UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

# RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

ALCIBÍADES CHÁVEZ ARAÚZ

Campinas 2002

UNICAMP

## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

# RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

ALCIBÍADES CHÁVEZ ARAÚZ

Orientador: Prof. Dr. NEWTON DE OLIVEIRA PINTO JR.

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão de pós-graduação da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia <u>Civil</u>, na área de concentração de

Estruturas Atesto que esia é a versão definitiva da dissertação/tese. 30,07,02 Prof. Dr. Matrícula: Campinas, São Paulo 2002

U N I C A M P BIBLIOTECA CENTRAL SECÃO CIRCULANTE

P CHAMADA TUNICAMP C 3982 / ЕХ - СМВО ВСІ <u>51021</u> - ROC <u>16.837/02</u> PRECO R\$ 11.00 DATA 27/09/02 Nº CPD

CM00174314-5

11B 1D 259063

## FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C398r	Chávez Araúz, Alcibíades Resistência ao cisalhamento de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço / Alcibíades Chávez AraúzCampinas, SP: [s.n.], 2002.
	Orientador: Newton de Oliveira Pinto Jr. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.
	1. Vigas. 2. Cisalhamento. 3. Concreto armado. 4. Fibras de metal. I. Pinto Jr, Newton de Oliveira. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.

人名英格兰英格兰	17-22	5.5.5720	804	0150 M
		ngelaly.	11 s.,	. 210 - E.S.
· · · ·				
			5	0.4019
			. 8	oneN

## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

# RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

ALCIBÍADES CHÁVEZ ARAÚZ

Dissertação de Mestrado aprovada pela Bança Examinadora, constituída por:

Prof. Dr. NEWTON DE OLIVEIRA PINTO JR. Presidente e Orientador Universidade Estadual de Campinas

Wacl

Profa. Dra. MARIA CECILIA AMORIM TEIXIERA DA SILVA Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. JOSÉ SAMUEL GIONGO Escola de Engenharia de São Carlos/Universidade de São Paulo

malleta

Campinas, 28 de fevereiro de 2002.

À Goret, sempre companheira, e à María Elena, progenitora, duas mulheres de fibra!

v

,

#### AGRADECIMENTOS

Agradeço, de maneira geral, a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para realização deste trabalho e, principalmente:

- ao Prof. Dr. Newton de Oliveira Pinto Jr., pela orientação e presteza indiscutível;

- aos professores da sub-área de Concreto Armado da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, pela apreciada bagagem de conhecimentos fornecida;

- à equipe de técnicos do laboratório de Estruturas e Materiais de Construção da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP;

- aos funcionários da Faculdade de Engenharia civil da UNICAMP, em especial à Paula;

- ao Sr. José Benedicto de Souza, pela colaboração espontânea no momento difícil e

- à equipe do Hemocentro do Hospital das Clínicas da UNICAMP, pelo tratamento competente e profissional recebido e que ainda recebo, sem os quais, e sempre com ajuda de Deus, esta jornada não chegaria ao seu fim.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	xi
LISTA DE TABELAS	xv
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	xvii
RESUMO	xx
INTRODUÇÃO	1
OBJETIVO	3
CAPÍTULO 1 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO	4
1.1 ESQUEMAS RESISTENTES DAS PEÇAS DE CONCRETO ARMADO	
SUBMETIDAS À MOMENTO FLETOR E FORÇA CORTANTE	4
1.1.1 MECANISMOS ALTERNATIVOS AOS DE TRELIÇA	5
1.1.1.1 Transferência de força cortante por meio das tensões de	
cisalhamento	5
1.1.1.2 Transferência de força cortante por efeito arco ou pórtico	
atirantado	6
1.1.1.3 Flexão dos dentes de concreto da região entre as fissuras	6
1.1.1.4 Transferência de força cortante por efeito de pino da	
armadura longitudinal	7
1.1.1.5 Transferência de força cortante pelo engrenamento dos	
agregados nas superfícies separadas pelas fissuras	8
1.1.2 TRELIÇA	9
1.1.2.1 Analogia clássica da treliça	10
1.2 FORMAS DE RUPTURA	14

1.2.2 RUPTURAS POR FORÇA CORTANTE151.2.2.1 Ruptura por força cortante-tração151.2.2.2 Ruptura por força cortante-flexão161.2.2.3 Ruptura por força cortante-compressão161.2.2.4 Ruptura por flexão da armadura longitudinal171.2.2.5 Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição da armadura transversal171.2.2.6 Ruptura por compressão da alma181.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM181.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM191.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.2.1 RUPTURA POR FLEXÃO	14
1.2.2.1 Ruptura por força cortante-tração151.2.2.2 Ruptura por força cortante-flexão151.2.2.3 Ruptura por flexão da armadura longitudinal171.2.2.4 Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição da armadura transversal171.2.2.5 Ruptura por compressão da alma181.2.2.6 Ruptura por compressão da alma181.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM181.3 CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL191.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.2.2 RUPTURAS POR FORÇA CORTANTE	15
1.2.2.2 Ruptura por força cortante-flexão151.2.2.3 Ruptura por força cortante-compressão161.2.2.4 Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição da armadura transversal171.2.2.5 Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição da armadura transversal181.2.2.6 Ruptura por compressão da alma181.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM181.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.2.2.1 Ruptura por força cortante-tração	15
1.2.2.3 Ruptura por força cortante-compressão161.2.2.4 Ruptura por flexão da armadura longitudinal171.2.2.5 Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição da armadura transversal171.2.2.6 Ruptura por compressão da alma181.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM181.3 CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL191.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.2.2.2 Ruptura por força cortante-flexão	15
1.2.2.4 Ruptura por flexão da armadura longitudinal171.2.2.5 Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição da armadura transversal171.2.2.6 Ruptura por compressão da alma181.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM181.3 CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL191.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.2.2.3 Ruptura por força cortante-compressão	16
1.2.2.5 Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição da armadura transversal171.2.2.6 Ruptura por compressão da alma181.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM181.3 CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL191.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.2.2.4 Ruptura por flexão da armadura longitudinal	17
da armadura transversal171.2.2.6 Ruptura por compressão da alma181.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM181.3 CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL191.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARA YANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.2.2.5 Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição	
1.2.2.6 Ruptura por compressão da alma181.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM181.3 CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL191.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	da armadura transversal	17
1.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM181.3 CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL191.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS DE AÇO302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.2.2.6 Ruptura por compressão da alma	18
1.3 CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL191.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADOREFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO202.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM	18
1.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO191.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADOREFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO2.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.3 CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL	19
1.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA221.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADOREFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO2.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO	19
1.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS221.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADOREFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO2.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA	22
1.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO261.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADOREFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS	22
1.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA261.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADOREFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO	26
1.5 TEORIA ADITIVA27CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADOREFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA	26
CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADOREFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	1.5 TEORIA ADITIVA	27
REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO302.1 O REFORÇO DAS FIBRAS302.2 SHARMA332.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO	
2.1 O REFORÇO DAS FIBRAS 30   2.2 SHARMA 33   2.3 NARAYANAN E DARWISH 36   2.4 MANSUR E ONG 40   2.5 EL-NIEMA 42   2.6 FURLAN JR. E HANAI 44   2.7 OH, LIM, YOO E KIM 46   2.8 DI PRISCO E ROMERO 50	REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO	30
2.2 SHARMA 33   2.3 NARAYANAN E DARWISH 36   2.4 MANSUR E ONG 40   2.5 EL-NIEMA 42   2.6 FURLAN JR. E HANAI 44   2.7 OH, LIM, YOO E KIM 46   2.8 DI PRISCO E ROMERO 50	2.1 O REFORÇO DAS FIBRAS	30
2.3 NARAYANAN E DARWISH362.4 MANSUR E ONG402.5 EL-NIEMA422.6 FURLAN JR. E HANAI442.7 OH, LIM, YOO E KIM462.8 DI PRISCO E ROMERO50	2.2 SHARMA	33
2.4 MANSUR E ONG 40   2.5 EL-NIEMA 42   2.6 FURLAN JR. E HANAI 44   2.7 OH, LIM, YOO E KIM 46   2.8 DI PRISCO E ROMERO 50	2.3 NARAYANAN E DARWISH	36
2.5 EL-NIEMA 42   2.6 FURLAN JR. E HANAI 44   2.7 OH, LIM, YOO E KIM 46   2.8 DI PRISCO E ROMERO 50	2.4 MANSUR E ONG	40
2.6 FURLAN JR. E HANAI 44   2.7 OH, LIM, YOO E KIM 46   2.8 DI PRISCO E ROMERO 50	2.5 EL-NIEMA	42
2.7 OH, LIM, YOO E KIM 46   2.8 DI PRISCO E ROMERO 50	2.6 FURLAN JR. E HANAI	44
2.8 DI PRISCO E ROMERO 50	2.7 OH, LIM, YOO E KIM	46
	2.8 DI PRISCO E ROMERO	50
CAPÍTULO 3 - PROGRAMA EXPERIMENTAL 52	CAPÍTULO 3 - PROGRAMA EXPERIMENTAL	52
3.1 DETALHES GERAIS DAS VIGAS EXPERIMENTADAS 53	3.1 DETALHES GERAIS DAS VIGAS EXPERIMENTADAS	53

~	
3.1.1 CARACTERIZAÇÃO	53
3.1.2 FORMA DAS VIGAS	53
3.1.3 ESQUEMA ESTÁTICO E ESQUEMA DE CARREGAMENTO	54
3.1.4 ARMADURA	55
3.2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS EMPREGADOS NA	
EXECUÇÃO DAS VIGAS	57
3.2.1 TRAÇO UTILIZADO PARA O CONCRETO	57
3.2.2 CONCRETO: CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS MATERIAIS	
COMPONENTES	58
3.2.2.1 Cimento	58
3.2.2.2 Sílica ativa	58
3.2.2.3 Agregados	59
3.2.2.4 Aditivos	60
3.2.3 ARMADURAS	60
3.2.4 FIBRAS	62
3.3 EXECUÇÃO, DESFORMA E CURA DAS VIGAS	64
3.4 INSTRUMENTAÇÃO	65
3.4.1 MEDIDAS DE DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS	65
3.4.2 MEDIDAS DE DESLOCAMENTO VERTICAL	66
3.5 SISTEMA DE APLICAÇÃO DE CARGAS	67
3.6 VALORES ESTIMADOS DO GRAU DE ARMAÇÃO AO	
CISALHAMENTO, MOMENTO FLETOR E CORTANTE ÚLTIMOS	67
3.7 DESENVOLVIMENTO DOS EXPERIMENTOS	69
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS	70
4.1 CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO DAS VIGAS	70
4.2 PRINCIPAIS RESULTADOS OBTIDOS NOS ENSAIOS	71
4.3 TENSÕES NOS ESTRIBOS E NA ARMADURA LONGITUDINAL	73
4.4 DESLOCAMENTOS VERTICAIS	73

CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS	94
5.1 VALORES EFETIVOS DO GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO	
E DA FORÇA CORTANTE PARA ESCOAMENTO DA	
ARMADURA LONGITUDINAL	94
5.2 ARMADURA LONGITUDINAL	95
5.3 RESISTÊNCIA DO CONCRETO	98
5.3.1 RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO	98
5.3.2 RESISTÊNCIA À TRAÇÃO	99
5.4 DESLOCAMENTOS VERTICAIS	101
5.5 FISSURAÇÃO	104
5.6 MODOS DE RUPTURA	107
5.7 ARMADURA TRANSVERSAL	109
5.8 REDUÇÃO DA ARMADURA DE ALMA DE ACORDO COM O	
MODELO DA TRELIÇA COM DIAGONAIS DE INCLINAÇÃO $\theta$ =45°	
(TEORIA ADITIVA)	114
5.9 TEORIA ADITIVA NA NBR 6118:2001	125
CONCLUSÕES	128
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	129
ABSTRACT	135

## LISTA DE FIGURAS

1.1 Trajetória das tensões principais numa viga de concreto armado não fissurada	5
1.2 Transmissão direta das cargas para os apoios	6
1.3 Peças com fissuras muito afastadas	7
1.4 Efeito de pino da armadura longitudinal	8
1.5 Engrenamento do agregado	8
1.6 Analogia de treliça	9
1.7 Viga com armadura transversal constituída por estribos verticais e esquema de	
treliça	10
1.8 Fissuração próxima aos apoios	11
1.9 Viga na região vizinha a um dos apoios	12
1.10 Ruptura por flexão	14
1.11 Ruptura por força cortante-tração	15
1.12 Ruptura por força cortante-flexão	16
1.13 Ruptura por força cortante-compressão	16
1.14 Ruptura por flexão da armadura longitudinal	17
1.15 Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição da armadura	
transversal	18
1.16 Ruptura por compressão da alma	18
1.17 Ruptura por falha de ancoragem	19
1.18 Tensão tangencial para o concreto fissurado próximo à ruptura	20
1.19 Inclinação do banzo comprimido	22
1.20 Colaboração do banzo comprimido na tensão dos estribos	23
1.21 Tensões na armadura transversal	24

1.22 Influência da seção transversal na inclinação do banzo comprimido	24
1.23 Tensões nos estribos com variação da relação $b_f/b_w$	25
1.24 Treliça generalizada com inclinação variável das diagonais comprimidas e do	
banzo comprimido	27
1.25 Diagrama tensão nos estribos vs. cortante	28
2.1 Mecanismo de controle de propagação das fissuras	33
2.2 Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas	
por Sharma	34
2.3 Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas	
por Narayanan e Darwish	37
2.4 Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas	
por Mansur e Ong	41
2.5 Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas	
por El-Niema	43
2.6 Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas	
por Furlan Jr. e Hanai	45
2.7 Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas	
por Oh, Lim, Yoo e Kim	47
2.8 Características geométricas e armação das vigas analisadas por di Prisco e Romero	50
3.1 Dimensões características das vigas	54
3.2 Esquema estático e de carregamento para as vigas	55
3.3 Detalhe da armadura das vigas	56
3.4 Análise granulométrica dos agregados	59
3.5 Diagrama tensão-deformação das barras $\phi = 4,2$ mm utilizadas nas vigas	60
3.6 Diagrama tensão-deformação das barras $\phi = 12,5$ mm utilizadas nas vigas	61
3.7 Diagrama tensão-deformação das barras $\phi = 16 \text{ mm}$ utilizadas nas vigas	61
3.8 Geometria das fibras empregadas nos ensaios	62
3.9 Instrumentação nas armaduras das vigas	65
3.10 Instrumentação na viga para medição dos deslocamentos verticais	66

4.1 Tensões na armadura transversal da viga HC00	74
4.2 Tensões na armadura transversal da viga HC30	75
4.3 Tensões na armadura transversal da viga HC40	76
4.4 Tensões na armadura transversal da viga HC50	77
4.5 Tensões na armadura transversal da viga HC60	78
4.6 Tensões na armadura transversal da viga AC00	79
4.7 Tensões na armadura transversal da viga AC30	80
4.8 Tensões na armadura transversal da viga AC50	81
4.9 Variação da tensão nos estribos das vigas HC00 e AC00 para Vu e Vmax	82
4.10 Variação da tensão nos estribos das vigas AC30 e AC50 para Vu e V $_{\rm max}$	83
4.11 Tensões na armadura longitudinal tracionada das vigas HC	84
4.12 Tensões na armadura longitudinal tracionada das vigas AC	85
4.13 Tensões na armadura longitudinal comprimida das vigas HC	86
4.14 Tensões na armadura longitudinal comprimida das vigas AC	87
4.15 Evolução dos deslocamentos verticais nas vigas HC	88
4.16 Evolução dos deslocamentos verticais nas vigas AC	89
4.17 Panorama final de fissuração das vigas HC ensaiadas	90
4.18 Panorama final de fissuração das vigas AC ensaiadas	90
4.19 Detalhe da ruptura das vigas HC00 e HC60	91
4.20 Fissuras na região central das vigas AC	91
4.21 Fissuras na região próxima ao apoio das vigas AC	92
4.22 Fissuras horizontais em direção ao apoio das vigas AC	92
4.23 Detalhe de separação da seção nas vigas AC30 e AC50	93

67

5.1 Viga retangular de concreto armado reforçado com fibras no momento i	último	97
5.2 Resistência relativa do concreto à compressão por causa da adição das f	ibras de aço	98
5.3 Resistência relativa do concreto à tração por causa da adição das fibras	de aço	100
5.4 Comparação entre a resistência relativa do concreto à compressão e a tra	ação por	
causa da adição das fibras de aço		101

5.5 Evolução dos deslocamentos verticais nas vigas AC00, AC50, HC00 e HC50	103
5.6 Deslocamentos verticais, em $V_{serviço}$ , nas vigas HC	104
5.7 Tensões nos estribos mais solicitados nas vigas HC	110
5.8 Tensões nos estribos mais solicitados nas vigas AC	111
5.9 Contribuição do banzo tracionado	112
5.10 Esquema de variação da tensão nos estribos	116
5.11 Esquema gráfico para determinação de $V_{cf}$	117
5.12 Valor médio das tensões na armadura transversal nas vigas HC – lado esquerdo	121
5.13 Valor médio da tensões na armadura transversal nas vigas HC – lado direito	122
5.14 Variação teórica e experimental de $V_c$	124
5.15 Variação teórica e experimental de $V_{cf}$	125
5.16 Variações de V <sub>c</sub> , conforme experimento e NBR 6118:2001, nas vigas AC	127

## LISTA DE TABELAS

2.1 Valores relativos às vigas ensaiadas por Sharma	35
2.2 Valores relativos às vigas ensaiadas por Narayanan e Darwish	38
2.3 Valores relativos às vigas ensaiadas por Mansur e Ong	41
2.4 Valores relativos às vigas ensaiadas por El-Niema	43
2.5 Valores relativos às vigas ensaiadas por Furlan Jr. e Hanai	46
2.6 Valores relativos às vigas ensaiadas por Oh, Lim, Yoo e Kim	48
3.1 Mistura experimental utilizada	57
3.2 Características das fibras de aço utilizadas	62
3.3 Valores últimos estimados do momento fletor e força cortante para escoamento da	
armadura longitudinal	68
3.4 Valores do grau de armação ao cisalhamento adotados	68
4.1 Características do concreto das vigas	70
4.2 Principais resultados de ensaio das vigas	72
5.1 Valores efetivos da força cortante para escoamento da armadura longitudinal e do	
grau de armação ao cisalhamento para cada viga	95
5.2 Resistência do concreto à tração por cuasa da adição das fibras de aço	100
5.3 Modos de ruptura das vigas ensaiadas	108
5.4 Contribuições, $V_c e V_{cf}$ , no início do escoamento dos estribos	118
5.5 Contribuições V <sub>c</sub> e V <sub>cf</sub> , em serviço ( $\sigma_{sw}$ = 400 N/mm <sup>2</sup> ), para a tensão média nos	
estribos do lado esquerdo das vigas HC	118

5.6 Ângulo de inclinação das diagonais comprimidas	120
5.7 Comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e os propostos por	
Sharma, Narayanan e Darwish e Oh et al.	123

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

$A_s$		área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
A <sub>s</sub> '		área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida
$A_{sw}$	=	área da seção transversal dos estribos
Es		módulo de elasticidade do aço
F		carga concentrada
Μ		momento fletor
$M_{u,fl}$		valor último de M, relacionado à ruptura por flexão
R <sub>c</sub>	=	resultante das tensões de compressão no concreto
Rs		resultante das tensões de tração na armadura longitudinal
V	_	força cortante
$V_{c}$		parcela de redução de V para cálculo da armadura transversal com grau
		reduzido de armação ao cisalhamento
$V_{cf}$	<u></u>	parcela de redução de V para cálculo da armadura transversal com grau
		reduzido de armação ao cisalhamento resistido pelas fibras de aço
$V_u$	=	valor último de V
$V_{u,fl}$		valor último de V, relacionado à ruptura por flexão
$V_{u,cis}$		valor último de V, relacionado à ruptura por esforço cortante
а		vão de cisalhamento, distância entre o apoio e a carga concentrada aplicada
$b_{\mathrm{f}}$		largura da mesa das vigas com seção T ou I
$\mathbf{b}_{\mathbf{w}}$		largura das vigas de seção retangular ou da nervura das vigas de seção T ou I
d		altura útil da seção transversal
$d_{\mathrm{f}}$	<u></u>	diâmetro médio das fibras de aço
$\mathbf{f}_{\mathbf{c}}$		resistência à compressão do concreto

$\mathbf{f}_{ck}$		resistência característica do concreto à compressão
$\mathbf{f}_{cm}$		resistência média do concreto à compressão
$\mathbf{f}_{ct}$		resistência à tração direta do concreto
$f_{ctd}$	=	resistência de cálculo do concreto à tração direta
f <sub>ct,sp</sub>		resistência do concreto à tração indireta
$f_{ctm,sp}$		resistência média do concreto à tração indireta
$\mathbf{f}_{t}$		resistência à tração do concreto
$\mathbf{f}_{\mathbf{y}}$		resistência de escoamento do aço à tração
$\mathbf{f}_{yf}$		resistência de escoamento das fibras de aço
$\mathbf{f}_{\mathbf{yk}}$		resistência característica do aço à tração (valor característico de $f_y$ )
$\mathbf{f}_{yl}$		resistência de escoamento à tração do aço da armadura longitudinal tracionada
$\mathbf{f}_{\mathbf{yw}}$		resistência de escoamento à tração do aço da armadura transversal
h		altura total da seção transversal
$\mathbf{h}_{\mathbf{f}}$		altura da mesa das vigas com seção T ou I
1	=	vão teórico
$l_{f}$		comprimento médio das fibras de aço
S	www.	espaçamento dos estribos
х	ngalan marrit	altura da linha neutra
Z	-	distância entre R <sub>c</sub> e R <sub>s</sub>
ф		diâmetro das barras das armaduras
δ	=	deslocamento vertical, referente a flecha em serviço
ε <sub>s</sub>		deformação específica do aço
εγ		deformação específica do aço no ato do escoamento
η		grau de armação ao cisalhamento $\eta = \rho_w / \rho_{w,M}$
θ	alla alle giunne di	ângulo entre as bielas comprimidas da alma e a armadura longitudinal nas vigas
ρ		taxa geométrica de armadura longitudinal tracionada
ρ <sub>f</sub>		volume de fibras na mistura de concreto, em porcentagem
$\rho_{\rm w}$	=	taxa geométrica da armadura transversal
$\rho_{w,M}$		taxa geométrica da armadura transversal calculada de acordo com a analogia
		da treliça clássica, $\theta = 45^{\circ}$

$\sigma_{\rm sw}$		tensão normal de tração na armadura transversal
σι	==	valor absoluto da maior tensão principal de tração
$\sigma_{\rm II}$		valor absoluto da maior tensão principal de compressão
τ	-paparate watersh	tensão tangencial
τ <sub>o</sub>	armitte aarme	tensão tangencial referente à alma da seção transversal = V/b <sub>w</sub> ·z
τ <sub>ou</sub>		valor de último de $\tau_o$
$ au_{c}$		parcela de redução de $\tau_o$ para cálculo da armadura transversal com grau de
		armação reduzido ao cisalhamento = $V_c/b_w \cdot z$
$\tau_{\rm f}$		tensão tangencial referente à alma da seção transversal resistida pelas
		fibras de aço
$\tau_{s}$		tensão tangencial referente à alma da seção transversal resistida pela
		armadura transversal
$\tau_{\rm w}$		tensão convencional de cisalhamento (de referência) = $V/b_w \cdot d$
$\tau_{wu,fl}$	-	valor último de $\tau_w$ relacionado à ruptura por flexão
$\tau_{wu,cis}$	=	valor último de $\tau_w$ relacionado à ruptura por esforço cortante
cis	=	cisalhamento
fl	<u></u>	flexão
exp	Water	experimental
max	<u> </u>	máximo
teor		teórico
u	-	último

#### RESUMO

Neste trabalho são apresentados os resultados de um estudo experimental desenvolvido no Laboratório de Estruturas e Materiais de Construção da Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, que busca avaliar a influência da incorporação de baixos teores de fibras de aço em concretos de alta resistência, na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado submetidas a flexão simples.

