

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL

FEVEREIRO 1991

**CONTROLE ADAPTATIVO PARA PROCESSOS MULTIVARIÁVEIS :
ASPECTOS TEÓRICOS E SIMULAÇÃO**

Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por Antonio Augusto R. Coelho
e aprovada pela Comissão
Julgadora em 08 / 02 / 91.
Orientador *W. Amaral*

Por : Antonio Augusto Rodrigues Coelho *m.t.*
Orientador : Prof. Dr. Wagner Caradori do Amaral *t.*

Impl.
Bel/9102518
TESE APRESENTADA À FACULDADE DE
ENGENHARIA ELÉTRICA, DA UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE CAMPINAS, COMO PARTE DOS
REQUISITOS EXIGIDOS PARA OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA. *t.*

À minha esposa Cynthia e
meus filhos Rafael e Camila

Aos meus Pais

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Wagner Caradori do Amaral pela orientação, incentivo, apoio, receptividade e oportunidades oferecidas.

Aos Profs. Dr. Rafael Santos Mendes e Dr. Gerard Favier pelo apoio e valiosas sugestões.

Ao Prof. Dr. Francisco José Gomes pelas discussões, entusiasmo e grande amizade.

Aos Profs. Dr. Paulo Augusto Valente Ferreira e Dr. Mario Jino pelo apoio na fase final da tese.

Aos grandes amigos Charles Lenzi, Marconi Madrid e Lúcia Valéria R. Arruda.

À excelente profissional e amiga, Eloisa Helena S. Quitério, secretária do DCA.

À Maria Lúcia Costa Cardoso pelos desenhos.

À todos os Amigos, Professores e Funcionários da FEE que direta e indiretamente contribuíram para a elaboração desta tese.

Aos amigos de Belém, Campinas, Florianópolis e Nice.

À UFFa, CAPES, PRAE, CNPq e FAEP pelo apoio.

RESUMO

Neste trabalho os algoritmos de controle adaptativo para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas são analisados e discutidos.

Inicialmente os preditores da saída do processo para um horizonte de previsão igual ou maior que o atraso de transporte, utilizados por estes algoritmos de controle, são desenvolvidos. Demonstra-se que, para as mesmas entradas e perturbações, estes preditores apresentam o mesmo erro de previsão.

A seguir, desenvolve-se o controlador auto-ajustável de variância mínima generalizada. Demonstra-se que este controlador, com o procedimento de ajuste "on-line" da matriz de ponderação do sinal de referência, elimina o erro em regime entre a saída e a referência para uma variação degrau. No caso particular onde o processo apresenta o mesmo número de entradas e saídas, matriz de ponderação do controle constante e matriz de ponderação da referência igual a matriz de ponderação da saída, o desempenho do algoritmo de controle proposto é equivalente ao algoritmo desenvolvido por Favier(1982).

Posteriormente, desenvolve-se o controlador preditivo generalizado. Mostra-se como os parâmetros de sintonia deste controlador influenciam os polos do processo em malha fechada.

O trabalho inclui resultados práticos da aplicação dos controladores adaptativos em uma coluna de destilação binária de alta pureza. Dos resultados da aplicação verifica-se que o controle preditivo generalizado apresenta o melhor comportamento entre os algoritmos de controle avaliados, isto é, menor sobre-elevação e menor tempo de estabilização.

ABSTRACT

Adaptive control algorithms for multi-input multi-output are presented.

Initially, output predictors for a prediction horizon equal to or greater than the time delay of the process to be controlled by those control algorithms are reviewed. It is shown that, for the same inputs and disturbances, the predictions obtained have the same prediction error.

A self-tuning controller based on the generalized minimum variance strategy is developed. To obtain zero steady-state error between the output and the reference signal, for a step change, an on-line method for adjusting the reference weighting matrix is proposed. In the case of systems with the same number of inputs and outputs, constant control weighting matrix and reference weighting matrix equal to the output weighting matrix, the performance of the control algorithm proposed is similar to the Favier's algorithm.

The generalized predictive controller is then developed. It is also shown how the tuning parameters affect the closed-loop poles.

Application of those adaptive control algorithms in a high-purity binary distillation column is included. Simulation results show that the generalized predictive controller presents a better performance when compared to others control algorithms, with less overshoot and less settling time.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Controle Adaptativo : Motivação e Objetivos do Trabalho.....	2
1.2 Organização da Tese.....	5
1.3 Modelagem Discreta Multivariável : Matriz "Interactor".....	6
1.3.1 Matriz "Interactor" de um Processo Multivariável.....	7
1.3.2 Algoritmo para Calcular a Matriz "Interactor".....	8
1.3.3 Casos Particulares da Matriz "Interactor".....	11
1.4 Conclusão.....	12
CAPÍTULO 2 - PREDITORES DE K PASSOS PARA SISTEMAS LINEARES DISCRETOS MULTIVARIÁVEIS.....	13
2.1 Introdução.....	14
2.1.1 Organização da Tese.....	16
2.2 Modelo do Processo Discreto.....	17
2.3 Preditor de k Passos : Matriz "Interactor" Não-Diagonal.....	18
2.4 Preditor de k Passos : Matriz "Interactor" Diagonal.....	26
2.5 Preditor de k Passos : Procedimento Iterativo.....	29
2.6 Preditor de k Passos : Modelo Discreto "CARIMA".....	37
2.6.1 Preditor Iterativo para o Modelo Discreto "CARIMA"....	43
2.7 Equivalência do Erro de Previsão da Saída Entre os Preditores Iterativo e "Diophantine".....	45
2.8 Conclusão.....	54
CAPÍTULO 3 - CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL MULTIVARIÁVEL BASEADO NA ESTRATÉGIA DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADA.....	56
3.1 Introdução.....	57
3.1.1 Evolução dos Controladores Auto-Ajustáveis Multivariáveis.....	62
3.1.2 Organização do Capítulo.....	64
3.2 Controlador Auto-Ajustável de Variância Mínima Generalizada.....	67
3.3 Controlador Auto-Ajustável com Ponderações Adaptativas.....	71

3.3.1	Controlador Auto-Ajustável com o Cálculo Adaptativo da Ponderação do Vetor de Referência.....	73
3.3.2	Equivalência dos Controladores Auto-Ajustáveis com Lambda Adaptativo e Vetor de Referência para o Controle.....	75
3.3.3	Controlador Auto-Ajustável com o Cálculo Adaptativo da Ponderação da Perturbação Determinística.....	78
3.4	Controlador Auto-Ajustável com o Procedimento de Alocação de Polos.....	81
3.4.1	Condições para Solução da Equação de Alocação de Polos.....	87
3.4.2	Controlador Auto-Ajustável com Procedimento de Alocação de Polos para um Modelo Linear Discreto Monovariável.....	90
3.5	Controlador Auto-Ajustável para o Modelo Discreto "CARIMA"..	94
3.6	Resultados de Simulação.....	96
3.6.1	Geração das Medidas, Inicialização e Critérios para Comparação do Desempenho dos Algoritmos de Controle.....	97
3.6.2	Eliminação do Erro em Regime com o Controlador Auto-Ajustável Utilizando o Procedimento Lambda Adaptativo..	99
3.6.3	Influência da Ponderação do Controle e Número de Parâmetros Estimados no Comportamento do Controlador Auto-Ajustável.....	100
3.6.4	Comparação do Controlador Auto-Ajustável com Lambda Adaptativo com Outros Algoritmos de Controle para Eliminação do Erro em Regime.....	106
3.6.5	Controlador Auto-Ajustável com Lambda e Omega Adaptativo.....	113
3.6.6	Controle de um Processo com Atrasos Distintos.....	114
3.7	Conclusão.....	121
CAPÍTULO 4 - CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO MULTIVARIÁVEL..		125
4.1	Introdução.....	126
4.1.1	Organização do Capítulo.....	133
4.2	Controlador Preditivo Generalizado para um Processo Discreto Multivariável "CARMA".....	134

4.3	Controlador Preditivo Generalizado para um Processo Discreto Multivariável "CARIMA".....	140
4.4	Seleção dos Parâmetros de Projeto do Controlador Preditivo Generalizado.....	144
4.4.1	Procedimentos Heurísticos para Sintonia do Controle Preditivo Generalizado.....	145
4.4.2	Procedimentos Teóricos para Sintonia do Controle Preditivo Generalizado Analisando-se os Polos do Sistema em Malha fechada.....	146
4.5	Resultados de Simulação.....	155
4.5.1	Dados Iniciais para Simulação.....	156
4.5.2	Controle de um Processo com Matriz "Interactor" Diagonal.....	156
4.5.3	Controle de um Processo com Matriz "Interactor" Não-Diagonal.....	179
4.6	Conclusão.....	182

CAPÍTULO 5 - IMPLEMENTAÇÃO POR SIMULAÇÃO DE CONTROLADORES ADAPTATIVOS EM UMA COLUNA DE DESTILAÇÃO BINÁRIA DE ALTA PUREZA.....194

5.1	Introdução.....	195
5.1.1	Organização do Capítulo.....	198
5.2	Evolução das Aplicações de Controladores Adaptativos em Colunas de Destilação.....	199
5.3	Descrição do Processo : Coluna de Destilação Binária de Alta Pureza.....	202
5.3.1	Seleção da Configuração de Controle para a Coluna de Destilação.....	204
5.4	Resultados de Simulação com os Algoritmos de Controle Adaptativo na Configuração Monovariável.....	206
5.5	Resultados de Simulação com os Algoritmos de Controle Adaptativo na Configuração Multivariável.....	213
5.6	Resultados de Simulação com os Algoritmos de Controle Adaptativo na Configuração Multi-Malha.....	222
5.7	Conclusão.....	227

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES.....	229
APÊNDICE.....	235
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	238

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

- 1.1 CONTROLE ADAPTATIVO : MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS DO TRABALHO
- 1.2 ORGANIZAÇÃO DA TESE
- 1.3 MODELAGEM DISCRETA MULTIVARIÁVEL : MATRIZ "INTERACTOR"
- 1.4 CONCLUSÃO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 CONTROLE ADAPTATIVO : MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS DO TRABALHO

Os sistemas de controle de processos industriais são baseados em controladores do tipo Proporcional, Integral e Derivativo (PID), surgidos na década de 30.

A grande aceitação deste tipo de controlador deve-se a sua simplicidade e ao fato de que quando sintonizado adequadamente, normalmente proporciona um bom comportamento em malha fechada do processo.

Entretanto, quando um processo apresenta características complexas, isto é, atrasos e parâmetros variantes no tempo e fase não-mínima, a sintonização do controlador PID é uma tarefa difícil e pode comprometer o desempenho do sistema em malha fechada. A dificuldade de sintonia dos ganhos deste controlador aumenta ainda mais se o processo a ser controlado é multivariável.

Na literatura existem inúmeras referências (Hahn,1985 ; Seborg,1986 ; Astrom,1987) evidenciando que os algoritmos adaptativos são uma solução adequada para o controle de processos que apresentam as complexidades acima descritas.

Um controlador adaptativo pode ser obtido através das seguintes etapas : i) estimação de parâmetros; ii) previsão da saída do processo e iii) cálculo do sinal de controle.

A partir dos parâmetros estimados do modelo do processo, o sinal de controle $u(t)$ é calculado em cada instante de tempo de forma a satisfazer um determinado critério de desempenho. O critério de desempenho é normalmente descrito por uma função do erro entre a saída do processo e sua previsão em um ou vários instantes de tempo à frente.

A solução deste problema de estimação e cálculo de uma lei de controle satisfazendo um critério de desempenho leva aos conceitos de controle dual e cauteloso (Wittenmark,1975). O

controle dual é a solução ótima do problema. Considera as incertezas da estimação no cálculo do controle e, além disto, excita o sistema para melhorar a estimação dos parâmetros. O controle cauteloso pondera as incertezas no cálculo do controle. A alternativa mais simples é utilizar-se os parâmetros estimados no lugar dos parâmetros desconhecidos do processo. Este procedimento é conhecido como Princípio da Equivalência Certa e é, em geral, sub-ótimo. Será utilizada nos algoritmos de controle adaptativo a serem desenvolvidos devido ao sucesso acadêmico e aos resultados práticos na aplicação destes controladores em processos industriais (Lambert,1987 ; Clarke,1989 ; Coelho,1990).

Os tipos mais comuns de controle adaptativo são :
i) Modelo de Referência (Landau,1979), onde a saída do processo é comparada com a saída do modelo de referência, convenientemente escolhida, e a diferença é então utilizada para ajustar os parâmetros do controlador; ii) Auto-Ajustável (Astrom,1973), onde uma técnica de estimação é empregada para obter, a cada iteração, os parâmetros do modelo do processo controlado. Os parâmetros estimados são utilizados em seguida pela lei de controle que será calculada através de um método de projeto clássico (alocação de polos) ou ótimo (minimização de uma função custo quadrática) e iii) Preditivo Generalizado (Clarke,1985) realiza a previsão da saída do processo em um horizonte de tempo maior que o atraso de transporte do processo. O sinal de controle é calculado pela minimização de uma função custo quadrática da diferença entre a saída prevista e o sinal de referência, com restrições sobre as ações de controle futuras.

O controle de processos multivariáveis representa um grande desafio para o engenheiro de controle de processos. Estes processos podem apresentar características complexas, entre as quais, acoplamento ou interações entre as variáveis do processo e atrasos distintos e variantes no tempo, que impõem a necessidade de técnicas de controle mais elaboradas, para garantir o desempenho do processo dentro dos limites especificados.

Atualmente existe um grande interesse na avaliação de técnicas de controle avançadas , tais como os controladores

adaptativos multivariáveis em processos industriais.

O grande interesse despertado por estes controladores deve-se a sua facilidade de implementação e aos resultados práticos de sua aplicação em processos com características bastante diversas (parâmetros desconhecidos, atrasos e dinâmica variante, acoplamento, perturbações estocásticas e/ou determinísticas). Assim sendo, os controladores adaptativos têm sido aplicados no controle dos mais variados processos. Entre estes processos destacam-se as colunas de destilação, pelo seu caráter multivariável, comportamento altamente não-linear, atrasos distintos e dinâmica assimétrica, propriedades que as caracterizam como um excelente processo para aplicação de técnicas adaptativas. Controladores convencionais nem sempre se revelam eficazes para rejeitar variações de carga e/ou rastrear mudanças de referência. A utilização de algoritmos adaptativos no controle de colunas de destilação foi inicialmente realizada por Sastry(1977). Desde então, existem diversas aplicações destes controladores em colunas de baixa, média e alta pureza, envolvendo algoritmos monovariáveis e multivariáveis.

Em colunas de destilação de alta pureza as complexidades descritas acima são mais acentuadas. Esta classe de processos é utilizada para a avaliação dos algoritmos de controle adaptativo desenvolvidos neste trabalho. O controle da coluna de destilação utilizando o algoritmo Preditivo Generalizado Multivariável pode ser visto como uma das primeiras aplicações existentes na literatura.

Outro ponto importante relativo ao desenvolvimento dos algoritmos de controle adaptativo é a consideração apropriada do atraso de transporte que, em processos multivariáveis, é representado pela matriz "interactor".

Neste trabalho, os controladores auto-ajustável baseado na estratégia de variância mínima generalizada e o preditivo generalizado são desenvolvidos e implementados em processos multivariáveis que apresentam atrasos iguais ou diferentes entre as variáveis do processo, isto é, em processos com matriz "interactor" diagonal e não-diagonal.

Neste capítulo não se discute a evolução dos controladores adaptativos multivariáveis. Esta discussão é realizada no início dos capítulos 3 e 4 para os controladores auto-ajustável e preditivo, respectivamente.

1.2 ORGANIZAÇÃO DA TESE

No capítulo 2, os algoritmos de previsão multivariáveis em um ou vários instantes de tempo à frente da saída do processo ("Diophantine" e preditivo) são revistos. Em seguida é feita uma extensão através de dois procedimentos distintos do preditor iterativo multivariável desenvolvido por Favier(1988), que não considera a definição da saída filtrada do processo no desenvolvimento do algoritmo iterativo. Demonstra-se também que o erro de previsão da saída do processo relativo aos preditores iterativo e "Diophantine" (indireto e direto) são equivalentes.

No capítulo 3, o controlador auto-ajustável multivariável de variância mínima generalizada, que utiliza o preditor indireto ou direto, é desenvolvido. Este controlador é uma generalização dos algoritmos de controle auto-ajustável multivariáveis conhecidos na literatura e, pode tratar processos com matriz "interactor" não-diagonal e sujeito a perturbações estocásticas e determinísticas. Um procedimento alternativo que ajusta "on-line" as ponderações do sinal de referência e da perturbação na carga é proposto. Demonstra-se que, estes procedimentos de ajuste permitem eliminar o erro em regime entre a saída do processo e a referência, para uma mudança degrau, bem como rejeitar perturbações determinísticas, independentemente do número de entradas e saídas do processo. Mostra-se também que a utilização correta da matriz "interactor" do processo no algoritmo de controle de variância mínima generalizada multivariável permite eliminar o acoplamento entre as malhas de controle.

No capítulo 4, o controlador preditivo generalizado multivariável que utiliza o preditor iterativo é desenvolvido. A partir da representação entrada/saída são deduzidos teoremas para análise do comportamento do processo em malha fechada em função

dos parâmetros de ajuste deste controlador. Demonstra-se que se a ponderação do sinal de controle é nula e os horizontes de previsão da saída e controle são iguais, então os polos do sistema em malha fechada são os zeros do sistema em malha aberta.

No capítulo 5, o desempenho dos controladores auto-ajustável de variância mínima generalizada e preditivo generalizado é avaliado no controle de uma coluna de destilação binária de alta pureza. As configurações de controle implementadas nesta coluna de destilação são monovariável, multivariável e multi-malha.

1.3 MODELAGEM DISCRETA MULTIVARIÁVEL : MATRIZ "INTERACTOR"

Seja um processo linear discreto de múltiplas entradas e múltiplas saídas ("MIMO") modelado pela seguinte equação

$$A(z^{-1})\nabla(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})\nabla(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})e(t) \quad (1.1)$$

onde

$$\begin{cases} y(t) \in \mathbb{R}^p & - \text{saída do processo} \\ u(t) \in \mathbb{R}^m & - \text{entrada do processo} \\ e(t) \in \mathbb{R}^p & - \text{ruído branco, gaussiano, de média zero e} \\ & \text{matriz covariância } \Sigma = \text{diag}(\sigma^2) \end{cases}$$

As matrizes $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$ são matrizes polinomiais no operador atraso z^{-1} definidas por

$$A(z^{-1}) = I_p + A_1 z^{-1} + \dots + A_{nA} z^{-nA} \quad (1.2)$$

$$B(z^{-1}) = B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_{nB} z^{-nB} \quad (1.3)$$

$$C(z^{-1}) = I_p + C_1 z^{-1} + \dots + C_{nC} z^{-nC} \quad (1.4)$$

onde

$$\begin{cases} A(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p} \\ B(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times m} \\ C(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p} \end{cases}$$

Se $V(z^{-1}) = I_p$, então o modelo denomina-se "CARMA", isto é, "Controlled Auto-Regressive Moving Average" (Clarke, 1985). Por outro lado, se $V(z^{-1}) = (1-z^{-1})I_p$, então o modelo denomina-se "CARIMA", isto é, "Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average".

1.3.1 MATRIZ "INTERACTOR" DE UM PROCESSO MULTIVARIÁVEL

A matriz "interactor" de um sistema multivariável, que representa o atraso de transporte, foi introduzida por Wolovich (1976) conforme descrito a seguir.

TEOREMA 1.1

Seja $T(z) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ a matriz de transferência de um sistema multivariável. Então, existe uma matriz polinomial $\xi(z) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ definida por

$$\xi(z) = H(z)D(z) \tag{1.5}$$

onde

$$H(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ h_{z1}(z) & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ h_{pz}(z) & h_{pz}(z) & \dots & 1 \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

$$D(z) = \text{diag} \left[z^{f_1} z^{f_2} \dots z^{f_p} \right] \tag{1.7}$$

e $h_{ij}(z)$ é divisível por z ou é nulo, tal que

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi(z)T(z) = K \quad (1.8)$$

com K uma matriz não-singular.

A matriz "interactor" pode ser vista como o análogo multivariável do atraso de transporte para sistemas "SISO" ("Single-Input, Single-Output"). Para uma interpretação direta considere a seguinte função de transferência monovariável $t(z)$

$$t(z) = z^{-d-1} \frac{b(z^{-1})}{a(z^{-1})} = z^{-d-1} \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}} \quad (1.9)$$

Deve-se então determinar o polinômio $\xi(z)$ que verifique

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi(z)t(z) = k \quad (k \neq 0) \quad (1.10)$$

Este limite existe se o polinômio $\xi(z)$ é da forma

$$\xi(z) = z^{d+1} \quad (1.11)$$

Deste modo, verifica-se que o polinômio $\xi(z)$ está diretamente relacionado com o atraso de transporte do sistema monovariável.

1.3.2 ALGORITMO PARA CALCULAR A MATRIZ "INTERACTOR"

A seguir, apresenta-se o algoritmo para determinar a matriz "interactor" de um processo multivariável a partir de sua matriz de transferência (Wolovich, 1976).

Se a matriz "interactor" existe, então existe um único inteiro d_i , $i = (1, \dots, p)$ tal que

$$\lim_{z \rightarrow \infty} z^{d_i} T_i(z) = t_i, \quad i = 1, \dots, p \quad (1.12)$$

onde $T_i(z)$ representa a i -ésima linha de $T(z)$ e t_i é um vetor não nulo e finito.

Define-se a primeira linha $\xi_1(z)$, de $\xi(z)$, como

$$\xi_1(z) = \begin{bmatrix} z^{d_1} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

de modo que

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi_1(z) T(z) = \xi_1 = t_1 \quad (1.14)$$

Se t_2 é linearmente independente de ξ_1 , então faça

$$\xi_2(z) = \begin{bmatrix} 0 & z^{d_2} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

de modo que

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi_2(z) T(z) = \xi_2 = t_2 \quad (1.16)$$

Por outro lado, se t_2 e t_1 são linearmente dependentes tais que

$$t_2 = \alpha_1^1 \xi_1 \quad (1.17)$$

com o escalar $\alpha_1^1 \neq 0$, então considere

$$\tilde{\xi}_1(z)_2 = z^{d_2^1} \left[(0 \ z^{d_2} \ 0 \ \dots \ 0) - \alpha_1^1 \xi_1(z) \right] \quad (1.18)$$

onde d_2^1 é o único inteiro para o qual

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \tilde{\xi}_1(z)_2 T(z) = \tilde{\xi}_2^1 \quad (1.19)$$

é finito e não nulo.

Se $\tilde{\xi}_2^1$ é linearmente independente de ξ_1 , então

$$\xi_2(z) = \tilde{\xi}_1(z)_2 \quad (1.20)$$

e note que

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi_2(z)T(z) = \tilde{\xi}_2^1 \quad (1.21)$$

é linearmente independente de ξ_1 . Caso contrário, então

$$\tilde{\xi}_2^1 = \alpha_1^2 \xi_1 \quad (1.22)$$

e considere

$$\tilde{\xi}_2(z)_2 = z^{d_2^2} \left[\xi_1(z)_2 - \alpha_1^2 \xi_1(z) \right] \quad (1.23)$$

onde d_2^2 é o único inteiro para o qual

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \tilde{\xi}_2(z)_2 T(z) = \tilde{\xi}_2^2 \quad (1.24)$$

é finito e não-nulo.

Se $\tilde{\xi}_2^2$ e ξ_1 são linearmente independentes, faça

$$\xi_2(z) = \tilde{\xi}_2(z)_2 \quad (1.25)$$

Senão, repita o procedimento até que a independência linear seja obtida. As linhas restantes de $\xi(z)$ são obtidas de maneira similar. Note que a equação (1.8) é satisfeita desde que ξ_i sejam linearmente independentes.

Estes resultados foram desenvolvidos para processos com o mesmo número de entradas e saídas ($m=p$). Para processos não-quadrados, onde $T(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times m}$, o algoritmo para se calcular a matriz "interactor" é similar ao caso quadrado, podendo ser encontrado em Wolovich(1976).

1.3.3 CASOS PARTICULARES DA MATRIZ "INTERACTOR"

Em processos multivariáveis é comum assumir a matriz "interactor" como sendo diagonal, conforme descrito a seguir.

i) Atrasos iguais entre os pares entrada/saída :

$$\xi(z) = z^d I_p \tag{1.26}$$

onde d é o único atraso associado a cada saída.

Quando se utiliza a matriz "interactor" de acordo com a equação (1.26), admite-se que o atraso de todas as saídas em relação a todas as entradas do sistema é igual a um mesmo inteiro d , o atraso do sistema multivariável. Neste caso o sistema pode ser modelado pela seguinte equação

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})e(t) \tag{1.27}$$

ii) Atrasos diferentes entre os pares entrada/saída :

$$\xi(z) = \text{diag} \left[d_1 \ d_2 \ \dots \ d_p \right] \tag{1.28}$$

onde

$$d_i = \min_j d_{ij} \tag{1.29}$$

representa o atraso da i -ésima saída e d_{ij} é o atraso entre a j -ésima entrada e a i -ésima saída,

Neste caso em que cada saída $y_i(t)$ admite um atraso de transporte d_i em relação a todas as entradas, o processo pode ser modelado de acordo com a seguinte equação

$$A(z^{-1})y(t) = \text{diag} \left[z^{-d_1} \ z^{-d_2} \ \dots \ z^{-d_p} \right] B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})e(t) \quad (1.30)$$

Nas seções 3 e 4 são desenvolvidos algoritmos de controle adaptativo do tipo auto-ajustável e preditivo que utilizam os modelos representados pelas equações (1.1), (1.27) e (1.30).

1.4 CONCLUSÃO

Discutiu-se as diferentes formas de se representar um processo linear discreto multivariável e que são utilizadas no desenvolvimento dos algoritmos de controle adaptativo deste trabalho.

Mostrou-se ainda que a matriz "interactor" representa uma generalização do atraso de transporte para sistemas multivariáveis.

CAPÍTULO 2

PREDITORES DE K PASSOS PARA SISTEMAS LINEARES DISCRETOS MULTIVARIÁVEIS

- 2.1 INTRODUÇÃO
- 2.2 MODELO DO PROCESSO DISCRETO
- 2.3 PREDITOR DE K PASSOS : MATRIZ "INTERACTOR" NÃO-DIAGONAL
- 2.4 PREDITOR DE K PASSOS : MATRIZ "INTERACTOR" DIAGONAL
- 2.5 PREDITOR DE K PASSOS : PROCEDIMENTO ITERATIVO
- 2.6 PREDITOR DE K PASSOS : MODELO DISCRETO "CARIMA"
- 2.7 EQUIVALÊNCIA DO ERRO DE PREVISÃO DA SAÍDA ENTRE OS PREDITORES
ITERATIVO E "DIOPHANTINE"
- 2.8 CONCLUSÃO

CAPÍTULO 2

PREDITORES DE K PASSOS PARA SISTEMAS LINEARES DISCRETOS MULTIVARIÁVEIS

2.1 INTRODUÇÃO

Desde o trabalho de Borisson (1979), que obteve o regulador auto-ajustável multivariável para um processo linear discreto a partir do regulador auto-ajustável monovariável de Astrom (1973), diversas generalizações para o caso multivariável tem sido realizadas (Koivo, 1980 ; Favier, 1982 ; Mohtadi, 1986).

Um controlador adaptativo do tipo auto-ajustável ("self-tuning") pode ser obtido através das seguintes etapas :
i) estimação de parâmetros; ii) previsão da saída do processo e
iii) cálculo do sinal de controle. A figura 2.1 apresenta um diagrama de blocos para esta classe de controle.

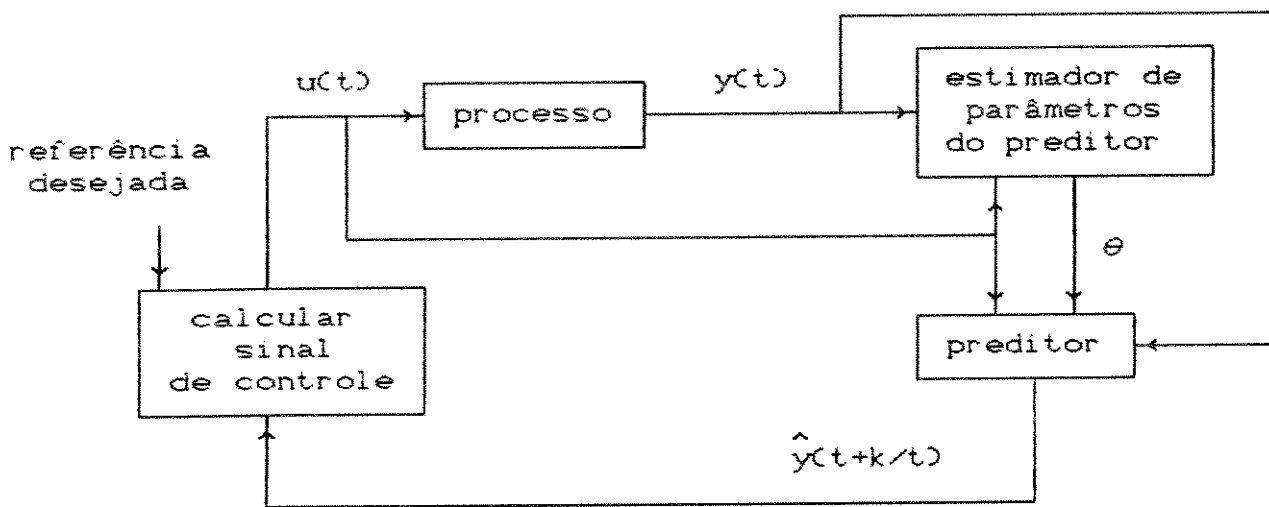


FIGURA 2.1

Estrutura de um controlador adaptativo

O sinal de controle $u(t)$ deve ser calculado em cada instante de tempo de modo a satisfazer um critério de desempenho.

Este critério de desempenho é normalmente descrito por uma função do erro entre a saída do processo e sua previsão a um ou vários instantes de tempo à frente, e que portanto deve ser minimizada.

Na literatura, os algoritmos adaptativos multivariáveis diferenciam-se de acordo com o cálculo do preditor da saída do processo, do método de estimação de parâmetros e das variáveis do processo a serem otimizadas.

Alguns algoritmos calculam o preditor da saída do sistema em d instantes de tempo à frente, onde d representa o atraso de transporte do processo (Keviczky,1981 ; Favier,1982 ; Koivo,1985). Nestes trabalhos assume-se que a matriz "interactor" é uma matriz diagonal. O controlador auto-ajustável baseado na estratégia de variância mínima generalizada, a ser discutido no capítulo 3, é um exemplo típico de aplicação deste preditor.

Outros algoritmos que também associam d instantes de tempo à frente no cálculo do preditor, permitem tratar sistemas caracterizados por uma matriz "interactor" na forma não-diagonal (Goodwin,1982 ; Dugard,1984 ; Scatolini,1986). O controlador auto-ajustável pode novamente ser visto como aplicação deste tipo de preditor.

Trabalhos recentes propõem algoritmos de controle adaptativo multivariáveis que fazem a previsão da saída do processo em um horizonte de tempo maior do que o atraso de transporte do processo (Tham,1987 ; Shah,1987 ; Favier,1988). O controlador adaptativo inserido neste contexto é o controle preditivo generalizado e será apresentado no capítulo 4.

Os preditores do sinal de saída do processo, que são utilizados na elaboração dos algoritmos de controle adaptativo, podem ser obtidos de forma indireta, direta ou iterativa.

Na forma indireta estima-se os parâmetros do modelo do processo a partir das medidas de entrada e saída, efetuando-se a seguir manipulações com equações matriciais polinomiais para se obter o valor futuro da saída do processo. Na forma direta estima-se diretamente os parâmetros que descrevem a equação matricial polinomial do preditor da saída do processo (Lee,1983 ; Kanjilal,1987 ; Favier,1988). A forma iterativa é obtida iterando-se a equação que descreve a dinâmica do processo, com as

medidas de entrada e saída conhecidas neste instante, de um horizonte inicial até o horizonte de previsão final (Goodwin,1984 ; Favier,1987). Estes preditores da saída do processo são discutidos ao longo deste capítulo.

Existem inúmeros trabalhos mostrando as diferentes formas de se calcular o preditor da saída do processo para o caso de sistemas monovariáveis (De Keyser,1982 ; Goodwin,1984 ; Lambert,1987). Alguns destes algoritmos foram estendidos para o caso multivariável e novos procedimentos continuam sendo propostos (Mohtadi,1986 ; Favier,1988 ; Lu,1990).

Neste capítulo, os algoritmos de previsão multivariáveis para $k = d$ e $k > d$ passos à frente da saída do processo são revistos e, em seguida, é feita uma extensão através de dois procedimentos distintos do preditor iterativo multivariável desenvolvido por Favier (1988), que não considera a definição da saída filtrada do processo no desenvolvimento deste tipo de algoritmo preditivo. O procedimento iterativo sugerido por De Keyser (1981) para sistemas monovariáveis reduz o esforço computacional quando o horizonte de previsão é maior que o atraso de transporte do processo se comparado com o método de solução da equação de "Diophantine" (Favier,1982 ; Clarke,1987).

2.1.1 ORGANIZAÇÃO DO CAPÍTULO

Na seção seguinte reescreve-se o modelo discreto "CARMA" de um processo multivariável discutido no capítulo anterior.

O preditor de k passos da saída do processo quando caracterizado por uma matriz "interactor" na forma não-diagonal e diagonal é discutido nas seções 2.3 e 2.4.

A seguir, na seção 2.5, apresenta-se o procedimento iterativo para se calcular o preditor de k passos à frente da saída do processo, onde k pode representar um horizonte maior que o atraso de transporte do processo. Dois métodos baseados na definição da saída filtrada do processo são propostos. Estes métodos diferem do apresentado por Favier(1988) que desenvolveu o preditor da saída do processo para o caso particular em que a saída filtrada é a própria saída do processo.

Na seção 2.6 obtém-se de forma similar, para o modelo linear discreto do processo representado na forma "CARIMA", os preditores indireto, direto e iterativo que foram obtidos para o modelo discreto "CARMA" nas seções anteriores.

Finalmente, na seção 2.7 demonstra-se que os procedimentos iterativo e "Diophantine" (indireto e direto) para se calcular o preditor da saída do processo são equivalentes isto é, estende-se o trabalho de Lambert (1987) desenvolvido em sistemas "SISO" para o caso multivariável. Discute-se também o tipo de preditor a ser empregado nos controladores auto-ajustável e preditivo que são desenvolvidos nos capítulos subsequentes.

2.2 MODELO DO PROCESSO DISCRETO

Seja um processo linear descrito pelo modelo "CARMA" e representado pela equação 2.1

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})e(t) + D(z^{-1})v(t) \quad (2.1)$$

onde $A(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $B(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times m}$, $C(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ e $D(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ são matrizes polinomiais no operador atraso z^{-1} definidas por

$$A(z^{-1}) = I_p + A_1 z^{-1} + \dots + A_n z^{-nA} \quad (2.2)$$

$$B(z^{-1}) = B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_n z^{-nB} \quad (2.3)$$

$$C(z^{-1}) = I_p + C_1 z^{-1} + \dots + C_n z^{-nC} \quad (2.4)$$

$$D(z^{-1}) = D_0 + D_1 z^{-1} + \dots + D_n z^{-nD} \quad (2.5)$$

e $v(t)$ é uma perturbação determinística mensurável.

No capítulo anterior discutiu-se as formas "CARMA" e "CARIMA" do modelo linear discreto geral para um processo multivariável. A representação "CARMA" foi reescrita nesta seção em função de sua utilização na determinação dos preditores multivariáveis que são estabelecidos a seguir.

2.3 PREDITOR DE K PASSOS : MATRIZ "INTERACTOR" NÃO-DIAGONAL

A diferença fundamental na análise de processos multivariáveis, quando comparados com processos monovariáveis, reside no fato de que operações com as matrizes polinomiais não são comutativas. Portanto os cálculos envolvidos em sistemas "MIMO" são mais complexos do que em sistemas "SISO". Assim sendo, estabelece-se a seguir algumas definições de identidades de matrizes polinomiais para auxiliar na elaboração do preditor de k passos à frente da saída filtrada do sistema. É utilizada a saída filtrada do processo no lugar da saída medida para : i) permitir a eliminação de frequências indesejadas no sinal de saída ($\Delta(z^{-1})$) e ii) representar adequadamente os atrasos efetivos do processo ($\xi(z)$).

Considere o vetor da saída filtrada do processo, isto é, o vetor $y_f(t)$ que está relacionado com a saída do processo por

$$y_f(t) = \Delta(z^{-1})\xi(z)y(t-d) \quad (2.6)$$

onde d representa a maior potencia da matriz "interactor" $\xi(z)$, conforme definida no capítulo 1, e $\Delta(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ é uma matriz polinomial definida por

$$\Delta(z^{-1}) = I_p + \Delta_1 z^{-1} + \dots + \Delta_{n\Delta} z^{-n\Delta} \quad (2.7)$$

Sejam as matrizes polinomiais $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ tal que

$$C(z^{-1})A^*(z^{-1}) = A(z^{-1})C^*(z^{-1}) \quad (2.8)$$

com

$$A^*(0) = I_p \quad (2.9)$$

$$C^*(0) = I_p \quad (2.10)$$

$$nA^* = nA \quad (2.11)$$

$$nC^* = nC \quad (2.12)$$

As condições para solução única desta equação podem ser obtidas em Wolovich(1974) e não são discutidas neste trabalho.

Sejam as matrizes polinomiais $F_k(z, z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ soluções da seguinte identidade polinomial

$$\Delta(z^{-1})\xi(z)C^*(z^{-1}) = F_k(z, z^{-1})A^*(z^{-1}) + z^{d-k}G_k(z^{-1}) \quad (2.13)$$

onde

$$F_k(z, z^{-1}) = F_{d-k+1}^k z^{d-k+1} + \dots + F_d^k z^d \quad (2.14)$$

$$G_k(z^{-1}) = G_0^k + G_1^k z^{-1} + \dots + G_{nG_k}^k z^{-nG_k} \quad (2.15)$$

$$nG_k = \max(n\Delta + nC - k, nA - 1) \quad (2.16)$$

e as matrizes polinomiais $\bar{C}_k(z^{-1})$, $\bar{F}_k(z, z^{-1})$ e $\bar{G}_k(z^{-1})$ soluções de

$$\bar{C}_k(z^{-1})F_k(z, z^{-1}) = \bar{F}_k(z, z^{-1})C(z^{-1}) \quad (2.17)$$

$$\bar{C}_k(z^{-1})G_k(z^{-1}) = \bar{G}_k(z^{-1})C^*(z^{-1}) \quad (2.18)$$

com

$$\bar{C}_k(0) = I_p \quad (2.19)$$

$$n\bar{C}_k = nC \quad (2.20)$$

$$\bar{F}_k(z, z^{-1}) = \bar{F}_{d-k+1}^k z^{d-k+1} + \dots + \bar{F}_d^k z^d \quad (2.21)$$

$$n\bar{G}_k = nG_k \quad (2.22)$$

$$\bar{G}_k(z^{-1}) = \bar{G}_0^k + \bar{G}_1^k z^{-1} + \dots + \bar{G}_{nG_k}^k z^{-nG_k} \quad (2.23)$$

Substituindo-se a equação (2.8) na equação (2.13) resulta que

$$\Delta(z^{-1})\xi(z) = F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{d-k}G_k(z^{-1})C^{*-1}(z^{-1}) \quad (2.24)$$

e utilizando-se a equação do modelo (2.1) obtém-se que

$$\begin{aligned} \Delta(z^{-1})\xi(z)y(t+k-d) &= F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1})B(z^{-1})u(t+k-d-1) + \\ &G_k(z^{-1})C^{*-1}(z^{-1})y(t) + F_k(z, z^{-1})e(t+k-d) + \\ &F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1})D(z^{-1})v(t+k-d) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Das equações (2.17) e (2.18) tem-se que

$$F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1}) = \bar{C}_k(z^{-1})\bar{F}_k(z, z^{-1}) \quad (2.26)$$

$$G_k(z^{-1})C^{*-1}(z^{-1}) = \bar{C}_k^{-1}(z^{-1})\bar{G}_k(z^{-1}) \quad (2.27)$$

Com a saída filtrada definida pela equação (2.6) e as equações (2.26) e (2.27), reescreve-se a equação da saída filtrada (2.25) como

$$\begin{aligned} y_f(t+k) &= \bar{C}_k^{-1}(z^{-1}) \left[\bar{G}_k(z^{-1})y(t) + \bar{F}_k(z, z^{-1})B(z^{-1})u(t+k-d-1) + \right. \\ &\left. \bar{F}_k(z, z^{-1})D(z^{-1})v(t+k-d) \right] + \\ &F_k(z, z^{-1})e(t+k-d) \end{aligned} \quad (2.28)$$

O preditor $\hat{y}_f(t+k/t)$, que realiza a previsão da saída filtrada em k passos à frente, utilizando os dados de saída e entrada disponíveis até o instante t , isto é

$$\{y(t), y(t-1), y(t-2), \dots, u(t-1), u(t-2), \dots\}$$

é dado por

$$\hat{y}_f(t+k/t) = \bar{C}_k^{-1}(z^{-1}) \left[\bar{G}_k(z^{-1})y(t) + \bar{F}_k(z, z^{-1})B(z^{-1})u(t+k-d-1) + \bar{F}_k(z, z^{-1})D(z^{-1})v(t+k-d) \right] \quad (2.29)$$

Definindo-se agora o erro do preditor de k passos à frente como

$$e(t+k/t) = y_f(t+k) - \hat{y}_f(t+k/t) \quad (2.30)$$

de acordo com as equações (2.28) e (2.29), resulta então

$$e(t+k/t) = F_k(z, z^{-1})e(t+k) \quad (2.31)$$

A partir das matrizes polinomiais $\alpha_k^*(z^{-1})$, $\beta_k^*(z^{-1})$, $\gamma_k^*(z^{-1})$ e $\delta_k(z^{-1})$, definidas respectivamente pelas equações (2.33), (2.34), (2.35) e (2.36), o modelo equivalente representado pela equação (2.28) pode ser reescrito como

$$y_f(t+k) = \alpha_k^*(z^{-1})y(t) + \beta_k^*(z^{-1})u(t+k-d) + \gamma_k^*(z^{-1})v(t+k-d) - \underbrace{\quad}_{C_k(z^{-1})y_f(t+k) + \delta_k(z^{-1})e(t+k-d)} \quad (2.32)$$

onde

$$\alpha_k^*(z^{-1}) = \bar{G}(z^{-1}) \quad (2.33)$$

$$\beta_k^*(z^{-1}) = z^{-1}\bar{F}_k(z, z^{-1})B(z^{-1}) \quad (2.34)$$

$$\gamma_k^*(z^{-1}) = \bar{F}_k(z, z^{-1})D(z^{-1}) \quad (2.35)$$

$$\delta_k(z^{-1}) = F_k(z, z^{-1}) \quad (2.36)$$

com a convenção de que qualquer matriz polinomial $M(z^{-1})$ de grau nM pode ser escrita como

$$M(z^{-1}) = M_0 + \tilde{M}(z^{-1}) \quad (2.37)$$

com

$$M(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{nM} M_i \quad (2.38)$$

Desta forma, utilizando-se as equações (2.33), (2.34), (2.35) e (2.36) na equação (2.29), que representa o preditor de k passos à frente do sinal $y_f(t)$, obtém-se que

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t+k/t) = & \alpha_k^*(z^{-1})y(t) + \beta_k^*(z^{-1})u(t+k-d) + \gamma_k^*(z^{-1})v(t+k-d) - \\ & \tilde{C}_k(z^{-1})y_f(t+k) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Diferentes algoritmos podem ser elaborados para o preditor de k passos à frente, $\hat{y}_f(t+k/t)$ e, estão resumidos a seguir para o caso de sistemas "MIMO" com matriz "interactor" não-diagonal.

Quando os parâmetros do modelo do processo representado pelas matrizes (A,B,C,D) são conhecidos as matrizes polinomiais $\alpha_k^*(z^{-1})$, $\beta_k^*(z^{-1})$, $\gamma_k^*(z^{-1})$ e $\delta_k(z^{-1})$ podem ser calculadas e utilizadas para resolver a equação (2.39) (procedimento não-adaptativo). O segundo método baseia-se na forma indireta, isto é, as matrizes representativas do modelo do processo são desconhecidas e estimadas inicialmente para depois serem utilizadas indiretamente na equação (2.39). O terceiro método baseia-se na forma direta, onde as matrizes do preditor são estimadas e usadas diretamente na equação do preditor, (2.39), não sendo assim necessário resolver as equações matriciais polinomiais definidas pelas equações (2.13), (2.17) e (2.18) como ocorre no caso indireto. Estes dois últimos procedimentos, indireto e direto, caracterizam a versão adaptativa.

A seguir relaciona-se os algoritmos não-adaptativo e adaptativo para o cálculo do preditor de k passos de $y_f(t)$ relativo a equação (2.39).

ALGORITMO NÃO-ADAPTATIVO

- i) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- ii) Determinar $F_k(z, z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.13)
- iii) Determinar $\bar{F}_k(z, z^{-1})$, $\bar{C}_k(z^{-1})$ e $\bar{G}_k(z^{-1})$ utilizando as equações (2.17) e (2.18)
- iv) Determinar as matrizes polinomiais $\alpha_k^*(z^{-1})$, $\beta_k^*(z^{-1})$ e $\gamma_k^*(z^{-1})$ pelas equações (2.33), (2.34) e (2.35)
- v) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.39)

ALGORITMO ADAPTATIVO INDIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A, B, C, D) com o método da matriz estendida
- ii) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- iii) Determinar $F_k(z, z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.13)
- iv) Determinar $\bar{F}_k(z, z^{-1})$, $\bar{C}_k(z^{-1})$ e $\bar{G}_k(z^{-1})$ utilizando as equações (2.17) e (2.18)
- v) Determinar as matrizes polinomiais $\alpha_k^*(z^{-1})$, $\beta_k^*(z^{-1})$ e $\gamma_k^*(z^{-1})$ pelas equações (2.33), (2.34) e (2.35)
- vi) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.39)

ALGORITMO ADAPTATIVO DIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais $\alpha_k^*(z^{-1})$, $\beta_k^*(z^{-1})$, $\gamma_k^*(z^{-1})$ e $\tilde{C}_k(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.32) com o método da matriz estendida
- ii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.39)

A desvantagem dos algoritmos adaptativos para o cálculo do preditor reflete-se na identificação da matriz polinomial $C(z^{-1})$ do modelo do processo descrito pela equação 2.1. Neste caso o método de identificação dos mínimos quadrados recursivo (MQR) deve ser substituído pelo método da matriz estendida ou máxima verossimilhança, acarretando um aumento do tempo computacional e problemas de consistência dos estimadores (Amaral, 1980).

Para evitar a estimação do modelo da perturbação desenvolve-se a seguir um preditor da saída do processo em que o método dos MQR pode ser utilizado no algoritmo adaptativo direto.

Sejam as matrizes $\alpha_k(z^{-1})$, $\beta_k(z^{-1})$ e $\gamma_k(z^{-1})$ definidas como

$$\alpha_k(z^{-1}) = G_k(z^{-1})C^{*-1}(z^{-1}) \quad (2.40)$$

$$\beta_k(z^{-1}) = z^{-1}F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) \quad (2.41)$$

$$\gamma_k(z^{-1}) = F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1})D(z^{-1}) \quad (2.42)$$

que são obtidas pela substituição das equações (2.17) e (2.18) na equação (2.29).

A partir das equações (2.40), (2.41) e (2.42) a equação (2.25) pode ser reescrita como segue

$$y_f(t+k) = \alpha_k(z^{-1})y(t) + \beta_k(z^{-1})u(t+k-d) + \gamma_k(z^{-1})v(t+k-d) + \delta_k(z^{-1})e(t+k-d) \quad (2.43)$$

e o preditor de k passos à frente do sinal $y_f(t)$ e o erro de previsão são dados por

$$\hat{y}_f(t+k/t) = \alpha_k(z^{-1})y(t) + \beta_k(z^{-1})u(t+k-d) + \gamma_k(z^{-1})v(t+k-d) \quad (2.44)$$

$$e(t+k/t) = \delta_k(z^{-1})e(t+k-d) \quad (2.45)$$

Portanto a equação (2.44) corresponde a formulação direta para previsão da saída do processo, $\hat{y}_f(t+k/t)$, que depende das matrizes $\alpha_k(z^{-1})$, $\beta_k(z^{-1})$ e $\gamma_k(z^{-1})$ a ser obtidas pelo método dos MQR através da equação (2.43).

Os algoritmos não-adaptativo e adaptativo, que calculam o sinal $\hat{y}_f(t+k/t)$ a partir da equação (2.44), quando os parâmetros do processo "CARMA" são constantes e desconhecidos, estão resumidos a seguir.

ALGORITMO NÃO-ADAPTATIVO

- i) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- ii) Determinar $F_k(z, z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.13)
- iii) Determinar as matrizes polinomiais $\alpha_k(z^{-1})$, $\beta_k(z^{-1})$ e $\gamma_k(z^{-1})$ pelas equações (2.40), (2.41) e (2.42)
- iv) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando ou a equação (2.44)

ALGORITMO ADAPTATIVO INDIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A, B, C, D) com o método da matriz estendida
- ii) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- iii) Determinar $F_k(z, z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.13)
- iv) Determinar as matrizes polinomiais $\alpha_k(z^{-1})$, $\beta_k(z^{-1})$ e $\gamma_k(z^{-1})$ pelas equações (2.40), (2.41) e (2.42)
- v) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.44)

ALGORITMO ADAPTATIVO DIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais $\alpha_k(z^{-1})$, $\beta_k(z^{-1})$ e $\gamma_k(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.43) com o método dos mínimos quadrados recursivo
- ii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.44)

Assim, para o caso de sistemas "MIMO", as equações (2.39) e (2.44) que representam as equações do preditor de k passos à frente da saída filtrada do processo, podem ser utilizadas na elaboração dos algoritmos de controle adaptativo que são apresentados no próximo capítulo.

Empregando-se a equação (2.44), que considera $\alpha_k(z^{-1})$, $\beta_k(z^{-1})$ e $\gamma_k(z^{-1})$ definidas de acordo com as equações (2.40), (2.41) e (2.42), faz-se necessário truncar em uma certa ordem o grau destas matrizes polinomiais.

A utilização da equação (2.39) pressupõe, além da necessidade de se estimar as matrizes do modelo do processo (A,B,C,D), que as matrizes $\alpha_*(z^{-1})$, $\beta_*(z^{-1})$ e $\gamma_*(z^{-1})$ definidas respectivamente pelas equações (2.33), (2.34) e (2.35) são calculadas.

O procedimento de cálculo de $\hat{y}_f(t+k/t)$ dado pela equação (2.39) é o que apresenta o maior número de parâmetros a determinar e, conseqüentemente, exige maior esforço computacional quando comparado com o procedimento da equação (2.44).

Dentre os algoritmos adaptativos discutidos anteriormente, o direto é aquele que apresenta o menor esforço computacional pois manipula somente com o estimador multivariável enquanto que o indireto além de trabalhar com o estimador multivariável precisa também resolver identidades matriciais polinomiais.

2.4 PREDITOR DE K PASSOS : MATRIZ "INTERACTOR" DIAGONAL

O desenvolvimento realizado até a seção anterior para o cálculo do preditor de k passos à frente da saída filtrada, $\hat{y}_f(t+k/t)$ não restringe a estrutura da matriz "interactor" do processo. Entretanto, em muitos processos pode-se caracterizar um mesmo atraso para cada par de entrada e saída. Portanto é possível reescrever a matriz "interactor" como

$$\xi(z) = z^d I_p \quad (2.46)$$

onde d é o atraso de transporte do processo.

Neste caso, o desenvolvimento dos algoritmos não-adaptativo e adaptativo podem ser obtidos de modo similar ao desenvolvido na seção 2.3 para o caso de $\xi(z)$ não-diagonal.

Assim, o preditor de k passos à frente pode novamente ser obtido pela equação (2.39) ou (2.44), mas com as equações (2.6), (2.13), (2.14), (2.17), (2.18), (2.31), (2.34), (2.35), (2.41) e (2.42) redefinidas como

$$y_f(t) = \Delta(z^{-1})y(t) \quad (2.47)$$

$$\Delta(z^{-1})C^*(z^{-1}) = F_k(z^{-1})A^*(z^{-1}) + z^{-k}G_k(z^{-1}) \quad (2.48)$$

onde

$$F_k(z^{-1}) = I_p + F_1^k z^{-1} + \dots + F_{nF_k}^k z^{-nF_k} \quad (2.49)$$

$$nF_k = (k-1) \quad , \quad nG_k = \max(n\Delta + nC - k, nA - 1) \quad (2.50)$$

$$\bar{C}_k(z^{-1})F_k(z^{-1}) = \bar{F}_k(z^{-1})C(z^{-1}) \quad (2.51)$$

$$\bar{C}_k(z^{-1})G_k(z^{-1}) = \bar{G}_k(z^{-1})C^*(z^{-1}) \quad (2.52)$$

$$e(t+k/t) = F_k(z^{-1})e(t+k) \quad (2.53)$$

$$\beta_k^*(z^{-1}) = z^{-1}F_k(z^{-1})B(z^{-1}) \quad (2.54)$$

$$\gamma_k^*(z^{-1}) = F_k(z^{-1})D(z^{-1}) \quad (2.55)$$

$$\beta_k(z^{-1}) = z^{-1}F_k(z^{-1})C^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) \quad (2.56)$$

$$\gamma_k(z^{-1}) = F_k(z^{-1})D(z^{-1}) \quad (2.57)$$

Em processos caracterizados por matriz "interactor" diagonal, os seguintes algoritmos preditivos não-adaptativo e adaptativo podem ser utilizados. Os algoritmos discutidos a seguir

estão baseados na equação (2.44), uma vez que através desta equação é possível estimar as matrizes polinomiais $\alpha(z^{-1})$, $\beta(z^{-1})$ e $\gamma(z^{-1})$ com o método dos MQR no algoritmo adaptativo direto. Algoritmos equivalentes podem ser obtidos utilizando-se a equação (2.39).

ALGORITMO NÃO-ADAPTATIVO

- i) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- ii) Determinar $F_k(z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.48)
- iii) Determinar as matrizes polinomiais $\alpha_k(z^{-1})$, $\beta_k(z^{-1})$ e $\gamma_k(z^{-1})$ dado pelas equações (2.40), (2.56) e (2.57)
- iv) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.44)

ALGORITMO ADAPTATIVO INDIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A, B, C, D)
- ii) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- iii) Determinar $F_k(z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.48)
- iv) Determinar as matrizes polinomiais $\alpha_k(z^{-1})$, $\beta_k(z^{-1})$ e $\gamma_k(z^{-1})$ dado pelas equações (2.40), (2.56) e (2.57)
- v) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.44)

ALGORITMO ADAPTATIVO DIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais $\alpha_k(z^{-1})$, $\beta_k(z^{-1})$ e $\gamma_k(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.43)
- ii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.44)

De modo semelhante aos algoritmos preditivos adaptativo com a matriz "interactor" na forma não-diagonal discutidos na seção anterior, conclui-se que o algoritmo adaptativo direto é o que apresenta o menor esforço computacional quando comparado ao

algoritmo adaptativo indireto, uma vez que não precisa resolver equações matriciais polinomiais após a identificação dos parâmetros do modelo do processo.

2.5 PREDITOR DE K PASSOS : PROCEDIMENTO ITERATIVO

Definindo-se o vetor estado atual do processo no instante t pelos vetores de saída e controle como $\begin{bmatrix} y(t) & y(t-1) \\ y(t-2) & \dots & y(t-n_A) \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} u(t-1) & u(t-2) & \dots & u(t-n_B-1) \end{bmatrix}$ é possível obter as previsões da saída filtrada do processo, $\hat{y}_f(t+k/t)$, sem utilizar-se as equações polinomiais (2.39) ou (2.44). Para tanto, deve-se iteragir a parte conhecida do modelo do sistema, equação (2.1), a partir do vetor estado atual, deslocando-se as previsões anteriores nos vetores de saída e controle (De Keyser, 1982 ; Favier, 1988). Este método iterativo de calcular o preditor de k passos à frente da saída do processo, além de diminuir o esforço computacional quando comparado com o procedimento de cálculo dos preditores mostrados nas seções anteriores, tem como característica a realimentação direta das previsões geradas no vetor estado da iteração (Lambert, 1987 ; Favier, 1987 e 1990).

A seguir são propostos dois métodos para se obter o preditor iterativo multivariável de k passos à frente da saída filtrada do processo, de acordo com a equação (2.6), e que são extensões do método apresentado por Favier (1988) que não utiliza a saída filtrada no seu desenvolvimento.

O primeiro método considera a definição dada pela equação (2.58), isto é

$$A_*(z^{-1})\Delta(z^{-1}) = \Delta_*(z^{-1})A(z^{-1}) \quad (2.58)$$

onde

$$n_{A_*} = n_A \quad (2.59)$$

$$n_{\Delta_*} = n_{\Delta} \quad (2.60)$$

$$A_*(z^{-1}) = I_p + A_{1*}z^{-1} + \dots + A_{n_{A_*}}z^{-n_{A_*}} \quad (2.61)$$

$$\Delta_*(z^{-1}) = I_p + \Delta_{1*}z^{-1} + \dots + \Delta_{n\Delta_*}z^{-n\Delta_*} \quad (2.62)$$

A definição estabelecida pela equação (2.58) é necessária para que o sinal $y_f(t)$, definido pela equação (2.47), possa ser explicitado no modelo "CARMA" dado pela equação (2.1).

Assim, utilizando-se das equações (2.47) e (2.58), a equação do modelo do sistema (2.1) pode ser reescrita como

$$y_f(t+k) = -\tilde{A}_*(z^{-1})y_f(t+k) + B_\Delta(z^{-1})u(t+k-1) + D_\Delta(z^{-1})v(t+k) + C_\Delta(z^{-1})e(t+k) \quad (2.63)$$

onde

$$B_\Delta(z^{-1}) = \Delta_*(z^{-1})B(z^{-1}) \quad (2.64)$$

$$D_\Delta(z^{-1}) = \Delta_*(z^{-1})D(z^{-1}) \quad (2.65)$$

$$C_\Delta(z^{-1}) = \Delta_*(z^{-1})C(z^{-1}) \quad (2.66)$$

A equação (2.66) pode ser decomposta na soma de dois termos, ou seja

$$\Delta_*(z^{-1})C(z^{-1}) = C_\Delta(z^{-1}) = C_{\Delta k}(z^{-1}) + z^{-k\tilde{C}}_{\Delta k}(z^{-1}) \quad (2.67)$$

com

$$C_{\Delta k}(z^{-1}) = C_{\Delta 0} + C_{\Delta 1}z^{-1} + \dots + C_{\Delta k-1}z^{-k+1}, \quad C_{\Delta 0} = \Delta_0 \quad (2.68)$$

$$\tilde{C}_{\Delta k}(z^{-1}) = \begin{cases} C_{\Delta k} + C_{\Delta k+1}z^{-1} + \dots + C_{\Delta nC_\Delta}z^{-nC_\Delta}, & k \leq nC_\Delta \\ 0, & k > nC_\Delta \end{cases} \quad (2.69)$$

onde

$$nC_\Delta = nC + n\Delta \quad (2.70)$$

Através das equações (2.67), (2.68) e (2.69) é possível reescrever a equação (2.63) como

$$y_f(t+k) = -\tilde{A}_*(z^{-1})y_f(t+k) + B_\Delta(z^{-1})u(t+k-1) + D_\Delta(z^{-1})v(t+k) + \tilde{C}_{\Delta k}(z^{-1})e(t) + C_{\Delta k}(z^{-1})e(t+k) \quad (2.71)$$

A partir das equações (2.30) e (2.53), o preditor de k passos é dado por

$$\hat{y}_f(t+k/t) = -\tilde{A}_*(\tilde{z}^{-1})\hat{y}_f(t+k/t) + B_\Delta(z^{-1})u(t+k-1) + D_\Delta(z^{-1})v(t+k) + \tilde{C}_{\Delta k}(z^{-1}) \left[y_f(t) - \hat{y}_f(t/t-1) \right] \quad (2.72)$$

onde o operador \tilde{z}^{-1} atua conforme descrito a seguir

$$\tilde{A}_*(\tilde{z}^{-1}) = \sum_{i=1}^{nA} A_{*i} \tilde{z}^{-i} \quad (2.73)$$

$$\tilde{A}_*(\tilde{z}^{-1})\hat{y}_f(t+k/t) = \sum_{i=1}^{nA} A_{*i} \hat{y}_f(t+k-i/t) \quad (2.74)$$

com

$$\hat{y}_f(t+k-i/t) = y_f(t+k-i) \quad , \quad i \geq k \quad (2.75)$$

$$\tilde{z}^{-1}\hat{y}_f(t+k/t) = \hat{y}_f(t+k-i/t) \quad (2.76)$$

$$z^{-i}\hat{y}_f(t+k/t) = \hat{y}_f(t+k-i/t-i) \quad (2.77)$$

Desta forma, o sinal $\hat{y}_f(t+k/t)$ relativo ao modelo discreto "CARMA" pode ser calculado iterativamente através dos seguintes algoritmos.

ALGORITMO NÃO-ADAPTATIVO

- i) Determinar $A_*(z^{-1})$ e $\Delta_*(z^{-1})$ pela equação (2.58)
- ii) Determinar $B_\Delta(z^{-1})$, $D_\Delta(z^{-1})$ e $C_\Delta(z^{-1})$ através das equações (2.64), (2.65) e (2.66)
- iii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.72)

ALGORITMO ADAPTATIVO

- i) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A, B, C, D) com o método da matriz estendida
- ii) Determinar $A_*(z^{-1})$ e $\Delta_*(z^{-1})$ pela equação (2.58)
- iii) Determinar $B_\Delta(z^{-1})$, $D_\Delta(z^{-1})$ e $C_\Delta(z^{-1})$ através das equações (2.64), (2.65) e (2.66)
- iv) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.72)

No caso particular em que $\Delta(z^{-1}) = I_p$, diminui-se consideravelmente o esforço computacional envolvido no cálculo do preditor $\hat{y}_f(t+k/t)$ uma vez que as matrizes polinomiais $A_*(z^{-1})$, $B_\Delta(z^{-1})$, $D_\Delta(z^{-1})$ e $C_\Delta(z^{-1})$, dadas pelas equações (2.58), (2.64), (2.65) e (2.66) não precisam ser resolvidas.

Um segundo procedimento iterativo para se calcular o preditor de k passos da saída filtrada do processo está descrito a seguir. Este procedimento, quando comparado com o da equação (2.72), apresenta resultados simplificados e proporciona ao algoritmo um menor esforço computacional.

A partir do modelo do processo, equação (2.1), o sinal $\hat{y}_f(t+k/t)$ pode ser obtido como

$$\hat{y}_f(t+k/t) = -\tilde{A}_\Delta(z^{-1})\hat{y}_f(t+k/t) + B(z^{-1})u(t+k-1) + D(z^{-1})v(t+k) + \tilde{C}_k(z^{-1}) \left[y_f(t) - \hat{y}_f(t/t-1) \right] \quad (2.78)$$

onde

$$A_{\Delta}(z^{-1}) = A(z^{-1})\Delta^{-1}(z^{-1}) \quad , \quad A_{\Delta 0} = I_p \quad (2.79)$$

$$C(z^{-1}) = C_k(z^{-1}) + z^{-k}\tilde{C}_k(z^{-1}) \quad (2.80)$$

com

$$C_k(z^{-1}) = I_p + C_1 z^{-1} + \dots + C_{k-1} z^{-k+1} \quad (2.81)$$

$$\tilde{C}_k(z^{-1}) = \begin{cases} C_k + C_{k+1} z^{-1} + \dots + C_{nC} z^{-nC} & , k \leq nC \\ 0 & , k > nC \end{cases} \quad (2.82)$$

Portanto, este procedimento iterativo produz os seguintes algoritmos não-adaptativo e adaptativo para se calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$.

ALGORITMO NÃO-ADAPTATIVO

- i) Determinar $A_{\Delta}(z^{-1})$ pela equação (2.79)
- ii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.78)

ALGORITMO ADAPTATIVO

- i) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A, B, C, D) com o método da matriz estendida
- ii) Determinar $A_{\Delta}(z^{-1})$ pela equação (2.79)
- iii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.78)

Comparando-se as equações (2.72) e (2.78), que efetuam o cálculo iterativo do preditor do sinal $\hat{y}_f(t+k/t)$, observa-se que enquanto a primeira equação necessita de um maior esforço computacional (número maior de parâmetros a determinar), a segunda precisa truncar em uma certa ordem a equação matricial polinomial (2.78) pois a matriz $A_{\Delta}(z^{-1})$ pode ser vista como uma matriz

polinomial em z^{-1} de grau infinito.

Estas formulações iterativas dadas pelas equações (2.72) e (2.78) minimizam consideravelmente o esforço e o tempo computacional relativamente às descritas anteriormente, que utilizam a equação de "Diophantine", uma vez que estes procedimentos necessitam resolver para cada iteração ($k = 1, \dots, N$) as equações (2.48), (2.51) e (2.52). Por esta razão, o procedimento iterativo será considerado no desenvolvimento do controle preditivo generalizado a ser apresentado no capítulo 4.

Os procedimentos iterativos dados pelas equações (2.72) e (2.78), no caso em que $\Delta(z^{-1}) = I_p$, equivalem-se.

Os dois algoritmos, que calculam iterativamente o preditor da saída do processo, foram obtidos para o caso particular em que a matriz "interactor" apresenta estrutura diagonal. Se esta matriz é não-diagonal e $\Delta(z^{-1}) = I_p$, é necessário utilizar o vetor de saída do processo conforme descrito pela equação (2.83)

$$y_f(t) = \zeta(z)y(t-d) \quad (2.83)$$

para se determinar os N preditores de k passos ($k = 1, \dots, N$) à frente.

Analogamente ao resultado obtido pelas equações (2.72) e (2.78), onde evita-se resolver N vezes as equações (2.13), (2.17) e (2.18), obtém-se o preditor iterativo de $k+j-d$ passos (para $j = 1, \dots, d$) da saída do processo da forma

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+k+j-d/t) &= B(z^{-1})u(t+k+j-d-1) + D(z^{-1})v(t+k+j-d) + \\ &\tilde{C}_{k+j-d}(z^{-1}) \left[y(t) - \hat{y}(t/t-1) \right] - \\ &\tilde{\alpha}(z^{-1})\hat{y}(t+k+j-d/t) \end{aligned} \quad (2.84)$$

onde

$$C(z^{-1}) = C_{k+j-d}(z^{-1}) + z^{-k-j+d} \tilde{C}_{k+j-d}(z^{-1}) \quad (2.85)$$

$$C_{k+j-d}(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{k+j-d-1} C_i z^{-i} \quad (2.86)$$

$$\tilde{C}_{k+j-d}(z^{-1}) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{nc-k-j+d} C_{k+j-d+i} z^{-i} & , \quad k+j-d \leq nc \\ 0 & , \quad k+j-d > nc \end{cases} \quad (2.87)$$

A partir de (2.83) é possível escrever que

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t+k/t) &= \xi(z)y(t+k-d) = \xi(\tilde{z})\hat{y}(t+k-d/t) = \\ &= \sum_{j=1}^d \xi_j \hat{y}_j(t+k+j-d/t) \end{aligned} \quad (2.88)$$

Portanto, de acordo com a equação (2.88), a expressão do preditor de k passos com o procedimento iterativo do sinal $y_f(t)$ é

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t+k/t) &= \xi(z)B(z^{-1})u(t+k-d-1) + \xi(z)D(z^{-1})v(t+k-d) + \\ &\quad \sum_{j=1}^d \xi_j \tilde{C}_{k+j-d}(z^{-1}) [y(t) - \hat{y}(t/t-1)] - \\ &\quad \xi(\tilde{z})\tilde{\alpha}(\tilde{z}^{-1})\hat{y}(t+k-d/t) \end{aligned} \quad (2.89)$$

No caso de um processo discreto com parâmetros constantes e desconhecidos com representação "CARMA" e matriz "interactor" não-diagonal, o algoritmo adaptativo para cálculo de $\hat{y}_f(t+k/t)$ é dado por

- i) Estimar as matrizes polinomiais do processo (A, B, C, D)
- ii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.89)

Na tabela (2.1) descreve-se resumidamente o procedimento de cálculo do preditor da saída do processo para o caso de um sistema modelado na forma "CARMA", equação (2.1). Denomina-se horizonte curto o valor do atraso de transporte e horizonte estendido um valor superior ao atraso de transporte do processo envolvido no cálculo do preditor.

modelagem do processo	equações polinomiais a serem resolvidas	tipo de preditor	valor do preditor
equação (2.1) $C(z^{-1}) = I_P$ ξ não-diagonal	equação (2.13)	horizonte curto	equação (2.32)
equação (2.1) $C(z^{-1}) = I_P$ ξ não-diagonal	nenhuma	horizonte estendido	equação (2.89)
equação (2.1) ξ não-diagonal	equações (2.8) , (2.13), (2.17), (2.18)	horizonte curto	equação (2.32)
equação (2.1) ξ não-diagonal	nenhuma	horizonte estendido	equação (2.89)
equação (2.1) $C(z^{-1}) = I_P$ ξ diagonal	equação (2.48)	horizonte curto	equação (2.44)
equação (2.1) $C(z^{-1}) = I_P$ ξ diagonal	equação (2.79)	horizonte estendido	equação (2.78)
equação (2.1) ξ diagonal	equações (2.8) , (2.48), (2.51), (2.52)	horizonte curto	equação (2.44)
equação (2.1) ξ diagonal	equação (2.79)	horizonte estendido	equação (2.78)

TABELA 2.1
Características do preditor para o modelo "CARMA"

Através desta tabela identifica-se : i) o tipo de preditor, indireto, direto ou iterativo; ii) quais as equações envolvidas e iii) se é aplicado na previsão da saída do processo em um passo (horizonte curto) ou vários passos (horizonte estendido).

