



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

TELMA ASSAD MELLO

**ESTRATÉGIAS DE PENSAMENTO, ATITUDES EM
RELAÇÃO À MATEMÁTICA E DESEMPENHO NA
PROVA BRASIL**

CAMPINAS

2015

TELMA ASSAD MELLO

**ESTRATÉGIAS DE PENSAMENTO, ATITUDES EM
RELAÇÃO À MATEMÁTICA E DESEMPENHO NA
PROVA BRASIL**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós- Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Doutora em Educação, na área de concentração de Psicologia Educacional.

Orientadora: Profa. Dra. Márcia Regina Ferreira de Brito Dias

O ARQUIVO DIGITAL CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA PELA ALUNA TELMA ASSAD MELLO, E ORIENTADA PELA PROFA. DRA. MÁRCIA REGINA FERREIRA DE BRITO DIAS

CAMPINAS

2015

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): Não se aplica.

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Faculdade de Educação
Rosemary Passos - CRB 8/5751

M489e Mello, Telma Assad, 1955-
Estratégias de pensamento, atitudes em relação à matemática e desempenho na Prova Brasil / Telma Assad Mello. – Campinas, SP : [s.n.], 2015.

Orientador: Márcia Regina Ferreira de Brito Dias.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Solução de problemas. 2. Avaliação de larga escala. 3. Atitudes. 4. Estratégias cognitivas. 5. Desempenho. I. Dias, Márcia Regina Ferreira de Brito, 1950-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Thinking strategies, attitudes towards mathematics and performance in Proof Brazil

Palavras-chave em inglês:

Problem solving

Large- scale assessment

Attitudes

Cognitive strategies

Performance

Área de concentração: Psicologia Educacional

Titulação: Doutora em Educação

Banca examinadora:

Márcia Regina Ferreira de Brito Dias

Maria Lucia Faria Moro

Liliane Ferreira Neves Inglez de Souza

Lucila Diehl Tolaine Fini

Fernanda de Oliveira Soares Taxa

Data de defesa: 02-12-2015

Programa de Pós-Graduação: Educação

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

TESE DE DOUTORADO

**ESTRATÉGIAS DE PENSAMENTO, ATITUDES EM
RELAÇÃO À MATEMÁTICA E DESEMPENHO NA
PROVA BRASIL**

Autor : Telma Assad Mello

COMISSÃO JULGADORA:

Profa. Dra. Márcia Regina Ferreira de Brito Dias

Profa. Dra. Maria Lucia Faria Moro

Profa. Dra. Liliane Ferreira Neves Inglez de Souza

Profa. Dra. Lucila Diehl Tolaine Fini

Profa. Dra. Fernanda de Oliveira Soares Taxa

A Ata da Defesa assinada pelos membros da Comissão Examinadora, consta no processo de vida acadêmica do aluno.

2015

*E por tornarem-me além de mim mesma, a eles,
amores que transformaram minha vida em prece.
Ao meu marido Cláudio, aos meus filhos Andre,
Claudia e Rubens.
Aos meus netos Ana Beatriz e Daniel.*

AGRADECIMENTOS

A todos aqueles a quem aprendi a chamar de MESTRE que pela mestria tão peculiar a eles, possibilitaram-me o conhecimento significativo e conduziram-me às visões novas, vislumbrando, na Educação, o caminho possível para a realização humana!

À minha querida orientadora Márcia Regina Ferreira de Brito que, ultrapassando a coautoria deste estudo, torna-se, da mesma forma, responsável pela realização de um dos meus mais significativos projetos de vida. Obrigada pelo conhecimento compartilhado e por todos os ensinamentos. Agradeço, ainda, pela confiança, afetividade e talento que me permitiram integrar à construção de minha história esta conquista.

À minha amada família, alicerce de minha realização. Como fonte de inspiração, conduz-me à busca permanente de crescimento. Incomparável presença que vive, em comunhão, aquilo que me cativa, especialmente, meus projetos e conquistas.

Ao programa de Pós-graduação da UNICAMP, viabilizador também deste Projeto, pela oportunidade e contribuição ao meu crescimento profissional.

À Faculdade de Educação pelo acesso aos meios de aquisição do conhecimento e enriquecimento do espírito investigativo. Agradeço aos professores pelas valiosas contribuições trazidas pelas Disciplinas de estudo e aos funcionários, especialmente aos da Secretaria da Pós Graduação, pela receptividade às diferentes solicitações e gestos sempre presentes de acolhida.

Aos professores que compuseram a banca de qualificação, Prof.^a Dr.^a Lucila Diehl Tolaine Fini, e Prof.^a Dra. Luciane de Castro Quintiliano pelas importantes sugestões acerca do trabalho.

Às colegas do grupo PSIEM, pela troca e enriquecimento de ideias, tão importantes para a elaboração desta pesquisa, especialmente a minha amiga Marta, pelo conhecimento compartilhado desde os tempos do Mestrado.

Aos diversos autores dos estudos e teorias que sustentaram esta investigação, possibilitando a validade e a consistência necessária ao objeto desta pesquisa.

À direção e à coordenação da Escola Estadual Adiwalde de Oliveira Coelho e aos demais funcionários pela receptividade à pesquisa, contribuindo de forma participativa, atuante e compromissada para a efetivação da mesma.

Aos alunos, sujeitos da pesquisa, pela forma participativa e vibrante com a qual interagiram neste estudo. A eles, protagonistas da ação pedagógica enriquecedora, o meu agradecimento e carinho.

Aos pais dos alunos do 5º Ano da Escola Estadual Adiwalde de Oliveira Coelho, por consentirem a participação de seus filhos nesta pesquisa, contribuindo para o enriquecimento da proposta e alcance dos objetivos da investigação.

A todos os meus queridos alunos, por me possibilitarem descobrir a paixão de ensinar, interagir e aprender, neste movimento que só pode ser compreendido na ação recíproca permeada pela cognição e pelo afeto.

RESUMO

O presente estudo teve como principal objetivo investigar relações existentes entre as estratégias de pensamento adotadas pelos alunos em questões de múltipla escolha, concernentes à avaliação de larga escala, as atitudes em relação à matemática e o desempenho na Prova Brasil de Matemática. Participaram da pesquisa 87 estudantes de um 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Campinas-SP. A metodologia foi desenvolvida em quatro etapas. Na primeira etapa, foram aplicados os seguintes instrumentos: um questionário informativo e a escala de atitudes em relação à Matemática, Aiken (1963), do tipo Likert, traduzida, adaptada e validada por Brito (1998). A segunda etapa do estudo envolveu a Prova de Compreensão de Leitura em Problemas Aritméticos, denominada PCLPA, contendo 20 questões de múltipla escolha, elaborada por Brito (2011), aplicada em duas versões, com as quantidades numéricas expressas em algarismos e por extenso. Na terceira etapa da investigação, procedeu-se a aplicação de uma prova similar à Prova Brasil, contendo 14 questões de múltipla escolha, relativas ao Tema III- Números e Operações e, a partir da estrutura de conteúdo deste instrumento, uma prova caracterizada por questões abertas. Mediante a pontuação obtida pelos participantes na prova de múltipla escolha, procedeu-se categorização do desempenho dos estudantes em excelente, bom, satisfatório e insatisfatório. Na quarta etapa do estudo, foram selecionados, aleatoriamente, 20 sujeitos para a entrevista semiestruturada, sendo quatro participantes de cada uma das categorias de desempenho. Os dados foram analisados de forma quantitativa e qualitativa, buscando interpretar os fatores subjacentes à tarefa de solução de problemas aritméticos e, conseqüentemente, variáveis cognitivas, afetivas e sociais que afetam o desempenho. Os resultados foram interpretados recorrendo-se ao aporte teórico da pesquisa, fundamentado na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1970, 1978, 1980), nos estudos da Psicologia Cognitiva de Sternberg (1992, 1994, 2000, 2010), na Teoria das Habilidades Matemáticas de Kruteskii (1976), entre outros. A análise dos resultados evidenciou uma relação significativa entre as atitudes, as estratégias de pensamento e o desempenho na Prova Brasil, revelando consonância com os estudos da área (Brito,1996). Foi possível verificar o papel relevante dos conhecimentos prévios dos alunos nas tarefas matemáticas e a importância do conceito de esquemas (Skemp, 1971, 1993; Ausubel, 1970, 1978, 1980; Sternberg, 2000, 2010, entre outros). Considerando-se a consistência das análises empreendidas é possível afirmar que a relevância dos fatores cognitivos, afetivos e sociais deve ser observada pelos que atuam na área da Educação, uma vez que tais fatores interatuam na construção da aprendizagem significativa da Matemática, especialmente no que se refere à solução de problemas. Deste modo, espera-se que os estudos dimensionados nesta pesquisa possam contribuir para a compreensão dos processos de pensamento e das estratégias adotadas pelos alunos, durante a solução de problemas.

Palavras-chave: solução de problemas aritméticos; avaliação em larga escala; atitudes; estratégias de pensamento; desempenho.

ABSTRACT

This study aimed to investigate the relationship between the thinking strategies adopted by students in multiple-choice questions, concerning the large-scale evaluation, attitudes towards mathematics and performance in the exam known as Prova Brasil de Matemática (Brazil Exam of Mathematics). The participants were 87 students from a 5th year of a public elementary school of Campinas-SP. The methodology was developed in four stages. In the first stage the following instruments were applied: an informative questionnaire and the scale of attitudes towards mathematics Aiken (1963), Likert, translated, adapted and validated by Brito (1998). The second stage of the study involved the Reading Comprehension Test Problems in Arithmetic, called (in Portuguese) PCLPA containing 20 multiple-choice questions prepared by Brito (2011), applied in two versions, the first with numerical quantities expressed by numbers and the second expressed by words. In the third stage of the investigation, the proceeded to apply a test similar to Prova Brasil (Brazil Exam), containing 14 multiple-choice questions relating to Theme III Numbers and Operations and, from the content of this instrument structure, a test characterized by open questions. By the score obtained by the participants in the multiple-choice test, it proceeded categorization of student performance as excellent, good, satisfactory and unsatisfactory. In the fourth stage of the study, they were randomly selected 20 individuals to semi-structured interview, four participants from each of the performance categories. Data were analyzed quantitatively and qualitatively, seeking to interpret the factors underlying the arithmetic problem-solving task and, consequently, the cognitive, affective and social variables that affect performance. The results were interpreted using up the theoretical research contribution, based on the theory of meaningful learning of Ausubel (1970, 1978, 1980), in studies of Cognitive Psychology Sternberg (1992, 1994, 2000, 2010), the Theory of Mathematical Skills Kruteskii (1976), among others. The results showed a significant relationship between attitudes, thinking strategies and the performance of the Prova Brasil (Brazil Exam), revealing line with the studies of the area (Brito, 1996). It was possible to verify the relevant role of previous knowledge of students in mathematical tasks and the importance of the concept schemes (Skemp, 1971, 1993; Ausubel, 1970, 1978, 1980; Sternberg, 2000, 2010, among others). Given the consistency of the analyzes undertaken it is clear that the relevance of cognitive, affective and social factors should be observed by those who work in the area of education, as these factors interact in the construction of meaningful learning of mathematics, especially in comes to troubleshooting. Thus, it is expected that the studies scaled this research can contribute to understanding the thought processes and strategies adopted by students during problem solving.

Keywords: arithmetic problem solving; large-scale assessment; attitudes; thinking strategies; performance.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Quadro Comparativo Saeb e Prova Brasil.....	43
Figura 2: Descrição dos níveis da Escala de Desempenho de Matemática- SAEB.....	47
Figura 3: Decomposição da variação do IDEB no período de 2005 a 2011.....	48
Figura 4: Descrição dos níveis 5 a 9 da Escala de Desempenho de Matemática- SAEB.....	51
Figura 5: Índices e Projeções para o Brasil- Anos Iniciais do Ensino Fundamental.....	57
Figura 6: Índices e Projeções para o Brasil- Anos Finais do Ensino Fundamental.....	57
Figura 7: IDEB das Escolas estaduais de São Paulo referente aos anos 2005 a 2013.....	58
Figura 8: IDEB das Escolas estaduais de Campinas referente aos anos 2005, 2007, 2009 e 2011 e 2013.....	58
Figura 9: IDEB da Escola Estadual Adiwalde de Oliveira Coelho referente aos anos 2005, 2007, 2009, 2011 e 2013.....	59
Figura 10: Relações entre habilidades, conteúdos e competências avaliadas e expressas nos níveis de desempenho da Escala de Proficiência do SARESP.....	62
Figura 11: Grupos de competências avaliadas nas provas do SARESP e as funções (observar, realizar e compreender) valorizadas.....	64
Figura 12: Grupos de Competência e Habilidades relacionadas.....	65
Figura 13: Temas abordados na Prova Brasil/ Saeb e no SARESP.....	66
Figura 14: Quadro Prova Brasil – SARESP – Números e operações: Descritores e Habilidades	67
Figura 15: Exemplo de questão referente ao Descritor 13- Prova Brasil.....	68
Figura 16: Exemplo de questão referente ao Descritor 19- Prova Brasil.....	69
Figura 17: Exemplo de questão referente ao Descritor 20- Prova Brasil.....	70
Figura 18: Eixos estruturantes de Língua Portuguesa e as habilidades correspondentes	77
Figura 19: Matriz de Matemática- Eixos estruturantes e habilidades.....	78
Figura 20: Exemplo dos passos envolvidos na solução de problemas elaborado na perspectiva de Mayer (1992).....	112
Figura 21: Processo de solução de problemas.....	115
Figura 22: Ciclo de Resolução de Problemas- Adaptado de Sternberg (2000).....	115
Figura 23: O pensamento e a solução de problemas.....	119
Figura 24: Modelo de relações entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático durante a solução de problemas.....	120

Figura 25: Relação entre a prontidão, habilidades e condições psicológicas gerais necessárias para o sucesso em uma atividade.....	173
Figura 26: Classificação dos problemas do teste PCLPA.....	182
Figura 27: Prova de matemática: descritores e categorias de problemas.....	185
Figura 28: Prova de matemática: descritores e habilidades avaliadas.....	187
Figura 29: Distribuição dos participantes quanto à resposta dada ao item 21 da Escala de Atitudes.....	206
Figura 30: Distribuição de frequência dos alunos em relação à pontuação total obtida na Escala de Atitudes em relação à Matemática.....	212
Figura 31: Distribuição dos alunos quanto às pontuações obtidas na Prova Brasil Objetiva.....	222
Figura 32: Distribuição de frequência da pontuação dos alunos na Prova Brasil Dissertativa.....	223
Figura 33: Desempenho prova Brasil, questão 21 da Escala de Atitudes e autopercepção do desempenho- Grupos E e B (questão 11 do questionário informativo).....	232
Figura 34: Desempenho Prova Brasil, questão 21 da Escala de Atitudes e autopercepção do desempenho- Grupos S e I (questão 11 do questionário informativo).....	233
Figura 35: Média Geral – Comparação com a média dos grupos.....	234
Figura 36: Solução do Problema 1- Sujeito S1.....	245
Figura 37: Solução do Problema 1- Sujeito S2.....	246
Figura 38: Solução do Problema 1- Sujeito S3.....	247
Figura 39: Solução do Problema 1- Sujeito S4.....	248
Figura 40: Solução do Problema 6- Sujeito S5	251
Figura 41: Solução do Problema 6- Sujeito S6.....	252
Figura 42: Solução do Problema 6- Sujeito S7.....	253
Figura 43: Solução do Problema 6- Sujeito S8.....	254
Figura 44: Solução do Problema 13- Sujeito S9.....	255
Figura 45: Solução do Problema 13- Sujeito S10.....	256
Figura 46: Solução do Problema 13- Sujeito S11.....	257
Figura 47: Solução do Problema 13- Sujeito S12.....	258
Figura 48: Solução do Problema 14- Sujeito S13.....	260
Figura 49: Solução do Problema 14- Sujeito S14.....	260
Figura 50: Solução do Problema 14- Sujeito S15.....	261
Figura 51: Solução do Problema 14- Sujeito S16.....	262

Figura 52: Solução do Problema 4- Sujeito S17.....	264
Figura 53: Solução do Problema 5- Sujeito S18.....	264
Figura 54: Solução do Problema 2- Sujeito S19.....	266
Figura 55: Solução do Problema 12- Sujeito S20.....	267
Figura 56: Solução do Problema 3- Sujeito S21.....	268
Figura 57: Solução do Problema 3- Sujeito S22.....	269
Figura 58: Solução do Problema 7- Sujeito S23.....	269
Figura 59: Solução do Problema 7- Sujeito S24.....	269
Figura 60: Solução do Problema 8- Sujeito S25.....	270
Figura 61: Solução do Problema 8- Sujeito S26.....	270
Figura 62: Solução do Problema 9- Sujeito S27.....	271
Figura 63: Solução do Problema 9- Sujeito S28.....	271
Figura 64: Solução do Problema 10- Sujeito S29.....	272
Figura 65: Solução do Problema 10- Sujeito S30.....	272
Figura 66: Solução do Problema 11- Sujeito S32.....	273
Figura 67: Solução do Problema 11- Sujeito S32.....	273
Figura 68: Domínios das etapas de solução, critérios de análise e recursos alocados	274

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Características da resolução de problemas experta e principiante.....	117
Tabela 2- Distribuição dos participantes em relação à idade.....	194
Tabela 3- Fonte de ajuda nos estudos e tarefas de Matemática realizados em casa.....	195
Tabela 4- Relação da intensidade de estudo com o desempenho.....	196
Tabela 5- Distribuição dos participantes em relação à autopercepção do desempenho e da aprendizagem da Matemática.....	197
Tabela 6- Distribuição dos participantes em relação à aprendizagem da Matemática e o desempenho na Prova Brasil.....	198
Tabela 7- Distribuição dos participantes em relação à autopercepção do entendimento dos problemas de Matemática e da explicação do professor.....	199
Tabela 8- Distribuição dos participantes em relação à autopercepção do entendimento dos problemas.....	200
Tabela 9- Relação entre as respostas efetuadas pelos alunos quanto às explicações do professor e o desempenho na Prova Brasil.....	201
Tabela 10- Distribuição dos participantes em relação à atenção que relatam ter durante as aulas de Matemática.....	202
Tabela 11- Distribuição dos participantes em relação à atenção que relatam ter durante as aulas de Matemática e o desempenho na Prova Brasil.....	203
Tabela 12- Distribuição de frequência dos alunos considerando a atividades que mais gostam, ou que menos gostam na aula de Matemática.....	204
Tabela 13- Distribuição de frequência dos alunos considerando a atividade que indicaram como sendo a que menos gostam na aula de Matemática.....	205
Tabela 14- Distribuição dos participantes em relação ao item 21 da Escala de Atitudes, considerando-se o gênero do aluno e o total da amostra.....	207
Tabela 15- Comparação dos dados da questão 11 do questionário informativo com o desempenho na Prova Brasil pelos grupos.....	208
Tabela 16- Distribuição dos participantes em relação ao item 21 da Escala de Atitudes, considerando-se o desempenho na Prova Brasil Objetiva e a auto avaliação do desempenho em Matemática.....	209

Tabela 17- Descrição dos percentuais obtidos pelos grupos de desempenho em relação à amostra total das opções de resposta da questão 21 da Escala de Atitudes e da questão 11 do questionário informativo.....	210
Tabela 18- Número de alunos por alternativa de escolha da Escala de Atitudes, separada por questões de conteúdo positivo e negativo.....	213
Tabela 19- Distribuição dos alunos em relação à média de pontuação para atitudes positivas e atitudes negativas, divididos por gênero e total.....	214
Tabela 20- Pontuação mínima, máxima, média e desvio-padrão dos participantes considerando a classificação do desempenho na Prova Brasil Objetiva.....	215
Tabela 21- Pontuação média, desvio-padrão, mínima e máxima dos participantes na Escala de Atitudes considerando o nível de desempenho na Prova Brasil Objetiva.....	216
Tabela 22- Número de respostas válidas, total de respostas certas, erradas e seus percentuais por questão do PCLPA-CN.....	217
Tabela 23- Número de respostas válidas, total de respostas certas, erradas e seus percentuais por questão do PCLPA-SN.....	218
Tabela 24- Desempenho dos participantes PCLPA (CN).....	219
Tabela 25- Desempenho dos participantes PCLPA (SN).....	219
Tabela 26- Pontuação mínima, máxima, média e desvio-padrão da PCLPA SN (numerais expressos por extenso) e PCLPA CN com (numerais expressos em algarismos) numeral para o gênero e total da amostra.....	220
Tabela 27- Número de respostas válidas, total de respostas certas, erradas e seus percentuais por questão da Prova Brasil objetiva.....	221
Tabela 28- Número de respostas válidas, total de respostas certas, erradas e seus percentuais por questão da prova de matemática dissertativa.....	223
Tabela 29- Desempenho dos alunos (N=87), por categoria, nas provas de matemática dissertativa e objetiva.....	224
Tabela 30- Pontuações mínima, máxima, média, desvio padrão e mediana obtidos pelos estudantes nas medidas utilizadas.....	225
Tabela 31- Teste de normalidade de Shapiro-Wilk para as variáveis investigadas.....	226
Tabela 32- Coeficientes de correlação de Spearman entre as medidas obtidas por meio da Escala de Atitudes, PCLPA (CN/SN) e Prova Brasil (dissertativa e objetiva).....	227
Tabela 33- Intensidade das associações entre variáveis para coeficientes de correlação positivos e negativos, de acordo com Dancey e Reidy (2004).....	227

LISTA DE SIGLAS

ANEB.....	Avaliação Nacional da Educação Básica
ANRESC.....	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
ENEM.....	Exame Nacional do Ensino Médio
IDEB.....	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP.....	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC.....	Ministério da Educação
LDB.....	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN.....	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCLPA.....	Prova de Compreensão de Leitura em Problemas Aritméticos
PSIEM.....	Psicologia da Educação Matemática
SAEB.....	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SARESP.....	Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
TRI.....	Teoria de Resposta ao Item
UNICAMP.....	Universidade Estadual de Campinas

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	10
LISTA DE TABELAS.....	13
LISTA DE SIGLAS.....	15
INTRODUÇÃO.....	19
1. Estrutura do Trabalho.....	25
CAPÍTULO I.....	27
AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO DE LARGA ESCALA: DOIS CONSTRUCTOS EM DISCUSSÃO.....	27
1.1 Aprendizagem, desempenho e avaliação em larga escala-temas em discussão.....	39
1.1.1 Prova Brasil e a Matriz de Referência de Matemática: algumas inferências.....	46
1.1.2 O IDEB: Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.....	50
1.1.3 Prova Brasil Saeb: resultados 2005-2013.....	52
1.1.4 Os desdobramentos da Prova Brasil: O SARESP.....	60
1.1.4.1 SARESP: Matrizes de Referência para a Avaliação e descritores da Prova Brasil.....	62
1.1.5 A Avaliação Nacional da Alfabetização – ANA- Documento Básico e pressupostos norteadores.....	73
1.1.6 Avaliação de Larga escala: algumas implicações.....	78
CAPÍTULO II.....	84
SOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ESTRUTURA COGNITIVA, ESTRATÉGIAS DE PENSAMENTO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA.....	84
2.1 Etapas e estratégias de pensamento durante a solução de problemas.....	104
2.2 Solução de Problemas: o erro na perspectiva das avaliações.....	120
2.3 Estruturas Aditivas e Multiplicativas: explorando as operações aritméticas.....	124
2.4 Linguagem natural e linguagem matemática.....	130
CAPÍTULO III.....	135
ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA E CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO: DESEMPENHO NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	135
3.1 Atitudes e desempenho em Matemática.....	151
CAPÍTULO IV.....	157
HABILIDADES E COMPETÊNCIAS NA PERSPECTIVA DA PROVA BRASIL.....	157

CAPÍTULO V.....	176
SUJEITOS, PROCEDIMENTOS E MÉTODO.....	176
5.1 Objetivos.....	176
5.1.1 Objetivos Gerais.....	176
5.1.2 Objetivos Específicos.....	176
5.2 Participantes.....	177
5.3 Materiais utilizados na pesquisa.....	178
5.3.1 Primeira etapa do estudo.....	178
5.3.2 Segunda etapa do estudo.....	178
5.3.3 Terceira etapa do estudo.....	178
5.3.4 Quarta etapa do estudo.....	179
5.4 Instrumentos.....	179
5.5 Procedimentos de Coleta de Dados.....	191
CAPÍTULO VI.....	193
ANÁLISE DE RESULTADOS E DISCUSSÃO	193
6.1 Análise dos dados do questionário informativo e comparação com o desempenho na Prova Brasil de múltipla escolha.....	194
6.1.1 Itens 2 e 8 do questionário informativo- idade dos sujeitos e percentual de repetência.....	194
6.1.2 Itens 9 e 10 do questionário informativo- recebimento de ajuda nas tarefas de casa, fonte de ajuda e intensidade de estudo.....	195
6.1.3 Questões 11 e 12 do questionário informativo- autopercepção do entendimento dos problemas de Matemática e da explicação do professor.....	196
6.1.4 Questões 13 e 14 do questionário informativo- entendimento dos problemas e da explicação do professor.....	199
6.1.5 Questões 15 do questionário informativo- distração e/ou atenção empreendidas nas aulas de Matemática.....	202
6.1.6 Questão 16 do questionário informativo- gosto pelas atividades de Matemática.....	204
6.2 Análise da questão 21 da Escala de Atitudes e comparação com os dados da questão 11 do questionário informativo e com o desempenho na Prova Brasil de múltipla escolha.....	206
6.3 Análise dos resultados obtidos na aplicação da Escala de Atitudes em relação à Matemática (Aiken, 1961, 1963, 1970; Aiken & Dreger, 1961), validada por Brito (1998).....	211
6.4 Análise dos dados referentes à compreensão de leitura nos problemas aritméticos dos testes PCLPA- CN e PCLPA – SN e comparação do desempenho obtido nas duas versões do teste.....	216
6.5 Análise do desempenho dos estudantes na Prova Brasil Objetiva e Prova Brasil Dissertativa envolvendo o tema Número e Operações e comparação dos resultados obtidos nas duas versões.....	220

6.6 Análise qualitativa dos dados obtidos no questionário informativo, da Escala de Atitudes, do teste PCLPA, dos protocolos elaborados pelos alunos na Prova Brasil, da entrevista semiestruturada e discussão geral dos resultados.....	228
6.6.1 O questionário informativo e Escala de Atitudes.....	228
6.6.1.1 O questionário informativo.....	228
6.6.1.2 A Escala de Atitudes : relações com o desempenho na Prova Brasil....	233
6.6.2 O teste PCLPA- Interpretação do enunciado e desempenho matemático.....	236
6.6.2.1 Análise inferencial : a tradução dos problemas.....	237
6.6.2.2 A estrutura e a solução de problemas.....	241
6.6.3 Prova Brasil e entrevista semiestruturada: uma análise das estratégias de pensamento adotadas na solução de problemas.....	243

CAPÍTULO VII	276
CONSIDERAÇÕES FINAIS	276

CAPÍTULO VIII	281
CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES DE ESTUDO	281

REFERÊNCIAS	288
--------------------------	-----

ANEXOS	303
ANEXO I: CARTA DE APRESENTAÇÃO À ESCOLA	304
ANEXO II: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	306
ANEXO III: QUESTIONÁRIO INFORMATIVO	308
ANEXO IV: ESCALA DE ATITUDES	311
ANEXO V: TESTE DE COMPREENSÃO DE LEITURA DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS - PCLPA-I	314
ANEXO VI: TESTE DE COMPREENSÃO DE LEITURA DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS- PCLPA-(SN)	319
ANEXO VII: PROVA BRASIL MÚLTIPLA ESCOLHA	324
ANEXO VIII: PROVA BRASIL DISSERTATIVA	329

INTRODUÇÃO

A transposição da matemática para a instituição de ensino encontra-se vinculada à própria História da Educação e aos movimentos e reformas que a constituem, em um processo contínuo e dentro de um movimento diacrônico.

Situando-se a matemática escolar nesta pesquisa, de modo temporal mais recente e linear, evidenciam-se os princípios contidos nos documentos oficiais e que regem as propostas do atual ensino da matemática. Originadas a partir das discussões estabelecidas mundialmente acerca da Matemática Moderna, as quais colocaram em evidência as fragilidades, a inadequação das bases curriculares e as distorções ocorridas na implementação desse movimento, as diretrizes atuais buscam reinterpretar o papel do ensino e da aprendizagem, estabelecendo novos eixos norteadores para a Educação.

A Matemática Moderna nasceu como um movimento educacional, nas décadas de 60/70, inserido em uma política de modernização econômica e tida como acesso privilegiado para o pensamento científico e tecnológico; Considerada como lógica e compreendida a partir das estruturas, ressaltava o papel fundamental e unificador da linguagem matemática, o ensino preocupado com abstrações internas à própria Matemática dando a ênfase à aprendizagem de símbolos e terminologias, distanciando a teoria da prática. No Brasil, foi veiculada, principalmente, pelos livros didáticos que passaram a se constituir em verdadeiros manuais de ensino.

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics- NCTM- apresentou recomendações para o ensino da Matemática no documento “Agenda para a Ação”, no qual a resolução de problemas era destacada como foco do ensino da Matemática a essa época. “Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, na aprendizagem da Matemática, imprimiu novos rumos às discussões curriculares” (PCNS, 1997a, p. 22).

As ideias apresentadas no referido documento influenciaram as reformas e propostas elaboradas no período de 1980/1995 em âmbito mundial e serviram como suporte para a elaboração, no Brasil, das diretrizes nacionais para a Educação (1996), depois incorporadas pelas propostas curriculares de Secretarias de Estado e Secretarias Municipais de Educação.

Paralelamente, a contribuição da Psicologia Educacional é ressaltada e as teorias que estudam a cognição revisitadas (Ausubel, 1970, 1978, 1980; Vergnaud, 1986, 1988, 1990, 1993, 1994, 1996; Piaget, 1958, 1970, 1971, 1973, 1974, 1976, 1977, 1985; Wallon, 1976, entre outros) servindo como aporte aos objetivos pretendidos para a educação

brasileira. Nesse contexto, adquire relevância a aplicação da psicologia educacional à matemática escolar nos processos de aquisição do conhecimento. Referindo-se ao papel da Matemática no Ensino Fundamental os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) destacaram a importância de que esta disciplina desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo trabalho e no apoio à construção do conhecimento em outras áreas curriculares.

À medida que se reestrutura o processo de ensino-aprendizagem e ocorrem as mudanças na definição dos objetivos para o Ensino Fundamental, na interpretação e na abordagem dos conteúdos matemáticos, a avaliação também é redimensionada em termos de sua finalidade e sobre o que e como se avalia, repensando-se, ainda, a questão dos instrumentos utilizados, a forma como são construídos e de que maneira acontece a interpretação dos resultados.

Segundo os pressupostos estabelecidos pelos PCNS (1997), os resultados constituem indícios de competências, revelando sinais a partir dos quais é possível reorganizar a atividade pedagógica. “Ao levantar indícios sobre o desempenho dos alunos, o professor deve ter claro o que pretende obter e que uso fará desses indícios. Nesse sentido, a análise do erro pode ser uma pista interessante e eficaz” (BRASIL, 1997, p. 59). O erro deve ser interpretado como um aspecto constitutivo do processo de construção do conhecimento e pode converter-se em elemento indicativo das variáveis que afetam esta construção, servindo de referência e reflexão para a retomada da ação pedagógica (Buriasco, 2000; Correia, 2010; Cury, 1994, 1995, 2003, 2004, 2007, 2008; La Taille, 1997; Macedo, 1994, 1996; Teixeira, 1997, 2004).

Carvalho (2006) afirmou que o ato avaliativo não se completa quando estaciona no nível da pura constatação de resultados; a avaliação implica sempre uma tomada de posição com relação ao objeto da avaliação, seja para reafirmá-lo, seja para transformá-lo. Na perspectiva da autora, a avaliação, ao contrário do distanciamento, deve resultar no aprofundamento das relações entre professor e alunos, apontando para a problematização das ações pedagógicas, elemento primordial para uma mudança de percepção do aluno e do seu processo de aprendizagem. Dessa forma, a articulação entre avaliação e problematização coloca em evidência as categorias do movimento, da dúvida epistemológica e do diálogo.

A avaliação como eixo da reflexão do processo educativo deve promover a melhoria do ensino-aprendizagem. Os modelos, tanto externos quanto internos de avaliação, para adquirirem coerência, devem se caracterizar como sistemas abertos que busquem aperfeiçoamento, se proponham a processos de desconstrução para novas construções qualitativamente superiores, sujeitando-se, ainda, aos questionamentos críticos acerca das classificações oficiais (Hoffmann, 1993, 1994, 1995, 1998; De Sordi, 2002).

Assim sendo, a importância de se analisar os resultados da avaliação de forma contextualizada parece converter-se em meios mais consistentes de interpretação da excelência ou fracasso institucional, apontando para uma análise na qual o produto encontra-se vinculado ao seu processo de construção. É necessário que tanto os fatores cognitivos (envolvendo estratégias de pensamento, estruturas cognitivas, habilidades, entre outros) como os aspectos atitudinais sejam considerados, verificando-se, nestes últimos, a possível influência recíproca entre atitudes e desempenho (Brito, 1996a).

Este trabalho teve por objetivo estudar três variáveis: as estratégias de pensamento, dinamizadas a partir do plano de solução evidenciado durante a solução de problemas, o desempenho e a atitude em relação à matemática. O interesse por estes construtos surge da necessidade de se ampliar a compreensão de como fatores cognitivos e afetivos podem interagir e influenciar o desempenho escolar. Por outro lado, o fracasso escolar que emerge do processo avaliativo deve levar em conta a necessidade de se investigar as manifestações ou a forma como se processa o pensamento. Os psicólogos cognitivistas buscam investigar a representação do conhecimento de forma a compreender o modo pelo qual ele é manipulado e os graus de facilidade, precisão e eficiência que apresenta mediante uma tarefa cognitiva (Sternberg, 2000). Assim, durante a solução de problemas, constitui-se um meio frutífero de investigação a análise das estratégias de pensamento utilizadas na busca de solução. Ao estabelecer o plano de solução, expressando como pensou, o aluno torna explícitos os graus de facilidade ou dificuldade surgidos para atingir o objetivo. Neste sentido, as contribuições da Psicologia da Educação Matemática estabelecem relevância e dão suporte às pesquisas que investigam as variáveis cognitivas e que interatuam encontrando-se presentes durante a realização de atividades matemáticas.

Sendo o presente estudo delineado a partir da temática Avaliação é importante que se evidencie que, a partir da Lei de Diretrizes e Bases de 1996, o panorama de exigências quanto à avaliação configura-se como um marco para o desenvolvimento das políticas educacionais atuais. As exigências da LDB incluem a avaliação do rendimento escolar dos alunos do Ensino Fundamental, Médio e Superior, dos cursos e das instituições de educação

superior. A avaliação é colocada em destaque em treze dos seus noventa e dois artigos. No que diz respeito aos programas de aplicação de testes educacionais de larga escala, voltados para a educação básica no Brasil, mais recentemente, duas provas são colocadas em evidência, ao mesmo tempo que abrem espaço para debates e busca de soluções para os problemas apresentados: o SAEB e a Prova Brasil.

A Prova Brasil e o SAEB são dois exames complementares que compõem o Sistema de Avaliação da Educação Básica. A metodologia adotada na construção e aplicação dos testes do Saeb e Prova Brasil é adequada para avaliar redes ou sistemas de ensino, e não alunos individualmente. Os resultados são produzidos a partir da aferição das habilidades e competências propostas nos currículos para serem desenvolvidas pelos alunos em determinada etapa da educação formal. As duas provas possuem muitos pontos em comum, diferindo-se, porém, em alguns aspectos. Tanto o SAEB (1990) quanto a Prova Brasil (2005) são aplicados de dois em dois anos, sendo que a última edição dos dois testes foi realizada em 2015. As habilidades avaliadas, em Língua Portuguesa (foco em leitura) e em Matemática (foco na solução de problemas) são as mesmas nos dois testes.

De acordo com o Inep, a Prova Brasil foi idealizada para produzir informações sobre o ensino oferecido por município e escola, individualmente, como objetivo de auxiliar os governantes nas decisões e no direcionamento de recursos técnicos e financeiros, assim como a comunidade escolar no estabelecimento de metas e implantação de ações pedagógicas e administrativas, visando à melhoria da qualidade do ensino.

Do ponto de vista metodológico, a Prova Brasil adota o marco teórico e os mesmos procedimentos e técnicas do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), como, por exemplo: Matrizes de Referência; testes padronizados para medir o que os estudantes demonstram saber e são capazes de fazer nas áreas de conhecimento; padronização dos trabalhos de campo; uso da Teoria de Resposta ao Item e de Escalas de Proficiência para análise de dados e apresentação de resultados.

A divulgação do Índice de Desenvolvimento da Educação (IDEB) mostrou uma pequena evolução dos dados aferidos à primeira edição da Prova Brasil apresentando os resultados de 3,8 para a edição de 2005 e, respectivamente, 4,2; 4,6 e 5,0 para as edições de 2007, 2009, 2011. Apesar dos avanços apresentados por alguns municípios brasileiros, os indicadores educacionais servem de um valioso diagnóstico, pelo qual pode-se inferir que, embora algumas metas tenham sido alcançadas, os escores atingidos, por si só, não permitem interpretar que se tem uma educação brasileira de qualidade e igualitária.

No entanto, é preciso destacar que as propostas educacionais não se realizam apenas pelas suas intenções. Somente podem ser concretizadas e ajustadas se forem operacionalizadas de maneira orgânica, coerente, pautadas na análise profunda de seus processos de implementação. A avaliação, inserida nesta dinâmica, comporta o sentido da ação que se concretiza a partir daquilo que contribui para tornar o processo de ensino duplamente qualificado: a eficácia da instituição e da prática pedagógica e o acesso definitivo do aluno à aprendizagem significativa.

A avaliação, por ser um fenômeno bastante complexo, em quaisquer dos âmbitos que se realize, micro ou macro, deve ir além dos critérios de objetividade utilizados para interpretação dos resultados. Dimensioná-la a partir de uma análise qualitativa, onde as variáveis interferentes no processo de ensino-aprendizagem pudessem ser investigadas, possibilitaria explicitar melhor os avanços e retrocessos que a prática avaliativa pode comportar, apontando mais concretamente para as causas do insucesso escolar e soluções que conduzam à melhoria do desempenho do aluno não só na matemática, mas também nas demais áreas de conhecimento.

Assim os diferentes estudos abordados nesta investigação, sustentam a ideia de que ampliar as discussões acerca do processo de avaliação, mais especificamente a avaliação de larga escala denominada Prova Brasil, possibilitaria estabelecer critérios de ação mais específicos em busca de soluções para o distanciamento entre o real e o ideal que se pretende alcançar no âmbito da educação brasileira.

Dentro deste enfoque foi formulado o seguinte problema:

Existem relações entre estratégias de pensamento, atitudes em relação à matemática e desempenho na Prova Brasil de matemática, aplicada a estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental? E se existem, quais seriam estas relações?

Na perspectiva de que a tratabilidade dos problemas, que emergem do tema avaliação, exige a investigação das possíveis causas é que o presente estudo foi desenvolvido, constituindo-se em uma ação provocativa da reflexão não só a respeito das características, resultados e metas da avaliação de larga escala, mas, principalmente, no que concerne às variáveis que interferem na melhoria do desempenho matemático dos alunos.

O estudo dos fatores subjacentes à avaliação, especialmente os que dizem respeito às atitudes em relação à Matemática, ao conceito de esquema, aqui também considerado como “estruturas mentais que representam o conhecimento, abrangendo uma série de

conceitos inter- relacionados em uma organização significativa” (Brito, 2011, p.7), ao papel do conhecimento prévio, às estratégias de pensamento, pode contribuir para a reinterpretação deste processo, favorecendo a aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos envolvidos na solução de problemas.

Os resultados devem ser interpretados e discutidos para além das quantidades numéricas. Apontam para a necessidade de se estudar os processos cognitivos que os alunos apresentam, elaboram e desenvolvem quando submetidos a este tipo de tarefa que, alicerçados a outros fatores, como os afetivos e sociais, podem desvendar as reais necessidades para o aprimoramento do processo de avaliação, dimensionado nesta pesquisa pelo instrumento denominado Prova Brasil de Matemática.

1. Estrutura do Trabalho

O Capítulo I, “*Avaliação da Aprendizagem e Avaliação de Larga Escala: dois constructos em discussão*”, descreve algumas reflexões sobre o tema, evidenciando seu caráter formativo, a intencionalidade no que concerne aos objetivos, especificidades, implementação e desenvolvimento dos tipos de avaliação, destacando as características da avaliação de larga escala, especificamente da Prova Brasil, onde o objeto da investigação é dimensionado, bem como suas implicações e efeitos na dinâmica escolar.

O Capítulo II, intitulado “*Solução de Problemas: Estrutura Cognitiva, Estratégias de Pensamento e Aprendizagem Matemática*” traz à tona a necessidade de se investigar os fatores associados ao desempenho do aluno nas tarefas matemáticas de solução de problemas, destacando este constructo como locus ideal da articulação de conceitos e princípios, as diferentes concepções a respeito do tema, as contribuições dos estudos da Psicologia Educacional e o papel relevante das estruturas cognitivas na solução de problemas. Discute fatores determinantes das estratégias de pensamento adotadas pelos sujeitos durante este tipo de tarefa matemática.

O Capítulo III: “*Atitudes em relação à Matemática e Construção do Conhecimento*”, evidencia a intrínseca relação entre os fatores cognitivos e afetivos na aquisição do conhecimento matemático, revelando o tema como discussão de extrema importância para aqueles que buscam interpretar as variáveis que afetam a aprendizagem dos conceitos matemáticos, possibilitando articular ideias relevantes acerca do desempenho dos estudantes em tarefas escolares entre as quais a avaliação encontra-se inserida. A Tese de Livre Docência realizada por Brito (1996), pode ser dimensionada como parâmetro e fundamentação para as pesquisas subsequentes, como no caso, o presente estudo. A Escala de Atitudes validada pela autora pode ser considerada como instrumento consistente na análise das atitudes dos estudantes desta investigação em relação à matemática.

O Capítulo IV aborda as diferentes conceitualizações sobre “*Habilidades e Competências na Perspectiva da Prova Brasil*”, situando estes dois constructos no tema Avaliação de Larga escala e promovendo reflexões acerca da inserção dos mesmos como parâmetros de desempenho estabelecidos por este tipo de avaliação. Ainda, o texto, apoiado na Teoria de Krutetskii (1976), busca interpretar as possíveis dicotomias existentes entre o real sentido dos termos e a conotação a eles atribuída na avaliação de larga escala.

O Capítulo V, *Sujeitos, Procedimentos e Método*, apresenta os objetivos do estudo, a caracterização dos sujeitos, o problema da pesquisa, os procedimentos, os materiais, a descrição dos instrumentos adotados e o método da investigação.

O Capítulo VI refere-se à apresentação da “*Análise de Resultados e Discussão*” verificando-se os resultados da pesquisa. Na primeira parte, de acordo com os objetivos propostos no estudo, são expostas as análises estatísticas dos dados obtidos nas três primeiras etapas da pesquisa. Em seguida, apresenta-se a análise qualitativa dos protocolos produzidos pelos alunos no questionário informativo, nas questões da Prova Brasil objetiva e na entrevista semiestruturada.

O Capítulo VII, “*Consideração Finais*”, retoma as discussões anteriores, buscando ampliar as reflexões acerca da avaliação de larga escala e da possibilidade de se interpretar as variáveis que interferem no desempenho apoiando-se nas contribuições da Psicologia Cognitiva.

O Capítulo VIII, intitulado “*Conclusões e implicações do estudo*” apresenta uma síntese das ideias e interpretações elaboradas a partir das análises dos dados, quantitativa e qualitativa, as quais apontam para as implicações do estudo, destacando-se a interconexão entre as análises empreendidas, as indicações elaboradas pela pesquisa e o aporte teórico da presente investigação.

CAPÍTULO I

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO DE LARGA ESCALA: DOIS CONSTRUCTOS EM DISCUSSÃO

Grande parte da oposição passada e atual ao movimento de testes na educação é uma reação à tendência de muitos testes de medir os aspectos mais triviais e discretos da aprendizagem dos assuntos, de enfatizar a aprendizagem de curto prazo e a mecânica, e de considerar os escores de testes em si mais importantes do que o conhecimento que supostamente representam (Ausubel et al., 1978, p. 499).

A avaliação, como tema que se inscreve no processo educacional, evolui e se transforma com ele, gerando problematizações das mais diversas, ampliando as discussões a respeito dos seus avanços e retrocessos. Surge daí a crescente relevância de se ampliar os debates, no sentido de tornar a avaliação cada vez mais inclusiva e menos excludente no que concerne à inserção satisfatória do aluno nos processos de aquisição do conhecimento matemático.

Neste estudo, buscou-se evidenciar os estudos apontados pela literatura em consonância com o período que envolve as transformações ocorridas na proposta educacional brasileira a partir das décadas de 80 e 90. Tendo como foco central o aprimoramento da qualidade da Educação, tais pesquisas enfatizam as diferentes concepções contemporâneas de avaliação e metodologias aplicadas nos processos de ensino-aprendizagem e programas, discutindo a lógica da avaliação institucional e ressaltando a necessidade de se desenvolver, em nossa sociedade, uma cultura de acompanhamento e avaliação de todo o processo de escolarização (Bonamino, Bessa & Franco, 2004; Buriasco, 2000; Buriasco & Soares, 2008; Carvalho, 2006; De André & Passos, 2001; De Sordi, 2002; Depresbíteres, 1989, 2001; Dias Sobrinho, 2002a, 2002b, 2003; Freitas, 2002a, 2002b, 2003, 2005, 2006, 2011; Hadji, 1994, 2001a, 2001b; Hoffmann, 1993, 1994, 1995, 1998; Sztajn, Bonamino e Franco, 2003; Villas Boas, 2001, 2002, 2004; Hadji, 2001a; entre outros).

Ao mesmo tempo em que discutem o tema, os estudiosos da avaliação apresentam-no como suporte para novas pesquisas que possam beneficiar o processo avaliativo dentro de um movimento contínuo de indagações, busca de respostas, reflexões e apontamento das relações existentes entre a avaliação e suas variáveis. No Brasil, os debates têm se

aprofundado a partir da implementação de políticas de avaliação em larga escala¹ como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica composto por dois exames complementares, o Saeb e a Prova Brasil.