Vigas de seção *I* contendo taxa de armadura longitudinal tracionada de 1,32 e 2,19%, taxa de armadura transversal de 0,364% e relação a/d igual a 4,27, foram moldadas com concreto de resistência média à compressão de 90 MPa incorporando também fibras de alta resistência (fibras de aço de alto teor de carbono, com tensão de escoamento de 2600 MPa) nos teores de 30, 40, 50 e 60 kg/m<sup>3</sup>. Para quantificar a influência da incorporação desses teores de fibras na resistência ao cisalhamento, a viga testemunho (sem fibras) foi dimensionada para atingir a ruína por cisalhamento.

A opção por fibras de aço de alto teor de carbono foi determinada por resultados obtidos em trabalho desenvolvido anteriormente por Pinto Jr.,<sup>40</sup> resultados esses que demonstraram o melhor desempenho desse tipo de fibra em relação às de baixo teor de carbono em função da elevada aderência existente entre fibra e matriz nestes concretos de alta resistência, que causa a ruptura das fibras de menor resistência e, consequentemente, menor ductilidade e um controle da fissuração menos eficiente.

Os resultados do programa experimental demonstraram que as fibras de aço de alto teor de carbono têm significativa contribuição na resistência à força cortante nas vigas de concreto de alta resistência, alterando, inclusive, a sua forma de ruptura (de força cortante-flexão para flexão).

Destaca-se, ainda, o seu efeito benéfico no controle da fissuração, propiciando um aumento de rigidez das peças, o que conduz, evidentemente, a uma maior durabilidade.

## INTRODUÇÃO

Os mecanismos de transferência do esforço cortante de uma seção à outra numa viga de concreto armado são complexos e apenas recentemente foram elucidados e, mesmo assim, parcialmente.

No caso de viga sem armadura transversal a força externa, previamente resistida pelo concreto da alma e pelo banzo comprimido, antes de ter inicio a fissuração diagonal, deve, após o inicio desta, ser redistribuída entre a armadura longitudinal de tração e o banzo comprimido da viga.

Ensaios realizados por Leonhardt<sup>26</sup> permitiram concluir que nas vigas com armadura de alma uma grande parte do esforço cortante é resistido por esta armadura, pelas diagonais comprimidas de concreto na alma (bielas) e pelo banzo comprimido inclinado, restando uma parcela do esforço cortante absorvida pelos esquemas resistentes alternativos, que são formados principalmente por:

- 1) efeito de arco ou pórtico atirantado;
- engrenamento dos agregados, particularmente do agregado graúdo, nas superfícies separadas pelas fissuras;
- 3) efeito de pino da armadura longitudinal.

Resultados de ensaios realizados por Mphonde e Frantz<sup>34</sup> demonstraram que o aumento da resistência à compressão do concreto afeta os mecanismos de transferência de esforço cortante da seguinte maneira:

1) contribuição do banzo comprimido permanece praticamente inalterada;

- contribuição do engrenamento dos agregados diminui, reduzindo-se praticamente a zero, quando a resistência à compressão do concreto é maior do que 63 MPa;
- contribuição do efeito de pino aumenta drasticamente, chegando a duplicar, quando a resistência à compressão do concreto varia de 21 para 90 MPa.

Como a redução do engrenamento dos agregados não é compensada pelo aumento do efeito de pino, a resistência global ao esforço cortante das vigas também diminui com o crescimento da resistência do concreto.

A incorporação de fibras de aço ao concreto permite controlar a propagação das fissuras, pela criação de pontes de transferência de tensões, o que sem dúvida, deve alterar os mecanismos de transferência de esforços cortantes nas vigas.

Ainda é muito pouco conhecida a contribuição das fibras nestes mecanismos, existindo poucos trabalhos enfocando o assunto, dentre dos quais podem-se citar os de Casanova et al.<sup>11-12</sup> Um desses trabalhos analisa a possível substituição da totalidade das armaduras transversais por fibras de aço. Tal procedimento incorporaria elevadíssimos consumos de fibras ao concreto (ao redor de 120 kg/m<sup>3</sup>).

Na pesquisa experimental desenvolvida buscou-se avaliar a contribuição da incorporação de teores de fibras de aço inferiores a 60 kg/m<sup>3</sup> nos mecanismos de transferência dos esforços cortantes, resultando numa substituição parcial das armaduras transversais.

No primeiro capítulo desta dissertação serão abordados os princípios básicos do cisalhamento em vigas de concreto armado e no capítulo número 2 são apresentadas pesquisas efetuadas nas quais usaram-se armadura transversal e fibras de aço para resistir ao esforço cortante. Já o programa experimental é descrito no capítulo 3, assim como os resultados dos experimentos e a análise desses resultados são relatados nos capítulos 4 e 5 respectivamente, para finalmente dar lugar a conclusão do trabalho.

2

## **OBJETIVO**

Este projeto de mestrado pretende avaliar a contribuição da incorporação de baixas taxas (inferiores a  $60 \text{ kg/m}^3$ ) de fibras de aço com alto teor de carbono, na resistência ao esforço cortante nas vigas fletidas de concreto armado de alta resistência dotadas de armadura transversal.

O procedimento principal utilizado para alcançar este objetivo será a Teoria Aditiva de Treliça proposta por Leonhardt<sup>26</sup>, devido à praticidade do modelo e ao critério simplificado para o dimensionamento de peças de concreto armado sujeitas a esforço cortante.

## CAPÍTULO 1 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Quando se consideram as tensões tangenciais, o comportamento da peça de concreto armado é complexo. O mecanismo resistente que se forma é tridimensional e é influenciado por vários fatores. Torna-se, portanto, difícil incluir todos esses fatores numa teoria simples e prática.

Inclinar as tensões principais em relação ao eixo da peça é o efeito das tensões tangenciais provocadas pela força cortante. Para cargas de pequena intensidade, as tensões principais de tração não ultrapassam a resistência à tração do concreto, o que facilita a análise do estado de tensão existente. Entretanto, quando as cargas aumentam de intensidade, o concreto fissura e produz-se um complexo reajuste de tensões entre concreto e armaduras que se altera à medida que a fissuração aumenta até que seja atingida a ruptura.

## 1.1 ESQUEMAS RESISTENTES DAS PEÇAS DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À MOMENTO FLETOR E FORÇA CORTANTE

As observações experimentais demonstraram a existência de esquemas resistentes mobilizáveis nas peças de concreto armado submetidas à momento fletor e força cortante. No dimensionamento das vigas em concreto armado faz-se de suma importância o entendimento destes esquemas, principalmente na determinação da parcela de força cortante a ser resistida pela

armadura de cisalhamento. Os mecanismos de transferência da força cortante de uma seção à outra da viga, só recentemente foram elucidados e, mesmo assim, parcialmente.

#### 1.1.1 MECANISMOS ALTERNATIVOS AOS DE TRELIÇA

Nas peças de concreto estrutural submetidas a força cortante os mecanismos alternativos aos de treliça são capazes de transmitir os esforços de uma seção transversal a outra. Nas vigas com armadura transversal, a participação destes mecanismos alternativos na resistência as forças cortantes pode ser apenas subsidiária. Nas lajes sem armadura de cisalhamento eles são responsáveis pela própria resistência da peça.

#### 1.1.1.1 Transferência de força cortante por meio das tensões de cisalhamento

Ocorre nas vigas não fissuradas ou em partes do elemento estrutural ainda não fissurado. Macroscopicamente, as tensões atuantes podem ser admitidas com distribuições análogas as que ocorrem nos materiais homogêneos, embora a presença de armadura longitudinal condicione o andamento efetivo das trajetórias das tensões ilustradas na figura 1.1.



Figura 1.1: Trajetória das tensões principais numa viga de concreto armado não fissurada Fonte: Fusco<sup>20</sup>

## 1.1.1.2 Transferência de força cortante por efeito arco ou pórtico atirantado

Em vigas altas, lajes e peças curtas, parte do carregamento pode ser transmitido, diretamente para os apoios, pelo chamado efeito arco. Também é mobilizado em peças que recebem cargas concentradas relativamente próximas aos apoios. Neste último caso, é admissível para valores do ângulo  $\theta$  não inferiores a 30° (fig. 1.2).



Figura 1.2: Transmissão direta das cargas para os apoios Fonte: Fusco<sup>20</sup>

Ocorre também nos casos de vigas não esbeltas  $(2 \le l/h \le 8)$  quando a resistência ao cisalhamento cresce por causa do efeito arco.

## 1.1.1.3 Flexão dos dentes de concreto da região entre as fissuras

Quando a peça está pouco fissurada, as fissuras têm entre si um afastamento ainda significativo; e em lugar do esquema de treliça, com bielas articuladas no banzo comprimido, tem-se um sistema em que os consolos transversais delineados pelas fissuras tendem ao engastamento no banzo comprimido, figura 1.3.

A deformação por flexão dos dentes de concreto da zona entre as fissuras é, inicialmente, restringida pelo engrenamento dos agregados nas superfícies das fissuras e pelo efeito de pino da armadura longitudinal.

Nos consolos transversais, acima da extremidade superior das fissuras, as forças transversais podem ser transmitidas, de uma seção à outra, pela mobilização de tensões de tração nas regiões não fissuradas do concreto. Nas peças com fissuras muito afastadas entre si, os eventuais estribos verticais poderão estar até comprimidos.



Figura 1.3: Peças com fissuras muito afastadas Fonte: Fusco<sup>20</sup>

# 1.1.1.4 Transferência de força cortante por efeito de pino da armadura longitudinal

Nas vigas de concreto armado a maior rigidez do aço, em relação ao concreto, faz com que as barras da armadura longitudinal funcionem como pinos de ligação que solidarizam os diferentes trechos da viga separadas pelas fissuras de concreto. Este efeito de pino amplia a região de concreto colaborante na transmissão das forças cortantes, como se mostra na figura 1.4.

Relativamente aos outros mecanismos de transferência de força cortante, o efeito pino da armadura longitudinal não é dos mais importantes. Apesar de sua pequena parcela de

contribuição nas vigas com armadura de alma, o efeito pino pode causar fissuras horizontais ao longo das barras da armadura longitudinal. Leonhardt<sup>26</sup>, de forma a reduzir a fissuração da viga por efeito pino, sugere que a armadura de cisalhamento seja pouco espaçada longitudinalmente.



Figura 1.4: Efeito de pino da armadura longitudinal Fonte: Fusco<sup>20</sup>

## 1.1.1.5 Transferência de força cortante pelo engrenamento dos agregados nas superfícies separadas pelas fissuras

Este engrenamento permite que haja a transmissão de forças oblíquas às fissuras, através das próprias fissuras. A transmissão de esforços permitida pelo engrenamento dos agregados, particularmente dos grãos do agregado graúdo, amplia a zona colaborante de concreto tracionado que transfere as forças cortantes.



Figura 1.5: Engrenamento do agregado Fonte: Fusco<sup>20</sup>

Um dos parâmetros que afeta a transmissão do força cortante pelo engrenamento dos agregados é a área de contato disponível contra a qual as partículas de agregado, que se projetam através da superfície da físsura, podem se apoiar. Quanto maior esta área, maior o esforço que pode ser transmitido, esta área de contato é tanto maior quanto menor a abertura da fissura e maior a quantidade presente de agregado graúdo.

#### 1.1.2 TRELIÇA

Na proximidade do estado limite último por solicitações normais há uma intensa fissuração da viga de concreto armado, cujo funcionamento lembra o das treliças. As bielas diagonais delimitadas pelas fissuras formam as diagonais comprimidas e as armaduras transversais formam os montantes que ligam os banzos da treliça.



**Figura 1.6**: Analogia de treliça **Fonte**: Fusco<sup>20</sup>

A esquematização válida desta treliça, no nosso meio difundida, foi feito no início do século vinte pela analogia clássica da treliça.

Ensaios realizados posteriormente, em cujo decorrer determinaram-se os esforços internos mediante medidas das deformações no concreto e nas armaduras, permitiram comparar os valores reais com aqueles determinados pela treliça clássica. Desta divergência resultou a analogia da treliça generalizada, abordada em 1.4.

## 1.1.2.1 Analogia clássica da treliça

O panorama de fissuração da viga fletida sugere a analogia com a treliça. Santos<sup>41</sup> cita textualmente: "Talvez seja a idéia mais fecunda da história do concreto armado, concebida por Mörsch e Ritter, por volta de 1900".

Admite-se que as peças solicitadas por momento fletor e força cortante, depois de fissuradas, comportam-se como uma treliça de banzos paralelos. A armadura longitudinal tracionada e a zona comprimida do concreto comportam-se, respectivamente, como o banzo tracionado e o banzo comprimido de uma treliça. As bielas de concreto separadas pelas fissuras, comportam-se como diagonais de 45° comprimidas e as barras da armadura transversal comportam-se como montantes ou diagonais tracionadas da treliça.



Figura 1.7: Viga com armadura transversal constituída por estribos verticais e esquema de treliça Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

Com o intuito de facilitar a compreensão destes conceitos, consideremos uma viga com armadura transversal constituída por estribos verticais na região vizinha a um dos apoios como mostra a figura 1.8.



Figura 1.8: Fissuração próxima aos apoios Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

O número de barras que cortam as fissuras inclinadas é:

$$n = \frac{z}{s} \cot g \theta \tag{Eq. 1.1}$$

A resultante de tração em um estribo de armadura transversal é:

$$R_{sw} = A_{sw} \sigma_{sw} \tag{Eq. 1.2}$$

O equilíbrio de forças na direção da força cortante V fornece:

$$V = n R_{sw}$$
(Eq. 1.3)

$$V = \frac{z}{s} \cot g \,\theta \,A_{sw} \,\sigma_{sw} \tag{Eq. 1.4}$$

Portanto

$$A_{sw} = \frac{Vs}{z \cot g \theta \sigma_{sw}}$$
(Eq. 1.5)

Definimos a taxa geométrica de armadura transversal,  $\rho_w$ , neste caso como sendo:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w s} \tag{Eq. 1.6}$$

onde  $b_w$  é a largura de alma da seção transversal de concreto e s o espaçamento entre estribos consecutivos.

Substituindo (Eq. 1.5) em (Eq. 1.6), resulta:

$$\rho_w = \frac{V}{b_w z \cot g \theta \sigma_{sw}}$$
(Eq. 1.7)

onde z é a distancia entre os pontos de aplicação das resultantes de compressão no concreto e de tração na armadura.

Segundo Mörsch apud Fernandes<sup>18</sup>,  $\theta = 45^{\circ}$  e portanto a taxa de armadura transversal é:

$$\rho_w = \frac{V}{b_w \, z \, \sigma_{sw}} \tag{Eq. 1.8}$$

Determinamos então a área da seção transversal dessa armadura:

$$A_{sw} = \rho_w \, b_w \, s \tag{Eq. 1.9}$$



Figura 1.9: Viga na região vizinha a um dos apoios Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

A figura 1.9 apresenta um trecho da viga na região vizinha a um dos apoios. O objetivo é determinar a tensão de compressão  $\sigma_{cw}$  nas bielas de concreto no plano que contém  $\overline{AB}$  na figura 1.9. Para tanto, toma-se um plano auxiliar que contém  $\overline{BC}$  paralelo à direção das armaduras.

$$\overline{AB} = \overline{BC} \cos \psi \tag{Eq. 1.10}$$

$$\overline{BC} = \frac{z}{\operatorname{sen} \alpha}$$
(Eq. 1.11)

então:

$$\overline{AB} = z \frac{\cos \psi}{\sin \alpha}$$
(Eq. 1.12)

do triângulo formado por A, B e D tem-se:

$$(\alpha - \psi) + \theta = 90^{\circ} \tag{Eq. 1.13}$$

$$\psi = \alpha - (90^\circ - \theta) \tag{Eq. 1.14}$$

$$\cos \psi = \cos[\alpha - (90^\circ - \theta)] \tag{Eq. 1.15}$$

então:

$$\overline{AB} = z \frac{\cos[\alpha - (90^\circ - \theta)]}{\sin \alpha}$$
(Eq. 1.16)

$$AB = z(\cot g\alpha + \cot g\theta) \sin \theta \tag{Eq. 1.17}$$

o equilíbrio de forças na direção de V fornece:

$$V = b_w \overline{AB} \sigma_{cw} \operatorname{sen} \theta \tag{Eq. 1.18}$$

$$\sigma_{cw} = \frac{V}{b_w AB \, \mathrm{sen} \,\theta} \tag{Eq. 1.19}$$

com (Eq. 1.17) em (Eq. 1.19) resulta:

$$\sigma_{cw} = \frac{V}{b_w z(\cot g\alpha + \cot g\theta) \sin^2 \theta}$$
(Eq. 1.20)

mas  $\tau_o = \frac{V}{b_w z}$ , como será visto em 1.3.1, em (Eq. 1.20) resulta:

$$\sigma_{cw} = \frac{\tau_o}{(\cot g\alpha + \cot g\theta) \operatorname{sen}^2 \theta}$$
(Eq. 1.21)

Mas, segundo Mörsch apud Fernandes<sup>18</sup>,  $\theta = 45^{\circ}$ , e para o caso de armadura transversal formada por estribos verticais,  $\alpha = 90^{\circ}$ :

$$\sigma_{cw} = \frac{\tau_o}{(0+1)\,1/2} = 2\,\tau_o \tag{Eq. 1.22}$$

#### **1.2 FORMAS DE RUPTURA**

Do ponto de vista funcional, a ruptura das peças de concreto armado submetidas à momento fletor e força cortante distingue duas categorias: rupturas com aviso (apresentam fissuração excessiva e grandes deformações) e rupturas bruscas (sem aviso).

### 1.2.1 RUPTURA POR FLEXÃO

Ocorre com o esmagamento do concreto da zona comprimida pela flexão. No caso de peças sub-armadas, o aço da armadura longitudinal escoa antes que o concreto esmague, permitindo uma ruptura avisada. No caso de peças super-armadas, o concreto rompe por compressão antes do aço da armadura longitudinal atingir o escoamento, conduzindo a uma ruptura sem aviso.



Figura 1.10: Ruptura por flexão Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

#### **1.2.2 RUPTURAS POR FORÇA CORTANTE**

Fissuras de cisalhamento perpendiculares à direção de  $\sigma_l$  surgem quando as tensões principais de tração, inclinadas, na alma da viga concreto armado, atingem a resistência do concreto à tração. O aparecimento dessas fissuras causa uma redistribuição dos esforços existentes na alma, no Estádio I, entre a armadura transversal e as diagonais comprimidas de concreto. Essa redistribuição de esforços internos depende muito da quantidade e da direção da armadura transversal. Assim, são possíveis diversos tipos de ruptura por força cortante.

## 1.2.2.1 Ruptura por força cortante-tração

Produz-se o mecanismo da treliça em conseqüência das fissuras de cisalhamento da alma. Ultrapassado o limite de escoamento da armadura transversal as fissuras inclinadas se abrirão conduzindo ao rompimento das barras da armadura transversal por separação.



Figura 1.11: Ruptura por força cortante-tração Fonte: Fusco<sup>20</sup>

#### 1.2.2.2 Ruptura por força cortante-flexão

Este modo de ruptura somente ocorre na presença de cargas concentradas elevadas e usualmente a potencial seção de ruptura está localizada nas proximidades da carga concentrada. O alongamento excessivo da armadura transversal dá origem a fissuras inclinadas na alma que se
propagam em direção à zona comprimida reduzindo a sua altura e diminuindo a sua capacidade resistente à compressão. Ocorre a ruptura por esmagamento do concreto da zona comprimida.



Figura 1.12: Ruptura por força cortante-flexão Fonte: Fusco<sup>20</sup>

## 1.2.2.3 Ruptura por força cortante-compressão

Corresponde ao esmagamento das bielas diagonais de concreto com aviso. Alongamento excessivo da armadura transversal faz com que os acréscimos de solicitação sejam absorvidos pelas bielas de concreto comprimidas dando origem ao esmagamento prematuro desses elementos.



Figura 1.13: Ruptura por força cortante-compressão Fonte: Fusco<sup>20</sup>

### 1.2.2.4 Ruptura por flexão da armadura longitudinal

Decorre de deficiências localizadas da armadura, as quais impedem o funcionamento resistente de treliça. As diagonais comprimidas (bielas) estão engastadas na zona comprimida pelo momento fletor e apoiadas na armadura longitudinal tracionada. Alongamento excessivo da armadura transversal faz com que as bielas sejam mais solicitadas e acionem a armadura longitudinal produzindo flexão localizada da barras (efeito de pino). A armadura longitudinal tem resistência deficiente a esta flexão localizada em face do afastamento efetivo dos estribos empregados.



Figura 1.14: Ruptura por flexão da armadura longitudinal Fonte: Fusco<sup>20</sup>

# 1.2.2.5 Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição da armadura transversal

Se a taxa de armadura transversal for pequena, a viga atinge a ruína sob o efeito da tração liberada pelo concreto logo após o aparecimento da primeira fissura inclinada e a força cortante passa a ser resistida pelo concreto da zona comprimida e pela armadura longitudinal. Essa fissura de cisalhamento se desenvolve rapidamente com uma direção quase horizontal e inclinando-se para o alto diminui sensivelmente a zona comprimida que por fim rompe bruscamente, como no caso da ruptura por força cortante-flexão.

No caso de armadura transversal apresentando espaçamento excessivo entre barras, as fissuras inclinadas poderão não ser interceptadas pelas barras da armadura transversal dando-se

assim uma ruptura brusca. A eventual ruptura ocorrerá no concreto, por efeito das tensões diagonais de tração.



Figura 1.15: Ruptura por insuficiência em quantidade ou má distribuição da armadura transversal Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

### 1.2.2.6 Ruptura por compressão da alma

A resistência de escoamento do aço não é ultrapassada quando é grande a quantidade de armadura transversal. Porque a deformação da armadura é pequena, as fissuras inclinadas são muito finas e a ruptura sobrevem bruscamente por esmagamento das bielas que sofrem forte compressão (inferior a resistência do concreto a compressão simples).



Figura 1.16: Ruptura por compressão da alma Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

## 1.2.3 RUPTURA POR FALHA DE ANCORAGEM

Corresponde à perda de solidariedade das armaduras em relação ao concreto, nas regiões correspondentes aos nós da treliça resistente ás forças cortantes. Manifesta-se com a ocorrência

de fissuras horizontais nas regiões de apoio que se prolongam para o interior da alma da peça juntando-se as fissuras de cisalhamento.



Figura 1.17: Ruptura por falha de ancoragem Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

# 1.3 CÁLCULO DA TENSÃO TANGENCIAL

Numa viga de concreto submetida à momento fletor e força cortante, a tensão tangencial pode ser calculada para vários estágios distintos a partir do início do carregamento até a proximidade da ruína. Na ordem, alguns seriam: concreto não fissurado (estádio I), concreto fissurado em serviço (estádio II) e concreto no estado limite último.

## 1.3.1 CONCRETO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Próxima à ruptura, a distribuição de tensões de compressão na seção transversal de concreto não é mais linear e o concreto da alma abaixo da linha neutra encontra-se bastante fissurado.

