63441
a	926	834	18,62529	19,74454	18,65379	19,71238
b	926	834	21,50389	22,77271	21,50864	22,76856
c	926	834	21,58	22,69819	21,61034	22,66532
a	834	842	12,86958	12,9858	12,87761	12,97396
b	834	842	15,08904	15,54416	15,10463	15,52663
c	834	842	13,84288	14,07818	13,85272	14,06564
a	842	936	12,86958	12,9858	12,87761	12,97396
b	842	936	15,08904	15,54416	15,10463	15,52663
c	842	936	13,84288	14,07818	13,85273	14,06564
a	936	844	12,57365	12,6189	12,58102	12,60749
b	936	844	15,08904	15,54417	15,10463	15,52663
c	936	844	13,84288	14,07818	13,85273	14,06564
a	844	938	8,320071	8,147523	8,32585	8,141544
b	844	938	8,532847	8,508453	8,533924	8,509119
c	844	938	8,388918	8,255073	8,393158	8,251139
a	938	846	8,320073	8,147525	8,325853	8,141547
b	938	846	8,424601	8,306397	8,43117	8,300203
c	938	846	8,783284	8,637197	8,787947	8,632371
a	846	940	8,320076	8,147528	8,325855	8,141549
b	846	940	8,424603	8,306399	8,431172	8,300205
c	846	940	8,783287	8,6372	8,78795	8,632374
a	940	848	8,320076	8,147528	8,325855	8,141549
b	940	848	8,739302	8,594657	8,746395	8,587335
c	940	848	8,783287	8,6372	8,78795	8,632374

Tabela 6.32 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente

f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$
a	832	922	0,1460	0,1537	a	936	844	0,0585	0,0905
b	832	922	0,0074	0,0036	b	936	844	0,1032	0,1129
c	832	922	0,1233	0,1258	c	936	844	0,0711	0,0892
a	922	858	0,1363	0,1441	a	844	938	0,0694	0,0734
b	922	858	0,0029	0,0012	b	844	938	0,0126	0,0078
c	922	858	0,1179	0,1204	c	844	938	0,0505	0,0477
a	858	926	0,1415	0,1498	a	938	846	0,0694	0,0734
b	858	926	0,0029	0,0012	b	938	846	0,0779	0,0746
c	858	926	0,1179	0,1204	c	938	846	0,0531	0,0559
a	926	834	0,1528	0,1631	a	846	940	0,0694	0,0734
b	926	834	0,0221	0,0182	b	846	940	0,0779	0,0746
c	926	834	0,1404	0,1451	c	846	940	0,0531	0,0559
a	834	842	0,0624	0,0913	a	940	848	0,0694	0,0734
b	834	842	0,1032	0,1129	b	940	848	0,0811	0,0853
c	834	842	0,0711	0,0892	c	940	848	0,0531	0,0559
a	842	936	0,0624	0,0913					
b	842	936	0,1032	0,1129					
c	842	936	0,0711	0,0892					

Constata-se que os maiores erros encontrados nos fluxos de corrente são inferiores a 0,17%.

Na Tabela 6.31 são apresentados os resultados referentes aos fluxos de potência ativa, em que $P_{km}^{m-\alpha}$ e $P_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que P_{km}^{min} e P_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE. Na Tabela 6.32 são apresentados os erros relativos a esses fluxos.

Tabela 6.33 – Fluxos de potência ativa (kW)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$	P_{km}^{min}	P_{km}^{max}
a	832	922	252,6946	271,2814	256,1565	267,71
b	832	922	301,6277	323,4189	304,5332	320,4367
c	832	922	301,9661	323,4402	305,1068	320,2048
a	922	858	247,2218	265,4357	250,6165	261,9338
b	922	858	297,825	319,3972	300,7189	316,4272
c	922	858	297,7333	318,9551	300,848	315,7469
a	858	926	244,9616	263,0433	248,3692	259,5275
b	858	926	297,3955	318,9879	300,323	315,9831
c	858	926	297,3272	318,5695	300,4709	315,3313
a	926	834	238,0851	255,6831	241,4649	252,1946
b	926	834	285,9716	306,803	288,8878	303,8079
c	926	834	283,3678	303,6643	286,4884	300,4475
a	834	842	131,4881	140,9416	133,4845	138,8712
b	834	842	179,2347	192,4617	181,4149	190,2166
c	834	842	153,6741	164,6855	155,4789	162,8222
a	842	936	131,473	140,9274	133,47	138,8564
b	842	936	179,2123	192,4408	181,3939	190,1943
c	842	936	153,6562	164,6689	155,4618	162,8047
a	936	844	122,7665	131,5613	124,7041	129,5496
b	936	844	179,1585	192,3903	181,3433	190,1405
c	936	844	153,6131	164,6289	155,4207	162,7626
a	844	938	18,69894	19,75735	18,68545	19,76859
b	844	938	66,03894	71,00978	66,4589	70,59066
c	844	938	39,11424	41,88914	39,27966	41,72453
a	938	846	18,66494	19,72327	18,65031	19,73562
b	938	846	41,85836	45,09488	42,16168	44,79226
c	938	846	19,7651	21,14815	19,83424	21,07972
a	846	940	18,62775	19,68622	18,61218	19,69949
b	846	940	41,81528	45,05336	42,11892	44,7504
c	846	940	19,71935	21,10308	19,78799	21,03514
a	940	848	18,62233	19,68083	18,60663	19,69423
b	940	848	19,60638	21,2467	19,80139	21,05229
c	940	848	19,71269	21,09652	19,78126	21,02865

Tabela 6.34 – Erros (%) nos fluxos ativos

f	De (k)	Para (m)	$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$
a	832	922	1,3515	1,3341	a	936	844	1,5538	1,5529
b	832	922	0,9541	0,9307	b	936	844	1,2048	1,1832
c	832	922	1,0294	1,0104	c	936	844	1,1631	1,1466
a	922	858	1,3545	1,3369	a	844	938	0,0722	0,0568
b	922	858	0,9623	0,9386	b	844	938	0,6319	0,5937
c	922	858	1,0353	1,0161	c	844	938	0,4211	0,3945
a	858	926	1,3720	1,3547	a	938	846	0,0785	0,0626
b	858	926	0,9748	0,9509	b	938	846	0,7194	0,6756
c	858	926	1,0463	1,0269	c	938	846	0,3486	0,3246
a	926	834	1,3997	1,3833	a	846	940	0,0836	0,0674
b	926	834	1,0095	0,9858	b	846	940	0,7209	0,6770
c	926	834	1,0893	1,0707	c	846	940	0,3469	0,3230
a	834	842	1,4956	1,4909	a	940	848	0,0844	0,0681
b	834	842	1,2018	1,1803	b	940	848	0,9848	0,9235
c	834	842	1,1608	1,1444	c	940	848	0,3466	0,3228
a	842	936	1,4962	1,4914					
b	842	936	1,2027	1,1811					
c	842	936	1,1615	1,1451					

Na Tabela 6.33 tem-se os resultados para os fluxos de potência reativa, em que $Q_{km}^{m-\alpha}$ e $Q_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que Q_{km}^{min} e Q_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE. Na Tabela 6.34 são apresentados os erros relativos a esses fluxos.

Tabela 6.35 – Fluxos de potência reativa (kVAr)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	Q_{km}^{min}	Q_{km}^{max}
a	832	922	0,603	15,206	0,765	14,938
b	832	922	-21,160	-6,784	-21,190	-6,825
c	832	922	-51,487	-39,491	-51,840	-39,202
a	922	858	-1,690	12,721	-1,574	12,498
b	922	858	-24,183	-10,052	-24,265	-10,040
c	922	858	-52,449	-40,544	-52,820	-40,238
a	858	926	-2,753	11,552	-2,652	11,346
b	858	926	-24,390	-10,299	-24,478	-10,282
c	858	926	-52,663	-40,799	-53,043	-40,484
a	926	834	-9,689	4,073	-9,642	3,919
b	926	834	-26,322	-12,408	-26,435	-12,367
c	926	834	-60,812	-49,556	-61,233	-49,201
a	834	842	-98,675	-91,424	-99,681	-90,492
b	834	842	-91,396	-82,284	-92,042	-81,699
c	834	842	-104,187	-96,018	-104,918	-95,345
a	842	936	-98,680	-91,431	-99,687	-90,498
b	842	936	-91,405	-82,296	-92,052	-81,710
c	842	936	-104,196	-96,029	-104,928	-95,356
a	936	844	-103,518	-96,619	-104,550	-95,661
b	936	844	-91,427	-82,324	-92,077	-81,736
c	936	844	-104,218	-96,057	-104,953	-95,382
a	844	938	-104,589	-103,535	-106,049	-102,087
b	844	938	-92,582	-89,877	-93,714	-88,752
c	844	938	-105,459	-103,626	-106,608	-102,484
a	938	846	-104,607	-103,554	-106,067	-102,104
b	938	846	-104,168	-102,321	-105,370	-101,126
c	938	846	-116,106	-115,030	-117,304	-113,839
a	846	940	-104,623	-103,571	-106,084	-102,121
b	846	940	-104,185	-102,341	-105,389	-101,144
c	846	940	-116,133	-115,057	-117,332	-113,865
a	940	848	-104,625	-103,574	-106,087	-102,123
b	940	848	-114,795	-113,733	-116,060	-112,475
c	940	848	-116,137	-115,061	-117,335	-113,869

