

UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo

DANILO CASTRO ROSENDO

**Análise experimental e teórica de grupos de
estacas carregadas horizontalmente em solo
laterítico.**

Campinas

2020

DANILO CASTRO ROSENDO

**Análise experimental e teórica de grupos de estacas
carregadas horizontalmente em solo laterítico**

Tese de Doutorado apresentada a Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp, para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil, na área de Estruturas e Geotécnica.

Orientador: Prof. Dr. Paulo José Rocha de Albuquerque

Co-orientador: Prof. Dr. Pérsio Leister de Almeida Barros

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO DANILO CASTRO ROSENDO E ORIENTADO PELO PROF. DR. PAULO JOSÉ ROCHA DE ALBUQUERQUE.

CAMPINAS

2020

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

R724a Rosendo, Danilo Castro, 1982-
Análise experimental e teórica de grupos de estacas carregadas horizontalmente em solo laterítico / Danilo Castro Rosendo. – Campinas, SP : [s.n.], 2020.

Orientador: Paulo José Rocha de Albuquerque.
Coorientador: Pêrsio Leister de Almeida Barros.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo.

1. Estaca (Engenharia civil). 2. Fundações (Engenharia). 3. Teste de carga. I. Albuquerque, Paulo José Rocha, 1964-. II. Barros, Pêrsio Leister de Almeida, 1957-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Experimental and theoretical analysis of groups of piles loaded horizontally on lateritic soil

Palavras-chave em inglês:

Pile (Engineering)

Foundation (Engineering)

Load test

Área de concentração: Estruturas e Geotécnica

Titulação: Doutor em Engenharia Civil

Banca examinadora:

Paulo José Rocha de Albuquerque [Orientador]

David de Carvalho

Jean Rodrigo Garcia

Oswaldo de Freitas Neto

João Alexandre Paschoalin Filho

Data de defesa: 08-10-2020

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Civil

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: 0000-0002-4829-6766

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/8620125180723359>

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E
URBANISMO**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL E TEÓRICA DE GRUPOS DE
ESTACAS CARREGADAS HORIZONTALMENTE EM SOLO
LATERÍTICO.**

DANILO CASTRO ROSENDO

Tese de Doutorado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:

**Prof. Dr. Paulo José Rocha de Albuquerque
Presidente e Orientador(a)/Unicamp**

**Prof. Dr David de Carvalho
Unicamp**

**Prof. Dr. Jean Rodrigo Garcia
UFJF**

**Prof. Dr. Osvaldo de Freitas Neto
UFRN**

**Prof. Dr. João Alexandre Paschoalin Filho
UNINOVE**

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 08 de outubro de 2020

*Este trabalho é dedicado à meus Pais,
meu Avô Antônio de Araújo Castro (in memorian)
e a Engenharia Civil.*

Agradecimentos

Agradeço ao professor Paulo José Rocha de Albuquerque, pela amizade, ensinamentos, por toda dedicação, incentivo e ajuda na realização desse trabalho.

Ao professor Pêrsio Leister de Almeida Barros pela amizade e troca de conhecimento em aulas, seminários nessa jornada da pós-graduação da FEC/Unicamp.

Ao professor Edmundo Capelas de Oliveira do IMECC/Unicamp nas discussões sobre uma solução analítica completa para uma equação generalizado com funções especiais da estaca.

Agradecimento especial pelas sugestões e correções aos professores: Osvaldo de Freitas Neto, Jean Rodrigo Garcia e David de Carvalho.

Ao professor Vedran Jagodnik da Universidade de Rijeka/Croácia pela troca de informações e ajuda no desenvolvimento do algoritmo ótimo da técnica de César aplicado ao grupo de estacas.

Ao amigo Lucas Morandi da FEEC/Unicamp pela ajuda computacional, gráfica e banco de dados da tese e revisão gramatical.

A todos familiares pelo apoio condicional, em especial aos meus Pais, Antônio José Borralho Rosendo e Deuzimar Sousa Castro Rosendo e a minha esposa, Rosemari de Moraes, nesse período de ausência para realização dessa tese.

Aos amigos do laboratório de mecânica dos solos e pavimentação: José Benedito Cipriano, Reinaldo Benedito Leite da Silva, Wagner Pizani Guidi, Luis Eduardo Meyer (in memoriam), Anderson, Leonardo e Rubens Morandi Filho pelas horas de trabalho e amizade que passamos juntos.

A Universidade Estadual do Maranhão-UEMA pelo apoio financeiro e profissional, em especial aos meus amigos de longa data: Antônio Maranhão Pires, Elson Moraes e Juraci Barbosa.

Em especial pela ajuda na revisão final meu amigo Vinícius Farias de Albuquerque.

A Universidade Estadual de Campinas-Unicamp, funcionários e todos meus professores, por ter contribuído de forma imensurável, e a todos os amigos que aqui eu fiz, em especial Luís Fiscina, Yuri Barbosa, Rafael Fernandes e Marcos Yodono.

A Fapesp pelos recursos financeiros para realização desse projeto de pesquisa 06611-4/2014.

*Ora, mas a maior perda da vida é a protelação;
esta nos arranca um dia após outro,
rouba-nos o presente enquanto promete o futuro.
(Sobre a brevidade da vida, Lúcio Aneu Sêneca.)*

Resumo

Nesta pesquisa foram feitas análises teóricas e experimentais do comportamento de estacas isoladas e grupos de estacas carregados horizontalmente em solo laterítico. Os blocos de estacas escavadas ($D= 0.30$ m, $L=5.0$ m) foram executados no Campo Experimental de Mecânica dos Solos II, localizado na Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo (FEC) da Unicamp. O subsolo local é composto de argila siltosa até 2 m de profundidade, areia siltosa de 3 a 8 metros, silte areno-argiloso de 9 a 12 metros, quando atinge a camada impenetrável à percussão. Foram realizados ensaios de laboratório em amostras retiradas de poços de inspeção e ensaios de campo (SPT, CPT). A estaca isolada e os grupos de estacas foram instrumentados com inclinômetros em seu centro para a medição do deslocamento ao longo da profundidade em cada estágio de carregamento aplicado. Para os grupos de estacas também foram realizadas provas de carga horizontal com o intuito de obter os deslocamentos no topo, bem como medidas de deflexão ao longo da profundidade. Foram utilizados métodos analíticos e ferramentas computacionais para avaliar a deflexão das estacas sob o carregamento horizontal ao longo da profundidade e, posteriormente, estes resultados foram comparados com as medidas encontradas pelos inclinômetros. Uma nova formulação analítica generalizada para o modelo de Miche foi encontrada e comparada com dados de deflexão das estacas no campo. Uma equação para o cálculo do deslocamento no topo foi proposta. Um modelo denominado de Pasternak-Randolph foi apresentado e calibrado com dados do inclinômetro, mostrando-se conservador em relação ao ajuste. As provas de cargas nos grupos e estaca isolada foram ajustadas através de funções hiperbólicas e de Mittag-Leffler. Apresentou-se também uma proposta de equação para determinação da constante de reação horizontal do solo em função dos dados do CPT e inércia da estaca. Através do método dos polinômios, obteve-se curvas $P - Y$ que foram utilizadas para a construção dos modelos hiperbólicos para a determinação de k_{ini} e P_{ult} para os grupos de estaca, que podem ser aplicados em programas comerciais. Por meio de ajuste dos dados dos inclinômetros das estacas, determinou-se os valores ótimos das constantes de reação horizontal do solo e um ajuste não linear em função da carga, deflexão e inércia, além de gráficos 3D. A constante de reação horizontal global (n_{hgG}) do solo do grupo de estacas é aproximadamente igual ao somatório ($\sum_i^n n_{hINC0i}$) das constantes de reação horizontal do solo de todas as estacas do grupo. Por fim, com as medidas dos inclinômetros e a implementação de um algoritmo através do software Mathematica 12.1, utilizou-se a técnica de Césaró para o ajuste da deflexão que possibilita a determinação da rotação, momento, cortante e reação do solo, podendo ser utilizado como uma diretriz para análise completa em projetos de fundações profundadas submetidas a carregamento horizontal.

Palavras-chave: Grupos de estacas, Prova de carga horizontal, Modelos Analíticos.

Abstract

In this research, theoretical and experimental analyzes of the behavior of single piles and groups of piles loaded horizontally in lateritic soil were carried out. The excavated pile blocks ($D = 0.30$ m, $L = 5.0$ m) were carried out at the Experimental Field of Soil Mechanics II, located at the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Urbanism (FEC) at Unicamp. The local subsoil is composed of silty clay up to 2 m deep, silty sand from 3 to 8 meters, sandy-clay silt from 9 to 12 meters, when it reaches the impenetrable layer to percussion. Laboratory tests were performed on samples taken from inspection wells and field tests (SPT, CPT). The single pile and pile groups were instrumented with inclinometers at its center to measure the displacement along the depth at each loading stage applied. For the groups of piles, horizontal load tests were also carried out in order to obtain the displacements at the top, as well as deflection measures along the depth. Analytical methods and computational tools were used to evaluate the deflection of the piles under horizontal loading along the depth and, later, these results were compared with the measurements found by inclinometers. A new generalized analytical formulation for the Miche model was found and compared with field deflection data. An equation for calculating the displacement at the top was proposed. A model called Pasternak-Randolph was presented and calibrated with data from the inclinometer, showing to be conservative in relation to the adjustment. Load tests in groups and single piles were adjusted using hyperbolic and Mittag-Leffler functions. A proposal for an equation for determining the constant horizontal subgrade reaction as a function of CPT data and pile inertia was also presented. Using the polynomials method, we obtained $P - Y$ curves that were used to build the hyperbolic models for the determination of k_{ini} and P_{ult} for the pile groups that can be applied in programs commercial. By adjusting the data of the inclinometers of the piles, the optimum values of the constant horizontal soil reaction and a non-linear adjustment according to load, deflection and inertia were determined, in addition to 3D graphics. The global constant horizontal subgrade reaction (n_{hgG}) of the soil in the pile group is approximately equal to the sum ($\sum_i^n n_{hINC0i}$) of constant horizontal subgrade reaction of the all piles in the group. Finally, with the measurements of the inclinometers and the implementation of an algorithm using the Mathematica 12.1 software, the Césaro technique was used to adjust the deflection that allows the determination of the rotation, moment, shear and reaction of the soil, which can be used as a guideline for thorough analysis in deep foundation projects subjected to horizontal loading.

Keywords: Pile Group, lateral load test, Analytical Model.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Estaca isolada sob carregamento horizontal H no topo.	36
Figura 2 – Variação do módulo de reação do solo com a profundidade, adaptada de Alonso (2012)	39
Figura 3 – Variação de k do solo com a profundidade, adaptado de Davisson (1970)	40
Figura 4 – Variação de k em degrau para argila pré-adensada, Adaptada de Davisson (1970)	40
Figura 5 – Gráficos das derivadas da função deslocamento, adaptado Impe e Reese (2010)	46
Figura 6 – Coeficientes de Hetényi $A_1(\beta z)$, $B_1(\beta z)$, $C_1(\beta z)$ e $D_1(\beta z)$	47
Figura 7 – Solução exata de MICHE.	51
Figura 8 – Gráficos das Funções A_y e B_y de Matlock e Reese (1960) na forma exata.	55
Figura 9 – Gráficos das Funções da rotação A_θ e B_θ de Matlock e Reese (1960) na forma exata.	56
Figura 10 – Gráficos das Funções de momento A_m e B_m de Matlock e Reese (1960) na forma exata.	56
Figura 11 – Gráficos das Funções do cortante A_q e B_q de Matlock e Reese (1960) na forma exata.	57
Figura 12 – Gráficos das Funções da reação do solo A_p e B_p de Matlock e Reese (1960) na forma exata.	57
Figura 13 – Mecanismo de ruptura:a) Estaca longa: topo livre, b) estaca curta: topo livre; c) estaca longa: topo fixo, d) estaca intermediária: topo fixo e) estaca curta: topo fixo, adaptado de Del Pino Jr. (2003)	63
Figura 14 – a) mecanismo de ruptura de estacas curtas em solos coesivos. b) mecanismo de ruptura de estacas longas em solos coesivos, adaptado de Del Pino Jr. (2003)	64
Figura 15 – Estaca curta, intermediária e longa em solo coesivo, adaptado de Del Pino Jr. (2003)	65
Figura 16 – Estaca longa em solo coesivo original, Broms (1964a)	66
Figura 17 – Estaca curta em solo não-coesivo adaptado Del Pino Jr. (2003)	68
Figura 18 – Estaca longa em solo não-coesivo adaptado Del Pino Jr. (2003)	69
Figura 19 – Método da curva $P - Y$ discretização do solo em molas não-lineares, adaptado Impe e Reese (2010)	71
Figura 20 – Gráfico do deslocamento no topo relativo a parcela à carga da equação (2.178), Randolph (1981)	78
Figura 21 – Gráfico do deslocamento no topo relativo a parcela do momento na equação (2.178), Randolph (1981)	79

Figura 22 – Definição de ρ_c e G_c segundo Randolph (1981)	80
Figura 23 – Localização mundial dos campos experimentais de prova de carga horizontal em grupo de estacas e estacas isoladas. (Database, University Carolina of Sul.)	82
Figura 24 – Grupo de estacas com a instrumentação. Meimon et al. (1986)	84
Figura 25 – instrumentação e Perfil do solo ensaio CPT. Meimon et al. (1986)	85
Figura 26 – Carga vs. deslocamento no topo das estacas em grupo e isolada Meimon et al. (1986)	86
Figura 27 – Gráfico da curva P-Y em várias profundidades. Meimon et al. (1986)	87
Figura 28 – 11 Esquema de instrumentação das 9 estacas. Brown et al. (1988b)	88
Figura 29 – Curva carga vs deflexão de uma estaca isolada e estacas no grupo cíclico e estático. Brown et al. (1988b)	89
Figura 30 – Curva reação do solo vs deflexão de uma estaca isolada e estacas no grupo. Brown et al. (1988b)	90
Figura 31 – Perfil do solo e instrumentação dos strain-gages e inclinômetro na estaca do grupo. Ruesta e Townsend (1997a)	91
Figura 32 – Curva carga vs. deslocamento para estacas do grupo e a estaca isolada. Ruesta e Townsend (1997a)	93
Figura 33 – Comparação da carga vs. deslocamento no topo da estaca isolada e o grupo. Rollins et al. (2006a)	94
Figura 34 – Comparação da carga vs. deslocamento no topo da estaca isolada e as estacas do grupo. Rollins et al. (2006a)	95
Figura 35 – Comparação entre o valor de deflexão medida e a curva de deflexão gerada pelo programa GROUP. Rollins et al. (2006a)	96
Figura 36 – : Estacas escavada (D=1500mm, L=34,9m) e pré-moldada (D=800mm, L=17m) instrumentadas com strain gages e inclinômetros. Huang et al. (2001a)	98
Figura 37 – Grupo de estaca raiz B (3x2) e estacas pré-moldadas P (3x4) e sistema de atuação de cargas: célula de carga e LVDT. Huang et al. (2001a)	99
Figura 38 – Curva de carga vs. deslocamento do grupo de estacas escavada (Bored) e pré-moldadas (PC).	100
Figura 39 – Prova de carga horizontal - grupos G1 e G2. Ismael (2007)	101
Figura 40 – Curva de carga vs. deslocamento do grupo de estacas. Ismael (2007)	102
Figura 41 – Comparação entre modelos estaca isolada. Rollins et al. (2006a)	104
Figura 42 – Curva carga vs deslocamento: estaca isolada e grupo de estacas. Rollins et al. (2006a)	105
Figura 43 – Funções hipergeométricas generalizadas, $\beta = 1$	110
Figura 44 – Função analítica do deslocamento.	113
Figura 45 – Função deslocamento, $\beta = 0.25$	113

Figura 46 – Deslocamento no topo ($z = 0$) com variação do comprimento da estaca (L).	114
Figura 47 – Deslocamento no topo ($z = 0$) com variação da rigidez da estaca (β).	115
Figura 48 – Função Momento analítico exato comparada com o modelo de Miche (1930).	116
Figura 49 – Função Momento analítico exato e Miche(1930) com uma estaca de 30m.	116
Figura 50 – Função cortante analítico exato e Miche (1930).	117
Figura 51 – Função reação analítico exata e Miche (1930).	118
Figura 52 – Comparação das funções deslocamento analítico de Miche, com $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ e $n = 4$	119
Figura 53 – Comparação das funções momento analítico, com $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ e $n = 4$	120
Figura 54 – Comparação das funções deslocamento analítico, com $n = 1$, $n = 5$, $n = 6$ $n = 7$ e $n = 8$	120
Figura 55 – Comparação das funções momento analítico, com $n = 1$, $n = 5$, $n = 6$ $n = 7$ e $n = 8$	121
Figura 56 – Ajuste dos momentos máximos das funções momento de $n = 1$ até $n = 5$	122
Figura 57 – Ajuste dos momentos máximos das funções momento de $n = 6$ até $n = 8$	122
Figura 58 – Momentos máximos das funções momento de $n = 1$ até $n = 8$	123
Figura 59 – Comparação entre modelos, sendo $\beta = H = E_P I_P = n_h = 1$	124
Figura 60 – Comparação do modelo analítico com o experimental.	125
Figura 61 – Comparação entre o modelo analítico de Miche $n_h = 13.7MN/m^3$, o modelo analítico $n_h = 28.11MN/m^3$ e os dados do inclinômetro.	126
Figura 62 – Comparação entre o modelo analítico de Miche $n_h = 13.7MN/m^3$, o modelo analítico $n_h = 28.11MN/m^3$ e os dados do inclinômetro.	126
Figura 63 – Comparação entre o modelo analítico de Miche $n_h = 13.7MN/m^3$, o modelo analítico $n_h = 15.83MN/m^3$ e os dados do inclinômetro.	127
Figura 64 – Deslocamento por medida do inclinômetro.	133
Figura 65 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de $14 kN$	134
Figura 66 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de $17.5 kN$	135
Figura 67 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de $21 kN$	135
Figura 68 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de $24.5kN$	136
Figura 69 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de $28kN$	136

Figura 70 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de 31.5 kN	137
Figura 71 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de 35 kN	137
Figura 72 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de 38.5 kN	138
Figura 73 – Deflexão do modelo de Pasternak, carga no topo, $\zeta = 0$; até 1, com intervalo de 0.25.	139
Figura 74 – Deflexão do modelo de Pasternak, carga no topo, $\zeta = 0$; até 2, com intervalo de 0.5.	140
Figura 75 – Momento do modelo de Pasternak, carga no topo, $\zeta = 0$; até 1, com intervalo de 0.25.	141
Figura 76 – Momento do modelo de Pasternak, carga no topo, $\xi = 0$; até 2, com intervalo de 0.5.	141
Figura 77 – Deslocamento por medida do inclinômetro.	142
Figura 78 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 60\text{ kN}$, Kassouf et al. (2018)	143
Figura 79 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 75\text{ kN}$, Kassouf et al. (2018)	144
Figura 80 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 90\text{ kN}$, Kassouf et al. (2018)	144
Figura 81 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 105\text{ kN}$, Kassouf et al. (2018)	145
Figura 82 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 120\text{ kN}$, Kassouf et al. (2018)	145
Figura 83 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 135\text{ kN}$, Kassouf et al. (2018)	146
Figura 84 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 150\text{ kN}$, Kassouf et al. (2018)	146
Figura 85 – Deflexão adimensional para $\zeta = 0; 0.5; 1.0$, solução numérica da equação 3.74, quando é aplicado apenas a carga no topo.	148
Figura 86 – Deflexão adimensional para $\zeta = 0; 0.5; 1.0$, solução numérica da equação 3.74, quando aplicado apenas momento no topo.	148
Figura 87 – Deflexão adimensional para $\zeta = 0; 0.25; 0.5; 0.75; 1.0$, solução numérica da equação 3.74, quando aplicado apenas carga no topo.	149
Figura 88 – Deflexão adimensional para $\zeta = 0; 0.25; 0.5; 0.75; 1.0$, solução numérica da equação 3.74, quando aplicado apenas momento no topo.	149

Figura 89 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 14 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$	150
Figura 90 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 17.5 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$	151
Figura 91 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 21 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$	151
Figura 92 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 24.50 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$	152
Figura 93 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 28 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$	152
Figura 94 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 31.50 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$	153
Figura 95 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 35 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$	153
Figura 96 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 38.50 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$	154
Figura 97 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 42 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$	154
Figura 98 – Localização do Município no estado de São Paulo (Modificado de IG, 2009)	157
Figura 99 – Mapa geológico de Campinas (Instituto Geológico ,2009)	159
Figura 100 – Localização do Campo Experimental dentro do Campus da UNICAMP (Google Maps - capturada em 10 de setembro de 2020).	160
Figura 101 – Variações das frações granulométricas com o uso de defloculante, de acordo com Gon (2011)	162
Figura 102 – Variação da coesão com a profundidade (ramo P.A). Gon (2011)	163
Figura 103 – Resultado SPT adaptados por Garcia (2015)	165
Figura 104 – Localização dos grupos de estacas no campo experimental R11, RD2 e RD3.	166
Figura 105 – Estaca isolada, grupo de três e grupo de quatro estacas.	167

Figura 106 – Grupo de 4 estacas	167
Figura 107 – Grupo de 3 estacas	168
Figura 108 – Estaca Isolada	168
Figura 109 – Equipamento de perfuração trado helicoidal.	169
Figura 110 – Armadura das estacas com o tubo alumínio centralizado.	169
Figura 111 – Colocação do conjunto tubo e armadura dentro furo.	170
Figura 112 – Concretagem da estaca com armadura e tubo de alumínio.	170
Figura 113 – Etapas de concretagem dos blocos com tubos de alumínio.	171
Figura 114 – esquema do inclinômetro, segundo Stark e Choi (2008).	172
Figura 115 – Esquema de medição do inclinômetro, segundo Stark e Choi (2008). . .	173
Figura 116 – Equipamentos para execução da prova de carga: Bomba Manual, Macaco hidráulico e Transdutores (LVDT).	174
Figura 117 – Sistema de aquisição de dados Quantum 840X.	175
Figura 118 – Torpedo sensor e sistema de aquisição de dados do inclinômetro.	176
Figura 119 – Esquema geral da montagem da prova de carga horizontal.	176
Figura 120 – Prova de carga horizontal da estaca isolada escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$. 180	
Figura 121 – Prova de carga horizontal no grupo de três da estacas escavadas $L = 5m$; $D = 0.30m$	180
Figura 122 – Prova de carga horizontal no grupo de quatro estacas escavadas $L = 5m$; $D = 0.30m$	181
Figura 123 – Comparação de provas de carga horizontal entre estaca isolada e grupos de 3 e 4 estacas. $L = 5m$; $D = 0.30m$	181
Figura 124 – Ajuste linear do trecho da prova de carga com deformações menores que 2mm	182
Figura 125 – Ajuste da prova de carga, da estaca isolada, através do Modelo Hiperbólico. 183	
Figura 126 – Ajuste da prova de carga, grupo de quatro estacas, através do Modelo Hiperbólico.	183
Figura 127 – Ajuste da prova de carga pelo modelo linear.	184
Figura 128 – Ajuste da prova de carga através da função de Mittag-Leffler.	185
Figura 129 – Ajuste da prova de carga através da função de Mittag-Leffler.	185
Figura 130 –	186
Figura 131 – Croqui da locação dos inclinômetros.	188
Figura 132 – Deflexão do Inclinômetro da estaca isolada.	190
Figura 133 – Deflexão do Inclinômetro IN.05 do grupo de quatro estacas.	190
Figura 134 – Deflexão do Inclinômetro IN.06 do grupo de quatro estacas.	191
Figura 135 – Deflexão do Inclinômetro IN.07 do grupo de quatro estacas.	191
Figura 136 – Deflexão do Inclinômetro IN.08 do grupo de quatro estacas.	192
Figura 137 – Deflexão do Inclinômetro IN.01 do grupo de três estacas.	192
Figura 138 – Deflexão do Inclinômetro IN.02 do grupo de três estacas.	193

Figura 139–Deflexão do Inclínômetro IN.03 do grupo de três estacas.	194
Figura 140–Estaca isolada Estágios 1 a 14 do IC04 com ajuste polinomial de grau 6.	195
Figura 141–Estágios 1 a 13 do IN01 com ajuste polinomial de grau 7.	196
Figura 142–Estágios 1 a 13 do IN02 com ajuste polinomial de grau 7.	196
Figura 143–Estágios 1 a 13 do IN03 com ajuste polinomial de grau 7.	197
Figura 144–Estágios 1 a 13 do IN05 com ajuste polinomial de grau 7.	198
Figura 145–Estágios 1 a 13 do IN06 com ajuste polinomial de grau 7.	198
Figura 146–Estágios 1 a 13 do IN07 com ajuste polinomial de grau 7.	199
Figura 147–Estágios 1 a 13 do IN08 com ajuste polinomial de grau 7.	199
Figura 148–Exemplo Curvas P-Y	201
Figura 149–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.04 estaca isolada	201
Figura 150–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.01 do grupo de três estacas.	202
Figura 151–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.02 do grupo de três estacas.	202
Figura 152–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.03 do grupo de três estacas.	203
Figura 153–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.05 do grupo de quatro estacas.	203
Figura 154–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.06 do grupo de quatro estacas.	204
Figura 155–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.07 do grupo de quatro estacas.	204
Figura 156–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.08 do grupo de quatro estacas.	205
Figura 157–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.04 estaca isolada	208
Figura 158–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.01 do grupo de três estacas.	209
Figura 159–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.02 do grupo de três estacas.	210
Figura 160–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.03 do grupo de três estacas.	210
Figura 161–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.05 do grupo de quatro estacas.	211
Figura 162–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.06 do grupo de quatro estacas.	212
Figura 163–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.07 do grupo de quatro estacas.	212
Figura 164–Curvas P-Y do Inclínômetro IN.08 do grupo de quatro estacas.	213
Figura 165–Esquema da prova de carga horizontal na estaca isolada e do inclinômetro.	215
Figura 166–Comparação da prova de carga horizontal na estaca isolada e os dados do inclinômetro	216
Figura 167–Constante de reação horizontal do solo da estaca isolada: Caso A. . . .	216
Figura 168–Ajuste não linear da constante de reação horizontal do solo da estaca isolada: Caso A.	217
Figura 169–Ajuste com Spline Cúbica do Coeficiente de reação horizontal do solo da estaca isolada: Caso A	217
Figura 170–Coeficiente de reação horizontal do solo da estaca isolada: Caso B. . . .	219
Figura 171–Ajuste não linear, método dos mínimos quadrados, do coeficiente de reação horizontal do solo da estaca isolada: Caso B.	219
Figura 172–Coeficiente de reação horizontal do solo para grupo de 3 estacas, caso A.	220

Figura 173–Ajuste não linear do coeficiente de reação horizontal do solo para grupo de 3 estacas, caso A.	221
Figura 174–coeficiente de reação horizontal do solo para grupo de 4 estacas, excluindo os pontos iniciais, caso A.	222
Figura 175–Ajuste não linear do coeficiente de reação horizontal do solo para grupo de 4 estacas, excluindo os pontos iniciais, caso A.	222
Figura 176–Constante de reação horizontal do solo n_h versus carga H	223
Figura 177–Comparação entre a constante de reação horizontal do solo: prova de carga horizontal e equação (5.26).	224
Figura 178–Comparação entre a constante de reação horizontal do solo: prova de carga horizontal e equação (5.26).	225
Figura 179–Comparação entre modelo analítico de Miche $n = n_h = 13.7MN/m^2$, modelo analítico ótimo e os dados do inclinômetro.	226
Figura 180–Comparação entre modelo analítico de Miche $n = n_h = 13.7MN/m^2$, modelo analítico de Miche ótimo e os dados do inclinômetro.	227
Figura 181–Comparação entre modelo analítico de Miche $n = n_h = 13.7MN/m^2$, modelo analítico de Miche ótimo e os dados do inclinômetro	227
Figura 182–Ajuste do modelo analítico de Miche aos dados do inclinômetro da estaca isolada, até o estágio 10.	229
Figura 183–Ajuste do modelo analítico de Miche aos dados do inclinômetro da estaca isolada, todos os estágios.	230
Figura 184–Constante de reação horizontal do solo do modelo analítico de Miche, n_h versus y_0 , estaca isolada.	231
Figura 185–Constante de reação horizontal do solo do modelo analítico de Miche, n_h versus H , estaca isolada.	231
Figura 186–Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 10° estágio de carga.	232
Figura 187–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC01 do grupo de três estacas.	233
Figura 188–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC02 do grupo de três estacas.	233
Figura 189–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC03 do grupo de três estacas.	234
Figura 190–Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 13° estágio de carga.	234
Figura 191–Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 10° estágio de carga.	235
Figura 192–Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 13° estágio de carga.	236

Figura 193–Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 10° estágio de carga.	237
Figura 194–Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 13° estágio de carga.	238
Figura 195–Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 17° estágio de carga.	239
Figura 196–Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 17° estágio de carga.	240
Figura 197–Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 17° estágio de carga.	241
Figura 198–Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 17° estágio de carga.	242
Figura 199–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC05 do grupo de quatro estacas.	243
Figura 200–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC06 do grupo de quatro estacas.	243
Figura 201–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC07 do grupo de quatro estacas.	244
Figura 202–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC08 do grupo de quatro estacas.	244
Figura 203–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC01 do grupo de três estacas em função da carga e deflexão.	249
Figura 204–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC02 do grupo de três estacas em função da carga e deflexão.	251
Figura 205–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC03 do grupo de três estacas em função da carga e deflexão.	252
Figura 206–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC04 para estaca isolada em função da carga e deflexão.	254
Figura 207–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC05 do grupo de quatro estacas em função da carga e deflexão.	255
Figura 208–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC06 do grupo de quatro estacas em função da carga e deflexão.	257
Figura 209–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC07 do grupo de quatro estacas em função da carga e deflexão.	258
Figura 210–Constante de reação horizontal do solo da estaca INC08 do grupo de quatro estacas em função da carga e deflexão.	260
Figura 211–Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca isolada. . . .	262
Figura 212–Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca isolada. . . .	263
Figura 213–Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca isolada. . .	263

Figura 214 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca isolada.	264
Figura 215 – Gráficos da reação do solo pela técnica de Cesaro para estaca isolada. .	264
Figura 216 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC01, grupo de três estacas.	265
Figura 217 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC01, grupo de três estacas.	266
Figura 218 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC01, grupo de três estacas.	266
Figura 219 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC01, grupo de três estacas..	267
Figura 220 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC01, grupo de três estacas.	267
Figura 221 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC02, grupo de três estacas.	268
Figura 222 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.	269
Figura 223 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.	269
Figura 224 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.	270
Figura 225 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.	270
Figura 226 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC02, grupo de três estacas.	271
Figura 227 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.	272
Figura 228 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.	272
Figura 229 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas..	273
Figura 230 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.	273
Figura 231 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC05, grupo de quatro estacas.	274
Figura 232 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC05, grupo de quatro estacas.	275
Figura 233 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de quatro estacas.	275

Figura 234 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC05, grupo de quatro estacas..	276
Figura 235 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC05, grupo de quatro estacas.	276
Figura 236 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC06, grupo de quatro estacas.	277
Figura 237 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC06, grupo de quatro estacas.	278
Figura 238 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC06, grupo de quatro estacas.	278
Figura 239 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC06, grupo de quatro estacas..	279
Figura 240 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC06, grupo de quatro estacas.	279
Figura 241 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC07, grupo de quatro estacas.	280
Figura 242 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC07, grupo de quatro estacas.	281
Figura 243 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC07, grupo de quatro estacas.	281
Figura 244 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC07, grupo de quatro estacas..	282
Figura 245 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC07, grupo de quatro estacas.	282
Figura 246 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC08, grupo de quatro estacas.	283
Figura 247 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC08, grupo de quatro estacas.	284
Figura 248 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC08, grupo de quatro estacas.	284
Figura 249 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC08, grupo de quatro estacas..	285
Figura 250 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC08, grupo de quatro estacas.	285
Figura 251 – Comparação diagrama soma de Césaro da estaca isolada com o grupo de 3.	290
Figura 252 – Comparação diagrama soma de Césaro da estaca isolada com o grupo de 4.	291
Figura 253 – Comparação diagrama de momento da estaca isolada com o grupo de 3.	292

Figura 254–Comparação diagrama de momento da estaca isolada com o grupo de 4.	293
Figura 255–Comparação diagrama de reação do solo da estaca isolada com o grupo de 3.	294
Figura 256–Comparação diagrama reação do solo da estaca isolada com o grupo de 4.	294
Figura 257–Dimensionamento estrutural do bloco com estaca isolada	313
Figura 258–Dimensionamento estrutural do bloco com estaca isolada	314

Lista de tabelas

Tabela 1 – Classificação das estacas quanto a rigidez, adaptada de Davisson (1970)	42
Tabela 2 – Adaptada de Broms (1964a) .	67
Tabela 3 – Resumo das curvas p-y para areia com modificações	74
Tabela 4 – Programação de ensaios estático, cíclico e de fluência.	85
Tabela 5 – Momento máximos e pontos de aplicação para cada valor de n .	123
Tabela 6 – Coeficiente de reação horizontal n_h nas provas de cargas horizontais.	143
Tabela 7 – Índices físicos do campo experimental Gon (2011)	161
Tabela 8 – Valores de Limites de Consistência determinados por Gon (2011) .	161
Tabela 9 – Envoltórias de resistência totais ao cisalhamento, Gon (2011) . *P.A =Pré-adensado, NA = normalmente adensado.	162
Tabela 10 – Tensões e índices de compressão obtidos nos ensaios de adensamento. Gon (2011)	163
Tabela 11 – Perfil médio subsolo Campo Experimental da FEC/Unicamp. Gon (2011)	164
Tabela 12 – Classificação do solo por ensaios SPT e CPT, segundo Rosendo e Albuquerque (2020) .	164
Tabela 13 – Cargas convencionadas.	185
Tabela 14 – Comparação entre métodos de carga lateral.	187
Tabela 15 – Influência da deflexão em relação a L/D da estaca em %D, estaca isolada.	189
Tabela 16 – Influência da deflexão em relação a L/D da estaca em %D, Grupo de 3 estacas.	189
Tabela 17 – Influência da deflexão em relação a L/D da estaca em %D, Grupo de 4 estacas.	189
Tabela 18 – Comparação entre métodos para determinar o ângulo de atrito do solo através dos dados do inclinômetro.	206
Tabela 19 – Comparação entre métodos para determinar o peso específico do solo através dos dados do inclinômetro.	206
Tabela 20 – Coeficientes Modelo Hiperbólico da estaca isolada	208
Tabela 21 – Coeficientes Modelo Hiperbolico do grupo de 3 estacas	209
Tabela 22 – Coeficientes Modelo Hiperbólico do grupo de 4 estacas	211
Tabela 23 – Comparação entre as metodologias para determinar n_h .	225
Tabela 24 – Comparação entre as constantes de reação horizontal do solo.	246
Tabela 25 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC01	249
Tabela 26 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC01.	250
Tabela 27 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC02	250
Tabela 28 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC02.	251
Tabela 29 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC03	252

Tabela 30 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC03.	253
Tabela 31 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC04	253
Tabela 32 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca isolada.	254
Tabela 33 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC05	255
Tabela 34 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC05.	256
Tabela 35 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC06	256
Tabela 36 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC06.	257
Tabela 37 – Coeficiente de reação horizontal do solo n_h INC07	258
Tabela 38 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC07.	259
Tabela 39 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC08	259
Tabela 40 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC08.	260
Tabela 41 – Momentos máximos e localização da estaca, INC01	286
Tabela 42 – Momentos máximos e localização da estaca, INC02	286
Tabela 43 – Momentos máximos e localização da estaca, INC03	287
Tabela 44 – Momentos máximos e localização da estaca, INC04	287
Tabela 45 – Momentos máximos e localização da estaca, INC05	288
Tabela 46 – Momentos máximos e localização da estaca, INC06	288
Tabela 47 – Momentos máximos e localização da estaca, INC07	289
Tabela 48 – Momentos máximos e localização da estaca, INC08	289

Lista de abreviaturas e siglas

UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
SPT	Standart penetration Test
CPT	Cone penetration test
DMT	Dilatometric Test
ASTM	American Society for Testing and Materials

Lista de símbolos

E_p	Módulo de elasticidade da estaca
I_p	Momento de inércia da estaca
H	Força horizontal aplicada no topo da estaca
M	Momento aplicado no topo da estaca
Q	Força de cisalhamento
P	Reação do solo ao longo da estaca
y	Deflexão da estaca ao longo da profundidade
z	Coordenada de profundidade da estaca em relação a superfície
D	Diâmetro da estaca
L	comprimento da estaca
n_h	Constante de reação horizontal do solo
K	Coefficiente de reação do solo
G	Módulo de cisalhamento do solo
${}_pF_q(; a, b, z)$	Função hipergeométrica generalizada
T	Rigidez relativa estaca solo
β	Inverso da rigidez relativa estaca solo
LL	Limites de Liquidez
LP	Limites de Plasticidade
LC	Limites de Contração
IP	Índices de Plasticidade

Sumário

1	INTRODUÇÃO	28
1.1	Justificativa	29
1.2	Objetivos	30
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
2.1	Estacas isoladas sob carregamento horizontal	31
2.2	Modelo de Winkler	35
2.3	Reação horizontal do solo	37
2.4	Classificação das estacas isoladas quanto à rigidez estrutural	42
2.5	Modelos baseados na teoria de reação horizontal do solo	43
2.5.1	Método de Hétenyi (1946)	44
2.5.2	Método de Miche	50
2.5.3	Método de Matlok e Reese	51
2.5.3.1	Determinação do coeficiente de reação horizontal (n_h) em provas de carga	58
2.6	Capacidade de carga lateral de estaca isolada	59
2.6.1	Método de Hansen (1961)	60
2.6.2	Método de Broms	61
2.6.3	Método da Curva P-Y	70
2.7	A Técnica de Césaró	74
2.7.1	Método de Randolph	77
2.8	Trabalhos experimentais de grupos de estacas submetidas a carregamento horizontal	81
3	MODELOS ANALÍTICOS	106
3.1	Modelo analítico de Miche (1930)	106
3.1.1	O modelo de Miche generalizado	107
3.2	Modelo de Pasternak modificado	127
3.2.0.1	Solução de Pasternak $G = cte$ e $K = cte$	129
3.2.1	Calibração do modelo	132
3.2.1.1	Solução de Pasternak $G = constante$ e $K = n_h z$	138
3.2.1.2	Calibração do Modelo	142
3.2.1.3	Solução de Pasternak $G = mz$ e $k = n_h z$	147
3.2.1.4	Calibração do modelo	150
4	MATERIAIS E MÉTODOS	156
4.1	Campo Experimental	156

4.1.1	Localização	156
4.1.2	Geologia Local	157
4.1.3	Caracterização geotécnica do campo experimental em Laboratório	159
4.1.4	Ensaio de campo	164
4.1.5	Grupos de estacas executadas para os ensaios	166
4.1.5.1	Grupos de estacas	168
4.1.5.2	Inclinômetro	172
4.1.6	Prova de Carga Horizontal	173
4.1.6.1	Montagem e equipamentos	173
4.1.6.2	Tipos de provas de carga e condições do solo	177
5	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	179
5.1	Curvas obtidas nas provas de carga horizontal	179
5.2	Deflexão dos inclinômetros	187
5.3	Modelo Polinomial 6^a ordem	194
5.4	Determinação das curvas $P - Y$ pelo método do ajuste polinomial de ordem superior	200
5.5	Modelo Hiperbólico nas curvas P-Y.	206
5.6	Curvas da constante de reação horizontal vs deslocamento horizontal na superfície (n_h vs y_0)	213
5.7	Coeficiente de reação horizontal do solo por meio dos dados do inclinômetro.	228
5.8	Constante de reação horizontal do solo em 3D: $n_h = f(y_0, H)$	246
5.9	A Técnica de Césaró	261
6	CONCLUSÃO	295
7	TRABALHOS FUTUROS	298
	REFERÊNCIAS	300
	A – ALGORITMO DE CÉSARO	312
	B – DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DOS BLOCOS	313

1 Introdução

Nos projetos de estacas isoladas carregadas transversalmente, a determinação, por métodos analíticos, do gráfico do deslocamento da estaca ao longo da profundidade, ou da equação do deslocamento, e também da máxima deflexão e do momento máximo é uns dos problemas desafiadores para os engenheiros geotécnicos. Para o grupo de estacas carregado lateralmente, o entendimento físico de uma estaca isolada contribui de maneira significativa para a compreensão do comportamento das estacas do grupo. Através de ensaios *in situ* na estaca isolada e no grupo de estacas foram realizadas medidas dos inclinômetros para a calibração de modelos analíticos em função do deslocamento das estacas.

O problema de carregamento lateral para estaca isolada foi resolvido e determinado numericamente por [Miche \(1930\)](#), mas a função que determina a deflexão e o momento da estaca com a profundidade não foi explicitada. A equação resolvida numericamente por [Miche \(1930\)](#) não inclui uma função contínua e explícita para determinar o deslocamento em qualquer ponto ao longo da profundidade da estaca. Nessa tese é apresentada uma solução analítica para o problema de estacas carregadas lateralmente através de funções de hipergeométricas generalizadas.

Nessa tese realizou-se um estudo experimental através da prova de carga horizontal em uma estaca isolada e também nos grupos de três e quatro estacas. Todas as estacas foram executadas no Campos Experimental de Mecânica dos Solos e Fundações da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp-SP, sendo do tipo estacas escavadas de concreto armado com espaçamento de $3D$, onde $D = 0.3$ m e $L = 5$ m, onde foi colocado um tubo de alumínio de 80 mm no centro de cada estaca para descida do inclinômetro. Para a medida do deslocamento das estacas ao longo da profundidade, para cada estágio de carregamento da prova de carga, foi obtida a leitura do inclinômetro através da descida do torpedo a cada 0.5 m ao longo da profundidade da estaca.

A caracterização geotécnica no Campo Experimental foi feita através de ensaios de laboratório realizados por [Gon \(2011\)](#) e o ensaios de campo tipo SPT, CPT realizados por [Rodriguez \(2013\)](#). Diante desses dados [Garcia \(2015\)](#) apresentou propriedades propriedades do solo até 9m de profundidade.

O ensaio de prova de carga horizontal da estaca isolada e do grupo de estacas, com a medida do inclinômetro ao longo da estaca fornece dados para determinar as constantes de reação horizontal da estaca isolada, das estacas do grupo e do grupo de estacas. Com a medida do inclinômetro das estacas determina-se as curvas $P - Y$ e

através do ajuste hiperbólico, de acordo com [Su e Yan \(2019\)](#), os valores de k_{ini} e P_{ult} que são utilizados nos modelos numéricos dos softwares comerciais para determinar o comportamento de estacas submetidas a carregamento lateral.

O conceito mais utilizado nesse problema de carregamento lateral, segundo [Reese et al. \(2010\)](#), é o da Teoria de Reação do Solo, baseada no problema de viga sobre base elástica e no módulo de reação horizontal do solo (K). Este parâmetro é de difícil determinação matemática, pois depende da carga e rigidez da estaca, porém pode ser obtido por meio de provas de carga horizontal. Nesse trabalho, a relação entre a constante de reação horizontal de um grupo de estacas é relacionada com a de uma estaca isolada.

Para comparar a estaca isolada com as estacas do grupo submetidas a uma mesma carga média utiliza-se a técnica de Cesaro, de acordo [Jagodnik \(2014\)](#), que é capaz de determinar os valores de momento fletor, cortante e reação do solo, sendo os dados da deflexão obtidos por medição em campo através dos inclinômetros.

Neste trabalho são apresentados e analisados os resultados de provas de carga horizontal, com medidas dos inclinômetros, realizados em uma estaca isolada e nos grupos de três e quatro estacas escavadas de 0,3 m de diâmetro e 5 m de comprimento com o solo na condição natural, executadas no Campo Experimental de Mecânica dos Solos da FEC /Unicamp, com o objetivo de estabelecer um modelo analítico de previsão do comportamento e calibrar o modelo com os dados experimentais da estaca isolada e do grupo de estacas sob um carregamento horizontal.

1.1 Justificativa

No Brasil há uma carência de estudos sobre análise teórica e experimental de grupos de estacas submetidos a esforços horizontais. Esses grupos de estacas são amplamente utilizadas para suportar estruturas carregadas lateralmente, tais como pilares de pontes, plataformas offshore, torres de comunicação, cais de portos, muros de arrimo e outras. Sendo assim, é importante que se desenvolva pesquisas como esta, a qual procurou estudar os modelos para estacas isoladas e em grupos, as formas de interações que ocorrem nos grupos de estacas, bem como o comportamento e previsão de fundações estaqueadas submetidas a carregamento horizontal em solo laterítico. Os resultados obtidos por intermédio desta tese poderão contribuir no avanço do conhecimento com vistas a subsidiar no dimensionamento de fundações profundas por grupos de estacas para a comunidade geotécnica, principalmente aos projetistas de fundações.

1.2 Objetivos

Esta tese tem como objetivo analisar o comportamento teórico e experimental de grupos de estacas carregados horizontalmente e executados em solo de diabásio da região de Campinas/SP, utilizando-se grupos de estacas de fundação com uma, três e quatro estacas, ensaiados por meio de provas de carga horizontal e análises com modelos analíticos.

Destacam como os objetivos específicos dessa pesquisa:

a) Analisar a partir de métodos analíticos o comportamento de uma estaca isolada e de grupos de estacas submetidos à carregamentos horizontais, obtendo-se:

- Uma nova formulação analítica generalizada para o modelo de Miche, que foi utilizada na calibração de dados dos inclinômetros.

- Uma nova equação para o cálculo do deslocamento no topo.

- Um novo modelo denominado de Pasternak-Randolph é apresentado e calibrado com dados o inclinômetro.

b) Realizar análises numéricas utilizando o software Wolfram Mathematica 12.1 a fim de obter gráficos de deslocamento, rotação, momento, reação do solo e os valores de carga última e da constante de reação horizontal do solo, e comparando-os com os resultados experimentais.

c) Analisar o comportamento das curvas carga versus deslocamento a partir das provas de carga horizontais para a estaca isolada, grupo de três estacas e grupo de quatro estacas;

d) Verificar o comportamento das fundações através da constante de reação horizontal do solo (n_h) utilizando o modelo proposto por [Matlock e Reese \(1961a\)](#) e por otimização através do Wolfram Mathematica 12.1, e relacionar, essa constante, com uma estaca individual e os grupos de estacas;

e) Comparar os resultados obtidos na modelagem analítica com o experimental medido com o auxílio do inclinômetro.

2 Revisão Bibliográfica

O objetivo deste capítulo é apresentar, de uma maneira geral, os principais trabalhos sobre carregamento lateral de estacas isoladas e grupos de estacas no que diz em relação aos aspectos experimentais: [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#), [Brown et al. \(1988a\)](#) e [Meyerhof et al. \(1988\)](#), analíticos: [Hetenyi \(\)](#), [Matlock e Reese \(1961a\)](#), [Liang et al. \(2014\)](#) e numéricos: [Banerjee e Davies \(1978\)](#), [Zhang et al. \(2000\)](#) e [Basu et al. \(2009\)](#).

Em relação aos aspectos experimentais tem-se os seguintes estudos com maior relevância para nosso trabalho: ensaios de prova de carga lateral no topo da estaca, ensaios de prova de carga lateral com medidas de inclinômetros ao longo da profundidade e os ensaios de provas de carga com medidas de strain-gages. Os trabalhos sobre modelos analíticos de carregamento lateral, em estacas isoladas, apresentam a equação diferencial que modela o problema e compara com dados experimentais de campo. Os trabalhos numéricos, em modelagem de estacas submetidas a carregamento lateral, utilizam o método das diferenças finitas, dos elementos finitos, dos elementos de contorno e método energéticos.

Para os grupos de estacas são estudados por métodos numéricos: o espaçamento das estacas nos grupos, a distribuição de carga nas estacas dos grupos, a curva $P - Y$ de cada estaca no grupo, a constante de reação horizontal do grupo. No que diz respeito sobre métodos numéricos a estacas o solo são modelados pelo método dos elementos finitos, elementos de contorno, diferenças finitas e pelo método variacional.

2.1 Estacas isoladas sob carregamento horizontal

As estacas isoladas submetidas a carregamento horizontal estão inseridas na classe de problemas da interação solo-estrutura. Vários métodos diferentes de análise foram propostos para resolver o problema de uma estaca carregada horizontalmente, onde o problema pode ser geralmente definido como a determinação da flexão da estaca e do momento de flexão em função da profundidade, abaixo da superfície do solo.

Nos projetos de estacas isoladas carregadas horizontalmente, a determinação, por métodos analíticos, do gráfico do deslocamento da estaca ao longo da profundidade, ou da equação do deslocamento, e também da máxima deflexão e do momento máximo são problemas desafiadores para os engenheiros geotécnicos, pois mesmo utilizando o modelos simples, como por exemplo, o proposto por [Hetenyi \(\)](#) e admitindo a hipótese de Winkler e coeficiente de reação horizontal variando linearmente com a profundidade, é difícil obter uma solução analítica neste caso.

Provavelmente, Miche (1930) quem primeiro resolveu numericamente o problema da estaca carregada horizontalmente no topo com o solo tendo coeficiente de reação horizontal crescendo linearmente com a profundidade, segundo Velloso e Lopes (2012). Matlock e Reese (1961a) resolveram o problema de Miche considerando a estaca isolada submetida a uma força horizontal e um momento aplicado no topo e também forneceram um direcionamento para a solução do problema com diferentes leis de variação do coeficiente de reação do solo.

Davisson (1970) forneceram um procedimento analítico para solução de estacas submetidas a esforços horizontais e verificação da flambagem. Poulos e Davis (1980) apresentam em seu livro soluções de vários autores obtidas numericamente pelo método das diferenças finitas e também apresentam um tratamento pela teoria da elasticidade para o problema da estaca carregada horizontalmente no topo.

Autores como Poulos (1971a), Banerjee e Davis (1978), Randolph (1981), Reese et al. (2010) e Verruijt e Kooijma (1989) detalharam vários modelos que podem ser usados para analisar estacas carregadas horizontalmente, onde a estaca pode ser modelada como um feixe flexível. A principal diferença entre esses modelos é como o comportamento do solo é tratado.

Em alguns métodos analíticos, como é o caso do modelo proposto por Winkler (1867), o solo é representados por um conjunto de molas. Várias soluções baseadas nas hipóteses de Winkler foram abordadas na literatura Gleser (1953), Matlock e Reese (1961b), McClelland e Focht (1958). Nesses modelos, o solo é modelado por uma série de molas elásticas que representam a deflexão do solo, onde a constante da mola descreve a rigidez do solo em relação a uma carga atuante. A deflexão do feixe é governada por uma equação diferencial linear de quarta ordem, onde a deflexão da viga, momento fletor, deslocamento e força de cisalhamento podem ser obtidos inserindo parâmetros de entrada como módulo de elasticidade da viga, geometria da viga, carga aplicada, módulo de elasticidade do solo e condições de contorno do problema.

O conceito de feixe sobre a fundação foi adotado para aplicar em estacas sujeitas a cargas laterais. A principal razão para isto é que a estaca se comporta como um feixe flexível quando solicitada pela carga lateral. Enquanto a fundação do feixe pode ser girada em 90°, o problema das estacas carregadas horizontalmente é mais complicado devido ao comportamento não linear do solo no campo, especialmente próximo ao topo da estaca. Matlock e Reese (1961a)

Um método empírico tem sido comumente utilizado para prever a deformação da estaca devido às cargas horizontais, chamado de método P - Y , que presume que a estaca é uma viga de Euler-Bernoulli e que o solo funciona como uma série de molas não lineares, onde P representa a resistência do solo e Y a deflexão da estaca. O modelo de molas foi desenvolvido para corresponder à resposta do solo ao deslocamento real da carga Cox et al.

(1974), Ashour e Norris (2000), Basu et al. (2009). No caso de três dimensões, o método permite que a resposta da estaca seja calculada onde a não linearidade do solo é levada em consideração Anderson e Townsend (1999). Foi desenvolvido um método no qual houve uma divisão em camadas finas Ashour e Norris (2000) e a resistência do solo foi obtida usando a curva P - Y para cada camada versus a deflexão. Poulos e Davis (1980), Basu et al. (2009), Fleming et al. (2011), Moller e Christiansen (2011), Heidari et al. (2013) todos assumiram que as curvas para uma única estaca podem ser desenvolvidas para uso entre grupos de estacas, onde o valor será reduzido devido à interação entre estacas, levando em conta as reduções na resistência do solo e efeitos de sobreposição.

Uma das abordagens comuns para calcular o deslocamento final devido à resposta do solo é a abordagem de feixe sobre a fundação, onde o solo é tratado como plástico e sua capacidade lateral pode ser determinada a partir de sua resistência Poulos e Davis (1980). Infelizmente, este método não consegue prever a resposta das estacas, uma vez que a resistência do solo, que é usada na análise, é desenvolvida empiricamente e ajustada aos resultados da análise numérica para atender aos resultados de campo. A outra desvantagem da curva P - Y é que uma curva desenvolvida para um local específico não é adequada para outro. Em outras palavras, cada local precisa de sua própria curva p - y , dependendo das propriedades do solo *in situ*, bem como do ensaio de prova de carga horizontal para prever a resposta lateral da estaca com precisão.

Uma solução analítica baseada em um método energético com fundamento no cálculo variacional, resultando em um conjunto de equações diferenciais governantes e condições de contorno que representam a deformação da estaca e do solo sob carga horizontal estática tem sido usada por Sun (1994), considerando o solo elástico, homogêneo e linear. No entanto, Basu et al. (2009) aplicou o método energético com solo não linear e não homogêneo. Essas equações foram resolvidas numericamente usando o método de diferenças finitas, enquanto Das e Sargand (1999) usaram o mesmo método para determinar a deformação de uma estaca em solo elástico-linear, homogêneo, sob cargas horizontais dinâmicas.

De uma maneira mais geral, é possível enumerar os métodos matemáticos comumente utilizados para a resolução do problema da estaca isolada carregada horizontalmente: (i) Método do coeficiente de reação do solo: Hetenyi (), Miche (1930), Reese e Matlock (1960). (ii) Métodos da curva: P - Y : Matlock (1960); Welch e Reese (1972); Reese et al. (1974), Reese e Welch (1975); Reese e Nyman (1978); API (2000a), (iii) o Método das diferenças finitas: Poulos (1971a), Poulos (1971b), Verruijt e Kooijman (1989), Zhang et al. (2000), (iv) Método dos elementos finitos: Randolph (1981), Trochanis et al. (1991); Filho et al. (2005); Higgins et al. (2012), (v) Método dos elementos de contorno: Banerjee e Davies (1978), Budhu e Davies (1988) e Ai et al. (2013), (v) Método variacional ou da energia potencial: Sun (1994), Shen e Teh (2002), Basu et al. (2009), Salgado et al. (2014)

e Gupta e Basu (2017).

Alguns desses estudos consideram as diferentes camadas do solo com propriedades diferentes Randolph (1981), Verruijt e Kooijma (1989), Basu et al. (2009), Ai et al. (2013), Ruesta e Townsend (1997a) e a heterogeneidade do solo, como as variações lineares ou não lineares do módulo de elasticidade do solo com a profundidade Randolph (1981), Banerjee e Davies (1978), Budhu e Davies (1988), Zhang et al. (2000). Em condições reais de campo, os solos são estratificados com camadas de depósitos arenosos, siltosos e argilosos; e assim, sendo necessário considerar os diferentes tipos de camadas de solo nas análises. No entanto, as propriedades dentro de cada camada do solo geralmente variam com a profundidade. No caso de argilas normalmente adensadas ou depósitos arenosos, uma variação linear no módulo de elasticidade do solo com profundidade é atribuída.

Com relação aos ensaios em verdadeira grandeza, verificou-se que existem vários estudos, em geral em estacas isoladas, em diversos perfis do subsolo. As pesquisas mostram dados de ensaios tanto com leituras de deslocamento no topo, quanto ao longo da profundidade, em estacas de concreto ou aço, com as estacas instrumentadas (strain-gages, LVDT, extensômetro, inclinômetros, potenciômetro de corda). Esses dados foram comparados com modelos analíticos ou numéricos existentes Kim e Brungraber (1976), Seychuk (1970), Little e Briaud (1988), Ismael (1990), Kramer (1991), Dunnivant e O'Neill (1989), Ng et al. (2001), Cho et al. (2001), Juirnarongrit e Ashford (2004), Tuladhar et al. (2008), Tara (2012), Kawamata et al. (2008), Tuladhar et al. (2008), Ayothiraman et al. (2012), Jeong et al. (2011), Khalili-Tehrani et al. (2013).

Com relação às pesquisas brasileiras em estacas ou tubulões isolados, carregadas horizontalmente, em geral foram feitas análises com base na teoria da reação horizontal com o intuito da determinação do coeficiente de reação horizontal do solo, valores de carga de ruptura e carga admissível horizontal baseados em métodos existentes Cintra (1981), MigueL (1996), Junior et al. (2006), Albuquerque (2001), Ferreira et al. (2002), Almeida et al. (2010), Christan (2012), Kassouf et al. (2016), Araújo (2013), Kassouf et al. (2017). Jagodnik e Arbanas (2015) apresentou um trabalho que realizou medidas de deflexão em estacas isoladas e em grupos, submetidas a carregamento horizontal e, através de uma série tipo Fourier, utilizou a soma de Césaró e ajuste por quadrados mínimos, determinando uma função deflexão, momento, reação do solo e a curva $P - Y$.

Um trabalho experimental recente, Xu et al. (2020) utilizou instrumentação de fibra ótica, para determinar a deflexão e o momento ao longo da profundidade em estacas offshore de grandes diâmetros, sob carregamento horizontal no topo, e utilizou os métodos API Alonso (2012) e modelo hiperbólico Georgiadis et al. (1992) para determinar a curva $P - Y$.

2.2 Modelo de Winkler

O problema de uma viga em fundação elástica em repouso é frequentemente encontrado na análise de problemas de engenharia geotécnica, principalmente para modelar problemas de estacas verticais isoladas sob carregamento horizontal. A solução exige a modelagem: (a) do comportamento mecânico da estrutura apoiada no solo, (b) do comportamento mecânico do solo e (c) da forma de interação entre a estrutura e o solo. A fundação elástica, considerada é o solo, no entanto, o solo não se comporta como um material elástico, estando mais próximo de um comportamento plástico. Para considerações simplificadas, é comum adotar o solo como material elástico. Existem vários modelos de interação solo estrutura tais como: [Winkler \(1867\)](#), [Filonenko-Borodich \(1940\)](#), [Hetenyi \(\)](#), [Pasternak \(1954\)](#), [Kerr \(1964\)](#) e [Vlasov e Leont'ev \(1960\)](#).

O modelo mais simplificado que descreve o comportamento do solo é o modelo de Winkler, no qual admite a hipótese que o solo é modelado como uma série de molas, espaçadas e independentes com comportamento elástico linear. A reação do solo é proporcional à deflexão da viga. No modelo de Winkler, as propriedades do solo são descritas apenas pelo parâmetro k , que representa a rigidez da mola.

A formulação matemática do modelo de Winkler é simples e pode ser utilizada em uma variedade de problemas e fornecendo resultados satisfatórios em algumas situações práticas de engenharia de fundações. Como exemplo de aplicação, pode-se destacar aqueles associados ao comportamento de estacas isoladas sob carregamento horizontal. Nesse caso, a estaca pode ser modelada como uma viga e o solo como molas.

O modelo de Winkler é considerado uma aproximação do verdadeiro comportamento do solo, principalmente devido à desconsideração da continuidade e da coesão do solo. O modelo matemático para uma estaca isolada, considerando o carregamento no topo da estaca, de acordo com a Figura 1, e solo elástico-linear, adotando a hipótese de Winkler para a reação do solo, e considerando estaca uma viga de Bernoulli, é dado por uma, equação diferencial ordinária, aonde a primeira parte corresponde à deflexão da estaca e o segundo termo, à hipótese de Winkler, da forma:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + K y(z) = 0 \quad (2.1)$$

Onde, E_p = módulo de elasticidade da estaca, I_p = momento de inércia da estaca, K =módulo de reação horizontal do solo, D = diâmetro da estaca, L =comprimento da estaca, E =módulo de elasticidade do solo.

A equação 2.1 é a equação diferencial do problema de uma estaca carregada horizontalmente no topo. No modelo de Winkler, a reação do solo dada pelo módulo de

reação horizontal pode ser constante ou variar com a profundidade.¹

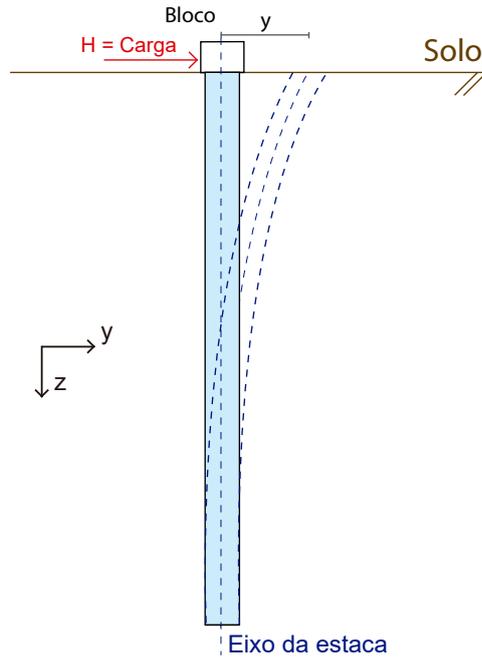


Figura 1 – Estaca isolada sob carregamento horizontal H no topo.

A solução analítica para a equação 2.1 é da forma de uma função exponencial $y(z) = e^{mz}$. Considerando o módulo de elasticidade do solo (K) constante com a profundidade, a solução pode ser encontrada substituindo a função exponencial na equação 2.1, assim obtém-se uma equação característica da forma:

$$m^4 + \frac{K}{E_p I_p} = 0 \quad (2.2)$$

A solução da equação 2.2 polinomial de quarta ordem é dada por:

$$m_1 = -m_2 = \sqrt[4]{\frac{K}{E_p I_p}}(1 + i) = \beta(-1 + i) \quad (2.3)$$

$$m_3 = -m_4 = \sqrt[4]{\frac{K}{E_p I_p}}(-1 + i) = \beta(-1 + i) \quad (2.4)$$

A solução geral da equação 2.1 é da forma:

$$y = A_1 e^{m_1 z} + A_2 e^{m_2 z} + A_3 e^{m_3 z} + A_4 e^{m_4 z} \quad (2.5)$$

¹ São duas formas de definir o parâmetro característico da reação horizontal do solo, inclusive em unidades diferentes: o coeficiente de reação horizontal do solo k_h (pressão/deslocamento, em unidades de FL^{-3}) e o módulo de reação horizontal do solo K (reação/deslocamento, em FL^{-2}), de acordo com Cintra (1981).

onde,

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K}{4E_p I_p}} \quad (2.6)$$

Usando as relações exponenciais

$$e^{i\beta z} = \cos \beta z + i \operatorname{sen} \beta z \quad (2.7)$$

$$e^{-i\beta z} = \cos \beta z - i \operatorname{sen} \beta z \quad (2.8)$$

e introduzindo novas constantes $C[1]$, $C[2]$, $C[3]$, e $C[4]$, onde:

$$A_1 + A_2 = C[1]; \quad i(A_1 - A_4) = C[2] \quad (2.9)$$

$$A_2 + A_3 = C[3]; \quad i(A_2 - A_3) = C[4] \quad (2.10)$$

Pode-se escrever a equação 2.4 em uma forma mais conveniente:

$$y(z) = e^{z\beta}(\cos z\beta C[1] + \operatorname{sen} z\beta C[2]) + e^{-z\beta}(\cos z\beta C[3] + \operatorname{sen} z\beta C[4]). \quad (2.11)$$

em que: $C[1]$, $C[2]$, $C[3]$ e $C[4]$ são constantes a serem determinadas de acordo com as condições de contorno do problema.

A rigidez relativa solo-estaca β definida por [Hetenyi \(\)](#) é:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K}{4E_p I_p}} \quad (2.12)$$

onde, E_p = módulo de elasticidade da estaca, I_p = momento de inércia da estaca, K =módulo de reação horizontal do solo.

A solução analítica para equação 2.1, com o módulo de reação horizontal variando com a profundidade, é de difícil solução e precisa do conhecimento de funções hipergeométricas e solução de equações diferenciais por séries, por isso tem-se grande parte dos trabalhos conhecidos na literatura com soluções numéricas.

2.3 Reação horizontal do solo

No projeto de estacas sob carregamento horizontal a determinação dos esforços e deslocamento tem utilizado a teoria de reação horizontal do solo, tendo como base o problema da viga sobre apoio elástico, de acordo com [Hetenyi \(\)](#), onde o coeficiente de reação horizontal do solo é considerado constante para caso de argilas pré-adensadas (argilas duras e rijas). No entanto, a reação horizontal pode variar com a profundidade e o problema, devido à estaca enterrada, e tem-se um problema para solos arenosos e argilas normalmente adensadas (argilas moles). Nesse estudo três conceitos fundamentais são importantes: o módulo de reação horizontal do solo (K), o coeficiente de reação horizontal (k_h) do solo e constante de reação horizontal do solo (n_h).

O módulo de elasticidade do solo pode variar com a profundidade de acordo com qualquer umas das funções ajustadas possíveis, mas a experiência mostra que quase todos os solos obedecem a um aumento constante ou linear de distribuição como a variação da profundidade. Contudo, quando ambas as relações carga-deslocamento e carga-rotação são conhecidas, é possível verificar qual dos dois casos é mais aplicável [Coutinho \(2000\)](#).

O coeficiente de reação horizontal do solo k_h é dado pela relação entre a pressão do solo P e o deslocamento y , da forma:

$$k_h = \frac{P}{y} \quad (2.13)$$

onde P é dado por unidade de pressão, e y é unidade de deslocamento. Dimensionalmente o coeficiente de reação do solo é dado por FL^{-3} .

O coeficiente de reação horizontal k_h é baseado nas hipóteses de Winkler e depende das propriedades do solo, das condições de topo da estaca e rigidez relativa solo-estaca.

O módulo de reação horizontal do solo K é definido como a relação entre a reação do solo F e o correspondente deslocamento y , da forma:

$$K = \frac{F}{y} \quad (2.14)$$

onde F é dado por unidade de força e y é unidade de deslocamento. Dimensionalmente o módulo de reação do solo é dado por FL^{-2} .

O valor de K e a variação desse coeficiente com a profundidade depende das características de deformação do solo. Para argilas muito sobreadensadas o valor de K pode ser considerado constante com a profundidade; e para argilas normalmente adensadas e areias o valor de K é admitido com uma variação linear [Velloso e Lopes \(2012\)](#).

Uma correlação entre o módulo de reação horizontal (K) e o coeficiente de reação horizontal (k_h) é dada por

$$k = k_h D \quad (2.15)$$

onde D é o diâmetro da estaca. Terzaghi (1955) analisou o módulo de reação horizontal para estacas e diferenciou dois casos: (i) argilas muito sobreadensadas, onde $K = cte$, é considerada constante com a profundidade, (ii) argilas normalmente adensadas e areia, onde K cresce linearmente com a profundidade, ver a Figura 2.

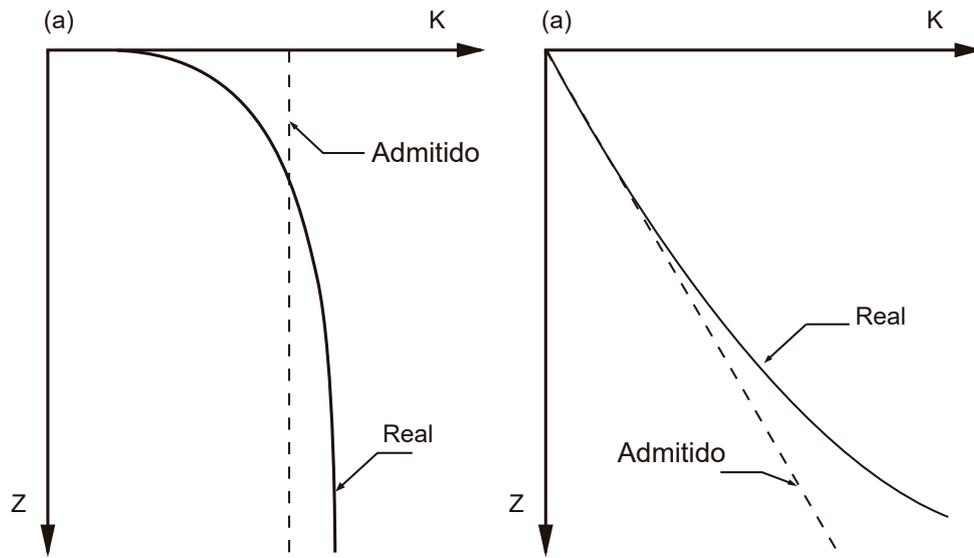


Figura 2 – Variação do módulo de reação do solo com a profundidade, adaptada de [Alonso \(2012\)](#).

O coeficiente de reação horizontal k_h , no caso de variação linear com a profundidade pode ser representado:

$$k_h = n_h z \quad (2.16)$$

onde n_h é a constante de reação horizontal do solo, com unidades (FL^{-3}) .

Uma forma generalizada para expressar o comportamento do módulo de reação horizontal K com a profundidade foi apresentada por [Palmer e Thompson \(1948\)](#):

$$K = k_l \left(\frac{z}{L} \right)^n \quad (2.17)$$

onde, K_l é o valor de K para a base da estaca ($z = l$) e n o expoente empírico igual ou maior que zero. Um valor mais real para argilas pré-adensadas que inclui o comportamento plástico é $n = 0.15$ foi sugerido por [Davisson e Prakash \(1963\)](#).

Na Figura 3, tem-se um gráfico para alguns valores de n para a variação do módulo de reação do solo com a profundidade.

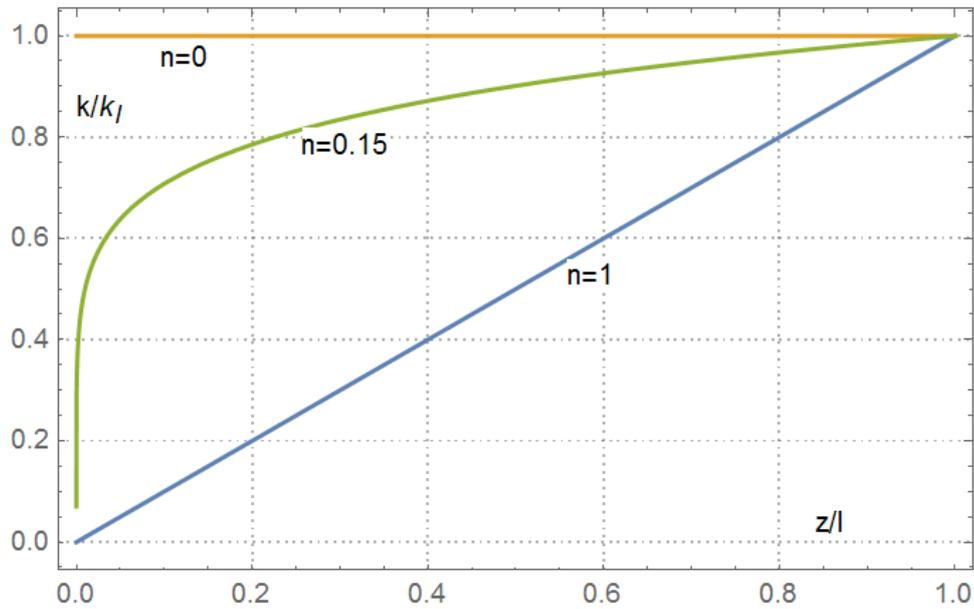


Figura 3 – Variação de k do solo com a profundidade, adaptado de Davisson (1970).

Uma variação de K em degrau, de acordo com a Figura 4, para argila pré-adensada: da superfície até uma profundidade de $0.4R$, onde R é o raio da estaca, a argila teria o módulo de reação reduzido à metade $0.5K$.

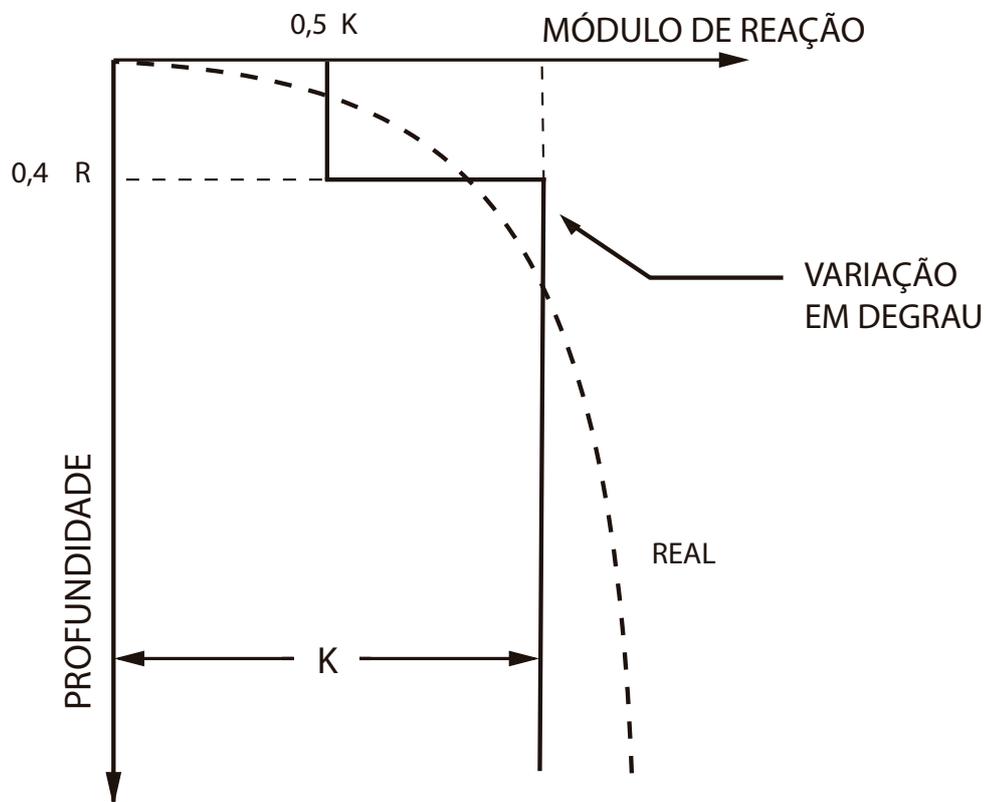


Figura 4 – Variação de k em degrau para argila pré-adensada, Adaptada de Davisson (1970).

Os solos superficiais são os mais solicitados pelo carregamento horizontal das estacas, e, portanto, os parâmetros escolhidos devem ficar próximos dessa região. Foram analisadas formas exponenciais e polinomiais com a profundidade [Matlock e Reese \(1960\)](#).

Em 1970, Wener propões a utilização de cinco diagramas com diferentes variações de k com a profundidade nos quais são: sendo um linear, três de forma parabólica e um constante, de acordo com [Cintra \(1981\)](#).

[Terzaghi \(1955\)](#) ainda propôs uma relação para o valor k_h considerando que os deslocamentos distantes mais de $3D$ da estaca não tem influência sobre o comportamento da estaca-solo:

$$k_h = 0.74 \frac{E}{D} \quad (2.18)$$

onde, E = módulo de elasticidade da estaca; D = diâmetro da estaca.

O módulo de elasticidade do solo depende das condições de drenagem e do nível de carregamento [Velloso e Lopes \(2012\)](#).

O coeficiente de reação horizontal do modelo de Winkler para estacas submetidas a carregamento lateral foi proposto por vários pesquisadores considerando o caso estático e dinâmico, [Anoyatis e Lemnitzer \(2017\)](#).

Uma formulação proposta por [Francis \(1964\)](#) duplica o módulo de reação de [Vesic \(1961\)](#) derivado do caso de uma viga infinita sujeita a uma carga pontual sob uma fundação elástica infinita e, portanto, explica o fato de que, ao contrário da viga, a estaca é cercada pelo solo.

$$K = 1.64 \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^2 \quad (2.19)$$

onde E_s = módulo de elasticidade do solo, ν_s = coeficiente de Poisson do solo; E_p = módulo de elasticidade da estaca.

Nos estudos de [Roesset \(1980\)](#) e [Syngros \(2004\)](#), obteve-se um valor ótimo para o coeficiente de reação horizontal foi obtido combinando-se a rigidez da cabeça de estaca através de uma análise pelo método dos elementos finitos. [Roesset \(1980\)](#) sugeriu um valor único para o coeficiente de reação horizontal, [Anoyatis e Lemnitzer \(2017\)](#):

$$k = 1.2E_s \quad (2.20)$$

Em que: E_s - módulo de elasticidade do solo.

[Syngros \(2004\)](#) propôs expressões separadas para estacas de cabeça livre e estacas de cabeça fixa em função da rigidez do solo para estacas longas. Para estacas com cabeça fixa:

$$k = 2E_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{-0.075} \quad (2.21)$$

Para estacas de cabeça livre:

$$k = 3.5E_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{-0.11} \quad (2.22)$$

onde E_s é o módulo de elasticidade do solo.

2.4 Classificação das estacas isoladas quanto à rigidez estrutural

A classificação de uma estaca isolada em relação ao comportamento estrutural submetida a um carregamento horizontal pode ser: flexível, semi-flexível e rígidas. De acordo com [Davisson \(1970\)](#), as estacas são classificadas em curtas (rígidas) e longas (flexíveis). Essa classificação está relacionada com a rigidez relativa entre a estaca e o solo envolvente, com as condições de contorno e o tipo de carregamento no topo da estaca.

A classificação é importante para a realização das análises dos modelos matemáticos das estacas, pois as estacas longas podem ser consideradas como vigas e adotar os modelos de interação de viga – solo, enquanto nas estacas curtas são adotados modelos baseados no equilíbrio limite.

Uma rotação pode ser usada para definir a forma defletida de uma estaca curta enquanto as flexões se tornam importantes para estaca longa. Além disso, o momento e o cisalhamento na extremidade inferior de uma estaca curta são muito importantes para uma análise adequada, mas eles geralmente podem ser desprezados para estacas longas. O comprimento adimensional L/T ou L/R ², classifica as estacas como rígidas (curtas), ou flexíveis (longas).

Tabela 1 – Classificação das estacas quanto a rigidez, adaptada de [Davisson \(1970\)](#)

Classificação	Condição
Flexível(longa)	$L/T > 4$ ou $L/R > 4$
Intermediária (Curta)	$2 < L/R < 4$
Rígida(Curta)	$L/R < 2$ ou $L/R < 2$

O comprimento adimensional L/T ou L/R , onde L é o comprimento da estaca, classifica as estacas como rígidas (curtas), ou flexíveis (longas). Esta classificação é fundamental para se verificar o mecanismo de ruptura de estacas carregadas horizontalmente. A Tabela 1 mostra a classificação de estacas submetidas a carregamentos laterais em função da sua rigidez, de acordo com [Davisson \(1970\)](#). Considerando o módulo de reação horizontal do solo constante $K = cte$ com a profundidade, tem-se a seguinte definição para rigidez relativa solo-estaca (R):

$$R = \sqrt[4]{\frac{E_p I_p}{K}} \quad (2.23)$$

² L-comprimento da estaca, T- rigidez relativa estaca-solo para $K = cte$ e $R =$ rigidez relativa estaca-solo para K variável.

Onde, E_p = módulo de elasticidade da estaca, I_p = momento de inércia da estaca, K = módulo de reação horizontal do solo.

Considerando o módulo de reação horizontal do solo variável com a profundidade $K = n_h z$, tem-se a seguinte definição para o fator de rigidez relativa solo-estaca (T):

$$T = \sqrt[5]{\frac{E_p I_p}{n_h}} \quad (2.24)$$

Onde, E_p = módulo de elasticidade da estaca, I_p = momento de inércia da estaca, n_h = constante de reação horizontal do solo.

As estacas flexíveis podem ser analisadas como infinitamente longas, pois as soluções para $L/T = 4$ são praticamente as mesmas para $L/T = 5, 10, 20$ e para o infinito, de acordo com [Reese et al. \(2010\)](#). Isso simplifica o problema para um conjunto de soluções na grande maioria dos casos.

Considerando o módulo de reação horizontal do solo, $K = k_o z^n$ e ($n > 1$) variando com a profundidade, temos a seguinte definição para o fator rigidez relativa estaca-solo (R_n):

$$R_n = \sqrt[n+4]{\frac{E_p I_p}{K}} \quad (2.25)$$

Onde, E_p = módulo de elasticidade da estaca, I_p = momento de inércia da estaca, K = módulo de reação horizontal do solo.

2.5 Modelos baseados na teoria de reação horizontal do solo

A teoria de reação do solo é aplicada na solução de problemas de estacas submetidas a esforços transversais e momentos fletores. A teoria de reação do solo admite que o comportamento da estaca é semelhante ao de uma viga, validando as hipóteses de Winkler.

Iremos apresentar os métodos baseados na teoria de reação do solo, cujas estacas são flexíveis (longas) e semi-infinitas com o solo sendo elástico e considerando os efeitos de carregamento sem nenhuma influência na base da estaca, ou seja, deslocamento igual a zero. Esses métodos aqui apresentados podem ser aplicados em estacas e tubulões longos. Os principais são: Método de [Hetenyi](#) (); Método de [Miche \(1930\)](#); Método [Gleser \(1953\)](#), Método [Matlock e Reese \(1960\)](#), [Broms \(1964b\)](#), [Davisson \(1970\)](#), Método de [Reese e Nyman \(1978\)](#) e Método Russo. Todos utilizam o conceito de coeficiente de reação horizontal do solo e, portanto, apresentam limitações que decorrem principalmente do fato de se admitir uma relação linear entre a reação do solo e deslocamento correspondente. [Hetenyi](#) () desenvolveu a solução analítica para o problema, mas com coeficiente de reação horizontal constante com a profundidade. Os outros trabalhos utilizaram-se do método numérico das diferenças finitas para a resolução dos problemas de estaca carregada horizontalmente no

topo. A estratificação do solo, o tempo de aplicação da carga, a intensidade e a variação do carregamento são fatores de difícil determinação, que interferem no problema, e que não são considerados. A solução desses problemas é baseada na solução da equação 2.1, com as condições de contorno, tendo com resultado uma função de deflexão da estaca ao longo da profundidade que, a partir dessa equação, pode-se determinar, a rotação, o momento, o cortante e a reação do solo ao longo da profundidade. Nesse trabalho são apresentados alguns métodos, tais como: Método de Hétenyi, Método de Miche, Método de Matlock e Reese. Caso seja de interesse, outros métodos podem ser verificados em Cintra (1981), Poulos e Davis (1980) e Del Pino Jr. (2003).

2.5.1 Método de Hétenyi (1946)

O modelo de Hetenyi () baseado na viga sobre base elástica, apresenta uma solução analítica para o caso de uma estaca carregada horizontalmente e com comprimento L , carga no topo H e momento M , considerando a estaca flexível (longa), topo livre ou fixo, o solo elástico e semi-infinito. A solução desse problema é determinada pela equação 2.1. Analisando essa equação e as funções $\cos z\beta$; $\text{sen}z\beta$ pode-se perceber que para grandes valores de z , y assume um valor finito apenas se os coeficientes $C[1]=C[2]=0$. Com a introdução das condições de contorno na cabeça da estaca determina-se as constantes $C[3]$ e $C[4]$. Então a equação 2.11 fica na forma:

$$y(z) = e^{-z\beta}(C[3] \cos z\beta + C[4] \text{sen}z\beta) \quad (2.26)$$

Para resolver o problema de uma estaca carregada horizontalmente na cabeça com uma carga horizontal H e um momento M , considera-se na cabeça da estaca, para $z = 0$, as condições de contorno da estaca para topo livre:

$$E_p I_p \frac{d^3 y}{dz^3} = H \quad (2.27)$$

$$E_p I_p \frac{d^2 y}{dz^2} = M \quad (2.28)$$

Pode-se admitir o princípio da superposição e determinar a função deslocamento primeiro considerando $M=0$ e depois $H=0$. A solução final para a função deslocamento será a soma das duas soluções encontradas. Sendo assim:

a) Para $z=0$, $M=0$, e uma força aplicada no topo a equação 2.24, tem-se:

$$C[3] = 0 \quad (2.29)$$

$$C[4] = \frac{H}{2E_p I_p \beta^3} \quad (2.30)$$

Portanto, chega-se à equação do deslocamento, considerando apenas a carga no topo:

$$y_H = \frac{H}{2E_p I_p} \exp^{-\beta z} \cos \beta z \quad (2.31)$$

b) Para $z=0$, $H=0$, o momento M e uma força aplicada no topo a equação 2.24, tem-se:

$$C[3] = \frac{M}{2E_p I_p \beta^2} \quad (2.32)$$

$$C[4] = \frac{-M}{2E_p I_p \beta^3} \quad (2.33)$$

Dessa forma, chega-se a equação do deslocamento, considerando apenas o momento no topo:

$$y_H = \frac{H}{2E_p I_p \beta^3} e^{-\beta z} \cos \beta z \quad (2.34)$$

b) Para $z=0$, $H=0$, e um momento M aplicado no topo a equação 2.24, tem-se:

$$C[3] = \frac{M}{2E_p I_p \beta^2} \quad (2.35)$$

$$C[4] = \frac{-M}{2E_p I_p \beta^3} \quad (2.36)$$

Com isso, chega-se à equação do deslocamento, por considerar apenas o momento no topo:

$$y_M = \frac{M}{2E_p I_p \beta^2} e^{-\beta z} (\cos \beta z - \text{sen} \beta z) \quad (2.37)$$

A solução geral de Hetenyi (), na condição de topo livre, é dada por $y = y_H + y_M$, então:

$$y = \frac{H}{2E_p I_p \beta^3} e^{-\beta z} \cos \beta z + \frac{M}{2E_p I_p \beta^2} e^{-\beta z} (\cos \beta z - \text{sen} \beta z) \quad (2.38)$$

Para determinar as outras funções deve-se derivar a equação 2.38 em relação a z , que tem a função rotação ($S = S(z)$), a derivada segunda vezes a rigidez da estaca tem a função do momento ($M = M(z)$), a derivada terceira o cortante ($Q = Q(z)$) e a derivada quarta a reação do solo ($P = P(z)$).

As funções rotação ($S = S(z)$), momento ($M = M(z)$), cortante ($Q = Q(z)$) e

reação do solo ($P = P(z)$) são calculadas de acordo com as igualdades:

$$S(z) = \frac{dy}{dz} \quad (2.39)$$

$$M(z) = E_p I_p \frac{d^2 y}{dz^2} \quad (2.40)$$

$$Q(z) = E_p I_p \frac{d^3 y}{dz^3} \quad (2.41)$$

$$P(z) = E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} \quad (2.42)$$

Então, tem-se as funções, respectivamente:

$$S(z) = \frac{H}{2E_p I_p \beta^2} e^{-\beta z} (\text{sen} \beta z + \cos \beta z) + \frac{M}{2E_p I_p \beta} e^{-\beta z} (\cos \beta z) \quad (2.43)$$

$$M(z) = \frac{H}{\beta} e^{-\beta z} (\text{sen} \beta z) + M e^{-\beta z} (\text{sen} \beta z + \cos \beta z) \quad (2.44)$$

$$Q(z) = H e^{-\beta z} (\cos \beta z - \text{sen} \beta z) - 2M \beta e^{-\beta z} (\text{sen} \beta z) \quad (2.45)$$

$$P(z) = -2\beta H e^{-\beta z} (\cos \beta z) - 2M \beta^2 e^{-\beta z} (\cos \beta z - \text{sen} \beta z) \quad (2.46)$$

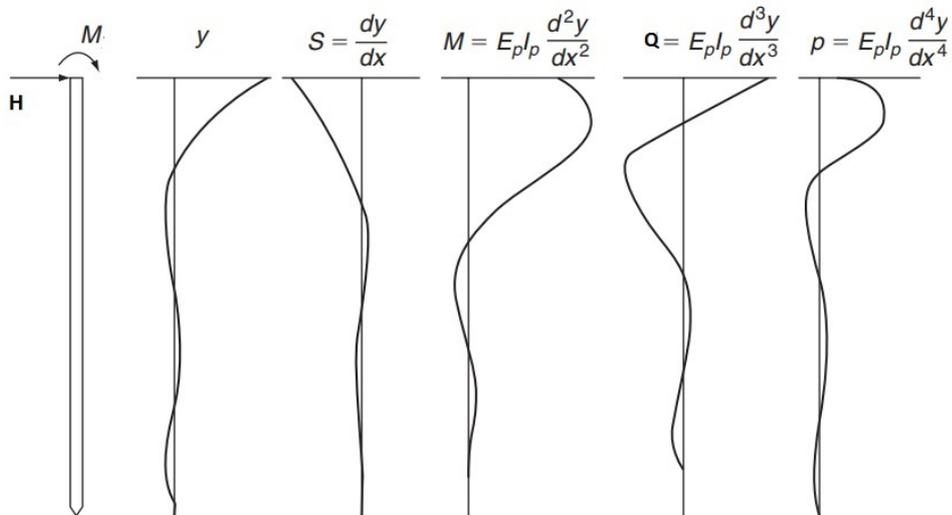


Figura 5 – Gráficos das derivadas da função deslocamento, adaptado Impe e Reese (2010).

Para $z=0$, substituindo na equação 2.38, tem-se o valor do deslocamento horizontal na superfície do terreno, da forma:

$$y = \frac{H}{2E_p I_p \beta^3} + \frac{M}{2E_p I_p \beta^2} \quad (2.47)$$

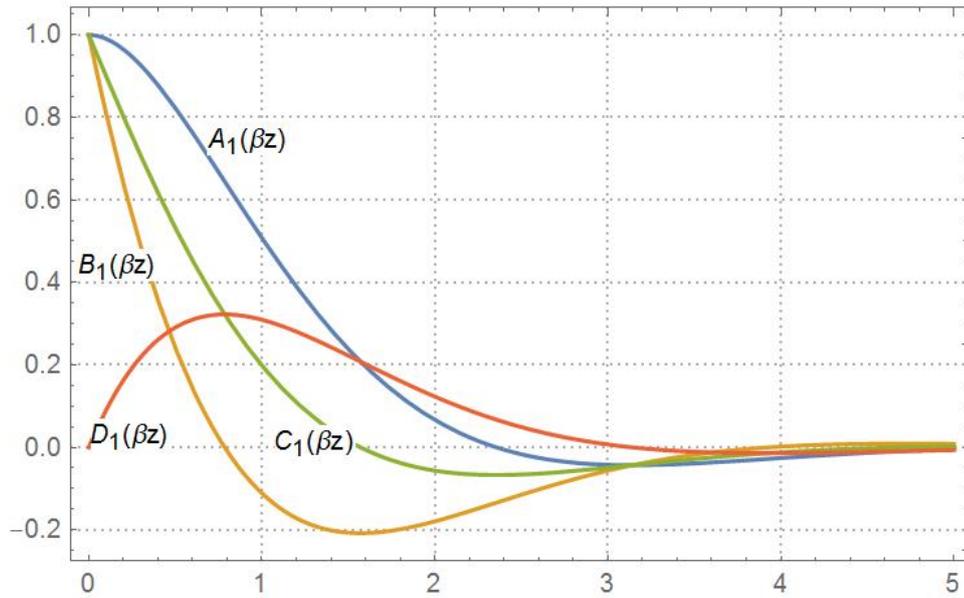


Figura 6 – Coeficientes de Hetényi $A_1(\beta z)$, $B_1(\beta z)$, $C_1(\beta z)$ e $D_1(\beta z)$.

Então, tem-se as funções deslocamento, rotação, momento, cortante e reação do solo em função dos coeficientes $A_1(\beta z)$, $B_1(\beta z)$, $C_1(\beta z)$ e $D_1(\beta z)$, para condição de topo livre, dado na Figura 6, respectivamente:

$$S(z) = \frac{H}{2E_p I_p \beta^2} A_1(\beta z) + \frac{M}{2E_p I_p \beta} C_1(\beta z) \quad (2.48)$$

$$M(z) = \frac{H}{\beta} D_1(\beta z) + M A_1(\beta z) \quad (2.49)$$

$$Q(z) = H B_1(\beta z) - 2M \beta D_1(\beta z) \quad (2.50)$$

$$P(z) = -2\beta H C_1(\beta z) - 2M \beta^2 B_1(\beta z) \quad (2.51)$$

Sabendo que os coeficientes $A_1(\beta z)$, $B_1(\beta z)$, $C_1(\beta z)$ e $D_1(\beta z)$, são dados por:

$$A_1(\beta z) = e^{-\beta z} (\cos \beta z + \text{sen} \beta z) \quad (2.52)$$

$$B_1(\beta z) = e^{-\beta z} (\cos \beta z - \text{sen} \beta z) \quad (2.53)$$

$$C_1(\beta z) = e^{-\beta z} (\cos \beta z) \quad (2.54)$$

$$D_1(\beta z) = e^{-\beta z} (\text{sen} \beta z) \quad (2.55)$$

Para uma estaca longa, com condição de topo fixa, temos para $z = 0$, $y'(z) = 0$ e $y''(z) = \frac{H}{E_p I_p}$; assim temos que as constantes, da equação 2.24, $C[3] = C[4] = \frac{H}{4E_p I_p}$,

então as funções deslocamento, rotação, momento, cortante e reação do solo, são dadas por:

$$y = \frac{H}{4E_p I_p \beta^3} e^{-\beta z} (\cos \beta z + \operatorname{sen} \beta z) \quad (2.56)$$

$$S(z) = \frac{H}{2E_p I_p \beta^2} e^{-\beta z} (\operatorname{sen} \beta z) \quad (2.57)$$

$$M(z) = -\frac{H}{2\beta} e^{-\beta z} (\cos \beta z - \operatorname{sen} \beta z) \quad (2.58)$$

$$Q(z) = H e^{-\beta z} (\cos \beta z) \quad (2.59)$$

$$P(z) = -\beta H e^{-\beta z} (\cos \beta z + \operatorname{sen} \beta z) \quad (2.60)$$

Essas equações de uma estaca carregada horizontalmente, com condição de topo fixa, podem ser colocadas na forma:

$$S(z) = \frac{H}{2E_p I_p \beta^2} A_1(\beta z) + \frac{M}{2E_p I_p \beta} C_1(\beta z) \quad (2.61)$$

$$M(z) = \frac{H}{\beta} D_1(\beta z) + M A_1(\beta z) \quad (2.62)$$

$$Q(z) = H B_1(\beta z) - 2M\beta D_1(\beta z) \quad (2.63)$$

$$P(z) = -2\beta H C_1(\beta z) - 2M\beta^2 B_1(\beta z) \quad (2.64)$$

Sabendo que os coeficientes $A_1(\beta z)$, $B_1(\beta z)$, $C_1(\beta z)$ e $D_1(\beta z)$, são dados por:

$$A_1(\beta z) = e^{-\beta z} (\cos \beta z + \operatorname{sen} \beta z) \quad (2.65)$$

$$B_1(\beta z) = e^{-\beta z} (\cos \beta z - \operatorname{sen} \beta z) \quad (2.66)$$

$$C_1(\beta z) = e^{-\beta z} (\cos \beta z) \quad (2.67)$$

$$D_1(\beta z) = e^{-\beta z} (\operatorname{sen} \beta z) \quad (2.68)$$

Para uma estaca longa, com condição de topo fixa, se $z = 0$, $y'(z) = 0$ e $y''(z) = \frac{H}{E_p I_p}$; assim tem-se que as constantes, da equação 2.24, $C[3] = C[4] = \frac{H}{4E_p I_p}$,

então as funções deslocamento, rotação, momento, cortante e reação do solo, são dadas por:

$$y = \frac{H}{4E_p I_p \beta^3} e^{-\beta z} (\cos \beta z + \operatorname{sen} \beta z) \quad (2.69)$$

$$S(z) = \frac{H}{2E_p I_p \beta^2} e^{-\beta z} (\operatorname{sen} \beta z) \quad (2.70)$$

$$M(z) = -\frac{H}{2\beta} e^{-\beta z} (\cos \beta z - \operatorname{sen} \beta z) \quad (2.71)$$

$$Q(z) = H e^{-\beta z} (\cos \beta z) \quad (2.72)$$

$$P(z) = -\beta H e^{-\beta z} (\cos \beta z + \operatorname{sen} \beta z) \quad (2.73)$$

Essas equações de estaca carregada horizontalmente com topo fixo, podem ser colocadas na forma:

$$y = \frac{H}{4E_p I_p \beta^3} A_1(\beta z) \quad (2.74)$$

$$S(z) = \frac{H}{2E_p I_p \beta^2} D_1(\beta z) \quad (2.75)$$

$$M(z) = -\frac{H}{2\beta} B_1(\beta z) \quad (2.76)$$

$$Q(z) = H C_1(\beta z) \quad (2.77)$$

$$P(z) = -\beta H A_1(\beta z) \quad (2.78)$$

Timoshenko (1941) afirmou que a solução para uma estaca longa é satisfatória quando $\beta L > 4$, portanto, caso a estaca seja considerada curta, ou seja, $\beta L < 4$, podem ser aplicadas as duas outras condições de contorno para a base da estaca. Para $z = L$, sendo L o comprimento da estaca, temos que:

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = 0 \quad (2.79)$$

$$\frac{d^3 y}{dz^3} = 0 \quad (2.80)$$

Assim, encontra-se as constantes $C[1]$, $C[2]$, $C[3]$ e $C[4]$ dada pela equação

2.5.2 Método de Miche

Miche (1930) foi o primeiro a resolver o problema da estaca em solo com o coeficiente de reação horizontal aumentando de maneira linear com a profundidade, assumindo a hipótese de Winkler. O modelo de Miche adota as hipóteses de Hetenyi mais sendo $k_h = n_h z$ na equação 2.1, tem-se:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + n_h z y = 0 \quad (2.81)$$

Em que: E_p = módulo de elasticidade da estaca, I_p = Momento de inércia da estaca, n_h = taxa de crescimento do coeficiente de reação horizontal do solo, D = diâmetro da estaca, L = comprimento da estaca, E = módulo de elasticidade do solo.

Define-se a rigidez relativa estaca-solo para esse problema, como:

$$T = \sqrt[5]{\frac{E_p I_p}{n_h}} \quad (2.82)$$

Miche (1930) utilizou aproximação numérica para resolver o problema de uma estaca vertical submetida a uma força H aplicada no topo, coincidente com a superfície do terreno e chegou aos seguintes resultados:

a) Deslocamento horizontal no topo da estaca:

$$y_o = 2.4 \frac{T^3 H}{E_p I_p} \quad (2.83)$$

b) A tangente ao diagrama de reação do solo:

$$\text{tg} \beta = 2.40 \frac{H}{BT^2} \quad (2.84)$$

c) Momento fletor máximo em $z = 1.32T$:

$$M_{max} = 0.79HT \quad (2.85)$$

Miche (1930) apresentou quatro diagramas: reação do solo, deslocamento, momentos fletores e de esforços cortantes até uma profundidade de $3.96T$.

A uma profundidade da ordem de $4T$, os momentos fletores e cortantes são muito pequenos e podem ser desprezados, segundo Velloso e Lopes (2012).

O método de Miche foi utilizado por Kassouf et al. (2012), para calcular um tubulão de diâmetro 80 cm com esforço horizontal, no topo, com carga de $150kN$, e coeficiente de reação horizontal $n_h = 12MN/m^2$, com a leitura do inclinômetro instalado no tubulão, quando realizado o ensaio de prova de carga lateral, no Campo experimental de

Fundações da FEC/Unicamp-SP. Pela análise do trabalho de [Kassouf et al. \(2012\)](#) conclui-se que o método de Miche teve uma boa concordância com os valores de deslocamento do campo.

Nos trabalhos avaliados na literatura não existe uma especificação sobre qual o método numérico Miche utilizou para determinação do deslocamento e momento, segundo [Rosendo e Albuquerque \(2020\)](#). Atualmente, com os recursos computacionais disponíveis, a solução exata do método proposto por [Miche \(1930\)](#) pode ser obtida.

Para o problema do tubulão [Kassouf et al. \(2012\)](#) de diâmetro 80cm e comprimento 9 m com esforço horizontal no topo, com carga de $H = 150$ kN, 160 kN, 180 kN, e coeficiente de reação horizontal $n_h = 12MN/m^3$, podemos aplicar a equação 2.81, com as seguintes condições de contorno $E_p I_p y'''(z) = H$, $E_p I_p y''(z) = 0$, $y''(0) = 0$, $y''(9) = 0$ e $y'''(9) = 0$, tem-se a solução exata da equação do deslocamento em função da profundidade no gráfico da Figura 7.

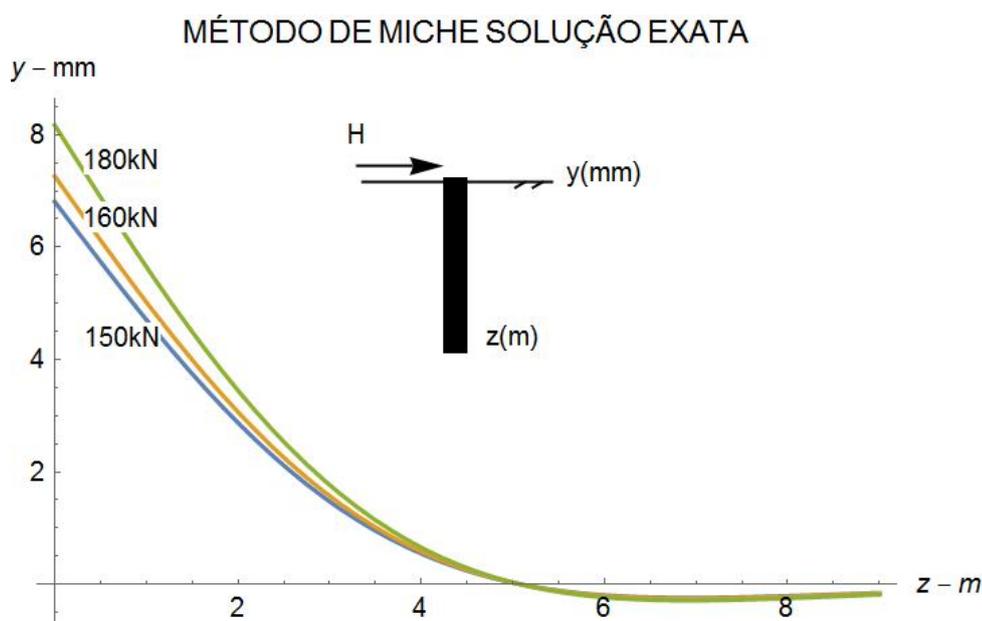


Figura 7 – Solução exata de MICHE.

2.5.3 Método de Matlok e Reese

[Matlock e Reese \(1961b\)](#) consideram o caso do coeficiente de reação horizontal que varia linearmente com a profundidade para a estaca vertical submetida a uma força horizontal e um momento aplicado no topo. [Matlock e Reese \(1960\)](#) resolveu esse problema com diferentes leis de variação do coeficiente de reação horizontal. Em 1961, Matlock e Reese abordaram o caso com o coeficiente variando linearmente com a profundidade. Considera-se uma estaca de comprimento L , diâmetro D e rigidez à flexão EI_p .

No método de [Matlock e Reese \(1961b\)](#), o comprimento característico ou

rigidez relativa estaca-solo T depende da lei de variação do coeficiente de reação com a profundidade. A função deslocamento é dada por:

$$y = f(z, T, L, K_h, E_p I_p, H, M) \quad (2.86)$$

onde, z é a profundidade, T é o comprimento característico, K_h é o coeficiente de reação horizontal do solo, onde esse valor acrescenta a dimensão transversal da estaca e é da forma $K_h = k_h B$, onde B é a dimensão transversal da estaca, $E_p I_p$ é a rigidez à flexão da estaca, H carga horizontal aplicada no topo e M o momento aplicado no topo.

Quando se admite o comportamento elástico da estaca e que o deslocamento é pequeno em relação ao diâmetro da estaca, pode-se aplicar o princípio da superposição, e é calculado o deslocamento separado y_A e y_B devido as cargas H de força e M de momento, ambas aplicadas no topo, o deslocamento total é:

$$y = y_A + y_B \quad (2.87)$$

No regime elástico temos que

$$\frac{y_A}{H} = f_A(z, T, L, K_h, E_p I_p) \quad (2.88)$$

$$\frac{y_B}{H} = f_B(z, T, L, K_h, E_p I_p) \quad (2.89)$$

onde f_A e f_B são duas funções diferentes com as mesmas variáveis. Para satisfazer as condições de semelhança dimensional, cada uma dessas variáveis deve ser igual no modelo e no protótipo:

$$\frac{z_H}{T_H} = \frac{z_M}{T_M} \quad (2.90)$$

$$\frac{L_H}{T_H} = \frac{L_M}{T_M} \quad (2.91)$$

$$\frac{k_{h,H} T_H^4}{(E_p I_p)_H} = \frac{k_{h,M} T_M^4}{(E_p I_p)_M} \quad (2.92)$$

$$\frac{y_{A,H} (E_p I_p)_H}{H_{t,H} T_M^3} = \frac{y_{A,M} (E_p I_p)_M}{H_{t,M} T_M^3} \quad (2.93)$$

$$\frac{y_{A,H} (E_p I_p)_H}{H_{t,H} T_H^2} = \frac{y_{A,M} (E_p I_p)_M}{H_{t,M} T_M^2} \quad (2.94)$$

Definindo um grupo de variáveis adimensionais $(Z, Z_{Max}, \theta(Z), A_y, B_y)$ que terão os mesmos valores numéricos para quaisquer pares de casos semelhantes. São elas:

a) Coeficiente de profundidade (Z):

$$Z = \frac{z}{T} \quad (2.95)$$

b) Coeficiente de profundidade máxima (Z_{Max}):

$$Z_{max} = \frac{L}{T} \quad (2.96)$$

c) Função coeficiente de reação do solo $\theta(Z)$:

$$\theta(Z) = \frac{K_h T^4}{E_p I_p} \quad (2.97)$$

d) Coeficiente de deslocamento A_y :

$$A_y = \frac{y_A E_p I_p}{HT^3} \quad (2.98)$$

e) Coeficiente de deslocamento B_y :

$$B_y = \frac{y_B E_p I_p}{MT^2} \quad (2.99)$$

A solução do problema para o deslocamento, de estaca carregada horizontalmente no topo, é dada por:

$$y = \frac{HT^3}{E_p I_p} A_y + \frac{MT^2}{E_p I_p} B_y \quad (2.100)$$

onde A_y e B_y são os coeficientes de deslocamento.

A solução do problema para o momento fletor, de uma estaca carregada horizontalmente no topo, é dada por:

$$M = M_A + M_B = [HT]A_m + [M]B_m \quad (2.101)$$

onde A_m e B_m são os coeficientes do momento fletor.

É necessário obter soluções particulares para encontrar as funções explícitas $A = f(Z)$ e $B = f(Z)$.

O comprimento característico T não foi definido e nem a variação do coeficiente de reação horizontal k_h com a profundidade, ou seja, a função $\Theta(Z)$ não foi explicitada.

De acordo com a teoria de flexão das vigas de Bernoulli, tem-se que:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} = p \quad (2.102)$$

A reação do solo é $p = -k_h y$, então tem-se que:

$$\frac{d^4 y}{dz^4} + \frac{K_h}{E_p I_p} y = 0 \quad (2.103)$$

Aplicando o princípio da superposição, pode-se dividir essa equação em duas partes:

a) Caso A: Apenas considerando o efeito do deslocamento y_A devido a força H de topo da estaca:

$$\frac{d^4 y_A}{dz^4} + \frac{K_h}{E_p I_p} y_A = 0 \quad (2.104)$$

b) Caso B: Apenas considerando o efeito do deslocamento y_B provocado pelo momento M no topo da estaca:

$$\frac{d^4 y_B}{dz^4} + \frac{K_h}{E_p I_p} y_B = 0 \quad (2.105)$$

Serão introduzidas nas equações 2.104 e 2.105 as variáveis adimensionais definidas nas equações 2.97, 2.99 e 2.100:

a) Para o caso A:

$$\frac{d^4 A_y}{dZ^4} + \Theta(Z) A_y = 0 \quad (2.106)$$

b) Para o caso B:

$$\frac{d^4 B_y}{dZ^4} + \Theta(Z) B_y = 0 \quad (2.107)$$

Para obter um conjunto particular de coeficientes adimensionais A_y e B_y , é necessário: explicitar $\Theta(Z)$ e uma definição adequada do comprimento característico T ; bem como resolver as equações 2.106 e 2.107.

[Matlock e Reese \(1960\)](#) sugerem duas leis para K_h :

$$k_h = kz^n \quad (2.108)$$

$$k_h = k_0 + k_1 z + k_2 z^2 \quad (2.109)$$

e abordam os casos da estaca rígida e da estaca flexível.

Para a função de potência $K_h = kz^n$, temos que

$$\Theta(Z) = \frac{k}{E_p I_p} z^n T^4 \quad (2.110)$$

e o comprimento característico será definido por

$$T^{n+4} = \frac{E_p I_p}{k} \quad (2.111)$$

E, então,

$$\Theta(Z) = \frac{z^n T^4}{T^{n+4}} = \frac{z}{T} \quad (2.112)$$

Sabendo que $Z = \frac{z}{T}$, temos que

$$\Theta(Z) = Z^n \quad (2.113)$$

Assim, a função $\Theta(Z)$ depende apenas do parâmetro n . Para cada valor de n as equações 2.106 e 2.107 fornecerão um conjunto de soluções adimensionais.

Para a função quadrática $K_h = k_o + k_1z + k_2z^2$, o caso prático de interesse seria a função

$$\Theta(Z) = r_o + Z^2 \quad (2.114)$$

Matlock e Reese (1960) analisaram o comportamento de uma estaca $Z_{Max} = L/T > 5$, para $n = 1/2, 1$ e 2 , chegando a algumas conclusões:

1– Apesar dos coeficientes de reação sejam bastante diferentes, os deslocamentos e momentos são pouco diferentes.

2– Os deslocamentos e momentos fletores máximos crescem quando n cresce até $n = 2$.

3– Os valores do coeficiente de reação para $Z < 1$ determinam o comportamento da estaca.

4– Ainda que o coeficiente de reação do solo não varie linearmente com a profundidade ($n > 1$), a hipótese de $n = 1$ é aceitável na prática.

Matlock e Reese (1961b) apresentaram uma tabela e gráfico, que podem ser consultados, e permitem determinar os deslocamentos e solicitações da estaca, de acordo com Velloso e Lopes (2012).