2.6 PREDITOR DE K PASSOS : MODELO DISCRETO "CARIMA"

O modelo "CARMA", equação (2.1), utilizado na elaboração dos preditores com horizontes curto e estendido, $\hat{y}_f(t+k/t)$, quando aplicados em algoritmos de controle adaptativo multivariáveis exigem algumas modificações nos algoritmos de controle para a eliminação do erro em regime entre a saída do processo e o sinal de referência para perturbações degrau na carga ou referência, tais como : i) integrador na matriz de ponderação do sinal de controle (Koivo,1980); ii) vetor de referência para o vetor de controle (Favier,1982) e iii) matriz de ponderação do sinal de referência calculada a cada iteração (Coelho,1988) (estes métodos são discutidos no capítulo 3).

Um procedimento alternativo para a eliminação do erro em regime, a ser incorporado aos algoritmos de controle adaptativo sem a necessidade dos ajustes (i), (ii) e (iii) citados acima, consiste em utilizar um modelo "CARIMA" no lugar do modelo "CARMA" (Clarke,1985). Desta forma, o modelo entrada/saída para sistemas "MIMO" é descrito pela seguinte equação

$$A(z^{-1})\nabla(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})\nabla(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})e(t) + D(z^{-1})\nabla(z^{-1})v(t) \quad (2.90)$$

com

$$\nabla(z^{-1}) = (1-z^{-1})I_p \quad (2.91)$$

e as matrizes polinomias $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ e $D(z^{-1})$ definidas de acordo com as equações (2.2), (2.3), (2.4) e (2.5), respectivamente.

Seguindo os mesmos procedimentos estabelecidos para o modelo discreto "CARMA" no cálculo de $\hat{y}_f(t+k/t)$, mas agora utilizando-se o modelo descrito pela equação (2.90), obtém-se os algoritmos para o cálculo dos preditores de k passos à frente da saída filtrada. As matrizes polinomiais $F_k(z, z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ são agora soluções da seguinte identidade polinomial

$$\Delta(z^{-1})\xi(z)C^*(z^{-1}) = F_k(z, z^{-1})A^*(z^{-1})\nabla(z^{-1}) + z^{d-k}G_k(z^{-1}) \quad (2.92)$$

onde

$$nG_k = \max(n\Delta + nC + d - k - 1, nA) \quad (2.93)$$

Pela substituição da equação (2.8) na equação (2.92)

tem-se que

$$\Delta(z^{-1})\xi(z) = F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1})A(z^{-1})\nabla(z^{-1}) + z^{d-k}G_k(z^{-1})C^{*-1}(z^{-1}) \quad (2.94)$$

e utilizando-se da equação (2.90) obtém-se que

$$\begin{aligned} \Delta(z^{-1})\xi(z)y(t+k-d) &= F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1})B(z^{-1})\nabla u(t+k-d-1) + \\ &G_k(z^{-1})C^{*-1}(z^{-1})y(t) + F_k(z, z^{-1})e(t+k-d) + \\ &F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1})D(z^{-1})\nabla v(t+k-d) \end{aligned} \quad (2.95)$$

Com a saída filtrada definida pela equação (2.6) e as equações (2.26) e (2.27), a equação (2.95) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} y_f(t+k) &= \bar{C}_k^{-1}(z^{-1}) \left[\bar{G}_k(z^{-1})y(t) + \bar{F}_k(z, z^{-1})B(z^{-1})\nabla u(t+k-d-1) + \right. \\ &\left. \bar{F}_k(z, z^{-1})D(z^{-1})\nabla v(t+k-d) \right] + \end{aligned}$$

$$F_k(z, z^{-1})e^{(t+k-d)} \quad (2.96)$$

O preditor de k passos do sinal $y_f(t)$ é então dado pela seguinte expressão

$$\hat{y}_f(t+k/t) = \bar{C}_k^{-1}(z^{-1}) \left[\bar{G}_k(z^{-1})y(t) + \bar{F}_k(z, z^{-1})B(z^{-1})\nabla u(t+k-d-1) + \bar{F}_k(z, z^{-1})D(z^{-1})\nabla v(t+k-d) \right] \quad (2.97)$$

ou de acordo com as equações (2.33), (2.34) e (2.35) por

$$\hat{y}_f(t+k/t) = \alpha_k^*(z^{-1})y(t) + \beta_k^*(z^{-1})\nabla u(t+k-d) + \gamma_k^*(z^{-1})\nabla v(t+k-d) - \tilde{C}_k(z^{-1})y_f(t+k) \quad (2.98)$$

Assim os algoritmos não-adaptativo e adaptativo associados ao cálculo de $\hat{y}_f(t+k/t)$ para o caso do modelo discreto "CARIMA" são dados por

ALGORITMO NÃO-ADAPTATIVO

- i) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- ii) Determinar $F_k(z, z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.94)
- iii) Determinar $\bar{F}_k(z, z^{-1})$, $\bar{C}_k(z^{-1})$ e $\bar{G}_k(z^{-1})$ utilizando as equações (2.17) e (2.18)
- iv) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.97)

ALGORITMO ADAPTATIVO INDIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A, B, C, D)
- ii) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- iii) Determinar $F_k(z, z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.94)
- iv) Determinar $\bar{F}_k(z, z^{-1})$, $\bar{C}_k(z^{-1})$ e $\bar{G}_k(z^{-1})$ utilizando as equações (2.17) e (2.18)

v) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.97)

ALGORITMO ADAPTATIVO DIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais $\alpha_k^*(z^{-1})$, $\beta_k^*(z^{-1})$, $\gamma_k^*(z^{-1})$
 $\tilde{C}_k(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.96)
- ii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.98)

Outro procedimento para se calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$, de modo que o estimador dos MQR possa ser utilizado no algoritmo preditivo direto, é seguir o mesmo procedimento da seção (2.3) que utiliza as equações (2.40), (2.41), (2.42). Substituindo-se estas equações na equação (2.95) chega-se a

$$y_f(t+k) = \alpha_k(z^{-1})y(t) + \beta_k(z^{-1})\nabla u(t+k-d) + \gamma_k(z^{-1})\nabla v(t+k-d) + \delta_k(z^{-1})e(t+k-d) \quad (2.99)$$

e o preditor de k passos do sinal $y_f(t)$ reescrito pela seguinte equação

$$\hat{y}_f(t+k/t) = \alpha_k(z^{-1})y(t) + \beta_k(z^{-1})\nabla u(t+k-d) + \gamma_k(z^{-1})\nabla v(t+k-d) \quad (2.100)$$

Considerando-se um processo linear discreto a parâmetros constantes e desconhecidos com representação "CARIMA", os seguintes algoritmos podem ser utilizados para encontrar $\hat{y}_f(t+k/t)$.

ALGORITMO NÃO-ADAPTATIVO

- i) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- ii) Determinar $F_k(z, z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.94)
- iii) Determinar $\bar{F}_k(z, z^{-1})$, $\bar{C}_k(z^{-1})$ e $\bar{G}_k(z^{-1})$ utilizando as equações (2.17) e (2.18)

iv) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.100)

ALGORITMO ADAPTATIVO INDIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A, B, C, D)
- ii) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- iii) Determinar $F_k(z, z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.94)
- iv) Determinar $\bar{F}_k(z, z^{-1})$, $\bar{C}_k(z^{-1})$ e $\bar{G}_k(z^{-1})$ utilizando as equações (2.17) e (2.18)
- v) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.100)

ALGORITMO ADAPTATIVO DIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais $\alpha_k(z^{-1})$, $\beta_k(z^{-1})$ e $\gamma_k(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.99)
- ii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.100)

Para um processo modelado na forma "CARIMA" o algoritmo adaptativo direto é o que apresenta o menor esforço computacional quando comparado com o algoritmo indireto. Isto se deve ao fato de não ser necessário resolver equações matriciais polinomiais após a identificação dos parâmetros do modelo do processo.

A seguir, desenvolve-se o preditor de k passos à frente da saída filtrada do processo com matriz "interactor" diagonal. Os mesmos passos estabelecidos para se obter $\hat{y}_f(t+k/t)$ com matriz "interactor" não-diagonal devem ser utilizados.

Desta forma, o preditor $\hat{y}_f(t+k/t)$ pode novamente ser obtido pela equação (2.98) ou (2.100), mas com a equação (2.94) redefinida como

$$\Delta(z^{-1})C^*(z^{-1}) = F_k(z^{-1})A^*(z^{-1})\nabla(z^{-1}) + z^{-k}G_k(z^{-1}) \quad (2.101)$$

onde

$$nF_k = C(k-1) \quad , \quad nG_k = \max(n\Delta + nC - k, nA) \quad (2.102)$$

Os algoritmos não-adaptativo e adaptativo com o preditor restrito a equação (2.98) são relacionados a seguir.

ALGORITMO NÃO-ADAPTATIVO

- i) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- ii) Determinar $F_k(z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.101)
- iii) Determinar $\bar{F}_k(z^{-1})$, $\bar{C}_k(z^{-1})$ e $\bar{G}_k(z^{-1})$ utilizando as equações (2.51) e (2.52)
- iv) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.98)

ALGORITMO ADAPTATIVO INDIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A,B,C,D)
- ii) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- iii) Determinar $F_k(z^{-1})$ e $G_k(z^{-1})$ através da equação (2.101)
- iv) Determinar $\bar{F}_k(z^{-1})$, $\bar{C}_k(z^{-1})$ e $\bar{G}_k(z^{-1})$ utilizando as equações (2.51) e (2.52)
- v) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.98)

ALGORITMO ADAPTATIVO DIRETO

- i) Estimar as matrizes polinomiais $\alpha_k^*(z^{-1})$, $\beta_k^*(z^{-1})$, $\gamma_k^*(z^{-1})$ e $\bar{C}_k(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.96)
- ii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.98)

Para um processo linear discreto modelado na forma "CARIMA" e com matriz "interactor" na forma diagonal, o algoritmo adaptativo direto é o que apresenta o menor esforço computacional se comparado com o algoritmo indireto.

2.6.1 PREDITOR ITERATIVO PARA O MODELO DISCRETO "CARIMA"

O procedimento iterativo do preditor do sinal $\hat{y}_f(t+k/t)$, para o modelo "CARIMA", pode ser obtido analogamente ao procedimento que utiliza o modelo do processo do tipo "CARMA" e, portanto, será omitido.

O sinal $\hat{y}_f(t+k/t)$, no caso em que um processo linear discreto apresenta matriz "interactor" diagonal, pode ser obtido por uma das seguintes equações :

$$i) \nabla \hat{y}_f(t+k/t) = - \tilde{A}_* (\tilde{z}^{-1}) \nabla \hat{y}_f(t+k/t) + B_{\Delta} (z^{-1}) \nabla u(t+k-1) + D_{\Delta} (z^{-1}) \nabla v(t+k) + \tilde{C}_{\Delta k} (z^{-1}) \left[y_f(t) - \hat{y}_f(t/t-1) \right] \quad (2.103)$$

$$ii) \nabla \hat{y}_f(t+k/t) = - \tilde{A}_{\Delta} (\tilde{z}^{-1}) \nabla \hat{y}_f(t+k/t) + B (z^{-1}) \nabla u(t+k-1) + D (z^{-1}) \nabla v(t+k) + \tilde{C}_k (z^{-1}) \left[y_f(t) - \hat{y}_f(t/t-1) \right] \quad (2.104)$$

A seguir são apresentados os algoritmos iterativos para cálculo do sinal $\hat{y}_f(t+k/t)$, de acordo com as equações matriciais (2.58) e (2.79).

ALGORITMO NÃO-ADAPTATIVO

- i) Determinar $A_*(z^{-1})$ e $\Delta_*(z^{-1})$ pela equação (2.58)
- ii) Determinar $B_{\Delta}(z^{-1})$, $D_{\Delta}(z^{-1})$ e $C_{\Delta}(z^{-1})$ através das equações (2.64), (2.65) e (2.66)
- iii) Calcular $\nabla \hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.103)
- iv) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t) = \nabla \hat{y}_f(t+k/t) + \hat{y}_f(t+k-1/t)$

ALGORITMO ADAPTATIVO

- i) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A,B,C,D)
- ii) Determinar $A_*(z^{-1})$ e $\Delta_*(z^{-1})$ pela equação (2.58)

- iii) Determinar $B_{\Delta}(z^{-1})$, $D_{\Delta}(z^{-1})$ e $C_{\Delta}(z^{-1})$ através das equações (2.64), (2.65) e (2.66)
- iv) Calcular $\nabla \hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.103)
- v) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t) = \nabla \hat{y}_f(t+k/t) + \hat{y}_f(t+k-1/t)$

ALGORITMO NÃO-ADAPTATIVO

- i) Determinar $A_{\Delta}(z^{-1})$ pela equação (2.79)
- ii) Calcular $\nabla \hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.104)
- iii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t) = \nabla \hat{y}_f(t+k/t) + \hat{y}_f(t+k-1/t)$

ALGORITMO ADAPTATIVO

- i) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A,B,C,D)
- ii) Determinar $A_{\Delta}(z^{-1})$ pela equação (2.79)
- iii) Calcular $\nabla \hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.104)
- iv) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t) = \nabla \hat{y}_f(t+k/t) + \hat{y}_f(t+k-1/t)$

A expressão do preditor iterativo de k passos à frente quando um processo discreto está caracterizado por uma matriz "interactor" não-diagonal é obtido por :

$$\begin{aligned} \nabla \hat{y}_f(t+k/t) = & \xi(z)B(z^{-1})\nabla u(t+k-d-1) + \xi(z)D(z^{-1})\nabla v(t+k-d) + \\ & \sum_{j=1}^d \xi_j \tilde{C}_{k+j-d}(z^{-1}) \left[y(t) - \hat{y}(t/t-1) \right] - \\ & \xi(\tilde{z})\tilde{A}(\tilde{z}^{-1})\nabla \hat{y}(t+k-d/t) \end{aligned} \quad (2.105)$$

Portanto, no caso de processos lineares discretos com matriz "interactor" não-diagonal, o algoritmo adaptativo para cálculo de $\hat{y}_f(t+k/t)$ é dado por :

- i) Estimar as matrizes polinomiais do processo (A, B, C, D)
- ii) Calcular $\nabla \hat{y}_f(t+k/t)$ usando a equação (2.105)
- iii) Calcular $\hat{y}_f(t+k/t) = \nabla \hat{y}_f(t+k/t) + \hat{y}_f(t+k-1/t)$

Na tabela 2.2 resume-se os procedimentos de cálculo do preditor da saída do processo para o caso de um sistema modelado na forma "CARIMA", equação (2.90).

A partir da tabela 2.2 identifica-se as equações envolvidas no cálculo dos preditores indireto, direto ou iterativo da saída do processo.

Para a análise e projeto dos controladores adaptativos que são apresentados nos próximos capítulos, nem todos estes preditores desenvolvidos são levados em conta na implementação destes algoritmos.

Na seção seguinte demonstra-se a equivalência do erro de previsão da saída do processo dos preditores iterativo e "Diophantine" e, em seguida, seleciona-se os algoritmos preditivos que são utilizados na elaboração dos controladores auto-ajustável de variância mínima generalizado e preditivo generalizado, em processos discretos simulados em computador digital.

2.7 EQUIVALÊNCIA DO ERRO DE PREVISÃO DA SAÍDA ENTRE OS PREDITORES ITERATIVO E "DIOPHANTINE"

Nesta seção demonstra-se para o modelo "CARMA" que os preditores da saída do processo, $\hat{y}(t+k/t)$, discutidos nas seções anteriores utilizando procedimentos iterativo e "Diophantine" apresentam o mesmo erro de previsão.

A demonstração é uma extensão do trabalho de Lambert(1987), que demonstrou esta equivalência para o caso de sistemas monovariáveis e perturbação branca atuando no processo.

Considere o processo modelado de acordo com a equação (2.1), com matriz "interactor" na forma diagonal e $\Delta(z^{-1}) = I_p$.

modelagem do processo	equações polinomiais a serem resolvidas	tipo de preditor	valor do preditor
equação (2.90) $C(z^{-1}) = I_P$ ξ não-diagonal	equação (2.94)	horizonte curto	equação (2.98)
equação (2.90) $C(z^{-1}) = I_P$ ξ não-diagonal	nenhuma	horizonte estendido	equação (2.105)
equação (2.90) ξ não-diagonal	equações (2.8) , (2.17), (2.18), (2.94)	horizonte curto	equação (2.98)
equação (2.90) ξ não-diagonal	nenhuma	horizonte estendido	equação (2.105)
equação (2.90) $C(z^{-1}) = I_P$ ξ diagonal	equação (2.101)	horizonte curto	equação (2.100)
equação (2.90) $C(z^{-1}) = I_P$ ξ diagonal	equação (2.79)	horizonte estendido	equação (2.104)
equação (2.90) ξ diagonal	equações (2.8) , (2.51), (2.52), (2.101)	horizonte curto	equação (2.100)
equação (2.90) ξ diagonal	equação (2.79)	horizonte estendido	equação (2.104)

TABELA 2.2

Características do preditor para o modelo "CARIMA"

Mostra-se que cada método produz as mesmas previsões, se o erro de previsão de cada método são iguais, ou seja

$$\epsilon(t+k/t) = e(t+k/t) = y(t+k) - \hat{y}(t+k/t) \quad (2.106)$$

onde $\epsilon(t+k/t)$ e $e(t+k/t)$ são os erros associados com o preditor iterativo do modelo do processo e o preditor utilizando a equação de "Diophantine", respectivamente.

Para este desenvolvimento, assume-se que o vetor da perturbação determinístico, $v(t)$, é nulo. Caso esta hipótese não ocorra também é possível mostrar a equivalência dos preditores e, esta demonstração, não difere da que será estabelecida a seguir.

Esta demonstração está baseada na seguinte proposição :

PROPOSIÇÃO 2.1

Sejam as equações do preditor da saída do processo e erro de previsão dadas pelas equações (2.107,2.108), para o método de "Diophantine",

$$\hat{y}(t+k/t) = \alpha_k(z^{-1})y(t) + \beta_k(z^{-1})u(t+k-d) \quad (2.107)$$

$$e(t+k/t) = F_k(z^{-1})e(t+k) \quad (2.108)$$

e (2.109,2.110), para o método iterativo,

$$\hat{y}(t+1/t) = -A_1 y(t) - \dots - A_{n_A} y(t-n_A+1) + B(z^{-1})u(t)$$

$$\hat{y}(t+2/t) = -A_1 \hat{y}(t+1/t) - \dots - A_{n_A} y(t-n_A+2) + B(z^{-1})u(t+1)$$

⋮

(2.109)

$$\epsilon(t+1/t) = C(z^{-1})e(t+1)$$

$$\epsilon(t+2/t) = C(z^{-1})e(t+2) - A_1 \epsilon(t+1/t)$$

$$\vdots$$

(2.110)

$$e(t+k/t) = C(z^{-1})e(t+k) - A_1 e(t+k-1/t) - A_2 e(t+k-2/t) - \dots - A_{k-1} e(t+1/t) \quad ; \quad \text{se } k \leq nA$$

ou

$$e(t+k/t) = C(z^{-1})e(t+k) - A_1 e(t+k-1/t) - A_2 e(t+k-2/t) - \dots - A_{nA} e(t+k-nA/t) \quad ; \quad \text{se } k > nA$$

Para que estes dois métodos apresentem as mesmas previsões, isto é

$$e(t+i/t) = e(t+i/t) \quad , \quad i = 1, \dots, k \quad (2.111)$$

deve-se ter

$$F_1(z^{-1}) = I_p$$

$$F_2(z^{-1}) = C(z^{-1}) - z^{-1}A_1 F_1(z^{-1})$$

$$F_3(z^{-1}) = C(z^{-1}) - z^{-1}A_1 F_2(z^{-1}) - z^{-2}A_2 F_1(z^{-1})$$

$$\vdots$$

$$F_k(z^{-1}) = C(z^{-1}) - z^{-1}A_1 F_{k-1}(z^{-1}) - \dots - z^{-k+1}A_{k-1} F_1(z^{-1})$$

se $k \leq nA$

$$F_k(z^{-1}) = C(z^{-1}) - z^{-1}A_1 F_{k-1}(z^{-1}) - \dots - z^{-nA}A_{nA} F_{k-nA}(z^{-1})$$

se $k > nA$

PROVA :

Esta demonstração é feita por indução.

a) Inicialmente é necessário mostrar que $e(t+1/t) = e(t+1/t)$. Este resultado é obtido da equação de "Diophantine" dada pela equação (2.48), ou seja

$$C^*(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) = F_k(z^{-1}) + z^{-k}G_k(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) \quad (2.112)$$

pode-se verificar que

$$F_1(z^{-1}) = I_p$$

e portanto

$$e(t+1/t) = F_1(z^{-1})e(t+1) = e(t+1) = e(t+1/t)$$

b) A seguir, mostra-se que quando as equações de $F_i(z^{-1})$, com $i = 2, \dots, k-1$ são satisfeitas

$$\begin{aligned} e(t+2/t) &= F_2(z^{-1})e(t+2) = e(t+2/t) \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \quad (2.113)$$

$$e(t+k-2/t) = F_{k-2}(z^{-1})e(t+k-2) = e(t+k-2/t)$$

$$e(t+k-1/t) = F_{k-1}(z^{-1})e(t+k-1) = e(t+k-1/t)$$

então as equações dos erros de previsão no instante $t+k$ são iguais, isto é

$$e(t+k/t) = F_k(z^{-1})e(t+k-1) = e(t+k/t)$$

Seja a equação (2.113) que pode ser reescrita como segue

$$\begin{aligned}
e(t+2/t) &= \left\{ C(z^{-1}) - z^{-1}A_1F_1(z^{-1}) \right\} e(t+2) = \\
e(t+3/t) &= \left\{ C(z^{-1}) - z^{-1}A_1F_1(z^{-1}) - z^{-2}A_2F_2(z^{-1}) \right\} e(t+3) = \\
&\vdots \\
&\vdots
\end{aligned}
\tag{2.114}$$

Pela substituição da equação (2.114) na equação (2.110) resulta que

$$\begin{aligned}
e(t+k/t) &= C(z^{-1})e(t+k) - z^{-1}A_1F_{1\ k-1}(z^{-1})e(t+k) - \\
&\quad z^{-2}A_2F_{2\ k-2}(z^{-1})e(t+k) - \dots - \\
&\quad z^{-k+1}A_{k-1}F_{k-1\ 1}(z^{-1})e(t+k) \quad ; \quad \text{se } k \leq n_A
\end{aligned}
\tag{2.115}$$

$$\begin{aligned}
e(t+k/t) &= C(z^{-1})e(t+k) - z^{-1}A_1F_{1\ k-1}(z^{-1})e(t+k) - \\
&\quad z^{-2}A_2F_{2\ k-2}(z^{-1})e(t+k) - \\
&\quad \dots - z^{-n_A}A_{n_A}F_{n_A\ k-n_A}(z^{-1})e(t+k) \quad ; \quad \text{se } k > n_A
\end{aligned}$$

Estes dois casos para $e(t+k/t)$ requerem um tratamento ligeiramente diferente. Quando $k \leq n_A$, o vetor de saída na k -ésima iteração contém termos tanto da saída como da previsão nos instantes anteriores. Se $k > n_A$, o vetor da saída simplesmente contém as previsões nos instantes anteriores.

Considere primeiramente o caso onde $k \leq n_A$. A partir da equação (2.115) é necessário mostrar que

$$\begin{aligned}
F_k(z^{-1}) + z^{-1}A_1F_{1\ k-1}(z^{-1}) + \dots + \\
z^{-k+1}A_{k-1}F_{k-1\ 1}(z^{-1}) = C(z^{-1})
\end{aligned}
\tag{2.116}$$

ou então

$$\left[F_k(z^{-1}) + z^{-1}A_1F_{k-1}(z^{-1}) + \dots + z^{-k+1}A_{k-1}F_1(z^{-1}) \right] C^{-1}(z^{-1}) = I_p \quad (2.117)$$

Da previsão, utilizando-se as equações de "Diophantine", equação (2.112), tem-se que

$$C^*(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) = F_1(z^{-1}) + z^{-1}G_1(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) \quad (2.118)$$

$$C^*(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) = F_2(z^{-1}) + z^{-2}G_2(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) \quad (2.119)$$

$$C^*(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) = F_3(z^{-1}) + z^{-3}G_3(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) \quad (2.120)$$

⋮

$$C^*(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) = F_k(z^{-1}) + z^{-k}G_k(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) \quad (2.121)$$

Multiplicando-se à esquerda as equações (2.118), (2.119), (2.120) e (2.121) por $(z^{-k+1}A_{k-1})$, $(z^{-k+2}A_{k-2})$, $(z^{-k+3}A_{k-3})$ e (I_p) , respectivamente, e somando estas equações obtém-se

$$\left[I_p + A_1z^{-1} + \dots + A_{k-1}z^{-k+1} \right] C^*(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) = \left[F_k(z^{-1}) + z^{-1}A_1F_{k-1}(z^{-1}) + \dots + z^{-k+1}A_{k-1}F_1(z^{-1}) \right] + z^{-k} \left\{ \text{t.o.s.} \right\} \quad (2.122)$$

onde (t.o.s.) significa os termos de ordem maior ou igual a k. Este agrupamento é possível uma vez que $F_k(z^{-1})$ é de ordem (k-1).

Considere agora a seguinte identidade matricial polinomial dada por

$$C^*(z^{-1})A^{*-1}(z^{-1}) = A^{-1}(z^{-1})C(z^{-1}) \quad (2.123)$$

que pode ser obtida a partir da equação (2.8).

Utilizando-se a equação (2.123) na equação (2.122) resulta que

$$\begin{aligned} & \left[I_p + A_1 z^{-1} + \dots + A_{k-1} z^{-k+1} \right] A^{-1}(z^{-1}) = \left[F_k(z^{-1}) + \right. \\ & \quad \left. z^{-1} A_{1 k-1} F_{k-1}(z^{-1}) + \dots + z^{-k+1} A_{k-1 1} F_1(z^{-1}) \right] C^{-1}(z^{-1}) + \\ & \quad z^{-k} \{ \text{t. o. s.} \} C^{-1}(z^{-1}) \end{aligned}$$

Comparando-se as potências de z^{-1} menores do que k , então

$$\begin{aligned} & \left[F_k(z^{-1}) + z^{-1} A_{1 k-1} F_{k-1}(z^{-1}) + \dots + \right. \\ & \quad \left. z^{-k+1} A_{k-1 1} F_1(z^{-1}) \right] C^{-1}(z^{-1}) = \text{primeiros } k \\ & \quad \text{termos de } \left[I_p + A_1 z^{-1} + \dots + A_{k-1} z^{-k+1} \right] A^{-1}(z^{-1}) \\ & \text{primeiros } k \text{ termos de } \left[I_p + A_1 z^{-1} + \dots + A_{k-1} z^{-k+1} \right] A^{-1}(z^{-1}) = \\ & \quad \text{primeiros } k \text{ termos de } \left\{ A(z^{-1}) - \right. \\ & \quad \left. z^{-k} (\text{t. o. s.}) \right\} A^{-1}(z^{-1}) = I_p \end{aligned} \tag{2.124}$$

Assim, a equação (2.117), para o caso onde $k \leq nA$, é satisfeita.

A demonstração para $k > nA$ é similar ao caso anterior ($k \leq nA$) exceto que agora é necessário mostrar que

$$\begin{aligned} & \left[F_k(z^{-1}) + z^{-1} A_{1 k-1} F_{k-1}(z^{-1}) + \dots + \right. \\ & \quad \left. z^{-nA} A_{nA k-nA} F_{k-nA}(z^{-1}) \right] C^{-1}(z^{-1}) = I_p \end{aligned} \tag{2.125}$$

Repetindo-se os mesmos passos realizados anteriormente

para as equações de "Diophantine", mas agora até a ordem nA , tem-se que

$$\begin{aligned} \left[I_p + A_1 z^{-1} + \dots + A_{nA} z^{-nA} \right] A^{-1}(z^{-1}) &= \left[F_k(z^{-1}) + \right. \\ & z^{-1} A_1 F_{k-1}(z^{-1}) + \dots + \\ & \left. z^{-nA} A_{nA} F_{k-nA}(z^{-1}) \right] C^{-1}(z^{-1}) + z^{-k} \{ \text{t.o.s.} \} C^{-1}(z^{-1}) \end{aligned}$$

e, reduzindo-se para

$$\begin{aligned} \left[F_k(z^{-1}) + z^{-1} A_1 F_{k-1}(z^{-1}) + \dots + \right. \\ \left. z^{-nA} A_{nA} F_{k-nA}(z^{-1}) \right] C^{-1}(z^{-1}) &= \text{primeiros } k \\ \text{termos de } \left\{ A(z^{-1}) - z^{-k}(\text{t.o.s.}) \right\} A^{-1}(z^{-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[F_k(z^{-1}) + z^{-1} A_1 F_{k-1}(z^{-1}) + \dots + \right. \\ \left. z^{-nA} A_{nA} F_{k-nA}(z^{-1}) \right] C^{-1}(z^{-1}) &= I_p \end{aligned}$$

e assim a equação (2.125), para o caso onde $k > nA$, é também satisfeita.

Portanto para o mesmo modelo da equação (2.1), mesmas entradas, saídas e perturbações, as previsões da saída do processo calculadas pelos procedimentos iterativo e "Diophantine" apresentam o mesmo erro de previsão.

Considerando-se um processo linear discreto modelado segundo a representação "CARIMA", mostra-se também que iteragindo-se a parte conhecida deste modelo, equação (2.90), obtém-se as mesmas previsões da saída do processo com o procedimento da equação de "Diophantine" incremental, equação (2.101).

No desenvolvimento do controlador auto-ajustável baseado na estratégia de variância mínima generalizada, obtém-se uma lei

de controle a partir da minimização de uma função de custo que considera o preditor da saída do processo somente no instante $t+d$, onde d é o atraso de transporte do processo (Koivo, 1985 ; Scattolini, 1986), utilizando-se o preditor direto. Este preditor é implementado porque, neste caso, proporciona um menor esforço computacional. Isto deve-se ao fato que para o preditor indireto é necessário resolver um conjunto de equações matriciais enquanto que para o preditor iterativo os cálculos aumentam para valores elevados do atraso de transporte do processo.

No caso do controle preditivo generalizado, a ser apresentado no capítulo 4, onde realiza-se um conjunto de previsões da saída do processo com $k \geq d$, o preditor iterativo apresenta menor esforço computacional quando comparado com o direto e indireto. Isto deve-se ao fato que para o preditor direto é necessário utilizar o estimador dos MQR para cada horizonte de previsão, enquanto que para o preditor indireto, após a identificação dos parâmetros do modelo dado pela equação (2.1), deve-se resolver também um conjunto de equações matriciais polinomiais para cada horizonte de previsão.

2.8 CONCLUSÃO

Neste capítulo discutiu-se as diferentes formas de se calcular o preditor multivariável para a saída do processo, $\hat{y}_f(t+k/t)$, através de procedimentos de um ou vários instantes de tempo à frente, para processos lineares discretos modelados segundo a representação "CARMA" e "CARIMA".

Inicialmente desenvolveu-se os preditores indireto e direto para processos discretos que apresentam atrasos diferentes entre os pares de entrada e saída e posteriormente atrasos iguais. Estes atrasos são representados adequadamente pela matriz "interactor" na forma não-diagonal e diagonal.

Foram propostos dois métodos distintos para se calcular o preditor iterativo baseados no trabalho de Favier (1988). Nestes métodos, utiliza-se a saída filtrada do processo, equação (2.6), o que possibilita a eliminação de sinais indesejáveis na saída do processo.

Os preditores indireto, direto e iterativo associados a processos discretos modelados segundo a representação "CARIMA" foram também apresentados numa forma resumida, uma vez que estes desenvolvimentos são similares aos obtidos com a representação "CARMA".

Finalmente, demonstrou-se que os preditores do tipo "Diophantine" e iterativo apresentam o mesmo erro de previsão. Portanto, a escolha do tipo de preditor está intrinsecamente ligada ao esforço computacional envolvido em cada método. No caso do algoritmo de controle de variância mínima, a ser apresentado no capítulo 3, implementa-se o preditor direto no lugar do indireto (uma vez que este último exige a solução de um número maior de equações matriciais) e iterativo (os cálculos aumentam para valores elevados do atraso de transporte do processo). Já para o algoritmo de controle preditivo, a ser apresentado no capítulo 4, implementa-se o preditor iterativo no lugar do direto (uma vez que este utiliza um estimador para cada horizonte de previsão) e indireto (necessita resolver um conjunto de equações matriciais polinomiais para cada horizonte de previsão).

CAPÍTULO 3

CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL MULTIVARIÁVEL BASEADO NA ESTRATÉGIA DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADA

- 3.1 INTRODUÇÃO
- 3.2 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADA
- 3.3 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL COM PONDERAÇÕES ADAPTATIVAS
- 3.4 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL COM O PROCEDIMENTO DE ALOCAÇÃO DE POLOS
- 3.5 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL PARA O MODELO DISCRETO "CARIMA"
- 3.6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO
- 3.7 CONCLUSÃO

CAPÍTULO 3

CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL MULTIVARIÁVEL BASEADO NA ESTRATÉGIA DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADA

3.1 INTRODUÇÃO

A grande maioria dos sistemas de controle industriais é baseada em controladores do tipo Proporcional, Integral e Derivativo (PID), surgidos na década de 30.

Durante muito tempo estes controladores foram implementados através de dispositivos pneumáticos. Atualmente existem disponíveis no mercado diversos controladores PID digitais e Sistemas Digitais de Controle Distribuído (SDCD), cujo módulo básico de controle é o controlador PID.

A grande aceitação dos controladores PID em processos industriais deve-se a sua simplicidade e ao fato de que quando sintonizado adequadamente, proporcionam um bom comportamento servo e de regulação do processo controlado.

Entretanto, quando o processo apresenta características complexas, como por exemplo não-linearidades, múltiplas entradas e múltiplas saídas, acoplamento entre as variáveis e atrasos distintos, nem sempre o controle do tipo PID se revela uma estratégia eficaz. Frequentemente uma nova sintonização na lei de controle faz-se necessária para manter o processo dentro das especificações de desempenho estabelecidas.

A sintonização dos controladores PID é, em muitas vezes, não trivial, e encontrar os parâmetros que proporcionam um bom comportamento em malha fechada para o processo pode ser uma tarefa difícil.

Uma alternativa para o controle de processos complexos em que os controladores PID apresentam um desempenho insatisfatório, é a utilização de controladores adaptativos, que têm a capacidade de ajustar automaticamente os seus parâmetros para acomodar variações no processo ou no seu meio.

O primeiro controlador adaptativo remonta ao fim de 1950, com o significativo trabalho de Kalman. Grandes progressos no desenvolvimento dos controladores adaptativos monovariáveis e multivariáveis realizaram-se a partir do trabalho de Astrom(1973), que implementou um regulador auto-ajustável monovariável obtido pela minimização da variância do sinal controlado.

Esta lei de controle adaptativa depende dos parâmetros do sistema, tornando necessária sua estimação. O algoritmo desejado deve portanto satisfazer a lei de controle (o vetor controle $u(t)$ calculado em cada instante de tempo de modo a satisfazer algum critério de desempenho) e, além disto, estimar os parâmetros do processo. A solução deste problema leva aos conceitos de controle dual e controle cauteloso (Wittenmark,1975). O controle dual é a solução ótima do problema e, consiste em considerar as incertezas da estimação no cálculo do controle e, além disto, excitar o sistema de modo a melhorar a estimação dos parâmetros. O controle cauteloso pondera, no cálculo do controle, as incertezas de estimação. A alternativa mais simples é utilizar os parâmetros estimados no lugar dos parâmetros do modelo do processo. Esta estratégia é conhecida como Princípio da Equivalência Certa, em geral sub-ótima, e que será utilizada nos algoritmos adaptativos a serem desenvolvidos, devido ao sucesso acadêmico e prático na aplicação destes controladores em processos industriais (Seborg,1986 ; Astrom,1987).

Hoje, com o aparecimento de microprocessadores com grande capacidade de armazenamento de informações e com alta velocidade de processamento, este tipo de controlador pode ser implementado em suas diversas formas no controle de processos como reatores químicos, colunas de destilação, robôs industriais, máquinas de papel, etc (Hahn,1985 ; Lelic,1987 ; Coelho,1990) fornecendo resultados dentro das especificações de desempenho desejadas.

Os tipos mais comuns de controle adaptativo são os baseados no Modelo de Referência (Landau,1979), a partir do qual a saída do processo é comparada com a saída do modelo de referência, convenientemente escolhida, e a diferença é usada para ajustar os

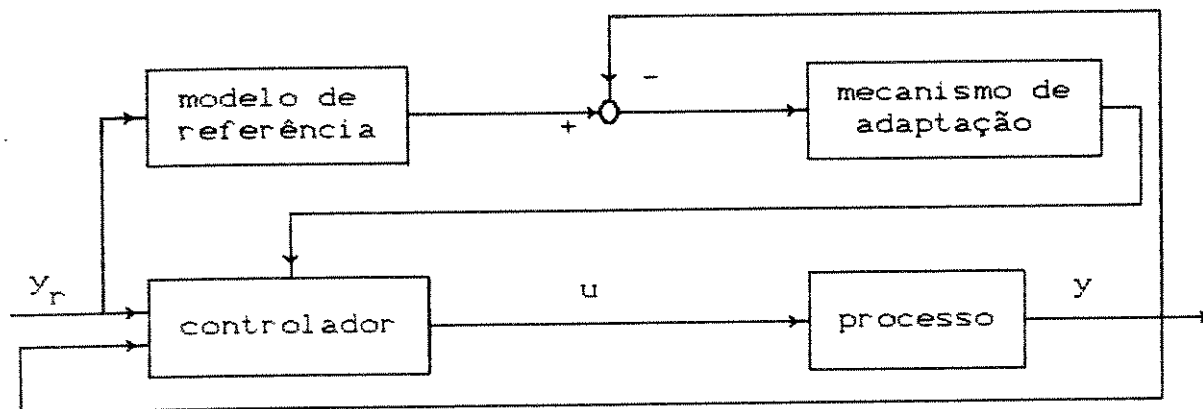
parâmetros do controlador e o Auto-Ajustável (Astrom,1973), segundo o qual uma técnica de estimação é empregada para obter, "on-line", os parâmetros do modelo do processo controlado. Estes parâmetros são então utilizados no cálculo da lei de controle através de um método de projeto clássico (alocação de polos) ou ótimo (minimização de uma função custo quadrática). Estes controladores adaptativos estão resumidos na figura 3.1.

Neste capítulo, o controlador auto-ajustável baseado na estratégia de variância mínima generalizado aplicado em processos multivariáveis é analisado, discutido e implementado.

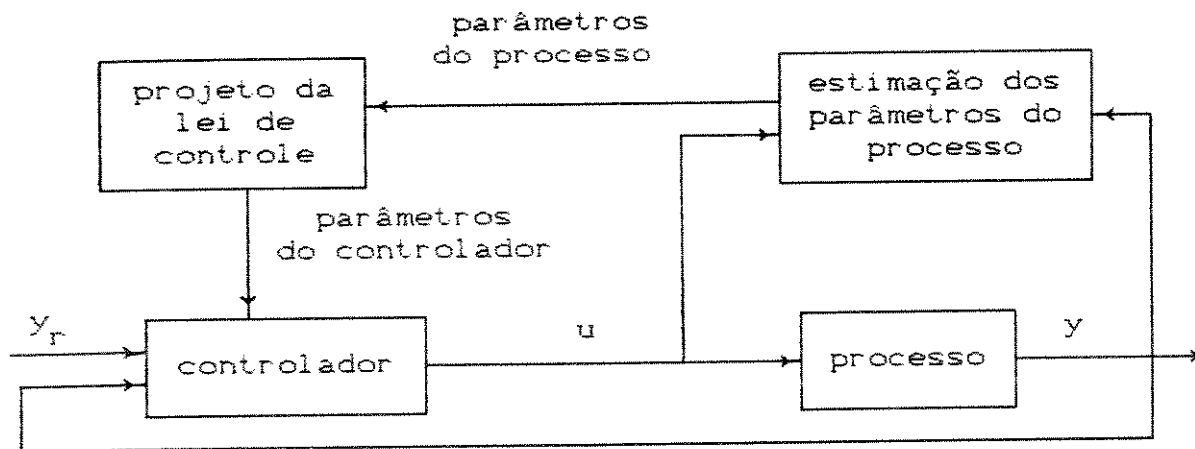
A idéia fundamental do algoritmo de controle auto-ajustável é estimar recursivamente os parâmetros desconhecidos do processo e repetir o procedimento de projeto de controle (clássico ou ótimo), baseado na atualização dos parâmetros. Em outras palavras, estes algoritmos de controle resultam da combinação de um estimador recursivo e de um método de projeto para o controle. Uma vez que vários métodos de estimação de parâmetros e projeto são possíveis, diferentes algoritmos são encontrados na literatura.

Existem dois métodos para se combinar a ação de identificação com o procedimento de projeto de controle . Os algoritmos auto-ajustáveis indiretos identificam o modelo do processo e a seguir utilizam estes valores para obter os parâmetros do controlador. Por outro lado os algoritmos auto-ajustáveis diretos estimam diretamente os parâmetros que governam a lei de controle. As figuras 3.2 e 3.3 mostram estas diferentes formas de implementação e que serão discutidas ainda neste capítulo.

A seguir procura-se mostrar, através de uma revisão bibliográfica, a evolução dos controladores auto-ajustáveis multivariáveis aplicados em sistemas caracterizados por atrasos iguais entre os sinais de entrada e saída, em seguida em sistemas com atrasos diferentes. Posteriormente, discute-se a organização do capítulo.



a) Controlador adaptativo : modelo de referência



b) Controlador adaptativo : auto-ajustável

FIGURA 3.1

Principais formas do controlador adaptativo

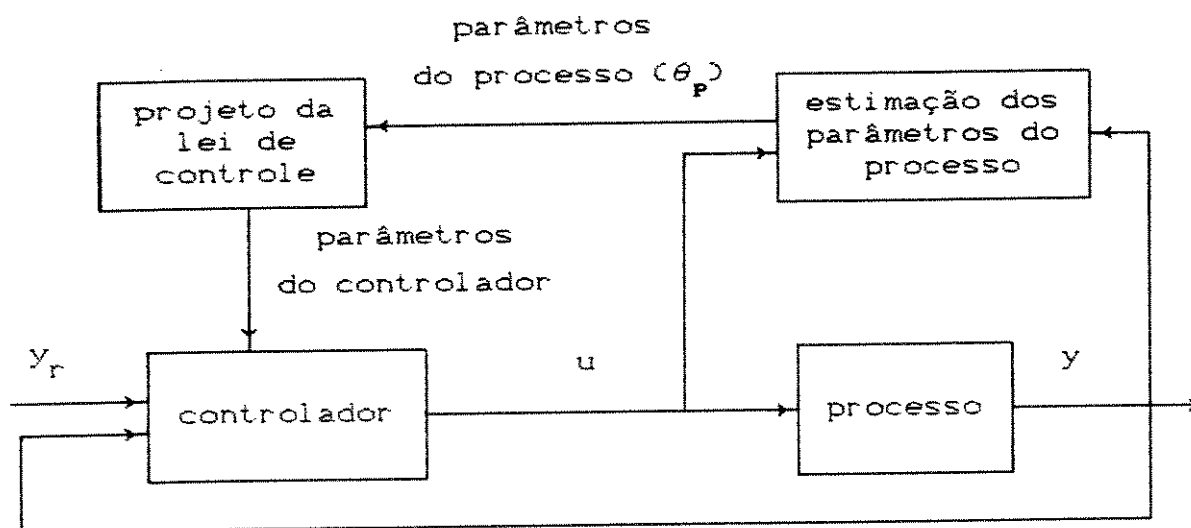


FIGURA 3.2

Esquema do controlador auto-ajustável indireto

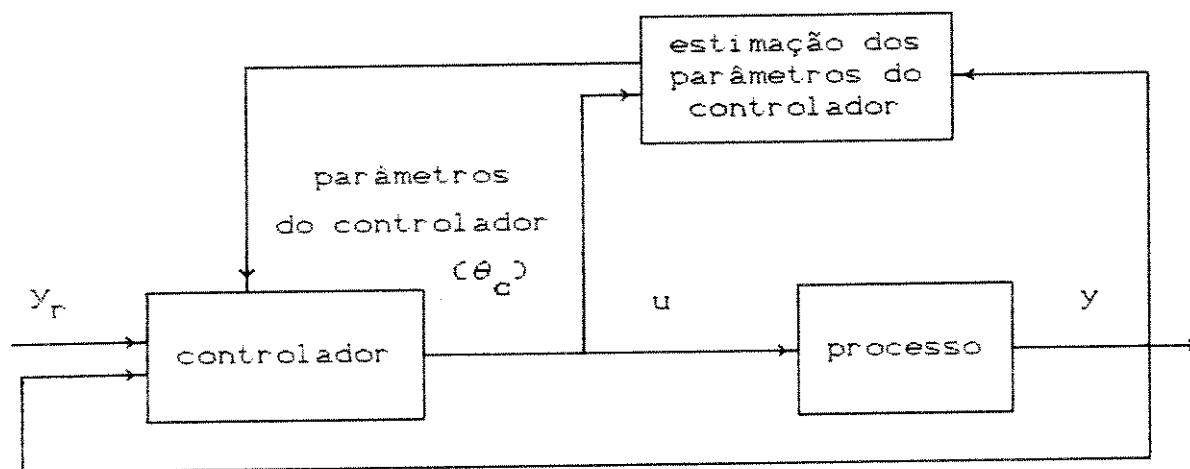


FIGURA 3.3

Esquema do controlador auto-ajustável direto

3.1.1 EVOLUÇÃO DOS CONTROLADORES AUTO-AJUSTÁVEIS MULTIVARIÁVEIS

Desde os trabalhos de Astrom(1973) e Clarke(1975) combinando o estimador dos mínimos quadrados e a estratégia de variância mínima para obter o regulador e o controlador auto-ajustável, respectivamente, os algoritmos de controle auto-ajustáveis para sistemas MIMO têm recebido grande atenção e sido aplicados no controle de diferentes tipos de processos industriais (Hahn,1985 ; Seborg,1986).

O estudo dos controladores auto-ajustáveis multivariáveis foi iniciado com o trabalho de Borisson(1975), a partir do regulador auto-ajustável monovariável estabelecido por Astrom(1973). Este regulador auto-ajustável multivariável utiliza o estimador dos mínimos quadrados recursivo e uma lei de controle linear que é obtida diretamente a partir dos parâmetros estimados. Obtém-se este controlador a partir da minimização da variância da saída e sua aplicação restringe-se à classe de sistemas com características de fase mínima e com um mesmo número de entradas e saídas.

Keviczky(1977) obteve o regulador auto-ajustável multivariável otimizando um critério que já considerava a diferença entre o sinal de saída do processo e um sinal de referência. Esta lei de controle também era restrita a sistemas de fase mínima e com o mesmo número de entradas e saídas.

Koivo(1980) obteve o controlador auto-ajustável multivariável a partir do controlador auto-ajustável monovariável baseado na estratégia de variância mínima generalizada introduzido por Clarke(1975). O controlador proposto minimiza um critério que considera a diferença entre os sinais de saída e referência e inclui o sinal de controle. Este algoritmo permite encontrar uma lei de controle com menores magnitudes e oscilações quando comparado com os algoritmos de controle de Borisson(1975) e Keviczky(1977). Este controlador pode ser aplicado em sistemas de fase não-mínima e rastrear referências variantes no tempo.

Favier(1982) estendeu o controlador auto-ajustável multivariável de Koivo(1980) obtendo um sinal de controle que pode

ser aplicado em processos com diferentes números de entradas e saídas. A grande vantagem da solução dada por Favier é sua simplicidade computacional, desde que na determinação da lei de controle necessita-se essencialmente da aplicação do estimador dos mínimos quadrados recursivo. Além disto, através de um vetor de referência para o sinal de controle, o erro em regime entre o sinal de saída e a referência pode ser eliminado.

Na tabela 3.1 resume-se os principais resultados referentes aos controladores auto-ajustáveis multivariáveis encontrados na literatura, indicando-se o tipo de problema que é resolvido, os critérios quadráticos minimizados e a relação entre o número de entradas e saídas.

Todos estes controladores multivariáveis citados foram desenvolvidos assumindo-se um mesmo atraso para os pares de entradas e saídas do processo, ou seja, a matriz "interactor" do processo apresenta forma diagonal, $\xi(z) = z^d I_p$.

Elliott(1982) verificou que a matriz "interactor" (Wollovich,1976) proporcionava uma generalização apropriada do conceito de atraso de transporte em sistemas multivariáveis. Assim, tornou-se claro que os resultados obtidos por Borisson(1975), Keviczky(1977), Koivo(1980) e Favier(1982), que consideravam para efeito de projeto dos controladores um mesmo atraso entre os sinais de entrada e saída, eram casos particulares onde a matriz "interactor" apresentava estrutura diagonal.

Em trabalhos recentes Dugard(1984), Bittanti(1985) e Wang(1987) obtiveram os controladores auto-ajustáveis multivariáveis de modo semelhante aos obtidos por Keviczky(1977) e Koivo(1980) considerando uma matriz "interactor" com estrutura não-diagonal. Portanto, os problemas associados com o acoplamento das variáveis do processo a serem controladas podem ser eliminados com estes algoritmos.

Em geral pode-se dizer que o critério quadrático a um passo, a ser minimizado para obtenção dos diversos algoritmos auto-ajustáveis multivariáveis disponíveis na literatura, é dado por

$$C = E \left\{ \|T_1(z^{-1})T_2(z^{-1})y(t) - T_3(z^{-1})T_4(z^{-1})y_r(t)\|^2 + \|T_5(z^{-1})u(t) - T_6(z^{-1})u_r(t)\|^2 \right\}$$

onde os valores das matrizes polinomiais $T_i(z^{-1})$, $i = 1 \dots 6$, que aparecem no critério C estão dados na tabela 3.2 .

3.1.2 ORGANIZAÇÃO DO CAPÍTULO

Na seção 3.2 apresenta-se o controlador auto-ajustável multivariável baseado na estratégia de variância mínima generalizada. Este controlador corresponde a uma generalização dos algoritmos citados na literatura, tratando processos com matriz "interactor" não-diagonal e sujeitos a perturbações estocásticas e determinísticas.

Na seção 3.3 é proposto um procedimento que ajusta "on-line" tanto a ponderação do sinal de referência (denominado Λ adaptativo) como a ponderação da perturbação de carga (denominado Ω adaptativo) para o controlador auto-ajustável multivariável (Coelho, 1988). Demonstra-se que estes ajustes permitem eliminar o erro em regime entre a saída do processo e a referência bem como rejeitar perturbações determinísticas e, podem ser utilizados em sistemas com diferentes números de entradas e saídas.

Na seção 3.4 desenvolve-se um novo controlador auto-ajustável multivariável com o procedimento de alocação de polos que permite calcular as matrizes de ponderação $\Delta(z^{-1})$ e $\Gamma(z^{-1})$. Alocando-se os polos de malha fechada em posições especificadas, obtém-se um comportamento transitório para o processo de acordo com as especificações do usuário.

Um modo alternativo para se eliminar o erro em regime entre o sinal de saída e a referência para o controlador auto-ajustável multivariável sem a utilização de um integrador na ponderação do controle ou de um vetor de referência para o sinal de controle ou de uma a ponderação do sinal de referência

calculada recursivamente é considerar um processo representado por um modelo "CARIMA". Na seção 3.5 calcula-se a lei de controle auto-ajustável para modelos "CARIMA".

autor(es)	classe	e/s	função custo
Borisson, 1975	RAA	p=m	$E\langle \ \Delta y(t+d)\ ^2 \rangle$
Keviczky e Hettessy, 1977	RAA	p=m	$E\langle \ y(t+d) - y_r(t)\ ^2 \rangle$
Schumann, 1979	CAA	p=m	$E\langle \ y(t+d) - y_r(t)\ ^2 + \ \Gamma[u(t) - u_r(t)]\ ^2 \rangle$
Koivo, 1980	CAA	p=m	$E\langle \ \Delta(z^{-1})y(t+d) - \Lambda(z^{-1})x y_r(t)\ ^2 + \ \Gamma(z^{-1})u(t)\ ^2 \rangle$
Keviczky e Kumar, 1981	CAA	p=m	$E\langle \ \Delta(z^{-1})[y(t+d) - y_r(t)]\ ^2 + \ \Gamma(z^{-1})[u(t) - u_r(t)]\ ^2 \rangle$
Bayoumi, Wong, Bagoury, 1981	CAA	p=m p≠m	$E\langle \ \Delta[y(t+d) - y_r(t)]\ ^2 + \ \Gamma u(t)\ ^2 \rangle$
Favier, Hassani, 1982	CAA	p=m p≠m	$E\langle \ \Delta(z^{-1})y(t+d) - \Lambda(z^{-1})x y_r(t)\ ^2 + \ \Gamma(z^{-1})[u(t) - u_r(t)]\ ^2 \rangle$
Deng, Guo, Du, 1985	CAA	p=m p≠m	$E\langle \ \Delta[y(t+d) - y_r(t)]\ ^2 + \ \Gamma[u(t) - u(t-1)]\ ^2 \rangle$

* RAA, CAA - regulador e controlador auto-ajustável
 * e/s - relação entre o número de entradas e saídas

TABELA 3.1

Características dos controladores auto-ajustável multivariáveis existentes na literatura

algoritmo	$T_1(z^{-1})$	$T_2(z^{-1})$	$T_3(z^{-1})$	$T_4(z^{-1})$	$T_5(z^{-1})$	$T_6(z^{-1})$
Borisson, 1975	I_p	$\text{diag}(z^d)$	0	0	0	0
Keviczky e Hetthessy, 1977	I_p	$\text{diag}(z^d)$	I_p	I_p	0	0
Koivo, 1980	$\Delta(z^{-1})$	$\text{diag}(z^d)$	$\Lambda(z^{-1})$	I_p	$\Gamma(z^{-1})$	0
Favier e Hassani, 1982	$\Delta(z^{-1})$	$\text{diag}(z^d)$	$\Lambda(z^{-1})$	I_p	$\Gamma(z^{-1})$	$\Gamma(z^{-1})$
Dugard, Goodwin e Xianya, 1984	I_p	$\xi(z)$	I_p	$\xi(z)$	0	0
Bittanti e Scattolini, (1985)	$\Delta(z^{-1})$	$\xi(z)$	$\Delta(z^{-1})$	$\xi(z)$	$\Gamma(z^{-1})$	0
Wang e Shijun, 1987	$\Delta(z^{-1})$	$\xi(z)$	$\Lambda(z^{-1})$	$\xi(z)$	$\Gamma(z^{-1})$	0

TABELA 3.2

Valores das matrizes do critério C para o controlador auto-ajustável multivariável

Finalmente na seção 3.6 ilustra-se o desempenho dos algoritmos através de exemplos de simulação em processos caracterizados por fase não-mínima ou mínima, estável ou instável, matriz "interactor" na forma diagonal ou não-diagonal e sujeitos a perturbações estocásticas e/ou determinísticas. A influência da matriz de ponderação $\Gamma(z^{-1})$ no comportamento do controlador e

comparação do procedimento A adaptativo com outros existentes na literatura para eliminação do erro em regime entre os sinais da saída e referência, como por exemplo os desenvolvidos por Koivo(1980) e Favier(1982) são também analisados.

3.2 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL DE VARIÂNCIA MÍNIMA GENERALIZADA

Nesta seção são apresentadas as principais características do controlador auto-ajustável multivariável de variância mínima generalizada, obtido a partir da minimização do critério quadrático descrito por

$$I = E \left\{ \left\| \Delta(z^{-1}) \xi(z) y(t) - \Lambda(z^{-1}) \xi(z) y_r(t) + \Omega(z^{-1}) v(t) \right\|^2 + \left\| \Gamma(z^{-1}) u(t) \right\|^2 / J_t \right\} \quad (3.1)$$

onde $y(t) \in \mathbb{R}^p$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y_r(t) \in \mathbb{R}^p$ e $v(t) \in \mathbb{R}^p$ são respectivamente os sinais de saída, controle, referência e perturbação determinística mensurável, $\xi(z)$ é a matriz "interactor" do sistema, $\Delta(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $\Lambda(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $\Omega(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ e $\Gamma(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ são matrizes polinomiais, J_t são as medidas disponíveis no instante t e $E(\cdot)$ é o operador esperança matemática.

Este controlador é aplicado em sistemas lineares discretos com parâmetros constantes e desconhecidos e modelados conforme descrito pela equação (2.1). As matrizes polinomiais do critério quadrático a ser otimizado e do modelo do sistema estão representadas de acordo com a equação (3.2)

$$X(z^{-1}) = X_0 + X_1 z^{-1} + \dots + X_{nX} z^{-nX} \quad (3.2)$$

com a convenção de que qualquer matriz polinomial pode ser dada por

$$X(z^{-1}) = X_0 + \tilde{X}(z^{-1}) \quad (3.3)$$

Definindo-se o vetor $y_{rf}(t)$, que está relacionado com o vetor de referência do processo por

$$y_{rf}(t) = \xi(z)y_r(t-d) \quad (3.4)$$

e utilizando-se a equação (2.6), que define o vetor da saída filtrada do processo, a função custo é dada por

$$I = E \left\{ \| y_f(t+d) - \Lambda(z^{-1})y_{rf}(t+d) + \Omega(z^{-1})v(t) \|^2 + \| \Gamma(z^{-1})u(t) \|^2 / J_t \right\} \quad (3.5)$$

Uma vez que as medidas estão condicionadas à observação J_t , substitui-se $y_f(t+d)$ por $[\hat{y}_f(t+d/t) + e(t+d/t)]$ de acordo com as equações (2.43), (2.44) e (2.45), na equação (3.5) e observando-se que $e(t+k/t)$, $1 \leq k \leq d$, não está correlacionado com $\hat{y}_f(t+d/t)$ e $\Lambda(z^{-1})y_{rf}(t+d)$, pode-se reescrever a equação (3.5) como segue

$$I = \| \hat{y}_f(t+d/t) - \Lambda(z^{-1})y_{rf}(t+d) + \Omega(z^{-1})v(t) \|^2 + \| \Gamma(z^{-1})u(t) \|^2 + E \left\{ \| \delta_d(z^{-1})e(t) \|^2 \right\} \quad (3.6)$$

Minimizando-se a equação (3.6) em relação a $u(t)$, obtém-se que

$$\Gamma_0^T \Gamma(z^{-1})u(t) + \beta_0^T \left[\alpha_d(z^{-1})y(t) + \beta_d(z^{-1})u(t) + \gamma_d(z^{-1})v(t) - \Lambda(z^{-1})y_{rf}(t+d) + \Omega(z^{-1})v(t) \right] = 0 \quad (3.7)$$

ou, equivalentemente,

$$\left[\Gamma_o^T \Gamma_o(z^{-1}) + \beta_o^T \beta_o(z^{-1}) \right] u(t) = \beta_o^T \Lambda(z^{-1}) y_{rf}(t+d) - \beta_o^T \alpha_o(z^{-1}) y(t) - \beta_o^T \left[\gamma_d(z^{-1}) + \Omega(z^{-1}) \right] v(t) \quad (3.8)$$

$$u(t) = \left[\Gamma_o^T \Gamma_o + \beta_o^T \beta_o \right]^{-1} \left\{ \beta_o^T \left[\Lambda(z^{-1}) y_{rf}(t+d) - \alpha_o(z^{-1}) y(t) - \left[\gamma_d(z^{-1}) + \Omega(z^{-1}) \right] v(t) \right] - \left[\Gamma_o^T \tilde{\Gamma}_o(z^{-1}) + \beta_o^T \tilde{\beta}_o(z^{-1}) \right] u(t) \right\} \quad (3.9)$$

As matrizes polinomiais $\alpha_o(z^{-1})$, $\beta_o(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ são definidas pelas equações (2.40), (2.41) e (2.42) quando o processo apresenta atrasos diferentes entre os sinais de entrada e saída, e pelas equações (2.40), (2.54) e (2.55) para o caso particular de atrasos iguais.

A equação (3.9) permite calcular a lei de controle em cada instante de tempo como uma função dos vetores de saída, referência e perturbação determinados nos instantes anteriores e atual e do vetor de controle nos instantes anteriores, de modo a minimizar o critério quadrático dado pela equação (3.1).

É importante observar que a lei de controle dada pela equação (3.8) depende dos parâmetros do sistema a controlar que, em geral, são desconhecidos. Desse modo, é necessário estimar de forma "on-line" os parâmetros do processo (A, B, C, D). Utilizando-se um estimador do tipo mínimos quadrados recursivo, as matrizes polinomiais $\hat{A}(z^{-1})$ e $\hat{B}(z^{-1})$ são substituídas diretamente na lei de controle no lugar de $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ e, portanto, fornecem uma solução sub-ótima do tipo equivalência certa para a lei de controle (Wittenmark, 1975).

Como as matrizes polinomiais $\alpha_o(z^{-1})$, $\beta_o(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ definidas pelas equações (2.40), (2.41) e (2.42) são utilizadas no desenvolvimento dos algoritmos de controle adaptativos indireto e direto e, pelo fato de apresentarem um desenvolvimento infinito em z^{-1} , poder-se-ia necessitar de uma ordem elevada destas matrizes polinomiais para o cálculo da lei de controle. Entretanto,

verifica-se na literatura (Favier,1982) que se a ordem destas matrizes polinomiais forem aproximadas por $n\alpha_d = nA - 1$, $n\beta_d = nB + d - 1$ e $n\gamma_d = nD + d$, esta lei de controle proporciona um bom comportamento ao processo. Na seção 3.6 analisa-se, por simulação, o desempenho deste controlador para diferentes valores de $n\alpha_d$, $n\beta_d$ e $n\gamma_d$.

Esta lei de controle corresponde a uma generalização dos algoritmos apresentados na literatura, ou seja, Borisson(1975), Keviczky(1977), Koivo(1980), Favier(1982), Dugard(1984), Bittanti(1985) e Wang(1987). Pode ser aplicada em sistemas multivariáveis apresentando características tais como : i) igual ou diferente número de entradas e saídas; ii) fase mínima ou não-mínima e iii) perturbação determinística.

A tabela 3.3 resume, para alguns dos algoritmos auto-ajustáveis citados anteriormente, as considerações que são feitas sobre o sistema a controlar.

Assim, para um sistema discreto multivariável com parâmetros desconhecidos é necessário realizar uma estimação ou dos parâmetros do processo ou dos parâmetros da lei de controle, isto é, existe uma versão adaptativa indireta e direta deste algoritmo e que são descritas a seguir.

ALGORITMO INDIRETO

- i) Escolher as matrizes de ponderação : $\Delta(z^{-1})$, $\Lambda(z^{-1})$, $\Gamma(z^{-1})$ e $\Omega(z^{-1})$
- ii) Estimar as matrizes do sistema (A,B,C,D) com o método da matriz estendida
- iii) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- iv) Determinar $F_d(z, z^{-1})$ e $G_d(z^{-1})$ através da equação (2.13)
- v) Determinar as matrizes $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ pelas equações (2.40), (2.41) e (2.42)
- vi) Calcular e aplicar o sinal $u(t)$ pela equação (3.9)
- vii) Repetir os passos acima para cada período de amostragem

ALGORITMO DIRETO

- i) Escolher as matrizes de ponderação : $\Delta(z^{-1})$, $\Lambda(z^{-1})$, $\Gamma(z^{-1})$ e $\alpha(z^{-1})$
- ii) Estimar as matrizes $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.43) com o MQR
- iii) Calcular e aplicar o sinal $u(t)$ pela equação (3.9)
- iv) Repetir os passos acima para cada período de amostragem

Comparando-se os dois algoritmos verifica-se que o indireto além de estimar os parâmetros do processo precisa resolver as seguintes equações matriciais polinomiais : i) $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$, equação (2.8); ii) $F_d(z, z^{-1})$ e $G_d(z^{-1})$, equação (2.13) e iii) $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ equações (2.40), (2.41) e (2.42). Por outro lado, o algoritmo direto utiliza um estimador para obter diretamente os parâmetros da lei de controle. Portanto, o segundo envolve menor esforço computacional.

3.3 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL COM PONDERAÇÕES ADAPTATIVAS

Nesta seção demonstra-se que o erro em regime entre o vetor de referência e o vetor de saída do processo pode ser eliminado através do cálculo adequado da matriz de ponderação do sinal de referência (Λ). Analisa-se ainda o efeito de perturbações determinísticas sobre o vetor de saída através do cálculo da matriz de ponderação (Ω). Estes resultados serão apresentados nas seções (3.3.1) e (3.3.2).

Mostra-se também que se o número de entradas é igual ao número de saídas, a matriz de ponderação do controle é constante e a matriz de ponderação da referência é igual a matriz de ponderação da saída, então os procedimentos de projeto dos controladores auto-ajustáveis multivariáveis com lambda adaptativo e o de Favier(1982) são equivalentes.

algoritmo	sistema quadrado	B_0 de posto cheio	sistema de fase mínima
Borisson, 1975	sim	sim	sim
Keviczky-Hetthessy, 1977	sim	sim	sim
Koivo, 1980	sim	sim	não
Favier-Hassani, 1982	não	não	não
Dugard-Goodwin-Xianya, 1984	sim	não	sim
Bittanti-Scattolini, 1985	sim	não	sim
Wang-Shi jun, 1987	sim	não	não
Coelho-Amaral-Favier, 1988	não	não	não

TABELA 3.3

Considerações sobre o processo para utilização do controlador auto-ajustável multivariável

A seguir é calculada a equação de saída do sistema em malha fechada pela substituição da lei de controle definida pela equação (3.8) na equação (2.1), que caracteriza o processo.

A saída em malha fechada é dada por

$$y(t) = M_1(z^{-1})M_2(z^{-1})y_{rf}(t) + M_1(z^{-1})M_3(z^{-1})v(t) + M_4(z^{-1})e(t) \quad (3.10)$$

onde

$$M_1^{-1}(z^{-1}) = A(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1}) \left[\Gamma_0^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_0^T \beta_d(z^{-1}) \right]^{-1} \beta_0^T \alpha_d(z^{-1}) \quad (3.11)$$

$$M_2(z^{-1}) = z^{-1}B(z^{-1}) \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \beta_d(z^{-1}) \right]^{-1} \beta_o^T \Lambda(z^{-1}) \quad (3.12)$$

$$M_3(z^{-1}) = D(z^{-1}) - z^{-1}B(z^{-1}) \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \beta_d(z^{-1}) \right] \beta_o^T \left[\gamma_d(z^{-1}) + \alpha(z^{-1}) \right] \quad (3.13)$$

$$M_4(z^{-1}) = M_1(z^{-1})C(z^{-1}) \quad (3.14)$$

3.3.1 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL COM O CÁLCULO ADAPTATIVO DA PONDERAÇÃO DO VETOR DE REFERÊNCIA

A seguir, desenvolve-se o cálculo adaptativo da ponderação do sinal de referência para se eliminar o erro em regime entre o vetor da saída do processo e da referência. Este procedimento ajusta "on-line" esta ponderação de modo que o ganho em regime do sistema em malha fechada seja igual a matriz identidade. Desta forma, evita-se que o erro em regime seja eliminado ou com um integrador, $\Gamma(z^{-1}) = \Gamma_o(1-z^{-1})$, na ponderação do sinal de controle (Koivo,1980), ou com um vetor de referência, $u_r(t)$, para o sinal de controle (Favier,1982). Estes dois métodos são implementados e comparados através de exemplos de simulações apresentados na seção 3.6.

O primeiro termo do lado direito da equação (3.10) fornece o erro de regulação. Assim, obtém-se erro nulo se o ganho do sistema em regime for igual a matriz identidade, ou seja, $M_1(1)M_2(1) = I_p$. Portanto

$$\Lambda = \left[B(1) \left\{ \Gamma_o^T \Gamma(1) + \beta_o^T \beta_d(1) \right\}^{-1} \beta_o^T \right]^{-1} A(1) + \alpha_d(1) \quad (3.15)$$

podendo ser reescrita como

$$\Lambda = \left\{ A^{-1}(1)B(1) \left[\Gamma_o^T \Gamma(1) + \beta_o^T \beta_d(1) \right]^{-1} \beta_o^T \right\}^{-1} + \alpha_d(1) \quad (3.16)$$

A equação (3.16) pode ser utilizada no algoritmo adaptativo indireto. Para o algoritmo direto é necessário eliminar o termo $A^{-1}(1)B(1)$, ou seja, reescrevê-lo como uma função das matrizes estimadas $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ que são obtidas do modelo equivalente dado pela equação (2.43).