As indagações e problematizações acerca das diferentes formas de avaliação, quer externas ou internas podem fazer emergir meios frutíferos de investigações, contribuindo significativamente para a promoção da aprendizagem significativa. “A avaliação (...) tem de adequar-se à natureza da aprendizagem, levando em conta não só os resultados das tarefas realizadas, o produto, mas também o que ocorreu no caminho, o processo” (Enguita, 1995, p.18)

As avaliações chamadas avaliações da aprendizagem, presentes no cotidiano escolar, de modo geral, são aquelas em que o professor, fazendo uso de diferentes instrumentos, afere o aprendizado de seus alunos mediante objetivos previamente estabelecidos. Nas últimas décadas, paralelamente às avaliações tradicionais da aprendizagem, realizadas pela escola, as avaliações externas, mais precisamente as de larga escala, têm sido dimensionadas de forma padronizada, onde, além da avaliação cognitiva dos alunos, é avaliada a comunidade escolar como um todo. No entanto, é necessário conceber a avaliação em seu sentido mais amplo, buscando interpretá-la em um sentido irrestrito, para além das provas e testes.

Nos dois casos, embora os objetivos e procedimentos sejam diferenciados, ambos devem garantir a reflexão acerca dos resultados, desenvolvendo ações condizentes com uma aprendizagem significativa e uma educação de qualidade. Devido à complexidade e importância dos temas, o aprofundamento das discussões se faz pertinente e permite uma análise crítica destes dois diferentes processos, por vezes concomitantes em suas perspectivas e especificidades.

Nesta direção, a Psicologia Cognitiva, representada pelos seus estudiosos, permeia esta intencionalidade. O que se apresenta como recente é enunciado, há tempos, por Ausubel, Novak e Hanesian (1980) que evidenciaram a medida e a avaliação como centrais em seu conceito de aprendizagem em sala de aula devido aos seguintes fatores:

(1) pela importância atribuída à verificação do que o aprendiz já conhece antes de se tentar ensinar-lhe algo mais;

(2) pela importância de vigiar a sua aprendizagem ocorrente para corrigir, esclarecer e consolidar esta aprendizagem;

¹ Os estudos de Horta Neto (2007, 2010) evidenciam o percurso histórico da construção de um sistema de avaliação da educação básica no Brasil desde as primeiras medições.

(3) pela importância de verificar a eficácia de diferentes métodos de ensino, e de diferentes maneiras de organizar e sequenciar os assuntos (currículo), assim como de verificar até que ponto seus objetivos estão sendo alcançados.

Ressaltaram, porém, que para que sejam úteis na prática educacional, todos os testes devem satisfazer os critérios de validade, fidedignidade, representatividade, discriminabilidade e exequidade. Os autores destacaram que a preocupação com a educação requer modos exatos tanto de medir os resultados da aprendizagem dos estudantes como verificar se eles são consoantes com os objetivos educacionais propostos. Ainda, afirmaram que as medidas devem fazer algo mais do que informar se os estudantes estão sendo realmente educados:

(...) Igualmente importante, devem oferecer dados que nos possibilitem a vigilância e, desta forma, nos assegurem um controle de qualidade sobre os empreendimentos educacionais. (...) Se esperamos aperfeiçoar os resultados da aprendizagem pela introdução de novos métodos de ensino, materiais instrucionais e maneiras de organizar o conteúdo da disciplina e as curriculares, a medida e a avaliação necessariamente retornam à cena. (Ausubel et al., p. 500).

De acordo com Ausubel et al. (1980) para que a educação prospere, tanto os professores como os alunos devem receber bem uma testagem regular e sistemática, ao invés de vê-la como uma ameaça, uma invasão ou uma distração de assuntos mais importantes.

A avaliação, ainda, encerra o sentido da transferência uma vez que comporta a estrutura do conhecimento existente na ocasião da aprendizagem, ou seja, as variáveis da estrutura cognitiva, aplicadas em novas situações. Na aprendizagem significativa, as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno por meio de uma relação não arbitrária e substantiva (Ausubel, Novak & Hanesian, 1978).

Interpretar os progressos e os entraves de qualquer sistema de avaliação requer analisá-los no cerne de seu desenvolvimento: a sala de aula. As dificuldades surgidas na implementação destes sistemas devem ser superadas por ações construtivas de planejamento de ensino.

Importante destacar que a aprendizagem se processa de diversas maneiras, em um processo contínuo de construções e reconstruções, não se restringindo apenas ao aspecto cognitivo, exigindo ajustes, implicando em mudanças permanentes de comportamento

provocadas pela experiência. Para Brito (2001, 2006, 2011) a aprendizagem envolve as esferas cognitivas, afetiva e motora e não deve ser confundida com a aquisição de conhecimento acadêmico. "[...] a aprendizagem refere-se ao aparecimento de algo novo (destreza, função ou nível) logo, aprendizagem implica mudança, procedimentos contínuos e descontínuos que supõem uma direcionalidade (Brito , 2001, p. 69).

Segundo a autora, o conhecimento escolar construído pelo sujeito usa formas significativas próprias a partir do estabelecimento de elos significativos entre o novo material e os elementos já presentes na estrutura cognitiva. Assim, ganham destaque o papel do professor e o contexto no qual a aprendizagem ocorre, sendo esta aprendizagem fortemente influenciada pelos fatores ambientais (cultura, tecnologia e práticas educacionais). O professor deve atuar como mediador entre o ambiente e os sujeitos da aprendizagem, conhecendo os aspectos inerentes ao contexto e considerá-los ao elaborar o planejamento da sua disciplina.

Por outro lado, medir a retenção num contexto de aprendizagem sequencial, em situações nas quais a capacidade de aprender um novo material pressupõe a disponibilidade do material antigo, pode representar o modo mais válido de testar a força organizacional e a viabilidade do conhecimento.

Os testes de transferência de retenção (Ausubel e Fitzgerald, 1962), ao mesmo tempo em que medem a extensão em que o conhecimento retido do assunto é suficientemente estável e bem organizado, como elemento subçunso para um novo material, estabelecem uma medida dos esquemas cognitivos disponíveis para a solução de problemas. De acordo com Ausubel et. al (1978):

(...) O teste de transferência de retenção, ao mesmo tempo, naturalmente, também fornece uma medida do conhecimento disponível para a solução de problemas, porque se o conhecimento retido está disponível para uma nova aprendizagem sequencial, é razoável pressupor que também esteja disponível para a solução de problemas (p.510).

Estes autores destacaram a influência do conhecimento existente sobre o rendimento acadêmico, cuja constância no rendimento acadêmico é em parte atribuível à constância da aptidão acadêmica e da motivação. Em especial, quando estes últimos fatores estão controlados, é razoável atribuir parte da relação obtida entre níveis educacionais prévios e posteriores aos efeitos cumulativos das variáveis da estrutura cognitiva.

Além disso, Ausubel et al. (1978) revelaram que estudos nos quais o grau de conhecimento existente da matéria, num dado nível de instrução, é relacionado com o desempenho em níveis subsequentes, se conformam com o paradigma da transferência a longo prazo.

Em consonância com essas ideias, os testes educacionais deveriam prever, no processo de seu desenvolvimento, ações pedagógicas que redimensionassem a prática avaliativa, ou seja, que a tarefa em si, o seu formato e as exigências que comporta não se revistam de algo “novo” ou “desconhecido” dentro do cotidiano escolar. Imprimir familiaridade com a tarefa avaliativa, dimensionando-a em ações de retroalimentação, talvez configure-se como uma estratégia para avanços no processo avaliativo, principalmente nos testes de larga escala, como a Prova Brasil.

Ausubel et al. (1978) também evidenciaram a escassez de pesquisas voltadas para os estudos de longo prazo no que diz respeito às variáveis cognitivas envolvendo um rendimento escolar em uma determinada disciplina. O plano destas investigações exige que um atributo singular da estrutura cognitiva seja inicialmente manipulado de forma deliberada, usando procedimentos de controle experimental e/ ou estatístico adequados, e que esta estrutura cognitiva alterada seja então relacionada com resultados de rendimento a longo prazo em um programa extenso de novos estudos no mesmo campo.

Os autores, ao se referirem aos testes educacionais e suas possíveis falhas de medida, elas mesmas remediáveis, destacaram a relevância de se medir os conceitos chave em cada disciplina; de pré-testes e pós testes a longo prazo, assim como pós testes simultâneos e imediatos; da aprendizagem para o domínio; de testar indiretamente o conhecimento de uma aprendizagem prévia ao medir a capacidade de aprender material sequencialmente dependente; de confiar mais em testes de potência do que em testes de rapidez.

Dentre os demais tipos de testes sugeridos por Ausubel et al. (1978) encontram-se os testes de múltipla escolha para medir a amplitude do conteúdo. Nessa perspectiva, a avaliação deve se constituir em uma verificação objetiva tanto do progresso do aluno como dos seus rendimentos finais para que se um ou outro for insatisfatório, seja possível instituir medidas emendativas satisfatórias.

Desta forma, um programa de avaliação realmente adequado não mede apenas a extensão na qual o rendimento do aluno preenche os objetivos educacionais mas também tenta explicar o rendimento não satisfatório - quer este seja inerente a métodos e materiais instrucionais inadequados, ao ensino incompetente, à motivação ou moral inadequada dos estudantes, ou a uma insuficiência de prontidão e aptidão. Como produto, a aprendizagem do aluno não é diferente de qualquer outro empreendimento humano significativo que a sociedade encara seriamente (p.502).

Assim sendo, os estudos que visem a retroalimentação² de testes educacionais podem se converter em ferramentas significativas para a melhoria do desempenho dos estudantes e isto, no âmbito geral da avaliação. “A retroalimentação de um exame, confirma, esclarece e corrige as ideias e identifica áreas que exigem mais pensamento e estudo” (p. 503). Assim, a retroalimentação também desempenha uma função de revisão comparável no decurso do teste. A função correlativa da retroalimentação é extremamente importante porque os alunos se sentem certos a respeito de respostas erradas (Kooker & Willians, como citados em Ausubel et al., 1978).

A avaliação sugere a importância da interação entre as pesquisas e as análises críticas das práticas de avaliação, com o objetivo de levantarem questões fundamentais que permitam pôr à prova os resultados e, caso necessário, realinhar ações. Corroborando com estas ideias, Carvalho (2006) salientou que em qualquer âmbito que se trate da avaliação, seja ela da instituição escolar, de um programa educativo, do currículo de um curso ou ainda, da aprendizagem dos alunos, a pura constatação representa uma atitude estática que leva ao imobilismo. Para a autora, o ato de problematizar a avaliação representa a tentativa de compreensão, de busca de significados nas respostas dadas pelos alunos às questões postas.

Por sua vez, assume relevância também refletir sobre os instrumentos utilizados indagando-se até que ponto as questões colocadas foram suficientemente provocativas para que o educando se sentisse desafiado a analisá-las criticamente. Ultrapassar as barreiras da mera constatação de resultados é um meio de subsidiar a tomada de decisões em relação à continuidade do trabalho pedagógico e isto pressupõe uma profunda reflexão sobre a aprendizagem e o conhecimento do aluno.

² Ausubel, Novak e Hanesian (1978) citando os estudos de Plowman e Stroud, afirmaram que a simples identificação de respostas corretas num teste de múltipla escolha aumenta significativamente os escores num reteste uma semana depois. Nesta dinâmica, ainda, pressupõe-se também o trabalho com uma avaliação formativa que consiste em uma prática de avaliação contínua, e que contribui para melhorar as aprendizagens em curso; deve acontecer assim, durante todo o processo de ensino aprendizagem evitando os momentos estanques.

Por outro lado, o fenômeno da avaliação deve trazer intrínseco o caráter mediador, a prática dialogal constante que permite a superação de desafios tanto da prática pedagógica como da aprendizagem do aluno. Hoffmann (1993, 1994, 1995, 1998) afirmou que a avaliação é o caminho de aprendizagem do aluno, quando possibilita ao professor tomar consciência da realidade do educando e, a partir de então, levá-lo ao aprendizado. A autora afirmou que a ação avaliativa mediadora se desenvolve em benefício do educando e dá-se fundamentalmente pela proximidade entre quem educa e quem é educado. “A avaliação é a reflexão transformadora em ação. Ação essa que nos impulsiona às novas reflexões. Reflexão permanente do educador sobre sua realidade e acompanhamento, passo a passo, do educando na trajetória de construção do conhecimento” (Hoffman, 1995, p.18).

Freitas (2002a) ressaltou “que no interior da educação, a avaliação não se caracteriza por ser uma categoria independente. Ao contrário, sua significação depende de outras” (p 88). O par dialético objetivos-avaliação torna-se o mais significativo do processo didático uma vez que a ocorrência do processo avaliativo só pode ser efetivada mediante sua associação com os objetivos educacionais. Estes objetivos devem visar não apenas aos conteúdos específicos, mas de forma mais abrangente, às determinações das próprias funções sociais atribuídas à escola pelo plano social.

Como fonte realimentadora da aprendizagem, a avaliação deve permitir a retomada desse processo a partir dos resultados que coloca à mostra, objetivando a análise crítica da realidade educacional e ações renovadoras que imprimam novo ritmo a esta mesma realidade.

Essa dinâmica possibilitaria investigar algumas das lacunas existentes nos índices de rendimento das avaliações de larga escala como a Prova Brasil, diagnosticando impedimentos em relação ao desenvolvimento de habilidades e competências e alcance dos níveis de aprendizagem esperados.

No entanto, não é somente pelos resultados das avaliações que o processo de ensino aprendizagem deve ser aprimorado. As discussões e reflexões, a priori, a respeito deste mesmo processo podem gerir meios eficazes e, algumas vezes preventivos, que possibilitem antecipar resultados mais satisfatórios, uma vez que irão refletir o conhecimento construído significativamente. Insere-se aí um trabalho docente pautado em estratégias que permitam a participação efetiva do aluno, em um ambiente onde ele possa agir e interagir, expressando seu pensamento e conhecendo o pensamento do outro, refletindo sobre suas hipóteses, fazendo constatações e reformulações.

Nessa perspectiva, ganham destaque as ações pedagógicas empreendidas com o objetivo de estabelecer significado para as respostas e procedimentos adotados pelos alunos em situações nas quais a avaliação é dimensionada. No entanto, a prática indagadora das elaborações efetuadas pelos alunos, quando submetidos à avaliação, requer que o professor faça uso de metodologias adequadas que permitam interpretar, de forma substancial, as ações estabelecidas pelos sujeitos durante a tarefa avaliativa.

A comunicação e expressão de ideias, por meio da oralidade e de registros gráficos, auxiliam o trabalho do professor na identificação das variáveis que podem afetar o desempenho durante as atividades matemáticas. Dessa forma, torna-se possível que os alunos possam expressar sentimentos e dificuldades que experimentam ao executarem as tarefas de solução de problemas. Concebendo-se a avaliação como um processo global, contínuo, formativo, possibilitador de diagnósticos e prognósticos para a ação educativa, emerge a necessidade de comunicação em sala de aula.

Mello (2008), em seu estudo sobre a argumentação e a metacognição, destacou que as ações comunicativas no ambiente escolar podem gerar situações que promovam a reflexão dos alunos sobre suas experiências matemáticas. O ambiente interativo que permita a troca de ideias, as discussões sobre os erros e dúvidas, concernentes aos conceitos matemáticos possibilita o desenvolvimento da autonomia e o aprimoramento da aprendizagem, na medida que os alunos têm a oportunidade de retroagir, avaliar, reconstruir, antecipar situações, fazer novas e melhores construções para o conhecimento matemático. “Avaliação significa ação provocativa do professor, desafiando o educando a refletir sobre as situações vividas, a formular e reformular hipóteses, encaminhando-se a um saber enriquecido” (Hoffman, 1994, p. 58).

Algumas pesquisas sobre solução de problemas têm se beneficiado dos recursos comunicativos por serem meios eficazes de investigação e proporcionarem a obtenção de dados mais qualitativos. Como exemplo, a técnica de pensar em voz alta (Brito, 2002a) permite que o aluno verbalize e comunique ideias, planos e estratégias das quais se utiliza na solução das tarefas matemáticas. “É um método que possibilita obtenção de dados de caráter mais *qualitativo* que, somado aos aspectos quantitativos permite a elaboração de protocolos bastante completos e, em consequência, uma melhor compreensão dos procedimentos de solução”(p. 21). Ainda, este tipo de recurso possibilita que os alunos, ao relatarem procedimentos adotados na solução de problemas, reflitam sobre os conceitos e estratégias envolvidos na tarefa. Os registros de ideias matemáticas, que são produzidos quando é solicitado ao aluno que expresse como pensou acerca da solução de um

determinado problema, enriquecem a compreensão sobre o que e como o aluno direciona seu pensamento e quais estratégias disponibiliza na execução de uma tarefa matemática (Brito, 2011).

Assim sendo, uma ação metodológica que tenha como objetivo investigar os procedimentos adotados na solução de problemas, em matemática, permite que o professor possa elaborar protocolos bastante significativos, estabelecendo prognósticos para a prática docente. Nesse contexto, a avaliação também adquire um papel mais formativo e menos exclusivo, reiterando o seu papel diagnóstico de conhecer o que o aluno sabe e o que ainda necessita aprender (Ausubel, 1978).

Uma vez que aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação "ancora-se" em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva é necessário que ocorra a diferenciação entre ideias relevantes e ideias não familiarizadas, para que o aluno possa assimilar a informação relacionando-a com um subordinador válido. De acordo com Ausubel (ibidem), este tipo de aprendizagem constitui-se no mecanismo que possibilita adquirir e reter a vasta quantidade de informações de um corpo de conhecimentos. O autor destacou o processo de aprendizagem significativa como o mais importante na aprendizagem escolar evidenciando que o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. A partir dessa premissa, retoma-se aqui o princípio da consolidação³, uma vez que o mesmo evidencia a ideia de que, insistindo-se no domínio (ou mestria) do que está sendo estudado, antes que novos materiais sejam introduzidos, desenvolve-se a prontidão na matéria de ensino e aumenta-se a probabilidade de êxito na aprendizagem sequencialmente organizada.

Isto posto, é possível inferir-se que, por meio da análise dos procedimentos adotados pelos alunos, o professor poderá redirecionar sua ação, sanar dúvidas existentes, propor atividades enriquecedoras do pensamento matemático, ao mesmo tempo em que elabora organizadores prévios, que seriam as âncoras que interligariam conceitos e informações, desse modo, contribuindo para que o aluno elabore procedimentos cada vez mais refinados.

Ainda, levando-se em conta os fatores afetivos, indissociáveis dos cognitivos, mediante a aprendizagem significativa dos fatos matemáticos, é possível que o aluno também desenvolva uma atitude favorável em relação à matemática (Brito, 1996a) e à avaliação processada no decorrer do período letivo. Dessa forma, mudando-se o paradigma

³ Ausubel (1968), referindo-se à facilitação programática da aprendizagem, propôs quatro princípios programáticos do conteúdo: diferenciação progressiva, reconciliação integrativa, organização sequencial e consolidação.

da avaliação enquanto momento de tensão e fracasso, transformando-a em elemento de mediação entre o real e o possível que se deseja alcançar, desarticulando-a de seu caráter classificatório.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

A avaliação subsidia o professor com elementos para uma reflexão contínua sobre a sua prática, sobre a criação de novos instrumentos de trabalho e a retomada de aspectos que devem ser revistos, ajustados ou reconhecidos como adequados para o processo de aprendizagem individual ou de todo grupo. Para o aluno, é o instrumento de tomada de consciência de suas conquistas, dificuldades e possibilidades para reorganização de seu investimento na tarefa de aprender. Para a escola, possibilita definir prioridades e localizar quais aspectos das ações educacionais demandam maior apoio (p. 55).

A avaliação não deve se constituir como um fim em si mesma. Conceitos prévios, familiaridade com a tarefa, adequação de conteúdos, estruturas cognitivas⁴ acessadas durante o processo avaliativo, experiência com um grande número de variáveis específicas de um tipo de problema, são alguns dos componentes relevantes a serem considerados em qualquer processo de avaliação escolar. A avaliação deveria servir de instrumento para mediar o que o aluno sabe e o que ele precisa aprender, considerando-se que a disponibilidade na estrutura cognitiva de ideias de esteio ou ideias âncoras⁵ especificamente relevantes, no que concerne aos testes avaliativos, podem influenciar os escores de desempenho obtidos.

Os diferentes estudos apontados pela literatura sobre a avaliação, como tema que se inscreve no processo educacional, e que evolui e se transforma com ele, têm evidenciado problematizações das mais diversas, ampliando as discussões a respeito dos seus avanços e retrocessos. Surge daí a crescente relevância de se estender os debates a respeito desse processo, no sentido de tornar a avaliação cada vez mais inclusiva e menos excludente, visando à inserção satisfatória do aluno nos processos de aquisição do conhecimento matemático.

⁴ O constructo fundamental da teoria de Ausubel (1978) para explicar a aprendizagem e a retenção. Segundo Aragão (1976), ela é, por hipótese, uma estrutura piramidal, hierarquicamente organizada em termos de traços conceptuais altamente inclusivos, sob os quais são subsumidos traços de sub- conceitos menos inclusivos e dados de informação específica. Este constructo hipotético é usado para explicar a representação contínua da experiência anterior no sistema nervoso e na estrutura cognitiva atual.

⁵ Ideias de esteio ou subsunçores dizem respeito a algum aspecto relevante ou a conhecimento prévio já existente na estrutura cognitiva do aluno, como um símbolo, um conceito ou uma proposição etc.

Neste estudo, buscou-se evidenciar os estudos apontados pela literatura, em consonância com o período que envolve as transformações ocorridas na proposta educacional brasileira a partir das décadas de 80 e 90. Tendo como foco central o aprimoramento da qualidade da Educação, tais pesquisas enfatizam as diferentes concepções contemporâneas de avaliação e metodologias aplicadas nos processos de ensino-aprendizagem e programas, discutindo a lógica da avaliação institucional e ressaltando a necessidade de se desenvolver, em nossa sociedade, uma cultura de acompanhamento e avaliação de todo o processo de escolarização.

Na perspectiva de uma ação reflexiva, De Sordi (2002) afirmou que os modelos, tanto externos quanto internos de avaliação, para adquirirem coerência, devem se caracterizar como sistemas abertos que busquem aperfeiçoamento, se proponham a processos de desconstrução para novas construções qualitativamente superiores, sujeitando-se, ainda, aos questionamentos críticos acerca das classificações oficiais. De acordo com a autora “a avaliação bem-intencionada e madura não pode se furtar a ser ela própria objeto de avaliação (p.6).

Nesse sentido, o ato de avaliar não visa à constatação da instantaneidade, mas a um processo que acompanha a existência da instituição e que portanto, não existe sentido em dicotomizar a avaliação externa da interna, nem criar uma relação de supremacia de uma em relação a outra. A importância de se analisar resultados de forma contextualizada parece converter-se em meios mais consistentes de interpretação da excelência ou fracasso institucional, apontando para uma análise na qual o produto encontra-se vinculado ao seu processo de construção.

A avaliação não pode, pois, se circunscrever à aprendizagem e ao desenvolvimento dos alunos, e sim, voltar-se também para o ensino e para as práticas de sala de aula; para a escola e para a forma de organização do trabalho pedagógico. Para isso, deve envolver todos os agentes escolares; alunos, professores, equipe escolar e pais de alunos (De André & Passos, 2001, p.179).

A avaliação formativa (Hadji, 1989; 2001a; Depresbíteris,1989; 2001; Hofmann 1994, 1995;entre outros) deve contribuir para a aprendizagem significativa do aluno devendo fornecer informações relevantes que permitam a reconstrução de significados, em um processo de interação contínua entre o aluno e o professor onde tanto a reorganização da ação pedagógica quanto o monitoramento do aluno sobre seus acertos e erros podem contribuir para o realinhamento da atividade de ensino. Segundo Hadji:

[...] tem a função de permitir um ajuste recíproco aprendiz/programa de estudos (seja pela modificação do programa, que será adaptado aos aprendizes, seja pela orientação dos aprendizes para subsistemas de formação mais adaptados a seus conhecimentos e competências atuais) (Hadji, 2001, p. 19).

Em adição, ultrapassando os efeitos pedagógicos, Dias Sobrinho (2003) referiu-se à avaliação “como uma prática social orientada, sobretudo para produzir questionamentos e compreender efeitos pedagógicos, políticos, éticos, sociais, econômicos do fenômeno educativo” (p.177) não devendo converter-se em uma simples medida que, analisada apenas em sentido extrínseco, pode produzir efeitos de discriminação e exclusão.

O papel da avaliação deve ser amplamente discutido, pois seu planejamento, aplicação e a forma como os resultados são interpretados são determinantes para a retomada do processo educativo e para o redimensionamento de ações que possibilitem contextos favoráveis a uma educação de qualidade, formadora de cidadãos críticos e atuantes e transformadores da sociedade na qual encontram-se inseridos. Segundo Dias Sobrinho:

[...] deve construir os campos sociais de discussão e valoração a respeito dos processos, contextos, produtos, objetivos, procedimentos, estruturas, causalidades, metas de superação, condições de produção das atividades educativas, sentidos e impactos na formação dos cidadãos e na construção da sociedade democrática (p. 194)

No Brasil, no que diz respeito a avaliação da educação básica, apesar dos avanços observados, deve-se considerar a necessidade de transposição de inúmeros desafios, acarretados, inclusive, pelo contexto das mudanças propostas. Paralelamente ao desenvolvimento deste processo, diversos estudos foram se desenvolvendo no sentido de estabelecer descrições e balanços no que se refere às inúmeras experiências de avaliação da educação em nosso país. De acordo com Bonamino, Bessa e Franco (2004): “Os avanços em avaliação da educação produzidos na última década foram muito importantes, mas não significam que tenhamos superado todas as dificuldades da área. Pelo contrário, as próprias conquistas realizadas geram novos problemas e desafios” (p.7). Ainda, segundo esses autores, a relevância assumida pela avaliação de sistemas e redes de ensino exige demandas para a formação de professores, de especialistas e de pesquisadores em educação.

A avaliação deve encorajar os professores e as instituições a formularem e esclarecerem seus objetivos comunicando suas expectativas aos alunos. Dependendo do

modo como é interpretada e dimensionada pela prática escolar, pode se converter em meio frutífero para o realinhamento da atuação pedagógica. De acordo com Hoffman (1998), a reflexão acerca das diferentes e múltiplas dimensões do conhecimento é a tarefa do avaliador a fim de que ele possa delinear caminhos, estratégias de aprendizagem, formular novas perguntas que complementem e enriqueçam suas hipóteses. Segundo a autora:

Há muito a refletir sobre cada momento de aprendizagem de um aluno: sobre suas concepções prévias, seu saber construído a partir de experiências de vida, sobre sua forma de expressar tais conhecimentos, sobre suas possibilidades cognitivas de entendimento das questões formuladas, sobre desejos e expectativas em termos do conhecer. (Hoffmann, 1998, p. 135).

As reflexões acerca do tema podem fazer emergir discussões das mais pertinentes, dentre as quais, a necessidade da avaliação assumir seu caráter pedagógico, desvinculando-se de qualquer aspecto classificatório, seletivo e discriminatório. Na sua real função, a avaliação deve enfatizar o processo, permitir o redimensionamento da prática pedagógica, a retomada de conteúdos, a busca de novas metodologias, a análise aprofundada das estratégias de pensamento adotadas pelos alunos frente às tarefas propostas; no cerne de seu desenvolvimento, a avaliação deve refletir, efetivamente, o ensino que busca a construção do conhecimento.

1.1. Aprendizagem, desempenho e avaliação em larga escala- temas em discussão

As avaliações de larga escala destinadas à Educação Básica, intituladas Prova Brasil e o SAEB, desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC), têm o objetivo de avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos. Nos testes aplicados na quarta e oitava séries (quinto e nono anos)⁶ do Ensino Fundamental e na terceira série do Ensino Médio, os estudantes respondem a itens (questões) de língua portuguesa, com foco em leitura, e matemática, com foco na resolução

⁶ Em janeiro de 2006, o Senado aprovou o Projeto de lei nº 144/2005 que estabeleceu a duração mínima de 9 (nove) anos para o Ensino Fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. A Presidência da República, em fevereiro de 2006, sancionou a lei nº 11.274 que regulamentou o Ensino Fundamental de 9 anos. O Pré da Educação Infantil passou a fazer parte do Ensino Fundamental, tornando-se o 1º Ano desse ciclo. Assim, o Ensino Fundamental foi organizado com cinco anos iniciais para crianças de 6 a 10 anos e, com quatro anos finais, para a faixa etária de 11 a 14 anos. Dessa forma, a 4.a série passou a ser o 5º ano do Ensino Fundamental.

de problemas. No questionário socioeconômico, os estudantes fornecem informações sobre fatores de contexto que podem estar associados ao desempenho.

A primeira aplicação do SAEB realizou-se em 1990, contando uma amostra de escolas que ofertavam as 1^a, 3^a, 5^a e 7^a séries do Ensino Fundamental das escolas públicas da rede urbana. Os alunos foram avaliados em língua portuguesa, matemática e ciências sendo que as 5^a e 7^a séries também foram avaliadas em redação. O formato inicial se manteve na edição de 1993, porém, em 1995 adotou-se uma nova metodologia de construção do teste e análise de resultados, a Teoria de Resposta ao Item (TRI), abrindo a possibilidade de comparabilidade entre os resultados das avaliações ao longo do tempo. Nesse ano não foram aplicados testes de ciências. Nas edições de 1997 e 1999, os alunos foram avaliados em Língua Portuguesa, Matemática e Ciências, e os alunos de 3^o ano do Ensino Médio em Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História e Geografia. Em 2001, passou-se a avaliar apenas as áreas de Língua Portuguesa e Matemática, repetindo-se o mesmo em 2003.

Em 2005, alterou-se o nome do histórico exame amostral do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), realizado desde 1990, para Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB). Entretanto, devido a sua tradição, o nome do SAEB foi mantido nas publicações e demais materiais de divulgação e aplicação deste exame. No ano citado, a reestruturação do Saeb introduz a primeira Prova Brasil tendo como público alvo as escolas públicas com no mínimo 30 estudantes matriculados na última etapa dos anos iniciais (5^o ano) ou dos anos finais (9^o ano) do Ensino Fundamental. A metodologia utilizada nessa avaliação foi similar à utilizada na avaliação amostral, com testes de Língua Portuguesa e Matemática, com foco, respectivamente, em leitura e resolução de problemas.

Em 2007 passaram a participar da Prova Brasil as escolas públicas rurais que ofertavam os anos iniciais (5^o ano) e que tinham o mínimo de 20 estudantes matriculados nesta série. A partir dessa edição, a Prova Brasil passou a ser realizada em conjunto com a aplicação da ANEB – a aplicação amostral do SAEB – com a utilização dos mesmos instrumentos. Na edição de 2009, os anos finais (9^o ano) do ensino fundamental de escolas públicas rurais que atendiam ao mínimo de alunos matriculados também passaram a ser avaliados. A última edição do Saeb e da Prova Brasil ocorreu em 2011. Vale destacar que na edição de 2013 foi inserida, na avaliação de larga escala da Educação Básica, a disciplina de Ciências.

O Sistema de Avaliação da Educação Básica⁷ é composto por duas avaliações complementares: a primeira, denominada ANEB– Avaliação Nacional da Educação Básica, abrange de maneira amostral os estudantes das redes públicas e privadas do país, localizados na área rural e urbana e matriculados no 5º e 9º anos do ensino fundamental e também no 3º ano do ensino médio.

Nesses estratos, os resultados são apresentados para cada Unidade da Federação, Região e para o Brasil como um todo. A segunda, denominada ANRESC - Avaliação Nacional do Rendimento Escolar, aplicada censitariamente a alunos de 5º e 9º anos do ensino fundamental público, nas redes estaduais, municipais e federais, de área rural e urbana, em escolas que tenham no mínimo 20 alunos matriculados na série avaliada. Nesse estrato, a prova recebe o nome de Prova Brasil e oferece resultados por escola, município, Unidade da Federação e país que também são utilizados no cálculo do Ideb. As avaliações que compõem o Saeb são realizadas a cada dois anos, quando são aplicadas provas de Língua Portuguesa e Matemática, além de questionários socioeconômicos aos alunos participantes e à comunidade escolar.

De acordo com o INEP (2011), a partir das informações do SAEB e da Prova Brasil, o MEC e as secretarias estaduais e municipais de Educação podem definir ações voltadas ao aprimoramento da qualidade da educação no país e a redução das desigualdades existentes, promovendo, por exemplo, a correção de distorções e debilidades identificadas e direcionando seus recursos técnicos e financeiros para áreas identificadas como prioritárias.

As médias de desempenho nessas avaliações também subsidiam o cálculo do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB)⁸ ao lado das taxas de aprovação nessas esferas. Os dados dessas avaliações são comparáveis ao longo do tempo com o objetivo de se acompanhar a evolução dos desempenhos das escolas, das redes e do sistema como um todo. O indicador é calculado com base no desempenho do estudante em avaliações do Inep e em taxas de aprovação.

Assim, de acordo com esses parâmetros, para que o IDEB de uma escola ou rede cresça é preciso que o aluno aprenda, não repita o ano e frequente a sala de aula. O índice é medido a cada dois anos e o objetivo é que o país, a partir do alcance das metas municipais

⁷ Em 2005 o SAEB foi reestruturado pela Portaria Ministerial nº 931, de 21 de março de 2005, passando a ser composto por duas avaliações: Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb) e Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), conhecida como Prova Brasil.

⁸ O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) foi criado pelo INEP em 2007 com o objetivo de reunir num só indicador dois conceitos representativos da qualidade da educação: fluxo escolar e médias de desempenho nas avaliações.

e estaduais, tenha nota 6,0 (seis) em 2022 – que, segundo o texto oficial, correspondente à qualidade do ensino em países desenvolvidos.

O SAEB comporta uma avaliação amostral; avalia estudantes de 5º e 9º anos e também estudantes do 3º. Ano do Ensino Médio, da rede pública e da rede privada, de escolas localizadas na área urbana e na área rural. Por ser amostral, oferece resultados de desempenho apenas para o Brasil, regiões e unidades da Federação. A prova Brasil configura-se como uma avaliação quase universal, pois todas as escolas públicas urbanas do Brasil com mais de vinte alunos na série, devem fazer a prova que avalia os alunos dos 5º e 9º ano do Ensino Fundamental. Pela característica quase universal, a Prova Brasil expande o alcance de resultados oferecidos pelo SAEB, fornecendo as médias de desempenho para o Brasil, regiões e unidades da Federação e para cada um dos municípios participantes.

Visando à melhoria dos indicadores, o Ministério da Educação (MEC) em parceria com a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco), implantou o Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE). Uma das ferramentas deste projeto, lançado em 2007, foi o PAR- Plano de ações Articuladas, dividido em quatro grandes áreas: gestão educacional, formação de professores e de profissionais de serviços e apoio escolar, práticas pedagógicas e avaliação e infraestrutura e recursos pedagógicos.

Nessa perspectiva, segundo os critérios estabelecidos pelo INEP, a avaliação dos processos de aprendizagem e de ensino possibilitaria investigar a atuação dos gestores e demais profissionais da área educacional, colocando em testagem recursos e práticas pedagógicas, analisando problemas estruturais e a amplitude dos processos avaliativos, concorrendo para a ação de refletir sobre a ação do aluno e do professor, instigando a transformação através do contexto da sala de aula.

A matriz de referência que norteia os testes de Matemática do SAEB e da Prova Brasil, estruturada sob o foco “ resolução de problemas”, traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

Assim, a partir dos itens do SAEB e da Prova Brasil, é possível afirmar que um aluno desenvolveu uma certa habilidade, quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização/aplicação de um conceito por ele já construído. Por isso, o teste busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno e mobilize seus recursos cognitivos.

As matrizes de matemática estão estruturadas por anos e séries avaliadas. Para cada um deles são definidos os descritores que indicam uma determinada habilidade que deve ter

sido desenvolvida nessa fase de ensino. Esses descritores são agrupados por temas: I- Espaço e Forma; II- Grandezas e Medidas; III- Número e Operações; IV- Tratamento da Informação; -que relacionam um conjunto de objetivos educacionais.

A Figura 1 apresenta de modo comparativo as características gerais da Prova Brasil e do Saeb.

Prova Brasil	Saeb
A prova foi criada em 2005	A primeira aplicação ocorreu em 1990.
A Prova Brasil avalia as habilidades em Língua Portuguesa (foco em leitura) e Matemática (foco em resolução de problemas).	Alunos fazem a prova de Língua Portuguesa (foco em leitura) e Matemática (foco na resolução de problemas).
Avalia apenas estudantes de ensino fundamental, de 5o. e 9o. Anos.	Avalia estudantes de 5o. e 9o. anos do ensino fundamental e também estudantes do 3o. ano do Ensino Médio.
A Prova Brasil avalia as escolas públicas localizadas em área urbana e rural.	Avalia alunos da rede pública e da rede privada, de escolas localizadas nas áreas urbana e rural.
A avaliação é quase universal: todos os estudantes das séries avaliadas, de todas as escolas públicas urbanas e rurais do Brasil com mais de 20 alunos na série, devem fazer a prova.	A avaliação é amostral, ou seja, apenas parte dos estudantes brasileiros das séries avaliadas participam da prova.
O resultado, fornece as médias de desempenho para o Brasil, regiões e unidades da Federação, para cada um dos municípios e escolas participantes.	Oferece resultados de desempenho para o Brasil, regiões e unidades da Federação.
Parte das escolas que participarem da Prova Brasil ajudará a construir também os resultados do Saeb, por meio de recorte amostral.	Todos os alunos do Saeb e da Prova Brasil farão uma única avaliação.

Figura 1. Quadro Comparativo Saeb e Prova Brasil.

Nota Fonte: INEP (2011)

A análise dos resultados obtidos nas últimas provas do SAEB e da Prova Brasil. revelam a condição em que os estudantes situam-se em relação à construção das competências matemáticas reunidas no foco da resolução de problemas. Esta análise mostra que nem todas as competências foram construídas e que algumas estão em processo de construção.

Surge daí a necessidade de reflexão não só do professor, mas da escola como um todo, no sentido de ressignificar a condução do processo de ensino aprendizagem. Por outro lado, a investigação das diferentes variáveis que afetam a aprendizagem matemática, pode determinar meios mais eficazes de intervenção, reformulando e reavaliando, entre outros aspectos, o que e como se está ensinando e, da mesma forma, o que e como está se aprendendo. Naturalmente, com base nessa análise, o professor poderá aprimorar sua prática em sala de aula e, ao mesmo tempo, elaborar formas produtivas de ação que possibilitem a aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos. A mobilização de

recursos cognitivos⁹, como proposto pelos testes de larga escala, requer a consideração sobre como a estrutura cognitiva do aluno está sendo construída, a que tipos de esquemas ele recorre na solução de um problema, quais as estratégias de pensamento adotadas pelo sujeito nas tarefas e avaliações matemáticas, quais atitudes ele apresenta em relação à disciplina. Isto significa investigar algumas das variáveis que interferem no desempenho escolar podendo ainda se converter em uma rica fonte de realimentação para o ensino e para a aprendizagem.

A solução de problemas, inserindo-se na perspectiva tanto das tarefas matemáticas escolares quanto nas avaliações internas e externas, possibilita investigações das mais pertinentes quando se pretende ir além dos resultados apresentados, buscando interpretar os diferentes fatores que afetam o desempenho escolar.

De acordo com o INEP (2009) a resolução de problemas possibilita o desenvolvimento de capacidades, tais como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos, além de estimular formas de raciocínio como intuição, dedução e estimativa.

O que o aluno pode aprender em determinado momento da escolaridade depende das possibilidades delineadas pelas formas de pensamento de que dispõe naquela fase de desenvolvimento, dos conhecimentos que já construiu anteriormente e do ensino que recebe. (INEP, 2009, p.51)

Importante evidenciar que apesar dos avanços apresentados por alguns municípios brasileiros, os indicadores educacionais ainda são sofríveis e apenas algumas cidades têm nota superior a 6,0 e que corresponde ao objetivo nacional a ser atingido em 2022.

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), como já evidenciado, é uma avaliação externa em larga escala aplicada a cada dois anos. De acordo com o INEP (2011), objetivo desta avaliação é realizar um diagnóstico do sistema educacional brasileiro e de alguns fatores que possam interferir no desempenho do aluno, fornecendo um indicativo sobre a qualidade do ensino que é oferecido. As informações produzidas visam subsidiar a formulação, reformulação e o monitoramento das políticas na área educacional nas esferas municipal, estadual e federal, e com isto, contribuir para a melhoria da qualidade, equidade e eficiência do ensino.

Na Prova Brasil, cada descritor é uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelos alunos e que traduzem certas competências e

⁹ Na acepção da Psicologia Cognitiva.

habilidades. Os descritores, portanto, especificam o que cada habilidade implica e são utilizados como base para a construção dos itens de testes das diferentes disciplinas. Os descritores dão origem a diferentes itens e, a partir das respostas dadas a eles, verifica-se quais habilidades os alunos efetivamente desenvolveram (INEP, 2009, 2011). Em termos gerais, as competências e habilidades são assim definidas:

Competências são as modalidades estruturais da inteligência, ou melhor, ações e operações que utilizamos para estabelecer relações com e entre objetos, situações, fenômenos e pessoas que desejamos conhecer. As habilidades decorrem das competências adquiridas e referem-se ao plano imediato do 'saber fazer'. Por meio das ações e operações, as habilidades aperfeiçoam-se e articulam-se, possibilitando nova reorganização das competências (INEP, 2009, p.7).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) ressaltam a necessidade de centrar o ensino e aprendizagem no desenvolvimento de competências e habilidades; isto implicaria na mobilização de conhecimentos prévios e de elementos subsunçores, presentes na estrutura cognitiva do aluno, para o enfrentamento de uma determinada situação proposta. Essa perspectiva contempla a relevância do conceito de esquemas proposto por Piaget (1973, 1974, 1977, 1988), da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1988, 1990, 1993, 1994, 1996, 1998) e da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1970, 1978), destacando-se como elemento de intersecção das teorias supracitadas a valorização da importância da atividade mental construtiva do sujeito nos processos de aquisição do conhecimento.

Assim sendo, os avanços e retrocessos observados nas avaliações de larga escala devem subsidiar reflexões nas quais possam ser discutidas as diferentes variáveis que permeiam a avaliação de larga escala no sentido de promover interpretações eficazes e que sirvam de esteio para as ações futuras. As abordagens da Psicologia Cognitiva no que concerne à aprendizagem de conceitos e princípios matemáticos sugerem um aprofundamento das interpretações acerca dos resultados divulgados pelos órgãos educacionais competentes. As análises das quantidades numéricas, expressas em resultados do IDEB e metas a serem alcançadas, devem ultrapassar a visão reducionista em que a evolução da média geral é reflexo do aprimoramento da qualidade da Educação brasileira.

Nesta direção, as pesquisas devem empreender esforços para que, abordando-se temas específicos, como por exemplo, aprendizagem matemática, estruturas cognitivas, estratégias de pensamento, atitudes, linguagem, compreensão da leitura, solução de

problemas, habilidades e competências, processamento da informação, entre outros, o desempenho nas avaliações possa ser analisado de modo mais qualitativo.

1.1.1 Prova Brasil e a Matriz de Referência de Matemática: algumas inferências

A Prova Brasil não avalia cada aluno individualmente. Seus objetivos concentram-se na produção de informação sobre os níveis de aprendizagem demonstrados pelos alunos, por unidade escolar e respectivas redes. Segundo o INEP (2011) é utilizada uma metodologia de montagem de provas que proporciona a melhor informação possível a respeito do desempenho do grupo de estudantes. Os cadernos de prova são montados com base na metodologia denominada Blocos Incompletos Balanceados (BIB), constituída de uma combinação de 7 blocos de 10 itens de 5.º ano e de 12 itens de 9º ano, por área avaliada. Dessa forma, a intenção é medir conteúdos e habilidades com maior amplitude.

Do ponto de vista metodológico, a Prova Brasil adota o marco teórico e os mesmos procedimentos e técnicas do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), como, por exemplo: Matrizes de Referência; testes padronizados para medir o que os estudantes demonstram saber e são capazes de fazer nas áreas de conhecimento; padronização dos trabalhos de campo; uso da Teoria de Resposta ao Item e de Escalas de Proficiência para análise de dados e apresentação de resultados.

Os resultados da Prova Brasil são apresentados em uma escala de desempenho por disciplina, composta por níveis designados por numerais. Na escala de Língua Portuguesa existem nove níveis para explicar o desempenho dos alunos: 125, 150, 175, e assim sucessivamente até o nível 350. A escala de Matemática é composta por dez níveis que vão do 125 ao 375 pontos. As escalas das duas áreas variam de 25 em 25 pontos. O desempenho dos alunos também é apresentado de forma numérica. Como os números indicam apenas uma posição na escala, faz-se uma interpretação pedagógica dos resultados, descrevendo-se, em cada nível, o grupo de habilidades que os alunos demonstraram ter desenvolvido respondendo às provas, atribuindo-se, assim, um significado aos dados. Cada nível é constituído pelas habilidades nele descritas, somadas às habilidades constantes nos níveis anteriores; conseqüentemente, os níveis finais da escala são compostos pelas mais altas habilidades previstas nas Matrizes e que os alunos conseguem apresentar ao responder às provas. Pela localização numérica do desempenho na escala, é possível saber quais habilidades os alunos já construíram, quais estão desenvolvendo e aquelas a serem alcançadas. Além disso, o desempenho é apresentado pela distribuição do percentual de

alunos ao longo dos níveis da escala, permitindo uma melhor visualização da situação dos diversos grupos de alunos, no contexto da população e subpopulações avaliadas. Ainda, de acordo com o INEP (2009, 2011), não é esperado dos alunos da 5º ano o alcance dos níveis finais da escala, pois estes representam as habilidades desenvolvidas ao longo de todo percurso do ensino fundamental. A fim de demonstrar com mais clareza as especificidades da Escala de Proficiência em Matemática, as Figuras 2 e 3 apresentam a descrição dos níveis da Escala de Desempenho de Matemática- SAEB.

