

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO

RODRIGO EDUARDO DIAS VERRONI

**IMPLANTAÇÃO DE POSTOS DE ATENDIMENTO EM UMA REDE DE
SERVIÇOS HIERÁRQUICOS.**

Orientador:

Prof. Dr. Orlando Fontes Lima Júnior

Dissertação apresentada à Comissão de pós-graduação da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Campinas

2006

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

V613i Verroni, Rodrigo Eduardo Dias
Implantação de postos de atendimento em uma rede
de serviços hierárquicos / Rodrigo Eduardo Dias
Verroni.--Campinas, SP: [s.n.], 2006.

Orientador: Orlando Fontes Lima Júnior
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e
Urbanismo.

1. Supermercados - Localização. 2. Modelos
matemáticos - Hierárquicos. 3. Modelos matemáticos.
4. Centros de atendimento ao cliente. 5. Supermercados
– Serviços ao cliente. I. Lima Júnior, Orlando Fontes.
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. III. Título.

Titulo em Inglês: Implantation of ranks of attendance in a network of hierarchical
services

Palavras-chave em Inglês: Facility location, Hierarchical facilities, Facilities of
services, Hierarchies – Mathematical models

Área de concentração: Transporte

Titulação: Mestre em Engenharia Civil

Banca examinadora: Maria Lucia Galves e João Alexandre Widmer

Data da defesa: 09/03/2006

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma aplicação de solução para o problema de implantação de instalações hierárquicas. Este modelo foi aplicado a um caso hipotético de localização de uma rede de mercados na cidade de Campinas, no qual são elaborados cenários distintos com relação aos raios de influência das instalações.

A localização dos centros de atendimento será obtida como solução de um problema de máxima cobertura, no qual o objetivo é maximizar a população atendida pelos serviços oferecidos. Na revisão bibliográfica foram identificados os principais métodos matemáticos disponíveis na literatura e selecionado o de localização de instalações hierárquicas de dois níveis apresentado por ESPEJO (2001). A partir dos resultados obtidos é efetuada ainda uma discussão sobre a variação da demanda atendida em relação aos raios de cobertura das instalações.

Concluiu-se que o modelo selecionado apresenta resultados consistentes para o problema proposto e que a variação dos raios de influência alteram a localização das instalações.

ABSTRACT

This paper proposes a solution for the hierarchical facilities implementation problem. The hypothetical case application of the model is the location of a market network in the city of Campinas, in which different sceneries are elaborated in relation to the facilities rays of influence.

The service center location is obtained as a solution for the maximum covering problem, in which the objective is to maximize the population assisted by the supplied services. The bibliographic revision identifies the main mathematical methods available in the literature. The two levels hierarchical facilities location model developed by ESPEJO (2001) was selected as the main method to be implemented in this paper.

It is concluded that the selected model presents consistent results for the proposed problem, and that the variation of the values of the rays of influence modifies the localization of the facilities.

Agradecimentos e Dedicatória

Dedico este trabalho ao meu pai José Henrique, a minha mãe Denilse, aos meus irmãos Alessandro e Luciana e a todos os meus amigos, com especial atenção ao Stanislav, Gabriel, Fernando e Telma pela ajuda e incentivo em todos os momentos de desânimo e dificuldades na elaboração desse trabalho.

Ao meu orientador Professor Orlando Fontes Lima Júnior por aceitar o desafio do trabalho e trabalhar para que todas as dificuldades fossem superadas e a dissertação fosse concluída.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	xi
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Objetivo	1
1.2. Importância e Limitações do Trabalho	2
1.3. Metodologia	3
1.4. Estrutura do Trabalho	14
2. O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES	16
2.1. Classificação dos Modelos	17
2.2. Modelos de Problemas de Localização	20
2.2.1. Problemas da p-Medianas (p-MP)	22
2.2.2. Problemas dos p-Centros (p-CP)	23
2.2.3. Problema das p-medianas com Custo de Implantação (p-MPI)	23
2.2.4. Problemas de Localização com Restrição de Capacidade	24
2.2.5. Problema de Indicação Quadrática (QAP)	24
2.2.6. Problemas de Localização de Máxima Cobertura (p-MC)	25
2.2.7. Problemas de Localização de Instalações Hierárquicas (PLH)	29
2.3. Heurísticas para a Solução de Problemas das p-Medianas e de Máxima Cobertura	29
2.3.1. Problemas das p-Medianas	29

2.3.2.	Problemas de Máxima Cobertura _____	32
2.4.	Problemas de Localização de Instalações Hierárquicas _____	38
2.4.1.	Definição e Classificação _____	38
2.4.1.1.	Quanto ao Tipo de Instalações _____	38
2.4.1.2.	Quanto ao Fluxo nos Arcos _____	39
2.4.1.3.	Quanto ao Fluxo nos Vértices _____	40
2.4.2.	Modelos Hierárquicos do Tipo Minisoma _____	40
2.4.3.	Modelos Hierárquicos com Cobertura _____	43
3.	APLICAÇÃO PRÁTICA NA IMPLANTAÇÃO DE UMA REDE DE MERCADOS _____	47
3.1.	Instalações Hierárquicas _____	47
3.1.1.	Tipo de Instalações _____	50
3.1.2.	Quantidade de Instalações _____	52
3.2.	Rede Utilizada nas Simulações _____	52
3.2.1.	Características da Região de Estudo _____	53
3.2.2.	Elaboração da Rede _____	57
3.3.	Determinação da Demanda _____	63
3.3.1.	Metodologia _____	63
3.3.2.	Base de Dados _____	65
3.3.3.	Análise dos Dados de Demanda _____	66
4.	APLICAÇÃO DO MODELO – CENÁRIOS SIMULADOS _____	71

4.1.1. Cenários Simulados _____	72
4.1.2. Resultados Obtidos _____	76
5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES _____	86
5.1. Conclusões _____	86
5.2. Recomendações _____	87
6. BIBLIOGRAFIA _____	89
Anexo 1 – Relação das Unidades Territoriais Básicas (UTB) _____	93
Anexo 2 – Coordenadas dos Vértices e Matriz de Distâncias _____	95
Matriz de Distâncias _____	97
Anexo 3 – Determinação da Demanda _____	111
Anexo 4 – Mapas com os Resultados dos Cenários Simulados _____	114

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Metodologia Geral da Resolução do Problema	5
Figura 2.1 – Distribuição das Áreas Existentes	25
Figura 2.2 – Exemplo da Heurística de Localização-Alocação	35
Figura 3.1 – Mapa do Município de Campinas – Malha Viária	56
Figura 3.2 - Mapa com as Unidades Territoriais Básicas (UTB)	59
Figura 3.3 – Mapa com os vértices da rede	62
Figura 3.4 – Mapa com os vértices das 70 UTB, com indicação das UTB excluídas	67
Figura 3.5 – Mapa com a classificação da demanda	69
Figura 4.1 – Resultados dos Cenários	78
Figura A4.1 – Cenário 1 ($R_1=666$, $R_2=2000$, $T_1=6000$)	115
Figura A4.2 – Cenário 2 ($R_1=666$, $R_2=3000$, $T_1=6000$)	116
Figura A4.3 – Cenário 3 ($R_1=666$, $R_2=4000$, $T_1=6000$)	117
Figura A4.4 – Cenário 4 ($R_1=1000$, $R_2= 2000$, $T_1=6000$)	118
Figura A4.5 – Cenário 5 ($R_1=1000$, $R_2=3000$, $T_1=6000$)	119
Figura A4.6 – Cenário 6 ($R_1=1000$, $R_2=4000$, $T_1=6000$)	120
Figura A4.7 – Cenário 7 ($R_1=1332$, $R_2=2000$, $T_1=6000$)	121

Figura A4.8 – Cenário 8 ($R_1=1332$, $R_2=3000$, $T_1=6000$) _____ 122

Figura A4.9 – Cenário 9 ($R_1=1332$, $R_2=4000$, $T_1=6000$) _____ 123

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1-Principais tipos de modelos de problemas de localização	21
Tabela 2.2 – Relação entre AG's e Biologia quanto a terminologia	31
Tabela 2.3 – Comparação de resultados de HLA com Galvão e Revelle	37
Tabela 3.1 – Faixas de Demanda das UTB	68
Tabela 4.1 – Classificação por Tipo de Cobertura	74
Tabela 4.2 – Valores dos Raios R_2 e T_1	75
Tabela 4.3 – Faixa de Cobertura por Valor do Raio	75
Tabela 4.4 – Valores Utilizados para Análise de Sensibilidade	76
Tabela 4.5 – Resultados Obtidos	77
Tabela 4.6 – Variação de R_1 para $R_2 = 2.000$	79
Tabela 4.7 – Variação de R_1 para $R_2 = 3.000$	79
Tabela 4.8 – Variação de R_1 para $R_2 = 4.000$	80
Tabela 4.9 – Variação de R_2 para $R_1 = 666$	81
Tabela 4.10 – Variação de R_2 para $R_1 = 1.000$	81
Tabela 4.11 – Variação de R_2 para $R_1 = 1.332$	82
Tabela 4.12 – Vértices Atendidos em cada Cenário	84
Tabela 4.13 – Localização das Instalações	85

1. INTRODUÇÃO

O setor de serviços tem como objetivo prestar algum tipo de assistência ao seu público alvo. Existem diversos tipos de serviços diferentes, os quais devem ser tratados de formas diferentes, porém existe um fator que é comum a todos: a interação com o cliente final; em outros setores, como o industrial ou o agrícola tal interação, muitas vezes, não existe pois o consumidor final não entra em contato com o produtor.

Essa característica peculiar do setor de serviços faz com que exista uma constante necessidade de adequação ao seu novo mercado. É nesse momento que se evidencia a necessidade de expandir ou redimensionar as suas atividades. Existem diversas maneiras de efetuar a reestruturação, mas todas devem tentar atingir a redução de custos aliada ao aumento da produtividade.

Um fator muito importante na redução de custos e melhoria de produtividade é a localização dos postos de atendimento, pois estes devem ser implantados em locais onde os custos operacionais sejam minimizados e a demanda servida seja máxima.

Alguns tipos de atividades econômicas podem ser classificados como serviços hierárquicos. Em tais atividades existem níveis diferentes de atendimento para cada tipo de unidade instalada, fato que dificulta de sobremaneira a determinação da rede ótima de atendimento.

1.1. OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma ferramenta matemática de localização de instalações hierárquicas de dois níveis de atendimento, aplicado a um caso de serviços na área urbana. Após a apresentação do modelo matemático será efetuada uma aplicação do mesmo em um caso hipotético de localização de uma rede formada por mercados e supermercados no município de Campinas. Além da

localização será feita uma discussão sobre a influência de alguns dos parâmetros, existentes no modelo, no resultado da modelagem.

1.2. IMPORTÂNCIA E LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Na economia competitiva existe a necessidade de buscar constantemente o aumento da eficiência e a redução de custos. A localização ideal de um posto de serviço auxilia na obtenção dessas duas metas.

Neste trabalho será apresentada uma situação hipotética onde o objetivo é localizar instalações destinadas à venda de diversos produtos. Tais instalações são comumente conhecidas como mercados e supermercados. Este tipo de serviço insere-se na categoria de serviços que necessitam de constante melhoria de sua eficiência, pois estão inseridos em um mercado competitivo onde os ganhos são obtidos com a redução de custos.

A localização da instalação deve propiciar agilidade no atendimento aos consumidores, além de criar uma integração entre os diversos postos de serviço. É sempre importante salientar que a implantação de instalações implica na alocação de recursos financeiros; tais recursos, muitas vezes, são escassos e precisam ser empregados nos locais onde as instalações possam atingir a maior parcela da demanda possível. Dessa forma fica clara a necessidade de estabelecer critérios para atingir o objetivo final: implementar uma rede de serviços de tal forma que atenda a maior parcela de demanda. A aplicação de modelos matemáticos propicia que esse objetivo seja atingido de forma mais eficiente e segura.

Nos modelos matemáticos existe a necessidade de simplificar a realidade, para torná-lo exeqüível, dessa forma algumas limitações são inerentes na aplicação do modelo a ser aplicado. Dentre elas podemos citar:

- A previsão de demanda é baseada em dados históricos de evolução e critérios de projeto, por tais motivos as previsões podem não se concretizar no horizonte de projeto;
- As distâncias utilizadas no modelo são euclidianas, ou seja, não são as distâncias de deslocamento reais;
- As variáveis relacionadas ao atendimento dos clientes são baseadas em estudos estatísticos, no quais existem erros e incertezas.

Apesar das limitações citadas anteriormente, os modelos existentes podem ser utilizados para o planejamento de implantação de uma rede de serviços hierárquicos, indicando os locais ideais para a implantação das instalações. O conhecimento da importância de todos os parâmetros e variáveis do modelo a ser utilizado é fundamental para a verificação da consistência dos resultados apresentados, dessa forma a execução de análises dos resultados do modelo com relação à variação dos principais parâmetros utilizados por ele é imprescindível para o pleno conhecimento da modelagem utilizada.

Neste trabalho serão desenvolvidos cenários hipotéticos para o caso proposto, os quais serão analisados quanto à alteração dos resultados em função das variações de determinadas variáveis, dessa forma pretende-se verificar qual a influência dessas variáveis no resultado final (localização das instalações).

1.3. METODOLOGIA

Desde o início do desenvolvimento dos primeiros modelos de localização de instalações uma das principais preocupações era determinar quais características da instalação são pertinentes para o modelo. Esse tipo de diferenciação gerou uma quantidade bastante significativa de modelos de localização de instalações,

conseqüentemente existe uma gama bastante extensa de formulações matemáticas e heurísticas para a solução dos modelos.

A determinação de qual modelagem é a mais adequada para a resolução de um problema exige o estudo e análise dos modelos existentes para posterior verificação de qual se adapta melhor ao caso estudado.

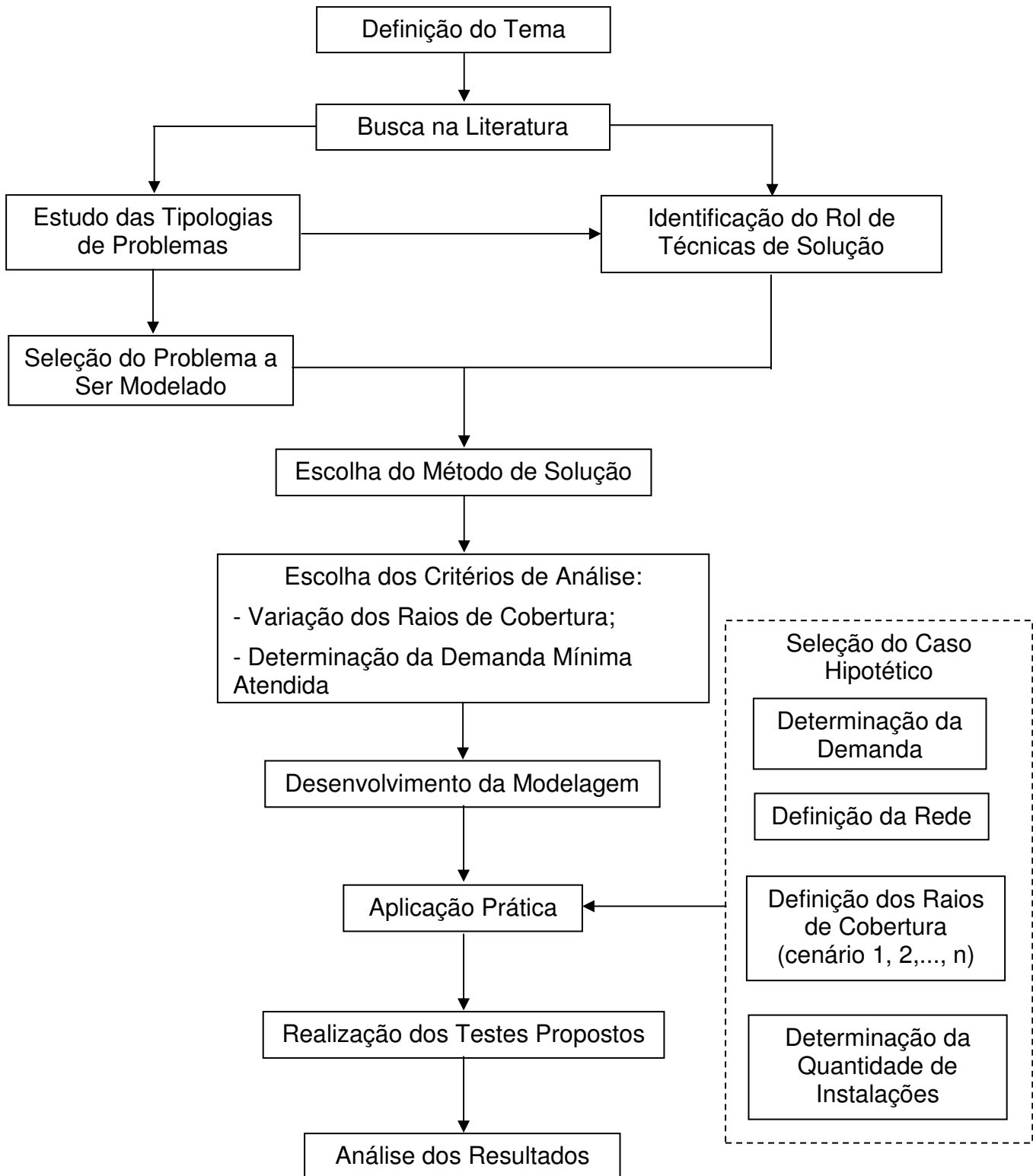
Quando os modelos matemáticos são aplicados existe a necessidade de verificar a consistência dos resultados obtidos e qual a alteração provocada neles devido à variação dos insumos utilizados no modelo. O método mais utilizado para verificar a robustez dos resultados obtidos consiste na elaboração de diversos cenários que reflitam as possibilidades de variações dos principais dados utilizados, para posterior análise dos resultados obtidos em cada um dos cenários simulados.

Neste trabalho optou-se por aplicar em um caso hipotético um modelo de localização de instalações hierárquicas. A escolha desse tipo de problema foi baseada no fato de ser bastante comum nas atividades cotidianas da sociedade.

A verificação da consistência dos resultados foi elaborada através da variação dos raios de cobertura das instalações, pois considerou-se que este insumo do modelo é de difícil mensuração na vida prática e, por tal motivo, é um fator que pode exigir grande quantidade de recursos financeiros na sua determinação.

O fluxograma apresentado abaixo demonstra as principais etapas para a solução do problema proposto. Em seguida são discutidos os principais tópicos apresentados no fluxograma.

Figura 1.1 – Metodologia Geral da Resolução do Problema



Definição do Tema

Esta etapa consiste na definição do tema a ser estudado no presente trabalho. Nesta etapa é importante que seja feita uma análise dos problemas relacionados ao tema escolhido para estudo, pois dessa forma é possível iniciar uma ampla pesquisa na literatura, visando identificar os modelos e soluções estudados que possam solucionar os problemas que se enquadram no tema proposto.

Neste estudo o tema escolhido consiste em implantar uma rede de atendimento de postos de serviços hierárquicos, a qual é composta pela implantação de uma rede de mercados.

Busca na Literatura

O segundo passo da solução do problema é efetuar uma vasta pesquisa para identificar os principais tipos de problemas de localização de instalações existentes na literatura, bem como elencar as soluções desenvolvidas para cada um dos tipos de problemas existentes.

Estudo das Tipologias de Problemas

Esta etapa da solução do problema é consequência da etapa anterior, onde a busca na literatura resulta no levantamento, e estudo, dos principais tipos de problemas de localização de instalações existentes na literatura, para posterior definição de qual o tipo que melhor representa o problema proposto. O conhecimento de uma gama extensa de tipos de problemas estudados facilita a determinação de qual deve ser utilizado. Caso a escolha do modelo seja equivocada o resultado obtido com a aplicação do mesmo será insatisfatória.

Identificação do Rol de Técnicas de Solução

Da mesma forma que a etapa descrita acima, esta é consequência do estudo elaborado na literatura, onde as principais técnicas desenvolvidas por estudiosos da área são identificadas.

Para cada tipo de problema estudado na literatura existe uma modelagem matemática correspondente. A existência de mais de uma modelagem para um mesmo problema é comum, porém uma modelagem se destaca em relação às demais por ser a que apresenta melhores condições de resolução.

Para cada tipo de modelagem existe uma gama de técnicas propostas para a solução dos problemas, mas a escolha da melhor técnica para ser empregada em um modelo matemático engloba a análise de fatores como:

- Tempo de solução do problema;
- Qualidade dos resultados obtidos;
- Quantidade de testes efetuados por outros autores;
- Facilidade de implementação computacional, etc.

Todos os fatores devem ser ponderados e analisados para que o resultado final seja compatível com a qualidade esperada. É importante salientar que a qualidade dos resultados obtidos não está diretamente ligada ao tempo de processamento do modelo, mas sim com a metodologia de solução proposta, ou seja, nem sempre uma metodologia de solução do problema que tenha tempo de processamento elevado irá fornecer resultados melhores do que outra metodologia que efetue os processamentos em um tempo significativamente menor.

Seleção do Problema a Ser Modelado

De posse dos estudos das tipologias de problemas de localização de instalações existentes na literatura é possível selecionar o problema a ser modelado de tal forma que o mesmo seja refletido por um dos tipos de problemas estudados na fase anterior, ou seja, é nesta fase que o problema proposto é inserido dentro dos estudos efetuados por outros autores.

Apenas dessa forma é possível verificar se o problema proposto pode ser modelado pelas técnicas estudadas. Caso o problema selecionado não possa ser modelado dentro das técnicas estudadas até o momento é preciso retornar para a fase de busca na literatura de forma a encontrar a tipologia de problema que melhor reflita as necessidades do problema selecionado.

Neste estudo optou-se por selecionar as modelagens de problemas de máxima cobertura, pois no caso da implantação de uma rede de mercados (formada por mercados de bairros e supermercados) esse tipo de modelagem representa de forma mais fiel a realidade.

O problema de implantação de uma rede de mercados poderia ser modelado dentro dos problemas das p-medianas ou de máxima cobertura, a escolha pelo segundo tipo de problemas deveu-se ao fato dos mercados terem características de atração de consumidor por raios de influência, ou seja, a localização desse tipo de instalação é melhor representada pela modelagem que leva em conta o raio de influência e não a soma das distâncias de todos os consumidores)modelagem das p-medianas).

Os problemas de localização de instalações hierárquicas são desenvolvidos a partir de modelagens mais simples, ou seja, esse tipo de problema é um desdobramento dos problemas de localização de instalações não hierarquizadas, bastando inserir variáveis (no modelo matemático mais simples) para modelar o problema de instalações hierárquicas.

Escolha do Método de Solução

A escolha do método de solução a ser empregado resulta da seleção do problema a ser modelado aliada ao rol de técnicas de solução estudadas.

Após as análises verificou-se que o problema proposto é melhor representado pela gama de problemas de localização de instalações hierárquicas de dois níveis sucessivamente inclusivos.

ESPEJO (2001) apresenta a aplicação prática de um problema de localização de instalações hierárquicas na localização de uma rede de postos de saúde no município do Rio de Janeiro. Os resultados apresentados por ESPEJO (2001) indicam que o equacionamento do problema representa de forma consistente os problemas reais e que os resultados obtidos são satisfatórios, tanto do ponto de vista de tempo de processamento, quanto da proximidade do resultado ótimo. Por tal motivo optou-se por utilizar o equacionamento apresentado por ESPEJO (2001) para a solução do problema de implantação de uma rede de mercados.

Escolha dos Critérios de Análise

A utilização de modelos matemáticos exige uma série de procedimentos e análises que comprovem, ou não, os resultados obtidos, pois apenas dessa forma o usuário do modelo poderá garantir que os resultados apresentados refletem a realidade e podem ser considerados válidos.

Os modelos matemáticos são simplificações da realidade, e por tal motivo, é preciso efetuar análises de consistência dos resultados antes de considerá-los válidos. Nesta etapa do trabalho deve ser efetuada a escolha dos critérios de análise, ou seja, nesta fase são definidos os principais parâmetros que serão utilizados para a efetuação da análise dos resultados obtidos com a aplicação do modelo escolhido para o problema de implantação de uma rede de mercados.

Neste estudo o principal fator a ser analisado é a influência da variação dos raios de cobertura no resultado final do modelo. Esses parâmetros foram escolhidos por serem de difícil mensuração prática e por serem os fatores que representam a atratividade das instalações, ou seja, essas variáveis podem ser consideradas as principais responsáveis pela determinação da localização das instalações, pois a demanda só será atendida em função desses parâmetros.

Desenvolvimento da Modelagem

Após todos os estudos realizados e as definições das metodologias a serem empregadas é possível iniciar o processo de desenvolvimento da modelagem do problema proposto.

A modelagem consiste no equacionamento do problema, baseado na etapa de seleção do problema a ser modelado, verificando se as restrições impostas ao modelo refletem a realidade e quais os parâmetros que devem ser utilizados para a resolução do problema, ou seja, é nesta fase que a modelagem matemática proposta é adequada ao problema estudado e os parâmetros de entrada do modelo matemático são definidos. Apenas após esta etapa é possível aplicar o modelo em uma situação prática, pois é nesta fase que o equacionamento matemático é validado com relação à sua representatividade do problema. A validação citada refere-se a adequação do modelo com o problema proposto e não a validação do modelo matemático com relação aos resultados. No caso estudado o modelo matemático utilizado já foi validado (com relação aos resultados obtidos com a sua utilização) por ESPEJO (2001).

Seleção do Caso Hipotético

Nesta etapa do processo de solução do problema proposto é preciso determinar todos os insumos necessários para a aplicação do modelo. É nesta fase que são determinadas as demandas, a rede e os raios de cobertura, além da definição da quantidade de instalações de cada um dos níveis a ser alocada na cidade proposta. O

estudo detalhado de cada um desses itens é fundamental para que os resultados obtidos com o modelo sejam representativos e coerentes com a realidade.

Determinação da Demanda

A determinação da demanda existente em cada nó da rede a ser simulada é de fundamental importância para que o resultado obtido com a aplicação do modelo escolhido seja condizente com a realidade. O processo de determinação de demanda é bastante complexo e exige estudos aprofundados para a sua correta mensuração.

A metodologia de cálculo da demanda depende do tipo de instalação que se está pretendendo implantar. Como exemplo pode-se citar uma rede de ensino, onde a demanda é formada por um percentual da população residente em cada local; já no caso de uma rede de mercados a demanda é função da população residente e do poder aquisitivo dos munícipes.

Segundo BARBOSA e GONÇALVES (2000) a determinação da demanda de um supermercado pode ser medida em função da área do empreendimento, porém não existem estudos aprofundados sobre esse tema.

As associações de supermercados (AMIS – Associação Mineira de Supermercados, ABRAS – Associação Brasileira de Supermercados) elaboram estudos constantes com o objetivo de verificar a influência da renda da população com as vendas nos supermercados.

Para o problema proposto será feita uma breve discussão sobre a metodologia de cálculo da demanda, e serão apresentados duas metodologias possíveis e escolhida uma para as simulações propostas.

Definição da Rede

Os modelos matemáticos são simplificações da realidade e os seus resultados devem ser analisados levando em conta todas as simplificações adotadas.

A rede que serve de base para a aplicação do modelo matemático utilizado deve refletir, da maneira mais fiel possível, as condições encontradas na realidade, por tal motivo a definição da rede é um dos pontos cruciais para a garantia da qualidade dos resultados obtidos.

A definição da rede utilizada na determinação da implantação de uma rede de mercados no município de Campinas foi obtida através da utilização da divisão de planejamento utilizada pela prefeitura da cidade.

Definição dos Raios de Cobertura

Os raios de cobertura representam a distância máxima que uma instalação exerce influência sob a demanda, ou seja, esses dados medem a distância máxima de deslocamento que é admitida para que um indivíduo seja atendido.

No caso em estudo os raios de influencia indicam a distância máxima que os moradores de determinada região aceitam se deslocar para efetuarem as suas compras, seja nos mercados ou nos supermercados.

A mensuração dos raios de cobertura é de difícil execução na vida prática, pois depende de muitos fatores, sendo que alguns deles não podem ser medidos de forma direta e precisa. Como exemplo pode-se citar fatores psicológicos como o ambiente físico do mercado, percepção física de qualidade relacionada com o ambiente onde as compras serão efetuadas, entre outras.

Devido às dificuldades de determinação desses parâmetros a qualidade dos resultados obtidos através da aplicação do modelo matemático pode ser questionada,

levando a dúvidas. Uma das formas de contornar essa dificuldade é, ao invés de aplicar o modelo com valores únicos criar uma faixa de variação possível desses dados, ou seja, é possível tornar os resultados mais consistentes através da elaboração de cenários onde os raios de cobertura assumem valores distintos (criando uma faixa de variação), propiciando a determinação mais consistente da variação da demanda em função desses parâmetros.

Na aplicação proposta neste trabalho serão simulados cenários que possibilitem a criação de uma faixa de variação dos raios de cobertura, e posteriormente será efetuada uma discussão sobre a alteração dos resultados em função da alteração dos cenários.

Determinação da Quantidade de Instalações

A quantidade de instalações a serem implantadas depende do objetivo final do investidor. Em alguns casos é necessário prever que toda a demanda será atendida, em outros apenas uma parcela dela.

A definição de qual parcela da população deve ser atendida é uma das maneiras possíveis utilizadas para a determinação da quantidade de instalações a serem implantadas. Outra maneira de definir tal quantidade é baseada na análise de empreendimentos de mesma característica na mesma região ou em regiões semelhantes.

Aplicação Prática

Esta etapa é iniciada após o desenvolvimento da modelagem matemática e a determinação dos parâmetros necessários para a utilização do modelo selecionado.

No presente trabalho optou-se por estudar a implantação de uma rede de mercados no município de Campinas, tal rede é composta por mercados de bairro e por supermercados. Esse problema foi escolhido por se tratar de um problema bastante

comum na prática, onde existem muitos investidores interessados na implantação de uma rede de mercados com o intuito de oferecer um serviço completo e rentável.

Realização dos Testes Propostos

A determinação da rede de mercados exige, além do emprego do modelo escolhido, uma análise sobre os resultados obtidos, visando oferecer uma visão mais consolidada sobre os mesmos, ou seja, além de obter os resultados do modelo matemático é preciso verificar se os mesmos são consistentes e podem ser utilizados para o planejamento da implantação das instalações. A consistência dos resultados pode ser obtida através da análise de uma série de resultados obtidos com o emprego do mesmo modelo para cenários distintos (e possíveis) do mesmo problema.

Análise dos Resultados

Após a realização dos testes propostos será possível efetuar uma análise dos resultados obtidos. Essa análise visa verificar qual a alteração na localização das instalações decorrente da alteração dos raios de cobertura.

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho apresenta seis capítulos: Introdução, O Problema de Localização de Instalações, Aplicação Prática na Implantação de uma Rede de Mercados, Aplicação do Modelo – Cenários Simulados, Conclusão e Bibliografia.