Utilizando-se as equações (2.13), (2.40), (2.41) e (2.42), obtém-se que

$$A^{-1}(1)B(1) = \left[\Delta(1)\xi(1) - \alpha_d(1) \right]^{-1} \beta_d(1) \quad (3.17)$$

Portanto substituindo-se a equação (3.17) na equação (3.16) e como $\beta_o = B(0)$ resulta que

$$\Lambda = \left\{ \left[\Delta(1)\xi(1) - \alpha_d(1) \right]^{-1} \beta_d(1) \left[\Gamma_o^T \Gamma(1) + \beta_o^T \beta_d(1) \right]^{-1} \beta_o^T \right\}^{-1} + \alpha_d(1) \quad (3.18)$$

O cálculo conforme descrito acima independe do número de entradas e saídas. Quando o número de entradas é igual ao número de saídas, a equação (3.18) pode ser simplificada como segue

$$\Lambda = \left[\beta_o^{-T} \Gamma_o^T \Gamma(1) \beta_d^{-1}(1) \right] \left[\Delta(1)\xi(1) - \alpha_d(1) \right] + \Delta(1)\xi(1) \quad (3.19)$$

O procedimento de projeto dos controladores auto-ajustável multivariáveis indireto e direto com o cálculo adaptativo da ponderação do sinal de referência para um processo linear discreto com parâmetros desconhecidos são dados a seguir.

ALGORITMO INDIRETO

- i) Escolher as matrizes de ponderação : $\Delta(z^{-1})$, $\Gamma(z^{-1})$ e $\Omega(z^{-1})$
- ii) Estimar as matrizes do sistema (A,B,C,D)
- iii) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- iv) Determinar $F_d(z, z^{-1})$ e $G_d(z^{-1})$ através da equação (2.13)
- v) Determinar as matrizes $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ pelas equações (2.40), (2.41) e (2.42)
- vi) Calcular a matriz de ponderação Λ de acordo com :
se $m \neq p$, usar a equação (3.18)
se $m = p$, usar a equação (3.19)
- vii) Calcular e aplicar o sinal $u(t)$ pela equação (3.9)
- viii) Repetir os passos acima para cada período de amostragem

ALGORITMO DIRETO

- i) Escolher as matrizes de ponderação : $\Delta(z^{-1})$, $\Gamma(z^{-1})$ e $\Omega(z^{-1})$
- ii) Estimar as matrizes $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.43)
- iii) Calcular a matriz de ponderação Λ de acordo com :
se $m \neq p$, usar a equação (3.18)
se $m = p$, usar a equação (3.19)
- iv) Calcular e aplicar o sinal $u(t)$ pela equação (3.9)
- v) Repetir os passos acima para cada período de amostragem

3.3.2 EQUIVALÊNCIA DOS CONTROLADORES AUTO-AJUSTÁVEIS COM LAMBDA ADAPTATIVO E VETOR DE REFERÊNCIA PARA O CONTROLE

Nesta seção desenvolve-se, numa forma resumida, a lei de controle auto-ajustável obtida por Favier (1982) de modo a compará-la com a da equação (3.9) com a matriz de ponderação do vetor de referência calculado recursivamente.

Seguindo-se os mesmos passos efetuados na seção 3.2 para obtenção do controlador auto-ajustável multivariável, equação (3.9), mas agora considerando-se a minimização da seguinte função custo

$$I = E \left\{ \left\| \Lambda(z^{-1})\xi(z)y(t) - \Lambda(z^{-1})\xi(z)y_r(t) + \alpha(z^{-1})v(t) \right\|^2 + \left\| \Gamma(z^{-1}) \left[u(t) - u_r(t) \right] \right\|^2 / J_t \right\} \quad (3.20)$$

onde $u_r(t) \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de referência do controle, obtém-se a seguinte lei de controle

$$u(t) = \left[\Gamma_o^T \Gamma_o + \beta_o^T \beta_o \right]^{-1} \left\{ \Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) u_r(t) + \beta_o^T \left[\Lambda(z^{-1}) y_{rf}(t+d) - \alpha_d(z^{-1}) y(t) - \left\{ \gamma_d(z^{-1}) + \alpha(z^{-1}) \right\} v(t) \right] - \left[\Gamma_o^T \tilde{\Gamma}(z^{-1}) + \beta_o^T \tilde{\beta}(z^{-1}) \right] u(t) \right\} \quad (3.21)$$

Na equação (3.21), o vetor de referência do controle, u_r , é calculado para que em regime o vetor de saída acompanhe o de referência com erro nulo, obtendo-se assim

$$u_r(t) = \left[\beta_o^T \beta_d(1) \right]^{-1} \beta_o^T \left[\Lambda(1) - \alpha_d(1) \right] y_r(t) \quad (3.22)$$

Se $m \leq p$, a matriz inversa de $\left[\beta_o^T \beta_d(1) \right]$ pode existir. Entretanto, se $m > p$ é necessário o cálculo de uma pseudo-inversa. Em Favier (1982) evita-se este cálculo utilizando-se a seguinte aproximação :

$$u_r(t) = \frac{1}{t} \left[(t-1)u_r(t-1) + u(t-1) \right] \quad (3.23)$$

O procedimento de projeto deste controlador adaptativo direto para um processo discreto multivariável com parâmetros desconhecidos é dado por

- i) Escolher as matrizes de ponderação : $\Delta(z^{-1})$, $\Gamma(z^{-1})$ e $\Lambda(z^{-1})$
- ii) Estimar as matrizes $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.43)
- iii) Calcular o vetor de referência para o controle
se $m \neq p$, usar a equação (3.22)
se $m = p$, usar a equação (3.23)
- iv) Calcular e aplicar o sinal $u(t)$ pela equação (3.21)
- v) Repetir os passos acima para cada período de amostragem

A seguir são apresentadas as condições necessárias para que os controladores auto-ajustáveis de Coelho(1988) e Favier(1982), descritos nas seções anteriores, sejam equivalentes.

Considere as seguintes hipóteses: i) matriz "interactor", $\xi(z)$, diagonal; ii) número de entradas igual ao número de saídas, $m=p$ e iii) perturbação determinística, $v(t)$, igual a zero.

Calculando-se o vetor de controle auto-ajustável com lambda adaptativo e em seguida com o vetor de referência, obtém-se os seguintes resultados.

- Vetor de controle com lambda adaptativo

$$u(t) = H(z^{-1}) \left[\left\{ \Gamma_o^T \Gamma(1) \beta_d^{-1}(1) \left\{ \Delta(1) - \alpha_d(1) \right\} + \beta_o^T \Delta(1) \right\} y_r(t+d) - \beta_o^T \alpha_d(z^{-1}) y(t) \right] \quad (3.24)$$

- Vetor de controle com o vetor referência do controle

$$u(t) = H(z^{-1}) \left[\left\{ \Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) \left\{ \beta_o^T \beta_d(1) \right\}^{-1} \beta_o^T \left\{ \Delta(1) - \alpha_d(1) \right\} + \beta_o^T \Delta(z^{-1}) \right\} y_r(t+d) - \beta_o^T \alpha_d(z^{-1}) y(t) \right] \quad (3.25)$$

onde

$$H(z^{-1}) = \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \beta_d(z^{-1}) \right]^{-1} \quad (3.26)$$

Observando-se as equações (3.24) e (3.25) conclui-se que com as seguintes condições

$$\beta_o^T = I_p \quad (3.27)$$

$$\Gamma(z^{-1}) = \Gamma(1) = \Gamma_o \quad (3.28)$$

$$\Lambda(z^{-1}) = \Lambda(1) = \Delta(1) \quad (3.29)$$

o procedimento de projeto do controlador auto-ajustável multivariável com os procedimentos Λ adaptativo e u_r de Favier (1982) equivalem-se, ou seja, produzem no processo controlado o mesmo comportamento servo e de regulação em malha fechada.

3.3.3 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL COM O CÁLCULO ADAPTATIVO DA PONDERAÇÃO DA PERTURBAÇÃO DETERMINÍSTICA

Nesta seção mostra-se como a influência da perturbação determinística mensurável, em regime, no sistema em malha fechada pode ser eliminada a partir do cálculo adequado da matriz ponderação do vetor da perturbação determinística (Ω) a cada intervalo de amostragem.

Da equação (3.10), nota-se que o segundo termo do lado direito fornece a influência deste tipo de perturbação sobre a saída. Para eliminá-la, deve-se ter $M_1(1)M_3(1) = 0$. Logo

$$\left\{ \Lambda(1) + B(1) \left[\Gamma_o^T \Gamma(1) + \beta_o^T \beta_d(1) \right]^{-1} \beta_o^T \alpha_d(1) \right\}^{-1} \left\{ D(1) - B(1) \left[\Gamma_o^T \Gamma(1) + \beta_o^T \beta_d(1) \right]^{-1} \beta_o^T \left[\gamma_d(1) + \Omega \right] \right\} \quad (3.30)$$

e o valor de Ω é dado por

$$\Omega = \left\{ B(1) \left[\begin{matrix} \Gamma^T \Gamma(1) \\ \beta_o^T \end{matrix} \right]^{-1} \beta_o^T \right\}^{-1} D(1) - \gamma_d(1) \quad (3.31)$$

A equação (3.31) pode ser utilizada no algoritmo adaptativo indireto. Para que Ω possa ser utilizado no algoritmo direto as matrizes $B(1)$ e $D(1)$ precisam ser eliminadas. Assim, reescreve-se esta equação a partir das matrizes $\alpha_d(z^{-1})$ e $\beta_d(z^{-1})$, dadas pelas equações (2.41) e (2.42). Após algumas manipulações resulta para a equação (3.31) que

$$\Omega = \left\{ \beta_d(1) \left[\begin{matrix} \Gamma^T \Gamma(1) \\ \beta_o^T \end{matrix} \right]^{-1} \beta_o^T \right\}^{-1} \gamma_d(1) - \gamma_d(1) \quad (3.32)$$

Este resultado de Ω dado pela equação (3.32) pode ser utilizado em sistemas com diferentes números de entradas e saídas.

Se o número de entradas é igual ao número de saídas, a equação (3.32) pode ser simplificada como segue

$$\Omega = \beta_o^T \Gamma^T \Gamma(1) \beta_d^{-1} \gamma_d(1) \quad (3.33)$$

O procedimento de projeto dos controladores auto-ajustável multivariáveis indireto e direto tanto com o cálculo adaptativo da ponderação do sinal de referência como da ponderação do sinal determinístico para um processo discreto com parâmetros desconhecidos são apresentados a seguir.

Comparando-se os dois algoritmos adaptativos pode-se verificar que o indireto apresenta maior esforço computacional uma vez que resolve um número maior de equações matriciais, dadas nos passos (iii), (iv) e (v), e que não são utilizadas pelo algoritmo direto.

ALGORITMO INDIRETO

- i) Escolher as matrizes de ponderação : $\Delta(z^{-1})$, $\Gamma(z^{-1})$
- ii) Estimar as matrizes do sistema (A,B,C,D) com o método da matriz estendida
- iii) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- iv) Determinar $F_d(z, z^{-1})$ e $G_d(z^{-1})$ através da equação (2.13)
- v) Determinar as matrizes $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ pelas equações (2.40), (2.41) e (2.42)
- vi) Calcular a matriz de ponderação Λ de acordo com :
se $m \neq p$, usar a equação (3.18)
se $m = p$, usar a equação (3.19)
- vii) Calcular a matriz de ponderação Ω de acordo com :
se $m \neq p$, usar a equação (3.32)
se $m = p$, usar a equação (3.33)
- viii) Calcular e aplicar o sinal $u(t)$ pela equação (3.9)
- ix) Repetir os passos acima para cada período de amostragem

ALGORITMO DIRETO

- i) Escolher as matrizes de ponderação : $\Delta(z^{-1})$, $\Gamma(z^{-1})$
- ii) Estimar as matrizes $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.43) com o MQR
- iii) Calcular a matriz de ponderação Λ de acordo com :
se $m \neq p$, usar a equação (3.18)
se $m = p$, usar a equação (3.19)
- iv) Calcular a matriz de ponderação Ω de acordo com :
se $m \neq p$, usar a equação (3.32)
se $m = p$, usar a equação (3.33)
- v) Calcular e aplicar o sinal $u(t)$ pela equação (3.9)
- vi) Repetir os passos acima para cada período de amostragem

3.4 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL COM O PROCEDIMENTO DE ALOCAÇÃO DE POLOS

Nesta seção desenvolve-se o controlador auto-ajustável de variância mínima generalizada por alocação de polos para sistemas "MIMO". As matrizes de ponderação $\Delta(z^{-1})$ e $\Gamma(z^{-1})$ são agora calculadas a cada iteração de modo a alocar os polos de malha fechada em posições fornecidas pelo projetista e que estão associadas a um determinado comportamento do processo.

Diversos algoritmos por alocação de polos foram desenvolvidos e serão brevemente discutidos.

Wellstead(1979) implementou um regulador auto-ajustável por alocação de polos monovariável onde o objetivo do controle era posicionar os polos de malha fechada em localizações estabelecidas pelo usuário. Este regulador permite o controle de sistemas com características de fase não-mínima e com atrasos constantes ou variantes, situações estas que nem sempre eram resolvidas com os algoritmos de variância mínima de Astrom(1973) ou Clarke(1975).

Prager(1980) estendeu o regulador monovariável de Wellstead(1979) e seu regulador multivariável apresenta certas vantagens sobre os auto-ajustáveis de variância mínima de Borisson(1975) e Keviczky(1977). As vantagens mais significativas são poder ser aplicado em sistemas de fase não-mínima e tratar sistemas onde as malhas de controle apresentam atrasos diferentes.

McDermott(1986) obteve um controlador por alocação de polos com desacoplamento nas malhas de controle. Este algoritmo permite o controle de sistemas com diferentes atrasos entre os pares de entrada e saída, fase não-mínima e instável. Este controlador elimina erros de regime e perturbações de carga.

Vogel(1988) apresentou um algoritmo de controle adaptativo por alocação de polos para processos com atrasos variáveis ou desconhecidos. Este controlador não requer uma estimação explícita destes atrasos, é simples de ser implementado e pode controlar sistemas de fase não-mínima.

A seguir é apresentado um controlador adaptativo indireto por alocação de polos que pode controlar processos com

diferentes atrasos entre os pares de entrada e saída (matriz "interactor" não-diagonal), de fase não-mínima e instável. Adicionando-se a este algoritmo os cálculos adaptativos das ponderações dos sinais de referência e da perturbação determinística, torna-se possível eliminar erros em regime e perturbação de carga. Este algoritmo está restrito para processos que apresentam um mesmo número de entradas e saídas ($m=p$).

A seguir, desenvolve-se a equação de saída em malha fechada do processo para que as matrizes polinomiais $\Delta(z^{-1})$ e $\Gamma(z^{-1})$ estejam explícitas na equação característica do sistema.

Para que as matrizes de ponderação $\Delta(z^{-1})$ e $\Gamma(z^{-1})$ apareçam explicitamente na equação característica define-se os seguintes vetores

$$\begin{cases} z(t) = \xi(z)y(t-d) \\ z_r(t) = y_{rf}(t) \end{cases} \quad (3.34)$$

Neste caso, a função custo a otimizar é dada por

$$I = E \left\{ \|\Delta(z^{-1})z(t+d) - \Lambda(z^{-1})z_r(t+d) + \Omega(z^{-1})v(t)\|^2 + \|\Gamma(z^{-1})[u(t) - u_r(t)]\|^2 / J \right\} \quad (3.35)$$

Minimizando-se a equação (3.25) e utilizando-se os mesmos procedimentos da seção 3.2, obtém-se a seguinte lei de controle

$$u(t) = \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right]^{-1} \left\{ \beta_o^T \Delta_o^T \Lambda(z^{-1}) z_r(t+d) - \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \alpha_d(z^{-1}) y(t) - \beta_o^T \Delta_o^T \left[\Delta(z^{-1}) \gamma \xi(z^{-1}) + \Omega(z^{-1}) \right] v(t) \right\} \quad (3.36)$$

A função de transferência em malha fechada é obtida substituindo-se a equação (3.36) na equação do modelo do processo, (2.1), fornecendo um resultado semelhante ao descrito pela equação (3.10). As matrizes polinomiais $M_1(z^{-1})$ e $M_2(z^{-1})$ são agora reescritas como

$$M_1(z^{-1}) = \left\{ A(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1}) \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right]^{-1} \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \alpha_d(z^{-1}) \right\}^{-1} \quad (3.37)$$

$$M_2(z^{-1}) = z^{-1}B(z^{-1}) \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right]^{-1} \beta_o^T \Delta_o^T A(z^{-1}) \quad (3.38)$$

Desenvolvendo-se o produto $M_1(z^{-1})M_2(z^{-1})$ a partir das equações (3.37) e (3.38) resulta que

$$\begin{aligned} M_1(z^{-1})M_2(z^{-1}) &= \left\{ A(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1}) \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right]^{-1} \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \alpha_d(z^{-1}) \right\}^{-1} \times \\ &\quad \left\{ \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right] B^{-1}(z^{-1}) \right\}^{-1} \times \\ &\quad \left\{ \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right] B^{-1}(z^{-1}) \right\} \times \\ &\quad \left\{ z^{-1}B(z^{-1}) \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right]^{-1} \beta_o^T \Delta_o^T A(z^{-1}) \right\} \quad (3.39) \end{aligned}$$

ou seja

$$\begin{aligned}
M_1(z^{-1})M_2(z^{-1}) &= \left\{ \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right] B^{-1}(z^{-1}) A(z^{-1}) + \right. \\
&\quad \left. z^{-1} \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \alpha_d(z^{-1}) \right\}^{-1} \left\{ z^{-1} \beta_o^T \Delta_o^T \Lambda(z^{-1}) \right\} \quad (3.40)
\end{aligned}$$

Considere as matrizes polinomiais $A_*(z^{-1})$ e $B_*(z^{-1})$ definidas por

$$B^{-1}(z^{-1})A(z^{-1}) = A_*(z^{-1})B_*^{-1}(z^{-1}) \quad (3.41)$$

com

$$A_*(0) = I_p \quad (3.42)$$

$$nA_* = nA \quad (3.43)$$

$$nB_* = nB \quad (3.44)$$

Substituindo-se a equação (3.41) na equação (3.40) resulta que

$$\begin{aligned}
M_1(z^{-1})M_2(z^{-1}) &= z^{-1}B_*(z^{-1}) \left\{ \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right] A_*(z^{-1}) + \right. \\
&\quad \left. z^{-1} \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \alpha_d(z^{-1}) B_*(z^{-1}) \right\}^{-1} \left\{ \beta_o^T \Delta_o^T \Lambda(z^{-1}) \right\} \quad (3.45)
\end{aligned}$$

A equação característica para o sistema é portanto dada por

$$\left\{ \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right] A_*(z^{-1}) + z^{-1} \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \alpha_d(z^{-1}) B_*(z^{-1}) \right\} \quad (3.46)$$

Assim, a matriz polinomial de malha fechada, $T(z^{-1})$, que contém os polos desejados em malha fechada, é obtida a partir da equação (3.46) e dada por

$$\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) A_*(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) A_*(z^{-1}) + z^{-1} \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \alpha_d(z^{-1}) B_*(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (3.47)$$

ou então

$$\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) A_*(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \left\{ \beta_d(z^{-1}) A_*(z^{-1}) + z^{-1} \alpha_d(z^{-1}) B_*(z^{-1}) \right\} = T(z^{-1}) \quad (3.48)$$

O segundo termo da lado esquerdo da equação (3.48) pode ainda ser simplificado utilizando-se as equações (2.13), (2.41) e (3.41). Logo

$$\begin{aligned} & \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \left\{ \beta_d(z^{-1}) A_*(z^{-1}) + z^{-1} \alpha_d(z^{-1}) B_*(z^{-1}) \right\} = \\ & \left\{ z^{-1} F(z, z^{-1}) B(z^{-1}) A_*(z^{-1}) + z^{-1} G(z^{-1}) B_*(z^{-1}) \right\} = \\ & z^{-1} \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \xi(z) B_*(z^{-1}) \end{aligned} \quad (3.49)$$

Portanto substituindo-se a equação (3.49) na equação (3.48) obtém-se a seguinte equação para $T(z^{-1})$

$$\Gamma_0^T \Gamma(z^{-1}) A_*(z^{-1}) + z^{-1} \beta_0^T \Delta_0^T \Delta(z^{-1}) \xi(z) B_*(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (3.50)$$

O algoritmo auto-ajustável por alocação de polos calcula as matrizes $\Delta(z^{-1})$ e $\Gamma(z^{-1})$ tal que os polos em malha fechada do sistema sejam posicionados em localizações pré-especificadas, definidas pela matriz $T(z^{-1})$.

Pela definição da equação (3.41), que considera a existência de $B^{-1}(z^{-1})$, o controlador pode ser implementado somente em processos caracterizados por um mesmo número de entradas e saídas ($m=p$).

O procedimento de projeto para o controlador auto-ajustável multivariável de variância mínima generalizada com o procedimento de alocação de polos versão indireta para um processo linear discreto com parâmetros desconhecidos é dado a seguir.

ALGORITMO INDIRECTO

- i) Estimar as matrizes do sistema (A,B,C,D) com o método da matriz estendida
- ii) Determinar $A_*(z^{-1})$ e $B_*(z^{-1})$ pela equação (3.41)
- iii) Calcular $\Delta(z^{-1})$ e $\Gamma(z^{-1})$ pela equação (3.50)
- iv) Determinar $F_d(z, z^{-1})$ e $G_d(z^{-1})$ através da equação (2.13)
- v) Determinar as matrizes $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ pelas equações (2.40), (2.41) e (2.42)
- vi) Calcular a matriz de ponderação Λ pela equação (3.19)
- vii) Calcular a matriz de ponderação Ω pela equação (3.33)

viii) Calcular e aplicar o sinal $u(t)$ pela equação

$$\begin{aligned}
 u(t) = & \left[\Gamma_o^T \Gamma_o + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta_o \beta_o \right]^{-1} \left\{ \beta_o^T \Delta_o^T \left[\Lambda(z^{-1}) z_r(t+d) - \right. \right. \\
 & \left. \left. \Delta(z^{-1}) \alpha_d(z^{-1}) y(t) - \left[\Delta(z^{-1}) \gamma_d(z^{-1}) + \alpha(z^{-1}) \right] v(t) \right] - \right. \\
 & \left. \left[\Gamma_o^T \Gamma(z^{-1}) + \beta_o^T \Delta_o^T \Delta(z^{-1}) \beta_d(z^{-1}) \right] u(t) \right\} \quad (3.51)
 \end{aligned}$$

ix) Repetir os passos acima para cada período de amostragem

A seguir são estabelecidas condições para a existência de solução da equação (3.50).

3.4.1 CONDIÇÕES PARA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ALOCAÇÃO DE POLOS

Nesta seção são apresentadas as condições de existência de solução para a equação de alocação de polos obtida na seção anterior.

Esta equação permite obter as matrizes polinomiais $\Delta(z^{-1})$ e $\Gamma(z^{-1})$ em função das matrizes polinomias $A_*(z^{-1})$, $B_*(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$. Obtém-se estas matrizes polinomiais de ponderação através da solução de um sistema de equações lineares cujas incógnitas são os coeficientes das matrizes $\Delta(z^{-1})$ e $\Gamma(z^{-1})$ e cujas equações são obtidas da identificação de termos de mesma potência, das matrizes dos dois lados da equação (3.50).

Considere a seguinte notação para representar os elementos de uma matriz polinomial qualquer $M(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p}$, conforme a equação (3.52) a seguir

$$M^{ij}(z^{-1}) = m_o^{ij} + m_1^{ij} z^{-1} + \dots + m_{nM_{ij}}^{ij} z^{-nM_{ij}} \quad (3.52)$$

onde os subscritos são usados para denotar a posição dos elementos dentro das matrizes.

A equação matricial (3.50) pode ser reescrita de acordo com a seguinte equação

$$L(z^{-1})\Gamma(z^{-1})N(z^{-1}) + Q(z^{-1})\Delta(z^{-1})S(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (3.53)$$

ou então numa forma bem simplificada como

$$P(z^{-1}) + R(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (3.54)$$

onde $L(z^{-1})$, $N(z^{-1})$, $Q(z^{-1})$, $S(z^{-1})$, $P(z^{-1})$ e $R(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ e, podem ser representadas de acordo com a equação (3.52).

Para que a equação (3.54) tenha solução para uma matriz polinomial $T(z^{-1})$ qualquer, cada polinômio elemento da matriz polinomial do lado esquerdo desta equação deve ter ordem maior ou igual ao polinômio correspondente ao da matriz polinomial do lado direito da equação. Assim, uma condição de existência de solução é expressa por

$$nT_{ij} \leq \max \begin{cases} nP_{ij} \\ nR_{ij} \end{cases} \quad (3.55)$$

onde

$$nP_{ij} = \max_{lk} \left\{ nL_{li} + n\Gamma_{lk} + nN_{kj} \right\} \quad (3.56)$$

$$nR_{ij} = \max_{lk} \left\{ nQ_{li} + n\Delta_{lk} + nS_{kj} \right\} \quad (3.57)$$

Para que um sistema de equações lineares tenha solução, o número de incógnitas (n_{inc}) deve ser maior ou igual ao número de equações (n_{eq}). Portanto, outra condição de existência de solução para a equação (3.54) é dada pela equação (3.58) :

$$n_{inc} \geq n_{eq} \quad (3.58)$$

onde

$$n_{inc} = \sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^P (n\Gamma_{ij} + n\Delta_{ij}) \quad (3.59)$$

$$n_{eq} = \sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^P (nT_{ij}) \quad (3.60)$$

Assim, se as ordens das matrizes polinomiais referentes a equação (3.50) são conhecidas, é possível verificar previamente a existência ou não de solução através das equações (3.55)-(3.60).

Outro procedimento que pode ser utilizado para se verificar a existência de solução para a equação (3.50) é reescrevê-la como

$$WX = V \quad (3.61)$$

e assegurar que a matriz W é não-singular. A matriz W contém os elementos das matrizes $A_*(z^{-1})$ e $B_*(z^{-1})$, X os coeficientes das matrizes $\Delta(z^{-1})$ e $\Gamma(z^{-1})$ e V contém os coeficientes das matrizes $T(z^{-1})$, $A_*(z^{-1})$ e $B_*(z^{-1})$.

Quando os parâmetros A_1, A_2, \dots, A_{n_A} e B_0, B_1, \dots, B_{n_B} são desconhecidos, é necessário utilizar algum algoritmo de estimação de parâmetros, como por exemplo os mínimos quadrados recursivo. Assim, a equação (3.61) deve ser resolvida para cada período de amostragem, com os correspondentes valores estimados dos polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$. É claro que não existe garantia de solução em termos dos parâmetros estimados. Para se contornar este problema, pode-se utilizar o estimador com os valores próximos aos parâmetros verdadeiros do processo, que pode muitas vezes ser desconhecido. Caso estes parâmetros sejam desconhecidos, pode-se iniciar controlando o processo com um controlador de ganho fixo, por exemplo o PID, que seja capaz de estabilizar o sistema em malha fechada. Durante o período em que este controlador é utilizado, os parâmetros do processo são estimados. A matriz W

pode ser calculada continuamente e tão logo seja não-singular o controlador por alocação de polos pode começar a ser calculado.

3.4.2 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL COM PROCEDIMENTO DE ALOCAÇÃO DE POLOS PARA UM MODELO LINEAR DISCRETO MONOVARIÁVEL

Nesta seção obtém-se um controlador auto-ajustável baseado na estratégia de alocação de polos, previamente desenvolvido para o caso multivariável, para o caso particular de um processo linear discreto monovariável ($p=1$).

O desenvolvimento desta lei de controle escalar deve-se principalmente aos seguintes fatores : i) facilitar seu entendimento no cálculo da matriz W e dos vetores X e V relativos a equação (3.61) e ii) apresentar este algoritmo de controle para um processo discreto de segunda ordem e que será implementado em uma coluna de destilação binária no capítulo 5.

A seguir apresenta-se numa forma resumida estas diversas características. Maiores detalhes para este tipo de controlador podem ser obtidos em Allidina(1980), Rafael(1984) e Coelho(1989 e 1990).

Obtém-se a equação característica monovariável a partir das equações (3.37) e (3.38), ou seja

$$A(z^{-1}) \left[\gamma_0 \Gamma(z^{-1}) + \beta_0 \delta_0 \Delta(z^{-1}) \beta(z^{-1}) \right] + z^{-d} B(z^{-1}) b_0 \delta_0 \Delta(z^{-1}) \alpha(z^{-1}) = 0 \quad (3.62)$$

A equação (3.62) é função dos polos e zeros em malha aberta. Em muitas aplicações do controlador auto-ajustável de variância mínima generalizada $\Delta(z^{-1})$ é escolhido como 1 e $\Gamma(z^{-1})$ como γ_0 ou $\gamma_0(1 - z^{-1})$. Para $\gamma_0 \rightarrow \infty$, os polos de malha fechada aproximam-se dos polos em malha aberta. Assim, se o sistema é estável em malha aberta, será estável em malha fechada com resposta similar ao sistema em malha aberta. Para $\gamma_0 \rightarrow 0$, os polos em malha fechada aproximam-se dos zeros de malha aberta.

Portanto, se o sistema é de fase não-mínima, será instável em malha fechada; se é de fase não-mínima e instável, o valor de γ_0 que o estabiliza situa-se em uma pequena região. Deste modo o controlador auto-ajustável baseado na estratégia de alocação de polos é de grande utilidade, uma vez que o polinômio $\Gamma(z^{-1})$ é calculado a partir da especificação dos polos em malha fechada.

Considere a equação polinomial (3.50) reescrita para o caso monovariável como

$$\bar{\Gamma}(z^{-1})A(z^{-1}) + \bar{\Delta}(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) = T(z^{-1}) \quad (3.63)$$

onde

$$\bar{\Gamma}(z^{-1}) = \gamma_0 \Gamma(z^{-1})$$

$$\bar{\Delta}(z^{-1}) = \delta_0 \Delta(z^{-1})$$

$$\bar{B}(z^{-1}) = b_0 B(z^{-1})$$

e $T(z^{-1})$, conforme definido anteriormente, é um polinômio que contém os polos em malha fechada previamente especificados.

Para existência de solução da equação (3.63) a ordem dos polinômios $\bar{\Gamma}(z^{-1})$, $\bar{\Delta}(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ devem ser

$$\begin{cases} n\bar{\Gamma} = nB \\ n\bar{\Delta} = nA \\ nT \leq nA + nB - 1 \end{cases} \quad (3.64)$$

com os coeficientes $\bar{\gamma}_0$ e $\bar{\delta}_0$, associados aos polinômios $\bar{\Gamma}(z^{-1})$ e $\bar{\Delta}(z^{-1})$, satisfazendo as relações

$$\begin{cases} 0 < \bar{\gamma}_0 < 1 \\ \bar{\delta}_0 = (1 - \bar{\gamma}_0) / \bar{b}_0 \end{cases} \quad (3.65)$$

Considere agora o processo linear discreto monovariável de segunda ordem dado pela seguinte equação a diferenças

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-d) + e(t) \quad (3.66)$$

onde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \quad (3.67)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} \quad (3.68)$$

Este tipo de representação, equação (3.66), será utilizado na implementação deste algoritmo no controle de uma coluna de destilação binária a ser apresentada no capítulo 5.

Para um processo representado pela equação (3.66) obtém-se, com a equação (3.64), que

$$\begin{cases} n\bar{\Gamma} = 2 \\ n\bar{\Delta} = 2 \\ nT \leq 3 \end{cases} \quad (3.69)$$

Escolhendo $nT = 1$, a matriz W e os vetores X e V , associados a equação (3.61), são formados por

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \bar{b}_0 & 0 \\ a_1 & 1 & \bar{b}_1 & \bar{b}_0 \\ a_2 & a_1 & \bar{b}_2 & \bar{b}_1 \\ 0 & a_2 & 0 & \bar{b}_2 \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

$$X^T = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_1 & \bar{\gamma}_2 & \bar{\delta}_1 & \bar{\delta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

$$V^T = \begin{bmatrix} (t_1 - \bar{\gamma}_0 a_1 - \bar{\delta}_0 \bar{b}_1) & -(\bar{\gamma}_0 a_2 + \bar{\gamma}_0 \bar{b}_2) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Estimando-se os parâmetros do modelo do processo, os polinômios $\Gamma(z^{-1})$ e $\Delta(z^{-1})$ são obtidos resolvendo-se o seguinte sistema de equações lineares

$$WX = V \quad (3.73)$$

O procedimento de projeto para este controlador auto-ajustável baseado na estratégia de alocação de polos relativo ao processo linear discreto monovariável representado pela equação (3.66) consiste de seis passos, descritos no algoritmo a seguir.

- i) Estimar os parâmetros do processo (A,B) com o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo onde

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + e(t)$$

$$\varphi^T(t) = \begin{bmatrix} -y(t-1) & -y(t-2) & u(t-d) & u(t-d-1) & u(t-d-2) \end{bmatrix}$$

$$\theta^T = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & b_0 & b_1 & b_2 \end{bmatrix}$$

- ii) Calcular os polinômios $\Gamma(z^{-1})$ e $\Delta(z^{-1})$ pela equação (3.73)

- iii) Calcular os polinômios $\alpha(z^{-1})$ e $\beta(z^{-1})$ pelas equações

$$1 = F(z^{-1})\Delta(z^{-1}) + z^{-d}G(z^{-1})$$

$$\alpha(z^{-1}) = G(z^{-1})$$

$$\beta(z^{-1}) = F(z^{-1})B(z^{-1})$$

iv) Calcular a ponderação da referência, $\Lambda(z^{-1})$, pela equação

$$\Lambda = \frac{\gamma_o \Gamma(1) [1 - \alpha(1)]}{\delta_o \beta_o \beta(1)} + \Delta(1)$$

v) Calcular o sinal de controle pela equação

$$u(t) = \left[\gamma_o^2 + \delta_o^2 \beta_o^2 \right]^{-1} \left[\beta_o \delta_o \left\{ \Lambda y_r(t+d) - \Delta(z^{-1}) \alpha(z^{-1}) y(t) \right\} - \left\{ \gamma_o \tilde{\Gamma}(z^{-1}) + \beta_o \delta_o \overbrace{\Delta(z^{-1}) \beta(z^{-1})} \right\} u(t) \right]$$

vi) Aplicar o controle $u(t)$ e repetir os passos (i) até (v) para cada período de amostragem

3.5 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL PARA O MODELO DISCRETO "CARIMA"

Nesta seção apresenta-se o controlador auto-ajustável de variância mínima generalizada multivariável para processos lineares discretos representados na forma "CARIMA", conforme equação (2.90).

Como citado anteriormente, os principais procedimentos para eliminação do erro em regime entre a saída do processo e sua referência são : i) integrador na ponderação do sinal de controle; ii) sinal de referência para o sinal de controle e iii) ajuste "on-line" da ponderação do sinal de referência. Um outro procedimento que vem sendo amplamente utilizado é o de se trabalhar com uma representação para o processo na forma do modelo "CARIMA", equação (2.90), no lugar do modelo "CARMA", equação (2.1), na elaboração da lei de controle adaptativa (Clarke, 1985).

Considere a seguinte função custo

$$I = E \left\{ \left\| \Lambda(z^{-1})\xi(z)y(t) - \Lambda(z^{-1})\xi(z)y_r(t) + \alpha(z^{-1})v(t) \right\|^2 + \left\| \Gamma(z^{-1})\nabla(z^{-1})u(t) \right\|^2 / J_t \right\} \quad (3.74)$$

onde $\nabla(z^{-1})$ está definido pela equação (2.91).

O desenvolvimento do controlador auto-ajustável multivariável a partir de um processo representado na forma "CARIMA" será omitido, uma vez que é bem similar ao desenvolvido na seção 3.2 para o modelo "CARMA".

Substituindo-se as expressões de $y_f(t+d)$ e $\hat{y}_f(t+d/t)$, dadas pelas equações (2.99) e (2.100), na equação (3.74) e, minimizando-se esta função em relação a $\nabla u(t)$, a lei de controle modifica-se para

$$\nabla u(t) = \left[\Gamma_o^T \Gamma_o + \beta_o^T \beta_o \right]^{-1} \left\{ \beta_o^T \left[\Lambda(z^{-1})y_{rf}(t+d) - \alpha_d(z^{-1})y(t) - \left\{ \gamma_d(z^{-1}) + \alpha(z^{-1}) \right\} \nabla v(t) \right] - \left[\Gamma_o^T \tilde{\Gamma}(z^{-1}) + \beta_o^T \tilde{\beta}(z^{-1}) \right] \nabla u(t) \right\} \quad (3.75)$$

Os algoritmos auto-ajustáveis indireto e direto para um sistema linear multivariável modelado na forma "CARIMA" com parâmetros desconhecidos são relacionados a seguir.

ALGORITMO INDIRETO

- i) Escolher as matrizes de ponderação : $\Delta(z^{-1})$, $\Lambda(z^{-1})$, $\Gamma(z^{-1})$ e $\Omega(z^{-1})$ com o método da matriz estendida
- ii) Estimar as matrizes do sistema (A, B, C, D)
- iii) Determinar $A^*(z^{-1})$ e $C^*(z^{-1})$ pela equação (2.8)
- iv) Determinar $F_d(z, z^{-1})$ e $G_d(z^{-1})$ através da equação (2.13)
- v) Determinar as matrizes $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ pelas equações (2.40), (2.41) e (2.42)
- vi) Calcular o sinal $\nabla u(t)$ pela equação (3.75)
- vii) Aplicar $u(t) = u(t-1) + \nabla u(t)$
- viii) Repetir os passos acima para cada período de amostragem

ALGORITMO DIRETO

- i) Escolher as matrizes de ponderação : $\Delta(z^{-1})$, $\Lambda(z^{-1})$, $\Gamma(z^{-1})$ e $\Omega(z^{-1})$
- ii) Estimar as matrizes $\alpha_d(z^{-1})$, $\beta_d(z^{-1})$ e $\gamma_d(z^{-1})$ do modelo equivalente dado pela equação (2.97) com o MQR
- iii) Calcular o sinal $\nabla u(t)$ pela equação (3.75)
- iv) Aplicar $u(t) = u(t-1) + \nabla u(t)$
- v) Repetir os passos acima para cada período de amostragem

Verifica-se novamente que o algoritmo indireto é o que apresenta maior esforço computacional quando comparado com o algoritmo direto pelo fato de ter que resolver equações matriciais estabelecidas nos passos (iii), (iv) e (v) do algoritmo.

3.6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção mostra-se, através de exemplos de simulação em computador digital, o desempenho dos algoritmos de controle propostos nas seções anteriores.

Inicialmente ilustra-se o comportamento do controlador auto-ajustável com o cálculo, a cada iteração, da matriz de ponderação do sinal de referência, capaz de eliminar o erro em regime de um processo linear discreto de segunda ordem com duas entradas e duas saídas.

A seguir, mostra-se como a ponderação do sinal de referência, $\Gamma(z^{-1})$, modifica o desempenho do controlador auto-ajustável. Neste mesmo processo de segunda ordem com duas entradas e duas saídas verifica-se também que esta estratégia de variância mínima generalizada é pouco sensível a erros nos graus dos polinômios $n\alpha_d$ e $n\beta_d$ que caracterizam o algoritmo direto.

Através de um sistema de primeira ordem com duas entradas e três saídas, compara-se o desempenho do controlador auto-ajustável com lambda adaptativo com os resultados obtidos com outros métodos, que também eliminam o erro em regime, conforme citado nas seções anteriores.

Para um processo discreto que apresenta perturbações estocásticas e determinísticas, mostra-se que o controlador auto-ajustável com procedimentos lambda adaptativo e omega adaptativo é capaz de assegurar um bom comportamento servo e regulatório do processo.

Finalmente, ilustra-se através de um exemplo a importância de se utilizar a matriz "interactor" no projeto do controlador auto-ajustável para um processo caracterizado por atrasos diferentes entre as entradas e saídas.

3.6.1 GERAÇÃO DAS MEDIDAS, INICIALIZAÇÃO E CRITÉRIOS PARA COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE CONTROLE

As simulações baseiam-se em processos representados conforme o diagrama da figura 3.4.

Obtém-se as medidas $y(t)$ por meio de um modelo multivariável do tipo "CARMA", equação 2.1. O ruído $e(t)$ é uma sequência branca de variáveis pseudo-aleatórias gaussianas com média zero e matriz de covariância Σ . Os sinais de referência são do tipo degrau, ondas quadradas síncronas ou assíncronas de amplitudes e períodos definidos em cada exemplo simulado.

Os algoritmos de controle auto-ajustável são implementados de acordo com o procedimento direto utilizando-se o estimador dos mínimos quadrados recursivo multivariável (Amaral, 1980).

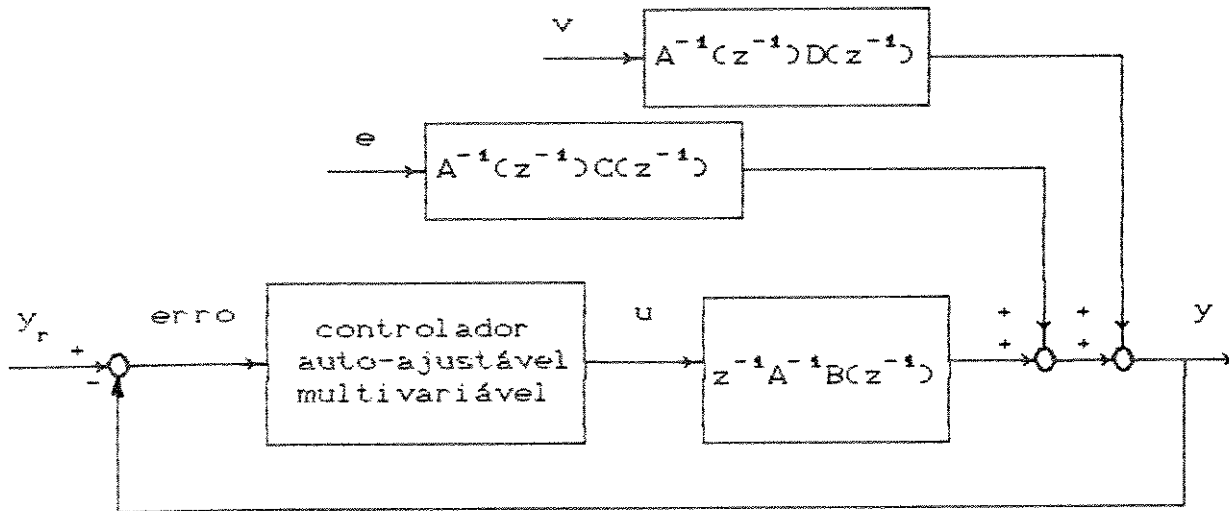


FIGURA 3.4

Diagrama dos processos simulados

Associados ao estimador dos mínimos quadrados recursivo, os valores iniciais do estimador $\theta(0)$ e da matriz $P(0)$ devem ser fornecidos a todos os algoritmos. A matriz $P(0)$ deve refletir o grau de conhecimento a priori dos valores iniciais de $\theta(0)$. Nos exemplos deste capítulo selecionou-se os valores iniciais dos estimadores iguais a zero e a matriz $P(0) = 1000I_r$, onde I_r é a matriz identidade de ordem r .

Os resultados numéricos estão representados em termos da variância dos sinais de saída e entrada para comparação dos algoritmos de controle. Estas variâncias são calculadas de acordo com as seguintes equações :

$$V_i = E\{[y_i(t) - y_{ri}(t)]^2\} = \frac{1}{200} \sum_{t=201}^{400} [y_i(t) - y_{ri}(t)]^2, \quad i \in \{1, p\} \quad (3.76)$$

$$W_j = E\left\{[u_j(t) - \bar{u}_j(t)]^2\right\} = \frac{1}{200} \sum_{t=201}^{400} [u_j(t) - \bar{u}_j(t)]^2, \quad j \in [1, m] \quad (3.77)$$

$$\bar{u}_j(t) = E\left\{u_j(t)\right\} = \frac{1}{200} \sum_{t=201}^{400} [u_j(t)], \quad j \in [1, m] \quad (3.78)$$

3.6.2 ELIMINAÇÃO DO ERRO EM REGIME COM O CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL UTILIZANDO O PROCEDIMENTO LAMBDA ADAPTATIVO

Ilustra-se através deste exemplo que o controlador auto-ajustável com procedimento lambda adaptativo é capaz de eliminar o erro em regime entre a saída do processo e o sinal de referência.

Considere o sistema linear discreto com duas entradas e duas saídas descrito pela seguinte equação a diferenças

$$\left[I_2 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} \right] y(t) = z^{-2} \left[B_0 + B_1 z^{-1} \right] u(t) + e(t)$$

onde

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,680 & 0,0 \\ 0,0 & 0,645 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0,278 & 0,0 \\ 0,0 & 0,312 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0,169 & 1,565 \\ 0,087 & 0,016 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} -0,0106 & 0,0291 \\ 0,044 & 0,028 \end{bmatrix}$$

A duração de cada simulação foi fixada em 50 períodos de amostragem. Os sinais de referência y_{r1} e y_{r2} assumem valores constantes de amplitude 4,0. A matriz de covariância do ruído é $\Sigma = 0,05I_2$.

A matriz "interactor" é dada por $\xi(z) = z^2 I_2$.

As matrizes de ponderação selecionadas por simulação são : $\Delta(z^{-1}) = I_2$, $\Gamma(z^{-1}) = 0,1I_2$ e Λ ajustada de maneira apropriada conforme equação (3.19). Estes valores são referentes ao controlador auto-ajustável com lambda adaptativo enquanto que $\Lambda(z^{-1}) = I_2$ é utilizada no caso do controlador sem lambda adaptativo.

A resposta do sistema em malha aberta é mostrada na figura 3.5. A figura 3.6 apresenta os sinais de saída do sistema juntamente com os sinais de referência utilizando-se o controlador auto-ajustável de variância mínima generalizada multivariável sem procedimento para anular o erro em regime. A figura 3.7 mostra os sinais de saída, $y_1(t)$ e $y_2(t)$, obtidos quando utiliza-se o controlador com procedimento lambda adaptativo.

O comportamento dos elementos da matriz de ponderação do sinal de referência, $\Lambda(z^{-1})$, calculado a cada iteração pode ser visto na figura 3.8.

De acordo com os resultados o algoritmo de controle auto-ajustável com lambda, calculado a cada iteração, é capaz de eliminar o erro em regime do sistema.

3.6.3 INFLUÊNCIA DA PONDERAÇÃO DO CONTROLE E NÚMERO DE PARÂMETROS ESTIMADOS NO COMPORTAMENTO DO CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL

Neste exemplo de simulação ilustra-se como a matriz de ponderação do sinal de controle, $\Gamma(z^{-1})$, do controlador auto-ajustável é capaz de modificar o desempenho do sistema em malha fechada. Também analisa-se a sensibilidade deste controlador adaptativo direto em relação as ordens de $n\alpha_d$ e $n\beta_d$.

Seja o processo linear discreto onde o número de entradas é igual ao número de saídas e descrito pela seguinte equação a diferenças

$$\begin{bmatrix} I_2 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} \end{bmatrix} y(t) = z^{-2} \begin{bmatrix} B_0 + B_1 z^{-1} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} I_2 + C_1 z^{-1} \end{bmatrix} e(t)$$

onde

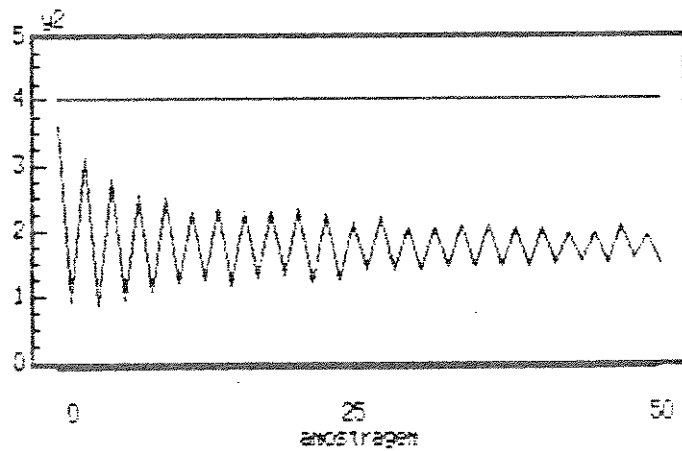
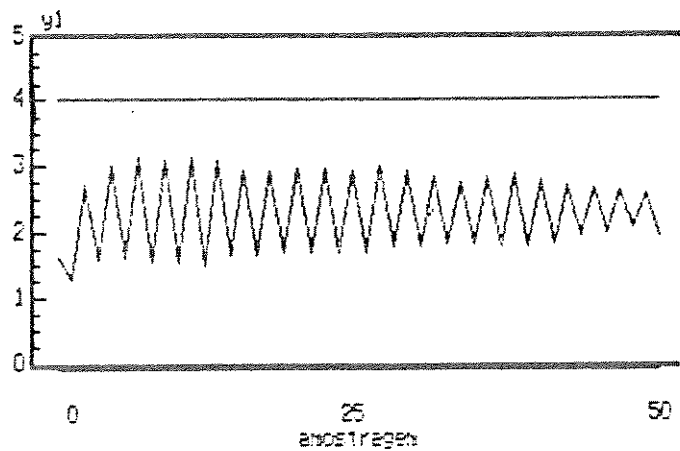


FIGURA 3.5
Resposta em malha aberta

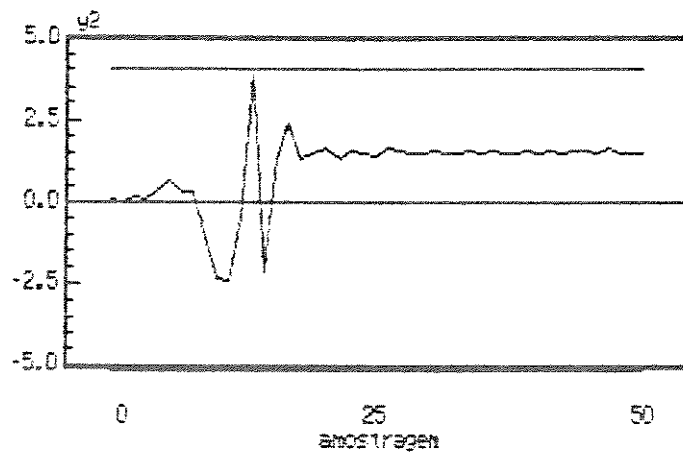
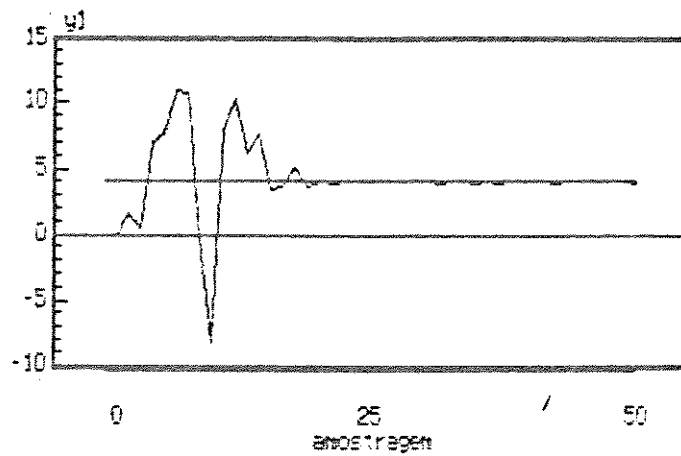


FIGURA 3.6

Resposta em malha fechada para o controlador auto-ajustável sem integrador

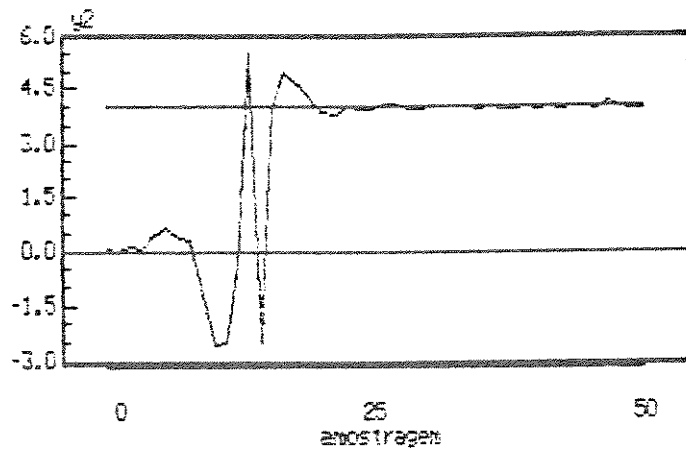
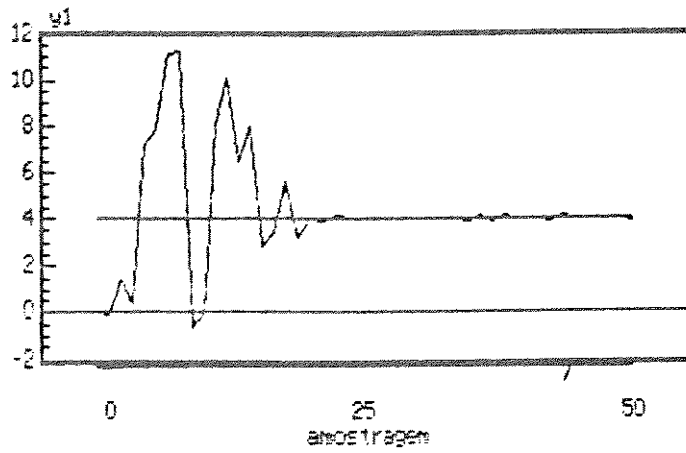


FIGURA 3.7

Resposta em malha fechada para o controlador auto-ajustável com λ adaptativo

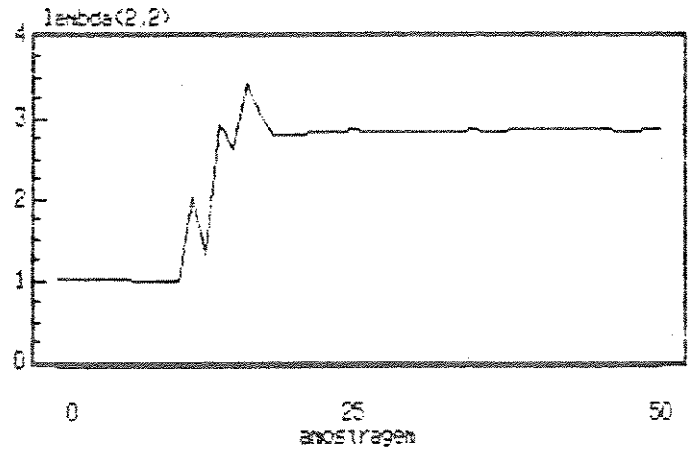
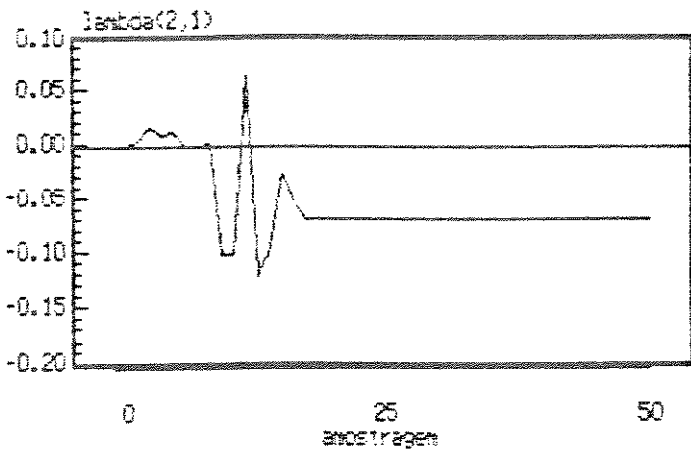
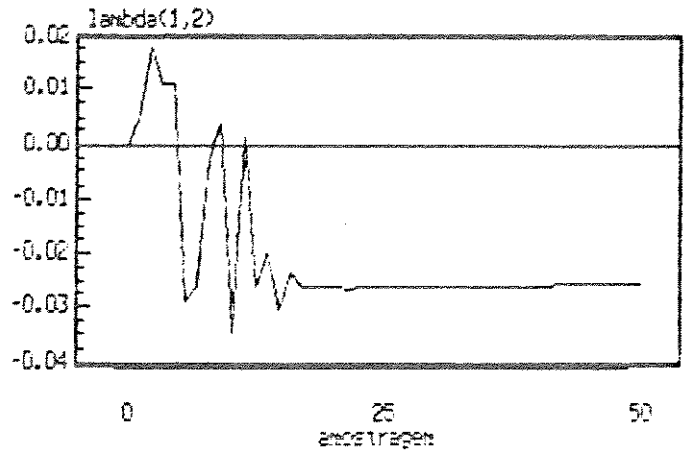
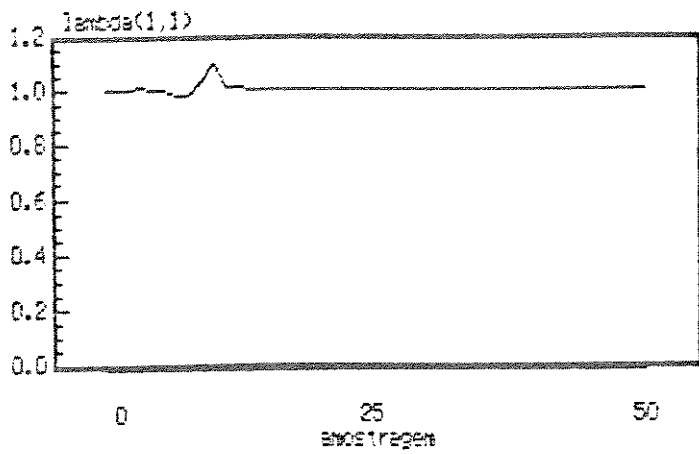


FIGURA 3.8
Elementos da matriz de ponderação do sinal de referência

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,4 & -0,1 \\ 0,3 & 0,6 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0,48 & -0,2 \\ 0,2 & -0,2 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0,4 & -0,2 \\ 0,4 & 0,6 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & -0,3 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -0,25 & 0,4 \\ -0,1 & 0,3 \end{bmatrix}$$

Simula-se o sistema em 400 períodos de amostragem. Os sinais de referência assumem valores constantes de amplitude igual a 5,0. O ruído apresenta matriz de covariância $\Sigma = 0,22I_2$.

A matriz "interactor" é dada por $\xi(z) = z^2 I_2$.

As variâncias dos sinais de saída e entrada são calculadas de acordo com as equações (3.64), (3.65) e (3.66).

A tabela 3.4 mostra a influência de escolha da ponderação $\Gamma(z^{-1}) = \Gamma_0 I_p$ sobre o controlador auto-ajustável direto. As demais matrizes de ponderação são: $\Delta(z^{-1}) = \Lambda(z^{-1}) = I_2$.

A tabela 3.5 ilustra alguns resultados referentes a sensibilidade do controlador auto-ajustável em relação aos graus de $n\alpha_d$ e $n\beta_d$ do algoritmo direto, com $\Gamma_0 = 0,1$.

A partir dos resultados da tabela 3.4 e 3.5 conclui-se que o algoritmo de controle auto-ajustável proporciona menor variância para os sinais de saída quando Γ_0 assume valores pequenos. Este controlador é também pouco sensível aos graus de $n\alpha_d$ e $n\beta_d$.

3.6.4 COMPARAÇÃO DO CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL COM LAMBDA ADAPTATIVO COM OUTROS ALGORITMOS DE CONTROLE PARA ELIMINAÇÃO DO ERRO EM REGIME

A seguir apresentam-se resultados que comparam o desempenho do controlador auto-ajustável com procedimento lambda adaptativo (LA) com os seguintes métodos : i) integrador na ponderação do controle (IPC); ii) referência para o sinal de controle (RSC) e iii) modelo "CARIMA" (MCID).

$\Gamma = \Gamma_0 I_2$	$0,15I_2$	$0,25I_2$	$0,35I_2$
V_1	0,0829	0,1073	0,1855
V_2	0,2456	1,0798	2,7655
W_1	0,1325	0,1109	0,0907
W_2	0,0253	0,0184	0,0103

TABELA 3.4

Influência da matriz de ponderação Γ_0 no controlador

	$n\alpha_d = nA - 1 = 1$ $n\beta_d = nB + d - 1 = 2$	$n\alpha_d = 2$ $n\beta_d = 2$	$n\alpha_d = 1$ $n\beta_d = 3$	$n\alpha_d = 2$ $n\beta_d = 3$
V_1	0,0817	0,0821	0,0827	0,0840
V_2	0,1075	0,1068	0,1074	0,1038
W_1	0,1453	0,1595	0,1343	0,1416
W_2	0,0275	0,0192	0,0210	0,0162

TABELA 3.5

Sensibilidade de $n\alpha_d$ e $n\beta_d$ no controlador

Neste caso utiliza-se o processo linear discreto onde o número de entradas é diferente do número de saídas e descrito pela seguinte equação a diferenças

$$\left[I_2 + A_1 z^{-1} \right] y(t) = z^{-1} B_0 u(t) + e(t)$$

onde

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0,9 & 0,5 \\ -0,5 & -0,8 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 1,0 & 0,75 & 0,5 \\ 1,0 & 1,5 & 2,0 \end{bmatrix}$$

A duração de cada simulação foi fixada em 400 períodos de amostragem. Os sinais de referência são ondas quadradas síncronas de amplitude 2,5 e período 200. O ruído apresenta matriz de covariância igual a $\Sigma = 0,1 I_2$.

A matriz "interactor" é dada por $\xi(z) = z I_2$.