Níveis de Desempenho dos alunos em Matemática	O que os alunos conseguem fazer nesse nível e exemplos de competência
Nível 0 - abaixo de 125	<p>A Prova Brasil não utilizou itens que avaliam as habilidades abaixo do nível 125. Os alunos localizados abaixo deste nível requerem atenção especial, pois ainda não demonstraram ter desenvolvido as habilidades mais simples apresentadas para os alunos do 5º ano como exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - somar e subtrair números decimais; - fazer adição com reserva; - multiplicar e dividir com dois algarismos; - trabalhar com frações.
Nível 1 - 125 a 150	<p>Neste nível os alunos do 5º e do 9º anos resolvem problemas de cálculo de área com base na contagem das unidades de uma malha quadriculada e, apoiados em apresentações gráficas, reconhecem a quarta parte de um todo.</p>
Nível 2 - 150 a 175	<p>Além das habilidades demonstradas nos níveis anteriores, neste nível os alunos do 5º e 9º anos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - calculam resultado de uma adição com números de três algarismos, com apoio de material dourado planejado; - localizam informação em mapas desenhados em malha quadriculada; - reconhecem a escrita por extenso de números naturais e a sua composição e decomposição em dezenas e unidades, considerando o seu valor posicional na base decimal; - resolvem problemas relacionando diferentes unidades de uma mesma medida para cálculo de intervalos (dias, semanas, horas e minutos).
Nível 3 - 175 a 200	<p>"Além das habilidades demonstradas nos níveis anteriores, neste nível os alunos do 5º e 9º anos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - calculam resultado de uma adição com números de três algarismos, com apoio de material dourado planejado; - localizam informação em mapas desenhados em malha quadriculada; - reconhecem a escrita por extenso de números naturais e a sua composição e decomposição em dezenas e unidades, considerando o seu valor posicional na base decimal; - resolvem problemas relacionando diferentes unidades de uma mesma medida para cálculo de intervalos (dias, semanas, horas e minutos)."
Nível 4 - 200 a 225	<p>"Além das habilidades descritas anteriormente, os alunos do 5º e 9º anos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - leem informações e dados apresentados em tabela; - reconhecem a regra de formação de uma sequência numérica e dão continuidade a ela; - resolvem problemas envolvendo subtração, estabelecendo relação entre diferentes unidades monetárias;- resolvem situação-problema envolvendo: * a ideia de porcentagem; * diferentes significados da adição e subtração;* adição de números racionais na forma decimal; - identificam propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações."

Figura 2. Descrição dos níveis 0 a 4 da Escala de Desempenho de Matemática- SAEB.

Níveis de Desempenho dos alunos em Matemática	O que os alunos conseguem fazer nesse nível e exemplos de competência
Nível 5 - 225 a 250	Os alunos do 5º e do 9º anos, além das habilidades já descritas: - identificam a localização/movimentação de objeto em mapas, desenhado em malha quadriculada;- reconhecem e utilizam as regras do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e o princípio do valor posicional;- calculam o resultado de uma adição por meio de uma técnica operatória;- leem informações e dados apresentados em tabelas;- resolvem problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas;- resolvem problemas: * utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro; *estabelecendo trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores;*com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração;- reconhecem a composição e decomposição de números naturais, na forma polinomial;- identificam a divisão como a operação que resolve uma dada situação problema;- identificam a localização de números racionais na reta numérica.
Nível 6 - 250 a 275	Os alunos do 5º e 9º anos: - Identificam planificações de uma figura tridimensional;- resolvem problemas: * estabelecendo trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores;* envolvendo diferentes significados da adição e subtração;* envolvendo o cálculo de área de figura plana, desenhada em malha quadriculada;- reconhecem a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens;- Identificam a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica; - estabelecem relação entre unidades de medida de tempo;- leem tabelas comparando medidas de grandezas;- identificam propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e pelos tipos de ângulos;- reconhecem a composição e decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
Nível 7 - 275 a 300	Os alunos do 5º e 9º anos: -resolvem problemas com números naturais envolvendo diferentes significados da multiplicação e divisão, em situação combinatória;- reconhecem a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas;- identificam propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e tipos de ângulos;- identificam as posições dos lados de quadriláteros (paralelismo);- resolvem problemas:* utilizando divisão com resto diferente de zero; * com apoio de recurso gráfico, envolvendo noções de porcentagem;* estimam medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não;- estabelecem relações entre unidades de medida de tempo;- calculam o resultado de uma divisão por meio de uma técnica operatória;
Nível 8 -300 a 325	Os alunos do 5º e do 9º anos:- resolvem problemas;- envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas;- desenhadas em malhas quadriculadas;- envolvendo o cálculo de área de figuras planas, desenhadas em malha quadriculada;- utilizando porcentagem;- utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg,l/ml;- com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo operações de adição e subtração;- estimam a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencional ou não; - leem informações e dados apresentados em gráficos de coluna;- identificam a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
Nível 9 - 325 a 350	Neste nível, os alunos do 5º e 9º anos:- reconhecem a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas;- identificam fração como representação que pode estar associada a diferentes significados;- resolvem equações do 1º grau com uma incógnita;- identificam diferentes representações de um mesmo número racional; - calculam a área de um polígono desenhado em malha quadriculada;- reconhecem a representação numérica de uma fração a partir do preenchimento de partes de uma figura.

Figura 3. Descrição dos níveis 5 a 9 da Escala de Desempenho de Matemática- SAEB.

Nota Fonte: INEP (2011)

Conforme destacado pelo INEP (2009, 2011), o conhecimento de matemática na Prova Brasil e no Saeb deve ser demonstrado por meio da resolução de problemas, ressaltando-se que, a partir desta perspectiva, as provas de Matemática do SAEB e da Prova Brasil são estruturadas. São consideradas capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos, além de estimular formas de raciocínio como intuição, indução, dedução e estimativa. “Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (INEP, 2011). Ainda, conforme a sequência do texto,

a partir dos itens da Prova Brasil e do Saeb é possível afirmar que um aluno desenvolveu uma habilidade (constante em um descritor) quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização e aplicação de um conceito por ele já construído. Por isso, a prova busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno (INEP, 2011).

Por problemas significativos para o aluno entendem-se situações que permitam "recontextualizar" os conhecimentos que foram apresentados a ele de forma "descontextualizada", por ocasião de seu processo de aprendizagem. Essa opção pela resolução de problemas significativos não exclui totalmente a possibilidade da proposição de alguns itens com o objetivo de avaliar se o aluno tem domínio de determinadas competências matemáticas.

Essa Matriz, ainda que expresse, em sua elaboração, o pressuposto da aprendizagem significativa, revela algumas dicotomias entre a intenção e a ação. Embora não seja objeto de estudo desta pesquisa, não é necessário uma análise mais acurada para perceber que a Matriz de Referência de Matemática do Saeb e da Prova Brasil apresenta certas limitações quanto ao próprio tipo de instrumento utilizado na medição de desempenho.

Também é possível afirmar que uma prova com questões de múltipla escolha não fornece ao professor indicações de todas as competências desenvolvidas nas aulas de Matemática, das reais dificuldades apresentadas pelos alunos, de pistas efetivas para a retomada do processo.

Cabe, portanto, evidenciar a necessidade de uma análise qualitativa que, paralelamente ao aspecto quantitativo dos resultados de desempenho, permita realizar inferências nas quais as variáveis interferentes na performance do aluno diante das expectativas da tarefa possam ser dimensionadas. Possibilitar que o aluno expresse como

pensou durante a solução de problemas, mesmo em instrumentos de múltipla escolha enriquece e dá consistência aos dados obtidos (Brito, 2011).

Em adição, a Matriz de Referência não menciona certas habilidades e competências que, embora sejam importantes, não podem ser medidas por meio de uma prova escrita. Além disso, não é possível explicitar competências relacionadas a conhecimentos e a procedimentos que não possam ser objetivamente verificados. Um claro exemplo é o procedimento de cálculo mental; apesar de indicar uma importante capacidade a ser desenvolvida ao longo de todo o ensino fundamental, não tem, nessa Matriz, um descritor correspondente. Reitera-se aí a necessidade de se instituir na prática os meios comunicativos necessários para que o aluno expresse e reflita sobre procedimentos adotados na solução de problemas, gerando protocolos significativos para a análise e interpretação da aprendizagem, observada por meio dos resultados das avaliações.

Ressalta-se, ainda, a questão de um outro descritor que não pode ser contemplado em uma prova composta de itens de múltipla escolha, qual seja, a construção de representações gráficas tais como listas, tabelas e gráficos. No tipo de instrumento Prova Brasil é possível somente que o aluno identifique, dentre as alternativas, o gráfico (ou a tabela) que representa adequadamente os dados de um problema. Neste caso, sugere-se que a verificação de conceitos é de certa forma pertinente, mas não se pode afirmar, como proposto pelo texto oficial (INEP, 2009, 2011) que este tipo de proposta se constitua em um real desafio para o aluno no que concerne ao tratamento da informação.

1.1.2 O IDEB: Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) é um indicador criado pelo governo federal para medir a qualidade do ensino nas escolas públicas. O IDEB foi criado em 2007 pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) no âmbito do Plano de Desenvolvimento da Educação. O índice é calculado através do rendimento escolar (aprovação e evasão) no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e na Prova Brasil. O IDEB é medido a cada dois anos e apresentado numa escala que vai de zero a dez. A meta é alcançar o índice 6,0 o mesmo o resultado obtido pelos países da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE). Segundo o INEP (2011), a definição de uma meta nacional para o IDEB significa dizer que o país deve atingir em 2021, considerando os anos iniciais do ensino fundamental, o nível de qualidade educacional, em termos de proficiência e

rendimento (taxa de aprovação), da média dos países desenvolvidos (média dos países membros da OCDE) observada atualmente. Essa comparação internacional foi possível devido a uma técnica de compatibilização entre a distribuição das proficiências observadas no PISA (*Programme for International Student Assessment*) e no Saeb. A Figura 4 demonstra a Decomposição da variação do IDEB no período de 2005 a 2011:

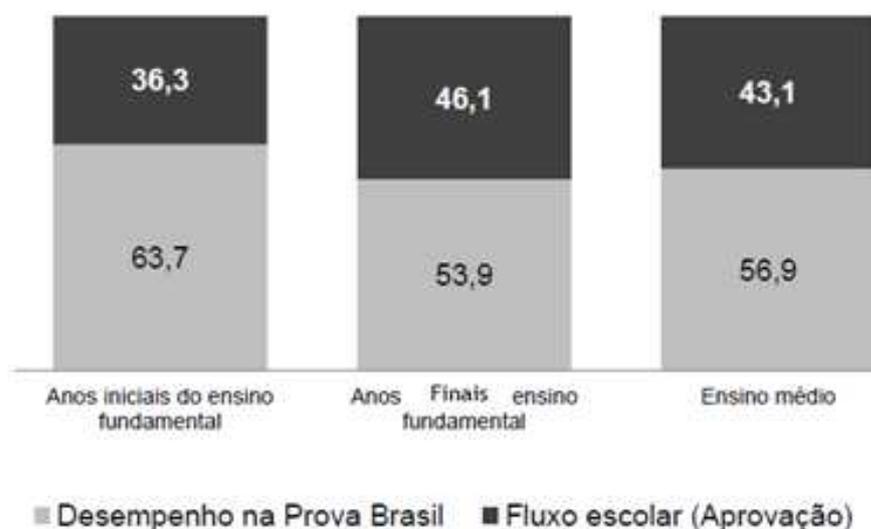


Figura 4. Decomposição da variação do IDEB no período de 2005 a 2011.
Nota Fonte: INEP

Portanto, o IDEB é o indicador objetivo para a verificação do cumprimento das metas fixadas no Termo de Adesão ao Compromisso Todos pela Educação, eixo do Plano de Desenvolvimento da Educação, do Ministério da Educação, que trata da educação básica. Nesse âmbito é que se enquadra a ideia das metas intermediárias para o IDEB. A lógica é a de que para que o Brasil chegue à média 6,0 em 2021, período estipulado tendo como base a simbologia do bicentenário da Independência em 2022, cada sistema deve evoluir segundo pontos de partida distintos, e com esforço maior daqueles que partem em pior situação, com um objetivo implícito de redução da desigualdade educacional.

Com o IDEB, ampliam-se as possibilidades de mobilização da sociedade em favor da educação, uma vez que o índice é comparável nacionalmente e expressa em valores os resultados mais importantes da educação: aprendizagem e fluxo. A combinação de ambos tem também o mérito de equilibrar as duas dimensões: se um sistema de ensino reter seus alunos para obter resultados de melhor qualidade na Prova Brasil, o fator fluxo será alterado, indicando a necessidade de melhoria do sistema. Se, ao contrário, o sistema

apressar a aprovação do aluno sem qualidade, o resultado da Prova Brasil indicará igualmente a necessidade de melhoria do sistema.

Sobre a projeção dos IDEB's até 2021, a partir dos indicadores de desempenho e rendimento, o INEP divulgará a projeção de melhoria do IDEB do Brasil, Unidades da Federação e Municípios, por dependência administrativa. As metas individuais, calculadas bianualmente de 2007 a 2021, terão o objetivo de fomentar a redução da desigualdade entre as redes e contribuir para o Brasil atingir a meta nacional estabelecida para 2022, ano do bicentenário da Independência.

As metas intermediárias¹⁰ de cada município e Estado são diferentes. Aqueles com IDEB mais baixo terão que fazer maior esforço para chegar mais próximo da meta nacional. Aqueles com IDEB mais alto deverão superar a meta para o Brasil. Nesse quadro, cada município e estado deve ter um desempenho que, em conjunto, leve o Brasil a atingir a meta nacional proposta e a reduzir a desigualdade entre as redes.

1.1.3 Prova Brasil Saeb: resultados 2005-2013

Na edição de 2011, a divulgação dos resultados¹¹ tomou como referência o Censo Escolar 2011, publicado em 19 de dezembro de 2011 na Portaria MEC n.º 1.746. Isto é, somente as escolas declaradas no Censo Escolar 2011 têm seus resultados divulgados.

Os gestores educacionais tiveram acesso aos resultados preliminares do Saeb/Prova Brasil 2011 em 4 de junho de 2012. Apenas diretores de escola e secretários municipais e estaduais de educação puderam conhecer os resultados preliminares de suas escolas e redes de ensino e, de 4 a 13 de junho de 2012, puderam interpor recursos junto ao Inep. Os

¹⁰ A meta nacional norteia todo o cálculo das trajetórias intermediárias individuais do IDEB para o Brasil, unidades da Federação, municípios e escolas, a partir do compartilhamento do esforço necessário em cada esfera para que o País atinja a média almejada no período definido. Dessa forma, as metas intermediárias do IDEB, com início em 2007, foram calculadas nos âmbitos nacional, estadual, municipal e para cada escola, a cada dois anos.

¹¹ Os procedimentos e sistemática para realização e divulgação dos resultados do Saeb/Prova Brasil 2011 foram estabelecidas pelas seguintes Portarias:

Portaria Inep n.º 149, de 16 de junho de 2011, estabeleceu a sistemática para realização da avaliação e definiu o período de aplicação da avaliação, o público-alvo e a taxa mínima de participação.

Portaria Inep n.º 403, de 31 de outubro de 2011, definiu que poderiam participar da Edição Especial do Saeb/Prova Brasil 2011 todos os municípios que possuísem no mínimo 10 (dez) estudantes matriculados em turmas regulares, por município, no 5º ano/4ª série em escolas públicas municipais, localizadas em zona urbana.

Portaria Inep n.º 410, de 03 de novembro de 2011, abriu a possibilidade de não divulgação dos seus resultados aos municípios e às suas escolas municipais que realizaram a ampliação do Ensino Fundamental de 8 anos para 9 anos no ano de 2008.

Portaria Inep n.º 152, de 31 de maio de 2012, estabeleceu a sistemática de divulgação dos resultados preliminares do Saeb/Prova Brasil 2011 e de interposição de recurso.

resultados finais da edição 2011 do Saeb/Prova Brasil foram publicados em 15 de agosto de 2012.

Para interpretar os resultados do Saeb/Prova Brasil, é preciso observar o desempenho de cada escola, município ou estado na Escala de Proficiência do Saeb. Com base nas Escalas de Proficiência, é possível observar as habilidades que são agregadas pelo conjunto de estudantes da escola ou rede no decorrer da trajetória escolar.

Além da divulgação das médias do Saeb/Prova Brasil 2011 no Sistema de Divulgação, o Inep disponibiliza a sinopse¹² "*Saeb/Prova Brasil 2011: primeiros resultados*". Trata-se de um conjunto de tabelas que apresentam:

- as médias de desempenho total por etapa e disciplina.
- a distribuição do desempenho dos estudantes por nível da Escala do Saeb/Prova Brasil.

As médias de desempenho e a distribuição do desempenho dos estudantes por nível foram calculadas considerando o Plano Amostral da avaliação em 2011, que englobou as escolas que participaram da parte amostral (3.392 escolas públicas e particulares) assim como aquelas que participaram da parte censitária, chamada Prova Brasil (55.924 escolas).

Segundo o INEP (2011) as escolas avaliadas pelo Saeb/Prova Brasil dividem-se em dois grupos: as que foram avaliadas censitariamente e as que foram avaliadas amostralmente, por sorteio. Na edição de 2011, 55.924 escolas públicas participaram da parte censitária, a chamada Prova Brasil, e 3.392 escolas públicas e particulares participaram da parte amostral.

O primeiro grupo de escolas recebeu aplicação censitária em turmas de 5º e 9º anos do ensino fundamental público, nas redes estaduais, municipais e federais, de área rural e urbana, desde que a escola possuísse no mínimo 20 alunos matriculados em cada série avaliada. Para esse grupo, os resultados são divulgados por escola.

Já a parte amostral da avaliação abrangeu escolas com 10 a 19 alunos de 5º e 9º anos do ensino fundamental das redes públicas; escolas com 10 ou mais alunos de 5º e 9º anos do ensino fundamental das redes privadas; e escolas com 10 ou mais alunos da 3ª série do ensino médio das redes públicas e privadas do país.

A metodologia do Saeb/Prova Brasil baseou-se na aplicação de testes padronizados de Língua Portuguesa e Matemática e de Questionários Socioeconômicos a estudantes de 5º

12 A sinopse "*Saeb/Prova Brasil 2011: primeiros resultados*" fornece informações para Unidade da Federação, Região e Brasil, e tem como objetivo ampliar o entendimento e as análises possíveis a respeito dos resultados do Saeb/Prova Brasil 2011.

ano e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. Além dos estudantes, diretores e professores também preencheram ao Questionário Socioeconômico. O plano amostral do Saeb/Prova Brasil permite que os resultados sejam apresentados para cada município, Unidade da Federação, Região e para o Brasil como um todo, por dependência administrativa, localização e área em cada uma das agregações possíveis.

Na edição de 2013 o INEP disponibilizou uma *Nota Explicativa da Prova Brasil 2013* para auxiliar na análise dos resultados. No referido documento encontram-se presentes as normativas, a metodologia, os processos de aplicação, o cálculo dos resultados de desempenho e de divulgação da Prova Brasil 2013, bem como comentários sobre a contextualização e a análise dos resultados. Ainda foram anexados documentos que fundamentam os indicadores¹³ contextuais da Prova Brasil 2013 e o grupo das "Escolas Similares", assim descritos:

a) Indicador de Nível Socioeconômico (Inse)- o Indicador de Nível Socioeconômico possibilita, de modo geral, situar o público atendido pela escola em um estrato ou nível social, apontando o padrão de vida referente a cada um desses estratos. Esse indicador é calculado a partir da escolaridade dos pais e da posse de bens e contratação de serviços pela família dos alunos. As escolas foram classificadas em sete grupos, de modo que, no Grupo 1, estão as escolas com nível socioeconômico mais baixo e, no Grupo 7, as com nível socioeconômico mais alto

b) Indicador de Adequação da Formação Docente - o Indicador de Adequação da Formação Docente analisa a formação dos docentes que lecionam nos anos iniciais e finais do ensino fundamental na escola. Apresenta o percentual de disciplinas, em cada etapa, que são ministradas por professores com formação superior de Licenciatura (ou Bacharelado com complementação pedagógica) na mesma disciplina que leciona. No caso dos anos iniciais, considera-se adicionalmente a formação em Licenciatura em Pedagogia (ou Bacharelado com complementação pedagógica).

c) Perfil de "Escolas Similares" - Cada escola poderá analisar seus resultados tendo como referência um perfil chamado de "Escolas Similares", que sintetiza os resultados de um grupo de escolas com características semelhantes, ou seja, que pertencem à mesma microrregião geográfica, à mesma localização (urbana e rural) e que possuem os valores absolutos do Indicador de Nível Socioeconômico (Inse) próximos. Esses três critérios

¹³ Informações detalhadas sobre Indicador de Nível Socioeconômico (Inse), Indicador de Adequação da Formação Docente e Perfil de Escolas Similares são apresentadas em Nota Técnica específica disponibilizada no site do INEP.

permitem selecionar o grupo de escolas que estão em condições semelhantes e, a partir dele, fazer o cálculo desse perfil, de duas maneiras: utilizando a distribuição percentual dos alunos da escola pelos níveis de proficiência e utilizando a média aritmética ponderada pela quantidade de alunos das proficiências médias das escolas do grupo.

Na edição de 2013 da Prova Brasil, a divulgação dos resultados tomou como referência o Censo Escolar, isto é, somente as escolas declaradas no Censo Escolar do referido ano tiveram seus resultados divulgados. No entanto, por meio de portarias¹⁴ e normativas determinadas escolas, mesmo constando no Censo Escolar 2013, não tiveram os seus resultados divulgados se pertencessem a um dos seguintes casos:

1) Escolas e Municípios que não atingiram 50% de participação em relação ao quantitativo de alunos declarados no Censo Escolar 2013, publicado no Diário Oficial da União em 30 de dezembro de 2013.

2) Escolas públicas com menos de 20 alunos matriculados em cada uma das séries avaliadas, de acordo com o Censo Escolar 2013 publicado no Diário Oficial da União em 31 de dezembro de 2013, uma vez que essas escolas não compõem o público-alvo da avaliação, de acordo com a Portaria Inep n.º 304, de 21 de junho de 2013.

3) Municípios e suas escolas municipais que solicitaram a não divulgação dos seus resultados, nos termos da Portaria Inep n.º 414, de 29 de julho de 2013.

4) Escolas municipais que participaram da Edição Especial da avaliação, conforme critérios estabelecidos na Portaria Inep n.º 414, de 29 de julho de 2013. O nível mínimo de agregação para essa divulgação de resultados é o município.

5) Escolas particulares sorteadas para participarem da parte amostral da avaliação, uma vez que sua participação na parte amostral da avaliação foi planejada apenas para composição dos estratos que compõem a amostra, gerando resultados para as agregações de UF, Região e País.

¹⁴ Portarias normativas Os procedimentos e sistemática para realização e divulgação dos resultados da Aneb/Prova Brasil 2013 foram estabelecidas pelas seguintes Portarias: • Portaria Inep n.º 482, de 7 de junho de 2013, que dispôs sobre o Sistema de Avaliação da Educação Básica, mantendo os objetivos, características e procedimentos de avaliação da Aneb/Prova Brasil e incluindo a ANA no conjunto do Saeb; • Portaria Inep n.º 304, de 21 de junho de 2013, que estabeleceu a sistemática para realização e o período de aplicação da avaliação, assim como o seu público-alvo e a taxa mínima de participação para a divulgação dos resultados³; • Portaria Inep n.º 414, de 29 de julho de 2013, que divulgou os resultados da análise dos requerimentos das redes municipais de ensino, para a não divulgação dos resultados e/ou para a aplicação supletiva da Prova Brasil.

6) Escolas que optaram pela não aplicação da Prova Brasil, com registro em Formulário de Controle da Aplicação. 5 Publicado em 30 de dezembro de 2013 na Portaria MEC n.º 1.280, de 27 de dezembro de 2013.

7) Escolas com ensino exclusivamente profissionalizante e ensino exclusivo para Jovens e Adultos, pois essas escolas não compõem o público-alvo da avaliação, de acordo com a Portaria Inep n.º 304, de 21 de junho de 2013.

Quanto à divulgação de resultados preliminares e interposição de recursos, segundo o INEP (2015), os gestores escolares tiveram acesso aos resultados preliminares da Prova Brasil 2013 por meio do Sistema online disponibilizado no portal do Inep, em 31 de julho de 2014. Os diretores das escolas que participaram da Prova Brasil em 2013 puderam conhecer os resultados preliminares de suas escolas e, no período de 31 de julho a 13 de agosto de 2014, interpor recurso junto ao Inep nos casos de discordância em relação aos resultados apresentados. Entre os meses de agosto e setembro, o Inep analisou os recursos e encaminhou resposta por e-mail para cada escola que interpôs recurso.

Os resultados finais da Prova Brasil 2013 foram divulgados em novembro de 2014 e estão disponíveis para as escolas por meio de boletins eletrônicos. São apresentados os resultados de proficiência em Língua Portuguesa e Matemática, expressos pelas médias das proficiências dos alunos da escola e pela distribuição percentual dos alunos por nível de proficiência. Também são apresentados dados sobre o número de alunos que realizaram as provas e a taxa de participação da escola, o Indicador de Nível Socioeconômico, o Indicador de Formação Docente e o perfil de “Escolas Similares”. Foram disponibilizadas pelo INEP, em seu portal, tabelas de resultado contendo as médias e a distribuição dos alunos por nível da escala de proficiência de Língua Portuguesa e Matemática, por Unidade da Federação.

A seguir, a título ilustrativo, apresenta-se os demonstrativos do IDEB- Resultados e Metas relativo aos anos de 2005, 2007, 2009, 2011 e 2013, apresentando os resultados em nível Brasil, Estado de São Paulo, Município de Campinas e Escola Estadual campo do presente estudo realizado, os quais permitem realizar alguma inferências.

A Figura 5, a seguir, demonstra os índices dos anos iniciais e dos anos finais do Ensino Fundamental e Projeções para o Brasil, relativa aos anos de 2005, 2007, 2009, 2011 e 2013.

Anos Iniciais do Ensino Fundamental										
	IDEB Observado					Metas				
	2005	2007	2009	2011	2013	2007	2009	2011	2013	2021
Total	3.8	4.2	4.6	5.0	5.2	3.9	4.2	4.6	4.9	6.0
Dependência Administrativa										
Estadual	3.9	4.3	4.9	5.1	5.4	4.0	4.3	4.7	5.0	6.1
Municipal	3.4	4.0	4.4	4.7	4.9	3.5	3.8	4.2	4.5	5.7
Privada	5.9	6.0	6.4	6.5	6.7	6.0	6.3	6.6	6.8	7.5
Pública	3.6	4.0	4.4	4.7	4.9	3.6	4.0	4.4	4.7	5.8

Figura 5. Índices e Projeções para o Brasil- Anos Iniciais do Ensino Fundamental.
Nota Fonte: SAEB E Censo Escolar-2013

Em complementaridade, a Figura 6 demonstra os índices dos anos iniciais e dos anos finais do Ensino Fundamental e Projeções para o Brasil, relativa aos anos de 2005, 2007, 2009, 2011 e 2013.

Anos Finais do Ensino Fundamental										
	IDEB Observado					Metas				
	2005	2007	2009	2011	2013	2007	2009	2011	2013	2021
Total	3.5	3.8	4.0	4.1	4.2	3.5	3.7	3.9	4.4	5.5
Dependência Administrativa										
Estadual	3.3	3.6	3.8	3.9	4.0	3.3	3.5	3.8	4.2	5.3
Municipal	3.1	3.4	3.6	3.8	3.8	3.1	3.3	3.5	3.9	5.1
Privada	5.8	5.8	5.9	6.0	5.9	5.8	6.0	6.2	6.5	7.3
Pública	3.2	3.5	3.7	3.9	4.0	3.3	3.4	3.7	4.1	5.2

Figura 6. Índices e Projeções para o Brasil- Anos Finais do Ensino Fundamental.
Nota Fonte: SAEB E Censo Escolar-2013

Na sequência, a Figura 7 apresenta os resultados e metas do Estado de São Paulo de 2005, 2007, 2009, 2011 e 2013.

IDEB - Resultados e Metas													
Parâmetros da Pesquisa													
Resultado:	Estado					UF:	SP						
Rede de ensino:	Estadual					Série/Ano:	4ª série/5º ano						
IDEB Observado						Metas Projetadas							
Estado	2005	2007	2009	2011	2013	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
São Paulo	4.5	4.7	5.4	5.4	5.7	4.6	4.9	5.3	5.5	5.8	6.1	6.3	6.6

Obs:

*Número de participantes na Prova Brasil insuficiente para que os resultados sejam divulgados.
 ** Solicitação de não divulgação conforme Portaria Inep nº 304 de 24 de junho de 2013.
 *** Sem média na prova Brasil 2013: Não participou ou não atendeu os requisitos necessários para ter desempenho calculado.
 ****Não divulgado por solicitação da Secretaria/Escola devido a situações adversas no momento da aplicação.
 Os resultados marcados em amarelo referem-se ao Ideb que atingiu a meta.

Figura 7. IDEB das Escolas estaduais de São Paulo referente aos anos 2005 a 2013.

Nota Fonte: IDEB- INEP

Observando-se os dados, é possível perceber que as escolas da rede pública estadual de São Paulo apresenta resultados consoantes com as metas estabelecidas. A Figura 8, na seqüência, apresenta o IDEB das escolas estaduais de Campinas referente aos anos 2005, 2007, 2009, 2011 e 2013.

IDEB - Resultados e Metas													
Parâmetros da Pesquisa													
Resultado:	Município					UF:	SP						
Município:	Campinas					Rede de ensino:	Estadual						
Série/Ano:	4ª série/5º ano												
IDEB Observado						Metas Projetadas							
Município	2005	2007	2009	2011	2013	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Campinas	5.0	4.8	5.4	5.3	5.6	5.0	5.4	5.7	6.0	6.2	6.5	6.7	6.9

Obs:

*Número de participantes na Prova Brasil insuficiente para que os resultados sejam divulgados.
 ** Solicitação de não divulgação conforme Portaria Inep nº 304 de 24 de junho de 2013.
 *** Sem média na prova Brasil 2013: Não participou ou não atendeu os requisitos necessários para ter desempenho calculado.
 ****Não divulgado por solicitação da Secretaria/Escola devido a situações adversas no momento da aplicação.
 Os resultados marcados em amarelo referem-se ao Ideb que atingiu a meta.

Figura 8. IDEB das Escolas estaduais de Campinas referente aos anos 2005, 2007, 2009 e 2011 e 2013.

Nota Fonte: IDEB- INEP

Diferentemente do IDEB nacional e do IDEB estadual, nos resultados das edições da Prova Brasil, avaliação de larga escala/cidade, referentes à Campinas, com exceção de 2009, o IDEB apresenta-se inferior às metas estabelecidas. Evidentemente que uma análise interpretativa da realidade escolar poderia revelar alguns fatores responsáveis pelas dissonâncias apresentadas, o que sugere a possibilidade de diferentes estudos desenvolvidos a partir das constatações emergentes dos próprios resultados. Ressalta-se que a análise empreendida por esta pesquisa centra-se no aspecto micro, onde a avaliação de larga escala Prova Brasil é dimensionada, ou seja, a unidade escolar e, evidentemente, no entendimento de como os sujeitos aí inseridos realizam este tipo de tarefa.

A Figura 9 destaca o IDEB da Escola na qual o presente estudo foi dimensionado, sendo que o índice se refere aos anos de 2005, 2007, 2009, 2011 e 2013.

IDEB - Resultados e Metas													
Parâmetros da Pesquisa													
Resultado:	Escola				UF:	SP							
Município:	Campinas			Nome da Escola:	Adiwalde de Oliveira Coelho Prof								
Rede de ensino:	Estadual			Série/Ano:	4ª série/5º ano								
IDEB Observado						Metas Projetadas							
Município	2005	2007	2009	2011	2013	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Campinas		5.5	6.2	6.1	6.3		5.7	6.0	6.2	6.4	6.7	6.9	7.1
Obs:													
*Número de participantes na Prova Brasil insuficiente para que os resultados sejam divulgados.													
** Solicitação de não divulgação conforme Portaria Inep nº 304 de 24 de junho de 2013.													
*** Sem média na prova Brasil 2013: Não participou ou não atendeu os requisitos necessários para ter desempenho calculado.													
****Não divulgado por solicitação da Secretaria/Escola devido a situações adversas no momento da aplicação.													
Os resultados marcados em amarelo referem-se ao Ideb que atingiu a meta.													

Figura 9. IDEB da Escola Estadual Adiwalde de Oliveira Coelho referente aos anos 2005, 2007, 2009, 2011 e 2013.

Nota Fonte: IDEB- INEP

De acordo com os dados apresentados, a escola em questão apresenta resultados que ultrapassam as metas estabelecidas para 2009, 2011, 2013. Já nesta pequena análise é possível inferir que os índices cidade-escola apresentam-se inversamente proporcionais, ou seja, enquanto há decréscimo dos índices relativos à cidade de Campinas, percebe-se o aumento do IDEB da escola, portanto, a mesma não reflete os indicadores gerais do município e vice versa. Há que se salientar aqui um exemplo das dicotomias existentes no

processo avaliativo de larga escala, apontando para uma média aritmética que nem sempre permite contemplar o todo e suas partes, em suas especificidades, obstáculos e progressos.

1.1.4 Os desdobramentos da Prova Brasil: O SARESP

Nas últimas décadas as avaliações de larga escala contemplaram diferentes desdobramentos no Brasil. Estados como São Paulo, instituíram seu próprio sistema de avaliação de larga escala, surgindo assim o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo – intitulado SARESP.

Este sistema –SARESP- é uma avaliação externa da Educação Básica, realizada desde 1996 pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE/SP. De acordo com os documentos oficiais o SARESP tem como finalidade fornecer informações consistentes, periódicas e comparáveis sobre a situação da escolaridade básica na rede pública de ensino paulista, visando orientar os gestores do ensino no monitoramento das políticas voltadas para a melhoria da qualidade educacional.

Desde 1995, o desempenho dos alunos da educação básica do Brasil tem sido medido por meio da métrica do Saeb. A escala de proficiência já é bastante conhecida e seu uso permite a comparação dos resultados dos alunos no SARESP com aqueles obtidos no Saeb e na Prova Brasil.

No entanto, a opção da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE-SP) de usar a mesma “régua” do Saeb não significa que ela não possa interpretar cada ponto da escala a partir dos resultados da aplicação de seus próprios instrumentos e agrupar os diferentes pontos da escala em níveis qualificados de desempenho (Fini, 2009, p. 7)

Destaca-se que na presente pesquisa a inserção do tema SARESP encontra-se justificada, em primeiro lugar pela consonância deste instrumento com o utilizado na Prova Brasil. Em segundo lugar, e mais relevante, pelo fato de que a escola na qual se desenvolveu-se a pesquisa é uma escola pública estadual, portanto, instituição participante dos dois tipos de avaliação.

O documento básico do SARESP, elaborado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (2009) explicita, historiciza e justifica as Matrizes de referência para a avaliação estadual. Alguns aspectos desta abordagem são evidenciados na descrição (Fini, 2009, 2011) efetuada a seguir.

Desde 2007, os resultados da avaliação do SARESP em Língua Portuguesa e em Matemática podem ser comparados aos da avaliação nacional (Saeb/ProvaBrasil) e aos do próprio Saresp ano após ano. Dessa maneira, as informações fornecidas pelo Saresp permitem aos responsáveis pela condução da Educação nas diferentes instâncias identificar o nível de aprendizagem dos alunos de cada escola nas séries e habilidades avaliadas, bem como acompanhar a evolução da qualidade da Educação ao longo dos anos.

A partir de 2008 é que todas as mudanças foram implantadas e foram avaliadas as disciplinas Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, Física, Química e Biologia. Depois disso determinou-se que avaliação se daria em todas as áreas curriculares, alternando ano a ano a periodicidade delas: anualmente avaliadas as disciplinas Língua Portuguesa e Matemática e, anual e alternadamente, as áreas Ciências da Natureza (Ciências, Física, Química e Biologia) e Ciências Humanas (História e Geografia); na avaliação em Matemática foram introduzidos itens com respostas construídas pelos alunos, por meio das quais poder-se-ia verificar as diferentes estruturas de seu pensamento lógico-matemático, tendo-se em vista que esses processos não poderiam ser observados apenas com a utilização de itens de múltipla escolha, nos quais se obtém apenas o resultado final das contas e das operações lógicas, mas não se detectam os procedimentos utilizados pelos alunos no cumprimento das tarefas.

O SARESP passa a contar, a partir de 2008, com uma base curricular comum a todos os alunos da educação básica de seu sistema de ensino como apoio às referências da avaliação, uma vez que:

[...] na organização de um sistema de avaliação o principal problema é explicitar uma resposta à seguinte pergunta: O que avaliar? Pergunta para a qual a resposta mais significativa só pode ser: Aquilo que o aluno deveria ter aprendido. A rede pública de ensino do estado de São Paulo, em 2007, não tinha um currículo claramente definido para a educação básica (Fini, 2009, p. 8).

A Proposta Curricular, referência comum a todas as escolas da rede, descreve o elenco das metas de aprendizagens desejáveis em cada área, estabelecendo os conteúdos disciplinares a serem desenvolvidos em cada ano ou ciclo. A operacionalização desses conteúdos pelos alunos é expressa na forma de competências e habilidades claramente avaliáveis (Fini, 2009).

1.1.4.1 SARESP: Matrizes de Referência para a Avaliação e descritores da Prova Brasil

A matriz de referências do SARESP foi elaborada a partir da nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Os conteúdos, competências e habilidades apontados na Proposta, para cada série e disciplina do currículo, indicam as bases conceituais da matriz proposta para avaliação. As referências segundo Fini (2009, 2011) possibilitam, de um lado, a construção das provas por seus elaboradores, e de outro, a posição (segundo níveis de desempenho) dos alunos que as realizarem. Os indicadores relativos a esta posição são obtidos por uma Escala de Proficiência, por intermédio da qual se define o quanto e o quê cada aluno ou escola realizaram no contexto desse exame.

A partir de 2007 a Escala de Proficiência do SARESP passou a utilizar a mesma métrica utilizada pelo Saeb, que é o exame nacional de referência para a Educação Básica do Brasil tornando os resultados obtidos pelos alunos paulistas nos dois exames ao longo dos anos passíveis de comparação.

Descrevendo as bases do SARESP, a Figura 10, a seguir, exemplifica as relações entre habilidades, conteúdos e competências dimensionados a partir da matriz de referências e da escala de desempenho.

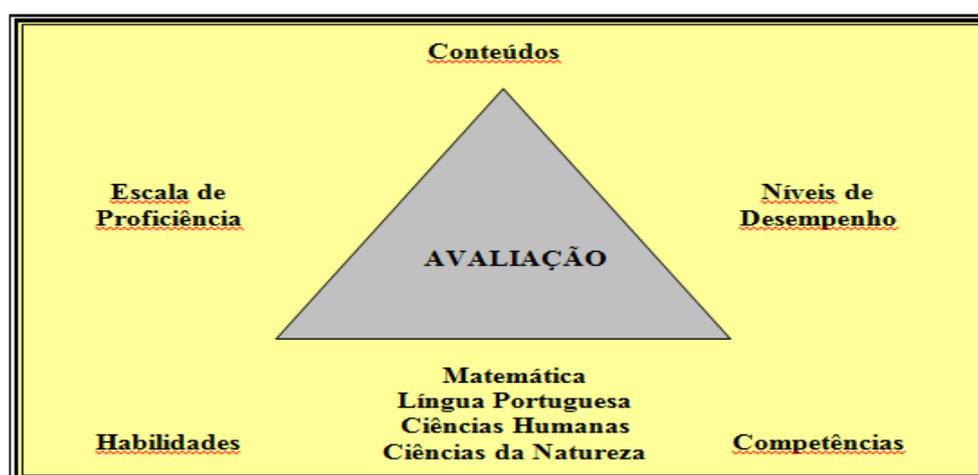


Figura 10. Relações entre habilidades, conteúdos e competências avaliadas e expressas nos níveis de desempenho da Escala de Proficiência do SARESP.

Nota Fonte: Matrizes de referência para a avaliação Saresp: documento básico/Secretaria da educação; São Paulo: SEE, 2009.

Nos vértices da Figura 10 encontram-se os três aspectos fundamentais da Matriz: Conteúdos, habilidades e competências. De acordo com o texto oficial do SARESP, a

matriz se refere à verificação de conteúdos disciplinares, por intermédio da utilização de habilidades, graças às quais se poderá inferir o grau de proficiência das competências cognitivas desenvolvidas pelos alunos em seu processo de escolarização. Assim, a avaliação de competências é realizada por intermédio de dois indicadores, quais sejam, habilidades associadas a conteúdos em uma situação de prova. De acordo com o esquema apresentado pela figura:

- O lado esquerdo da Figura 10 representa a Escala de Proficiência, que sintetiza o domínio dos conteúdos e habilidades alcançados, o que permite inferir o nível de domínio das competências avaliadas.

- O lado direito da Figura 10 relaciona conteúdos e competências cuja função é o objetivo do SARESP, isto é, verificar se os professores estão ensinando (os conteúdos esperados para os anos escolares avaliados) e os alunos aprendendo (isto é, com que nível de proficiência dominam as competências avaliadas).

- O lado inferior da Figura 10 relaciona habilidades e competências avaliadas em relação aos conteúdos disciplinares. No centro do triângulo encontra-se a avaliação, ela mesma, e sua função de observar e promover o cumprimento do compromisso social da escola com a aprendizagem efetiva de seus alunos.

A especificação dos termos habilidades, conteúdos e competências é assim descrita pelo documento oficial do SARESP (2009, 2011, 2012):

Habilidades- As habilidades possibilitam inferir, pela Escala de Proficiência adotada, o nível em que os alunos dominam as competências cognitivas, avaliadas relativamente aos conteúdos das disciplinas e em cada série ou ano escolares. Os conteúdos e as competências (formas de raciocinar e tomar decisões) correspondem, assim, às diferentes habilidades a serem consideradas nas respostas às diferentes questões ou tarefas das provas. As habilidades funcionam como indicadores ou descritores das aprendizagens que se espera os alunos terem realizado no período avaliado e possibilitam, igualmente, pelo nível alcançado, ordenar posições e localizar cada escola, por intermédio do desempenho de seus alunos, no conjunto das escolas ou sistema educacional do Estado de São Paulo.

Conteúdos- A Matriz representa um recorte dos conteúdos do currículo e também privilegia algumas competências e habilidades a eles associadas. Ela não faz uma varredura de todas as aprendizagens que o currículo possibilita. Retrata as estruturas conceituais mais gerais das disciplinas e também as competências mais gerais dos alunos (como sujeitos do

conhecimento), que se traduzem em habilidades específicas, estas sim responsáveis pelas aprendizagens.

As expectativas de aprendizagens representam o que se objetiva que os alunos desenvolvam em relação à proposta curricular. As habilidades indicadas na Matriz de Referência para a Avaliação em larga escala, como é a do SARESP, descrevem as estruturas mais gerais da inteligência que, se bem avaliadas, evidenciarão o quadro real do efetivo desenvolvimento dos alunos ao tempo de realização da prova.

Competências Cognitivas- são modalidades estruturais da inteligência, expressam, pois o que é necessário para compreender ou resolver um problema. Ou seja, valem por aquilo que integram, articulam ou configuram como resposta a uma pergunta. Ao mesmo tempo, são modalidades porque representam diferentes formas ou caminhos de se conhecer.

Um mesmo problema pode ser resolvido de diversos modos. Há igualmente muitos caminhos para se validar ou justificar uma resposta ou argumento. Além de estruturais, as modalidades da inteligência admitem níveis de desenvolvimento. Cada nível expressa um modo particular (relativo ao processo de desenvolvimento). O nível seguinte incorpora o anterior, isto é, conserva seus conteúdos, mas os transforma em uma forma mais complexa de realização, compreensão ou observação.

A Figura 11, a seguir, apresenta uma síntese das competências cognitivas avaliadas no exame do SARESP.



Figura 11. Grupos de competências avaliadas nas provas do SARESP e as funções (observar, realizar e compreender) valorizadas.

Nota Fonte: Matrizes de referência para a avaliação Saresp: documento básico/Secretaria da Educação de São Paulo: SEE, 2009.

Os Esquemas contemplados pelo SARESP são assim descritos: *Presentativos: (ou representativos)-Grupo I* – informações ou características das questões, referem-se aos observáveis relativos aos objetos; *Procedimentais: Grupo II*- dizem respeito às atividades dos alunos, e apontam para o quê e como fazem. *Operatórios: Grupo III*- atuam de modo a possibilitar realizações via esquemas procedimentais (Grupo II) ou leitura via esquemas de representação (Grupo I) - envolvem operações mentais mais complexas.

Os vértices do triângulo indicam os grupos de competências avaliadas e os esquemas cognitivos que lhes correspondem. No lado esquerdo, apresenta-se a função realizar, proceder bem em face de um objetivo ou problema, que implica a relação entre os esquemas dos Grupos III e II. No lado direito, apresenta-se a função – compreender – que implica a relação entre os esquemas dos Grupos III e I. No lado inferior, apresenta-se a função observar, que implica a relação entre os esquemas dos Grupos I e II. A seguir, são descritas na Figura 12 as competências dos sujeitos nos diferentes grupos:

Tema 1 - Números, Operações, Funções

COMPETÊNCIAS DO SUJEITO Objetos do Conhecimento (Conteúdos)
GRUPO I Competências para observar
H1 H3 H4 H5 H6 H7 H8 H9
GRUPO II Competências para realizar
H2 H10 H11
GRUPO III Competências para compreender
H12 H13 H14 H15 H16

Figura 12. Grupos de Competência e Habilidades relacionadas

Nota Fonte: Matrizes de referência para a avaliação Saesp: documento básico/Secretaria da Educação; São Paulo: SEE, 2009.