No primeiro capítulo são apresentados: o objetivo do estudo, a importância e limitações, metodologia e a estrutura do trabalho.

No capítulo 2 é feita uma breve descrição dos problemas reais, com ênfase nas dificuldades de obtenção da localização ótima e da complexidade das redes compostas por instalações hierárquicas. Ainda no segundo capítulo é realizada uma revisão bibliográfica, visando apresentar a evolução dos trabalhos desenvolvidos nessa área.

São apresentados também os modelos matemáticos de alguns problemas de localização, bem como a inserção dos problemas de instalações hierárquicas nos modelos clássicos.

No 3º capítulo são obtidos os dados necessários para a aplicação do modelo matemático escolhido. Neste capítulo é feita uma breve discussão sobre a obtenção de cada um dos parâmetros iniciais do modelo.

No quarto capítulo são descritos os cenários simulados, bem como são apresentados os resultados obtidos em cada uma das simulações efetuadas.

A conclusão das análises e as recomendações para continuação dos trabalhos são apresentados no 5º capítulo.

2. O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES

Os problemas de localização de instalações são estudados há alguns anos por diversos autores, datando da década de 60 o grande desenvolvimento dos algoritmos para solução desses problemas. Segundo MIRCHANDANI e FRANCIS (1990) um dos primeiros autores a estudar os problemas de localização de instalações foi AIFRAD WEBER (1909), quando estudou a localização de uma fábrica com o intuito de minimizar o custo de transporte.

O principal objetivo de desenvolver métodos otimizados de localização é atingir a maior eficiência possível da instalação, combinando redução de custos operacionais e atendimento aos clientes. A eficiência da instalação está associada a muitos fatores, entre eles pode-se ressaltar a flexibilidade de atendimento de novas demandas, a abrangência do mercado consumidor, entre outras medidas possíveis.

Com o passar do tempo a sociedade sentiu a necessidade de melhorar a eficiência não apenas de uma única unidade, mas de uma rede de postos. No início a rede de atendimento era formada por postos iguais ou equivalentes, porém tal característica também evoluiu e chegou-se ao conceito de hierarquização.

A hierarquização das instalações tenta disponibilizar nos postos de menor categoria o atendimento mais requisitado pelo seu mercado, com isso a facilidade de acesso é ampliada. Conforme aumenta a complexidade do procedimento (ou atendimento) o seu custo também aumenta e a necessidade da população diminui.

Como exemplo podemos citar um resfriado; os procedimentos para tratamento dessa doença são feitos diretamente nos consultórios, sem a necessidade de procedimentos complexos (atendimento do menor nível), já uma cirurgia de transplante de órgão é um procedimento muito mais complexo, mais caro e muito menos procurado do que o caso citado anteriormente.

Outro exemplo é a utilização de meios de transporte para realização de viagens; os deslocamentos entre cidades de menor distância são mais freqüentes e possuem um volume menor de bagagens do que viagens mais longas, tais viagens podem ter como ponto de partida terminais de pequeno porte localizados em pontos estratégicos da cidade (do ponto de vista de trânsito e acessibilidade dos passageiros), já as viagens de maior distância podem ter sua origem em terminais mais especializados e localizados em pontos que ofereçam melhor conforto para os usuários e maior espaço para acomodar o grande volume de bagagens.

2.1. CLASSIFICAÇÃO DOS MODELOS

Um dos primeiros pontos a ser destacado no desenvolvimento de modelos de localização de instalações é a existência de linhas de pesquisa diferenciadas, que visam organizar o desenvolvimento dos modelos de forma a que os esforços na obtenção de soluções sejam concentrados.

Segundo MIRCHANDANI e FRANCIS (1990) existem duas linhas de desenvolvimento de problemas de localização: a descritiva e a normativa.

- Descritiva – Essa linha de modelagem é a utilizada pelos economistas e geógrafos, pois esses profissionais tradicionalmente descrevem ou explanam sobre os fenômenos sócio-econômicos envolvidos na localização de uma instalação, tais como: imigração de pessoas, desenvolvimento de cidades, etc.
- Normativa – Esta linha formula o problema em termos de otimização e de algoritmos, pois a sua principal preocupação é com a eficiência operacional da instalação.

O modelo ideal de localização de instalações é aquele que alia as duas linhas de desenvolvimento, porém tal modelo é de difícil modelagem e conseqüentemente de difícil solução.

Segundo GALVÃO, NOBRE e VASCONCELLOS (1999) os problemas de localização podem ser divididos em três classes:

- Localização no plano com espaço infinito de soluções;
- Localização no plano com espaço finito de soluções; e
- Localização em redes.

O primeiro tipo possibilita a localização de instalações em qualquer ponto do espaço. Apresenta, portanto, o inconveniente de poder localizar instalações em locais geograficamente impossíveis.

A segunda classe não possui esse inconveniente, uma vez que limita os pontos possíveis para a localização das instalações. Porém não apresenta a ligação entre os pontos, o que pode provocar imprecisão no cálculo real das distâncias a serem percorridas.

O terceiro tipo de modelo é o mais completo e conseqüentemente o mais complexo. Pois os locais candidatos à localização são representados por pontos e as ligações entre eles representados por arcos.

Na literatura são encontrados diversos tipos de modelos de localização, nos quais a função objetivo pretende atingir metas distintas. Dentro dos tipos de modelos podemos encontrar variações quanto ao grau de complexidade. Segundo MIRCHANDANI e FRANCIS (1990) os principais fatores que influenciam na complexidade do modelo são:

- Tamanho das instalações e cliente: A maioria dos modelos transforma uma grande região em um ponto (localizado no centróide da mesma). Tal transformação pode provocar erros que comprometem a validade da solução. Portanto essa transformação deve ser feita de forma criteriosa.

- Única empresa X Empresas competidoras: A existência ou não de outras empresas na mesma região influencia significativamente no modelo. Em alguns casos o melhor local para implantar uma instalação não é o que apresenta menor custo de operação, mas sim o que apresenta melhor atendimento aos clientes.
- Modelos Estáticos ou Temporais: Dependendo do tipo de empreendimento é necessário levar em conta a evolução da demanda com o tempo. Esse fator pode alterar significativamente a distribuição dos empreendimentos no final do período analisado e até mesmo entrar em conflito com a configuração atual.

Além das linhas de pesquisa apresentadas acima existe outro tipo de classificação mais direcionada a características mais específicas do modelo a ser desenvolvido ou empregado na solução de um problema. A escolha correta do modelo para representar determinada realidade passa pelo conhecimento completo do cenário a ser simulado, incluindo fatores citados por MIRCHANDANI e FRANCIS (1990) como fundamentais para a aplicação dos modelos matemáticos, são eles:

- Orientação da rede (orientada ou não) – Nos problemas reais existem casos nos quais o custo de transporte depende do sentido de transporte. Esses casos não são muito comuns, porém podem ocorrer e quando ocorrem introduzem um fator relevante para a solução do problema.
- Custos de transporte não linear – Na maioria dos casos o custo de transporte é linear, ou seja, varia linearmente com a distância percorrida. Porém existem casos nos quais o custo é uma função não linear, o que deve ser refletido nos modelos a serem utilizados.
- Demandas probabilísticas – Em alguns casos as demandas variam de acordo com fatores externos probabilísticos, aumentando a complexidade do modelo a ser implantado. Como exemplo pode-se citar

os acidentes automobilísticos, os quais são influenciados por condições de tráfego, meteorológicas e perícia dos condutores, fatores que tornam a sua ocorrência probabilística.

- Capacidade das instalações – Nos problemas reais as instalações possuem uma capacidade máxima de produção. Se tal característica for levada em conta no momento da aplicação do modelo, a sua complexidade aumenta. Nos casos das instalações capacitadas pode ocorrer o chamado congestionamento, ou seja, a capacidade máxima da instalação é atingida ocasionando espera para o atendimento.

2.2. MODELOS DE PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO

Os problemas de localização podem ser divididos em classes, de acordo com a sua função objetivo, ou seja, para cada problema existe um tipo de formulação matemática específica, a qual pertence a um grupo de modelos. A divisão em grupos de modelos facilita o desenvolvimento de metodologias de resolução dos problemas, pois os algoritmos desenvolvidos são elaborados visando um grupo de problemas e não todos os problemas de localização de instalações.

Antes de formular e definir qual o tipo de função objetivo será utilizado é imprescindível determinar quais variáveis melhor representam o problema. A adoção de um número muito elevado de variáveis pode tornar a solução mais difícil e até mesmo impossível. Uma boa modelagem é aquela que leva a resultados condizentes com a realidade no menor custo (e tempo) possível.

A Tabela 2.1 apresenta uma breve descrição dos tipos de modelos existentes e sua possível utilização. Essa tabela foi confeccionada a partir das descrições feitas pelos diversos autores do livro *Discrete Location Theory*, editado por MIRCHANDANI e FRANCIS (1990).

Tabela 2.1-Principais tipos de modelos de problemas de localização

Tipo	Descrição	Utilização	Restrições	Modelo	Generalidades
P-Medianas (p-MP)	A distância entre a instalação e os consumidores deve ser a menor possível	Fábricas, depósitos	Não deve ser utilizado em cenários nos quais uma única entrega serve diversas demandas	Min (soma dos custos de transporte)	Número de instalações (P) é pré-definido
P-Centros (p-CP)	Minimizar a maior distância entre a instalação e o consumidor	Polícia, bombeiros, ambulâncias	-----	Min (máx distância)	-----
P-Medianas com implantação (p-MPI)	Os custos fixos de implantação são inseridos no modelo	Fábricas, depósitos	-----	Min {soma (custo de implantação + custo de transporte)}	Problema das p-medianas com custo de implantação.
Problema de Localização Capacitado (PLC)	As instalações possuem capacidade máxima de atendimento	Fábricas, Hospitais, depósitos	-----	Min (custo de transporte e implantação)	Inclui a capacidade de atendimento das instalações
Quadratic Assigment Problem (QAP)	Minimizar o custo de deslocamento	Layout de edificações	Só pode ser utilizado em cenários nos quais todos os pontos são consumidores e produtores	Min (custo de transporte)	É utilizado onde existe grande fluxo entre diversas regiões
Máxima Cobertura (p-MC)	Maximiza o número de pontos atendidos	Postos de serviços, escolas, hospitais, redes de ambulâncias	-----	Máx (pontos atendidos)	-----
Hierárquicos (PLH)	Extensão do problema de máxima cobertura	Sistemas de saúde, e de educação.	Só pode ser utilizado em sistemas com níveis de atendimento	Máx (pontos atendidos)	-----

Fonte: Tabela confeccionada pelo autor a partir das descrições apresentadas por MIRCHANDANI e FRANCIS (1990).

Conforme apresentado na tabela acima existem muitos tipos de problemas de localização de instalações e conseqüentemente muitos tipos de modelos desenvolvidos para a resolução dos mesmos. A seguir são apresentados, de forma sucinta, os tipos de modelos apresentados anteriormente.

É preciso destacar que as formulações gerais apresentadas abaixo têm como premissa a determinação prévia da quantidade de instalações a serem instaladas. Existem modelos nos quais a quantidade de instalações a serem instaladas não é previamente definida, o que torna a sua resolução mais complexa e custosa, pois é preciso inserir novas variáveis como a capacidade de atendimento de cada unidade, entre outros fatores relevantes.

2.2.1. Problemas da p-Mediana (p-MP)

O primeiro tipo de modelo para problemas de localização de instalações apresentado na tabela anterior refere-se ao modelo das p-mediana onde o objetivo é minimizar a soma das distâncias entre a instalação e os consumidores. Esse tipo de modelagem é a mais antiga pois pode ser utilizada na localização de fábricas que são as instalações mais comuns e que possuem grande necessidade de estudos para a sua localização. Não se pode dizer porém que este grupo de modelos só possa ser utilizado sob a ótica econômica, pois em muitos casos é empregado para minimizar os deslocamentos dos clientes até o atendimento, diminuindo assim o tempo de deslocamento.

Uma das restrições dessa modelagem é o fato de que cada viagem serve apenas a um consumidor, ou seja, esta modelagem não contempla os casos nos quais uma entrega serve a diversos pontos de consumo.

HAKIMI (1964) foi um dos primeiros autores a apresentar uma formulação para o problema.

Um fato importante ressaltado por HAKIMI (1964) é que a localização ideal de uma instalação poderá não ter participação quando o problema for localizar duas ou mais instalações, ou seja, a solução serve para um cenário específico.

2.2.2. Problemas dos p-Centros (p-CP)

A principal diferença entre este tipo de modelagem e a modelagem das p-medianas é o fato desta modelagem minimizar a maior distância enquanto aquela minimiza a soma das distâncias.

Este tipo de problema é utilizado quando o tempo de atendimento é o principal fator de eficiência; nesses casos quanto menor for a maior distância a ser atendida, mais rápido será o atendimento e conseqüentemente mais eficiente será a unidade.

Neste grupo de modelos estão inseridos os postos de polícia, postos de bombeiros e unidades de resgate. Este tipo de modelagem só pode ser utilizado em redes onde os pontos potenciais de localização sejam pré-determinados, ou seja, este modelo matemático necessita da localização geográfica dos pontos para ser utilizado.

No caso de localização de postos de atendimento emergenciais em redes onde não estão pré-determinados os pontos potenciais de localização dos postos de atendimento a modelagem utilizada é diferente dos modelos p-Centros, pois neste tipo de modelo um dos insumos é a localização dos pontos potenciais de localização das instalações. Segundo CHIYOSHI, GALVÃO e MORABITO (2000) este tipo de problema deve ser modelado sob a ótica de filas espacialmente distribuídas. Claramente este tipo de modelagem não pertence à mesma classe dos problemas abordados neste trabalho.

2.2.3. Problema das p-medianas com Custo de Implantação (p-MPI)

Em alguns casos é preciso adicionar novas variáveis ao problema; um caso clássico é a adição do custo de implantação na modelagem matemática. Essa variável

pode ser adicionada quando o custo de implantação é diferente em cada ponto e quando a variável financeira pode tornar-se impeditiva para a implantação das instalações.

A adoção desse tipo de variável requer maior esforço na obtenção de dados, pois se faz necessário determinar o custo de implantação em cada ponto potencial, o que exige maior tempo de levantamento de dados e conseqüentemente maior custo.

REVELLE e SWAIN (1970) apresentaram a formulação matemática desse tipo de problema.

2.2.4. Problemas de Localização com Restrição de Capacidade

Na modelagem denominada de problemas de localização capacitado a capacidade de atendimento da instalação é inserida na modelagem, fazendo com que uma instalação só possa atender a um determinado contingente de clientes, o excesso de demanda causará filas no sistema, as quais podem ser consideradas como prejuízos. Este tipo de modelagem é recomendada em situações onde a espera é indesejável e causa queda na qualidade de atendimento, como é o caso de uma rede de ambulâncias, onde a espera pode causar a morte de um indivíduo.

VALIATI e BORNSTEIN (2001) apresentaram uma formulação para o problema, onde o custo de implantação está incluído na função objetivo e a capacidade de atendimento está incluída nas restrições.

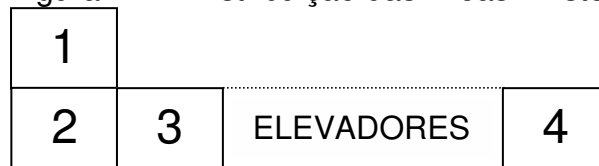
2.2.5. Problema de Indicação Quadrática (QAP)

Esse tipo de modelagem é muito utilizada na definição de layout de plantas de edificações. Para melhor compreensão dessa modelagem MIRCHANDANI e FRANCIS (1990) exemplificam a instalação de uma universidade, a qual precisa comportar em um mesmo prédio quatro funções operacionais:

- a. Administrativo;
- b. Cantina;
- c. Corpo Científico (laboratórios); e
- d. Biblioteca.

A figura abaixo apresenta a distribuição de áreas existentes.

Figura 2.1 – Distribuição das Áreas Existentes



Na confecção do problema é necessário determinar duas matrizes, uma relacionando as distâncias entre as áreas existentes e a outra relacionando a intensidade de deslocamentos entre as unidades.

A grande diferença entre esse tipo de modelo e os apresentados anteriormente é que neste caso não existe a figura do produtor e do consumidor, todos os postos geram e recebem fluxo de pessoas.

2.2.6. Problemas de Localização de Máxima Cobertura (p-MC)

Os modelos de máxima cobertura visam maximizar a demanda atendida, a qual é influenciada pela distância entre o ponto de demanda e as instalações. Esse tipo de modelo deve ser utilizado nas instalações onde a decisão de utilizar ou não determinado serviço é influenciado pelo deslocamento necessário para usufruir o serviço. Como exemplo pode-se citar a ida a um supermercado, a um hospital ou até mesmo a uma agência bancária.

Segundo CHURCH e REVELLE (1974), neste tipo de problema a localização de instalações consiste em escolher os locais para implantar as instalações de forma que o maior número de clientes sejam cobertos, e saber qual cliente será atendido por qual instalação. Neste tipo de caso existe uma variável a ser determinada, a distância de cobertura da instalação.

É possível perceber que esse tipo de modelagem responde melhor a problemas onde, além do custo de deslocamento, o tempo de deslocamento é responsável por definir se um determinado consumidor será atendido ou não pela unidade.

Um exemplo desse tipo de modelo é a localização de supermercados. Nessas instalações além do custo de deslocamento, e custo das mercadorias, o tempo de deslocamento é um fator de grande importância na atração do consumidor. Pode-se dizer ainda que, se a distância de deslocamento do consumidor for muito grande, mesmo que o preço do produto seja menor do que nos concorrentes, o consumidor tende a não ir até o mercado pois considera a distância de deslocamento muito elevada.

A determinação da distância de influência é fundamental para que o modelo apresente uma resposta coerente com a realidade, pois a escolha equivocada desse parâmetro pode resultar em respostas divergentes quando comparados com a realidade.

Este tipo de problema pode ser dividido em duas classes: na primeira a quantidade de unidades a serem alocadas é definida previamente (problema de máxima cobertura); na segunda a quantidade de unidades a ser alocada será definida através da determinação de qual percentual dos consumidores deverá estar coberto pela rede de atendimento.

A formulação apresentada por ARAKAKI (2002) considera que a quantidade de instalações a serem implantadas é previamente conhecida, ou seja, a formulação apresentada refere-se ao problema de máxima cobertura.

Nomenclatura do modelo:

S = distância de serviço – a área de demanda é coberta se está dentro desta distância.

$N = \{1, \dots, n\}$: conjunto de pontos de demanda.

$M = \{1, \dots, n\}$: conjunto de possíveis instalações.

D_i = demanda da população na área i .

P = quantidade de instalações a serem alocadas.

d_{ij} = menor distância do nó i ao nó j .

$N_i = \{j \in J \mid d_{ij} \leq S\}$.

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se a área de demanda } i \text{ é coberta} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a instalação for estabelecida em } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Modelo matemático:

$$\max \sum_{i \in N} D_i y_i \quad [2.1]$$

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i, \forall i \in N \quad [2.2]$$

$$\sum_{j \in M} x_j = P \quad [2.3]$$

$$x_j \in (0,1), \forall j \in M \quad [2.4]$$

$$y_i \in (0,1), \forall i \in N \quad [2.5]$$

A função objetivo [2.1] maximiza a população atendida. A restrição [2.2] diz que a área de demanda j é coberta se há pelo menos uma instalação dentro da distância S . A restrição [2.3] garante que serão localizadas exatamente as P instalações.

GALVÃO et al (2001) apresentam um modelo probabilístico do modelo de máxima cobertura, denominado de modelo de máxima disponibilidade. Segundo o autor esse tipo de modelo foi apresentado por REVELLE e HOGAN (1989).

Essa modelagem deve ser utilizada em sistema onde as instalações estão ocupadas por um período de tempo relativamente grande, o exemplo dado por GALVÃO et al (2001) é o de localização de postos de ambulâncias, nesses casos cerca de 20% a 30% do tempo as ambulâncias estão na rua, o que torna a sua utilização, por outro usuário, impossível.

A modelagem leva em conta o período de ocupação das instalações, período esse no qual o atendimento não está disponível para nenhum outro usuário. Em termos práticos a indisponibilidade de utilização de uma instalação faz com que ela se torne inexistente no contexto de uma rede. A resolução desse tipo de modelo é bastante complexa e envolve a teoria das filas. Tal modelagem não será apresentada neste trabalho por não contribuir significativamente para a compreensão do mesmo.

2.2.7. Problemas de Localização de Instalações Hierárquicas (PLH)

O último modelo apresentado é uma extensão do modelo anterior, pois adiciona a hierarquização dos serviços oferecidos, ou seja, o princípio de utilização da instalação é o mesmo preconizado pelo modelo de máxima cobertura, porém existe mais de um nível de serviço sendo oferecido e por consequência mais de um raio de influência (ou cobertura). Este tipo de modelagem será melhor apresentado no transcorrer deste trabalho.

Baseados nos modelos apresentados anteriormente, diversos autores publicaram trabalhos com a função de apresentar algoritmos e testes computacionais para os mais variados problemas existentes na realidade. A seguir será apresentada uma revisão bibliográfica de algoritmos e testes computacionais para alguns dos tipos de modelagem apresentados anteriormente.

2.3. HEURÍSTICAS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DAS P-MEDIANAS E DE MÁXIMA COBERTURA

Nesta seção do trabalho serão apresentadas metodologias de solução de diversos tipos de problemas de localização. O principal objetivo deste item é demonstrar que existem muitas heurísticas desenvolvidas para a solução dos problemas de localização de instalações, e que cada uma possui fatores positivos e negativos. Não é objetivo determinar qual a melhor heurística existente, mas sim apresentar a solução proposta por diversos autores para os mais variados tipos de problemas de localização.

2.3.1. Problemas das p-Medianas

A modelagem das p-medias foi elaborada para ser utilizada em problemas onde se deseja localizar as instalações em locais onde a soma das distâncias percorridas pelos clientes é a menor possível.

COLOMBO (2001) apresenta duas metodologias para a resolução do problema das p-medianas.

A primeira metodologia utilizada foi a desenvolvida por TEITZ e BART (1968), e a segunda é baseada no algoritmo genético.

Algoritmo de Teitz e Bart

Essa metodologia baseia-se na substituição de vértices de forma exaustiva, verificando a melhora na solução a cada iteração a partir de uma solução inicial.

A seguir são apresentados todos os passos para a utilização desse algoritmo.

- Selecionar um conjunto S , com $|S| = p$, ou seja, formar uma aproximação inicial para as p-medianas;
- Rotular todos os vértices $v_i \notin S$ como não analisados;
- Enquanto existirem vértices não analisados em $V-S$, seguir os seguintes passos:
 - Selecionar um vértice não analisado $v_i \in V - S$ e verificar se houve melhora na solução do problema;
 - Marcar o vértice como analisado;
- Se durante o passo anterior houver alguma modificação no conjunto solução voltar ao segundo passo. Caso contrário parar a resolução e apresentar o conjunto S como uma aproximação da solução do problema.







Esse tipo de solução não garante a obtenção da solução ótima. Uma alternativa é executar a metodologia de solução diversas vezes com vários conjuntos solução inicial diferentes, dessa forma serão apresentadas diversas soluções possíveis, e provavelmente, uma delas será a solução ótima.

Algoritmo Genético

Os algoritmos genéticos são baseados na teoria evolucionista de Darwin. Segundo COLOMBO (2001) os algoritmos genéticos não encontram a solução ótima, mas são capazes de encontrar uma solução quase ótima, o que é aceitável quando se trata de problemas muito complexos.

Por se tratar de uma metodologia baseada na biologia faz-se necessário apresentar algumas terminologias para facilidade de compreensão do algoritmo. A figura abaixo reproduz um quadro elaborado por COLOMBO (2001), no qual é feita uma co-relação entre a genética e o algoritmo genético.

Tabela 2.2 – Relação entre AG's e Biologia quanto a terminologia

Biologia	Cromossomo	Gene	Alelo	Locus	Genótipo	Fenótipo
						
Algoritmos Genéticos	Indivíduo ou <i>String</i>	Gene ou bit (caso binário)	Valor do gene ou bit	Posição de um gene específico no indivíduo ou <i>string</i>	Indivíduo candidato a solução (código que representa os elementos do espaço de busca)	Valor da função $f(x)$ para um dado indivíduo (elementos do espaço de busca)

Fonte: COLOMBO (2001)

O algoritmo genético inicia-se com a elaboração de uma população inicial, formada por um conjunto aleatório de indivíduos que podem ser vistos como possíveis soluções do problema. Durante o processo evolutivo, essa população é avaliada; a próxima geração será uma evolução da anterior e, para que isso ocorra, os mais aptos

deverão possuir maior probabilidade de serem selecionados para dar origem à nova geração, que deverá ser melhor que a anterior. Uma geração mais apta ao ambiente significa uma melhora no valor da função objetivo.

A seguir são apresentados os passos para a utilização desse algoritmo.

- Inicializar a população;
- Avaliar os indivíduos na população;
- Selecionar os indivíduos para reprodução;
- Aplicar os operadores de recombinação e mutação;
- Avaliar os indivíduos na população;
- Selecionar os indivíduos que irão sobreviver;
- Fazer até o critério de parada ser satisfeito.

2.3.2. Problemas de Máxima Cobertura

Neste tipo de problema o objetivo é determinar a localização das instalações que proporcione a maior cobertura da demanda possível, utilizando os raios de cobertura (ou influência) como fatores determinantes da cobertura ou não de determinada região.

ARAKAKI (2002) apresenta uma heurística para a solução do problema de máxima cobertura, a qual denomina de Heurística de Localização-Alocação (HLA). O autor salienta que tal heurística foi baseada em trabalhos desenvolvidos por COOPER (1963) e TAILLARD (1996), e supõem que inicialmente haja agrupamentos. A

metodologia está baseada em identificar p agrupamentos, formados pelos centros abertos e os alocados a estes. A melhoria da solução é obtida através da troca dentro dos agrupamentos, realocando e formando novos agrupamentos.

A heurística funciona na seguinte seqüência:

- Escolha dos vértices sementes;
- Determinação dos agrupamentos em torno do vértice semente, em função da distância S ;
- Alteração do vértice semente dentro de cada agrupamento, obtendo uma nova solução;
- Caso a nova solução seja melhor do que a inicial, guardar a nova solução e atualizar a solução inicial;
- Repetição do processo, dentro do agrupamento, até que não seja mais possível obter melhorias no custo total das alocações;
- Repetição do processo nos demais agrupamentos.

Para facilidade de compreensão da heurística optou-se por rerepresentar a nomenclatura do modelo já demonstrada anteriormente.

Nomenclatura do modelo:

S = distância de serviço – a área de demanda é coberta se está dentro desta distância.

$N = \{1, \dots, n\}$: conjunto de pontos de demanda.

$M = \{1, \dots, n\}$: conjunto de possíveis instalações.

D_i = demanda da população no nó i .

P = quantidade de instalações a serem alocadas.

d_{ij} = menor distância do nó i ao nó j .

$N_i = \{j \in J \mid d_{ij} \leq S\}$.

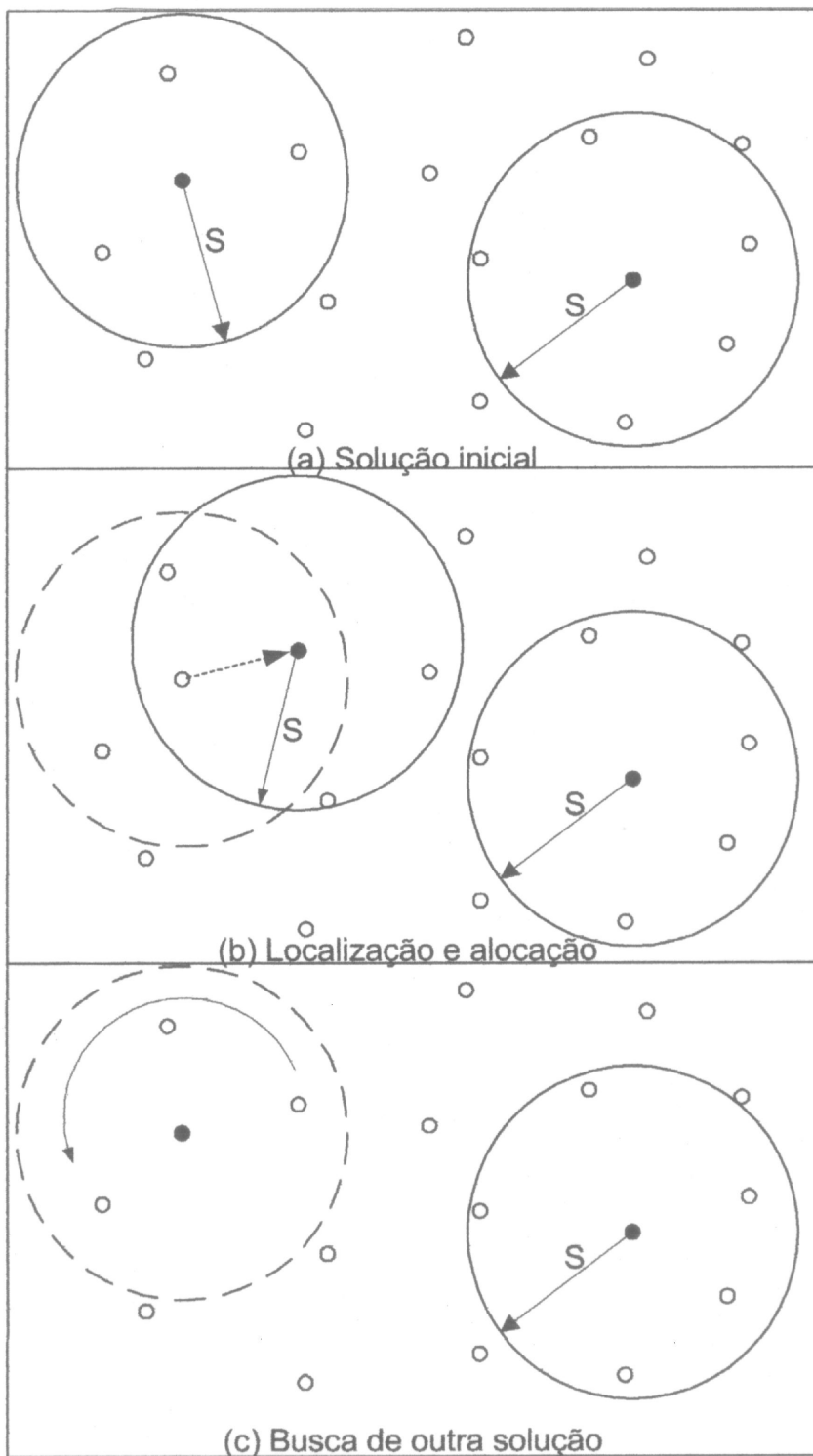
$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o nó de demanda } i \text{ é coberta} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a instalação for estabelecida em } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A solução é iniciada escolhendo-se, de forma aleatória, os vértices denominados de sementes. Estes vértices receberão a primeira alocação das instalações. Através da distância crítica S são construídos os agrupamentos, dentro dos quais será feita a troca de vértice até a determinação da melhor solução.

