UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

TESE DE DOUTORADO

QUATRO VISÕES ILUMINISTAS SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:
DIDEROT, D'ALEMBERT, CONDILLAC E CONDORCET

Maria Laura Magalhães Gomes

Orientador: Prof. Dr. Antonio Miguel

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por Maria Laura Magalhães Gomes e aprovada pela Comissão Julgadora.

Data: 2/4/03

Assinatura: ______________________
(orientador)

Comissão Julgadora

____

____

____

____

2003

Catalogação na Publicação elaborada pela biblioteca
da Faculdade de Educação/UNICAMP
Bibliotecário: Gildenir Carolino Santos - CRB-8ª/5447

G585q

Gomes, Maria Laura Magalhães.
Quatro visões iluministas sobre a educação matemática : Diderot, D' Alembert, Condillac e Condorcet/ Maria Laura Magalhães Gomes. --]
Campinas, SP: [s.n.], 2003.

Orientador : Antonio Miguel.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Diderot, Denis, 1713-1784. 2. Alembert, Jean Le Rond d', 1717-1783. 3. Condillac, Etienne Bonnot de, 1714-1780. 4. Condorcet, Jean - Antoine-Nicolas de Caritat, marquis, 1743-1794. 5. Educação matemática História. I. Miguel, Antonio. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

03-048-BFE

Resumo

Este trabalho focaliza as visões sobre a educação matemática dos quatro autores do Iluminismo francês cujo nome figura em seu título.

Os quatro capítulos centrais são constituídos por estudos sobre as idéias de Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet nos quais se procura ressaltar, para cada pensador, o aspecto mais notável em relação à educação matemática.

Em Diderot, esse aspecto se encontra no sentido político da educação matemática; d'Alembert se distingue por sua consideração da epistemologia da Matemática como a base da educação matemática. Em Condillac, destaca-se a valorização da educação matemática no plano cognitivo geral; em Condorcet, as concepções e propostas para a educação matemática na instrução pública.

Os capítulos inicial e final apresentam, respectivamente, o quadro da educação matemática na França do século XVIII, antes da Revolução, e o contexto da mesma educação no período pós-iluminista, da morte de Condorcet à Restauração.

Abstract

This thesis is focused on elucidating visions on Mathematical Education of four Eighteenth Century French Enlightenment authors, namely, Diderot, d'Alembert, Condillac and Condorcet.

These philosophers main views on Mathematical Education, as perceived, are here organised in four exclusively dedicated chapters, each of them selecting and approaching the core themes and arguments of each author. Accordingly, Diderot's main ideas on the topic are aimed at the political meaning of Mathematical Education, whereas to d'Alembert, the central aspect to be underlined is the Mathematical Epistemology. As for Condillac, the priority is given to the evolving cognitive frameworks. Finally, it is believed that Condorcet's ultimate emphasis is on public education.

The thesis initial and final chapters characterise the Mathematical Education contexts in France, respectively, in the Eighteenth Century before the French Revolution and in the Post-Enlightenment phase, from Condorcet's death to the French Restoration.

Para meus pais, Edson e Maria Helena Judice.

À memória de meu sogro, Francisco de Assis Magalhães Gomes, iluminista mineiro.

Agradecimentos

Ao professor Roberto Romano, a quem devo, além da inspiração para este trabalho, o incentivo constante nas várias fases de sua realização; indicações e recomendações preciosas; o acesso a importantes referências bibliográficas; a amizade e a atenção competente e generosa.

Ao professor Antonio Miguel, pelo interesse com que acolheu desde o início a idéia desta pesquisa; pela paciência na leitura atenta e rigorosa dos textos que compõem esta tese, em muitas etapas; pela disponibilidade na sempre segura orientação via telefone, correio eletrônico ou pessoalmente; pela gentileza e generosidade com que me recebeu em todas as minhas vindas a Campinas para cumprir os diversos requisitos do doutorado; pelo estímulo, pela confiança e pela amizade.

Ao professor Gert Schubring, que colocou à minha disposição os seus extensos e profundos conhecimentos sobre a história da Matemática, particularmente sobre a educação matemática na França iluminista, e sempre muito generosamente me proporcionou sugestões valiosas e o acesso a fontes de pesquisa essenciais ao trabalho.

Ao professor Dario Fiorentini, sou especialmente reconhecida não somente pelo incentivo, mas também por ter aceito o convite para participar da banca de meu Exame de Qualificação, tarefa que demandou o uso de horas preciosas de seu tempo de dedicação à formação dos professores de Matemática e ao estudo dos saberes docentes.

Aos quatro professores anteriormente nomeados, componentes da comissão avaliadora de meu Exame de Qualificação, agradeço ainda pela leitura do texto que então apresentei, leitura essa que resultou em contribuições inestimáveis para esta tese.

A Eliana Farias (in memoriam), Jorge Sabatucci, Maria Cristina Costa Ferreira, Maria da Penha Lopes, Marília Costa de Faria, Plínio Cavalcanti Moreira e Vera Regina Lima de Farias e Flores, colegas do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, expresso minha gratidão pelas muitas ocasiões em que trabalhamos em conjunto, pela amizade e pelo incentivo à realização do doutorado em Educação Matemática na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Agradeço também a meus colegas Helder Cândido Rodrigues e Paulo Antônio Fonseca Machado, pelo apoio proporcionado a este trabalho durante o exercício de sua chefia do Departamento de Matemática da UFMG.

A Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca, colega da Faculdade de Educação da UFMG, preciso fazer um agradecimento particular – além da amizade, devo-lhe o apoio ao esforço para o ingresso no Programa de Pós-graduação em Educação da UNICAMP; as sugestões para a versão original do projeto de pesquisa que resultou nesta tese; várias oportunidades de frutífero trabalho conjunto; muitos diálogos a respeito de diversos aspectos do campo de pesquisa da Educação Matemática.

Aos professores Anna Regina Lanner de Moura, Antonio Miguel, Dario Fiorentini, Dione Luchesi de Carvalho e Maria Ângela Miorim, agradeço por terem me recebido sempre com simpatia no Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática da Faculdade de Educação da UNICAMP.

À professora Cláudia Miguel, pela hospitalidade generosa com que acolheu a mim e aos meus filhos em sua casa durante nossas estadas em Campinas.

Aos meus sobrinhos Francisco, Talita e Luísa, pelo afeto e pelas gentilezas que tornaram mais confortáveis e felizes as minhas passagens por Campinas.

À professora Gilda Lúcia Delgado de Souza, colega da pós-graduação em Educação Matemática, expresso meus agradecimentos pela amizade e convivência durante o doutorado.

À professora Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, a quem devo não só o nome, como o afeto e o estímulo à minha atuação na área da Educação Matemática.

Ao professor Elon Lages Lima, pelo reconhecimento do meu trabalho, pela amizade e pelo incentivo.

Aos amigos Circe Dynnikov, Ediógenes Aragão Santos, Eliana da Silva Souza, Eliane Marta Lopes, Irene Rezende, João Antônio de Paula e José da Silva Brandão, pelos auxílios de natureza variada que me deram em relação à bibliografia utilizada neste trabalho.

Às minhas irmãs Valéria, Cynthia, Maria Alice e Érica, pelo incentivo. À Valéria, em especial, agradeço pela ajuda na versão do resumo da tese para o inglês, pela troca de idéias sobre o trabalho acadêmico, e pela colaboração na editoração do trabalho. Por essa colaboração, agradeço ainda a meu cunhado Lucas.

Aos meus filhos, Henrique e Beatriz, serei sempre grata pela compreensão, pela paciência e pelo apoio imprescindíveis à realização do doutorado.

Sumário

Introdução

O projeto de pesquisa que resultou no presente trabalho tem sua origem em minha leitura do artigo *Universidade: entre as Luzes e nossos dias* (ROMANO, 1998). Nesse trabalho, o autor analisa criticamente o espectro dos problemas vividos pelas universidades nos tempos atuais sob a perspectiva do surgimento e desenvolvimento da instituição universitária no decorrer dos séculos.

O elo entre o texto recém-citado e esta tese é a referência importante do primeiro às idéias de Denis Diderot sobre a universidade, expostas no plano que escreveu para atender a uma encomenda da imperatriz Catarina da Rússia. Nesse escrito, Diderot confere ao conhecimento matemático um lugar privilegiado na educação, situando-o na Primeira Classe do Primeiro Curso de Estudos da Faculdade das Artes, nível de ensino correspondente ao dos estudos secundários.

A proposição do ensino da Matemática, junto com o das ciências, como base da instrução, com a inversão da ordem tradicional dos estudos, que priorizava a retórica, a gramática e as línguas antigas, não é uma posição exclusiva de Diderot. Essa proposta constitui antes, segundo muitos autores (ABBAGNANO & VISALBERGHI, 1995; CAMBI, 1999; HUBERT, 1976; LUZURIAGA, 1990; MANACORDA, 1997), uma característica da pedagogia do século XVIII, e particularmente do grupo de pensadores ligados à *Enciclopédia* ou *Dicionário Raciocinado das Ciências, das Artes e dos Ofícios*. Entre esses pensadores, sobressaem os nomes de Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet, filósofos que, de diferentes modos, colocaram a Matemática em primeiro plano entre os conhecimentos que deveriam fazer parte da educação.

Como a atribuição do estatuto de base da instrução ao conhecimento matemático tem continuidade no pensamento de Auguste Comte (1798-1857) e dos positivistas no século XIX, e o Positivismo é visto geralmente como um herdeiro, ainda que controvertido, do Iluminismo, o projeto apresentado quando do meu ingresso no Programa de Pós-Graduação da Universidade Estadual de Campinas previa a investigação tanto das idéias referentes à educação matemática[1] contidas nas obras dos quatro autores citados, quanto do pensamento de Comte, com a análise da proposta de educação matemática desse último filósofo do ponto de vista das permanências e transformações em relação ao trabalho dos iluministas.

A percepção, desde o início da pesquisa, do muito que existia a ser analisado na produção de Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet no terreno em foco, e a consideração de que o Positivismo de Comte foi focalizado em alguns trabalhos de história da educação matemática produzidos recentemente no Brasil, como os de PIRES (1998) e SILVA (1999), o mesmo não tendo acontecido com as concepções iluministas, levaram-me a limitar o trabalho a estas últimas, representadas pelos quatro pensadores eleitos.

Como questão central da pesquisa, escolhi a constituição do conjunto de idéias norteadoras da proposta de educação matemática defendida por esses autores, direcionada metodologicamente pela investigação dos aspectos epistemológicos (concepções acerca do conhecimento matemático), teleológico-axiológicos (concepções acerca das finalidades da educação matemática e dos valores a serem por ela promovidos), didático-metodológicos (concepções sobre os meios a serem usados na educação matemática) e psicológicos (concepções relativas ao acesso aos conhecimentos matemáticos) constituintes de seus projetos educativos ou a eles subjacentes.

A opção por essas quatro dimensões (epistemológica, teleológico-axiológica, didático-metodológica e psicológica) como diretrizes – baseia-se em um dos estudos[2] que compõem a tese de Doutorado de meu orientador, o Prof. Dr. Antonio Miguel.

Todavia, se à medida que eu fixava a atenção sobre cada um dos quatro autores e buscava identificar os modos como essas dimensões se manifestavam em suas obras era possível perceber a existência de pontos em comum entre eles, evidenciavam-se também

[1] Embora na atualidade a expressão "educação matemática" seja usada com diversos significados, entre eles o de um campo de estudo/pesquisa, utilizo-a no contexto histórico a que esta tese se refere, a França do século XVIII, para designar o ensino da Matemática em uma perspectiva mais ampla, isto é, como algo indissociável de seus múltiplos aspectos: epistemológicos, políticos, éticos, pedagógicos, históricos, filosóficos, metodológicos, psicológicos, sociais, culturais, teleológicos, axiológicos etc.

suas singularidades e divergências. Por ocasião de meu Exame de Qualificação, já se tornara claro que Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet, embora apresentassem algumas idéias convergentes, possuíam riqueza e originalidade próprias que ficariam em segundo plano caso eu insistisse em colocar o foco principal do trabalho na configuração de um ideário iluminista em relação à educação matemática construído com base nas semelhanças entre eles.

As indicações da banca examinadora do projeto, composta pelos professores Dario Fiorentini, Gert Schubring e Roberto Romano, e presidida por meu orientador, conduziram-me ao enfoque adotado na versão final do trabalho – em lugar de caracterizar, conforme proposto originalmente, um conjunto de idéias sobre a educação matemática, decidi-me pela apresentação destas *Quatro visões iluministas sobre a educação matemática: Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet.*

O núcleo desta tese é constituído, assim, pelos capítulos numerados de 2 a 5, que abordam separadamente a contribuição de cada autor.

No capítulo 1, apresento um quadro geral da educação na França do século das Luzes, com o objetivo de contextualizar as idéias de Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet nos capítulos que se seguem.

O título escolhido para cada um desses quatro capítulos procura traduzir o aspecto que considerei o mais notável no trabalho de cada pensador. Dessa maneira, como as concepções de Denis Diderot (1713-1784) sobre a educação matemática orientam-se, sobretudo, para a contribuição dessa educação para uma reforma da sociedade, o capítulo 2 se chama *Diderot e o sentido político da educação matemática*.

Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783), matemático eminente do século XVIII, editor dos verbetes de Matemática da *Enciclopédia* e autor do *Discurso Preliminar dos Editores* da obra, expressa, em seus escritos, a idéia de que a educação matemática deve se fundamentar no duplo modo como concebe o conhecimento matemático – devedor da experiência dos sentidos e a ser organizado numa cadeia de verdades. É por isso que o capítulo 3, que lhe é dedicado, intitula-se *D'Alembert e a epistemologia da Matemática como base da educação matemática.*

---

[2] *A constituição do paradigma do formalismo pedagógico clássico em educação matemática* é o título com que esse estudo foi publicado em MIGUEL (1995).

Para Étienne Bonnot de Condillac (1714-1780), o pensador abordado no capítulo 4, a Matemática é o conhecimento que evidencia, por excelência, o mérito de seu método filosófico preferido, a análise. Esse método, pelo qual os homens chegaram ao conhecimento das verdades, é aquele que deve ser usado para a aprendizagem de todos os conhecimentos. A educação matemática tem, assim, para esse filósofo, um enorme valor cognitivo; é por essa razão que o título eleito para o capítulo é *Condillac e o prisma cognitivo da educação matemática*.

Jean-Antoine-Nicolas Caritat (1743-1794), o marquês de Condorcet, uma geração após Diderot, d'Alembert e Condillac, vive, durante a Revolução Francesa, uma situação que clama por soluções urgentes para o problema da instrução pública. Vendo a Matemática como um importante exemplo das potencialidades da inteligência humana e a educação matemática como essencial à formação do cidadão de uma nova França, Condorcet tem a oportunidade de elaborar propostas efetivas para essa educação no âmbito do ensino público. A localização da relevância máxima de seu trabalho nesse terreno impõe o título do capítulo 5 – *Condorcet e a educação matemática na instrução pública*.

Nesses quatro capítulos, considero fundamental ressaltar a utilização das dimensões balizadoras da pesquisa – epistemológica, teleológico-axiológica, didático-metodológica e psicológica – para o estudo dos autores. Embora ocasionalmente essas dimensões sejam nomeadas nos subtítulos dos capítulos, a consideração da existência de ligações íntimas e inseparáveis entre concepções sobre o conhecimento matemático, fins e valores do mesmo conhecimento, formas de acesso a ele e métodos de ensino me levou a optar por um tratamento que, a maior parte das vezes, não as isola.

No capítulo 6, apresento brevemente a descrição de alguns aspectos do destino das propostas de educação matemática na França após a morte de Condorcet (1794), procurando relacionar as transformações ocorridas ao contexto político-pedagógico instaurado nas últimas fases da Revolução, no império de Napoleão e na Restauração.

Nas considerações finais, retomo alguns temas trabalhados ao longo dos capítulos dedicados a Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet para situá-los, sucintamente, em relação a uma parte da obra de Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), o pensador da França setecentista cujas idéias têm o maior destaque na historiografia da educação. Aponto ainda alguns temas para cuja pesquisa acredito que este trabalho possa dar uma contribuição.

Capítulo 1

Considerações sobre a educação matemática na França do século das Luzes

Na carta de número 128 no conjunto das Cartas Persas (MONTESQUIEU, 1964, p. 129-130), o viajante persa Rica narra a seu amigo também persa Usbek o encontro que havia tido com um geômetra durante um passeio em Paris. Rica se impressiona ao constatar o bom tratamento recebido pelo geômetra ao entrar num café, e descreve o personagem:

"Nada lhe era indiferente, desde que fosse verdadeiro. Também sua conversação era singular. Naquele dia havia chegado do campo com um homem que tinha visto um soberbo castelo e magníficos jardins, e ele não tinha visto senão um edifício de sessenta pés de comprimento e trinta e cinco de largura e um bosquezinho aproximadamente retangular de dez hectares. Teria desejado que se houvessem observado de tal modo as leis da perspectiva, que as alamedas tivessem parecido de igual largura por toda parte, e teria indicado para isso um método infalível."

Continuando a falar sobre o geômetra, Rica conta a Usbek sua reação ao ouvir alguém queixar-se de ter sido arruinado por uma inundação do inverno anterior:

"O que me diz é muito agradável, disse então o geômetra: vejo que não me enganei na observação que fiz – caíram na Terra pelo menos duas polegadas de água mais que o ano passado."

No final da carta, relata Rica que ao sair do café, o geômetra, andando muito depressa, chocou-se com outro homem que, dizendo-se contente pela cabeçada que haviam-se dado, contou-lhe a grande novidade de ter acabado de publicar a sua tradução de Horácio. O geômetra, então, censurou-o fortemente por ter se ocupado em um inútil trabalho de ressurreição de um defunto ilustre, já que uma tradução (do latim) não poderia trazer à vida o espírito que animava os autores antigos. E terminou por perguntar ao tradutor: *"Por que o senhor não se dedica antes à investigação de tantas belas verdades que um cálculo muito fácil nos faz descobrir todos os dias?"*

A carta encerra-se com Rica dizendo que o geômetra e o tradutor separaram-se, segundo acreditava, muito descontentes um do outro.

Nas Cartas Persas, publicadas em 1721, Montesquieu (1689-1755) fez um retrato da sociedade francesa no qual abordou os quadros da política, da Igreja, da nobreza, das instituições e dos costumes, revelando-lhes os vícios, os absurdos e os preconceitos por meio da aguda observação dos viajantes estrangeiros em suas incursões pelo país. Parece significativo que entre todos esses aspectos o autor tenha julgado importante assinalar não só o prestígio de um geômetra e sua maneira matemática de ver o mundo, como também a sua opinião quanto à tradução do latim de um clássico como Horácio.

O conteúdo da carta de número 128 expressa dois pontos fundamentais para o estudo das idéias relativas à educação matemática na França do século XVIII. O primeiro deles transparece no destaque conferido ao matemático, freqüentemente denominado geômetra à época, bem como à sua maneira de ver o mundo – é o grande estágio de desenvolvimento atingido pelas ciências e pela Matemática, já no início do Setecentos. Nas palavras de GUSDORF (1966, p. 27), há, desde o século anterior, *"um verdadeiro advento do conhecimento científico"* no país, traduzido pela criação da Academia Real de Ciências (1666) e do Observatório de Paris (1667); pelo aparecimento de um periódico científico, o *Journal des Savants* (1665); pelo surgimento da literatura de divulgação das ciências. Importante é registrar que todo esse movimento se realiza fora da universidade, ambiente corporativo e onde prepondera o elemento teológico (GUSDORF, 1966; HUBERT, 1976).

Focalizemos agora a crítica que o geômetra faz ao homem com quem havia se chocado ao sair do café. Montesquieu, através de seu personagem, sublinha a inutilidade do conhecimento do latim e de um autor antigo quando comparado à investigação de *"belas verdades"* pela via da Matemática e das ciências.

O latim e os escritores antigos simbolizam a cultura humanista que ainda domina o sistema educacional da França do século XVIII, especialmente nos colégios jesuítas, que formam a elite intelectual do país. Está aí o segundo ponto revelado pela 128ª carta persa: na ordem pedagógica setecentista, o estudo das letras prevalece sobre o das ciências, e a Matemática tem pouco espaço. Há, assim, como enfatiza Georges Gusdorf, um descompasso entre a situação real do saber, no qual as ciências ocupam um lugar cada vez mais importante, e a ordem oficial da cultura, que perpetua a preponderância já prescrita das belas-letras. Escreve Gusdorf:

"Esse desnível suscita a reação justificada dos melhores espíritos, levados assim a sublinhar a oposição, e talvez a incompatibilidade entre a formação literária, inútil e regressiva, e a formação científica, única aberta sobre o real e senhora do futuro.

Na polêmica secular entre as letras e as ciências, são as ciências que lançam a ofensiva para forçar o reconhecimento de sua validade menosprezada" (GUSDORF, 1966, p. 28).

A inversão proposta pelos pensadores na ordem dos estudos do sistema de ensino destacará a Matemática como conhecimento imprescindível à instrução – particularmente os quatro autores abordados neste trabalho integram esse esforço referido por Georges Gusdorf. Essa posição pró-ciências e Matemática na formação educacional é, na verdade, parte indispensável do movimento de idéias que, usando enfaticamente a palavra "luzes" para combater as instituições políticas, sociais e econômicas, ganhou seu nome e nomeou o século em que se desenvolveu.

Por outro lado, o estudo de qualquer tema ligado à educação na França do século XVIII, e seguramente não poderia ser diferente para a educação matemática, requer uma outra chave, que nos pode ser dada novamente por Montesquieu. Em 1748, foi publicada uma das obras mais importantes do pensamento político moderno, o seu *Do Espírito das Leis*. Nesse livro, entre os muitos assuntos abordados, DOLLE (1973) chama a atenção para o conteúdo do Livro Quarto – *De como as leis devem ser relativas aos princípios do governo* – porque, ao tratar das leis da educação, Montesquieu situa o ensino na esfera política, distinguindo os tipos de educação segundo as três formas de governo que considera, a monarquia, a república e o despotismo.

Assim, como observa Dolle, a obra de Montesquieu apresenta uma idéia que marcará cada vez mais o século na França: cabe ao Estado instituir, regulamentar e organizar o ensino; a educação é uma questão política, e seu principal objetivo é formar o cidadão no espírito das leis fundamentais desse Estado.

Montesquieu não faz uma crítica explícita às práticas pedagógicas da França monárquica do século das Luzes; contudo, esse empreendimento, comum a muitos autores desde antes da publicação do *Espírito das Leis*, insere-se, de modo geral, no contexto de uma reflexão política, e o período de maior fecundidade de obras pedagógicas é o que se estende de 1748, ano de surgimento desse trabalho, a 1789, ano da Revolução Francesa. O maior aparecimento de títulos se verifica a partir de 1762, data que marca a proibição do ensino jesuíta no país (DOLLE, 1973). Entre esses títulos, figura com destaque o *Ensaio de educação nacional*, de La Chalotais[3], citado por muitos autores (CAMBI, 1999; DOLLE, 1973; HAZARD, 1974; HUBERT, 1976; SCHUBRING, 1985). HAZARD (1974) caracteriza o pensamento expresso nesse texto, essencialmente reivindicatório de uma ação do Estado na educação, especialmente na preparação para o exercício das profissões, em oposição à ação dominante da Igreja, em cujas mãos o mesmo Estado havia deixado a questão:

> *"O Estado deve prover às necessidades da Nação; o Estado não deve deixar a educação entregue a pessoas cujos interesses não são os da pátria; a escola deve preparar cidadãos para o Estado, e portanto deverá estar de acordo com a constituição e leis deste; é regida por noções místicas, e eu exijo que seja regida por noções civis; o que importa não é encher o país de seminários e claustros, mas sim formar cidadãos; o bem público, a honra da Nação, exigem que cada nova geração seja preparada para cumprir cabalmente as várias profissões do Estado"* (HAZARD, 1974, p. 264).

A reflexão pedagógica contida no expressivo número de publicações que caracteriza a segunda metade do século XVIII, indissociável do quadro do pensamento

---

[3] Louis René François de Caradeuc (1701-1785), senhor de La Chalotais, foi procurador geral do parlamento da Bretanha. Inimigo dos jesuítas, escreveu trabalhos que enfatizavam o perigo representado pela Companhia de Jesus não só para o Estado, mas também para a Igreja. O *Ensaio de Educação Nacional* é uma crítica violenta aos métodos dos jesuítas logo muito difundida: só em 1763, ano de sua publicação, teve quatro edições na França, e foi traduzido para o holandês, o russo e o alemão (VIGUERIE, 1995).

político, comporta uma grande diversidade de idéias. Todavia, todos os autores compartilham, ainda de acordo com Jean-Marie Dolle, duas delas, que se nos afiguram como fundamentais para a compreensão das concepções de Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet quanto à educação matemática.

A primeira, a necessidade de estatizar a educação escolar, é particularmente marcante, como veremos, em Diderot e Condorcet. A segunda, a necessidade premente de reformar o conteúdo da educação escolar, com a abertura de um espaço importante para a Matemática, está explícita nos escritos de todos os quatro autores abordados neste trabalho.

Para situar adequadamente as quatro visões iluministas sobre a educação matemática que vamos apresentar, propomo-nos, neste capítulo, a esboçar um panorama, ainda que sucinto, da instrução primária e secundária da França pré-revolucionária. Nesse retrato, terá relevo o papel dos jesuítas, especialmente importante para os aspectos relacionados à educação matemática.

1.1 Aspectos gerais da instrução primária e secundária antes da Revolução

Na maior parte da Europa do século XVIII, a instrução, mesmo elementar, está reservada a uma pequena minoria da população, e presente essencialmente no meio urbano. A questão da instituição escolar se insere no contexto socioeconômico de manutenção de um regime de propriedade, de caráter semi-feudal, que se adapta melhor sob a ignorância das massas. Essa Europa é, em sua maior parte, rural, e a França, no que diz respeito à difusão da instrução, situa-se numa posição média entre os países (GUSDORF, 1971). É fundamental acentuar, porém, como o faz, por exemplo, SCHUBRING (1985), que nos planos político, social e econômico, a França se encontra atrasada, particularmente em relação à Inglaterra, na qual já em 1688 verificara-se a vitória de uma revolução burguesa. Assim, o movimento que proporá, e acabará por realizar, mesmo insuficientemente, no momento da Revolução, reformas educativas[4], é inseparável de um conjunto de estratégias para o desenvolvimento geral do país.

[4] Abordaremos o contexto da Revolução Francesa no capítulo 5, e o posterior a ela no capítulo 6 deste trabalho.

FURET & OZOUF (1977) enfatizam que a história da escola elementar francesa no Antigo Regime é feita pela interação complementar entre a Igreja, o Estado e as comunidades, sendo notável o fato de a Igreja católica ter elaborado, nos séculos XVII e XVIII, *"uma verdadeira ideologia da escola, concebida como inseparável da educação cristã"* (p. 72). Essa ideologia é o resultado da batalha entre protestantismo e Contra-Reforma, e embora o Estado também tenha lutado contra a expansão da Reforma, sua ação não pode ser comparada à da Igreja católica no que diz respeito ao interesse pela escola. Pois se a Igreja, nesse embate, produziu uma doutrina e uma política da instrução popular, o Estado limitou-se a ações de combate à heresia. Por outro lado, esses autores apontam que as comunidades rurais e urbanas são forças importantes a serem consideradas em relação ao desenvolvimento das escolas: a questão da demanda escolar não é, assim, prerrogativa do debate entre Igreja, Estado e sociedade cultivada.

O quadro geral da instrução dos franceses no século XVIII caracteriza-se por um sistema de ensino duplo, em que os ramos correspondem a uma condição social: o primário é a escola do povo, o secundário é para a minoria formada pela nobreza e pela burguesia (ARRIÈS, 1981; CARON, 1996).

A primeira instrução é fornecida pelas pequenas escolas, que ensinam a ler, a escrever e a contar, e que têm diversos estatutos: há as escolas mantidas pelas comunidades, que podem ser pagas ou gratuitas; as diferentes escolas de caridade, nas quais se incluem escolas para meninas; as pequenas escolas dos irmãos das escolas cristãs, discípulos do fundador dessas instituições, Jean-Baptiste de La Salle (1651-1719). Essas últimas não são escolas de caridade; são financiadas alternativamente pela cidade, pelo bispo ou por um patrocinador; admitem ricos e pobres, e são gratuitas para todos. Há, em geral, mais escolas desse primeiro nível para meninos do que para meninas (VIGUERIE, 1995).

Nessas instituições que se encarregam da instrução primária, e em que a Igreja católica detém o papel principal, leitura, escrita e aritmética se aprendem nessa ordem, e até o fim do século XVIII, quem aprende a ler aprende em latim, língua do sagrado e da memorização religiosa; ninguém aprende a escrever sem antes saber ler bem. FURET & OZOUF (1977) contrapõem leitura – pertencente à religião e à moral – e escrita – aprendizagem do útil, associação entre escola e ofício.

Aprender a contar, enfim, fica reservado a quem já começa a escrever bem, e são para poucos os rudimentos da aritmética, pomposamente batizados, segundo os mesmos autores, como "ciências". Aprende-se primeiro a contar com tentos nas mãos, e somente depois usa-se a pena para fazer operações sobre o papel.

François Furet e Jacques Ozouf acrescentam a esse programa básico das pequenas escolas o ensino, em algumas delas, dos princípios do grego e do latim aos melhores alunos, para que pudessem prosseguir seus estudos em algum bom colégio.

VIGUERIE (1995) observa que há um avanço da alfabetização na França na primeira metade do século das Luzes; porém, a partir de 1750, há estabilização ou mesmo diminuição das taxas de alfabetização, e o número de pequenas escolas cresce menos que anteriormente. Esse autor explica o fato, que parece estar em contradição com a efervescência de publicação de obras pedagógicas no mesmo momento, pela circunstância de a opinião pública e o Estado não serem favoráveis à difusão da instrução popular – ela poderia diminuir os braços requeridos pelo trabalho manual – a existência desses braços estaria garantida caso o povo não fosse à escola. É preciso ressaltar, a exemplo de Jean de Viguerie, que no século das Luzes há obscurantistas que se opõem à expansão da educação nas camadas populares: exemplos freqüentemente citados são Voltaire (1694-1778) e La Chalotais. Este último, aqui já mencionado para exemplificar a rejeição ao ensino dominado pela Igreja católica, é uma das vozes que questiona a ação dos irmãos das escolas cristãs em prol da instrução do povo; um dos reflexos desse tipo de pronunciamento, expressão segura de uma idéia que ganha espaço na época, é a diminuição do apoio material de que essas escolas necessitam. Jean de Viguerie salienta mesmo, a partir de 1750-1760, a frenagem do desenvolvimento da escola elementar pela alta administração real.

Também ARRIÈS (1981, p. 193) destaca que no século das Luzes, a idéia difundida por pessoas *"esclarecidas"* quanto à inconveniência de instruir as massas penetrou com força na opinião pública. Entre os quatro autores focalizados neste trabalho, observaremos que Diderot e Condorcet se sobressaem pela posição oposta de defesa de um ensino universal aberto a todos, e no qual a educação matemática tem particular importância.

FURET & OZOUF (1977) comentam sobre as divergências entre Estado e Igreja a respeito da instrução popular: o Estado monárquico absolutista havia deixado inicialmente a instrução na dependência da Igreja católica, que tinha feito um esforço considerável pela educação elementar. Mas em torno desse mesmo Estado, houve espaço para o desenvolvimento de *"uma contra-ideologia hostil ao esforço da Igreja"* (p. 74). Contudo, não se pode, de acordo com esses autores, generalizar nem uma necessária posição pró-difusão da instrução popular por parte da Igreja, nem a certeza de uma posição contrária por parte do Estado. Por outro lado, vale a pena registrar o comentário de GUSDORF (1971) de que a preocupação com a educação do povo não se pode afirmar senão no contexto de uma ideologia verdadeiramente democrática, e acrescentamos: como a que impregna o pensamento de Diderot e Condorcet.

No que se refere à instrução secundária, os colégios são as instituições mais importantes do Antigo Regime – são escolas de meninos, divididos em classes numerosas, onde se ensina principalmente o latim. Os colégios são de dois tipos – os das universidades e os das cidades, e esses últimos são mais freqüentemente confiados às congregações dos jesuítas, dos oratorianos, dos doutrinários e dos barnabitas (VIGUERIE, 1995). Segundo ARRIÈS (1981), no século XVIII, os alunos que freqüentam os colégios têm entre 10 e 15 anos de idade.

CARON (1996), com base no trabalho de vários historiadores, descreve a composição da clientela dos colégios no Antigo Regime:

"... a parcela dos filhos da nobreza permanece bastante pequena, ainda que amplamente superior à sua porcentagem na distribuição das categorias sociais da França: o peso dos setores de funções públicas, de profissões jurídicas ou médicas, de comerciantes e negociantes, de artesãos abastados e, nas regiões mais rurais, dos figurões de aldeia ou dos grandes agricultores permanece preponderante. Quanto à cota das classes inferiores – pequenos artesãos ou comerciantes, oficiais inferiores, arrendatários – permanece pequena e sofre acentuadamente as eventualidades da conjuntura: preço do trigo e taxa de freqüência escolar variam em paralelo" (CARON, 1996, p. 149-150).

E o autor continua, enfatizando que, sob o último aspecto comentado na passagem recém-transcrita, o século XVIII se caracteriza por uma nítida diminuição do número de alunos nos colégios; Jean de Viguerie estima em cerca de 60 mil o número deles no início do século, e em aproximadamente 40 mil os estudantes das mesmas instituições em 1789[5]. Caron registra também a dependência ampla dos abandonos, repetências e da duração da escolaridade em relação aos componentes socioeconômicos e socioculturais de cada região do país.

PETITAT (1994), que coloca em relevo a grande discrepância entre a escolarização no campo e a nas cidades, significativamente maior, afirma que a grande maioria dos pequenos agricultores, fazendeiros, meeiros, empregados domésticos não sabe ler nem escrever, e não freqüenta nem mesmo as escolas elementares. Assim, o colégio é um atributo sobretudo da média e da alta burguesia, para quem o latim, principal objeto de estudo nessas instituições, ainda detém prestígio e representa um caminho de ascensão social. Quanto à nobreza, ainda se utiliza da instrução privada, contratando um preceptor para educar seus filhos (CARON, 1996).

VIGUERIE (1995) apresenta a distribuição dos colégios entre as congregações religiosas em 1710: os jesuítas são responsáveis por 86[6], os oratorianos por 30, os doutrinários por 24, e os barnabitas por 30 deles; acrescenta o autor que até a supressão dos jesuítas, em 1764[7], não ocorrem modificações nessa distribuição. Devemos registrar ainda que até esse momento, por volta de metade dos alunos dos colégios são alunos dos jesuítas, cujo domínio é incontestável; na verdade, a marca do ensino secundário jesuíta é profunda, não só na França, mas em toda a Europa católica, até a eliminação da ordem em 1773 (CARON, 1996).

Essa importância dos jesuítas na instrução secundária da França do século das Luzes juntamente com as características do programa de estudos que desenvolvem nos

---

[5] Segundo o mesmo autor, a população da França em 1700 é de cerca de 21 milhões e meio, e em 1789, de 28 milhões de habitantes (VIGUERIE, 1995, p. 1299).

[6] Encontramos discrepâncias entre alguns autores no que concerne ao número de colégios jesuítas na França do século XVIII: BUISSON (1911, p. 1130) fala em 88 colégios jesuítas em 1762; para DURKHEIM (1969, p. 277), o total de colégios, no século, é de 92; SCHUBRING (1985, p. 366) refere-se à existência de 90 colégios jesuítas por volta de 1760.

[7] O edito real que suprimiu a Companhia de Jesus do reino da França data de 26 de novembro de 1764 (VIGUERIE, 1995, p. 1510); porém, de acordo com DOLLE (1973, p. 20), o Parlamento havia proibido o ensino jesuíta no país a partir de 2 de agosto de 1762.

colégios tornam-se especialmente relevantes para o entendimento da obra de Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet no que diz respeito à educação matemática. Procuramos, por isso, a seguir, focalizar os pontos do contexto da ação dos jesuítas nos colégios que se nos afiguram como primordiais para compreender as posições dos quatro pensadores, as quais constituem o núcleo deste trabalho.

1.2 O ensino dos jesuítas e a educação matemática

O terreno reconhecido da educação jesuíta é o ensino secundário: COMPAYRÉ (1911) acentua que esse nível de estudos foi o único cultivado com sucesso pela Companhia de Jesus. Esse autor, crítico severo da congregação, enfatiza que a mesma jamais demonstrou interesse pelo ensino primário porque, para ela, *"tudo se subordina à fé, e a fé do povo não tem melhor salvaguarda do que sua ignorância"* (p. 903). Quanto ao ensino universitário, Gabriel Compayré afirma que as universidades mantidas pelos jesuítas nunca se destacaram, porque *"a alta ciência vive de liberdade e os jesuítas não admitem que o espírito se emancipe"* (idem).

O lugar de investimento efetivo da Companhia de Jesus é o ensino secundário: os colégios são, desde a segunda metade do século XVI, um dos palcos centrais do combate aos progressos que a Reforma fazia nas alas da nobreza e da burguesia da França.

Como vimos, o público do ensino secundário francês no século das Luzes é constituído, em sua maior parte, pela elite burguesa. Nesse meio, o conteúdo eleito pelos jesuítas como instrumento da educação cristã, na busca do fortalecimento da fé e da ortodoxia católicas, é sobretudo o humanismo das letras gregas e latinas (COMPAYRÉ, 1911; DURKHEIM, 1969).

A base das letras antigas e a preponderância do latim na instrução jesuíta é sempre assinalada pelos autores (CARON, 1996; COMPAYRÉ, 1911; DURKHEIM, 1969; FRANCA, 1952; GUSDORF, 1966; HUBERT, 1976; VIGUERIE, 1995), e, de fato, a estrutura curricular do *Ratio Studiorum* ou *Plano de Estudos da Companhia de*

Jesus[8] é clara quanto à prioridade dos estudos, já que a constituição básica do ensino secundário se faz nas classes dos chamados estudos inferiores, freqüentadas pelo maior número de alunos, e nas quais não existe qualquer espaço para as ciências e a Matemática. Apesar de assinalarem que, com o decorrer do tempo após a fixação do *Ratio*, houve uma ampliação dos estudos científicos, COMPAYRÉ (1911), crítico da pedagogia jesuíta, e FRANCA (1952), defensor da mesma, concordam na permanência da influência desse plano organizador do ensino nos colégios durante os séculos XVII e XVIII, e na relevância maior da dimensão humanista sobre a científica na ação educacional da Companhia de Jesus. Também DURKHEIM (1969) afirma que, uma vez promulgado, o *Ratio* foi uniformemente observado nos colégios jesuítas, sem variações importantes, até 1832[9].

Parece-nos, pois, pertinente empreender aqui um breve comentário sobre os conteúdos de ensino que figuram nesse código de regras dos colégios jesuítas. FRANCA(1952) descreve as classes componentes dos estudos inferiores nos colégios – Gramática Inferior, Gramática Média, Gramática Superior, Humanidades e Retórica, nessa ordem. Elas não correspondem a anos de estudos: são distinguidas antes por graus de progresso; assim, como só podia ser promovido à classe superior o aluno que houvesse atingido um certo estágio, na prática os estudos inferiores podiam durar até sete anos[10]. É interessante registrar um esclarecimento quanto ao conteúdo dos estudos dessas cinco classes: neles, as disciplinas dominantes são o latim e o grego; as outras, como a língua vernácula, a história e a geografia, não possuem um estatuto autônomo,

---

[8] Em 1599, a Companhia de Jesus publicou esse documento, um regulamento a ser aplicado em todos os seus colégios. Sob a coordenação do então geral da ordem, o padre Claudius Acquaviva (1543-1615), o texto foi elaborado a partir dos resultados da experiência que vinha sendo realizada desde 1548, ano de fundação do primeiro colégio, o de Messina. O título completo do documento é *Ratio atque institutio studiorum Societatis Jesus* (CAMBI, 1999; DURKHEIM, 1969).

[9] É importante registrar que a Companhia de Jesus foi abolida, em 1773, por um decreto do papa Clemente XIV. Em 1814, porém, a ordem foi restabelecida por Pio VII. Modificações no *Ratio Studiorum* foram introduzidas somente em 1832 (CAMBI, 1999; LANGER, 1980; DURKHEIM, 1969; FRANCA, 1952).

[10] Essa parece ser a explicação para a referência de d'Alembert, no verbete *Colégio* da *Enciclopédia*, à permanência dos jovens nos colégios por dez anos (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, Tomo III, p. 635). O mesmo podemos dizer a respeito das palavras de Condorcet sobre dez anos de estudos nos colégios (CONDORCET, 1983, p. 101).

sendo ensinadas concomitantemente com a leitura, as traduções e os comentários dos autores clássicos.

As matemáticas, a astronomia e a física, ciências que eram acessíveis no século XVI, segundo o padre Leonel Franca, eram incluídas nos estudos superiores, no currículo filosófico, composto de três anos. No primeiro deles, estudavam-se a Lógica e uma introdução às ciências; no segundo, Cosmologia, Matemática e Física; no terceiro, Metafísica e Filosofia moral (FRANCA, 1952, p. 47). É importante ressaltar mais uma vez que esses estudos só eram feitos depois de concluída a formação literária básica.

Uma boa síntese do curso dos colégios jesuítas, no caso de cada classe corresponder efetivamente a um ano letivo, nos é oferecida por CAMBI (1999): um qüinqüênio de estudos lingüístico-literários (três de gramática e dois de humanidades e retórica) e um triênio de filosofia ao qual, para os internos, acrescenta-se um curso quadrienal de teologia.

Um exame do texto do *Ratio* nos mostra rapidamente o espaço mínimo da Matemática. Entre as Regras do Provincial dos colégios, encontramos

"Matemáticas: Estudantes e tempo

No segundo ano do curso todos os estudantes de filosofia assistirão à aula de matemática por três quartos de hora. Além disto os que tiverem mais inclinação e capacidade para semelhantes estudos exercitem-se neles em lições particulares depois do curso" (FRANCA, 1952, p. 126).

Além dessa pequena regra, há as

"Regras do Professor de Matemática

1. Autores, tempo, alunos de matemática. – Aos alunos de física explique na aula durante ¾ de hora os elementos de Euclides; depois de dois meses, quando os alunos já estiverem um pouco familiares com estas explicações, acrescente alguma cousa de Geografia, da Esfera ou de outros assuntos que eles gostam de ouvir, e isto simultaneamente com Euclides, no mesmo dia ou em dias alternados.

2. Problema. – Todos os meses, ou pelo menos de dois em dois meses, na presença de um auditório de filósofos e teólogos, procure que um dos alunos resolva algum problema célebre de matemática; e, em seguida, se parecer bem, defenda a solução.

3. Repetição. – Uma vez por mês, em geral num sábado, em vez da preleção repitam-se publicamente os pontos principais explicados no mês" (FRANCA, 1952, p. 164).

Certamente impressiona o pequeno número de orientações para os docentes de Matemática quando comparado ao número das regras dos professores de Retórica (20), Humanidades (10), Gramática Superior (10), Gramática Média (10), Gramática Inferior (9) e Filosofia (20) (FRANCA, 1952).

Essas apenas três regras, além da localização da Matemática somente nos estudos superiores, freqüentados por um número menor de estudantes do que o dos que realizavam os estudos inferiores, atestam uma vez mais a pequena relevância do conhecimento matemático na pedagogia jesuíta no momento da fixação do *Ratio Studiorum*. JULIÁ (2002) assinala um recuo entre a proposta definitiva do Ratio e o programa do colégio de Messina, elaborado em 1552, o qual concedia um espaço mais significativo à Matemática, e relaciona esse recuo simultaneamente à prioridade dada ao ensino de Aristóteles em filosofia e à falta de formação de professores especializados em Matemática, numa época em que o crescimento dos colégios era importante.

As referências já feitas à influência do *Ratio Studiorum* de 1599 nos colégios, mesmo no século XVIII, nos permitem considerar que a Matemática detinha realmente um espaço restrito entre os jesuítas, apesar de não podermos concluir que esse ensino tenha sido de baixa qualidade em todas as instituições mantidas pela ordem.

Na verdade, os jesuítas franceses foram importantes para o ensino científico no país, nas cátedras reais de Hidrografia e Matemática, existentes desde o século XVII (DAINVILLE, 1954; VIGUERIE, 1995). François Dainville procede a um levantamento completo dos professores responsáveis pelas cátedras de Matemática na França seiscentista e setecentista, mas assinala que o número delas é pequeno e sua distribuição desigual nas províncias da Companhia de Jesus. Também SCHUBRING (1985) nos informa que o oferecimento do ensino de Matemática em um colégio jesuíta dependia da disponibilidade de professores qualificados; além disso, por volta de 1760, em menos de um quarto desses estabelecimentos existiam tais cátedras.

Por outro lado, a leitura das *Regras do Professor de Matemática* do *Ratio* também nos possibilita pensar que num colégio jesuíta poderia haver lugar para um ensino de Matemática de qualidade, se aí existisse um professor com boa formação.

Entre os autores abordados neste trabalho, apenas d'Alembert não estudou num colégio jesuíta. De fato, Diderot fez seus primeiros estudos no colégio dos jesuítas em Langres, sua cidade natal. Sobre seus estudos posteriores em Paris há controvérsias quanto a sua passagem pelo colégio jesuíta Louis-le-Grand e pelo colégio Harcourt, de tradição jansenista (VENTURI, 1988; WILSON, 1985). Arthur Wilson afirma que é possível que ele tenha freqüentado ambos, acrescentando que em Harcourt a Matemática era importante. Acrescenta esse biógrafo que embora toda a obra de Diderot seja cheia de críticas agudas e profundas a sua própria formação nos colégios, sobretudo no que se refere à filosofia e à moral, o enciclopedista sempre apreciou a orientação para a Matemática que lhe foi propiciada na juventude.

Condillac esteve no colégio jesuíta de Lyon antes de freqüentar, em Paris, o seminário de Saint-Sulpice e a Sorbonne. Ele também empreendeu críticas às instituições de ensino que o formaram, escrevendo que a escola ensina coisas frívolas, e que, por isso, o jovem precisa aprender coisas úteis depois que a deixa (LEFÈVRE, 1966).

Condorcet foi interno no colégio jesuíta de Reims dos onze aos quinze anos; depois, esteve no colégio de Navarra, um estabelecimento da Universidade de Paris célebre pelo espírito científico (BADINTER & BADINTER, 1991). O segundo ano de filosofia nessa instituição proporcionou-lhe uma formação sólida em Física e Matemática, e ele próprio, ao criticar a instrução geral dos colégios e referir-se particularmente à inadequação do ensino de Física nesse segundo ano, faz questão de registrar uma exceção:

"Em alguns dos colégios da Universidade de Paris, professores muito competentes e zelosos ensinam nesse segundo ano os elementos da geometria e da

álgebra, uma teoria abreviada das seções cônicas e das séries, os primeiros princípios gerais do movimento, e os aplicam ao sistema do mundo, isto é, desenvolvem como, em virtude da força atrativa do sol, os planetas principais descrevem elipses em torno dele" (CONDORCET, 1983, p. 101).

Todavia, Condorcet, logo em seguida, enfatiza o lugar muito pequeno das ciências na instrução de responsabilidade da Igreja, dizendo:

"Eis a que se limitam os conhecimentos reais que se requerem em dez anos de estudos; como não se dão senão cerca de oito meses ao estudo desses conhecimentos reais; como tudo em que o espírito eclesiástico entre os mestres subalternos tem procurado desagradar aos jovens. O resultado é que muito pouco lhes ensinam e que a maior parte é rapidamente esquecida" (CONDORCET, 1983, p. 101).

Quanto a d'Alembert, ele freqüentou, de acordo com VIGUERIE (1995), em Paris, o colégio das Quatro Nações, foco dos jansenistas, inimigos dos jesuítas. Jean de Viguerie destaca a classe de filosofia do colégio onde estudou d'Alembert como um dos lugares onde se ensinava Matemática na França setecentista[11].

D'Alembert foi o responsável por uma das críticas ao ensino dos colégios que teve maior repercussão – o verbete *Colégio* da *Enciclopédia*, publicado no terceiro tomo, em 1753. WILSON (1985) chega a afirmar que esse texto foi o verbete mais controvertido do volume; d'Alembert ataca fortemente o ensino da Retórica, e também o da Filosofia, no qual se usam os métodos da escolástica medieval. O parceiro de Diderot na edição da *Enciclopédia* comenta que essa educação, a que ele mesmo teve, lhe parece execrável, reprova a forma como se ensina o latim, e faz acusações graves até ao ensino religioso dos colégios.

[11] Outros ensinos de Matemática na França do século das Luzes mencionados por esse autor são o das cátedras de Hidrografia e Matemática de 21 colégios jesuítas; o dos oratorianos e doutrinários em suas classes de filosofia; o da Universidade de Paris nos colégios de Harcourt e Beauvais; o dos professores das escolas militares; o da cátedra de Matemática do colégio real (VIGUERIE, 1995, p. 1170).

Arthur Wilson comenta que é bem verossímil que, ao escrever esse texto, d'Alembert visasse especialmente os jesuítas, enquanto afirmava a sua preocupação com o ensino da juventude em geral. O fato é que registraram-se fortes reações ao verbete, e manifestações contra a *Enciclopédia*, inclusive por parte dos jesuítas de Lyon, logo após a publicação do terceiro volume (WILSON, 1985, p. 178-179).

Na intensa reflexão pedagógica que se desenvolveu na França do século XVIII, os pensadores iluministas, e particularmente os quatro autores estudados neste trabalho expressavam reivindicações de reformas de uma sociedade. O ensino dos jesuítas era um alvo importante contra o qual havia lutado essa sociedade através de seus porta-vozes; quando, em 1762, proibiu-se o mesmo ensino em conseqüência dos conflitos da Companhia de Jesus com o poder político, d'Alembert, em sua memória *Sobre a destruição dos Jesuítas na França*, saudou o evento como um triunfo da Filosofia (HAZARD, 1974).

Após a proibição, criaram-se administrações para gerir os colégios, mas houve dificuldades para repor os professores; alguns colégios foram fechados, e outros confiados a diversas congregações (VIGUERIE, 1995). Na verdade, a proibição do ensino jesuíta foi um acontecimento decisivo no sentido de colocar em foco a necessidade de modificações profundas na organização escolar e no conteúdo dos estudos na França do século das Luzes (DOLLE, 1973). Contudo, mudanças efetivas, embora efêmeras, como veremos, precisariam aguardar a Revolução Francesa.

Procurando ter em mente os pontos que comentamos neste capítulo, e especialmente os aspectos relacionados ao ensino dos jesuítas, passamos a focalizar, nos capítulos que se seguem, o pensamento de Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet no que diz respeito à educação matemática.

Capítulo 2

Diderot e o sentido político da educação matemática

As referências a Denis Diderot (1713-1784) em alguns textos que focalizam a história da educação enfatizam especialmente sua defesa da instrução pública organizada e dirigida pelo Estado independentemente da Igreja, fundamentada no predomínio do ensino científico sobre o ensino literário. Diderot vê na educação um fator primordial para a vida individual e social e afirma que a instrução deve dar oportunidades a todos de acordo com seus méritos e capacidades. Contudo, embora sublinhe a importância da educação, Diderot procura também relativizar uma possível confiança ilimitada em seu papel, considerando que nela influem de maneira decisiva as faculdades e disposições naturais de cada indivíduo. (ABBAGNANO & VISALBERGHI, 1995; BOTO, 1996; LUZURIAGA, 1990; SNYDERS, 1977). Autores como MANACORDA (1997) e SNYDERS (1977) acentuam, além desses aspectos, o reconhecimento do valor das artes mecânicas por parte do principal editor da *Enciclopédia*, destacando seu esforço pela compreensão das relações entre cultura e trabalho ou, num vocabulário mais afeito ao século das Luzes, entre a geometria das academias e a das oficinas.

Em 1775 Diderot enviou à imperatriz Catarina II a encomenda feita por ela de um projeto de instrução pública para a Rússia, o *Plano de uma Universidade (ou de uma educação pública em todas as Ciências)*; nesse escrito, o filósofo expõe suas idéias a respeito da escola a que deveriam ter acesso, após alguma instrução primária[12], todos os filhos de uma nação. Ao apresentar sua proposta para o primeiro curso de estudos da Faculdade das Artes[13], Diderot dispõe na primeira classe – precedendo os estudos

[12] Nas palavras de Diderot: *"Suponho que aquele que se apresenta à porta de uma universidade saiba ler, escrever e ortografar corretamente sua lingua; suponho que ele sabe dispor os caracteres da aritmética; o que ele deve ter aprendido ou na casa de seus pais ou nas escolas primárias."* (DIDEROT, 2000, p. 284).

[13] Diderot, embora condene radicalmente o modelo da Sorbonne, organiza a Universidade de acordo com a estrutura francesa: todos os estudantes freqüentariam primeiramente a Faculdade das Artes, em três cursos de estudos que durariam de sete a oito anos. Os que terminassem tais cursos entrariam em seguida em uma das três faculdades superiores – Medicina, Direito ou Teologia.

relativos às demais ciências, às línguas, à literatura, à metafísica, à religião e à história – **a aritmética, a álgebra, o cálculo de probabilidades e a geometria**, escrevendo:

"Eu começo o ensino pela aritmética, pela álgebra e pela geometria, porque em todas as condições da vida, desde a mais elevada até a última das artes mecânicas, tem-se necessidade desses conhecimentos. Tudo se conta, tudo se mede. O exercício de nossa razão se reduz freqüentemente a uma regra de três. Não há objetos mais gerais do que o número e o espaço" (DIDEROT, 1875, Tomo III, p. 452).

Nessa passagem podemos constatar o lugar privilegiado da educação matemática na proposta diderotiana; essa posição nos remete tanto à busca da compreensão das relações entre a pedagogia de Diderot e a Matemática quanto à pesquisa das ligações do editor da *Enciclopédia* com a Matemática. Uma procura em alguns textos de História da Matemática nos mostra rapidamente que Diderot, quando citado, figura como o companheiro de Jean Le Rond d'Alembert – considerado unanimemente um matemático ilustre – na edição da obra emblemática do iluminismo francês, a *Enciclopédia* ou *Dicionário Raciocinado das Ciências, das Artes e dos Ofícios* (EVES, 1997; KLINE, 1980), ou como um "*arauto da Revolução Francesa*" que não viveu o suficiente para assistir à queda da Bastilha (BOYER, 1996, p. 322).

HOGBEN (1946) inicia o seu *Maravilhas da Matemática* narrando uma conhecida anedota sobre um encontro entre ele e Leonhard Euler (1707-1783) na corte de Catarina da Rússia; o episódio procura evidenciar uma suposta ignorância completa do enciclopedista quanto à Matemática. Nessa anedota, Euler teria perturbado o livre-pensador Diderot ao afirmar-lhe que certa equação demonstrava algebricamente a existência de Deus. Contudo, STRUIK (1987) refere-se à mesma estória para desacreditá-la: ela não refletiria nem a personalidade de Euler, que não agiria do modo indelicado que lhe é atribuído, nem a de Diderot, que na verdade seria detentor de alguns conhecimentos matemáticos importantes.

MAYER (1959), que estuda detalhadamente a obra matemática do enciclopedista[14], também duvida da forma como o episódio é relatado, se é que ocorreu de fato; para ele, Diderot estaria à altura de um debate com Euler tanto no campo do deísmo/ateísmo quanto no da álgebra. Esse autor explica o fato de Diderot não ter se tornado conhecido como um matemático de ofício por seu espírito hostil às abstrações: a partir do século XVIII, os progressos da Matemática, em conseqüência do desenvolvimento do cálculo infinitesimal, orientaram-se na direção de uma generalização e abstração cada vez maiores, e esse movimento teria escapado à percepção e aos interesses do filósofo da *Enciclopédia*.

COOLIDGE (1990), ao abordar alguns temas matemáticos estudados por Diderot, ainda que afirmando que o mesmo não era um matemático de primeira linha, explicita "*admiração por seu trabalho matemático realmente estimulante*" levando em consideração que "*seus outros interesses eram tão grandes e variados*" (COOLIDGE, 1990, p. 185).

O que parece mais certo, portanto, é que embora não tenha contribuído significativamente na produção do conhecimento matemático, Diderot não desconhecia totalmente o campo. E a prioridade que concede aos temas matemáticos em sua proposta curricular de estudos para todos os filhos de uma nação não é acidental, pois seus escritos em diferentes fases da vida atestam sua reflexão constante sobre questões epistemológicas próprias da Matemática, bem como sobre questões ligadas à metodologia, à psicologia e, sobretudo, às finalidades e aos valores da educação matemática[15]. É a essas diversas questões que vamos nos dedicar ao longo deste capítulo, procurando analisar, em alguns escritos de Diderot, aspectos que nos parecem fundamentais à compreensão de seu pensamento no que concerne à educação

[14] Entre esses trabalhos, destacam-se as cinco *Memórias sobre diferentes assuntos de Matemática*: 1) *Princípios gerais de Acústica*; 2) *Da envolvente do círculo*; 3) *Exame de um princípio de Mecânica sobre a tensão das cordas*; 4) *Projeto de um novo órgão*; 5) *Carta sobre a resistência do ar ao movimento dos pêndulos*. Existem ainda outras obras, como *Sobre duas memórias de d'Alembert*, alguns verbetes da *Enciclopédia* e um texto inacabado destinado ao ensino da Matemática no Primeiro Curso de Estudos na Faculdade das Artes conforme a proposta de Diderot no *Plano de uma Universidade* (DIDEROT, 1975; MAYER, 1959).

[15] VENTURI (1988), além de destacar, como outros estudiosos de Diderot, o fato de ter o filósofo, em sua juventude, se sustentado dando aulas particulares de Matemática, escreve que talvez tenha sido esse conhecimento aquilo que de mais profundo e duradouro lhe deixou a passagem pela escola. Venturi enfatiza o interesse de Diderot pela Matemática durante toda a sua vida.

matemática. Queremos evidenciar, especialmente, a integração desse pensamento à filosofia política de Diderot. Começamos pelo exame da localização e da caracterização da Matemática na árvore dos conhecimentos da *Enciclopédia*.

2.1 A localização e o estatuto da Matemática na *Enciclopédia*

O exame da *Explicação Detalhada do Sistema de Conhecimentos Humanos* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989) – que originalmente completava o *Prospecto* da *Enciclopédia* – mostra a localização da Matemática na divisão geral dos conhecimentos humanos proposta pelos dois editores, seguindo a divisão do Chanceler Francis Bacon (1561-1627): ela comparece no ramo da Filosofia, que é associado à faculdade da Razão.[16] Esse ramo, considerado por Diderot e d'Alembert o mais extenso e importante de seu sistema[17], bem como o mais diferenciado em relação à árvore dos conhecimentos de Bacon, divide-se, por sua vez, em Ciência de Deus, Ciência do Homem e Ciência da Natureza[18], e essa última subdivisão é composta pela Matemática e pela Física[19]. Torna-se importante chamar a atenção para a classificação da Matemática como Ciência da Natureza, tendo em vista que ao introduzir o ramo da Filosofia ou Ciência, os editores afirmam que o homem aprendeu a história da Natureza mediante o uso de seus sentidos exteriores, enquanto o conhecimento de Deus foi alcançado pela *"reflexão sobre a História Natural e sobre a História Sagrada"* e o do Homem *"pela consciência ou sentido interior"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989, p. 117). Eis o que diz a *Explicação* sobre a Ciência da Natureza:

"Alcançamos através dos sentidos o conhecimento dos indivíduos reais: Sol, Lua Sírio etc., Astros; Ar, Fogo, Terra, Água etc., Elementos; Chuvas, Neves, Granizos,

[16] Na proposta de Diderot e d'Alembert, a divisão das ciências origina-se nas três faculdades principais do Entendimento – a Memória, a Razão e a Imaginação – das quais surgem, respectivamente, a História, a Filosofia e a Poesia.
[17] DARNTON (1996) afirma que a Filosofia não era um ramo, mas o tronco principal da árvore da *Enciclopédia*.
[18] Segundo DARNTON (1996), os editores da *Enciclopédia* submetem a Religião à Filosofia, e elevam a Ciência da Natureza, excluindo de sua obra aquilo que não pudesse alcançar a Razão através dos sentidos.
[19] Para Diderot e d'Alembert, a Física é constituída pela Zoologia, com seus vários ramos; pela Astronomia Física e pela Astrologia; pela Meteorologia; pela Cosmologia; pela Botânica; pela Mineralogia e pela Química (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989).

Trovões etc., Meteoros; e assim para o resto da História Natural. Tomamos, ao mesmo tempo, conhecimento dos abstratos: cor, som, sabor, odor, densidade, rarefação, calor, frio, moleza, dureza, fluidez, solidez, rigidez, elasticidade, peso, leveza etc.; figura, distância, movimento, repouso, duração, extensão, quantidade, impenetrabilidade" (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989, p. 119).

Na disposição da Matemática no subramo da Filosofia chamado Ciência da Natureza, podemos observar a influência da doutrina de John Locke (1632-1704): a fonte e a matéria do conhecimento são a sensação (a percepção dos sentidos) e a reflexão (a percepção de nós mesmos). Como Ciência da Natureza, a Matemática é considerada como um conhecimento produzido pelo homem por sua reflexão a partir da experiência sensível, e seu objeto é um dos abstratos, a quantidade, que é *"uma propriedade mais geral dos corpos, e que todas as outras supõem"*. As noções de quantidade e de grandeza se confundem: *" Chama-se quantidade ou grandeza tudo o que pode ser aumentado ou diminuído"*[20] (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989, p. 119).

Três diferentes modos de se considerar a quantidade produzem três tipos de Matemática: a Matemática pura, que advém de se considerar a quantidade sozinha ou independentemente dos indivíduos reais e abstratos dos quais nos vem seu conhecimento, ou seja, trata da quantidade abstrata; a Matemática mista considera a quantidade nesses indivíduos reais ou abstratos; a Física Matemática analisa a quantidade em seus efeitos a partir de causas reais ou supostas. Enquanto os dois primeiros tipos são subdivididos e detalhados no texto da *Explicação*, o terceiro não é subdividido ou pormenorizado, seja nesse texto, seja no *Sistema Figurado dos*

[20] Também em outro contexto, o do manual inacabado que iniciou para o ensino da Matemática (*Primeiras noções sobre as matemáticas para uso das crianças, ou Primeiro Livro Clássico do Primeiro Curso de Estudos*) visando o *Plano de uma Universidade*, Diderot define as matemáticas como todas as ciências cujo objeto é a quantidade ou a grandeza, e acrescenta: *"Por essas palavras – quantidade ou grandeza – entende-se tudo aquilo que se pode conceber como composto de partes, tudo o que é, por conseguinte, suscetível de aumento ou de diminuição"* (DIDEROT, 1975, p. 366). SCHUBRING (2000) comenta que as definições de "grandeza" e "quantidade" na *Enciclopédia* mostram grande aproximação, e que mesmo hoje em dia não se distinguem claramente os dois termos. Esse autor refere-se ainda à crítica de d'Alembert à definição de grandeza como tudo aquilo que é suscetível de aumento ou diminuição: d'Alembert considera que a luz, que pode ser diminuída ou aumentada, seria impropriamente considerada uma grandeza de acordo com essa definição.

Conhecimentos Humanos (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989). Analisando o detalhamento que é apresentado para a Matemática pura e a Matemática mista na *Explicação*, constatamos que essa última inclui algumas ciências que hoje situaríamos no campo da Física, como a Mecânica, a Astronomia, a Ótica, a Acústica, ou ainda em outros campos, como a Geografia, a Perspectiva, a Navegação, a Arquitetura Naval e a Arte de Conjecturar (a Probabilidade ou Análise dos Acasos). A Matemática pura, que lida com a quantidade abstrata, compreende os tópicos que nos são mais familiares quando temos como referência os conteúdos da Matemática escolar. Com exceção do cálculo das probabilidades, estão nessa subdivisão da Matemática os itens enumerados para a educação matemática que Diderot propõe a Catarina II – os temas integrantes da primeira classe da Faculdade das Artes, a ser cursada por todos.

Na *Explicação Detalhada do Sistema de Conhecimentos Humanos*, ao deter-nos na apresentação da Matemática pura, constatamos mais duas divisões quanto à natureza da quantidade abstrata focalizada: a Aritmética, cujo objeto é a quantidade abstrata enumerável, e a Geometria, que tem por objeto a quantidade abstrata extensa. A primeira tem mais subdivisões: Aritmética numérica ou por algarismos, e Álgebra ou Aritmética universal por Letras. A Álgebra, que ainda pode ser separada em Álgebra elementar e Álgebra infinitesimal, de acordo com a natureza das quantidades às quais é aplicada, *"não é outra coisa senão o cálculo das grandezas em geral, e cujas operações não são propriamente senão operações aritméticas indicadas de uma forma abreviada: pois, para falar com exatidão, somente há cálculo de números"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989, p. 119).

Quanto à Geometria, o texto da *Explicação* esclarece que seu objeto primitivo são as propriedades do círculo e da linha reta (Geometria Elementar) ou ainda de qualquer tipo de curva (Geometria Transcendente).

O cálculo das probabilidades, muito valorizado na primeira classe do Primeiro Curso de Estudos do *Plano de uma Universidade*, é apresentado brevemente na *Explicação* como a ciência da Matemática mista na qual a quantidade é considerada na possibilidade dos acontecimentos.

Na *Observação sobre a Divisão das Ciências do Chanceler Bacon* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989), Diderot põe em destaque que a *Enciclopédia* adota a divisão baconiana das matemáticas em puras e mistas. De fato, em sua obra *Progresso do Conhecimento*, ao discutir as matemáticas, Bacon as divide em puras e mistas, numa concepção muito semelhante à do texto da *Explicação*:

"As matemáticas são puras ou mistas. Às matemáticas puras pertencem aquelas ciências que lidam com a quantidade determinada, apenas separadas de quaisquer axiomas da filosofia natural, e elas são duas – a geometria e a aritmética - uma aborda a quantidade contínua e a outra a quantidade dividida[21]*. A matemática mista tem como tema alguns axiomas ou partes da filosofia natural, e considera a quantidade determinada, já que as auxilia e a elas se refere. Pois muitas partes da natureza não podem ser concebidas com suficiente argúcia, demonstradas com suficiente clareza, ou adaptadas ao uso com suficiente habilidade sem a ajuda e a intervenção das matemáticas: são desse tipo a perspectiva, a música, a astronomia, a cosmografia, a arquitetura, a engenharia e diversas outras"* (BACON, 1952, p. 46)

A leitura da *Explicação Detalhada do Sistema de Conhecimentos Humanos* nos mostra, portanto, que para Diderot o objeto da Matemática é a quantidade, um abstrato que os sentidos exteriores percebem; a partir dessa percepção, o Entendimento produz o conhecimento pela reflexão. A reflexão operada pelo Entendimento, no entanto, não é desinteressada; de fato, no *Plano de uma Universidade*, que funda a seleção dos conteúdos a serem ensinados em sua utilidade, Diderot cita a Matemática como uma ciência nascida da necessidade ou da carência, assim como a Física, a Medicina e o Direito. O estatuto do conhecimento matemático é, então, o de um saber construído pelo homem em decorrência de necessidades de sua vida social.

Todavia, se na *Explicação*, texto integrante da *Enciclopédia*, a Matemática é uma das duas divisões da Ciência da Natureza, em outros escritos Diderot faz fortes

---

[21] Para maior clareza, cito parte do texto de Bacon no original: *"... and these are two, geometry and arithmetic; the one handling quantity continued, and the other dissevered."*

restrições à fidelidade do reflexo que o conhecimento matemático oferece quanto a essa mesma natureza. É esse o tema que focalizaremos a seguir.

2.2 A Matemática é insuficiente na interpretação da realidade física: ordem natural versus ordem intelectual

A condenação da abstração do conhecimento matemático por Diderot pode ser ilustrada pela seguinte passagem, na qual o filósofo critica de modo particular a apresentação consagrada por Euclides:

"Não existe na natureza nem superfície sem profundidade, nem linha sem largura, nem ponto sem dimensão, nem qualquer corpo que tenha essa regularidade hipotética do geômetra. Desde que a questão que se lhe propõe o faça sair do rigor de suas suposições, desde que ele seja forçado a fazer entrar na solução de um problema a avaliação de algumas causas ou qualidades físicas, ele não sabe mais o que faz; é um homem que coloca seus sonhos em equações, e que chega a resultados que a experiência quase nunca deixa de destruir" (DIDEROT, 1875, Tomo XVI, p. 475-476).

O exame dessa posição de Diderot remete-nos a ARISTÓTELES (1952), em sua distinção entre Física e Matemática: os corpos físicos possuem superfícies e linhas que, não existindo separadas de sua encarnação material, são focalizadas pelo matemático não como limites desses corpos, mas de um modo isolado, mediante a eliminação de todas as suas qualidades sensíveis e o estudo exclusivo dos aspectos da quantidade e da continuidade. Essa atitude faz com que Aristóteles recuse explicações dos fenômenos naturais com base matemática e considere que a aritmética e a geometria não tratam *"das realidades"* (GUTHRIE, 1993)

É sobretudo na obra *Da Interpretação da Natureza*, publicada pela primeira vez em 1753, portanto após o lançamento dos primeiros textos da *Enciclopédia* (ocorrido em

1750-1751), que Diderot expressa seu ponto de vista quanto à insuficiência da geometria[22] no que se refere ao mundo físico:

"... a região das matemáticas é um mundo intelectual no qual aquilo que se toma por verdades rigorosas perde totalmente essa vantagem quando se o transporta para o nosso terreno. Concluiu-se daí que cabia à filosofia experimental retificar os cálculos da geometria, e essa conseqüência foi reconhecida até mesmo pelos geômetras. Mas para que corrigir o cálculo geométrico pela experiência? Não é mais fácil ater-se ao resultado dela? Donde se vê que as matemáticas, sobretudo as transcendentes, não conduzem a nada de preciso sem a experiência; que é ***uma espécie de metafísica geral na qual os corpos são despojados de suas qualidades individuais****; que restaria fazer, pelo menos, uma grande obra que poderia se chamar a Aplicação da experiência à geometria ou Tratado da aberração das medidas"* (DIDEROT, 1875, Tomo II, p. 10, negritos nossos).

O contraste entre a Matemática e a natureza, de acordo com Diderot, é posto em relevo por SCHMITT (1997) ao citar uma passagem do *Diálogo entre d'Alembert e Diderot* na qual o último afirma que há um fim para a possibilidade de divisão da matéria na natureza, ainda que não exista termo para essa divisibilidade no entendimento. Assim, *"o matemático trabalha sobre uma quantidade contínua, sobre um espaço divisível até o infinito, enquanto o mundo nos oferece uma quantidade descontínua, um espaço que justamente não é divisível até o infinito, uma extensão que não tem nada da homogeneidade, da imutabilidade daquela do geômetra"* (SCHMITT, 1997, p. 155).

Na leitura de CROCKER (1974), em *Da Interpretação da Natureza*, o ataque de Diderot ao enfoque da Matemática devido à ausência de uma relação entre ela e a realidade física reflete sua concepção desse conhecimento como representante de *"uma*

[22] É importante assinalar que no século XVIII as palavras "geometria" e "geômetra" são muito freqüentemente usadas, em sentido amplo, para designar, respectivamente, o conhecimento matemático em geral e o matemático.

ordem intelectual, auto-contida, peculiar à mente humana" (CROCKER, 1974, p. 14). Essa ordem se opõe à ordem da natureza, que só pode ser apreendida a partir da evidência experimental. Para Diderot, acrescenta Crocker, a falta de correspondência entre a ordem da natureza e a da Matemática não se encontra apenas no aspecto convencional e circular da prova matemática, mas também no caráter imutável e estático das verdades que ela desenvolve.

Essa posição parece atestada pela identificação, por parte do filósofo, da Matemática com um jogo e do gênio matemático com o espírito do jogo, e é por essa razão que ele chega até mesmo a considerar como esgotada a ciência matemática.[23]

Ainda segundo Crocker, a Matemática, na visão diderotiana, é *"uma ordem criada pelas necessidades e pelo modo de operação do intelecto"* (CROCKER, 1974, p. 14). Retomaremos mais adiante, neste capítulo, o tema da ordem em Diderot para interpretar a preferência do enciclopedista pela colocação da Matemática em primeiro plano na organização dos estudos que propõe a Catarina da Rússia.

O posicionamento de Diderot quanto à insuficiência da Matemática na interpretação da realidade física, entretanto, já havia se manifestado antes da publicação dos primeiros textos da *Enciclopédia*, na *Carta sobre os Cegos,* em 1749. Considerando a abstração como a separação, pelo pensamento, das qualidades sensíveis dos corpos,

[23] Projetando no passado o seu conhecimento sobre a Matemática desenvolvida até meados do século XX, MAYER (1959, p. 101) vê essa consideração diderotiana a respeito do esgotamento das possibilidades de novos conhecimentos matemáticos como um *"erro evidente"* do enciclopedista. Para esse estudioso de Diderot, a explicação para tal ponto de vista estaria na falta de intimidade do filósofo com as renovações introduzidas na Matemática a partir dos trabalhos de Newton e Leibniz no campo do Cálculo Diferencial e Integral. Todavia, parece-nos necessário dizer, em contraposição a Jean Mayer, que no século XVIII, até mesmo quem estivesse familiarizado com os desenvolvimentos do Cálculo Diferencial e Integral poderia defender a afirmação sobre o esgotamento da Matemática. Na verdade, somente no século seguinte surgiram, por exemplo, os trabalhos concernentes às geometrias não-euclidianas e à álgebra que desmentiram essa afirmação. Como assinala GRABINER (1974), as preocupações quanto aos diferentes aspectos da Matemática mudam com o tempo, e uma mudança fundamental marca a transição entre os séculos XVIII e XIX.

Jean Mayer, entretanto, levanta dois outros argumentos para explicar a atitude de Diderot: o primeiro é o de que o ataque do enciclopedista às ciências racionais decorreria de seu entusiasmo pelas ciências experimentais; o segundo é o da possibilidade de existência de um sentimento de frustração de Diderot em relação a uma ciência na qual não era um profissional como seu amigo d'Alembert.

Diderot se refere à ocorrência, nas questões físico-matemáticas, de enganos provenientes da excessiva simplificação dos objetos.