As matrizes de ponderação selecionadas são :

$$\text{- Métodos IPC, RSR e MCI} \quad \begin{cases} \Delta(z^{-1}) = I_2 \\ \Gamma(z^{-1}) = 0,25 I_2 \\ \Lambda(z^{-1}) = I_2 \end{cases}$$

$$\text{- Método LA} \quad \begin{cases} \Delta(z^{-1}) = I_2 \\ \Gamma(z^{-1}) = 0,25 I_2 \\ \Lambda(z^{-1}) \text{ ajustada de acordo com a equação (3.18)} \end{cases}$$

As figuras 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12 apresentam os sinais de saída $y_1(t)$ e $y_2(t)$ obtidos a partir de procedimentos agregados à lei de controle para eliminação do erro em regime, conforme citadas anteriormente. Comparando-se estas figuras, verifica-se que os métodos lambda adaptativo, integrador na matriz de ponderação de controle e modelo "CARIMA", para este sistema, anulam o erro em regime enquanto que a utilização do sinal de

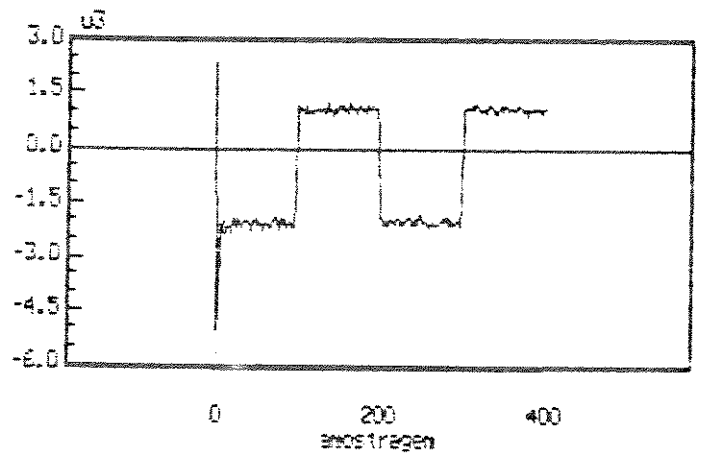
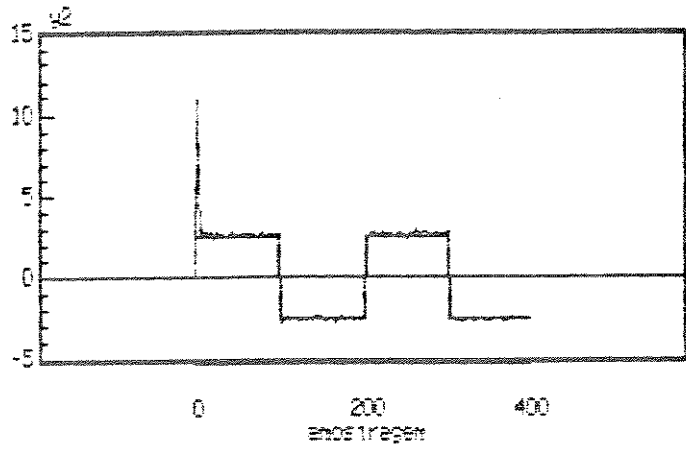
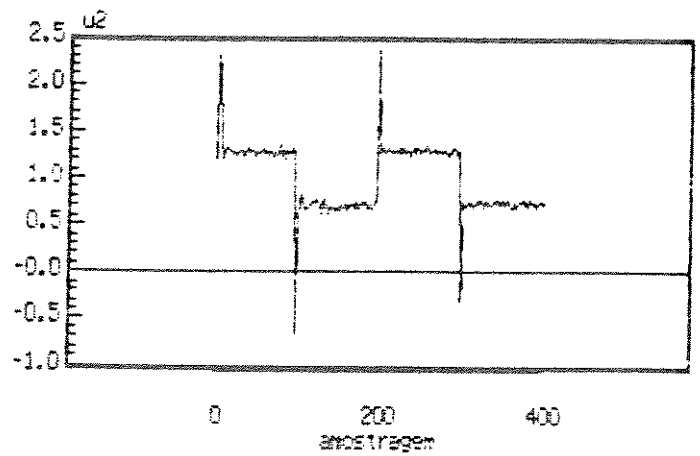
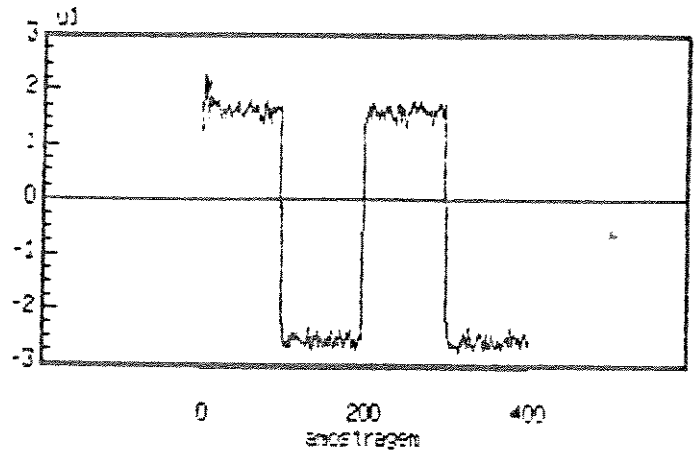
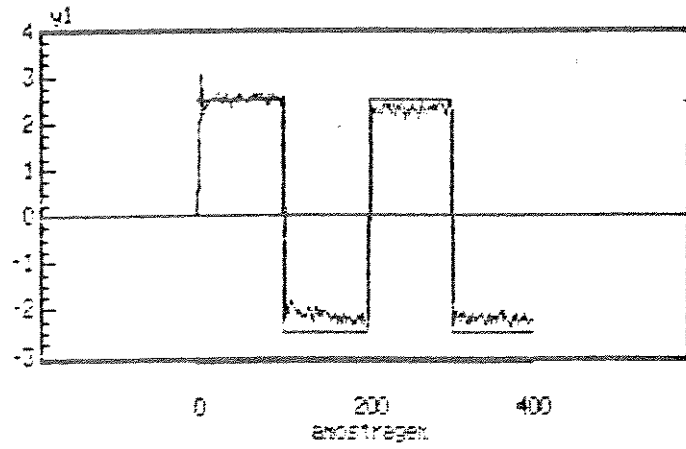


FIGURA 3.9

Resposta em malha fechada e controlador com sinal de referência para o controle

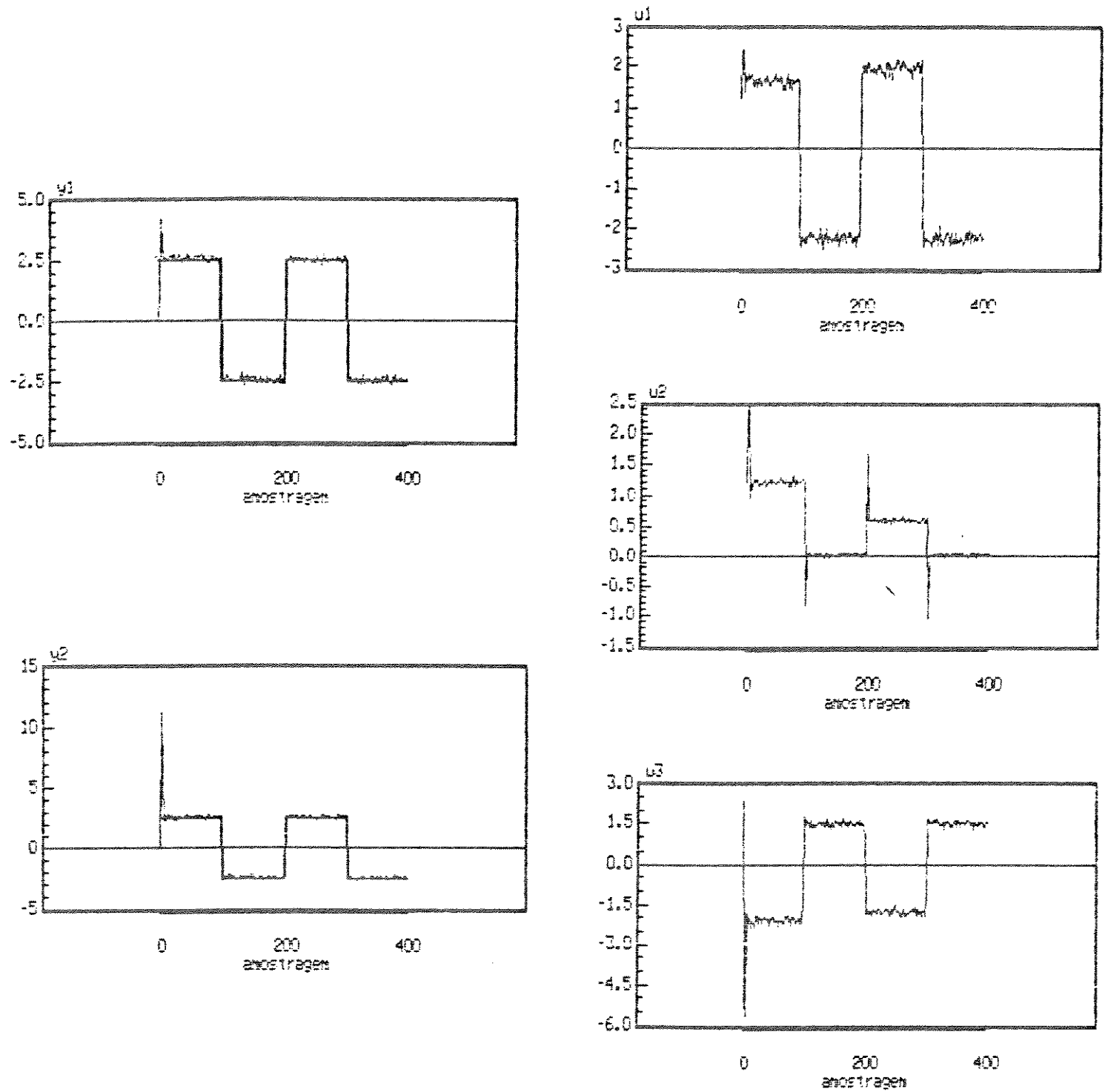


FIGURA 3.10

Resposta em malha fechada e controlador com integrador

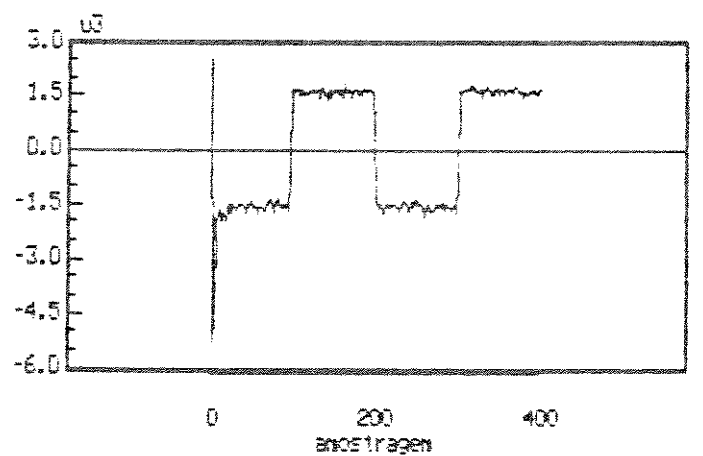
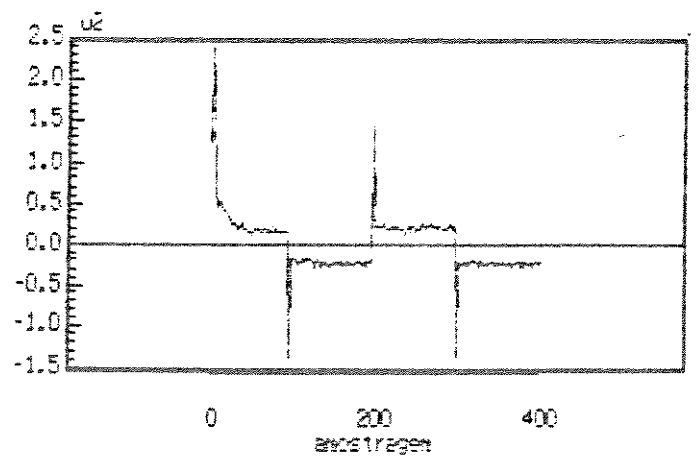
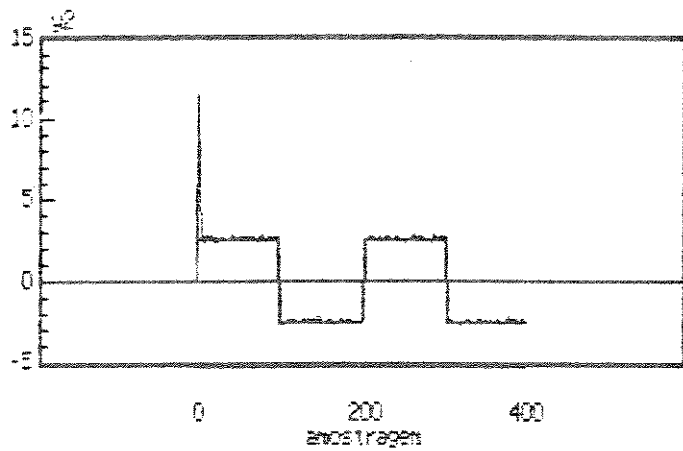
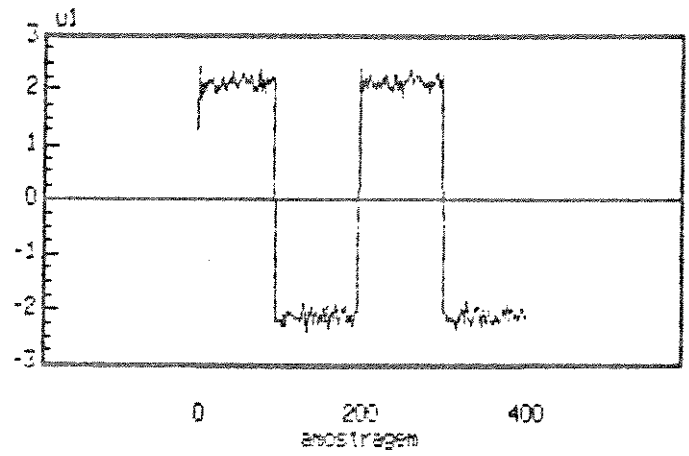
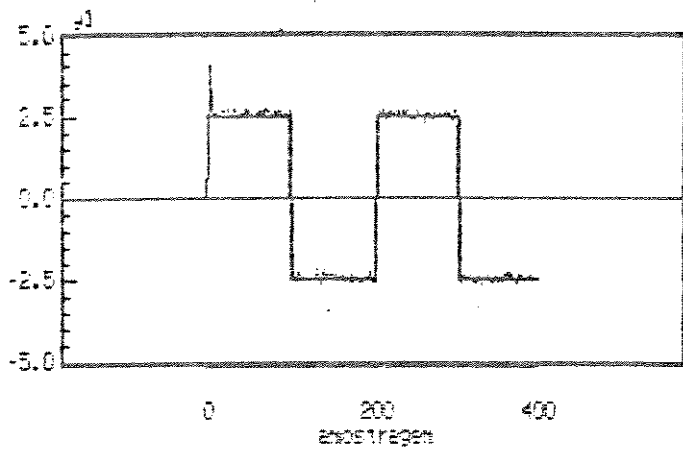


FIGURA 3.11

Resposta em malha fechada e controlador com λ adaptativo

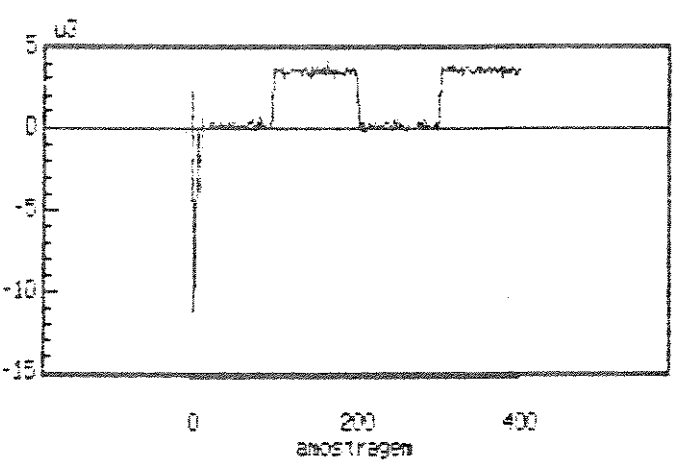
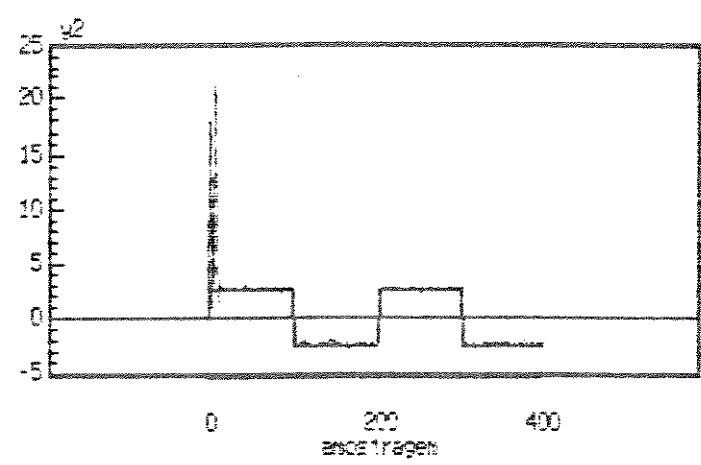
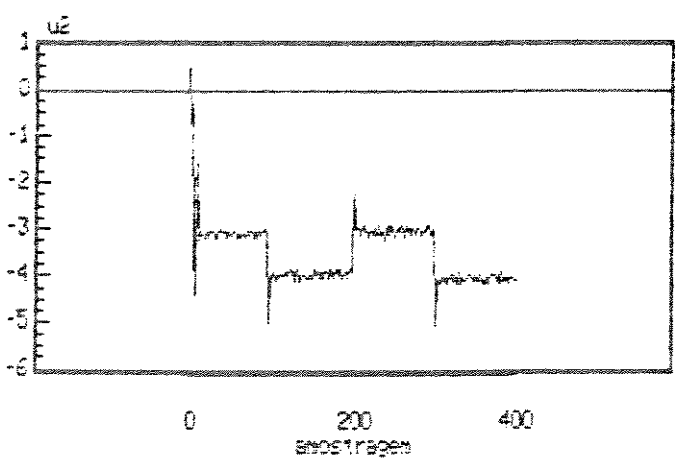
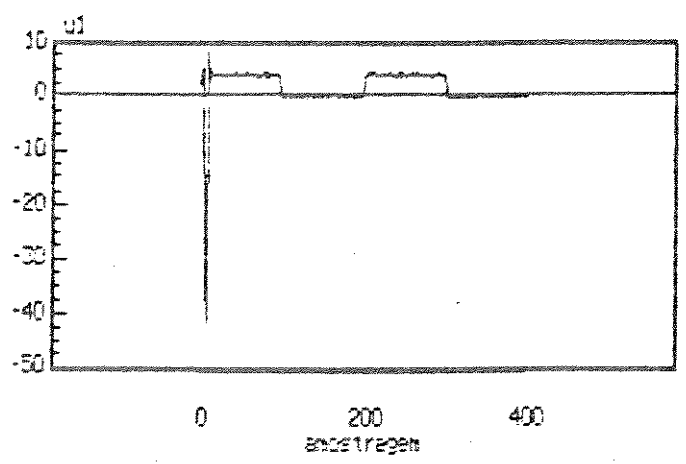
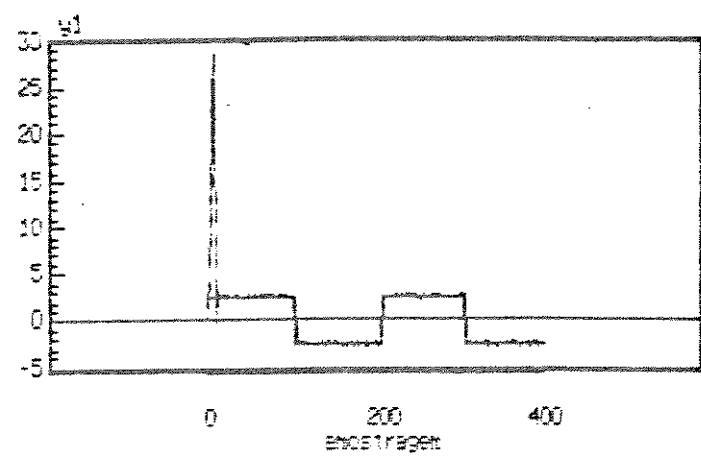


FIGURA 3.12
Resposta em malha fechada para o modelo "CARIMA"

referência no sinal de controle, para as ponderações utilizadas, não elimina este erro.

Para uma análise mais precisa destes algoritmos considere os critérios dados pelas equações (3.76), (3.77) e (3.78) para a análise do desempenho destes algoritmos.

A tabela 3.6 mostra os valores dos critérios V_1 (saídas) e W_j (controles) para as diferentes estratégias de controle adaptativas utilizadas na eliminação do erro em regime.

$\Gamma = 0,25I_3$	V_1	V_2	W_1	W_2	W_3
IPC	0,2662	0,2618	4,4856	0,1013	2,7108
RSC	0,3028	0,2840	4,4344	0,0984	2,4561
LA	0,2636	0,2624	4,6257	0,0685	2,5820
MCI	0,2871	0,2754	4,0469	0,2881	3,1193

TABELA 3.6

Comparação dos algoritmos de controle adaptativo para eliminação do erro em regime

Da tabela 3.6 verifica-se que os algoritmos adaptativos obtidos a partir de uma referência no sinal de controle e modelo "CARIMA" apresentam uma maior variância para os sinais de saída quando comparados com o lambda adaptativo. Comparando-se os métodos de lambda adaptativo e integrador na ponderação do sinal de controle, nota-se que o primeiro reduz significativamente a variância do sinal de controle u_2 , sem alterar significativamente as variâncias de saída e controle u_1 e u_3 .

Os resultados de simulações apresentados e outros realizados para diversos sistemas (Coelho,1988) mostram que o algoritmo auto-ajustável com o método lambda adaptativo permite obter menor variância para os sinais de saída e controle quando comparado com os algoritmos auto-ajustáveis com integrador na

ponderação do controle, referência para o sinal de controle e modelo "CARIMA"

3.6.5 CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL COM LAMBDA E OMEGA ADAPTATIVO

O objetivo deste exemplo é mostrar que o controlador auto-ajustável com os dois procedimentos de cálculo a cada iteração das matrizes de ponderação da referência e perturbação determinística, Λ e Ω , proporcionam um melhor comportamento em malha fechada quando comparado com estas matrizes constantes.

Considere o sistema linear discreto com três entradas e duas saídas descrito pela seguinte equação a diferenças.

$$y(t) + A_1 y(t-1) = B_0 u(t-1) + e(t) + D_1 v(t-1)$$

onde

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0,9 & 0,5 \\ -0,5 & -0,8 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 1,0 & 0,75 & 0,5 \\ 1,0 & 1,5 & 1,0 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,0 \\ 0,0 & 0,6 \end{bmatrix}$$

A simulação está fixada em 200 períodos de amostragem. Os sinais de referência, y_{r1} e y_{r2} , são ondas quadradas assíncronas de amplitude 4,0 e 5,0 e de períodos 200 e 100, respectivamente. O ruído apresenta matriz de covariância $\Sigma = 0,1I_2$. A perturbação determinística é uma onda quadrada de amplitude de 2,0 e período 80.

A matriz "interactor" é dada por $\xi(z) = zI_2$.

As matrizes de ponderação selecionadas são $\Delta(z^{-1}) = I_2$, $\Gamma(z^{-1}) = 0,25I_2$ e Λ e Ω ajustadas de acordo com as equações (3.18) e (3.32), respectivamente.

Observando-se as figuras (3.13), (3.16), (3.17), e (3.18) verifica-se que o processo apresenta um bom desempenho quando as matrizes de ponderação Λ e Ω são calculadas a cada período de amostragem.

3.6.6 CONTROLE DE UM PROCESSO COM ATRASOS DISTINTOS

A seguir mostra-se que ao se considerar a matriz "interactor" representada por diferentes atrasos entre as entradas e as saídas, uma significativa melhora nas características de resposta de um sistema multivariável pode ser assegurada com o controlador auto-ajustável quando se tem referências não-síncronas.

Para tratar este caso, considere o sistema com duas entradas e duas saídas descrito pela seguinte equação a diferenças

$$y(t) + A_1 y(t-1) + A_2 y(t-2) = B_0 u(t-1) + B_1 u(t-2) + e(t)$$

onde

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,833 & 0,0 \\ 0,0 & 0,45 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0,166 & 0,0 \\ 0,0 & 0,05 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1,0 & 1,0 \\ 1,0 & 1,0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0,33 & 0,5 \\ 0,2 & 0,25 \end{bmatrix}$$

Simula-se este processo em 200 períodos de amostragem. Os sinais de referência são ondas quadradas assíncronas de amplitude 1,0 e 2,0 e de períodos 80 e 140, respectivamente. O ruído tem matriz de covariância igual a $\Sigma = 0,01I_2$.

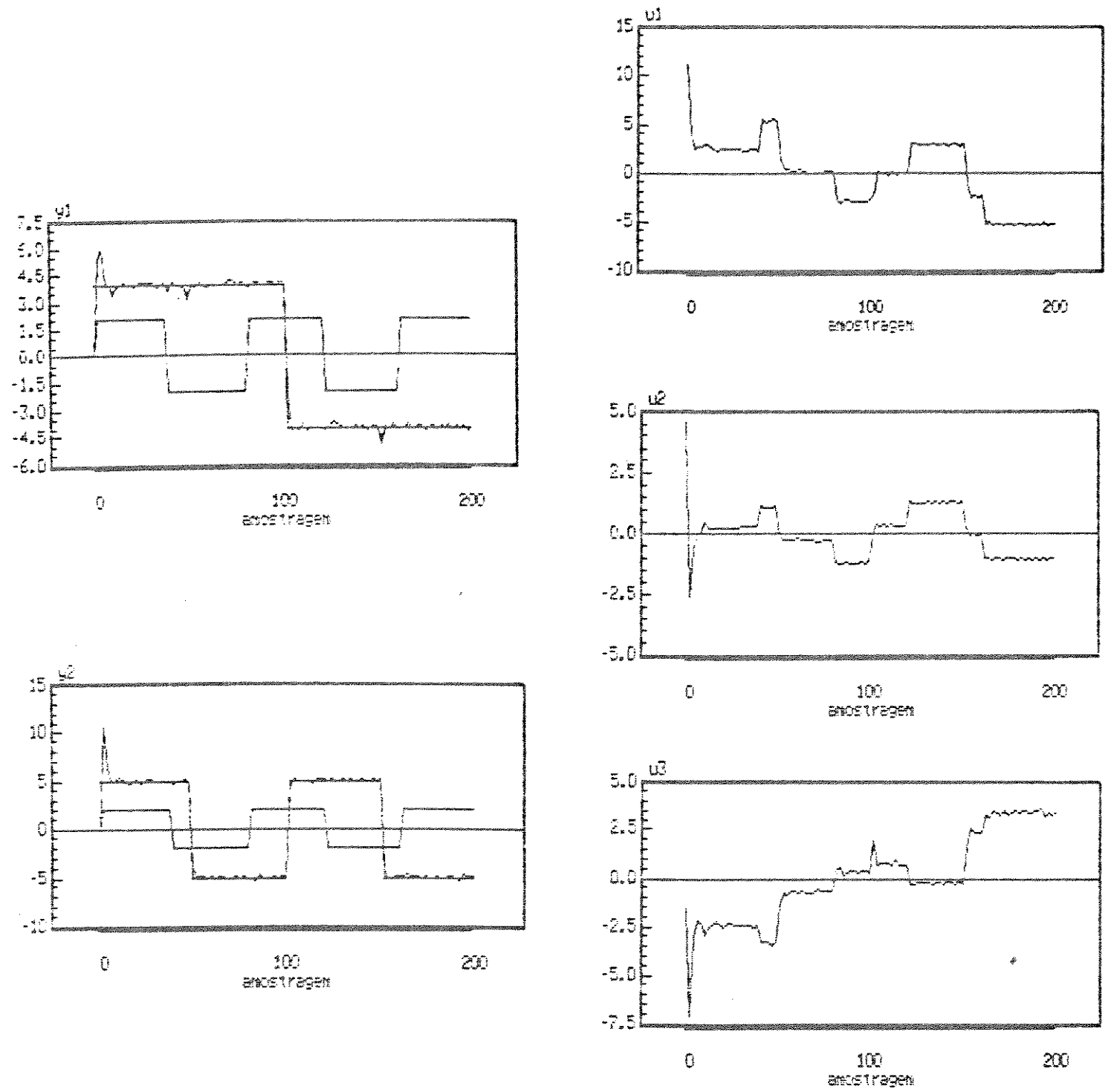


FIGURA 3.13

Resposta em malha fechada e controlador com λ e ω adaptativo

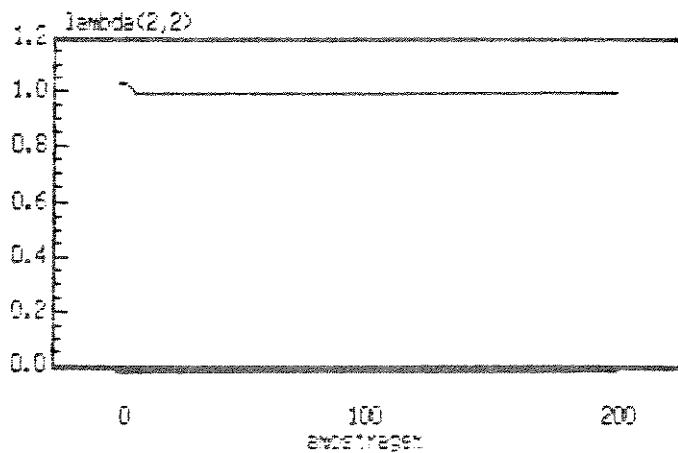
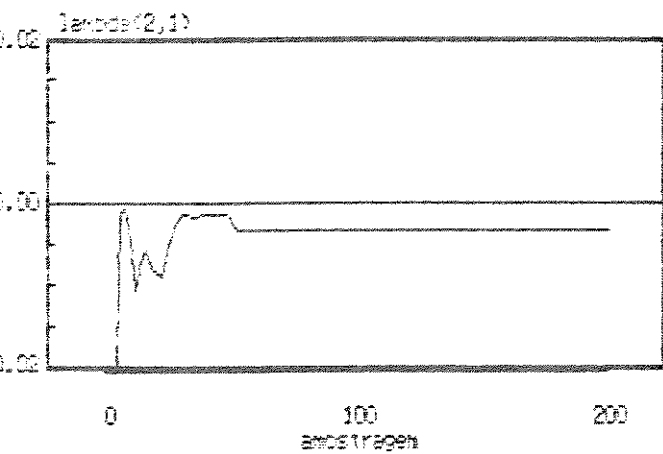
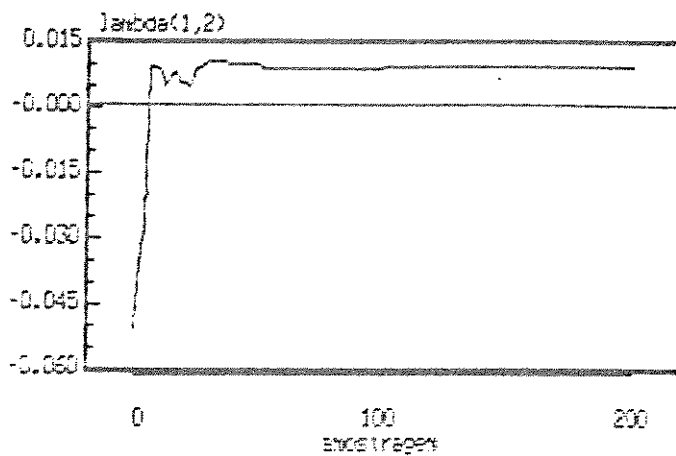
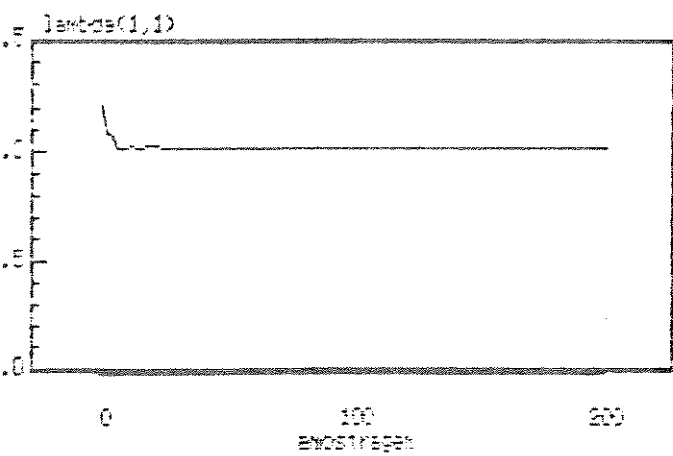


FIGURA 3.14

Elementos da matriz de ponderação do sinal de referência

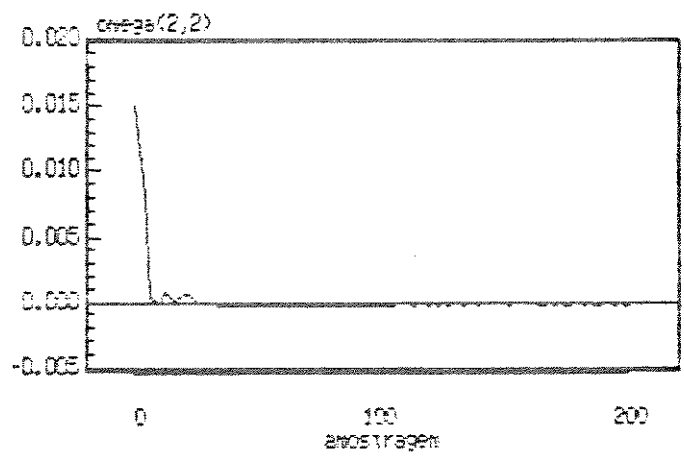
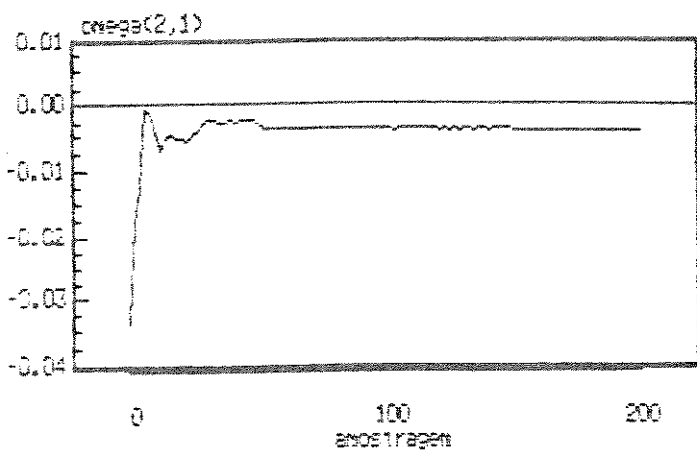
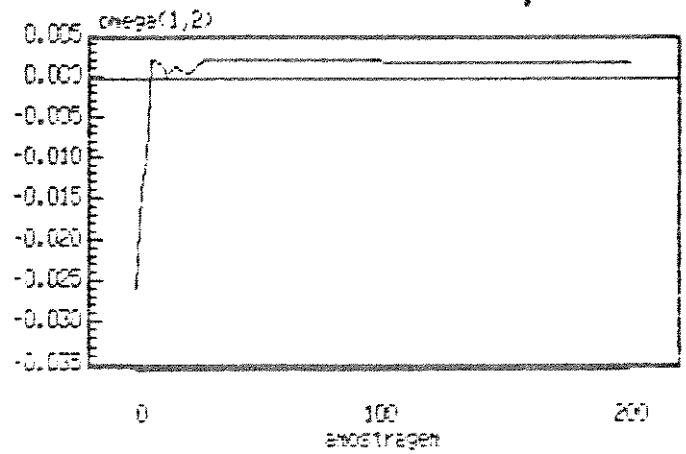
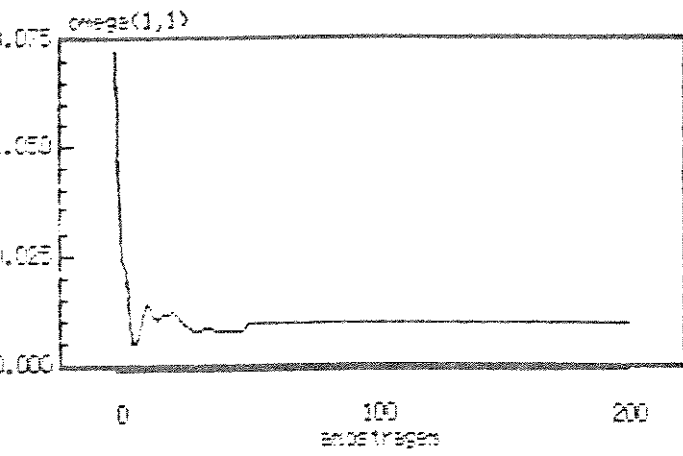


FIGURA 3.15

Elementos da matriz de ponderação da perturbação determinística

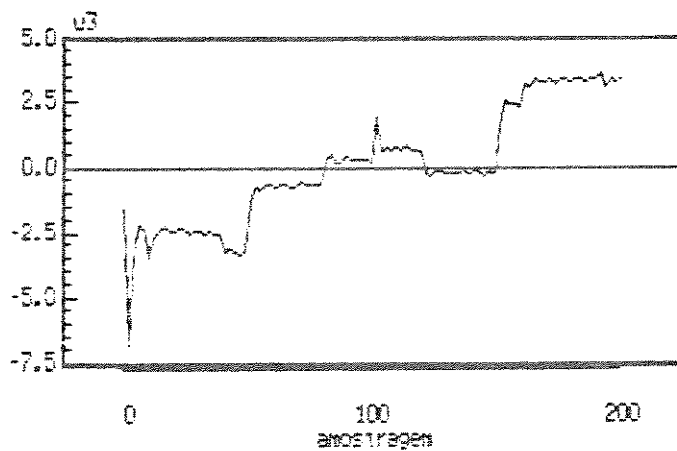
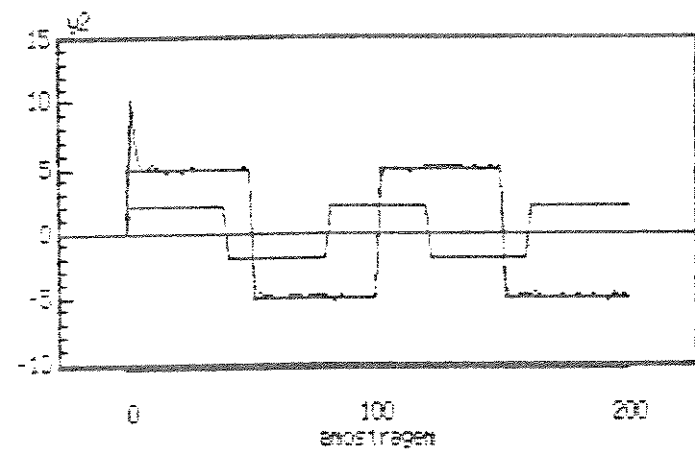
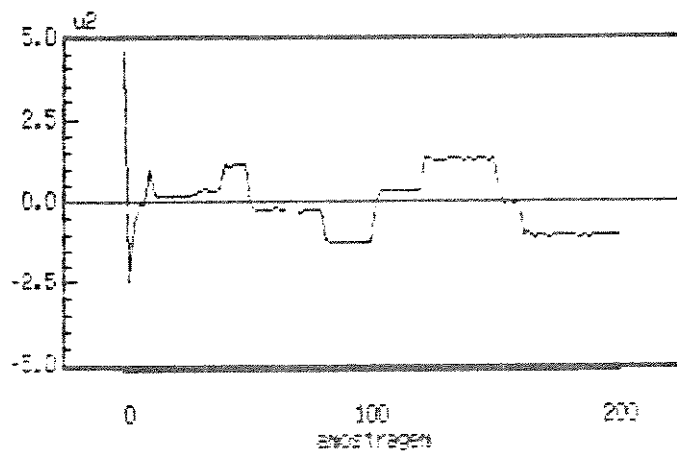
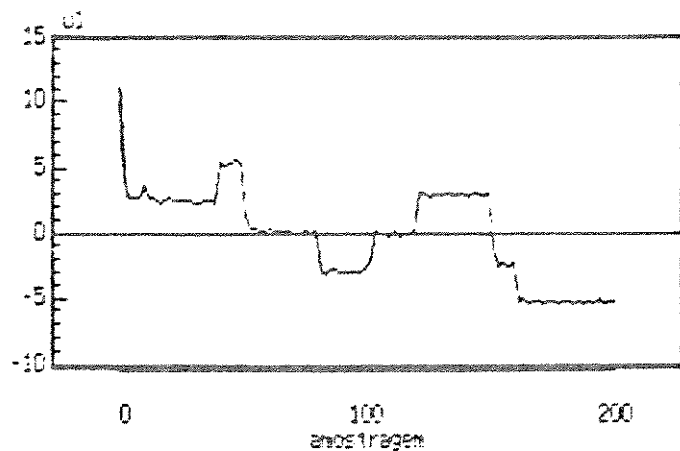
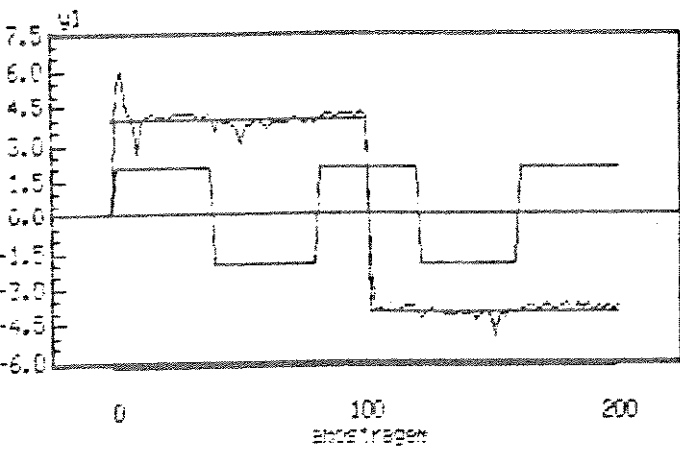


FIGURA 3.16

Resposta em malha fechada e controlador com λ adaptativo e ω igual a matriz nula

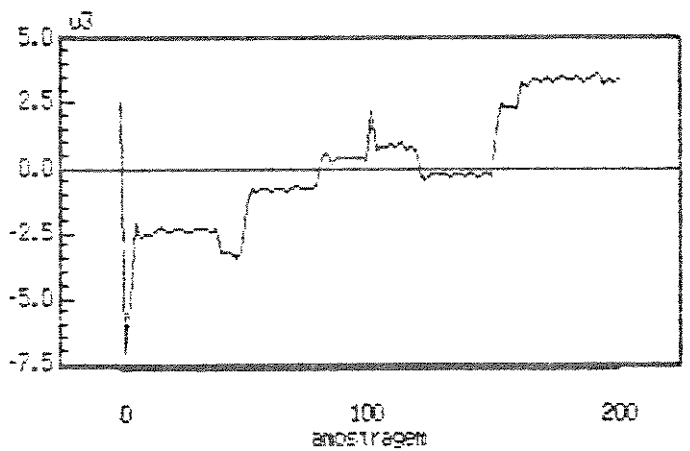
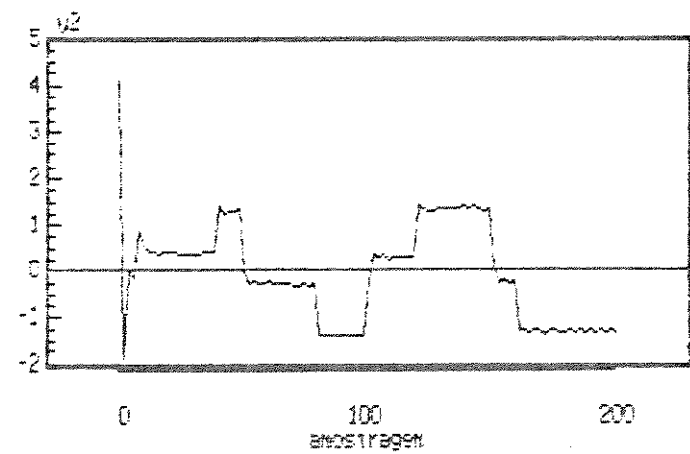
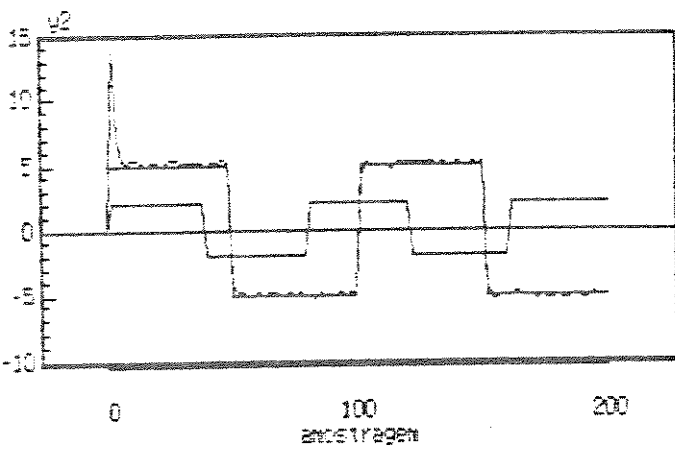
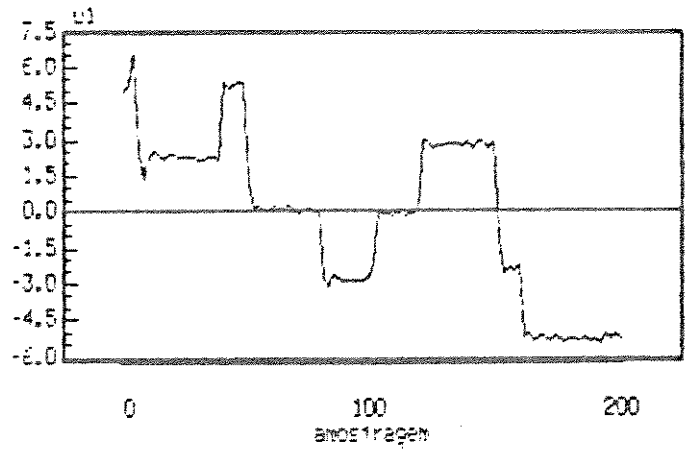
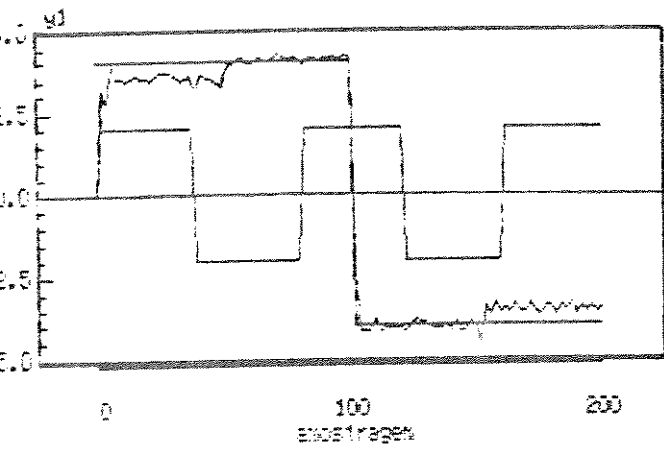


FIGURA 3.17

Resposta em malha fechada e controlador com λ igual a matriz identidade e ω adaptativo

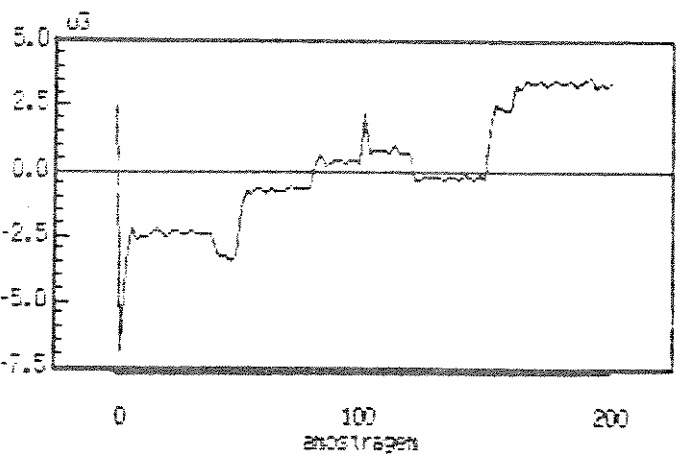
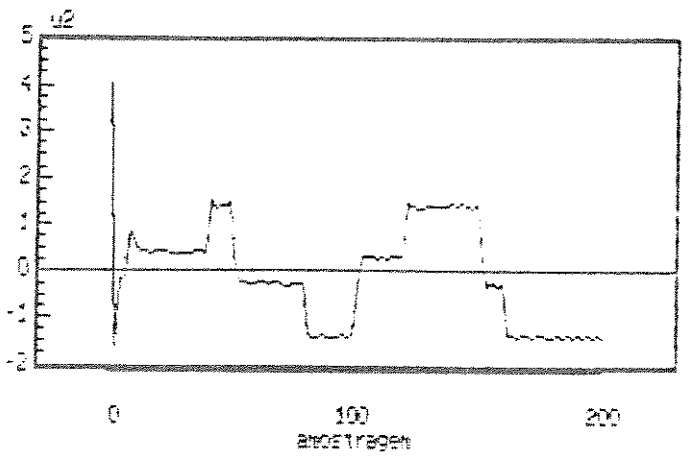
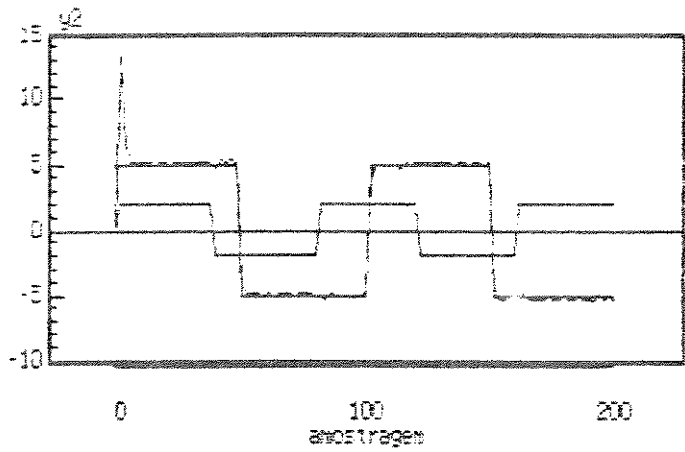
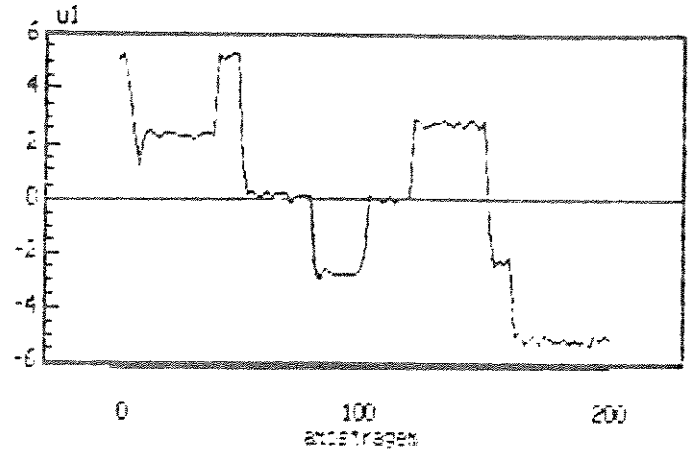
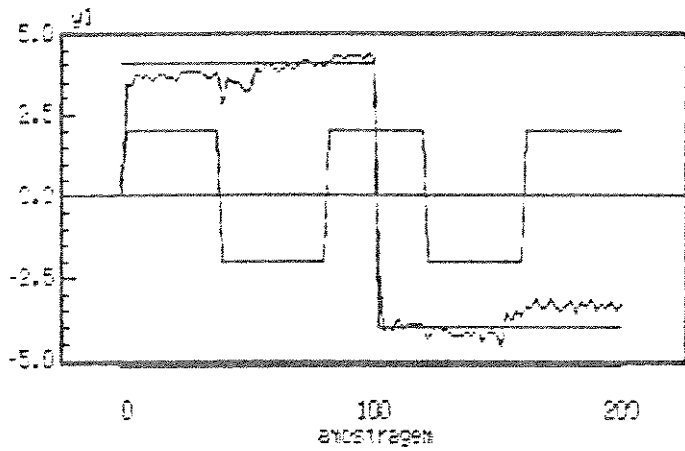


FIGURA 3.18

Resposta em malha fechada e controlador com λ igual a matriz identidade e ω igual a matriz nula

A matriz "interactor" é dada por

$$\xi(z) = \begin{bmatrix} z & 0 \\ -z^2 & z^2 \end{bmatrix}$$

As matrizes de ponderação seleccionadas são :

$$\begin{cases} \Delta(z^{-1}) = \Lambda(z^{-1}) = I_2 \\ \Gamma(z^{-1}) = 0,01(1-z^{-1})I_2 \end{cases}$$

As figuras (3.19) e (3.20) mostram os resultados relativos as saídas do processo e sinais de controle com o controlador auto-ajustável implementado com matriz "interactor" proporcional a matriz identidade , ou seja , $\xi(z) = zI_2$, e posteriormente com matriz "interactor" não-diagonal.

Os resultados de simulação mostram que o acoplamento entre as saídas controladas não é eliminado quando se utiliza no algoritmo auto-ajustável uma matriz "interactor" com estrutura diagonal, figura (3.19). Da figura (3.20) é possível verificar que este acoplamento é eliminado quando implementa-se este controlador a matriz "interactor" adequada (não-diagonal).

Portanto através destes resultados verifica-se que o conhecimento da matriz "interactor" $\xi(z)$ é fundamental para compensar os atrasos efetivos do processo e melhorar o comportamento do sistema em malha fechada quando se utiliza o controlador auto-ajustável de variância mínima generalizada.

3.7 CONCLUSÃO

Neste capítulo desenvolveu-se o controlador auto-ajustável multivariável baseado na estratégia de variância mínima generalizada. Este controlador pode ser aplicado em processos que apresentam as seguintes características :

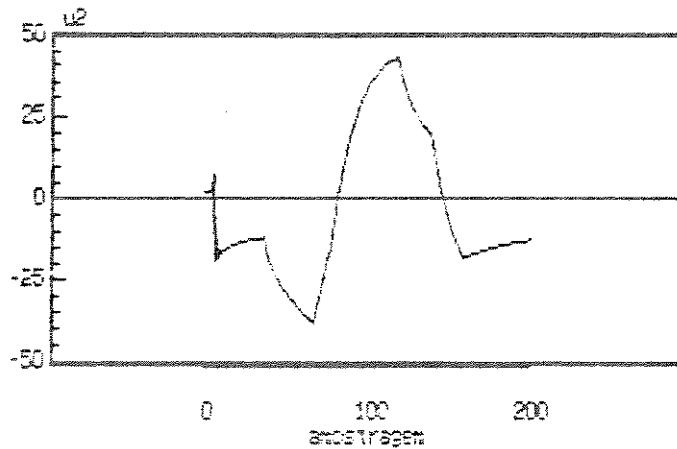
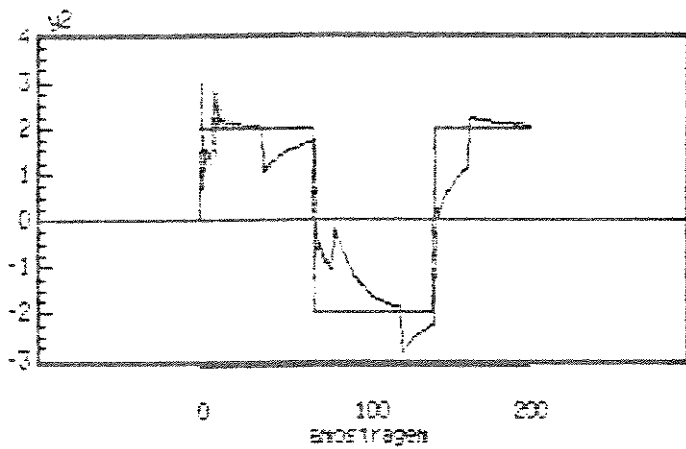
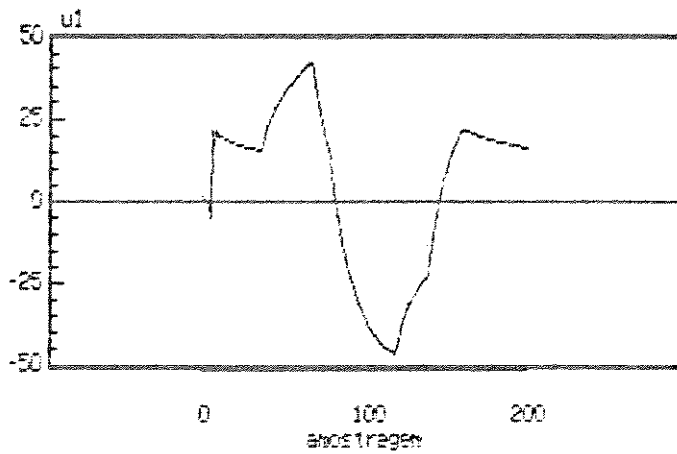
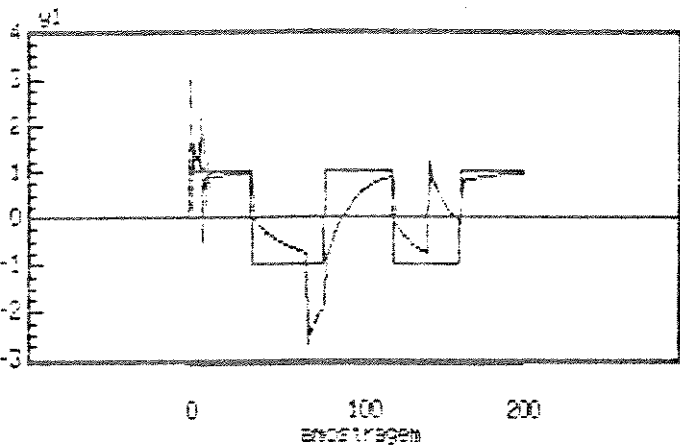


FIGURA 3.19

Resposta em malha fechada e controlador usando matriz diagonal

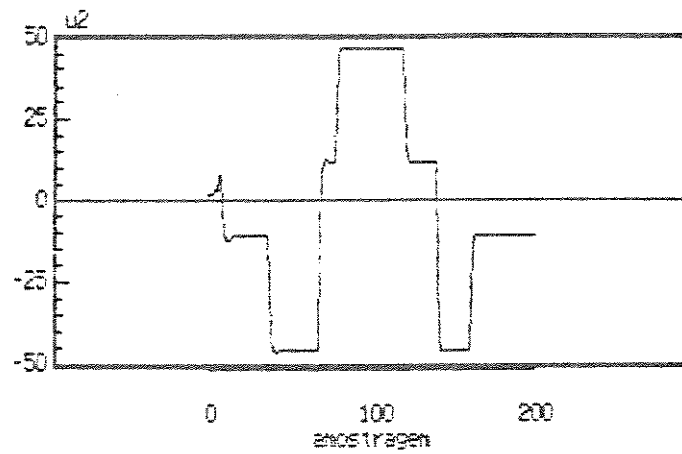
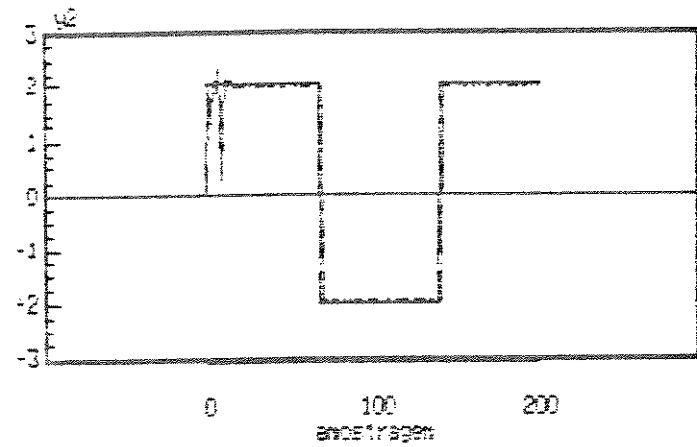
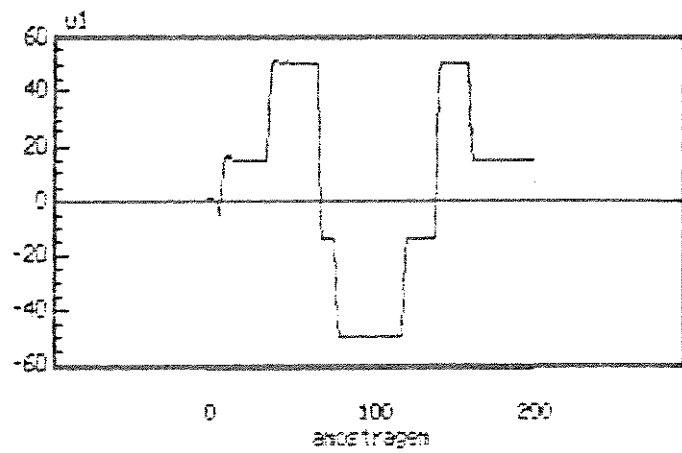
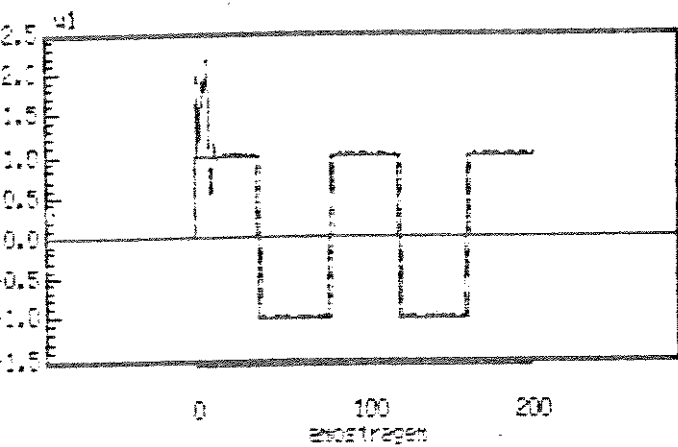


FIGURA 3.20
Resposta em malha fechada e controlador usando
matriz não-diagonal

i) estrutura da matriz "interactor" não-diagonal ou diagonal; ii) fase não-mínima ou mínima; iii) igual ou diferente número de entradas e saídas e iv) perturbação determinística mensurável.

Adicionalmente a este controlador foi proposto o cálculo, a cada iteração, da matriz de ponderação da referência (A) e da matriz da perturbação determinística (Ω) para anular o erro em regime entre a saída e a referência, e a influência de perturbações determinísticas sobre a saída do processo. A aplicação destes procedimentos de ajuste de A e Ω independem da relação entre o número de entradas e saída do processo.

Mostrou-se que se o número de entradas é igual ao número de saídas, a matriz de ponderação do controle é constante e a matriz de ponderação da referência é igual a matriz de ponderação da saída, então o procedimento proposto (A adaptativo) é equivalente à adição de uma referência no controle (Favier, 1982) e conseqüentemente estes algoritmos de controle produzem o mesmo comportamento para o processo em malha fechada.

Posteriormente desenvolveu-se um controlador auto-ajustável indireto multivariável por alocação de polos. Este controlador é aplicável em processos que apresentem um mesmo número de entradas e saídas.

Desenvolveu-se também a versão incremental do controlador auto-ajustável multivariável obtida a partir de processos discretos modelados segundo a representação "CARIMA" e apresentando matriz "interactor" não-diagonal.

Finalmente, mostrou-se através de um exemplo de simulação digital que o algoritmo de controle auto-ajustável de variância mínima generalizada utilizando adequadamente a matriz "interactor" do processo elimina o acoplamento entre as variáveis do processo quando este apresenta atrasos diferentes entre os pares de entrada e saída e sujeito a referências não-síncronas.

CAPÍTULO 4

CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO MULTIVARIÁVEL

- 4.1 INTRODUÇÃO
- 4.2 CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO PARA UM PROCESSO DISCRETO MULTIVARIÁVEL "CARMA"
- 4.3 CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO PARA UM PROCESSO DISCRETO MULTIVARIÁVEL "CARIMA"
- 4.4 SELEÇÃO DOS PARÂMETROS DE PROJETO DO CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO
- 4.5 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO
- 4.6 CONCLUSÃO

CAPÍTULO 4

CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO MULTIVARIÁVEL

4.1 INTRODUÇÃO

No final dos anos 70, uma nova estratégia de controle conhecida como Controle Preditivo com Horizonte Estendido foi desenvolvida por grupos de industriais na França (Richalet, 1978) e nos Estados Unidos (Cutler, 1980).

Esta nova estratégia de controle surgiu como uma alternativa às diferentes técnicas utilizadas para o projeto de algoritmos adaptativos, tais como alocação de polos, modelo de referência e auto-ajustável de variância mínima generalizada que não apresentam desempenho adequado quando o sistema é de fase não-mínima e/ou apresenta atraso de transporte desconhecido e variante no tempo.

Os componentes deste novo tipo de controle estão esquematizadas na figura 4.1.

O projeto do Controle Preditivo com Horizonte Estendido baseia-se nos seguintes passos : i) realizar a previsão da saída do processo sobre um horizonte de tempo estendido (NY passos a frente) usando o modelo da planta. Esta previsão é composta por dois termos : o primeiro é função das medidas de entrada e saída passadas e o segundo depende das ações de controle futuras ; ii) determinar entradas futuras que levem a previsão da saída do processo para uma sequência de referência especificada pelo usuário de acordo com os objetivos de controle. Este último passo é geralmente baseado na minimização de uma função custo quadrática com restrições sobre as ações de controle futuras.

Diferentes métodos de controle preditivo de horizonte estendido foram desenvolvidos dependendo do tipo de modelo de previsão do processo, dos objetivos de controle e das restrições sobre as entradas futuras.

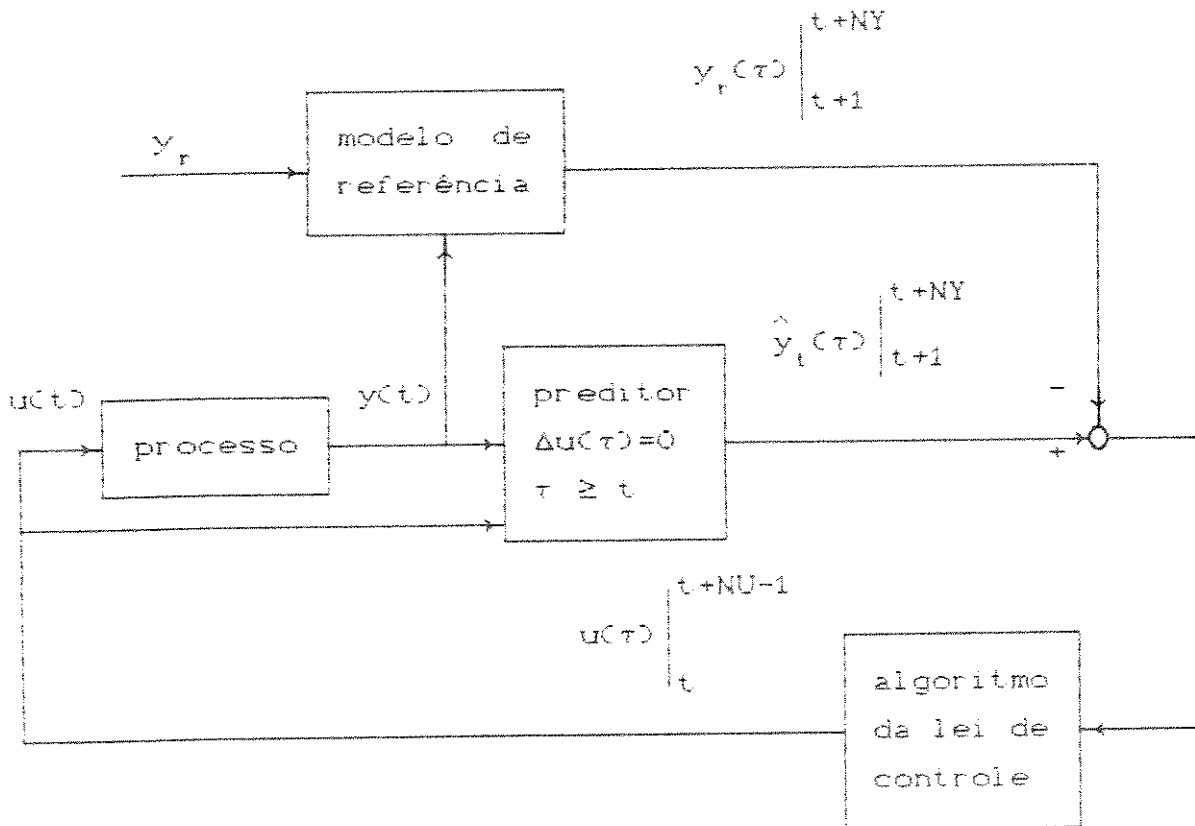


FIGURA 4.1

Esquema do princípio do controle preditivo a NY passos

O primeiro trabalho dentro desta classe de controladores foi o algoritmo de Controle Preditivo de Modelo ("MPC") de Richalet(1978). Este algoritmo foi desenvolvido para controlar processos que podiam ter restrições sobre as variáveis de entrada e saída. A estratégia de controle é baseada num critério quadrático que penaliza os desvios entre a previsão da saída e a trajetória de referência desejada. As previsões são geradas a partir de modelo de resposta ao impulso que relaciona a saída atual devida as entradas passadas. A técnica "MPC" está comercialmente disponível em um pacote denominado IDCOM "(Identification - Command)".

Cutler(1980) desenvolveu o algoritmo de Controle da Matriz Dinâmica ("DMC") utilizando o modelo de resposta ao degrau para gerar as previsões da saída do processo. Propôs a utilização de um horizonte de controle limitado de modo que a partir deste instante, as ações de controle seriam nulas. Esta hipótese que pode ser vista como uma restrição para o controle, reduz consideravelmente o esforço computacional do algoritmo.

Estes algoritmos de controle citados anteriormente são baseados em modelos não-paramétricos e somente podem ser aplicados em plantas estáveis em malha aberta. Nos trabalhos de Martin(1981), De Keyser(1988) e Garcia(1989) são realizadas comparações destes algoritmos com horizonte estendido.

Alguns dos algoritmos de controle preditivo de horizonte estendido baseados em modelos paramétricos desenvolvidos na literatura são : Ydstie(1984), De Keyser(1985) e Clarke(1987). Estes trabalhos diferem quanto ao aspecto de implementação dos preditores e do objetivo de controle utilizado, ou seja, consideram uma função custo, a ser minimizada para obtenção da lei de controle, da forma :

$$J = E \left\{ \left[\sum_{k=N_1}^{N_2} \left[y(t+k) - y_r(t+k) \right]^2 + \sum_{k=1}^{N_3} \Gamma \left[\nabla u(t+k-1) \right]^2 \right] / 0 \right\} \quad (4.1)$$

O algoritmo de controle preditivo de Ydstie(1984) utiliza um modelo "CAR - Controlled Auto-Regressive" para gerar as previsões da saída do processo e, em relação a equação (4.1) tem-se $N_1 = N_2 = k > d$, $N_3 = 1$ e $\Gamma = 0$. Este controlador é capaz de estabilizar processos estáveis de fase não-mínima e não pode ser aplicado em processos instáveis em malha aberta (De Keyser,1988).

O algoritmo de controle preditivo de De Keyser(1985) utiliza um modelo "CARMA" para gerar as previsões da saída do processo, e de acordo com a equação (4.1) tem-se $N_1 = 1$, $N_2 = k > d$, $N_3 = 1$ e $\Gamma = 0$. Este controlador é capaz de proporcionar um controle estável quando se estima uma ordem menor para o modelo do processo. Para processos com atraso de transporte variante, um

sinal de controle satisfatório e estável é obtido caso a ordem do polinômio $B(z^{-1})$, que está associado a representação paramétrica "CARMA" ou "CARIMA" do processo controlado, seja aumentada (De Keyser, 1988).

O Controle Preditivo Generalizado (CPG), estratégia desenvolvida por Clarke(1987) é uma extensão do controle auto-ajustável de variância mínima generalizada, e incorpora três características de projeto : utiliza o modelo "CARIMA" para previsão da saída do processo, envolve um objetivo de controle que está baseado na minimização de uma função custo quadrática geral, conforme equação (4.1), e faz suposição sobre as ações de controle futuras de acordo com as estabelecidas por Cutler(1980), ou seja, calcula uma série de controles futuros em cada período de amostragem e aplica somente o primeiro da sequência.

Para aplicação do controle preditivo generalizado, desenvolvido por Clarke(1987), os seguintes passos, em cada instante de amostragem, são adotados :

- i) Calcular o vetor de referência futuro, $y_r(t+k)$.
- ii) Utilizar o modelo de previsão da saída dado pela equação (2.44) para gerar um conjunto de previsões da saída $\hat{y}_f(t+k/t)$, notando-se que $\hat{y}_f(t+k/t)$ para $k > d$ depende em parte dos controles futuros à serem determinados.
- iii) Otimizar um critério quadrático apropriado de controles e erros futuros , assumindo que após algum horizonte de controle os incrementos de controle são anulados.
- iv) Aplicar o primeiro elemento do sinal de controle e o vetor apropriado de dados, deslocados de modo que os cálculos possam ser repetidos no próximo período de amostragem.

Para se evitar uma transição abrupta do vetor de saída do processo para o vetor de referência é comum se utilizar um "pseudo" vetor de referência $y_r^*(t+k)$ que converge para $y_r(t+k)$. Isto é realizado pelo seguinte modelo :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_r^*(t) = y(t) \\ y_r^*(t+k+1) = (I_p - \eta)y_r^*(t+k) + \eta y_r(t+k) \quad , \quad k > 0 \end{array} \right.$$

onde $y_r^*(t) \in \mathbb{R}^p$ e η é uma matriz diagonal de sintonia escolhida pelo usuário para alterar a velocidade de convergência da saída do processo para o vetor de referência (Mohtadi,1986 ; Lambert,1987).

Várias aplicações destes algoritmos são encontradas na literatura nos mais variados tipos de processos entre as quais se incluem reatores, fornos, colunas de destilação, manipuladores , etc (Garcia,1989 ; Clarke,1990).

Todos estes trabalhos são aplicáveis à sistemas monovariáveis. Em Mohtadi(1986), De Keyser(1988) e Garcia(1989) interpretações adicionais e variações destes algoritmos de controle são discutidas.

Dentro da família de controladores preditivos de horizonte estendido para sistemas multivariáveis, diferentes algoritmos têm sido propostos na literatura (Mohtadi,1986 ; Favier,1988). Nas discussões e implementações seguintes, somente as estratégias de controle derivadas a partir de modelos na forma da representação entrada/saída são consideradas.

Os algoritmos de Mohtadi(1986), Kinnaert(1987), McDermott(1987), Dubois(1987) e Favier(1988) são extensões para o caso multivariável do controle preditivo generalizado de Clarke(1987). Estes procedimentos de projeto de controle diferenciam-se quanto ao : i) modelo do processo ; ii) preditor e iii) critério quadrático à ser otimizado.