A figura abaixo apresenta o funcionamento da heurística.

Figura 2.2 – Exemplo da Heurística de Localização-Alocação



FONTE: ARAKAKI (2002)

Na primeira parte da figura temos o início do processo de solução do problema, onde dois vértices são determinados como vértices sementes e sua área de influência é determinada.

Na segunda parte da figura faz-se a troca do vértice com a instalação por outro vértice (sem a instalação) dentro do mesmo agrupamento. Caso essa nova solução seja melhor do que a solução anterior guarda-se esta nova solução e atualiza-se a solução inicial, e continua a busca no agrupamento até varrer todos os seus elementos (terceira parte da figura). Ao término da busca no agrupamento, atualiza-se a nova instalação e segue-se a outro agrupamento, repetindo o processo até não encontrar melhora na solução.

ARAKAKI (2002) apresenta um resumo dos resultados obtidos na aplicação dessa heurística em comparação com os resultados obtidos por GALVÃO et al. (2000) e GALVÃO e REVELLE (1996) para o mesmo problema.

A tabela abaixo reproduz os resultados apresentados por ARAKAKI (2002) para os problemas com 100 vértices. É importante salientar que o tempo computacional foi comparado com a ressalva da diferença dos processadores utilizados em cada caso. Foram obtidas 10 soluções para cada caso.

Tabela 2.3 – Comparação de resultados de HLA com Galvão e Revelle

p	S	Melhor Solução GR(%)	Melhor Solução HLA(%)	Média Solução HLA(%)	Frequência Melhor Solução HLA	Tempo HLA(s)	Tempo GR(s)
8	50	69,43	67,72	59,08	1	2	51
10	50	76,23	74,69	65,83	1	2	62
12	50	81,61	78,75	70,91	1	2	64
8	65	87,36	86,22	79,59	1	4	53
10	65	94,33	93,31	86,99	1	4	20
12	65	99,81	97,00	91,75	1	4	22
8	80	88,46	87,99	81,74	2	4	43
10	80	96,21	94,04	88,59	1	4	20
12	80	100,00	98,28	92,96	1	4	7

GR = Resultados obtidos por GALVÃO e REVELLE (1996);

HLA = Heurística de Localização-Alocação, resultados obtidos por ARAKAKI (2002).

A observação da tabela demonstra que os resultados obtidos pela heurística proposta por ARAKAKI (2002) foram inferiores aos obtidos por GALVÃO e REVELLE (1996), porém nos casos com 150 vértices essa heurística obteve 4 resultados melhores do que os outros autores.

Outro fato importante a ser salientado é que de cada 10 tentativas apenas uma vez a melhor solução foi obtida. A média das soluções indica que as demais soluções encontradas (em alguns casos) são próximas dos melhores resultados.

O autor concluiu que a heurística desenvolvida é bastante eficiente pois apresenta resultados pouco discrepantes em relação a outra heurística e um tempo de processamento significativamente menor.

2.4. PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES HIERÁRQUICAS

2.4.1. Definição e Classificação

Os sistemas de instalações hierárquicas são formados por instalações de diversos níveis, os quais podem ser localizados utilizando as metodologias apresentadas anteriormente.

GALVÃO, NOBRE e VASCONCELLOS (1999) descrevem a metodologia de classificação dos sistemas hierárquicos apresentada por NARULA (1984). Tal classificação é adotada mundialmente por se tratar de uma notação simples e direta, sem que sejam necessárias várias análises para a determinação do tipo de instalação hierárquica que se está trabalhando. A seguir é apresentada a classificação básica proposta por NARULA (1984).

2.4.1.1. Quanto ao Tipo de Instalações

Este tipo de classificação leva em conta os serviços oferecidos em cada nível de atendimento do sistema hierárquico.

Sucessivamente Inclusiva

Este tipo de sistema é composto por instalações de vários níveis, as quais oferecem o serviço do seu nível e todos os serviços oferecidos por instalações de hierarquia inferior.

Esse sistema é bastante comum no sistema de saúde do Brasil, pois os hospitais de grande porte oferecem além das cirurgias o atendimento ambulatorial, o qual é oferecido por unidades de menor hierarquia como os postos de saúde.

Sucessivamente Exclusiva

Neste tipo de sistema as instalações oferecem apenas os serviços destinados ao seu nível hierárquico. Este tipo de sistema é bem caracterizado pelo sistema de ensino do país, em que as universidades oferecem apenas o ensino superior, enquanto as escolas oferecem o ensino básico.

No momento da definição de qual tipo de hierarquia utilizar é importante verificar qual das duas classificações melhor corresponde à realidade, pois caso a escolha seja equivocada os resultados serão insatisfatórios.

É importante perceber que no caso das instalações sucessivamente exclusivas a quantidade de instalações a serem alocadas é potencialmente maior, uma vez que cada tipo atende um único nível de serviço, porém tais instalações terão um custo de implantação e operação potencialmente menor, uma vez que as unidades serão menores e mais eficientes do que as unidades que fornecem todos os níveis de atendimento.

2.4.1.2. Quanto ao Fluxo nos Arcos

Neste tipo de classificação NARULA (1984) levou em conta a relação entre as instalações quanto à possibilidade de fluxo de clientes entre elas.

Fluxo Integrado

No fluxo integrado existe fluxo entre a instalação de menor nível e qualquer instalação de nível superior. Este tipo de fluxo pode ser exemplificado nos casos de um primeiro atendimento ser feito em um posto básico de saúde (unidade de nível 1) e o paciente ser diretamente transportado para um hospital de especialidade (unidade de nível 3) sem ter que passar pelo hospital geral (unidade de nível 2).

Fluxo Discriminado

Neste tipo de fluxo só ocorrem transferências entre uma unidade de nível inferior e uma unidade de nível imediatamente superior. Utilizando o exemplo apresentado acima, o paciente deve ser transferido da unidade básica para o hospital geral e não para o hospital de especialidades.

2.4.1.3. Quanto ao Fluxo nos Vértices

Neste tipo de classificação a rede é definida de acordo com as possibilidades de ligação entre os vértices da mesma.

Caminhos Únicos

A classificação de caminhos únicos é utilizada quando a ligação entre dois vértices só pode ser feita por intermédio de um único caminho. Nos problemas reais esse tipo de classificação não é muito comum, uma vez que a ligação entre dois pontos, em geral, pode ser feita por diversas rotas, porém em muitos casos opta-se por determinar a ligação entre dois vértices (a menor existente) facilitando a programação computacional do problema.

Caminhos Múltiplos

Como o próprio nome indica, essa classificação refere-se aos problemas onde existe mais de uma ligação entre dois vértices.

2.4.2. Modelos Hierárquicos do Tipo Minisoma

Os modelos hierárquicos do tipo minisoma são aqueles cujo objetivo é localizar uma determinada quantidade de instalações de vários níveis de forma a minimizar a distância total ponderada percorrida até as instalações.

A seguir é apresentada uma modelagem desse tipo de problemas de localização hierárquica apresentada por GALVÃO, NOBRE e VASCONCELLOS (1999).

O problema apresentado refere-se à localização de instalações em dois níveis de hierarquia sucessivamente inclusiva não capacitado.

Nomenclatura do modelo:

P = instalações da hierarquia inferior;

Q = instalações da hierarquia superior;

n = quantidade de vértices passíveis de localização na rede;

θ = fração da demanda direcionada à instalação de hierarquia inferior é referida à instalação de hierarquia superior. Número compreendido entre 0 e 1;

f_j = demanda do vértice j ;

d_{ij} = distância mínima entre os vértices j e i ;

X_{ji}^{01} = demanda do vértice j (no qual não existe nenhuma instalação) a qual é alocada uma instalação de nível 1 no vértice i ;

X_{ji}^{02} = demanda do vértice j (no qual não existe nenhuma instalação) a qual é alocada uma instalação de nível 2 no vértice i ;

$X_{jj}^{01} (X_{jj}^{02})$ = demanda do vértice j que é alocada a uma instalação de nível 1 (nível 2) quando existe uma instalação de nível 1 (nível 2) neste vértice;

X_{ji}^{12} = demanda do vértice j (no qual existe uma instalação de nível 1) a qual é alocada uma instalação de nível 2 no vértice i ;

$$Y_i^1 = \begin{cases} 1, & \text{se uma instalação de nível 1 for localizada no vértice } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$Y_i^2 = \begin{cases} 1, & \text{se uma instalação de nível 2 for localizada no vértice } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Modelo matemático:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_{ji}^{01} + X_{ji}^{02} + X_{ji}^{12}) d_{ji} \quad [2.6]$$

$$\sum_{j=1}^n (X_{ji}^{01} + X_{ji}^{02}) = f_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad [2.7]$$

$$\sum_{i=j}^n X_{ji}^{12} = \theta \sum_{i=1}^n X_{ji}^{01}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad [2.8]$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ji}^{01} \leq M Y_i^1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad [2.9]$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ji}^{02} + \sum_{j=1}^n X_{ji}^{12} \leq M Y_i^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad [2.10]$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i^1 = P \quad [2.11]$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i^2 = Q \quad [2.12]$$

$$Y_i^1 + Y_i^2 \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad [2.13]$$

$$Y_i^1, Y_i^2 \in \{0,1\}, i = 1,2,\dots,n \quad [2.14]$$

$$M = \sum_{j=1}^n f_j \quad [2.15]$$

A equação [2.6] corresponde a função objetivo, e é responsável por minimizar a distância total percorrida pelos clientes para o seu atendimento. A equação [2.7] assegura que a demanda é totalmente atendida. A restrição [2.8] expressa o fato de uma fração θ da demanda alocada a instalações de hierarquia mais baixa ser referida à instalação de hierarquia mais alta. As restrições [2.9] e [2.10] asseguram que a demanda só é alocada em vértices onde existem instalações localizadas. A garantia de que serão alocadas P e Q instalações é feita por intermédio das restrições [2.11] e [2.12]. A equação [2.13] garante que apenas uma instalação será alocada por vértice. A restrição [2.14] apresenta a natureza binária das variáveis de decisão.

2.4.3. Modelos Hierárquicos com Cobertura

Os modelos hierárquicos com cobertura são aqueles nos quais o objetivo é maximizar a população coberta. Entende-se que uma região está coberta se esta está a uma distância menor ou igual a um parâmetro pré-definido.

No caso dos modelos hierárquicos com cobertura, uma localidade deve estar atendida por todos os níveis de serviço.

A seguir é apresentada a formulação do problema proposto por ESPEJO (2001), o qual considera as instalações do tipo sucessivamente inclusivas para dois níveis hierárquicos.

Nomenclatura do modelo:

P = instalações da hierarquia inferior;

Q = instalações da hierarquia superior;

R_1 = distância crítica do serviço de nível 1 na instalação de nível 1;

R_2 = distância crítica do serviço de nível 1 na instalação de nível 2;

T_1 = distância crítica do serviço de nível 2;

f_j = demanda do vértice j ;

J = conjunto de áreas de demanda;

I = conjunto de locais onde as instalações podem ser implantadas;

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a demanda de } j \text{ for atendida no nível } 1 \text{ por uma instalação de} \\ & \text{nível } 1 \text{ localizada em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a demanda de } j \text{ for atendida no nível } 1 \text{ por uma instalação de} \\ & \text{nível } 2 \text{ localizada em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a demanda de } j \text{ for atendida no nível } 2 \text{ por uma instalação de} \\ & \text{nível } 2 \text{ localizada em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a demanda da área } j \text{ for atendida} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se uma instalação de nível 1 for alocada no vértice } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{se uma instalação de nível 2 for alocada no vértice } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

É possível perceber que existem duas distâncias críticas relacionadas ao atendimento de primeiro nível (R_1 e R_2). ESPEJO (2001) salienta que a experiência demonstra que os usuários aceitam um deslocamento maior para serem atendidos em uma unidade de nível superior, mesmo que o atendimento seja de um nível inferior. É importante frisar que a distância relacionada ao atendimento de menor nível na unidade de hierarquia superior (R_2) é menor do que a distância relacionada ao atendimento de nível superior (T_1), portanto a relação entre as distâncias é $T_1 > R_2 > R_1$.

Modelo matemático:

$$\max \sum_{j \in J} f_j x_j \quad [2.16]$$

$$\sum_{i \in I} a_{ij} y_i + \sum_{i \in I} b_{ij} z_i - x_j \geq 0, \quad j \in J \quad [2.17]$$

$$\sum_{i \in I} c_{ij} z_i - x_j \geq 0, \quad j \in J \quad [2.18]$$

$$\sum_{i \in I} y_i = P \quad [2.19]$$

$$\sum_{i \in I} z_i = Q \quad [2.20]$$

A equação [2.16] é a função objetivo, e é responsável por maximizar a demanda atendida. A restrição [2.17] verifica se a demanda da área j é atendida, no

nível 1, por uma instalação de nível inferior ou superior, garantindo que uma localidade j não será considerada como atendida ($x_j = 1$) se não estiver coberta por alguma unidade de qualquer um dos dois níveis ($y_i = 1$ ou $z_i = 1$). A restrição [2.18] tem a mesma função da restrição anterior, porém para o nível hierárquico mais elevado. As equações [2.19] e [2.20] garantem que serão alocadas P e Q instalações.

Após a apresentação dos dois principais tipos de modelos de localização hierárquicos é possível perceber que ambos são estáticos em relação à demanda, ou seja, nenhum dos dois modelos leva em conta a evolução da demanda com o tempo, e prevêem a implantação instantânea de todas as unidades; tal característica não invalida os resultados obtidos pelos modelos, mas deve ser levada em conta quando o mesmo for utilizado para o planejamento de implantação de uma rede de postos de serviços.

Neste tipo de modelagem matemática existem variáveis que possuem importância elevada para o resultado final do problema em estudo. Em todos os modelos parâmetros como a demanda e os pontos potenciais de localização são importantes para o modelo, porém no caso dos modelos de cobertura os valores dos raios de cobertura (ou influência) dos serviços oferecidos pelas instalações possuem grande importância para o modelo, pois é através deles que será determinada a localização das instalações de todos os níveis.

3. APLICAÇÃO PRÁTICA NA IMPLANTAÇÃO DE UMA REDE DE MERCADOS

Neste capítulo será apresentado o desenvolvimento computacional realizado para o estudo de implantação de uma rede de mercados no município de Campinas. O principal enfoque dado às simulações é efetuar uma análise da variação dos resultados relacionada à variação do raio de influência das unidades, ou seja, serão efetuados testes alterando as variáveis R_1 e R_2 , para posterior análise da alteração das localizações das instalações resultantes, e da demanda contemplada pela rede implantada. O raio de influência T_1 não será variado pois considerou-se que, devido às dimensões do município, a alteração desta variável não traria benefícios para as análises, sua exclusão da análise será melhor explicada no transcorrer do texto.

A seguir é apresentada uma breve descrição das características das instalações implantadas, a rede adotada para o município de Campinas e a determinação da demanda.

3.1. INSTALAÇÕES HIERÁRQUICAS

O modelo apresentado por ESPEJO (2001) pode ser aplicado para os mais variados tipos de instalações hierárquicas, desde redes de serviço de saúde até uma rede de serviços bancários. Tal modelo requer que a rede de instalações possua duas características fundamentais:

- Hierarquia de serviços do tipo sucessivamente inclusivo;
- Demanda atendida dependendo da distância da instalação.

Para maior facilidade de compreensão da nomenclatura utilizada no modelo matemático de localização de instalações hierárquicas de dois níveis optou-se por reapresentá-lo neste capítulo do trabalho.

Nomenclatura do modelo:

P = instalações da hierarquia inferior;

Q = instalações da hierarquia superior;

R₁ = distância crítica do serviço de nível 1 na instalação de nível 1;

R₂ = distância crítica do serviço de nível 1 na instalação de nível 2;

T₁ = distância crítica do serviço de nível 2;

f_j = demanda do vértice j;

J = conjunto de áreas de demanda;

I = conjunto de locais onde as instalações podem ser implantadas;

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a demanda de } j \text{ for atendida no nível } 1 \text{ por uma instalação de} \\ & \text{nível } 1 \text{ localizada em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a demanda de } j \text{ for atendida no nível } 1 \text{ por uma instalação de} \\ & \text{nível } 2 \text{ localizada em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a demanda de } j \text{ for atendida no nível } 2 \text{ por uma instalação de} \\ & \text{nível } 2 \text{ localizada em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a demanda da área } j \text{ for atendida} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se uma instalação de nível } 1 \text{ for alocada no vértice } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{se uma instalação de nível } 2 \text{ for alocada no vértice } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

É possível perceber que existem duas distâncias críticas relacionadas ao atendimento de primeiro nível (R_1 e R_2). A experiência demonstra que os usuários aceitam um deslocamento maior para serem atendidos em uma unidade de nível superior, mesmo que o atendimento seja de um nível inferior. É importante frisar que a distância relacionada ao atendimento de menor nível na unidade de hierarquia superior (R_2) é menor do que a distância relacionada ao atendimento de nível superior (T_1), portanto a relação entre as distâncias é $T_1 > R_2 > R_1$.

Modelo matemático:

$$\max \sum_{j \in J} f_j x_j \quad [3.1]$$

$$\sum_{i \in I} a_{ij} y_i + \sum_{i \in I} b_{ij} z_i - x_j \geq 0, \quad j \in J \quad [3.2]$$

$$\sum_{i \in I} c_{ij} z_i - x_j \geq 0, \quad j \in J \quad [3.3]$$

$$\sum_{i \in I} y_i = P \quad [3.4]$$

$$\sum_{i \in I} z_i = Q \quad [3.5]$$

A equação [3.1] é a função objetivo, e é responsável por maximizar a demanda atendida. A restrição [3.2] verifica se a demanda da área j é atendida, no nível 1, por uma instalação de nível inferior ou superior, garantindo que uma localidade j não será considerada como atendida ($x_j = 1$) se não estiver coberta por alguma unidade de qualquer um dos dois níveis ($y_i = 1$ ou $z_i = 1$). A restrição [3.3] tem a mesma função da restrição anterior, porém para o nível hierárquico mais elevado. As equações [3.4] e [3.5] garantem que serão alocadas P e Q instalações.

3.1.1. Tipo de Instalações

Um dos serviços de grande importância em todas as cidades é a venda de gêneros alimentícios e de eletrodomésticos. Sua importância se deve ao fato de que todas as pessoas necessitam adquirir itens para a sua alimentação e conforto. Na maioria dos casos os mercados e supermercados são os estabelecimentos responsáveis em oferecer à população esse tipo de produto. Em todo o país esse tipo de serviço (venda de gêneros alimentícios e eletroeletrônicos) é responsável por milhões de reais em faturamento, gerando empregos e circulação de dinheiro.

Há alguns anos os mercados eram estabelecimentos especializados na venda de hortaliças e frutas, ficando a cargo dos supermercados vender produtos industrializados e com tecnologia (eletrodomésticos). Com o passar do tempo os mercados de bairro perceberam a necessidade de oferecer produtos industrializados utilizados de forma mais corriqueira, dessa forma supririam pequenas emergências como a falta de um único ingrediente para finalizar uma receita.

As grandes redes de supermercado notaram que estavam perdendo mercado para os pequenos estabelecimentos, pois estes já possuíam mercado cativo para os

mais variados produtos. Com o objetivo de frear a perda de clientes algumas redes iniciaram um programa de compra (ou instalação) de mercados em bairros.

A implantação desordenada de mercados e supermercados poderia causar mais danos financeiros do que geraria receitas, ou seja, de uma forma geral pode-se perceber que o planejamento de uma rede de mercados é fundamental para que os investimentos sejam revertidos em lucro de forma rápida e segura, e para que a concorrência tenha dificuldade de competir com os estabelecimentos implantados. Pode-se afirmar que uma rede bem estruturada é aquela que oferece aos consumidores a possibilidade de adquirir os seus produtos de acordo com as suas necessidades de momento, em outras palavras, para que uma rede de postos de serviços seja considerada ideal ela deve oferecer para os seus potenciais clientes todos os serviços que os mesmos desejam de forma estruturada e fácil.

Conforme explanado anteriormente, o modelo apresentado por ESPEJO (2001) foi desenvolvido para determinar a localização de instalações com duas hierarquias sucessivamente inclusiva, que é o caso das redes de supermercados atuais; por tal motivo os testes realizados simulam a implantação de uma rede de mercados com dois níveis de atendimento:

- Nível 1 – mercados com características de pequenas vendas, com público alvo das regiões próximas à sua localização. Este tipo de mercado vende apenas os itens de necessidade mais imediata e cotidiana, ou seja, os principais produtos vendidos são gêneros alimentícios de primeira necessidade e produtos de limpeza;
- Nível 2 – comumente conhecidos como supermercados. Neste tipo de instalação além dos produtos consumidos cotidianamente são oferecidas maiores quantidades de marcas dos produtos, eletroeletrônicos, eletrodomésticos, equipamentos para práticas esportivas, entre outras mercadorias.

3.1.2. Quantidade de Instalações

Em municípios como o de Campinas a quantidade de supermercados pertencentes a uma única rede varia bastante, dependendo do público alvo e do planejamento de mercado de cada uma das redes, afinal não se pode esquecer o fato de ser um serviço que possui forte concorrência, onde os clientes são disputados de forma bastante acirrada. Em um breve levantamento verificou-se que a quantidade de supermercados, de uma mesma rede, varia de 1 (uma) até 4 (quatro) unidades no município de Campinas, ou seja, a variação é bastante grande em se tratando de empreendimentos com custo elevado.

No estudo proposto optou-se por aplicar o modelo para uma rede composta por um supermercado e cinco mercados. Tal configuração foi obtida por representar uma configuração mínima para a formação de uma rede de mercados.

Na nomenclatura do modelo temos:

- Instalações de nível 1 – **P = 5**;
- Instalações de nível 2 – **Q = 1**.

Após a definição da quantidade de instalações a serem localizadas na rede da região em estudo é necessário elaborar a rede de pontos de demanda/localização. Pontos estes que servirão de vértices para a localização das unidades de nível inferior e superior.

3.2. REDE UTILIZADA NAS SIMULAÇÕES

As simulações efetuadas com o modelo de localização de instalações hierárquicas de dois níveis serão realizadas tendo como base o município de Campinas. A escolha desse município deve-se ao fato de ser um município com dados

sócio-econômicos disponíveis e organizados, além de possuir redes de mercados com as características estudadas.

A seguir são apresentadas algumas características do município de Campinas.

3.2.1. Características da Região de Estudo

Concentração urbana e malha viária;

Nos serviços onde a demanda é fortemente relacionada com as atividades dos habitantes a concentração urbana representa o potencial de demanda existente em determinada área de estudo, pode-se citar como serviços onde a densidade populacional é fator decisivo para a determinação da demanda: o setor bancário, as unidades de saúde, as unidades de ensino, as vendas à varejo, entre outros.

Estudos nas áreas sociais e de transporte indicam que a concentração urbana está ligada a dois fatores:

- Custo de vida no local;
- Serviços existentes.

A combinação desses dois itens faz com que uma pessoa (ou família) decida em morar em determinado bairro ou não. O custo de vida engloba todas as despesas oriundas das necessidades básicas de um indivíduo, desde os custos com a moradia (compra da propriedade, aluguel, impostos), passando pelo custo de aquisição dos gêneros alimentícios, até as despesas de transporte para o deslocamento da família para exercerem as mais diversas atividades (estudos, trabalho, etc.)

Os serviços existentes na região respondem por outra parcela dos itens que influenciam na decisão do local de residência de um munícipe. Locais onde existam

estabelecimentos escolares, serviços de saúde, transporte público e facilidade de acesso por vias públicas são preferidos a locais onde existem dificuldades de acessar esses serviços.

A concentração populacional exige que exista uma maior quantidade de vias públicas para o deslocamento dos moradores, pois quanto maior o número de pessoas que residem em determinado bairro maior é a necessidade de deslocamentos e por conseqüência aumenta a quantidade de ruas e avenidas necessárias para comportar o tráfego do local.

O município de Campinas apresenta elevada concentração viária na região central e pequenas concentrações espalhadas pelas regiões mais periféricas do município.

Por se tratar de um modelo matemático onde a principal característica dos serviços é exercer uma região de influência, a fidelidade do modelo em relação à realidade é melhor garantida em locais onde as vias públicas não são fatores dificultadores para o acesso aos serviços, ou seja, a malha viária deve ser tal que o deslocamento real de um indivíduo seja muito próximo do preconizado pelo modelo, caso contrário os resultados obtidos serão discrepantes da realidade, o que inviabiliza a sua utilização.

Dados sócio-econômicos

Para a formulação da rede utilizada no modelo matemático é necessário que existam dados sócio-econômicos consistentes e estruturados, fato que não é comumente encontrado na grande maioria dos municípios do país.

Além da existência dos referidos dados (necessários para a determinação da demanda) os mesmos encontram-se estruturados em regiões de planejamento dentro

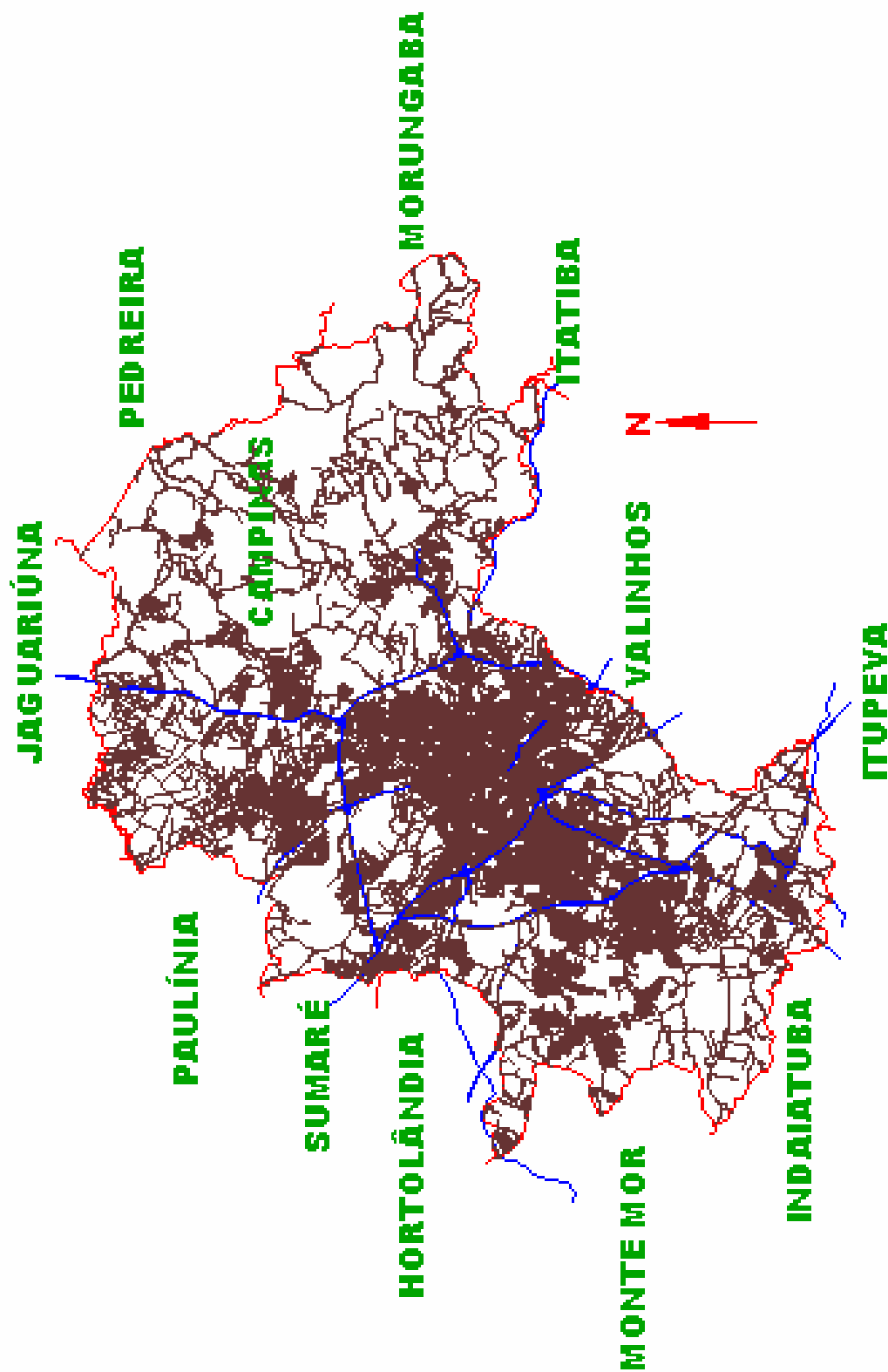
do município de Campinas, fazendo com que os estudos de demanda fossem baseados em dados diretos e não na aplicação de métodos indiretos de obtenção de dados.

Para facilitar a compreensão do exposto acima, pode-se imaginar uma região onde os dados sócio-econômicos são apresentados para todo o município e não em regiões de planejamento, pode-se imaginar ainda que a demanda está relacionada diretamente com a quantidade de moradores de cada região (caso da rede de mercados). A determinação da demanda exigiria que a distribuição da população total do município fosse feita por intermédio de fatores de ponderação relacionados com a densidade viária das diversas regiões da cidade, tendo como resultado uma distribuição populacional por área de interesse. Claramente a utilização desse método de determinação da demanda pode inserir erros não controlados.

Após as análises efetuadas concluiu-se que o município de Campinas possuía as principais características desejadas para as simulações propostas. Salienta-se mais uma vez que o modelo matemático apresentado por ESPEJO (2001) pode ser utilizado em qualquer rede, independente da distribuição da demanda ou dos seus vértices.

A Figura 3.1 apresenta um mapa do município de Campinas, destacando o seu sistema viário, e por conseqüência a sua mancha urbana.

Figura 3.1 – Mapa do Município de Campinas – Malha Viária



3.2.2. Elaboração da Rede

As redes utilizadas nos modelos de localização de instalações são uma simplificação da realidade, pois transformam regiões em pontos, fazendo com que uma demanda distribuída em determinada área seja representada de forma concentrada em um único ponto. Da mesma forma a localização de uma instalação se dará em um vértice da rede, o qual representa uma região, ou seja, os modelos matemáticos desenvolvidos indicam a região na qual a unidade de serviço deve ser localizada e não o local exato da sua implantação.

O processo de transformação de regiões em nós deve ser feito de forma a garantir que as distorções provocadas sejam minimizadas, ou seja, os nós devem ser elaborados de tal forma que representem (da forma mais fiel possível) a região relacionada a ele.

O primeiro passo para a elaboração da rede é a divisão da região em estudo em sub-regiões, as quais terão nós associados a elas. Cada sub-unidade deve ser elaborada de tal forma que represente uma pequena região uniforme em relação aos dados de demanda, ou seja, todos os indivíduos inseridos dentro de uma sub-região devem ter características semelhantes entre si.

