## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA, ARQUITETURA E URBANISMO

TIAGO GARCIA CARMONA

# ESFORÇOS CIRCUNFERENCIAIS EM TANQUES DE CONCRETO ARMADO COM SEÇÃO CIRCULAR

# TENSÕES ORIGINADAS POR GRADIENTE TÉRMICO

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Campinas 2005

## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA, ARQUITETURA E URBANISMO

TIAGO GARCIA CARMONA

# ESFORÇOS CIRCUNFERENCIAIS EM TANQUES DE CONCRETO ARMADO COM SEÇÃO CIRCULAR

# TENSÕES ORIGINADAS POR GRADIENTE TÉRMICO

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Doutor Newton de Oliveira Pinto Júnior

Campinas 2005

UNIDADE C AWA Nº CHAMADA 9 EX TOMBO BC/ 70860 PROC. 16.123-С D PREÇO 11,00 DATA 06/12/0 BIB-ID 39

## FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

C213e	Carmona, Tiago Garcia Esforços circunferenciais em tanques de concreto armado com seção circular - tensões originadas por gradiente térmico / Tiago Garcia CarmonaCampinas, SP: [s.n.], 2006.
e i s sterre	Orientador: Newton de Oliveira Pinto Júnior. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo.
	1. Tanques. 2. Temperatura. 3. Fissuras. I. Pinto Júnior, Newton de Oliveira. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. III. Título.
Titulo em I Palavras-ch Área de con Titulação:	nglês: Circumferential efforts in reinforced concret tanks – thermal gradie stress nave em Inglês: Tanks; Thermal gradient; Cracks. ncentração: Estruturas. Mestrado

Banca examinadora: Newton de Oliveira Pinto Júnior, Mônica Pinto Barbosa e Maria Cecília Amorim Teixeira da Silva.

Data da defesa: 23/12/2005

### UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO

#### ESFORÇOS CIRCUNFERENCIAIS EM TANQUES DE CONCRETO ARMADO COM SEÇÃO CIRCULAR

#### TENSÕES ORIGINADAS POR GRADIENTE TÉRMICO

**Tiago Garcia Carmona** 

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:

Prof. Dr. Newton de Oliveira Pinto Júnior UNICAMP

Prof. Dra. Maria Cecília Ámorim Teixeira da Silva UNICAMP

Prof. Dra. Mônica Pinto Barbosa FEIS - UNESP

Campinas, 22 de Dezembro de 2005

### AGRADECIMENTOS

Agradeço antes de tudo a Deus por toda a saúde, pela oportunidade do estudo, do trabalho e por poder contribuir humildemente com o desenvolvimento da ciência. Reverencio também os Engenheiros que vieram antes de mim.

Abençoada seja a minha mãe Irani, só quem tem uma dessas sabe o que é. A tia Mercedes pode pegar carona nessa. Você é única.

A meus irmãos Thales e Thomas, pois sem eles não tenho passado. Também não tenho futuro. Sem meus irmãos não tenho nada.

Agradeço a minha querida Erica que, ao contrário de esposas exemplares, não aceitou a minha ausência. Abriu mão do seu próprio descanso e permaneceu calada ao meu lado durante as jornadas de estudo para que eu não ficasse sozinho.

Em verdade não estive só, pois madrugada adentro contei com a felina companhia das amigas Ágata e Luna Garcia.

Dizem que as dificuldades unem as pessoas e as tornam verdadeiras amigas. Agradeço aos amigos de verdade José Antonio, Ibere, André Gustavo e ao grande companheiro Luiz Fontana pelo apoio e bom humor inabaláveis.

Aos mestres Paulo Nakazato, Trajano Machado e ao grande professor, que diariamente me oferta os valiosos segredos do concreto armado e zela por minha vida profissional desde que eu era um garoto, Professor Fernando José Relvas.

Agradeço aos professores da UNICAMP e a meu orientador o Dr. Newton de Oliveira Pinto Júnior, que acreditou em mim desde o início e em certos momentos até mais do que eu.

Quem não acredita em coisas invisíveis padece das dores do mundo "real". Sou muito grato ao Rock and Roll, a arte do Kung-Fu e aos espíritos que me protegem.

Por fim agradeço a aquele que dedicou a sua vida para me ensinar a importância do trabalho e da disciplina. No exemplo da sua luta diária me mostrou que não se medem esforços para buscar o aperfeiçoamento intelectual e cultural, meu pai Antonio Carmona Filho.

"O que limita o Homem não é a sua falta de conhecimento, mas a sua falta de persistência"

A. C. Vasconcelos

### LISTA DE SIMBOLOS

- a Raio interno do cilindro
- *b* Raio externo do cilindro
- *b*<sub>w</sub> Largura da seção transversal
- e Espessura de parede
- f Coeficiente de película ou condutância
- f<sub>ck,est</sub> Resistência característica estimada do concreto
  - f<sub>cmt</sub> Resistência à tração do concreto
    - h Altura do líquido
  - $h_i$  Espessura de uma camada que compõe a parede do tanque
  - n Relação modular
  - p Pressão interna
  - r Raio qualquer da parede do cilindro
  - r<sub>0</sub> Raio médio do cilindro
  - $\frac{I}{-}$  Curvatura da seção
  - $t_i$  Temperatura interna ao tanque
  - t<sub>e</sub> Temperatura externa ao tanque
  - *x* Profundidade da linha neutra
  - y Eixo longitudinal do tubo
  - *w* Deslocamento longitudinal do tubo
- *w*<sub>k</sub> Abertura característica da fissura
  - A Área
- *A<sub>s</sub>* Armadura de tração
- A's Armadura de compressão

- $E_s$  Módulo de elasticidade do aço
- *E<sub>c</sub>* Módulo de elasticidade do concreto
- E Módulo de Elasticidade longitudinal
- H Altura do tanque
- I Momento de inércia
- K Coeficiente de condutibilidade térmica do concreto
- M<sub>y</sub> Momento fletor longitudinal
- $M_{\theta}$  Momento fletor circunferencial
- $M_0$  Momento fletor na extremidade vinculada do tanque
- N Esforço normal
- *N<sub>o</sub>* Força normal na extremidade vinculada
- $N_{\theta}$  Esforço normal circunferencial
- N<sub>y</sub> Esforço normal longitudinal
- ${\it Q}~$  Quantidade de calor
- $R_s$  Resultante de tração na armadura  $A_s$
- *R*<sup>´</sup>s Resultante de tração na armadura *A*<sup>´</sup>s
- T Função temperatura
- $T_1$  Esforço circunferencial de tração na cota mais profunda do tanque
- T<sub>2</sub> Esforço circunferencial de protensão (garante a compressão residual)
- V Força cortante
- $V_0$  Força cortante na extremidade vinculada
- $\alpha$  Coeficiente de dilatação térmica do concreto
- $\beta$  Coeficiente de amortecimento
- $\gamma$  Peso específico do líquido
- $\boldsymbol{\mathcal{E}}_{s}$  Deformação unitária na armadura  $A_{s}$

- $\mathcal{E}_{s}$  Deformação unitária na armadura  $A_{s}$
- $\sigma_{\scriptscriptstyle N}~$  Tensão devida ao esforço normal
- $\sigma_{\scriptscriptstyle{\Delta t}}~$  Tensão devida ao gradiente térmico
- $\sigma_{\scriptscriptstyle p}$  Tensão devida a protensão
- $\sigma_r$  Tensão residual devida a protensão
- $\sigma_{\scriptscriptstyle R}~$  Tensão residual devida a protensão
- $\sigma_{s}$  Tensão na armadura  $A_{s}$
- $\sigma'_s$  Tensão na armadura  $A'_s$
- $\sigma_{\rm s\ {\it \Delta}t}$  Tensão na armadura devida ao gradiente térmico
  - $\eta$  Coeficiente de aderência
  - $\rho$  Taxa de armadura
  - $\phi$  Diâmetro da armadura
  - v Coeficiente de Poisson
  - $\Delta t$  Variação de temperatura ou gradiente térmico

#### RESUMO

O uso de estruturas cilíndricas para armazenamento de líquidos e materiais granulares apresenta-se como uma eficiente solução, pois sob a ação da pressão interna desenvolvem-se predominantemente esforços de tração (esforços circunferenciais) nas paredes da estrutura. A obtenção dos esforços oriundos da pressão interna é apresentada de forma superficial nos primeiros capítulos do presente trabalho.

A ocorrência de manifestações patológicas nestas estruturas muitas vezes está relacionada com o efeito de flexão na parede decorrente da ação de um gradiente térmico pela armazenagem de produtos a elevadas temperaturas. Para a análise deste efeito, são revisados conceitos de termodinâmica aplicados ao problema específico dos tanques.

A consideração do efeito térmico é primeiramente apresentada segundo uma abordagem clássica com a seção não fissurada. Em seguida é apresentada uma formulação pouco difundida no meio técnico, onde a consideração da fissuração da seção de concreto armado modifica substancialmente o problema.

É mostrado que o gradiente térmico não é capaz de produzir o estado limite último da seção, porém possui influência decisiva no controle da fissuração.

Os conceitos teóricos são ilustrados pela apresentação de estudo de caso, onde após as análises decidiu-se pelo reforço com cabos externos protendidos não aderentes.

Palavras-Chave: Tanques, gradiente térmico, fissuração.

### ABSTRACT

The use of cylindrical structures for storage of liquid and granular materials is an efficient solution of engineering, because under the action of the internal pressure, the wall develops preferentially tension forces (circumferential forces) in the structure walls. The first chapters of this work presents briefly how to obtain the internal forces caused by the pressure of the stored materials.

Sometimes the occurrence of damages in cylindrical storage structures is related with a thermal gradient that generates bending effects in structures that store products at high temperature. For the analysis of this effect, concepts of thermodynamic are revised and applied for the case of tanks.

The consideration of the thermal effect is first presented using a classic approach that takes in account a non-cracked section. After that it is present a not well known formulation, where the consideration of cracks in the reinforced concrete sections, bring great changes to the problem.

It is shown that the thermal gradient is not able to produce an ultimate limit-state, but can have decisive influence in crack control.

The theoretical concepts are illustrated with a case, where after the analysis, it was decided to reinforce the structure with external tendons.

Keywords: Tanks, thermal gradient, cracks

# SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS

LI	STA D	ESÍMBOLOS			
R	ESUM	0			
A	BSTRA	NCT			
1	ІМТ	INTRODUÇÃO			
	1.1.	OBJETIVOS	3		
2	ES	FORÇOS QUE SOLICITAM CASCAS CILÍNDRICAS	4		
	2.1.	Momento Fletor no sentido longitudinal da parede - $M_{\gamma}$	9		
	2.2.	Força Cortante – V	10		
	2.3.	Esforço Normal no sentido longitudinal da parede – $N_{y}$	11		
	2.4.	Esforço Normal circunferencial - $N_{ heta}$	11		
	2.5.	Momento fletor circunferencial - $M_{ heta}$	14		
3.	ES	FORÇO NORMAL CIRCUNFERENCIAL ADVINDO DA PRESSÃO INTERNA	16		
	3.1.	CÁLCULO DE ESFORÇOS SEGUNDO A TEORIA DA ELASTICIDADE	16		
	3.2.	CÁLCULO DE ESFORÇOS SEGUNDO A RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS	18		
	3.3.	APLICAÇÃO ÀS SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO	19		
	3.4.	Cálculo de Tensões para Verificação da Fissuração	24		
4	ESFORÇOS CIRCUNFERÊNCIAIS ADVINDOS DE GRADIENTE TÉRMICO				
	4.1.	VARIAÇÃO DA TEMPERATURA ATRAVÉS DE UMA PAREDE DE CONCRETO	26		
	4.2.	CÁLCULO DO GRADIENTE TÉRMICO	29		
	4.3.	TENSÕES TÉRMICAS SEGUNDO A TEORIA DA ELASTICIDADE	34		
	4.4.	TENSÕES TÉRMICAS SEGUNDO A RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS	41		
	4.5.	APLICAÇÃO ÀS SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO	43		
	4.6.	ÎNFLUÊNCIA DA FISSURAÇÃO DA SEÇÃO	44		
	4.7.	TENSÕES DE ORIGEM TÉRMICA EM SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO	46		
	4.8.	AVALIAÇÃO DA ABERTURA DE FISSURAS	50		
5	со	NSIDERAÇÕES SOBRE O USO DE PROTESÃO EXTERNA NÃO ADERENTE	52		
6	ES	TUDO DE CASO	56		
	6.1.	Apresentação do Problema	56		

8.	REF	ERÊ	NCIAS BIBLIOGRÁFICAS	74
7.	CON	ICLU	SÕES	72
	6.6.	Ver	IFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE FORMAÇÃO DE FISSURAS	68
	6.5.	VER	IFICAÇÃO DA ARMADURA EXISTENTE	68
6.4.2		2.	Gradiente Térmico	65
	6.4.	1.	Pressão interna	63
	6.4.	CON	IPOSIÇÃO DO CARREGAMENTO	63
	6.3.	VER	IFICAÇÃO ESTRUTURAL	61
	6.2.	CON	SIDERAÇÕES SOBRE OS DADOS DE PROJETO E PROSPECÇÕES	60

## 1 INTRODUÇÃO

RAVENET (1983) reporta que em 1980 se realizou na Suécia um estudo de todos os silos de concreto armado no país. Os resultados mostraram que 60% apresentavam importantes fissuras e 10% tinham problemas de entrada de água.