Complementando as considerações sobre a Avaliação de Larga Escala no Ensino Fundamental e as abordagens sobre Prova Brasil, SAEB e SARESP reitera-se a ideia de que, sendo a presente pesquisa realizada em uma escola pública estadual de Campinas- SP, na qual é aplicada tanto a Prova Brasil como o SARESP, a descrição de como se estruturam estes dois tipos de instrumentos torna-se relevante, no sentido de clarificar alguns desdobramentos ocorridos com a implementação da política de Avaliação de Larga

Escala, no caso, a Prova Brasil. Ressalta-se que, na presente pesquisa, delimitou-se o estudo ao Tema III: Números, operações, álgebra e funções, referente à Prova Brasil e do Tema I: Números, operações e funções, relativo ao SARESP, tendo-se em vista obter dados qualitativos a respeito do objeto do estudo, buscando, na metodologia adotada, a elaboração de instrumentos mais eficazes. Assim sendo, as inferências realizadas tratam das habilidades e competências do tema abordado pelo estudo.

Como pode ser observado na Figura 13, os temas abordados nas duas avaliações apresentam consonância, diferindo, porém, na forma como as competências e habilidades são abordadas.

Prova Brasil e Saeb	Saresp
Tema I: Espaço e Forma	Tema I: Números, operações e funções
Tema II: Grandezas e Medidas	Tema II: Espaço e Forma
Tema III: Números, operações, álgebra e funções	Tema III: Grandezas e Medidas
Tema IV: Tratamento da Informação	Tema IV: Tratamento da Informação

Figura 13. Temas abordados na Prova Brasil/ Saeb e no SARESP

A seguir, são apresentados, na Figura 14, os descritores (Prova Brasil) e as habilidades (SARESP) referentes ao tema números e operações, que observados atentamente mostram-se recíprocos ou similares:

Tema III : Números Operações/Álgebra e Funções		Área 1- Tema: Números, operações, funções
Descritores	4a./5a. EF	Habilidades
Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional	D13	H1. Identificar a localização de números naturais na reta numérica. (GI)
Identificar a localização de números naturais na reta numérica	D14	H2. Relacionar a escrita numérica às regras do sistema posicional de numeração. (GII)
Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens	D15	H3. Escrever um número natural pela sua decomposição em forma polinomial. (G1)
Reconhecer a composição e decomposição de números naturais em sua forma polinomial	D16	H4. Identificar diferentes representações de um mesmo número racional. (GI)
Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais	D17	H5. Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica. (GI)
Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais	D18	H6. Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados (parte/todo, quociente, razão). (GI)
Resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa)	D19	H7. Identificar a fração decimal correspondente a um número decimal dado e vice-versa. (GI)
Resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória	D20	H8. Identificar sequências numéricas. (GI)
Identificar diferentes representações de um mesmo número racional	D21	H9. Identificar e localizar na reta números naturais escritos com três e quatro dígitos. (GI)
Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica	D22	H10. Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais. (GII)
Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro	D23	H11. Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais. (GII)
Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados	D24	H12. Resolver problemas que envolvam a adição ou a subtração em situações relacionadas aos seus diversos significados. (GIII)
Resolver problemas com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição e subtração	D25	H13. Resolver problemas que envolvam a multiplicação e a divisão, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e à configuração retangular. (GIII)
Resolver problemas envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%)	D26	H14.4 Resolver problemas que utilizam a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro. (GIII)
		H15. Resolver problemas com números racionais expressos na forma decimal que envolvam diferentes significados da adição ou subtração. (GIII)
		H16. Resolver problemas que envolvam noções de porcentagem (25%, 50%, 100%). (GIII)

Figura 14. Quadro Prova Brasil – SARESP – Números e operações: Descritores e Habilidades.

Na dinâmica apresentada, vale destacar a forma e o conteúdo sob os quais se desenvolve a proposta de avaliação de larga escala, Prova Brasil, cujo objetivo é dimensionado na perspectiva das habilidades e competências. Ressalta-se que para este estudo os descritores¹⁵ selecionados para a composição da prova similar à Prova Brasil realizada no presente estudo foram os seguintes: 13,15, 17, 19, 20, 23, 25 e 26.

A seguir, são apresentados nas Figuras 15, 16 e 17, alguns exemplos de questões, disponibilizadas no Caderno PDE/Prova Brasil (INEP 2008, 2011) relativos ao Tema III - Números e Operações / Álgebra e Funções.

Descritor 13 – Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional

Que habilidade pretendemos avaliar?
A habilidade de o aluno explorar situações em que ele perceba que cada agrupamento de 10 unidades, 10 dezenas, 10 centenas etc. requer uma troca do algarismo no número na posição correspondente à unidade, dezena, centena etc. Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas que requeiram do aluno verificar a necessidade de trocar um número ao contabilizar um agrupamento de 10.

O litoral brasileiro tem cerca de 7.500 quilômetros de extensão. Este número possui quantas centenas?
(A) 5 ➡ (B) 75 (C) 500 (D) 7.500

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
17%	25%	19%	32%

O que o resultado nos sugere?
Apenas um quarto dos alunos acertou o item, reconhecendo as 75 centenas existentes no número. A alternativa A foi assinalada por 17% dos alunos, que devem ter considerado cinco centenas pela identificação do algarismo 5 na posição correspondente à das centenas. Já os 19% que marcaram a alternativa C possivelmente contaram três deslocamentos da direita para a esquerda e identificaram o número 500 como resposta. Os outros 32%, correspondentes à alternativa D, repetiram o número apresentado, mostrando não terem desenvolvido a habilidade.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?
É importante que o aluno conheça como se desenvolveu o processo de contagem dos objetos em diferentes civilizações. Essa retrospectiva histórica é interessante para reconstruir outras formas de contagem. Ilustrações por meio de vídeos, livros e revistas auxiliam o professor nessa etapa inicial de trabalho. O professor deve compartilhar com o aluno o processo histórico de surgimento do sistema de numeração decimal, bem como a concepção de algarismo arábico ou indo-arábico como símbolos que compõem o sistema decimal e que são utilizados para formação de qualquer número desse sistema. A ideia de número presente na sociedade moderna pode ser explorada de diversas formas pelo professor. Por exemplo: estatísticas que mostram características populacionais; pesquisas relacionadas à produção de alimentos; extensões de áreas voltadas para o plantio; extensões de estados e regiões; aspectos relacionados ao trânsito como emplacamento, número de veículos etc.

Figura 15. Exemplo de questão referente ao Descritor 13- Prova Brasil

¹⁵ Os descritores foram selecionados considerando-se o domínio de conteúdos básicos importantes ao término do ano estudado, bem como, levando-se em conta a presente investigação objetivada na perspectiva da solução de problemas.

Descritor 19 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa)

Que habilidade pretendemos avaliar?

As habilidades que podem ser avaliadas por meio deste descritor referem-se à resolução, pelo aluno, de diferentes situações que apresentam ações de: juntar, ou seja, situações associadas à ideia de combinar dois estados para obter um terceiro; alterar um estado inicial, ou seja, situações ligadas à ideia de transformação, que pode ser positiva ou negativa; de comparar, ou seja, situações ligadas à ideia de comparação; operar com mais de uma transformação, considerando situações que supõem a compreensão de mais de uma transformação (positiva ou negativa). Essas habilidades são avaliadas por meio de situações-problema contextualizadas que são exemplificadas a seguir.

Exemplo de item:

Na escola de Ana há 3 879 alunos. Na escola de Paulo há 2 416 alunos. Então, a diferença entre elas é de 1 463 alunos. Se, no próximo ano, 210 alunos se matricularem em cada escola, qual será a diferença entre elas?

(A) 2 416 alunos. (B) 1 673 alunos. (C) 1 883 alunos. (D) 1 463 alunos.

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
22%	24%	18%	27%

O que o resultado nos sugere?

As respostas estão distribuídas dentro de uma certa uniformidade, com pouco mais de um quarto dos alunos respondendo corretamente ao item. Os alunos que assinalaram a alternativa “A” simplesmente repetiram um valor dado no enunciado. Aqueles que optaram pela alternativa “B” somaram 210 à diferença - $(3879-2416) + 210 = 1673$ - e os que marcaram “C” somaram duas vezes 210 à diferença - $(3879 - 2416) + 210 + 210 = 1883$. Os percentuais de respostas evidenciam a necessidade de se trabalhar com mais acuidade os conceitos apresentados no descritor.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

O professor deve trazer para a sala de aula diversas situações-problema em que possam ser explorados os diferentes significados das operações, como compra de produtos com preços diferentes, troco, jogo de figurinhas, pontos obtidos em jogos etc. É interessante estimular os alunos a buscarem problemas práticos para a resolução em sala de aula.

Figura 16. Exemplo de questão referente ao Descritor 19- Prova Brasil

Descritor 20 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia da proporcionalidade, configuração retangular e combinatória

Que habilidade pretendemos avaliar?

Por meio deste descritor, podem ser avaliadas habilidades que se referem à resolução, pelo aluno, de problemas que envolvam operações de multiplicação e divisão. Essas habilidades são avaliadas por meio de situações-problema contextualizadas

Exemplo de item:

Um caderno tem 64 folhas e desejo dividi-lo, igualmente, em 4 partes. Quantas folhas terá cada parte?

(A) 14 (B) 16 (C) 21 (D) 32

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
15%	52%	14%	16%

O que o resultado nos sugere?

Pouco mais da metade dos alunos mostrou dominar essa habilidade. Os 29% que assinalaram “A” ou “C” devem ter escolhido a resposta ao acaso e os 16% que marcaram “D” dividiram 64 em duas partes iguais. Ficou evidente que o desenvolvimento dessa importante habilidade deve ser muito mais trabalhado em sala de aula.

Que sugestões podem ser dadas para melhor desenvolver essa habilidade?

Um grande número de situações práticas do cotidiano do aluno deve ser trabalhado em sala de aula para que os alunos percebam a ideia de divisão, ou partilha, como subtrações sucessivas, assim como a multiplicação, como adições sucessivas. O aluno deve ser, também, estimulado a criticar os resultados obtidos, verificando que o resultado de uma multiplicação (com números naturais positivos) não pode ser menor que cada um dos números envolvidos e o inverso quanto à divisão.

Figura 17. Exemplo de questão referente ao Descritor 20- Prova Brasil

A partir da exposição dos descritores e das respectivas considerações a respeito dos resultados é possível perceber-se a necessidade de algumas inferências importantes, tanto a respeito da habilidade avaliada, como da interpretação dos resultados e posterior recomendações, considerando-se que as mesmas são direcionadas à equipes gestoras, professores e demais envolvidos neste tipo de avaliação. No Caderno PDE/Prova Brasil (INEP 2011, p. 109), antes da apresentação dos itens 5º ano do Ensino Fundamental - Matemática foi redigido o seguinte texto:

\

A seguir, são apresentados itens que foram utilizados no Saeb e na Prova Brasil. Inicialmente, discorre-se sobre cada tema; depois, há a apresentação de cada descritor e da **habilidade** por ele indicada. Para cada descritor, há dois exemplos de itens: o primeiro, com percentuais de respostas para cada alternativa assinalada, com base nos quais **é feita uma análise pedagógica**; o segundo, com a indicação do gabarito e sem percentuais de respostas. Por fim, há algumas sugestões para o professor trabalhar com seus alunos no sentido de desenvolver as habilidades apontadas pelos descritores.

Mediante o acima descrito e através da exemplificação dos descritores, alguns aspectos podem ser observados: o primeiro deles permite inferir que, constrói-se o descritor objetivando-se avaliar *habilidades* e interpreta-se os *resultados* mediante *análise pedagógica*, ao que parece, realizada aleatoriamente, deduzindo possibilidades que justifiquem o erro na escolha de distratores. Considerando-se os aportes teóricos bastante consistentes, situados na relação entre a Psicologia Educacional e a Educação Matemática (Brito, 2011) e que o próprio constructo *habilidade* encontra-se aí fundamentado (Krutetskii, 1976) uma análise mais consistente, possivelmente, deveria considerar os fatores subjacentes à tarefa, os componentes das habilidades básicas matemáticas, além das variáveis que podem afetar o desempenho, amplamente evidenciadas pelos estudiosos da educação como as referentes a fatores afetivos cognitivos e sociais.

Em um segundo momento, a análise do erro é realizada com base em *suposições* que tentam explicitar as ações empreendidas pelos alunos, sem o estabelecimento de uma análise mais aprofundada e qualitativa que permitisse compreender as estratégias de pensamento adotadas pelos alunos na busca da solução. Depreende-se daí a compreensão das etapas de solução que explicita de melhor forma os procedimentos e os esquemas da estrutura cognitiva disponibilizados na realização da tarefa.

Juntando-se a isto, é necessário que se coloque em evidência: a) A construção dos enunciados, como por exemplo no descritor 13, que envolve a complexidade do Sistema de Numeração Decimal; enuncia de tal forma o problema que as questões referentes a agrupamentos e valores posicionais pertencem a uma a intenção implícita no enunciado, impedindo que o aluno possa interpretar a intencionalidade do texto; b) No descritor 19, o problema apresentado diz respeito as estruturas aditivas¹⁶ (Vergnaud, 1985, 1988, 1990, 1994) que envolvem a articulação de conceitos e princípios subjacentes a este tipo de

¹⁶ De acordo com as categorizações propostas por Vergnaud (1990b,1996,1997), o campo das estruturas aditivas é formado por seis categorias ou relações de base, contendo, algumas delas, subcategorias. Assim, pela estrutura do problema é possível inseri-lo nessa perspectiva de categorização, buscando-se, neste aspecto, sustentação à análise empreendida.

problema. Explicitada pela teoria, *a análise pedagógica estaria muito mais atada ao “porque”*, ultrapassando a interpretação que consiste em descrever, supostamente, *“o que”* os alunos fizeram mediante a escolha de uma ou outra alternativa. c) O descritor 20, envolve as estrutura multiplicativas¹⁷ em todos os seus desmembramentos. O problema proposto refere-se a uma divisão partitiva o que substancialmente indica que este seria apenas um subgrupo pertencente ao grupo maior evidenciado pelo descritor. Mediante os percentuais alcançados, na *análise pedagógica* efetuada, afirma-se que os erros de escolha podem ser atribuídos ao *acaso* e que *o percentual de domínio desta habilidade* deixa a desejar.

Tem-se a abrangência das habilidades previstas no descritor, analisada sob a perspectiva de uma subcategoria de problemas, esta mesma envolvendo a operação de divisão, comportando variáveis específicas, que precisam ser interpretadas de modo qualitativo e à luz da literatura. d) As sugestões efetuadas para o desenvolvimento das habilidades contemplam o *saber fazer* sendo importante na aprendizagem significativa que se evidencie *o saber como*. A abordagem dos componentes das habilidades matemáticas é de extrema relevância uma vez que na atividade, o que se observa são as manifestações destes componentes.

Concluindo, é possível que se possa interpretar a Avaliação de Larga Escala sob dois aspectos: analisando-se os seus avanços e os seus retrocessos. Como qualquer fenômeno educacional, apresenta dicotomias e conduz ao debate, meio pelo qual os ajustes e aprimoramentos podem ser executados. As diferenças entre avaliar e medir estabelecidas pelos estudiosos da avaliação devem servir para estabelecer parâmetros adequados na condução de qualquer processo avaliativo.

Medir e atribuir valor a uma determinada habilidade, por exemplo, são coisas distintas. Mesmo que a avaliação envolva os resultados mensuráveis e quantitativos, ela mesma não pode se esgotar em dados a partir somente destes dois parâmetros. Faz-se necessário que os fenômenos, os dados, as variáveis que afetam o desempenho, envolvendo fatores afetivos, cognitivos e sociais, sejam interpretados de modo qualitativo, o que, supostamente, pode contribuir para o aprimoramento tanto dos processos de implementação

¹⁷ Segundo Vergnaud (2009), podem ser percebidas, nos problemas simples que implicam operações de multiplicação e divisão, duas grandes categorias de relações multiplicativas: do tipo isomorfismo de medidas e do tipo produto de medidas. Os problemas do tipo isomorfismo de medidas descrevem um elevado número de situações cotidianas das quais se derivam quatro classes de problemas: multiplicação, divisão por partição, divisão por cota e problemas de proporcionalidade.

das políticas educacionais que direcionam a Avaliação Nacional, como para a avaliação escolar subsidiada pelo professor.

1.1.5 A Avaliação Nacional da Alfabetização- ANA- Documento Básico e pressupostos norteadores

Mais recentemente, em 2013, foi instituída a ANA- Avaliação Nacional da Alfabetização- uma nova avaliação para o ensino fundamental, direcionada para unidades escolares e estudantes matriculados no 3º ano do ensino fundamental, fase final do Ciclo de Alfabetização, por isso mesmo inserindo-se no contexto de atenção voltada à alfabetização prevista no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (Pnaic). Instituído pela Portaria nº 867, de 4 de julho de 2012, o Pacto constitui um compromisso formal assumido pelos governos Federal, do Distrito Federal, dos Estados e dos Municípios de assegurar que todas as crianças estejam alfabetizadas até a conclusão do Ciclo de Alfabetização. As diferentes portarias¹⁸ estabelecidas fazem parte da dinamização do processo da avaliação de larga escala, desta vez voltada para a etapa final da alfabetização realizada pela Educação Básica.

A atenção voltada ao Ciclo de Alfabetização justifica-se como sendo este período necessário para que seja assegurado a cada criança o direito às aprendizagens básicas da apropriação da leitura e da escrita, e também à consolidação de saberes essenciais dessa apropriação, ao desenvolvimento das diversas expressões e ao aprendizado de outros saberes fundamentais das áreas e componentes curriculares obrigatórios.

O documento básico da ANA- Avaliação Nacional da Alfabetização explicita as características e objetivos da avaliação, o marco teórico, as matrizes de referência de Língua Portuguesa e de Matemática, apontando para os subsídios que visam à orientação de práticas pedagógicas para o projeto político-pedagógico, para os processos de gestão e para o acompanhamento do trabalho de alfabetização.

¹⁸Portaria nº 468, de 19 de setembro de 2014. Estabelece a sistemática para a realização da edição de 2014 da ANA

Portaria nº 120, de 19 de março de 2014. Resultados Preliminares ANA 2013

Portaria nº 867, de 4 de julho de 2012. Institui o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa e as ações do Pacto e define suas diretrizes gerais.

Portaria nº 304, de 21 de junho de 2013. Dispõe sobre o Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB

Portaria nº 482, de 7 de junho de 2013. Dispõe sobre o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB.

Busca-se, com isso, qualificar a apresentação dos dados, respeitando o processo de cada instituição escolar, a comunidade em que está inserida e os diversos indicadores que podem contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, em geral, e do processo de alfabetização, em particular (ANA- Inep, 2013, p.20).

A Avaliação Nacional da Alfabetização – ANA pretende buscar indicadores que contribuam para o processo de alfabetização nas escolas públicas brasileiras, assumindo uma avaliação para além da aplicação do teste de desempenho ao estudante e propondo uma análise das condições de escolaridade que esse estudante teve, ou não, para desenvolver esses saberes. Assim, a estrutura dessa avaliação envolve o uso de instrumentos variados, cujos objetivos são: aferir o nível de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e alfabetização em Matemática das crianças regularmente matriculadas no 3º ano do ensino fundamental e as condições de oferta das instituições às quais estão vinculadas. A avaliação da ANA é anual e engloba os seguintes objetivos:

- 1) Avaliar o nível de alfabetização dos educandos no 3º ano do ensino fundamental;
- 2) Produzir indicadores sobre as condições de oferta de ensino;
- 3) Concorrer para a melhoria da qualidade de ensino e redução das desigualdades, em consonância com as metas e políticas estabelecidas pelas diretrizes da educação nacional.

A aplicação e a correção são feitas pelo INEP, mas considera-se apropriado que o professor regente de classe esteja presente à aplicação. A ANA pretende avaliar aspectos de contexto que envolvam a gestão escolar, a infraestrutura, a formação docente e a organização do trabalho pedagógico, entendidos como aspectos intervenientes no processo de aprendizagem.

Desse modo, a ANA é constituída por cinco eixos que procuram verificar dados relativos às condições de oferta e ao nível de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e alfabetização em Matemática. O Inep prevê na ANA o desenvolvimento de ações com vistas ao atendimento específico para alunos com necessidades educativas especiais. Nesse sentido, vem discutindo o desenvolvimento de estratégias distintas, tais como construção de matrizes específicas e elaboração de instrumentos adaptados.

Os instrumentos estabelecidos pela ANA são:

- a) Questionários- Para a coleta de informações a respeito das condições de oferta, voltados aos professores e gestores das instituições de ensino que atendem ao Ciclo de Alfabetização. O foco desses questionários será aferir informações sobre as condições de

infraestrutura, formação de professores, gestão da unidade escolar, organização do trabalho pedagógico, entre outras;

b) Teste de Desempenho- Os testes destinados a aferir os níveis de alfabetização e o desempenho em alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e alfabetização em Matemática serão compostos por 20 itens. No caso de Língua Portuguesa, o teste será composto de 17 itens objetivos de múltipla escolha e 3 itens de produção escrita. No caso de Matemática, serão aplicados aos estudantes 20 itens objetivos de múltipla escolha;

c) Produção Escrita- Envolve os itens abertos aplicados no teste de Língua Portuguesa têm como intuito aferir o desenvolvimento das habilidades de escrita das crianças matriculadas no 3º ano do ensino fundamental verificando o desenvolvimento da habilidade de escrever palavras de forma convencional e de produzir textos. Ao se aplicar itens de produção escrita, pretende-se avaliar, entre outros aspectos, a estrutura do texto, a capacidade de gerar o conteúdo textual de acordo com o gênero solicitado e de organizar esse conteúdo, estruturando os períodos e utilizando adequadamente os recursos coesivos (progressão do tempo, marcação do espaço e relações de causalidade). Assim, com a produção textual dos estudantes, busca-se avaliar os contextos de uso da escrita, a organização textual, a coerência e coesão da produção, o uso de pontuação e aspectos ortográficos e gramaticais de acordo com o que se espera das crianças matriculadas no final do Ciclo de Alfabetização.

Os resultados serão informados por Instituição de Ensino, Município e Unidade Federativa, sendo publicado um índice de alfabetização referente às condições aferidas em nível nacional, não existindo divulgação de resultados por aluno. As informações são concernentes a: (i) às condições de oferta; e (ii) aos resultados relativos aos níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa (leitura e produção escrita) e alfabetização em Matemática.

O marco teórico presente no documento básico da ANA, parte do pressuposto de que a avaliação tem por objetivo realizar um diagnóstico de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e alfabetização em Matemática, ao final do Ciclo de Alfabetização, ajustando-se ao que se verifica no art. 1º, inciso I, da Portaria nº 867, de 4 de julho de 2012.

As matrizes da Avaliação Nacional da Alfabetização em Língua Portuguesa e Matemática foram elaboradas a partir das contribuições de diferentes pesquisadores e especialistas no campo da alfabetização e do letramento, de várias universidades, bem como de representantes de diversas instituições do governo e da sociedade civil, tais como Ministério da Educação (MEC), Conselho Nacional de Educação (CNE), União Nacional

dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime), Associação Nacional de PósGraduação e Pesquisa em Educação (Anped), União Nacional dos Conselhos Municipais de Educação (UNCME), Conselho Nacional de Secretários de Educação (Consed), Secretarias de Educação, dentre outras. O processo de elaboração teve como base diferentes documentos oficiais, principalmente o documento “Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem” e os documentos de formação produzidos no âmbito do Pnaic.

A primeira avaliação teve como objetivo principal realizar um diagnóstico, servindo de “linha de base” para a implementação das políticas previstas no Pacto, visando a auxiliar na orientação permanente da formação de professores alfabetizadores. A ANA tem o propósito de não se reduzir a um instrumento para medir e classificar alunos, escolas e professores, mas deverá possibilitar a verificação das condições de aprendizagem da leitura, escrita e matemática no âmbito do Ciclo de Alfabetização do ensino fundamental.

A matriz de Língua Portuguesa está organizada em dois eixos estruturantes: o da Leitura e o da Escrita, abrangendo diferentes níveis que vão desde a avaliação da leitura e escrita de palavras até a avaliação da leitura e escrita de textos, incluindo-se um conjunto de conhecimentos e habilidades linguísticas necessárias à proficiência na leitura e na escrita, esperadas para a faixa etária à qual o instrumento se destina, alunos de 7 e 8/9 anos de idade.

Dentre os conhecimentos e habilidades a serem avaliados, o peso maior está nas habilidades de compreensão e escrita de textos, e não nos conhecimentos relativos ao uso das correspondências som-grafia na leitura e escrita de palavras isoladas.

A figura 18 demonstra os eixos estruturantes de Língua Portuguesa e as habilidades correspondentes.

EIXO ESTRUTURANTE	HABILIDADE
LEITURA	H1. Ler palavras com estrutura silábica canônica
	H2. Ler palavras com estrutura silábica não canônica
	H3. Reconhecer a finalidade do texto
	H4. Localizar informações explícitas em textos
	H5. Compreender os sentidos de palavras e expressões em textos
	H6. Realizar inferências a partir da leitura de textos verbais
	H7. Realizar inferências a partir da leitura de textos que articulem a linguagem verbal e não verbal
	H8. Identificar o assunto de um texto
	H9. Estabelecer relações entre partes de um texto marcadas por elementos coesivos
ESCRITA	H10. Grafar palavras com correspondências regulares diretas
	H11. Grafar palavras com correspondências regulares contextuais entre letras ou grupos de letras e seu valor sonoro
	H12. Produzir um texto a partir de uma situação dada

Figura 18. Eixos estruturantes de Língua Portuguesa e as habilidades correspondentes
Nota Fonte: INEP-2013

Um dos objetivos da ANA é avaliar a alfabetização em Matemática, entendida como “o processo de organização dos saberes que a criança traz de suas vivências anteriores ao ingresso no Ciclo de Alfabetização, de forma a levá-la a construir um corpo de conhecimentos matemáticos articulados, que potencializem sua atuação na vida cidadã” (Brasil.MEC/SEB, 2012, p. 60).

Os documentos norteadores para a construção da matriz foram os Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental e a Matriz de Referência de Matemática da Provinha Brasil. Foram também contemplados diversos aspectos relevantes da construção do conhecimento matemático da criança, tais como o reconhecimento de padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos e a identificação de mudanças de direção e de sentido na movimentação de objetos no espaço a partir de um referente. Foram delimitadas as dificuldades e possibilidades de inclusão desses aspectos e as restrições causadas pelo modelo de itens utilizado em avaliações de larga escala e que envolvam tais conhecimentos.

A matriz não se caracteriza como indutora do currículo escolar, e sim como norteadora de uma avaliação em larga escala; o trabalho em sala de aula deve se estender muito além do que está sendo proposto nessa avaliação em função das limitações apresentadas pelo instrumento. A Matriz de Matemática está estruturada em quatro eixos: Eixo Numérico e Algébrico, Eixo de Geometria, Eixo de Grandezas e Medidas e Eixo de Tratamento da Informação. A partir deles, foi definido um conjunto de conhecimentos e

habilidades matemáticas necessárias à alfabetização em Matemática. A figura 19 refere-se aos eixos estruturantes e respectivas habilidades previstos para a Matriz de Matemática

EIXO ESTRUTURANTE	HABILIDADE
Eixo Numérico e Algébrico	H1. Associar a contagem de coleções de objetos à representação numérica das suas respectivas quantidades
	H2. Associar a denominação do número à sua respectiva representação simbólica
	H3. Comparar ou ordenar quantidades pela contagem para identificar igualdade ou desigualdade numérica
	H4. Comparar ou ordenar números naturais
	H5. Compor e decompor números
	H6. Resolver problemas que demandam as ações de juntar, separar, acrescentar e retirar quantidades
	H7. Resolver problemas que demandam as ações de comparar e completar quantidades
	H8. Cálculo de adições e subtrações
	H9. Resolver problemas que envolvam as ideias da multiplicação
	H10. Resolver problemas que envolvam ideias da divisão
Eixo de Geometria	H11. Identificar figuras geométricas planas
	H12. Reconhecer as representações de figuras geométricas espaciais
Eixo de Grandezas e Medidas	H13. Comparar e ordenar comprimentos
	H14. Identificar e relacionar cédulas e moedas
	H15. Identificar, comparar, relacionar e ordenar tempo em diferentes sistemas de medidas
	H16. Ler resultados de medições
Eixo de Tratamento da Informação	H17. Identificar informações apresentadas em tabelas
	H18. Identificar informações apresentadas em gráficos

Figura 19. **Matriz de Matemática- Eixos estruturantes e habilidades.**
Nota Fonte: INEP-2013

De acordo com seus pressupostos gerais a ANA pretende, por meio dos resultados apresentados a cada uma das escolas participantes, qualificar a apresentação dos dados, respeitando o processo de cada instituição escolar, a comunidade em que está inserida e os diversos indicadores que podem contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, em geral, e do processo de alfabetização, em particular.

1.1.6 Avaliação de larga escala: algumas implicações

Os resultados da avaliação em larga escala têm sido usados como indicadores da qualidade de ensino nas esferas municipal, estadual e federal. A busca da qualidade da educação é a base sobre a qual as avaliações de larga escala se realizam e se sustentam.

Estes resultados, no entanto, além de expressarem evoluções, necessidades e metas devem ser interpretados na forma de seus efeitos e repercussões na escola, no trabalho pedagógico, na aprendizagem e, conseqüentemente, no desempenho discente.

Neste aspecto, alguns estudiosos da avaliação de larga escala (Arcas, 2009; Dias Sobrinho, 2002a, 2003; Freitas, 2002a, 2005, 2011; Machado, 2003; Souza & Arcas, 2010; Valente, 2002, 2003; Vianna, 1989, 2002, 2003, 2005) apresentaram importantes contribuições que permitem reflexões importantes tanto no que se refere ao nível macro como ao nível micro dos testes padronizados. Delineia-se, neste estudo, algumas dessas ideias no sentido de indicar fatores interferentes, os quais, evidentemente, podem ser aprofundados em estudos futuros.

Souza e Arcas (2010) analisaram implicações da avaliação em larga escala no currículo escolar, particularmente na avaliação da aprendizagem, evidenciando seu potencial de controle e conformação do trabalho escolar. Tomando como referência iniciativas de política educacional em realização no estado de São Paulo (SARESP), os autores discutiram eventuais repercussões trazidas pelo sistema de avaliação. Tanto o documento de Implementação (1996) quanto o Plano de Metas instituído em 2007 pela Secretaria de Educação de São Paulo evidenciavam, na opinião dos autores, que a avaliação deveria servir tanto para uso dos gestores dos sistemas quanto para uso na orientação do planejamento e do trabalho pedagógico nas escolas.

Embora os documentos oficiais reiterem a ideia de que os resultados apresentados não visam ao ranqueamento e comparação de escolas, estudos apontaram a intencionalidade de promover-se o alcance dos objetivos e metas utilizando-se do critério de meritocracia. Os objetivos explicitados nos documentos indicavam dupla orientação, servindo de referência para a elaboração de políticas, por parte da Secretaria de Educação e para orientar a construção da proposta pedagógica e a elaboração do planejamento, pelas escolas. “A noção de responsabilização, direcionada aos professores e demais profissionais da educação, se concretizou no ano de 2000 quando foi instituído um bônus¹⁹ que levou em conta dentre os critérios para sua distribuição os resultados da avaliação em larga escala” (Souza & Arcas, 2010, p.184).

¹⁹ O Bônus Mérito foi instituído no governo Mario Covas (1999-2001) pela Lei Complementar 891/00. Foi mantido durante as gestões de Geraldo Alckmin (2001- 2002 e 2003-2006). Na gestão José Serra, a Secretaria de Estado da Educação instituiu novo Bônus Mérito cujo cálculo se baseava no IDESP, sendo o desempenho dos alunos nas provas de Língua Portuguesa e Matemática do Saresp um dos critérios para sua definição. Essa vinculação fortalece a relação entre o pagamento do bônus e a avaliação em larga escala (Souza e Arcas, 2010).

Em continuidade, as considerações feitas (Souza e Arcas, 2010) revelaram que a definição de um currículo unificado mantém correspondência com as mudanças implementadas no SARESP a partir de 2007, notadamente a adoção da Teoria da Resposta ao Item. As matrizes de referência para as disciplinas avaliadas no teste, Língua Portuguesa, Matemática, anualmente, e as intercaladas bienalmente, Ciências da Natureza (Ciências para o Ensino Fundamental; Biologia, Física e Química para o Ensino Médio) e Ciências Humanas (Geografia e História, Ensino Fundamental e Médio); Para os autores, esta relação direta implica no estreitamento do currículo e, conseqüentemente, evidenciam o poder que vem assumindo a avaliação em larga escala nessas políticas, definindo o que, como e para que ensinar.

A centralidade que o Saresp está adquirindo na organização do trabalho escolar, ao nortear práticas avaliativas, nos permite afirmar que a avaliação em larga escala vem sendo, crescentemente, apropriada pelas escolas. Ao orientar os procedimentos avaliativos o Saresp vem induzindo a uma ênfase na aplicação de provas e exames simulados como meios de preparar os alunos para se saírem bem no Saresp. (Souza & Arcas, 2010, p. 194).

O INEP- MEC (2005-2011), ao apresentar os objetivos das avaliações de larga escala, Prova Brasil e SAEB, ressalta que ao apresentar os resultados destas avaliações, da Prova Brasil e do SAEB, não tem o intuito de ranquear sistemas, ou impor parâmetros de qualidade que firam a autonomia das redes de ensino. Assim, o objetivo é que os resultados apresentados sejam incorporados pelos professores, diretores, gestores e pela própria sociedade, e que fomentem o debate e um trabalho pedagógico que subsidie a melhoria da qualidade educacional em todo o País. Nesse contexto, é importante que se destaque a dissonância existente entre a intencionalidade do texto oficial e as ações desenvolvidas no plano real, como as constatadas nos estudos de Souza e Arcas (2010).

A questão da utilização dos resultados da avaliação também foi ressaltada por Vianna (2005) salientando o autor que os resultados das avaliações não devem ser usados apenas para traduzir certo desempenho escolar, mas sua utilização deve servir positivamente na definição de novas políticas públicas, de projetos de implantação e modificação de currículos, de programas de formação continuada dos docentes “e, de maneira decisiva, na definição de elementos para a tomada de decisões que visem a provocar um impacto, ou seja, mudanças no pensar e no agir dos integrantes do sistema” (p.17).

A potencialização do uso dos resultados pelas escolas, diretores e professores e a permanência das avaliações em larga escala são indicativos da necessidade de pesquisas que permitam compreender como seus resultados repercutem na escola e no trabalho pedagógico. Segundo Arcas (2009) e Souza e Arcas (2010) a ênfase dada pelo governo federal, com a criação do IDEB, e pelo governo estadual paulista, com a criação do Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo (IDESP), índices que utilizam na sua composição os resultados da avaliação em larga escala, Prova Brasil e Saresp, respectivamente, são indicativos para o uso potencial destes resultados pelas escolas, diretores e professores.

Em outra vertente de investigação, Machado (2003) realizou uma pesquisa nas Diretorias de Ensino da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo com objetivo de identificar como essas Diretorias vinham se apropriando dos resultados do Saresp. O autor constatou, por meio deste estudo que o Saresp adquiria muito mais o caráter de medida educacional do que propriamente um sistema de avaliação, por instituir a responsabilização das escolas e alunos pelos seus resultados e a prestação de contas sobre os investimentos na área da educação.

A implantação de sistemas de avaliação como *assessment*, que enfatiza as notas e os resultados dos alunos e escolas, antes de ter a possibilidade de intervenção na qualidade do ensino, tem o objetivo de servir como *accountability*, ou seja, “responsabilização” e “prestação de contas” do serviço público educacional (p.195).

Na abordagem das avaliações de larga escala em nível nacional, Valente (2003) referiu-se ao reducionismo do Saeb que por meio dos descritores que servem de base para a elaboração das questões, funde conteúdos, competências e habilidades. Segundo a autora, na própria leitura dos descritores, fica difícil dissociá-los de objetivos específicos, ainda que o Saeb tenha o propósito de avaliar competências e habilidades. Outro aspecto ressaltado por Valente (2003) é o fato de que, embora o Referencial para a Educação Infantil e os Parâmetros Curriculares Nacionais referentes ao Ensino Fundamental façam menção a um processo de ensino e aprendizagem centrado em objetivos; e as Diretrizes e os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio estabeleçam como norte as competências e habilidades, não se encontra nos documentos oficiais esclarecimentos do porquê dessas abordagens diferenciadas. Em adição, a dicotomia presente no fato de os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental estabelecerem objetivos, e o Saeb, que

avalia os concluintes das quartas e oitavas séries, competências e habilidades “[...] Ou seja, o professor planeja em termos de objetivos, e os alunos são avaliados em termos de competências e habilidades, evidenciando incoerência entre os processos de ensino e aprendizagem e de avaliação em nível macro” (Valente, 2003, p. 10).

Em consonância com estes questionamentos (Vianna, 2003), embora ressaltando o SAEB como o melhor e o mais bem delineado dos projetos propostos pelo Ministério da Educação, “onde dever-se-ia concentrar todo o empenho governamental, por ser o ensino básico o fundamento para a construção do espírito de cidadania e o alicerce sobre o qual se apoiam os demais níveis educacionais” (p.53), apontou para duas características dos instrumentos de medida voltados para o rendimento escolar que deveriam ser levadas em conta pelos organizadores do SAEB: a validade de conteúdo e a validade consequential. A primeira diz respeito a não representatividade amostral dos conteúdos e das capacidades, juntando-se, ainda, às deficiências técnicas na construção dos itens ou questões. A segunda, a validade consequential, se refere ao impacto da avaliação sobre o sistema, determinando mudanças de pensamento, gerando novos comportamentos, formando novas atitudes e promovendo novas ações; reflete em que medida a avaliação faz realmente alguma diferença para a comunidade.

A validade, segundo o consenso dos especialistas, não é uma característica geral, antes de tudo ela é específica. Um instrumento de medida não é válido em tese, pode ser válido para um curso, mas não para outro. “Pode ser válido para um currículo, mas não para outro; para um professor, mas não para outro, inclusive, pode ser válido para uma escola, mas não o ser para outra instituição” (p. 53-54). Segundo Vianna (2003) a questão da validade é extremamente delicada em qualquer contexto educacional e, no nosso caso particular, é preciso que se considere a formação da nossa nacionalidade, a grande diversidade social, econômica e cultural, demonstrada em todo o território brasileiro, que varia de regiões desenvolvidas, passando por zonas de transição e chega a imensas áreas com estruturas arcaicas. O cuidado com a validade é extremamente necessário, a fim de evitar que a posterior análise dos dados possa levar a inferências destituídas de sentido, para que os dados sejam representativos da diversidade da nossa geografia cultural. No entanto, na visão do autor, o SAEB, ao divulgar o relatório de suas avaliações, apresenta a metodologia, os tratamentos a que foram submetidos os resultados e uma grande riqueza de dados e informações sobre os diferentes desempenhos; “entretanto, esse documento, elaborado com extremo rigor técnico, acaba por se tornar inacessível à grande massa de interessados dentro e fora do campo da educação” (p.54).

Assim, promover reflexões acerca dos dados, investigar a dinâmica dos descritores, competências e habilidades envolvidas na Prova Brasil, as possíveis variáveis que afetam o desempenho no teste de larga escala e as correlações existentes, questões situadas na validade consequential do SAEB, poderia indicar alguns aspectos relevantes que, ultrapassando os aspectos numéricos e as fórmulas, servissem de prognósticos de ações futuras.

Dias Sobrinho (2002) definiu a avaliação como sendo plurirreferencial, por isso mesmo complexa, polissêmica e com múltiplas e heterogêneas referências, não sendo, portanto, uma simples disciplina com conteúdos delimitados e modelos independentes. Configura-se como um campo cujo domínio é disputado por diversas disciplinas e práticas sociais de distintos lugares acadêmicos, políticos e sociais.

Não sendo uma disciplina autônoma e bastante em si mesma, necessita de uma pluralidade de enfoques e a cooperação ou concorrência de diversos ramos do conhecimento e metodologias de várias áreas, não somente para que seja minimamente entendida ou reconhecida intelectualmente, mas também para poder ela própria se exercitar concretamente de modo fundamentado. Não sendo monorreferencial, expressa-se de diferentes modos e constitui distintos modelos (Dias Sobrinho, 2002, p. 15).

Os debates, no entanto, como em qualquer sistema de implementação de uma política educacional, principalmente no que se refere ao fenômeno complexo da avaliação, não se esgotam e se tornam mais consistentes na medida que surgem novos fatores e novas percepções. É neste movimento dialético²⁰, ele mesmo capaz de trazer melhores perspectivas para a avaliação, que processos são aprimorados pela ação e retroação.

²⁰Segundo **Friedrich Engels** (1820; 1895), a **dialética** é a "grande ideia fundamental segundo a qual o mundo não deve ser considerado como um complexo de coisas acabadas, mas como um complexo de processos em que as coisas, na aparência estáveis, do mesmo modo que os seus reflexos intelectuais no nosso cérebro, as ideias, passam por uma mudança ininterrupta de devir e decadência, em que finalmente, apesar de todos os insucessos aparentes e retrocessos momentâneos, um desenvolvimento progressivo acaba por se fazer hoje".

CAPÍTULO II

SOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ESTRUTURA COGNITIVA, ESTRATÉGIAS DE PENSAMENTO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

O ensino tradicional da Matemática consistiu em relegar a solução de problemas como simples atividade de aplicação ou exercício de fixação, geralmente desenvolvida ao final de uma determinada unidade do conteúdo programático. As perspectivas contemporâneas, dimensionadas a partir da Educação Matemática, tanto pelas bases construtivistas, quanto influenciada pelas teorias do processamento da informação, fornecem uma nova dimensão ao papel da solução de problemas na aprendizagem dos conceitos matemáticos (Brito, 2002).

As abordagens da Psicologia Cognitiva da solução de problemas (Sternberg, 2000, 2002, 2010; Ausubel, 1970, 1978; Kruteskii, 1976; Gagné, 1971; Mayer, 1992; Pozo, 1998; Pozo, Echeverría, Castilho, Crespo & Angón, 1998) têm se revelado como importantes contribuições, subsidiando os diferentes estudos empíricos realizados na área da Psicologia da Educação Matemática. Os debates produzidos adquirem relevância à medida que evidenciam algumas variáveis que afetam o desempenho matemático, indicando, por outro lado, intervenções, estratégias e ferramentas que, integradas à ação metodológica, podem converter-se em meios facilitadores do processo de ensino e da aprendizagem. Em adição, as pesquisas realizadas neste campo, onde a matemática escolar se articula com a solução de problemas, promovem a reflexão daqueles que buscam, em sala de aula, a construção de um conhecimento significativo.

Brito (2006) destacou o grande avanço do entendimento da solução de problemas provocado pela estreita relação entre a solução de problemas do ponto de vista da Psicologia e as exigências da Matemática Escolar, sendo subsidiado pelos estudos sobre inteligência e o desenvolvimento de testes psicológicos, além da pesquisa iniciada por Thorndike (1922) e ampliada ao longo do século passado.

Neste enfoque, a presente investigação, em seus desdobramentos teóricos e metodológicos, busca interpretar variáveis interferentes nas tarefas de solução de problemas. O processamento da informação, as estratégias de pensamento adotadas pelos alunos, as atitudes em relação à matemática, as competências e habilidades destacadas pela Prova Brasil, articulam-se em elaborações pertinentes que, sustentadas pela teoria, permitem analisar quali e quantitativamente os dados produzidos.

Salienta-se, ainda que, embora ao longo do tempo os estudos sobre o tema tenham se intensificado (Mayer, 1992; Pozo, 1988; Sternberg, 1992, 1994, 2002, 2010; Brito, 2000, 2001a, 2001b, 2006, 2011) e nos documentos oficiais que norteiam a Educação Brasileira, seja considerada o foco central da atividade matemática, a solução de problemas apresenta-se ainda como um grande desafio a ser superado, haja vista os resultados dos exames nacionais, como por exemplo, os demonstrados pelo Prova Brasil.

Segundo Brito (2006, p.6)

[...] mesmo quando se avalia o conhecimento e o domínio de conteúdos elementares como medidas, geometria, problemas aritméticos verbais, organização de dados [...] a solução de problemas tem sido apontada como o domínio que apresenta dificuldades para os estudantes com diferentes graus de habilidades e de todas as idades e níveis (Brito 2006, p.6).

Em adição, na literatura concernente ao tema é possível observar-se diferentes definições para um mesmo constructo. Neste sentido, duas conceitualizações se destacam: resolução de problemas e solução de problemas. Tomando-se por base um dos significados do prefixo latino *re*, na primeira definição pode-se observar que o morfema traz o sentido de *repetição*, sugerindo a ideia de realizar novamente uma mesma tarefa e, neste caso, pode se configurar ou se confundir com o exercício, que na prática, reproduz uma situação conhecida visando sua consolidação (Brito, 2006). Neste caso, é possível inferir-se que a resposta pode ser recuperada rapidamente na memória e, portanto, a tarefa não pode ser considerada um problema (Pozo, 1998; Sternberg, 2000, 2010). Partindo-se dessa premissa e em consonância com os diversos estudos realizados na área pelo grupo PSIEM, adotou-se neste estudo o segundo conceito, qual seja, solução de problemas.

Importante ressaltar, porém, que embora exista discordância entre os diferentes autores quanto à definição do termo, existe a concordância de que a solução de problemas é uma situação inicial, quase sempre desconhecida, convertendo-se no ponto de partida. O contato do sujeito com esta situação inicial desconhecida permite a ele disponibilizar na estrutura cognitiva, os elementos necessários à solução. Por meio de uma série de operações realizadas a partir da situação inicial, o solucionador pode chegar a um estado final desejado (Brito, 2006).

A situação problema refere-se à configuração do problema, é estática [...] só se transforma realmente em um problema quando o indivíduo que se depara com ela é motivado (ou induzido) a transformá-la (Brito, 2006, p.17).

Um aspecto bastante relevante na solução de problemas é que ela se converte em meio de investigação matemática significativa na medida que permite a análise das estratégias de pensamento (por meio de relatos verbais e escritos) adotadas pelos alunos a partir do momento em que estabelecem o reconhecimento da situação como sendo um problema e entram no espaço do problema. Além disso, este tipo de tarefa matemática, permite que o professor e/ ou investigador possam fazer inferências mais consistentes acerca de *como*, e *se*, os estudantes articulam conceitos e princípios na busca de solução, possibilitando interpretar os erros e os acertos efetuados e, a partir dos dados, redimensionar ou ratificar ações metodológicas. Brito (2006, p. 18) definiu a solução de problemas como sendo “um processo cognitivo que visa transformar uma dada situação em uma situação dirigida a um objetivo, quando um método óbvio de solução não está disponível para o solucionador”.