O tamanho e o formato das sub-regiões varia de acordo com o objetivo final da rede. Em redes de transporte público as regiões são formadas de acordo com o potencial de interesse de deslocamento, em redes para serviços de saúde as sub-unidades devem procurar dividir o município em regiões com densidades populacionais distintas. A qualidade da rede desenhada depende da sub-divisão proposta, pois é a partir dessa sub-divisão que será elaborada a rede em forma de nós e arcos.

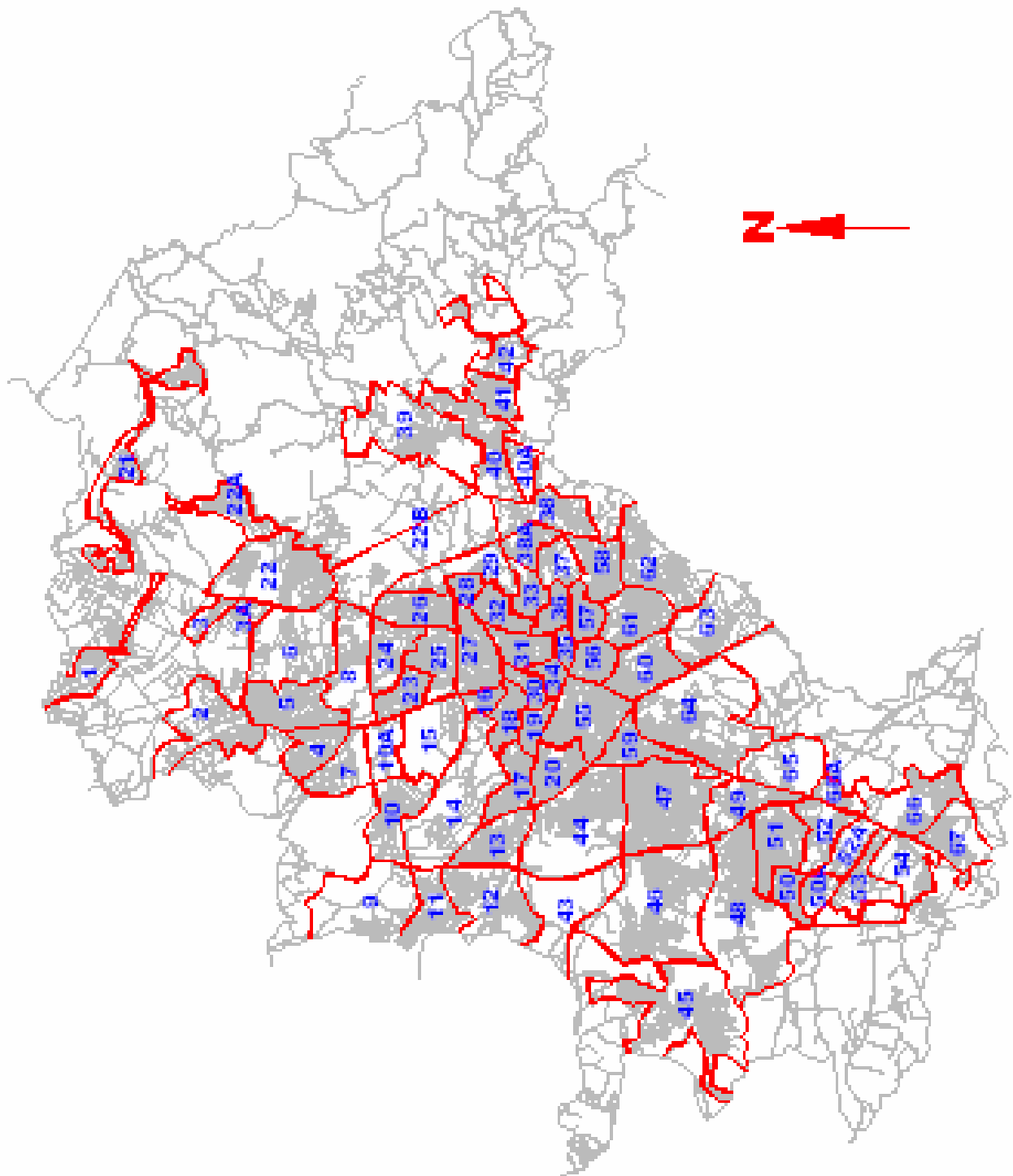
Nas cidades brasileiras mais estruturadas o poder público municipal efetua uma sub-divisão para a realização de estudos dos mais variados tipos, desde a determinação da localização de bolsões de pobreza (onde devem ser realizadas ações

sociais) até a determinação de itinerários de ônibus; este é o caso do município de Campinas.

A cidade de Campinas, através da sua secretaria de planejamento, elaborou uma divisão territorial, com o intuito de facilitar a análise dos mais variados tipos de dados, tais sub-divisões receberam o nome de Unidade Territorial Básica (UTB).

Os dados que abastecem os bancos de dados da secretaria são provenientes de levantamentos próprios e da compilação dos dados censitários realizados pelo IBGE regularmente. A Figura 3.2 apresenta as Unidades Territoriais Básicas existentes no município de Campinas.

Figura 3.2 - Mapa com as Unidades Territoriais Básicas (UTB)



A relação das unidades é apresentada no Anexo 1, onde são relacionados os nomes dos bairros e a numeração das UTB.

Através da observação da configuração das unidades é possível perceber que a subdivisão levou em conta a configuração do sistema viário além de dados sócio-econômicos que não podem ser visualizados no mapa. Outra característica importante é verificar que algumas unidades possuem na sua denominação a numeração acrescida de uma letra, indicando que possivelmente foi fruto da necessidade de subdivisão de uma região existente anteriormente.

Esses dois fatos apresentados acima indicam que as unidades representam de forma bastante real as diferenças do município de Campinas, pois estão em constante revisão e aperfeiçoamento; portanto podem ser utilizadas para a elaboração da rede que servirá de base para o modelo de localização de instalações hierárquicas.

O próximo passo para a elaboração da rede é a transformação das UTB em vértices de uma rede. A forma mais utilizada para a execução dessa etapa é a determinação do centro de massa da figura geométrica formada pela sub-região.

O centro de massa é definido como o ponto no qual é encontrado o equilíbrio de um objeto. Utilizando-se do mesmo conceito a determinação dos vértices de uma rede é, comumente, feita através da determinação do centro de massa da figura formada pela região, pois é o ponto no qual toda a figura fica equilibrada.

Em figuras cujo formato é bastante irregular o centro de massa pode estar localizado fora da figura (ver UTB 21 na Figura 3.2), nesses casos a sua utilização como definidor do vértice da rede parece uma incoerência, pois visualmente está localizado fora da região que ele representa. Uma nova sub-divisão da região em duas figuras menos irregulares pode erradicar a impressão errônea de que a rede foi elaborada de forma incorreta, porém essa divisão acarreta na inclusão de um novo nó na rede ocasionando maior esforço computacional sem trazer benefícios significativos

para a rede como um todo. Para o município de Campinas optou-se em não sub-dividir as UTB onde esse fato foi observado.

A utilização dessa técnica preconiza que uma região deve ser uniforme, pois o centro de massa de um objeto requer que o mesmo seja elaborado para um material uniforme. A observação da Figura 3.2 demonstra que algumas Unidades Territoriais Básicas não possuem a uniformidade (em termos de concentração populacional, verificado pela malha viária) necessária, como exemplo pode-se citar a UTB 21 (localizada na região norte da cidade), na qual a malha viária não é uniforme em toda a unidade. Apesar desse fato o procedimento de determinação dos vértices foi realizado da forma descrita anteriormente, pois considerou-se que a elaboração de um novo procedimento (mais adequado) para essas UTB não traria benefícios para as simulações propostas, porém é importante ressaltar que em regiões onde esses casos forem mais constantes, ou significativos, deve-se utilizar um outro procedimento para definição dos vértices da rede.

No Anexo 2 são apresentadas as coordenadas dos centros de massa de cada uma das Unidades Territoriais Básicas, portanto são apresentados os vértices da rede utilizada no modelo matemático. Na Figura 3.3 é apresentada a rede utilizada representada pelos seus vértices.

Figura 3.3 – Mapa com os vértices da rede



3.3. DETERMINAÇÃO DA DEMANDA

Em todas as atividades comerciais existentes um dos principais fatores que determina quando e onde iniciar uma nova atividade econômica é a demanda, pois é ela que irá gerar a receita necessária para cobrir as despesas e proporcionar rendimentos aos proprietários dos estabelecimentos. Por tal motivo os modelos matemáticos de localização de instalações utilizam a demanda como principal fator na definição da localização das unidades; nos modelos a demanda está inserida dentro da função objetivo do equacionamento proposto.

No caso da localização de uma rede de mercados a determinação da demanda necessita da análise de fatores como: concentração populacional, renda e tamanho das famílias, pois o potencial de compra de gêneros alimentícios, material de limpeza, etc. está relacionado não só à renda da família mas também a quantidade de moradores de uma mesma residência.

3.3.1. Metodologia

As associações de supermercados (ex: ABRAS - Associação Brasileira de Supermercados, entre outras) realizam pesquisas periódicas com o objetivo de identificar o perfil da sua clientela para, dessa forma, planejar melhor os seus investimentos de longo prazo. Em alguns desses estudos é possível identificar que o preço médio dos produtos adquiridos depende da renda familiar e que a quantidade de produtos adquiridos é função do tamanho da família, portanto a determinação da demanda deve levar em conta esses dois fatores.

Em um primeiro momento a divisão entre a renda da família pela quantidade de indivíduos parece ser a melhor metodologia para a determinação da demanda, porém uma discussão mais aprofundada é necessária para que não restem dúvidas quanto a

sua validade. Por tal motivo optou-se por apresentar duas metodologias de cálculo de demanda, os quais serão apresentados por intermédio de um exemplo hipotético.

Como exemplo pode-se imaginar a seguinte situação:

Família 1

- Renda média = 10 salários mínimos;
- Número de moradores = 3 pessoas.

Família 2

- Renda média = 3 salários mínimos;
- Número de moradores = 4 pessoas.

Utilizando a metodologia de divisão da renda pelo número de familiares temos:

- Família 1 = 3,33 salários/pessoa
- Família 2 = 0,75 salários/pessoa.

Neste caso o potencial de compra da segunda família é de 22% em relação ao da primeira família.

Uma segunda metodologia proposta é a multiplicação do salário da família pelo número de pessoas, para o exemplo citado acima temos:

- Família 1 = 30 salários*pessoa;
- Família 2 = 12 salários*pessoa.

Nesta metodologia o potencial de compra da segunda família é de 40% em relação ao da primeira família.

A discussão sobre a melhor metodologia para a determinação da demanda de uma rede de serviços é bastante longa e gera muitas dúvidas e controvérsias, fato que foge dos objetivos iniciais deste trabalho. A apresentação de duas metodologias para a definição da demanda no caso da rede de mercados teve como principal objetivo demonstrar que a determinação desse fator, de fundamental importância para o modelo de localização de instalações, exige muito esforço por parte dos planejadores para que o modelo tenha uma resposta adequada à realidade.

A metodologia adotada para a determinação da demanda em cada um dos vértices (UTB) da rede proposta foi a segunda metodologia apresentada por ter sido considerada a mais adequada para refletir as necessidades de aquisição de mercadorias. Os resultados obtidos, bem como os dados utilizados para a determinação da demanda estão apresentados no Anexo 3.

3.3.2. Base de Dados

Após a escolha da metodologia a ser utilizada para a determinação da demanda é necessário iniciar a coleta dos dados para a execução do método escolhido.

A determinação da demanda exige o conhecimento da renda das famílias e da quantidade de pessoas residentes. Os dados existentes na secretaria de planejamento do município de Campinas (disponibilizados no site da prefeitura) são dados médios de cada uma das Unidades Territoriais Básicas (UTB), os quais foram utilizados para a determinação da demanda que serviu de insumo para o modelo proposto.

A gama de informações existentes é bastante extensa e exige um primeiro filtro para garantir a qualidade e a pertinência dos dados a serem utilizados.

Dentre todos os dados sócio-econômicos existentes foram utilizados os seguintes:

- Renda média do chefe de família da UTB (unidade = salários/família);
- Número de domicílios da UTB (unidade = famílias);
- População da UTB (unidade = pessoas).

A multiplicação entre a renda média do chefe pelo número de famílias forneceu a renda total da UTB, e a multiplicação desse resultado pela população forneceu a demanda, cuja dimensão é salários*peessoa, conforme preconizado pela metodologia apresentada anteriormente.

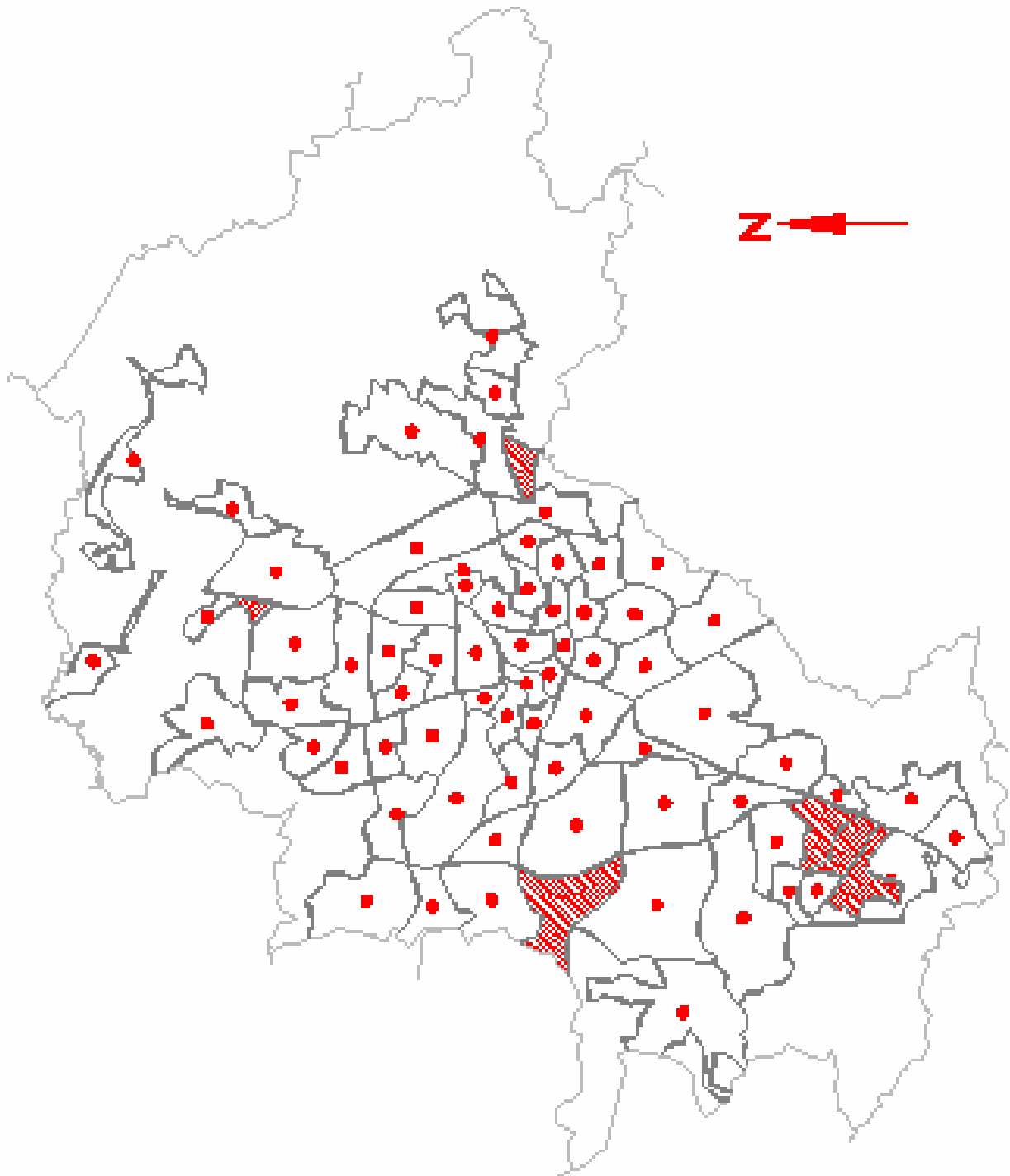
Os dados básicos utilizados referem-se ao ano de 1991, pois a consistência dos mesmos foi considerada melhor do que os dados de 1996. Tal fato ocorre pela inexistência de algumas informações para o ano de 1996, exigindo que a escolha do ano a ser analisado fosse o de 1991. Para o problema proposto é fundamental que os dados sejam consistentes, não importando a diferença entre a data atual e a data dos dados.

3.3.3. Análise dos Dados de Demanda

Com a manipulação dos dados básicos existentes na prefeitura de Campinas foi possível determinar a demanda a ser utilizada como insumo do modelo de localização de instalações hierárquicas.

Apesar da existência de 76 Unidades Territoriais Básicas, apenas 70 foram utilizadas no modelo, pois as demais não apresentavam dados suficientes para a aplicação da metodologia de determinação de demanda. As unidades 3A, 40A, 43, 52, 52A e 53 foram excluídas pela inexistência de dados (ver Figura 3.4).

Figura 3.4 – Mapa com os vértices das 70 UTB, com indicação das UTB excluídas



Para melhor visualização da demanda existente no município de Campinas para o problema em questão confeccionou-se um mapa onde as demandas foram divididas em faixas indicadas por cores, dessa forma é possível efetuar uma análise inicial da distribuição da demanda e por conseqüência da possível localização das instalações. A Figura 3.5 apresenta o referido mapa.

Devido à unidade de medida da demanda os resultados obtidos apresentam números com ordem de grandeza bastante alta, o que dificulta a visualização clara das diferenças entre os diversos pontos de demanda, por tal motivo optou-se em dividir a demanda por 100.000, tornando a ordem de grandeza menor e de mais fácil visualização.

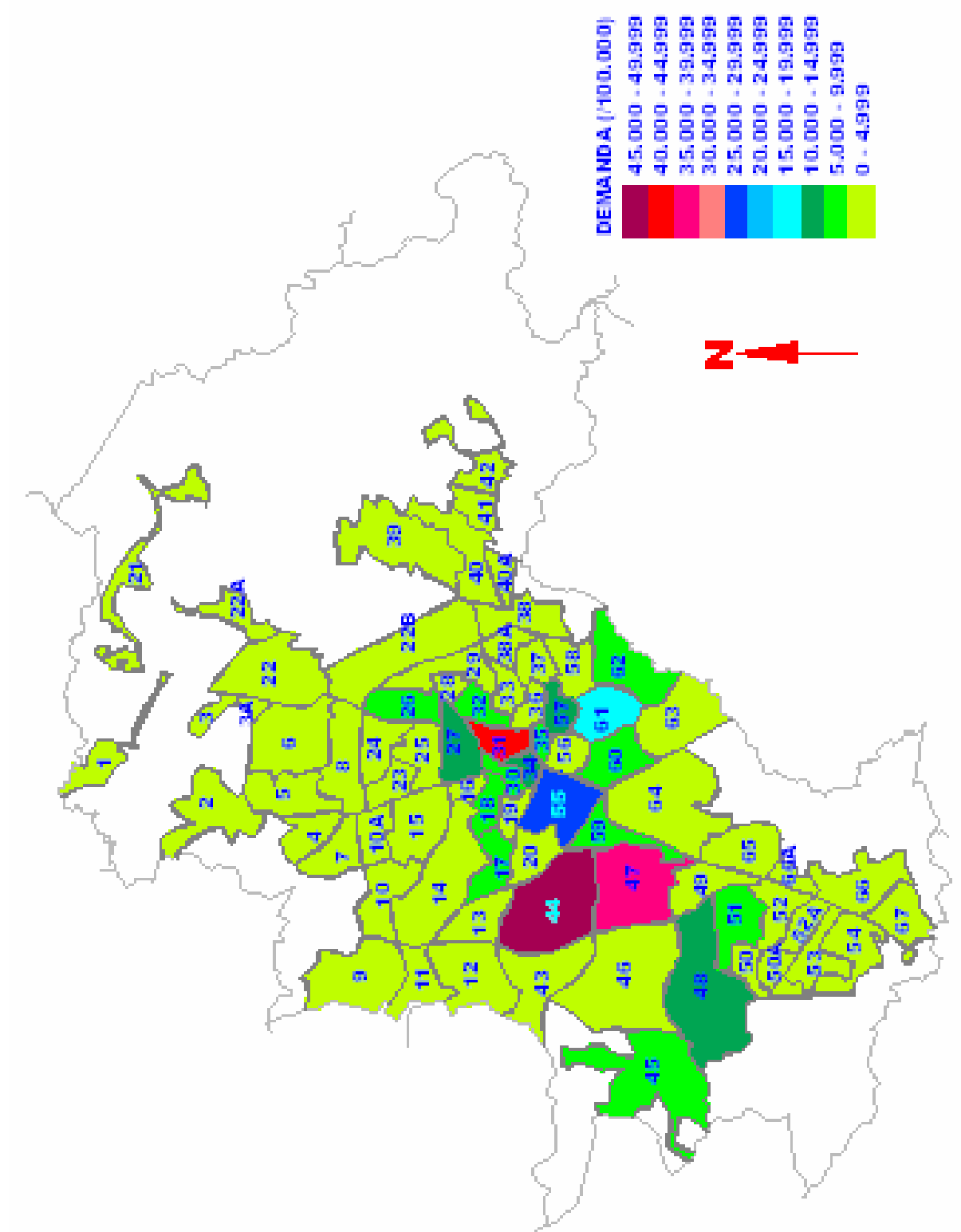
A tabela abaixo apresenta a quantidade de Unidades Territoriais Básicas existentes em cada faixa de demanda.

Tabela 3.1 – Faixas de Demanda das UTB

Faixa de Demanda (por 100.000)	Quantidade de UTB	% de UTB
0 – 4.999	49	70,00%
5.000 – 9.999	11	15,71%
10.000 – 14.999	5	7,14%
15.000 – 19.999	1	1,43%
20.000 – 24.999	0	0,00%
25.000 – 29.999	1	1,43%
30.000 – 34.999	0	0,00%
35.000 – 39.999	1	1,43%
40.000 – 44.999	1	1,43%
45.000 – 49.999	1	1,43%
Total	70	100,00%

A observação do mapa, e da tabela, permite verificar que a grande maioria das regiões do município de Campinas apresenta demanda dentro da primeira faixa determinada, ou seja, muitas UTB possuem demanda inferior a 5.000 salários*peessoa.

Figura 3.5 – Mapa com a classificação da demanda



Na região próxima da UTB de número 30 existe grande concentração de unidades com demandas acima de 5.000 salários* *pessoa*, porém pode-se perceber a existência de unidades com demanda dentro da menor faixa de demanda (UTB 19, UTB 20 e UTB 56), inseridas em uma região com unidades de demanda bastante superior (UTB 31).

Devido à concentração de demanda na região no entorno da UTB 30 e pela proximidade dos vértices nessa região é esperado que as instalações sejam localizadas nesse local. Através da utilização do modelo matemático de localização de instalações hierárquicas será possível verificar se essa sensibilidade inicial é confirmada ou não; em caso negativo é preciso verificar se a impressão inicial estava equivocada ou se o modelo não está adequado à realidade.

Esse tipo de análise inicial é importante para que o usuário do modelo tenha pleno conhecimento do processo e para que os resultados obtidos com o modelo matemático sejam melhor assimilados pelo usuário, pois é de fundamental importância que os resultados matemáticos não sejam considerados como verdadeiros sem uma análise criteriosa.

4. APLICAÇÃO DO MODELO – CENÁRIOS SIMULADOS

Os modelos matemáticos desenvolvidos para os mais variados fins são representações simplificadas da realidade, por tal motivo os resultados obtidos devem ser analisados sob diversos aspectos para que possam ser considerados válidos e coerentes.

Além da modelagem propriamente dita (equacionamento do problema) os dados de entrada e as condições de contorno impostas ao modelo são fatores determinantes para a qualidade da solução obtida em relação à realidade simulada.

O procedimento mais comumente utilizado para verificar a influência de cada uma das variáveis de controle em um modelo é a execução de análises dos resultados em função da variação de todos os parâmetros, de forma isolada e em conjunto.

No modelo apresentado por ESPEJO (2001) os raios de cobertura dos serviços oferecidos pelas instalações são os fatores determinantes para a localização das mesmas, pois é através deles que a relação da demanda e as distâncias entre os vértices é expressada, ou seja, os raios de influência (R_1 , R_2 e T_1) são o ponto de partida para a determinação da localização ideal das instalações.

Devido à grande importância dos raios R_1 , R_2 e T_1 no modelo de localização de instalações hierárquicas, o conhecimento da sensibilidade do modelo, em relação a eles, é importante para que o usuário tenha maior conhecimento sobre os resultados obtidos, trazendo maior segurança.

Outro resultado esperado na análise da variação dos raios de influência é a verificação da qualidade na determinação desses parâmetros no início dos trabalhos de simulação, ou seja, as análises podem ajudar a determinar qual é a faixa de variação desses índices que não altera de forma significativa os resultados obtidos com a

aplicação do modelo, indicando o grau de certeza (dessas variáveis) necessário para a obtenção de resultados confiáveis.

4.1.1. Cenários Simulados

Determinação dos parâmetros variáveis

O modelo de localização de instalações hierárquicas apresentado por ESPEJO (2001) possui três variáveis relacionadas ao grau de influência das instalações, são elas:

- R_1 = distância crítica do serviço de nível 1 na instalação de nível 1;
- R_2 = distância crítica do serviço de nível 1 na instalação de nível 2;
- T_1 = distância crítica do serviço de nível 2.

Nas análises efetuadas optou-se por verificar a variação dos resultados com relação à variação dos raios de influência para os serviços de nível 1, ou seja, não foram executados testes variando o raio T_1 ; a motivação para exclusão de T_1 das análises é apresentada no transcorrer do texto.

O estudo da variação dos raios de cobertura baseou-se na tentativa de, através da variação dos parâmetros dentro de uma faixa de valores, verificar a alteração na localização das instalações e na demanda atendida.

Com o objetivo de tornar a faixa de análise padronizada para todos os raios de influência optou-se por efetuar uma relação entre os raios e as suas variações, com a seguinte característica: o raio do nível menor foi variado na relação de 1/3, 1/2 e 2/3 do menor raio utilizado no raio de nível imediatamente superior.

Conforme explanado anteriormente, a relação entre os três raios é $T_1 > R_2 > R_1$, aplicando a regra apresentada acima temos:

- $R_1 = 1/3$ do menor R_2 ;
- $R_1 = 1/2$ do menor R_2 ;
- $R_1 = 2/3$ do menor R_2 ;
- $R_2 = 1/3$ do menor T_1 ;
- $R_2 = 1/2$ do menor T_1 ;
- $R_2 = 2/3$ do menor T_1

Na literatura existente não foram encontrados estudos aprofundados que indiquem qual o raio de influência de um mercado regional ou de pequeno porte. Como o objetivo é justamente testar o modelo em relação à variação desse parâmetro optou-se por utilizar para $R_1 = 1/2$ do menor R_2 o valor de 1.000, pois considera-se que é um valor aceitável nesse tipo de atividade.

Para verificar se a opção de $R_1 = 1/2$ do menor R_2 é oportuna efetuou-se uma pequena análise do potencial de variação que os três valores de R_1 poderiam proporcionar. O potencial foi verificado através de um levantamento da quantidade de pontos que, dependendo do raio R_1 , cobrem 1, 2, 3 ou mais pontos, dessa forma é possível verificar se a variação dos raios poderá proporcionar variação de demanda e de localização das instalações.

Para maior facilidade de compreensão da verificação realizada é necessário introduzir alguns conceitos:

- Cobertura simples indica a quantidade de nós que, quando a instalação de nível 1 é localizada, proporciona apenas a cobertura de um vértice;
- Cobertura dupla indica a quantidade de nós que, quando a instalação de nível 1 é localizada, proporciona a cobertura de dois vértices;
- Cobertura tripla indica a quantidade de nós que, quando a instalação de nível 1 é localizada, proporciona a cobertura de três vértices.

A seguir são apresentados os valores utilizados para R_1 , bem como a quantidade de pontos que oferecem potencial de cobertura.

Tabela 4.1 – Classificação por Tipo de Cobertura

Nomenclatura	$R_1 = 666$	$R_1 = 1000$	$R_1 = 1332$
Cobertura Simples	68	66	54
Cobertura Dupla	2	4	12
Cobertura Tripla	0	0	4
Total de Nós	70	70	70

É possível perceber que com o raio de 666 existem dois nós que proporcionam a cobertura dupla, tais nós são os vértices 28 e 29 que estão localizados a uma distância muito pequena entre si (582,64). Caso fosse adotado um raio menor do que esse para a definição do menor raio R_1 os demais também seriam muito pequenos diminuindo a possibilidade de variação das localizações.

Com os resultados obtidos da pré-análise dos raios R_1 acredita-se que a possibilidade de alterações do posicionamento das instalações é bastante elevada, fato que não ocorria caso os índices de cobertura fossem iguais (ou com pequenas variações) para os três valores de R_1 .

Os cálculos dos valores utilizados para R_2 e T_1 são resultantes da aplicação da regra apresentada anteriormente. A tabela abaixo apresenta os valores de R_2 e T_1 a serem utilizados nas simulações.

Tabela 4.2 – Valores dos Raios R_2 e T_1

Raio	Menor	Intermediário	Maior
R_2	2000	3000	4000
T_1	6000	9000	12000

No caso dos valores obtidos para T_1 , optou-se por verificar se os mesmos não seriam muito grandes para os estudos pretendidos, ou seja, fez-se uma verificação prévia sobre a influência do raio T_1 . Como este raio trata do atendimento do nível superior caso seja muito grande, e englobe uma grande variedade de pontos, existe uma maior possibilidade das variações de resultado serem pequenas, tornando a análise desnecessária.

Para tal estudo foi efetuado o mesmo procedimento executado para o raio R_1 . Os resultados obtidos são apresentados na tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Faixa de Cobertura por Valor do Raio

Faixas de cobertura	$T_1=6000$		$T_1=9000$		$T_1=12000$	
	Nº de nós	% de nós	Nº de nós	% de nós	Nº de nós	% de nós
0 – 9	17	24%	3	4%	0	0%
10 – 19	19	27%	14	20%	5	7%
20 – 29	26	37%	12	17%	7	10%
30 – 39	8	11%	18	26%	9	13%
40 – 49	0	0%	23	33%	14	20%
50 – 59	0	0%	0	0%	35	50%

Analisando os resultados obtidos percebe-se que o raio de 12.000 é muito grande pois a parcela de pontos contidas na faixa de 50 a 59 vértices é muito elevada

(50% do total de pontos). O mesmo ocorre (em menor intensidade) com o raio de 9.000, para a faixa de 40 - 49. No caso do raio de 6.000 a distribuição é bastante igualitária, fazendo com que as faixas de pontos cobertos sejam parecidas.