Observações experimentais de peças lineares de concreto com armadura para cisalhamento mostram que os mecanismos resistentes aos esforços produzidos pelo momento fletor e pela força cortante assemelham-se a arcos ou pórticos atirantados ou a treliça.

A expressão que fornece o fluxo de tensões, observando-se a figura 1.18, é:

$$\tau b_{(y)} = \frac{d}{dx} \int_{y_0}^{y_{LN}} \sigma_x b_{(y)} \, dy$$

(Eq. 1.23)



Figura 1.18: Tensão tangencial para o concreto fissurado próximo à ruptura Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

Na altura da linha neutra da seção fissurada; tem-se:

$$\tau_{o} b_{w} = \frac{d}{dx} \int_{y_{0}}^{y_{LN}} \sigma_{x} b_{(y)} dy$$
 (Eq. 1.24)

como:

$$\int_{y_0}^{y_{LN}} \sigma_x \, b_{(y)} \, dy = R_c = \frac{M}{z}$$
(Eq. 1.25)

Resulta:

$$\tau_o b_w = \frac{d}{dx} \left( \frac{M}{z} \right) \tag{Eq. 1.26}$$

Onde  $b_w$  é a largura da seção na altura da linha neutra.

Abaixo da linha neutra da seção fissurada o fluxo  $\tau b_y$  fica constante porque a integral é resultante das tensões de compressão no concreto. Para peças com seção constante ao longo do comprimento, o braço de alavanca z varia muito pouco ao longo do comprimento da peça, admitindo-se z constante.

Assim:

$$\tau_o b_w = \frac{d}{dx} \left(\frac{M}{z}\right) = \frac{1}{z} \frac{dM}{dx}$$
(Eq. 1.27)

$$\tau_o b_w = \frac{1}{z} \frac{dM}{dx}$$
(Eq. 1.28)

Onde:

$$\frac{dM}{dx} = V \tag{Eq. 1.29}$$

Resultando, desta forma:

$$\tau_o = \frac{V}{b_w z} \tag{Eq. 1.30}$$

Para verificação da tensão no concreto no estado limite último o valor aproximado para o braço de alavanca  $z = \frac{7}{8} d$  é suficiente. Face à intensa fissuração do concreto, torna-se difícil quantificar a tensão devida à força cortante numa determinada seção. Deste modo, a grandeza  $\tau_o$ é um indicador do grau de solicitação pela força cortante V. Resultando:

$$\tau_{o} = \frac{8}{7} \frac{V}{b_{w} d}$$
(Eq. 1.31)

### 1.4 ANALOGIA DA TRELIÇA GENERALIZADA

### 1.4.1 RESULTADOS DE OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS

Ensaios posteriores aos de Mörsch, principalmente os de Leonhardt<sup>26</sup>, mostraram que os efeitos das forças cortantes nas vigas de concreto armado não podem ser adequadamente avaliados por meio da analogia clássica da treliça.

As principais conclusões foram as seguintes:

a) nas regiões mais solicitadas por força cortante, as fissuras (e, portanto, as bielas) tem inclinação  $\theta$  menor que 45°. Em peças com seção transversal retangular verificou-se 30°< $\theta$ <40° e nas de seção transversal em T 40°< $\theta$ < 45°. A inclinação das fissuras é tanto menor quanto menor o valor da taxa de armadura transversal em relação a  $\rho_w$  calculado pela analogia da treliça clássica ( $\rho_{w,M}$ );



Figura 1.19: Inclinação do banzo comprimido Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

b) banzo comprimido só é horizontal na parte central da viga, inclinando-se na região dos apoios (fig. 1.19). A zona comprimida de concreto também colabora na resistência ao cisalhamento e acompanha as trajetórias das tensões principais de compressão. Esta colaboração é maior próximo aos apoios (fig. 1.20) pelo fato de nessa região a resultante de compressão ser mais inclinada;



Figura 1.20: Colaboração da inclinação do banzo comprimido na tensão dos estribos Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

c) as tensões na armadura transversal,  $\sigma_{sw}$ , são menores que as obtidas com o esquema da treliça clássica. Seguindo a figura 1.21, observa-se que a armadura transversal é solicitada mais intensamente a partir do instante em que uma fissura de cisalhamento, correspondente à tensão  $\tau_{or}$ , a intercepte. A tensão na armadura cresce a partir desse instante paralelamente a reta correspondente à analogia da treliça clássica e as duas linhas mantém equidistância até a ruptura;

d) as tensões nas bielas comprimidas são um pouco maiores (cerca de 10%) do que os valores obtidos com a analogia da treliça clássica. No caso de armadura transversal com estribos verticais verificou-se  $\sigma_{cw}=2,2\tau_o$  em vez de  $\sigma_{cw}=2\tau_o$ ;

e) uma parte da força cortante não é absorvida nem pelo banzo comprimido nem pela armadura da alma. Essa parcela cabe aos efeitos secundários, como: engastamento das bielas na zona comprimida, engrenamento das superfícies separadas pelas fissuras, por meio dos grãos dos agregados e efeito de pino da armadura do banzo tracionado;



Figura 1.21: Tensões na armadura transversal Fonte: Fernandes<sup>18</sup>

g) os ensaios de Leonhardt foram os primeiros a mostrar a influência da forma da seção transversal. A seção transversal retangular se adapta melhor a uma inclinação do banzo comprimido, absorvendo grande parte da força cortante por intermédio da componente vertical da resultante de compressão  $R_c$  no banzo comprimido. No caso de vigas com seção em T, a resultante  $R_c$  no banzo comprimido apresenta uma inclinação quase próxima da horizontal porque ela permanece na largura comprimida da mesa  $(b_f)$  até quase a proximidade do apoio, penetrando na alma gradativamente em direção ao apoio. O banzo comprimido, neste caso, só pode absorver uma parcela da força cortante menor que no caso das seções transversais retangulares.



Figura 1.22: Influência da seção transversal na inclinação do banzo comprimido Fonte: Fernandes<sup>18</sup>



diâmetros das barras em milímetros medidas em centímetros

Figura 1.23: Tensão nos estribos com variação da relação  $b_f/b_w$ Fonte: Leonhardt<sup>26</sup> adaptada por Moreno Jr.<sup>33</sup>

A figura 1.23 apresenta as curvas de variação da tensão  $\sigma_{sw}$  nos estribos de algumas vigas em comparação com a previsão da analogia da treliça clássica. Para estas vigas, fez-se apenas variação na relação  $b_f/b_w$ , enquanto o seu comprimento, a altura da seção, as armaduras longitudinais e transversais e a disposição de cargas permaneceram iguais em todas as vigas;

h) segundo Leonhardt<sup>26</sup>, o desenvolvimento da fissuração da alma depende da rigidez do banzo tracionado. Quanto mais fraco for o banzo tracionado, tanto mais ele se alonga com o aumento da carga, fazendo com que as fissuras de cisalhamento tenham sua abertura aumentada e se aproximem da borda comprimida.

### 1.4.2 GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO

A definição mais simples de grau de armação ao cisalhamento,  $\eta$ , é a relação entre a taxa de armadura transversal,  $\rho_w$ , existente na peça e a taxa de armadura transversal calculada pela analogia da treliça clássica de Mörsch,  $\rho_{w,M}$ :

$$\eta = \frac{\rho_w}{\rho_{w,M}} \tag{Eq. 1.32}$$

Quando uma peça possui armadura transversal em quantidade menor que aquela que seria necessária de acordo com a analogia da treliça clássica de Mörsch, tem-se  $\rho_w < \rho_{w,M}$  e, por isso,  $\eta < 1$ . Diz-se, então que tal peça apresenta um grau reduzido de armação ao cisalhamento. Se a armadura transversal é dimensionada de acordo com a analogia da treliça clássica tem-se um grau de armação total ao cisalhamento.

### 1.4.3 ESTADO ATUAL DA ANALOGIA DA TRELIÇA

Como resultado dos ensaios de cisalhamento realizados em Stuttgart, por Leonhardt, a analogia da treliça de Mörsch foi ampliada de tal forma que o comportamento estrutural real é atualmente considerado admitindo-se uma treliça de banzo comprimido inclinado e com diagonais comprimidas de inclinação variável e menos inclinadas do que 45°. Desta forma chega-se à Analogia da Treliça Generalizada em que a inclinação dos elementos comprimidos depende da relação de rigidez  $(b_f/b_w)$  e do grau de armação ao cisalhamento  $\eta$ .

Para o dimensionamento das armaduras transversais essas treliças não são apropriadas, por serem hiperestáticas internamente e exigirem cálculo muito trabalhoso, mas são úteis para a representação do comportamento estrutural. Além disso, para desenvolve-lo a partir desse modelo seria necessário definir a inclinação das diagonais comprimidas. Na prática, os esforços da força cortante são determinados como se fosse válida a analogia clássica da treliça, corrigindose convenientemente as expressões adotadas, a fim de considerar a inclinação do banzo comprimido e a inclinação  $\theta < 45^{\circ}$  das bielas diagonais, bem como a eventual colaboração dos esquemas resistentes alternativos que ainda possam ser subsistentes no estágio de fissuração correspondente à situação de cálculo.



**Figura 1.24**: Treliça generalizada com inclinação variável das diagonais comprimidas e do banzo comprimido **Fonte**: Leonhardt<sup>26</sup> adaptada por Moreno Jr.<sup>33</sup>

### **1.5 TEORIA ADITIVA**

As forças de tração que surgem na alma devem ser absorvidas totalmente pela armadura transversal, não se atribuindo ao concreto a absorção de qualquer força de tração na alma.

A armadura de cisalhamento segundo o modelo generalizado de treliça apresenta um inconveniente prático, o cálculo dos esforços em uma treliça hiperestática, e outro teórico, adoção de uma inclinação conveniente para as diagonais comprimidas da treliça.

Leonhardt<sup>26</sup> constatou que a reta que indica a variação da tensão real nos estribos, em função do aumento do carregamento, era praticamente, paralela à aquela teoricamente calculada com o modelo clássico (fig. 1.25).



Figura 1.25: Diagrama tensão nos estribos vs. Cortante Fonte: Leonhardt<sup>26</sup> adaptada por Moreno Jr.<sup>33</sup>

A reta calculada de acordo com o modelo clássico da treliça segue a equação:

$$\sigma_{sw} = \frac{\tau_o}{\rho_w} = \frac{V}{\rho_w b_w z}$$
(Eq. 1.33)

com

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w s} \tag{Eq. 1.34}$$

Com o afastamento horizontal, entre os valores de tensão na armadura de alma obtidos experimentalmente e os valores calculados de acordo com o modelo clássico de treliça, tomado como  $V_c$ , a tensão efetivamente atuante na armadura de alma pode ser escrita como

$$\sigma_{sw} = \frac{\tau_o - \tau_c}{\rho_w} = \frac{V - V_c}{\rho_w b_w z}$$
(Eq. 1.35)

Desta maneira, observando-se a equação anterior, a tensão atuante na armadura de alma pode ser admitida como se fosse válido o modelo clássico de treliça, onde  $\theta = 45^{\circ}$ , e corrigindo-se, as expressões deste modelo para o cálculo da armadura. Esta correção corresponde a uma redução da tensão tangencial, que solicita a armadura de alma, de um valor:

$$\frac{V_c}{b_w z} \tag{Eq. 1.36}$$

O valor  $V_c$  combina a redução de solicitação na armadura de alma proveniente da inclinação do banzo comprimido, de uma inclinação efetiva das diagonais comprimidas menor que 45° e também da eventual colaboração de esquemas resistentes alternativos, principalmente pelo engrenamento dos agregados e efeito de pino da armadura longitudinal.

Considera Leonhardt<sup>26</sup> que, em peças de concreto armado com armadura transversal o valor de  $V_c$  representa a parte da força cortante resistida pelo banzo comprimido e, por isso diretamente proporcional à resistência do concreto à compressão. Já a Norma brasileira NBR 6118<sup>7</sup> admite que o valor de  $V_c$  seja proporcional à  $\sqrt{f_{ck}}$ , isto é, indiretamente uma função da resistência do concreto à tração.

# CAPÍTULO 2 - CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO

No que diz respeito ao comportamento de vigas em concreto armado reforçadas com fibras de aço ao cisalhamento, poucas são as investigações experimentais relatadas até o presente momento.

Uma vez que foram conduzidos utilizando-se vigas sem armadura de alma, a maioria dos estudos não pode ser aproveitada para uma análise efetiva do comportamento ao cisalhamento em vigas de concreto armado. Vigas sem armadura de alma são de pouco uso prático e, na inexistência desta armadura, é impossível acionar o mecanismo de treliça.

### 2.1 O REFORÇO DAS FIBRAS

A utilização dos concretos de alta resistência nas construções tem aumentado constantemente nos últimos anos. Este material tem a vantagem de permitir a redução das dimensões das seções transversais dos elementos estruturais, conseguindo-se a redução do peso próprio e um melhor aproveitamento dos espaços.

No entanto, estes concretos têm comportamento frágil na ruína. Esta desvantagem dos concretos de alta resistência pode ser superada com a introdução de fibras de aço em sua composição, transformando seu comportamento na ruína, de frágil em dúctil, semelhante ao dos concretos usuais.

As fibras de aço apresentam uma grande vantagem sobre os outros tipos de fibras por sua alta resistência à tração e grande capacidade de aderência à matriz que a envolve. Tais fibras podem ser facilmente deformadas melhorando sua capacidade de aderência, o que contribui para o aumento da tenacidade do compósito.

Relativamente, segundo Shah e Rangan apud Mehta e Monteiro<sup>32</sup>, a mais importante contribuição do reforço com fibras no concreto não é para a resistência, mas para a tenacidade à flexão do material.

Na grande maioria dos concretos reforçados com fibras de aço são empregados baixos volumes de incorporação, o que resulta em alterações insignificantes de suas resistências à compressão e a tração. Desta forma, a matriz fissura com a intensidade de tensão e de deformação do que quando não reforçada.

O reforço com fibras descontínuas e aleatoriamente distribuídas na matriz tem como papel principal controlar a propagação de fissuras no concreto, alterando o comportamento mecânico do mesmo após a ruptura da matriz, melhorando consideravelmente a sua capacidade de absorção de energia, ou seja, a sua tenacidade. Isto ocorre porque as fibras criam pontes de transferência de tensões através das fissuras, preservando uma certa capacidade portante das seções.

Esta propriedade dos concretos reforçados com fibras de aço se manifesta pela elevação do ramo descendente da curva carga-deslocamento vertical, ou seja, pelo aumento da tenacidade.

A resistência ao arrancamento das fibras é, segundo diversos pesquisadores<sup>40</sup>, claramente o fator que mais contribui para a tenacidade do compósito. Pesquisas tem sido realizadas com o intuito de aumentar a capacidade de aderência das fibras à matriz, dentre os quais pode-se citar modificações na própria matriz, pela adição de sílica ativa nas misturas.

31

A sílica ativa tem a capacidade de modificar as propriedades da microestrutra da zona de transição fibra-matriz, tornando-a muito mais compacta, melhorando sensivelmente a aderência entre os materiais. Esta melhoria na aderência é de tal ordem de grandeza que acaba causando a ruptura das fibras, quando a matriz sofre fissuração e as fibras são então solicitadas.

A resolução deste problema é obtida pela elevação da resistência ao escoamento das fibras, o que é conseguido com o aumento dos teores de carbono que entram em sua composição. Neste trabalho, tais fibras apresentam tensão de escoamento ao redor de 2600 MPa enquanto que nas fibras usuais esta tensão se situa na faixa de 1100 MPa.

O aparecimento de uma fissura em uma matriz cimentícia produz concentração de tensões na sua frente de propagação. Existindo fibras cruzando a fissura, estas atuarão como ponte de transferência de tensões, controlando a abertura da fissura ou a sua propagação. A figura 2.1 mostra, esquematicamente, este mecanismo de controle de propagação das fissuras.

A interação fibra-matriz, que governa o processo de transferência de tensões e, consequentemente, a tenacidade do compósito, é influenciada pelos seguintes parâmetros:

- 1) fator de forma das fibras (relação  $l_f/d_f$ );
- 2) ancoragem das fibras a matriz;
- 3) resistência à tração das fibras;
- 4) resistência de aderência;
- 5) teor de fibras incorporado.

Os três primeiros parâmetros são funções do tipo de fibra empregado. A resistência de aderência está intimamente ligada à resistência da matriz, que por sua vez é função direta da microestrutura da região de interface entre a fibra e a matriz, ou seja, da zona de transição fibramatriz.



Figura 2.1: Mecanismo de controle de propagação das fissuras Fonte: Pinto Jr.<sup>40</sup>

Nos próximos itens deste capítulo, serão apresentadas as principais investigações experimentais do comportamento ao cisalhamento de vigas executadas em concreto armado reforçado com fibras de aço, dando ênfase aquelas conduzidas em vigas com armadura de alma.

# 2.2 SHARMA<sup>42</sup>

Este pesquisador da Universidade West Indies, Trinidad, ensaiou sete vigas de concreto. As vigas foram divididas em dois grupos. O objetivo destes ensaios foi mostrar que as fibras de aço podem efetivamente ser usadas para aumentar a resistência ao cisalhamento do concreto.

O primeiro grupo (S) consistia de três vigas sem estribos, das quais uma possuía fibras de aço. O segundo grupo (D) consistia de quatro vigas com estribos, duas delas com fibras. Todas as vigas foram dimensionadas para atingir a ruína por força cortante.

As fibras eram feitas com aço de baixo teor de carbono, com comprimento de 50 mm e diâmetro de 0,6 mm. Para medir a resistência do concreto utilizaram-se corpos-de-prova cilíndricos de 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura.

Na figura 2.2 encontramos ilustradas as características geométricas e armação das vigas ensaiadas. A tabela 2.1 relaciona os resultados das 4 vigas com estribos ensaiadas.





Figura 2.2: Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas por Sharma<sup>42</sup>

Como era esperado, nas vigas D1 e D2 (sem fibras mas com estribos), ocorreram menos fissuras de cisalhamento no meio do vão as quais não se alargaram com o aumento da força. A ruína de ambas foi por cisalhamento.

Já as vigas D3F e D4F (com fibras e estribos) exibiram apreciável ductilidade e comparativamente maior resistência a pós-fissuração. Ocorreram múltiplas fissuras diagonais, as quais propagaram lentamente a cada incremento de força aplicada.

Vigas	a/d	Pr %	<b>f</b> c N/mm <sup>2</sup>	f <sub>ct,sp</sub> N/mm <sup>2</sup>	V <sub>u,exp</sub> kN	τ <sub>wu,exp</sub> N/mm <sup>2</sup>	τ <sub>wu,exp</sub> / τ <sub>wu,teor</sub> (*)
D1	1,9	0	47,7	3,4	115,3	2,85	
D2	1,9	0	46,8	3,5	125,0	3,09	
D3F	1,9	0,9	47,7	5,8	154,5	3,82	1,01
D4F	1,9	0,9	43,2	6,5	163,8	4,05	0,97

Tabela 2.1: Valores relativos às vigas ensaiadas por Sharma<sup>42</sup>

(\*)  $\tau_{wu,teor}$  calculado de acordo com equacionamento proposto por Sharma<sup>42</sup>

Neste artigo, o modo de ruptura das vigas ensaiadas por Sharma<sup>42</sup> não foi melhor identificado, no entanto a diferença das flechas entre D1 e D3F claramente mostrou que há uma considerável ductilidade e maior absorção de energia nas vigas reforçadas com fibras.

Pela análise dos resultados, Sharma<sup>42</sup> chegou as seguintes conclusões:

a) as fibras de aço são efetivas no aumento da resistência do concreto ao cisalhamento;

b) vigas de concreto reforçadas com fibras de aço tem uma alta resistência após fissuração, a qual é uma característica desejável no dimensionamento;

c) existe nas vigas de concreto com fibras uma maior ductilidade e quantidade significante de absorção de energia do que nas vigas de concreto usuais;

d) presença de fibras no concreto restringe a propagação de fissuras e permite uma fissuração uniforme.

Sharma<sup>42</sup> estabeleceu uma relação semi-empírica para prever a força cortante última em vigas de concreto com armadura transversal e fibras expressa por:

$$V_{\mu} = V_s + V_c \tag{Eq.2.1}$$

onde  $V_s$  representa a cortante resistida pela armadura transversal, a qual no caso de ser constituída por estribos verticais é relatada segundo o ACI<sup>2</sup> como

$$V_s = \frac{A_{sw} f_{yw} d}{s}$$
(Eq.2.2)

e  $V_c$  é a força cortante que representa a contribuição do concreto com fibras, em termos de tensão estimada pela seguinte relação empírica

$$\tau_c = k f_t \left(\frac{d}{a}\right)^{1/4} \tag{Eq.2.3}$$

Obtendo a resistência à tração do concreto,  $f_i$ , por ensaios de corpos-de-prova, a constante k é definida:

k = 1 se  $f_t$  for obtido pela tração direta; k = 2/3 se  $f_t$  for obtido por compressão diametral; k = 4/9 se  $f_t$  for obtido usando módulo de ruptura.

Finalmente, vale mencionar o fato da proposta de Sharma<sup>42</sup> ser a recomendada pelo ACI<sup>1</sup> para avaliar a resistência ao cisalhamento do concreto reforçado com fibras de aço.

# 2.3 NARAYANAN E DARWISH<sup>36</sup>

Em Cardiff, na Universidade de Gales, Narayanan e Darwish<sup>36</sup> ensaiaram vinte e quatro vigas com três combinações de fibras de aço e estribos convencionais. Estas vigas eram em argamassa, por isso não continham agregado graúdo. Para os pesquisadores isto asseguraria distribuição uniforme das fibras na mistura.

Principais variáveis foram: taxa de armadura longitudinal, volume de fibras, taxa de armadura de cisalhamento e vão de cisalhamento.Todas as vigas tinham seção transversal retangular com 8,5 cm de largura e 15 cm de altura e a resistência a compressão do concreto foi

determinada usando corpos-de-prova cúbicos de 10 cm de lado. As fibras de aço utilizadas romperam com 1900 N/mm<sup>2</sup>, tendo um diâmetro de 0,4 mm e comprimento de 40 mm, resultando num fator de forma (relação do comprimento pelo diâmetro) de 100.

Características geométricas e de armação das vigas podem ser visualizadas na figura 2.3 enquanto a tabela 2.2 resume características de cada viga ensaiada, bem como resultados obtidos nos ensaios para as vigas com estribos.



medidas em mm Fonte: Narayanan e Darwish<sup>36</sup>

Figura 2.3: Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas por Narayanan e Darwish

Observou-se a ruína de duas maneiras diferentes: flexão (F) e cisalhamento (C). A ruína por flexão foi caracterizada pelas fissuras de flexão emanadas da face tracionada e penetrando na altura até a zona de compressão. Em poucos casos foi brusca e com grande dissipação de energia, quando o concreto esmagou por compressão.