No Brasil a incidência de problemas em silos e tanques chama a atenção pelo grande número de obras de recuperação e reforço. Muitas vezes as estruturas demandam de procedimentos onerosos como injeções de fissuras, reparos em armaduras corroídas e reforços de diversos tipos ainda nos primeiros anos de sua vida útil.

Segundo CALIL (1989), estas são as estruturas que tem um dos mais altos índices de ruína.

A ocorrência de sinistros em estruturas de armazenagem é tão presente na engenharia civil, que em 1978, RAVENET dedicou toda uma publicação a casos interessantes ocorridos com silos.

Apesar do desenvolvimento tecnológico das ultimas décadas, seja quanto aos materiais, métodos construtivos ou sistemas de controle de qualidade, cotidianamente são diagnosticadas manifestações patológicas em obras novas.

Com a crescente exigência de qualidade por parte dos consumidores, as empresas de engenharia deverão buscar maior rigor no controle dos condicionantes de durabilidade, acompanhando inclusive a tendência retratada na revisão da Norma Brasileira para projeto de estruturas de concreto.

Neste sentido, a observância dos limites de abertura de fissuras torna-se crucial para o cumprimento da vida útil de projeto, principalmente para estruturas industriais em ambientes de alta agressividade. Estas estruturas comumente estão submetidas à

1

ação de líquidos a altas temperaturas com influência expressiva no controle da fissuração. A diferença de temperatura entre faces opostas de um elemento, ocasionando um fluxo de calor no interior das peças estruturais, é comumente denominada de gradiente térmico. Este termo será assumido para o restante do trabalho.

SLANTER et. Al (1985) e CLELAND et al (1990) apud GHALI (1992) reportam casos de deterioração prematura de tanques protendidos por desempenho insatisfatório em serviço.

A ação do gradiente térmico é ainda um tema controverso, sendo que a bibliografia disponível sobre tanques de concreto armado, muitas vezes, aborda de forma superficial o problema da temperatura.

Segundo BLIGHT (1987) a interação entre a estrutura de armazenamento e o produto armazenado, tem sido estudada com bases racionais desde 1776, quando Coulomb publicou um tratado sobre paredes de reservatórios. Apesar disto, existem ainda muitos aspectos desta interação que não são compreendidos ou recebem, no máximo, uma abordagem empírica.

Embora este trabalho verse especificamente sobre tanques, incorreu-se na busca de material bibliográfico referente a silos e chaminés procurando informações complementares quanto aos conceitos envolvidos.

No caso dos silos, é sabido que a existência de atrito entre o material ensilado e a parede de concreto modifica completamente a distribuição das pressões ao longo da altura tornando complexa a obtenção dos esforços REINBERT (1979). Contudo, o comportamento de uma seção isolada de concreto armado, da-se da mesma forma que para um tanque.

2

Das chaminés, onde não existem esforços de pressão interna, foram estudados os conceitos relativos ao efeito do gradiente térmico sobre a parede uma vez que em seu interior circulam gases a alta temperatura.

### 1.1. OBJETIVOS

Em resumo este trabalho busca reunir e discutir informações sobre a ação dos esforços normais que solicitam as paredes de tanques quando submetidos à pressão interna do líquido.

Abordar os métodos usuais para consideração do gradiente térmico no projeto de tanques de concreto armado.

Discutir o efeito do gradiente térmico sobre as seções de concreto armado após a fissuração da mesma, incluindo o cálculo das tensões em serviço para verificação da fissuração.

Apresentar um estudo de caso com a aplicação dos conceitos abordados ao longo do trabalho.

# 2 ESFORÇOS QUE SOLICITAM CASCAS CILÍNDRICAS

Em se tratando do armazenamento de líquidos, a pressão na face interna da parede do tanque é uma função linear da altura apresentando, portanto, um diagrama triangular de pressões. Este será o carregamento adotado para as análises realizadas neste trabalho.

Não se pretende aqui demonstrar de forma detalhada a obtenção de tais esforços, mas simplesmente fornecer subsídios mínimos para o que segue. Explanações detalhadas podem ser obtidas em trabalhos mais aprofundados sobre o tema como em BELLUZZI (1970).

Os esforços que podem solicitar um elemento infinitesimal da parede do reservatório cilíndrico estão abaixo representados:



Figura 1 – Esforços que solicitam um elemento infinitesimal da parede do tanque.

Existe grande conveniência na utilização da casca cilíndrica para resistir a esforços de armazenamento. Ao se analisar a estrutura por meio de uma sucessão de anéis de bordos livres, sob a ação de uma pressão interna se desenvolverão somente esforços de tração simples. Esta propriedade é típica das tenso-estruturas, e os esforços desenvolvidos são também conhecidos como esforços de membrana.

Para que a condição real de trabalho da estrutura corresponda a esta hipótese, deve-se adotar um detalhe específico que garanta o desviculamento da fundação conhecido como "pé deslizante". Na prática construtiva, este detalhe apresenta relativa dificuldade de execução, desempenho questionável ao logo do tempo, bem como a impossibilidade de manutenção do apoio.

Por outro lado, a existência de vínculos torna a abordagem segundo a teoria de cascas mais adequada e igualmente complexa quando comparada à teoria de membrana.

Os esforços que solicitam as cascas cilíndricas podem ser derivados da equação diferencial de 4ª ordem do deslocamento longitudinal do tubo. Os elementos que participam destas equações estão abaixo indicados:



Figura 2 – Elevação e corte de uma casca cilíndrica submetida a pressão interna.

A equação diferencial que determina os deslocamentos *w* ao longo do comprimento do tubo é:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial y^2} + 4\beta^4 w = \frac{p}{EI}$$
(Eq. 01)

Sendo  $\beta$ , um coeficiente de amortecimento:

$$\beta = \frac{\left[3\left(1-\upsilon^2\right)\right]^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{r\,h}} \tag{Eq. 02}$$

Nesta teoria, uma faixa unitária no sentido longitudinal da casca comporta-se como se estivesse apoiada sobre fundação elástica. As vinculações são levadas em consideração por meio de esforços de extremidade, podendo-se simular inclusive o comportamento semi-rígido da ligação com o fundo do reservatório e da cobertura.

Por se tratar de uma equação diferencial não homogênea, sua solução é composta pela soma de uma solução particular  $(w_1)$  e a solução da equação homogênea  $(w_2)$ .

$$w = w_1 + w_2$$
 (Eq. 03)

A primeira parcela representa o deslocamento pela teoria de membrana, e a segunda representa o efeito dos vínculos sendo função de 4 constantes:

$$w = w_1 + e^{\beta} (C1 \cos\beta + C2 \ sen\beta) + e^{-\beta} (C3 \cos\beta + C4 \sin\beta)$$
(Eq. 04)

Segundo BONILHA (1979), para tubos longos, ou seja, aqueles que possuem  $\beta \ge 4$ , não existe influência de uma borda no comportamento da borda oposta. Matematicamente esta consideração implica na seguinte simplificação:

$$C1 = C2 = 0$$
 (Eq. 05)

Ficando a equação geral dos deslocamentos:

$$w = w_1 + e^{-\beta} (C3 \cos\beta + C4 \sin\beta)$$
 (Eq. 06)

Para a determinação das constantes *C3*, *C4* e os deslocamentos *w*, superpõem-se três casos distintos admitindo que o reservatório esteja cheio até o topo:

 a) Considera-se a vinculação entre a parede e a base articulada móvel, ou seja, condição de "pé deslizante".

$$w_1 = \frac{\gamma r^2}{E h} (H - h) \tag{Eq. 07}$$

b) Na borda inferior aplica-se um esforço cortante radial V<sub>0</sub>, e seu deslocamento será dado por:

$$w_{V0} = -\frac{V_0}{2 E I \beta^3} e^{-\beta} \cos\beta$$
 (Eq. 08)

c) Na borda inferior aplica-se um momento fletor radial *M*<sub>0</sub>, e seu deslocamento será dado por:

$$w_{M0} = \frac{M_0}{2 E \,\mathrm{I}\,\beta^2} \,e^{-\beta} \,(\cos\beta - sen\beta) \tag{Eq. 09}$$

Ao contrario da condição **a**, onde o tubo trabalha livremente, as condições **b** e **c**, representam esforços hiperestáticos desconhecidos no fundo do tanque ( $V_0 \in M_0$ ), que condicionarão a continuidade da vinculação.

Da superposição das três hipóteses, a equação dos deslocamentos resulta:

$$w = \frac{\gamma r^2}{E h} (H - h) - \frac{V_0}{2 E I \beta^3} e^{-\beta} \cos\beta + \frac{M_0}{2 E I \beta^2} e^{-\beta} (\cos\beta - sen\beta)$$
(Eq. 010)

De posse da equação acima, os esforços ( $M_{y}$ ,  $V \in N_{\theta}$ ) podem ser obtidos por meio de derivações sucessivas.

Abaixo segue uma descrição sumária dos esforços representados na figura 01, sendo que os esforços circunferenciais objeto deste trabalho ( $M_{\theta} \in N_{\theta}$ ), serão abordados de forma pormenorizada adiante.

### 2.1. Momento Fletor no sentido longitudinal da parede - $M_y$

A equação do momento fletor longitudinal da parede é uma função resultante da segunda derivada da expressão *10*, conforme abaixo:

$$My = EI \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{V_0}{\beta} e^{-\beta} sen\beta + M_0 e^{-\beta} (cos\beta + sen\beta)$$
(Eq. 011)

Este esforço apresenta um valor máximo na base engastada, sendo muitas vezes representado por um valor positivo (tracionando as fibras internas ao tanque). O esforço é rapidamente amortecido ao longo da altura da parede.



Figura 3 – Distribuição dos momentos My (condição de base engastada).

Os projetistas muitas vezes ignoram este efeito considerando a seção de base sem uma vinculação rígida com a fundação (consideração de pé deslizante). Esta consideração implica em um incremento no esforço normal circunferencial, e caso o detalhe para desvincular a seção inferior do tanque da fundação não seja adotado, a consideração de projeto é a favor da segurança. Segundo CALIL (1989), em geral é dada pouca atenção aos momentos fletores verticais. Como as estruturas de casca são muito redundantes, as fissuras somente reduzem a rigidez de um mecanismo paralelo. Portanto, o projeto tradicional é feito calculando a armadura circunferencial para resistir às tensões de membrana, supondo cada seção da altura da parede como um anel. Seções horizontais são solicitadas por compressão (peso próprio e cargas de gravidade), e são menos suscetíveis a fissuras de flexão. Como conseqüência, a estrutura tende a desenvolver pequenas fissuras horizontais, e transmite sua carga para a ação de anel, como foi previsto no cálculo.