A diminuição do raio de 6.000 para um valor menor causaria alteração em todos os valores dos demais raios, tornando os dois menores raios R_1 muito pequenos e sem diferenciação. Pelos motivos apontados acima optou-se por efetuar as análises variando apenas os raios R_1 e R_2 e fixando T_1 em 6.000.

Após todas as considerações e estudos preliminares apresenta-se os cenários simulados com o modelo apresentado por ESPEJO (2001) para a localização de instalações hierárquicas sucessivamente inclusivas.

Tabela 4.4 – Valores Utilizados para Análise de Sensibilidade

R_1	R_2	T_1
666	2000	6000
	3000	
	4000	
1000	2000	
	3000	
	4000	
1332	2000	
	3000	
	4000	

4.1.2. Resultados Obtidos

Após a definição de todos os parâmetros o modelo matemático foi aplicado com os seguintes parâmetros:

- Rede – definida anteriormente, contendo 70 vértices;

- Demanda – definida anteriormente, com dimensão salários*peessoa;
- Número de instalações de nível inferior – P = 5;
- Número de instalações de nível superior – Q = 1;
- Raios de Cobertura - R₁ – assumindo os valores 666, 1000 ou 1332, R₂ – assumindo os valores 2000, 3000 ou 4000, e T₁ = 6000.

A tabela 4.5 apresenta os resultados das simulações efetuadas.

Tabela 4.5 – Resultados Obtidos

R ₁	R ₂	T ₁	Resultado	Localização					
				H1				H2	
666	2000	6000	228482,55	27	31	44	47	61	19
	3000		257005,13	27	31	44	47	61	55
	4000		283943,75	27	32	44	47	61	55
1000	2000		228482,55	27	31	44	47	61	19
	3000		257005,13	27	31	44	47	61	55
	4000		283943,75	27	32	44	47	61	55
1332	2000		230494,45	31	36	44	47	61	19
	3000		259017,02	31	36	44	47	61	55
	4000		288391,36	27	33	44	47	61	55

A figura a seguir apresenta os resultados de todos os cenários simulados. No Anexo 4 são apresentados os mapas com os resultados obtidos em cada cenário.

Variação de R_1

A primeira análise realizada refere-se ao raio de cobertura da instalação de menor hierarquia.

As tabelas abaixo reproduzem os resultados apresentados anteriormente, de acordo com a análise a ser realizada. Os itens destacados em negrito são os que sofreram alteração entre uma simulação e outra.

Tabela 4.6 – Variação de R_1 para $R_2 = 2.000$

R_1	R_2	T_1	Resultado	Localização					
				H1					H2
666	2000	6000	228482,55	27	31	44	47	61	19
1000			228482,55	27	31	44	47	61	19
1332			230494,45	31	36	44	47	61	19

Quando o raio R_2 é o menor, a variação de R_1 causa alterações na localização das instalações de menor nível hierárquico apenas quando este assume o maior valor ($R_1 = 1.332$). A variação de localização ocorre apenas em um vértice (alterando da UTB 27 para a UTB 36), causando um aumento de 0,88% na demanda atendida.

Nos dois primeiros casos ($R_1 = 666$ e 1.000) a quantidade total de vértices atendidos pelos dois serviços é de 11, enquanto no último caso ($R_1 = 1.332$) são atendidos 13 vértices.

Tabela 4.7 – Variação de R_1 para $R_2 = 3.000$

R_1	R_2	T_1	Resultado	Localização					
				H1					H2
666	3000	6000	257005,13	27	31	44	47	61	55
1000			257005,13	27	31	44	47	61	55
1332			259017,02	31	36	44	47	61	55

A alteração de localização de uma instalação de nível inferior também ocorreu apenas com a adoção do maior R_1 , da mesma forma que o observado no primeiro conjunto de simulações apresentado.

Tabela 4.8 – Variação de R_1 para $R_2 = 4.000$

R_1	R_2	T_1	Resultado	Localização					
				H1				H2	
666	4000	6000	283943,75	27	32	44	47	61	55
1000			283943,75	27	32	44	47	61	55
1332			288391,36	27	33	44	47	61	55

Nesta terceira simulação observa-se o mesmo tipo de variação nos resultados observados nas duas análises anteriores, ou seja, apenas o maior valor de R_1 causou mudanças na localização de uma das instalações.

A variação do raio R_1 exerce o mesmo tipo de influência na localização das instalações de nível 1, independentemente do valor adotado para R_2 , indicando que a sensibilidade do modelo em relação a esse parâmetro está limitada ao seu valor em relação às distâncias entre os vértices, não interferindo na localização das instalações de nível superior.

Variação de R_2

A segunda análise realizada refere-se ao raio de influência da instalação de hierarquia superior, com relação à prestação de serviço de menor nível.

As tabelas abaixo reproduzem os resultados apresentados anteriormente, de acordo com a análise a ser realizada.

Tabela 4.9 – Variação de R_2 para $R_1 = 666$

R_1	R_2	T_1	Resultado	Localização					
				H1					H2
666	2000	6000	228482,55	27	31	44	47	61	19
	3000		257005,13	27	31	44	47	61	55
	4000		283943,75	27	32	44	47	61	55

Nas análises de comparação entre os resultados obtidos com a variação de R_2 , verificou-se que em cada uma das simulações ocorreu algum tipo de alteração de localização das instalações, seja das de menor hierarquia, ou de maior hierarquia.

A primeira variação de R_2 ocasionou a alteração na localização da instalação de maior nível hierárquico da posição 19 (na qual os pontos 18, 19, 20, 27, 30, 31, 34, 44, 47, 55, e 61 são cobertos pelos dois níveis de atendimento) para a 55 (na qual os pontos 18, 19, 20, 27, 30, 31, 34, 35, 44, 47, 55, 56, 59, 60 e 61 são cobertos pelos dois níveis de atendimento).

Analisando a segunda variação ($R_2 = 3.000$ e $R_2 = 4.000$) observa-se que a alteração de localização ocorreu em uma das instalações de menor nível hierárquico, indicando que o R_2 exerce influência em todo o sistema (nível inferior e superior).

Tabela 4.10 – Variação de R_2 para $R_1 = 1.000$

R_1	R_2	T_1	Resultado	Localização					
				H1					H2
1000	2000	6000	228482,55	27	31	44	47	61	19
	3000		257005,13	27	31	44	47	61	55
	4000		283943,75	27	32	44	47	61	55

Na segunda seqüência de variações de R_2 constata-se que as alterações na localização das instalações seguiram o mesmo padrão observado na análise anterior.

Tabela 4.11 – Variação de R_2 para $R_1 = 1.332$

R_1	R_2	T_1	Resultado	Localização					
				H1					H2
1332	2000	6000	230494,45	31	36	44	47	61	19
	3000		259017,02	31	36	44	47	61	55
	4000		288391,36	27	33	44	47	61	55

Na terceira seqüência de simulações é possível perceber que a variação de R_2 também ocasionou modificação na localização de instalações dos dois níveis. Neste caso percebe-se que a intensidade das alterações foi maior; comparando-se o primeiro cenário apresentado ($R_1 = 1.332$, $R_2 = 2.000$ e $T_1 = 6.000$) com o último ($R_1 = 1.332$, $R_2 = 4.000$ e $T_1 = 6.000$) observa-se a alteração da localização da instalação de maior nível hierárquico e de duas instalações de menor nível, fato que não ocorreu nas simulações anteriores, onde apenas uma instalação de cada hierarquia sofria alterações.

Dentre todos os cenários simulados, a diferença entre o menor resultado de demanda (demanda = 228.482,55) e o maior (demanda = 288.391,36) é de 59.908,81, ou seja, ocorre uma variação de 26,22% em relação ao menor valor, indicando que a definição dos parâmetros estudados é de fundamental importância para a consistência das análises e da tomada de decisão da implantação de postos de serviços hierárquicos.

Nas simulações efetuadas percebe-se que a instalação de nível superior foi localizada no vértice 19 ou 55. O ponto 19 possui pouca demanda, porém está inserido em uma região de UTB com demanda elevada; o ponto 55 possui demanda relativamente alta, estando na faixa entre 25.000 e 29.999. Esse resultado reforça a percepção de que a demanda do ponto não é fator determinante para a localização da instalação de nível hierárquico maior mas sim a distribuição da demanda no redor dos vértices.

De posse dos resultados obtidos nas simulações é possível definir uma configuração de rede que propicie a obtenção de uma demanda mínima atendida, mesmo que os raios de cobertura variem dentro das faixas simuladas.

O processo adotado para a definição dessa rede consiste na observação dos vértices atendidos em cada simulação para posterior definição de quais pontos devem receber as instalações.

A tabela abaixo apresenta os resultados de cada uma das simulações para posterior análise.

Tabela 4.12 – Vértices Atendidos em cada Cenário

R ₁	R ₂	T ₁	Vértices atendidos																				
666	2000	6000			18	<u>19</u>	20	27	30	31			34			44	47	55					61
	3000				18	19	20	27	30	31			34	35		44	47	<u>55</u>	56		59	60	61
	4000		16		18	19	20	27	30	31	32		34	35		44	47	<u>55</u>	56	57	59	60	61
1000	2000				18	<u>19</u>	20	27	30	31			34			44	47	55					61
	3000				18	19	20	27	30	31			34	35		44	47	<u>55</u>	56		59	60	61
	4000		16	17	18	19	20	27	30	31	32		34	35		44	47	<u>55</u>	56	57	59	60	61
1332	2000				18	<u>19</u>	20		30	31		33	34		36	44	47	55		57			61
	3000				18	19	20		30	31		33	34	35	36	44	47	<u>55</u>	56	57	59	60	61
	4000		16	17	18	19	20	27	30	31	32	33	34	35	36	44	47	<u>55</u>	56	57	59	60	61
Nº de vezes			3	2	9	9	9	7	9	9	3	3	9	6	3	9	9	9	6	5	6	6	9

Os pontos escritos em negrito referem-se ao local de implantação das instalações de nível 1, e os pontos escritos em negrito e sublinhados referem-se ao local de localização da instalação de nível 2.

Observando os resultados apresentados na tabela acima verifica-se que em todas as simulações efetuadas os pontos 18, 19, 20, 30, 31, 34, 44, 47, 55 e 61 são atendidos. Observando os mapas constantes do Anexo 4 é possível perceber que o vértice 31, em alguns casos é atendido por instalações localizadas em outros vértices, fato que não ocorre com os pontos 44, 47 e 61.

Dependendo do raio de cobertura a localização de uma instalação no vértice 31 será desperdício de recursos, pois o seu atendimento pode ser feito por outra instalação, porém devido à sua alta demanda é recomendável implantar uma instalação no referido vértice.

O vértice 27 apresenta a mesma característica de atendimento, sendo atendida em 7 das 9 simulações efetuadas; em todos os casos o seu atendimento foi efetuado mediante a implantação de uma instalação no nó. Caso o raio de cobertura R_1 seja o maior dos simulados a implantação de uma instalação no nó 27 será desperdício de recursos, pois o local ideal de implantação seria o vértice 36, porém como esse ponto é ideal para os dois outros valores de R_1 a localização de uma instalação nesse vértice é mais garantida do ponto de vista de demanda atendida.

A instalação de nível hierárquico superior deve ser localizada no vértice 19, pois atende os pontos 18, 20, 27, 30, 31, 34, 44, 47, 55 e 61 independentemente do valor do raio R_2 , fato que não ocorre caso a instalação seja localizada no vértice 55 (o ponto 18 não é atendido).

Para o caso estudado a rede que proporciona uma demanda mínima, independentemente da combinação dos raios de cobertura é a apresentada abaixo:

Tabela 4.13 – Localização das Instalações

Resultado	Localização					
	H1					H2
228482,55	27	31	44	47	61	19

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1. CONCLUSÕES

No presente trabalho foi estudada a implantação de uma rede de postos de atendimento no município de Campinas, sendo composta por mercados de bairro e supermercados. Dentro da classificação de NARULA (1984) este problema está inserido nos problemas de instalações hierárquicas com dois níveis de atendimento sucessivamente inclusivas.

A modelagem utilizada para a resolução do problema proposto foi a apresentada por ESPEJO (2001). Essa modelagem está baseada no fato de que os usuários são atendidos por determinada instalação se estes estão a uma determinada distância do empreendimento. Neste tipo de modelagem existe a necessidade de determinar qual o raio de influência para cada tipo de serviço oferecido pelas instalações, ou seja, o resultado do modelo só será compatível com a realidade se tais valores forem condizentes com as condições encontradas na prática.

A análise dos resultados indica que, na rede estudada, as alterações no raio de influência das instalações de menor hierarquia (R_1) provoca a alteração de uma instalação de hierarquia 1, sendo que a mudança de localização só ocorreu para o maior raio simulado. Os resultados indicam que a sensibilidade do modelo em relação a este raio de cobertura é pequena e se restringe apenas ao menor nível hierárquico das instalações, e que a determinação do mesmo deve ter grau de certeza moderado, não sendo necessário uma investigação muito aprofundada para a sua definição.

No caso do R_2 o modelo se mostrou bastante sensível, uma vez que em todos os cenários simulados ocorreu algum tipo de alteração de localização das instalações, tanto do nível inferior quanto do nível superior; sendo que em alguns casos ocorreram duas alterações no nível 1.

Comparando todos os resultados obtidos em termos de vértices atendidos verifica-se que 10 vértices são sempre atendidos, independentemente dos valores adotados para os raios (dentro dos valores simulados), ou seja, em um processo de planejamento a determinação desses pontos é fundamental para a análise de risco do negócio, pois é sempre importante ter em mente que a modelagem matemática de um problema é uma simplificação da realidade.

O processo de localização de instalações vai além da aplicação direta de modelos matemáticos, pois o perfeito entendimento dos resultados depende do conhecimento de sua sensibilidade em relação a determinados parâmetros. No presente estudo a análise dos resultados em função da variação dos raios de cobertura (R_1 e R_2) indicou que as instalações sofrem alteração de localização bastante significativa em função desses parâmetros.

De uma forma geral é possível afirmar que a correta aplicação dos modelos de localização de instalações hierárquicas exige a execução de análises sobre a variação dos resultados em função da alteração de variáveis utilizadas como insumos dos modelos, e que no caso das instalações hierárquicas sucessivamente inclusivas os estudos relacionados com os raios de cobertura devem ser elaborados visando simular cenários que delimitem uma faixa de atuação das instalações, permitindo assim a definição do posicionamento, das instalações, que proporcione os menores riscos de investimentos.

5.2. RECOMENDAÇÕES

As análises efetuadas no presente trabalho foram realizadas para uma única rede com características específicas; para que conclusões mais significativas sejam feitas é preciso repetir o processo de análise para redes com características diversas da simulada neste trabalho.

Também devem ser realizados testes de sensibilidade com relação à variável T_1 , pois neste trabalho essa variável foi excluída das análises.

Um dos fatores que mais chama a atenção durante a aplicação dos modelos de localização de instalações é o seu caráter estático. No início do desenvolvimento dos modelos de localização de instalações a evolução da demanda, ou da rede, ocorria de forma lenta e gradual, por tal motivo os modelos eram bastante adequados para o problema a ser resolvido. Atualmente o desenvolvimento das cidades ocorrer de forma bastante acelerada, ocorrendo mudanças significativas de distribuição de concentração populacional em poucos anos.

Outro caso que chama a atenção, quando da aplicação do modelo de localização de instalações hierárquicas, é o fato da rede ser simulada com todas as unidades instaladas, ou seja, o resultado é obtido para a conformação final. É importante salientar que redes mais complexas exigem um volume de investimentos bastante elevado para a sua implantação, fato que acarreta na sua implantação gradativa durante o tempo.

Outro fator que deve ser levado em conta no desenvolvimento de novas ferramentas de planejamento de implantação de instalações hierárquicas é a definição da seqüência ideal de implantação, ou seja, para o investidor é importante definir qual a seqüência de instalação de instalações que ocasiona o melhor retorno (seja financeiro ou social) para o investidor.

A aplicação dos modelos desenvolvidos até o presente momento é válida e bastante útil para o processo de planejamento, porém é preciso ter em mente que os resultados obtidos para determinado cenário pode não ser o ideal em um cenário de um futuro próximo, ou seja, é preciso que os resultados sejam analisados sob a ótica da evolução da demanda. Claramente o desenvolvimento de uma metodologia de análise para tais situações traria muitos benefícios para os planejadores.

6. BIBLIOGRAFIA

ABRAS – Associação Brasileira de Supermercados – www.abrasnet.com.br.

AMIS – Associação Mineira de Supermercados – www.amis.org.br

ARAKAKI, R.G.I. **Heurística de localização-alocação para problemas de localização de facilidades**. Tese de Doutorado – INPE, São José dos Campos, 2002.

BARCELOS, F.B.; PIZZOLATO, N.D. e LORENA, L.A.N. **Avaliação da localização de escolas com modelos capacitado e não-capacitado e uso de uma ferramenta GIS: estudo de caso de Vitória/ES**. XXXIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Rio de Janeiro, 2002.

BARBOSA, H.M.E.; GONÇALVES, R.C. **Pólo Gerador de Tráfego – Um estudo em supermercados**. Comunicação Técnica. Anais do XIV – ANPET. Gramado, v.1, p. 340-351, 2000.

CHIYOSHI, F.; GALVÃO, R. D.; MORABITO, R. **O uso do modelo hipercubo na solução de problemas de localização probabilísticos**. Revista Gestão e Produção v.7, n.1, p. 73-91, abril 2000.

CHURCH, R.; REVELLE, C. **The maximal covering location problem**. Papers of the Regional Science Association, v. 32, p.101–118, 1974.

COLOMBO, J.A.A. **Localização e Roteamento para Serviços de Atendimento Emergencial**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2001.

COOPER, L. **Location-allocation problems**. Operation Research, v.11, 331-343, 1963.

CORRÊA, E.S. **Algoritmos Genéticos e Busca Tabu Aplicados ao Problema das P-medianas**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000.

ESPEJO, L.G.A. **Problemas de Localização Hierárquicos**. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2001.

ESPEJO, L.G.A. e GALVÃO, R.D. **O uso das relaxações lagrangeana e surrogate em problemas de programação inteira**. XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Campos do Jordão, 1191-1202, 2001.

ESPEJO, L.G.A.; GALVÃO, R.D. e BOFFEY, B. **Dual-based heuristics for a hierarchical covering location problem**. Computers & Operation Research, 165-180, 2003.

FISCHER, M. L., **The Lagrangian relaxation method for solving integer programming problems**. Management Science, v.27, 1-18, 1981.

GALVÃO, R.D. e REVELLE, C. **A lagrangean heuristic for the maximal covering location problem**. European Journal of Operational Research, v.88, 114-123, 1996.

GALVÃO, R.D., NOBRE, F.F. e VASCONCELLOS, M.M. **Modelos matemáticos de localização aplicados à organização espacial de unidades de saúde**. Revista Saúde Pública, 33, 422-434, 1999.

GALVÃO, R.D., ESPEJO, L.G.A. e BOFFEY, B. **A comparison of lagrangean and surrogate relaxations for the maximal covering location problem**. European Journal of Operational Research, v. 124, 377-389, 2000.

GALVÃO, R.D.; RIVAS, M.P.A., CHIYOSHI, F.Y. e ESPEJO, L.G.A. **Solução do problema de localização de máxima disponibilidade utilizando o modelo**

hipercubo. XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Campos do Jordão, 1251-1262, 2001.

GALVÃO, R.D.; ESPEJO, L.G.A. e BOFFEY, B. **A hierarchical model for the location of perinatal facilities in the municipality of Rio de Janeiro.** European Journal of Operational Research, v. 138, 495-517, 2002.

GLOVER, F.; **A multiphase-dual algorithm for the zero-one integer programming problem.** Operation Research, v.13, 879-919, 1965.

GLOVER, F.; **Surrogate constraint duality in mathematical programming.** Operation Research, v.23, 434-451, 1975.

GREENBERG, H.J. e PIERSKALLA, W.P.; **Surrogate mathematical programming.** Operation Research, v. 18, 924-939, 1970.

HAKIMI, S.L.: **Optimum location of switching centers and the absolute centers and the medians of a graph.** Operations Research, v. 12, p. 450-459, 1964.

MARIANOV V., SERRA D. **Hierarchical location-allocation models for congested systems.** European Journal of Operational Research, v. 135, 195-208, 2001.

MIRCHANDANI, P.B. e FRANCIS , R.L. **Discrete Location Theory.** New York, J. Wiley, 1990.

NARULA, S.C. **Hierarchical location-allocation problems: a classification scheme.** Europe Journal of Operation Research, v.15, 93-99, 1984.

REVELLE, C.S. e SWAIN, R. **Central facilities location.** Geographical Analysis, v.2, p. 30-42, 1970.

REVELLE, C.S. e HOGAN, K. **The maximum availability location problem.** Transportation Science, v.23, 192-200, 1989.

SOUZA, J.C. **Dimensionamento, Localização e Escalonamento de Serviços de Atendimento Emergencial.** Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

TAILLARD, E. **Heuristic methods for large centroid clustering problems.** Journal of Heuristics, v. 9, 51-73, 1996.

TEITZ, M.B. e BART, P. **Heuristic Concentration: Two-Stage Solution Construction.** Operation Research Society, London, v. 16, 955-961, 1968.

VALIATI, D. E BORNSTEIN, C.T. **Método Exato para resolver o problema de localização capacitado utilizando testes de redução e relaxação lagrangeana.** XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Campos do Jordão, 1179-1190, 2001.

ANEXO 1 – RELAÇÃO DAS UNIDADES TERRITORIAIS BÁSICAS (UTB)

Relação das Unidades Territoriais Básicas (UTB)	
1	Vale das Garças
2	Guará
3	Bosque das Palmeiras
3A	Trecho Anhumas / BR 340
4	Centro / Barão
5	Cidade Universitária
6	CIATEC
7	Real Parque
8	PUCC / Pq. Das Universidades / Sta. Cândida
9	S. Martin
10	São Marcos / Amarais
10A	CEASA
11	Nova Aparecida / P. Anchieta
12	Fazendinha / Sta. Bárbara
13	Pq.. Via Norte
14	Fazenda Chapadão
15	Fazenda Santa Eliza
16	Vila Nova
17	Chapadão
18	Castelo
19	Bonfim
20	Jd.. Aurélia
21	C. Gomes / Monte Belo / Ch.. Gargantilha
22	Jd. Míriam / Pq. Xangrila
22A	Ch. Recanto dos Dourados
22B	Parque Imperador
23	V. Costa e Silva / V. Miguel Vicente Cury

Relação das Unidades Territoriais Básicas (UTB)	
24	Mansões de Sto. Antônio / Sta. Cândida
25	Primavera / Pq. Taquaral
26	São Quirino
27	Jd.. N. S. Auxiliadora / Taquaral
28	Pq. Brasília
29	Carrefour / Galeria / FEAC
30	Guanabara
31	Cambuí
32	Flamboyant
33	Vila Brandina
34	Centro
35	Bosque
36	Nova Campinas
37	Pq. Ecológico
38	Notre Dame / Alto da Nova Campinas / Gramado
38A	Bairro das Palmeiras
39	São Conrado
40	Centro / Sousas
40A	Fazenda Santana
41	Jd. Botânico
42	Joaquim Egídio
43	Jd. Monte Alto
44	Jd. Garcia / Campos Elíseos
45	Pq. Valença
46	Campo Grande / Florence
47	Novo Campos Elíseos / Sta. Lúcia
48	Mauro Marcondes / Ouro Verde / Vista Alegre

Relação das Unidades Territoriais Básicas (UTB)	
49	Maria Rosa
50	São Cristóvão
50A	Jd. Planalto
51	DICS COHAB
52	Distrito Industrial de Campinas e Mercedes
52A	Distrito Industrial de Campinas e Aeroporto
53	Aeroporto Viracopos
54	Jd. Atlântico / Jd. Columbia
55	Vila Teixeira / Pq. Itália / Pq. Industrial / São Bernardo
56	Ponte Preta
57	Proença
58	São Fernando / Vila Orozimbo Maia / Carlos Lourenço
59	Vila Pompéia / Jd. Do Lago
60	Nova Europa / Pq. Da Figueira
61	Jd. Das Oliveiras / Swift
62	Esmeraldina / São Pedro / São Vicente
63	Pq. Jambeiro / Remonta
64	Icarai / Jd. Das Bandeiras / Jd. São José
65	Nova Mercedes
66	Jd. São Domingos / Jd.. Campo Belo
66A	Jd. Nova América
67	Jd. Fernanda
Elaboração: Secretaria de Planejamento Departamento de Planejamento e Desenvolvimento Urbano	

ANEXO 2 – COORDENADAS DOS VÉRTICES E MATRIZ DE DISTÂNCIAS

UTB	Coordenada	
	Norte	Leste
1	288969,46	7483002,61
2	286611,52	7478674,26
3	290702,99	7478663,65
4	285743,03	7474637,40
5	287380,03	7475485,79
6	289675,85	7475345,52
7	284977,89	7473524,60
8	288834,62	7473158,86
9	279876,97	7472621,74
10	283197,67	7471459,12
10A	285743,78	7471902,09
11	279654,24	7470101,87
12	279920,88	7467845,37
13	282207,09	7467670,29
14	283788,80	7469195,66
15	286166,57	7470094,59
16	287596,17	7468137,10
17	284403,27	7467075,28
18	286916,39	7467248,83
19	286606,14	7466223,55
20	284923,02	7465404,18
21	296689,43	7481456,66
22	292388,10	7476025,87
22A	294790,29	7477697,42
22B	293280,07	7470690,51
23	287778,73	7471233,14
24	289384,10	7471727,99
25	289055,53	7469958,43
26	291051,61	7470679,49
27	289311,78	7468464,94

UTB	Coordenada	
	Norte	Leste
28	291867,63	7468829,45
29	292443,06	7468920,90
30	288149,13	7466496,88
31	289598,83	7466680,10
32	290975,37	7467554,81
33	291724,23	7466472,85
34	288499,34	7465638,33
35	289594,72	7465061,73
36	290958,70	7465495,09
37	292784,88	7465309,83
38	294652,77	7465806,43
38A	293540,94	7466457,99
39	297760,85	7470871,72
40	297431,41	7468278,12
41	299206,75	7467728,29
42	301362,70	7467793,84
44	282767,85	7464575,64
45	275630,40	7460526,85
46	279720,96	7461550,28
47	283599,37	7461231,44
48	279231,49	7458246,67
49	283642,45	7458369,94
50	280225,10	7456497,36
50A	280271,30	7455453,98
51	282140,96	7456999,29
54	280662,29	7452652,15
55	286932,47	7464285,62
56	289067,62	7463951,48
57	290865,91	7464319,16
58	292690,10	7463759,98

UTB	Coordenada	
	Norte	Leste
59	285685,62	7462024,85
60	288829,07	7462017,95
61	290776,90	7462395,33
62	292726,67	7461525,30
63	290537,92	7459339,56
64	287023,01	7459761,60
65	285126,81	7456634,82
66	283747,41	7451865,34
66A	283914,81	7454665,13
67	282292,76	7450158,81

MATRIZ DE DISTÂNCIAS

I \ J	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,00	4928,93	4672,43	8965,85	7683,02	7689,59	10284,22	9844,67	13799,84	12906,03
2	4928,93	0,00	4091,48	4129,23	3279,78	4524,44	5402,56	5946,58	9054,67	7982,02
3	4672,43	4091,48	0,00	6388,42	4597,92	3473,47	7693,28	5813,22	12397,88	10403,61
4	8965,85	4129,23	6388,42	0,00	1843,78	3996,05	1350,46	3426,95	6202,7	4071,89
5	7683,02	3279,78	4597,92	1843,78	0,00	2300,09	3101,05	2744,16	8031,1	5805,7
6	7689,59	4524,44	3473,47	3996,05	2300,09	0,00	5038,5	2342,89	10170,39	7554,52
7	10284,22	5402,56	7693,28	1350,46	3101,05	5038,5	0,00	3874,04	5180,2	2726,79
8	9844,67	5946,58	5813,22	3426,95	2744,16	2342,89	3874,04	0,00	8973,73	5887,64
9	13799,84	9054,67	12397,88	6202,7	8031,1	10170,39	5180,2	8973,73	0,00	3518,34
10	12906,03	7982,02	10403,61	4071,89	5805,7	7554,52	2726,79	5887,64	3518,34	0,00
10A	11559,68	6827,53	8385,25	2735,3	3939,56	5226,69	1794,19	3336,58	5910,77	2584,35
11	15912,33	11040,36	13977,8	7592,39	9416,71	11310,54	6329	9675,98	2529,69	3794,47
12	17652,72	12729,08	15273,8	8945,89	10677,77	12304,94	7604,4	10377,28	4776,57	4878,17
13	16757,37	11852,69	13893,68	7813,03	9372,37	10709,41	6476,9	8605,14	5472,32	3916,18
14	14746,89	9889,97	11723,85	5781,99	7243,1	8513,4	4489,28	6416,16	5200,03	2339,37
15	13208,82	8591,2	9695,77	4562,5	5526,07	6315,64	3630,14	4063,03	6778,31	3267,46
16	14928,8	10583,07	10975,45	6759,29	7351,86	7502,42	5990,04	5172,21	8927,37	5512,04
17	16568,94	11807,32	13190,03	7679,88	8921,76	9808	6474,87	7526,4	7158,95	4546,59
18	15886,99	11429,49	12026,49	7481,15	8249,99	8554	6568,34	6213,53	8855,59	5617,41
19	16944,68	12450,71	13097,34	8458	9294,51	9624,63	7480,41	7284,55	9285,39	6247,3
20	18057,64	13377,07	14464,5	9269,56	10376,69	11019,06	8120,61	8685,37	8806,57	6295,96
21	7873,24	10454,95	6605,93	12896,74	11059,66	9302,49	14144,88	11425,91	18992,48	16792,21
22	7769,29	6354,75	3130,09	6788,57	5037,1	2796,28	7820,97	4565,84	12965,97	10262,51
22A	7875,72	8236,89	4199,94	9550,73	7733,25	5629,28	10662,81	7487,88	15753,39	13164,53
22B	13044,88	10402,39	8379,27	8507,92	7602,96	5887,23	8772,58	5084,75	13541,51	10111,65
23	11829,54	7532,1	7985,22	3966,48	4271,29	4528,87	3618,77	2196,19	8022,84	4586,63
24	11282,23	7479,16	7059,94	4660,68	4258,79	3629,27	4758,41	1532,74	9549,04	6192,27
25	13044,46	9052,01	8859,74	5732,83	5775,72	5422,69	5417,08	3208,04	9557,15	6047,03
26	12497,78	9144,98	7991,77	6621,63	6048,22	4864,62	6707,07	3326	11342,17	7892,54
27	14541,7	10560,38	10293,16	7129,88	7281,75	6890,21	6662,04	4718,1	10309,92	6807,89
28	14466,43	11160,06	9902,92	8440,55	8027,79	6874,82	8337,45	5286,1	12576,06	9059,99
29	14503,8	11363,75	9896,92	8807,3	8290,47	6995,22	8770,56	5566,06	13099,72	9587,47
30	16526,09	12274,07	12431,91	8488,65	9021,74	8979,38	7710,1	6697,14	10292,83	7010,04
31	16334,63	12360,57	12034,3	8842,26	9080,92	8665,76	8258,35	6523,66	11393,75	7988,35
32	15577,49	11945,1	11112,18	8805,7	8707,86	7898,35	8462,16	5999,01	12200,33	8702,65