Vigas	Pr %	a/d	f <sub>c</sub> N/mm <sup>2</sup>	ρ %	f <sub>yl</sub> N/mm <sup>2</sup>	ρ <sub>w</sub> %	<b>f</b> <sub>yw</sub> N/mm <sup>2</sup>	V <sub>u,exp</sub> kN	$\tau_{wu,exp}$ N/mm <sup>2</sup>	$\tau_{wu,teor}(*)$ N/mm <sup>2</sup>	Ruína
B1	0	2,0	82,3	2,00	550	1,64	380	77,8	7,04	8,21	F
B3	0,5	2,0	85,6	2,00	550	1,00	380	65,5	5,93	7,46	F
B4	0	2,0	92,1	2,00	550	1,64	380	61,8	5,59	8,32	F
B6	0,5	2,0	89,5	2,00	550	1,00	380	64,6	5,89	7,53	F
<b>B</b> 7	0	3,0	82,3	2,00	550	1,40	380	50,3	4,55	7,02	F
<b>B</b> 9	0,5	3,0	85,6	2,00	550	0,76	380	52,5	4,75	5,41	F
B10	0	3,0	92,1	2,00	550	1,40	380	50,3	4,55	7,13	F
B12	0,5	3,0	89,5	2,00	550	0,76	380	52,0	4,71	5,46	F
B13	0	2,0	82,3	5,72	550	1,64	380	101,5	9,48	9,69	C
B15	0,5	2,0	85,6	5,72	550	1,00	380	88,5	5,23	9,54	C
B16	0	2,0	92,1	5,72	550	1,64	380	105,0	9,80	9,81	C
B18	0,5	2,0	89,5	5,72	550	1,00	380	102,5	9,57	9,61	C
B19	0	3,0	82,3	5,72	550	1,40	380	84,5	7,89	8,01	C
B21	0,5	3,0	85,6	5,72	550	0,76	380	72,0	6,71	6,41	С
B22	0	3,0	92,1	5,72	550	1,40	380	86,0	8,03	8,13	C
B24	0,5	3,0	89,5	5,72	550	0,76	380	77,5	7,24	6,45	C

Tabela 2.2: Valores relativos às vigas ensaiadas por Narayanan e Darwish<sup>36</sup>

 $\overline{(^*) \tau_{wu,teór}}$  calculado de acordo com equacionamento proposto por Narayanan e Darwish<sup>36</sup>

Já a ruína por cisalhamento foi caracterizada pela extensa fissura diagonal na zona de cisalhamento da viga. Esta fissuração tinha inclinação ao redor de 45° com a horizontal e extendia-se do apoio até o ponto de aplicação da força. Nessas vigas ocorreram fissuras de flexão de pequeno comprimento. Em todos os casos de concreto com fibras, estas vigas não romperam.

Neste artigo, o modo de ruptura das vigas ensaiadas por Narayanan e Darwish<sup>36</sup> que atingiram o colapso por esforço cortante não foi melhor identificado.

Baseados nos resultados dos ensaios, Narayanan e Darwish<sup>36</sup>, chegaram as seguintes conclusões:

a) substituição de metade do volume de estribos por fibras não diminui significativamente a resistência ao cisalhamento das vigas;

b) resistência da primeira fissura foi maior para vigas contendo fibras comparada aquelas vigas com apenas estribos, aumentando quando a porcentagem de fibras aumentava;

c) lascamento do concreto contendo fibras foi desprezível quando comparado com vigas convencionalmente armadas;

d) na ruína, vigas com fibras e estribos mostraram realce na ductilidade e aumento na capacidade de absorção de energia; a integridade estrutural dos membros também foi preservada;

e) vão de cisalhamento teve uma ampla influência na resistência final das vigas. Há redução na resistência quando *a/d* aumenta;

f) vigas as quais incluíam fibras e estribos, foram mais rígidas do que aquelas com estribos. Depois da ruína, as vigas com fibras mostraram realce na ductilidade e foram capazes de sustentar forças maiores do que as vigas contendo apenas estribos. A ruína ocorreu de uma maneira muito lenta;

g) quantidade de fissuras foram reduzidas consideravelmente pela adição das fibras e o panorama final da fissuração apresentou fissuras menores em tamanho do que nas vigas com somente estribos.

Por fim, Narayanan e Darwish<sup>36</sup>, propõem um método para prever a tensão última de cisalhamento em vigas de concreto armado contendo uma combinação de fibras de aço e estribos como armadura de cisalhamento. Para tanto, a resistência última ao cisalhamento pode ser prevista como:

$$\tau_{wu} = \tau_s + \tau_c \tag{Eq.2.4}$$

A contribuição dos estribos verticais no estado limite último é obtida (depois da eliminação dos fatores parciais de segurança) na da BSI 1985<sup>\*</sup> conforme:

$$\tau_s = \frac{A_{sw} f_{yw}}{b_w s} \tag{Eq.2.5}$$

<sup>\*</sup> BSI (1985) refere-se à "Specification use of concrete, part 1, code of practice for design and construction" (1985). BS8110:1985, British Standards Institution, Londres, Inglaterra.

e, tomando como referência resultados de um grande número de ensaios, a contribuição do concreto adicionado com fibras definida por

$$\tau_{c} = e \left[ 0,24 f_{ct,sp} + 80 \rho \frac{d}{a} \right] + 0,41 \tau_{f} F_{f}$$
(Eq.2.6)

Fator e, adimensional, leva em conta o efeito arco e é dado por:

$$e=1$$
 quando  $\frac{a}{d} > 2,8$  (Eq.2.7)

$$e = 2,8\frac{d}{a}$$
 quando  $\frac{a}{d} \le 2,8$  (Eq.2.8)

sendo  $f_{ct,sp}$  a resistência do concreto à tração obtida pela compressão diametral em N/mm<sup>2</sup>,  $\rho$ , a taxa geométrica útil de armadura longitudinal tracionada,  $\tau_f$ , a tensão de aderência interfacial fibra-matriz a qual na indisponibilidade de dados pode ser adotada com o valor seguro de 4,15 N/mm<sup>2</sup> (Swamy e Mangat apud Narayanan e Darwish<sup>36</sup>) e  $F_f$  é o fator fibra dado por

$$F_f = \left(\frac{l_f}{d_f}\right) \rho_f \beta \tag{Eq.2.9}$$

onde  $\beta$  é um fator de aderência (variando de ½ à 1) considerando o contorno e as características superficiais das fibras. Baseados num grande número de testes de arrancamento, Narayanan e Kareem-Palanjian apud Narayanan e Darwish<sup>37</sup>, estipularam para  $\beta$  o valor relativo de ½ para fibras que tem seção transversal circular, ¾ para fibras com ancoragens em gancho nas pontas ou onduladas e 1 para fibras recortadas.

# 2.4 MANSUR E ONG<sup>31</sup>

Estes professores da Universidade Nacional de Singapura, analisaram experimentalmente o comportamento ao cisalhamento de dez vigas altas de concreto reforçado com fibras. Todas as vigas possuíam seção transversal retangular com 9 cm de largura e 50 cm

de altura. O comprimento das vigas era variável, portanto a relação a/h também era. Outros parâmetros variados foram o volume de fibras e as taxas de armadura longitudinal e transversal.

Características geométricas e armações das vigas podem ser observadas na figura 2.4, já na tabela 2.3 são mostrados os detalhes das vigas e resultados dos ensaios.



medidas em mm

**Figura 2.4**: Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas por Mansur e Ong<sup>31</sup>

Vigas	a/h	d	ρ <sub>f</sub>	ρ	ρ <sub>w</sub>	$\mathbf{f_c}$	V <sub>u,exp</sub>	$V_{u,teor}(*)$	V <sub>u,exp</sub> /
		mm	%	%	%	N/mm	KIN	KIN	V <sub>u,teor</sub>
<b>B1</b>	0,29	402	1,0	2,29	0,44	35,7	375	404,7	0,93
B2	0,57	402	1,0	2,29	0,44	35,7	360	382,1	0,94
B3	0,86	402	1,0	2,29	0,44	35,5	291	299,0	0,97
<b>B4</b>	1,14	393	1,0	2,29	0,44	31,1	228	219,5	1,04
<b>B5</b>	1,71	391	1,0	2,29	0,44	31,5	183	166,3	1,10
<b>B6</b>	1,14	400	0,0	2,29	0,44	34,4	205	196,9	1,09
<b>B7</b>	1,14	399	0,5	2,29	0,44	33,8	220	213,4	1,03
<b>B8</b>	1,40	398	1,5	2,29	0,44	33,2	260	246,7	1,05
<b>B</b> 9	1,4	389	1,0	2,29	0,44	29,5	224	219,5	1,02
<b>B10</b>	1,40	395	1,0	2,29	1,21	30,1	290	264,7	1,10

**Tabela 2.3:** Valores relativos às vigas ensaiadas por Mansur e Ong<sup>31</sup>

(\*) V<sub>u,teor</sub> calculado de acordo com equacionamento proposto por Mansur e Ong<sup>31</sup>

A tensão de escoamento das barras da armadura longitudinal inferior e a tensão do conjunto dos estribos e armadura de pele foram de 440 e 375 N/mm<sup>2</sup>, respectivamente. O valor da taxa de armadura longitudinal superior foi de 1,79%. Todas as fibras de aço utilizadas tinham 30 mm de comprimento e seção transversal quadradas com 0,5 mm de lado. Corpos-de-prova usados para determinação da resistência do concreto eram de formato cilíndrico com diâmetro de 10 cm e altura de 20 cm.

Ao redor de 80 a 90% da carga última, uma das fissuras diagonais aumentou sua largura excessivamente (exceto para B1) conduzindo a ruína. No caso da viga B1, a ruína finalmente ocorreu pelo esmagamento do concreto entre as fissuras diagonais.

Neste artigo, o modo de ruptura das vigas ensaiadas por Mansur e Ong<sup>31</sup> não foi melhor identificado.

Das investigações experimentais e analíticas, Mansur e Ong<sup>31</sup> concluíram:

 a) uma redução no vão de cisalhamento aumenta tanto a fissuração diagonal quanto a resistência final ao cisalhamento;

 b) a adição de fibras de aço discretas fornece melhor controle da fissuração e realça a resistência e deformação características de vigas convencionais altas.

Por último Mansur e Ong<sup>31</sup> propõem um modelo da relação tensão-deformação do concreto com fibras e, por meio desta, indiretamente prevêem a resistência última à cortante cuja formulação não é descrita neste artigo.

# 2.5 EL-NIEMA<sup>15</sup>

Como professor da Universidade Cartum, Sudão, ensaiou dez vigas de concreto armado sob cisalhamento. Destas dez vigas apenas uma delas não continha fibras. As dimensões e a armação das vigas são representadas na figura 2.5 enquanto as propriedades e resultados das vigas ensaiadas são apresentadas na tabela 2.4.



Figura 2.5: Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas por El-Niema<sup>15</sup>

Tabela 2.4: Valores relativos às vigas ensaiadas por El-Niema<sup>15</sup>

Vigas	l₅∕d₁	Pf %	f <sub>c</sub> N/mm <sup>2</sup>	f <sub>ct,sp</sub> N/mm <sup>2</sup>	V <sub>u,exp</sub> kN
1			23,7	2,0	80,64
2	127,7	0,4	26,2	4,5	90,45
3	127,7	0,7	28,6	4,6	93,88
4	127,7	1,0	29,7	4,7	98,79
5	95,75	0,4	24,6	3,6	82,11
6	95,75	0,7	25,2	3,9	88,98
7	95,75	1,0	25,6	4,1	91,43
8	63,83	0,4	24,0	3,1	81,13
9	63,83	0,7	25,0	3,6	84,04
10	63,83	1,0	25,4	4,0	90,45

Sendo a quantidade e o fator de forma das fibras variados, a seção transversal e as armaduras longitudinais e transversais permaneceram constantes com relação a/d = 3,86 e tensão característica de escoamento das barras utilizadas de 250 N/mm<sup>2</sup>.

El-Niema<sup>15</sup> relatou as conclusões a seguir:

a) fibras de aço afetam o mecanismo de cisalhamento nas vigas de concreto armado;

b) resistência a primeira fissura é claramente aumentada com o incremento do fator de forma;

c) o volume de fibras tem uma forte influência na força última de cisalhamento;

d) tenacidade e ductilidade são melhoradas com o aumento do volume e fator de forma das fibras.

Neste artigo, o modo de ruptura das vigas ensaiadas por El-Niema<sup>15</sup> não foi melhor identificado.

# 2.6 FURLAN JR. E HANAI<sup>19</sup>

Furlan Jr. e Hanai<sup>19</sup>, pesquisadores da Escola de Engenharia de São Carlos, Brasil, investigaram experimentalmente a resistência ao momento fletor e ao cisalhamento de catorze vigas de concreto com adição de fibras de aço e de polipropileno.

Todas as seções das vigas eram de formato retangular. As principais variações foram o tipo e o volume das fibras adicionadas e em um segundo plano a quantidade de estribos. As vigas série A possuíam estribos verticais com diâmetro de 3,4 mm espaçadas de 10 cm enquanto as vigas da serie B não possuíam estribos. As fibras de aço possuíam seção retangular (0,2 mm x 2,3 mm) em dois diferentes comprimentos: 25,4 mm e 38,1 mm.

Corpos-de-prova cilíndricos 15 cm x 30 cm foram utilizados para determinar a resistência do concreto.

44

Na figura 2.6 é possível observar a geometria e detalhes de armação das vigas ensaiadas e na tabela 2.5 constam as características e propriedades das vigas.



medidas em mm

**Figura 2.6**: Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas por Furlan Jr. e Hanai<sup>19</sup>

Todas as vigas sem estribos apresentaram ruína por cisalhamento e apenas duas vigas com estribos apresentaram o mesmo modo de ruína (P5A e P7A).

Furlan Jr. e Hanai<sup>19</sup> concluíram o seguinte:

 a) o andamento das fissuras no concreto reforçado com fibras foi relativamente lento e consequentemente foram reduzidas as deflexões. A configuração fissurada no final dos testes foi mais intensa;

b) a adição de fibras aumentou a resistência ao cisalhamento e o modo de ruína foi alterado de cisalhamento para flexão em quatro vigas com estribos, o que sugere melhora efetivada pelas fibras nesta situação. A ruína foi mais dúctil em praticamente todas as vigas reforçadas com fibras;

c) em alguns casos, por causa da tensão nos estribos, percebe-se que um efetivo controle da fissuração aumenta a contribuição dos mecanismos resistentes alternativos.

Vigas	l <sub>f</sub> mm	ρ <sub>f</sub> %	f <sub>c</sub> N/mm <sup>2</sup>	f <sub>ct,sp</sub> N/mm <sup>2</sup>	V <sub>u,exp</sub> kN	$V_{u,exp}/V_{u,teor}(*)$	Ruptura
P1A			43,8	3,4	40	1,16	Força cortante-tração
P1B			43,8	3,4	32	2,22	Força cortante-tração
P3A	25,4	1,0	54,8	3,3	47	1,29	Flexão
P3B	25,4	1,0	54,8	3,3	40	2,5	Força cortante-tração
P4A	25,4	2,0	50	4,2	46	1,29	Força cortante-tração
P4B	25,4	2,0	50	4,2	44	2,86	Flexão
P5A	38,1	1,0	49,3	3,85	43	1,22	Força cortante-tração
P5B	38,1	1,0	49,3	3,85	37	2,43	Força cortante-tração
P6A	38,1	2,0	53,7	4,3	47	1,3	Flexão
P6B	38,1	2,0	53,7	4,3	40	2,53	Força cortante-tração
<b>P7A</b>	38,1	0,5	53,5	3,6	45	1,25	Força cortante-tração
P7B	38,1	0,5	53,5	3,6	35	2,22	Força cortante-tração

Tabela 2.5: Valores relativos às vigas ensaiadas por Furlan Jr. e Hanai<sup>19</sup>

(\*) V<sub>u.teor</sub> calculado de acordo com equacionamento da Norma brasileira

# 2.7 OH, LIM, YOO E KIM<sup>28,39</sup>

Estes pesquisadores da Universidade Nacional de Seul, Coréia do Sul, investigaram experimentalmente os mecanismos de cisalhamento de vigas de concreto armado contendo fibras de aço.

No total foram nove vigas de seção retangular com 10 cm de largura e 18 cm de altura e como principais variáveis a taxa de fibras e de armadura transversal. Para os corpos-de-prova utilizaram-se formas cilíndricas de 10 cm x 20 cm.

As barras da armadura longitudinal tinham tensão de escoamento de 420 N/mm<sup>2</sup> sendo que as barras superiores eram de 10 mm e as inferiores de 16 mm de diâmetro. Para os estribos foram utilizadas barras com diâmetro de 6 mm cuja tensão de escoamento teve o valor de 359 N/mm<sup>2</sup>. Já as fibras de aço usadas tinham 0,7 mm de diâmetro, 42 mm de comprimento, tensão de escoamento de 1303 N/mm<sup>2</sup> e 60 como fator de forma (relação entre o comprimento e o diâmetro da fibra).

Maiores detalhes das vigas testadas são mostrados na tabela 2.6. A geometria e a localização dos pontos de aplicação do carregamento nas vigas ensaiadas são mostrados na figura 2.7.



medidas em mm

# Figura 2.7: Características geométricas, de armação e de carregamento das vigas ensaiadas por Oh, Lim, Yoo e Kim<sup>39</sup>

O volume de fibras variou de 0 a 2% e é representado pela letra V (V0, V1 e V2) na nomenclatura das vigas. A taxa de armadura transversal variou de 0 até 100% daquela exigida

UNICAMP BIBLIOTECA CENTRAL pelo dimensionamento e é representada pela letra S na nomenclatura das vigas, sendo S0 a viga sem estribos, S0.5 a viga com 50% de  $\rho_w$  necessário, S0.75 a viga com 75% de  $\rho_w$  necessário e S1 a viga com 100% de  $\rho_w$  necessário.

Todas as vigas exibiram um comportamento similar, linear, desde o inicio do carregamento até o aparecimento da primeira fissura. A viga S0-V0 (sem fibras e sem estribos) entrou em colapso logo depois da formação da fissura diagonal. Nas vigas S0 a ruína mudou de cortante para flexão conforme a taxa de fibras era aumentada. Já viga S0-5V1 mostrou ruína por flexão mas com fissuras típicas de cisalhamento (os pesquisadores<sup>39</sup> acreditam que 1% de fibras seja o ponto crítico para mudar o tipo de ruptura de cisalhamento para flexão). As vigas S0 referem-se à aquelas com armadura transversal (estribos) menor do que aquela solicitada pelo dimensionamento.

Neste artigo, o modo de ruptura das vigas ensaiadas por Oh et al.<sup>28,39</sup> não foi melhor identificado.

Vigas	ρ <sub>w</sub> %	Pf %	f <sub>c</sub> N/mm <sup>2</sup>	<b>f</b> <sub>ct,sp</sub> N/mm <sup>2</sup>	τ <sub>wu,exp</sub> N/mm <sup>2</sup>	$\tau_{wu,teor}(*)$ N/mm <sup>2</sup>
S0-V0	0	0	34	2,5	3,56	3,38
S0.5V0	0,7	0	34	2,5	5,35	5,34
S0.75V0	0,9	0	34	2,5	6,36	6,3
S1·V0	1,4	0	34	2,5	7,00	7,77
S0-V1	0	1	38,7	4,0	4,49	4,98
S0.5V1	0,7	1	38,7	4,0	5,73	7,00
S0.75V1	0,9	1	38,7	4,0	7,00	7,70
S0-V2	0	2	42,4	5,1	5,73	6,36
S0.5V2	0,7	2	42,4	5,1	6,80	8,50

TABELA 2.6: Valores relativos às vigas ensaiadas por Oh et al.<sup>39</sup>

(\*)  $\tau_{wu,teor}$  calculado de acordo com equacionamento proposto por Oh et al.<sup>39</sup>

Oh et al.<sup>28,39</sup> relataram as seguintes conclusões:

a) modo de ruína das vigas de concreto armado com taxa de armadura de cisalhamento abaixo da necessária exigida pelo dimensionamento muda de cortante para flexão quando o volume de fibras supera 1%. Assim o reforço das fibras aumenta enormemente a capacidade ao cisalhamento;

b) a adição das fibras é efetiva no controle das fissuras de cisalhamento. Assim a resistência as fissuras por força cortante aumenta significativamente com a adição das fibras;

c) uso do reforço de fibras pode reduzir a quantidade de estribos necessários e a combinação de fibras e estribos pode ser usada para reunir ambos, resistência e ductilidade requeridas.

Para finalizar, Oh et al.<sup>39</sup> estabelecem o esforço cortante último das vigas de concreto reforcado com fibras como resultado da soma das tres parcelas a seguir:

$$V_u = V_c + V_s + V_f \tag{Eq.2.10}$$

onde  $V_c$  é a cortante última no concreto sem armadura de alma,  $V_s$  é a contribuição dos estribos e  $V_f$  é a cortante devida a presença das fibras de aço.

Conforme Zsutty apud Oh et al.<sup>39</sup>, a resistência ao cisalhamento do concreto sem armadura de alma,  $V_c$ , pode ser escrita como:

$$V_c = \left(10\rho f_c \frac{d}{a}\right)^{1/3} b_w d \qquad \text{para} \qquad \frac{a}{d} \ge 2,5 \qquad (\text{Eq.2.11})$$

$$V_c = (160 \rho f_c)^{1/3} \left(\frac{d}{a}\right)^{4/3} b_w d$$
 para  $\frac{a}{d} \le 2.5$  (Eq.2.12)

onde as unidades de  $f_c\,$ são N/mm², já a contribuição dos estribos verticais é expressa por

$$V_s = \frac{A_{sw} f_{yw}}{s} d \tag{Eq.2.13}$$

e a parcela resultante da inclusão das fibras de aço, V<sub>f</sub>, é representada como

$$V_{f} = \frac{\tau_{f} \rho_{f} l_{f}}{4 d_{f}} b_{w} (h - x)$$
(Eq.2.14)

correspondendo x à altura da linha neutra determinada assumindo uma distribuição retangular das tensões de compressão no concreto de valor equivalente a  $0.85 f_c$ .

# 2.7 DI PRISCO E ROMERO<sup>14</sup>

Pesquisadores do Politécnico de Milão, Itália, investigaram analíticamente o papel dos estribos e fibras no colapso por cisalhamento. Para isto usaram como base resultados experimentais de: El-Niema<sup>15</sup>, Narayanan e Darwish<sup>36</sup> e Kwak et al. apud di Prisco e Romero<sup>14</sup> (fig. 2.8).



 $f_{\gamma}$  relativo a  $\phi_{sw}$ 

**Figura 2.8**: Características geométricas e de armação das vigas analisadas por di Prisco e Romero<sup>14</sup>

O total das vigas comparadas com seu modelo proposto foi de vinte e duas vigas, onde a resistência do concreto variava de 22 a 76 N/mm<sup>2</sup>, o volume de fibras de 0 a 2%, a taxa de armadura transversal de 0,28 a 1,64% e a tensão de escoamento dos estribos variando de 250 a  $517 \text{ N/mm}^2$ .

Após compararem os resultados dos ensaios com o modelo proposto chegaram as seguintes conclusões:

a) experimentalmente, a adição de fibras aos estribos convencionais tem provado ser um meio de obter ruína dúctil por cisalhamento com alta tenacidade, particularmente em vigas de concreto de alta resistência, aumentando a resistência última ao cisalhamento linearmente com o conteúdo de fibras;

b) interação entre a contribuição das fibras e os vários mecanismos resistentes é sempre favorável para a flexão da biela e o efeito de pino e desfavorável para o engrenamento dos agregados. Isto envolve uma redução significante no papel do engrenamento dos agregados e um aumento do efeito de pino, especialmente quando o espaçamento dos estribos não é alterado mesmo quando as fibras são adicionadas;

c) quando uma certa quantidade de fibras é adicionada aos estribos convencionais, os deslocamentos relativos nas interfaces das fissuras não mudam significativamente no impedimento da ruína.

Finalmente, estes pesquisadores propõem uma expressão para determinar a tensão última de cisalhamento cuja descrição não é descrita no artigo pesquisado.
# **CAPÍTULO 3 – PROGRAMA EXPERIMENTAL**

Este programa experimental foi iniciado para avaliar a influência da adição de baixos teores de fibras de aço na resistência ao força cortante em vigas de concreto armado.