Tabela 6.36 – Erros (%) no fluxo reativo

f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$
a	832	922	21,1602	1,7956	a	936	844	-0,9878	-1,0020
b	832	922	-0,1413	-0,6040	b	936	844	-0,7063	-0,7200
c	832	922	-0,6806	-0,7373	c	936	844	-0,6998	-0,7082
a	922	858	-7,4278	1,7786	a	844	938	-1,3760	-1,4189
b	922	858	-0,3367	-0,1154	b	844	938	-1,2080	-1,2684
c	922	858	-0,7016	-0,7622	c	844	938	-1,0777	-1,1143
a	858	926	-3,7795	1,8156	a	938	846	-1,3767	-1,4197
b	858	926	-0,3606	-0,1697	b	938	846	-1,1402	-1,1818
c	858	926	-0,7158	-0,7787	c	938	846	-1,0213	-1,0464
a	926	834	-0,4919	3,9158	a	846	940	-1,3776	-1,4205
b	926	834	-0,4262	-0,3349	b	846	940	-1,1416	-1,1832
c	926	834	-0,6867	-0,7217	c	846	940	-1,0217	-1,0468
a	834	842	-1,0091	-1,0295	a	940	848	-1,3777	-1,4207
b	834	842	-0,7026	-0,7159	b	940	848	-1,0899	-1,1190
c	834	842	-0,6967	-0,7049	c	940	848	-1,0218	-1,0468
a	842	936	-1,0102	-1,0307					
b	842	936	-0,7037	-0,7171					
c	842	936	-0,6976	-0,7058					

Da Tabela 6.32 tem-se que o maior erro para o fluxo de potência ativa foi de 1,5538% e, na Tabela 6.34, o maior erro encontrado para o fluxo de potência reativa foi de 21,1602%, na fase a do ramo 832-922, onde o valor do fluxo de potência reativa variou de 0,765 kVAr para 14,938 kVAr (FCTE), o que caracteriza uma grande variação de fluxo do valor mínimo para o máximo em um ramo, que comparativamente apresenta um baixo valor de fluxo de potência reativa.

6.3 Sistema IEEE 123 barras

O sistema IEEE 123 barras é formado por cento e vinte e três barras e cento e vinte e quatro ramos sendo um desses um transformador (Figura 6.5).

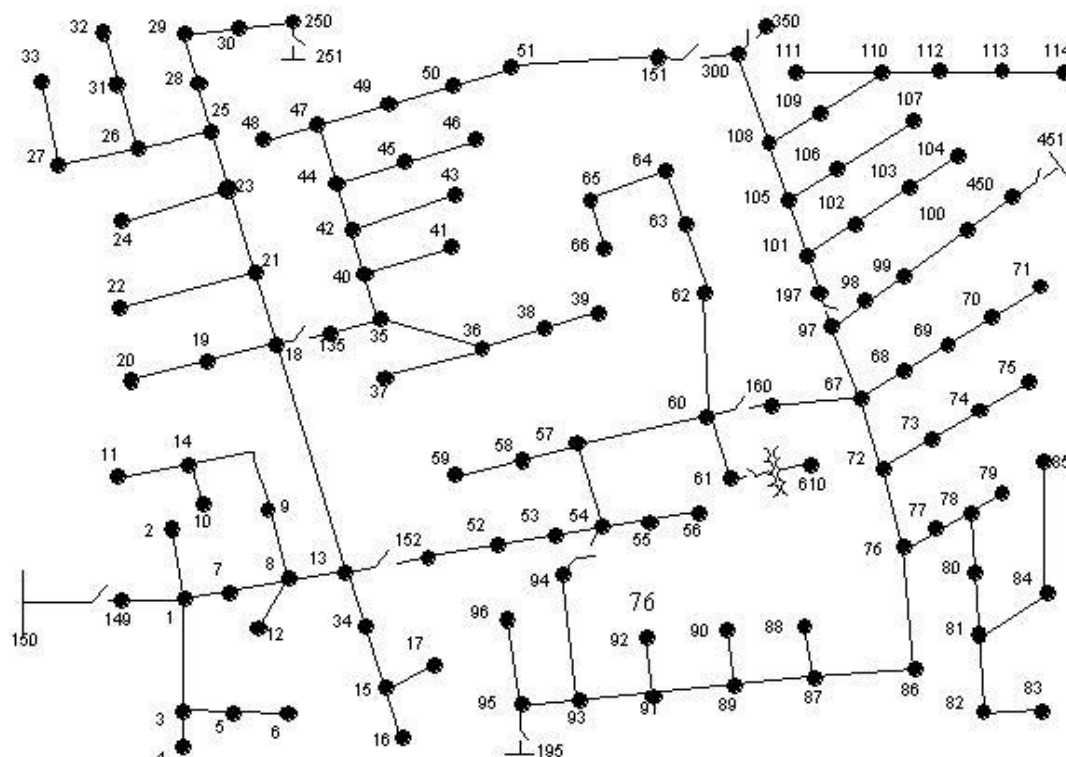


Figura 6.5 – Sistema IEEE 123 barras [41]

Na Tabela 6.37 são apresentadas as tensões e impedâncias bases desse sistema.

Tabela 6.37 – Tensão e impedância base

Transformador	V_{base} (V)	Z_{base} (Ω)
Primário	4.160,00	1,7306
Secundário	480,00	0,0230

Nesta rede há um banco de capacitores, com conexão estrela, instalado na barra 83 e três capacitores monofásicos localizados nas barras 88, 90 e 92.

Para o caso sem os capacitores, apenas são mostrados os resultados relativos ao trecho da Figura 6.6, devido ser o que apresenta maiores erros nos fluxos de potência ativa e reativa.

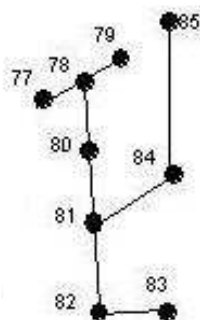


Figura 6.6 – Trecho do sistema IEEE 123 barras

Para o caso com os capacitores, são mostrados os resultados relativos ao trecho da Figura 6.7.

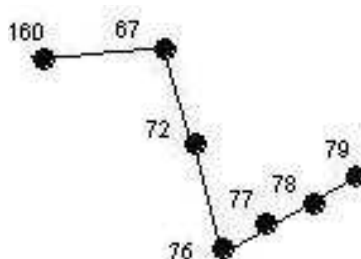


Figura 6.7 – Trecho do sistema IEEE 123 barras

6.3.1 Resultados para o caso sem os capacitores

Na Tabela 6.36 são apresentadas as magnitudes das tensões nas barras em pu, sendo que V_k^{m-a} e V_k^{m+a} resultaram da aplicação do FCTEF enquanto que V_k^{min} e V_k^{max} resultaram da aplicação do FCTE. Na Tabela 6.37 tem-se os respectivos erros.

Tabela 6.38 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)

f	k	FCTEF		FCTE	
		V_k^{m-a}	V_k^{m+a}	V_k^{min}	V_k^{max}
a	77	0,968843	0,973639	0,971157	0,968667
b	77	1,007271	1,009766	1,0085	1,007232
c	77	0,987289	0,990966	0,989096	0,987223
a	78	0,968717	0,97352	0,971034	0,968541
b	78	1,007225	1,009723	1,008455	1,007186
c	78	0,98704	0,990732	0,988854	0,986974
a	80	0,96874	0,97354	0,971055	0,968562
b	80	1,006736	1,009262	1,00798	1,006696
c	80	0,985954	0,98971	0,987798	0,985884
a	81	0,96883	0,973624	0,971141	0,968651
b	81	1,006879	1,009397	1,008119	1,00684

Tabela 6.39 (continuação)

f	k	FCTEF		FCTE	
		$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$	V_k^{min}	V_k^{max}
c	81	0,984559	0,988398	0,986443	0,984485
a	84	0,96883	0,973624	0,971141	0,968651
b	84	1,006879	1,009397	1,008119	1,00684
c	84	0,981768	0,985775	0,983733	0,981688
a	82	0,968582	0,97339	0,9709	0,968401
b	82	1,007012	1,009522	1,008248	1,006973
c	82	0,984336	0,988189	0,986227	0,984262
a	79	0,968424	0,973242	0,970749	0,968247
b	79	1,007354	1,009845	1,00858	1,007314
c	79	0,986995	0,99069	0,988811	0,986929
a	85	0,96883	0,973624	0,971141	0,968651
b	85	1,006879	1,009397	1,008119	1,00684
c	85	0,980459	0,984544	0,982462	0,980375
a	83	0,96868	0,973483	0,970995	0,9685
b	83	1,006993	1,009504	1,00823	1,006954
c	83	0,984166	0,988029	0,986062	0,984092