### 2.2. Força Cortante – V

Derivando-se a equação 11, ou da terceira derivada da expressão 10, resulta a equação da força cortante:

$$Vy = EI \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = -V_0 e^{-\beta} (\cos\beta - \sin\beta) - 2M_0 \beta e^{-\beta} \sin\beta$$
(Eq. 012)

Como as paredes do reservatório funcionam como uma casca, tal esforço se apresenta pouco expressivo para a estrutura sendo muitas vezes desconsiderado. A verificação das tensões oriundas deste esforço não será abordada no trabalho.

### 2.3. Esforço Normal no sentido longitudinal da parede – $N_y$

Trata-se do esforço de compressão que solicita as seções **longitudinais** do tanque. Além do peso próprio da parede de concreto, podem ser somadas a este esforço as cargas advindas de lajes, vigas ou pilares que se apóiam sobre o tanque, bem como equipamentos, tubulações e outras sobrecargas.

Por produzir tensões de compressão de pequena magnitude, o esforço normal no sentido longitudinal da parede é pouco importante para o projeto de tanques de concreto. As espessuras de parede usualmente adotadas e a própria forma cilíndrica contribuem para a pequena propensão à ocorrência do fenômeno da instabilidade, o que não é verdadeiro para tanques em chapas de aço.

Por possuir pouca ou nenhuma influência sobre o dimensionamento de tanques e por não ser objetivo do presente trabalho, este item não será detalhado.

### 2.4. Esforço Normal circunferencial - $N_{\theta}$

Diz respeito ao esforço circunferencial de tração que ocorre na parede do tanque de modo a equilibrar a pressão interna.

Da observação da figura 02, se deduz:

$$\sigma_{\theta} = \frac{N_{\theta}}{b_{w} e}$$
(Eq. 013)

onde *b* é uma largura unitária da seção longitudinal, logo b = 1

Supondo comportamento elástico linear do material:

$$\sigma_{\theta} = E \, \mathcal{E} \tag{Eq. 014}$$

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta r}{r} \tag{Eq. 015}$$

Denotando 
$$\Delta r = w$$
 (Eq. 016)

$$N_{\theta} = \frac{E e}{r} w \tag{Eq. 017}$$

Como já dispomos da equação de  $W, N_{\theta}$  fica:

$$N_{\theta} = \gamma r (H - y) - 2 r \beta V_0 e^{-\beta} \cos\beta + 2r\beta^2 M_0 e^{-\beta} (\cos\beta - sen\beta)$$
(Eq. 018)

A variação do esforço normal circunferencial está abaixo representada de forma esquemática.



Figura 4 – Distribuição dos Esforços Normais N<sub>0</sub>.

De forma rigorosa, a pressão interna produz tensões normais circunferênciais que variam na espessura da seção. Conforme será visto adiante, quando a espessura de parede é pequena em relação ao diâmetro do tubo, o elemento é classificado como casca delgada e a tensão normal circunferencial varia pouco na espessura da parede. Esta condição pode ser aceita quando a relação  $r_0 \ge 20 e$ , é satisfeita. Assumindo uma distribuição uniforme da tensão normal, representa-se a resultante destas tensões por um esforço normal resultante ( $N_{\theta}$ ).

Uma abordagem mais simples pode ser realizada considerando que o tubo é composto por uma série de anéis de altura unitária analisados de forma independente.

Esta simplificação é amplamente utilizada por sua aplicabilidade a tubos longos em seções distantes dos vínculos.

### 2.5. Momento fletor circunferencial - $M_{\theta}$

O momento fletor circunferencial pode possuir origem em basicamente dois tipos de ação: carregamento axialmente assimétrico ou por um gradiente térmico na espessura da parede.

Qualquer carregamento axialmente assimétrico, que tenda a ovalar a seção transversal do cilindro, induzirá momentos fletores positivos e negativos. Esta ação é bastante incomum no caso de tanques e não será abordada.

No caso do gradiente térmico, um interessante mecanismo termo-dinâmico tem lugar. O contato entre um fluido a alta temperatura e a superfície do concreto leva à dilatação das fibras internas. Caso a superfície oposta, geralmente a externa, esteja submetida a uma temperatura menor, esta tenderá a se contrair. Como estas deformações são impedidas pela continuidade do anel, surgirão tensões de tração e de compressão características de um esforço de flexão.

A obtenção deste tipo de esforço, bem como sua ação sobre seções de concreto armado será detalhada ao longo do trabalho.

Para casos genéricos de vinculação (apoio móvel, fixo e engaste), as expressões deduzidas até o momento sofrem uma simplificação importante, possibilitando a construção de ábacos que resultam em uma forma mais ágil na obtenção dos esforços solicitantes. Estes elementos já estão consagrados no meio técnico, podendo ser encontrados em obras amplamente utilizadas pelos engenheiros projetistas como em MONTOYA et al (2000).

GUIMARAES (1995) apresenta um estudo comparativo para uma configuração específica de tanque, onde o problema é abordado fazendo uso das equações diferenciais apresentadas, e com a utilização de ábacos. A comparação dos resultados indica diferenças pouco expressivas. No mesmo trabalho foi elaborado um programa

14

para obtenção dos esforços tendo por base as equações simplificadas, que constituem também uma ferramenta adicional ao projeto de tanques, dentro das limitações de geometria, cargas e vinculações do programa.

Outra possibilidade para a obtenção dos esforços é a simulação da estrutura pelo método dos elementos finitos. A utilização de programas de análise discreta se difundiu no meio técnico e hoje está disponível em todos os escritórios de médio e grande porte. Com esta ferramenta é possível lidar com casos particulares onde os métodos clássicos não se aplicam. Algumas situações exigem maior refinamento dos cálculos caso se deseje uma solução mais precisa e econômica, tais como a existência de aberturas, a solicitação por carregamentos não uniformes ou assimétricos e casos atípicos de vinculação.

Dos cinco esforços acima citados, o mais importante e que em geral comanda o dimensionamento das seções é o esforço normal circunferencial devido à pressão interna.

A seguir será detalhado o procedimento para obtenção dos esforços objeto dês trabalho: esforços circunferênciais normal e momento fletor.

# 3. ESFORÇO NORMAL CIRCUNFERENCIAL ADVINDO DA PRESSÃO INTERNA

Além da abordagem segundo a teoria de cascas apresentada, é bastante difundido estudo de tubos longos pela teoria da elasticidade e de modo mais simplificado pela resistência dos materiais.

Conforme segue, a ação da pressão interna sobre as paredes do reservatório será analisada segundo estas duas teorias, e posteriormente será abordada a sua aplicação sobre seções de concreto armado.

### 3.1. Cálculo de Esforços segundo a Teoria da Elasticidade

Segundo VOLTERRA (1971), um cilindro solicitado por pressão interna apresenta tensões radiais e circunferenciais. As tensões radiais são máximas na superfície interna e zero na face externa, sendo de pequena importância para as estruturas civis.



Figura 5 – Distribuição das tensões radiais ( $\sigma_r$ ) e circunferenciais ( $\sigma_{\theta}$ ).

Deduzidas a partir de uma função de tensão em coordenadas polares, as tensões circunferênciais resultam:

$$\sigma_{\theta} = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \left( I + \frac{b^2}{r_0^2} \right)$$
(Eq. 019)

A expressão acima revela uma distribuição parabólica das tensões na espessura da parede. Contudo o comportamento não-linear das tensões tende a ser menos importante quanto mais delgada for a parede do cilindro. TIMOSHENKO (1968) propõem que quando a espessura t = (b-a) é muito pequena em comparação com o raio médio  $r_o = (b-a)/2$ , ou seja, se existe uma pequena diferença entre os raios interno e externo, as tensões podem ser tomadas como constantes na espessura da parede.

$$\sigma_{\theta} = \frac{\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{p}}{e} \tag{Eq. 020}$$

A integração destas tensões na espessura da parede resulta em uma expressão de grande utilidade prática por sua simplicidade, onde o parâmetro de interesse para o dimensionamento é o esforço normal que atua na seção:

$$N = r_0 \, . \, p$$
 (Eq. 021)

Aceita-se esta simplificação quando a relação espessura  $(b-a)/r_0$  não ultrapassa o valor já apresentado de:

$$\frac{(b-a)}{r_0} \le \frac{1}{20}$$
 (Eq. 022)

Quando esta relação é atendida, o elemento é classificado como uma casca delgada.

### 3.2. Cálculo de Esforços segundo a Resistência dos Materiais

Nos textos de resistência dos materiais como por exemplo em POPOV (1968), é comum encontrar uma dedução simplificada para obtenção deste esforço, onde se supõe um setor circular solicitado por uma pressão interna.

Neste caso, as forças resultantes nas extremidades do setor circular devem equilibrar a resultante das tensões no sentido do eixo *y*. A integração da projeção da força que atua em uma porção diferencial de arco na direção y se resume na resultante das tensões neste eixo.



Figura 6 – Esforço normal circunferencial devida à pressão interna.

### 3.3. Aplicação às seções de concreto armado

Conforme indicado anteriormente, a pressão interna em um tanque se traduz em um esforço de tração na parede de concreto. Será apresentado abaixo um sistema de análise para seções de concreto armado submetidas à flexo-tração com pequena excentricidade.

Segundo FUSCO (1981), estas peças devem ser admitidas com suas seções transversais completamente fissuradas, e a seção resistente é formada apenas pelas duas seções de armadura  $A_s$  e  $A_s$ '.

Para o caso particular onde estas quantidades de armadura são iguais, e o esforço normal é aplicado no centro da seção tem-se:



Figura 7 – Forças e deformações que se desenvolvem em uma seção submetida a tração simples com As' = As.

Nesta condição, as resultantes de tração e as tensões nas armaduras serão iguais caracterizando um estado de tração simples da peça.

$$R_{s}' = R_{s} = \frac{N}{2}$$
 (Eq. 028)

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_{s}^{'} = \boldsymbol{\mathcal{E}}_{s} \tag{Eq. 029}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{s} = \boldsymbol{\sigma}_{s} = \frac{N}{2A_{s}}$$
(Eq. 030)

Para o caso mais genérico, onde as armaduras *As*' e *As* são diferentes, e o esforço normal continua sendo aplicado no centro geométrico da seção temos:



Figura 8 – Forças e deformações que se desenvolvem em uma seção submetida a flexo-tração com pequena excentricidade onde As'  $\neq$  As.

O equilíbrio das forças revela que as resultantes de tração nas armaduras devem ser idênticas. Como neste caso as quantidades de armadura não são iguais  $(A_s \neq A_s)$ , e as tensões resultantes em utilização são também diferentes:

$$R_{s}' = R_{s} = \frac{N}{2}$$
 (Eq. 031)

$$\sigma_s' = \frac{N}{2.A_s'} \neq \sigma_s = \frac{N}{2.A_s}$$
(Eq. 032)

Neste caso estamos tratando de um problema de flexo-tração com pequena excentricidade, caracterizado por diferentes deformações específicas  $\mathcal{E}'_{s}$  e  $\mathcal{E}_{s}$ .

O que se pretende mostrar é que, tradicionalmente, na bibliografia técnica o esforço normal possui ponto definido de aplicação e variam as tensões nas armaduras para equilibrar o sistema.

Para o caso específico de paredes de tanques cilíndricos, uma consideração distinta será apresentada a seguir.

Sob a ação da pressão interna, é lógico supor que ocorre o aumento do diâmetro do cilindro, sem que ocorra a curvatura da seção.



Figura 9 - Aumento do diâmetro do tanque sob a ação da pressão interna.

Sendo  $\mathcal{E}_{s}^{\,\prime} = \mathcal{E}_{s} = \mathcal{E}$ , mesmo que as quantidades de armadura sejam diferentes  $(A_{s} \neq A_{s})$  as tensões serão iguais, e as resultantes de tração nas armaduras serão diferentes.