Logo no planejamento dos experimentos surgiu uma grande dúvida. Era esta a aplicabilidade do modelo aditivo de treliça às vigas de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço submetidas a flexão simples. E se for aplicável, a possibilidade de elaborar um procedimento de projeto para estes elementos estruturais partindo apenas deste modelo.

Experimentalmente, foram analisadas oito vigas igualmente armadas. Mantiveram-se constantes: resistência à compressão do concreto (em torno de 90 N/mm<sup>2</sup>), taxa de armadura transversal (fornecida pelos estribos) e posição do ponto de aplicação da força transversal. O volume de fibras adicionado e a taxa de armadura longitudinal foram as variáveis envolvidas afim de se observar o comportamento destas vigas com relação ao cisalhamento.

Este trabalho vem dar prosseguimento aos estudos do comportamento estrutural de elementos executados com concreto de alta resistência desenvolvidos no Laboratório de Engenharia Civil da Unicamp.

#### **3.1 DETALHES GERAIS DAS VIGAS EXPERIMENTADAS**

#### 3.1.1 CARACTERIZAÇÃO

A denominação adotada para as vigas, como, por exemplo, a viga HC60, seguiu o procedimento seguinte:

1) as duas primeiras letras definem o diâmetro das barras da armadura longitudinal utilizada, isto é, HC para barras com 12,5 mm de diâmetro e AC para barras com 16 mm de diâmetro;

2) os dois números seguintes expressam a quantidade, em quilogramas, de fibras de aço com alto teor de carbono utilizadas, por metro cúbico de concreto, na mistura experimental.

Desta maneira, HC60 refere-se a uma viga com armadura longitudinal composta por barras de 12,5 mm de diâmetro e taxa de 60 quilogramas de fibras por metro cúbico de concreto, sendo as fibras usadas de aço com alto teor de carbono.

#### 3.1.2 FORMA DAS VIGAS

Como visto no capítulo 1, a relação de rigidez,  $b_f/b_w$ , tem um papel preponderante no comportamento estrutural de vigas submetidas a força cortante. Leonhardt<sup>26</sup>, constatou armadura de alma pouco solicitada em vigas de seção transversal retangular e menor efetividade das fibras (em vigas retangulares fletidas) foi encontrada por Williamson e Knab<sup>47</sup>. Seções duplo *T*, foram escolhidas por Casanova et al.<sup>12</sup> para desenvolver um autentico mecanismo de treliça.

Para Swamy et al.<sup>44</sup>, um melhor alinhamento das fibras na direção da tensão principal de tração pode ser achada num membro de alma fina, ademais, a seção delgada assegura uma eficiente orientação das fibras para limitar a abertura das fissuras de cisalhamento.

Experiências, desenvolvidas por Casanova et al.<sup>12</sup>, comprovaram efeito escala por causa da altura da seção, com abertura última da fissura proporcional à altura da viga. Williamson e Knab<sup>47</sup> alertam para ensaios de vigas de concreto com fibras em escala real, os quais tem indicado que o modo de ruína de elementos em escala real pode diferir dos especímenes de laboratório e Adebar et al.<sup>3</sup> relatam que menores aumentos na resistência ao cisalhamento são indicados para testes em escala real.

Neste trabalho todas as vigas foram executadas com as mesmas dimensões. A seção transversal adotada para as vigas foi a seção em formato *I*, ao longo do vão, e retangular, nas extremidades, de modo a melhorar-se as condições de apoio. A figura 3.1 ilustra as dimensões adotadas para as vigas.



Figura 3.1: Dimensões características das vigas

# 3.1.3 ESQUEMA ESTÁTICO E ESQUEMA DE CARREGAMENTO

As vigas foram ensaiadas sobre dois apoios que, além da rotação, permitiram o afastamento horizontal entre eles.

O carregamento nas vigas foi composto por uma carga concentrada aplicada no meio do vão. Esta carga concentrada no meio do vão foi aplicada de modo gradativo, com incrementos de 5 kN em cada estágio, até atingir o colapso das peças.

Na figura 3.2 indica-se o esquema estático e o esquema de carregamento adotados para as vigas.



Figura 3.2: Esquema estático e de carregamento para as vigas

A relação empregada, entre o vão de cisalhamento e a altura útil, a/d, para as vigas desta pesquisa, foi de 4,27. Segundo Ashour et al.<sup>6</sup>, é geralmente aceito que os efeitos de flexão sejam predominantes quando a/d for maior do que 2,5.

#### 3.1.4 ARMADURA

Todas as vigas desta pesquisa tiveram armadura de alma idênticas enquanto a armadura longitudinal teve duas configurações (fig. 3.3).

Constituída por estribos verticais, a armadura de alma foi de aço CA-60, 4,2 mm de diâmetro e espaçamento de 15 cm, correspondendo a uma taxa de armadura transversal de 0,364%.

Armadura longitudinal composta por seis barras de aço CA-50 dispostas simetricamente em ambos os banzos. A razão para tal simetria é o fato deste trabalho fazer parte de um amplo programa experimental o qual, dentre outros tópicos, inclui comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto de alta resistência submetidas a carregamento reverso. Na primeira configuração, a armadura longitudinal foi formada por seis barrasde 12,5 mm de diâmetro, correspondendo a uma taxa de armadura longitudinal tracionada de 1,32%. Já na segunda configuração, a armadura longitudinal foi constituída por seis barras de 16 mm de diâmetro, equivalente a uma taxa de armadura longitudinal tracionada de 2,19%.

Na região da viga com seção transversal em formato *I*, em cada posição da armadura transversal, existiam dois estribos individuais abertos. Para a região da viga com seção transversal retangular, em cada posição da armadura de alma, existia um estribo fechado (fig. 3.3).



Figura 3.3: Detalhe da armadura das vigas

A ancoragem nas extremidades foi feita em um comprimento de 14 cm a partir da face interna do apoio, o que representa 11 diâmetros. Nas extremidades das barras longitudinais foi soldada, transversalmente, uma barra de 12,5 mm de diâmetro com 14 cm de comprimento, de modo a melhorar, ainda mais, as ancoragens das barras longitudinais nos apoios (fig. 3.3).

Na região de introdução da carga os estribos ficaram espaçados por uma distância de apenas 5 centímetros.

# 3.2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS EMPREGADOS NA EXECUÇÃO DAS VIGAS

### 3.2.1 TRAÇO UTILIZADO PARA O CONCRETO

O traço procurado era aquele que resultasse numa resistência à compressão do concreto, aos 28 dias de idade, em torno de 90  $N/mm^2$ .

MATERIAL	CONSUMO
Cimento ARI	593 kg/m <sup>3</sup>
Sílica ativa	59,3 kg/m <sup>3</sup>
Areia	731,1 kg/m <sup>3</sup>
Pedra 1	1004,6 kg/m <sup>3</sup>
Pedrisco	111,6 kg/m <sup>3</sup>
Superplastificante	25,0 l/m <sup>3</sup>
Água	164,3 l/m <sup>3</sup>
Fibras de aço	0, 30, 40, 50 ou 60 kg/m <sup>3</sup>
a/c <sup>†</sup>	0,29 l/kg

fabela 3.1: Mistura	experimental	utilizada
---------------------	--------------	-----------

Para cada mistura, de modo a controlar a resistência à compressão e à tração, foram moldados seis corpos-de-prova cilíndricos com 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura. Os corpos-

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Expressão *a/c* refere-se ao quociente da relação: (água + superplastificante) ÷ (cimento + sílica ativa).

de-prova permaneceram nos moldes, cobertos com lona plástica no recinto do Laboratório, por três dias. Depois deste período eram desmoldados e novamente acondicionados sob a lona.

No concreto utilizado para moldagem das vigas, de traço em massa 1:1,12:1,71 (a/c=0,29), foi empregado cimento de alta resistência inicial (CPV-ARI), 10% de sílica ativa em relação a massa de cimento e aditivo superplastificante no teor de 1,2 %, em relação aos materiais cimentícios. Todos os materiais utilizados nas misturas foram os disponíveis em laboratório. Na tabela 3.1, apresenta-se o consumo de materiais na mistura utilizada.

#### 3.2.2 CONCRETO: CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS MATERIAIS COMPONENTES

#### 3.2.2.1 Cimento

O cimento utilizado foi o Portland de alta resistência inicial, o CPV-ARI PLUS da Cimentos Nacionais de Minas S.A. – CIMINAS. Este cimento tem como características relativas à finura um resíduo na peneira 200 de, aproximadamente, 1% e uma superfície específica Blaine de, aproximadamente, 400 m<sup>2</sup>/kg.

# 3.2.2.2 Sílica ativa

A sílica ativa empregada foi a SILMIX-ND, produzida pela Camargo Corrêa Cimentos S.A.

Como características físicas desta sílica ativa adotou-se:

- massa específica	$2.220 \text{ kg/m}^3;$
- massa unitária	$360 \text{ kg/m}^3;$
- superfície específica	20.000 m <sup>2</sup> /kg;

- partículas em formato esférico com diâmetro médio de 0,20 µm.

# 3.2.2.3 Agregados

O agregado graúdo foi constituído por uma parte de brita 1, com dimensão máxima de 19 mm e módulo de finura, MF, de 6,43, e outra parte de pedrisco, com dimensão máxima de 9,5 mm e módulo de finura, MF, de 5,56.

O agregado miúdo foi constituído por areia, passando pela peneira de 6,3 mm e com módulo de finura, MF, de 3,16.





Figura 3.4: Análise granulométrica dos agregados

59 UNICAMP

## 3.2.2.4 Aditivos

O aditivo utilizado foi o superplastificante REAX 3000 A. Este aditivo foi usado em solução com concentração de 20% em massa e densidade de 1,12 g/cm<sup>3</sup>.

#### **3.2.3 ARMADURAS**

Das barras de aço, utilizadas na armadura longitudinal e transversal das vigas, foram retiradas quatro amostras por lote. Duas destas amostras foram ensaiadas à tração e as restantes foram utilizadas para determinarem-se as características como peso linear, área da seção transversal e diâmetro nominal da barra. De modo a obter-se o diagrama tensão-deformação, cada amostra, ensaiada à tração, foi instrumentada com extensômetros elétricos de resistência. Nas figuras 3.5, 3.6 e 3.7, apresentam-se os diagramas tensão-deformação, bem como as características mecânicas das barras de aço utilizadas nas vigas.



Figura 3.5: Diagrama tensão-deformação dos fios  $\phi = 4,2$  mm utilizados nas vigas



Figura 3.6: Diagrama tensão-deformação das barras  $\phi = 12,5$  mm utilizadas nas vigas



**Figura 3.7:** Diagrama tensão-deformação das barras  $\phi = 16$  mm utilizadas nas vigas

#### 3.2.4 FIBRAS

As fibras de aço de alto teor de carbono, incorporadas aos concretos, são do tipo coladas em pentes, com seção transversal circular e com ancoragens em gancho nas extremidades. O volume de fibras incorporado ao concreto varia de 0,38% a 0,76%. Características expostas na tabela 3.2 e figura 3.8.

Comprimento médio	58,4	
$I_{f}$ (mm)		
Diametro medio	0,752	
$\underline{\mathbf{d}_{\mathbf{f}}\left(\mathbf{mm}\right)}$		
Fator de forma	77.7	
l <sub>f</sub> /d <sub>f</sub>		
f <sub>yf</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	2667	
Valores médios em dez amo	stras	
$d_{s} = 0.752 \text{ mm}$		
	<u>`</u>	-
	>	┥

**Tabela 3.2:** Caracterização das fibras de acordo com ASTM A820<sup>5</sup>

Figura 3.8: Geometria das fibras empregadas nos ensaios Fonte: adaptada de Imam<sup>22</sup>

Em matrizes de alto desempenho, segundo Aïtcin<sup>4</sup>, a aderência entre fibras e matriz é assim tão forte que, mais que freqüentemente, a resistência de aderência desenvolvida na

interface fibra-matriz é maior que a tensão última que pode ser desenvolvida nas fibras, portanto as fibras rompem antes de algum arrancamento ser desenvolvido.

A opção por fibras de aço de alto teor de carbono foi determinada analisando os resultados obtidos em trabalho desenvolvido anteriormente por Pinto Jr.<sup>40</sup>, resultados estes que demonstraram o melhor desempenho deste tipo de fibra em relação às de baixo teor de carbono em função da elevada aderência existente entre fibra e matriz nestes concretos de alta resistência, que causa a ruptura destas fibras de menor resistência e, consequentemente, menor ductilidade e um controle da fissuração menos eficiente.

Para Narayanan e Darwish<sup>35</sup>, as fibras tendo altos fatores de forma exibem grande resistência ao arrancamento e são, portanto, mais efetivas do que as fibras com pequenos valores de fator de forma. Em geral o fator de forma máximo usado é ao redor de 100, na opinião de Mehta e Monteiro<sup>32</sup>.

Casanova et al.<sup>12</sup> descrevem que o uso de fibras em grandes proporções desorganiza o esqueleto granular e leva a perdas de trabalhabilidade.

Sendo a trabalhabilidade da mistura a principal limitação no aumento da dosagem de fibras de aço no concreto de alto desempenho, Aïtcin<sup>4</sup> sugere o uso de fibras curtas para aumentar a dosagem das fibras.

Mehta e Monteiro<sup>32</sup> e Shitote<sup>43</sup> observam da literatura que a faixa prática de trabalho para fibras de aço não excede 2% por volume. Acrescenta, Shitote<sup>43</sup>, ser isto por razões de trabalhabilidade na mistura e diminuição na contribuição para resistência.

Aumentos na taxa de fibras superiores a 1%, conclui Narayanan e Darwish<sup>35</sup>, não resultam em correspondentes aumentos na resistência ao cisalhamento.

Vários pesquisadores, cita Shitote<sup>43</sup>, tem mencionado que um mínimo volume de fibras é necessário para que as fibras sejam efetivas. Este valor é sugerido ao redor de 0,5% por volume

embora há resultados de pesquisa no qual o volume aplicado foi de 0,25% e a fibra aparece efetiva.

Uma questão interessante é a orientação das fibras. Para Lorentsen<sup>29</sup>, na prática a orientação das fibras variará de acordo com o método de produção. Por exemplo, uma viga adensada sobre uma mesa vibratória terá a orientação das fibras influenciada pela direção na qual vibra a mesa e também pela direção da viga disposta sobre ela.

# 3.3 EXECUÇÃO, DESFORMA E CURA DAS VIGAS

Preparada a armação e a fôrma, a viga estava pronta para moldagem. Para a moldagem das vigas foi empregada forma de madeira com seção transversal em formato de *I*.

Antes do posicionamento da armadura no interior da fôrma foi dada uma demão de óleo lubrificante sobre todas as superfícies internas com o intuito de diminuir a aderência do concreto com a fôrma, facilitando assim a desmoldagem da viga.

O concreto foi preparado em betoneira, com eixo inclinado e com capacidade para 320 litros e o tempo aproximado de mistura foi de 10 minutos.

Seis corpos-de-prova cilíndricos, com 10 centímetros de diâmetro e 20 centímetros de altura, foram moldados juntamente com cada viga. Estes seis corpos-de-prova foram reservados para realizar ensaios de compressão axial e diametral no dia do ensaio da viga.

O adensamento do concreto da viga foi feito com vibrador de imersão, equipado de agulha de 25 mm de diâmetro e 400 mm de comprimento. Nos corpos de prova foi por mesa vibratória.

Imediatamente após a moldagem, tanto as vigas quanto os corpos-de-prova foram cobertos com lona plástica.

64

A desmoldagem das vigas e dos corpos-de-prova foi feita três dias após a moldagem. Uma vez desmoldados voltaram a serem cobertos com a lona plástica e foram mantidos no recinto do Laboratório desde a moldagem até a data do ensaio.

# 3.4 INSTRUMENTAÇÃO

#### 3.4.1 MEDIDAS DE DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS

Para medida das deformações nas armaduras foram empregados extensômetros elétricos de resistência, ligados a um aquisitor automático de dados. Uma vez preparada a superfície das armaduras, os extensômetros eram colados nas armaduras, isolados e protegidos com fita plástica.

A figura 3.9 ilustra a instrumentação das barras longitudinais e dos estribos, empregada em cada viga deste trabalho.



Figura 3.9: Instrumentação nas armaduras das vigas

A codificação adotada para as armaduras obedeceu o padrão adotado nos ensaios realizados por Moreno Jr.<sup>33</sup> Cada ponto instrumentado da armadura longitudinal foi designado por L e cada ponto instrumentado da armadura transversal por T.

À letra L ou T seguia-se um número de ordem. Os pontos instrumentados, localizados na seção do meio do vão da viga, foram designados pelo dígito 0 e os pontos instrumentados, a

esquerda ou a direita desta seção, foram representados, respectivamente, por numerais positivos ímpares e numerais positivos pares, crescentes, a partir de 0, em função do distanciamento da seção do meio do vão.

Para um bom controle dos efeitos do cisalhamento, quase todos os estribos foram instrumentados, com exceção dos situados nas extremidades da viga e os situados sob a carga aplicada no meio do vão. Nos estribos, os extensômetros foram instalados a meia altura em um ramo dos estribos

Já para observar-se a tensão no meio do banzo tracionado, foram instalados extensômetros nos pontos centrais das barras longitudinais inferiores.

A referência zero, para medida das deformações na armadura longitudinal e na armadura transversal, foi tomada estando a viga sem carga, somente sob a ação do peso próprio.

### 3.4.2 MEDIDAS DE DESLOCAMENTO VERTICAL

Deslocamentos verticais foram controladas por intermédio de relógio comparador instalado na face inferior e posicionado no meio do vão de cada viga. Por motivo de segurança, isto é preservar o aparelho, era retirado o relógio comparador antes do final da experiência.

A figura 3.10 ilustra o ponto, na viga, de medida dos deslocamentos verticais.





# 3.5 SISTEMA DE APLICAÇÃO DE CARGAS

As vigas deste trabalho foram submetidas a apenas um tipo de carga, esta perpendicular ao maior eixo de inércia da peça, aplicada sobre a face superior e no meio do vão.

Para aplicação da força concentrada no meio do vão da viga foi empregado o sistema de aplicação de cargas projetado por Gilson Battiston Fernandes, professor doutor do departamento de Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, e em utilização no Laboratório de Estruturas da Unicamp (fig. 3.11).



Figura 3.11: Sistema de aplicação de cargas

# 3.6 VALORES ESTIMADOS DO GRAU DE ARMAÇÃO TRANSVERSAL, MOMENTO FLETOR E FORÇA CORTANTE ÚLTIMOS

Com a armadura longitudinal tracionada fixada em três barras de 12,5 mm (ou três barras de 16 mm), resistência à compressão do concreto estimada em 90 N/mm<sup>2</sup> e o limite de escoamento da armadura longitudinal obtido por ensaios prévios de seus corpos-de-prova, figuras

3.5 à 3.7, foi calculado o valor último do momento fletor,  $M_{u,fl}$ , para as vigas testemunho (HC00 e AC00), de modo que ocorresse ruína por ação do fletor ou, mais precisamente, ruína por escoamento das barras da armadura longitudinal (tab. 3.3).

**Tabela 3.3:** Valores últimos estimados do momento fletore força cortante para escoamento da armadura transversal

VIGA	<b>f</b> <sub>c</sub> N/mm <sup>2</sup>	$A_{s}$ cm <sup>2</sup>	<b>f<sub>yl</sub></b> N/mm <sup>2</sup>	x cm	x/d	<b>M<sub>u,fi</sub></b> kN∙m	V <sub>u,fi</sub> kN
HC00	90	3,61	602	2,01	0,111	37,7	48,7
AC00	90	5,97	573	3,17	0,174	57,8	74,6

No cálculo do momento fletor último, foram admitidas as hipóteses da NBR 6118-1978<sup>7</sup>, com distribuição retangular das tensões de compressão no concreto e valor, para esta tensão, constante e igual a  $f_c$  estimado (no lugar de  $0,85 \cdot f_{cd}$ ). A este momento fletor último corresponde uma força cortante última,  $V_{u,fl}$ , também indicada na tabela 3.3.

Com o valor da força cortante última,  $V_{u,fl}$ , correspondente ao inicio de escoamento das barras da armadura longitudinal de cada viga, foram calculadas áreas das armaduras transversais necessárias, de acordo com o modelo clássico de treliça, admitindo-se grau total de armação ao cisalhamento,  $\rho_{w,M}$  (tab. 3.4).

Tabela 3.4: Valores do grau de armação ao cisalhamento adotados

VIGA	V <sub>u,fi</sub> kN	$\begin{array}{c c} \tau_{wu,fl} \\ N/mm^2 \end{array}$	f <sub>yw</sub> N/mm <sup>2</sup>	ρ <sub>w</sub> %	ρ <sub>w,M</sub> %	$\eta \rho_w / \rho_{w,M}$
HC00	48,7	5,36	682	0,364	0,898	0,405
AC00	74,6	8,21	682	0,364	1,376	0,265

Foi adotada uma armadura transversal, comum para todas as vigas, correspondente a uma taxa de armadura transversal,  $\rho_w$ , de 0,364%. Logicamente, este valor foi escolhido de modo a ser inferior a taxa de armadura transversal  $\rho_{w,M}$ , uma vez que a ruptura por escoamento da armadura transversal nas vigas HC00 e AC00 (sem fibras) era desejada.

#### 3.7 DESENVOLVIMENTO DOS EXPERIMENTOS

No dia anterior ao ensaio, era aplicada uma camada de tinta branca sobre toda a superfície da viga. Este procedimento, tinha como objetivo melhor identificação das fissuras na viga sob carregamento.

A viga era, então, posicionada no pórtico e instalava-se o equipamento de aplicação das forças. A seguir, os extensômetros elétricos eram ligados ao aquisitor automático de dados e este era conectado ao computador. Instalavam-se, então, o relógio comparador e as leituras iniciais de deformação e deslocamentos verticais eram anotadas.

Iniciava-se, a seguir, a aplicação da força no meio do vão, em incrementos de 5 kN. Após cada incremento de carga no meio do vão eram feitas novas leituras das deformações e dos deslocamentos verticais. Em seguida, o panorama de fissuração era observado e a evolução das fissuras eram anotadas na superfície da viga. Os ensaios eram conduzidos até a ruína das peças.

No dia do ensaio de cada viga eram ensaiados seis corpos-de-prova. Três ensaiados à compressão axial, de maneira a obter-se a resistência média à compressão e os três restantes ensaiados à compressão diametral, de maneira a obter-se a resistência média à tração.

# **CAPÍTULO 4 - RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS**

# 4.1 CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO DAS VIGAS

Na tabela 4.1, apresentam-se resultados relativos ao concreto de cada viga desta pesquisa.

VIGAS	HC00	HC30	HC40	HC50	HC60	AC00	AC30	AC50
<b>f</b> <sub>cm</sub> N/mm <sup>2</sup>	89	83	83	84	92	84	93	96
<b>f</b> <sub>ctm,sp</sub> N/mm <sup>2</sup>	4,74	5,87	8,50	8,83	9,52	4,51	6,77	10,38

Tabela 4.1: Características do concreto das vigas

As resistências médias, à tração e compressão do concreto, foram determinadas no dia do ensaio das vigas. A resistência à compressão,  $f_{cm}$ , indicada na tabela anterior, representa o valor médio das resistências obtidas em ensaios à compressão de três corpos-de-prova cilíndricos, com 10 centímetros de diâmetro e 20 centímetros de altura. A resistência à tração,  $f_{ctm,diam}$ , indicada na tabela anterior, representa a resistência média à tração indireta do concreto, tomada como o valor médio das resistências obtidas em ensaios à compressão diametral, de três corpos-de-prova cilíndricos, com 10 centímetros de diâmetro e 20 centímetros de altura.