Tabela 6.40 – Erros (%) nas magnitudes das tensões

f	k	$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$	f	K	$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$
a	77	0,0182	0,2556	a	82	0,0186	0,2565
b	77	0,0039	0,1256	b	82	0,0038	0,1263
c	77	0,0067	0,1891	c	82	0,0075	0,1989
a	78	0,0182	0,2560	a	79	0,0182	0,2568
b	78	0,0039	0,1257	b	79	0,0040	0,1254
c	78	0,0068	0,1899	c	79	0,0067	0,1900
a	80	0,0184	0,2559	a	85	0,0185	0,2556
b	80	0,0040	0,1272	b	85	0,0039	0,1268
c	80	0,0071	0,1935	c	85	0,0085	0,2120
a	81	0,0185	0,2556	a	83	0,0186	0,2562
b	81	0,0039	0,1268	b	83	0,0038	0,1264
c	81	0,0075	0,1982	c	83	0,0075	0,1995
a	84	0,0185	0,2556				
b	84	0,0039	0,1268				
c	84	0,0082	0,2075				

Para o trecho especificado, o maior erro nas magnitudes das tensões foi inferior a 0,26%.

Os fluxos de corrente são apresentados na Tabela 6.38 e os respectivos erros estão na Tabela 6.39. Na Tabela 6.38, $J_{km}^{m-\alpha}$ e $J_{km}^{m+\alpha}$ resultaram da aplicação do FCTEF enquanto que J_{km}^{min} e J_{km}^{max} resultaram da aplicação do FCTE.

Tabela 6.41 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)

f	De (k)	Para(m)	FCTEF		FCTE	
			$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$	J_{km}^{min}	J_{km}^{max}
a	77	78	36,13613	38,37136	36,13355	38,37437
b	77	78	17,91953	19,02795	17,89667	19,05231
c	77	78	36,72198	38,99345	36,64595	39,07465
a	78	79	17,53113	18,61553	17,57629	18,56742
a	78	80	18,60501	19,75583	18,55727	19,80695
b	78	80	17,91953	19,02795	17,89667	19,05231
c	78	80	36,72198	38,99345	36,64595	39,07465
a	80	81	18,60501	19,75583	18,55727	19,80695
c	80	81	36,72198	38,99345	36,64595	39,07465
a	81	82	18,60501	19,75583	18,55727	19,80695
c	81	82	9,158301	9,724794	9,140092	9,744238
c	81	84	27,56369	29,26866	27,50587	29,33042
c	82	83	9,158301	9,724794	9,140092	9,744238
c	84	85	18,38371	19,52085	18,34488	19,56233

Tabela 6.42 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente

f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$
a	77	78	0,0071	0,0078	a	80	81	0,2572	0,2581
b	77	78	0,1277	0,1278	c	80	81	0,2075	0,2078
c	77	78	0,2075	0,2078	a	81	82	0,2572	0,2581
a	78	79	0,2569	0,2591	c	81	82	0,1992	0,1995
a	78	80	0,2572	0,2581	c	81	84	0,2102	0,2106
b	78	80	0,1277	0,1278	c	82	83	0,1992	0,1995
c	78	80	0,2075	0,2078	c	84	85	0,2117	0,2121

Os erros obtidos para os fluxos de corrente deste sistema não ultrapassaram 0,26%.

Na Tabela 6.40 são apresentados os resultados referentes ao fluxo de potência ativa, em que $P_{km}^{m-\alpha}$ e $P_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que P_{km}^{min} e P_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE. Na Tabela 6.41 tem-se os respectivos erros.

Tabela 6.43 – Fluxos de potência ativa (kW)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$	P_{km}^{min}	P_{km}^{max}
a	77	78	75,25198	80,13514	75,55005	79,82545
b	77	78	38,79326	41,25036	38,82042	41,22326
c	77	78	77,83785	82,85547	77,92466	82,76948
a	78	79	36,51849	38,88837	36,75986	38,6353
a	78	80	38,73164	41,24492	38,78843	41,1882
b	78	80	38,79186	41,24895	38,81911	41,22176
c	78	80	77,82178	82,83936	77,90957	82,75237
a	80	81	38,74136	41,25466	38,79755	41,19856
c	80	81	77,76691	82,7844	77,85813	82,69385
a	81	82	38,75952	41,27285	38,81459	41,21792
c	81	82	19,38232	20,6342	19,4077	20,60884
c	81	84	58,30173	62,06719	58,37271	61,99666
c	82	83	19,37737	20,62924	19,40306	20,60356
c	84	85	38,79033	41,30135	38,84287	41,24893

Tabela 6.44 – Erros (%) no fluxo ativo

f	De (k)	Para (m)	$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$
a	77	78	0,3945	0,3880
b	77	78	0,0700	0,0657
c	77	78	0,1114	0,1039
a	78	79	0,6566	0,6550
a	78	80	0,1464	0,1377
b	78	80	0,0702	0,0660
c	78	80	0,1127	0,1051
a	80	81	0,1448	0,1362
c	80	81	0,1172	0,1095
a	81	82	0,1419	0,1333
c	81	82	0,1308	0,1231
c	81	84	0,1216	0,1138
c	82	83	0,1324	0,1246
c	84	85	0,1353	0,1271

Na Tabela 6.42 são apresentados os resultados referentes ao fluxo de potência reativa, em que $Q_{km}^{m-\alpha}$ e $Q_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que Q_{km}^{min} e Q_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE. Na Tabela 6.43 tem-se os respectivos erros.

Tabela 6.45 – Fluxos de potência reativa (kVAr)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	Q_{km}^{min}	Q_{km}^{max}
a	77	78	37,51978	40,30977	37,84097	39,98253
b	77	78	19,35068	20,67643	19,41258	20,61458
c	77	78	39,03417	41,77680	39,18072	41,63106
a	78	79	18,16913	19,52115	18,37483	19,30941
a	78	80	19,32984	20,76778	19,44654	20,65105
b	78	80	19,34908	20,67482	19,41108	20,61288
c	78	80	39,01725	41,75985	39,16487	41,61301
a	80	81	19,31257	20,75048	19,43036	20,63261
c	80	81	38,91275	41,65515	39,06683	41,50160
a	81	82	19,28515	20,72301	19,40465	20,60336
c	81	82	9,66084	10,34367	9,70229	10,30219
c	81	84	29,14253	31,20191	29,26193	31,08282
c	82	83	9,65979	10,34261	9,70130	10,30108
c	84	85	19,34968	20,72339	19,43461	20,63847

Tabela 6.46 – Erros (%) no fluxo reativo

f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$
a	77	78	0,8488	0,8184
b	77	78	0,3189	0,3000
c	77	78	0,3740	0,3501
a	78	79	1,1195	1,0966
a	78	80	0,6001	0,5652
b	78	80	0,3194	0,3005
c	78	80	0,3769	0,3529
a	80	81	0,6062	0,5713
c	80	81	0,3944	0,3700
a	81	82	0,6158	0,5807
c	81	82	0,4272	0,4026
c	81	84	0,4081	0,3832
c	82	83	0,4279	0,4032
c	84	85	0,4370	0,4114

Para os fluxos de potência ativa, o maior erro encontrado foi de 0,6566% e para os fluxos de potência reativa o maior erro não ultrapassou 1,2%.

6.3.2 Resultados para o caso com os capacitores

Na Tabela 6.44 são apresentadas as magnitudes das tensões nas barras em pu e na Tabela 6.45 os respectivos erros. Na Tabela 6.44, V_k^{m-a} e V_k^{m+a} resultaram da aplicação do FCTEF enquanto que V_k^{min} e V_k^{max} resultaram da aplicação do FCTE.