Com o acima exposto, fica claro que a posição da solicitação (*N*), deverá ser tal que equilibre as resultantes *Rs*' e *Rs*.

$$\boldsymbol{\sigma}_{s} = \boldsymbol{\sigma}_{s} = \boldsymbol{\mathcal{E}} \cdot \boldsymbol{E}_{s} \tag{Eq. 033}$$

$$R_{s'} = A_{s'} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{s'}$$
(Eq. 034)

$$R_s = A_s \cdot \boldsymbol{\sigma}_s \tag{Eq. 035}$$



Figura 10 – Equilíbrio de forças na seção do tanque sob a ação do esforço normal.

Do diagrama de forças: 
$$A_{s}$$
.  $\sigma_{s}$ ' +  $A_{s}$ .  $\sigma_{s} = N$  (Eq. 036)

Para o caso dos tanques, onde o esforço normal é uma ação indireta da pressão interna exercida pelo líquido e ocorre a imposição de uma deformação normal sem que ocorra curvatura da seção, mesmo que as armaduras  $A_s$  e  $A_s$ ' sejam diferentes, as tensões serão iguais.

Para o dimensionamento da seção do tanque, basta substituir as tensões  $\sigma_s$  e  $\sigma_s$ ' pela tensão de escoamento do aço  $f_{yd}$  e multiplicar o esforço normal pelo respectivo coeficiente de segurança ( $\gamma_f$ ).
$$(A_s' + A_s)$$
.  $f_{yd} = N_k \gamma_f$  (Eq. 037)

$$(A_{S}' + A_{S}) = \frac{Nd}{f_{vd}}$$
(Eq. 038)

As quantidades  $A_s$  e  $A_s$ ' deverão ser adotadas de forma que a sua soma resulte igual ao termo à direita da expressão.

Caso na seção exista apenas uma camada de armação (*As*), o esforço normal solicitante N, coincidirá com a resultante de tração, ou seja, o centro de gravidade da armadura.

O valor a adotar para o coeficiente parcial de segurança desta ação costuma ser objeto de polêmica. Usualmente o valor adotado para  $\gamma_{f}$  é o de 1,4. Os projetistas se questionavam sobre qual a variabilidade do empuxo de um líquido, para o qual o peso específico é perfeitamente determinado. Realmente para uma condição estática, o valor de 1,4 parece exagerado tendo em conta que a ação é proveniente de uma pressão hidrostática.

A revisão da norma NBR-6118 (2003), contudo, é mais flexível à medida que em seu item 11.4.1.3 permite que seja adotado um coeficiente de majoração das cargas de *1,2* para o caso específico de tanques, reservatórios, decantadores etc.

### 3.4. Cálculo de Tensões para Verificação da Fissuração

Novamente toma-se para a análise, uma altura unitária da parede ( $b_w = 1,0 m$ ).

Conhecidos *As, As' e N*, e fazendo uso das expressões do item anterior, fica determinada a tensão nas armaduras dividindo-se o esforço normal (em serviço) pela quantidade total de armadura na seção:

$$\boldsymbol{\sigma}_{s'} = \boldsymbol{\sigma}_{s} = \frac{N_k}{\left(A_{s'} + A_{s}\right)} \tag{Eq. 039}$$

Para avaliação da abertura de fissuras, a norma Brasileira atualmente em vigor NBR-6118 (2003) que será utilizada adiante, baseia-se na análise da armadura tracionada segundo o comportamento de um tirante. Nas expressões recomendadas os termos envolvidos dizem respeito, além dos parâmetros da barra de aço, às propriedades do concreto de envolvimento e a interface entre estes dois materiais (aderência).

Tais expressões estão abaixo transcritas, e serão utilizadas nas análises realizadas no estudo de caso:

$$W_k = \frac{\phi_i}{12,5 \eta_i} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3 \sigma_{si}}{f_{ctm}}$$
(Eq. 040)

$$W_{k} = \frac{\phi_{i}}{12,5 \eta_{i}} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45\right)$$
(Eq. 041)

A abertura estimada de fissuras será a menor entre as obtidas pelas expressões acima.

A publicação do IBRACON (2003) sobre comentários da norma, indica que podem ser fixadas aberturas mais restritas caso estas afetem a funcionalidade da estrutura como a estanqueidade dos reservatórios ou desconforto psicológico dos usuários.

Ainda segundo esta publicação, nos componentes e elementos estruturais sob classes de agressividade muito forte (CAA IV), a limitação de abertura de fissuras presente na norma não constitui medida suficiente para prevenir a deterioração da estrutura.

Valores mais conservadores podem ser adotados em casos específicos onde se busca maior durabilidade das estruturas.

PRIESTLEY (1976) recomenda que as aberturas de fissuras sejam inferiores a *0,1 mm* no caso de tanques protendidos.

Nas concessionárias de abastecimento de água brasileiras, onde as obras seguem regulamentos próprios, esta limitação de abertura pode chegar a 0,05 mm.

# 4 ESFORÇOS CIRCUNFERÊNCIAIS ADVINDOS DE GRADIENTE TÉRMICO

Inicialmente cabe estudar como se dá a distribuição da temperatura na espessura da parede, bem como a determinação da diferença de temperatura nas faces interna e externa ao reservatório.

## 4.1. Variação da temperatura através de uma parede de concreto

DIAMOUTENE et al (2003) indicam uma variação não-linear da temperatura ao longo de paredes de concreto após instrumentação de silos com o uso de termopares. A expressão apresentada por TIMOSHENKO (1968), por exemplo, conduz a uma variação curvilínea para cilindros onde a espessura é grande quando comparada ao diâmetro (cascas espessas).

$$T = \frac{ti}{\log(b/a)} \log \frac{b}{r}$$
(Eq. 042)



Figura 11 – Variação da temperatura em cascas espessas.

O objeto deste trabalho, contudo, diz respeito a estruturas constituídas por paredes delgadas onde as pequenas espessuras de parede permitem a simplificação para uma forma linear.

Para melhor ilustrar o acima exposto, foram traçadas curvas utilizando a expressão 042 denotando a variação da temperatura para diferentes relações diâmetro e espessura  $\left(\frac{r_0}{e}\right)$  (ver figura 12). Neste caso hipotético, foi assumida uma variação de 100 °C entre a face interna e a face externa da parede.

A curva indicada por  $\frac{r_0}{e} = 20$ , representa a condição de tubos com paredes delgadas indicadas no item 2.4.



Figura 12 - variação da temperatura para diferentes relações espessura x diâmetro médio.

O cálculo do coeficiente de determinação para a curva  $\left(\frac{r_0}{e}=20\right)$ , obtido por meio de regressão linear, resulta em  $R^2 = I$ , indicando que o erro na aproximação para uma equação linearizada é desprezível.

Nota-se claramente que a simplificação para uma variação linear é eficiente para as estruturas de concreto comumente concebidas, onde as espessuras de parede respeitam a relação de tubos com parede delgada.

Esta simplificação é muito difundida, sendo adotada inclusive por normas internacionais e será assumido para o que segue.

O item 11.4.2.2 da NBR 6118 (2003) indica que nos elementos estruturais onde a temperatura possa ter distribuição significativamente diferente da uniforme, estes efeitos devem ser considerados, e conclui por aceitar uma variação linear entre os valores de temperatura adotados nas faces do elemento.

#### 4.2. Cálculo do Gradiente Térmico

Segundo KREITH (1973), o primeiro princípio da termodinâmica, estabelece que a energia não pode ser criada ou destruída mas, somente mudada de uma forma para outra.

A diferença de temperatura entre as duas faces do elemento depende do coeficiente de transferência de calor do material que o constitui. Esta propriedade recebe o nome de condutibilidade térmica *K*, que é uma propriedade do material e indica a quantidade de calor que fluirá através de uma área unitária no tempo, se o gradiente de temperatura for unitário. Caso seja expresso em calorias, *K* terá a seguinte unidade:  $\frac{cal . cm}{cm^2 . s . {}^{o}C}$ 

Os materiais que tem alta condutibilidade térmica são chamados de condutores, enquanto que os de baixa condutibilidade, são denominados de isolantes.

Esta propriedade pode variar com a temperatura, mas em muitos problemas de engenharia, a variação é suficientemente pequena podendo ser desprezada. A condutibilidade térmica será assumida, portanto, como uma constante para o que segue.

Os problemas envolvendo fluxo de calor são, em sua maioria, constituídos por seções compostas por distintos materiais apresentando diferentes espessuras. Deve-se considerar ainda, que entre o fluido (gás ou liquido) e o sólido, existe uma película aderente que fornece uma resistência adicional ao fluxo de calor. A avaliação do coeficiente de condutibilidade térmica da película se torna muito difícil, a medida que é influenciada pela convecção, um fenômeno de alta complexidade. Para a avaliação quantitativa deste coeficiente, são empregados métodos empíricos em laboratório.

O coeficiente a considerar leva em conta que a espessura da camada é muito pequena, e já se encontra embutida no valor a ser computado. O coeficiente de condutividade térmica também recebe o nome de condutância ou coeficiente de película, sendo designado pela letra "*f*" e possuindo a seguinte unidade:  $\frac{cal}{cm^2 \cdot s \cdot {}^{o}C}$ .

Na maioria das aplicações da engenharia, estamos interessados nos valores médios. Para orientação geral, foram coletados os valores de condutibilidade térmica para o concreto e os coeficientes de película médios para o ar encontrados nas bibliografias consultadas durante a pesquisa:

REFERÊNCIA	$K - \text{concreto}$ $\left(\frac{cal.cm}{cm^2.s.\ ^oC}\right)$	$f - \text{ ar externo}$ $\left(\frac{cal}{cm^2 \cdot s \cdot {}^{o}C}\right)$
CIELSKI et al (1970)	4,17 . 10 <sup>-3</sup>	1,40 . 10 <sup>-4</sup>
ACI 307 (1997)	4,12 . 10 <sup>-3</sup>	1,60 . 10 <sup>-3</sup>
MANNING et al (1973)	2,10.10 <sup>-3</sup> a 6,00.10 <sup>-3</sup>	1,80.10 <sup>-4</sup> a 3,30.10 <sup>-4</sup>
SAFARIAN (1985)	5,60 . 10 <sup>-3</sup>	4,17. 10 <sup>-4</sup>
PRIESTLEY (1976)	4,80 . 10 <sup>-3</sup>	2,10. 10 <sup>-4</sup>
KREITH (1973)	4,50 . 10 <sup>-3</sup>	1,35.10 <sup>-4</sup> a 6,75.10 <sup>-4</sup>

Tabela 01 – Condutibilidade térmica do concreto e coeficiente de película do ar.

Admite-se que o sistema é exposto a um meio de alta temperatura (fonte de calor), de comportamento constante e conhecida em um dos lados. A face oposta estará em um meio de baixa temperatura (sorvedouro de calor), de temperatura

constante e conhecida. As condutâncias das superfícies (coeficiente de película) entre o meio e as superfícies serão consideradas constantes sobre uma superfície dada.

Abaixo está representada uma seção genérica que divide dois ambientes com diferentes temperaturas ( $t_i \ e \ t_e$ ). A seção é constituída por uma parede de concreto com coeficiente de condutibilidade k3, e duas camadas de revestimento interno (material 1 e material 2). Os materiais 1 e 2 possuem coeficientes de condutibilidade diferentes podendo representar, por exemplo, uma argamassa de revestimento (material 2) e um sistema de impermeabilização (material 1).

No contato entre o ar e as superfícies sólidas, formam-se películas com as condutâncias  $f_1$  e  $f_2$ . Sendo a temperatura interna maior que a externa, um diagrama de temperaturas está esquematicamente apresentado abaixo.



Figura 13 – Distribuição de temperaturas em um perfil genérico.

A quantidade de calor que transita de uma face para a outra da parede é designada por Q, sendo diretamente proporcional à diferença de temperatura entre as

duas faces do elemento (ti - te), e inversamente proporcional à espessura do material.

O cálculo do gradiente térmico parte da condição de um fluxo constante de calor (*Q*) entre as duas faces do elemento. O balanço térmico é feito levando em consideração a contribuição de cada camada que separa as duas temperaturas conhecidas.