As principais características destes algoritmos de controle preditivo são apresentadas na tabela 4.1.

autor(es)	entradas e saídas	matriz "interac-tor" do processo	cálculo do preditor	modelo discreto
Mohtadi (1986)	$m=p$	diagonal	recursivo "Diophantine"	"CARIMA"
Kinnaert (1987)	$m=p$	diagonal	recursivo "Diophantine"	"CARIMA"
McDermott (1987)	$m \neq p$	diagonal	iterativo (processo)	"CARIMA"
Dubois (1987)	$m=p$	não-diagonal	recursivo ou iterativo	"CARIMA"
Favier, Dubois e Rougiere (1988)	$m=p$	não-diagonal	recursivo ou iterativo	"CARIMA"

TABELA 4.1

Características dos algoritmos preditivos multivariáveis

O desempenho destes controladores tem sido avaliado em aplicações acadêmicas e industriais (Clarke,1989). O controle preditivo mostra-se efetivo no controle de diversas situações, entre as quais pode-se destacar perturbações de carga desconhecidas, erros de modelagem, dinâmica variante e características de fase não-mínima (Clarke,1987 ; Favier,1988 ; Coelho,1990). A tabela 4.2 ilustra algumas aplicações do controle preditivo de horizonte estendido em plantas reais.

tipo de processo	apresentado por	modelo do processo
secador	Lambert(1987)	"SISO" e "MIMO"
moinho	Al-Assaf(1987)	"SISO"
robô e manipulador	Lelic(1987) Lambert(1987)	"SISO" e "MIMO" "SISO"
térmico	M'Saad(1987)	"SISO"
aquecimento	Jota(1987)	"SISO" e "MIMO"
rastreamento	Favier(1988)	"MIMO"

TABELA 4.2

Algumas aplicações do controle preditivo

Neste capítulo, desenvolve-se o controle preditivo generalizado multivariável a partir de modelos lineares discretos "CARMA" e "CARIMA". Este algoritmo de controle emprega o preditor iterativo, desenvolvido no capítulo 2, para obter as previsões a priori da saída, $\hat{y}_{f_a}(t+k/t)$, pode ser utilizado em processos com qualquer número de entradas e saídas, e qualquer estrutura para a matriz "interactor" do processo. A partir da representação entrada/saída são deduzidos teoremas para análise do comportamento em malha fechada do processo controlado. Através destes teoremas é possível verificar o efeito da variação dos horizontes de previsão (NI, NY, NUD) e da ponderação do controle (Γ) sobre os polos do sistema em malha fechada. Estes resultados foram obtidos a partir dos trabalhos de Clarke(1987), Peng(1989) e Acundeger(1990) que obtiveram as regras de sintonia destes parâmetros para o caso de sistemas monovariáveis.

4.1.1 ORGANIZAÇÃO DO CAPÍTULO

Na seção 4.2 apresenta-se o controle preditivo generalizado multivariável para processos modelados na forma "CARMA" e com matriz "interactor" não-diagonal e diagonal.

Na seção 4.3 desenvolve-se os algoritmos de controle preditivo multivariável de maneira similar aos obtidos na seção 4.2, considerando-se o processo modelado na forma "CARIMA".

Os procedimentos de projeto do controle preditivo generalizado multivariável, a serem apresentados nas seções 4.2 e 4.3, necessitam basicamente da especificação de três parâmetros sintonia : i) N_Y , horizonte da saída; ii) N_U , horizonte do controle e iii) Γ , ponderação do controle. O efeito destes parâmetros de projeto sobre o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada foram inicialmente estabelecidos a partir de resultados de simulações (Clarke,1987). Atualmente existem trabalhos na literatura que possibilitam estabelecer uma relação entre os parâmetros de sintonia e os polos do sistema em malha fechada (Acundeger,1990 ; Peng,1989).

Assim, na seção 4.4 demonstra-se como os parâmetros de sintonia podem ser selecionados, baseados nas especificações dos polos do sistema em malha fechada.

Finalmente, na seção 4.5, ilustra-se o desempenho dos algoritmos de controle preditivo através de exemplos de simulação digital em processos caracterizados por fase não-mínima ou mínima, estável ou instável, matriz "interactor" na forma diagonal ou não-diagonal e sujeitos a perturbações estocásticas. Estuda-se também a influência de três parâmetros de sintonia N_Y , N_U e Γ sobre o comportamento em malha fechada do processo controlado.

4.2 CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO PARA UM PROCESSO DISCRETO MULTIVARIÁVEL "CARMA"

Nesta seção apresenta-se o controlador preditivo generalizado para sistemas lineares discretos multivariáveis do tipo "CARMA", cuja representação é dada pela equação (2.1).

No caso do controle preditivo generalizado o critério quadrático a ser minimizado é

$$J = E \left\{ \left[\sum_{k=d}^{d+NY-1} \|e_y(t+k)\|^2 + \sum_{k=0}^{NU-1} \|e_u(t+k)\|^2_{\Gamma_k} \right] / \mathbb{I}_t \right\} \quad (4.2)$$

onde

$$e_y(t+k) = \Delta(z^{-1})\xi(z)y(t+k-d) - \Lambda(z^{-1})\xi(z)y_r(t+k-d) \quad (4.3)$$

$$e_u(t+k) = u(t+k) \quad (4.4)$$

$$\Gamma = \text{diag} \left[\Gamma_k \right] \quad (4.5)$$

$E(\cdot)$ é o operador esperança matemática condicionada ao conjunto \mathbb{I}_t de dados disponíveis até o instante t ; $y(t) \in \mathbb{R}^p$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ e $y_r(t) \in \mathbb{R}^p$ são vetores de saída, entrada e referência; $\Delta(z^{-1})$ e $\Lambda(z^{-1})$ são matrizes polinomiais de ponderação com dimensão (p,p) , definidas de acordo com a equação (3.2); $\xi(z)$ é a matriz "interactor" conforme definida no capítulo 2; d é a maior potência de $\xi(z)$ representando o atraso de transporte do processo; NY é o horizonte da saída e NU o horizonte da entrada.

De acordo com a equação (2.6), a equação (4.3) pode ser reescrita como

$$e_y(t+k) = y_f(t+k) - \Lambda(z^{-1})\xi(z)y_r(t+k-d) \quad (4.6)$$

A partir da equação (2.43) tem-se que $y_f(t+k)$ é dada por

$$y_f(t+k) = \hat{y}_f(t+k/t) + \tilde{y}_f(t+k/t) \quad (4.7)$$

onde $\hat{y}_f(t+k/t)$ e $\tilde{y}_f(t+k/t)$ são obtidas através das equações (2.44) e (2.45), respectivamente.

Para se calcular o preditor de k passos a frente, $\hat{y}_f(t+k/t)$ em um horizonte de previsão estendido deve-se utilizar, conforme mostrado na seção 2.5, a formulação iterativa (Goodwin, 1984) para minimizar o esforço computacional do algoritmo de controle.

No desenvolvimento do controlador auto-ajustável de variância mínima generalizada, somente uma previsão $\hat{y}_f(t+k/t)$ é utilizada, onde $k = d$ é o atraso de transporte do processo. No caso do controle preditivo generalizado, um conjunto de previsões são realizadas baseadas no horizonte da saída $k = d, \dots, NY$. Para $k < d$, a previsão da saída depende inteiramente dos dados de entrada e saída que estão disponíveis, mas para $k \geq d$, algumas hipóteses precisam ser feitas sobre as ações de controle futuras.

Assim, o sinal de previsão $\hat{y}_f(t+k/t)$, dado pela equação (4.7), pode ser decomposto em

$$\hat{y}_f(t+k/t) = \hat{y}_{f_0}(t+k/t) + \hat{y}_{f_p}(t+k/t) \quad (4.8)$$

onde $\hat{y}_{f_0}(t+k/t)$ é função dos vetores das medidas filtradas e controles conhecidos até o instante t e $\hat{y}_{f_p}(t+k/t)$ depende das ações de controle futuras. Os sinais $\hat{y}_{f_0}(t+k/t)$ e $\hat{y}_{f_p}(t+k/t)$, dados pela equação (4.8), podem ser descritos pelas seguintes equações

$$\hat{y}_{f_0}(t+k/t) = \bar{H}_k(z^{-1})u(t-1) + \alpha_k(z^{-1})y(t) + \gamma_k(z^{-1})v(t+k-d) \quad (4.9)$$

$$\hat{y}_{f_p}(t+k/t) = \tilde{H}_k(z^{-1})u(t+k-d) \quad (4.10)$$

onde

$$\beta_v(z^{-1}) = \tilde{H}_v(z^{-1}) + z^{-k+d-1} \tilde{H}_k(z^{-1}) \quad (4.11)$$

$$\tilde{H}_k(z^{-1}) = H_0 + H_1 z^{-1} + \dots + H_{k-d} z^{-k+d} \quad (4.12)$$

Assume-se que o vetor da perturbação determinística $v(t+k)$, $k = 1, 2, \dots$, está disponível ou na forma de um vetor constante igual a v^* ou na forma de variações.

Considerando todo o horizonte da saída $(NY + d - 1)$, o preditor $\hat{y}_f(t+k/t)$ para $k \geq d$ e $NU = NY + d - 1$ é dado por

$$\begin{aligned} \hat{y}_f(t+d/t) &= \tilde{H}_d(z^{-1})u(t) + \hat{y}_{f_0}(t+d/t) \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\hat{y}_f(t+NY+d-1/t) = \tilde{H}_{NY+d-1}(z^{-1})u(t+NY-1) + \hat{y}_{f_0}(t+NY+d-1/t)$$

e escrito na forma vetorial como

$$\hat{YF} = HEU(t) + YFA \quad (4.14)$$

onde

$$\hat{YF} = \left[\hat{y}_f^T(t+d/t) \dots \hat{y}_f^T(t+NY+d-1/t) \right]^T \quad (4.15)$$

$$EU(t) = \left[u^T(t) \dots u^T(t+NY-1) \right]^T \quad (4.16)$$

$$YFA = \left[\hat{y}_{f_0}^T(t+d/t) \dots \hat{y}_{f_0}^T(t+NY+d-1/t) \right]^T \quad (4.17)$$

$$H = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ H_1 & H_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{NY-1} & \vdots & \vdots & H_1 & H_0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

onde H_k são os elementos da matriz polinomial $\tilde{H}_k(z^{-1})$ obtidos a partir de $z^{-1}\Delta(z^{-1})\xi(z)A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1})$ e $\dim H = (p.NY, p.NY)$.

Após a apresentação do algoritmo de controle preditivo generalizado, mostra-se como a matriz $\tilde{H}_k(z^{-1})$ está relacionada com o modelo do processo. Este resultado é apresentado no teorema 4.1.

Substituindo-se as equações (4.6), (4.7) e (4.14) na equação (4.2) e observando-se que $e(t+k/t)$, $d \leq k \leq NY+d-1$, não está correlacionado com \hat{YFA} , pode-se reescrever o critério quadrático, equação (4.2), como segue

$$J = \|HEUC(t) + \hat{YFA} - \Lambda(z^{-1})\xi(z)YR\|^2 + \|EUC(t)\|_{\Gamma}^2 \quad (4.19)$$

onde

$$YR = \begin{bmatrix} y_r^T(t) & \dots & y_r^T(t+NY-1) \end{bmatrix}^T \quad (4.20)$$

Minimizando-se a equação (4.19) em relação a $EUC(t)$, obtém-se a seguinte lei de controle

$$EUC(t) = \left[H^T H + \Gamma \right]^{-1} H^T \left[\Lambda(z^{-1})\xi(z)YR - \hat{YFA} \right] \quad (4.21)$$

Nesta equação somente o primeiro vetor de controle $u(t)$ de $EUC(t)$ é aplicado ao processo.

A hipótese para o sinal de controle feita por Cutler(1980) e utilizada por Clarke(1987) no desenvolvimento do algoritmo de controle preditivo generalizado monovariável é considerada, ou seja,

$$e_u(t+k) = 0 \quad \text{se } k \geq NU \quad (4.22)$$

A alteração do horizonte de controle para $NU < NY+d-1$ é interessante pois, como será mostrado a seguir, reduz o esforço computacional do algoritmo de controle.

De acordo com esta hipótese, obtém-se a mesma lei de controle dada pela equação (4.21) mas com as equações (4.16) e (4.18) reescritas como segue

$$EU(t) = \left[u^T(t) \dots u^T(t+NU-1) \right]^T \quad (4.23)$$

$$H = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & \dots & 0 \\ H_1 & H_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{NY-1} & \vdots & \vdots & H_{NY-NU} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Note que a dimensão da inversa da matriz envolvida na equação (4.21) é reduzida para $(p.NU, p.NU)$.

O algoritmo do controle preditivo generalizado para sistemas lineares discretos multivariáveis com parâmetros constantes e desconhecidos é apresentado a seguir.

- i) Escolher NY , NU e Γ
- ii) Medir o vetor de saída atual, $y(t)$
- iii) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A, B, C)
- iv) Construir a matriz H , definida pela equação (4.24)
- v) Calcular o vetor $\hat{y}_{f_0}(t+k/t)$, equação (4.9)
- vi) Calcular o primeiro vetor de controle por

$$u(t) = h^T \left[\Lambda z^{-1} \xi(z) D Y R - Y F A \right]$$

onde h^T é a primeira linha da matriz $\left[H^T H + \Gamma \right]^{-1} H^T$

- vii) Repetir os passos (ii) até (vi) para um novo período de amostragem

O procedimento de projeto do controle preditivo generalizado requer a especificação dos seguintes parâmetros de sintonia : NY , NU , Γ . O efeito destes parâmetros de projeto tem sido analisado por diferentes pesquisadores (Clarke,1987 ; Favier,1988 ; Peng,1989 ; Acundeger,1990) e são discutidos e analisados nas seções 4.4 e 4.5.

A seguir mostra-se como a matriz $\tilde{H}_k(z^{-1})$ está relacionada com o modelo do processo.

TEOREMA 4.1

Dado um processo discreto modelado segundo a representação "CARMA", equação (2.1), os coeficientes da matriz polinomial $\tilde{H}_k(z^{-1})$, equação (4.12), são os primeiros $(k-d+1)$ termos de

$$z^{-1}\Delta(z^{-1})\xi(z)A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) \quad (4.25)$$

PROVA :

Sejam as seguintes identidades

$$\Delta(z^{-1})\xi(z)C^*(z^{-1}) = F_k(z, z^{-1})A^*(z^{-1}) + z^{-k+d}G_k(z^{-1}) \quad (4.26)$$

$$z^{-1}F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) = \tilde{H}_k(z^{-1}) + z^{-k+d-1}\bar{H}_k(z^{-1}) \quad (4.27)$$

Substituindo-se a equação (4.27) na equação (4.26) e utilizando-se a equação (2.8), resulta que

$$z^{-1}\Delta(z^{-1})\xi(z)A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) = \tilde{H}_k(z^{-1}) + z^{-k+d-1}\left\{ \bar{H}_k(z^{-1}) + G_k(z^{-1})C^{*k-1}(z^{-1})A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) \right\} \quad (4.28)$$

o que demonstra o teorema, ou seja, $\tilde{H}_k(z^{-1})$ são os primeiros $(k-d+1)$ termos de $z^{-1}\Delta(z^{-1})\xi(z)A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1})$.

O desenvolvimento do controle preditivo generalizado para o caso particular de um processo "CARMA" caracterizado por matriz "interactor" diagonal não será apresentado pois é similar ao obtido anteriormente para processos com matriz "interactor" não-diagonal.

Ao controlador preditivo para processos com matriz "interactor" diagonal, estão associadas as seguintes equações modificadas

$$e_y(t+k) = \Delta(z^{-1})y(t+k) - \Lambda(z^{-1})y_r(t+k) \quad (4.29)$$

$$EU(t) = [H^T H + \Gamma]^{-1} H^T [\Lambda(z^{-1})YR - Y\hat{F}A] \quad (4.30)$$

Os elementos da matriz H, equação (4.24), são agora obtidos a partir de $z^{-1}\Delta(z^{-1})A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1})$.

Note que somente o primeiro vetor de controle $u(t)$ de $EU(t)$, equação (4.30) é implementado no processo.

4.3 CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO PARA UM PROCESSO DISCRETO MULTIVARIÁVEL "CARIMA"

Nesta seção apresenta-se o controlador preditivo generalizado para sistemas lineares discretos multivariáveis caracterizados por uma representação "CARIMA", conforme equação (2.90).

Considere a seguinte função custo

$$J = E \left\{ \left[\sum_{k=d}^{d+NY-1} \|e_y(t+k)\|^2 + \sum_{k=0}^{NU-1} \|e_u(t+k)\|^2 \Gamma_k \right] / \sigma_t \right\} \quad (4.31)$$

onde todos os parâmetros, vetores e matrizes associados a equação (4.31) têm o mesmo significado da equação (4.2), exceto $e_u(t+k)$ e $EUC(t)$ que são reescritos como

$$e_u(t+k) = \nabla u(t+k) \quad (4.32)$$

$$EUC(t) = \left[\nabla u^T(t) \dots \nabla u^T(t+NU-1) \right]^T \quad (4.33)$$

com $\nabla(z^{-1})$ definido na equação (2.91).

O desenvolvimento do controlador preditivo multivariável a partir de um processo discreto representado na forma "CARIMA" será omitido uma vez que é similar ao obtido na seção 4.2 para o caso do modelo linear discreto "CARMA".

Substituindo-se na equação (4.31) as equações de $\hat{y}_{1o}(t+k/t)$ e $\hat{y}_{1p}(t+k/t)$ obtidas a partir da equação (2.100), onde $\hat{\beta}_v(z^{-1})$ é dado pela equação (4.11) e, minimizando-se a equação resultante em relação a $EUC(t)$, obtém-se a seguinte lei de controle

$$EUC(t) = \left[H^T H + \Gamma \right]^{-1} H^T \left[\Lambda(z^{-1}) \xi(z) YR - YFA \right] \quad (4.34)$$

Nesta equação somente o primeiro vetor de controle

$$u(t) = u(t-1) + \nabla u(t) \quad (4.35)$$

de $EUC(t)$ é aplicado ao processo.

O procedimento de projeto do controle preditivo generalizado multivariável para modelos "CARIMA" está resumido no seguinte algoritmo.

- i) Escolher NY , NU e Γ
- ii) Medir o vetor de saída atual, $y(t)$
- iii) Estimar as matrizes polinomiais do sistema (A, B, C)
- iv) Construir a matriz H , definida pela equação (4.24)
- v) Calcular o vetor $\hat{y}_{fa}(t+k/t)$, equação (4.9)
- vi) Calcular o primeiro vetor de controle por

$$\nabla u(t) = h^T \left[\Delta(z^{-1}) \xi(z) YR - YFA \right]$$

onde h^T é a primeira linha da matriz $\left[H^T H + \Gamma \right]^{-1} H^T$

- vii) Aplicar no processo o controle $u(t)$, equação (4.35)
- viii) Repetir os passos (ii) até (vii) para um novo período de amostragem

Os parâmetros de sintonia deste controlador (NY, NU, Γ) , que influenciam na dinâmica do sistema em malha fechada, são analisados e discutidos nas seções 4.4 e 4.5.

Os elementos da matriz polinomial $\tilde{H}_k(z^{-1})$ são obtidos a partir do seguinte teorema.

TEOREMA 4.2

Para um processo discreto modelado segundo a representação "CARIMA", os coeficientes da matriz polinomial $\tilde{H}_k(z^{-1})$ são os primeiros $(k-d+1)$ termos de

$$z^{-1} \Delta(z^{-1}) \xi(z) \nabla^{-1}(z^{-1}) A^{-1}(z^{-1}) B(z^{-1}) \quad (4.36)$$

PROVA :

Sejam as seguintes equações polinomiais

$$\Delta(z^{-1})\xi(z)C^*(z^{-1}) = F_k(z, z^{-1})A^*(z^{-1})\nabla(z^{-1}) + z^{-k+d}G_k(z^{-1}) \quad (4.37)$$

$$z^{-1}F_k(z, z^{-1})C^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) = \tilde{H}_k(z^{-1}) + z^{-k+d-1}\bar{H}_k(z^{-1}) \quad (4.38)$$

Substituindo-se a equação (4.38) na equação (4.37) resulta que

$$\begin{aligned} z^{-1}\Delta(z^{-1})\xi(z)\nabla^{-1}(z^{-1})A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) &= \tilde{H}_k(z^{-1}) + \\ & z^{-k+d-1}\left\{ \bar{H}_k(z^{-1}) + \right. \\ & \left. G_k(z^{-1})\nabla^{-1}(z^{-1})C^{*-1}(z^{-1})A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) \right\} \end{aligned} \quad (4.39)$$

o que prova o teorema, ou seja, $\tilde{H}_k(z^{-1})$ são os primeiros $(k-d+1)$ termos de $z^{-1}\Delta(z^{-1})\xi(z)\nabla^{-1}(z^{-1})A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1})$.

O desenvolvimento do controle preditivo generalizado para o caso particular de um processo "CARIMA" caracterizado com matriz "interactor" diagonal não será apresentado pois é similar ao obtido anteriormente para processos com matriz "interactor" não-diagonal.

A lei de controle resultante é

$$EU(t) = [H^T H + \Gamma]^{-1} H^T [\Lambda(z^{-1})YR - \hat{Y}FA] \quad (4.40)$$

e os elementos da matriz H, equação (4.24) são agora obtidos a partir de $z^{-1}\Delta(z^{-1})\nabla^{-1}(z^{-1})A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1})$.

Note que somente o primeiro vetor de controle $u(t)$ de $EU(t)$, equação (4.35), é implementado no processo.

4.4 SELEÇÃO DOS PARÂMETROS DE PROJETO DO CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO

No algoritmo de controle preditivo os parâmetros N_I , horizonte inicial; N_Y , horizonte da saída; N_U , horizonte do controle e, Γ , matriz de ponderação do controle, compõem um conjunto de parâmetros de sintonia que devem ser especificados para projeto desta lei de controle. Dependendo da escolha destes parâmetros a dinâmica do processo em malha fechada é modificada.

Existem diversos trabalhos na literatura analisando o efeito destes parâmetros de projeto no comportamento dinâmico do processo. Os resultados iniciais estão baseados em estudos de simulação e resultados experimentais no controle de diferentes processos (Clarke,1987 ; Maurath,1988 ; Lim,1989). Embora estes critérios de sintonia dos parâmetros do controlador sejam procedimentos heurísticos, o controle preditivo generalizado tem proporcionado um melhor comportamento em malha fechada ao processo controlado quando comparado com outras técnicas de controle adaptativo (Favier,1988 ; Coelho,1989 e 1990).

Atualmente existem formulações matemáticas que procuram descrever a relação entre os polos em malha fechada e os parâmetros de sintonia do controle preditivo generalizado. Os trabalhos de Kinnaert(1987), Rogozinski(1988), Xi(1989) e Clarke(1990), para a representação no espaço de estado, McIntosh(1989), Peng(1989), Crisalle(1990) e Acundeger(1990), para a representação entrada/saída, têm proporcionado um melhor entendimento do efeito de variação dos horizontes de previsão bem como da ponderação do controle na dinâmica do processos em malha fechada. Esta é uma importante questão, ainda em aberto na literatura, e que vem concentrando um grande volume de pesquisas acadêmicas.

A seguir apresentam-se procedimentos para seleção dos parâmetros de projeto do controle preditivo generalizado baseados em métodos heurísticos e matemáticos.

4.4.1 PROCEDIMENTOS HEURÍSTICOS PARA SINTONIA DO CONTROLE PREDITIVO GENERALIZADO

Os procedimentos para seleção dos parâmetros do controle preditivo generalizado (NI, NY, NU, Γ) a serem apresentados a seguir são baseados nos trabalhos de Mohtadi(1986), Lambert(1987), Clarke(1987) e Georgiou(1988).

A escolha de NI está fundamentada no atraso de transporte do processo, d, que é a maior potência da matriz "interactor". Se d é conhecido precisamente, então NI deve ser igual a d para evitar cálculos desnecessários em que as saídas correspondentes não podem ser afetadas pela primeira ação de controle $u(t)$. Caso d seja desconhecido ou variável, então NI deve assumir valor 1 e o grau da matriz polinomial $B(z^{-1})$, dada pela equação (2.1), representação "CARMA", ou equação (2.90), representação "CARIMA", aumentado para englobar todos os valores possíveis de d.

O parâmetro NY é escolhido para englobar a resposta do processo que é efetivamente afetada pelo controle atual. É razoável que seja pelo menos do grau da matriz polinomial $B(z^{-1})$. Tipicamente NY é escolhido como o tempo de subida do processo (Mohtadi, 1986 ; Georgiou, 1988).

A escolha de NU reflete a complexidade do processo controlado. Para processos bem comportados, isto é, estáveis e de ordem baixa, NU pode assumir valor 1. Já para processos complexos NU deve ser maior ou igual 2 (Clarke, 1987). A utilização de $NU < NY$ reduz significativamente a quantidade de memória e o tempo computacional envolvidos na implementação do controlador uma vez que para o cálculo da lei de controle preditiva é necessário resolver a inversa da matriz $[H^T H + \Gamma]$ cuja dimensão neste caso passa de $(p.NY, p.NY)$ para $(p.NU, p.NU)$.

A escolha da matriz de ponderação do controle $\Gamma = \gamma_0 I_{NU}$ reflete o compromisso entre a velocidade de resposta e a energia empregada. Pequenos valores para γ_0 proporcionam uma resposta

rápida e ação de controle abrupta. Se γ_0 é igual zero, a inversa da matriz $[H^T H + \Gamma]$, envolvida no cálculo da lei de controle, pode ser singular quando $NI=1$ e o primeiro elemento da matriz polinomial $B(z^{-1})$, B_0 , é nulo. Uma maneira de se evitar este problema é assegurar um pequeno valor para γ_0 de modo a garantir a inversa da matriz $[H^T H + \Gamma]$ e conseqüentemente a existência da lei de controle.

Os dois problemas mencionados anteriormente, ou seja, redução do esforço computacional e existência da inversa da matriz $[H^T H + \Gamma]$, podem ser evitados se NU for escolhido como $NU < NY - NI + 1$. Esta condição pode ser interpretada como ponderações infinitas nos controles além de $u(t+NU-1)$ ou $\forall u(t+NU-1)$ que efetivamente fixam estes controles em zero (Peng, 1989).

Se o algoritmo de controle preditivo generalizado posicional obtido a partir do modelo "CARMA" for utilizado, deve-se selecionar a ponderação do controle conforme $\Gamma = \gamma_0 (1-z^{-1}) I_{NU}$ para assegurar erro de regime nulo e menor esforço computacional. Por outro lado, para o algoritmo de controle preditivo generalizado incremental, obtido a partir do modelo "CARIMA", a matriz de ponderação deve ser selecionada como $\Gamma = \gamma_0 I_{NU}$.

Na tabela 4.3 resume-se dois procedimentos heurísticos, utilizados na literatura, para sintonia dos parâmetros do controle preditivo generalizado e estão fundamentados nos trabalhos de Clarke(1987) e McIntosh(1989).

4.4.2 PROCEDIMENTOS TEÓRICOS PARA SINTONIA DO CONTROLE PREDITIVO GENERALIZADO ANALISANDO-SE OS POLOS DO SISTEMA EM MALHA FECHADA

Os resultados teóricos apresentados a seguir procuram estabelecer uma relação entre os polos em malha fechada e os parâmetros de sintonia do controle preditivo generalizado. Estes resultados são extensões para o caso multivariável dos trabalhos

de McIntosh(1989), Peng(1989), Crisalle(1990) e Acundeger(1990), obtidos a partir da representação entrada/saída do processo.

parâmetro autor	NI	NY	NU	Γ
Clarke	$d \leq NI \leq n$	$NY \geq 2n - 1$	$1 \leq NU \leq NY$	$\Gamma = \gamma_0 [B(1)]^2$ $0 < \gamma_0 < 1$
McIntosh	$NI = nB + 1$	$NY \geq NU + NI - 1$	$NU = nA + 1$	$\Gamma = \gamma_0 [B(1)]^2$ $\gamma_0 = \frac{m \text{tr}(H^T H) }{NU}$

* $n = \max\{nA, nB + d\}$

TABELA 4.3

Ajuste dos parâmetros do controle preditivo generalizado

Para a análise do processo em malha fechada, a lei de controle preditiva pode ser reescrita conforme mostra a figura 4.2, ou seja

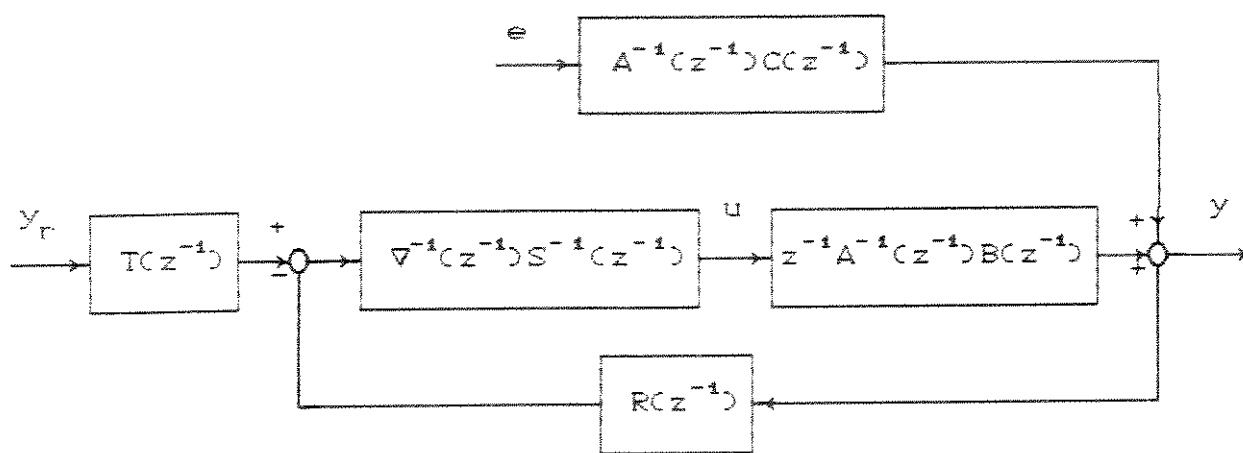


FIGURA 4.2

Esquema do controle preditivo generalizado

$$S(z^{-1})\nabla(z^{-1})u(t) = T(z^{-1})y_r(t) - R(z^{-1})y(t) \quad (4.41)$$

A seguir obtém-se a forma matricial polinomial, equação (4.41), para o controle preditivo generalizado. Este resultado é encontrado assumindo-se que : i) o vetor de referência é constante; ii) o processo linear multivariável é representado pelo modelo discreto "CARIMA" com matriz "interactor" não-diagonal e número de entradas igual ao número de saídas e iii) o vetor da perturbação determinística, $v(t)$, é nulo.

A lei de controle preditiva, obtida na seção 4.3, é

$$EU(t) = [H^T H + \Gamma]^{-1} H^T [\Lambda(z^{-1})\xi(z)YR - Y\hat{F}A] \quad (4.42)$$

Seja δ^T definido pela equação (4.43)

$$\delta^T = \left[\delta_{NI} \dots \delta_{NY} \right] \quad (4.43)$$

que corresponde ao primeiro p bloco linha de $[H^T H + \Gamma]^{-1} H^T$.

Substituindo as equações (4.9) e (4.43) na equação (4.42) obtém-se o resultado da equação (4.41), onde

$$S(z^{-1}) = \left[I_p + z^{-1} \sum_{k=NI}^{NY} \delta_k^T \bar{H}_k(z^{-1}) \right] \quad (4.44)$$

$$T(z^{-1}) = \sum_{k=NI}^{NY} \delta_k^T \Lambda(z^{-1})\xi(z) \quad (4.45)$$

$$R(z^{-1}) = \sum_{k=NI}^{NY} \delta_k^T \alpha_k(z^{-1}) \quad (4.46)$$

Portanto agora é possível relacionar os polos do sistema em malha fechada com os parâmetros de sintonia para este tipo de controlador. Estas relações são obtidas a partir dos teoremas demonstrados a seguir.

TEOREMA 4.3

Considere o sistema descrito pelo modelo discreto "CARIMA", equação (2.90), a lei de controle preditiva generalizada, equação (4.41), e o preditor $\hat{y}_{f_a}(t+k/t)$ dado pela equação (4.9), com

(a) O horizonte da saída $NY > 0$ e o horizonte do controle,
 $NU < NY - NI + 1$

(b) Uma trajetória de referência especificada pelo usuário

$$\left\{ y_r(t) = y_r \right\}$$

Então

(i) A dinâmica do sistema em malha fechada é dada por

$$A_{MF}(z^{-1})y(t) = B_{MF}(z^{-1})y_r(t) + C(z^{-1})e(t) \quad (4.47)$$

onde

$$A_{MF}(z^{-1}) = A(z^{-1})\nabla(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1})S^{-1}(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (4.48)$$

$$B_{MF}(z^{-1}) = z^{-1}B(z^{-1})S^{-1}(z^{-1})T(z^{-1}) \quad (4.49)$$

(ii) Os polos em malha fechada são dados por

$$P_{MF}(z^{-1}) = S^*(z^{-1})A(z^{-1})\nabla(z^{-1}) + z^{-1}B^*(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (4.50)$$

onde

$$S^*(z^{-1})B(z^{-1}) = B^*(z^{-1})S(z^{-1}) \quad (4.51)$$

(iii) Se o sistema é estável em malha fechada, encontra-se erro de regime nulo entre o vetor de saída do processo e o vetor de referência em degrau quando a matriz polinomial $A(z^{-1})$ satisfaz a seguinte relação

$$A(z^{-1}) = A(1) = \Delta(1) \quad (4.52)$$

PROVA :

A parte (i) do teorema 4.3 é a relação entrada/saída do sistema em malha fechada descrita na forma de função de transferência. Então, substituindo-se a equação (4.41) na equação (2.90) resulta que

$$\begin{aligned} \left[A(z^{-1})\nabla(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1})S^{-1}(z^{-1})R(z^{-1}) \right] y(t) = \\ z^{-1}B(z^{-1})S^{-1}(z^{-1})T(z^{-1})y_r(t) + C(z^{-1})e(t) \end{aligned} \quad (4.53)$$

Definindo-se $B^*(z^{-1})$ e $S^*(z^{-1})$ por

$$B(z^{-1})S^{-1}(z^{-1}) = S^{*-1}(z^{-1})B^*(z^{-1}) \quad (4.54)$$

tem-se que

$$\left[S^*(z^{-1})A(z^{-1})\nabla(z^{-1}) + z^{-1}B^*(z^{-1})R(z^{-1}) \right] y(t) = z^{-1}B^*(z^{-1})T(z^{-1})y_r(t) + S^*(z^{-1})e(t) \quad (4.55)$$

Os polos em malha fechada são

$$P_{MF}(z^{-1}) = S^*(z^{-1})A(z^{-1})\nabla(z^{-1}) + z^{-1}B^*(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (4.56)$$

e dependentes da escolha de NI, NY, NU e Γ .

Para mostrar a parte (iii) do teorema (4.3) é necessário assegurar que

$$A_{MF}^{-1}(z^{-1})B_{MF}(z^{-1}) \Big|_{z=1} = I_p \quad (4.57)$$

Este resultado é obtido a partir das equações (4.48) e (4.49), com $z=1$. Portanto

$$\left[B(1)S^{-1}(1)R(1) \right]^{-1} \left[B(1)S^{-1}(1)T(1) \right] = I_p \quad (4.58)$$

ou então

$$R^{-1}(1)T(1) = I_p \quad (4.59)$$

Utilizando-se as equações (4.45), (4.46) e de acordo com a equação (4.60)

$$G_k(1)C^{*-1}(1) = \Delta(1)\xi(1) \quad (4.60)$$

que é obtida a partir da equação (2.92), a equação (4.59) fornece o seguinte resultado

$$\Lambda(z^{-1}) = \Lambda(1) = \Delta(1) \quad (4.61)$$

e portanto o teorema (4.3) foi demonstrado.

Considerando-se o teorema 4.3 com a representação "CARMA" para o processo, as equações (4.48) e (4.50) relativas as condições (i) e (ii) devem ser substituídas pelas equações (4.62) e (4.63) enquanto a condição (iii) não é satisfeita.

$$A_{MF}(z^{-1}) = A(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1})S^{-1}(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (4.62)$$

$$P_{MF}(z^{-1}) = S^*(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-1}B^*(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (4.63)$$

TEOREMA 4.4

Seja o sistema descrito pelo modelo discreto "CARIMA", equação (2.90), a lei de controle preditiva generalizada, equação (4.41) e a equação matricial dos polos em malha fechada, equação (4.56), com as seguintes condições

$$\begin{cases} \Gamma = 0 \\ NI = d \\ NY = NU + NI - 1 \\ 1 \leq NU \leq NY - NI + 1 \end{cases} \quad (4.64)$$

Então

Os polos em malha fechada são dados por

$$P_{MF}(z^{-1}) = z^{-1}B^*(z^{-1})B_0^{-1}\Delta(z^{-1})\xi(z) \quad (4.65)$$

PROVA :

Substituindo-se a equação (4.54) na equação (4.56) resulta que

$$P_{MF}(z^{-1}) = B^*(z^{-1})S(z^{-1})B^{-1}(z^{-1})A(z^{-1})\nabla(z^{-1}) + z^{-1}B^*(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (4.66)$$

Seja $\bar{A}(z^{-1})$ uma matriz polinomial definida como

$$\bar{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})\nabla(z^{-1}) \quad (4.67)$$

A partir das equações (4.44), (4.46) e (4.67) reescreve-se a equação (4.66) como segue

$$P_{MF}(z^{-1}) = B^*(z^{-1}) \left\{ B^{-1}(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + z^{-1} \sum_{k=NI}^{NY} \delta_j^T \left[\bar{H}_k(z^{-1})B^{-1}(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + \alpha_k(z^{-1}) \right] \right\} \quad (4.68)$$

Com as equações (2.8), (2.40), (4.37) e (4.38) é possível escrever o termo dentro do colchete da equação (4.68) por

$$\bar{H}_k(z^{-1})B^{-1}(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + \alpha_k(z^{-1}) = z^{k-d} \left\{ \Delta(z^{-1})\xi(z) - z \tilde{H}(z^{-1})B^{-1}(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) \right\} \quad (4.69)$$

Substituindo a equação (4.69) na equação (4.68) encontra-se a seguinte equação para os polos em malha fechada

$$P_{MF}(z^{-1}) = B^*(z^{-1}) \left\{ B^{-1}(z^{-1}) \bar{A}(z^{-1}) + z^{-1} \sum_{k=NI}^{NY} \delta_j^T \left[z^{k-d} \left\{ \Delta(z^{-1}) \xi(z) - z \tilde{H}(z^{-1}) B^{-1}(z^{-1}) \bar{A}(z^{-1}) \right\} \right] \right\} \quad (4.70)$$

Considerando as condições da equação (4.64) obtém-se que

$$P_{MF}(z^{-1}) = z^{-1} B^*(z^{-1}) B_0^{-1} \Delta(z^{-1}) \xi(z) \quad (4.71)$$

Este resultado mostra que, sob estas condições, os polos do sistema em malha fechada são os zeros do sistema em malha aberta pois

$$\det [B^*(z^{-1})] = \det [B(z^{-1})]$$

conforme demonstrado no apêndice, que é o resultado do teorema.

No caso particular em que o processo apresenta matriz "interactor" diagonal e $\Delta(z^{-1}) = I_p$, a equação (4.71) simplifica-se para

$$P_{MF}(z^{-1}) = B^*(z^{-1}) B_0^{-1} \quad (4.72)$$

Embora o teorema 4.4 tenha sido obtido para um processo modelado segundo a representação "CARIMA", o resultado também é válido para a representação "CARMA".

Um importante resultado dentro da teoria do controle preditivo generalizado para sintonia dos parâmetros de projeto baseia-se no trabalho apresentado por Shah(1987). Shah mostrou que, diferentemente do controlador auto-ajustável multivariável de variância mínima generalizada, que precisa conhecer exatamente a matriz "interactor" para eliminar o acoplamento entre os pares de entrada e saída do processo, o controlador preditivo generalizado não pressupõe o conhecimento da estrutura da matriz "interactor" e sim do máximo atraso envolvido entre as malhas de controle. A

seleção dos parâmetros associados aos horizontes de saída e controle deve então satisfazer a seguinte equação

$$N_Y - N_U \geq d - 1$$

para se eliminar o acoplamento entre os pares de entrada e saída do processo controlado e garantir um comportamento estável em malha fechada.

4.5 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Esta seção apresenta um conjunto de resultados de simulação que ilustram como as regras de sintonia utilizadas na literatura e os resultados demonstrados nos teoremas influenciam no comportamento dos algoritmos de controle preditivo generalizado multivariáveis que foram desenvolvidos nas seções 4.2 e 4.3.

Inicialmente utiliza-se um modelo linear discreto de primeira ordem com duas entradas e duas saídas, caracterizado por uma matriz "interactor" diagonal, para ilustrar os diferentes comportamentos desta lei de controle em função de seus parâmetros de sintonia N_Y , N_U e Γ , como também o tipo de representação do modelo discreto "CARMA" ou "CARIMA" considerado, produzindo-se assim algoritmos de controle preditivo posicional ou incremental.

A seguir, mostra-se que o controlador preditivo generalizado é capaz de assegurar um bom comportamento servo e regulatório para um processo discreto estável e fase não-mínima de segunda ordem com duas entradas e duas saídas e apresentando matriz "interactor" não-diagonal. Neste exemplo de simulação é possível observar que, dependendo de como se seleciona os parâmetros de sintonia, o acoplamento entre as variáveis do processo é eliminado.

4.5.1 DADOS INICIAIS PARA SIMULAÇÃO

As simulações baseiam-se em processos lineares discretos representados na forma "CARMA" ou "CARIMA" com os algoritmos de controle preditivo generalizado multivariáveis implementados com o procedimento indireto e o método iterativo para previsão da saída do processo, conforme mostrado no capítulo 2.

A identificação dos modelos discretos, representados segundo as equações (2.1) e (2.90), considerando-se $C(z^{-1}) = I_p$ e $v(t) = 0$, é realizada através do estimador dos mínimos quadrados recursivo com valor inicial do estimador $e(0) = 0$, matriz de covariância inicial do estimador igual a $P(0) = 1000 I_r$ e com fator de esquecimento, $\lambda = 1$. Maiores detalhes deste estimador podem ser encontrados em (Amaral, 1980).

Os sinais de referência são do tipo quadrado com amplitudes e períodos diferentes. A duração de cada simulação está fixado em 200 e 100 períodos de amostragem para o exemplo 1 e 2, respectivamente. A perturbação estocástica que intervém em cada saída dos processos discretos é do tipo branca com média zero e matriz de covariância Σ . Os resultados numéricos são apresentados em termos da variância dos sinais de saída e são calculadas de acordo com a seguinte equação :

$$V_i = E\left\{[y_i(t) - y_{ri}(t)]^2\right\} = \frac{1}{100} \sum_{t=101}^{200} [y_i(t) - y_{ri}(t)]^2, \quad i \in [1, p]$$

Para cada simulação apresenta-se tanto o comportamento do controle como da saída do modelo discreto em malha fechada.

4.5.2 CONTROLE DE UM PROCESSO COM MATRIZ "INTERACTOR" DIAGONAL

Neste exemplo de simulação procura-se mostrar a influência dos parâmetros de sintonia ; horizonte de saída (NY), horizonte do controle (NU) e ponderação do controle (Γ) no comportamento do controle preditivo em um processo com

representação "CARMA" e "CARIMA".

Seja o processo discreto de primeira ordem onde o número de entradas é igual ao número de saídas, $p = m = 2$, e descrito pela seguinte equação a diferenças :

$$\left[I_2 + A_1 z^{-1} \right] y(t) = z^{-1} \left[B_0 + B_1 z^{-1} \right] u(t) + e(t) / \nabla(z^{-1})$$

onde

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,4 & -0,5 \\ 0,5 & -0,9 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0,3 & 0 \\ 0 & 0,4 \end{bmatrix}$$

$$\nabla(z^{-1}) = \begin{cases} I_2 & , \text{ se modelo "CARMA"} \\ (1-z^{-1})I_2 & , \text{ se modelo "CARIMA"} \end{cases}$$

Os sinais de referência y_{r1} e y_{r2} são ondas quadradas e assumem amplitudes 1 e 2 de períodos 80 e 140, respectivamente. A matriz de covariância do ruído é $\Sigma = 0,05I_2$. O processo apresenta dois polos em 0,88 e 0,16, dois zeros em 0,3 e -0,4, o que caracteriza um sistema estável de fase mínima, e matriz "interactor" dada por zI_2 .

Da tabela 4.4 e 4.5 é possível identificar para os valores de sintonia de NY, NU e $\Gamma = \gamma_0 I_{NU}$ os resultados relativos as saídas e controles. O índice 1 representa a componente da saída e controle do modelo de malha fechada. Estes resultados são referentes a representação "CARMA". Para o modelo discreto "CARIMA" resume-se nas tabelas 4.6 e 4.7 o conjunto de simulações realizadas.

figura	NY	NU	γ_0	i	V
4.3	4	1	0	1	0,6580
	4	1	0	2	0,5030
4.4	4	2	0	1	0,1822
	4	2	0	2	0,2714
4.5	4	3	0	1	0,0172
	4	3	0	2	0,0536
4.6	4	4	0	1	0,0114
	4	4	0	2	0,0515
4.7	4	1	1	1	0,9384
	4	1	1	2	0,3402
4.8	4	2	1	1	0,7162
	4	2	1	2	0,1856
4.9	4	3	1	1	0,7099
	4	3	1	2	0,1504
4.10	4	4	1	1	0,7047
	4	4	1	2	0,1448

TABELA 4.4

Saídas do modelo "CARMA" em malha fechada

figura	NY	NU	γ_0	i
4.11	4	1	0	1
	4	1	0	2
4.12	4	2	0	1
	4	2	0	2
4.13	4	3	0	1
	4	3	0	2
4.14	4	4	0	1
	4	4	0	2
4.15	4	1	1	1
	4	1	1	2
4.16	4	2	1	1
	4	2	1	2
4.17	4	3	1	1
	4	3	1	2
4.18	4	4	1	1
	4	4	1	2

TABELA 4.5

Controles do modelo "CARMA" em malha fechada

figura	NY	NU	γ_0	i	V
4.19	4	1	0	1	0,0910
	4	1	0	2	0,1576
4.20	4	2	0	1	0,0366
	4	2	0	2	0,0847
4.21	4	3	0	1	0,0161
	4	3	0	2	0,0593
4.22	4	4	0	1	0,0131
	4	4	0	2	0,0540
4.23	4	1	4	1	0,0527
	4	1	4	2	0,1443
4.24	4	2	4	1	0,0425
	4	2	4	2	0,0710
4.25	4	3	4	1	0,0388
	4	3	4	2	0,0690
4.26	4	4	4	1	0,0393
	4	4	4	2	0,0696

TABELA 4.6

Saídas do modelo "CARIMA" em malha fechada

figura	NY	NU	γ_0	i
4.27	4	1	0	1
	4	1	0	2
4.28	4	2	0	1
	4	2	0	2
4.29	4	3	0	1
	4	3	0	2
4.30	4	4	0	1
	4	4	0	2
4.31	4	1	4	1
	4	1	4	2
4.32	4	2	4	1
	4	2	4	2
4.33	4	3	4	1
	4	3	4	2
4.34	4	4	4	1
	4	4	4	2

TABELA 4.7

Controles do modelo "CARIMA" em malha fechada

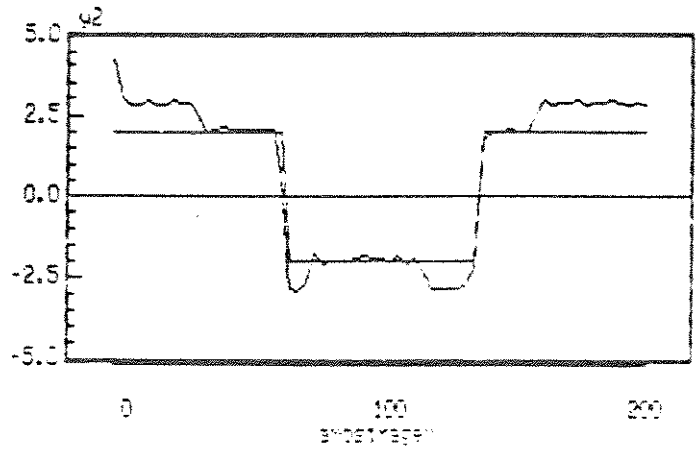
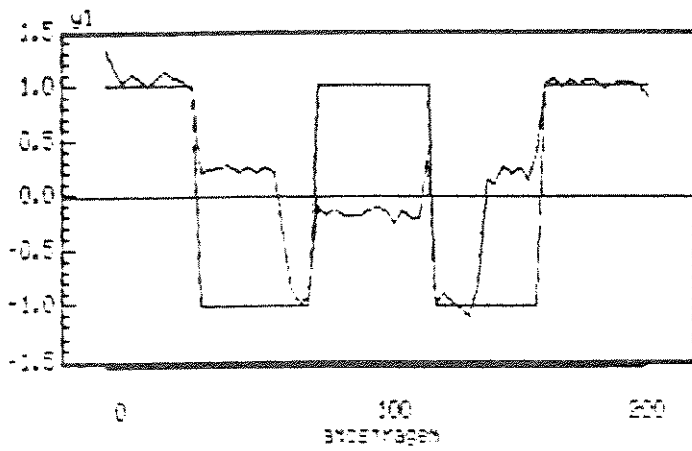


FIGURA 4.3
Saídas em malha fechada

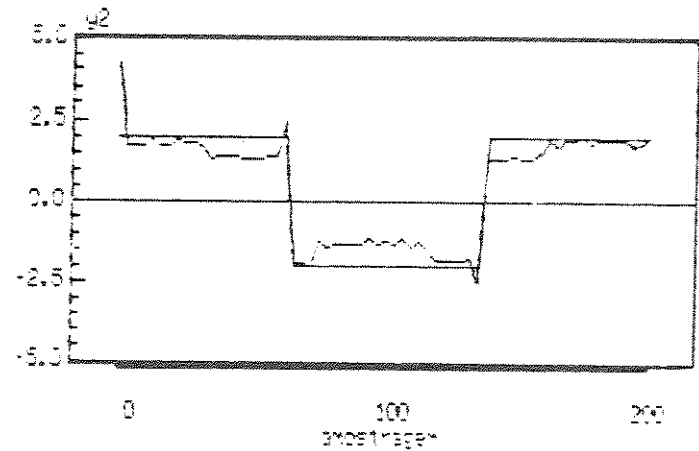
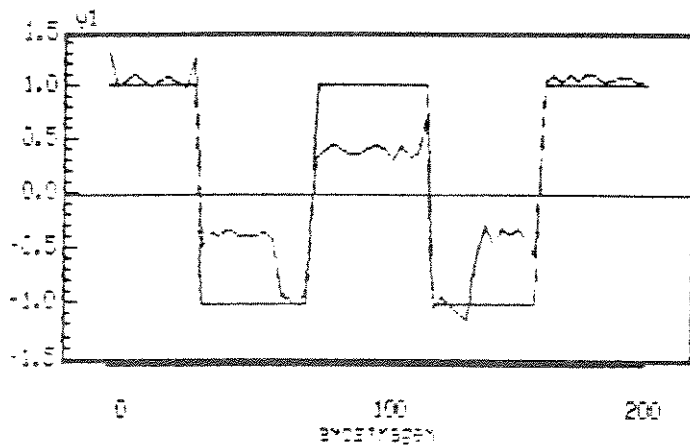


FIGURA 4.4
Saídas em malha fechada

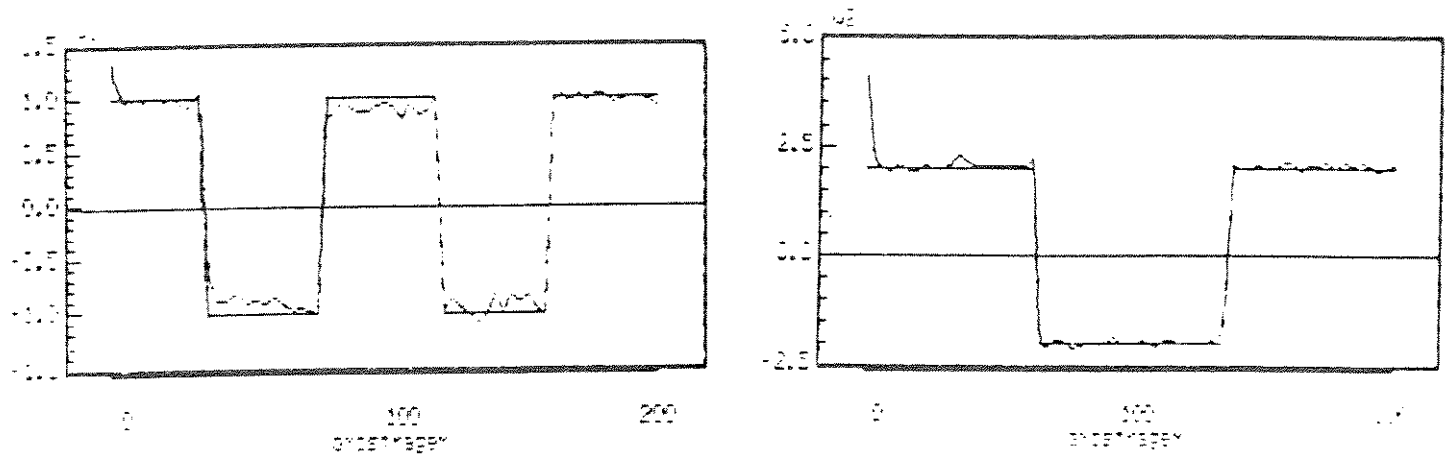


FIGURA 4.5
Saídas em malha fechada

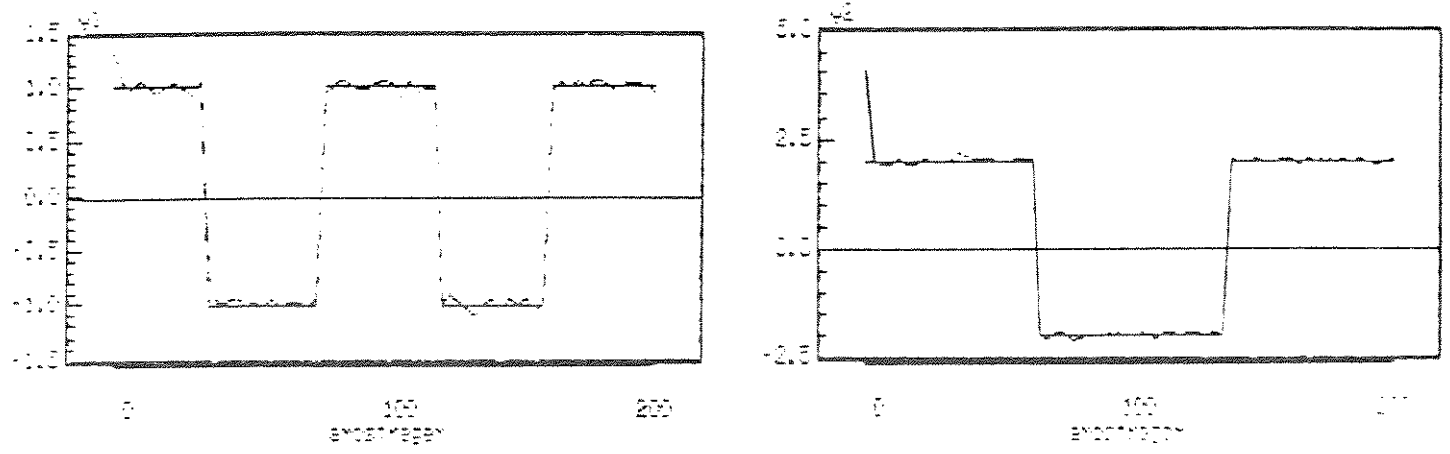


FIGURA 4.6
Saídas em malha fechada

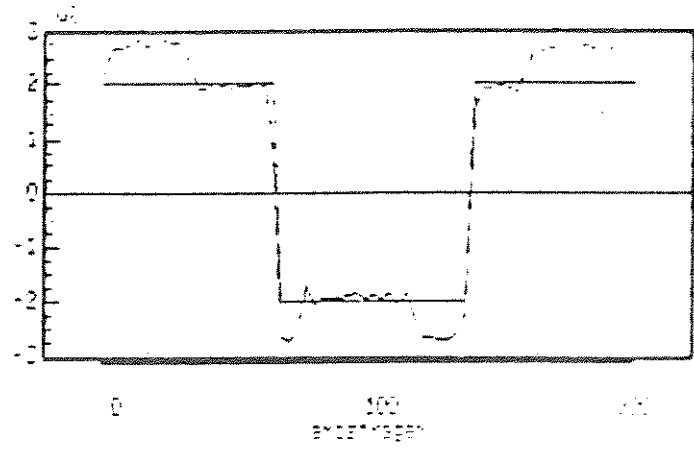
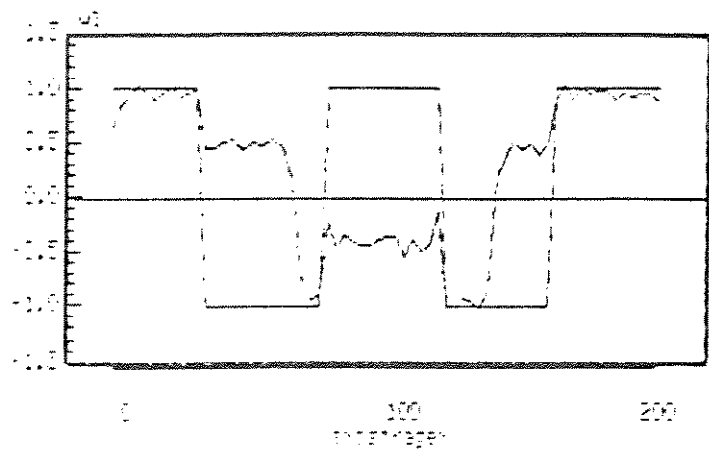


FIGURA 4.7
Saídas em malha fechada

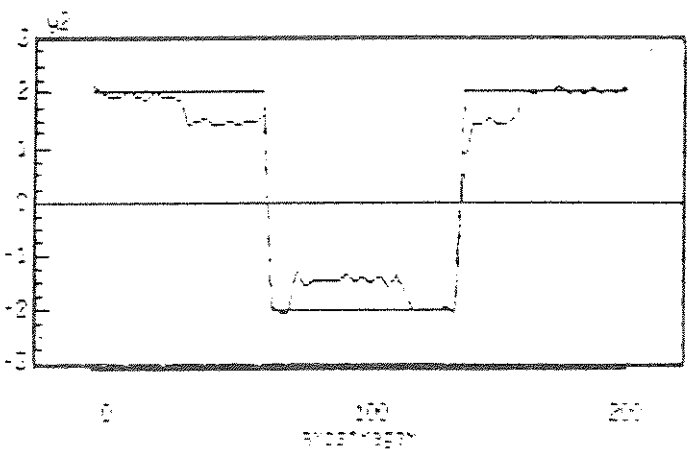
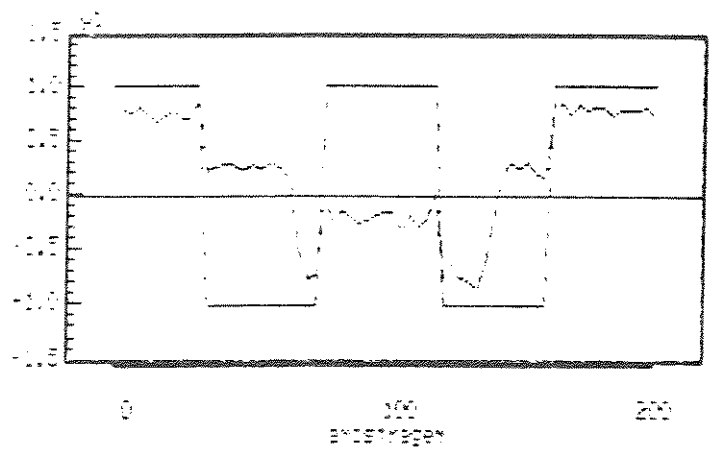


FIGURA 4.8
Saídas em malha fechada

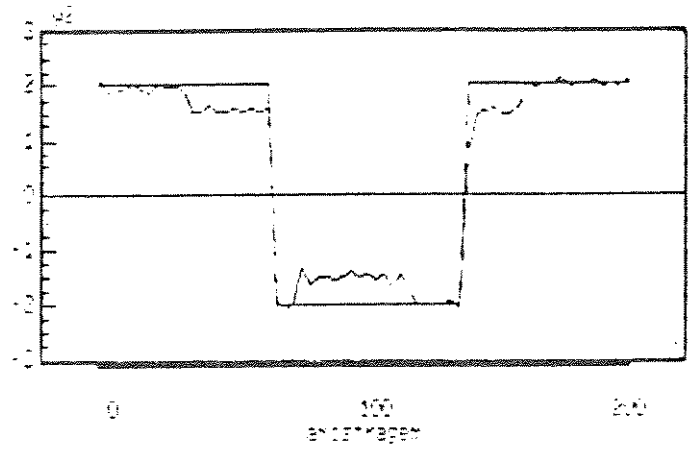
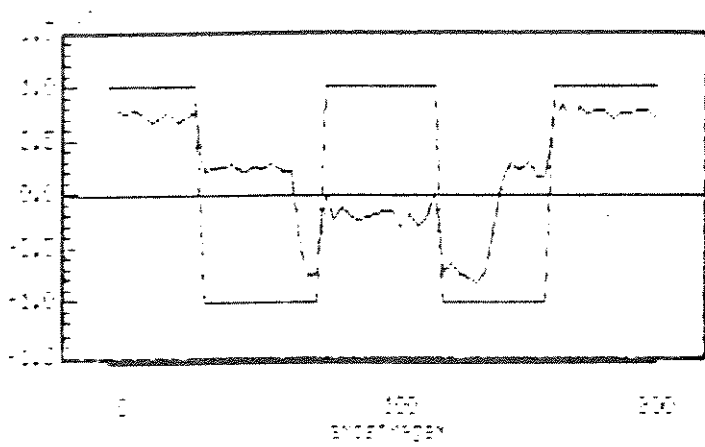


FIGURA 4.9
Saídas em malha fechada

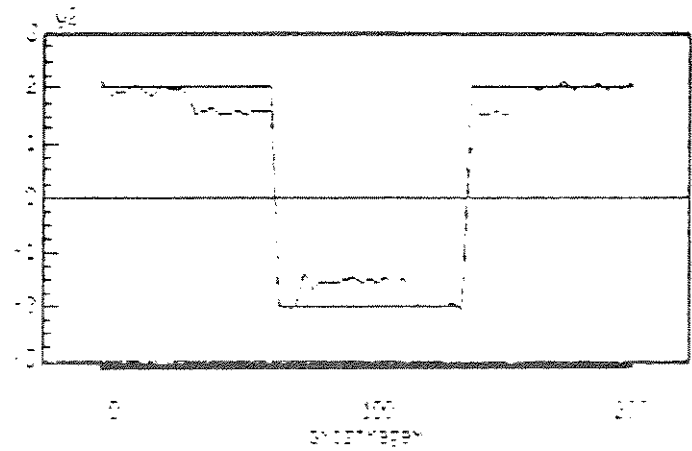
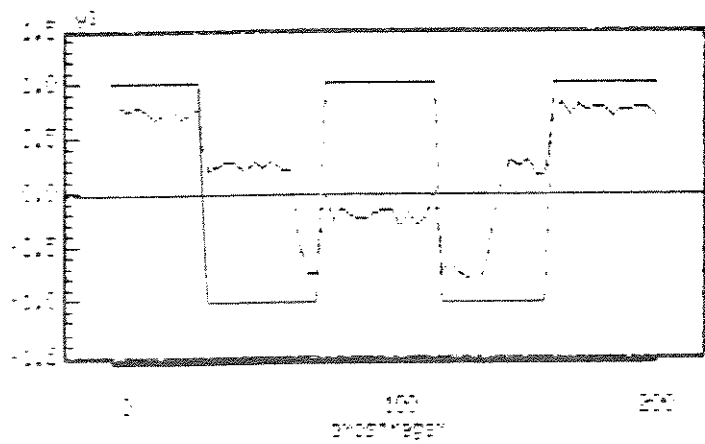


FIGURA 4.10
Saídas em malha fechada

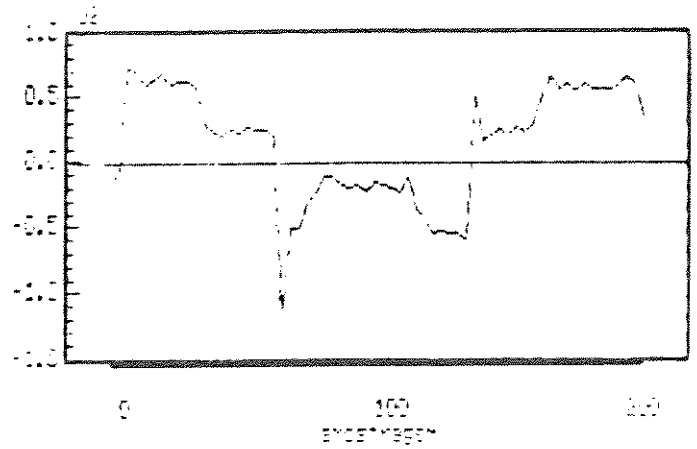
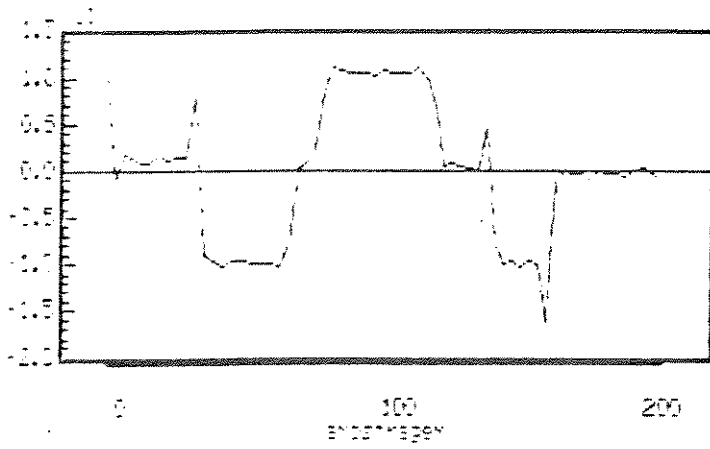


FIGURA 4.11
 Controles em malha fechada

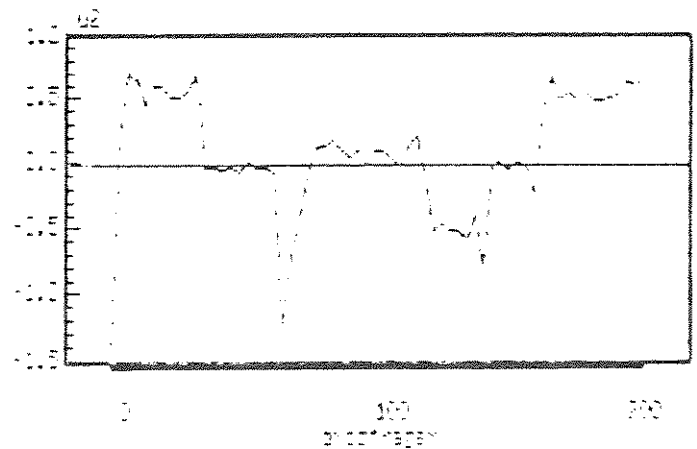
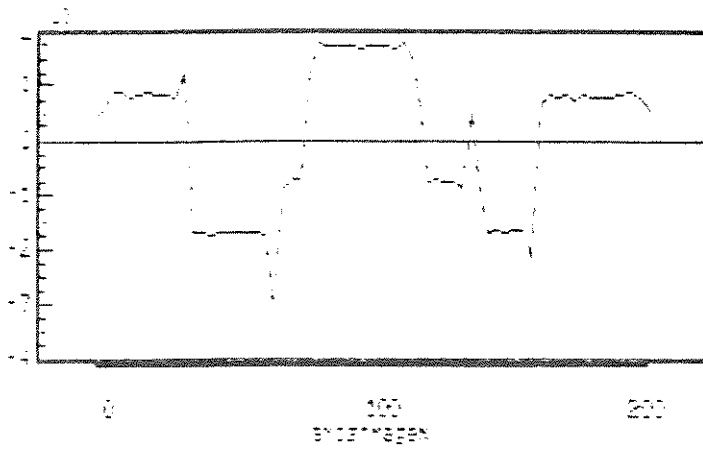


FIGURA 4.12
 Controles em malha fechada

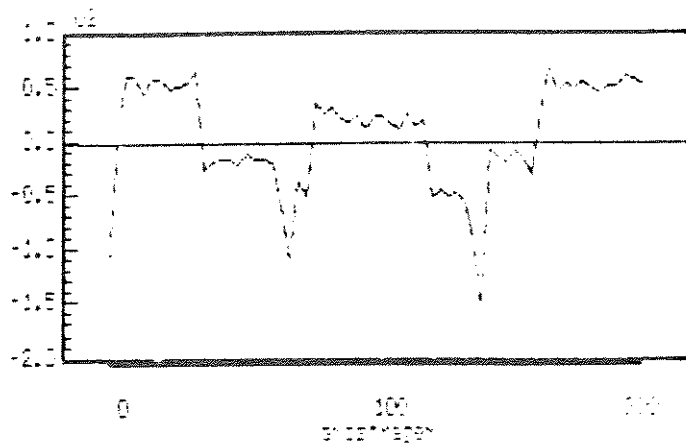
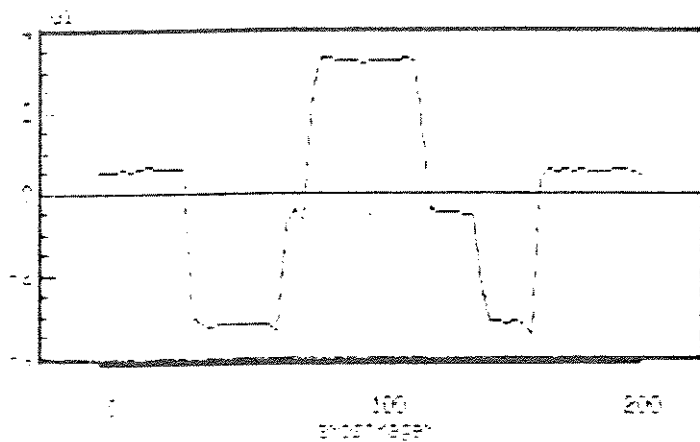