Para a autora a solução de problemas refere-se a uma atividade mental superior ou de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios para se atingir a solução, possuindo quatro características básicas: é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal, uma vez que, depende do conhecimento prévio do indivíduo. No processo de solução de problemas o que ocorre é, portanto, a ampliação de conceitos e princípios já existentes.

Em Sternberg (1992), a capacidade para a solução de problemas discutida por Chi e Glaser (1981) trouxe à tona reflexões importantes acerca da solução de problemas, nas quais a ação aí empreendida é colocada como algo inerente à atividade humana. Estes dois últimos autores destacaram que a partir da infância, solucionamos ativamente problemas que o mundo nos apresenta. Sobre este mesmo mundo adquirimos informações as quais são organizadas em estruturas de conhecimento sobre objetos, pessoas, eventos e nós mesmos, que são armazenadas na memória. Tais estruturas compreendem corpos de entendimento, modelos mentais, convicções e crenças que influenciam o modo como articulamos nossas experiências com o modo como solucionamos os problemas com os quais nos deparamos no cotidiano, na escola, em nossos empregos, enfim, nos diferentes ambientes e setores que fazem parte de nossa vida.

Chi e Glaser (1981) referindo-se à forma como os seres humanos desenvolvem suas capacidades para a solução de problemas, nas diferentes situações nas quais os problemas lhes são apresentados, afirmaram que as pessoas diferem em suas aptidões para realizarem determinada tarefa, as crianças dos adultos, e os especialistas dos novatos. As diferenças

observadas têm como alicerce os processos cognitivos e organizações mentais que caracterizam as capacidades individuais para a solução de problemas. Neste tipo de tarefa, dois importantes fatores influenciam a solução: a natureza da tarefa (o environment da tarefa) e o tipo de conhecimento trazido pelo solucionador.

A representação e a codificação na solução de problemas são importantes para que se consiga atingir o estado final desejado. A representação de um problema consiste essencialmente na interpretação ou compreensão do problema. No entanto, se a representação não incorporar um ou mais aspectos do problema, necessariamente, haverá o comprometimento do estado final desejado. Sobre este aspecto, inclusive, o trabalho realizado por Newell e Simon (1972) transpõe a atenção sobre as condições sobre as quais as soluções podem ser alcançadas, focalizando os processos cognitivos envolvidos que atuam na solução de problemas e que transformam o estado inicial do problema no estado desejado.

O conhecimento do domínio do problema é bastante significativo e pode influenciar o uso da heurística geral para a solução de problemas. O que distingue um solucionador talentoso de outro menos capacitado, no entanto, não é o uso de heurísticas mais poderosas ou diferentes, mas a capacidade do indivíduo para escolher o melhor trajeto para a solução. O conhecimento é fator determinante da representação e, por conseguinte, a representação orienta a recordação e o acesso aos procedimentos apropriados à solução e isto requer subsídios presentes na estrutura mental do sujeito que soluciona um problema.

Neste contexto, onde ocorre o processo de representação, a recorrência ao conceito de esquema (Skemp, 1971, 1993; Piaget, 1973, 1974, 1975, 1976, 1977; Ausubel, 1978, 1980; Chi & Glaser, 1981; Pozo, 1998, Echeverria & Pozo, 1998, entre outros) torna-se relevante. De modo geral, esquema é um constructo teórico que descreve a forma de um campo de conhecimento organizado na memória, sendo estrutura modificável de informações. Os esquemas representam o conhecimento experienciado e as inter-relações entre objetos, eventos e sequências de eventos, contendo informações prototípicas advindas da experiência, as quais servem de alicerce para interpretar novas situações e observações, ampliando o papel do conhecimento prévio como elemento subçursor, tanto para as situações recorrentes, que exigem recordação, como para as novas situações que devam ser vivenciadas. Neste âmbito, é perceptível a maneira como o conhecimento e sua organização afetam a solução de problemas (Chi & Glaser, 1981, 1992).

A solução de problemas é altamente dependente dos conceitos e princípios anteriormente aprendidos. Estes, disponibilizados na memória e combinados de forma a levar ao resultado final, permitem que a estrutura cognitiva se amplie e inclua os elementos novos, sejam os relativos ao conhecimento declarativo ou ao conhecimento de procedimentos (Brito, 2011, p. 8).

Alguns processos cognitivos superiores como a percepção, a representação, a imagem, a retenção e a recuperação de informações contidas na memória, a atenção também podem ser observados na atividade de solução de problemas matemáticos. Ao elaborarem a representação de um problema, os indivíduos habilidosos são capazes de diferenciar claramente três elementos em um problema: as relações que possuem significado matemático básico; as quantidades não essenciais para aquele tipo de problema, mas que são essenciais naquela variante; e as quantidades supérfluas para aquele problema específico (Alves & Brito, 2007; Brito, 2011).

No que concerne à percepção, a mesma pode ser considerada sob dois aspectos: a percepção analítica, caracterizada pelo isolamento de diferentes elementos do problema, acesso diferenciado e estabelecimento de hierarquia entre eles. À medida em que o sujeito vai estabelecendo combinações e relações entre elementos componentes do problema é que ocorre a percepção sintética. “Ao solucionar um problema matemático o indivíduo inicialmente percebe, tanto de maneira analítica como sintética, os elementos que o compõem” (Brito, 2011, p. 9).

Krutetskii (1976) afirmou, em seu estudo, que a memória matemática é um componente da habilidade matemática envolvendo uma retenção generalizada e operante, e uma rápida elaboração de representações de problemas e relações, no domínio dos símbolos numéricos e verbais (a memória refere-se ao terceiro estágio da solução de problemas propostos pelo autor relativo à retenção da informação matemática). A memória caracteriza-se por ser seletiva de modo que a estrutura cognitiva não retém toda a informação matemática disponível na situação, mas “refina” os dados concretos que representam estruturas abreviadas e generalizadas. Esse tipo de retenção torna o método mais econômico e conveniente. A informação retida dessa maneira elimina as informações desnecessárias e permite que as ideias relevantes sejam acessadas mais facilmente (Krutetskii, 1976).

De acordo com Sternberg (2000, 2002, 2010) a psicologia cognitiva²¹ refere-se ao modo como as pessoas percebem, aprendem, recordam e pensam sobre informação. São bases do conhecimento humano a aprendizagem, o raciocínio, a memória, a percepção, o pensamento e a linguagem. As pessoas possuem na mente algum modo de representação mental sobre objetos, pessoas, ideias, etc., que se encontram no seu exterior. Estas ideias se articulam com algumas das diferentes abordagens sobre a solução de problemas, ampliando a compreensão deste processo onde conceitos e princípios são articulados.

Pozo e Crespo (1998), abordando a solução de problemas nos currículos de Ciências da Natureza, evidenciaram diferenças entre problemas escolares, problemas científicos e problemas cotidianos indicando que estes, ao mesmo tempo que se distinguem, mantêm entre si relações significativas que permitem determinar as formas pelas quais se estabelecem as pontes entre conhecimento cotidiano e o conhecimento científico. Justificando a inclusão das Ciências da Natureza como uma parte substantiva do currículo de Educação Básica, em todos os países, destacaram que a mesma se deve à necessidade de proporcionar aos alunos “uma cultura científica mínima que lhes permita compreender não somente o funcionamento do mundo natural, mas também os envolvimento que os avanços do conhecimento científico e tecnológico têm para a vida social do cidadão comum” (p.67).

Os conhecimentos e os procedimentos das ciências, além de manifestarem uma presença quase permanente na vida cotidiana, revelam-se necessários para dotar os futuros cidadãos de uma bagagem conceitual e metodológica que lhes permita aplicar parte de sua aprendizagem escolar para entender não somente os fenômenos naturais que os cercam, mas também os projetos tecnológicos gerados pela ciência, os quais, muitas vezes, trazem consequências sociais relevantes. Um objetivo fundamental da formação científica, dentro da Educação Básica, seria fazer com que os alunos fossem capazes de enfrentar situações cotidianas, analisando-as e interpretando-as através dos modelos conceituais e também dos procedimentos próprios da ciência²²; o conhecimento científico dos alunos e o mundo

²¹ Segundo Brito (2011), a Educação Matemática trata, basicamente, da aplicação da psicologia educacional à matemática, prioritariamente à matemática escolar. Nessa perspectiva, destaca-se que as pesquisas desenvolvidas no grupo Psicologia da Educação Matemática estão voltadas para a análise das crenças, valores e atitudes em relação à matemática e à estatística, bem como das habilidades matemáticas e suas relações com a aprendizagem, o desempenho, a representação mental, o automatismo e a memória durante a aquisição e o desenvolvimento do pensamento matemático. Os trabalhos são fundamentados a partir das concepções cognitivistas e os métodos de pesquisa utilizados tentam combinar aspectos quantitativos e qualitativos.

²² Conforme evidenciado por Brito (2006), a Matemática, em particular, é uma área que está estreitamente vinculada com a solução de problemas e o desenvolvimento de procedimentos de solução, pois grande parte das atividades próprias dessa área está ligada às representações e às abstrações que caracterizam esse tipo de conhecimento. O campo da Matemática tem características que lhe são peculiares e trata das relações numéricas e espaciais que são expressas através de números e letras simbólicas.

cotidiano que os cerca se torna explícito na resolução de problemas. “No entanto, os problemas que são resolvidos em aula não parecem ser suficientes para garantir a transferência do conhecimento a situações cotidianas. A razão disso pode ser encontrada no que se entende por problema num contexto e no outro” (p.69).

Analisando os diferentes significados que o termo “problema” adota em contextos escolares, cotidianos e também científicos, Pozo e Crespo (1998, 2009) ressaltaram que a diferença de objetivos existente entre a resolução²³ de problemas cotidianos e a de problemas científicos atinge também os processos que são colocados em ação para resolvê-los. Nas atividades cotidianas, a solução de problemas é um processo menos reflexivo e, portanto, menos guiado por hipóteses. Embora, logicamente, conhecimentos e esquemas sejam acionados para que se interprete os fenômenos naturais e tecnológicos, tais conhecimentos não funcionam como hipóteses explicitamente defendidas, mas como ideias implícitas, portanto, o seu papel na solução de problemas se mostra bem diferente.

Os traços diferenciais, muitas vezes, fazem que os alunos não apliquem os conhecimentos científicos à solução de problemas cotidianos para os quais seriam relevantes. Pozo e Crespo (1998) citando Claxton (1991) ressaltaram a necessidade de se construir uma ponte entre a ciência e o conhecimento cotidiano, expressa pelos problemas escolares que se encontram em mais de um aspecto, a meio caminho entre esses dois extremos, nos quais, ao mesmo tempo, devem apoiar-se.

Na sua forma habitual, os problemas escolares muitas vezes consideram tacitamente que o aluno expressa a capacidade de solucionar problemas científicos, quando na realidade ele não apresenta um nível de interesse e entendimento plausíveis fazendo com que os problemas escolares representem atividades artificiosas que, no melhor dos casos, podem chegar a ser surpreendentes ou intrigantes, mas que dificilmente se encaixam na definição do que se constitui num problema, ou seja, para que isto aconteça o aluno deve considerá-lo como tal.

[...] em boa parte das situações escolares o aluno enfrenta um “pseudoproblema”, já que não se sente envolvido na sua solução, de forma que o resultado obtido lhe é indiferente, tendo pouco significado para ele e, logicamente, não fazendo sentido algum. A necessidade que o aluno tem de resolver o problema é motivada pela obrigação de satisfazer uma solicitação da escola, e não por inquietação intelectual (Pozo & Crespo, 1998, p.74)

²³ O termo resolução que aparece no texto é a denominação utilizada pelos autores.

O projeto e o planejamento dos problemas escolares devem basear-se na convicção de que os alunos se encontram mais próximos do conhecimento cotidiano, que seus problemas não são os da ciência e que, partindo do seu conhecimento e dos seus problemas, é preciso criar meios que os ajudem progressivamente a estabelecer o intercâmbio entre os dois tipos de conhecimento. Para que os alunos enfrentem problemas científicos como verdadeiros problemas é preciso, antes, mudar suas prioridades, envolvendo mudanças não apenas nos procedimentos disponíveis mas também nos seus conhecimentos conceituais e nas atitudes.

Um elemento importante, no âmbito da mudança curricular, seria o projeto de tarefas ou problemas escolares, concebidos não como uma imitação ou uma aproximação forçada à pesquisa científica, mas sim como uma forma de ajudar os alunos a adquirir hábitos e estratégias de resolução de problemas mais próximos aos da ciência, assim como discriminar as tarefas e contextos nos quais esses métodos se tornam mais eficazes do que uma abordagem cotidiana (Pozo & Crespo, 1998).

Os diferentes tipos de problemas e a distinção entre eles (problemas abertos e fechados: problemas bem e mal definidos; exercícios e problemas verdadeiros; problemas tipo de lápis e papel e problemas práticos entre outros) são resumidos por Pozo e Crespo (1998) em problemas quantitativos, qualitativos e pequenas pesquisas:

Problemas Qualitativos: são denominados problemas qualitativos aqueles que os alunos precisam resolver através de raciocínios teóricos, baseados nos seus conhecimentos, sem necessidade de apoiar-se em cálculos numéricos e que não requerem para a sua solução a realização de experiência ou de manipulações experimentais. São geralmente problemas abertos, nos quais se deve predizer ou explicar um fato, analisar situações cotidianas ou científicas e interpretá-las a partir dos conhecimentos pessoais e/ou modelo conceitual proporcionado pela ciência. Uma das dificuldades para o uso didático desse tipo de problema é que às vezes, com um enunciado ambíguo, os alunos não saibam como abordá-los ou não consigam reconhecer o problema.

Problemas quantitativos: são aqueles que envolvem a manipulação de dados numéricos para chegar a uma solução, seja ela numérica ou não. São problemas nos quais a informação recebida é principalmente quantitativa, embora o resultado possa não sê-lo. Por isso, a estratégia de resolução estará fundamentalmente baseada no cálculo matemático, na comparação de dados e na utilização de fórmulas. É bastante comum observar que os alunos consideram ter resolvido um problema quando obtêm um número (solução matemática), sem parar para pensar no significado desse número dentro do contexto

científico no qual está inserido o problema (solução científica). Outro inconveniente dos problemas quantitativos é sua utilização massificada e indiscriminada em sala de aula e muitas vezes as atividades propostas sequer chegam a ser verdadeiros problemas, mas ficam reduzidas à simples exercitação fazendo com que o aluno se limite a repetir determinados algoritmos aprendidos por repetição.

Pequenas Pesquisas: nas quais o aluno deve obter respostas para um problema por meio de um trabalho prático (tanto no laboratório escolar como fora dele). Não podem chegar a ser classificadas de “pesquisas”, na acepção usada na ciência, mas são uma aproximação, embora simplificada, do trabalho científico, no qual o aluno, em pequena escala, deve formular hipóteses, esboçar uma estratégia de trabalho e refletir sobre os resultados obtidos. Implicam numa aprendizagem de habilidades e estratégias, assim como conceitos, adotando também algumas das características dos outros dois tipos de problemas descritos: a busca de uma conexão entre os conhecimentos prévios e os fenômenos a serem estudados e a necessidade, em muitos casos, de medir e submeter essas medidas a cálculos quantitativos como instrumento para inferir leis ou comprovar hipóteses. Em muitos casos, porém a parte experimental é um simples exercício ilustrado, no qual o aluno recebe todo o tipo de instruções para desenvolvê-lo sem que cheguem a ser satisfeitas as condições básicas que permitam considerá-la um problema.

Ainda sobre a solução de problemas Pozo e Crespo (1998) afirmaram que este tipo de atividade requer esquemas de conhecimento já disponíveis para que o aluno reconheça uma situação problemática e a formule como um problema. Assim, é preciso que se ative algum conhecimento que possa ser relacionado ao enunciado que lhe foi apresentado. Se não existirem esses conhecimentos, ou se não forem ativados, não haverá um problema para o aluno; nos três tipos de problemas mencionados (problemas qualitativos, problemas quantitativos e pequenas pesquisas) é necessário que o enunciado ative nos alunos um conhecimento que lhes sirva para formular o problema.

Dessa forma, os problemas qualitativos, na medida que admitem proposições muito abertas, estão dirigidos à mobilidade de conhecimentos prévios, possibilitando que os alunos formulem hipóteses, reflitam sobre elas através da interação, da comunicação e da explicitação de ideias; no entanto, é necessário que os objetivos do problema, antes de enunciá-lo, sejam bem definidos, evitando-se proposições ambíguas e o comprometimento de sua estrutura.

A compreensão de um problema quantitativo é determinada tanto pela estrutura linguística do enunciado como pelos conhecimentos conceituais envolvidos. A própria

necessidade de quantificar as relações entre conceitos somente adquire sentido quando o aluno consegue diferenciar conceitos que se encontram indiferenciados previamente.

Nas pequenas pesquisas é necessário que se estabeleça os parâmetros que devem ser observados para que o aluno consiga relacionar os conceitos teóricos às aplicações práticas, fazendo questionamentos, formulando hipóteses, elaborando estratégias de solução. Porém, este tipo de atividade não deve restringir-se à aproximação do método científico, mas possibilitar a compreensão dos conceitos envolvidos no problema e sua transposição para o cotidiano.

De acordo com o grau de abertura das instruções, a definição do problema e formulação de hipóteses, Pozo e Crespo (1998) destacaram três tipos de problemas : problemas fechados, problemas abertos e problemas semiabertos, sendo que a primeira fase da resolução de um problema é a sua definição; todo problema apresenta uma pergunta. Por isso, segundo os autores, o primeiro passo a seguir é reconhecer a pergunta, estar consciente de que existe um problema. Isso fica claro tanto no campo científico como na vida cotidiana, quando, por exemplo, o cientista que pesquisa e busca no contexto social de produção do conhecimento científico os seus próprios problemas e os vivencia como tais ou na vida cotidiana de uma pessoa quando ela constata e define que precisa solucioná-lo de uma forma ou de outra. No entanto, os problemas escolares surgem de modo diferente e é essencial que após o enunciado de um problema escolar os alunos reconheçam a existência de um problema, ou seja, de algo que desconhecem e que vale a pena ser entendido ou conhecido.

Os enunciados ou as instruções dos problemas têm como função proporcionar a informação necessária para gerar o espaço do problema. No entanto, quando essas instruções definem a tarefa de forma muito fechada, é pouco provável que levem o aluno a se propor um problema, levando-o apenas a completar o exercício.

De outra forma, as tarefas muito abertas confrontam o aluno com uma situação bem diferente; são muito úteis para que se conheça modelos interpretativos dos quais os alunos partem, assim como os caminhos de busca ou solução que eles são capazes de encontrar e a sua capacidade crítica para julgá-los. Porém esse caráter aberto pode ter também os seus inconvenientes em relação a certos objetivos didáticos; a pouca concretização das instruções do problema pode tornar mais difícil para o aluno que se atenha aos objetivos instrucionais previstos ao definir o problema num espaço diferente do que se pretende.

Com efeito, é necessário “buscar instruções ou enunciados que contenham os elementos necessários para a definição do problema, mas que, ao mesmo tempo, obriguem

o aluno a criar o cenário desse problema” (Pozo & Crespo, 1998, p. 87). Esses enunciados se referem à tarefas ou problemas semiabertos caracterizados por uma informação que restringe os possíveis espaços nos quais é possível definir o problema, auxiliando o aluno a concentrar-se na tarefa prevista e, ao mesmo tempo, confrontando-o com uma tarefa aberta e não com um simples exercício.

Dependendo do objetivo da tarefa e das condições didáticas nas quais esta se realiza, pode ser dinamizado um maior ou menor grau de fechamento do enunciado do problema, porém, evitando sempre que se apresente uma definição fechada que impeça o aluno de incorporar ideias ou estratégias próprias. De acordo com os autores supracitados, como em outras situações de aprendizagem, a solução de um problema começa com a ativação dos conhecimentos prévios dos alunos.

Similar a estas ideias, Brito (2000) destacou que a solução de problemas constitui-se em um objetivos cognitivos que levam ao desenvolvimento das habilidades básicas tendo por isso um destaque especial:

O uso desta metodologia deve habilitar o aluno a solucionar problemas em situações novas, com as quais não tenha experiência. levando-os a compreender os significados dos conceitos e princípios envolvidos e não apenas memorizando **modelos de problemas** e estratégias de solução (p. 95, grifo do autor).

Segundo Brito (2000), quando o aluno é, constantemente, submetido aos mesmos exercícios e problemas rotineiros, ele aprende os passos que levam à solução, memorizando esses procedimentos e passa a solucionar com facilidade apenas aqueles problemas que são iguais ou muito semelhantes ao modelo.

O fato de se trabalhar apenas com problemas de raciocínio matemático rotineiros, estes mesmos podendo ser classificados como problemas fechados (Pozo & Crespo, 1998), pode produzir alterações nas características da percepção mental dos alunos a respeito do problema matemático. Os estudantes, neste grau de abertura do problema matemático, passam a percebê-lo apenas como uma coleção de fatos sem relação, ao invés de uma complexa cadeia de quantidades inter-relacionadas. A solução de problemas requer a utilização da capacidade de predizer e formular hipóteses. Assim, o uso desta metodologia deveria ser inserida pelos os professores nos objetivos do ensino da disciplina Matemática como situações de desafio que levem o aluno a predizer, criar hipóteses e considerar situações hipotéticas, buscando soluções plausíveis para os problemas formulados.

Ainda, a autora supra-citada ressaltou que Skemp (1971) sintetizou essa situação, afirmando que o que é imposto à grande maioria das crianças e estudantes mais velhos é a simples manipulação de símbolos com pouco ou nenhum significado e ligados de acordo com um certo número de regras memorizadas mecanicamente. A repetição de procedimentos e de estratégias de solução conduzem o estudante a desenvolver o pensamento reprodutivo, “muitas vezes incapacitando-os para encontrar soluções originais para os problemas com os quais se defronta” (Brito, 2000, *ibidem*).

A aprendizagem da matemática pelos estudantes, principalmente nas etapas iniciais escolares, depende de um bom ensino; saber matemática e estar apto para ensinar, comunicá-la a aqueles com um nível conceitual mais baixo são duas coisas bem diferentes. Para Skemp (1971, 1993) a falta de preparo do professor pode gerar nos alunos o desinteresse, o temor à matemática por toda sua vida.

Skemp (1971, 1978, 1993) considerou dois tipos de compreensão²⁴ envolvendo a Matemática: a compreensão instrumental e a compreensão relacional, levando em conta o tipo de conhecimento produzido em cada uma delas. A compreensão instrumental diz respeito à aquisição de regras ou métodos que se convertem em um conjunto de indicações bem definidas indicando uma sequência de passos a seguir na solução de problemas. Este tipo de conhecimento envolve necessariamente o saber como, sem no entanto, o saber porquê. As construções efetuadas na tarefa, assim proposta, levará o aluno a procurar uma regra que possibilite dar uma resposta satisfatória para o problema. A compreensão relacional diz respeito a um conjunto de estruturas conceituais que permite ao aluno construir vários planos relacionando-os à solução de uma variedade de tarefas.

Isto posto, significa que a compreensão de uma ideia requer relacioná-la com outras ideias possibilitando elaboração de estruturas conceituais, também consideradas esquemas mentais. Para Skemp (1971, 1978, 1993) o termo geral para uma estrutura mental é esquema. O termo inclui não só as complexas estruturas conceituais da matemática, mas também estruturas relativamente simples que coordenam a atividade sensório- motora. “Um esquema tem duas funções principais: integra o conhecimento existente e é um instrumento

²⁴ Segundo Skemp (1993, p. 50) *compreensão significa compreender algo e assimilá-lo dentro de um esquema adequado*, o que explica a natureza subjetiva da compreensão. Este autor ressaltou dois modos de funcionamento da inteligência destacando-os como intuitivos: somos conscientes através de nossos receptores (sentidos, particularmente visão e audição) de dados procedentes do ambiente externo, sendo estes dados classificados automaticamente e referidos a outros dados mediante estruturas conceituais existentes; a inteligência reflexiva diz respeito aos reflexionamentos responsáveis pela ampliação, modificação e aprimoramento dos esquemas cognitivos em consonância com as ideias de Piaget (1977) segundo as quais as informações retiradas do objeto de conhecimento pelo sujeito são abstrações empíricas; de outro modo, as informações retiradas das ações do sujeito sobre o objeto são abstrações reflexivas.

mental para a aquisição de novo conhecimento” (Skemp, 1993, p. 43). Este autor destacou a função integrativa do esquema afirmando que quando reconhecemos alguma coisa como exemplo de um conceito chegamos a ser conscientes do mesmo em dois níveis: o conceito como em si mesmo e como membro de uma classe. Assim, “os conceitos já existentes são também indispensáveis para a aquisição de um (**novo**) conhecimento ulterior” (Skemp, 1993, p. 45, grifo nosso).

Gagné (1973), considerando as circunstâncias presentes quando ocorre a aprendizagem e enfatizando também que a aprendizagem deve ser descrita tendo como referência tanto as situações cotidianas como as situações escolares, definiu a aprendizagem como:

“uma modificação na disposição ou na capacidade do homem[...] o tipo de modificação a que se dá o nome de aprendizagem manifesta-se como uma alteração no comportamento e infere-se que a aprendizagem ocorreu, comparando-se o comportamento possível antes de o indivíduo ser colocado em uma “situação de aprendizagem” e o comportamento apresentado após esta circunstância (Gagné, 1973, p. 3).

Segundo o autor esta modificação apresenta-se como um aumento de capacidade para alguns tipos de performance. Pode consistir, também, em alteração da disposição, chamada, conforme o caso, atitude, interesse ou valor. As ideias de Gagné são consoantes com os estudos que abordam as modificações dos esquemas mentais mediante aquisição do novo conhecimento subsidiado pelos elementos disponibilizados anteriormente na estrutura cognitiva.

Ausubel et al. (1978, 1980) afirmaram ser o conhecimento prévio o principal fator, que isolado, influencia a aquisição de novos conhecimentos. Nesta interação é que o novo conhecimento adquire significados e o conhecimento prévio se modifica. Ao destacarem a atividade de solução de problemas, afirmaram que a mesma se refere a qualquer atividade em que tanto a representação cognitiva da experiência passada como os componentes de uma situação problemática atual são organizados para atingir um objetivo designado. Esta atividade, porém, pode consistir em uma variação, mais ou menos apoiada no ensaio e erro de alternativas disponíveis “ou de formular um princípio ou descobrir um sistema de relações subjacente à solução de um problema” (p. 472).

A aprendizagem por ensaio e erro é mais ou menos inevitável em problemas nos quais não existe ou não pode ser discernido nenhum padrão significativo de relações. Ela se apresenta como característica de uma aprendizagem motora e que consiste de variação, aproximação e correção até que emerja uma variante bem sucedida; a solução de problemas

pelo discernimento é um tipo de aprendizagem pela descoberta significativa na qual, as condições do problema e os objetivos desejados,

...são não arbitrariamente e substantivamente relacionados com a estrutura cognitiva existente... inclui a transformação da informação pela análise, síntese, formulação e comprovação de hipóteses, rearranjo, recombinação, translação e integração....contudo, não implica em uma descoberta completamente autônoma. (Ausubel et al., p. 474)

A abordagem pelo discernimento, no entanto, implica “uma disposição” que está orientada para a descoberta de uma relação meios/fim subjacente à solução do problema. Contudo, como afirmam os autores, dependendo da abordagem utilizada, o pensamento pode empregar o método de discernimento, ou a aprendizagem por ensaio e erro e isto ocorre em função tanto do tipo de problema envolvido, como da idade, experiência prévia e inteligência do sujeito.

Por sua vez, a aprendizagem por descoberta (Ausubel et al., 1978) se distingue em aprendizagem significativa pela descoberta e aprendizagem receptiva significativa: “a aprendizagem por descoberta significativa é aquela em que o aprendiz é levado a encontrar, sozinho, o significado de um ou mais conceitos que se encontram imersos no conteúdo total a se aprendido” (Brito, 2001, p. 74). É este o modo pela qual esta aprendizagem se difere da aprendizagem significativa receptiva. Embora comportem diferenças entre si, tanto em termos de processo subjacente quanto no que se refere ao seu papel na educação, partilham de uma interdependência e comunalidades, ao mesmo tempo em que se contrapõem à aprendizagem de rotina.

A aprendizagem pela descoberta é significativa quando os aprendizes relacionam não arbitrariamente e substantivamente uma proposição problemática potencialmente significativa com uma estrutura cognitiva, objetivando gerar uma solução que por sua vez, é potencialmente significativa, pois é relacionável com a natureza cognitiva de mesma base. Engloba os elementos essenciais contidos na aprendizagem significativa em geral: “uma disposição para a aprendizagem significativa, uma tarefa de aprendizagem logicamente significativa e a disponibilidade de ideias relevantes estabelecidas na estrutura cognitiva do aprendiz” (Ausubel et al., 1978, p. 473).

A aprendizagem significativa receptiva, por sua vez, implica a aquisição de novos conceitos. Exige tanto uma disposição para a aprendizagem significativa como a apresentação ao aluno de um material potencialmente significativo (este último requer que

por si só, possa ser relacionado a qualquer estrutura cognitiva apropriada, de forma não arbitrária nem literal e, ao mesmo tempo, que comporte novas informações que possam ser relacionadas às ideias básicas relevantes já existentes na estrutura cognitiva do aluno). Ao mesmo tempo a aprendizagem receptiva significativa comporta três categorias distintas expostas a seguir:

1. *Aprendizagem representacional*, que ocorre quando se estabelece uma equivalência de significado entre símbolos arbitrários e seus correspondentes referentes (objetos, eventos ou ideias) e que remetem o aluno ao mesmo significado (nomear, classificar e definir funções, portanto, o aprendizado do significado de palavras isoladas, implica aprender o que elas representam).

2. *Aprendizagem conceitual* é a aprendizagem obtida através do conhecimento de atributos essenciais que são comuns a uma classe de objetos, eventos, situações ou propriedades. Ausubel faz uma distinção importante entre formação de conceitos e assimilação de conceitos: *A formação de conceitos* refere-se a um tipo de aprendizagem por descoberta que exige a identificação dos atributos essenciais comuns de uma classe de estímulos a partir de diversos exemplos (particulares e diversos em relação tanto a atributos essenciais como não essenciais, portanto exemplos e contra-exemplos). *A assimilação de conceitos* diz respeito à aprendizagem de novos significados conceituais onde o aprendiz, através do contato com os atributos essenciais do conceito (mediante uma definição ou contexto), relaciona-os com as ideias relevantes estabelecidas em suas estruturas cognitivas. Os conceitos, unidades genéricas ou ideias categóricas, são também representados por símbolos particulares, assim como o são outras formas de unidades referenciais.

3. *Aprendizagem proposicional* - envolve uma nova estrutura verbal onde em uma sentença apresenta-se o resultado da combinação de várias palavras isoladas e que se relacionam entre si, cada uma representando uma unidade referencial e, ao mesmo tempo, compondo um todo orgânico de forma a permitir a compreensão de um ou mais significados contidos nesta sentença. A aprendizagem proposicional pode ser subordinativa, ou superordenada, ou combinatória.

a) *A aprendizagem subordinativa*- uma proposição “logicamente” significativa de uma determinada disciplina (não necessariamente válida lógica ou empiricamente, no sentido filosófico) é relacionada significativamente a determinadas proposições superordenadas na estrutura cognitiva do aluno. Esta aprendizagem pode ser *subordinativa derivativa* se o material simplesmente exemplifica ou reforça uma ideia preexistente na

estrutura cognitiva e, *correlativa* se for uma extensão, elaboração modificação, ou qualificação de proposições anteriormente adquiridas.

b) *A aprendizagem proposicional superordenada- diz respeito a* uma nova proposição que pode ser relacionada à certas ideias subordinadas existentes na estrutura cognitiva podendo abranger ideias relevantes particulares e menos inclusivas, no entanto, relacionável a um conjunto amplo de ideias relevantes que podem ser relacionadas à ideias mais inclusivas (uma proposição ou um conceito) .

c) *A aprendizagem proposicional combinatória* refere-se aos casos em que uma proposição potencialmente significativa não pode ser relacionada nem às ideias subordinativas, nem às superordenadas na estrutura cognitiva do aluno, mas é relacionável a um conjunto de conteúdos relevantes a esta estrutura.

Ausubel et al. (1978) ressaltaram a importância significativa das estruturas cognitivas na solução de problemas destacando que a estrutura cognitiva existente desempenha um papel decisivo na solução de problemas, pois este tipo de tarefa envolve a reorganização dos resíduos das experiências passadas para se adaptar às exigências de uma situação problemática atual, assim, “qualquer transferência que ocorre seja ela positiva ou negativa, obviamente reflete a natureza e a influência das variáveis da estrutura cognitiva” (p. 476).

Na aprendizagem significativa, portanto, são evidenciados dois tipos de relação: a relação não arbitrária que ocorre entre uma tarefa de aprendizagem e uma ideia (ou ideias) especificamente relevante, estabelecida na estrutura cognitiva; e a substantiva, onde um símbolo ou grupo de símbolos ideacionalmente equivalentes se relacionem à estrutura cognitiva sem qualquer alteração significativa do conteúdo da própria tarefa (Brito & Lima, 2001).

A essência “do processo de aprendizagem significativa é que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe” (Ausubel et al. 1978, p. 471); que requer a existência de algum aspecto relevante na estrutura cognitiva do aluno para a aprendizagem de novas ideias. Este aspecto especificamente relevante pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito, uma proposição, já incorporados de modo significativo.

No âmbito dos estudos sobre solução de problemas, vale destacar a Teoria dos Campos Conceituais²⁵ de Gerard Vergnaud (1985, 1988, 1990, 1993, 1996, 2009), uma vez que as pesquisas realizadas pelo autor, no que se refere à estrutura dos problemas aritméticos, contribuem significativamente para o ensino e compreensão das diversas categorias de problemas, estas mesmas dimensionadas nos PCNS (Brasil, 1997) e no objeto deste estudo, Prova Brasil. O autor, seguindo o conceito piagetiano de esquema²⁶, afirmou que os alunos adquirem suas competências e concepções através da experiência com um grande número de situações, tanto dentro quanto fora da escola. Ao se defrontarem com novas situações que podem incluir um novo domínio, novas relações, novos dados numéricos, os alunos usam o conhecimento adquirido pela experiência dentro de situações mais simples e mais familiares e tentam adaptá-lo a esta nova situação. Um esquema pode ser formado de invariantes operatórios, antecipações do objetivo a alcançar, regras de ação e inferências; em uma situação nova diversos esquemas são evocados pelo sujeito de modo sucessivo e mesmo simultâneo, no entanto mesmo gerando ações e contendo regras, um esquema não é um estereótipo uma vez que a sequência de ações depende dos parâmetros da situação (Vergnaud, 1985, 1990). Na solução de problemas o significado do conceito e sua funcionalidade são construídos de modo significativo por meio da diversificação de situações que possibilitam ao aluno aplicar o conhecimento em diferentes contextos, testando e reformulando suas hipóteses e modelos explicativos.

Os invariantes operatórios são constituintes essenciais dos campos conceituais; as regras de ação do tipo “se... então”, que permitem gerar a sequência de ações do aluno e as inferências “que permitem calcular as regras e as antecipações a partir das informações e do sistema de invariantes operatórios de que dispõe o aluno” (Vergnaud, 1990, p. 159).

Para o autor, os campos conceituais, são concebidos como um espaço de problemas, de classes de problemas “o conjunto de situações cujo domínio requer variedade de conceitos, procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão” (Vergnaud, 1990, p. 62). Assim sendo, o conhecimento tem função adaptadora; logo, um conceito só faz sentido para a criança em situações-problema, o que não implica na perda

²⁵ Na elaboração da Teoria dos Campos conceituais, dois constructos piagetianos fundamentais são tomados e revisitados: o de esquema e o de invariantes operatórios (Moro, 2009).

²⁶ O conceito de esquema (Vergnaud, 1990) permite explicar a organizada atividade do sujeito em dada situação, funcionando como unidade de análise: quando a situação já é dominada pelo sujeito, o esquema é visto como uma organização invariante da conduta para essa classe de situações; quando não há domínio da situação, ocorre a construção de novo esquema a partir da transformação do anterior (Moro, 2009).

da dimensão teórica dos conceitos, afirmando que “a resolução de problemas é a fonte e o critério do saber operatório” (Vergnaud, 1990, p. 56).

Ainda, um conceito pode ser definido apoiado no seguinte tripé: **S** é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito (referência); **I** é um conjunto de invariantes operatórios, ou seja, propriedades e relações, que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações que dão sentido ao conceito (significado); **R** é um conjunto de representações, são desenhos, gráficos, diagramas, frases em linguagem natural, sentenças formais, etc. que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas (significante).

As ações empreendidas pelos sujeitos permitem que sejam observados os possíveis invariantes operatórios utilizados por eles durante a solução de problemas; As representações e verbalizações realizadas possibilitam ao pesquisador obter dados externalizados do pensamento, mediante os quais, as inferências realizadas podem reorientar o trabalho do professor neste tipo de atividade, buscando meios que permitam o aprimoramento dos esquemas cognitivos dos alunos.

Ainda, nas diferentes propostas de solução de problemas apresentadas aos sujeitos, classes de situações podem ser observadas: a) Classes de situações em que o sujeito dispõe das competências necessárias, revelando no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, condições favoráveis à execução da tarefa, imprimindo tratamento relativamente imediato da situação. b) Classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, “o que o obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso” (Vergnaud, 1993, p. 4).

No contexto do insucesso, na tarefa, os erros observados subsidiam as análises pertinentes e permitem a interpretação mais adequada acerca da compreensão dos conceitos matemáticos:

Conceitos e teoremas explícitos são apenas a ponta do iceberg da conceitualização: sem a parte oculta, formada pelos invariantes operatórios, essa parte visível nada seria. Reciprocamente, só se pode falar em invariantes operatórios integrados aos esquemas com o auxílio de categorias do conhecimento explícito: proposições, funções proposicionais, objeto-argumento (Vergnaud, 1985, p. 11).

Nas proposições elaboradas por Vergnaud (1990), toda construção conceitual supõe a elaboração de um conjunto de representações simbólicas em inter-relação. No entanto, é importante que se proceda a diferenciação entre o conceito e sua representação, entre os significados conceituais e os sistemas de significantes que os explicitam evitando-se que ausência dessa diferenciação em matemática, muitas vezes, estabeleça a ideia de que os símbolos e as operações sobre eles são a essência do conhecimento matemático.

Em complementariedade, destacam-se os estudos sobre a representação do conhecimento e o processamento da informação realizados por Sternberg (2000, 2002, 2010). Segundo o autor, o conhecimento pode ser representado tanto na forma de proposições quanto através de imagens; a representação e o processamento da informação têm em sido investigadas por pesquisadores de áreas diferentes (psicólogos cognitivos, cientistas da computação que estudam inteligência artificial, neuropsicólogos). “Essas diferentes abordagens para investigar a representação do conhecimento estimulam a exploração de ampla gama de fenômenos similares e fornecem o apoio de operações convergentes” (p.185).

A partir do estudo sobre a representação do conhecimento e processamento da informação, Sternberg (2000, 2010) descreveu dois tipos de conhecimento: o conhecimento declarativo²⁷ que pode ser expresso em palavras e outros símbolos (*saber o quê*) e conhecimento de procedimento que é o conhecimento sobre como seguir vários passos procedurais para desempenhar ações (*saber como*).

O conhecimento declarativo encontra-se inter-relacionado com o conhecimento de procedimentos, portanto, ao mesmo tempo que são fundamentais são interdependentes e revelam-se como importantes fatores para o desenvolvimento da capacidade do indivíduo em solucionar problemas matemáticos; além disso estabelecem influência para o bom desempenho do aluno na solução de problemas pois possibilitam: a ativação do conhecimento conceitual, domínio das técnicas e estratégias em busca da solução.

Na abordagem sobre as representações do conhecimento declarativo, o autor destacou que a unidade fundamental do conhecimento simbólico é o conceito, a ideia de

²⁷ Sternberg (2000, 2002, 2010) destacou que além de representarmos o conhecimento declarativo, sob a forma de palavras e de outros símbolos, de proposições ou de imagens, representamos mentalmente outros tipos de conhecimento não declarativo além do conhecimento de procedimento, por exemplo o conhecimento associativo simples (condicionamento clássico operante), conhecimento não-associativo simples (habituação e sensibilização) e priming (ligações fundamentais dentro de uma rede de conhecimento, na qual a ativação das informações ao longo de uma rota mental específica facilita a subsequente evocação das informações numa rota relacionada ou até na mesma rota mental).

alguma coisa; um único conceito pode ser captado em uma única palavra e cada conceito, por sua vez relaciona-se a outros: “os conceitos podem estar inter-relacionados em proposições e podem ser organizados em esquemas (do latim *schema*) [...] que são estruturas mentais para representar o conhecimento, abrangendo uma série de conceitos inter-relacionados em uma organização significativa” (ibidem).

Tanto os conceitos como os esquemas podem envolver diferentes níveis de análise e isto depende tanto da mente da pessoa como do contexto. Sternberg (2000) ressaltou que as relações dentro dos esquemas que interessam particularmente aos psicólogos cognitivos são as relações causais (se- então). “A cláusula ‘se’ inclui um conjunto de condições que precisam ser levadas em conta para implementar a cláusula ‘então’. A cláusula ‘então’ é uma série de ações que são uma resposta à cláusula ‘se’” (Sternberg, 2010, p. 285).

Ainda, evidenciou algumas abordagens como as elaboradas por Rumelhart e Ortoni (1977) onde os esquemas apresentam várias características que permitem a ampla flexibilidade em seu uso: a) Os esquemas podem incluir outros esquemas; b) Os esquemas abrangem fatos típicos gerais que podem variar ligeiramente de um exemplo para outro, levando em conta as especificidades de determinadas sub-classes contidas em uma classe mais geral; c) Os esquemas podem variar em grau de abstração) e Lloyd Komatsu (1992) (os esquemas também podem incluir informações sobre relações: a) Conceitos; b) Atributos dentro dos conceitos; c) Atributos em conceitos relacionados; d) Conceitos e contextos particulares; e) Conceitos específicos e o conhecimento básico geral.

Conforme destacado por Sternberg (2000, 2002, 2010), um modelo alternativo para representar o conhecimento declarativo é uma rede semântica (conjunto de elementos interconectados) “relacionada ao significado conforme é expresso na linguagem, isto é, em símbolos linguísticos” (Sternberg, 2000, p. 187).

Os elementos denominados nós, representam conceitos; as conexões entre os nós podem envolver a qualidade de membro de uma categoria, (elementos conectores ligando uma sub-categoria a uma categoria mais geral) atributos (características que especificam a pertinência a uma classe), ou alguma outra relação semântica (baseada no significado), são *relações classificadas*. Estas últimas formam vários vínculos na memória que capacitam a pessoa a conectar os vários nós de uma maneira significativa.

O conhecimento de procedimento refere-se a como seguir vários passos de procedimento para desempenhar as ações (por exemplo, nosso conhecimento de como andar de bicicleta, como assinar o nome, como dirigir o carro etc.). Este tipo de conhecimento interage com o conhecimento declarativo. O conhecimento procedural

envolve algum grau de habilidade, como por exemplo solução de problemas, habilidade numérica, linguística ou musical) que aumenta como consequência da prática, até que o desempenho necessite de pouca atenção consciente.

As teorias do processamento da informação, de inspiração computadorizada, ou seja, que fazem analogia entre o computador e a mente humana levam em conta que os humanos, assim como os computadores, tratam as informações de forma seriada, envolvendo um passo depois do outro.

Outras pesquisas cognitivas parecem indicar que grande parte da cognição humana envolve tratamento em paralelo, no qual múltiplas operações acontecem juntas, sendo que a estrutura mental na qual se acredita que ocorra este tratamento é a rede (Sternberg, 2000, 2002, 2010).

O conceito, segundo Sternberg (2000), “é a unidade fundamental do conhecimento simbólico” (p. 185), ou seja, a ideia sobre algo, sendo que um único conceito pode ser captado por uma única palavra, estando conseqüentemente relacionado com outros conceitos e, por conseguinte, podem ser organizados na forma de *esquemas* que são estruturas mentais para representar o conhecimento; podem ocorrer em *redes semânticas* e são inter-relacionados em uma estrutura organizada significativamente, abrangendo o conhecimento de uma série de conceitos.

2.1 Etapas e estratégias de pensamento durante a solução de problemas

A solução de problemas refere-se a um processo que se inicia quando o sujeito se defronta com uma determinada situação e necessita buscar alternativas para atingir uma meta: nesses casos, o sujeito se encontra frente a uma situação-problema e, a partir daí desenvolve as etapas para atingir a solução (Brito, 2006, p.19)

As estratégias de pensamento adotadas na solução de problemas, neste estudo, são definidas como o plano de solução estabelecido pelo sujeito solucionador. A possibilidade de verificação das estratégias disponibilizadas, pode ser viabilizada quando é solicitado aos sujeitos que verbalizem como pensaram para solucionar os problemas. Assim, a explicitação do pensamento matemático, nesta investigação, foi dinamizada através deste recurso, permitindo aos sujeitos que verbalizassem como haviam pensado para solucionar cada um dos problemas propostos pela Prova Brasil, e ao pesquisador colher dados bastante

significativos a respeito das estratégias adotadas . Nesta direção, o corpo teórico do estudo, sustenta e norteia o objeto da pesquisa.

Vale destacar que na revisão da literatura não foram identificados trabalhos com pertinência à temática deste estudo, ou seja, envolvendo o constructo estratégias de pensamento durante a solução de problemas aritméticos na Prova Brasil e as variáveis atitudes e desempenho. Assim sendo, os estudos empíricos apresentados foram constituídos a partir dos objetivos e planejamento da pesquisa.

A metodologia de investigação do “pensar matemático” durante a solução de problemas matemáticos é uma instrumento elaborado por Brito (2000), similar ao já desenvolvido e utilizado pela autora denominado “ técnica pensar em voz alta” e aplicado por diversos pesquisadores do grupo PSIEM.