O fluxo de calor através de uma área *A*, que deve ser o mesmo em qualquer das camadas é dado por:

$$Q = f_1 \cdot A(t_i - t_1) = \frac{K_1 \cdot A(t_1 - t_2)}{h_1} = \frac{K_2 \cdot A(t_2 - t_3)}{h_2} = \frac{K_3 \cdot A(t_3 - t_4)}{h_3} = f_2 \cdot A(t_4 - t_e)$$

(Eq. 043)

Ou seja:

$$t_i - t_I = \frac{Q}{f_i \cdot A} \tag{Eq. 044}$$

$$t_1 - t_2 = \frac{Q \cdot h_1}{K_1 \cdot A}$$
 (Eq. 045)

$$t_2 - t_3 = \frac{Q \cdot h_2}{K_2 \cdot A}$$
 (Eq. 046)

$$t_3 - t_4 = \frac{Q \cdot h_3}{K_3 \cdot A}$$
 (Eq. 047)

$$t_4 - t_e = \frac{Q}{f_e \cdot A} \tag{Eq. 048}$$

Somando os primeiros e os segundos membros, e sendo a área *A* unitária:

$$(t_i - t_e) = Q \cdot \left( \frac{1}{f_i} + \frac{h_1}{K_1} + \frac{h_2}{K_2} + \frac{h_3}{K_3} + \frac{1}{f_e} \right)$$
 (Eq. 049)

$$Q = \frac{(t_{i} - t_{e})}{\sum_{i=1}^{n} + \sum_{i=1}^{n} \frac{h_{i}}{K}}$$
(Eq. 050)

A expressão acima enuncia que o fluxo de calor através das camadas é igual ao potencial de temperatura global dividido pela soma das resistências térmicas no caminho do fluxo de calor.

Entre outras bibliografias, a recomendação do ACI 307(1998) para projeto de Chaminés indica o uso desta expressão. Na mesma recomendação estão citados valores para os coeficientes de condutividade térmica do concreto, dos gases internos e para o ar externo.

O cálculo das temperaturas nas superfícies de contato dos materiais ( $t_1 a t_4$ ), que possibilitará a determinação de cada gradiente, é obtido camada por camada. A partir da expressão 50, determina-se Q, e fazendo uso das equações 44 a 48 determinam-se as temperaturas em cada interface.

Uma aplicação numérica destas expressões será apresentada no estudo de caso adiante.

#### 4.3. Tensões Térmicas segundo a Teoria da Elasticidade.

A mais clássica das teorias sobre o assunto está retratada em TIMOSHENKO (1968). Assumindo um comportamento elástico-linear do material, é possível obter expressões para as tensões radiais e circunferênciais com a notação em coordenadas polares.

Para o desenvolvimento da formulação, inicialmente são consideradas as extremidades engastadas, tubo longo com parede espessa, e uma distribuição qualquer de temperatura na espessura da parede.

Em se tratando de um problema axialmente simétrico, onde inexistem tensões de cisalhamento, as citadas expressões assumem o formato abaixo:

$$\sigma_{\theta} = \frac{\alpha E}{(1-v)} \left( \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b T r \, dr + \int_a^r T r \, dr - T r^2 \right)$$
(Eq. 051)

Supondo uma distribuição logarítmica da temperatura ao longo da espessura da parede segundo a expressão já discutida neste trabalho com fluxo estacionário de calor:

$$T = \frac{t_i}{\log(b/a)} \cdot \log\frac{b}{r}$$
(Eq. 052)

Onde  $t_i$  é a temperatura interna ao tanque. Considerando a temperatura da face externa igual a zero, e substituindo a expressão 052 na 051, e denotando  $t_i$  por  $\Delta t$ , resulta:

$$\sigma_{\theta} = \frac{\alpha \cdot E \cdot \Delta t}{2(1-\nu) \ln(b/a)} \left[ 1 - \ln\frac{b}{r} - \frac{a^2}{(b^2 - a^2)} \left( 1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \ln\frac{b}{a} \right]$$
(Eq. 053)

As tensões assumem seus valores máximos na superfície interna (r = a) e externa (r = b) conforme as expressões seguintes. Caso  $t_i$  seja positivo, as tensões abaixo denotadas serão de compressão e tração respectivamente.

$$(\sigma_{\theta})_{r=a} = \frac{\alpha \cdot E \cdot \Delta i}{2(1-\nu) \ln \frac{b}{a}} \cdot \left(1 - \frac{2b^2}{b^2 - a^2} \ln \frac{b}{a}\right)$$
(Eq. 054)

$$(\sigma_{\theta})_{r=b} = \frac{\alpha \cdot E \cdot \Delta i}{2(1-\nu) \ln \frac{b}{a}} \cdot \left(1 - \frac{2a^2}{b^2 - a^2} \ln \frac{b}{a}\right)$$
(Eq. 055)

A utilização destas expressões fornece uma distribuição não-linear das tensões. Nota-se contudo, que quando a espessura da parede é pequena em relação ao diâmetro do tubo a aproximação para uma equação linearizada é completamente satisfatória.

As curvas abaixo demonstram a distribuição das tensões circunferenciais segundo as equações acima, para diferentes relações  $\left(\frac{r_o}{e}\right)$ . Para traçado das curvas, os parâmetros relativos às propriedades do material e do gradiente térmico foram fixados, variando-se somente as características geométricas do cilindro gerando parâmetros adimensionais.



A curva que representa um tubo de parede delgada, ou seja,  $\left(\frac{r_0}{e}=20\right)$  apresenta coeficiente de determinação para uma reta, muito próximo da unidade ( $R^2 = 0,999$ ), indicando que a linearização das tensões circunferenciais é perfeitamente aceitável. As expressões para o cálculo da tensão circunferencial para esta simplificação estão abaixo representadas:

$$(\sigma_{\theta})_{r=a} = -\frac{\alpha \cdot E \cdot \Delta t}{2(1-\nu)}$$
(Eq. 056)

$$(\sigma_{\theta})_{r=b} = \frac{\alpha \cdot E \cdot \Delta t}{2 (1-\nu)}$$
(Eq. 057)

De modo a simplificar a abordagem do problema, é comum se utilizar um momento fletor equivalente que produza as mesmas tensões acima:

$$M_{\theta} = \frac{\alpha \cdot E \cdot Ti}{2(1-\nu)} \frac{e^2}{6}$$
(Eq. 058)

A associação com um esforço externo solicitante equivalente é amplamente adotada nas bibliográficas técnicas. Considerando ainda uma altura unitária da parede com espessura *e*, e denotando  $I = \frac{e^3}{12}$  (momento de inércia da seção), obtem-se.

$$M_{\theta} = \frac{\alpha \cdot E \cdot I \cdot \Delta t}{(1 - v) \ e}$$
(Eq. 059)

Utiliza-se, portanto, um momento fletor uniforme em todo o comprimento da circunferência da parede. A equação 059, além de estar presente em diversas publicações sobre silos, pode ser encontrada no ACI 313-77 (1983).

Cabe observar que toda a formulação anterior baseia-se em uma seção trabalhando elasticamente sem a ocorrência da fissuração.

Na dedução precedente, os vínculos foram considerados engastados. Para que outras condições de apoio sejam levadas em conta, aplicam-se esforços equivalentes que conduzam a zero as tensões nas bordas conforme a condição de vínculo considerada. Comumente estas forças são representadas por  $V_0$ ,  $N_0 e M_0$  conforme abaixo:



Figura 14 – Distribuição de temperaturas em um perfil genérico e esforços nas vinculações.

Os esforços a serem utilizados em projeto para as condições de vínculo mais comuns podem ser encontradas em DOMEL et al (1993), e estão abaixo transcritas:

Condição de Apoio	Momento Fletor Circunferencial
Base engastada Topo livre	$M_{\theta} = -E \alpha \left[ \frac{v r_{0} \beta^{2} h^{3}}{12 (1 - v^{2})} (T_{e} + T_{i}) Z_{3} + \frac{h^{2}}{12 (1 - v)} (T_{e} - T_{i}) (1 - v \overline{Z}_{i}) \right]$ (Eq. 060)
	$\left( \mu r \beta^2 h^3 \right)$ $h^2$
Base - apoio fixo Topo livre	$M_{\theta} = -E \alpha \left\{ -\frac{v r_{0} p n}{12 (1 - v^{2})} (T_{e} + T_{i}) Z_{2} + \frac{n}{12 (1 - v)} (T_{e} - T_{i}) \left[ 1 - v (Z_{1} - Z_{2} + \overline{Z}_{1}) \right] \right\}$
	(Eq. 061)
Base - apoio móvel Topo livre	$M_{\theta} = -\frac{E \alpha h^{2}}{I^{2} (I_{e} \nu_{e})} (T_{e} - T_{i}) (I - \nu Z_{i} - \nu \overline{Z}_{2})$
	(Eq. 062)

Tabela 02 – Momento fletor circunferencial para diversas condições de apoio.

Onde:

$$Z_{I} = e^{-\beta y} (\cos \beta y + \sin \beta y)$$
(Eq. 063)

 $Z_2 = e^{-\beta y} (sen \beta y)$ (Eq. 064)

$$Z_{3} = e^{-\beta y} (\cos \beta y - \sin \beta y)$$
(Eq. 065)

- $\overline{Z}_{I} = e^{-\beta y} (\cos \beta \overline{y} + \sin \beta \overline{y})$ (Eq. 066)
- $\overline{Z}_2 = e^{-\beta y} (sen \beta \overline{y})$ (Eq. 067)
- $\overline{Z}_{3} = e^{-\beta y} (\cos \beta \overline{y} \sin \beta \overline{y})$ (Eq. 068)

A utilização destas expressões revela um comportamento relativamente constante ao logo da altura do tanque com perturbações junto aos apoios.

## 4.4. Tensões Térmicas segundo a Resistência dos Materiais

Uma maneira mais simples de abordar o problema provem da resistência dos materiais, onde se obtém uma expressão similar à 059.

Considerando um elemento de comprimento *L*, submetido às diferentes temperaturas *ti* e *te*, com *ti* > 0 e *te* < 0, caso o elemento esteja livre, o mesmo tenderá a se deformar segundo a linha tracejada representada na figura abaixo.



Figura 15 – Deformação de um elemento livre pela ação de um gradiente térmico.

As fibras aquecidas aumentarão de comprimento  $(L_1)$ , enquanto que as resfriadas sofrerão encurtamento  $(L_2)$ . Denotando por 2 $\Delta L$  a diferença entre estes comprimentos, as seguintes expressões podem ser escritas:

$$L_1 = t_i \quad L \quad \alpha \tag{Eq. 069}$$

$$L_2 = t_e \quad L \quad \alpha \tag{Eq. 070}$$

$$\Delta L = \frac{L_1 - L_2}{2}$$
(Eq. 071)

$$\Delta L = \frac{(t_i - t_e) L \alpha}{2}$$
(Eq. 072)

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{(t_i - t_e) L \alpha}{2}$$
(Eq. 073)

$$\boldsymbol{\sigma} = E \ \mathcal{E} \tag{Eq. 074}$$

$$\sigma = \frac{(t_i - t_e) E \alpha}{2}$$
(Eq. 075)

Chamando de  $(T_i - T_e)$  de  $\Delta T$ , o momento fletor que provoca esta tensão é dado por:

$$M = \frac{\Delta t \cdot E \cdot I \cdot \alpha}{e}$$
(Eq. 076)

Comparando esta expressão com a obtida da teoria da elasticidade (Eq. 59), notamos que a última dedução não apresenta o termo (*1-v*). Esta constatação implica em uma diferença considerável entre as duas teorias, sendo proporcional ao valor do coeficiente v adotado. Por exemplo: quando v = 0,2 o resultado obtido pela expressão 59 (teoria da elasticidade), será 20 % maior que o obtido pela equação 76 (resistência dos materiais).