A *Carta sobre os Cegos* é apontada por muitos autores como um marco na evolução do pensamento diderotiano – como nota ROMANO (1996 a), ela sinaliza uma aventura do espírito na qual dissolve-se a metafísica e abre-se a via para o mundo físico e humano. Chama-nos a atenção a passagem a seguir, em que Diderot rejeita a doutrina filosófica pitagórica, não só por seu distanciamento do mundo físico, mas por sua inacessibilidade à capacidade humana:

"Há uma espécie de abstração da qual muito poucos homens são capazes, pois ela parece reservada às inteligências puras; é aquela pela qual tudo se reduziria a unidades numéricas. É preciso convir que os resultados dessa geometria seriam bem exatos, e suas fórmulas bem gerais, porque não há objetos, seja na natureza, seja no possível, que essas unidades simples não possam representar – pontos, linhas, superfícies, sólidos, pensamentos, idéias, sensações, e... se, por acaso esse fosse o fundamento da doutrina de Pitágoras, ***poder-se-ia dizer dele que fracassou em seu projeto, já que essa maneira de filosofar está demasiado acima de nós****, e demasiado próxima da do Ser supremo que, segundo a expressão engenhosa de um geômetra inglês*[24]*, geometriza perpetuamente no universo.*

A unidade pura e simples é um símbolo demasiado vago e demasiado geral para nós*. Nossos sentidos nos conduzem a signos mais análogos ao alcance de nosso espírito e à conformação de nossos órgãos"*(DIDEROT, 1951, p. 855, negritos nossos).

Na passagem anterior, podemos observar que Diderot se afasta da concepção de Locke em relação à apreensão humana da unidade numérica, uma vez que para o inglês

"Entre todas as idéias que temos, como não há nenhuma outra sugerida ao espírito de mais maneiras, não existe nenhuma mais simples que a de unidade ou um – nela, não há sombra de variedade ou composição: todo objeto em relação ao qual empregamos os sentidos, toda idéia em nosso entendimento, todo pensamento de nossas

mentes traz consigo essa idéia. E, portanto, é a mais íntima aos nossos pensamentos, bem como, por seu acordo a todas as outras coisas, a idéia mais universal que temos" (LOCKE, 1952, p. 165)

Nas palavras finais da *Carta sobre os Cegos*, Diderot realça a incerteza de qualquer conhecimento, questionando até mesmo as verdades geométricas:

"Interrogai matemáticos de boa fé, e eles vos confessarão que suas proposições são todas idênticas e que tantos volumes sobre o círculo, por exemplo, se reduzem a nos repetir de cem mil maneiras diferentes que é uma figura na qual todas as linhas traçadas do centro à circunferência são iguais" (DIDEROT, 1951, p. 890-891).

SCHMITT (1997) qualifica de "fundamental" essa última passagem da *Carta*, analisando com profundidade a posição de Diderot, o qual chama a atenção para o caráter da demonstração de uma proposição matemática – ela consiste essencialmente em fazer ver que a proposição é tautológica a proposições já admitidas. Para Diderot, portanto, a certeza da Matemática reside no raciocínio que emprega, e não em suas idéias. Não há, contudo, identificação entre o pensamento do enciclopedista e as concepções cartesianas quanto à clareza da Matemática estar fundada no inatismo das idéias que a ela se referem na mente humana. Como já foi dito, e será comentado mais detalhadamente em páginas adiante neste mesmo capítulo, Diderot considera que o conhecimento matemático resulta, em sua base, da experiência dos sentidos.

É interessante registrar a retomada da idéia relativa à Matemática como arte de estabelecer identidades no *Plano de uma Universidade*, pois nesse contexto, em vez de sublinhar um aspecto desfavorável, Diderot parece estar mais preocupado em salientar as vantagens, por sua simplicidade, do conhecimento matemático na formação dos jovens quando diz que

"É sobretudo nas matemáticas que todas as verdades são idênticas; toda a ciência do cálculo não é senão a repetição deste axioma – um e um são dois – e toda a

---

[24] Guinsburg (DIDEROT, 2000) anota que Diderot refere-se a Joseph Rason, um discípulo de Newton.

geometria não é mais do que a repetição deste – o todo é maior que sua parte" (DIDEROT, 1875, Tomo III, p. 454).

MAYER (1959) nos adverte no sentido de não acentuar demasiadamente as falas diderotianas a respeito do convencionalismo da Matemática e da limitação de suas aplicações.[25] Isso porque é o mesmo Diderot quem critica os seus próprios excessos quando os percebe na afirmação de Helvétius (1715-1771) de que todos aceitam a verdade das demonstrações geométricas por serem indiferentes à verdade ou à falsidade dessas demonstrações. De fato, na *Refutação de Helvétius*[26], o principal editor da *Enciclopédia* enumera muitos profissionais cujo trabalho se fundamenta na geometria – o arquiteto, o pintor, o desenhista de perspectiva, o encarregado de finanças, o engenheiro, o mecânico, o construtor de navios, o óptico, o agrimensor, o geógrafo, o astrônomo – para argumentar contra o engano de Helvétius.

Também no verbete *Arte* da *Enciclopédia*, a despeito de sublinhar a indispensabilidade dos conhecimentos físicos aos artesãos e afirmar que *"aquele que só tem a geometria intelectual, ordinariamente é um homem bastante inábil"*, Diderot diz que *"um artista que tem apenas a geometria experimental é um obreiro muito limitado"* (DIDEROT, 1989, p. 154).

Em Diderot convivem, assim, duas tendências opostas: a crítica ao conhecimento matemático por seu distanciamento em relação ao mundo físico e por seu traço característico de repetidor de identidades, e o reconhecimento simultâneo do valor desse conhecimento. Mesmo vista como esfera intelectual ou espécie de metafísica que afasta o homem da natureza, a Matemática tem um posto de enorme relevância na proposta pedagógica do enciclopedista. Como veremos, para Diderot a Matemática é um

---

[25] RASHED (1974) chama a atenção para diferenças entre os enciclopedistas quanto às relações entre as proposições matemáticas e as proposições empíricas, atribuindo a Buffon (1707-1788) e a Diderot a ênfase no aspecto convencionalista da Matemática (nessa visão a certeza não está necessariamente ligada ao uso da demonstração matemática). Em contraposição, Rashed assinala que d'Alembert (1717-1783) e Condorcet (1743-1794) compartilham de outra concepção – a de que um conhecimento é verdadeiro somente quando se conforma ao raciocínio matemático e se submete ao controle do instrumento do geômetra.

[26] Esse trabalho de Diderot, composto em 1773-1774, teve seu texto completamente publicado somente em 1875 (Dictionnaire des Auteurs de tous les temps et de tous les pays, v. II, p. 14-15, 1989).

conhecimento fundamental na educação requerida pelo contexto do século XVIII; seus resultados têm imenso valor prático; seu método e sua linguagem tornam-na particularmente apropriada a formar o homem necessário à sociedade de seu tempo. Assim, é sobretudo no interior da reflexão política de Diderot que seu projeto pedagógico insere, de maneira indispensável, a educação matemática. Para compreender essa inserção, vamos nos dedicar em primeiro lugar, nesta ordem, ao enfoque da posição da educação matemática na proposta curricular e ao exame das potencialidades dos conteúdos matemáticos que Diderot nos oferece. A partir dessa análise, procuraremos situar suas concepções quanto à educação matemática sob a perspectiva de seu pensamento político.

2.3 A posição da educação matemática na organização dos estudos proposta por Diderot

"Eu me ergo contra uma ordem de ensino consagrada pelo uso de todos os séculos e de todas as nações; e espero que me seja permitido ser um pouco menos superficial a respeito deste assunto" (DIDEROT, 2000, p. 310)

A epígrafe anterior, transcrita do *Plano de uma Universidade*, integra a introdução das considerações de Diderot sobre a oitava classe – *"O grego e o latim. A eloqüência e a poesia ou o estudo das belas letras"* – do primeiro curso de estudos da Faculdade das Artes no *Plano de uma Universidade*. Observemos que o autor faz aí sobressair um traço básico de sua proposta pedagógica, sua oposição a uma ordem de ensino consagrada por todos os tempos e lugares; essa ordem confere, na formação dos jovens, a maior prioridade aos estudos literários e, de modo particularmente notável, ao estudo do grego e do latim.

Se, como vimos, na *Explicação Detalhada do Sistema de Conhecimentos Humanos* publicada quando do lançamento da *Enciclopédia*, a Matemática tem uma posição privilegiada – é uma das duas divisões da Ciência da Natureza, ramificação destacada do tronco mais prestigiado da árvore dos conhecimentos de Diderot e d'Alembert, essa posição importante é mantida na formulação da proposta diderotiana de educação pública para Catarina da Rússia, como salientamos na introdução deste texto. A ordem dos estudos no *Plano de uma Universidade*, afirma seu autor, tem como diretriz caminhar *"da coisa fácil para a coisa difícil, ir desde o primeiro passo até o último, do que é mais útil para o que é menos; do que é necessário a todos ao que é apenas para alguns"* (DIDEROT, 2000, p. 276). Como nem todos seguirão até o fim a avenida dos estudos, e o número de estudantes diminuirá à medida que nela avançarem, a primeira lição deve ser aquela que convém a todos, independentemente de sua condição social. Até o final dos estudos, os conhecimentos devem ser ordenados em ordem decrescente de sua utilidade. Vejamos mais de perto como, segundo esse princípio, Diderot estabelece sua seqüência de abordagem dos conteúdos.

Conforme já foi dito, a Matemática constitui a primeira classe do primeiro curso de estudos da Faculdade das Artes. A segunda classe compõe-se de conhecimentos da física (mecânica e hidráulica); a terceira classe aborda a geografia e a astronomia; a quarta classe refere-se à história natural e à física experimental; a quinta classe envolve a química e a anatomia. As três classes restantes do primeiro curso focalizam, nesta ordem, a lógica, a crítica e os princípios gerais de todas as línguas; a língua russa e a eslavônica; o grego, o latim, a eloqüência e a poesia. Paralelamente[27] ao primeiro curso, Diderot propõe três outros, com menos classes, nos quais se encontram conhecimentos diversos: metafísica, moral, religião, história, geografia, economia, perspectiva, desenho, música, dança, esportes.

Tendo em vista a pedra angular do edifício que projeta para a instrução pública – o princípio de utilidade – é clara a posição de Diderot: os conhecimentos científicos, presentes nas cinco primeiras classes do primeiro curso, são mais úteis do que os conhecimentos literários, que formam as três últimas. É importante assinalar que, assim

[27] O *Plano* prevê que o segundo, o terceiro e o quarto cursos serão seguidos durante o mesmo tempo de duração do primeiro (DIDEROT, 2000). Explica DOLLE (1973): todos os alunos passariam pelas classes desses três últimos cursos enquanto freqüentassem o primeiro. O primeiro curso constitui o ensino de base, e é completado pelo segundo, que deve ser seguido por todos os alunos até sua saída da Faculdade das Artes.
Além disso, Diderot enfatiza que a importância do segundo curso reside na formação religiosa, cívica e moral dos estudantes. O texto do *Plano* deixa claro que as classes do primeiro curso teriam lugar pela manhã, e as do segundo à tarde.
Também é oportuno registrar que o quarto curso, no qual estão previstos a música, a dança e os esportes, é eliminado numa versão abreviada do projeto de organização dos estudos que integra o texto do *Plano*.

como toma de empréstimo a Bacon a divisão dos conhecimentos humanos, o enciclopedista adota a proposta baconiana de inversão da hierarquia tradicional dos saberes (LUZURIAGA, 1990; OLIVEIRA, 2000).

Além do princípio de utilidade, a ordenação dos estudos no *Plano* obedece à ligação entre as ciências[28]: assim, a mecânica e a hidráulica vêm após a aritmética, a álgebra e a geometria; os conteúdos da terceira classe são *"puramente geométricos"* e podem ser acompanhados porque *"os alunos aprenderam tudo o que se faz necessário para se aplicar a eles"* (DIDEROT, 2000, p. 298); a física experimental está na quarta classe porque *"não há mecânica sem geometria; não há física experimental sem alguma tintura de mecânica"* (Idem, p. 300).

A posição dos conteúdos matemáticos no conjunto dos temas científicos significa, à luz do princípio de utilidade que norteia a disposição dos estudos no *Plano*, que a aritmética, a álgebra, a geometria e o cálculo das probabilidades são os conhecimentos mais úteis, aqueles que devem ser aprendidos por todos. Interpretemos a utilidade da Matemática como a sua dimensão prático/instrumental, isto é, aquela que se refere tanto ao serviço que o conhecimento matemático presta à vida social e às diversas ocupações ou profissões quanto ao fato de esse conhecimento possibilitar o acesso a outras ciências. Acreditamos que é essencial uma reflexão mais profunda acerca do peso que essa utilidade tem na prioridade que Diderot defende para a educação matemática.

À primeira vista, parece que esse aspecto prático/instrumental tem completa preponderância sobre o potencial formativo dos conhecimentos matemáticos na proposta diderotiana. Diderot se afastaria, então, do Platão da *República*, o qual vê na potencialidade formadora da Matemática o maior valor da educação matemática (JAEGER, 1979; MANACORDA, 1997; MARROU, 1966; MIGUEL, 1995). Contudo, ainda que Diderot de fato acentue o valor prático/instrumental da Matemática por sua presença nas artes mecânicas que tanto enaltece na *Enciclopédia* e pela necessidade desse conhecimento para a fundamentação das outras ciências, na leitura mais detida de seus escritos constatamos também a presença inequívoca de outro tipo de visão – aquela

[28] É oportuno lembrar que a palavra "enciclopédia" significa encadeamento das ciências. Etimologicamente, ela é composta de εν (em), κικλοσ (círculo) e παιδεια (ciência) (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989, p. 139).

que põe em destaque as potencialidades formadoras do saber matemático. Vamos examinar as manifestações desses dois aspectos no trabalho do filósofo.

2.4 As potencialidades dos conhecimentos matemáticos na educação: o prático/instrumental e o formativo no interior de um projeto político

A importância da Matemática como ferramenta para as ciências e as técnicas é ressaltada, como dissemos anteriormente, no verbete *Arte* da *Enciclopédia* e na *Refutação de Helvétius*. No *Plano de uma Universidade*, o texto referente à primeira classe de estudos inicia-se pela colocação, por seu autor, da necessidade dos conhecimentos da aritmética, da álgebra e da geometria **em todas as condições da vida**, da mais elevada até a última das artes mecânicas, pelo fato de tudo se contar, tudo se medir. Mais adiante, no mesmo texto, Diderot faz questão de acrescentar à aritmética, à álgebra e à geometria, a ciência das combinações, ou o cálculo elementar de probabilidades.

O conhecimento da aritmética, *"de todas as ciências, a mais útil e a mais fácil"* (DIDEROT, 2000, p. 285), junto com a alfabetização, é necessário a todos: *"do primeiro-ministro ao último camponês, é bom que cada um saiba ler, escrever e contar"* (DIDEROT, apud DOLLE, 1973, p.20). ROMANO (2001) comenta que Diderot coloca o cálculo aritmético como algo que contribui para a afirmação da cidadania, uma vez que as classes mais desfavorecidas, dominando-o, não se deixarão enganar pelos poderosos[29]. Diderot chama a atenção para o fato de que os conhecimentos da Matemática são freqüentemente solicitados na vida social: as crianças, desde que nasceram até entrarem na escola, *"não cessaram de **somar**, de **subtrair**, de **medir**"* (DIDEROT, 1875, Tomo III, p. 453, negritos nossos) porque vivem num mundo que demanda constantemente essas ações.

Quanto à álgebra, embora não seja explícito, quer sobre seu uso prático, quer sobre suas vantagens no sentido formativo, o autor do *Plano*, a partir da concepção desse

[29] Examinamos, no capítulo deste trabalho dedicado a Condorcet, como este, além concordar com o ponto de vista de Diderot, procurará viabilizar instrumentos que o concretizem na instrução pública da França.

saber como aritmética generalizada, insiste sobre o fato de ser ela um conhecimento acessível:

"A Álgebra, cujo nome não assusta mais, não é senão uma aritmética mais geral que a dos números, tão clara quanto ela e mais fácil; são somente as mesmas operações, porém mais simples"[30] (DIDEROT, 1875, Tomo III, p. 453).

Em relação à geometria, já mencionamos a referência de Diderot à presença da medida nas práticas quotidianas da infância. No texto incompleto que deixou para a instrução das crianças em Matemática, ao destacar a etimologia do termo "geometria" – *"duas palavras gregas que significam medida da terra"* (DIDEROT, 1975, p. 369), nosso autor chama a atenção mais uma vez para a origem prática dessa ciência:

"É, com efeito, bastante natural pensar que o primeiro uso que os homens dela fizeram logo que se encontraram reunidos em sociedade, tenha sido medir seus campos e verificar a sua extensão" (DIDEROT, 1975, p. 369).

Porém, Diderot esclarece que, ainda que tenha sido esse o objetivo das primeiras operações geométricas, o uso dessa ciência se tornou muito mais universal – a ela concerne tudo o que é extenso, ou ainda, ela se refere às grandezas cujas partes são contínuas, isto é, unidas e ligadas entre si[31]. Mais adiante veremos que, mais do que a ênfase sobre o uso prático da geometria nas medições, é o papel formativo do conhecimento geométrico na educação moral e intelectual do homem necessário a uma sociedade em transformação que terá grande parte da atenção do enciclopedista.

A parte relativa ao cálculo das probabilidades põe em relevo utilidades práticas menos imediatas da Matemática do que as invocadas em favor da aritmética e da geometria:

---

[30] Teremos oportunidade de observar a mesma posição em Condillac, no capítulo que lhe é dedicado neste trabalho.

"Eu acrescentei à aritmética, à álgebra e à geometria a ciência das combinações ou o cálculo das probabilidades, porque tudo se combina e porque, fora das matemáticas, o resto não é senão probabilidade; porque essa parte do ensino é de um uso imenso nos negócios da vida; porque ela envolve as coisas mais graves e as mais frívolas; porque ela se estende às nossas ambições, aos nossos projetos de fortuna e glória, e aos nossos divertimentos..." (DIDEROT, 1875, Tomo III, p.456).

O texto prossegue com a enumeração das aplicações da ciência das probabilidades às matérias de legislação, aos seguros, às loterias, à maioria dos objetos de finanças e comércio. As noções do cálculo das probabilidades são, então, introduzidas no currículo de Diderot da escola para todos, em grande parte, porque podem ser usadas em muitas situações práticas da vida.

Ressaltemos ainda, nestes comentários sobre o papel prático/instrumental da Matemática nas concepções diderotianas a indicação da essencialidade da apropriação de seus conteúdos para o acesso às outras ciências úteis, como a mecânica, a hidráulica e a física experimental. O filósofo chama a atenção, no caso dessa última, situada na quarta classe, para a necessidade dos conhecimentos das duas primeiras: sem eles, *"os alunos verão os fenômenos, mas ignorarão sua razão"* (DIDEROT, 2000, p. 300).

Como se pode perceber, os usos práticos e instrumentais da Matemática são amplamente enfatizados por Diderot. A recomendação do estudo da Matemática como prioritário reflete sua concepção básica de que a educação deve ser utilitária: ela deve responder às necessidades da sociedade, e isso significa, em grande parte, que deve servir como preparação à vida profissional (DOLLE, 1973).

Ao configurar o primeiro curso da Faculdade das Artes com a inversão na prioridade usual dos estudos desse nível de ensino na França, Diderot combate abertamente a educação de seu país, que privilegia o grego e o latim, a retórica, a lógica e a metafísica. Contra o latim e o grego, idiomas mortos, inúteis a quase todos, contra a retórica, que ensina *"a arte de falar antes da arte de pensar, e a do bem dizer antes que a de ter idéias"* (DIDEROT, 2000, p. 271); contra uma abordagem da lógica que enche a

[31] Um todo composto por partes separadas umas das outras é, por sua vez, uma quantidade que se exprime por números, e é objeto da aritmética (DIDEROT, 1975).

cabeça de sutilezas e inutilidades, Diderot investe com as armas da Matemática e das ciências. Em contraposição a um sistema de ensino que rejeita as ciências da natureza como inúteis ou prejudiciais para a formação de bons cristãos, propõe essas mesmas ciências porque leva em conta sobretudo as necessidades e as condições básicas ao bom funcionamento da sociedade. Diderot é explícito: as línguas antigas, especialmente, são úteis somente *"aos poetas, aos oradores, aos eruditos e às outras classes de literatos de profissão, isto é,* ***aos estados da sociedade menos necessários****"* (DIDEROT, 2000, p. 313, negritos nossos). Uma nação também tem necessidade de homens de letras, porém esses, que devem ser em número pequeno, deverão sua existência mais ao talento natural do que à instrução: *"É mister haver oradores, poetas, filósofos, grandes artistas, mas filhos do gênio, bem mais do que do ensino, seu número deve e não pode deixar de ser muito pequeno"* (Idem, p. 310).

O filósofo chama a atenção para um outro aspecto – os estudos literários pouco contribuem para a educação moral: *"As belas-letras não fazem os bons costumes; são apenas o seu verniz"* (Ibidem, p. 310).

Da educação centrada no conhecimento do grego e do latim resultam padres e mestres da retórica – *"muito perigosos para que se multiplique sua espécie"* (DIDEROT, 2000, p. 282). Essas idéias integram o que DURKHEIM (1969) e outros autores identificam como a pedagogia realista, na qual as coisas prevalecem sobre as palavras[32].

A formação de cidadãos úteis envolve o domínio de conteúdos aplicáveis às diferentes situações da vida, como os da Matemática, que devem ser ensinados a todos na instrução pública. A prioridade da educação matemática quando se considera sua dimensão prático/instrumental justifica-se, então, no projeto diderotiano de bom funcionamento da sociedade. Todavia, seria uma visão incompleta desse projeto, particularmente no que diz respeito à educação matemática, a que se restringisse ao utilitarismo do conhecimento matemático, ainda que esse seja um aspecto evidente e muito explícito no *Plano de uma Universidade*. A abertura do texto das *Primeiras*

---

[32] BILLY (1948, p. 370) cita a seguinte passagem de Diderot numa carta a Catarina II: *"Em geral, no estabelecimento das escolas tem-se dado importância e espaço demasiados ao estudo das palavras; é preciso substituí-lo pelo estudo das coisas."*

noções sobre as matemáticas para uso das crianças mostra a importância formativa que Diderot atribui a esse conhecimento:

"Estamos em um século no qual seria supérfluo estender-se sobre a utilidade das matemáticas: ninguém ignora de que auxílio elas são nas artes, e ***a vantagem ainda mais inestimável que elas têm de formar o espírito*** *acostumando-o a raciocinar de forma correta, porque nelas não se caminha jamais senão de conseqüência em conseqüência"* (DIDEROT, 1975, p. 365, negritos nossos).

Mais adiante, no mesmo trabalho, ao expor sua "idéia geral das matemáticas", Diderot escreve:

"As matemáticas se estendem sobre quase todos os conhecimentos humanos: elas servem para distinguir o falso do verdadeiro, para convencer o espírito de verdades já conhecidas, para descobrir novas e para levar com inteira certeza a perfeição a todas as ciências que o homem pode adquirir apenas por sua razão" (DIDEROT, 1975, p. 367).

A potencialidade formativa da Matemática é especialmente evidenciada naquilo que se refere à geometria, que é qualificada por Diderot como a mais simples das lógicas[33] no *Plano de uma Universidade.*

Nesse texto, a parte reservada à lógica – situada, lembremos, na sexta classe do primeiro curso de estudos da Faculdade das Artes – principia pela afirmação da relevância dessa *"arte de pensar corretamente, ou de fazer um uso legítimo dos sentidos e da razão; de certificar-se da verdade dos conhecimentos recebidos; de bem conduzir o espírito na busca da verdade; e de desemaranhar os erros da ignorância, e os sofismas do interesse e das paixões, arte sem a qual todos os conhecimentos são talvez mais prejudiciais do que úteis ao homem que por eles se torna ridículo, tolo e malvado"*

[33] No próximo capítulo, veremos que d'Alembert assume a mesma posição de Diderot em relação à consideração da geometria como uma lógica.

(DIDEROT, 2000, p. 304). Para o filósofo, esse é um ensino tão importante que é por ele que cumpriria começar, desde que sua abstração fosse acessível às crianças. No entanto, alocando-o na sexta classe, após as classes de Matemática e ciências, acredita que ao atingi-la os alunos já terão sido preparados por um exercício suficiente de sua razão. A Matemática é particularmente adequada a modelar o espírito na direção do saber, do bem e da verdade por sua simplicidade, e essa idéia assim é exposta na parte do *Plano* que focaliza a primeira classe de estudos:

"Não se pode começar cedo demais a retificar o espírito do homem, mobiliando-o com modelos de raciocínios da primeira evidência e da verdade mais rigorosa. É a esses modelos que a criança comparará em seguida todos aqueles que lhe proporcionarem e cuja força ou fraqueza terá de apreciar, em qualquer matéria que seja.

É sobretudo nas matemáticas que todas as verdades são idênticas; toda a ciência do cálculo não é senão a repetição deste axioma – um e um são dois – e toda a geometria não é mais do que a repetição deste – o todo é maior que sua parte.

A geometria é ***a melhor e a mais simples de todas as lógicas, a mais própria a dar inflexibilidade ao juízo e à razão****"* (DIDEROT, 1875, Tomo III, p. 454, negritos nossos).

Mais: o ensino da geometria é recomendado especificamente no combate à ignorância e à superstição, e se o método geométrico não deve ser aplicado a tudo, não deve jamais ser perdido de vista, pois é *"a bússola de um bom espírito, é o freio da imaginação"* (Idem, p. 454). Se Diderot distingue os objetos da geometria, representantes, na interpretação de CROCKER (1974), de uma ordem intelectual, dos da vida (ordem natural), não deixa de ver o estudo dos primeiros como propedêutica do entendimento, já que o raciocínio usado na geometria é um modelo para a argumentação em qualquer campo:

"Nada do que é obscuro pode satisfazer uma cabeça geométrica. A ***desordem*** *das idéias lhe desapraz e a inconseqüência a fere. Se com freqüência se censurou o*

geômetra por ter o espírito equivocado, é que, por estar todo entregue ao seu estudo, as coisas da vida lhe são desconhecidas.

Todos os raciocínios do geômetra findam por estas palavras: o que era preciso demonstrar (cqd). Todos os raciocínios que se fazem, seja ao discorrer, seja ao escrever, deveriam terminar pela mesma fórmula" (DIDEROT, 2000, p. 293-294, negrito nosso).

Encontra-se aqui, na preferência pela Matemática e, em particular, pela geometria, em que pese a sua consideração às vezes desfavorável – espécie de metafísica, repetição de verdades idênticas – por Diderot, uma manifestação do paradoxo referido por ROMANO (2002): embora não exista ordem no universo, de acordo com o enciclopedista *"somos dirigidos pelo desejo da ordenação legal, da regularidade, do sentido"*.

Em relação ao potencial formativo da geometria, esse paradoxo comparece ainda com outra roupagem em mais uma passagem diderotiana: vimos que as verdades geométricas são questionáveis na epistemologia do enciclopedista, no trecho final da *Carta sobre os Cegos* transcrito anteriormente neste capítulo. Entretanto, o conhecimento da geometria possibilita a quem o detém maior competência para avaliar o que lhe dizem seus próprios sentidos: segundo uma das passagens finais da *Carta*, uma pessoa instruída em geometria que enxergasse desde o nascimento e não possuísse o sentido do tato, se passasse a tê-lo, saberia discernir um cubo de uma esfera, mesmo com os olhos vendados. Porém, caso ignorasse a geometria, essa pessoa teria a mesma dificuldade que um cego de nascença a quem tivesse sido restituída a visão se lhe fosse proposto o mesmo problema. Eis as palavras de Diderot:

"É evidente que a geometria, caso nela fosse instruído, lhe forneceria um meio infalível de assegurar-se se os testemunhos de seus dois sentidos são ou não contraditórios. Ele não teria senão que tomar o cubo ou a esfera entre suas mãos, demonstrar a alguém qualquer uma de suas propriedades, e pronunciar, se o compreendessem, que vê-se cubo aquilo que ele sente cubo, e que conseqüentemente é cubo aquilo que ele segura. Quanto àquele que ignorasse essa ciência, penso que não

lhe seria mais fácil discernir, pelo toque, o cubo da esfera que ao cego do senhor Molineux[34] *distingui-los pela vista"* (DIDEROT, 1951, p. 890).

O comentário de VENTURI (1988) a respeito dessa passagem nos parece iluminar mais um pouco o pensamento diderotiano acerca da Matemática e, em especial, da posição de destaque que ela ocupa na organização dos estudos proposta pelo filósofo. De fato, ao chamar a atenção para a afirmação de Diderot de que o cego geômetra certamente seria capaz de distinguir o cubo da esfera, o comentador italiano salienta a *"verdadeira função"*do saber matemático – *"tornar inteligível a nossa sensação"*, ou ainda, atuar como um *"instrumento de conhecimento da natureza"* (VENTURI, 1988, p. 238).

É oportuno assinalar que MAYER (1959) considera que a Matemática, que Diderot cultivou durante dez anos desde o término de seus estudos na universidade, teve um papel importante na constituição de seu rigor científico.

A qualificação da Matemática e especialmente da geometria como um conhecimento cuja contribuição é fundamental na construção do pensamento correto nos remete às idéias platônicas. É interessante comparar as colocações de Diderot com a seguinte fala de Sócrates a Glauco no Livro VII da *República*:

"Portanto, meu nobre amigo, (a geometria) *conduzirá a alma em direção à verdade e disporá a mente do filósofo para que ele eleve seu olhar para o alto em vez de dirigi-lo para as coisas inferiores, que agora contemplamos sem dever fazê-lo"* (PLATÃO, 1969, p. 786).

Ao considerar a Matemática particularmente adequada à preparação do espírito, Diderot se aproxima, pois, de Platão, mesmo não compartilhando de sua concepção quanto a esse saber (nem da que se refere à necessidade de elevar o olhar para o alto) –

---

[34] O físico irlandês William Molineux (1656-1698) propôs o problema aqui referido, que é o centro da *Carta sobre os Cegos*: um cego de nascença que tivesse aprendido a identificar pelo tato um cubo e uma esfera construídos com o mesmo material conseguiria, passando a enxergar, reconhecê-los se não pudesse tocá-los?

para Platão, como é bem conhecido, o conhecimento matemático reside no interior da consciência e não no campo do que é perceptível pelos sentidos. A valorização da Matemática como propedêutica para a verdadeira ciência nos parece, dessa maneira, um exemplo daquilo que ROMANO (2000) denomina platonismo invertido do enciclopedista.

Um balanço das aproximações e desvios de Diderot em relação a Platão no que concerne à educação matemática nos mostra, portanto, que o enciclopedista se afasta do pensamento platônico quanto às concepções sobre a localização e os modos de acesso do indivíduo ao conhecimento matemático, e se aproxima do filósofo grego ao conceder importância primordial à potencialidade formativa da Matemática. A diferença essencial nesse aspecto está em que Platão, contrário à democracia, propõe a educação matemática como base para a aristocracia que deve governar a pólis (MIGUEL, 1995), enquanto Diderot, favorável à democracia, quer, como veremos adiante, que essa educação matemática seja propriedade do povo, o verdadeiro soberano.

Contudo, em relação ao papel formativo do conhecimento da Matemática cabe também mais uma vez identificar o pensamento de Diderot ao de Francis Bacon, para quem a única deficiência das matemáticas é

"... que os homens não compreendem suficientemente o uso das matemáticas puras, no sentido de que elas medicam e curam muitos defeitos do espírito e das faculdades intelectuais. Pois se o espírito é muito embotado, elas o aguçam; se demasiado errante, elas o fixam; se muito preso ao concreto, favorecem sua abstração. Assim como o tênis não tem qualquer utilidade em si próprio, mas tem grande utilidade para tornar ágeis os olhos e o corpo, também na matemática, o uso que é acessório e se interpõe não tem menos valor do que o que é principal e intencionado" (BACON, 1952, p. 46).

É importante ainda indicar uma outra conexão: trata-se do questionamento por Diderot (como por Platão) a respeito dos equívocos da linguagem verbal e da retórica. ROMANO (1996 a) chama a atenção para as relações acentuadas entre linguagem e

Matemática em Diderot – para combater as ambigüidades e enganos da fala e da escrita comuns, a ciência matemática é útil e serve como parâmetro:

"Se nossos dicionários fossem bem feitos, ou o que dá no mesmo, se as palavras usuais fossem tão bem definidas quanto as palavras 'ângulos' e 'quadrados', restariam poucos erros e disputas entre os homens. É a esse ponto de perfeição que todo trabalho sobre a língua deve tender" (DIDEROT, 1875, Tomo III, p. 455).

É pertinente comentar aqui a posição semelhante à de Diderot defendida por David Hume (1711-1776) em relação tanto às idéias quanto à linguagem da Matemática; esse pensador, contemporâneo de Diderot e considerado o representante do auge do empirismo inglês, refere-se a esse conhecimento como modelo para as ciências morais e metafísicas que se ressentem, segundo ele, da obscuridade das idéias e da ambigüidade dos termos, como atesta o seguinte trecho:

"A grande vantagem das ciências matemáticas sobre as morais consiste em que as idéias das primeiras, por serem de ordem sensível, são sempre claras e determinadas, a menor distinção entre elas é imediatamente perceptível e os mesmos termos expressam sempre as mesmas idéias, sem ambigüidade nem variação. Uma oval nunca é tomada por um círculo ou uma hipérbole por uma elipse. O isósceles e o escaleno são separados por fronteiras mais exatas que o vício e a virtude, o certo e o errado. Se qualquer termo é definido em Geometria, o intelecto, por si próprio, substitui prontamente, em todas as ocasiões, o termo definido pela sua definição; e, mesmo quando não se faz uso de nenhuma definição, o próprio objeto pode ser apresentado aos sentidos e por esse meio ser clara e firmemente apreendido. Mas os sentimentos mais sutis da mente, as operações do entendimento, as várias agitações das paixões, embora realmente distintos uns dos outros, escapam-nos com facilidade quando procuramos sondá-los pela reflexão; e tampouco está em nosso poder fazer reaparecer o objeto original, por mais ocasiões que tenhamos tido de contemplá-lo. Assim, a ambigüidade se introduz gradualmente nos nossos raciocínios; objetos parecidos são facilmente

tomados como idênticos, donde resultam conclusões que as premissas estão longe de justificar" (HUME, 1952, p. 470-471).

Outros trabalhos diderotianos põem em destaque a precisão da linguagem geométrica. Na *Refutação de Helvétius*, ao referir-se às dificuldades de comunicação das sensações entre as pessoas devido a seu caráter subjetivo, Diderot coloca entre as poucas coisas comunicáveis todas as ciências matemáticas. Na *Carta sobre os Surdos e Mudos*, escreve que é impossível traduzir um poeta para outra língua e que é mais comum entender bem um geômetra do que um poeta. Nesse mesmo texto, ao apresentar sua idéia da decomposição de um homem em uma sociedade formada por seus cinco sentidos, Diderot diz que todos esses sentidos poderiam entender-se maravilhosamente somente em geometria.[35]

ROMANO (2001) comenta que as preocupações com a linguagem verbal são um traço característico dos pensadores democráticos do século XVIII[36], e especialmente de Diderot – todos eles *"afirmavam que para instaurar a democracia, seria preciso a mudança na língua do povo"* pois este,*"acostumado à distorção das leis e dos vocábulos, realizada pelos tiranos, acostumara-se a ouvir uma coisa e entender outra"* (ROMANO, 2001, p. 424-425). Eis mais uma relação a ser enfatizada – o relevo que a Matemática adquire na proposta pedagógica de Diderot devido às vantagens da linguagem dessa ciência está ligado ao pensamento político do enciclopedista.

Contudo, se a geometria é, entre os conteúdos propostos por ele para o Primeiro Curso de Estudos da Faculdade das Artes, aquele que é mais mencionado quanto ao papel formativo, SCHMITT (1997) nos chama a atenção para uma passagem em que Diderot tece um vínculo entre um outro estudo – o das probabilidades – e a educação moral. Agora, o ganho está em uma maior aproximação com os negócios da vida:

---

[35] Embora veja nessa passagem que até a linguagem geométrica não escapa da desconfiança de Diderot, ROMANO (1996 a) afirma ser possível acreditar que o filósofo, devido ao seu entusiasmo pelas ciências, confia mais (ou desconfia menos) nessa mesma linguagem.

[36] Teremos a oportunidade de estudar, sob perspectivas variadas, as relações entre linguagem e Matemática no pensamento de d'Alembert, Condillac e Condorcet nos capítulos seguintes deste trabalho.

"Com o instinto da precisão sente-se, nos próprios casos de probabilidade, os desvios maiores ou menores em relação à linha do verdadeiro: apreciam-se as incertezas, calculam-se as chances, faz-se a própria parte e a da sorte; e é nesse sentido que as matemáticas se tornam uma ciência usual, uma regra de vida, uma balança universal, e que Euclides[37]*, que me ensina a comparar as vantagens e desvantagens de uma ação, é ainda um mestre de moral"* (DIDEROT, apud SCHMITT, 1997, p. 160).

O comentário de Schmitt lança luzes sobre a simpatia diderotiana pelo cálculo das probabilidades – esse autor cita um trecho escrito pelo próprio filósofo em uma apresentação crítica de um trabalho de d'Alembert sobre o assunto. Nesse trecho, Diderot acentua o estatuto ambíguo das probabilidades, escrevendo que elas podem ser consideradas como uma ciência abstrata ou como uma ciência físico-matemática. Nessa segunda alternativa, as probabilidades aproximam Matemática e realidade física e social, e parece-nos que aí se pode explicar o valor que Diderot confere a seu conhecimento, associado à incerteza e à conjectura.

Consideramos, anteriormente, o papel da potencialidade prático/instrumental da Matemática em relação ao preparo requerido pelas ocupações e profissões necessárias ao bom funcionamento da sociedade no pensamento de Diderot. Procuramos também, em várias de suas passagens, evidenciar a valorização que ele confere ao papel formativo da Matemática, papel esse que passa despercebido em trabalhos mais gerais relativos à história das idéias pedagógicas (CAMBI, 1999; LUZURIAGA, 1990; MANACORDA, 1997), os quais sublinham especialmente o utilitarismo do principal editor da *Enciclopédia*. Esse papel formativo, posto em destaque principalmente no *Plano de uma Universidade*, também deve ser ligado ao projeto de reforma política e moral da sociedade que Diderot propõe.

[37] Eric-Emmanuel Schmitt indica que essa passagem pertence a uma carta dirigida por Diderot à condessa de Forbach em março de 1772 (SCHMITT, 1997, p. 315). Nesse trecho, ao qual não tivemos acesso direto, uma aparente contradição se manifesta caso tomemos literalmente a figura de Euclides como o educador moral a que Diderot se refere, uma vez que a obra do grego não contempla as probabilidades. No entanto, parece-nos que Diderot, ao nomear Euclides como seu mestre de moral, identifica-o com o conhecimento matemático, em particular com o conhecimento referente às probabilidades – esse último, sem dúvida, ensina a comparar as vantagens e desvantagens de uma ação.

Composto em 1775, o *Plano* pertence a um período da vida de Diderot no qual se acentua, de acordo com vários autores (CROCKER, 1974; DOLLE, 1973; STENGER, 1994), o desejo ordenador do filósofo na esfera política. Mais radicalmente no início dos anos 70 do século XVIII, os escritos de Diderot enfatizam a desordem da *"bela máquina que* (os legisladores) *eles chamaram sociedade"* (DIDEROT, apud CROCKER, 1974, p. 126), arquitetada exatamente para criar a ordem. Concebendo como solução para essa desordem um governo regido por um código de leis elaboradas pelos representantes (fonte do poder político) do povo (base da soberania da nação), Diderot pensa na educação pública como um meio imprescindível para preparar cidadãos capazes de exercer suas responsabilidades nessa sociedade. DOLLE (1973) afirma que a educação é, para Diderot, a essência da organização política.

Sob essa perspectiva, somente habilitar ao exercício de uma profissão é insuficiente, ou seja, a ordem social depende também de o povo ter assegurada, na instrução de responsabilidade do Estado, a oportunidade de desenvolver a capacidade de pensar corretamente, rigorosamente, eticamente, e saber eleger representantes competentes para elaborar e reformar, sempre que necessário, o código de leis da nação. Nesse contexto é que Diderot escolhe as ciências e a Matemática como o alicerce dos estudos. Particularmente a ordem intelectual representada pela Matemática é considerada por ele como uma contribuição indispensável, mesmo padecendo das características de abstração, alheamento da realidade física e certeza puramente formal que lhes aponta.

Assim, podemos interpretar tanto o papel instrumental quanto o papel formativo da Matemática, reconhecidos por Diderot, como constituintes essenciais a seu projeto pedagógico, e responsáveis pela prioridade que ele lhes concede. Mostra DOLLE (1973) que esse projeto é, no todo, consonante com a filosofia política do principal editor da *Enciclopédia*. Nesta seção, ao focalizar o estatuto privilegiado da educação matemática no mesmo projeto, procuramos argumentar no sentido de que esse privilégio também está em harmonia com o pensamento político de Diderot.

Se a educação matemática assume assim, tanto por seu caráter de ferramenta para a vida social e profissional e de chave de acesso a outros conhecimentos, quanto por sua contribuição para formar o pensamento justo, uma posição de tanto destaque para

Diderot, torna-se importante examinar, em seus trabalhos, os aspectos ligados à forma e às possibilidades de acesso ao conhecimento matemático pelas pessoas. Está em tais aspectos o foco da seção a seguir.

2.5 Sobre a aprendizagem da Matemática segundo Diderot

"Como quer que seja, segue-se que as matemáticas puras entram em nossa alma por todos os sentidos, e, portanto, que as noções abstratas nos deveriam ser bem familiares" (DIDEROT, 1875, Tomo I, p. 400).

"Saber geometria ou ser geômetra são duas coisas muito diversas. É dado a poucos homens serem geômetras; é dado ***a todos*** *aprender a aritmética e a geometria"* (DIDEROT, 1875, Tomo III, p. 452-453, negritos nossos).

As passagens recém-transcritas ilustram as duas principais idéias sobre a aprendizagem da Matemática que identificamos nos trabalhos de Diderot. A primeira delas, retirada das *Adições à Carta sobre os Surdos e Mudos*, refere-se à maneira pela qual as noções básicas desse conhecimento são adquiridas – mediante o uso dos sentidos e da reflexão a partir da experiência por eles proporcionada; a segunda, extraída do *Plano de uma Universidade*, relaciona-se à crença na capacidade que têm todas as pessoas de aprender a Matemática, ainda que nem todos possam produzi-la. Essa crença reflete uma outra concepção básica diderotiana – a de que embora não nasçam com idéias, os indivíduos são dotados de faculdades diferentes pela natureza.

Diderot elabora a respeito da aquisição das noções matemáticas pela via dos sentidos na *Carta sobre os Cegos*, na *Carta sobre os Surdos e Mudos* e nas *Adições* a essas duas cartas. Sua reflexão a respeito da aprendizagem de conceitos matemáticos não foge às suas concepções quanto a qualquer conhecimento, o qual resulta, na expressão de ROMANO (2000), do *"federalismo"* de órgãos e funções sensíveis; trata-se de uma idéia oposta à concepção puramente intelectual que domina Descartes. Com efeito, na *Carta sobre os Cegos*, o filósofo afirma não duvidar de que *"o estado de nossos órgãos e de nossos sentidos tem muita influência sobre nossa metafísica e sobre nossa moral, e que nossas idéias mais puramente intelectuais, se posso assim exprimir-me, dependem* *muito de perto da conformação de nosso corpo"* (DIDEROT, 1951, p. 849). Algumas passagens das duas Cartas e de suas Adições explicitam esse pensamento no que diz respeito a aspectos matemáticos. Por exemplo, na *Carta sobre os Cegos*, Diderot dedica-se a explicar como as idéias de figuras formam-se na mente de um cego:

"Creio que os movimentos de seu corpo, a existência sucessiva de sua mão em muitos lugares, a sensação não interrompida de um corpo que passa entre seus dedos lhe dão a noção de direção. Se ele os desliza ao longo de um fio bem esticado, tem a idéia de uma linha reta; se segue a curva de um fio frouxo, apreende a de uma linha curva. Mais geralmente ele tem, por experiências reiteradas do tato, a memória de sensações experimentadas em diferentes pontos: ele aprende a combinar essas sensações ou pontos, e a com elas formar figuras" (DIDEROT, 1951, p. 851-852).

Por outro lado, o enciclopedista também procura explicar como os que enxergam compõem figuras pela visão: se o cego refere tudo às sensações do tato de que tem memória, isto é, combina pontos palpáveis, os que vêem combinam pontos coloridos:

"Quando, portanto, eu me proponho a perceber em minha cabeça uma linha reta, sem pensar em suas propriedades, começo por atapetá-la dentro de um tecido branco, do qual destaco uma série de pontos negros dispostos na mesma direção. Quanto mais vivas são as cores do fundo e dos pontos, mais distintamente eu percebo os pontos, e no caso de uma figura de uma cor muito próxima da do fundo, não me fatiga menos considerá-la na minha imaginação que fora de mim, e sobre um tecido" (DIDEROT, 1951, p. 852).

Ao refletir acerca das diferenças entre o modo de pensar do cego e o daquele que vê, Diderot conclui que o primeiro, que recorda e combina sensações de pontos palpáveis, percebe as coisas de uma maneira muito mais abstrata do que o segundo, que recorda e combina pontos visíveis ou coloridos. Analisando a história e o trabalho do matemático inglês cego Nicholas Saunderson (1682-1739), afirma que o sentido do tato, quando exercitado, *"pode tornar-se mais delicado que a vista"* (DIDEROT, 1951, p. 867) e que as pessoas que enxergam em geral deixam de usar essa *"porta para a* *entrada dos conhecimentos na alma*[38]". Nas *Adições à Carta sobre os Cegos*, Diderot comenta ainda o caso real de outra cega instruída, a senhorita Mélanie de Salignac, enfatizando o seu domínio da Matemática. Essa moça teria dito que a geometria é a verdadeira ciência dos cegos e que o geômetra passa quase todo o tempo de olhos fechados. Na *Carta* e em seus acréscimos, Diderot sublinha a importância do tato, que, em sua hierarquia dos sentidos, é o mais bem qualificado – é o mais profundo e filosófico, em contraposição à visão, o sentido mais superficial, como se pode ler na *Carta sobre os Surdos e Mudos*. A constatação e a análise das possibilidades de compreensão dos conceitos matemáticos (que, como vimos, são muito prezados pelo filósofo) pelos cegos – desde que instruídos – servem para ilustrar o posto privilegiado do tato.

Vale a pena transcrever, aqui, um comentário de PAPAÏS (1994): o cego mais notável que Diderot nos apresenta, o matemático Nicholas Saunderson, devido às limitações decorrentes de sua deficiência, é, sobretudo um algebrista:

"Como ele não podia como nós, escrever seus cálculos ou representar as figuras, imaginou uma geometria e uma aritmética palpáveis, um código que lhe permitia assegurar-se completamente de suas operações. A invenção consiste numa espécie de tabuleiro no qual cada quadrado, cravejado de alfinetes de cabeça pequena ou grande em seu centro ou sobre seus lados, traduz imediatamente sob o dedo todos os números de zero a nove; da mesma maneira, as figuras geométricas são traçadas por meio de fios que ligam os alfinetes. Essa máquina, todavia, não tem senão o valor de escritura – ela permite dar um traçado permanente às operações do cálculo. Pois, e é um ponto essencial, os limites que lhe impõe sua enfermidade fazem com que Saunderson permaneça antes de tudo um algebrista: sobre seu tabuleiro, ele não poderá representar nenhuma curva complexa. No sentido leibniziano, sua ciência é um exemplo

[38] Diderot afirma que os conhecimentos têm três portas para entrar em nossa alma – os olhos, os ouvidos e o tato, e destaca que o homem criou signos para os dois primeiros (os caracteres e os sons articulados, respectivamente), mas não produziu signos para o tato. É a falta desses sinais de comunicação para a terceira porta a responsável pela sua não utilização (DIDEROT, 1951).

perfeito de 'conhecimento cego ou simbólico', no qual a resolução de problemas permanece sempre formal" (PAPAÏS, 1994, p. 207).

A ênfase que o enciclopedista confere à atuação dos sentidos em relação às idéias "intelectuais" e, em particular, às idéias matemáticas, sugere sua proximidade ao pensamento de George Berkeley (1685-1753) e David Hume, para quem as idéias são modificações da consciência individual e, portanto, construtos subjetivos da maneira como os indivíduos se representam os objetos. Contudo, é importante salientar que Diderot explicita-se contrariamente a Berkeley e aos "idealistas", *"esses filósofos que, não tendo consciência senão de sua existência e das sensações que se sucedem no interior de si mesmos, não admitem outra coisa: sistema extravagante que não poderia, parece-me, dever seu nascimento senão a cegos; sistema que, para a vergonha do espírito humano e da filosofia, é o mais difícil de combater, ainda que seja o mais absurdo de todos"* (DIDEROT, 1951, p. 866)

Nas *Adições à Carta sobre os Surdos e Mudos*, Diderot procura explicar uma de suas falas na mesma, aquela que se refere à possibilidade de cada um dos cinco sentidos se tornar geômetra e entender-se com os outros somente em geometria. Nesse trecho, ele retoma a idéia da aprendizagem, dessa vez com referência à noção abstrata de número:

"O olfato voluptuoso não terá podido deter-se nas flores; o ouvido delicado ser atingido pelos sons; a vista pronta e rápida passear sobre diferentes objetos; o gosto inconstante e caprichoso trocar de sabores; o tato pesado e material apoiar-se sobre sólidos, sem que reste a cada um desses observadores a memória ou a consciência de uma, duas, três, quatro etc., percepções diferentes; ou a da mesma percepção, uma, duas, três, quatro vezes reiteradas, e por conseqüência a noção dos números ***um, dois, três, quatro*** *etc. As experiências freqüentes que nos fazem constatar a existência dos seres ou de suas qualidades sensíveis nos conduzem ao mesmo tempo à noção abstrata dos números, e quando o tato, por exemplo, disser: 'peguei dois globos, um cilindro', das duas coisas uma – ou ele não se fará entender, ou com a noção de globo e de cilindro ele terá a dos números* ***um*** *e* ***dois****, que ele poderá separar, por abstração, dos*

corpos aos quais as aplicava, e formar um objeto de meditação e de cálculos" (DIDEROT, 1875, Tomo I, p. 399-400, destaques no original).

Assim, adquirimos a noção dos números porque todos os nossos sentidos a abstraem dos corpos aos quais se aplicam; é essa abstração que permite empreender *"cálculos aritméticos, se os símbolos de suas noções numéricas designam, em conjunto ou separadamente, apenas uma coleção de unidades determinada; cálculos algébricos, se mais gerais, eles se estendem, cada um indeterminadamente, a toda coleção de unidades"*. (DIDEROT, 2000 a, p. 137). E mais: nossos sentidos poderiam *"elevar-se às especulações mais sublimes da aritmética e da álgebra; sondar as profundezas da análise; propor-se entre si os problemas mais complicados sobre a natureza das equações, e os resolver como se fossem diofantinas"* (Idem, p. 138).

Contudo, se para Diderot todos os nossos sentidos são portas para a entrada da Matemática (como para a de qualquer conhecimento) em nossa alma, seria incompleto encerrar a análise de sua concepção sobre a aprendizagem e a produção desse saber pela simples constatação da perspectiva que AEBLI (1974) denomina "sensualista-empirista" e que, de fato, é muito acentuada nos textos do filósofo. De resto, é o próprio Diderot quem nos adverte, na *Refutação de Helvétius*[39] (*Réfutation de l'ouvrage d'Helvétius intitulé L'homme*), que sentir não é uma operação idêntica a julgar, que nenhum dos sentidos domina o entendimento do homem, e que se este aprende pela comparação e combinação de suas idéias, originadas em suas sensações, é sempre conduzido por suas disposições naturais. Nessa obra, o enciclopedista afirma reiteradas vezes que os indivíduos não possuem as mesmas faculdades, a aptidão para a instrução é desigual, e não é possível fazer das pessoas o que se queira. Assim, as crianças não nascem com idéias, porém possuem disposições naturais próprias *"para concebê-las, compará-las e*

[39] Para Claude-Adrien Helvétius (1715-1771), não há uma faculdade especial de reflexão distinta da sensação. Em suas obras *De l'esprit* e *De l'homme*, apoiado nesse ponto de vista, desenvolve a idéia de que todos os homens são iguais e têm as mesmas aspirações; o que explica o comportamento humano é o interesse – impulso para a obtenção do prazer e a eliminação da dor – que deriva da sensibilidade externa. Essa concepção fundamenta o pensamento de Helvétius em relação à possibilidade de se obter o comportamento desejável para o bom funcionamento da sociedade mediante a educação – é o ponto de vista de que a a educação tudo pode, ao qual Diderot se opõe em sua *Refutação* (FERRATER-MORA, 1982).

reter algumas com mais gosto e facilidade que outras" (DIDEROT, 1875, Tomo II, p. 378).

Como exemplos de diferentes disposições naturais, Diderot enumera as mais próprias à Matemática, que se observam na criança que *"combina facilmente números e espaços"*; à erudição, manifestadas pela que é *"dotada de grande memória"*; à poesia, mostradas naquela em que se reconhecem *"o calor e a imaginação"* (DIDEROT, 1875, Tomo II, p. 374-375). Essas concepções repetem-se no *Plano de uma Universidade*, quando seu autor afirma que os estudantes não têm igual aptidão para tudo e assim, aquele que é dotado de uma memória prodigiosa fará progressos rápidos em história e geografia, enquanto outro, *"mais refletido, combinará com facilidade números e espaços, e se instruirá, quase sem trabalho, em aritmética e em geometria"* (DIDEROT, 2000, p. 387).

Na *Refutação de Helvétius*, o filósofo chega a caracterizar o matemático: sua função – *"combinar espaços, fazendo abstração das qualidades essenciais à matéria"* – requer um estilo como o de d'Alembert: *"simples, claro, sem figura, sem movimento, sem verve"* (p. 339), estilo completamente distinto do de um cientista natural, do de um moralista ou daquele do próprio Diderot, que chega a se comparar com d'Alembert:

> *"D'Alembert lê uma vez uma demonstração de geometria e a sabe de cor. Na décima vez eu ainda tateio.*
>
> *D'Alembert não a esquece mais. Ao fim de alguns dias, dela me restam apenas alguns vestígios"* (DIDEROT, 1875, Tomo II, p. 299).

A distribuição das aptidões naturais entre as pessoas não permite, portanto, que todas sejam inventoras de uma ciência qualquer, ficando a produção de novos conhecimentos reservada a poucas. O caso da Matemática é especialmente interessante, pois mostra que aprender, que é dado a todos (lembremos que no *Plano de uma Universidade* Diderot afirma repetidas vezes que todos podem aprender a aritmética e a geometria), é muito diferente de criar:

"Caso se conceda o título de inventor somente àquele que dá um passo à frente na ciência, seja pelo aperfeiçoamento do instrumento, seja por alguma maneira de aplicá-lo, e conseqüentemente forem suprimidos dessa classe quase todos os puros e simples resolvedores de problemas, encontrar-se-á que ***nas ciências matemáticas, que são na verdade as mais ao alcance dos espíritos ordinários, os inventores não são comuns****"* (DIDEROT, 1875, Tomo II, p. 348, negritos nossos).

Assim, a análise da psicologia da aprendizagem nos trabalhos de Diderot põe em evidência, em primeiro lugar, junto com a possibilidade de se desenvolverem as noções matemáticas pela ação dos sentidos e pela abstração, a acessibilidade desse conhecimento a todos. Em segundo lugar, o que essa análise coloca em foco é a diferenciação entre os indivíduos quanto às suas disposições naturais: os poucos que as possuem "mais adequadas" à ciência matemática são os seus inventores. Fica claro que Diderot não pretende que todos sejam matemáticos de ofício, mas sim afirmar sempre sua confiança na capacidade de todos aprenderem as noções matemáticas básicas, que são as necessárias para que o cidadão comum exerça seus direitos e deveres em uma sociedade democrática. Essa posição é coerente com o alvo do enciclopedista na educação pública, que não é o gênio ou o incapaz, mas o indivíduo "médio", a quem é feita, por exemplo, a seguinte referência no *Plano*: *"O alcance do espírito humano é a regra de uma educação pública"* (DIDEROT, 2000, p. 268). Outra referência aparece quando, em relação à ordem dos estudos, Diderot recomenda *"proporcionar o ensino na idade e as lições na capacidade média dos espíritos"* (Idem, p. 276).

Especificamente no que se refere à educação matemática, é relevante registrar os questionamentos postos por DOLLE (1973) quanto à possibilidade de acesso dos estudantes aos conhecimentos que Diderot propõe para a primeira classe dos estudos:

"Ensinar a aritmética, a álgebra e a geometria na primeira classe, em uma idade correspondente a um nível satisfatório em leitura, escrita e ortografia, com alguns rudimentos de cálculo, parece prematuro" (DOLLE, 1973, p. 149).

Procurando responder às indagações sobre o verdadeiro conteúdo dos conhecimentos matemáticos no *Plano* e sobre a idade real de ingresso na Faculdade das Artes, esse autor comenta que não é possível uma conclusão exata a respeito da primeira dessas questões a partir do texto de Diderot. Todavia, o filósofo faz algumas observações, ainda que imprecisas, sobre a segunda. De fato, ele escreve que para aprender a aritmética e a geometria *"é preciso apenas um senso comum, e a criança de treze anos que não é capaz desse estudo não serve para nada"* (DIDEROT, 2000, p. 289). Essa é uma indicação sobre a faixa etária dos alunos que Diderot tem em vista, conforme salienta Dolle, que lembra, entretanto, outras passagens retiradas do texto do *Plano* as quais levam a crer numa possível disparidade de idade entre alunos do mesmo nível de ensino; tal disparidade seria decorrente de Diderot parecer adotar como critério de acesso à primeira classe da Faculdade das Artes somente a maturidade intelectual. Dolle assinala que a indicação referente aos treze anos é um tanto vaga, e que, portanto, *"Diderot conserva a prática dos colégios da Universidade a qual não ligava, como fazemos hoje, uma idade a uma classe"* (DOLLE, 1973, p. 150).

Tendo empreendido algumas análises de aspectos psicológicos da educação matemática a partir da leitura de alguns escritos do principal editor da *Enciclopédia*, resta-nos pesquisar, nas mesmas fontes, aspectos ligados às suas concepções didático-metodológicas.

2.6 Indicações de Diderot quanto ao ensino da Matemática

Embora as considerações de caráter didático-metodológico não se apresentem muito desenvolvidas nos textos de Diderot, é possível identificar neles algumas indicações de tal natureza.

Em primeiro lugar, é importante registrar que o enciclopedista preocupa-se especialmente com o ensino dos "elementos" de todas as ciências, que são, para ele, o que deve ser oferecido pela instrução pública – esses conhecimentos, ao contrário de produzirem, como se poderia pensar, homens superficiais, dispõem-nos *"todos a se tornarem com o tempo homens profundos"* (DIDEROT, 2000, p. 282). Conquanto não confira maior precisão ao significado da palavra "elementos", a leitura dos escritos do enciclopedista nos leva a acreditar que compartilhe do ponto de vista de d'Alembert exposto no extenso verbete *"elementos de ciências"* da *Enciclopédia*. Para d'Alembert, como veremos com maior cuidado no próximo capítulo, os elementos de uma ciência são constituídos pelas proposições ou verdades gerais que servem de base às outras, e essas proposições são como um germe cujo desenvolvimento seria suficiente para o conhecimento minucioso dos objetos da mesma ciência. Essa mesma idéia se apresenta do seguinte modo logo no início do esboço de manual elaborado por Diderot:

"Não estão aqui elementos completos dessas ciências (as matemáticas), *mas simples noções próprias a dar sobre elas uma idéia clara àqueles que não se destinam a elas como profissão. Procura-se somente, abreviando, nada desfigurar, e sobretudo ligar todas as partes de maneira que aqueles que quiserem seguir mais adiante não tenham idéias falsas, truncadas ou incompletas a esquecer; que encontrem nelas, ao contrário, um germe que bastará nutrir de bons estudos para que se desenvolva como por si próprio"* (DIDEROT, 1975, p. 365).

No *Plano de uma Universidade*, no texto relativo à classe de Matemática, Diderot refere-se à aritmética e à geometria **elementares** e ao cálculo **elementar** de probabilidades. Além da ênfase nos conhecimentos básicos, uma segunda preocupação do filósofo explicita-se na colocação dos *"livros clássicos"* como alicerce do ensino; o *Plano* indica títulos para todas as áreas, recomenda alguns a professores e alunos, e aconselha outros somente aos professores. Paralelamente a essas indicações e recomendações, o autor considera a necessidade de se produzirem livros para todas as idades e todas as ciências, a serem escritos pelos melhores especialistas em cada área. Diz Diderot:

"Não é dado a um meio-douto nem a um douto ordenar as verdades, definir os termos, discernir o que é elementar e essencial do que não o é, ser claro e preciso. Os que poderiam nos prestar tal serviço[40] *preferiram sua glória particular ao interesse público, e prezou-lhes mais fazer a ciência avançar de um passo, do que traçar os passos que ela deu.*

Um bom livro clássico supõe que a arte ou a ciência tocam à sua perfeição" (DIDEROT, 2000, p. 391).

E como exemplo de um sábio que poderia escrever bons livros clássicos, Diderot aconselha Catarina II a encomendar a d'Alembert aqueles destinados à ciência da Matemática.

É curioso, portanto, como afirma MAYER (1959), que o próprio Diderot, que não se considerava um inventor em Matemática como seu parceiro na edição da *Enciclopédia*, tenha escrito e deixado inédito um manual elementar de geometria – ao qual já nos referimos neste capítulo – tendo como alvo a primeira classe do primeiro curso de estudos da Faculdade das Artes. Ao mesmo tempo, Mayer procura explicar a preocupação de Diderot em produzir tal trabalho a partir da principal intenção do filósofo, a de orientar a instrução pública na direção das ciências e das técnicas para formar bons cidadãos e artesãos úteis:

[40] O ponto de vista de Diderot tanto em relação à autoria dos livros destinados ao ensino como ao desinteresse dos cientistas em escrever bons livros elementares é o mesmo de d'Alembert no verbete *"elementos de ciências"* da *Enciclopédia*. Estudaremos esse ponto de vista com maiores detalhes no capítulo seguinte deste trabalho. Aqui vamos apenas transcrever dois trechos d'alembertianos para efeito de maior esclarecimento em relação à semelhança entre as idéias de Diderot e as de seu parceiro matemático na edição da *Enciclopédia*:
"Apenas os inventores poderiam tratar de maneira satisfatória as ciências que descobriram, pois voltando-se em direção à marcha de seu espírito, e examinando de que maneira uma proposição os conduziu a outra, seriam os únicos em condições de ver a ligação das verdades, e de conseqüentemente estabelecer o seu encadeamento" (D'ALEMBERT, apud SCHUBRING, 1999, p. 38).
Unicamente ocupados (os cientistas) *em fazer novos progressos na arte, para se elevar, se lhes for possível, acima de seus predecessores ou de seus contemporâneos, e mais ciosos da admiração que do reconhecimento público, eles pensam apenas em descobrir e desfrutar, e preferem a glória de aumentar o edifício ao cuidado de iluminar sua entrada"* (D'ALEMBERT, apud SCHUBRING, 1999, p. 44).

"Esse utilitarismo militante explica certos trabalhos dos quais sem tal consideração se compreenderia mal que Diderot tenha se encarregado pessoalmente: os Primeiros Princípios de Matemáticas em nada contribuem para a geometria; essas definições secamente elementares se dirigem aos iniciantes, e não lhes apresentam senão conhecimentos absolutamente rudimentares. Mas sua redação é um ato de fé, assim como certas compilações da Enciclopédia, destinadas a divulgar a instrução..." (MAYER, 1959, p. 409).

De fato, o texto deixado inédito por Diderot (que aborda apenas tópicos da geometria), além de poucas páginas introdutórias nas quais se evidencia, como já mostramos neste capítulo, o valor instrumental e formativo dos conhecimentos matemáticos, contém somente definições acompanhadas de figuras, um conjunto de oito "axiomas principais"[41] e algumas proposições evidentes apresentadas sem demonstração. Embora estejamos estudando um trabalho incompleto, vale a pena registrar as intenções explicitadas por Diderot em relação à geometria:

"...ative-me ao que seria desejável que todo mundo soubesse e que é indispensável para a inteligência do que me proponho a dizer sucessivamente sobre cada uma das ciências que fazem parte das matemáticas e sobre as principais artes que dela dependem" (DIDEROT, 1975, p. 366).

---

[41] Eis os axiomas apresentados por Diderot:
1. O todo é maior que sua parte. 2. O todo é igual a todas as suas partes tomadas juntas. 3. As quantidades que são cada uma igual à mesma quantidade são iguais entre si. 4. As quantidades que são, cada uma, o dobro, o triplo, o quádruplo; a metade, o terço ou o quarto de uma mesma quantidade são iguais entre si. 5. As quantidades iguais entre si que receberam aumentos ou sofreram diminuições iguais permanecem sempre iguais. 6. Quantidades que, sendo primeiramente iguais entre si, tenham tido aumentos ou diminuições desiguais se tornam desiguais entre si. 7. Quantidades que, sendo desiguais entre si, tenham tido aumentos ou diminuições iguais permanecem sempre desiguais. 8. Se se tem uma seqüência de várias grandezas tais que a primeira seja maior que a segunda, a segunda maior que a terceira, a terceira maior que a quarta e assim por diante, uma dessas grandezas será sempre menor que cada uma daquelas que a precedem e maior que aquelas que a seguem, e reciprocamente" (DIDEROT, 1975, p. 368-369).

Na exposição daquilo que denomina idéia geral das matemáticas[42], além de enfatizar, como já mencionamos, que as matemáticas levam, com total certeza, a perfeição a todas as ciências que o homem pode adquirir apenas por sua razão, Diderot completa sua fala apresentando o método dos geômetras como o fundamento dessa perfeição:

*"Para chegar a essa perfeição, os matemáticos se servem de **definições**, isto é, eles determinam por uma explicação clara e precisa a significação das palavras e a natureza das coisas das quais falam, e depois estabelecem os **Axiomas**. São princípios tão claros que sua evidência se sente de imediato, sem razoavelmente poder formar qualquer dúvida sobre sua certeza. Algumas vezes, eles lhes associam pedidos[43], isto é, pedem que se aceite a suposição de uma coisa tão fácil que se não a pode recusar. Em seguida, deduzem desses princípios e pedidos proposições em relação às quais fazem ver a conexão com os axiomas por um raciocínio que chamam **demonstração**. Enfim, tiram dessas proposições demonstradas **Corolários** que são verdades que decorrem delas tão naturalmente que não têm necessidade de outras provas. Proceder dessa maneira ao tratar de uma matéria se chama **seguir o método dos geômetras**"*(DIDEROT, 1975, p. 367, destaques no original).

Devido ao fato de o manual ter ficado inacabado, é difícil avaliar se Diderot consideraria esse método como aquele a ser seguido fielmente no ensino. Com efeito, o que o filósofo conseguiu abordar foram essencialmente as definições da geometria, com apelo considerável a ilustrações. É interessante observar, porém, que Diderot não é um seguidor estrito de Euclides – por exemplo, ele não define o ponto como o que não tem partes, preferindo caracterizá-lo como a extremidade de uma linha, vista como o resultado de se considerar nos corpos apenas uma dimensão, o comprimento. A superfície, por sua vez, resulta da abstração de uma das três dimensões do corpo ou sólido, e suas duas dimensões são o comprimento e a largura. Assim, Diderot parte do

[42] É importante ressaltar que Diderot declara dever a idéia geral das matemáticas e a exposição dos princípios das ciências matemáticas que apresenta ao padre de La Caille. Este, de acordo com Robert Niklaus et al, editores do texto, foi um acadêmico dedicado às observações astronômicas que publicou livros de elementos de aritmética, de álgebra, de geometria, de mecânica, de hidráulica, de óptica e de astronomia escritos com muita precisão e clareza (DIDEROT, 1975).

tridimensional (que tem comprimento, largura e altura – sendo essa terceira dimensão mais comumente chamada de espessura) para chegar ao ponto, e escreve que este último deve ser considerado somente em relação à sua posição, sem que se dê atenção a nenhuma dimensão.

Diderot apresenta ao seu leitor a linha reta, a linha curva, os ângulos, os triângulos e demais polígonos; o círculo (*"um polígono que se pode considerar como composto de um número infinito de lados infinitamente pequenos"* – DIDEROT, 1975, p. 393); as posições e distâncias entre retas e superfícies (planos); os sólidos; as seções cônicas; outras curvas, como a ciclóide, a espiral e a concóide.

Após tratar todos esses temas, que consomem um número considerável de páginas, Diderot procura dar uma idéia da dificuldade de certos problemas geométricos, os quais só podem ser abordados pelo uso do cálculo diferencial e integral, e acrescenta que faz essa exposição ao término de suas definições a fim de que não se tome o conhecimento de alguns termos – que todo homem pode adquirir facilmente – como a própria ciência, *"cujos limites não é permitido senão aos gênios atingir ou recuar, sem o que não se é senão um depósito de teoremas indigno de levar o nome de geômetra"* (DIDEROT, 1975, p. 416). O filósofo sublinha aí, portanto, uma vez mais, a diferença entre um criador da Matemática e uma pessoa comum.

O último parágrafo do esboço de manual deixado por Diderot anuncia sua intenção de continuar o texto pelo tratamento sucinto daquilo que se deve chamar geometria, isto é, das propriedades da grandeza e das linhas e figuras das quais somente se focalizaram os nomes. É relevante transcrever o último período redigido, no qual se revela a concepção diderotiana de oposição à apresentação de demonstrações formais de proposições evidentes. De fato, referindo-se ao que acabou de fazer quanto às definições, Diderot diz:

"É verdade, porém, que a forma sob a qual acreditei dever apresentar essas noções de matemáticas relativamente a seu objeto me autorizou a acrescentar às

[43] Os editores do texto de Diderot esclarecem, em nota de rodapé, que ele se refere aos Postulados.

definições um grande número de propriedades tão simples e fáceis de serem apresentadas que devemos sempre surpreender-nos pelo fato de que os antigos geômetras tenham se entretido em demonstrá-las com toda a máquina e todas as formalidades geométricas" (DIDEROT, 1975, p. 416).

Como se pode notar nessa citação, a concepção de Diderot quanto ao ensino da geometria coincide com a posição de Aléxis-Claude Clairaut (1713-1765) em seu célebre *Elementos de Geometria*, declarada no prefácio do livro:

"Talvez me censurem, em algumas partes desses Elementos, por me reportar demais ao testemunho dos olhos, e por não me ligar o bastante à exatidão rigorosa das demonstrações. Peço aos que poderiam me fazer tal censura que observem que só passo ligeiramente pelas proposições cuja verdade se descobre por pouco que se lhes dê atenção" (CLAIRAUT, apud BRUNET, 1951, p. 142).

É significativo que na seção de livros clássicos para a classe de Matemática do *Plano de uma Universidade*, o livro recomendado por Diderot para a geometria seja exatamente o de Clairaut:

"Quanto aos Elementos de Geometria em que esse hábil matemático (Clairaut) *deixou-se conduzir no encadeamento das proposições pelos usos da vida, eles são excelentes"* (DIDEROT, 1875, Tomo III, p. 457).

Como é muito divulgado (KLEIN, 1931; MIORIM, 1998; PITOMBEIRA, 1994), em seu livro de geometria Clairaut realiza uma metodologia de apresentação dos conteúdos oposta à exposição dos Elementos de Euclides – em lugar de começar pelas definições, axiomas e postulados, sua proposta é desenvolver os conhecimentos dos aprendizes usando como ponto de partida a resolução de problemas práticos, fazendo apelo constante à intuição e à experiência sensível. Clairaut, de fato, procura motivar seus leitores por situações nas quais é necessário medir comprimentos, áreas e volumes – para saber a largura de um rio, construir muralhas, canais, ruas, jardins, forrar um cômodo com tapeçarias, avaliar a quantidade de água em um reservatório – pondo em destaque a face utilitária dos resultados geométricos (CLAIRAUT, 1892). Levando em conta alguns aspectos das concepções de Diderot que procuramos evidenciar neste texto – a crítica à abordagem de Euclides, a perspectiva pragmática e a visão do conhecimento como resultado de abstrações operadas pela mente a partir da ação dos sentidos, é compreensível e coerente a adesão do enciclopedista ao enfoque de Clairaut. Deve-se acrescentar ainda que como para Diderot a apresentação dos conhecimentos elementares de cada ciência precisa traçar os passos dados em seu desenvolvimento, o "método dos inventores" de Clairaut – que não é exatamente uma reconstituição histórica dos progressos da matemática, mas a apresentação de um caminho que poderia ter sido o seguido por seus criadores – é seguramente um método adequado.[44] É preciso salientar, todavia, que o filósofo da *Enciclopédia* rejeita os *Elementos de Álgebra* que Clairaut declara ter concebido segundo o mesmo método, declarando no *Plano de uma Universidade* que *"são talvez um pouco fortes demais"* (DIDEROT, 1875, Tomo III, p. 457). BRUNET (1951) admite que o método de Clairaut para a álgebra é mais suscetível de críticas, e cita, por exemplo, o seguinte comentário de Lacroix (1765-1843) sobre o livro desse famoso matemático, que talvez possa esclarecer a frase de Diderot:

"Seus Elementos de Álgebra obtiveram de início todo o sucesso que mereciam, e se ele tivesse encerrado em limites corretos a marcha da invenção que havia adotado, não há dúvida de que ela teria prevalecido sobre todas as outras. Mas essa marcha, necessária para esclarecer e encorajar aqueles que começam o estudo da álgebra, torna-se minuciosa e embaraçada de detalhes, quando se prossegue rigorosamente nela além das primeiras noções. Do mesmo modo as últimas partes desse livro não foram tão apreciadas quanto a primeira..." (LACROIX, apud BRUNET, 1951, p. 150).

[44] É interessante notar que o verbete *"elementos de ciências"* da *Enciclopédia*, assinado por d'Alembert, contém uma seção sobre livros elementares de matemática redigida, segundo SCHUBRING (1999), pelo Abbé de la Chapelle (1710-1792), ele próprio um autor de livros didáticos. Este último faz uma crítica à abordagem de Clairaut, marcando uma posição contrária à de Diderot:
"Há alguns anos sr. Clairaut, da Academia de Ciências de Paris, publicou uma Geometria em que as proposições aparecem apenas quando são ocasionadas pelas necessidades dos homens que as descobriram; este método é luminosíssimo e não possui a aridez dos precedentes; mas por vezes o autor dá como suposto, sem demonstração, aquilo que, a rigor, poderia exigi-la, e ademais as proposições, tal como em todos os outros métodos, não são deduzidas imediatamente umas das outras, e formam antes um aglomerado do que um edifício de proposições; todavia, uma cadeia ininterrupta de verdades seria o sistema mais natural e mais cômodo, ao mesmo tempo oferecendo ao espírito o agradável espetáculo de gerações em linha direta..." (In: D'ALEMBERT, 1994, p. 184).