#### **4.2 PRINCIPAIS RESULTADOS OBTIDOS NOS ENSAIOS**

No grupo HC ( $\phi = 12,5$  mm) todas as vigas experimentadas alcançaram o estado limite último por alongamento máximo da armadura longitudinal de tração com exceção da viga sem fibras, HC00, a qual alcançou o estado limite último por escoamento da armadura transversal, conforme esperado.

Já no grupo AC ( $\phi = 16$  mm) todas as vigas experimentadas alcançaram o estado limite último por escoamento da armadura transversal, também conforme esperado. Nestas vigas a ruptura aconteceu pela denominada ruptura por força cortante-tração.

A ruptura das vigas HC se deram de duas maneiras diferentes. Na viga HC00 a ruptura foi por força cortante-flexão, com escoamento das armaduras transversais e esmagamento do concreto da zona comprimida situada acima da fissura inclinada.

Nas vigas HC30, HC40, HC50 e HC60 a ruptura foi por flexão com a armadura longitudinal tracionada sofrendo deformações superiores à de escoamento, porém sem esmagamento do concreto da região comprimida. Essas vigas apresentaram fissuras de abertura reduzida e as armaduras de alma não atingiram o escoamento.

Os ensaios desta pesquisa foram conduzidos até uma intensidade de força concentrada, no meio do vão, sempre superior à aquela que produziu escoamento nas armaduras tracionadas. Maiores detalhes sobre os modos de ruptura das vigas são relatados em 5.6.

Para a NBR 6118:1978<sup>7</sup>, o estado limite último (de ruína) é o estado correspondente a ruína por ruptura, por deformação plástica excessiva ou por instabilidade. Com base nessa definição,  $V_u$  foi adotado como a força cortante correspondente ao menor dos valores que produziram o início de escoamento da armadura transversal ou alongamento máximo da armadura longitudinal de tração (1%). A ruptura do concreto nunca aconteceu antes do escoamento das armaduras.

Na tabela 4.2, a seguir, apresentam-se alguns resultados relativos ao comportamento das vigas durante os ensaios.

VIGAS	HC00	HC30	HC40	HC50	HC60	AC00	AC30	AC50
a/d	4,27	4,27	4,27	4,27	4,27	4,27	4,27	4,27
ρr %	0	0,38	0,51	0,64	0,76	0	0,38	0,64
ρ %	1,32	1,32	1,32	1,32	1,32	2,19	2,19	2,19
Р <b>w</b> %	0,364	0,364	0,364	0,364	0,364	0,364	0,364	0,364
<b>V</b> u,cis,exp kN	43					48	68	68
V <sub>u</sub> kN	43	55	54	50	52	48	68	68
V <sub>max</sub> kN	55,3	60,1	60,2	64,3	68,1	64,1	83,8	88,1
V <sub>serviço</sub> kN	27	34	34	31	32	30	42	42
δ mm	4,37	4,83	4,79	4,30	4,30	3,72	5,82	5,70

Tabela 4.2: Principais resultados de ensaio das vigas

Corresponde, V<sub>serviço</sub>, ao valor de serviço da força cortante definido por:

$$\frac{V_u}{\gamma_f \gamma_s} \tag{Eq.4.1}$$

como sugerem Levi e Marro apud Fernandes<sup>17</sup> e esforço cortante experimental,  $V_{u,cis,exp}$ , corresponde ao início de escoamento do primeiro estribo de cada viga.

Sendo a deformação excessiva um estado limite de utilização descrito pela NBR6118:1978<sup>7</sup>, optou-se por apresentar o valor do deslocamento vertical no meio do vão,  $\delta$ , como aquele correspondente à força cortante em serviço,  $V_{serviço}$ .

As figuras 4.17 a 4.23 ilustram o panorama da fissuração depois das vigas ensaiadas.

### 4.3 TENSÕES NOS ESTRIBOS E NA ARMADURA LONGITUDINAL

A evolução individual das tensões nos estribos e na armadura longitudinal, bem como a evolução global destas tensões para cada viga, estão representadas nas figuras 4.1 a 4.14.

Nessas figuras, a ausência de representação da evolução das tensões, em algum ponto instrumentado da armadura transversal, significa que, neste ponto, não foi possível a medição das deformações nas barras da armadura por falha do extensômetro ali posicionado.

#### **4.4 DESLOCAMENTOS VERTICAIS**

As figuras 4.15 e 4.16 representam a evolução dos deslocamentos verticais, no ponto central do banzo inferior, com o incremento da força concentrada no meio do vão, para cada viga ensaiada.

Por motivo de segurança, isto é preservar o aparelho, era retirado o relógio comparador antes do final de cada ensaio.

#### 77,5 15 2 $\mathbf{V}$ 77,5 15 15 15 15 7,5 7,5 15 15 15 15 15 **T**7 **T**5 **T**3 **T**1 T2 **T6 T8** T4 $\sigma_{sw} (N/mm^2)$ σ<sub>sw</sub> (N/mm<sup>2</sup>) 800 800 ANNIOGIA DA TREUCA CLÁSSICA 4 DA TRELICA CLASSICA 700 700 fyw fyw 600 600 500 500 400 400 ANALOGIA 300 300 CLÁSSICA 200 200 CLÁSSICA •T1 HC00 T3 HC00 100 100 T2 HC00 T4 HC00 0 0 V (kN) V (kN) -100 -100 20 30 20 30 50 0 10 40 50 60 70 0 10 40 60 70 $\sigma_{sw}(N/mm^2)$ $\overline{\mathbf{O}_{SW}(N/mm^2)}$ 800 800 700

VIGA HC00 – TENSÕES NOS ESTRIBOS



Figura 4.1: Tensões na armadura transversal da viga HC00



### VIGA HC30 – TENSÕES NOS ESTRIBOS

Figura 4.2: Tensões na armadura transversal da viga HC30

# VIGA HC40 – TENSÕES NOS ESTRIBOS



Figura 4.3: Tensões na armadura transversal da viga HC40

# VIGA HC50 – TENSÕES NOS ESTRIBOS



Figura 4.4: Tensões na armadura transversal da viga HC50

# VIGA HC60 – TENSÕES NOS ESTRIBOS



Figura 4.5: Tensões na armadura transversal da viga HC60

#### 2V77,5 15 77,5 15 7,5 15 15 15 15 15 7,5 15 15 15 **T**3 **T**7 **T**5 T1 T2 T4 **T6 T8 σ**<sub>sw</sub> (N/mm<sup>2</sup>) $\sigma_{sw}(N/mm^2)$ 800 800 TRELICA CLASSICA 700 700 IFA CLASSICA fyw tyw 600 600 500 500 400 400 ð ANALOGIA 200 300 300 4 N.4 CLÁSSICA CLÁSSICA 200 200 •T3 AC00 T1 AC00 100 100 T4 AC00 T2 AC00 0 0 V (kN) V (kN) -100 -100 10 20 30 40 50 20 0 60 70 0 10 30 40 50 60 70 <u>**σ**<sub>sw</sub> (N/mm<sup>2</sup>)</u> $\sigma_{sw}(N/mm^2)$ 800 800 700 700 Ϋ́ f<sub>yw</sub> fyw TRELICA CLASSICA A TRELICA CLÁSSI 600 600 500 500 400 400 5 ð ANAL DGIA Moo, 300 300 200 200 CLÁSSICA CLÁSSICA ► T5 AC00 •T7 AC00 100 100 T6 AC00 T8 AC00

#### VIGA AC00 – TENSÕES NOS ESTRIBOS

0

0

10

20

30

40

50

-100

Figura 4.6: Tensões na armadura transversal da viga AC00

V (kN)

70

60

0

Ö

10

20

30

40

50

-100

V (kN)

70

60



## VIGA AC30 - TENSÕES NOS ESTRIBOS

Figura 4.7: Tensões na armadura transversal da viga AC30



# VIGA AC50 – TENSÕES NOS ESTRIBOS

Figura 4.8: Tensões na armadura transversal da viga AC50

# VIGAS HCO0 E ACO0 – VARIAÇÃO DA TENSÃO NOS ESTRIBOS



Variação da tensão nos estribos da viga AC00 para  $V_{\rm u}$  e  $V_{\rm max}$ 



# VIGAS AC30 E AC50 – VARIAÇÃO DA TENSÃO NOS ESTRIBOS



Variação da tensão nos estribos da viga AC30 para V<sub>u</sub> e V<sub>max</sub>



Variação da tensão nos estribos da viga AC50 para  $V_u e V_{max}$ 



# VIGAS HC -TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL TRACIONADA



Figura 4.11: Tensões na armadura longitudinal tracionada das vigas HC





Figura 4.12: Tensões na armadura longitudinal tracionada das vigas AC

# VIGAS HC - TENSÕES NA ARMADURA LONGITUDINAL COMPRIMIDA



Figura 4.13: Tensões na armadura longitudinal comprimida nas vigas HC





Figura 4.14: Tensões na armadura longitudinal comprimida nas vigas AC
#### VIGAS HC - DESLOCAMENTOS VERTICAIS (FLECHAS)



Figura 4.15: Evolução dos deslocamentos verticais nas vigas HC

#### VIGAS AC - DESLOCAMENTOS VERTICAIS (FLECHAS)



Figura 4.16: Evolução dos deslocamentos verticais nas vigas AC



Figura 4.17: Panorama final de fissuração das vigas HC ensaiadas



Figura 4.18: Panorama final de fissuração das vigas AC ensaiadas



Figura 4.19: Detalhe da ruptura das vigas HC00 e HC60



Figura 4.20: Fissuras na região central das vigas AC



Figura 4.21: Fissuras na região próxima ao apoio das vigas AC



Figura 4.22: Fissuras horizontais em direção ao apoio das vigas AC



Figura 4.23: Detalhe de separação da seção nas vigas AC30 e AC50

# CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS

# 5.1 VALORES EFETIVOS DO GRAU DE ARMAÇÃO AO CISALHAMENTO E DA FORÇA CORTANTE PARA ESCOAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL

Após a realização dos ensaios das vigas, utilizaram-se os valores da resistência média à compressão do concreto, obtida pelo ensaio à compressão de três corpos-de-prova no dia de ensaio de cada viga, foram calculados os valores efetivos da força cortante e momento fletor que produziram o escoamento da armadura longitudinal (tabela 5.1).

Na tabela 5.1, também estão indicados a taxa de armadura transversal, calculada, de acordo com a analogia da treliça clássica, para 100% da força cortante que levaria a armadura longitudinal ao escoamento,  $\rho_{w,M}$ , e o valor efetivo do grau de armação ao cisalhamento,  $\eta$ , correspondentes a cada viga experimentada.

VIGAS	HC00	HC30	HC40	HC50	HC60	AC00	AC30	AC50
$f_{cm}$ N/mm <sup>2</sup>	89	83	83	84	92	84	93	96
Pr %	0	0,38	0,51	0,64	0,76	0	0,38	0,64
$\frac{\mathbf{A}_{s}}{\mathrm{cm}^{2}}$	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61	5,97	5,97	5,97
<b>f<sub>yl</sub></b> N/mm <sup>2</sup>	602	602	602	602	602	573	573	573
x cm	2,03	2,18	2,18	2,16	1,97	3,39	3,07	2,97
x/d	0,112	0,120	0,120	0,119	0,108	0,187	0,169	0,164
M <sub>u,fi</sub> kN∙m	37,7	37,6	37,6	37,6	37,8	57,7	57,9	58,1
V <sub>u,fl</sub> kN	48,7	48,5	48,5	48,5	48,7	74,2	74,8	74,9
$ au_{wu,fl}$ N/mm <sup>2</sup>	5,36	5,34	5,34	5,34	5,37	8,17	8,23	8,25
<b>f<sub>yw</sub></b> N/mm <sup>2</sup>	682	682	682	682	682	682	682	682
ρ <sub>w</sub> %	0,364	0,364	0,364	0,364	0,364	0,364	0,364	0,364
ρ <sub>w,M</sub> %	0,898	0,895	0,895	0,895	0,899	1,369	1,380	1,382
η ρ <sub>w</sub> /ρ <sub>w,M</sub>	0,405	0,407	0,407	0,407	0,405	0,266	0,264	0,263

 Tabela 5.1: Valores efetivos da força cortante para escoamento da armadura

 longitudinal e do grau de armação ao cisalhamento para cada viga

#### 5.2 ARMADURA LONGITUDINAL

A armadura longitudinal foi a mesma para todas as vigas pesquisadas do mesmo grupo, ou seja, seis barras de 12,5 mm para as vigas HC ou seis barras de 16,0 mm para as vigas AC, correspondendo a uma taxa de armadura longitudinal tracionada,  $\rho$ , de 1,32 e 2,19% respectivamente. Os pontos instrumentados, no meio do vão, permitiram a determinação da variação da tensão máxima nas barras durante o ensaio das vigas. Para todas as vigas, as deformações nas barras da armadura longitudinal foram medidas, em cada ponto instrumentado, na parte lateral, a meia altura.

Optou-se por este modo de instrumentação da barra longitudinal de maneira a se obter um valor médio das deformações nas barras. Procurando, desta forma, eliminar deficiências de leitura, relatadas por Fernandes apud Moreno Jr.<sup>33</sup>, provocadas por eventual flexão localizada da barra.

As deformações medidas na armadura longitudinal, revelaram um comportamento coerente das tensões, nesta armadura, em função do tipo de carregamento a que foi solicitada cada viga. Isto é, valores crescentes da tensão na armadura longitudinal tracionada com o incremento da carga aplicada, conforme representada nas figuras 4.11 e 4.12 desta pesquisa.

A tensão na armadura longitudinal representa o resultado de apenas uma solicitação, momento fletor provocado pela força concentrada no meio do vão. A variação das tensões na armadura longitudinal das vigas foi influenciada, na sua maior parte, pela variação do momento fletor provocado pela carga concentrada no meio do vão da viga.

Considerando-se as oito vigas ensaiadas, eram esperados, para uma mesma intensidade de força concentrada no meio do vão e para os pontos de medida das deformações nas barras, valores similares de tensão de tração nesta armadura.

Observando as figuras 4.11 e 4.12 deste trabalho, esta proximidade de valores de tensões esperado realmente ocorreu porém, percebe-se a pequena influência da incorporação das fibras na flexão.

Isto é melhor descrito pelo ACI<sup>2</sup>, Craig apud Ezeldin e Hsu<sup>16</sup>, Imam et al.<sup>22,23</sup> e Narayanan e Kareem-Palanjian apud Narayanan e Darwish<sup>36</sup> que, usando o método de equilíbrio e compatibilidade de deformações, levam em consideração a participação das fibras de aço na análise da seção fletida. Para vigas retangulares fletidas, as condições assumidas na ruína, pelo ACI<sup>1</sup>, são apresentadas na figura 5.1.



Figura 5.1: Viga retangular de concreto armado reforçado com fibras no momento último Fonte: adaptada de Mansur<sup>30</sup>

A tensão máxima observada para a armadura longitudinal de tração, para todas as vigas do grupo HC, atingiu o valor limite de escoamento desta armadura. Somente na viga sem fibras, HC00, isto ocorreu após o escoamento da armadura transversal.

Já no grupo AC, apenas na viga AC50 observou-se escoamento da armadura longitudinal inferior, também acontecendo depois do escoamento dos estribos.

Experimentalmente observa-se, pelas figuras 4.13 e 4.14, a participação da armadura longitudinal superior (comprimida) muito antes de escoar a armadura longitudinal inferior. Isto é por causa da proximidade da borda mais comprimida e coerentemente valores crescentes da tensão de compressão com o incremento da carga aplicada poder ser observados na armadura longitudinal superior.

#### 5.3 RESISTÊNCIA DO CONCRETO

#### 5.3.1 RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO

A resistência à compressão dos corpos-de-prova cilíndricos 10 cm x 20 cm foi determinada para os diversos volumes de fibras utilizados. Com base nesses resultados foi construído o gráfico, apresentado na figura 5.2, da resistência relativa em virtude da incorporação das fibras.

Pesquisadores vários, entre eles Aïtcin<sup>4</sup>, Gao et al.<sup>21</sup>, Li et al.<sup>27</sup>, Niyogi e Dwarakanathan<sup>38</sup>, Oh et al.<sup>28,39</sup>, Casanova e Rossi<sup>11</sup> e Swamy et al.<sup>44</sup> afirmam que a adição das fibras de aço, usadas em pequenas taxas, tem leve efeito sobre a resistência à compressão, consequentemente podem causar redução, tal como foi encontrado por Adebar et al.<sup>3</sup>



Figura 5.2: Resistência relativa do concreto à compressão por causa da adição das fibras de aço

No grupo AC houve um ganho de resistência média em torno de 12,5% enquanto no grupo HC a perda média de resistência foi de 4%.

Quando as fibras incorporadas ao concreto chegaram até 0,76 ( $60 \text{ kg/m}^3$ ) e 0,64% ( $50 \text{ kg/m}^3$ ) por volume, o aumento da resistência foi ao redor de 3% para o grupo HC e de 14% para o grupo AC respectivamente. Os valores experimentais de resistência constam na tabela 5.1.

#### 5.3.2 RESISTÊNCIA À TRAÇÃO

De modo geral, a adição de fibras de aço discretas e pequenas na mistura de concreto ajuda melhorar a resistência última à tração do concreto endurecido.<sup>5,15,19,21-22,24-25,28,35,38-39,42,44-46</sup>

Segundo El-Niema<sup>15</sup>, este acréscimo de resistência resulta porque muita energia é absorvida em descolar e arrancar as fibras do concreto antes da completa separação e ruptura do concreto ocorrer.

Trabalhando com concreto leve de alta resistência reforçado com fibras de aço, Gao<sup>21</sup> encontrou que a tração na compressão diametral aumenta linearmente com a adição das fibras e é função linear da expressão

$$\rho_f \left( \frac{l_f}{d_f} \right) \tag{Eq. 5.1}$$

Com respeito ao módulo de ruptura e à tração na compressão diametral, Kareem-Palanjian apud Narayanan e Darwish<sup>35</sup> tem argumentado que o modo de ruína do concreto com fibras é diferente do concreto convencional; como a maioria das cargas aplicadas são resistidas pelas das fibras imediatamente antes da ruína; isto resultaria numa superestimação da verdadeira resistência à tração.

Quando os resultados da tração na compressão diametral não são disponíveis a equação 5.2, proposta por Narayanan e Kareem-Palanjian apud Narayanan e Darwish<sup>37</sup>, é sugerida para modelar a resistência à compressão diametral do concreto com fibras conforme:

$$f_{ct,sp} = \frac{1,25 f_c}{20 - \sqrt{F_f}} + 0,7 + \sqrt{F_f}$$
(Eq. 5.2)

onde  $F_f$  é o fator fibra, definido na equação 2.9, e  $f_c$  é a resistência à compressão do concreto, em N/mm<sup>2</sup>, obtida por ensaio de corpos-de-prova cilíndricos.

Teste convencional de compressão diametral não é muito objetivo para concreto com fibras, afirmam Carmona et al.<sup>10</sup> Esmagamento por causa das forças concentradas de compressão e grandes deformações através da fissura normalmente conduzem ao aumento progressivo na área de contato entre a placa e o corpo-de-prova. Consequentemente, a carga continua aumentando até mesmo depois de fissurada a matriz e após completamente desenvolvidas as fissuras.

Tabela 5.2: Resistência do concreto à tração por causa da adição das fibras de aço

VIGAS	HC00	HC30	HC40	HC50	HC60	AC00	AC30	AC50
<b>f</b> <sub>ct,exp</sub> N/mm <sup>2</sup>	4,74	5,87	8,50	8,83	9,52	4,51	6,77	10,38
<b>f</b> <sub>ct,Eq. 5.2</sub> N/mm <sup>2</sup>	5,71	5,95	6,04	6,18	6,72	5,43	6,53	6,88

Carmona et al.<sup>10</sup>, desenvolveram um sistema de aplicação de cargas modificado para evitar o aumento na área de contato durante o teste. Duas barras de aço de 25 mm de espessura são colocadas entre a placa e o corpo-de-prova de forma que a largura de contato é sempre constante. Tiras de madeira ou papelão são usadas, como no teste convencional, para acomodar imperfeições de superfície. A placa carregada é livre para girar até ocorrer a fissuração da matriz e logo fixada para evitar propagação assimétrica das fissuras.



Figura 5.3: Resistência relativa do concreto à tração por causa da adição das fibras de aço

Na figura 5.3 é mostrado o incremento na resistência à tração na compressão diametral por causa da inclusão das fibras de aço. Pode ser visualizado que, nas vigas AC a resistência à tração foi aumentada em até 126% para um consumo de 50 kg de fibras por m<sup>3</sup> de concreto e nas vigas HC a resistência à tração foi aumentada em até 101% para um consumo de 60 kg de fibras por m<sup>3</sup> de concreto. Esse vasto incremento nos resultados experimentais reforçam, e em muito, as opiniões de Kareem-Palanjian apud Narayanan e Darwish<sup>35</sup> e de Carmona et al.<sup>10</sup>

As resistências relativas à tração e à compressão do concreto com vários volumes de fibras são mostradas na figura 5.4. Indiretamente, pode ser visto nas figura 5.3 e 5.4 que, a inclusão de fibras de aço realça e muito a resistência à fissuração.



Figura 5.4: Comparação entre a resistência relativa do concreto à compressão e tração por causa da adição das fibras de aço

#### **5.4 DESLOCAMENTOS VERTICAIS**

A evolução dos deslocamentos verticais, no meio do vão, com o incremento da carga concentrada aplicada no meio do vão, estão representadas nas figuras 4.15 e 4.16.

Pesquisas realizadas mostram que a adição de fibras de aço podem reduzir os deslocamentos verticais das vigas de concreto armado de alta resistência.<sup>1-6-13-16-28-45</sup>

Para Furlan e Hanai<sup>19</sup>, esta redução de deslocamentos verticais, consequentemente aumento da rigidez após fissuração, é em virtude do controle mais efetivo da fissuração.

As vigas ensaiadas nesta pesquisa, com igual taxa de armadura transversal e mesmo espaçamento entre estribos, a evolução dos deslocamentos verticais foi influenciada pela taxa de armadura de longitudinal e pelo volume de fibras de aço incorporado ao concreto das vigas.

Comparadas à evolução dos deslocamentos verticais das vigas HC, as evoluções dos deslocamentos verticais das vigas AC tiveram comportamentos distintos. Isto pode ser melhor observado na figura 5.5. Nesta figura são comparadas as vigas testemunhos com vigas cujo teor de fibras é de 50 kg/m<sup>3</sup>. Como era esperado a viga sem fibras teve deslocamentos verticais superiores a sua respectiva viga com fibras porém, observa-se uma peculiaridade. Imaginando inércia não fissurada, teoricamente a viga AC00 é mais rígida do que a viga HC50, fato que não é refletido na figura. Uma possível explicação para este comportamento é a divergência nos modos de ruptura. Enquanto a viga HC50 alcançou a capacidade plena a flexão, a viga AC00 não (ruptura por esforço cortante).

No caso das vigas HC, a tendência foi de aumento relativo dos deslocamentos, com o incremento da carga concentrada aplicada no meio do vão, e nas vigas AC a tendência de aumento também foi ratificada.