FIGURA 4.13
Controles em malha fechada

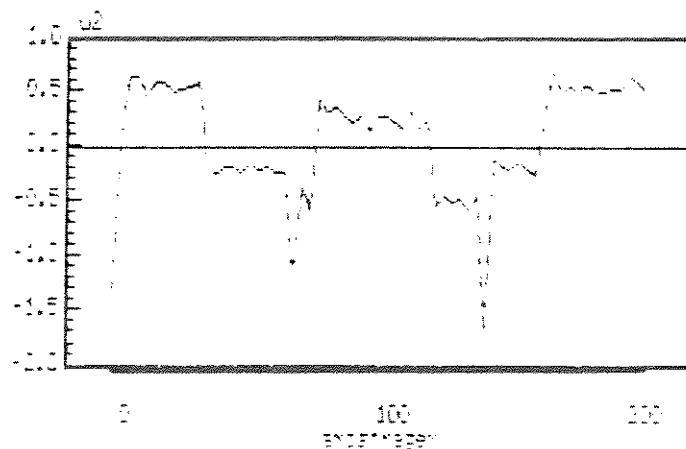
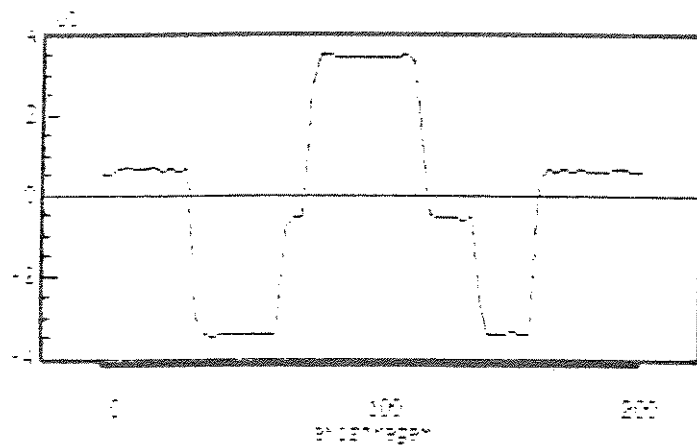


FIGURA 4.14
Controles em malha fechada

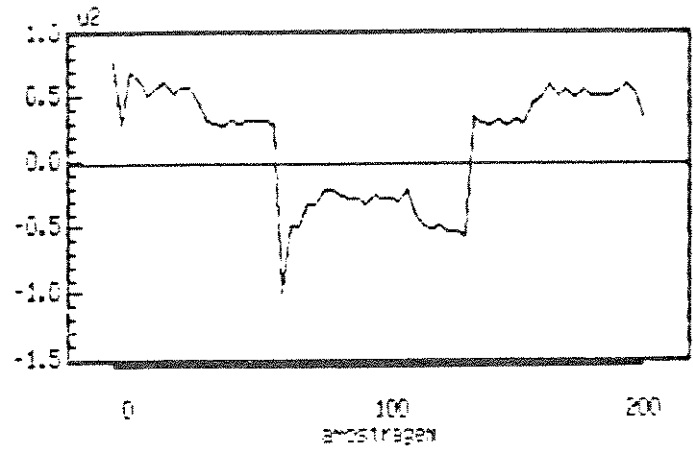
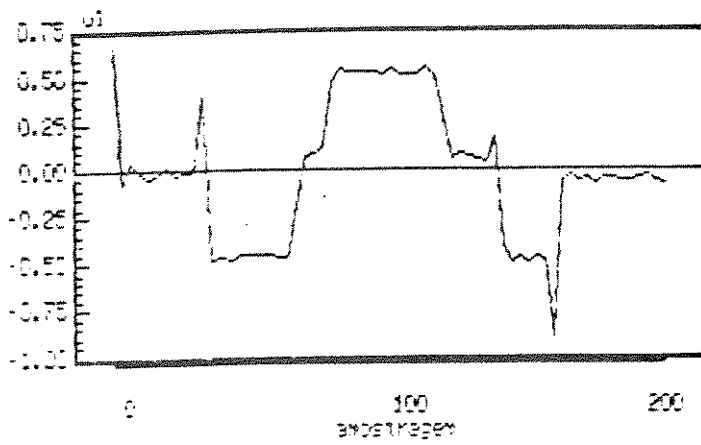


FIGURA 4.15
Controles em malha fechada

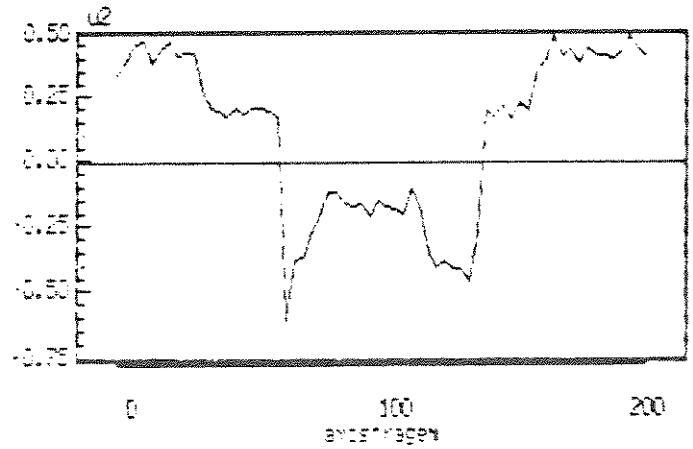
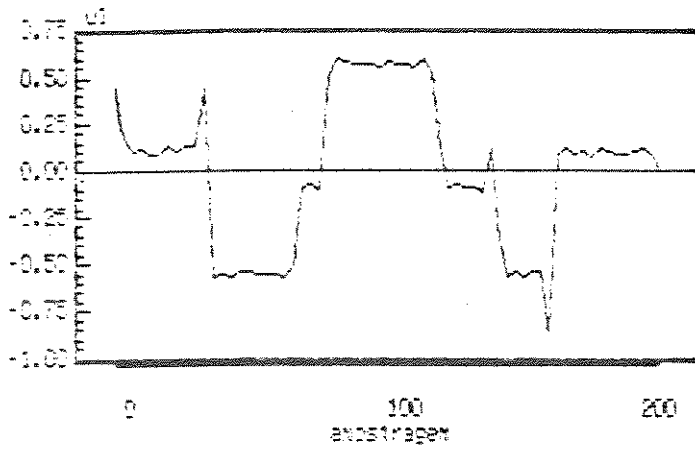


FIGURA 4.16
Controles em malha fechada

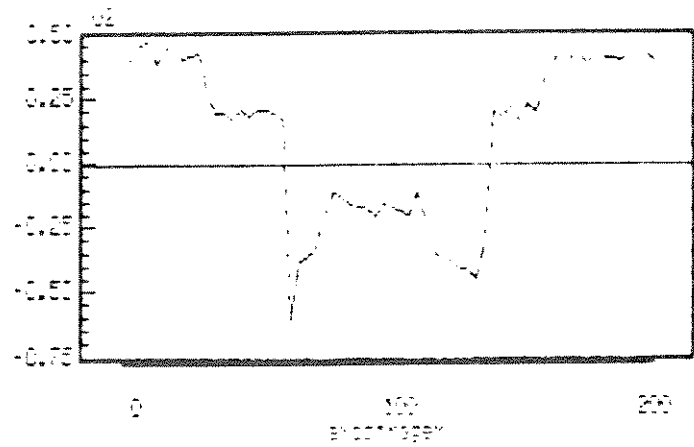
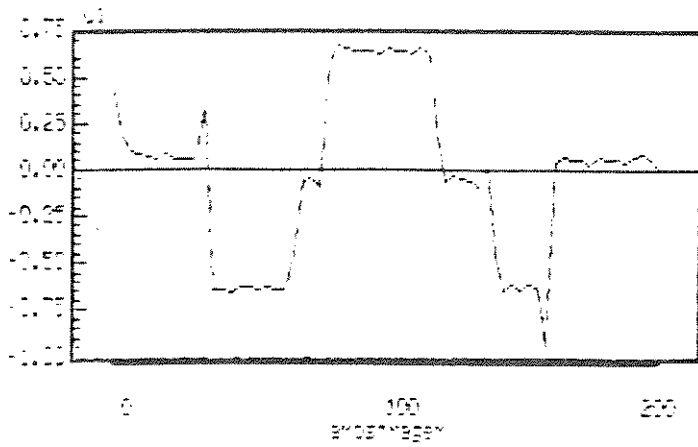


FIGURA 4.17
 Controles em malha fechada

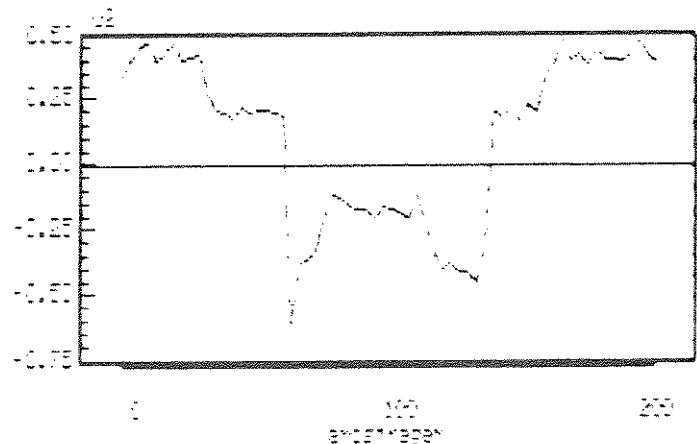
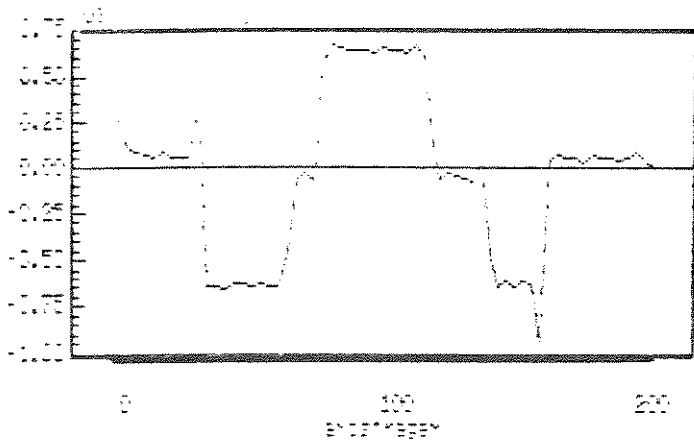


FIGURA 4.18
 Controles em malha fechada

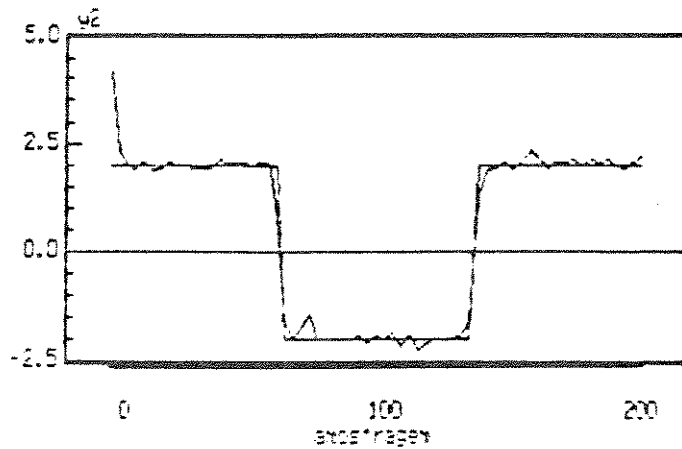
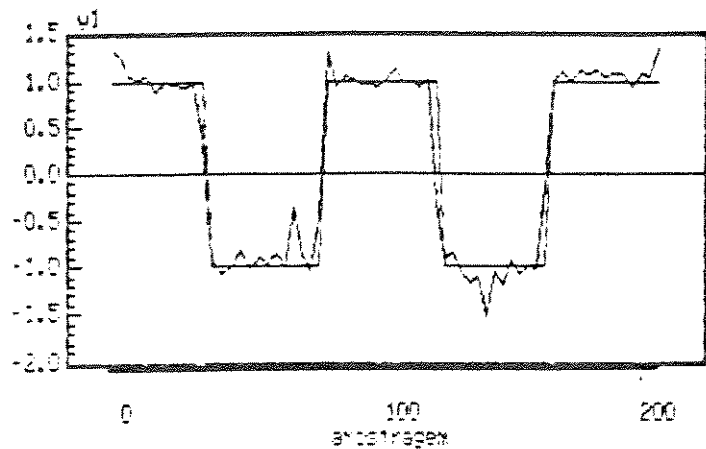


FIGURA 4.19
Saídas em malha fechada

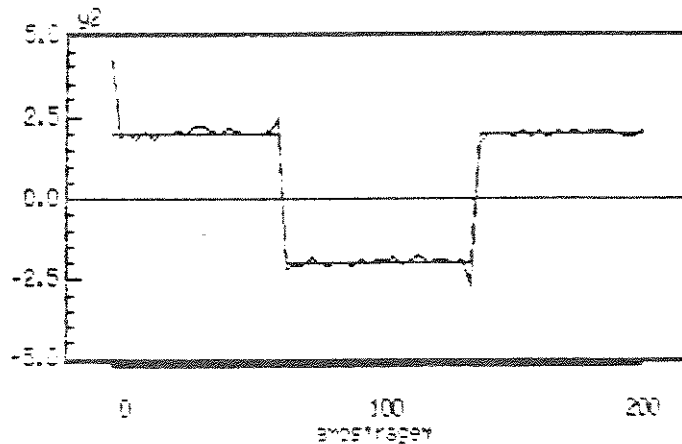
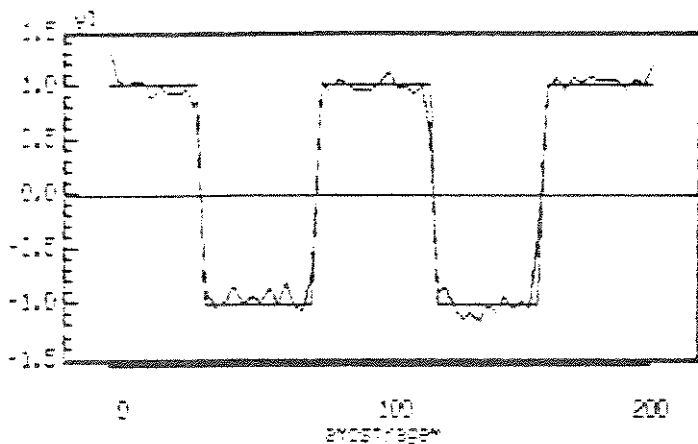


FIGURA 4.20
Saídas em malha fechada

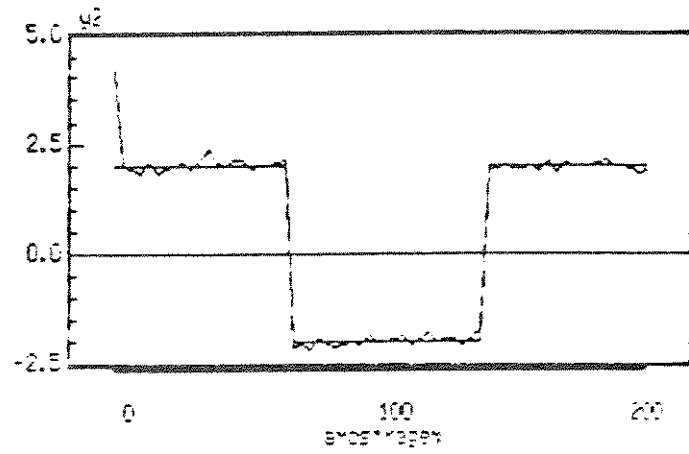
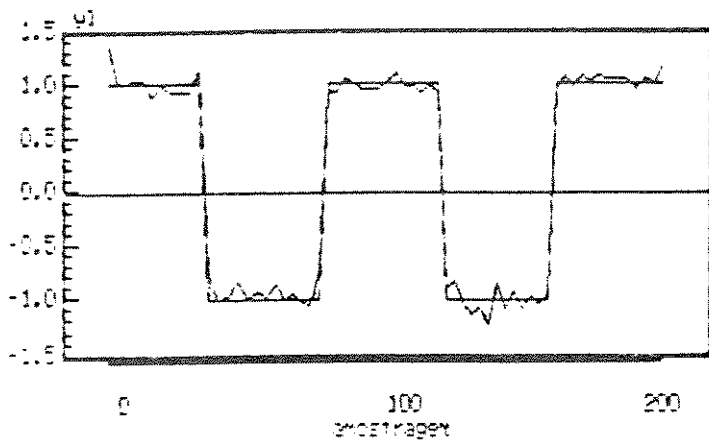


FIGURA 4.21
Saídas em malha fechada

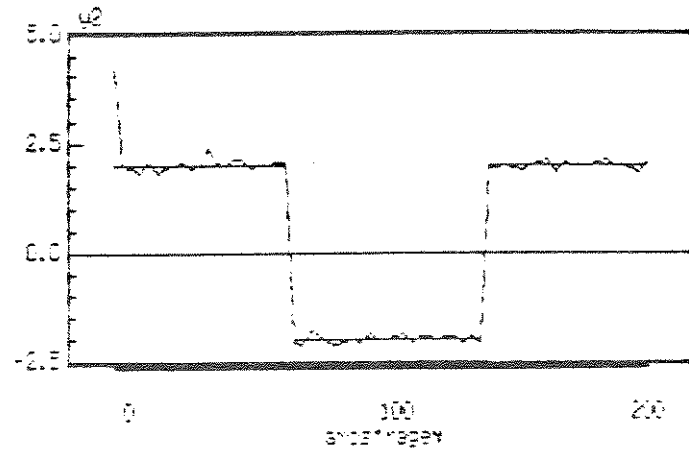
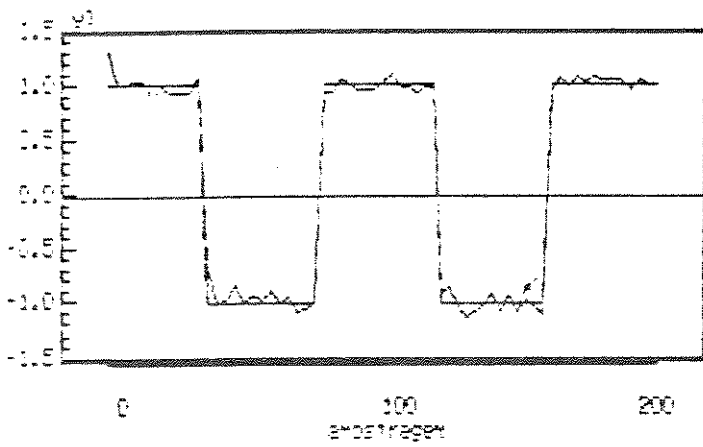


FIGURA 4.22
Saídas em malha fechada

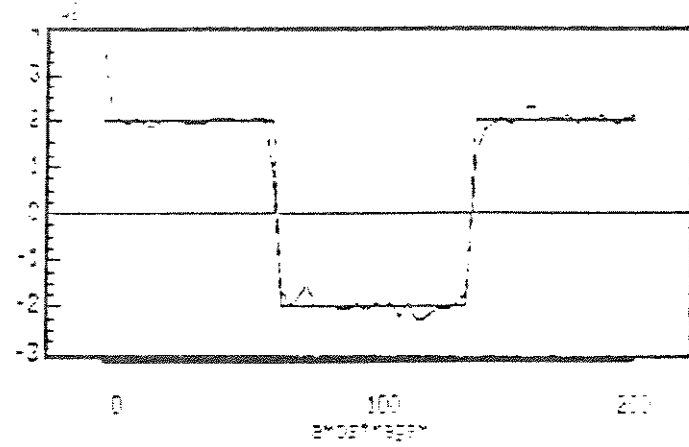
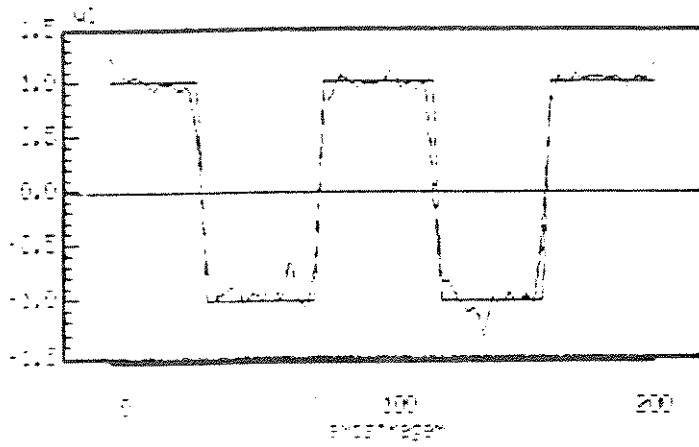


FIGURA 4.23
Saídas em malha fechada

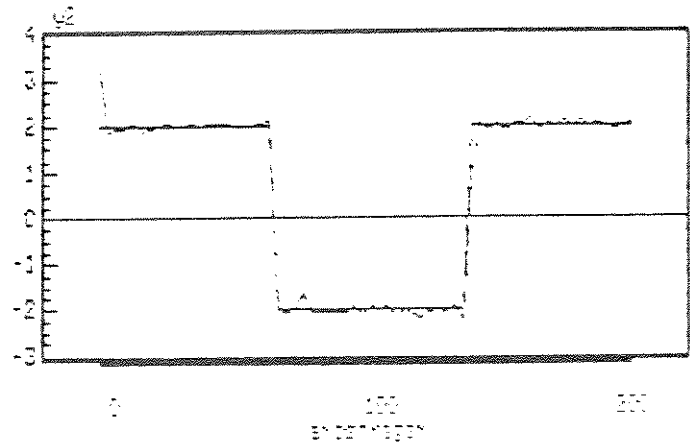
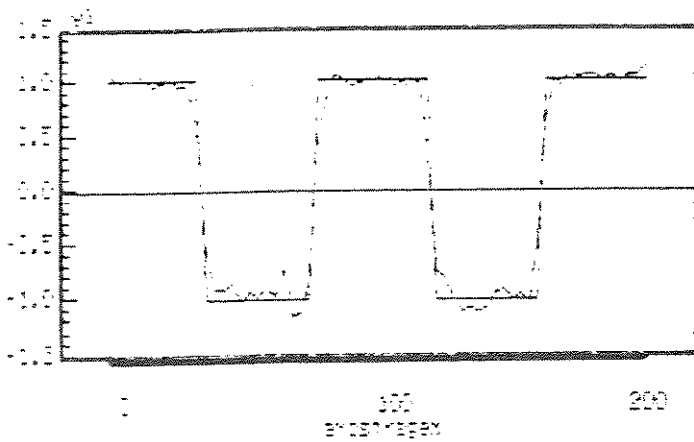


FIGURA 4.24
Saídas em malha fechada

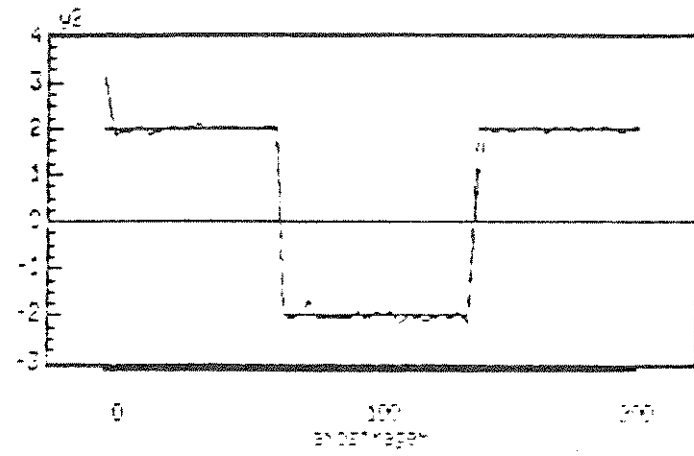
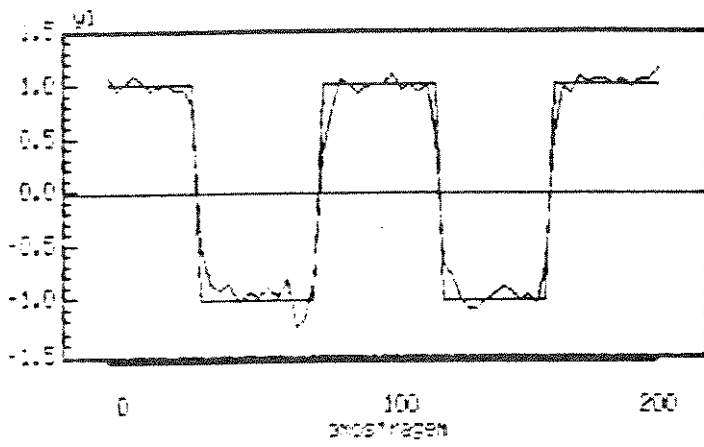


FIGURA 4.25
Saídas em malha fechada

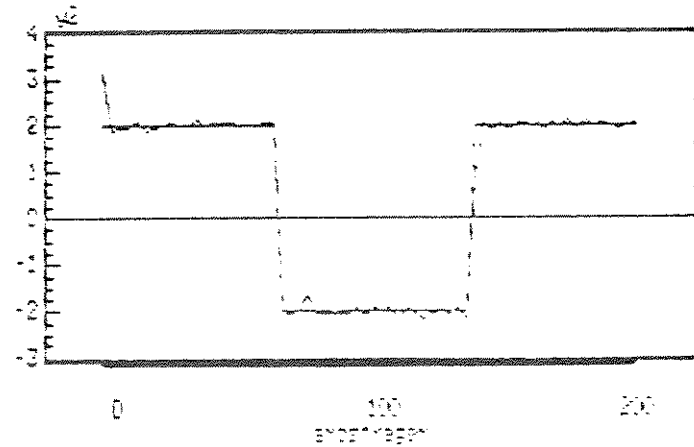
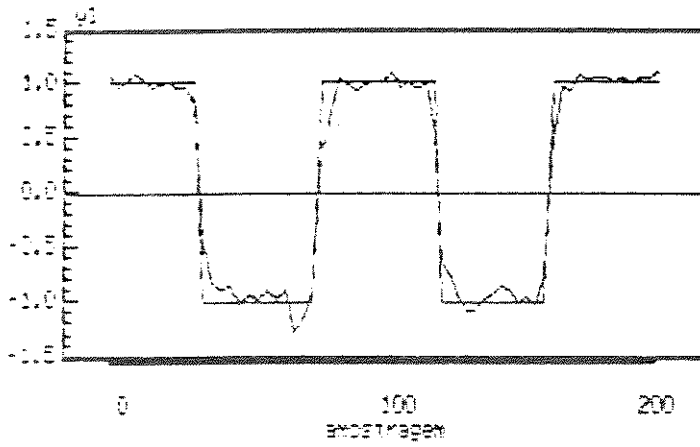


FIGURA 4.26
Saídas em malha fechada

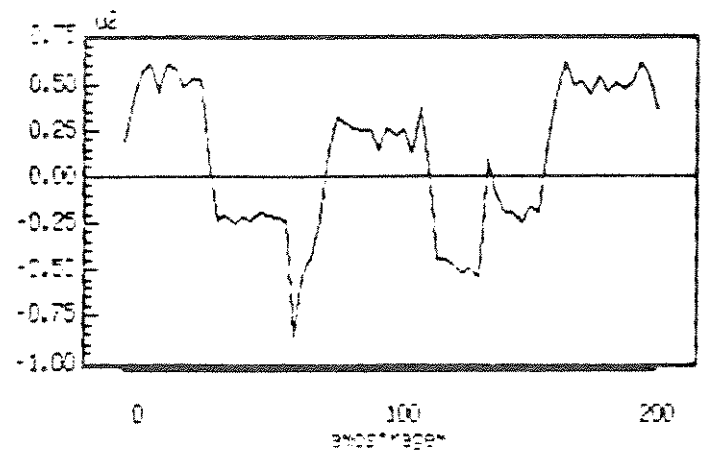
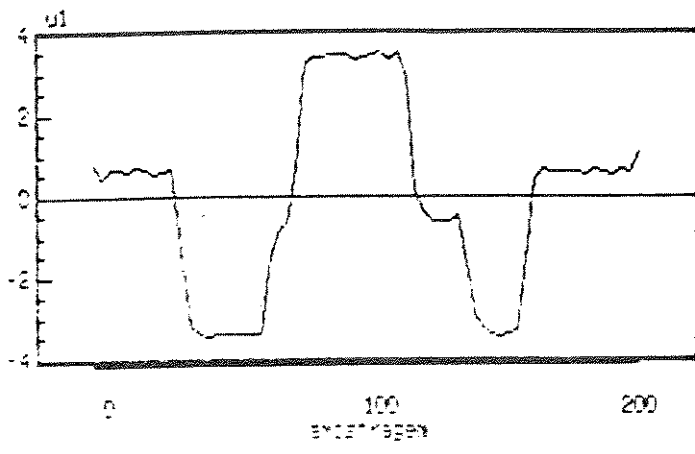


FIGURA 4.27
Controles em malha fechada

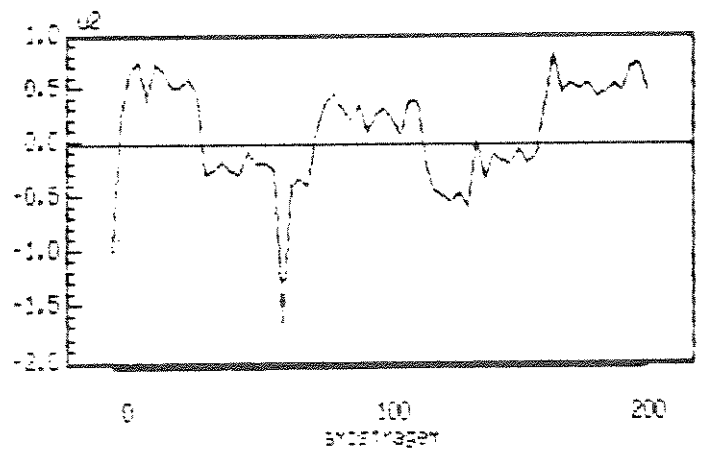
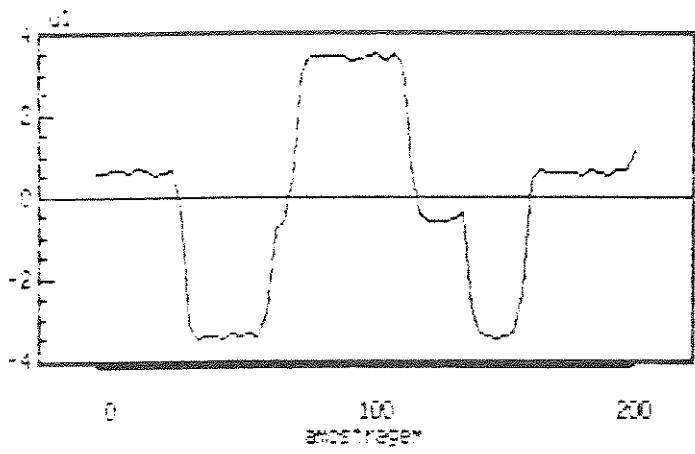


FIGURA 4.28
Controles em malha fechada

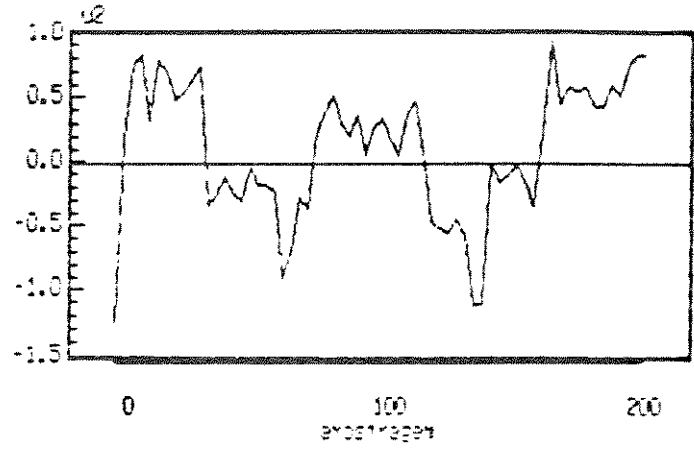
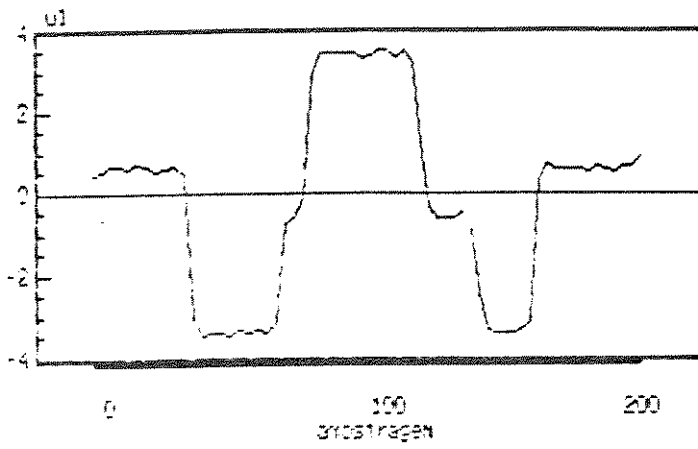


FIGURA 4.29
Controles em malha fechada

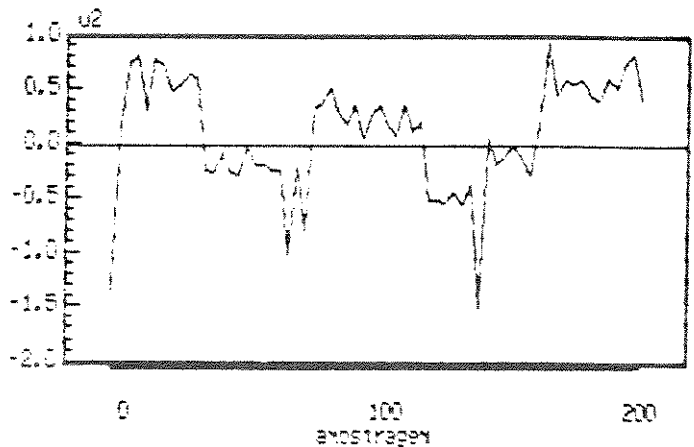
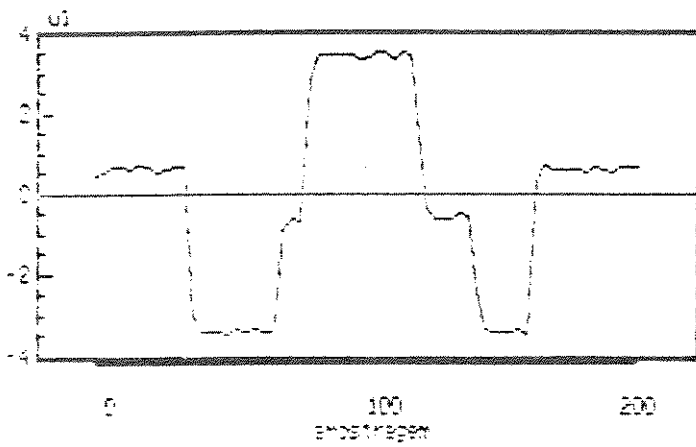


FIGURA 4.30
Controles em malha fechada

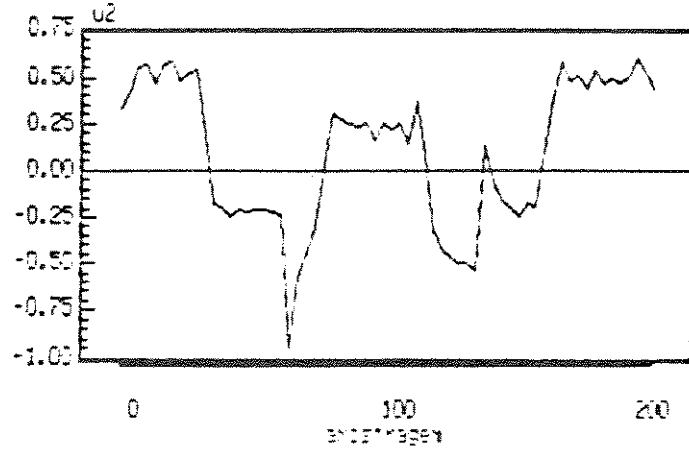
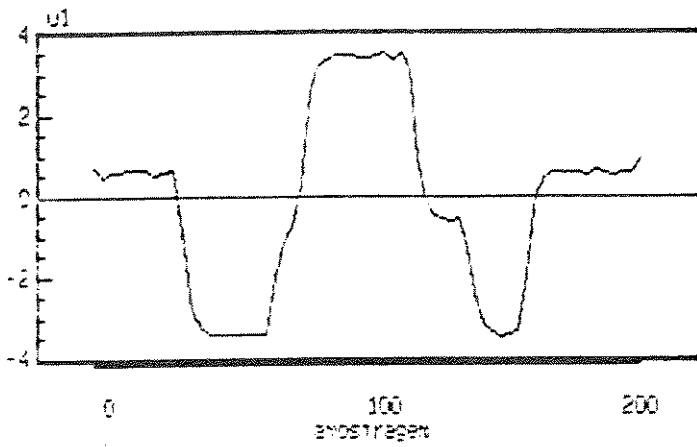


FIGURA 4.31
Controles em malha fechada

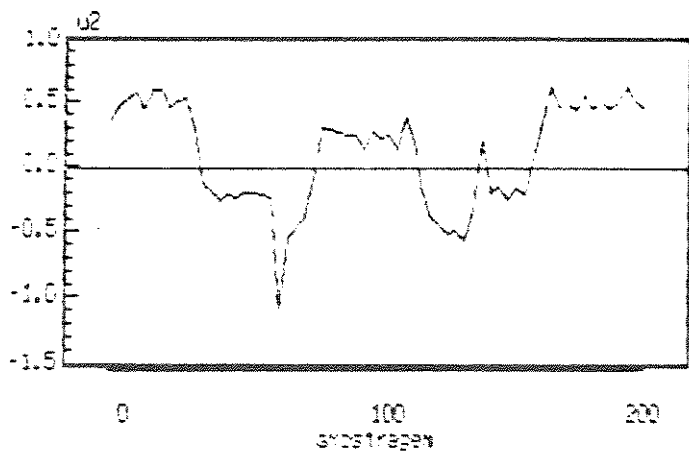
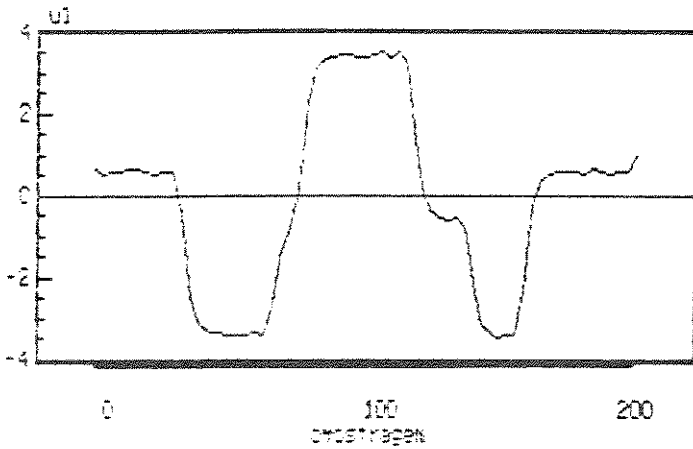


FIGURA 4.32
Controles em malha fechada

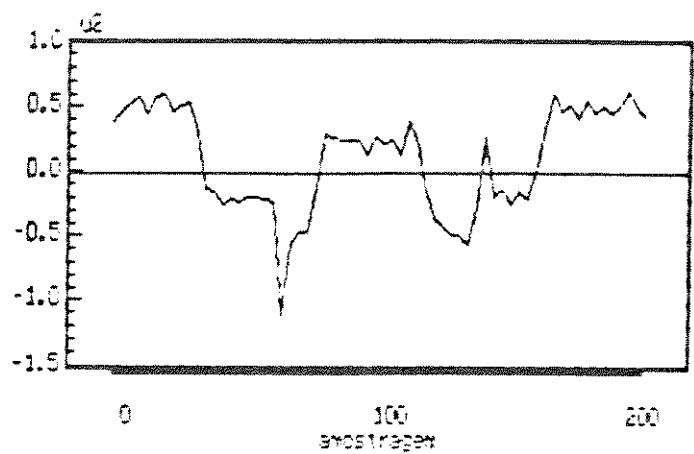
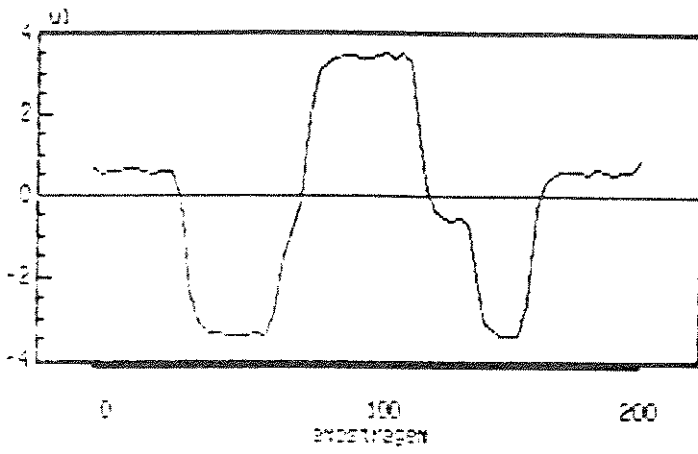


FIGURA 4.33
Controles em malha fechada

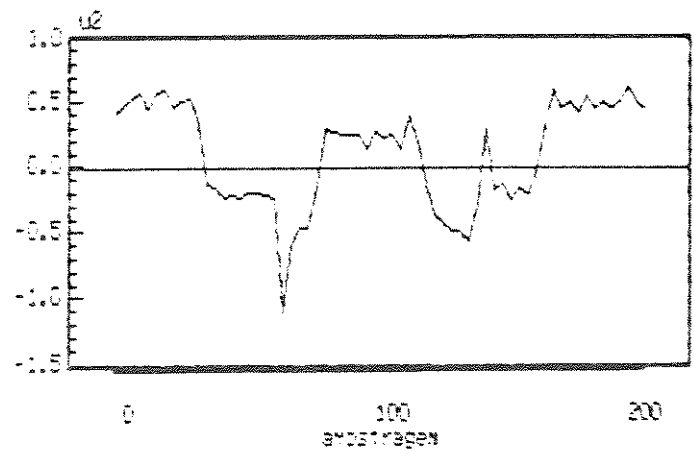
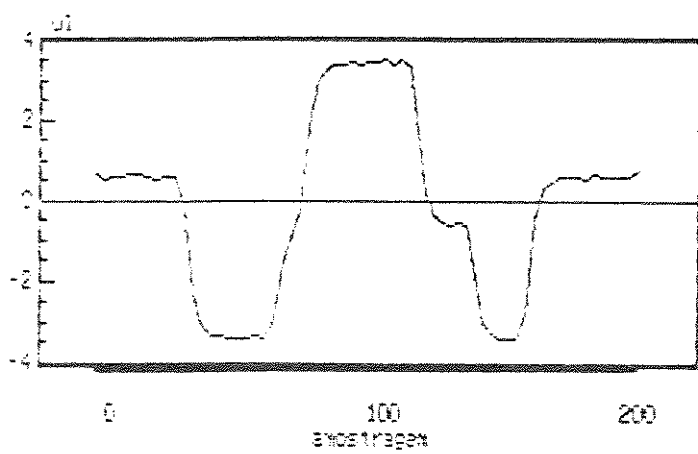


FIGURA 4.34
Controles em malha fechada

As matrizes de ponderação $\Delta(z^{-1})$ e $\Lambda(z^{-1})$ relacionadas na equação (4.3) assumem os valores

$$\Delta(z^{-1}) = \Lambda(z^{-1}) = I_2$$

O valor do horizonte de controle, NU, foi inicialmente ajustado para 1 e subsequentemente modificado para 2, 3 e 4. As figuras mostram que o melhor comportamento em malha fechada é obtido quando $NU \rightarrow NY$, tanto para o algoritmo preditivo posicional como para o algoritmo preditivo incremental.

A medida que $NU \rightarrow NY$ os algoritmos de controle apresentam um maior esforço computacional, da ordem de 3 vezes maior do que para o caso de $NU = 1$.

A alteração de NU de 3 para 4 nos algoritmos de controle não tem um efeito significativo sobre o sinal de controle ou na resposta em malha fechada, uma vez que suas variâncias ficam praticamente inalteradas. Assim, levando-se em consideração o aspecto precisão e tempo computacional, o par $(NY, NU) = (4, 3)$ pode ser sintonizado com estes valores.

O controle preditivo generalizado posicional tem a capacidade de eliminar o erro de regime entre a saída do processo e a referência quando $NU \rightarrow NY$ com um aumento do esforço computacional. O controle preditivo generalizado incremental, por outro lado, proporciona um erro de regime nulo com $NU = 1$, o que reduz consideravelmente o tempo computacional envolvido no algoritmo.

A utilização de uma ponderação de controle $\gamma_0 \neq 0$ fornece uma lei de controle menos abrupta e conseqüentemente produz oscilações e erro de regime nas variáveis controladas para o algoritmo posicional.

4.5.3 CONTROLE DE UM PROCESSO COM MATRIZ "INTERACTOR" NÃO-DIAGONAL

Considere agora o processo linear discreto de segunda ordem onde o número de entradas é igual ao número de saídas, $p = m = 2$, e descrito pela seguinte equação a diferenças :

$$\left[I_2 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} \right] y(t) = z^{-1} \left[B_0 + B_1 z^{-1} \right] u(t) + e(t) / \nabla(z^{-1})$$

onde

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,8 & 0 \\ 0,0 & -1,1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0,07 & 0 \\ 0,0 & 0,18 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,7 \\ -0,9 & -0,2 \end{bmatrix}$$

$$\nabla(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) I_2$$

Os sinais de referência y_{r1} e y_{r2} são ondas quadradas de amplitudes 1 e 2 e com períodos de 40 e 70, respectivamente. A matriz de covariância do ruído é $\Sigma = 0,05 I_2$. O processo é estável, polos em -0,1, -0,7, 0,9, 0,2, de fase não-mínima, zero em -6,0976 e matriz "interactor" dada por

$$\{C(z)\} = \begin{bmatrix} z & 0 \\ -z^2 & z^2 \end{bmatrix}$$

As simulações do sistema em malha fechada são apresentadas na tabela 4.8 e 4.9. Através desta tabela é possível identificar os horizontes de saída e controle bem como o valor da matriz de ponderação do controle $\Gamma(z^{-1}) = \gamma_0 I_{NU}$. As figuras associam os sinais de saída e entrada do processo controlado. As matrizes de ponderação $\Delta(z^{-1})$ e $\Lambda(z^{-1})$ relacionadas na equação 4.3 são

$$\Delta(z^{-1}) = \Lambda(z^{-1}) = I_2$$

Ambas as saídas y_1 e y_2 rastreiam as referências a medida que o valor de $NU \rightarrow (NY-1)$. Em particular para (4,3) o acoplamento entre as saídas praticamente desaparece.

A escolha de $NY = NU$, com $\Gamma = 0$, conduz a um controlador instável conforme o resultado do Teorema 4.4.

Com a introdução da ponderação no controle ($\gamma_0 \neq 0$) para $NY = NU = 4$, uma melhora significativa na saída do sistema controlado é obtida em comparação com o caso $\gamma_0 = 0$ para o qual o controlador é instável.

Os resultados de simulação apresentados nas tabelas (4.10) e (4.11) são relativos ao controle preditivo generalizado com a utilização da matriz "interactor" no procedimento de projeto. Destes resultados verifica-se que não é de grande importância o conhecimento da matriz "interactor" neste algoritmo de controle. Portanto para se diminuir o esforço computacional deste controlador deve-se implementá-lo selecionando-se seus parâmetros de sintonia de acordo com o procedimento de Shah(1987) de forma que a partir destes valores, devidamente selecionados, o controle preditivo generalizado elimina o acoplamento entre os pares de entrada e saída e proporciona um comportamento estável ao processo controlado.

figura	NY	NU	γ_0
4.35	4	1	0
4.36	4	2	0
4.37	4	3	0
4.38	4	4	0
4.39	4	4	0,01
4.40	4	4	0,05
4.41	4	4	0,1
4.42	4	4	0,4

TABELA 4.8
Saídas em malha fechada

figura	NY	NU	γ_0
4.43	4	1	0
4.44	4	2	0
4.45	4	3	0
4.46	4	4	0
4.47	4	4	0,01
4.48	4	4	0,05
4.49	4	4	0,1
4.50	4	4	0,4

TABELA 4.9
Controles em malha fechada

figura	NY	NU	γ
4.51	4	2	0
4.52	4	3	0

TABELA 4.10

Saídas em malha fechada

figura	NY	NU	γ
4.53	4	2	0
4.54	4	3	0

TABELA 4.11

Controles em malha fechada

4.6 CONCLUSÃO

Neste capítulo, desenvolveu-se o controlador generalizado multivariável para processos lineares com parâmetros constantes e desconhecidos, modelado por estruturas "CARMA" e "CARIMA". Este tipo de controlador é aplicável a processos simples e complexos que apresentam atraso de tempo variável, ordem dos modelos desconhecidas, polinômios de ordem elevada e outras complexidades, as quais causam dificuldades para as técnicas de controle adaptativo.

O controle preditivo generalizado é uma generalização dos algoritmos de horizonte este e infinito, sendo também uma extensão natural do controle de variância mínima generalizada.

O procedimento de projeto do controle de variância mínima desenvolvido no capítulo anterior para o sistema linear discreto multivariável com atraso de tempo pode ser visto como um caso particular do

tivo
com
mas
olar
orte
veis
tras

ente
DMC"
de

ável
esso
cido
tivo

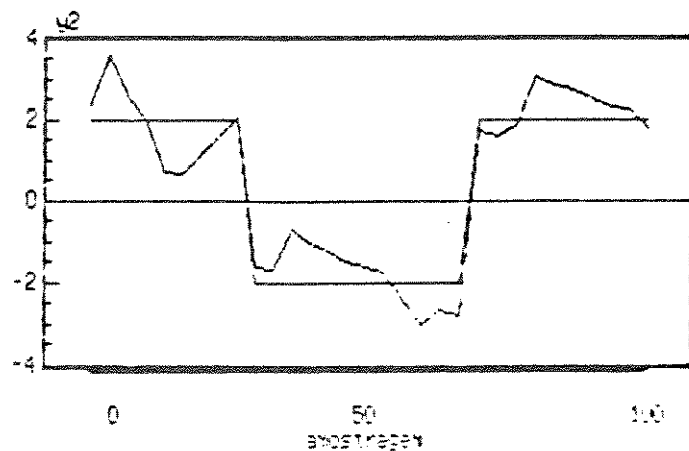
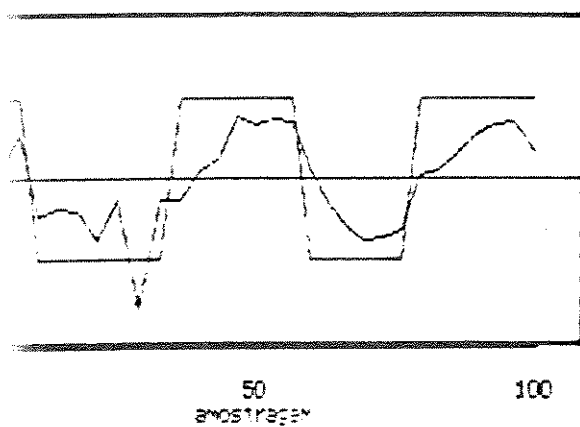


FIGURA 4.35
Saídas em malha fechada

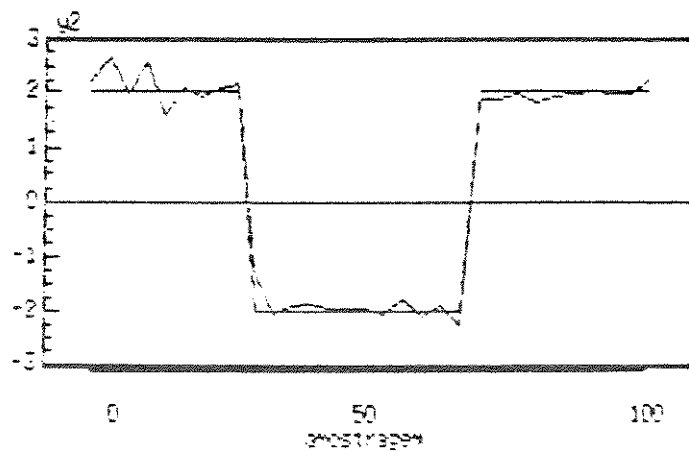
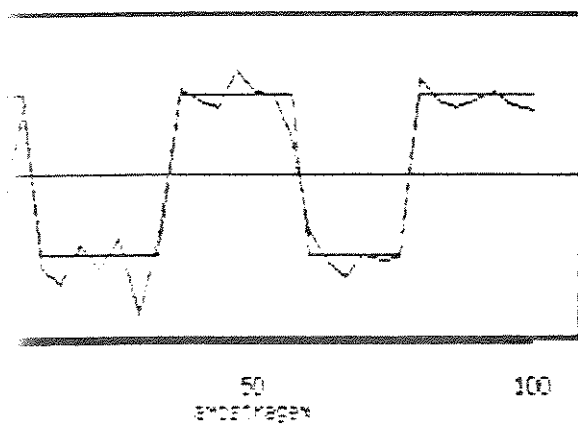


FIGURA 4.36
Saídas em malha fechada

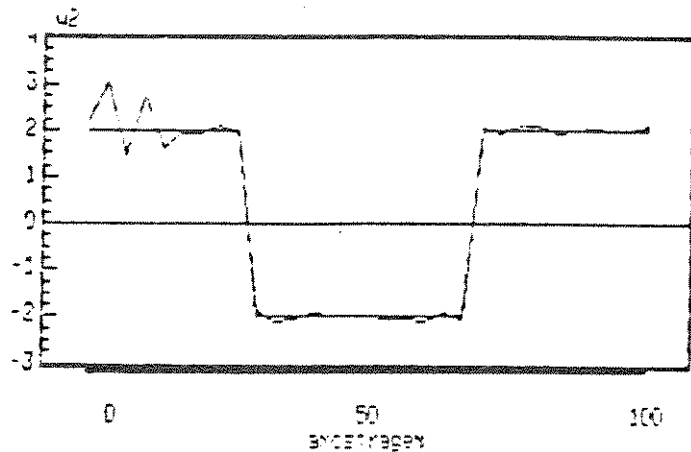
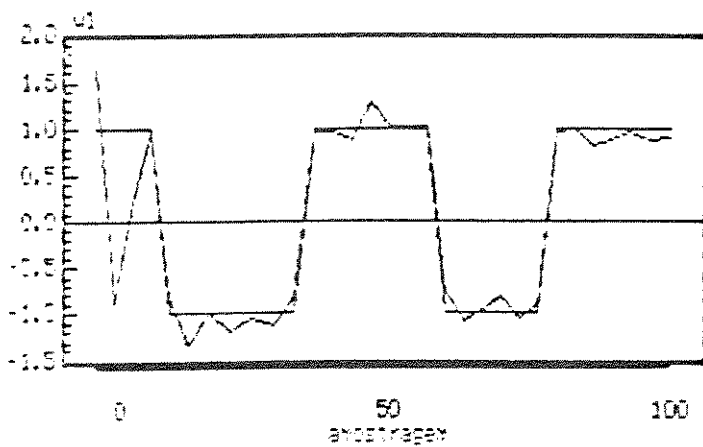


FIGURA 4.37
Saídas em malha fechada

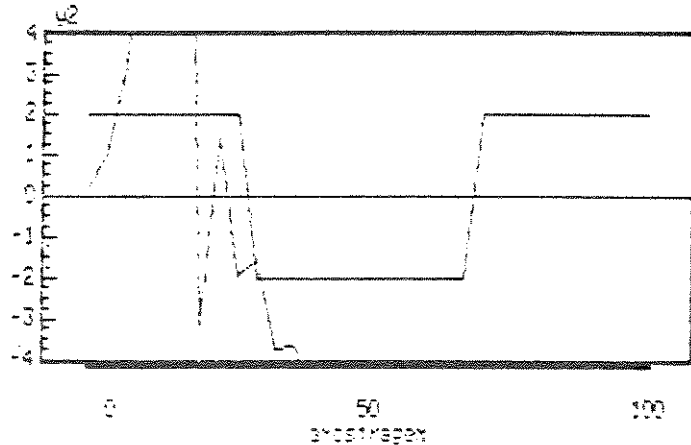
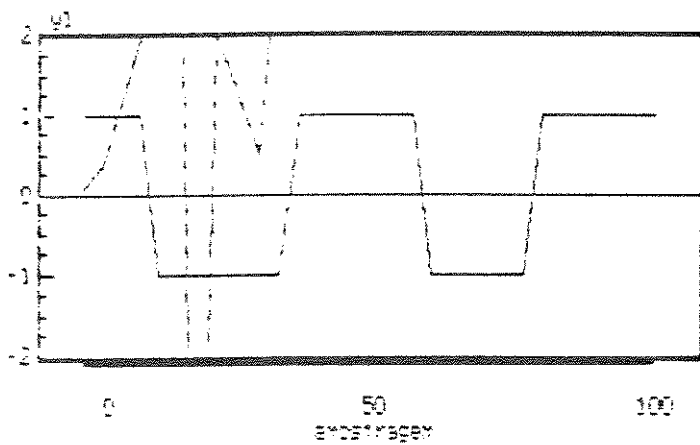


FIGURA 4.38
Saídas em malha fechada

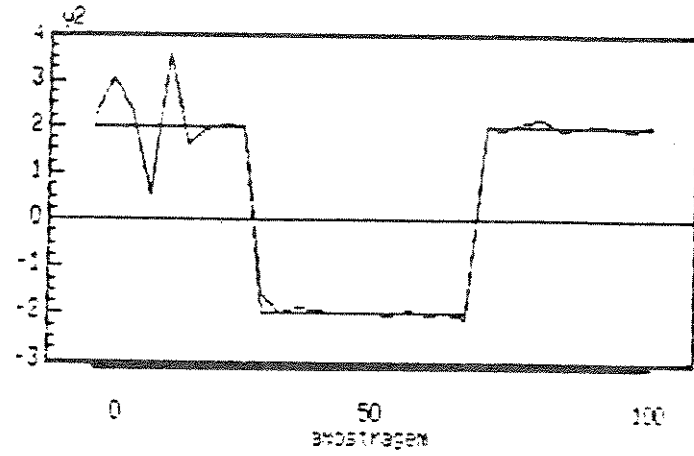
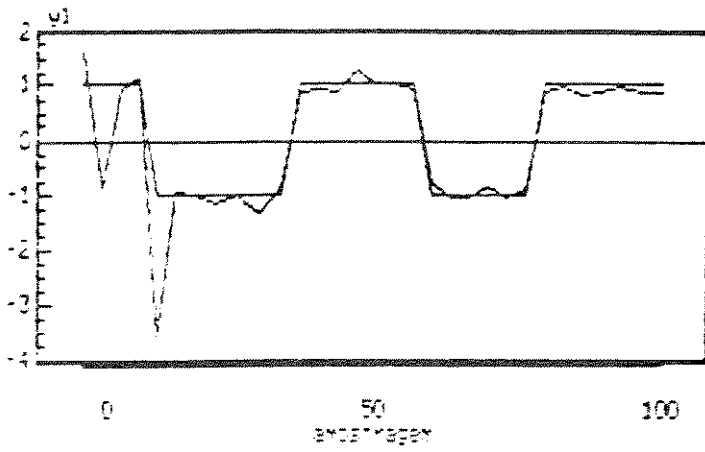


FIGURA 4.39
Saídas em malha fechada

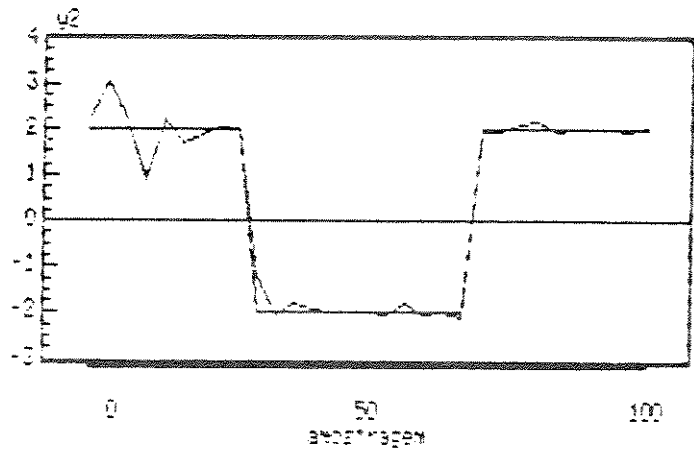
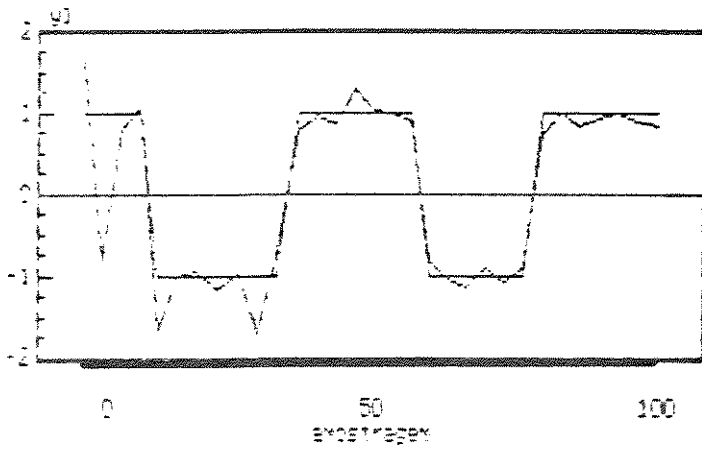


FIGURA 4.40
Saídas em malha fechada

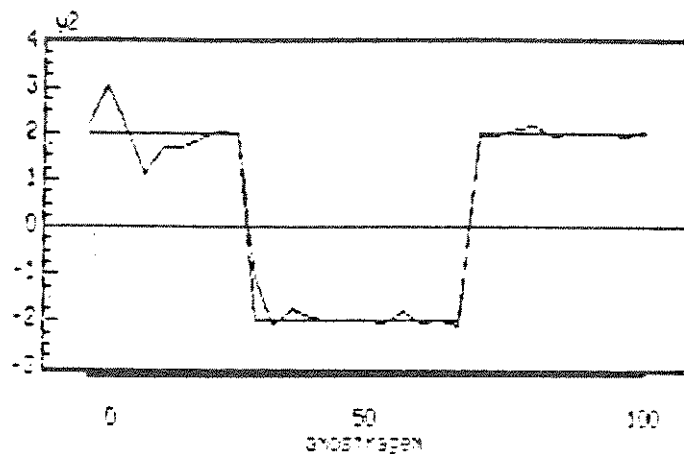
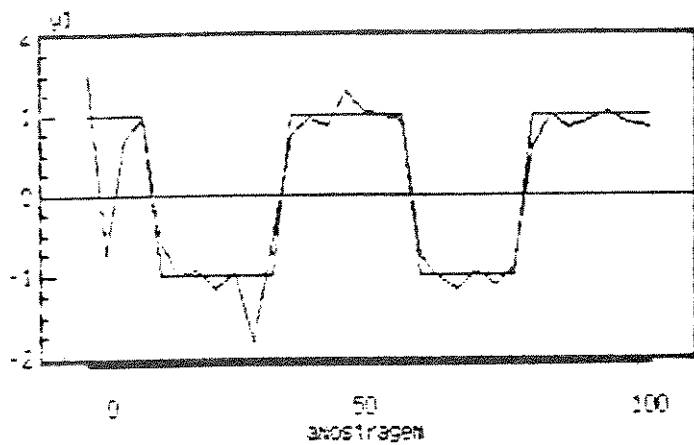


FIGURA 4.41
Saídas em malha fechada

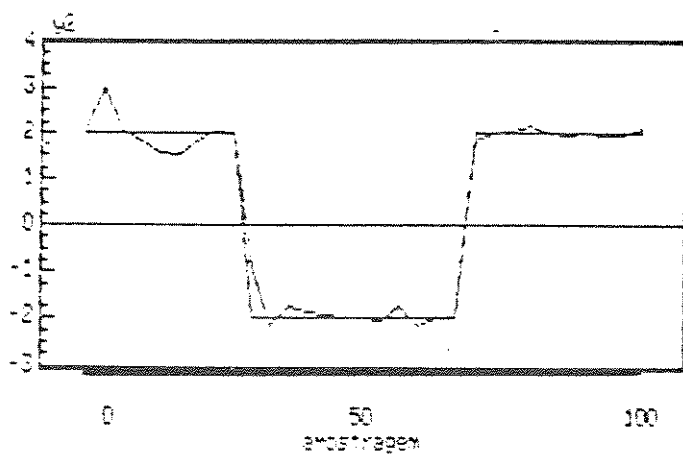
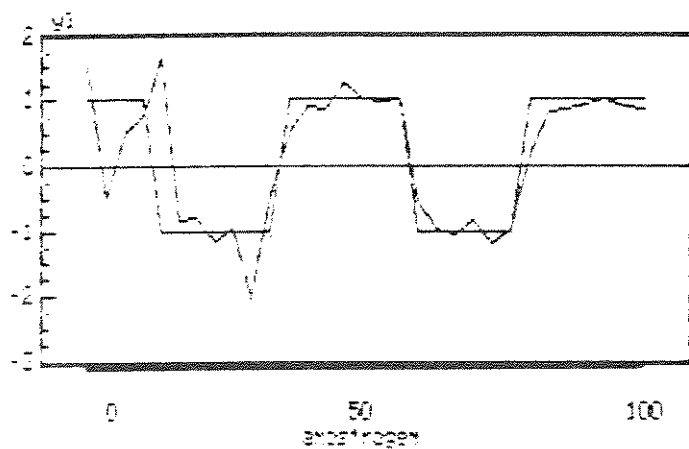


FIGURA 4.42
Saídas em malha fechada

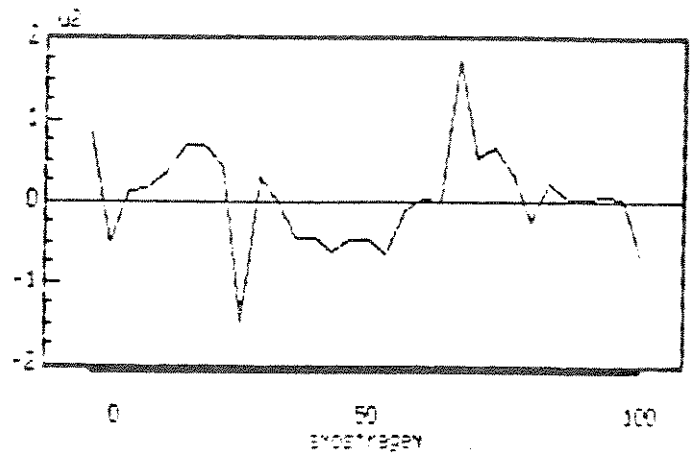
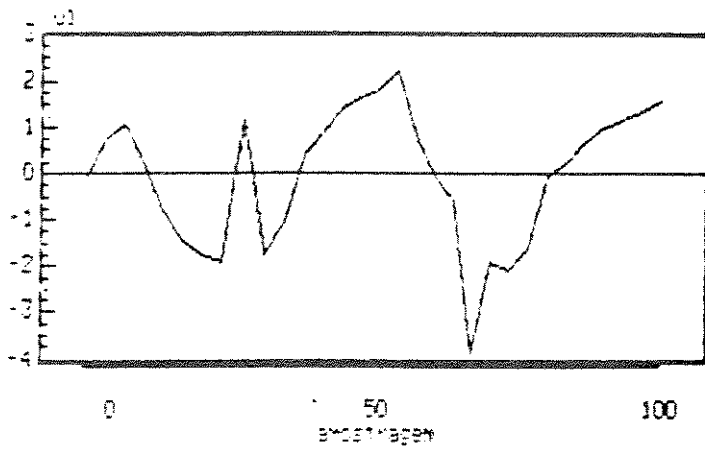