#### 4.5. Aplicação às seções de concreto armado

Em aplicações práticas, é comum o cálculo do esforço de flexão pelo uso da expressão 059, anteriormente deduzida:  $M_{\theta} = \frac{\alpha \cdot E \cdot I \cdot \Delta t}{(I - v) e}$ 

Caso a análise se proceda em estádio I, a expressão acima pode ser aplicada, e o cálculo de tensões pode ser realizado pelo método da homogeneização da seção com o uso da expressão:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$$
(Eq. 077)

GRAY et al. (1973) faz uma constatação interessante, onde da análise das duas últimas equações nota-se que a adição de armadura em nada altera as tensões atuantes nos materiais. O incremento de armadura implicará no aumento do momento de inércia *I* da seção. Como este parâmetro participa como dividendo na equação 59, e como divisor da equação 77, a quantidade de armadura não afeta realmente o problema, até que o concreto fissure.

Na maior parte dos casos reais, o momento fletor obtido neste tipo de análise, resulta em tensões que superam em muito a resistência a tração do concreto. Isto conduz à necessidade da consideração da fissuração da seção.

SAFARIAN (1985) indica que o esforço de flexão deve ser calculado considerando a seção integra, e a armadura calculada com a seção fissurada. Esta afirmação possui uma incoerência implícita, e de acordo com a magnitude do gradiente térmico em estudo, este procedimento pode conduzir a uma taxa de armadura demasiadamente elevada ou até mesmo inexeqüível.

A ocorrência da fissuração pode modificar completamente a abordagem do problema, como se verá a seguir.

## 4.6. Influência da fissuração da seção

As tensões de origem térmica são ocasionadas por uma ação indireta provinda de deformações impedidas e não por um esforço externo solicitante propriamente dito. Neste caso, as tensões serão tão maiores quanto mais restritas estiverem as deformações.

Como consequência disto, quando tais deformações ocorrem livremente não existirão tensões de origem térmica.

Buscando ilustrar o acima exposto, apresenta-se abaixo uma figura onde se observa um elemento que compõe a parede do tanque. Para o elemento, são indicadas três diferentes condições de vinculo e comportamento do material.



Figura 16 – Deformações e esforços em um elemento de tanque, segundo diferentes condições de vínculo.

Na primeira condição, o elemento deforma-se livremente pela dilatação das fibras próximas a  $t_i$  e pela contração das fibras próximas a  $t_e$  aqui representando as temperaturas interna e externa ao tanque.

Na segunda figura o elemento está impedido de se deformar levando ao surgimento de tensões de compressão nas fibras internas e de tração nas fibras externas. Esta condição equivale à aplicação de um momento fletor M nas extremidades do elemento, que produzirá um esforço constante ao longo do mesmo. Considerando que o material se comporta elasticamente sem a ocorrência de fissuração, o momento M será o descrito pela equação 059 e, portanto proporcional à rigidez da peça.

Na terceira condição o elemento fissura e a peça perde rigidez necessitando de um momento fletor *m* menor que *M* para que a configuração inicial seja restaurada. Fica claro que a fissuração da seção conduz a tensões drasticamente menores que as obtidas pela análise da seção não fissurada. GHALI et al (1992) realiza um estudo sobre tanques protendidos, e indica que as tensões por efeito térmico são aliviadas após a fissuração da seção.

Este fato foi notado por outros autores já há bastante tempo, como por exemplo TAYLOR (1948). Apesar disto, tal abordagem não foi incorporada a muitas das bibliografias atualmente em uso que continuam empregando um momento fletor equivalente para o dimensionamento da seção.

## 4.7. Tensões de origem térmica em seções de concreto armado

Conforme a explanação precedente, a quantidade de armadura para combater o efeito da flexão provocada por um gradiente térmico pode ser obtida calculando-se um momento fletor equivalente supondo a seção não fissurada e dimensionando o elemento em estado limite último, ou seja, desprezando a resistência a tração do concreto com a aplicação de coeficientes parciais de segurança adequados ao carregamento e aos materiais.

De acordo com o discutido anteriormente, esta sistemática conduz a elevadas taxas de armadura revelando-se um procedimento muitas vezes anti-econômico.

Em seguida será apresentado e discutido um método pouco difundido de análise das tensões circunferenciais provocadas pelo gradiente térmico.

A figura abaixo demonstra novamente a distribuição de tensões e deformações em uma seção não fissurada trabalhando igualmente à tração e à compressão.





Conforme já visto anteriormente, neste caso a linha neutra encontra-se a meia altura da seção e as tensões de tração são, em módulo, iguais às de compressão, o mesmo ocorrendo com as deformações específicas. Uma constatação importante é a de que a deformação específica total, independente da espessura da parede vale  $\alpha \Delta t$ .

Ao fissurar, a seção perde rigidez e a linha neutra se eleva. Embora a posição *x* da linha neutra seja função da quantidade de armadura, a curvatura da seção está determinada, e é dada por:

$$\frac{l}{r} = \frac{\boldsymbol{\alpha} \cdot \Delta t}{e}$$
(Eq. 078)

Caso se conheça a quantidade de armadura, é possível calcular a posição da linha neutra pelo método da homogeneização da seção. Com a curvatura da seção fornecida pela expressão acima, fica determinado o diagrama de deformações da seção.



Figura 18 – Tensões e deformações em uma seção fissurada.

Sendo a deformação no nível da armadura proporcional à sua distância da linha neutra, determina-se a tensão no aço.

GRAY et al. (1973) abordam o problema pelo método das tensões admissíveis fazendo uso dos conceitos acima discutidos, onde assumindo uma relação linear entre tensões e deformações, é possível determinar a taxa de armadura que equilibra a seção. É proposta a construção de ábacos onde, para valores pré-estabelecidos da geometria da seção, determinam-se diferentes taxas de armaduras para diversas profundidades de linha neutra. Para o autor, a profundidade da linha neutra deve ser imposta pelo projetista.

Também o ACI-307 (1998), comentários para o projeto de chaminés de concreto armado propõe uma sistemática similar. A formulação apresentada também leva em consideração um comportamento linear do concreto e tem em conta inclusive a armadura comprimida.

É interessante notar que este tipo de abordagem pode ser encontrada em bibliografias sobre tanques e chaminés, porém em bibliografias que tratam de silos persiste a consideração de um momento fletor equivalente conforme exposto no item 4.3 deste trabalho.

A questão que se coloca neste momento é que, embora adequado para o cálculo de tensões em regime de serviço, o método não permite uma adaptação para o cálculo em estado limite último atualmente em vigor nas normas de projeto. Isto se deve à necessidade de se conhecer preliminarmente a quantidade de armadura para determinação da posição da linha neutra.

Contudo, cabem aqui algumas considerações.

A teoria ora apresentada considera que a deformação específica total vale  $\propto$ .  $\Delta t$ . Sendo  $\propto$  o coeficiente de dilatação térmica do concreto, um valor de pequena

magnitude, *1.10<sup>-5</sup>* segundo a NBR-6118 (2003), o gradiente térmico deverá ser elevado para produzir deformações que provoquem um estado limite último.

Dos domínios que caracterizam estados limites últimos, será tomado como exemplo, o limite entre os domínios *3* e *4* que demanda de pequenas deformações específicas relativamente aos demais domínios. Segundo MODESTO (1994) é este limite que define a solução com melhor aproveitamento dos materiais na maior parte dos casos. Esta condição implica em uma deformação específica no concreto de  $\mathcal{E}_c = 3,5 \%$  e uma deformação específica na armadura de 2,07 ‰ para o aço CA-50. No exemplo, a soma das deformações resulta em 5,57 ‰.

Assumindo o coeficiente de dilatação térmica do concreto acima denotado  $(1.10^{-5})$ , é possível determinar o gradiente térmico que ocasiona a deformação de  $5,57 \%_{o}$ .

$$\alpha \, . \, \Delta_t = 0,00557 \qquad \Delta_t = \frac{0,00557}{1.10^{-5}} \quad \Delta_t = 557 \,^{\circ}C$$
 (Eq. 079)

Nota-se, portanto, que será necessária uma diferença de temperatura muito grande entre as faces opostas da parede para que seja atingido o estado limite último. O resultado obtido de *557 °C* dificilmente será alcançado em situações reais, pois exigira que o concreto estivesse submetido temperaturas para as quais o material em si não está apto a trabalhar. CANOVAS (1994) indica que acima de *200 °C*, tem início o processo de deterioração do concreto por decomposição dos compostos hidratados do cimento, exigindo a utilização de revestimento refratário o que mudaria completamente a abordagem do problema.

Em casos práticos relativos a tanques, as diferenças de temperatura estão muito aquém do acima indicado, estando inclusive limitadas à temperatura de ebulição da água.

PRIESTLEY (1976) indica que a curvatura resultante do gradiente térmico é grande para uma análise elástica, porém é insignificante para o estado limite último, não influenciando, portanto, a capacidade última do tanque.

Embora não seja capaz de provocar o estado limite ultimo, o gradiente térmico deve ser considerado quando da análise em serviço das estruturas, ou seja, na verificação da fissuração.

#### 4.8. Avaliação da abertura de fissuras

Para avaliação da abertura de fissuras, serão utilizadas as expressões descritas em 3.4, com o cálculo da tensão nas armaduras ( $\sigma_{s\Delta t}$ ) conforme segue.

Inicialmente determina-se a posição da linha neutra pelo método da homogeneização da seção considerando uma relação modular entre o aço e o concreto:

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$
(Eq. 080)





$$x = \frac{-A_s n + \sqrt{(A_s n)^2 + 200 A_s n d}}{100}$$
 (Eq. 081)

Determinada a posição da linha neutra com a expressão 081, e a curvatura da seção pela expressão 078, fica caracterizado o diagrama de deformações da seção, onde a deformação específica no nível da armadura é obtida por simples proporção (ver figura 18).

Com base nas figuras 18 e 19, foi deduzida a expressão abaixo que fornece a tensão na armadura devida ao gradiente térmico em regime de serviço.

$$\sigma_{s\Delta t} = \frac{E_s \,\alpha \,\Delta t \left(e - d' - x\right)}{e}$$
(Eq. 082)

## 5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O USO DE PROTESÃO EXTERNA NÃO ADERENTE.

Vem crescendo nos últimos anos o uso da protensão com cordoalhas não aderentes também conhecidas como cordoalhas engraxadas. Como exemplo bem sucedido deste sistema, temos o uso de cordoalhas engraxadas para reforço de tanques circulares, onde os cabos são instalados externamente à estrutura.

De forma simplista, a protensão externa atua nos tanques como uma ação oposta ao esforço circunferencial provindo da pressão interna exercida pelo líquido armazenado.

Usualmente prevê-se uma tensão residual de compressão no concreto entre  $0,10 = 0,20 \ kN/cm^2$  mesmo com a estrutura em carga, buscando garantir a não ocorrência da fissuração do costado.

Um dos problemas amplamente debatidos sobre a protensão de tanques cilíndricos, é o surgimento de momentos fletores longitudinais à parede oriundos da restrição na base. Se na condição de carga por pressão interna observa-se a distribuição de momento exemplificada na figura 03, na condição em vazio com carga de protensão o diagrama de momentos terá uma configuração semelhante porem com sinais invertidos.

Novamente aqui, faz-se uso do sistema construtivo com "pé deslizante", conferindo liberdade de movimentação no plano horizontal e rotação da base eliminando, conseqüentemente, os esforços de flexão longitudinal advindos da pressão interna e da protensão. Chamando de *T1* o esforço circunferencial de tração oriundo da pressão interna na cota mais profunda do tanque, e de *T2* o esforço circunferencial

externo que garanta a tensão residual pretendida no concreto, um diagrama trapezoidal de forças é usualmente empregado.



Figura 20 – Diagrama de forças para cálculo da protensão necessária.

Segundo GHALI et al. (1991), o detalhe em "pé deslizante" exige um controle de qualidade rigoroso na execução da base e um sistema complexo de impermeabilização nesta região. Tais procedimentos resultam em custos adicionais significativos ou em problemas prematuros de fissuração e vazamentos. Os autores sugerem uma distribuição conveniente dos cabos protendidos tal que os esforços na base sejam de pequena monta nas duas condições de carregamento, dispensando a execução do detalhe.