Para determinar o deslocamento devido a um carregamento horizontal H no topo ou momento fletor M , considerando o topo da estaca livre, entrar no gráfico da Figura 8 com o valor de Z , encontrar os valores das funções A_y e B_y e depois substituir na equação 2.100, assim determinar o deslocamento y .

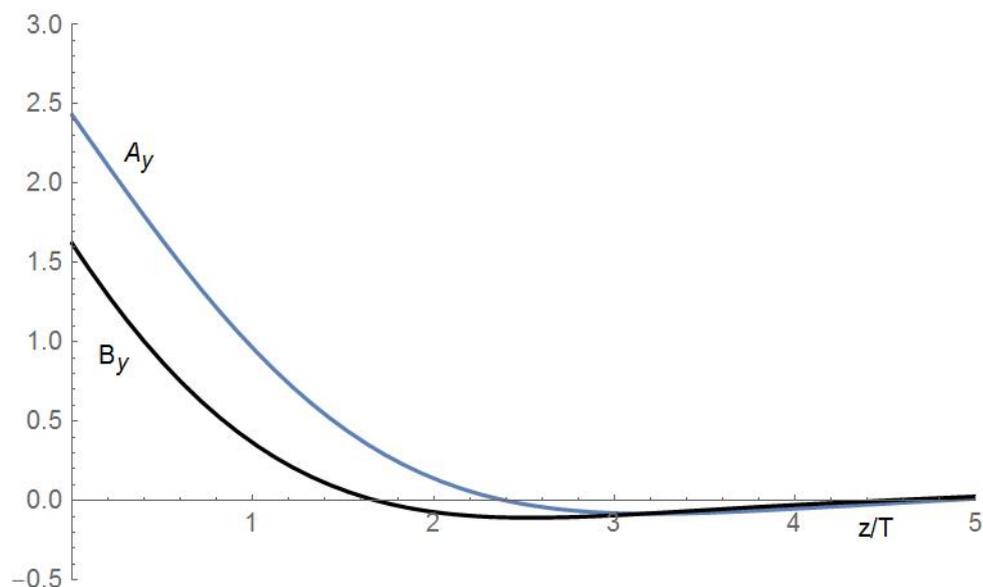


Figura 8 – Gráficos das Funções A_y e B_y de Matlock e Reese (1960) na forma exata.

As funções A_y e B_y de [Matlock e Reese \(1960\)](#) por ser ajustadas e colocadas na forma de exponenciais, assim:

$$A_y(Z) = 2.59604e^{-1.03459Z} \quad (2.115)$$

$$B_y(Z) = 1.72349e^{-1.52587Z} \quad (2.116)$$

onde Z é o parâmetro de entrada.

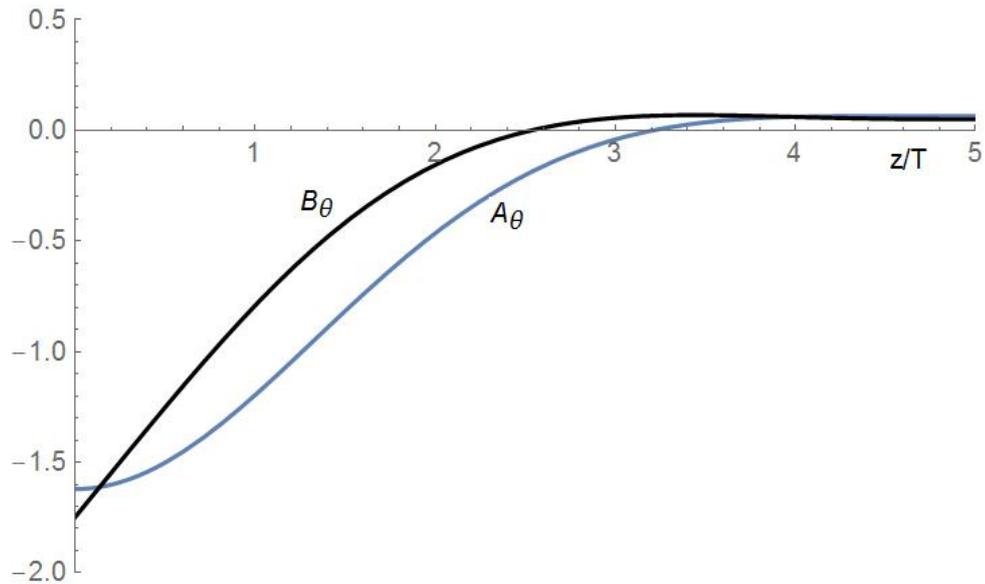


Figura 9 – Gráficos das Funções da rotação A_θ e B_θ de [Matlock e Reese \(1960\)](#) na forma exata.

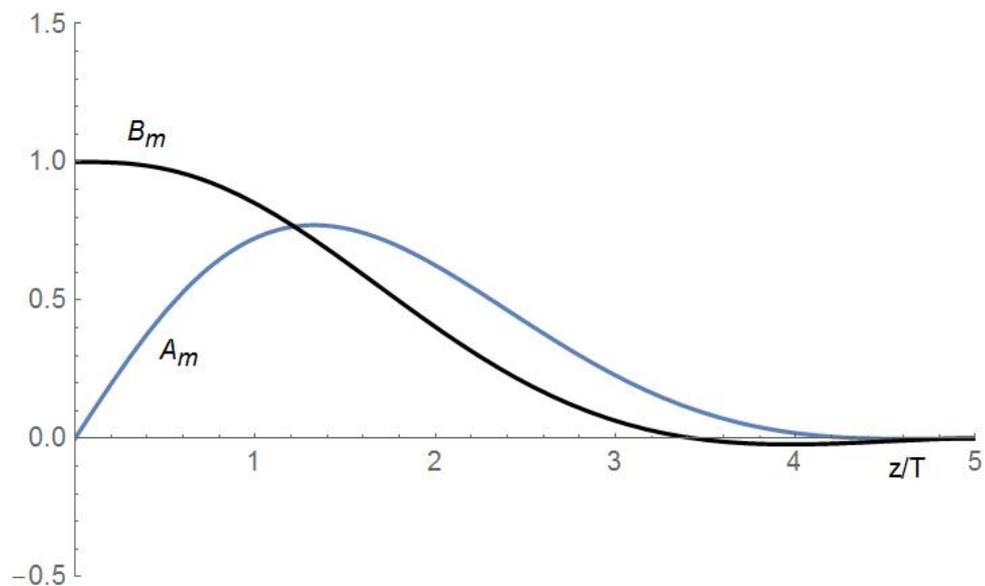


Figura 10 – Gráficos das Funções de momento A_m e B_m de [Matlock e Reese \(1960\)](#) na forma exata.

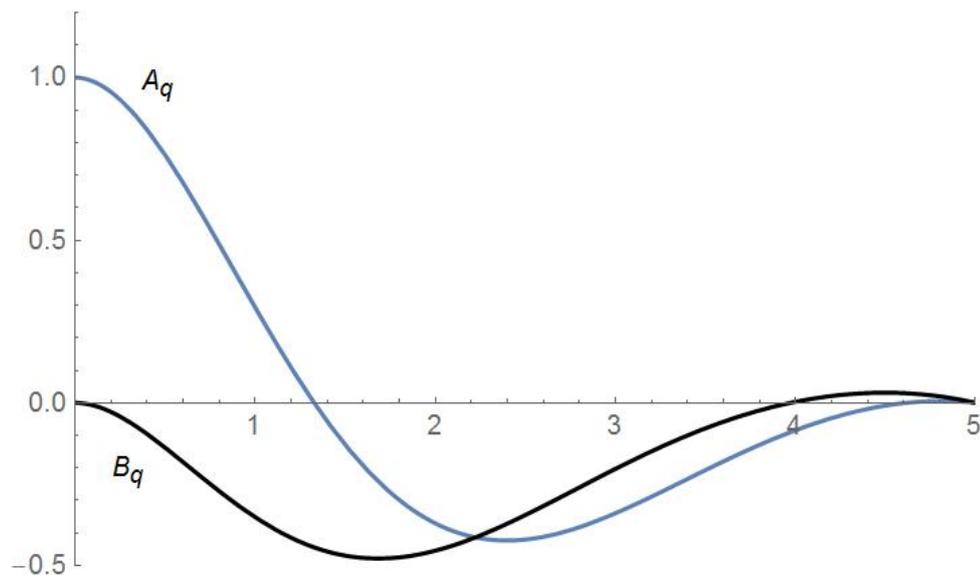


Figura 11 – Gráficos das Funções do cortante A_q e B_q de Matlock e Reese (1960) na forma exata.

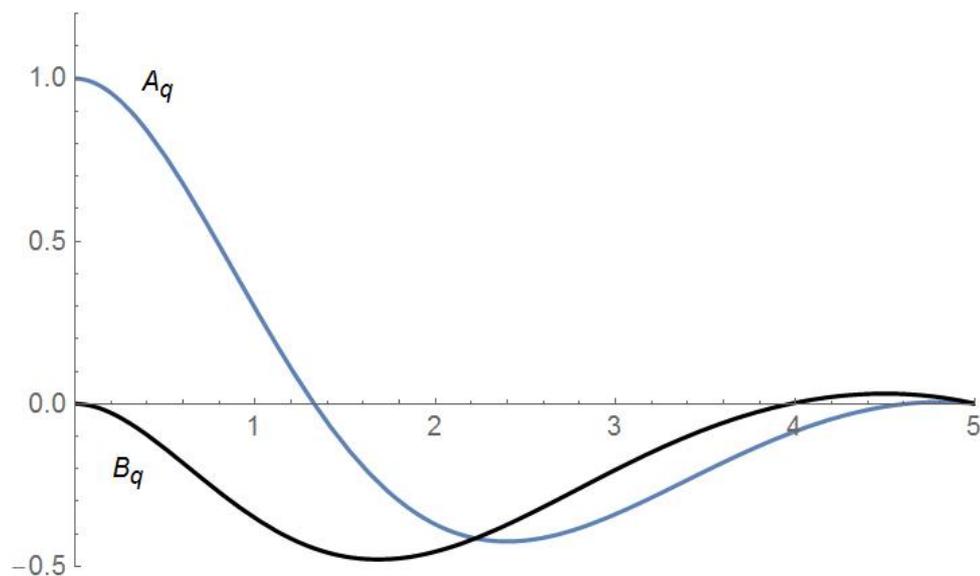


Figura 12 – Gráficos das Funções da reação do solo A_p e B_p de Matlock e Reese (1960) na forma exata.

Todos os gráficos dos coeficientes A_i e B_i , sendo $i = y, \theta, m, q, p$, do modelo de Matlock e Reese (1960) são para estaca com topo livre. Em casos, em que a estaca está engastada no bloco deve-se acrescentar a deflexão da estaca engastada, utilizando a equação da viga.

Para o caso de estacas engastadas no bloco, com translação, e tendo uma carga H aplicada no topo e acima da superfície do terreno, aplicando-se as equações de Matlock e Reese (1960) e as equações de uma viga em balanço, temos que o deslocamento no topo

(y_1) e na superfície do terreno(y_0) é dado por [Alonso \(2012\)](#):

$$y_0 = \frac{H}{EI}(2.435T^3 + 1.623eT^2) \quad (2.117)$$

$$y_1 = y_0 + \frac{H}{EI}(2.435T^3 + 1.75eT^2 + \frac{e^3}{3}) \quad (2.118)$$

onde T é o comprimento característico e e é a excentricidade.

Para o caso de estacas engastadas no bloco, com translação, e tendo uma carga H e momento M aplicada no topo e acima da superfície do terreno, tem-se que o deslocamento no topo (y_1) e na superfície do terreno(y_0) é dado por [Alonso \(2012\)](#):

$$y_0 = \frac{1}{EI}(2.435HT^3 + 1.623HeT^2 - 1.623MT^2) \quad (2.119)$$

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{EI}[1.623HeT^2 + 1.75(He^2T - MeT) + \frac{He^3}{3} - \frac{Me^2}{2}] \quad (2.120)$$

em que

$$M = \frac{1.623HT^2 + 1.75HeT + 0.5He^2}{1.75T + e} \quad (2.121)$$

onde T é o comprimento característico e e é a excentricidade.

2.5.3.1 Determinação do coeficiente de reação horizontal (n_h) em provas de carga

A determinação da constante de reação horizontal do solo é calculada quando se tem os dados da prova de carga horizontal de acordo com procedimento de [Matlock e Reese \(1961b\)](#).

Um trabalho pioneiro na determinação da constante de reação horizontal do solo é o de [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#), aonde várias provas de cargas laterais foram ensaiadas no Rio Arkansas (USA), num total de 11 provas de cargas com a aplicação de carga estática à superfície do terreno, normal ao eixo das estacas, em estágios, e com a medida dos deslocamentos para cada estágio de carregamento.

Nesse trabalho, de [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#), as estacas eram de madeira, concreto, tubo metálico e perfil H . O subsolo era formado por areia fina à média e areia siltosa e o nível de água era quase na superfície. Com os resultados das provas de carga determinou-se, através da expressão de [Matlock e Reese \(1961b\)](#) uma relação entre a constante de reação horizontal do solo, n_h , e o deslocamento horizontal da estaca na superfície, y_0 .

No caso da aplicação de apenas da carga horizontal, o coeficiente adimensional devido à força para o deslocamento na superfície ($z = 0$) é :

$$y_o = 2.435P \frac{T^3}{E_p I_p} \quad (2.122)$$

Sabendo que a rigidez relativa solo-estaca é $T = \sqrt[5]{\frac{E_p I_p}{n_h}}$ substituindo na equação 2.122, tem que:

$$n_h = 2.435 \frac{4.42P^{\frac{5}{2}}}{y_o^{\frac{5}{2}} (E_p I_p)^{\frac{2}{3}}} \quad (2.123)$$

onde,

P carga aplicada horizontalmente no topo da estaca;

$E_p I_p$ rigidez da estaca;

n_h coeficiente de reação horizontal da estaca;

y_o deslocamento horizontal da estaca.

A Equação 2.123 é utilizada para a determinação de n_h quando, na prova de carga, o deslocamento é obtido junto à superfície do terreno e a carga horizontal é aplicada nesse mesmo ponto.

Cintra (1981) determinou uma expressão para o caso em que a carga horizontal é aplicada acima da superfície do terreno com uma excentricidade (e), com deslocamentos aplicados acima do terreno.

2.6 Capacidade de carga lateral de estaca isolada

Diversos métodos foram publicados para prever a capacidade de carga lateral ou resistência última de uma estaca isolada submetida à carga horizontal até a ruptura em solos coesivos e solos não-coesivos. Os métodos de ruptura para solos não-coesivos e coesivos mais aplicados são: Método de Hansen (1961), Método de Broms (1964), Método de Reese (1974), Método de Poulos e Davis(1980), Método de Fleming (1992), Método de Meyerhof (1981).

A capacidade de carga lateral de uma estaca é importante para o projeto das superestruturas. Ela depende da resistência final oferecida pelo solo circundante, da intensidade de carga aplicada, da flexibilidade da estaca, das condições de contorno do topo e ponta da estaca e da característica do solo.

A carga lateral de uma estaca pode ser dividida amplamente nas duas categorias de carga "ativa", onde as cargas externas são aplicadas à estaca, com o solo resistindo à

carga, e carregamento "passivo", onde o movimento do solo sujeita a estaca a esforços de flexão, segundo Fleming et al. (2014).

A solução mais amplamente usada para capacidade de cargas laterais é a de Broms (1964b), Meyerhof et al. (1981), Patra e Pise (2001) e Klar e Randolph (2008).

As soluções fornecidas pelos métodos de Broms (1964b), Meyerhof et al. (1981), Fleming et al. (2014) assumem uma única camada de solo e, portanto, suas soluções não podem ser aplicadas diretamente aos seguintes problemas:

1. Perfis de solo em camadas;
2. Perfis contendo camadas de areia e argila;
3. Perfis de areia uniformes em que o lençol freático não está na superfície ou abaixo da ponta da estaca;

Nessa secção iremos destacar dois métodos sendo um devido à contextualização histórica o métodos de Hansen (1961) e o outro devido ser ao fato de o método de Broms (1964b) a solução mais amplamente aplicada, além de aplicar na tese e comparada com o método Meyerhof et al. (1981) e as equações de capacidade de carga de Patra e Pise (2001).

2.6.1 Método de Hansen (1961)

O método de Brinch Hansen para determinação de capacidade de carga dos solos é um dos métodos de ruptura que utiliza a teoria do empuxo de terra, de acordo com Brinch-Hansen (1961).

O método de Hansen se aplica aos solos coesivos e não-coesivos, homogêneos ou estratificados. Por outro lado, é um processo iterativo desenvolvido para estacas curtas.

O valor de uma carga de topo H pode aumentar até uma resistência máxima H_u onde a reação do solo atinge valor máximo, ou seja, o empuxo passivo (p_{zu}). As equações de equilíbrio para estaca são dadas por:

a)

$$\sum F_y = 0$$

$$H_u - \int_0^{z_r} p_{zu} B dz + \int_{z_r}^L p_{zu} B dz = 0 \quad (2.124)$$

b)

$$\sum M = 0$$

$$H_u e - \int_0^{z_r} p_{zu} B z dz + \int_{z_r}^L p_{zu} z B dz = 0 \quad (2.125)$$

Sabendo que o valor de p_{zu} dado por [Brinch-Hansen \(1961\)](#):

$$p_{zu} = \sigma'_{vz} K_q + cK_c \quad (2.126)$$

onde σ'_{vz} é a tensão vertical efetiva no nível z ; K_q ; K_c coeficientes de empuxo que dependem do ângulo de atrito θ e de z/D , de acordo com [Velloso e Lopes \(2012\)](#).

O coeficiente de pressão passiva K_q em uma profundidade intermediária explicitado por [Brinch-Hansen \(1961\)](#) é:

$$K_q = \frac{K_q^0 + K_q^\infty \alpha_q \frac{z}{D}}{1 + \alpha_q \frac{z}{D}} \quad (2.127)$$

onde,

$$\begin{aligned} K_q^0 &= e^{(\pi/2+\theta)\text{tg}[\theta]} \cos[\theta] \text{tg}[45^\circ + \theta/2] - e^{-(\pi/2-\theta)\text{tg}[\theta]} \cos[\theta] \text{tg}[45^\circ - \theta/2] \\ K_q^\infty &= N_c d_c^\infty (1 - \text{sen}[\theta]) \text{tg}[\theta] \\ N_c &= (e^{(\pi\text{tg}[\theta])} \text{tg}^2[45^\circ + \theta/2] - 1) \text{cotg}[\theta] \\ d_c^\infty &= 1.58 + 4.09 \text{tg}^4[\theta] \\ \alpha_q &= \frac{K_q^0 K_0 \text{sen}[\theta]}{(K_q^\infty - K_q^0) \text{sen}[45^\circ - \pi\theta/2]} \\ K_0 &= 1 - \text{sen}[\theta] \end{aligned}$$

O coeficiente de pressão de terra devido à coesão K_c em uma profundidade intermediária explicitado por [Brinch-Hansen \(1961\)](#) é:

$$K_c = \frac{K_c^0 + K_c^\infty \alpha_c \frac{z}{D}}{1 + \alpha_c \frac{z}{D}} \quad (2.128)$$

onde,

$$\begin{aligned} K_c^\infty &= N_c d_c^\infty \\ K_c^0 &= (e^{(\pi/2+\theta)\text{tg}\theta} \cos[\theta] \text{tg}[45^\circ + \theta/2] - 1) \text{cotg}[\theta] \\ \alpha_c &= \frac{K_c^0}{K_c^\infty - K_c^0} 2 \text{sen}[45^\circ + \pi\theta/2] \end{aligned}$$

Por um processo iterativo podemos encontrar os valores z_r e H_u . Um exemplo ilustrativo encontra-se em [Velloso e Lopes \(2012\)](#) e [Brinch-Hansen \(1961\)](#).

2.6.2 Método de Broms

O trabalho clássico sobre capacidade de carga lateral foi publicado em duas partes por [Broms \(1964b\)](#), [Broms \(1964a\)](#), e estes trabalhos continuam a ser aplicado

em muitas avaliações práticas hoje. [Kulhawy e Chen \(1995\)](#) realizaram uma avaliação da aplicabilidade do método de Broms, com base em comparações com os resultados de um número de testes de laboratório e de campo em estacas escavadas.

Para as capacidades de carga lateral não drenadas e drenadas, o método de Broms tendeu a subestimar a carga lateral final em cerca de 15% -20%. O método foi desenvolvido com simplificação dos diagramas de distribuição de resistência do solo ao longo de estacas longas, curtas e intermediárias, com topo livre e engastado, de acordo com [Del Pino Jr. \(2003\)](#).

[Kulhawy e Chen \(1995\)](#) concluíram que, enquanto o método de Broms era conservador, em geral ele forneceu uma abordagem tão boa quanto qualquer outro método e poderia dar bons resultados se ajustes empíricos fossem feitos aos valores computados da teoria. Deve-se assinalar que o próprio Broms reconheceu que suas supostas distribuições finais de pressão lateral eram conservadoras.

Apesar do uso generalizado do método de Broms, verifica-se que ele tem um número de limitações práticas, entre as quais estão as seguintes:

1. Assume que a camada do solo é homogênea com a profundidade;
2. Considera apenas areia pura ou uma argila sob condições não drenadas, com uma força constante com a profundidade;
3. Considera apenas uma única estaca, e não um grupo de estacas;

A ruptura de uma fundação em estacas ocorre quando um mecanismo de ruptura se forma em cada estaca do grupo, segundo [Velloso e Lopes \(2012\)](#) Para estacas longas de topo livre, de um modo geral, ocorre a ruptura pela formação de uma ou duas rótulas plásticas ao longo do comprimento da estaca, na seção de momento fletor máximo. Para o caso de estacas curtas de topo livre ocorre a rotação da estaca em relação a alguma seção transversal, em profundidade, com ruptura apenas do solo. (Figura 13)

Nas estacas longas com topo fixo a ruptura ocorre com a plastificação do material que a compõe em duas seções, sendo uma na base do bloco de coroamento e outra onde ocorre o momento fletor máximo positivo. Caso as estacas sejam intermediárias ocorre, simultaneamente, a rotação da mesma em relação a alguma seção transversal, em profundidade, e a plastificação do material ocorre na seção transversal do fundo do bloco. Já para estacas curtas e de topo fixo ocorre a translação do conjunto bloco e estaca.

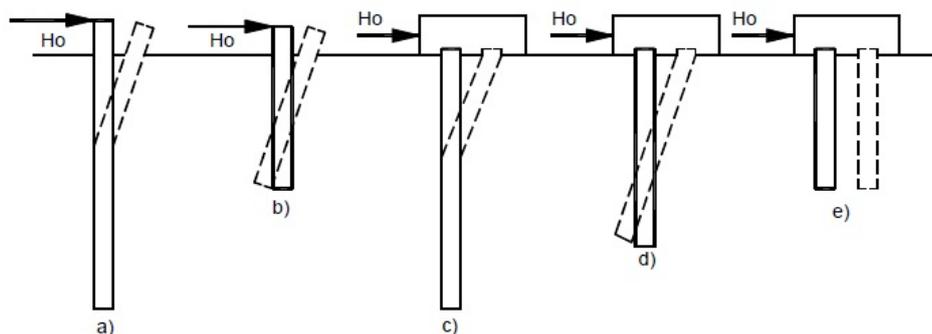


Figura 13 – Mecanismo de ruptura: a) Estaca longa: topo livre, b) estaca curta: topo livre; c) estaca longa: topo fixo, d) estaca intermediária: topo fixo e) estaca curta: topo fixo, adaptado de [Del Pino Jr. \(2003\)](#).

A ruptura de um grupo de estacas ou de estacas isoladas carregadas horizontalmente ocorre quando: a) as cargas efetivas atuantes ultrapassem as previstas no projeto; b) os parâmetros de resistência do solo ou do material da estaca forem superestimados; c) o método de cálculo superestimar a capacidade de carga lateral da estaca, de acordo com [Velloso e Lopes \(2012\)](#).

[Broms \(1964a\)](#) recomenda que o projeto de estacas carregadas horizontalmente seja baseado no comportamento da fundação na ruptura, utilizando os coeficientes de majoração para as cargas e os coeficientes de minoração para resistência do solo, para levar em conta as imprecisões na determinação das cargas, das propriedades do solo e dos métodos de cálculo.

A ruptura de uma estaca carregada lateralmente ocorre quando o momento de flexão máximo na estaca carregada alcança a resistência final ou a resistência da seção da estaca ou quando as pressões de terra laterais alcançam a resistência lateral final do solo ao longo do comprimento total da estaca, segundo [Broms \(1964a\)](#). O modo de ruptura depende do comprimento da estaca, da rigidez da seção da estaca e das características de tensão-deformação do solo.

Broms admite que o módulo de reação horizontal do solo cresce linearmente com a profundidade no caso dos solos não-coesivos ($K = n_h z$) e que é aproximadamente constante com a profundidade para solos coesivos ($K = constante$), [Cintra \(1981\)](#).

Os valores indicados para os projetos de estacas carregadas horizontalmente são:

a- Majoração das cargas:

cargas permanentes: 1.5;

cargas acidentais: 2.0;

profundidade de erosão: 1.25 a 1.5

b- Minoração das resistências:

coesão de projeto: $0.75c$;

$$\text{tg}\theta = 0.75\text{tg}\theta$$

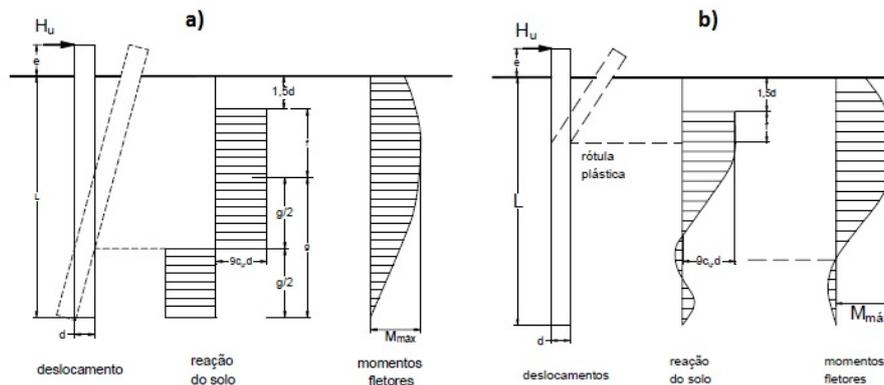


Figura 14 – a) mecanismo de ruptura de estacas curtas em solos coesivos. b) mecanismo de ruptura de estacas longas em solos coesivos, adaptado de [Del Pino Jr. \(2003\)](#).

Para solos coesivos, admite-se uma distribuição simples para as reações do solo: a reação do solo é nula até a profundidade de $1.5D$ e igual a $9c_uD$ abaixo dessa profundidade (c_u é a coesão não-drenada do solo e D é o diâmetro da estaca).

Para solos coesivos, a capacidade de carga da estaca(H_u), :

a) estaca curta $L/B < 2$ e topo livre:

$$H_u = \frac{M_{m\acute{a}x}}{e + 1.5B + 0.5z_o} \quad (2.129)$$

$$M_{m\acute{a}x} = 2.25BS_u(L - 1.5B - z_o)^2 \quad (2.130)$$

$$z_o = \frac{H_u}{9S_uB} \quad (2.131)$$

onde, L comprimento da estaca, e excentricidade da estaca, B diâmetro da estaca, S_u resistência não drenada do solo.

Para as estacas longas $L/B > 4$ com topo livre a ruptura ocorre quando o momento fletor máximo dado pela equação 2.130 se iguala ao momento fletor de ruptura

do material da estaca M_e . A equação da capacidade de carga H_u fica:

$$M_e = 2.25BS_u(L - 1.5B - z_o)^2 \quad (2.132)$$

$$Hu = \frac{M_e}{e + 1.5B + 0.5z_o} \quad (2.133)$$

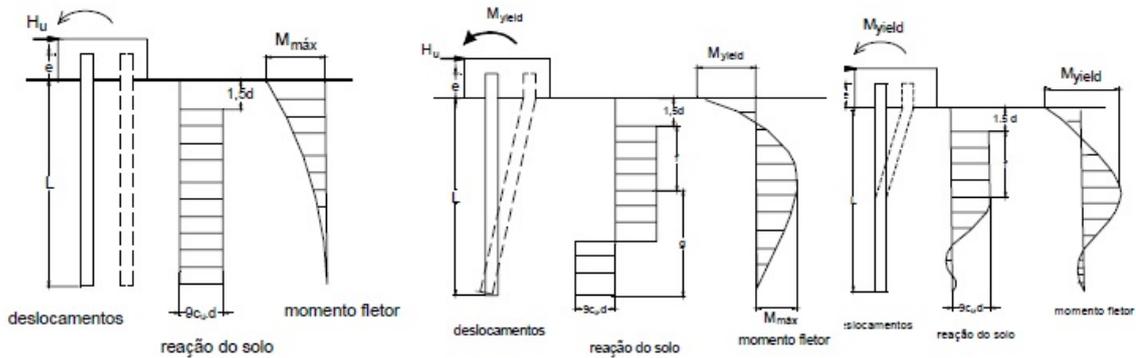


Figura 15 – Estaca curta, intermediária e longa em solo coesivo, adaptado de [Del Pino Jr. \(2003\)](#).

Para estacas curtas engastadas, a capacidade de carga H_u é dada por:

$$H_u = 9S_uB(L - 1.5B) \quad (2.134)$$

Para que a ruptura aconteça é necessário que o momento fletor negativo máximo seja menor ou igual ao momento de ruptura da estaca:

$$H_u(0.5L + 0.75B) < M_e \quad (2.135)$$

A estaca deve ser dimensionada estruturalmente para resistir ao momento máximo.

Para estacas intermediárias, Figura 13 o somatório dos momentos fletores em relação à superfície fornece

$$M_{máx} = H_u(1.5d + 0.5f) - M_y \quad (2.136)$$

onde,

M_y momento fletor que provoca a plastificação do material da estaca.

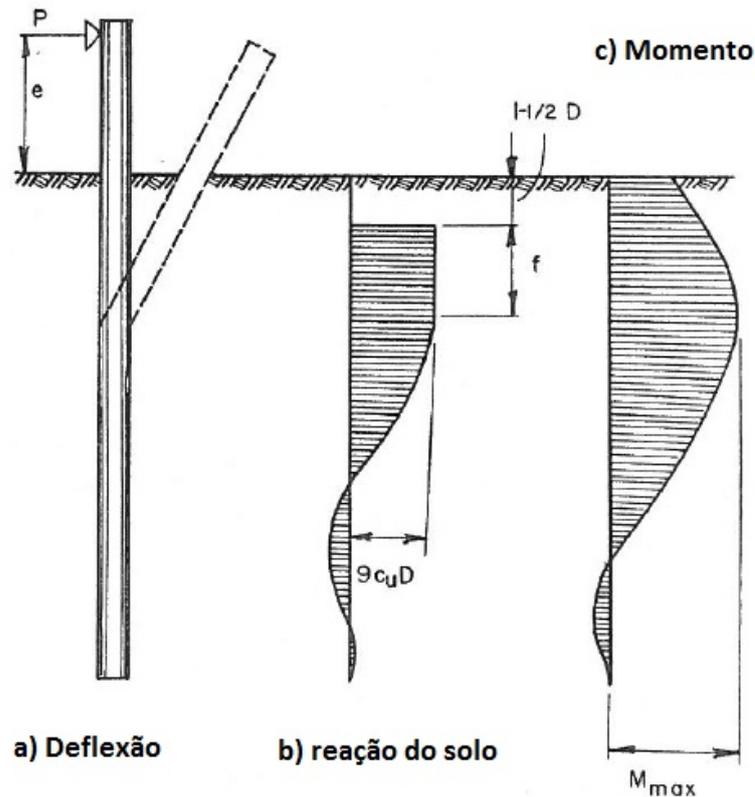


Figura 16 – Estaca longa em solo coesivo original, Broms (1964a).

Para estacas longas $M_{m\acute{a}x} > M_y$, temos que:

$$H_u = \frac{2M_y}{(1.5d + 0.5f)} \quad (2.137)$$

onde, f define a profundidade da seção onde ocorre o máximo momento fletor;

d diâmetro da estaca;

H_u é a força horizontal.

Broms (1964a) também apresentou equações para deslocamento no topo (y_o), dos solos coesivos, nas condições:

a) Estaca rígida com topo $\beta L < 1.5$ livre:

$$y_o = \frac{4H_o(1 + 1.5\frac{e}{L})}{k_h DL} \quad (2.138)$$

b) Estaca rígida, $\beta L < 1.5$, com topo engastado:

$$y_o = \frac{H_o}{k_h DL} \quad (2.139)$$

c) Estaca flexível, $\beta L > 1.5$, com topo livre:

$$y_o = \frac{2H_o\beta(e\beta + 1)}{k_\infty D} \quad (2.140)$$

d) Estaca flexível, $\beta L > 1.5$, com topo engastado:

$$y_o = \frac{H_o \beta}{k_{\infty} D} \quad (2.141)$$

onde, β é o fator de flexibilidade para estacas em solos coesivos

$$\beta = \sqrt{\frac{k_h D}{E_p I_p}} \quad (2.142)$$

sendo,

D -Diâmetro da estaca, k_h -coeficiente de reação horizontal, E_p -módulo de elasticidade da estaca, I_p - momento de inércia da estaca, e -excentricidade, L - comprimento da estaca, H_o - carga horizontal aplicada no topo da estaca.

$$k_{\infty} = \frac{n_1 n_2 k_{s1}}{D} \quad (2.143)$$

onde, n_1 : coeficiente que depende da coesão não drenada da estaca Tabela (2); n_2 : coeficiente que depende do material da estaca Tabela (2); k_{s1} : coeficiente de reação vertical para placas de $1ft^2$ ($30x30cm$).

Tabela 2 – Adaptada de Broms (1964a).

$c_u(KPa)$	n_1	Material	n_2
<24	0,32	aço	1
24-98	0,36	concreto	1,15
>98	0,4	madeira	1,3

Para solos não-coesivos, Broms (1964a) tem as seguintes proposições:

- Desprezar o empuxo ativo, atuante na face oposta ao movimento horizontal da estaca;

- O empuxo passivo na face frontal da estaca, é três vezes o valor do empuxo passivo de Rankine, devido ao efeito tridimensional.

-A forma da seção transversal da estaca não tem influência na capacidade de carga máxima do solo;

- Os deslocamentos são suficientes para total mobilização da resistência lateral;

- O peso específico do solo é admitido constante com a profundidade.

O empuxo passivo de Rankine, segundo Broms (1964b), é dado por:

$$P_u = 3\sigma'_v k_p \quad (2.144)$$

em que: P_u : resistência máxima horizontal do solo;

σ'_v : pressão vertical efetiva;

k_p : coeficiente de empuxo passivo;

$$k_p = \frac{(1 + \text{sen}\theta')}{(1 - \text{sen}\theta')} \quad (2.145)$$

onde, θ' : ângulo de atrito interno do solo.

As estacas com topo livre estão nos diagramas de distribuição da reação do solo e dos momentos fletores para estacas curtas e longas. No caso de estacas curtas, Figura 17, ocorre um giro em relação a uma seção próxima à ponta da estaca e as altas pressões geradas na região abaixo dessa seção, são substituídas por uma força concentrada F atuando na ponta da estaca, de acordo com [Del Pino Jr. \(2003\)](#). Com o somatório dos momentos em relação à ponta da estaca, temos que

$$H_u = \frac{0.5\gamma DL^3 K_p}{(e + L)} \quad (2.146)$$

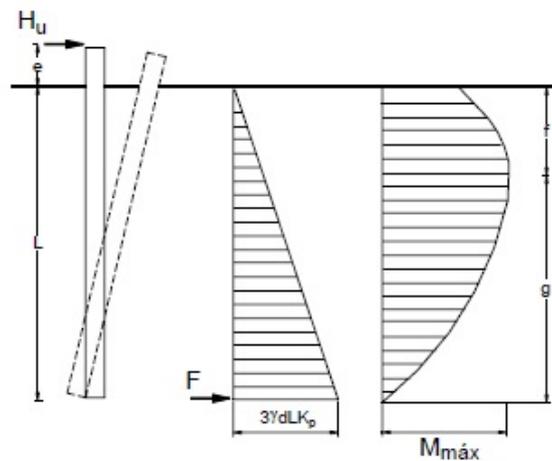


Figura 17 – Estaca curta em solo não-coesivo adaptado [Del Pino Jr. \(2003\)](#).

Nas estacas longas com topo livre a ruptura, Figura 18, ocorre quando uma rotula plástica se forma a uma profundidade z_o , que corresponde ao ponto de momento fletor máximo. A profundidade z_o é:

$$z_o = 0.82 \sqrt{\frac{H_u}{\gamma' D K_p}} \quad (2.147)$$

E o momento máximo é:

$$M_{máx} = H_u(e + 0.67z_o) \quad (2.148)$$

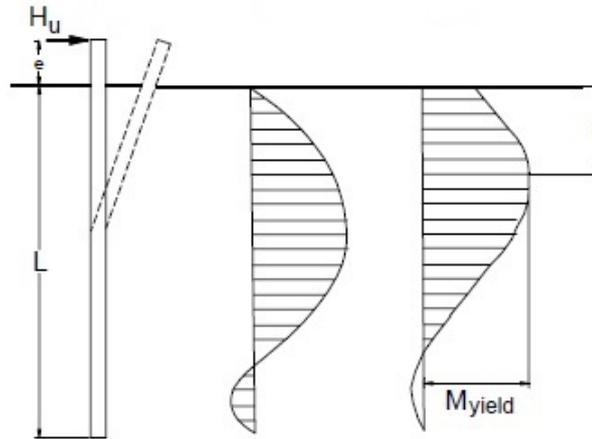


Figura 18 – Estaca longa em solo não-coesivo adaptado [Del Pino Jr. \(2003\)](#).

Igualando o momento na ruptura, M_u , com o momento fletor máximo, temos:

$$H_u = \frac{M_u}{e + 0.55\sqrt{\frac{H_u}{\gamma' DK_p}}} \quad (2.149)$$

Para estacas curtas e engastadas a carga de ruptura é dada por:

$$H_u = 1.5L^2 D\gamma' K_p \quad (2.150)$$

onde, L : comprimento da estaca, γ' : peso específico saturado, D : diâmetro da estaca, e : excentricidade da estaca, K_p coeficiente de empuxo de Rankine.

Para as estacas longas engastadas temos que analisar o momento de ruptura positivo M_u^+ e o momento de ruptura negativo M_u^- , então :

a) Se $M_u^+ = M_u^-$:

$$H_u = \frac{2M_u}{e + 0.54\sqrt{\frac{H_u}{\gamma' DK_p}}} \quad (2.151)$$

b) Se $M_u^+ \neq M_u^-$:

$$H_u = \frac{M_u^+ + M_u^-}{e + 0.54\sqrt{\frac{H_u}{\gamma' DK_p}}} \quad (2.152)$$

Nas provas de cargas horizontais obtemos os deslocamentos horizontais y_o na superfície devido aplicação de estágios de carregamento H_o . Então, para este caso [Broms \(1964a\)](#) propôs alguns modelos para previsão desse deslocamento horizontal com os parâmetros: coeficiente de reação horizontal n_h do solo e a flexibilidade das estacas $E_p I_p$.

Os deslocamentos na superfície y_o devido uma carga H_o no topo, para o caso de solos não-coesivos (arenosos), segundo Broms (1964b), tem os seguintes casos:

a) Estaca rígida com topo livre $\eta L < 2$:

$$y_o = \frac{18H_o(1 + 1.33\frac{e}{L})}{n_h L^2} \quad (2.153)$$

b) Estaca rígida com topo engastado $\eta L < 2$:

$$y_o = \frac{2H_o}{n_h L^2} \quad (2.154)$$

c) Estaca flexível com topo livre $\eta L > 42$:

$$y_o = \frac{2.4H_o}{n_h^{3/5}(E_p I_p)^{2/5}} \quad (2.155)$$

d) Estaca flexível com topo engastado $\eta L > 42$:

$$y_o = \frac{0.93H_o}{n_h^{3/5}(E_p I_p)^{2/5}} \quad (2.156)$$

sendo η o fator de rigidez relativa estaca-solo de Broms para areias.

$$\eta = \sqrt[5]{\frac{n_h}{E_p I_p}} \quad (2.157)$$

onde,

n_h : constante de reação horizontal dos solo;

$E_p I_p$: flexibilidade da estaca.

2.6.3 Método da Curva P-Y

No método da Curva $P - Y$ a estaca é modelada como um feixe de Euler-Bernoulli, sendo a resistência do solo considerada por um conjunto de molas, não lineares, discretizadas para cada camada, Figura 19 . O trabalho de McClelland e Focht (1958) aplicou o método das diferenças finitas com o uso de diferentes molas P em cada nó da estaca de deslocamentos Y , por isso então passou a ser chamado método da $P - Y$. Os dados para produzir as curvas $P - Y$ foram obtidos de equações empíricas desenvolvidas de ensaios de carga lateral, das plataformas off-shore, no sudoeste dos Estados Unidos ao longo da costa do Golfo. Bowles et al. (1996)

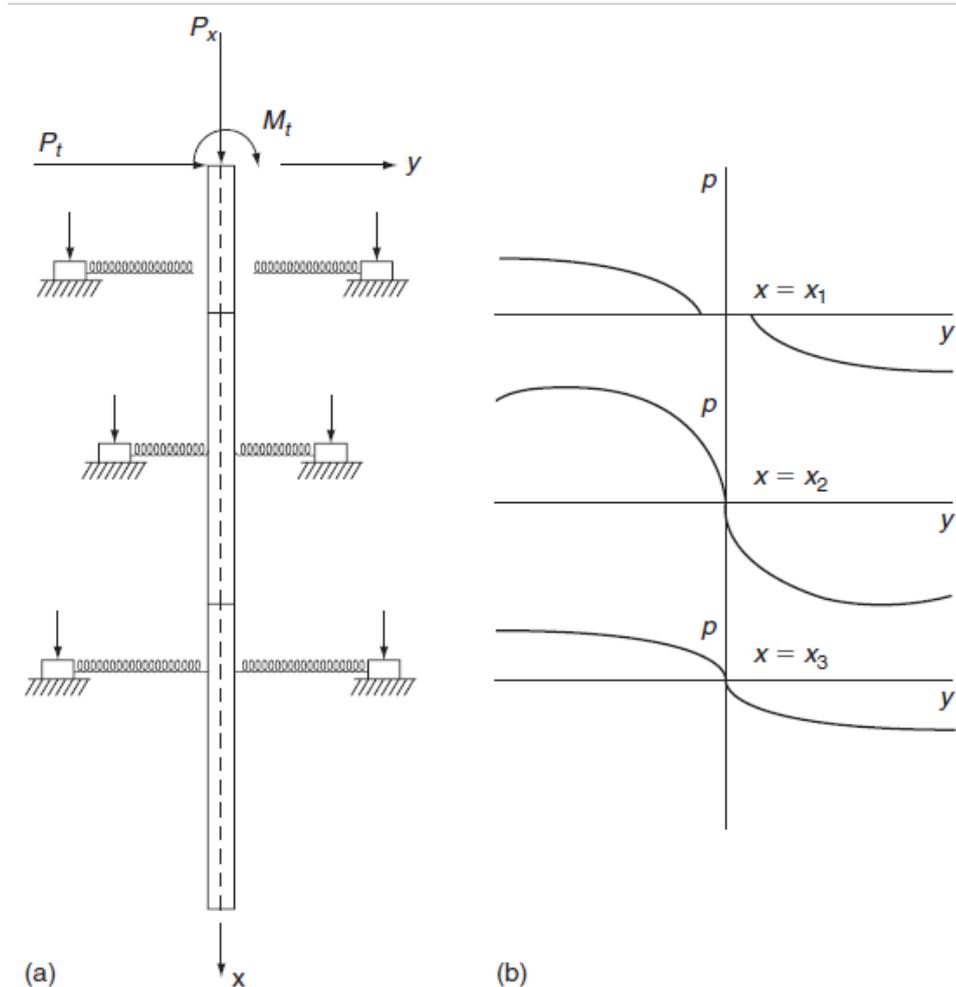


Figura 19 – Método da curva $P - Y$ discretização do solo em molas não-lineares, adaptado Impe e Reese (2010)

O interesse da indústria off-shore, depois de 1940 foi significativo para o avanço científico, nos projetos de fundações submetidas a esforços horizontais foi essencial para do desenvolvimento do método da curva $P - Y$, pois uma grande quantidade de ensaios de campo foram realizados em escala real. Em 1953, ASTM patrocinou uma conferência sobre carregamento horizontal em estacas, e os trabalhos de Gleser (1953), McCammon e Asherman (1953) notadamente enfatizou os ensaios de campo em escala real.

A abordagem do método da curva $P - Y$ incorpora o comportamento não linear dos solos na análise de estacas carregadas lateralmente, prevendo a relação da reação-deflexão não linear do solo, segundo Kumar et al. (2006).

Vários programas computacionais utiliza a solução numérica, através do método das diferenças finitas para resolver a equação de Winkler com a forma não linear do método $P - Y$ para cada camada do solo ao longo da estaca para prever a deflexão e momento ao longo da profundidade.

As curvas $P - Y$ são introduzidas em forma explicita, através das propriedades

geotécnicas das camadas do solo. A equação diferencial de Winkler, nesse caso, dada pela equação 2.1 é de natureza não-linear e escrita na forma:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + P(y) = 0 \quad (2.158)$$

onde $P(y)$ resistência do solo e y deflexão da estaca.

A solução analítica da equação 2.158 torna-se cada vez mais complexa se o segundo termo, correspondente à reação lateral do solo P , é não-linear, nesse caso utilizamos métodos numéricos para resolver, pois o módulo de reação solo varia com o nível de deflexão da estaca ao longo da profundidade. Quando a função $P = f(Y)$ é explicitada ao longo da profundidade abaixo da superfície do solo, temos o método da Curva $P - Y$.

A principal limitação do método da Curva $P - Y$ é que as curvas são independentes umas das outras e, portanto, a contínua a natureza do solo ao longo do comprimento da estaca não é explicitamente modelada de acordo com [Comodromos \(2014\)](#).

A determinação das curvas $P - Y$ são dados através de métodos numéricos e atualmente existem programas computacionais tais como: LPile, Group que fornece a curva $P - Y$ para cada tipo de solo com o carregamento horizontal da prova de carga. Para determinação da curva $P - Y$ em solos argilos é recomendado consultar [Velloso e Lopes \(2012\)](#) e para solos arenosos a Tabela 3.

A determinação da curva P-Y também pode ser dada através dos ensaios de campo DMT, CPT, DMT e SPT utilizando uma correlação com os parâmetros geotécnicos utilizados nos modelos de curva $P - Y$ dado pela Tabela. Um trabalho que comparada os deslocamentos na cabeça de estacas sob carregamento horizontal através de ensaios de campo.

Dados de ensaios do dilatômetro (DMT) foram usados para determinar a curva $P - Y$ em depósitos de argila, segundo [Gabr et al. \(1994\)](#).

[Reese et al. \(1974\)](#) desenvolveu um trabalho de campo para cada carga lateral aplicada no topo da estaca, com estacas instrumentadas com strain gauges distribuídos ao longo da face externa da parede da estaca, com esses valores encontrou os momentos fletores ao longo da estaca, assim fez um ajuste na curva e derivando duas vezes, para cada estágio de carga, determinou a reação do solo para certa profundidade e depois integrando duas vezes a mesma curva, determinou um ponto da curva $P - Y$, para vários estágios de carregamento a curva $P - Y$.

[Brown et al. \(1994\)](#) a partir de dados do inclinômetro e usando uma técnica de regressão de mínimos quadrados ajustou os ensaios de prova de carga lateral para determinar as curvas $P - Y$.

Um modelo matemático da forma de série

$$y(z) = e^{-\lambda z \sum_{i=0}^m a_i z} \quad (2.159)$$

onde, $y(z)$ a função deflexão, z a profundidade, a_i coeficiente de ajuste e λ é a rigidez relativa solo-estaca; [Sinnreich e Ayithi \(2014\)](#) utilizou uma generalização do modelo de [Hetenyi \(\)](#), e através do método, dos mínimos quadrados, ajustou dados experimentais para estacas instrumentada submetidas a carregamento horizontal.

[Coutinho \(2006\)](#) para determinar as curvas $P - Y$ de estacas e grupos de estacas, instrumentou as estacas com extensômetros colados nos tubos de aço, e para o ajuste das curvas $P - Y$ utilizou B-splines e um algoritmo para determinar a distribuição de forças no grupo de estacas.

Tabela 3 – Resumo das curvas p-y para areia com modificações

p-y curve function	Reference	Remarks
$p = Cy^{1/n}$ onde $C = \frac{Pm}{1/n}$; $n = \frac{Pm}{mY_m}$; e $m = \frac{P_u - P_m}{y_u - y_m}$	Reese et al (1967)	Função desenvolvida a partir de resultados de testes em escala real realizados na Ilha Mustang (a função consiste em 3 segmentos com 2 linhas retas conectadas por uma parábola).
$p = A \times p_u \times \tanh \left[\frac{k \times z}{A \times p_u} \times y \right]$ onde $P_u = \min((C_1z + C_2D)\gamma z, C_3D\gamma z)$ C_1, C_2 e C_3 são constantes; A é a função empírica; z é a profundidade; e D é o diâmetro da pilha	Murchison e O'Neill (1984)	Função desenvolvida de análises anteriores de prova de carga de estaca na areia instrumentados em escala real
$p = \frac{y}{\frac{1}{k_{ini}} + \frac{y}{p_u}}$ onde p_u é a reação final de subgrupo	Kondner (1963)	Função hiperbólica desenvolvida dos resultados da relação tensão-deformação do solo nos testes de compressão triaxial
$P_k = \frac{\sigma'_0 D}{\frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{\sin^2 \varphi} + \frac{1}{3-4D} \right)^{0.5}}$ onde $\sigma'_0 = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)/3$	Scott (1981)	Função bilinear desenvolvida a partir de resultados de testes de centrifugação.
$P = \frac{y}{\frac{1}{k_h} + \frac{y}{ap_d}}$; onde $\infty = 1 / \left(1 - \frac{p_d}{k_h y_d} \right)$	Det Norske Veritas (2005)	Função desenvolvida a partir de combinações hiperbólicas e lineares a partir dos resultados de testes em modelo e escala real.
$p = Rd \left(\frac{z}{z_0} \right)^n \left(\frac{y}{D} \right)^m$ onde $z_0 = 1$ m, $R = 850 \text{ KPa}$; n e m são os fatores empíricos	Wesselink et al. (1986)	Função desenvolvida a partir dos resultados de testes em escala real em areia calcária do estreito de Bass.
$(E_s)_i = \frac{P_i}{y_i} = \frac{A_i D_\varepsilon E_i}{\delta(h - x_i)}$	Ashour et al. (2004)	Baseado em uma resposta 3D de uma estaca em solo relacionada a um SWM para seu feixe unidimensional de parâmetros base de fundação elástica

2.7 A Técnica de Césaro

A equação diferencial do sistema estaca-solo pode ser obtido através da minimização do funcional de energia total do sistema, considerando homogêneo, isotrópico e

elástico linear Jagodnik (2014).

A energia total de um sistema estaca solo (Π) é dada como

$$\Pi = U + V \quad (2.160)$$

onde U é energia de deformação armazenada no sistema estaca solo e V é a energia potencial do sistema estaca do solo causada por cargas externas. De acordo com Lin et al. (2005), a equação diferencial do sistema é dada por:

$$E_p I_p \frac{d^4 y(z)}{dz^4} + P(z) = 0 \quad (2.161)$$

Onde $E_p I_p$ é a rigidez a flexão e $P(z)$ é a reação do solo no sistema estaca-solo, y é a deflexão com a profundidade z .

A técnica de ajuste pela soma de Cesáro Hardy (2000) é utilizada, aqui nesse trabalho, para encontrar os diagramas de: rotação, momento, cortante e reação do sistema estaca-solo tendo apenas os dados do inclinômetro ao longo da profundidade. Os poucos trabalhos da literatura aplicados a prova de cargas horizontal, destacam-se o artigo Jagodnik e Arbanas (2015) e sua tese de doutorado Jagodnik (2014) que ajusta dados de prova de carga de estaca isolada e grupos de estacas em solos granulares comparando com modelos numéricos e computacionais, e Lin et al. (2005) que aplica o ajuste de Cesáro com alguns exemplos de dados de inclinômetros da Literatura.

O método de Cesáro é uma técnica que atribui uma soma a uma série infinita. Se uma série de dados convergir ou não converge pode ser aplicada a soma através do método de Cesáro Hardy (2000).

A definição geral da soma de Cesáro é dada por Jagodnik (2014) é:

$$S_k = C(k, r) \left\{ \sum_{n=0}^k a_n \right\} = \frac{C_{r-1}^{k+r-1} s_0 + C_{r-1}^{k+r-2} s_1 + \dots + C_{r-1}^{r-1} s_{k-1} + C_{r-1}^{r-1} s_k}{C_r^{k+r}} \quad (2.162)$$

onde $C_r^k = \frac{k!}{r!(k-r)!}$ é uma combinação e $s_k = \sum_{n=0}^k a_n$ é uma soma parcial de termos.

A solução da deflexão do sistema de estacas-solo usando o método Rayleigh-Ritz na equação 2.161 fornece uma função de deflexão em série Fourier da forma:

$$y(z) = \sum_{i=1}^n B_i [1 - \cos(\bar{N}\pi z)] \quad (2.163)$$

onde B_i é o coeficiente do sistema estaca-solo, z é a profundidade, $\bar{N} = \frac{2i-1}{2L}$ e L é o comprimento da estaca.

A equação 2.161 pode ser escrito na forma escalar, ou seja, na forma matricial:

$$Y_c = \mathbf{A} \mathbf{B} \quad (2.164)$$

onde a $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{n \times n}$, sendo que $a_{ij} = 1 - \cos(\bar{N}_i \pi z_j)$ e $i = n, n-1, \dots, 2, 1$ e $j = 1, 2, \dots, n-1, n$.

De acordo com Jagodnik (2014) aplicando o conceito de mínimos quadrados na equação 2.164, obtém-se o seguinte erro:

$$S = (A * B - y_m)(A * B - y_m) \quad (2.165)$$

Na equação 2.165 aplicando o erro mínimo em relação ao vetor \mathbf{B} , tem-se:

$$\frac{\partial S}{\partial B} = 2A^T A \cdot B - 2A^T \cdot y_m = 0 \quad (2.166)$$

Resolvendo o sistema de equações definido por 2.166, os coeficientes do sistema estaca-solo dados pelo vetor \mathbf{B} pode ser calculado usando as medidas dos valores dos deslocamentos y_m em relação da profundidade, ou seja os dados do inclinômetro, aqui no nosso trabalho. Então, o vetor \mathbf{B} é

$$\mathbf{B} = \Gamma^{-1} \cdot \zeta \quad (2.167)$$

onde $\Gamma = 2A^T A \cdot B$ e $\zeta = 2A^T \cdot y_m$.

Se conhecida a deflexão do sistema estaca-solo, então podemos determinar a rotação θ momento M , cisalhamento Q , reação do solo P em relação a profundidade dados pelas equações 2.168, 2.169, 2.170 e 2.171, respectivamente.

$$\theta(z) = \frac{dy}{dz} \quad (2.168)$$

$$M(z) = E_p I_p \frac{d^2 y}{dz^2} \quad (2.169)$$

$$Q(z) = E_p I_p \frac{d^3 y}{dz^3} \quad (2.170)$$

$$P(z) = E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} \quad (2.171)$$

A série de Fourier pode levar a resultados incoerentes após diferenciação [Jagodnik \(2014\)](#) a técnica de soma de Cesáro pode ser usada para superar esse problema. Por isso, que as equações

$$y(z) = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^k (k-n+1) \mathbf{B} (1 - \cos \bar{N} \pi z) \quad (2.172)$$

$$\theta(z) = \frac{1}{k(k+1)} \sum_{n=1}^k (k-n+1)(k-n+2) \mathbf{B} \bar{N} \pi (\sin \bar{N} \pi z) \quad (2.173)$$

$$M(z) = \frac{1}{k(k+1)(k+2)} \sum_{n=1}^k (k-n+1)(k-n+2)(k-n+3) E_p I_p \mathbf{B} \bar{N}^2 \pi^2 (\cos \bar{N} \pi z) \quad (2.174)$$

$$Q(z) = \frac{1}{k(k+1)(k+2)(k+3)} \sum_{n=1}^k (k-n+1)(k-n+2)(k-n+3)(k-n+4) E_p I_p \mathbf{B} \bar{N}^3 \pi^3 (-\sin \bar{N} \pi z) \quad (2.175)$$

$$P(z) = \frac{1}{k'} \sum_{n=1}^k (k-n+1)(k-n+2)(k-n+3)(k-n+4)(k-n+5) E_p I_p \mathbf{B} \bar{N}^4 \pi^4 (-\cos \bar{N} \pi z) \quad (2.176)$$

onde $k' = k(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)$, $\mathbf{B} = \{B_n, B_{n-1}, \dots, B_2, B_1\}$ é o conjunto de valores do vetor \mathbf{B} e $E_p I_p$ é a rigidez a flexão.

2.7.1 Método de Randolph

Este método descreve os resultados de um estudo paramétrico da resposta de estacas embutidas em um meio contínuo de solo elástico. O estudo foi conduzido usando o método dos elementos finitos e os resultados são ajustados por expressões matemáticas simplificadas, de forma semelhante às equações obtidas por [Hetenyi \(\)](#), a partir das quais a resposta lateral das estacas isoladas podem ser calculado o deslocamento e a rotação na cabeça da estaca. Além disso, os padrões de movimento do solo em torno de uma estaca lateralmente da análise de elementos finitos, são usados para desenvolver expressões dando fatores de interação entre estacas vizinhas, pelo que as soluções para estacas individuais podem ser estendidas para lidar com grupos de estacas.

A formulação de elementos finitos usada no desenvolvimento das expressões foi descrita por [Randolph \(1981\)](#).

Um estudo paramétrico foi realizado para estacas em solo homogêneo, caracterizado por um módulo de cisalhamento (G) e o coeficiente de Poisson (ν), e também

em solo com módulo de cisalhamento proporcional à profundidade. Este último tipo de solo pode ser caracterizado por um parâmetro m , dando a taxa de aumento do módulo de cisalhamento com profundidade [Randolph \(1981\)](#). Ou seja,

$$G = mz \quad (2.177)$$

Sendo o solo homogêneo, o caracterizado por um módulo de cisalhamento constante G^* , e a deflexão $u(mm)$ e a rotação $\theta(rad)$, no topo da estaca ao nível do solo, a partir das análises de elementos finitos, [Randolph \(1981\)](#) obteve:

$$u = 0.25 \frac{H}{G^* r_0} \left(\frac{E_p}{G^*} \right)^{-1/7} + 0.27 \frac{M}{G^* r_0^2} \left(\frac{E_p}{G^*} \right)^{-3/7} \quad (2.178)$$

$$\theta = 0.27 \frac{H}{G^* r_0^2} \left(\frac{E_p}{G^*} \right)^{-3/7} + 0.8 \frac{M}{G^* r_0^3} \left(\frac{E_p}{G^*} \right)^{-5/7} \quad (2.179)$$

onde, $H(kN)$ é a carga aplicada no topo da estaca, $M(kNm)$ é o momento aplicado no topo, $E_p(MN/m^2)$ é o módulo de elasticidade da estaca, $r_0(m)$ raio da estaca, $G^*(MN/m^2)$ é um parâmetro relacionado ao cisalhamento $G(MN/m^2)$ e ao coeficiente de Poisson (ν) dado por:

$$G^* = G \left(1 + \frac{3\nu}{4} \right) \quad (2.180)$$

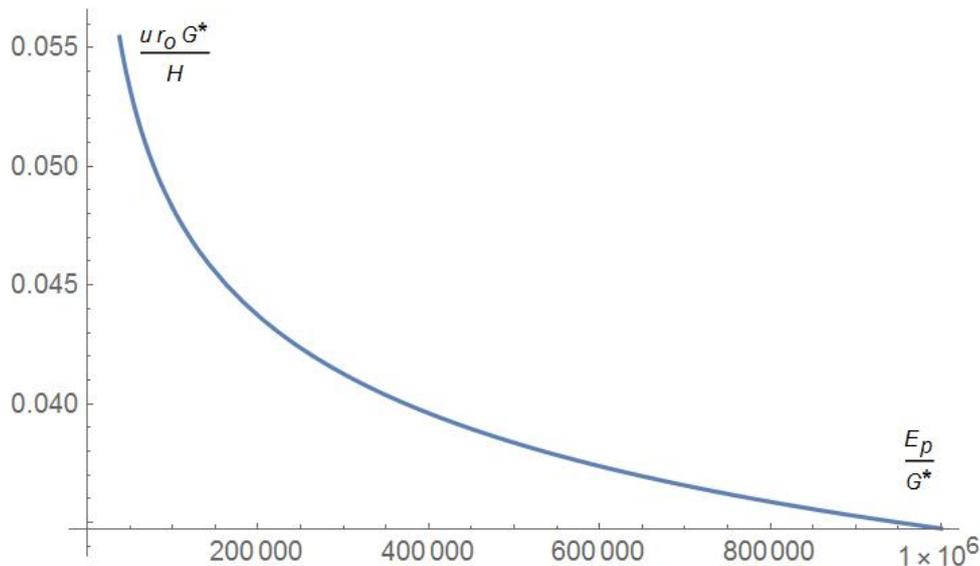


Figura 20 – Gráfico do deslocamento no topo relativo a parcela à carga da equação (2.178), [Randolph \(1981\)](#).

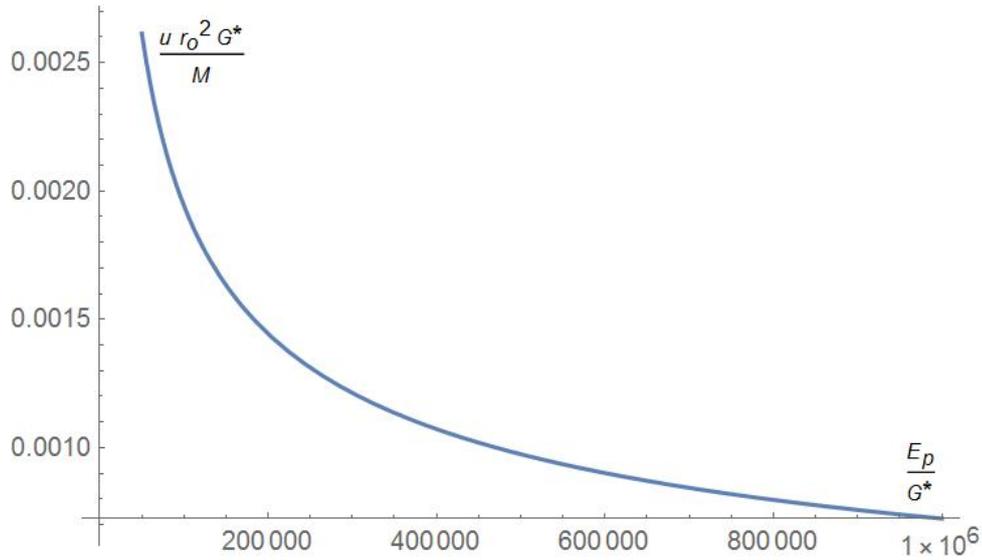


Figura 21 – Gráfico do deslocamento no topo relativo a parcela do momento na equação (2.178), Randolph (1981).

Para o solo com o módulo de cisalhamento variando linearmente com a profundidade ($G = mz$), o deslocamento (u) e a rotação (θ), no topo da estaca ao nível do solo, a partir das análises de elementos finitos, Randolph (1981) obteve:

$$u = 0.54 \frac{H}{m^* r_0^2} \left(\frac{E_p}{m^* r_0} \right)^{-3/9} + 0.60 \frac{M}{m^* r_0^3} \left(\frac{E_p}{m^* r_0} \right)^{-5/9} \quad (2.181)$$

$$\theta = 0.60 \frac{H}{m^* r_0^3} \left(\frac{E_p}{m^* r_0} \right)^{-5/9} + 1.13 \frac{M}{G^* r_0^4} \left(\frac{E_p}{m^* r_0} \right)^{-7/9} \quad (2.182)$$

onde, H é a carga aplicada no topo da estaca, M é o momento aplicado no topo, E_p é o módulo de elasticidade da estaca, r_0 raio da estaca, m^* taxa de crescimento do módulo de cisalhamento (G) dado por:

$$m^* = m \left(1 + \frac{3\nu}{4} \right) \quad (2.183)$$

Em relação aos solos com coesão e solo estratificado, a variação da rigidez do solo com profundidade pode está entre os dois extremos da homogeneidade e proporcionalidade. Devido a homogeneidade dos depósitos de solos, Randolph (1981) define o fator de homogeneidade do solo (ρ_c) dado por:

$$\rho_c = \frac{G_{lc}^*}{G_c}. \quad (2.184)$$

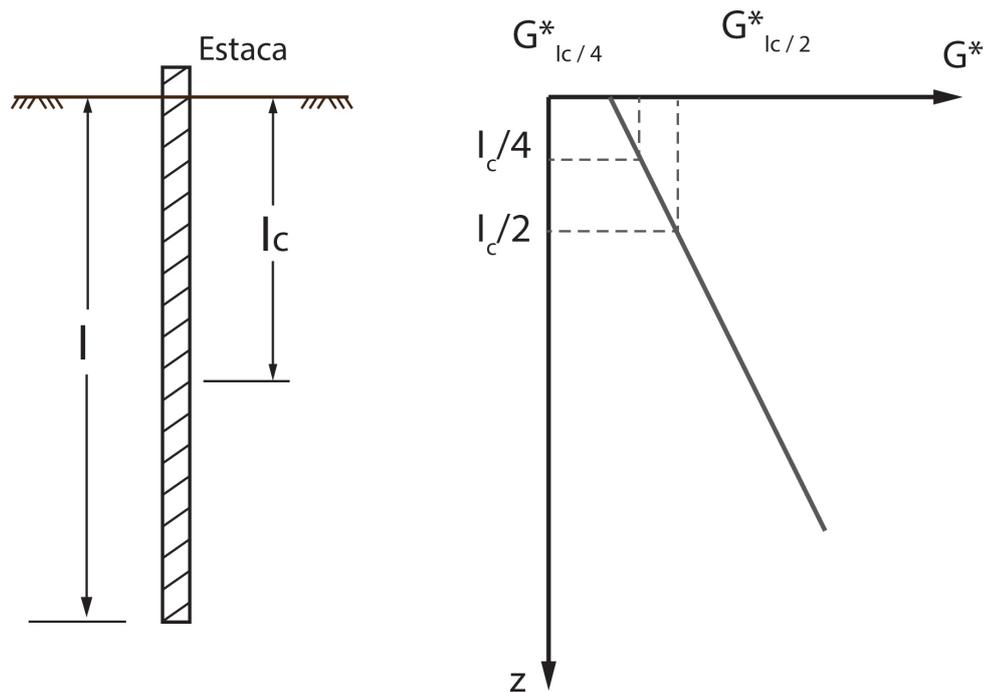


Figura 22 – Definição de ρ_c e G_c segundo Randolph (1981).

O módulo de cisalhamento característico (G_c) é definido

$$G_c = G_{l_c/2}^* \quad (2.185)$$

O comprimento crítico (l_c) que é o comprimento aonde as deformações são mais representativas em relação ao comprimento da estaca, é dado por Randolph (1981):

$$l_c = 2r_0 \left(\frac{E_p}{G_c} \right)^{2/7} \quad (2.186)$$

As expressões para comprimento crítico da estaca são dadas para as seguintes situações:

a) Solos homogêneos:

$$(l/r_0) = 2 (E_p/G^*)^{2/7} \quad (2.187)$$

b) Solos estratificados, ou seja como variação linear de $G = mz$;

$$(l/r_0) = 2 (E_p/m^* r_0)^{2/9} \quad (2.188)$$

onde, r_0 é o raio (m) da estaca, E_p é o módulo de elasticidade da estaca.

O conceito de módulo de cisalhamento característico G_c fornece uma expressão geral que combina as equações (2.178), (2.179), (2.185) e (2.181):

$$u = \frac{(E_p/G_c)^{1/7}}{\rho_c G_c} \left[0.27H \left(\frac{l_c}{2}\right)^{-1} + 0.3M \left(\frac{l_c}{2}\right)^{-1} \right] \quad (2.189)$$

$$\theta = \frac{(E_p/G_c)^{1/7}}{\rho_c G_c} \left[0.30H \left(\frac{l_c}{2}\right)^{-1} + 0.8(\rho_c)^{1/2} M \left(\frac{l_c}{2}\right)^{-1} \right] \quad (2.190)$$

aonde ρ_c é o parâmetro de homogeneidade e l_c é o comprimento crítico.

O momento máximo, por [Randolph \(1981\)](#), para uma estaca submetida a uma carga H no topo livre é dado por:

$$M_{máx} \approx (0.1\rho_c)Hl_c. \quad (2.191)$$

onde, l_c comprimento crítico e ρ_c é o parâmetro de homogeneidade do solo.

O momento máximo ocorre para uma profundidade entre $l_c/4$ (solos homogêneos) e $l_c/3$ (solos com variação do módulo de cisalhamento $G = mz$).

2.8 Trabalhos experimentais de grupos de estacas submetidas a carregamento horizontal

A capacidade de carga lateral das fundações por estacas é importante para diversos projetos de engenharia. Embora seja possível observar uma variedade de métodos desenvolvidos para prever a capacidade de carga de estacas individuais sob carregamento horizontal, por outro lado existe uma quantidade menor de métodos de previsão de capacidade de carga lateral de grupos de estacas, com espaçamentos menores que 6 a 8 diâmetros da estaca.

No entanto, os dados desses ensaios de campo indicam que as estacas em grupos sofrem mais deslocamento e maiores momentos de flexão para uma dada carga por estaca do que uma única estaca isolada ([Brown et al. \(1988b\)](#), [Meimon et al. \(1986\)](#), [Rollins et al. \(2006a\)](#), [Ruesta e Townsend \(1997a\)](#)). A tendência de uma estaca em uma linha posterior exibir menor resistência lateral devido à interferência com a superfície de ruptura da estaca à frente é comumente referida como “sombreamento”. Esse efeito de interação de sombreamento ou grupo torna-se menos significativo à medida que o espaçamento entre as estacas aumenta e há menos sobreposição entre planos de falha adjacentes.

A resposta lateral das estacas é tipicamente analisada usando métodos de diferenças finitas, método dos multiplicadores-p, método dos elementos finitos e métodos

dos elementos de contorno. Pelo método das diferenças finitas foi desenvolvido trabalhos realizados por [McClelland e Focht \(1958\)](#). A estaca é modelada como um feixe e o solo é modelado usando molas não lineares que são anexadas à estaca. As molas não lineares são definidas usando curvas p-y em intervalos de profundidade regulares, onde p representa a resistência lateral do solo por unidade de comprimento da estaca e y é a deflexão lateral da estaca.

Um método para explicar os efeitos de sombreamento ou redução de grupo é reduzir a curva p-y (resistência horizontal do solo vs deslocamento) usando um multiplicador p como sugerido por [Brown et al. \(1988b\)](#). Com esta abordagem, a resistência do solo, p, é reduzida por um fator constante. O multiplicador-p, apropriado depende provavelmente de um número de fatores, como espaçamento entre estacas, posição de linha no grupo, nível de deflexão e tipo de solo.

Pesquisas anteriores realizadas sobre de grupos de estacas que envolveram ensaios de prova de carga horizontal, em geral foram desenvolvidas em centrífugas, ensaios de modelos reduzidos (1 g) e análises numéricas. Este capítulo contém uma revisão de pesquisas em campos experimentais em que foram realizadas provas de carga horizontal em escala real, discussões sobre a limitação da pesquisa e também de uma análise sobre a necessidade de mais estudos em campo.

Vários trabalhos experimentais, de prova de carga horizontal, em grupo de estacas foram realizados por diversos pesquisadores nos seguintes países segundo o banco de dados da Universidade da Califórnia: Estados Unidos, Itália, França, China, Irã, Coreia do Sul, Japão (Figura 23).



Figura 23 – Localização mundial dos campos experimentais de prova de carga horizontal em grupo de estacas e estacas isoladas. (Database, University Carolina of Sul.)

Os principais resultados dos ensaios em escala real de grupos de estaca sob

carregamento lateral foram investigados por vários pesquisadores ao redor do mundo, incluindo: Kim e Brungraber (1976), Meimon et al. (1986), Brown et al. (1987), Brown et al. (1988a), Ruesta e Townsend (1997b), Mokwa (1999), Cho et al. (2001), Huang et al. (2001b), Syngros (2004), Rollins et al. (1998), Ashford e Rollins (2000), Rollins e Sparks (2002), Rollins et al. (2005b) e Rollins et al. (2006b). Estes ensaios fornecem a melhor indicação da estaca no comportamento de grupo, uma vez que envolvem estacas submetidas a ensaios em verdadeira grandeza em campo experimental, e aplicam o método dos multiplicadores-p para relacionar a as estacas no grupo com uma estaca isolada.

Ensaio de grupo de estacas envolvendo modelos físicos em pequena escala foram relatados por Prakash e Saran (1967), Dunnavant e O'Neill (1986), Cox et al. (1974) e N et al. (2019), portanto esses ensaios sofrem com questões relacionadas à escala e ao nível tensões.

Maistarde, ensaios em grupos de estacas em centrífuga foram realizados por um número de pesquisadores incluindo McVay et al. (1998), Klinkvort et al. (2010), McVay et al. (1994), Yang et al. (2019) e Chortis et al. (2020). Embora os ensaios de centrifuga eliminem as preocupações com o nível de tensões, existem dúvidas em relação à sua aplicabilidade direta ao comportamento em escala real.

A pesquisa realizada por Kim e Brungraber (1976) sobre provas de carga lateral em grande escala para grupos de estacas é um dos trabalhos mais antigos. Uma série de ensaios de carregamento lateral foram realizados em dois grupos de estacas e em estacas isoladas num local na Universidade Bucknell perto de Lewisburg, Pensilvânia. As estacas de perfil H de aço com aproximadamente 12,20 m de comprimento.

Cada grupo de estaca foi projetado para ter duas linhas contendo três estacas cada. As fileiras de estacas foram espaçadas a 1,2 m no Grupo I e 0,9 m no Grupo II. Cada grupo de estacas foi coberto com 1,2 m de espessura de concreto. O perfil do solo era uma camada de argila e argila calcinada a uma profundidade de 12,20 m. O lençol freático estava a 10,7 m abaixo da superfície do solo. Três ensaios de provas de carga de carga vertical e horizontal foram realizados. Dois macacos calibrados (600 kN) foram usados para aplicar a carga horizontal e strain gages foram colocados ao longo do comprimento de cada estaca, isso que permitiu o cálculo dos momentos fletores. Os deslocamentos em cada canto dos blocos foram medidos com 12 medidores de deslocamento.

Uma comparação dos resultados do Grupo I (espaçamento de 1,2 m) e do Grupo II (espaçamento de 0,9m) mostrou que um aumento no espaçamento entre as fileiras aumentou a resistência da carga lateral do grupo. Para uma determinada carga, a deflexão das estacas do Grupo II era duas vezes maior que as estacas do Grupo I. Este aumento na deflexão no Grupo II foi resultado da diminuição da resistência do solo por causa do efeito de grupo na interação. Além disso, a redução da resistência do solo levou a maiores momentos de flexão no Grupo II.

O comportamento do grupo de estacas sob ação de carregamento horizontal estático e ciclo de longa duração foi apresentado por Meimon et al. (1986). Ensaio de carga lateral em larga escala, ou escala real, foram realizados em um campo experimental na Bretanha, França, em um grupo de 6 estacas 3 x 2 e uma estaca isolada, observado na Figura 24. O grupo de estacas era composto por seis estacas em um bloco rígido e alinhado em duas fileiras espaçadas de três vezes o diâmetro da estaca de centro a centro. Dentro de cada linha, o espaçamento foi duas vezes diâmetros da estaca. As estacas de perfil H fechadas foram de 284 mm por 270 mm com uma rigidez (EI) de $3 \cdot 10^4 \text{ kNm}^2$. Cada estaca tem um comprimento de 7,5 m.

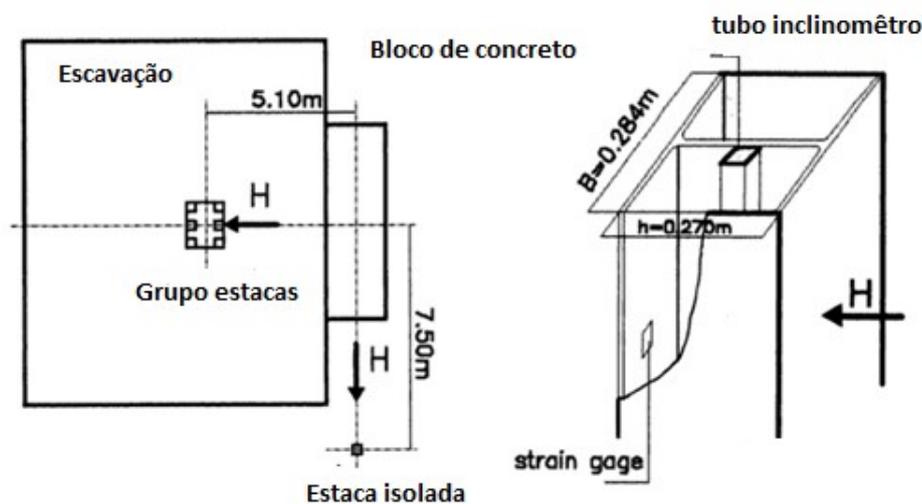


Figura 24 – Grupo de estacas com a instrumentação. Meimon et al. (1986)

O perfil inicial do solo consistiu de argilas de alta e baixa plasticidade. Depois de escavação de um metro de argila altamente plástica ao redor das estacas, o perfil do solo consistia em quatro metros de argila de baixa plasticidade e quatro metros de areia siltosa. O lençol freático estava localizado na superfície do solo. Um macaco hidráulico de dupla ação foi usado para aplicar a carga horizontal no bloco. O deslocamento lateral do grupo estacas foi medido com dois extensômetros que foram anexados à parede escavada. Os momentos de flexão foram calculados com base em medidas obtidas a partir de deformação dos inclinômetros localizados ao longo de toda a profundidade das quatro das estacas, ver a Figura 25.

Tabela 4 – Programação de ensaios estático, cíclico e de fluência.

Tipo	Nome	Grupo de Estacas			Estaca Isolada		
		Duração (horas)	N (ciclos)	H (kN)	Duração (horas)	N (ciclos)	H (kN)
Estático	SH1	4		0-120	4		0-20
Fluência	SH1	960		120	1106		20
Cíclico	CH11	4	1000	40-80	4	1000	6,7-13,3
Cíclico	CH21	40	10000	40-120	40	9500	6,7-20,0
Cíclico	CH12	4	1000	40-80	4	1000	6,7-13,3
Estático	SH2	4		0-160	4		0-27
Fluência	SH2	816		160	1008		27
Cíclico	CH13	40	10000	40-80	40	10000	6,7-13,3
Cíclico	CH22	40	10000	40-120	40	10000	6,7-20,0

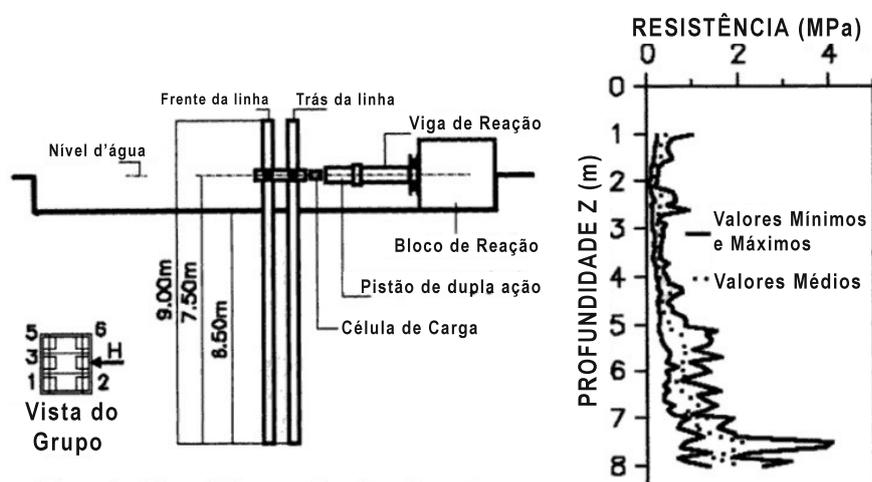


Figura 25 – instrumentação e Perfil do solo ensaio CPT. Meimon et al. (1986)

Os ensaios também incluíram dois ensaios de longo prazo e cinco ensaios cíclicos. Os testes cíclicos foram compostos por 1.000 a 10.000 ciclos dados pela Tabela 4. O deslocamento no topo do grupo de estaca foi cerca de 40% maior do que o deslocamento uma estaca, o que pode ser atribuído a vários fatores. Sinais característicos do efeito de grupo ou sombreamento foram observados nesses ensaios. A fila da frente suportou uma carga maior que a linha à direita. Isto foi devido a uma maior resistência do solo na frente da primeira linha.

O efeito de grupo foi mais pronunciado na parte inicial do ensaio. À medida que o ensaio avançou, a redução devido ao efeito de grupo atingiu um valor constante. A Figura 26 apresenta o resultado da prova de carga para o grupo de estacas e estaca isolada. As Figura 26 e 27 apresenta o resultado da curva P-Y ao longo da profundidade de uma dada estaca no grupo. O deslocamento máximo no topo foi de 1,5 cm e a deflexão

máxima foi de 0.05 D, onde D é o diâmetro da estaca. A eficiência do grupo ficou entre 0.5 - 0.7. A análise realizada pelo método dos multiplicadores-P: 0.9 - 0.5.

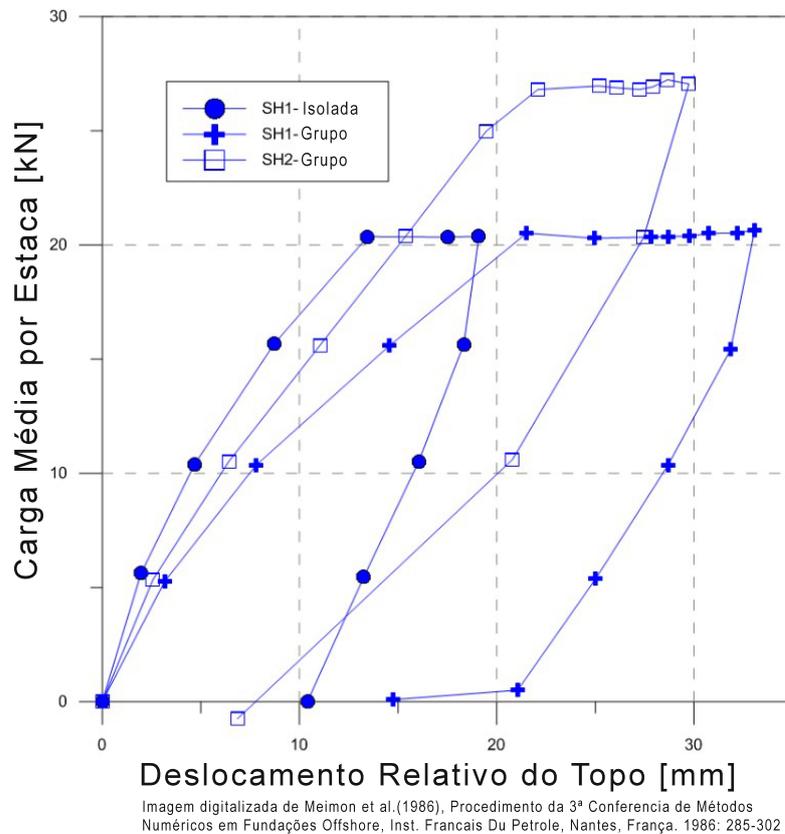


Figura 26 – Carga vs. deslocamento no topo das estacas em grupo e isolada Meimon et al. (1986)

Durante o carregamento cíclico, uma interrupção na reação do solo foi registrada perto da superfície do solo, enquanto a reação do solo aumentou em níveis mais baixos. O mesmo fenômeno foi obtido durante os ensaios de fluência, mas em menor amplitude. Isto confirma uma equivalência entre comportamento de fluência e comportamento cíclico. Um grande efeito de grupo foi obtido: aumentou com a carga aplicada ao grupo e foi influenciado pela posição da linha. O carregamento cíclico levou à homogeneização dos fatores de eficiência da estaca. Isso poderia indicar uma degradação uniforme do solo ao redor do grupo.

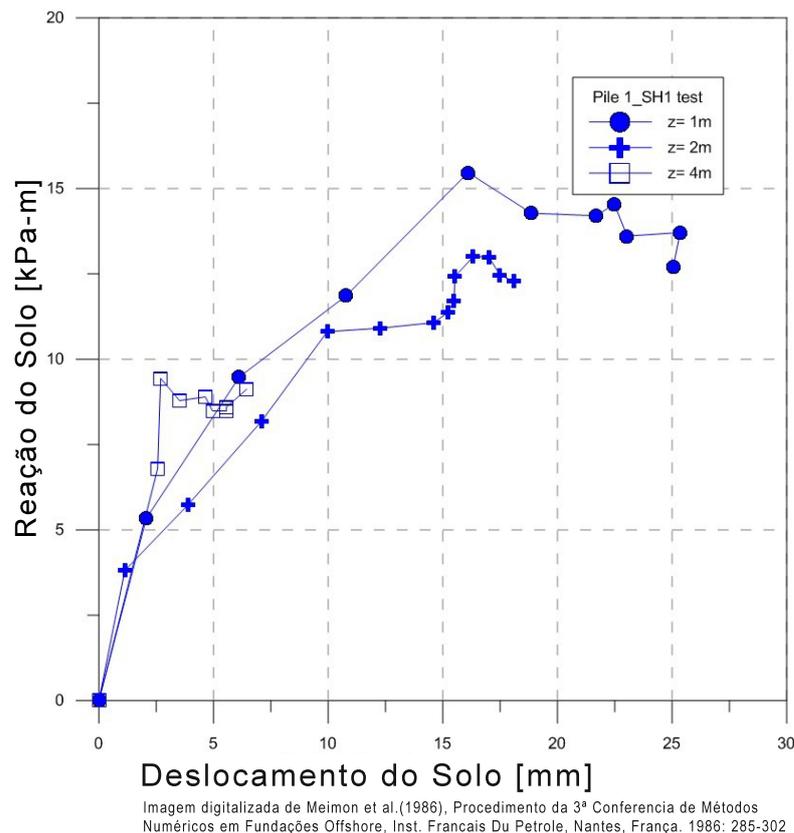


Figura 27 – Gráfico da curva P-Y em várias profundidades. [Meimon et al. \(1986\)](#)

Um estudo foi realizado na Universidade do Houston no Texas (USA) por [Brown et al. \(1987\)](#) sobre o comportamento de um grupo de estacas com o espaçamento 3D, submetidas ao carregamento lateral estático e cíclico. Esta pesquisa incluiu uma prova de carga em larga escala de um grupo de nove estacas de tubos de aço no campus da Universidade de Houston, o grupo de estaca na forma 3 x 3 tinha linhas espaçadas em três vezes de diâmetros centro a centro das estacas.

O perfil do solo consistia em argilas duras adensadas e argilas siltosas (CL, CH) até uma profundidade de 7.3 m, argila arenosa e silte (CL, ML). O subsolo foi investigado por uma série de ensaios de campo: SPT, CPT, Vane Test e também ensaios de laboratório : umidade, triaxiais, classificação táctil visual, adensamento.

Todas as nove estacas foram instrumentadas, ver a Figura 28, com medidores de tensão, do tipo strain-gages, para permitir o cálculo de momentos de flexão e células de carga para medir a força da carga aplicada. O período de aplicação da carga e o de tempo são projetados para se parecerem geralmente com o carregamento da onda de uma tempestade em uma estrutura offshore. Os dados foram gravados usando um microprocessador. Um cilindro hidráulico de dupla ação aplicou a carga lateral, e as células de carga transferiram a carga do bloco para as estacas. O carregamento foi estático e cíclico com 5 estágios de aplicações de carga (100 a 200 ciclos por estágio de carregamento). Dois

potenciômetros lineares espaçados de 1,5 m de distância monitoraram tanto a deflexão quanto a rotação.

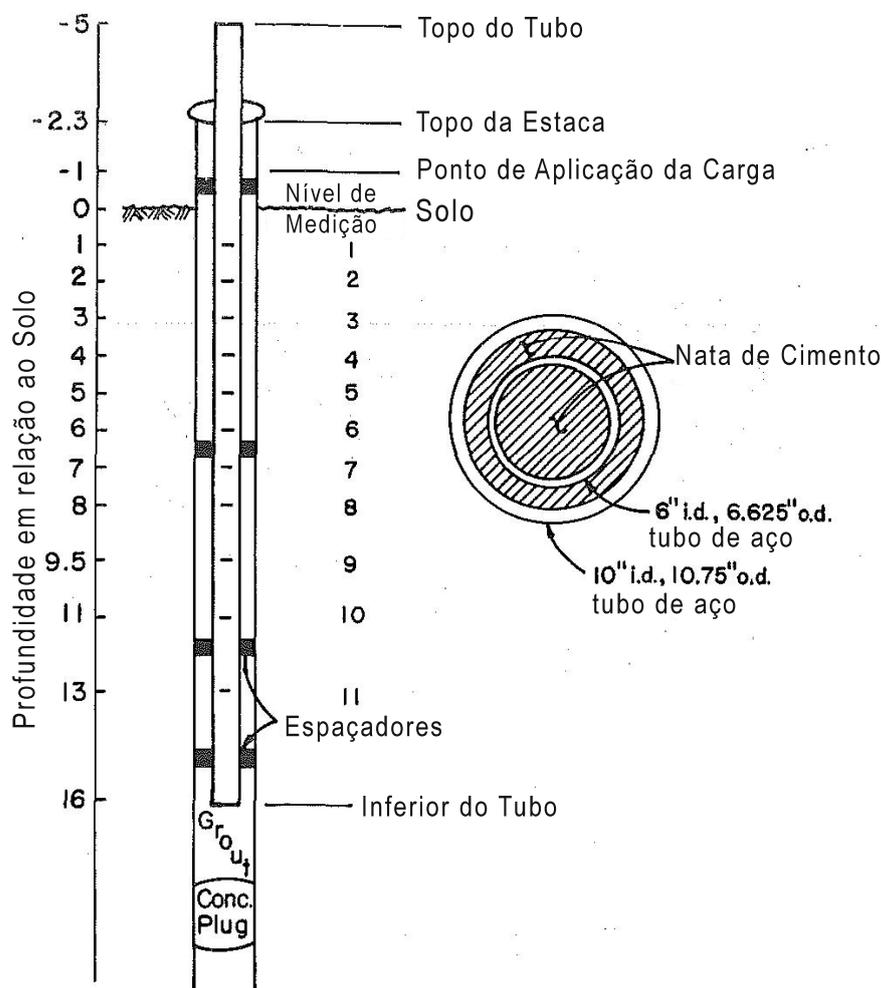


Figura 28 – 11 Esquema de instrumentação das 9 estacas. [Brown et al. \(1988b\)](#)

A deflexão no grupo de estacas foi significativamente maior do que a deflexão de uma única estaca quando submetida à mesma carga média por estaca. À medida que a carga aumentou, o efeito de grupo aumentou. Em grandes cargas, o efeito do grupo foi significativamente mais aparente e uma carga de “colapso” para o grupo provavelmente pareceria uma carga significativamente menor por estaca do que ocorreria para uma única estaca.

O método de análise para curva P-Y foi baseado nos seguintes modelos: [Matlock et al. \(1980\)](#); [API \(2000b\)](#) e a análise do grupo foi utilizado o método dos multiplicadores-P com os seguintes resultados: 0,7; 0,5 e 0,42, e uma eficiência de grupo 0,6 - 0,8. O deslocamento máximo no topo foi de 6,1 cm e a deflexão máxima foi de 0,22 D, sendo D o

diâmetro da estaca. Ainda esse trabalho teve como principais conclusões:

1-A deflexão sob a carga das estacas no grupo é significativamente maior do que a de uma única estaca sob uma carga igual à carga média por estaca, de Figura 29.

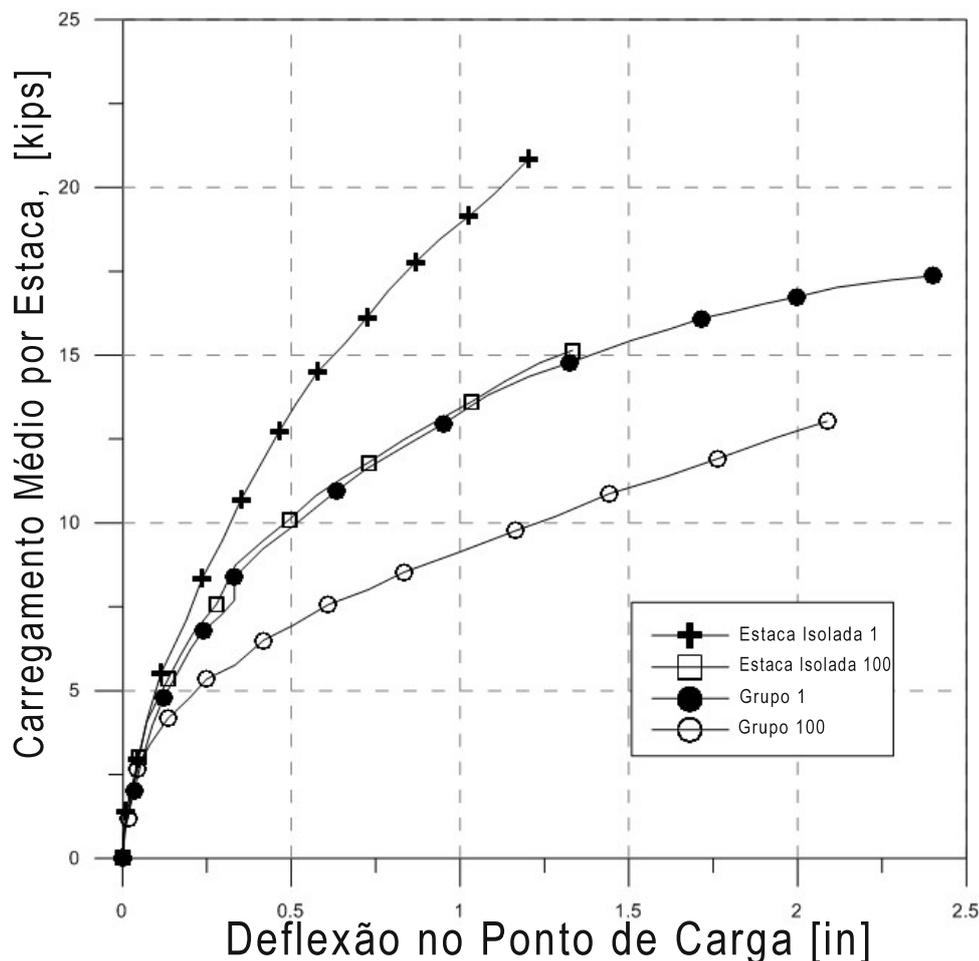


Figura 29 – Curva carga vs deflexão de uma estaca isolada e estacas no grupo cíclico e estático. [Brown et al. \(1988b\)](#)

2. Os momentos de flexão nas estacas do grupo são maiores que aqueles para uma única estaca, e os momentos máximos foram atingidos em profundidades maiores.

3. A resistência máxima do solo para as estacas no grupo foi substancialmente reduzida em comparação com o de uma estaca única para estática e cíclica carregamento, e esta redução é mais significativa com profundidade, ver a Figura 30.

4. Os resultados desta experiência indicam que o elemento chave para prever o comportamento de grupos de estacas espaçadas próximas sob carga é uma compreensão dos fatores que afetam resistência última do solo nas estacas do grupo. Abordagens baseadas na teoria da elasticidade não é capaz de abordar este problema sem modificação empírica. Não existe modelos teóricos verificados ou úteis para prever a resistência a resistência última do solo.

A Figura 30 compara a relação da resistência do solo em relação a deflexão da estaca isolada e estaca no grupo e se verifica que a resistência do solo da estaca isolada é maior do que a média da resistência do grupo em toda deflexão. Os resultados das medições de carga nas estacas individuais dentro do grupo indicam que a carga transferida para a estaca individual era predominantemente uma função da posição de uma estaca, em vez da posição de uma estaca em uma direção normal à direção de carga.

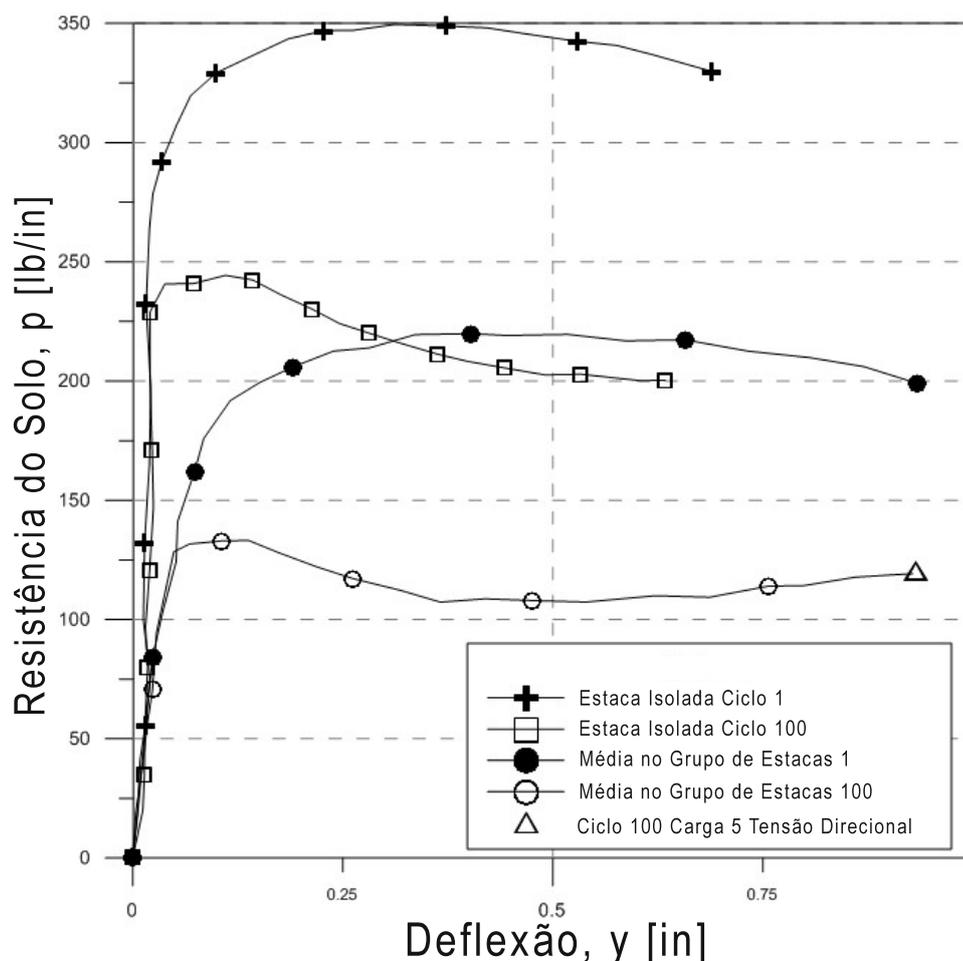


Figura 30 – Curva reação do solo vs deflexão de uma estaca isolada e estacas no grupo. Brown et al. (1988b)

Ruesta e Townsend (1997b) estudaram o comportamento em um grupo de 16 estacas submetidas a carregamento horizontal em Stuart, Flórida. O grupo foi composto por estacas de concreto pré-moldadas em um arranjo 4 x 4, espaçadas em três vezes o lado, das estacas, ou seja, 2,30 m. As estacas eram quadradas de 76 cm de lado e 16,5 m de comprimento. A superfície do solo estava 2 m abaixo do nível da água do mar e o perfil do subsolo consistiu em duas camadas bem definidas de solo sem coesão constituídas de 4 m de areia fina e solta, sustentada por areia parcialmente cimentada, ver a Figura 31. Ainda na investigação do subsolo foram realizados ensaios SPT, CPT, PMT e DMT.

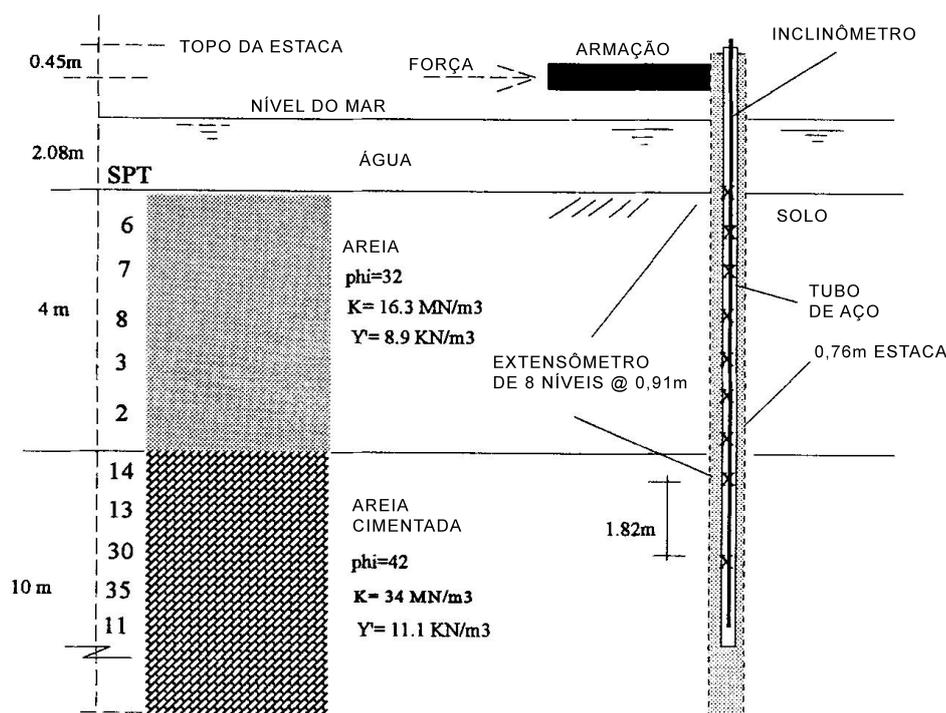


Figura 31 – Perfil do solo e instrumentação dos strain-gages e inclinômetro na estaca do grupo. Ruesta e Townsend (1997a)

A instrumentação da prova de carga horizontal consistia em medidores de tensão acoplados a uma bobina de 35 cm e tubo de aço de diâmetro 9,5 mm de espessura inserido e rejuntado em cada estaca instrumentada. Além disso, foi utilizado um invólucro para inclinômetro. Dez estacas do grupo foram submetidas a ensaio de prova de carga horizontal, seis estacas do grupo são de reação e uma única estaca foi instrumentada com medidores de tensão e inclinômetros. Um medidor de tensão foi colocado em cada lado do tubo em oito níveis diferentes.

Uma célula de carga foi usada para medir a carga aplicada ao grupo inteiro e células de carga separadas foram anexadas a cada uma das dez estacas totalmente instrumentadas. Conexões de rolamento esféricas foram usadas para as células de carga individuais e a principal célula de carga para minimizar a excentricidade de carga.

O carregamento consistiu de cargas estáticas de até 320 kN para a estaca isolada e 4.800 kN para o grupo de estacas. A carga de ruptura foi de 320 kN. A prova de carga horizontal no grupo de estacas foi realizada sob a direção de Drs. Brown e Townsend. Uma carga de verificação inicial de cerca de 550 kN foi aplicado ao grupo e foi mantida por 30 min. Posteriormente, nove incrementos de carga de cerca de 550 kN e quatro incrementos de descarga de cerca de 1.350 kN foram realizados, dado um total de 13 estágios de carregamento. Na carga número 4, a carga foi reduzida a zero e recarregado

para o próximo incremento de carga. Três leituras foram realizadas em cada carga nos tempos de 1 min, 10 min e 30 min de intervalo.

A carga máxima correspondeu para cerca de 4800 kN. Nesses ensaios, de prova de carga horizontal, o deslocamento máximo no topo do grupo de estacas foi de 7,9 cm e de 10 cm para estaca isolada e a deflexão máxima variou de $0.05 D - 0.1D$, em que D é o diâmetro da estaca. O fator de eficiência do grupo foi de 0.6-0.91. O método dos multiplicadores-p: 0,8; 0,7; 0,3; 0,3. Nesse trabalho utilizou os seguintes modelos de análise das curvas p-y: Reese et al. (1974); Gabr e Borden (1990) e também modelos de curva p-y derivados dos ensaios in situ : Campanella e Robertson (1989) proposto pelo trabalho.

Os principais resultados desse trabalho foram:

1. A resposta média do grupo de estacas foi mais suave do que a resposta de uma estaca isolada. A eficiência da carga-deflexão do grupo de estacas foi de 80%. As fileiras principais se comportavam de maneira semelhante a uma estaca isolada e recebiam mais carga do que as estacas nas fileiras finais. Além disso, as estacas externas levaram mais carga do que estacas internas, devido um efeito de sombreamento.

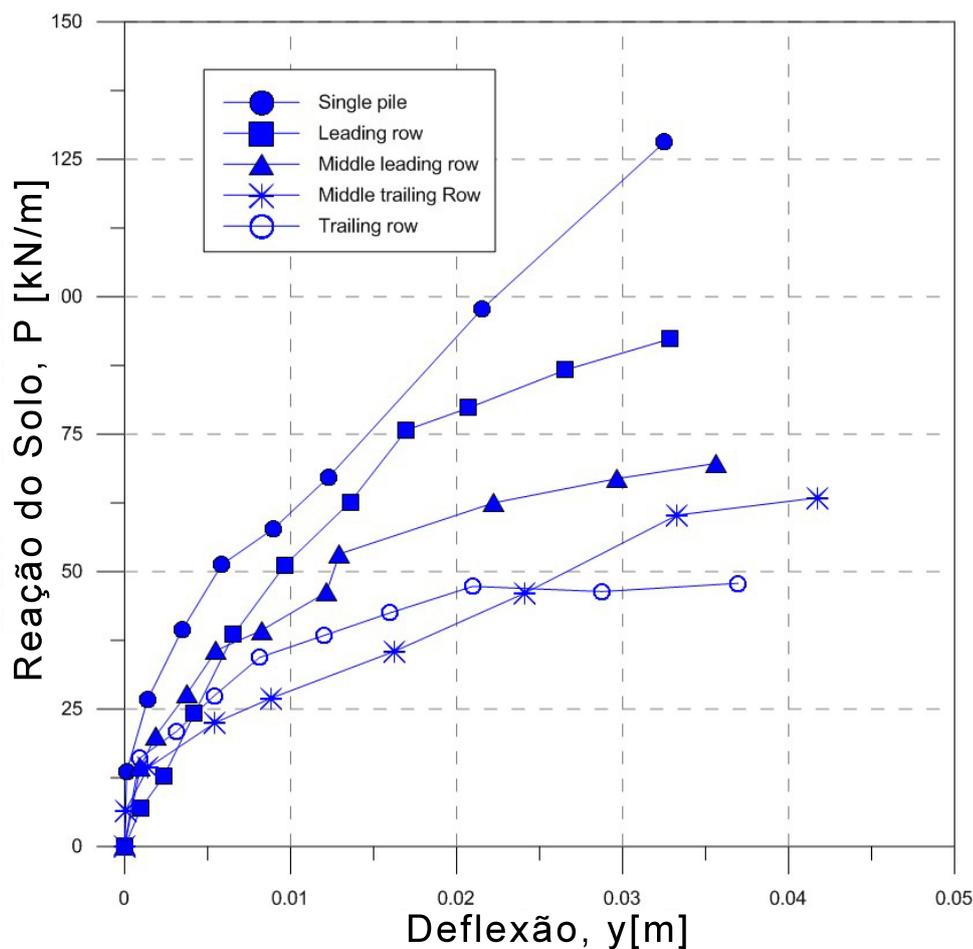
2. O método dos multiplicadores-p funciona bem para explicar o efeito de grupo. Eles têm razoável concordância com os resultados da centrífuga de McVay et al. (1998) e o grupo de estacas de Brown et al. (1988a). O método dos multiplicadores - p global para o grupo foi de 0,55 para o grupo de estacas no ensaio de prova de carga horizontal, de acordo com a Figura 32.

3. Os momentos de flexão máximos para a fila principal foram maiores do que para as linhas finais. No entanto, todos estavam dentro de um intervalo de 15%.

4. Reese et al. (1974) recomenda que curvas p-y em camadas arenosas são muito razoáveis para o cálculo de que o coeficiente reação horizontal do solo.

5. Uma curva p-y baseada no local, derivada do DMT / PMT, foi desenvolvida.

O método usa a pequena região de deformação do DMT, e a grande deformação a resistência final do solo do PMT. A curva é linear de zero a 1,1 mm e hiperbólica a partir desse ponto.



*Imagem digitalizada de Ruesta & Townsend (1997), JGCE. 1997.123(12):11531174

Figura 32 – Curva carga vs. deslocamento para estacas do grupo e a estaca isolada. [Ruesta e Townsend \(1997a\)](#)

[Rollins et al. \(1998\)](#) realizou um trabalho experimental de prova de carga horizontal estática em escala real em um grupo de estacas 3 X 3 no Aeroporto Internacional de Salt Lake City em Salt Lake City, Utah. As estacas eram de 305 mm de diâmetro de tubos de aço com extremidade fechada e espessura de parede de 9,5 mm preenchidas com concreto. O perfil do solo consistiu em cerca de 8,5 metros de argilas moles e médias-duras (CL) e siltes (ML) embaixo de areia (SP, SM). O lençol freático estava localizado na superfície do solo.

Foram realizados os seguintes ensaios de campo: SPT, CPT, DMT, PMT e Down-hole. Seis das nove estacas foram totalmente equipadas com inclinômetros e extensômetros. Uma estrutura de carga com rodanas de aço lubrificadas que viajavam em vigas de aço colocadas no chão era usado no ensaio para reduzir o atrito. A carga foi aplicada ao grupo usando macaco hidráulico de 1,34 MN (150 t).

Uma viga W 36X150 foi usada para distribuir a força para uma parede de reação de estaca-prancha. A carga foi transferida da estrutura de carga para as estacas por

tirantes conectados ao pino. Os LVDT foram usados no ensaio para medir o deslocamento do grupo de estacas. Os strain gages ligados a cada tirante agiram como células de carga e mediram resistência fornecida por cada estaca. Uma célula de carga colocada atrás do macaco hidráulico mediu a carga total aplicada ao grupo de estacas. O fator de eficiência para o grupo de estacas foi de 0.59-0.80, o deslocamento máximo do topo foi de 6cm e a deflexão máxima foi de 0.20 D, em que D é o diâmetro da estaca.