Tabela 6.47 – Magnitudes das tensões nas barras (pu)

f	k	FCTEF		FCTE	
		V_k^{m-a}	V_k^{m+a}	V_k^{min}	V_k^{max}
a	160	0,991274	0,995614	0,995764	0,991114
b	160	1,031038	1,033054	1,03308	1,031011
c	160	1,010034	1,013319	1,013367	1,009982
a	67	0,989043	0,993614	0,993778	0,988867
b	67	1,030102	1,032287	1,032316	1,030071
c	67	1,007664	1,01119	1,011242	1,007608
a	72	0,989294	0,993941	0,994108	0,989116
b	72	1,029167	1,031494	1,031526	1,029132
c	72	1,007348	1,010973	1,011028	1,007289
a	76	0,989085	0,99381	0,993979	0,988904
b	76	1,028621	1,031043	1,031077	1,028584
c	76	1,007924	1,011573	1,01163	1,007864
a	77	0,990126	0,994892	0,995063	0,989944
b	77	1,029769	1,032232	1,032268	1,029731
c	77	1,008744	1,012442	1,0125	1,008682
a	78	0,990401	0,995176	0,995347	0,990218
b	78	1,030187	1,032652	1,032689	1,030148
c	78	1,008886	1,012599	1,012658	1,008824
a	79	0,9901	0,994892	0,995063	0,989918
b	79	1,030319	1,032776	1,032814	1,030279
c	79	1,00884	1,012557	1,012615	1,008779

Tabela 6.48 – Erros (%) nas magnitudes das tensões

f	k	$V_k^{m-\alpha}$	$V_k^{m+\alpha}$
a	160	0,0161	0,2337
b	160	0,0027	0,1002
c	160	0,0051	0,1672
a	67	0,0177	0,2473
b	67	0,0030	0,1088
c	67	0,0055	0,1799
a	72	0,0181	0,2513
b	72	0,0033	0,1161
c	72	0,0059	0,1851
a	76	0,0183	0,2555
b	76	0,0036	0,1210
c	76	0,0060	0,1864
a	77	0,0184	0,2575
b	77	0,0038	0,1230
c	77	0,0061	0,1887
a	78	0,0184	0,2579
b	78	0,0038	0,1231
c	78	0,0062	0,1895
a	79	0,0184	0,2588
b	79	0,0038	0,1228
c	79	0,0061	0,1896

Para o trecho especificado, o maior erro nas magnitudes das tensões foi inferior a 0,26%.

Os fluxos de corrente são apresentados na Tabela 6.46 e os respectivos erros estão na Tabela 6.47. Na Tabela 6.46, $J_{km}^{m-\alpha}$ e $J_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que J_{km}^{min} e J_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Tabela 6.49 – Magnitudes dos fluxos de corrente (A)

f	De (k)	Para(m)	FCTEF		FCTE	
			$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$	J_{km}^{min}	J_{km}^{max}
a	160	67	226,5678	241,38	226,4383	241,5369
b	160	67	166,2852	176,4652	166,2503	176,5131
c	160	67	181,5385	192,7764	181,4899	192,8409
a	67	72	115,5148	120,1578	115,6176	120,0606
b	67	72	123,5032	129,6026	123,5346	129,5791
c	67	72	130,0915	136,5517	130,113	136,5414
a	72	76	115,5148	120,1578	115,6176	120,0606
b	72	76	123,5032	129,6026	123,5347	129,5791
c	72	76	97,7273	99,77736	97,79501	99,71449
a	76	77	74,57875	74,37494	74,66413	74,28475
b	76	77	77,5155	77,33271	77,55607	77,29104
c	76	77	75,61802	75,39633	75,67249	75,34132
a	77	78	74,57875	74,37494	74,66413	74,28475
b	77	78	80,24627	79,80331	80,27344	79,77477
c	77	78	75,61802	75,39633	75,67249	75,34132
a	78	79	17,92934	19,03837	17,97555	18,98916

Tabela 6.50 – Erros (%) nas magnitudes dos fluxos de corrente

f	De (k)	Para (m)	$J_{km}^{m-\alpha}$	$J_{km}^{m+\alpha}$
a	160	67	0,0572	0,0649
b	160	67	0,0210	0,0272
c	160	67	0,0268	0,0334
a	67	72	0,0889	0,0809
b	67	72	0,0254	0,0181
c	67	72	0,0165	0,0075
a	72	76	0,0889	0,0809
b	72	76	0,0254	0,0181
c	72	76	0,0692	0,0631
a	76	77	0,1144	0,1214
b	76	77	0,0523	0,0539
c	76	77	0,0720	0,0730
a	77	78	0,1144	0,1214
b	77	78	0,0338	0,0358
c	77	78	0,0720	0,0730
a	78	79	0,2571	0,2592

Os erros obtidos para os fluxos de corrente deste sistema não ultrapassaram 0,26%.

Na Tabela 6.48 são apresentados os resultados referentes ao fluxo de potência ativa e, na Tabela 6.49, os respectivos erros. Na Tabela 6.48, $P_{km}^{m-\alpha}$ e $P_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que P_{km}^{min} e P_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Tabela 6.51 – Fluxos de potência ativa (kW)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$	P_{km}^{min}	P_{km}^{max}
a	160	67	538,6036	574,9873	540,7121	572,8422
b	160	67	411,132	437,7784	411,8632	437,0422
c	160	67	439,9919	469,1376	441,33	467,7784
a	67	72	247,4381	265,1564	249,04	263,5287
b	67	72	294,1627	313,5568	294,9021	312,8108
c	67	72	302,2545	322,6795	303,3993	321,5184
a	72	76	247,2895	265,0569	248,9196	263,4006
b	72	76	293,7474	313,1929	294,5325	312,4001
c	72	76	184,9582	197,8961	185,8493	196,997
a	76	77	76,74472	83,14342	77,76447	82,11101
b	76	77	77,80914	83,52148	78,27363	83,05713
c	76	77	78,13617	84,02295	78,66903	83,49088
a	77	78	76,63922	83,05748	77,66855	82,01546
b	77	78	38,8685	42,14471	39,31458	41,69869
c	77	78	77,9769	83,87957	78,51684	83,34031
a	78	79	38,18049	40,66018	38,43481	40,39359

Tabela 6.52 – Erros (%) no fluxo ativo

f	De (k)	Para (m)	$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$P_{km}^{m-\alpha}$	$P_{km}^{m+\alpha}$
a	160	67	0,3900	0,37446	a	76	77	1,3113	1,25733
b	160	67	0,1775	0,16846	b	76	77	0,5934	0,55907
c	160	67	0,3032	0,29058	c	76	77	0,6773	0,63728
a	67	72	0,6432	0,61765	a	77	78	1,3253	1,27052
b	67	72	0,2507	0,23848	b	77	78	1,1346	1,06961
c	67	72	0,3773	0,36113	c	77	78	0,6877	0,64706
a	72	76	0,6549	0,62882	a	78	79	0,6617	0,65998
b	72	76	0,2666	0,25377					
c	72	76	0,4795	0,45639					

Na Tabela 6.50 são apresentados os resultados referentes ao fluxo de potência reativa e na Tabela 6.51 os respectivos erros. Na Tabela 6.50, $Q_{km}^{m-\alpha}$ e $Q_{km}^{m+\alpha}$ resultam da aplicação do FCTEF enquanto que Q_{km}^{min} e Q_{km}^{max} resultam da aplicação do FCTE.

Tabela 6.53 – Fluxos de potência reativa (kVAr)

f	De (k)	Para (m)	FCTEF		FCTE	
			$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	Q_{km}^{min}	Q_{km}^{max}
a	160	67	29,610	49,860	30,121	49,334
b	160	67	-23,021	-6,585	-22,999	-6,605
c	160	67	-18,713	-2,232	-18,679	-2,273
a	67	72	-118,618	-109,163	-118,882	-108,915
b	67	72	-82,661	-70,225	-82,746	-70,143
c	67	72	-88,147	-76,502	-88,401	-76,253
a	72	76	-119,089	-109,652	-119,346	-109,411
b	72	76	-83,112	-70,716	-83,194	-70,638
c	72	76	-147,296	-139,768	-147,828	-139,240
a	76	77	-159,682	-156,866	-160,389	-156,164
b	76	77	-174,984	-172,335	-175,387	-171,931
c	76	77	-165,543	-162,782	-166,182	-162,143
a	77	78	-159,939	-157,131	-160,651	-156,424
b	77	78	-194,628	-193,311	-195,098	-192,841
c	77	78	-165,783	-163,033	-166,429	-162,387
a	78	79	19,005	20,418	19,220	20,197

Tabela 6.54 – Erros (%) no fluxo reativo

f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$	f	De (k)	Para (m)	$Q_{km}^{m-\alpha}$	$Q_{km}^{m+\alpha}$
a	160	67	1,6975	1,0650	a	76	77	-0,4411	-0,4495
b	160	67	-0,0956	-0,3110	b	76	77	-0,2302	-0,2349
c	160	67	-0,1821	-1,7748	c	76	77	-0,3845	-0,3944
a	67	72	-0,2223	-0,2279	a	77	78	-0,4435	-0,4518
b	67	72	-0,1026	-0,1173	b	77	78	-0,2412	-0,2439
c	67	72	-0,2873	-0,3255	c	77	78	-0,3882	-0,3981
a	72	76	-0,2159	-0,2200	a	78	79	1,1177	1,0948
b	72	76	-0,0984	-0,1103					
c	72	76	-0,3594	-0,3792					

Para os fluxos de potência ativa, o maior erro encontrado foi de 1,3253% e para os fluxos de potência reativa o maior erro não ultrapassou 1,7%.