FIGURA 4.43
Controles em malha fechada

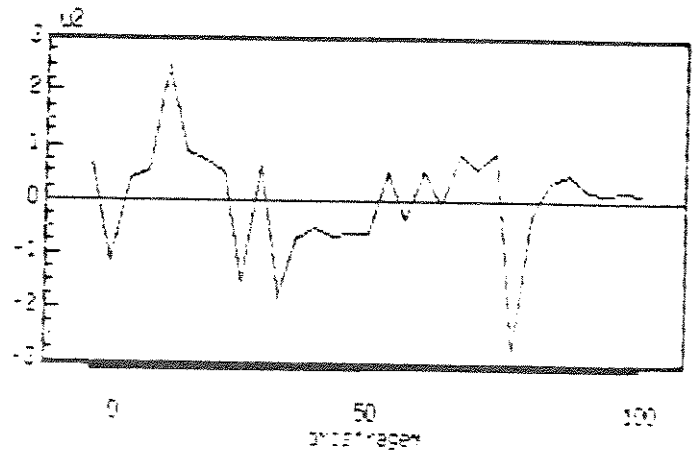
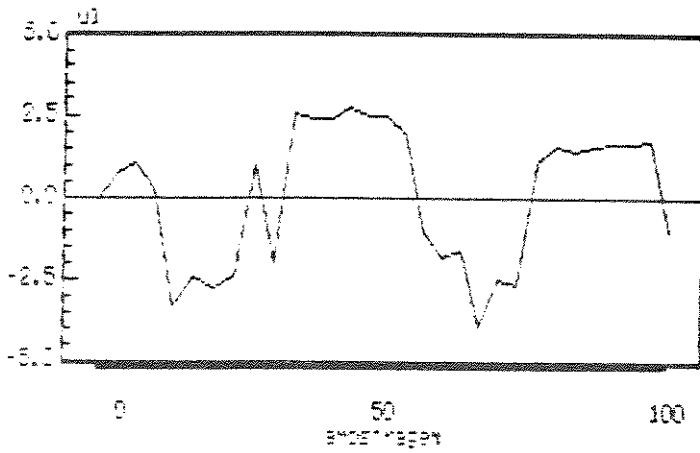


FIGURA 4.44
Controles em malha fechada

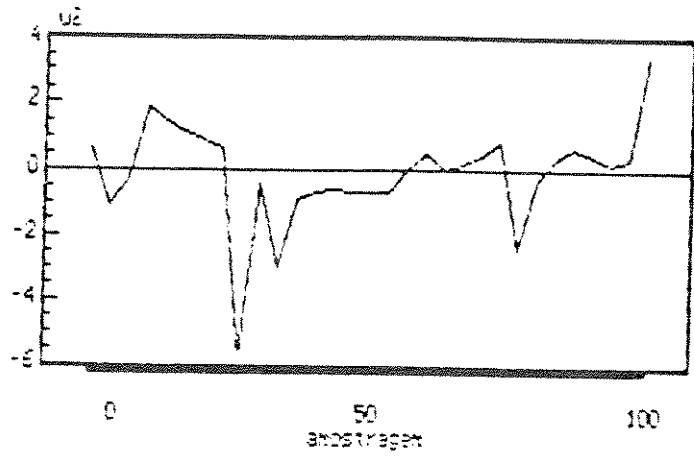
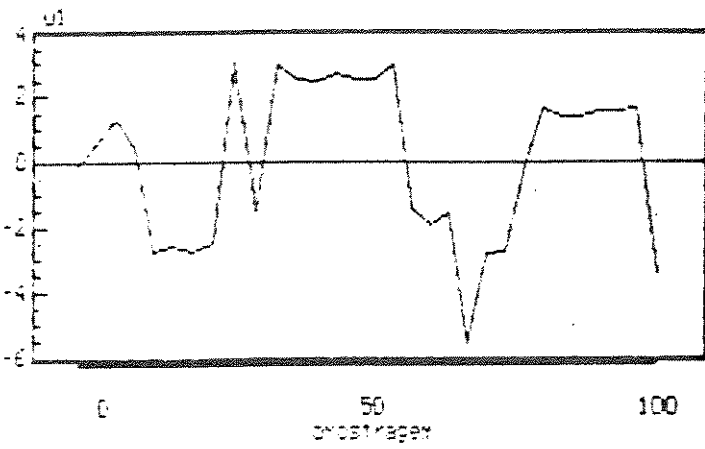


FIGURA 4.45
Controles em malha fechada

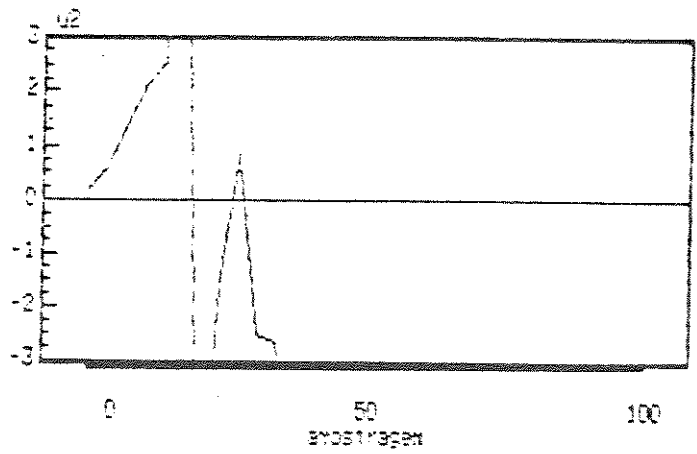
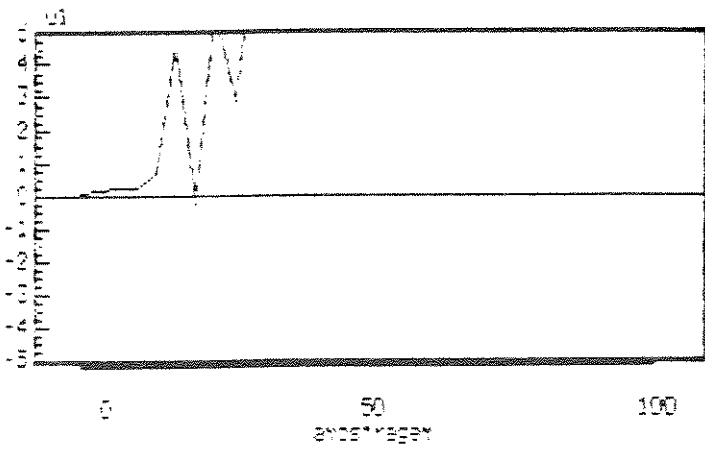


FIGURA 4.46
Controles em malha fechada

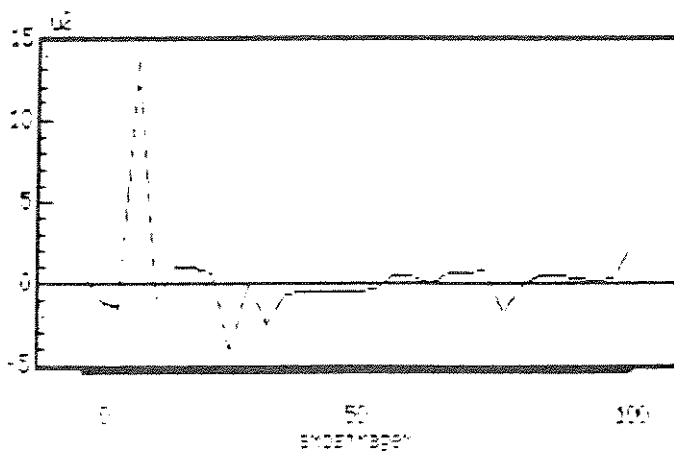
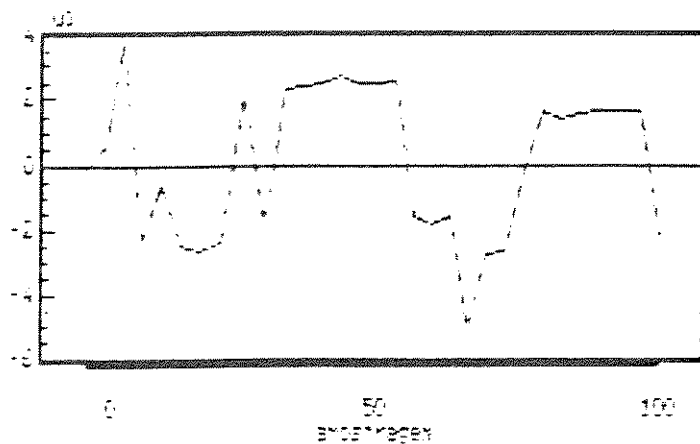


FIGURA 4.47
Controles em malha fechada

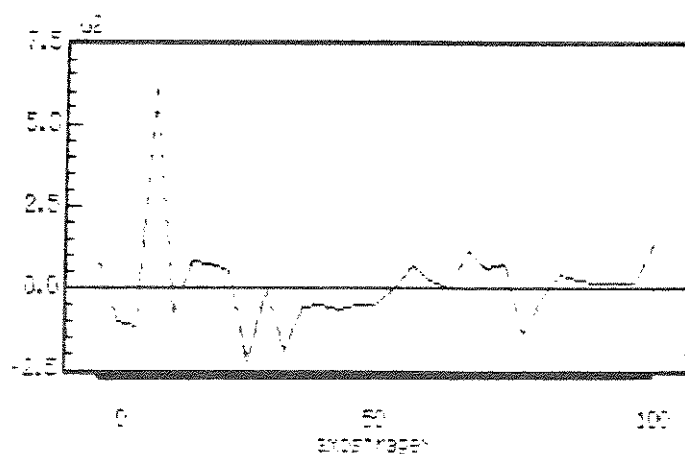
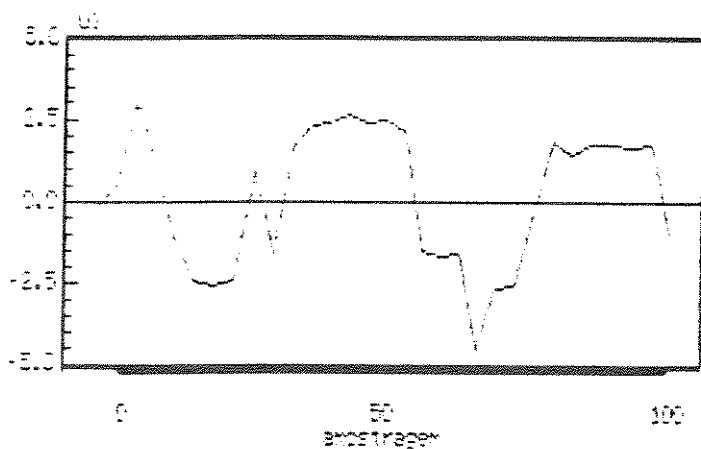


FIGURA 4.48
Controles em malha fechada

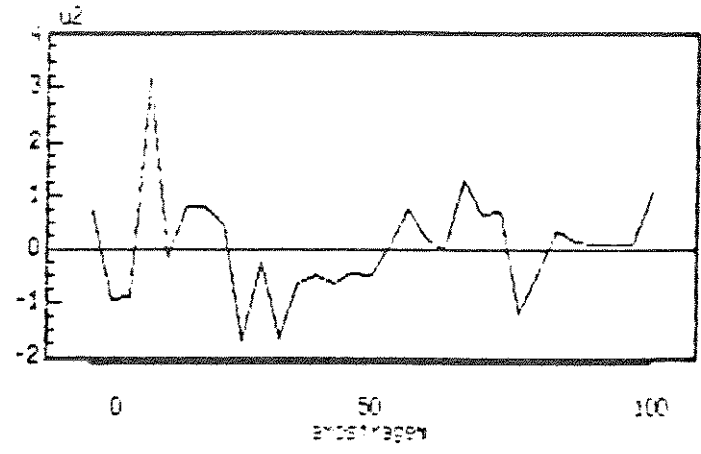
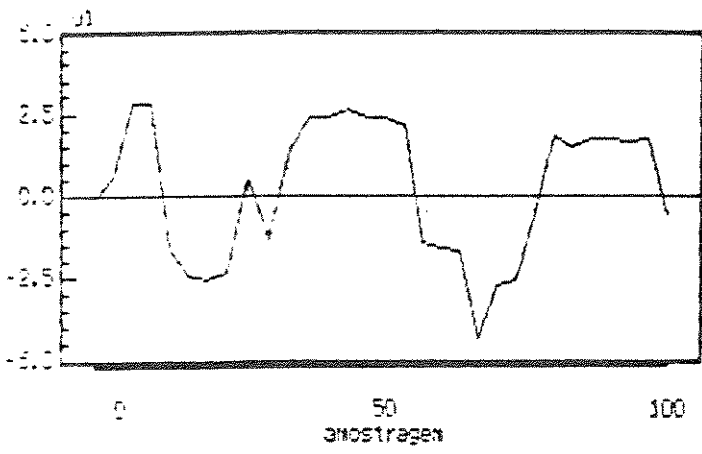


FIGURA 4.49
Controles em malha fechada

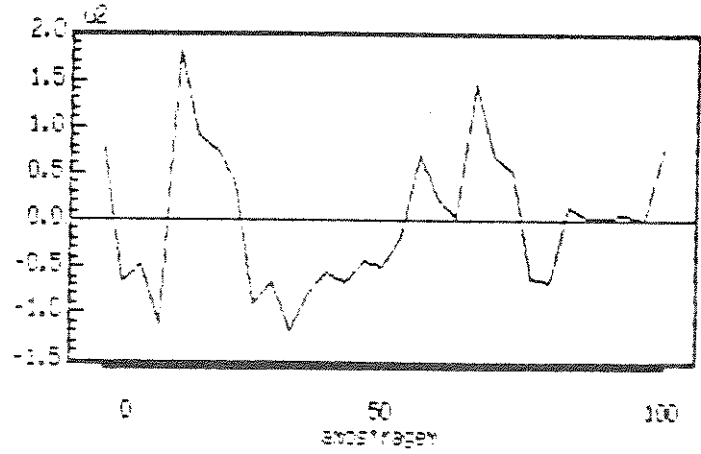
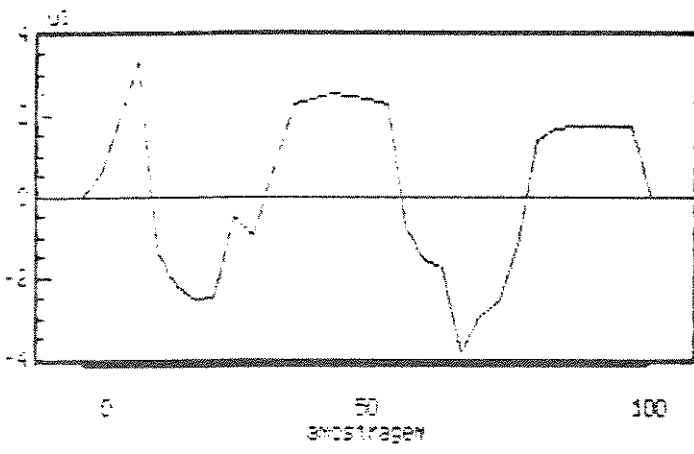


FIGURA 4.50
Controles em malha fechada

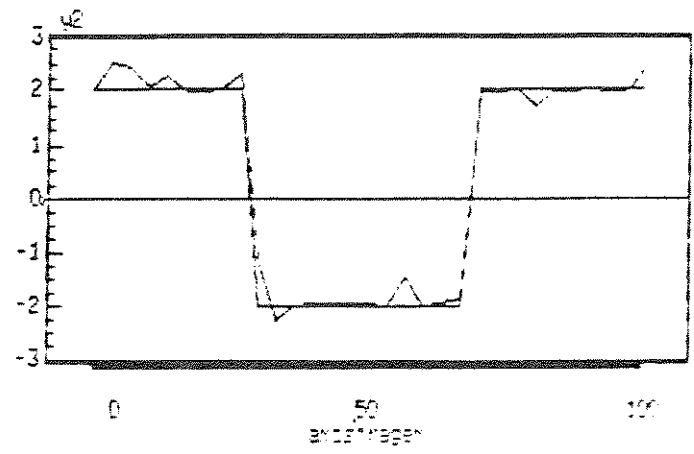
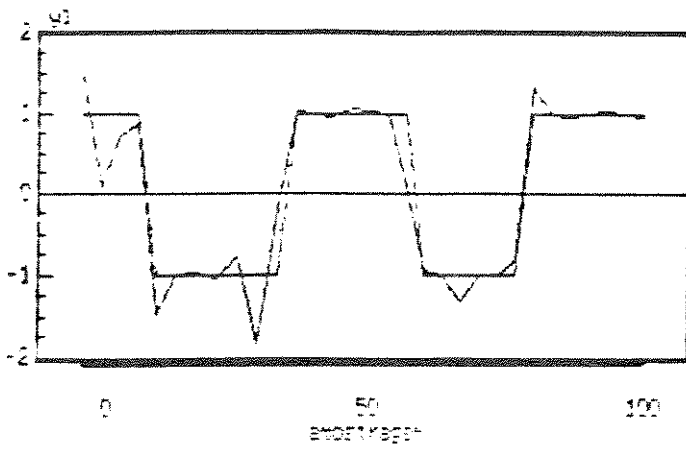


FIGURA 4.51
Saídas em malha fechada

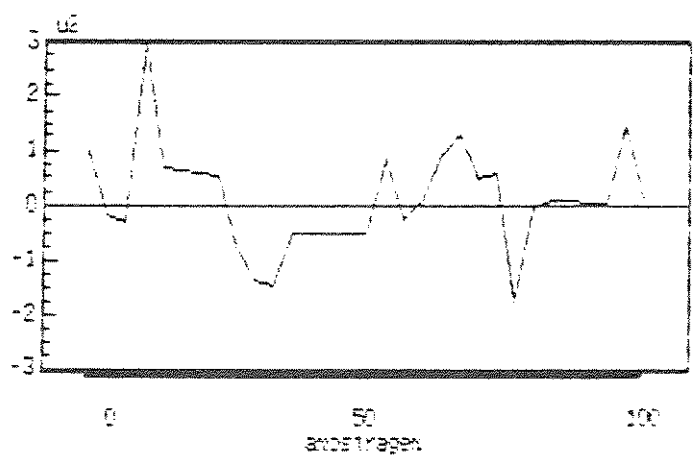
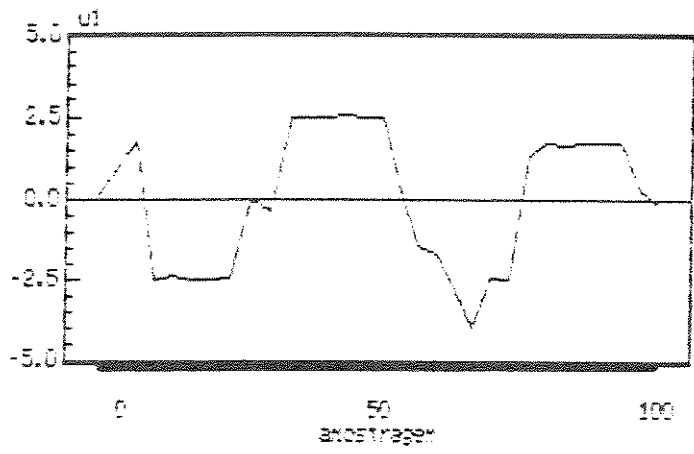


FIGURA 4.52
Saídas em malha fechada

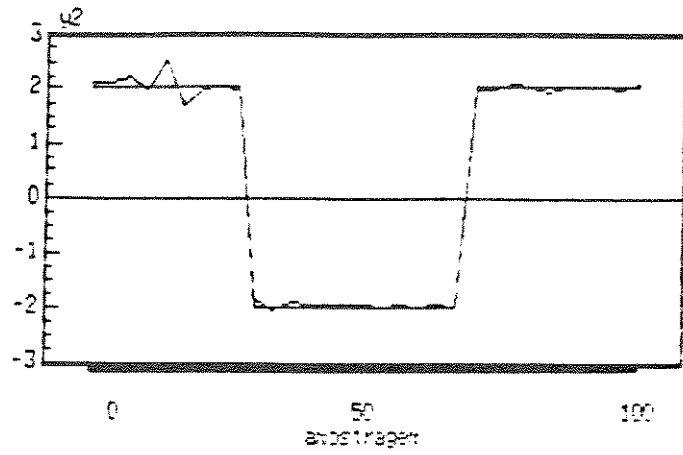
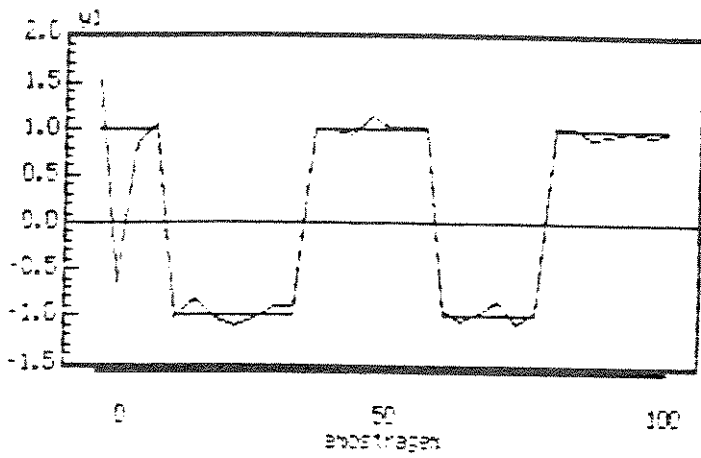


FIGURA 4.53
Controles em malha fechada

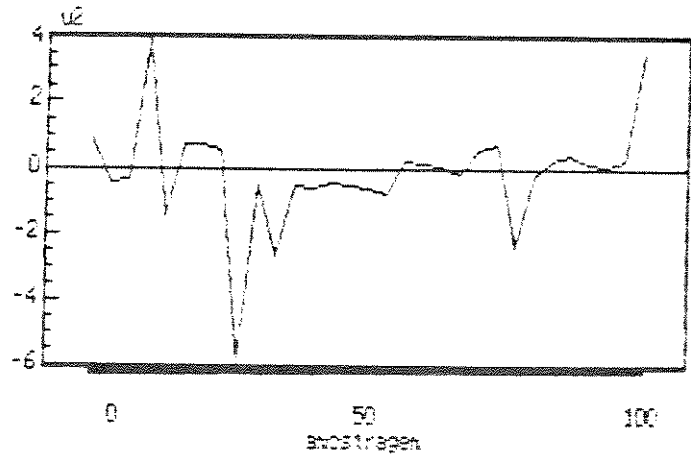
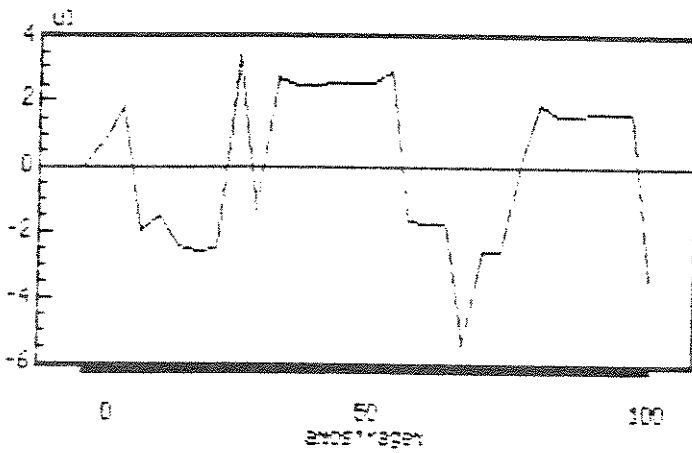


FIGURA 4.54
Controles em malha fechada

generalizado, apresentado neste capítulo, em que os horizontes de previsão NI , NY e NU são ajustados de acordo com $NI = NY = d$, $NU = 1$ e, o sinal de controle atual $u(t)$ ou $\nabla u(t)$, posicional ou incremental, ponderado e implementado no processo controlado.

O controle preditivo generalizado representa uma estratégia de controle extremamente flexível devido ao grande número de parâmetros de sintonia e projeto que estão inseridos no seu algoritmo. O comportamento em malha fechada do processo, servo e regulação, depende da escolha de parâmetros tais como NI , NY , NU , Γ e Δ .

Apresentou-se alguns procedimentos heurísticos para sintonia dos parâmetros de projeto do controlador preditivo generalizado multivariável, resultados estes obtidos a partir dos trabalhos de Clarke(1987), Lambert(1987), McIntosh(1989) e Arundeger(1990), que obtiveram estes procedimentos de sintonia para o caso de processos monovariáveis.

Demonstrou-se que se a ponderação do sinal de controle é nula e os horizontes de previsão da saída e controle são iguais então os polos do sistema em malha fechada são os zeros do sistema em malha aberta.

Resultados de simulação em computador digital foram obtidos para análise do comportamento do controle preditivo generalizado, desenvolvidos nas seções 4.2 e 4.3, para processos discretos "MIMO" do tipo "CARMA" e "CARIMA". Em relação a estes resultados constatou-se que : i) a medida que $NU \rightarrow NY$ as variâncias dos sinais de saída ficam praticamente inalteradas. Portanto, selecionando-se $NU = NY - 1$, diminui-se o esforço computacional e os sinais de saída rastreiam os sinais de referência e ii) de forma diferente do controlador auto-ajustável de variância mínima generalizada, que necessita da matriz "interactor" para eliminar o acoplamento entre os pares de entrada e saída do processo, o controlador preditivo generalizado não necessita do conhecimento desta matriz e sim do máximo atraso envolvido entre as variáveis do processo para que o sistema em malha fechada seja bem controlado.

CAPÍTULO 5

IMPLEMENTAÇÃO POR SIMULAÇÃO DE CONTROLADORES ADAPTATIVOS EM UMA COLUNA DE DESTILAÇÃO BINÁRIA DE ALTA PUREZA

- 5.1 INTRODUÇÃO
- 5.2 EVOLUÇÃO DAS APLICAÇÕES DE CONTROLADORES ADAPTATIVOS EM COLUNAS DE DESTILAÇÃO
- 5.3 DESCRIÇÃO DO PROCESSO : COLUNA DE DESTILAÇÃO BINÁRIA DE ALTA PUREZA
- 5.4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM OS ALGORITMOS DE CONTROLE ADAPTATIVO NA CONFIGURAÇÃO MONOVARIÁVEL
- 5.5 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM OS ALGORITMOS DE CONTROLE ADAPTATIVO NA CONFIGURAÇÃO MULTIVARIÁVEL
- 5.6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM OS ALGORITMOS DE CONTROLE ADAPTATIVO NA CONFIGURAÇÃO MULTI-MALHA
- 5.7 CONCLUSÃO

CAPÍTULO 5

IMPLEMENTAÇÃO POR SIMULAÇÃO DE CONTROLADORES ADAPTATIVOS EM UMA COLUNA DE DESTILAÇÃO BINÁRIA DE ALTA PUREZA

5.1 INTRODUÇÃO

A implementação de malhas de controle em um processo depende de várias condições relacionadas não somente com o processo mas também com a própria concepção do controle utilizado, condições estas que interagem entre si. Ao processo devem estar associadas influências tais como atrasos de transporte, não-linearidades, perturbações e graus de liberdade nas variáveis. A definição de um algoritmo de controle apropriado, por sua vez, depende destas características do processo e também de considerações adicionais como, por exemplo, a relação entre o custo do controle e as tolerâncias aplicáveis às variáveis dependentes.

O conhecimento destas condições aliado a uma heurística apropriada permite, na maioria dos casos, encontrar uma solução satisfatória visando o estabelecimento de um compromisso entre o custo e a complexidade do controle. Quando, porém, as complexidades do processo aumentam, o estabelecimento desta solução torna-se uma tarefa mais delicada.

Estas complexidades podem manifestar-se na forma de não-linearidades, múltiplas entradas e múltiplas saídas, acoplamento entre as variáveis e dinâmica assimétrica. Um exemplo típico desta situação pode ser encontrado numa coluna de destilação, que apresenta todas as dificuldades anteriormente citadas (Luyben,1971 ; Shinskey,1984 ; McAvoy,1986).

Colunas de destilação constituem um dos mais conhecidos desafios para a engenharia de controle de processos (Georgiou,1988). Isto deve-se as complexas características apresentadas pelas colunas de destilação, entre as quais :

- 1) caráter não-linear - o comportamento dinâmico das colunas de destilação apresenta características não-lineares, variantes não somente com as condições nominais de operação para uma mesma

coluna, mas de uma coluna para outra, dependendo das propriedades dos compostos a serem destilados e do projeto da coluna ; ii) caráter multivariável - colunas de destilação apresentam múltiplas entradas e saídas, cuja combinação permite a obtenção de estratégias diversificadas para seu controle. Ainda que utilizadas na configuração monovariável, estas diversas entradas e saídas do processo permitem a adoção de malhas múltiplas cuja escolha adequada também constitui de interminável discussão na literatura; iii) atrasos variáveis - dependendo da particular concepção adotada para a malha de controle, o atraso entre as entradas do processo e suas saídas apresenta variações, não só para colunas diversas, mas inclusive para a mesma coluna em diferentes condições de operação ; iv) dinâmicas diferenciadas - devido ao deslocamento de material no interior da coluna e as interações térmicas entre os compostos, presentes em duas fases (líquida e vapor), diferentes constantes de tempo podem ser associadas ao processo, dependendo da malha de controle considerada ; v) ganho variável - considerado como a alteração percentual na variável de saída para uma variação na entrada do processo, não só é variável como também tem característica não-linear e vi) dinâmica assimétrica - a forma e o tempo de resposta da saída do processo, para uma alteração positiva de uma variável de entrada, podem ser completamente diversos para a mesma perturbação, quando aplicada com a mesma magnitude porém em sentido contrário.

Estas características apresentadas, embora não esgotem as complexidades apresentadas pelas colunas de destilação, servem como ilustração das dificuldades existentes para o estabelecimento de uma estratégia adequada de controle que mantenha as variáveis de saída dentro de limites especificados na ocorrência de perturbações externas.

O propósito de uma coluna de destilação é separar a alimentação em dois ou mais produtos com diferentes composições daquela apresentada na alimentação. As composições desejadas dos produtos podem ser fixadas pela demanda do produto ou podem resultar de algum esquema de otimização. O objetivo de um sistema de controle é portanto manter estas composições dos produtos dentro dos níveis desejados.

Shinsky(1984) dividiu as colunas de destilação em três categorias no tocante as especificações de pureza dos produtos : i) colunas de baixa pureza - exibem geralmente um comportamento próximo a um processo linear. Esta classe de coluna abrange processos com pureza do destilado atingindo a faixa de 0,90 em fração molar ; ii) colunas de média pureza - apresentam ganhos com variação não-linear, mas a variação das constantes de tempo e dos atrasos não é tão acentuada quanto o ganho. A composição terminal do destilado para estes casos se situa na faixa de até 0,99 em fração molar e iii) colunas de alta pureza - para este caso pode-se considerar que os ganhos, as constantes de tempo e os atrasos variam não-linearmente. Para estes processos a composição terminal situa-se na faixa de 0,999 em fração molar.

Em virtude das características complexas e não-lineares desta classe de processo, a utilização de técnicas adaptativas torna-se atraente, visto que o emprego de procedimentos convencionais no projeto de controladores nem sempre revelam-se eficaz para eliminar o efeito das perturbações que atuam no processo (Wood,1972 ; Vogel,1982 ; Seborg,1988).

Neste capítulo analisa-se o desempenho dos controladores adaptativos monovariáveis e multivariáveis, do tipo auto-ajustável e preditivo generalizado, aplicados em uma coluna de destilação binária de alta pureza no tocante a variação de carga e rastreamento de referência.

Alguns trabalhos conhecidos na literatura no controle de colunas de destilação de alta pureza são : i) Fuentes(1983) analisou o desempenho do controlador PI para uma configuração "SISO" ; ii) Mountiziaris(1988) implementou um algoritmo de controle não-linear multivariável com uma transformação não-linear para controlar as composições do topo e base e iii) Georgiou(1988) implementou o algoritmo da matriz dinâmica multivariável para colunas de destilação de alta- e média pureza, mostrando que um controle efetivo das composições do topo e base da coluna só foi obtido após utilização de uma transformação não-linear na saída do processo para reduzir as interações entre as malhas de controle.

Outros trabalhos disponíveis na literatura embora façam referência à colunas de alta pureza (Skogestad,1987), trabalham na realidade com colunas puras (composição de 0,99 em fração molar).

Portanto, dentro do contexto de controle adaptativo em colunas de destilação, a aplicação do controle preditivo neste capítulo, pode ser vista na literatura (Coelho, 1990).

Colunas de destilação são uma parte integrante de um processo ou unidade de produção e a realização de testes em campo é muito cara, quer pela impossibilidade de interromper os fluxos produtivos. Uma solução para este problema é o desenvolvimento de algoritmos adequados, desde que o mesmo seja capaz de lidar com as complexidades exibidas pelo processo. Os resultados a serem apresentados neste capítulo são algoritmos adaptativos em uma coluna de destilação que foram obtidos por simulação em um modelo não-linear de ordem completa. Os testes foram realizados em um micro-computador do tipo 80286, co-processador 80287 e

5.1.1 ORGANIZAÇÃO DO CAPÍTULO

Na seção 5.2 são mostradas algumas aplicações de controladores adaptativos em colunas de destilação.

Na seção 5.3 são apresentados algoritmos de destilação binária de alta pureza simulados em um modelo não-linear para serem controlados por um controlador adaptativo.

Na seção 5.4 são analisados algoritmos adaptativos monovariáveis do tipo cálculo adaptativo da ponderação e preditivo generalizado aplicados a uma coluna de destilação, conforme descrito anteriormente. As variações de carga e referência são simuladas e o desempenho do controlador PI discreto e do controlador auto-ajustável e preditivo é analisado em uma perturbação de carga.

de estratégias de controle de alta pureza, a serem apresentadas nas primeiras existentes

geralmente, parte do problema, o que inviabiliza testes excessivos que poderiam romper ou alterar o processo de baixo custo para um algoritmo de baixo custo para ser executado em um ambiente computacional com fidelidade as exigências do processo (Gomes, 1989). Os testes de alta pureza realizados com estes algoritmos foram efetuadas em um modelo de alta pureza obtido de um modelo não-linear. Os testes foram efetuadas em um modelo 3600, "CPU"

de algumas das características da coluna de destilação.

As características da coluna de destilação são apresentadas no ambiente de simulação dos algoritmos

de alguns dos controladores adaptativos de alta pureza com o objetivo de alocação de polos e de uma coluna de destilação quando submetida a uma perturbação de carga e o desempenho do controlador adaptativo é analisado em uma perturbação de carga.

Na seção 5.5 avalia-se o desempenho dos algoritmos adaptativos multivariáveis do tipo auto-ajustável e preditivo generalizado no controle desta coluna de destilação para rejeição de carga e rastreamento de referência.

Finalmente na seção 5.6 avalia-se o desempenho do algoritmo preditivo generalizado considerando-se configurações de controle do tipo "MIMO" e duas "SISO" (multi-malha).

5.2 EVOLUÇÃO DAS APLICAÇÕES DE CONTROLADORES ADAPTATIVOS EM COLUNAS DE DESTILAÇÃO

A primeira aplicação registrada na literatura de um algoritmo adaptativo em uma coluna de destilação é de Sastry(1977) que implementou o regulador auto-ajustável de Astrom(1973) em uma unidade de destilação piloto da Universidade de Alberta, Canadá, utilizando tanto a implementação real como a simulação digital. A unidade piloto utilizada em testes de algoritmos de controle, tanto convencionais como adaptativos, consiste de uma coluna de destilação de nove estágios alimentada com uma mistura de metanol- H_2O , com composições típicas no topo e base de 0,96 e 0,005 em fração molar de metanol, respectivamente. Na simulação foram utilizados modelos lineares reduzidos de segunda ordem, com o processo sendo submetido a variações de carga. Os resultados foram comparados com os do controlador PI, sendo que as conclusões gerais indicaram um melhor desempenho do algoritmo auto-ajustável para rejeições positivas de carga enquanto que o algoritmo PI se comportou melhor para rejeições negativas.

Dalqvist(1981) implementou o regulador auto-ajustável multivariável, versão de Borisson(1975), em uma coluna de destilação binária de baixa pureza (fração molar no destilado igual a 0,71 de etanol) alimentada por uma mistura de etanol- H_2O , coluna esta existente no Departamento de Engenharia Química do Royal Institute of Technology, Suécia. Para reduzir as interações entre as malhas foi utilizado uma transformação nas variáveis como sugerido e utilizado por alguns pesquisadores para projeto de controladores convencionais (Shinsky,1984). Resultados adequados foram obtidos quando a coluna foi submetida a perturbações de carga.

Morris(1981) implementou o controlador auto-ajustável multivariável, versão de Koivo(1980), na citada coluna piloto da Universidade de Alberta. Este trabalho mostrou resultados reais e de simulação digital. Para compensar problemas dos atrasos de transporte diversificados da coluna foi implementado um algoritmo de controle com diferentes períodos de amostragem para cada malha. Os resultados mostraram que este algoritmo de controle manteve as composições do topo e base dentro de seus limites especificados para variações de carga aplicadas na coluna.

Mellati(1982) implementou também o controlador auto-ajustável multivariável, versão Koivo(1980), em uma coluna de destilação binária de baixa pureza (fração molar do destilado igual a 0,91) alimentada com uma mistura de benzeno-tolueno na Universidade de Nottingham, Inglaterra. Os resultados apresentados são de simulação digital da coluna com modelo de ordem completa, não tendo sido efetuada implementação em tempo real. Para melhorar o comportamento dinâmico do processo no tocante a perturbação de carga, foi introduzido no algoritmo de controle adaptativo o termo antecipativo.

Sanchez(1984) implementou um algoritmo de controle preditivo que a cada período de amostragem calculava a saída do processo desejada em um horizonte finito e o sinal de controle para fazer a saída prevista do processo igual a saída do processo desejada (Richalet,1978). O algoritmo descrito foi utilizado experimentalmente na coluna de Alberta com as características de composição no topo e base iguais a 0,96 e 0,01 em fração molar, respectivamente. Nas simulações foram considerados modelos lineares de primeira, segunda e terceira ordem na implementação do algoritmo de controle. Os resultados obtidos foram ligeiramente superiores aos do controlador PI.

Chien(1986) implementou o controlador auto-ajustável multivariável, versão de Koivo(1980), em duas colunas de destilação de características : i) a primeira alimentada pela mistura benzeno-tolueno e com composições do topo e base em 0,93 e 0,07 em fração molar, respectivamente e ii) a segunda alimentada pela mistura metanol-etanol e com composições do topo e base em 0,99 e 0,01 em fração molar, respectivamente. Os testes foram baseados em simulação digital a partir dos modelos dinâmicos das colunas

desenvolvidas por Weischeded(1980) e os modelos lineares reduzidos do algoritmo auto-ajustável ajustados para segunda ordem. O controlador de Koivo(1980) foi modificado com a introdução do estimador dos mínimos quadrados recursivo estendido. Além disto podia ser aplicado à processos com múltiplos atrasos de transporte e implementado com diferentes períodos de amostragem. O estudo de simulação das duas colunas indicaram um bom desempenho do algoritmo de controle. O efeito da variação dos parâmetros de sintonia deste controlador no comportamento dinâmico do processo foram demonstrados também por simulação digital.

Agarwal(1987) desenvolveu um controlador auto-ajustável não-linear multivariável a partir do apresentado por Koivo(1980) e implementou em uma coluna de destilação alimentada por uma mistura butanol normal, secundário e terciário. Para o estudo de simulação a resposta do processo foi obtida utilizando o método de integração de Runge-Kutta de quarta ordem em um modelo de ordem reduzido desenvolvido por Wong(1985) na Universidade da California Santa Barbara, USA. Resultados de simulação mostraram que o desempenho deste algoritmo de controle foi superior ao algoritmo auto-ajustável convencional, baseado em modelos lineares, quando o processo foi submetido a mudanças de referência e carga.

Carini(1990) apresentou uma variante em relação ao algoritmo de controle preditivo multivariável de Mohtadi(1986) cuja principal característica é a possibilidade de repetidamente modificar o valor das variáveis de entrada entre sucessivas saídas medidas. O algoritmo foi utilizado para controlar as composições de uma coluna de destilação binária de baixa pureza quando submetida a mudanças no fluxo de vapor. Neste trabalho, a coluna foi simulada através de um modelo de ordem completa desenvolvida por Guardabassi(1986), e com as características da composição no topo e base iguais a 0,8993 e 0,1038 em fração molar, respectivamente. Resultados de simulação ilustraram uma significativa melhora no desempenho da malha de controle implementada com este algoritmo.

Outras aplicações de controladores adaptativos multivariáveis na já citada coluna de destilação desenvolvida por Wood(1973), da Universidade de Alberta, que separa uma mistura metanol-H₂O, estão na tabela 5.1.

autor	ano	estratégia de controle
McDermott	1986	controlador auto-ajustável com alocação de polos e desacoplamento
McDermott	1987	controlador preditivo generalizado
Vogel	1988	controlador adaptativo com alocação de polos e compensação do atraso

TABELA 5.1

Aplicação de controladores adaptativos multivariáveis em colunas de destilação

5.3 DESCRIÇÃO DO PROCESSO : COLUNA DE DESTILAÇÃO BINÁRIA DE ALTA PUREZA

Nesta seção descreve-se resumidamente a coluna de destilação binária de alta pureza que foi utilizada na implementação das estratégias de controle adaptativo, baseadas na previsão da saída sobre um horizonte de previsão igual ou maior ao atraso de transporte do processo, desenvolvidas nos capítulos 3 e 4, para análise do seu comportamento servo e regulação quando submetida a variações de carga e referência. Uma descrição detalhada do modelo não-linear do processo e do algoritmo de integração numérica pode ser encontrado em Gomes(1988 e 1989).

Uma coluna de destilação constitui um equipamento destinado, fundamentalmente, à separação de dois ou mais compostos químicos entre si utilizando a diferença entre suas pressões de vapor (pontos de ebulição diferentes). Um esquema simplificado de uma coluna de destilação está representado na figura 5.1.

Mediante o fornecimento de determinada quantidade de energia à base da coluna são gerados vapores, os quais passando através de diversos estágios de contacto, alcançam o topo da coluna onde são condensados, total ou parcialmente. Parte do material condensado, que contém uma fração do componente mais

volátil, é retirado como destilado e parte retorna ao interior da coluna na forma de refluxo líquido. A alimentação do processo, contendo uma fração do componente mais volátil é inserida no estágio de alimentação, situado geralmente em um ponto médio da coluna. Parte do material é retirado através da vazão da base, na qual consta uma fração do componente mais volátil, considerada como impureza. O enfoque geral de controle para este processo consiste em garantir que a composição das vazões terminais satisfaçam aos requisitos de pureza estabelecidos para a destilação.

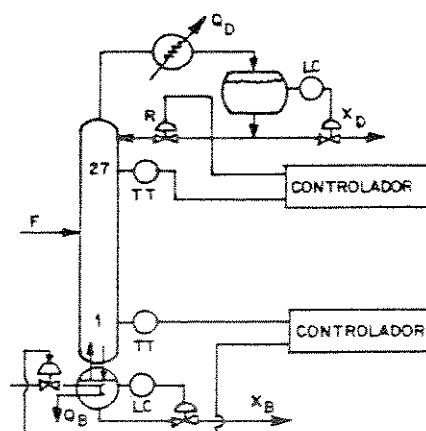


FIGURA 5.1
Coluna de Destilação

Neste trabalho analisa-se uma coluna de destilação binária de alta pureza utilizada no processo de obtenção do silício policristalino de grau eletrônico, material este utilizado na indústria microeletrônica. A coluna possui 27 estágios, pratos perfurados com vertedouros, diâmetro de 48 cm e espaçamento entre estágios igual a 32 cm. A coluna é alimentada no estágio 15 (contados a partir da base) por uma mistura binária de SiHCl_3 - SiCl_4 (triclorosilano - tetracloreto de silício) contendo 80% em fração molar do componente mais volátil, SiHCl_3 . A vazão de alimentação, em regime, é de 10000 moles/h (1,42 t/h) de material, sendo que 8000 moles/h (1,136 t/h) são retirados no topo como destilado com pureza de 0,9995% em fração molar de SiHCl_3 e 2000

moles/h (0,284 t/h) na base contendo 0,9994% em fração molar de SiCl_4 . A coluna opera, em condições nominais, com uma vazão de refluxo, realimentada no estágio 27, igual a 12500 moles/h (1,78 t/h) gerando uma taxa R/D igual a 1,25 ou seja, uma coluna com taxa de refluxo média. Na tabela 5.2 sintetiza-se os valores de regime desta coluna de destilação binária (Gomes,1989).

Composição de alimentação (mol frac)	0,80
Composição do destilado (mol frac)	0,9995
Composição da base (mol frac)	0,0006
Vazão de alimentação (ton/h)	1,42
Temperatura de alimentação ($^{\circ}\text{C}$)	35,20
Vazão do destilado (ton/h)	1,13
Vazão do refluxo (ton/h)	1,78
Vazão na base (ton/h)	0,28
Vazão de vapor (ton/h)	3,41
Pressão de operação (atm)	1,0
Volatilidade relativa	2,56
Número de pratos	27
Localização do prato de alimentação	15
Temperatura do refeedor ($^{\circ}\text{C}$)	57,20

TABELA 5.2

Especificações de regime da coluna de destilação

O comportamento dinâmico da coluna é representado por um conjunto de equações diferenciais não-lineares de primeira ordem. A solução destas equações diferenciais do processo foi efetuada mediante utilização de um método de Runge-Kutta Diagonalmente Implícito de 3^a ordem em três estágios, com estabilidade da classe S e controle local de erro com ajuste automático do passo de integração (Cash,1979) gerando um modelo final computacionalmente robusto e eficiente (1 hora de simulação real sendo efetuada em um tempo médio da ordem de 4 minutos) (Gomes,1990).

5.3.1 SELEÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DE CONTROLE PARA A COLUNA DE DESTILAÇÃO

A escolha da melhor configuração para controle de uma coluna de destilação constitui assunto de interminável discussão

na literatura (Shinsky,1984 ; Skogestad,1987). Esta discussão resulta do fato que, dependendo das condições operacionais das colunas, tais como grau de não-linearidade, taxa de refluxo, características dos compostos, uma determinada configuração que, para uma coluna específica apresenta bom desempenho, se mostra inadequada em outra situação.

As configurações possíveis de controle são divididas em duas classes : utilizando o balanço energético da coluna e o balanço de massa. Na primeira concepção, a vazão do refluxo e/ou a vazão de vapor na base são utilizadas para controlar a qualidade dos produtos e as vazões no topo e base controlam os níveis dos tanques do acumulador e refeedor; na segunda, uma vazão nos extremos da coluna é utilizada para controle da qualidade de um dos produtos com o outro sendo controlado mediante a vazão no outro extremo da coluna ou através da vazão de vapor ou do refluxo.

Para implementação dos algoritmos de controle na coluna utilizada no presente trabalho, escolheu-se a concepção do balanço energético pois : i) é recomendada para colunas com taxas de refluxo (R/X_D) menor que 5 (Ryskamp,1980), sendo que para a presente coluna $R/X_D = 1,5$; ii) esta concepção constitui a mais utilizada a nível industrial (Skogestad,1987) e iii) as perturbações mais comumente encontradas industrialmente e utilizadas para teste e análise de algoritmos de controle são variações de carga (vazão e/ou concentração de alimentação), variações estas para as quais esta concepção se mostra superior as demais (Cheun,1982).

Na implementação das configurações de controle, duas situações podem ser encontradas : i) somente a qualidade de um dos produtos é controlada, com a outra permanecendo livre. Neste caso tem-se uma concepção monovariável, com o balanço energético sendo efetuado mediante utilização do refluxo ou energia fornecida ao refeedor e ii) as qualidades dos produtos da base e topo da coluna são controladas. Nesta hipótese a composição do destilado é controlada através da variação da vazão do refluxo e da composição do produto na base, através da vazão de vapor mediante manipulação da energia fornecida ao refeedor.

5.4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM OS ALGORITMOS DE CONTROLE ADAPTATIVO NA CONFIGURAÇÃO MONOVARIÁVEL

Existem diferentes malhas de controle que podem ser aplicadas na coluna de destilação. Para as simulações "SISO" a configuração V/F foi selecionada, com a variável dependente (composição do destilado) sendo controlada pela energia fornecida ao refeedor. Os níveis dos tanques da base e refluxo foram assumidos constantes pois não interferem diretamente na dinâmica de destilação.

Nesta situação a variável controlada de interesse para o processo é somente a composição do destilado, sendo que o produto da base não está sujeito a qualquer tipo de controle, permanecendo livre.

Muitas colunas industriais têm o controle em malha fechada em somente uma das composições. Isto pode ser visto como um problema sub-ótimo, mas utilizado em muitos casos porque um produto é usualmente mais importante do que o outro.

Outra possibilidade de controle utilizando o balanço energético seria manter V constante e manipular a vazão do refluxo R para manutenção da qualidade do destilado. Esta concepção, contudo, por trabalhar com vazões líquidas (e não gasosas) tem um maior tempo de resposta que a concepção V/F, que manipula vapores (Shinsky, 1984) e, não será implementada.

Um procedimento que tenta minimizar a influência dos atrasos e não-linearidades no desempenho das malhas de controle e amplamente utilizada na prática, consiste em controlar a qualidade do produto indiretamente utilizando como variável controlada a temperatura de um estágio intermediário da coluna. As razões para este procedimento são : i) se a pressão do sistema é considerada constante, a cada temperatura corresponde uma única composição possível do produto; ii) a instrumentação industrial para medição da composição do produto (cromatografia) é ainda cara, complexa e com grande constante de tempo enquanto sensores de temperatura são baratos, precisos, confiáveis, de fácil utilização e constante de tempo na faixa de segundos e iii) a utilização da temperatura diminui o atraso envolvido na malha de controle do processo, uma vez que as perturbações são captadas no interior da coluna não

necessitando atravessar toda sua extensão.

A variável de saída utilizada para o controle do destilado é fornecida pela temperatura no estágio 11 da coluna, sendo esta a malha principal do processo e onde são implementados os algoritmos de controle adaptativo. A figura 5.2 mostra esta configuração de controle para os controladores auto-ajustável e preditivo.

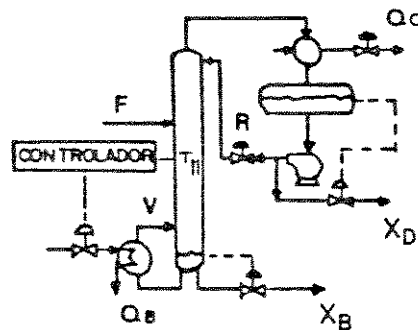


FIGURA 5.2

Coluna de destilação com controladores "SISO"

A utilização da temperatura como variável controlada pode acarretar um pequeno problema no caso de perturbações significativas de carga que alterem o perfil de temperatura da coluna. Se o sensor estiver colocado em um estágio inadequado poderá ocorrer erros em regime. Uma solução simples para este problema (Tyneus, 1980) consiste em operar a coluna superfracionada, ou seja, com grau de pureza ligeiramente superior à especificação do produto de tal modo que mesmo ocorrendo um pequeno erro em regime o produto mantém sua especificação.

Dado o grande número de variáveis de estado e o caráter não-linear das equações diferenciais que representam o modelo de ordem completa da coluna de destilação binária é necessário estabelecer um modelo de ordem reduzido para a implementação dos algoritmos de controle.

Embora alguns pesquisadores utilizem funções de transferência discreta de primeira, segunda e terceira ordens para representar a dinâmica da coluna, é bem conhecido na literatura que o comportamento básico de uma coluna de destilação pode ser adequadamente representado por um modelo de segunda ordem conforme mostrado nos trabalhos de Kim(1974), Sanchez(1984) e Coelho(1990).

Assim, para o caso monovariável, os seguintes polinômios foram selecionados para o modelo linear discreto representado pela equação (2.1) com $p=1$:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \quad (5.1)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} \quad (5.2)$$

$$C(z^{-1}) = 1 \quad (5.3)$$

$$D(z^{-1}) = 0 \quad (5.4)$$

Inicialmente determinou-se o atraso da malha de controle. Para tal, o processo foi excitado, em malha aberta, através de uma variação em degrau no sinal de controle e monitorando-se o comportamento da variável controlada. Os resultados forneceram um atraso de transporte contínuo (T_d) de 1,5 minutos. O tempo de amostragem (T_s) foi de 1,2 minutos, valor este igual a $1/10$ da constante de tempo natural do processo, e consequentemente de acordo com Agarwall(1988),

$$(d-1)T_s \leq T_d \leq (d)T_s \quad (5.5)$$

Tem-se então um valor de d igual a 2, onde d é o atraso de transporte discreto.

Para estimação dos parâmetros das leis de controle, inicializados com valores nulos, o processo foi submetido a uma perturbação binária pseudo-aleatória de $\pm 2,5\%$ na vazão nominal do refluxo durante 1 hora. Neste período o controlador adaptativo manteve-se desligado, com o controle sendo calculado mediante um algoritmo PI discreto (maiores detalhes e resultados de simulação com este algoritmo são mostrados no fim da seção). Durante este

período submeteu-se a coluna a uma mudança de carga igual a +2,5% da vazão nominal da alimentação durante 20 minutos. Nesta fase, o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo, fatorado segundo a técnica UD de Bierman(1977), foi inicializado com uma matriz de covariância $P_{10} = 10^9 I_5$, e fator de esquecimento $\lambda = 0,995$. Os valores obtidos ao final desta simulação foram então utilizados para inicialização do estimador dos controladores adaptativos nas simulações subsequentes.

Com a convergência dos parâmetros estimados o traço da matriz de covariância $P(t)$ decresce significativamente, ficando o estimador incapaz de detectar não-estacionaridades. Para se obter um estimador que rastreie variações no processo utilizou-se o procedimento de reinicializar a matriz $P(t) = P_0$, "covariance resetting", sempre que o erro na estimação ultrapassa um limiar pré-estabelecido.

Esta técnica, contudo, pode acarretar variações excessivas nos parâmetros estimados após a reinicialização da matriz de covariância e degradar o desempenho do sistema. Para evitar esta degradação utilizou-se na lei de controle, durante este transitório, os parâmetros estimados antes da reinicialização da matriz $P(t)$ ("freezing technique").

Embora os novos parâmetros estimados passem pelos cuidados anteriormente citados, podem apresentar flutuações excessivas a partir das estimativas anteriores. Portanto, para prevenir mudanças abruptas na ação de controle e na saída controlada, os novos parâmetros estimados devem passar através de um filtro de 1ª ordem de acordo com a equação (5.6)

$$e_F(t) = \rho e_F(t-1) + (1 - \rho)e(t) \quad (5.6)$$

onde $e(t)$ é o vetor de parâmetros estimados, $e_F(t)$ é o vetor de parâmetros estimados filtrado e usado nos algoritmos de controle adaptativos e ρ é a constante do filtro assumindo valores entre zero e um.

Uma ampla discussão destas técnicas, reinicialização da matriz de covariância, filtragem, congelamento dos parâmetros, fatorização UD e outras mais, para melhorar a capacidade de rastreamento do estimador dos mínimos quadrados recursivo podem

ser encontradas em Ljung(1983), Goodwin(1984), Seborg(1986) e Coelho(1987 e 1988). Em Arruda(1988) é apresentado um sistema baseado em conhecimento para sistemas de controle adaptativo para auxiliar no procedimento de estimação quando utilizado por um operador não especializado.

As condições de sintonia para os controladores adaptativos auto-ajustável linear ponderado (LP), auto-ajustável com alocação de polos (AP) e preditivo generalizado (PG) são apresentadas na tabela 5.3.

parâmetros	controlador		
	LP	AP	PG
P (reinicialização de P(t))	1	1	10
erro de atualização	0,05	0,10	0,05
ρ (constante do filtro)	0,35	0,20	0,15
Δ	1	*	1
Λ	*	*	1
Γ	0,25	*	0,3
γ_0	-	0,01	-
TCZ^{-1}	-	$1 - 0,8z^{-1}$	-
NY	-	-	10
NU	-	-	5

* calculado a cada intervalo de amostragem
 - não utilizado

TABELA 5.3

Parâmetros de sintonia dos controladores monovariáveis

O desempenho dos algoritmos de controle foi testado através da introdução de diferentes perturbações do tipo degrau no processo, tanto de carga como de referência. Alguns dos resultados são ilustrados a seguir.

As figuras 5.3 e 5.4 mostram a variável controlada (temperatura do estágio intermediário, T_{11}) e entrada (energia fornecida ao retervedor, Q_B) quando a coluna foi submetida a um acréscimo de + 10% seguido de um decréscimo de - 10% na vazão de alimentação e uma mudança de referência de + 10%, respectivamente. Estes resultados são restritos aos algoritmos auto-ajustável linear ponderado e por alocação de polos.

Os resultados mostrados na figura 5.5 comparam o desempenho dos controladores auto-ajustável linear ponderado e preditivo generalizado quando a coluna foi submetida a um decréscimo na vazão de alimentação, um acréscimo na concentração de alimentação e uma mudança de referência.

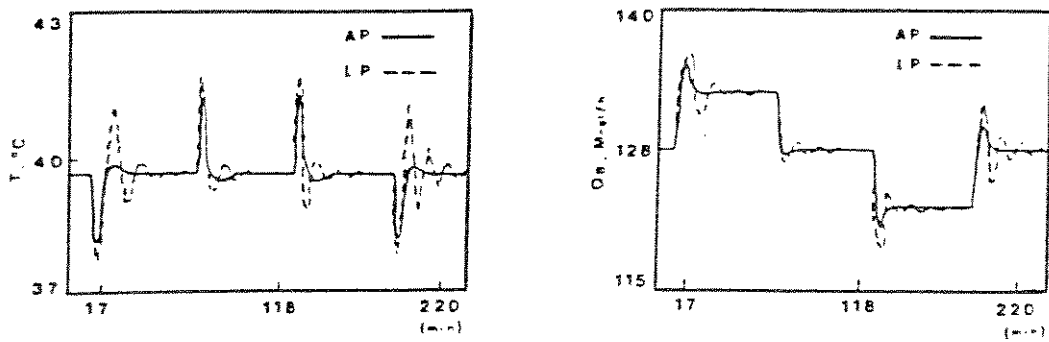


FIGURA 5.3
Saída e controle para mudança de carga

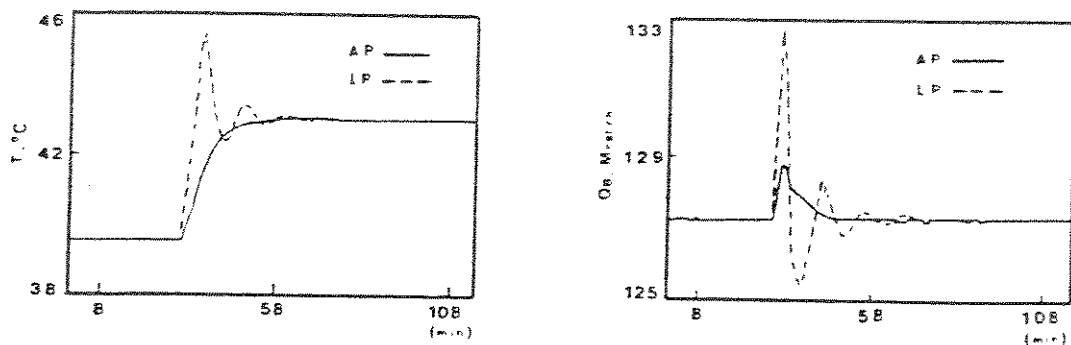


FIGURA 5.4
Saída e controle para mudança de referência

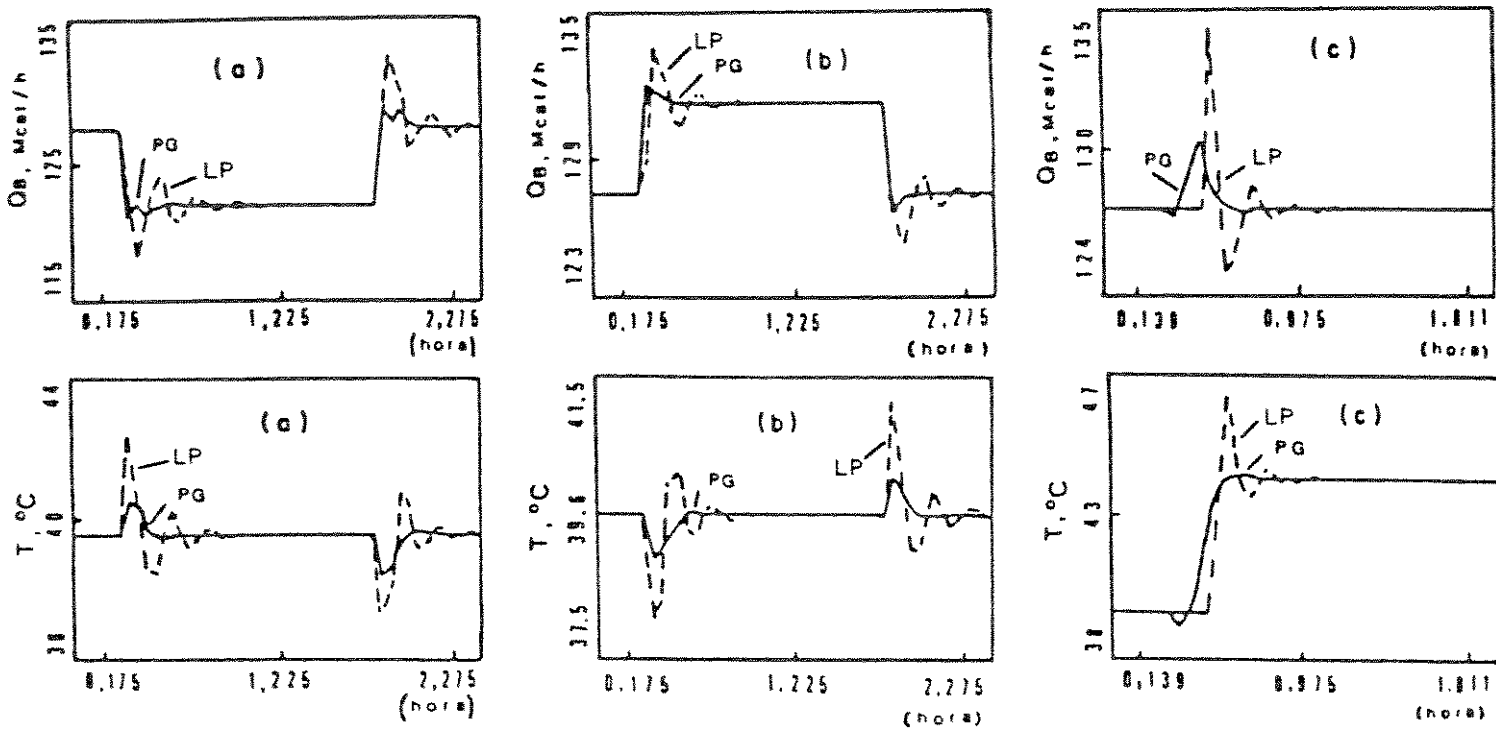


FIGURA 5.5

Saída = entrada para : a) decréscimo na vazão de alimentação,
 b) Acréscimo na concentração de alimentação,
 c) mudança de referência

Outros resultados de simulação apresentados na tabela 5.4 comparam a variância da saída com a aplicação dos algoritmos de controle adaptativo. O caso 1 representa uma mudança na vazão de alimentação e referência, enquanto o caso 2 representa uma mudança na concentração de alimentação e referência.

caso	controlador		
	LP	AP	PG
1	0,737	0,545	0,124
2	0,691	0,481	0,086

TABELA 5.4
 Variância da saída (T_{10})

A seguir avalia-se o desempenho do controlador PI com parâmetros de sintonia constantes (Isermann, 1981) nesta classe de processos. Este controlador foi implementado de acordo com a seguinte equação

$$u(t) = u(t-1) + K_c \left\{ [e(t) - e(t-1)] + (T_e/T_i) e(t) \right\} \quad (5.7)$$

onde K_c e T_i são parâmetros de sintonia do controlador. Estes valores foram ajustados inicialmente pela metodologia de Ziegler-Nichols e, em seguida, um ajuste fino nestes parâmetros para melhorar o comportamento em malha fechada no processo. Os parâmetros finais obtidos foram $K_c = 1,12$ e $T_i = 0,02$.

As figuras 5.6 e 5.7 mostram a variável de saída (T_{11}) e controle (Q_B) com a coluna submetida a uma variação de carga. A vazão de alimentação foi alterada de +5% em 0,1 horas. Verificou-se um comportamento superior do controlador preditivo generalizado (menor oscilação) se comparado ao auto-ajustável e PI.

Portanto, a partir dos resultados de simulação para a configuração monovariável conclui-se que esta coluna de destilação binária de alta pureza com o algoritmo de controle preditivo generalizado tem o melhor desempenho em malha fechada, isto é, menor sobre-elevação, resposta rápida e menor variância, entre os algoritmos de controle aqui analisados para mudança de referências e rejeição de perturbações.

5.5 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM OS ALGORITMOS DE CONTROLE ADAPTATIVO NA CONFIGURAÇÃO MULTIVARIÁVEL

A concepção "SISO" apresentada na seção 5.4 pode ser utilizada no caso em que somente o controle da composição do produto em uma extremidade da coluna é necessário. Se as composições, tanto do topo como da base necessitam ser controladas, torna-se necessário a utilização de um controle "MIMO" e, neste caso substitui-se a concepção V/F pela concepção R/V anteriormente descrita.