Diderot prefere, então, nomear como livro clássico para o ensino da álgebra, sem maiores comentários, os *Elementos de Álgebra* de outro autor, Rivard[45], que havia escrito também um manual de aritmética. Sobre esses livros didáticos não dispomos de qualquer informação.

Para concluir esta apresentação das indicações metodológicas de Diderot para o ensino da Matemática, registramos duas passagens referentes a atitudes que seriam adequadas aos professores.

Na primeira delas, que aparece em um dos trechos que encerra o *Plano de uma Universidade*, seu autor considera as possibilidades de aprendizagem do aluno a partir de um eventual erro cometido por seu mestre:

"Que um mestre que resolve para seu aluno um problema de aritmética ou de geometria faça uma falsa suposição; que ele a reconheça, que volte atrás; que avance e que descubra enfim a verdade que procurava; penso que ele instruirá melhor seu aluno do que chegando aí por uma marcha rápida, segura e não tateada" (DIDEROT, 2000, p. 389).

A segunda passagem faz parte da *Refutação de Helvétius*, e nela Diderot relata um episódio ocorrido com um jovem professor alemão, Linschering, que ensina geometria a um aluno (que não tinha qualquer aptidão para o estudo das línguas) começando por uma proposição complicada, a relação entre a esfera e o cilindro.[46] O método utilizado pelo professor consiste em transformar essa relação no centro de todos os teoremas e problemas que conduzem à sua solução, demonstrando-os ao aluno à

[45] Segundo Guinsburg (DIDEROT, 2000, p. 295), Rivard (1697-1778) foi professor de Diderot.

[46] Provavelmente, Diderot refere-se à proposição de Arquimedes sobre a relação entre as áreas e volumes de um cilindro e da esfera nele inscrita. Segundo MARIE (1883, Tomo I, p. 88), Arquimedes enuncia da seguinte maneira essa proposição, a de número 37 de sua obra *Da esfera e do cilindro*: *"Um cilindro cuja base é igual a um grande círculo de uma esfera e cuja altura é igual ao diâmetro dessa esfera é igual a três vezes a metade dessa esfera, e a superfície do cilindro, incluindo as bases, também é igual a três vezes a metade da superfície dessa mesma esfera."*

medida que se fazem necessários. Desse modo, escreve Diderot, o aluno dominava toda a geometria, convencido de que conhecia uma única proposição. O enciclopedista afirma preferir esse método ao método usual, pois

> *"O método comum de ir dos primeiros princípios às conseqüências mais imediatas deixa as verdades isoladas e quase sem qualquer aplicação determinada.*
>
> *Começa-se pelo que tem relação com as linhas; daí, passa-se à medida das superfícies, em seguida ocupa-se dos sólidos. São, por assim dizer, três cursos de estudos separados e distintos: a demonstração de uma proposição muito complicada, como a relação entre a esfera e o cilindro, os enlaça e liga entre si.*
>
> *Parece-me que a ciência se estabelece aí de uma maneira mais compacta e mais firme no entendimento, que ela assusta menos o discípulo, e que talvez alivie a memória"* (DIDEROT, 1875, Tomo III, p. 404).

Analisando as indicações didático-metodológicas para a educação matemática encontradas nos escritos do principal editor da *Enciclopédia*, percebemos que os aspectos mais evidenciados são: a ênfase no ensino dos conhecimentos elementares tendo como meio essencial os livros a serem escritos especialmente para essa finalidade pelos especialistas; o interesse nas aplicações; oposição à demonstração formal de propriedades em relação às quais a experiência não deixa dúvidas, contrariamente à apresentação euclidiana, e uma presença maior de comentários relativos aos conteúdos da geometria, com pequena ou mesmo nenhuma indicação a respeito do ensino da aritmética, da álgebra e do cálculo das probabilidades.

2.7 Algumas considerações gerais sobre a proposta diderotiana para a educação matemática

Neste capítulo, expusemos e comentamos idéias relacionadas à educação matemática em diversos trabalhos de Diderot. Particularmente procuramos inserir essas idéias no contexto de seu projeto político de reforma de uma sociedade em desordem. Na proposta pedagógica do filósofo da *Enciclopédia*, não se pode perder de vista a proximidade entre os saberes – primordialmente os científicos e técnicos – e os ideais democráticos: não existe verdadeira democracia sem povo instruído (ROMANO, 1996). Ao mesmo tempo, uma nação não progride em nenhum sentido se o Estado não proporcionar essa instrução a todas as classes sociais. Insistindo na desigualdade entre as capacidades naturais dos indivíduos, Diderot é claro: para funcionar bem, a sociedade precisa do trabalho da maior parte dos cidadãos (que constituem o público-alvo de seu projeto pedagógico), os quais precisam dominar conhecimentos úteis como a Matemática. Mas uma nação não pode se dar ao luxo de perder as potencialidades dos mais capazes – daí a exigência de que as portas da escola se abram indistintamente a todos os filhos dessa nação. É essencial a seguinte passagem freqüentemente citada do *Plano de uma Universidade*, na qual seu autor explica essa concepção:

> *"Eu digo indistintamente, porque seria tão cruel quanto absurdo condenar à ignorância as condições subalternas da sociedade. Em todas, há conhecimentos dos quais a gente não poderia se privar sem conseqüências. O número de choupanas e de outros edifícios particulares estando para o dos palácios na relação de dez mil para um, há dez mil para apostar contra um que o gênio, os talentos e a virtude sairão antes de uma choupana do que de um palácio"* (DIDEROT, 2000, p. 267).

Como vimos, a inserção privilegiada do conhecimento matemático na escala dos saberes se dá de forma associada a duas diretrizes principais – o princípio de utilidade e o princípio de ligação entre as ciências. A Matemática, sendo necessária a todas as ciências e fundamentando as artes mecânicas que satisfazem necessidades humanas de tipos variados, é um saber cujo domínio é imprescindível à vida social e profissional no século das Luzes. É, pois, um conhecimento essencial no contexto da Europa, e particularmente da França desse período, no qual o quadro social e político encontra-se defasado dos progressos econômicos, científicos e técnicos. Não é possível se deixar de notar a consciência de Diderot em relação às demandas que começam a se constituir em decorrência da influência dos desenvolvimentos da ciência e da técnica sobre os meios de produção.

Por outro lado, Diderot, como sublinhamos, vê mais vantagens no método de raciocínio da Matemática do que em suas idéias, já que amiúde a ela se refere como uma espécie de arte da repetição de proposições idênticas, e mesmo como a um *"tecido de verdades internas"* (citado por SCHMITT, 1997, p. 152). É precisamente esse método, ao qual ele relaciona explicitamente a perfeição do conhecimento matemático em seu esboço de livro didático de geometria, que desempenha um papel fundamental na formação do pensamento. Ao concluir este capítulo, é importante ressaltar mais uma vez esse aspecto ligado à educação matemática dentro da obra política de Diderot.

Certamente podem-se levantar questionamentos quanto à forma que ele propõe para essa educação no *Plano*, levando em conta, como observa DOLLE (1973), que, figurando na primeira classe do primeiro curso de estudos, os conhecimentos matemáticos, mesmo com a vantagem de ter garantida sua abordagem na instrução dos que não pudessem prosseguir nos estudos, seriam focalizados exclusivamente nesse nível, não sendo retomados depois para aprofundamento. Dolle levanta também dúvidas quanto à possibilidade de um aprendizado efetivo da Matemática em tão pouco tempo – uma classe de estudos – a menos que Diderot tivesse pensado, para a aplicação de seu plano, somente em um programa reduzido.

Da mesma forma, poder-se-ia indagar se os professores da primeira classe não seriam, por ocuparem essa primeira posição, os menos preparados. Ainda em relação a todos os mestres, destacando, pelo tema deste trabalho, os responsáveis pela Matemática, poder-se-ia optar por fazer sobressair que Diderot não parece dar muita atenção à sua formação, conforme assinala também Dolle; com efeito, podemos notar que o filósofo realmente se preocupa de preferência com os livros elementares, a serem escritos pelos produtores do conhecimento, como d'Alembert, especialmente para a instrução pública.

Todavia, não se pode negar a ousadia de Diderot em relação ao que se fazia na educação da época e mesmo ao que se propunha então como reforma, como ressalta também Dolle. A proposta diderotiana de fixar as ciências em lugar das letras, e especialmente em lugar das línguas antigas, como base da instrução, se apóia não só no tão enfatizado princípio de utilidade mas também, em grande parte, em uma argumentação sobre a capacidade dos jovens para assimilar os conhecimentos científicos e, particularmente, a Matemática. Dolle assinala o que diferencia Diderot de outros proponentes de mudanças na educação de seu tempo da seguinte maneira:

> *"... Diderot nega não somente a prática tradicional dos Colégios e Faculdades das Artes, mas também os planos de seus contemporâneos. Não somente subverte a ordem habitual colocando as línguas antigas no fim do ciclo dos estudos, mas instaura o plano de uma 'educação pública em todas as ciências'. Há, portanto, nele, qualquer coisa de mais radicalmente inovador, e até mesmo revolucionário, que em seus predecessores, que são, quando muito, reformistas."* (DOLLE, 1973, p. 161).

Focalizando a Matemática nesse contexto, podemos terminar este capítulo reiterando que para o grande vulgarizador das ciências que foi o enciclopedista, esse conhecimento, embora não possa ser criado por todos, é o mais fácil, o mais útil e o necessário a um maior número de pessoas. Vista como um saber produzido a partir da experiência sensível, constitui-se de idéias que suprem carências sociais e cujo domínio é importante na formação do espírito do homem. É certo que seu valor para a educação reside, em primeiro plano, nas aplicações práticas e no mundo material; contudo, repetimos ainda: Diderot considera sempre sua contribuição para o desenvolvimento do pensamento como uma justificativa relevante para propor o seu ensino aos cidadãos de uma sociedade livre na qual as luzes são um direito de todos.

Passados 250 anos desde a publicação dos primeiros volumes da *Enciclopédia*, esses ideais ainda não se encontram realizados no Brasil. É oportuno lembrar que os *Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio* (MEC, 2000) apresentam como ponto básico de seu discurso a necessidade de *"desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania e não como prerrogativa de especialistas"*, ressaltando a importância da Matemática para as ciências e as tecnologias do mundo contemporâneo.

Capítulo 3

D'Alembert e a epistemologia da Matemática como base da educação matemática

Em seu ensaio *Os filósofos podam a árvore do conhecimento: a estratégia epistemológica da Encyclopédie*, o historiador Robert Darnton empreende uma interpretação do *Discurso Preliminar dos Editores* da *Enciclopédia*, da autoria de Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783), parceiro de Denis Diderot na edição do *Dicionário Raciocinado das Ciências, das Artes e dos Ofícios*. Essa interpretação põe em destaque que a organização dos saberes apresentada na *Enciclopédia* modificava as árvores do conhecimento estabelecidas, desde o século XVI, pelos predecessores de Diderot e d'Alembert, já que a disposição adotada procurava excluir *"tudo que não pudesse alcançar a razão através dos sentidos"* (DARNTON, 1996, p. 265). No projeto enciclopedista, isso significava associar a depreciação da metafísica e da religião à valorização da Matemática e das ciências naturais.

Na conclusão de seu estudo, Darnton sublinha que a estratégia do *Discurso Preliminar* – modelar o conhecimento de maneira a transferi-lo das mãos do clero para as mãos dos intelectuais iluministas – obteve seu triunfo final com a secularização da educação e o surgimento das modernas disciplinas escolares durante o século XIX.

Essa interpretação quanto à classificação dos conhecimentos humanos na *Enciclopédia* e a referência à influência dessa organização sobre os currículos escolares modernos não são isoladas. De fato, vários autores (ABBAGNANO & VISALBERGHI, 1995; HUBERT, 1976; LUZURIAGA, 1990) indicam como fundamental, na filosofia dos enciclopedistas, a proposta de inversão de prioridades na instrução prevalecente até então, no sentido de colocar como base de tal instrução os estudos científicos em lugar dos literários. GUSDORF (1966, p. 29), ao destacar a difusão da *Enciclopédia* como fator de propaganda, na França do século XVIII, das tendências que opõem *"as letras e as ciências, concedendo às ciências uma prioridade que o ensino lhes recusa"* enfatiza, na reflexão pedagógica das Luzes, a associação das letras a todas as instituições do Antigo Regime – sociais, políticas, intelectuais. As ciências, ao contrário, são aliadas poderosas na luta contra os valores tradicionais, por permitirem uma formação intelectual capaz de eliminá-los em definitivo. Nesse movimento, integrando de forma fundamental o bloco das ciências, que assumirá prioridade em todos os projetos de instrução durante a Revolução Francesa, os quais condenam as letras como representantes do Antigo Regime, a Matemática figurará com posição privilegiada. Isso se dará especialmente no plano de Condorcet (CONDORCET, 1997), discípulo de d'Alembert, considerado o transmissor da herança da *Enciclopédia* ao século XIX (GUSDORF, 1966).

Embora esteja de acordo com tantos outros estudos em relação às mudanças na orientação da instrução ocorridas a partir da *Enciclopédia*, o trabalho de Darnton chama particularmente a atenção por enfatizar a classificação dos conhecimentos como um exercício de poder. No caso da *Enciclopédia*, o mapeamento dos saberes teria influenciado uma "transferência de poder" das autoridades eclesiásticas para os homens de letras, os *philosophes*[47], celebrados como heróis no *Discurso Preliminar* de d'Alembert.

A historiografia geral das ciências e da Matemática (BOYER, 1996; KLINE, 1980; STRUIK, 1987; TATON, 1958) destaca a figura de d'Alembert em virtude de sua importante e variada contribuição na produção do conhecimento científico no século XVIII. Tal bibliografia, contudo, apesar de mencionar a participação desse matemático e filósofo na *Enciclopédia*, chegando a ocasionalmente registrar a autoria do *Discurso Preliminar* e a responsabilidade pelos verbetes de Matemática, em geral não faz referência ao pensamento filosófico d'alembertiano, e, dessa maneira, não informa quanto às suas idéias sobre a educação em ciências e Matemática.

Por outro lado, se algumas histórias da filosofia ou da pedagogia (ABBAGNANO & VISALBERGHI, 1995; ANTISERI & E REALE, 1995; BOWEN, 1992; CASSIRER, 1943; FERRATER MORA, 1982) são unânimes em caracterizar a filosofia de d'Alembert como ciência de fatos, acentuando sua oposição à busca da

[47] O termo *philosophes*, com que se auto-intitularam os intelectuais da Ilustração na França, caracteriza não um filósofo no sentido tradicional – um metafísico – mas antes um pensador engajado, progressista, que luta contra o fanatismo e a intolerância, que defende a razão e as luzes, que mobiliza seu espírito crítico especialmente contra a Igreja Católica e a monarquia absoluta (BOWEN, 1992; RUSS, 1997).

essência metafísica das coisas e sua opção epistemológica pela rejeição das idéias inatas e afirmação dos alicerces dos conhecimentos humanos no âmbito das sensações, essas obras nada dizem quanto ao trabalho de d'Alembert como matemático, nem apresentam suas idéias de modo a nos possibilitar um delineamento de sua visão sobre a educação matemática.

Todavia, escritos não matemáticos do próprio d'Alembert referem-se especificamente à Matemática. O *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia* (D'ALEMBERT, 1986) inclui longos e detalhados textos que a focalizam; além deles, os verbetes da *Enciclopédia* são uma fonte muito rica para conhecermos o pensamento do filósofo nas diferentes dimensões que dizem respeito à educação matemática.

A leitura desses trabalhos permitiu-nos identificar dois componentes fundamentais de sua reflexão sobre os conhecimentos humanos, componentes essas que também estão explicitadas no *Discurso Preliminar*.

Em primeiro lugar, concordando com Locke (1632-1704), d'Alembert fixa posição firme contra as idéias inatas ao situar a fonte de todo conhecimento na experiência – todas as nossas idéias resultam de nossas sensações:

"Por que supor que temos de antemão noções puramente intelectuais se, para formá-las, apenas precisamos refletir sobre nossas sensações?" (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989, p. 23).

Em segundo lugar, d'Alembert acredita que existe uma ligação entre todos os objetos de nossos conhecimentos. Assim, o progresso das ciências está associado à possibilidade da constituição adequada de uma cadeia de verdades em cada campo. Os elos iniciais dessa cadeia são suas proposições básicas, alicerce de todos os outros saberes. Como ressalta GUSDORF (1971), a busca metafísica de d'Alembert orienta-se em direção à redução de cada disciplina às suas afirmações fundamentais ou, nas palavras do próprio filósofo, aos seus *"primeiros princípios"* (D'ALEMBERT, 1986), concepção essa que o aproxima de Descartes.

Ao estudar a obra de d'Alembert, percebemos que a Matemática ocupa posição especial em sua doutrina sobre o conhecimento, figurando como um exemplo a que o autor recorrerá sempre na exposição de seus pontos de vista sobre a ciência em geral.

A partir da análise da situação da Matemática no quadro composto por essas duas características da filosofia de d'Alembert – sua concepção empirista quanto à origem do conhecimento, e seu ideal de encadeamento dos saberes – procuro, neste capítulo, descrever, comentar e relacionar aspectos epistemológicos, teleológicos, axiológicos, psicológicos e metodológicos para compreender a visão de educação matemática desse enciclopedista.

3.1 Com Locke: a Matemática como um conhecimento tributário da experiência

"Podemos dividir todos os nossos conhecimentos em diretos e refletidos. Os diretos são os que recebemos imediatamente sem nenhuma operação de nossa vontade, que encontrando abertas, caso se possa falar assim, todas as portas de nossa alma, nela entram sem resistência e sem esforço. Os conhecimentos refletidos são os que o espírito adquire operando sobre os diretos, unificando-os e combinando-os.

Todos os nossos conhecimentos diretos se reduzem aos que recebemos pelos sentidos, donde se conclui que é às nossas sensações que devemos todas as nossas idéias." (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989, p. 20 e 22).

A posição de d'Alembert quanto à origem dos conhecimentos humanos é colocada nessa passagem, extraída do início do *Discurso Preliminar*, e a argumentação subseqüente desenvolve-se com o objetivo de justificar a afirmativa de que mesmo noções consideradas como um puro produto do intelecto não têm outra origem senão a sensação[48]. Como diz o texto transcrito, essas noções são extraídas dos conhecimentos diretos aos quais temos acesso pela via dos sentidos. D'Alembert toma como base o pensamento de John Locke, que inicia o seu *Ensaio sobre o Entendimento Humano* exatamente pela negação da existência de idéias inatas, e constrói toda a sua teoria sobre o conhecimento com base em dois princípios: a sensação, impressão que os objetos

---

[48] Em um dos *Esclarecimentos sobre diferentes pontos dos Elementos de Filosofia*, texto publicado muito posteriormente ao *Discurso Preliminar*, d'Alembert explica que a palavra "sensação", tomada abstratamente, não exprime nenhuma idéia, é apenas uma expressão comum a todas as idéias que recebemos pelos sentidos (D'ALEMBERT, 1986, p. 207).

exteriores deixam nos nossos sentidos, e a reflexão, que designa o conjunto das operações de nossa mente em conseqüência dessas impressões. RASHED (1974) chama a atenção para o fato de que d'Alembert admitiu sem contestar a filosofia de Locke e buscou, a partir dela, estudar os meios e os limites do entendimento em diversos domínios do saber, mas não procurou refazer a obra lockiana. Muitos autores, como CASSIRER (1943), enfatizam a autoridade indiscutível desse pensador inglês em todas as questões epistemológicas e psicológicas durante a primeira metade do século XVIII. O próprio d'Alembert explicita seu apreço por Locke no texto do *Discurso Preliminar* ao conferir-lhe lugar de destaque junto a Bacon (1561-1626), Descartes (1596-1650) e Newton (1642-1727), os sábios cuja luz havia gradualmente iluminado o mundo no decorrer da história mais recente até o empreendimento da *Enciclopédia*.

No *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia*, publicado originalmente em 1759, portanto bem depois do *Discurso Preliminar*, que é de 1750, d'Alembert reitera a sua concepção de fundamento lockiano ao afirmar que os verdadeiros princípios de cada ciência são os fatos simples e reconhecidos, que *"não se podem nem explicar, nem contestar"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 27), porque são atestados pelos nossos sentidos. Em particular, os verdadeiros princípios da Geometria[49] são *"as propriedades sensíveis da extensão"* (Idem, p. 19). A visão da Geometria como o estudo das propriedades da extensão repete-se em duas outras passagens de d'Alembert, a primeira retirada do *Discurso Preliminar* e a segunda do verbete *Geometria* da *Enciclopédia*:

"Eis-nos, portanto, levados a determinar as propriedades da extensão simplesmente enquanto figurada. É o objeto da Geometria..." (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989, p. 29).

---

[49] Lembremos que no século XVIII, a Matemática é identificada com a Geometria, e a palavra "geômetra" é aplicada ao matemático. O verbete *Geômetra* da *Enciclopédia*, escrito por d'Alembert, começa precisamente por esse enfoque: *"Diz-se propriamente de uma pessoa versada na Geometria, mas aplica-se, em geral, esse nome a todo matemático porque, sendo a Geometria uma parte essencial das Matemáticas, que tem sobre quase todas as outras uma influência necessária, é difícil ser-se versado profundamente em qualquer que seja a parte das matemáticas sem sê-lo ao mesmo tempo na Geometria. Assim, diz-se de Newton que era grande geômetra para dizer que era grande matemático"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, p. 627).

"Geometria é a ciência das propriedades da extensão, enquanto se a considere como simplesmente extensa e figurada" (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, p. 629).

Se a Geometria deve partir dos fatos relacionados às propriedades sensíveis da extensão, não há, contudo, que preocupar-se com a natureza desta última: a filosofia não deve se dedicar a uma questão como essa, que é inútil ao progresso dos conhecimentos. Com efeito, continua d'Alembert, a Geometria é a mesma para todas as seitas da filosofia, as propriedades da extensão são admitidas sem contradição e, portanto, não dependem de especulações sobre a natureza da extensão. No capítulo dedicado à Geometria dentro do *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia*, d'Alembert diz mais: *"em Geometria deve-se supor a extensão tal como todos os homens a concebem, sem se preocupar com as objeções e sutilezas escolásticas"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 111).

Por outro lado, d'Alembert, embora utilize mais freqüentemente a palavra "extensão" para caracterizar o objeto da Geometria, em algumas passagens emprega também a palavra "espaço" com o mesmo propósito. É assim que, ao referir-se aos quatro objetos que pertencem aos Elementos de Filosofia – espaço, tempo, espírito e matéria, fala da Geometria como do conhecimento que diz respeito ao espaço (D'ALEMBERT, 1986, p. 25).

D'Alembert classifica a extensão como uma idéia simples (com o significado de não poder ser decomposta em outras), adquirida pelos sentidos, e que exprime o objeto da sensação, e não a própria sensação:

"Entre as idéias que adquirimos pelos sentidos, distinguir-se-iam aquelas que exprimem o objeto da sensação daquelas que exprimem a própria sensação: por exemplo, a idéia de extensão ou de cor, e a idéia de ver" (D'ALEMBERT, 1986, p. 210).

As idéias simples podem ser classificadas em dois tipos – as noções abstratas, como as de extensão, duração, existência, sensação, e as idéias primitivas adquiridas pelos sentidos, como as das cores, a do frio, a do calor. A leitura da passagem imediatamente anterior pode sugerir que d'Alembert concebe a extensão unicamente como realidade objetiva. No entanto, ele insiste em que cairíamos num erro *"se encarássemos os objetos das idéias abstratas como realmente existentes fora de nós"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 207).

A extensão ou o espaço é, assim, uma idéia simples abstrata[50], e como tal não deve ser definida[51]. Entretanto, as noções que incluem muitas outras devem ser definidas, pelo menos para desenvolver essas idéias. O exemplo ao qual d'Alembert recorre é a idéia composta de corpo, a qual adquirimos por abstração a partir da observação de objetos diferentes, como um mármore e uma cerejeira, que têm em comum o fato de serem extensos, impenetráveis e limitados em todos os sentidos. Ou seja, a idéia de corpo é composta porque encerra em si essas três idéias simples. A palavra "abstração", para esse filósofo, não tem o sentido comum com o qual é empregada na conversação – o de algo que demanda uma grande aplicação da mente – apenas expressa a operação pela qual consideramos em um objeto uma, ou somente algumas de suas propriedades, sem prestar atenção às outras[52]. Leiamos o trecho em que o enciclopedista explica como chegamos à idéia simples abstrata de extensão ou espaço:

"Sendo essa nova idéia (a de corpo) *composta de três outras, **extensão, impenetrabilidade e limites em todos os sentidos**, dela separo a idéia de **impenetrabilidade**, e resta-me a de uma **extensão limitada em todos os sentidos**, da qual formo para mim a idéia abstrata de **figura**; dessa última idéia separo ainda a de **limites**, e resta-me a idéia abstrata de **extensão**. Eu teria ainda podido chegar a essa idéia abstrata por um outro caminho, decompondo de outra maneira a idéia de **corpo**,*

[50] LOCKE (1952, p. 134) também chama a extensão de idéia simples, mas ao mesmo tempo a considera uma qualidade primária dos corpos, isto é, uma qualidade totalmente inseparável deles, a qual se mantém mesmo que o corpo sofra mudanças. Ao dizer que as qualidades primárias dos corpos, como a extensão, produzem em nós idéias simples, entre as quais a própria extensão, Locke identifica realidade objetiva e realidade subjetiva, isto é, expressa-se de modo ambíguo, como se as idéias estivessem, ao mesmo tempo, nas coisas e em nossa mente. Esta é, do mesmo modo, a escolha de d'Alembert.

[51] *"Não se poderia melhor exprimir as idéias simples senão pelo termo que as expressa: uma definição apenas as obscureceria"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 29).

[52] Essa referência de d'Alembert ao sentido comum da palavra "abstração" na conversação parece nos indicar sua percepção de que o termo pode, para muitos, evocar a idéia de algo que exige muito esforço. Em contrapartida, ele procura esclarecer que usa essa palavra para denominar uma operação simples da mente, a de isolar uma determinada propriedade de um objeto mediante a desconsideração de outras propriedades do mesmo objeto.

pois se das três idéias que a idéia de ***corpo*** *encerra, eu tivesse separado primeiro a idéia de* ***limites em todos os sentidos****, teria me restado a idéia de* ***extensão impenetrável****, isto é, de* ***matéria****, e se da idéia de* ***matéria*** *eu separar em seguida a idéia de* ***impenetrabilidade****, chegarei do mesmo modo à idéia de* ***extensão****. Essa idéia de* ***extensão*** *não pode mais ser decomposta, ela não inclui nenhuma outra senão ela própria, e a esse respeito pode ser considerada uma idéia simples..."* (D'ALEMBERT, 1986, p. 204-205, destaques do autor).

Na concepção psicológica de d'Alembert, a mente recebe primeiro pelos sentidos, de maneira direta e imediata, as idéias compostas, e deduz delas, em seguida, as idéias simples. Essa concepção leva-o a propor um método em filosofia – o de fixar as idéias pelo desenvolvimento de sua formação na mente, em lugar de fornecer definições de idéias compostas que reúnem, em uma só frase, as idéias simples que formam essas idéias, sem uma decomposição prévia. A exemplificação dessa metodologia cabe, mais uma vez, à Geometria, e é exposta como uma alternativa ao que se faz normalmente nas apresentações dessa ciência:

"Em lugar de dizer, por exemplo, como se faz no início de quase todos os elementos de Geometria – ***a linha é uma extensão sem largura nem profundidade, a superfície uma extensão sem profundidade, o corpo uma extensão com largura, comprimento e profundidade*** *– eu preferiria proceder da seguinte maneira. Suponho que tenho entre as mãos um corpo sólido qualquer; distingo primeiro três coisas:* ***extensão, limites em todos os sentidos*** *e* ***impenetrabilidade****; faço abstração dessa última e restam-me a idéia de* ***extensão*** *e a de* ***limites****, e essa idéia constitui o corpo geométrico, que difere do corpo físico pela idéia da impenetrabilidade, essencial a este último. Em seguida, faço abstração da extensão ou do espaço que esse corpo* ***encerra****, para não considerar senão seus limites em todos os sentidos, e esses limites me dão a idéia de* ***superfície****, que se reduz, como é visível, a uma extensão de duas dimensões. Enfim, na idéia de* ***superfície*** *faço ainda abstração de uma das duas dimensões que a compõem, e resta-me a idéia de* ***linha****."* (D'ALEMBERT, 1986, p. 208, destaques no original).

Essa conceituação por meio de abstrações sucessivas, as quais reduzem cada vez mais as qualidades a serem consideradas na idéia já abstrata de corpo, torna o objeto de estudo dos geômetras simplificado ao máximo, fato este que constitui, segundo d'Alembert, uma vantagem que se apresenta aos geômetras em relação aos outros cientistas (D'ALEMBERT, 1986, p. 34). E como se percebe, a metodologia proposta por d'Alembert privilegia a abordagem da Geometria a partir do espaço tridimensional. Mas há mais: d'Alembert diz que é para determinar mais facilmente as propriedades da extensão que se considera primeiro uma única dimensão – o comprimento ou a linha, em seguida duas dimensões, que constituem a superfície, e enfim as três dimensões juntas, das quais resulta a solidez. O matemático acentua que a consideração das linhas como sem largura e das superfícies como sem profundidade, empreendida mediante uma abstração simples do espírito, faz com que as verdades que a Geometria demonstra sobre a extensão sejam verdades de pura abstração, ou verdades hipotéticas. Todavia, o valor dessas verdades não é menor – elas são muito úteis pelas conseqüências práticas que daí resultam.

As proposições da Geometria são, para d'Alembert, *"o limite intelectual das verdades físicas, o termo do qual essas últimas podem se aproximar tanto quanto se deseje, sem jamais aí chegar exatamente"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 109). Além disso:

> *"Se os teoremas matemáticos não têm rigorosamente lugar na natureza, eles servem, pelo menos, para resolver com uma precisão suficiente para a prática, as diferentes questões que se podem propor sobre a extensão. No Universo, não há círculo perfeito, mas quanto mais um círculo se aproximar de sê-lo, mais ele se aproximará das propriedades rigorosas do círculo perfeito que a Geometria demonstra, e ele pode aproximar-se delas em grau suficiente para o nosso uso"* (Idem, p. 110).

Do mesmo modo, continua d'Alembert, as linhas que consideramos na Geometria usual não são nem perfeitamente retas nem perfeitamente curvas, as superfícies não são nem perfeitamente planas nem curvilíneas, mas é preciso supô-las assim *"para se chegar a verdades fixas e determinadas, das quais se possa em seguida* *fazer a aplicação mais ou menos exata às linhas e às superfícies físicas*" (Ibidem, p. 110).

Podemos notar, então, que para o enciclopedista da matemática, ainda que a Geometria não reflita com fidelidade o mundo físico, ela funciona como um modelo satisfatório para as aplicações práticas: encontrar a distância inacessível de um lugar a outro, a medida de uma superfície dada ou a medida de um sólido; calcular o movimento e a distância entre os astros; predizer os fenômenos celestes (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, verbete *Geometria* da *Enciclopédia*). D'Alembert faz questão de usar essa argumentação de que a Geometria especulativa é usada diariamente para resolver as questões da Geometria prática para responder tanto aos céticos que acusam de falsidade os teoremas matemáticos, quanto aos físicos[53] "*ignorantes em Matemática*" (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, p. 633), os quais vêem as verdades geométricas como fundadas em hipóteses arbitrárias e como jogos da mente que não têm qualquer aplicação.

Evidencia-se, dessas considerações de caráter epistemológico, um primeiro valor da educação matemática: o estudo da Geometria é importante por ela ser um conhecimento eficaz no tratamento de questões práticas da realidade física.

Voltando às concepções psicológicas de d'Alembert segundo as quais todos os nossos conhecimentos são provenientes das nossas sensações, isto é, das idéias que recebemos pela via dos sentidos, vamos agora examinar que respostas o filósofo nos oferece em relação à aquisição do conhecimento geométrico. É ele mesmo quem se propõe a refletir sobre a seguinte questão: como chegamos, por nossas sensações, a formar uma idéia dos corpos e da extensão, objeto da Geometria? D'Alembert acredita que essa questão apresenta dificuldades, pois chega a afirmar que "*a sensação que nos faz conhecer a extensão é, por natureza, tão incompreensível quanto a própria extensão*" (D'ALEMBERT, 1986, p. 46). E o combatente contra as idéias inatas

[53] Devemos entender "físicos" como cientistas da natureza que não são matemáticos, uma vez que na divisão dos conhecimentos da *Enciclopédia* a Física é constituída pela Zoologia, pela Astronomia Física, pela Astrologia, pela Meteorologia, pela Cosmologia, pela Botânica, pela Mineralogia e pela Química (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989).

prossegue dizendo que ainda que a experiência nos negue a existência dessas idéias, essa mesma experiência, ao nos mostrar que adquirimos sensações e idéias refletidas, não nos faz compreender a maneira como as adquirimos.

Na verdade, d'Alembert afirma que essa questão, pertencente ao domínio da Metafísica, não nos deve preocupar, pois as sensações nos são dadas para satisfazer às nossas necessidades, e não à nossa curiosidade – trata-se de um problema que está acima dos nossos conhecimentos.

No entanto, posteriormente a essas considerações, em um dos *Esclarecimentos sobre diferentes pontos nos Elementos de Filosofia*, o filósofo se propõe a uma análise de nossos sentidos e daquilo que cada um deles pode nos ensinar. Nessa passagem, sublinha o papel essencial da visão, mais importante que o tato, na aquisição da idéia de extensão, "extensa e figurada" que, como vimos anteriormente na citação do início do verbete *Geometria* na *Enciclopédia*, é o objeto básico da Geometria:

> *"É certo que a vista apenas, independentemente do tato, nos dá a idéia da extensão, pois a extensão é o objeto básico da visão, e nada se veria, caso não se visse a extensão. Creio mesmo que a visão deve nos dar a idéia da extensão mais profundamente que o tato, porque a vista nos faz notar mais prontamente e perfeitamente que o tato essa contigüidade e, ao mesmo tempo, essa distinção de partes em que consiste a extensão. Além disso, somente a visão nos dá a idéia da cor dos objetos. Suponhamos agora partes do espaço, diferentemente coloridas, e expostas aos nossos olhos; a diferença das cores nos fará notar necessariamente os limites que separam duas cores vizinhas, e conseqüentemente nos dará uma idéia de figura, já que concebe-se uma figura desde que se concebam limites em todos os sentidos"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 261).

No entanto, não devemos simplificar a reflexão de d'Alembert no sentido do entendimento da visão como a única fonte de acesso aos conceitos geométricos, pois é ele próprio quem nos alerta para as possibilidades de enganos, ao chamar a atenção para as dificuldades de se definir a linha reta[54]. Assim, deixa claro que não concorda com os geômetras que procuram a noção de linha reta na idéia que a visão dela nos dá, *"ensinando-nos que os pontos dessa linha cobrem-se uns aos outros quando o olho é colocado em seu prolongamento"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 317). Explica que essa seria uma idéia muito pouco geométrica, levando-se em conta que os que não enxergam podem compreender corretamente a noção de linha reta, e ainda que seria impossível saber que a luz se propaga em linha reta se, para conhecer a retidão de uma linha, não houvesse outro meio senão examinar se os pontos dessa linha se escondem uns aos outros quando o olho é posto sobre seu prolongamento – d'Alembert considera que se a luz se propagasse seguindo uma linha circular de determinada curvatura, o olho colocado sobre tal linha também perceberia seus pontos esconderem-se uns aos outros.

Por outro lado, d'Alembert confere importância ao tato identificando-o como aquele entre nossos sentidos que nos faz realmente conhecer a existência dos objetos exteriores e da impenetrabilidade. É preciso ressaltar que, como vimos em uma passagem anterior, ele identifica "extensão impenetrável" com "matéria"; esta, por sua vez, é um dos objetos da Mecânica, e não da Geometria.

Ao acentuar, para a Geometria, o papel da visão em relação ao do tato, d'Alembert difere de Locke, que afirma que o espaço ou a extensão são idéias que nos causam impressões perceptíveis tanto nos olhos quanto no tato, e escreve:

> *"... obtemos a idéia de espaço tanto pela visão quanto pelo tato, o que é tão evidente, penso eu, que seria tão desnecessário provar que os humanos percebem, por sua visão, uma distância entre corpos de cores diferentes, ou entre as partes do mesmo corpo, como que eles vêem as próprias cores; nem é menos óbvio que podem fazer isso no escuro pelo toque e pelo tato"* (LOCKE, 1952, p. 131).

Mas para d'Alembert, como para Locke, o conhecimento matemático é aquele que apresenta maior certeza, clareza e evidência porque se deve às nossas próprias

[54] Considerando os problemas envolvidos na busca de boas definições, d'Alembert chega a se referir à definição e às propriedades da linha reta e das linhas paralelas como tropeço e escândalo dos elementos de Geometria (D'ALEMBERT, 1986, p. 318).

idéias, resultantes da experiência dos sentidos. Assim, para ambos, as verdades matemáticas são aceitas não porque são inatas, como queria Descartes, mas porque as nossas idéias sobre seus termos são claras e distintas. Escreve Locke:

"Uma criança não sabe que três mais quatro é igual a sete até que é capaz de contar até sete, e adquiriu o nome e a idéia de igualdade; então, ao explicar essas palavras, ela logo concorda, ou antes, percebe a verdade dessa proposição. Mas nem ela concorda prontamente porque é uma verdade inata, nem não tinha concordado até então porque lhe faltava o uso da razão; a verdade da proposição lhe aparecerá tão logo ela tenha estabelecido em seu espírito as idéias claras e distintas que essas palavras representam" (LOCKE, 1952, p. 99).

Nesse sentido, d'Alembert insiste, em diversas passagens, quanto à necessidade da clareza e da precisão da linguagem, preocupando-se especialmente com as definições. Como já foi dito neste texto, para ele as idéias simples não devem ser definidas, mas as idéias compostas precisam sê-lo a partir das idéias simples que encerram. Definir é, pois, desenvolver as idéias simples que as noções mais comuns incluem; assim, definir uma coisa é mais do que nomeá-la e menos do que estabelecer a sua natureza, pois essa última competência não está ao nosso alcance:

"... sendo ignorantes como somos sobre o que são os seres em si mesmos, o conhecimento da natureza de uma coisa (pelo menos em relação a nós) não pode consistir senão na noção clara e decomposta, não dos princípios reais e absolutos dessa coisa, mas daqueles que ela nos parece conter" (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1755, verbete *Elementos de Ciências*, Tomo V, p. 494).

A boa definição é essencial à ciência, e em particular à Matemática, pois *"nas ciências em que o raciocínio tem a melhor parte, é sobre as definições claras e exatas que a maior parte de nossos conhecimentos estão apoiados"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 28).

No verbete *Elementos de Ciências* da *Enciclopédia*, d'Alembert expõe, como um princípio metodológico para a instrução nos livros didáticos (SCHUBRING, 1997), suas concepções relativas às definições; elas devem apresentar as idéias simples que uma palavra contém da maneira mais clara, mais curta e mais precisa possível. Até mesmo os termos de uso comum devem ser definidos de acordo com as idéias simples que encerram, e as idéias simples que entram numa definição devem ser de tal forma distintas uma da outra que não se possa retirar nenhuma delas. Um exemplo é apresentado dentro da Matemática: *" na definição comum do triângulo retilíneo, faz-se entrar mal a propósito os três lados e os três ângulos; é suficiente incluir os três lados, pois uma figura encerrada por três linhas retas tem necessariamente três ângulos"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1755, p. 494). A clareza de uma definição está também associada à sua brevidade, pois esta consiste em não empregar senão as idéias necessárias e em dispô-las na ordem mais natural. E sendo a brevidade necessária, pode-se e deve-se mesmo usar nas definições termos que encerram idéias complexas, desde que esses termos tenham sido definidos anteriormente e que se tenham desenvolvido as idéias simples que contêm. Novamente é apresentado um exemplo da Matemática: *"pode-se dizer que um triângulo retilíneo é uma figura limitada por três linhas retas, desde que se tenha definido anteriormente o que se entende por* ***figura,*** *isto é, um espaço limitado inteiramente por linhas, o que encerra três idéias – a de extensão, a de limites e a de limites em todos os sentidos"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, idem, destaque no original).

Também os termos próprios das ciências, indispensáveis à clareza porque abreviam o discurso, precisam ser definidos, isto é, explicados mediante outros termos mais vulgares e mais simples, e d'Alembert insiste em que nas definições não se deve usar nenhum termo que não seja claro por si próprio ou que não tenha sido explicado previamente. D'Alembert defende a simplicidade da linguagem científica, e chega a propor que em Geometria se usem as palavras "proposição", "conseqüência" e "observação" em lugar de, respectivamente, "teorema", "corolário" e "escólio". Assim, o enciclopedista posiciona-se pela popularização das ciências, e um instrumento básico para isso é a simplificação de sua linguagem; além de tal simplificação facilitar o estudo, ela elimina a convicção do povo, *"que imagina ou quereria persuadir-se de que a língua* *particular de cada ciência constitui todo o seu mérito, de que ela é uma espécie de muralha inventada para defendê-la das aproximações"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, ibidem, p. 494).

D'Alembert crê na possibilidade de realizar na Geometria suas concepções quanto à linguagem das ciências e às definições em particular, e atribui a certeza dos raciocínios e princípios dos geômetras precisamente ao seu cuidado em fixar o sentido dos termos e em jamais abusar deles (D'ALEMBERT, 1986, p. 34). O conhecimento matemático é, assim, capaz de satisfazer a essa metodologia da linguagem clara fundamentada em Locke e, como vimos nas considerações do verbete *Elementos de Ciências*, essa é uma das principais diretrizes metodológicas a ser seguida também nos textos que devem servir à educação.

Observamos, então, que pelo prisma de sua fundamentação quanto ao conhecimento na doutrina de Locke, d'Alembert vê a Matemática como um modelo para as demais ciências. Cabe-nos agora investigar como as idéias de d'Alembert se diferenciam das de Descartes, que também considera a Matemática como ciência exemplar, e se refere constantemente à certeza e à evidência de suas verdades. Também para Descartes é a simplicidade da aritmética e da geometria a responsável pelo seu maior grau de certeza em relação às outras ciências. Contudo, as verdades da aritmética e da geometria não são suspeitas de qualquer incerteza sobretudo porque Descartes considera, nas *Regras para a direção do espírito*, que ambas *"consistem inteiramente de uma série de conseqüências deduzidas por raciocínio"*, não admitindo *"nada que a experiência tenha tornado incerto"* (DESCARTES, 1996, p. 41). Assim, a fonte do conhecimento matemático não reside em experiências, que são freqüentemente enganadoras: os objetos da Matemática estão em nosso pensamento desde sempre – é a concepção inatista. Vale a pena transcrever um trecho da Quinta Meditação:

"... por pouco que eu lhes aplique minha atenção, concebo uma infinidade de particularidades em relação aos números, às figuras, aos movimentos e a outras coisas semelhantes, cuja verdade aparece com tanta evidência e está tão de acordo com a minha natureza, que quando começo a descobri-las, ***não me parece que aprenda nada de novo, mas sobretudo que lembro-me daquilo que eu já sabia anteriormente, isto é,***

que percebo coisas que já estavam em meu espírito*, mesmo que eu não tenha ainda dirigido o meu pensamento para elas"* (DESCARTES, 1996, p. 310, negritos meus).

Em sua *Resposta* a Gassendi (1592-1655) a respeito dessa mesma meditação, Descartes enfatiza que as idéias das figuras geométricas não são acessíveis aos nossos sentidos. Assim, por exemplo, uma figura triangular desenhada no papel não pode nos ensinar a concepção do triângulo geométrico *"porque ela não representa melhor que um mau desenho a lápis uma imagem perfeita"* (DESCARTES, 1996, p. 502). Só poderíamos, portanto, conhecer o triângulo geométrico por meio do triângulo traçado sobre o papel caso nosso espírito já possuísse essa idéia.

Nesta seção, abordamos a concepção empirista de d'Alembert quanto ao conhecimento da Matemática com foco na Geometria. Devemos ter em mente, porém, que a *Enciclopédia* apresenta toda a Matemática como uma Ciência da Natureza, aprendida pelo homem por meio de seus sentidos exteriores. A Matemática resulta da reflexão humana sobre a quantidade a qual, considerada a partir de três modos diferentes, produz três divisões: a Matemática pura, a Matemática mista e a Físico-Matemática.[55] É preciso notar, contudo, que no *Discurso Preliminar*, d'Alembert parece, a princípio, subordinar à geometria os demais ramos do conhecimento matemático, especialmente a aritmética e a álgebra, cuja apresentação nesse texto tem como base o estudo da extensão figurada. O seguinte trecho do *Discurso Preliminar* mostra como d'Alembert pensa na aritmética e na álgebra como conhecimentos surgidos a partir da geometria:

"Como o exame que fazemos da extensão figurada nos apresenta um grande número de combinações a serem feitas, é necessário inventar algum meio que nos torne mais fáceis essas combinações, e como elas consistem principalmente no cálculo e na relação das diferentes partes das quais imaginamos que os corpos geométricos são formados, essa pesquisa nos conduz em breve à Aritmética ou Ciência dos números. Ela não é outra coisa senão a arte de encontrar de uma maneira abreviada a expressão de

[55] Consulte-se o capítulo anterior para uma descrição mais detalhada da localização da Matemática na divisão geral dos conhecimentos humanos adotada pela *Enciclopédia*.

uma relação única que resulta da comparação de várias outras. As diferentes maneiras de comparar essas relações dão as diferentes regras da Aritmética.

Além disso, é bem difícil que, refletindo sobre essas regras, não nos apercebamos de certos princípios ou propriedades gerais das relações por meio dos quais podemos, exprimindo essas relações de uma maneira universal, descobrir as diferentes combinações que se podem fazer. Os resultados dessas combinações, reduzidos a uma forma geral, não serão de fato senão cálculos aritméticos indicados e representados pela expressão mais simples e mais curta que possa admitir seu estado de generalidade. A ciência ou arte de designar assim as relações é o que se chama Álgebra" (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989, p. 28).

Por outro lado, no verbete *Matemática*, ou *Matemáticas*, d'Alembert adota um enfoque que separa a Aritmética da Geometria ao referir-se a ambas como as duas divisões da Matemática pura, na qual as propriedades da grandeza[56] são consideradas de uma maneira abstrata, ou seja, independentemente dos indivíduos dos quais nos vem seu conhecimento. Escreve d'Alembert:

"... a grandeza, sob esse ponto de vista (o da Matemática pura)*, é calculável ou mensurável; no primeiro caso, ela é representada pelos números, no segundo, pela extensão. No primeiro caso, as Matemáticas puras se chamam Aritméticas; no segundo, Geometria"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1765, Tomo X, p. 808).

Se, como vimos, as considerações do *Discurso Preliminar* adotam como ponto de partida da Matemática pura a Geometria, uma leitura mais atenta do texto nos mostra o grande destaque que d'Alembert confere à Álgebra, vendo-a como ponto de chegada da generalização das idéias sobre a grandeza calculável ou mensurável. Apesar de o cálculo só se fazer propriamente com números e não haver grandeza mensurável senão o espaço, a generalização nos conduz ao que o autor chama de *"parte principal das*

[56] Na *Explicação Detalhada do Sistema de Conhecimentos Humanos*, confundem-se "grandeza" e "quantidade" (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989).

matemáticas e de todas as Ciências naturais" (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989, p. 30).

É interessante registrar ainda, a concepção de número que d'Alembert toma de empréstimo, segundo declara, a Newton. Na última seção do verbete *Aritmética*[57], ele explicita essa concepção: o número é visto como uma relação, percebida pelo espírito, entre duas grandezas que são comparadas. Na comparação, uma grandeza contém ou está contida na outra, e o número é *"essa relação ou essa maneira de conter ou de estar contido"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1751, p. 675). A Aritmética é a ciência dos números, isto é, a arte de combinar as relações.

No verbete *Número*, d'Alembert volta a enfatizar sua preferência pela definição de número de Newton, considerando-a mais precisa do que a de Euclides:

> *"O sr. Newton define mais precisamente o número: não uma multitude de unidades, como Euclides, mas a relação abstrata de uma grandeza com outra da mesma espécie, a qual se toma por unidade; de acordo com essa idéia, divide os números em três espécies, a saber, números inteiros, isto é, que contêm a unidade ou certo número de vezes exatamente e sem resto, como 2, 3, 4 etc.; números quebrados ou frações, e números ocultos*[58] *ou incomensuráveis"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1765, Tomo XI, p. 202).

Devemos observar que Locke, inspirador de d'Alembert, apresenta uma concepção de número extremamente limitada: ele se refere apenas aos números inteiros positivos, que constrói por repetição da idéia simples de unidade (LOCKE, 1952).

A despeito de pequenas divergências em relação a Locke, manifestas mais freqüentemente nos aspectos referentes à Matemática, é importante observar que d'Alembert concorda essencialmente com seu pensamento no que se refere ao

[57] É importante registrar que a maior parte desse verbete não é da autoria de d'Alembert, e sim do Padre de La Chapelle. O final do texto de responsabilidade deste último é assinalado pela letra "E", que o identifica. Após essa marca, inicia-se o trecho escrito por d'Alembert, o qual começa por dizer que o exposto anteriormente no verbete é apenas a tradução do artigo correspondente na enciclopédia inglesa editada por Chambers, cuja tradução foi o projeto que originou a *Enciclopédia*. D'Alembert explicita a sua intenção com esse complemento do verbete: dar uma idéia mais precisa dos princípios da Aritmética.

[58] No original, "nombres sourds".

conhecimento. Além da já muito mencionada rejeição das idéias inatas, cabe enfatizar que para o enciclopedista da Matemática, como para Locke, o conhecimento se ocupa não com uma realidade diferente de nossas idéias, mas com o acordo ou desacordo entre essas mesmas idéias. Assim, a Álgebra deve ter um posto privilegiado entre as ciências, por incluir os conhecimentos mais certos de acordo com as *"nossas luzes naturais"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 106), conceito que d'Alembert explica no verbete *Matemática* da *Enciclopédia* por negação: as luzes naturais não compreendem as verdades de fé e os dogmas da teologia (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1765, Tomo X, p. 188). É especialmente interessante notar que dentro desse princípio de conferir legitimidade ao conhecimento a partir das noções elaboradas pela mente, d'Alembert chega a afirmar uma certa superioridade da Álgebra em relação à Mecânica e à Geometria, já que estas envolvem, em última análise, o conhecimento dos corpos e da extensão, cuja natureza não está ao nosso alcance, ao passo que a primeira inclui apenas princípios de nossa própria responsabilidade:

> *"Que a Mecânica, que a própria Geometria nos deixem no espírito algumas nuvens sobre proposições demonstradas, não se pode admirar. O objeto dessas duas Ciências é material e sensível, e o conhecimento perfeito desse objeto está ligado ao dos corpos e da extensão, cuja natureza ignoramos. Mas **os princípios da Álgebra** não carregam senão noções puramente intelectuais, sobre **idéias que nós mesmos formamos** por abstração, simplificando e generalizando idéias primeiras; assim, **esses princípios não contêm propriamente senão aquilo que nós neles colocamos**, e aquilo que há de mais simples em nossas percepções; eles são, de alguma maneira, nossa obra – como podem, portanto, deixar ainda alguma coisa a desejar em relação à evidência?"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 106, destaques meus).

O pensamento de d'Alembert sobre o conhecimento compreende mais, porém, do que a tendência anti-inatista baseada em Locke que identificamos como seu primeiro componente, e cujos aspectos em relação à Matemática acabamos de comentar. Passemos a examinar como o segundo componente da reflexão do enciclopedista a respeito dos saberes humanos – a busca da constituição de uma cadeia de verdades para cada ciência (concepção a qual, como veremos, reflete a influência de Descartes) se manifesta em relação à Matemática, procurando analisar implicações dessa vertente de sua filosofia para a educação matemática.

3.2 Com Descartes: o conhecimento matemático como uma cadeia de verdades

"... não há ciência que não tenha sua Metafísica, caso se entenda por essa palavra os princípios gerais sobre os quais uma ciência está apoiada, e que são como o germe das verdades de detalhe que ela encerra e expõe..." (D'ALEMBERT, 1986, p. 348).

"Tudo aquilo que é verdadeiro, sobretudo nas ciências de puro raciocínio, tem sempre princípios claros e sensíveis e, conseqüentemente, pode ser colocado ao alcance de todo mundo, sem qualquer obscuridade" (DIDEROT & D'ALEMBERT, verbete *Elementos de Ciências*, 1755, p. 492).

Como já foi dito, d'Alembert crê na ligação entre todos os ramos do conhecimento humano, e essa crença o leva a propor a constituição dessa cadeia a partir das proposições básicas de cada ciência. O enciclopedista tem como pressuposto, portanto, a possibilidade de dispor as partes do conhecimento segundo uma ordem lógica. Mais ainda, para ele, tal empreendimento é uma metafísica *"que se pode conduzir nas ciências naturais, e principalmente na Geometria e nas diferentes partes das Matemáticas"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 348).

Embora essas idéias estejam presentes no *Discurso Preliminar* e no *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia*, seu conjunto é mais sistematicamente desenvolvido e exposto no verbete *Elementos de Ciências* da *Enciclopédia.* O conceito que intitula o verbete refere-se às proposições ou verdades gerais que servem de base para as outras verdades de uma ciência, as quais podem ser identificadas e, reunidas num corpo, formar os seus elementos. Estes *"serão como um germe que bastaria desenvolver para conhecer detalhadamente os objetos da ciência"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1755, p. 491).

KINTZLER (1987) chama a atenção para a influência de Descartes sobre essa proposta, enfatizando o fato de que, por volta de 1750, quando se preparava a *Enciclopédia*[59], enquanto o conteúdo da ciência cartesiana já era totalmente rejeitado, o modelo de ciência defendido por Descartes assumia sua dimensão máxima. Tal modelo, conforme comenta essa autora, é exposto bem no início do prefácio dos *Princípios da Filosofia* de Descartes. Ao ler a seguinte passagem extraída desse texto, podemos constatar a sintonia que d'Alembert estabelece com Descartes:

> *"... a palavra filosofia significa o estudo da sabedoria, e por sabedoria não se entende somente a prudência nas questões da vida, mas um perfeito conhecimento de todas as coisas que o homem pode conhecer, tanto para conduzir sua vida quanto para a conservação de sua saúde e a invenção de todas as artes; para que esse conhecimento seja tal, é necessário que ele seja deduzido das primeiras causas, de modo que para estudar a fim de adquiri-lo, o que se chama propriamente filosofar, é preciso começar pela procura das primeiras causas, isto é, dos princípios..."* (DESCARTES, 1996, p. 557).

Catherine Kintzler acentua a presença de Descartes nas Luzes francesas, inseparáveis da exposição "raciocinada"[60], e vê o uso deliberado desse qualificativo não só na *Enciclopédia* mas em muitas outras obras da época como uma referência explícita à ordem cartesiana. No caso específico de d'Alembert, vale a pena registrar que é de sua autoria o verbete *Cartesianismo* da *Enciclopédia*, e nesse texto é clara a posição do filósofo que aqui estudamos: após expor o método de Descartes, d'Alembert adverte o seu leitor para que não tenha prevenção contra a renúncia ao conhecimento sensível, princípio do qual parte o autor do *Discurso do Método*. D'Alembert reconhece o valor da filosofia de Descartes e o chama de *"gênio sublime"* (DIDEROT, 1987, volume II, p. 370), mesmo condenando a sua física. Na verdade, d'Alembert faz uma referência explícita ao mérito de Descartes em adotar o método dos geômetras, o qual *"a partir de*

---

[59] O *Discurso Preliminar* foi publicado no primeiro tomo, em 1751.

[60] Traduzimos "raisonnée" como raciocinada, como fizemos no título da *Enciclopédia*, embora talvez uma expressão melhor seja "argumentada", ou ainda, "baseada na ordem das razões".

uma verdade incontestável ou de um pressuposto acordado conduzia o espírito a outras verdades desconhecidas e depois desta a outras, mantendo sempre o mesmo procedimento, coisa que proporciona essa convicção da qual nasce uma perfeita satisfação" (DIDEROT, 1987, volume II, p. 352).

Como enfatiza SCHUBRING (1997), d'Alembert acredita que é possível discernir as proposições básicas de uma ciência por meio da análise da dependência entre as verdades que a constituem, de modo a se identificarem as proposições que não resultam de outras. Aquelas que são apenas traduções de outras proposições em novos termos devem ser excluídas, bem como aquelas que decorrem de proposições já apresentadas. Mais explicitamente, d'Alembert especifica as condições necessárias para que uma proposição entre nos elementos de uma ciência, no sentido descrito:

> *"... que essas proposições sejam bastante distintas umas das outras, para que não se possa formar delas uma cadeia imediata; que essas proposições sejam elas mesmas a fonte de muitas outras, que não serão mais consideradas senão como conseqüências; e que enfim, se alguma das proposições estiver contida nas proposições precedentes, ela só o esteja implicitamente, ou de maneira que não se possa perceber essa dependência senão por um raciocínio desenvolvido"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1755, p. 492).

D'Alembert preocupa-se, ainda, em incluir nos elementos eventuais proposições isoladas, isto é, aquelas que não provêm de e não dão origem a alguma outra, já que os elementos de uma ciência precisam ser completos, no sentido de conter *"o germe de todas as verdades que fazem o objeto dessa ciência"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, idem, p. 492). Além disso, a busca das proposições fundamentais, para ele, não é um processo de regressão infinita – o ponto de chegada nessa procura é determinado pela natureza de cada ciência, e devemos nos deter não no ponto em que as proposições sejam em si próprias princípios, mas naquele em que elas o são para nós.

Além desses princípios fundamentais ou primeiros de cada campo do conhecimento, d'Alembert considera, no *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia*, que verdades que são o resultado de outras, mas que dão origem a outras verdades, também devem estar nas apresentações dos elementos de uma ciência, sendo tratadas como princípios de segunda ordem.

Como se percebe, d'Alembert vê como forma ideal da apresentação de uma ciência a disposição de suas verdades fundamentada na dedução lógica e, para ele, é essa diretriz metodológica que deve guiar a elaboração dos textos destinados à instrução. Para desenvolvê-la, o ponto essencial se encontra no que chama de "metafísica das proposições": *"a exposição clara e precisa das verdades filosóficas sobre as quais estão fundados os princípios da ciência"* (Idem, p. 492). Seguindo-se esse método, o conhecimento estará ao alcance de todos, sem qualquer obscuridade. Essa concepção se aplica especialmente às ciências de puro raciocínio, como a Matemática.

Ao examinar o ponto de vista de d'Alembert sobre a constituição de uma cadeia de verdades com foco no conhecimento matemático, dois aspectos chamam-nos a atenção. O primeiro diz respeito a sua proposta quanto à apresentação da Geometria, a qual lhe serve de modelo para ilustrar aquilo que concebe como ideal de organização dos elementos de um campo científico; o segundo refere-se ao papel de destaque que atribui à Álgebra como articuladora e generalizadora dos saberes matemáticos. São esses dois aspectos os que passamos a expor.

A Geometria, especialmente, *"a ciência mais fecunda em verdades, e em verdades que se sustentam umas às outras"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 220) possibilitará ao filósofo, por exemplo, dar uma idéia clara a respeito dos primeiros princípios e dos princípios de segunda ordem a que já nos referimos.

Assim, d'Alembert expõe dois primeiros princípios que fornecem a base para tudo o que se pode estabelecer sobre a igualdade, a desigualdade ou, em geral, a relação das partes da extensão figurada – relação que constitui, para ele, o objeto essencial da Geometria. Esses dois princípios são o princípio da superposição e o princípio da medida dos ângulos pelos arcos de círculo descritos a partir do vértice desses ângulos; juntos, eles servem para demonstrar todas as proposições relacionadas à Geometria elementar das linhas[61] (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, verbete *Geometria*).

O princípio da medida dos ângulos consiste em estabelecer como medida de um ângulo um arco de círculo descrito a partir de seu vértice, e d'Alembert explica que isso significa que se dois ângulos são iguais, os arcos de mesmo raio descritos a partir de seus vértices serão iguais. Esclarece ainda que o círculo, devido à uniformidade de suas partes e de sua curvatura, é a medida natural dos ângulos.

Quanto ao princípio da superposição, os textos do verbete *Geometria* e do *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia* mostram que o autor se refere ao chamado axioma da congruência – uma das noções comuns do Livro I dos Elementos de Euclides.[62] D'Alembert considera o princípio da superposição menos uma verdade primitiva do que um *"método para descobrir verdades"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 221) e escreve:

> *"Esse princípio não é, como o pretenderam muitos geômetras, um método de demonstrar pouco exato e puramente mecânico. A superposição, tal como os matemáticos a concebem, não consiste em aplicar grosseiramente uma figura sobre a outra, para julgar pelos olhos a respeito de sua igualdade ou de sua diferença, como se aplica uma alna[63] sobre uma peça de tecido: ela consiste em imaginar uma figura transportada sobre uma outra, e em concluir da igualdade suposta de certas partes das duas figuras a coincidência dessas partes entre si, e de sua coincidência a coincidência do resto. Daí resulta a igualdade e a similitude perfeita de figuras inteiras"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 113).

---

[61] No verbete *Geometria*, d'Alembert considera que a Geometria elementar divide-se naturalmente em geometria das linhas retas e das linhas circulares, geometria das superfícies e geometria dos sólidos. No *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia*, d'Alembert afirma que o círculo é a única figura curvilínea que deve fazer parte da Geometria elementar, em virtude da facilidade de sua descrição e do uso que dele se pode fazer para resolver a maior parte dos problemas dessa Geometria (D'ALEMBERT, 1986, p. 116).

[62] Eis duas versões dessa noção:
"E as coisas que se ajustam uma sobre a outra são iguais entre si" (BICUDO, 2001).
"As coisas congruentes entre si são iguais entre si" (VERA, 1970).
No segundo enunciado, o tradutor de Euclides explica que no original, a palavra utilizada é ἐφαρμοζειν, cujo significado é ajustar, encaixar. Assim, coisas congruentes são coisas que se ajustam umas às outras sem se deformarem.

[63] No original, "aune", que significa vara de medir. Segundo HOUAISS (2001), a alna é uma antiga medida de comprimento, que varia de acordo com a região em que é usada.

D'Alembert acentua ainda que o princípio da superposição deve ser colocado no início da cadeia das verdades geométricas; imediatamente abaixo dele deve ser posto o princípio da medida dos ângulos, pois este último se deduz facilmente do primeiro. Entretanto, ambos devem ser considerados princípios de primeira ordem, porque há verdades sobre a medida e a relação dos ângulos que, além de dependerem do princípio da superposição, demandam um pouco mais de combinações de idéias (D'ALEMBERT, 1986, p. 221). Dessa maneira, por exemplo, têm-se como conseqüências do princípio da medida dos ângulos o conhecimento da medida dos ângulos cujo vértice está sobre uma circunferência e o da igualdade dos três ângulos de um triângulo a dois ângulos retos.

Chamando de tronco o princípio da superposição, d'Alembert mostra um ramo que dele brota, bem como outras verdades aí originadas:

"Ele (o ramo) *conterá primeiro as proposições sobre as paralelas e sobre a igualdade dos triângulos que têm certos ângulos e lados comuns, proposições cuja prova nasce imediatamente do princípio de superposição. Estas conduzirão à proposição sobre a igualdade dos paralelogramos de mesma base e mesma altura a qual será, assim como a proposição sobre a igualdade dos ângulos do triângulo a dois retos, um princípio de segunda ordem, pela quantidade de proposições que dele derivam – entre outras, todas as verdades sobre a comparação dos triângulos e das figuras retilíneas, e mesmo sobre a do círculo com essas figuras"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 221-222).

Vale a pena contrastar o grande destaque dado por d'Alembert ao princípio da superposição com a atitude de Euclides em relação ao mesmo método. SZABÓ (1960) toma como referência importante o trabalho de Kurt von Fritz, o qual aponta a transformação sofrida pela Matemática grega no sentido de não se contentar mais com a simples evidência visível que havia representado um papel importante nos primórdios dessa ciência. Os gregos teriam se esforçado para excluir, tanto quanto possível, elementos empírico-ilustrativos de sua Matemática e Euclides, por exemplo, muito raramente usou o método da superposição. Em casos nos quais esse método não podia ser evitado, ele teria tentado, pelo menos, dar a suas operações uma fundamentação axiomática, procurando, ainda, camuflar as características empírico-ilustrativas de tal método. D'Alembert, ao contrário, ao colocar a superposição como princípio fundamental, acentua, coerentemente com sua posição empirista, a importância da evidência visual: a mente fica satisfeita porque esse método, afinal, fala aos olhos.

D'Alembert não se propõe a compor elementos de Geometria, mas apresenta vários exemplos de outros princípios de segunda ordem para exemplificar sua proposta metodológica de representação, em uma espécie de árvore genealógica, da dependência entre as verdades da ciência geométrica. Sublinha ele que a elaboração de elementos de Geometria não requereria que se detalhassem todas as proposições – bastaria que se demonstrassem as proposições principais, e que se indicassem as que delas decorrem.

Abordemos agora as idéias de d'Alembert em relação à participação da Álgebra na cadeia dos conhecimentos matemáticos. Observamos anteriormente que o *Discurso Preliminar* qualifica esse campo como a parte principal da Matemática devido a seu papel de generalização das idéias sobre as grandezas calculáveis, associadas aos números, e sobre as grandezas mensuráveis, correspondentes ao espaço. Vimos também que para d'Alembert, a Álgebra é um conhecimento do qual podemos ter um grau elevado de certeza, pelo fato de envolver somente noções intelectuais formadas pelas operações de nossa própria mente a partir do material de nossas percepções.

Aqui, contudo, queremos nos concentrar na relevância da Álgebra, enfatizada por d'Alembert em vários capítulos do *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia* e nos verbetes *Álgebra*, *Análise*, *Analítico* e *Aritmética Universal* da *Enciclopédia*, no sentido de promover a ligação entre os saberes matemáticos. Vejamos como d'Alembert apresenta a Álgebra, *"uma ciência puramente intelectual e abstrata"*(D'ALEMBERT, 1986, p. 111), como um instrumento poderoso e indispensável à Aritmética, à Geometria, à Mecânica e ao Cálculo Diferencial.

Começaremos por focalizar as relações entre os números e a Álgebra destacadas pelo enciclopedista. Ele concebe esta última como a ciência do cálculo das grandezas em geral, entendendo por esse cálculo as relações das grandezas entre si. D'Alembert separa tais relações em dois tipos: aquelas que podem ser expressas por números, isto é, por inteiros ou por frações, e as chamadas incomensuráveis, que só podem ser expressas por números de maneira aproximada, mas que podem ser representadas de outro modo, por exemplo, pelas relações de uma linha com outra. Os caracteres algébricos servem tanto para representar as relações entre os números quanto as relações incomensuráveis.

De fato, no que se refere aos números, a Álgebra tem a utilidade de representar de maneira clara, simples e fácil as verdades referentes às suas propriedades gerais, ou seja, aqueles princípios que independem dos signos com os quais exprimimos esses números[64]. As regras da Álgebra são também as regras para se encontrar o resultado das operações que se originam da combinação dos números: por exemplo, a adição algébrica *"não é outra coisa senão o meio de exprimir da maneira mais curta e mais simples o resultado da adição de vários números, não dando a esses números nenhum valor particular"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 329).

Além de representar de modo muito simples o resultado das operações que podem ser feitas sobre os números em geral, a Álgebra tem outra utilidade – suas regras possibilitam resolver problemas nos quais se propõe encontrar um ou mais números que dependem de números dados através de determinadas condições, já que a generalidade dos caracteres algébricos permite-lhes expressar as condições supostas entre os números procurados e os números dados; ao mesmo tempo, a generalidade das operações algébricas autoriza-as tanto sobre os números procurados quanto sobre os números dados. No verbete *Aritmética Universal*, d'Alembert é mais explícito sobre o tema, e se refere às equações:

"A segunda parte da ***Aritmética Universal*** *consiste em saber fazer uso do método geral de calcular as quantidades, para descobrir as quantidades que se procuram por meio das quantidades que se conhecem. Para tal é preciso: 1° representar da maneira mais simples e mais cômoda a lei da relação que deve haver entre as quantidades conhecidas e as desconhecidas. Essa lei de relação é o que chamamos de* ***equação****; assim, o primeiro passo a dar quando se tem um problema a resolver é reduzir primeiro o problema à equação mais simples.*

---

[64] D'Alembert dá alguns exemplos desses princípios: 1) Se subtrairmos um número menor de um maior, e juntarmos ao menor número o resultado da operação, teremos o maior número. 2) O produto de dois números dividido por um dos dois fatores dá como resultado o outro fator. 3) Se multiplicarmos a soma de vários números pela soma de vários outros, o produto será igual à soma dos produtos de cada parte por todos os outros (D'ALEMBERT, 1986 e verbete *Aritmética Universal* em DIDEROT & D'ALEMBERT, 1751).

*Em seguida, é preciso tirar dessa equação o valor ou os diferentes valores que deve ter a incógnita que se procura; é o que se chama **resolver a equação**"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1751, p. 677, destaques no original).

No que diz respeito às relações incomensuráveis, d'Alembert ressalta que os caracteres algébricos são especialmente adequados a representá-las, pois estas não podem ser expressas claramente por números, e aqueles não têm valor fixo e determinado, como os números. Além disso, os princípios gerais sobre as propriedades dos números e sobre os resultados dos cálculos que com eles podem ser feitos – princípios que servem de base ao cálculo algébrico – valem também para as relações incomensuráveis. O cálculo algébrico, que considera os números e as relações da maneira mais geral e abstrata, aplica-se às relações incomensuráveis, e sob esse ponto de vista a Álgebra merece, segundo d'Alembert, o nome que lhe deu Newton – Aritmética Universal.

A Álgebra, porém, não serve apenas para resolver questões numéricas: ela pode ser aplicada também, proveitosamente, nas questões geométricas. Como a Geometria é a ciência das propriedades das figuras do espaço, um de seus objetos mais importantes é o conhecimento e o cálculo das relações entre as linhas, as superfícies e os sólidos. Ora, tais relações, diz d'Alembert, podem ser expressas por números e por incomensuráveis. Os caracteres algébricos, representando igualmente bem os números e as relações incomensuráveis, podem ser utilizados para representar as linhas, de modo que o produto de dois caracteres algébricos pode exprimir uma superfície, e o de três caracteres algébricos pode representar um sólido. Assim, as operações feitas sobre esses caracteres e as relações neles descobertas, traduzidas da linguagem algébrica para a linguagem geométrica, exprimirão verdades referentes à relação entre as linhas, as superfícies e os sólidos (D'ALEMBERT, 1986, p. 336). D'Alembert focaliza, no que acabamos de descrever, a possibilidade de aplicar a Álgebra à Geometria elementar.

Todavia, a Álgebra também é muito útil em outro ramo da Geometria, o estudo das curvas[65] – aqui, d'Alembert fala da equação de uma curva em relação a um sistema

[65] Para d'Alembert, trata-se da Geometria de todas as curvas diferentes do círculo (D'ALEMBERT, 1986, p. 116).

de coordenadas, menciona Descartes como o inventor dessa ciência, e registra com entusiasmo as vantagens oferecidas pela análise algébrica ao estudo das curvas. Preocupa-se, especialmente, em rebater acusações daqueles que pretendem serem as demonstrações feitas à maneira dos antigos (isto é, sem o uso da Álgebra) mais rigorosas do que as demonstrações algébricas:

"... quando se tiverem designado todas as linhas das figuras por letras, poderão ser feitas, por meio dessas letras, muitas operações e combinações sem que se pense na figura, sem mesmo tê-la diante dos olhos. Mas essas operações, embora mecânicas, ou sobretudo porque são puramente mecânicas, têm a vantagem de aliviar o espírito em pesquisas freqüentemente penosas, para as quais se tem necessidade de todos os esforços. A Análise lhe poupa, tanto quanto possível, instantes necessários de recreio e repouso; basta saber que os princípios do cálculo estão certos. A mão calcula com toda a segurança, e chega, enfim, a um resultado ao qual sem tal auxílio não poderia chegar, ou ao qual não se chegaria senão com muito esforço. Mas não dependerá senão do Analista dar, em seguida à sua demonstração ou à sua solução, o rigor pretendido que se crê lhe faltar; ser-lhe-á suficiente para isso traduzir essa demonstração para a linguagem dos antigos, como Newton fez com a maior parte das suas" (D'ALEMBERT, 1986, p. 117-118).

A Análise significa, para d'Alembert, o método de resolver os problemas matemáticos reduzindo-os a equações. Como para resolver os problemas a Análise recorre à Álgebra, as duas palavras – Análise e Álgebra – são freqüentemente consideradas como sinônimas (Verbete *Análise*, DIDEROT & D'ALEMBERT, 1751, p. 400). Em outro texto, porém, d'Alembert acentua a distinção entre Álgebra e Análise ao escrever que *"existe esta diferença em Matemática, entre a Álgebra e a Análise: a Álgebra é a ciência do cálculo das grandezas em geral, e a Análise é o meio de aplicar a Álgebra à solução dos problemas"*. Acrescenta que tanto a Análise matemática como a Análise lógica procuram coisas desconhecidas por meio de coisas conhecidas, distinguindo-se ambas somente pelo uso que a Análise matemática faz da Álgebra como ferramenta nessa procura. Dessa forma, todo algebrista se serve da Análise lógica para começar e conduzir os seus cálculos, mas, ao mesmo tempo, o recurso à Álgebra facilita extremamente a aplicação dessa análise à solução dos problemas (D'ALEMBERT, 1986, p. 107-108).

Assim, particularmente na Geometria, o método analítico é o método de resolver os problemas e de demonstrar os teoremas mediante a Análise ou a Álgebra. Esse método se opõe ao chamado método sintético, que demonstra os teoremas e resolve os problemas usando as próprias linhas das figuras, sem representá-las por nomes algébricos (verbete *Analítico*, DIDEROT & D'ALEMBERT, 1751, p. 404).

Cabe observar que no *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia*, o capítulo sobre os Elementos de Álgebra antecede aquele dedicado aos Elementos de Geometria e aquele que aborda a Mecânica, pois d'Alembert considera que a Geometria, bem como a Mecânica, deve ser precedida pela Álgebra, uma ciência mais universal – *"o conhecimento da Álgebra facilita infinitamente o estudo da Geometria e da Mecânica e é absolutamente necessário à parte transcendente dessas duas Ciências sem a qual a Física, tomada em todo o seu alcance, não poderia passar"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 106). Salienta, no entanto, que a parte da Álgebra indispensável à Geometria elementar é a teoria das proporções e que, portanto, essa teoria é, talvez, a única parte da Álgebra cujo estudo deve ter lugar antes do dessa Geometria.