Capítulo 7

Conclusões e Trabalhos Futuros

Este trabalho teve como principal objetivo o desenvolvimento de uma metodologia para a inserção de números nebulosos e respectivas operações matemáticas em um fluxo de carga trifásico especializado para redes de distribuição de energia elétrica. Desta forma, a partir de um banco de dados na forma de distribuições de possibilidades pode-se obter resultados com o mesmo formato e com erros comparativamente baixos.

Como reportado em [23], a escolha das melhores funções e melhores operadores depende da aplicação e portanto, foi necessária a realização de diversos testes, utilizando diferentes tipos de operadores, e os resultados apresentados neste trabalho foram os melhores obtidos até o presente momento.

A metodologia proposta possibilita a obtenção do estado (magnitudes e ângulos das tensões) bem como dos valores dos fluxos de corrente e de potência em redes de distribuição considerando-se as imprecisões provenientes das cargas, ou seja, nas potências ativa e reativa nodais.

Em relação aos três sistemas testados constatou-se que:

- o maior erro para as magnitudes das tensões não ultrapassou 0,65%;
- para as magnitudes dos fluxos de corrente, o maior erro foi menor que 0,54%;
- em relação aos fluxos de potência ativa, o maior erro obtido foi de 1,76%, na rede IEEE 34 barras;
- para os fluxos de potência reativa, os maiores erros foram de 21,1602% e 7,4278% na rede IEEE 34 barras e, de 9,8368%, na rede IEEE 13 barras, ambas com os capacitores, ocorridos em ramos com fluxos comparativamente baixos, conforme destacado no Capítulo 6. No entanto, nos demais ramos destas redes e na rede de 123 barras, este erro foi inferior a 4%.

Dessa forma, concluiu-se que a metodologia desenvolvida é eficiente para a obtenção do estado de uma rede de distribuição considerando-se as imprecisões nos valores das cargas. Vale ressaltar que em apenas alguns ramos os erros nos fluxos de potência reativa foram superiores a 5%, com a particularidade de que os mesmos apresentam valores de fluxos baixos e/ou uma variação grande do valor mínimo para o máximo. Desta forma, entende-se que uma investigação mais detalhada possa ser realizada com o intuito de minimizar esses erros.

Apesar da simplicidade e facilidade de inserção dessas imprecisões através da função de pertinência sinusoidal, pelas seguintes razões:

- possui seus próprios operadores nebulosos;
- não necessita de técnicas de cortes de nível e linearização;

propõe-se avaliar a qualidade dos resultados e a eficiência do FCTEF com outras funções de pertinência, como a triangular, a trapezoidal etc.

Devido às redes analisadas possuírem transformadores trifásicos com conexão estrela-estrela aterrada, não foram contempladas nessa versão do FCTEF outros tipos de conexão, como delta-estrela e também não foi implementado um modelo para a representação de regulador de tensão, o que também merece um estudo a respeito, ou seja, que modificações no FCTEF seriam necessárias para a inserção destes componentes.

Referências Bibliográficas

- [1] Bijwe, P. R. and Raju, G. K. V. “Fuzzy Distribution Power Flow for Weakly Meshed Systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 21, no. 4, pp. 1645–1652, Nov. 2006.
- [2] Brown, H. E. “Solution of Large Networks by Matrix Methods”, John Wiley & Sons, Inc., 1975.
- [3] Carson, J. R. “Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return”, *Bell System Technical Journal*, vol. 5, pp. 549-554, 1926.
- [4] Cespedes, R.G. “New method for the analysis of distribution networks”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 5, No. 1, pp. 391-396, Jan. 1990.
- [5] Chen, T. H.; Chen, M. S.; Hwang, K. J.; Kotas, P. and Chebli, E. A. “Distribution System Power Flow Analysis – A rigid approach”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 6, No. 3, pp. 1146-1152, Jul. 1991.
- [6] Cheng, C. S. and Shirmohammadi, D. “A three-phase power flow method for realtime distribution system analysis”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, no. 2, pp. 671-679, 1995.
- [7] Chua, L. O.; Desoer, C. A. and Kuh, E. S. “Linear and Nonlinear circuits”, New York: McGraw-Hill, 1987.
- [8] Correa, S. S. C., Apostila: Lógica Nebulosa – INPE, 1999.
- [9] Das, D.; Nagi, H.S. and Kothari, D.P. “Novel method for solving radial distribution network”, *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 141, no. 4, pp. 291–298, Jul. 1994.
- [10] Dhar, S. B. “Power system long-range decision analysis under fuzzy environment”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-98, no. 2, 1979.
- [11] Dimitrovski, A. and Tomsovic, K. “Boundary Load Flow Solutions”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 19, no. 1, pp. 348–355, Fev. 2004.
- [12] Garcia, P.A.N.; Pereira, J.L.R.; Carneiro, S.; Costa, V. M. da. e Martins N. “Three-Phase Power Flow Calculations Using the Current Injection Method”, *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 15, nº 2, Maio de 2000.
- [13] Hao, J.; Shi, L.; Xu, G. and Xie, Y. “Study on the AC Power flow model”, *Intelligent Control and Automation*, vol. 6, pp. 5092-5096, 2004.
- [14] Kalesar, B. M. and Seifi A. R. “Fuzzy load flow in balanced and unbalanced radial distribution systems incorporating composite load model”, *Electrical Power and Energy Systems*, Jun. 2009.

-
- [15] Kersting, W. H. “Radial Distribution Test Feeders”, *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 2, pp. 908-912, 2001.
 - [16] Kersting, W. H. “Distribution system modeling and analysis”, CRC Press, USA, 2002.
 - [17] Lima, M.M.P. “Nova concepção para simulação de fluxos de carga fuzzy incluindo função de pertinência sinusoidal”, Dissertação de M.Sc., UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 2000.
 - [18] Luo, G. X. and Semlyen, A. “Efficient Load Flow for Large Weakly Meshed Networks”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, No. 4, pp. 1309-1316, Nov. 1990.
 - [19] Miranda, V.; Matos, M. A. A. C. and Saraiva, J.T. “Fuzzy load flow – New algorithms incorporating uncertain generation and load representation”, *Proceedings of the Tenth Power Systems Computation Conference*, Graz, Austria, pp. 621-627, 1990.
 - [20] Monticelli, Alcir e Garcia, Ariovaldo “Introdução a sistemas de energia elétrica”, Editora da Unicamp, 2000.
 - [21] Murari, C. A. F.; Pereira, M. A. and Lima, M. P. “A new technique to electrical distribution system load flow based on fuzzy sets”, *Fuzzy Sets Based Heuristics for Optimization*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2003.
 - [22] Naidu, S. R. and Trindade, W. J. “Methodology for simulating the response of nonlinear power circuits”, *IEE Proceedings of Generation Transmission Distribution*, vol. 146, No. 6, pp. 568-572, Nov. 1999.
 - [23] Pedrycz, W. and Gomide, F. “An Introduction to Fuzzy Sets – Analysis and Design”, The MIT Press, 1998.
 - [24] Powell, Lynn “Power System Load Flow Analysis”, McGraw-Hill, 2005.
 - [25] Santos, M. J. dos “Modelagem de Incertezas no Problema de Fluxo de Potência”, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008;
 - [26] Shirmohammadi, D.; Hong, H. W.; Semlyen, A. and Luo, G. X., “A compensation - based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks,” *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 3, no. 2, pp. 753–762, May 1988.
 - [27] Song, Y. H. and Johns, A. T. “Applications of fuzzy logic in power systems: Part 1 general introduction to fuzzy logic”, *Power Engineering Journal*, vol. 1, pp. 219–222, 1997.
 - [28] Stagg, G.W. and El-Abiad, A.H. “Computer methods in power system analysis”, McGraw Hill, 1968.