De acordo com Brito (2011) a solução de um problema se caracteriza como a atividade em que o indivíduo , frente a uma determinada situação, busca mecanismos significativos para atingir um resultado satisfatório. Para isto problematiza um ou mais aspectos, e converte os elementos significativos disponíveis em dados do problema a ser solucionado. O pensamento e o esforço mental são direcionados na busca de mecanismos que permitam re-estabelecer o equilíbrio na estrutura cognitiva. “É através da busca de possibilidades para se atingir um estado final desejado que se torna possível perceber os mecanismos de solução” (Brito, 2011, p.7).

O pensamento matemático, na solução de problemas, envolve uma atividade mental superior ou de alto nível e o uso de conceitos e princípios necessários para atingir a solução. O sujeito solucionador percebe, tanto de maneira analítica como sintética, os elementos que o compõem.

A percepção analítica é caracterizada pelo isolamento de diferentes elementos do problema, acesso diferenciado e estabelecimento de hierarquia entre eles. A percepção sintética ocorre à medida que o sujeito vai estabelecendo combinações e relações entre elementos componentes do problema (Brito, 2011, p.6)

De acordo com essa autora, em um estudo onde os estudantes foram solicitados a descrever como haviam pensado para solucionar problemas, constatou-se significativa concordância de que a primeira etapa era a leitura cuidadosa do enunciado; em seguida, a tentativa de relacionar a nova situação e outras semelhantes com as quais já tivesse se defrontado anteriormente, buscando, na memória de longo prazo, os elementos relacionados para, em seguida, testar a solução. As diferentes pesquisas sobre solução de problemas, realizadas pelo PSIEM, apontaram que à medida que os estudantes avançam na

escolaridade, mostram-se cada vez mais capazes de descrever as etapas pelas quais passa o pensamento, percebendo-os claramente (Brito, 2011).

A pesquisa a respeito da solução de problemas matemáticos é importante porque a atividade de solução pode evidenciar diversas reações e processos cognitivos superiores, dentre os quais: a percepção, a representação, a imaginação e a formação de imagem mental, a retenção e a recuperação de informações contidas na memória (Brito, 2011, p.7)

Para solucionar um problema, o indivíduo faz, inicialmente, uma representação do mesmo, buscando recuperar na memória os procedimentos aplicáveis àquela situação. A recordação é uma das formas de recuperar as informações armazenadas e, orientada pelos procedimentos, faz com que o indivíduo empreenda esforços para produzir informação a partir da memória, buscando os meios para se atingir a solução. Dessa forma, durante a solução de problemas podem ser evidenciados alguns processos cognitivos superiores como a percepção, a representação e a memória.

Segundo Sternberg (2000), a percepção é conjunto de processos psicológicos, pelos quais as pessoas reconhecem, organizam, sintetizam e fornecem significação, em nível cognitivo, às sensações recebidas dos estímulos ambientais por meio dos órgãos dos sentidos, definindo-a em dois modelos: percepção construtiva e percepção direta. A percepção construtiva, ou inteligente, admite que o sujeito crie a percepção (a compreensão cognitiva), testando várias hipóteses, baseando-se no que sente (dados sensoriais), no que sabe (dados armazenados na memória) e no que pode inferir (utilizando processos cognitivos de alto nível). Existe uma interação central entre a percepção e a inteligência, sendo esta última essencial no processo perceptivo. Na teoria da percepção direta, a série de informações e o contexto sensorial resumem-se nos elementos necessários e suficientes para a formação da percepção e, ao contrário da percepção construtiva, os indícios necessários à construção da percepção restringem-se ao objeto- estímulo.

A forma como as palavras e os símbolos são representados na mente é descrita por Sternberg (2000) como a organização dos conceitos em esquemas. Como já citado, a representação do conhecimento é a forma pela qual o sujeito conhece objetos, eventos e ideias que são externos à sua estrutura cognitiva. A representação do conhecimento envolve as diferentes maneiras pelas quais a mente cria e modifica as estruturas mentais. Este processo cognitivo diferencia-se pela natureza do conhecimento, podendo ser ou o conhecimento declarativo ou o conhecimento procedural.

O conhecimento declarativo, se refere ao corpo organizado de informações factuais, estabelecidas em termos de conceitos ou em proposições (saber o que). A representação do conhecimento declarativo é baseada no constructo de esquemas (estruturas mentais que representam o conhecimento, abrangendo uma série de conceitos inter-relacionados em uma organização significativa). O conhecimento de procedimentos envolve executar uma sequência de operações (saber como). As regras de produção, do tipo "se-então", são utilizadas para representar o conhecimento de procedimentos. A cláusula "se" da regra inclui um conjunto de condições que devem ser atendidas a fim de levar o sistema a executar a cláusula "então" que corresponde a uma ação ou um conjunto de ações.

A memória é o processo cognitivo que envolve a retenção e a recuperação da informação. Constitui-se em sistema aberto em que a informação é adquirida (aquisição e codificação), armazenada (retenção), podendo depois ser recuperada ou evocada (recordação).

Segundo Sternberg (2000), os psicólogos cognitivos referem-se aos principais processos da memória identificando três operações comuns da memória: codificação, armazenamento e recuperação, processos que interagem reciprocamente e são interdependentes.

A codificação diz respeito ao processo pelo qual um estímulo sensorial ou físico é transformado em uma representação armazenada na memória. A retenção ou armazenamento refere-se à maneira como a informação codificada é retida na memória. A recuperação é o modo como o acesso à informação armazenada é obtido. A recordação é uma forma de se recuperar as informações armazenadas incluindo processos explícitos ou diretos como a evocação e reconhecimento e processos implícitos ou indiretos como a reaprendizagem e ativação (priming).

Os efeitos do conhecimento prévio (Aragão, 1976, Ausubel, 1980) na codificação e na recuperação da memória foram descritos como processos que, em algumas vezes, podem levar à interferência ou à distorção, e em outras, à intensificação dos processos de memória.

Ainda, durante a solução de problemas, a atenção também é um dos processos cognitivos superiores a ser considerado. “Atenção é a relação cognitiva entre a quantidade limitada de informação que é efetivamente controlada mentalmente e a enorme quantidade de informação disponível através de nossos sentidos, memórias armazenadas e outros processos cognitivos.” (Sternberg, 2000, p.107). A atenção abrange toda a informação que um indivíduo manipula, envolvendo uma parte das informações disponíveis da memória,

da sensação e de alguns outros processos cognitivos e é um processo que possibilita ao indivíduo utilizar os recursos cognitivos ativos, como a memória de trabalho.

A atenção apresenta quatro funções: 1) função seletiva, o indivíduo escolhe prestar atenção a alguns estímulos e ignorar outros; 2) vigilância, na qual se espera, atentamente, detectar o aparecimento de um estímulo específico; 3) sondagem, na qual procura-se, ativamente, estímulos particulares; e, 4) atenção dividida, onde os recursos de atenção disponíveis são distribuídos para coordenar o desempenho em mais de uma tarefa. De acordo com alguns estudiosos da psicologia cognitiva como Baddeley (1999), a aprendizagem só ocorre mediante a experiência, com a influência da atenção e da motivação.

Considerando-se um problema uma situação a ser solucionada sem que se disponha de uma estratégia imediata esse tipo de atividade é considerado um processo controlado, ou seja, que requer recursos da atenção. Além disso, todos esses processos envolvidos na solução de um problema diferenciam-se nos sujeitos de acordo com a complexidade de seus esquemas (Alves, 1999, p.34)

A solução de problemas dimensionada na perspectiva de se conhecer *o que e como* o aluno pensou para solucionar um problema, expressando os procedimentos adotados, explicitando ideias e pensamentos, pode subsidiar interpretações mais consistentes a respeito do desempenho matemático do aluno. Investigar os processos mentais que permeiam a solução de problemas, compreendendo que a forma pela qual a informação é armazenada na memória pode afetar o modo específico pelo qual esta informação poderá ser invocada posteriormente, pode se converter no diferencial pedagógico que promove a aprendizagem significativa de conceitos e princípios e o pensamento produtivo.

Para que os estudantes construam formas eficazes de trabalhar com problemas e atinjam um domínio das tarefas inerentes às disciplinas, faz-se necessário que, desde o ingresso na escola, sejam levados a trabalhar com problemas desafiadores que os levem ao desenvolvimento de um pensamento flexível e produtivo na solução de problemas de diferentes tipos (Brito, 2011, p.6)

A importância de se diferenciar a solução de problemas das etapas de solução é relevante para que este tipo de atividade matemática seja desenvolvida de forma a contemplar seu real significado. Brito (2006) evidenciou que muitas vezes a solução de problemas é confundida com situações que na verdade são etapas do processo de solução

causando a redução do processo a apenas uma de suas etapas, exatamente pelo fato de que todo o processo é tratado como situação-problema.

A situação-problema refere-se à configuração do problema, é estática (por exemplo, o examinador cria uma situação-problema como questão de uma prova). Uma situação-problema só se transforma realmente em um problema quando o indivíduo que se depara com ela é motivado (ou induzido) a transformá-la (p.17).

A situação-problema refere-se ao *espaço do problema*, no entanto, no ensino das diferentes disciplinas e na avaliação através de provas, muitas vezes aparece como sinônimo de solução de problema, referindo-se à totalidade do processo; ainda, se o estudante já conhece a solução, não se constitui em situação-problema. A “situação” existe de forma independente do solucionador e se configura como uma situação-problema quando frente a ela, um sujeito é desafiado a buscar o estado final, transformando-a em um problema a ser solucionado; para isso, o indivíduo busca mecanismos que permitem reestabelecer o equilíbrio na estrutura cognitiva e maneiras de atingir um estado final desejado, tornando possível perceber os mecanismos de solução (Brito, 2006).

Diferentes autores, ao produzirem a literatura da área de Matemática e de áreas correlatas que se dedicam ao estudo da solução de problemas, mostraram que as diferentes teorias, ao longo do tempo, não estabeleceram um consenso a respeito da solução de problemas e às etapas correspondentes. Embora algumas considerações apresentem consonâncias, cada estudo descreveu suas considerações em uma forma que lhe é própria, em virtude das diferentes concepções e embasamentos subjacentes às teorias elaboradas. Sobre o conceito “solução de problemas” algumas definições podem ser destacadas:

Echeverría e Pozo (1998); Pozo e Crespo (1998), estabeleceram a diferença entre problema e exercício destacando que neste último existe uma disponibilidade imediata de mecanismos que levam à solução. Sternberg (2000) afirmou que quando a resposta pode ser rapidamente recuperada da memória a tarefa não se configura como um problema. Outra visão de solução de problemas foi a elaborada por Polya (1945, 1978), referindo-se à solução de problemas como uma realização da inteligência humana:

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na solução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, sua marca na mente e no caráter (Polya, 1978).

Apesar das ideias apresentarem-se diferenciadas e expressarem certas discordâncias entre os autores sobre a definição a solução de problemas, existe concordância sobre um problema ser uma situação inicial quase sempre desconhecida que representa o ponto de partida; o contato do sujeito com essa situação inicial desconhecida “é que permite a ele disponibilizar, na estrutura cognitiva, os elementos necessários à solução. Assim, através de uma série de operações realizadas a partir da situação inicial, o solucionador chega a um estado final definido ou desejado” (Brito, 2006, p. 17).

Complementar a essas ideias, Brito (2000) afirmou que um problema aritmético pode ser considerado como uma situação imaginária, possível de ser real, apresentada em forma de enunciado verbal ou escrito e que é resolvido através de algumas operações elementares. A constituição do problema refere-se a duas partes: a estrutura ou esqueleto, que representa o que é essencial em um problema, as operações que devem ser realizadas, os tipos de transformações necessárias etc; e o envoltório, que corresponde ao revestimento do problema e pode ser mais ou menos supérfluo referindo-se à história contada, à representação através de gráficos, entre outros.

Ainda, pode-se diferenciar entre o problema resolvido (conjunto formado pelo enunciado do problema mais a resolução), e problema não resolvido (se refere apenas ao enunciado). Partindo desta diferenciação, a Educação Matemática faz a seguinte distinção a respeito dos problemas (Brito, 2000):

- (a) Enunciado: se refere ao problema não resolvido
- (b) Solução de problemas: diz respeito ao processo mental desenvolvido pelo aluno depois de ler e interpretar o enunciado;
- (c) O problema: que seria a soma do enunciado e da solução.

Vale destacar a importância em se reconhecer a diversidade de estruturas de problemas que envolvem diferentes operações de pensamento para resolver cada classe de problema. Assim é possível perceber que, para cada classe de problemas, as dificuldades apresentadas pelos alunos variam, o que sugere um trabalho que dinamize o maior número

de situações possíveis que permitam a operacionalidade dos conceitos. Ainda, o esqueleto e o contexto dos problemas apresentam configurações diferenciadas para cada classe de problemas.

Polya (1978) afirmou que a solução de um problema consiste no ato de buscar conscientemente alguma ação apropriada para alcançar um objetivo claramente imaginado, mas não imediatamente atingível descrevendo um modelo composto formado por quatro estágios: 1. Compreender o problema: a partir da leitura do problema, o estudante deveria identificar palavras, linguagem e símbolos assumindo uma disposição para a busca da solução; 2. Conceber um plano: disponibilizar os procedimentos úteis para a obtenção da solução; 3. Executar o plano: selecionar o procedimento mais útil e aplicá-lo; 4. Verificar a solução — monitorar e interpretar a solução nos termos da situação dada no problema.

Krutetskii (1976) realizou um estudo longitudinal sobre as habilidades matemáticas, afirmando, após a efetivação de sua pesquisa, a existência de três estágios básicos na atividade mental, durante a solução de problemas matemáticos. Esses estágios seriam os seguintes: a. Obtenção da informação matemática; b. Processamento matemático da informação; c. Retenção da informação matemática. A cada um desses estágios corresponde um ou vários componentes da habilidade matemática. A partir dessas etapas, esse autor estabeleceu um modelo estrutural hierárquico, onde cada fator corresponde a um dos estágios básicos da atividade mental durante a solução de problemas matemáticos, além de um elemento geral que é identificado como o componente geral sintético.

Mayer (1992) destacou alguns tipos de conhecimento importantes na solução de problemas assim definidos: conhecimento linguístico e semântico, conhecimento factual, conhecimento de esquema, conhecimento de estratégias e conhecimento algorítmico. Assim, conforme estabelecido Mayer (1992), é possível relacionar quatro passos envolvidos na resolução de problemas assim definidos: tradução, integração, planificação e execução, sendo que cada uma das etapas vai exigir que o indivíduo que resolve o problema tenha um razoável conhecimento, específico de cada domínio. O exemplo contido na Figura 20 ilustra esta ideia:

O problema: *Leonardo tem três dezenas e meia de figurinhas. Juliano tem 18 figurinhas a mais do que Leonardo. Quantas figurinhas tem o João?*

Passos do Problema	Conhecimento- Domínio	Aplicação do conhecimento
<u>Representação do Problema</u>		
Tradução	Linguístico Factual	Leonardo tem três dezenas e meia Juliano = quantia de Leonardo <u>mais</u> 18 Três dezenas e meia é igual a 35
Integração	Esquemático	Problema de comparação
<u>Solução do problema</u>		
Planificação	Estratégico	Somar a quantia de Leonardo com 18 Procedimento de conversão de dezenas em unidades e posterior soma
Execução	Algorítmico	

Figura 20. Exemplo dos passos envolvidos na solução de problemas elaborado na perspectiva de Mayer (1992).

A representação do problema envolve a tradução (conhecimento linguístico e factual) e a integração (conhecimento de esquemas); a solução do problema comporta a planificação (conhecimento estratégico) e a execução (conhecimento do algoritmo²⁸).

Na explanação de cada um destes conhecimentos na perspectiva do problema:

- O conhecimento linguístico necessário à tradução do problema refere-se ao conhecimento que o indivíduo tem sobre a sua língua materna (*dezenas e meia, a mais que*, por exemplo), envolvendo a estrutura do texto e as várias partes que o compõem, de modo que o sentido da proposição é estabelecido pela articulação das palavras, estabelecida sintática e semanticamente. “A tradução do problema (o primeiro componente na representação do problema) exige um conhecimento específico da linguagem e dos fatos. Em particular, a compreensão das proposições de relação é necessária para o sucesso na tradução de alguns problemas matemáticos” (Mayer, 1992, p. 151).

- O conhecimento factual, refere-se ao conhecimento dos fatos e dos conceitos inter-relacionados contidos no problema; Pirola (2000, p. 63), citando Klausmeier e Goodwin (1977) ressaltou:

A informação factual é uma informação discriminada por muitos indivíduos que compartilham o mesmo “background” cultural e também é aceita como correta e apropriada. Uma grande quantidade de informação factual tem sido acumulada em todas as áreas de conteúdos ensinadas nas escolas. Este é o tipo de informação aceita pelos professores, pelos autores de livros de textos e por outros que conhecem a área, como sendo exata (Klausmeier & Goodwin, 1977, p. 283).

²⁸ O algoritmo é o caminho formal para alcançar uma solução, que envolve um ou mais processos repetitivos, os quais, geralmente, levam a uma resposta exata da questão (Sternberg, 2000, p. 336).

- O conhecimento de esquemas é necessário para a integração do problema, diz respeito ao tipo de problemas que o sujeito tem que resolver “[...] permite classificar o problema, decidir que dados são úteis e quais os dados que não o são, para determinar as ações que serão colocadas em prática para serem realizadas” (Echeverria & Pozo, 1998, p. 54).

- O conhecimento estratégico é importante para o planejamento da solução; mediante a compreensão do problema, é necessário o estabelecimento de um plano que possibilite a solução do problema; a utilização deste conhecimento permite determinar quais serão os procedimentos adotados isto é, quais os procedimentos que deverão ser utilizados para que seja alcançada a meta final. Na execução do plano elaborado, implica segui-los passo a passo, sendo necessário o conhecimento algorítmico para a execução da solução. Referindo-se ao conhecimento de estratégias e ao conhecimento de algoritmos Echeverria e Pozo (1998) destacaram que:

Geralmente os planos, metas e submetas que o aluno pode estabelecer em sua busca durante o desenvolvimento do problema são denominados estratégias ou procedimentos heurísticos de solução de problemas, enquanto que os procedimentos de transformação da informação requeridos por esses planos, metas e submetas são denominados regras, algoritmos ou operações (p. 24-25).

Após a execução é o importante rever todo o caminho percorrido para se chegar a solução, o que pode auxiliar na determinação e correção de eventuais erro. As ideias de Mayer (1992) ressaltam a importância do grau de conhecimento que o indivíduo apresenta na tarefa, sugerindo, portanto, que para que o indivíduo avance de uma etapa para outra é preciso o domínio antecedente. Assim, mediante um problema aritmético proposto, a partir da tradução que realiza, o aluno estabelece uma representação interna do mesmo; isto exige que ele expresse o domínio da linguagem e dos fatos contidos no problema. Durante o processo de integração é necessário que o sujeito demonstre certo conhecimento a respeito do tipo de problema e isto se relaciona com a identificação dos dados relevantes do problema. O conhecimento estratégico estabelece o plano de ação relativo à solução propriamente dita e o domínio do algoritmo possibilita realizar os procedimentos relativos às operações matemáticas..

Krutetskii (1976) considerou como uma das características da matemática a qualidade algorítmica da solução de muitos dos problemas dos testes elaborados por ele em seu estudo longitudinal descrevendo algoritmo como “uma indicação precisa e delimitada

sobre quais operações realizar e em qual sequência resolver qualquer problema de um determinado tipo. Um algoritmo é uma generalização, desde que seja aplicável a todos os problemas de um determinado tipo” (p.87).

Vale destacar, conforme ressaltado por Brito (2006), que a aquisição dos algoritmos essenciais para a solução de problemas de aritmética ocupa boa parte das aulas de matemática nas séries escolares iniciais. Geralmente os alunos se empenham em aprendê-los e aplicá-los; no entanto, muitos falham no reconhecimento e uso dos algoritmos adequados.

Em adição, esta autora afirmou que a solução de problemas exige tanto a habilidade verbal quanto a habilidade matemática e a primeira etapa da solução encontra-se relacionada à compreensão verbal do enunciado do problema; após a compreensão do enunciado e daquilo que é solicitado pelo problema, o estudante pode perceber a estrutura matemática que está subjacente ao envoltório. “Assim, a habilidade verbal é essencial para a compreensão do envoltório do problema, enquanto a habilidade matemática é necessária para a percepção do espaço do problema, quais algoritmos são exigidos e quais resultados são admitidos” (Brito, 2006, p. 34).

No trabalho com os problemas verbais com o enredo, a importância da linguagem é mais perceptível. A leitura da história de um problema exige que o aluno utilize as habilidades verbais requeridas para a compreensão da história e as habilidades matemáticas necessárias para a percepção lógica das relações matemáticas que estão contidas na estrutura do problema. A compreensão do problema se estabelece a partir da leitura da situação proposta, esta mesma apresentando lógica e coerência para o aluno.

Mediante compreensão do enunciado verbal e a representação do problema, forma-se o *espaço de solução do problema*, ou seja, o conjunto de todas as operações possíveis identificadas pelo solucionador a partir do estado inicial do problema, com a finalidade de encontrar o estado final desejado.

A Figura 21 demonstra as ideias anteriormente descritas:

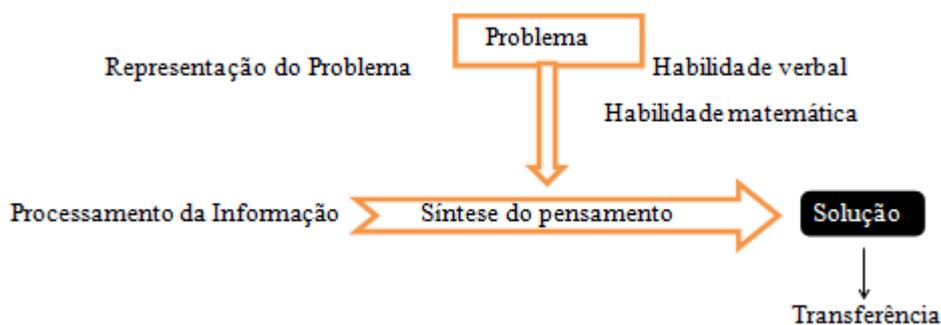


Figura 21. Processo de solução de problemas.

Nota Fonte: Solução de Problemas e a matemática Escolar – (Brito, 2006, p.34)

As etapas de pensamento durante a solução de problemas, conforme a literatura, nas abordagens realizadas, em maior ou menor detalhamento, apresentam certa consonância no que diz respeito às etapas de solução, sendo que as ideias desenvolvidas em um estudo, geralmente, são retomadas e/ ou ampliadas por outro, como descrito a seguir. Para Sternberg (2000) as etapas do ciclo de resolução de problemas incluem identificação do problema, sua definição, formulação da estratégia, organização da informação, alocação de recursos, monitorização e avaliação. A figura 22, apresentada a seguir, esquematiza estas etapas:

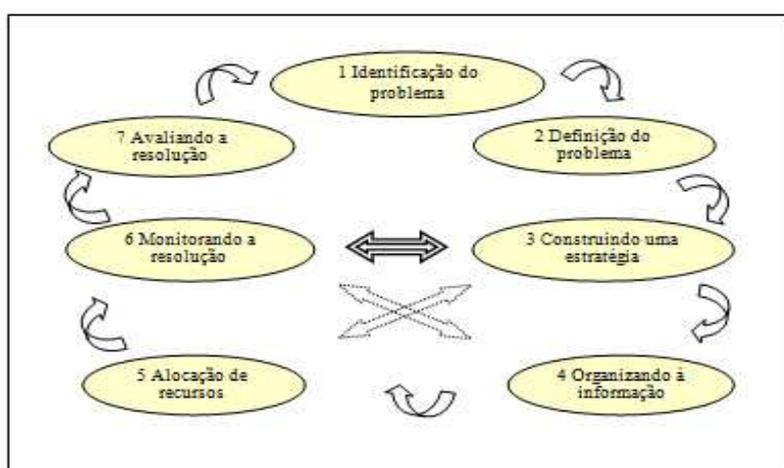


Figura 22. Ciclo de Resolução de Problemas- Adaptado de Sternberg (2000)

Em adição, segundo Sternberg (2000,2010), o conhecimento experto melhora significativamente a resolução de problemas; os psicólogos cognitivos têm interesse em compreender a razão pela qual a expertise melhora essa resolução.

Os trabalhos de Adrian e Groot (1965) de Chase e Simon (1973) sugeriram que o que diferenciava os expertos dos principiantes era a organização e o uso do conhecimento, ou seja, os esquemas para resolver problemas dentro de seus domínios de expertise (Glaser & Chi, 1988).

Os esquemas dos expertos envolvem grandes unidades de conhecimento altamente interconectadas, que são organizadas de acordo com semelhanças estruturais subjacentes entre as unidades de conhecimento. Por outro lado e em comparação, os esquemas dos principiantes envolvem unidades de conhecimento relativamente pequenas e desconectadas, que são organizadas de acordo com similaridades superficiais.

Uma outra diferença entre expertos e principiantes pode ser observada solicitando aos solucionadores de problemas que relatem, em voz alta, o que pensam quando estão tentando solucionar vários problemas e também comparando-se os protocolos verbais e o tempo despendido em vários aspectos dos problemas. De acordo com Sternberg, os estudos a respeito (Bryson e cols., 1991; De Groot, 1965; Lesgold, 1988) parecem revelar que os expertos gastam mais tempo determinando como representar um problema (imaginando como combinar a informação dada no problema) do que os principiantes, mas gastam muito menos tempo que estes últimos executando realmente a estratégia para a resolução.

Logo que os expertos encontram a combinação correta, recuperam e executam, imediatamente, uma estratégia para o problema. Isto parece revelar que os expertos são capazes de funcionar para a frente a partir da informação dada para achar a informação desconhecida, executando a sequência correta de etapas com base nas estratégias que recuperam de seus esquemas na memória de longo prazo. Já os principiantes, em comparação, parecem despender menos tempo para representar o problema, trabalhando para trás, a partir da informação dada, frequentemente utilizando a análise de meios e fins.

Os expertos, além de mais conhecimento o têm disponibilizado de modo mais organizado o que lhes permite utilizá-lo de maneira mais eficiente. Além disso, seus esquemas não possuem apenas mais conhecimento declarativo sobre o problema, mas também mais conhecimento procedural sobre as estratégias para aquele domínio, sendo que as estratégias de solução são melhor monitoradas pelos expertos. A tabela 1 demonstra as características da resolução de problemas experta em comparação com as características da resolução de problemas principiante.

Tabela 1
Características da resolução de problemas experta e principiante

<i>O que caracteriza Expertise? Embora muitos aspectos da expertise permaneçam inexplorados, já foram descobertas diversas características da resolução de problemas experta.</i>	
EXPERTOS	PRINCIPIANTES
Possuem grandes e ricos esquemas que contêm muito conhecimento declarativo sobre o domínio	Possuem esquemas relativamente empobrecidos, que contêm relativamente menos conhecimento declarativo sobre o domínio.
Possuem unidades de conhecimento bem organizadas e altamente interconectadas nos esquemas.	Possuem unidades de conhecimento dispersas, pobremente organizadas e frouxamente interconectadas.
Despendem proporcionalmente mais tempo determinando como representar um problemas do que na procura e execução da estratégia do mesmo.	Despendem proporcionalmente mais tempo procurando e executando a estratégia de um problema do que determinando como representá-lo.
Desenvolvem uma representação sofisticada de problemas, baseada nas similaridades estruturais entre eles.	Desenvolvem uma representação de problemas pobre e ingênua, baseada na similaridades entre eles.
Funcionam para frente, da informação dada à implementação de estratégias para descobrir o desconhecido.	Funcionam para trás, do enfoque no desconhecido à descoberta de estratégias do problema que façam uso da informação dada.
Geralmente escolhem uma estratégia baseada em esquema elaborado de estratégias do problema; usam análise de meios e fins apenas como uma estratégia sobressalente para manipular problemas atípicos, incomuns.	Frequentemente usam a análise de meios e fins como uma estratégia para manipular a maioria dos problemas; às vezes, escolhem uma estratégia baseada no conhecimento das estratégias do problema.
Os esquemas contêm muito conhecimento de procedimento (procedural) sobre as estratégias do problema relevantes ao domínio.	Os esquemas contêm pouco conhecimento de procedimento (procedural) sobre as estratégias do problema relevantes ao domínio.
Possuem muitas sequências de etapas automatizadas dentro das estratégias do problema.	Mostram pouca ou nenhuma automatização de quaisquer sequências de etapas, dentro das estratégias do problema.
Demonstram resolução de problemas altamente eficiente; quando são impostas restrições de tempo, resolvem os problemas mais rapidamente do que os principiantes.	Demonstram resolução de problemas relativamente ineficiente; resolvem os problemas menos rapidamente do que os expertos.
Predizem exatamente a dificuldade de resolver determinados problemas.	Não predizem exatamente a dificuldade de resolver determinados problemas.
Monitorizam cuidadosamente as próprias estratégias e os processos de resolução de problemas.	Mostram monitorização insatisfatória das próprias estratégias e dos processos de resolução de problemas.
Demonstram alta precisão no alcance de soluções adequadas.	Demonstram muito menos precisão do que os expertos no alcance da solução de problemas.
Quando confrontam problemas altamente incomuns, com aspectos estruturais atípicos, levam relativamente mais tempo do que os principiantes para representar o problema e recuperar as adequadas estratégias do mesmo.	Quando confrontam problemas altamente incomuns, com aspectos estruturais atípicos, levam relativamente menos tempo do que os expertos para representar o problema e recuperar as estratégias do mesmo.
Quando supridos de nova informação que contradiga a representação inicial do problema, mostram flexibilidade em adaptar-se a uma estratégia mais apropriada.	Mostram menos capacidade para adaptar-se à nova informação que contradiga a representação e as estratégias iniciais.

Fonte: Sternberg (2000, p. 331)

Sternberg (2000, 2010) ainda aborda a questão dos obstáculos²⁹ à resolução de problemas destacando que alguns fatores como: 1) mais novidades (p. ex., novos objetos, novas regras, novas operações ou manipulações, novo conhecimento); (2) maior número de regras; (3) maior complexidade das regras e (4) mais regras contra intuitivas (i.e., regras que parecem ir contra o senso comum ou contra o que o solucionador de problemas conhece ou interfere). Além disso, o meio pelo qual as pessoas representam o problema afeta a facilidade com a qual elas os resolvem. Os problemas mais abstratos ou que colocam mais dificuldades à formação e ao uso das representações mentais, demonstram ser mais difíceis de resolver.

Sternberg (2000) evidenciou que de maneira geral os psicólogos cognitivistas classificam os problemas de acordo com os caminhos que os mesmos sugerem. Assim, os problemas com caminhos claros para a solução podem ser denominados de problemas bem estruturados (podem também ser chamados de problemas bem definidos). Já os problemas que não apresentam caminhos claros para a solução são os denominados mal estruturados ou mal definidos. Estes últimos, segundo o autor , não podem ser resolvidos sem o benefício do insight³⁰, que representa, em sua definição, uma compreensão aparentemente súbita da natureza de alguma coisa e que resulta em uma abordagem inédita ao objeto do insight.

Em adição a estas ideias, Brito (2001) ressaltou que a aprendizagem é um processo que envolve as esferas cognitiva, afetiva e motora e pode ser inferida a partir de mudanças relativamente permanentes no comportamento, resultantes da prática, sendo que estas mudanças não podem ser confundidas com as mudanças causadas pela maturação biológica ou pela atuação de fatores externos como drogas e fadiga. Como apontado por diferentes autores (Sternberg e Grigorenko , 2002; Brito, 2001, 2005, 2006), embora as divergências, é consenso entre diferentes autores que termos como aprendizagem, desenvolvimento e

²⁹ Sternberg (2000) destaca como obstáculos à resolução de problemas as configurações mentais, também chamadas de entrincheiramento (o solucionador se fixa no uso de uma estratégia que funcionou no passado, mas que não tem função para o problema atual); a fixidez funcional que é a incapacidade do indivíduo de perceber que algo que tem um uso determinado pode ser usado para desempenhar outras funções e os estereótipos, que dizem respeito às crenças de que os membros de um grupo social tendem a ter de modo mais ou menos uniforme, são dois tipos configuração mental. A transferência negativa também configura-se como obstáculo porque impede a resolução de problemas como resultado de experiência anterior com problemas relacionados ou similares. Por outro lado, o autor resalta a transferência positiva, a transferência de analogias, a incubação, como auxílios à resolução de problemas.

³⁰ Os insights para Sternberg (2000) podem ser de três tipos envolvendo processos diferentes: codificação seletiva (informação relevante distinguida da irrelevante); combinação seletiva (sínteses inéditas da informação relevante); comparação seletiva (percepções inéditas de como o conhecimento existente pode estar relacionado à nova informação).

aquisição de competências , são essenciais para a compreensão de mudanças apresentam três pontos rigorosamente consoantes: a) o aparecimento de algo novo (destreza, função ou nível); b) adotam procedimentos contínuos e descontínuos; c) supõem uma direcionalidade.

O modo como o indivíduo aprende é diferente da maneira como ele vai incorporar esta nova aprendizagem, possibilitando uma maior ou menor retenção do material aprendido e uma maior ou menor transferência dessa aprendizagem para novas situações e posterior uso. Dessa maneira, o *tipo de aprendizagem* diz respeito aos mecanismos disponibilizados e exigidos por diferentes situações (Gagné, 1971) e as *formas de aprendizagem* (mecânica e significativa) refere-se à maneira como os novos elementos aprendidos são retidos na estrutura cognitiva. Assim, diferentes mecanismos de aprendizagem serão acionados. E de acordo com a situação de aprendizagem, e que envolve todos os componentes externos e internos ao aprendiz (como as experiências passadas), será processado diferentemente, além de incorporado e retido na estrutura cognitiva de formas distintas (Brito, 2006).

Na solução de problemas os conceitos e princípios aprendidos anteriormente são disponibilizados na memória e articulam-se de forma a atingir o resultado final “permitindo que a estrutura cognitiva amplie-se e inclua os elementos novos, seja relativo ao conhecimento declarativo ou ao conhecimento de procedimentos disponíveis na estrutura cognitiva”(Brito, 2006, p.84). A figura 23, elaborada por Brito (2006), demonstra relação entre o pensamento e a solução de problemas:



Figura 23. O pensamento e a solução de problemas

Dessa forma, o indivíduo, frente a uma situação nova e desafiadora, busca os elementos relevantes e significativos (para aquela situação) disponibilizando-os. Brito, Fini e Neumann (1994), esquematizando este processo , estabeleceram um modelo, adaptado

por Brito (2006), para representar as relações entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático, durante a solução de problemas, da seguinte forma:

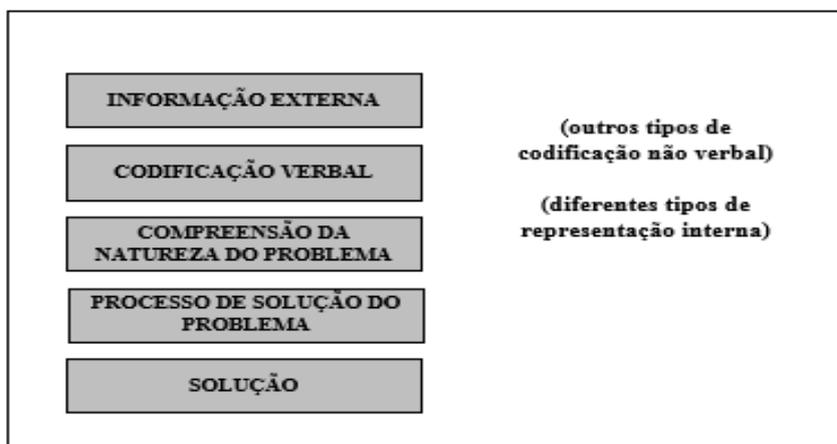


Figura 24. Modelo de relações entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático durante a solução de problemas

Brito (2006) referindo-se à necessidade de um trabalho docente voltado para o desenvolvimento das habilidades matemáticas, no início da escolaridade, e dinamizado por meio da solução de problemas verbais aritméticos, evidenciou a consideração do professor às etapas da solução de problemas. As etapas elaboradas a partir da revisão da literatura e baseadas nos resultados das pesquisas desenvolvidas pelo PSIEM (Grupo de Pesquisas em Psicologia da Educação Matemática) são as seguintes: a. Compreensão do texto; b. Representação do problema; c. Categorização do problema; d. Estimativa de solução; e. Planejamento da solução; f. Auto-avaliação do procedimento; g. Auto-avaliação do cálculo; h. Redação da resposta, que levaria o aluno a uma nova leitura da proposição do problema e à compreensão do texto. Ressalta-se que, no presente estudo, são estas as etapas consideradas.

2.2. Solução de Problemas: o erro na perspectiva das avaliações

A análise dos acertos e erros cometidos nas avaliações ganha destaque quando se pretende ir além da resposta correta, partindo-se do princípio de que tanto o sucesso quanto o insucesso nas avaliações envolvem processos de pensamento que precisam ser discutidos e investigados. Deixando-se de lado a visão reducionista sobre o erro e adotando-se uma postura investigativa sobre o mesmo, é possível que se perceba, pela própria lógica do erro, indícios de uma atuação pedagógica centrada na superação das dificuldades apresentadas.

Neste estudo, o erro é abordado na perspectiva de que a “forma” como o erro se estabelece influencia o desempenho e deve ser investigada. Na abordagem da solução de problemas, realizada por esta pesquisa e envolvendo as etapas na solução de problema (Brito, 2000), infere-se que a falta de domínio na compreensão do texto, no reconhecimento do espaço do problema, na representação do problema, na categorização do problema, na estimativa de solução, no planejamento da solução, na auto avaliação dos procedimentos empregados, na auto avaliação dos cálculos e do desenvolvimento da habilidade para explicitar de forma escrita ou verbal a resposta do problema, pode levar ao erro, sendo este, fator determinante dos resultados.

Assim, a análise do erro, nesta investigação, articulando-se com as estratégias de pensamento, busca contribuir para a interpretação menos reducionista dos resultados da avaliação.

A possibilidade de um espaço de discussão sobre os erros e as diferentes soluções que um determinado problema possa apresentar, aliada à uma proposta que permita ao aluno expressar como pensou, quais as estratégias adotadas por ele nas diferentes propostas de solução de problemas, subsidia a prática docente, de tal forma que o professor possa elaborar intervenções mais eficazes na construção dos conceitos e princípios matemáticos.

Quando os estudantes trabalham em um problema matemático, o caráter e o significado do conhecimento que eles constroem está mudando. Um dos trabalhos mais delicados do professor é guiar os estudantes, com base em seus erros e concepções deficientes no sentido de um conhecimento formal, que pode ser validado matematicamente (Kilpatrick, 1998, p. 9)

Rico (1998) destacou que os erros podem contribuir positivamente no processo de aprendizagem e que os mesmos surgem em um marco conceitual consistente, embasado nos conhecimentos adquiridos anteriormente, argumentando, ainda, sobre a necessidade de se modificar a tendência de condenar os erros culpabilizando os estudantes. “[...] todo processo de instrução é potencialmente gerador de erros [...] os erros fazem parte da produção dos alunos durante a aprendizagem da matemática. São dados objetivos que encontramos nos processos de ensino e aprendizagem” (Rico, 1998, p. 76).

Este autor realizou uma revisão³¹ consistente a respeito do estudo dos erros como área de interesse da Educação Matemática, enfatizando que as análises desenvolvidas sobre o tema são condicionadas pelos objetivos e formas de organização do currículo da matemática dos respectivos sistemas de ensino.

Ainda, Rico (1998) em seu estudo *Errores en el aprendizaje de las matemáticas*³² evidenciou que não há fontes últimas de conhecimento, considerando o erro como parte constituinte do processo de aquisição do saber. Assim, as organizações mentais insuficientes ou claramente deficientes, as hipóteses e tentativas, as conceitualizações incompletas são partes legítimas de nosso acesso ao conhecimento.

[...] a partir de sus errores, un joven o un niño puede aprender distintas propiedades de un concepto de las que no era previamente consciente. Al cometer un error, el alumno expresa el carácter incompleto de su conocimiento y permite a los compañeros o al profesor ayudarlo a completar el conocimiento adicional o llevarlo a comprender por sí mismo aquello que estaba mal (p.83).

Segundo o autor, erros não surgem ao acaso e devem ser considerados como elementos constitutivos do processo de instrução, por si só, potencialmente gerador de erros, os quais se apresentam inevitavelmente e são devidos à diferentes causas.

De acordo com Correia (2010), os erros podem ocorrer por processo incompleto ou inadequado na elaboração de um conceito e por falsas compreensões. Para o autor, do ponto de vista matemático, todo raciocínio é lógico, mesmo aquele que conduz ao erro. Os erros são hipóteses equivocadas que precisam ser compreendidas para serem superadas, desta forma, as discussões acerca da questão da lógica do erro podem dar indicações sobre o processo de aprendizagem de cada aluno.

Davis e Espósito (1990) evidenciaram a necessidade de se diferenciar os erros cometidos pelas crianças e, por meio deste diagnóstico, fazer intervenções que permitam superá-los. Estas autoras destacaram três tipos de erros:

³¹ Na revisão da literatura efetuada, Rico (1998) aponta Weiner (1922) como o fundador da investigação didática orientada pelo estudo dos erros. O autor procedeu o agrupamento das investigações tendo como critério as pesquisas efetuadas em diferentes países: Alemanha, antiga União Soviética, Estados Unidos e Espanha. Weiner (1922) tratou de estabelecer alguns padrões de erros que expressassem os equívocos individuais em todos os componentes curriculares e para todos os grupos de idades escolares. Dentro deste conceito geral de “incorreto” tratou de estabelecer a distinção entre equivocado, falsificação e erro. Este estudioso agrupou os erros em cinco categorias: erros familiares, erros persistentes, erros por similitude, erros mistos e erros devidos à situações emocionais.

³² Rico também evidenciou que Thorndike (1917) realizou um dos primeiros trabalhos mais completos sobre determinação dos erros, pertencente à obra *Psicologia da Aritmética*.

Erros de procedimento - o aluno apresenta condições de solucionar o problema proposto, dispondo de conhecimentos bem construídos, mas pode errar por distração ou pela falta de informações necessárias; neste caso, mediante a constatação de seu erro, o aluno deve ser levado a refazer o procedimento;

Erros construtivos – os elementos da estrutura cognitiva não são suficientes para a realização da tarefa; existe a dificuldade em selecionar estratégias de resolução. A intervenção do professor, buscando a conscientização sobre o erro, pode auxiliar o aluno, a construir novos significados para as tarefas matemáticas e novas estruturas de pensamento.

Erros por limites na estrutura do pensamento – neste caso, a inexistência de elementos subsunçores, a falta da a estrutura necessária à solução da tarefa, impede a compreensão do que é solicitado e, conseqüentemente, provoca a sistematização dos erros.

De acordo com Cury (1994, 1995, 2003, 2007, 2008), o erro do aluno é um saber que ele possui, construído de alguma forma; daí a necessidade de se elaborar intervenções didáticas que desestabilizem suas certezas, levando-o a um questionamento sobre as suas respostas. Para a autora, a análise de erros também pode ser interpretada como uma metodologia de ensino, na qual as atividades de sala de aula permitam que os erros dos alunos sejam explorados e utilizados como ferramentas para a aprendizagem.

Os erros são indicativos de como o aluno se apropria de um determinado conhecimento, demonstrando quais as dificuldades que ainda precisa superar até ser capaz de trabalhar com o conteúdo em questão. “[...] a avaliação não deve focar apenas o produto, mas considerar o processo de produção de uma resposta para uma questão, da resolução de um desafio ou da realização de uma tarefa” (Cury, 2007, p. 58).

Ultrapassar as barreiras da mera constatação de resultados é um meio de subsidiar a tomada de decisões em relação à continuidade do trabalho pedagógico e isto pressupõe uma profunda reflexão sobre a aprendizagem e o conhecimento do aluno. Em qualquer âmbito que se trate da avaliação, seja ela da instituição escolar, de um programa educativo, do currículo de um curso ou ainda, da aprendizagem dos alunos, a pura constatação representa uma atitude estática que leva ao imobilismo, à descrença (Carvalho, 2006). Em adição a essas ideias:

A pesquisa em solução de problemas matemáticos possibilita que se analisem tanto os acertos quanto os erros dos estudantes e isso é determinado pelo pesquisador (a partir da delimitação do problema de pesquisa) e pelos instrumentos e técnicas usados para a coleta de testes de dados (como entrevistas clínicas, “pensar em voz alta”, baterias de testes de desempenho, além de testes e medidas padronizados). As provas que envolvem lápis e papel e possibilitam o emprego de cálculo mental permitem poucas inferências a respeito dos procedimentos envolvidos (Brito, 2006, p. 15).

Segundo Brito (2006), nos últimos anos, têm aumentado consideravelmente o número de pesquisas a respeito da solução de problemas e do uso de atividades dessa natureza em diversas áreas; na Matemática, com o avanço das pesquisas, particularmente as desenvolvidas pelo grupo internacional de Psicologia da Educação Matemática, esse campo tem recebido um grande volume de publicações relativas à solução de problemas³³.

O desenvolvimento da atividade de solução de problemas deve levar em conta os fatores subjacentes a este tipo de tarefa. As variáveis da estrutura cognitiva, o material potencialmente significativo, a aprendizagem de conceitos e princípios, as habilidades matemáticas básicas, as atitudes em relação à matemática são aspectos importantes a serem considerados para a construção do conhecimento matemático significativo. A escola é o *locus* para que pensamento produtivo se processe de forma cada vez mais elaborada. O desenvolvimento efetivo do conhecimento declarativo e o ensino de procedimentos adequados para a solução de problemas podem auxiliar os alunos a encontrarem formas criativas³⁴ de solução, distintas dos padrões convencionais levando-os ao êxito nas tarefas matemáticas empreendidas.