Para concluir a enumeração das conexões da Álgebra com outras áreas da Matemática colocadas em evidência por d'Alembert, registramos a sua aplicação ao cálculo dos infinitos, aplicação essa que *"deu origem a um novo ramo muito amplo do cálculo algébrico: aquele que se chama* ***a doutrina dos fluxos*** *ou* ***o cálculo diferencial****"*(DIDEROT & D'ALEMBERT, 1751, p. 262, verbete *Álgebra*, destaques no original).

Ainda no terreno das considerações a respeito da valorização da Álgebra por d'Alembert, é importante observar que, ao conceituá-la como "cálculo das grandezas em geral", o enciclopedista da Matemática não parece ter sofrido somente a influência de

Newton[66]. SCHUBRING (1997) enfatiza a figura de Jean Prestet (1648-1691) como precursora na proclamação da superioridade do método analítico e da Álgebra em relação ao método sintético e à Geometria na segunda edição de seus *Elementos de* Matemáticas, publicada em 1675. Para Prestet, a Álgebra era mais geral do que a Geometria, a qual era vista por ele como um ramo aplicado da Matemática. Essa concepção prestetiana se reflete no próprio título de sua obra que, chamada *Elementos de Matemática*, dedicava-se inteiramente à Álgebra – a base de toda a Matemática.

É relevante apontar que, compartilhando com Prestet e Newton essa conceituação generalizadora da Álgebra, d'Alembert a percebe como ampla o suficiente para abrigar diferentes facetas desse campo da Matemática. De fato, é possível notar vários papéis desempenhados pela Álgebra naquilo que acabamos de focalizar nos textos do enciclopedista; tais papéis podem ser relacionados a três das quatro concepções da Álgebra que USISKIN (1994) identifica como presentes no quadro de seu ensino elementar, a saber, as de aritmética generalizada, estudo de procedimentos para resolver alguns tipos de problemas e estudo das relações entre grandezas. Nessas três concepções, as variáveis (ou os caracteres algébricos, na linguagem de d'Alembert) assumem, respectivamente, os papéis de generalizadoras de modelos, de incógnitas ou constantes e de argumentos ou parâmetros.[67]

Por outro lado, não podemos finalizar a análise do pensamento de d'Alembert sobre a Álgebra sem fazer referência a uma posição contrária à de sua valorização que acabamos de comentar. Trata-se do ponto de vista presente na abordagem das quantidades negativas por parte do enciclopedista, na qual a Álgebra acaba por ser de certo modo questionada, como vamos mostrar.

---

[66] D'Alembert é um entusiasta da expressão "aritmética universal" escolhida por Newton para designar a Álgebra, considerando-a como um exemplo de seu gênio luminoso e profundo, capaz de chegar aos verdadeiros princípios metafísicos de todas as ciências (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1751, p. 675, verbete *Aritmética Universal*).

[67] A quarta concepção é a da Álgebra como estudo de estruturas, e nela a variável é um símbolo arbitrário. Usiskin considera que na fatoração da expressão algébrica $3x^2 + 4ax - 132a^2$ como $(3x + 22a)(x - 6a)$, a variável não se apresenta como nos três outros casos. Ele afirma que nesse tipo de problema as variáveis são tratadas como sinais no papel, sem qualquer referência numérica. Nos textos de d'Alembert, provavelmente pelo estágio de desenvolvimento da Álgebra no século XVIII, esse papel estrutural da Álgebra não é abordado (USISKIN, 1994).

Com efeito, no verbete *Negativo* da *Enciclopédia* e também nos *Esclarecimentos sobre diferentes pontos dos Elementos de Filosofia*, d'Alembert registra a sua rejeição das quantidades negativas. Ele manifesta-se contra os autores que vêem as quantidades negativas *"como abaixo de nada, noção absurda em si mesma"*, mas também censura aqueles que as apresentam *"como exprimindo dívidas, noção limitada e só por isso pouco exata"*, bem como aqueles que as consideram *"como quantidades que devem ser tomadas num sentido contrário às quantidades que se supuseram positivas"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 332). Devido a essa dificuldade em relação aos negativos[68], d'Alembert, contraditoriamente ao que faz na maior parte de seus escritos, aponta um aspecto desfavorável da Álgebra no verbete *Negativo*, a saber, suas regras podem levar a respostas que precisam ser modificadas para terem sentido:

"Imaginemos, por exemplo, que se procura o valor de um número x que juntado a 100 dê 50; ter-se-á, pelas regras da Álgebra, $x + 100 = 50$ *e* $x = - 50$*, o que faz ver que a quantidade x é igual a 50, e que no lugar de ser juntada a 100, ela deve de 100 ser subtraída, de modo que se teria podido enunciar o problema assim: encontrar uma quantidade x que, sendo subtraída de 100, faz sobrar 50. Enunciando assim o problema, ter-se-ia* $100 - x = 50$*, e a forma negativa de x não subsistiria mais. Assim, as quantidades negativas indicam realmente no cálculo quantidades positivas, mas que foram supostas numa falsa posição. O sinal – que se encontra antes de uma quantidade serve para reparar e para corrigir um erro que se fez na hipótese, como o exemplo*

---

[68] KLINE (1980) chama a atenção para o fato de que no século XVIII, os matemáticos encontravam dificuldades para justificar seu trabalho não somente com os negativos, mas com os irracionais, os complexos e a álgebra. Mais: ele afirma que a perturbação causada pelos negativos era maior que a motivada pelos irracionais, talvez porque os negativos não tivessem um significado geométrico prontamente disponível, e além disso, suas regras operacionais fossem mais estranhas. Morris Kline comenta ainda a falta de clareza do verbete *Negativo*: apesar das controvérsias sobre os negativos, d'Alembert escreve: *"Como quer que seja, as regras das operações algébricas sobre as quantidades negativas são admitidas por todo mundo, e recebidas geralmente como exatas, qualquer que seja a idéia que se ligue a essas quantidades..."* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1765, Tomo XI, p. 73).
Em seu artigo *Rupturas no Estatuto Matemático dos Números Negativos*, SCHUBRING (2000) apresenta, de maneira profunda e minuciosa, as discussões em torno da natureza dos números negativos na França e na Alemanha, da metade do século XVIII à metade do século XIX. No mesmo trabalho, o autor analisa as conseqüências das dificuldades referentes aos negativos para o desenvolvimento tanto da Matemática quanto da educação matemática.

anterior faz ver muito claramente" (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1765, Tomo XI, p. 73).

Tendo enfocado os dois aspectos que nos parecem os mais relevantes para a educação matemática básica dentro da concepção d'alembertiana de ciência como encadeamento de conhecimentos – a forma de apresentação da Geometria e o destaque dado à Álgebra no conjunto dos saberes matemáticos – queremos agora nos referir a outras indicações de d'Alembert importantes para a compreensão de seu ponto de vista acerca da educação matemática. Essas indicações estão evidentemente relacionadas aos dois componentes fundamentais de sua teoria do conhecimento aqui analisados, a concepção empirista, fortemente embasada em Locke, e o ideal de constituição de uma cadeia de verdades para cada ciência, em harmonia com as concepções de Descartes; para a organização do texto, contudo, optamos por tratá-las em separado desta seção e da anterior, levando em conta não somente o grande volume de informações nelas já colocado, mas também a necessidade de estar de posse de tais informações antes de passar aos comentários e análises que nos restam.

3.3 Algumas indicações para a educação matemática

Acreditamos que a exposição e os comentários sobre os escritos de d'Alembert empreendidos nas páginas anteriores tenham evidenciado diversos aspectos relevantes para a compreensão do ideário do enciclopedista sobre a educação matemática. Agora, entretanto, queremos apresentar e comentar três outros pontos diretamente relacionados com essa educação.

Em primeiro lugar, vamos abordar o ponto de vista primordial de d'Alembert quanto à instrução científica em geral, e à educação matemática em particular: o principal instrumento para realizá-las é o livro-texto. O enciclopedista concede especial atenção ao livro de elementos, que deve conter os princípios fundamentais de cada campo do conhecimento. Retornemos ao verbete *Elementos das Ciências*, no qual já nos detivemos para comentar o ideal de d'Alembert de organização lógica do corpo de verdades de uma ciência. Esse mesmo verbete também é muito importante, conforme assinala SCHUBRING (1997), por conter as reflexões do enciclopedista quanto à apresentação dos elementos de uma disciplina nos livros-texto (os tratados), no despertar das profundas reformas educacionais que foram efetivadas na França durante a Revolução, e do subseqüente estabelecimento do primeiro sistema escolar de educação geral. Os livros didáticos são, pois, instrumentos metodológicos básicos para a educação matemática na concepção iluminista. Examinemos algumas das idéias sobre os livros destinados à instrução contidas nesse texto da *Enciclopédia*.

D'Alembert considera desfavoravelmente as primeiras tentativas de organização das verdades das ciências em tratados – para ele, a imperfeição desses trabalhos se deve ao fato de que seus autores não foram capazes de se colocar no lugar dos inventores dos conhecimentos que focalizam. D'Alembert acredita que somente esses inventores conseguiriam executar bem o ideal de encadeamento das proposições – eles são os únicos que poderiam *"tratar de uma maneira satisfatória as ciências que haviam descoberto, pois voltando sobre os passos de seu espírito e examinando de que maneira uma proposição os havia conduzido a uma outra, eram os únicos capazes de ver a ligação das verdades e de conseqüentemente formar a sua cadeia"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1755, p. 492).

Portanto, d'Alembert pensa que os princípios filosóficos que sustentam uma verdade científica só são claros na mente dos inventores, os quais, além disso, usam uma linguagem particular que só pode ser bem traduzida por eles próprios ou, pelo menos, por aqueles que teriam podido inventá-la. Essa reflexão se aplica tanto aos tratados completos, quanto aos textos elementares.

Segundo SCHUBRING (1997), a noção de "ordem dos inventores", ressaltada por d'Alembert, esteve presente nas preocupações pedagógicas da época da publicação dos primeiros tomos da *Enciclopédia* até a Revolução. O "caminho dos inventores" tornou-se a palavra-chave para a metodologia dos livros-texto – estes deveriam seguir a trilha tomada pelos criadores da Matemática em suas descobertas. Gert Schubring destaca que a simples criação dessa expressão foi suficiente para disparar a imaginação de filósofos, educadores e autores de livros didáticos, e para aparecer como um método "natural" para apresentar o conhecimento numa maneira evolutiva.

Por "ordem dos inventores" d'Alembert não quer dizer a ordem realmente seguida por eles, mas a ordem ideal que deveriam ter observado caso tivessem procedido com método. Essa ordem é o critério metodológico principal divulgado por d'Alembert, que a chama também de *"o método analítico, que procede das idéias compostas às idéias abstratas, que vai das conseqüências conhecidas aos princípios desconhecidos, e que, generalizando aquelas, vem a descobrir estes"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1755, p. 495). A reunião desse método com a simplicidade e a clareza constitui o conjunto das qualidades essenciais aos elementos de uma ciência.

Devemos enfatizar que para d'Alembert a "ordem dos inventores" não pretende, como para Alexis-Claude Clairaut (1713-1765), ser um caminho facilitador.[69] Na concepção do enciclopedista da Matemática, facilidade e rigor não se opõem, pois quanto mais uma dedução é rigorosa, mais facilmente ela é entendida – o rigor consiste em reduzir tudo aos princípios mais simples; quanto mais os princípios estiverem dispostos na ordem conveniente, mais rigorosa será a dedução.

Assim, o método proposto por d'Alembert no *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia*, qual seja, a busca das afirmações fundamentais de cada campo do saber, é a diretriz essencial à instrução. É preciso sublinhar, como o faz SCHUBRING (1997), que o que d'Alembert intenciona é um papel ativo do aprendiz: penetrar no gênio do inventor só é possível por meio do estudo e do exercício. Conseqüentemente, os bons livros-texto não precisam ser exaustivos, mas devem estimular o leitor a se tornar autônomo no desenvolvimento das noções da ciência – *"o próprio de um bom livro de elementos é deixar muito para pensar"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1755, p. 496) Devemos notar que, na concepção de d'Alembert, desde que sejam cumpridas as

---

[69] Clairaut, eminente físico e matemático francês, havia publicado, respectivamente em 1741 e 1746, seus livros didáticos *Elementos de Geometria* e *Elementos de Álgebra*, nos quais afirmava ter seguido a ordem dos inventores. Esta não seria precisamente uma reconstituição histórica dos conhecimentos matemáticos, mas uma possibilidade para o percurso trilhado pelos criadores desses conhecimentos. O principal interesse de Clairaut, declarado no prefácio dos *Elementos de Geometria*, era o de não espantar os iniciantes. SCHUBRING (1997) chama a atenção para o fato de que ao pretender desenvolver a Matemática exclusivamente a partir de questões práticas, as quais teriam motivado esse conhecimento, Clairaut esquivou-se das questões do rigor.
É interessante mencionar ainda que a parte final do verbete *Elementos das Ciências* da *Enciclopédia*, que não é assinada por d'Alembert, mas pelo Padre de La Chapelle, contém uma crítica aos livros de Clairaut por sua falta de rigor ao omitir proposições fundamentais. Essa crítica refere-se também à arquitetura das proposições – elas *"não são deduzidas imediatamente umas das outras, e formam mais um agregado que um edifício"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1755, p. 497). Se considerarmos que d'Alembert teria subscrito essa crítica como editor da parte matemática da *Enciclopédia*, será oportuno assinalar a discordância entre ele e Diderot, que elogia a qualidade dos *Elementos de Geometria* de Clairaut conforme comentamos no capítulo anterior.

condições recomendadas aos livros, o professor pode ser dispensado; ele diz explicitamente que não é o auxílio de um mestre que propiciará a aprendizagem, mas sim o investimento em muita meditação e trabalho.

D'Alembert se preocupa tanto com os livros-texto que verbetes da *Enciclopédia* tais como *Álgebra*, *Análise*, *Aritmética Universal*, *Geometria* trazem informações e pequenas avaliações das publicações que expõem o conteúdo dessas áreas. No verbete *Elementos das Ciências*, bem como em alguns capítulos do *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia* estão presentes, ainda, fortes críticas aos autores dos livros elementares, pessoas que, em geral, não detêm o conhecimento profundo da Matemática exigido por d'Alembert para essa tarefa. Ao mesmo tempo, ele propõe que os cientistas mais eminentes se envolvam na composição dos livros didáticos de alta qualidade que precisam ser feitos, apelando ao seu senso de responsabilidade. No espírito de difusão das Luzes, observa que aqueles que pensam que mais importante do que isso é fazer novos progressos científicos de modo a obter o reconhecimento público estão enganados:

> *"Um pouco mais de reflexão teria feito sentir o quanto essa maneira de pensar é prejudicial ao progresso e à glória das ciências: ao seu progresso, porque ao facilitar aos gênios felizes o estudo do que é conhecido, se os coloca em condições de contribuir mais e mais prontamente para esse conhecimento; à sua glória, porque pondo-as* ***ao alcance de um número maior de pessoas****, procura-se um número maior de juízes esclarecidos. Tal é a vantagem que produziriam bons elementos de ciências, elementos que não poderiam ser a obra senão de uma mão muito hábil e exercitada"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1755, p. 496, negritos meus).

D'Alembert é particularmente severo em relação aos textos elementares de Geometria, referindo-se aos seus autores como matemáticos medíocres, *"cujos conhecimentos terminam no mesmo lugar em que termina seu livro, e que por isso mesmo são incapazes de fazer um livro útil nesse gênero"* (D'ALEMBERT, 1986, p.

115). A crença, advinda da vaidade ou da ignorância, em que o fato de ter aflorado os princípios de uma ciência dá a alguém as condições para ensiná-la é, de acordo com o enciclopedista, a causa da grande carência de bons livros.

Ainda que estreitamente ligado à questão dos livros elementares que estamos comentando, um segundo ponto a ser aqui analisado é o que diz respeito aos destinatários da instrução, particularmente da educação matemática. Observaremos mais algumas indicações metodológicas de d'Alembert associadas tanto aos educandos quanto aos aspectos epistemológicos dos conhecimentos matemáticos.

D'Alembert crê na possibilidade de ensinar a Geometria elementar a todas as crianças, pois estas são capazes de a ela se aplicar; destaca que os elementos, sendo pouco complicados, não exigem senão *"uma concepção comum"*, embora tais qualidades medíocres não sejam suficientes ao estudo das Matemáticas transcendentes. Com efeito, d'Alembert, como outros autores do século XVIII, distingue as pessoas segundo talentos naturais diferentes: se todos podem aprender a Geometria elementar, para que alguém seja um especialista em Geometria[70], e mesmo para que seja apenas isso, é preciso um grau de inteligência menos comum; para ser mais do que isso, isto é, para ser um inventor, é preciso mais do que inteligência: é preciso gênio, ou seja, talento para inventar. Ele acrescenta que a inteligência do geômetra é diferente daquela que produz a poesia, a eloqüência e a história (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, verbete *Geômetra*).

No verbete *Geometria*, d'Alembert indica diferentes possibilidades para a educação geométrica, de acordo com os objetivos daqueles que se propõem a recebê-la:

"... uns querem limitar-se à prática, e para esses um bom tratado de geometria prática basta, acrescentando, caso se deseje, alguns raciocínios que esclareçam as operações até um certo ponto, e que ***as impeçam de se limitar a uma rotina cega****; outros querem ter uma tintura de Geometria elementar especulativa, sem pretender levar mais longe tal estudo; para esses, não é necessário colocar grande rigor nos elementos: podem-se supor verdadeiras muitas proposições, cuja verdade se percebe*

[70] No original, *"savant géometre"*.

bastante por si própria, e se demonstra nos elementos comuns. Há, enfim, os estudantes que não têm a força de espírito necessária para dominar de imediato os diferentes aspectos de uma demonstração complicada, e para esses são necessárias demonstrações mais fáceis, ainda que menos rigorosas. Mas ***para os espíritos verdadeiramente adequados a essa ciência****, para aqueles que estão destinados a fazer os seus progressos, acreditamos que só há uma maneira de tratar os elementos:* ***aquela que unirá o rigor à clareza****, e que ao mesmo tempo levará ao caminho das descobertas, pela maneira com que se apresentarão as demonstrações. Para isso,* ***é preciso mostrá-las, tanto quanto possível, sob a forma de problemas a resolver mais que sob a forma de teoremas a provar,*** *dado que de um outro lado, esse método não prejudique a genealogia natural das idéias e das proposições, e que ele não leve a supor como verdadeiro aquilo que em rigor geométrico precisa de prova"*(DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, p. 635, negritos meus).

Transcrevemos essa longa passagem, porque ela nos revela muito do ideário de d'Alembert quanto à instrução – ela torna claro que, embora o matemático-filósofo considere que a única maneira de tratar bem, nos livros, os elementos de uma ciência exata e rigorosa como a Geometria é colocar neles todo o rigor e exatidão possíveis, as diferenças entre os estudantes podem levar a graus diferenciados de rigor na apresentação das demonstrações. Todavia, a despeito dessa diversidade de possibilidades, devemos observar que d'Alembert tem uma preocupação constante – a de que a educação matemática não seja autoritária, dogmática, repetidora de rotinas sem fundamentação: que seja, ao contrário, clara, compreensível e rigorosa na medida das capacidades e dos interesses dos alunos.

Por outro lado, é interessante observar que, se no verbete *Elementos das Ciências* d'Alembert faz, como vimos, a apologia da "ordem dos inventores" como simultaneamente fácil e rigorosa, no *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia* ele manifesta dúvidas quanto à conveniência de se seguir, nos elementos de Geometria, o método dos inventores, escrevendo:

"Um tal método leva, quase necessariamente, a supor como verdadeiras diferentes proposições que os inventores perceberam como de um golpe de vista, mas cuja demonstração é necessária com rigor geométrico" (D'ALEMBERT, 1986, p. 111).

Contudo, continua, o método dos inventores, por ter a vantagem de aguçar a curiosidade, de fazer pressentir a cada passo aquele que deve segui-lo, e de não sobrecarregar a inteligência com um aparato demasiado científico, é apropriado àqueles que não têm como objetivo tornarem-se matemáticos profundos. No entanto, *"os espíritos que a natureza destinou a fazer os progressos nessa ciência* (a Geometria) *devem preferir o método rigoroso"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 111). Não é preciso, entretanto, para chegar ao rigor proposto, procurar um rigor imaginário – para d'Alembert, por exemplo, são inúteis alguns dos axiomas dos quais os geômetras freqüentemente fazem uso[71]; não se deve buscar caracterizar a natureza do espaço, e as idéias abstratas de superfície plana e de linha reta devem ser supostas simplesmente, sem que se pretenda reduzir tais idéias a uma noção mais simples. É preciso dar tais definições para estudar as propriedades das linhas retas e das superfícies planas, mas essas definições precisam partir de uma propriedade simples dessas linhas e superfícies, a qual possa ser percebida imediatamente pela mente. A solução proposta pelo enciclopedista é definir a linha reta como a linha mais curta que se pode estender de um ponto a outro, e a superfície plana como aquela sobre a qual uma linha reta pode ser aplicada em todos os sentidos. Ressalta, no entanto, que essas definições não encerram a idéia primitiva que temos desses dois objetos, pois essa idéia é tão simples, indivisível e una, que uma definição não pode torná-la mais clara, seja pela natureza da idéia, seja pela imperfeição da língua. Vemos aqui novamente a presença das idéias lockianas tão apreciadas por d'Alembert e já comentadas neste texto.

Além desses aspectos relativos à Geometria e daqueles já analisados na seção anterior, cabe mencionar a referência de d'Alembert às demonstrações diretas e

[71] D'Alembert afirma que os axiomas não precisam sequer ser enunciados, e pergunta: o que devemos pensar então de autores que produziram para eles demonstrações formais? E ainda: *"Um matemático moderno, celebrado por seu modo de viver na Alemanha como filósofo, começa seus Elementos de Geometria pelo teorema que diz que a parte é menor que o todo, e o prova por um raciocínio tão obscuro, que não caberia ao leitor senão duvidar disso"* (D'ALEMBERT, 1986, p. 26).

indiretas. Conquanto recomendando de preferência as do primeiro tipo, por esclarecerem ao mesmo tempo que convencem, ele chama a atenção para a necessidade das demonstrações indiretas, particularmente para a redução ao absurdo: nessa classe devem ser colocadas todas as demonstrações que concernem aos incomensuráveis, isto é, às grandezas que não têm entre si nenhuma medida comum. Nessas grandezas, escreve o matemático, entra necessariamente a idéia de infinito, a qual só concebemos por negação do finito, e nas idéias negativas, isto é, aquelas idéias sobre as quais sabemos o que não são melhor do que o que são, somos forçados a recorrer às demonstrações indiretas.

Porém, no que diz respeito à Álgebra, d'Alembert parece pensar diferentemente quanto à utilização do método dos inventores. Isso se deve à natureza desse saber, o qual é, como já dissemos, puramente intelectual e abstrato, e cujo objeto não existe fora de nós. Não somente pode a Álgebra ser tratada de uma maneira igualmente fácil e rigorosa se submetida à marcha dos inventores, mas esse é o melhor método que se pode empregar para desenvolver os seus elementos. Explicitamente, escreve o filósofo, é suficiente para tal seguir a ordem natural das operações da mente, evitando-se apenas as tentativas inúteis ou falsas que todo inventor faz quase necessariamente antes de chegar ao objetivo ao qual se propõe.

Uma terceira vertente a ser aqui explorada no pensamento de d'Alembert é a que diz respeito às finalidades e aos valores da educação matemática. Abordamos anteriormente a referência do enciclopedista às aplicações práticas da Geometria. No entanto, nos escritos do matemático-filósofo, mais forte ainda do que tal referência é a argumentação em favor do potencial formativo desse conhecimento. Crítico feroz da instrução dos jesuítas, baseada no Latim, na Retórica e na Religião, no verbete *Colégio*, d'Alembert considera uma perda para os jovens os dez anos passados nessas escolas, reprova a própria instrução que oferecem no ramo da Filosofia[72] - *"falta muito para que a dos colégios mereça esse nome"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1753, p. 635), e afirma que cabe ao governo do país a responsabilidade pelas mudanças que indica no plano de estudos. Um ponto fundamental nessa mudança é o que se refere à inversão das

---

[72] Nos colégios jesuítas, a Filosofia compreendia a Lógica, a Metafísica, a Física (localização do estudo da Matemática) e a Moral (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1753, verbete *Colégio*).

prioridades no ensino. Como os conteúdos da Filosofia – estudo de coisas – só são apresentados após sete ou oito anos de estudo de palavras (as Humanidades: Latim e Retórica), o enciclopedista propõe que a Filosofia preceda a Retórica, já que é preciso aprender a pensar antes de aprender a escrever. A Filosofia idealizada por ele para a educação dos jovens inclui a Geometria, *"que é de todas as lógicas e físicas a melhor"* (Idem, p. 637). Em relação à ordem dos estudos e ao papel formativo da geometria, podemos afirmar, seguramente, a presença de uma grande afinidade entre os pontos de vista de d'Alembert e Diderot, reportando-nos, se necessário, ao capítulo anterior.

No *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia*, no capítulo devotado à Lógica, d'Alembert reitera que essa ciência do raciocínio não precisa de tantos escritos quanto os que dela têm tratado, e escreve:

"Os Geômetras, sem se esgotar em preceitos sobre a Lógica, e não tendo senão o senso natural como guia, chegam, por um caminho sempre seguro, às verdades mais afastadas e abstratas, enquanto que tantos filósofos ou sobretudo escritores em Filosofia parecem não ter colocado à frente de suas obras grandes tratados sobre a arte do raciocínio senão para se perder em seguida com mais método, semelhantes a esses jogadores infelizes que calculam por muito tempo, e terminam por perder" (D'ALEMBERT, 1986, p. 33).

É preciso registrar, contudo, que d'Alembert adverte contra os abusos dos filósofos que aplicaram a todos os assuntos, e particularmente à Religião, o método dos matemáticos, já que o exterior matemático pode também ser apenas um modo de enganar as pessoas, e, portanto, podem existir sofistas travestidos em geômetras.

Mas é no verbete *Geômetra* que o enciclopedista mais enaltece as virtudes da educação matemática, sempre se referindo à Geometria. Assim, a justeza e a ligação de idéias a que acostuma o estudo dessa ciência favorece a escrita até em outros gêneros como a moral, a literatura e a crítica. Mais: o espírito geométrico, que é o espírito do método e da justeza pode, para d'Alembert, ser usado com igual sucesso em outras matérias que não a Geometria. E finalmente, o estudo da Geometria pode *"preparar como que insensivelmente as vias para o espírito filosófico e para dispor toda uma* *nação a receber a luz que esse espírito pode nela difundir"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, p. 628). Assim, a educação matemática é um veículo na luta contra a ignorância e a superstição; a Geometria é uma semente que produzirá filósofos, os quais difundirão as Luzes, esclarecerão os países, e vencerão as injustiças. Eis, portanto, o conhecimento da Matemática visto, do ponto de vista da *Enciclopédia*, como por Platão – propedêutica para a Filosofia verdadeira, à qual se chega, na versão d'alembertiana, passando-se antes pela Geometria, pela Mecânica e pela Física correta[73]. E essa Filosofia verdadeira, pela luz geral e imediata que espalhará, será mais poderosa que todos os esforços da superstição, porque todos eles se tornam inúteis uma vez que uma nação esteja esclarecida.

3.4 A educação matemática nas trilhas de d'Alembert

Neste capítulo, procuramos mostrar que a Matemática tem participação de primeiro plano no quadro dos conhecimentos pensado por d'Alembert. Para concluir, tentemos sintetizar as principais concepções do enciclopedista aqui apresentadas.

O conhecimento matemático deve sua evidência e sua certeza não ao fato de ser misterioso e inato, mas ao de resultar de idéias elaboradas na mente humana a partir das sensações. É possível identificar primeiros princípios para as verdades matemáticas – primeiros princípios que não precisam ser absolutos, mas devem ser explicitados – e formar um conjunto disposto numa ordem lógica; é possível também, mesmo que algumas vezes as definições apresentem dificuldades, expor os conhecimentos matemáticos em linguagem clara e precisa, que todos possam compreender.

Além disso, a Matemática tem utilidades práticas e é o caminho para se chegar a outros campos da ciência; tem ela ainda a potencialidade de contribuir para formar o bom pensamento, ou seja, esclarecer os povos para que as nações ganhem a batalha contra os preconceitos e as superstições que geram as injustiças.

Se d'Alembert, como parece geral no século XVIII, pensa na Geometria como sinônimo de Matemática, e destaca a origem material e sensível dessa ciência cujas verdades se originam de idealizações do espírito suficientemente precisas para serem

[73] No original, *"la saine Physique"* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, p. 629).

aplicadas na prática, é absolutamente essencial observar, em seus escritos, a importância que atribui à Álgebra, conjunto de saberes puramente intelectuais e abstratos, que não somente é instrumento que facilita o desenvolvimento da Matemática, mas possibilita o estabelecimento de conexões entre seus vários ramos.

É claro também, da análise dos textos de d'Alembert, que pelo menos os conhecimentos matemáticos elementares podem ser postos ao alcance de qualquer pessoa, desde que se simplifique sua linguagem e se tornem claros seus princípios fundamentais. Isso não significa, contudo, para o matemático-filósofo, uma diminuição do rigor, pois para ele o rigor é exatamente o uso da boa linguagem e o encadeamento correto dos conteúdos. O ponto básico da proposta de educação matemática de d'Alembert reside na elaboração de livros didáticos que exponham esses conteúdos de acordo com as diretrizes que ele propõe. Essa tarefa não é simples: d'Alembert revela-se muito insatisfeito em relação aos textos de Matemática de sua época e critica fortemente seus autores por não considerá-los à altura do empreendimento que realizam. Ele acredita que a composição de bons livros deve ser confiada aos profundos conhecedores de cada ciência, e também critica os intelectuais que pensam apenas na glória que terão por produzirem novos conhecimentos, e acham que a popularização do saber é um trabalho de menor valor. Cabe aqui ainda chamar a atenção para o papel ativo que deve ter o aprendiz na educação matemática fundada nos livros – para d'Alembert não é o professor quem entregará ao educando o conhecimento pronto: os textos devem fornecer muito material a ser pensado, pois só existe aprendizagem pelo esforço da própria mente.

Embora professando de enorme otimismo pedagógico – é possível, como é dito no *Discurso Preliminar*, instruir o espírito mais limitado em qualquer ciência, desde que ela tenha suas proposições reduzidas a noções simples e dispostas entre si de modo encadeado – d'Alembert tem sempre em mente a desigualdade natural entre as faculdades mentais dos indivíduos, da mesma maneira que Diderot. Por isso, como vimos, chega a propor abordagens distintas para a educação matemática relacionadas às características e aos propósitos dos estudantes. Ele afirma também que conquanto nenhum sistema possa igualar as capacidades naturais das pessoas e a educação só possa diminuir até certo ponto as desigualdades, ela pode, certamente, aperfeiçoar os espíritos.

Esse aperfeiçoamento, que deve ser assegurado pelo Estado, é imprescindível para que as nações trilhem o caminho da vitória contra a opressão, identificado pelo enciclopedista como a trilha do progresso e da difusão das ciências. No pensamento de d'Alembert a educação matemática lidera essa proposta.

Capítulo 4

Condillac e o prisma cognitivo da educação matemática

O objeto essencial da obra filosófica de Étienne Bonnot de Condillac (1714-1780) é o conhecimento humano. Ligado aos enciclopedistas e integrante, como os intelectuais da Ilustração francesa, do movimento simultâneo de oposição ao pensamento inatista de René Descartes (1596-1650) e adesão ao ideário empirista inglês, Condillac funda seu trabalho a partir de John Locke (1632-1704) e Isaac Newton (1642-1727). Essa dupla influência sobre seu pensamento representou, como escreve LE ROY (1947), o abandono da pesquisa sobre a natureza íntima das coisas em favor da validação exclusiva do conhecimento pela observação e pela experiência. Conjugar a realização de Newton com o trabalho de Locke, segundo o mesmo autor, teria significado, para Condillac, refazer a obra do último como discípulo do primeiro.

Diferentemente de d'Alembert, Condillac fez mais do que exaltar e reafirmar o conteúdo do *Ensaio sobre o Entendimento Humano* de Locke. Desde seu primeiro livro, o *Ensaio sobre a origem dos conhecimentos humanos* (publicado em 1746), esse filósofo empreende uma crítica e um avanço em relação às idéias do pensador inglês.

Diversos autores (BRÉHIER, 1993; CASSIRER, 1943; CHEVALIER, 1961; LEFÈVRE, 1966; LE ROY, 1947; THÉRY, 1970) destacam duas diferenças básicas entre as teorias do conhecimento de Locke e Condillac. A primeira é a realização, por parte do francês, de uma radicalização do sensacionismo[74], isto é, da explicação de todos os conhecimentos humanos pela experiência dos sentidos. Isso significa que, além de encarar, como Locke, faculdades como a percepção, a consciência, a atenção, a reminiscência, a memória e a imaginação como simples sensações transformadas, Condillac procura corrigir o resquício inatista de seu inspirador – a atribuição ao espírito

[74] Preferimos o termo "sensacionismo" para referir-nos ao pensamento de Condillac, em lugar do termo "sensualismo", mais freqüentemente usado. Essa segunda palavra parece ter sido introduzida na França somente no início do século XIX, embora já tivesse sido utilizada pelos ingleses para designar uma filosofia apologista dos prazeres dos sentidos. No sentido atual, a palavra "sensualismo", associada naturalmente aos termos "sensual" e "sensualidade", certamente não expressa bem o teor da filosofia condillaciana por carregar outros sentidos. A forma francesa adequada para nomear o pensamento de Condillac seria "sensationnisme", que traduzimos como "sensacionismo". (LALANDE, 1951).

do poder de refletir sobre suas primeiras impressões. Pretende, em contrapartida, provar que todo o desenvolvimento de nosso pensamento se dá a partir exclusivamente daquilo que os sentidos nos transmitem.

A segunda distinção entre Locke e Condillac refere-se ao papel dos signos nas operações mentais: o inglês havia observado em sua obra a importância da linguagem como um instrumento criado pelo homem para expressar suas idéias e comunicar-se com seus semelhantes. Contudo, no *Ensaio* lockiano, a abordagem desse tema ocorria tardiamente, depois do estudo da origem e da formação das idéias. Condillac, de modo diferente e original, percebeu o papel dos signos na própria formação do pensamento refletido (LE ROY, 1947). Para ele, os signos, símbolos que substituem as percepções, são os responsáveis pela ativação do intelecto e amplificação das faculdades superiores – a linguagem é a mediadora entre a sensibilidade e o entendimento. Portanto, a grande realização condillaciana em relação a Locke é o reconhecimento do papel central dos signos, vistos como causas determinantes do desenvolvimento mental, os quais permitem fixar e reunir as idéias, passar das idéias simples às mais complexas, formar as noções matemáticas, as noções físicas, as noções morais (LEFÈVRE, 1966).

Uma característica fundamental da filosofia de Condillac, essencial às suas concepções empiristas, é a opção pelo método da análise, oposto à síntese, preferida pelos racionalistas. Eis como o próprio Condillac estabelece as diferenças entre os dois métodos, referindo-se explicitamente a Descartes no *Ensaio sobre a origem dos conhecimentos humanos*:

"... pode-se notar uma grande diferença entre dizer com ele que é preciso começar pelas coisas mais simples, e segundo o que me parece, pelas idéias mais simples que os sentidos transmitem. Nele, as coisas mais simples são as idéias inatas, princípios gerais e noções abstratas, os quais considera como a fonte de nossos conhecimentos. No método que eu proponho, as idéias mais simples são as primeiras idéias particulares que nos vêm pela sensação e pela reflexão. São os materiais de nossos conhecimentos, que combinaremos segundo as circunstâncias, para deles formar idéias complexas, das quais a análise nos descobrirá as relações. É preciso notar que não me limito a dizer que se deve começar pelas idéias mais simples, mas digo pelas

idéias mais simples ***que os sentidos transmitem****, o que acrescento para que não se as confundam com as noções abstratas, nem com os princípios gerais dos filósofos"* (CONDILLAC, 1947, p. 112, destaques do autor).

Condillac segue acentuando a diferença entre o método sintético, no qual se começa pelas definições, tomadas como princípios a partir dos quais se descobrem as propriedades, e o método analítico, no qual primeiro se procuram as propriedades. Como para ele as noções que somos capazes de adquirir não são senão coleções de idéias simples que a experiência nos fez reunir sob certos nomes, é muito mais natural formá-las procurando as idéias na mesma ordem que a experiência as dá do que começar pelas definições para delas deduzir as diferentes propriedades das coisas. Assim, o método a ser seguido na busca da verdade, a análise, consiste em *"remontar à origem das idéias, desenvolver a sua geração e fazer delas diferentes composições ou decomposições, para compará-las por todos os aspectos que podem mostrar nelas as relações"* (CONDILLAC, 1947, p. 112).

O papel primordial do método analítico, enfatizado já na primeira obra de Condillac, o *Ensaio sobre a origem dos conhecimentos humanos*, é retomado em todos os seus trabalhos posteriores, do *Tratado dos Sistemas*, sucessor imediato do *Ensaio*, aos dois últimos livros, a *Lógica*, publicada poucos meses antes de sua morte, em 1780, e *A Língua dos Cálculos*, texto inacabado, publicado postumamente apenas em 1798.

Feita essa exposição extremamente simplificada de algumas características essenciais do pensamento de Condillac, podemos tentar estabelecer conexões entre tal pensamento e a educação matemática. Para isso, começamos por enfatizar que a abordagem dos saberes matemáticos está presente de forma marcante nos textos desse pensador, inserida na exposição de sua filosofia sobre a gênese dos conhecimentos humanos, a importância dos signos e a primazia do método analítico na produção e aquisição de qualquer conhecimento. Na verdade, Condillac apresenta os conhecimentos matemáticos como exemplares para todos os aspectos de sua doutrina.

De fato, se *"a aritmética nos fornece um exemplo bem sensível da* ***necessidade dos signos****"* (CONDILLAC, 1947, p. 40-41, destaques nossos), *"a geometria nos ensina que o meio mais próprio para facilitar nossa reflexão é o de colocar* ***sob os sentidos*** *os* *objetos mesmos das idéias das quais desejamos nos ocupar porque então a consciência deles é mais viva"* (CONDILLAC, 1947, p. 23, destaques nossos). A álgebra, por sua vez, tem particular relevância na teoria do filósofo já que, ocupando lugar privilegiado em suas concepções sobre o conhecimento, ancoradas na acentuação da relevância da linguagem e do método analítico[75], está a colocação de que uma ciência bem tratada não é senão uma língua bem feita. Uma língua bem feita é aquela na qual existe uma correspondência exata entre signo e significado. Ora, *"as matemáticas são uma ciência bem tratada, cuja língua é a álgebra"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 6) e *"a álgebra é uma língua bem feita, e é a única: nada nela parece arbitrário"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 5).

SCHUBRING (1997) chama a atenção para a importância do pensamento de Condillac para a educação matemática, particularmente pela propagação da superioridade do método analítico na *Enciclopédia*, sobretudo devido a d'Alembert.[76] A influência condillaciana ocorreu especialmente durante a Revolução Francesa, mediante a liderança do grupo intelectual dos Ideólogos após a queda de Robespierre e o Termidor. Esse grupo era formado por propagadores entusiastas da adoção do método analítico no ensino de todas as ciências, e no caso da Matemática, o domínio dessa metodologia foi quase exclusivo até a era napoleônica. SCHUBRING (1997) apresenta uma passagem de autoria de Biot[77] como um exemplo de crítica contundente desse período ao método rival, a síntese, utilizada na maior parte dos textos destinados ao ensino até então.

---

[75] Condillac acaba por identificar linguagem e método analítico, explicitando tal identificação na abertura seu último trabalho, a *Língua dos Cálculos*, com o seguinte período: *"Toda língua é um método analítico, e todo método analítico é uma língua"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 1).

[76] No capítulo anterior, ao abordar o pensamento de d'Alembert, fizemos referência à divulgação, por parte do enciclopedista da Matemática, do método analítico, e explicamos suas concepções a esse respeito na *Enciclopédia*, especialmente nos verbetes *Análise* e *Analítico*.

[77] Jean-Baptiste Biot (1774-1862) foi professor de física, astrônomo e membro da Academia de Ciências da França. O trecho citado por Schubring como ilustração da consideração da metodologia da Matemática consagrada pelos gregos como um conhecimento estreito e estático é o seguinte:
"Os tratados chegados aos nossos dias nos mostram os antigos geômetras limitados aos simples elementos; seu gênio está como encerrado nesse círculo estreito do qual não pode sair. Se se procura a causa que retém cabeças tão fortes em semelhantes detalhes, vê-se logo que é o método. A síntese, da qual eles fazem uso, procede de verdades que não têm umas com as outras uma ligação igualmente íntima, não é senão por uma espécie de tato que se adivinha aquela que conduz ao objetivo; não se pode mesmo esperar obter sucesso senão se esse objetivo for muito aproximado: a marcha das ciências, por esse método, é, portanto, lenta e difícil" (BIOT, apud SCHUBRING, 1997, p. 48).

Partindo da visão insistente, por parte de Condillac, sobre o caráter exemplar do conhecimento matemático e da constatação, no trabalho de Schubring, da efetiva influência de sua filosofia, vamos buscar estudar, neste capítulo, algumas relações entre a obra desse pensador iluminista e a educação matemática, prestando particular atenção a aspectos epistemológicos, psicológicos, teleológicos, axiológicos e didático-metodológicos referentes a essa educação.

4.1 Aritmética: a importância dos signos

Como vimos, em seu primeiro livro, o *Ensaio sobre a origem dos conhecimentos humanos*, Condillac já se diferencia de Locke por atribuir aos signos um papel fundamental na constituição do conhecimento, pelo fato de considerá-los os intermediários entre a sensação, impressão direta dos sentidos, e a reflexão, operação da mente. Após ter exposto sua teoria de acordo com a qual o uso dos signos é a verdadeira causa dos progressos das operações mentais da imaginação, da contemplação e da memória, o filósofo empreende a tarefa de mostrar como e porque os signos interferem na formação das diferentes espécies de idéias.

A aritmética é invocada como o primeiro exemplo sensível da necessidade dos signos: conforme Condillac, não poderíamos fazer qualquer progresso no conhecimento dos números se não imaginássemos nomes para todas as idéias que formamos pela multiplicação da idéia de unidade, que ele supõe já ter recebido um nome.

A unidade, para o filósofo, é uma idéia simples, ou uma percepção, enquanto os outros números (naturais) são idéias complexas, isto é, a repetição de idéias simples, as unidades.[78]

No *Tratado das Sensações*[79], obra posterior ao *Ensaio*, Condillac utiliza-se do recurso metodológico de imaginar uma estátua de mármore que, inicialmente desprovida de todos os sentidos, adquire sucessivamente, nesta ordem, o olfato, a audição, o paladar, a visão e o tato, para executar uma análise aprofundada da contribuição de cada

---

[78] *"Chamo de idéia complexa a reunião ou coleção de várias percepções, e de idéia simples uma percepção considerada isoladamente"* (CONDILLAC, 1947, p. 37).

[79] Publicado pela primeira vez em 1754.

sentido no desenvolvimento das faculdades intelectuais e dos conhecimentos. Começando pelo olfato[80], refere-se às idéias que teria um homem limitado a esse sentido; entre elas, figuram as idéias dos números. Escrevendo sobre a estátua que só tem o olfato, especifica:

"Como ela distingue os estados pelos quais passa, tem alguma idéia de número; ela tem a de unidade, todas as vezes que experimenta uma sensação, ou que dela se lembra; tem idéias de dois e de três, todas as vezes que sua memória lhe recorda duas ou três maneiras distintas de ser. Pois ela toma então conhecimento de si própria como sendo um odor, ou como tendo sido dois ou três sucessivamente" (CONDILLAC, 1947, p. 234).

Logo após a análise pormenorizada do desenvolvimento das faculdades e das idéias exclusivamente pelo olfato, Condillac afirma que o que se disse desse sentido vale também para a audição, o paladar e a visão, deixando claro que em particular as idéias básicas sobre os números são adquiridas pelas percepções desses sentidos, auxiliados pela memória. Condillac salienta que qualquer desses sentidos só poderia dar à estátua a idéia da unidade – para formar as idéias de "dois" e "três" é essencial o exercício da memória. No entanto, se as percepções dos números dois e três são claramente distintas, daí por diante não é possível à memória diferenciar claramente, e só o signo "um" não é suficiente:

"... dizendo um e um, tenho a idéia de dois, e dizendo um, um e um, tenho a idéia de três. Mas se eu não tivesse, para exprimir dez, quinze, vinte, senão a repetição desse signo, não poderia jamais determinar as idéias desses números, já que não poderia me assegurar, pela memória, de ter repetido um tantas vezes quantas cada um desses números o demanda. Parece-me até que por esse meio eu não poderia fazer nem mesmo a idéia de quatro, e que tenho necessidade de algum artifício para estar certo de não ter

repetido nem excessivamente nem insuficientemente o signo da unidade" (CONDILLAC, 1947, p. 234).

Devemos registrar uma diferença fundamental, no pensamento de Condillac no *Tratado das Sensações*, entre o papel desempenhado pelo tato e o dos demais sentidos. Para ele, o tato é o único sentido que julga por si próprio os objetos exteriores; os quatro outros, mesmo juntos, sem o tato, não detêm tal capacidade[81]. Essa diferença é relevante na formação das idéias dos números, já que a estátua condillaciana, ao tocar a si própria, poderá descobrir seus dedos e, mesmo não possuindo os outros quatro sentidos, comparando objetos com dedos, terá uma potencialidade importante: transformar esses últimos em signos dos números.

Condillac enfatiza que mesmo que qualquer pessoa pudesse estender, além de três, as idéias distintas dos números, existe um número depois do qual a memória só deixa perceber uma multitude completamente vaga. Somente o uso dos signos nos permite ir mais longe, isto é, a compreensão dos números é possibilitada exclusivamente pelos signos – sem eles, os números não são coisas claras e determinadas. O filósofo procura ainda chamar a atenção para o contraste entre sua reflexão e a de outros pensadores, registrando a seguinte nota no *Ensaio*:

"Malebranche pensou que os números que o ***entendimento puro*** *percebe são algo bem superior àqueles que são alcançáveis pelos sentidos. Santo Agostinho (em suas Confissões), os platônicos e todos os partidários das idéias inatas partilharam do mesmo preconceito"* (CONDILLAC, 1947, p. 41, destaques do autor).

Ao realçar a concepção de que o progresso de nossos conhecimentos sobre os números vem unicamente da exatidão com a qual juntamos a unidade a si mesma "*dando a cada progressão um nome que faz com que ela se distinga daquela que a precede e daquela que a segue"* (CONDILLAC, 1947, p. 41), Condillac segue fielmente

[80] Condillac escreve, na introdução do *Tratado das Sensações*: *"Acreditamos dever começar pelo olfato porque, de todos os sentidos, é o que parece contribuir menos para os conhecimentos do espírito humano"* (CONDILLAC, 1947, p. 22).

Locke, que no livro II do *Ensaio sobre o entendimento humano* refere-se à necessidade de nomes ou marcas para *"fazer uso dos números na contagem, especialmente quando a combinação é feita de qualquer grande multitude de unidades, as quais, postas juntas, sem um nome ou marca que distinga essa precisa coleção, dificilmente deixarão de ser um grande amontoado confuso"* (LOCKE, 1952, p. 166).

No âmbito da aritmética, portanto, vemos que Condillac é bastante explícito na afirmação da necessidade da linguagem para o pensamento, marca que o aproxima, inequivocamente, segundo AUROUX (1981), de uma doutrina nominalista.

Na filosofia de Condillac, um primeiro valor que podemos associar ao conhecimento matemático, e, conseqüentemente à educação matemática, reside em sua explicitação das vantagens da precisão da linguagem da aritmética em relação à confusão da de ciências como a metafísica e a moral, nas quais, segundo o filósofo, se pretende raciocinar sobre idéias complexas e descobrir as relações entre elas por meio de expressões vagas e obscuras. Ele considera que o que vale na aritmética, isto é, a necessidade de signos adequados tanto para calcular quanto para comunicar os cálculos, vale também para todas as ciências, perguntando: *"não devem as palavras ser para as idéias de todas as ciências o que são os algarismos para as idéias da aritmética?"* (CONDILLAC, 1947, p. 42).

Por outro lado, Condillac recorre também à aritmética quando expõe a metodologia que conduz ao verdadeiro conhecimento – refletir sobre as descobertas que foram feitas para aprender a fazer novas. O exemplo apresentado como uma descoberta simples, na qual é possível observar com pouco esforço os meios usados para fazê-la, é o das noções elementares da aritmética. Eis como Condillac descreve a aquisição, pela primeira vez, dessas noções:

"Começaríamos, sem dúvida, por fazer-nos a idéia da unidade e, juntando-a a si própria várias vezes, logo teríamos sobre os números tantas idéias complexas quantas desejássemos. Refletiríamos, em seguida, sobre a maneira como elas se formaram, observaríamos o seu progresso, e aprenderíamos infalivelmente os meios de decompô-

---

[81] Retornaremos ao tema mais adiante neste capítulo ao tratar da Geometria.

las. Daí poderíamos comparar as mais complexas com as mais simples, e descobrir as propriedades de umas e outras.

Nesse método, as operações do espírito não teriam por objeto senão idéias simples ou idéias complexas que teríamos formado, e cuja geração conheceríamos perfeitamente"(CONDILLAC, 1947, p. 110).

Usando o exemplo da formação dos números, Condillac trata, aqui, mais uma vez, da análise, o único bom método, que consiste em uma dupla operação: a decomposição, pela qual esforçamo-nos para discernir os elementos componentes de um conjunto, e a recomposição, na qual o objetivo é reencontrar a ordem segundo a qual se encadeiam os elementos que foram distinguidos. O conhecimento da maneira como os números são engendrados é, ainda, segundo Condillac, o que permite encontrar todas as regras das operações aritméticas e, portanto, é fundamental para sua aprendizagem. O pensador insiste quanto à necessidade de se compreender a geração dos números dizendo que aqueles que não o fazem podem até calcular corretamente, porque as regras da aritmética são certas, mas *"não conhecendo as razões sobre as quais elas estão fundadas, não têm idéia do que fazem, e são incapazes de descobrir novas regras*[82]*"* (CONDILLAC, 1947, p. 105).

O papel dos signos na aritmética, já enunciado no *Ensaio* e retomado no *Tratado das Sensações* quando Condillac faz referência aos dedos da estátua de mármore como os primeiros signos dos números, é amplamente desenvolvido em *A Língua dos Cálculos*. No primeiro capítulo dessa obra inacabada, Condillac explica a formação de todos os tipos de cálculo a partir do primeiro cálculo feito com os dedos; o papel desse cálculo é análogo ao daquilo que chama de *"linguagem de ação"* na formação das línguas. Essa linguagem, de acordo com ele, é não aprendida, *"pois ela é o efeito natural e imediato de nossa conformação"*, nas palavras da *Lógica* (CONDILLAC, 1970, p. 406). Embora reconheça a importância dessa linguagem, a qual chega a denominar inata, Condillac afirma que ela, não sendo capaz de decompor as nossas sensações, não nos faz observar o que elas contêm e, conseqüentemente, não forma as nossas idéias.

[82] No próximo capítulo, teremos a oportunidade de observar o mesmo ponto de vista em Condorcet.

Condillac, assim, procura mostrar que, em sua origem, a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão não consistem senão em duas operações básicas com os dedos – *"numerar"* e *"desnumerar"*, que correspondem, respectivamente, a abrir e fechar os dedos. A primeira operação, a numeração, faz os números, juntando sucessivamente as unidades uma a uma; a adição é apenas uma numeração mais rápida, na qual juntamos mais unidades de cada vez. Notemos como Condillac, ao representar a adição e a subtração no cálculo com os dedos, destaca a ação dos sentidos do tato e da visão:

"Chama-se soma o número que a adição faz encontrar. Portanto, se eu aproximo os dedos abertos de uma mão dos dedos abertos de outra, adicionarei e ***verei****, nessa aproximação, a soma dada pela adição.*

Mas, como eu juntei várias unidades, posso retirar várias delas de uma vez. Se de cinco quero retirar duas, não tenho senão que fechar dois dedos da mão na qual tenho cinco, e se de dez que eu represento com as duas mãos abertas quero retirar cinco, não tenho senão que retirar uma das duas mãos e fechá-la.

Essa operação, que desfaz o que a adição fez, é o que se chama subtração. Ela não difere da numeração senão porque desfaz de uma vez aquilo que a desnumeração só faz com várias repetições. A subtração retira várias unidades de uma vez, a desnumeração as retira uma a uma" (CONDILLAC, 1970 a, p. 10-11, destaque nosso).

A multiplicação é apresentada como uma adição feita de uma só vez, e o filósofo chama a atenção do leitor no sentido de que embora "multiplicação" e "adição" sejam dois nomes diferentes, essencialmente trata-se de uma mesma operação, a numeração. E se a subtração desfaz o que a adição fez, a divisão é a operação que desfaz a multiplicação. Depois de nomear os termos da multiplicação e da divisão, eis como Condillac conceitua a divisão como inversa da multiplicação:

"Todo número a ser dividido pode ser considerado como o produto de dois fatores, dos quais um se chama multiplicador e o outro multiplicando. O número ao qual damos, na divisão, o nome de dividendo, é, então, o mesmo ao qual chamamos

produto na multiplicação; da mesma maneira, o divisor e o quociente não são outra coisa senão os dois fatores" [83] (CONDILLAC, 1970 a, p. 18).

Condillac enfatiza particularmente a formação do sistema de numeração decimal baseada nos dez dedos que a natureza deu aos homens, como mostram os dois trechos a seguir:

"Não temos senão dez dedos. É por essa razão que, tendo levado a numeração até dez, recomeçamos tomando dez como uma unidade, e não temos mais a fazer senão continuar para formar uma seqüência que poderá sempre crescer. Ora, nós continuaremos, porque podemos continuamente refazer aquilo que fizemos, isto é, tomar cada nova dezena como uma nova unidade.

Então nós observamos nos números diferentes ordens de unidades, a das unidades simples, a das unidades de dezena, a das unidades de centena etc., e essas ordens se distinguem com os nomes como com os dedos" (CONDILLAC, 1970 a, p. 26).

"Porque temos dez dedos, contamos por dezenas. Um povo que tivesse seis em cada mão, contaria por dúzias[84]*, e contaria por vintenas se em cada mão tivesse dez dedos. Podem-se fazer a esse respeito tantas suposições quantas se queira"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 161).

É necessário acrescentar que Condillac não pensa exclusivamente nos dedos das mãos como signos concretos dos números, embora para ele sejam os dedos os primeiros representantes dessas idéias. Após termos adquirido o hábito de representar uma seqüência numérica pelos dedos, comenta, *"podemos nos representar essa mesma seqüência por qualquer outra coisa – pedras, árvores, homens etc., isto é, podemos numerar e desnumerar com pedras, árvores, homens etc., como com os dedos"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 37). Então, como as idéias que fizemos com os dedos podem

[83] É interessante registrar a explicação do termo "fatores" por Condillac: *"Compreendem-se ainda, sob o nome geral de **fatores**, o multiplicador e o multiplicando quando se os consideram como concorrendo juntos para fazer o produto"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 12, destaque do autor).

ser aplicadas a pedras, árvores, homens e a todos os objetos do universo, elas são gerais, isto é, aplicáveis a tudo. Porém, ao aplicá-las a tudo, não as aplicamos a nenhuma coisa em particular, *"e nós as separamos de todos os objetos aos quais podemos aplicá-las"* (p. 38). Considerar os números dessa maneira geral é o mesmo que abstraí-los ou separá-los dos objetos e, dizemos, então, segundo Condillac, que as idéias dos números são idéias abstratas – o conhecimento aritmético resulta de uma seqüência de etapas de abstração, e a primeira delas consiste precisamente em separar os números dos objetos. A passagem seguinte é essencial no raciocínio do filósofo, reforçando e ampliando as suas reflexões acerca dos signos na aritmética iniciadas, como vimos, no *Ensaio sobre a origem dos conhecimentos humanos*:

> *"Mas, quando as idéias dos números, primeiro percebidas nos dedos, em seguida em todos os objetos aos quais se as aplicam, se tornam gerais e abstratas, nós não as percebemos mais nem nos dedos, nem nos objetos aos quais cessamos de aplicá-las. Onde, então, nós as percebemos?*
>
> *Nos nomes tornados os signos dos números. Não restam no espírito senão esses nomes, e em vão se procuraria aí outra coisa"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 38-39).

Condillac diz mais: *"idéias abstratas e nomes gerais são no fundo a mesma coisa"* (idem, p. 40).

Todavia, se a natureza nos fez adotar um sistema de numeração – os dedos – que nos mostra sensivelmente como cada número se compõe e decompõe, as línguas, compostas por esses nomes, identificados com as idéias dos números, não nos oferecem essa vantagem. Por exemplo, argumenta Condillac, em francês o número setenta e dois é representado pela expressão *"soixante et douze"* (sessenta e doze), enquanto *"os dedos nos dizem sete dez mais dois, expressão que preferimos a fim de seguir a analogia da linguagem dada pela natureza"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 14)[85]. Um outro exemplo é o seguinte: *"é para conservar essa analogia que eu disse dez mais dois, em lugar de doze,*

---

[84] No original, *"douzaines"*.

e cem mais quatro dez mais quatro, em lugar de cento e quarenta e quatro" (idem, p. 27).[86]

Na concepção de formação linguística de nosso filósofo, é a analogia que conduz de uma primeira a uma segunda linguagem e assim, a numeração pelos nomes deve ter sido empreendida originalmente a partir do modelo da numeração pelos dedos. Considera ele que as línguas modernas, deturpações de muitas línguas mortas, nem sempre conservaram, na maneira de enunciar os números, uma linguagem análoga à numeração com os dedos. Em conseqüência do fato de as línguas serem mal feitas, os cálculos se tornam mais difíceis. Condillac chega a mencionar o exemplo de camponeses não instruídos que, não conhecendo expressões como *"cinquante, soixante, soixante-quinze"*[87], produziram, para designar os números correspondentes, termos mais análogos à numeração pelos dedos, contando por dezenas ou vintenas, de modo mais seguro e rápido. Para ele, essas pessoas, supostamente mais ignorantes, estão mais próximas do início dos conhecimentos aritméticos, ao passo que as pessoas instruídas há muito tempo não são mais as discípulas da natureza (CONDILLAC, 1970 a, p. 30).

Na verdade, esse pensador da Ilustração propõe, incansavelmente, uma metodologia de ensino alicerçada em uma *"língua bem feita"*, ou seja, uma linguagem que evidencie a passagem de uma idéia a outra. Essa língua deveria ser como *"um quadro móvel no qual se veria o desenvolvimento sucessivo de todos os nossos conhecimentos"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 31), porque nela *"uma palavra se torna naturalmente o signo de uma idéia quando essa idéia é análoga à primeira que ela significou, e então se diz que ela é usada por extensão"* (idem, p. 32). Ainda mais explicitamente, a língua perfeita seria aquela que, nada tendo tomado de empréstimo, devesse unicamente à analogia todas as suas expressões. As mudanças na denominação dos números sugeridas por Condillac são propostas, então, no sentido de restabelecer a analogia com a numeração com os dedos.

---

[85] No original: *"... par exemple, nous disons soixante et douze, et les doigts disent* ***sept dix plus deux****, expression que nous préférons, afin de suivre l'analogie du langage donné par la nature."* (destaques do autor).
[86] *"... c'est pour conserver cette analogie que j'ai dit,* ***dix plus deux****, au lieu de* ***douze****, et* ***cent plus quatre dix plus quatre****, au lieu de* ***cent quarante-quatre****"* (destaques do autor).
[87] Respectivamente, em francês, cinqüenta, sessenta e setenta e cinco.

Conforme observa AUROUX (1981), é precisamente a concepção do pensador sobre o papel da linguagem na atividade cognitiva que o leva a estudar as *"características particulares do instrumento lingüístico suscetíveis de favorecer ou entravar esse papel"* (AUROUX, 1981, p. IX).

A reforma terminológica apontada como necessária por Condillac acabou por ser efetivada no manual de aritmética de Condorcet, no qual os nomes dos números que rompem com a analogia são substituídos por outros nos quais ela é visível, com o objetivo de ensinar a numeração às crianças. Como veremos no próximo capítulo, ainda que não concorde plenamente com Condillac, Condorcet, de fato, procura aplicar à instrução pública os diversos conceitos por ele desenvolvidos, e a influência desse último em seu livro didático é reconhecida nos estudos de SCHUBRING (1988 e 1989) e COUTEL (1988 e 1989). Condorcet procede como o próprio Condillac na *Língua dos Cálculos*, começando a numeração pelos nomes, e introduzindo os algarismos só depois de explicar minuciosamente as denominações dos números.

Condillac adia muito a apresentação dos algarismos, explicando apenas com palavras não só a numeração e as quatro operações com os números naturais, mas também as potências, as raízes, as frações, as proporções e as progressões aritméticas e geométricas. Essa opção se deve à sua crença em seguir o que ele chama de "método dos inventores"[88], isto é, em desenvolver os conhecimentos pelo mesmo caminho que teriam seguido os descobridores:

"Comecemos como os inventores foram forçados a começar, e descobriremos, como eles, aquilo que descobriram. Ora, não foi com os algarismos que eles começaram: foi com seus dedos e com os nomes, e foi observando essa maneira grosseira de contar que eles encontraram os métodos mais perfeitos.

Quando, portanto, eles imaginaram os algarismos, foi para fazer o que já sabiam fazer; foi para dizer com esses novos signos o que sabiam dizer com outros. Em uma palavra, sabiam-se as coisas, e não se tinha senão uma nova língua a aprender. Eis porque começo por vos fazer calcular com os nomes: quero preparar-vos para a língua *que é propriamente a dos cálculos; quero vos fazer encontrá-la"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 93-94).

Assim, os algarismos são introduzidos apenas no penúltimo capítulo do Livro Primeiro da *Língua dos Cálculos*. Condillac explica até mesmo o surgimento dos caracteres representativos dos números por analogia com a sua representação através dos dedos das mãos:

"Vendo então que, para exprimir dez, lhe é suficiente fechar o dedo pequeno e manter aberto o dedo seguinte, ele (qualquer povo que inventasse caracteres para representar os números) *se aperceberia de que, para exprimir o mesmo número com caracteres, não tem senão que copiar aquilo que sua mão lhe oferece. 1 representaria então um dedo aberto; 0, que denominamos zero, representaria um dedo fechado, e esses dois caracteres, empregados como se vê aqui, 10, significariam dez. Então haveria a maior analogia entre a numeração com os caracteres e a numeração com os dedos, pois que uma seria a cópia da outra e em todas as duas, os nomes cresceriam igualmente em progressão décupla: 1, 10, 100, um, dez, cem"*(CONDILLAC, 1970 a, p. 156-157).

Condillac diz ainda que os caracteres que herdamos dos árabes, que por sua vez os herdaram dos hindus, que os tomaram de algum outro povo, devem ter sido traçados combinando de vários modos o signo da unidade, 1, embora sua primeira forma não tenha subsistido. O filósofo observa que esses caracteres, os algarismos, são vantajosos pela sua eficiência no cálculo quando comparados às pedras ou fichas do ábaco[89], destaca a dificuldade dos mesmos cálculos com os caracteres romanos por sua falta de analogia com a maneira natural de empreender a numeração, e critica os gregos, que

[88] No capítulo anterior, vimos que d'Alembert também se utiliza da expressão "método dos inventores". Mais adiante, neste capítulo, procuraremos assinalar a diferença entre os sentidos a ela atribuídos por d'Alembert e Condillac.

[89] Condillac dedica o capítulo da *Língua dos Cálculos* imediatamente anterior ao da introdução dos algarismos ao cálculo com pedras (*"caillous"*). Embora não pronuncie a palavra "ábaco", descreve os princípios das operações num dispositivo semelhante, salientando sua comodidade em relação ao uso dos dedos e dos nomes para os cálculos.

calculavam com as letras de seu alfabeto usando três maneiras distintas, por não saberem qual delas era a melhor.

O pensador que aqui estudamos acredita que as línguas mais primitivas, embora limitadas, eram mais bem feitas do que as modernas, por mostrarem sensivelmente a geração dos conhecimentos. Os europeus, ressalta, não foram capazes de descobrir caracteres eficientes para os cálculos devido às deficiências de suas línguas; dessa maneira, só passaram a utilizar a numeração herdada dos árabes no final do século XVI.

Examinemos agora como Condillac aborda o que chama de *"quantidades aritméticas"*, isto é, as quantidades expressas por meio dos algarismos – esta é a segunda entre as etapas de abstração que propõe. Ele trabalha de acordo com o seu principal critério metodológico, a analogia, *"que conduz de uma linguagem à outra, e ela o faz porque o novo que adotamos diz, no fundo, a mesma coisa que o antigo que por ele é substituído"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 175). Dessa maneira, a analogia nos permite descobrir novos conhecimentos a partir dos que já possuímos; toda a *"língua dos cálculos"* resulta, assim, do cálculo com os dedos. Em particular, para traduzir a numeração para a linguagem dos algarismos, é suficiente escrevê-los na ordem na qual os dedos estão dispostos:

"Na primeira posição, como no dedo pequeno, colocamos as unidades simples; na segunda posição, como no dedo seguinte, as unidades de dezena; na terceira, como no dedo médio, as unidades de centena: 462, por exemplo, significará quatro centenas, mais seis dezenas, mais duas unidades simples, quatrocentos e sessenta e dois[90].

Posso acrescentar uma quarta posição, uma quinta; posso acrescentar posições infindavelmente e, conseqüentemente não haverá números que eu não possa exprimir. Eis, pois, uma numeração perfeitamente análoga à numeração com os dedos, e entretanto, ela é mais cômoda e de um uso infinitamente mais extenso" (CONDILLAC, 1970 a, p. 183-184).

---

90 Observemos que ao escrever sessenta e dois (*soixante-deux*), Condillac não segue a sua própria proposta de reforma dos nomes dos números. De acordo com ela, o número sessenta e dois deveria ser chamado de "seis dez mais dois" (*six dix plus deux*), conforme o texto da *Língua dos Cálculos*, já que nele o quadrado de oito é denominado *"six dix plus quatre"*. (CONDILLAC, 1970 a, p. 54).

O filósofo apresenta, então, esses caracteres como uma cópia dos que a natureza colocou em nossas mãos[91], mas destaca a sua *"energia que não conhece limites"*, enfatizando que nenhuma língua *"exprimirá tudo o que se pode escrever com algarismos, embora não se possa duvidar de que o uso dos algarismos tenha contribuído para multiplicar as denominações dos números"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 185).

É bastante interessante notar que, após explicar a leitura dos números escritos com os algarismos, considerando a seqüência das unidades de diferentes ordens (1, 10, 100, 1000) como uma progressão décupla crescente produzida pela multiplicação de cada termo por 10, ele usa a analogia para focalizar algumas frações decimais como uma progressão decrescente na qual cada termo é dividido por 10: 1, 1/10, 1/100, 1/1000, utilizando para designá-la a expressão *"progressão sub-décupla"* (idem, p. 186). E levando em conta que as operações com essas frações se tornam freqüentemente longas e embaraçosas, mostra que é muito vantajoso substituir essas representações por expressões que tornem as operações com a numeração sub-décupla tão simples quanto aquelas com a numeração décupla. Isso é simples, pois *"já que um décimo é o inverso de dez, só tenho que reverter a expressão de um para ter a expressão do outro"* (p. 186), e, de maneira geral, a analogia permite expressar 1/10 como 01, 1/100 como 001, 1/1000 como 0001 etc. Explicando logo depois o uso da vírgula, Condillac comenta que a abordagem dos números decimais desse modo se torna mais fácil, referindo-se ao esforço que os iniciantes costumam fazer para compreender esse assunto quando ele não é apresentado assim.

Quando trata da adição, da subtração, da multiplicação e da divisão dos números naturais escritos agora em algarismos[92], Condillac também aborda, após cada operação, o cálculo correspondente com números decimais, aproveitando mais uma vez as

---

[91] Condillac não dá maiores explicações para essa visão dos algarismos como cópias dos dedos de nossas mãos. A leitura da passagem imediatamente anterior sugere que ele somente enfatiza a semelhança entre as posições vizinhas dos dedos em nossas mãos e as posições vizinhas em que se colocam os algarismos na numeração.

potencialidades da analogia. A *Língua dos Cálculos* não é um manual didático; não há tabelas de "fatos fundamentais", e os exemplos de uso dos algoritmos, embora detalhadamente fundamentados e explicados, são poucos. O autor se justifica afirmando que um exemplo é suficiente para *"dar a razão de cada operação, qualquer que seja ela"* (p. 208) e dizendo que se outros exemplos são necessários, *"não é para aprender a operar, é somente para operar com mais facilidade e prontidão"* (idem). Além disso, destaca, mesmo que seja lentamente, o estudante sabe fazer, desde que saiba o que fez. Recomenda, então, que o próprio aprendiz se exercite, sem depender de um professor.

Vemos, então que, mesmo não tendo sido concebido como um material para o ensino, o texto da *Língua dos Cálculos* registra preocupações pedagógicas no sentido de uma abordagem que enfatize a compreensão e o trabalho autônomo do educando. O exercício é reconhecido como importante, mas o acento é colocado sobretudo no entendimento do estudante, o que é ilustrado pelo seguinte trecho:

> *"Para adquirir o domínio da rotina do cálculo, não somente seria preciso exercitar-se em muitos exemplos; seria preciso ainda exercitar-se continuamente; de outro modo, logo se esqueceria tudo o que se acreditasse ter aprendido.*
>
> *Não é, portanto, pela rotina que se instrui, é pela própria reflexão, e é essencial adquirir o hábito de se dar a razão daquilo que se faz; esse hábito se adquire mais facilmente do que se pensa, e uma vez adquirido, não se perde mais"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 206).[93]

Tendo comentado nesta seção as concepções de Condillac quanto aos conhecimentos aritméticos e a seu ensino, passamos a analisar, a seguir, como se manifestam as visões de nosso autor em relação aos conhecimentos algébricos.

---

[92] Lembremos que na *Língua dos Cálculos* todas essas operações são primeiramente focalizadas com os números escritos em palavras.

[93] Veremos, no próximo capítulo, que o mesmo enfoque se encontra no manual de aritmética de Condorcet.

4.2 Álgebra: método analítico, língua bem feita

"A álgebra é, com efeito, um método analítico, mas ela não é menos uma língua, pois todas as línguas são, elas próprias, métodos analíticos. Ora, é ainda uma vez o que elas são de fato. Mas a álgebra é uma prova bem impressionante de que os progressos das ciências dependem unicamente dos progressos das línguas, e de que somente as línguas bem feitas poderiam dar à análise o grau de simplicidade e precisão do qual ela é suscetível, segundo o gênero de nossos estudos" (CONDILLAC, 1970, p. 446).

"A álgebra é uma língua bem feita, e é a única: nada nela parece arbitrário. A analogia, que não escapa jamais, conduz sensivelmente de expressão em expressão. O uso aqui não tem nenhuma autoridade. Não se trata de falar como os outros, é preciso falar de acordo com a maior analogia para chegar à maior precisão, e aqueles que fizeram essa língua sentiram que a simplicidade do estilo faz toda a sua elegância, verdade pouco conhecida em nossas línguas comuns" (CONDILLAC, 1970 a, p. 5).

Como dissemos, desde seus primeiros trabalhos, Condillac acentuou sua preferência pelo método filosófico da análise. Logo na primeira parte do *Ensaio sobre a origem dos conhecimentos humanos*, ao reprovar a síntese, *"método no qual parece que é proibido à verdade assemelhar-se a algo que não foi precedido de um grande número de axiomas, de definições e de outras proposições pretensamente fecundas"* (CONDILLAC, 1947, p. 25), ele se refere à certeza do conhecimento matemático como devedora não desse método, mas da alternativa oposta, a análise: *"se as idéias da matemática são exatas, é porque são a obra da álgebra e da análise"* (idem) .

Na *Lógica*, trabalho muito posterior[94], Condillac mais uma vez afirma repetida e enfaticamente o papel da análise – único método para adquirir conhecimentos – abordando-a como a decomposição de cada objeto de estudo em seus diferentes

[94] A *Lógica ou Os primeiros desenvolvimentos da arte de pensar* foi uma encomenda, feita em 1777 pelo governo da Polônia, o qual solicitou a Condillac um livro elementar para seu sistema de instrução pública (LE ROY, 1947).

aspectos, seguida da recomposição desses aspectos a fim de lhes dar, na mente, a ordem na qual eles existem simultaneamente no objeto:

"De fato, se eu quiser conhecer uma máquina, devo decompô-la para estudar separadamente cada uma de suas partes. Quando eu tiver, de cada uma delas, uma idéia exata, e puder recolocá-las na mesma ordem em que se encontravam, então conceberei perfeitamente essa máquina, porque a terei decomposto e recomposto" (CONDILLAC, 1970, p. 338-339).

Para ser posta em prática com sucesso, porém, a análise necessita de uma condição básica, a linguagem; mais exatamente, segundo nosso filósofo, a análise atinge tanto maior precisão quanto mais bem feitas são as línguas, isto é, quanto mais visíveis são nelas as analogias, conforme já foi comentado na seção anterior quando discorremos sobre o enfoque dado aos conhecimentos aritméticos. Isso porque caso a analogia mostrasse de forma sensível a evolução dos conhecimentos, *"não se teria a necessidade de procurar a sua história em outro lugar"* (CONDILLAC, 1970, p. 415). Como mostra o segundo trecho transcrito na introdução desta seção, para Condillac a álgebra é a língua bem feita por excelência, pois nela as analogias são muito visíveis. A álgebra, portanto, fornece o modelo do pensamento rigoroso, e o método analítico configura-se, conforme as palavras de LE ROY (1947, p. XXVIII), *"como um alargamento ou uma transposição de procedimentos puramente matemáticos"*.

Na filosofia de Condillac, como vimos tentando mostrar, aparecem, recorrentemente, profundamente imbricados, e por vezes até como sinônimos, os conceitos de método analítico, método dos inventores e analogia. Embora com a consciência da dificuldade de tratá-los separadamente, em um esforço pela clareza no que diz respeito à exposição das concepções do pensador acerca dos saberes algébricos, vamos procurar, no que se segue, em primeiro lugar, mostrar como Condillac realmente identifica o método analítico com a análise matemática. Em segundo lugar, colocaremos em foco o tema do método dos inventores, sob a perspectiva da álgebra. Finalmente, buscaremos verificar de que maneira o filósofo justifica sua visão da álgebra como uma língua na qual a analogia é sempre perceptível pela apresentação de alguns exemplos extraídos da *Língua dos Cálculos*.