-
- [29] Sun, D. I. H.; Abe, S.; Shoults, R. R.; Chen, M. S.; Eichenberger, P. and Farris, D. "Calculation of Energy Losses in a Distribution System", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No. 4, pp. 1347-1356, Jul/Ago. 1980.
 - [30] Sun, H.; Yu, D. C. and Xie, Y. "Application of fuzzy set theory to power flow analysis with uncertain power injections", *Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 2, pp. 1191-1196. 2000.
 - [31] Teng, Jen-Hao. "A Direct Approach for Distribution System Load Flow Solutions", *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 18, n° 3, Jul. de 2003.
 - [32] Tinney, W. F. and Hart C. E. "Power Flow Solution by Newton's Method", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-86, No. 11, pp. 1449-1460, Nov. 1967.
 - [33] Tinney, W. F. and Walker, J. W. "Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization", *Proceedings of the IEEE*, vol. 55, No. 11, pp. 1801-1809, Nov. 1967.
 - [34] Tinney, W. F. "Compensation methods for network solutions by optimally ordered triangular factorization", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-91, pp. 123-127, Jan. 1972.
 - [35] Tinney, W. F.; Brandwajn, V. and Chan, S. M. "Sparse vector methods", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-104, No. 2, 1985.
 - [36] Tomsovic, K. "A fuzzy linear programming approach to the reactive power/voltage control problem", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, no. 1, pp. 287-298, 1992.
 - [37] Trindade Júnior, W. J. "Cálculo de fluxo de potência trifásico para redes de distribuição de energia elétrica utilizando o método soma de potências modificado", VI SBQEE, Belém-PA, Ago. 2005.
 - [38] Zadeh, L. A. "Fuzzy Sets", *Information and Control* 8, pp. 338-353, 1965.
 - [39] Zadeh, L. A. "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility", *Fuzzy Sets and Systems* 1, pp. 3-28, 1978.
 - [40] Zimmerman, R. D. and Chiang H-D. "Fast Decoupled Power Flow for Unbalanced Radial Distribution", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 10, No. 4, pp. 2045-2052, 1995.
 - [41] <http://ewh.ieee.org/soc/pés/dsacom/testfeeders.html>

Apêndice A

Dados básicos

Os dados apresentados neste Apêndice são válidos para todos os sistemas e também podem ser encontrados em [15, 16].

Na Tabela A.1 são listados os códigos usados para referenciar cada modelo de carga.

Tabela A.1 – Código dos modelos de carga

Código	Conexão	Modelo
Y-PQ	Estrela	Potência ativa e reativa constantes
Y-I	Estrela	Corrente constante
Y-Z	Estrela	Impedância constante
D-PQ	Delta	Potência ativa e reativa constantes
D-I	Delta	Corrente constante
D-Z	Delta	Impedância constante

Na Tabela A.2 e Tabela A.3 são apresentados os números de identificação e os respectivos tipos para as configurações aéreas e subterrâneas, respectivamente.

Tabela A.2 – Linhas aéreas

ID	Tipo
500	Trifásico, 4 fios
505	Bifásico, 3 fios
510	Monofásico, 2 fios

Tabela A.3 – Linhas Subterrâneas

ID	Tipo
515	Trifásico, 3 fios
520	Monofásico, 2 fios

Na Tabela A.4 são apresentadas as características dos condutores para configurações aéreas.

Tabela A.4 – Dados dos condutores para configurações aéreas

1	2	3	4	5	6
1,000	AA	0,105	1,15	0,0368	698
556,5	ACSR	0,1859	0,927	0,313	730
500	AA	0,206	0,813	0,026	483
336,4	ACSR	0,306	0,721	0,0244	530
250	AA	0,410	0,567	0,0171	329
# 4/0	ACSR	0,592	0,563	0,00814	340
# 2/0	AA	0,769	0,414	0,0125	230
# 1/0	ACSR	1,12	0,398	0,00446	230
# 1/0	AA	0,970	0,368	0,0111	310
# 2	AA	1,54	0,292	0,00883	156
# 2	ACSR	1,69	0,316	0,00418	180
# 4	ACSR	2,55	0,257	0,00452	140
# 10	CU	5,903	0,102	0,00331	80
# 12	CU	9,375	0,081	0,00262	75
# 14	CU	14,872	0,064	0,00208	20

As colunas da tabela correspondem a:

- 1 – Bitola do condutor em AWG ou kcmil;
- 2 – Tipo de condutor:
 - AA → Todo de alumínio;
 - ACSR → Alumínio e aço reforçado;
 - CU → Cobre;
- 3 – Resistência em 60Hz à 50° C (ohms/milha);
- 4 – Diâmetro externo (polegadas);
- 5 – Raio médio geométrico (ft.);
- 6 – Ampacidade à 50° C (ampères);

Na Tabela A.5 são apresentadas as características dos condutores com neutro concêntrico (Figura A.1), para instalações subterrâneas.

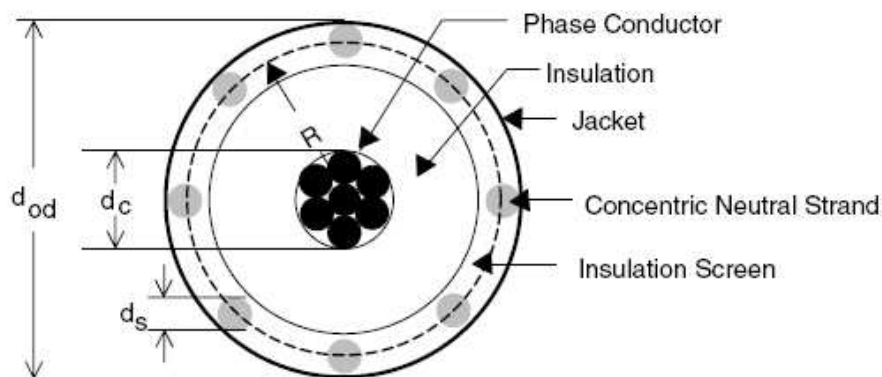


Figura A.1 – Condutor com neutro concêntrico [16]

Tabela A.5 – Dados dos condutores com neutro concêntrico

1	2	3	4	5	6
2(7x)	0,78	0,85	0,98	6 x 14	135
1/0(19x)	0,85	0,93	1,06	6 x 14	175
2/0(19x)	0,90	0,97	1,10	7 x 14	200
250(37x)	1,06	1,16	1,29	13 x 14	260
500(37x)	1,29	1,39	1,56	16 x 12	385
1000(61x)	1,64	1,77	1,98	20 x 10	550

Na coluna 1, a informação entre parênteses corresponde à quantidade de fios no condutor fase.

As colunas da tabela correspondem a:

- 1 – Conductor size (AWG or kcmil) ;
- 2 – Diameter over insulation (inches);
- 3 – Diameter over screen (inches);
- 4 – Outside diameter (inches);
- 5 – Copper 1/3 neutral (no. x AWG);
- 6 – Ampacity UG Duct (amps).

Na Tabela A.6 é apresentada a característica do condutor *tape shield* com neutro adjacente (Figura A.2).

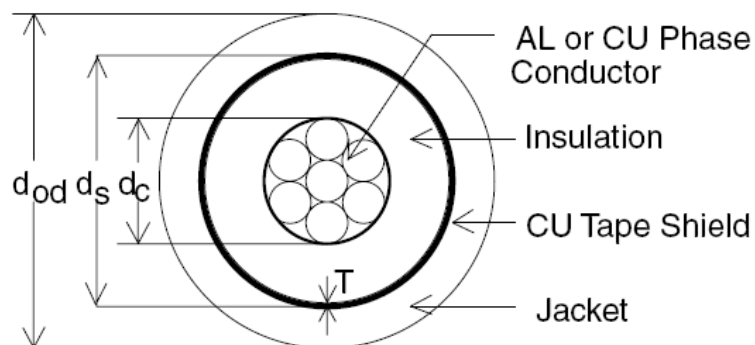
Figura A.2 – Condutor *tape shield* [16]

Tabela A.6 – Dados do condutor com neutro adjacente

1	2	3	4	5	6
1/0	0,82	0,88	80	1,06	165

As colunas da tabela correspondem a:

- 1 – Conductor size (AWG);
- 2 – Diameter over insulation (inches);
- 3 – Diameter over shield (inches);
- 4 – Jacket thickness (mils);
- 5 – Diameter over jacket (inches);
- 6 – Ampacity UG Duct (amps).

Apêndice B

Cálculo das matrizes de impedância e admitância

Antes de iniciar a análise de um alimentador da rede elétrica de distribuição, uma etapa fundamental é a determinação da impedância série para as linhas de distribuição aéreas e subterrâneas. A impedância série de uma linha de distribuição monofásica, bifásica ou trifásica é constituída da resistência dos condutores e das reatâncias indutivas própria e mútua, resultantes dos campos magnéticos gerados pelas correntes elétricas que circulam pelos condutores.

B.1 Impedância de linhas aéreas e subterrâneas

Na análise de um alimentador de distribuição, não se deve fazer quaisquer suposições relativas ao espaçamento entre condutores, tamanhos dos condutores, e transposição, isto porque, o mesmo é fundamentalmente desequilibrado. Em [3], Carson explica o desenvolvimento de uma técnica em que as impedâncias próprias e mútuas para um número arbitrário de condutores aéreos podem ser determinadas, sendo que tal procedimento também pode ser aplicado para cabos subterrâneos.

Carson fez uso das imagens do condutor, ou seja, todos os condutores a uma determinada distância acima do solo têm uma imagem à mesma distância abaixo do solo, tendo assumido que a terra é uma superfície sólida e infinita com uma planície uniforme e uma resistividade constante. A Figura B.1 ilustra esta técnica.