O grupo desviou 2 a 2,5 vezes mais do que uma estaca única sob a mesma média por carregamento da estaca, ver a Figura 33. A distribuição de carga no grupo de estaca não foi uniforme. Como observado anteriormente por [Brown et al. \(1987\)](#) a fila da frente levou a maior parte da carga para um determinada deflexão.

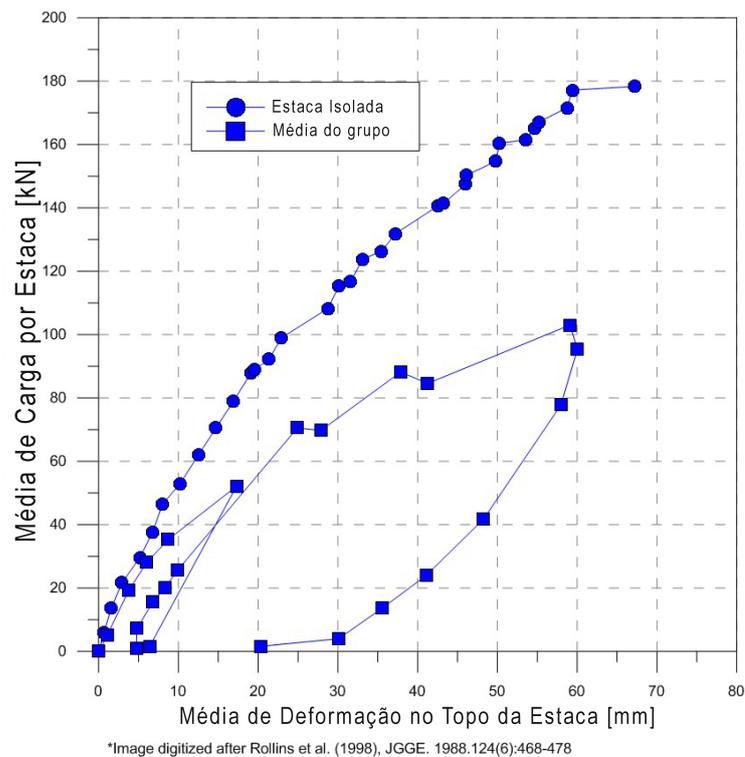


Figura 33 – Comparação da carga vs. deslocamento no topo da estaca isolada e o grupo. [Rollins et al. \(2006a\)](#)

A carga por estaca sempre foi menor que a da estaca única para equivalentes deflexões devido ao efeito de grupo, de acordo com a Figura 34. Os momentos de flexão para estacas no grupo foram significativamente maiores que os de uma estaca isolada para a mesma carga média, aumentos entre 50 e 100% foram observados.

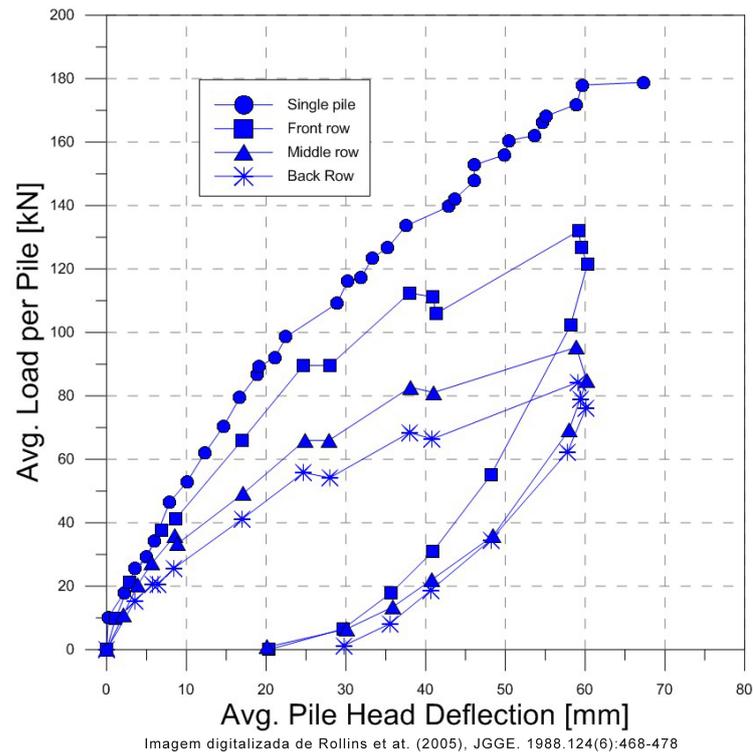


Figura 34 – Comparação da carga vs. deslocamento no topo da estaca isolada e as estacas do grupo. Rollins et al. (2006a)

A redução na resistência do solo nas camadas superiores também aumentou a profundidade em que ocorreu o momento máximo. Esse achado de momentos maiores na ocorrência mais profunda é semelhante aos achados anteriores. O software LPILE e GROUP foram utilizados na análise dos dados Reese et al. (1996).

Para este grupo de estacas, os multiplicadores P foram de 0,6, 0,38 e 0,43 para a frente, linhas do meio e vice-versa, respectivamente. Esses valores foram significativamente menores que os multiplicadores padrão utilizado pelo programa GROUP. Como pode ser visto na Figura 35, ajustando os multiplicadores do programa forneceu boa concordância entre a curva de deflexão calculada e a carga medida versus curva de deflexão.

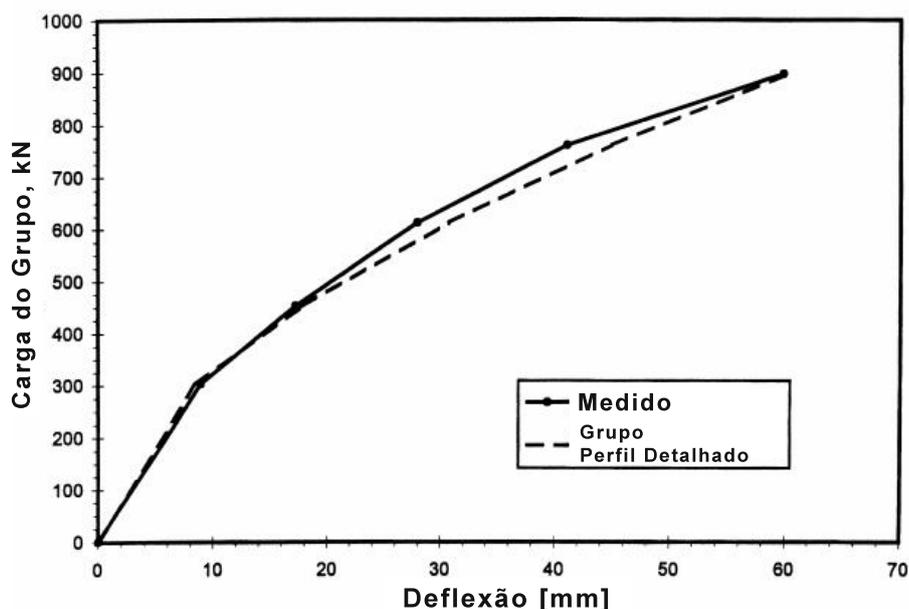


Figura 35 – Comparação entre o valor de deflexão medida e a curva de deflexão gerada pelo programa GROUP. Rollins et al. (2006a)

Gráficos de projeto podem ser desenvolvidos obter estimativas de multiplicadores-P para outros espaçamentos. Isso nos mostra que o conceito do método dos multiplicadores-P fornece um meio razoável de explicar a redução na capacidade produzida pelos efeitos de grupo e o comportamento lateral resultante no grupo.

Mokwa (1999), fizeram uma revisão bibliográfica abrangente sobre carregamento horizontal em grupos de estacas. Foi realizada como parte da pesquisa examinar o estado atual do conhecimento sobre a resistência do bloco no grupo de estaca às cargas laterais, ou seja, qual a parcela de resistência é absorvida pelo bloco com contato com o solo. Mais de 350 artigos de periódicos e outras publicações referentes à resistência lateral, ensaios e análises de blocos, estacas isoladas e grupos de estacas foram coletados e revisados.

Os detalhes pertinentes desses estudos foram avaliados e, sempre que possível, assimilados em tabelas e gráficos, de modo que tendências e semelhanças úteis eram observado. Alguns dos dados, como gráficos que apresentaram o método dos multiplicadores-p como funções de espaçamento entre estacas no grupo, também foram avaliadas.

Esta revisão indicou que há escassez de informações publicadas disponíveis na área temática da resistência lateral do bloco, ou seja, a contribuição do bloco. Dos artigos revisados, foram encontrados apenas quatro trabalhos que descrevem ensaios realizados para investigar a resistência lateral de blocos.

Nessa pesquisa, Mokwa (1999) avaliaram o estado da arte atualizada sobre a contribuição do bloco na resistência final do conjunto (grupo de estacas mais bloco), realizou ensaio de prova de carga lateral em grupos de estacas com e sem a influência

do bloco na resistência final, e também a precisão dos métodos analíticos para estimar o desempenho de blocos em solos naturais e em aterros compactados.

A maior parte dos trabalhos experimentais, em escala real, sobre prova de carga horizontal no grupo de estacas. Não considera a parcela de contribuição do bloco no conjunto grupo de estacas e bloco. Um método analítico chamado GEP (Group Equivalent Pile) para analisar grupos de estaca considerando a parcela do bloco na resistência do conjunto. Um método para calcular as curvas de resistência à deflexão (curvas p-y) foram desenvolvidas durante este estudo e foram programadas na planilha chamado PYCAP.

Um procedimento prático, racional e sistemático foi desenvolvido para avaliar e quantificar a resistência lateral que os blocos fornecerem aos grupos de estacas. Comparações entre respostas medidas e calculadas da carga-deflexão indicam que a abordagem analítica desenvolvida neste estudo é conservadora, razoavelmente precisa, e adequada para o uso no projeto de blocos e pilares integrantes.

Nesse trabalho foi realizado uma prova de carga horizontal e três grupos de estacas de 2 x 2 e duas estacas isoladas na Virginia (USA), com espessura dos blocos de 0,46m e 0,91m considerando a contribuição do bloco para o conjunto (grupo de estacas mais bloco) e compactando o solo atrás do bloco. Nesse trabalho foram comparadas provas de carga horizontal com e sem contribuição do bloco, com o solo natural e compactado.

Ensaio de carregamento horizontal em larga escala em um grupo de estacas escavadas e um grupo de estacas pré-moldadas foram realizados como parte de um projeto de pesquisa para o sistema ferroviário de alta velocidade localizado no sudoeste de Taipei, Taiwan, [Huang et al. \(2001a\)](#). O ensaio em grupos de estacas em escala real teve com objetivo de investigar os efeitos da construção das fundações nos grupos de estacas carregadas horizontalmente.

O tipo de solo era arenoso com NA abaixo 1 m da superfície. Foram realizados ensaios antes da construção dos grupos de estacas e depois da construção, ou seja, pré-construção e pós-construções, para avaliar os efeitos de densificação do solo, os seguintes tipos de investigações geotécnicas in situ: SPT, CPT, SCPT (cone sísmico) e DMT.

Foram executadas 13 estacas raiz e 13 estacas pré-moldadas e instrumentadas com strain-gages e inclinômetros, de acordo com a Figura 36. Sabendo que foram dois grupos de: 6 estacas escavadas e outro com 12 estacas pré-moldadas com espaçamento 3 D, em que D é o diâmetro da estaca.

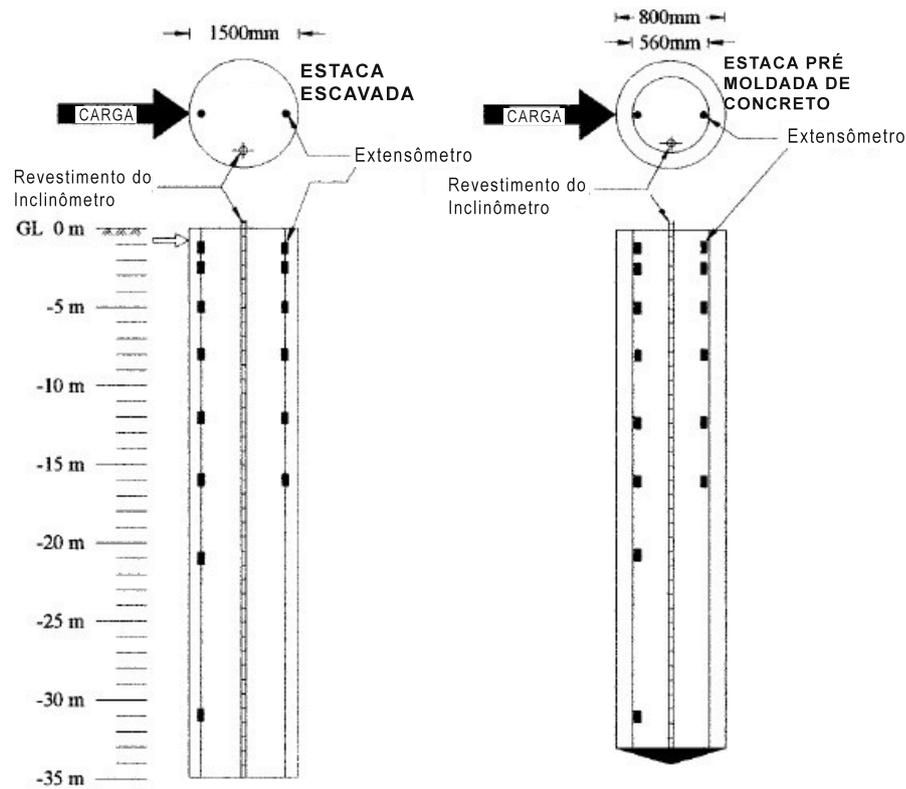


Figura 36 – : Estacas escavada ($D=1500\text{mm}$, $L=34,9\text{m}$) e pré-moldada ($D=800\text{mm}$, $L=17\text{m}$) instrumentadas com strain gages e inclinômetros. Huang et al. (2001a)

O material das estacas escavada era concreto com armadura de aço, com comprimento de 34,9 m e diâmetro de 1500 mm, a resistência à compressão do concreto de 27,5 MPa e a resistência do reforço de aço de 471 MPa e as pré-moldadas de concreto armado de diâmetro externo de 800 mm e diâmetro interno de 560 mm, com 17 m de comprimento.

As provas de carga horizontal foram realizadas nas estacas isoladas B7, B13 e P7, carregando as estacas contra os blocos adjacentes, ver Figura 37.

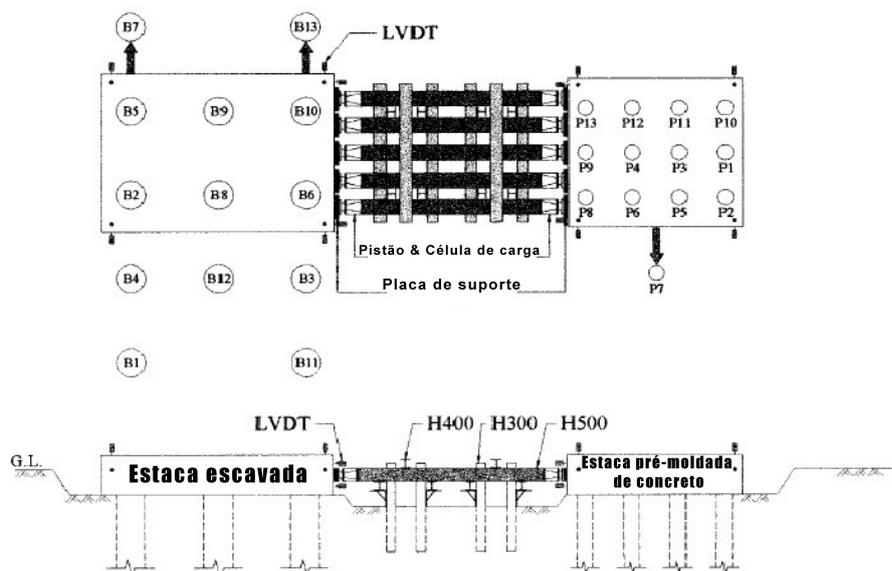


Figura 37 – Grupo de estaca raiz B (3x2) e estacas pré-moldadas P (3x4) e sistema de atuação de cargas: célula de carga e LVDT. Huang et al. (2001a)

As provas de carga nos dois grupos de estacas, 6 (3x2) estacas raiz e no grupo de 12 estacas pré-moldadas, foram realizadas reagindo os dois grupos estacas um contra o outro. Um total de 10 pares de macacos hidráulicos e célula de carga de 5 MN foram usadas para aplicar as cargas laterais. Vinte e quatro LVDT distribuídos nos dois blocos foram utilizados para monitorar o deslocamento lateral e a rotação na horizontal e planos verticais dos grupos, ver a Figura 37.

Todas as medições das células de carga, LVTD, strain-gages e inclinômetros foram gravados digitalmente com um sistema aquisição de dados de computador.

A condição de topo é cabeça fixa para aplicação da carga estático cíclica, com deslocamento máximo no topo de 3 cm e deflexão de 0.02 D, em que D é o diâmetro da estaca (Figura 38). O método de análise foi através do software utilizado LPILE (Wang et al. (1993)); GROUP (Reese et al. (1996)), e teve um fator de Eficiência do Grupo 0.92-1.02 e o método dos multiplicadores-P: 0,93, 0,7, 0,74 com os modelos de curvas p-y: Matlock e Reese (1961a); Campanella e Robertson (1989) a partir dos dados DMT.

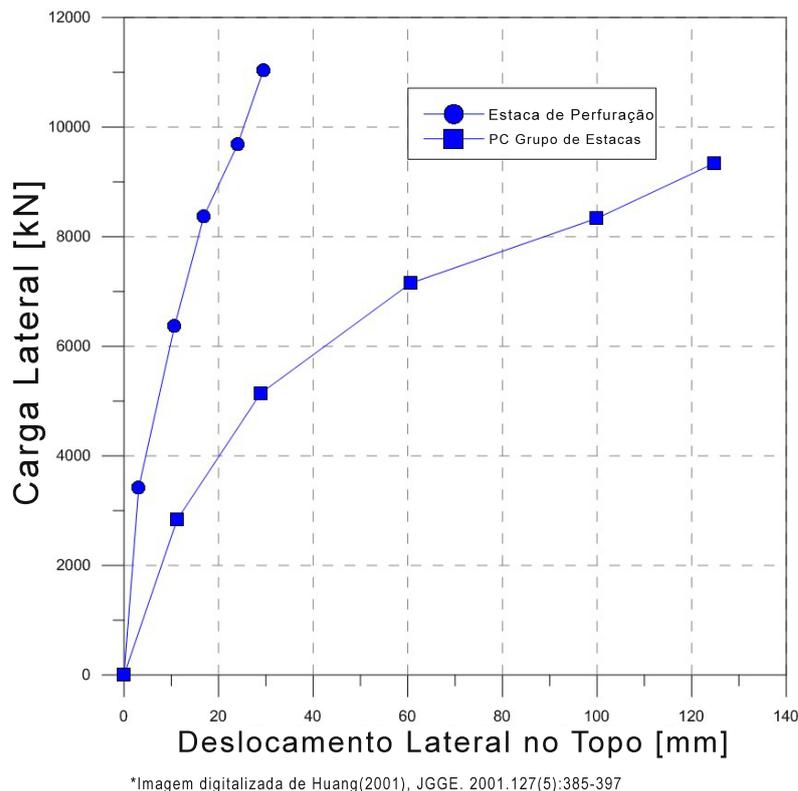


Figura 38 – Curva de carga vs. deslocamento do grupo de estacas escavada (Bored) e pré-moldadas (PC).

O trabalho de [Huang et al. \(2001a\)](#) chegou as seguintes conclusões:

1. A construção do grupo de estacas raiz pareceu perturbar o solo ao redor das estacas, enquanto a construção do grupo de estacas pré-moldadas aparentemente causou um efeito de densificação (efeitos de construção foram limitados ao topo a 15 m da superfície do solo, onde as condições do solo têm o maior efeito sobre o comportamento das estacas carregadas horizontalmente).

2. A resistência horizontal do solo nas estacas em um grupo pode ser altamente dependente do tipo de instalação da estaca (escavada ou pré-moldadas) e das condições do solo de antes da construção.

3. A separação dos efeitos mecânicos dos efeitos da instalação provavelmente resultará em multiplicadores-p mais consistentes. Multiplicadores-p específicos para estacas de concreto também são provavelmente uma função da geometria, espaçamento e de com as estacas são modeladas, e também como a conectividade entre as estacas e o bloco é simulada.

[Ismael \(2007\)](#) estudou o comportamento horizontal das estacas escavadas em solo arenoso em um campo experimental no Kuwait. O perfil do solo é constituído por areia siltosa de densidade média embaixo da camada de areia muito densa a muito densa com silte. Foram realizados ensaios in situ: SPT e PMT até 8,5 m de profundidade, sendo

que não foi encontrado nível de água.

Duas estacas isoladas (1 e 2) e dois grupos de estacas G1 (2x1) e G2 (1x2), (Figura 39) foram executados e ensaiado com prova de carga horizontal. Todas as estacas de concreto tinham 0,3 m de diâmetro e 5 m de profundidade.



Figura 39 – Prova de carga horizontal - grupos G1 e G2. [Ismael \(2007\)](#)

Essas estacas tinham uma gaiola de aço de 0,25 m com seis barras de aço de 22 mm, e concreto com resistência de 25MPa. Uma única estaca foi instrumentada com strain-gages para medir as deformações de flexão durante a prova de carga horizontal. A carga foi aplicada em incrementos cumulativos de 20 KN. Isso correspondeu a 10% da capacidade de carga horizontal estimada.

Todos ensaios forma estáticos sem ciclos de carregamento. Os grupos de estacas foram instalados em duas direções perpendiculares e foram ensaiados uns contra os outros para determinar a influência da direção de carregamento na capacidade de carga horizontal.

A resposta dos grupos em comparação com as estacas individuais foi determinada. O software usado para análise foi LPILE (Reese,1985) e o tipo de análise foi baseado na teoria do reação do solo [Brown et al. \(1988b\)](#) e análise não-linear da curva (p-y). Os resultados dos ensaios nos grupos indicam que a direção de carregamento tem influência significativa no comportamento do grupo sob carga lateral, ver a Figura 40.

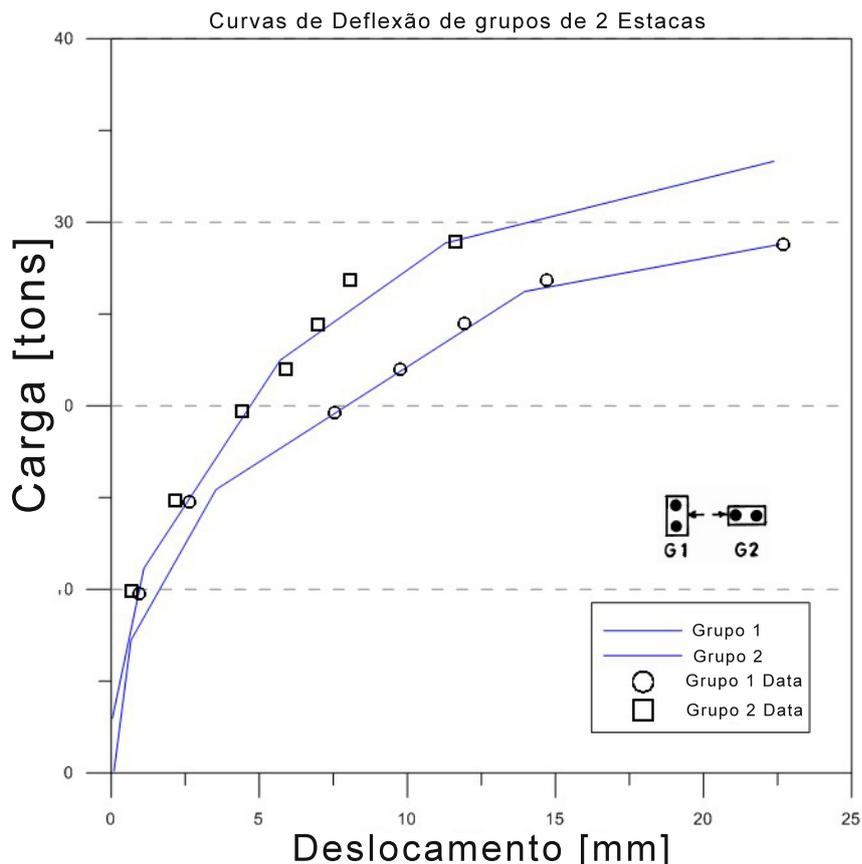


Imagem digitalizada de Ismael, N. (2007) Lateral Load Tests on Bored Piles and Pile Groups in Sand. 7th FMGM 2007: pp. 1-11. doi: 10.1061/40940(307)5

Figura 40 – Curva de carga vs. deslocamento do grupo de estacas. [Ismael \(2007\)](#)

O grupo de estaca G1 rompeu com uma carga de 295 kN e deflexão de 23 mm; e o grupo G2 aumentou a capacidade de carga horizontal para 340 kN (+ 15%). Analisando esses gráficos observamos até 100 kN de carga horizontal os grupos G1 e G2 tem deflexões bem próximas de 2 mm, mas quando essa carga horizontal aumenta o grupo de estaca G2 apresenta maior resistência para uma deflexão comparado com o grupo de estacas G1.

A resposta do grupo G1 teve maior deflexão para mesma carga horizontal que o grupo G2 em todos os níveis de carregamento e, portanto, a deflexão do grupo de estacas G1 é maior que G2 em todos os níveis de carregamento. A rigidez do grupo G2 tem um aumento de 15% é atribuído ao efeito de sombreamento da segunda estaca está distante sendo na mesma direção da carga lateral aplicada. A carga máxima dos grupos G1 de 295 kN é quase o dobro da capacidade de carga horizontal de 150 kN para encontrada para as estacas isoladas 1 e 2.

[Rollins et al. \(2005a\)](#) estudaram o comportamento do carregamento lateral em grupo de estacas em solo arenoso, o local do campo experimental é na ilha do tesouro em San Francisco Bay, Califórnia, EUA. O perfil do solo consistiu em areia fina solta ou areia sedimentada com classificação do Solo SP-SM (camada superior), foram

realizadas investigações geotécnicas in situ: SPT, CPT e registro velocidade de onda. O solo apresentava $N_{spt}(60) = 10$ (camada superior) e 7 (camada inferior); a resistência média do cone = 6-9 MPa (superior), 4-6 MPa (inferior); ângulo de atrito = 30 – 33° (API, 1987 e Bolton, 1986).

As estacas do grupo eram de aço tipo ASTM A252 Grau 3, e $F_y = 404.600$ MPa com seção transversal circular vazada de 32.4 cm de diâmetro e 9,5 mm de espessura com 11,50 m de profundidade. As estacas foram instrumentadas com strain-gages ao longo da profundidade. O grupo era ensaiado com a condição de cabeça livre, carregamento estática e cíclico.

O ensaio foi realizado usando uma abordagem de deslocamento controlada. Um deslocamento máximo 38 mm foi aplicado a uma taxa de aproximadamente 9 mm/s e, em seguida, diminuiu na mesma taxa até o deslocamento retornar a zero.

A deflexão foi medida por potenciômetros de corda vibrante anexado a um quadro de referência independente e células de carga no atuador mediu a força aplicada. A aplicação de carga horizontal a uma altura de 0,86 m acima da superfície do solo usando um atuador hidráulico de capacidade de 2200 KN.

O espaçamento do grupo de estacas (3x3) é de 3.3 D, onde D é o diâmetro da estaca. Os resultados dos ensaios foram deslocamento máximo no topo 3.75 cm e deflexão 0.12 D, em que D é o diâmetro da estaca. O método de análise foi dado através do software Plus versão 3.0 (Reese et al. (1996)) ; SWM versão 3.2 (Ashour et al. (2002)). O fator de eficiência do grupo 0,72 – 0,93 o método dos multiplicadores-0,8; 0,4, 0,4.

O modelo da estaca é representado por uma viga com rigidez lateral baseada no módulo de elasticidade e momento de inércia e para as curvas p-y utilizado o método de Reese et al. (1974);

O programa de computador SWM forneceu uma correspondência relativamente boa entre a resistência lateral medida e calculada para o grupo das nove estacas sem a necessidade do método dos multiplicadores-p, para a estaca isolada ver a Figura 41 tem-se a comparação de vários métodos.

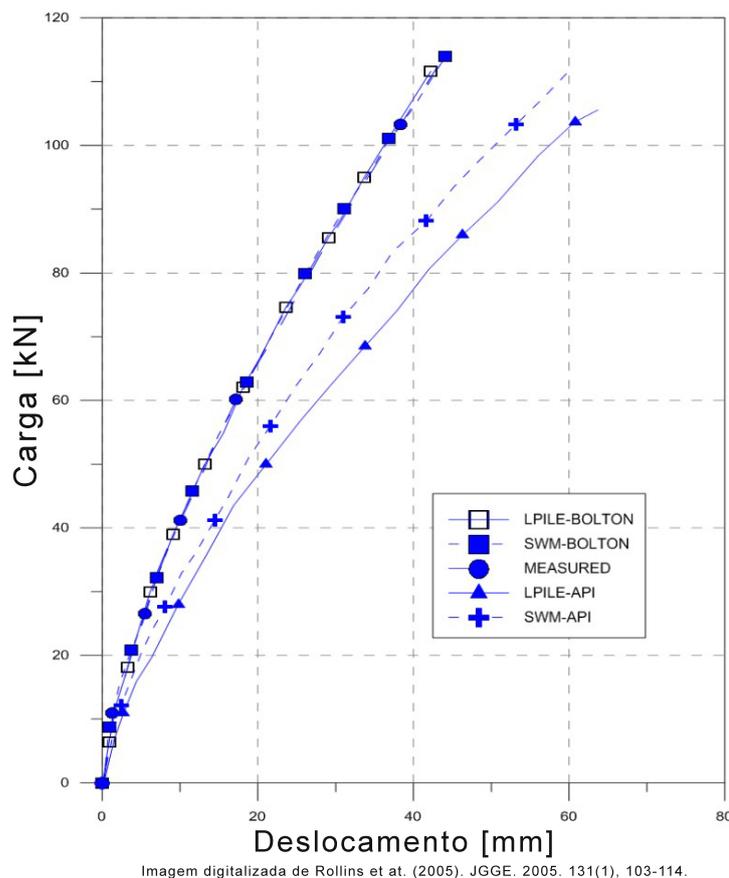


Figura 41 – Comparação entre modelos estaca isolada. Rollins et al. (2006a)

Destaram-se a seguir os resultados do trabalho de Rollins et al. (2005b):

1. As curvas de carga-deflexão medidas só poderiam ser comparadas por métodos computacionais (LPILE ou SWM) quando se utiliza um ângulo de atrito significativamente superior (5 a 6°) do que seria normalmente previsto para areias com a densidade relativa observada.

2. Os efeitos de interação do grupo levaram a redução da resistência lateral das estacas no grupo em relação à uma estaca isolada. Constatou-se que a resistência lateral é uma função da localização da fileira, com as estacas de fileira da frente recebendo a maior carga e as filas restantes recebendo significativamente menor carga.

3. A resistência lateral também foi encontrada como uma função da posição dentro de uma linha. As estacas externas em cada linha receberam 20 a 40% mais carga do que à estaca intermediária em cada linha. Este resultado não foi observado em provas de carga prévias em larga escala em argilas, mas geralmente foi observado para ensaios em areias. Isso é provavelmente devido à interação de cunhas de ruptura mais abrangentes para estacas adjacentes nas areias. (Figura 42)

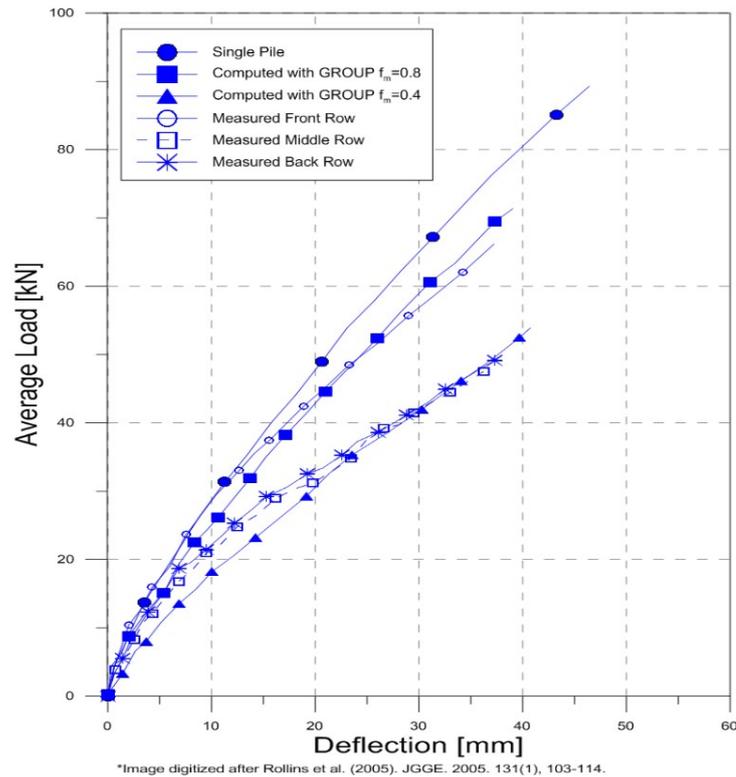


Figura 42 – Curva carga vs deslocamento: estaca isolada e grupo de estacas. Rollins et al. (2006a)

4. Os efeitos de interação do grupo podem ser adequadamente explicados usando o método multiplicadores-p em um programa de análise de carregamento horizontal, como LPILE ou GROUP. Os resultados sugerem que os multiplicadores-p não são altamente sensíveis a técnicas de execução das estacas ou à densidade relativa inicial da areia.

5. À medida que o espaçamento entre as estacas aumenta, os multiplicadores-p aumentam. Quando o multiplicador-p alcança 1.0, indica que os efeitos de grupo não estão mais influenciando as estacas no grupo.

3 MODELOS ANALÍTICOS

Nesse capítulo será apresentada a solução analítica de [Miche \(1930\)](#), bem como gráficos com aplicações para utilização em projetos de dimensionamento de estacas submetidos a carregamento lateral, e também uma generalização do Modelo de Miche, de acordo com [Rosendo e Albuquerque \(2020\)](#) é apresentada e uma nova equação para determinação do momento máximo e do ponto de aplicação.

Também um novo modelo de dois parâmetros tipo [Pasternak \(1954\)](#), chamado aqui de Pasternak-Rosendo, foi desenvolvido e explicitado as equações de maneira análoga ao trabalho de [Hetenyi \(\)](#) e comparado com trabalhos experimentais.

Uma nova metodologia, chamada aqui, de método de Pasternak-Raldolph é apresentado aonde utiliza-se os resultados de [Randolph \(1981\)](#), é ainda comparado resultados do inclinômetro na prova de carga lateral.

3.1 Modelo analítico de Miche (1930)

A equação diferencial de quarta ordem apresentada por [Miche \(1930\)](#) foi determinada numericamente e não apresentou a função que determina a deflexão da estaca com a profundidade. A equação de [Miche \(1930\)](#) tem soluções analíticas complicadas para se determinar. Nessa sessão determina-se a solução da equação diferencial de [Miche \(1930\)](#) na sua forma analítica e compara-se com a solução numérica.

Não foram encontrados trabalhos na literatura referentes à forma fechada solução analítica para o problema de [Miche \(1930\)](#), uma vez que a solução geral é dada em funções hipergeométricas generalizadas, [Erdélyi \(1955\)](#).

[Froio e Rizzi \(2017\)](#) apresenta uma forma analítica paramétrica, para equação diferencial ordinária, de uma viga de Euler-Bernoulli sobre base elástica de Winkler, explicitando funções hipergeométricas e suas propriedades.

[Liang et al. \(2014\)](#) obteve uma solução analítica simplificada para estacas longas carregadas lateralmente em um solo com coeficiente de reação aumentando linearmente com profundidade por meio da transformada integral de Fourier-Laplace, e através de série de potências explicitou uma solução para pequena profundidade através da expansão assintótica Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB), de acordo com [White \(2010\)](#).

O método de [Miche \(1930\)](#) é comparado com medidas de inclinômetros em tubulões e estacas no campo experimental da Unicamp-SP, [Kassouf et al. \(2017\)](#) comparou com a medida de deslocamento com a profundidade em tubulões em céu aberto de $D = 800$

mm e comprimento $L = 9$ m chegando a uma boa concordância dos dados de campo com o modelo de [Miche \(1930\)](#).

3.1.1 O modelo de Miche generalizado

[Miche \(1930\)](#) resolveu a equação 2.81 numericamente, aqui iremos assumir uma função de uma potência λ para o coeficiente de reação do solo k_h na forma

$$k_h = n_h z^\lambda \quad (3.1)$$

Substituindo o coeficiente de reação na equação 2.81, temos:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + n_h z^\lambda y = 0 \quad (3.2)$$

onde: E_p = módulo de elasticidade da estaca, I_p = momento de inércia da estaca, n_h = taxa de crescimento do coeficiente de reação horizontal do solo, D = diâmetro da estaca, L = comprimento da estaca, E = módulo de elasticidade do solo e λ racional positivo.

A solução analítica da equação diferencial 3.2 é dada por série de potência em função das funções hipergeométricas generalizadas [Erdélyi \(1955\)](#) que são definidas da seguinte forma:

$${}_p F_q(a_1, a_2, \dots, a_q; b_1, b_2, \dots, b_p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{j=1}^p (a_j)_n z^n}{\prod_{j=1}^q (b_j)_n n!} \quad (3.3)$$

onde os números a_j são chamados parâmetros do numerador p , os números b_j são referidos como parâmetros denominadores q e $(a)_n$ indica o símbolo Pochhammer definido como:

$$(a_j)_n = a_j(a_j + 1)\dots(a_j + n - 1) = \frac{\Gamma(a_j + n)}{\Gamma(a_j)} \quad (3.4)$$

e $\Gamma(z)$ é a Função gama que pode ser definida como em [OLIVEIRA e TYGEL \(2005\)](#).

A equação 3.1 é do tipo diferencial ordinária linear homogênea, e sua solução é dada por um combinação linear de quatro funções linearmente independentes [King et al. \(2003\)](#). A solução geral da equação 3.2 é dada por:

$$y(z) = C[1]y_1(z) + C[2]y_2(z) + C[3]y_3(z) + C[4]y_4(z) \quad (3.5)$$

onde $C[1]$, $C[2]$, $C[3]$ e $C[4]$ são constantes a determinar de acordo com as condições de contorno do problema.

A resolução da solução analítica desse equação é dada pelo método de série de potência para equações de ordem alta [Robin \(2014\)](#), devido termos funções analíticas

em torno de um ponto $z_o = 0$, que é um ponto ordinário a equação 3.2, assim pode-se procurar pela sua solução na forma OLIVEIRA e TYGEL (2005):

$$y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \quad (3.6)$$

onde a_n são os termos da série de potência a serem determinados.

A equação 3.2, para $\lambda = 1$, fica na forma:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + n_h z y = 0 \quad (3.7)$$

onde $\beta^5 = \frac{n_h}{E_p I_p}$ é o inverso da rigidez relativa estaca solo.

Substituindo a equação 3.6 na equação 3.2 com $\lambda = 1$, e desenvolvendo o somatório até $n = 4$ na primeira parte, temos que:

$$\sum_{n=4}^{\infty} n(n-1)(n-2)(n-3)a_n z^{n-4} + \beta^5 \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^{n+1} = 0 \quad (3.8)$$

Fazendo $n \rightarrow n + 4$ na primeira parte da equação e $n \rightarrow n - 1$ para segunda parte, tem-se que:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2)(n+3)(n+4)a_{n+4} z^n + \beta^5 \sum_{n=1}^{\infty} a_{n-1} z^n = 0 \quad (3.9)$$

De modo que desenvolvendo deve-se ter

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot a_4 + \sum_{n=1}^{\infty} [(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)a_{n+4} + \beta^5 a_{n-1}] z^n = 0 \quad (3.10)$$

De modo que $a_4 = a_9 = \dots = a_{5n+4} = 0$, e a_0, a_1, a_2 e a_3 são arbitrários, então a relação de recorrência, é dada por

$$a_{n+4} = -\frac{\beta^5 a_{n-1}}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \quad (3.11)$$

Fazendo $n = 1, 2, 3, 4$, na equação 3.11, tem-se que

$$\begin{aligned} a_5 &= \frac{-\beta^5 a_0}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \\ a_6 &= \frac{-\beta^5 a_1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \\ a_7 &= \frac{-\beta^5 a_2}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} \\ a_8 &= \frac{-\beta^5 a_3}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} \end{aligned}$$

Fazendo $n = 6, 7, 8, 9$, na equação 3.11, e aplicando as equações acima, tem-se

$$\begin{aligned} a_{10} &= \frac{\beta^{10} a_0}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} \\ a_{11} &= \frac{\beta^{10} a_1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11} \\ a_{12} &= \frac{\beta^{10} a_2}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12} \\ a_{13} &= \frac{\beta^{10} a_3}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13} \end{aligned}$$

Fazendo $n = 11, 12, 13, 14$, na equação 3.11, e aplicando as equações acima, tem-se

$$\begin{aligned} a_{15} &= \frac{-\beta^{15} a_0}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15} \\ a_{16} &= \frac{-\beta^{15} a_1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16} \\ a_{17} &= \frac{-\beta^{15} a_2}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17} \\ a_{18} &= \frac{-\beta^{15} a_3}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18} \end{aligned}$$

Fazendo o mesmo processo para infinitos valores de n tem-se um comportamento de uma função hipergeométrica generalizada como definido na equação 3.3. A solução geral da equação 3.2 é dada substituindo dos termos a_n encontrados na série de Taylor dado pela equação 3.3, vem que:

$$\begin{aligned}
 y[z] = & a_0 \left(1 - \frac{(\beta^5 z^5)^1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{(\beta^5 z^5)^2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} - \frac{(\beta^5 z^5)^3}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15} + \dots \right) \\
 & + a_1 z \beta \left(1 - \frac{(\beta^5 z^5)^1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{(\beta^5 z^5)^2}{3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11} - \frac{(\beta^5 z^5)^3}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16} + \dots \right) \\
 & + a_2 z^2 \beta^2 \left(1 - \frac{(\beta^5 z^5)^1}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{(\beta^5 z^5)^2}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12} - \frac{(\beta^5 z^5)^3}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17} + \dots \right) \\
 & + a_3 z^3 \beta^3 \left(1 - \frac{(\beta^5 z^5)^1}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} + \frac{(\beta^5 z^5)^2}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13} - \frac{(\beta^5 z^5)^3}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18} + \dots \right)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Essa solução em série de Taylor pode ser colocada na forma das funções hipergeométricas generalizadas, ficando na seguinte forma fechada:

$$\begin{aligned}
 y[z] = & a_0 {}_0F_3 \left(\begin{matrix} 2, 3, 4 \\ \hline 5, 5, 5 \end{matrix}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right) + z^{5^{-4/5}} \beta a_1 {}_0F_3 \left(\begin{matrix} 3, 4, 6 \\ \hline 5, 5, 5 \end{matrix}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right) \\
 & + z^{2 \cdot 5^{-8/5}} \beta^2 a_2 {}_0F_3 \left(\begin{matrix} 4, 6, 7 \\ \hline 5, 5, 5 \end{matrix}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right) + z^{3 \cdot 5^{-12/5}} \beta^3 a_3 {}_0F_3 \left(\begin{matrix} 6, 7, 8 \\ \hline 5, 5, 5 \end{matrix}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

onde; a_0, a_1, a_2 e a_3 são as constantes a determinar de acordo com as condições de contorno da estaca.

A equação 3.13 é a solução analítica do problema de Miche (1930) dado pela equação 3.7.

Para $\beta = 1$, as funções hipergeométricas generalizadas são representadas no gráfico 43.

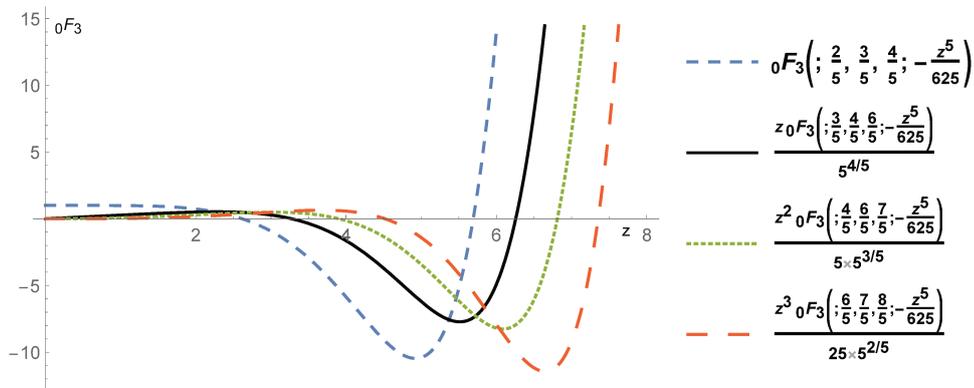


Figura 43 – Funções hipergeométricas generalizadas, $\beta = 1$.

Para a determinação da solução analítica do problema de Miche (1930) tem que aplicar as seguintes condições de contorno:

a) No topo da estaca:

$$y'''[0] = \frac{H}{E_p I_p}; y''[0] = 0 \quad (3.14)$$

onde, H é o carregamento horizontal no topo, E_p é módulo de elasticidade da estaca e I_p momento de inércia da estaca.

b) Na base da estaca:

b1) Condição 01;

$$y'[L] = 0; y[L] = 0 \quad (3.15)$$

b2) Condição 02;

$$y''[L] = 0; y'''[L] = 0 \quad (3.16)$$

A problemática principal do carregamento horizontal é a determinação da função deslocamento e função momento ao longo da profundidade da estaca, quando aplicado carregamento no topo.

Com isso, a determinação do deslocamento no local de aplicação da carga, e dos máximos e onde é localizado em relação a superfície do solo pode ser explicitado. Iremos resolver essa problemática de acordo com as condições de contorno dados nas equações 3.14 e 3.15.

Seja um carregamento horizontal H no topo da estaca ($z = 0$) e as condições de contorno dado pelas equações 3.14 e 3.15. Determine a solução analítica da função deslocamento ao longo da profundidade da estaca, a função momento ao longo da profundidade, bem como seus pontos máximos.

A solução analítica geral do problema de [Miche \(1930\)](#) é dada pela equação 3.13, com as condições de contorno dadas nas equações 3.14 e 3.16, substituindo essas condições e resolvendo o sistema de equações, tem-se os valores de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 , dados abaixo.

$$a_o = \frac{-H}{E_p I_p} \frac{(-2016L^3 A[L, \beta] \cdot B[L, \beta] - 14L^8 \beta^5 B[L, \beta] \cdot F[z, \beta] + 3L^8 \beta^5 D[L, \beta] \cdot A[L, \beta])}{84(72A[L, \beta] \cdot E[L, \beta] + 3L^5 \beta^5 A[L, \beta] \cdot C[L, \beta] - L^5 \beta^5 E[L, \beta] \cdot F[L, \beta])} \quad (3.17)$$

$$a_1 = \frac{-H}{E_p I_p} \frac{(1008L^2 E[L, \beta] \cdot B[L, \beta] + 14L^7 \beta^5 B[L, \beta] \cdot C[L, \beta] - L^7 \beta^5 D[L, \beta] \cdot E[L, \beta])}{28\beta(72A[L, \beta] \cdot E[L, \beta] + 3L^5 \beta^5 A[L, \beta] \cdot C[L, \beta] - L^5 \beta^5 E[L, \beta] \cdot F[L, \beta])} \quad (3.18)$$

$$a_2 = 0 \quad (3.19)$$

$$a_3 = \frac{H}{6\beta^3 E_P I_p} \quad (3.20)$$

Sabendo que as funções A , B , C , D , E e F , são dadas por

$$\begin{aligned} A[L, \beta] &= {}_0F_3 \left(; \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}; -\frac{1}{625}\beta^5 L^5 \right) \\ B[L, \beta] &= {}_0F_3 \left(; \frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}; -\frac{1}{625}\beta^5 L^5 \right) \\ C[L, \beta] &= {}_0F_3 \left(; \frac{7}{5}, \frac{8}{5}, \frac{9}{5}; -\frac{1}{625}\beta^5 L^5 \right) \\ D[L, \beta] &= {}_0F_3 \left(; \frac{11}{5}, \frac{12}{5}, \frac{13}{5}; -\frac{1}{625}\beta^5 L^5 \right) \\ E[L, \beta] &= {}_0F_3 \left(; \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}; -\frac{1}{625}\beta^5 L^5 \right) \\ F[L, \beta] &= {}_0F_3 \left(; \frac{8}{5}, \frac{9}{5}, \frac{11}{5}; -\frac{1}{625}\beta^5 L^5 \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Então, a solução analítica exata, da função deslocamento de acordo com [Rosendo e Albuquerque \(2020\)](#), para o problema de Miche 1930 é dado por:

$$\begin{aligned} y[z] &= \frac{-H}{E_P I_p} \frac{(-2016L^3 A \cdot B - 14L^8 \beta^5 B \cdot F + 3L^8 \beta^5 D \cdot A)}{84(72A \cdot E + 3L^5 \beta^5 A \cdot C - L^5 \beta^5 E \cdot F)} {}_0F_3 \left(; \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}; -\frac{1}{625}z^5 \beta^5 \right) + \\ &+ z^{5-4/5} \beta \frac{-H}{E_P I_p} \frac{(1008L^2 E \cdot B + 14L^7 \beta^5 B \cdot C - L^7 \beta^5 D \cdot E)}{28\beta(72A \cdot E + 3L^5 \beta^5 A \cdot C - L^5 \beta^5 E \cdot F)} {}_0F_3 \left(; \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}; -\frac{1}{625}z^5 \beta^5 \right) + \\ &+ z^{35-12/5} \beta^3 \frac{H}{6\beta^3 E_P I_p} {}_0F_3 \left(; \frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}; -\frac{1}{625}z^5 \beta^5 \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

A solução do trabalho de [Miche \(1930\)](#) não diz o método que foi utilizado para resolver a equação 3.7, nem explicita a função deslocamento ao longo da profundidade. Com a função deslocamento, contínua e exata, pode ser determinado o deslocamento em qualquer ponto ao longo da estaca, para calibração de modelos com o inclinômetro pode ser determinado em qualquer ponto da estaca, [Rosendo e Albuquerque \(2020\)](#).

A função deslocamento é expresso na equação 3.22 é comparada com os resultados de Miche(1930) esta no gráfico da Figura 44, para o valor de $\beta = 0.25$ pode ser verificado o gráfico da Figura 45.

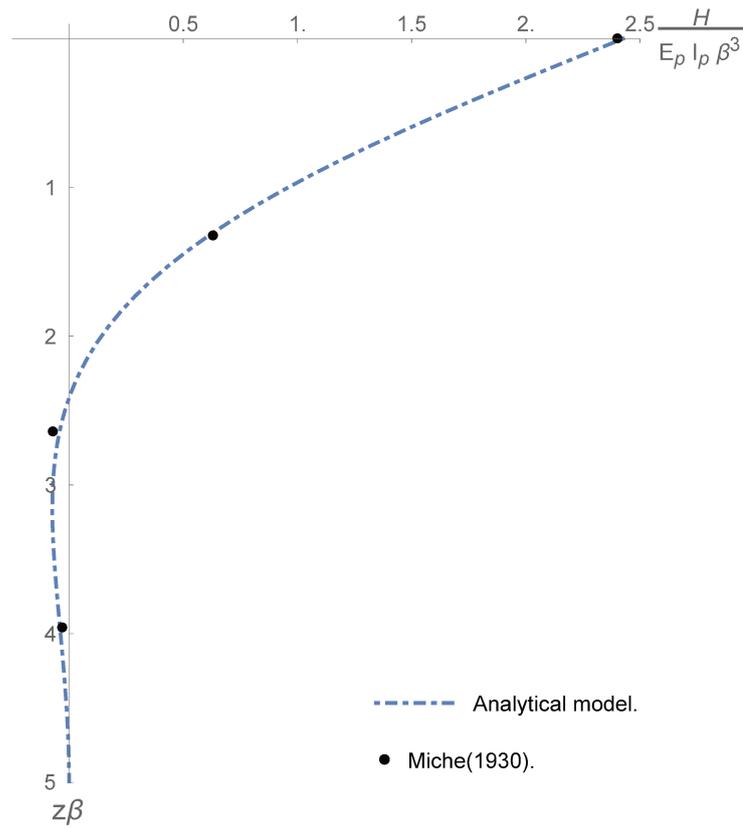


Figura 44 – Função analítica do deslocamento.

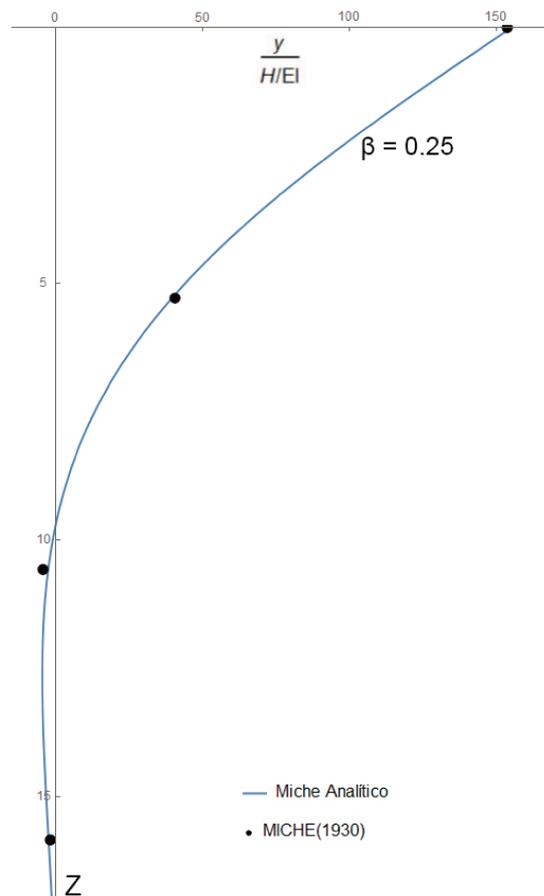


Figura 45 – Função deslocamento, $\beta = 0.25$.

O deslocamento no topo, $z = 0$, da estaca quando a carga é aplicada nesse ponto, tem-se uma equação simples no trabalho Miche (1930), que não depende do comprimento da estaca ao longo do solo, mas pelo modelo analítico exato, existe uma relação com o comprimento da estaca, quando faz $z = 0$ na equação 3.22, tem-se

$$y[0] = \frac{-H}{E_P I_p} \frac{(-2016L^3 A[L, \beta] \cdot B[L, \beta] - 14L^8 \beta^5 B[L, \beta] \cdot F[L, \beta] + 3L^8 \beta^5 D[L, \beta] \cdot A[L, \beta])}{84(72A[L, \beta] \cdot E[L, \beta] + 3L^5 \beta^5 A[L, \beta] \cdot C[L, \beta] - L^5 \beta^5 E[L, \beta] \cdot F[L, \beta])} \quad (3.23)$$

onde as funções A , B , C , D , E e F , são dadas pela equação 3.25.

O gráfico dado pela Figura 49 é comparado o método de Miche (1930) com o modelo de Miche analítico, e nota-se que o valor dos deslocamentos no topo crescem em função do comprimento da estaca, para cada valor de β até uma certa profundidade, depois permanece constante.

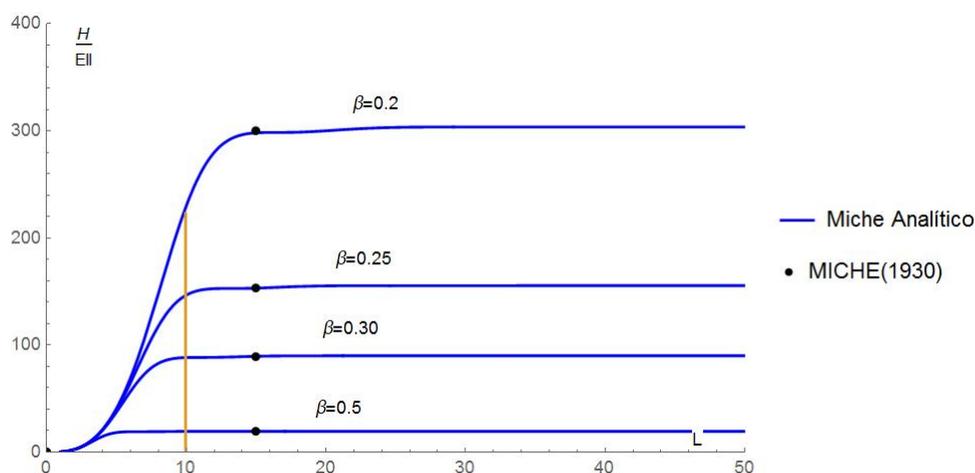


Figura 46 – Deslocamento no topo ($z = 0$) com variação do comprimento da estaca (L).

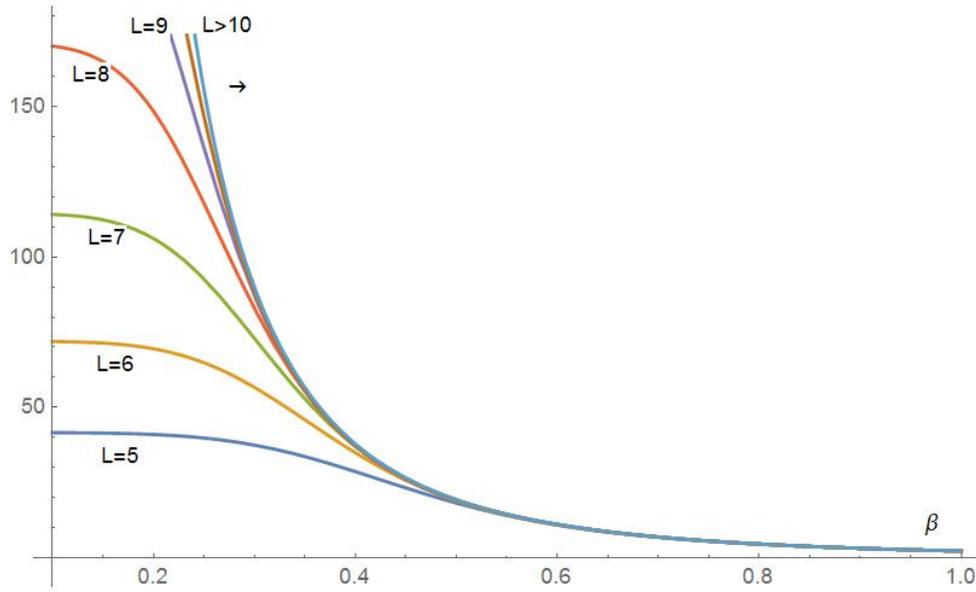


Figura 47 – Deslocamento no topo ($z = 0$) com variação da rigidez da estaca (β).

Para determinar a função do momento, tem que derivar duas vezes em relação a z a equação 3.22, então temos:

$$\begin{aligned}
 M[z] = & z {}_0F_3 \left(; \frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right) + \frac{\beta^{10} z^{11} {}_0F_3 \left(; \frac{16}{5}, \frac{17}{5}, \frac{18}{5}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right)}{3459456} \\
 & - \frac{1}{6} a_0 \beta^5 z^3 {}_0F_3 \left(; \frac{7}{5}, \frac{8}{5}, \frac{9}{5}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right) + \frac{a_0 \beta^{10} z^8 {}_0F_3 \left(; \frac{12}{5}, \frac{13}{5}, \frac{14}{5}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right)}{12096} \\
 & - \frac{1}{12} a_1 \beta^6 z^4 {}_0F_3 \left(; \frac{8}{5}, \frac{9}{5}, \frac{11}{5}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right) + \frac{a_1 \beta^{11} z^9 {}_0F_3 \left(; \frac{13}{5}, \frac{14}{5}, \frac{16}{5}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right)}{57024} \\
 & - \frac{5 \beta^5 z^6 {}_0F_3 \left(; \frac{11}{5}, \frac{12}{5}, \frac{13}{5}; -\frac{1}{625} z^5 \beta^5 \right)}{1008} \quad (3.24)
 \end{aligned}$$

onde a_0 e a_1 são funções dadas pelas equações 3.17 e 3.18.

A função momento analítica exata é dada pela equação 3.24 e representa no gráfico da Figura 48, comparada com o modelo de Miche (1930). Por outro lado, quando faz $\beta = 0.4$ e compara-se a função momento analítica com o modelo de Miche (1930).

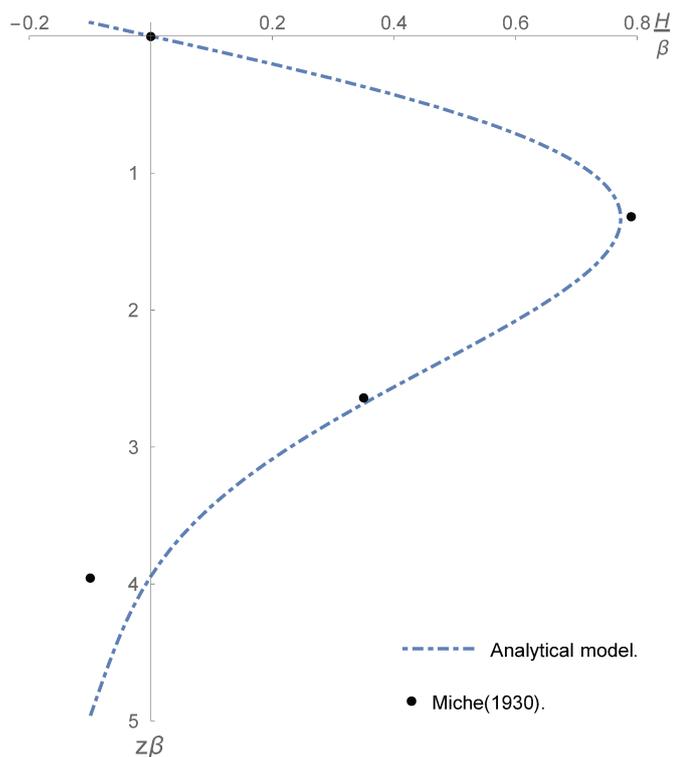


Figura 48 – Função Momento analítico exato comparada com o modelo de Miche (1930).

Comparando vários valores de $\beta = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4$ e 0.5 para uma estaca de comprimento $30m$, e uma carga qualquer H no topo com a função momento de analítica e seu trabalho original de 1930 no gráfico da Figura 49, mostra uma boa concordância.

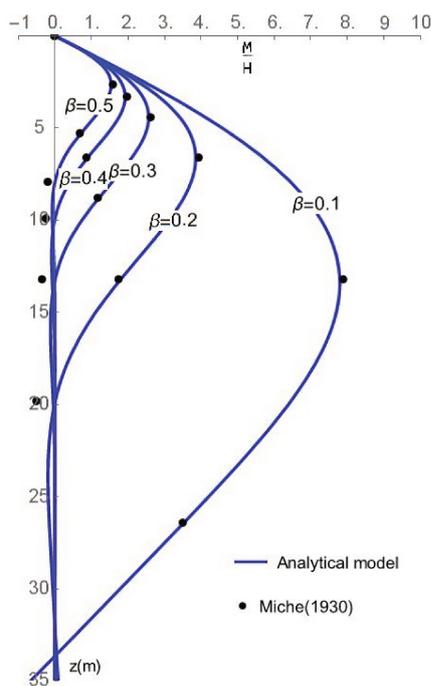


Figura 49 – Função Momento analítico exato e Miche(1930) com uma estaca de 30m.

A função da força cortante é calculada pela derivada terceira da função deslocamento, ou na forma:

$$Q[z] = \frac{d^3y}{dz^3} \tag{3.25}$$

A função cortante é representado no gráfico 50 que compara a função cortante analítica com o modelo de Miche (1930).

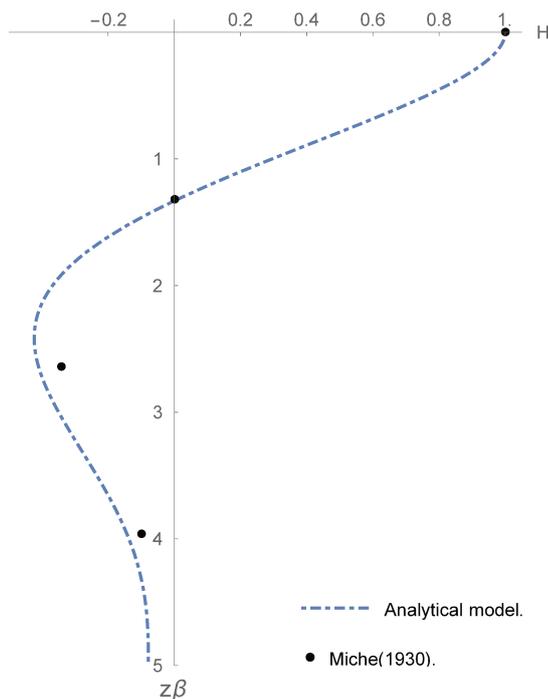


Figura 50 – Função cortante analítico exato e Miche (1930).

A função reação analítica de Miche é dada pela derivada a quarta, na equação 3.26 e o gráfico adimensional na Figura 51, onde para ser determinado tem que entrar com β , D e a carga H .

$$P[z] = \frac{d^4y}{dz^4} \tag{3.26}$$

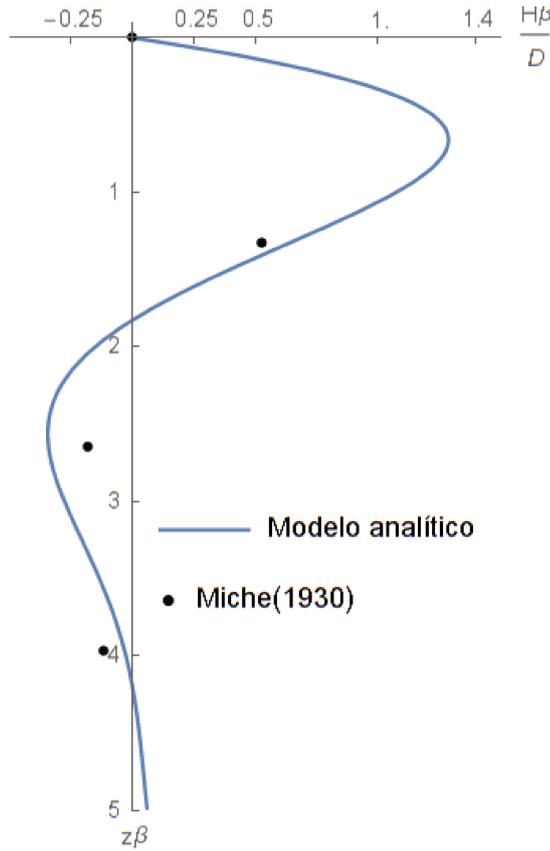


Figura 51 – Função reação analítico exata e Mische (1930).

A solução da equação 3.2 para o $\lambda > 1$, segue o mesmo procedimento de resolução pelo método de série de potência, aplicado para obter a solução analítica quando $\lambda = 1$. O valor generalizado de Mische corresponde a função potência dada por [Matlock e Reese \(1961b\)](#) da seguinte da forma $K_h = kz^n$.

A solução geral da equação 3.2 para um expoente $\lambda = n$, qualquer é dada por:

$$\begin{aligned}
 y[z] = & c_1 {}_0F_3 \left(; 1 - \frac{3}{n+4}, 1 - \frac{2}{n+4}, 1 - \frac{1}{n+4}; -\frac{z^{n+4}\beta^5}{(n+4)^4} \right) + \\
 & + c_2 (n+4)^{-\frac{4}{n+4}} z \beta^{\frac{5}{n+4}} {}_0F_3 \left(; 1 - \frac{2}{n+4}, 1 - \frac{1}{n+4}, 1 + \frac{1}{n+4}; -\frac{z^{n+4}\beta^5}{(n+4)^4} \right) + \\
 & + c_3 (n+4)^{-\frac{8}{n+4}} z^2 \beta^{\frac{10}{n+4}} {}_0F_3 \left(; 1 - \frac{1}{n+4}, 1 + \frac{1}{n+4}, 1 + \frac{2}{n+4}; -\frac{z^{n+4}\beta^5}{(n+4)^4} \right) + \\
 & + c_4 (n+4)^{-\frac{12}{n+4}} z^3 \beta^{\frac{15}{n+4}} {}_0F_3 \left(; 1 + \frac{1}{n+4}, 1 + \frac{2}{n+4}, 1 + \frac{3}{n+4}; -\frac{z^{n+4}\beta^5}{(n+4)^4} \right) \quad (3.27)
 \end{aligned}$$

onde c_1 , c_2 , c_3 e c_4 são constantes a determinar de acordo com as condições de contorno da estaca.

As funções deslocamentos crescem de $n = 1$ até $n = 3$, e depois decrescem para valores de $n = 4$ até $n = 8$, mesmo tendo valores diferentes os deslocamentos tem valores

próximos, pode-se verificar nos gráficos das Figuras 53, ?? e 52.

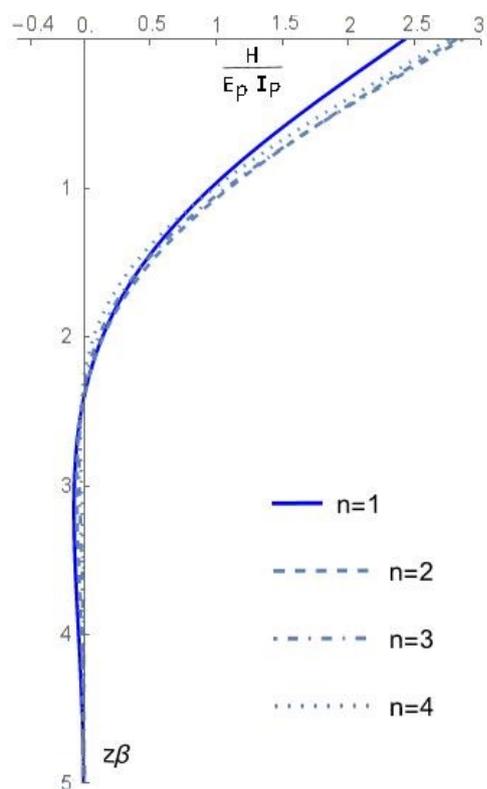


Figura 52 – Comparação das funções de deslocamento analítico de Miche, com $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ e $n = 4$.

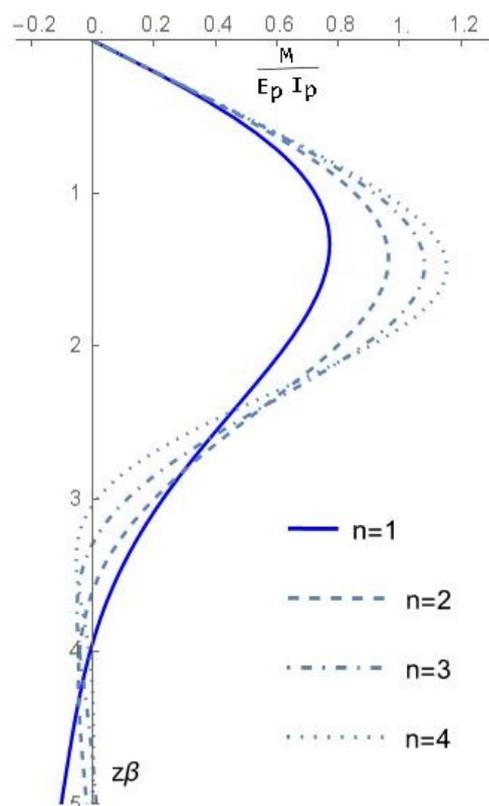


Figura 53 – Comparação das funções momento analítico, com $n = 1, n = 2, n = 3$ e $n = 4$.

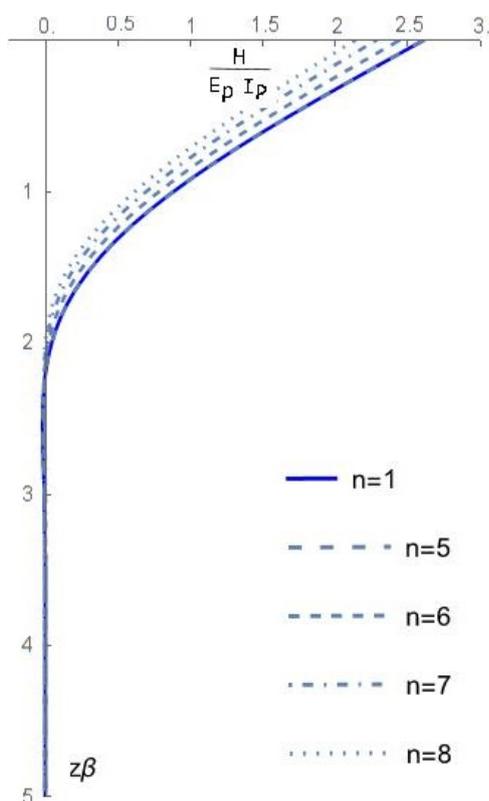


Figura 54 – Comparação das funções deslocamento analítico, com $n = 1, n = 5, n = 6, n = 7$ e $n = 8$.

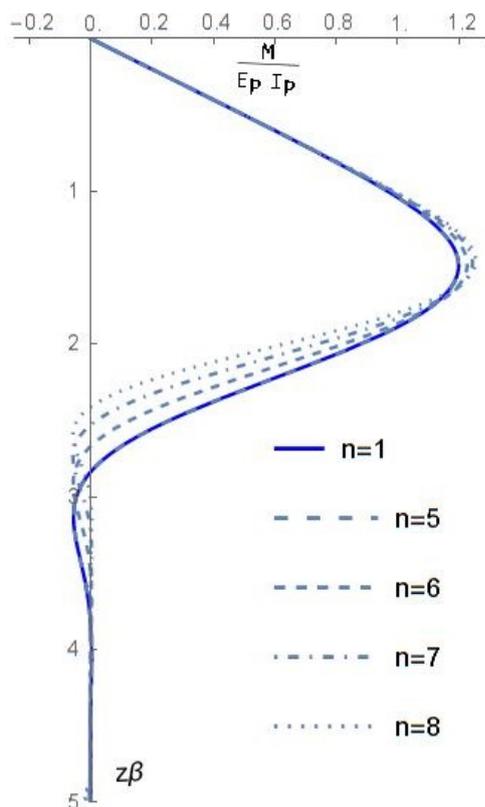


Figura 55 – Comparação das funções momento analítico, com $n = 1$, $n = 5$, $n = 6$, $n = 7$ e $n = 8$.

As funções momentos crescem quando n cresce, assim como seu momento máximo e o ponto de aplicação de $n = 1$ até $n = 4$ mais rapidamente, depois de $n = 6$ até $n = 8$ tem valores muito próximos. Os valores máximos das funções momentos de $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$, $n = 6$, $n = 7$ e $n = 8$ foram determinados numericamente, assim como seu ponto de aplicação.

O momento máximo das funções momento para valores de $n = 1$ até $n = 8$ é pelo gráfico da Figura 58. Para o ajuste dividimos em dois trechos, por isso teremos duas funções para o momento máximo.

Então, um ajuste não linear pelos método dos quadrados mínimos [Ayyub e McCuen \(2015\)](#) para $n = 1$ até $n = 5$ é mostrado no gráfico da Figura 56, onde temos a seguinte equação de ajuste:

$$M_{max} = \frac{H}{\beta} 0.269 \ln(17.89n) \quad (3.28)$$

onde n é a potência do modelo de Miche generalizado tal que $0 < n < 6$; M_{max} é o momento máximo, H carga no topo e β inverso da rigidez relativa estaca-solo.

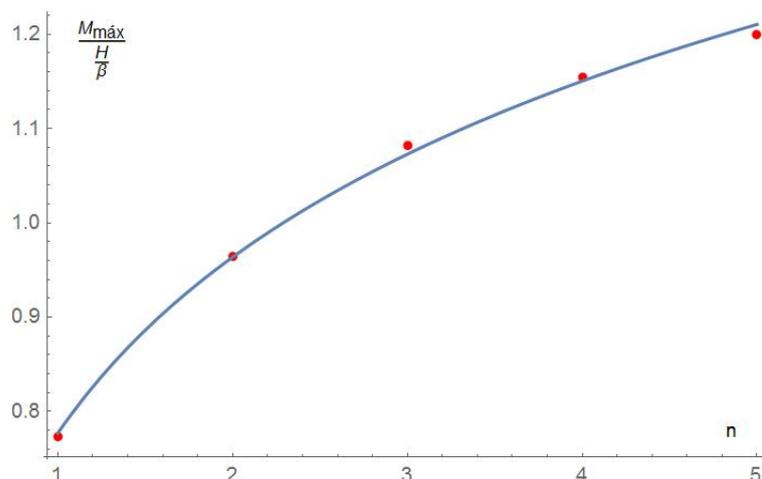


Figura 56 – Ajuste dos momentos máximos das funções momento de $n = 1$ até $n = 5$.

E o outro ajuste O momento máximo das funções momento para valores de $n = 6$ até $n = 8$ é pelo gráfico da Figura 57, onde temos a seguinte equação de ajuste:

$$M_{max} = \frac{H}{\beta}(0.9702 + 0.06485n - 0.00365n^2) \quad (3.29)$$

onde n é a potência do modelo de Miche generalizado tal que $5 < n < 9$; M_{max} é o momento máximo, H carga no topo e β inverso da rigidez relativa estaca-solo.

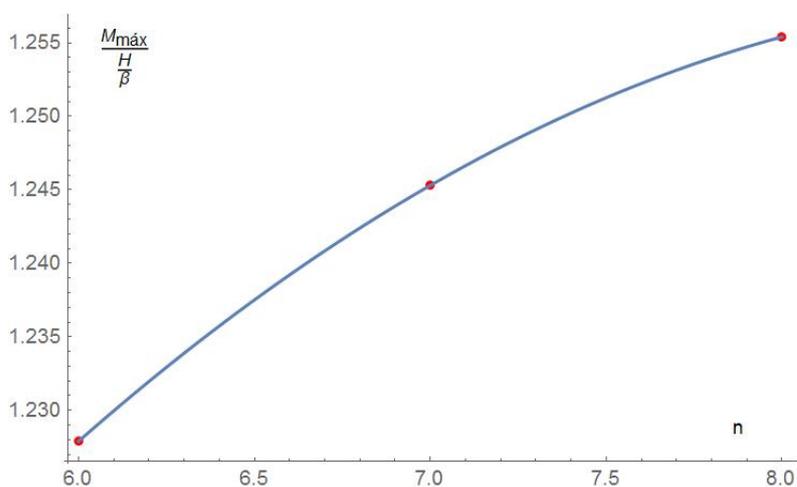


Figura 57 – Ajuste dos momentos máximos das funções momento de $n = 6$ até $n = 8$.

Os pontos de aplicação e os momentos máximos foram determinados através da busca numérica dos pontos extremos das funções momento, e resumido no quadro da Tabela 5.

Tabela 5 – Momento máximos e pontos de aplicação para cada valor de n .

n	$\frac{z}{\beta}$	$\frac{M_{max}}{H/\beta}$
1	1.3308	0.7727
2	1.4287	0.9648
3	1.4718	1.0822
4	1.4864	1.1546
5	1.4863	1.1998
6	1.478	1.2279
7	1.467	1.2453
8	1.453	1.2554

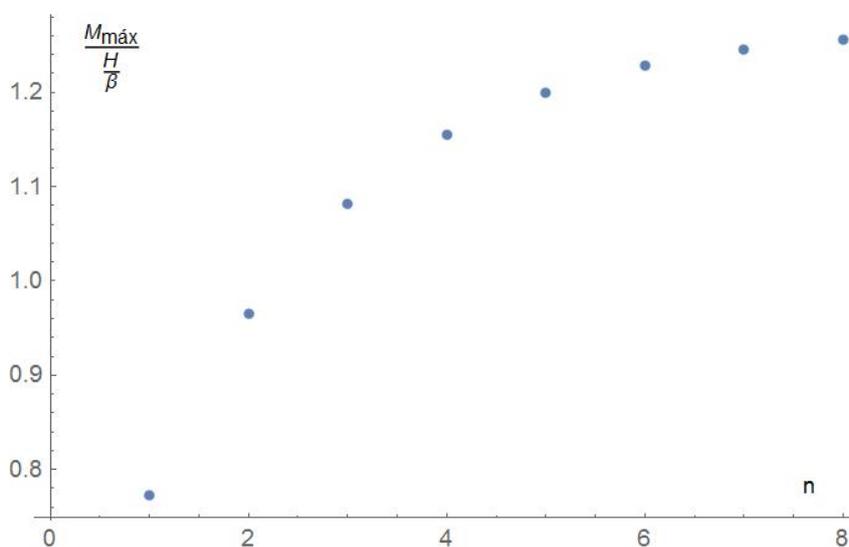


Figura 58 – Momentos máximos das funções momento de $n = 1$ até $n = 8$.

O trabalho de [Liang et al. \(2014\)](#) fornece duas equações simplificadas para estacas longas na forma:

A primeira 3.30 equação $z\beta \leq 2$:

$$y[z] = \frac{H(-0.0001x^8 + 0.0045x^6 - 0.0202x^5 + 0.1667x^3 - 1.6194x + 2.4292)}{((E_p I_p))^{2/5} n_h^{3/5}}. \quad (3.30)$$

A segunda equação 3.31 válida para $z\beta > 2$:

$$\begin{aligned}
 y[z] = & \frac{0.6642He^{-\frac{2\sqrt{2}}{5}(\beta z)^{5/4}}}{n_h^{3/5}(E_p I_p)^{2/5}} \left(\frac{9}{32}(\beta z)^{-13/8} \text{sen} \left[\frac{2\sqrt{2}}{5}(\beta z)^{5/4} + \frac{\pi}{8} \right] \right) + \\
 & + \frac{0.6642He^{-\frac{2\sqrt{2}}{5}(\beta z)^{5/4}}}{n_h^{3/5}(E_p I_p)^{2/5}} \left((\beta z)^{5/4} \cos \left[\frac{\sqrt{2}}{5}(\beta z)^{5/4} + \frac{3\pi}{8} \right] \right) + \\
 & - \frac{2,0443He^{-\frac{2\sqrt{2}}{5}(\beta z)^{5/4}}}{n_h^{3/5}(E_p I_p)^{2/5}} \left(\frac{9}{32}(\beta z)^{-13/8} \cos \left[\frac{2\sqrt{2}}{5}(\beta z)^{5/4} + \frac{\pi}{8} \right] \right) + \\
 & + \frac{2.0443He^{-\frac{2\sqrt{2}}{5}(\beta z)^{5/4}}}{n_h^{3/5}(E_p I_p)^{2/5}} \left((\beta z)^{5/4} \text{sen} \left[\frac{\sqrt{2}}{5}(\beta z)^{5/4} + \frac{3\pi}{8} \right] \right).
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Fazendo $\beta = H = E_p I_p = n_h = 1$, e calculando os limites laterais, nas equações 3.31 e 3.30, e tem-se:

$$\begin{aligned}
 \lim_{z \rightarrow 2^-} y[z] &= -0.4196 \\
 \lim_{z \rightarrow 2^+} y[z] &= +0.0706
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

O ponto $z\beta = 2$ é um ponto de descontinuidade, ver gráfico 59, da função Stewart (2015), uma vez que os limites pela esquerda e pela direita são diferentes 3.32, e a função não é definida nesse ponto o que torna não contínua.

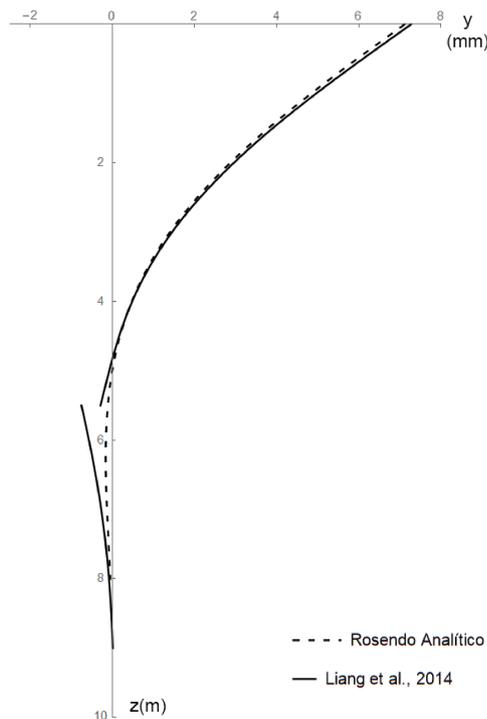


Figura 59 – Comparação entre modelos, sendo $\beta = H = E_p I_p = n_h = 1$.

Uma comparação do modelo analítico obtido nesse trabalho com o modelo analítico obtido para estacas longas por meio da transformada integral de Laplace-Fourier do trabalho de [Liang et al. \(2014\)](#) é mostrada no gráfico 59 que mostra a descontinuidade bem acentuada na transição que faz que esse com que o modelo de [Liang et al. \(2014\)](#) não seja indicado para problemas práticos de dimensionamento.

O gráfico da Figura 60 compara o modelo analítico com o trabalho de [Albuquerque et al. \(2017\)](#) com os valores do modelo generalizado quando $n = 1$ e $n = 2$.

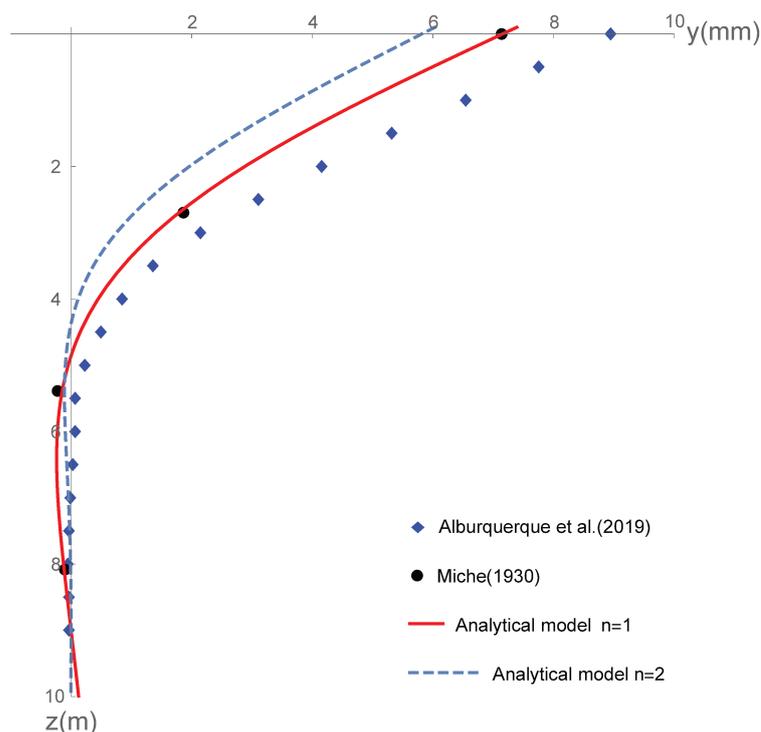


Figura 60 – Comparação do modelo analítico com o experimental.

Uma comparação é mostrada nos gráficos das Figuras 61, 62 e 63 com o modelo analítico de Miche calculado com a constante de reação horizontal igual a $n_h = 13.7MN/m^3$, para a estaca isolada de acordo com a metodologia de [Matlock e Reese \(1961a\)](#) e a retro-análise [Rosendo e Albuquerque \(2020\)](#) dos dados do inclinômetro com a determinação de um ajuste não linear através do Mathematica 12.0 na função analítica do deslocamento de Miche para determinar um valor ótimo para a constante de reação do solo.

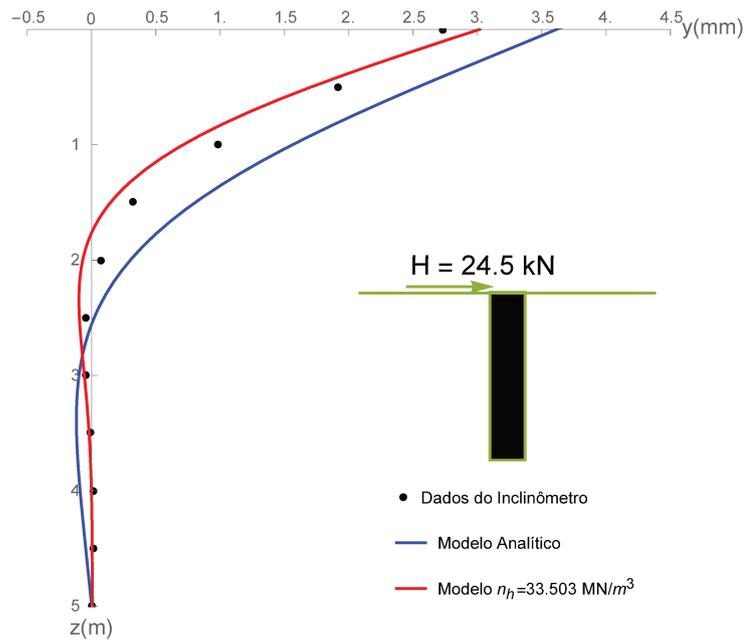


Figura 61 – Comparação entre o modelo analítico de Miche $n_h = 13.7 \text{ MN/m}^3$, o modelo analítico $n_h = 28.11 \text{ MN/m}^3$ e os dados do inclinômetro.

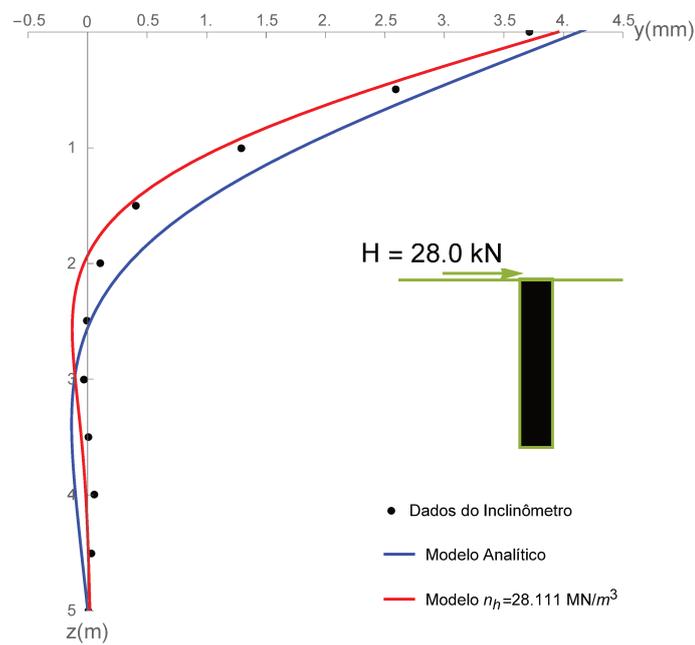


Figura 62 – Comparação entre o modelo analítico de Miche $n_h = 13.7 \text{ MN/m}^3$, o modelo analítico $n_h = 28.11 \text{ MN/m}^3$ e os dados do inclinômetro.

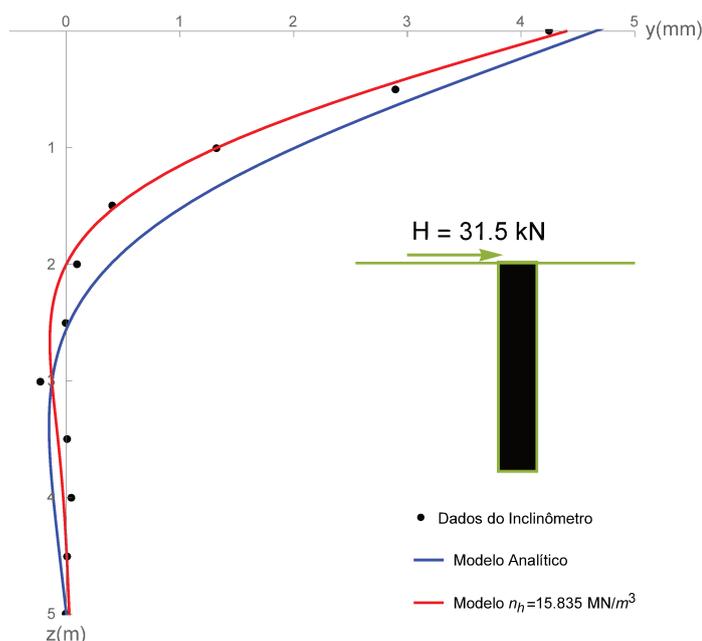


Figura 63 – Comparação entre o modelo analítico de Miche $n_h = 13.7 \text{ MN/m}^3$, o modelo analítico $n_h = 15.83 \text{ MN/m}^3$ e os dados do inclinômetro.

3.2 Modelo de Pasternak modificado

O modelo de Pasternak é aplicado em vigas de fundações na interação estrutura-solo, aqui será aplicado na análise de estacas carregadas horizontalmente. No entanto, mais próximo das condições do solo é considerado como discreto e existe uma resistência ao cisalhamento entre as camadas do solo que é negligenciada, que não corresponde com a realidade prática de engenharia de fundações.

Um método de análise simplificado baseado no modelo de fundação de dois parâmetros Pasternak (1954) que pode considerar a resistência de cisalhamento é proposto para estacas carregadas horizontalmente, uma vez que o modelo de Pasternak já é utilizado em vigas apoiadas em solos, considerando os parâmetros constantes que torna o problema simples de resolver matematicamente.

Em analogia com a equação do modelo de Winkler, que foi desenvolvido por Hetenyi () para problemas de vigas em base elástica, aqui é proposto um modelo de Pasternak modificado que considera a interação entre as molas, do modelo de Winkler, e a resistência ao cisalhamento entre elas, através da variação ou não do módulo de cisalhamento do solo.

Comparado com o modelo de Winkler, o método proposto é mais rigoroso na teoria e tem maior precisão de cálculo Zhang et al. (2018). Um conjunto de fórmulas para o caso constante de uma viga de Euler-Bernoulli sobre base elástica considerando o solo

com dois parâmetros é apresentado em [Tanahashi \(2004\)](#).

O modelo de fundação de dois parâmetros [Pasternak \(1954\)](#), ou seja, no modelo de Pasternak uma camada de cisalhamento é adicionada ao modelo de fundação de Winkler para considerar a interação entre os elementos de mola. As hipóteses básicas do modelo são as seguintes: (a) na direção longitudinal, a estaca é considerada como um feixe retangular, com largura de D e rigidez de $E_p I_p$; (b) a força de cisalhamento pode ser transferida entre molas, e a camada de cisalhamento produz somente deslocamento de cisalhamento (direção y); (c) a estaca esta em contato o solo circundante e os deslocamentos da estaca são iguais aos deslocamentos na superfície de contato estaca-solo; e (d) existe o atrito apenas no sentido y , e o atrito lateral entre a fundação e a estaca não é considerado.

É significativo mencionar que o módulo da reação do horizontal do solo não é uma propriedade única do subsolo caracterizado como os parâmetros getécnicos, mas depende das características geométricas, de inércia da estaca, carga e do deslocamento lateral, [Abdrabbo e Gaaver \(2012\)](#).

O modelo Pasternak em camadas, tenta superar a limitação do modelo de Winkler, que ignora a rigidez de cisalhamento do solo, e é desenvolvido para descrever a reação do solo nas estacas. A equação diferencial do modelo de Pasternak é dada por:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + G \frac{d^2 y}{dz^2} + K y = 0 \quad (3.33)$$

onde, G é um módulo de cisalhamento; K módulo de reação horizontal do solo, $E_p I_p$ rigidez da estaca, y deflexão da estaca ao longo da profundidade z .

A equação diferencial do modelo de Pasternak da forma da equação 3.33, pode se apresentar, para trabalhos práticos, nas seguintes situações:

- a) G e K constantes;
- b) $G =$ constante e $K = n_h z$;
- c) $G = m z$ e $K = n_h z$,

onde, n_h constante de reação horizontal do solo e m constante do módulo de cisalhamento do solo.

As condições de contorno para estaca livre na cabeça são:

- a) No topo da estaca, para $z = 0$:

$$E_p I_p \frac{d^3 y}{dz^3} = H \quad (3.34)$$

$$E_p I_p \frac{d^2 y}{dz^2} = M \quad (3.35)$$

b) Na ponta da estaca, para $z = L$:

$$E_p I_p \frac{d^3 y}{dz^3} = 0 \quad (3.36)$$

$$E_p I_p \frac{d^2 y}{dz^2} = 0 \quad (3.37)$$

No caso de estacas engastadas na cabeça as condições de contorno para o deslocamento e rotação da estaca na ponta da estaca são nulas, ou seja:

$$E_p I_p \frac{d^3 y}{dz^3} = 0 \quad (3.38)$$

$$E_p I_p \frac{d^2 y}{dz^2} = 0 \quad (3.39)$$

3.2.0.1 Solução de Pasternak $G = cte$ e $K = cte$

A solução geral da equação diferencial ordinária e homogênea 3.33 para o caso K e G constantes positivas, ver [Kiseliov et al. \(1973\)](#), é dada por:

$$y(z) = C_1 e^{\sqrt{2}z\lambda_1} + C_2 e^{-\sqrt{2}z\lambda_1} + C_3 e^{\sqrt{2}z\lambda_2} + C_4 e^{-\sqrt{2}z\lambda_2} \quad (3.40)$$

onde,

$$\lambda_1 = \sqrt{\alpha^2 - \sqrt{\alpha^4 - \omega^4}} \quad (3.41)$$

e

$$\lambda_2 = \sqrt{\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 - \omega^4}} \quad (3.42)$$

Sabendo que

$$\alpha = \sqrt{\frac{G}{4E_p I_p}} \quad (3.43)$$

e

$$\omega = \sqrt[4]{\frac{K}{4E_p I_p}} \quad (3.44)$$

Para o caso do módulo de cisalhamento G constante [Davis e Selvadurai \(2005\)](#), tem-se:

$$G = \frac{E_s}{2(1 + \nu)}, \quad (3.45)$$

onde E_s é o módulo de elasticidade do solo e ν o coeficiente de Poisson. Essa relação é baseada na teoria da elasticidade.

Para o caso que y tende a zero e $z \xrightarrow{\infty} 0$, tem-se com essa condição que $C_1 = C_3 = 0$, o que simplifica a solução. Logo,

$$y(z) = C_2 e^{-\sqrt{2}z\lambda_1} + C_4 e^{-\sqrt{2}z\lambda_2} \quad (3.46)$$

Para as condições de contorno, considera-se o topo livre para $z = 0$, ou seja, na cabeça da estaca, tem-se que:

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = -\frac{M}{E_p I_p} \quad (3.47)$$

$$\frac{d^3 y}{dz^3} = \frac{H}{E_p I_p}. \quad (3.48)$$

onde, H é a carga horizontal e M o momento aplicado no topo.

Para resolver o sistema, devido as condições de contorno das equações 3.47-3.48, utiliza-se derivada segunda e terceira para chegar ao resultado:

$$C_1 = \frac{\sqrt{2}H + 2M\lambda_2}{4E_p I_p \lambda_1^2 (\lambda_2 - \lambda_1)} \quad (3.49)$$

e

$$C_2 = \frac{H + \sqrt{2}M\lambda_1}{2\sqrt{2}E_p I_p \lambda_2^2 (\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (3.50)$$

A solução dessa equação diferencial, para a deflexão da estaca, é

$$y[z] = \frac{e^{-\sqrt{2}\lambda_1 z} (\sqrt{2}H + 2\lambda_2 M)}{4 \cdot 10^3 \lambda_1^2 (\lambda_2 - \lambda_1) E_p I_p} + \frac{e^{-\sqrt{2}\lambda_2 z} (H + \sqrt{2}\lambda_1 M)}{2\sqrt{2} \cdot 10^3 \lambda_2^2 (\lambda_1 - \lambda_2) E_p I_p} \quad (3.51)$$

onde λ_1 e λ_2 são dadas nas equações 3.41 e 3.42. Essa solução é denominada, neste trabalho, de solução analítica de Pasternak simplificada. A aplicação dessa equação em problemas práticos dar-se-á em casos que o módulo de elasticidade do solo tem pouca variação com a profundidade ou apresenta-se quase constante.

Baseado na teoria de Euler para vigas, desde que se tenha determinado a deflexão da estaca ($y[z]$) ao longo da estaca, a rotação ($\theta[z]$), o momento ($M[z]$), a força de cisalhamento ($Q[z]$) e a reação do solo $p[z]$ é encontrada

$$\theta[z] = \frac{dy}{dz} \quad (3.52)$$

$$M[z] = E_p I_p \frac{d^2 y}{dz^2} \quad (3.53)$$

$$Q[z] = E_p I_p \frac{d^3 y}{dz^3} \quad (3.54)$$

$$P[z] = E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} \quad (3.55)$$

$$(3.56)$$

A função momento é dada por:

$$M[z] = \frac{2e^{-\sqrt{2}\lambda_1 z} (\sqrt{2}H + 2\lambda_2 M)}{4 \cdot 10^3 (\lambda_2 - \lambda_1)} + \frac{2e^{-\sqrt{2}\lambda_2 z} (H + \sqrt{2}\lambda_2 M)}{2\sqrt{2} \cdot 10^3 (\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (3.57)$$

A localização do momento máximo ($z_{m\acute{a}x}$), é dado, pela parte real, da equação 3.58:

$$z_{m\acute{a}x} = -\frac{\log\left(-\frac{\lambda_2 H}{2(\lambda_1 - \lambda_2)} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 M}{\sqrt{2}(\lambda_1 - \lambda_2)}\right) - \log\left(\frac{\lambda_1 H}{2(\lambda_1 - \lambda_2)} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 M}{\sqrt{2}(\lambda_1 - \lambda_2)}\right)}{\sqrt{2}(\lambda_1 - \lambda_2)} - \frac{i\pi}{\sqrt{2}(\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (3.58)$$

O momento máximo é dado substituindo $z_{m\acute{a}x}$ na equação 3.57.

A função cortante é dada por

$$Q[z] = \frac{-2\sqrt{2}\lambda_1^3 e^{-\sqrt{2}\lambda_1 z} (\sqrt{2}H + 2\lambda_2 M)}{4 \cdot 10^3 \lambda_1^2 (\lambda_2 - \lambda_1)} + \frac{-2\sqrt{2}\lambda_2^3 e^{-\sqrt{2}\lambda_2 z} (H + \sqrt{2}\lambda_2 M)}{2\sqrt{2} \cdot 10^3 \lambda_2^2 (\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (3.59)$$

O deslocamento no topo da estaca, ou seja, em $z = 0$, devido a aplicação de uma carga H e um momento M é:

$$y[0] = \frac{(\sqrt{2}H + 2\lambda_2 M)}{4 \cdot 10^3 \lambda_1^2 (\lambda_2 - \lambda_1) E_p I_p} + \frac{(H + \sqrt{2}\lambda_2 M)}{2\sqrt{2} \cdot 10^3 \lambda_2^2 (\lambda_1 - \lambda_2) E_p I_p} \quad (3.60)$$

A equação mais utilizada para determinar deslocamento no topo é devido a [Miche \(1930\)](#), aonde não se considera o momento aplicado no topo, ou seja, $M = 0$. De outra forma, substituindo na equação 3.60, tem-se:

$$y[0] = \frac{\sqrt{2}H}{4 \cdot 10^3 \lambda_1^2 (\lambda_2 - \lambda_1) E_p I_p} + \frac{H}{2\sqrt{2} \cdot 10^3 \lambda_2^2 (\lambda_1 - \lambda_2) E_p I_p} \quad (3.61)$$

A solução exata, para esse equação de Pasternak, com G e K constantes, está na equação 3.40 e com as quatro condições de contorno dada pelas equações 3.34, 3.35, 3.36 e 3.37 resolve-se o sistema 3.62 e determina-se a solução exata encontrando as constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 , abaixo:

$$C = A^{-1}B \quad (3.62)$$

onde,

$$A = \begin{bmatrix} 2\sqrt{2}\lambda_1^3 & -2\sqrt{2}\lambda_1^3 & 2\sqrt{2}\lambda_2^3 & -2\sqrt{2}\lambda_2^3 \\ 2\lambda_1^2 & 2\lambda_1^2 & 2\lambda_1^2 & 2\lambda_1^2 \\ \sqrt{2}\lambda_1 e^{\sqrt{2}\lambda_1 L} & -\sqrt{2}\lambda_1 e^{-\sqrt{2}\lambda_1 L} & \sqrt{2}\lambda_2 e^{\sqrt{2}\lambda_2 L} & -\sqrt{2}\lambda_2 e^{-\sqrt{2}\lambda_2 L} \\ e^{\sqrt{2}\lambda_1 L} & e^{-\sqrt{2}\lambda_1 L} & e^{\sqrt{2}\lambda_2 L} & e^{-\sqrt{2}\lambda_2 L} \end{bmatrix}, \quad (3.63)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

e

$$B = \begin{bmatrix} H \\ \frac{E_p I_p}{M} \\ \frac{E_p I_p}{M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

3.2.1 Calibração do modelo

Para calibração do modelo analítico de Pasternak simplificado, usa-se dados do inclinômetro obtidos por meio de provas de carga em um tubulão e uma estaca escavada, do campo experimental de mecânica dos solos e fundações da Unicamp. Na análise dos dados considera-se o deslocamento das fundações no eixo dos Y e a profundidade no eixo do Z conforme a forma da figura (77).

O modelo de Pasternak simplificado teve uma boa concordância com os resultados experimentais, uma vez que para cargas próxima da ruptura, esse modelo analítico não se comporta bem, pois não é considerado a plastificação do solo e do concreto. Mas, para valores de projeto pode-se prever o comportamento da fundação tipo estaca ao longo da profundidade, sem o uso de programas computacionais comerciais.

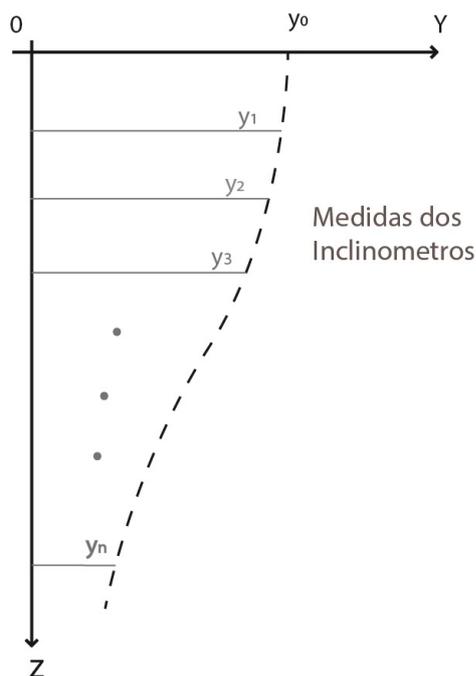


Figura 64 – Deslocamento por medida do inclinômetro.

Uma estaca escava isolada $D = 30$ cm e $L = 5$ m de concreto, com constante de reação horizontal $n_h = 13.7 \text{ MN/m}^3$ determinado de acordo com [Matlock e Reese \(1961a\)](#), foi instrumentada por inclinômetros para realização de prova de carga horizontal no campo experimental de fundações da Unicamp, onde os resultados dos inclinômetros são comparados com o modelo analítico de Pasternak, modelo proposto (Pasternak-Rosendo), para os seguintes estágios de carregamento (4^{a} até 9^{a}) dados nas Figuras 65, 66, 67, 68, 69 e 70.

O modelo analítico simplificado aqui denominado de Pasternak-Rosendo (proposto) teve boa concordância em termos de deslocamento horizontal quando comparado aos dados do inclinômetros nesses estágios de carregamento, uma vez que a ruptura da estaca ocorreu na carga de 49 kN . Portanto, quando a carga no topo aproxima-se da ruptura, ou seja, para os seguintes estágios de carregamento (10^{a} a 14^{a}) não se comporta bem, pois ocorre a plastificação do solo, e esse modelo é elástico linear, pode-se perceber isso nos gráficos dados pelas Figuras 71 e 72.

Então, tem-se a eficiência do modelo analítico proposto, neste caso, para solo homogêneo, no projeto de dimensionamento de fundações profundas quando tem-se a prova de carga horizontal da estaca.

O valor de G é determinado segundo [Randolph \(1981\)](#) considerando o $G = cte$ com a profundidade. Isso quando temos a prova de carga horizontal no topo, sabendo a carga $H(\text{kN})$ e o deslocamento $y(\text{mm})$, para cada estágio de carregamento, pode-se determinar a deflexão com a profundidade, o momento e a cortante.

Aqui nessa seção comparamos somente a deflexão da estaca, pois tem-se os dados do inclinômetro, por outro lado, neste trabalho não compara-se os momentos, pois precisa-se de mediadas de strain-gages ao longo do comprimento da estaca.

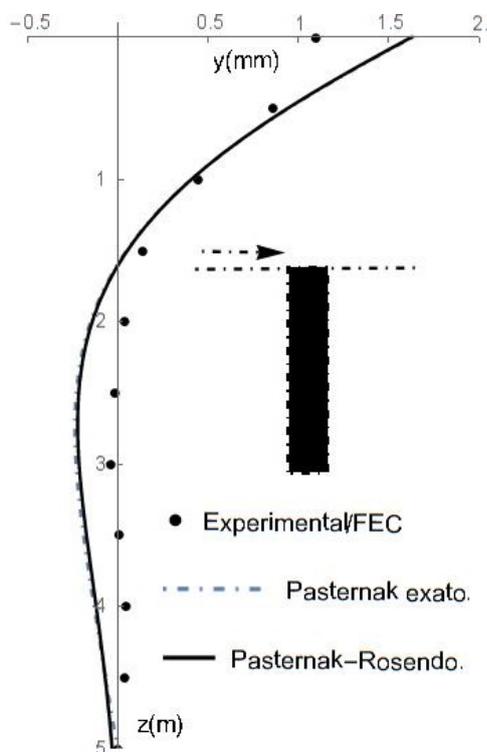


Figura 65 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de 14 kN .