PRIESTLEY (1976) demonstra que quando as ações de origem térmica são negligenciadas no momento do projeto, a tensão residual de compressão é facilmente ultrapassada, seja pelo armazenamento de líquidos a alta temperatura ou até mesmo pela simples ação da variação diária da insolação.

A análise elástica da seção, em geral, indica que as tensões de tração ocasionadas pelo efeito térmico predominam sobre as originadas pela pressão do líquido.



Figura 21 – Elementos de uma seção para cálculo da profundidade da linha neutra.

O diagrama a direita da igualdade na figura 21, representa a condição de tensões a ser combatida pela protensão. Conforme dito anteriormente, uma tensão residual de compressão ( $\sigma_r$ ) deve resultar na face mais tracionada, ou seja, na face externa do tanque. A figura abaixo representa o diagrama de tensões a ser inserido por meio da protensão ( $\sigma_p$ ).



Figura 22 – Efeito da protensão sobre a seção.

Da figura acima se deduz que a tensão de protensão a ser inserida no sistema para garantir a compressão residual será:

$$\boldsymbol{\sigma}_{N} + \boldsymbol{\sigma}_{\Delta t} + \boldsymbol{\sigma}_{p} = \boldsymbol{\sigma}_{r}$$
 (Eq. 083)

A tensão  $\sigma_p$  necessária para anular as tensões de tração e prover uma reserva  $\sigma_r$  de compressão torna o dimensionamento anti-econômico ou até mesmo inviável.

PRIESTLEY (1976) indica que deve-se aceitar que o concreto, ainda que protendido, fissure reduzindo a rigidez da seção conforme indicado no item 4.6. Neste caso, a abertura de fissuras deve ser controlada e levada a valores desprezíveis. O autor propõe aberturas inferiores a *0,1 mm*.

#### 6 ESTUDO DE CASO

Como uma aplicação dos conceitos abordados, passamos a descrever o estudo de uma estrutura que opera em ambiente industrial sob a ação das solicitações anteriormente estudadas. Além de constituir uma aplicação numérica da formulação apresentada, o estudo de caso se apresenta como um bom exemplo das proporções que podem alcançar os prejuízos financeiros e riscos à segurança decorrente de uma abordagem inadequada.

## 6.1. Apresentação do Problema

O presente estudo de caso versa sobre um tanque que opera em uma fábrica de papel e celulose no interior de São Paulo, mais precisamente na cidade de Limeira. A estrutura destina-se a reservar hipoclorito, substância rica em cloretos. Também o ambiente externo apresenta elevada agressividade pela existência de cloretos oriundos do processo de produção da celulose.



Figura 23 – Geometria do tanque (medidas em cm).

O líquido em transito no interior do tanque apresenta uma temperatura de aproximadamente 80 °C, com pequenas variações, segundo os técnicos da indústria que controlam o processo.

Edificada em 1970, e após vinte e oito anos em operação a torre apresentava danos muito importantes, como corrosão de armaduras, fissuras verticais e vazamentos localizados no costado e junto aos bocais da parte inferior.

No ano de 1998, um intenso agravamento do quadro geral de conservação aliado aos sintomas de deficiência estrutural levou a fábrica a proceder a instalação de cintas metálicas em caráter emergencial. Na oportunidade os danos eram de tal monta que chegaram a ocorrer rupturas localizadas com vazamento do líquido. O sinistro levou as perdas materiais por parte da indústria, porém não implicou em acidentes envolvendo os trabalhadores da fábrica.



Figura 24 – Deformação localizada da parede do tanque.



Figura 25 – Fissuração vertical no costado da torre.


Figura 28 – Cintas metálicas instaladas pela equipe de manutenção da fábrica em caráter de emergência.



Figura 26 – Intenso processo de corrosão sob as fissuras verticais.



Figura 27 – Vazamentos na porção inferior do tanque junto aos bocais.

Dado a ineficiência dos procedimentos adotados, foram contratados serviços especializados para o levantamento de dados e análises que possibilitassem o diagnóstico dos mecanismos de deterioração. Neste mesmo ano a torre foi submetida a uma intervenção completa de recuperação, proteção e reforço.

### 6.2. Considerações Sobre os Dados de Projeto e Prospecções

Os projetos disponíveis especificavam um concreto com  $f_{ck}$  de 13,5 MPa e armaduras circunferênciais de aço CA-50. As armaduras eram dispostas somente na face externa do costado.

Nos desenhos fornecidos não constavam dados sobre o liquido reservado (densidade e temperatura), o que não permite uma avaliação precisa das considerações do projeto original. Sabe-se contudo, que o processo industrial em questão é muito dinâmico, exigindo alterações constantes e portanto nas condições de operação das estruturas. Diante disto, o tanque foi prospectado para coleta de dados e verificado segundo sua utilização atual.

Neste estudo foram extraídos testemunhos de concreto e aço para posterior análise em laboratório. Para a resistência do concreto, obteve-se um  $f_{ck,est}$  de 21,8 MPa, significativamente superior ao especificado em projeto, de certo influenciado pelo ganho de resistência que apresenta o concreto com o passar do tempo. Para as análises que se seguiram, foi este o valor adotado.

As armaduras apresentaram propriedades mecânicas coerentes com as especificadas em projeto, sendo classificadas como aço CA-50 A.

60

Foram também realizadas inspeções destrutivas, que entre outros parâmetros de campo, buscavam averiguar se a quantidade e espaçamento da armadura empregada na obra correspondiam à projetada.

### 6.3. Verificação Estrutural

Busca-se com este item unicamente apresentar uma aplicação numérica restrita a uma seção representativa da estrutura com relação aos esforços circunferênciais. Outras verificações foram necessárias tais como armadura vertical, esforços normais no sentido longitudinal do tanque, concentração de tensões na região das aberturas etc. A seção escolhida para a explanação posiciona-se na região mais solicitada por esforço normal de tração. Esta escolha deu-se pela existência da grande quantidade de orifícios de diâmetros variados nos primeiros 2,0 m, e pela variação do diâmetro na parte inferior do tanque.

Ficha Resumo de Dados adotados para a Verificação		
Unidade	Torre de Hipocloração - Linha A	
Tipo de estrutura:	Tanque cilíndrico em Concreto Armado	
Vinculações	Base engastada, topo articulado-fixo.	
Concreto	$f_{ck,est} = 21,8 \text{ MPa}$ $E_c = 22 \text{ GPa}$	
Tipo de aço utilizado	CA-50 (armação circunferencial) $E_s = 210 \text{ GPa}$	
Tempo em serviço	28 anos	
Geometria	Conforme figura 23	
Peso específico do líquido armazenado	10 kN/m <sup>3</sup>	
Temperatura do líquido	80 °C	
Classe de agressividade ambiental	CAA IV (celulose – abundancia de cloretos)	
Cobrimento das armaduras	2,0 cm	



Figura 29 – Dados de projeto – armação circunferencial.

# 6.4. Composição do Carregamento

#### 6.4.1. Pressão interna

Buscando-se ter em conta a variação da espessura da parede e modificação do diâmetro na porção inferior, o esforço normal na seção foi obtido por meio de uma análise por elementos finitos de casca.

Com o auxílio da ferramenta computacional, STRAP – Structural Analisys Program, foi construído um modelo tridimensional do tanque, tomando-se por base a linha média das espessuras indicadas na figura 23. O programa acima citado é produzido pela ATIR, empresa sediada em Israel e distribuído no Brasil pela SAE -INFORMÁTICA.

Constituíam o modelo apenas elementos de placa bidimensional formado por quatro nós com seis graus de liberdade por nó. As espessuras dos elementos variam entre *15 e 35 cm*, com as seguintes propriedades:

E	22 GPa	
V	0,20	
α	10-5	
Material Isotrópico Elástico Linear		

O liquido foi simulado segundo uma pressão atuando na face interna do tanque com variação triangular dada por  $\gamma$  (*H* - *y*). Partindo de zero no nível mais alto do tanque (*y* = *H*), o diagrama de pressão apresentava seu valor máximo na base do tanque, ou seja, em *y* = 0 resultando em uma pressão de *154 kN/m*<sup>2</sup>.



Figura 30 – Processamento em elementos finitos - diagrama de esforços circunferênciais de tração (kN).

Para a cota onde se posiciona a seção em análise, o esforço obtido foi de  $N_{\theta} = 233 \text{ kN}$ , e será dotado para o cálculo da armadura necessária adiante.

A titulo de comparação o mesmo esforço foi calculado segundo a expressão 21 (teoria de membrana), resultando:

$$N = r_0 \cdot p \quad N_{\theta} = 102, 0 \cdot 1, 9 = 228 \, kN$$

Da comparação entre os valores, nota-se que a seção escolhida sofre pouca influência dos vínculos, já que a diferença encontrada é pequena (aproximadamente 2 %).

Conforme citado anteriormente, o coeficiente de majoração será o recomendado pela NBR 6118 (2003), ou seja  $\gamma_f = 1,2$ . Portanto  $N_d$  resulta:

$$N_d = N_k \cdot 1, 2 = 279, 6 \ kN$$

#### 6.4.2. Gradiente Térmico

Conforme dito anteriormente, a temperatura fornecida pela indústria foi de 80 °C, podendo ser assumida com relativa precisão. GRAY et al. (1973) indicam que quando o concreto encontra-se em contato com a água, pode-se assumir que a temperatura da superfície do concreto é a mesma do líquido, para este caso 80°C.

A temperatura ambiente externa constitui uma variável de difícil avaliação, já que depende de dados meteorológicos que nem sempre estão disponíveis. Os dados históricos obtidos para a cidade de São Paulo por exemplo são vastos, porém apresentam uma diferença importante da temperatura ambiente em relação a cidades do interior, mesmo para distâncias relativamente pequenas como a existente entre as cidades de São Paulo e Limeira.

65

Embora em um espaço amostral relativamente curto (5 anos), a temperatura ambiente foi determinada segundo prescrito pela norma NBR 6118 (2003) onde, por ser classificada como uma ação variável, deve possuir valor característico apresentando uma probabilidade de 25 a 35 % de ser ultrapassado no sentido desfavorável, durante um período de 50 anos. Os dados utilizados foram obtidos em CIIAGRO (2005), e contavam com as mínimas temperaturas mensais na cidade de Limeira dos anos de 2000 a 2004.

Média	16 ºC
Desvio Padrão	3 ºC
CV (coef. de variação)	18%
Temperatura Característica	10 ºC

Tabela 03 – Dados para determinação da temperatura externa ambiente a adotar.

O valor característico obtido de 10 °C para a temperatura externa parece razoável dentro da prática comum, e será adotado para o que segue.

Para o concreto e película externa de ar, serão adotados respectivamente os seguintes valores para o coeficiente de condutibilidade térmica:

 $k (concreto) = 6.10^{-3} cal.cm/cm^{2}.s.^{o}C$  $f (ar aquecido) = 4.10^{-4} cal/cm^{2}.s.^{o}C$ 

Com estes dados e fazendo uso das equações do item 4.2. (043 a 048), obtemos o gradiente térmico conforme abaixo.

Quantidade de calor (equação 50):

$$Q = \frac{(80 - 10)}{\frac{1}{4.10^{-4}} + \frac{15}{6.10^{-3}}} = 0,014 \quad cal / cm^2.s$$

Diferença de temperatura entre dois pontos da parede (equação 44):

$$t_i - t_1 = Q \frac{e}{K}$$
  $80 - t_1 = 0.014 \frac{(15)}{6.10^{-3}}$ 

$$t_1 = 45 \ ^\circ C \quad \log o, \ \Delta t = 35 \ ^\circ C$$

Segundo os resultados acima, o perfil de distribuição de temperaturas na condição mais desfavorável está baixo representado:



Figura 31 – Distribuição da temperatura na seção.