Na *Lógica*, o pensador escreve que, embora exista a idéia de que há diferentes tipos de análise – análise lógica, análise metafísica e análise matemática – elas se reduzem a uma única análise, que é a mesma sempre porque conduz, em todas as ciências, do conhecido ao desconhecido pelo raciocínio, isto é, por uma série de juízos encadeados uns nos outros. Para ilustrar sua afirmação, apresenta a resolução de um problema que comumente é resolvido com os recursos da álgebra. Eis o que propõe:

"Tendo tentos[95] *em minhas duas mãos, se faço passar um deles da mão direita para a esquerda, terei a mesma quantidade em ambas; se faço passar um tento da mão esquerda para a direita, terei nesta o dobro deles. Pergunto-lhes qual é o número de tentos que tenho em cada mão"* (CONDILLAC, 1970, p. 437).

O autor explica que não se trata de adivinhar a resposta do problema por meio de suposições, mas de encontrá-la raciocinando e *"indo do conhecido ao desconhecido por meio de juízos"* (CONDILLAC, 1970, p. 437). Observa, em seguida, que no problema são dadas duas condições ou, como dizem os matemáticos, dois dados:

(1) Se faço passar um tento da mão direita para a esquerda, terei o mesmo número de tentos em cada mão;

(2) Se faço passar um tento da mão esquerda para a direita, terei na direita o dobro de tentos da esquerda.

Condillac continua: só é possível dar a resposta do problema atentando para as relações entre os dois dados, e *"essas relações serão mais ou menos fáceis de perceber*[96] *segundo os dados sejam expressos de uma maneira mais ou menos simples"* (CONDILLAC, 1970, p. 438). Passa, então, a traduzir as duas condições em expressões cada vez mais breves, acreditando na maior facilidade da apreensão das relações pela abreviação do discurso. As condições (1) e (2) são finalmente expressas, respectivamente, como (1)' e (2)' a seguir:

---

[95] No original, *"jetons"*, ou seja, pedras de jogo.

[96] No original de Condillac: *"... ces rapports seront plus ou moins sensibles, suivant que les données seront exprimées d'une manière plus ou moins simple"* (CONDILLAC, 1970, p. 438). Optamos por traduzir "sensibles" como "fáceis de perceber" porque essa expressão nos parece representar melhor do que o termo "sensíveis" a idéia do autor no contexto dessa passagem.

(1)' A direita menos um igual à esquerda mais um;

(2)' A direita mais um igual a duas esquerdas menos duas.

Sob essa forma, as condições são agora denominadas *"equações"*, e sobre elas, escreve o filósofo:

"Elas são compostas de dois membros iguais: 'a direita menos um' é o primeiro membro da primeira equação; 'a esquerda mais um' é o segundo.

As quantidades desconhecidas estão, em cada um desses membros, misturadas com as quantidades conhecidas. As conhecidas são 'menos um', 'mais um', 'menos dois'; as desconhecidas são 'a direita' e 'a esquerda', termos pelos quais você exprime os dois números que procura" (CONDILLAC, 1970, p. 439-440).

Prosseguindo, Condillac diz que não é preciso um grande esforço de reflexão para notar que, se houver um meio de transportar as quantidades de um membro para o outro sem alterar a igualdade que existe entre eles, podemos, deixando em um membro apenas uma das incógnitas, separar as quantidades desconhecidas das quantidades conhecidas com as quais estão misturadas. Resolve então o problema mediante as sucessivas transposições de termos (sempre palavras, não símbolos) requeridas, e convida o leitor a notar como a simplicidade das expressões facilita o raciocínio. Chama-lhe também a atenção para o benefício da análise em matemática, que *"vem unicamente do fato de que ela aí fala a língua mais simples"* (idem, p. 442). É somente depois de toda essa exposição que, observando que a álgebra é uma língua que não necessita de palavras, ele introduz os símbolos de mais (+), menos (-) e igual (=), nomeia as incógnitas por letras e resolve novamente o problema usando esses símbolos, letras e os algarismos indo-arábicos. Condillac sublinha imediatamente a vantagem da linguagem algébrica no sentido de que a percepção de identidades, que constitui a evidência do raciocínio, é muito mais fácil com os signos algébricos do que com as palavras.

Ao acentuar essa qualidade da linguagem algébrica, Condillac mais uma vez enfatiza a dificuldade de se raciocinar nas ciências cuja língua *"não é senão um jargão composto de um excesso de palavras, das quais algumas são vulgares, sem sentido* *determinado, e outras são estrangeiras ou bárbaras que se entendem mal"* (CONDILLAC, 1970, p. 445).

Todavia, nosso pensador não se limita a expor a superioridade da linguagem algébrica para conduzir o raciocínio, e responde àqueles que diriam que esse tipo de raciocínio é somente o da Matemática, afirmando que nas outras ciências, nas quais o raciocínio se faz com proposições, o trabalho do pensamento é o mesmo:

"Como em matemáticas estabelece-se a questão traduzindo-a para a álgebra, nas outras ciências se a estabelece traduzindo-a para a expressão mais simples, e quando a questão está estabelecida, o raciocínio que a resolve não é senão uma seqüência de traduções, nas quais uma proposição que traduz a que a precede é traduzida para aquela que a sucede. É assim que a evidência[97] *passa com a identidade desde o enunciado da questão até a conclusão do raciocínio"* (CONDILLAC, 1970, p. 451-452).

AUROUX (1981) acentua a importância da teoria da identidade em todo o pensamento de Condillac observando que o filósofo faz uma escolha do princípio de identidade contra o princípio de contradição. Ele acrescenta que em Condillac não se encontra nenhuma teoria da negação nem nenhum raciocínio por absurdo, e cita a definição de identidade que o pensador oferece no seu *Dicionário de Sinônimos*:

"identidade = qualidade pela qual idéias que, por sua expressão, são várias, não são no fundo senão uma. A identidade é o fundamento da evidência, isto é, toda proposição evidente é idêntica, e se reduz a esta: o mesmo é o mesmo" (CONDILLAC, apud AUROUX, 1981, p. XXVI).

---

97 A evidência a que Condillac se refere é a que denomina *"evidência de razão"*, isto é, aquela que se apóia exclusivamente na identidade entre proposições. Há, segundo ele, outros dois tipos de evidência, a evidência de fato, na qual a certeza do conhecimento é assegurada por nossa própria observação (exemplo: o sol nasce e se põe), e a evidência de sentimento, que diz respeito ao que sentimos em relação à nossa própria pessoa. Os três tipos de evidência são abordados com profundidade pelo filósofo em *Da arte de raciocinar*, uma das obras que compõem o *Curso de Estudos para a Instrução do Príncipe de Parma*, publicado pela primeira vez em 1775. Nesse trabalho, Condillac focaliza detalhadamente o papel da evidência de razão e da evidência de fato na aquisição de alguns conhecimentos matemáticos e físicos.

Notemos que a opção condillaciana observada por Auroux – o princípio de identidade contra o princípio de contradição – assinala importantes divergências entre o autor do *Tratado das Sensações* e os dois editores da *Enciclopédia*. De fato, Condillac se diferencia de d'Alembert porque este, matemático, acentua a necessidade das demonstrações indiretas, especialmente na abordagem de tudo que concerne aos incomensuráveis, conforme observamos no capítulo anterior.

Por outro lado, quanto a Diderot, tivemos a oportunidade, no capítulo que a ele se refere, de chamar a atenção para manifestações contrárias ao procedimento usual da Matemática de caminhar do idêntico para o idêntico tanto na *Carta sobre os Cegos* como em *Da Interpretação da Natureza*. Assim, o que Condillac valoriza na Matemática é precisamente o que Diderot freqüentemente rejeita – a repetição de identidades. Nas palavras de SCHMITT (1997, p. 149), para o autor do *Plano de uma Universidade*, a Matemática é *"uma ciência de gagos"*; ora, para Condillac é justamente essa caracterização a responsável pelo seu valor máximo como conhecimento. Neste capítulo, teremos nova oportunidade de notar o relevo conferido por Condillac à identidade ao tratar de suas idéias acerca dos conhecimentos geométricos.

Na *Língua dos Cálculos*, Condillac explicita ainda mais do que na *Lógica* a visão do raciocínio algébrico como modelo para o pensamento, identificando a análise matemática e a análise metafísica:

"Há, como vimos, dois procedimentos na análise matemática: pelo primeiro, raciocina-se sobre as condições de um problema, não se esquece nenhuma e se as traduz na expressão mais simples; pelo segundo, vai-se de equação em equação até a solução que se procura.

Há, igualmente, dois procedimentos na análise metafísica: pelo primeiro, estabelece-se o estado da questão, isto é, em outros termos, raciocina-se sobre as condições, não se esquece nenhuma e se as traduz na expressão mais simples; pelo segundo, vai-se de proposição idêntica em proposição idêntica, até a conclusão que resolve a questão, o que é ainda, em outros termos, ir de equação idêntica em equação idêntica, até a equação final" (CONDILLAC, 1970 a, p. 165-166).

AUROUX (1981, p. XIX) refere-se a um *"duplo estatuto"* da Matemática no pensamento de Condillac: ao mesmo tempo que ela fornece exemplos, devido a seu papel de modelo, sua exposição é submetida às concepções gerais da análise condillaciana. Daí, de acordo com Sylvain Auroux, resultam distorções, isto é, há uma interpretação da Matemática a partir da análise e uma transformação da análise a partir do exemplo da Matemática. No entanto, a expressão *"duplo estatuto"* parece inadequada para caracterizar aquilo que fica evidente na leitura de Condillac – a existência de um "círculo vicioso" entre o modo como o filósofo concebe a produção do conhecimento matemático nos planos histórico e cognitivo (concepção analítica no sentido de não sintética) e o modo como concebe o próprio método analítico (concepção matemática do método analítico).

Antes de passar à apresentação de comentários a respeito do método dos inventores em álgebra na visão de Condillac, cabe um comentário relativo a um outro benefício do uso dos signos algébricos destacado por nosso autor. Além de tornar mais fácil a percepção das identidades que constituem o raciocínio presente na resolução de um mesmo problema, esse uso possibilita generalizar a solução de problemas que, aparentemente distintos, na verdade são os mesmos. Condillac mostra isso por meio de uma longa exposição cujo ponto de partida é o primeiro problema da Álgebra de Clairaut.[98] Eis o enunciado do problema:

" Caso se dividam oitocentos e noventa libras entre três pessoas, de modo que a primeira tenha cento e oitenta libras mais que a segunda, e a segunda cento e quinze libras mais que a terceira, qual será a parte de cada uma?" (CONDILLAC, 1970 a, p. 138).

---

[98] A Álgebra de Clairaut é o nome mais conhecido para o livro *Éléments d'Algèbre*, publicado pela primeira vez em 1746. Nessa obra, Alexis-Claude Clairaut (1713-1765), importante físico e matemático francês, se propôs, como em seus *Éléments de Géométrie* (1ª edição em 1741) a seguir o "método dos inventores". São palavras de Clairaut no prefácio da Álgebra:
"Procurei dar as regras de Álgebra em ordem tal que pudesse haver sido a dos inventores. Nenhuma verdade é aqui apresentada sob a forma de Teorema. Todas, ao contrário, parecem haver sido descobertas pelos esforços exigidos pela solução dos problemas que a necessidade ou a curiosidade nos fizeram abordar" (CLAIRAUT, 1908, p. 7).
É importante observar que "necessidade" e "curiosidade" são palavras freqüentemente empregadas por Condillac para explicar o surgimento dos conhecimentos.

De forma semelhante a Clairaut, Condillac apresenta primeiro a resolução do problema sem usar letras e símbolos. No entanto, o filósofo escreve muitas páginas utilizando somente palavras para descrever os raciocínios em três soluções diferentes, enquanto o matemático usa esses símbolos e letras logo depois da solução só com palavras e de um comentário[99] bastante similar às considerações de Condillac quanto à necessidade de uma linguagem abreviadora dos raciocínios.

Condillac mostra da seguinte maneira a solução do problema com símbolos e letras:

> *"Sejam então a = cento e quinze, b = cento e oitenta, c = oitocentos e noventa e nomeemos x a incógnita, que eu suponho ser a menor parte. Com essas expressões, escrevemos a equação fundamental* $x + x + a + x + a + b = c$*. Se reduzimos o primeiro membro, ela se torna três x + dois a + b = c , e ela se torna três x = c – dois a – b se fazemos passar todos os termos conhecidos para o mesmo lado; enfim, quando dividimos por três, chegamos à equação final x = (c – dois a – b) / três. Substitua agora as letras a, b, c pelas quantidades que elas exprimem, e você terá o valor da parte x"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 151-152).

Condillac, depois desse trecho, chama a atenção do leitor para o fato de que a substituição dos nomes pelas letras, empreendida para simplificar os raciocínios, permite encontrar mais do que se procura, isto é, a solução de um problema particular é, com essa linguagem, na verdade, a solução de muitos problemas, já que a forma final da solução na passagem anterior é uma expressão geral que resolve todos os problemas semelhantes, uma vez que a, b, c podem exprimir todos os tipos de números. Assim é

[99] Eis o comentário de Clairaut: *"Foi assim, provavelmente, que raciocinaram os primeiros algebristas, quando se propuseram resolver questões desta natureza; não há a menor dúvida que, à medida que eles se aproximavam da solução de uma questão, sobrecarregavam a memória de todos os raciocínios que os haviam conduzido ao ponto em que se achavam; e quando as questões não eram mais complicadas que a precedente, não havia motivo para desanimar; porém, desde que suas investigações apresentavam maior número de idéias a reter, foi preciso que procurassem um modo de expressão mais expedito, que tivessem alguns sinais simples, por meio dos quais, por mais adiantados que estivessem na solução de um problema, pudessem ver de um golpe de vista o que tinham feito, e o que lhes restava fazer. Ora, a espécie de linguagem particular imaginada para isto, é o que constitui a álgebra* (CLAIRAUT, 1908, p. 20).

apontado mais um valor do conhecimento algébrico, o de ferramenta poderosa na resolução de problemas.

Abordemos agora a questão do método dos inventores na obra de Condillac. Ao estudar um filósofo cuja obra investe profundamente na origem dos conhecimentos humanos, é importante considerar-se esse método, que se relaciona, naquilo que agora nos interessa, a uma tentativa de reconstituição histórica da álgebra, *"arte de substituir, no cálculo, longas frases por símbolos indeterminados"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 168), a qual aparece no texto da *Língua dos Cálculos*. Sintetizemos as idéias aí desenvolvidas.

Para o filósofo, os raciocínios foram expressos inicialmente com palavras; porém, foi necessário eliminar as longas frases que os compunham mediante o uso de signos simples para exprimir os mesmos raciocínios, de modo a aliviar ou eliminar o uso da memória. Esses signos, segundo ele, deveriam falar *"aos olhos mais que aos ouvidos"* (idem, p. 150), e possivelmente, muito antes da invenção dos caracteres, foram usadas pedras[100] para desempenhar esse papel. Das palavras o homem teria passado às pedras, sobre as quais teria posteriormente gravado caracteres para distingui-las, e esse procedimento teria sido precisamente o início da álgebra:

> *"Diz-se, então, a pedra **a**, a pedra **b**, a pedra **c**; logo, para abreviar, se diz simplesmente **a**, **b**, **c**, e tendo substituído naturalmente, e sem o ter planejado, as pedras pelas letras, viu-se que era possível resolver problemas com caracteres muito simples. Não restou mais que substituir as palavras **mais**, **menos**, **identidade** por signos equivalentes aos que usamos"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 151).

É essencial registrar que Condillac não tem a pretensão de fazer uma reconstituição detalhada e fundamentada do modo como a álgebra ter-se-ia constituído na história, afastando-se, assim, do que hoje costuma-se denominar uma "leitura positivista da história da Matemática". De fato, o filósofo escreve: *"não é preciso observar como se fez uma descoberta, é preciso antes observar como se a teria podido*

[100] No original, *"caillous"*, palavra que originou o termo "cálculo" (CONDILLAC, 1970 a, p. 136). Vale a pena observar que Condillac vê as pedras como signos mais eficientes tanto para substituir os dedos no cálculo aritmético quanto as palavras no raciocínio algébrico.

fazer" (CONDILLAC, 1970 a, p. 168) e ainda: *"importa-me bem menos conhecer o mais longo caminho que tomaram os inventores do que o mais curto que teriam podido tomar"* (idem, p. 169)[101]. Como assinala SCHUBRING (2000), o que ele propõe não se baseia em estudos históricos ou experimentais – trata-se unicamente de um esforço de reconstrução racional da história da álgebra. Esse esforço muito se assemelha aos projetos de reconstrução racional da história propostos por Imre Lakatos e Gaston Bachelard (MIGUEL, 1997 e 1999).

Condillac também alerta o leitor quanto à época de invenção da substituição de longas expressões por símbolos indeterminados – a álgebra, segundo considera, é mais antiga do que se pensa, e só parece recente em relação a outros conhecimentos porque seus muitos inventores em diferentes tempos faziam mistério de seu método. Condillac comenta que não se deve crer que a álgebra surgiu somente quando os tratados a tornaram pública, ainda que o seu conhecimento tenha se difundido dessa maneira, e até escreve:

> *"Parece que entre os filósofos gregos, alguns não a ignoravam. Eles poderiam tê-la encontrado, como é verossímil que se a tenha encontrado antes deles, mas não a ensinaram publicamente"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 167).

A preocupação de Condillac no que se refere ao percurso dos inventores tem um sentido pedagógico, pois ele pensa que o conhecimento de algumas descobertas leva ao conhecimento de outras descobertas e chega-se ao desconhecido pela via do conhecido: a aprendizagem resulta da passagem de uma analogia a outra. Ele explicita a identidade entre método da invenção e analogia: *"o método para inventar não é outra coisa senão a própria analogia"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 177). No entanto, torna-se necessário esclarecer o significado conferido à palavra invenção – não se trata de encontrar alguma

[101] É interessante comparar as concepções de Condillac e d'Alembert quanto ao método dos inventores: nenhum dos dois ambiciona realizar o empreendimento que cabe ao historiador, isto é, fazer uma reconstituição do desenvolvimento das ciências do ponto de vista histórico; ambos se referem à ordem que os cientistas teriam seguido caso procedessem com método, ou seja, pretendem imprimir aos fatos antes uma racionalidade do que sua historicidade. Porém, enquanto d'Alembert acentua o encadeamento das proposições a partir de verdades básicas, como se pode observar no capítulo anterior, Condillac sublinha a analogia e o papel da linguagem.

coisa nova pela força da imaginação, e o que Condillac declara como sua intenção na *Língua dos Cálculos* é exatamente mostrar descobertas feitas *"sem imaginação"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 178), isto é, inventar tem, para ele, o sentido de encontrar usando a analogia.

Devemos também mencionar, no que diz respeito à aprendizagem da resolução de problemas com os recursos da álgebra, uma outra observação de caráter pedagógico de nosso autor. O que já foi dito quando tratamos da aprendizagem dos cálculos aritméticos vale também para a tradução de problemas em equações e sua resolução por essa via, ou seja, fica claro que para o filósofo, a aprendizagem não se apóia na repetição, mas na compreensão dos procedimentos:

> *"Para adquirir o hábito do cálculo, seria preciso exercitar-se em um grande número de problemas. Mas não se teria senão a rotina, e se calcularia sem saber o que se faz, caso se apressasse para ir de problema em problema antes de compreender os procedimentos do método"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 143-144).

Passemos, enfim, a apresentar alguns exemplos para mostrar de que modo Condillac vê a álgebra como uma língua bem feita, isto é, um idioma no qual a analogia se revela de maneira sensível.

Condillac inicia o Livro Segundo[102] de *A Língua dos Cálculos* chamando a atenção para a perfeição dessa língua, que é também a mais simples, porque nela a analogia jamais desaparece. Ele a vê como formada por quatro dialetos: os dedos, os nomes, os algarismos e as letras do alfabeto. Como já foi comentado neste texto, Condillac considera que no primeiro dialeto, que nos foi dado pela natureza, a analogia dos signos é sensível, enquanto que no segundo, o dos nomes dos números, pelo menos na língua francesa, a analogia se rompe, e assim seria desejável uma reforma terminológica que a restabelecesse.

---

[102] A *Língua dos Cálculos* é composta de dois livros: o Livro Primeiro intitula-se *A língua dos cálculos considerada em seus primórdios*, e o Livro Segundo, *Das operações do cálculo com os algarismos e com as letras*.

Contudo, enfatiza o filósofo, nos dois últimos dialetos, o dos algarismos e o das letras, a analogia se evidencia sensivelmente, e por isso é igualmente fácil aprendê-los. Condillac distingue dois tipos de quantidades: as aritméticas, expressas pelos algarismos, cujo cálculo foi abordado na seção anterior, e as literais, expressas pelas letras do alfabeto. Levando em consideração que a álgebra está associada ao segundo tipo, trataremos agora especificamente do cálculo com as letras para exemplificar a analogia no quarto dialeto da língua dos cálculos, ao mesmo tempo que focalizamos alguns aspectos da visão de Condillac referentes ao ensino e à aprendizagem das operações com as quantidades literais.

A necessidade das operações com as letras é posta em evidência por ele a partir da utilidade desses signos para aliviar o esforço da memória na resolução do primeiro problema da Álgebra de Clairaut, o qual figura no Livro Primeiro. Ora, escreve nosso autor, se for necessário resolver problemas mais complicados do que esse, precisaremos fazer adições, subtrações, multiplicações e divisões com as letras, que juntamente com os algarismos, são usadas nas frases dos cálculos. Embora ele distinga o dialeto dos algarismos do dialeto das letras, ressalta que ambos são necessários ao mesmo tempo – os primeiros são os nomes particulares, e os segundos são os nomes gerais dessas frases. É preciso, pois, conhecer as regras do dialeto das letras, ou seja, aprender essa nova gramática, que é fácil, em vista da presença constante da analogia, a qual nos dá a possibilidade de passar daquilo que já conhecemos para aquilo que ainda não conhecemos.

Para ilustrar essa concepção, vamos ver como é possível, segundo Condillac, produzir, pela analogia, algumas regras da gramática das letras a partir da expressão 1a. Escreve ele:

"Dir-se-á 1a, 2a, 3a, como se diz um homem, dois homens, três homens. Então essa letra é a unidade multiplicada pela seqüência dos termos da numeração, mas a cada valor que se der a ela, ter-se-á em cada uma dessas expressões produtos diferentes. 2a, por exemplo, significará 2 vezes 2, 2 vezes 3, 2 vezes 4 etc., segundo a valer 2, 3, 4 etc." (CONDILLAC, 1970 a, p. 213).

Diz também que não há quem não veja que $1a$ é a mesma coisa que a. Então, de acordo com o trecho anterior, para multiplicar uma letra por um algarismo, basta juntar o algarismo à letra. Conseqüentemente, pela analogia, para multiplicar uma letra por uma letra, é suficiente juntar uma à outra. Portanto, $a \times a = aa$, $aa \times a = aaa$, $aaa \times a = aaaa$, e assim por diante. Para remediar a dificuldade de comparar expressões desse tipo quando elas crescem, Condillac observa:

"a, aa, aaa, aaaa são diferentes potências de uma mesma quantidade, e já que em a essa quantidade está elevada à primeira[103]*, quem me impedirá de escrever* a^1*?* a^2 *significará, então, que essa letra está elevada à segunda potência,* a^3 *que ela está elevada à terceira potência,* a^4 *que ela está à quarta, e vejo que um algarismo, que evitará a repetição, substituirá uma expressão com a qual eu estava embaraçado por uma expressão cômoda. Escreverei, portanto,* $a^1 = a$, $a^2 = aa$, $a^3 = aaa$, $a^4 = aaaa$, *e assim as outras potências"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 214).

Condillac justifica o termo "expoente" para os algarismos nas expressões das potências de a: eles expõem ou exprimem as potências às quais a quantidade a está elevada. Ele distingue expoentes (algarismos colocados após uma letra) e coeficientes (algarismos colocados antes de uma letra), observando que o termo "coeficiente" seria mais propriamente chamado "co-fator", uma vez que numa expressão como $2a$, 2 e a são os fatores do produto $2a$. Para explicar como deve ser feita uma multiplicação como a de $2a^1$ por $3a^2$, faz primeiro um apelo ao leitor: ele deve aceitar naturalmente que o nome "coeficiente" dado a 2 e 3 nessas expressões não mude a maneira de multiplicar que foi ensinada para as quantidades aritméticas, e assim, diz-se simplesmente para o produto dos coeficientes: $2 \times 3 = 6$. A explicação continua:

[103] É importante observar que no Livro Primeiro, Condillac aborda, somente com palavras, as potências de um número como os produtos desse número multiplicado várias vezes por si mesmo, e tem o cuidado de acrescentar a essa definição que *"todo número que não foi multiplicado por si mesmo é sua primeira potência: dois, por exemplo, é a primeira potência de dois"*. Ele observa que essa potência não é um produto, e por conseqüência a definição de potência não é exata, fazendo uma crítica: *"Certamente não é para se fazer entender que se define de uma maneira e se fala de outra"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 50).

"Não restaria a você mais que multiplicar a^1 por a^2, mas você acaba de ver que $a^1 \times a^2 = a \times aa$, que $a \times aa = a^3$. Ora, o expoente 3 é a soma do expoente 1 com o expoente 2. Assim, para ter o produto de 2 a^1 por 3 a^2, é preciso multiplicar os coeficientes um pelo outro, escrever a letra à qual eles pertencem, e fazer a adição dos expoentes:

$2a^1 \times 3a^2 = 6\, a^1 \times a^2 = 6a^3$*"*(CONDILLAC, 1970 a, p. 215-216).

Condillac focaliza também a divisão das "quantidades literais que têm apenas um termo". Essa operação é considerada da mesma forma como no caso das quantidades aritméticas, isto é, como a operação que desfaz o que a multiplicação fez. Então, tendo em vista que para multiplicar uma letra elevada a uma potência por essa mesma letra elevada a outra potência adicionam-se os expoentes, já que a divisão deve desfazer o que fez a multiplicação, *"a divisão se fará subtraindo o expoente do divisor do expoente do dividendo"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 220). Então, $a^5 / a^2 = a^{5-2} = a^3$, e observa o autor:

"Note que, por essa subtração, você não faz senão colocar no quociente as letras que não são comuns ao divisor e ao dividendo. Pois dividir a^5 por a^2 é a mesma coisa que escrever aaaaa/aa = aaa, ou os três a do quociente são aqueles que não são comuns ao divisor e ao dividendo. Assim, a multipicação reúne as letras, a divisão as separa: a multiplicação faz, a divisão desfaz" (idem, p. 220).

Vejamos agora como Condillac, sempre usando a analogia, introduz os expoentes negativos e o expoente zero. Ao procurar uma expressão simples para a fração a^1/a^2, a partir da analogia com a simplificação de frações cujos termos são números, recomenda ao leitor que suprima o que é comum aos dois termos, isto é, que os divida por a^1. Antes disso, porém, alerta, é conveniente escrever a mesma fração como $1a^1 / a^2$ para obter, após a divisão por a^1, $1/a$. Ora, mas a analogia com o caso em que o expoente do dividendo é maior que o do divisor nos leva a $a^1 / a^2 = a^{1-2} = a^{-1}$ e, portanto, obtemos $a^{-1} = 1 / a$.

Também pela analogia, $a^{1-1} = a^1 / a^1 = a / a = 1$ e logo a^0 é uma expressão da unidade. Finalmente, a partir de $a^{-1} = 1 / a$, a analogia nos dá $a^{-2} = 1 / a^2$, $a^{-3} = 1 / a^3$, e assim por diante. Condillac conclui essa passagem dizendo que *"é assim que a álgebra nos conduz, sem palavrório, do conhecido ao desconhecido por uma série de expressões idênticas"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 222).

Encarando a álgebra essencialmente como uma língua na qual se deve proceder como nas outras, isto é, pela substituição de expressões idênticas por expressões idênticas, Condillac chama a atenção do leitor para o fato de que os matemáticos freqüentemente usam diferentes expressões para indicar as mesmas coisas com a finalidade de simplificar os cálculos que precisam efetuar.

Por outro lado, se para ele é fundamental o domínio das expressões e operações com as letras, *"a memória não deve servir para nada nesse estudo"*, pois tudo deve ser compreendido pela analogia; o filósofo se recusa a dar regras, porque *"elas não produziriam senão seguidores de rotinas"* (CONDILLAC, 1970 a, p. 223).

Apesar de ser uma obra inacabada, a *Língua dos Cálculos* aborda diversos outros tópicos algébricos como, por exemplo, as quatro operações sobre as quantidades literais de vários termos, as quatro operações sobre as frações literais e as frações aritméticas, as frações contínuas, a formação das potências e a extração de raízes no dialeto das letras, as proporções e progressões aritméticas e geométricas, os logaritmos. O enfoque do autor é sempre semelhante àquele que procuramos evidenciar nos exemplos apresentados, ou seja, caracteriza-se pela intenção de introduzir novas expressões a partir de expressões conhecidas, ensinando a dizer de uma nova maneira o que se sabia anteriormente de outro modo. Condillac vê, portanto, em sua última obra, o estudo das matemáticas como o estudo de uma língua – a língua mais simples, e por essa mesma razão, mais exata.

Considerando a álgebra primordialmente uma língua, pretende, como vimos, ensinar uma gramática. Devemos ainda chamar a atenção para o fato de que Condillac acentua o papel generalizador da álgebra em relação à aritmética ao sublinhar que a primeira é mais fácil que a segunda.

Ainda que confira grande ênfase ao aspecto sintático do dialeto das letras em Matemática, ele assume, explicitamente, uma posição contrária à memorização das regras dessa sintaxe, e seguidamente alerta seu leitor para a necessidade de entender tais regras pelo raciocínio[104], chegando a criticar, nesse sentido, os manuais usualmente destinados à instrução. As passagens transcritas a seguir (CONDILLAC, 1970 a) exemplificam essa escolha iluminista:

"*Acostume-se a raciocinar nas operações, e você raciocinará em uma piscadela, mas evite, sobretudo, procurar regras; a rotina dos livros elementares só é adequada para desagradar os melhores espíritos*" (p. 232).

"*Veja, pois, como você pode calcular, fazendo de sua memória o menor uso possível, e você calculará mais freqüente e prontamente; a álgebra lhe dará a prova sensível disso*" (p. 258).

"*Eu lhes direi mesmo*[105] *que a melhor maneira de aprender o cálculo não é obstinar-se em repetir cada operação, apesar do desgosto que há nisso; aprende-se mal quando o estudo aborrece. É suficiente primeiro apreender o espírito de cada método; quanto ao hábito, não é preciso contar com adquiri-lo tão depressa; ele será adquirido pouco a pouco. Exercitar-se-á a cada vez que uma ocasião fizer sentir a necessidade de exercício e, porque então se terá algum interesse em saber fazer, far-se-á melhor. Eis um conselho que não será desagradável aos preguiçosos, e será útil a todos*" (p. 268).

O que podemos perceber, portanto, é que a filosofia de nosso autor, que concebe simultaneamente a álgebra como sinônimo de seu método predileto de ensino e aprendizagem – a análise – e como língua bem feita de uma ciência, concedendo, por conseqüência, aos saberes algébricos um posto privilegiado entre todos os outros conhecimentos, reflete-se pedagogicamente na opção pela compreensão e pela rejeição à repetição e à memorização como métodos didáticos para a educação matemática.

---

[104] Condillac esclarece o que entende por raciocinar: trata-se de saber empreender uma mudança de linguagem, isto é, de dominar a tradução daquilo que se sabe para aquilo que não se sabe, e vice-versa.
[105] Condillac refere-se aos iniciantes nos cálculos algébricos.

Focalizemos agora as posições enunciadas por Condillac no que se refere aos conhecimentos geométricos.

4.3 Geometria: a experiência dos sentidos e a evidência de razão

Conforme tem sido dito até aqui, Condillac insiste sempre em colocar-se contrariamente à síntese filosófica, caracterizada pela procura da verdade a partir de princípios gerais e idéias inatas; ao mesmo tempo, faz acompanhar tal postura da adesão ao método oposto – a análise, que, no sentido inverso de percurso, pretende chegar às verdades a partir das propriedades observadas pela ação de nossos sentidos, seguindo a geração das idéias. Também no que diz respeito à geometria, Condillac reprova a síntese, que tem como um de seus maiores erros o de querer tudo definir, inclusive as coisas mais simples. Assim, ele critica os geômetras pelo fato de algumas vezes não apreenderem a verdadeira geração das coisas, mesmo em situações em que não seria difícil fazê-lo.

Na verdade, segundo nosso autor, percebe-se isso desde o início da geometria, quando se define o ponto como aquilo que se acaba de todas as partes, ou aquilo que não tem outros limites senão a si próprio, ou ainda aquilo que não tem nem comprimento, nem largura, nem profundidade, e em seguida se faz mover o ponto para engendrar a linha, a linha para engendrar a superfície, e a superfície para engendrar o sólido. Condillac se manifesta particularmente contra essa introdução do ponto: não é adequado pensar no ponto como algo que não tem limites senão a si próprio pela dificuldade de se imaginar tal coisa, já que a palavra limite diz respeito, necessariamente, a uma coisa extensa. Não é conveniente, ainda, apresentar logo no começo a idéia da ausência de qualquer comprimento, largura ou profundidade, pois isso não é suficientemente fácil.

Também não seria possível representar o movimento de um ponto sem extensão, e ainda menos o traço que se supõe que ele deixa atrás de si para produzir a linha. Quanto a esta última, pode-se concebê-la em movimento segundo seu comprimento, mas não de maneira a produzir a superfície, semelhantemente ao caso da geração da linha pelo movimento do ponto. Condillac vê o mesmo problema em relação à produção do sólido pelo movimento da superfície. O pensador explica sua crítica – o uso dos sentidos nos dá imediatamente a idéia da extensão com todas as dimensões e, portanto, os geômetras que adotam a abordagem descrita não explicam corretamente a geração das idéias:

"*Não se pode ter o* ***uso dos sentidos*** *sem que logo se tenha a idéia da* ***extensão com todas as suas dimensões****. A do sólido é, então, uma das primeiras que eles transmitem. Ora, tome um sólido, e considere uma de suas extremidades, sem pensar em sua profundidade, e você terá a idéia de uma superficie, ou de uma extensão sem largura e profundidade. Pois sua reflexão não é senão a idéia da coisa da qual se ocupa.*

Tome em seguida essa superfície, e pense em seu comprimento sem pensar em sua largura, e você terá a idéia de uma linha, ou de uma extensão sem largura e profundidade.

Enfim, reflita sobre uma extremidade dessa linha, sem prestar atenção ao seu comprimento, e você fará a idéia de um ponto, ou daquilo que se toma em geometria pelo que não tem comprimento, nem largura, nem profundidade.

Por esse caminho, você se formará, sem esforço, as idéias de ponto, de linha e de superficie. Vê-se que ***tudo depende de estudar a experiência,*** *a fim de explicar* ***a geração das idéias na mesma ordem na qual elas são formadas****. Esse método é sobretudo indispensável quando se trata das noções abstratas: é o único meio de explicá-las com clareza*" (CONDILLAC, 1947, p. 39, negritos nossos).

Como se nota, a alocação da origem dos conhecimentos na experiência dos sentidos não permite a apresentação das noções geométricas pela via que parte do ponto, segue até a linha, passa pela superfície e finalmente chega ao sólido, como na abordagem euclidiana[106]. Condillac, como d'Alembert[107], é favorável a um enfoque das

[106] Euclides, na abertura do Livro I dos *Elementos*, define o ponto como o que não tem partes, a linha como o comprimento sem largura, e a superfície como aquilo que só tem comprimento e largura. Somente nas definições do Livro XI aparece o sólido – aquilo que tem comprimento, largura e profundidade, na primeira definição do livro. A segunda definição do mesmo livro estabelece que as extremidades do sólido são superfícies (EUCLIDES, 1970).

[107] Leia-se o capítulo anterior.

mesmas noções pelo caminho oposto, que é aquele pelo qual os sentidos nos fazem caminhar – do sólido até o ponto, passando, nesta ordem, pela superfície e pela linha, mediante sucessivas abstrações.

A posição contrária à definição das idéias simples, manifesta-se ainda, no que diz respeito à geometria, quando Condillac, em *Da arte de raciocinar*, condena as várias definições da linha reta[108]: "*aquela que vai diretamente de um ponto a outro*"; "*aquela cuja direção não muda, ou que conserva em todo o seu comprimento a direção na qual começa*"; "*a mais curta entre dois pontos*"; "*aquela que, voltando-se sobre suas duas extremidades, volta-se em todo o seu comprimento sobre si própria, sem que nenhuma de suas partes se desloque*".

O autor diz que todas essas expressões são apenas maneiras diferentes de explicar uma mesma idéia, e expõem a idéia que parecem definir. Não se deve, pois, pensar sequer em definir a linha reta, porque trata-se de uma idéia simples, que não se adquire pelas definições, uma vez que ela "*vem unicamente dos sentidos*" (CONDILLAC, 1947, p. 625). Condillac considera, todavia, que o triângulo pode ser definido perfeitamente como uma superfície limitada por três linhas, porque essa definição daria a idéia de triângulo a qualquer pessoa que não tivesse jamais notado qualquer triângulo, ao passo que as definições da linha reta não dariam essa idéia a alguém que jamais tivesse notado uma linha reta.

As idéias de Condillac sobre a aprendizagem dos conceitos geométricos pela experiência dos sentidos no trajeto que vai do sólido ao ponto, passando antes pela superfície e pela linha, pertencem a sua primeira obra, o *Ensaio sobre a origem dos conhecimentos humanos* no qual, segundo LEFÈVRE (1966), o mundo exterior, isto é, o espaço e os objetos, parece ser descoberto pelo sentido da visão. Nesse primeiro trabalho, portanto, Condillac sustenta o primado da visão sobre os demais sentidos na percepção do espaço: assim como a cor, o espaço seria um dado visual imediato.

No entanto, no *Tratado das Sensações*, escrito e publicado bem depois, conforme aqui já foi comentado, Condillac desenvolve a idéia de que de todos os cinco sentidos apenas o tato é capaz de engendrar a noção do mundo exterior. Ao estudar separadamente o papel da visão, Condillac avalia que sua estátua de mármore, embora distinga as cores, somente com esse sentido não tem as idéias de solidez e de limite, ou seja, percebe a extensão de maneira vaga, confusa, sem limites e sem figuras. Assim, a estátua não sente senão seus próprios estados, que de nenhum modo exprimem a existência de objetos exteriores a ela. O filósofo procura mostrar, então, que o tato é o único dos sentidos capaz de dar imediatamente ao ser humano a consciência da existência do exterior, e analisa, na segunda parte do Tratado[109], as idéias que é capaz de adquirir um homem limitado ao sentido do tato. Ora, diz Condillac, o número dessas idéias é infinito, "*pois ele compreende todas as relações de grandezas, isto é, uma ciência que os maiores matemáticos jamais esgotarão*" (CONDILLAC, 1947, p. 261), o que mostra a crença de nosso autor quanto à relevância do tato na aquisição dos conceitos matemáticos.

De fato, se primeiramente, dotada apenas do tato, a estátua adquire idéias como as de solidez, calor e duração pela comparação dos corpos, ela logo se torna curiosa, faz novas descobertas, e sua mente progride; daí vêm as primeiras noções geométricas, e a estátua forma idéias de figuras:

"*Quando ela não tinha senão o sentido da visão, observamos que seu olho percebia as cores, sem poder notar o conjunto de nenhuma figura, sem ter, conseqüentemente, uma idéia distinta da extensão. A mão, ao contrário, tem esta vantagem – ela não pode manejar um objeto sem notar a extensão e o conjunto das partes que o compõem: ela o circunscreve. Basta, para isso, que ela lhe sinta a solidez. Segurando uma pedra, nossa estátua faz a idéia de um corpo diferente de um bastão que ela tocou em todo o seu comprimento; ela sente em um cubo ângulos que não podia encontrar num globo; ela não percebe a mesma direção em um arco e em uma vara bem*

[108] Também aqui Condillac está de perfeito acordo com d'Alembert.

[109] Algumas palavras devem ser ditas aqui a respeito do *Tratado das Sensações*. Na *Carta sobre os Cegos*, publicada pela primeira vez em 1749, Diderot (1713-1784) havia, de certa maneira, desafiado Condillac a responder a George Berkeley (1685-1753), o qual defendera, em suas obras, a idéia de que não há um mundo material externo, uma vez que não podemos sair de nós mesmos. Na abertura do primeiro capítulo do *Ensaio sobre a origem dos conhecimentos humanos*, Condillac, ao dizer que só percebemos o nosso próprio pensamento, escrevera: "*Para falar metaforicamente, elevemo-nos aos céus ou desçamos aos abismos, não saímos nunca de nós mesmos*" (CONDILLAC, 1947, p. 6). Diderot, condenando o idealismo de Berkeley, referia-se ao autor do *Ensaio* como um filósofo que, embora aparentasse professar da mesma doutrina do inglês, seria capaz de refutá-lo quanto à perspectiva idealista da inexistência do mundo exterior. Autores como LEFÈVRE (1966) e LE ROY (1947) consideram que o *Tratado das Sensações* não deixou de ser uma resposta de Condillac ao desafio de Diderot. Veja-se o capítulo sobre Diderot.

reta. Em uma palavra, ela distingue as coisas sólidas segundo a forma que cada uma toma em sua mão, e considera, como formando um só todo, as porções da extensão que não pode separar ou que separa com dificuldade. Ela adquire, portanto, as idéias de linha reta, de linha curva, e de vários tipos de figuras" (CONDILLAC, 1947, p. 262).

Na terceira parte do Tratado, porém, o pensador se dedica a estudar um outro papel para o tato, além do de revelador da realidade externa – o de educador dos outros sentidos. Ele estuda, então, por exemplo, a aquisição de conhecimentos quando se reúnem o tato e o olfato; o tato, o olfato e a audição; o tato e o paladar; o tato e a visão.

Assim, em particular, Condillac explica como o olho, educado pelo tato, aprende a ver a distância, a posição, a figura, a grandeza e o movimento dos corpos; o filósofo, portanto, nega o senso comum que atribui primordialmente à visão o sentido espacial, e explica porque somos levados a atribuir à visão idéias que se devem somente ao tato. A estátua condillaciana, por meio de experiências sucessivas conjuntas com o tato e a visão, aprende a discernir figuras, como o cubo e a esfera; localizações, como acima e abaixo, à esquerda e à direita; grandezas e movimento. Embora cometa enganos ao aprender a distinguir com os olhos o que antes só apreendia pelo tato, depois de algum tempo, os juízos que ligam às sensações visuais de luz e de cor as idéias táteis de espaço, de grandeza e de figura se tornam tão familiares que a estátua, ficção representativa do ser humano, acaba por relacioná-las aos objetos sem precisar mais tocá-los. Condillac descreve detalhadamente como o tato instrui a visão sobre as noções geométricas, de modo que ela passa a avaliá-las por si própria. Na verdade, o uso pleno da visão termina por prejudicar a sagacidade dos outros sentidos, devido à comodidade da utilização dos olhos. Escreve o filósofo:

"*Eles enriquecem a memória com as mais belas idéias, suprem a imperfeição dos outros sentidos, julgam objetos que lhes são inacessíveis e se transportam num espaço que somente a imaginação pode preencher. Assim, suas idéias se ligam tão fortemente a todas as outras, que quase não é mais possível à estátua pensar nos objetos odoríferos, sonoros ou palpáveis sem imediatamente revesti-los de luz e de cor. Pelo hábito que eles adquirem de apreender todo um conjunto, de abranger mesmo muitos e* *de julgar suas relações, eles ganham um discernimento tão superior, que a estátua de preferência os consulta. Ela se aplica, assim, menos em reconhecer as situações e as distâncias pelo som, em discernir os corpos pelas nuances dos odores que exalam, ou pelas diferenças que a mão pode descobrir sobre sua superfície. A audição, o olfato e o tato são conseqüentemente menos exercitados. Pouco a pouco tornados mais preguiçosos, eles cessam de observar nos corpos todas as diferenças que antes distinguiam, e perdem sua sutileza à proporção que a vista adquire mais sagacidade*" (CONDILLAC, 1947, p. 287).

Desse modo, Condillac explica porque, dentre os sentidos, aquele que nos parece mais importante é a visão. Contudo, ao colocar as primeiras noções geométricas dentre os conhecimentos adquiridos pela personagem do *Tratado* mediante o uso direto dos sentidos, o autor as situa no conjunto dos conhecimentos práticos, pois declara que não pretende que a estátua tenha outros conhecimentos além desses. Tendo adquirido idéias, ela não pensa mais nisso, e age por hábito. Somente a linguagem possibilita a aquisição dos conhecimentos teóricos, pois é preciso classificar e determinar as idéias, o que requer signos empregados com método.

Quanto ao acesso aos conhecimentos matemáticos, portanto, a psicologia de Condillac envolve como um primeiro componente, de acordo com o que vimos acentuando até aqui, uma visão sensacionista no que diz respeito à aprendizagem das primeiras noções, que são práticas e motivadas, como todos os conhecimentos, pela curiosidade ou pela necessidade. Como um segundo elemento indispensável à aprendizagem de noções matemáticas mais elaboradas – nas palavras do filósofo, dos conhecimentos teóricos – figura o uso dos signos. Tendo analisado anteriormente neste texto o papel da linguagem no que se refere à constituição dos conhecimentos aritméticos e algébricos, resta-nos examinar esse papel, no pensamento de Condillac, do ponto de vista da constituição dos conhecimentos geométricos.

Em *Da arte de raciocinar* encontramos exemplos da geometria com os quais nosso autor ilustra o que entende pela evidência de razão, que é, para ele, junto com a evidência de fato, a evidência de sentimento, o testemunho dos outros e o juízo por analogia, um dos meios de conhecermos as verdades. O que marca a evidência de razão, segundo Condillac, é a percepção da identidade entre proposições, ou seja, a verdade de uma proposição está assegurada desde que ela seja evidente por si própria, ou conseqüência de uma proposição evidente por si própria. O primeiro caso se refere a uma proposição *"cuja identidade é imediatamente percebida nos termos que a enunciam"*, enquanto o segundo é aquele no qual *"vê-se, na comparação dos termos, que ambas afirmam a mesma coisa"* (CONDILLAC, 1947, p. 621). O primeiro capítulo da *Arte de Raciocinar* nos mostra que Condillac vê as verdades da geometria como verdades da evidência de razão, isto é, verdades cuja marca inequívoca é a identidade. De fato, para provar que o sinal da evidência de razão é a identidade, ele se serve da demonstração de dois resultados geométricos: 1) o de que a medida de um triângulo é o produto de sua altura pela metade de sua base[110]; 2) o de que os três ângulos de um triângulo são iguais a dois ângulos retos.

Como se pode notar na conceituação condillaciana da proposição evidente por si própria e da proposição que é conseqüência de uma proposição evidente por si própria, a ênfase sobre a linguagem caracteriza a identidade. Dessa maneira, a garantia de uma verdade está, no caso de uma proposição, em aceitá-la como evidente por si própria, ou demonstrar que ela é conseqüência de uma proposição evidente por si própria. Fazer uma tal demonstração significa, então, *"estabelecer uma seqüência de proposições, nas quais as mesmas idéias, passando de uma a outra, não diferem senão porque são enunciadas diferentemente"* (CONDILLAC, 1947, p. 621). Torna-se clara, portanto, a importância do uso da linguagem para as verdades da evidência de razão, como é o caso das da geometria.

Para demonstrar o primeiro dos resultados geométricos a que acabamos de nos referir, Condillac começa considerando que não se vê identidade de idéias nos termos de seu enunciado, e, portanto, trata-se de uma proposição que não é evidente por si própria. É preciso, pois, demonstrá-la, isto é, mostrar que ela é a conseqüência evidente de uma proposição evidente – é necessário mostrar que a idéia que devemos ter da medida de um triângulo é a mesma que a que devemos ter do produto da altura de qualquer

[110] Vale comentar a ausência da palavra "área" no escrito de Condillac – ele usa sistematicamente a expressão "medida" em referência a superfícies.

triângulo pela metade de sua base. Com esse propósito, o autor inicialmente explica a idéia ligada à expressão "medir uma superfície": a identidade entre ela e *"aplicar sucessivamente sobre todas as suas partes uma outra superfície de grandeza determinada, um pé quadrado, por exemplo"* (CONDILLAC, 1947, p. 622) é, para ele, sensível apenas pela inspeção dos termos, o que indica que a proposição que afirma que medir uma superfície é fazer tal aplicação não precisa de demonstração.

Entretanto, como não é possível promover a aplicação imediata de um certo número de superfícies quadradas de mesmo tamanho sobre uma superfície triangular, faz-se necessário lançar mão do recurso de realizar isso com uma outra superfície, desde que conheçamos a relação dela com a superfície triangular. Ora, um exemplo de superfície sobre a qual podemos aplicar superfícies quadradas de mesmo tamanho é um retângulo, isto é, *"uma superfície terminada por quatro linhas perpendiculares"* (CONDILLAC, 1947, p. 622). Usando uma seqüência de proposições intermediárias, nas quais a identidade é, conforme Condillac, perceptível, nosso pensador mostra, então, que a medida de um retângulo é o produto de sua altura por sua base. Dividindo o retângulo em dois triângulos por uma de suas diagonais, ele demonstra a proposição original no caso dos triângulos retângulos. A partir desse caso, a proposição é demonstrada também para os triângulos acutângulos e obtusângulos; conclui o filósofo que a proposição inicial, que não era evidente por si própria, é verdadeira para todos os triângulos, tendo em vista que é obtida por meio de passagens sucessivas entre proposições cuja identidade percebemos, embora a cada vez sejam enunciadas em termos diferentes.

A demonstração que acabamos de descrever é apresentada por meio de longas sentenças dispostas em muitos parágrafos e, ainda que figuras sejam usadas, nelas os vértices não são nomeados por letras; também não se usa qualquer simbologia. Já no que se refere à demonstração apresentada por Condillac para o resultado relativo à soma dos ângulos de um triângulo, observamos o uso de letras maiúsculas para nomear pontos e minúsculas para ângulos. Contudo, como no caso da demonstração referente à medida do triângulo, são utilizados períodos e parágrafos de extensão considerável.

Podemos notar, então, que o papel da linguagem para a constituição dos conhecimentos geométricos tem, para nosso autor, um caráter diferente daquele que desempenha em relação à constituição dos conhecimentos aritméticos e algébricos. Não se trata de sublinhar agora, como no caso desses últimos, a perfeição de uma língua porque nela a analogia pode ser facilmente percebida; o que está em foco é a impossibilidade de se proceder a uma demonstração de uma proposição caso não se possam realizar na linguagem diferentes transformações de uma mesma idéia. Essencial, então, é, segundo Condillac, ter idéias exatas e completas, o que significa, no caso do resultado que comentamos, ter as idéias de medir, retângulo, triângulo, superfície, lado, diagonal. Desde que as idéias sobre cada figura sejam completas, de acordo com ele, tudo poderá ser medido exatamente.

Vejamos o comentário final de Condillac sobre a demonstração da proposição acerca da área do triângulo:

> *"O método que seguimos é aplicável a todos os casos nos quais não nos faltam idéias, e você pode pressentir que todas as verdades matemáticas não são senão diferentes expressões desta primeira definição –* ***medir é aplicar sucessivamente sobre todas as partes de uma grandeza uma grandeza determinada****. Assim, as matemáticas são uma ciência imensa, encerrada na idéia de uma só palavra"* (CONDILLAC, 1947, p. 627, destaques do autor).

Se aqui se pode ver novamente a presença do ponto de vista condillaciano quanto à importância dos signos no que diz respeito ao conhecimento matemático, é interessante também observar, sob outro prisma, a escolha, pelo filósofo, de uma demonstração que envolve o conceito de medida para ilustrar que a identidade é o sinal da evidência de razão. Isso porque a maneira como Condillac conceitua "medir" – *"aplicar sucessivamente sobre todas as partes de uma grandeza uma grandeza determinada"*, associada à forma como procede à demonstração do resultado referente à medida do triângulo, parece revelar claramente a primazia da percepção sensível em relação ao encadeamento lógico das proposições: o que é evidente por si próprio é aquilo que os sentidos, e em particular a visão, nos atestam.

De fato, ao introduzir o retângulo como uma superfície à qual podemos *"aplicar sucessivamente um certo número de superfícies quadradas de uma mesma grandeza"* a fim de demonstrar o resultado relativo à medida do triângulo, Condillac desenha um retângulo dividido em doze quadrados, e escreve:

"Você ***vê*** *que pode considerá-lo como composto de várias pequenas superfícies de mesma grandeza, todas igualmente limitadas por linhas perpendiculares, e* ***vê*** *ainda que todas essas pequenas superfícies tomadas juntas são a mesma coisa que a superfície inteira do retângulo. Ora, não há nenhuma diferença entre dividir um retângulo em superfícies quadradas de mesma grandeza ou aplicar sucessivamente sobre todas as suas partes uma superfície de uma grandeza determinada"* (CONDILLAC, 1947, p. 622, negritos nossos).

O que nos leva a prestar particular atenção à presença da noção de medida no texto de Condillac é a leitura da demonstração do resultado relativo à área do triângulo nos *Elementos de Geometria* de Clairaut. Condillac apresenta a sua demonstração de modo muito semelhante àquele que o eminente matemático e físico francês havia oferecido em seu livro, publicado originalmente em 1741. Nele, Clairaut desenvolve as primeiras proposições da geometria a partir do problema da medição de terrenos, dizendo no prefácio:

"A medida dos terrenos me pareceu mais própria para dar origem às primeiras proposições de geometria; e é efetivamente daí que provém esta ciência, pois que geometria significa ***medida de terreno****"* (CLAIRAUT, 1892, p. X, destaques do autor).

No entanto, a redação de Clairaut, embora hoje nos pareça também longa, é abreviada em relação à de Condillac porque, além de fazer uso de letras para designar os vértices das figuras, ele não se preocupa em chamar de modo tão explícito e minucioso a atenção do leitor para sucessivas identidades entre proposições. Porém, observamos no texto de Clairaut a presença de um ponto de vista também freqüente na metodologia da análise, conforme a concebe Condillac e já foi discutido neste texto – escreve o matemático, depois de motivar o leitor para a necessidade de se medir a área das superfícies triangulares: *"é sabido que para achar o que se ignora, o meio mais seguro é* *ver se nas coisas conhecidas alguma existe que se relacione com a que se quer conhecer"* (CLAIRAUT, 1892, p. 13).

Contudo, se Condillac escolhe, para referir-se à marca da identidade como caracterizadora da evidência de razão, um exemplo que envolve a noção de medida de uma superfície, ele não se aproveita, como Clairaut, da mesma noção como motivadora dos conhecimentos teóricos da geometria a partir de interesses práticos. O manual de geometria de Clairaut de fato focaliza esses conhecimentos do ponto de vista de seu surgimento a partir de necessidades sociais freqüentes da avaliação do tamanho de superfícies desde as mais antigas civilizações, conforme procuramos expor ao comentar esse livro no capítulo sobre Diderot. Admirador confesso da obra de Clairaut[111] e compartilhando, como aqui tentamos mostrar, várias de suas concepções, Condillac não explicita tão fortemente como o último, o caráter utilitário do conhecimento matemático.

Tendo comentado algumas relações entre a filosofia de Condillac e a educação matemática, situando-as sucessivamente nos campos da aritmética, da álgebra e da geometria, terminaremos este capítulo procurando retomar, sintetizar e explicitar melhor as dimensões epistemológicas da Matemática evidenciadas na última obra do pensador, a *Língua dos Cálculos*. Abordando ainda alguns pontos mais gerais de sua pedagogia, buscaremos vinculá-los às suas concepções acerca do conhecimento matemático para concluir sobre a valorização da educação matemática em seu pensamento.

4.4 Condillac e a educação matemática: considerações epistemológicas e pedagógicas

Nas páginas anteriores, procuramos enfatizar o lugar de destaque dos conhecimentos matemáticos na filosofia de Condillac, mostrando as ligações entre esses conhecimentos e os principais conceitos desenvolvidos pelo filósofo: a mediação entre os sentidos e as funções mentais superiores pelos signos, os elos estreitos entre

[111] Na *Lógica*, ao mais uma vez reprovar a síntese e os matemáticos que optam por ela como método de instrução, Condillac nomeia Clairaut, Euler e Lagrange como exceções que pensaram de outro modo e adotaram em seus livros elementares o método analítico, único adequado à escrita de elementos de ciências (CONDILLAC, 1970, p. 433-434).

linguagem e método analítico, o papel da analogia na formação da língua bem feita, a análise como único método de produção e aprendizagem das ciências, a busca da aproximação entre natureza e cultura.

Como dissemos no início deste capítulo, toda a obra de Condillac se pauta, desde o *Ensaio sobre a origem dos conhecimentos humanos*, pela exaltação do método analítico, tanto para a exposição quanto para a pesquisa. Vimos que esse método se caracteriza por tomar como ponto de partida os dados sensíveis e utilizar as operações da decomposição e composição das idéias para chegar à origem das coisas e mostrar a sua geração. Nas palavras de AUROUX (1981):

"O programa analítico de Condillac consiste, então, em desdobrar todos os nossos conhecimentos, desde sua origem sensível, até a abstração mais etérea ou a mais complexa. Todos eles não são senão sensações transformadas" (AUROUX, 1981, p. V).

Dessa forma, continua Auroux, a única garantia da verdade de um conhecimento reside na possibilidade de reconstruí-lo analiticamente. Embora já tenhamos apresentado muitos exemplos dessa reconstrução no domínio da Matemática nas seções anteriores, desejamos agora focalizar um de seus ângulos mais notáveis no último livro de Condillac.

Nesse trabalho, conforme assinala SCHUBRING (2000), o filósofo propõe uma teoria das abstrações sucessivas que parte das noções empíricas do cálculo com os dedos e chega à álgebra através das quatro etapas por ele nomeadas os quatro dialetos da língua dos cálculos. O progresso realizado por Condillac, ainda de acordo com Schubring, está na passagem do conceito de quantidade ou grandeza ao de número. De fato, se o primeiro cálculo, associado ao primeiro dialeto, o dos dedos, é um cálculo com grandezas, a passagem ao segundo dialeto, o dos nomes, é o que permite o acesso aos números abstratos; isso *"comporta tanto uma mudança do estatuto do conceito quanto uma redução da dependência dos conceitos em relação às substâncias do mundo real"* (SCHUBRING, 2000, p. 58). Na verdade, o próprio Condillac acentua a essencialidade do trajeto dos dedos aos nomes para tal mudança, ao escrever que quando as idéias dos números, primeiro percebidas nos dedos, e depois nos outros objetos, se tornam gerais e abstratas, nós não as percebemos mais nos dedos e outros objetos, mas nos nomes, tornados os signos dos números, que são o que resta em nossa mente.[112]

Mas para se chegar aos números abstratos, são ainda necessárias, conforme Condillac, mais duas etapas, correspondentes ao terceiro e ao quarto dialetos, respectivamente o dos algarismos e o das letras. Com efeito, o cálculo com grandes números (não mais com grandezas) é possibilitado pela invenção dos algarismos. Finalmente, a passagem do dialeto dos algarismos para o das letras é o que torna possível operar com as quantidades literais, isto é, chegar à álgebra e ao conceito de número abstrato (SCHUBRING, 2000). E é nesse contexto que Condillac empreende um esforço para constituir uma teoria dos números negativos, chegando a criticar a posição de d'Alembert quanto à inexistência de clareza das idéias a tal respeito.

Como vimos no capítulo anterior, d'Alembert repudia as várias interpretações sobre os negativos, e conseqüentemente, só aceita as quantidades negativas como quantidades positivas que foram supostas numa posição falsa. O enfoque dos negativos por Condillac é muito original: é somente após introduzir o dialeto das letras, signos indeterminados, que ele se refere a "quantidades a mais" como letras precedidas do sinal +, isto é quantidades acrescentadas, e a "quantidades a menos" como letras precedidas do sinal - , isto é, quantidades subtraídas. Como observa SCHUBRING (2000), Condillac, nesse caso, não pretende reduzir os termos teóricos aos empíricos:

"Ele insiste sobre a novidade destas operações. Deste modo, tenta redefinir todas as operações em vista da Álgebra, isto é, elaborar uma gramática consistente que convenha ao 'dialeto da álgebra', sem que para isso seja necessário reduzir este 'dialeto' ao da Aritmética" (SCHUBRING, 2000, p. 59).

De fato, Condillac afirma que não há quantidades a menos nem nas línguas vulgares nem mesmo na aritmética; mas na álgebra, como os signos são indeterminados,

[112] Veja-se a seção *Aritmética: a importância dos signos*, neste mesmo capítulo.

a – b ou b – a são a resposta para a pergunta sobre a diferença entre a e b. O que é uma adição em álgebra é chamado uma subtração em aritmética, e o que é uma adição em aritmética é uma subtração em álgebra. E o filósofo sublinha a inevitabilidade dessas expressões contraditórias quando se misturam o dialeto da aritmética e o da álgebra. Aprender a álgebra significa, para ele, aprender sua gramática própria, sem pretender restringir o seu dialeto ao da etapa anterior, a dos algarismos da aritmética. Ele acentua a dificuldade com os negativos como conseqüência dessa pretensão irrealizável:

"Toda expressão a menos, transportada para a aritmética ou para as línguas vulgares, deve, portanto, provocar uma linguagem contraditória, e eis porque, no começo, temos de fazer um esforço para falar álgebra. Quereríamos aí falar a nossa língua, como a falamos em todas aquelas línguas que sabemos mal" (CONDILLAC, 1981, p. 296).

Condillac também explica a sua preferência pelas expressões "quantidades a mais" e "quantidades a menos" em lugar de "quantidades positivas" e "quantidades negativas": fazendo essa escolha, ele crê que não confunde as quantidades com a operação que as soma ou as subtrai, ao passo que *"quando se nomeia quantidade positiva a adição de uma quantidade, e quantidade negativa a subtração de uma quantidade, confunde-se a expressão das quantidades com a expressão da operação que as soma ou as subtrai, e uma língua semelhante a essa não é adequada para difundir as luzes"* (CONDILLAC, 1981, p. 298-299).

Condillac vê nessa confusão lingüística o principal problema de todos que tentaram explicar as quantidades negativas, e ao citar e criticar as restrições de d'Alembert às teorias pouco claras sobre elas, volta a referir-se à escolha inadequada para sua denominação:

"Quando se começa mal, se explica mal: isso é natural, e é todo o erro que se comete. Assim, aqueles que tratam do começo de uma arte ou de uma ciência deveriam, quase sempre, evitar falar como todo mundo. A denominação, por exemplo, de

quantidades negativas por oposição à de quantidades positivas parece indicar que há quantidades que não são quantidades, e quantidades que são realmente quantidades" (CONDILLAC, 1981, p. 300).

Condillac, logo após esse trecho, promete esclarecer melhor suas concepções sobre os negativos na parte do livro que trata das equações do segundo grau; no entanto, essa promessa não é realmente cumprida – como já foi dito, a *Língua dos Cálculos* ficou inacabada[113], e as equações do segundo grau não chegam a ser focalizadas no texto que o autor deixou.

Assim, Condillac realiza, na *Língua dos Cálculos*, seu programa analítico para a álgebra no sentido descrito por Sylvain Auroux e aqui citado – *"da origem sensível até a abstração mais etérea"*. No entanto, o programa analítico não se esgota nesse aspecto explorado por Gert Schubring no estudo das rupturas no estatuto matemático dos números negativos. Assim, embora sem nos deter sobre esse tema, consideramos importante registrar a proposta de Condillac, em seu último trabalho, de engendrar, a partir dos números que hoje denominamos naturais, também os racionais, os complexos e os irracionais, a qual é analisada em certo detalhe por AUROUX (1981).

Procuramos mostrar algumas formas encontradas por Condillac para colocar em ação o seu programa analítico para os conhecimentos matemáticos. Queremos, agora, para concluir este capítulo, estabelecer vínculos entre os preceitos condillacianos mais gerais para a educação e essa concepção da Matemática como o modelo de conhecimento ao qual o método analítico é particularmente adequado, a fim de compreender melhor a importância da educação matemática na visão de Condillac.

Já no *Ensaio sobre a origem dos conhecimentos humanos*, Condillac, ao referir-se ao trabalho de um preceptor que instrui seu aluno, diz que o primeiro deve ensinar somente as coisas mais relacionadas à idade e às necessidades do segundo, levando-o a formar idéias precisas e a fixá-las por meio de signos adequados. Mencionando, como

[113] De acordo com AUROUX (1981, p. XXXVII-XXXVIII), não é possível estabelecer exatamente a data de composição do livro. Entretanto, pode-se dizer, com base em escritos do próprio Condillac, que o autor trabalhou nele desde o fim de 1777 e o abandonou a partir do início de 1779.

destaca COUTEL (1988), apenas a instrução particular[114], Condillac reconhece tanto a dificuldade dos pais em prover a uma instrução desse tipo, quanto aquela em encontrar professores preparados para cumprir os requisitos que aponta. Todavia, mesmo não se podendo executar sempre uma boa educação nesses moldes, é importante fixar o que jamais deveria ser feito: confundir as crianças com sofismas e raciocínios equivocados. Na *Arte de pensar*, Condillac explicita claramente que o costume de aplicar as crianças, durante seus primeiros anos de estudos, somente a coisas que elas não podem compreender é pouco próprio ao desenvolvimento de seus talentos. No *Ensaio*, focalizando os conteúdos mais adequados a um desenvolvimento correto do pensamento das crianças, o filósofo escreve que não é o latim, nem a geografia, nem a história que é preciso ensinar-lhes – ele questiona que utilidade teriam essas ciências numa idade em que não se sabe ainda pensar. Ainda que esse trecho do *Ensaio* não faça referência explícita à Matemática como um dos conhecimentos capazes de dar ao espírito das crianças a possibilidade de exercer plenamente suas operações, na *Arte de pensar* Condillac nos leva a crer que ele está entre as noções mais apropriadas ao desenvolvimento do pensamento da criança, já que

"As matemáticas são a ciência na qual melhor se conhece a arte de conduzir a própria reflexão. Elas devem essa vantagem à precisão das idéias, à exatidão dos signos e ao encadeamento no qual apresentam as coisas.

É por isso que as matemáticas levam a análise até os últimos termos. Sabendo-se dar precisão às idéias, exatidão aos signos e ordem aos diferentes objetos dos quais se tem de tratar, não será muito difícil refletir" (CONDILLAC, 1947, p. 768).

[114] ALBERTONE (1983), ao comentar a influência de Condillac sobre Condorcet, sublinha os aspectos fundamentais que distinguem os dois filósofos: no pensamento pedagógico de Condillac, predomina a perspectiva filosófica, sendo negligenciados os ângulos pedagógico e político, essenciais na obra de Condorcet. É preciso lembrar que o *Curso de Estudos* de Condillac era destinado à educação de um príncipe – o duque de Parma, neto de Luís XV, de quem o filósofo foi preceptor por nove anos – ao passo que Condorcet propôs um projeto nacional e escreveu um livro didático para a instrução pública durante a Revolução Francesa. O trabalho de Albertone acentua ainda que, enquanto para Condillac a formação ética fica em segundo plano em relação à clareza intelectual, Condorcet presta especial atenção ao conteúdo da educação moral por acreditar no nexo entre ética e formação intelectual. Procuraremos analisar esses aspectos no próximo capítulo.

Particularmente relevante é a instrução nos conhecimentos da aritmética, porque eles mostram a importância dos signos remetendo não a um simples verbalismo, mas às operações e combinações do intelecto. Essas idéias de Condillac, conforme ressalta COUTEL (1988), e aqui já foi comentado, repercutiram muito quando da elaboração do manual de aritmética de Condorcet para a instrução pública da França Revolucionária, como veremos no capítulo seguinte deste trabalho.

Repetidas vezes neste capítulo referimo-nos à insistência de Condillac em relação ao método analítico – vale agora enfatizar sua colocação acerca da possibilidade de se usar esse método na instrução das crianças, possibilidade essa que é apresentada como resultado da evolução natural das mesmas a partir de suas necessidades. Condillac condena, sobretudo, que a educação se faça de modo a ignorar a capacidade da criança, impondo-lhe os erros dos adultos. De fato, eis o que o filósofo escreve na Lógica:

"As crianças estão destinadas, por suas necessidades, a serem observadoras e analistas, e elas têm, em suas faculdades nascentes, motivo para ser ambas as coisas; elas o são, até forçosamente, tanto que a natureza as conduz sozinha. Mas tão logo começamos a conduzi-las, proibimos-lhes toda observação e análise. Supomos que elas não raciocinam, porque não sabemos raciocinar com elas e, esperando uma idade da razão, que começa sem nós, e que retardamos o máximo que podemos, nós as condenamos a não julgar senão segundo nossas opiniões, nossos preconceitos e erros" (CONDILLAC, 1970, p. 400).

Claramente, essa faceta do pensamento de Condillac está ligada ao modo como propõe o ensino dos conhecimentos matemáticos, que procuramos evidenciar principalmente nas seções que tratam da aritmética e da álgebra: que se invista na compreensão e no raciocínio para fazer do educando o autor de sua própria reflexão; que não se faça dele um mero seguidor de rotinas mecânicas; que não se lhe imponham regras as quais não entende; que se o conduza a novos conhecimentos a partir daqueles que já possui. Podemos dizer que, se como Diderot e d'Alembert, Condillac valoriza a Matemática como um conhecimento essencial à formação humana, ele também pensa nela como algo que os homens desenvolveram e de que podem, portanto, se apropriar.

Capítulo 5

Condorcet e a educação matemática na instrução pública

Jean-Antoine-Nicolas Caritat (1743-1794), o marquês de Condorcet, é uma figura ilustre na Matemática, na Filosofia e na Educação, e a historiografia de tais áreas do conhecimento é pródiga em referências a esse brilhante intelectual do século das Luzes. Pertencendo à geração que sucedeu à de Diderot, d'Alembert e Condillac, Condorcet é freqüentemente denominado o último dos filósofos iluministas (HINCKER & HINCKER, 1971; KOYRÉ, 1991), ou, como prefere GUSDORF (1966), o transmissor da herança da *Enciclopédia* ao século XIX.

Os historiadores da Matemática (BOYER, 1996; STRUIK, 1987), ao se referirem a Condorcet, destacam o pioneirismo de seu trabalho em um campo que ele próprio designou como Matemática Social (GRANGER, 1989), e que trata da aplicação da teoria das probabilidades a várias questões sociais, como a dos julgamentos e a do sufrágio. Contudo, como discípulo de d'Alembert, Condorcet contribuiu também para a Matemática com sua teoria da integração de expressões e equações diferenciais em termos finitos (GILAIN, 1988).

Em estudos de História da Filosofia, Condorcet é destacado por sua teoria do progresso do homem em seu percurso histórico – o *Esboço de um quadro histórico dos progressos do espírito humano*, considerado seu testamento filosófico, é uma história dos progressos da humanidade durante nove épocas, rumo a uma décima em que desapareceria a desigualdade entre as nações e as classes sociais e se efetivaria a perfectibilidade do indivíduo. As histórias da Filosofia enfatizam ainda a influência de Voltaire (1694-1778) sobre Condorcet em sua atuação no combate à Igreja e na luta em favor da tolerância.

Na historiografia da Educação, muitos autores (ABBAGNANO & VISALBERGHI, 1995; BOTO, 1996; CAMBI, 1999; LEÓN, 1977; LOPES, 1981; MANACORDA, 1997) são unânimes nas referências elogiosas ao plano do deputado Condorcet para a instrução pública da França Revolucionária, apresentado à Assembléia

Legislativa em 1792, o qual não somente propunha uma instrução universal totalmente laica, sob a responsabilidade do Estado, como também estabelecia legalmente o primado da Matemática e das ciências nesse ensino, em posição de perfeita sintonia com as idéias defendidas por Diderot em seu *Plano de uma Universidade*.[115]

Condorcet, portanto, foi matemático, filósofo e sobretudo político, e tendo sido o único dos filósofos[116]que viveu para conhecer a Revolução Francesa, teve a oportunidade de realizar ações para atingir os objetivos pelos quais haviam lutado seus antecessores e inspiradores, particularmente no que se refere à educação. KINTZLER (1987) assinala a diferença fundamental entre os enciclopedistas da geração anterior e Condorcet: enquanto os primeiros combatem pela difusão das luzes em geral, ele aborda essa difusão para cada indivíduo como um homem da Revolução, compelido a tratar a necessidade da instituição escolar sob um ponto de vista jurídico. Escreve Catherine Kintzler:

"Não é a primeira vez que a questão do saber é confrontada com a da existência e da forma da instituição destinada a transmiti-lo, a difundi-lo e, talvez, a produzi-lo. Mas é a primeira vez que o problema se coloca na França sob uma forma explicitamente política e republicana; Condorcet deve construir um conceito jurídico porque se coloca uma questão de direito individual ao mesmo tempo que um problema nacional. A Instrução Pública é pensada como uma instituição que a República cria, e também como uma instituição da qual a República depende" (KINTZLER, 1987, p. 31).

Os trabalhos matemáticos, filosóficos e pedagógicos de Condorcet se integram na perspectiva analisada com profundidade por essa autora: favorável a uma constituição garantida pela soberania popular, assim como Diderot, Condorcet considera que, para votar, o homem deve consultar sua razão e mobilizar seus conhecimentos, e uma

---

[115] Nas palavras de Condorcet:
"... a instrução deve ser universal, isto é, estender-se a todos os cidadãos. Deve-se reparti-la com toda a igualdade que permitem os limites necessários dos gastos, da distribuição dos homens sobre o território e o tempo que lhe podem dedicar as crianças. Deve abarcar, em seus diversos graus, o sistema completo dos conhecimentos humanos, e garantir aos homens, em todas as idades da vida, a facilidade de conservar seus conhecimentos ou de adquirir outros novos" (CONDORCET, 1997, p. 253).

assembléia jamais tomará medidas corretas se for composta de homens ignorantes. A instrução, ao mesmo tempo que desenvolve as capacidades individuais, tem a finalidade de aperfeiçoamento da espécie humana, que, segundo a filosofia do progresso de Condorcet, está destinada a atingir cada vez um nível mais elevado de perfeição.

Por outro lado, para que a votação seja correta, é preciso estudar a forma das assembléias e os procedimentos de decisão – essa é uma questão básica da Matemática Social condorcetiana: Condorcet apresenta uma teoria matemática do voto em seu *Ensaio sobre a aplicação da análise à probabilidade das decisões produzidas pela pluralidade das vozes*, publicado em 1785.

Ao considerar os saberes que a instrução pública deve oferecer aos cidadãos da República, Condorcet vê a Matemática entre os conhecimentos com maior potencial de contribuição para a formação humana, e mais necessários ao cidadão. Esse saber deve, pois, ser assegurado na instrução de responsabilidade do Estado, e aí também Condorcet está de acordo com Diderot. Veremos, neste capítulo, que o projeto pedagógico de Condorcet, ao situar a Matemática como a principal matéria para o desenvolvimento cognitivo das crianças (SCHUBRING, 1985), também confere a ela um papel primordial de caráter político na instrução pública.