I \ J	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
33	16757,73	13229,29	12233,49	10120,99	10005,25	9106,04	9759,11	7283,71	13347,89	9877,5
34	17370,64	13171,92	13210,41	9411,72	9910,87	9778,23	8636,78	7527,99	11095,64	7873,33
35	17951,76	13935,58	13646,99	10321,27	10656,72	10284,1	9640,29	8132,71	12312,11	9047,03
36	17620,16	13877,62	13171,04	10525,44	10612,29	9933,61	10012,15	7952,67	13175,49	9787,91
37	18099,49	14721,35	13515,13	11687,22	11522,26	10506,24	11332,76	8787,01	14835,03	11389,83
38	18111	15173,75	13450,23	12544,69	12107,13	10759,36	12376,33	9375,97	16271,83	12773,88
38A	17164,58	14044,72	12531,24	11300,88	10929,68	9691,6	11102,38	8188,46	14989,85	11488,88
39	14981,55	13608,35	10513,2	12593,97	11360,06	9240,24	13055,34	9214,58	17969,29	14575,02
40	16982,78	15004,99	12374,6	13306,33	12368,53	10492,7	13513,54	9885,66	18083,84	14584,85
41	18387,68	16686,94	13852,65	15132,99	14143,9	12200,83	15364,17	11707,77	19939,55	16438,05
42	19618,84	18329,78	15224,39	17053,1	15958,73	13914,4	17358,1	13628,5	22021,47	18531,12
44	19442,56	14613,18	16169,06	10492,41	11844,98	12794,95	9217,82	10510,82	8549,67	6896,88
45	26135,99	21211,16	23582,33	17360,09	19021,66	20417,33	16009,9	18273,45	12818,72	13295,79
46	23361,01	18458,34	20334,02	14406,17	15901,56	17012	13077,44	14758,65	11072,55	10501,07
47	22423,68	17700,99	18824,01	13576,26	14747,19	15366,55	12370,21	13025,78	11983,12	10235,56
48	26602,34	21719,84	23418,98	17636,78	19067,93	20036,35	16322,88	17736,78	14389,55	13794,9
49	25202,08	20520,25	21486,87	16402,51	17519,17	18015,88	15213,38	15673,88	14740,84	13096,73
50	27910,43	23078,16	24517,97	18960,71	20291,71	21084,83	17678,12	18754,45	16128,14	15254,19
50A	28889,17	24070,31	25446,19	19948,51	21255,75	22002,7	18673,49	19667,05	17172,28	16270,46
51	26884,95	22131,2	23294,91	18002,15	19214,53	19833,27	16767,05	17491,04	15785,64	14498,38
54	31466,79	26693,51	27882,14	22564,68	23801,32	24417,88	21313,93	22075,14	19985,02	18977,09
55	18827,5	14392,21	14864,2	10419,88	11209,1	11395,06	9443,47	9074,82	10921,11	8087,5
56	19051,37	14926,24	14802,78	11191,14	11657,1	11410,26	10410,12	9210,32	12634,92	9530
57	18779,44	14972,26	14345,41	11519,97	11698,06	11090,39	10927,43	9070,07	13772,77	10477,63
58	19599,02	16105,42	15035,55	12906,58	12872,11	11971,23	12442,91	10158,91	15579,05	12222,22
59	21233,23	16675,14	17378,83	12612,68	13567,16	13905,48	11521,51	11570,75	12084,47	9756,81
60	20985,12	16803,27	16750,84	12991,3	13545,56	13354,44	12134,02	11140,9	13877,33	10993,1
61	20686,39	16803,39	16268,49	13236,62	13524,01	12996,91	12549,47	10937,36	14946,16	11815,12
62	21803,47	18206,64	17257,41	14855,91	14949,3	14152,95	14283,8	12267,34	16977,8	13765,26
63	23714,97	19729,35	19324,8	16031,68	16452,14	16029,16	15235,8	13923,87	17031,5	14169,09
64	23322,37	18917,13	19256,94	14930,76	15728,23	15808,1	13914,12	13519,18	14712,2	12307,11
65	26646,31	22089,39	22723,62	18013,12	18985,15	19255,75	16890,44	16934,92	16826,83	14949,29
66	31572,13	26961,48	27686,27	22859,33	23898,15	24217,04	21694,19	21892,77	21114,17	19601,49
66A	28784,75	24160,1	24940,1	20055,76	21107,05	21467,84	18889,41	19136,94	18404,99	16809,29
67	33515,57	28840,64	29719,66	24720,55	25832,85	26246,53	23519,57	23912,3	22592,46	21319,52

I \ J	10A	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	11559,68	15912,33	17652,72	16757,37	14746,89	13208,82	14928,8	16568,94	15886,99	16944,68
2	6827,53	11040,36	12729,08	11852,69	9889,97	8591,2	10583,07	11807,32	11429,49	12450,71
3	8385,25	13977,8	15273,8	13893,68	11723,85	9695,77	10975,45	13190,03	12026,49	13097,34
4	2735,3	7592,39	8945,89	7813,03	5781,99	4562,5	6759,29	7679,88	7481,15	8458
5	3939,56	9416,71	10677,77	9372,37	7243,1	5526,07	7351,86	8921,76	8249,99	9294,51
6	5226,69	11310,54	12304,94	10709,41	8513,4	6315,64	7502,42	9808	8554	9624,63
7	1794,19	6329	7604,4	6476,9	4489,28	3630,14	5990,04	6474,87	6568,34	7480,41
8	3336,58	9675,98	10377,28	8605,14	6416,16	4063,03	5172,21	7526,4	6213,53	7284,55
9	5910,77	2529,69	4776,57	5472,32	5200,03	6778,31	8927,37	7158,95	8855,59	9285,39
10	2584,35	3794,47	4878,17	3916,18	2339,37	3267,46	5512,04	4546,59	5617,41	6247,3
10A	0,00	6350,05	7096,69	5515,1	3338,66	1856,29	4196,01	5009,5	4798,73	5743,65
11	6350,05	0,00	2272,19	3525,56	4232,70	6512,33	8181,35	5631,47	7802,47	7960,53
12	7096,69	2272,19	0,00	2292,9	4096,84	6638,34	7680,83	4548,06	7020,89	6879,16
13	5515,10	3525,56	2292,9	0,00	2197,40	4642,70	5409,26	2275,35	4728,12	4630,84
14	3338,66	4232,7	4096,84	2197,4	0,00	2542,01	3951,78	2207,62	3684,01	4095,22
15	1856,29	6512,33	6638,34	4642,7	2542,01	0,00	2423,94	3496,49	2942,88	3895,91
16	4196,01	8181,35	7680,83	5409,26	3951,78	2423,94	0,00	3364,82	1118,53	2154,49
17	5009,5	5631,47	4548,06	2275,35	2207,62	3496,49	3364,82	0,00	2519,10	2361,78
18	4798,73	7802,47	7020,89	4728,12	3684,01	2942,88	1118,53	2519,1	0,00	1071,20
19	5743,65	7960,53	6879,16	4630,84	4095,22	3895,91	2154,49	2361,78	1071,20	0,00
20	6549,54	7058,91	5566,03	3537,16	3957,49	4852,46	3822,9	1750,05	2715,93	1871,96
21	14529,18	20472,64	21597,48	19995,05	17797,7	15486,35	16127,55	18914,91	17244,55	18268,02
22	7820,00	14044,39	14911,47	13170,75	10981,78	8595,78	9230,12	11994,6	10342,91	11380,53
22A	10743,6	16934,94	17837,09	16089,75	13903,68	11496,58	11964,73	14856,64	13083,23	14093,61
22B	7633,06	13638,53	13658,79	11477,48	9608,26	7138,41	6231,09	9584,74	7234,74	8030,88
23	2142,08	8202,87	8557,03	6613,4	4480,05	1973,67	3101,42	5355,52	4076,56	5145
24	3644,48	9864,8	10228,74	8244,66	6141,66	3608,39	4011,38	6815,89	5113,94	6165,71
25	3839,99	9402,38	9375,86	7220,57	5321,67	2892,16	2333,87	5473,21	3452,21	4466,41
26	5446,82	11411,99	11485,87	9342,42	7412,83	4919,93	4289,96	7562,45	5373,02	6294,25
27	4954,26	9795,28	9411,31	7148,99	5571,1	3542,33	1746,64	5101,43	2686,4	3513,45
28	6851,47	12279,49	11987,21	9729,83	8087,12	5839,75	4327,2	7667,71	5197,41	5871,46
29	7332,65	12843,22	12568,28	10312,08	8658,61	6385,28	4909,85	8248,9	5774,06	6430,03
30	5916,25	9228,16	8338,01	6056,79	5127,95	4107,8	1730,91	3790,24	1443,97	1567,01
31	6490,81	10516,81	9747,85	7457,77	6331,23	4841,39	2476,58	5210,56	2742,07	3027,32
32	6802,09	11604,11	11058,3	8769,04	7371,51	5438,29	3429	6589,56	4070,49	4567,54

I \ J	10A	11	12	13	14	15	16	17	18	19
33	8077,27	12603,74	11882,88	9592,17	8389,55	6633,59	4450,9	7345,7	4870,05	5124,16
34	6843,09	9907,52	8857,82	6612,21	5902,86	5029,92	2656,98	4340,81	2258,2	1981,59
35	7849,85	11145,22	10066,37	7834,64	7127,27	6089,48	3667,7	5568,25	3457,86	3206,46
36	8261,05	12207,09	11285,26	9017,88	8068,56	6642,27	4276,3	6743,18	4406,34	4413,1
37	9645,46	13977,74	13111,5	10837,96	9799,44	8166,75	5908,98	8565,52	6180,52	6245,94
38	10794,77	15601,49	14872,31	12584,47	11380,36	9508,09	7431,52	10327,73	7869,69	8057,43
38A	9509,68	14356,81	13690,53	11398,5	10129,11	8222,29	6177,35	9158,49	6671,58	6938,76
39	12061,16	18122,96	18094,84	15879,82	14072,21	11620,29	10526,1	13886,6	11433,61	12084,42
40	12236,58	17870,47	17515,87	15236,45	13673,42	11410,35	9836,24	13083,54	10565,27	11018,52
41	14095,11	19696,04	19286,22	16999,75	15487,61	13253,13	11617,76	14817,86	12299,7	12690,13
42	16150,18	21830,81	21441,88	19156,01	17629,72	15369,31	13770,81	16974,64	14456,59	14839,88
44	7907,78	6343	4335,47	3145,04	4731,48	6481,52	5999,72	2987,1	4935,21	4177,08
45	15220,92	10386,15	8483,45	9709,86	11904,1	14232,09	14180,81	10947,37	13136,15	12366,04
46	11976,4	8551,84	6298,26	6605,7	8660,2	10702,85	10266,69	7242,2	9178,65	8321,35
47	10883,99	9708,17	7568,05	6587,65	7966,47	9227,45	7978,88	5898,87	6871,07	5827,67
48	15128,79	11862,73	9623,42	9882,24	11859,57	13728,38	12953,32	10231,89	11836,24	10863,51
49	13694,33	12391,27	10180,06	9410,45	10826,7	11993,26	10537,04	8738,51	9463,26	8394,19
50	16363,42	13616,48	11352,09	11347,36	13188,89	14838,66	13777,38	11373,19	12663,63	11632,55
50A	17334,6	14660,87	12396,34	12368,72	14184,73	15782,95	14646,33	12334	13537,93	12494,54
51	15332,11	13336,46	11070,96	10671,2	12307,18	13700,08	12402,01	10326,83	11307,42	10248,15
54	19909,33	17478,8	15211,29	15097,37	16836,35	18290,31	16966,5	14900,38	15880,07	14815,93
55	7708,67	9316,71	7863,46	5812,5	5830,18	5859,23	3908,24	3765,49	2963,25	1965,2
56	8617,43	11244,5	9941,08	7803,61	7440,92	6793,66	4436,72	5613,75	3937,04	3349,8
57	9150,79	12615,11	11499,03	9284,67	8594,51	7445,75	5026,7	7025,79	4917,48	4666,08
58	10702,58	14496,65	13406,83	11188,56	10429,75	9093,05	6716,19	8925,39	6745,94	6563,82
59	9877,42	10080,46	8192,11	6631,07	7417,44	8084,06	6403,89	5210,68	5367,01	4298,42
60	10354,48	12228,13	10644,93	8706,29	8770,62	8504,17	6242,11	6720,43	5569,6	4756,93
61	10756,9	13531,6	12147,26	10063,14	9750,79	8974,06	6563,91	7907,27	6201,61	5661,31
62	12507,54	15634,76	14280,46	12182,87	11777,94	10792,01	8368,86	10004,05	8155,86	7715,85
63	13446,23	15306,26	13604,06	11781,5	11945,43	11609,45	9276,34	9872,95	8698,97	7927,69
64	12207,7	12697,23	10760,46	9259,61	9973,04	10368,41	8395,08	7768,7	7487,98	6475,37
65	15279,73	14536,51	12360,34	11415,17	12631,9	13499,86	11764,35	10465,49	10763,82	9702,16
66	20135,96	18690,23	16431,79	15879,83	17330,37	18389,07	16720,74	15224,07	15706,5	14640,03
66A	17333,72	16013,9	13772,08	13116,8	14531,08	15592,9	13965,9	12419,75	12936,73	11867,61
67	22015,45	20116,84	17844,89	17511,69	19095,54	20308,66	18744,2	17047,61	17704,43	16633,73

I \ J	20	21	22	22A	22B	23	24	25	26	27
1	18057,64	7873,24	7769,29	7875,72	13044,88	11829,54	11282,23	13044,46	12497,78	14541,7
2	13377,07	10454,95	6354,75	8236,89	10402,39	7532,1	7479,16	9052,01	9144,98	10560,38
3	14464,5	6605,93	3130,09	4199,94	8379,27	7985,22	7059,94	8859,74	7991,77	10293,16
4	9269,56	12896,74	6788,57	9550,73	8507,92	3966,48	4660,68	5732,83	6621,63	7129,88
5	10376,69	11059,66	5037,1	7733,25	7602,96	4271,29	4258,79	5775,72	6048,22	7281,75
6	11019,06	9302,49	2796,28	5629,28	5887,23	4528,87	3629,27	5422,69	4864,62	6890,21
7	8120,61	14144,88	7820,97	10662,81	8772,58	3618,77	4758,41	5417,08	6707,07	6662,04
8	8685,37	11425,91	4565,84	7487,88	5084,75	2196,19	1532,74	3208,04	3326	4718,1
9	8806,57	18992,48	12965,97	15753,39	13541,51	8022,84	9549,04	9557,15	11342,17	10309,92
10	6295,96	16792,21	10262,51	13164,53	10111,65	4586,63	6192,27	6047,03	7892,54	6807,89
10A	6549,54	14529,18	7820	10743,6	7633,06	2142,08	3644,48	3839,99	5446,82	4954,26
11	7058,91	20472,64	14044,39	16934,94	13638,53	8202,87	9864,8	9402,38	11411,99	9795,28
12	5566,03	21597,48	14911,47	17837,09	13658,79	8557,03	10228,74	9375,86	11485,87	9411,31
13	3537,16	19995,05	13170,75	16089,75	11477,48	6613,4	8244,66	7220,57	9342,42	7148,99
14	3957,49	17797,7	10981,78	13903,68	9608,26	4480,05	6141,66	5321,67	7412,83	5571,1
15	4852,46	15486,35	8595,78	11496,58	7138,41	1973,67	3608,39	2892,16	4919,93	3542,33
16	3822,9	16127,55	9230,12	11964,73	6231,09	3101,42	4011,38	2333,87	4289,96	1746,64
17	1750,05	18914,91	11994,6	14856,64	9584,74	5355,52	6815,89	5473,21	7562,45	5101,43
18	2715,93	17244,55	10342,91	13083,23	7234,74	4076,56	5113,94	3452,21	5373,02	2686,4
19	1871,96	18268,02	11380,53	14093,61	8030,88	5145	6165,71	4466,41	6294,25	3513,45
20	0,00	19903,03	12982,59	15763,46	9888,66	6490,91	7738,98	6149,7	8086,32	5350,65
21	19903,03	0,00	6927,83	4211,72	11293,08	13561,74	12166,13	13801,66	12162,74	14940,37
22	12982,59	6927,83	0,00	2926,52	5409,4	6649,54	5243,63	6922,41	5510,89	8162,8
22A	15763,46	4211,72	2926,52	0,00	7167,81	9536,7	8053,62	9632,2	7951,66	10735,58
22B	9888,66	11293,08	5409,4	7167,81	0,00	5528,03	4031,73	4287,49	2228,48	4549,77
23	6490,91	13561,74	6649,54	9536,7	5528,03	0,00	1679,9	1804,19	3319,37	3164,36
24	7738,98	12166,13	5243,63	8053,62	4031,73	1679,9	0,00	1799,81	1969,75	3263,85
25	6149,7	13801,66	6922,41	9632,2	4287,49	1804,19	1799,81	0,00	2122,32	1515,31
26	8086,32	12162,74	5510,89	7951,66	2228,48	3319,37	1969,75	2122,32	0,00	2816,24
27	5350,65	14940,37	8162,8	10735,58	4549,77	3164,36	3263,85	1515,31	2816,24	0,00
28	7743,39	13516,51	7215,21	9337,17	2336,34	4743,08	3816,99	3030,26	2022,01	2581,71
29	8301,7	13235,44	7105,18	9084,97	1957,57	5205,99	4151,74	3542,85	2242,48	3164,3
30	3406,14	17225,9	10429,3	13021,4	6626,69	4750,72	5374,91	3578,24	5091,03	2285,82
31	4846,77	16389,72	9753,11	12179,17	5443,78	4903,36	5052,45	3323,03	4255,07	1807,76
32	6423,09	15030,37	8588,05	10836,33	3891,56	4873,25	4466,27	3076,22	3125,61	1896,27

I \ J	20	21	22	22A	22B	23	24	25	26	27
33	6884,66	15785,04	9576,05	11635,78	4495,47	6182,82	5752,62	4389,89	4260,06	3128,62
34	3583,98	17812,83	11091,59	13601,38	6955,56	5641,03	6153,6	4355,75	5650,43	2941,04
35	4684,23	17864,16	11314,38	13662,15	6727,91	6433,04	6669,58	4926,28	5803,59	3414,94
36	6036,36	16959,15	10627,34	12789,75	5690,44	6560,29	6428,71	4852,15	5185,22	3395,92
37	7862,43	16612,21	10723,37	12548,86	5403,41	7755,45	7263,47	5959,65	5642,46	4692,24
38	9738,06	15782,19	10467,35	11891,78	5073,31	8757,94	7926,14	6969,08	6059,29	5966,05
38A	8682,11	15325,57	9637,08	11308,65	4240,55	7483,65	6712,09	5689,63	4900,79	4681,19
39	13953,63	10639,02	7445,24	7444,08	4484,44	9988,65	8420,4	8753,09	6711,99	8785,18
40	12834,3	13199,41	9244,59	9782,57	4801,38	10094,86	8755,61	8542,76	6816,77	8121,78
41	14471,57	13957,25	10739,82	10903,6	6625,72	11953,38	10605,75	10393,3	8672,7	9922,34
42	16612,46	14439,94	12178,25	11886,02	8586,01	14012,6	12608,11	12496,07	10707,26	12069,59
44	2308,94	21881,02	14955,16	17796,63	12161,35	8332,54	9743,25	8277,03	10289,69	7612,46
45	10494,8	29690,73	22826,3	25727,99	20366,89	16192,79	17737,8	16406,97	18463,19	15817,49
46	6474,09	26157,07	19235,35	22086,52	16352,15	12597,04	14034,31	12563,08	14550,8	11823,54
47	4377,64	24091,68	17208,04	19908,91	13534,76	10839,79	11985,02	10292,22	12033,34	9217,1
48	9144,58	29042,78	22117,78	24907,98	18767,3	15546,83	16876,65	15286,5	17154,89	14353,58
49	7149,84	26518,3	19703,25	22312	15642,25	13511,87	14539,73	12790,4	14367,34	11578
50	10069,85	29900,52	23006,55	25721,34	19284,13	16559,01	17772,44	16098,97	17842,26	15026,33
50A	10983,84	30752,14	23875,07	26562,59	20034,46	17474,08	18651,71	16957,05	18655,59	15843,45
51	8853,35	28457,35	21610,51	24257,32	17650,18	15309,7	16413,33	14688,44	16326,27	13523,37
54	13444,99	32963,14	26150,05	28755,27	22013,41	19897,16	20975,16	19234,17	20806,79	18023,81
55	2299,79	19749,5	12945,93	15544,18	9017,46	6998,87	7835,77	6057,06	7605,84	4809,13
56	4391,81	19092,49	12522,63	14889,58	7947,27	7394,85	7782,94	6006,95	7014,43	4520,05
57	6041,12	18099,92	11805,25	13941,96	6813,38	7571,9	7555,55	5922,73	6363,03	4427,49
58	7939,2	18142,96	12269,6	14094,78	6955,59	8942,57	8626,63	7185,45	7110,84	5792,2
59	3464,31	22331,13	15522,62	18125,24	11522,56	9443,19	10384,11	8619,63	10183,15	7390,79
60	5169,5	20967,79	14452,97	16774,43	9748,05	9274,85	9725,88	7943,7	8942,13	6465,02
61	6581,88	19957,26	13725,43	15819,64	8664,63	9332,52	9436,02	7756,51	8288,71	6243,93
62	8714,51	20321,48	14504,52	16303,24	9181,9	10896,07	10736,27	9197,54	9306,18	7734,34
63	8264,79	22956,64	16788,57	18843,92	11677,47	12209,44	12442,05	10721,84	11351,55	9207,38
64	6020,68	23751,11	17126,31	19545,43	12593,32	11496,4	12197,09	10397,42	11637,43	8999,24
65	8771,72	27382,8	20706,01	23173,6	16249,24	14837,24	15682,1	13890,76	15243,22	12548,53
66	13589,78	32297,71	25659,16	28093,44	21101,15	19782,91	20646,96	18855,66	20182,25	17507,39
66A	10786,27	29681,25	22979,94	25470,81	18561,27	17012,61	17917,99	16134,18	17532,64	14817,62
67	15470,6	34450,25	27767,26	30241,74	23286,72	21776,67	22704,99	20922,71	22311,78	19605,63

I \ J	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
1	14466,43	14503,8	16526,09	16334,63	15577,49	16757,73	17370,64	17951,76	17620,16	18099,49
2	11160,06	11363,75	12274,07	12360,57	11945,1	13229,29	13171,92	13935,58	13877,62	14721,35
3	9902,92	9896,92	12431,91	12034,3	11112,18	12233,49	13210,41	13646,99	13171,04	13515,13
4	8440,55	8807,3	8488,65	8842,26	8805,7	10120,99	9411,72	10321,27	10525,44	11687,22
5	8027,79	8290,47	9021,74	9080,92	8707,86	10005,25	9910,87	10656,72	10612,29	11522,26
6	6874,82	6995,22	8979,38	8665,76	7898,35	9106,04	9778,23	10284,1	9933,61	10506,24
7	8337,45	8770,56	7710,1	8258,35	8462,16	9759,11	8636,78	9640,29	10012,15	11332,76
8	5286,1	5566,06	6697,14	6523,66	5999,01	7283,71	7527,99	8132,71	7952,67	8787,01
9	12576,06	13099,72	10292,83	11393,75	12200,33	13347,89	11095,64	12312,11	13175,49	14835,03
10	9059,99	9587,47	7010,04	7988,35	8702,65	9877,5	7873,33	9047,03	9787,91	11389,83
10A	6851,47	7332,65	5916,25	6490,81	6802,09	8077,27	6843,09	7849,85	8261,05	9645,46
11	12279,49	12843,22	9228,16	10516,81	11604,11	12603,74	9907,52	11145,22	12207,09	13977,74
12	11987,21	12568,28	8338,01	9747,85	11058,3	11882,88	8857,82	10066,37	11285,26	13111,5
13	9729,83	10312,08	6056,79	7457,77	8769,04	9592,17	6612,21	7834,64	9017,88	10837,96
14	8087,12	8658,61	5127,95	6331,23	7371,51	8389,55	5902,86	7127,27	8068,56	9799,44
15	5839,75	6385,28	4107,8	4841,39	5438,29	6633,59	5029,92	6089,48	6642,27	8166,75
16	4327,2	4909,85	1730,91	2476,58	3429	4450,9	2656,98	3667,7	4276,3	5908,98
17	7667,71	8248,9	3790,24	5210,56	6589,56	7345,7	4340,81	5568,25	6743,18	8565,52
18	5197,41	5774,06	1443,97	2742,07	4070,49	4870,05	2258,2	3457,86	4406,34	6180,52
19	5871,46	6430,03	1567,01	3027,32	4567,54	5124,16	1981,59	3206,46	4413,1	6245,94
20	7743,39	8301,7	3406,14	4846,77	6423,09	6884,66	3583,98	4684,23	6036,36	7862,43
21	13516,51	13235,44	17225,9	16389,72	15030,37	15785,04	17812,83	17864,16	16959,15	16612,21
22	7215,21	7105,18	10429,3	9753,11	8588,05	9576,05	11091,59	11314,38	10627,34	10723,37
22A	9337,17	9084,97	13021,4	12179,17	10836,33	11635,78	13601,38	13662,15	12789,75	12548,86
22B	2336,34	1957,57	6626,69	5443,78	3891,56	4495,47	6955,56	6727,91	5690,44	5403,41
23	4743,08	5205,99	4750,72	4903,36	4873,25	6182,82	5641,03	6433,04	6560,29	7755,45
24	3816,99	4151,74	5374,91	5052,45	4466,27	5752,62	6153,6	6669,58	6428,71	7263,47
25	3030,26	3542,85	3578,24	3323,03	3076,22	4389,89	4355,75	4926,28	4852,15	5959,65
26	2022,01	2242,48	5091,03	4255,07	3125,61	4260,06	5650,43	5803,59	5185,22	5642,46
27	2581,71	3164,3	2285,82	1807,76	1896,27	3128,62	2941,04	3414,94	3395,92	4692,24
28	0	582,64	4389,54	3125,24	1555,9	2360,95	4639,89	4400,2	3456,02	3637,17
29	582,64	0	4930,89	3620,87	2005,07	2551,4	5131,09	4796,47	3733,56	3627,2
30	4389,54	4930,89	0	1461,23	3017,75	3575,17	927,23	2037	2982,82	4785,32
31	3125,24	3620,87	1461,23	0	1630,93	2135,47	1514,65	1618,37	1803,74	3468,21
32	4400,2	4796,47	2037	1618,37	2849,84	2554,61	1237,86	0	1431,16	3199,79

I \ J	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
33	3456,02	3733,56	2982,82	1803,74	2059,78	1241,79	2463,52	1431,16	0	1835,55
34	3637,17	3627,2	4785,32	3468,21	2883,44	1574,04	4298,1	3199,79	1835,55	0
35	4110,42	3818,73	6540,18	5128,89	4071,86	3003,4	6155,72	5112,57	3707,16	1932,77
36	2902,37	2696,53	5391,94	3948,35	2790,18	1816,77	5107,79	4185,94	2755,92	1374,73
37	6237,05	5664,33	10560,51	9175,41	7552,79	7469,32	10637,85	10022,05	8670,49	7462,89
38	5591,02	5029,59	9451,64	7993,92	6496,43	5985,89	9313,98	8471,06	7045,65	5513,7
38A	7421,26	6868,02	11125,97	9664,91	8233,2	7587,1	10909,46	9975,04	8545,02	6862,16
39	9551,37	8990,57	13277,07	11816,47	10390,08	9728,57	13042,7	12080,97	10654,93	8930,24
40	10044,95	10606,17	5713,96	7147,8	8731,48	9155,11	5829,18	6844,15	8242,29	10043,9
41	18236,79	18791,63	13869,38	15263,66	16877,8	17157,1	13846,9	14682,2	16113,34	17808,79
42	14160,78	14702,98	9772,55	11130,47	12756,01	12973,43	9683,59	10479,56	11910	13594,12
44	11229,15	11719,15	6958,81	8104,41	9715,46	9668,8	6590,17	7114,44	8505,19	10050,21
45	16482,33	16984,83	12148,67	13364,3	14985,33	14957,89	11854,52	12403,29	13786,48	15283,41
46	13306,19	13739,48	9292,86	10224,34	11753,01	11444,31	8741,78	8955,97	10212,5	11478,07
47	16959,63	17424,78	12758,55	13840,35	15421,91	15223,02	12329,66	12694,03	14006,05	15343,01
48	17702,48	18152,39	13564,87	14595,5	16155,71	15892,92	13092,8	13387,86	14664,39	15928,82
49	15315,37	15756,2	11238,42	12220,39	13764,65	13475,43	10726,69	10980,04	12244,63	13504
50	19679,04	20086,27	15739,41	16632,65	18123,15	17702,49	15167,73	15290,06	16460,77	17526,38
50A	6708,36	7200,86	2523,87	3583,72	5199,29	5267,34	2070	2773,07	4203,96	5941,36
51	5624,46	6007,38	2706,04	2779,85	4077,18	3662,63	1779,99	1229,02	2441,08	3957,67
54	4620,18	4864,5	3481,85	2679,46	3237,49	2318,42	2709,39	1472,18	1179,58	2159,6
55	5135,74	5166,82	5301,98	4252,41	4164,24	2879,68	4592,44	3357,96	2451,19	1552,74
56	9193,47	9654,97	5105,68	6081,5	7652,57	7499,97	4579,77	4950,12	6312,52	7822,45
57	7458,5	7791,76	4530,24	4725,27	5938,29	5313	3635,35	3138,6	4077,47	5146,34
58	6525,91	6734,92	4871,13	4443,77	5163,29	4186,12	3962,86	2916,72	3105,09	3539,25
59	7354,49	7401,03	6757,99	6029,54	6278,69	5048,08	5898,07	4723,92	4345,68	3784,98
60	9582,59	9768,91	7545,43	7400,37	8226,88	7231,26	6620,44	5799,39	6169,89	6379,1
61	10280,86	10642,82	6828,77	7382,44	8738,14	8194,04	6059,32	5891,1	6954,32	7998,87
62	13933,68	14299,48	10314,77	10995,76	12387,56	11845,37	9614,42	9538,08	10607,32	11571,6
63	18807,42	19144,35	15279,3	15928,48	17274,34	16643,59	14569,69	14433,84	15419,88	16199,7
64	16244,24	16611,98	12566,61	13291,64	14696,77	14156,6	11892,39	11846,97	12919,15	13855,97
65	20982,63	21331,77	17355,97	18064,66	19442,44	18844,11	16677,44	16595,65	17615,33	18429,27
66	4400,2	4796,47	2037	1618,37	2849,84	2554,61	1237,86	0	1431,16	3199,79
66A	3456,02	3733,56	2982,82	1803,74	2059,78	1241,79	2463,52	1431,16	0	1835,55
67	3637,17	3627,2	4785,32	3468,21	2883,44	1574,04	4298,1	3199,79	1835,55	0