Confirmando os resultados da literatura, em ambos os grupos, houve redução nos valores dos deslocamentos verticais das vigas com fibras quando comparados as vigas testemunho, sem fibras.

Parece que o efeito da rigidez do banzo comprimido não teve influência na redução dos deslocamentos verticais, uma vez que as pequenas variações na resistência à compressão mantiveram a rigidez do banzo comprimido praticamente inalterada.

Com o valor de cortante em serviço,  $V_{serviço}$ , apresentado na tabela 4.2 e admitindo hipótese de variação linear dos deslocamentos verticais desde o início do carregamento até atingir

102

o valor  $V_{serviço}$  para cada viga, foi construída a figura 5.6. Desta maneira observa-se aumento de rigidez proporcionada pelas fibras, para situação de utilização, nas vigas cuja ruptura deu-se por flexão.



Figura 5.5: Evolução dos deslocamentos verticais nas vigas AC00, AC50, HC00 e HC50

Tudo leva crer, portanto, que a rigidez adicional proporcionada pelas fibras é um efeito influente no valor dos deslocamentos verticais das vigas em concreto armado de alta resistência, mas de pouca sensibilidade quando comparadas entre si as vigas com fibras adicionadas utilizadas nesta pesquisa. Desta maneira é impossível observar uma relação direta de deslocamentos verticais na viga e volume de fibras.



Figura 5.6: Deslocamentos verticais, em V<sub>servico</sub>, nas vigas HC

É possível observar comportamento linear na variação dos deslocamentos verticais, em função do aumento da carga aplicada, nas primeiras etapas de carregamento.

Melhora na ductilidade é uma das características principais, citadas na literatura, resultantes da inclusão das fibras de aço em vigas de concreto. Apenas nas vigas HC40 e HC50 é possível observar o início deste comportamento. Com exceção das vigas HC00, AC00, AC30 e AC50, as quais romperam por cisalhamento, acredita-se que poderia ser observada ductilidade, caso o relógio comparador não fosse retirado antes do final de cada experiência, para aquelas vigas com ruptura por flexão.

### 5.5 FISSURAÇÃO

As fibras de aço são efetivas depois da formação de fissuras<sup>3</sup> e uma abertura de fissura da ordem de várias dezenas de micrometros é necessária para ativar as fibras<sup>11</sup>. Uma significante conseqüência da adição de fibras é a substancial melhora na resistência à formação e progresso das fissuras.<sup>19,22,24,27,35,46</sup>

Relatos experimentais atestam que as fibras eliminaram o severo lascamento e desintegração do cobrimento do concreto,<sup>27-28,35,37,39,44</sup> sendo assim hábeis para preservar a integridade da viga como um conjunto.<sup>28,36,39,44,46</sup>

As primeiras fissuras a surgirem nas vigas foram fissuras de flexão. Estas fissuras eram verticais, de pouca profundidade e apareciam no banzo tracionado da viga, nas proximidades do ponto de aplicação da carga concentrada no meio do vão.

Uma vez iniciado o processo de fissuração por flexão, algumas das fissuras de flexão evoluíram, com o aumento do carregamento, até o início da alma e começaram a se inclinar em direção ao ponto de aplicação da carga concentrada, passando, então, a denominação de fissuras de cisalhamento.

Uma vez que não foi observado mais rigorosamente o início do aparecimento das fissuras é quase impossível determinar se a adição das fibras provocou retardamento na fissuração.

Com o incremento da carga no meio do vão, nas vigas cujas ruptura foi por cisalhamento (HC00, AC00, AC30 e AC50), as fissuras de cisalhamento evoluíram, lentamente, em direção ao ponto de aplicação do carregamento e as fissuras de flexão da região central se estabilizaram (com exceção para a viga HC00). Fora da região central novas fissuras de flexão surgiram e algumas delas deram origem a novas fissuras de cisalhamento. Diferentemente, nas vigas cuja ruptura foi por flexão (HC30, HC40, HC50 e HC60), as fissuras de flexão da região central não estabilizaram-se e dá a impressão que as fissuras de cisalhamento são menos efetivas na procura do ponto de aplicação da carga.

Vale observar que, o panorama de fissuração observado na região central das vigas foi praticamente o mesmo, dentro do grupo respectivo, para as vigas HC e AC. Na região próxima ao meio do vão surgiram fissuras de flexão, muitas nas vigas HC e pouquíssimas nas AC (fig. 4.20). Com o incremento da carga concentrada no meio do vão, estas fissuras evoluíram (somente nas vigas HC) e surgiram outras fissuras de flexão, distantes do ponto de aplicação da

carga concentrada. Próximo a entrada da alma, estas fissuras inclinaram-se e seguiram em direção ao ponto de aplicação da carga concentrada, no meio do vão (figura 4.17 e 4.18).

O panorama de fissuração, ilustrado nas figuras das vigas com ruptura por cisalhamento, também foi observado por Leonhardt<sup>26</sup> para as vigas de concreto com resistência usual, e denominado de fissuração em leque.

Pode-se observar, pela figura 4.17 e 4.18, que a região sem fissuras de flexão é maior nas vigas HC00, AC00, AC30 e AC50. Nestas vigas houve preponderância dos efeitos da cortante.

No panorama de fissuração (figuras 4.17 e 4.18), é observado fissuras de cisalhamento, com menor inclinação, cortando outras já formadas. Fissuras horizontais, a uma altura próxima à armadura longitudinal, surgem e se prolongam, horizontalmente, em direção aos apoios (fig. 4.22).

Estas fissuras horizontais foram ocasionadas por uma mobilização da armadura longitudinal de flexão por efeito de pino. Esta mobilização, pode ser colocada como uma boa demonstração da contribuição dos efeitos secundários, na resistência a força cortante, que ocorre, também nas vigas de concreto de alta resistência com fibras incorporadas.

O panorama de fissuração, das oito vigas ensaiadas, para a região próxima aos apoios, teve diferenças significativas (figuras 4.17 e 4.21). Nas vigas com fibras ocorreu uma fissuração mais intensa e observou-se o ângulo das bielas mais abatido nas vigas com ruptura por cisalhamento. Notou-se, para as vigas AC uma diminuição da inclinação das fissuras, próximas aos apoios, em função do aumento da adição das fibras. Com relação às vigas HC, observa-se na viga HC00 menor inclinação do que nas outras do mesmo grupo. Neste caso, deve ser pelos efeitos da força cortante preponderantes na HC00 e de flexão nas HC30, HC40, HC50 e HC60.

As vigas com fibras de aço incorporadas sempre apresentaram uma configuração final mais fissurada (figuras 4.17 e 4.18), também observada por Furlan e Hanai<sup>19</sup>, do que aquelas sem

fibras (HC00 e AC00) e maior a intensidade da fissuração conforme aumentada o volume de fibras adicionado, consequentemente o espaçamento das fissuras foi mais estreito nas vigas com fibras. Por causa do tipo de ruptura ocorrido nas vigas AC, com separação de alguns estribos (fig. 4.23), a abertura das fissuras nestas vigas foi maior.

A figura 4.23 também mostra fibras de aço coladas numa face da fissura e desprendidas na outra, mas em perfeito estado. Isto apenas reflete a característica das fibras com alto teor de carbono, onde não superada sua resistência a tração acabou por ser arrancada da matriz.

Nas vigas AC, pode-se deduzir que, o aumento do volume de fibras, fez com que o equilíbrio de esforços horizontais, nos apoios, se fizesse com bielas diagonais menos inclinadas, onde uma menor inclinação das bielas resulta em um valor maior para a componente horizontal da compressão na biela, no apoio. Uma vez que a inclinação das fissuras de cisalhamento, está diretamente relacionada à inclinação das bielas comprimidas, uma menor inclinação das bielas nos apoios, pode justificar a diminuição da inclinação das fissuras de cisalhamento, em função do aumento do volume de fibras incorporado às vigas.

#### **5.6 MODOS DE RUPTURA**

Dentro do grupo das vigas HC, a ruptura ocorreu de dois diferentes modos. Dimensionada para romper por cisalhamento, a viga HC00 (sem fibras) confirmou o esperado, apresentou ruptura com esmagamento do concreto da região comprimida acima da fissura inclinada e escoamento das armaduras transversais, denominada ruptura por força cortanteflexão.

As vigas HC30, HC40, HC50 e HC60, todas com fibras, romperam por flexão, com a armadura longitudinal sofrendo deformações superiores à de escoamento, porém sem esmagamento do concreto da zona comprimida. Nestas quatro vigas as armaduras de alma não atingiram o escoamento.

107

Swamy e Bahia apud di Prisco e Romero<sup>14</sup> haviam observado que pequenos volumes de fibras, ao redor de 0,5%, eram suficientes para transformar o modo de ruptura de cortante para flexão. Esta mudança no modo de ruptura, também relatada por Oh et al.<sup>28,39</sup> e Furlan e Hanai<sup>19</sup>, incorpora maior segurança a peça segundo os critérios da NBR 6118:1978<sup>7</sup>.

Já dentro do grupo das vigas AC, a ruptura ocorreu de um único modo. Com o banzo tracionado mais reforçado, estas vigas romperam por cisalhamento, conforme esperado, pela denominada ruptura por força cortante-tração. As características principais apresentadas foram a as fissuras inclinadas abrindo-se, após ultrapassado o escoamento da armadura transversal e, conduzindo a ruptura por tração de alguns estribos.

Desta vez o modo de ruptura foi transformado de flexão para cisalhamento. Esta transformação depende, segundo Bortolotti<sup>9</sup>, do aumento na rigidez da viga (claramente observada nos gráficos Força vs. Deslocamento) a qual também produz um aumento na resistência ao cisalhamento.

Apenas as vigas AC50 e HC60 apresentaram deformações superiores à de escoamento na armadura longitudinal porém, após ultrapassado o valor de  $V_u$ .

VIGAS	ρ <sub>f</sub> (%)	ρ (%)	V <sub>u</sub> (kN)	Modos de ruptura
HC00	0	1,90	43	Força cortante-flexão
HC30	0,38	1,90	55	Flexão
HC40	0,51	1,90	54	Flexão
HC50	0,64	1,90	50	Flexão
HC60	0,76	1,90	52	Flexão
AC00	0	3,14	48	Força cortante-tração
AC30	0,38	3,14	68	Força cortante-tração
AC50	0,64	3,14	68	Forca cortante-tração

 Tabela 5.3: Modos de ruptura das vigas ensaiadas

#### **5.7 ARMADURA TRANSVERSAL**

Os resultados obtidos para as tensões nos estribos, em função do incremento da carga concentrada, no meio do vão, para as vigas desta pesquisas, estão ilustrados nas figuras 4.1 a 4.8 deste trabalho. Os estribos tiveram um ponto de instrumentação a meia altura da viga.

De maneira geral, estes resultados expressam o que já era conhecido sobre o comportamento da armadura de alma nas vigas de concreto com resistência usual submetidas à flexão. Isto sugere, então, que procedimento similar de dimensionamento da armadura de alma, utilizado para vigas de concreto com resistência usual à compressão, pode ser empregado para vigas de concreto de alta resistência com fibras de aço incorporadas.

Em nenhuma etapa de carregamento, para todas as vigas ensaiadas, as tensões nos estribos foram superiores aos valores previstos pela analogia clássica da treliça.

O padrão de evolução das tensões nos estribos, para todas as vigas, foi o mesmo. Enquanto o esquema resistente de treliça não foi mobilizado, o crescimento da tensão nos estribos foi muito lento. Somente após a fissuração é que o esquema resistente de treliça começou a se manifestar e a armadura de alma começou a ser mobilizada.

Nas vigas sem fibras a partir da mobilização dos estribos, o crescimento da tensão acompanhou, de maneira aproximada, o crescimento previsto pela analogia clássica de treliça.

Com base no modelo aditivo de treliça proposto por Leonhardt<sup>26</sup>, a variação da tensão nos estribos, a partir de sua mobilização, é praticamente paralela à calculada com o modelo clássico. Este tal paralelismo não ocorreu nas vigas com fibras de aço incorporadas.

Este comportamento pode ser explicado pelo fato das fibras entrarem em funcionamento após a fissuração do concreto, quando os mecanismos alternativos cessaram de funcionar ou em pouco contribuem, e continuam resistindo até a sua ruptura ou total arrancamento. As características tensão-deformação (com trecho curvo após reta de Hooke) do tipo de aço utilizado nos estribos, em menor grau, também influenciaram este comportamento.

Conforme observado por Fernandes apud Moreno Jr.<sup>33</sup>, eventual crescimento repentino de tensão, ocorrido em algum estribo, pode ser explicado pelo surgimento de uma fissura inclinada que o cruza.

Esta situação foi constatada em alguns dos estribos mais solicitados das vigas ensaiadas (figuras 5.7 e 5.8). Ocorreu, por exemplo, para os estribos T3 das AC30 e AC50 e para os estribos T6 da HC00 e T3 da HC40.



Figura 5.7: Tensões nos estribos mais solicitados nas vigas HC

Os estribos situados junto aos apoios, T7 e T8, sempre foram menos solicitados do que aqueles estribos, T3 a T6, situados nas regiões não perturbadas pela aplicação da carga

concentrada. Neste caso, o banzo comprimido se inclinou progressivamente em direção ao apoio e transferiu, diretamente, parte do carregamento até o apoio, pouco acionando os estribos nesta região.

Nos estribos T3 a T6, situados nas regiões não perturbadas pela aplicação da carga concentrada, o mecanismo de treliça foi mobilizado, com as bielas de compressão apoiando-se e acionando o estribo de uma forma mais similar e homogênea. Apesar do paralelismo com a analogia clássica de treliça não ter-se mantido, nas vigas com fibras, pode-se dizer que nos estribos T3 a T6 a diferença foi menor.

Há similaridade no andamento das tensões nos estribos mais solicitados das vigas AC, mesmo no estágio de mobilização dos estribos, até  $V \cong 38$  kN. A partir deste valor, até alcançar a tensão de escoamento, a evolução destas tensões é menos acentuada.



Figura 5.8: Tensões nos estribos mais solicitados nas vigas AC

Esta mudança na evolução das tensões nos estribos mais solicitados das vigas AC pode ser atribuída a rigidez do banzo tracionado. O início da mobilização dos estribos foi idêntico, inclusive para a viga sem fibras, indicando a participação praticamente nula das fibras neste estágio. Com o alongamento maior do tirante as fissuras abriram-se o suficiente para ativar as fibras.

Nas vigas HC, o andamento das tensões nos estribos mais solicitados não é idêntico no estágio de mobilização dos estribos. Com o banzo tracionado menos rígido, o alongamento necessário para funcionamento das fibras ocorreu logo em seguida à mobilização dos estribos.



Figura 5.9: Contribuição do banzo tracionado

Observa-se também que, nos estribos mais solicitados das vigas sem fibras, T6 da HC00 e T3 da AC00, existe diferença no valor de  $V_u$ . Esta diferença, apreciada na figura 5.9, seria por

conta unicamente do aumento da taxa de armadura longitudinal tracionada na viga AC, em outras palavras, existe contribuição do banzo tracionado.

Esta observação é interessante do ponto de vista do dimensionamento pois, a partir da adoção do anexo da NBR 7197:1989<sup>8</sup> é desconsiderada a contribuição da armadura longitudinal de tração no cálculo das armaduras transversais, indo em desencontro ao que preconizam a NBR 6118:1978<sup>7</sup> e outras normativas.

O comportamento dos estribos centrais, T1 e T2, em função da proximidade ao ponto de aplicação do carregamento concentrado, no meio do vão, foi influenciado pelo leque de tensões criado pela introdução deste carregamento. Por causa da distância entre os estribos e o ponto de aplicação da carga ser da ordem de  $\frac{7}{8}h$ , observa-se graficamente que tal influência não é tão significativa.

Pode-se observar pelas figuras 4.9 e 4.10, que, nos estágios finais de carregamento, entre  $V_u \in V_{max}$ , das vigas cuja ruptura foi por cisalhamento (HC00, AC00, AC30 e AC50), existe uma tendência a uniformização das tensões nos estribos, muito mais clara nas vigas sem fibras. Nestes estribos o mecanismo de treliça foi predominante. Desta maneira, muitos estribos foram acionados e, gradativamente, entraram em escoamento. Daí a uniformização das tensões observada.

Pelas figuras 4.9 e 4.10, deste trabalho, também pode-se observar que, na passagem de  $V_u$  para  $V_{max}$ , nas vigas AC30 e AC50, há um arqueamento de esforços nas proximidades dos apoios. Nestas vigas, as diagonais comprimidas eram menos inclinadas e o banzo comprimido com maior capacidade de transferir esforços, em virtude da ação das fibras em costurar fissuras, fazendo com que os estribos próximos aos apoios suspendam menos esforços que os demais. Daí o fato do arquamento de esforços nas proximidades dos apoios e consequentemente maior contribuição do banzo comprimido.

Pode-se observar, ainda, pelas figuras 5.7 e 5.8 deste trabalho que o carregamento de acionamento dos estribos é similar em ambos grupos de vigas, HC e AC. A diferença entre os

valores de  $V_u$  nas vigas AC com fibras não foi sensibilizada entre si, como era esperado, para as diversas taxas de fibras adicionadas.

# 5.8 REDUÇÃO DA ARMADURA DE ALMA DE ACORDO COM O MODELO DA TRELIÇA COM DIAGONAIS DE INCLINAÇÃO $\theta$ =45° (TEORIA ADITIVA)

A influência das fibras sobre a resistência ao cisalhamento, relatam Furlan e Hanai<sup>19</sup>, pode ser associada com dois fatores: ação direta sobre as fissuras inclinadas (modo similar aos estribos) e a contribuição indireta sobre os mecanismos de transferência de forças transversais, a qual aumenta a contribuição do concreto resistente (efeito de pino da armadura longitudinal e engrenamento dos agregados) por conta do melhor controle de fissuração.

Relata Imam<sup>22</sup> que, as fibras de aço podem substituir com sucesso a armadura transversal, enquanto o uso das fibras como complemento a armadura longitudinal não tenha efeito considerado.

Poucos pesquisadores, entre eles Swamy et al.<sup>44</sup> e Valle e Büyüköztürk<sup>46</sup>, trabalhando com vigas sem estribos, e Mansur e Ong<sup>31</sup>, trabalhando com vigas com estribos, adotaram como referência o modelo de treliça para quantificar a contribuição das fibras no esforço cortante das vigas fletidas.

Nas figuras 5.7 e 5.8 representa-se a evolução das tensões nos estribos, mais solicitados, com o incremento da força cortante, para cada viga ensaiada.

O padrão de comportamento dos estribos, distantes das regiões perturbadas pela introdução da carga concentrada, no meio do vão, ou pela inclinação do banzo comprimido, em geral, foi o mesmo. A tensão nos estribos cresceu lentamente até o instante em que o estribo foi acionado e, nas vigas AC, o crescimento das tensões passou a acompanhar, até V≅38 kN, o previsto pela analogia da treliça clássica, ou seja, a reta

114

$$\sigma_{sw} = \frac{V}{\rho_w b_w z}$$

(Eq. 5.3)

ilustrada na figura 5.10.

Pelas figuras 4.1 a 4.8 deste trabalho, onde está representada a variação da tensão nos estribos em função da evolução do esforço cortante, pode-se notar que a tensão real nos estribos foi sempre menor do que a calculada segundo a analogia da treliça clássica. Esta diferença, entre a tensão real e a experimental, pode ser atribuída à contribuição, na resistência ao esforço cortante, dos mecanismos resistentes alternativos, discutidos no capítulo 1 deste trabalho e, no caso das vigas com adição de fibras de aço, também ao fato das fibras, incorporadas ao concreto, controlarem a propagação e abertura das fissuras.

Nota-se também, pelas figuras 4.1 a 4.8 deste trabalho, que o paralelismo aproximado, esquematizado na figura 5.10, entre a evolução experimental e segundo Mörsch, para as tensões nos estribos, não foi observado para alguns estribos, situados próximos aos apoios e próximos ao meio do vão das vigas sem fibras e para todos os estribos das vigas com fibras. Nestas situações o esquema de treliça com banzos paralelos e diagonais de mesma inclinação não pode ser aplicado para as vigas de concreto de alta resistência reforçadas com fibras de aço.

Pelo procedimento adotado pela Norma Brasileira, NBR 6118:1978<sup>7</sup>, o dimensionamento a força cortante das vigas em concreto pode ser feito de acordo com a analogia da treliça clássica, reduzindo-se a força cortante, para cálculo da armadura transversal, do valor  $V_c$ , ilustrado na figura 5.10, anterior. Isto é, baseado na Teoria Aditiva de treliça proposta por Leonhardt<sup>26</sup>.

Nesta figura,  $V_c$ , é graficamente representado pelo deslocamento dos pontos experimentais que representam a evolução das tensões nos estribos, em relação à reta de Mörsch. Desta maneira,  $V_c$  representa uma fração da força cortante, V, resistida graças à inclinação do banzo comprimido e aos outros mecanismos discutidos no capítulo 1 deste trabalho.



Figura 5.10: Esquema de variação da tensão nos estribos

Como matéria de fato, utilizando-se volumes de fibras inferiores a 2%, as fibras de aço não afetam significativamente os parâmetros relevantes a parte estrutural,<sup>11-12</sup> isto é, os mecanismos de transferência mencionados no capítulo 1.

Do mesmo modo, como observado por diversos pesquisadores, pôde-se constatar uma maior parcela de desconto,  $V_c$ , com a adição de fibras nas vigas. Esta constatação pode ser explicada pelo fato das fibras controlarem a propagação e abertura das fissuras por flexão e cisalhamento. Em consequência, melhora o efeito de arco<sup>35</sup> e também melhora o efeito de pino da armadura longitudinal.<sup>14,19,27,35</sup>

As vigas HC, ensaiadas na primeira fase deste trabalho experimental, serviram para mostrar a potencialidade das fibras. Primeiramente ao mudar o tipo de ruptura, de cisalhamento para flexão e segundo ao revelar claramente (figuras 5.7, 5.8, 5.12 e 5.13) a tendência pela qual a resistência ao cisalhamento aumenta com o incremento do volume de fibras adicionado, ainda que para carregamentos de serviço.

Em nenhuma ocasião a contribuição do concreto, nas situações de serviço, foi superior a contribuição nos estágios finais de carregamento. Era este, um dos grandes questionamentos antes do início do trabalho experimental.

De acordo com a Teoria Aditiva, a redução do esforço cortante,  $V_c$ , deve ser feita no instante de escoamento da armadura transversal. Desta maneira, tal redução apenas poderá ser obtida para as vigas AC deste trabalho.

Em todos os gráficos aqui apresentados, mostrando a variação da tensão nos estribos com o aumento da força cortante, é fácil a determinação da redução para o cálculo da armadura transversal,  $V_c$ . Por enquanto continua indeterminada a parcela de força cortante absorvida pelas fibras de aço, doravante denominada  $V_{cf}$ .



Figura 5.11: Esquema gráfico para determinação de V<sub>cf</sub>

Para determinar o valor da contribuição das fibras,  $V_{cf}$ , de uma maneira prática propõe-se subtrair o valor  $V_c$  da viga testemunho (sem fibras) do valor  $V_c$  da viga similar com fibras analisada, de outra forma expressado por

$$Vc_f = Vc_{comfibra} - Vc_{semfibra}$$
 (Eq. 5.4)

e graficamente representado pela figura 5.11.