Estudaremos aqui, portanto, a educação matemática na visão de Condorcet; focalizaremos suas concepções e propostas em escritos de antes da Revolução, no plano para a Instrução Pública, no *Esboço de um quadro histórico dos progressos do espírito humano* e no manual de aritmética composto para a instrução pública na França Revolucionária e intitulado *Meios de aprender a contar seguramente e com facilidade.*

5.1 Condorcet e a educação matemática antes da Revolução Francesa

ALBERTONE (1983), em sua introdução aos textos referentes à educação escritos por Condorcet no período de 1773 a 1782, chama a atenção para esse período como fundamental quanto à atividade e maturidade intelectual do filósofo antes da Revolução, ressaltando a importância desses trabalhos para a compreensão do

[116] O termo "filósofo" é aqui utilizado com o significado que lhe foi atribuído pelos próprios iluministas, como está explicado no capítulo sobre d'Alembert.

desenvolvimento de seu pensamento pedagógico. Nessa época, sublinha a autora, verifica-se o fortalecimento do ativismo do clero na tentativa de reapropriar-se do controle da educação francesa, e especialmente existe a ameaça de restabelecimento dos jesuítas, proibidos de ensinar no país desde 1762.

A aproximação das questões da educação por parte de Condorcet desenvolveu-se, assim, como conseqüência de sua consciência, junto a Voltaire e a d'Alembert, dessa situação, e da consciência, também, de que a luta dos filósofos contra o clero deveria configurar-se como alternativa pedagógica capaz de substituir o modelo jesuíta.

Manuela Albertone afirma que, na intenção de fixar os próprios princípios pedagógicos como opostos a esse modelo, a posição de Condorcet delineava-se tanto como síntese quanto como superação original da atitude dos filósofos em relação ao problema da instrução.

Conquanto isso possa surpreender-nos, devido à forte ligação que acabou por se estabelecer entre o nome de Condorcet e a instrução pública, em um escrito de 1773 o filósofo manifestava-se favoravelmente à instrução particular na primeira educação das crianças, provavelmente influenciado por d'Alembert que, no verbete *Colégio* da *Enciclopédia*, reservava o ensino público às classes pobres, impossibilitadas de recorrer a um preceptor privado. Na verdade, Condorcet, como d'Alembert, posiciona-se em favor da educação doméstica como forma de oposição à emulação, método preferido na educação dos colégios jesuítas, nos quais os concursos e prêmios fomentavam um espírito de competição totalmente condenado moralmente pelo filósofo.

Outra influência importante sobre Condorcet em relação a essa preferência pela instrução particular pertence a Voltaire, que via a educação doméstica como alternativa para a educação dos colégios religiosos, dedicados simultaneamente a uma cultura antiquada fundada no estudo dos clássicos e a uma moral perpetuadora das superstições.

Todavia, deve-se salientar que Condorcet não compartilhava da hostilidade de Voltaire à difusão da instrução entre as classes populares.

Aderindo à luta contra a instrução religiosa, Condorcet já bem antes da Revolução desejava contrapor à formação jesuítica um humanismo laico, no quadro de um pensamento formado pela reflexão atenta e crítica sobre as pedagogias de Locke, Rousseau (1712-1778) e Condillac. É nesse quadro que devemos nos situar para analisar as idéias referentes à educação matemática de Condorcet, de antes da Revolução até sua morte em 1794.

Um ponto essencial às idéias condorcetianas, explícito em um trabalho com data provável anterior a 1774[117], intitulado *Reflexões e notas sobre a educação*, é a crença na desigualdade natural entre os indivíduos do ponto de vista intelectual. Ele afirma que existem crianças que têm igual facilidade para todos os objetos de estudos, crianças que são incapazes, exceto para um número pequeno desses objetos, e crianças que não conseguem aprender senão aquilo de que têm necessidade absoluta. Nosso autor acredita na possibilidade de compor uma instrução que sirva a todas as crianças, mas afirma que não é possível proporcioná-la a todas, nem completamente, nem da mesma maneira. Em particular no que diz respeito à Matemática, ele se refere, em outro escrito, este anterior a setembro de 1773[118] a uma criança *"nascida com o gosto por essas ciências"* (CONDORCET, 1983, p. 75) e a uma criança que *"não aprende a aritmética e a geometria senão com repugnância"* (Idem, p. 76), recomendando, para essa última, que se lhe faça *"sentir a utilidade do que elas* (aritmética e geometria) *têm de mais simples"* (Ibidem, p. 76). E como Diderot, Condorcet lembra que qualquer criança tem necessidade de contar e de medir em suas diferentes brincadeiras.

Condorcet considera que existem três tipos de idéias – as morais, as dos objetos físicos e as abstratas, para as quais devem ser seguidos caminhos diferentes na educação. É importante ressaltar que as idéias básicas da Matemática têm, para ele, um estatuto privilegiado entre as idéias abstratas no que se refere à educação das crianças:

"As únicas idéias abstratas nas quais é conveniente exercitá-las diretamente são, em primeiro lugar, as do número, e em seguida, as da extensão, porque elas se apresentam a todos os espíritos e todas as crianças as adquirem, as pronunciam e de uma maneira suficientemente precisa; é preciso mais tempo para que as outras idéias abstratas se formem suficientemente pelo hábito e pela experiência" (CONDORCET, 1983, p. 72).

[117] Conforme ALBERTONE, 1983, p. 159.
[118] Conforme ALBERTONE, 1983, p. 156.

Assim, apesar de existirem diferenças entre as faculdades infantis, Condorcet acredita, ainda da mesma maneira que Diderot, e também como d'Alembert e Condillac, na possibilidade de todos aprenderem as idéias matemáticas fundamentais. Ele explica que essas idéias não são inatas, define a aprendizagem, e indica como alcançá-la:

"Como uma criança não tem nenhuma das idéias abstratas que formam as ciências matemáticas, ***aprender*** *significa, para ela,* ***adquirir a faculdade de ter essas idéias****; ora, isso não se adquire senão pelo hábito. É preciso, então, fazê-la resolver um grande número de casos particulares de cada problema, e propô-los a ela de modo que possa empregar tudo o que aprendeu de princípios e operações"* (CONDORCET, 1983, p. 76, destaques do autor).

Se as idéias são morais, dos objetos físicos, ou abstratas, as ciências são, respectivamente, morais, naturais ou abstratas. As ciências abstratas que são adequadas a uma criança são a aritmética, a geometria e a álgebra. Condorcet explicita até um programa de estudos, no qual são abordadas essas três ciências, devendo ser seguida a ordem na qual ele as enumera:

"A aritmética. Primeiro as quatro primeiras regras sobre os números inteiros, e não tomar senão pequenos números, de sorte que os resultados não ultrapassem cinco a seis algarismos. Isso basta para que a criança adquira uma idéia justa da numeração, e uma complicação maior não faria senão fatigá-la.

A Geometria. Explicar-se-lhe-iam as proposições sobre as linhas, sobre as superfícies, sobre os sólidos que se podem entender sem a teoria das proporções.

Em seguida, será necessário voltar à aritmética das frações, dar os elementos de álgebra, e a parte da geometria elementar fundada na teoria das proporções[119].

Nos elementos de álgebra, eu não incluiria senão as regras das operações que faria sempre em exemplos muito simples, e os problemas do primeiro grau.

[119] Observemos que Condorcet adere às indicações de d'Alembert no *Ensaio sobre os Elementos de Filosofia*, as quais foram comentadas no capítulo que focaliza o editor dos verbetes de Matemática da *Enciclopédia* neste trabalho.

Enfim, e uma terceira vez, eu daria o cálculo elementar dos radicais e dos expoentes, a extração aritmética das raízes, e a trigonometria retilínea" (CONDORCET, 1983, p. 75-76).

Condorcet nos dá detalhes em relação ao ensino adequado da aritmética, explicando o motivo pelo qual há crianças que não aprendem imediatamente as suas regras: isso é conseqüência de terem recebido o ensino da rotina de tais regras juntamente com as razões que a fundamentam, sem adquirirem as idéias abstratas segundo as quais a numeração foi estabelecida. Dessa maneira, os primeiros princípios, isto é, os princípios do sistema de numeração, tornaram-se, para essas crianças, uma questão de memória puramente verbal, o que é contrário ao que Condorcet defende como o método conveniente para o ensino de todas as ciências: deve-se ensinar a uma criança apenas as coisas que ela pode entender perfeitamente o suficiente para retê-las.

Condorcet apela, por vezes, para o aspecto utilitário da Matemática, e especialmente da geometria:

"Viram-se crianças tornarem-se geômetras porque tiveram a fantasia de aprender a construir quadrantes. Pretendeu-se mesmo que Newton não aprendeu a astronomia senão porque desejava fazer horóscopos. Será fácil conduzir ao estudo das ciências mais abstratas uma criança que não tiver gosto ou disposição senão para os trabalhos manuais" (CONDORCET, 1983, p. 67).

Enfatizando que é possível, em algumas partes dos estudos matemáticos e físicos, tirar partido das necessidades das crianças, ele chama a atenção para o fato de que há poucas coisas que são imediatamente úteis a elas. Condorcet critica explicitamente o utilitarismo na instrução ao dizer que *"a idéia de empregar sempre um motivo de* *utilidade, de ser obrigado a responder sempre a uma criança para que serve algo é uma idéia exagerada"* (CONDORCET, 1983, p. 68).[120]

Se a criança já usa conhecimentos relacionados à aritmética e à geometria em suas brincadeiras, é preciso ir além disso – será necessário *"exercitá-la sobre os primeiros princípios a fim de que pelo menos ela tenha idéias simples claras, precisas, e que sinta o que é uma coisa demonstrada"* (CONDORCET, 1983, p. 76). É aí que Condorcet valoriza especialmente o ensino da geometria, aproximando-se de Diderot no *Plano de uma Universidade*, e de d'Alembert no verbete *Geômetra* da *Enciclopédia*. A seguinte passagem mostra a força dessa concepção sobre a importância formativa da geometria:

"Há muitas posições nas quais um homem não terá jamais em toda a sua vida uma única vez necessidade da Geometria, mas não há nenhum homem a quem não seja útil saber o que é uma proposição evidente e não ser exposto a considerar as opiniões mais evidentes como coisas provadas porque elas se apóiam em algumas razões enganosas mas indiretas" (CONDORCET, 1983, p. 76).

Nas *Reflexões e notas sobre a educação*, texto que aqui tomamos como referência para apresentar o pensamento de Condorcet em relação à educação matemática antes da Revolução Francesa, registram-se também aspectos essenciais e comuns às idéias de Diderot, d'Alembert e Condillac – a crítica ao ensino do latim, a proposta de adiamento do estudo das línguas por sua inadequação[121], como estudo inicial, às crianças, e a recomendação de modificações na abordagem da filosofia:

"Não sei porque se diz que o estudo das línguas é próprio para as crianças, e isso porque elas passam estupidamente dez anos a aprender muito mal a língua latina.

---

[120] Manuela Albertone assinala o progressivo afastamento de Condorcet em relação a Rousseau, apologista do utilitarismo, e sua aproximação de Condillac, que afirma que *"as descobertas aparentemente mais inúteis nos ensinam, pelo menos, a observar e a raciocinar"* (ALBERTONE, 1983, p. 37). A autora cita, a propósito, a seguinte referência crítica a Rousseau por Condorcet: *"um escritor eloqüente que teria desejado condenar o espírito humano a uma ignorância eterna"* (CONDORCET, apud ALBERTONE, 1983, p. 29).

Ademais, a máxima salutar de nada fazer aprender às crianças que elas não entendam ou nada que estudem com repugnância deve adiar o estudo das línguas até o tempo em que o desejo de ler coisas necessárias aos progressos de seus estudos lhes dará o gosto das línguas, e também deixar a gramática para o tempo em que se lhes ensinar a metafísica.

Quando uma criança tiver seguido os estudos que acabamos de indicar (Matemática, ciências naturais e História)*, e seu espírito tiver tomado a força e o hábito da meditação, então se lhe poderá falar da filosofia. Para isso, se fará com que ela reflita sobre a maneira pela qual adquiriu suas idéias, sobre a moral que seu espírito seguiu. Ela aprenderá assim de quais idéias simples cada idéia designada por uma palavra é composta, e como é necessário, para não se enganar, ligar sempre aos mesmos termos a mesma idéia, e saberá ligar idéias precisas e claras aos termos abstratos que não tinham para ela senão uma significação vaga..."* (CONDORCET, 1983, p. 82-83).

Para concluir a exposição das idéias de Condorcet situadas no período anterior à Revolução que nos parecem mais significativas em relação à educação matemática, mencionamos o que ele diz sobre os livros para o ensino: nessa época (1773-1774), Condorcet escreve que não seria favorável a dar à criança nenhum livro de elementos, mas faz recomendações sobre os livros que o professor deveria usar. Estes seriam os livros de aritmética e álgebra do padre Bossut[122], e uma tradução francesa dos Elementos de Euclides, e Condorcet faz uma crítica aos livros modernos de geometria:

"... os elementos de geometria moderna contêm demasiado poucas proposições. Encontra-se neles tudo o que é necessário a um homem para se tornar geômetra, mas

---

[121] ALBERTONE (1983, p. 40) vê aí o indício de uma repercussão das idéias de Rousseau sobre Condorcet. Podemos observar, seguramente, na ordem dos estudos sugerida pelo último dos iluministas, uma grande semelhança com as concepções diderotianas no *Plano de uma Universidade*.

[122] O padre Charles Bossut (1730-1814) foi professor da escola real de Mezières e o responsável pela introdução, nessa escola, do estudo da perspectiva, de elementos de cálculo infinitesimal e das noções então mais modernas de dinâmica e hidrodinâmica. Foi também um pesquisador nos campos da hidrostática e da hidrodinâmica, e publicou uma série de livros para o ensino da aritmética, da álgebra, da geometria, da mecânica e da hidrodinâmica. Durante o império napoleônico foi examinador da Escola Politécnica (VIGUERIE, 1995).

são necessários mais fatos para que uma criança possa adquirir o hábito das idéias abstratas" (CONDORCET, 1983, p. 77).

É importante notar que ainda antes da Revolução, em 1782, num relatório sobre um concurso para a escolha de um livro de moral para a educação das crianças, Condorcet refere-se, entre os princípios gerais para esse tipo de obra, à possível necessidade de acompanhá-la de *"uma exposição muito sumária do método de dela se servir e de ensiná-la"*, evitando em tal exposição que *"as crianças possam ler todas as reflexões que poderiam inspirar-lhes desconfiança e fazê-las suspeitar que se procura enganá-las ou se lhes esconde alguma coisa"* (CONDORCET, 1983, p. 150-151).

Ainda que Condorcet tenha inicialmente se manifestado em favor da instrução particular, Manuela Albertone afirma que, no interior de uma evolução pedagógica que se acelerou gradualmente na direção de um maior empenho social, é possível fixar em 1774 a data de uma aceitação consciente da instrução pública por parte do filósofo. COUTEL (1988) estabelece 1779 como o ano em que Condorcet rompe em definitivo com a defesa do preceptorado privado eleito por Locke, Rousseau e Condillac. De qualquer modo, os meados dos anos 70 do século XVIII marcam também a intensificação da ação política de Condorcet, uma virada determinante em seu desenvolvimento filosófico, e a partir daí a instrução pública passa a se configurar, para ele, como resposta direta à contingência histórica, como alternativa anti-clerical. Contudo, a adesão à instrução pública por parte de Condorcet está ligada fortemente, ainda, ao seu envolvimento com o movimento fisiocrático, que tinha como palavra de ordem a difusão generalizada dessa instrução; a campanha fisiocrata em favor da instrução pública foi, porém, recebida por Condorcet como via de elaboração de um projeto de transformação social que ultrapassava a dimensão técnica do discurso econômico para inserir-se num programa mais amplo de conquista de liberdade social e coletiva (ALBERTONE, 1983).

Nos anos que se seguem, Condorcet se dedica a uma intensa atividade política na imprensa e nas diversas sociedades de que faz parte, devotando-se a uma luta pela reforma geral dos costumes e das leis; combate, com seus escritos, a discriminação dos judeus e dos protestantes e a escravidão nas colônias; defende o direito de cidadania dos negros e o direito de voto das mulheres. Mas é depois da Revolução, em 1790, que a questão da instrução pública assume interesse máximo para o filósofo; nesse ano, em *A Biblioteca do homem público*, espécie de revista política por ele fundada, publica suas cinco memórias sobre a questão, antecessoras diretas do célebre *Informe sobre a organização geral da Instrução Pública* que, como deputado na Assembléia Legislativa, Condorcet apresenta em nome do Comitê de Instrução Pública nos dias 20 e 21 de abril de 1792 (BUISSON, 1929). É para a educação matemática no interior desse plano que estabelece o ensino público na França Revolucionária que vamos dirigir nossa atenção a seguir.

5.2 O plano de Condorcet para a instrução pública, a Matemática no quadro dos progressos do espírito humano e a educação matemática

Em 1789, haviam sido apresentados aos Estados Gerais[123] os registros das queixas e desejos dos eleitores nos documentos intitulados Cahiers de Doléances. Esses cadernos, em número aproximado de 60 mil, dividiam-se entre os da nobreza, os do clero e os do Terceiro Estado, e em relação à educação, eram documentos que refletiam a situação de um país de grande número de iletrados e ensino primário inexistente ou desenvolvido de forma medíocre. Entre as reivindicações, estavam a multiplicação do número de escolas e a melhoria da situação dos professores a fim de, prioritariamente, garantir ao povo uma instrução adequada ao exercício das profissões e dos ofícios (HUBERT, 1976). LOPES (1981) enfatiza que a participação do Terceiro Estado na convocação dos Estados Gerais de 1789 não contou com sequer um representante direto das classes populares urbanas ou rurais, incluindo somente elementos da burguesia. Essa autora ressalta a unanimidade dos três estados quanto à necessidade da reforma do

[123] Os Estados Gerais eram, na França monárquica, a assembléia formada por representantes das três ordens do Antigo Regime: o clero, a nobreza e a burguesia (Terceiro Estado), cuja principal função era votar os impostos; essa assembléia não tinha poderes deliberativos. Sua convocação por Luís XVI, em janeiro de 1789, foi resultado da pressão da crise política, social e econômica do país. O primeiro período da Revolução Francesa transcorre da instalação dos Estados Gerais, em 5 de maio de 1789, até 30 de setembro de 1791, quando se dissolveu a Assembléia Constituinte, que havia se formado a partir de 17 de junho do mesmo ano. A constituição elaborada por essa assembléia estabeleceu a monarquia constitucional e consagrou a divisão dos poderes em Executivo, Legislativo e Judiciário (LANGER, 1980).

aparelho escolar, bem como a ausência de antagonismos entre eles quanto aos aspectos mais essenciais desse tema.

O governo da Revolução tomou medidas contra o clero que levaram ao fechamento de muitas escolas católicas, e transferiu para os poderes civis a supervisão da educação pública. Propuseram-se, então, diversos planos para a instrução nacional; em acordo com a constituição revolucionária de 1791, tinham tais planos em comum a previsão da existência e gratuidade do ensino primário para todos. É importante ressaltar o que se pretendia para a escola na perspectiva da Revolução – que perdesse o caráter eminentemente religioso que a havia marcado no Antigo Regime, substituindo-o pelo patriótico, e que ensinasse a conhecer, a defender e a aperfeiçoar a sociedade (GLATIGNY, 1949).

O plano de Condorcet foi o segundo projeto revolucionário referente à instrução pública, e sucedeu ao de Talleyrand[124] que, apresentado à Assembléia Constituinte em 1791, não chegou a ser aprovado. A fase seguinte da Revolução foi a da Assembléia Legislativa[125], na qual se constituiu o Comitê de Instrução Pública e foram suprimidas as congregações seculares, encarregadas da educação do povo (LOPES, 1981). O plano de Condorcet foi, como dissemos, lido à Assembléia Legislativa nos dias 20 e 21 de abril de 1792. Porém, o dia 20 de abril foi também o dia da declaração de guerra à Áustria, e a discussão do documento foi sucessivamente adiada, até que a Assembléia se dissolveu em 21 de setembro do mesmo ano, sem ter acabado de examiná-lo e sem emitir qualquer pronunciamento a seu respeito (BUISSON, 1929).

[124] Charles-Maurice de Talleyrand-Périgord (1754-1838) foi padre e deputado do clero nos Estados Gerais de 1789 e membro da Assembléia Constituinte durante a primeira fase da Revolução, tendo celebrado, no Campo de Marte, a missa pelo primeiro aniversário da queda da Bastilha. Foi também ministro das relações exteriores do governo revolucionário durante o Diretório e ocupou cargos importantes durante o império de Napoleão e a Restauração (Larrousse du XX e. Siècle, 1929, p. 578-579).

[125] A Assembléia Legislativa foi eleita após a dissolução da Assembléia Constituinte; o regime monárquico continuou até 21 de setembro de 1792, quando foi proclamada a república (LANGER, 1980).

Na terceira fase da Revolução, a da Convenção Nacional[126], esta propôs outros planos para a instrução pública que, várias vezes, tomaram como base a proposta de Condorcet (LOPES, 1981). No entanto, é preciso destacar uma diferença fundamental entre o trabalho de Condorcet e os outros projetos elaborados durante a Convenção. Trata-se da insistência, por parte do filósofo, sobre a instrução pública, que visa especialmente ao desenvolvimento das faculdades intelectuais e das aptidões técnicas pela aquisição dos conhecimentos e pelo exercício individual da razão, em oposição à chamada educação nacional, cujo propósito é formar a moral e dar aos futuros cidadãos o sentimento de pertinência a uma comunidade fraternal. A educação nacional não apela necessariamente aos conhecimentos, podendo seu fundamento assentar-se exclusivamente sobre os sentimentos; os projetos com essa ênfase conferem à escola a função de conformar o educando do ponto de vista físico, moral e, finalmente intelectual, e inspiram-se especialmente em Rousseau (BOTO, 1996; KINTZLER, 1987).

Condorcet exclui da esfera pública essa noção de educação, considerando que cabe a cada cidadão dar a seus filhos a educação que desejar; o poder público ultrapassaria os limites de sua competência se pretendesse assumir uma formação moral com base nos sentimentos. Condorcet pensa, contudo, que os conhecimentos intelectuais são uma parte imprescindível no interior da formação moral, e posiciona-se contrariamente a *"uma temática ordenada em um universo extra-racional"* (KINTZLER, 1987). COUTEL (1988) é outro estudioso que sublinha a diferenciação do projeto de Condorcet em relação a outros planos revolucionários, registrando a oposição de seus autores às luzes e sua desconfiança quanto à base intelectual da instrução, bem como sua preferência por uma educação *"patriótica"* e *"comum"*.

Não é nosso objetivo aqui discutir dimensões mais gerais do projeto de Condorcet, o que é feito de forma cuidadosa em trabalhos como os de LOPES (1981) e BOTO (1996). Antes, porém, de nos concentrarmos sobre os aspectos do mesmo que se

126 A Convenção Nacional representa o auge da Revolução; em 10 de agosto de 1793, essa assembléia votou uma nova constituição que, no entanto, não chegou a entrar em vigor. É nessa época que se instaura o regime do Terror, caracterizado pelas perseguições, prisões e execuções em massa. O Terror só foi suspenso em julho de 1794 (golpe de 9 Termidor); a 25 de outubro de 1795 dissolveu-se a Convenção, dando lugar ao governo do Diretório (LANGER, 1980).

relacionam com a educação matemática, que são os de maior interesse neste trabalho, é preciso assinalar uma de suas características mais notáveis – a de apresentar uma visão geral de uma formação educacional completa, da infância à idade adulta. Com efeito, o projeto de Condorcet previa quatro graus de ensino: as escolas primárias, as secundárias, os institutos, correspondentes ao nível então vigente nos colégios, e os liceus, onde se formariam cientistas e professores (CONDORCET, 1977).

Entre os aspectos desse projeto que concernem à visão do último iluminista sobre a educação matemática, em primeiro lugar destacamos que Condorcet vê na escola primária o local onde se ensina *"o que cada indivíduo necessita saber para conduzir-se a si mesmo e desfrutar da plenitude de seus direitos"* e onde dão-se *"as lições destinadas aos homens para fazê-los capazes de desempenho das funções públicas mais simples, para as quais é conveniente que cada cidadão possa ser convocado, como são as de jurado ou de funcionário municipal."* Nessa escola, além da leitura e da escrita, de uma descrição elementar das produções do país, dos procedimentos da agricultura e das artes, do desenvolvimento das idéias morais, das regras de conduta delas originadas e dos princípios da ordem social, acrescentar-se-ão *"as regras da aritmética, daqueles métodos simples de medir exatamente um terreno ou um edifício"* (CONDORCET, 1997, p. 254).

Em segundo lugar, observamos que posteriormente à apresentação de seu informe à Assembléia, ao redigir notas à segunda edição do mesmo, Condorcet fez questão de enfatizar a importância do conhecimento elementar da **aritmética** – explicitamente para satisfazer as necessidades imediatas da vida, mas também por sua relevância para assegurar a igualdade de todos os homens, reconhecida pela lei. Duas passagens mostram tais idéias. Na primeira delas, afirma Condorcet:

"Quando for terminada a operação sobre as medidas (aqui há uma evidente alusão ao estabelecimento do sistema métrico decimal, realização da Revolução Francesa), *e todas as quantidades tiverem ficado submetidas à divisão decimal, o conhecimento das quatro regras simples, com dois ou três princípios do cálculo das frações decimais, bastará para todas as operações aritméticas necessárias à vida civil"* (CONDORCET, 1997 a, p. 292).

A segunda passagem a que nos referimos e à qual acrescentamos negritos é a seguinte:

"A superioridade dos conhecimentos e dos talentos pode submeter os demais homens a uma dependência particular ou geral.

Evita-se o primeiro desses perigos ***fazendo com que sejam universais os conhecimentos necessários para a vida comum.*** *Quem tem necessidade de recorrer a outro para escrever e inclusive para ler uma carta,* ***para efetuar o cálculo de seus gastos ou de seus impostos, para conhecer as dimensões de seu campo ou para dividi-lo...*** *essa pessoa se encontra necessariamente em uma situação de dependência que faz com que lhe resulte nulo ou perigoso o exercício dos direitos do cidadão, e reduz a quimera humilhante para si mesmo a igualdade declarada pela natureza e reconhecida pela lei. Porém,* ***estes mesmos conhecimentos bastam para libertá-lo de tal servidão****; por exemplo,* ***o homem que sabe as quatro regras da aritmética*** *não fica sujeito a depender de Newton no que toca a nenhuma das ações da vida comum.*

No que diz respeito à dependência geral, à que nasce do poder da armadilha, ou da palavra, ficará reduzida a quase nada pela universalidade desses ***conhecimentos elementares, os quais, por sua própria natureza, são aptos para conservar a precisão do espírito, para formar a razão****"* (CONDORCET, 1997 a, p. 296-297, negritos nossos).

Vale a pena relacionar o conteúdo dessa segunda passagem, aqui colocado em foco pela referência explícita à educação matemática, à interpretação que KINTZLER (1987) nos oferece. Segundo essa autora, Condorcet propõe, como solução para o problema da conciliação entre a exigência de igualdade entre os homens, as necessidades científicas, técnicas e intelectuais e o direito de cada um chegar ao nível máximo de perfeição que sua capacidade permite, mostrar que não há igualdade verdadeira senão entre sujeitos com um mínimo de autonomia intelectual. Eis o comentário de Catherine Kintzler:

"Longe de produzir desigualdades entre os homens, as luzes, quando são suficientemente difundidas, não podem engendrar senão a diferença, e jamais a subordinação. É necessário e suficiente que cada um aceda a uma autonomia intelectual mínima que lhe permita ao mesmo tempo escapar da dependência direta em relação a outro e aceder a graus de saber mais ampliados. Que ninguém seja obrigado, para ler uma carta, para efetuar um cálculo simples, ou julgar sobre a verossimilhança de uma proposição, a se entregar cegamente ao primeiro charlatão que aparecer. Mas que ninguém seja limitado, pela parcimônia de uma instrução demasiado sumária ou mal construída, ao horizonte estreito das necessidades imediatas (KINTZLER, 1987, p. 33).

Por outro lado, a referência que Condorcet faz à potencialidade dos conhecimentos elementares para a formação da razão nos leva a focalizar um terceiro aspecto fundamental de seu projeto para a educação pública – trata-se agora das considerações do filósofo quanto ao terceiro grau da instrução presente em sua proposta, o dos institutos, destinado à preparação para estudos mais profundos, ao desempenho das funções públicas que exigem mais conhecimentos, à formação dos professores para as escolas secundárias ou ainda ao aperfeiçoamento daqueles com exercício nas escolas primárias. Nesse nível do ensino, Condorcet procura justificar a prioridade que concede às ciências físicas e matemáticas afirmando que o seu estudo, ainda que seja elementar, desenvolve as faculdades intelectuais, ensina a raciocinar com precisão e a analisar bem as idéias. Conhecimentos de assuntos como a literatura, a gramática, a história, a política e a filosofia em geral também poderiam favorecer o desenvolvimento de uma lógica correta e profunda, mesmo ignorando as ciências naturais. Todavia, conhecimentos elementares de tais temas não têm o mesmo potencial que os das ciências naturais, pois *"empregam a razão, mas não seriam capazes de formá-la"* (CONDORCET, 1997, p. 261).

Condorcet faz, também, uma crítica explícita à parte correspondente a esse terceiro grau de instrução de seu plano no ensino existente anteriormente pela escolha do latim, associado à gramática e à retórica, como seu objeto prioritário, dizendo, de modo semelhante a Diderot: *"Parece que não queriam formar senão teólogos ou pregadores; nós aspiramos a formar homens ilustrados"* (CONDORCET, 1997, p. 262), e mais: *"o* *estudo prolongado, em profundidade, das línguas dos antigos, estudo que requereria a leitura dos livros que nos deixaram, seria talvez mais nocivo do que útil"* (Idem, p. 263).

Entre os conhecimentos prioritários de seu projeto, é preciso considerar que à Matemática, especialmente, Condorcet atribui um papel primordial no desenvolvimento geral das civilizações. Essa concepção revela-se explicitamente em sua obra mais importante, o *Esboço de um quadro histórico dos progressos do espírito humano*, em que a história da humanidade é contada sob a perspectiva da evolução de seus conhecimentos. Para Condorcet, o século XVIII é a época em que as luzes se propagaram, e se o que caracteriza as luzes são as idéias claras, o modelo das idéias claras e precisas encontra-se nas matemáticas e nas ciências que dela se aproximam. Daí a sua colocação em primeiro plano no quadro do espírito humano: dividindo o texto em dez períodos históricos, o filósofo se empenha no sentido de, em muitos deles, iniciar a descrição do progresso dos saberes pelas conquistas matemáticas correspondentes.

A evolução dos conhecimentos matemáticos é apresentada como o resultado de demandas sociais que levam ao progresso em várias situações: na segunda época[127], quando Condorcet destaca a necessidade de estabelecimento de regras fixas para a partilha das heranças e o desenvolvimento da astronomia decorrente da utilidade de observação das estrelas; na quinta época[128], quando ele se refere ao encorajamento, pelos governantes de Alexandria, das ciências mais úteis para a navegação e o comércio; na oitava época[129], quando enfatiza a descoberta dos logaritmos como uma poderosa ferramenta de abreviação das operações aritméticas (CONDORCET, 1971).

Condorcet vê a história da Matemática como um espelho que reflete o crescimento da inteligência humana. A aritmética é um exemplo das realizações dessa inteligência:

"...meio feliz de representar todos os números com um pequeno número de sinais, e de executar por operações técnicas muito simples, cálculos que a inteligência

[127] O título correspondente a essa época é *Os povos pastores. Passagem desse estado ao de povos agricultores.*

[128] Essa época recebe o nome de *Progressos das ciências desde sua divisão até sua decadência*, e nela Condorcet focaliza a Grécia helenística e os romanos.

humana, entregue a si mesma, não poderia atingir. Eis aí o primeiro exemplo desses métodos que duplicam as forças do espírito humano, e com a ajuda dos quais ele pode recuar indefinidamente seus limites, sem que se possa fixar um termo onde deva enfim se deter"(CONDORCET, 1971, p. 110).

À álgebra, confere Condorcet uma posição privilegiada, como d'Alembert e Condillac, ao afirmar que *"se esse método não é por si próprio senão um instrumento particular à ciência das quantidades, ele encerra os princípios de um instrumento universal, aplicável a todas as combinações de idéias"* (CONDORCET, 1971, p. 228).

Concebendo a Matemática como um paradigma para todas as ciências, afirma ainda que a formação de uma língua universal para estas (como a língua da álgebra) faria com que o seu desenvolvimento tivesse a segurança do das matemáticas e as proposições que formam seu sistema tivessem *"toda a certeza geométrica, isto é, toda aquela que a natureza de seu objeto e de seu método permite"* (CONDORCET, 1971, p. 281). E é também pela perfeição de sua linguagem que a Matemática tem para Condorcet uma posição de destaque do ponto de vista pedagógico.

As palavras de GRANGER (1989) expressam esse pensamento:

"É preciso dizer, portanto, que as matemáticas são para Condorcet não somente uma ciência onde o método de pensamento analítico[130] *aparece sob a luz mais favorável, mas também como um instrumento concreto de civilização. É nesse sentido que ele as faz desempenhar um papel essencial em seus projetos de instrução pública, pois a difusão das luzes é o fim natural dos progressos técnicos do saber, ao mesmo tempo que um poderoso fator de sua incessante regeneração"* (GRANGER, 1989, p. 91-92).

Ainda com referência ao modo como Condorcet apresenta a Matemática no *Esboço de um quadro histórico dos progressos do espírito humano*, devemos salientar

[129] A oitava época é aquela *Da invenção da imprensa até a época em que as ciências e a filosofia abalaram o jugo da autoridade.*

que embora nesse trabalho a utilidade desse conhecimento seja posta em grande relevo, o autor explicita que sua importância, como a das ciências em geral, ultrapassa tal utilidade, e acena para o seu papel de regeneração naquilo que diz respeito à superstição e à tirania. A seguinte passagem ilustra o destaque de GUSDORF (1966) quanto à visão iluminista das ciências como fortes aliadas no combate aos valores tradicionais do Antigo Regime:

"Se nos limitássemos a mostrar as vantagens que se retiraram das ciências em seus usos imediatos, ou em sua aplicação às artes, seja para o bem estar dos indivíduos, seja para a prosperidade das nações, não teríamos feito conhecer senão uma parte fraca de seus benefícios.

O mais importante, talvez, é o de ter destruído os preconceitos, corrigido de alguma maneira a inteligência humana, forçada a se curvar às falsas direções que lhe imprimem as crenças absurdas transmitidas à infância de cada geração, com os terrores da superstição e o temor da tirania" (CONDORCET, 1971, p. 242-243).

Enfim, fazemos sobressair, na síntese histórico-filosófica de Condorcet, o último período do capítulo sobre a nona época – aquela que se estende *De Descartes até a formação da República Francesa*. Esse trecho, ao mesmo tempo que evidencia a concepção de conhecimento do autor, particularmente do conhecimento matemático, como uma cadeia de verdades (a mesma de d'Alembert), ressalta que as verdades científicas nem sempre têm imediata utilidade:

"O marinheiro, que é preservado do naufrágio por uma observação exata da longitude, deve sua vida a uma teoria que, por uma cadeia de verdades, remonta a descobertas feitas na escola de Platão e sepultadas durante vinte séculos em uma total inutilidade" (CONDORCET, 1971, p. 252).

---

[130] Mais adiante neste mesmo capítulo, comentaremos a respeito das concepções de Condorcet acerca do método analítico.

Acreditamos que a abordagem da Matemática no quadro condorcetiano dos progressos do espírito humano contribui para a compreensão do grande significado da educação matemática na proposta de nosso autor, já que esta articula a visão das matemáticas como imagem reveladora da capacidade do espírito humano com a finalidade da educação – *"contribuir para o aperfeiçoamento geral e gradual da espécie humana, fim último para o qual deve dirigir-se toda instituição social"* (CONDORCET, 1997, p. 252).

Para concluir esta seção, tratamos de um aspecto particularmente importante quanto à educação matemática no projeto de Condorcet para a instrução pública – ele possui, como outros projetos de antes e depois da Revolução (SCHUBRING, 1988), uma característica da política educacional da França desde a expulsão dos jesuítas. Trata-se da proposta de composição de manuais didáticos elementares destinados a todo o país, praticamente como o único meio de efetuar as reformas do ensino, e, em particular, de formar os professores demandados por tais reformas.

De fato, diz Condorcet em seu *Informe sobre a organização geral da Instrução Pública*, apresentado à Assembléia em abril de 1792:

> *"Caso se censurasse este plano por constituir uma instrução demasiado ampla, poderíamos replicar que* ***com livros elementares bem feitos e destinados a serem colocados nas mãos das crianças, procurando dar aos professores obras escritas para eles, nas quais possam informar-se acerca de como desenvolver os princípios; de como adequar-se à inteligência dos alunos, de como tornar-lhes mais fácil o trabalho,*** *não haveria por que temer que a amplitude deste ensino excedesse os limites da capacidade comum das crianças"* (CONDORCET, 1997, p. 256, destaques nossos).

No mesmo documento, Condorcet propunha que nas escolas primárias e secundárias, os livros elementares fossem escolhidos por intermédio de um concurso aberto a todos os cidadãos, devendo o poder público indicar aqueles mais adequados à instrução. SCHUBRING (1988) assinala que o fato de a política do Estado em relação aos conteúdos e métodos do ensino, desde a expulsão dos jesuítas, ter se centrado nos manuais como fonte privilegiada de transmissão dos saberes, representa precisamente o resultado da difusão dos ideais iluministas. Como acabamos de mostrar, também o plano de Condorcet reflete esse papel dos livros elementares.

Nosso filósofo, porém, não se limitou a propor a produção desses manuais: escreveu de fato um texto para o ensino da aritmética nas escolas do primeiro grau de ensino proposto em seu projeto, e também nos outros planos que o sucederam. COUTEL (1988) afirma que o manual completa o sentido dos trabalhos de Condorcet sobre a instrução pública, tendo em vista que em todos eles o autor anuncia e justifica a necessidade dos livros elementares para consolidar um plano geral organizador do ensino. É esse livro o tema que passamos a abordar.

5.3 Um antecedente do manual de aritmética de Condorcet: o Informe do deputado Arbogast

A 29 de outubro de 1792, Louis François Antoine Arbogast (1759-1803), professor de Matemática, deputado na Assembléia Legislativa e na Convenção e, durante um curto período, presidente do Comitê de Instrução Pública responsável pelo projeto de Condorcet, apresentou à Convenção Nacional seu *Informe e Projeto de Decreto sobre a Composição de Livros Elementares destinados à Instrução Pública.*

Esse documento é particularmente importante, por duas razões. A primeira é o fato de estabelecer indubitavelmente a conexão entre o plano de Condorcet para a instrução pública e seu manual de aritmética. A segunda nos interessa de modo especial neste trabalho – o escrito de Arbogast mostra, em relação à educação matemática, as marcas do pensamento dos antecessores de Condorcet, ligando a ação do último filósofo iluminista durante a Revolução Francesa às idéias apresentadas nos escritos de Diderot, d'Alembert e Condillac, as quais procuramos expor e comentar nos capítulos anteriores.

De fato, as palavras iniciais de Arbogast referem-se ao teor do texto – a composição dos livros elementares para os três graus de ensino do projeto de Condorcet, e atestam a preocupação do autor e do Comitê de Instrução Pública quanto a serem tais livros o meio mais eficaz de execução desse projeto, ainda que nada tivesse, até a apresentação do *Informe*, sido aprovado a respeito da instrução. Arbogast escreve mesmo que a eventual mudança de alguns artigos no plano a ser decretado não influiria essencialmente sobre a elaboração dos livros. Seu trabalho sublinha o atraso da instrução da França pela ausência de obras adequadas ao ensino, e a necessidade urgente de elevar os livros que conteriam os elementos das ciências à altura que haviam atingido essas mesmas ciências. Leiamos um trecho do documento:

"A falta ou a carência de boas obras elementares tem sido, até o presente, um dos maiores obstáculos que se opunham ao aperfeiçoamento da instrução. A razão dessa carência é que, até o momento, os cientistas de mérito eminente têm, quase sempre, preferido a glória de elevar o edifício da ciência ao esforço de iluminar a sua entrada" (ARBOGAST, 1988, p. 209-210).

As palavras de Arbogast são quase as mesmas usadas por d'Alembert no verbete *Elementos de Ciências* ao criticar os cientistas por não contribuírem na composição de livros para o ensino:

"Unicamente ocupados em fazer novos progressos na arte, para se elevar, se lhes for possível, acima de seus predecessores ou de seus contemporâneos, e mais ciosos da admiração do que do reconhecimento público, eles não pensam senão em descobrir e usufruir, e preferem a glória de aumentar o edifício ao cuidado de iluminar a sua entrada" (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, p. 496).

Arbogast incorpora, assim, a seu texto, a idéia de d'Alembert sobre a identidade desejável para os autores dos livros de elementos, bem como o fundamento dessa escolha: devem ser os maiores cientistas do país, *"porque somente eles podem lhes dar* (aos elementos) *a precisão, a clareza e a nitidez necessárias, e extrair de todo o conjunto da ciência as idéias fundamentais, e as teorias que devem entrar nos elementos que servem de introdução a todos os ramos conhecidos da própria ciência"* (ARBOGAST, 1988, p. 210).

O texto de Arbogast também evidencia a escolha iluminista, particularmente enfatizada por Diderot, das ciências como base da instrução, pela referência negativa ao alicerce preferido pela escolástica, e pelo aceno aos bons resultados que decorrerão da nova opção: *"o mesmo homem, que teria inutilmente passado a vida entre os sofismas e as sutilezas perigosas da escolástica, ao dirigir seus trabalhos para um objetivo útil, concorrerá para o aperfeiçoamento da razão humana e para a prosperidade da nação"* (Idem, p. 210).

Além disso, devemos também registrar a referência explícita do documento aos livros elementares como a alternativa capaz de solução do problema da formação dos professores demandados pela instrução pública.

Outra observação muito importante é que o informe do presidente do Comitê de Instrução Pública, ao expor os princípios que devem orientar a redação de textos para o ensino, explicita a adesão ao método analítico, por ser aquele que tanto nos faz chegar às descobertas como é o mais próprio a comunicá-las, e por ser o único a possibilitar a percepção da verdade que caracteriza o homem verdadeiramente instruído. É esse, portanto, o método que *"deve reinar em toda parte nos elementos bem feitos"* (p. 213). Mais ainda, embora não mencione o nome de Condillac, Arbogast faz quase uma citação literal de sua obra quando se refere ao *"cuidado que se deve ter para que a nomenclatura seja exata em todos os livros elementares"*, pois *"as línguas são métodos analíticos"*, e *"os raciocínios dependem quase inteiramente da linguagem"* (p. 214).

Finalmente, o autor do informe que aqui comentamos também expressa uma concepção sobre as possibilidades de aprendizagem das crianças – elas são perfeitamente capazes de raciocinar sobre aquilo que está a seu alcance, e não são aptas apenas à memorização, como se acreditava. Arbogast faz uma crítica explícita ao ensino baseado na memorização das coisas que elas não entendem, e escreve que o que lhes é acessível são as idéias sensíveis. Para fazer com que as crianças raciocinem, então, é preciso ocupá-las agradavelmente, e passar suavemente das idéias sensíveis às idéias abstratas. Essas reflexões se aplicam particularmente às escolas primárias; quanto ao ensino da aritmética, diz Arbogast:

> *"As primeiras regras da aritmética deverão ser expostas com toda a clareza possível, e os exemplos escolhidos de maneira que ofereçam aplicações aos usos mais comuns da vida"* (ARBOGAST, 1988, p. 215).

Todavia, apesar de o trabalho de Arbogast ter sido apresentado à Convenção Nacional no final de 1792, foi somente a 28 de janeiro de 1794 que ela aprovou um decreto de abertura do concurso de livros elementares para o primeiro grau da instrução pública. A essa altura, Condorcet já se encontrava escondido em Paris por ter tido sua prisão decretada como suspeito de conspirar contra a unidade e a indivisibilidade da República – havia se manifestado publicamente contra a nova constituição que a Convenção aprovara (SCHUBRING, 1988).

5.4 Meios de aprender a contar seguramente e com facilidade

No que se segue, buscando esclarecer, ainda que de modo sucinto, a história do manual de aritmética de Condorcet, fundamentamo-nos em dois trabalhos (SCHUBRING, 1988; SCHUBRING, 1999) que estudam detalhadamente a elaboração desse livro no interior do contexto da produção dos livros elementares na França.

Em geral ignora-se que o manual de aritmética de Condorcet – editado com o título *Meios de aprender a contar seguramente e com facilidade*[131] foi redigido na mesma época em que foi escrito o *Esboço de um quadro histórico dos progressos do espírito humano*, isto é, quando o autor se ocultava da perseguição do Terror[132].

Tendo se informado a respeito da abertura do concurso público para a seleção dos livros elementares a serem usados na instrução, Condorcet, que como vimos, era partidário da idéia de que com tais livros poder-se-iam alcançar bons resultados pedagógicos, iniciou efetivamente a elaboração de um texto no qual pretendia abordar não somente os elementos da aritmética, mas também os de geometria, a teoria das proporções e das equações do primeiro grau e outros tópicos.

O texto da segunda das *Cinco Memórias sobre a Instrução Pública*, intitulada *Da Instrução Comum para as Crianças*, é importante para conhecermos as idéias de Condorcet a respeito da idade dos estudantes que possivelmente seriam o alvo de seu manual. De fato, nessa segunda memória, Condorcet refere-se à idade dos estudantes nos

[131] No original, *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité.*
[132] De acordo com BADINTER & BADINTER (1991), Condorcet permaneceu refugiado na casa de uma viúva, a senhora Vernet, de julho de 1793 até o fim de março de 1794.

primeiros três graus de ensino de sua proposta: cada um desses graus teria quatro anos de duração, e o primeiro deles corresponderia à faixa etária de nove a treze anos (CONDORCET, 1994). Nessa segunda memória, encontramos também informações sobre a distribuição dos conteúdos matemáticos nos quatro anos previstos pelo autor para o primeiro grau de ensino.

No primeiro ano, Condorcet propunha a exposição do sistema de numeração decimal e o ensino da leitura e da escrita dos números nesse sistema, em palavras e em algarismos, deixando para o segundo ano a abordagem das *"quatro regras simples"* (CONDORCET, 1994, p. 123) da aritmética.

O terceiro ano seria reservado ao exercício dessas regras, com a apresentação aos alunos de *"pequenas questões que possam resolver sozinhos e que sejam suscetíveis de se reduzirem primeiro à aplicação de uma única das regras e depois à de várias de uma vez"* (CONDORCET, 1994, p. 126). Ainda nesse ano, estariam presentes noções de geometria, seguidas dos elementos da agrimensura. No quarto ano, Condorcet previa o aperfeiçoamento dessas noções, num estudo que ofereceria ocasiões de fortalecer os estudantes *"no hábito da aritmética"* (CONDORCET, 1994, p. 129).

A composição do livro do filósofo, entretanto, foi interrompida por sua prisão e morte trágica em março de 1794, aproximadamente três meses antes do término das inscrições para o concurso. Jean-Baptiste Sarret[133], um professor de Matemática que vivia na residência onde Condorcet se ocultava, obteve por meio do próprio autor algumas páginas de seu manuscrito, e apresentou um trabalho que foi premiado no concurso. Em seu livro, seguia a brilhante idéia de Condorcet de incluir como parte indispensável do texto orientações metodológicas destinadas aos professores que o utilizariam.

Essa peculiaridade do manual de Sarret provocou suspeitas de plágio no grupo filosófico dos Ideólogos, que dirigia a política escolar e científica por ocasião da

[133] Sabe-se pouco sobre Sarret: foi membro da Sociedade de Ciências e Artes de Grenoble, dirigiu a elaboração do mapa da França dividida em departamentos, publicado em 1803, e faleceu por volta de 1806. Como amigo de Condorcet – ajudou-o durante a saída de seu esconderijo por temer pela vida de sua anfitriã – Sarret não somente conviveu com o filósofo em seus últimos dias, mas também teve um papel de destaque na transmissão de sua herança à posteridade por ter conservado alguns de seus papéis e ter escrito depoimentos sobre ele. Entre esses escritos, encontram-se trechos que possibilitaram esclarecer os fatos a respeito do manual de aritmética do último dos iluministas franceses (SCHUBRING, 1988).

divulgação dos resultados do concurso (dados a conhecer somente quinze meses após o prazo final para as inscrições), e que se apoiava, para essa política, no plano de Condorcet. Uma avaliação procedida por uma comissão constituída pela Academia Francesa para a tarefa de decidir acerca da ocorrência de plágio, ao confrontar o texto de Sarret com um manuscrito apresentado por Sophie de Grouchy, viúva de Condorcet, concluiu que tratavam-se de obras distintas.

Em 1799, Sophie de Grouchy publicou a primeira edição do manuscrito de seu marido, sob o título que citamos. Posteriormente, também foram editados os volumes de Sarret, e o livro de Condorcet foi colocado na lista dos livros elementares autorizados por um Conselho de Instrução Pública. Assim, ambos os textos foram autorizados como manuais para as escolas primárias francesas. No entanto, nada se sabe a respeito de sua utilização efetiva.

Auguste Comte (1798-1857), influenciado pela filosofia do progresso de Condorcet e considerado o fundador do Positivismo, publicou uma coleção de títulos de obras que considerava fundamentais – a *Biblioteca Positivista no Século XIX* (COMTE, 1973) – na qual a seção de Ciência, iniciada pelos textos de matemática, incluía a obra didática condorcetiana. Como é amplamente conhecido, a república brasileira foi fortemente influenciada pelas idéias dos positivistas, alguns deles discípulos diretos de Comte. Assim, a educação em nosso país teve, em certos momentos, marcas acentuadas do Positivismo, que se revelam inclusive na produção de livros didáticos de Matemática impregnados das concepções comteanas (PIRES, 1998; SILVA, 1999; VALENTE, 1999).

A forte repercussão dessas concepções foi responsável ainda pela publicação no Brasil de pelo menos duas edições do livro de aritmética de Condorcet – uma, em português, de 1883, de responsabilidade da Livraria Nicolau Alves, e uma em francês, reprodução fiel da terceira edição francesa da obra, de 1854, publicada no Rio de Janeiro em 1903 pelo Apostolado Positivista do Brasil. Para o estudo que aqui apresentamos, utilizamos não somente essas duas edições[134], mas também uma edição mais completa do texto de Condorcet publicada no ensejo das comemorações do segundo centenário da

[134] Obtivemos cópias desses livros através da Biblioteca Municipal de Santos, que possui um exemplar de cada uma das edições em sua seção de obras raras.

Revolução Francesa[135]. No que se segue, a maior parte das referências ao manual diz respeito à edição brasileira em francês (CONDORCET, 1903). No entanto, usamos também a edição comemorativa do bicentenário da Revolução, particularmente para focalizar algumas passagens que não constam da edição brasileira, mas figuram na edição francesa de 1988.

5.5 Doze lições de aritmética

A aritmética do livro de Condorcet trata, essencialmente, da representação dos números no sistema decimal indo-arábico, e das operações com esses números, efetuadas por intermédio de algoritmos que aproveitam todas as vantagens desse sistema. Como veremos, tais algoritmos são exatamente os mesmos trabalhados ainda hoje na educação matemática básica.

O que Condorcet conseguiu realizar de seu projeto de elaboração de um livro elementar de Matemática foi a exposição dos elementos dessa aritmética – o funcionamento do sistema de numeração e as idéias e algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão.

O manual é composto por duas partes: a primeira, constituída por textos dirigidos ao aluno, e a segunda por orientações aos professores.

A primeira parte é organizada em doze "lições" – palavra por cujo uso o autor chega a desculpar-se em uma nota de rodapé, aludindo a uma *"idéia um pouco pedantesca que possa despertar"* (CONDORCET, 1903, p. 1), mas dizendo também que a utilização de uma outra palavra poderia, em pouco tempo, suscitar a mesma interpretação.

Cada lição, elucida Condorcet, contém o que pareceu possível apresentar em uma aula e útil não separar. Porém, continua o autor, após essa primeira exposição, os desenvolvimentos da lição e as operações em relação às quais é conveniente que os alunos se exercitem podem ocupar muitas aulas.

---

[135] Essa edição crítica (CONDORCET, 1988) contém partes da obra de Condorcet até então inéditas. A responsabilidade pelo estabelecimento do texto cabe ao professor Gert Schubring (Universidade de Bielefeld, Alemanha), que utilizou-se da primeira edição do livro, de 1799, e do manual didático de Jean-Baptiste Sarret.

Condorcet só usa a palavra "aritmética" ao final da quinta lição, depois de ter exposto toda a organização do sistema de numeração e as operações de adição e subtração, escrevendo:

*"Dá-se o nome de **aritmética** à arte de fazer operações quaisquer com os números"* (CONDORCET, 1903, p. 23).

Na segunda parte, há recomendações aos professores quanto a cada uma das lições; são observações de dois tipos, conforme o autor: as que têm por objeto o conteúdo do ensino, e aquelas que contêm os elementos de lógica que precisam acompanhar esse ensino. O texto do aluno remete o professor a tais observações por meio da utilização de letras maiúsculas para as do primeiro tipo, e minúsculas para as do segundo tipo.

As três primeiras lições abordam a idéia de número, a numeração decimal por palavras e algarismos, os princípios do sistema de numeração e a representação dos números nesse sistema.

A quarta lição se dedica à adição, a quinta à subtração, e a sexta, à prova dessas duas operações pela utilização de suas operações inversas.

A sétima e a oitava lições expõem a idéia e o algoritmo da multiplicação; a nona e a décima tratam da divisão; a décima-primeira introduz as frações a partir da divisão; a última focaliza as provas dessas duas operações por meio de suas inversas.

Embora o livro inclua uma boa quantidade de exemplos resolvidos e comentados, não há exercícios propostos após qualquer das lições. Não existem, também, problemas contextualizados aos quais se apliquem as operações aritméticas, de modo que o que parece dirigir Condorcet é o propósito de ensinar, primordialmente, os algoritmos – denominados fórmulas – das operações.

De modo geral, o que o manual faz em relação a cada uma delas é apresentar as idéias que lhe estão associadas, em seguida motivar a introdução da respectiva fórmula como instrumento abreviador e facilitador de um trabalho que poderia ser, de outro modo, longo e fatigante, e finalmente mostrar essa fórmula em exemplos, fundamentando-a sempre nas propriedades do sistema de numeração – base 10, princípio posicional e zero.

No que se refere à forma de exposição dos tópicos, podemos observar que existe uma constante preocupação do autor em jamais começar pela definição ou pela regra, e depois ilustrá-las com exemplos. Ao contrário, a ordem escolhida é primeiro motivar e/ou exemplificar para em seguida, às vezes somente no final de uma lição, chegar a uma generalização ou sistematização.

Outra observação que consideramos importante fazer está ligada à forma com que Condorcet se dirige ao leitor, em particular ao estudante. Em lugar de uma apresentação impessoal do conteúdo, o tom adotado é, muito freqüentemente, o de uma conversa, como ilustramos com a passagem a seguir, na qual o autor procura explicar ao aluno as razões de uma eventual falha na prova da subtração:

"Se você encontra a soma da diferença com o menor número igual ao maior, é possível que tenha se enganado nas duas operações, mas de maneira que os erros se compensem, como se, tendo encontrado, por exemplo, a diferença duas unidades menor do que é, você encontrasse uma soma duas unidades maior do que deve ser realmente; ou se, tendo encontrado a diferença maior em duas unidades, você encontrasse uma soma duas unidades menor do que deveria ser. Mas deve ser muito raro enganar-se assim nas duas operações em sentido contrário, e de um número igual em cada uma" (CONDORCET, 1903, p. 25).

O texto estrutura-se em períodos e parágrafos de extensão considerável, usa poucos símbolos (apenas os sinais "=", "+", " – ", "×", ">", "<"), e não contém qualquer ilustração.

O prefácio, não assinado, é atribuído a Garat[136], um dos principais Ideólogos (CONDORCET, 1988). Seu conteúdo está centrado na avaliação positiva da obra de Condorcet, que, segundo o autor, encontrou a solução para o perigo real que está presente quando o apoio na força artificial das fórmulas deixa sem exercício as forças naturais do intelecto. Não devemos, contudo, interpretar o adjetivo "artificial" em

[136] Dominique-Joseph Garat (1749-1833) foi advogado, homem de letras e deputado nos Estados Gerais de 1789. Foi ainda ministro da justiça e do interior durante a Revolução, e professor da Escola Normal nomeado pela Convenção em 1795. Terminou sua carreira como senador e conde durante o império napoleônico (BADINTER & BADINTER, 1991; Larrousse du XX e. Siècle, 1929).

oposição ao adjetivo "natural", no texto do prefácio, no sentido de ter o segundo uma valorização superior à do primeiro. Na verdade, o autor desse texto destaca as fórmulas como um poderoso recurso da mente, por meio do qual ela pode dispensar qualquer esforço penoso, fazendo uso de uma atenção que é mais dos olhos do que dela: as fórmulas são *"espécies de máquinas com as quais se opera quase maquinalmente"* (CONDORCET, 1903, p. v). O autor do prefácio, ao manifestar a consciência de que o apoio nessas fórmulas pode representar o perigo da perda das forças naturais da mente, enfatiza a competência de Condorcet para vencer esse inconveniente. O meio achado por Condorcet

> *"...consiste em tornar de tal modo sensíveis todos os motivos e todos os passos que conduziram à pesquisa e à invenção das fórmulas, que seja impossível servir-se delas sem que o espírito repasse todos os motivos e todos os segredos de seu artifício."* (CONDORCET, 1903, p. vi).

Vemos, portanto, que não há, então, uma rejeição do artifício dos algoritmos; antes existe um elogio a ele, desde que se domine a sua compreensão. O conteúdo da citação anterior exprime bem, a nosso ver, a natureza da base sobre a qual se assenta o livro. É preciso, no entanto, examinar mais de perto a maneira como Condorcet constrói essa base, bem como os pressupostos que norteiam suas escolhas.

Mencionamos anteriormente neste texto a concepção de Condorcet em relação aos livros elementares – manuais que seriam colocados nas mãos das crianças, mas que deveriam também servir à formação dos professores. Tal concepção traduz-se na forma que adotou para a organização de seu livro didático, no qual, como vimos, há uma primeira parte que se destina aos alunos e uma segunda que se dirige ao professor.

Abordar e comentar as doze lições de aritmética, como de resto qualquer texto que tenha intenções didáticas, significa, no nosso modo de entender, aprofundar o olhar em duas direções indissociáveis – a do conteúdo e a das preocupações pedagógicas. Na obra de Condorcet essa necessidade é reforçada pelo fato de o autor ter concebido seu trabalho com tão grande ênfase na exposição de suas propostas aos docentes.

Os diversos traços marcantes do manual de Condorcet indicados nos parágrafos anteriores – a forma de apresentação dos algoritmos das operações aritméticas, baseada na motivação e na fundamentação para os mesmos; a exemplificação antes da generalização; o modo coloquial de comunicação com o aluno; a ênfase na compreensão do funcionamento das "fórmulas"; a presença das orientações aos professores – serão focalizados mais pormenorizadamente nas seções seguintes deste capítulo.

Porém, antes de prosseguir, parece-nos importante um breve comentário sobre um desses aspectos, referido às características do ensino da aritmética em um contexto histórico anterior, o da educação comercial durante o Renascimento. Trata-se da insistência de Condorcet sobre a importância da compreensão dos princípios que regem os algoritmos das operações aritméticas. Como dissemos e veremos com maior detalhe adiante, Condorcet procura sempre convencer o seu leitor da necessidade dos procedimentos que mostra e explicar os motivos de cada passo desses procedimentos.

O caráter singular dessa abordagem evidencia-se particularmente quando examinamos, por exemplo, uma aritmética comercial renascentista como a de Treviso (SWETZ, 1989). Essa obra, publicada em 1478 e destinada a ensinar o cálculo para os negócios, contém, em sua primeira parte, lições sobre os algoritmos das operações aritméticas. Embora alguns desses algoritmos sejam os mesmos da Aritmética de Condorcet, eles são mostrados de maneira totalmente diferente: o autor apresenta ao aprendiz instruções diretas de como fazer para efetuar as operações, sem qualquer preocupação com o esclarecimento das razões dos procedimentos nelas envolvidos.

A Aritmética de Treviso, pertencente ao período histórico que assinala a vitória das práticas algoristas sobre as abacistas (DANTZIG, 1970), coloca a ênfase sobre a destreza nos cálculos, sem explicar os seus fundamentos. Ainda que não conheçamos estudos sobre os textos usados no ensino da aritmética entre a Renascença e o final do século XVIII, época de produção do manual de Condorcet, consideramos relevante chamar a atenção para esse aspecto que mais distingue o livro do último filósofo iluminista em relação a uma obra mais antiga, e simultaneamente o aproxima das concepções contemporâneas sobre o ensino-aprendizagem dos conteúdos aritméticos.

Retomando a análise do livro didático de Condorcet, devemos dizer que apesar de ressaltarmos a indissociabilidade entre conteúdo e método, a riqueza que encontramos no trabalho, tanto no que se refere ao enfoque dos diferentes tópicos quanto no que diz respeito às sugestões metodológicas articuladas aos pressupostos de ordem psicológica, nos conduz a optar por considerar os dois aspectos em momentos distintos.

Assim, inicialmente concentraremos nosso interesse sobre os tópicos da aritmética e sua forma de tratamento, que se explicitam mais, de modo natural mas não exclusivo, no texto do aluno. Essa apresentação será necessária para que observemos e identifiquemos algumas das preocupações pedagógicas de Condorcet. Posteriormente buscaremos avançar em direção a uma visão mais completa das dimensões didático-metodológicas e psicológicas, analisando com mais vagar as observações dirigidas aos professores.

5.6 Os conteúdos da aritmética no manual de Condorcet

Vamos aqui procurar descrever e comentar os aspectos que mais nos chamam a atenção no que se refere aos conteúdos do livro, separando-os em quatro grupos que focalizam, respectivamente, os seguintes temas ou conjuntos de temas: idéia de número, sistemas de numeração e representação dos números no sistema de numeração decimal; adição, subtração e suas provas; multiplicação; divisão.

5.6.1 Idéia de número, sistemas de numeração e representação dos números no sistema de numeração decimal

Estes temas encontram-se desenvolvidos, como já dissemos, na primeira, segunda e terceira lições do manual.

Faltam à edição do manual de 1854 algumas partes do texto completo escrito por Condorcet referentes à primeira lição, bem como um prefácio. Essas partes estavam entre os papéis confiados por Condorcet a Sarret, e este utilizou-se de seu conteúdo em seu próprio livro (SCHUBRING, 1988).

Na edição comemorativa do segundo centenário da Revolução Francesa (CONDORCET, 1988), com base nas observações incluídas por Sarret em seu manual, são apresentadas tais partes. Segundo SCHUBRING (1988), o manuscrito original de Condorcet deveria conter, na primeira lição da parte dos alunos, inicialmente, os cinco primeiros parágrafos que Sarret utilizou na sua primeira lição, também na parte dos alunos. Nesses trechos, Condorcet aborda as idéias de unidade e pluralidade como idéias claras a qualquer pessoa. Na apresentação da unidade, podemos observar a ênfase na visão para a formação dessa idéia:

"Quando vemos um objeto qualquer sozinho, UM homem, UM pássaro, UMA árvore, UMA casa, temos a idéia de UMA COISA, de UM; e aí está a idéia de unidade" (CONDORCET, 1988, p. 22, maiúsculas no original).

A idéia de pluralidade se baseia também na visão, agora, de dois ou mais objetos, que devem se parecer: *"... DOIS ou VÁRIOS homens, DOIS ou VÁRIOS pássaros, VÁRIAS árvores, VÁRIAS casas"*; temos, assim, *"a idéia do que é MAIS DE UM"*, e*"essa é a idéia da PLURALIDADE"* (CONDORCET, 1988, p. 22, maiúsculas no original).

Por outro lado, também é possível ter-se a idéia de unidade a partir da visão de vários objetos que nos parecem semelhantes, se consideramos cada um deles em particular; é isso o que diz o quarto dos cinco parágrafos de Condorcet na primeira lição do livro de Sarret. No quinto parágrafo, a idéia de número é formada a partir da consideração desses mesmos objetos semelhantes reunidos: *"nós temos a idéia do que é MAIS DE UM daquilo que é UM repetido, e essa é a idéia de NÚMERO"* (Idem).

O texto da primeira lição na reprodução da edição de 1854 inicia-se, sem essas considerações preliminares, pela abordagem dos números de um a dez. Segundo a edição comemorativa do bicentenário da Revolução (CONDORCET, 1988, p. 18), contudo, não se pode excluir a possibilidade de Condorcet ter tido a intenção de inserir, caso o tempo lhe permitisse, logo após os parágrafos referentes às idéias de unidade e pluralidade, algumas observações sobre aritmética – ciência da quantidade discreta – e geometria, ciência da quantidade contínua – as quais figuram na primeira lição do manual de Sarret.

Examinemos o prosseguimento da primeira lição na parte do aluno. Condorcet apresenta as idéias de "um" e "dois" como abstraídas a partir da visão de *"duas coisas que nos parecem semelhantes, fixando nossa atenção primeiro sobre cada uma delas em particular, depois sobre as duas reunidas."* (CONDORCET, 1903, p. 1).

Continuando, o autor diz que após ter visto "um" e "dois", se virmos "três", "quatro", teremos as idéias de "um", "dois", "três", "quatro"; percebendo que são diferentes, e que as três últimas não são "um", teremos a idéia de unidade, e a do que é "um" repetido mais ou menos vezes.

Em seguida, escreve Condorcet que aos números foram dados nomes, e forma "dois" a partir do acréscimo da unidade a "um", "três" pelo acréscimo da unidade a "dois", e assim sucessivamente até dez.

Utilizando-se dos nomes estabelecidos para os números de um a dez, o texto trabalha com a idéia de soma por meio de exemplos com esses números. Comentando que a mesma idéia de acrescentar a unidade produz novos números depois de dez, o autor afirma que a dificuldade de lembrar nomes para cada um dos números assim formados e a necessidade de comunicação entre as pessoas fizeram com que se buscasse exprimir todos os números com um pequeno número de palavras.

O texto continua pela apresentação dos sinais de 1 a 10 como símbolos criados para abreviar o longo trabalho que haveria se em todas as contas fôssemos obrigados a escrever o nome de cada número.

Ao final da primeira lição, Condorcet diz que as mesmas razões pelas quais procurou-se exprimir os números por um pequeno número de palavras motivaram a criação de um pequeno número de sinais que também exprimam todos os números – os algarismos.

A lição é concluída pela introdução da expressão "sistema de numeração" para indicar cada modo possível de exprimir todos os números com um pequeno número de palavras e algarismos.

Na parte dedicada à primeira lição no texto dirigido aos professores[137], Condorcet tece considerações mais detalhadas a respeito da idéia de número, da formação dos números e de sua expressão por palavras. Vamos destacar alguns pontos.

Assim, por exemplo, Condorcet concebe o número como uma *"idéia abstrata"* ou *"idéia geral"*, isto é, uma qualidade comum a um conjunto de objetos, que isolamos dentre as outras qualidades que os distinguem.

Como dissemos, Condorcet afirma que "vemos" "um", "dois", "três" e "quatro", e ao percebermos que são diferentes, temos a idéia de unidade. Dessa forma, é possível também pensar no número como *"coleção de unidades em geral"* (CONDORCET, 1903, p. 54), e formar os números por acréscimo de unidades. A parte do professor recomenda que este faça com que os alunos se exercitem em formar os números até dez por meio de adições do tipo *"dois e três são... cinco"*, *"quatro e três são... sete"*, e caso se proponham a juntar números cuja soma seja maior que dez, *"é preciso então lhes provar que ela ultrapassa dez e acrescentar que na lição seguinte, eles aprenderão a nomear e a escrever em algarismos os números acima de dez"* (p. 58).

O texto orienta o professor no sentido de observar aos alunos a comodidade dos algarismos 1, 2, ... , 9 (que se escrevem mais rapidamente que as palavras correspondentes), bem como dos símbolos "+" e "=". O uso dos símbolos não tem como motivação apenas a rapidez na escrita:

> *"3 + 6 = 9 não somente é escrito mais depressa que 'três mais seis é igual a nove', mas percebe-se também mais depressa e de um só golpe de vista"* (CONDORCET, 1903, p. 58).

Condorcet aponta ainda aos professores que enfatizem aos alunos que os algarismos, assim como os nomes dos números, são arbitrários, no sentido de que poderiam ter sido escolhidos outros signos e palavras. Uma vez convencionados num grupo humano, porém, todos os novos membros do grupo adotam a mesma convenção

[137] Em CONDORCET (1903), esses trechos são apresentados no texto para os professores sobre a primeira lição. Já em CONDORCET (1988), o mesmo conteúdo aparece imediatamente antes do texto dos professores referente à segunda lição mas sem o título "Primeira Lição" (p. 101-114).

que é exposta aos alunos no manual; Condorcet sublinha o fato de que sentiu-se a vantagem de que os algarismos fossem os mesmos, apesar da diferença das línguas, devido ao pequeno número de sinais usados.

Toda a segunda lição é dedicada à explicação dos nomes dos números no sistema decimal de numeração sem a utilização de algarismos uma única vez.

Essa lição contém uma grande inovação introduzida pelo autor, que é a mudança que promove em relação aos nomes de alguns números na língua francesa. Em tal inovação, Condorcet segue de perto as idéias de Condillac apresentadas no capítulo anterior. As modificações empreendidas por Condorcet são feitas de modo a aproximar a numeração falada da escrita com algarismos.

Dessa maneira, por exemplo, chama o filósofo *"dix-un"* (dez-um) ao número onze, *"dix-deux"* (dez-dois) ao número doze e assim por diante até dezenove. O número vinte, no entanto, não é denominado *"dix-dix"*(dez-dez) porque, segundo o autor, caso se continuasse desse modo, os nomes dos números se tornariam excessivamente longos e difíceis de reconhecer e pronunciar. Por isso, o número vinte é chamado *"duante"*, o vinte e um *"duante-un"*, etc. até chegarmos ao trinta (*"trente"*).

As dezenas vão se sucedendo: *"quarante"* (quarenta), *"cinquante"*(cinqüenta), *"soixante"* (sessenta), e o número setenta, que é chamado na França até hoje de *"soixante-dix"*, se transforma em *"septante"* na língua condorcetiana.

O número oitenta, que em francês da França é denominado *"quatre-vingts"* (quatro vintes, um vestígio da base vigesimal), é chamado *"octante"*, e o noventa (*quatre-vingts-dix*) tem seu nome mudado para *"nonante"*.

Em uma nota de rodapé, Condorcet explica as razões de seu procedimento para aproximar a numeração falada da numeração com algarismos:

"Eu, portanto, mudei aqueles nomes de números que rompem a analogia. A mudança será até cômoda para aquelas crianças muito jovens que ainda não sabem contar; não pode haver qualquer inconveniente para as outras, pois ela se limita, para elas, à simples substituição de 'vingt' por 'duante' ou 'diante' e de 'milliard' (bilhão) *por 'dillion' ou 'dullion'.*

Com efeito, dizer 'dix-un', 'dix-deux' em lugar de 'onze', 'douze', não é usar uma nova palavra, é somente exprimir aquilo que se entende por aquelas das quais se serve atualmente: para conservar 'octante', ter-se-ia podido dizer 'huitante', mas tem-se as palavras 'octogénaire' na língua comum e 'octave' em música" (CONDORCET, 1903, p. 6).

Como se pode perceber, Condorcet se utiliza da analogia precisamente do modo elaborado por Condillac. COUTEL (1988) comenta ainda que as palavras propostas por Condorcet para a numeração são novas, mas não arbitrárias[138], acentuando a diferença entre o arbitrário e o artificial: *"o artificial não é o arbitrário: pelos jogos da analogia, o espírito se apropria dos signos naturais, combina-os e os abstrai, apreende as diferenças e as identidades"* (p. 202-203). Trata-se ainda de um enfoque condillaciano – o dos signos artificiais. Em outro texto, o mesmo autor focaliza a percepção comum a Condillac e Condorcet[139] de que a língua das ciências neutraliza as ambigüidades e elimina o arbitrário; nessa perspectiva, é perfeitamente legítimo usar termos técnicos com as crianças, desde que eles remetam às operações realizadas. É preciso eliminar o arbitrário na linguagem, e, por exemplo, a proposta de Condorcet de trocar o termo *"vingt"* pela palavra *"duante"* é um passo nessa direção (COUTEL, 1989). O termo *"duante"* é artificial, porém é rigoroso e não arbitrário, pois apóia-se analogicamente sobre o signo *"deux"* (dois, em francês) (COUTEL, 1988). Podemos ver aqui mais uma vez a valorização do artifício, oposto claramente à arbitrariedade.

Lembra SCHUBRING (1988), no entanto, que essa reforma terminológica fracassou na França, embora algumas regiões da Bélgica e da Suíça apliquem o sistema da analogia, que se fundamenta, como podemos notar, na estrutura decimal do sistema. PICARD (1988), ao escrever a respeito da diferença entre a numeração francesa em palavras, na qual se misturam as bases dez e vinte, e a numeração em algarismos,

---

[138] Observemos que Charles Coutel utiliza-se da palavra "arbitrário" no sentido de abusivo ou despótico, diferentemente do próprio Condorcet em uma passagem anteriormente mencionada neste capítulo – aquela em que afirma que os algarismos e os nomes dos números são arbitrários porque foram convencionados num grupo humano (ou seja, não se fundam sobre uma razão universal).

[139] Poderíamos certamente acrescentar ao par os nomes de Diderot e d'Alembert, de acordo com os capítulos que a eles se referem neste trabalho.

fundada na base dez, afirma que os adultos não têm consciência desse ilogismo, por já terem adquirido familiaridade com ele. Essa autora lamenta que a Revolução Francesa não tenha conseguido a reforma efetiva proposta por Condorcet, e apresenta uma série de exemplos nos quais contrasta a numeração em palavras com a numeração em algarismos para evidenciar as dificuldades da questão.