I \ J	38	38A	39	40	41	42	44	45	46	47
1	18111,00	17164,58	14981,55	16982,78	18387,68	19618,84	19442,56	26135,99	23361,01	22423,68
2	15173,75	14044,72	13608,35	15004,99	16686,94	18329,78	14613,18	21211,16	18458,34	17700,99
3	13450,23	12531,24	10513,20	12374,60	13852,65	15224,39	16169,06	23582,33	20334,02	18824,01
4	12544,69	11300,88	12593,97	13306,33	15132,99	17053,10	10492,41	17360,09	14406,17	13576,26
5	12107,13	10929,68	11360,06	12368,53	14143,90	15958,73	11844,98	19021,66	15901,56	14747,19
6	10759,36	9691,60	9240,24	10492,70	12200,83	13914,40	12794,95	20417,33	17012,00	15366,55
7	12376,33	11102,38	13055,34	13513,54	15364,17	17358,10	9217,82	16009,90	13077,44	12370,21
8	9375,97	8188,46	9214,58	9885,66	11707,77	13628,50	10510,82	18273,45	14758,65	13025,78
9	16271,83	14989,85	17969,29	18083,84	19939,55	22021,47	8549,67	12818,72	11072,55	11983,12
10	12773,88	11488,88	14575,02	14584,85	16438,05	18531,12	6896,88	13295,79	10501,07	10235,56
10A	10794,77	9509,68	12061,16	12236,58	14095,11	16150,18	7907,78	15220,92	11976,40	10883,99
11	15601,49	14356,81	18122,96	17870,47	19696,04	21830,81	6343,00	10386,15	8551,84	9708,17
12	14872,31	13690,53	18094,84	17515,87	19286,22	21441,88	4335,47	8483,45	6298,26	7568,05
13	12584,47	11398,50	15879,82	15236,45	16999,75	19156,01	3145,04	9709,86	6605,70	6587,65
14	11380,36	10129,11	14072,21	13673,42	15487,61	17629,72	4731,48	11904,10	8660,20	7966,47
15	9508,09	8222,29	11620,29	11410,35	13253,13	15369,31	6481,52	14232,09	10702,85	9227,45
16	7431,52	6177,35	10526,10	9836,24	11617,76	13770,81	5999,72	14180,81	10266,69	7978,88
17	10327,73	9158,49	13886,60	13083,54	14817,86	16974,64	2987,10	10947,37	7242,20	5898,87
18	7869,69	6671,58	11433,61	10565,27	12299,70	14456,59	4935,21	13136,15	9178,65	6871,07
19	8057,43	6938,76	12084,42	11018,52	12690,13	14839,88	4177,08	12366,04	8321,35	5827,67
20	9738,06	8682,11	13953,63	12834,30	14471,57	16612,46	2308,94	10494,80	6474,09	4377,64
21	15782,19	15325,57	10639,02	13199,41	13957,25	14439,94	21881,02	29690,73	26157,07	24091,68
22	10467,35	9637,08	7445,24	9244,59	10739,82	12178,25	14955,16	22826,30	19235,35	17208,04
22A	11891,78	11308,65	7444,08	9782,57	10903,60	11886,02	17796,63	25727,99	22086,52	19908,91
22B	5073,31	4240,55	4484,44	4801,38	6625,72	8586,01	12161,35	20366,89	16352,15	13534,76
23	8757,94	7483,65	9988,65	10094,86	11953,38	14012,60	8332,54	16192,79	12597,04	10839,79
24	7926,14	6712,09	8420,40	8755,61	10605,75	12608,11	9743,25	17737,80	14034,31	11985,02
25	6969,08	5689,63	8753,09	8542,76	10393,30	12496,07	8277,03	16406,97	12563,08	10292,22
26	6059,29	4900,79	6711,99	6816,77	8672,70	10707,26	10289,69	18463,19	14550,80	12033,34
27	5966,05	4681,19	8785,18	8121,78	9922,34	12069,59	7612,46	15817,49	11823,54	9217,10
28	4110,42	2902,37	6237,05	5591,02	7421,26	9551,37	10044,95	18236,79	14160,78	11229,15
29	3818,73	2696,53	5664,33	5029,59	6868,02	8990,57	10606,17	18791,63	14702,98	11719,15
30	6540,18	5391,94	10560,51	9451,64	11125,97	13277,07	5713,96	13869,38	9772,55	6958,81
31	5128,89	3948,35	9175,41	7993,92	9664,91	11816,47	7147,80	15263,66	11130,47	8104,41
32	5112,57	4185,94	10022,05	8471,06	9975,04	12080,97	6844,15	14682,20	10479,56	7114,44

I \ J	38	38A	39	40	41	42	44	45	46	47
33	3707,16	2755,92	8670,49	7045,65	8545,02	10654,93	8242,29	16113,34	11910,00	8505,19
34	1932,77	1374,73	7462,89	5513,70	6862,16	8930,24	10043,90	17808,79	13594,12	10050,21
35	0,00	1288,67	5942,83	3718,88	4942,89	6998,07	11948,48	19741,43	15526,54	11962,78
36	1288,67	0,00	6106,44	4295,18	5806,46	7935,01	10936,30	18867,05	14665,51	11231,72
37	5942,83	6106,44	0,00	2614,43	3460,02	4737,79	16261,32	24428,93	20305,83	17131,33
38	3718,88	4295,18	2614,43	0,00	1858,52	3961,00	15123,77	23137,97	18945,28	15523,56
38A	4942,89	5806,46	3460,02	1858,52	0,00	2156,95	16738,47	24651,66	20441,70	16905,59
39	6998,07	7935,01	4737,79	3961,00	2156,95	0,00	18871,28	26738,74	22524,36	18936,76
40	11948,48	10936,30	16261,32	15123,77	16738,47	18871,28	0,00	8205,83	4293,74	3446,02
41	19741,43	18867,05	24428,93	23137,97	24651,66	26738,74	8205,83	0,00	4216,64	8000,05
42	15526,54	14665,51	20305,83	18945,28	20441,70	22524,36	4293,74	4216,64	0,00	3891,49
44	11962,78	11231,72	17131,33	15523,56	16905,59	18936,76	3446,02	8000,05	3891,49	0,00
45	17174,57	16498,06	22421,62	20781,41	22111,35	24102,68	7249,94	4262,27	3339,67	5290,30
46	13286,40	12782,66	18857,98	16979,61	18161,11	20070,30	6267,02	8297,29	5049,01	2861,81
47	17170,22	16629,06	22674,32	20852,90	22055,31	23966,83	8469,01	6111,30	5078,01	5813,54
48	17720,04	17238,66	23315,03	21422,60	22565,67	24436,02	9457,13	6875,45	6121,08	6667,46
49	15300,68	14813,04	20890,79	19000,25	20158,18	22045,35	7602,23	7404,79	5154,40	4476,38
50	19203,34	18880,16	24986,26	22921,04	23899,51	25647,18	12107,96	9345,08	8947,78	9068,10
50A	7868,66	6956,36	12674,01	11232,44	12747,93	14850,56	4174,70	11910,70	7712,83	4520,79
51	5885,12	5127,68	11111,34	9416,62	10819,71	12881,49	6330,61	13866,75	9650,16	6107,40
54	4068,44	3424,96	9511,89	7666,75	9010,64	11056,94	8102,12	15700,38	11483,74	7895,35
55	2835,49	2828,98	8734,37	6549,32	7629,81	9564,83	9955,72	17363,36	13156,03	9435,82
56	9731,91	9019,91	14969,25	13306,65	14674,81	16704,86	3875,55	10166,18	5983,50	2232,01
57	6947,51	6474,22	12576,40	10639,07	11844,99	13800,46	6578,77	13282,62	9120,10	5288,51
58	5163,13	4913,77	10982,93	8881,99	9975,10	11882,89	8300,52	15261,30	11088,18	7271,27
59	4694,46	4999,44	10615,95	8230,13	8970,42	10671,25	10415,50	17125,39	13005,72	9132,02
60	7665,01	7725,94	13607,40	11287,96	12063,13	13735,02	9369,66	14954,72	11040,55	7191,84
61	9734,12	9344,78	15451,08	13448,64	14557,18	16436,05	6425,05	11418,27	7517,92	3725,81
62	13223,55	12934,14	19034,39	16940,17	17925,11	19700,96	8283,79	10263,01	7306,49	4843,75
63	17699,74	17574,37	23613,96	21368,93	22150,04	23749,01	12747,99	11870,44	10488,58	9367,27
64	15473,60	15222,81	21315,87	19183,64	20111,92	21835,57	9976,65	10148,45	8061,86	6573,88
65	19940,36	19803,65	25851,24	23611,18	24387,89	25974,16	14424,65	12324,09	11678,17	11149,45
66	5112,57	4185,94	10022,05	8471,06	9975,04	12080,97	6844,15	14682,20	10479,56	7114,44
66A	3707,16	2755,92	8670,49	7045,65	8545,02	10654,93	8242,29	16113,34	11910,00	8505,19
67	1932,77	1374,73	7462,89	5513,70	6862,16	8930,24	10043,90	17808,79	13594,12	10050,21

I \ J	48	49	50	50A	51	54	55	56	57	58
1	26602,34	25202,08	27910,43	28889,17	26884,95	31466,79	18827,50	19051,37	18779,44	19599,02
2	21719,84	20520,25	23078,16	24070,31	22131,20	26693,51	14392,21	14926,24	14972,26	16105,42
3	23418,98	21486,87	24517,97	25446,19	23294,91	27882,14	14864,20	14802,78	14345,41	15035,55
4	17636,78	16402,51	18960,71	19948,51	18002,15	22564,68	10419,88	11191,14	11519,97	12906,58
5	19067,93	17519,17	20291,71	21255,75	19214,53	23801,32	11209,10	11657,10	11698,06	12872,11
6	20036,35	18015,88	21084,83	22002,70	19833,27	24417,88	11395,06	11410,26	11090,39	11971,23
7	16322,88	15213,38	17678,12	18673,49	16767,05	21313,93	9443,47	10410,12	10927,43	12442,91
8	17736,78	15673,88	18754,45	19667,05	17491,04	22075,14	9074,82	9210,32	9070,07	10158,91
9	14389,55	14740,84	16128,14	17172,28	15785,64	19985,02	10921,11	12634,92	13772,77	15579,05
10	13794,90	13096,73	15254,19	16270,46	14498,38	18977,09	8087,50	9530,00	10477,63	12222,22
10A	15128,79	13694,33	16363,42	17334,60	15332,11	19909,33	7708,67	8617,43	9150,79	10702,58
11	11862,73	12391,27	13616,48	14660,87	13336,46	17478,80	9316,71	11244,50	12615,11	14496,65
12	9623,42	10180,06	11352,09	12396,34	11070,96	15211,29	7863,46	9941,08	11499,03	13406,83
13	9882,24	9410,45	11347,36	12368,72	10671,20	15097,37	5812,50	7803,61	9284,67	11188,56
14	11859,57	10826,70	13188,89	14184,73	12307,18	16836,35	5830,18	7440,92	8594,51	10429,75
15	13728,38	11993,26	14838,66	15782,95	13700,08	18290,31	5859,23	6793,66	7445,75	9093,05
16	12953,32	10537,04	13777,38	14646,33	12402,01	16966,50	3908,24	4436,72	5026,70	6716,19
17	10231,89	8738,51	11373,19	12334,00	10326,83	14900,38	3765,49	5613,75	7025,79	8925,39
18	11836,24	9463,26	12663,63	13537,93	11307,42	15880,07	2963,25	3937,04	4917,48	6745,94
19	10863,51	8394,19	11632,55	12494,54	10248,15	14815,93	1965,20	3349,80	4666,08	6563,82
20	9144,58	7149,84	10069,85	10983,84	8853,35	13444,99	2299,79	4391,81	6041,12	7939,20
21	29042,78	26518,30	29900,52	30752,14	28457,35	32963,14	19749,50	19092,49	18099,92	18142,96
22	22117,78	19703,25	23006,55	23875,07	21610,51	26150,05	12945,93	12522,63	11805,25	12269,60
22A	24907,98	22312,00	25721,34	26562,59	24257,32	28755,27	15544,18	14889,58	13941,96	14094,78
22B	18767,30	15642,25	19284,13	20034,46	17650,18	22013,41	9017,46	7947,27	6813,38	6955,59
23	15546,83	13511,87	16559,01	17474,08	15309,70	19897,16	6998,87	7394,85	7571,90	8942,57
24	16876,65	14539,73	17772,44	18651,71	16413,33	20975,16	7835,77	7782,94	7555,55	8626,63
25	15286,50	12790,40	16098,97	16957,05	14688,44	19234,17	6057,06	6006,95	5922,73	7185,45
26	17154,89	14367,34	17842,26	18655,59	16326,27	20806,79	7605,84	7014,43	6363,03	7110,84
27	14353,58	11578,00	15026,33	15843,45	13523,37	18023,81	4809,13	4520,05	4427,49	5792,20
28	16482,33	13306,19	16959,63	17702,48	15315,37	19679,04	6708,36	5624,46	4620,18	5135,74
29	16984,83	13739,48	17424,78	18152,39	15756,20	20086,27	7200,86	6007,38	4864,50	5166,82
30	12148,67	9292,86	12758,55	13564,87	11238,42	15739,41	2523,87	2706,04	3481,85	5301,98
31	13364,30	10224,34	13840,35	14595,50	12220,39	16632,65	3583,72	2779,85	2679,46	4252,41
32	12403,29	8955,97	12694,03	13387,86	10980,04	15290,06	2773,07	1229,02	1472,18	3357,96

I \ J	48	49	50	50A	51	54	55	56	57	58
33	13786,48	10212,50	14006,05	14664,39	12244,63	16460,77	4203,96	2441,08	1179,58	2451,19
34	15283,41	11478,07	15343,01	15928,82	13504,00	17526,38	5941,36	3957,67	2159,60	1552,74
35	17174,57	13286,40	17170,22	17720,04	15300,68	19203,34	7868,66	5885,12	4068,44	2835,49
36	16498,06	12782,66	16629,06	17238,66	14813,04	18880,16	6956,36	5127,68	3424,96	2828,98
37	22421,62	18857,98	22674,32	23315,03	20890,79	24986,26	12674,01	11111,34	9511,89	8734,37
38	20781,41	16979,61	20852,90	21422,60	19000,25	22921,04	11232,44	9416,62	7666,75	6549,32
38A	22111,35	18161,11	22055,31	22565,67	20158,18	23899,51	12747,93	10819,71	9010,64	7629,81
39	24102,68	20070,30	23966,83	24436,02	22045,35	25647,18	14850,56	12881,49	11056,94	9564,83
40	7249,94	6267,02	8469,01	9457,13	7602,23	12107,96	4174,70	6330,61	8102,12	9955,72
41	4262,27	8297,29	6111,30	6875,45	7404,79	9345,08	11910,70	13866,75	15700,38	17363,36
42	3339,67	5049,01	5078,01	6121,08	5154,40	8947,78	7712,83	9650,16	11483,74	13156,03
44	5290,30	2861,81	5813,54	6667,46	4476,38	9068,10	4520,79	6107,40	7895,35	9435,82
45	0,00	4412,68	2011,80	2979,98	3165,59	5774,58	9786,42	11370,76	13123,83	14544,09
46	4412,68	0,00	3896,77	4457,29	2033,01	6447,82	6769,00	7783,70	9357,96	10531,49
47	2011,80	3896,77	0,00	1044,39	1980,52	3869,97	10278,42	11565,21	13206,34	14426,43
48	2979,98	4457,29	1044,39	0,00	2425,61	2828,98	11062,05	12230,40	13814,38	14940,42
49	3165,59	2033,01	1980,52	2425,61	0,00	4591,74	8720,61	9813,84	11388,82	12529,61
50	5774,58	6447,82	3869,97	2828,98	4591,74	0,00	13215,62	14082,77	15499,45	16372,29
50A	9786,42	6769,00	10278,42	11062,05	8720,61	13215,62	0,00	2161,14	3933,58	5781,57
51	11370,76	7783,70	11565,21	12230,40	9813,84	14082,77	2161,14	0,00	1835,49	3627,53
54	13123,83	9357,96	13206,34	13814,38	11388,82	15499,45	3933,58	1835,49	0,00	1907,97
55	14544,09	10531,49	14426,43	14940,42	12529,61	16372,29	5781,57	3627,53	1907,97	0,00
56	7478,66	4187,22	7769,83	8514,16	6149,85	10633,96	2581,81	3892,28	5665,62	7216,19
57	10311,94	6341,06	10222,78	10785,23	8361,68	12426,36	2956,25	1948,18	3073,15	4235,82
58	12268,16	8191,70	12088,28	12591,65	10183,15	14044,02	4284,02	2311,54	1925,89	2350,02
59	13887,74	9616,61	13474,77	13856,30	11512,68	14976,04	6418,11	4390,32	3356,80	2234,98
60	11359,13	6963,31	10697,31	10977,30	8716,98	11926,84	6120,69	4840,62	4990,39	4916,50
61	7937,42	3655,80	7541,01	8008,81	5609,34	9539,54	4524,92	4662,13	5961,48	6935,63
62	6111,69	2283,41	4903,63	4997,03	3008,01	5982,77	7860,99	8310,44	9590,95	10390,92
63	7817,60	6505,45	5819,13	4996,17	5379,42	3183,87	12822,17	13205,28	14344,71	14881,34
64	5895,83	3714,81	4119,58	3727,92	2931,69	3825,04	10082,66	10620,16	11896,14	12638,12
65	8647,82	8321,32	6667,26	5667,90	6842,16	2979,12	14869,22	15366,73	16553,38	17120,06
66	12403,29	8955,97	12694,03	13387,86	10980,04	15290,06	2773,07	1229,02	1472,18	3357,96
66A	13786,48	10212,50	14006,05	14664,39	12244,63	16460,77	4203,96	2441,08	1179,58	2451,19
67	15283,41	11478,07	15343,01	15928,82	13504,00	17526,38	5941,36	3957,67	2159,60	1552,74

I \ J	59	60	61	62	63	64	65	66	66A	67
1	21233,23	20985,12	20686,39	21803,47	23714,97	23322,37	26646,31	31572,13	28784,75	33515,57
2	16675,14	16803,27	16803,39	18206,64	19729,35	18917,13	22089,39	26961,48	24160,10	28840,64
3	17378,83	16750,84	16268,49	17257,41	19324,80	19256,94	22723,62	27686,27	24940,10	29719,66
4	12612,68	12991,30	13236,62	14855,91	16031,68	14930,76	18013,12	22859,33	20055,76	24720,55
5	13567,16	13545,56	13524,01	14949,30	16452,14	15728,23	18985,15	23898,15	21107,05	25832,85
6	13905,48	13354,44	12996,91	14152,95	16029,16	15808,10	19255,75	24217,04	21467,84	26246,53
7	11521,51	12134,02	12549,47	14283,80	15235,80	13914,12	16890,44	21694,19	18889,41	23519,57
8	11570,75	11140,90	10937,36	12267,34	13923,87	13519,18	16934,92	21892,77	19136,94	23912,30
9	12084,47	13877,33	14946,16	16977,80	17031,50	14712,20	16826,83	21114,17	18404,99	22592,46
10	9756,81	10993,10	11815,12	13765,26	14169,09	12307,11	14949,29	19601,49	16809,29	21319,52
10A	9877,42	10354,48	10756,90	12507,54	13446,23	12207,70	15279,73	20135,96	17333,72	22015,45
11	10080,46	12228,13	13531,60	15634,76	15306,26	12697,23	14536,51	18690,23	16013,90	20116,84
12	8192,11	10644,93	12147,26	14280,46	13604,06	10760,46	12360,34	16431,79	13772,08	17844,89
13	6631,07	8706,29	10063,14	12182,87	11781,50	9259,61	11415,17	15879,83	13116,80	17511,69
14	7417,44	8770,62	9750,79	11777,94	11945,43	9973,04	12631,90	17330,37	14531,08	19095,54
15	8084,06	8504,17	8974,06	10792,01	11609,45	10368,41	13499,86	18389,07	15592,90	20308,66
16	6403,89	6242,11	6563,91	8368,86	9276,34	8395,08	11764,35	16720,74	13965,90	18744,20
17	5210,68	6720,43	7907,27	10004,05	9872,95	7768,70	10465,49	15224,07	12419,75	17047,61
18	5367,01	5569,60	6201,61	8155,86	8698,97	7487,98	10763,82	15706,50	12936,73	17704,43
19	4298,42	4756,93	5661,31	7715,85	7927,69	6475,37	9702,16	14640,03	11867,61	16633,73
20	3464,31	5169,50	6581,88	8714,51	8264,79	6020,68	8771,72	13589,78	10786,27	15470,60
21	22331,13	20967,79	19957,26	20321,48	22956,64	23751,11	27382,80	32297,71	29681,25	34450,25
22	15522,62	14452,97	13725,43	14504,52	16788,57	17126,31	20706,01	25659,16	22979,94	27767,26
22A	18125,24	16774,43	15819,64	16303,24	18843,92	19545,43	23173,60	28093,44	25470,81	30241,74
22B	11522,56	9748,05	8664,63	9181,90	11677,47	12593,32	16249,24	21101,15	18561,27	23286,72
23	9443,19	9274,85	9332,52	10896,07	12209,44	11496,40	14837,24	19782,91	17012,61	21776,67
24	10384,11	9725,88	9436,02	10736,27	12442,05	12197,09	15682,10	20646,96	17917,99	22704,99
25	8619,63	7943,70	7756,51	9197,54	10721,84	10397,42	13890,76	18855,66	16134,18	20922,71
26	10183,15	8942,13	8288,71	9306,18	11351,55	11637,43	15243,22	20182,25	17532,64	22311,78
27	7390,79	6465,02	6243,93	7734,34	9207,38	8999,24	12548,53	17507,39	14817,62	19605,63
28	9193,47	7458,50	6525,91	7354,49	9582,59	10280,86	13933,68	18807,42	16244,24	20982,63
29	9654,97	7791,76	6734,92	7401,03	9768,91	10642,82	14299,48	19144,35	16611,98	21331,77
30	5105,68	4530,24	4871,13	6757,99	7545,43	6828,77	10314,77	15279,30	12566,61	17355,97
31	6081,50	4725,27	4443,77	6029,54	7400,37	7382,44	10995,76	15928,48	13291,64	18064,66
32	4950,12	3138,60	2916,72	4723,92	5799,39	5891,10	9538,08	14433,84	11846,97	16595,65

I \ J	59	60	61	62	63	64	65	66	66A	67
33	6312,52	4077,47	3105,09	4345,68	6169,89	6954,32	10607,32	15419,88	12919,15	17615,33
34	7822,45	5146,34	3539,25	3784,98	6379,10	7998,87	11571,60	16199,70	13855,97	18429,27
35	9731,91	6947,51	5163,13	4694,46	7665,01	9734,12	13223,55	17699,74	15473,60	19940,36
36	9019,91	6474,22	4913,77	4999,44	7725,94	9344,78	12934,14	17574,37	15222,81	19803,65
37	14969,25	12576,40	10982,93	10615,95	13607,40	15451,08	19034,39	23613,96	21315,87	25851,24
38	13306,65	10639,07	8881,99	8230,13	11287,96	13448,64	16940,17	21368,93	19183,64	23611,18
38A	14674,81	11844,99	9975,10	8970,42	12063,13	14557,18	17925,11	22150,04	20111,92	24387,89
39	16704,86	13800,46	11882,89	10671,25	13735,02	16436,05	19700,96	23749,01	21835,57	25974,16
40	3875,55	6578,77	8300,52	10415,50	9369,66	6425,05	8283,79	12747,99	9976,65	14424,65
41	10166,18	13282,62	15261,30	17125,39	14954,72	11418,27	10263,01	11870,44	10148,45	12324,09
42	5983,50	9120,10	11088,18	13005,72	11040,55	7517,92	7306,49	10488,58	8061,86	11678,17
44	2232,01	5288,51	7271,27	9132,02	7191,84	3725,81	4843,75	9367,27	6573,88	11149,45
45	7478,66	10311,94	12268,16	13887,74	11359,13	7937,42	6111,69	7817,60	5895,83	8647,82
46	4187,22	6341,06	8191,70	9616,61	6963,31	3655,80	2283,41	6505,45	3714,81	8321,32
47	7769,83	10222,78	12088,28	13474,77	10697,31	7541,01	4903,63	5819,13	4119,58	6667,26
48	8514,16	10785,23	12591,65	13856,30	10977,30	8008,81	4997,03	4996,17	3727,92	5667,90
49	6149,85	8361,68	10183,15	11512,68	8716,98	5609,34	3008,01	5379,42	2931,69	6842,16
50	10633,96	12426,36	14044,02	14976,04	11926,84	9539,54	5982,77	3183,87	3825,04	2979,12
50A	2581,81	2956,25	4284,02	6418,11	6120,69	4524,92	7860,99	12822,17	10082,66	14869,22
51	3892,28	1948,18	2311,54	4390,32	4840,62	4662,13	8310,44	13205,28	10620,16	15366,73
54	5665,62	3073,15	1925,89	3356,80	4990,39	5961,48	9590,95	14344,71	11896,14	16553,38
55	7216,19	4235,82	2350,02	2234,98	4916,50	6935,63	10390,92	14881,34	12638,12	17120,06
56	0,00	3143,46	5104,74	7058,75	5545,78	2628,85	5418,91	10342,73	7569,75	12341,56
57	3143,46	0,00	1984,04	3928,60	3177,10	2890,15	6533,36	11353,36	8843,87	13541,15
58	5104,74	1984,04	0,00	2135,07	3065,10	4585,65	8068,88	12660,74	10336,54	14890,03
59	7058,75	3928,60	2135,07	0,00	3093,23	5970,12	9037,40	13188,70	11167,40	15429,30
60	5545,78	3177,10	3065,10	3093,23	0,00	3540,16	6049,44	10098,26	8106,53	12339,72
61	2628,85	2890,15	4585,65	5970,12	3540,16	0,00	3656,82	8548,71	5969,50	10704,62
62	5418,91	6533,36	8068,88	9037,40	6049,44	3656,82	0,00	4964,94	2312,71	7068,98
63	10342,73	11353,36	12660,74	13188,70	10098,26	8548,71	4964,94	0,00	2804,79	2242,37
64	7569,75	8843,87	10336,54	11167,40	8106,53	5969,50	2312,71	2804,79	0,00	4789,36
65	12341,56	13541,15	14890,03	15429,30	12339,72	10704,62	7068,98	2242,37	4789,36	0,00
66	4950,12	3138,60	2916,72	4723,92	5799,39	5891,10	9538,08	14433,84	11846,97	16595,65
66A	6312,52	4077,47	3105,09	4345,68	6169,89	6954,32	10607,32	15419,88	12919,15	17615,33
67	7822,45	5146,34	3539,25	3784,98	6379,10	7998,87	11571,60	16199,70	13855,97	18429,27

ANEXO 3 – DETERMINAÇÃO DA DEMANDA

UTB	Renda do Chefe (salários mínimos)	Nº de Domicílios	População	Demanda (salários*peessoa/100000)
1	3,83	208	810	6,45
2	11,49	966	3744	415,56
3	10,56	60	207	1,31
4	6,84	2963	10831	2195,11
5	21,47	1897	7469	3042,02
6	3,25	186	808	4,88
7	4,79	813	3487	135,79
8	6,33	252	958	15,28
9	3,83	545	2380	49,68
10	2,79	4505	18837	2367,61
10A	14,66	2	7	0,00205
11	4,09	4552	18597	3462,33
12	3,97	3592	12932	1844,13
13	4,15	2414	9458	947,51
14	7,41	261	876	16,94
15	5,67	37	142	0,30
16	11,32	1756	6010	1194,66
17	7,33	4358	16462	5258,64
18	13,39	3387	12114	5493,93
19	8,37	2724	8623	1966,03
20	7,59	7487	25305	14379,90
21	3,18	261	1016	8,43
22	6,23	335	1275	26,61
22A	3,18	61	236	0,46
22B	4,13	311	1289	16,56
23	6,35	3900	15714	3891,57
24	9,16	883	3285	265,70
25	11,99	2197	8539	2249,35
26	7,39	5489	22567	9154,01
27	9,92	6521	22197	14358,87
28	6,36	3395	13505	2916,03

UTB	Renda do Chefe (salários mínimos)	Nº de Domicílios	População	Demanda (salários*peessoa/100000)
29	3,07	457	1945	27,29
30	11,01	4741	11560	6034,14
31	17,56	9312	26168	42789,58
32	11,08	4619	16730	8562,17
33	16,01	1404	5800	1303,73
34	9,74	7281	16626	11790,65
35	11,11	5709	14645	9288,88
36	24,67	1802	7072	3143,88
37	2,18	9	43	0,01
38	33,03	336	1251	138,84
38A	22,29	361	1520	122,31
39	11,59	364	1029	43,41
40	5,05	1826	7240	667,62
41	10,83	262	979	27,78
42	5,13	555	1738	49,48
44	5,02	15599	59354	46478,32
45	3,09	6221	26669	5126,55
46	2,94	4280	18273	2299,33
47	4,57	14146	57491	37166,33
48	3,24	9277	39554	11888,94
49	4,37	1987	7855	682,06
50	3,23	2453	10717	849,13
50A	3,53	165	737	4,29
51	4,08	6633	26989	7303,94
54	2,88	284	645	5,28
55	6,51	11716	38782	29579,48
56	7,15	4370	14075	4397,80
57	9,51	5895	21268	11923,15
58	4,05	4987	21073	4256,19
59	5,53	5935	21995	7218,88
60	6,3	5612	21544	7617,01
61	6,01	9112	33682	18445,31
62	4,24	5422	21771	5005,00

UTB	Renda do Chefe (salários mínimos)	Nº de Domicílios	População	Demanda (salários*peessoa/100000)
63	3,37	393	1613	21,36
64	3,41	3009	12985	1332,35
65	2,95	345	1282	13,05
66	3,07	1252	5311	204,14
66A	3,52	682	2772	66,55
67	4,91	456	2143	47,98

ANEXO 4 – MAPAS COM OS RESULTADOS DOS CENÁRIOS SIMULADOS

As figuras a seguir apresentam os resultados de todos os cenários simulados, bem como indica quais Unidades Territoriais Básicas são servidas pelos dois serviços em cada uma das situações. Os círculos em AZUL representam R_1 , o círculo em MAGENTA representa R_2 e o círculo em VERMELHO representa T_1 .