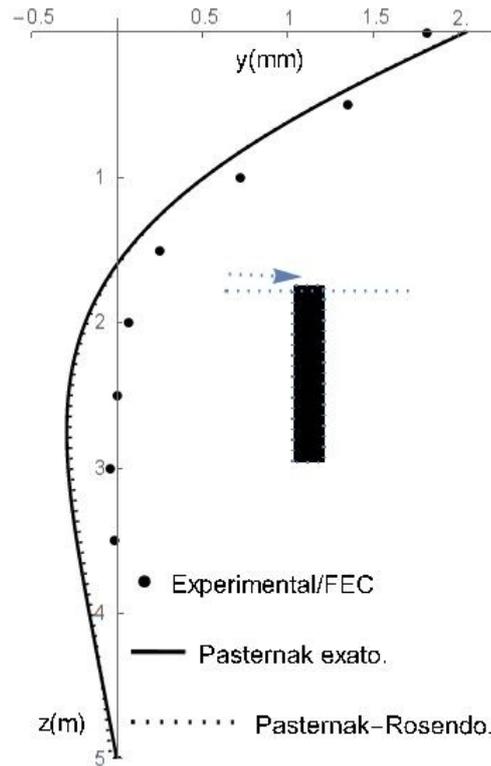


Figura 66 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de 17.5 kN .

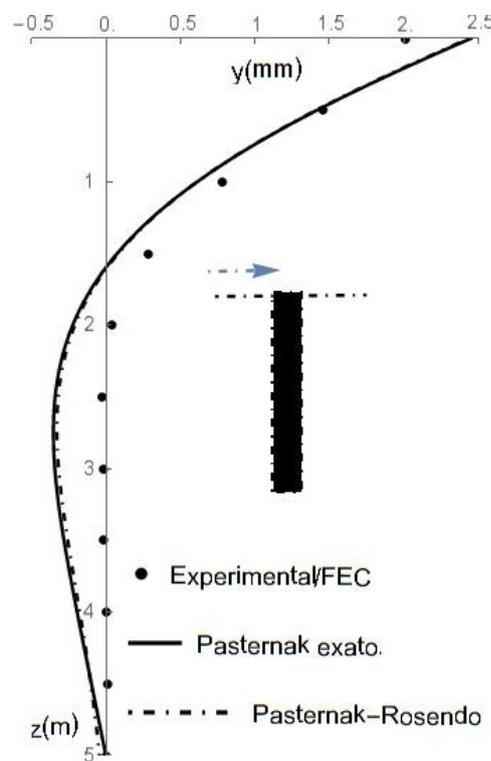


Figura 67 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de 21 kN .

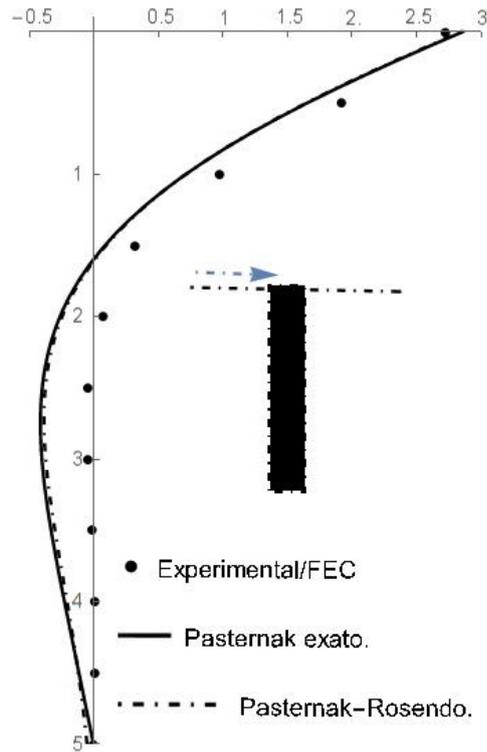


Figura 68 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de $24,5kN$.

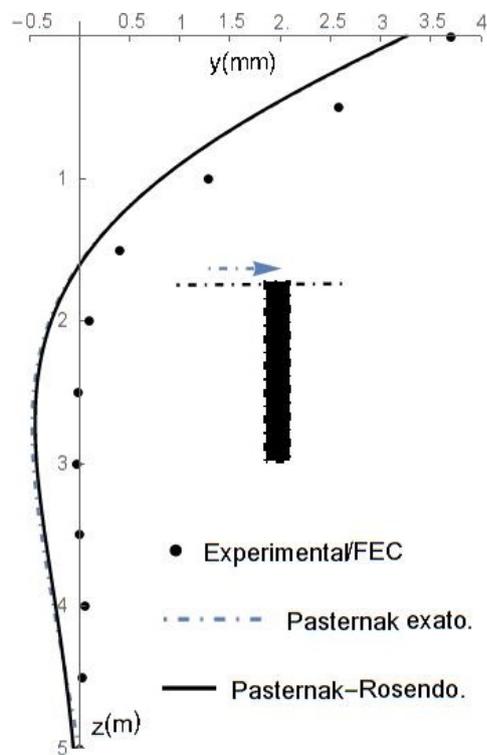


Figura 69 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de $28kN$.

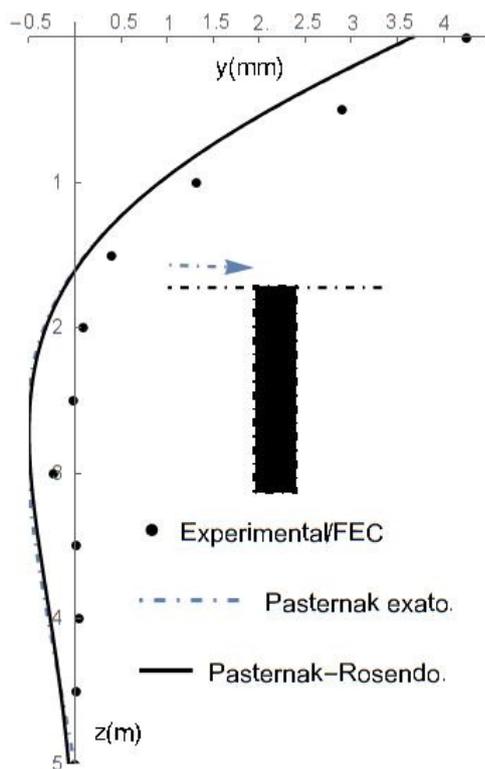


Figura 70 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de 31.5 kN .

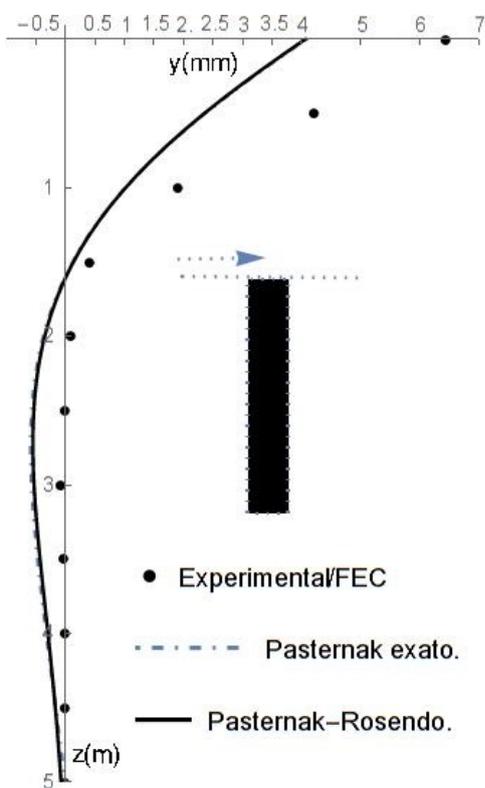


Figura 71 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de 35 kN .

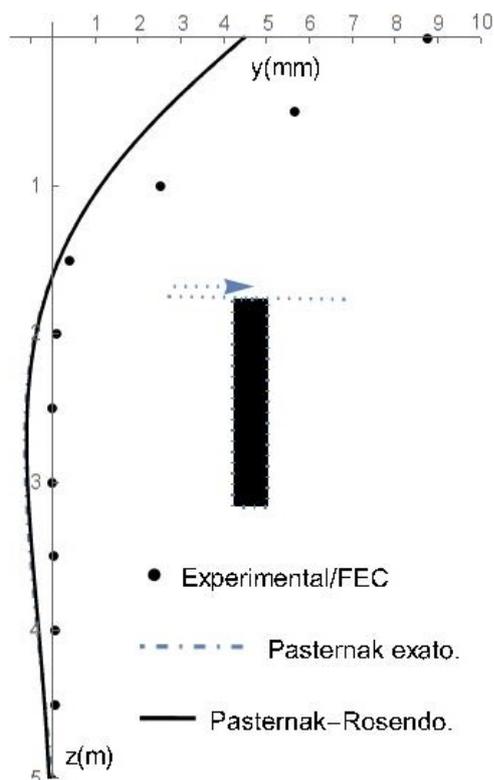


Figura 72 – Comparação do inclinômetro com o modelo de Pasternak exato, proposto para estaca escavada com carga no topo de 38.5 kN.

3.2.1.1 Solução de Pasternak $G=\text{constante}$ e $K = n_h z$

A equação diferencial ordinária e homogênea 3.33 para fica na forma:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + G \frac{d^2 y}{dz^2} + n_h z y = 0 \tag{3.66}$$

onde $G = \frac{E_s}{2(1 + \nu)}$, sendo E_s módulo de elasticidade do solo, ν o coeficiente de Poisson.

A solução dessa equação na sua forma analítica é ainda, até o presente trabalho desconhecida, por isso, iremos aqui resolver por métodos numéricos.

Definindo o inverso da rigidez relativa para casos em que ocorre a variação do módulo de reação do solo com a profundidade, ou seja, $k = n_h z$, como β tem-se que:

$$\beta = \sqrt[5]{\frac{n_h}{4E_p I_p}} \tag{3.67}$$

A equação acima pode ser colocada na forma adimensional, com $x = z\beta$ e o

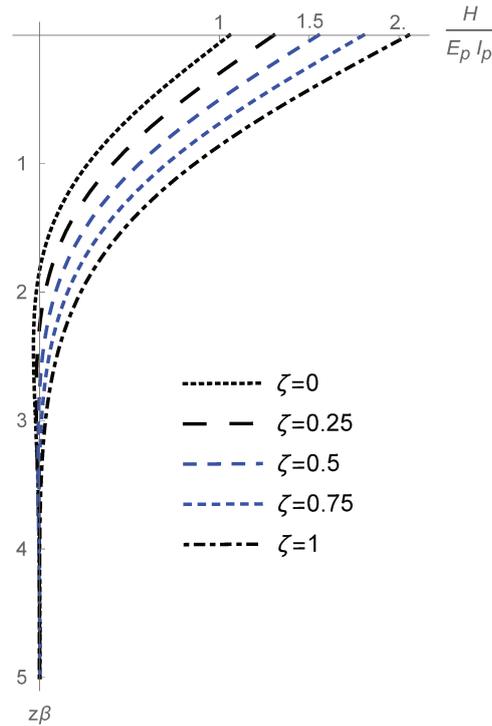


Figura 73 – Deflexão do modelo de Pasternak, carga no topo, $\zeta = 0$; até 1, com intervalo de 0.25.

fator de razão do solo ξ como:

$$\xi = \frac{\alpha}{\beta} \tag{3.68}$$

onde, $\alpha = \sqrt{\frac{G}{4E_p I_p}}$.

Fazendo $dx = \beta dz$; tem-se $dx^2 = \beta^2 dz^2$ e $dx^4 = \beta^4 dz^4$ e substituindo na equação diferencial 3.66, organizando, tem-se

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4\xi^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4xy = 0 \tag{3.69}$$

A solução dessa equação é dada numericamente através dos Polinômios de Hermite [Wanner e Hairer \(2009\)](#), considera-se a solução dessa equação para alguns valores de ξ , e $z\beta < 5$ com as seguintes condições de contorno:

$$y'''[0] = \frac{H}{E_p I_p}; y''[0] = 0; y''[5] = y'''[5] = 0. \tag{3.70}$$

Conforme, essas condições de contorno, com aplicação somente da carga H no topo, a solução numérica está nos gráficos das figuras 73 e 74.

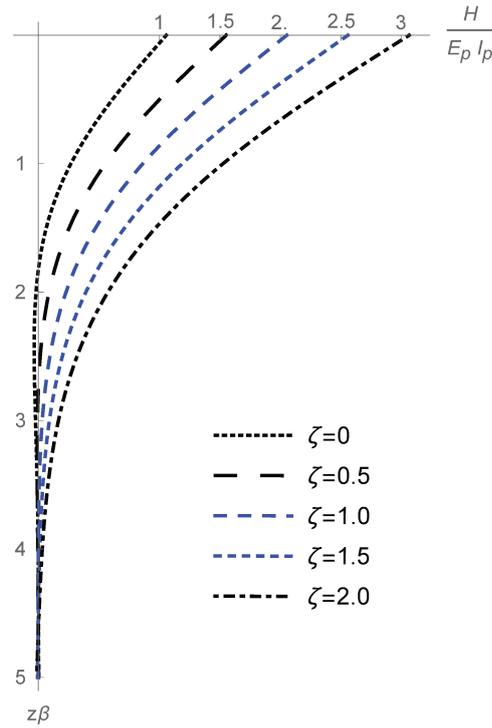


Figura 74 – Deflexão do modelo de Pasternak, carga no topo, $\zeta = 0$; até 2, com intervalo de 0.5.

Conforme, as condições de contorno da pela equação 3.71, com aplicação somente o momento M no topo, a solução numérica está nos gráficos das Figuras e .

$$y'''[0] = 0; y''[0] = \frac{M}{E_p I_p}; y''[5] = y'''[5] = 0. \quad (3.71)$$

A metodologia utilizada nessa secção da tese para determinar a função deflexão com a profundidade é a seguinte:

(1º) Através da prova de carga horizontal no topo para cada estágio de carregamento, determina-se valor de $n_h (MN/m^2)$, tendo a carga (H) e o deslocamento (y_0), substituindo a equação de Matlock e Reese dada por:

$$y_0 = 2.435H \frac{T^3}{E_p I_p} + 1.623H e \frac{T^2}{E_p I_p} y_1 = y_0 + \frac{H}{E_p I_p} (1.623eT^2 + 1.75e^2T + \frac{e^3}{3}) \quad (3.72)$$

onde e é a excentricidade, y_0 é a deflexão no nível do terreno e y_1 é a deflexão acima do terreno na excentricidade.

(2º) Com os valores de n_h determinado e G calculado por Randolph (1981).

(3º) Encontra-se o valor de ξ dado pela equação 3.68 e resolve-se numericamente a equação diferencial 3.69.

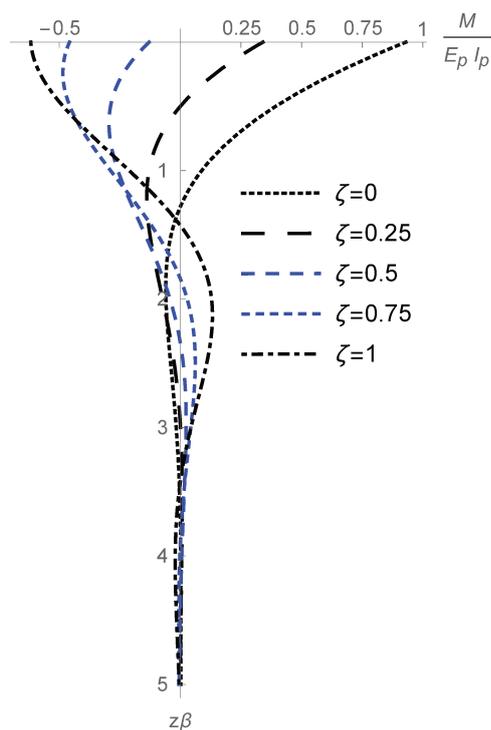


Figura 75 – Momento do modelo de Pasternak, carga no topo, $\zeta = 0$; até 1, com intervalo de 0.25.

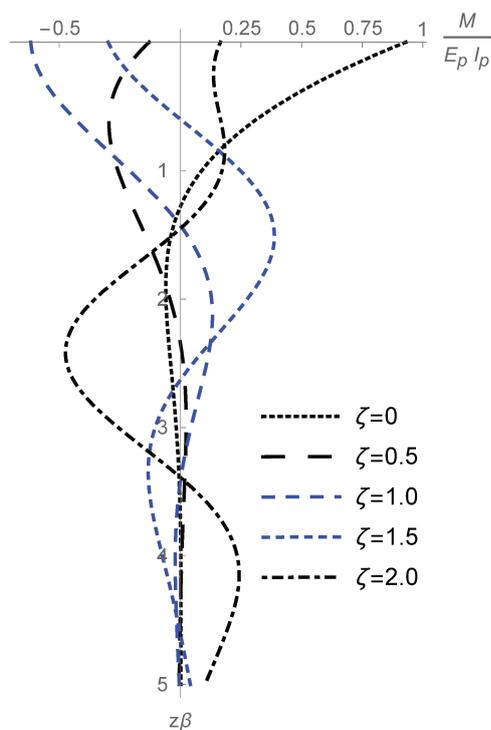


Figura 76 – Momento do modelo de Pasternak, carga no topo, $\xi = 0$; até 2, com intervalo de 0.5.

3.2.1.2 Calibração do Modelo

Para calibração do modelo analítico de Pasternak, usa-se os dados do inclinômetro obtidos por meio de provas de carga em um tubulão e uma estaca escavada, do campo experimental de mecânica dos solos e fundações da Unicamp. Na análise dos dados considera-se o deslocamento das fundações no eixo dos Y e a profundidade no eixo do Z conforme a forma da figura (77).

Nesses modelos a determinação de um valor médio entre $4mm$ e $8mm$ da constante de reação horizontal do solo segundo a metodologia de Alizadeh e Davisson (1970) não fornece um bom ajuste, na deflexão, quando aplicado a todos estágios de carregamento.

Por isso aqui, determinada o valor de n_h para cada estágio de carregamento tendo um ajuste com boa concordância com os resultados do campo.

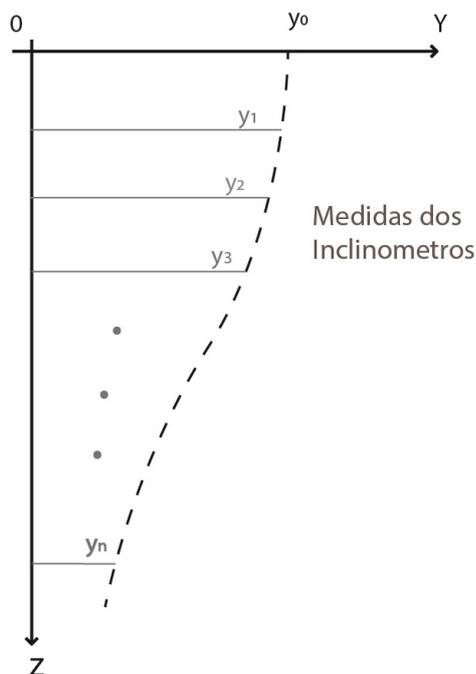


Figura 77 – Deslocamento por medida do inclinômetro.

Kassouf et al. (2018) realizou prova de carga horizontal em um tubulão, com medida de inclinômetro ao longo da profundidade, de diâmetro $80cm$ e comprimento $9m$ com esforço horizontal, no topo, com carga de $H = 90 kN$, $H = 105 kN$, $H = 120 kN$ e $H = 135 kN$, e coeficiente de reação horizontal $n_h = 12 MN/m^3$.

Os dados do solo são campo experimental de mecânica dos solos e fundações da Unicamp e de acordo com o modelo numérico para as camadas do solo, realizado por Albuquerque et al. (2017).

Para a validação desse modelo de Pasternak, é adotado a metodologia desse seção

conforme descrito anteriormente, ou seja, para cada estágio de carregamento é determinado o coeficiente de reação horizontal do solo (n_h) e resolvido a equação diferencial 3.69, a função deflexão é dada nos gráficos dados pelas figuras 80, 81, 82, 83, 84, 78 e 79.

Tabela 6 – Coeficiente de reação horizontal n_h nas provas de cargas horizontais.

carga (KN)	y_o (mm)	n_h (MN/m ³)
15	-	-
30	0.01	40.462,8
45	0.3	274,582
60	0,65	122,25
75	1,22	62,09
90	1,93	47,01
105	2,2	40,72
120	3,2	27,24
135	4,92	16,19
150	8,98	7,09
165	11,99	5,12
180	17.15	3.26

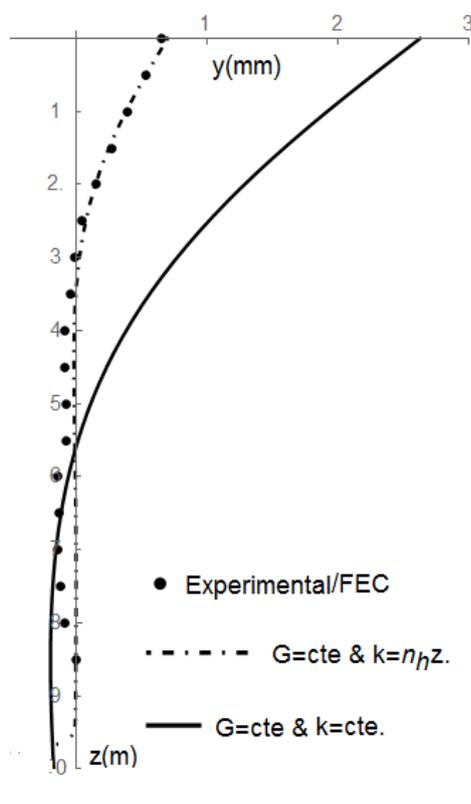


Figura 78 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 60\text{ kN}$, Kassouf et al. (2018).

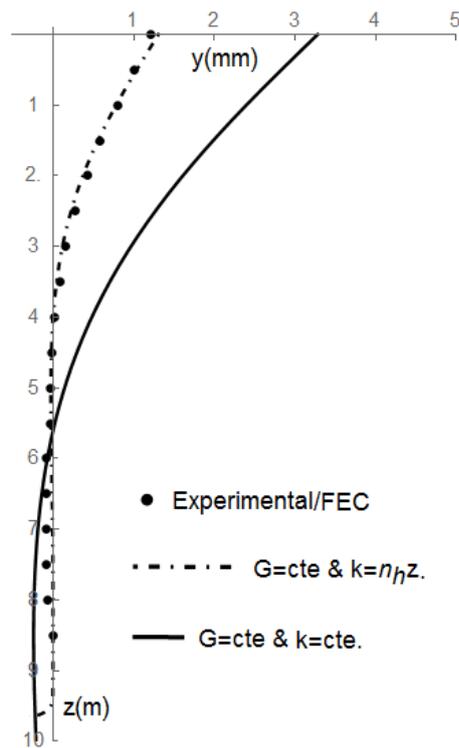


Figura 79 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 75 \text{ kN}$, Kassouf et al. (2018).

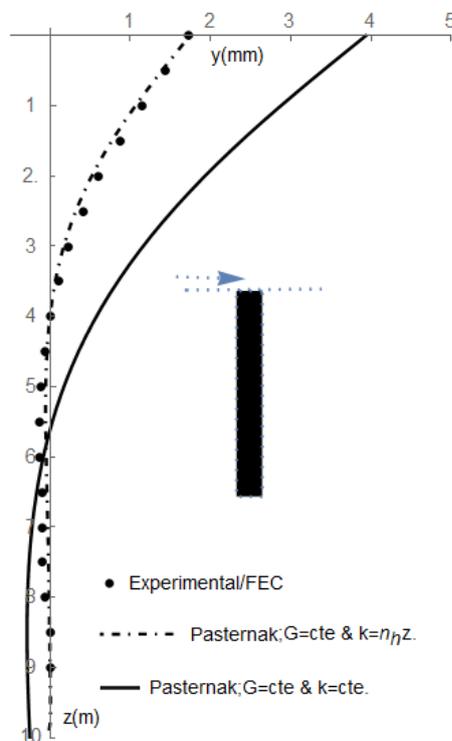


Figura 80 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 90 \text{ kN}$, Kassouf et al. (2018).

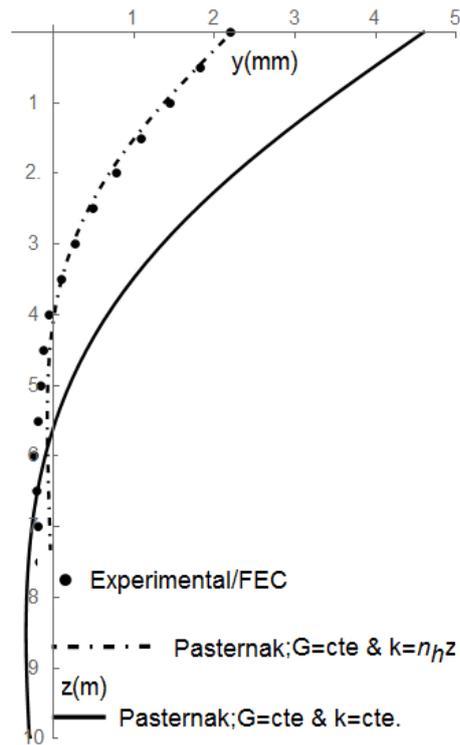


Figura 81 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 105 \text{ kN}$, Kassouf et al. (2018).

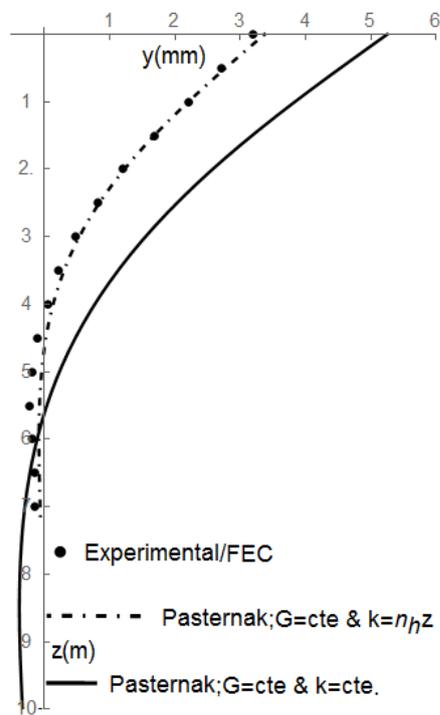


Figura 82 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 120 \text{ kN}$, Kassouf et al. (2018).

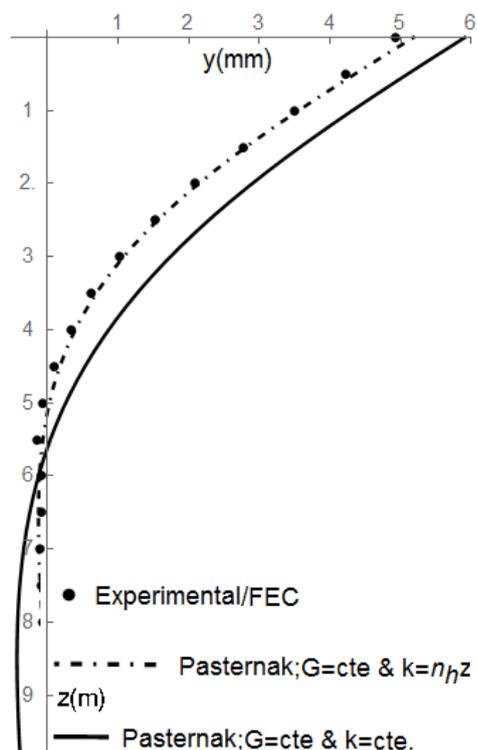


Figura 83 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 135 \text{ kN}$, Kassouf et al. (2018).

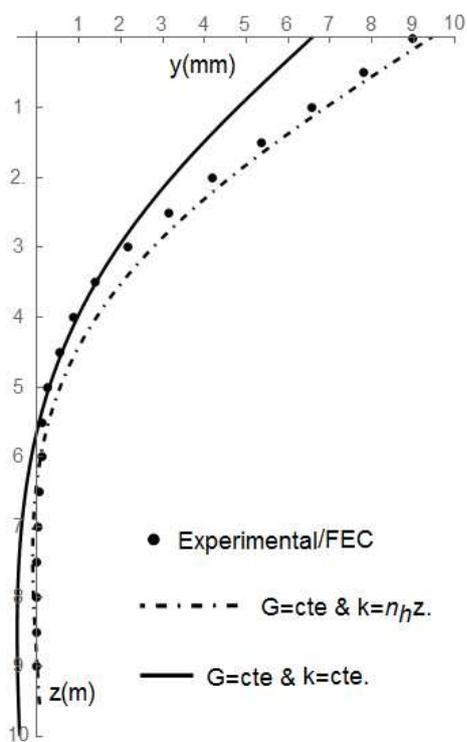


Figura 84 – Comparação dos modelos de Pasternak com dados de inclinômetro, $H = 150 \text{ kN}$, Kassouf et al. (2018).

3.2.1.3 Solução de Pasternak $G = mz$ e $k = n_h z$

A equação diferencial ordinária e homogênea 3.33 para o caso $G = mz$ e $k = n_h z$ fica na forma:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + mz \frac{d^2 y}{dz^2} + n_h z y = 0 \quad (3.73)$$

A solução dessa equação na sua forma analítica é ainda desconhecida, por isso, iremos aqui resolver por métodos numéricos. De maneira análoga a equação 3.69, essa equação fica na seguinte forma fazendo a mudança de variável $x = \beta' z$, e $\zeta = \frac{\alpha'^2}{\beta'^3}$, temos que:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4x\zeta \frac{d^2 y}{dx^2} + 4xy = 0 \quad (3.74)$$

Onde o valor de α' é dado por:

$$\alpha' = \sqrt{\frac{m}{4E_p I_p}} \quad (3.75)$$

O valor de m pode ser determinado segundo [Randolph \(1981\)](#) para o caso em que existe variação do módulo de cisalhamento ($G = mz$) do solo com a profundidade.

Esse método será denominado aqui como método de Pasternak-Randolph e aplica-se a estacas isoladas e grupos de estacas, tem o seguinte procedimento:

1º Determine o valor de coeficiente de reação horizontal do solo (n_h) com os resultados dos ensaios de prova de carga horizontal no topo;

2º Calcula-se o módulo de resistência ao cisalhamento do solo G , através da equação dada por [Randolph \(1981\)](#) com o valor da carga $H(kN)$ ou momento $M(kNm)$ e o deslocamento correspondente $u(mm)$, assim coeficiente de Poisson (ν) da estaca (L, D), flexibilidade da estaca ($E_p I_p$) determina-se α' e β e ζ ;

3º Com ζ resolva numericamente a equação 3.74 e determine a deflexão em qualquer profundidade da estaca;

A solução numérica da equação diferencial 3.74 é apresentada na forma adimensional nos gráficos dado pelas figuras 85, 86, 87 e 88.

A determinação através desses gráficos é realizada entrando com o valor de ζ e β , e no eixo das abcissas corresponde a profundidade multiplicar pelo valor $\frac{H}{E_p I_p}$ ou $\frac{M}{E_p I_p}$, tendo assim a deflexão da estaca na profundidade.

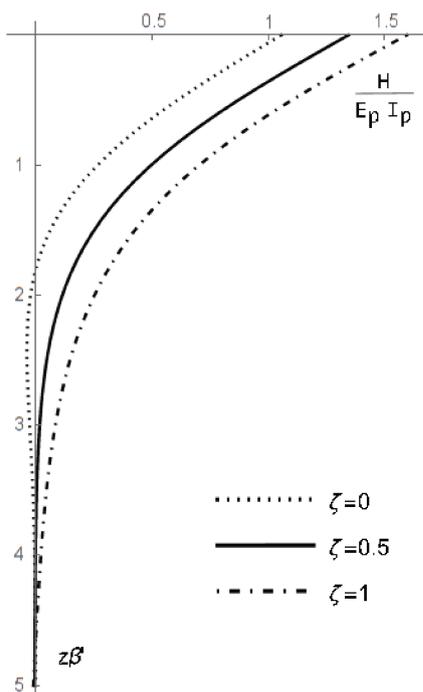


Figura 85 – Deflexão adimensional para $\zeta = 0; 0.5; 1.0$, solução numérica da equação 3.74, quando é aplicado apenas a carga no topo.

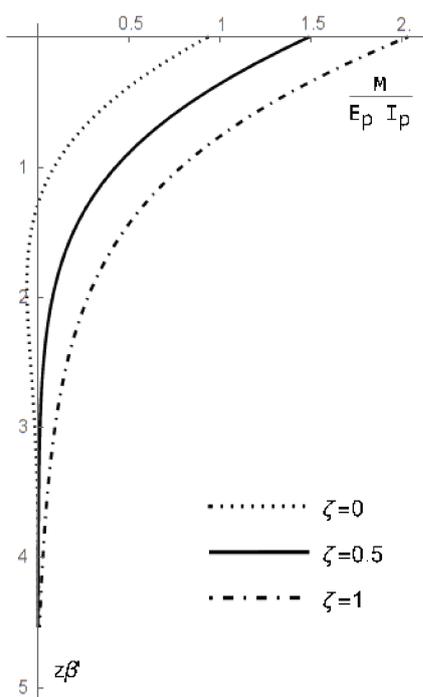


Figura 86 – Deflexão adimensional para $\zeta = 0; 0.5; 1.0$, solução numérica da equação 3.74, quando aplicado apenas momento no topo.

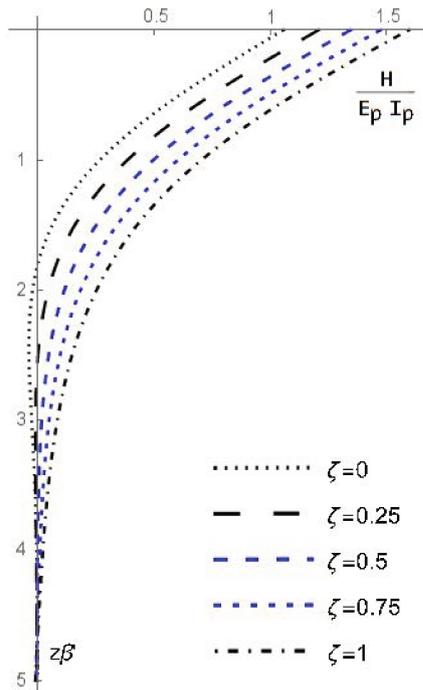


Figura 87 – Deflexão adimensional para $\zeta = 0; 0.25; 0.5; 0.75; 1.0$, solução numérica da equação 3.74, quando aplicado apenas carga no topo.

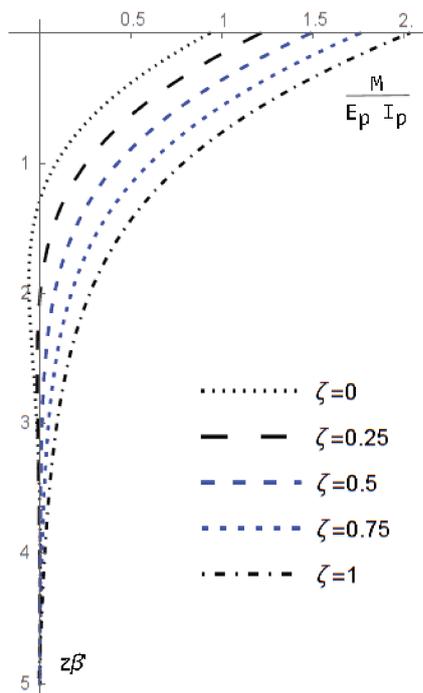


Figura 88 – Deflexão adimensional para $\zeta = 0; 0.25; 0.5; 0.75; 1.0$, solução numérica da equação 3.74, quando aplicado apenas momento no topo.

3.2.1.4 Calibração do modelo

A calibração do modelo de Pasternak-Randolph com base nos dados das provas de cargas horizontais, de estacas escavadas, com leituras dos inclinômetros no campo experimental de Fundações da FEC/Unicamp.

A estaca escavada tem comprimento de $L = 5m$ e diâmetro de $D = 0.30$ e tem leitura do inclinômetro em cada $0.5m$ do comprimento da estaca. Os gráficos dados pelas figuras 94, 95, 96, 92, 93, 91, 90, 89 e 97.

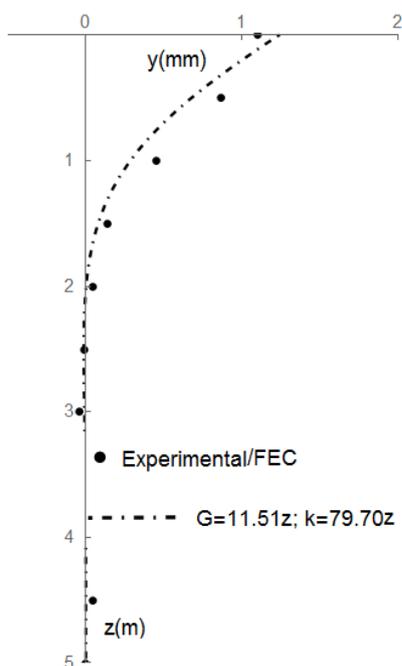


Figura 89 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 14 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$.

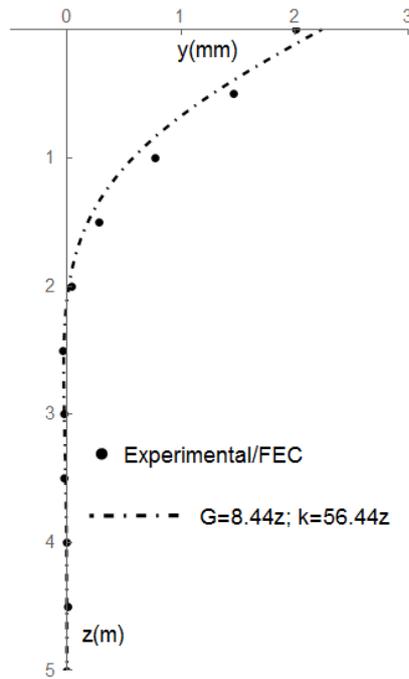


Figura 90 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 17.5 \text{ kN}$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5\text{m}$; $D = 0.30\text{m}$.

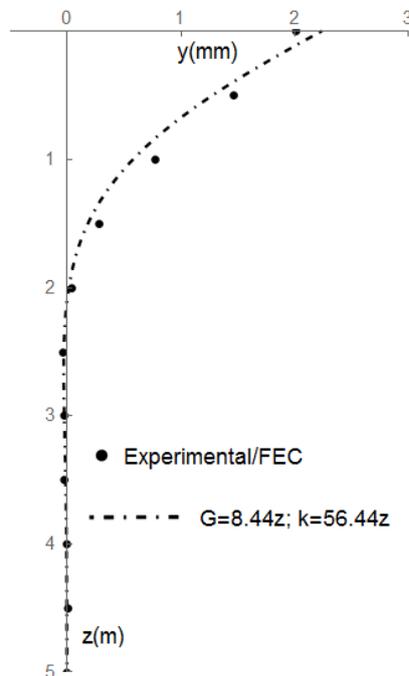


Figura 91 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 21 \text{ kN}$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5\text{m}$; $D = 0.30\text{m}$.

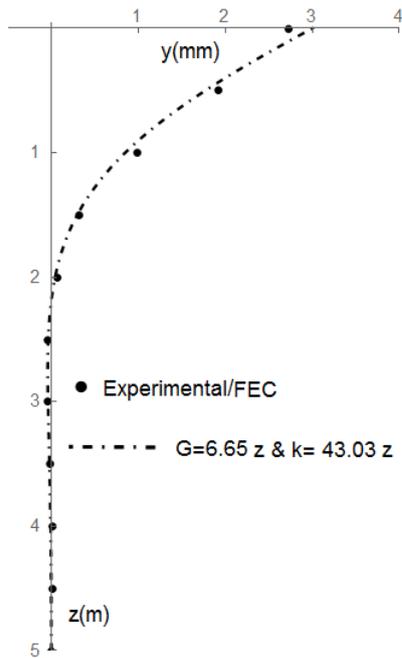


Figura 92 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 24.50 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$.

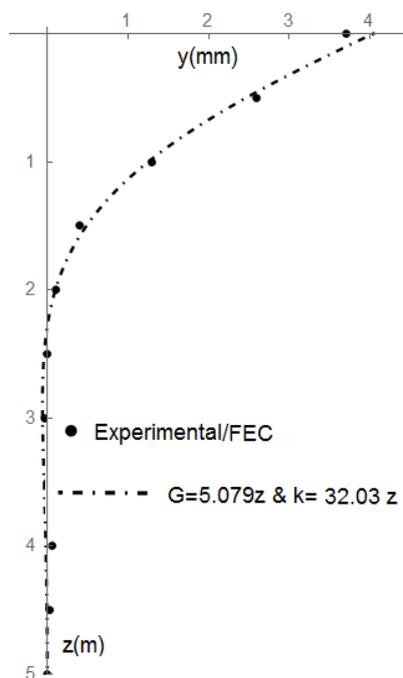


Figura 93 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 28 kN$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$.

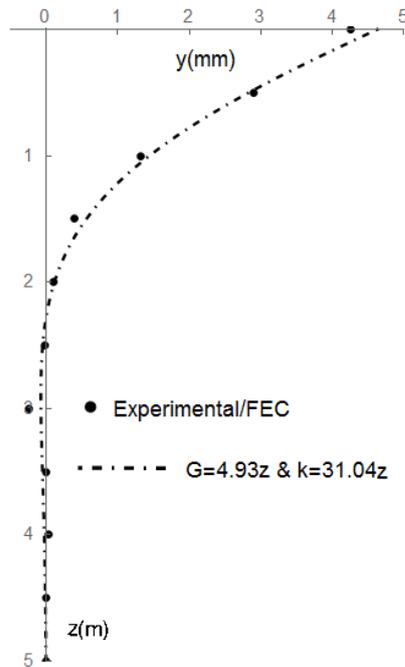


Figura 94 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 31.50 \text{ kN}$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5\text{m}$; $D = 0.30\text{m}$.

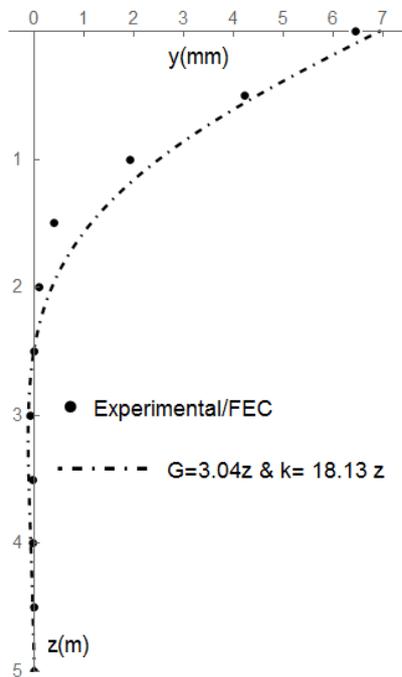


Figura 95 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 35 \text{ kN}$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5\text{m}$; $D = 0.30\text{m}$.

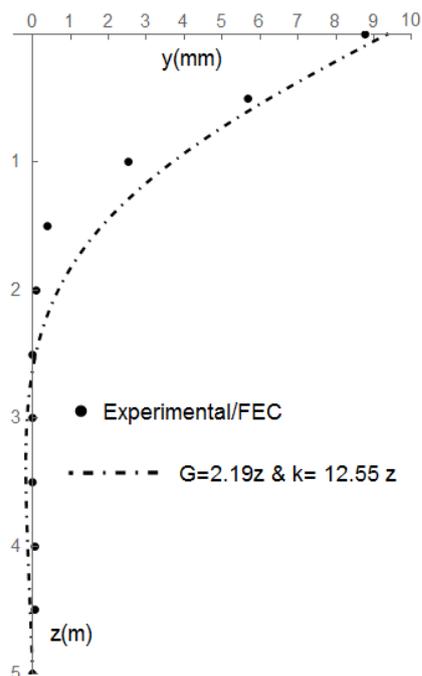


Figura 96 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 38.50 \text{ kN}$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5\text{m}$; $D = 0.30\text{m}$.

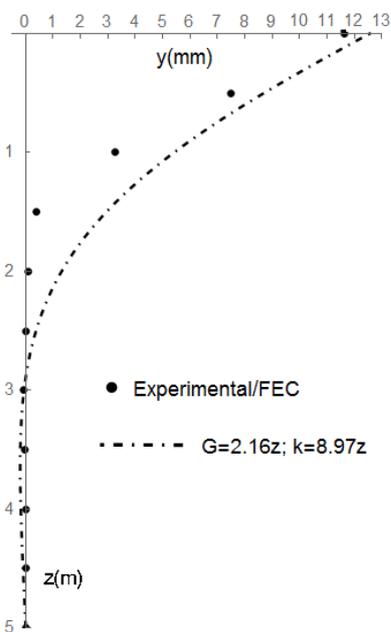


Figura 97 – Comparação do modelo de Pasternak-Randolph, para carga no topo $H = 42 \text{ kN}$, com os dados do inclinômetro da estaca escavada $L = 5\text{m}$; $D = 0.30\text{m}$.

/

4 Materiais e Métodos

Neste capítulo serão apresentadas as principais características geográficas, geológicas e geotécnicas do Campo Experimental da Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp, em Campinas, os ensaios de laboratório e de campo (SPT, CPT, DMP) assim como os detalhes referentes a prova de carga horizontal e instrumentação da estaca isolada e o grupo de estacas e todos os detalhes construtivos dos ensaios realizados.

Neste trabalho serão empregados os seguintes métodos: coeficiente de reação horizontal, métodos numéricos da curva $p-y$ e o método variacional que consiste na Técnica de Césaró. Essa escolha foi observada pela quantidade de aplicações do método do coeficiente da reação horizontal em problemas práticos e pesquisas realizadas. O método da numérico da curva $p-y$ para uma estaca isolada é de fundamental importância para entender o método dos multiplicadores- p e o método variacional por não ser muito comum devido o rigoroso conhecimento de cálculo variacional que requer um entendimento mais apurado da teoria matemática.

4.1 Campo Experimental

A caracterização geológica e geotécnica do campo experimental foi realizada até a profundidade de 9 m, pois a partir dessa profundidade detectou-se o impenetrável devido à presença de matacões. A caracterização foi realizada por intermédio de ensaios de campo e laboratório onde foram coletadas amostras deformadas e indeformadas.

Duas teses de doutorado foram defendidas com estudos experimentais além de análise numérica no local: [Garcia \(2015\)](#) e [Neto \(2013\)](#) e mais cinco dissertações de mestrado: [Gon \(2011\)](#), [Marzola \(2016\)](#), [Scallet \(2011\)](#), [Rodriguez \(2013\)](#) e [Schulze \(2013\)](#). Apenas o trabalho de [Marzola \(2016\)](#) é sobre carregamento horizontal em estaca

4.1.1 Localização

O município de Campinas localiza-se no Estado de São Paulo, e situa-se a noroeste da capital distando aproximadamente 100 km da mesma. Encontra-se entre os meridianos 47°15' e 46°45'W e os paralelos 22°40' e 23°00'S. A partir da capital São Paulo, Campinas pode ser acessada pela rodovia SP 348 - Rodovia dos Bandeirantes. (Figura 98)

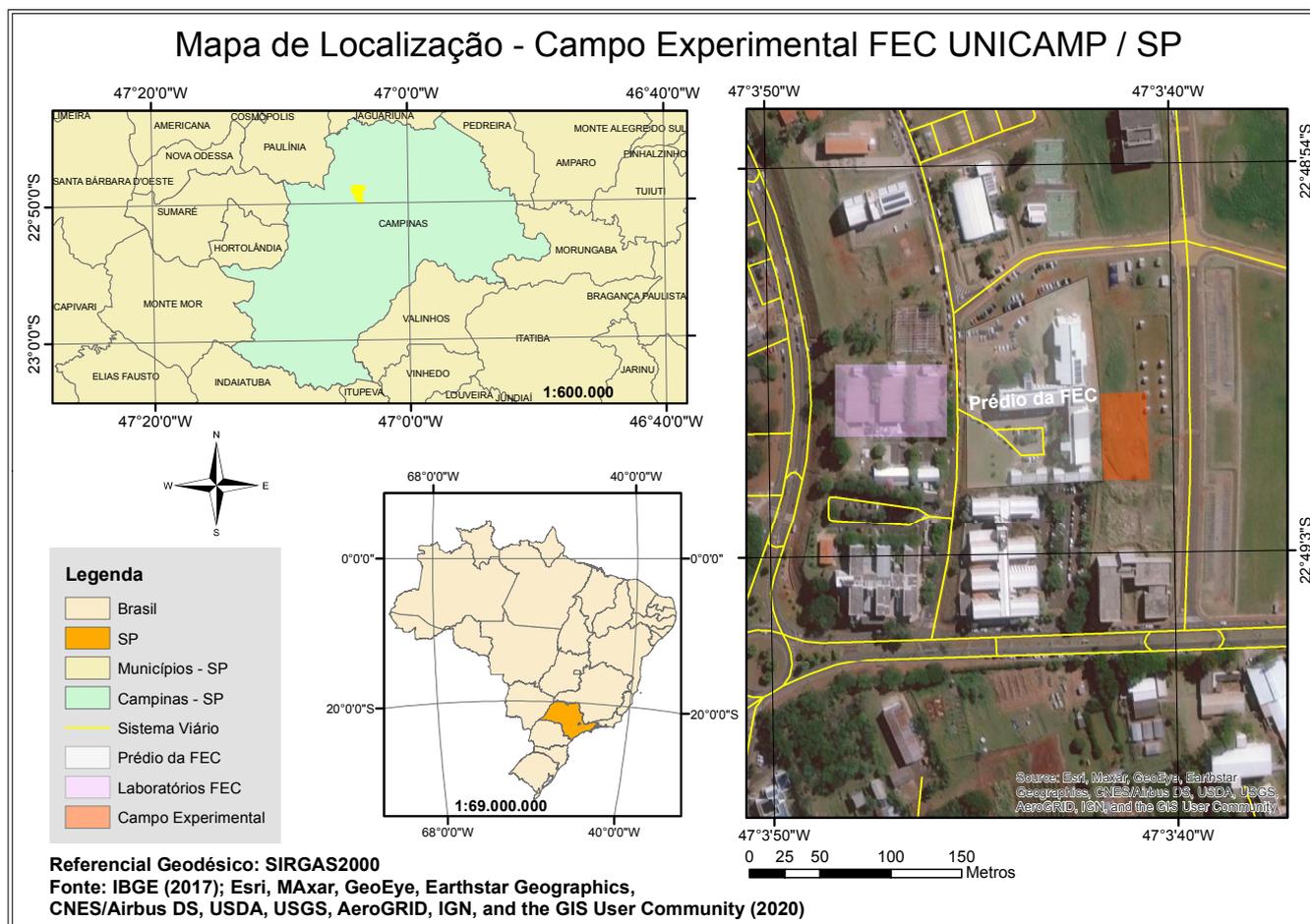


Figura 98 – Localização do Município no estado de São Paulo (Modificado de IG, 2009)

4.1.2 Geologia Local

O município de Campinas abrange três tipos de terrenos geológicos, situam-se a leste rochas pré-cambrianas metamórficas intrudidas por granitos e a oeste rochas sedimentares do Subgrupo Itararé e diabásios. No trabalho executado pelo Instituto Geológico (2009) foram mapeadas no município de Campinas as seguintes unidades: complexo Itapira, Suíte Granítica Jaguariúna, Suíte Granítica Morungaba, rochas miloníticas, subgrupo Itararé e diabásios.

Complexo Itapira: corresponde a rochas metamórficas de alto e médio graus supracrustais, compreendendo vários tipos de gnaisses, entre eles gnaisses bandados, gnaisses peraluminosos, granada biotita gnaisse, gnaisses graníticos, gnaisses indiferenciados e gnaisse granitóide facoidal (Instituto Geológico, 2009). Estas rochas estão distribuídas em três domínios distintos. O domínio ocidental ocorre junto com as rochas da Suíte Granítica Jaguariúna, estando recoberto em alguns locais por manchas do Subgrupo Itararé, delimitado a leste pela Zona de Cisalhamento Campinas (ZCC). No domínio

intermediário, delimitado pela ZZC e a Zona de Cisalhamento Valinhos (ZCV), ocorrendo em alguns trechos rochas intensamente deformadas. O último domínio localiza-se na porção oriental predominam granitos do Maciço Morungaba.

Suíte Granítica Jaguariúna: as rochas deste grupo situam-se na porção centro-oeste do município de Campinas, estando cortado e recoberto a oeste pelos diabásios da Bacia do Paraná e em parte recoberto pelo Subgrupo Itararé. Esta unidade, no município de Campinas, compõe-se predominantemente de hornblenda-biotita granito-gnáissico porfirítico ou facoidal e biotita granito-gnáissico inequigranular (Instituto Geológico 2009).

Suíte Granítica Morungaba: situada na porção leste do município, é limitada pela Zona de Cisalhamento Valinhos (Instituto Geológico 2009). Vlach (1985) subdividiu esta unidade nos seguintes grupos: biotita granito equigranular leucocrático, biotita granito equigranular hololeucocrático e biotita granito equigranular fino com muscovita e granada.

Rochas Miloníticas: estas rochas ocorrem dentro das zonas de cisalhamento Campinas e Valinhos, e não puderam ser atribuídas às demais unidades ou devido à alta taxa de deformação ou a ausência de tipos litológicos característicos (Instituto Geológico 2009). As rochas pertencentes a esta unidade são milonitos quartzo feldspáticos e protomilonitos a blastomilonitos.

Subgrupo Itararé: localizado na porção ocidental do município de Campinas, apresenta diabásios que predominam em superfície. O Instituto Geológico (2009) pôde-se identificar 4 associações faciológicas: arenitos, diamictitos/lamitos e ritmitos, ritmitos e sedimentos indiferenciados. Diabásios: a noroeste do município de Campinas, a Formação Serra Geral ocorre sobre a forma de sills. Em superfície aflora como um solo de alteração de cor marrom escuro avermelhada, poroso, com grãos de quartzo (Instituto Geológico 2009). A Figura 99 apresenta o mapa geológico de Campinas a partir de estudos desenvolvidos pelo Instituto Geológico.

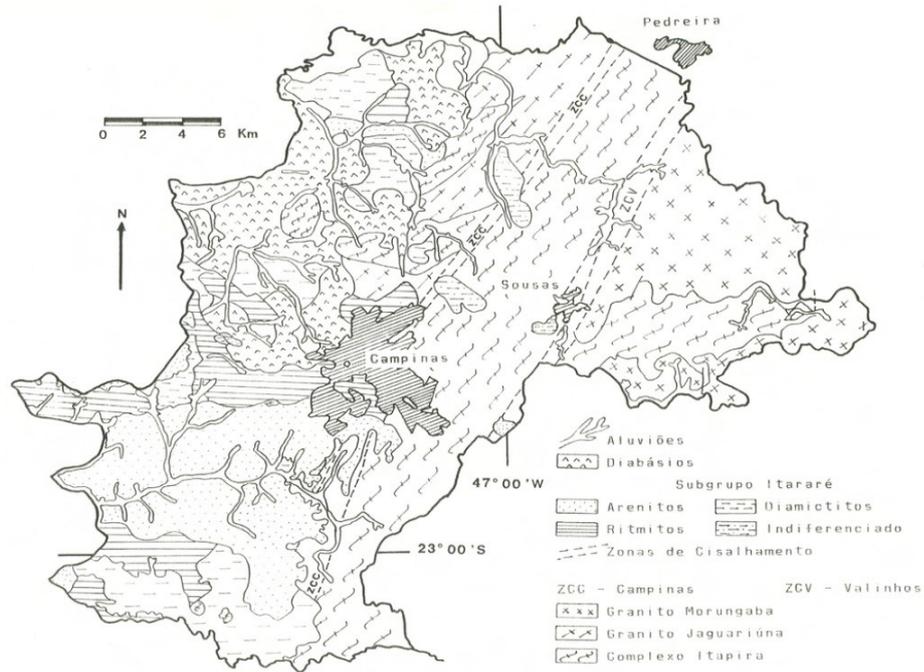


Figura 99 – Mapa geológico de Campinas (Instituto Geológico, 2009)

4.1.3 Caracterização geotécnica do campo experimental em Laboratório

Gon (2011) realizou um trabalho de caracterização geotécnica do campo experimental da FEC / Unicamp (Figura 100) pela abertura de um poço de inspeção e retirada de amostras (deformadas e indeformadas) em cada metro de profundidade para a realização de ensaios de caracterização e de determinação das propriedades de resistência, permeabilidade e compressibilidade.

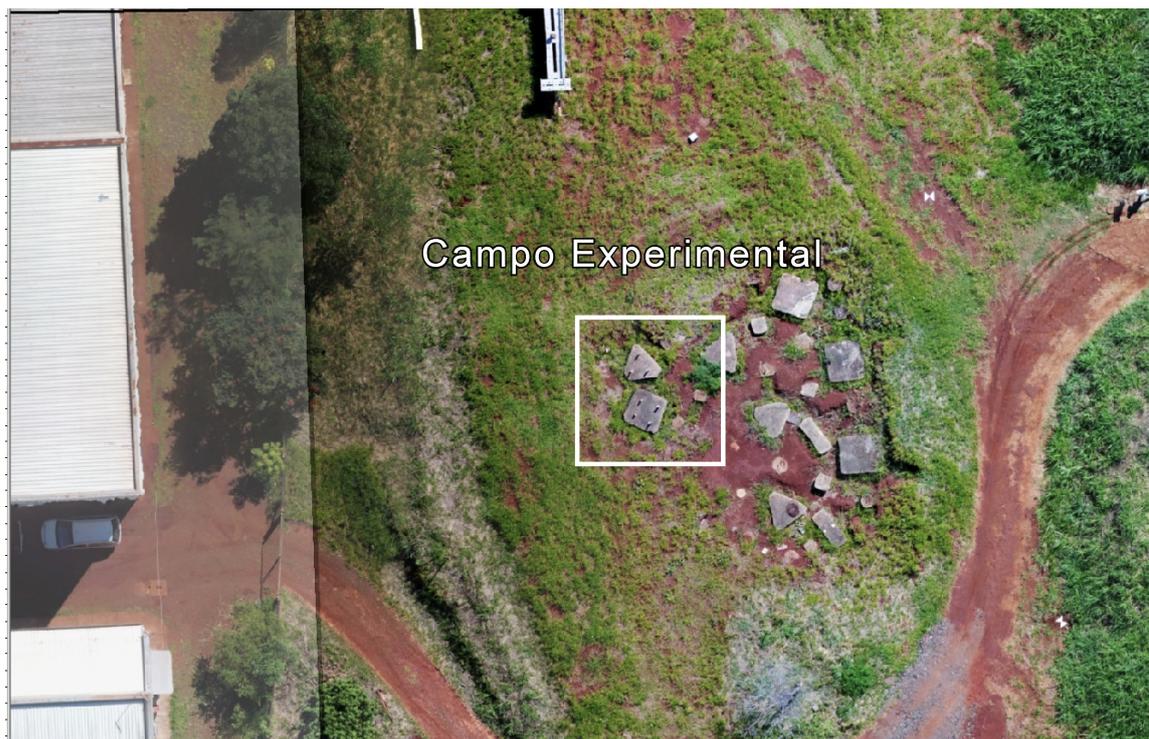


Figura 100 – Localização do Campo Experimental dentro do Campus da UNICAMP (Google Maps - capturada em 10 de setembro de 2020).

Gon (2011) realizou vários ensaios laboratoriais, a partir da abertura de um poço de 9 metros de profundidade (conforme sugerido pela NBR 9604/86), com obtenção de amostras deformadas e indeformadas, de forma a se obter a caracterização geotécnica do material.

Os ensaios realizados foram os seguintes: Caracterização física: LL, LP, IP (NBR NBR 6459:2016 e NBR 7180:2016); Massa específica dos grãos (NBR 6508-1:2019); granulometria conjunta, sedimentação e peneiramento (NBR 7181:2016); ensaios adensamento (NBR 12007/90); triaxiais Adensados Rápidos (CU); permeabilidade (NBR 14545/2000); ensaios de Compactação (NBR 7182:2016); ensaios de Sucção, método do papel filtro. Os índices físicos realizados por Gon (2011) estão na Tabela 7.

A partir das observações feitas por Gon (2011), verifica-se que a condição do solo é influenciada pela sucção matricial, que passa a exercer importante função sobre os resultados dos ensaios de prova de carga.

Tabela 7 – Índices físicos do campo experimental Gon (2011)

Profundidade (m)	γ_{nat} (kN/m ³)	γ_s (kN/m ³)	γ_d (kN/m ³)	w (%)	e	N (%)	Sr (%)
1,0	14,1	30,4	11,0	28,3	1,77	64	48,4
2,0	14,2	30,8	11,1	27,9	1,78	64	48,4
3,0	14,0	30,5	10,9	28,0	1,79	64	47,5
4,0	14,4	30,6	11,5	25,5	1,68	63	46,8
5,0	15,5	30,4	12,3	26,2	1,51	60	53,5
6,0	15,3	30,4	12,2	26,1	1,47	59	53,5
7,0	15,4	30,4	12,0	28,3	1,54	61	56,1
8,0	15,2	29,8	11,5	32,3	1,60	62	60,4
9,0	15,2	29,5	10,8	40,6	1,730	63v	69,2

Gon (2011) também obteve os valores de Limites de Liquidez (LL), Limites de Plasticidade (LP), Limites de Contração (LC) e Índices de Plasticidade (IP), em função da profundidade como pode ser visto na Tabela 4.2.

Segundo Gon (2011), as classificações granulométricas sob a ação do defloculante indicam para o solo texturas de argilas silto-arenosas até a profundidade de 2 m, areias siltosas de 3 m, até a profundidade de 8 m, e a partir daí silte areno-argiloso. No caso das curvas granulométricas obtidas sem defloculante verifica-se que o perfil se 100 constitui de areias silto-argilosas até a profundidade de 2 m, areia siltosa até a profundidade de 7 m e a partir daí constitui-se de um silte arenoso até a profundidade 9 m. (Figura 4.4)

Tabela 8 – Valores de Limites de Consistência determinados por Gon (2011).

Profundidade (m)	LL (%)	LP (%)	LC (%)	IP (%)
1	50,9	30,2	20,6	20,7
2	44,3	31,8	24,4	12,5
3	44,6	33,0	24,9	11,6
4	44,4	32,6	25,2	11,8
5	44,8	34,2	27,8	10,6
6	44,9	37,4	29,3	7,5
7	46,2	39,0	31,3	7,2
8	51,4	42,4	29,6	9,0
9	52,2	41,3	30,4	10,9

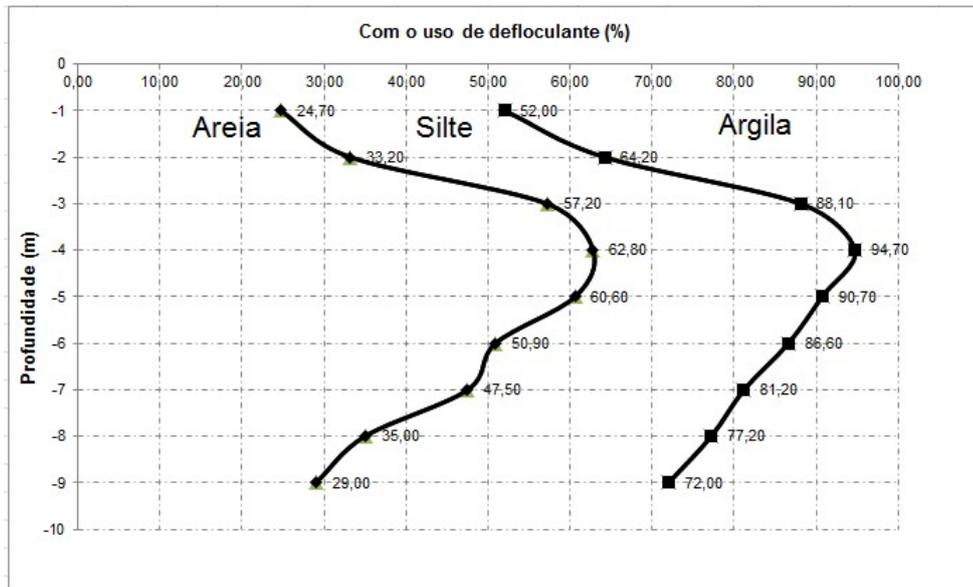


Figura 101 – Variações das frações granulométricas com o uso de defloculante, de acordo com Gon (2011).

Gon (2011) a partir da realização dos ensaios triaxiais, foram determinados por meio de ensaios triaxiais tipo (CU), adensados não drenados obteve-se os valores dos ângulos de atrito e de interceptos de coesão ao longo da profundidade, para os trechos normalmente adensados e pré-adensados apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Envolvórias de resistência totais ao cisalhamento, Gon (2011).

*P.A =Pré-adensado, NA = normalmente adensado.

Profundidade	Ramo	Wnat(%)	Envolvória de resistência total (kPa)
1	PA/NA	28,3	$\tau = 185 + \sigma \tan 5^\circ, \tau = \sigma \tan 24^\circ$
2	NA	27,9	$\tau = \sigma \tan 27^\circ$
3	NA	28	$\tau = \sigma \tan 28^\circ$
4	PA/NA	25,5	$\tau = 141 + \sigma \tan 11^\circ, \tau = \sigma \tan 20^\circ$
5	PA/NA	26,2	$\tau = 159 + \sigma \tan 8^\circ, \tau = \sigma \tan 27^\circ$
6	PA/NA	26,1	$\tau = 68 + \sigma \tan 19^\circ, \tau = \sigma \tan 33^\circ$
7	NA	28,3	$\tau = \sigma \tan 29^\circ$
8	PA/NA	32,3	$\tau = 79 + \sigma \tan 15^\circ, \tau = \sigma \tan 30^\circ$

Os valores de ângulo de atrito apresentam pouca variação até 8 m de profundidade, apresentando um valor médio de aproximadamente 22°. Por outro lado, os valores de coesão apresentam-se uma variação de acordo com a curva na Figura 102.

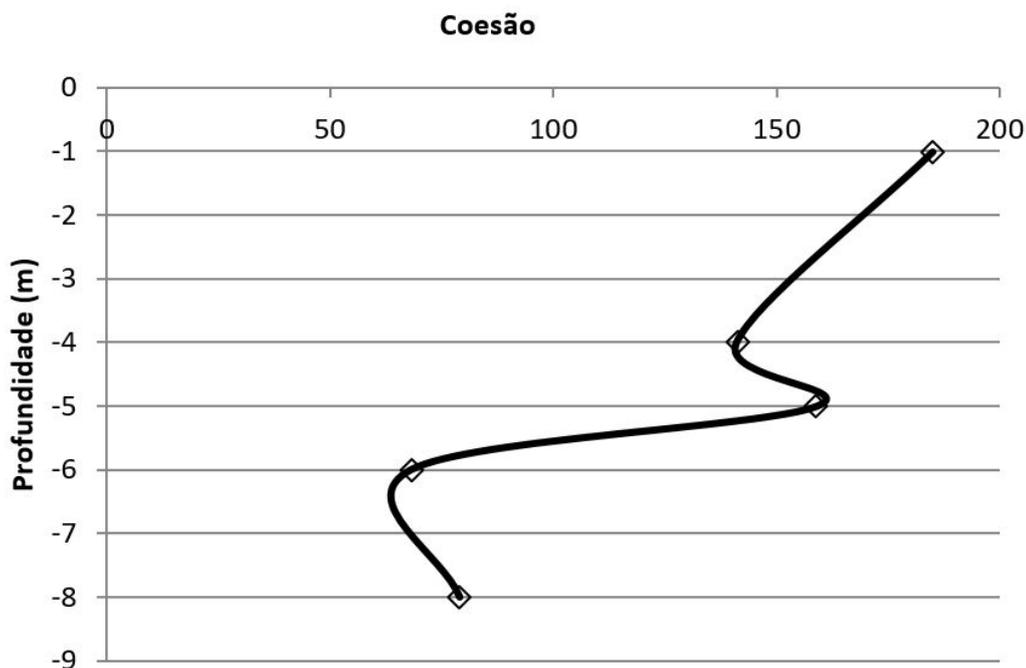


Figura 102 – Variação da coesão com a profundidade (ramo P.A).Gon (2011)

Gon (2011) também determinou os índices de compressão (C_c) do solo e as tensões de pré adensamento (σ'_a) através de ensaios do adensamento do solo na sua condição natural. Na Tabela 10 estão representados os resultados dos ensaios de adensamento e as tensões verticais geostáticas.

Tabela 10 – Tensões e índices de compressão obtidos nos ensaios de adensamento. Gon (2011)

Profundidade	σ'_{v0} (kPa)	σ'_a (kPa)	C_r	C_c	OCR
1	10,96	180	0,042	0,332	16,42
2	22,18	178	0,049	0,423	8,02
3	32,7	203	0,045	0,261	6,2
4	46	163	0,04	0,294	3,54
5	61,5	178	0,053	0,16	2,89
6	72,3	195	0,094	0,148	2,69
7	84	185	0,07	0,152	2,2
8	92	183	0,1	0,125	1,99

De acordo com Gon (2011) um perfil médio do solo foi desenvolvido para o subsolo do Campo Experimental da FEC/UNICAMP. Onde foi determinado as médias de cada parâmetro, desvio padrão e do coeficiente de variação. Utilizou-se o melhor resultado entre os valores do coeficiente de variabilidade entre os parâmetros para a definição das camadas e perfil médio (Tabela 11).

Tabela 11 – Perfil médio subsolo Campo Experimental da FEC/Unicamp. [Gon \(2011\)](#)

Prof. [m]	Solo	LL [%]	LP [%]	LC [%]	IP [%]	IC [%]	γ_{nat} [kN/m^3]	γ_s [kN/m^3]	γ_d	e	n [%]	w [%]	σ_a [kPa]	c(n.a) [kPa]	φ (n.a)	φ (p.a)
0 - 1	Areia Argilo-Siltosa	51	30	21	21	1	14	30	11	2	64	28	185	185	5°	24°
1 - 7	Areia Siltosa	45	35	27	10	2	15	31	12	2	62	27	184	123	13°	28°
7 - 9	Silte Arenoso	52	42	30	10	2	15	30	11	2	63	36	183	80	15°	30°

4.1.4 Ensaio de campo

[Rodriguez \(2013\)](#) por meio de ensaios de campo SPT e CPT verificou a classificação de comportamento de solos e da estimativa de parâmetros geotécnicos, assim como as possíveis correlações, teóricas e empíricas, entre os dois ensaios. Foram utilizados ensaios de cone, mecânico e elétrico, e ensaios SPT com medição de energia.

A caracterização geotécnica de campo para a obtenção de parâmetros de engenharia do solo foi composta por diversos ensaios: SPT, SPT-T e CPT.

Tabela 12 – Classificação do solo por ensaios SPT e CPT, segundo [Rosendo e Albuquerque \(2020\)](#).

Profundidade (m)	N _{spt}	q_c (MPa)	f_s (MPa)	Rf	Robertson & Campanella, 1986	Vos, 1982	SUCS
1	2	2.4	0.119	4.9%	Argilas siltosas e siltes argilosos	Argila	MH
2	4	1.4	0.035	2.5%	Areias siltosas e siltes	Silte	ML
3	4	1.4	0.038	2.8%	Areias siltosas e siltes	Silte	ML
4	5	1.8	0.050	2.8%	Areias siltosas e siltes	Silte	ML
5	6	2.3	0.064	2.8%	Areias siltosas e siltes	Silte	ML
6	6	2.5	0.077	3.1%	Areias siltosas e siltes	Argila	ML
7	7	3.2	0.090	2.9%	Areias siltosas e siltes	Silte	ML
8	8	3.0	0.104	3.5%	Areias siltosas e siltes	Argila	ML
9	24	2.1	0.126	6.0%	Argilas	Argila	MH
10	36	5.8	0.173	3.0%	Areias siltosas e siltes	Silte	MH

Os resultados dos ensaios de sondagem a percussão SPT obtidos por [Rodriguez \(2013\)](#) é dado na Figura 103 que apresentam os valores do N_{SPT} em profundidade.

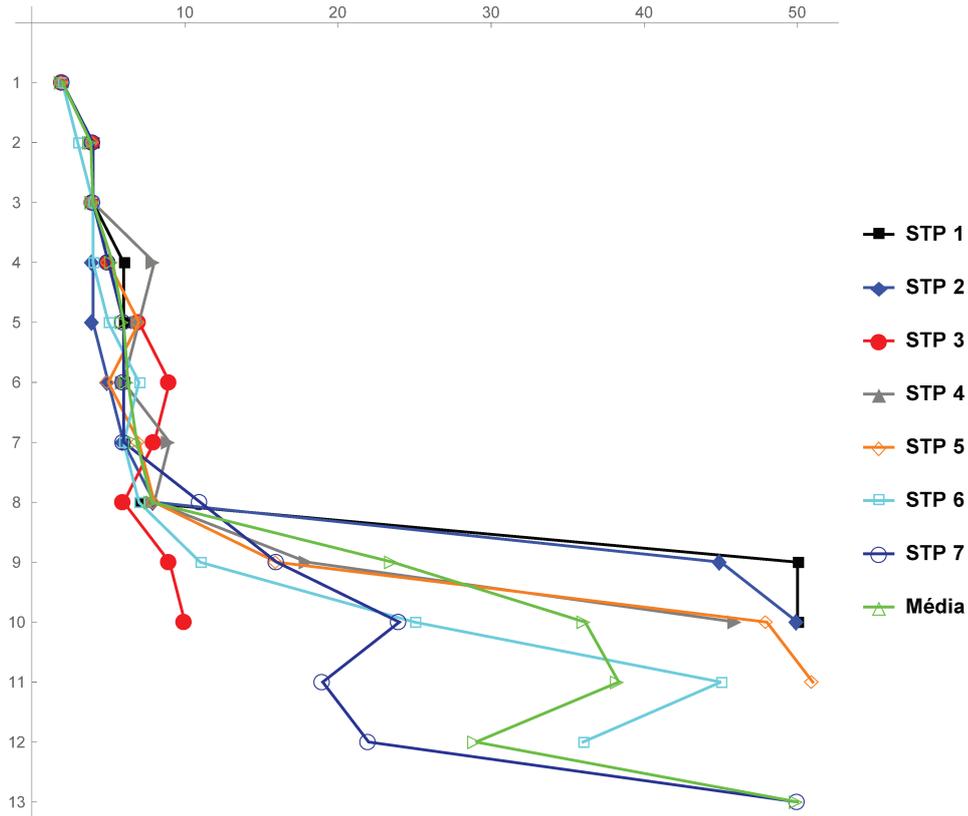


Figura 103 – Resultado SPT adaptados por Garcia (2015).

As propriedades das camadas de solo empregadas nas análises numéricas dos ensaios realizados, nas dissertações de mestrado de Gon (2011) e Rodriguez (2013) acerca das características mecânicas do solo. As teses de doutorado, de Garcia (2015) e Neto (2013), estimaram por meio de correlações os parâmetros para ser utilizadas nos modelos numéricos e computacionais. Da análise de Garcia (2015) serão utilizados tais parâmetros para simulação computacional e nos modelos analíticos, de estacas carregadas horizontalmente.

Com os dados de campo do CPT, foi feito um ajuste por quadrados mínimos dos parâmetros da resistência de ponta q_c e razão de atrito f_s em relação ao ângulo de atrito (ϕ) e peso específico (γ), uma equação da mesma forma que a proposta por Robertson e Cabal (2010) foi ajustada, mas com os dados do campos experimental da FEC/Unicamp relativos ao trabalho de Gon (2011), tem-se:

$$\phi(^{\circ}) = 21.16 + \log \frac{q_c^{1.4}}{f_s^{1.76}} \quad (4.1)$$

$$\gamma(kN/m^3) = 23.71 + \log \frac{f_s^{0.55}}{q_c^{0.45}} \quad (4.2)$$

4.1.5 Grupos de estacas executadas para os ensaios

As provas de carga horizontais foram executadas em uma estaca isolada e em grupo de três e quatro estacas de tipo escavada mecanicamente a trado com 0,3 m de diâmetro e 5 m de comprimento com uma geometria de acordo com a Figura 105, executada no Campo Experimental para Estudos de Mecânica dos Solos e Fundações da Unicamp, ver na Figura 104. Um aspecto da geometria das estacas nos blocos é o espaçamento que é de $3D$, onde D é o diâmetro da estaca.

Todos os blocos da estaca isolada, grupo de três estacas e quatro estacas foram armados para a condição de bloco rígido e estão representado nas Figuras, respectivamente. No Apêndice B tem as armaduras e todos os blocos e detalhamento estrutural nas Figuras 258, ?? e ??, respectivamente dos blocos com uma estaca isolada, do grupo de três e do grupo de quatro estacas.

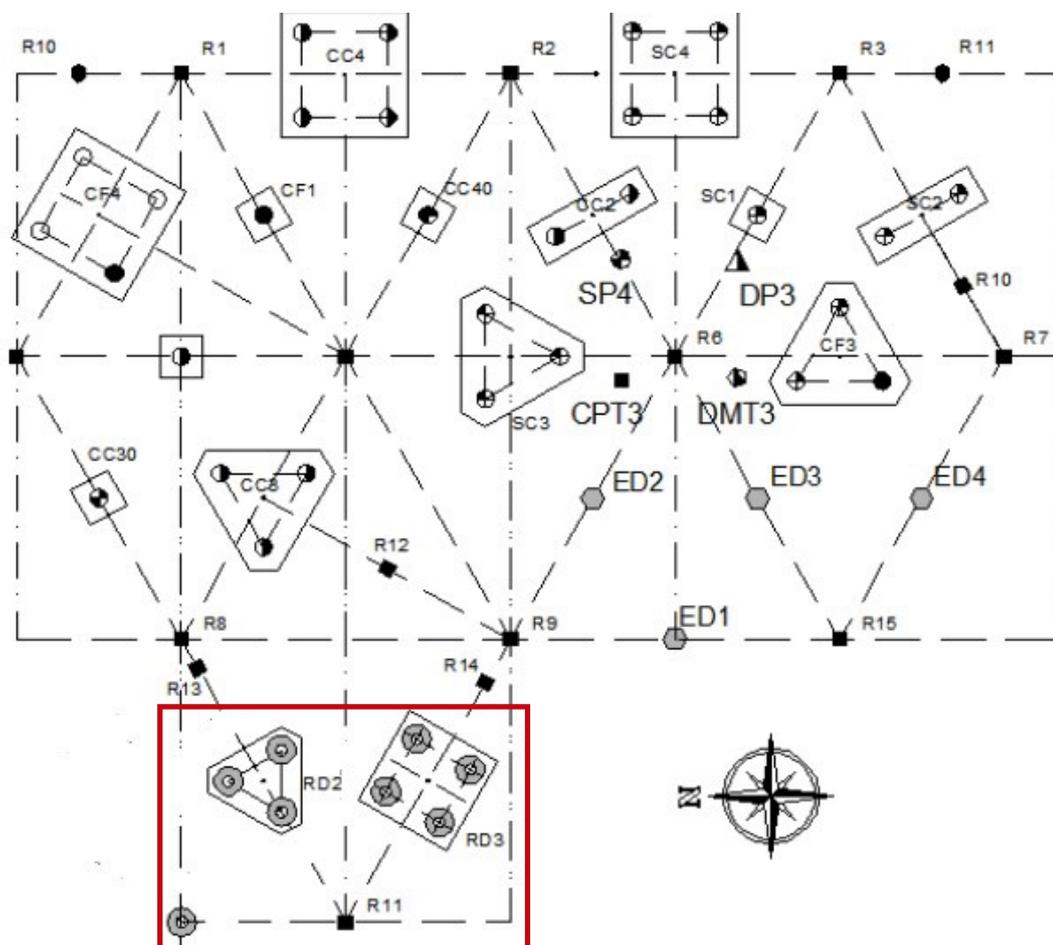


Figura 104 – Localização dos grupos de estacas no campo experimental R11, RD2 e RD3.

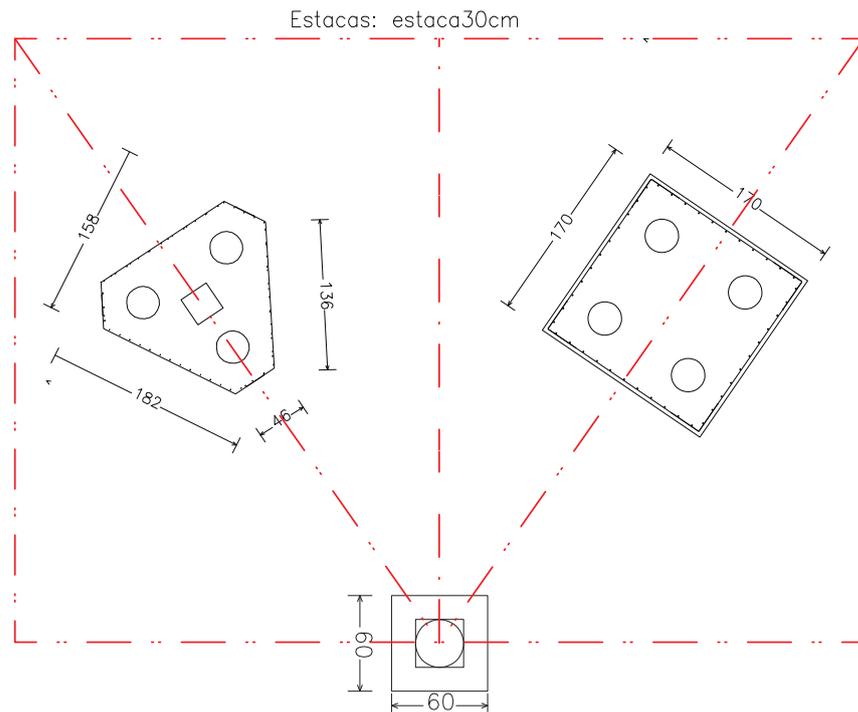


Figura 105 – Estaca isolada, grupo de três e grupo de quatro estacas.

O grupo de quatro estacas tem um bloco com dimensões 170 x 170 cm com quatro estacas de diâmetro 30 cm e comprimento 5 m e espaçadas centro a centro de 90 cm, de acordo com a Figura 106.

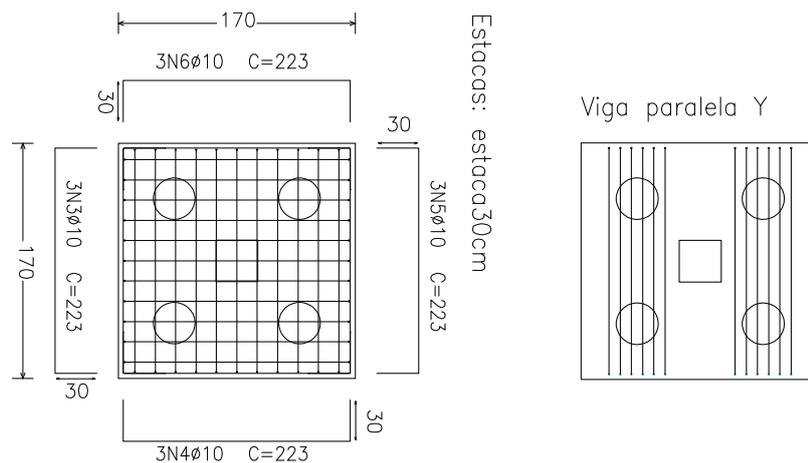


Figura 106 – Grupo de 4 estacas

O grupo de três estacas tem um bloco com dimensões com três estacas de diâmetro de 30 cm e comprimento 5 m, com espaçamento de 90 cm, de acordo com a Figura 107.

Estacas: estaca30cm

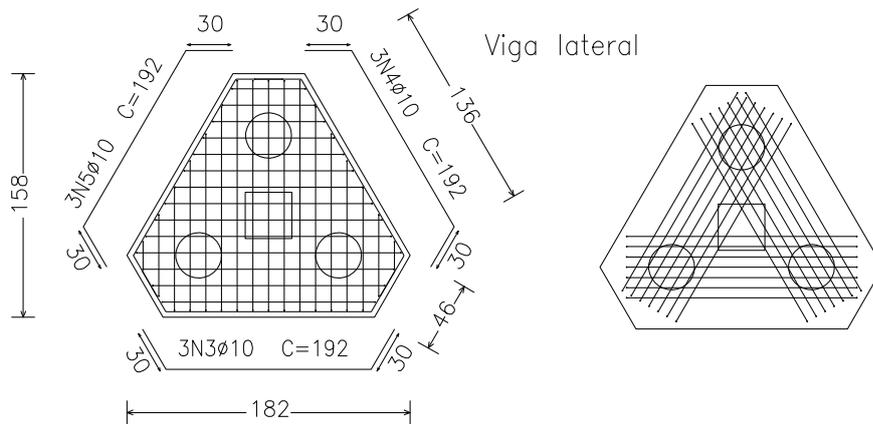


Figura 107 – Grupo de 3 estacas

A estaca isolada tem dimensões é um bloco de 60x60 cm com uma estaca de diâmetro de 30 cm de acordo com a Figura 108.

Estacas: estaca30cm

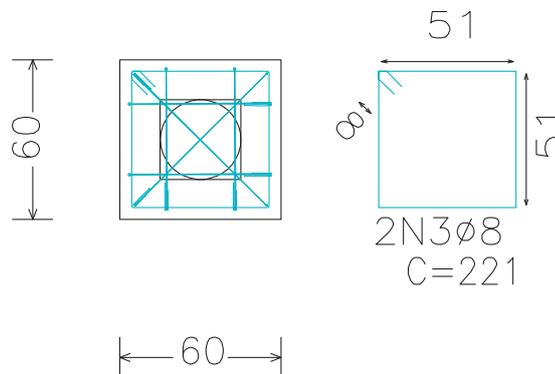


Figura 108 – Estaca Isolada

4.1.5.1 Grupos de estacas

Essas estacas foram executadas a partir de um trado helicoidal conectado a uma haste metálica e acoplado a um caminhão, com um sistema dado pela Figura 109.



Figura 109 – Equipamento de perfuração trado helicoidal.

Todas as 8 (oito) estacas foram integralmente armadas ao longo do seu comprimento, aonde foram colocadas 6 barras longitudinais de aço CA-50 de 10 mm de diâmetro e estribos de aço CA-50 de 5 mm de diâmetro distribuídos a cada 15 cm, ver Figura 110. Ainda mais a colocação de um tubo de alumínio de 80 mm e 2 mm de espessura para a descida do torpedo do inclinômetro que faz as medidas dos deslocamentos laterais.



Figura 110 – Armadura das estacas com o tubo alumínio centralizado.

Na armadura foi fixado e centrado cuidadosamente um tubo para descida

inclinômetro de diâmetro externo e 2 mm de espessura, que teve por finalidade a inserção do inclinômetro que permitiu medir os deslocamentos ao longo da profundidade, ver Figura 111.



Figura 111 – Colocação do conjunto tubo e armadura dentro furo.

Depois de concluída a etapa de perfuração, e montagem da armadura e fixação do tubo de inclinômetro, foi inserida a armadura no furo com auxílio de um guindaste e após a concretagem das estacas, ver Figura 112.



Figura 112 – Concretagem da estaca com armadura e tubo de alumínio.

Depois da execução das estacas o solo ao redor das estacas foi escavado e feito as gaiolas de aço para os blocos e concretado, Figura 112.

O concreto utilizado possuía uma resistência característica à compressão (f_{ck}) de 25 MPa (28 dias), enquanto o aço da armadura tinha uma resistência característica à tração (f_{yk}) de 500 MPa.



(a) Escavação para concretagem dos blocos de estacas.



(b) concretagem do bloco de quatro.

(c) armadura do grupo de três estacas.



(d) Concretagem do bloco de três estacas.

(e) grupos finalizados para os ensaios.

Figura 113 – Etapas de concretagem dos blocos com tubos de alumínio.

Para modelar o concreto da estaca utilizou-se o modelo Linear Elástico. Foram utilizados os valores de módulo de deformabilidade, resistência à compressão e coeficiente de Poisson obtidos em laboratório por [Gon \(2011\)](#) na sua tese de doutorado.

[Garcia \(2015\)](#) realizou ensaios à compressão simples em corpos de provas instrumentados por strain-gages através dos quais, determinou a curva tensão versus deformação, as deformações transversais e verticais, a resistência máxima a compressão e o módulo de deformabilidade do concreto. Com esses dados, [Marzola \(2016\)](#) determinou que o módulo de deformabilidade composto do concreto é de 27,87 MPa, a resistência a

compressão é 36.7 MPa e o coeficiente de Poisson é de 0,2.

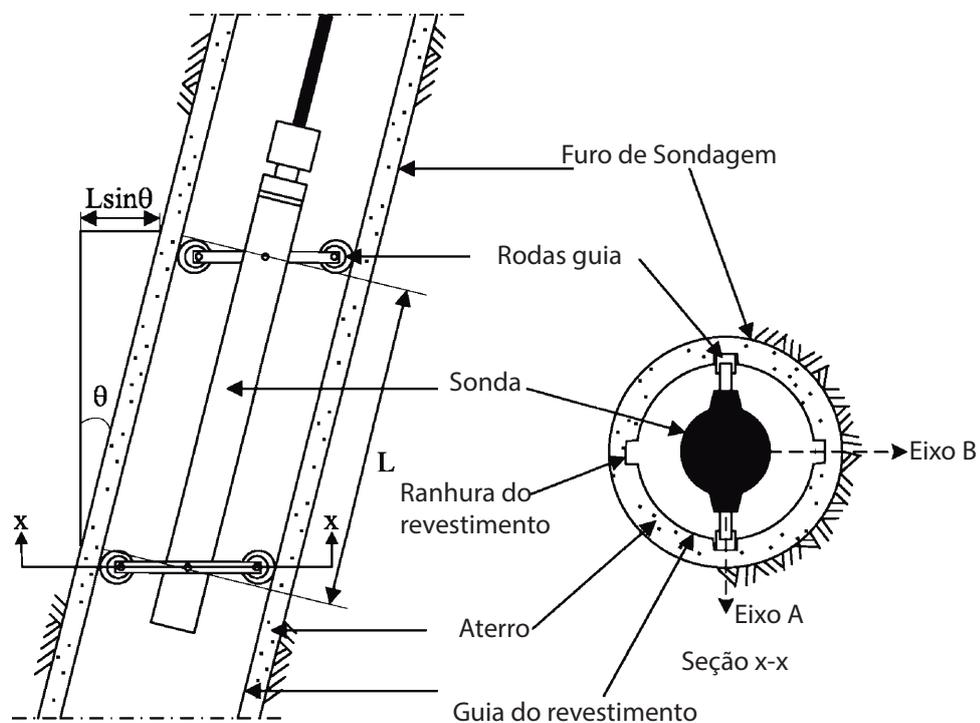
4.1.5.2 Inclínômetro

O inclinômetro utilizado nesse trabalho é do tipo inclinometer probe OG 310S com precisão de 25.000α a 20.000α com variação angular de $\pm 14^\circ$ até $\pm 30^\circ$.

O sistema inclinômetro é equipado com servo-inclinômetro inercial biaxial com leituras nas direções dos eixos A-A' e também perpendicular aos eixos B e B', de acordo com a Figura 114. Assim, em uma sonda biaxial, o sensor A é orientado para a direção A, que é paralela ao rodas da sonda, e o sensor B é orientado transversalmente ao rodas na sonda B, segundo Stark e Choi (2008).

A sonda está equipada com braços quebráveis para fácil recuperação se o sistema estiver bloqueado no tubo. O inclinômetro tem o cabo de operação que é fácil de manusear.

Se o eixo A, Figura 114 está perfeitamente alinhado com a direção da aplicação de carga, no ensaio de prova de carga lateral, e no eixo da estaca a deflexão será medida no eixo A e nenhum deslocamento será detectado no eixo B. No entanto, é difícil determinar e alinhar o eixo A na direção exata ao eixo da estaca. Então, o magnitude real e direção do deslocamento são determinadas pela soma vetorial dos dois componentes dos deslocamentos medidos nos eixos A e B, de acordo com Stark e Choi (2008).



(a)

Figura 114 – esquema do inclinômetro, segundo Stark e Choi (2008).

A Figura 114 mostra a sonda no revestimento e a inclinação do revestimento em cada ponto de medição, inclinada em relação a vertical de θ , em relação à vertical. A sonda do inclinômetro é conectada a uma fonte de alimentação e unidade de leitura para realizar as medições. As medições são feitas começando na parte inferior do o inclinômetro. As leituras subsequentes são feitas do revestimento como a sonda é elevada de forma incremental, de acordo com a Figura 114.

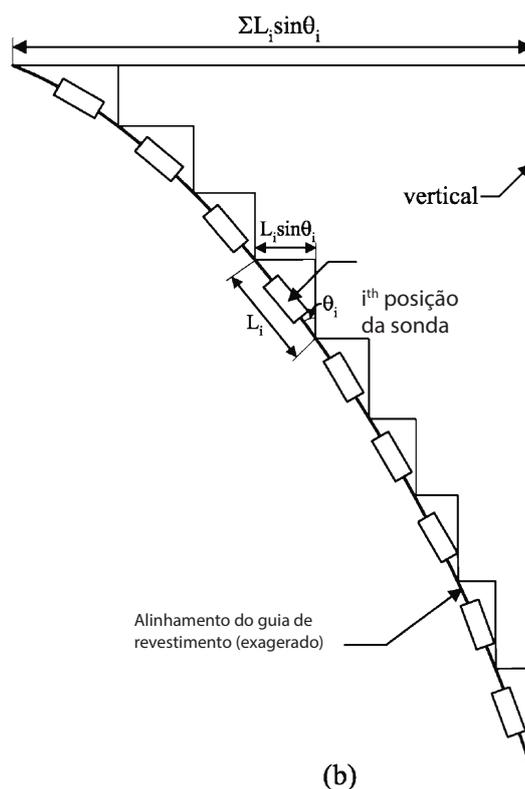


Figura 115 – Esquema de medição do inclinômetro, segundo Stark e Choi (2008).

O sistema de aquisição de dados é um datalogger permite medições com rapidez e segurança. O software para processamento de dados é fácil de usar para cada necessidade e solicitação.

4.1.6 Prova de Carga Horizontal

Neste tópico será apresentada a montagem e os equipamentos que foram utilizados nas provas de carga horizontal, além dos tipos de ensaios e os equipamentos para execução da prova de carga.

4.1.6.1 Montagem e equipamentos

Os equipamentos utilizados para a montagem e execução das provas de carga horizontal foram:

- Célula de carga vazada (com capacidade de 500 kN);
- Macaco hidráulico manual vazado com capacidade de 500 kN (Figura 116);
- Bomba manual (Figura 116);
- Dois transdutores de deslocamento (LVDT);
- Torpedo e sistema de aquisição de dados do inclinômetro (Figura 118);
- Acessório metálico para o apoio dos transdutores LVDT (100 mm);
- Sistema de aquisição de dados denominado Quantum 840X - HBM, ver Figura 117;
- Tirante (para servir de guia às demais peças e para segurança do sistema);
- Chapas de aço (para complementar o espaço entre as peças do sistema de aplicação de carga);
- Barraca para cobrir o sistema (proteção solar aos equipamentos de aquisição)



Figura 116 – Equipamentos para execução da prova de carga: Bomba Manual, Macaco hidráulico e Transdutores (LVDT).



Figura 117 – Sistema de aquisição de dados Quantum 840X.

Para medição dos deslocamentos, são escavados o solo ao redor dos grupos, são medidos nos topos dos blocos, e para medir foram usados dois transdutores de deslocamento (LVDT). Todas as leituras da célula de carga e deslocamentos foram obtidas através do sistema de aquisição de dados denominado Quantum 840X e gerenciadas pelo software de transdução das leituras, denominado Catman Easy (versão 3.3.3) da HBM do Brasil.

O inclinômetro foi utilizado para medir os deslocamentos horizontais das estacas dos grupos. Este instrumento foi instalado em um furo vertical para acesso a um torpedo sensor deslizante no qual possui ranhuras diametralmente opostas que servem para guiar a descida do sensor e foi verificado antes da instalação quanto ao desalinhamento das ranhuras. A inclinação obtida através da leitora foi convertida em deslocamento lateral; assim comparando leituras atuais com a leitura inicial foi possível verificar o movimento de solo.

O sistema inclinômetro é equipado com servoinclinômetro inercial biaxial. a sonda está equipada com braços quebráveis para fácil recuperação se o sistema estiver bloqueado no tubo. O inclinômetro o cabo de operação é fácil de manusear. O datalogger permite medições com rapidez e segurança. O software para processamento de dados é fácil de usar para cada necessidade e solicitação.



Figura 118 – Torpedo sensor e sistema de aquisição de dados do inclinômetro.

O esquema da montagem da prova de carga horizontal está na Figura 119.

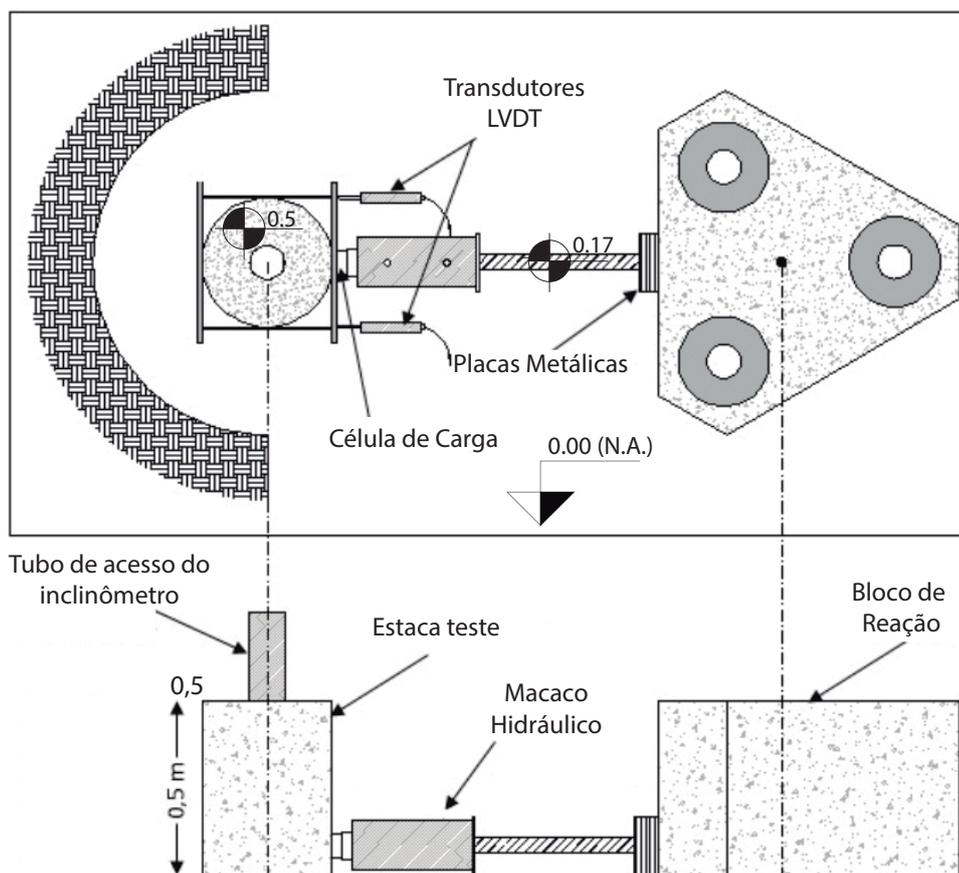


Figura 119 – Esquema geral da montagem da prova de carga horizontal.

A montagem da prova de carga estática horizontal compreendeu as seguintes etapas:

1. Montagem da estrutura das bases de apoio do pistão do macaco;
2. Acomodação no interior da vala do macaco hidráulico, célula de carga, tubo de extensão e placas metálicas de arremate de comprimento;
3. Fixação na estaca do acessório metálico para apoiar os transdutores;
4. Acoplagem dos transdutores no acessório metálico;
5. Ligação dos cabos dos transdutores e da célula de carga ao sistema de aquisição de dados Quantum 840X;
6. Calibração dos transdutores de deslocamento (LVDT) e do sistema de aquisição de dados Quantum 840X;
7. Aplicação de incrementos de carga com intervalos de duração estabelecidos, com registro dos valores de deslocamento lidos;
8. Leituras de inclinação introduzindo o inclinômetro para cada estágio de carga estabelecida;
9. Interrupção da prova de carga, quando atingida deformação limite ou a carga limite a qual foi estipulada previamente considerando-se a carga admissível do elemento estrutural;
10. Organização, aquisição, compilação e análise dos dados obtidos.

4.1.6.2 Tipos de provas de carga e condições do solo

Foram executadas três provas de carga horizontal nos grupos de estaca de 0,3 m de diâmetro e 5 m de comprimento, com o solo na condição natural.

O ensaio foi do tipo lento, seguindo as prescrições da NBR 12131/2006. Neste caso as leituras foram feitas em tempos dobrados (1 min, 2 min, 4 min, 8 min, 15 min, 30 min etc.) sendo que, embora a estabilização acontecesse nas leituras iniciais, o tempo mínimo para mudar de estágio foi de 30 min. No total foram feitos na estaca isolada 14 estágios de carga, com carregamentos iguais e sucessivos de 3.5 kN, no grupo de três estacas 22 estágios de carregamentos iguais e sucessivos de 6 kN e no grupo de quatro estacas foram feitos 22 estágios de 10 kN iguais.

Nas provas de cargas dos grupos de estacas, após obter a última leitura de deslocamento de cada incremento de carga, foram realizadas as leituras do inclinômetro. As leituras foram realizadas a cada 0,5 m de profundidade através de um torpedo sensor a

qual foi colocado ao longo do fuste da estaca, utilizando como guia o tubo de alumínio instalado na fase de concretagem. O inclinômetro utilizado foi o modelo OG310S fabricado pela empresa italiana OTR (Organização Técnica Riuniti). As leituras de inclinômetro permitiram monitorar os deslocamentos horizontais em profundidade ao longo de toda estaca para cada carga incremental da prova de carga horizontal.

5 Apresentação e Análise dos resultados

Nesse capítulo serão apresentados e analisados os ensaios que foram realizados no campo experimental da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp/SP para uma estaca isolada e nos grupo de estacas (com três e quatro estacas), são apresentados dados das medidas dos inclinômetros ao longo da profundidade para cada estágio de carregamento fornece o valor da deflexão da estaca ao longo da profundidade. Para cada conjunto de pontos medidos pelo inclinômetro são ajustadas funções polinomiais através do software Wolfram Mathematica 12.0 com os dados do deslocamento ao longo da profundidade.

Para cada estágio de carregamento uma curva de deflexão é ajustada e determinado a resistência do solo, tendo assim da curva $P - Y$. Da curva $P - Y$ determina-se os parâmetros do modelo hiperbólico.

Nesse trabalho também é proposto um modelo modificado para a determinação curva $P - Y$, tendo assim um dados necessários para fazer uma análise comparativa entre os modelos teóricos e experimentais. Para fazer análises não-linear de estacas sobre carregamento horizontal é preciso da determinação da curva $P - Y$.

Murthy (2002) pesquisou por vários anos uma relação da constante de reação horizontal n_h do solo e propriedades geotécnicas do solo e mecânica da estaca, aqui determina-se o valor do coeficiente proposto por Matlock (1960) e uma relação matemática para o valor de n_h para o presente trabalho.

5.1 Curvas obtidas nas provas de carga horizontal

Na Figura 120 está representado na curva carga horizontal versus deslocamento horizontal no de uma estaca isolada. No ensaio de prova de carga para uma estaca isolada não foi possível determinar os dados do descarregamento, pois, o macaco hidráulico não retomou completamente, falseando o final da curva de descarregamento.

No gráfico apresentado na Figura 168 e 122 estão representados, respectivamente, a curva carga horizontal versus deslocamento horizontal do grupo de três e de quatro estacas, todos ensaiados para condições natural com carregamento e descarregamento.

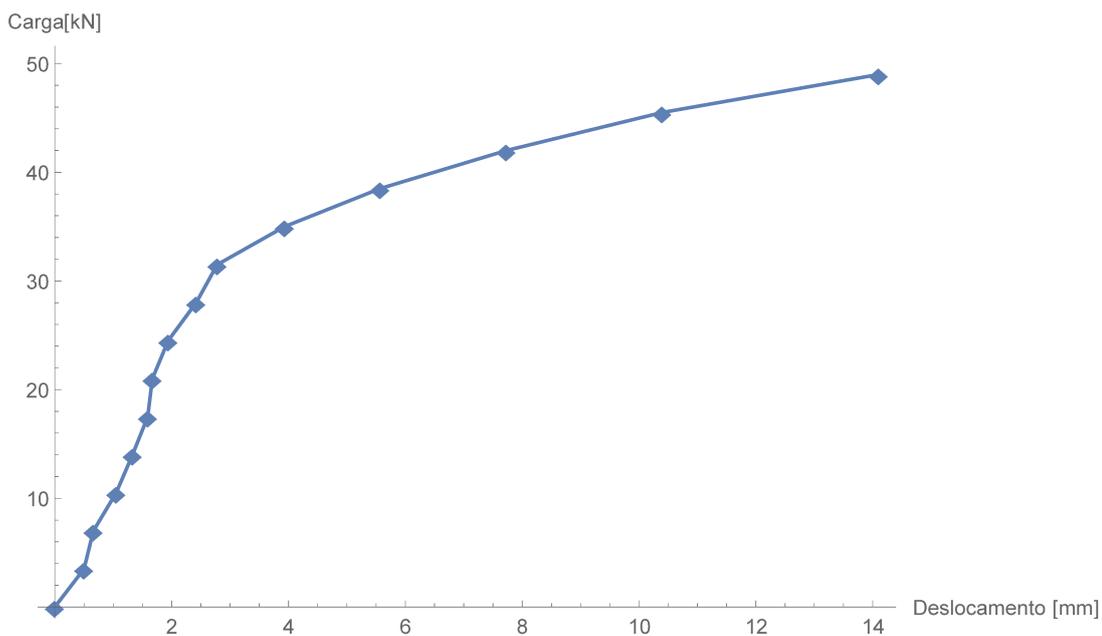


Figura 120 – Prova de carga horizontal da estaca isolada escavada $L = 5m$; $D = 0.30m$.

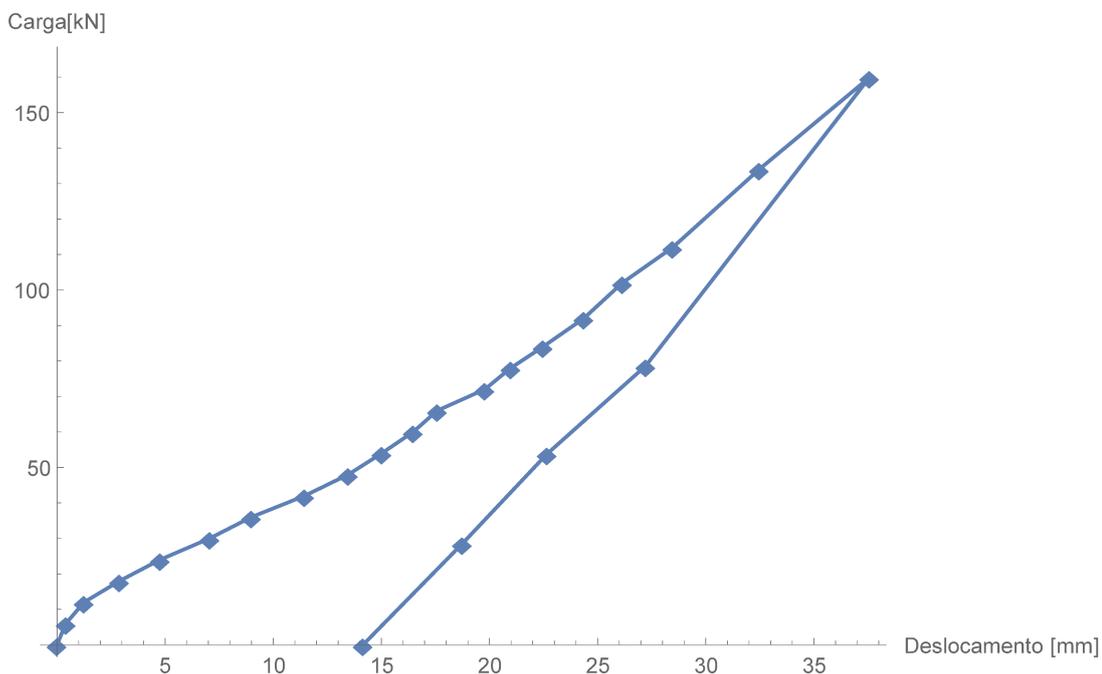


Figura 121 – Prova de carga horizontal no grupo de três das estacas escavadas $L = 5m$; $D = 0.30m$.

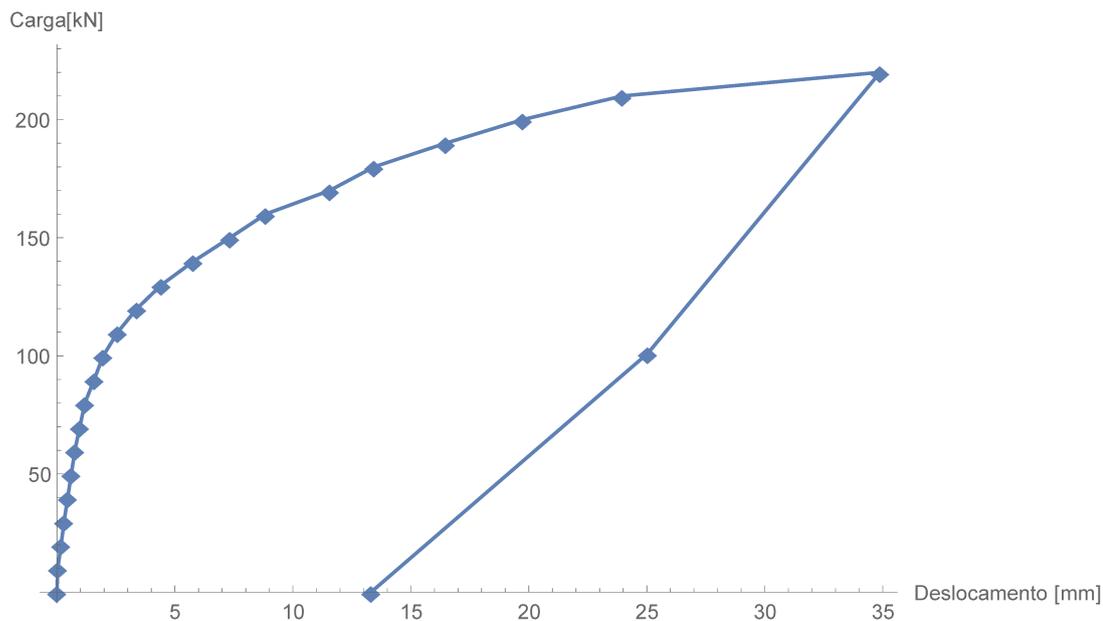


Figura 122 – Prova de carga horizontal no grupo de quatro estacas escavadas $L = 5m$; $D = 0.30m$.