2.3 Estruturas Aditivas e Multiplicativas: explorando as operações aritméticas

As contribuições da Psicologia Cognitiva possibilitam estabelecer um novo enfoque na abordagem da solução de problemas envolvendo as operações aritméticas. Tendo-se em vista os pressupostos estabelecidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997)

³³ Neste aspecto, ainda ressalta-se as pesquisas desenvolvidas pelo Grupo PSIEM da UNICAMP sobre solução de problemas com ênfase na análise qualitativa dos erros e acertos evidenciados pelos alunos na solução de problemas (Comério, 2012; Mello, 2008; Pirola, 2000; Utsumi, 2000; Viana, 2005, entre outros)

³⁴ Segundo Sternberg (2000) a criatividade envolve a criação de alguma coisa que é original e de valor. Entre os fatores que caracterizam as pessoas criativas o conhecimento do domínio relevante, os processos de pensamento caracterizados ao mesmo tempo pelo insight e pelo pensamento divergente, no qual os processos de pensamento envolvem a produção de diversas alternativas. (vale lembrar que contrário desse tipo de pensamento o pensamento convergente envolve processos nos quais a pessoa restringe seletivamente as múltiplas alternativas, até alcançar uma única alternativa ótima).

e as diferentes estruturas de problemas dimensionadas pela Prova Brasil por meio de seus descritores, ressalta-se a importância do aporte teórico que os sustentam, ao mesmo tempo que dimensionam, neste estudo, uma interpretação significativa das variáveis que interferem no desempenho, desta vez, presentes nas diversas categorias de problemas, uma vez que pode ocorrer a variabilidade de procedimentos e dificuldades em cada classe de problemas.

Nessa perspectiva é que são abordados pela presente investigação os campos conceituais das estruturas aditivas e das estruturas multiplicativas, envolvendo as categorias de problemas propostas por Vergnaud (1988,1990), além dos demais estudos que estabelecem congruência com o tema, dando sustentação às ideias e interpretações elaboradas.

Vergnaud (1996) ao mesmo tempo que diferenciou o campo aditivo do campo multiplicativo, identificando as particularidades de cada uma das áreas, também ressaltou como elemento comum entre elas o fato de que as operações não são estanques - não se pode separar a adição da subtração e a multiplicação da divisão. Além disso, com sua teoria dos campos conceituais demonstrou e não há somente um caminho para solucionar os problemas matemáticos. O campo aditivo e o multiplicativo podem ser ensinados paralelamente e de maneira não linear e as relações entre adição e multiplicação e entre subtração e divisão devem ser explicitadas. Vergnaud e Grossi (2005) destacaram que o ensino da Matemática, nos anos iniciais, caminha em três pistas: desenvolver as estruturas numéricas, aditivas e multiplicativas. Mesmo que a criança não domine todas estas áreas de imediato, gradualmente, vai estabelecendo as relações entre os conceitos das operações, e o posterior aprendizado do algoritmo ganhará significado.

Na solução dos problemas de estrutura aditiva ou multiplicativa, Vergnaud (1990, 2009) distingue cálculo numérico de cálculo relacional, como diferentes competências para a resolução de problemas e operações. Os cálculos numéricos estão relacionados à execução dos algoritmos das operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Os cálculos relacionais envolvem operações de pensamento que permitem ao sujeito trabalhar com as relações envolvidas nas diferentes situações.

O campo conceitual das estruturas aditivas é entendido como “o conjunto das situações, cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações ou uma combinação destas operações, e também como o conjunto dos conceitos, teoremas e representações simbólicas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas” (Vergnaud, 1990, p. 9).

As estruturas aditivas envolvem classes de problemas. A classificação destes problemas (Vergnaud, 1990,1996, 2009) permite compreender o significado das diversas representações da adição e subtração, sugerindo um trabalho com a solução de problemas que explore o maior número de situações, nas quais os conceitos envolvidos nessas operações possam ser explorados. Os problemas de estrutura aditiva são classificados de acordo com seis categorias (algumas delas contendo subcategorias) assim apresentadas:

Primeira Categoria: *Composição de duas medidas:* duas medidas que se compõem para dar lugar a uma terceira medida. Neste caso, não ocorre aumento nem diminuição das quantidades envolvidas, apenas uma combinação entre elas. Ex: Para aniversário de Mariana foram feitos 358 brigadeiros e 284 beijinhos. Quantos doces foram feitos?

Segunda categoria: *Transformação* (quantificada) de uma medida inicial em uma medida final: ocorre quando uma transformação opera sobre uma medida para dar lugar a uma terceira medida. Ocorre transformação no estado inicial de uma quantidade, modificando seu estado final. Esta categoria pode lidar de forma implícita com números relativos e apresenta 6 subcategorias, segundo a incógnita do problema. Exemplo de uma subcategoria: Pedro coleciona carrinhos. Ele deu 8 para Rafael. Agora ele tem 22. Quantos carrinhos Pedro tinha antes?

Terceira categoria: *Relação (quantificada) de comparação entre duas medidas:* uma relação liga duas medidas. Nesta categoria, algumas dificuldades podem ser decorrentes da falta de articulação entre a linguagem cotidiana e a linguagem matemática³⁵ (palavras- chave)³⁶. Dependendo da posição da incógnita também pode dar lugar a 6 subcategorias. Ex: A escola A tem 384 alunos e a escola B tem 98 alunos a mais que a escola A. Quantos são os alunos da escola B?

³⁵ Conforme evidenciado por Mendonça, Pinto, Cazorla e Ribeiro (2007) nos problemas de comparação, em muitos casos, as relação às dificuldades são decorrentes da incongruência entre *as palavras-chave* portadoras de informação e a operação a ser realizada. As autoras enunciaram alguns trabalho (Hudson, 1983; Vergnaud, 1982; Nunes e Bryant, 1997) nos quais as crianças apresentaram dificuldade no entendimento dos termos “a mais” e “a menos”, ressaltando-se, aqui, a importância da compreensão linguística.

³⁶ As autoras denominaram de palavras-chave, aquelas que o professor lança mão para sinalizar para o aluno a operação a ser utilizada para resolver a situação-problema. Assim, palavras como "ganhar", "mais", "receber", são consideradas como sinônimo de adição, e palavras como "perder", "menos", "dar", "emprestar", como sinônimo de subtração. Essas palavras-chave podem induzir o aluno ao erro, visto que, o importante para solucionar o problema é estabelecer o cálculo relacional entre os componentes da situação-problema colocada, por exemplo, a palavra ganhar quando colocada numa situação-problema de inversão, pode indicar a operação de subtração.

Quarta categoria: Composição de duas transformações: duas transformações se compõem para dar lugar a uma transformação, ou seja, a partir de duas transformações dadas

determina-se uma terceira, podendo se subdividir em 3 subcategorias. Ex: Rafael tinha 54 carrinhos. Ganhou 9 carrinhos de sua mãe e depois deu cinco para seu primo. Quantos carrinhos ele tem agora?

Quinta categoria: Transformação de uma relação: trata de uma transformação que opera sobre um estado relativo (em uma relação) para resultar em um estado relativo. Ex: Gabriela quer comprar uma blusa de R\$ 78,00. Ela já tem R\$ 47,00. Quanto ainda falta?

Sexta categoria: Composição de duas relações: dois estados relativos se compõem para dar lugar a um outro estado relativo. Ex: Henrique devia 45 reais para Fernando, mas Fernando agora está devendo 18 reais a Henrique. Quantos reais Henrique ainda deve para Fernando?

As estruturas multiplicativas constituem um campo conceitual que envolve a formação de conceitos numa variedade de situações e problemas que requerem o uso da multiplicação ou da divisão ou da combinação entre estas duas operações aritméticas. Neste sentido, o campo conceitual das estruturas multiplicativas, além de envolver os conceitos de multiplicação e divisão, comporta outros conceitos como fração, razão, proporção, probabilidade, função linear e não linear, combinatória, análise dimensional, etc. Categorizando o campo conceitual das estruturas multiplicativas, Vergnaud (1988, 1996, 2009) estabeleceu três grandes classes de problemas que envolvem relações ternárias e quaternárias: isomorfismo de medidas, produto de medidas e proporções múltiplas sendo que essas classes se subdividem em outras subclasses de problemas.

A primeira grande forma de relação multiplicativa é uma relação quaternária entre quatro quantidades; duas quantidades são medidas de certo tipo e as duas outras medidas, de outro tipo. Os problemas do tipo isomorfismo de medidas comportam um elevado número de situações cotidianas e delas podem ser derivadas quatro classes de problemas: multiplicação, divisão por partição, divisão por cota e problemas de proporcionalidade. No que diz respeito ao produto de medidas, essa forma de relação consiste em uma relação ternária entre três quantidades, sendo que uma delas é ao mesmo tempo o produto das outras duas, tanto no plano numérico quanto no plano dimensional.

Alguns exemplos de cada uma das classes de problemas são destacados a seguir, similarmente aos propostos por Vergnaud (1988, 1993, 1996, 2009):

Multiplicação:

Isoformismo: Luana comprou 4 caixas de chocolate. Em cada caixa há 12 chocolates. Quantos chocolates Luana comprou?

Produto de medidas: Luiz tem 4 Bermudas (verde, amarela, azul e branca e 3 camisetas (azul, verde e amarela) Quantas combinações de roupa ele pode fazer, combinando todas as bermudas com todas as camisetas?

Proporções simples: Em uma livraria cada bloco de fichário custa R\$12,00. Quanto vai pagar uma pessoa que comprar 10 blocos iguais a este?

Divisão

Isoformismo: a) Partição: Paguei R\$ 56,00 por 4 caixas de chocolate. Quanto custou cada caixa? b) Cotição: Juliano comprou 35 chocolates e quer dar 7 chocolates para cada um de seus amigos. Quantos são os amigos de Juliano?

Produto de medidas: Com as bermudas e camisetas que Felipe possui ele pode fazer 12 combinações diferentes. Ele tem 3 camisetas. Quantas são as bermudas?

Proporções simples: O custo total de 10 blocos de fichário, em uma livraria é de R\$ 120,00. Uma pessoa comprou 10 desses blocos. Quando pagou em cada bloco?

No que diz respeito às diferentes classes e subclasses de problemas de estrutura multiplicativa, o autor analisou dois tipos de divisão: a divisão por partição e a divisão por quota. No caso da divisão partitiva, as situações-problema envolvem repartir uma quantidade em um determinado número de partes iguais. Neste caso são dados a quantidade a ser repartida e o número de quotas. A divisão por quotas implica conhecer quantas partes de um determinado tamanho são possíveis de serem obtidas a partir de uma dada quantidade.

Brito e Correa (2004) afirmaram que do ponto de vista pedagógico, a divisão é a operação aritmética que apresenta maior dificuldade para os estudantes do ensino fundamental. O entendimento do conceito de divisão envolve o desenvolvimento de raciocínio multiplicativo que vai se constituir a partir de competências relativas à coordenação de relações entre pelo menos duas variáveis, números, grandezas ou medidas.

O estudo de Brito (2000) evidenciou alguns dos obstáculos que os alunos encontram no domínio do algoritmo da divisão. O primeiro deles refere-se à direção em que o cálculo é efetuado, pois na divisão, ao contrário da adição, subtração e multiplicação, o cálculo é efetuado da esquerda para a direita. A segunda dificuldade estaria relacionada à necessidade de domínio dos algoritmos da divisão, sendo que estes envolvem não só os fatos básicos da divisão, mas também aqueles relativos à multiplicação e divisão. A terceira

dificuldade, muitas vezes ocorre porque a divisão envolve o uso de estimativa, permitindo ao estudante, por meio da tentativa e erro, chegar ao resultado, embora possa não obter sucesso nas primeiras tentativas. Em quarto lugar, encontra-se a interação entre algoritmos, mas o padrão, o curso da ação em direção a um resultado, muda de um foco para outro.

Vergnaud (2009) destacou a divisão como uma operação complexa por várias razões: algumas são de ordem conceitual, outras dizem respeito à complexidade das regras operatórias envolvidas pela divisão. Enquanto a adição, a subtração e a multiplicação são sempre exatas e o resultado obtido a partir da aplicação do operador ao operando, a divisão nem sempre é exata e o quociente não é por si só, o resultado do operador ao operando sendo o resultado constituído do par quociente resto, podendo o resto ser nulo.

Nunes, Campos, Magina e Bryant (2002) destacaram que assim como a adição e a subtração aparecem originalmente ligadas a três esquemas de ação, juntar, separar e colocar em correspondência um-a-um, os conceitos de multiplicação e divisão têm origem nos esquemas de ação de correspondência um-a-muitos e de distribuir. No entanto, os problemas inversos de multiplicação e divisão requerem a coordenação entre os dois esquemas e por isso são mais complexos, podendo causar maior dificuldade para os alunos.

Complementar a essas ideias, Correa (2002) referindo-se ao conceito de divisão, ressaltou que as sequências didáticas criadas para o aprendizado das operações aritméticas devem levar em conta não só a natureza lógico-matemática da operação estudada, como também, os suportes simbólicos envolvidos na sua representação e a sua aplicabilidade a um conjunto de situações diversas. A autora ressaltou, ainda, uma segunda implicação que diz respeito ao caráter mediador que os sistemas de representação exercem no tipo de funcionamento cognitivo que os alunos apresentam. A influência destes sistemas pode ser discutida no âmbito de dois aspectos. Um deles revela que os sistemas simbólicos utilizados podem auxiliar ou dificultar a diferenciação das diversas classes de problema relativas a um campo conceitual.

Em adição, é importante ressaltar que diferentes pesquisas (Lautert e Spinillo, 2000; Brito, 2000; Nunes e Bryant, 1997; Vergnaud, 1996; Mello, 2008) destacaram a influência da estrutura semântica e da posição da incógnita nos problemas multiplicativos no desempenho de alunos do Ensino Fundamental. O domínio e a aplicabilidade da linguagem matemática também mostrou-se como fator relevante nos estudos Lautert e Spinillo (2002, p. 245) que consideraram: “a criança que domina a linguagem matemática, aplicando-a aos princípios que governam a divisão, e que também resolve apropriadamente os problemas

está em um nível de conhecimento mais elaborado do que a criança que sabe a linguagem e não resolve corretamente, ou que resolve e não sabe a linguagem”.

Nos estudos e na aplicação da solução de problemas, tanto a compreensão de como as crianças estabelecem as relações numéricas envolvidas na divisão ou em outros conceitos matemáticos, quanto o entendimento de como a criança usa a linguagem própria desses conceitos e quais os significados a ela associados devem ser considerados, especialmente, pelas propostas que visem ao desenvolvimento da aprendizagem matemática significativa.

Vergnaud (2009) destacou que tanto para a aprendizagem da matemática, em particular como para a aprendizagem da língua ou de outras disciplinas “somente um conhecimento claro das noções a ensinar podem permitir ao professor compreender as dificuldades encontradas pelas crianças e as etapas pelas quais ela passa” p. 15). Para o autor, a matemática forma um conjunto de noções, de relações, de sistemas que apoiam uns sobre os outros, mas a ordem exposta pelo matemático não é a mesma pela qual a criança as adquire. Inclusive, a ordem de complexidade crescente das noções adquiridas pela criança não é a ordem total ou linear (na qual a criança deveria aprender a noção A, depois a noção B, a C etc). É, aliás, uma ordem parcial ou com vários ramos, onde, por exemplo, as noções A e B podem ser adquiridas, indiferentemente numa ordem ou outra, simultaneamente, e elas próprias anteriores à aquisição de uma noção C.

Bastante relevante e complementar à análise das noções adquiridas pela criança é a análise das tarefas e o estudo dos procedimentos adotados pela criança mediante a tarefa proposta permitem fazer, também, uma análise dos erros e acertos, dando indícios ao professor dos caminhos adotados na solução das tarefas escolares, possibilitando as intervenções necessárias, sendo estas mais eficazes.

Porém, um aspecto relevante a ser considerado é o que diz respeito às representações que a criança estabelece mediante as situações. Segundo Vergnaud (2009), os meios utilizados pela criança e os procedimentos que ela adota para atingir um objetivo numa determinada tarefa escolar, encontram-se enraizados na representação que ela faz da situação proposta. A noção de representação, no entanto, segundo o autor, não pode ser reduzida à noção de símbolo ou de signo, uma vez que também abrange a noção de conceito.

Trata-se de uma ideia universal da qual os educadores devem absolutamente tomar consciência; quer dizer, a ideia de que a representação não se reduz a um sistema simbólico que remete diretamente ao mundo material, os significantes representando então diretamente os objetos materiais. Na verdade, os significantes (símbolos ou signos) representam significados que são eles próprios de ordem cognitiva e psicológica (Vergnaud, 2009, p.19)

O conhecimento, além dos símbolos, também é formado de conceitos e noções que refletem ao mesmo tempo o mundo material e a atividade do sujeito nesse mundo material. Portanto que dá sentido à sintaxe de um sistema simbólico é a semântica que o produziu e isto implica na atividade prática e conceitual do sujeito no mundo.

A forma como o conhecimento é representado na mente influencia amplamente no modo de “como o conhecimento pode ser manipulado com facilidade, precisão e eficiência, para desempenharmos qualquer quantidade de tarefas cognitivas” (Sternberg, 2000, p. 185).

As investigações em solução de problemas permitem, ainda, que os acertos e erros dos estudantes sejam analisados de maneira a estabelecer indícios do que realmente o aluno sabe e o que mais precisa aprender; em adição, subsidiam ações metodológicas, nas quais as atribuições de significado que são dadas a um determinado conceito e as etapas pelas quais passa o pensamento durante a solução de problemas podem ser melhor explicitadas. A aquisição de conceitos e das várias significações que um conceito adquire em diferentes contextos é fundamental para a aprendizagem da matemática escolar, uma vez que é a partir da aquisição e da reorganização conceitual que esses mesmos conceitos serão utilizados na aprendizagem de princípios e na solução de problemas.

2.4 Linguagem natural e linguagem matemática

Na história da humanidade, a Matemática, à medida que foi sendo estruturada nos diferentes contextos sociais, foi sendo difundida pela linguagem como forma de disseminar e reproduzir o conhecimento matemático. Junto à evolução da ciência foram surgindo formas de registro da matemática, conforme as necessidades de uso, de ideias, símbolos, conceitos e objetos matemáticos. O armazenamento simbólico externo, ao mesmo tempo que acelerou a transmissão dos conceitos matemáticos, instituiu, em caráter evolutivo, a linguagem matemática cujos símbolos se tornaram universais.

A necessidade do registro matemático fez emergir a sua escrita, ampliando o emprego da linguagem mais formal e abstrata da Matemática e evidenciando o sistema simbólico que lhe é próprio. Portanto, na sua transposição para a matemática escolar é

preciso entender seus significados e interpretá-los, e isto requer que se tenha em mente sua contribuição para o desenvolvimento das capacidades intelectuais humanas e sua aplicação dedutiva como forma de interpretar, inserir-se e atuar no mundo.

Nesse aspecto, articular a linguagem cotidiana com a linguagem matemática estabelece meios e ferramentas que permitem aos sujeitos a compreensão de conceitos e princípios e sua aplicação nos diferentes contextos sociais. Brito (2000) evidenciou como um dos objetivos da matemática escolar a sua aplicação em situações cotidianas e desse modo:

[...] capacitar o estudante a usar os conhecimentos de aritmética, álgebra e geometria nas situações cotidianas. O aluno precisa ser capaz de transferir aquilo que aprende em sala de aula e o professor ao ensinar um conteúdo, precisa relacionar o conhecimento escolar e a Matemática presente nas diversas situações que os indivíduos enfrentam no dia-a-dia (p. 95).

Segundo Machado (2006): “[...] de fato, todo o conhecimento da realidade que os alunos já trazem ao chegar à escola encontra expressão apenas através da fala; é deste suporte de significados que emergirão os signos” (p. 106), evidenciando o autor que, para ser enunciada oralmente, uma língua formal não pode prescindir do concurso da língua natural.

Destaca-se aí a importância de se desenvolver no estudante a capacidade de decodificar os enunciados matemáticos. A relevância tanto do domínio e da compreensão dos termos específicos da linguagem matemática como da valorização da linguagem natural do aluno e das formas idiossincráticas de manifestar suas ideias matemáticas deve ser considerada quando se pretende interpretar de que forma as habilidades verbais e a lógica matemática são relacionadas pelo aluno para elaborar as representações de um problema, buscando atingir a solução. Este tipo de abordagem permite identificar a consonância entre as duas linguagens como meios necessários para que o aluno possa reconhecer um problema como tal e a partir daí estabelecer estratégias e procedimentos eficazes na busca de solução.

Brito (1999) destacou que ao ler a estória de um problema, o aluno necessita usar as habilidades verbais requeridas para a compreensão do enredo e as habilidades matemáticas necessárias para perceber logicamente as relações matemáticas que estão contidas na estrutura do problema. A compreensão do problema surge a partir da leitura da situação proposta, que precisa apresentar lógica e coerência para o aprendiz. De modo geral, a

história dos problemas verbais usados na escola apresenta: (a) um sujeito (que é aquele que vai executar a ação); (b) um verbo (que indica uma "situação" atual ou anterior do sujeito); (c) objeto direto (indica uma coleção de objetos ou "coisas"); (d) uma ação, que muda a situação anterior ou atual do sujeito para outra; (e) uma pergunta, com o objetivo de verificar logicamente as relações matemáticas dadas ao problema.

Um exemplo seria: “Mariana tem duas dúzias de lápis de cor. Deu meia dúzia para Joana, Com quantos lápis ficou?” Na classificação sintática: (a) sujeito (Mariana); (b) verbo (tem); (c) objeto direto (uma duas dúzias de lápis); (d) ação que transforma a situação anterior (deu meia dúzia para Joana); (e) a pergunta (Com quantos lápis ficou?). Embora apresente a estrutura semântica semelhante a outros trechos de histórias, o problema verbal aritmético requer a construção de uma ou várias representações e a disponibilidade de um outro tipo de estrutura, esta última envolvendo o conhecimento declarativo e o conhecimento de procedimento.

Brito (1999) citando Kintsch e Greeno (1985, p.11), destacou que as representações dos problemas não são construídas imediatamente, mas através de várias etapas do processamento da informação, as quais não ocorrem, necessariamente em uma sequência rígida. A história é lida e transformada na representação conceitual do seu significado, sendo construídas proposições, que permitem à estrutura cognitiva organizar os algoritmos exigidos para a solução. Para a autora é importante que desde o início da escolaridade sejam enfatizadas a leitura e a compreensão da história do problema aritmético, bem como o pensar sobre a solução dada. A leitura cuidadosa e atenta do enunciado é fundamental, para que o indivíduo possa elaborar uma representação do problema e, em seguida, formular um plano de execução.

O currículo escolar deveria prever não só a alfabetização na língua materna, mas também a alfabetização matemática, possibilitando aos estudantes não só articular a linguagem e os conceitos matemáticos, mas também trabalhar tanto com o conhecimento declarativo como com o conhecimento de procedimentos. A linguagem possibilita ao aluno expressar e compreender ideias o que significa apropriar-se dos conhecimentos matemáticos e linguísticos adquirindo conteúdos para o pensamento, transformando-os em ferramentas para o próprio pensar (Brito, 2006).

Para que haja a compreensão ou tradução de um problema matemático é fundamental que se transforme a informação contida no problema em termos matemáticos. Para que isto ocorra é necessário a compreensão das palavras e termos constantes no enunciado e que o aluno possa relacionar o problema em questão com os conceitos e ideias

relevantes armazenadas e organizadas na memória. Ainda, é importante que o aluno estabeleça uma compreensão do contexto no qual se inserem os fatos dando-lhe sentido, o que diz respeito ao *conhecimento dos fatos do mundo* (Mayer, 1992; Echeverría & Pozo, 1998).

Gómez-Granell (2003) afirmou que a tradução dos enunciados da língua natural para os símbolos matemáticos “é o que permite converter os conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis” (p. 261). Ainda, muitas vezes, as palavras tomam significados distintos daqueles utilizados no cotidiano. A leitura e interpretação de um texto matemático exige do aluno dois referenciais distintos. O aluno precisa um referencial linguístico e, para decifrar os códigos matemáticos, de um referencial de linguagem matemática. Em um primeiro momento o aluno procede a leitura do problema buscando interpretá-lo para, em seguida, compreender a natureza do problema. Na maioria das vezes os problemas mal estruturados produzem interpretações erradas ou impedem a compreensão do texto matemático.

Muitas das vezes, as dificuldades apresentadas pelos alunos na matemática não estão situadas no âmbito dos algoritmos, das fórmulas ou dos conceitos específicos dessas áreas, mas surgem das construções linguístico-discursivas dos enunciados dos problemas. “São dificuldades de nível lexical, sintático, semântico, textual e/ou discursivo que impedem os alunos de resolver adequadamente os problemas por não poderem recuperar sua unidade de sentido” (Azevedo & Rowell, 2007, p. 13).

Importante destacar que a representação³⁷, além de ser uma imagem mental formada a partir do conhecimento que o sujeito tem sobre o mundo exterior, na solução de problemas, ela emerge a partir da *conversão* das informações contidas no problema em uma imagem mental interna na qual todos os componentes do problema estão incluídos: enunciado, objetivos e operadores necessários à solução.

Sendo interatuantes, a habilidade verbal e a habilidade matemática exigem a formulação de problemas bem estruturados, pois muitas vezes os erros acontecem porque as informações ambíguas do enunciado, uma vez traduzidas em forma de representação mental, conduzem a procedimentos e estratégias inadequadas de solução.

³⁷ Ressaltando-se as ideias de Vergnaud (1985, 1988, 1990, 1996) a respeito do conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) usadas para indicar e representar os invariantes e, assim, as situações e os procedimentos para lidar com elas; portanto, a linguagem, em termos de representações, é um dos pilares do tripé definidor da Teoria dos Campos Conceituais.

[...] enunciado é significante se tiver sentido (plano sintático, o da diferença), se disser algo sobre o mundo (plano semântico, o da referência) e se puder ser entendido em uma troca entre interlocutores (plano pragmático, o da comunicabilidade). “Significar é sempre significar algo a respeito do mundo, para alguém ou com alguém”. Tem “significação” o que tem sentido, que diz algo do mundo e se pode trocar com outros. [...] É sempre o sentido de um enunciado, produzido nas relações entre signos que o constituem, signos esses que têm um valor diferencial em um sistema (Charlot, 2000, p. 56).

Assim sendo, na solução de problemas, as premissas básicas de comunicação entre emissor e receptor também devem ser consideradas. É necessário que o problema proposto faça sentido para o aluno, que as ideias presentes nos enunciados sejam elaboradas com clareza e coerência, para que possam ser compreendidas, possibilitando a tradução do problema e o avanço para etapas subsequentes a fim de se atingir o estado final do problema.

CAPÍTULO III

ATTITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA E CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO: DESEMPENHO NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

“A emoção está atada à cognição, mas uma não está subordinada à outra, são interdependentes e interatuantes [...] a emoção e as motivações seriam a mola propulsora da ação” (Brito, 2002, p. 82).

A revisão da literatura aponta para uma certa dicotomia entre a razão e a emoção, e mesmo seu antagonismo, o que ocasionou um certo abandono dos estudos da psicologia sobre as emoções durante muito tempo, revelando investigações mais centradas no conhecimento e na racionalidade. Culturalmente os indivíduos são ensinados a valorizar a importância de *agir racionalmente* de forma a conter a expressão de sentimentos como modo mais adequado de inserção na sociedade e não é raro, nos dias de hoje, observar-se indicações de ser esta a conduta mais aceitável. Outra razão para a escassez de abordagens sobre as emoções refere-se ao prevalecimento do uso do método experimental, rigoroso e controlado, nos estudos relacionados ao comportamento humano (Brito, 2002).

Até a última década do século passado as pesquisas que se voltaram para o estudo da emoção denotaram investigações sobre a ansiedade mais relacionadas com comportamento de fuga e esQUIVA. A partir do período anteriormente mencionado, o estudo das emoções, gradativamente, retornou à literatura da psicologia. Atualmente pode-se afirmar que a amplitude de pesquisas nesta área permite ampliar o conhecimento, dando suporte aos estudos voltados para o fenômeno da Educação.

Segundo Brito (2002), a emoção é uma reação intensa e breve do organismo a um lance inesperado, que é acompanhado de um estado afetivo de conotação agradável (positiva) ou desagradável (negativa). O afeto, por sua vez, é o elemento básico da afetividade, que é a qualidade ou caráter de afetivo e refere-se ao conjunto de fenômenos psíquicos que se manifestam sob a forma de emoções, sentimentos e paixões, acompanhados de impressões antagônicas como gostar e não gostar, aceitação e rejeição, alegria e tristeza, satisfação e insatisfação, agrado e desagrado, entre outras.

A ansiedade seria um estado afetivo caracterizado por um sentimento de insegurança. Também considerada como um estado afetivo, a atitude apresenta duas dimensões: uma positiva e outra negativa.

As concepções que os alunos possuem acerca de uma determinada disciplina escolar podem influenciar a predisposição que eles demonstram para a aprendizagem dos conceitos inerentes a essa mesma disciplina. As atitudes³⁸, por serem construídas, são influenciadas pelo ambiente e cultura nos quais o indivíduo acha-se inserido e, na dinâmica escolar, podem afetar o desempenho do aluno nas diversas tarefas que lhe são apresentadas. A Matemática escolar, quando considerada como uma disciplina, difícil, complexa, dotada de conteúdos somente compreendidos por mentes mais privilegiadas, pode evidenciar atitudes menos favoráveis para a aquisição do conhecimento matemático, fazendo com que o aluno adote posturas preditivas de fracasso mediante as atitudes construídas.

O papel da escola e do professor deve ser dimensionado também no âmbito das atitudes. É preciso antes, a reflexão profunda da escola e do professor e, de certa forma, de todos que interagem com o aluno. O ambiente escolar e o trabalho pedagógico desenvolvido são carregados de concepções, crenças, atitudes, valores e estas mesmas são transpostas para aquilo que pensa e realiza o aluno na construção de seu conhecimento.

Brito (1996), citando Leat (1993), destacou que para este autor o pensamento é indissociável do sentimento e que qualquer tentativa para que ocorra o desenvolvimento da competência e qualidade deve, necessariamente, levar em consideração os aspectos emocionais do ensino. Ensinar estratégias e habilidades encontra-se intimamente relacionado às atitudes do professor com relação ao ensino, ao conteúdo, ao autoconceito e a uma série de outros fatores que compõem o ambiente educacional. Assim, uma maior competência e qualidade no ensino demanda a articulação entre os fatores cognitivos e emocionais sendo que um não pode ser priorizado em detrimento do outro.

As atitudes do professor, entre outras variáveis, podem afetar a atitude do aluno e a aprendizagem de conceitos em relação a uma determinada disciplina ou conteúdo, influenciando o desempenho não só em provas e testes, mas nas demais tarefas escolares. A compreensão de que a atitude pode ser ensinada e aprendida, de que ela não é estável, portanto pode ser transformada, e que essa transformação pode envolver a passagem de uma atitude negativa para uma atitude positiva é fundamental para o trabalho do professor, no sentido de que ele possa reavaliar sua prática enquanto propulsora de condições favoráveis à aprendizagem e à melhoria do desempenho do aluno. É importante destacar

³⁸ O termo *atitude* foi usado pela primeira vez como conceito psicológico (Brown, 1954) por W. Thomas e F. Znaniecki no livro “*The Polish peasant in Europe and America*” (Chicago: University of Chicago Press), publicado em 1918, para descrever o processo de aculturação do camponês oriundo da Polônia. A partir desse emprego, constitui-se o marco a partir do qual o termo atitude deixa de ser utilizado no sentido de uma ação do corpo e adquire um caráter marcadamente cognitivo.

que mesmo que as atitudes dos alunos “não possam ser claramente relacionadas à atitude e desempenho do professor, o sucesso ou fracasso do estudante, na disciplina, afeta diretamente sua atitude em relação ao professor” (Brito, 1996, p. 26).

As variáveis afetivas são destacadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) tanto no documento de Introdução aos Parâmetros, quanto naquele concernente aos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática:

[...] Os conteúdos atitudinais permeiam todo o conhecimento escolar. A escola é um contexto socializador, gerador de atitudes relativas ao conhecimento, ao professor, aos colegas, às disciplinas e à sociedade [...] Ensinar e aprender atitudes requer um posicionamento claro e consciente sobre o que e como se ensina na escola. Esse posicionamento só pode ocorrer a partir do estabelecimento das intenções do projeto educativo da escola (Brasil, 1997 p. 76).

A ampla revisão de literatura sobre atitudes apresentada por Brito (1996), em sequência temporal, no seu trabalho de livre docência, possibilita constatar a evolução do tema e a relevância adquirida pelo mesmo ao longo do tempo, principalmente no que concerne à educação. Definindo e situando o conceito, particularmente nos aspectos referentes à Psicologia Educacional, as atitudes foram distinguidas de crenças, opiniões, valores e comportamento.

Qualquer **atitude** (grifo do autor) enquanto fenômeno humano, um constructo psicológico próprio do sujeito humano, é composto por dimensões afetivas e cognitivas e se expressa através do comportamento, entretanto, é unidimensional no sentido de que o afeto caminha apenas em uma direção, sendo incompatível dois elementos ocuparem a mesma posição, no mesmo momento (Brito, 1996, p. 35).

A disciplina matemática envolve diferentes eixos que, em seus desdobramentos, abordam uma grande quantidade de temas e conteúdos os quais exigem do aluno diferentes habilidades distintas. Isto permite inferir que um indivíduo pode experimentar sentimentos diferentes em relação aos diversos conteúdos expressos na matemática. Por exemplo, um aluno pode desempenhar com desenvoltura uma proposta de solução de problemas envolvendo a adição e não apresentar uma habilidade considerável para solucionar um problema envolvendo a operação de divisão. As concepções de *fácil* ou *difícil*, *de gostar* ou não *gostar*, podem estar atreladas ao desempenho que o aluno estabelece diante das tarefas propostas.

No entanto, se um aspecto particular for extremamente aversivo para ele, isso será generalizado para a Matemática como um todo, afetando sua atitude em relação a esta disciplina (Brito, 1996). As experiências acumuladas pelos indivíduos, ao longo de sua trajetória escolar, tornam-se determinantes das atitudes não somente em relação à matemática, mas também em relação às diferentes disciplinas do currículo escolar.

Brito (1996) apontou a definição de Stagner (1937) citado em Billing, (1944) como básica em seu trabalho, na qual a atitude é caracterizada: 1) por um objeto, que pode ser considerado o aspecto cognitivo ou intelectual da experiência; 2) uma direção, que é dada pelo grau predominante de sentimento de prazer ou desprazer em relação a esse objeto entendido cognitivamente e 3) uma intensidade, que refere-se à tensão ou grau de atividade que vai ser liberada por situações que envolvam as atitudes.

No presente estudo, em particular, a atitude se caracteriza por um objeto (a Matemática), uma direção (positiva ou negativa) e uma intensidade (gostar ou ter aversão à Matemática).

Para Klausmeier (1977) o conceito de atitude pode ser visto tanto como um constructo mental (portanto, é idiossincrático, refere-se à informação acumulada pelo indivíduo ao longo de sua vida, de acordo com experiências de aprendizagem e com seu próprio desenvolvimento), como uma entidade pública, entendida como a informação organizada que corresponde aos significados presentes em dicionários, enciclopédias e em outros livros. Assim, a atitude possui atributos relevantes e irrelevantes como todos os conceitos.

As atitudes possuem cinco atributos definidores:

a) a *aprendibilidade* – as atitudes são aprendidas, o aluno pode ou não ter consciência sobre elas;

b) a *estabilidade*-poderá ser temporária ou permanente, pois algumas atitudes seriam provisórias enquanto outras, aprendidas, se fixariam;

c) o *significado pessoal- societário*- as atitudes interferem nas relações entre as pessoas e entre as pessoas e os objetos.

d) o *conteúdo*:- o componente afetivo envolve as emoções de um indivíduo sobre o objeto da atitude e o cognitivo comporta as informações e ideias que esse indivíduo possui a respeito do objeto da atitude;

e) *Orientação aproximação-esquiva*: a atitude de um indivíduo em relação a um objeto pode influenciar a aproximação ou o afastamento do sujeito deste mesmo objeto. As atitudes favoráveis em relação a um objeto conduzem o sujeito a uma aproximação, as

desfavoráveis instauram comportamentos aversivos dos sujeitos em relação ao objeto, buscando evitá-lo.

A atitude pode ser interpretada como algo que influencia o comportamento humano. O termo atitude é originário do latim e a ampla variedade de seu emprego faz com que a atitude seja confundida com comportamento, motivação, crenças, valores. As crenças são mais estáveis, perduram e resistem mais que as atitudes e, ao contrário das atitudes, algumas crenças são observáveis. Os valores, por sua vez, podem ser considerados mais complexos, amplos e abrangentes que as atitudes (estas bidirecionais, referindo-se a gostar/não gostar), são mais limitados pela cultura e expressamente unidirecionais, sendo ainda, mais estáveis que as atitudes.

Embora tanto as atitudes quanto os valores possuam componentes avaliativos, as atitudes referem-se ao *gosto* por determinado objeto, enquanto os valores, por se apresentarem vinculados a aspectos de julgamento moral, reportam-se ao conceito de certo/errado. Na atribuição de significado, torna-se relevante que atitudes, crenças e valores sejam empregados e definidos levando-se em conta a estabilidade, a direcionalidade, o domínio, o grau de complexidade e a abrangência inerente a cada um (Brito, 1996).

O emprego, a definição e a interpretação corretos de cada termo, pode favorecer ações que buscam investigar a relação existente entre eles e a aprendizagem de diferentes disciplinas do currículo de ensino. Distinguir conceitos semelhantes, mas não idênticos, é de suma importância para a *tratabilidade* dos mesmos, principalmente quando inseridos em estudos empíricos que buscam identificar a influência destes constructos na aquisição do conhecimento.

No que concerne à Matemática, evidenciada neste estudo, a compreensão e o entrelaçamento do significado de seis diferentes conceitos foi exemplificada por Brito (1996) da seguinte forma:

Obviamente, com relação à Matemática, os indivíduos apresentam opiniões e crenças com relação a ela (por exemplo, emitem opiniões baseadas na crença de que a Matemática é uma disciplina mental, isto é, treina a mente para outras atividades). Professores com este tipo de crença, atribuem um valor exagerado a essa disciplina e com isso podem influenciar as atitudes de seus alunos, levando-os a gostar menos de resolver problemas matemáticos e apresentar um baixo desempenho (comportamento) na disciplina (Brito, 1996, p. 9).

A atitude tem sempre um referente que constitui-se de um evento interno, aprendido, que varia em intensidade, é dirigido a um determinado objeto, envolve componentes cognitivos e afetivos e apresenta-se como um conceito que, na regência do nome, apresenta-se como *atitude com relação a*. É importante que se busque a clareza do conceito de atitude, considerada na presente investigação de acordo com definição de Brito (1996, p. 11), “atitude poderia ser definida como uma disposição pessoal, idiossincrática, presente em todos os indivíduos, dirigida a objetos, eventos ou pessoas, que assume diferente direção e intensidade de acordo com as experiências do indivíduo”.

As atitudes podem ser modificadas uma vez que são aprendidas e, portanto, podem ser ensinadas (Klausmeier, 1977; Brito, 1996; Gonzalez, 2000, 2002; Gonzalez e Brito, 2001); ainda, devido a sua influência em situações de ensino- aprendizagem deveriam fazer parte dos objetivos dos currículos escolares de qualquer nível de ensino. A compreensão das atitudes e seus componentes em seu aspecto tridimensional (cognitivo, afetivo e conativo) tanto na Matemática como em outras disciplinas, poderia influenciar a melhoria no desempenho dos alunos e provocar as mudanças necessárias para uma aprendizagem significativa.

A construção das atitudes envolve o domínio cognitivo, que se refere ao conhecimento sobre o objeto da atitude, o domínio afetivo, que representa os sentimentos com relação ao objeto da atitude e o domínio conativo que diz respeito à predisposição para agir de uma certa maneira em relação ao objeto de atitude. Estes três elementos, ao mesmo tempo que interagem, atuam de diferentes modos e graus no estabelecimento da atitude, tornando-a favorável ou desfavorável em relação a um determinado objeto.

As atitudes em relação à Matemática devem levar em conta não somente o caráter avaliativo e as experiências realizadas pelo aluno nesta disciplina. Dimensionar a vivência docente no contexto da aprendizagem matemática e o histórico da aquisição deste conhecimento no percurso da formação do professor significa oportunizar os meios necessários para a compreensão de que a ação empreendida pelo professor influencia o conhecimento, os sentimentos e a ação do aluno frente a uma atividade matemática, expressando que tipo de atitude o aluno construiu mediante esta influência. A esse respeito Araújo (1999) destacou:

[...] as atitudes se formam a partir das experiências, as atitudes em relação à matemática influenciam e são influenciadas pelo ensino dessa disciplina, pela maneira como ela é trabalhada na escola, pela forma como os primeiros conceitos básicos são adquiridos, pelas habilidades que são exigidas do indivíduo e pelo sucesso e insucesso na realização de tarefas matemáticas (p. 45).

O trabalho do professor deve estar voltado também para o desenvolvimento de atitudes positivas em relação às diferentes disciplinas escolares, pois a partir da atuação docente o aluno também pode apresentar atitudes mais favoráveis em relação aos componentes curriculares, uma vez que as atitudes são adquiridas e podem variar de acordo com as circunstâncias do ambiente no qual o indivíduo acha-se inserido. A formação do professor e seu percurso acadêmico traz intrínsecas suas concepções, exercendo influência nas atitudes que os alunos podem desenvolver em relação, por exemplo, às áreas de exatas (Araújo, 1999; Gonzalez, 2002).

No âmbito das tarefas escolares e das avaliações internas e externas, nas quais destaca-se a solução de problemas, a atitude do aluno em relação à matemática pode revelar o sucesso ou o insucesso das ações empreendidas na solução das tarefas, considerando-se, nesta pesquisa, a atitude construída e permeada pelos três domínios: cognitivo (conhecimento), afetivo (sentimento) e conativo (predisposição para a ação).

A extrema relevância do trabalho da autora supra citada evidencia-o como suporte para as pesquisas voltadas para o estudo das atitudes e suas possíveis relações com as variáveis que afetam o desempenho escolar não só em matemática, mas, como ressaltado, em diferentes componentes curriculares. Os resultados, conclusões e considerações a respeito da pesquisa desenvolvida pela autora, apontaram para direções bastante pertinentes no que concerne aos estudos posteriormente realizados, nos quais se inscreve a presente investigação.

A pesquisa realizada por Brito (1996) buscou verificar a existência e o tipo de atitude (se positiva ou negativa) em alunos de primeiro grau (terceira a oitava séries) e do segundo grau (nas três séries que o compõem), de quatro escolas públicas da região de Campinas. Buscou também estabelecer a existência de relações entre atitudes em relação à Matemática e algumas variáveis selecionadas para o estudo como idade, grau, série, gênero, preferência por disciplina, escolaridade do pai, da mãe, horas dedicadas ao estudo, compreensão do conteúdo, entre outras). Foram aplicados um questionário informativo e a escala de atitudes de Aiken (1961), traduzida, adaptada e validada, pela autora, no Brasil.

Alguns resultados dos estudos de Brito (1996) são destacados a seguir:

- Com relação à preferência por disciplina a Matemática, não se revelou como a mais indesejada; a distribuição equitativa na preferência foi verificada, onde os sujeitos afirmaram, em uma quantidade proporcional, não gostarem de várias disciplinas da área de humanas; por exemplo, o número de sujeitos que preferiam matemática encontrava-se bastante próximo daqueles que preferiam Português; ainda foi verificado que crianças de terceira série escolheram a matemática como preferida em detrimento de Inglês, Ciências e Ciências Sociais.

- A maioria dos estudantes afirmou que o estudo da Matemática concentra-se apenas no período regulamentar de aula. Em adição 48% afirmaram receber ajuda no estudo da Matemática, fora da sala e aula, sendo a mãe a maior agente de auxílio; o estudo concluiu também que na população investigada, não existe influência do tipo de escolaridade e da profissão dos pais nas atitudes dos filhos com relação à Matemática.

- O desempenho dos sujeitos na disciplina, ao longo dos anos, demonstrou que, nos casos de reprovação em uma ou outra série escolar as atitudes, revelam-se como mais negativas; em acréscimo, os sujeitos que buscam ajuda extra-classe para suas dificuldades em Matemática apresentam atitudes notadamente negativas em contraposição aos que não recorrem ao ensino complementar, corroborando com a ideia de que existe relação entre atitude e o desempenho em relação à Matemática.

- Os alunos que afirmaram compreender as explicações do professor e os problemas matemáticos apresentam atitudes positivas se destacando significativamente dos que procederam afirmações contrárias;

Estas informações, conforme descrito por Brito (1996), permitiriam traçar um *perfil* do sujeito com atitudes altamente positivas:

Seria o estudante com bom desempenho na disciplina, notas acima da média (provavelmente estudantes que obtém conceito “bom” e/ou ótimo ao longo das séries), preferem a Matemática e as disciplinas ligadas à área de exatas, necessitam apenas de explicação do professor para compreender os problemas propostos, não necessitando de acompanhamento e ajuda extra classe (Brito, 1996, p. 293).

Em adição, conforme ressaltado pela autora, estes alunos não se distraem facilmente, dedicam período de uma ou duas horas diárias ao estudo da Matemática; os resultados mostraram que os estudantes com atitudes positivas com relação à Matemática se autopercebem como estudantes com bom desempenho.