Figura A4.1 – Cenário 1 ($R_1=666$, $R_2=2000$, $T_1=6000$)

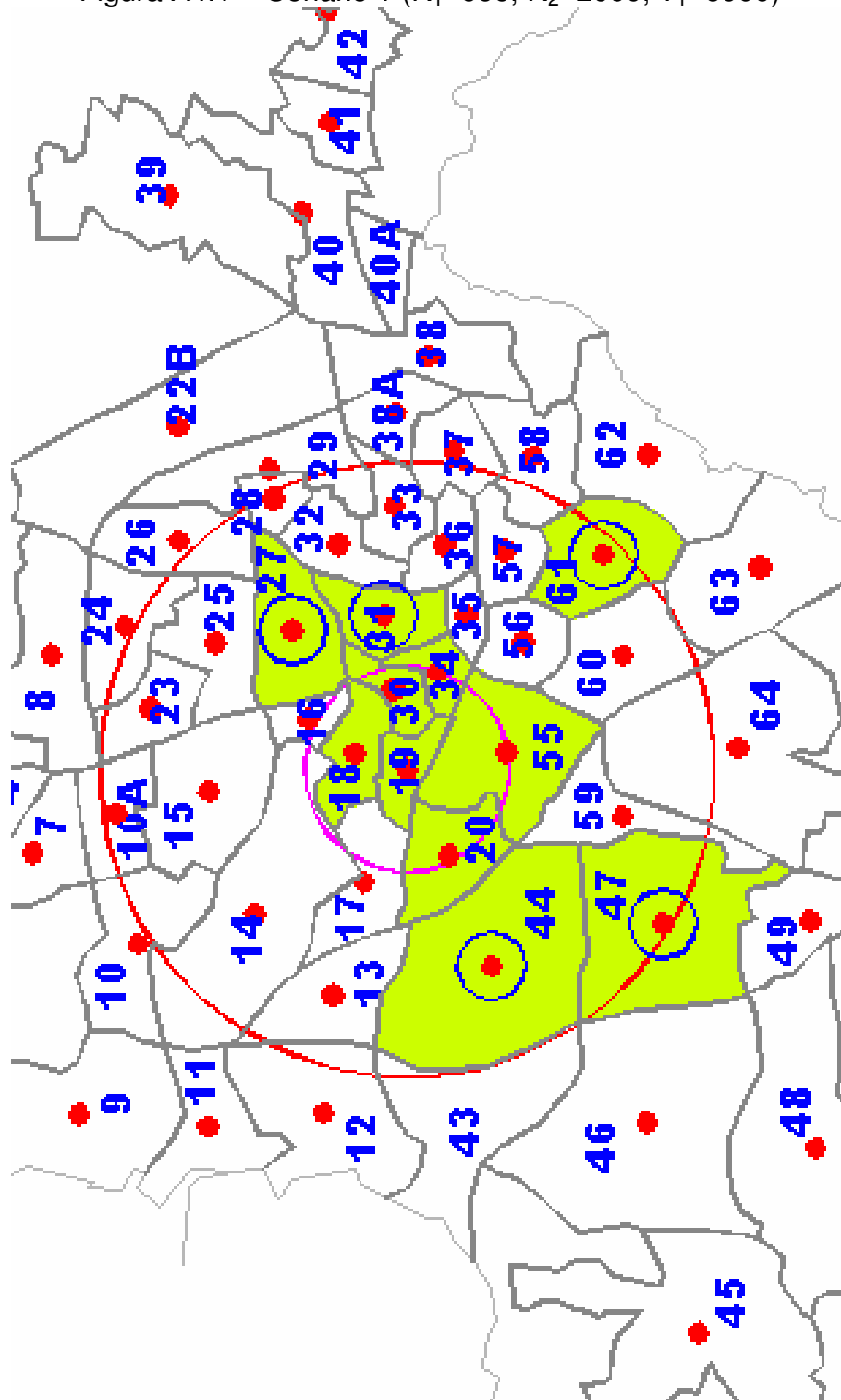


Figura A4.2 – Cenário 2 ($R_1=666$, $R_2=3000$, $T_1=6000$)

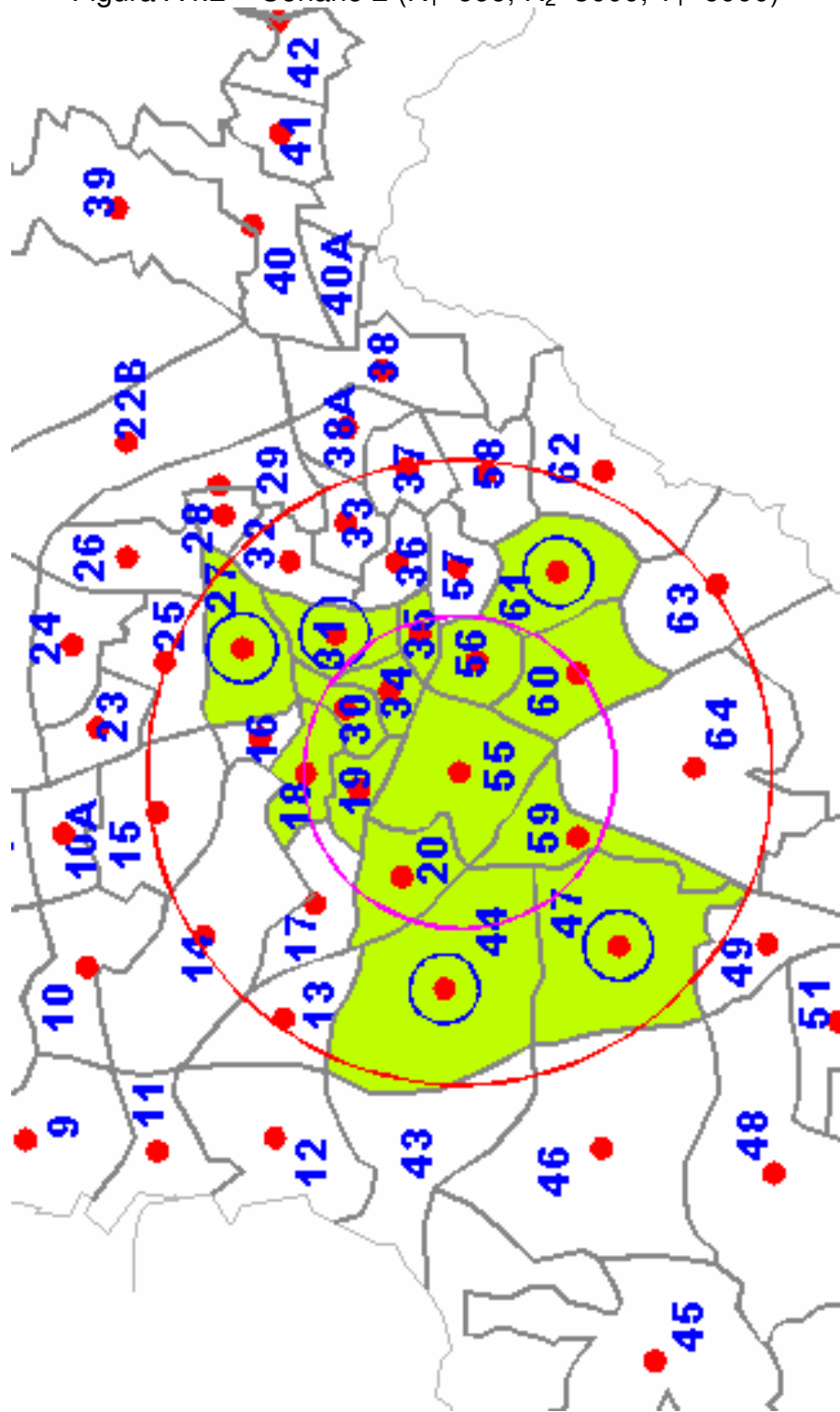


Figura A4.3 – Cenário 3 ($R_1=666$, $R_2=4000$, $T_1=6000$)

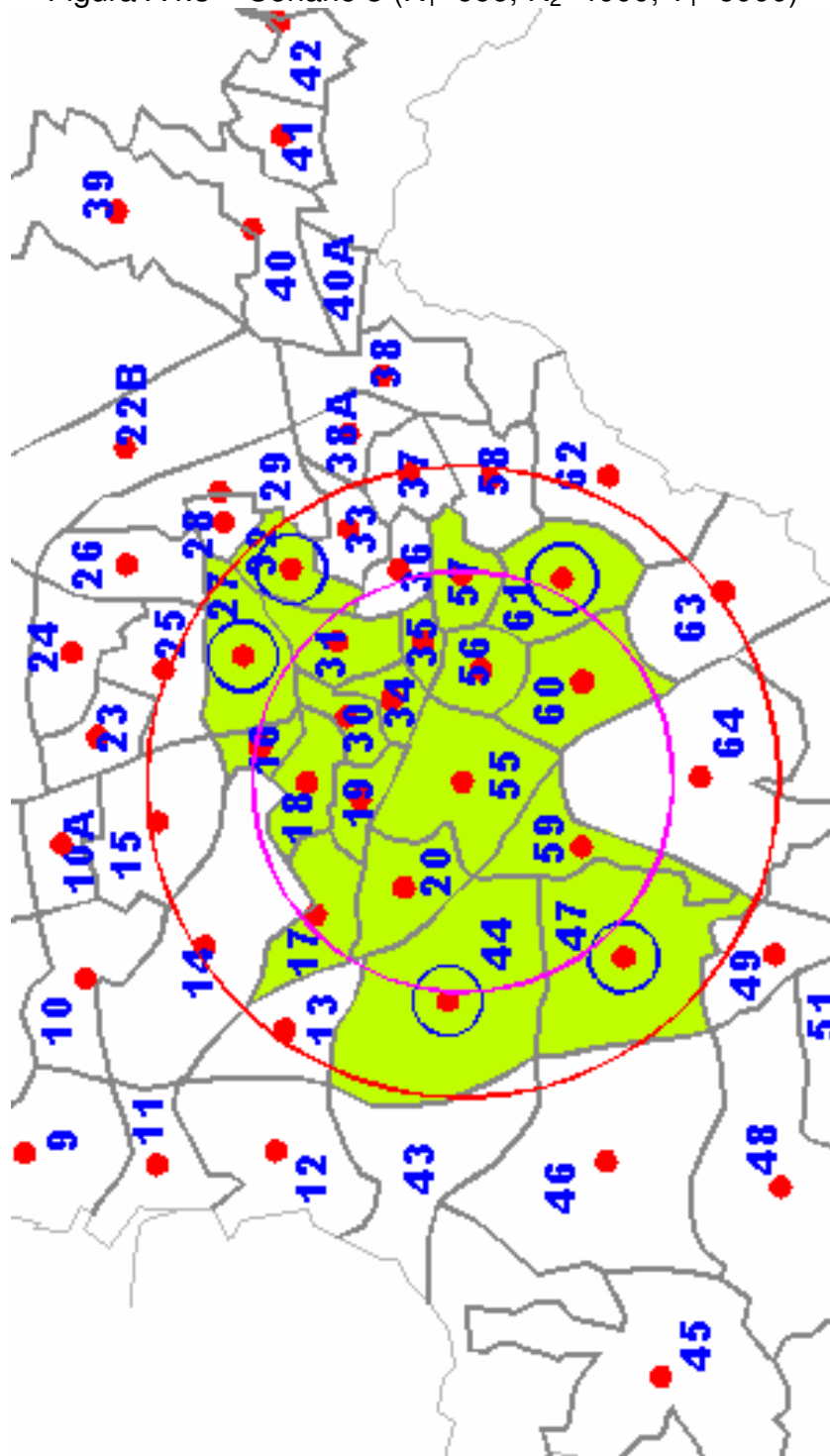


Figura A4.4 – Cenário 4 ($R_1=1000$, $R_2= 2000$, $T_1=6000$)

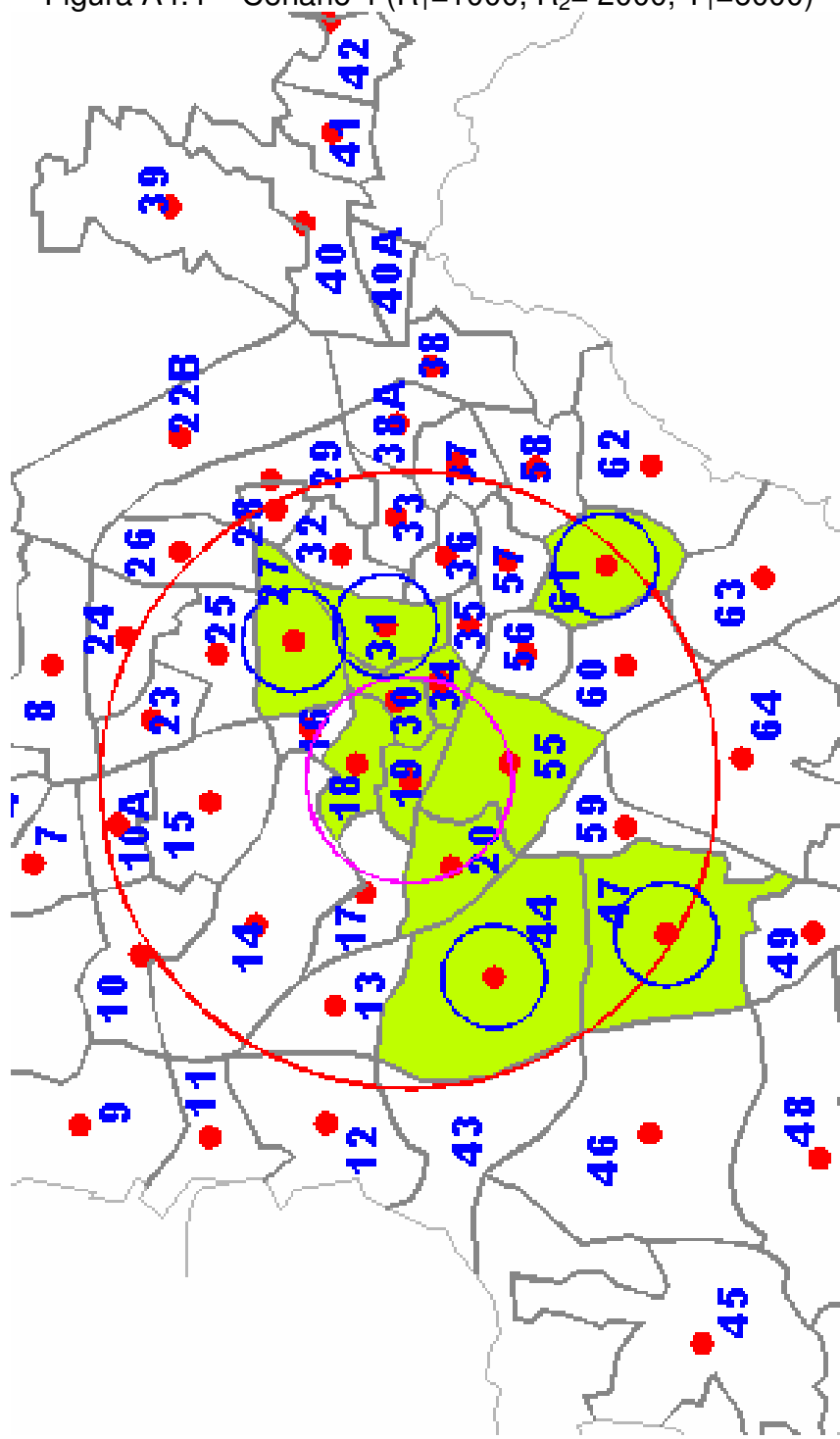


Figura A4.5 – Cenário 5 ($R_1=1000$, $R_2=3000$, $T_1=6000$)

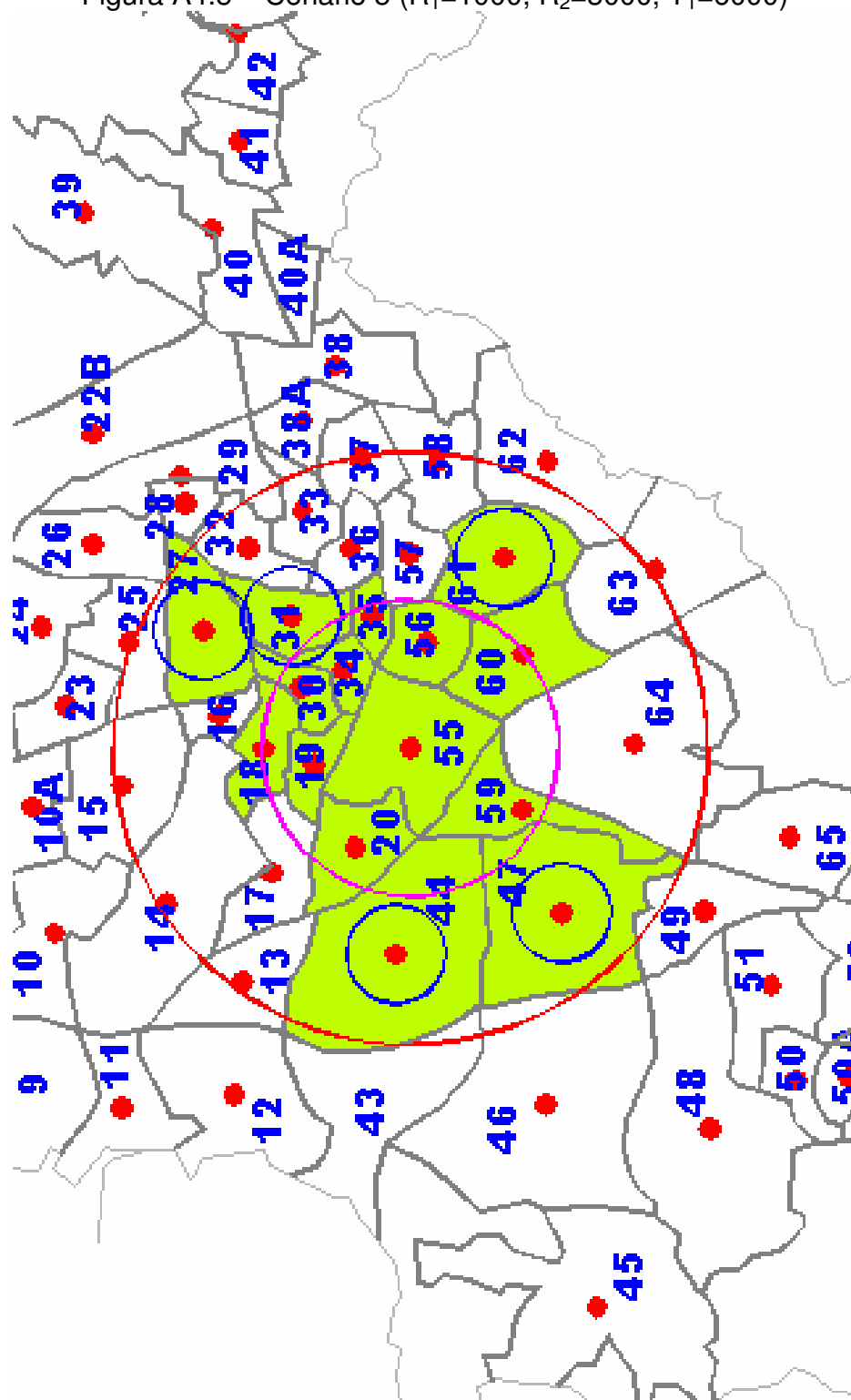


Figura A4.6 – Cenário 6 ($R_1=1000$, $R_2=4000$, $T_1=6000$)

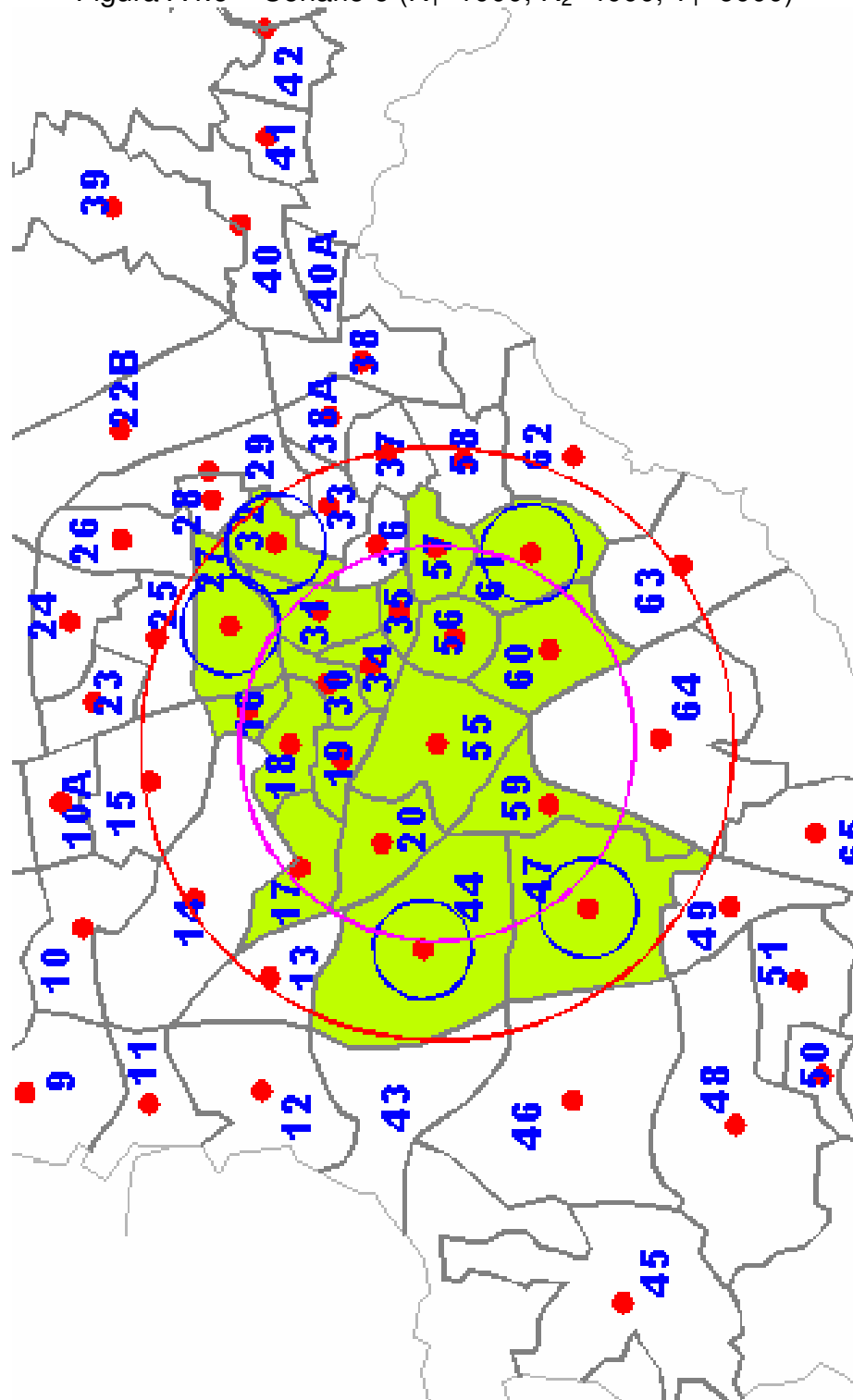


Figura A4.7 – Cenário 7 ($R_1=1332$, $R_2=2000$, $T_1=6000$)

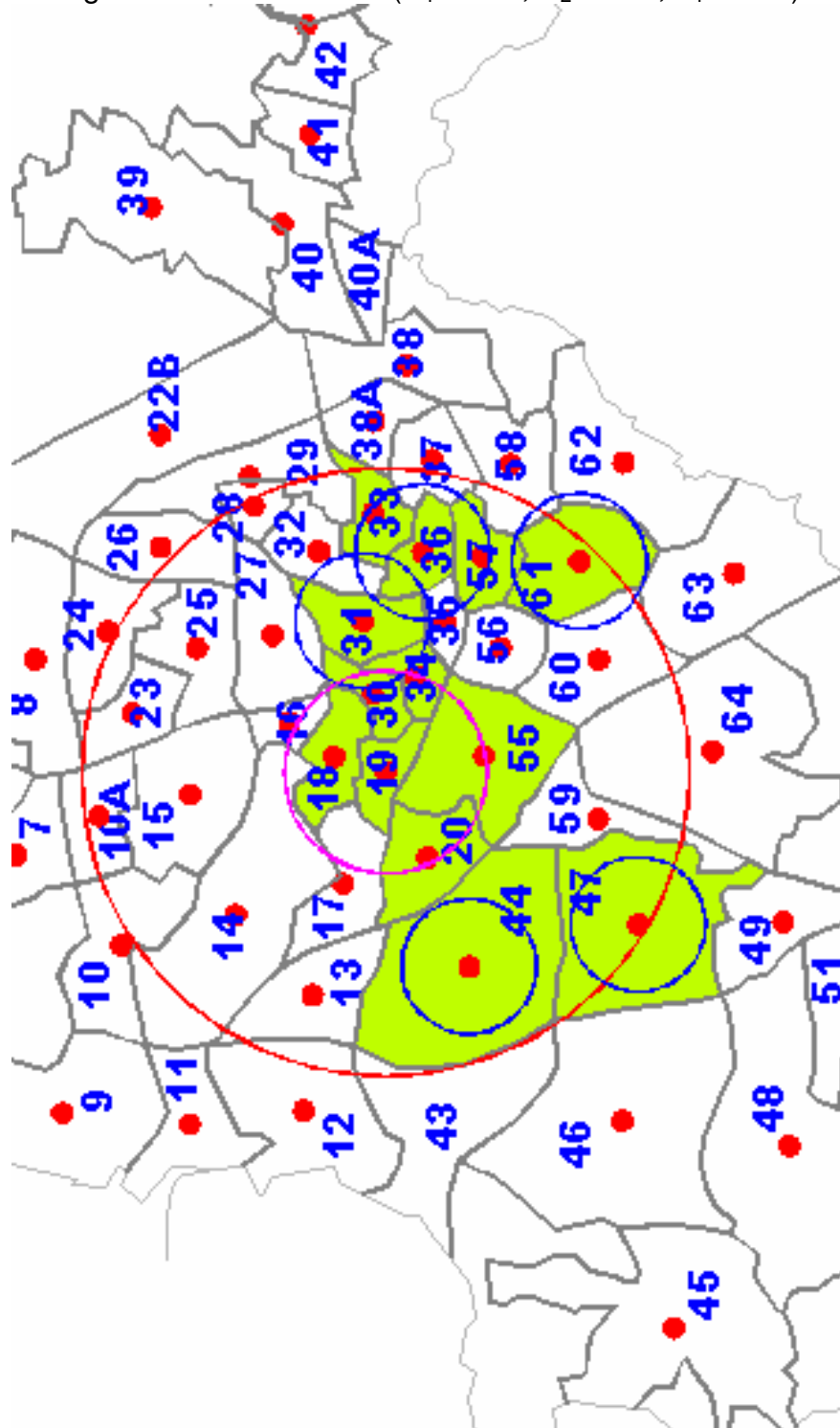


Figura A4.8 – Cenário 8 ($R_1=1332$, $R_2=3000$, $T_1=6000$)

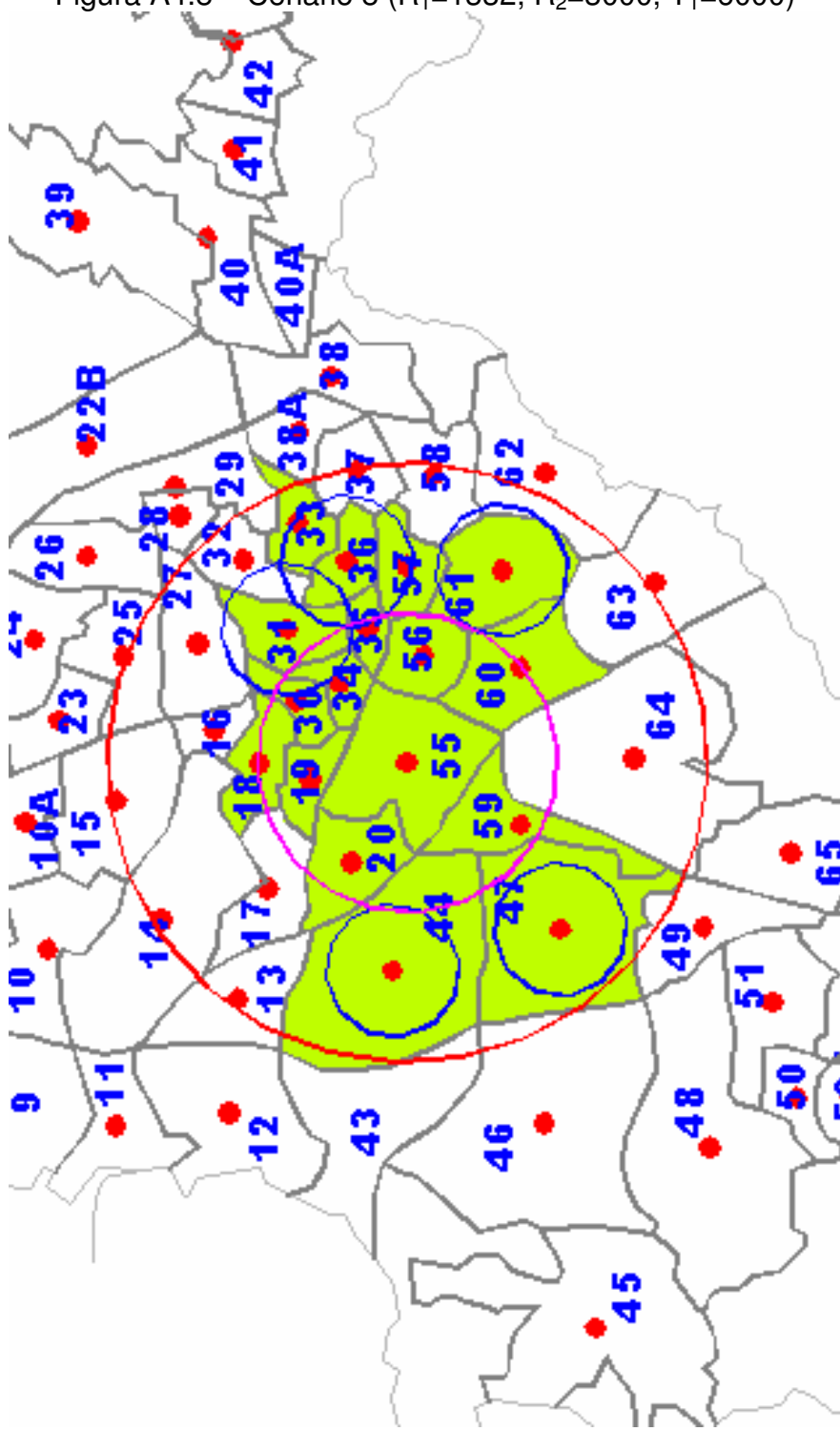


Figura A4.9 – Cenário 9 ($R_1=1332$, $R_2=4000$, $T_1=6000$)