Na Figura 123 as três provas de cargas horizontais são comparadas e os valores das cargas máximas ($P_{m\acute{a}x}$) para cada ensaio aonde para a estaca isolada $P_{m\acute{a}x} = 50$ kN, para o grupo de três estacas $P_{m\acute{a}x} = 150$ kN e para grupo de quatro estacas $P_{m\acute{a}x} = 210$ kN.

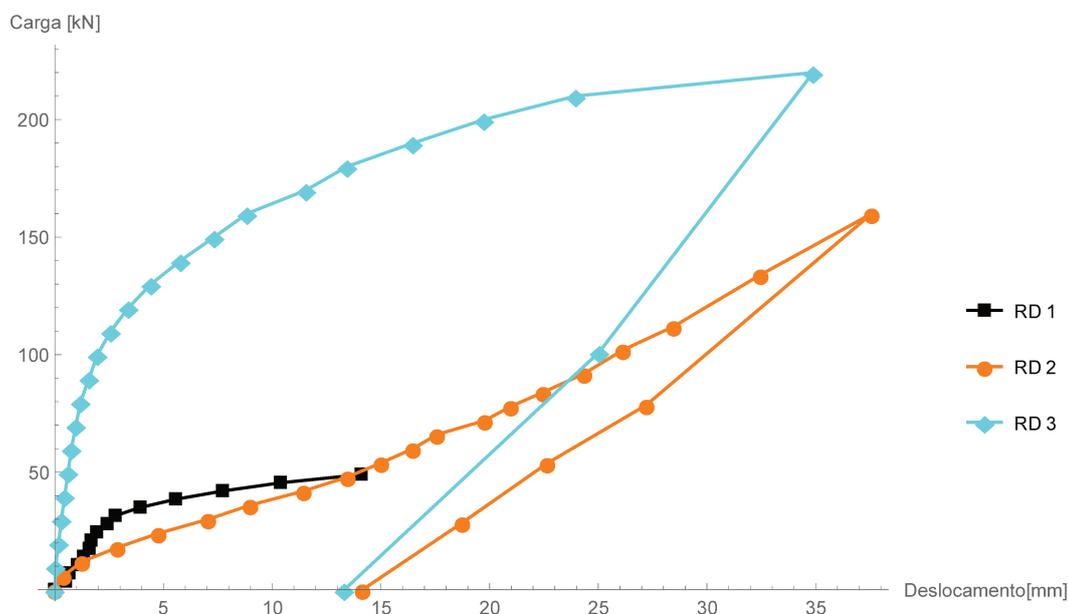


Figura 123 – Comparação de provas de carga horizontal entre estaca isolada e grupos de 3 e 4 estacas. $L = 5m$; $D = 0.30m$.

Na curva obtida com o solo da Figura 124 corresponde à estaca isolada temos uma tendência linear de aumento dos deslocamentos até uma carga de aproximadamente

14 kN, com uma variação pequena de deslocamentos (deslocamentos inferiores a 2 mm). A partir desse ponto a curva tem um comportamento próximo de uma função exponencial, com um maior gradiente de deslocamentos em função do acréscimo de carga aplicada.

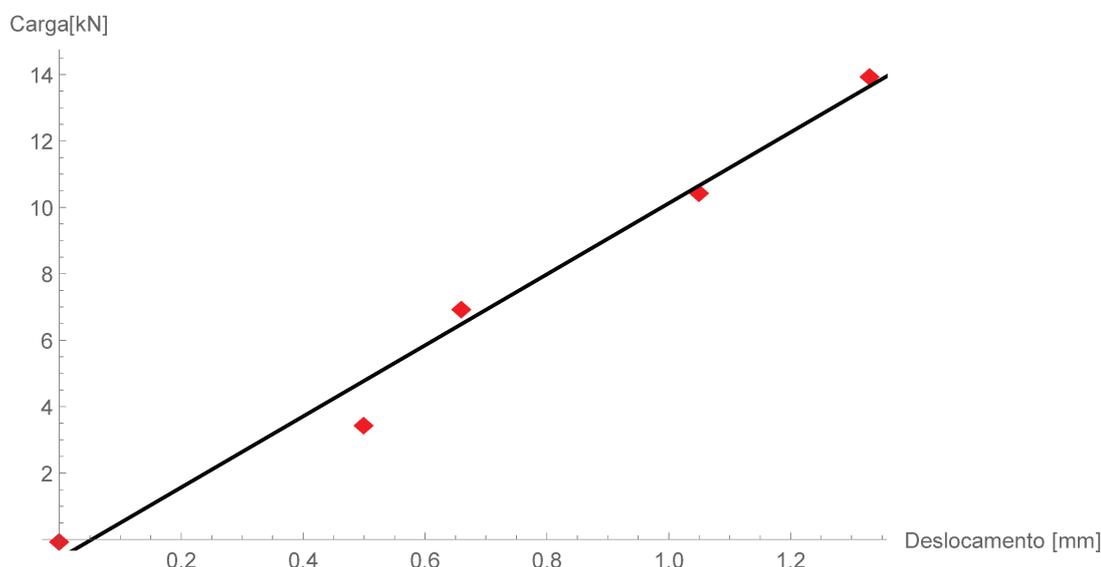


Figura 124 – Ajuste linear do trecho da prova de carga com deformações menores que 2mm

A prova de carga lateral, carga P versus deslocamento (y), para estaca isolada ou grupo de estacas, pode ser ajustada por modelo hiperbólico, segundo [Su e Yan \(2019\)](#) da forma:

$$P(y) = \frac{y}{\left(\frac{1}{K_{ini}}\right) + \left(\frac{1}{P_{ult}}\right)} \quad (5.1)$$

onde P_{ult} é resistência final do solo (FL^{-1}) e $K_{inicial}$ é o módulo de reação inicial do solo (FL^{-2}).

Para a prova de carga horizontal, é definido nesse trabalho, de carga convencionalizada que é correspondente a um deslocamento no topo de 5% a 10% do diâmetro da estaca, adotada de acordo com limites dos deslocamento das superestruturas no projeto.

o modelo hiperbólico proposto [Su e Yan \(2019\)](#) se ajustou aos dados experimentais registrados nas provas de carga da estaca isolada e do grupo de 3 e 4 estacas.

O modelo hiperbólico ajustado para a prova de carga da estaca isolada na Figura 125, para a prova de carga lateral do grupo de quatro estacas na Figura 126 serve para analisar cada prova de carga.

O modelo hiperbólico para prova de carga da estaca isolada, foi determinado através do ajuste por quadrados mínimos da curva $P - Y$ na equação 5.1 que ajustou de acordo com a Figura 125 e tem os seguintes coeficientes de da equação 5.1: $k_{ini} = 17.6 \text{ kN/m}^2$ e $P_{ult} = 62.5 \text{ kN/m}$. Para o grupo de quatro estacas com ajuste por quadrados mínimos, de acordo com Figura 126 tem os seguintes coeficientes de acordo com a equação 5.1: $k_{ini} = 89 \text{ kN/m}^2$ e $P_{ult} = 217.1 \text{ kN/m}$.

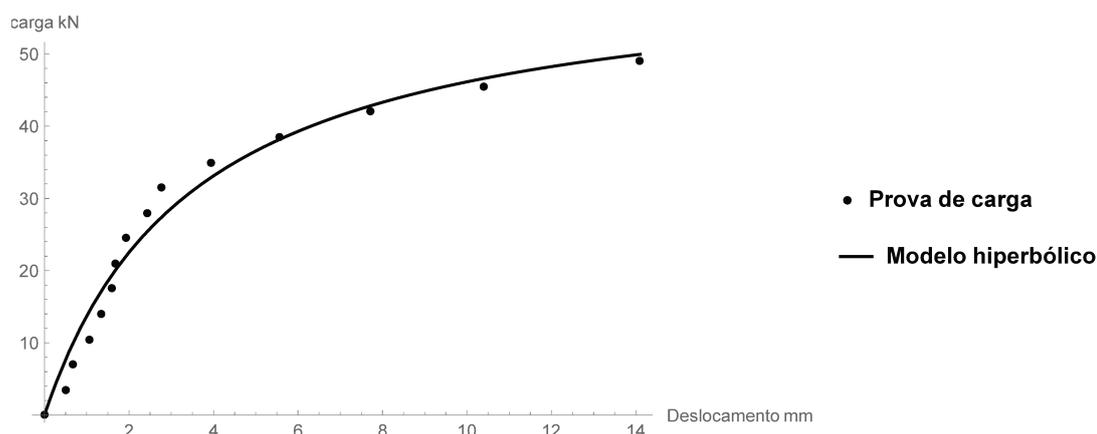


Figura 125 – Ajuste da prova de carga, da estaca isolada, através do Modelo Hiperbólico.

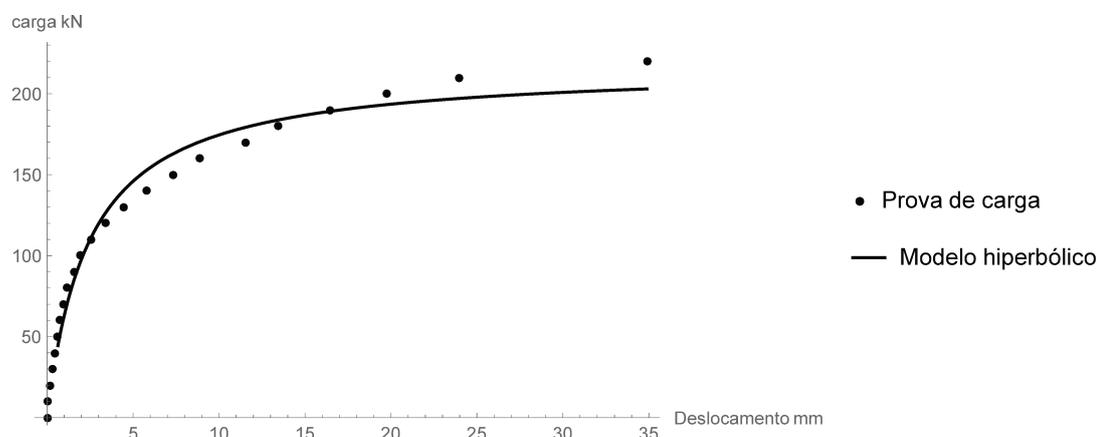


Figura 126 – Ajuste da prova de carga, grupo de quatro estacas, através do Modelo Hiperbólico.

A prova de carga lateral para o grupo de três estacas foi ajustada por um modelo linear dos pontos da curva carga versus deslocamento, a equação da reta $P = 0.646 + 3.9\rho$ como se verifica na Figura 127. Isso deve-se ao fato da relação carga horizontal versus deslocamento terem um comportamento no elástico sem ocorrer a plastificação do solo durante o ensaio.

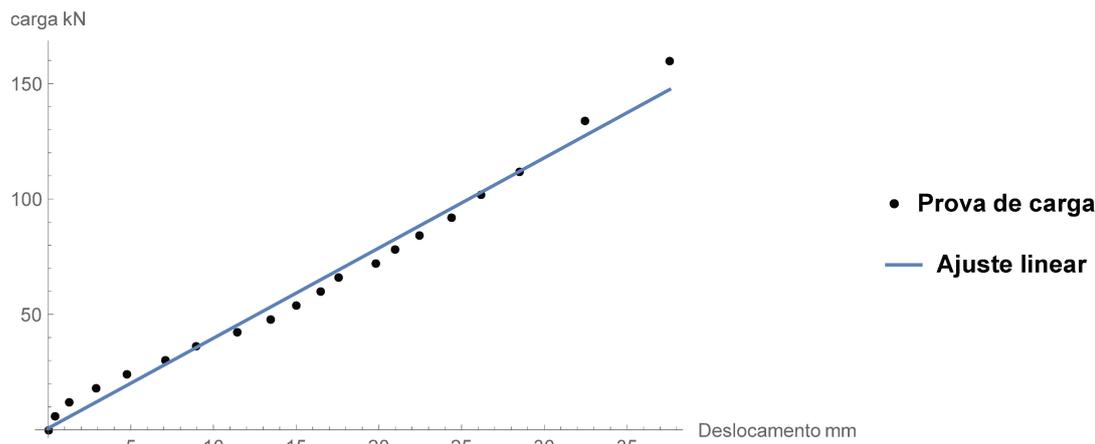


Figura 127 – Ajuste da prova de carga pelo modelo linear.

A função de Mittag-Leffler de um parâmetro é definida na forma de série de potências, Rosendo (2008):

$$E_{\alpha}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha z + 1)} \quad (5.2)$$

Onde $\Re(\alpha) > 0$, $z \in \mathbb{C}$ e $\Gamma(\cdot)$ é a função gama.

A função de Mittag-Leffler de um parâmetro é uma generalização da função exponencial quando $\alpha = 1$ é substituído na equação 5.2, para um estudo introdutório sobre essa função e suas propriedades ver Rosendo (2008).

Uma função usada aqui nesse trabalho é a função de Mittag-Leffler até para uma possível generalização do método de Van der Veen. No gráfico da Figura 128 é comparado os dados da prova de carga horizontal com a função de Mittag-Leffler da forma da equação (5.3), com $\alpha = 0.985$, $R = 48.43\text{kN}$ e $\rho = 0.312$.

$$P = R(1 - E_{\alpha}(-b\rho)) \quad (5.3)$$

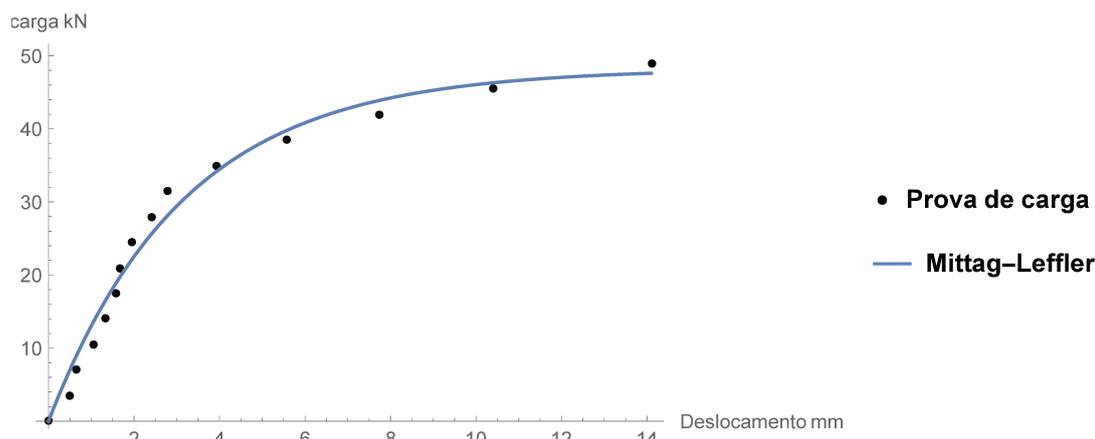


Figura 128 – Ajuste da prova de carga através da função de Mittag-Leffler.

Para o grupo de quatro estacas a prova de carga foi ajustada com a função de Mittag-Leffler da forma da equação 5.3, com $R = 191.83\text{kN}$, $\alpha = 0.92$ e $\rho = -0.34$.

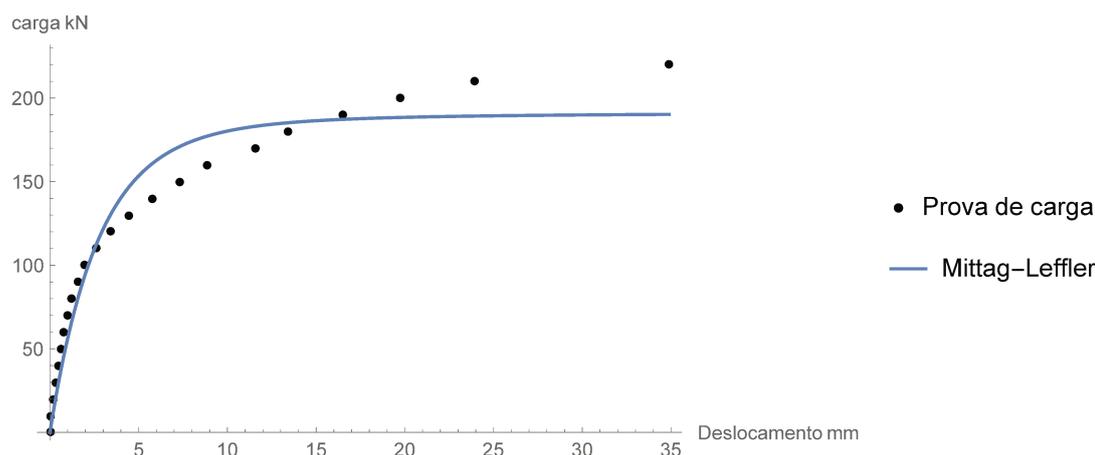


Figura 129 – Ajuste da prova de carga através da função de Mittag-Leffler.

Nesse trabalho, por definição, a carga de projeto é dita carga convencionalizada tendo a prova de carga horizontal da estaca isolada (RD01), do grupo de três estacas (RD02) e grupo de quatro estacas (RD03), neste trabalho é adotada para 5% do diâmetro para isolada e 10% do diâmetro equivalente do grupo, segundo Poulos (1993), é dado por $D_e = \sqrt{n}D$, onde n é números de estacas.

Tabela 13 – Cargas convencionalizadas.

Método	Estaca Isolada (kN)	Grupo RD3 (kN)	Grupo RD4 (kN)
Hiperbólico 10% D	54.7	169.7	207
Hiperbólico 5% D	48.7	85.2	197.8
Mittag-Leffler 10% D	48.4	-	190.7
Mittag-Leffler 5% D	48.2	-	189.4

Para uma carga convencionada de $10\%D$ no modelo hiperbólico a carga do grupo de quatro, três estacas em comparação com a estaca isolada seguiram um comportamento linear de acordo com o gráfico da Figura 130. A equação linear é $H(kN) = 51.72n + 5.85$, onde n é o número de estacas tal que $1 < n < 4$, e apresentou um $R^2 = 0.99$.

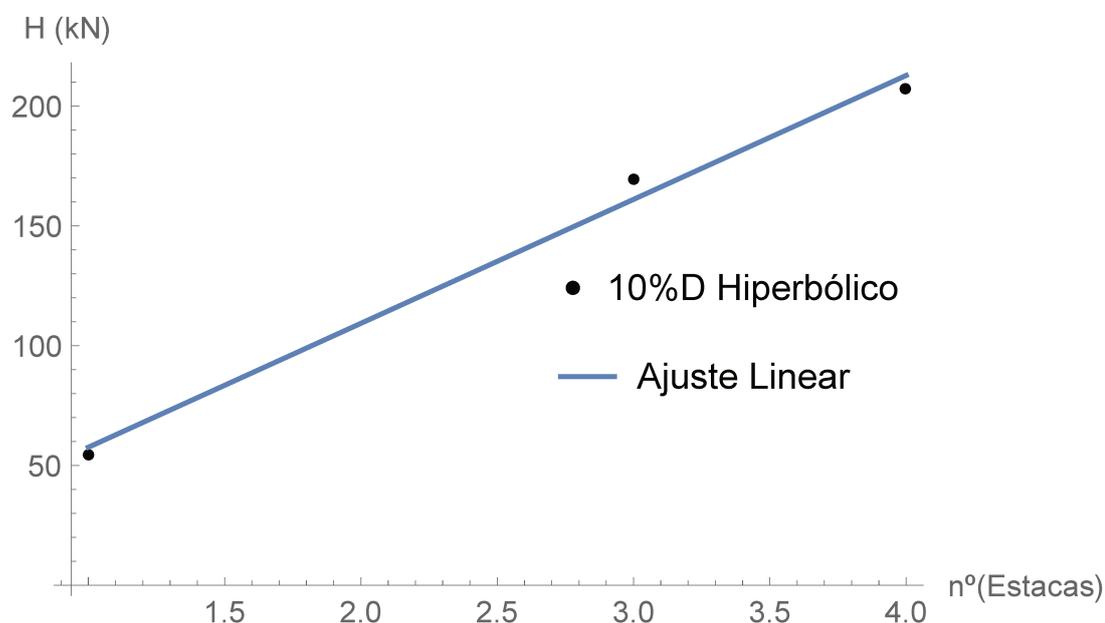


Figura 130 –

A comparação de capacidade de carga lateral é feita através do modelo de Meyerhof et al. (1981) e Patra e Pise (2001) para uma carga convencionada de $5\%D$ de acordo com os valor da Tabela 13.

A equação de Meyerhof et al. (1981) para capacidade de cargas de estacas isolada foi modificada para nosso campos experimental e teve a seguinte formulação:

$$Q_{u,s} = a\gamma L^2 D^2 k_p \quad (5.4)$$

onde, γ – peso específico do solo (kN/m^3), D diâmetro da estaca (m) e $k_p = \text{tg}^2(45^\circ + \frac{\phi}{2})$, a - coeficiente do campo experimental.

A equação de Patra e Pise (2001) para capacidade de cargas de estacas isolada foi modificada para nosso campos experimental e teve a seguinte formulação:

$$Q_{u,s} = a\gamma L^2 D^2 k_p \quad (5.5)$$

onde, γ – peso específico do solo (kN/m^3), D diâmetro da estaca (m) e $k_p = \text{tg}^2(45^\circ + \frac{\phi}{2})$, $a = 0.36$ - coeficiente do campo experimental.

A equação de [Patra e Pise \(2001\)](#) para capacidade de cargas de estacas de grupos de 3 estacas modificada para nosso campos experimental, e teve a seguinte formulação:

$$Q_{u,g} = \gamma L^2 [k_s S + b D k_p] \quad (5.6)$$

onde, γ – peso específico do solo (kN/m^3), D diâmetro da estaca (m) e $k_p = \text{tg}^2(45^\circ + \frac{\phi}{2})$, b - coeficiente do campo experimental, S - espaçamento entre as estacas, $k_s = (1 - \text{sen}\phi)\text{tg}\phi$.

A equação de [Patra e Pise \(2001\)](#) para capacidade de cargas de estacas de grupos de 4 estacas tem a seguinte formulação:

$$Q_{u,g} = \gamma L^2 [k_s S + b D k_p] \quad (5.7)$$

onde, γ – peso específico do solo (kN/m^3), D diâmetro da estaca (m) e $k_p = \text{tg}^2(45^\circ + \frac{\phi}{2})$, $b = 0.72$ -coeficiente do campo experimental, S - espaçamento entre as estacas, $k_s = (1 - \text{sen}\phi)\text{tg}\phi$ e ϕ - ângulo de atrito do solo.

A Tabela 14 mostra uma comparação com a prova de carga lateral através dos modelos hiperbólicos e de Mittag-leffer com [Patra e Pise \(2001\)](#) e [Meyerhof et al. \(1981\)](#) que precisam de parâmetros do solo tem um erro no intervalo de 10% colocando assim os resultados conservadores de acordo com [Reese e Impe \(2014\)](#).

Tabela 14 – Comparação entre métodos de carga lateral.

Método	Estaca Isolada (kN)	Grupo RD3 (kN)	Grupo RD4 (kN)
Hiperbólico 5% D	48.7	169.7	207
Mittag-Leffler 5% D	48.4	85.2	197.8
Patra e Pise (2001) 5% D	57	100.5	195.6
Modificado 5% D	47.6	110	205.5

5.2 Deflexão dos inclinômetros

Na Figura 131 tem-se um croqui de localização dos inclinômetro nos grupos de estacas e uma identificação que usaremos nessa secção.

LOCAÇÃO DOS INCLINÔMETROS - UNICAMP

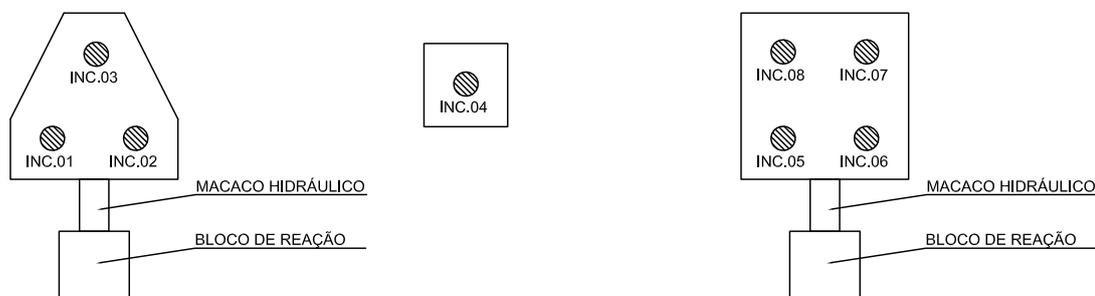


Figura 131 – Croqui da localização dos inclinômetros.

O deslocamento horizontal incremental ao longo da profundidade pelo inclinômetro, para os 14 estágios de carregamentos, no grupo de estaca formado pela estaca isolada está na Figura 5.5.

As leituras com o inclinômetro permitiram obter a variação dos deslocamentos horizontais em profundidade ao longo dos ensaios de prova de carga lateral para cada estágio de carregamento. Os resultados obtidos são apresentados através de gráficos que indicam a variação incremental e acumulada dos deslocamentos em profundidade para cada estágio de carga e estão nos gráficos para o grupo de quatro estacas as Figuras: 133, 134, 135 e 136; e os gráficos para o grupo de três estacas as Figuras: 137, 138 e 139 e estaca isolada na Figura 132.

Os deslocamentos incrementais são medidos em intervalos de profundidades predeterminados (neste caso cada 0,5 m) a partir da extremidade inferior do tubo (ponta da estaca) até a sua parte superior, e representam o incremento de deslocamento de uma profundidade específica em relação ao valor medido na profundidade imediatamente anterior. O deslocamento acumulado, representa a somatório dos deslocamentos incrementais registrados até a profundidade de análise, essa somatório é realizada a partir da extremidade inferior do tubo.

Os deslocamentos do inclinômetro para a estaca isolada a uma profundidade de 2.0 m é menor que $0.5\%D$ do diâmetro para estacas, que corresponde a um $L = 6.7D$ onde o carregamento lateral não tem mas influência significativa na deflexão da estaca, dado na Tabela 15.

O comprimento crítico l_c de uma estaca para o problema de carregamento lateral foi descrito por [Randolph \(1981\)](#), [Tomlinson e Boorman \(2001\)](#) e [Fleming et al.](#)

Tabela 15 – Influência da deflexão em relação a L/D da estaca em %D, estaca isolada.

z (m)	L/D	%
1.5	5	0.13
2.0	6.7	0.03

(2014) é dado como $l_c c = 4T$, onde T é rigidez relativa estaca solo. O comprimento crítico para a estaca isolada é $l_c = 3.8m$. Significa que a estaca é considerada longa ou flexível para um comprimento maior que o comprimento crítico.

O comprimento das estacas é de 5 m e o diâmetro das estacas é de 0,30 m, dando-lhes uma relação de esbeltez¹ de $L/D = 17$, o que as torna delgadas ou flexíveis, ou denominadas estacas longas.

Para o grupo de 3 estacas tem-se um $L/D = 11.7$ nas estacas INC01 e INC02 com deslocamentos menor que 0.5% e para a estaca INC03 tem-se um valor de $L/D = 13.3$ para deslocamentos menores que 0.5%D que esse aumento se deve a influência do empuxo do solo das duas estacas (INC02, INC01) na estaca na estaca INC03, ver a Tabela 16.

Tabela 16 – Influência da deflexão em relação a L/D da estaca em %D, Grupo de 3 estacas.

Estaca	z (m)	L/D	%
INC01	3.5	11.7	<0.5%D
INC02	3.5	6.7	<0.5%D
INC02	4.0	6.7	<0.5%D

Para o grupo de 4 estacas tem-se $L/D = 13.3$ para todas as estacas do grupo da fileira da frente INC05 e INC06 e valores maiores de $L/D = 14$ nas estacas INC07 e INC08, esse aumento é devido o empuxo de solo gerado nas estacas, ver Tabela 17.

Tabela 17 – Influência da deflexão em relação a L/D da estaca em %D, Grupo de 4 estacas.

Estaca	z (m)	L/D	%
INC05	4.0	13.7	<0.5%D
INC06	4.0	13.7	<0.5%D
INC07	4.2	14	<0.5%D
INC08	4.2	14	<0.5%D

¹ A relação de esbeltez é a razão entre o comprimento da estaca sobre o diâmetro, Reese e Impe (2014)

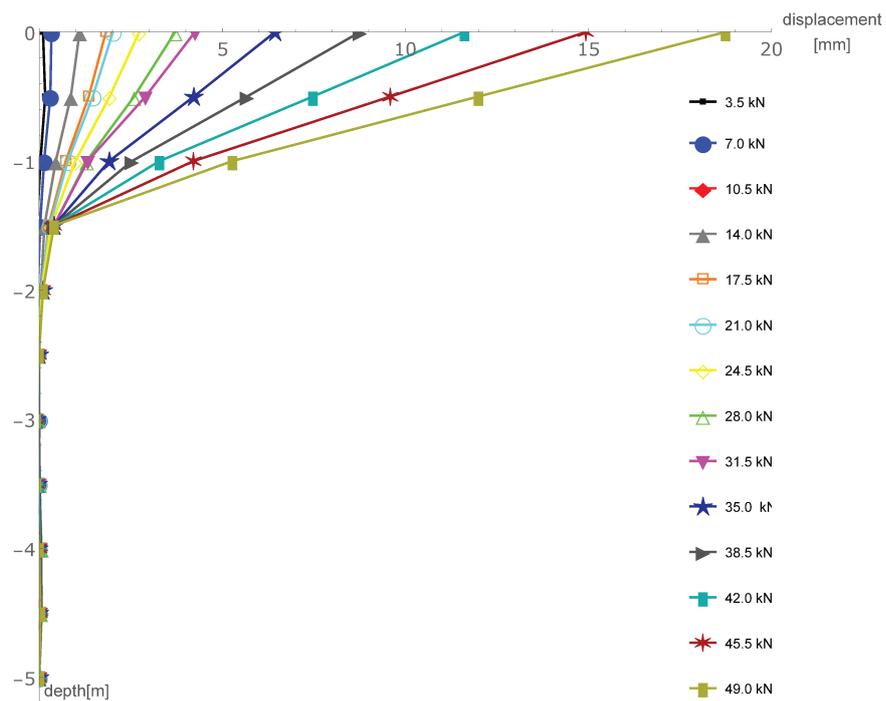


Figura 132 – Deflexão do Inclinômetro da estaca isolada.

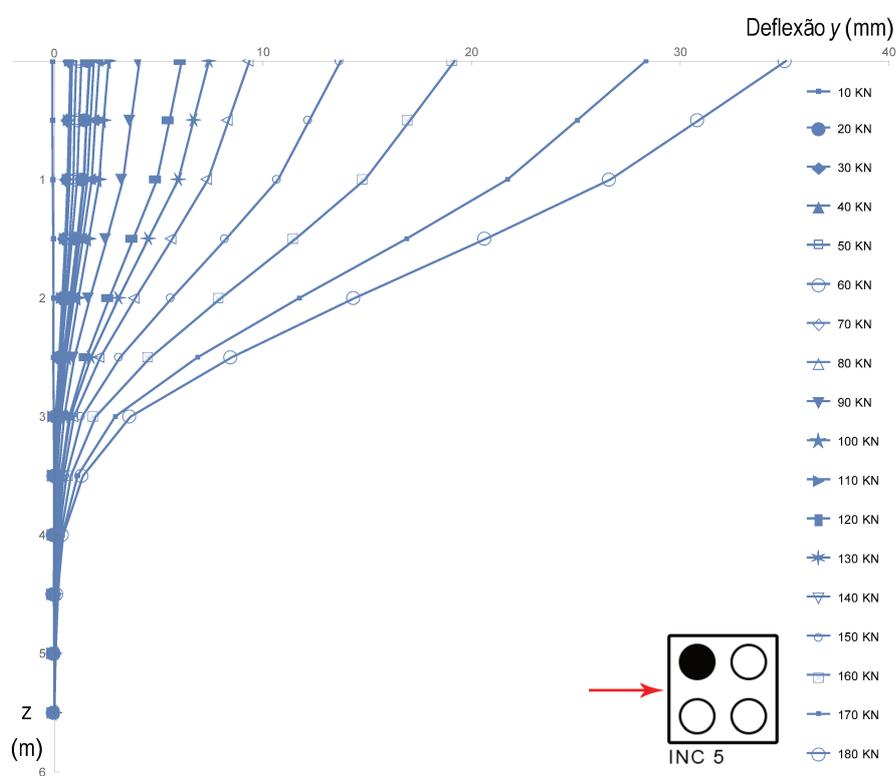


Figura 133 – Deflexão do Inclinômetro IN.05 do grupo de quatro estacas.

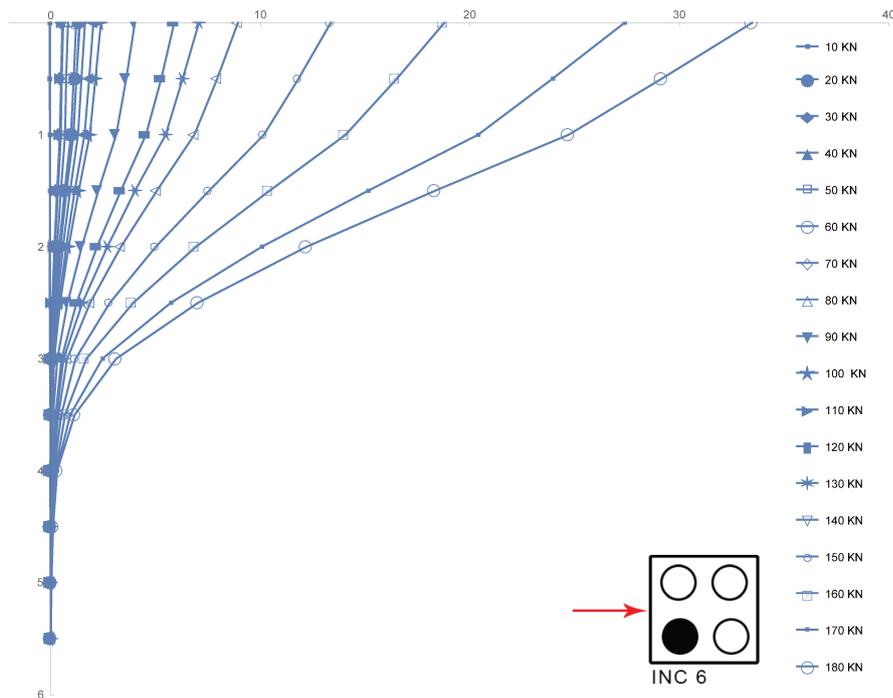


Figura 134 – Deflexão do Inclínômetro IN.06 do grupo de quatro estacas.

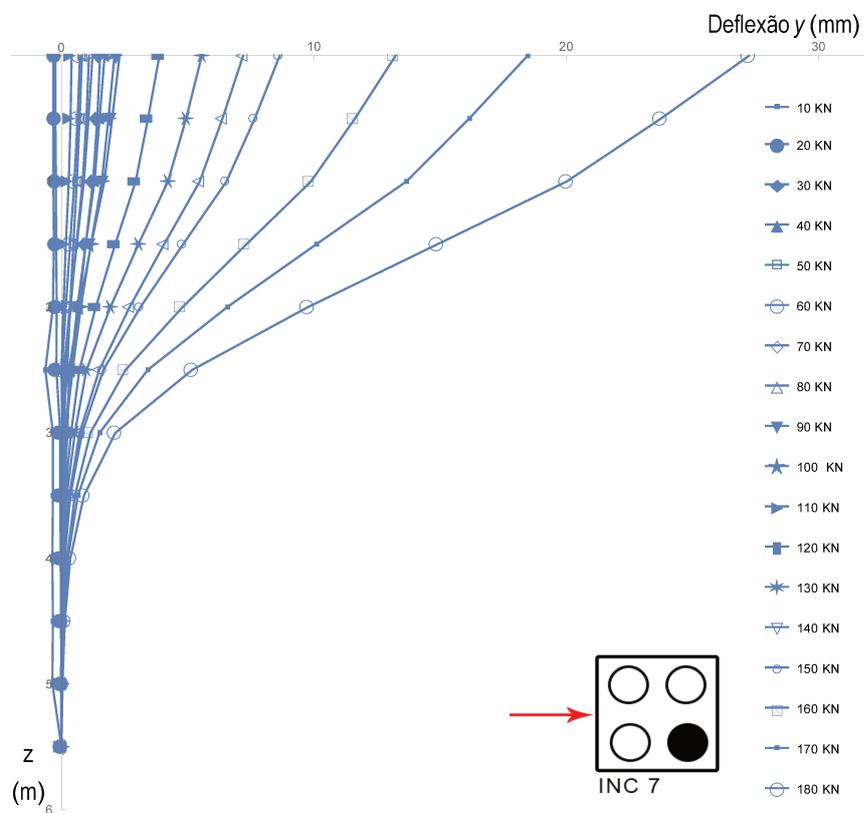


Figura 135 – Deflexão do Inclínômetro IN.07 do grupo de quatro estacas.

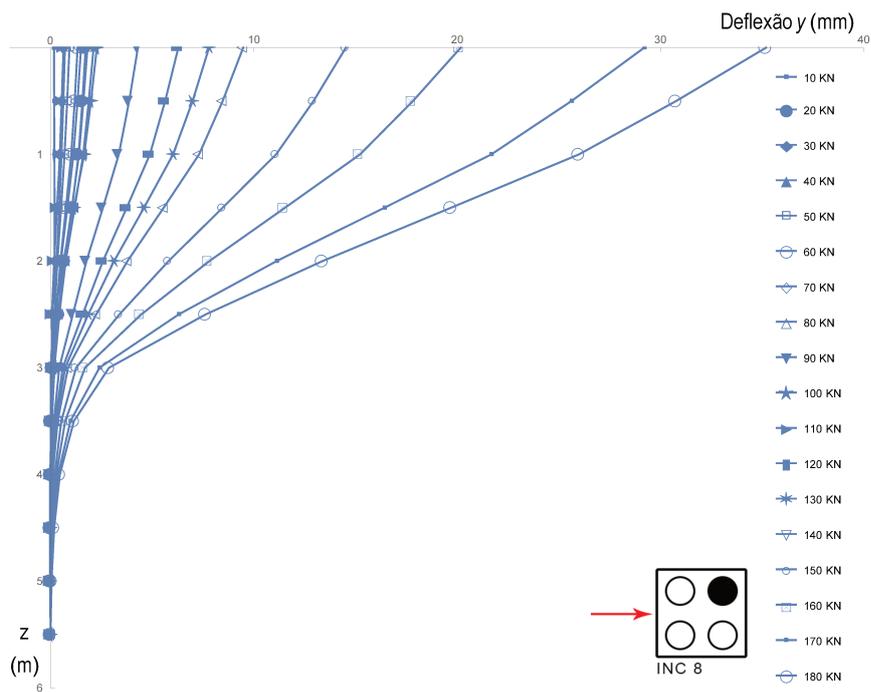


Figura 136 – Deflexão do Inclinômetro IN.08 do grupo de quatro estacas.

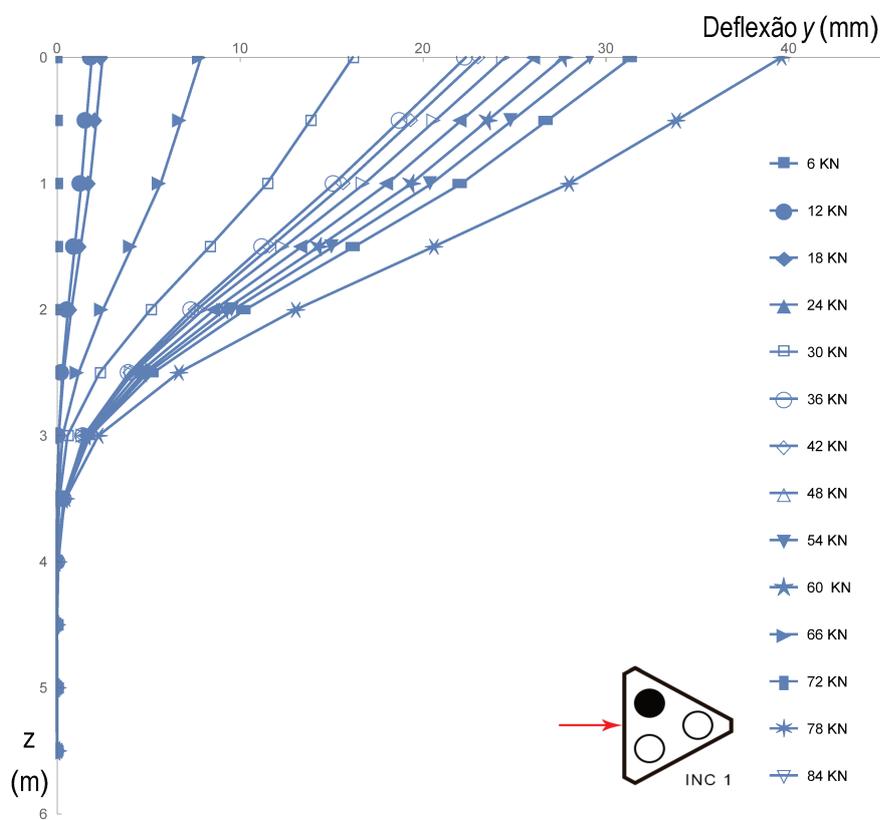


Figura 137 – Deflexão do Inclinômetro IN.01 do grupo de três estacas.

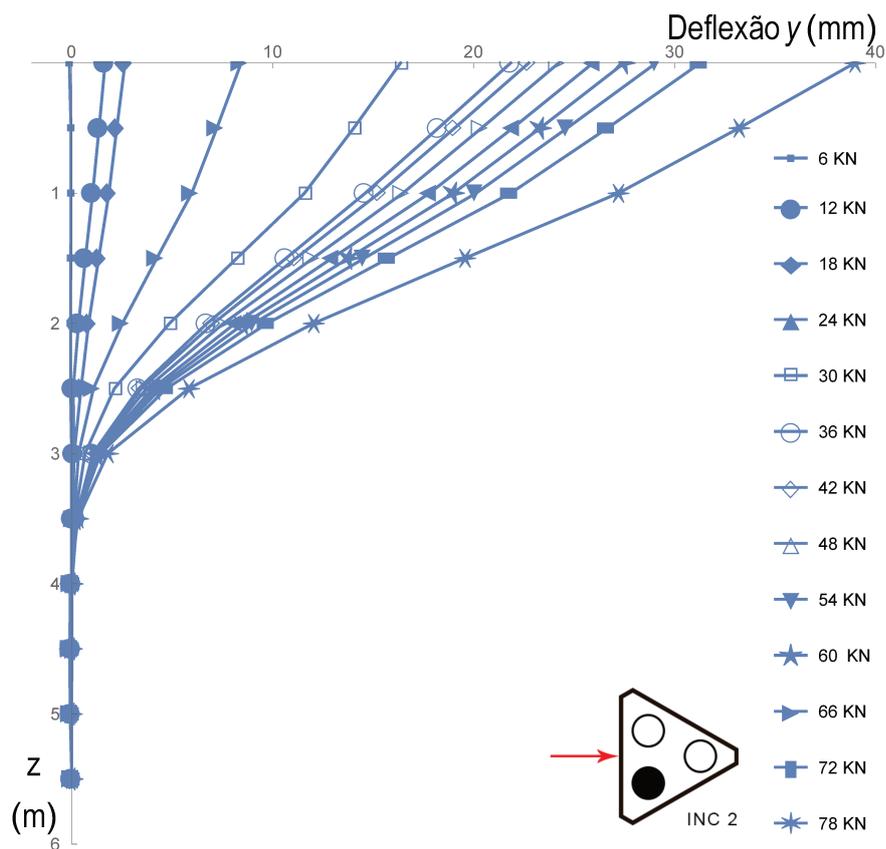


Figura 138 – Deflexão do Inclinoômetro IN.02 do grupo de três estacas.

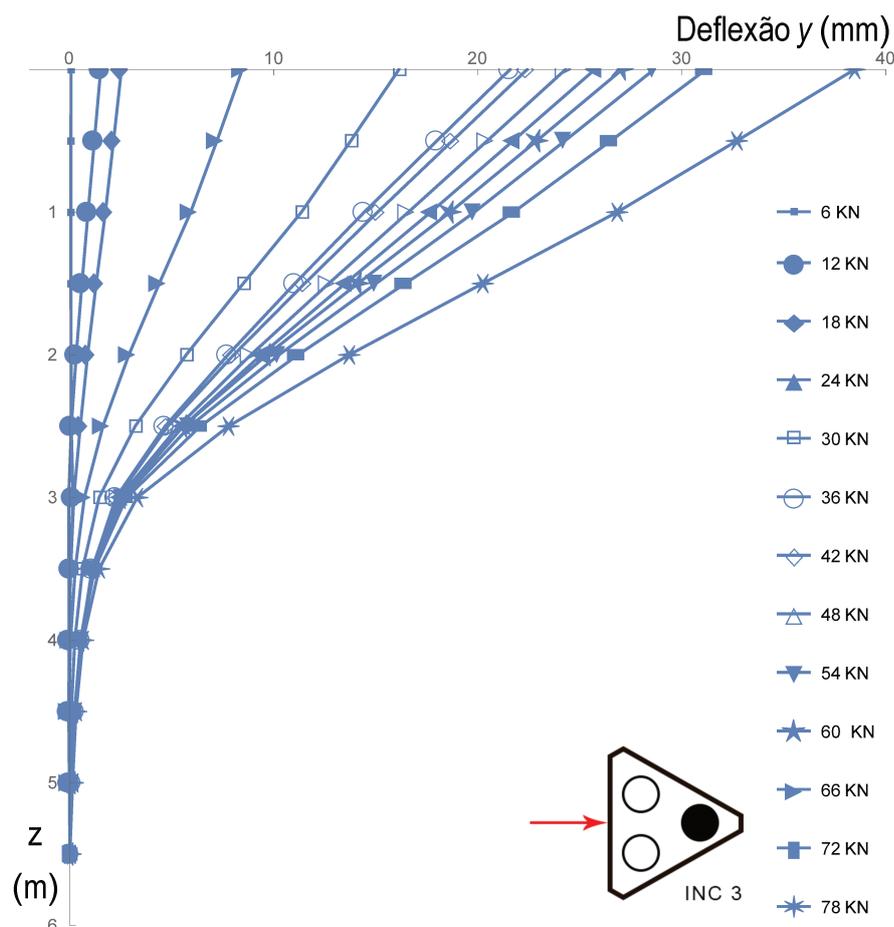


Figura 139 – Deflexão do Inclinômetro IN.03 do grupo de três estacas.

5.3 Modelo Polinomial 6^a ordem

Nessa seção uma função polinomial de ordem superior, para ajustar os dados do inclinômetros das estacas, através do método dos mínimos quadrados, utilizado o software Mathematica 12.0. [Brown et al. \(1988b\)](#) utilizou polinômios de ordem superior para ajustar dados de estacas isoladas e de grupo. [Nip e Ng \(2005\)](#) realizou ensaios de campo de estacas de grande diâmetro em Hong Kong, e as estacas instrumentadas com inclinômetro ao longo da profundidade, e assumiu um polinômio de quarta ordem para representar a reação do solo e integrando ele assume o perfil de deslocamento para encontrar uns coeficientes de ajustes da rotação, momento e cisalhamento.

A função polinomial de 6^a ordem é da forma :

$$y[z] = \sum_{n=1}^6 a_n z^n \quad (5.8)$$

onde, a_i ($i = 1, \dots, 6$) são coeficientes a ser determinado pelo ajuste dos mínimos quadrados com os dados do inclinômetros.

Na figura 140 tem-se o ajuste polinomial para estaca isolada em todos os estágios de carregamentos, o que nota-se que o modelo ajusta de forma contínua os dados do inclinômetro para todos os incrementos de carga. A ideia em ajustar os dados por um polinômio de ordem sete é determinar a curva $P - Y$ e comparar com outros métodos para determinar a curva $P - Y$.

O deslocamento máximo da estaca isolada no topo é de 14.1 mm que corresponde a $4.5\%D$ onde D é o diâmetro da estaca.

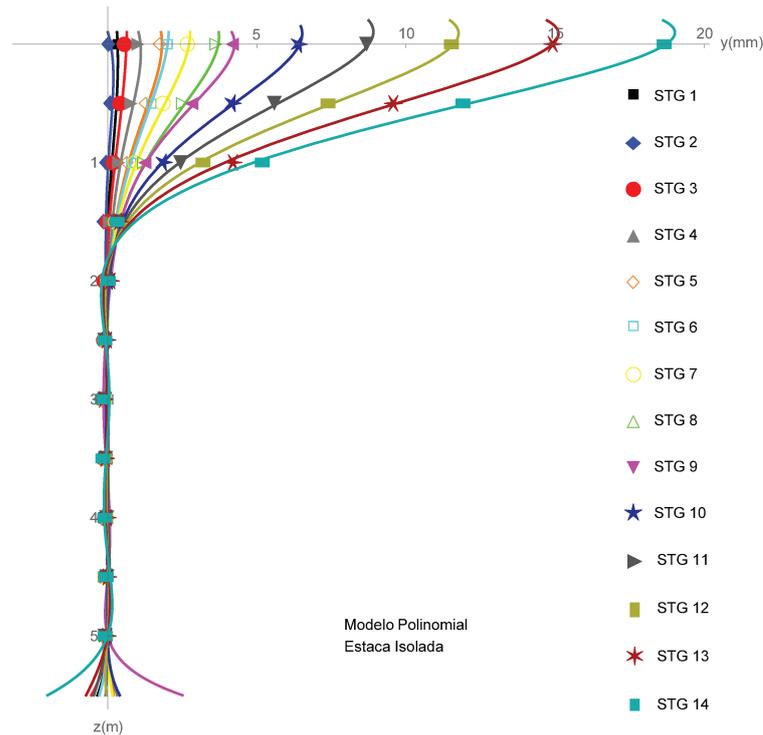


Figura 140 – Estaca isolada Estágios 1 a 14 do IC04 com ajuste polinomial de grau 6.

Nas figuras 141, 142 e 143 tem-se o ajuste polinomial para estaca do grupo de três estacas em todos os estágios de carregamentos, o que nota-se que o modelo ajustou os dados do inclinômetro para todos os incrementos de carga.

A deflexão sob a carga das estacas grupo de 3 (INC01, INC02 e INC03) são de 58% a 70% maiores do que a estaca isolada sob uma carga igual à carga média por estaca.

A deflexão sob a carga das estacas grupo de 4 (INC05, INC06, INC07 e INC08) são de 58% a 70% maiores do que a estaca isolada sob uma carga igual à carga média por estaca.

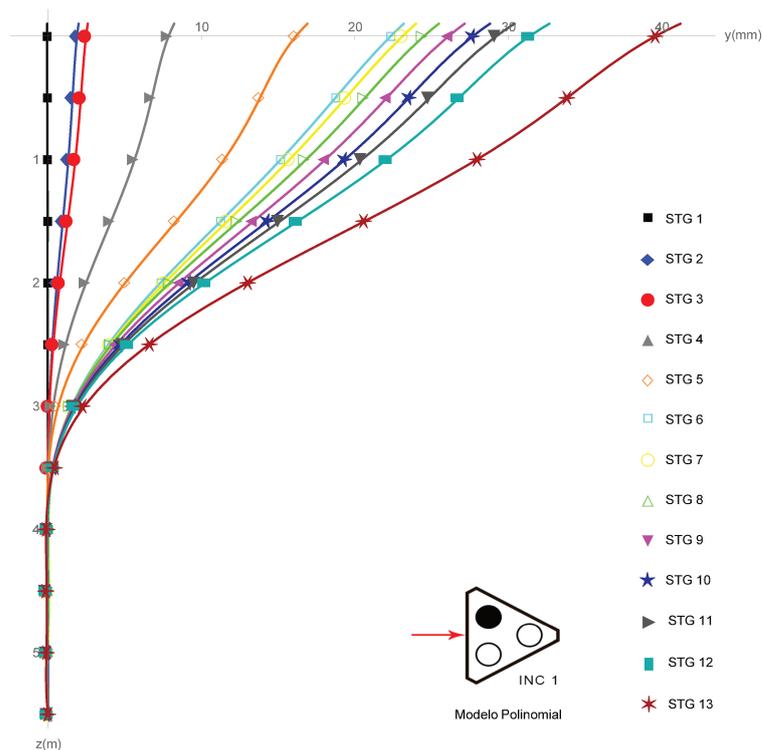


Figura 141 – Estágios 1 a 13 do IN01 com ajuste polinomial de grau 7.

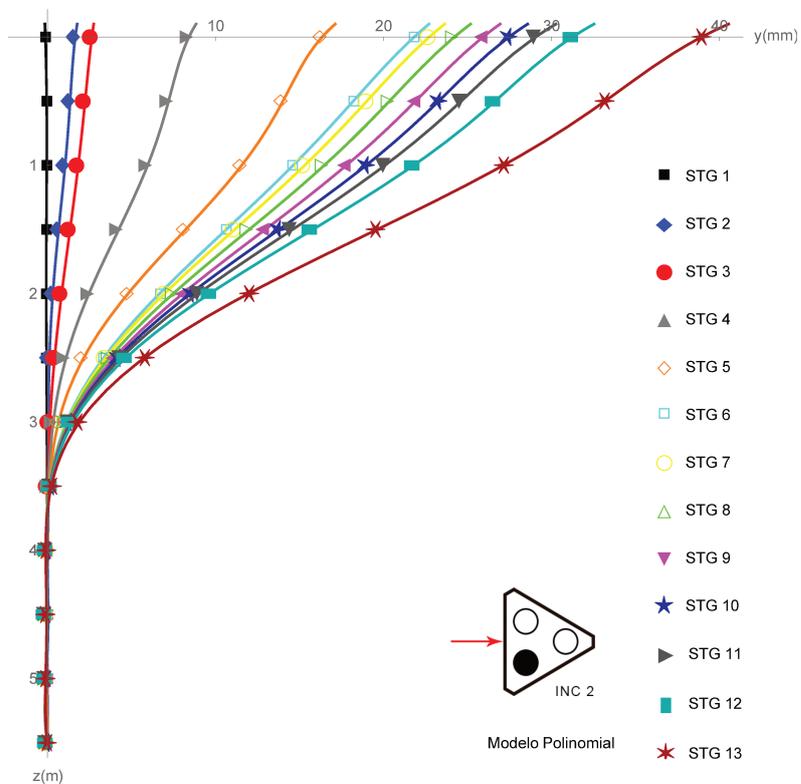


Figura 142 – Estágios 1 a 13 do IN02 com ajuste polinomial de grau 7.

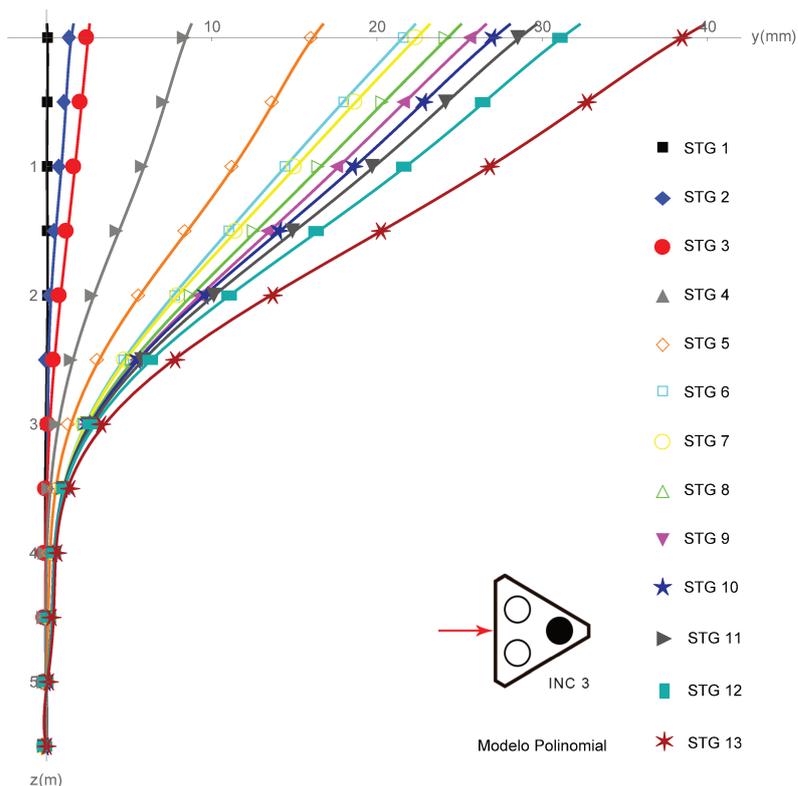


Figura 143 – Estágios 1 a 13 do IN03 com ajuste polinomial de grau 7.

Nas figuras 144, 145, 146 e 147 temos o ajuste polinomial para estaca do grupo de quatro estacas em todos os estágios de carregamentos, o que nota-se que o modelo ajustou de forma contínua nos dados do inclinômetro para todos os incremento de carga.

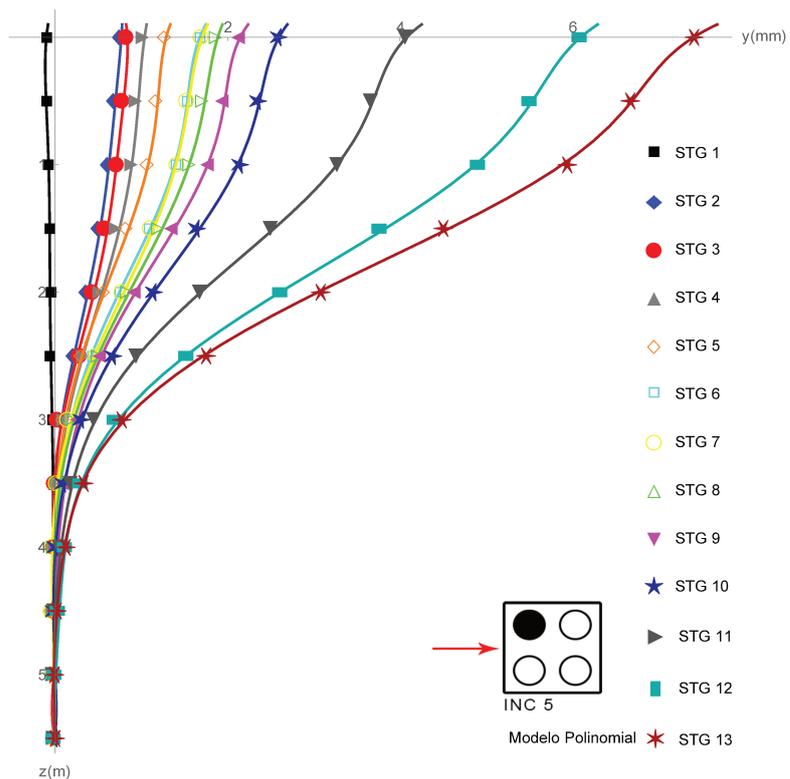


Figura 144 – Estágios 1 a 13 do IN05 com ajuste polinomial de grau 7.

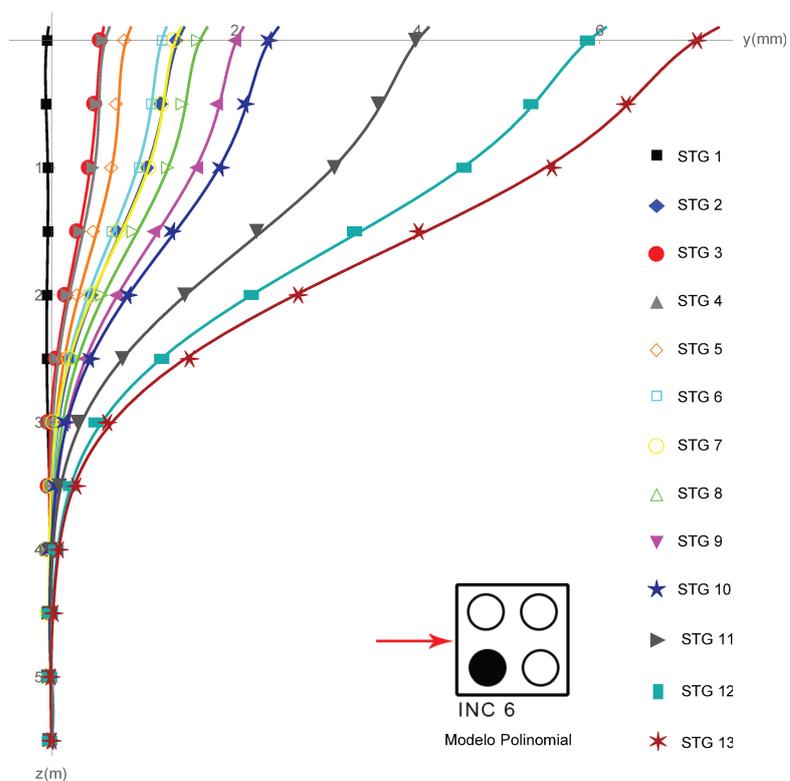


Figura 145 – Estágios 1 a 13 do IN06 com ajuste polinomial de grau 7.

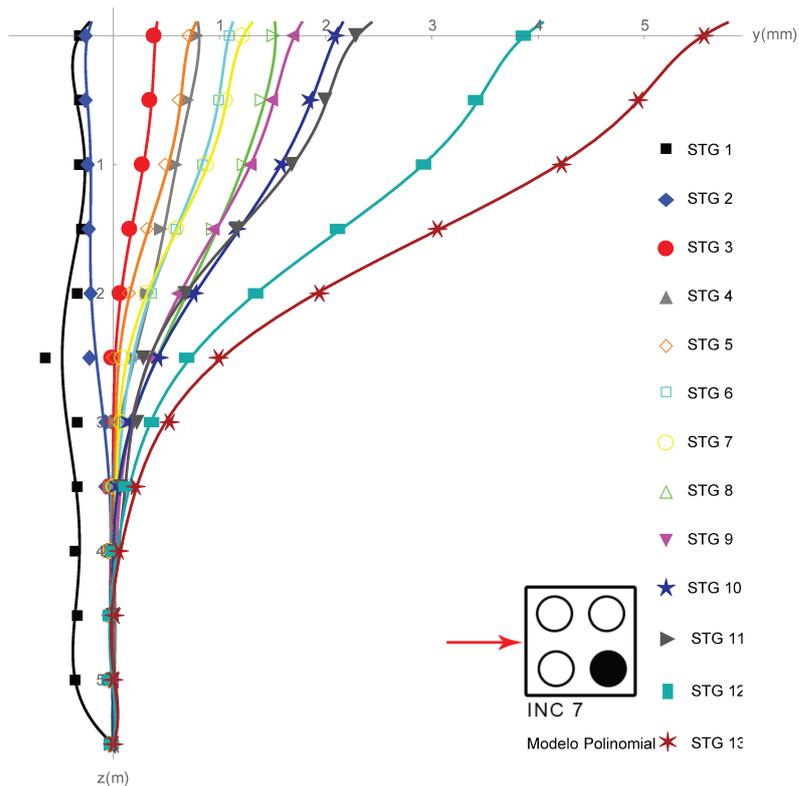


Figura 146 – Estágios 1 a 13 do IN07 com ajuste polinomial de grau 7.

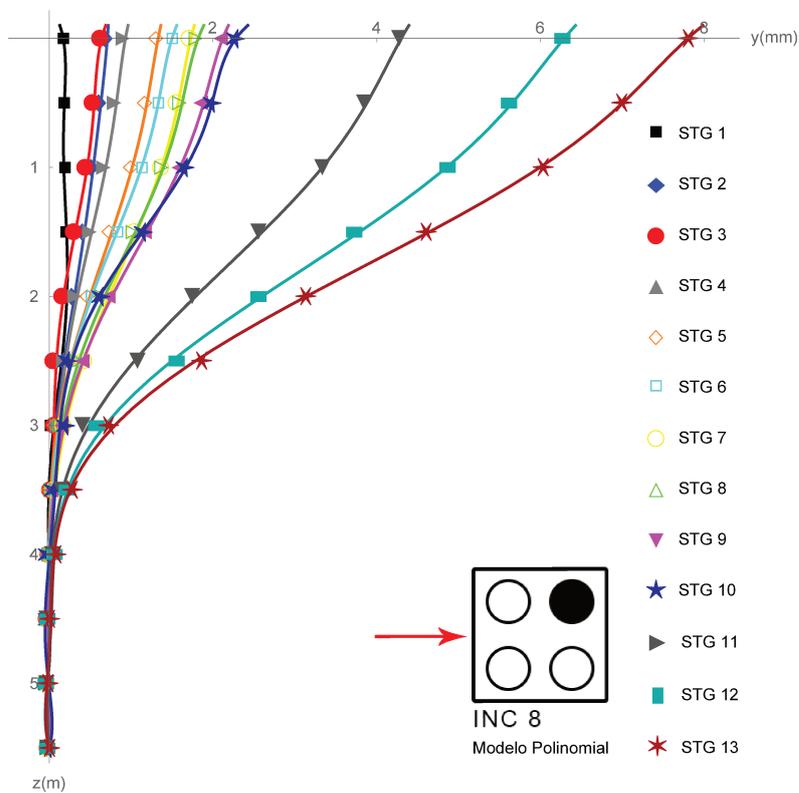


Figura 147 – Estágios 1 a 13 do IN08 com ajuste polinomial de grau 7.

5.4 Determinação das curvas $P - Y$ pelo método do ajuste polinomial de ordem superior

O trabalho de [Ooi e Ramsey \(2003\)](#) apresenta vários métodos de determinação da curva $P - Y$ através de dados do inclinômetro, [Brown et al. \(1988b\)](#) também apresenta um método de ajuste para polinômios de ordem superior, baseado nesses trabalhos está sendo proposto um método de determinação da curva $P - Y$.

Um trabalho recente [Xu et al. \(2020\)](#) de turbinas eólicas no mar foi instrumentado com fibra ótica e determinado através de polinômios a curva $P - Y$.

Nessa seção será determinada as curvas $P - Y$ para cada estágio de carregamento da estaca isolada, para cada estaca do grupo de três e quatro estacas.

A determinação da curva $P - Y$ é determinada da seguinte forma:

1) Com os dados dos inclinômetros para a respectiva carga aplicada, ou seja cada estágio de carregamento, na prova de carga faz um ajuste pelo método dos quadrados mínimos com uma função polinomial de sexta ordem através do software Mathematica 12.0, na seguinte forma:

$$y(z) = az^6 + bz^5 + cz^4 + dz^3 + ez^2 + fz + h \quad (5.9)$$

onde y é dado em mm e as constantes a, b, c, d, e, f, g, h são determinadas.

2) Depois determinar a função polinomial de sexta ordem, encontre a equação a reação do solo variando com a profundidade:

$$P(z) = E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} \quad (5.10)$$

3) Para cada profundidade z substituir na equação 5.10 temos uma deflexão $y(mm)$, assim teremos, para o estágio de carregamento H_1 o ponto (P_1, y_1) , para o próximo estágio H_2 o ponto (P_2, y_2) , e assim sucessivamente para o estágio estágio H_n o ponto (P_n, y_n) , com isso montamos o gráfico da curva $P - Y$ da forma da Figura 148. Para a estaca isolada as curvas $P - Y$ para o inclinômetro INC04, de acordo com o método dessa seção, é dado no gráfico da Figura 149, para os grupos de três estacas para os inclinômetros IN01, IN02 e IN03 nos gráficos das Figuras 150, 151 e 152, respectivamente. Para os grupos de quatro estacas para os inclinômetros IN.05, IN.06, IN.07 e IN.08 nos gráficos das Figuras 153, 154, 155 e 156, respectivamente.

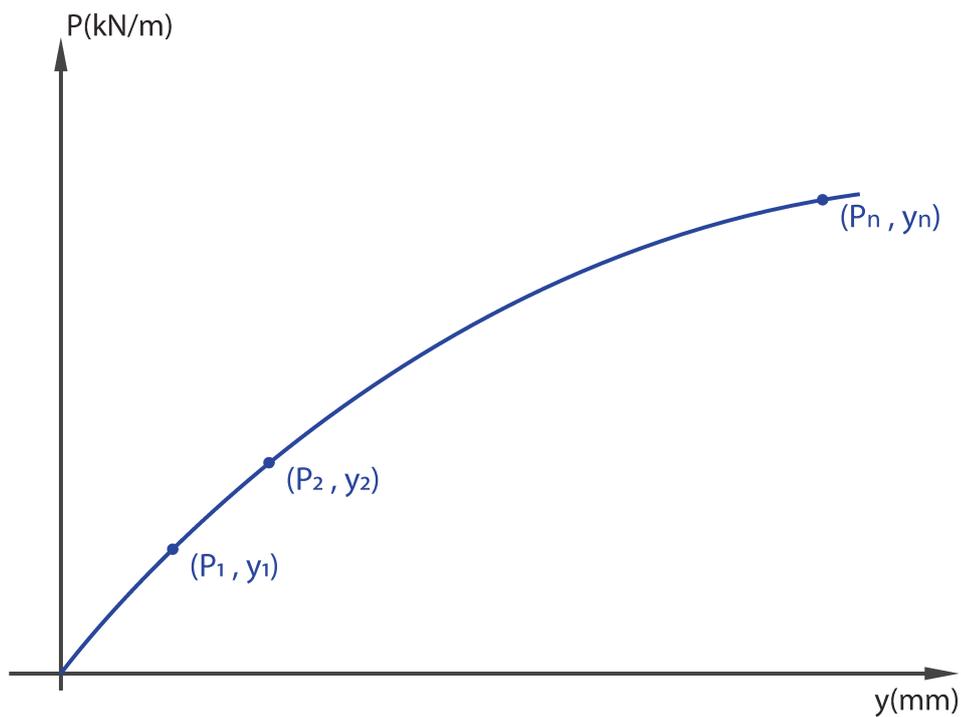


Figura 148 – Exemplo Curvas P-Y

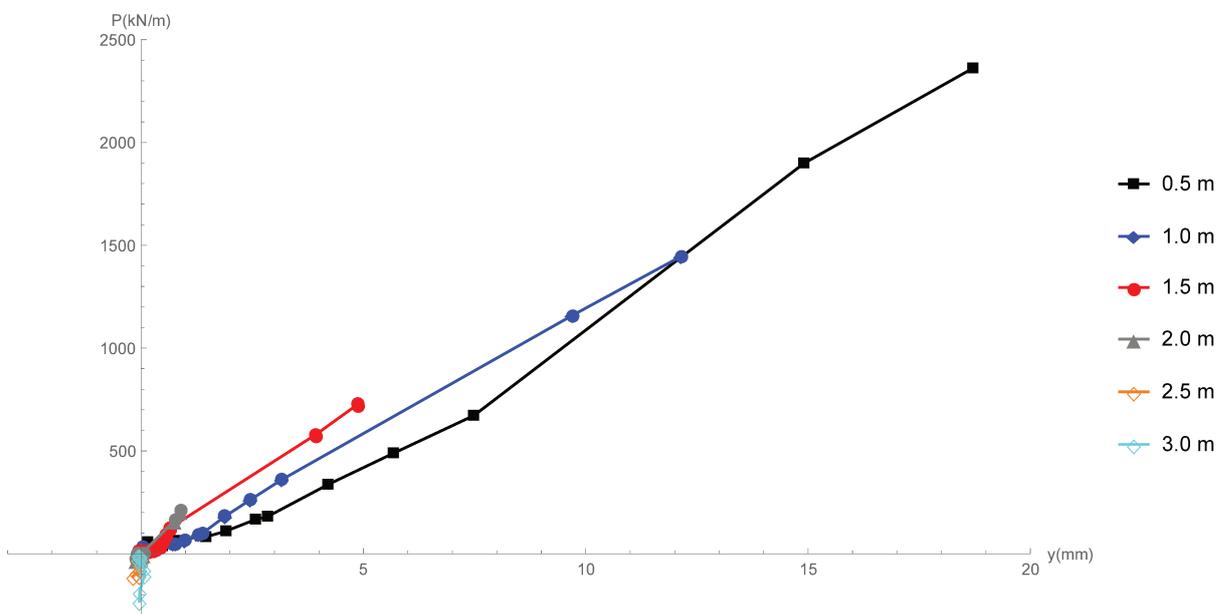


Figura 149 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.04 estaca isolada

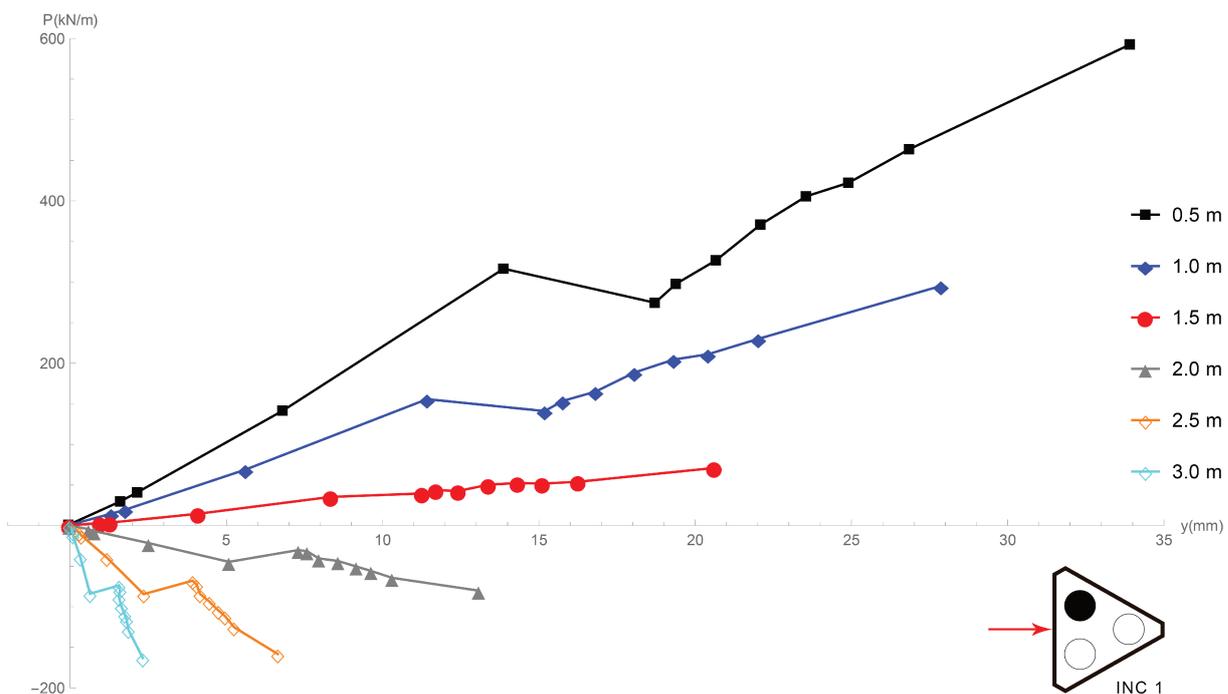


Figura 150 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.01 do grupo de três estacas.

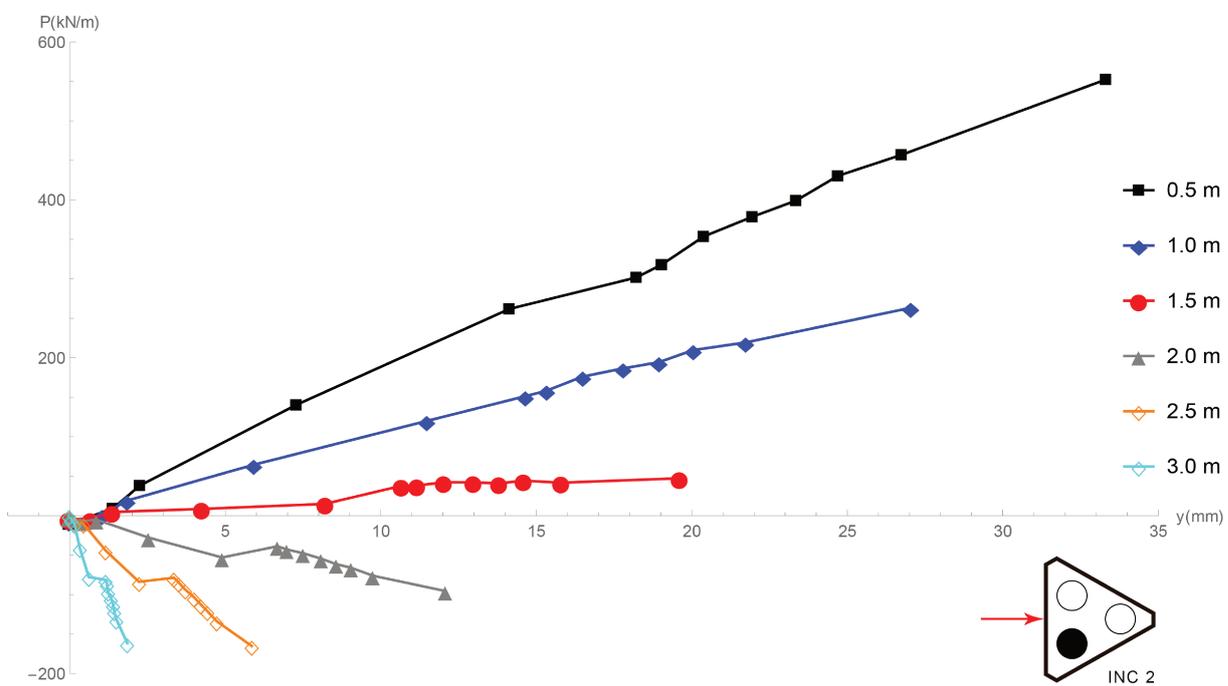


Figura 151 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.02 do grupo de três estacas.

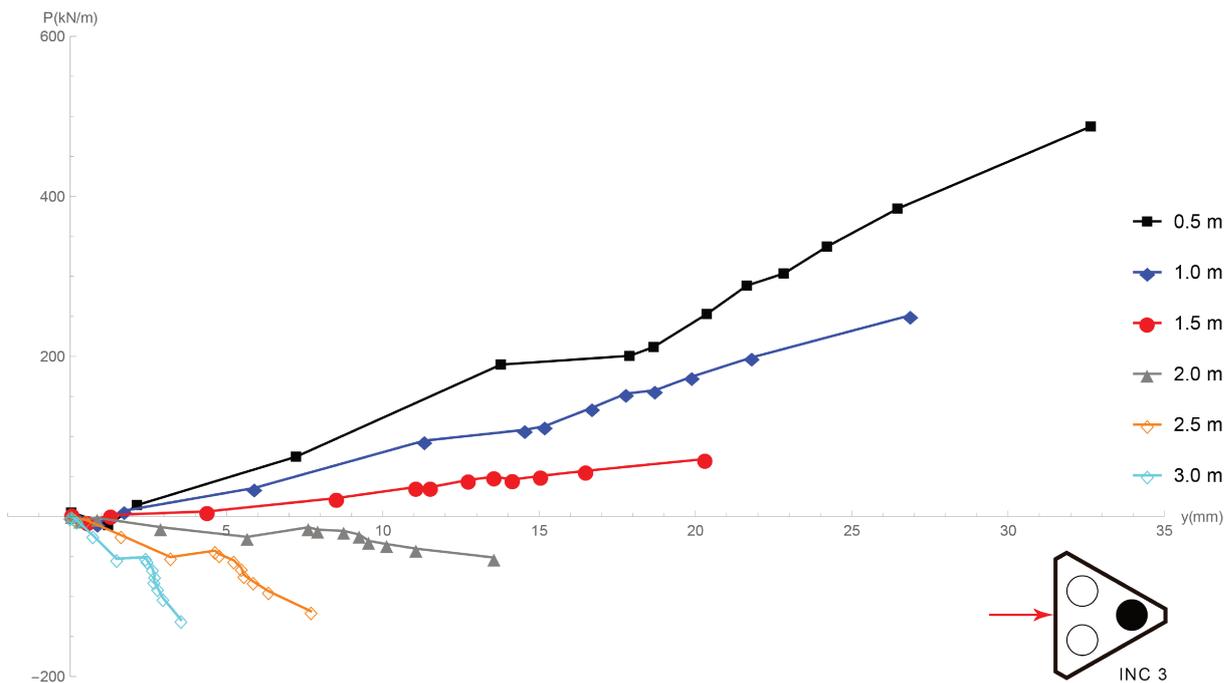


Figura 152 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.03 do grupo de três estacas.

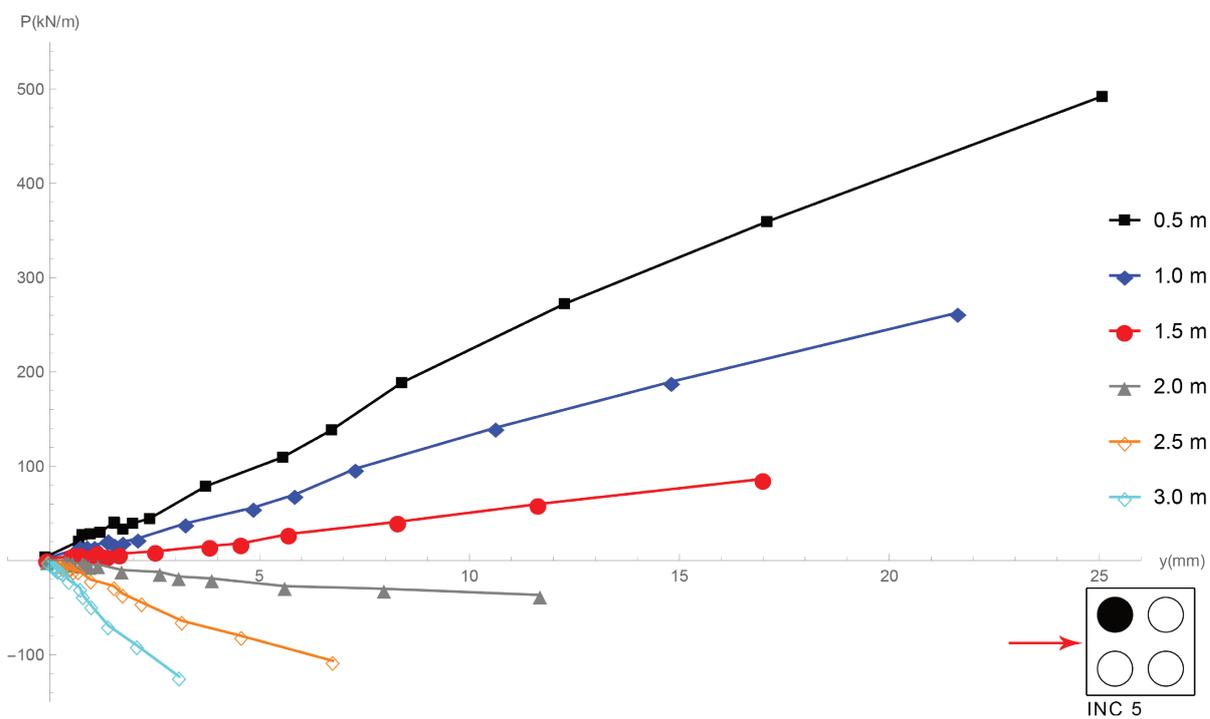


Figura 153 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.05 do grupo de quatro estacas.

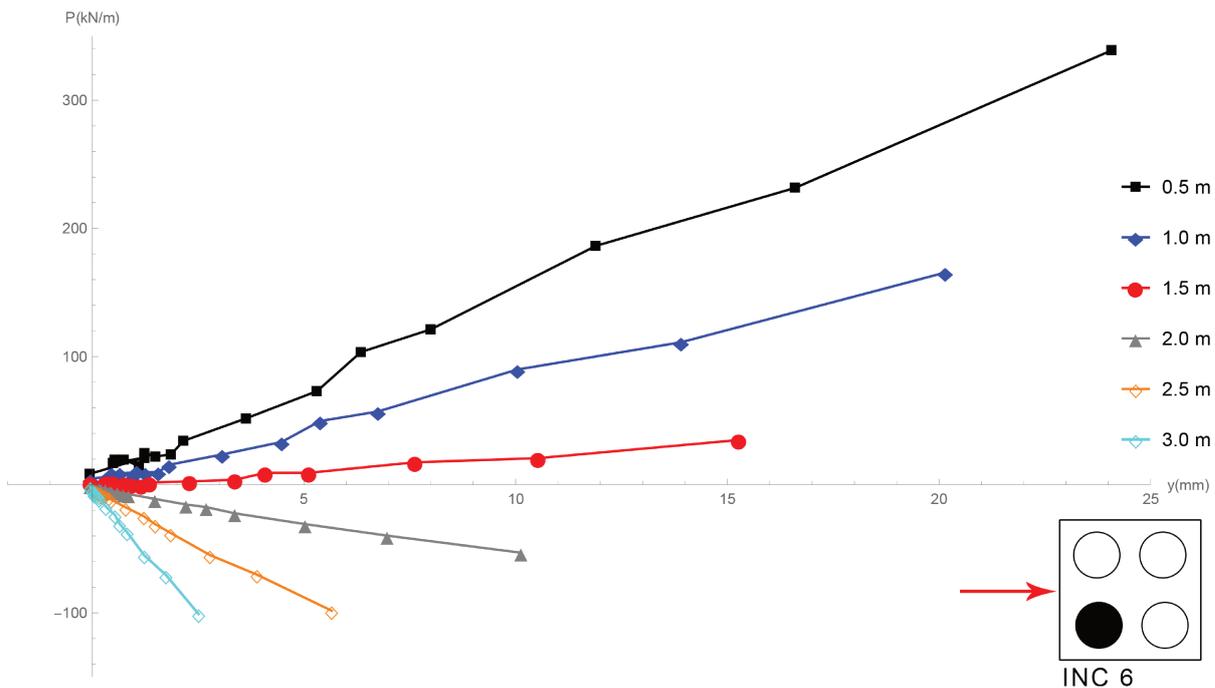


Figura 154 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.06 do grupo de quatro estacas.

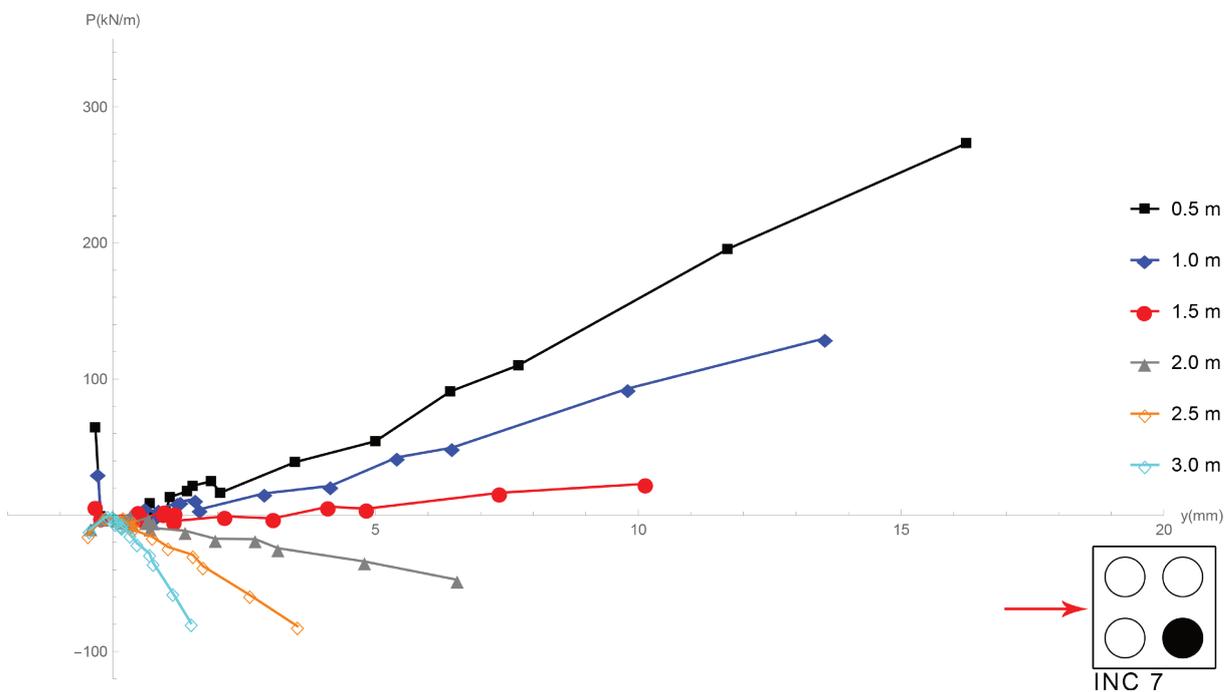


Figura 155 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.07 do grupo de quatro estacas.

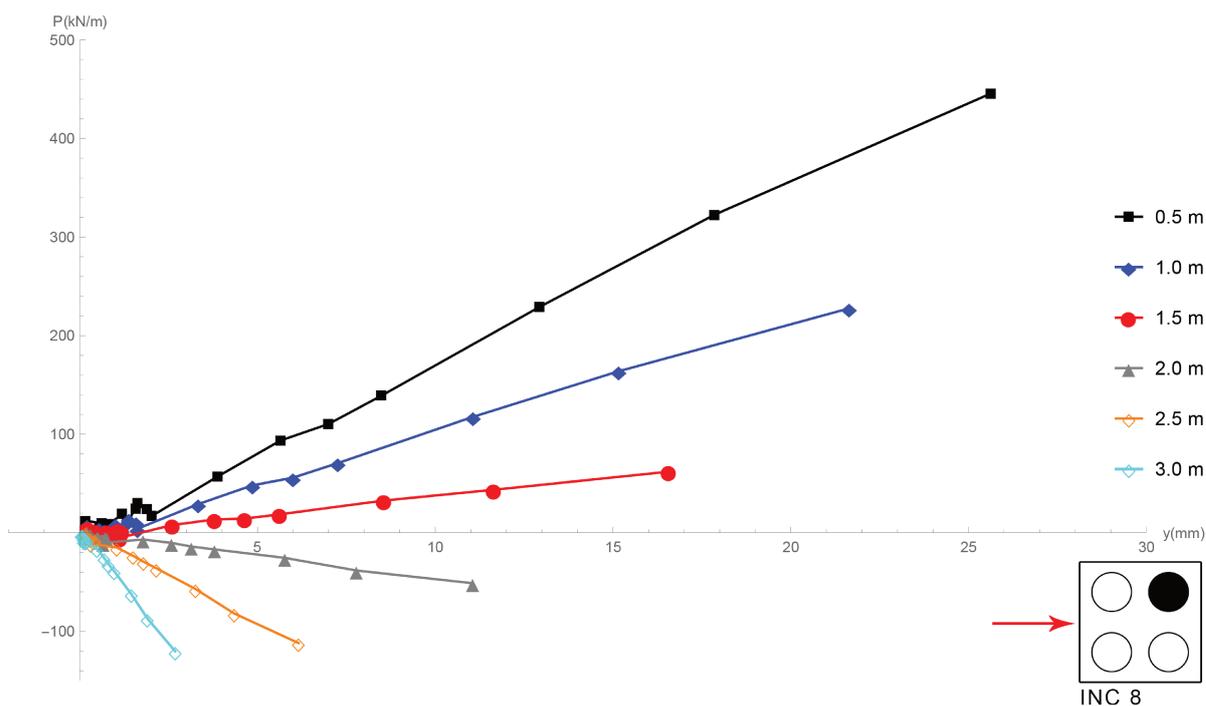


Figura 156 – Curvas P - Y do Inclinômetro IN.08 do grupo de quatro estacas.

Em todos os gráficos da curva $P - Y$ que apresentam valores negativos corresponde a parte da reação do solo na profundidade indicada no mesmo sentido da aplicação da carga.

Com os resultados das curvas $P - Y$ dessa tese é possível analisar vários modelos de curvas existentes para solos argilosos e arenosos, tais como: [Matlock \(1960\)](#), [Impe e Reese \(2010\)](#), [Reese et al. \(1974\)](#) e [Reese e Welch \(1975\)](#).

Um aspecto da curva $P - Y$ além de ser usada diretamente para validação dos modelos numéricos, pode ser utilizada pra encontrar parâmetros geotécnicos dos solos e comparar com os resultados dos ensaios de campo e laboratório.

A curva $P - Y$ para solos arenosos de acordo com [Matlock \(1960\)](#) é ajustada para determinação dos parâmetros geotécnicos do ângulo de atrito e peso específico do solo.

Nesse trabalho limita-se a determinação desses parâmetros até 2 m nas estacas isoladas e até 3 m nas estacas em grupos. Uma comparação entre parâmetros geotécnicos determinados por ensaio de laboratório [Gon \(2011\)](#), ensaio de campo CPT: [Robertson e Cabal \(2010\)](#) e [Rosendo e Albuquerque \(2020\)](#) é comparado na Tabelas 18 e 19.

Tabela 18 – Comparação entre métodos para determinar o ângulo de atrito do solo através dos dados do inclinômetro.

ϕ'	z=1.0 m	z= 2.0 m
Gon (2011)	22°	21°
Robertson e Cabal (2010)	24	23
P-Y	25	24

Tabela 19 – Comparação entre métodos para determinar o peso específico do solo através dos dados do inclinômetro.

$\gamma(kN/m^3)$	z=1.0 m	z=2.0 m
Gon (2011)	14.1	14.20
Robertson e Cabal (2010)	14	14.7
P-Y	13.8	14.8

5.5 Modelo Hiperbólico nas curvas P-Y.

Nessa seção será ajustado a curva $P - Y$, determinada pelo método polinomial para cada profundidade ao modelo hiperbólico, através do método dos quadrados mínimos, usando o software Mathematica 12.0, esse procedimento é semelhante ao usado no trabalho de Jagodnik e Arbanas (2015) a estaca isolada, as estacas do grupo de três e quatro. As curvas ajustadas no modelo hiperbólico é necessária para fazer a retro-análise do problema da curva carga versus deflexão Nip e Ng (2005) com finalidade de comparar o modelo experimental com o modelo numérico. Isso se faz através da discretização da equação diferencial do problema, para cada profundidade, substitui a função hiperbólica, na equação discretizada, assim se determina-se a deflexão nos pontos ao longo da estaca.

O modelo hiperbólico já utilizado para analisar o estado não-linear de tensão-deformação do solo Duncan e Chang (1970), é da forma:

$$P(y) = \frac{ay}{b + cy} \quad (5.11)$$

onde a , b e c são os coeficientes para determinar no ajuste em cada profundidade.

De acordo com o trabalho de Su e Yan (2019) o modelo hiperbólico, para o estudo de carregamento lateral, pode ser é dado por:

$$P(y) = \frac{y}{\frac{1}{k_{ini}} + \frac{1}{p_{ult}}} \quad (5.12)$$

onde k_{ini} é módulo inicial de reação horizontal do solo (FL^{-2}) e p_{ult} é resistência máxima (FL^{-1}) da estaca por unidade de comprimento. Comparando as equação (5.11)

com a equação (5.12) tem-se:

$$k_{ini} = \frac{a}{b} \quad (5.13)$$

$$p_{ult} = \frac{a}{c} \quad (5.14)$$

Com os valores de k_{ini} e p_{ult} pode-se entrar nos modelos numéricos e determinar o deslocamento, rotação, momento, cortante e reação do solo ao longo da profundidade da estaca, sendo essa a mais importante aplicação da curva $P - Y$ para dimensionar estacas submetidas a carregamento horizontal. Nesse trabalho, as curvas $P - Y$ foram determinadas de ensaios de prova de carga horizontal, através dos dados do inclinômetro. Na Tabela 20 tem-se os coeficiente para as estacas isoladas, a Tabela 21 tem os coeficiente para o grupo de três estacas e a Tabela 22 tem os coeficiente para o grupo de quatro estacas.

Uma aplicação das curvas $P - Y$ é a determinação dos multiplicadores de grupo $(fm)^2$, da variação dos valores k_{ini} e p_{ult} para a determinação das cargas das estacas dos grupos através do método analítico proposto por [Su e Yan \(2019\)](#), quando tem-se a força na cabeça de uma estaca isolada com a mesma deflexão e características geométricas e geotécnicas.

O modelo hiperbólico, para curva $P - Y$, de acordo com os dados do inclinômetro IN.04, foi ajustado para a estaca isolada no gráfico dado na Figura 157, o grupo de três estacas, de acordo com os dados do inclinômetros IN.01, IN.02 e IN.03 é mostrado nos gráficos dados pelas Figuras 158, 159 e 160, respectivamente. Para o grupo de quatro estacas, para os inclinômetros IN.05, IN.06, IN.07 e IN.08, os gráficos dados pelas Figuras 161, 162, 163 e 164. Nota-se que o modelo hiperbólico teve um bom ajuste na curva $P - Y$ determinadas a partir dos dados experimentais dos inclinômetros.

² $fm = \frac{P_{gp}}{P_{sp}}$, onde P_{gp} é a reação do solo no grupo em um deflexão y e profundidade z e P_{sp} é a reação do solo na mesma deflexão e profundidade, de acordo com [Brown et al. \(1988a\)](#).

Tabela 20 – Coeficientes Modelo Hiperbólico da estaca isolada

Prof.	Coef.	INC 4
0.5	a	53619
	b	741.7
	c	-16.15
1.0	a	261
	b	3.2
	c	-0.23
1.5	a	1023
	b	11.7
	c	-8.21
2.0	a	271
	b	2.1
	c	2.96

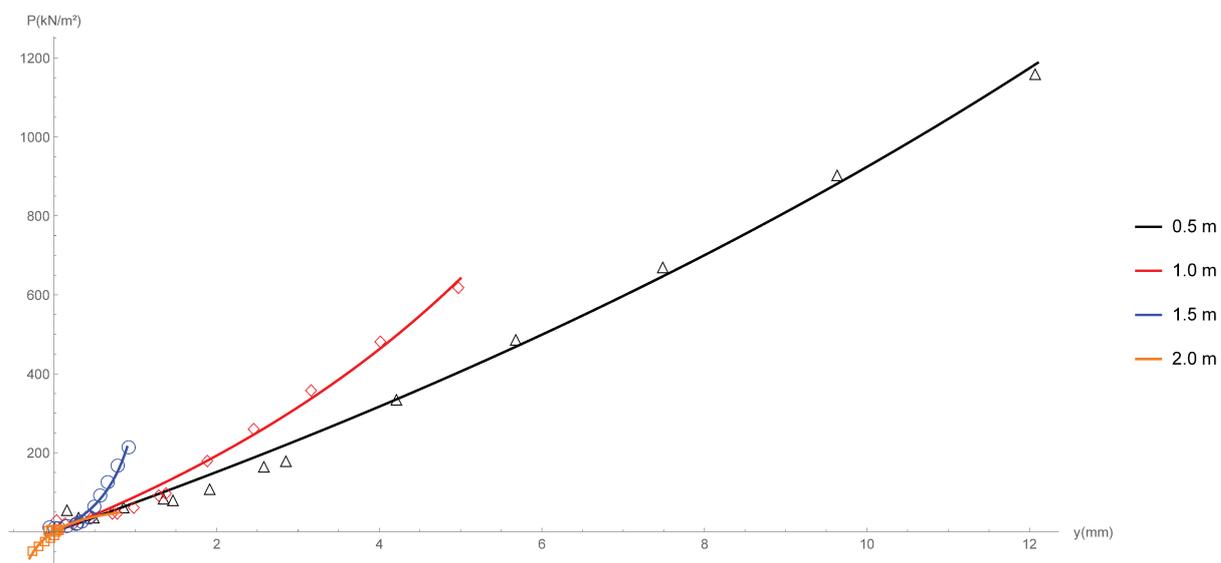


Figura 157 – Curvas P-Y do Inclinoômetro IN.04 estaca isolada

Prof.	Coef.	INC 1	INC 2	INC 3
0.5	a	6	62	271
	b	0.4	3.4	26.7
	c	0.000	0.011	-0.273
1.0	a	57	6	148
	b	5.3	0.5	22.2
	c	0.007	0.003	-0.250
1.5	a	105	156	53250
	b	25.8	41.8	18884.4
	c	0.254	0.833	-209.388
2.0	a	-136	-72376	-1410000
	b	27.9	10968.3	742088.0
	c	-0.391	-120.632	-27467.800
2.5	a	-231	-1265	-800229
	b	11.0	46.9	95492.6
	c	-0.132	-0.078	-5688.290
3.0	a	-31653	-9132	-1572
	b	498.1	107.4	91.8
	c	1.891	1.657	-13.697

Tabela 21 – Coeficientes Modelo Hiperbolico do grupo de 3 estacas

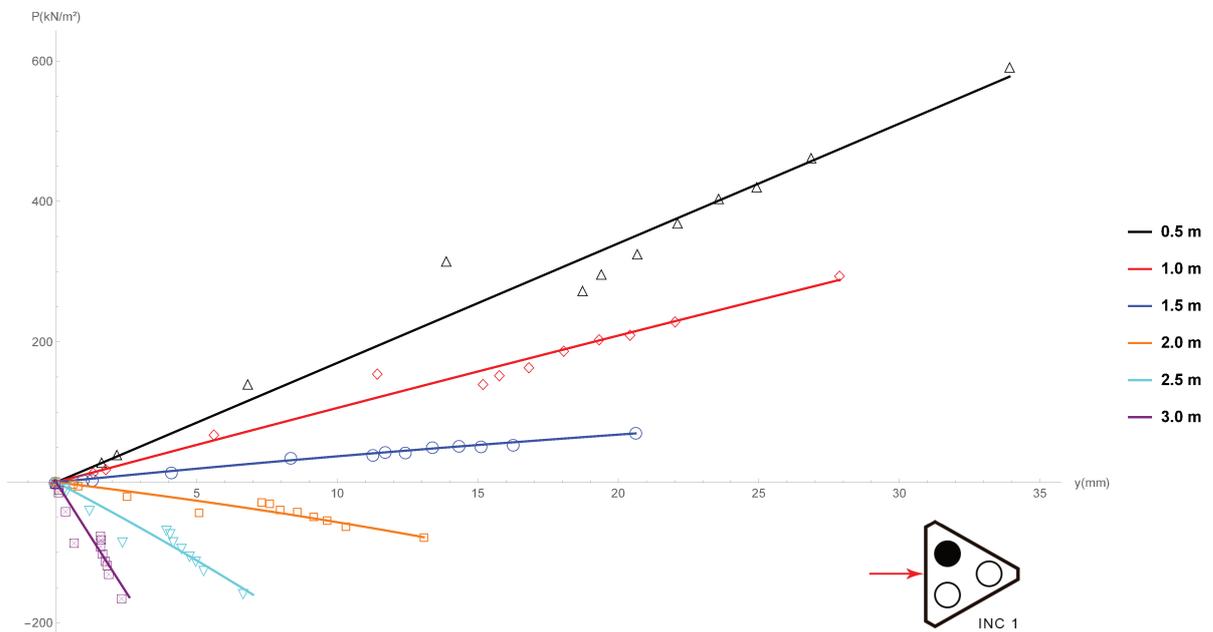


Figura 158 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.01 do grupo de três estacas.

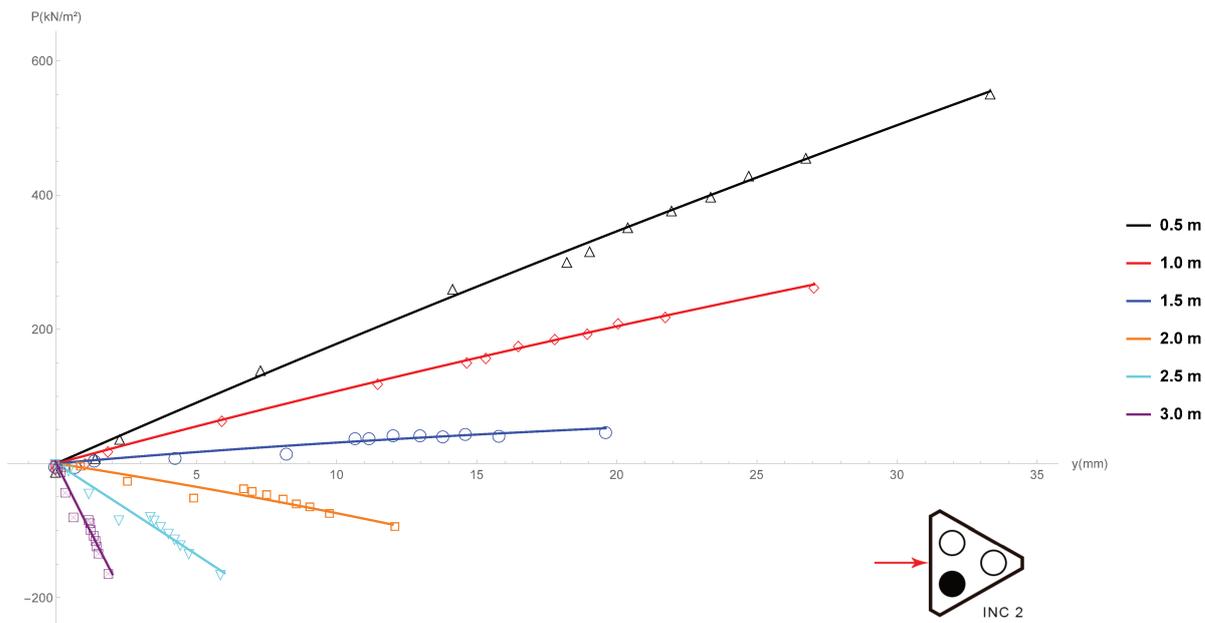


Figura 159 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.02 do grupo de três estacas.

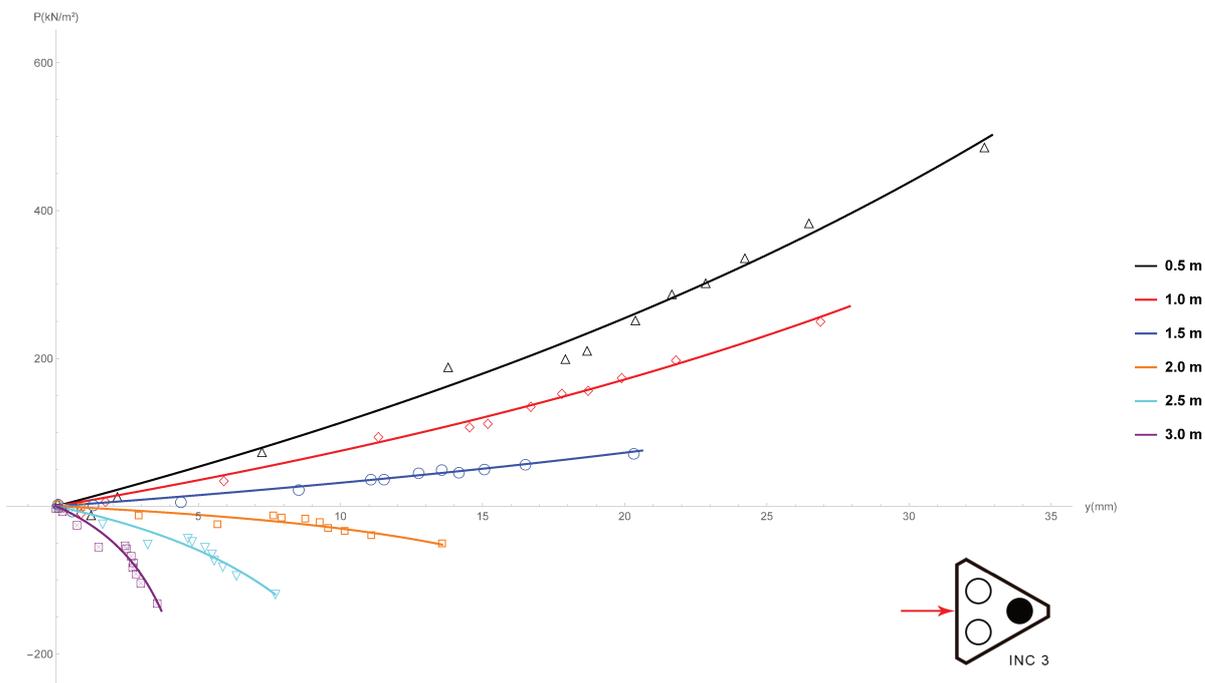


Figura 160 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.03 do grupo de três estacas.

Tabela 22 – Coeficientes Modelo Hiperbólico do grupo de 4 estacas

Prof.	Coef.	INC 5	INC 6	INC 7	INC 8
0.5	a	94654	39	4250	1172
	b	4135.1	2.5	350.0	71.4
	c	25.5068	0.0136353	-6.31051	-0.200524
1.0	a	39574	23327	6028	819
	b	2979.0	2695.3	941.7	85.0
	c	11.470	7.861	-24.237	-0.392
1.5	a	97	302	38	17381
	b	21.0	177.4	43.6	5458.8
	c	-0.123	-2.962	-2.712	-54.414
2.0	a	-862	-3846	-298939	-45
	b	147.808	490.401	38968.8	9.72844
	c	9.998	25.061	429.920	-0.007
2.5	a	-1292	-87967	-72544	-11399
	b	60.0	3851.0	3722.3	681.1
	c	3.074	225.620	-172.253	-10.235
3.0	a	-119	-462	-4	-2422
	b	2.4	9.2	0.1	61.6
	c	0.184	0.983	-0.018	-3.100

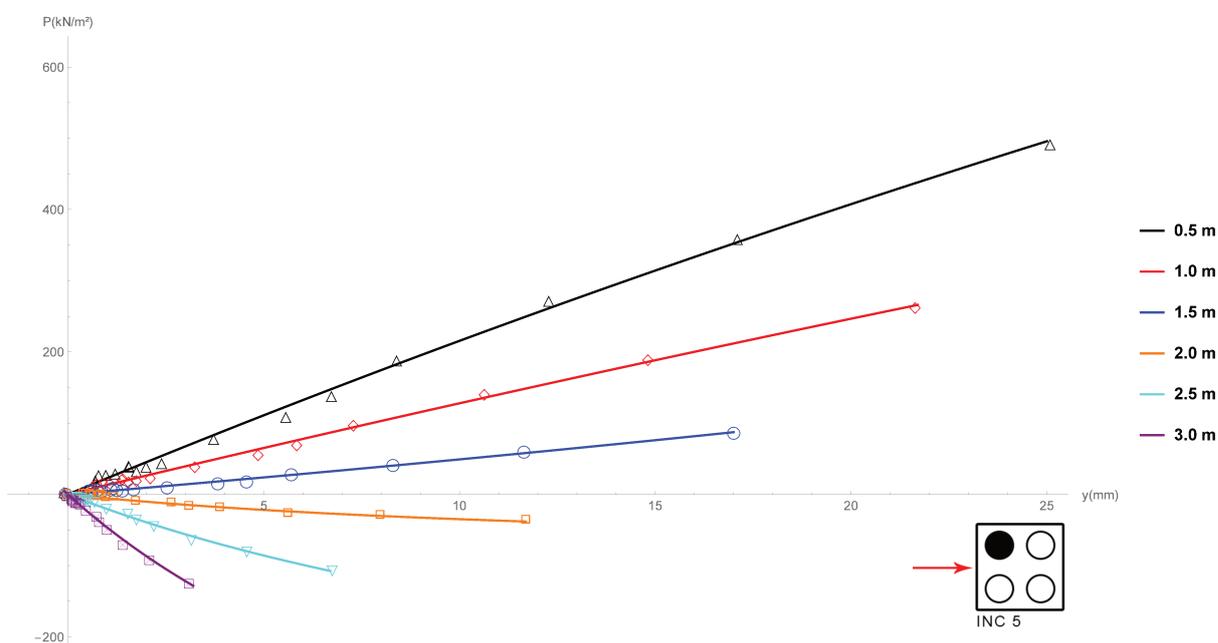


Figura 161 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.05 do grupo de quatro estacas.