É essencial ressaltar, ao comentar a segunda lição, que o texto do aluno explica como nomear os números, de acordo com a nomenclatura reformada, até um quatrilhão! O trecho a seguir ilustra o processo, após se ter chegado ao número novecentos e noventa e nove milhões, novecentos e noventa e nove mil, novecentos e noventa e nove:

"Se se acrescenta uma unidade, tem-se novecentos e noventa e nove milhões e um milhão, ou mil milhões, que se chama bilhão, e usando para os bilhões a mesma ordem de expressões que se emprega para os milhões, poder-se-á exprimir todos os números, até novecentos e noventa e nove bilhões, novecentos e noventa e nove milhões, novecentos e noventa e nove mil, novecentos e noventa e nove" (CONDORCET, 1903, p. 7).[140]

Na parte do professor correspondente à segunda lição, Condorcet explica a idéia que utilizou na mudança das palavras, que é a de, em vez de usar termos arbitrários, dos quais nada faz lembrar o significado, buscar palavras que sejam determinadas em parte por certas relações, como por exemplo:

"... milhão que exprime mil mil; bilhão, mil milhões; trilhão, mil bilhões, etc.; vê-se que esses nomes derivam ainda dos nomes dois, três, quatro, que exprimem então

[140] *"Si l'on ajoute une unité, on a neuf cent nonante-neuf millions et un million, ou mille millions, qu'on appelle dillion, et employant pour les dillions le même ordre d'expressions qu'on emploie pour les millions, on pourra exprimer tous les nombres, jusqu'a neuf cent nonante-neuf dillions neuf cent nonante-neuf millions neuf cent nonante-neuf mille neuf cent nonante-neuf."*

o número de vezes que se recorreu a essas denominações, para exprimir os números mil e mil vezes maiores" (CONDORCET, 1903, p. 60).[141]

Para Condorcet, desde que a língua adotasse essas mudanças, o sistema de numeração apresentaria uma organização simétrica, para a qual o professor deveria chamar a atenção dos alunos ao fazê-los pronunciar os nomes dos números. Notemos, então, que o autor acredita não haver maiores problemas na aprendizagem dos nomes dos números, mesmo grandes, a partir dessa reformulação das palavras no sentido de tornar mais lógica a nomeação.

Se a segunda lição se concentra na terminologia que Condorcet julga adequada à nomeação dos números, a terceira tem como principal objetivo explicar como se podem exprimir **todos** os números com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. O percurso escolhido é o de abordar inicialmente a leitura dos números: passar da representação em algarismos (numeração escrita) para a nomeação em palavras (numeração falada), e finalizar pela escrita dos números – trajeto de sentido oposto ao primeiro.

Ao expor o modo como se lêem os números, o autor explica gradativamente as regras do sistema de numeração utilizando-se de exemplos de números de dois, três, quatro algarismos para mostrar que as dezenas são representadas pelo segundo algarismo escrito, as centenas pelo terceiro e os milhares pelo quarto, sempre da direita para a esquerda. Também é preciso introduzir o zero:

"... para exprimir um número que, como dez, vinte, trinta, é composto somente por um certo número de dezenas, é suficiente ter um meio de indicar que este está na segunda ordem, que está à esquerda do lugar onde se teriam colocado as unidades, se se tivesse querido escrever um número para o qual teria sido necessário exprimi-las; o meio mais simples era então colocar nesse lugar um símbolo destinado apenas a indicar que o algarismo que o teria ocupado teria exprimido as unidades, e que aquele que está à esquerda exprime por conseqüência as dezenas.

[141] *"... million exprimant mille mille; dullion, mille millions; trillion, mille dullions, etc. , on voit que ces noms dérivent encore des noms deux, trois, quatre, qui expriment alors le nombre de fois que l'on a eu recours à ces denominations, pour exprimer des nombres de mille en mille fois plus grands."*

Tomou-se para este uso o símbolo 0, que se pronuncia zero; assim, dez se escreve 10; o algarismo que se encontra no segundo lugar indicando as dezenas, 10 exprime uma dezena ou dez" (CONDORCET, 1903, p. 9-10).

A partir daí, a lição explica a maneira de ler números com um número crescente de algarismos, generalizando o princípio posicional da seguinte maneira:

"Um algarismo exprimirá sempre tantas dezenas quantas unidades exprimiria se estivesse menos avançado uma ordem; tantas centenas quantas unidades exprimiria se estivesse menos avançado duas ordens; tantos milhares, dezenas de milhar, centenas de milhar, milhões e assim por diante, quantas unidades exprimiria se estivesse menos avançado três, quatro, cinco, seis posições e assim por diante" (CONDORCET, 1903, p. 11).

Antes de continuar a exposição e os comentários a respeito da terceira lição do manual de Condorcet, julgamos que é relevante fazer algumas observações. Nas páginas anteriores, notamos que o autor opta por uma explicação de cunho empirista para a constituição da idéia de número – como vimos, o número é, para ele, uma idéia abstrata, isto é, um atributo comum a um conjunto de objetos que, portanto, reside nas coisas sensíveis, e nosso intelecto separa essa idéia mediante a abstração.

Condorcet adota, assim, a concepção de Aristóteles, segundo a qual o número é um ente que subsiste como separado em nossa mente e exclusivamente graças a ela (ANTISERI & REALE, 1995).

Por outro lado, os nomes dos números e os algarismos são apresentados no texto de Condorcet a partir de uma posição convencionalista – ele se refere explicitamente a um acordo estabelecido quando afirma que poderiam ter sido escolhidos outros símbolos e palavras para representar os números.

Assim, a idéia de número e a representação do número, seja em palavras, seja em algarismos, se distinguem completamente na visão condorcetiana. O ponto de vista do último iluminista é, então, contrário ao nominalismo, que nega a existência do conceito para priorizar a do signo.

É importante salientar, portanto, que o trajeto de Condorcet na terceira lição para a explicação da representação dos números, em palavras ou algarismos, assinala uma ruptura definitiva com os traços da presença do ábaco[142] no ensino da aritmética. Mesmo levando em consideração os séculos que separam o Renascimento das Luzes, quando se consolidam as práticas algoristas, vale lembrar que na Aritmética de Treviso, uma das primeiras aritméticas algoristas, já mencionada neste capítulo, SWETZ (1989, p. 188-189) chama a atenção para a presença de vestígios das práticas abacistas, ainda muito freqüentes no século XV.

A explicação da representação dos números no sistema de numeração decimal por parte de Condorcet desvia-se, então, do sensível e da abstração, por ele considerados fundamentais para a constituição da idéia de número, para apoiar-se, não sobre as noções de troca e agrupamento que presidem essa mesma explicação quando o ábaco é tomado como referência, mas sobre uma base combinatória e jurídico-convencional. Condorcet, portanto, utiliza-se de uma explicação de caráter empirista apenas de início, e a reforma terminológica que apresenta, em virtude da posição convencionalista que assume, torna-se essencial a sua proposta pedagógica para a aritmética.

Retomemos o enfoque da leitura e da escrita dos números na terceira lição do manual. Condorcet segue sua exposição discorrendo a respeito do maior número que se pode exprimir com um certo número de algarismos – uma seqüência de 9 – por conter o máximo de unidades, dezenas, centenas, etc. que é possível colocar nas ordens correspondentes. Considera logo depois o menor número que se pode exprimir com um determinado número de algarismos: a unidade seguida dos zeros necessários para completá-lo, pois a unidade é o menor número que se pode colocar na ordem mais à esquerda, e se preenchermos os lugares restantes com algum algarismo diferente de 0, obteremos um número maior. Mostra, então, como é possível exprimir qualquer número utilizando os dez algarismos e o princípio posicional.

Prosseguindo, a terceira lição aborda a escrita dos números em algarismos a partir de seu nome – trabalha agora da numeração falada para a escrita, e novamente focaliza números muito grandes, com até nove algarismos.

[142] O termo não aparece nem uma única vez no manual de Condorcet.

É interessante o destaque com que aparece no texto a solução do problema da escrita de números em que há uma ou mais ordens vazias:

"Quando as unidades, as dezenas ou as centenas faltam na denominação, você não lhes pronuncia o nome; assim, por exemplo, se você diz trezentos e nove mil e trinta e um, não pronuncia o nome das dezenas de milhar, nem o das centenas de unidades; mas, como escrevendo-os em algarismos, é só o seu lugar que lhes indica o valor, para que eles o tenham realmente, é preciso escrever um zero no lugar do algarismo correspondente a cada denominação que você não pronunciar: você escreve, portanto, 309031; com efeito, se escrevesse 9, 3, 1, sem colocar zero no lugar que ocupariam as centenas, você teria 931, novecentos e trinta e um, e não nove mil e trinta e um" (CONDORCET, 1903, p. 14).

Para terminar, Condorcet volta a considerar a leitura de números, enfatizando o caso daqueles que contêm um ou mais zeros, para os quais não se pronuncia a denominação da ordem correspondente.

O autor mostra, pois, consciência do fato de que a presença de zeros na numeração escrita e das ordens vazias na numeração falada são aspectos complexos no processo de aprendizagem do sistema de numeração decimal, e procura estabelecer a seguinte associação entre as duas numerações: para cada zero, não se pronuncia a denominação da respectiva ordem, e reciprocamente, se não se pronuncia o nome de uma ordem, escreve-se um zero no lugar correspondente.

A parte dirigida ao professor nessa lição aconselha-o a fazer observar a correspondência entre a numeração falada e a escrita, a exercitar os alunos em ambas, e a mostrar-lhes que a cada uma das denominações – unidades, milhares, milhões – estão associados três algarismos.

Ainda na mesma lição, é conveniente que o professor introduza os ordinais, em palavras e em símbolos.

Finalmente, o texto chama a atenção para a base do sistema de numeração, o número dez, escolhido quase certamente por ser o número de dedos das nossas mãos; segundo Condorcet, *"as denominações dos números, como os algarismos, seguem uma* *marcha contínua de um número a um número dez vezes maior, uma progressão décupla."*(CONDORCET, 1903, p. 63). Ao mesmo tempo, alerta para o fato de que teria sido possível usar outra base, e diz que o professor pode, se quiser, mostrar alguns exemplos aos alunos.

5.6.2 Adição, subtração e suas provas

Focalizaremos agora os conteúdos do manual de Condorcet abordados na quarta, quinta e sexta lições.

A quarta lição começa lembrando ao aluno que ele já viu como os números podem ser formados: juntando unidades às unidades, dezenas às dezenas, centenas às centenas. O texto propõe-lhe, então, o problema de encontrar, por desejo ou necessidade, a soma de dois números conhecidos, isto é, o número que se pode formar juntando um dos números ao outro, e prossegue exemplificando o problema com os números 13 e 26:

"Você vê, à primeira olhadela, que 13 é 1 dezena e 3 unidades; que 26 é 2 dezenas e 6 unidades; você sabe que 3 unidades e 6 unidades são 9 unidades; que 1 dezena e 2 dezenas são 3 dezenas; os dois números encerram, portanto, 9 unidades e 3 dezenas; sua soma é , pois, 39" (CONDORCET, 1903, p. 16).

Logo em seguida, Condorcet diz que esse mesmo método pode ser usado para quaisquer dois números, isto é, para conhecer-lhes a soma, é suficiente conhecer a soma de suas unidades, dezenas, centenas.

Trabalhando depois, da mesma maneira, com dois exemplos de soma de dois números de 3 algarismos e 4 algarismos, o texto diz ao aluno que ele logo perceberá que a necessidade de guardar na memória a soma das unidades, dezenas, centenas, milhares, etc. lhe exigirá "uma atenção fatigante", e introduz o algoritmo ("fórmula da operação"):

"... para fazê-la mais facilmente,você só tem que escrever um sob o outro os números que quiser juntar de cada vez, colocando as unidades sob as unidades, as dezenas sob as dezenas, as centenas sob as centenas, e você dirá em seguida: 5 e 3 são

oito, escrevo 8; 3 e 4 são 7, escrevo 7; 1 e 6 são 7, escrevo 7; a soma é, portanto, 778; e 135 mais 643 igualam 778" (CONDORCET, 1903, p. 17).

Apresenta, em seguida, a "fórmula da operação":

$$\begin{array}{r} 135 \\ +643 \\ \hline =778 \end{array}$$

Como vemos, Condorcet supõe que os alunos já dominaram as somas de duas parcelas de dois algarismos, ainda que o texto tenha feito a elas apenas uma referência muito ligeira na parte da primeira lição dirigida ao professor.

O passo seguinte é um exemplo do que chamamos hoje "adição com reserva": 18 + 25, que é calculado primeiramente em duas etapas:

$$\begin{array}{r} 18 \\ +\underline{25} \\ 13 \\ +\underline{30} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13 \\ +\underline{30} \\ 43 \end{array}$$

Vem então uma explicação de como reduzir, por comodidade, as duas operações a uma :

"... para isso, você notará que depois de ter dito 8 e 5 são 13, não tem mais unidades a considerar: você escreve então 3 unidades; mas você tem ainda dezenas: você não escreverá esta dezena que obteve juntando 8 a 5, porém (você se lembrará dela) a guardará; dirá, então, 8 e 5 são 13, escrevo 3 e guardo 1 dezena; 1 dezena que guardei e 1 dezena são 2, e 2 outras são 4, e escreverá 4 dezenas" (CONDORCET, 1903, p. 18).

A "fórmula" se torna, pois

$$\begin{array}{r} \mathit{18} \\ +\mathit{25} \\ \hline \mathit{43} \end{array}$$

Nesse ponto, o texto indica a leitura da parte do professor, em que se lhe recomenda que:

- enfatize a comodidade do algoritmo – *"colocar uns sob os outros, na mesma coluna, os algarismos que correspondem às mesmas denominações do sistema de numeração"* (CONDORCET, 1903, p.64)
- faça com que os alunos exercitem, em muitos exemplos, a operação feita no texto para os números 18 e 25.
- faça com que os alunos calculem muitas somas de dois números, tendo o cuidado de escolher exemplos com reserva e sem reserva, e nos quais haja 0 a escrever ou a somar.

Continuando, a lição apresenta um exemplo de uma soma de dois números de quatro algarismos, em que há reservas a serem feitas em todas as ordens, abordando depois a soma de três números, para a qual o algoritmo é novamente explicado. Mais uma vez, o exemplo apresentado é uma soma de parcelas de 4 algarismos.

A quarta lição termina dizendo ao aluno que ele vê agora como, seguindo a mesma marcha, poderá executar a mesma operação sobre uma quantidade qualquer de números, com um número qualquer de algarismos, e chama "adição" a essa operação pela qual se reúnem num só muitos números.

É possível perceber que, ao destacar o fato de que a "fórmula" é sempre a mesma (porque se fundamenta nas propriedades do sistema de numeração decimal), não importando o número de parcelas ou de algarismos nessas parcelas, Condorcet acredita que a aprendizagem possa ocorrer de maneira diferente daquela proposta na atualidade em nosso país[143] em que se pretende uma graduação das dificuldades que inclui uma restrição ao número de algarismos das parcelas.

De modo geral, é este princípio de que, por ter como base o sistema de numeração, o algoritmo é independente do "tamanho" e do tipo dos números, que guia a explicação dos algoritmos das demais operações.

Assim é que, na quinta lição, depois de introduzir a idéia da subtração como a de retirar de um número um número menor, de motivar a procura de uma "fórmula" que possibilite executar de modo mais simples tal operação, e de apresentar tal "fórmula" – colocar um número sob o outro de maneira que os algarismos de mesma denominação se correspondam – o texto trabalha com subtrações, com ou sem "empréstimo", de números de até quatro algarismos. O autor explica o "empréstimo" na subtração 71 – 54:

"... suponhamos em seguida que você tenha de diminuir 54 de 71; você verá primeiro que não pode diminuir as unidades das unidades, pois 4 é maior que 1; mas você pode tomar uma dezena do maior número, que ainda ficará igual ou maior que o que lhe falta diminuir.

....

Você dirá, então: tirar 4 de 1 é impossível; tomo uma dezena das 7, peço emprestada uma dezena; 10 e 1 são 11; tiro 4 de 11, restam 7; tiro 5 dezenas de 6 dezenas que me restam, pois que eu tinha 7, e já tomei uma; tiro 5 de 6, resta 1.

Encontro, portanto, que depois de ter tirado 54 de 71, restam 17; que 71 menos 54 é igual a 17" (CONDORCET, 1903, p. 21-22).

No final da lição, Condorcet define a **diferença** de dois números como o que resta do maior após se ter diminuído dele o menor.

Na parte correspondente ao professor, são apresentadas ainda duas formas alternativas para a subtração 6223 – 4535. Na primeira delas, os "empréstimos" são lançados agora nas ordens do menor número em vez de nas do maior, como está exposto no texto do aluno.

---

143 Ver, por exemplo, MINAS GERAIS, 1997 e SÃO PAULO, 1992.

A segunda forma merece ser transcrita literalmente:

"6223 é a mesma coisa que 6000 mais 223: 6000 é a mesma coisa que 5999 e 1; tiro 4535 de 5999; tenho como resto 1464; junto 1 e 223, ou 224, que o primeiro número continha a mais, e tenho a diferença igual a 1688" (CONDORCET, 1903, p. 73).

Para o autor, este último método é mais simples, e o professor deve decidir se deve ensinar essas duas formas junto com o método comum apresentado na parte do aluno.

A sexta lição inicia-se com o autor dizendo ao leitor que, devido à possibilidade de se cometerem enganos, seja na adição, seja na subtração, seria útil um método para detectá-los. Tal método existe, continua o livro, e consiste de uma outra operação que, caso esteja correta a primeira operação, deve ter como resultado um número conhecido previamente.

Explica o texto que, ao se efetuar a subtração 54 – 17, se o resultado encontrado for 37, caso essa diferença esteja correta, ao se fazer a adição 37 + 17, deve-se achar 54, porque se 17 e 37 são 54, tirando 17 de 54 deve sobrar 37. O que está dito de fato, como percebemos, é que 54 – 17 = 37, se e somente se, 17 + 37 = 54.

Vem a seguir a generalização:

"Se um número acrescentado a um outro forma um certo número dado, é claro que, diminuindo deste último número um dos dois primeiros, deve-se ter como diferença o outro" (CONDORCET, 1903, p. 24).

Mais um exemplo é apresentado: a subtração 1728 – 859 = 869 estará correta se o resultado da adição 859 + 869 for 1728, e Condorcet prossegue dizendo que se a soma não for a esperada, há necessariamente um erro – na adição, na subtração, ou em ambas. Neste caso, as operações devem ser refeitas até que seus resultados sejam o que devem ser quando estão corretas.

No entanto, mesmo que a soma da diferença com o menor número seja o maior número, é possível que tenha havido nas duas operações erros que se compensem, ainda que isso seja muito raro, alerta logo após o autor, discutindo detalhadamente essa situação com o leitor. A discussão se encerra, todavia, com a observação de que é mais provável a correção das duas operações do que a ocorrência de erros compensatórios. Nesse momento, o leitor é remetido à parte do professor, onde Condorcet faz uma exposição rápida e genérica de algumas idéias sobre probabilidades e aconselha o mestre a reforçar junto aos alunos o que foi dito a respeito da raridade da ocorrência de erros que se compensem.

A lição continua abordando em seguida a verificação da correção de uma adição de três parcelas. Consiste tal verificação em comparar a diferença entre o resultado da adição e uma das três parcelas com a soma das duas outras parcelas; caso sejam iguais, *"você concluirá daí que a operação foi bem feita"* (CONDORCET, 1903, p. 26).

Em uma nota de rodapé, Condorcet diz que essa não é a maneira comum de se verificar a correção de uma adição; porém sua opção por ela se deve a ser mais simples e mais difícil de esquecer.

É somente após esses vários exemplos e comentários que o texto menciona a palavra "prova" como o nome dado à operação ou às operações pelas quais se verificam as operações que se fizeram.

A sexta lição é concluída por uma explicação minuciosa a respeito da adição e subtração da soma e da diferença de dois números, usando 9 e 5 como exemplos. O autor chama a atenção para as igualdades:

$(9 + 5) + (9 - 5) = 18 = 2$ vezes 9

$(9 + 5) - (9 - 5) = 10 = 2$ vezes 5

Na primeira, a soma da soma de dois números com sua diferença é igual a duas vezes o maior número, e na segunda, a diferença entre a soma de dois números e a sua diferença é igual a duas vezes o menor número.

Na parte do professor, sugere-se-lhe que dê muitos exemplos dessa proposição geral aos alunos para que a possam compreender.

5.6.3 Multiplicação

A operação de multiplicação é introduzida a partir da necessidade de resumir o longo processo em que se converte a soma de um número grande de parcelas iguais, e o algoritmo correspondente é explicado nas lições sétima e oitava do manual de Condorcet.

Há inicialmente um trabalho minucioso com dois exemplos: encontrar a soma de 254 repetido cinco vezes e a soma de 3546 repetido sete vezes. Para esta última, eis o que o texto apresenta:

"... você diz, sete vezes 6 são 42, escrevo 2 e guardo 4; sete vezes 4 são 28, e 4 (que eu guardei) são 32, escrevo 2 e guardo 3; sete vezes 5 são 35, e 3 (que eu guardei) são 38, escrevo 8 e guardo 3; sete vezes 3 são 21 e 3 (que guardei) são 24, escrevo 24: 3546 tomado sete vezes é portanto igual a 24822" (CONDORCET, 1903, p. 29).

Logo após aparece a "fórmula":

$$\begin{array}{r} 3546 \\ \underline{X \quad\quad 7} \\ = 24822 \end{array}$$

A lição prossegue dizendo que tomar a soma de sete números iguais entre si ou tomar um número sete vezes chama-se também multiplicá-lo por sete; continua nomeando os termos da operação: **multiplicando** é o número que deve ser somado a si próprio, repetido ou tomado muitas vezes, **multiplicador** é aquele que designa quantas vezes devemos tomar o primeiro e **produto** é o resultado encontrado quando se toma um número um certo número de vezes. A operação pela qual se chega ao produto é a **multiplicação**, que nada mais é do que uma adição abreviada. Os termos são então identificados na operação que se acabou de efetuar.

Vemos assim que, no exemplo, o algoritmo da multiplicação é apresentado como uma maneira condensada de fazer as multiplicações: 7 vezes 6 unidades, 7 vezes 4 dezenas, 7 vezes 5 centenas e 7 vezes 3 milhares, e em seguida somar esses resultados parciais. Essencialmente, estamos fazendo o mesmo que para a adição no que diz respeito a considerar separadamente as ordens do multiplicando, ou seja, mais uma vez estamos nos utilizando dos princípios do sistema de numeração.

A seguir Condorcet focaliza a comutatividade da multiplicação. Por exemplo, eis como mostra que 9 x 5 = 5 x 9:

"Cinco vezes 9 é a mesma coisa que nove vezes 5: (com efeito) 9 é a unidade repetida 9 vezes; mas 5 vezes uma unidade é 5: cinco vezes 9 é, portanto, a mesma coisa que 5 repetido nove vezes, a mesma coisa que nove vezes 5" (CONDORCET, 1903, p. 30).

Trabalhando logo após com três fatores (2, 3 e 4) e usando a comutatividade estabelecida para dois, o texto mostra que 2 x 3 x 4 = 4 x 2 x 3; conclui que ao se multiplicarem muitos números uns pelos outros, o produto será o mesmo, qualquer que seja a ordem em que se façam as operações.

A sétima lição se encerra pelo comentário ao aluno de que ele agora sabe multiplicar um número de 1 algarismo por qualquer outro, sem fazer nenhuma nova operação. Entretanto, para isso, precisa ter formado e guardado os valores dos produtos seguintes:

" de 2-3-4-5-6-7-8-9, por 2;
de...... 3-4-5-6-7-8-9, por 3;
de.......... 4-5-6-7-8-9, por 4;
de..............5-6-7-8-9, por 5;
de.................6-7-8-9, por 6;
de....................7-8-9, por 7;
de.......................8-9 por 8;
de..........................9 por 9" (CONDORCET, 1903, p. 36).

Os valores não são dados no livro, mas o autor lembra que, pela comutatividade da multiplicação (essa expressão não figura no texto), o número de produtos a conhecer é apenas 36:

"... você não precisa guardar separadamente o produto de 2 por 3; se conhece o de 3 por 2, que é a mesma coisa, e assim por diante: tem, pois, que formar primeiro e reter na memória 36 produtos" (CONDORCET, 1903, p. 36).

Condorcet aconselha o professor a exercitar os alunos na multiplicação o tempo que for necessário, a fim de familiarizá-los com os produtos, de que devem se lembrar para executar prontamente as multiplicações. Recomenda, contudo, que não se faça com que os alunos memorizem a lista desses resultados; ao contrário, ao esquecerem ou desconhecerem tais valores, deverão, conduzidos pelo professor, formá-los eles próprios.

A oitava lição propõe-se a estudar o método desenvolvido na lição anterior de modo a realizar também multiplicações no caso em que o multiplicador tem mais de 1 algarismo. Apenas um exemplo é resolvido minuciosamente – é a multiplicação 467 x 238. Condorcet explica ao aluno que ele precisa considerar o número 238 como formado por 8 unidades, 3 dezenas e 2 centenas, e bastará então multiplicar 467 por 8 unidades, por 3 dezenas ou 30, por 2 centenas ou 200, e depois somar esses três produtos para obter o produto desejado.

Mais uma vez, portanto, podemos notar a ênfase na explicação do algoritmo por meio das propriedades do sistema de numeração decimal, que são, como se sabe, exatamente o que fornece as bases para as técnicas das quatro operações.

Cada uma das etapas do exemplo é executada de modo detalhado, e durante a exposição o autor aborda as multiplicações por 10 e 100, referindo-se ao modo de calculá-las. Por exemplo:

"... multiplicar por 2 centenas é a mesma coisa que multiplicar primeiro por 2, e multiplicar em seguida o produto por 100, tornando-o cem vezes maior, fazendo com que contenha tantas centenas quantas unidades continha: o que se executa colocando dois 0 à direita dos algarismos que exprimem esse produto" (CONDORCET, 1903, p. 32).

Depois de realizados separadamente os quatro passos descritos na multiplicação de 238 por 467, é proposta a forma abreviadora:

$$\begin{array}{r} 467 \\ X \quad 238 \\ \hline 3736 \\ 14010 \\ 93400 \\ \hline = 111146 \end{array}$$

Segue a generalização do método em forma de um texto.

Condorcet enfoca ainda a multiplicação na décima-segunda lição, quando se refere à sua prova no exemplo 54 x 25 = 1350, mediante a divisão de 1350 por 25. Chamando a atenção para a complexidade dessa verificação, particularmente quando o multiplicador é um número grande, apresenta uma alternativa simplificadora: verificar a multiplicação dividindo sucessivamente pelos algarismos correspondentes do multiplicador os produtos parciais que formam o produto total – os quocientes devem então ser todos iguais ao multiplicando. Faltará apenas verificar se a adição dos produtos está correta.

Condorcet comenta que, embora essa forma exija mais operações, estas são mais simples; além disso, ela mostra imediatamente em que parte da multiplicação se acha o erro.

5.6.4 Divisão

Tratam da divisão as quatro últimas lições da aritmética condorcetiana.

A nona lição inicia-se com a proposição de dois problemas ao aluno: dados dois números,

1) como saber quantas vezes seria preciso repetir o menor para obter o maior deles?

2) como conhecer o número que repetido um número de vezes igual ao menor produziria o maior deles?

O texto desenvolve-se então a partir da resolução dos problemas para os números 2124 e 6. Com eles Condorcet explica os dois significados da operação que será introduzida: o que hoje chamamos de idéia de medida (quantas vezes é preciso repetir o número 6 para formar 2124, ou quantas vezes o número 6 está contido em 2124) e o que denominamos atualmente idéia de partilha (qual é o número que repetido 6 vezes é igual a 2124 ou qual é o número que está contido 6 vezes em 2124).

Percebemos aqui uma preocupação maior na explicação das idéias em relação a essa nova operação do que a que se manifesta em relação à adição, à subtração e à multiplicação, pois após propor os dois problemas apenas fazendo referência aos números 2124 e 6, o autor os formula novamente, apresentando outra vez as duas idéias, porém ligando-as a coisas e pessoas:

"... se, por exemplo, tendo 2124 coisas a distribuir, e devendo dar 6 a cada pessoa, você quisesse saber a quantas pessoas se estenderia essa distribuição, precisaria saber que número está contido 6 vezes em 2124.Que número repetido 6 vezes é igual a 2124 se, tendo 2124 coisas a repartir igualmente entre 6 pessoas, você quisesse saber o número que deve dar a cada uma" (CONDORCET, 1903, p. 35).

A solução dos dois problemas, mostra Condorcet, é o número de vezes que se pode subtrair 6 de 2124 e dos restos que se vão obtendo a cada subtração.

Na orientação do professor correspondente a essa lição, o texto lhe recomenda que escolha exemplos que contemplem os dois objetivos diferentes da divisão de um certo número de coisas em partes iguais: conhecido o número de partes, saber o que é cada parte, e conhecida cada parte, saber quantas delas se podem formar.

Como se colocou em relação às operações já abordadas, aqui também aparece a necessidade de resumir o processo longo e penoso de repetição de muitas operações – agora muitas subtrações, e o livro aconselha que o professor mostre isso a partir de alguns exemplos.

A primeira solução para simplificar o processo é ainda uma seqüência de subtrações, explicada também com os números 2124 e 6: Condorcet esclarece que se em vez de subtrairmos 6 de cada vez, efetuarmos subtrações de 60 a cada vez, poderemos subtrair 6 tantas dezenas de vezes quantas vezes pudermos subtrair 60. Analogamente, poderemos subtrair 6 tantas centenas de vezes quantas vezes pudermos subtrair 600. Não podemos continuar o processo e pensar em subtrair 6000, pois este é um número maior que 2124.

A idéia é, então, subtrair 600 o número de vezes que for possível; em seguida, subtrair 60 do resto menor que 600 tantas vezes quantas for possível, até chegarmos a um resto menor que 60. Deste último, subtrairemos 6 tantas vezes quantas pudermos, e assim teremos as centenas de vezes, as dezenas de vezes e as unidades de vezes que 6 pode ser diminuído, ou seja, o número de vezes que 6 pode ser subtraído de 2124. Já que podemos subtrair 600 três vezes, 60 cinco vezes e 6 quatro vezes, 6 pode ser subtraído 300+50+4 = 354 vezes de 2124.

Logo em seguida, Condorcet chama a atenção para a possibilidade de, no processo, chegar-se a um número menor que o menor dos dois números dados, e o chama de resto.

É somente após esse longo trabalho que o autor nomeia a operação que está sendo executada – divisão – e seus termos: dividendo (o maior dos dois números), divisor (o menor dos dois números) e quociente (o número de vezes que o divisor está contido no dividendo).

O texto explicita então sua intenção de resumir ainda mais o processo das subtrações sucessivas para encontrar uma maneira mais simples de encontrar quantas vezes um número está contido em outro. Segue uma explicação longa e detalhada do algoritmo usual da divisão para os números 25348 e 7; tal explicação, como foi feito para as outras operações, centra-se no princípio posicional do sistema de numeração. Depois, aparece a "fórmula", que tem disposição diferente da que hoje usamos:

$$\begin{array}{r|l} 25348 & \\ 7 & 3621,\ \textit{resto } 1 \\ \hline 43 & \\ 14 & \\ 8 & \end{array}$$

Mais um exemplo de aplicação do algoritmo é apresentado, mas é importante observar o que diz a parte do professor quanto à divisão: o mestre deve fazer com que os alunos executem a divisão na forma longa (isto é, utilizando as subtrações sucessivas) para que os mesmos entendam mais facilmente a operação e tenham dela uma idéia mais nítida quando a efetuarem na forma abreviada. Condorcet insiste nas vantagens do método das subtrações sucessivas, que embora longo, é simples e cômodo. Consciente das dificuldades do algoritmo da divisão, afirma:

"Esta regra, bastante complicada, é um dos primeiros pontos em que a experiência provou que se fazia uma espécie de separação dos espíritos.

Muitos homens, mesmo nas profissões em que o cálculo é necessário, se detêm nesse termo .

Eles não dedicaram o tempo, a aplicação que lhes teriam sido necessários para ultrapassá-lo; então, este método, pela subtração imediata, ser-lhes-á um suplemento útil" (CONDORCET, 1903, p. 82).

A décima lição começa com a aplicação do algoritmo desenvolvido na lição anterior a um caso mais complexo, em que o divisor tem três algarismos: 27237 deve ser dividido por 123; a operação é minuciosamente explicada.

Concluída essa divisão, Condorcet chama a atenção para o fato de que a necessidade de se fazerem tentativas com todos os números de 2 a 9 para descobrir quantas vezes o divisor está contido em cada um dos dividendos parciais torna o procedimento ainda demasiado longo quando o divisor é um número grande, e acrescenta que seria útil abreviar o trabalho. Expõe, então, em três exemplos, um método para reduzir o número de tentativas a serem feitas, de modo a resumir a divisão. Eis como procede para estimar o quociente de 727 por 122:

"... suponha que você tenha 727 para dividir por 122; você observará que 700 < 727 e 200 > 122, e que assim, 200 estando contido três vezes em 700, 122 está contido pelo menos três vezes em 727; observará em seguida que 800 > 727 e 100 < 122, e que assim, 100 estando contido exatamente 8 vezes em 800, 122 não pode estar contido mais de 7 vezes em 727; você só tem que tentar, portanto, os números de 3 até 7" (CONDORCET, 1903, p. 43).

Na orientação ao professor, o autor recomenda que os estudantes sejam exercitados quanto a esse processo de estimativa dos quocientes parciais, que observem por si mesmos o princípio geral comum a cada um dos exemplos particulares, e que refletindo, descubram-no e o enunciem. Aconselha também o mestre a mostrar aos alunos como reduzir as estimativas a números mais simples que o dividendo e o divisor com que se está trabalhando, procurando, dessa maneira, tornar-lhes claro que não foi por acaso que se chegou ao método apresentado.

Na abordagem da divisão e de seu complexo algoritmo, podemos observar mais uma vez a preocupação patente de Condorcet em todo o manual: apresentar as razões para cada procedimento, lançar luzes sobre as "fórmulas" – é pela constante busca da atribuição de um significado a cada etapa que pretende conduzir o aluno a uma aprendizagem segura.

Na décima-primeira lição, Condorcet introduz as frações por meio das divisões com resto da seguinte maneira: na divisão em partes iguais de 1634 coisas entre 8 pessoas, verificou-se que caberiam 204 coisas a cada pessoa, e sobrariam 2. Se as coisas fossem do tipo que pode ser dividido em mais partes e dividíssemos cada uma delas em 8 partes iguais, ainda seria possível dar a cada pessoa duas dessas partes – ou dois oitavos da coisa. Assim, cada pessoa receberia 204 e dois oitavos: 204 + 2/8.

A partir desse exemplo, o autor considera a divisão de uma coisa em um certo número de partes iguais e diz como nomear cada uma dessas partes: acrescentando-se "avo" (*"ième"*) ao número de partes em que se supõe a coisa dividida. A expressão 2/8 indica, pois, que uma coisa foi dividida em oito partes e que tomam-se duas dessas partes.

A divisão de 1634 coisas em partes iguais entre 8 pessoas (idéia da divisão como partilha) pode ser vista agora de outra forma:

"Quando você tem que repartir 1634 coisas entre oito pessoas, pode dividir cada coisa em oito partes, e dar a cada pessoa 1634 dessas partes; mas 1634 dessas partes são a mesma coisa que 204 e 2/8, que 204 coisas inteiras e duas desses oitavos.

Assim, 1634/8 = 204 + 2/8.

Dessa forma, você vê que, supondo que essa divisão real das coisas que tem que distribuir não apresente qualquer inconveniente, há ainda uma grande vantagem em poder dar 204 delas e dividir somente 2, e conseqüentemente encontrar o resultado da divisão indicada por 1634/8" (CONDORCET, 1903, p. 46).

A outra idéia da divisão (medida), abordada na nona lição, é também reinterpretada: se quiséssemos saber a quantas pessoas poderíamos dar oito de 1634 coisas, o quociente 204 e o resto 2 significariam que poderíamos dar 8 coisas a 204 pessoas, e sobraria uma parte formada por duas coisas. Essa parte é igual a 2/8 de uma parte de oito coisas; assim, teríamos 204 partes e 2 oitavos de parte: 204 + 2/8 partes, e o quociente seria 204 + 2/8.

Depois de tecer comentários análogos para a divisão de 164 por 9, Condorcet diz que não é suficiente, ao se fazer uma divisão, indicar-lhe simplesmente o resto, pois se o resto da divisão de 1634 por 8 é 2, o resto da divisão de 164 por 9 também é 2, mas a situação é diferente:

"... embora restem igualmente duas coisas nos dois casos, em um exemplo são duas coisas para repartir entre oito, e no outro, duas coisas a repartir entre nove: em um, uma parte que corresponde aos dois oitavos das outras partes; no outro, uma parte que corresponde aos dois nonos" (CONDORCET, 1903, p. 47).

A lição finaliza com a nomeação das expressões 2/8, 2/9: são as *"frações"*; os números considerados até agora são chamados *"números inteiros"*, quando é necessário distingui-los de expressões numéricas que são ou contêm frações. Além disso, dá-se o nome de *"numerador da fração"* ao número de partes que a designa e de *"denominador"* ao número de partes em que se divide a coisa.

O texto do professor diz que os alunos devem ser exercitados de modo a que as primeiras idéias sobre os números fracionários se lhes tornem familiares, assim como os poucos símbolos que aparecem na lição.

A décima-segunda e última lição do manual aborda a verificação das operações de divisão e multiplicação. Já descrevemos o tratamento da prova da multiplicação, apresentada após a da divisão; sobre esta última, cabe registrar a sua abordagem muito resumida: Condorcet considera apenas um exemplo de divisão sem resto e um de divisão com resto, e logo generaliza o procedimento a ser adotado em cada caso. Acreditamos que é interessante citar a apresentação da prova quando a divisão é focalizada sob a perspectiva da lição anterior:

"Em geral, o dividendo é igual ao produto do divisor pelo quociente, tanto inteiro como fracionário: 1253 é igual ao produto de 25 por 50 + 3/25, pois 25 vezes 3 partes de uma coisa que se supõe dividida em 25 é a mesma coisa que 3 vezes 25 dessas partes, e por conseqüência três vezes a coisa inteira; da mesma forma que os 3/25 de 25 coisas são três vezes o vinte e cinco avos de 25 coisas, ou três vezes uma coisa inteira" (CONDORCET, 1903, p. 48).[144]

Vale ainda comentar que as três últimas lições, embora escritas de forma clara, como todo o texto, são expostas de maneira muito mais rápida. Condorcet refere-se a esse fato na orientação da décima-segunda lição, dizendo que ao professor cabe estender-se mais no desenvolvimento dos temas focalizados nessas lições. Todavia, procura justificar-se quanto ao seu procedimento diferenciado em relação às lições anteriores:

[144] Na tradução, corrigimos um número no texto original, que é: *"En général, le dividende est égal au produit du diviseur par le quotient, tant entier que fractionnaire: 1253 est égal au produit de 25 par 49 + 3/25, puisque 25 fois 3 parties d'une chose qu'on suppose divisée em 25, est la même chose que 3 fois 25 de ces parties, et par conséquent que trois fois la chose entière; de même que les 3/25 de 25 choses sont trois fois le vingt-cinquième de 25 choses, ou trois fois une chose entière."*

"Haveria um inconveniente em seguir por longo tempo a mesma marcha que nas primeiras lições; ela se tornaria enfadonha por ser fácil, e favoreceria a ociosidade do espírito. Mas a passagem dessa primeira marcha a uma marcha mais apertada deve ser facilitada pelas explicações verbais; o entendimento do texto, quando se o relê, é então ajudado pela memória dessas explicações. Não se lhe o deve então somente à atenção" (CONDORCET, 1903, p. 87).

Contudo, é preciso também levar em conta as condições de elaboração do manual: tudo foi redigido num período de no máximo oito semanas, pois o decreto de abertura do concurso para os livros elementares foi votado a 28 de janeiro de 1794, e Condorcet, temeroso por si próprio e por sua anfitriã, deixou o seu esconderijo a 24 de março, tendo sido encontrado morto na prisão poucos dias depois. O que nos chegou de seu manuscrito foi, segundo o prefácio de uma das edições que consultamos (reprodução do que figura na edição de 1799), o que Condorcet conseguiu enviar à sua esposa da casa onde se ocultava. (SCHUBRING, 1988).

5.7 Dimensões didático-metodológicas e psicológicas no livro de Condorcet

Acreditamos que nas páginas anteriores se tenham evidenciado algumas das características da proposta de educação aritmética de Condorcet.

No que se refere à apresentação do conteúdo, a principal preocupação do autor é, sem dúvida, a de tornar clara a fundamentação das técnicas operatórias nos princípios do sistema de numeração decimal, expostos com grande empenho nas três primeiras lições, que ocupam 15 das 49 páginas do texto do aluno na edição brasileira que utilizamos, e 21 das 72 páginas correspondentes na edição francesa aqui examinada. Condorcet é, pois, coerente com sua posição de antes da Revolução – em um de seus escritos dessa época, mencionado anteriormente neste capítulo, ele afirma que a não aprendizagem das regras da aritmética por algumas crianças se deve à falta da aquisição dos fundamentos da numeração.

Outras características que se mostram na descrição e nos comentários que fizemos acerca dos conteúdos do manual são as grandes preocupações com a linguagem, a apresentação dos algoritmos como instrumentos cômodos e eficientes para efetuar as operações, os exemplos que desde o início envolvem números com muitos algarismos, a ênfase na compreensão de cada etapa desenvolvida na busca de uma aprendizagem eficiente, a presença de alternativas facilitadoras ou simplificadoras para os algoritmos e provas das operações, as constantes recomendações aos professores no sentido de exercitarem os alunos.

Existem, entretanto, aspectos que não foram suficientemente explorados ou não emergiram no momento em que dirigimos a maior parte de nossa atenção para o texto do aluno. Queremos agora, portanto, apresentar, analisar e comentar as idéias que aparecem em algumas notas que figuram no rodapé das páginas do texto do aluno em CONDORCET (1903) e aparecem no início da parte do professor em CONDORCET (1988). Focalizaremos ainda as *Observações relativas ao ensino da Aritmética e da Geometria*, as quais aparecem, em ambas as edições, na parte do professor.

Um primeiro e importante comentário que devemos fazer diz respeito à coerência entre o teor do projeto de Condorcet quanto aos livros elementares como um recurso para a instrução pública e sua realização no texto didático da Aritmética, apesar da precariedade das circunstâncias da elaboração do manual. De fato, em muitos pontos o autor faz sobressair seus propósitos e manifesta suas preocupações sobre o uso do livro numa escola com muitos e diferentes alunos.

Assim, ainda que tenha desconhecido as etapas do desenvolvimento cognitivo das crianças e acabado por imprimir à obra o caráter de *"aritmética elementar de um ponto de vista superior"*, conforme aponta SCHUBRING (1989, p. 49) lembrando-se de Felix Klein, Condorcet mostra-se consciente das dificuldades que haveria quanto a pontos que não poderiam ou não deveriam ser trabalhados numa "instrução comum", como pode ser visto nas seguintes passagens:

"Exponho aqui a maneira pela qual poder-se-ia ser conduzido a encontrar o sistema de numeração, sem no entanto insistir aí demasiadamente. Numa instrução comum, não se pode seguir uma marcha tão rigorosa a esse respeito quanto numa

instrução particular; o que nessa é uma conversação, uma espécie de jogo entre o professor e o aluno, tornar-se-ia aqui uma farsa concertada da qual os alunos sentiriam o ridículo" (CONDORCET, 1988, p. 75).

"... esta última análise é muito sutil para que seja bom ocupar-se dela em uma instrução comum" (CONDORCET,1903, p. 57).

"Ora, creio que essa conversão de todos os raciocínios em silogismos, embora muito útil àqueles que querem aprofundar a arte do raciocínio, fatigaria inutilmente os alunos numa educação comum" (CONDORCET, 1903, p. 66).

Olhemos mais de perto para o primeiro desses três trechos. No prefácio que compôs para o manual, o qual foi tomado emprestado por Sarret e recuperado na edição crítica de 1988 (SCHUBRING, 1988), Condorcet diz que se o objetivo do ensino de uma ciência, a longo prazo, é formar as faculdades intelectuais dos alunos, não há senão um bom método – o da invenção. Para o filósofo, esse método é *"aquele que não apresenta as diversas operações da ciência senão depois de ter demonstrado sua necessidade e seus motivos, senão depois de ter dado ao aluno que se instrui a idéia de procurá-las, e quase o meio de encontrá-las por si próprio"* (CONDORCET, 1988, p. 20). No entanto, na passagem que estamos comentando, Condorcet adverte que não insiste demais na *"maneira pela qual poder-se-ia ser conduzido a encontrar o sistema de numeração"* (CONDORCET, 1988, p. 75). SCHUBRING (1989) usa essa passagem para referir-se a Condillac que, adepto da instrução particular, enfatizou o caminho dos inventores como método de ensino. A expressão usada por Condorcet[145] caracteriza o método dos inventores ou da invenção recomendado pelo autor da *Língua dos Cálculos*. O que se verifica, portanto, é que Condorcet, mesmo acreditando, como vimos, que o método da invenção era o mais adequado à formação intelectual dos alunos, compreendeu que na instrução pública, não seria fácil empregar rigorosamente esse caminho – o grande

[145] Referimo-nos à expressão *"maneira pela qual poder-se-ia ser conduzido a encontrar o sistema de numeração"*.

número de alunos impunha o desenvolvimento de métodos mais *"racionalizados"* (SCHUBRING, 1989, p. 50).

Cabe lembrar que à época em que escreveu seu manual, como já foi dito neste capítulo, Condorcet há muito tinha manifestado sua oposição à instrução particular defendida por pensadores como Locke, Condillac e Rousseau, para os quais os livros elementares não eram instrumentos essenciais. É possível perceber, contudo, que o autor do manual que estudamos considera a impossibilidade de uma instrução mais rigorosa decorrente não de uma incapacidade ou imaturidade psicológica dos alunos; o rigor poderia ser alcançado no ensino particular, quando o professor trabalhasse com um único aluno por vez. Consciente das dificuldades do ensino público, no qual há muitos alunos, Condorcet considera indispensável o livro – é ele *"o único meio de estabelecer alguma igualdade de instrução entre aqueles que receberam da natureza faculdades diferentes"* (CONDORCET, 1988, p. 20).

Condorcet utiliza, pois, o livro, e especialmente a parte dirigida aos professores para explicitar suas concepções para conduzir o ensino: uma das recomendações é, por exemplo, fazer apelo à curiosidade ou à necessidade dos alunos sem desagradar-lhes, como no comentário a seguir em relação à adição, no qual alude às falhas dos manuais até então existentes:

"É preciso aqui fazer os alunos sentirem, por meio de exemplos, que podem ter desejo ou necessidade de juntar um número a outro; que lhes pode ser útil ou agradável saber fazer tal operação.

Cabe ao professor escolher esses exemplos, pois é necessário selecioná-los de maneira que os alunos sintam realmente essa utilidade, ou esse prazer, e não o considerem como uma simples hipótese.

É, pois, de acordo com as circunstâncias particulares em que se encontram os alunos que os exemplos devem ser determinados.

Aqueles que se repetem há longo tempo nos livros elementares têm, quase sempre, o inconveniente de desgostar as crianças, ou de lhes parecerem ridículos" (CONDORCET, 1903, p. 64).

Uma outra posição importante do filósofo que merece ser destacada relaciona-se com a necessidade de prover os alunos com uma instrução que lhes fosse de fato útil, levando em consideração as dificuldades do oferecimento a todos de um ensino gratuito que fosse além do primário. Assim, ele recomenda, por exemplo, evitar apresentar tabelas impressas aos alunos, pois sua comodidade torna o espírito preguiçoso e, ao contrário, este precisa ser exercitado o máximo possível numa instrução na qual se é obrigado a parar no primeiro passo. Ou ainda, na divisão, o método das subtrações sucessivas, embora longo, é muito recomendado, porque possivelmente não haverá tempo suficiente para que todos aprendam o algoritmo comum, que Condorcet admite ser bastante complicado.

Por outro lado, o professor precisa estar atento às diferentes características e capacidades de seus alunos e exercitá-los com igualdade não absoluta:

> *"... é preciso distribuí-la* (a igualdade) *na medida das disposições naturais dos alunos, exercitar de preferência nas coisas fáceis aqueles que têm menos disposições, e nas coisas mais difíceis aqueles que as mostrem maiores: sobre essas, não se deve começar a exercitar os mais fracos senão quando já estiverem instruídos pelo exemplo das outras"* (CONDORCET, 1903, p. 80).

O professor deve também observar cuidadosamente os alunos que tiverem facilidade para aprender fatos mais complexos, já que aqueles que experimentarem prazer nisso estarão dando *"um sinal de sua capacidade natural para as concepções e as verdades abstratas"* (CONDORCET, 1903, p. 77). Notemos que, nas recomendações aos professores, Condorcet reafirma a crença que compartilha com Diderot em relação às desigualdades naturais entre os indivíduos, a qual se manifesta desde seus trabalhos sobre a educação no período anterior à Revolução.

Quando nos referimos ao plano de Condorcet para a instrução pública, procuramos acentuar um traço fundamental de seu pensamento – a crença na educação como meio de libertação e aperfeiçoamento do homem. Buscamos ainda chamar a atenção para o relevante papel conferido pelo filósofo à educação matemática em geral e aos conhecimentos elementares da aritmética em particular.

Estudando o seu livro didático sob tal ponto de vista, verificamos a presença dessas concepções ao constatar que a insistente colocação da utilidade dos conhecimentos e a intenção manifesta de se alcançar a eficiência na aprendizagem são constantemente acompanhadas pela ênfase na construção da autonomia dos alunos mediante a negação da memorização e da repetição rotineiras. Em muitas passagens, o autor sublinha a importância do exercício da inteligência, opondo-o a esse tipo de prática. Por exemplo, nas orientações referentes ao ensino do algoritmo da adição, afirma Condorcet acerca das possíveis dificuldades dos alunos:

"... é essencial, então, colocá-los em condições de resolvê-las por si próprios para que não adquiram o hábito de repetir as expressões 'escrevo', 'guardo', sem reflexão, e mediante uma memória por assim dizer automática" (CONDORCET, 1903, p. 64).

Ou ainda com relação ao mesmo algoritmo:

"... reduzi a operação ao que ela deve ser no uso comum. Por esse meio, os alunos, adquirindo o hábito de fazer a operação com a prontidão necessária, não a farão, porém, jamais por rotina, porque terão começado a fazê-la raciocinando em todos os detalhes que encerra" (CONDORCET, 1903, p. 67).

Sobre os 36 produtos básicos que precisam ser conhecidos para que se efetuem as multiplicações, escreve o autor referindo-se aos estudantes:

"Não se lhes fará aprender de cor a tabela desses produtos; não se lhes dará essa tabela toda pronta, pois é muito mais importante fortificar sua inteligência e sua memória pelo exercício do que lhes indicar os meios de poupar-se o trabalho de delas se servirem" (CONDORCET, 1903, p.80).

A postura militante de Condorcet quanto à propagação das luzes revela-se na característica nuclear de seu texto didático que vimos procurando colocar em relevo, que é a intenção de esclarecer a razão de todos os procedimentos apresentados. Preocupa-se explicitamente o filósofo em dotar o ensino de uma fisionomia que não seja autoritária:

> *"... é importante deixar ver no ensino apenas o mínimo possível de* ***denominações*** *e de* ***métodos arbitrários****. Ouvi um grande filósofo*[146] *censurar a álgebra por querer conduzi-lo à verdade de uma maneira despótica, sem lhe dizer porque se lhe fazia seguir tal ou qual caminho, e como se chegava a saber que ele levaria ao resultado desejado; ele confessava que esse defeito, não do método em si, mas dos livros, inspirava-lhe uma espécie de desgosto involuntário por esse estudo"* (CONDORCET, 1903, p. 38, destaques do autor).

Um outro aspecto indispensável na constituição das concepções metodológicas condorcetianas, a apresentação de elementos de lógica para acompanhar os conteúdos do ensino, pode também estar ligado a essa crença na importância da fundamentação dos conhecimentos. SCHUBRING (1989) vê a presença desses elementos em grande parte das observações dirigidas aos professores como um reflexo da formação do filósofo no Colégio de Navarra:

> *"... a lógica fazia parte do curso de filosofia, como propedêutica das matemáticas e das ciências, que eram de fato ensinadas somente no último ano da classe de filosofia – e pelo professor de filosofia"* (p. 51).

Assim, segundo Schubring, Condorcet, ao mesmo tempo que se revela um inovador, carrega o peso da tradição de ensino que ele próprio combate.

Condorcet, com efeito, pretende fundar a aprendizagem na exposição e no exercício de noções tais como "proposição", "raciocínio". "premissa", "silogismo", as

[146] COUTEL (1988) afirma que Condorcet fala sobre Anne-Robert Jacques Turgot (1727-1781). Turgot foi membro do grupo dos filósofos e do dos fisiocratas, e ocupou os cargos de ministro da marinha e controlador geral das finanças do reino durante a monarquia de Luís XVI, tendo contado com a colaboração de Condorcet no exercício de ambas as posições. Como controlador geral das finanças, foi responsável por reformas econômicas importantes na França, no período 1774-1776. Após sua queda desse posto, dedicou-se, de acordo com Coutel, ao estudo da Física e da Matemática (Larrousse du XX e. Siècle, 1929; VIGUERIE, 1995).

quais explica e exemplifica em diversos dos textos referentes às lições. Assim, insiste em que o professor não somente exponha aos alunos vários tipos de raciocínio como em que os faça observá-los, reconhecer os que são usados nas demonstrações, seguir-lhes o fio condutor e apreender-lhes o argumento.

Para dar um exemplo da espécie de idéias expostas no manual em relação à lógica, escolhemos uma observação referente a um trecho da sexta lição em que Condorcet afirma que se um número somado a outro forma um certo número dado, é claro que, diminuindo desse último número um dos dois primeiros, deve-se ter o outro como diferença. O texto do aluno nos remete ao seguinte comentário na parte do professor:

"Aqui se fará observar aos alunos a proposição condicional ***Se 37 e 17 são 54, 54 menos 17 é 37****. Far-se-lhes-á ver que esta proposição é equivalente à seguinte:* ***a identidade expressa pela segunda proposição resulta da identidade expressa pela primeira****, mas esta mesma proposição nada enuncia sobre a identidade expressa por uma ou por outra.*

Seria bom que o professor escolhesse de vez em quando alguns exemplos de proposições compostas, para lembrá-los de proposições simples, e exercitasse os alunos em reconhecer as identidades que elas exprimem. Os exemplos devem ser escolhidos na parte puramente aritmética do texto" (CONDORCET, 1903, p. 75-76, destaques do autor).

Condorcet preocupa-se, especialmente, em conduzir o professor no sentido de mostrar aos alunos o encadeamento dos conteúdos que vão sendo desenvolvidos; após a exposição da idéia e do algoritmo da multiplicação, por exemplo, chama a atenção para a necessidade de enfatizar este último como um procedimento que se baseia na adição e nos princípios do sistema de numeração decimal, já conhecidos a partir das lições anteriores. Aconselha ainda o mestre a tornar clara aos estudantes a existência de três modos distintos de se estabelecerem proposições:

"1° Em primeiro lugar, aquele que nasce da percepção da identidade ou da negação da identidade dos dois termos (as duas idéias que constituem cada proposição)*; seja ela imediata, seja resultante de um raciocínio do qual se apreende imediatamente o conjunto.*

Diz-se, então, que essas proposições são evidentes.

2° Em seguida, a adesão que se faz a uma proposição que resulta de muitas outras, porque se lembra de ter reconhecido que a identidade que exprime resulta da que se percebe imediatamente nas outras.

3° Enfim, ele lhes fará notar as proposições com as quais se concorda somente porque a experiência provou que é-se mais freqüentemente levado a um resultado verdadeiro seguindo esse caminho; como quando se acredita que está certa uma operação da qual se verifica o resultado" (CONDORCET, 1903, p. 79).

Resta-nos agora considerar os pressupostos de natureza psicológica que influenciam o filósofo para compreender melhor algumas das características de seu livro didático. Segundo GRANGER (1989), Condorcet não desenvolveu sistematicamente suas concepções acerca de como o conhecimento é alcançado. HINCKER & HINCKER (1971) estão entre os autores que comentam que essas concepções se baseiam, em grande parte, nas filosofias de Locke e Condillac. Logo no início do *Esboço de um quadro histórico dos progressos do espírito humano*, Condorcet afirma a importância das sensações no acesso ao conhecimento:

"O homem nasce com a faculdade de receber sensações, de perceber e de distinguir entre as que recebe as sensações simples das quais elas são compostas, de retê-las, de reconhecê-las, e de combiná-las; de comparar entre si essas combinações; de apreender o que elas têm em comum e o que as distingue; de ligar, enfim, os signos a todos os objetos, para reconhecê-los melhor, e facilitar-lhes novas combinações" (CONDORCET, 1971, p. 75).

No nono período histórico do livro, Condorcet sintetiza a realização do pensador inglês, criador de um método exemplar, passível de ser aplicado a todos os campos do conhecimento – a análise das idéias. A seguinte passagem do *Esboço* mostra como Locke contribuiu:

"Provou, por essa própria análise, que todas as nossas idéias são o resultado das operações de nossa inteligência sobre as sensações que recebemos, ou, ainda mais exatamente, das combinações dessas sensações que a memória nos representa simultaneamente, mas de maneira que a atenção se detém, que a percepção se limita a somente uma parte de cada uma dessas sensações.

Fez ver que ligando uma palavra a cada idéia, depois de a haver analisado e circunscrito, conseguimos dela lembrar-nos constantemente como a mesma; isto é, sempre formada das idéias mais simples, sempre encerrada nos mesmos limites e, conseqüentemente, podemos empregá-la em uma seqüência de raciocínios, sem jamais correr o risco de nos desviarmos.

Ao contrário, se as palavras não correspondem a uma idéia bem determinada, podem despertar sucessivamente diferentes idéias em nosso espírito, e tal é a fonte mais fecunda de nossos erros" (CONDORCET, 1971, p. 211-212).

É preciso dizer que Condorcet confere destaque a outros pensadores, tais como Bacon, Galileu, Descartes, Newton e Leibniz. Contudo, no que se refere às dimensões psicológicas e didático-metodológicas da educação matemática, as influências de Locke e Condillac parecem-nos as mais importantes. Comentamos anteriormente alguns vínculos entre as idéias de Condillac e as de Condorcet. Vamos agora, procurar estabelecer relações entre Locke e Condorcet, focalizando o conteúdo do manual de aritmética à luz do *Ensaio acerca do Entendimento Humano* do filósofo inglês.

Três traços marcantes do livro didático de Condorcet nos revelam especialmente as repercussões do pensamento de Locke: a apresentação dos conceitos sobre o número, as preocupações quanto à linguagem, e a preferência pelo método analítico.

De fato, reportando-nos à exposição dos números da primeira lição, vemos que a unidade é considerada como uma idéia imediata, e a construção dos números é empreendida pelo acréscimo de unidades. Esta é precisamente a concepção de Locke, que se refere aos números a partir de dois como idéias complexas formadas pela repetição das idéias simples de unidades, e prossegue constatando a necessidade de nomes e símbolos para os resultados das repetições para que se possa dominar a numeração:

"Pois, se os diversos modos simples de números não são em nossas mentes senão muitas combinações de unidades, que não têm variedade, nem são capazes de qualquer outra diferença que não seja mais, ou menos, nomes ou marcas para cada combinação distinta parecem mais necessários do que em qualquer outro tipo de idéia. Porque, sem tais nomes ou marcas, dificilmente podemos fazer uso dos números na contagem, especialmente quando a combinação é feita por qualquer grande multitude de unidades que, colocadas juntas sem um nome ou marca para distinguir aquela precisa coleção, dificilmente deixará de ser um amontoado confuso" (LOCKE, 1952, p. 166)

O entusiasmo com que Condorcet concorda com o pensador inglês no que diz respeito ao estabelecimento de uma linguagem em que as palavras correspondam a uma idéia precisa como um meio de a inteligência humana chegar ao conhecimento leva-o, como já dissemos, a propor uma reforma real das palavras que designam os números na língua francesa de modo a aproximar a numeração falada da escrita, e conseqüentemente propiciar o melhor entendimento dos números e do sistema de numeração. Conquanto aí se mostre a presença inequívoca e aqui já várias vezes assinalada, do pensamento de Condillac, mais uma vez essa iniciativa parece refletir diretamente as concepções lockianas:

"... não duvido de que nós mesmos poderíamos distintamente numerar em palavras muito melhor do que fazemos usualmente, caso encontrássemos denominações adequadas para dar-lhes significado; pois, da maneira que as tomamos para nomeá-los (os números) *atualmente, como milhões de milhões de milhões, etc., é difícil ir além de dezoito, ou no máximo vinte e quatro progressões decimais sem confusão"* (LOCKE, 1952, p. 166).

Finalmente, o texto do manual de aritmética explicita uma terceira influência marcante da filosofia de Locke, que é traduzida de diferentes modos no pensamento dos iluministas franceses[147] quando afirmam sua predileção pelo método analítico. Condorcet concebe o método analítico como a decomposição das idéias em suas partes mais simples, e assim se manifesta quanto à sua relevância em uma das observações aos professores:

"*... esta operação, que consiste em decompor esses números, a considerar separadamente suas partes correspondentes, chama-se **análise**.*

*Quando não se percebe imediatamente a identidade entre duas idéias, decompõem-se estas em partes **análogas** entre elas; comparam-se essas partes para apreender-lhes a identidade e chegar, por esse meio, a apreender a das próprias idéias. O meio pelo qual se é conduzido à verdade de uma proposição que não se percebia imediatamente chama-se **método analítico**.*

É bom fazer sentir aos alunos em que consiste esse método que devem encontrar em todas as partes da instrução, e que terão necessidade de utilizar até em sua conduta habitual" (CONDORCET,1903, p. 67, destaques do autor).

Para encerrar estas considerações sobre as dimensões psicológicas e metodológicas do manual de aritmética, queremos discutir um outro aspecto que nos parece importante na leitura do texto que Condorcet escreveu para a instrução pública – trata-se da observação quanto ao papel dos sentidos na aprendizagem dos conceitos matemáticos. Ao comentar o modo como o filósofo expõe as idéias de unidade, pluralidade e número, tivemos a oportunidade de verificar que nosso autor recorre repetidas vezes ao uso do verbo "ver" – a visão assume, nessas passagens, um posto proeminente. Devemos registrar, porém, que outro entre os sentidos, a audição, figura no manual de maneira relevante, parecendo particularmente importante na aprendizagem

[147] No último capítulo deste trabalho, discutiremos as diversas acepções atribuídas às expressões "análise" e "método analítico" pelos filósofos e matemáticos, e particularmente pelos iluministas franceses.

dos nomes dos números. Esse ponto é observado pelo autor do prefácio do livro que, ao elogiar a exposição de Condorcet, escreve:

"Os elementos dos números mais compostos se apresentarão àqueles que tiverem lido e aprendido esta obra, no instante mesmo em que ***o nome destinado a revelar as idéias desses números atingir seus ouvidos****, e os elementos de todos os números estarão sempre tão separados e tão distintos que nada será tão fácil e tão certo quanto todas as operações pelas quais se compõem e decompõem todos os números possíveis"* (CONDORCET, 1988, p. 13, negritos nossos).

No próprio texto de Condorcet, o seguinte trecho, retirado do término das observações aos professores sobre a segunda lição, mostra que o autor insiste quanto à necessidade de falar (e, conseqüentemente, de ouvir) os nomes dos números para distingui-los claramente:

"Enfim, fazendo pronunciar os nomes de números bastante grandes, não se negligenciará chamar a atenção sobre o arranjo simétrico que apresenta esse sistema de numeração, de maneira que, pronunciando sempre um certo número de centenas, de dezenas e de unidades, os nomes de mil, milhões, bilhões... pronunciados depois desse número, indicam imediatamente se aqueles que os precedem designam centenas, dezenas e unidades de mil, de milhão, ou de bilhão etc." (CONDORCET, 1988, p. 115-116).

Todavia, se a audição é mencionada, o primado óptico parece inquestionável. De fato, além dos trechos sobre a aquisição das idéias de unidade e pluralidade, outras passagens que transcrevemos ao comentar o conteúdo das doze lições de aritmética apresentam expressões relacionadas à visão, tais como "olhadela" e "golpe de vista", e poderíamos citar vários outros trechos nos quais figura, com grande freqüência, o verbo "ver".

É certamente relevante assinalar a importância que a visão adquire na abordagem de Condorcet, particularmente se levarmos em conta o enfoque da *Carta sobre os Cegos*, apresentado no capítulo sobre Diderot. Vimos então que o principal editor da *Enciclopédia*, ao fazer sobressair a figura do matemático inglês cego Nicholas Saunderson, acentua a possibilidade de aprendizagem dos conceitos geométricos e aritméticos pelo uso do sentido mais bem qualificado em sua hierarquia – o tato.

Também Condillac se dedica ao estudo da formação da idéia de número através dos outros sentidos, embora procure explicar que a visão nos parece ser mais importante porque é mais exercitada.

Contudo, a posição de Condorcet é diferente: ele não está empenhado, como Condillac, em estruturar um tratado completo sobre a produção das idéias pela via das sensações, ou como Diderot, em afirmar a superficialidade do sentido da visão para negar a idéia de ordem no mundo físico e humano (ROMANO, 1996 a). Seu objetivo é a instrução pública, na qual muitos e diferentes alunos são reunidos para aprender a aritmética necessária à sua autonomia intelectual e ao desenvolvimento da República.

Para alcançar esse propósito, o autor dos *Meios de aprender a contar seguramente e com facilidade* apresenta como suas marcas mais significativas: a percepção dos limites e possibilidades da instrução pública; o interesse pelos alunos; o objetivo de formar também os professores; a preocupação com a utilidade da educação elementar que se poderia oferecer; o estímulo à construção da autonomia dos estudantes pela negação da memorização automática e pela afirmação da compreensão obtida por intermédio do esclarecimento das razões de todos os procedimentos; a exposição dos elementos de lógica como conteúdo e método para o ensino da aritmética; a influência das concepções de Locke e Condillac acerca do conhecimento; a ênfase na língua bem feita como meio indispensável à aprendizagem; a opção declarada pelo método analítico.

5.8 A educação matemática na síntese do último filósofo iluminista

Diderot, defensor incansável da instrução pública, laica, gratuita e para todos os filhos de uma nação, afirmou a necessidade de começar o ensino pela Matemática no *Plano de uma Universidade* (DIDEROT, 2000). D'Alembert, no *Discurso Preliminar da Enciclopédia* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1989), iniciou pela Matemática a abordagem dos conhecimentos humanos, e insistiu na necessidade de que os livros elementares fossem escritos pelos cientistas mais eminentes. Condillac sublinhou em seus trabalhos o valor cognitivo da Matemática; propôs reformas terminológicas sobre os nomes dos números de modo a evidenciar a analogia; fez o elogio da linguagem matemática; praticamente confundiu a álgebra com o método filosófico da análise.

Condorcet, o último representante da filosofia iluminista francesa, pertenceu a um tempo que lhe possibilitou, como matemático e político, empreender ações concretas no sentido da realização dos ideais científicos e pedagógicos de seus antecessores. Seu contexto, observemos ainda uma vez, é bem diferente – como adepto da Revolução, ele precisou efetivar medidas referentes à instrução pública. Embora seus trabalhos de antes do período revolucionário mostrem suas preocupações pedagógicas e, especialmente, algumas de suas concepções sobre a educação matemática, são as obras da época da Revolução, particularmente seu projeto para a instrução pública e o manual de aritmética, os escritos que nos possibilitam observar de que modo ele se apropriou do pensamento dos filósofos que o precederam e também como constituiu sua própria identidade em relação ao mesmo pensamento.

Condorcet compartilha idéias com Diderot, d'Alembert e Condillac, as quais procuramos mostrar neste capítulo. Como um matemático importante de sua época, ao escrever o manual de aritmética, atendeu aos apelos de d'Alembert nos *Elementos de Ciências* (DIDEROT & D'ALEMBERT, 1757, Tomo V).

Condorcet recomendou o método analítico e o método da invenção, como Condillac, mas levou em conta as diferenças entre o ensino público e a instrução particular, a única de que esse filósofo se ocupou.

Como Diderot, acentuou a Matemática e as ciências como a base da instrução, pretendendo a formação moral dos indivíduos como conseqüência de sua formação intelectual; considerou as desigualdades naturais entre as pessoas e a necessidade das luzes, em particular as fornecidas pelo conhecimento matemático, para o exercício dos direitos e deveres do cidadão.

Diferentemente dos três autores, todavia, teve de enfrentar o desafio de pensar sobre a educação matemática de muitas e diferentes crianças na instrução em comum que devia ser custeada pela nova República. Em seu plano para essa instrução deu destaque particular aos conhecimentos elementares da aritmética não somente no sentido da capacitação para o trabalho, mas acentuadamente como meio de promoção da independência do homem e de formação de sua razão – ideais apontados como característicos do século das Luzes, e especialmente destacados por Diderot.

Seu manual de aritmética, produzido, como mostramos, em circunstâncias muito difíceis, representa, coerentemente com esse plano, um instrumento de concretização da difusão dos conhecimentos. Ao vê-lo como tal, somos conduzidos a retomar um aspecto que procuramos realçar em nossa análise do livro didático de Condorcet.

Essa dimensão é a preocupação que perpassa as doze lições de aritmética: apresentar os conteúdos pela via da concepção lógica da elementarização do saber. Dessa forma, como vimos, o autor não leva em conta possíveis dificuldades dos alunos quanto aos números muito grandes, seja na exposição das idéias relativas à numeração falada e escrita, seja na apresentação dos algoritmos das operações, na qual, como procuramos salientar muitas vezes, o essencial é mostrar que sempre funcionam sob a regência dos princípios do sistema de numeração decimal. Esses dispositivos intelectuais poderosos precisam ser incorporados ao patrimônio das crianças, futuros cidadãos de uma nova França, e Condorcet lega à posteridade, no manual, uma solução para essa questão a ser testada pelo Estado.

Hoje, depois do grande desenvolvimento das pesquisas a respeito da aprendizagem das crianças e principalmente após o trabalho de Piaget e seus discípulos, é comum defender a ocorrência do desenvolvimento cognitivo em etapas seqüenciais e qualitativamente distintas. Essa percepção não está presente em Condorcet, que escolhe o caminho da lógica por acreditar que por ele se pode fugir do autoritarismo e da arbitrariedade. As palavras iniciais de seu texto tomadas de empréstimo por Sarret, e que figuram no prefácio da edição do manual a qual festejou o bicentenário da Revolução, são claras a esse respeito:

"Pareceu-me que em geral não se deveria ensinar nada às crianças sem lhes ter explicado e feito sentir os motivos. Esse princípio me parece muito essencial na instrução, mas eu o creio sobretudo muito vantajoso em aritmética e geometria. Assim, os elementos dessas ciências não devem somente ter por objetivo tornar as crianças prontas a executar seguramente e facilmente, como conseqüência, os cálculos dos quais

elas poderão ter necessidade, mas devem ainda dar lugar a elementos de lógica, e servir para desenvolver nelas a faculdade de analisar suas idéias, de raciocinar com correção" (CONDORCET, 1988, p. 19).

Condorcet acreditou viver no tempo em que o ser humano, tendo chegado ao aperfeiçoamento de seu espírito pela descoberta da verdade, progrediria cada vez mais pela difusão dos conhecimentos por intermédio da educação. O saber aritmético está entre aqueles que podem contribuir para a construção da autonomia do homem novo, desde que seja construído pela compreensão e não pela repetição e memorização.

A leitura do manual não deve ser feita, assim, com acento na constatação óbvia da chegada rápida aos números grandes e às operações "complicadas" e na subseqüente avaliação crítica negativa de tal abordagem; ela deve ser empreendida por meio de uma reflexão sobre as opções feitas pelo autor à luz dessa forma de pensar.

O trabalho de Condorcet em relação à educação matemática deve, ainda, ser ressaltado aqui neste final de capítulo, por espelhar as concepções do filósofo a respeito da aquisição do conhecimento: os elementos mais visíveis são, como mostramos, desenvolvidos a partir das idéias de Locke e Condillac, e explicitados no manual sob a forma da insistência no método analítico e na linguagem bem feita. Quando se estende nos comentários acerca da importância das palavras para circunscrever de forma precisa as idéias e quando modifica a terminologia, nosso autor sublinha o estabelecimento de

"... uma correspondência biunívoca entre as coisas e as palavras, os objetos da sensação e suas denominações, na medida em que toda idéia é o resultado de combinações das sensações que recebemos" (RASHED, 1974, p. 19).

Condorcet teve a oportunidade de ir além de um trabalho de doutrinação no sentido de atribuir à educação matemática um lugar privilegiado no combate em favor da autonomia, da igualdade e do aperfeiçoamento do homem. Ainda que a história não tenha permitido colocar em prática suas propostas, não se pode deixar de interpretar sua obra para a instrução pública como uma das derradeiras expressões dessa dimensão da filosofia iluminista da França do século XVIII.

Capítulo 6

Sobre a educação matemática na França pós-iluminista

Nos capítulos 2, 3 e 4, procuramos estudar as concepções relativas à educação matemática no pensamento de Diderot, d'Alembert e Condillac. No capítulo 5, tivemos como objetivo apresentar os ecos dessas concepções nas propostas de Condorcet; observamos que esse pensador iluminista transformado em homem-chave na ação pelo estabelecimento da instrução pública, embora não reproduza inteiramente esse conjunto de idéias, opera a partir dele uma síntese crítica para embasar seu projeto de educação matemática no contexto sociopolítico da França modificada pela Revolução.

Condorcet morreu precocemente em 1794, quando fugia da perseguição sanguinária do regime do Terror. Como foi dito no capítulo anterior, seu plano para a instrução pública não chegou nem mesmo a ser votado pela Assembléia Legislativa, e foi sucedido por outras propostas durante a Convenção.

No entanto, enfatiza SCHUBRING (1985) que o momento histórico da Revolução marca, malgrado suas viragens e contradições, uma mudança definitiva em relação à educação matemática, pela instituição de um sistema de instrução pública, obrigatória, e inicialmente também gratuita, o qual dava a todos os cidadãos uma formação geral, antes de qualquer formação profissional. A mudança importante para a educação matemática reside em que, como efeito da difusão da filosofia das Luzes, e, segundo pensamos, especialmente dos representantes desse movimento focalizados neste trabalho, a Matemática conseguiu ganhar a posição de matéria escolar principal, ainda que isso tenha acontecido apenas no curto período de existência das escolas centrais criadas pela República Revolucionária em 1795, alicerçadas no plano de Condorcet.