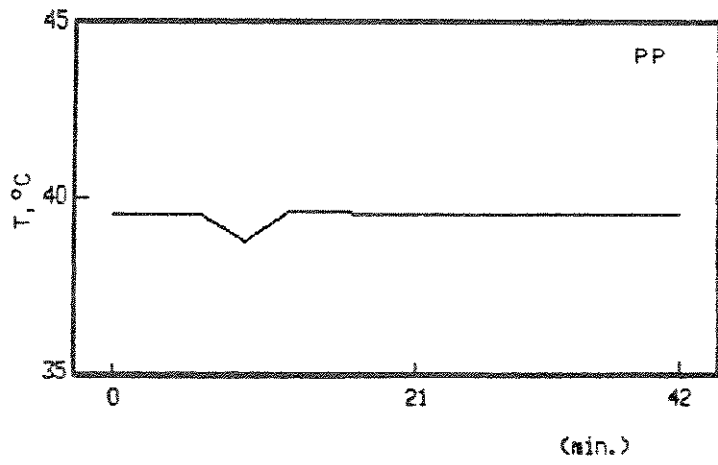
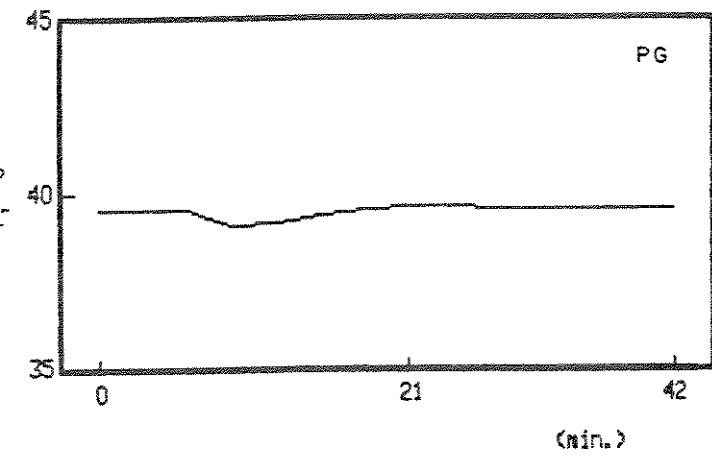
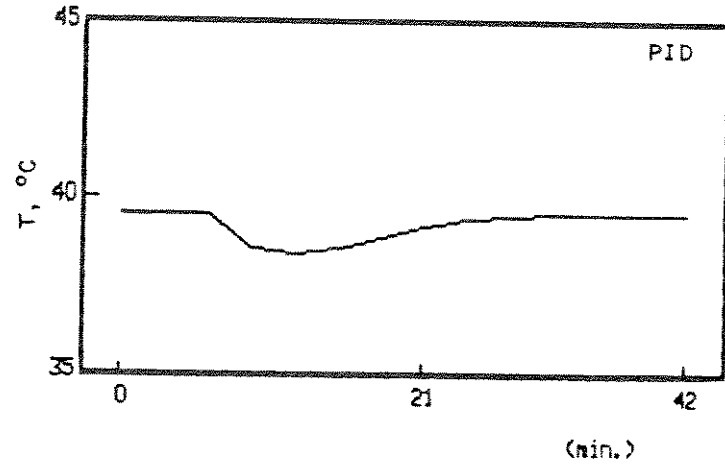
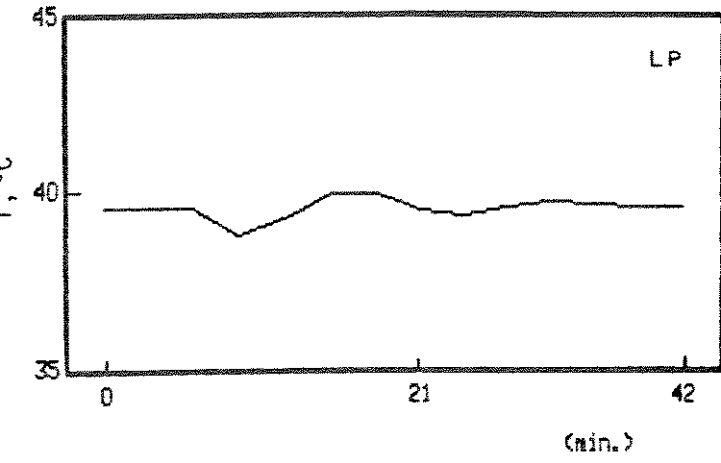


FIGURA 5.6
Saída para mudança de carga

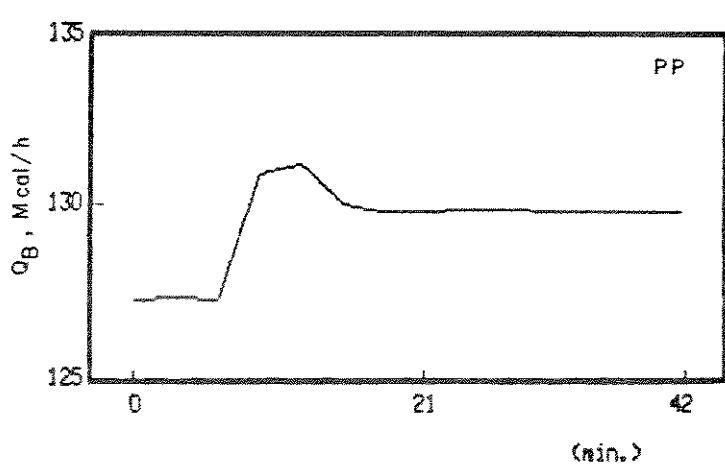
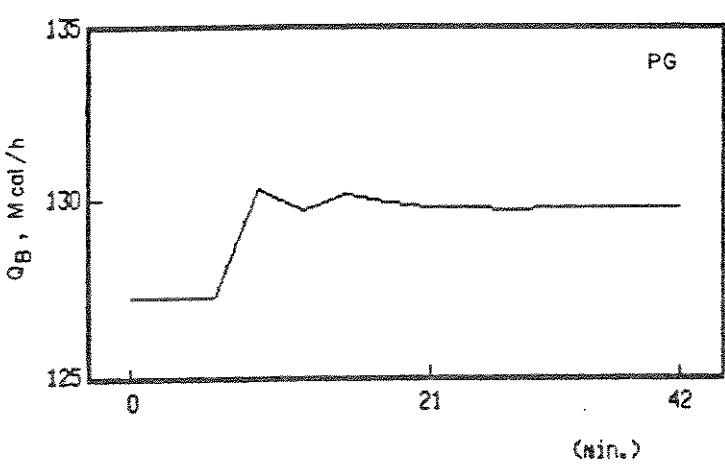
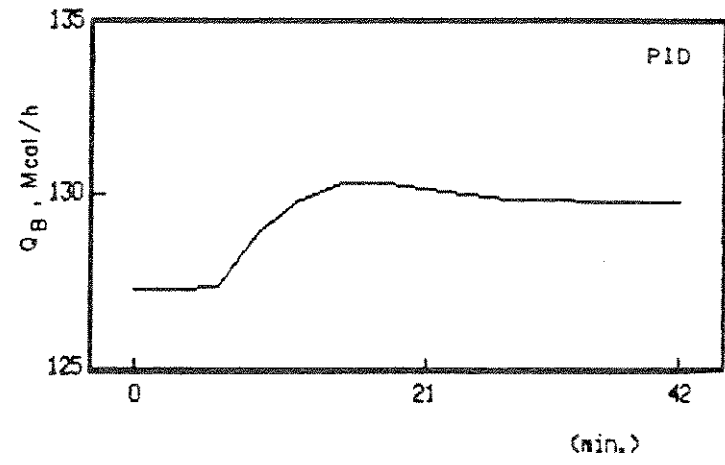
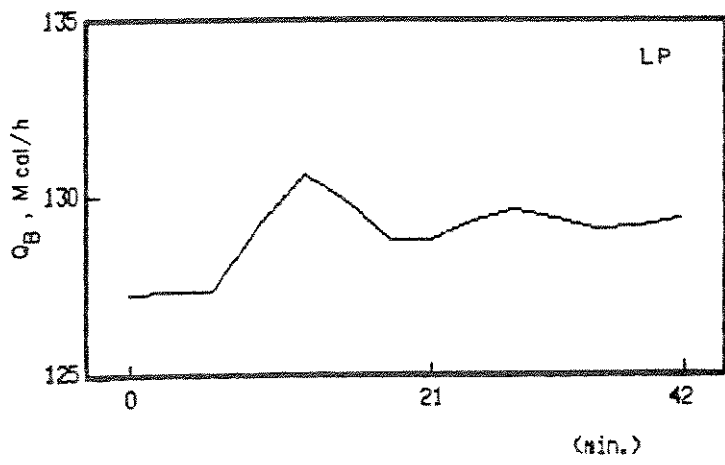


FIGURA 5.7
 Controle para mudança de carga

Para esta simulação a configuração descrita pela figura 5.6, que representa a concepção clássica de controle R/V (Sminsky, 1984), foi selecionada : as variáveis de saída, composições do destilado (X_D) e base (X_B), representadas pelas temperaturas dos estágios 1 e 27, sendo controladas pela vazão de refluxo (Q_D) e energia fornecida pelo refeedor (Q_B), respectivamente.

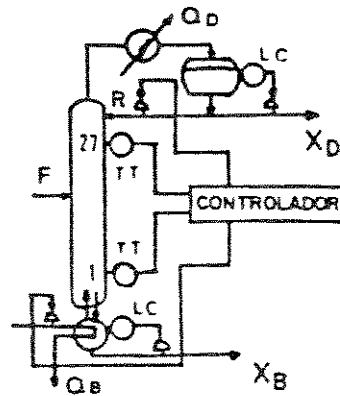


FIGURA 5.6

Coluna de destilação com controladores "MIMO"

Para a implementação dos algoritmos de controle adaptativo multivariáveis, auto-ajustável (CAAD) e preditivo generalizado (CPG), um modelo reduzido linear discreto de segunda ordem foi selecionado e, de acordo com a equação (2.1), os elementos das matrizes polinomiais $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ e $D(z^{-1})$ são definidos como

$$A_{ij}(z^{-1}) = \delta_{ij} + a_1^{ij}z^{-1} + a_2^{ij}z^{-2} \quad (5.8)$$

$$B_{ij}^{(1)}(z^{-1}) = b_c^{ij} + d_1^{ij}z^{-1} \quad (5.9)$$

$$C_{ij}^{(1)}(z^{-1}) = \delta_{ij} \quad (5.10)$$

$$D_{ij}^{(1)}(z^{-1}) = 0 \quad (5.11)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker e satisfaz a seguinte definição

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i=j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (5.12)$$

Inicialmente mediu-se o atraso de transporte do processo para ser usado nos algoritmos multivariáveis : as entradas de controle foram perturbadas em malha aberta e a resposta monitorada. Desde que ambas as malhas foram amostradas com o mesmo intervalo de 4,5 minutos, selecionou-se um valor médio para o atraso igual a 3, ou seja, $\xi(z) = z^3 I_2$.

Os parâmetros do controlador e processo a serem utilizados nos algoritmos auto-ajustável e preditivo, respectivamente, foram estimados com o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo com o procedimento de reinicialização da matriz de covariância.

O processo foi inicialmente excitado em malha aberta com um "PRBS" ("pseudo random binary sequence") de $\pm 15\%$ nos valores nominais de entrada por um período de 2 horas. Após esta inicialização as malhas foram fechadas com as entradas de controle restritas em $\pm 10\%$ de seus valores nominais. Os parâmetros estimados foram obtidos somente após a coluna ter sido submetida a uma série de mudanças de carga e ao final destes procedimentos os parâmetros foram utilizados nas leis de controle. Neste período inicial, a matriz de covariância foi ajustada para $10^8 I$ e o nível de erro de atualização em $0,1^\circ C$. Algumas simulações foram então realizadas para sintonia dos controladores. A matriz $P(t)$ foi ajustada para $5I$ e reinicializada para $10^2 I$ sempre que o erro de estimação excedia o valor de $0,1^\circ C$ previamente estabelecido.

Durante este período, a técnica de congelamento dos parâmetros foi utilizada até que uma nova convergência dos parâmetros fosse obtida. Um filtro de primeira ordem com constante de tempo igual a ρ foi também utilizado para minimizar as mudanças nos parâmetros estimados antes da atualização nos algoritmos de controle. Em todas as simulações o estimador dos mínimos quadrados recursivo foi implementado de acordo com a fatorização UD.

De forma diferente dos experimentos monovariáveis para esta mesma coluna (Coelho, 1989 e 1990), os controladores multivariáveis foram mais difíceis de sintonizar. As condições de sintonia obtidas para os algoritmos adaptativos multivariáveis estão descritas na tabela 5.5.

Vários tipos de perturbação foram então aplicadas na coluna de destilação para se avaliar o desempenho dos controladores adaptativos multivariáveis. Alguns destes resultados são mostrados a seguir.

A figura 5.9 mostra os resultados para mudanças em degrau na vazão de alimentação (+ 15%, na referência de 0,0006 para 0,0025 e na concentração de alimentação (- 10%). Os problemas associados com o controle deste processo tornam-se evidentes quando se analisa o desempenho do CAA : fortes interações entre as malhas de controle que introduzem um comportamento oscilatório na coluna de destilação com consequências diretas nas variáveis de saída. Para uma variação de referência, um novo valor de regime foi obtido com fortes oscilações e grande tempo de estabilização. Quando submeteu-se a coluna de destilação a uma perturbação de carga do tipo mudança na concentração de alimentação o CAA, não conseguiu manter a composição do topo dentro do seu limite de alta pureza : o valor de pico (não mostrado) de 0,9975 foi obtido enquanto que com o CPG este valor atingiu 0,9990. Portanto de forma diferente do CAA, este tipo de comportamento não foi observado, em ambas as situações, para o CPG onde NY assumiu o valor 5.

A influência do horizonte de previsão da saída (NY) sobre o desempenho do CPG foi também avaliado para uma mudança do tipo degrau na concentração da alimentação (- 10%) e na referência na composição da base (de 0,0006 para 0,0025) e estão mostrados na figura 5.10.

Para ambas as situações o melhor desempenho, com diminuição nos valores de pico, comportamento oscilatório bem como no tempo de estabilização, foi obtido ajustando-se o horizonte da saída para 10.

Outras condições alterando perturbações de carga e referência foram simuladas e os resultados confirmam um desempenho superior do CPG sobre o CAA para esta classe de processo.

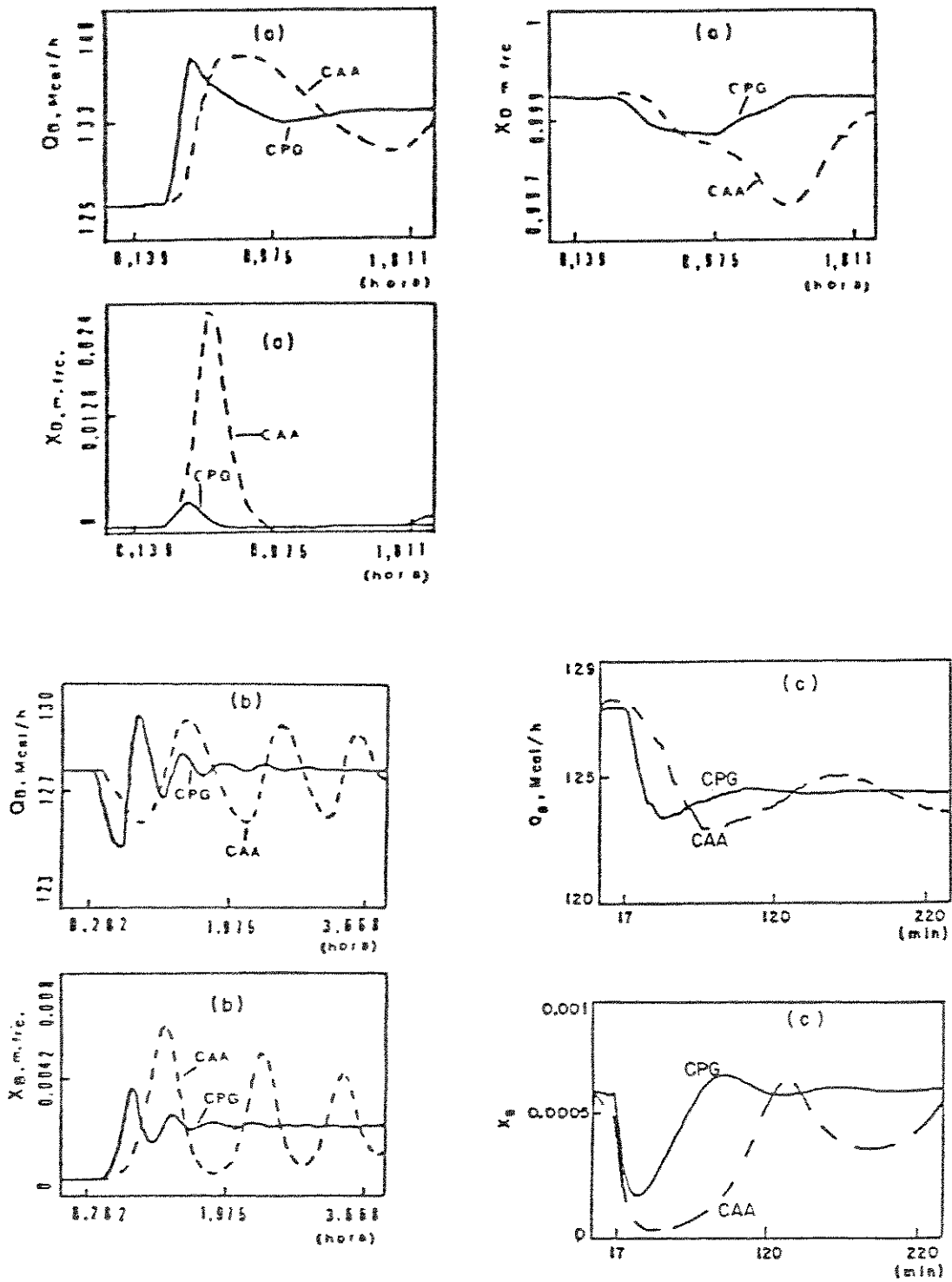


FIGURA 5.9

Resposta para perturbação na vazão de alimentação (a), na referência (b) e na concentração de alimentação (c)

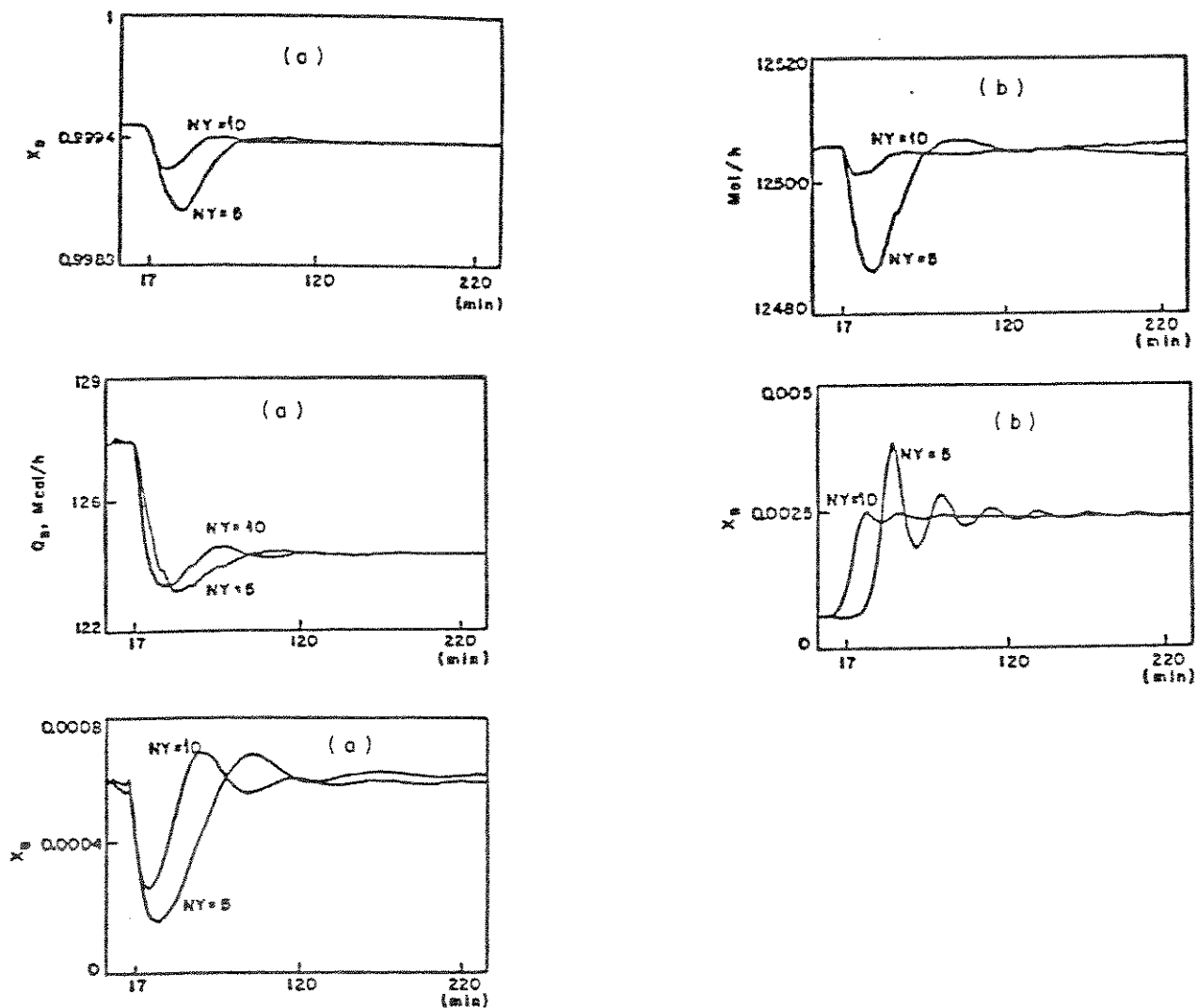


FIGURA 5.10
 Resposta para perturbação de carga (a) e mudança de referência (b) para o CPG com $NY=5$ e $NY=10$

CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL

. intervalo de amostragem (minutos)	4,5
. atraso do processo (d)	3
. magnitude do "PRBS" (%)	± 5
. fator de esquecimento	1
. P(t) para reinicialização	0,1
. erro de reinicialização (°C)	0,1
. constante do filtro (ρ)	0,2
. número de parâmetros de $\alpha(z^{-1})$	8
. número de parâmetros de $\beta(z^{-1})$	16
. matriz de ponderação da saída (Δ)	I_2
. matriz de ponderação da referência (Λ)	equação 3.19
. matriz de ponderação do controle (Γ)	0,0075 , 0,025

CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO

. intervalo de amostragem (minutos)	4,5
. atraso do processo (d)	1
. magnitude do "PRBS" (%)	± 5
. fator de esquecimento	1
. P(t) para reinicialização	0,1
. erro de reinicialização (°C)	0,1
. constante do filtro (ρ)	0,2
. número de parâmetros de $A(z^{-1})$	8
. número de parâmetros de $B(z^{-1})$	8
. matriz de ponderação da saída (Δ)	I_2
. matriz de ponderação da referência (Λ)	I_2
. matriz de ponderação do controle (Γ)	0,0001 , 0,01
. horizonte da saída (NY)	5 , 10
. horizonte do controle (NU)	3

TABELA 5.5

Sintonia dos controladores adaptativos multivariáveis

Para melhorar o comportamento da coluna de destilação com o controlador auto-ajustável de variância mínima generalizada, isto é, diminuir a sobre-elevação, tempo de estabilização e o acoplamento entre as variáveis do processo, calculou-se a matriz "interactor" a partir da identificação do processo. Após a coluna ter sido submetida a um "PRBS" nos controles de $\pm 2,5\%$, obteve-se as matrizes polinomiais $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ e, de acordo com o procedimento para se calcular a matriz "interactor" apresentado no capítulo 1, encontrou-se que

$$\xi(z) = \begin{bmatrix} z & 0 \\ -z^2 & z^2 \end{bmatrix}$$

As figuras 5.11 e 5.12 mostram o comportamento das variáveis da composição (saída) e refluxo e energia (controle) do topo e base da coluna de destilação quando submetida a uma variação de -10% na referência da base. Em 0,2 horas mudou-se o seu valor nominal de 57,17 para 57 o que corresponde a uma mudança na composição da base de 0,0006 para 0,0025. A partir destes resultados, confirmou-se os resultados de simulação obtidos no capítulo 3 em que a utilização adequada da matriz "interactor" neste tipo de algoritmo de controle é fundamental para melhorar o comportamento em malha fechada e eliminar o acoplamento do processo para entradas não-síncronas.

5.6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM OS ALGORITMOS DE CONTROLE ADAPTATIVO NA CONFIGURAÇÃO MULTI-MALHA

Outra possibilidade de controle das composições do topo e base da coluna de destilação através da concepção R/V é utilizar a configuração multi-malha, conforme descrito na figura 5.13. Neste caso, implementou-se o controlador preditivo generalizado monovariável em cada malha de controle com as composições do destilado (X_D) e base (X_B) sendo controladas pela vazão do refluxo (R) e energia fornecida ao refeedor (Q_B), respectivamente.

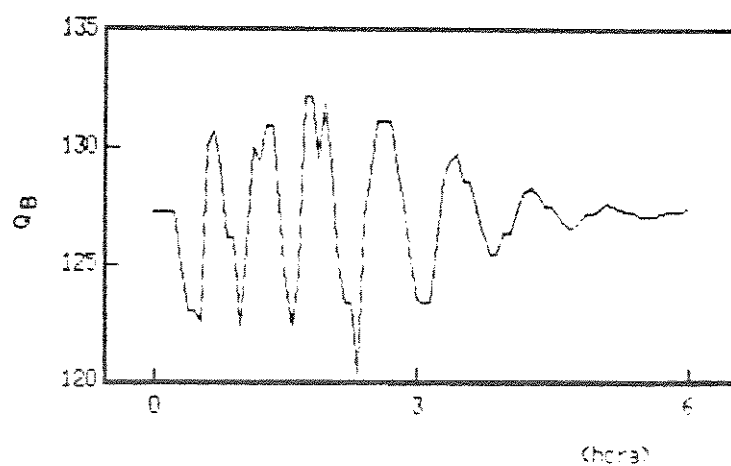
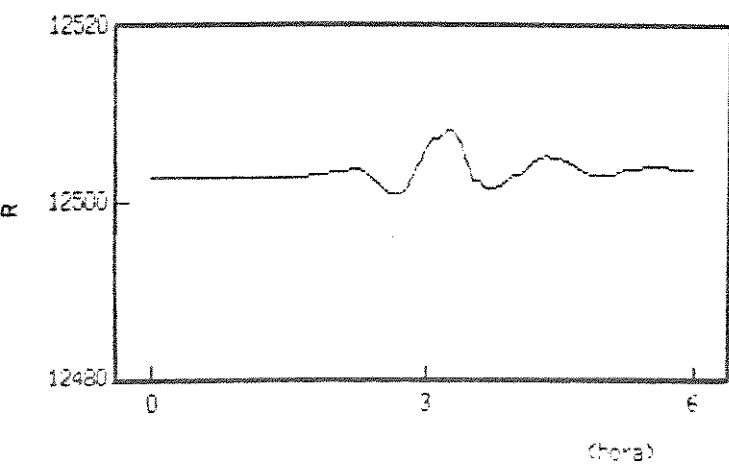
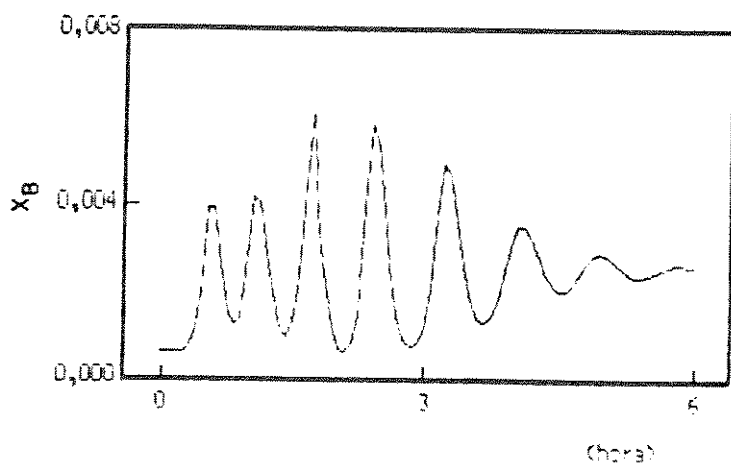
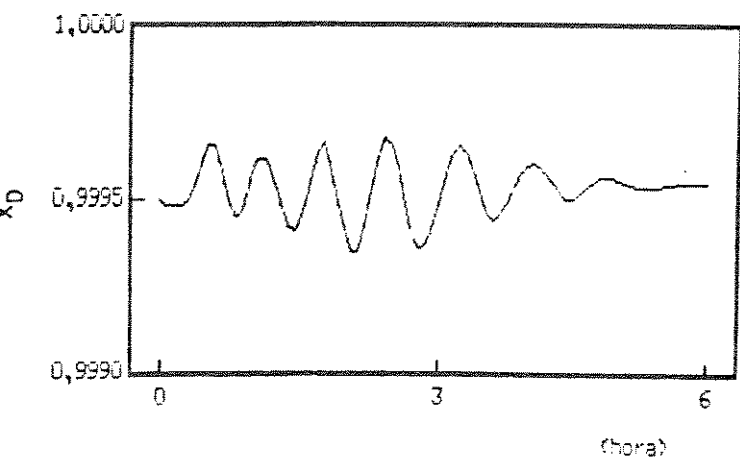


FIGURA 5.11
Saídas e controles para o controlador auto-ajustável
com matriz "interactor" diagonal

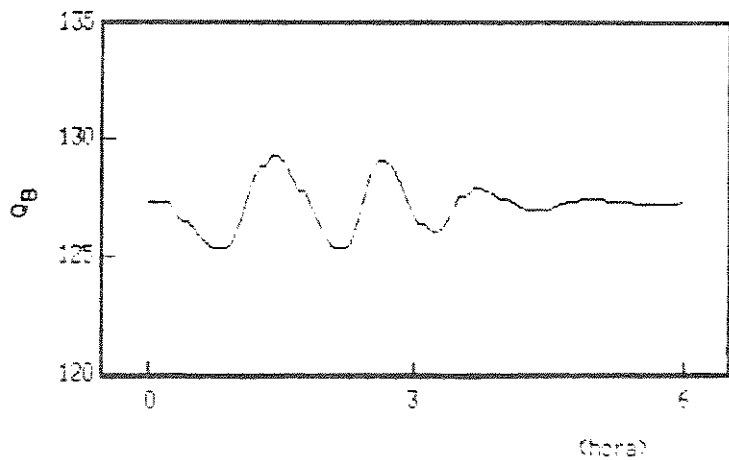
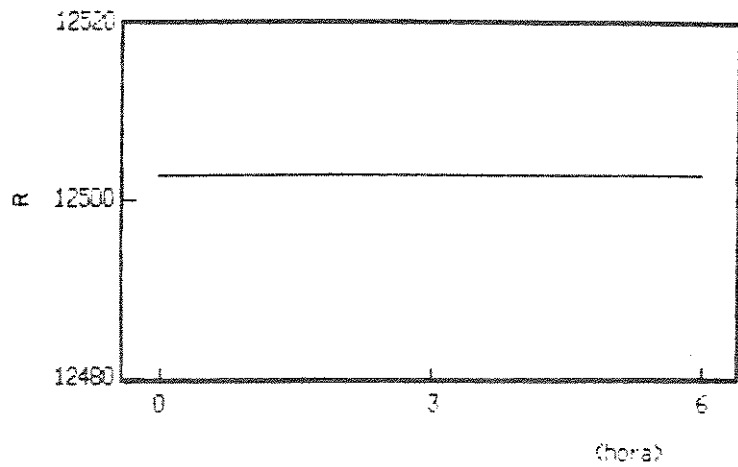
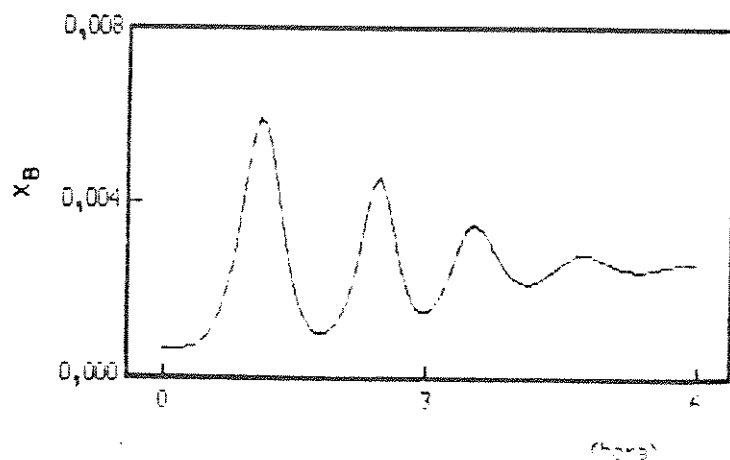
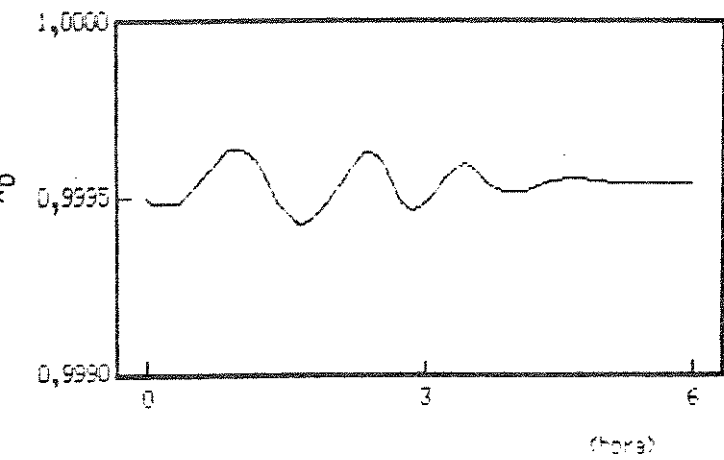


FIGURA 5.12

Saídas e controles para o controlador auto-ajustável
com matriz "interactor" não-diagonal

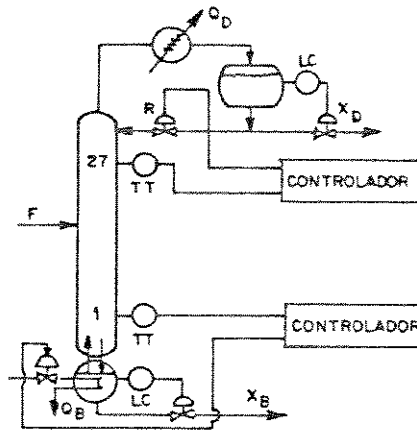


FIGURA 5.13

Coluna de destilação com controladores em multi-malha

Para a implementação destes algoritmos de controle, selecionou-se também um modelo reduzido de segunda ordem cujo polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ e $D(z^{-1})$ satisfazem as equações (5.1), (5.2), (5.3) e (5.4), respectivamente.

Os mesmos procedimentos para identificação dos parâmetros utilizados no algoritmo preditivo multivariável foram também utilizados, isto é, perturbou-se ambas as entradas do processo com um "PFBS" de 12,5% em seus valores nominais e submeteu-se a coluna de destilação a mudanças de carga. De forma diferente dos experimentos multivariáveis, a estimação dos parâmetros não foi uma tarefa difícil.

A coluna de destilação foi então submetida as mesmas perturbações de carga e referências descritas na seção 5.5. As figuras 5.14 e 5.15 ilustram os resultados obtidos para mudanças de referência e carga.

A partir dos resultados de simulação verificou-se que : 1) o controlador preditivo em duas malhas monovariáveis identifica um menor número de parâmetros, o que diminui consideravelmente o esforço computacional e 2) este controlador apresentou um melhor comportamento relativo ao caso multivariável quando a coluna de destilação foi submetida a uma mudança de referência.

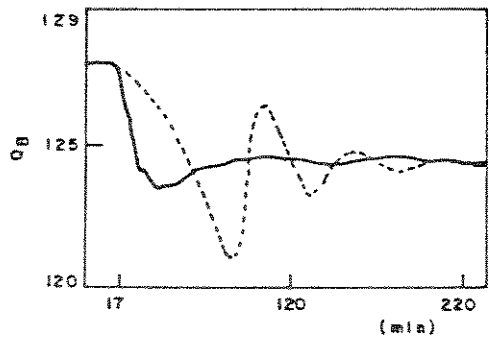
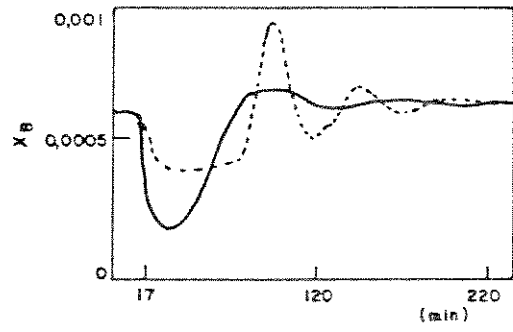
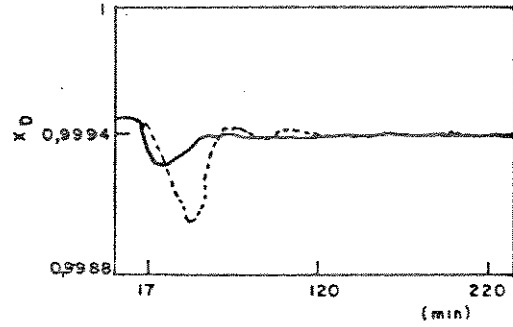
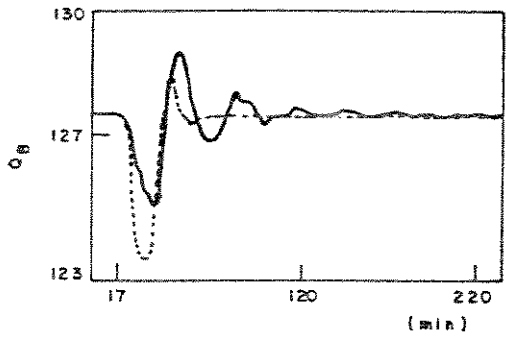
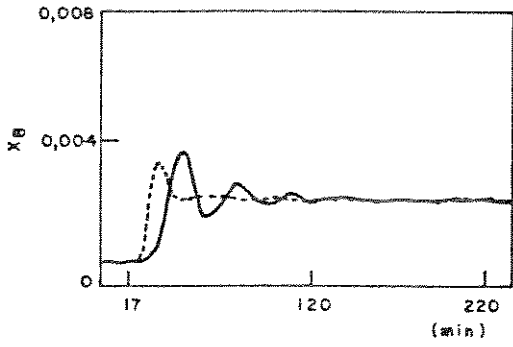


FIGURA 5.14
Saída para mudança
de referência

FIGURA 5.15
Rejeição de carga

5.7 CONCLUSÃO

Neste capítulo analisou-se o desempenho dos algoritmos adaptativos do tipo auto-ajustável de variância mínima generalizada e preditivo generalizado monovariáveis e multivariáveis no controle de uma coluna de destilação binária de alta pureza para rejeição de carga e rastreamento de referências.

As colunas de destilação de alta pureza, que constituem uma importante classe de processos para a engenharia de controle, têm recebido atenção de diversos pesquisadores, constituindo um tema ainda em aberto para pesquisas e implementação de algoritmos variados de controle, principalmente as versões adaptativas.

As técnicas de controle adaptativas, tal como conceituadas e utilizadas neste trabalho, embora venham sendo aplicadas em diversas colunas de destilação não tinham sido ainda aplicadas e testadas nas colunas de destilação de alta pureza na sua versão multivariável, processo este com características e complexidades específicas. Isto caracteriza esta aplicação de controladores adaptativos multivariáveis como uma das primeiras existentes na literatura.

Resultados de simulação mostraram que a estimação de parâmetros é uma tarefa difícil. Uma boa convergência foi possível mediante a introdução de técnicas de reinicialização, filtros e congelamento dos parâmetros no estimador dos mínimos quadrados recursivo.

O desempenho do controlador preditivo generalizado foi superior aos demais controladores, isto é, menor sobre-elevação e resposta rápida, mostrando ser um controlador bem mais robusto e assim mantendo os limites de pureza das composições da base e topo dentro dos valores especificados, independentemente do tipo de configuração de controle.

O aumento do horizonte de previsão da saída melhorou o desempenho do controlador preditivo generalizado com uma diminuição do tempo de estabilização e valores de pico para novas perturbações.

Diferentemente dos experimentos monovariáveis, os controladores adaptativos multivariáveis precisaram de maiores considerações para sua sintonia.

Os resultados obtidos mostraram que o controlador auto-ajustável multivariável foi mais sensível para erros de modelagem e interações entre as malhas de controle. Um melhor comportamento deste algoritmo de controle foi obtido após a utilização da matriz "interactor".

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Uma alternativa para o controle de processos complexos em que os controladores PID não apresentam um desempenho satisfatório, é a utilização de controladores adaptativos, que ajustam automaticamente os seus parâmetros para acompanhar variações no processo ou no seu ambiente.

Uma das estratégias existentes para o projeto de controladores adaptativos consiste em fazer com que o controlador identifique o modelo do processo e, a partir deste, determine os seus parâmetros otimizando um critério de desempenho da forma

$$J = E \left\{ \left[\sum_{k=NI}^{NY} [y(t+k) - y_r(t+k)]^2 + \sum_{k=1}^{NU} \Gamma [\nabla u(t+k-1)]^2 \right] / D, \right\}$$

Obtém-se assim os controladores auto-ajustável e preditivo, desenvolvidos e implementados conforme descritos nos capítulos 3, 4 e 5.

No desenvolvimento destes controladores é necessário o conhecimento da saída do processo em um ou vários instantes de tempo à frente através de um preditor. No caso do controlador auto-ajustável, somente uma previsão é utilizada, de acordo com o atraso de transporte do processo. Para o controlador preditivo generalizado este horizonte estende-se além do atraso do processo.

Assim, desenvolveram-se neste trabalho diferentes formas de se calcular o preditor multivariável para previsões da saída em que o horizonte é igual ou maior que o atraso de transporte do processo. Os preditores que foram utilizados nos controladores adaptativos podem ser obtidos de forma indireta, direta ou iterativa. Na forma indireta, estimam-se os parâmetros do modelo

do processo; na forma direta estimam-se diretamente os parâmetros que descrevem a equação do preditor; e na forma iterativa, itera-se a equação que descreve a dinâmica do processo.

Foram propostos dois métodos para se calcular o preditor iterativo, os quais utilizam a saída filtrada do processo para eliminar frequências indesejáveis na saída do processo.

Demonstrou-se que para as mesmas entradas e perturbações os preditores do tipo "Diophantine" (indireto e direto) e iterativo apresentam o mesmo erro de previsão. Deste modo, o preditor utilizado nos controladores adaptativos está intrinsecamente relacionado ao esforço computacional envolvido em cada algoritmo de controle. Assim sendo, no caso do algoritmo de controle auto-ajustável utilizou-se o preditor direto e para o algoritmo de controle preditivo, o preditor iterativo.

A seguir, desenvolveu-se o controlador auto-ajustável multivariável baseado na estratégia de variância mínima generalizada para processos com modelos do tipo "CARMA" e "CARIMA". Estes modelos apresentam atrasos iguais ou distintos entre suas variáveis, igual ou diferente número de entradas e saídas e, perturbações estocásticas e/ou determinísticas.

Desenvolveu-se ainda um controlador auto-ajustável indireto baseado no procedimento de alocação de polos, aplicável a processos que apresentem mesmo número de entradas e saídas.

Para o controlador auto-ajustável de variância mínima generalizada foi desenvolvido um procedimento de cálculo "on-line" para as ponderações do sinal de referência e da perturbação na carga. Demonstrou-se que através destes procedimentos é possível eliminar o erro em regime entre a saída do processo e a referência, para uma variação degrau, bem como rejeitar perturbações determinísticas.

Para estes procedimentos demonstrou-se que se o número de entradas é igual ao número de saídas, a matriz de ponderação do controle é constante e a matriz de ponderação da referência é igual a matriz de ponderação da saída. Nestas condições, os algoritmos de controle auto-ajustável com o procedimento lambda

adaptativo e com referência no sinal de controle são equivalentes.

Desenvolveu-se o controlador preditivo generalizado multivariável para processos lineares discretos e modelados de acordo com a representação "CARMA" e "CARIMA". Este algoritmo de controle emprega o preditor iterativo, e pode ser utilizado em processos com qualquer número de entradas e saídas, e qualquer estrutura para a matriz "interactor" do processo.

A partir da representação entrada/saída, analisou-se o comportamento do processo em malha fechada. Mostrou-se como os horizontes de previsão (NI, NY, NU) e da ponderação do controle (Γ) influenciam os polos do sistema em malha fechada.

Demonstrou-se que, se a ponderação do sinal de controle é nula e os horizontes de previsão da saída e controle são iguais, então os polos do sistema em malha fechada são os zeros do sistema em malha aberta.

O controlador auto-ajustável baseado na estratégia de variância mínima é um caso particular do controlador preditivo generalizado, onde seus horizontes de previsão são ajustados com $NI = NY = d$ e $NU = 1$.

Neste trabalho, analisou-se também o desempenho dos algoritmos de controle adaptativo, do tipo auto-ajustável de variância mínima generalizada e preditivo generalizado, no controle de uma coluna de destilação binária de alta pureza no tocante a variação de carga e rastreamento de referência. A aplicação do controlador preditivo generalizado a este processo pode ser vista como uma das primeiras existentes na literatura. As configurações de controle analisadas e implementadas nesta coluna de destilação foram: monovariável, multivariável e multi-malha.

Dos resultados de simulação pode-se concluir que 1) o controlador auto-ajustável com o procedimento de ajuste da matriz de ponderação da referência apresenta uma menor variância para os sinais de saída e controle quando comparado com outros algoritmos de controle auto-ajustável que possuem ação integral, tais como, integrador na ponderação do controle, referência para o sinal de controle e modelo "CARIMA".

2) verificou-se também que quando se utiliza adequadamente a matriz "interactor" do processo, o acoplamento entre os pares de entrada e saída é eliminado para referências não-síncronas.

3) o controlador preditivo generalizado apresenta maior esforço computacional à medida que $NU \rightarrow NY$. A alteração de NU de $(NY-1)$ para NY não tem um efeito significativo sobre o sinal de controle ou na resposta em malha fechada, pois as variâncias dos sinais de saída ficam praticamente inalteradas. Deste modo, levando-se em consideração somente os aspectos de erro em regime e tempo computacional, deve-se selecionar $NU = NY - 1$.

4) verificou-se também que para este controlador, o acoplamento entre os pares de entrada e saída do processo para referências não-síncronas pode ser eliminado sem o conhecimento da matriz "interactor" do processo. Para tanto, deve-se selecionar os horizontes de saída e controle como $NY - NU \geq d - 1$.

5) com respeito à aplicação dos algoritmos adaptativos monovariáveis e multivariáveis no controle da coluna de destilação verificou-se que :

- i) para se melhorar a capacidade de rastreamento do estimador dos MQR, deve-se introduzir reinicialização da matriz de covariância, filtros e congelamento de parâmetros. Obteve-se parâmetros estimados adequados após utilizar-se como entradas da coluna de destilação um sinal "PRBS" de 12,5% nos seus valores nominais e mudanças de carga;
- ii) o controlador preditivo generalizado apresentou o melhor comportamento entre os algoritmos de controle avaliados, isto é, menor sobre-elevação e resposta rápida;
- iii) o controlador preditivo generalizado mostrou comportamento adequado quando ocorrem atrasos de transporte variantes no tempo, interações entre as malhas de controle e erros de modelagem;
- iv) o aumento do horizonte de previsão da saída do controlador preditivo generalizado permite melhorar seu desempenho diminuindo-se o tempo de estabilização e valores de sobre-elevação;
- v) utilizando-se a matriz "interactor" no controlador auto-ajustável foi possível melhorar o comportamento da saída da coluna de destilação;
- vi) os controladores multivariáveis são de difícil sintonia e
- vii) o

desempenho do controlador preditivo generalizado na configuração multi-malha não foi tão bom quanto do o multivariável para rejeição de carga, mas para mudança de referência seu desempenho foi equivalente ao do multivariável.

Em relação a trabalhos futuros pode-se sugerir

- 1) utilização de sistemas especialistas para monitorar o estimador de parâmetros e a lei de controle em aplicações práticas.
- 2) implementação dos controladores adaptativos com estimadores robustos, isto é, algoritmos de identificação que sejam pouco influenciados por perturbações e erros de modelagem.
- 3) desenvolvimento dos controladores auto-ajustável e preditivo no domínio da transformada $ó$ (Goodwin,1990) evidenciando-se as vantagens e desvantagens de implementação quando comparada com a utilização da transformada z convencional.
- 4) desenvolvimento e generalizações de formulações matemáticas associando os horizontes de previsão do controlador preditivo generalizado multivariável com o comportamento do processo em malha fechada.
- 5) a grande maioria dos esquemas de controle adaptativos encontrados na literatura não levam em consideração as restrições impostas pelas limitações tecnológicas dos processos reais. Deste modo é necessário desenvolver algoritmos de controle auto-ajustável e preditivo considerando restrições sobre as variáveis de saída e/ou controle do processo.

APÊNDICE

EQUIVALÊNCIA ENTRE OS DETERMINANTES DE

$$B^*(z^{-1}) \text{ e } B(z^{-1}) \text{ e}$$

$$S^*(z^{-1}) \text{ e } S(z^{-1})$$

Sejam as matrizes polinomiais $S^*(z^{-1})$ e $B^*(z^{-1})$ tais que

$$B(z^{-1})S^{-1}(z^{-1}) = S^{*-1}(z^{-1})B^*(z^{-1}) \quad (\text{A.1})$$

onde

$$B(z^{-1}) = B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_{nB} z^{-nB}$$

$$B^*(z^{-1}) = B_0^* + B_1^* z^{-1} + \dots + B_{nB}^* z^{-nB}$$

$$S(z^{-1}) = S_0 + S_1 z^{-1} + \dots + S_{nS} z^{-nS}$$

$$S^*(z^{-1}) = S_0^* + S_1^* z^{-1} + \dots + S_{nS}^* z^{-nS}$$
(A.2)

A equação (A.1) pode ser reescrita como

$$\frac{1}{\det[S(z^{-1})]} B(z^{-1}) \text{Adj}[S(z^{-1})] =$$

$$\frac{1}{\det[S^*(z^{-1})]} \text{Adj}[S^*(z^{-1})] B^*(z^{-1}) \quad (\text{A.3})$$

Considere os polinômios $a(z^{-1})$ e $b(z^{-1})$ e as matrizes polinomiais $F(z^{-1})$ e $G(z^{-1})$ definidas como

$$a(z^{-1}) = \det[S(z^{-1})] \quad (\text{A.4})$$

$$b(z^{-1}) = \det[S^*(z^{-1})] \quad (\text{A.5})$$

$$F(z^{-1}) = B(z^{-1}) \text{Adj}[S(z^{-1})] \quad (\text{A.6})$$

$$G(z^{-1}) = \text{Adj}[S^*(z^{-1})] B^*(z^{-1}) \quad (\text{A.7})$$

Substituindo-se estas equações na equação (A.3) resulta

$$\frac{1}{a(z^{-1})} F(z^{-1}) = \frac{1}{b(z^{-1})} G(z^{-1}) \quad (\text{A.8})$$

onde sem perda de generalidade assume-se que $a(z^{-1})$ e $F(z^{-1})$, e $b(z^{-1})$ e $G(z^{-1})$ são co-primos.

Considere um elemento genérico (i,j) da equação (A.8), então

$$\frac{1}{a(z^{-1})} f_{ij}(z^{-1}) = \frac{1}{b(z^{-1})} g_{ij}(z^{-1}) \quad (\text{A.9})$$

ou

$$f_{ij}(z^{-1}) = \frac{a(z^{-1})}{b(z^{-1})} g_{ij}(z^{-1}) \quad (\text{A.10})$$

É necessário mostrar que $a(z^{-1})$ e $b(z^{-1})$ diferem somente por um escalar, o que pode ser feito por absurdo.

Seja $b(z^{-1})$ da forma

$$b(z^{-1}) = a(z^{-1})r(z^{-1}) \quad (\text{A.11})$$

Logo, para que $f_{ij}(z^{-1})$ seja polinomial é necessário que o polinômio $r(z^{-1})$ ocorra em cada $g_{ij}(z^{-1})$. Entretanto, esta condição é falsa pois, por hipótese, $b(z^{-1})$ e $G(z^{-1})$ são co-primos. Portanto, todo fator do polinômio $b(z^{-1})$ é também um fator de $a(z^{-1})$.

A partir da equação

$$g_{ij}(z^{-1}) = \frac{b(z^{-1})}{a(z^{-1})} f_{ij}(z^{-1}) \quad (\text{A.12})$$

é possível utilizar um raciocínio análogo para mostrar que todo fator de polinómio $a(z^{-1})$ é também um fator de $b(z^{-1})$.

Portanto

$$\frac{a(z^{-1})}{b(z^{-1})} = k \in \mathbb{F} \quad (\text{A.13})$$

A seguir, demonstra-se que se a equação (A.13) é satisfeita, então a equação (A.1) é válida e os determinantes de $B(z^{-1})$ e $B^*(z^{-1})$, e $S(z^{-1})$ e $S^*(z^{-1})$ são iguais.

Sejam as seguintes matrizes polinomiais

$$S'(z^{-1}) = k S^*(z^{-1}) \quad (\text{A.14})$$

$$B'(z^{-1}) = k B^*(z^{-1}) \quad (\text{A.15})$$

A partir das equações (A.4), (A.5), (A.13), (A.14) e (A.15) é possível escrever

$$\begin{aligned} S'^{-1}(z^{-1}) B'(z^{-1}) &= \frac{S^{*-1}(z^{-1})}{k} k B^*(z^{-1}) \\ &= S^{*-1}(z^{-1}) B^*(z^{-1}) \\ &= B(z^{-1}) S^{-1}(z^{-1}) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

como também

$$\begin{aligned} \det[S'(z^{-1})] &= k \det[S^*(z^{-1})] = \frac{a(z^{-1})}{b(z^{-1})} b(z^{-1}) \\ &= a(z^{-1}) = \det[S(z^{-1})] \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Logo

$$\det[S(z^{-1})] = \det[S^*(z^{-1})] \quad (\text{A.18})$$

$$\det[B(z^{-1})] = \det[B^*(z^{-1})] \quad (\text{A.19})$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arruda, L. V. R., (1988). "Um Supervisor Baseado em Conhecimento para Modelagem de Processos". Tese de Mestrado, DCA/FEE/UNICAMP.

Acundeger, E., (1990). "Synthese de Methodes de Commande Predictive". Rapport 86/479, Laboratoire de Signaux et Systemes, Universite de Nice.

Agarwal, M. and Seborg, D. E., (1987). "Nonlinear Self-Tuning Control of a Pilot-Scale Distillation Column". Proc. of 8th IFAC Symp. on Identif. on Syst. Param. Estimation, Beijing.

Al-Assaf, Y., (1988). "Self-Tuning Control : Theory and Applications". D.Phil. Thesis, Oxford University, England.

Allidina, A. Y. and Hughes, f. M., (1980). "Generalized Self-Tuning Controller with Pole-Assignment". Proc. IEE, 127, 13.

Amaral, W. C., (1980). "Identificação Recursiva de Sistemas Multivariáveis". Tese de Doutorado, DCA/FEE/UNICAMP.

Astrom, K. J. and Wittenmark, B., (1973). "On Self-Tuning Regulators". Automatica, 9, 185.

Astrom, K. J., (1987). "Adaptive Feedback Control". Proc. of IEEE, 75, 2, 185.

Bayoumi, M. M.; Wong, K. Y. and El-Bagoury, M. A., (1981). "A Self-Tuning Regulator for Multivariable Systems". Automatica, 17, 575.

Bierman, G. J., (1977). Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation, Academic Press, New York.

Bittanti, S. and Scattolini, R., (1985). "A Self-Tuning Algorithm for Multivariable Control". IFAC Ident. and System Parameter, York.

Borisson, U., (1979). "Self-Tuning Regulators for a Class of Multivariable Systems". *Automatica*, 15, 209.

Carini, P.; Micheli, R. and Scattolini, R., (1990). "Multirate Self-Tuning Predictive Control with Application to Binary Distillation Column". *Int. J. Systems Sci.*, 21, 51.

Clarke, D. W. and Gawthrop, P. J., (1975). "Self-Tuning Controller". *Proc. IEE*, 122, 929.

Clarke, D. W.; Hodgson, A. J. F. and Tuffs, P. S., (1985). "The Offset Problem and k-Incremental Predictors in Self-Tuning Control". *Proc. IEE*, 130, 217.

Clarke, D. W. and Mohtadi, C., (1987). "Properties of Generalized Predictive Control". 10th World Congress of IFAC, Munich.

Clarke, D. W.; Mohtadi, C. and Tuffs, P. S., (1987a). "Generalized Predictive Control - I. The Basic Algorithm". *Automatica*, 23, 137.

Clarke, D. W.; Mohtadi, C. and Tuffs, P. S., (1987b). "Generalized Predictive Control - II. Extensions and Interpretations". *Automatica*, 23, 149.

Clarke, D. W. and Mohtadi, C., (1989). "Properties of Generalized Predictive Control". *Automatica*, 25, 859.

Clarke, D. W., (1990). "Generalized Predictive Control and its Application". *Proc. CIM - Europe Workshop*, Paris.

Coelho, A. A. R. e Arruda, L. V. R., (1987). "Técnicas de Estimacão Paramétrica para Sistemas Variantes no Tempo". 1 Encontro Regional Norte e Nordeste de Automática.

Coelho, A. A. R. ; Amaral, W. C. e Favier, G., (1988). "Métodos de Ajuste do Erro de Regime para o Controlador Auto-Ajustável Multivariável". 7 Congresso Brasileiro de Automática.

Coelho, A. A. R. ; Amaral, W. C. and Favier, G., (1988). "A Multivariable Generalized Minimum Variance Controller with Zero Steady-State Error". 26th Annual Allerton Conf. on Communic., Control and Computing, Illinois.

Coelho, A. A. R e Arruda, L. V. R., (1988). "Implementação do Controlador Auto-Ajustável com Detecção de Ruptura do Modelo". 3 Congresso Nacional de Automação Industrial.

Coelho, A. A. R., (1988). "Algoritmos para Erro de Regime Nulo em Controladores de Variância Mínima Generalizada Multivariável". Relatório Interno/014, DCA/FEE/UNICAMP.

Coelho, A. A. R.; Gomes, F. G.; Amaral, W. C. and Yamakami, A., (1989). "Comparison of Self-Tuning and Predictive Control Algorithms Applied to a Nonlinear Process". IEEE CDC, Florida.

Coelho, A. A. R.; Gomes, F. G.; Amaral, W. C. and Yamakami, A., (1989). "Adaptive Control of a Nonlinear Process : A Comparison of Self-Tuning and Predictive Algorithms". IFAC Workshop on Eval. of Adaptive Control Strat. in Ind. Applications., Tiblish.

Coelho, A. A. R.; Gomes, F. G.; Amaral, W. C. and Yamakami, A., (1989). "Performance of a Weighted Linear and a Nonlinear Self-Tuning Controller Applied to a Distillation Column". 8 International Conf. on Control Systems and Science, Romania.

Coelho, A. A. R.; Gomes, F. G. e Amaral, W. C., (1990). "Análise e Implementação de um Controlador Auto-Ajustável com Alocação de Polos". 8 Congresso Brasileiro de Automática e 4 Congresso Latino Americano de Automática.

Coelho, A. A. R.; Gomes, F. G. e Yamakami, A., (1990). "Modelagem Dinâmica de um Processo com Rigidez Numérica : Estabilidade, Integração Semi-Implicita e Esforço Computacional". 8 Congresso Brasileiro de Automática e 4 Congresso Latino Americano de Automática.

Coelho, A. A. R.; Gomes, F. G. e Amaral, W. C., (1990). "Controle Preditivo : Aspectos Teóricos e Implementação ". 8 Congresso Brasileiro de Automática.

Coelho, A. A. R. e Gomes, F. G., (1990). "Modelagem, Simulação e Controle Adaptativo de uma Coluna de Destilação". 1 Simpósio de Automação Integrada.

Coelho, A. A. R.; Gomes, F. G.; Amaral, W. C. and Yamakami, A., (1990). "Multivariable Self-Tuning and Predictive Controllers Applied to an Ill-Conditioned Process : A Case Study". 11 World Congress of IFAC, Tallinn.

Coelho, A. A. R.; Gomes, F. G.; Amaral, W. C. and Yamakami, A., (1990). "Predictive Control of a Nonlinear Process : SISO and MIMO Algorithms". American Control Conference, San Diego.

Coelho, A. A. R.; Gomes, F. G.; Amaral, W. C. e Yamakami, A., (1990). "Controladores Auto-Ajustáveis Linear e Não-Linear Aplicados a um Processo Não-Linear : Algoritmos e Resultados". Revista da Sociedade Brasileira de Automática.

Crisalle, O. D.; Seborg, D. E. and Mellichamp, D. a., (1990). "Theoretical Analysis of Long-Range Predictive Controllers". American Control Conference, San Diego.

Cutler, C. R. and Ramaker, B. C., (1980). "Dynamic Matrix Control - A Computer Control Algorithm". JACC, San Francisco.

Deng, Z. I.; Guo, Y. X. and Du, C. T., (1985). "A Self-Tuning Adaptive Controller for Multivariable Systems". IFAC Ident. and System Parameter, York.

De Keyser, R. M. C. and Van Cauwenberghe, A. R., (1981). "A Self-Tuning Multistep Predictor Application". Automatica, 17, 167.

De Keyser, R. M. C. and Van Cauwenberghe, A. R., (1982). "Simple Self-Tuning Multistep Predictors". IFAC Symp. on Ident. and Sys. Param. Estimation, Washington.

De Keyser, R. M. C. and Van Cauwenberghe, A. R., (1985). "Extended Prediction Adaptive Control". IFAC Symp. on Ident. and Sys. Param. Estimation, York.

De Keyser, R. M. C.; Velde, G. A. V.; Dumortier, F. A. G., (1988). "A Comparative Study of Self-Adaptive Long-Range Predictive Control Methods". Automatica, 24, 149.

Dubois, D., (1987). "Commande des Systemes Lineares Multivariables Algorithmes et CAO", Ph.D. Thesis, Universite de Nice.

Dugard, C. L.; Goodwin, G. C. and Xianya, X., (1984). "The Role of the Interactor Matrix in Multivariable Stochastic Adaptive Control". Automatica, 20, 701.

Dugard, L. and Dion, J. M., (1985). "Direct Adaptive Control for Linear Multivariable Systems". Int. J. Control, 42, 1251-1281.

Edmunds, J. M., (1976). "Digital Adaptive Pole-Shifting Regulator". Ph.D. Thesis, UMIST, UK.

Elliot, H. and Wolovich, W. A., (1982). "A Parameter Adaptive Control Structure for Linear Multivariable Systems". IEEE Trans. on Automatic Control, 27.

Favier, G. and Hassani, M., (1982). "Multivariable Self-Tuning Controllers Based on Generalized Minimum Variance Strategy". IEEE CDC, Orlando.

Favier, G., (1987). "Self-Tuning Long-Range Predictive Controllers". 10th World Congress of IFAC, Munich.

Favier, G.; Dubois, D. and Rougerie, C., (1988). "On Predictive Control : A Comparison and Some Extensions". INRIA Conf. on Opt. and Syst. Analysis, Juan Les Pins.

Favier, G.; Dubois, D. and Rougerie, C., (1988). "A Review of J-Step-Ahead Predictors". IFAC Symp. on Identif. on Syst. Param. Estimation, Beijing.

Favier, G.; Dubois, D. and Rougerie, C., (1990). "A Review of K-Step-Ahead Predictors". Automatica, 26, 75-84.

Fuentes, C. and Luyben, W.L., (1983). "Control of High-Purity Distillation Columns". Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 22, 361.

García, C.E.; Prett, D.M. and Morari, M., (1989). "Model Predictive Control : Theory and Practice - A Survey". Automatica, 25, 335.

Georgiou, A.; Georgakis, C. and Luyben, W.L., (1988). "Nonlinear Dynamic Matrix Control for High-Purity Distillation Columns". AIChE Journal, 34, 1287.

Gomes, F.J. e Yamakami, A., (1988). Relatório Interno/011 , DT/FEE/UNICAMP.

Gomes, F.J., (1989). "Modelagem, Controle Adaptativo e Otimização de um Sistema Não-Linear". Tese de Doutorado, DT/FEE/UNICAMP.

Goodwin, G.C.; MacInnis, B.C. and Wang, J.C., (1982). Model Reference Adaptive Control for Systems Having Non Square Transfer Matrix Function". IEEE CDC, Orlando.

Goodwin, G.C. and Sin, K.S., (1984). Adaptive Prediction, Filtering and Control, Prentice Hall.

Hahn, V.; Rock, H.; Schmid, C. and Wiemer, P., (1985). "Some Experiences with the Application of Multivariable Adaptive Control in Chemical and Electromechanical Plants". *Optimal Control Applications & Methods*, 6, 225-248.

Isermann, R., (1981). *Digital Control Systems*, Springer-Verlag.

Jota, F.G., (1987). "The Application of Self-Tuning Control Technique to a Multivariable Process". D.Phil. Thesis, Oxford University, England.

Junior, E.G.; Coelho, A.A.R. e Amaral, W.C., (1990). "Análise e Implementação de Controladores PID Discreto Constante e Baseado em Reconhecimento de Padrão". Relatório Interno/40, DCA/FEE/UNICAMP.

Kanjilal, P.P. and Clarke, D.W., (1987). "Prediction of Stochastic Process Using Self-Tuning Principles". *Int. J. Systems*, 18, 371.

Keviczky, L. and Hetthessy, J., (1977). "Self-Tuning Minimum Variance Control of MIMO Discrete Time Systems". *Automatic Control Theory and Applications*, 5.

Keviczky, L.; Kumar, K.S.P., (1981). "Multivariable Self-Tuning Regulator with Generalized Cost Function". *Intern. J. Control*, 33, 913.

Kim, C. and Friedly, J.C., (1974). "Approximate Dynamic Modeling of Large Staged Systems". *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, 22, 177.

Kinnaert, M., (1987). "Generalized Predictive Control of Multivariable Linear Systems". IEEE CDC, Los Angeles.

Koivo, H.N., (1980). "A Multivariable Self-Tuning Controller". *Automatica*, 16, 351.

Koivo, H.N. and Tantu, J.T., (1985) "Self-Tuning Controllers : Non Square Systems and Convergence". *Intern. J. Systems SCI*, 16, 981.

Lambert, M., (1987). "Adaptive Control of Flexible Systems". D.Phil. Thesis, Oxford University, England.

Landau, I.D., (1979). Adaptive Control : The Model Reference Approach, Dekker, New York.

Lee, K.S. and Lee, W.K., (1983). "Extended Discrete-Time Multivariable Adaptive Control Using Long Term Predictor". International J. Control, 38, 495.

Lelic, M.A. and Wellstead, P.E., (1987). "A Generalized Pole-Placement Self-Tuning Controller - Part 1 : The Basic Algorithm". Int. Journal Control, 46, 569.

Lim, K.W. and Ling, K.V., (1989). "Generalized Predictive Control of a Heat Exchanger". IEEE Control Systems Magazine, 9.

Lu, W. and Fisher, D.G., (1990). "Nonminimal Model Based Output Predictors". American Control Conference, San Diego.

Luyben, W., (1971). "Control of Distillation Column with a Sharp Temperature Profile". AIChE Journal, 17, 713.

Martin, G.D., (1981). "Long Range Predictive Control". AIChE Journal, 27, 748.

Maurath, P.R.; Mellichamp, D.A. and Segorg, D.E., (1988). "Predictive Controller Design for Single-Input/Single-Output (SISO) Systems". Ind. Eng. Chem. Res, 27, 956.

McDermot, P.E.; Mellichamp, D.A. and Rinker, R.G., (1986). "Pole-Placement Self-Tuning Control of a Fixed-Bed Autothermal Reactor". AIChE Journal, 32, 6, 1004.

McDermot, P.E., (1987). "Adaptive Multivariable Optimal Predictive Control". Inter. J. of Adaptive Control and Signal Proc., 1, 111.

McIntosh, A. R.; Fisher, D. G. and Shah, S. L., (1989). "Selection of Tuning Parameters for Adaptive Generalized Predictive Control". American Control Conference, San Diego.

McIntosh, A. R.; Fisher, D. G. and Shah, S. L., (1990). "Performance Tuning of Adaptive Generalized Predictive Control". 11 World Congress of IFAC, Tallinn.

Mellati, A., (1982). "Self-Tuning Controllers for Distillation columns". D.Phil. Thesis, Nottingham University.

Mendes, R. S., (1984). "Controlador Auto-Ajustável por Alocação de Polos e Minimização de uma Variância Generalizada". Tese de Mestrado, DCA/FEE/UNICAMP.

Mohtadi, C., (1986). "Studies in Advanced Self-Tuning Algorithms". D. Phil. Thesis, Oxford University, England.

Morris, A. J.; Nazer, Y. and Wood, R. K. (1981). "Self-Tuning and Adaptive Control : Theory and Applications". Eds. IEE Control Eng. Ser., 15.

M'Saad, M.; Duque, M. and Landau, D. (1987). "Thermal Process Robust Adaptive Control". 10th World Congress of IFAC, Munich.

Mountziaris, J. T. and Georgiou, A., (1988). "Design of Robust Noninteracting Controllers for High-Purity Binary Distillation Columns". Ind. Eng. Chem. Res., 27, 1450.

Peng, Y and Hanus, R., (1989). "Pole-Placement via Generalized Predictive Control". Internal Report, Laboratoire d'Automatique, Université Libre de Bruxelles.

Richalet, J. A.; Rault, A.; Testud, J. L. and Papon, J., (1978). "Model Predictive Heuristic Control : Applications to an Industrial Process". Automatica, 14, 413.

Sanchez, J.M. and Shah, S.L., (1984). "Multivariable Adaptive Predictive Control of a Binary Distillation Column". *Automatica*, 20, 607.

Sastry, V.A.; Seborg, D.E. and Wood, R.K., (1977). "Self-Tuning Regulator Applied to a Binary Distillation Column". *Automatica*, 13, 417.

Scattolini, R., (1986). "A Multivariable Self-Tuning Controller with Integral Action". *Automatica*, 22, 619.

Schumann, R., (1979). "Various Multivariable Computer Control Algorithms for Parameter - Adaptive Control Systems". IFAC Symp. on Computer Aided Design Control Systems, Zurich.

Seborg, D.E.; Shah, S.L. and Edgar, T.F., (1986). "Adaptive Control Strategies for Process Control: A Survey". *AIChE Journal*, 32, 881.

Shah, S.L.; Mohtadi, C. and Clarke, D.W., (1987). "Multivariable Adaptive Control Without a Prior Knowledge of Delay Matrix". *Systems & Control Letters*, 9, 295.

Shinskey, F.G., (1984). *Process Control Systems*, McGraw-Hill, New York.

Skogestad, S. and Morari, M., (1987). "Control Configuration Selection for Distillation Columns". *AIChE Journal*, 33, 1620.

Tham, M.T.; Morris, A.J. and Montague, G.A., (1987). "Self-Tuning Process Control : A Review of some Algorithms and Their Application". IEEE CDC, Los Angeles.

Vogel, E.F., (1982). "Adaptive Control of Chemical Processes with Variable Dead-Time". Ph.D. Thesis, Univ. Texas at Austin.

Vogel, E.F. and Edgar, T.P., (1988). "An Adaptive Pole Placement Controller for Chemical Processes with Variable Dead Time". *Comput. Chem. Eng.*, 12, 15.

Xi, Y., (1989). "New Design for Discrete-Time Multi-Variable Predictive Controllers". *Int. J. Control*, 49, 45.

Wang, F. and Shijun, L., (1987). "Self-Tuning with Feedforward for Multivariable Systems with Arbitrary Interactor Matrix". IEEE CDC, Los Angeles.

Wellstead, P.E.; Prager, D. and Zanker, P., (1979). "Pole Assignment Self-Tuning Regulator". *Proc. IEE*, 126, 8, 781.

Wittenmark, B., (1975). "Stochastic Adaptive Control Methods : A Survey". *Intern. J. Control*, 21, 705.

Wolovich, W.A., (1974). *Linear Multivariable Systems*, Springer Verlag.

Wolovich, W.A. and Falb, P.L., (1976). "Invariants and Canonical Forms under Dynamic Compensation". *SIAM J. Control and Optimization*, 14, 996.

Wong, W. and Gu, X., (1988). "A Stable Self-Tuning Controller in the Case of Multivariable Systems Having a General Interactor Matrix and Bounded Disturbances". IEEE CDC, Austin.

Wood, R.K. and Pacey, W.C., (1972). "A Feedback, Feedforward and Combined Feedback-Feedforward Controller for Distillation Column". *Canadian J. of Chem. Eng.*, 50, 376.

Ydstie, B.E., (1984). "Extended Horizon Adaptive Control". IFAC 9th World Congress, Budapest, Hungary.