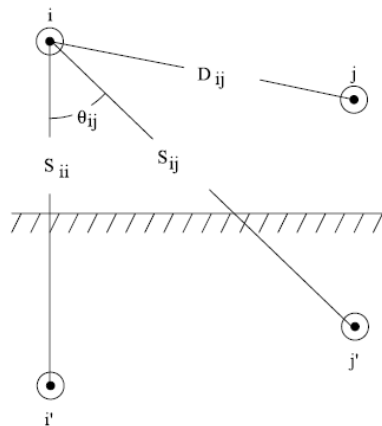


Figura B.1 – Condutores e imagens

As equações de Carson possibilitam obter as impedâncias próprias (B.1) e mútuas (B.2).

$$\hat{z}_{ii} = r_i + 4\omega P_{ii}G + j \left(X_i + 2\omega G \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + 4\omega Q_{ii}G \right) \Omega / milha \quad (B. 1)$$

$$\hat{z}_{ij} = 4\omega P_{ij}G + j \left(2\omega G \cdot \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} + 4\omega Q_{ij}G \right) \Omega / milha \quad (B. 2)$$

$\hat{z}_{ii}$ = impedância própria do condutor i em Ω /milha

$\hat{z}_{ij}$ = impedância mútua entre os condutores i e j em Ω /milha

r_i = resistência do condutor i em Ω /milha

$\omega = 2\pi f$ = frequência angular do sistema em radianos/segundo

$G = 0,1609347 \times 10^{-3} \Omega$ /milha

RD_i = raio do condutor i em pés (ft)

GMR_i = raio médio geométrico do condutor i em pés (ft)

f = frequência angular do sistema em Hertz

ρ = resistividade do solo em Ω -metro

D_{ij} = distância entre os condutores i e j em pés (ft)

S_{ij} = distância entre os condutores i e a imagem de j em pés (ft)

θ_{ij} = ângulo entre o par de linhas traçadas do condutor i à sua própria imagem e à imagem do condutor j .

$$X_i = 2\omega G \cdot \ln \left(\frac{R_i}{GMR_i} \right) \quad (B. 3)$$

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot k_{ij} \cdot \cos\theta_{ij} + \frac{k_{ij}^2}{16} \cdot \cos(2\theta_{ij}) \cdot \left(0,6728 + \ln \left(\frac{2}{k_{ij}} \right) \right) \quad (B. 4)$$

$$Q_{ij} = -0,0386 + \frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{2}{k_{ij}} \right) + \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot k_{ij} \cdot \cos\theta_{ij} \quad (B. 5)$$

$$k_{ij} = 8,565 \times 10^{-4} \cdot S_{ij} \cdot \sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (B. 6)$$

Para fins de simplificação, as equações de Carson são modificadas ao se considerar apenas o primeiro termo da equação da variável P_{ij} e os dois primeiros termos na equação de Q_{ij} , ou seja:

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} \quad (\text{B. 7})$$

$$Q_{ij} = -0,0386 + \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{2}{k_{ij}}\right) \quad (\text{B. 8})$$

Para frequência igual a 60 Hz e a resistividade do solo (ρ) igual a 100 Ω /metro, ao assumir as aproximações indicadas, Carson chegou às seguintes equações modificadas:

$$\hat{z}_{ii} = r_i + 0,0953 + j \cdot 0,12134 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{\text{GMR}_i}\right) + 7,93402 \right] \Omega / \text{milha} \quad (\text{B.9})$$

$$\hat{z}_{nn} = r_n + 0,0953 + j \cdot 0,12134 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{\text{GMR}_n}\right) + 7,93402 \right] \Omega / \text{milha} \quad (\text{B.10})$$

$$\hat{z}_{ij} = 0,0953 + j \cdot 0,12134 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{D_{ij}}\right) + 7,93402 \right] \Omega / \text{milha} \quad (\text{B.11})$$

$$\hat{z}_{in} = 0,0953 + j \cdot 0,12134 \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{D_{in}}\right) + 7,93402 \right] \Omega / \text{milha} \quad (\text{B.12})$$

As equações de Carson modificadas foram utilizadas para o cálculo das impedâncias próprias e mútuas das linhas de distribuição aéreas e subterrâneas. Na referência [16] há detalhes específicos com relação ao cálculo do GMR para condutores subterrâneos.

B.1.1 Matriz impedância primitiva

As equações (B.9) a (B.12) possibilitam calcular os elementos da matriz impedância primitiva, que em uma linha de distribuição aérea ligada em estrela aterrada, resultará em uma matriz 4x4. Um mesmo segmento de linha, embora subterrâneo e que consista de três cabos neutros concêntricos resultará em uma matriz 6x6. A matriz impedância primitiva para uma linha trifásica com m neutros será da forma:

$$[\hat{z}_{primitiva}] = \begin{bmatrix} \hat{z}_{aa} & \hat{z}_{ab} & \hat{z}_{ac} & | & \hat{z}_{an1} & \hat{z}_{an2} & \hat{z}_{an3} \\ \hat{z}_{ba} & \hat{z}_{bb} & \hat{z}_{bc} & | & \hat{z}_{bn1} & \hat{z}_{bn2} & \hat{z}_{bn3} \\ \hat{z}_{ca} & \hat{z}_{cb} & \hat{z}_{cc} & | & \hat{z}_{cn1} & \hat{z}_{cn2} & \hat{z}_{cn3} \\ \hline \hat{z}_{n1a} & \hat{z}_{n1b} & \hat{z}_{n1c} & | & \hat{z}_{n1n1} & \hat{z}_{n1n2} & \hat{z}_{n1n3} \\ \hat{z}_{n2a} & \hat{z}_{n2b} & \hat{z}_{n2c} & | & \hat{z}_{n2n1} & \hat{z}_{n2n2} & \hat{z}_{n2n3} \\ \hat{z}_{nma} & \hat{z}_{nmc} & \hat{z}_{nmc} & | & \hat{z}_{nmn1} & \hat{z}_{nmn2} & \hat{z}_{nmnm} \end{bmatrix}$$

De forma simplificada:

$$[\hat{z}_{primitiva}] = \begin{bmatrix} [\hat{z}_{ij}] & [\hat{z}_{in}] \\ [\hat{z}_{nj}] & [\hat{z}_{nn}] \end{bmatrix}$$

B.1.2 Matriz impedância de fase

Na maioria das aplicações, é necessário reduzir a matriz impedância primitiva a uma matriz “estrutura de fase”, ou seja, uma matriz 3x3 contendo as impedâncias equivalentes próprias e mútuas. Um método padrão de redução da matriz é conhecido como Redução de Kron [2]. Aplicando a Lei das Malhas de Kirchhoff para o circuito da Figura B.2.

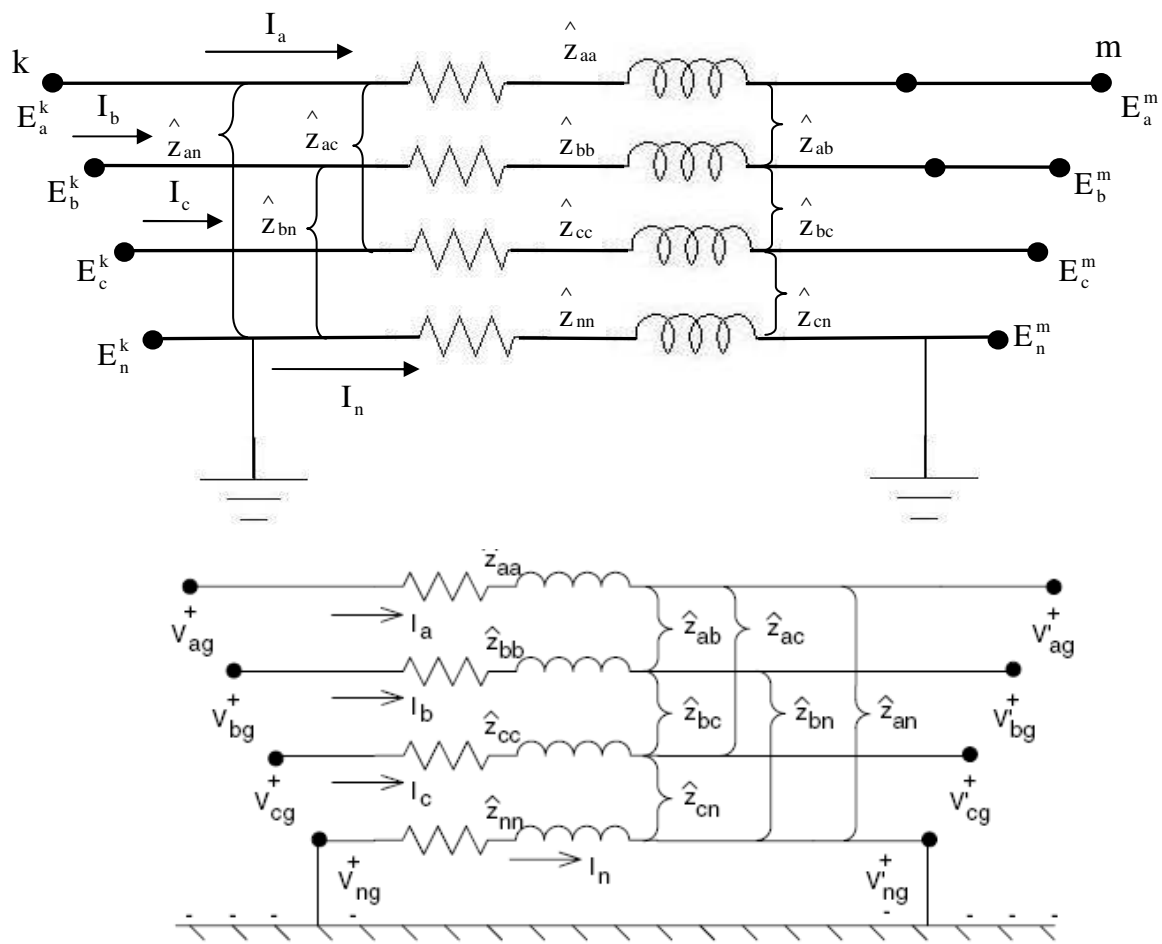


Figura B.2 – Segmento de linha de 4 fios com conexão estrela aterrado

A equação associada à Figura B.2 é:

$$\begin{bmatrix} E_a^k \\ E_b^k \\ E_c^k \\ E_n^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a^m \\ E_b^m \\ E_c^m \\ E_n^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa} & \hat{Z}_{ab} & \hat{Z}_{ac} & \hat{Z}_{an} \\ \hat{Z}_{ba} & \hat{Z}_{bb} & \hat{Z}_{bc} & \hat{Z}_{bn} \\ \hat{Z}_{ca} & \hat{Z}_{cb} & \hat{Z}_{cc} & \hat{Z}_{cn} \\ \hat{Z}_{na} & \hat{Z}_{nb} & \hat{Z}_{nc} & \hat{Z}_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_n \end{bmatrix} \quad (\text{B. 13})$$

De forma simplificada corresponde a:

$$\begin{bmatrix} [E_{abc}^k] \\ [E_n^k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [E_{abc}^m] \\ [E_n^m] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\hat{Z}_{ij}] & [\hat{Z}_{in}] \\ [\hat{Z}_{nj}] & [\hat{Z}_{nn}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [I_{abc}] \\ [I_n] \end{bmatrix} \quad (\text{B. 14})$$

Como o neutro é aterrado, as tensões E_n^k e E_n^m são iguais a zero. Substituindo esses valores na equação (B.14) tem-se:

$$[E_{abc}^k] = [E_{abc}^m] + [\hat{Z}_{ij}] \cdot [I_{abc}] + [\hat{Z}_{in}] \cdot [I_n] \quad (\text{B. 15})$$

$$[0] = [0] + [\hat{Z}_{nj}] \cdot [I_{abc}] + [\hat{Z}_{nn}] \cdot [I_n] \quad (\text{B. 16})$$

A corrente no neutro pode ser obtida por:

$$[I_n] = -[\hat{Z}_{nn}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{nj}] \cdot [I_{abc}] \quad (\text{B. 17})$$

Substituindo a equação (B.17) na equação (B.15), obtém-se:

$$[E_{abc}^k] = [E_{abc}^m] + ([\hat{Z}_{ij}] - [\hat{Z}_{in}] \cdot [\hat{Z}_{nn}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{nj}]) \cdot [I_{abc}]$$

$$[E_{abc}^k] = [E_{abc}^m] + [z_{abc}] \cdot [I_{abc}] \quad (\text{B. 18})$$

Logo, a forma final da técnica de redução de Kron é como segue:

$$[z_{abc}] = [\hat{Z}_{ij}] - [\hat{Z}_{in}] \cdot [\hat{Z}_{nn}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{nj}] \quad (\text{B. 19})$$

Desta forma, a matriz impedância de fase final é como segue:

$$[z_{abc}] = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{bmatrix} \Omega / \text{milha} \quad (\text{B. 20})$$

Para uma linha de distribuição não transposta, os elementos da diagonal e fora da diagonal da matriz da equação (B.19) não serão iguais, entretanto a matriz será simétrica.

A matriz impedância de fase para uma linha trifásica ligada em delta é determinada pela aplicação das equações de Carson com a redução de Kron.

A matriz impedância de fase pode ser usada para determinar com precisão a queda de tensão nas ligações entre as barras da rede elétrica, uma vez que as correntes tenham sido determinadas.

Desde que nenhuma aproximação tenha sido feita em relação ao espaçamento entre os condutores, como por exemplo a transposição, o efeito do acoplamento mútuo entre as fases é rigorosamente levado em conta. Por conseguinte, a aplicação das equações de Carson modificadas e a matriz “estrutura de fase” conduzem a um modelo mais preciso [16].

B.2 Admitância shunt de linhas aéreas e subterrâneas

A admitância *shunt* da linha consiste apenas na susceptância capacitiva, uma vez que a condutância é usualmente ignorada por ser muito pequena, comparada à susceptância capacitiva. A capacitância da linha é resulta da diferença de potencial entre os condutores.

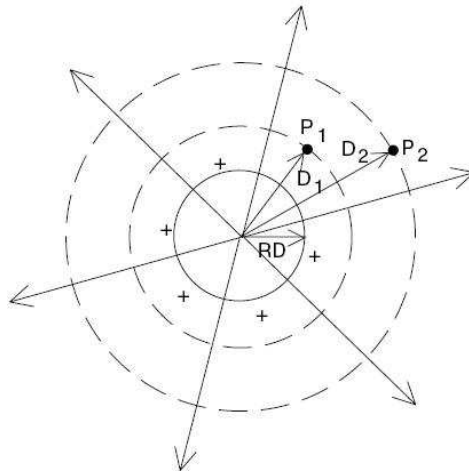


Figura B.3 – Campo elétrico de um condutor carregado

Na Figura B.3, a diferença de potencial entre dois pontos (P_1 e P_2) é resultado do campo elétrico do condutor carregado, e portanto quando a diferença de potencial entre os dois pontos for conhecida, a capacidade entre os mesmo pode ser calculada.

Para o cálculo da matriz capacitância usa-se a inversa da matriz dos coeficientes de potencial próprio e mútuo. Para uma linha de n condutores a matriz de coeficientes de potencial primitivo pode ser construída sendo uma matriz $n \times n$:

$$[\hat{P}_{\text{primitivo}}] = \begin{bmatrix} \hat{P}_{aa} & \hat{P}_{ab} & \hat{P}_{ac} & \cdots & \hat{P}_{an} \\ \hat{P}_{ba} & \hat{P}_{bb} & \hat{P}_{bc} & \cdots & \hat{P}_{bn} \\ \hat{P}_{ca} & \hat{P}_{cb} & \hat{P}_{cc} & \cdots & \hat{P}_{cn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{P}_{na} & \hat{P}_{nb} & \hat{P}_{nc} & \cdots & \hat{P}_{nn} \end{bmatrix}$$

De forma simplificada, tem-se:

$$[\hat{P}_{\text{primitivo}}] = \begin{bmatrix} [\hat{P}_{ij}] & [\hat{P}_{in}] \\ [\hat{P}_{nj}] & [\hat{P}_{nn}] \end{bmatrix} \quad (\text{B. 21})$$

$\hat{P}_{ii}$ e $\hat{P}_{ij}$ são os coeficientes de potencial próprio e mútuo e podem ser calculados a partir das equações (B.22) e (B.23), respectivamente.

$$\hat{P}_{ii} = 11.17689 \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} \text{ milha}/\mu\text{F} \quad (\text{B. 22})$$

$$\hat{P}_{ij} = 11.17689 \cdot \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} \text{ milha}/\mu\text{F} \quad (\text{B. 23})$$

S_{ii} = distância entre o condutor i e sua imagem i' em pés (ft)

S_{ij} = distância entre o condutor i e a imagem do condutor j em pés (ft)

D_{ij} = distância entre o condutor i e o condutor j em pés (ft)

RD_i = raio do condutor i em pés (ft)

Como o neutro é aterrado, a matriz dos coeficientes de potência ($[\hat{P}_{\text{primitivo}}]$) pode ser reduzida utilizando a redução de Kron:

$$[P_{abc}] = [\hat{P}_{ij}] - [\hat{P}_{in}] \cdot [\hat{P}_{nn}]^{-1} \cdot [\hat{P}_{nj}] \quad (\text{B. 24})$$

Portanto, tem-se que a matriz capacitância será:

$$[C_{abc}] = [P_{abc}]^{-1} \quad (\text{B. 25})$$

De posse da matriz capacitância é possível obter a matriz impedância shunt.

$$[Y_{abc}] = 0 + j \cdot \omega \cdot [C_{abc}] \quad (\text{B. 26})$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 376,9911 \text{ rad/s}$$