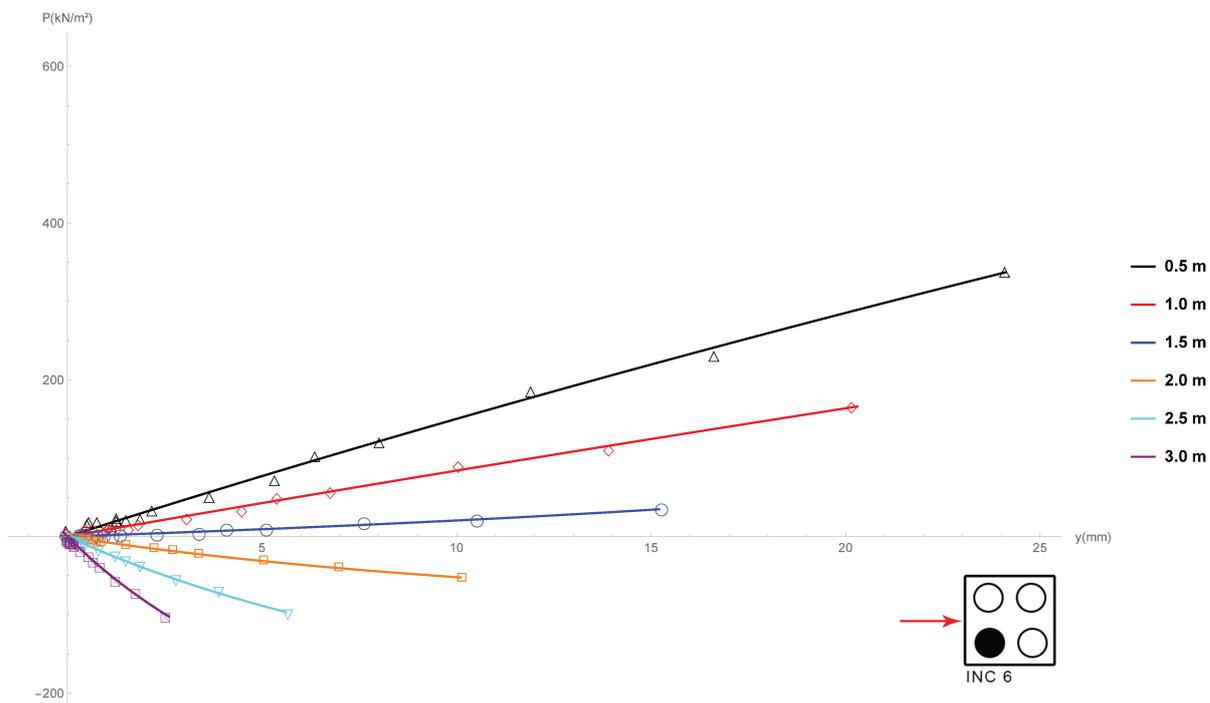


Figura 162 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.06 do grupo de quatro estacas.

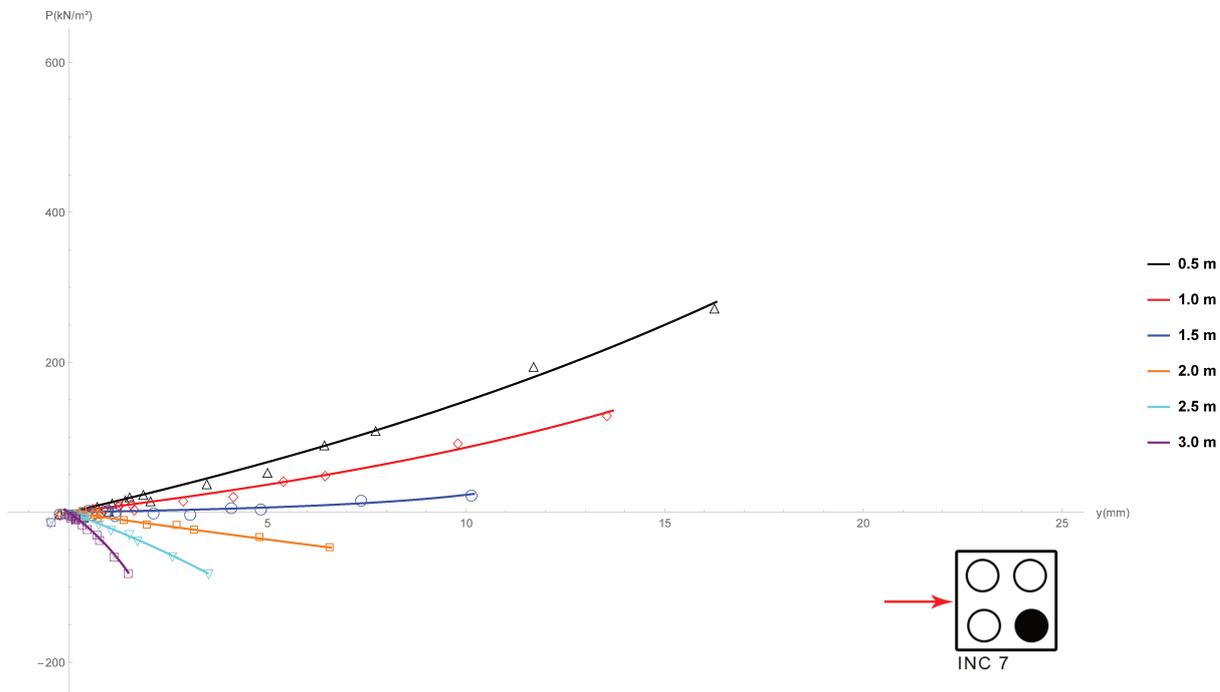


Figura 163 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.07 do grupo de quatro estacas.

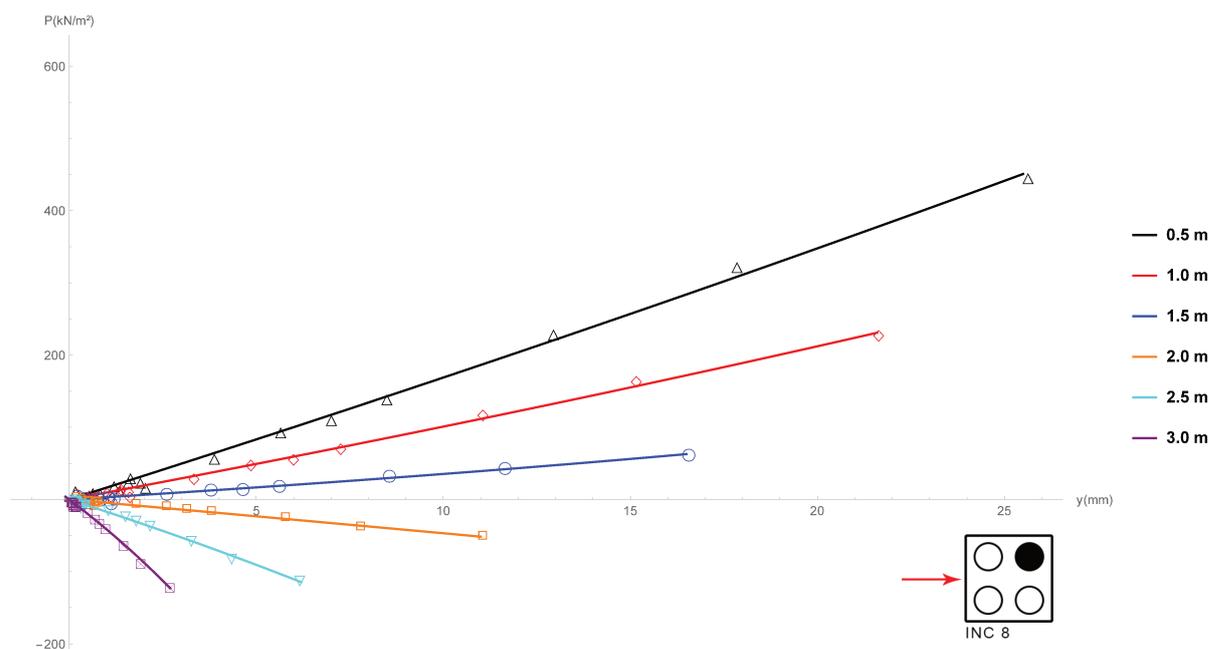


Figura 164 – Curvas P-Y do Inclinômetro IN.08 do grupo de quatro estacas.

Para a estaca isolada determinou-se o $k_{ini}(médio) = 92.58 \text{ kN/m}^3$ com $DM^3=7,55$.

Para o grupo de três estacas INC01, INC02 e INC03, respectivamente são 23 kN/m^3 ($DM=6$); 22.5 kN/m^3 ($DM=8$) e 8 kN/m^3 ($DM=3.6$).

Para o grupos de quatro estacas INC05, INC06, INC07 e INC08, respectivamente são 19.5 kN/m^3 ($DM=8.5$), 18 kN/m^3 ($DM=7.3$), 14.5 kN/m^3 ($DM=6.3$) e 15 kN/m^3 ($DM=6$).

Uma explicação para a redução dos valores do k_{ini} no grupo de estacas em relação a estaca isolada se deve ao efeito de sobreamento, de acordo com Reese e Impe (2014) que nos grupo das estacas apresentam espaçamento de $3D$ de acordo com Rollins et al. (2006b).

5.6 Curvas da constante de reação horizontal vs deslocamento horizontal na superfície (n_h vs y_0)

A constante de reação do horizontal do solo pode ser determinado de acordo com Cintra (1981), Matlock (1960) e pelo ajustamento. De acordo com a prova de carga horizontal é representada por um gráfico carga versus um deslocamento horizontal e apresenta um comportamento não-linear, é observado que ocorre uma variação no

³ DM- Desvio Médio na estatística é uma medida de dispersão em relação a média dos dados.

coeficiente de reação horizontal do solo, independente do tipo de solo, de acordo com o deslocamento da estaca no decorrer da realização do ensaio de prova de carga horizontal.

A determinação do coeficiente de reação horizontal do solo por [Matlock \(1960\)](#) considera apenas a carga e deslocamento no topo para encontrar o valor numérico de n_h mesmo que o valor seja superestimado. Por outro lado, será calculado na próxima seção, a determinação de n_h através dos dados do inclinômetro ao longo da profundidade da estaca por meio de um ajuste, mínimos quadrados, da solução da equação diferencial do problema.

A constante de reação horizontal do solo estaca isolada dos grupo de estacas pode ser determinado através da prova de carga lateral ou das leituras dos dados do inclinômetro no ponto determinado. Sabe-se que a rigidez relativa estaca-solo (T) é dada por:

$$T = \sqrt[5]{\frac{n_h}{E_p I_p}} \quad (5.15)$$

onde n_h é o coeficiente de reação horizontal do solo (MN/m^3), $E_p I_p$ é a rigidez a flexão da estaca (MNm^2).

Existem três casos, mais conhecidos na literatura, através das provas de carga lateral, para determinação do coeficiente de reação horizontal do solo:

Caso A: Quando a carga horizontal (H) é aplicada acima do nível do terreno, com excentricidade (e), mas os deslocamentos (y_t) são medidos nesse mesmo ponto, a equação é da forma:

$$y_t = 2.435H \frac{T^3}{E_p I_p} + 1.623(He) \frac{2T^2}{E_p I_p} + 1.750He^2 \frac{T^3}{E_p I_p} + \frac{He^3}{3E_p I_p} \quad (5.16)$$

Caso B: Carga horizontal (H) aplicada acima do nível do terreno, com excentricidade (e), mas os deslocamento (y_0) medidos ao nível do terreno, a equação é da forma:

$$y_0 = 2.435H \frac{T^3}{E_p I_p} + 1.623(He) \frac{2T^2}{E_p I_p} \quad (5.17)$$

Caso C: Carga horizontal (H) aplicada ao nível do terreno com os deslocamentos (y_0) ao nível do terreno, a equação é da forma:

$$n_h = \frac{4.41H^{5/3}}{y_0^{5/3} (E_p I_p)^{2/3}} \quad (5.18)$$

Para determinação da constante de reação horizontal do solo foram utilizados os resultados das provas de cargas da estaca isolada e dos grupos de estacas com a

aplicação da equação (5.16) e os resultados do inclinômetro com aplicação da equação (5.17). Para melhor entender a aplicação do Caso A e do Caso B ver Figura 165, pois o ponto de aplicação da prova de carga está a 17 cm da superfície do solo e o ponto inicial do inclinômetro está a 0,50 m do solo, ou seja, na cota 0 e o segundo ponto do inclinômetro está na cota $-0,5$ na superfície do solo.

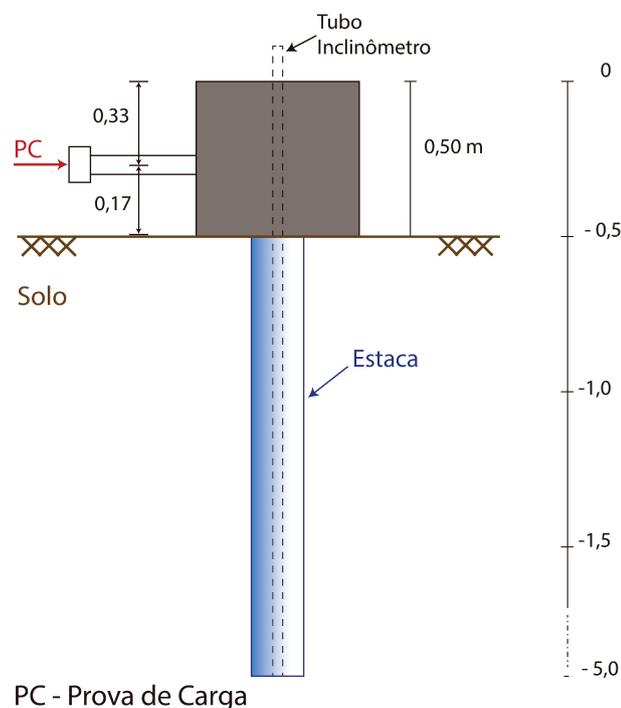


Figura 165 – Esquema da prova de carga horizontal na estaca isolada e do inclinômetro.

A figura 166 mostra uma comparação de valores do deslocamento, para cada estágio de carregamento, obtidos pela prova de carga lateral e os dados do inclinômetro na superfície do solo. Isso mostra que os valores da prova de carga lateral do inclinômetro são próximos numericamente, confirmado as leituras do deslocamento da prova de carga através do inclinômetro e também podendo ser utilizado esses dados para determinação do coeficiente de reação horizontal do solo.

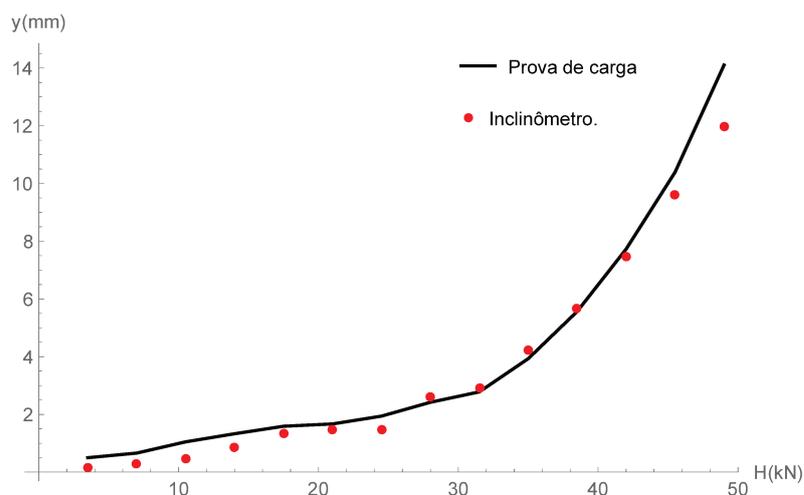


Figura 166 – Comparação da prova de carga horizontal na estaca isolada e os dados do inclinômetro

Para a estaca isolada, caso A, os gráficos do coeficiente de reação horizontal $n_h(MN/m^3)$ foi calculado através da prova de carga lateral que esta representado na Figura 167, os primeiros pontos apresentam uma nuvem de pontos de dispersão próximos isso ocorre devido o ensaio de prova de carga apresente cargas baixas com pequeno deslocamento no início de ensaio. Um ajuste por Spline cúbica está na Figura 169.

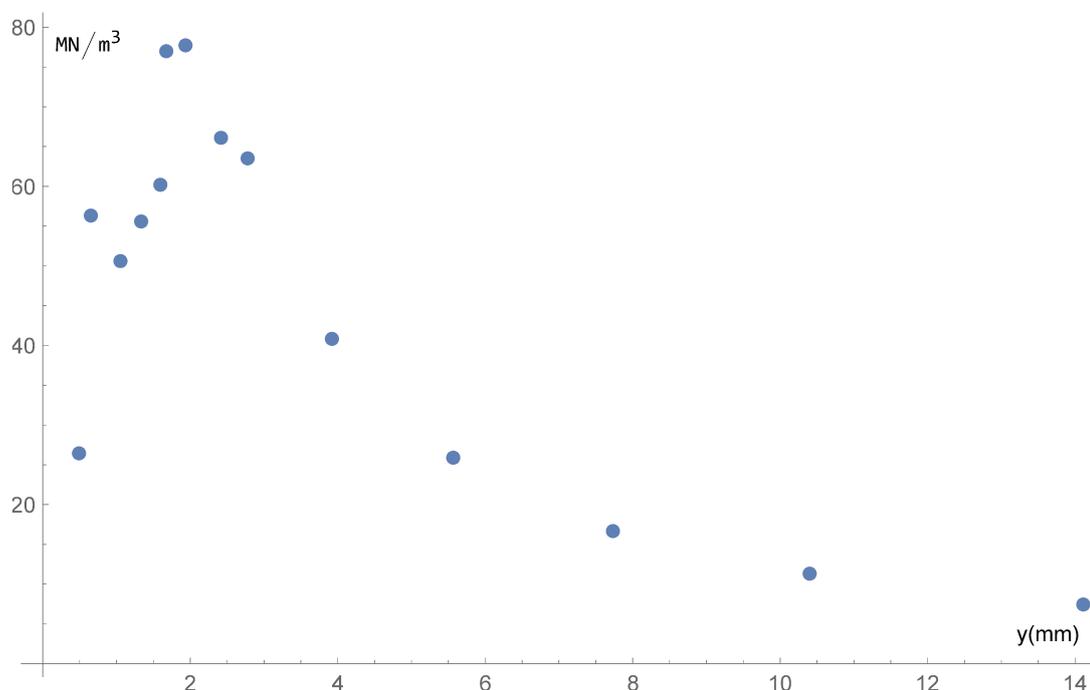


Figura 167 – Constante de reação horizontal do solo da estaca isolada: Caso A.

Um ajuste não linear, pelo método dos quadrados mínimos, foi aplicado no conjunto de pontos dos coeficientes de reação horizontal versus deslocamento, retirando esses pontos de dispersão que é dado pela Figura 168.

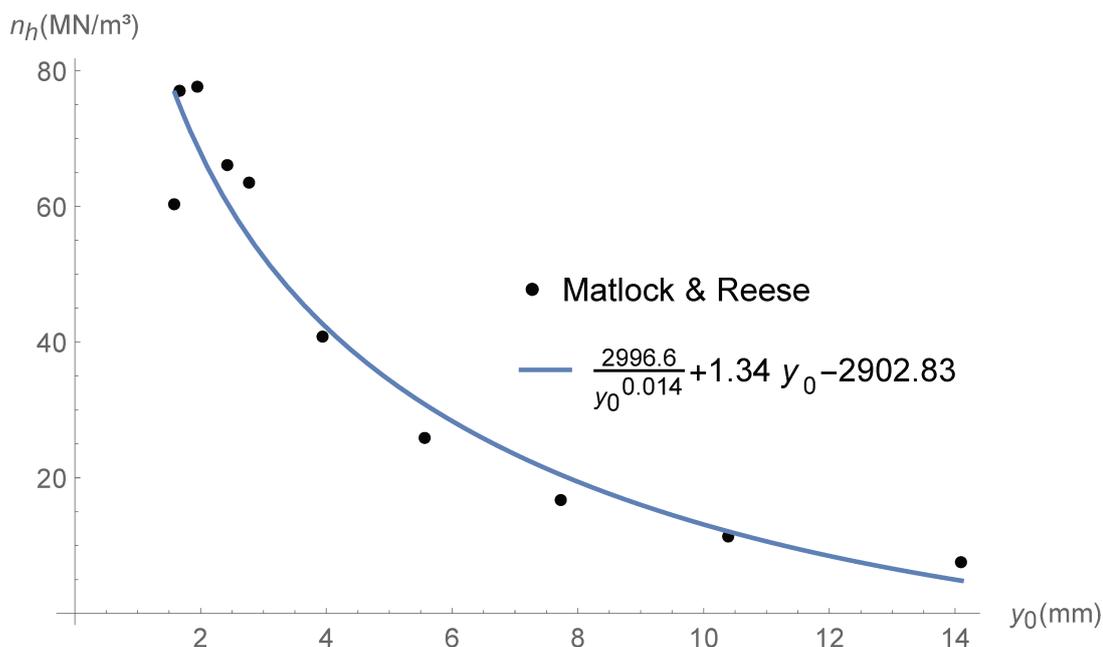


Figura 168 – Ajuste não linear da constante de reação horizontal do solo da estaca isolada: Caso A.

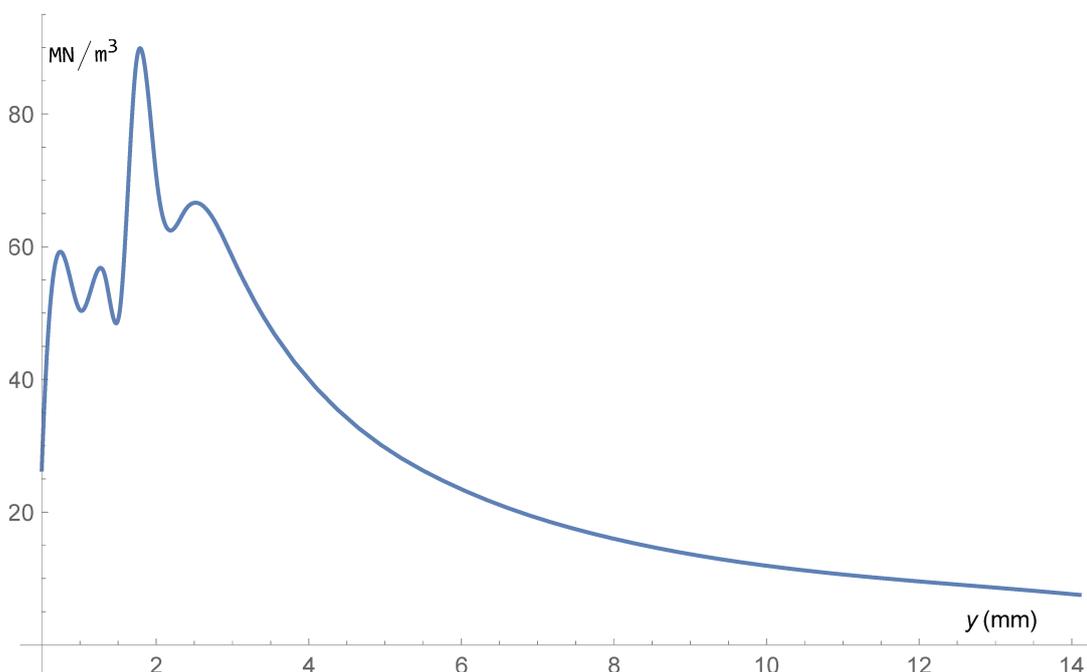


Figura 169 – Ajuste com Spline Cúbica do Coeficiente de reação horizontal do solo da estaca isolada: Caso A

Segundo Cintra (1981), não é possível determinar um único valor para o coeficiente de reação horizontal (n_h) devido a prova de carga horizontal ser uma curva carga versus deslocamento não linear. No trabalho de Cintra (1981), para estacas isoladas, é determinado um intervalo para y_0 , de 4 mm a 8 mm, para encontrar o n_h calcula-se a

média aritmética. Para os grupos de estacas nesse intervalo de 4 mm a 8 mm ocorre que dos valores do coeficiente de reação horizontal, como observado nas Figuras 172 e 173, estão iniciando entrar em um valor constante. Alizadeh e Davisson (1970) utilizaram uma variação de 6,35 mm a 12,7 mm para determinação de n_h . Kassouf et al. (2018) usou uma variação de 6mm a 12mm para a determinação de n_h .

A constante de reação horizontal do solo (n_h) para a estaca isolada varia com os valores do deslocamento y_0 , segundo os dados da prova de carga horizontal, dado pela Figura 168, foi ajustada pelo método dos mínimos quadrados, caso A, no gráfico da Figura 167, tem a seguinte expressão:

$$n_h = \frac{2996.6}{y_0^{0.014}} + 1.34y_0 - 2902.83 \quad (5.19)$$

A constante de reação horizontal da estaca isolada, pode ser determinado matematicamente, com as variações de y_0 entre 4 mm e 8 mm é determinado numericamente, substituindo esses valores, respectivamente, na equação (5.19), sendo que $n_h(4) = 43 \text{ MN}/\text{m}^3$ e $n_h(8) = 15.41 \text{ MN}/\text{m}^3$, faz-se a média aritmética tem-se $n_h = 28.23 \text{ MN}/\text{m}^3$. O coeficiente de reação horizontal do solo da estaca isolada, com as variações de y_0 entre 6 mm e 12 mm é $16.63 \text{ MN}/\text{m}^3$.

O coeficiente de reação horizontal do solo (n_h) para a estaca isolada varia com os valores do deslocamento y_0 , segundo os dados do inclinômetro, caso B, dado pela Figura 170, foi ajustada pelo método dos mínimos quadrados, no gráfico da Figura 171, tem a seguinte expressão:

$$n_h(y_0) = 161.15e^{-0.95y_0} - 2.45y_0 + 35.52 \quad (5.20)$$

O coeficiente de reação horizontal da estaca isolada, pode ser determinado matematicamente, com as variações de y_0 entre 4 mm e 8 mm é determinado numericamente, substituindo esses valores, respectivamente, na equação 5.20, sendo que $n_h(4) = 29.3 \text{ MN}/\text{m}^3$ e $n_h(8) = 15.9 \text{ MN}/\text{m}^3$, fazendo a média aritmética tem-se $n_h = 20.5 \text{ MN}/\text{m}^3$. A constante de reação horizontal do solo da estaca isolada, com as variações de y_0 entre 6 mm e 12 mm é $13.7 \text{ MN}/\text{m}^3$.

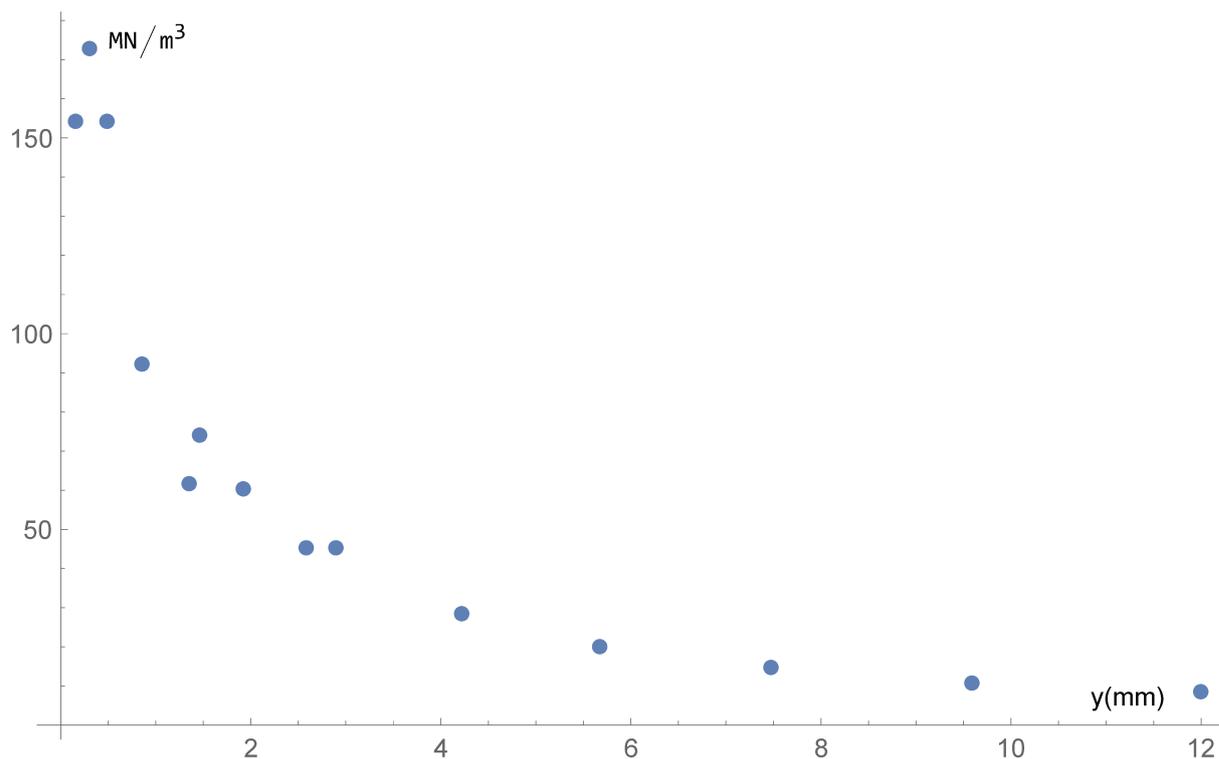


Figura 170 – Coeficiente de reação horizontal do solo da estaca isolada: Caso B.

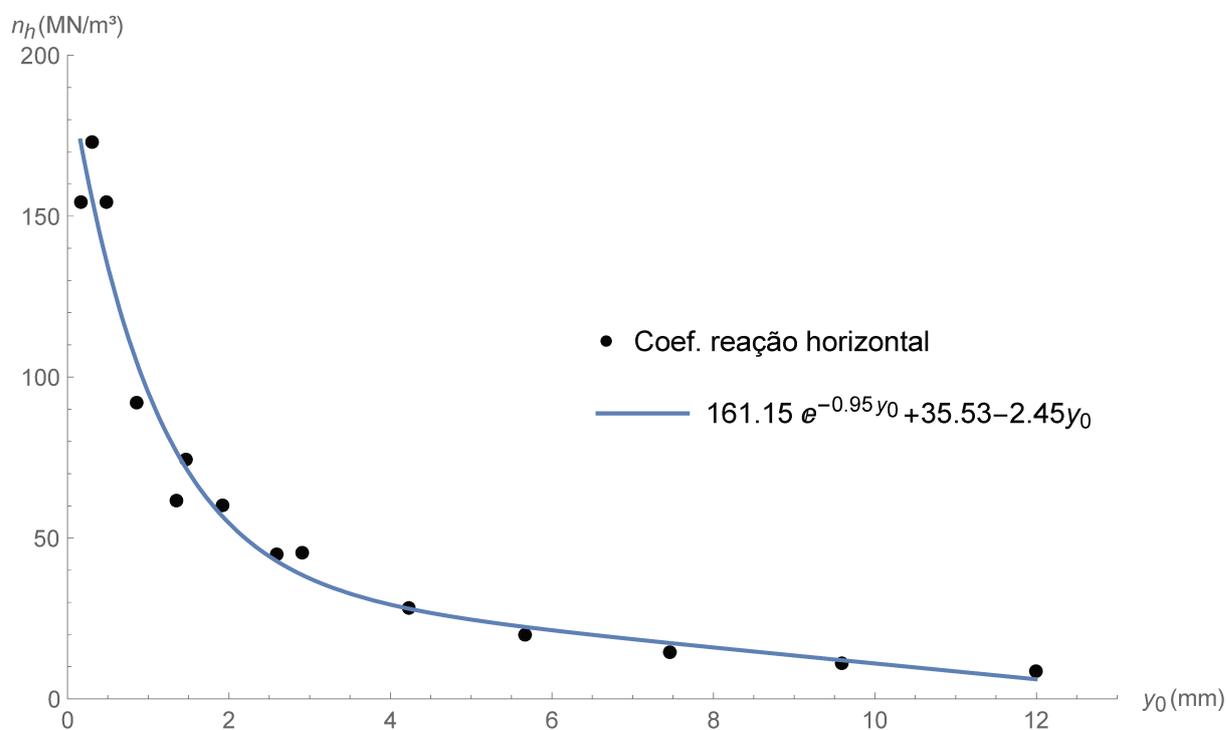


Figura 171 – Ajuste não linear, método dos mínimos quadrados, do coeficiente de reação horizontal do solo da estaca isolada: Caso B.

Para o grupo de três estacas e quatro estacas foi determinado o gráfico do coeficiente de reação horizontal do solo versus deslocamento, através das provas de cargas horizontais, pelo caso A dado pela equação 5.16, e um ajuste não linear, através do método dos mínimos quadrados, usando o software Mathematica 12.0, mas considerando o conceito de diâmetro equivalente para o grupo de acordo com Poulos (1993), dados nas Figuras 172 e 173.

Para o grupo de três estacas o coeficiente de reação horizontal do solo, Figura 172, e de acordo com a equação 5.22 ajustada no gráfico $n_h x y_0$, dado na Figura 173, para o intervalo, de deslocamento y_0 , de 4 mm e 8 mm é $5 \text{ MN}/\text{m}^3$, e para o intervalo de 6 mm e 12 mm é $6.3 \text{ MN}/\text{m}^3$. A equação do coeficiente de reação horizontal para o grupo de três estacas foi ajustada numericamente, tendo um modelo não linear na forma da equação 5.21.

$$n_h = \frac{21.16}{y^{0.8}} + 0.082y \quad (5.21)$$

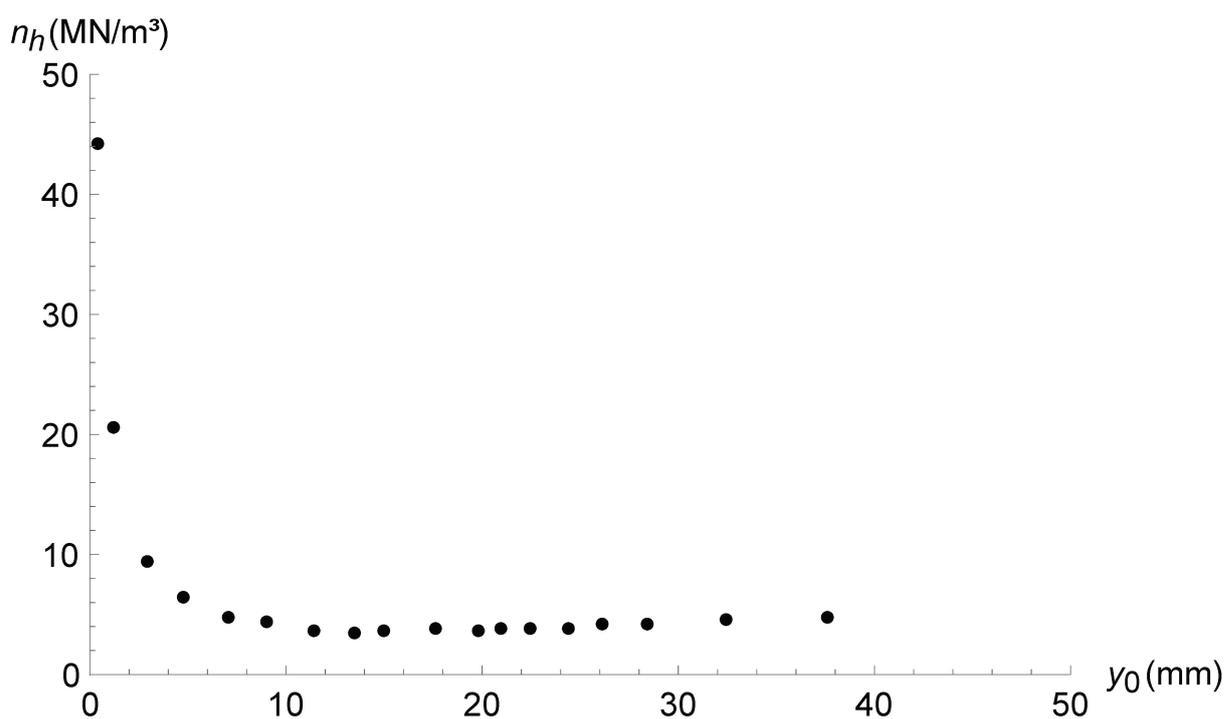


Figura 172 – Coeficiente de reação horizontal do solo para grupo de 3 estacas, caso A.

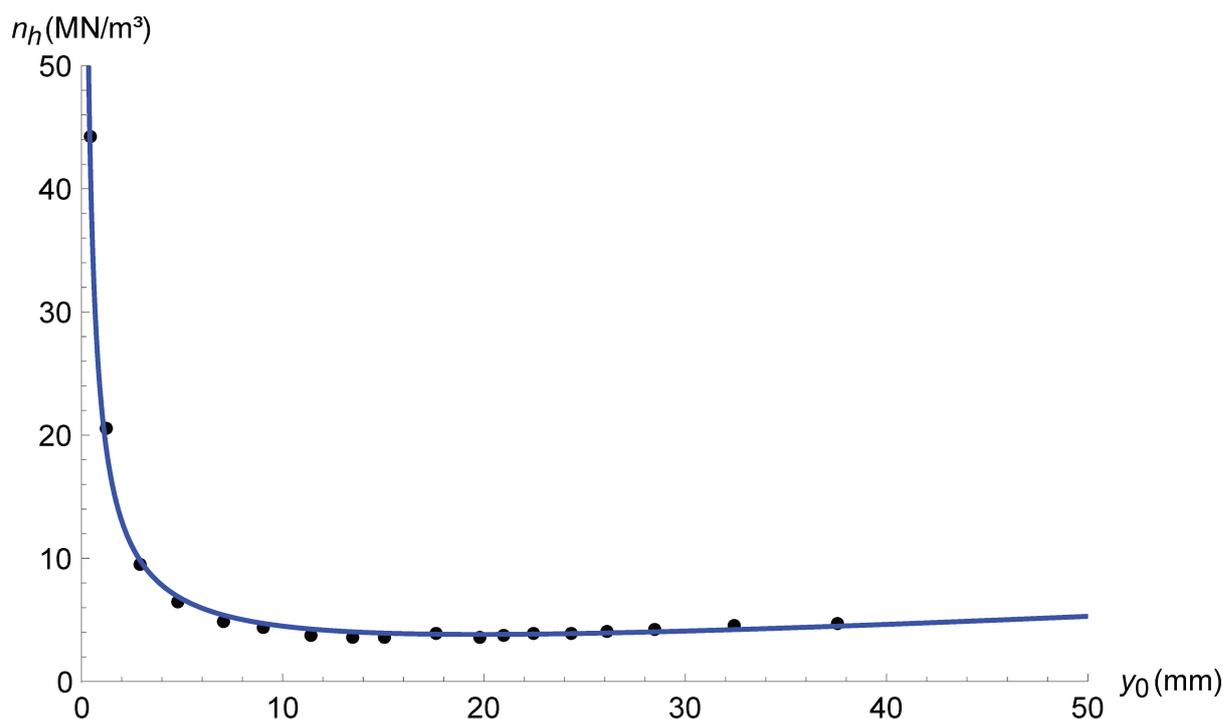


Figura 173 – Ajuste não linear do coeficiente de reação horizontal do solo para grupo de 3 estacas, caso A.

Para o grupo de quatro estacas, a prova de carga horizontal, teve deslocamentos muito pequenos para os carregamentos, iniciais fazendo com que os coeficiente de reação horizontal do solo ficasse com valores muito altos, de acordo com a figura 174, então a determinação de um valor para o n_h , de acordo com Cintra (1981), Alizadeh e Davisson (1970) e Kassouf et al. (2018) não representaria fisicamente o valor de n_h para o grupo de quatro estacas. Então, faz-se um ajuste, excluindo os deslocamentos iniciais, o coeficiente de reação horizontal do solo, de acordo com a equação 5.22 ajustada no gráfico $n_h x y_0$, dado na Figura 175, para o intervalo, de deslocamento y_0 , de 4 mm e 8 mm é $38 MN/m^3$, e para o intervalo de 6 mm e 12 mm é $26.7 MN/m^3$.

$$n_h(y) = \frac{164.7}{y^{0.87}} \quad (5.22)$$

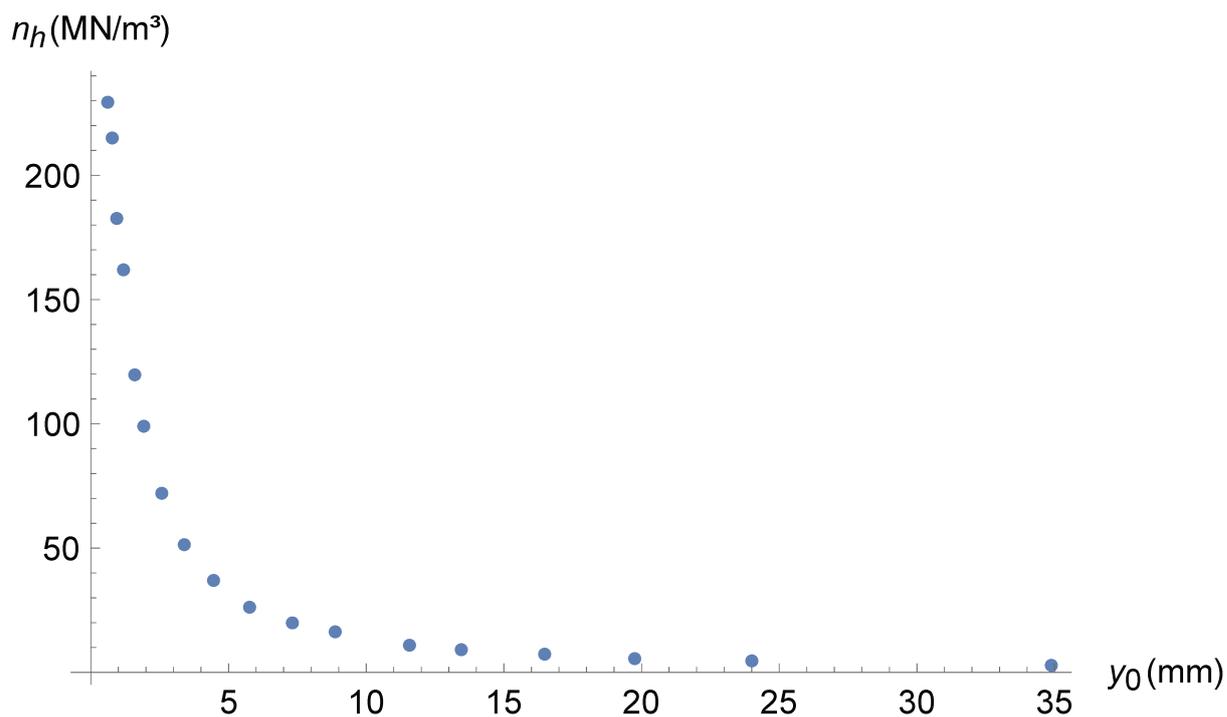


Figura 174 – coeficiente de reação horizontal do solo para grupo de 4 estacas, excluindo os pontos iniciais, caso A.

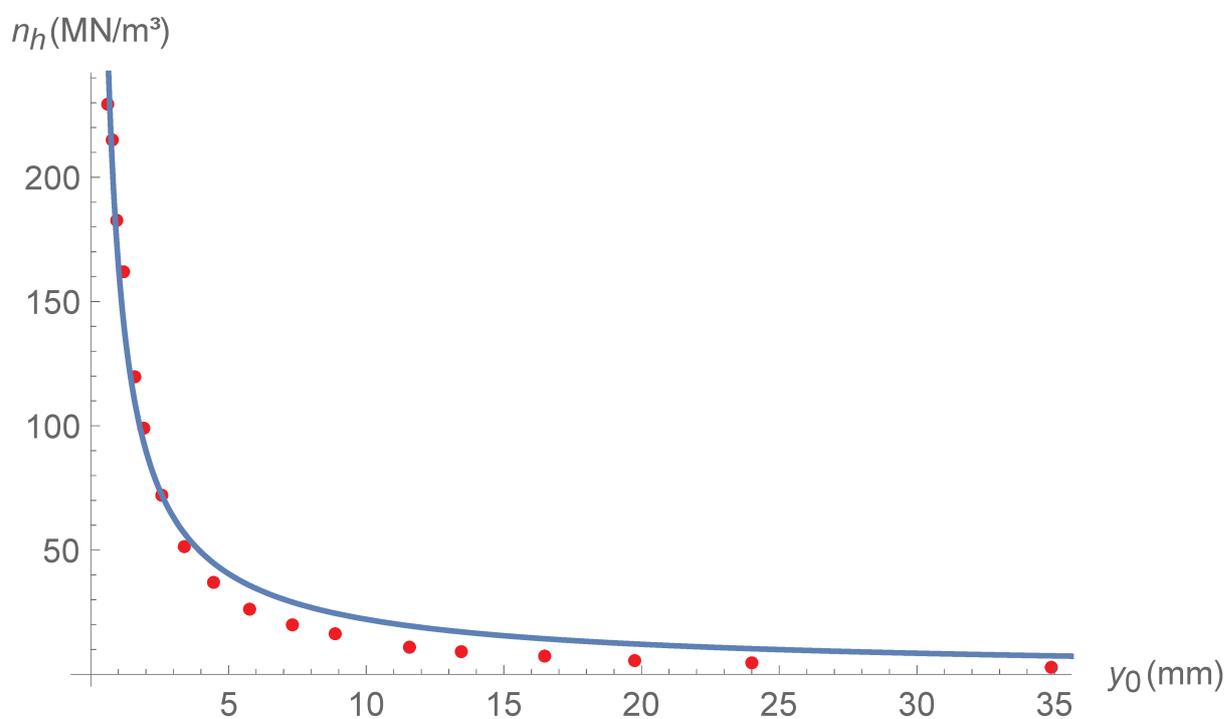


Figura 175 – Ajuste não linear do coeficiente de reação horizontal do solo para grupo de 4 estacas, excluindo os pontos iniciais, caso A.

Uma relação que para determinar o coeficiente de reação horizontal do solo n_h ajustou-se, de acordo com equação de [Phanikant et al. \(2010\)](#), e através do método dos quadrados mínimos, para dados médios do campo experimental, sendo que:

$$n_h = \frac{560C_\theta\gamma^{1.5}\sqrt{E_pI_pD}}{H} \quad (5.23)$$

onde $C_\theta = 3 \cdot 10^{-5} * (1.316)^\theta$, ϕ -ângulo de atrito, γ -peso específico, H -carga, E_pI_p -rigidez a flexão da estaca e D -Diâmetro.

De acordo com os dados da tabela 18 o valor médio do peso específico do solo é aproximadamente $14.5 \text{ MN}/\text{m}^3$ e o ângulo de atrito é de 22.4° , então o valor da constante de reação horizontal do solo, para uma carga de 49 kN é de $n_h = 13.52 \text{ MN}/\text{m}^3$. Um gráfico para representar a equação 5.23 é dado na Figura 176.

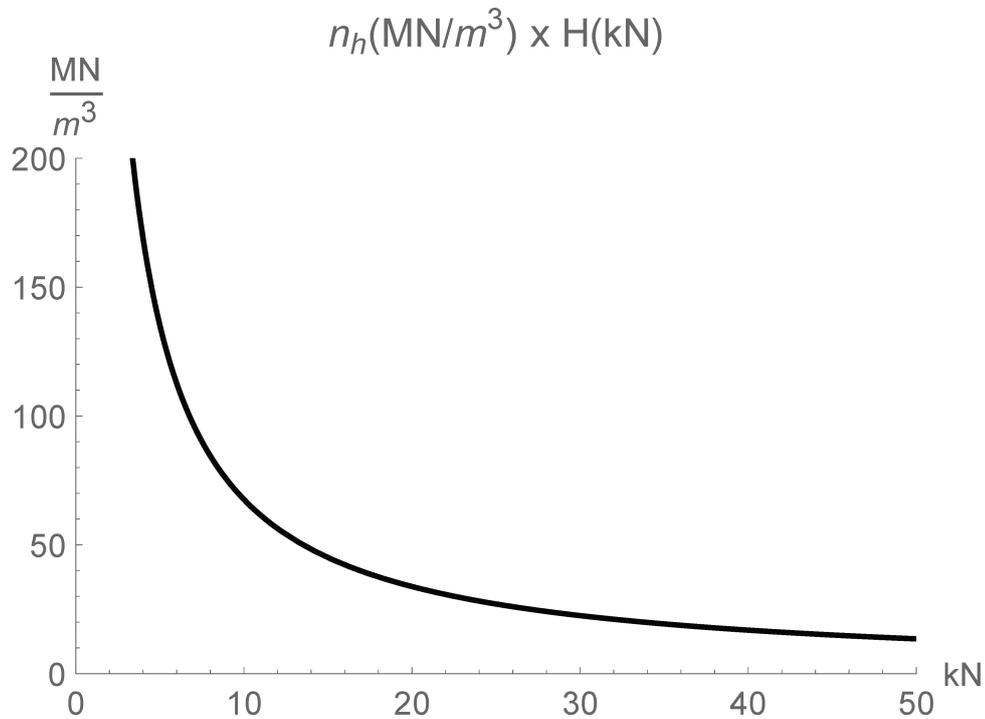


Figura 176 – Constante de reação horizontal do solo n_h versus carga H .

Para relacionar a constante de reação horizontal do solo com os dados de campo do CPT, fez-se um ajuste por quadrados mínimos dos parâmetros da resistência de ponta q_c e razão de atrito f_s em relação ao ângulo de atrito (ϕ) e peso específico (γ), de acordo com [Robertson e Cabal \(2010\)](#), tem-se:

$$\phi(^{\circ}) = 21.16 + \log \frac{q_c^{1.4}}{f_s^{1.76}} \quad (5.24)$$

$$\gamma(kN/m^3) = 23.71 + \log \frac{f_s^{0.55}}{q_c^{0.45}} \quad (5.25)$$

Substituindo as equações 5.24 e 5.25 na equação 5.23, e usando o método de expansão das potências, tem-se:

$$n_h(kN/m^3) = \frac{0.43q_c^{0.38} e^{\frac{6.53q_c^{0.025}}{f_s^{0.02}}} \sqrt{E_p I_p D}}{f_s^{0.18} H} \quad (5.26)$$

onde H - carga $E_p I_p$ - rigidez a flexão da estaca.

Essa equação é a relação entre os parâmetros do solo e a constante de reação horizontal do solo para esse campo experimental, para uma expressão geral temos que fazer retroanálise de vários provas de cargas e termos os parâmetros geotécnicos dos ensaios laboratório e os ensaios de campo CPT.

Compara-se o resultado do constante de reação horizontal do solo, no gráfico da Figura 177, obtido da prova de carga horizontal com a equação (5.26), nota-se que as curvas têm resultados aproximados na faixa de deslocamento entre 6 mm e 12 mm. A Figura 178 mostra os valores calculados através das equações de [Matlock e Reese \(1961a\)](#) e de uma nova equação (5.26) e as funções ajustadas pelo método dos mínimos quadrados no software Mathematica 12.0.

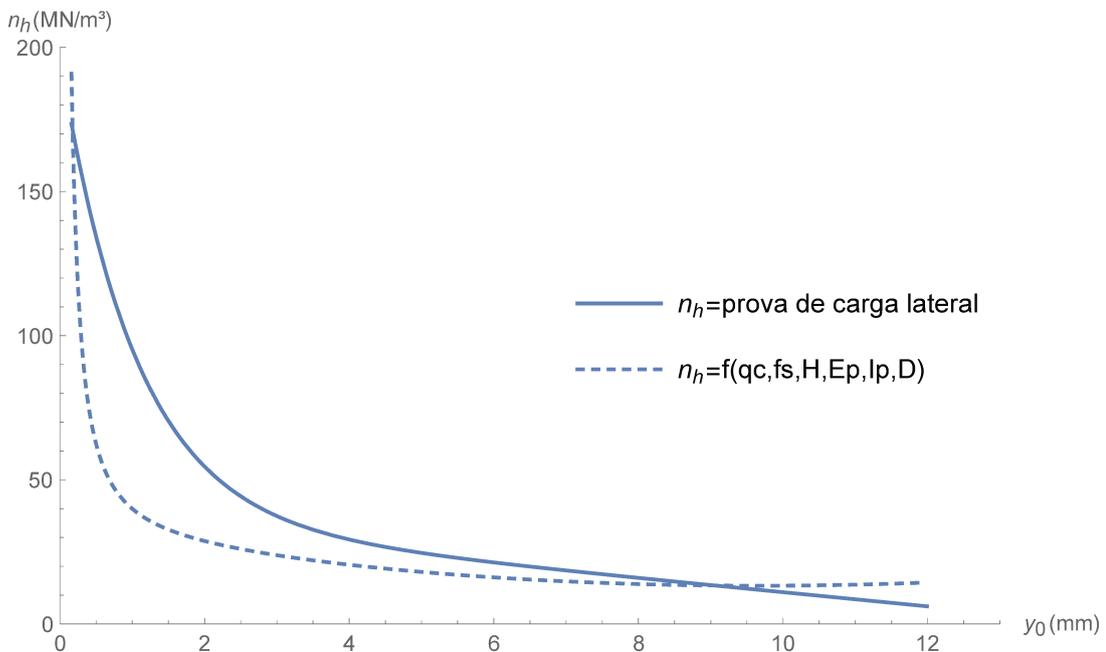


Figura 177 – Comparação entre a constante de reação horizontal do solo: prova de carga horizontal e equação (5.26).

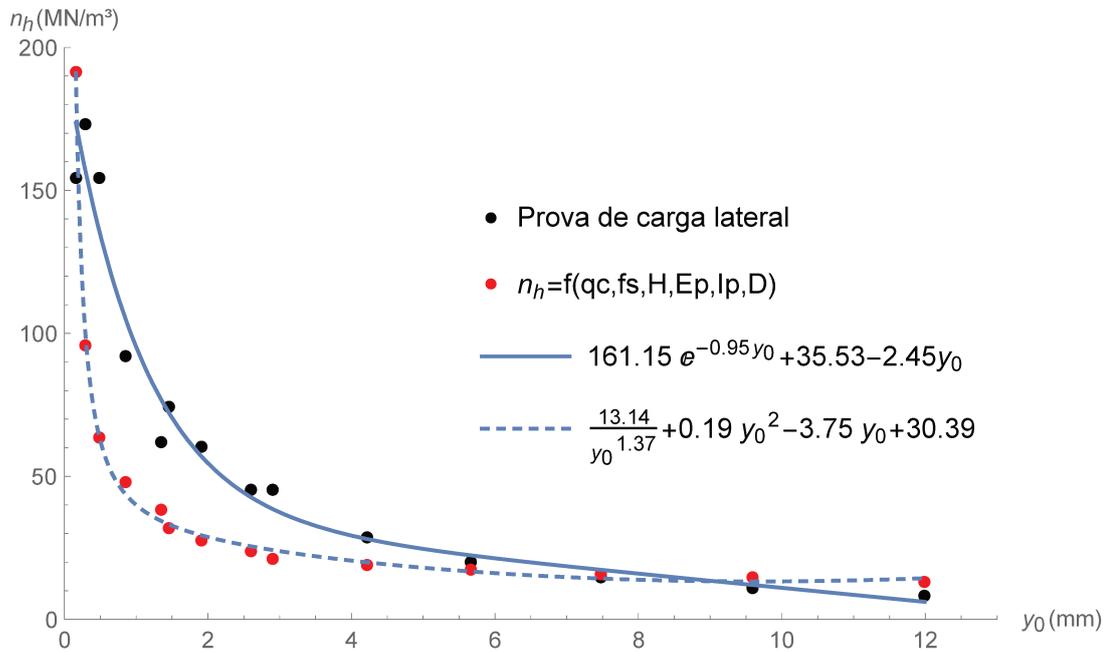


Figura 178 – Comparação entre a constante de reação horizontal do solo: prova de carga horizontal e equação (5.26).

A diferença de inflexão nos gráficos, na Figura 177, altera ligeiramente os resultados de n_h para deflexões próximas de zero, pois de acordo com [Matlock e Reese \(1961a\)](#) para valores superiores a 4 mm, tem-se resultados conservadores com valores numéricos próximos, na Tabela 23 tem esse comparativo. Os valores do coeficiente de reação horizontal do solo são determinados numericamente, de acordo com [Rosendo e Albuquerque \(2020\)](#).

A constante de reação horizontal do solo é determinada pela metodologia de [Matlock e Reese \(1961a\)](#) e [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#) com que é determinada pela equação (5.26), teve valores próximos mostrando assim uma boa concordância dos resultados da prova de carga horizontal com o ensaio do CPT in situ.

Tabela 23 – Comparação entre as metodologias para determinar n_h .

y_0 [mm]	n_h (Prova de carga) [MN/m ³]	$n_h(q_c)$ [MN/m ³]	$n_{h(médio)}$ (prova de carga) [MN/m ³]	$n_{h(médio)}(q_c)$ [MN/m ³]
4	29.29	20.53	-	-
8	15.98	13.84	20.43	17.18
6	21.34	16.15	-	-
12	6.10	14.38	13.72	15.27

A partir dos valores obtidos no ensaio de prova carga lateral na estaca isolada ($D = 30\text{cm}$, $L = 5\text{m}$) foi obtido a constante de reação horizontal do solo $n_h = 13.7\text{MN}/\text{m}^3$ pelo método [Matlock e Reese \(1961a\)](#). De acordo [Rosendo e Albuquerque \(2020\)](#) os resultados dos inclinômetros são comparados com o modelo analítico de Miche para alguns

estágios de carregamento mostrados em Figuras 179, 180 e 181 para estaca isolada. O modelo analítico de Miche quando é substituído o valor de $n_h = 13.7MN/m^2$ não apresenta boa concordância com esses os dados para todos estágios de carregamento, visto que a ruptura da estaca ocorre a 49 kN .

Além disso, a calibração do modelo analítico de Miche com dados do inclinômetro é ajustado para cada conjunto de valores de deflexão versus profundidade determinando assim, a constante de reação horizontal do solo para cada estágio de carregamento, usando o método dos mínimos quadrados, através de um algoritmo do software Mathematica 12.0, aplicado à solução analítica da deslocamento de Miche.

A próxima secção tem uma aplicação em todos resultados dos inclinômetros validando e determinado a constante de reação horizontal do solo ótima⁴ para todas as estacas: isoladas, grupo de três estacas e quatro estacas em todos os estágios de carregamento horizontal.

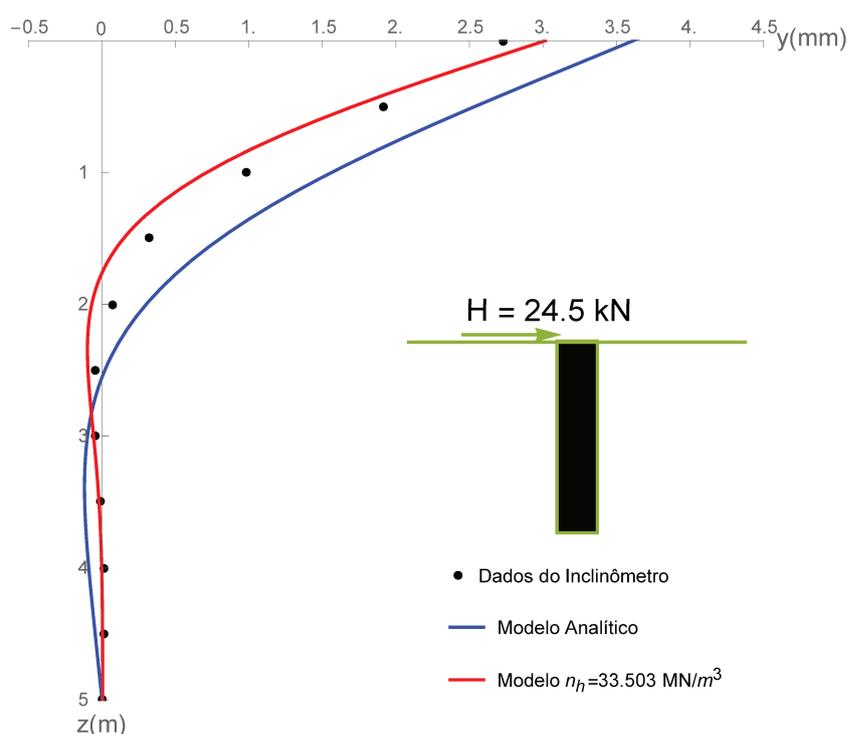


Figura 179 – Comparação entre modelo analítico de Miche $n = n_h = 13.7MN/m^2$, modelo analítico ótimo e os dados do inclinômetro.

⁴ O termo aqui usado se refere a otimização dos dados do inclinômetros aplicando a equação analítica do deslocamento de Miche apresentada em Rosendo e Albuquerque (2020).

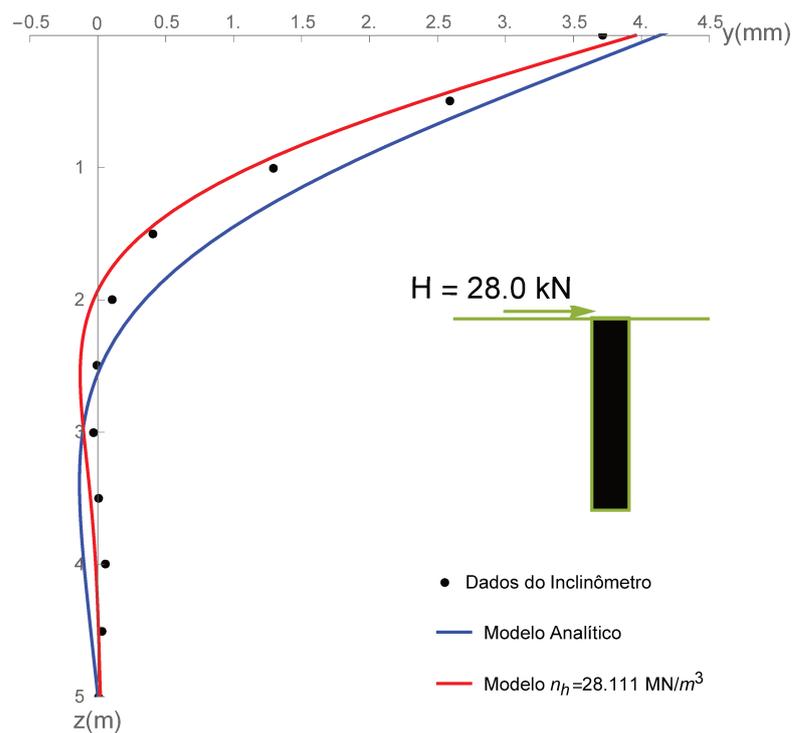


Figura 180 – Comparação entre modelo analítico de Miche $n = n_h = 13.7 \text{ MN/m}^2$, modelo analítico de Miche ótimo e os dados do inclinômetro.

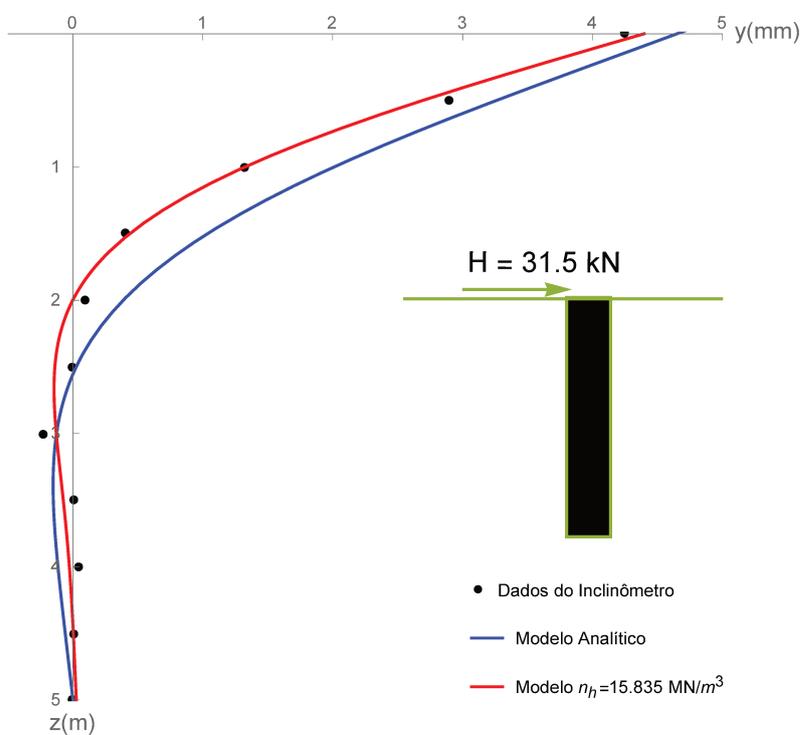


Figura 181 – Comparação entre modelo analítico de Miche $n = n_h = 13.7 \text{ MN/m}^2$, modelo analítico de Miche ótimo e os dados do inclinômetro

Não existem métodos analíticos para a determinação do coeficiente reação horizontal do solo através do ensaio de Cone Penetration test (CPT). No entanto, o ensaio de campo CPT é aplicado para a determinação das curvas P-Y, segundo a metodologia apresentada por [Suryasentana e Lehane \(2014\)](#). Nessa seção apresentamos uma nova equação para determinação da constante de reação horizontal do solo através do CPT, também as constantes de reação horizontal dos grupos de três e quatro estacas.

5.7 Coeficiente de reação horizontal do solo por meio dos dados do inclinômetro.

Nessa seção é apresentado uma metodologia para a determinação da constante de reação horizontal do solo $n_{h(MN/m^3)}$ através dos dados do inclinômetro em relação ao comprimento da estaca. A equação analítica do Miche é ajustada pelo método dos mínimos quadrados, através de um algoritmo no software Mathematica 12.0 determinados a constante de reação horizontal do solo n_h do coeficiente de reação horizontal do solo $K = n_h z$ para que os pontos do inclinômetros tenham o ajuste ótimo, ou seja, o melhor ajuste.

A curva P-Y pode ser ajustada para um modelo hiperbólico e aplicada em modelos numéricos para cada camada do solo, não sendo utilizado em modelos analíticos. Ainda mais, de outra forma é realizado aqui a calibração do modelo analítico de Miche com os dados do inclinômetro no ensaio prova de carga horizontal. Ou seja, para cada conjunto de valores deflexão versus profundidade e com os parâmetros da estaca é determinado a constante de reação horizontal do solo, pelo método dos mínimos quadrados aplicado a solução analítica na função deslocamento de Miche.

O ajuste aos dados do campo até o décimo estágio de carregamento é mostrado no gráfico da Figura 182, para todos os estágios de carregamento é apresentado no gráfico da Figura 183.

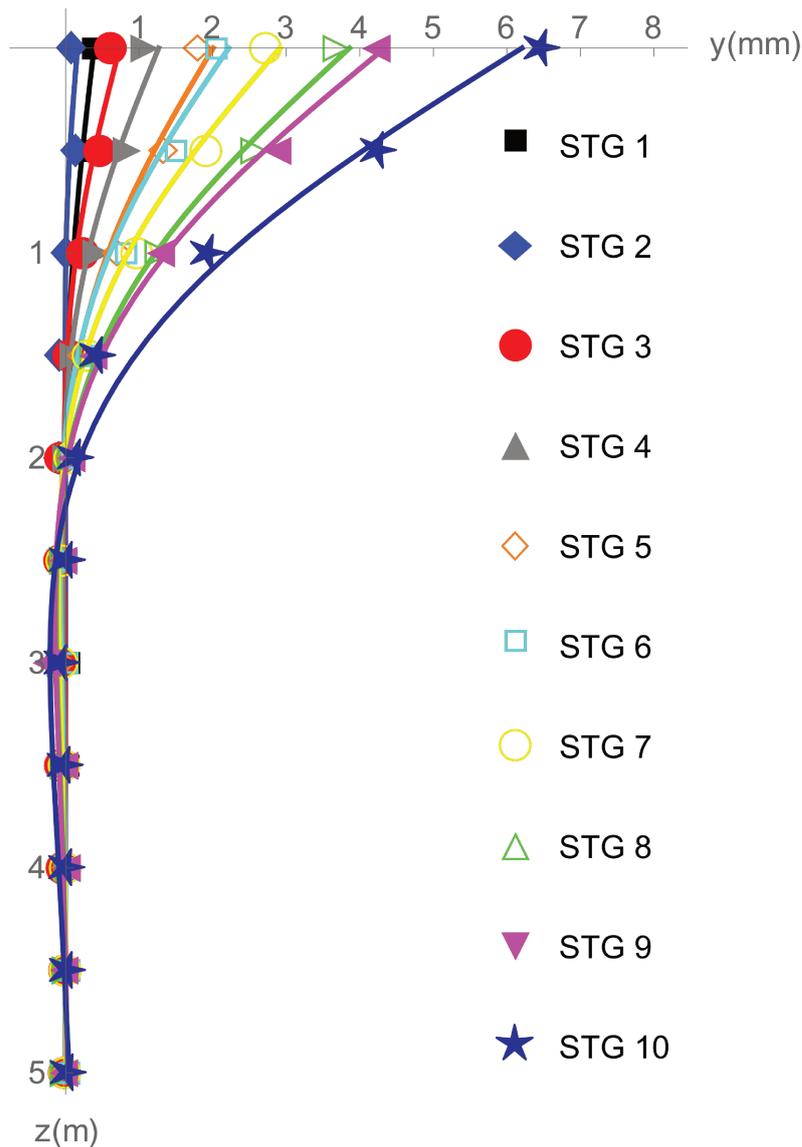


Figura 182 – Ajuste do modelo analítico de Miche aos dados do inclinômetro da estaca isolada, até o estágio 10.

Para cada estágio, da prova de carga horizontal, e ajuste da Figura 182 foi determinado a constante de reação horizontal do solo, para que se tenha a melhor função analítica de maneira ótima os dados do inclinômetro em cada profundidade. Na Figura 184 tem os valores da constante de reação horizontal em função da deflexão, e de acordo com [Matlock e Reese \(1961a\)](#), o valor médio, para o intervalo entre 6 mm e 12 mm o valor de $n_h = 7.5 \text{ kN/m}^3$ e para o intervalo de 4 mm e 8 mm, de acordo com [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#) o valor de $n_h = 9.7 \text{ kN/m}^3$.

O gráfico da Figura 182 mostra os dados do inclinômetros com a constante de reação horizontal ótima é determinada para a correspondente carga e deflexão. No entanto, para valor médio determinado de acordo com [Matlock e Reese \(1961a\)](#) ou [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#) não se tem uma concordância para todos os estágios de carregamento.

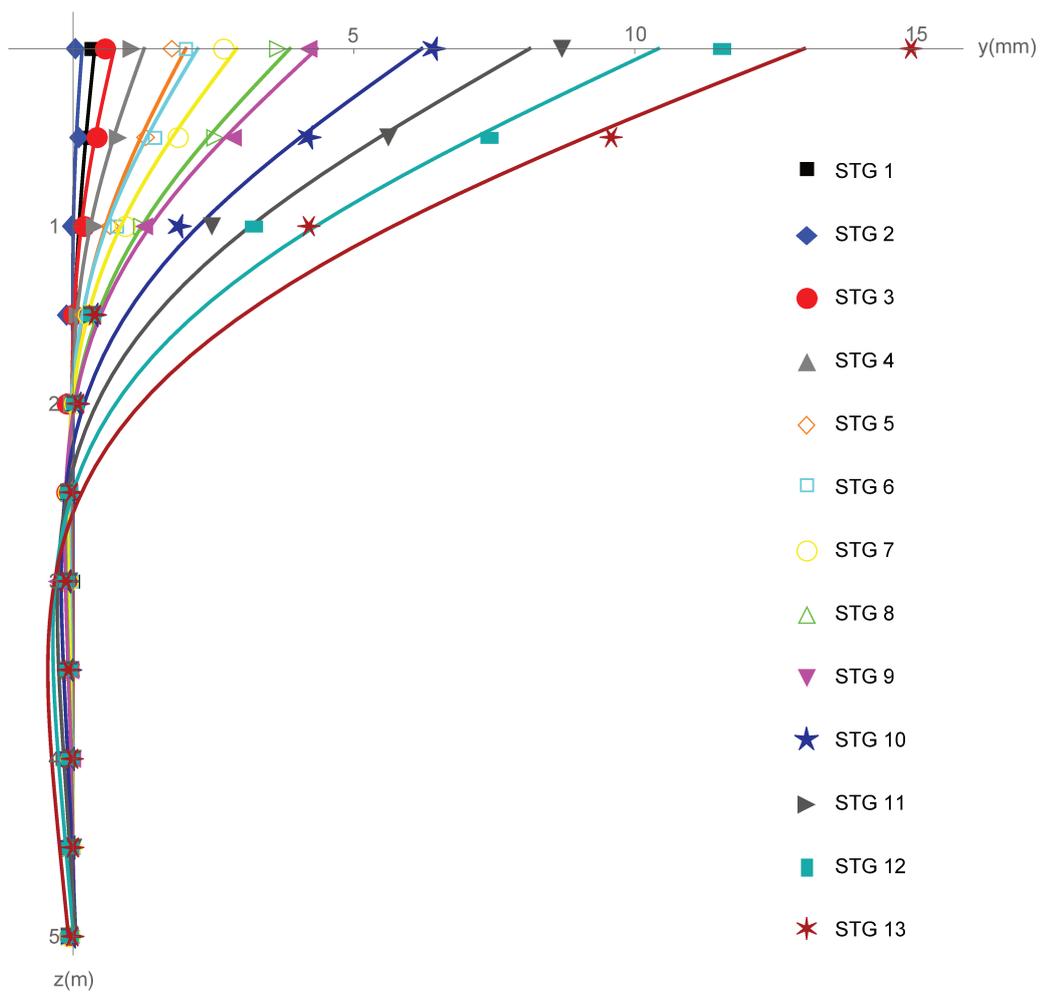


Figura 183 – Ajuste do modelo analítico de Miche aos dados do inclinômetro da estaca isolada, todos os estágios.

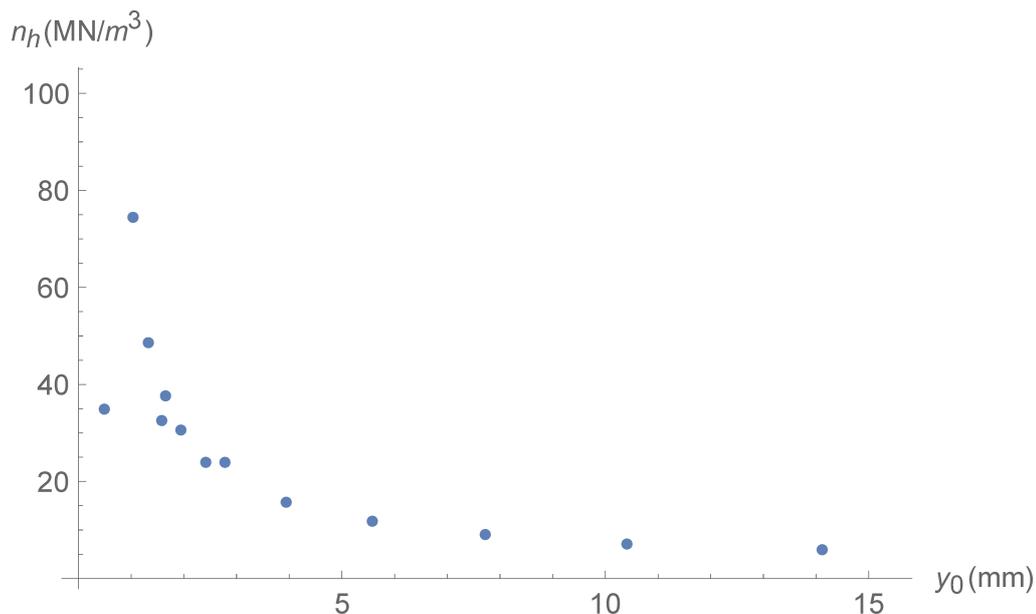


Figura 184 – Constante de reação horizontal do solo do modelo analítico de Miche, n_h versus y_0 , estaca isolada.

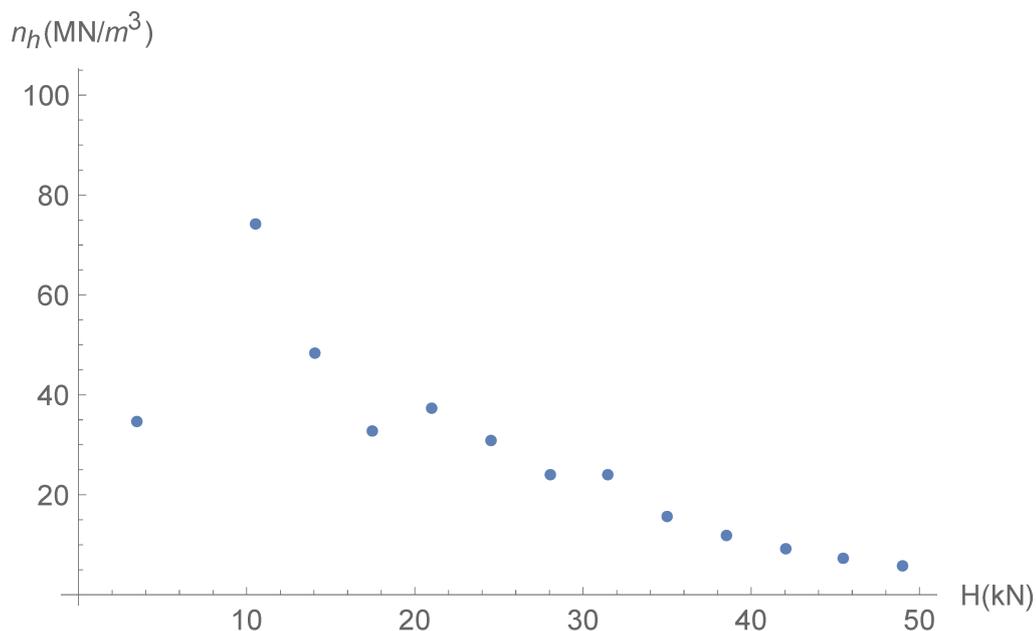


Figura 185 – Constante de reação horizontal do solo do modelo analítico de Miche, n_h versus H , estaca isolada.

Para o grupo de três estacas foi determinado o ajuste, pelo métodos dos mínimos quadrados, através dos dados do inclinômetro para cada estágio de carregamento e deslocamento. O valor da constante de reação horizontal do solo para as estacas INC01 dados nas Figuras 186 e 186; estacas INC02 dados nas Figuras 191 e 192 e estaca INC03 dados nas Figuras 193 e 194.

A constante de reação horizontal do solo para a estaca INC01 do grupo de três estacas foi determinada ajustando, através do método dos mínimos quadrados, e considerando o bloco rígido tendo a distribuição de cargas iguais no grupo.

O modelo analítico de Miche é ajustado aos dados do inclinômetro para encontrar o melhor valor de n_h está no gráfico dado pela Figura 187. O mesmo procedimento de ajuste foi usado para determinar a constante de reação horizontal do solo INC02 dado pela Figura 188, a constante de reação horizontal do solo INC03 dado pela Figura 189.

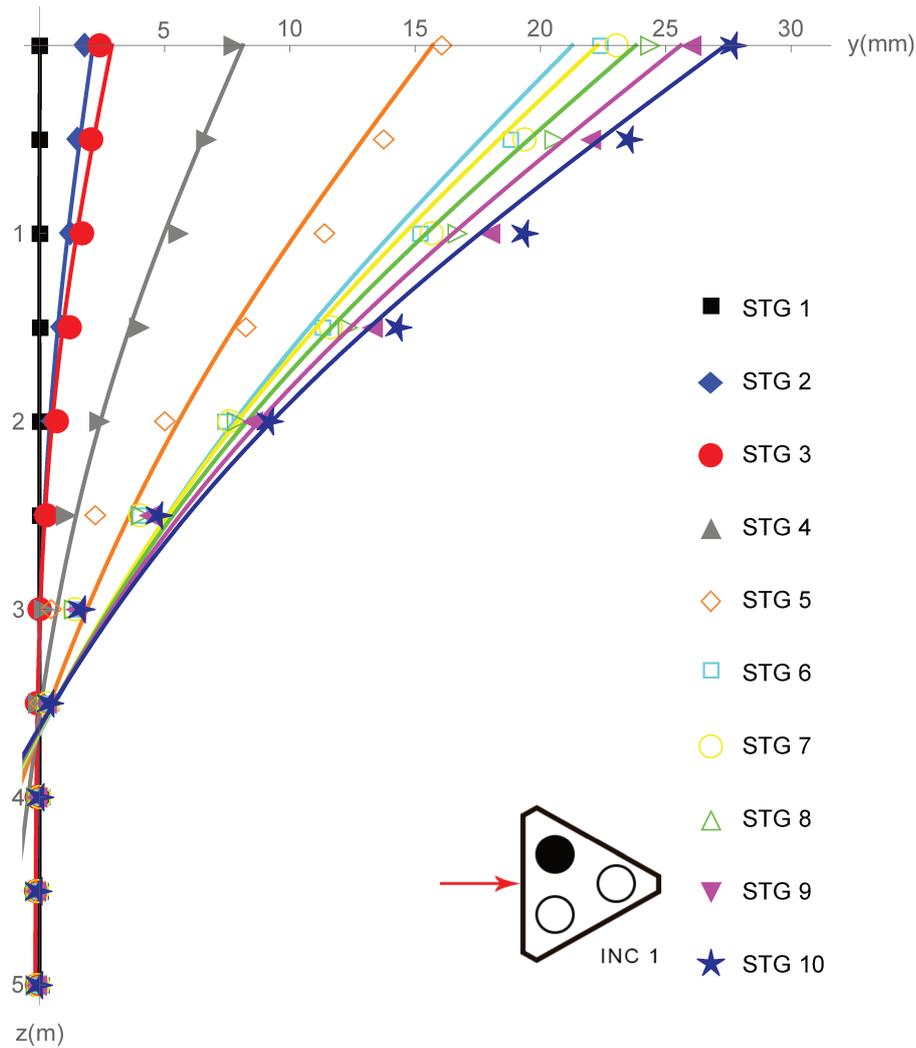


Figura 186 – Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 10° estágio de carga.

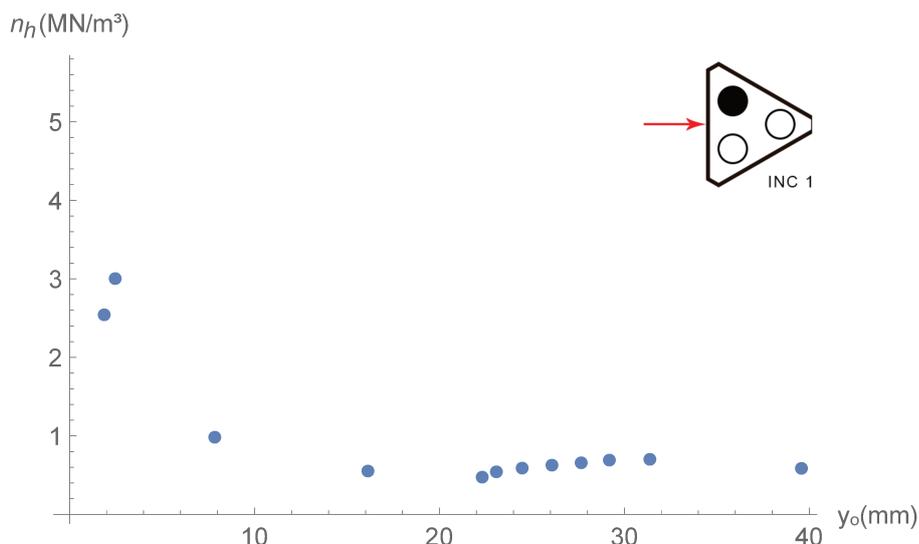


Figura 187 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC01 do grupo de três estacas.

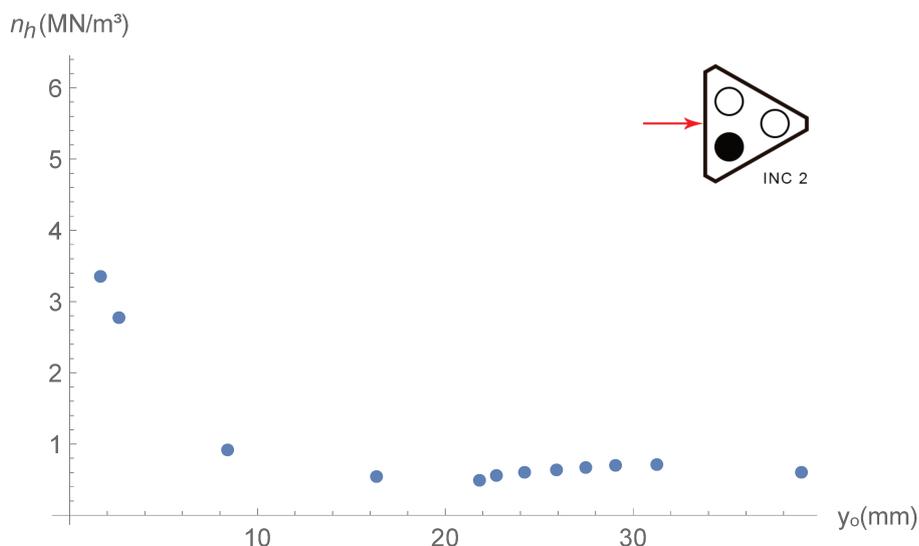


Figura 188 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC02 do grupo de três estacas.

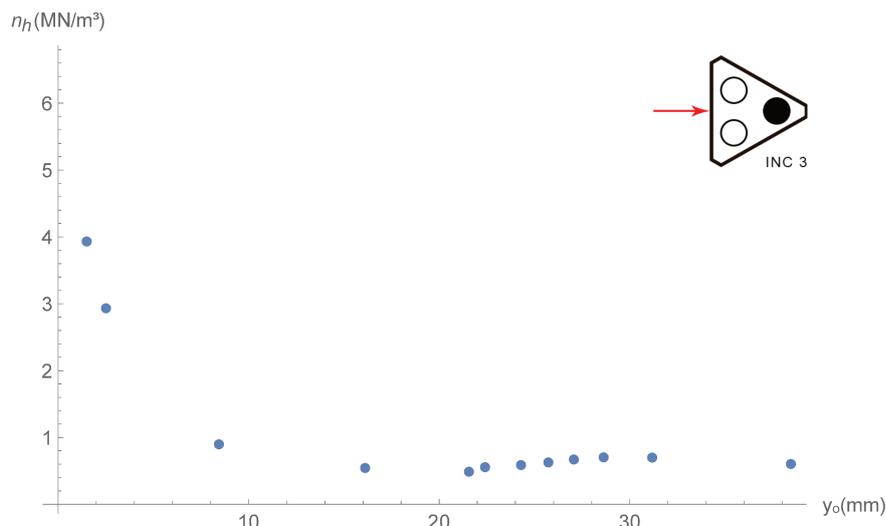


Figura 189 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC03 do grupo de três estacas.

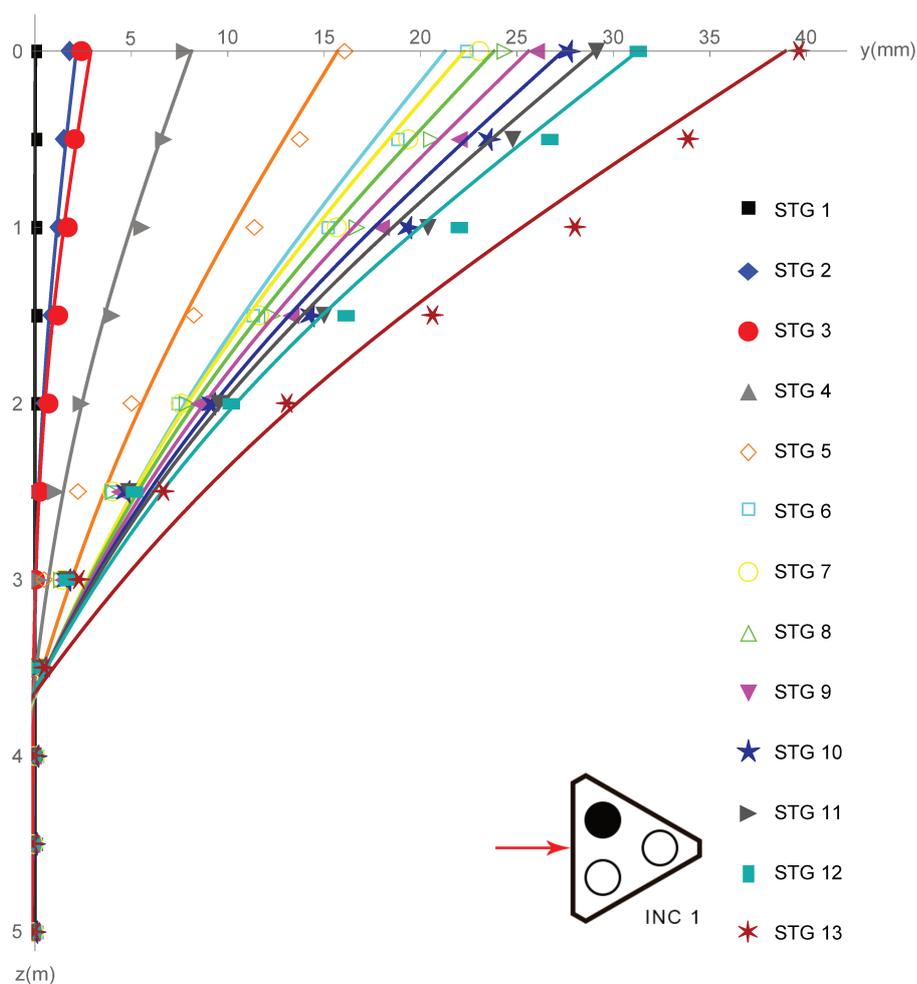


Figura 190 – Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Mische, para melhor determinação do valor de n_h , até 13º estágio de carga.

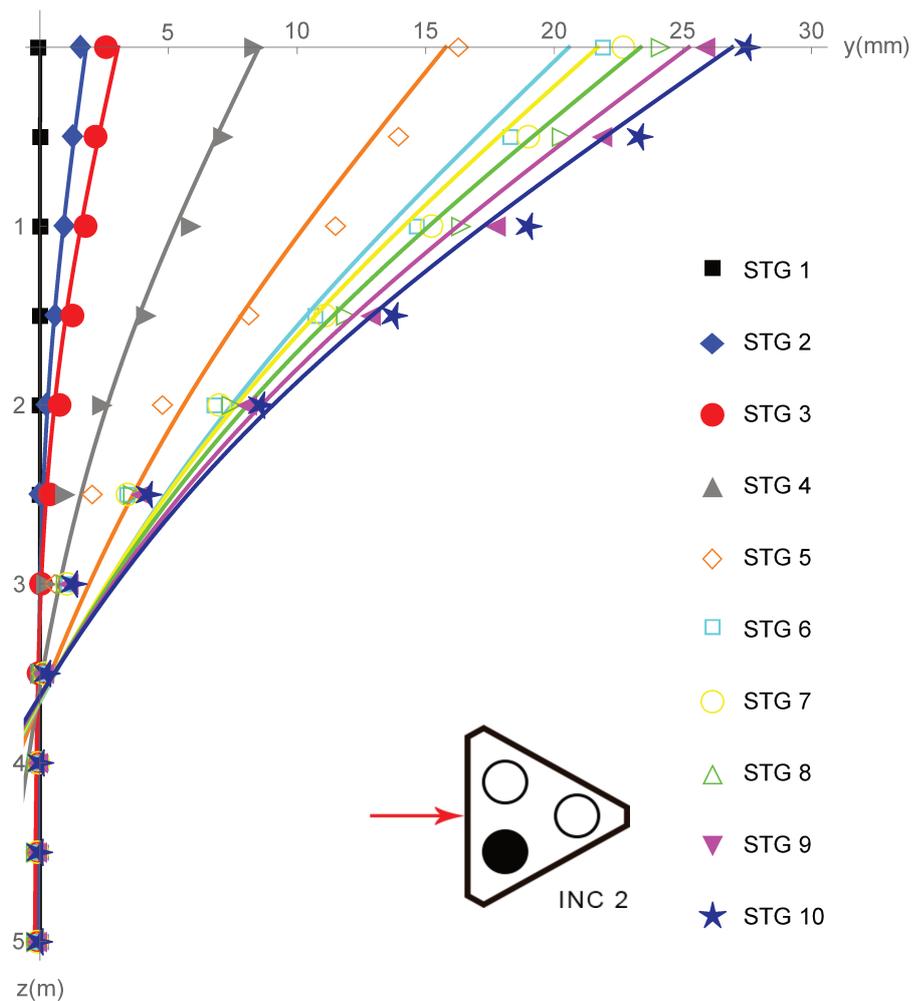


Figura 191 – Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 10º estágio de carga.

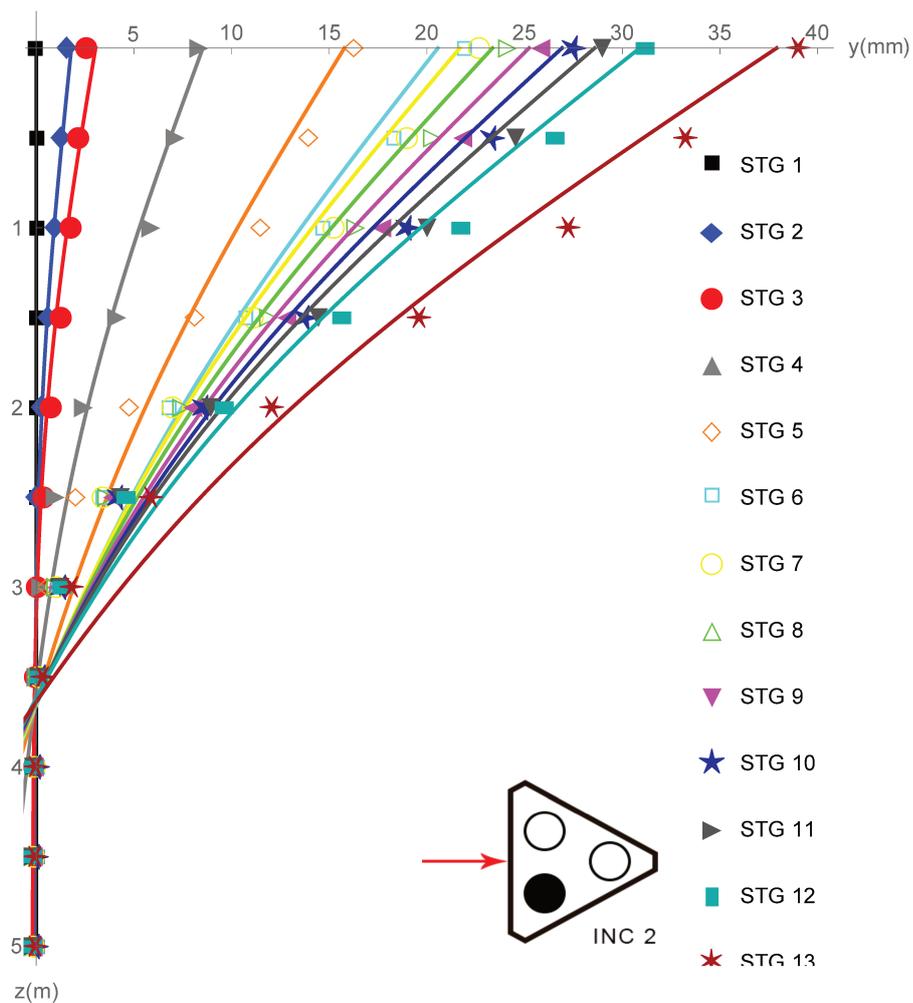


Figura 192 – Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 13º estágio de carga.

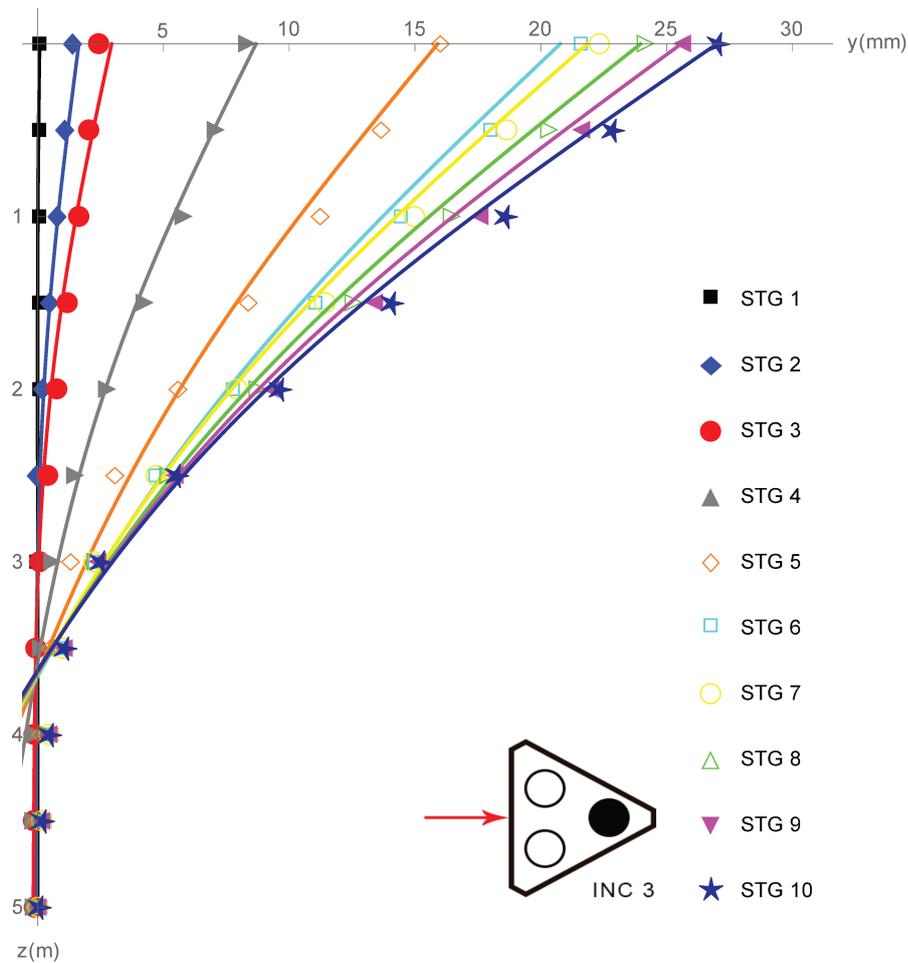


Figura 193 – Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 10º estágio de carga.

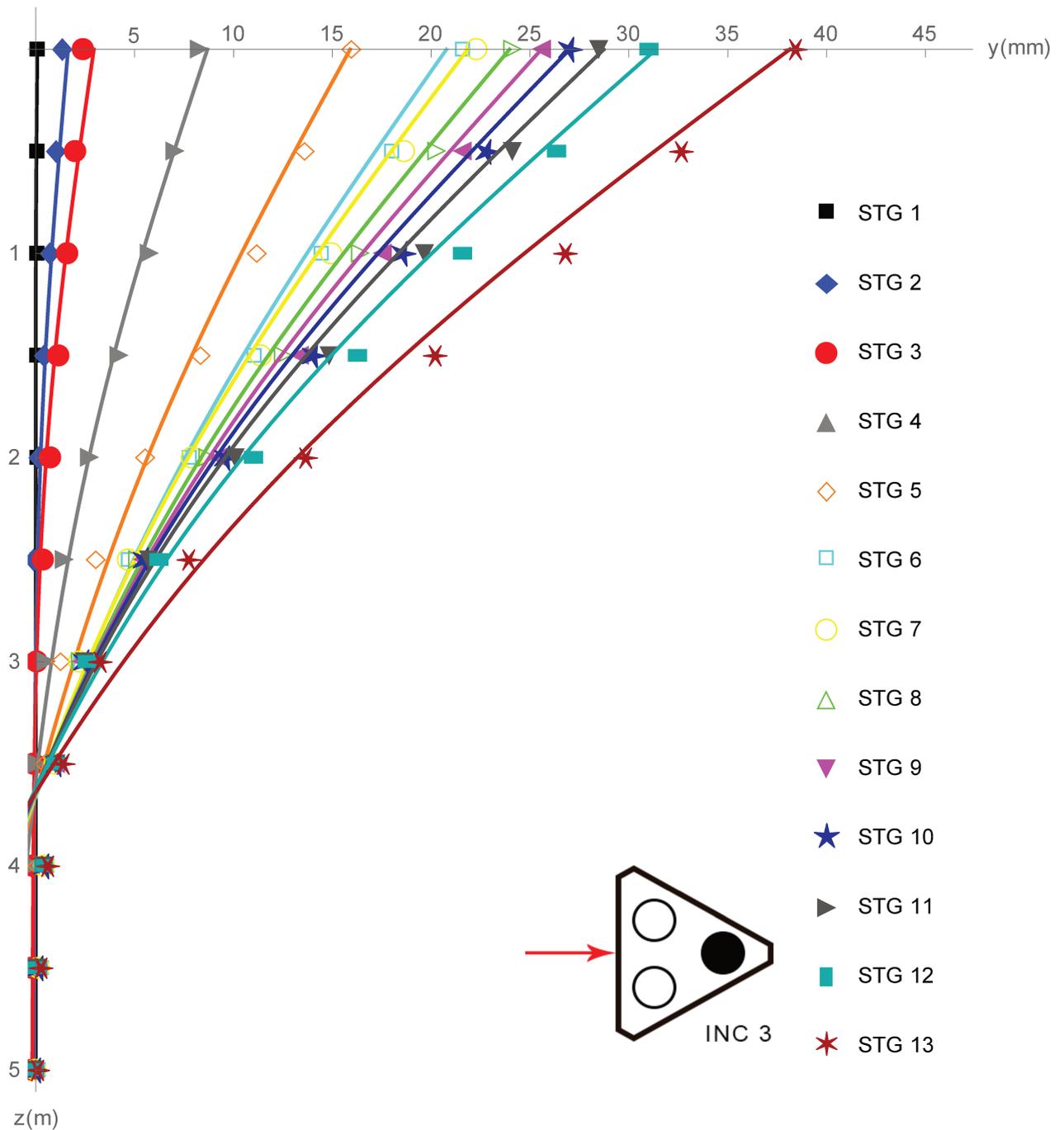


Figura 194 – Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 13º estágio de carga.

Para o grupo de quatro estacas foi determinado o ajuste ótimo, por métodos dos mínimos quadrados, através dos dados do inclinômetro para cada estágio de carregamento e deslocamento. O valor da constante de reação horizontal do solo para as estacas INC05 dados na Figura 195 e estacas INC06 dados nas Figuras 196 a estaca INC07 dados na Figura 197 e a estaca INC08 dado no gráfico da Figura 198.

A constante de reação horizontal do solo para a estaca INC05 do grupo de quatro estacas foi determinada ajustando, através do método dos mínimos quadrados, e considerando o bloco rígido tendo a distribuição de cargas iguais no grupo, o modelo analítico de Miche aos dados do inclinômetro para encontrar o melhor valor de n_h está no gráfico dado pela Figura 199. O mesmo procedimento de ajuste foi usado para determinar a constante de reação horizontal do solo INC06 dado pela Figura 200, a constante de reação horizontal do solo INC07 dado pela Figura 201 e a constante de reação horizontal do solo INC08 dado pela Figura 202.

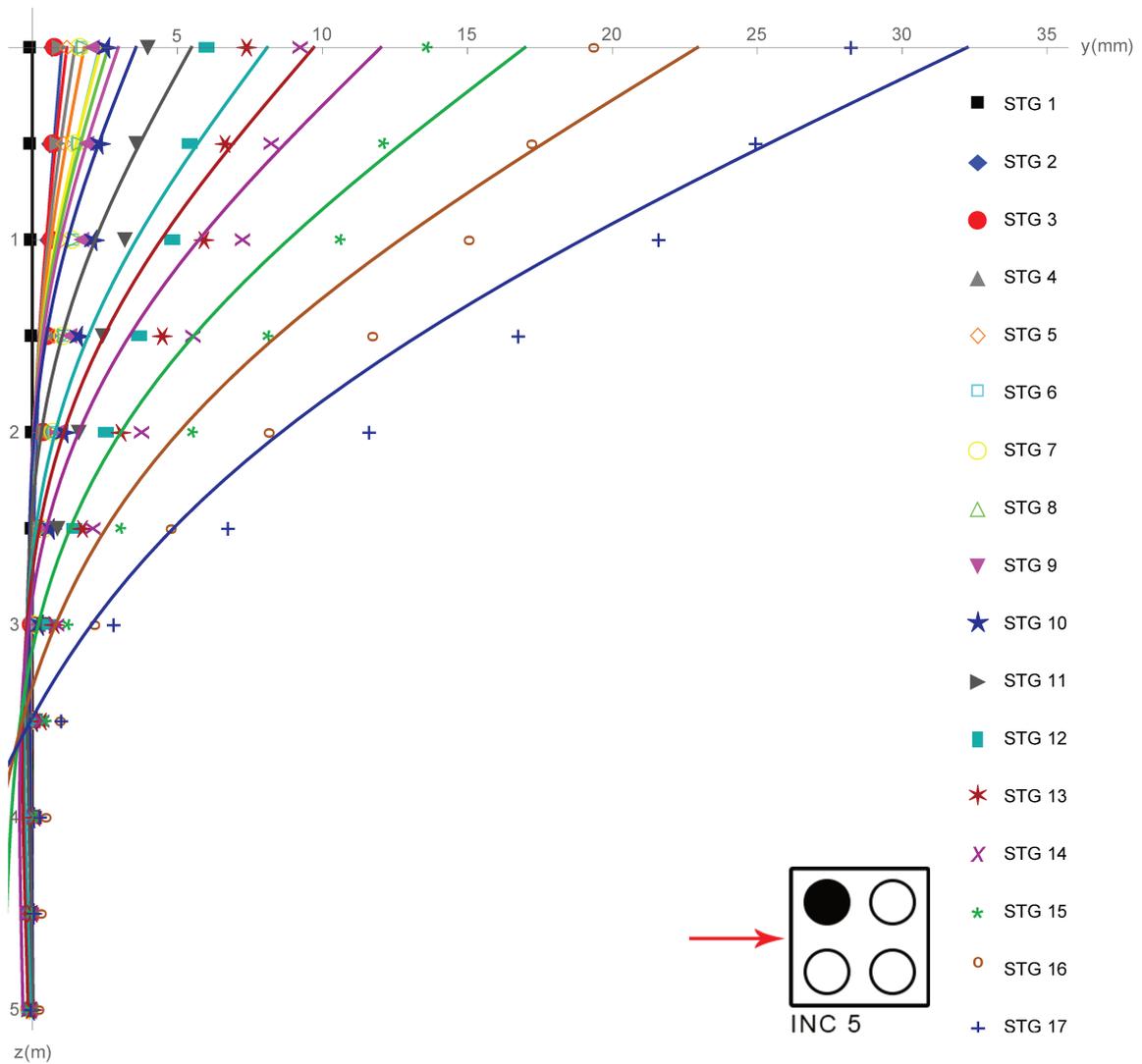


Figura 195 – Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 17º estágio de carga.

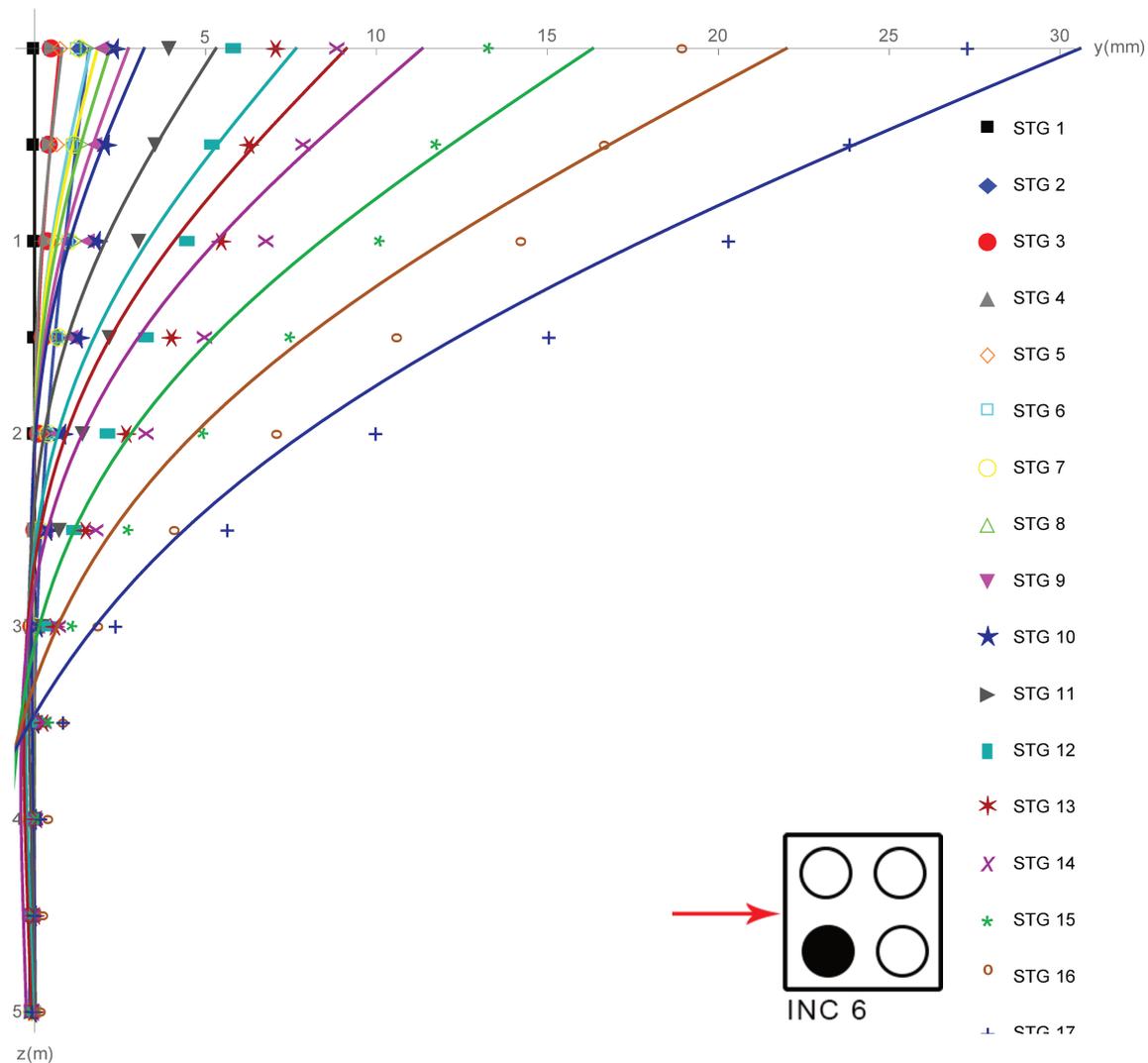


Figura 196 – Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 17º estágio de carga.