# 6.5. Verificação da Armadura Existente

Para o esforço normal circunferencial Nd = 279,6 kN resulta a seguinte quantidade de armadura:

$$A_{SN} = \frac{N_d}{f_{vd}} = \frac{279.6}{43.47} = 6.43 \, cm^2$$
 (disposta apenas na face externa)

Da figura 29, obtemos uma armadura existente de 7,5  $cm^2$  que atende, portanto, ao mínimo calculado acima (6,43  $cm^2$ ).

# 6.6. Verificação do Estado Limite de formação de Fissuras

Tensão nas Armaduras devido à Pressão Interna:

Da expressão 39, resulta:

$$\sigma_{sN} = \frac{N}{\left(A_{s}' + A_{s}\right)} = \frac{233}{7,50} = 32,14 \text{ kN/cm}^{2}$$

Tensão na Armadura devido ao gradiente térmico:

Sendo o coeficiente de dilatação térmica do concreto recomendado pela norma brasileira NBR-6118 (2003) de  $1.10^{-5}$ , a deformação específica total ( $\propto$ .  $\Delta t$ ) será de  $0,35\%_{0}$ .

Da expressão 081 e conhecendo a altura útil da seção (d = 12 cm), determina-se a posição da linha neutra pelo método da homogeneização da seção o que resultará em 3,5 cm.

Com os dados acima, e sabendo que a espessura total da seção é de *15 cm*, a tensão na armadura devida ao gradiente térmico pode ser obtida da expressão 082, ou por simples proporção conforme abaixo:



Figura 32 – Diagrama de deformações na seção.

Estando o aço em regime elástico, a tensão atuante resulta da multiplicação da deformação específica pelo módulo de deformação para o aço CA-50 de 210 GPa.

$$\sigma_{st} = 0,0002 \cdot 21000 = 4,2 \ kN/cm^2$$

O cálculo da abertura estimada das fissuras será realizado segundo a norma NBR-6118 (2003), pela determinação da área de concreto de envolvimento e utilização das expressões do tem 17.3.3.2 da citada norma.

Para o esforço normal atuando isoladamente:

$$\Phi_{i} = 12,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{sN} = 31,14 \text{ kN/cm}^{2}$$

$$\eta_{i} = 2,25$$

$$E_{s} = 210 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \text{ fck}^{2/3} = 0,234 \text{ kN/cm}^{2}$$

$$\rho_{ri} = 0,69 \%$$

$$W = 0,26 \text{ mm}$$

Para o esforço normal e gradiente térmico atuando simultaneamente:

$$\Phi_{i} = 12,5 mm$$

$$\sigma_{sN} = 31,14 + 4,20 = 35,34 \text{ kN/cm}^{2}$$

$$\eta_{i} = 2,25$$

$$E_{s} = 210 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \text{ fck}^{2/3} = 0,234 \text{ kN/cm}^{2}$$

$$\rho_{ri} = 0,69 \%$$

$$W = 0,34 mm$$

Tomando-se a abertura de fissura obtida para o esforço normal isoladamente, (0,26 mm), e comparando-a com o limite recomendado pela norma de 0,2 mm para a classe de agressividade IV, conclui-se que a abertura de fissuras será ligeiramente maior que a preconizada.

A situação é expressivamente modificada quando são somadas as tensões devidas ao esforço normal e ao gradiente térmico, onde a abertura de fissuras esperada supera sensivelmente a recomendada.

A norma brasileira em vigor chama a atenção para o fato de que os critérios para esta análise devem ser encarados como avaliações aceitáveis do comportamento

geral do elemento, mas não garante a avaliação precisa da abertura de uma fissura específica.

Os resultados obtidos justificam o aparecimento das fissuras verticais em praticamente toda a altura do costado. A observação em trabalho da estrutura, e a efetiva agressividade do macro-clima com abundância de cloretos é refletida na alta velocidade de deterioração dos elementos estruturais e constituem uma forte razão para o combate à fissuração.

A conclusão obtida do estudo de caso vai ao encontro do item 13.4.3 da norma brasileira, onde se recomenda a utilização da protensão em estruturas onde as fissuras afetam a funcionalidade do elemento.

A disposição das armaduras somente na face externa tornou a estrutura mais frágil à medida que a mesma encontrava-se mais suscetível à ação dos agentes agressivos do ambiente.

### 7. CONCLUSÕES

O cálculo das tensões nas armaduras pelo esforço normal, no caso específico de tanques, não se resume a um problema de flexo-tração, já que o esforço normal não possui ponto definido de aplicação pela obrigatoriedade de serem iguais as deformações nas armaduras.

Embora a metodologia para cálculo do gradiente térmico seja coerente entre as bibliografias consultadas, os coeficientes de condutibilidade térmica a adotar não estão convenientemente reunidos de forma clara para uso em projeto.

A redução na inércia da peça pela ocorrência da fissuração leva a tensões muito inferiores às obtidas segundo uma análise elástica.

A abordagem para cálculo das tensões devidas ao gradiente térmico considerando a seção fissurada, retrata de forma mais realista o mecanismo de surgimento de tensões em contraposição à aplicação de um momento fletor equivalente.

Foi demonstrado que o efeito do gradiente térmico dificilmente pode oferecer risco à segurança quando atuando isoladamente. As temperaturas necessárias para tal, deveriam ser demasiadamente elevadas e incompatíveis com a resistência do concreto à temperatura, sem proteção refratária.

Embora o gradiente térmico não possua importância decisiva no dimensionamento das seções, seu efeito deve ser levado em consideração na verificação da abertura de fissuras.

72

Em ambientes de elevada agressividade, deve-se proceder um controle rigoroso da abertura de fissuras, incluindo a consideração do gradiente térmico, pois a perda de seção das armaduras por corrosão pode conduzir a situações de risco. O artifício da protensão contribui positivamente para isto.

# 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, V. Análise e Dimensionamento de Silos de Concreto Armado: Desenvolvimento de um Programa Computacional. Dissertação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas. 2001.
- ANCHOR, R. D. *Desing of Liquid-Retaining Concrete Structures*. Surrey University Press. London. 1980
- AMERICAM CONCRETE INSTITUTE. ACI 307 Design and Construction of Reinforced Concrete Chimneys. 1998.
- AMERICAM CONCRETE INSTITUTE. ACI 307R-98 Commentary od Standard Practice for the Design and Construction of Reinforced Concrete Chimneys. 1998.
- AMERICAM CONCRETE INSTITUTE. ACI 313 Recomended practice for design and construction of concrete bins, silos and bunkers for storing granular materials. Detroit. 1998.
- AMERICAM CONCRETE INSTITUTE. ACI 349R Nuclear Safety Structures Practice. Detroit. 1997.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR-6118. Projeto de Estruturas de Concreto Procedimento.* Rio de Janeiro, 2003.
- BELLUZZI, O. *Ciencia de la Construccion*. Nicola Zanichelli Editore. Madrid. 1970.
- BLIGHT, G. E. Measurements on Full Size Silos Part 1: Temperatures and Strains. In: Bulk Solids Handling. Vol. 7, n. 6. Johannesburg, 1987.
- BONILHA, N. F. *Reservatórios Cilíndricos Caderno Técnico*. Porto Alegre, UFRGS. 1979.

- CIIAGRO Centro Integrado de Informações Agrometeorológicas. Disponível em <u>http://www.iac.sp.gov.br/Ciiagro/</u>. Acesso em Janeiro 2005.
- CANOVAS, M. F. *Patologia y Terapetica Del Hormigón Armado*. Colégio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos – Servicio de Publicaciones, Setembro 1994.
- CARMONA, Thomas. G. *Modelos de Previsão da Despassivação das Amaduras em Estruturas de Concreto sujeitas à Carbonatação*. Dissertação. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.
- CALIL, C. J. Ações em Silos pelo Método dos Estados Limites Proposta de Norma Brasileira. Eng. Agrícola. Jaboticabal. Junho 1997.
- CALIL, C. J. *Orientações no projeto estrutural de silos*. In: Jornadas Argentinas de Ingenieria Estructural. Buenos Aires. 1989.
- CLELAND D.J. Structural Conditions of Circular Prestressed Concrete Water Storage Reservoirs. ACI Fall Convention. Philadelphia, novembro 1990.
- DIAMOUTENE, K. KAMINSKI, M. Investigation of temperature and strain distribution in reinforced–concrete wall of a rapeseed storage silo. Structural Concrete – Journal of the FIB. Lausanne, Switzerland. Vol.4 n. 3. Setembro, 2003.
- DOMEL, W. *Circular Concrete Tanks Without Prestressing*. PCA Portland Cement Association. 1993.
- FUSCO, P. B. *Estruturas de concreto armado solicitações normais.* Rio de Janeiro. Guanabara II, 1981.
- GHALI, A. Elliot E. *Prestressing of Circular Tanks*. ACI Structural Journal. Novenber-December 1991.
- GHALI, A. Elliot E. *Serviceability of Circular Prestressed Concrete Tanks*. ACI Structural Journal. May-June 1992.

GRAY, W. S. MANNING, G. P. Concrete Water Towers Bunkers Silos & Other

*Elevated Structures.* 5. ed. London. Cement and Concrete Association, 1973.

- GUIMARÁES, A. E. P. Indicações para projeto e execução de reservatórios cilíndricos em concreto armado. Dissertação. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1995.
- HUSSINE B.; Hatfield F. J. *Forces in Cylindrical Grain Silos Caused by Decreasing Ambient Temperature*. ACI Structural Journal. January-February 1990.
- IBRACON. *Prática recomendada Comentários técnicos NB 01.* São Paulo. Junho, 2003.
- KREITH, F. Princípios da transmissão de calor. São Paulo. Edgard Blücher, 1973.
- MODESTO, L. S. *Sub rotinas básicas do dimensionamento de concreto armado.* 1. ed. São Paulo. Thot Editora, 1994.
- MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. J.; MORAN, F. M. *Hormigon Armado.* 12. ed. Barcelona, Espanha. GG Editorial Gustavo Gili S. A., 1987.
- NIELSEN, B. T. *Redistribuition of Concrete Stresses Due to Creep after Change of Structural System*. ACI Structural Journal. July-August 1990.
- NIELSEN, B. T. *Design of Prestressed Tanks*. ACI Structural Journal. May-June 1992.
- POPOV, E. P. *Introduction to Mechanics of Solids*. New Jersey. Prentise Hall, Inc., 1968.
- PRIESTLEY M. J. N. *Ambient Thermal Stresses in Circular Presterssed Concrete Tanks*. ACI Structural Journal. October 1976.
- RAVENET, J. *Silos Teoria, Investigaccion, Construccion.* Barcelona, Espanha. Editores técnicos Associados, S.A., 1977.
- RAVENET, R. *Silos Deformaciones, Fallas, Explosiones, Prevencion de Accidentes.* Editores Técnicos Associados. Barcelona, Espanha, S.A., 1978.

- RAVENET, J. *Silos Flujo de Vaciado de Solidos. Formacion de Bovedas.* Barcelona, Espanha. Editores técnicos Associados, S.A., 1983.
- REINBERT, M. A. *Silos Teoría y Práctica*. Editorial Américalee S.R.L. Buenos Aires 1979.
- REKACH, V. G. Problemas de la Teoria de la Easticidad. Editorial Mir. URSS. 1978.
- SAFARIAN, S. S. Harris E. C. *Design and Construction of Silos and Bunbers*. Van Nostrand Reinhold Company Inc. New York, 1985.
- SOUKHOV D.; *Thermal Actions in the Eurocode 1 "Acitions on Structures".* Institui fur Massivbau und Baustofftechnnologie, Universitat Leipzig. 2000.
- TAYLOR, C.P. TURNER, L.; *Reinforced concrete chimneys*. Concrete Publications Limited. London. 1948.
- TIMOSHENKO, S.; GOODIER, J. N. *Teoria de la Elasticidad.*, Espanha. Artes Gráficas Grijelmo S. A.; 1968.

TIMOSHENKO, S. Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill. New York . 1959

- VOLTERRA, E. Advanced Strength of Materials. Prentice-Hall, Inc. London. 1971
- SLANTER W. M. *Concrete Water Tanks in Ontario*. Candian Journal of Civil Engineering. V.12. Junho 1985.