Neste capítulo, fundamentado sobretudo nos *Ensaios sobre a História do Ensino de Matemática, particularmente na França e na Prússia* (SCHUBRING, 1985), vamos abordar, de forma sucinta, a evolução da política educacional durante a Convenção, o

Diretório, o Consulado, o Império Napoleônico e a Restauração[148] em alguns aspectos que dizem respeito à educação matemática. Examinaremos como, nesses períodos, verificaram-se retrocessos graduais quanto às posições defendidas pelos iluministas: em particular a Matemática, a partir de sua posição proeminente no plano de Condorcet levado a efeito pelas escolas centrais, será sucessivamente enfraquecida nos anos posteriores, sob Napoleão e as monarquias restauradas, até atingir um lugar marginalizado na instrução. Durante o século XIX, irá se consolidar, apesar de diversas tentativas de reformas, o mesmo domínio das letras sobre as ciências contra o qual os filósofos estudados neste trabalho haviam lutado.

Concluiremos o capítulo com alguns comentários referentes às mudanças pelas quais passou a educação matemática francesa no que diz respeito ao enfoque eleito pelos iluministas – o método analítico – entre a Revolução e o império de Napoleão.

6.1 As escolas centrais da Revolução

No capítulo anterior, ao comentar o projeto de Condorcet para a instrução pública, assinalamos a relevância da Matemática e das ciências em sua proposta, particularmente pelo papel atribuído a esses estudos na formação das faculdades intelectuais dos estudantes. Lembremos que o autor do *Esboço de um quadro histórico dos progressos do espírito humano* afirmava que os conhecimentos elementares de outras matérias de ensino empregam a razão, mas não são capazes de formá-la. Nas notas redigidas posteriormente a seu *Informe*, Condorcet chegava a referir-se à existência de limites para as letras, em oposição à inexistência deles para as ciências da observação e do cálculo (CONDORCET, 1997 a). Além disso, tais ciências constituíam para ele, na trilha deixada por Diderot e d'Alembert, o meio apropriado de difundir as luzes para derrotar os preconceitos e as superstições. Enfim, seria o conhecimento das ciências físicas e matemáticas aquele apto a efetivar a igualdade social, e sua disseminação possibilitaria realizar o ideal de esclarecer os homens em lugar do de dominá-los.

[148] Apresentamos as datas que marcam o início e o fim desses diversos governos da França: Convenção Nacional, entre 1792 e 1795; Diretório, entre 1795 e 1799; Consulado, de 1799 a 1804; Império Napoleônico, de 1804 a 1814; Restauração, de 1814 a 1848 (LANGER, 1980).

Ressaltemos ainda que o plano de Condorcet previa uma estrutura escolar hierarquizada, com a escola primária como etapa inicial obrigatória para todos, *"e com as matemáticas como matéria principal para o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos"* (SCHUBRING, 1985, p. 367).

O programa das escolas centrais instituídas pela Revolução após a morte de Condorcet se baseava em suas idéias; Émile Durkheim escreve a respeito da organização dessas instituições da Revolução:

> *"O que a caracteriza é o lugar preponderante concedido às disciplinas relativas às coisas, à natureza. No primeiro ciclo,* ***dois entre três cursos*** *tinham esse caráter:* ***o desenho e a história natural****. O segundo ciclo todo era consagrado às matemáticas, à física e à química experimentais. Assim, dos seis anos que tomava o curso completo de estudos, havia quatro durante os quais a atenção dos alunos estava voltada exclusivamente para o fora, para o mundo exterior, para as coisas da natureza"* (DURKHEIM, 1969, p. 340-341, destaques no original).

Durkheim, escrevendo nos primeiros anos do século XX, antes da Primeira Guerra Mundial, diz que uma inversão tão completa e radical do sistema tradicional de estudos até então ainda não havia ocorrido na França.

Contudo, faltaram às escolas centrais uma organização harmônica e uma concepção coerente das matérias que poderiam contribuir para a formação geral. Os professores eram especialistas em suas disciplinas que ministravam seus cursos independentemente uns dos outros, e trabalhavam sem qualquer coordenação. A Matemática era lecionada pelos professores de antes da Revolução; a maior parte desses docentes nas escolas centrais durante o ano VII[149] da Revolução havia atuado nos colégios do Antigo Regime, em dedicação total ou parcial (SCHUBRING, 1985).

[149] O ano I do calendário da Revolução Francesa inicia-se a 22 de setembro de 1792, desde a proclamação da República na França – é o início da Convenção Nacional, que se estende até 25 de outubro de 1795. 26 de outubro de 1795 marca o início da fase seguinte da Revolução, a do Diretório, que, por sua vez, termina a 9 de novembro de 1799, com o golpe do 18 Brumário (ano VIII). A partir daí, estabelece-se o Consulado, de 25 de dezembro de 1799 a 20 de maio de 1804 – nesse período, o regime de governo é ainda nominalmente o republicano, embora Napoleão, primeiro cônsul, exerça a ditadura. A 18 de maio de 1804, Napoleão é proclamado imperador pelo senado; o Império Napoleônico dura até a abdicação do imperador em 11 de abril de 1814 (LANGER, 1980).

Todavia, de acordo com DURKHEIM (1969), todos os problemas referentes à organização das escolas centrais não teriam sido capazes de arruiná-las, não fossem os acontecimentos políticos.

Essas escolas, cujo protótipo eram os institutos, o terceiro grau de estudos no plano de Condorcet, só correspondiam a ele formalmente, já que não faziam parte de um sistema escolar hierarquizado – formavam um bloco isolado. Tal característica permitiria transformá-las em elementos de uma estrutura segregacionista, oposta às propostas de Diderot e Condorcet, e essa mudança de rumo se evidencia nas palavras de Destutt de Tracy[150], um dos Ideólogos dirigentes da política educacional em 1801, já durante o período do Consulado, no enunciado do primeiro princípio de um sistema escolar para uma "sociedade civilizada":

> *"Existem necessariamente duas classes de homens: ... a primeira é a classe operária; a segunda é aquela que chamarei de classe erudita[151]. O ensino para essas duas classes deve ser essencialmente diferente"* (DESTUTT DE TRACY, apud SCHUBRING, 1985, p. 369).

LEÓN nos oferece outra passagem de Destutt de Tracy a qual completa a anterior:

> *"Temos dois sistemas completos de instrução pública; as escolas primárias e a aprendizagem dos ofícios, eis a educação da classe operária; as escolas centrais e especiais, eis a da classe erudita; e tampouco aconselharei a dar esta educação a uma criança destinada a ser artífice, quanto a dar aquela a quem deva tornar-se homem de Estado, ou de letras"* (DESTUTT DE TRACY, apud LEÓN, 1977, p. 360).

---

[150] Antoine Louis Claude Destutt de Tracy (1754-1836) foi o criador do termo "Ideologia" para indicar a análise das sensações e das idéias. Os Ideólogos, embora sigam as marcas de Condillac, também o criticam. A ligação desse grupo com a filosofia ilustrada o opôs ao autoritarismo de Napoleão que reagiu fechando o Conselho de Instrução Pública e a Academia de Ciências Morais, dos quais tomavam parte muitos Ideólogos (ANTISERI & REALE, 1995).

[151] No original, "savante".

Assim, Destutt de Tracy desvincula inteiramente as escolas primárias das escolas centrais, e, de acordo com SCHUBRING (1985), atribui aos professores particulares ou ao ensino privado a preparação para as escolas centrais. A partir da leitura desses dois trechos, é imperioso enfatizar a enorme distância que separa Destutt de Tracy de Diderot e Condorcet, que não estabelecem a separação que o Ideólogo explicita entre instrução para a classe operária e instrução para a classe erudita.

DURKHEIM (1969) chama a atenção para o fato de que serem uma obra da Convenção foi suficiente para desacreditar essas escolas durante o Consulado. Sob a pressão de Napoleão, foi votada em 1802 uma lei que suprimia as escolas centrais e anulava toda a pedagogia revolucionária. As escolas centrais eram substituídas por dois tipos de estabelecimentos – as escolas secundárias, com o nome de colégios, mantidas pelas comunas ou por particulares, e os liceus, mantidos pelo Estado. Segundo LEÓN (1977), os liceus recebiam crianças com pelo menos nove anos de idade que já soubessem ler e escrever, e a maioria delas pagava uma contribuição escolar. Focalizemos os liceus do ponto de vista da educação matemática.

6.2 Os liceus durante o Consulado e o Império Napoleônico

De acordo com SCHUBRING (1985), o que se verifica com o estabelecimento dos liceus é a abolição da concepção emancipadora da Matemática defendida por Condorcet em favor da concepção geral de uma formação semi-profissional.

De fato, textos do discurso de Roederer[152], orador do governo, citados por esse mesmo historiador, na justificativa das medidas legais que substituíam as escolas centrais pelos liceus, atestam claramente essa posição, que inverte totalmente os ideais iluministas, particularmente os inscritos no projeto de Condorcet. Por exemplo, temos:

"O Estado não deve ensinar aquilo que não é de uma utilidade geral e reconhecida" (ROEDERER, apud SCHUBRING, 1985, p. 370).

(O ensino público não tem) *"como objeto imediato o avanço dos conhecimentos humanos, mas a distribuição dos conhecimentos cuja utilidade é a mais geral"* (ROEDERER, apud SCHUBRING, 1985, p. 370).

Sobre as ciências e a Matemática, escrevia Roederer:

"As ciências propriamente ditas, as ciências matemáticas, físicas, morais e políticas, não podem, não devem ser comuns a todo mundo" (ROEDERER, apud SCHUBRING, 1985, p. 370).

Dessa forma, comenta Gert Schubring, a Matemática é excluída do conjunto dos conteúdos que devem ser ensinados a todos porque a ela não se reconhece o pretendido caráter de utilidade geral – essa qualidade é reservada à leitura e à escrita, à língua materna, ao latim, ao grego, à lógica, à retórica e à poética. São esses, de acordo com o projeto dos liceus, os conhecimentos que devem ser ensinados a todos. É forçoso sublinhar o retorno à organização de estudos do Antigo Regime. Schubring destaca, em sua reflexão, que a ruptura definitiva com as Luzes é marcada pela restrição, ainda no escrito de Roederer, da Matemática à preparação das escolas especiais, conforme a seguinte passagem:

"Importa infinitamente ao Estado, importa aos particulares, importa às próprias ciências que elas não sejam distribuídas senão a um número de cidadãos proporcional às necessidades da sociedade" (ROEDERER, apud SCHUBRING, 1985, p. 370).

A organização do currículo dos liceus se fazia realmente no sentido dessa proposta – a divisão em cursos adotada pelas escolas centrais era substituída pela divisão em classes homogêneas segundo a idade dos estudantes; além disso, havia uma bifurcação: seis classes de latim para as letras e seis classes de matemáticas para as

[152] Pierre-Louis Roederer (1754-1835) foi político, economista e escritor, tendo exercido diversos cargos durante a Revolução. Em 1802, época da supressão das escolas centrais, era membro do Senado, uma das instituições políticas mais importantes do Consulado (Larrousse du XX e. Siècle, 1929).

ciências; após cursarem as duas primeiras classes de latim, os alunos podiam entrar nas seis classes de matemáticas.

Gert Schubring enfatiza ainda a necessidade e a dificuldade de se encontrar, no contexto histórico do Consulado, um grande número de professores de Matemática. Contudo, o número de professores de Matemática acabou por ser reduzido pessoalmente por Napoleão três anos depois da instituição dos liceus. Além disso, é importante a interpretação de Schubring quanto a essa rejeição da função educativa da Matemática expressar uma mudança da sociedade em relação ao valor das ciências, agora preteridas em favor dos valores da literatura. Acrescentemos a referência do historiador a um aspecto relevante, o dos livros a serem usados, agora não mais chamados "livros elementares", como no plano de Condorcet, mas sim "livros clássicos", que durante o Consulado e o Império de Napoleão deveriam ser seguidos, sem exceção, pelos professores, para que se alcançasse a uniformidade na instrução em todo o país.

Em 1809, ocorre uma reorganização dos liceus, associada ao deslocamento manifesto da ideologia dominante, que tinha sido a dos iluministas, para a do espiritualismo; essa reestruturação enfraqueceu ainda mais o papel da Matemática, com a extinção da bifurcação anteriormente mencionada e a integração da Matemática e das ciências a classes de um só tipo. Essa nova forma de organização levou a uma hierarquia de disciplinas extremamente parecida com a dos colégios jesuítas: os seis anos escolares começavam por duas classes de gramática, seguidas de duas classes de humanidades, uma classe de retórica e uma classe de matemáticas especiais. Nos liceus localizados nos centros administrativos, era possível a existência de uma classe terminal de filosofia. E em geral, em cada grupo de oito cátedras, cinco eram ocupadas pelas letras, uma pelas ciências físicas e duas pela Matemática; nos liceus localizados nos centros administrativos, essas oito cátedras eram completadas por uma cátedra de filosofia e uma de matemáticas transcendentes.

Todavia, é após a queda de Napoleão, no período das monarquias restauradas, que se cumprirá ainda uma etapa na debilitação do papel da Matemática e na aproximação do modelo dos jesuítas. A ideologia tradicionalista e contra-revolucionária se fortalecerá e se esforçará por constituir uma base teórica político-pedagógica mediante a rejeição dos pensadores iluministas e em especial da filosofia de Condillac, como explicaremos nas próximas seções.

6.3 Os colégios reais da Restauração

A Restauração é o período no qual a França volta a ser uma monarquia, sob os reis Luís XVIII (1814-1824), Carlos X (1824-1830) e Luís Felipe (1830-1848), todos eles membros da família de Luís XVI, o rei executado pela Revolução (LANGER, 1980).

DURKHEIM (1969) chama a atenção para a repressão de todo o ensino científico durante esse período, nos colégios reais em que se haviam transformado os liceus napoleônicos; segundo o sociólogo, em alguns dos primeiros liceus sob Napoleão, as ciências e a Matemática ainda detinham certa importância, já que a aritmética, a álgebra, a geometria, a trigonometria, a agrimensura, um pouco de óptica e astronomia eram neles ensinados. Émile Durkheim acentua o estabelecimento de uma aliança entre o Humanismo e a Igreja no século XIX, e escreve:

"Os representantes do tradicionalismo, em matéria religiosa, assim como em matéria social e política, viram, sem ou com razão, no velho ensino literário, o melhor auxiliar do que lhes parecia ser a doutrina sadia, enquanto, em oposição, o ensino científico lhes era suspeito" (DURKHEIM, 1969, p. 354).

SCHUBRING (1985) sublinha o fortalecimento, com a Restauração, da tendência iniciada no Império Napoleônico, de retorno ao modelo jesuítico. Por exemplo, em setembro de 1821 ocorreram nos colégios reais a supressão da classe de matemáticas especiais e o estabelecimento de duas classes terminais de filosofia após a classe de retórica. O ensino de Matemática se reduziu, além da aritmética elementar nas duas primeiras classes, às duas últimas classes de filosofia. Daí por diante esse ensino apresentou um caráter nítido de formação pré-profissional que preparava para escolas especiais, sem qualquer contribuição ao desenvolvimento geral, isto é, sem qualquer ênfase sobre o papel cognitivo da Matemática.

Outro exemplo da marginalização da Matemática na formação geral dos estudantes é a mudança datada de 1826, pela qual o ensino dessa matéria não é mais restrito às duas classes terminais, e passa a ocorrer dois anos mais cedo. A explicação dessa ampliação está, segundo Gert Schubring, nos inconvenientes advindos de uma regulamentação de 1821 – como para o grau de *"bachelier-ès-lettres"* bastava ter seguido um ano de filosofia, muitos alunos saíam dos colégios sem mesmo os mais elementares conhecimentos de Matemática. Simultaneamente, a modificação de 1826 limitava a duas horas na segunda classe de humanidades e na classe de retórica esse ensino de Matemática, explicitamente para não prejudicar os estudos literários.

Um terceiro exemplo interessante se relaciona com as severas exigências quanto à Matemática no concurso de admissão à *École Polytechnique*[153]: contrariamente ao que se poderia pensar, tais requisitos não estavam em contradição com o papel marginal desse conhecimento na formação geral, pois *"a necessidade de classes preparatórias ao concurso, anexas aos colégios, se apoiava na ideologia dos dons e na ideologia da pretendida utilidade da École Polytechnique, as quais legitimavam o acesso exclusivo da grande burguesia a esse estabelecimento e daí às carreiras do Estado"* (SCHUBRING, 1985, p. 374).

Gert Schubring dá a conhecer ainda que, mesmo após 1852, quando se instituíram dois tipos de formação paralelos, o *"baccalauréat-ès-sciences"* e o *"baccalauréat-ès-lettres"*, entre os candidatos à *École Polytechnique*, a preferência era dada aos portadores do segundo tipo. Também a mudança que estabeleceu duas opções após a quarta classe dos colégios – uma de línguas e a outra de ciências e Matemática – não pode ser considerada um sinal de melhoria quanto à concepção vigente sobre a Matemática, uma vez que a segunda opção era de caráter estritamente utilitário.

[153] A *École Polytechnique* foi fundada em 1794, durante a Convenção Nacional, com o nome de *École central des travaux publics*; junto com a *École Normale*, fundada no mesmo ano, e destinada à formação de professores, foi concebida pelo Comitê de Salvação Pública. Em 1795, tomou o nome de *École Polytechnique* (Larrousse du XX e. Siècle, 1929).

Schubring, assim como Durkheim, refere-se às numerosas tentativas de reforma dos colégios durante o século XIX, afirmando que nenhuma delas conseguiu reverter a posição dominante das letras sobre as ciências e a Matemática. Durkheim observa a associação incontestável entre espírito tradicionalista e espírito humanista, em oposição à pedagogia da Revolução Francesa que, fundada no pensamento dos iluministas, havia conseguido instituir um sistema de ensino de bases científicas, e aponta o estabelecimento da identificação dos adversários da cultura latina com materialistas, ateus, revolucionários, socialistas, anti-cristãos, escrevendo:

"... entre as letras, nas quais vem se exprimir o espírito humano sob as formas mais nobres de sua atividade, e as ciências, que fixam e registram as leis do mundo físico, pois por ciências se entendem comumente exclusivamente ciências da natureza, há toda a distância que separa o espírito da matéria, o sagrado do profano. Resulta daí que não somente para todo cristão, mas também para quem quer que tenha o sentido do que existe de verdadeiramente e especificamente humano no homem, do que o caracteriza e faz sua fisionomia própria no meio dos outros seres, formar a criança na escola única das ciências é materializá-la, é profaná-la, é impedi-la de desenvolver sua verdadeira natureza. Conseqüentemente, a partir do momento em que o problema pedagógico consiste essencialmente em optar entre as letras e as ciências, era natural que, sob esse ponto de vista, as letras, apesar da inquietude que haviam inspirado outrora, se beneficiassem da repugnância que inspiravam as ciências, e fossem consideradas como o único ensino capaz de sustentar um estado de espírito verdadeiramente humano" (DURKHEIM, 1969, p. 355-356).

O desprestígio da Matemática como conhecimento formador das faculdades intelectuais, como haviam proposto Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet, consolida-se, pois, no século XIX. De acordo com SCHUBRING (1985), é somente no início do século XX, em 1925, que se estabelece uma concepção de escola secundária com equilíbrio entre letras e ciências. Importa ainda comentar, para terminar esta breve abordagem da educação matemática na França da Restauração, as pedagogias tradicionalistas que sustentaram teoricamente as escolhas desse contexto político, opondo-se completamente ao pensamento das Luzes, e particularmente ao de Condillac.

6.4 A oposição filosófica às Luzes no pensamento conservador da Restauração

RICKEN (1984) aponta a existência, já durante o período do Consulado, de uma rejeição à filosofia sensacionista de Condillac, rejeição essa que é consolidada durante a Restauração; esse período é caracterizado por uma completa condenação às teorias condillacianas e ao iluminismo, considerados culpados da desordem da Revolução.

Pensadores da época da Restauração, opondo-se à Ilustração, sustentam o retorno à tradição religiosa e política da antiga monarquia – para essas figuras, a religião é o fundamento da sociedade. Entre os principais representantes desse tradicionalismo filosófico-político estão Louis de Bonald[154] e Joseph de Maistre[155].

Ulrich Ricken chama a atenção para o fato de esses dois escritores terem atribuído a Condillac a maior responsabilidade pela aceitação do sensacionismo na França. Nas passagens a seguir, observemos as relações entre linguagem e autoritarismo comentadas pelo autor alemão ao analisar a obra de Bonald:

"Os desenfreados neologismos da Revolução Francesa deveriam pelo menos ser banidos do vocabulário francês. O papel dos dicionários deve ser conservar o idioma diante da revolta de espíritos subversivos. Sem poder autoritário, nenhuma vida social regrada é possível; sem uma regulamentação da língua, não há comprometimento suficiente dos homens com normas sociais. Para a língua, por conseguinte, o dicionário

[154] Louis de Bonald (1754-1840) formulou uma teoria segundo a qual o poder absoluto não é uma autoridade arbitrária, e sim o que sustenta o povo contra a opressão. Napoleão, apreciador dessa teoria, nomeou-o conselheiro da Universidade em 1810. Luís XVIII nomeou-o sucessivamente ministro de Estado, par de França e membro da Academia Francesa, e Carlos X encarregou-o de presidir a comissão de censura estabelecida em 1827 (Dictionnaire des Auteurs de tous les temps et de tous les pays, v. I, p. 371, 1989).

[155] Joseph de Maistre (1753-1821) opõe ao racionalismo iluminista a realidade de uma ordem sobrenatural na figura do governo universal da Providência. Nomeado ministro de Estado durante a Restauração, manteve relações com a opinião ultra-realista francesa, em particular com Bonald. De Maistre escreveu: *"É absolutamente necessário matar o espírito do século XVIII"*, e considerava a Revolução Francesa algo diabólico, que era preciso combater (Dictionnaire des Auteurs de tous les temps et de tous les pays, v. III, p. 240-241, 1989).

da Academia tem, apesar de suas falhas, que exercer as suas faculdades autoritárias: tal como é, ele exerce, e deve mesmo exercer a autoridade, porque é preciso uma, mesmo sobre as palavras" (RICKEN, 1984, p. 269).

"Infrações contra a formação natural da palavra parecem, assim como os neologismos revolucionários, uma expressão da reação contra a ordem natural da sociedade. Uma vez que a hipótese de uma estabelecida seqüência natural de palavras está relacionada com uma concepção essencialmente estática do idioma, aqui ela pode ser apresentada para a defesa da ordem vigente na sociedade como na língua. A estabilidade da língua deve expressar e garantir a estabilidade da sociedade. Uma ideologia restauradora se opõe à dinâmica lingüística e à teoria que serve à sua legitimação no campo lexicológico..." (RICKEN, 1984, p. 270).

Embora Ricken não se refira explicitamente às reformas terminológicas relativas aos números propostas por Condillac e adotadas por Condorcet, podemos imaginar que Louis de Bonald certamente as condenaria como coisas revolucionárias e provocadoras de desordem social. Mais importante do que isso, contudo, é ressaltar, no que concerne à educação matemática, que o enfraquecimento da Matemática durante a Restauração estudado por SCHUBRING (1985) e aqui mostrado na seção anterior, não é um fenômeno independente do contexto político do país – ao contrário, ele se apresenta como um reflexo da total condenação da filosofia das Luzes pelo tradicionalismo que domina a volta do poder da Igreja com as monarquias restauradas. Ulrich Ricken acentua, sobretudo, que a negação das posições lingüísticas das Luzes se insere na negação global da filosofia que considera todos os nossos conhecimentos originários da experiência dos sentidos – a tese de Locke em torno da qual se movimentam os filósofos iluministas, segundo os tradicionalistas, abriu o caminho para o materialismo. Louis de Bonald e Joseph de Maistre, assim, criticam agudamente o sensacionismo e sua teoria da linguagem para compor um sistema filosófico que fundamenta teoricamente a Restauração.

Bonald, especialmente, constrói, portanto, uma teoria da linguagem para legitimar uma visão conservadora da sociedade, totalmente avessa ao pensamento iluminista. Sublinha Ricken que esse tradicionalista baseia toda a sua teoria na leitura atenta dos pensadores da Ilustração e particularmente de Condillac: *"Bonald adere aos esforços do Iluminismo para continuá-los em direção oposta"* (RICKEN, 1984, p. 273).

Finalmente, para encerrar este capítulo, vamos dedicar algumas palavras ao destino do método analítico no ensino da Matemática, da Revolução ao domínio napoleônico.

6.5 Alguns comentários sobre o destino do método analítico na educação matemática da França pós-iluminista

Nos capítulos nos quais focalizamos d'Alembert, Condillac e Condorcet, as expressões "análise" e "método analítico" estiveram presentes várias vezes. RASHED (1988) chama a atenção para a marca do tema da análise nos escritos da segunda metade do século XVIII, designando esse termo o verdadeiro método para a pesquisa. É importante assinalar, como faz esse autor, a especificidade do debate sobre a análise nesse período: não se trata, como anteriormente, de retomar a antiga problemática entre análise e síntese[156]. O primado da análise a partir de meados do Setecentos comporta, contudo, diversas significações que, embora relacionadas, aparecem, por vezes, nos escritos de um mesmo autor. É relevante, sobretudo, destacar que, no contexto que estudamos, a análise nomeia tanto uma disciplina como um método.

No capítulo 4, ao abordar o pensamento de Condillac, percebemos sua concepção dominante da análise como o método que leva às verdades científicas, e que, por conseguinte, deve ser seguido no ensino para que se alcance uma melhor aprendizagem. D'Alembert, todavia, como foi visto no capítulo 3, inclina-se mais a considerar a análise como o método de resolução dos problemas matemáticos por sua redução a equações – nessa situação, análise e álgebra são palavras sinônimas. Assim, na geometria, o método

---

[156] Rashed escreve que é verdade que *"o problema da análise e da síntese dominava a filosofia das matemáticas pelo menos desde Pappus; que no século X tratados inteiros lhe foram consagrados nos quais o valor heurístico da análise é oposto aos méritos lógicos e didáticos da síntese; que no século XII os algebristas já haviam identificado a análise com a álgebra e a síntese com a geometria; que nos trabalhos dos matemáticos, lingüistas e lógicos, a análise tinha sido definida, notadamente no século XVII, como Ars Inveniendi; não permanece menos verdade que jamais antes do século XVIII fossem afirmadas com tal confiança a primazia e a supremacia da análise"* (RASHED, 1988, p. 5-6).

analítico é, segundo d'Alembert, o método de resolver os problemas e demonstrar os teoremas mediante a análise-álgebra, o qual se opõe ao chamado método sintético, que faz o mesmo sem representar por signos algébricos as linhas das figuras.

Entretanto, d'Alembert também confere um outro significado à expressão "método analítico" – trata-se do critério metodológico principal por ele divulgado, a ordem dos inventores, como comentamos no capítulo 3, e é nesse sentido que o editor dos verbetes de Matemática da *Enciclopédia* se destaca como um propagandista da análise.

SCHUBRING (1989) enfatiza as divergências entre Condillac e Condorcet quanto ao método analítico. É certo que Condorcet julga tal método essencial em todo o ensino, e chega a declarar em seu manual de aritmética que os alunos devem utilizá-lo até em sua conduta habitual. Mas ele entende por "método analítico" uma coisa bem diferente do que entende Condillac: para Condorcet a análise tem o sentido tradicional, oposto ao da síntese, de decomposição, enquanto para o autor da *Língua dos Cálculos* não existe par complementar análise-síntese – não há senão o método analítico, entendido como método genético de generalização do conhecimento.

Com todos esses significados distintos (ainda que conexos), o método analítico é de importância crucial na educação matemática iluminista – como ressalta Gert Schubring, havia se difundido a convicção de que esse era o método a ser adotado a partir da obra de Condillac, e acreditava-se na possibilidade de transmiti-lo por meio dos livros elementares (SCHUBRING, 1985). É o contexto da produção dos livros abordado no capítulo 5, quando estudamos o manual de aritmética de Condorcet.

O prestígio do método analítico, seja com o significado de associação à álgebra, oposto à correspondência entre método sintético e geometria, seja com a identificação à ordem dos inventores, não foi duradouro: a história assinala a passagem desse domínio da concepção analítica para a prevalência da sintética no decorrer do tempo da Convenção ao Consulado. Apresentaremos brevemente, para concluir o capítulo e ilustrar essa situação, dois exemplos dessa mudança estudados por Schubring: o do ensino de cálculo na *École Polytechnique* (SCHUBRING, 1994) e o das quatro edições dos manuais de álgebra de Lacroix[157] entre 1797 e 1802 (SCHUBRING, 1997).

No caso da *École Polytechnique*, Schubring se refere à caracterização do início do ensino nessa instituição pelo domínio, pela primeira vez, do método analítico. Para o cálculo diferencial e integral, esse domínio se exprimia pela adoção de uma abordagem inteiramente algébrica, fundada no cálculo das diferenças finitas, no qual se aceitava como óbvia a transposição dos resultados do finito para o infinito. Mas em 1810-1811 ocorreu na *Polytechnique* uma reversão, e o método sintético passou a ser o prevalecente, em conseqüência *"das pressões cada vez mais fortes da parte dos corpos militares de artilharia e engenharia que visavam primeiro reduzir o programa algébrico-analítico e enfim eliminá-lo"* (SCHUBRING, 1994, p. 324).

A máxima expressão do novo predomínio do método sintético é a substituição oficial, em 1811, do método dos limites, proposto por Lacroix em seu tratado elementar de cálculo para a *École Polytechnique*, pelo método dos infinitamente pequenos no programa de cálculo diferencial da mesma escola. O exemplo da mudança no ensino de cálculo nessa instituição é claro: a preferência pelo método analítico durante a Revolução Francesa é trocada pela opção pelo método sintético durante o império de Napoleão.

Quanto ao manual de álgebra de Lacroix, observemos que as duas primeiras das quatro edições mencionadas pertencem ao período do Diretório (1797 e 1799), e as duas últimas (1800 e 1802) ao do Consulado. O que Gert Schubring comenta é que as mudanças nessas edições são caracterizadas por um afastamento crescente do ponto de vista de Clairaut em relação ao método dos inventores, bem como por um distanciamento também crescente da visão algebrizadora da Revolução. Como ponto de chegada dessa trajetória, Lacroix aderirá ao revés epistemológico que afirmava o primado da geometria.

[157] Sylvestre-François Lacroix (1765-1843) foi professor da Matemática em escolas militares durante o Antigo Regime e acumulou várias posições importantes após a Revolução, especialmente após o Termidor (1794). Foi membro do júri do primeiro concurso de livros elementares em 1794, assistente de Monge na *École Normale*, funcionário do governo para a Instrução Pública, professor de uma das escolas centrais de Paris, professor de cálculo e examinador permanente na *École Polytechnique*; ocupou cargos também na Universidade estabelecida por Napoleão. Foi autor de um grande número de livros didáticos de enorme sucesso, usados não somente na França, mas na Europa e na América (SCHUBRING, 1997).

Assim, a primeira versão, chamada por Schubring edição zero, do livro de álgebra editado sem assinatura por Lacroix tem o título de *Elementos de Álgebra, por Clairaut, quinta edição. Com notas e acréscimos tirados em parte das lições dadas na École Normale por Lagrange e Laplace, e precedida de um Tratado Elementar de Aritmética.* Embora elogiasse o manual de Clairaut, Lacroix também expressava certas reservas – era preciso completá-lo, e daí o recurso a Euler, a Lagrange e a Laplace para os acréscimos anunciados no título.

Na segunda edição do livro-texto de álgebra, Lacroix rompe claramente com a valorização do método dos inventores desde d'Alembert: eliminando o texto de Clairaut e tomando como base o livro de Bézout[158], complementa este com notas e acréscimos. Lacroix pretendia ter corrigido a falta de rigor do autor agora escolhido como fundamento, e ainda dizia – sem lastro, segundo Schubring, tendo em vista o abandono da obra de Clairaut, que os leitores veriam no livro agora apresentado a álgebra mostrada segundo o método da invenção.

Na terceira edição, um ano depois da segunda, Lacroix já criticava abertamente seguir-se o caminho dos inventores, concedendo-lhe apenas o valor de motivação para o início de um livro didático. Na verdade, o livro quase não diferia do anterior, mas a maior parte de seu prefácio era usada para explicar as deficiências da ordem dos inventores em geral e do livro de Clairaut em particular.

É importante sublinhar, no que diz respeito à adesão de Lacroix aos livros de Bézout, que Lagrange, o único matemático que fazia parte do Conselho de Instrução Pública havia, em 1799, recomendado fortemente essas obras como as melhores a serem usadas pelos estudantes, chegando a propor, embora não o conseguisse, a sua exclusividade como livro-padrão oficial. De qualquer modo, os livros de Bézout permaneceram como os preferidos por Lagrange na lista que acabou por apresentar em atendimento às pressões do Conselho, que não concordava com a proposta de

[158] Etienne Bézout (1730-1783) foi professor da escola militar de Mezières e o autor dos livros-texto de maior sucesso na França durante muito tempo – seu Curso de Matemática em seis volumes, surgido inicialmente no período 1764-1769, teve inúmeras edições em francês e outras línguas, e foi utilizado nas escolas militares da França durante todo o século XVIII (BOYER, 1996).

exclusividade de um autor. Os livros de Bézout se opõem frontalmente à abordagem analítica, já que se distinguem pela preferência do método sintético, pela opção pelas explicações verbais em detrimento do uso das notações simbólicas, não só na aritmética e na geometria, mas também na álgebra (SCHUBRING, 1997).

Finalmente, a quarta edição do livro de álgebra de Lacroix, de 1802, produzida explicitamente para ser usada na *École Central des Quatre Nations*, continha um texto inteiramente da autoria do próprio Lacroix, e não incluía nenhum sinal do método dos inventores tão admirado anteriormente. O enfoque de Bézout também era totalmente deixado de lado, porque Lacroix tinha considerado necessário reorganizar a exposição sobre os números negativos, influenciado por Lazare Carnot[159], que voltara a um método sintético, privilegiando a geometria como a única fonte de verdade matemática.

Schubring assinala que essa rejeição das ferramentas generalizadoras da álgebra na qual o repúdio de Carnot aos números negativos teve grande repercussão, e o conseqüente retorno a uma interpretação substancialista das noções geométricas passaram a ser a tendência mais aceita na França dentro de alguns anos. Para a Matemática escolar isso significou uma grande ruptura, marcada pelo uso obrigatório da última entre as quatro edições do livro de álgebra de Lacroix aqui mencionadas em todas as escolas secundárias do país a partir de 1803 (SCHUBRING, 1997).

Concluímos então que a obra para a educação matemática realizada pelos filósofos estudados neste trabalho, tanto no sentido de orientar os estudos (para todos) atribuindo à Matemática uma importância formadora essencial muito além do papel utilitário, quanto na proposição de métodos para efetivação desse projeto, tendo tido reconhecida repercussão no início da Revolução, acabou por sofrer modificações e revezes consideráveis na França pós-iluminista.

---

[159] Lazare Carnot (1753-1823) pertencia ao exército francês e como republicano, teve um papel fundamental na organização militar contra os inimigos externos da Revolução Francesa. Foram esses sucessos militares que o salvaram da guilhotina durante o Regime do Terror. Carnot teve grande prestígio político durante as diversas fases da Revolução e participou ativamente da estruturação da *École Polytechnique*. Em 1796-1797, tendo se recusado a tomar parte de um golpe de estado de Napoleão, foi obrigado a fugir para a Suíça. Após seu banimento da atividade política, Carnot teve condições de dedicar-se mais à produção do conhecimento matemático – datam de depois dessa época suas importantes obras *Da correlação das figuras de geometria* e *Geometria de Posição*. Esse matemático notabilizou-se por seu esforço em prol de um maior rigor na Matemática (BOYER, 1996; EVES, 1997).

Considerações Finais

O estudo das concepções de Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet revela que esses pensadores, ainda que apresentem pontos de vista diferenciados quanto a vários aspectos, convergem na contestação da ordem estabelecida ao lutar pela prioridade da educação matemática na instrução, em virtude de todos eles enxergarem essa educação como um instrumento de emancipação intelectual.

Semelhanças e diferenças entre os quatro autores foram assinaladas e comentadas nos capítulos que lhes são dedicados. Queremos, entretanto, salientar, ainda uma vez, uma divergência fundamental entre Diderot e os outros três pensadores aqui abordados – trata-se da adesão à análise e ao método analítico, um aspecto importante para as idéias sobre a Matemática e a educação matemática no século XVIII.

Pudemos observar que, mesmo que as expressões assumam diversos significados, como foi comentado no capítulo 6, análise e método analítico são defendidos por d'Alembert, Condillac e Condorcet. A influência maior cabe sobretudo a Condillac, e esse método foi considerado especialmente adequado à elaboração de um instrumento essencial à educação em geral e à educação matemática em particular – os manuais didáticos. Se, no contexto da França setecentista, esse instrumento faz parte das estratégias para uniformizar o ensino e ao mesmo tempo formar os professores, é imperioso assinalar, a partir desse momento histórico, a integração cada vez maior desse material à instrução, apesar das modificações quanto às concepções iluministas dominantes, fundadas na excelência do método analítico, modificações essas mencionadas em parte no capítulo 6.

Retornemos a Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet. O século das Luzes privilegiou, em geral, para o desenvolvimento científico e filosófico, o método da análise, *"método de invenção que, percorrendo passo a passo todos os elementos de um sistema, procede do idêntico ao idêntico, sobre o modelo da equação"* (STENGER, 1994, p. 31); esse método alcançou, entre os nossos quatro autores, seu nível máximo em Condillac. Devemos, porém, seguramente, sublinhar o desvio de Diderot em relação ao mesmo caminho.

No capítulo 2, observamos no principal editor da *Enciclopédia* a faceta que diminui o valor da Matemática como conhecimento precisamente por esse caráter de repetição de verdades pelo qual ela adquire maior valor aos olhos de Condillac. Destaca STENGER (1994) essa diferença ao descrever o intelecto humano nas duas visões: para Condillac, o gênio é o gênio da análise, que passa o tempo a encontrar a geração das idéias, a ir do mais complexo ao mais simples, enquanto a imaginação não é realmente criadora, e não é mais do que uma arte combinatória; para Diderot, por outro lado, o homem é uma espécie de máquina, mas o poder da imaginação o coloca acima da condição de autômato.[160]

Todavia, em que pese essa posição por assim dizer anti-analítica, as preocupações de natureza política de Diderot o levam a reconhecer o valor da educação matemática, e isso se manifesta no lugar de prestígio que lhe concede no *Plano de uma Universidade*, o texto do Iluminismo que motivou esta tese.

Por outro lado, nesta reflexão final a respeito das quatro visões apresentadas neste trabalho, é essencial chamar a atenção para um aspecto presente em maior ou menor grau em todas elas. Trata-se agora da percepção da Matemática como algo criado pelos homens e, pelo menos em suas noções básicas, acessível a todos, mesmo que os quatro pensadores diferenciem as pessoas como mais ou menos capazes em relação ao campo. A crença na possibilidade de as crianças aprenderem os conhecimentos matemáticos é particularmente ressaltada por Diderot, Condillac e Condorcet.

Contudo, se é essencial, ao empreender estes comentários finais, enfatizar essa afirmação da capacidade humana em relação ao conhecimento matemático, é também imprescindível observar que nas quatro visões iluministas apresentadas, entre professor, aluno e conhecimento matemático, é esse último o elemento privilegiado. Com efeito, como foi comentado nos capítulos sobre Diderot, d'Alembert e Condorcet, especialmente a responsabilidade pela formação dos professores que devem trabalhar nessa educação matemática colocada em primeiro plano é depositada nos livros elementares, os quais devem ser elaborados pelos intelectuais mais eminentes, isto é,

[160] Gerhardt Stenger explica o significado das palavras "máquina" e "autômato" para Diderot: a primeira designa geralmente o homem sujeito às leis da necessidade; a segunda se aplica antes a um homem que age sem vontade nem objetivo – apenas se deixa existir (STENGER, 1994, p. 31).

aqueles que não somente possuem o domínio da Matemática, mas também acrescentam progressos a essa ciência.

Há uma diferença – que não pode deixar de ser posta em relevo – entre a educação matemática de raízes na Antigüidade Clássica que, fundada particularmente nas concepções de Platão (MIGUEL, 1995), assenta-se numa concepção da Matemática como um conhecimento que existe independentemente dos homens, e a educação matemática como concebida pelos pensadores estudados neste trabalho que, em oposição, afirmam que a Matemática é tributária, em seus conceitos básicos, da experiência dos sentidos. Porém, é indispensável salientar que como para Platão, também para Diderot, d'Alembert e Condillac, especialmente, a Matemática ocupa um lugar maior do que o aluno e o professor. Condorcet se distingue entre seus antecessores, ainda que considere a Matemática a realização suprema do espírito humano, pois como procuramos mostrar na análise de seu manual de aritmética, o último filósofo das Luzes evidencia sua preocupação com a atuação do professor mediante as recomendações que lhe faz, ao mesmo tempo que procura estabelecer um diálogo com a criança que aprende. Ressaltemos ainda a preocupação inovadora do último dos iluministas em prever um ensino estruturado em diferentes graus de ensino, com uma abordagem gradual dos conhecimentos matemáticos.

Todavia, nenhum dos quatro pensadores manifesta consciência das transformações graduais e/ou qualitativas das faculdades cognitivas da criança – eles a vêem como totalmente apta, desde sempre, no que diz respeito à maior potencialidade do intelecto, a razão. A percepção de que as capacidades infantis se desenvolvem qualitativamente e a consideração da afetividade como o ponto de partida da aprendizagem pertencem a um outro filósofo do mesmo contexto histórico – Jean-Jacques Rousseau, a figura de maior projeção na historiografia da educação setecentista. Não parece adequado concluir este trabalho sem uma referência, ainda que superficial, ao pensamento rousseauniano, particularmente o manifestado na obra de sua autoria que, segundo alguns autores (BOWEN, 1992; CAMBI, 1999), teve a maior repercussão no pensamento pedagógico após o século XVIII – *Emílio ou Da Educação*. Essa referência é pertinente tanto do ponto de vista de situar esse pensamento em relação aos autores aqui focalizados, quanto em relação às transformações históricas da educação matemática. Vamos, no entanto, ater-nos a dois aspectos sempre comentados na perspectiva do Rousseau do *Emílio* vendo-os sob o foco principal da educação matemática. Embora reconhecendo a imbricação entre ambos, deles trataremos separadamente em um esforço pela clareza.

O primeiro desses aspectos é o chamado "anti-intelectualismo" de Rousseau (DOLLE, 1973), associado ao que ele próprio denominou "educação negativa". De um lado, é a crítica a um ensino essencialmente verbalista, a qual é também, como vimos, uma das bandeiras de Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet. Entretanto, para esses quatro iluministas, recusar tal ensino significa propor um outro no qual os conhecimentos, mesmo que não sejam de imediato interesse e utilidade prática para a criança, tenham para ela um significado – no debate freqüente entre "coisas" e "palavras", nossos quatro pensadores, ao posicionarem-se pelas "coisas", consideram a importância e a necessidade das palavras, que precisam ser aprendidas desde cedo. Lembremos a relevância que adquire em todos eles a linguagem, pensando sob o ponto de vista da educação matemática.

Para Rousseau, contudo, rejeitar as "palavras" e optar pelas "coisas" quer dizer também propor uma educação negativa, pois ele acredita que a ignorância preserva a criança. Como acentua COUTEL (1989), Rousseau considera que, sem conhecer as "palavras", a criança não poderá usá-las para enganar as pessoas. Daí segue ainda a preocupação rousseauniana por ensinar somente aquilo que a criança possa perceber como útil e assim, de não lançá-la *"sempre à frente de seu entendimento"* (ROUSSEAU, 1999, p. 222). Essa escolha, evidência da atenção constante de Rousseau em relação às especificidades infantis, é claramente recusada pelos filósofos que estudamos para os quais, se a Matemática é um conhecimento de utilidade máxima por suas aplicações sociais, científicas e profissionais, de maneira alguma esgota-se aí o seu potencial na formação das crianças e dos jovens.

O segundo aspecto que desejamos ressaltar nas idéias expostas no *Emílio* refere-se não apenas ao lugar central ocupado pela criança na reflexão de seu autor sobre a educação, mas também à proposição de uma pedagogia ativa, apoiada na experiência com as coisas sensíveis; para a Matemática, um exemplo interessante encontra-se no trecho a seguir, extraído do Livro II, no qual o genebrino estabelece um contraste entre a perspectiva tradicional do ensino da geometria do adulto, na qual quando *"a proposição é enunciada, é preciso imaginar a sua demonstração, isto é, descobrir de que proposição já conhecida a outra deve ser conseqüência e, de todas as conseqüências que podem ser tiradas dessa mesma proposição, escolher exatamente aquela de que se trata"* (ROUSSEAU, 1999, p. 172), e aquela que pretende para a criança:

"Desdenhamos a exatidão das figuras, supomo-la e nos prendemos à demonstração. Entre nós (Emílio e seu preceptor), *pelo contrário, nunca se tratará de demonstração. Nosso trabalho mais importante será traçar linhas bem retas, bem exatas, bem iguais, fazer um quadrado bastante perfeito, traçar um círculo bem redondo. Para verificar a exatidão da figura, examiná-la-emos através de todas as suas propriedades sensíveis, e isto nos permitirá descobrir a cada dia novas propriedades. Dobraremos pelo diâmetro os dois semicírculos; pela diagonal, as duas metades do quadrado; compararemos as nossas duas figuras para ver qual delas tem as bordas que concordam mais exatamente e, conseqüentemente, é a mais bem feita; discutiremos se tal igualdade de divisão deve continuar ocorrendo nos paralelogramos, nos trapézios, etc. Tentaremos algumas vezes prever o resultado da experiência antes de fazê-la; procuraremos achar razões, etc."* (ROUSSEAU, 1999, p. 173).

O resultado desse tipo de proposta cuja base exclusiva são as experiências, nas quais o acento maior é posto na percepção dos sentidos, é apontado pelo próprio Rousseau na seguinte passagem do Livro III do *Emílio*:

"Emílio tem só conhecimentos naturais e meramente físicos. Nem mesmo sabe o nome da história, nem o que é metafísica e moral. Conhece as relações essenciais do homem com as coisas, mas nada sobre as relações morais do homem com o homem. Pouco sabe generalizar sobre as idéias, pouco fazer abstrações. Vê qualidades comuns a certos corpos, sem raciocinar sobre essas qualidades em si mesmas. Conhece a extensão abstrata com auxílio das figuras da geometria, conhece a quantidade abstrata com a ajuda dos signos da álgebra. Essas figuras e seus signos são o suporte das abstrações sobre as quais seus sentidos repousam" (ROUSSEAU, 1999, p. 269).

Observemos a oposição clara entre esse trecho em que são rejeitadas as abstrações e as generalizações e as posições de d'Alembert e Condillac particularmente, e lembremos o nosso referencial sempre colocado sobre a educação matemática.

Notemos ainda que esse aspecto da aprendizagem por atividades, ausente nos trabalhos dos quatro iluministas por nós enfocados, junto com a colocação do aluno no centro do processo educativo, é exatamente aquele ao qual dá destaque FIORENTINI (1995) ao referir-se, no quadro dos modos historicamente produzidos de ver e conceber o ensino da Matemática, particularmente em nosso país, a uma tendência[161] que designa como "empírico-ativista".

Os filósofos que abordamos partilham com Rousseau concepções sobre a aprendizagem a partir da experiência dos sentidos, mas dele divergem radicalmente no que diz respeito ao lugar e às concepções metodológicas e psicológicas sobre a educação matemática.

Assim, se a constituição da tendência empírico-ativista em educação matemática tem raízes histórico-filosóficas e epistemológicas afins às abraçadas por Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet, particularmente as residentes no pensamento de Locke, em que pesem as diferenças entre eles, não é a sua obra que influi decisivamente nessa constituição. Acreditando, portanto, nas possibilidades de este trabalho contribuir para o estudo das tendências em educação matemática, apontamos a necessidade de um aprofundamento no estudo do pensamento de Rousseau e das elaborações que o mesmo sofre por parte de seus sucessores para um maior conhecimento sobre os fundamentos filosóficos da tendência empírico-ativista, conforme FIORENTINI (1995), ou ainda sobre os alicerces teóricos da didática da Matemática de cunho sensualista-empirista estudada por AEBLI (1974).

Por outro lado, avaliamos que esta tese pode também fornecer subsídios para a pesquisa quanto às propostas para a educação matemática enraizadas no positivismo

[161] Para esse autor, as tendências do ensino da Matemática podem ser comparadas às representações sociais, já que *"configuram-se como um saber funcional, isto é, uma modalidade de conhecimento, socialmente elaborada e partilhada, criada na prática pedagógica quotidiana"* (FIORENTINI, 1995, p. 3), sendo essa prática alimentada por teorias científicas e grandes eixos culturais.

comteano, conforme propúnhamos no projeto original de nossa investigação, isto é, do ponto de vista das transformações das idéias dos autores estudados até as concepções de Comte.

Pensamos ainda que a riqueza das obras de Diderot, d'Alembert, Condillac e Condorcet propicia espaço para a realização de muitos outros trabalhos; mais um exemplo entre eles é uma pesquisa que aborde o surgimento de uma primeira perspectiva semiótica em relação à educação matemática a partir da obra de Condillac.

Considerando a complexidade geral do tema da educação matemática e aquela que o mesmo assume em contextos como o do Iluminismo e o da Revolução Francesa, primordiais à compreensão da história contemporânea, não tivemos, certamente, a pretensão de esgotá-lo nestas páginas. Esperamos, todavia, que as mesmas representem uma contribuição para o estudo da história da educação matemática, particularmente para o da história da educação matemática brasileira.

Referências Bibliográficas

ABBAGNANO, N. & VISALBERGHI, A. *Historia de la pedagogía*. México, D. F. : Fondo de Cultura Económica, 1995.

AEBLI, Hans. *Didática psicológica: aplicação à didática da psicologia de Jean Piaget*. Tradução de João Teodoro d'Olim Marote. 2ª edição. 1ª reimpressão. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1974.

ALBERTONE, Manuela. Introduzione a *Condorcet. Réflexions et notes sur l'éducation*. Napoli: Bibliopolis, 1983.

ANTISERI, Dario & REALE, Giovanni. *Historia del Pensamiento Filosófico y Científico*. Barcelona: Herder, 1995.

ARBOGAST, Louis François Antoine. Rapport et Projet de Décret sur la Composition des Livres Élémentaires destinés à l'Instruction Publique. In: CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*. Appareil critique – études, notes, commentaires, bibliographie. Paris: ACL éditions, 1988.

ARISTÓTELES. In: *The works of Aristotle*, Great Books of the Western World. Chicago: Encyclopedia Britannica, 1952.

ARRIÈS, Philippe. *História social da criança e da família*. 2 ed. Tradução de Dora Flaksman. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1981.

AUROUX, Sylvain. Introduction et notes à *La langue des calculs*. Lille: Presses Universitaires, 1981.

BACON, Francis. *Advancement of Learning*. In: Great Books of the Western World. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1952.

BADINTER, Elizabeth & BADINTER, Robert. *Condorcet (1743-1794). Un intellectuel en politique*. Nouvelle édition révue et augmentée. Paris: Fayard, 1991.

BICUDO, Irineu. *Tradução de O Primeiro Livro dos Elementos de Euclides*. Natal: Editora da Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2001.

BILLY, André. *Vie de Diderot*. Édition revue et augmentée. Paris : Flammarion, 1948.

BOTO, Carlota. *A escola do homem novo: entre o Iluminismo e a Revolução Francesa*. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1996.

BOWEN, James. *Historia de la educación occidental*. Barcelona: Herder, 1992.

BOYER, Charles. *História da Matemática*. Revista por Uta C. Merzbach. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

BRÉHIER, Émile. *Histoire de la philosophie*, v. II, XVII-XVIII siècles. Édition revue et mise a jour par Pierre-Maxime Schuhl et André-Louis Leroy. 6e. édition. Paris: Presses Universitaires de France, 1993.

BRUNET, Pierre. La vie et l'oeuvre de Clairaut. *Revue d'Histoire des Sciences et de leurs applications*. Tome IV, N° 2, Avril-Juin 1951.

BUISSON, Ferdinand. *Nouveau Dictionnaire de Pédagogie et d'Instruction Primaire*. Paris : Hachette, 1911.

BUISSON, Ferdinand. *Condorcet*. Paris : Librairie Felix Alcan, 1929.

CAMBI, Franco. *História da Pedagogia*. Tradução de Álvaro Lorencini. São Paulo : Editora da Universidade Estadual Paulista (UNESP), 1999.

CARON, Jean-Claude. Os jovens na escola : alunos de colégios e liceus na França e na Europa (fim do século XVIII – fim do século XIX). In: LEVI, Giovanni & SCHMITT, Jean-Claude (Org.). *História dos jovens.A época contemporânea*. Tradução de Maria Lúcia Machado, Nilson Moulin e Paulo Neves. São Paulo: Companhia das Letras, 1996.

CASSIRER, Ernst. *Filosofia de la Ilustración*. México: Fondo de Cultura Económica, 1943.

CASSIRER, Ernst. *El problema del Conocimiento en la Filosofia y en la Ciencia Modernas,* Livro Quinto: *El problema del Conocimiento en el sistema del Empirismo*. Tradución de Wenceslao Roces. Mexico D. F.: Fondo de Cultura Económica, 1986.

CHEVALIER, Jean. *Histoire de la Pensée*, v. III. *La pensée moderne. De Descartes à Kant*. Paris: Flammarion, 1961.

CLAIRAUT, Alexis-Claude. *Elementos de Geometria*. Tradução de José Feliciano. São Paulo: Bibliópola, 1892.

CLAIRAUT, Alexis-Claude. *Elementos de Algebra*. Tradução de A. Ximeno de Villeroy. Rio de Janeiro: F. Briguiet & Cª, 1908.

COMPAYRÉ, Gabriel. Jésuites. In: BUISSON, Ferdinand. *Nouveau Dictionnaire de Pédagogie et d'Instruction Primaire*. Paris : Hachette, 1911.

COMTE, Auguste. *Catecismo Positivista*. Tradução e notas de Miguel Lemos. São Paulo: Abril Cultural, 1973.

CONDILLAC, Étienne Bonnot. *Oeuvres Philosophiques*. Texte établi et présenté par Georges Le Roy, v. 1. Paris: Presses Universitaires de France, 1947.

CONDILLAC, Étienne Bonnot. *Oeuvres Complètes*, Tome XV, *Étude de l'Histoire et Logique*. Genève: Slatkine Reprints, 1970.

CONDILLAC, Étienne Bonnot. *Oeuvres Complètes*, Tome XVI, *Langue des Calculs*. Genève: Slatkine Reprints, 1970 a.

CONDILLAC, Étienne Bonnot. *La langue des calculs*. Texte établi et présenté par Anne Marie Chouillet. Introduction et notes de Sylvain Auroux. Lille: Presses Universitaires, 1981.

CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. *Método para aprender a contar com segurança e facilidade*. Tradução de G. S. M. Rio de Janeiro: Livraria Nicolau Alves, 1883.

CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*. Rio de Janeiro: Igreja Positivista do Brasil, 1903.

CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. *Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain*. Paris: Éditions Sociales, 1971.

CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. *Réfléxions et notes sur l'éducation*. A cura di Manuela Albertone. Napoli: Bibliopolis, 1983.

CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*. Appareil critique – études, notes, commentaires, bibliographie. Paris: ACL éditions, 1988.

CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. *Cinq Mémoires sur l'Instruction Publique*. Présentation, notes, bibliographie et chronologie par Charles Coutel et Catherine Kintzler. Paris: Flammarion, 1994.

CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. Informe sobre la organización general de la instrucción pública. In: *Bosquejo de un cuadro histórico de los progresos del espíritu humano y otros textos*. Tradução de Francisco González Aramburo. Cidade do México: Fondo de Cultura Económica, 1997.

CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. Notas a la segunda editión de su informe sobre la instrución pública. In: *Bosquejo de un cuadro histórico de los progresos del espíritu humano y otros textos*. Tradução de Francisco González Aramburo. Cidade do México: Fondo de Cultura econômica, 1997 a.

COOLIDGE, Julian Lowell. *The Mathematics of Great Amateurs*. Second Edition. Oxford: Oxford University Press, 1990.

COUTEL, Charles. Condorcet ou l'exigence didactique a l'oeuvre. In: CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*. Appareil critique – études, notes, commentaires, bibliographie. Paris: ACL éditions, 1988.

COUTEL, Charles. Les signes chez Condorcet. In: *Analyses et Réfléxions sur Condorcet Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain*. Ouvrage collectif. Paris: Edition Marketing, 1989.

CROCKER, Lester G. *Diderot's Chaotic Order*. Approach to Synthesis. Princeton: Princeton University Press, 1974.

D'ALEMBERT, Jean. *Essai sur les Éléments de Philosophie ou Sur les Principes des Connaissances Humaines*. Texte revue par Catherine Kintzler. Tours : Fayard, 1986.

D'ALEMBERT, Jean. *Ensaio sobre os elementos de filosofia*. Apêndice Elementos de Ciências. Tradução de Denise Bottmann. Campinas: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1994.

DAINVILLE, François de. L'enseignement des mathématiques dans le Collèges Jésuites de France du XVIème au XVIIIème Siècle. *Revue d'histoire des Sciences.* Tome VII, 1954.

DANTZIG, Tobias. *Número : a linguagem da ciência*. Tradução de Sergio Goes de Paula. Rio de Janeiro : Zahar, 1970.

DARNTON, Robert. Os filósofos podam a árvore do conhecimento: a Estratégia Epistemológica da Encyclopédie. In: *O grande massacre de gatos e outros episódios da história cultural francesa*. Tradução de Sonia Coutinho. Revisão técnica de Ciro Flamarion Cardoso. 2ª edição. 3ª reimpressão. Rio de Janeiro: Graal, 1996.

DESCARTES, René. *Oeuvres et Lettres*. Textes presentés par André Bridoux. Bibliothèque de la Plêiade. Gallimard: Lonrai, 1996.

Dictionnaire des Auteurs de tous les temps et de tous les pays. Paris: Laffont, 1989.

DIDEROT, Denis & D'ALEMBERT, Jean. *Encyclopédie ou Dictionnaire Raisonné des Sciences, des Arts et des Metiers*. Tome I. Par une Societé des Gens de Lettres. Paris : Briasson, David, Lebreton, Durand, 1751. Edição Fac-Simile de Pergamon Press.

DIDEROT, Denis & D'ALEMBERT, Jean. *Encyclopédie ou Dictionnaire Raisonné des Sciences, des Arts et des Metiers*. Tome III. Par une Societé des Gens de Lettres. Paris : Briasson, David, Lebreton, Durand, 1753. Edição Fac-Simile de Pergamon Press.

DIDEROT, Denis & D'ALEMBERT, Jean. *Encyclopédie ou Dictionnaire Raisonné des Sciences, des Arts et des Metiers*. Tome V. Par une Societé des Gens de Lettres. Paris : Briasson, David, Lebreton, Durand, 1755. Edição Fac-Simile de Pergamon Press.

DIDEROT, Denis & D'ALEMBERT, Jean. *Encyclopédie ou Dictionnaire Raisonné des Sciences, des Arts et des Metiers*. Tome VII. Par une Societé des Gens de Lettres. Paris : Briasson, David, Lebreton, Durand, 1757. Edição Fac-Simile de Pergamon Press.

DIDEROT, Denis & D'ALEMBERT, Jean. *Encyclopédie ou Dictionnaire Raisonné des Sciences, des Arts et des Metiers*. Tome X. Par une Societé des Gens de Lettres. Neufchastel : Samuel Faulche et Compagnie, 1765. Edição Fac-Simile de Pergamon Press.

DIDEROT, Denis & D'ALEMBERT, Jean. *Encyclopédie ou Dictionnaire Raisonné des Sciences, des Arts et des Metiers*. Tome XI. Par une Societé des Gens de Lettres. Neufchastel : Samuel Faulche et Compagnie, 1765. Edição Fac-Simile de Pergamon Press.

DIDEROT, Denis. *Oeuvres Complètes*. Paris: Garnier, 1875.

DIDEROT, Denis. *Oeuvres*. Texte établi et annoté par André Billy. Gallimard, Bibliothèque de la Pléiade, 1951.

DIDEROT, Denis. *Philosophie et mathématique. Idées I*. Édition critique et annotée, présentée par Robert Niklaus et al. Paris: Hermann, 1975.

DIDEROT, Denis. *La Historia da Filosofia en la Enciclopedia*. Edición preparada por José Manuel Bermudo. Barcelona: Editorial Horsori, 1987.

DIDEROT, Denis. *Da Interpretação da Natureza e outros escritos*. Tradução, introdução, notas e posfácio de Magnólia Costa Santos. São Paulo: Iluminuras, 1989.

DIDEROT, Denis & D'ALEMBERT, Jean. *Enciclopédia ou Dicionário Raciocinado das Ciências, das Artes e dos Ofícios*/por uma Sociedade de Letrados: Discurso Preliminar e outros Textos. Edição Bilíngüe. Tradução de Fúlvia Maria Luiza Moretto. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1989.

DIDEROT, Denis. *Obras I: Filosofia e Política*. Organização, tradução e notas de J. Guinsburg. São Paulo: Perspectiva, 2000.

DIDEROT, Denis. *Obras II: Estética, Poética e Contos*. Organização, tradução e notas de J. Guinsburg. São Paulo: Perspectiva, 2000 a.

DOLLE, Jean-Marie. *Politique et Pédagogie. Diderot et les problèmes de l'éducation*. Paris : Librairie Philosophique J. Vrin, 1973.

DURKHEIM, Émile. *L'évolution pédagogique en France*. Introduction de Maurice Halbwachs. 2e. Edition. Paris : Presses Universitaires de France, 1969.

EUCLIDES. *Elementos*. In : Cientificos Griegos. Madrid : Aguillar, 1970.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1997.

FERRATER MORA, José. *Dicionario de Filosofia*. Madrid: Alianza Editorial, 1982.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Zetetiké,* Campinas, n. 4, p. 1-37, 1995.

FRANCA, Leonel. *O método pedagógico dos jesuitas. O Ratio Studiorum: Introdução e Tradução.* Rio de Janeiro: Agir, 1952.

FURET, François & OZOUF, Jacques. *Lire et écrire: l'alphabétisation des français de Calvin à Jules Ferry.* Paris: Les Éditions de Minuit, 1977.

GILAIN, Christian. Condorcet et le Calcul intégral. In: RASHED, Roshi (Ed.). *Sciences à l'époque de la Révolution Française. Recherches Historiques*. Paris: Librairie Albert Blanchard, 1988.

GLATIGNY, M. *L'Histoire de l'enseignement en France.* Paris: Presses Universitaires de France, 1949.

GRABINER, Judith. Is mathematics truth time-dependent? *The American Mathematical Monthly*, April, 1974.

GRANGER, Gilles-Gaston. *La mathématique sociale du marquis de Condorcet.* Paris: Éditions Odile Jacob, 1989.

GUSDORF, Georges. *Les Sciences Humaines et la Pensée Occidentale.* Volume I. *De l'Histoire des Sciences a l'Histoire de la Pensée.* Paris : Payot, 1966.

GUSDORF, Georges. *Les Sciences Humaines et la Pensée Occidentale.* Volume III. *Les Principes de la Pensée au Siècle des Lumières.* Paris : Payot, 1971.

GUTHRIE, W. K. C. *Historia de la Filosofia Griega*, VI – Introducción a Aristóteles. Versión Espanhola de Alberto Medina González. Madrid: Gredos, 1993.

HAZARD, Paul. *O pensamento europeu no século XVIII*, volume I. Tradução de Carlos Grifo Babo. Lisboa: Editorial Presença, 1974.

HINCKER, François. & HINCKER, Monique. Préface et notes à *Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain*. Paris: Éditions Sociales, 1971.

HOGBEN, Lawrence. *Maravilhas da Matemática: influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos*. Tradução de Paulo Moreira da Silva. Porto Alegre: Globo, 1946.

HOUAISS, Antônio. *Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro : Objetiva, 2001.

HUBERT, René. *História da Pedagogia*. Tradução de Luiz Damasco Penna e J. B. Damasco Penna. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1976.

HUME, David. *An enquiry concerning human understanding*. In: HUTCHINS, R. N. (Ed.) Great Books of the Western World. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1952.

JAEGER, Werner. *Paidéia: a formação do homem grego*. Tradução de Artur M. Parreira. São Paulo: Martins Fontes, 1979.

JULIÁ, Dominique. Disciplinas escolares: objetivos, ensino e apropriação. Tradução de Elizabeth Macedo e Alice Casimiro Lopes. In: LOPES, Alice Casimiro & MACEDO, Elizabeth (Orgs.) *Disciplinas e integração curricular: história e políticas*. Rio de Janeiro: DP & A, 2002.

KINTZLER, Catherine. *Condorcet. L'instruction publique et la naissance du citoyen*. Paris: Folio-Essais, 1987.

KLEIN, Felix. *Matematica Elemental desde un punto de vista superior*. Vol. II. Geometría. Traducción de R. Fontanilla. Madrid: Biblioteca Matematica, 1931.

KLINE, Morris. *Mathematics: the lost of certainty*. New York: Oxford University Press, 1980.

KOYRÉ, Alexandre. *Estudos de História do Pensamento Filosófico*. Tradução de Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1991.

LALANDE, André. *Vocabulaire technique et critique de la Philosophie*. Sixième édition revue et augmenté. Paris : Presses Universitaires de France, 1951.

LANGER, William (Ed.). *An Encyclopedia of World History*. Fifth Edition Revised and Updated. Boston : Houghton Mifflin Company, 1980.

Larousse du XX e. Siècle. Paris : Librairie Larousse, 1929.

LE ROY, Georges. Introduction a l'oeuvre philosophique de Condillac. In: *Oeuvres Philosophiques de Condillac*, v. 1. Paris: Presses Universitaires de France, 1947.

LEFÈVRE, Roger. *Condillac ou la joie de vivre*. Paris: Éditions Seghers, 1966.

LEÓN, Antoine. Da Revolução Francesa aos começos da Terceira República. In: DEBESSE, Maurice & MIALARET, Gaston. (Orgs.) *Tratado das Ciências Pedagógicas*, v. 2. Tradução de Carlos Rizzi, Luiz Damasco Penna e J. B. Damasco Penna. São Paulo: Companhia Editora Nacional e Editora da Universidade de São Paulo, 1977.

LOCKE, John. *An essay concerning human understanding*. In: HUTCHINS, R. N. (Ed.) Great Books of the Western World. Chicago: Encyclopaedia Britannica, 1952.

LOPES, Eliane Marta S. T. *Origens da educação pública: a instrução na revolução burguesa do século XVIII*. São Paulo: Loyola, 1981.

LUZURIAGA, Lorenzo. *História da Educação e da Pedagogia*. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1990.

MANACORDA, Mario. *História da educação: da antigüidade aos nossos dias*. Tradução de Gaetano Lo Monaco, Revisão da tradução de Rosa dos Anjos Oliveira e Paolo Nosella. 6ª edição. São Paulo: Cortez, 1997.

MARIE, Maximilien. *Histoire des Sciences Mathématiques et Physiques*. Paris: Gauthier-Villars, 1883.

MARROU, Henri. I. *História da Educação na Antigüidade*. Tradução de Mário Leônidas Casanova. São Paulo: Herder, 1966.

MAYER, Jean. *Diderot, homme de science*. Rennes: Imprimerie Bretonne, 1959.

MEC/ Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio*. Brasília : Ministério da Educação e do Desporto, 2000.

MIGUEL, Antonio. *Três estudos sobre história e educação matemática*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1993. (Tese, Doutorado em Educação).

MIGUEL, Antonio. A constituição do paradigma do formalismo pedagógico clássico em educação matemática. *Zetetiké,* Campinas, n. 3, p. 7-39, 1995.

MIGUEL, Antonio. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. *Zetetiké*, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73-105, 1997.

MIGUEL, Antonio. *Uma investigação acerca das formas de se conceber o papel da História da Matemática na Pesquisa Contemporânea em Educação Matemática.* Relatório de pesquisa. Campinas: Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, 1999.

MINAS GERAIS, Secretaria de Estado da Educação. *Guia Curricular de matemática: ciclo básico de alfabetização, ensino fundamental*. Belo Horizonte: SEE-MG, 1997.

MIORIM, Maria Ângela. *Introdução à História da Educação Matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

MONTESQUIEU, Charles Louis Secondat. *Oeuvres Complètes*. Paris: Éditions du Seuil, 1964.

OLIVEIRA, Bernardo Jefferson. Francis Bacon e a Reforma do Conhecimento. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, n. 32, p. 7-20, 2000.

PAPAÏS, Xavier. Sur la géométrie des aveugles. In: BEAUNE, Jean-Claude (Dir.) *La mesure: instruments et philosophies*. Mayenne: Èditions Champ Vallon, 1994.

PETITAT, André. *Produção da Escola/produção da sociedade: análise sócio-histórica de alguns momentos decisivos da evolução escolar no ocidente*. Tradução de Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PICARD, Nicole. Notes et commentaires sur les "Moyens..." In: CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*. Appareil critique – études, notes, commentaires, bibliographie. Paris: ACL éditions, 1988.

PIRES, Rute. *A Geometria dos Positivistas Brasileiros*. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1998. (Dissertação, Mestrado em Educação).

PITOMBEIRA, João Bosco. Os Elementos de Euclides. *Caderno da RPM*: São Paulo, v. 5, 1994.

PLATÃO. *Obras completas*. Tradução de José Antonio Miguez. Madrid: Aguillar, 1969.

RASHED, Roshi. *Condorcet. Mathématique et societé*. Choix de textes et commentaire. Paris: Hermann, 1974.

RASHED, Roshi (Ed.). *Sciences à l'époque de la Révolution Française. Recherches Historiques*. Paris: Librairie Albert Blanchard, 1988.

RICKEN, Ulrich. *Sprache, Anthropologie, Philosophie in der Französischen Aufklärung*. Berlin: Akademie-Verlag Berlin, 1984.

ROMANO, Roberto. O caldeirão de Medéia. *Revista da Procuradoria Geral do Estado de São Paulo*, São Paulo, n.45/46, 1996.

ROMANO, Roberto. *Silêncio e Ruído: a sátira em Denis Diderot*. Campinas: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1996 a.

ROMANO, Roberto. Universidade: entre as Luzes e nossos dias. In: DORIA, F. A. *A universidade em crise*. Rio de Janeiro: Revan, 1998.

ROMANO, Roberto. Diderot à porta da caverna platônica: sonhos, delírios e figuras da razão. In: DIDEROT, D. *Obras I. Filosofia e Política*. São Paulo: Perspectiva, 2000.

ROMANO, Roberto. *O caldeirão de Medéia*. São Paulo: Perspectiva, 2001.

ROMANO, Roberto. *Moral e religião. A monstruosidade no século 18*. Relatório de pesquisa, 2002.

ROUSSEAU, Jean-Jacques. *Emílio ou Da educação*. Tradução de Roberto Leal Ferreira. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

RUSS, Jacqueline. *A aventura do pensamento europeu: uma história das idéias ocidentais*. Tradução de Maria da Graça Pinhão. Lisboa: Terramar, 1997.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta curricular para o ensino de Matemática. 1º grau*. 4 ed. São Paulo: SE/CENP, 1992.

SCHMITT, Eric-Emmanuel. *Diderot et la philosophie de la séduction*. Paris: Éditions Albin Michel, 1997.

SCHUBRING, Gert. Essais sur l'Histoire de l'Enseignement des Mathématiques, particulièrement en France et en Prusse. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 5, n. 3, p. 343-385, 1985.

SCHUBRING, Gert. Introduction: Um savant des lumières. Un livre élémentaire pour la république. In: CONDORCET, Jean-Antoine-Nicolas Caritat. *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*. Appareil critique – études, notes, commentaires, bibliographie. Paris: ACL éditions, 1988.

SCHUBRING, Gert. La réforme du savoir savant: la contribution de Condorcet au premier concours des livres élémentaires. In: CREPEL, P. & GILAIN (Eds.) *Condorcet, Mathématicien, économiste, philosophe, homme politique*. Paris: Minerve, 1989.

SCHUBRING, Gert. Evolution du concept d'infiniment petit aux 18ème et 19ème siècles. *Histoire d'infini. Actes du 9ème Colloque Inter-IREM. Épistemologie et Histoire des Mathématiques. Landerneau, 22-23 mai 1992*. Ed. IREM de Brest, 1994.

SCHUBRING, Gert. *Analysis of Historical Textbooks in Mathematics*. Lecture Notes. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1997.

SCHUBRING, Gert. *Analysis of Historical Textbooks in Mathematics*. Lecture Notes. Second revised edition. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1999.

SCHUBRING, Gert. Rupturas no estatuto matemático dos números negativos. Tradução de José Paulo Q. Carneiro e Rosa M. Mazo Reis. *Boletim do GEPEM*, Rio de Janeiro, p. 51-64, 2000.

SILVA, Circe Mary Silva da. *A Matemática Positivista e sua difusão no Brasil*. Vitória: Editora da Universidade Federal do Espírito Santo, 1999.

SNYDERS, Georges. A Pedagogia em França nos séculos XVII e XVIII. In: DEBESSE, Maurice & MIALARET, Gaston. (Orgs.) *Tratado das Ciências Pedagógicas*, v. 2. Tradução de Carlos Rizzi, Luiz Damasco Penna e J. B. Damasco Penna. São Paulo: Companhia Editora Nacional e Editora da Universidade de São Paulo, 1977.

STENGER, Gerhardt. *Nature et liberté chez Diderot après l'Encyclopédie*. Paris: Universitas, 1994.

STRUIK, Dirk. *A Concise History of Mathematics*. Fourth Revised Edition. New York: Dover, 1987.

SWETZ, Frank. *Capitalism and Arithmetic* (Second Printing). La Salle: Open Court, 1989.

SZABÓ, Arpad. The Transformation of Mathematics into Deductive Science and the Begginings of its Foundation on Definitions and Axioms. Part One. *Scripta Mathematica*, volume XXVII, n. 1, p. 20-48 a, 1960.

TATON, René. (Org.) *Histoire Générale des Sciences*. Paris : Presses Universitaires de France, 1958.

THÉRY, A.F. Notice sur la vie et les ouvrages de Condillac. In: Étienne de Condillac, *Oeuvres Complètes*, tome I. Genéve: Slatkine Reprints, 1970.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In : COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. *As idéias da álgebra*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo : Atual, 1994.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)*. São Paulo: Annablume, 1999.

VENTURI, Franco. *Giovinezza di Diderot*. Palermo: Sellerio editore, 1988.

VERA, Francisco. Tradução, Estudo Preliminar, Preâmbulos e Notas dos Elementos de Euclides. In : *Cientificos Griegos*. Madrid : Aguillar, 1970.

VIGUERIE, Jean de. *Histoire et Dictionnaire du Temps des Lumières*. Paris : Éditions Robert Laffont, S. A., 1995.

WILSON, Arthur. *Diderot. Sa vie et son oeuvre.* Paris : Laffont-Ramsay, 1985.