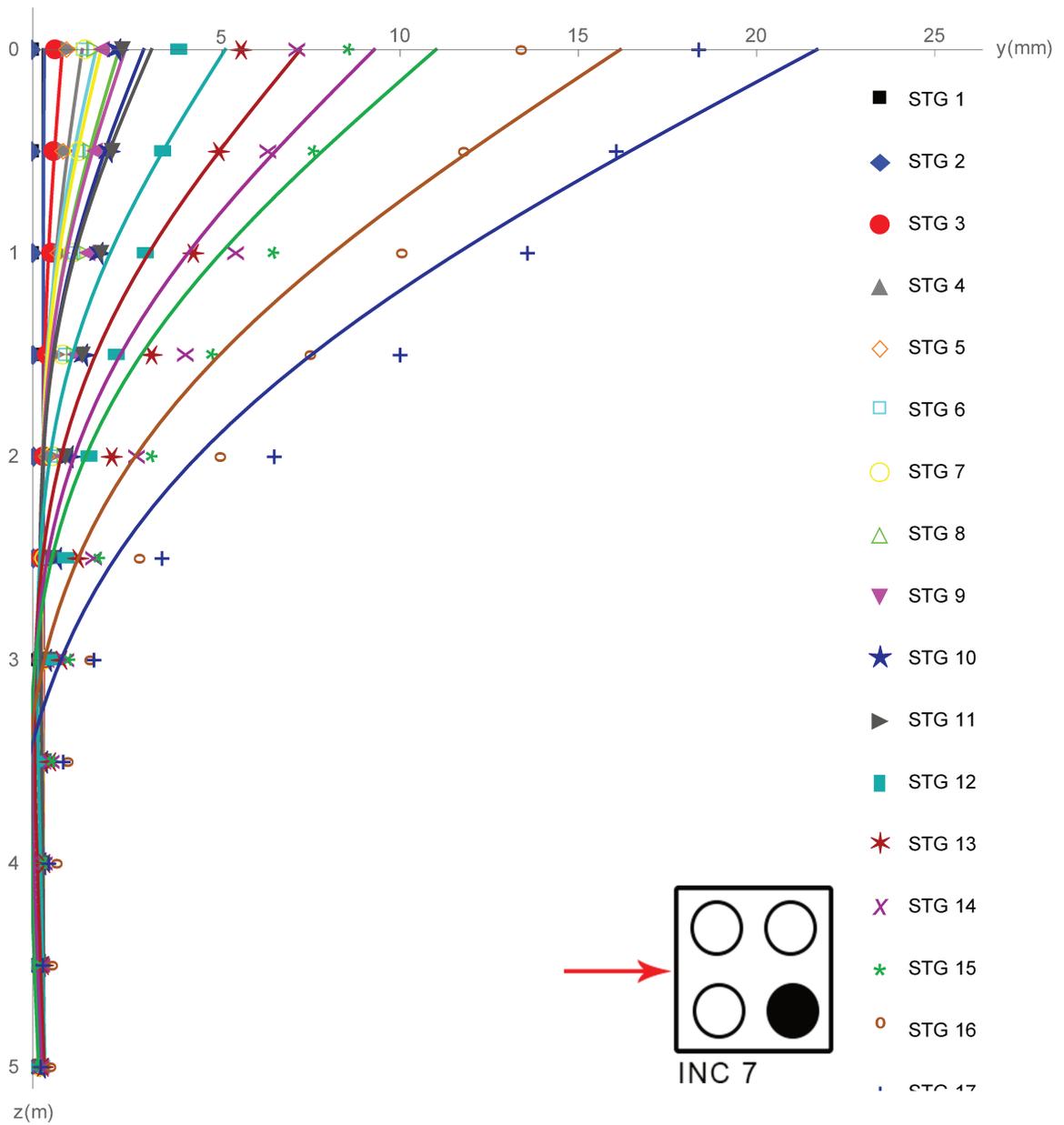


Figura 197 – Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 17° estágio de carga.

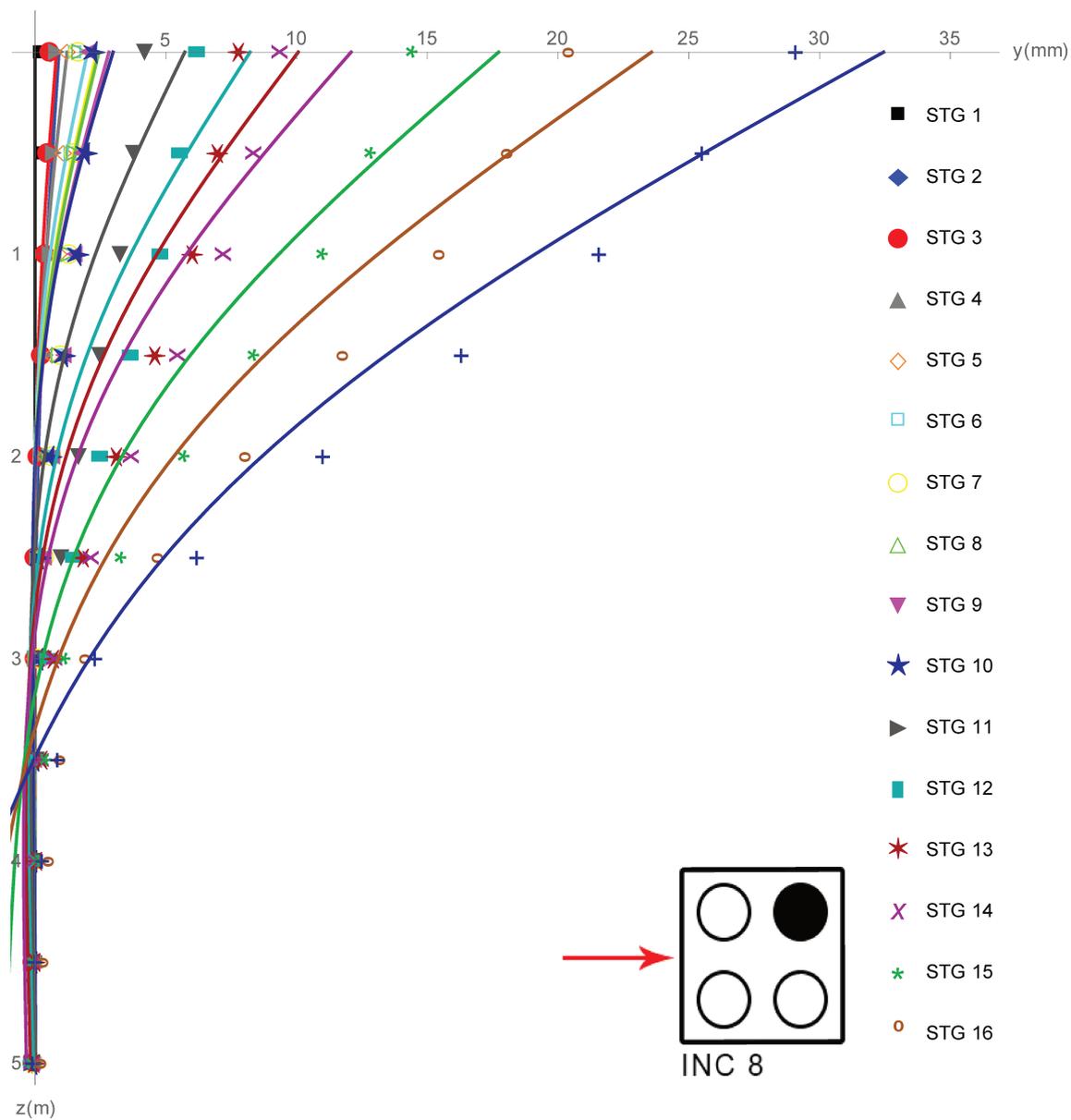


Figura 198 – Ajuste dos dados do inclinômetro ao modelo analítico de Miche, para melhor determinação do valor de n_h , até 17º estágio de carga.

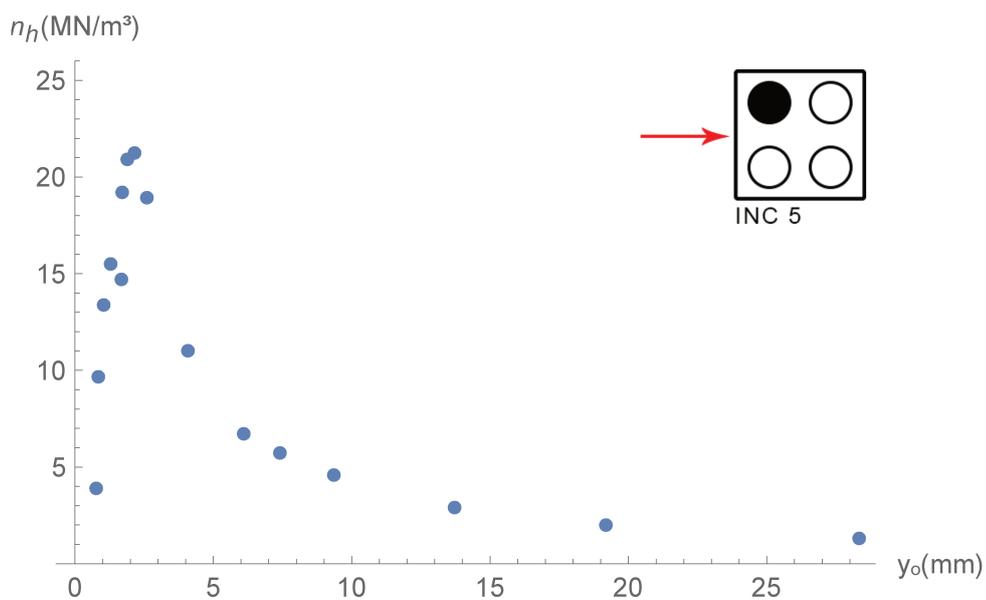


Figura 199 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC05 do grupo de quatro estacas.

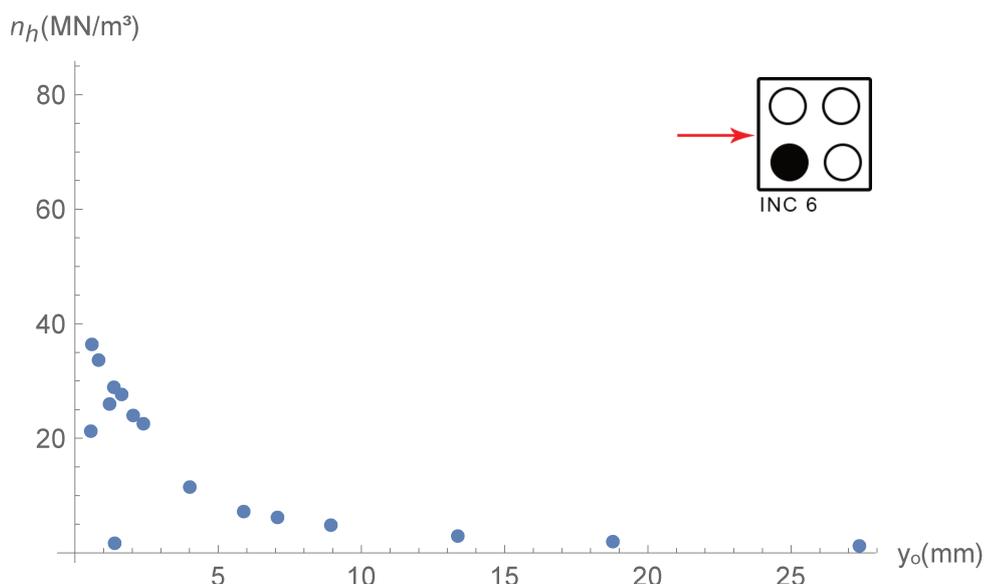


Figura 200 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC06 do grupo de quatro estacas.

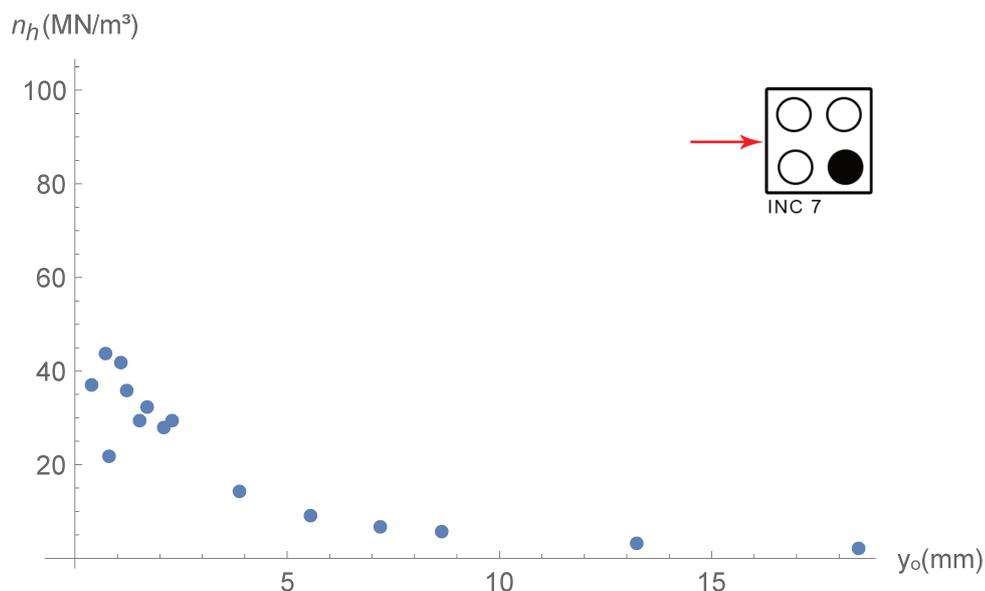


Figura 201 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC07 do grupo de quatro estacas.

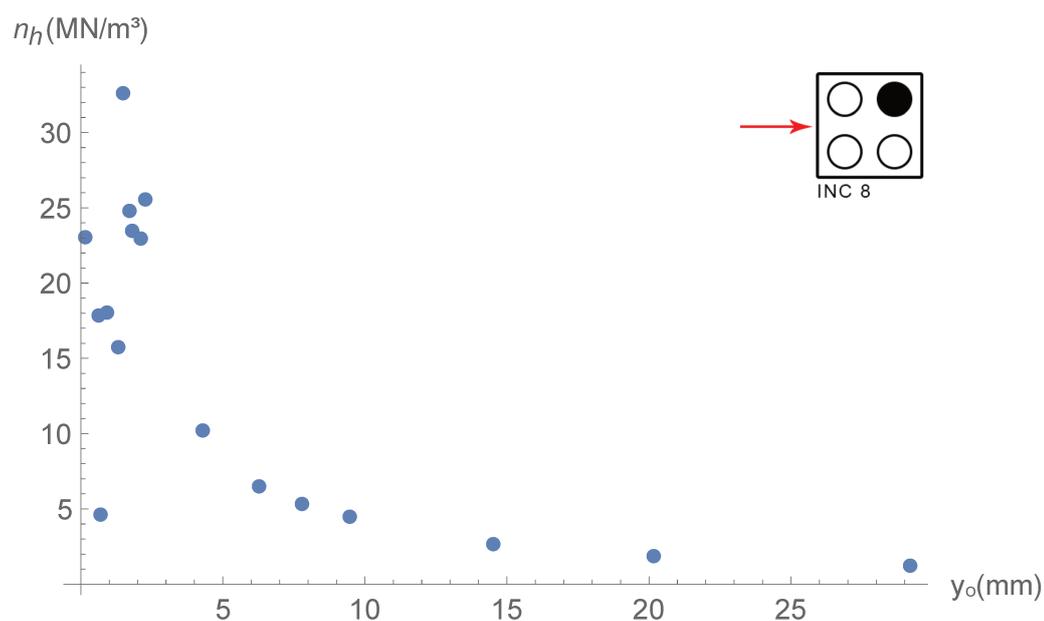


Figura 202 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC08 do grupo de quatro estacas.

Para o grupo de três estacas a constante de reação horizontal do solo de acordo com a [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#), para as estacas INC01, INC02 e INC03 são, respectivamente $1.5 MN/m^3$, $1.8 MN/m^3$ e $2 MN/m^3$.

Para o grupo de três estacas a constante de reação horizontal do solo de acordo com a [Matlock e Reese \(1961a\)](#), para as estacas INC01, INC02 e INC03 são, respectivamente $1.5 MN/m^3$, $2 MN/m^3$ e $2 MN/m^3$.

Para o grupo de quatro estacas a constante de reação horizontal do solo de acordo com a [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#), para as estacas INC05, INC06 e INC07 e INC08 são, respectivamente 8 MN/m^3 , 10 MN/m^3 , 10 MN/m^3 e 8 MN/m^3 .

Para o grupo de quatro estacas a constante de reação horizontal do solo de acordo com a [Matlock e Reese \(1961a\)](#), para as estacas INC05, INC06 e INC07 e INC08 são, respectivamente 5.5 MN/m^3 , 6.5 MN/m^3 , 6.5 MN/m^3 e 6.5 MN/m^3 .

A constante de reação horizontal global⁵ (n_{hg3}) do solo para o grupo de três estacas foi calculada, considerando o diâmetro equivalente, e de acordo com a metodologia de [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#) tendo que $n_h = 5 \text{ MN/m}^3$, e de acordo com a metodologia de [Matlock e Reese \(1961a\)](#) o valor de $n_h = 6.3 \text{ MN/m}^3$.

Considere-se que

$$n_{hg3} = \sum_{i=1}^3 n_{hINC0i} = n_{hINC01} + n_{hINC02} + n_{hINC03} \quad (5.27)$$

onde n_{hg3} é a somatório das constante de reação horizontal do grupo de três estacas.

A constante de reação horizontal global (n_{hg4}) do solo para o grupo de quatro estacas foi calculada, considerando o diâmetro equivalente, e de acordo com a metodologia de [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#) tem-se que $n_h = 38 \text{ MN/m}^3$, e de acordo com a metodologia de [Matlock e Reese \(1961a\)](#) o valor de $n_h = 26.7 \text{ MN/m}^3$.

Agora para o grupo de quatro estacas, tem-se:

$$n_{hg4} = \sum_{i=5}^8 n_{hINC0i} = n_{hINC05} + n_{hINC06} + n_{hINC07} + n_{hINC08} \quad (5.28)$$

onde n_{hg4} é a somatório das constante de reação horizontal do grupo de quatro estacas.

As constantes de reação horizontal global (n_{hgG}) do solo para os grupos de três e quatro estacas são comparados com a soma das constantes de reação horizontal do solo dos grupos de três e quatro estacas, respectivamente: n_{hg3} e n_{hg4} com os erros em percentagem, de acordo com a metodologia de [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#) para um deflexão de 4 mm a 8 mm e [Matlock e Reese \(1961a\)](#) para uma deflexão de 6 mm a 8 mm. Essa comparação é dada na Tabela 24.

⁵ A determinação dessa constante é considerando o diâmetro equivalente e tornado o grupo de estacas ser uma estaca isolada aplicando assim as metodologias de [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#) e [Matlock e Reese \(1961a\)](#).

Tabela 24 – Comparação entre as constantes de reação horizontal do solo.

n_h	Grupo 3	erro (%)	Grupo 4	erro (%)
$n_{hgG}, (4 - 8mm)$	5	-	38	-
$\sum_{i=1}^3 n_{hINC0i}, (4 - 8mm)$	5.3	6	36	5.3
$n_{hgG}, (6 - 12mm)$	6.3	-	26.7	-
$\sum_{i=5}^8 n_{hINC0i}, (6 - 12mm)$	5.8	8	25	6.4

A constante de reação horizontal global (n_{hgG}) do solo de um grupo de estacas é aproximadamente igual ao somatório $\sum_i^n n_{hINC0i}$ das constantes de reação horizontal do solos de todas as estacas do grupo nas metodologias de [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#) e [Matlock e Reese \(1961a\)](#), ver a Tabela 24.

5.8 Constante de reação horizontal do solo em 3D: $n_h = f(y_0, H)$

Nessa seção é apresentado os valores numéricos, na Tabelas: 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37 e 39, determinados por ajuste do modelo analítico de Miche aos dados do inclinômetro pelo software Mathematica 12.0, e também um ajuste tridimensional dos dados da constante de reação horizontal do solo em função da carga, deflexão, e rigidez a flexão da estaca isolada e de cada estaca dos grupos de três e quatro estaca. Uma relação matemática entre todas as constantes de reação foram ajustados através de uma função 3D geral do tipo exponencial e quadrática da seguinte forma geral:

$$n_h = \frac{ae^{-by_0} + ce^{-dH} + fy_0^2 + gH^2 + hH + ny_0 + k}{(E_p I_p)^{2/3}} \quad (5.29)$$

onde a, b, c, d, f, g, h, n e k são constantes a determinar para cada estaca de acordo com os dados do inclinômetro no campo quando realizado o ensaio de prova de carga horizontal. Nota-se que a função $n_h = f(E_p I_p, y_i, H)$ onde y_0 é a deflexão topo e H é a carga no topo e $E_p I_p$ é a rigidez a flexão da estaca. Não foi encontrado trabalhos na literatura com essa abordagem tridimensional da constante de reação horizontal do solo, ou seja, que dependa da carga e deflexão.

O procedimento para chegar a esse ajuste tridimensional se faz através dos dados do inclinômetro ajustados na função analítica de Miche, para encontrar o valor de n_h para cada estágio de carregamento, tendo assim a tripla (n_h, H_i, y_i) onde $i = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$, os valores numéricos estão nas Tabelas 25, 27 e 29 para grupo de três estacas, na Tabela 31 para estaca isolada e nas Tabelas 33, 35, 37 e 39 para grupo de quatro estacas.

Nos ajustes por regressão não linear dos dados determinados pelo inclinômetro além dos gráficos e equações para todas as estacas, determina-se o valor do R^2 que verifica a qualidade do ajuste, sendo melhor quanto mais próximo de 1, [Gelman et al. \(2019\)](#).

As equações apresentadas nessa secção podem ser usadas para determinar a constante de reação horizontal do solo quando se tem uma carga horizontal $H(kN)$ e um deslocamento $y(mm)$ nos grupos de três e quatro estacas. A avaliação da qualidade do ajuste é feita pelo erro padrão (SE) na equação 5.30, intervalo de confiança (IC) na equação 5.32 e R^2 , de acordo com [Devore \(2011\)](#).

O desvio padrão (σ) de um conjuntos de dados é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{n - 1}} \quad (5.30)$$

O erro padrão (SE) é dado por:

$$SE = \sigma\sqrt{n} \quad (5.31)$$

O intervalo de confiança (IC) de 95% de um valor central é dado por:

$$IC = \left(\bar{y} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{y} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \quad (5.32)$$

onde y_i são os dados observados, \bar{y} é a média aritmética do dados e n a quantidade de dados da amostra.

A estaca INC01 do grupo 3 estacas é dado pela equação 5.33 teve um $R^2 = 0.98$ do ajuste não linear, a estaca INC02 pela equação 5.34 teve um $R^2 = 0.95$ e a estaca INC03 dado pela equação 5.35 teve um $R^2 = 0.99$ do ajuste não linear.

$$n_h(H, y) = -0.0070021H^2 + 0.283546H + 3168.52e^{-27966.9H} + 0.00172694y^2 + 3.86209e^{-0.256485y} - 0.108109y - 0.454123 \quad (5.33)$$

$$n_h(H, y) = -0.0452499H^2 + 2.48213H + 44.1161e^{-0.0832281H} + 0.003638y^2 + 2.72831e^{-35.576y} - 0.172388y - 37.106 \quad (5.34)$$

$$n_h(H, y) = -0.0141841H^2 + 1.09824H + 29.5398e^{-0.0520405H} + 0.00606074y^2 + 10.8762e^{-0.105348y} + 0.440454y - 34.1382 \quad (5.35)$$

A estaca isolada é dada pela equação 5.36 e tem um $R^2 = 0.99$ no ajuste não linear.

$$n_h(H, y) = -0.0729356H^2 + 5.83104H + 2819.49e^{-0.460007H} + 0.103371y^2 + 127.245e^{-0.563271y} - 2.7863y - 88.8368 \quad (5.36)$$

A estaca INC05 do grupo 4 estacas é dado pela equação 5.37 teve um $R^2 = 0.99$ no ajuste não linear, a estaca INC06 pela equação 5.38 tem um $R^2 = 0.98$, a estaca INC07 dado pela equação 5.39 tem um $R^2 = 0.98$ e a estaca INC08 dado pela equação 5.40 tem um $R^2 = 0.93$. De todas as estacas o ajuste não linear para o modelo tridimensional teve um bom ajuste, pois o valor do R^2 é próximo da unidade.

Foi determinado numericamente os valores dos coeficientes de reação horizontal do solo para todas as estacas nas Tabelas: 25, 27, 29 (grupo de três estacas); Tabela 31 (estaca isolada); 33, 35, 37 e 39 (grupo de quatro estacas).

$$n_h(H, y) = -0.0811873H^2 + 3.17672H + 16.0498e^{0.0373116H} + 0.00619311y^2 + 65.6356e^{-0.491509y} - 0.210824y - 66.1765 \quad (5.37)$$

$$n_h(H, y) = -0.188689H^2 + 2.74244H + 28.8201e^{0.0578212H} + 0.013589y^2 + 52.9746e^{-0.615661y} - 1.80961y - 58.1115 \quad (5.38)$$

$$n_h(H, y) = -0.41753H^2 + 6.99049H + 75.5568e^{0.0525486H} + 0.0529747y^2 + 132.014e^{-1.06723y} - 4.09492y - 169.516 \quad (5.39)$$

$$n_h(H, y) = -0.35852H^2 + 0.541004H + 90.444e^{0.0533499H} + 0.243116y^2 - 52.8754e^{0.0544464y} - 4.09155y - 39.4483 \quad (5.40)$$

Tabela 25 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC01

y_0 (mm)	n_h (MN/m ³)	H (kN)
-0.06	1759.05	2
1.89	2.56	4
2.48	3.03	6
7.86	1.01	8
16.15	0.57	10
22.33	0.50	12
23.10	0.56	14
24.49	0.61	16
26.10	0.65	18
27.68	0.68	20
29.21	0.71	22
31.39	0.72	24
39.59	0.61	26

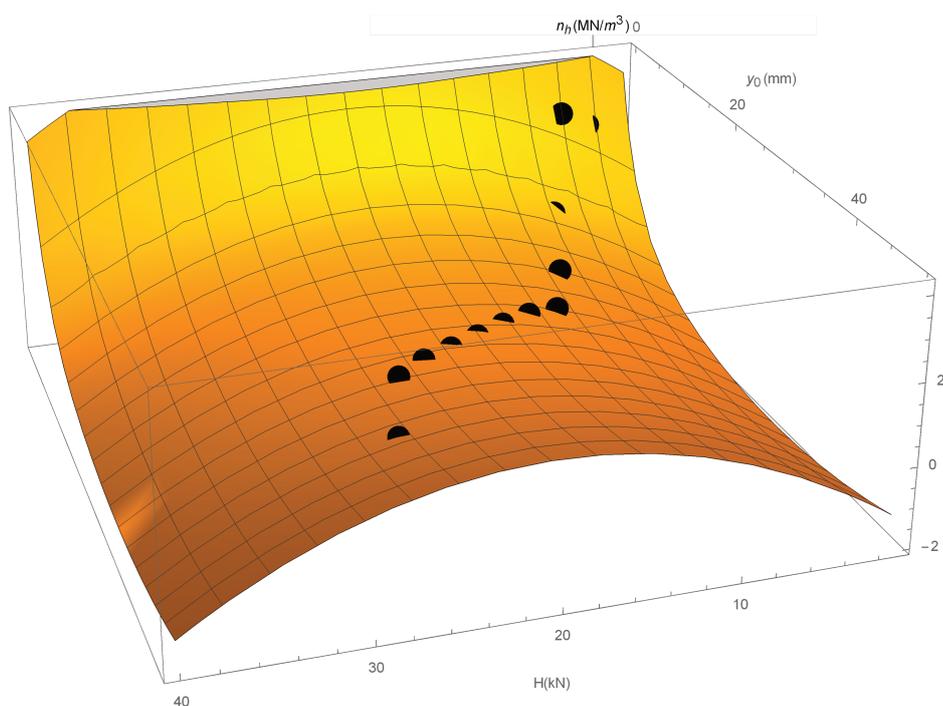


Figura 203 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC01 do grupo de três estacas em função da carga e deflexão.

A partir dos dados do inclinômetro da estaca INC01, INC02 e INC03 do grupo de 3 estacas, foi calculado as constantes de reação horizontal do solo para cada deflexão e carga horizontal correspondente onde foi ajustado pelo método dos quadrados mínimos o modelo de regressão não linear, dados nas equações 5.33, 5.34 e 5.34, respectivamente, que estão analisados nas Tabelas: 26, 28 e 30.

Nota-se que os valores observados (calculados) são próximos numericamente aos valores dos modelos (Figuras 203, 204 e 205), o erro padrão médio menor que 0.5 e o intervalo de confiança (IC) corresponde a 95% da amostra, no qual significa que somente 5% dos dados do modelo estão fora do IC, de acordo com Devore (2011) tem-se um modelo de previsão satisfatório.

Tabela 26 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC01.

Observado	Modelo	Erro padrão	Intervalo de confiança
2.564	2.74832	0.208076	{2.08613,3.41052}
3.02561	2.78203	0.186665	{2.18798,3.37608}
1.00649	1.13746	0.221111	{0.433783,1.84113}
0.574067	0.446948	0.220865	{-0.255941,1.14984}
0.495221	0.399727	0.207917	{-0.261957,1.06141}
0.564774	0.577623	0.117384	{0.204055,0.951192}
0.61329	0.68546	0.120232	{0.302829,1.06809}
0.648826	0.740569	0.121498	{0.353907,1.12723}
0.680466	0.749839	0.113763	{0.387795,1.11188}
0.712951	0.712629	0.129612	{0.300145,1.12511}
0.724631	0.627071	0.189738	{0.0232397,1.2309}
0.608882	0.611519	0.23361	{-0.131932,1.35497}

Tabela 27 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC02

y_0 (mm)	n_h (MN/m ³)	H (kN)
-0.12	1330.70	2
1.66	3.38	4
2.65	2.80	6
8.43	0.94	8
16.36	0.57	10
21.84	0.52	12
22.74	0.58	14
24.23	0.63	16
25.94	0.66	18
27.49	0.70	20
29.08	0.73	22
31.28	0.74	24
38.97	0.63	26

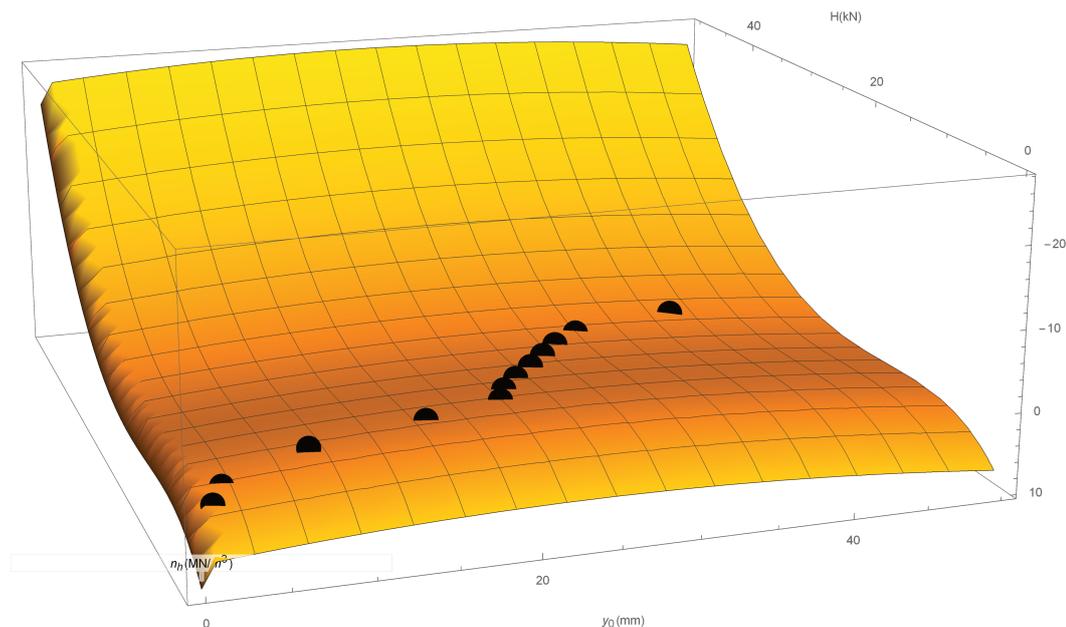


Figura 204 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC02 do grupo de três estacas em função da carga e deflexão.

Tabela 28 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC02.

Observado	Modelo	Erro padrão	Intervalo de confiança
3.37805	3.44626	0.328922	{2.39948,4.49303}
2.79971	2.50117	0.281995	{1.60374,3.39861}
0.941746	1.32939	0.226837	{0.607498,2.05129}
0.570697	0.536726	0.234979	{-0.211081,1.28453}
0.515992	0.383821	0.24258	{-0.388177,1.15582}
0.583624	0.494142	0.215096	{-0.190388,1.17867}
0.628026	0.631486	0.221995	{-0.0750008,1.33797}
0.660927	0.749902	0.181303	{0.172916,1.32689}
0.695713	0.796975	0.218451	{0.101767,1.49218}
0.727397	0.732984	0.219598	{0.0341262,1.43184}
0.736072	0.554046	0.291159	{-0.372552,1.48064}
0.629166	0.71516	0.326017	{-0.322372,1.75269}

Tabela 29 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC03

y_0 (mm)	n_h (MN/m ³)	H (kN)
0.06	204.95	2
1.51	3.95	4
2.53	2.95	6
8.45	0.92	8
16.13	0.57	10
21.58	0.51	12
22.42	0.58	14
24.30	0.61	16
25.74	0.65	18
27.08	0.69	20
28.64	0.72	22
31.19	0.72	24
38.47	0.62	26

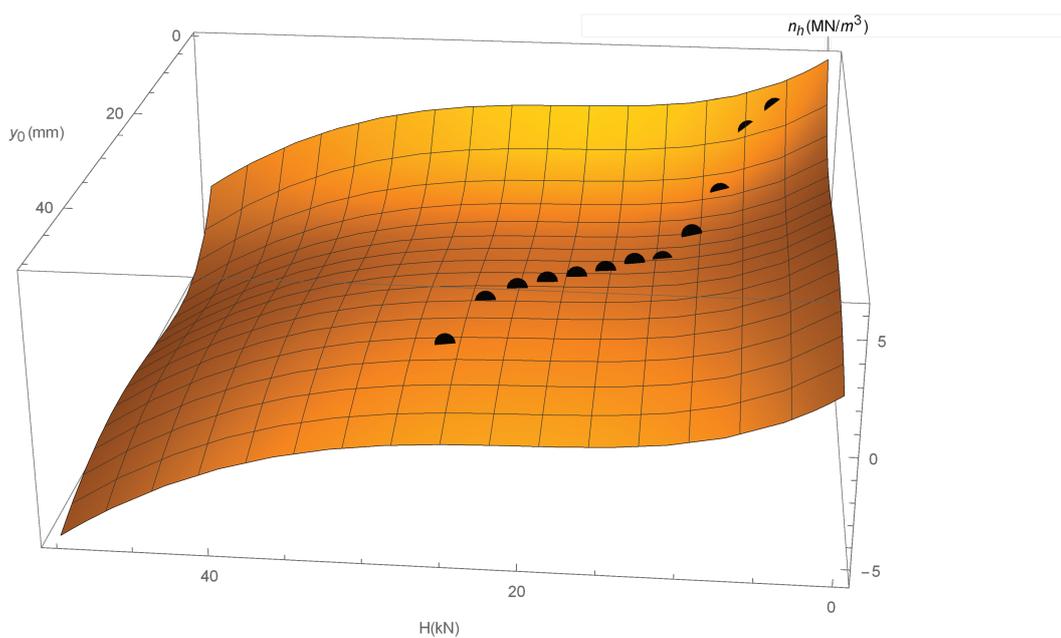


Figura 205 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC03 do grupo de três estacas em função da carga e deflexão.

Tabela 30 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC03.

Observado	Modelo	Erro padrão	Intervalo de confiança
3.95471	3.94428	0.087414	{3.66609,4.22247}
2.95265	2.96503	0.0873477	{2.68705,3.24301}
0.919624	0.975049	0.0871535	{0.697688,1.25241}
0.565042	0.496713	0.0852433	{0.225431,0.767995}
0.509608	0.620159	0.0874212	{0.341946,0.898372}
0.578344	0.566475	0.063431	{0.364609,0.768341}
0.608347	0.614304	0.0556927	{0.437065,0.791543}
0.649593	0.655582	0.0506072	{0.494527,0.816636}
0.692905	0.695847	0.0593139	{0.507084,0.884611}
0.722712	0.734851	0.0581214	{0.549883,0.91982}
0.721806	0.7702	0.0825581	{0.507464,1.03294}
0.624248	0.625877	0.0873919	{0.347757,0.903998}

Tabela 31 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC04

y_0 (mm)	n_h (MN/m ³)	H (kN)
0.33	34.78	3.5
0.10	469.35	7.0
0.63	74.38	10.5
1.10	48.54	14.0
1.82	32.67	17.5
2.01	37.49	21.0
2.73	30.77	24.5
3.71	24.06	28.0
4.25	24.07	31.5
6.44	15.83	35.0
8.76	11.84	38.5
11.61	9.05	42.0
14.93	7.14	45.5
18.74	5.80	49.0

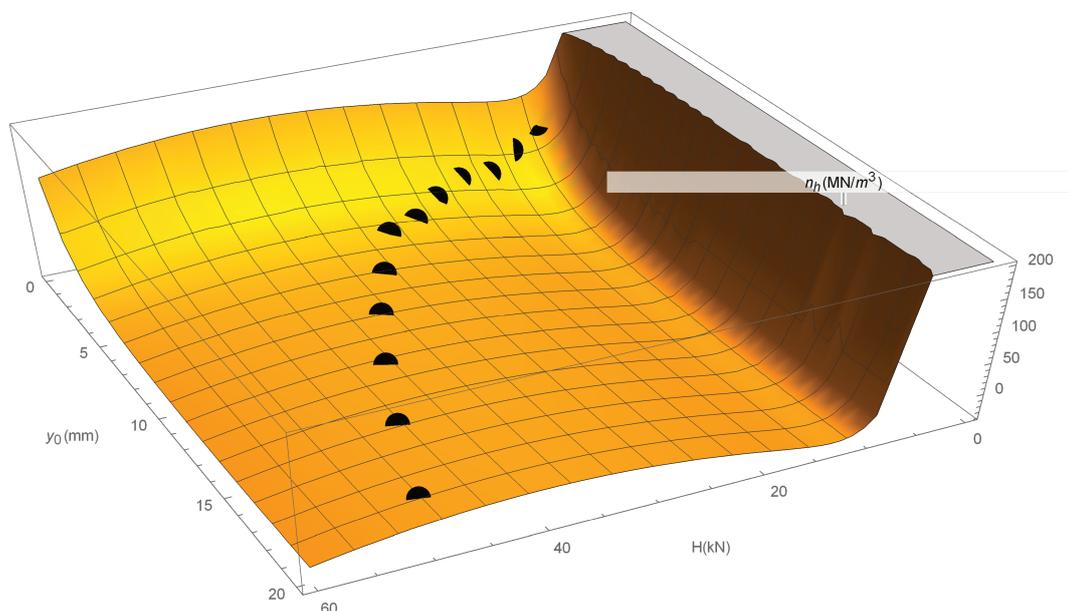


Figura 206 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC04 para estaca isolada em função da carga e deflexão.

O modelo da constante de reação horizontal do solo para a estaca isolada teve resultados satisfatórios e numericamente próximos, isso faz com que o modelo seja representativo com os dados observados, e quando analisa-se a Tabela 32, tanto em relação ao valor calculado (observado) comparado com o modelo dado através da equação 5.36, o erro padrão menor que 0,5, e o intervalo de confiança de 95%, ainda representado pelo gráfico da Figura 206.

Tabela 32 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca isolada.

Observado	Modelo	Erro padrão	Intervalo de confiança
74.3827	74.3829	0.200849	{73.7437,75.0221}
48.5444	48.5412	0.200822	{47.9021,49.1803}
32.6737	32.6887	0.200651	{32.0501,33.3272}
37.4911	37.4623	0.190312	{36.8566,38.0679}
30.7704	30.7846	0.134011	{30.3581,31.2111}
24.0616	24.0862	0.166177	{23.5573,24.615}
24.0715	24.1113	0.199071	{23.4777,24.7448}
15.8346	15.6296	0.148777	{15.1562,16.1031}
11.8427	11.9894	0.134032	{11.5629,12.416}
9.05366	9.17688	0.135826	{8.74462,9.60914}
7.13876	6.95125	0.152822	{6.4649,7.43759}
5.79559	5.85635	0.197005	{5.22939,6.4833}

Tabela 33 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC05

y_0 (mm)	n_h (MN/m ³)	H (kN)
-0.10	1311.89	0
0.77	3.98	2.5
0.84	9.75	5
1.04	13.46	7.5
1.29	15.59	10
1.68	14.78	12.5
1.71	19.29	15
1.89	21.00	17.5
2.15	21.33	20
2.60	19.01	22.5
4.08	11.10	25
6.10	6.80	27.5
7.41	5.82	30
9.35	4.66	32.5
13.72	2.99	35
19.18	2.08	37.5
28.34	1.39	40

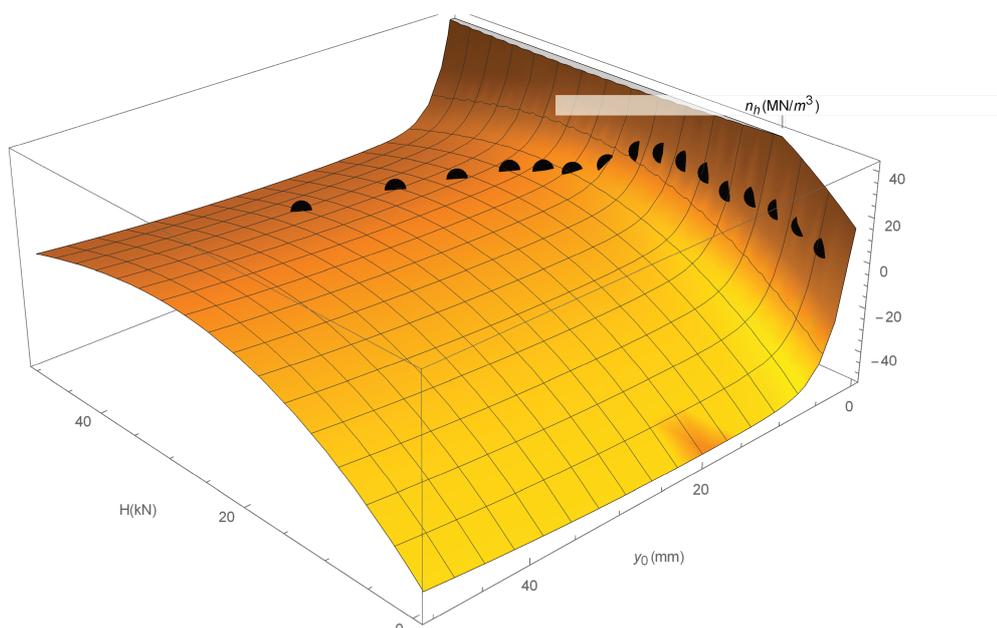


Figura 207 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC05 do grupo de quatro estacas em função da carga e deflexão.

Tabela 34 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC05.

Observado	Modelo	Erro padrão	Intervalo de confiança
3.98028	3.67291	0.281494	{3.00729,4.33854}
9.75282	10.2806	0.191338	{9.82814,10.733}
13.4612	13.4699	0.186616	{13.0286,13.9112}
15.5886	15.3345	0.16854	{14.936,15.733}
14.7776	14.8402	0.231682	{14.2923,15.388}
19.2923	19.2755	0.181747	{18.8458,19.7053}
20.9987	20.9351	0.19752	{20.468,21.4022}
21.3272	21.122	0.182289	{20.691,21.5531}
19.0142	19.1386	0.241023	{18.5686,19.7085}
11.0973	11.3698	0.20787	{10.8783,11.8614}
6.80002	6.78377	0.249875	{6.19291,7.37463}
5.81596	5.71224	0.176008	{5.29604,6.12843}
4.6615	4.51016	0.283108	{3.84071,5.1796}
2.99396	3.14535	0.22675	{2.60917,3.68153}
2.08456	2.0531	0.251363	{1.45872,2.64748}
1.38589	1.38231	0.299411	{0.674315,2.0903}

Tabela 35 – Constante de reação horizontal do solo s n_h INC06

y_0 (mm)	n_h (MN/m ³)	H (kN)
-0.05	1755.16	0
1.39	1.97	2.5
0.55	21.54	5
0.59	36.69	7.5
0.82	33.94	10
1.21	26.28	12.5
1.36	29.20	15
1.63	27.93	17.5
2.03	24.28	20
2.39	22.82	22.5
4.01	11.75	25
5.89	7.49	27.5
7.07	6.45	30
8.93	5.13	32.5
13.36	3.19	35
18.78	2.23	37.5
27.38	1.50	40

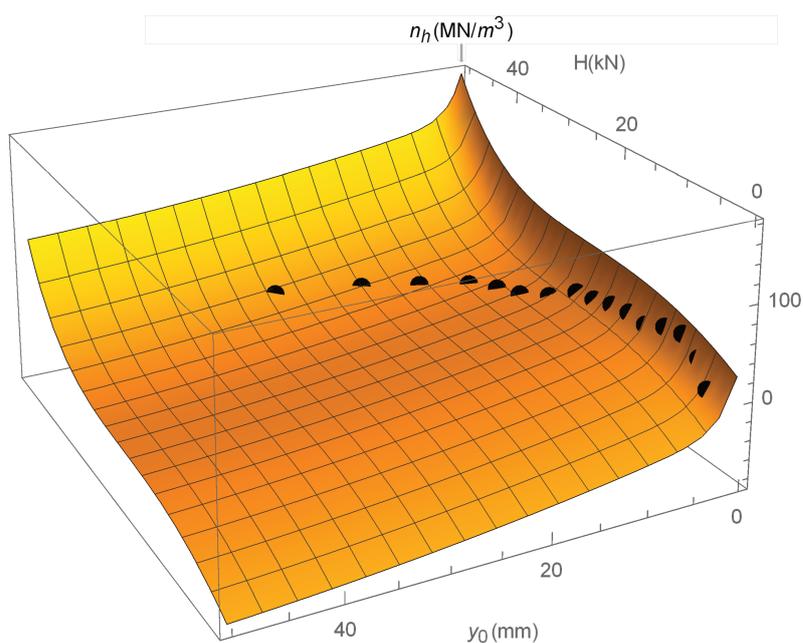


Figura 208 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC06 do grupo de quatro estacas em função da carga e deflexão.

Tabela 36 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC06.

Observado	Modelo	Erro padrão	Intervalo de confiança
1.96815	0.890346	2.78487	{-5.69483,7.47552}
21.5373	26.1319	2.27284	{20.7575,31.5063}
36.6866	32.086	1.73011	{27.9949,36.177}
33.9392	32.3266	1.58888	{28.5695,36.0837}
26.2795	29.0396	1.91614	{24.5087,33.5706}
29.1998	29.6725	1.40205	{26.3571,32.9878}
27.9261	27.878	1.38337	{24.6068,31.1491}
24.2828	24.4309	1.52536	{20.824,28.0378}
22.8197	21.838	2.2299	{16.5651,27.1109}
11.7475	12.2826	1.79711	{8.0331,16.5321}
7.48614	7.17074	2.30835	{1.71237,12.6291}
6.45116	6.22856	1.68565	{2.24263,10.2145}
5.13259	5.57561	2.5595	{-0.476638,11.6279}
3.19214	3.06321	2.40869	{-2.63243,8.75886}
2.22516	2.17977	2.54635	{-3.84139,8.20092}
1.49582	1.49821	2.80278	{-5.12932,8.12574}

Tabela 37 – Coeficiente de reação horizontal do solo n_h INC07

y_0 (mm)	n_h (MN/m ³)	H (kN)
-0.32	2888.25	0
-0.24	2000.50	2.5
0.40	37.44	5
0.81	22.19	7.5
0.73	44.16	10
1.09	42.24	12.5
1.23	36.25	15
1.53	29.82	17.5
1.71	32.76	20
2.10	28.38	22.5
2.30	29.84	25
3.88	14.71	27.5
5.56	9.55	30
7.20	7.17	32.5
8.65	6.10	35
13.24	3.62	37.5
18.47	2.51	40

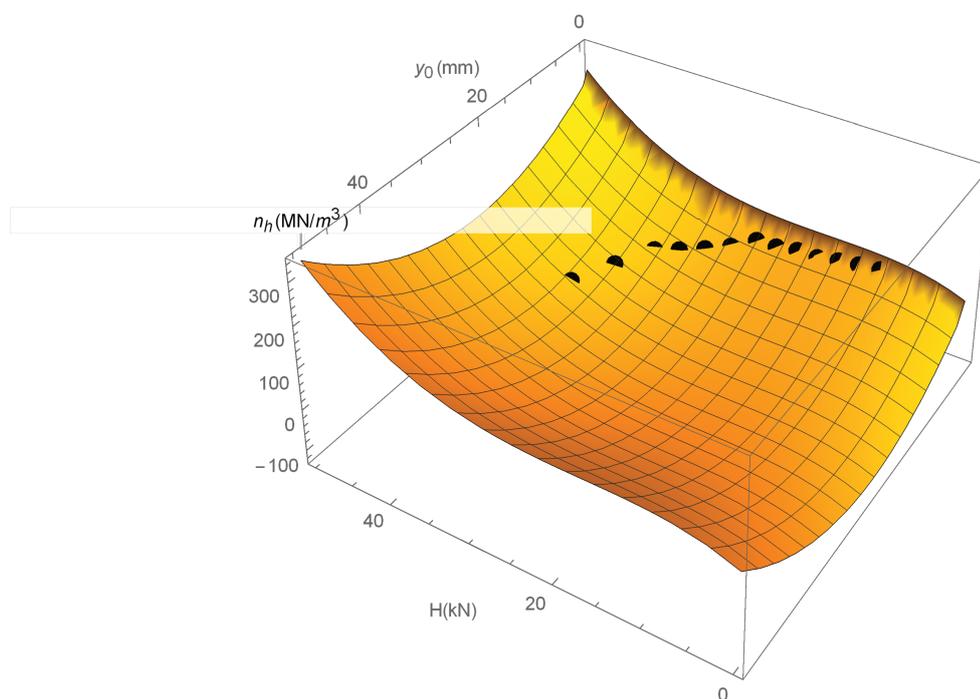


Figura 209 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC07 do grupo de quatro estacas em função da carga e deflexão.

Tabela 38 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC07.

Observado	Modelo	Erro padrão	Intervalo de confiança
2603.37	2603.35	6.31764	{2588.42,2618.29}
37.4442	32.0318	6.31764	{17.093,46.9707}
22.1898	34.6616	6.12897	{20.1689,49.1543}
44.1546	39.6711	4.47979	{29.078,50.2641}
42.243	37.3776	3.97109	{27.9875,46.7678}
36.2489	36.2784	3.39963	{28.2395,44.3172}
29.8227	32.9116	3.61761	{24.3573,41.4659}
32.7619	31.1731	3.50762	{22.8789,39.4673}
28.3772	28.1271	3.31869	{20.2796,35.9745}
29.8352	28.7551	4.77701	{17.4593,40.0509}
14.7119	17.4645	3.28178	{9.70436,25.2247}
9.54622	9.26353	4.31557	{-0.941165,19.4682}
7.16567	6.00251	3.85033	{-3.10208,15.1071}
6.09915	9.07354	5.54559	{-4.0397,22.1868}
3.62295	-0.541022	4.71626	{-11.6932,10.6112}
2.51316	4.024	6.16354	{-10.5505,18.5985}

Tabela 39 – Constante de reação horizontal do solo n_h INC08

y_0 (mm)	n_h (MN/m ³)	H (kN)
0.17	23.18	0
0.71	4.77	2.5
0.64	18.00	5
0.93	18.17	7.5
1.33	15.88	10
1.50	32.74	12.5
1.73	24.94	15
1.82	23.62	17.5
2.12	23.11	20
2.28	25.70	22.5
4.30	10.34	25
6.29	6.63	27.5
7.80	5.48	30
9.48	4.62	32.5
14.53	2.80	35
20.18	2.00	37.5
29.21	1.37	40

Tabela 40 – Análise estatística do modelo de regressão não linear para a estaca INC08.

Observado	Modelo	Erro padrão	Intervalo de confiança
4.76807	5.26995	4.4016	{-5.13817,15.6781}
17.9962	15.1183	3.0661	{7.86808,22.3684}
18.1746	20.1692	2.91027	{13.2875,27.0509}
15.8757	22.4484	2.59828	{16.3045,28.5924}
32.7426	24.5275	2.44402	{18.7483,30.3067}
24.9403	24.8878	2.62397	{18.6831,31.0925}
23.6182	25.2609	2.44412	{19.4815,31.0403}
23.1059	23.9256	2.46745	{18.091,29.7602}
25.7035	23.691	3.82094	{14.6559,32.726}
10.3431	13.336	2.50477	{7.41318,19.2589}
6.63284	5.94216	3.33962	{-1.95478,13.8391}
5.47729	4.33327	2.81547	{-2.32427,10.9908}
4.61957	6.05418	4.48357	{-4.54777,16.6561}
2.79762	0.755313	4.49093	{-9.86404,11.3747}
1.99986	3.17351	4.59859	{-7.70043,14.0474}
1.37311	1.21247	4.61357	{-9.69688,12.1218}

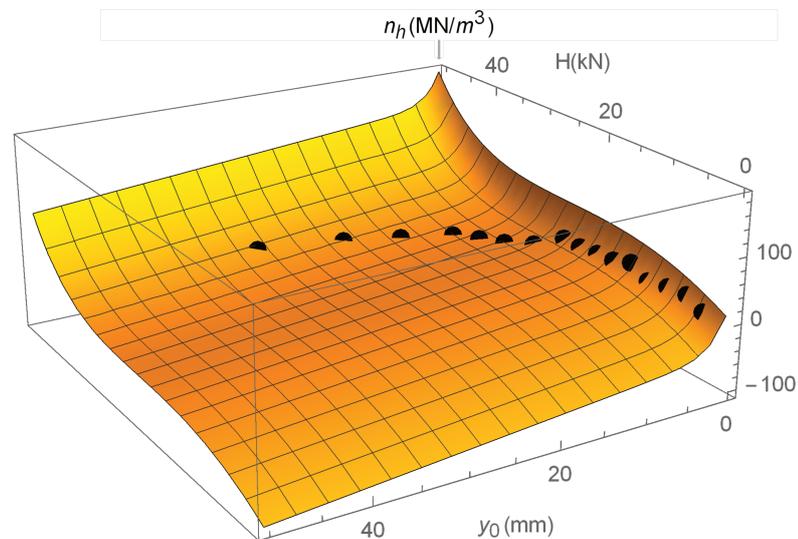


Figura 210 – Constante de reação horizontal do solo da estaca INC08 do grupo de quatro estacas em função da carga e deflexão.

A partir dos dados do inclinômetro para o grupo de quatro estacas a estaca INC05 foi calculado as constantes de reação horizontal do solo para cada deflexão e carga horizontal correspondente onde foi ajustado pelo método dos quadrados mínimos o modelo de regressão não linear que está analisado na Tabela 34 em relação dados calculados (observados), o modelo, o erro padrão médio menor que 0.5 e o intervalo de confiança corresponde a 95% da amostra, teve um ajuste satisfatório e estatisticamente confiável.

As estacas do grupo de quatro INC06, INC007 e INC08 teve o erro padrão maior que 1, apesar dos valores dos dados observados e dos modelos dados pelas equações 5.38, 5.38 e 5.39, respectivamente, sejam próximo numericamente, e um intervalo maior para o índice de confiança, ver Tabelas: 36, 38 e 40.

Uma aplicação para os modelos não linear determinados nesta seção é o cálculo e análise do valor da constante de reação horizontal do solo para uma determinada carga e deflexão para o dimensionamento da estaca em relação ao momento, quando a distribuição de cargas é igual nas estacas. Os modelos não linear do tipo exponencial e quadrático representam o comportamento da constante de reação horizontal do solo para o grupo de estacas quando existe uma variação de carga e deflexão, no entanto a maioria das equações de da constante de reação horizontal do solo é apenas em função do deslocamento, até o presente trabalho não foram encontrados modelos tridimensionais para o coeficiente de reação horizontal do solo.

Essas equações não lineares $n_h = f(H, Y)$ podem servir para calibração com ensaios de campo : CPT, DMT, PMT e SPT no campos experimental estudado, e como ponto de partida para aplicação em outros campos experimentais onde se tenha a prova de carga Horizontal com medida do incliômetro.

5.9 A Técnica de Césaro

Nesse trabalho foi desenvolvido um algoritmo no Mathematica 12.0, que esta no Apêndice A, que implementou a soma de Césaro nos grupos de três e quatro estacas e na estaca isolada, determinado uma função que ajuste a deflexão dos dados do inclinômetro, e que com isso nos forneça a rotação, momento, cortante e reação do solo com a profundidade.

Para a estaca isolada, foram obtidos o ajuste de Césaro para os dados do inclinômetro dado na Figura 211, os diagramas da rotação foram obtidos através da equação 2.173 mostrado na Figura 212, os diagramas dos momentos foram obtidos através da 2.174 dado pela Figura 213, os diagramas do cortante foram obtidos através da equação 2.175 e mostrado na Figura 214 e os diagramas de reação do solo obtidos pela equação 2.176 e mostrado na Figura 215.

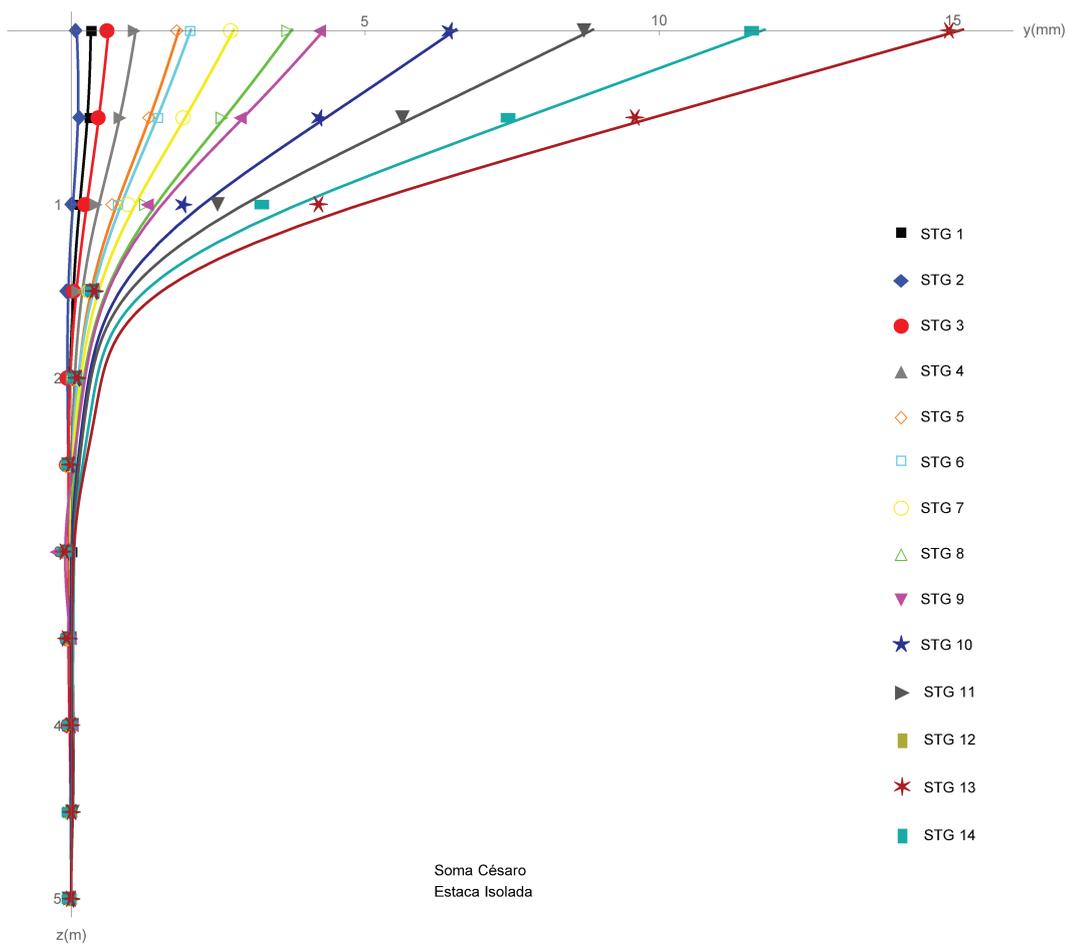


Figura 211 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca isolada.

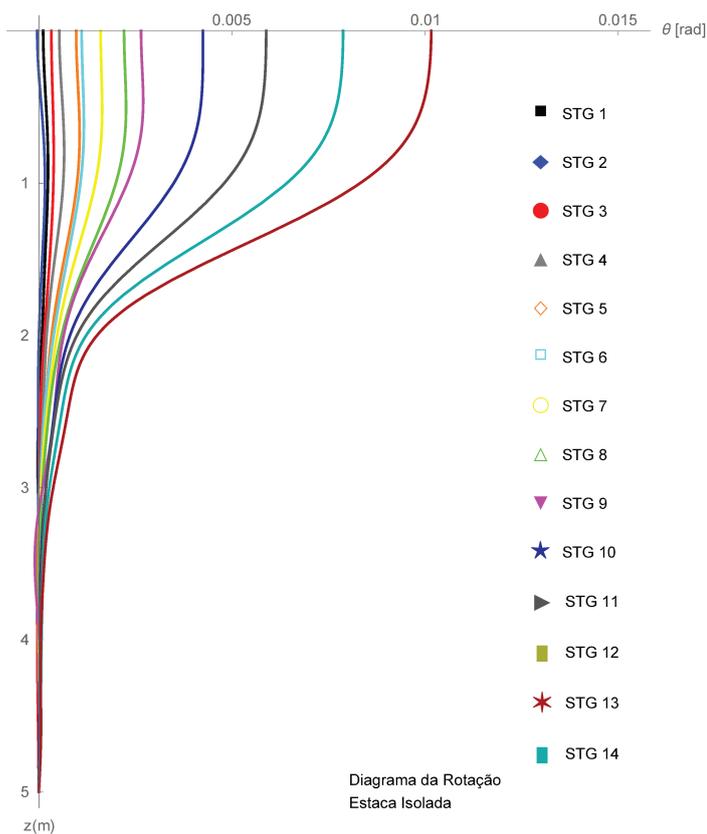


Figura 212 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca isolada.

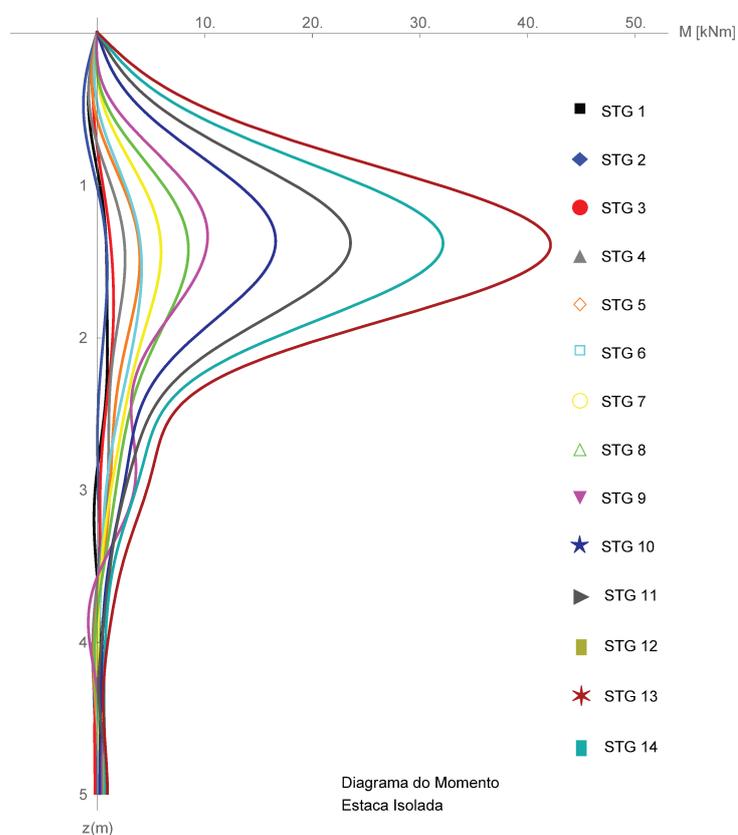


Figura 213 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca isolada.

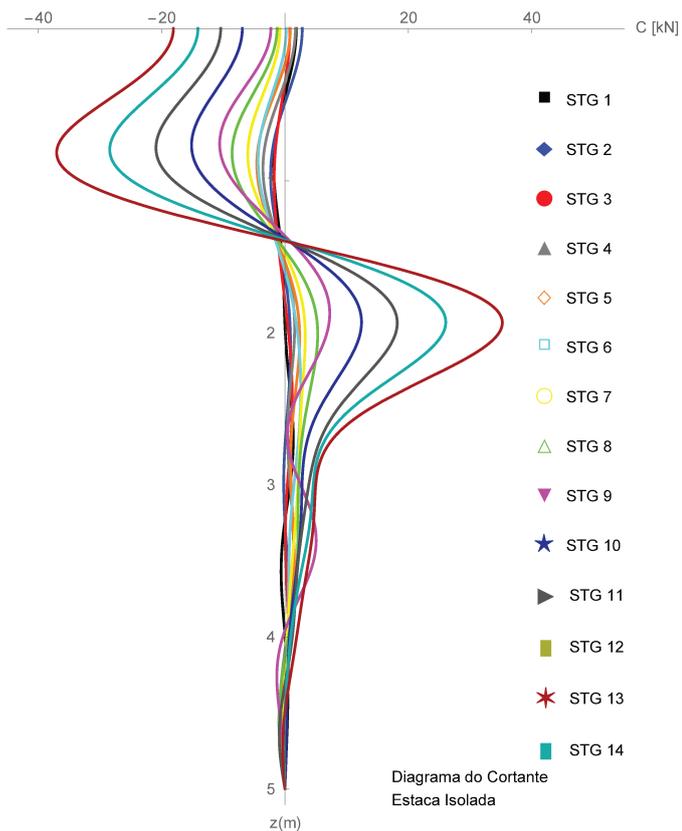


Figura 214 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca isolada.

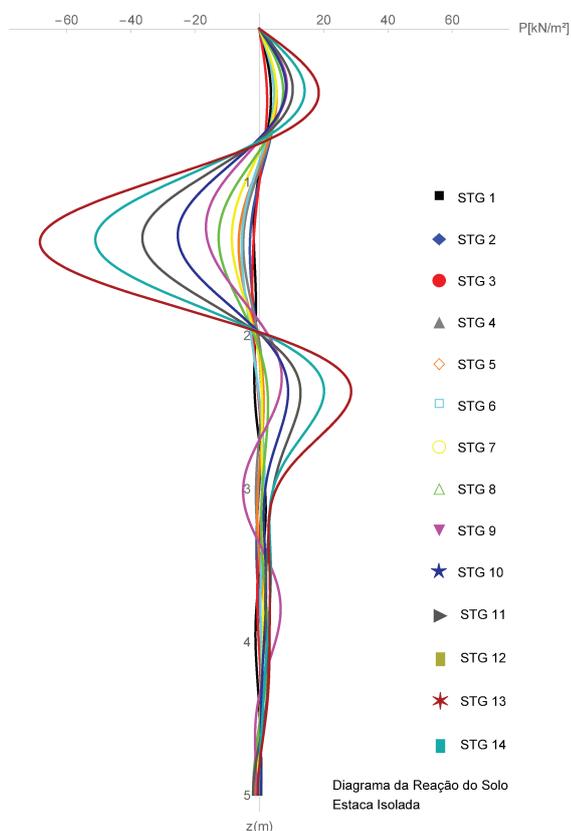


Figura 215 – Gráficos da reação do solo pela técnica de Cesaro para estaca isolada.

Para a estaca INC 01 do grupo de três estacas, foram obtidos o ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro dado na Figura 216, os diagramas da rotação foram obtidos através da equação 2.173 mostrado na Figura 217, os diagramas dos momentos foram obtidos através da 2.174 dado pela Figura 218, os diagramas do cortante foram obtidos através da equação 2.175 e mostrado na Figura 219 e os diagramas de reação do solo obtidos pela equação 2.176 e mostrado na Figura 220.

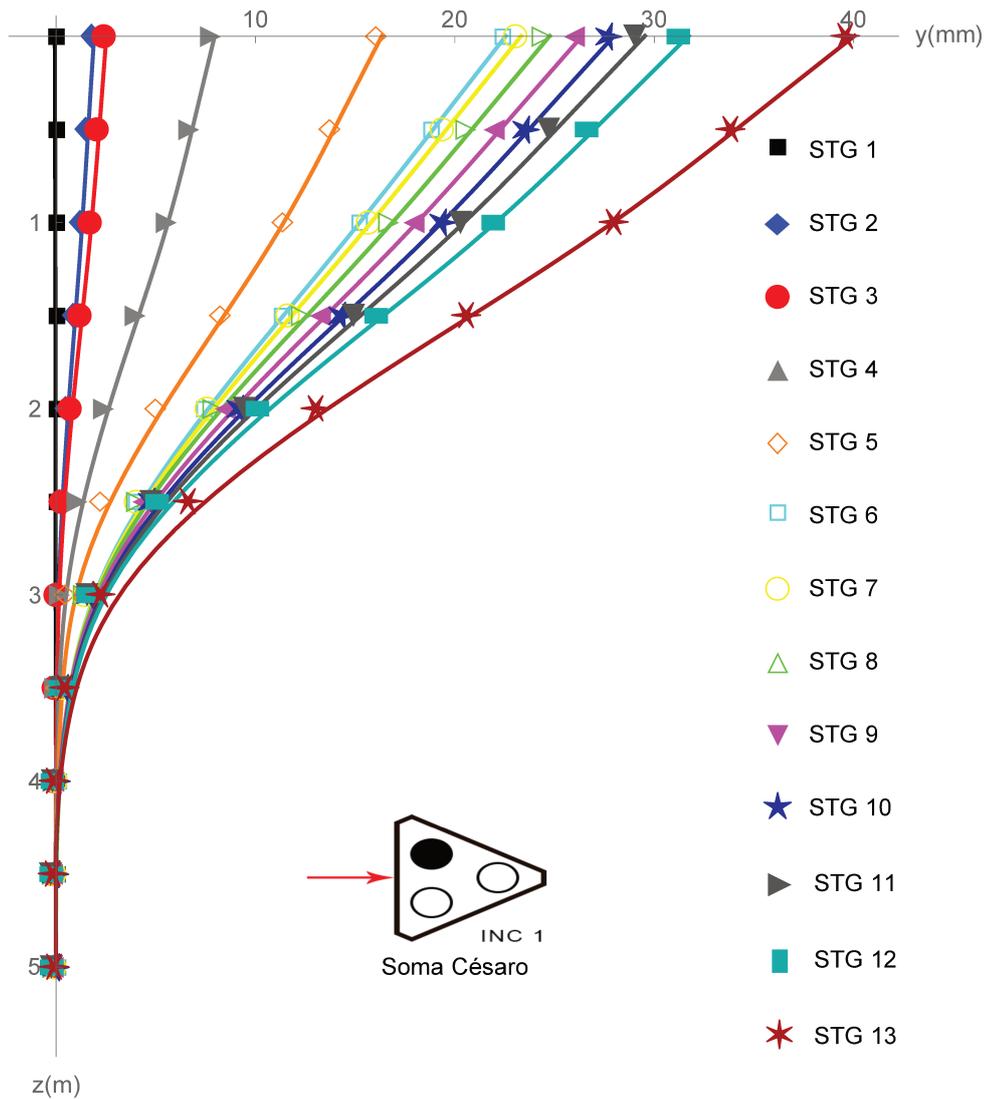


Figura 216 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC01, grupo de três estacas.

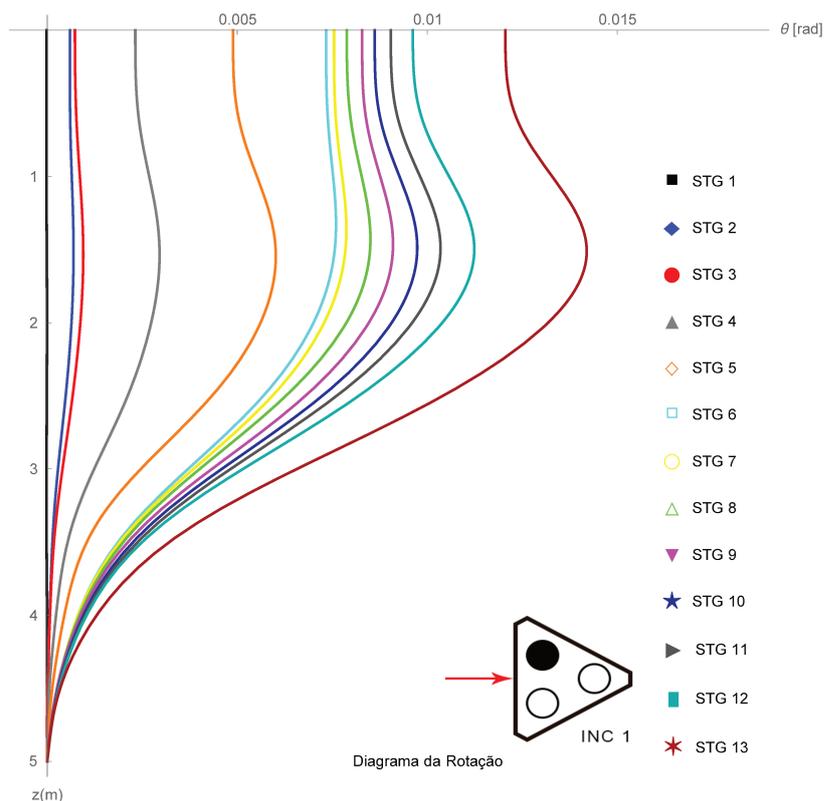


Figura 217 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC01, grupo de três estacas.

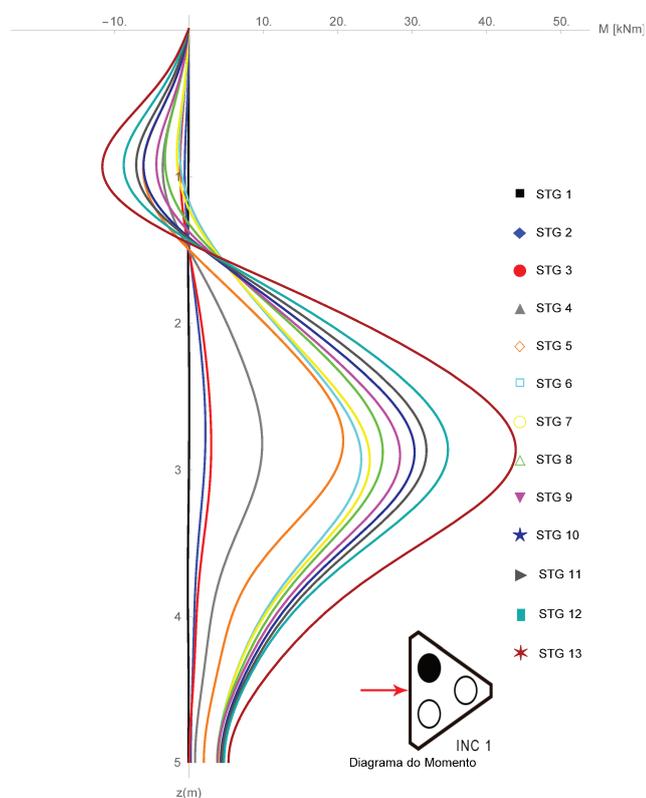


Figura 218 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC01, grupo de três estacas.

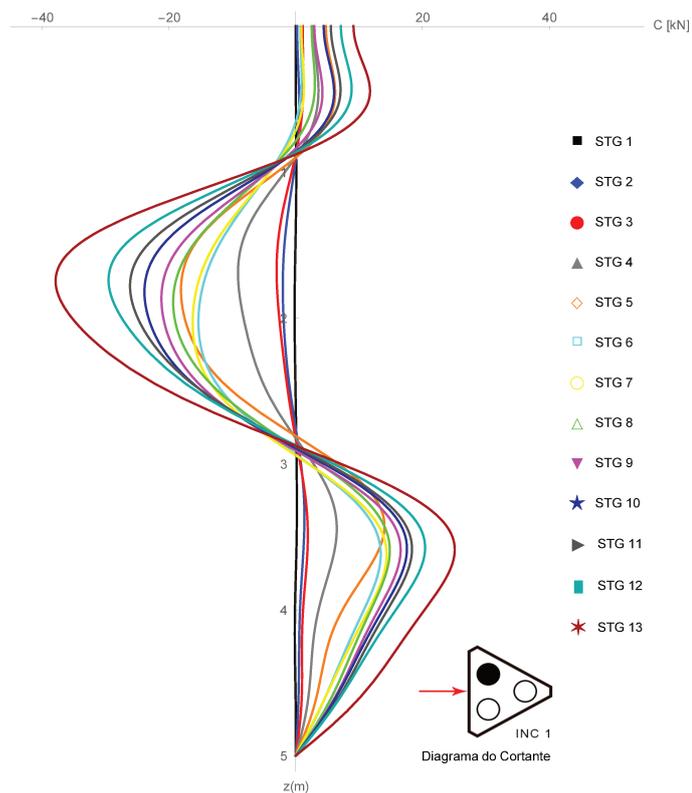


Figura 219 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC01, grupo de três estacas..

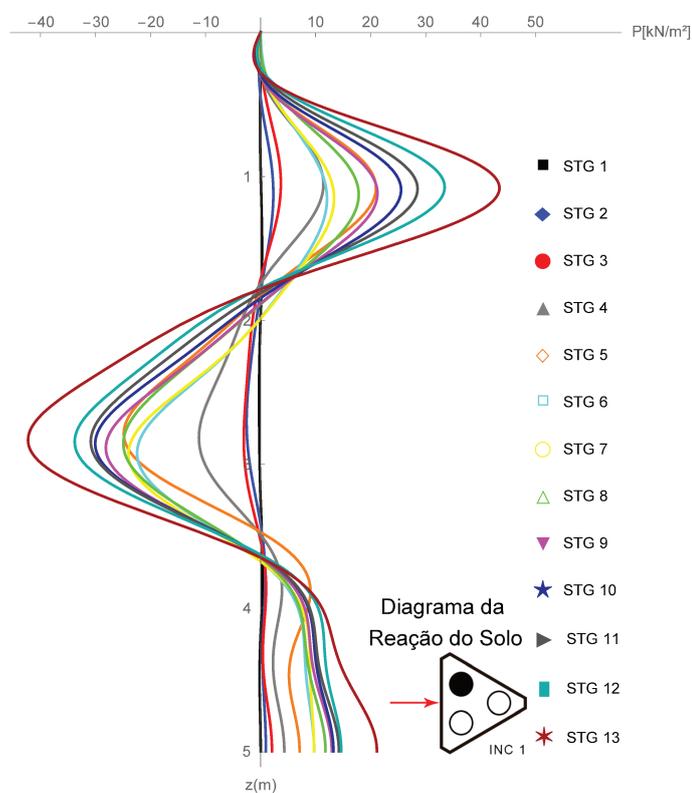


Figura 220 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC01, grupo de três estacas.

Para a estaca INC02 do grupo de três estacas, foram obtidos o ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro dado na Figura 221, os diagramas da rotação foram obtidos através da equação 2.173 mostrado na Figura 222, os diagramas dos momentos foram obtidos através da 2.174 dado pela Figura 223, os diagramas do cortante foram obtidos através da equação 2.175 e mostrado na Figura 224 e os diagramas de reação do solo obtidos pela equação 2.176 e mostrado na Figura 225.

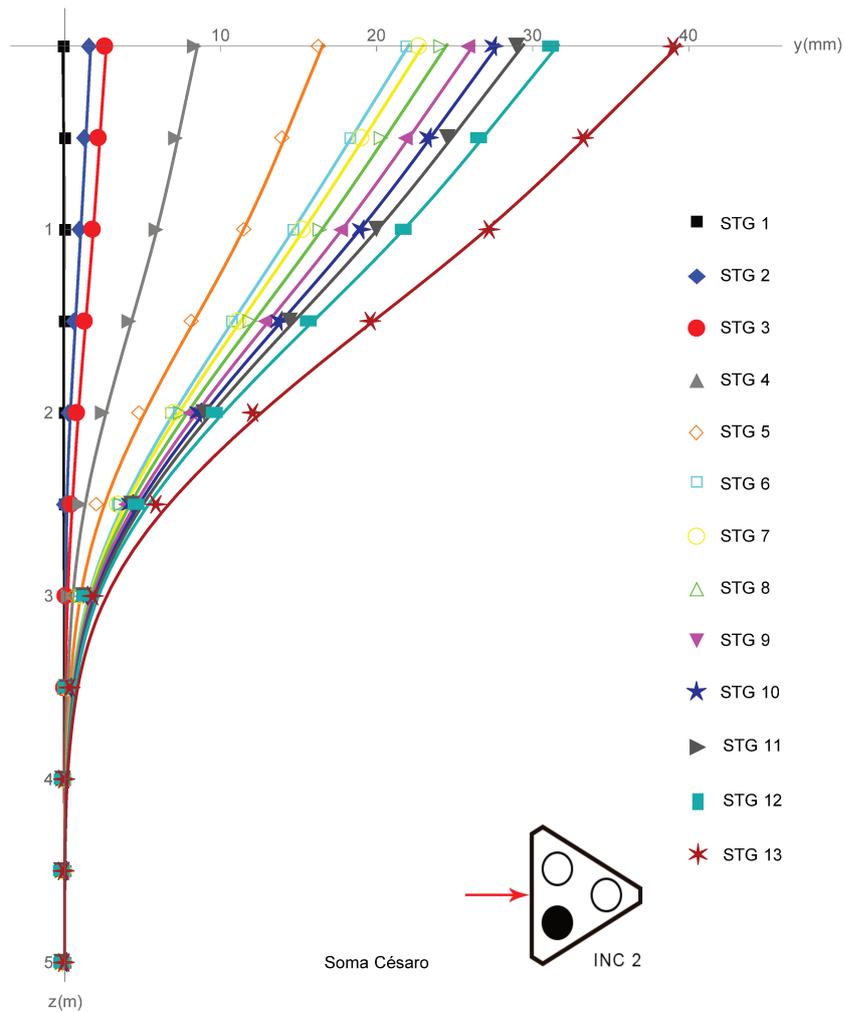


Figura 221 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC02, grupo de três estacas.

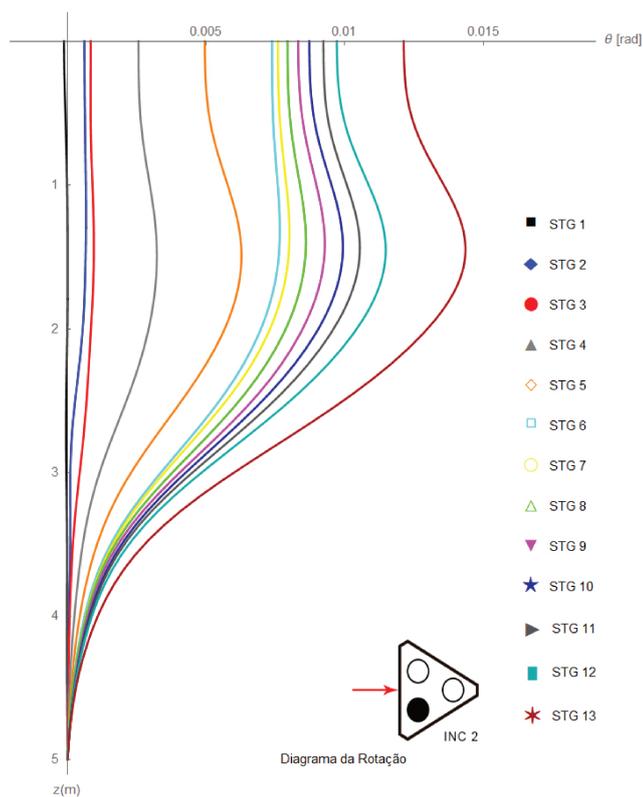


Figura 222 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.

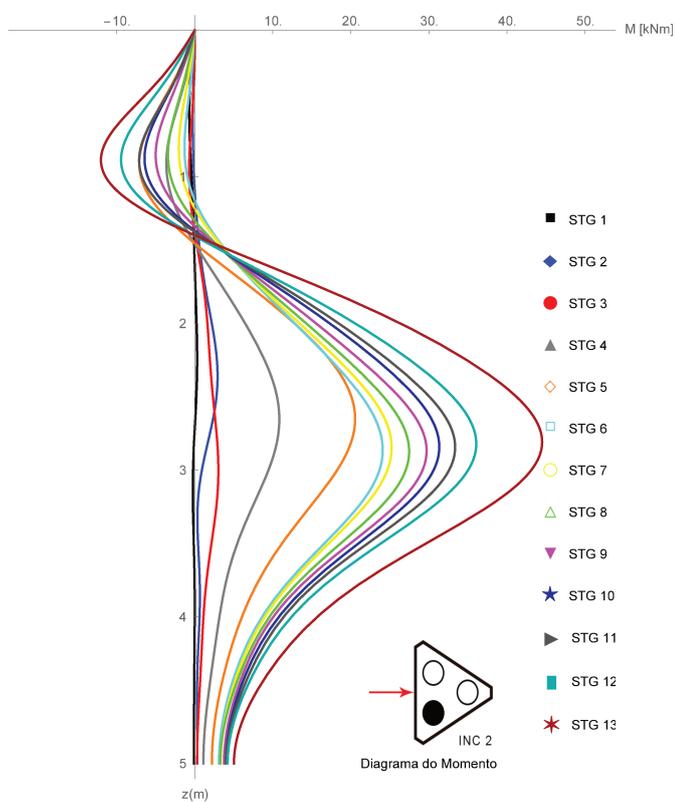


Figura 223 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.

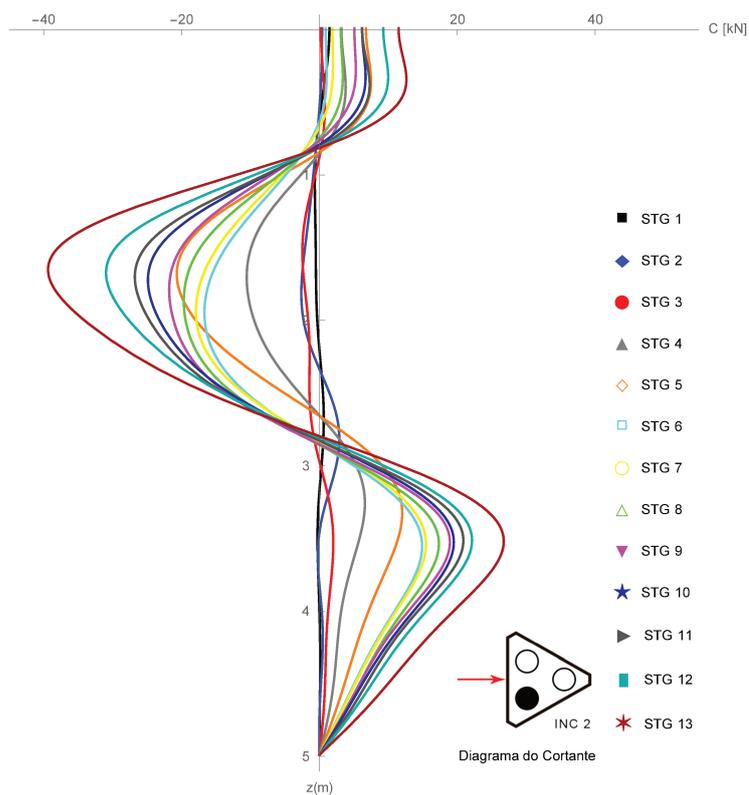


Figura 224 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.

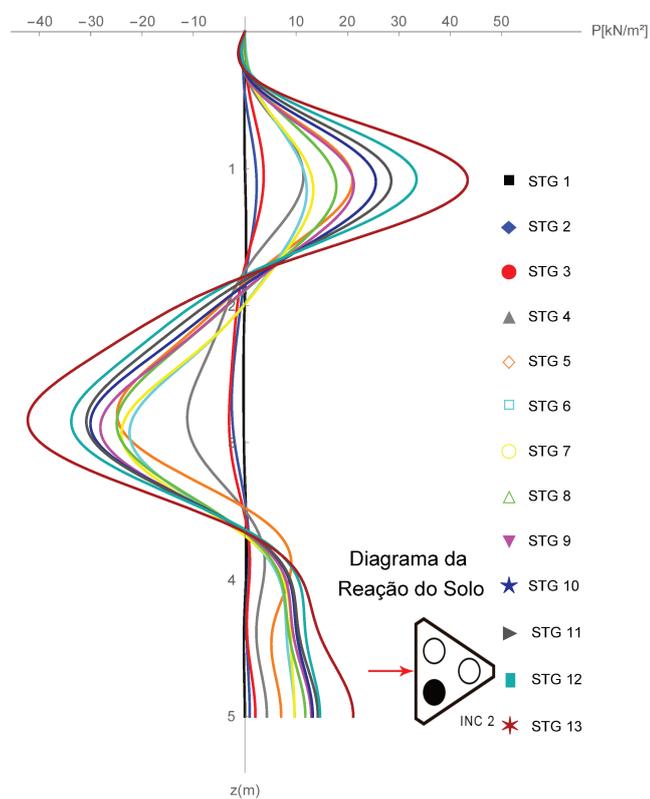


Figura 225 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.

Para a estaca INC03 do grupo de três estacas, foram obtidos o ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro dado na Figura 226, os diagramas da rotação foram obtidos através da equação 2.173 mostrado na Figura 227, os diagramas dos momentos foram obtidos através da 2.174 dado pela Figura 228, os diagramas do cortante foram obtidos através da equação 2.175 e mostrado na Figura 229 e os diagramas de reação do solo obtidos pela equação 2.176 e mostrado na Figura 230.

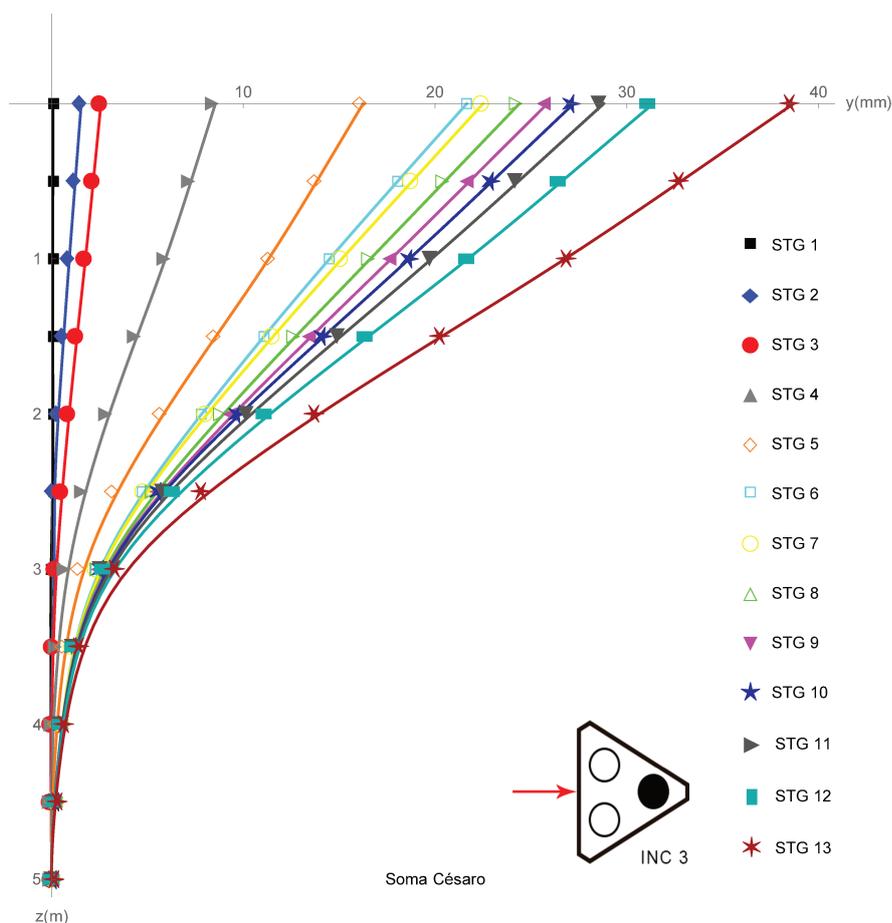


Figura 226 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC02, grupo de três estacas.

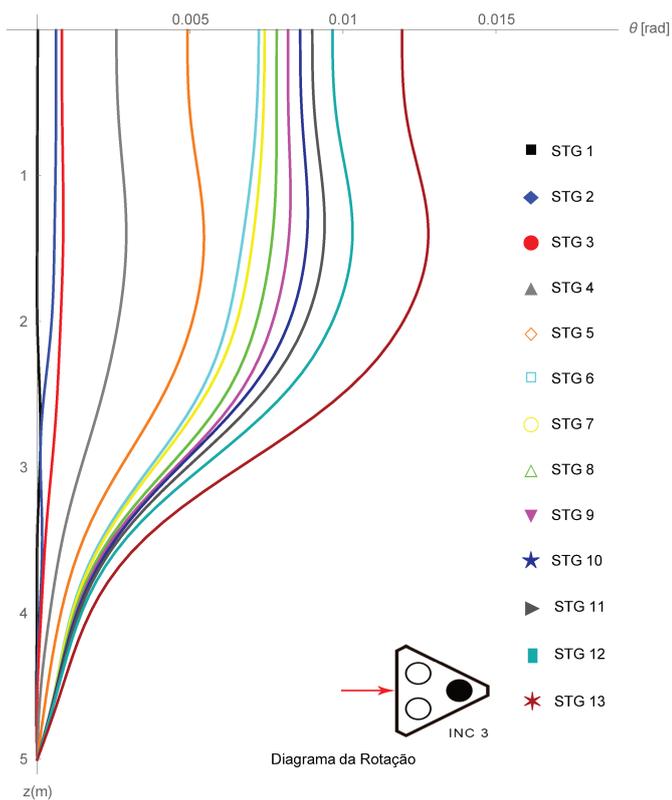


Figura 227 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.

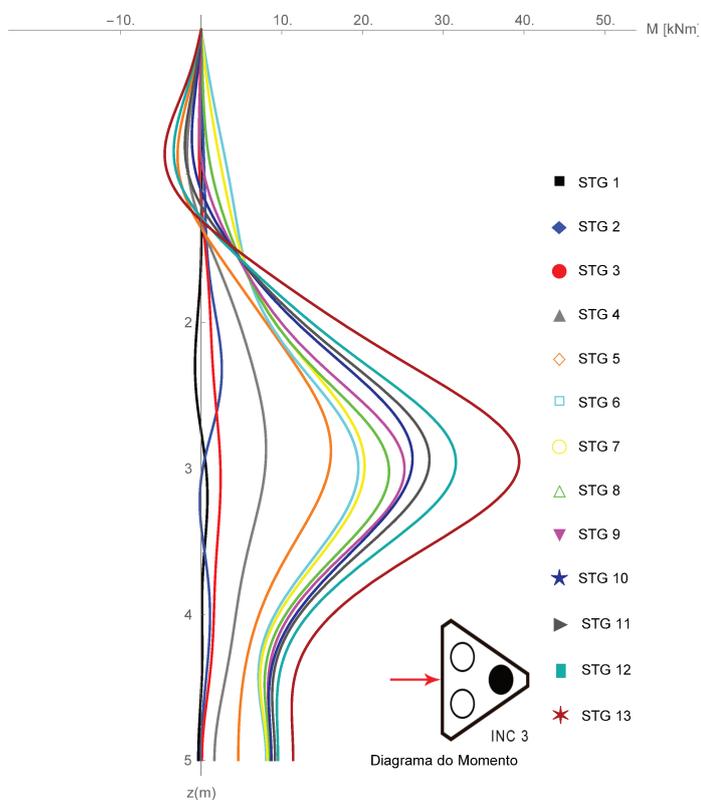


Figura 228 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.

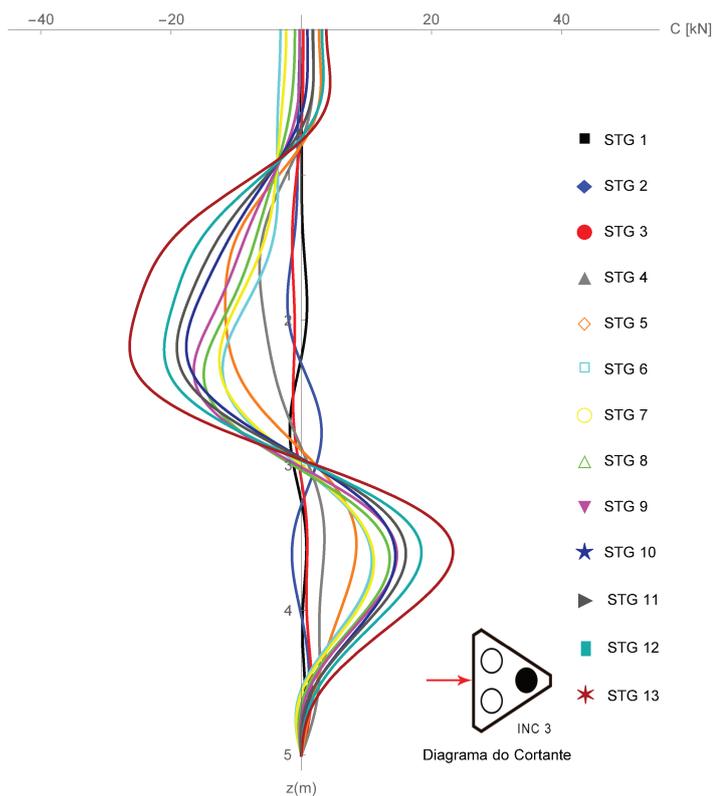


Figura 229 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas..

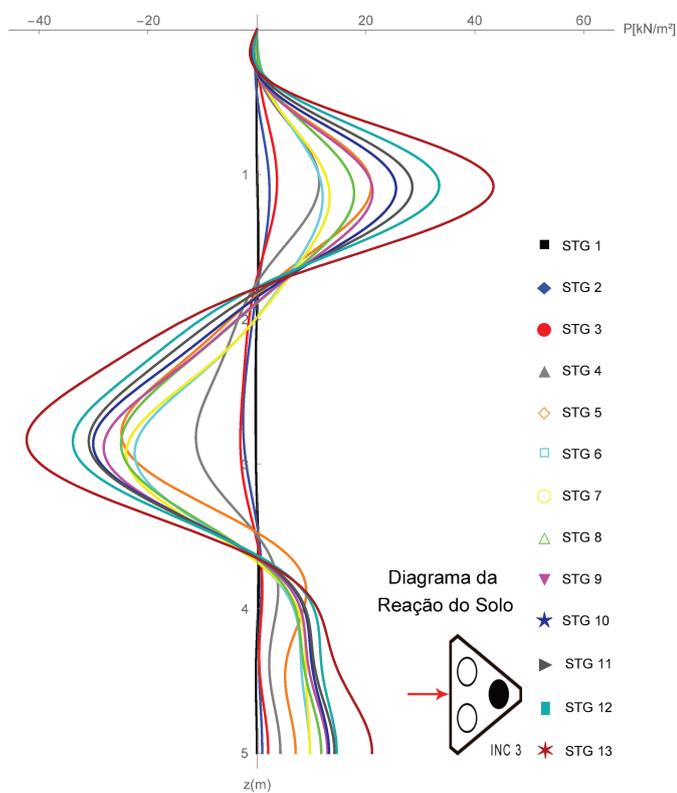


Figura 230 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de três estacas.

Para a estaca INC05 do grupo de quatro estacas, foram obtidos o ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro dado na Figura 231, os diagramas da rotação foram obtidos através da equação 2.173 mostrado na Figura 232, os diagramas dos momentos foram obtidos através da 2.174 dado pela Figura 233, os diagramas do cortante foram obtidos através da equação 2.175 e mostrado na Figura 234 e os diagramas de reação do solo obtidos pela equação 2.176 e mostrado na Figura 235.

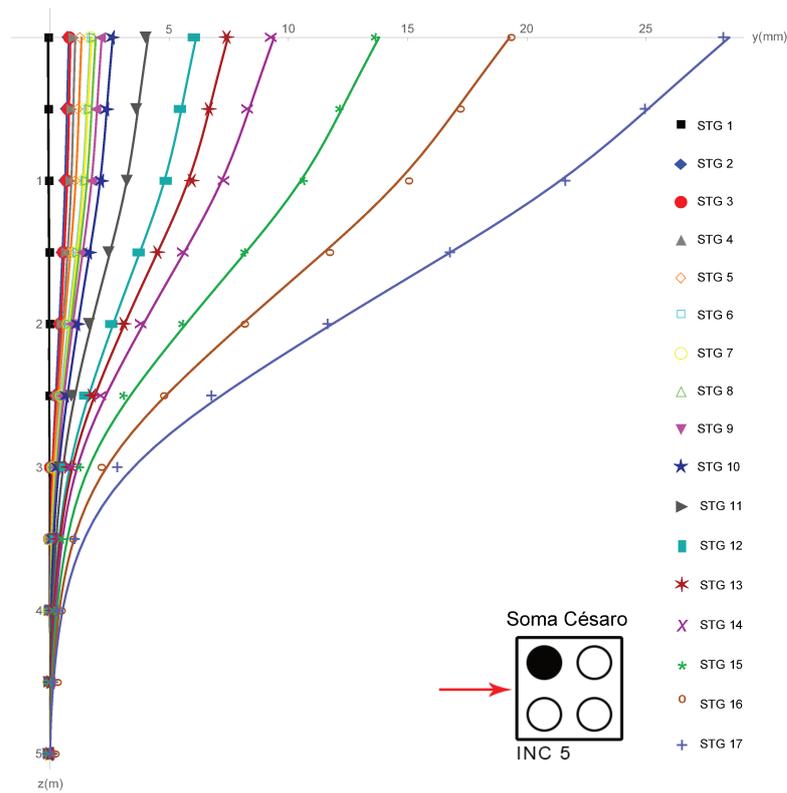


Figura 231 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC05, grupo de quatro estacas.

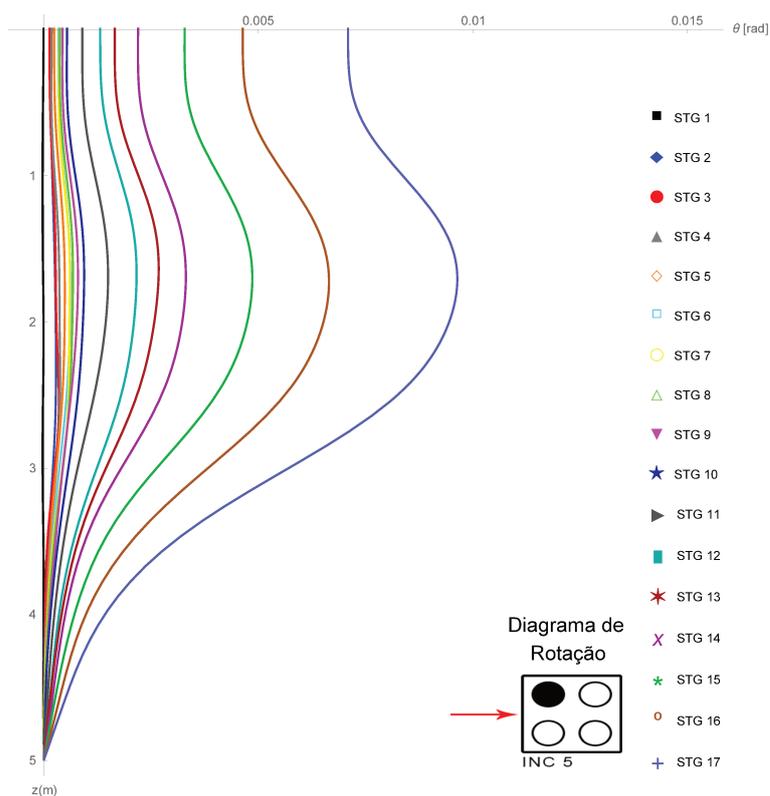


Figura 232 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC05, grupo de quatro estacas.

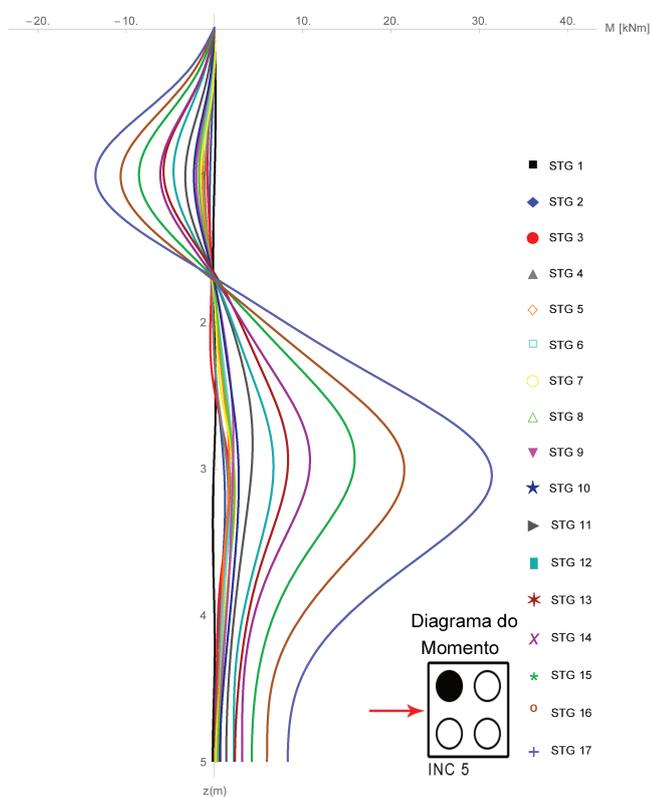


Figura 233 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC02, grupo de quatro estacas.

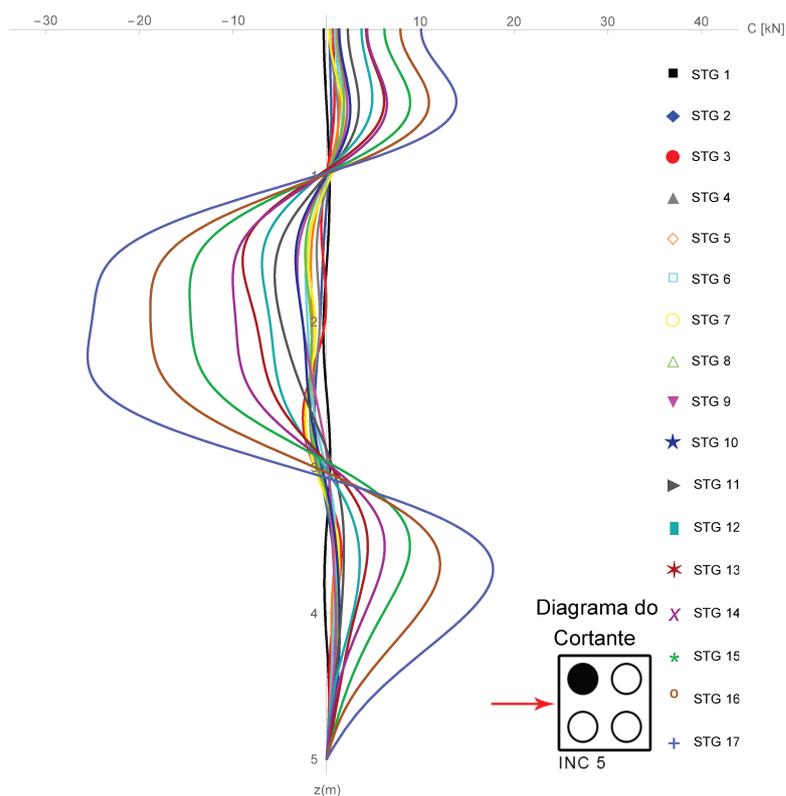


Figura 234 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC05, grupo de quatro estacas..

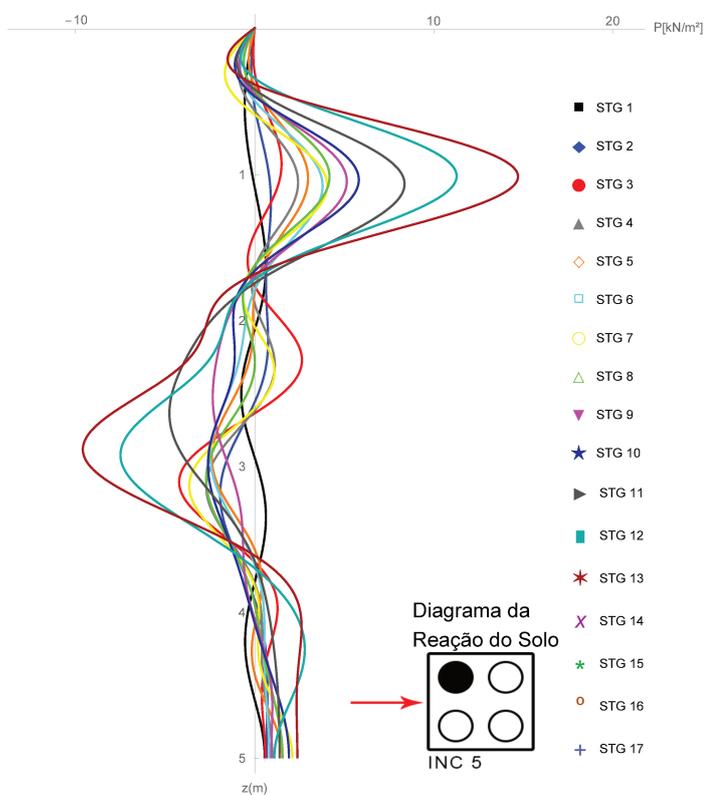


Figura 235 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC05, grupo de quatro estacas.