Tabela 5.4: Contribuições, Vc e Vcf, no início do escoamento dos estribos

VIGAS	ρ <sub>f</sub> (%)	V <sub>u,cis,exp</sub> kN	V <sub>u</sub> kN	Vc kN	V <sub>ef</sub> kN	Tipo geral de ruptura
HC00	0	43	43	23	***	C
AC00	0	48	48	28		С
AC30	0,38	68	68	48	20	C
AC50	0,64	68	68	48	20	C

Na tabela 5.4 são apresentados os valores de  $V_c$  e  $V_{cf}$  correspondentes ao estribo mais solicitado das vigas cujo tipo geral de ruptura foi por cisalhamento (C).

Parágrafos atrás comentou-se sobre a redução da força cortante feita no instante de escoamento da armadura transversal, seguindo os preceitos da Teoria Aditiva. Das vigas ensaiadas, quatro tiveram ruptura por flexão. Com o intuito de verificar a existência de uma parcela de força cortante, em serviço, fornecida pelas fibras para as vigas cuja ruptura foi por flexão, construiu-se a tabela 5.5.

**Tabela 5.5:** Contribuições  $V_c$  e  $V_{cf}$ , em serviço ( $\sigma_{sw} = 400 \text{ N/mm}^2$ ), para a tensão média nos estribos do lado esquerdo das vigas HC

VIGAS	ρ <sub>f</sub> (%)	Vu,cis,exp kN	V kN	V <sub>c</sub> (*) kN	V <sub>ef</sub> (*) kN	Tipo geral de ruptura
HC00	0	43	39,8	28,2		C
HC30	0,38		53,3	41,7	13,5	F
HC40	0,51		59,5	47,9	19,7	F
HC50	0,64		62,6	51,0	22,8	F
HC60	0,76		66,9	55,3	27,1	F

(\*) Calculados com tensão na armadura transversal de valor  $\sigma_{sw}$ =400 N/mm<sup>2</sup>

Na referida tabela, o valor para comparação foi a tensão atuante na armadura transversal de 400 N/mm<sup>2</sup> e, neste trabalho aplicada a tensão média nos estribos do lado esquerdo das vigas HC00, HC30, HC40 HC50 e HC60 (fig. 5.12).

O Código Modelo do CEB-FIP de 1990 apud Moreno Jr.<sup>33</sup> propõe que a armadura de cisalhamento seja calculada de acordo com o modelo de treliça com diagonais comprimidas de inclinação variável,  $\theta$ . A inclinação desta diagonal, em relação ao banzo tracionado, seria então, escolhida livremente desde 45° (arccotg 1) até 18,4° (arcotg 3), ou seja

$$18,4^{\circ} \le \theta \le 45^{\circ} \tag{Eq. 5.5}$$

Para as vigas de concreto de alta resistência submetidas a flexão simples, Fernandes apud Moreno Jr.<sup>33</sup> e, posteriormente, Gomiero apud Moreno Jr.<sup>33</sup>, concluíram que o limite inferior para  $\theta$ , sugerido pelo Código Modelo do CEB-FIP de 1990, estaria muito baixo. Vigas dimensionadas, a força cortante, com  $\theta < 30^{\circ}$  romperam por cisalhamento, antes de ocorrida a ruína por momento fletor. Gomiero apud Moreno Jr.<sup>33</sup>, sugere, então, que no dimensionamento das vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexão simples, o ângulo de inclinação das diagonais comprimidas não seja tomado menor do que 30,96°, ou seja,

$$\theta \ge \operatorname{arc} \operatorname{cotg}(5/3)$$
 (Eq. 5.6)

Os resultados desta pesquisa mostraram que, para as vigas de concreto de alta resistência reforçadas com fibras de aço de alto teor de carbono submetidas à flexão simples, o ângulo  $\theta$  pode sofrer um abatimento maior. Este abatimento viria da contribuição das fibras, na resistência ao esforço cortante, nas vigas submetidas à flexão, ou seja, da parcela  $V_{cf}$ , definida anteriormente.

A tabela 5.6, a seguir, apresenta, para as vigas desta pesquisa cuja ruptura foi por cisalhamento, o ângulo de inclinação das diagonais comprimidas,  $\theta$ , calculado a partir de

$$\cot g \theta = \frac{8}{7} \frac{V_{u,cis,exp}}{d f_{yw} (A_{sw} / s)}$$
(Eq. 5.7)

com a altura útil, d, tomada como 18,165 cm e  $A_{sw}/s$  como 1,822 cm<sup>2</sup>/m.

VIGAS	HC00	AC00	AC30	AC50
ρ <sub>f</sub> (%)	0	0	0,38	0,64
V <sub>u,cis,exp</sub> kN	43	48	68	68
<b>f</b> <sub>yw</sub> N/mm <sup>2</sup>	682	682	682	682
$cotg \theta$	2,151	2,422	3,433	3,424
θ (°)	24,9	22,4	16,2	16,3

Tabela 5.6: Ângulo de inclinação das diagonais comprimidas



Figura 5.12: Valor médio das tensões na armadura transversal nas vigas HC – lado esquerdo

## VIGAS HC - TENSÃO MÉDIA NOS ESTRIBOS – LADO DIREITO



Figura 5.13: Valor médio da tensões na armadura transversal nas vigas HC - lado direito

Considerando a Teoria Aditiva, apresentam-se, na tabela 5.7, os resultados experimentais deste trabalho comparados com aqueles provenientes das propostas de Sharma<sup>42</sup>, Narayanan e Darwish<sup>36</sup> e Oh et al.<sup>28,39</sup>

**Tabela 5.7:** Comparação entre os resultados obtidos experimentalmentee os propostos por Sharma, Narayanan e Darwish e Oh et al.

Viga	Pesquisador	V <sub>c,teor</sub> (kN)	V <sub>c,exp</sub> (kN)	V <sub>ef,teor</sub> (kN)	V <sub>cf,exp</sub> (kN)	V <sub>c,teor</sub> / V <sub>c,exp</sub>	V <sub>cf,teor</sub> / V <sub>cf,exp</sub>
AC00		13,2*	28	<b>1</b> 11 111 111		0,47*	
AC30	Sharma <sup>42</sup>	28,5	48	15,3*	20	0,59	0,77*
AC50		43,7	48	30,5*	20	0,91	1,53*
AC00	Narayanan	16,1	28			0,58	
AC30	е	24,5	48	8,4	20	0,51	0,42
AC50	Darwish <sup>36</sup>	34,6	48	18,5	20	0,72	0,93
AC00		17,6	28			0,63	
AC30	Oh et al. <sup>28,39</sup>	20,7	48	3,1	20	0,43	0,16
AC50		22,6	48	5,0	20	0,47	0,25

 $V_{c,teor}$ : calculado de acordo com Eq. 2.3, Eq. 2.6 ou Eq. 2.11 e Eq. 2.14

 $V_{c,exp} e V_{cf,exp}$ : determinados experimentalmente, conforme ilustrado na figura 5.11

(\*) calculados através da Eq. 5.8

Na tabela 5.7, anterior, utilizou-se a expressão simplificada, sugerida pelo ACI apud Khuntia et al.<sup>25</sup>,

$$V_c = 0,167 \, b_w \, d\sqrt{f_c}$$
 (Eq. 5.8)

para determinar o valor  $V_c$  da viga AC00, opcão esta relativa a equação 2.3, proposta por Sharma<sup>42</sup> ser válida apenas para vigas com fibras.

Como pode-se notar na figura 5.8 e na tabela 5.7, o incremento de  $V_c$  com a incorporação das fibras é bastante significativo, o que demonstra a importância da sua contribuição nos
mecanismos de resistência ao cisalhamento. Para as vigas analisadas neste trabalho, o incremento de  $V_c$ , com a adição de 30 kg/m<sup>3</sup> e 50 kg/m<sup>3</sup> de fibras, chegou a ser de 71%.

Também pode ser apreciado nas figuras 5.14 e 5.15 que, as propostas teóricas fornecem valores de  $V_c$  e  $V_{cf}$  inferiores aos obtidos experimentalmente, isto é a favor da segurança, com uma única exceção, o valor  $V_{cf}$  para a viga AC50 (lembra-se que este valor depende da compressão diametral). A divergência entre estes resultados confirma a literatura ao respeito.



Figura 5.14: Variação teórica e experimental de V<sub>c</sub>

Com os resultados obtidos seria demais impreciso sugerir um modelo para previsão da contribuição das fibras de aço na resistência ao cisalhamento na flexão simples.

No caso da formulação de um modelo, não é possível usar a resistência à compressão como um parâmetro material que reflita a resistência à flexão e força cortante. Para Li et al.<sup>27</sup>, intuitivamente, parece que a tração na compressão diametral ou o módulo de ruptura serão os melhores indicadores das causas das melhorias.



Figura 5.15: Variação teórica e experimental de V<sub>cf</sub>

Finalmente parece razoável considerar, então, que a Teoria Aditiva de treliça de Leonhardt<sup>26</sup>, com diagonais de inclinação  $\theta = 45^{\circ}$ , pode ser adotada para o cálculo da armadura de alma, para as vigas de concreto armado de alta resistência reforçadas com fibras de aço, onde a ruína ocorre por escoamento da armadura de alma.

## 5.9 TEORIA ADITIVA NA NBR 6118:2001<sup>§</sup>

Com a proximidade da promulgação da norma que irá substituir a NBR 6118:1978<sup>7</sup>, achou-se interessante confrontar os valores experimentais de  $V_c$  com aqueles obtidos a partir da formulação contida no texto conclusivo do seu projeto de revisão.

Admite, o texto conclusivo do projeto de revisão da NBR 6118, dois modelos de cálculo que pressupõem a analogia com modelo em treliça, de banzos paralelos, associado a mecanismos resistentes complementares traduzidos por uma componente adicional  $V_c$ .

<sup>&</sup>lt;sup>§</sup> Nova norma refere-se ao texto conclusivo do projeto de revisão da NBR 6118<sup>7</sup>.

O modelo II admite diagonais de compressão inclinadas de  $\theta$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, com  $\theta$  variável livremente entre 30° e 45°. Admite ainda que a parcela complementar  $V_c$  sofra redução com o aumento de V.

Já o modelo I admite diagonais de compressão inclinadas de  $\theta = 45^{\circ}$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar  $V_c$  tenha valor constante e igual a:

$$V_c = 0.6 f_{ctd} b_w d$$
 (Eq. 5.9)

Desta vez, objetivamente o valor de  $V_c$  é diretamente associado a resistência à tração do concreto e não mais indiretamente, considerando  $\sqrt{f_{ck}}$ , como definido na norma vigente<sup>7</sup>.

Na figura 5.16 compara-se graficamente os resultados experimentais das vigas AC com aqueles obtidos usando equação 5.9 modificada, a qual após retirada do coeficiente de ponderação da resistência do concreto é expressa da seguinte maneira:

$$V_c = 0.6 \cdot 0.9(0.9f_{cl,sp}) b_w d$$
 (Eq. 5.10)

No texto conclusivo da nova Norma a resistência do concreto à tração direta,  $f_{ct}$ , é descrita como 90% do valor da resistência do concreto à tração na compressão diametral,  $0.9 f_{ct,sp}$ , e adotou-se ainda um fator de redução para esta resistência igual a 0,9 para considerar o uso de corpo-de-prova cilíndrico menor (10 cm x 20 cm no lugar do padrão 15 cm x 30 cm).

Para surpresa, mesmo nestes concretos de alta resistência, os valores de  $V_c$  para as vigas sem fibras incorporadas foram bastante próximos (praticamente igual para HC00).

Como esperava-se, nas vigas com fibras, AC30 e AC50, os valores experimentais foram maiores do que os teóricos. No entanto, esta diferença foi mínima na viga AC50. Acredita-se que os valor da resistência à tração experimental da viga AC50 esteja superestimado, conforme relataram Kareem-Palanjiam apud Narayanan e Darwish<sup>35</sup> e Carmona et al.<sup>10</sup>, provocando então esta ínfima diferença.



Figura 5.16: Variações de  $V_c$ , conforme NBR 6118:2001, nas vigas AC

## CONCLUSÕES

As principais conclusões obtidas neste trabalho são:

1) as fibras de aço são efetivas no aumento da resistência da viga de concreto ao cisalhamento. Uma maior parcela de  $V_c$  pode ser explicada pelo fato das fibras controlarem a propagação e abertura das fissuras, aumentando a contribuição do concreto resistente por meio dos mecanismos alternativos aos de treliça;

 a incorporação de pequenos volumes de fibras ao concreto teve eficiência comprovada ao alterar o modo de ruptura das vigas de cortante para flexão, incorporando maior segurança as peças;

 permitindo, as fibras, transferência de tensões de tração através do concreto, a combinação de concreto de alta resistência e fibras de aço de alto teor de carbono na execução de vigas mostrou ser uma boa solução em relação ao incremento de ductilidade e aumento de rigidez;

4) configuração final mais fissurada nas vigas com fibras adicionadas;

5) ângulo de inclinação teórico das bielas nas vigas com rupturas por cisalhamento, obtido a partir da cortante última, resultou mais abatido nas vigas com fibras do que nas vigas sem fibras;

6) as tensões na armadura longitudinal tracionada também são influenciadas pelas fibras no interior do concreto;

7) os resultados experimentais obtidos sugerem a possibilidade de substituição de parte da armadura de alma, calculada de acordo com os procedimentos normativos usuais, pela incorporação de baixos teores de fibras de aço aos concretos;

8) tudo indica que, em se mantendo o modelo aditivo de treliça, a contribuição das fibras de aço na resistência ao esforço cortante em vigas de concreto, implica num incremento da parcela de contribuição do concreto,  $V_c$ . Os resultados experimentais não permitiram associar este incremento ao teor de fibras incorporado.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ACI MANUAL OF CONCRETE PRACTICE PART 5. "Masonry, Precast Concrete and Special Products and Processes". American Concrete Institute, Farmington Hills, 1997.
- ACI MANUAL OF CONCRETE COMMITTE 318. "Building Code Requirements for Reinforced Concrete" (ACI 318-86). American Concrete Institute, Detroit, 1986, 113 p.
- 3. ADEBAR, P., MINDESS, S., StPIERRE, D., OLUND, B. "Shear tests of fiber concrete beams without stirrups". ACI Structural Journal, V94, N1, January-February, 1997, p.68-76.
- AÏTCIN, P.C. "High-Performance Concrete". Modern Concrete Technology 5. E & FN Spon, 1998.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. "Standard Specification for Steel fibers for Fiber-reinforced Concrete". ASTM A820. Book of ASTM Standards. ASTM, Philadelphia, 1994.
- ASHOUR, S.A., HASANAIN, G.S., WAFA, F.F. "Shear behavior of high-strength fiber reinforced-concrete beams". ACI Structural Journal, V89, N2, March-April, 1992, p.176-184.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 6118 Projeto e Execução de Obras de concreto Armado, Rio de Janeiro, 1978, 79 p.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 7197 Projeto de estruturas de concreto protendido, Rio de Janeiro, 1989, 71p.
- BORTOLOTTI, L. "Shear Behavior of High-Strength Fiber Reinforced Concrete Beams". ACI Structural Journal, V90, N1, January-February, 1993, p.126-127.
- CARMONA, S., GETTU, R., HURTADO, C., MARTIN, M.A. "Use of the splitting-tension test to characterize the toughness of fiber-reinforced concrete". Anales de Mecánica de la fractura, V12, 1995, p.233-238.
- CASANOVA, P., ROSSI, P. "Analysis and design of steel fiber reinforced concrete beams". ACI Strucutural Journal, V94, N5, September-October, 1997, p.595-602.
- CASANOVA, P., ROSSI, P., SCHALLER, I. "Can steel fiber replace transverse reinforcements in reinforced concrete beams?". ACI Materials Journal, V94, N5, September-October, 1997, p.341-354.
- CHUNXIANG, Q., PATNAIKUNI, I. "Properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete beams in bending". Cement and Concrete Composites, V21, February, 1999, p.73-81.
- DI PRISCO, M., ROMERO, J.A. "Diagonal shear in thin-webbed reinforced concrete beams: fibre and stirrup roles at shear colapse". Magazine of Concrete Research, V48, N174, 1996, p.59-76.
- 15. EL-NIEMA, E.L. "Reinforced-concrete beams with steel fibers under shear". ACI Structural Journal, V88, N2, March-April, 1991, p.178-183.
- EZELDIN, A.S., HSU, C.T.T. "Optimization of reinforced fibrou concrete beams". ACI Structural Journal, V89, N1, January-February, 1992, p.106-114.

- 17. FERNANDES, G.B. "Cisalhamento em vigas de concreto armado de alta resistência". Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia, São Paulo, 1992.
- FERNANDES, G.B. "Estado Limite Último para Solicitações Tangenciais Esforço Cortante em Vigas de Concreto Armado". Departamento de Construção Civil, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 1993.
- FURLAN JR., S., HANAI, J.B. "Shear behavior of fiber reinforced concrete beams". Cement and Concrete Composites, V19, N4, 1997, p.359-366.
- FUSCO, P.B. "Estruturas de Concreto: Solicitações Tangenciais". Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1984.
- GAO, J., SUN, W., MORINO, K. "Mechanical Properties of Steel Fiber-reinforced, Highstrength, Lightweight concrete". Cement and Concrete Composites, V19, 1997, p.307-313.
- IMAM, M., VANDEWALLE, L., MORTELMANS, F. "Shear-Moment analysis of reinforced high-strength concrete beams containing steel fibers". Canadian Journal of Civil Engineering, V22, N3, June, 1995, p.462-470.
- IMAM, M., VANDEWALLE, L., MORTELMANS, F., VAN GEMERT, D. "Shear domain of fibre-reinforced high-strength concrete beams". Engineering Structures, V19, N9, September, 1997, p.738-747.
- KHALOO, A.R., KIM, N. "Influence of Concrete and Fiber Characteristics on Behavior of Steel fiber Reinforced Concrete under Direct Shear. ACI Materials Journal, V94, N6, November-December, 1997, p.592-601.

- KHUNTIA, M., STOJADINOVIC, B., GOEL, S.C. "Shear Strength of Normal and High-Strength Fiber Reinforced Concrete Beams without Stirrups". ACI Structural Journal, V96, N2, March-April, 1999, p.282-289.
- 26 LEONHARDT, F. "Shear in concrete structures". CEB Bulletin d'Information N126, p.66-124, June 1978.
- 27. LI, V.C., WARD, R., HAMZA, A.M. "Steel and Synthetic Fibers as Shear Reinforcement". ACI Materials Journal, V89, N5, September-October, 1992, p.499-508.
- LIM, D.H., OH, B.H. "Experimental and theoretical investigation on the shear of steel fibre reinforced concrete beams". Engineering Structures, V21, N10, 1999, p.937-944.
- LORENTSEN, M. "Steel fibre concrete for structural elements". Steel fiber concrete US-Sweden joint seminar, Stockholm, 1985. S.P. Shah and A. Skarendahl, Editors, p.421-442.
- MANSUR, M.A., ONG, K.C.G., PARAMASIVAM, P. "Shear strength of fibrous concrete beams without stirrups". Journal of Structural Engineering, V112, N9, 1986, p.2066-2079.
- MANSUR, M.A., ONG, K.C.G. "Behavior of Reinforced fiber Concrete Deep Beams in Shear". ACI Structural Journal, V88, N1, 1991, p.98-105.
- MEHTA, P.K., MONTEIRO, P.J.M. "Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais, São Paulo, Ed. Pini, 1<sup>a</sup> Edição, 1994, 573 p.
- 33. MORENO JR., A.L. "Cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexo-compressão". Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia, São Paulo, 1996.

- MPHONDE, A.G., FRANTZ, G.C. "Shear tests of high and low strength concrete beams without stirrups". SP-87, American Concrete Institute, Detroit, 1987, p.179-197
- 35. NARAYANAN, R., DARWISH, I.Y.S. "Use of steel fibers as shear reinforcement". ACI Structural Journal, V84, N3, 1987, p.216-217.
- NARAYANAN, R., DARWISH, I.Y.S. "Shear in mortar beams containing fibers and fly ash". Journal of Structural Engineering, V114, N1, January, 1988, p.84-102.
- NARAYANAN, R., DARWISH, I.Y.S. "Fiber Concrete Deep Beams in Shear". ACI Structural Journal, V85, N2, March-April, 1988, p.141-149.
- NIYOGI, S.K., DWARAKANATHAN, G.I. "Fiber Reinforced Beams Under Moment and Shear". Journal of Structural Engineering, V111, N3, March, 1985, p.517-527.
- OH, B.H., LIM, D.H., YOO, S.W., KIM, E.S. "Shear behaviour and shear analysis of reinforced concrete beams containing steel fibres", Magazine of Concrete Research, V50, N4, December, 1998, p.283-291.
- 40. PINTO JR., N.O. "Tenacidade e resistência equivalente à tração na flexão de concretos de alto desempenho reforçados com fibras de aço de baixo e alto teor de carbono". Laboratório de Estruturas e Materiais de Construção, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 1999, 16 p.
- 41. SANTOS, L.M. "Edifícios de concreto armado". Publicação FDTE-USP, 1984.
- 42. SHARMA, A.K. "Shear-strength of steel fiber reinforced-concrete beams". Journal of the American Concrete Institute, V83, N4, July-August, 1986, p.624-628.

- 43. SHITOTE, S.M. "Characterization of the Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams". Industrial Mathematics, V46, part 2, 1996, p.129-141.
- 44. SWAMY, R., JONES, R., CHIAM, T.P. "Influence of Steel Fibers on the Shear Resistance of Lightweight Concrete I-Beams". ACI Structural Journal, V90, N1, January –February, 1993, p.103-114.
- 45. TAN, K.H., MURUGAPPAN, K., PARAMASIVAM, P. "Shear Behavior of Steel Fiber Reinforced-Concrete Beams". ACI Structural Journal, V90, N1, January-February, 1993, p.3-11.
- 46. VALLE, M., BÜYÜKÖZTÜRK, O. "Behavior of fiber-reinforced high-strength concrete under direct shear". ACI Materials Journal, V90, N2, March-April, 1993, p.122-133.
- 47. WILLIAMSON, G.R., KNAB, L.I. "Full scale fibre concrete beam tests". Proceedings, RILEM Symposium on Fiber Reinforced Cement and Concrete, London, 1975, The Construction Press Ltd., England, 1975, p.209-214.

## ABSTRACT

In this work presented the results of an experimental study developed in the Structures and Construction Materials Laboratory of Civil Engineering Faculty of UNICAMP, that it looks for to evaluate the influence of the incorporation of low volume fractions of steel fibers in shear strength of high strength reinforced concrete beams submitted at bending moment.

I shape beams containing 1.32 and 2.19% of longitudinal steel ratio, 0.364% of shear steel ratio and the shear span/effective depth ratio of 4.27, were moulded with concrete compressive strength of 90 MPa also incorporating high strength fibers (high carbon steel fibers, with yield strength of 2600 MPa) in volume fractions of 30, 40, 50 and 60 kg/m3. For quantify the influence of the incorporation of those rates fibers in the shear strength, testimony beam (without fibers) it went designed to reach shear collapse.

The option for high carbon steel fibers was determined by results obtained in previously developed work by Pinto Jr.<sup>40</sup>, results those that demonstrated the best acting of that fiber type in relation to the one of low carbon, in function of high bond existent among fiber and matrix in these concretes of high strength, that it causes fibers rupture of smaller resistance and, consequently, smaller ductility and less efficient cracking control.

The results of the experimental program demonstrated that the high carbon steel fibers have significant contribution in the shear strength of high strength concrete beams, altering, besides, your rupture form (from diagonal tension failure to flexure failure). Stands out, still, your beneficial effect in the cracking control, propitiating an increase of rigidity of the pieces, what leads, evidently, to a larger durability.