Para a estaca INC06 do grupo de quatro estacas, foram obtidos o ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro dado na Figura 236, os diagramas da rotação foram obtidos através da equação 2.173 mostrado na Figura 237, os diagramas dos momentos foram obtidos através da 2.174 dado pela Figura 238, os diagramas do cortante foram obtidos através da equação 2.175 e mostrado na Figura 239 e os diagramas de reação do solo obtidos pela equação 2.176 e mostrado na Figura 240.

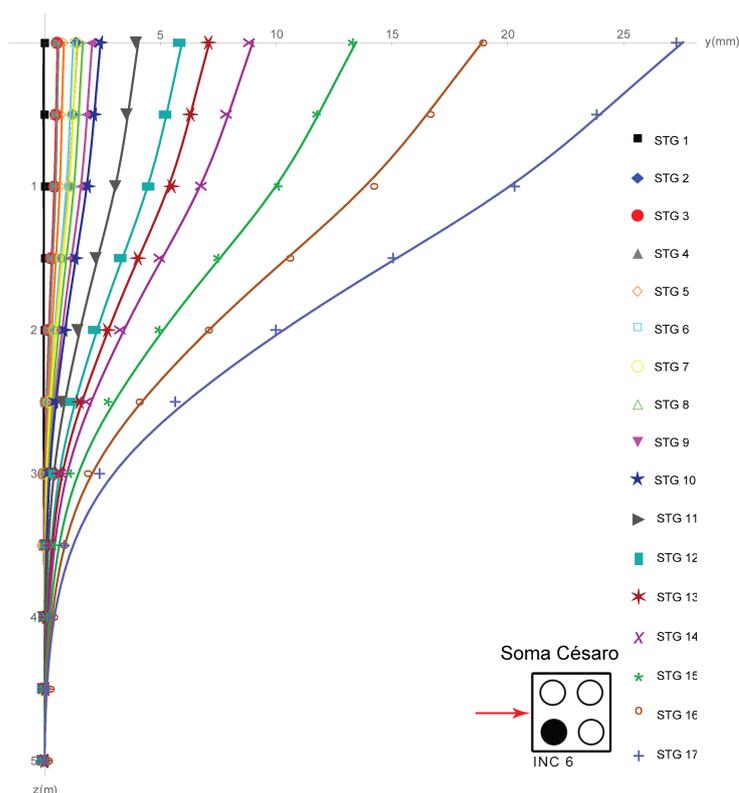


Figura 236 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC06, grupo de quatro estacas.

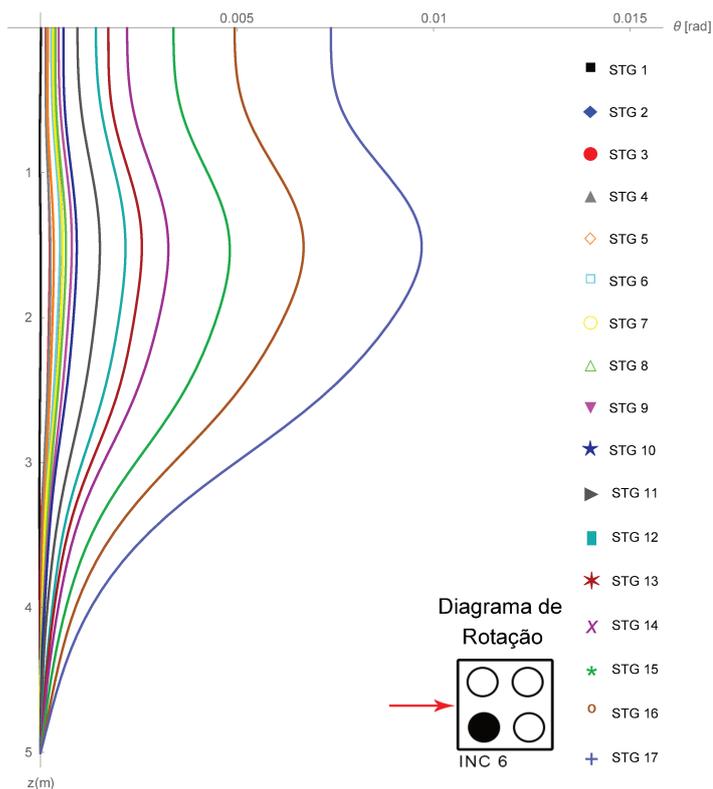


Figura 237 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC06, grupo de quatro estacas.

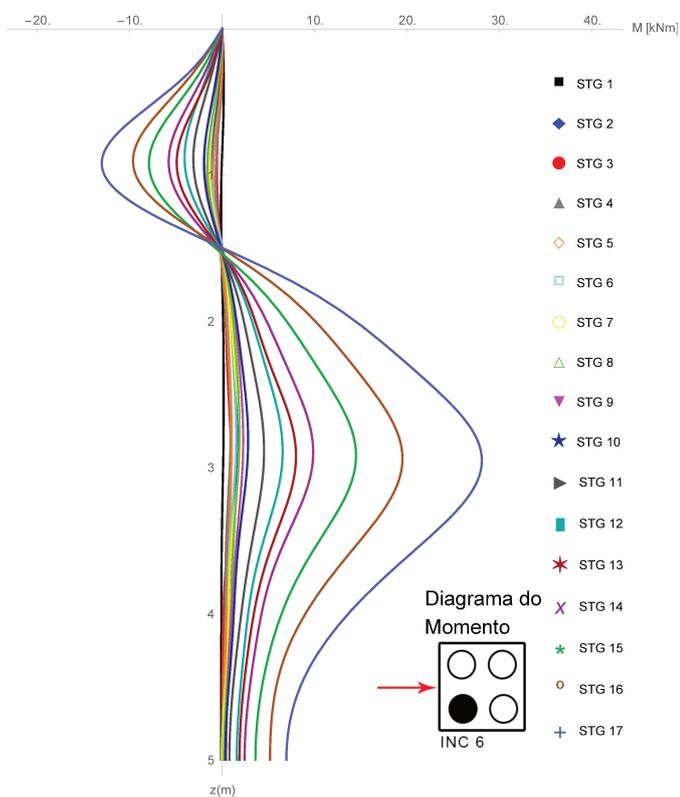


Figura 238 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC06, grupo de quatro estacas.

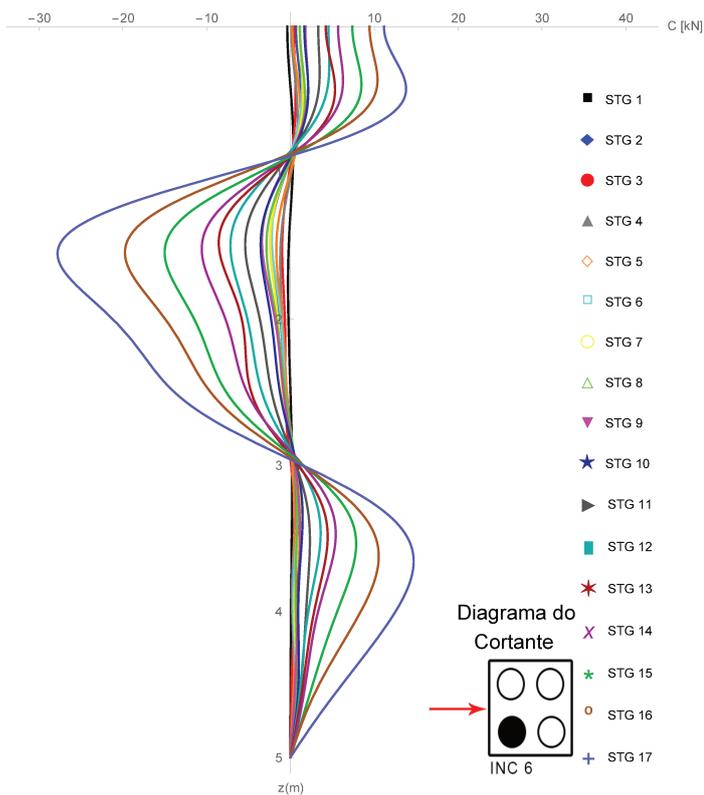


Figura 239 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC06, grupo de quatro estacas..

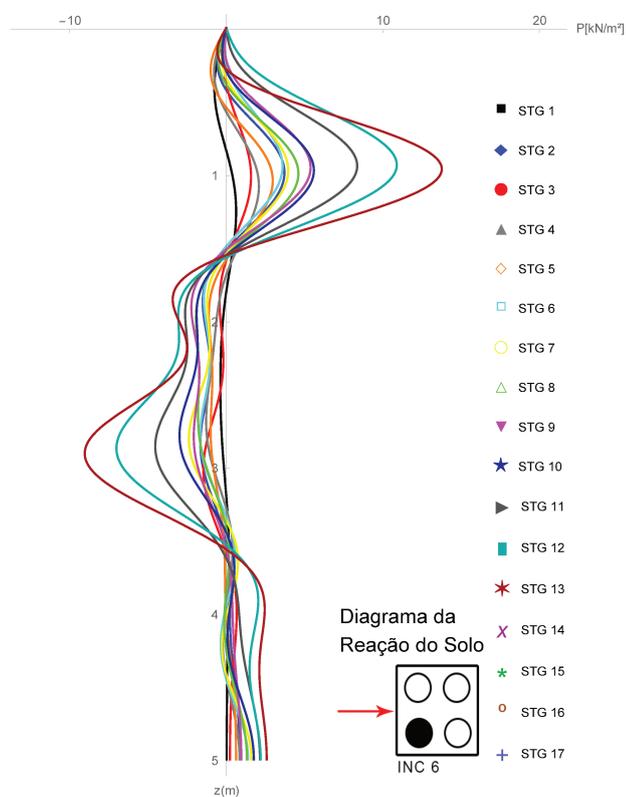


Figura 240 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC06, grupo de quatro estacas.

Para a estaca INC 07 do grupo de quatro estacas, foram obtidos o ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro dado na Figura 241, os diagramas da rotação foram obtidos através da equação 2.173 mostrado na Figura 242, os diagramas dos momentos foram obtidos através da 2.174 dado pela Figura 243, os diagramas do cortante foram obtidos através da equação 2.175 e mostrado na Figura 244 e os diagramas de reação do solo obtidos pela equação 2.176 e mostrado na Figura 245.

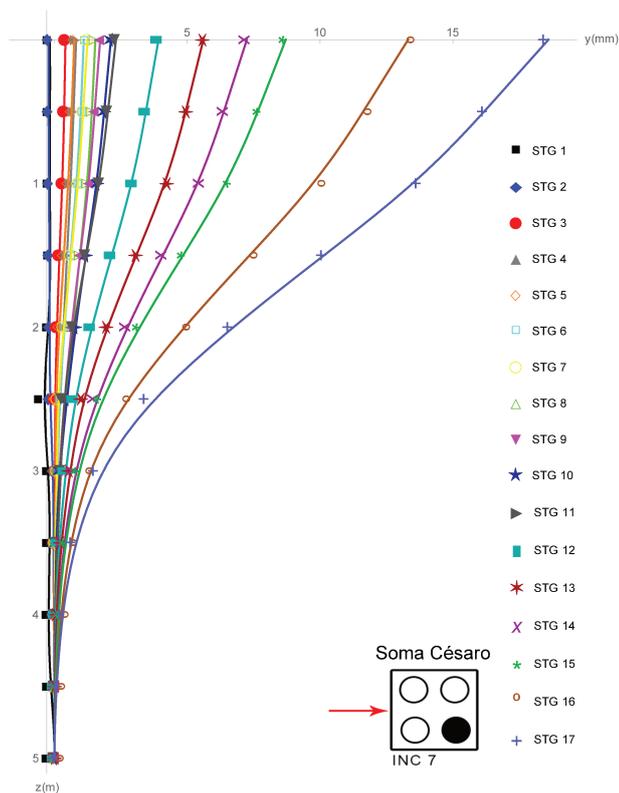


Figura 241 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC07, grupo de quatro estacas.

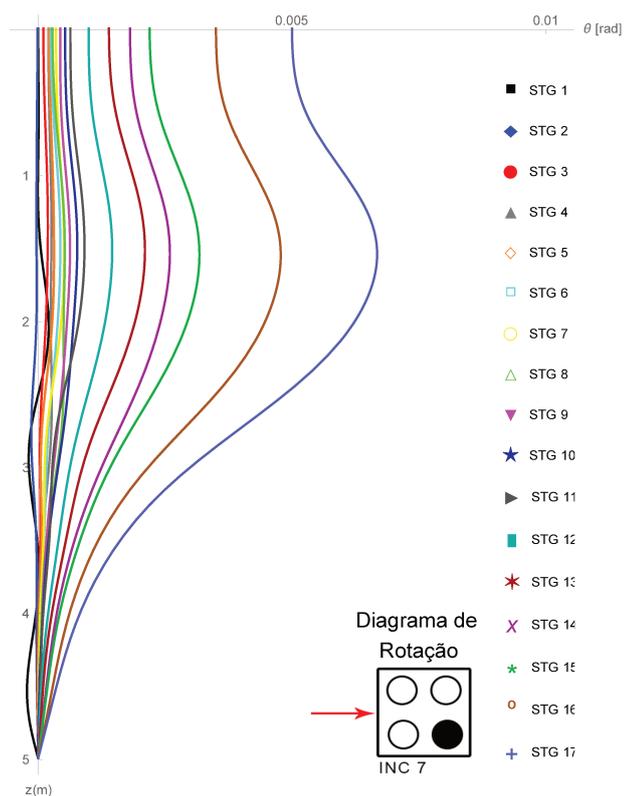


Figura 242 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC07, grupo de quatro estacas.

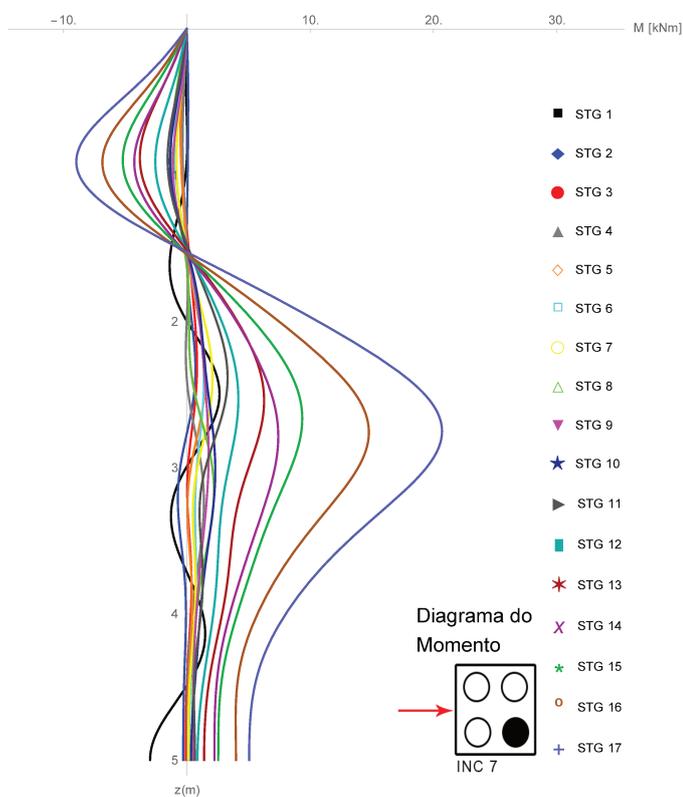


Figura 243 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC07, grupo de quatro estacas.

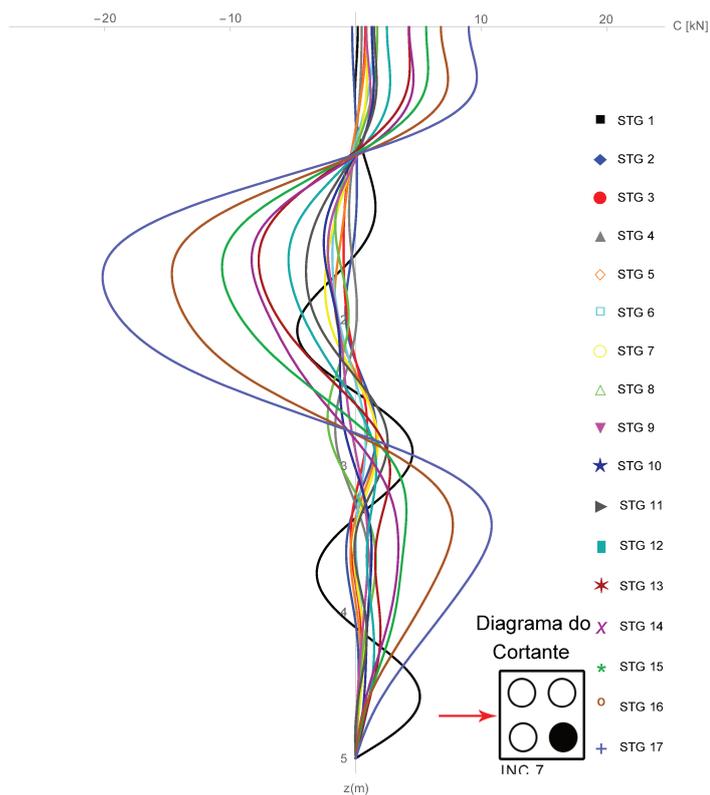


Figura 244 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC07, grupo de quatro estacas..

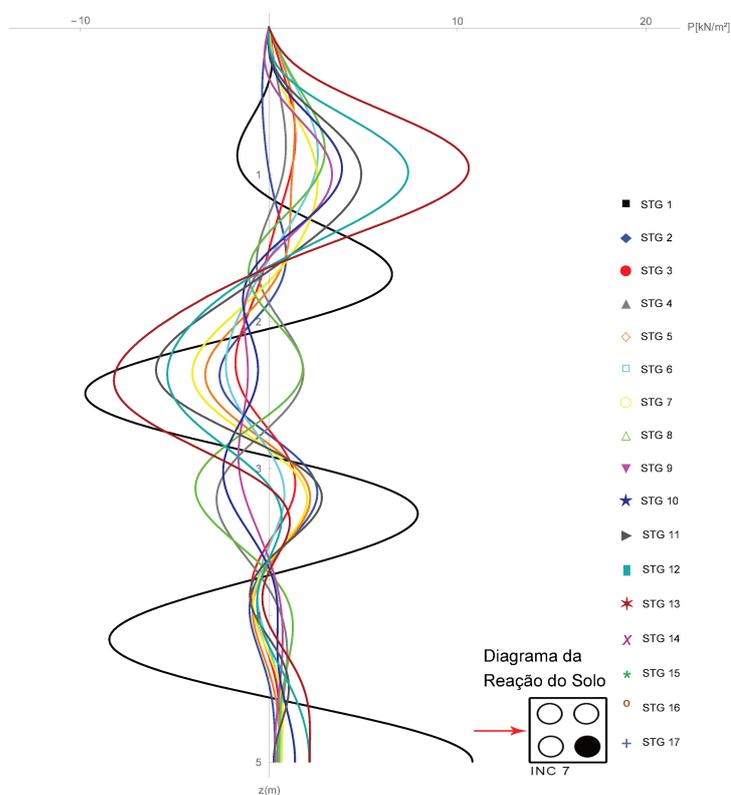


Figura 245 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC07, grupo de quatro estacas.

Para a estaca INC08 do grupo de quatro estacas, foram obtidos o ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro dado na Figura 246, os diagramas da rotação foram obtidos através da equação 2.173 mostrado na Figura 247, os diagramas dos momentos foram obtidos através da 2.174 dado pela Figura 248, os diagramas do cortante foram obtidos através da equação 2.175 e mostrado na Figura 249 e os diagramas de reação do solo obtidos pela equação 2.176 e mostrado na Figura 250.

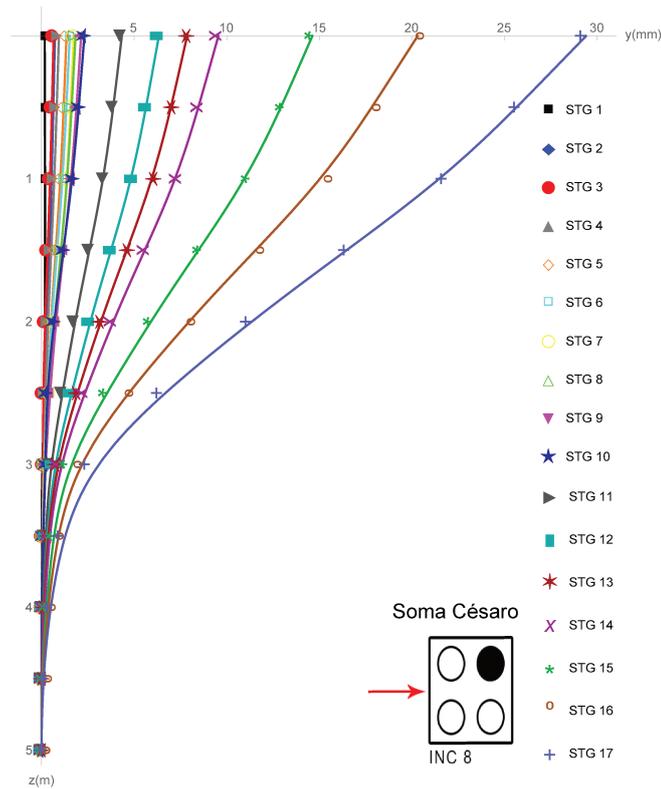


Figura 246 – Ajuste de Cesaro para os dados do inclinômetro da estaca INC08, grupo de quatro estacas.

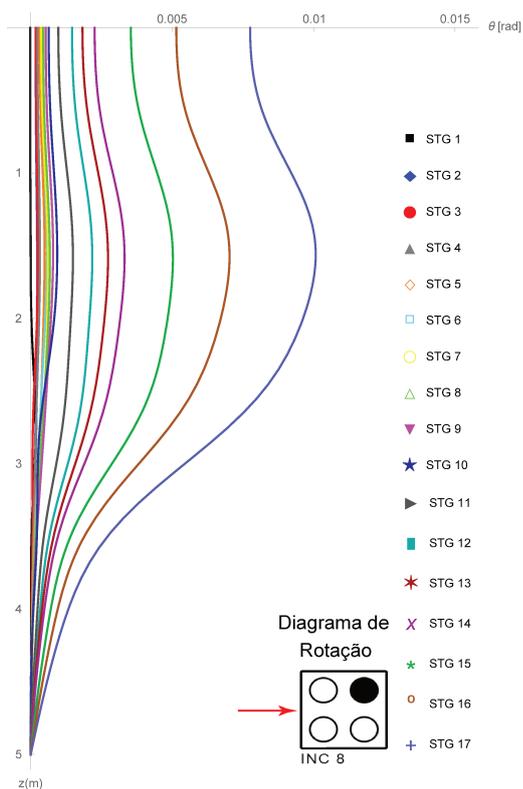


Figura 247 – Gráficos da rotação obtidos por método Cesaro da estaca INC08, grupo de quatro estacas.

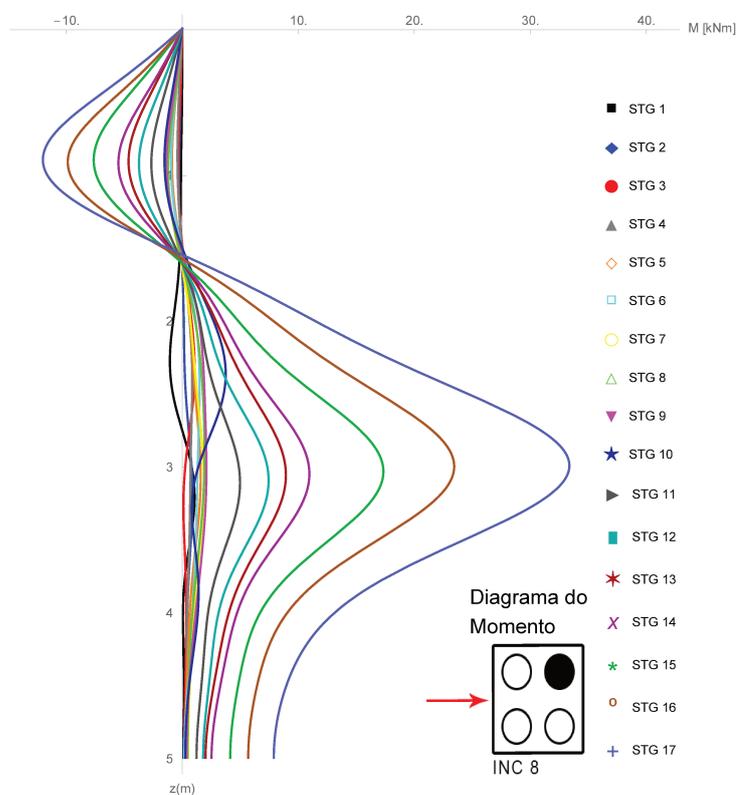


Figura 248 – Gráficos dos momentos obtidos por método Cesaro da estaca INC08, grupo de quatro estacas.

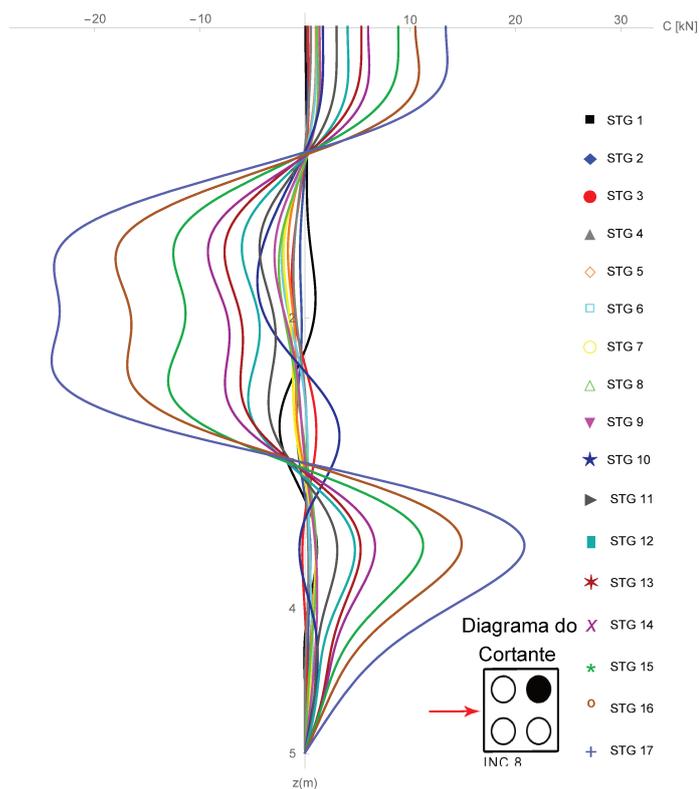


Figura 249 – Gráficos da força cisalhamento obtidos por método Cesaro da estaca INC08, grupo de quatro estacas..

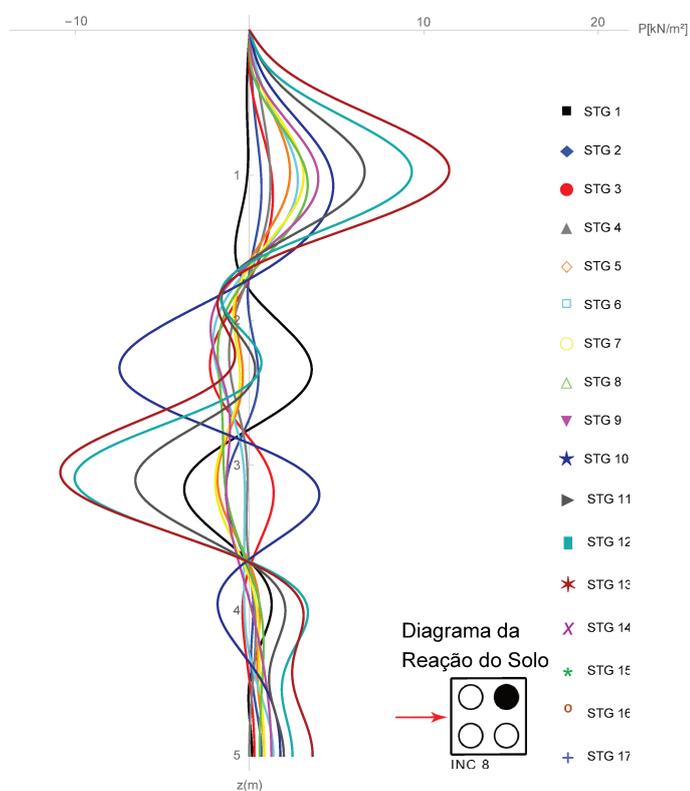


Figura 250 – Gráficos da reação do solo obtidos por método Cesaro da estaca INC08, grupo de quatro estacas.

A técnica de Césaro possibilita uma análise dos momentos máximos de todas as estacas dos grupos de três estacas e quatro em comparação com a estaca isolada. Nas Tabelas: 41, 42 e 43 do grupo de três estacas. Nas Tabelas 45, 46, 47 e 48 do grupo de quatro estacas.

Na tabela 44 para estaca isolada. Com esses valores pode-se determinar o percentual de variação das estacas no grupo em comparação com a isolada para o mesmo carregamento horizontal aplicado.

Tabela 41 – Momentos máximos e localização da estaca, INC01

Estágio	Momento (kNm)	Prof. z(m)
1	0.07	2.54
2	2.25	2.75
3	3.03	2.84
4	9.87	2.83
5	20.75	2.81
6	23.18	2.94
7	24.33	2.94
8	26.07	2.89
9	28.39	2.91
10	30.34	2.89
11	31.94	2.88
12	34.83	2.87
13	43.93	2.87

Tabela 42 – Momentos máximos e localização da estaca, INC02

Estágio	Momento (kNm)	Prof. z(m)
1	0.07	2.54
2	2.25	2.75
3	3.03	2.84
4	9.87	2.83
5	20.75	2.81
6	23.18	2.94
7	24.33	2.94
8	26.07	2.89
9	28.39	2.91
10	30.34	2.89
11	31.94	2.88
12	34.83	2.87
13	43.93	2.87

Tabela 43 – Momentos máximos e localização da estaca, INC03

Estágio	Momento (kNm)	Prof. z(m)
1	0.08	0.52
2	2.57	2.32
3	2.41	3.08
4	8.05	2.87
5	16.08	2.88
6	19.48	3.00
7	20.25	2.99
8	23.28	3.03
9	25.19	3.00
10	26.18	2.94
11	28.28	2.94
12	31.56	2.96
13	39.40	2.95

Tabela 44 – Momentos máximos e localização da estaca, INC04

Estágio	Momento (kNm)	Prof. z(m)
1	0.96	2.10
2	0.22	3.30
3	1.53	1.78
4	2.60	1.49
5	3.96	1.50
6	4.14	1.55
7	5.94	1.44
8	8.48	1.43
9	10.27	1.34
10	16.58	1.37
11	23.54	1.38
12	32.14	1.39
13	42.13	1.40

Tabela 45 – Momentos máximos e localização da estaca, INC05

Estágio	Momento (kNm)	Prof. z(m)
1	0.15	2.50
2	1.21	3.25
3	-0.33	1.71
4	1.58	3.20
5	1.71	3.00
6	2.02	3.00
7	2.38	3.19
8	2.27	3.15
9	2.16	2.82
10	2.77	3.10
11	4.34	2.83
12	6.70	2.99
13	8.35	2.94
14	10.84	2.95
15	15.90	2.94
16	21.53	3.01
17	31.44	3.05

Tabela 46 – Momentos máximos e localização da estaca, INC06

Estágio	Momento (kNm)	Prof. z(m)
1	0.16	2.51
2	1.66	2.83
3	0.96	2.98
4	0.91	2.74
5	1.02	2.82
6	1.50	2.79
7	1.88	2.82
8	1.86	2.74
9	2.27	2.81
10	2.80	2.82
11	4.52	2.89
12	6.53	2.89
13	7.97	2.92
14	9.83	2.90
15	14.46	2.92
16	19.48	2.94
17	28.06	2.95

Tabela 47 – Momentos máximos e localização da estaca, INC07

Estágio	Momento (kNm)	Prof. z(m)
1	2.66	2.50
2	0.71	2.33
3	0.84	2.30
4	0.11	1.70
5	1.52	2.37
6	1.39	2.40
7	2.09	2.39
8	0.20	1.94
9	1.78	2.91
10	2.32	3.02
11	3.31	2.39
12	4.19	2.53
13	6.28	2.54
14	7.42	2.79
15	9.37	2.67
16	14.77	2.76
17	20.70	2.75

Tabela 48 – Momentos máximos e localização da estaca, INC08

Estágio	Momento (kNm)	Prof. z(m)
1	1.07	-2.28
2	0.88	3.21
3	1.07	2.33
4	0.86	2.42
5	1.58	3.07
6	1.49	2.44
7	1.87	3.12
8	1.92	2.91
9	2.08	3.02
10	3.75	2.37
11	4.98	3.11
12	7.44	3.10
13	8.93	3.06
14	10.96	3.05
15	17.34	3.04
16	23.45	3.00
17	33.38	3.00

A deflexão das estacas do grupo de três: INC01, INC02, INC03 são numericamente maior 8 vezes do que a estaca isolada para uma carga média igual por estaca. O gráfico do deslocamento com valores medidos pelo inclinômetro está comparando o grupo de três estacas com a estaca isolada é dado na Figura 251.

Os trabalhos de [Brown et al. \(1987\)](#), [Rollins et al. \(1998\)](#) e [Ruesta e Townsend \(1997b\)](#) apresentam gráficos da deflexão do grupo com a estaca isolada.

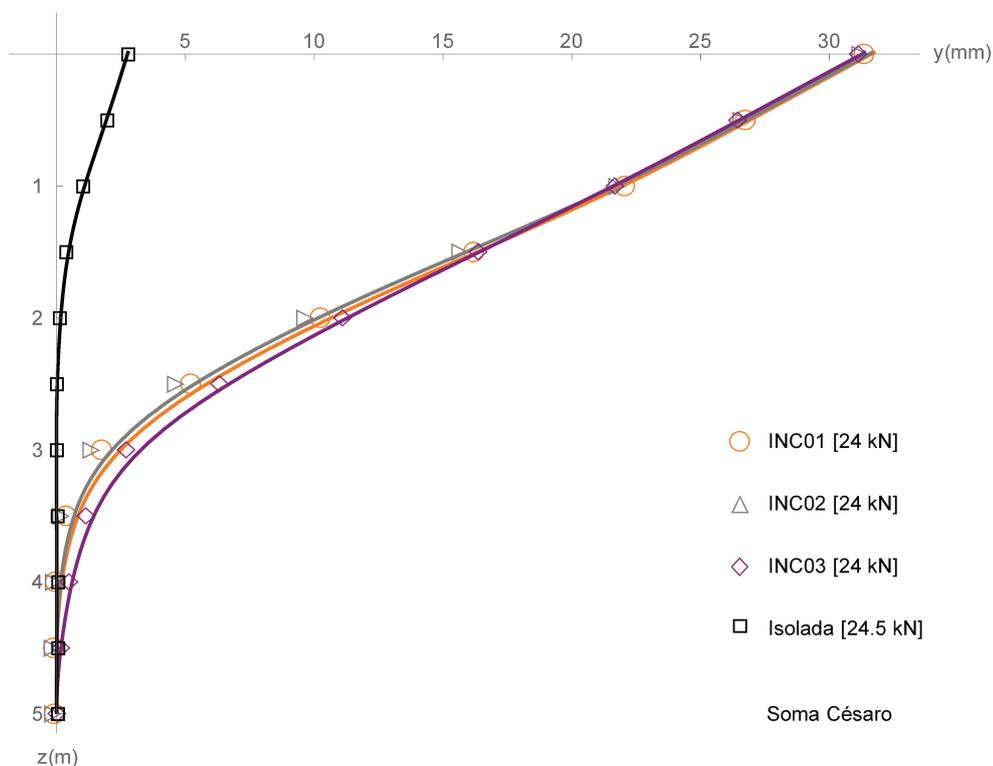


Figura 251 – Comparação diagrama soma de Césaro da estaca isolada com o grupo de 3.

A deflexão das estacas do grupo de quatro estacas: INC05, INC06, INC07 e INC08 são numericamente maior 1.5 a 2.5 vezes do que a estaca isolada para uma carga média igual por estaca. O gráfico do deslocamento com valores medidos pelo inclinômetro está comparando o grupo de quatro estacas com a estaca isolada é dado na Figura 252.

O trabalho de [Rollins et al. \(1998\)](#) para deslocamento máximo, do grupo de seis estacas (3x3) de 60mm foi observado que o grupo desviou de 2 a 2.5 vezes mais do que para uma estaca isolada.

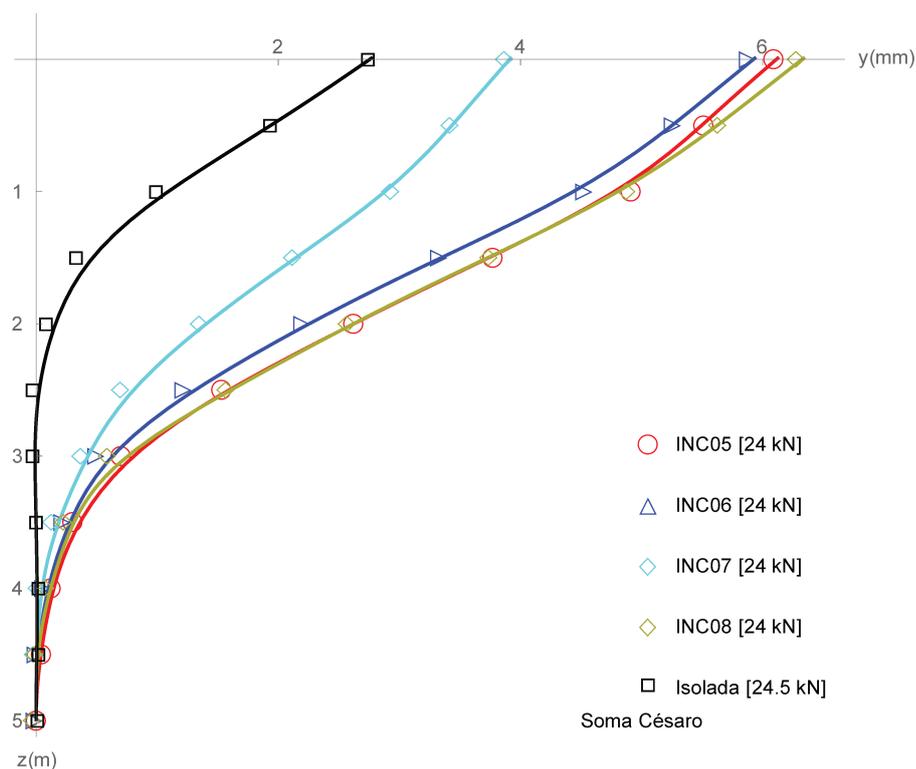


Figura 252 – Comparação diagrama soma de Césaro da estaca isolada com o grupo de 4.

Os momentos nos grupos de três estacas, INC01, INC02 e INC03 maiores do que 64% para a estaca isolada INC04 com mesma carga média por estacas, ver nas Tabelas : 41, 42, 43 e 44. E a localização do momento máximo no grupo de três estacas é em média de 2.84 m abaixo da superfície do solo enquanto da estaca isolada é de 1.44 m, isso corresponde até certo valor com os resultados de [Brown et al. \(1987\)](#). O gráfico da Figura 253 mostra uma comparação entre os valores dos momentos no grupo de três estacas e da estaca isolada para mesma carga média.

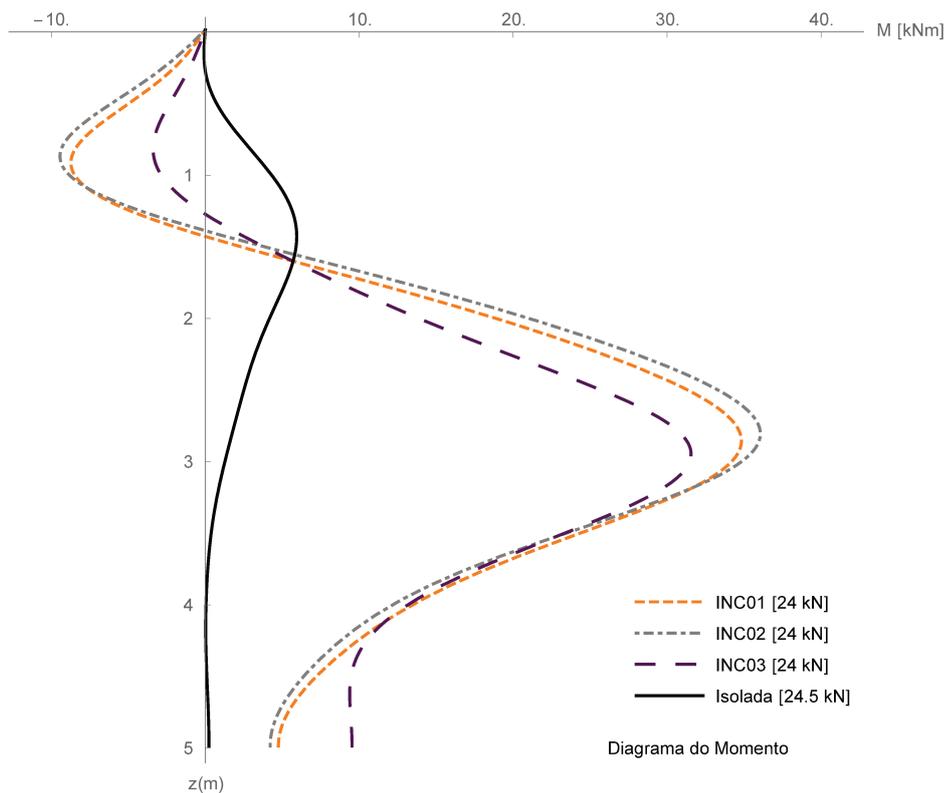


Figura 253 – Comparação diagrama de momento da estaca isolada com o grupo de 3.

Os momentos nos grupos de quatro estacas, INC05, INC06 e INC07 e INC08 são menores de 44% a 64% do que a estaca isolada INC04 com mesma carga média por estacas, ver nas Tabelas : 45, 46, 47 e 44. E a localização do momento máximo no grupo de três estacas é em média de 2.95 m abaixo da superfície do solo enquanto da estaca isolada é de 1.37 m. O gráfico da Figura 254 mostra uma comparação entre os valores dos momentos no grupo de quatro estacas e da estaca isolada para mesma carga média.

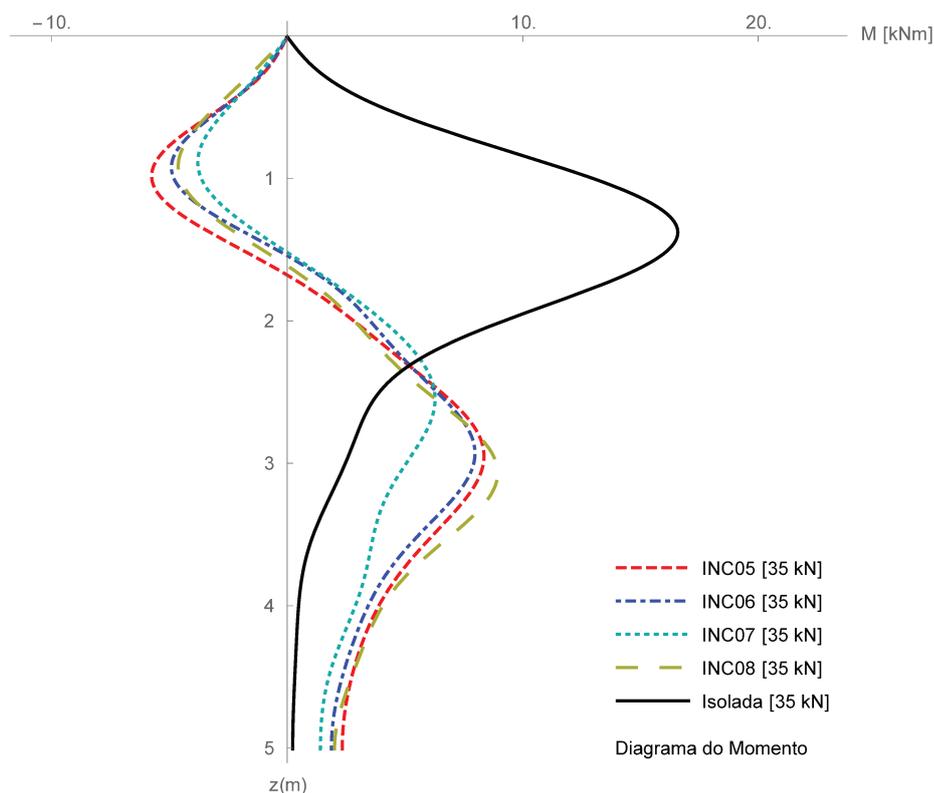


Figura 254 – Comparação diagrama de momento da estaca isolada com o grupo de 4.

A reação do solo ao longo do comprimento da estaca pode ser positiva ou negativa, e próximo a carga do topo tem uma região onde ocorre um maior valor da reação do solo, aqui nesse trabalho os gráficos da reação do solo, pela técnica de cesaro, confirma essa análise feita por [Kim et al. \(2004\)](#).

Para o grupo de três estacas: INC01, INC02, INC03 a resistência máxima a reação do solo é 1.6 a 3.5 vezes maior que a resistência a reação do solo da estaca isolada para um mesma carga média, esse fato é dado na Figura 255.

Para o grupo de quatro estacas : INC05, INC06, INC07 e INC08 a resistência máxima foi significativamente reduzida em comparação com a resistência máxima para uma estaca isolada, isso é dado na Figura 256.

O método de Césaró é uma ferramenta poderosa para determinação, das deflexões, momentos, rotações, cortantes e reação do solo para melhor se entender as distribuições de cargas lateral nos grupos de estaca.

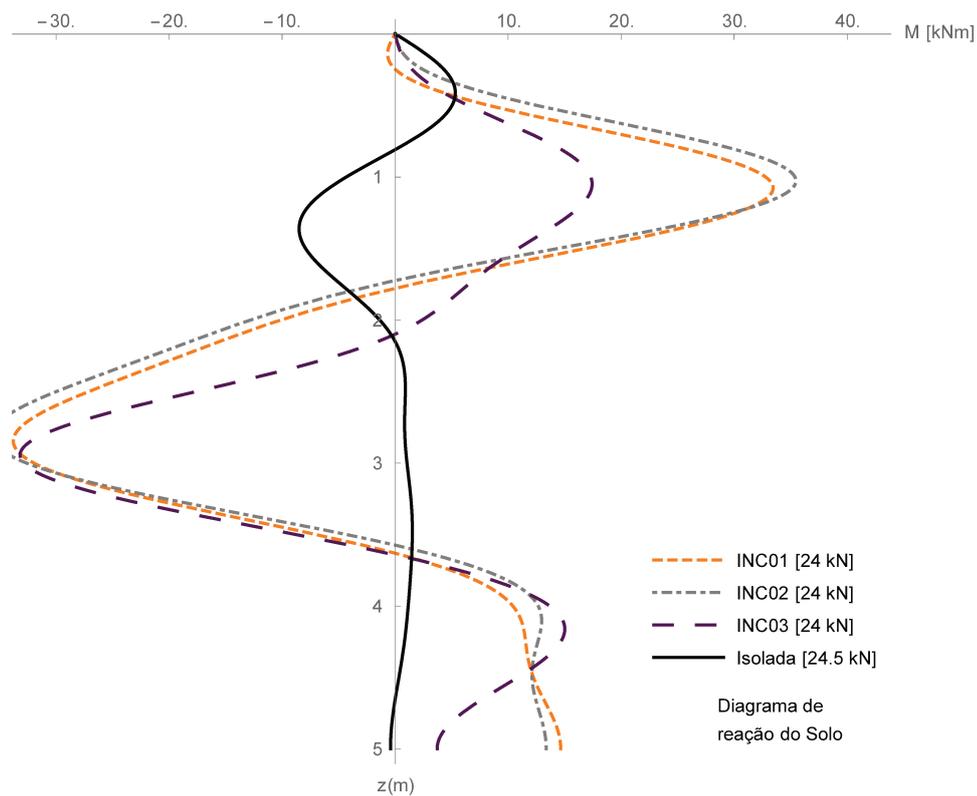


Figura 255 – Comparação diagrama de reação do solo da estaca isolada com o grupo de 3.

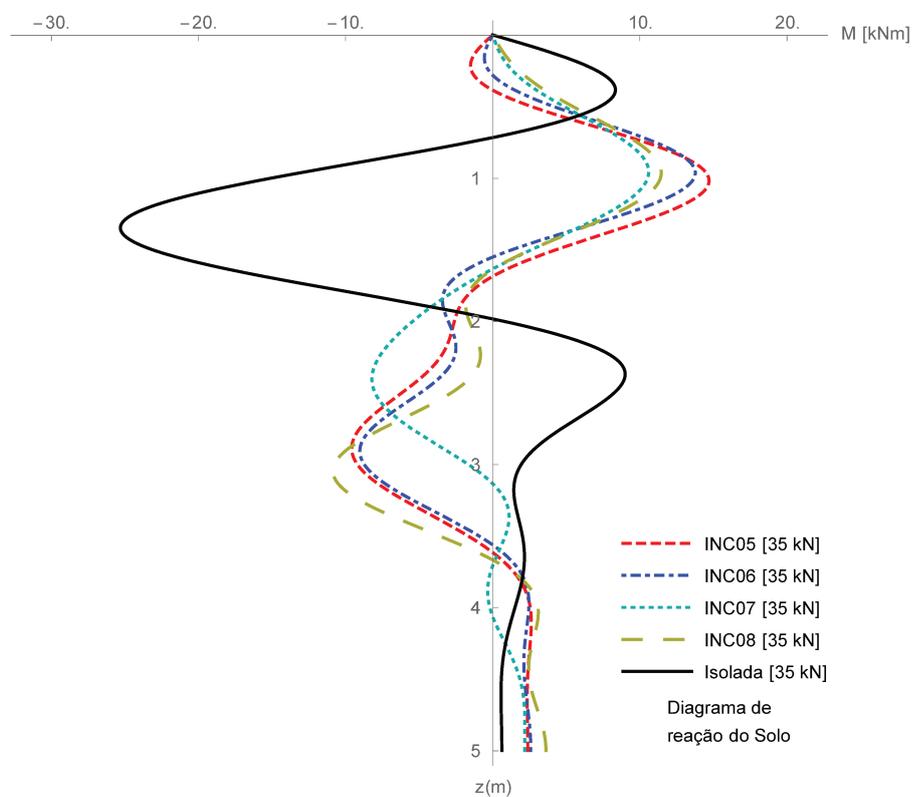


Figura 256 – Comparação diagrama reação do solo da estaca isolada com o grupo de 4.

6 Conclusão

O problema de estacas submetidas sob carregamento horizontal para estaca isolada foi resolvido analiticamente através da série de Taylor, onde as soluções analíticas são dadas em funções hipergeométricas generalizadas.

Uma solução analítica de Miche para deslocamento, momento e cisalhamento e reação do solo é comparada com o problema resolvido numericamente por Miche (1930). Uma nova equação para o cálculo do deslocamento no topo foi apresentada e mostrou-se que depende do comprimento da estaca.

Uma generalização para o modelo analítico de Miche foi apresentado a constante de reação horizontal do solo com diferentes leis de potência com uma expressão geral para determinação do momento máximo com o ponto de aplicação. O modelo analítico, diferentemente do modelo numérico de Miche (1930), é contínuo e pode ser usado para calibração em problemas de carregamento horizontal de estaca isoladas, com medições de inclinômetros quando realiza-se o ensaio de prova de carga horizontal. O modelo analítico ajustou as medidas do inclinômetro de uma estaca escavada, mostrando boa concordância com os dados experimentais, sem a necessidade de utilização de programas computacionais comerciais.

Uma nova formulação para determinação do coeficiente de reação horizontal do solo através do ensaio de CPT é apresentada, uma nova metodologia para a determinação da deflexão da estaca isolada através apenas dos dados da prova de carga horizontal se mostrou satisfatória quando comparada aos de medidas dos inclinômetros.

A proposta de uma formulação para obter a curva n_h com base nos dados do ensaio CPT é promissora e, para ser validada, deve haver outros ensaios de prova de carga horizontal com medida do inclinômetro para estender sua aplicabilidade nos projetos de fundações por carregamento horizontal.

Um novo modelo de Pasternak-Randolph de dois parâmetros para cálculo de estacas em solos com módulo de reação do solo constante ou variável com a profundidade é proposto nesse trabalho, onde comparou-se os dados do inclinômetro com estaca isolada e com tubulão tendo resultados representativos e apresentados na forma de gráficos adimensionais para determinação de deslocamento e momento. Uma metodologia para o modelo de Pasternak-Randolph é apresentada e aplicada em problemas reais.

As provas de carga horizontal foram ajustadas por meio de modelos hiperbólicos, de Mittag-leffer, Patra e Pise (2001) sendo que a carga convencionada, para o grupo de três estacas, foi aproximadamente três vezes o valor da carga convencionada para estaca

isolada. E para o grupo de quatro estacas, foi quatro vezes o valor da carga da isolada.

Um modelo hiperbólico foi utilizado para ajustar as curvas $P - Y$ da estaca isolada e do grupo de estacas para a determinação de k_{ini} que apresentam valores nos grupos significativamente reduzidos em relação estaca isolada. O valor da resistência última P_{ult} nos grupos de estacas se mostraram superiores ao da estaca isolada, isso se deve ao efeito de sombreamento.

Nas estacas isoladas, o grupo de três estacas e quatro estacas foi utilizado o método dos mínimos quadrados para determinar um ajuste ótimo com os dados do inclinômetro para a determinação da constante de reação horizontal do solo, de maneira que o modelo analítico de deslocamento de Miche se comportasse de maneira contínua.

A constante de reação horizontal global (n_{hgG}) do solo de um grupo de estacas é aproximadamente igual a somatória, $\sum_i^n n_{hINC0i}$ das constantes de reação horizontal do solos de todas as estacas do grupo nas metodologias de [Alizadeh e Davisson \(1970\)](#) e [Matlock e Reese \(1961a\)](#).

Uma função exponencial e quadrática foi usada para determinação das constante de reação horizontal tridimensional da estaca isolada e grupos onde apresenta-se gráficos de $n_h = F(H, Y)$ por meio de análise estatística que comparou o dados observados com o modelo não linear, erro padrão e intervalo de confiança. Até o presente trabalho, não foram encontrados na literatura, modelos tridimensionais para o coeficiente de reação horizontal do solo. Essas equações não lineares $n_h = f(H, Y)$ podem servir para calibração com ensaios de campo: CPT, DMT, PMT e SPT do campos experimental estudado, e como ponto de partida para aplicação em outros campos experimentais onde se tenha a prova de carga lateral com medida do inclinômetro.

De acordo com as medidas dos inclinômetros foi desenvolvido um algoritmo numérico ótimo para implementação da técnica de Césaró, de acordo com [Jagodnik \(2014\)](#), onde determinou-se um ajuste aos dados de deflexão. E com isso determinado e encontrado valores da rotação, momento, cortante e reação do solo onde onde é possível comparar e analisar sobre o comportamento da estaca isolada com as estacas dos grupos. Com isso conclui-se que a técnica de Césaró é uma ferramenta numérica que pode ser aplicada, de acordo com a metodologia apresentada nesse trabalho, em projetos de estacas carregadas horizontalmente.

Nesse trabalho a deflexão das estacas do grupo de três estacas é oito vezes maior do que a estaca isolada para uma carga média igual por estaca. A deflexão das estacas do grupo de quatro estacas são 1.5 a 2.5 vezes maior do que a estaca isolada para uma carga média igual por estaca.

Conclui-se que os momentos nos grupos de três estacas são 64% maiores mais

do que a estaca isolada INC04 com mesma carga média por estacas, e a localização do momento máximo no grupo de estacas é aproximadamente duas vezes quando se compara com a estaca isolada. Os momentos nos grupos de quatro estacas, são menores de 44% a 64% do que a estaca isolada INC04 com mesma carga média por estacas.

Para o grupo de três estacas a resistência máxima à reação do solo é 1.6 a 3.5 vezes maior que a da estaca isolada para um mesma carga média. Para o grupo de quatro estacas resistência máxima foi significativamente reduzida em comparação com a resistência máxima para uma estaca isolada.

7 Trabalhos Futuros

O assunto sobre carregamento horizontal de estacas e grupo de estacas tem abordagens por modelos: analíticos, experimentais e computacionais. Sabe-se que nesse trabalho foi dado um passo importante sobre o assunto, para que possa servir como um direcionamento para outros trabalhos, por isso apresenta-se sugestões para pesquisas e trabalhos futuros, tais como:

a) A calibração por meio de programa computacional comercial das curvas $P - Y$ através dos ensaios de CPT com o objetivo de comparar as deflexões das medidas no campo por meio dos dados do inclinômetro.

b) A determinação da solução analítica para o modelo de Pasternak-Randolph que pode ser usado com dados dos parâmetros do ensaio de campo DMT: k_D, I_D e E_d para determinar a constante de reação do solo, o deslocamento com a profundidade e o momento máximo.

c) A determinação da distribuição de cargas no grupo considerando o bloco flexível através do método curva $P - Y$ através de programas computacionais.

d) Um trabalho experimental que possa ser realizado é a instrumentação da estaca por meios de strain-gages para determinar dados do momento com a profundidade onde por integração numérica encontra-se a deflexão. Por outro lado, a mesma estaca instrumentada com inclinômetros para determinar os deslocamentos com a profundidade utilizando-se de métodos matemáticos tais como: polinômios de ordem superior, splines cúbicas, Técnica de Cesaro para verificar a comparação dos dados do momento, modelos e inclinômetros.

e) A calibração da equação apresentada nessa tese para cálculo da constante de reação horizontal do solo em função de ensaios de campo tais como CPT, SPT ou DMT afim de obter um previsão do comportamento da deflexão com a profundidade e do momento máximo.

f) No campo experimental a construção das estacas escavadas e blocos com a realização de prova de carga horizontal e medidas de inclinômetro para grupo de duas estacas, cinco estacas e seis estacas com diâmetro de $D = 0.30$ e $L = 5,00$ no Campo Experimental de Mecânica dos Solos II localizado na Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo (FEC) da Unicamp, com objetivo de analisar as provas de cargas e propor uma equacionamento geral para grupos de estacas.

g) Para estudos futuros, o modelo fracionário de Miche deve ser resolvido e comparado com os dados experimentais, uma vez que a solução analítica é dada em

termos das funções de hipergeométricas que podem ser relacionados através das funções de Mittag-Leffler.

Referências

- ABDRABBO, F.; GAAVER, K. Análise simplificada de grupos de estacas carregadas lateralmente. *Alexandria Engineering Journal*, v. 51, n. 2, p. 121–127, 2012.
- AI, Z. Y.; FENG, D. L.; CHENG, Y. C. Bem analysis of laterally loaded piles in multi-layered transversely isotropic soils. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Elsevier, v. 37, n. 7-8, p. 1095–1106, 2013.
- ALBUQUERQUE, P. Estacas escavadas, hélice contínua e ômega: estudo do comportamento à compressão em solo residual de diabásio, através de provas de carga instrumentadas em profundidade. 2001.
- ALBUQUERQUE, P.; GARCIA, J.; NETO, O. F.; CUNHA, R.; JUNIOR, O. S. Behavioral evaluation of small-diameter defective and intact bored piles subjected to axial compression. *Soils & Rocks*, v. 40, p. 109–121, 2017.
- ALIZADEH, M.; DAVISSON, M. Lateral load tests on piles-arkansas river project. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div*, 1970.
- ALMEIDA, M. André de; MIGUEL, M. G.; TEIXEIRA, S. H. C. Horizontal bearing capacity of piles in a lateritic soil. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 137, n. 1, p. 59–69, 2010.
- ALONSO, U. R. *Dimensionamento de fundações profundas*. [S.l.]: E. Blucher, 2012.
- ANDERSON, J. B.; TOWNSEND, F. C. Validation of p-y curves from pressuremeter tests at pascagoula mississippi. 1999.
- ANOYATIS, G.; LEMNITZER, A. Kinematic winkler modulus for laterally-loaded piles. *Soils and Foundations*, Elsevier, v. 57, n. 3, p. 453–471, 2017.
- API, R. 2a-wsd. *Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms-working stress design*, American Petroleum Institute, v. 21, 2000.
- API, R.-W. *Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms-working stress design*-. American Petroleum Institute, Washington Dc., 2000.
- ARAÚJO, A. G. D. d. *Provas de carga estática com carregamento lateral em estacas escavadas hélice contínua e cravadas metálicas em areia*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013.
- ASHFORD, S. A.; ROLLINS, K. M. *Full-scale behavior of laterally loaded deep foundations in liquefied sand: Test results*. [S.l.]: Department of Structural Engineering, University of California, San Diego, 2000.
- ASHOUR, M.; NORRIS, G. Modeling lateral soil–pile response based on soil–pile interaction. v. 126 (5), p. 420–428, 2000.
- ASHOUR, M.; NORRIS, G.; PILLING, P. Strain wedge model capability of analyzing behavior of laterally loaded isolated piles, drilled shafts, and pile groups. *Journal of Bridge Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 7, n. 4, p. 245–254, 2002.

- AYOTHIRAMAN, R.; BOOMINATHAN, A.; KUMAR, S. K. Lateral dynamic response of full-scale single piles: Case studies in india. In: *Full-Scale Testing and Foundation Design: Honoring Bengt H. Fellenius*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 710–721.
- AYYUB, B. M.; MCCUEN, R. H. *Numerical Analysis for Engineers: Methods and Applications*. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 2015.
- BANERJEE, P.; DAVIES, T. The behaviour of axially and laterally loaded single piles embedded in nonhomogeneous soils. *Geotechnique*, Thomas Telford Ltd, v. 28, n. 3, p. 309–326, 1978.
- BANERJEE, P. K.; DAVIS, T. G. The behaviour of axially and laterally loaded single piles embedded in nonhomogeneous soils. v. 28, p. 309–326, 1978.
- BASU, D.; SALGADO, R.; PREZZI, M. A continuum-based model for analysis of laterally loaded piles in layered soils. *Geotechnique*, v. 59(2), p. 127–140, 2009.
- BOWLES, L. et al. *Foundation analysis and design*. [S.l.]: McGraw-hill, 1996.
- BRINCH-HANSEN, J. The ultimate resistance of rigid piles against transversal forces. *Geoteknisk Instit., Bull.*, 1961.
- BROMS, B. B. Lateral resistance of piles in cohesionless soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, v. 90, n. 3, p. 123–158, 1964.
- BROMS, B. B. Lateral resistance of piles in cohesive soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, v. 90, n. 2, p. 27–64, 1964.
- BROWN, D. A.; HIDDEN, A. S.; ZHANG; SHU. Determination of py curves using inclinometer data. *Geotechnical Testing Journal*, ASTM International, v. 17, n. 2, p. 150–158, 1994.
- BROWN, D. A.; MORRISON, C.; REESE, L. C. Lateral load behavior of pile group in sand. *Journal of Geotechnical Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 114, n. 11, p. 1261–1276, 1988.
- BROWN, D. A.; MORRISON, C.; REESE, L. C. Laterally load behavior of pile group in sand. v. 144(11), p. 1261–1276, 1988.
- BROWN, D. A.; REESE, L. C.; O'NEILL, M. W. Carga lateral cíclica de um grupo de estacas em grande escala. *Journal of Geotechnical Engineering*, Sociedade Americana de Engenheiros Civis, v. 113, n. 11, p. 1326–1343, 1987.
- BUDHU, M.; DAVIES, T. G. Analysis of laterally loaded piles in soft clays. *Journal of geotechnical engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 114, n. 1, p. 21–39, 1988.
- CAMPANELLA, R.; ROBERTSON, P. Use and interpretation of a research dmt. *Soil Mechanics Series*, n. 127, 1989.
- CHO, K. H.; CLARK, S. C.; KEANEY, B. D.; GABR, M. A.; BORDEN, R. H. Laterally loaded drilled shafts embedded in soft rock. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Transportation Research Board of the National Academies, n. 1772, p. 3–11, 2001.

- CHORTIS, G.; ASKARINEJAD, A.; PRENDERGAST, L.; LI, Q.; GAVIN, K. Influence of scour depth and type on p-y curves for monopiles in sand under monotonic lateral loading in a geotechnical centrifuge. *Ocean Engineering*, Elsevier, p. 106838, 2020.
- CHRISTAN, P. d. *Estudo da interação solo-estaca sujeito a carregamento horizontal em ambientes submersos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2012.
- CINTRA, J. Uma análise de provas de carga lateral em estacas e comparação com os métodos da teoria de reação horizontal do solo. *São Carlos, SP: São Carlos-USP*, 1981.
- COMODROMOS, E. M. The contribution of numerical analysis to the response prediction of pile foundations. In: *Linear and Non-linear Numerical Analysis of Foundations*. [S.l.]: CRC Press, 2014. p. 49–96.
- COUTINHO, A. G. de S. Prediction of the horizontal load-displacement curves of pile groups based on the results of single pile tests. *Canadian geotechnical journal*, NRC Research Press, v. 37, n. 5, p. 951–962, 2000.
- COUTINHO, A. G. S. Data reduction of horizontal load full-scale tests on bored concrete piles and pile groups. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 132, n. 6, p. 752–769, 2006.
- COX, W. R.; REESE, L. C.; GRUBBS, B. R. Field testing of laterally loaded piles in sand. *Houston, TX*, v. 2, p. 459–472, 1974.
- DAS, Y. C.; SARGAND, M. H. Forced vibrations of laterally loaded piles. v. 36, p. 4975–4989., 1999.
- DAVIS, R. O.; SELVADURAI, A. P. *Plasticity and geomechanics*. [S.l.]: Cambridge university press, 2005.
- DAVISSON, M. Lateral load capacity of piles. *Highway Research Record*, n. 333, 1970.
- DAVISSON, M.; PRAKASH, S. A review of soil-pole behavior. *Highway Research Record*, n. 39, 1963.
- Del Pino Jr., A. Análise do comportamento de estacas do tipo broca escavada com trado mecânico, solicitadas por esforços transversais. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2003.
- DEVORE, J. L. *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. [S.l.]: Cengage learning, 2011.
- DUNCAN, J. M.; CHANG, C.-Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div*, 1970.
- DUNNAVANT, T.; O'NEILL, M. Methodology for analysis of laterally loaded pile groups. In: *Proceedings of Third International Conference on Numerical Methods in Offshore piling, IFDP/LCPC, Nantes, France*. [S.l.: s.n.], 1986. p. 303–316.
- DUNNAVANT, T. W.; O'NEILL, M. W. Experimental p-y model for submerged, stiff clay. *Journal of Geotechnical Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 115, n. 1, p. 95–114, 1989.

- ERDÉLYI, A. Higher transcendental functions. *Higher Transcendental Functions, Edited by A. Erdelyi. Vol. III, p. 263. McGraw-Hill, 1955*, v. 1, p. 267, 1955.
- FERREIRA, C. V.; LOBO, A. d. S.; CARVALHO, D. d.; ALBUQUERQUE, P. J. R. Efeito do solo-cimento no comportamento de estaca carregada lateralmente. *XVI CAMSIG*, 2002.
- FILHO, R. M.; MENDONÇA, A.; PAIVA, J. Static boundary element analysis of piles submitted to horizontal and vertical loads. *Engineering analysis with boundary elements*, Elsevier, v. 29, n. 3, p. 195–203, 2005.
- FILONENKO-BORODICH, M. Some approximate theories of elastic foundation. *Uchenyie Zapiski Moskovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Mekhanika, Moscow*, v. 46, p. 3–18, 1940.
- FLEMING, K.; WELTMAN, A.; RANDOLPH, M.; ELSON, K. *Piling Engineering*. Bingham, Oxon: Taylor & Francis, 2011. 398 p.
- FLEMING, K.; WELTMAN, A.; RANDOLPH, M.; ELSON, K. *Piling engineering*. [S.l.]: CRC press, 2014.
- FRANCIS, A. J. Analysis of pile groups with flexural resistance. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div*, v. 90, n. Proc. Paper 3887, 1964.
- FROIO, D.; RIZZI, E. Analytical solution for the elastic bending of beams lying on a linearly variable winkler support. *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier, v. 128, p. 680–694, 2017.
- GABR; MA; LUNNE; T; POWELL; JJ. Análise de py de pilhas carregadas lateralmente em argila usando dmt. *Journal of geotechnical engineering*, Sociedade Americana de Engenheiros Civis, v. 120, n. 5, p. 816–837, 1994.
- GABR, M. A.; BORDEN, R. H. Lateral analysis of piers constructed on slopes. *Journal of geotechnical engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 116, n. 12, p. 1831–1850, 1990.
- GARCIA, J. R. Análise experimental e numérica de radiers estaqueados executados em solo da região de campinas/sp. [sn], 2015.
- GELMAN, A.; GOODRICH, B.; GABRY, J.; VEHTARI, A. R-squared for bayesian regression models. *The American Statistician*, Taylor & Francis, v. 73, n. 3, p. 307–309, 2019.
- GEORGIADIS, M.; ANAGNOSTOPOULOS, C.; SAFLEKOU, S. Centrifugal testing of laterally loaded piles in sand. *Canadian Geotechnical Journal*, NRC Research Press, v. 29, n. 2, p. 208–216, 1992.
- GLESER, S. M. Lateral load tests on vertical fixed-head and free-head piles. In: *Symposium on Lateral Load Tests on Piles, ASTM Special Technical Publication*. [S.l.: s.n.], 1953. v. 154, p. 75–101.
- GON, F. d. S. Caracterização geotécnica através de ensaios de laboratórios de um solo de diabásio da região de campinas/sp. [Disertação de Mestrado, Unicamp], 2011.

- GUPTA, B. K.; BASU, D. Analysis of laterally loaded short and long piles in multilayered heterogeneous elastic soil. *Soils and Foundations*, Elsevier, v. 57, n. 1, p. 92–110, 2017.
- HANSEN, B. The bearing capacity of sand, tested by loading circular plates. In: *5 th International Conference on Soil Mechanics Foundation. England*. [S.l.: s.n.], 1961. v. 1, p. 659–664.
- HARDY, G. H. *Divergent series*. [S.l.]: American Mathematical Soc., 2000. v. 334.
- HEIDARI, M.; JAHANANDISH, M.; NAGGAR, M. H. E.; GHAHRAMANI, A. The behaviour of axially and laterally loaded single piles embedded in nonhomogeneous soils. v. 51(2), p. 129–143, 2013.
- HETENYI, M. *Beams on elastic foundation*. University of Michigan studies.: John Wiley and Sons.
- HIGGINS, W.; VASQUEZ, C.; BASU, D.; GRIFFITHS, D. Elastic solutions for laterally loaded piles. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 139, n. 7, p. 1096–1103, 2012.
- HUANG, A.-B.; HSUEH, C.-K.; O'NEILL, M. W.; CHERN, S.; CHEN, C. Effects of construction on laterally loaded pile groups. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 127, n. 5, p. 385–397, 2001.
- HUANG, A.-B.; HSUEH, C.-K.; O'NEILL, M. W.; CHERN, S.; CHEN, C. Effects of construction on laterally loaded pile groups. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 127, n. 5, p. 385–397, 2001.
- IMPE, W. F. V.; REESE, L. C. *Single piles and pile groups under lateral loading*. [S.l.]: CRC press, 2010.
- ISMAEL, N. F. Behavior of laterally loaded bored piles in cemented sands. *Journal of Geotechnical Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 116, n. 11, p. 1678–1699, 1990.
- ISMAEL, N. F. Lateral load tests on bored piles and pile groups in sand. *7th FMGM 2007 Field Measurements in Geomechanics*, p. 1–11, 2007.
- JAGODNIK, V. *Behaviour of laterally loaded piles in natural sandy gravels*. Tese (Doutorado) — Građevinski fakultet, Sveučilište u Rijeci, 2014.
- JAGODNIK, V.; ARBANAS, Ž. Testing of laterally loaded piles in natural sandy gravels. *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*, Thomas Telford Ltd, v. 15, n. 4, p. 191–208, 2015.
- JEONG, S.; KIM, Y.; KIM, J. Influence on lateral rigidity of offshore piles using proposed p–y curves. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 38, n. 2-3, p. 397–408, 2011.
- JUIRNARONGRIT, T.; ASHFORD, S. Lateral load behavior of cast-in-drilled-hole piles in weakly cemented sand. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Transportation Research Board of the National Academies, n. 1868, p. 190–198, 2004.

- JUNIOR, G. M. et al. Estacas submetidas a esforços horizontais em solos colapsíveis do interior de São Paulo, nas condições natural, melhorada e inundada. [sn], 2006.
- KASSOUF, R.; ALBUQUERQUE, P. J. R.; CARVALHO, D. d.; JR, N. L. F. Behavior of laterally top-loaded deep foundations in highly porous and collapsible soil. *Journal of Materials in Civil Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 31, n. 2, p. 04018373, 2018.
- KASSOUF, R.; CARVALHO, D. d.; ALBUQUERQUE, P. J. R.-d. The behavior of a foundation transversally loaded at the top over highly porous and collapsible soil. *Dyna*, 2006, Revista DYNA, v. 83, n. 199, p. 134–139, 2016.
- KASSOUF, R.; CARVALHO, D. de; ALBUQUERQUE, P. J. R. de; FONTE, N. L. The behavior of a foundation laterally loaded at the top over highly porous and collapsible soil. In: SPRINGER. *International Congress and Exhibition "Sustainable Civil Infrastructures: Innovative Infrastructure Geotechnology"*. [S.l.], 2017. p. 92–103.
- KASSOUF, R. et al. Análise de prova de carga em tubulão a céu aberto submetido a esforço horizontal em solo não saturado de diabásio da região de Campinas. [sn], 2012.
- KAWAMATA, Y.; ASHFORD, S. A.; NIMITYONGSKUL, N. Full-scale lateral pile load test in rock fill. In: *Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics IV*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1–9.
- KERR, A. D. Elastic and viscoelastic foundation models. *Journal of Applied Mechanics*, American Society of Mechanical Engineers, v. 31, n. 3, p. 491–498, 1964.
- KHALILI-TEHRANI, P.; AHLBERG, E. R.; RHA, C.; LEMNITZER, A.; STEWART, J. P.; TACIROGLU, E.; WALLACE, J. W. Nonlinear load-deflection behavior of reinforced concrete drilled piles in stiff clay. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 140, n. 3, p. 04013022, 2013.
- KIM, B. T.; KIM, N.-K.; LEE, W. J.; KIM, Y. S. Experimental load–transfer curves of laterally loaded piles in Nak-dong river sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 130, n. 4, p. 416–425, 2004.
- KIM, J. B.; BRUNGRABER, R. J. Full-scale lateral load tests of pile groups. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, v. 102, n. 1, p. 87–105, 1976.
- KING, A. C.; BILLINGHAM, J.; OTTO, S. R. *Differential equations: linear, nonlinear, ordinary, partial*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2003.
- KISELIOV, A. I.; KRASNOV, M. L.; MAKARENKO, G. I.; BERNARDO, E. A. *Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias*. [S.l.]: Mir, 1973.
- KLAR, A.; RANDOLPH, M. Upper-bound and load–displacement solutions for laterally loaded piles in clays based on energy minimisation. *Géotechnique*, Thomas Telford Ltd, v. 58, n. 10, p. 815–820, 2008.
- KLINKVORT; TOFTE, R.; LETH; THRANE, C.; HEDEDAL, O. Centrifuge modelling of a laterally cyclic loaded pile. *Physical modelling in geotechnics*, Taylor & Francis London, p. 959–964, 2010.

- KRAMER, S. *BEHAVIOR OF PILES IN FULL-SCALE, FIELD LATERAL LOADING TESTS. FINAL REPORT*. [S.l.], 1991.
- KULHAWY, F.; CHEN, Y. A thirty-year perspective of Broms' lateral loading models, as applied to drilled shafts. In: *The Bengt B. Broms Symposium on Geotechnical Engineering, NTU-PWD Geotechnical Research Centre, Singapore*. [S.l.: s.n.], 1995. p. 225–240.
- KUMAR; SANJEEV; LALVANI; LATIKA; OMAR; MAHER. Resposta não linear de pilhas únicas na areia sujeita a cargas laterais usando a abordagem k_{hmax} . *Engenharia Geotécnica e Geológica*, v. 24, p. 163–181, 2006.
- LIANG, F.; LI, Y.; LI, L.; WANG, J. Analytical solution for laterally loaded long piles based on fourier–laplace integral. *Applied Mathematical Modelling*, Elsevier, v. 38, n. 21-22, p. 5198–5216, 2014.
- LIN, S.-S.; LIAO, J.-C.; CHEN, J.; CHEN, L. Lateral performance of piles evaluated via inclinometer data. *Computers and Geotechnics*, Elsevier, v. 32, n. 6, p. 411–421, 2005.
- LITTLE, R. L.; BRIAUD, J.-L. *Full scale cyclic lateral load tests on six single piles in sand*. [S.l.], 1988.
- MARZOLA, M. M. Análise do comportamento de estaca escavada de pequeno diâmetro submetida a carregamento horizontal em solo não saturado. [Dissertação de Mestrado, Unicamp/SP.], 2016.
- MATLOCK, H. Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay. Houston, Texas., p. 577–594, 1960.
- MATLOCK, H.; INGRAM, W. B.; KELLEY, A. E.; BOGARD, D. Field tests of the lateral-load behaviour of pile groups in soft clay. Houston, v. 123(12), p. 163–174, 1980.
- MATLOCK, H.; REESE, L. C. Generalized solutions for laterally loaded piles. *Journal of the Soil Mechanics and foundations Division*, ASCE, v. 86, n. 5, p. 63–94, 1960.
- MATLOCK, H.; REESE, L. C. Foundation analysis of offshore pile supported structures. *Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Paris, v. 2, p. 91–97, 1961.
- MATLOCK, H.; REESE, L. C. Foundation analysis of offshore pile supported structures. *Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Paris, v. 2, p. 91–97, 1961.
- MCCAMMON, G.; ASHERMAN, J. Resistance of long hollow piles to lateral load. In: *Symposium on Lateral Loads tests on Piles*. [S.l.: s.n.], 1953. p. 3–11.
- MCCLELLAND, B.; FOCHT, J. Soil modulus for laterally loaded piles. *J soil mech found div*. In: *Proceedings of the American society of civil engineers*. [S.l.: s.n.], 1958. p. 1–22.
- MCVAY, M.; BLOOMQUIST, D.; VANDERLINDE, D.; CLAUSEN, J. Centrifuge modeling of laterally loaded pile groups in sands. *Geotechnical Testing Journal*, ASTM International, v. 17, n. 2, p. 129–137, 1994.
- MCVAY, M.; ZHANG, L.; MOLNIT, T.; LAI, P. Centrifuge testing of large laterally loaded pile groups in sands. v. 10, p. 1016–1026, 1998.
- MEIMON, Y.; BAGUELIN, F.; JEZEQUEL, J. Pile group behaviour under long time lateral monotonic and cyclic load. Nantes, France., p. 285–302, 1986.

- MEYERHOF, G.; MATHUR, S.; VALSANGKAR, A. Lateral resistance and deflection of rigid walls and piles in layered soils. *Canadian Geotechnical Journal*, NRC Research Press, v. 18, n. 2, p. 159–170, 1981.
- MEYERHOF, G.; SASTRY, V.; YALCIN, A. Lateral resistance and deflection of flexible piles. *Canadian Geotechnical Journal*, NRC Research Press, v. 25, n. 3, p. 511–522, 1988.
- MICHE, R. J. Field tests of the lateral-load behaviour of pile groups in soft clay. Giza(Egito), v. 4, 1930.
- MIGUELL, M. *Execução e análise de provas de carga horizontal em estacas em solo colapsível. 1996. 168 f.* Tese (Doutorado) — Dissertação (Mestrado em Geotecnia)—Escola de Engenharia de São Carlos/Universidade de São Paulo, São Carlos, 1996.
- MOKWA, R. L. *Investigation of the resistance of pile caps to lateral loading.* Tese (Doutorado) — Virginia Tech, 1999.
- MOLLER, I. F.; CHRISTIANSEN, T. Laterally loaded monopile in dry and saturated sand -static and cyclic loading experimental and numerical studies. p. 93p, 2011.
- MURTHY, V. *Geotechnical engineering: principles and practices of soil mechanics and foundation engineering.* [S.l.]: CRC press, 2002.
- N, A. C.; W, B. B.; T., H. G. Rigid pile response to cyclic lateral loading: laboratory tests. *Géotechnique*, Thomas Telford Ltd, v. 69, n. 10, p. 863–876, 2019.
- NETO, O. d. F. Avaliação experimental e numérica de radiers estaqueados com estacas defeituosas em solo tropical do brasil. 2013.
- NG, C. W.; ZHANG, L.; NIP, D. C. Response of laterally loaded large-diameter bored pile groups. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 127, n. 8, p. 658–669, 2001.
- NIP, D.; NG, C. W. W. Back-analysis of laterally loaded bored piles. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering*, Thomas Telford Ltd, v. 158, n. 2, p. 63–73, 2005.
- OLIVEIRA, E. C. d.; TYGEL, M. Métodos matemáticos para engenharia. *São Carlos: SBMAC*, 2005.
- OOI, P.; RAMSEY, T. Curvature and bending moments from inclinometer data. *International Journal of Geomechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 3, n. 1, p. 64–74, 2003.
- PALMER, L.; THOMPSON, J. The earth pressure and deflection along the embedded lengths of piles subjected to lateral thrusts. In: *Proc, 2nd Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., GEBR Kesmat, Haarlem, The Netherlands.* [S.l.: s.n.], 1948. v. 5, p. 156–161.
- PASTERNAK, P. On a new method of an elastic foundation by means of two foundation constants. *Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroitelstve i Arkhitekture*, 1954.
- PATRA, N. R.; PISE, P. J. Ultimate lateral resistance of pile groups in sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 127, n. 6, p. 481–487, 2001.

- PHANIKANTH, V.; CHOUDHURY, D.; REDDY, G. R. Response of single pile under lateral loads in cohesionless soils. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, Electronic Journal of Geotechnical Engineering, v. 15, n. 10, p. 813–830, 2010.
- POULOS, H. G. Behavior of laterally loaded piles i. single piles. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div*, p. 711–731, 1971.
- POULOS, H. G. Behavior of laterally loaded piles pile groups. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div*, p. 733–751, 1971.
- POULOS, H. G. Settlement prediction for bored pile groups. In: BALKEMA. *Proc. 2nd Int. Geotech. seminar on Deep Foundation on Bored and Auger Piles*. [S.l.], 1993. p. 103–117.
- POULOS, H. G.; DAVIS, E. *Pile foundation analysis and design*. New york: John Wiley & Sons, 1980. 397 p.
- PRAKASH, S.; SARAN, D. Behavior of laterally-loaded piles in cohesive soil. In: *Asian Conf Soil Mech & Fdn E Proc/Is/*. [S.l.: s.n.], 1967.
- RANDOLPH, M. F. The response of flexible piles to lateral loading. v. 31, p. 247–259, 1981.
- REESE, L.; NYMAN, K. Field load test of instrumented drilled shafts at islamorada. *Florida., A Report to Girdler Foundation and Exploration Corporation, Clearwater, Florida*, p. 1–150, 1978.
- REESE, L.; WANG, S.; ARRELLAGA, J.; HENDRIX, J. Computer program group for windows, user's manual, version 4.0. *Ensoft, Inc., Austin, Texas*, v. 370, 1996.
- REESE, L. C.; COX, W. R.; KOOP, F. D. Analysis of laterally loaded piles in sand. Dallas, Texas, p. 473–483, 1974.
- REESE, L. C.; IMPE, W. F. V. *Single piles and pile groups under lateral loading*. [S.l.]: CRC press, 2014.
- REESE, L. C.; MATLOCK, H. Numerical analysis of laterally loaded piles. Pittsburgh, Pennsylvania., p. 657–668, 1960.
- REESE, L. C.; WANG, S. T.; ARRELLAGA, J. A.; HENDRIX, J.; VASQUEZ, L. *Computer program GROUP. Version 8.0. A program for analysis of group of piles subjected to vertical and lateral loading*. Austin, Texas, EUA, 2010.
- REESE, L. C.; WELCH, R. C. Lateral loading of deep foundations in stiff clay. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 101, n. ASCE# 11456 Proceeding, 1975.
- ROBERTSON, P. K.; CABAL, K. Guide to cone penetration testing for geotechnical engineering. *Gregg Drilling & Testing*, 2010.
- ROBIN, W. On the procedure for the series solution of certain general-order homogeneous linear differential equations via the complex integration method. *Nonlinear Analysis and Differential Equations*, Citeseer, v. 2, p. 155–171, 2014.

- RODRIGUEZ, T. G. Caracterização geotécnica de um solo de diabásio por meio de ensaios spt e cpt. [Dissertação de Mestrado, Unicamp], 2013.
- ROESSET, J. M. Stiffness and damping coefficients of foundations. In: *Proc. ASCE Geotechnical Engineering Division National Convention*. [S.l.: s.n.], 1980. p. 1–30.
- ROLLINS, K. M.; GERBER, T. M.; LANE, J. D.; ASHFORD, S. A. Lateral resistance of a full-scale pile group in liquefied sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 131, n. 1, p. 115–125, 2005.
- ROLLINS, K. M.; LANE, J. D.; GERBER, T. M. Measured and computed lateral response of a pile group in sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 131, n. 1, p. 103–114, 2005.
- ROLLINS, K. M.; OLSEN, K. G.; JENSEN, D. H.; GARRETT, B. H.; OLSEN, R. J.; EGBERT, J. J. Pile spacing effects on lateral pile group behavior: analysis. v. 132(10)), p. 1272–1283, 2006.
- ROLLINS, K. M.; OLSEN, K. G.; JENSEN, D. H.; GARRETT, B. H.; OLSEN, R. J.; EGBERT, J. J. Pile spacing effects on lateral pile group behavior: Analysis. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 132, n. 10, p. 1272–1283, 2006.
- ROLLINS, K. M.; PETERSON, K. T.; WEAVER, T. J. Lateral load behavior of full-scale pile group in clay. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 124, n. 6, p. 468–478, 1998.
- ROLLINS, K. M.; SPARKS, A. Lateral resistance of full-scale pile cap with gravel backfill. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 128, n. 9, p. 711–723, 2002.
- ROSENDO, D. C. Sobre a função de mittag-leffler. *Dissertação de mestrado em matemática.*, Unicamp, IMECC., 2008.
- ROSENDO, D. C.; ALBUQUERQUE, P. J. R. General analytical solution for laterally-loaded pile-based miche model. *Geotechnical and Geological Engineering*, Springer Nature Switzerland AG, p. 1–18, 2020.
- RUESTA, P.; TOWNSEND, F. Evaluation of laterally loaded pile group at roosevelt bridge. v. 123(13), p. 1153–1161, 1997.
- RUESTA, P. F.; TOWNSEND, F. C. Evaluation of laterally loaded pile group at roosevelt bridge. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 123, n. 12, p. 1153–1161, 1997.
- SALGADO, R.; TEHRANI, F.; PREZZI, M. Analysis of laterally loaded pile groups in multilayered elastic soil. *Computers and Geotechnics*, Elsevier, v. 62, p. 136–153, 2014.
- SCALLET, M. M. Comportamento de estacas escavadas de pequeno diâmetro em solo laterítico e colapsível da região de campinas/sp. [Dissertação de Mestrado, Unicamp/SP.], 2011.

- SCHULZE, T. Análise da capacidade de carga de estaca escavada instrumentada de pequeno diâmetro por meio de métodos semi-empíricos. [Dissertação de Mestrado, Unicamp/SP.], 2013.
- SEYCHUK, J. Load tests on bedrock. *Canadian Geotechnical Journal*, NRC Research Press, v. 7, n. 4, p. 464–470, 1970.
- SHEN, W.; TEH, C. Analysis of laterally loaded pile groups using a variational approach. *Geotechnique*, Thomas Telford Ltd, v. 52, n. 3, p. 201–208, 2002.
- SINNREICH, J.; AYITHI, A. Derivation of p - y curves from lateral pile load test instrument data. *Geotechnical Testing Journal*, ASTM International, v. 37, n. 6, p. 1025–1036, 2014.
- STARK, T. D.; CHOI, H. Slope inclinometers for landslides. *Landslides*, Springer, v. 5, n. 3, p. 339, 2008.
- STEWART, J. *Single variable calculus: Early transcendentals*. [S.l.]: Cengage Learning, 2015.
- SU, D.; YAN, W. M. Relação entre multiplicador p e razão de força na cabeça da estaca considerando a interação não linear do solo com a estaca. *Geotechnique*, v. 69, n. 11, p. 1019–1025, 2019.
- SUN, K. Laterally loaded piles in elastic media. v. 120(8), p. 1324–1344, 1994.
- SURYASENTANA, S. K.; LEHANE, B. M. Numerical derivation of p - y curves for piles in sand. *Geotechnique*, Thomas Telford Ltd, v. 64, n. 3, p. 186–194, 2014.
- SYNGROS, K. *Seismic response of piles and pile-supported bridge piers evaluated through case histories*. Tese (Doutorado) — City University of New York, 2004.
- TANAHASHI, H. Formulas for an infinitely long bernoulli-euler beam on the pasternak model. *Soils and foundations*, v. 44, n. 5, p. 109–118, 2004.
- TARA, D. J. Pitt river bridge 2007 static pile loading test. In: *Full-Scale Testing and Foundation Design: Honoring Bengt H. Fellenius*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 289–306.
- TERZAGHI, K. Evaluation of coefficients of subgrade reaction. *Geotechnique*, Thomas Telford Ltd, v. 5, n. 4, p. 297–326, 1955.
- TIMOSHENKO, S. Strength of materials, part ii. *Advanced theory and problems*, D. Van. Norstrand. Co., v. 245, 1941.
- TOMLINSON, M. J.; BOORMAN, R. *Foundation design and construction*. [S.l.]: Pearson education, 2001.
- TROCHANIS, A. M.; BIELAK, J.; CHRISTIANO, P. Three-dimensional nonlinear study of piles. *Journal of Geotechnical Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 117, n. 3, p. 429–447, 1991.
- TULADHAR, R.; MAKI, T.; MUTSUYOSHI, H. Cyclic behavior of laterally loaded concrete piles embedded into cohesive soil. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Wiley Online Library, v. 37, n. 1, p. 43–59, 2008.

- VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. *Fundações: critérios de projeto, investigação do subsolo, fundações superficiais, fundações profundas*. São Paulo: Oficina de textos, 2012. 568 p.
- VERRUIJT, A.; KOUIJMA, A. P. Laterally loaded piles in a layered elastic medium. v. 39, p. 39–49, 1989.
- VERRUIJT, A.; KOUIJMAN, A. Laterally loaded piles in a layered elastic medium. *Geotechnique*, v. 39, n. 1, p. 39–46, 1989.
- VESIC, A. B. Bending of beams resting on isotropic elastic solid. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, v. 87, n. 2, p. 35–54, 1961.
- VLASOV, V.; LEONT'EV, N. Beams, plates, and shells on an elastic base [in russian], fizmatgiz, moscow (1960). *Google Scholar*, 1960.
- WANG, S.-T.; REESE, L. C. et al. *COM624P-Laterally loaded pile analysis program for the microcomputer, version 2.0*. [S.l.], 1993.
- WANNER, G.; HAIRER, E. *Solving ordinary differential equations I*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- WELCH, R. C.; REESE, L. C. *Lateral load behavior of drilled shafts*. [S.l.], 1972.
- WHITE, R. B. *Asymptotic analysis of differential equations*. [S.l.]: World Scientific, 2010.
- WINKLER, E. *Theory of elasticity and strength*. Prague, Czechoslovakia., 1867.
- XU, D.-s.; XU, X.-y.; LI, W.; FATAHI, B. Field experiments on laterally loaded piles for an offshore wind farm. *Marine Structures*, Elsevier, v. 69, p. 102684, 2020.
- YANG, Q.-j.; GAO, Y.-f.; KONG, D.-q.; ZHU, B. Centrifuge modelling of lateral loading behaviour of a “semi-rigid” mono-pile in soft clay. *Marine Georesources & Geotechnology*, Taylor & Francis, v. 37, n. 10, p. 1205–1216, 2019.
- ZHANG, L.; ERNST, H.; EINSTEIN, H. H. Nonlinear analysis of laterally loaded rock-socketed shafts. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 126, n. 11, p. 955–968, 2000.
- ZHANG, Z.; HUANG, M.; XU, C.; JIANG, Y.; WANG, W. Simplified solution for tunnel-soil-pile interaction in pasternak’s foundation model. *Tunnelling and Underground Space Technology*, Elsevier, v. 78, p. 146–158, 2018.

APÊNDICE A – Algoritmo de Césaró

```

n = 11; Dd = 0.25; d = 0.05; L = 5;
B = 27.9 * 103; F =  $\frac{\pi * Dd^4}{64}$ ;
Do[measINC04[ i] = ArrayReshape[ INC04[ i], { 11, 2}][[ All, 2]] * 1000, { i, 13}];
meas04 = Array[ measINC04, 13];

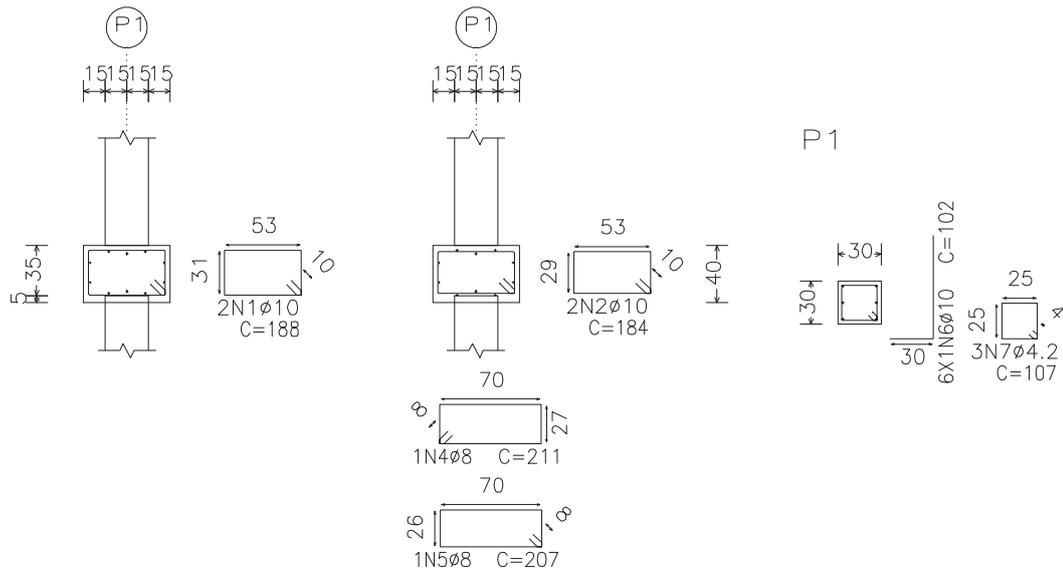
Table[ vektYmeasINC04[ stg] = Table[ meas04[[ stg, i]], { i, n, 1, - 1}], { stg, 13}];
Do[ dataPlotINC04[ stg] = Table[ i2 - 0.5,
1000 * ArrayResample[ vektYmeasINC04[ stg], 11][[ i]]], { i, 1, n}], { stg, 13}];
z = Range[ 0, 5, 0.5];
matA = Table[ 1 - Cos[ 2 i - 1] * 2 L * pi z[[ j]], { j, 1, Length[ z]}, { i, 1,
n}];
matGamma = 2 Transpose[ matA] . matA;
Do[ vektZINC04[ stg] =
2 Transpose[ matA] . ArrayResample[ vektYmeasINC04[ stg], 11], { stg, 13}];
Do[ vektBINC04[ stg] = PseudoInverse[ matGamma] . vektZINC04[ stg], { stg, 13}];

Do[ yINC04[ t_][ stg] =
1000 * Expand[ 1 * n * Sum[ n - i + 1 * Take[ vektBINC04[ stg], { i}], { i}], { i, 1, n}], { stg, 13}];

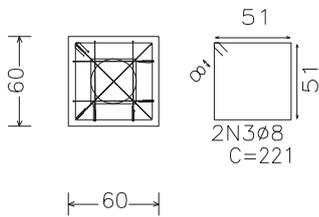
```

APÊNDICE B – Dimensionamento estrutural dos blocos

Figura 257 – Dimensionamento estrutural do bloco com estaca isolada



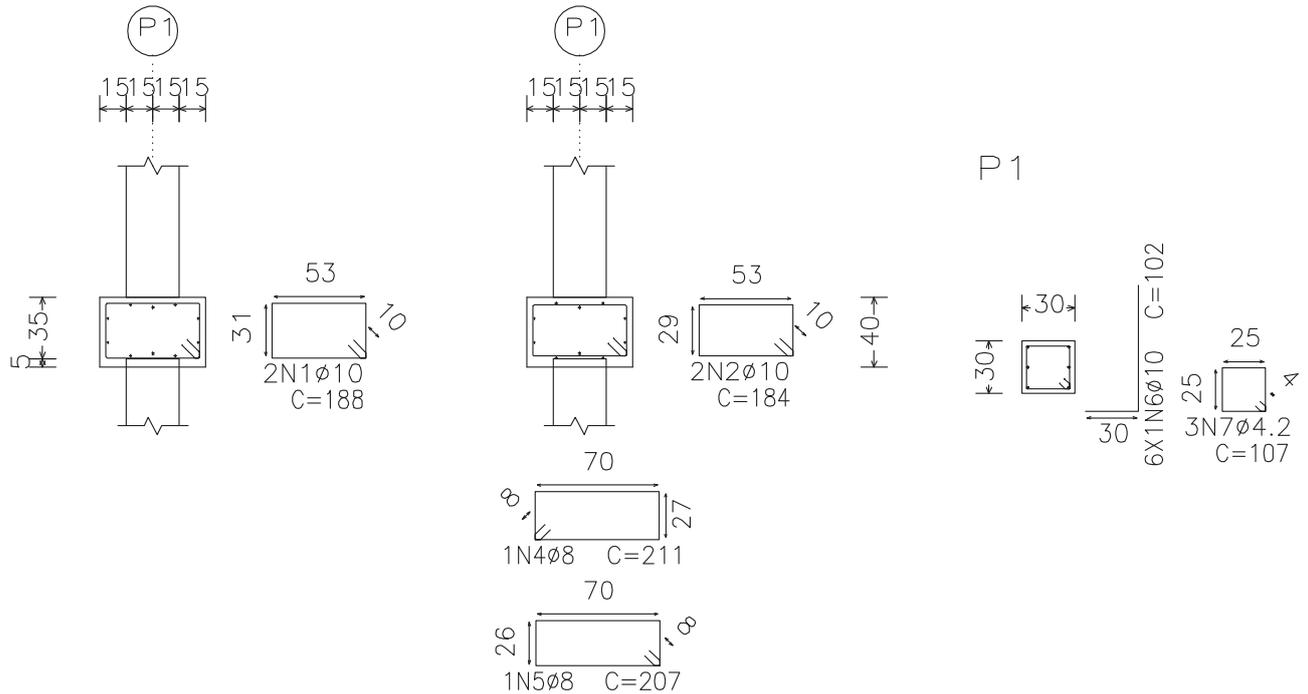
Estacas: estaca 30cm



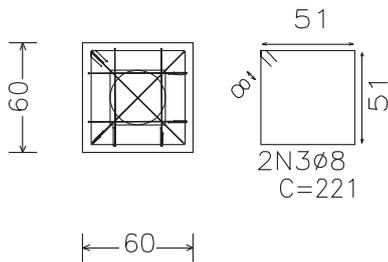
Resumo Aço Fundação	Comp. total (m)	Peso+10% (kg)	Total
Detalhamento fundação			
CA-50-A	ø8	8.6	4
	ø10	224.5	155
	ø12.5	69.0	75
	ø16	6.0	10
CA-60-B	ø4.2	9.6	1
Total			245

Elemento	Pos.	Diam.	Q.	Dob. (cm)	Reta (cm)	Dob. (cm)	Comp. (cm)	Total (cm)	CA-50-A (kg)	CA-60-B (kg)	
P1	1	ø10	2		188		188	376	2.4		
	2	ø10	2		184		184	368	2.3		
	3	ø8	2		221		221	442	1.7		
	4	ø8	1		211		211	211	0.8		
	5	ø8	1		207		207	207	0.8		
	6	ø10	6	30	72		102	612	3.8		
	7	ø4.2	3		107		107	321		0.4	
Total+10%:									13.0	0.4	
									ø4.2:	0.0	0.4
									ø8:	3.6	0.0
									ø10:	9.4	0.0
Total:									13.0	0.4	

Figura 258 – Dimensionamento estrutural do bloco com estaca isolada



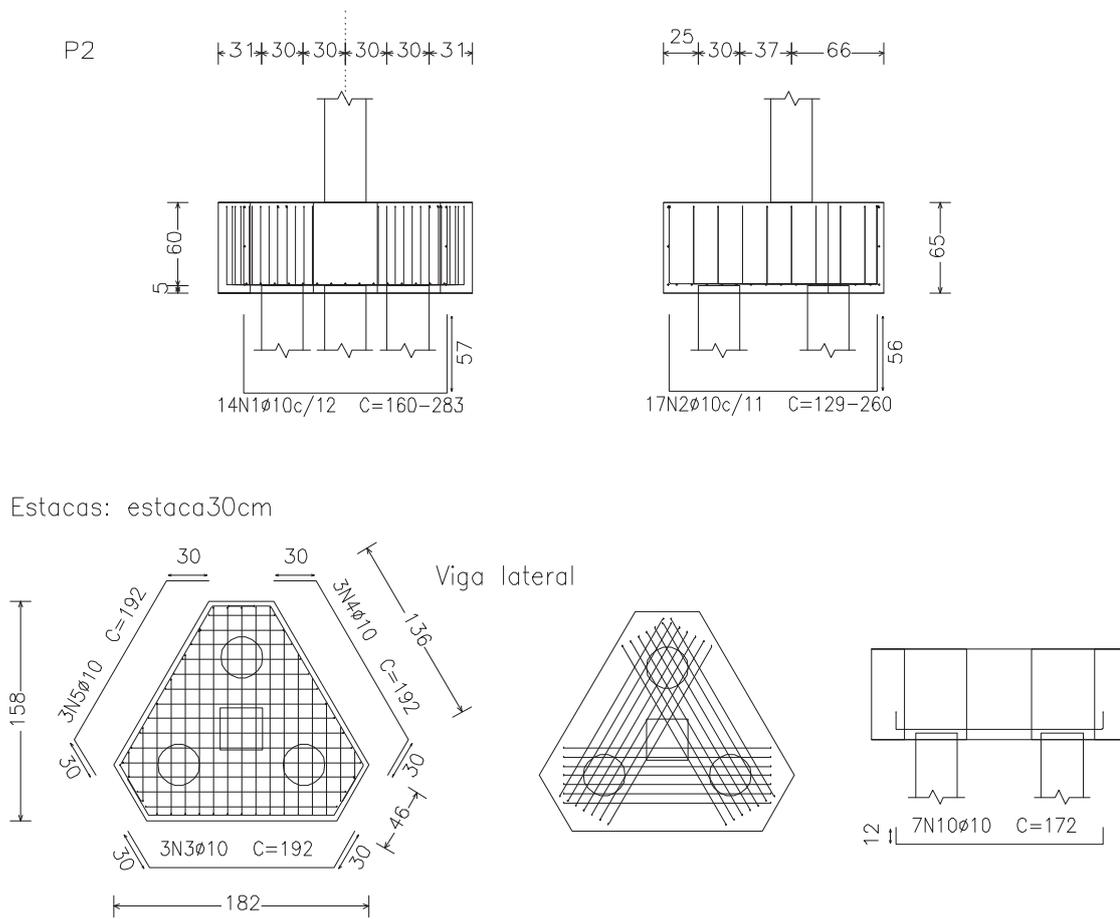
Estacas: estaca30cm



Resumo Aço Fundação	Comp. total (m)	Peso+10% (kg)	Total
CA-50-A	8.6	4	
Ø8	224.5	155	
Ø10	69.0	75	
Ø12.5	6.0	10	244
CA-60-B	9.6	1	1
Total			245

Elemento	Pos.	Diam.	Q.	Dob. (cm)	Reta (cm)	Dob. (cm)	Comp. (cm)	Total (cm)	CA-50-A (kg)	CA-60-B (kg)	
P1	1	Ø10	2		188		188	376	2.4		
	2	Ø10	2		184		184	368	2.3		
	3	Ø8	2		221		221	442	1.7		
	4	Ø8	1		211		211	211	0.8		
	5	Ø8	1		207		207	207	0.8		
	6	Ø10	6	30	72		102	612	3.8		
	7	Ø4.2	3		107		107	321		0.4	
Total+10%:									13.0	0.4	
									Ø4.2:	0.0	0.4
									Ø8:	3.6	0.0
									Ø10:	9.4	0.0
									Total:	13.0	0.4

Figura 259 – Dimensionamento estrutural do bloco com três estaca.

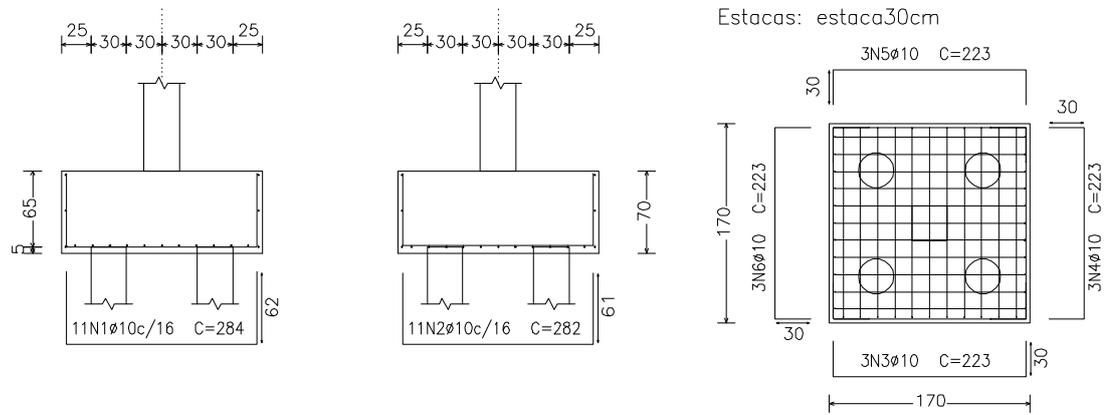


Resumo Aço Fundação	Comp. total (m)	Peso+10% (kg)	Total
Detalhamento fundação			
CA-50-A	Ø8	8.6	4
	Ø10	224.5	155
	Ø12.5	69.0	75
	Ø16	6.0	10
	Ø4.2	9.6	1
Total			245

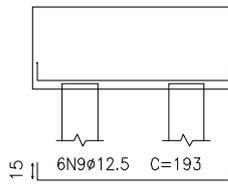
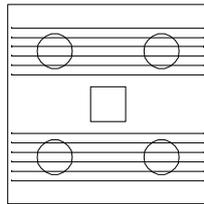
Elemento	Pos.	Diam.	Q.	Dob. (cm)	Ret. (cm)	Dob. (cm)	Comp. (cm)	Total (cm)	CA-50-A (kg)	CA-60-B (kg)	
P2	1	Ø10	14		VAR.		VAR.	3234	20.3		
	2	Ø10	17		VAR.		VAR.	3621	22.7		
	3	Ø10	3	30	132	30	192	576	3.6		
	4	Ø10	3	30	132	30	192	576	3.6		
	5	Ø10	3	30	132	30	192	576	3.6		
	6	Ø16	4	30	121		151	604	9.5		
	7	Ø4.2	3		107		107	321		0.4	
	8	Ø10	7	12	148	12	172	1204	7.6		
	9	Ø10	7	12	148	12	172	1204	7.6		
	10	Ø10	7	12	148	12	172	1204	7.6		
Total+10%:									94.7	0.4	
									Ø4.2:	0.0	0.4
									Ø10:	84.3	0.0
									Ø16:	10.4	0.0
									Total:	94.7	0.4

Figura 260 – Dimensionamento estrutural do bloco com quatro estaca.

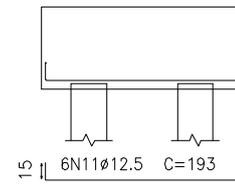
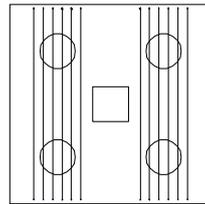
P3



Viga paralela X



Viga paralela Y



Resumo Aço Fundação	Comp. total (m)	Peso+10% (kg)	Total
Detalhamento fundação			
CA-50-A Ø8	8.6	4	
Ø10	224.5	155	
Ø12.5	69.0	75	
Ø16	6.0	10	244
CA-60-B Ø4.2	9.6	1	1
Total			245

Elemento	Pos.	Diam.	Q.	Dob. (cm)	Reta (cm)	Dob. (cm)	Comp. (cm)	Total (cm)	CA-50-A (kg)	CA-60-B (kg)
P3	1	Ø10	11	62	160	62	284	3124	19.6	
	2	Ø10	11	61	160	61	282	3102	19.5	
	3	Ø10	3	30	163	30	223	669	4.2	
	4	Ø10	3	30	163	30	223	669	4.2	
	5	Ø10	3	30	163	30	223	669	4.2	
	6	Ø10	3	30	163	30	223	669	4.2	
	7	Ø12.5	16	30	112	142	2272	22.3		
	8	Ø4.2	3	3	107	107	321	0.4		0.4
	9	Ø12.5	6	15	163	15	193	1158	11.4	
	10	Ø12.5	6	15	163	15	193	1158	11.4	
	11	Ø12.5	6	15	163	15	193	1158	11.4	
	12	Ø12.5	6	15	163	15	193	1158	11.4	
Total+10%									136.2	0.4
Ø4.2:									0.0	0.4
Ø10:									61.5	0.0
Ø12.5:									74.7	0.0
Total:									136.2	0.4