- Na comparação de série/idade foi verificado que as atitudes mais positivas ocorrem na terceira e quarta séries (atuais quarto e quinto anos), depois decrescem (a média cai abruptamente para os alunos do sexto e sétimo ano e continua em decréscimo no oitavo e nono anos, onde se verifica seu ponto mais baixo) voltando a ser mais positivas no segundo grau, embora ainda se encontre abaixo da média da população total; isto demonstra que as atitudes não são estáveis em relação à Matemática, apontando para o desenvolvimento de sentimentos negativos em relação à Matemática à medida que os sujeitos progredem na escolaridade;

- A variabilidade das atitudes, uma vez que estas não são estáveis, pode estar associada a diferentes aspectos no que diz respeito aos distintos níveis de ensino como: método de ensino e formação do professor, conhecimento do professor a respeito das necessidades básicas para a aprendizagem de matemática; valores e atitudes do professor com relação à disciplina, ao ensino e à profissão, e notas atribuídas; motivação; formulação de objetivos atitudinais e preocupação com o desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação ao ensino de Matemática, tanto por parte da administração da escola quanto pelos professores, expectativa do professor com relação ao desempenho do aluno, entre outras; isto sugere que estudos dessa natureza podem revelar uma compreensão mais elaborada acerca das variáveis que afetam as atitudes à medida que os estudantes avançam nas séries;

- As atitudes mais negativas, encontradas no oitavo e nonos podem, em parte, ser explicitadas pelo fato de que a Matemática, particularmente a álgebra, passa a exigir uma capacidade de abstração cada vez maior do estudante (nota-se aqui e em outras indicações de estudos posteriores, efetuadas pela autora, que as mesmas serão amplamente dimensionadas em estudos posteriores, descritos mais adiante);

- A análise dos resultados dos sujeitos, quando agrupados por gênero, revelou a existência de diferenças significativas entre os dois grupos: os alunos apresentam atitudes mais positivas em relação à Matemática que as alunas, confirmando resultados de outros estudos (Peterson & Fennema, 1985; Stipek & Gralinski, 1991); porém, estas diferenças acentuadas de desempenho e atitude entre os gêneros, no início da escolaridade, não são verificadas, diferentemente do que acontece com o correr dos anos. No estudo realizado, Brito (1996) destacou que, possivelmente, o fator cultural desempenhou um papel preponderante nos resultados sendo interessante que as pesquisas sobre as diferenças de gênero considerem a relevância dos fatores sociológicos que acentuam as lacunas entre os dois sexos. Utilizando-se da meta-análise na revisão de trabalhos, Baker e Hedges (1984) constataram que as diferenças cognitivas entre os gêneros podem ser explicadas como uma

função seleção da amostra, em termos de tamanho e modelo escolhido para a análise de dados.

Isto posto, a autora supra citada evidenciou que as diferenças entre os sexos, com relação ao desempenho em Matemática e Ciências, não podem ser atreladas apenas às dissonâncias de habilidades, sugerindo estudos nos quais não só as habilidades estivessem envolvidas, mas, além delas, a verificação da autopercepção no desempenho, em estudantes de ambos os sexos, atribuição de sucesso e fracasso, a expectativa do professor e dos pais, escolha profissional, entre outros, o que permitiria uma visão mais ampla da transmissão da Matemática como um domínio preponderantemente masculino;

- Diferentemente do que se havia afirmado em Dissertações de Mestrado, em vários artigos e livros, os resultados do estudo contrariam a ideia de que a Matemática é a disciplina que provoca maior ansiedade e atitudes negativas entre os alunos;

- Destacada a importância do desenvolvimento de atitudes, o professor deve planejar cuidadosamente a apresentação do material (tal como descrito em Ausubel, et al., 1970; 1978). Formar atitudes requer consonância entre ação e currículo, prevenindo as atitudes negativas, impedindo a cristalização da Matemática como algo difícil e inalcançável;

- A formação do professor e o conhecimento que ele estabelece acerca das variáveis que afetam a aprendizagem e o ensino da Matemática, possibilitariam um planejamento de ensino adequado para o desenvolvimento de atitudes positivas e de um melhor auto-conceito, além de intervenções pertinentes no processo. Tendo-se em vista que os resultados de vários estudos apontam que a atitude desfavorável e a ansiedade afetam a aprendizagem não só da Matemática, mas também em outras disciplinas da área, como por exemplo, a Estatística, além da escolha profissional futura. Desta forma podem ser planejados programas que aumentem as atitudes positivas em relação à Matemática e, ao mesmo tempo diminuam as variáveis negativas; estes programas devem ser desenvolvidos não só nos cursos de licenciatura em Matemática, mas, também, nos cursos de Magistério e Pedagogia, pois nestes últimos é que se formarão os professores das séries iniciais do Ensino Fundamental.

- A educação e a escola, devem ser consideradas como um processo de interação social onde os indivíduos interagem entre si, recebem e exercem influência, situados em um dado contexto. Considerando os aspectos componentes da situação de aprendizagem, é possível implementar projetos que ensinem atitudes favoráveis ao professor de Matemática e aos sujeitos imersos em diferentes situações: a construção de conceitos matemáticos, a solução de problemas, a avaliação da aprendizagem, o trabalho em grupo etc., durante o

ensino- aprendizagem da matemática; isto requer a reestruturação da mente em termos de modelos e valores no sentido de uma atitude mais positiva e, conseqüentemente, de um conhecimento matemático significativo.

A partir dos estudos realizados por Brito (1996) outras investigações sobre atitudes foram desenvolvidas não só na disciplina de Matemática, mas também em áreas correlatas, como por exemplo, a Estatística (Cazorla, Silva, Vendramini & Brito, 1999a, 1999b; Silva, Carzola & Brito; 1999; Silva, Brito, Cazorla & Vendramini, 2002; Vendramini, 2000a, Vendramini, Silva, Cazorla & Brito, 2000b; Vendramini & Brito, 2001).

Os diferentes estudos sobre atitudes, realizados pelo grupo PSIEM (Araújo, 1999; Brito, Fini & Neumann García, 1994; Dobarro, 2007; Dobarro & Brito, 2010; González, 2000, 2002; Jesus, 2005; Quintiliano, 2005; Utsumi, 2000; Viana, 2005, entre outros), destacaram a importância do tema para os estudos preocupados com as variáveis que afetam a aprendizagem. Nas pesquisas realizadas, os resultados apontam para inúmeros fatores observáveis e suas relações com as atitudes, fornecendo indícios para a melhoria do ensino e da aprendizagem por meio de ações e planejamento adequados e que promovam concomitantemente a redução da ansiedade do aluno frente às tarefas matemáticas e, ao mesmo tempo, subsidiem o desenvolvimento de atitudes mais favoráveis.

A observância dos resultados apresentados pelos estudos empíricos sobre a atitude deve ser realizada pela escola, pelo professor e demais envolvidos na ação educativa. Os estudos na área da Psicologia Educacional oferecem subsídios relevantes que permitem não só interpretar as variáveis que afetam a aprendizagem do aluno, mas também estabelecer prognósticos para a ação educativa. As atitudes são adquiridas e não inatas e embora algumas se apresentem mais duradouras e persistentes que outras, elas não são estáveis e podem variar ao longo da vida dos indivíduos, de acordo com as circunstâncias ambientais; além disso as atitudes são suscetíveis às influências da cultura na qual o indivíduo está imerso; uma vez que podem ser aprendidas a escola pode e deve ensiná-las (Brito, 2002b) e para isso é importante que o ambiente escolar seja favorável à articulação entre a cognição e o afeto.

Algumas pesquisas (Utsumi 2000; González 2000; Jesus, 2005) destacaram relações existentes entre atitudes e gênero, revelando a Matemática como domínio masculino. Os aspectos culturais (Brito, 1996), as concepções familiares e mesmo algumas parcelas da sociedade reforçam a ideia de que meninos exercem mais capacidade que meninas em Matemática.

[...] cristalizou-se a ideia que a habilidade verbal é uma característica feminina e a habilidade matemática é uma característica masculina. [...] os homens deveriam apresentar alta habilidade matemática e baixa habilidade verbal enquanto as mulheres apresentariam alta habilidade verbal e baixa habilidade matemática (Brito, 1996, p. 75).

A investigação de Gonzalez (2000) envolvendo as relações entre a família, o gênero, o desempenho, a confiança e as atitudes em relação à matemática teve como objetivos investigar as atitudes dos alunos e a de seus pais em relação à Matemática, verificar se as atitudes influenciam o desempenho e o nível de confiança dos alunos com relação à Matemática, como também as possíveis relações entre o gênero e a formação de atitudes. Os sujeitos da pesquisa foram 121 alunos das 3^a, 4^a e 8^a séries das redes particular e municipal de ensino e seus respectivos pais. Foram empregadas três escalas de atitudes, questionários, e atas de notas. Os resultados apontaram que os pais exercem pouca influência na formação dessas atitudes, destacando-se, porém, na revisão da literatura efetuada importância da participação dos pais na vida escolar dos filhos. O nível de confiança apresentou correlação com o desempenho, o mesmo não ocorrendo em relação ao gênero pois não foram encontradas diferenças significativas entre as médias obtidas na escala e nas médias de desempenho. Foram verificadas diferenças significativas nos resultados da subescala relativa à Matemática como um domínio masculino, permitindo supor que embora haja concordância entre os sujeitos em relação ao “gostar da Matemática” não ocorre o mesmo em relação ao “domínio” dessa disciplina. Os resultados indicaram que os professores e a família devem buscar soluções conjuntas visando incentivar o aluno a participar das atividades matemáticas permitindo que todos, na classe e em casa, tenham as mesmas chances de participação, favorecendo o desenvolvimento de atitudes positivas para o alcance do sucesso na disciplina.

Soares (2003) realizou um estudo objetivando descrever e analisar atitudes de alunos do Ensino Básico a respeito da Matemática, relacionadas às experiências na escola no Ensino Fundamental, considerando seus desempenhos, a atuação dos professores e o conteúdo matemático. O estudo foi realizado com alunos de quatro escolas do interior de - SP, Na primeira etapa, realizada no ano de 2000 foram levantadas as notas de Matemática de 652 alunos da escola A, por meio de um levantamento estatístico das médias bimestrais de Matemática dos 652 alunos matriculados em 1999 da 1^a série do Ensino Fundamental I à 3^a série do Ensino Médio. Esses dados foram extraídos dos diários de classe de cada série, antes dos processos de recuperação. Os dados permitiram observar a evolução das médias dos alunos em Matemática ao longo da educação básica, sendo possível verificar que elas

decrecem até a última série do Ensino Médio e têm, na 7ª série do Ensino Fundamental a menor média anual.

A segunda etapa, realizada em 2001, consistiu na repetição do trabalho realizado na primeira etapa só que com as médias bimestrais de Matemática dos alunos no ano 2000, das escolas A (611 alunos matriculados, média de aprovação 6,0), B (346 alunos matriculados, e média de aprovação 7,0), com as médias finais da escola C (1127 alunos matriculados, e média de aprovação 5,0) e escola D (758 alunos matriculados, e conceito mínimo para aprovação, satisfatório). Os dados também foram extraídos dos diários de classe junto às secretarias e, mesmo com algumas variações, confirmam os resultados da primeira etapa, apontando novamente uma queda nas notas de Matemática dos alunos, ao longo da escolarização. Na terceira etapa do estudo, foram selecionados para a entrevista 15 alunos da escola A (permanência dos alunos em todos os níveis) assim agrupados: I aproveitamento abaixo da média; II acima da média; III modificaram suas notas no decorrer das séries. Após a realização da análise de conteúdo das entrevistas, constatou-se que os alunos do grupo I e III apresentaram maior grau de atitudes negativas em relação à Matemática ao atingirem o Ensino Fundamental II. No grupo II, o mesmo aconteceu ao ingressarem no Ensino Médio. Os alunos do grupo II consideraram-se responsáveis pelo sucesso; os do grupo I responsabilizam o conteúdo pelo fracasso e os alunos do grupo III responsabilizam o professor pela mudança de atitude. Verificou-se, por meio dos resultados, a relação entre desempenho escolar e as atitudes dos alunos; além disso, que o professor tem papel fundamental na manutenção de atitudes positivas por parte dos alunos, isto alicerçado na forma como se relacionam com eles, ao domínio que demonstram do conteúdo disciplinar e aos métodos de ensino.

No campo da aritmética, Jesus (2005) realizou uma pesquisa que teve como proposta analisar o desempenho em operações aritméticas e as atitudes em relação à matemática, do ponto de vista da aprendizagem significativa. Foram sujeitos 149 alunos de 6ª série do ensino fundamental, com idades entre 11 e 13 anos e de escolas públicas da cidade de Santos, SP. Os sujeitos foram submetidos a duas fases de testes. Na primeira fase, os instrumentos utilizados foram uma escala de atitudes e uma prova de matemática. Na segunda fase, foram utilizados como instrumentos também uma escala de atitudes e duas provas de matemática. Também os professores dos alunos que fizeram parte do estudo, foram submetidos a uma entrevista semiestruturada. Os resultados mostraram correlação entre desempenho em operações aritméticas com números naturais e atitudes em relação à matemática. Também foi constatada correlação entre o desempenho em operações

aritméticas com números inteiros e atitudes em relação à matemática . Ainda foi encontrada uma correlação altamente significativa entre o desempenho em operações aritméticas com números naturais e desempenho em operações aritméticas com números inteiros. Porém, nesta correlação, verificou-se que não houve diferença significativa de desempenho em relação ao gênero. Constatou-se, na primeira fase de testes, que havia diferença significativa de atitudes, quando comparados os gêneros.

Viana (2005) buscou investigar as relações existentes entre o componente espacial da habilidade Matemática de alunos do Ensino Médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à Matemática e à geometria. Foram sujeitos desta pesquisa 177 estudantes do Ensino Médio. Os resultados mostraram que as atitudes em relação à Matemática estava relacionada à geometria, e que as atitudes influenciam na escolha da futura profissão. Isto demonstra, em primeiro lugar que a atitude em relação a um tema específico ou conteúdo, circunscritos em uma área de conhecimento, pode influenciar e transferir o sentimento, positivo, ou negativo, para uma disciplina como um todo; o mesmo ocorrendo na escolha da profissão onde a *transferência*, por assim dizer, da atitude anterior, é projetada na ação futura.

O estudo realizado por Faria (2006) comparou a existência da atitude em relação à Matemática em quatro grupos amostrais, compostos de sujeitos voluntários de instituições escolares públicas e privadas, escolhidas por conveniência. A investigação foi comparativa, com cortes transversais, porque verificou a existência e o tipo de atitude em relação à Matemática de estudantes de cursos de licenciatura e professores em exercício. O referencial teórico se reportou ao constructo atitude, apresentou o modo como ele foi sendo gradativamente alterado como conceito psicológico e apontou diversos enfoques adotados na busca de melhor compreensão da natureza, da mudança e da medida das atitudes. Foram sujeitos da pesquisa 440 sujeitos. A combinação de resultados obtidos por meio da análise de dados de natureza quantitativa e qualitativa permitiu a comparação das atitudes em diferentes momentos da formação inicial e do exercício profissional. Foram constatadas diferenças na medida de atitudes em relação à Matemática entre os grupos amostrais. Uma diferença significativa foi observada na comparação entre alunos do início da licenciatura e professores em exercício. Outras diferenças, embora não significativas, apontaram que os alunos iniciantes do curso apresentaram atitudes mais negativas que os concluintes. Essas diferenças indicaram também que professores com 1 a 10 anos de experiência com atitudes mais positivas que professores com mais tempo de exercício profissional. Assim, há indícios de que as atitudes em relação à Matemática modificam-se durante a formação

inicial e também no transcorrer da atividade profissional. Os resultados permitiram verificar que, ao ingressarem no curso de licenciatura, os sujeitos apresentaram mudança de atitude em relação à Matemática (de positiva para negativa). Segundo o autor, é possível que uma atitude positiva em relação à Matemática tenha contribuído para a escolha da licenciatura, mas as experiências vivenciadas logo no início do curso alteraram essa atitude. A conclusão do curso, possivelmente considerada uma conquista, e o ingresso no mercado de trabalho também podem ter alterado a atitude (de negativa para positiva); a mudança de atitude em relação à Matemática pode ser explicada pelas particularidades de um determinado momento da vida estudantil ou profissional. Recomendações para a formação docente em Matemática foram sugeridas tanto em nível de domínio conceitual quanto em relação ao desenvolvimento de atitudes positivas.

Loos (2007), partindo do pressuposto de que a aprendizagem, para ser significativa, deve contar com recursos do âmbito cognitivo, afetivo e social, explorou, em sua investigação, as relações entre estes três aspectos no contexto da aprendizagem da matemática escolar, especificamente da atitude que o aluno desenvolve frente a essa disciplina. Participaram da pesquisa 94 alunos de terceira, quinta e sétima séries de uma escola particular de Campinas (SP), os quais responderam a uma escala de atitudes em relação à matemática, desenvolvida especificamente para o referido estudo, a partir de outras três escalas pré-existentes.

O referido instrumento, de caráter multidimensional, buscou explorar, especialmente, as crenças de atributos e de utilidade relativas à matemática e a emocionalidade do aluno – interesse e gosto pela matemática, tendência à ansiedade e/ou sensação de incapacidade ao trabalhar com esta disciplina. As atitudes observadas no grupo foram predominantemente positivas, especialmente entre os alunos mais novos, que se mostraram os mais confiantes e motivados para a matemática. Notou-se uma clara tendência ao declínio à medida que avançavam nas séries escolares. A autora destacou a importância da instituição escolar estimular a formação de atitudes positivas ao longo das séries escolares, não somente através de recursos informacionais, mas buscando propiciar experiências pessoais agradáveis com a matemática – ou seja, atingindo a esfera afetiva.

Fuentes, Lima e Guerra (2009) investigaram a predisposição dos alunos de Administração em relação à Matemática, bem como o enfoque utilizado em seus estudos. Foi utilizada a Escala de Atitudes em relação à Matemática desenvolvida por Aiken e Dreger (1963) e adaptada por (Brito, 1998). Os resultados dos testes sugeriram que diferenças de gênero, idade ou mesmo estar cursando ou não a disciplina de Matemática

não explicariam qualquer atitude negativa. Contudo, os testes mostraram-se significativos com relação à variável área de conhecimento preferida antes da faculdade. Assim, os alunos cuja área de conhecimento preferida na faculdade era ciências exatas apresentaram uma atitude positiva, em relação à Matemática, diferentemente dos alunos que preferiam as outras áreas, indicando, com isso que a experiência anterior, dimensionada aqui pelas preferências prévias declaradas, explica a atitude em relação à Matemática manifestada pelos alunos.

Lopes e Ferreira (2011) realizaram uma pesquisa buscando identificar e comparar as atitudes em relação à Matemática de alunos de 6º e 9º anos do Ensino Fundamental. Participaram do estudo 472 alunos de sete escolas públicas de Mariana (sede), em dois turnos: manhã e tarde, sendo 313 dos sextos anos e 159 dos nonos anos. Utilizaram como instrumentos a escala de atitudes validada por Brito (1996) do tipo Likert e questionário contendo três questões abertas envolvendo a opinião dos alunos sobre as aulas de Matemática, preferência por disciplinas e sugestões para melhoria das aulas de Matemática.

O resultado evidenciou uma diferença significativa entre as atitudes dos alunos de sextos e nonos anos do Ensino Fundamental, apontando para atitudes mais favoráveis no 6º ano. Em termos gerais, 64 alunos escolheram a Matemática como disciplina preferida (46 dos sextos anos e 18 dos nonos anos), 109 alunos indicaram considerar essa disciplina a que menos gostam (68 eram alunos dos sextos anos e 41 dos nonos anos). As respostas dadas pelos alunos demonstraram uma insatisfação em relação aos professores e isto reforça a ideia de que o professor exerce papel essencial no desenvolvimento das atitudes de seus alunos em relação à Matemática.

Ressalta-se que na revisão da literatura efetuada, não foram encontrados estudos sobre atitudes relacionados ao 5º ano do Ensino Fundamental, ancorados nos estudos empíricos desta pesquisa e investigando as mesmas variáveis. Apenas alguns delineamentos foram verificados, no entanto, expressando inconsistência no conhecimento do constructo atitude. Daí não serem relatadas investigações onde solução de problemas, atitudes, estratégias de pensamento e desempenho se articulam e são direcionadas para a faixa etária em questão.

3.1 Atitudes e desempenho em Matemática

Pesquisas têm apontado para a relação entre atitudes dos alunos em relação à matemática e o desempenho que eles apresentam na Matemática. Alguns estudiosos do

fenômeno da Educação apontam para a atitude como uma das variáveis interferentes no desempenho escolar.

Investigar o papel das atitudes no processo de aprendizagem escolar pode revelar relações significativas entre esta variável e o desempenho apresentado pelos alunos nas tarefas escolares e, mais especificamente, na solução de problemas aritméticos da Prova Brasil, objeto de estudo da presente pesquisa de Doutorado.

Alguns estudiosos do fenômeno da Educação apontam para a atitude como uma das variáveis interferentes no desempenho escolar. No estudo de Brito (1996), as atitudes foram acessadas por meio da escala de Aiken (1961), esta mesma validada por Brito (1996, 1998). O acesso às atitudes, na presente pesquisa, se realizou da mesma forma e buscou investigar possíveis relações entre estas as estratégias de pensamento e o desempenho na solução de problemas aritméticos, dentro da perspectiva considerada: a Matemática como objeto, a atitude revelando-se em dois sentidos, positiva ou negativa e o gostar ou não gostar da Matemática.

As relações entre o desempenho e a atitude podem ser interpretadas como relações recíprocas. Pode-se considerar esta relação da seguinte forma: se um aluno não consegue apresentar um bom desempenho é natural que ele expresse uma atitude negativa em relação à disciplina, ao objeto, como por exemplo, a Matemática. Da mesma forma, supondo que outras variáveis influenciem de modo desfavorável a atitude (método, conteúdos, atitude do professor etc.) é possível que, mediante a atitude negativa aí instaurada, o desempenho seja significativamente influenciado pela atitude. “A relação entre atitudes e desempenho é, certamente, a consequência de uma influência recíproca, na qual a atitude afeta o desempenho e o desempenho, por sua vez, afeta as atitudes” (Aiken, 1970).

O desempenho é sempre associado com o sujeito da ação (desempenho de quem?), com o objeto, no caso desta pesquisa, o objeto matemático (desempenho em que?) e com os *empreendimentos* do sujeito que levam aos resultados (bom ou mau). A correlação entre atitude e desempenho encontra-se explicitada em alguns estudos (Brassel, Pretty & Brooks, 1980 como citados em Brito, 1996).

A atitude pode ser considerada como um fenômeno bastante complexo e importante na dinâmica escolar. Por isso, requer o conhecimento e a compreensão de como ela se desenvolve e é incorporada com relação a determinados conteúdos escolares, suas origens e causas e como estas exercem influência no desempenho do indivíduo na disciplina e mesmo na escolha profissional.

Brito (1996) evidenciou que as crianças são inteligentes, mas de diferentes maneiras dependendo das circunstâncias e experiência de vida.

Entretanto, a avaliação de desempenho nivela essas crianças, pois na situação de sala de aula, na maioria das vezes uma única resposta é requerida e o estudante, gradativamente, vai adquirindo a maneira de pensar adequada para atender as exigências das provas e trabalhos “perdendo” a capacidade de apresentar soluções diferentes e originais para os problemas que são apresentados nas aulas de Matemática (Brito, 1996, p. 52).

Em contrapartida, os documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais, Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática evidenciam simetria de importância para as variáveis cognitivas, afetivas e sociais. Destacando a afetividade, colocam-na como variável que interferem no processo de ensino e de aprendizagem:

A ansiedade pode estar ligada ao medo de fracasso, desencadeado pelo sentimento de incapacidade para realização da tarefa ou de insegurança em relação à ajuda que pode ou não receber de seu professor, ou de seus colegas, e consolidar um bloqueio para aprender (Brasil, 1997, p. 101).

Segundo Brito (1996, 2002a) mesmo havendo concordância em que a disciplina Matemática é básica para o estudante, existe o fato de que a mesma evoca medo e desgosto pelos alunos. “Essa ansiedade matemática aparece, com frequência, associada não só as dificuldades nessa disciplina, mas também a outros fatores que, no conjunto, determinam as atitudes dos estudantes” (Brito, 2002a, p. 87). A ansiedade Matemática é utilizada para explicar o comportamento do estudante em relação à disciplina, à escola e às atividades escolares; e, quando associada às atitudes com relação à Matemática, constitui-se em um obstáculo para a aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina.

Por sua vez, os fatores emocionais que envolvem o ensino da matemática podem ser de duas ordens: primária e secundária. A primária encontra-se relacionada a aspectos componentes da personalidade dos indivíduos; e as secundárias estão relacionadas à causas externas ao sujeito. As origens e as causas das atitudes com relação à Matemática são de ordem secundária, geradas por fatores externos ao indivíduo, dentre os quais pode-se destacar a necessidade de abstração que envolve a Matemática; esse é um dos aspectos que mais contribui para torná-la uma disciplina que gera ansiedade e atitudes negativas nos alunos.

No entanto, as atitudes estabelecidas pelo fato de o aluno não conseguir abstrair e relacionar conceitos não podem ser atribuídas à natureza abstrata da Matemática, encontrando-se mais relacionadas ao ensino desta disciplina que à Matemática propriamente dita. A abstração surge gradativamente ao longo das séries exigindo a execução de tarefas cada vez mais complexas o que a torna fortemente associada ao desenvolvimento das atitudes em relação à disciplina.

A verdadeira capacidade de abstração emerge na adolescência; no entanto, os indivíduos não atingem os mesmos níveis de desenvolvimento com relação aos mesmos conceitos. Klausmeier e Goodwin (1977) destacaram que as pessoas formam um mesmo conceito em quatro níveis cognitivos: concreto, identidade, classificatório e formal.

A formação do conceito, em cada um dos níveis, envolvendo esta sequência necessita de certas operações mentais. Ainda, estudos (Brito, 2001; Carraher, Carraher e Schliemann, 1988) demonstraram a profunda defasagem entre aquilo que os alunos sabem sobre a Matemática quando chegam à escola (conceito como constructo mental) e aquilo que os professores ensinam (conceito como entidade pública).

Vale destacar que, embora seja necessária a vinculação entre as experiências que os alunos trazem, suas noções informais e intuitivas e os conceitos que irão aprender, é importante lembrar que a Matemática envolve um sistema de símbolos que extrapola a aritmética usada no cotidiano; isto exige que o aluno seja levado a construir esse conhecimento, elaborando abstrações cada vez mais complexas. A aprendizagem de conceitos também envolve os elementos necessários disponibilizados na estrutura cognitiva e, se isto não ocorre, é improvável que os alunos possam aprender significativamente os conteúdos matemáticos (Ausubel et al., 1978).

Esses fatores podem contribuir para o surgimento de atitudes negativas em relação à Matemática e, em um grau mais grave, ocasionar a ansiedade. É importante evidenciar que os problemas de baixo desempenho e o fracasso escolar ocorrem bem antes do aluno chegar ao Ensino Médio (Brito, 1996). Isso permite inferir que o ensino dos conteúdos que antecedem esta etapa escolar necessita estar voltado para os aspectos atitudinais e cognitivos que envolvem a aprendizagem de conceitos e princípios.

A ansiedade gera consequências que conduzem o aluno ao fracasso escolar, a uma baixa auto-estima e, muitas das vezes gera comportamento aversivo não só à disciplina e questão, mas interfere na percepção que o aluno tem da escola como um todo. O desempenho dos indivíduos, nas diversas disciplinas, é avaliado através de diferentes instrumentos, como as provas, testes, trabalhos escolares individuais ou em grupo. A

avaliação destas atividades consiste em atribuir-lhes notas, as quais refletem o que é entendido como “bom” e “mau” desempenho (Brito, 1984).

Nesse contexto, o desempenho apenas interpretado como *medida* impede que se tenha claro a questão da aprendizagem matemática muito além da causa que conduz ao efeito. Vem daí a relevância de se investigar as variáveis que afetam o desempenho, tanto as cognitivas, como as afetivas e sociais. “O acesso às atitudes relativas à Matemática é uma pequena parcela de uma grande tarefa que é a de ensinar e propiciar modificações nas atitudes dos alunos, buscando melhorar o autoconceito e o desempenho dos mesmos” (Utsumi, 2000, p. 32).

A influência do desempenho do sujeito é um dos fatores que afetam as atitudes. O avanço nas séries escolares também produz mudanças significativas: os conteúdos vão se tornando cada vez mais complexos e abstratos, exigindo maior empenho do estudante e mudando a sua forma de ver e se relacionar com a escola, os professores, os colegas, o material escolar e as diferentes disciplinas (Brito, 1996).

A matemática requer o desenvolvimento de várias habilidades cognitivas e seu estreitamento com as atitudes pode revelar o domínio ou não de uma determinada tarefa ou conteúdo. Não seria incorreto afirmar que a partir do insucesso constatado e da atitude negativa instaurada, a ansiedade e o medo da Matemática se tornem coadjuvantes e impeçam a aquisição do conhecimento.

Ainda, a revisão efetuada pela autora mostrou que as atitudes com relação às tarefas, ao professor, ao conteúdo a ser aprendido, aos métodos usados e à própria disciplina determinam não só as ações que serão desenvolvidas, “mas também a realização, o desempenho nas provas e nos testes, bem como a escolha profissional futura” (Ibidem, 1996, p. 290).

De acordo com Eagly e Chaiken (1993), a atitude se revela como uma tendência psicológica que pode ser expressa quando um indivíduo avalia alguma coisa com certo grau de aprovação demonstrando aproximação da mesma (ser favorável a/ gostar de) de desaprovação demonstrando evitamento (ser desfavorável/desgostar de). Segundo os autores é mediante a avaliação (afetiva, cognitiva ou comportamental) do objeto que o indivíduo estabelece uma atitude em relação ao mesmo. Ainda, o evitamento do objeto facilita a adaptação do indivíduo ao ambiente.

Em consonância, Chen e Bargh (1999) destacaram que avaliações positivas e negativas funcionam como orientação de aproximação ou evitamento em relação a um dado objeto. As manifestações de um indivíduo em relação a um objeto podem ser observadas

diretamente e referem-se ao componente comportamental da atitude; refletem as intenções do sujeito, impulsionando suas ações. A atitude ainda, comporta outros dois componentes: o afetivo que refere-se às emoções de um indivíduo frente a um objeto (percebido como agradável ou desagradável) e cognitivo está ligado às informações, aos conceitos, às ideias que o sujeito elabora sobre o objeto de atitude.

Araújo (1999) destacou o papel das experiências na formação de atitudes evidenciando que em relação à matemática influenciam e são influenciadas pelo ensino dessa disciplina, pela maneira como ela é trabalhada na escola, pela forma como os primeiros conceitos básicos são adquiridos, pelas habilidades que são exigidas do indivíduo e pelo sucesso e insucesso na realização de tarefas matemáticas. Nessa direção, o trabalho do professor deve levar em conta que os afetos desempenham um papel fundamental na aprendizagem da Matemática, criando situações adequadas ao desenvolvimento das habilidades matemáticas (Brito, 1996).

Corroborando com os estudos de Brito (1996), constatou-se, na presente investigação, a escassez na produção de trabalhos de pesquisa referentes às atitudes com relação à Matemática entre alunos de 1º ao 5º ano e nas referências sobre ansiedade matemática em crianças desta faixa etária. De outra forma, a maioria das pesquisas têm como sujeitos alunos de 6º ao 9º, Ensino Médio, estendendo-se para o nível universitário. Estudos sobre as possíveis relações entre desempenho e atitudes apontaram para relações significativas, como a pesquisa de Aiken (1970) e não significativas, como o estudo de Neale (1969).

É importante destacar a existência de inúmeras variáveis apontadas pela literatura como interferentes no desempenho escolar, dentre elas o conhecimento prévio, a estrutura cognitiva, material potencialmente significativo, o auto-conceito que, aliados à atitude permitem interpretar as formas pelas quais o pensamento se manifesta e se desenvolve e os conceitos matemáticos são construídos.

O desempenho do estudante, provavelmente, quando acompanhado de situações positivas e estimuladoras, poderá manter-se ou melhorar. A relação entre o desempenho do aluno e as atitudes, nas diferentes disciplinas do currículo, é um tema que merece ser discutido e aprofundado, gerando reflexões pertinentes e que possam contribuir para a melhoria do ensino e, conseqüentemente, da aprendizagem.

CAPÍTULO IV

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS NA PERSPECTIVA DA PROVA BRASIL

Neste estudo aborda-se a Prova Brasil e suas especificidades, nas quais se insere o tema competências e habilidades. De acordo com o texto apresentado pelo PDE (2011) sobre a Prova Brasil (MEC/ SEB, 2011) com relação às competências: “Para a elaboração dos itens do Saeb e da Prova Brasil, buscou-se uma associação entre os conteúdos da aprendizagem e as competências utilizadas no processo de construção do conhecimento” (p.17). Na sequência, de acordo com o documento, “SAEB 2001: Novas Perspectivas” (2002): “define-se competência, na perspectiva de Perrenoud, como sendo a “capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiando-se em conhecimentos, mas sem se limitar a eles” (ibidem). Complementando, conforme ressaltado no texto, as competências cognitivas são entendidas como as diferentes modalidades estruturais da inteligência que compreendem determinadas operações que o sujeito utiliza para estabelecer relações com e entre os objetos físicos, conceitos, situações, fenômenos e pessoas.

Ainda, é mencionado que habilidades referem-se, especificamente, ao plano objetivo e prático do *saber fazer* e decorrem, diretamente, das competências já adquiridas e *que se transformam em habilidades*. Sobre a matriz de referência (Língua Portuguesa e Matemática) é apontado que a mesma apresenta tópicos ou temas com descritores que indicam as habilidades a serem avaliadas. O descritor é definido como uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo aluno, que traduzem certas competências e habilidades. A ideia expressa é a de que os descritores indicam habilidades gerais que se esperam dos alunos e constituem a referência para seleção dos itens que devem compor uma prova de avaliação.

Observando-se a linguagem estrutural do texto é possível perceber que a própria definição dos termos propicia algumas dúvidas, dando margem à diferentes interpretações, reiterando, como apontado pela literatura (Valente, 2002), a confusão de nomenclaturas, onde o termo competência ora encampa as habilidades, ora diferencia os dois conceitos sinalizando a dificuldade de estabelecer a diferenciação entre competências e habilidades.

Primi, Santos, Vendramini, Taxa, Muller, Lukjanenko e Sampaio (2001) ressaltaram que, mediante a implementação de sistemas de avaliação nacionais, um fato que geralmente ocorre é que as instituições educacionais passam a orientar o desenvolvimento das habilidades e competências consideradas para a avaliação, daí a importância fundamental

da definição destes constructos. Ainda, os autores ressaltaram que, analisando-se as definições de competências e habilidades, pode-se perceber que todas se referem ao domínio de determinada operação cognitiva e não ao potencial para executar a operação, o que seria mais próximo do conceito de capacidade ou habilidade, no sentido clássico dos termos. Mesmo com o emprego de terminologias diferentes, os modelos referem-se às dimensões comuns da capacidade humana, nomeadamente a inteligência fluida e cristalizada. Embora no estudo realizado por Primi et al. (2001) tenha sido analisado o modelo conceitual de habilidades e competências, subjacentes ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), é possível a transposição das considerações descritas pelos autores para o contexto da Prova Brasil, onde similaridades podem ser percebidas nas conotações destacadas pelos dois termos.

Os textos do INEP (1999) evidenciam as definições gerais de competências e habilidades da seguinte forma:

Competências são as modalidades estruturais da inteligência, ou melhor, ações e operações que utilizamos para estabelecer relações com e entre objetos, situações, fenômenos e pessoas que desejamos conhecer. As habilidades decorrem das competências adquiridas e referem-se ao plano imediato do 'saber fazer'. Por meio das ações e operações, as habilidades aperfeiçoam-se e articulam-se, possibilitando nova reorganização das competências (Inep, 1999, p. 7).

A nomenclatura dos termos habilidades e competência tem sido usada por pesquisadores europeus (Perrenoud, 1997) e norte-americanos (Carroll, 1993); no entanto o conceito associado aos termos difere para ambos, pois o que os europeus denominam como competência, os norte-americanos têm denominado como habilidades cognitivas (Primi et al., 2001).

Brito (2011) afirmou que as “habilidades são entendidas como estruturas mentais complexas que constituem uma síntese das propriedades e qualidades da mente; logo, incluem diversos aspectos desenvolvidos durante a execução adequada de uma atividade” (p.44).

Nesse sentido, torna-se importante uma análise mais aprofundada da forma como habilidades e competências são descritas pelos textos oficiais que tratam das avaliações de larga escala instituídas nacionalmente. No presente estudo, essa análise refere-se à Prova Brasil.

A Prova Brasil é um exame em larga escala, criado em 2005 com o objetivo de avaliar as habilidades em Língua Portuguesa (foco em leitura) e Matemática (foco na resolução de problemas) dos estudantes de ensino fundamental, de 5º e 9º anos, das escolas públicas localizadas em área urbana e rural.

Na Edição Especial – Prova Brasil 2011, de acordo com o INEP, em atendimento à solicitação de vários municípios representados pela Undime³⁹, após análises técnicas, o critério para participação passou a ser o seguinte: o município precisa ter o total de pelo menos 10 matrículas no 5º ano (4ª série), mesmo que esses estudantes estejam distribuídos em várias escolas. Na edição normal da Prova Brasil, vale lembrar que o critério é por escola, onde cada escola precisa ter pelo menos 20 matrículas na série avaliada. Em 2011 havia 328 municípios no Brasil que possuíam até 10 matrículas no 5º ano (4ª série) e que puderam aderir à Edição Especial da Prova Brasil. A iniciativa, segundo o exposto na referida edição da prova, buscou oportunizar que muitos desses municípios passassem a ter calculado, pela primeira vez, o IDEB, índice utilizado em várias políticas públicas do MEC.

Na Matriz de Referência – Matemática – 5º Ano do Ensino Fundamental, com foco na resolução de problemas, são avaliadas habilidades e competências definidas em unidades chamadas descritores, agrupadas em temas que compõem a Matriz de Referência dessa disciplina. As matrizes de Matemática da Prova Brasil e do Saeb, segundo os documentos oficiais, estão estruturadas em duas dimensões. Na primeira dimensão, que é “*objeto do conhecimento*”, foram elencados quatro tópicos, relacionados a habilidades desenvolvidas pelos estudantes. A segunda dimensão da matriz de Matemática refere-se às “competências” desenvolvidas pelos estudantes. Dentro desta perspectiva, foram elaborados descritores específicos para cada um dos quatro tópicos descritos. Para o 5º Ano do Ensino Fundamental foram estabelecidos os seguintes tópicos (temas): Tema I. Espaço e Forma; Tema II. Grandezas e Medidas; Tema III. Números e Operações /Álgebra e Funções; Tema IV. Tratamento da Informação.

O Tema III, como evidenciado no Capítulo I, referente a Números e Operações, objeto do presente estudo é composto pelos seguintes descritores:

D13 – Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.

³⁹ União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação uma associação civil, sem fins lucrativos, constituída no dia 10 de outubro de 1986. Sua sede se localiza em Brasília, local d onde é realizada a coordenada toda a rede de participação de seus membros e seccionais, dando destaque às ações que tenham por objetivo central a formulação de políticas educacionais.

- D14 – Identificar a localização de números naturais na reta numérica.
- D15 – Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.
- D16 – Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
- D17 – Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.
- D18 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
- D19 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).
- D20 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.
- D21 – Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.
- D22 – Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
- D23 – Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.
- D24 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
- D25 – Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.
- D26 – Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).
- D27 – Ler informações e dados apresentados em tabelas.
- D28 – Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).

O texto do Inep (2011), ao destacar que as Matrizes de Referência adotadas no Saeb/Prova Brasil estão expressas pelos temas e conteúdos abordados em Matemática, e pelos descritores⁴⁰ das habilidades associadas a eles ressalta:

⁴⁰ Importante a observância de que muitos descritores se referem a peculiaridades de problemas aditivos e multiplicativos conforme classificações de Vergnaud (1990,1996).

Como o próprio nome sugere, os “descritores” constituem uma sumária “descrição” das habilidades esperadas ao final do 5º ou do 9º ano. A função dos descritores é, portanto, indicar as habilidades que são objeto de avaliação no conjunto de questões que compõem a Prova Brasil em cada série e disciplina avaliadas (p.8).

Segundo os documentos oficiais, para selecionar quais as competências e habilidades em Matemática que seriam avaliadas, o Inep baseou-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais, nos currículos adotados pelas Secretarias Estaduais de Educação e por algumas redes municipais para as séries e disciplinas avaliadas, além de consultar os livros didáticos mais utilizados por professores das redes de ensino públicas e privadas. A partir disso, foram elaborados dois documentos chamados de Matrizes de Referência, contendo o conjunto de competências e habilidades comuns para as séries e disciplinas avaliadas em todo o território nacional e que podem ser medidas por meio dos testes utilizados na Prova Brasil.

As Matrizes de Referência compreendem o conjunto de competências e habilidades que se espera que os alunos tenham desenvolvido ao final do 5º e 9º anos do ensino fundamental. Em Matemática, o texto ressalta que o eixo norteador da avaliação é a resolução de problemas, apresentando informações ao aluno sobre as competências matemáticas exigidas socialmente.

“A resolução de problemas possibilita o desenvolvimento de **capacidades** como observação, estabelecimento de relações, comunicação de diferentes linguagens, argumentação e validação de processos, além de estimular formas de raciocínio como intuição, indução, dedução e estimativa” (Inep, 2011, p.11, grifo nosso).

Na Prova Brasil é utilizada uma escala em cuja construção, não se aplica uma relação direta com a quantidade de acertos dos alunos na prova. Os resultados da escala são apresentados na forma de uma média de proficiência, também chamada de média de desempenho. Ainda, o texto do Livro Explicativo (Inep, 2011) destaca que o termo “proficiência” é uma medida teórica que demonstra, por meio das respostas dos alunos aos itens da prova, quais habilidades eles evidenciaram ter desenvolvido. Sendo assim, a média de proficiência alcançada por uma escola mostra o desempenho dos alunos nas habilidades avaliadas pelos itens da prova.

Na descrição dos Níveis da Escala de Desempenho de Matemática- SAEB é possível observar-se:

Nível 0 - abaixo de 125: A Prova Brasil não utilizou itens que avaliam as habilidades abaixo do nível 125. Os alunos localizados abaixo deste nível requerem atenção especial, pois ainda não demonstraram ter desenvolvido as habilidades mais simples apresentadas para os alunos do 5º ano como exemplo:- somar e subtrair números decimais;- fazer adição com reserva; multiplicar e dividir com dois algarismos;- trabalhar com frações.

Nível 1 - 125 a 150: Neste nível os alunos do 5º e do 9º anos: resolvem problemas de cálculo de área com base na contagem das unidades de uma malha quadriculada e, apoiados em representações gráficas, reconhecem a quarta parte de um todo.

Nível 2 - 150 a 175: Além das habilidades demonstradas no nível anterior, neste nível os alunos do 5º e 9º anos são capazes de: reconhecer o valor posicional dos algarismos em números naturais; ler informações e dados apresentados em gráfico de coluna interpretar mapa que representa um itinerário.

Nos níveis seguintes, apresentados na sequência da escala, evidencia-se somente a descrição referente à solução de problemas, uma vez que a mesma contempla, em maior amplitude, as investigações do presente estudo.

Nível 3 - 175 a 200: resolvem problemas relacionando diferentes unidades de uma mesma medida para cálculo de intervalos (dias, semanas, horas e minutos);

Nível 4 - 200 a 225: resolvem problemas envolvendo subtração, estabelecendo relação entre diferentes unidades monetárias; resolvem situação-problema envolvendo: a ideia de porcentagem; diferentes significados da adição e subtração; adição de números racionais na forma decimal;

Nível 5 - 225 a 250: resolvem problemas: envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas; utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro; estabelecendo trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores; com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração; resolvem problemas envolvendo noções de porcentagem; identificam a divisão como a operação que resolve uma dada situação- problema.

Nível 6 - 250 a 275: Os alunos do 5º e 9º anos: resolvem problemas: estabelecendo trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores; envolvendo diferentes significados da adição e subtração; envolvendo o cálculo de área de figura plana, desenhada em malha quadriculada;

Nível 7 - 275 a 300: Os alunos do 5º e 9º anos: resolvem problemas com números naturais envolvendo diferentes significados da multiplicação e divisão, em situação

combinatória; utilizando divisão com resto diferente de zero; com apoio de recurso gráfico, envolvendo noções de porcentagem;

Nível 7 - 275 a 300: resolvem problema com números naturais, inteiros e racionais envolvendo diferentes operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação;

Nível 8 -300 a 325: resolvem problemas; envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas; desenhadas em malhas quadriculadas; envolvendo o cálculo de área de figuras planas, desenhadas em malha quadriculada; utilizando porcentagem; utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml; com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo operações de adição e subtração;

A seguir são os níveis 9 e 10 destacando-se apenas a parte referente ao 5º Ano, pois nestes dois níveis é apresentada uma subdivisão *do que os alunos conseguem fazer nestes níveis e dos exemplos de competência*, evidenciando-se, primeiro habilidades do 5º e 9º anos e, em seguida, as que se referem apenas ao 9º Ano.

Nível 9 -325 a 350 - Neste nível, os alunos do 5º e 9º anos: reconhecem a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas; identificam fração como representação que pode estar associada a diferentes significados; resolvem equações do 1º grau com uma incógnita; identificam diferentes representações de um mesmo número racional; calculam a área de um polígono desenhado em malha quadriculada; reconhecem a representação numérica de uma fração a partir do preenchimento de partes de uma figura.

Nível 10 - 350 a 375- Além das habilidades demonstradas nos níveis anteriores, neste nível, os alunos do 5º e 9º anos: estimam a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencional ou não; identificam propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações; calculam o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.

Os níveis 11 e 12 referem-se à descrição de habilidades referentes ao 9º Ano.

De acordo com as descrições efetuadas, alguns aspectos devem ser considerados. Iniciando-se pelos descritores é possível perceber que os mesmos referem-se ao domínio de determinada operação cognitiva e não ao potencial para executar a operação (Primi, et al., 2011). Além disso, na tipologia textual utilizada nos descritores (reconhecer, identificar, calcular, resolver, ler etc) é possível identificar ideias relacionadas a objetivos e uma ênfase na capacidade de realização dos indivíduos, ou seja, no *fazer* (Valente, 2002).

Isto é perceptível na própria redação do texto, como pode ser verificado na descrição do Nível 2 da Escala de desempenho de Matemática: “Além das habilidades

demonstradas no nível anterior, neste nível os alunos do 5º e 9º anos **são capazes de:** reconhecer o valor [...]” (Inep, 2011, p. 25, grifo nosso), lembrando, segundo Valente (2002), a Aprendizagem para o Domínio, proposta por Bloom (1983).

Por outro lado, o pressuposto do qual parte o texto é que, tendo como suporte os Parâmetros Curriculares Nacionais, os currículos estaduais e municipais, e a consulta de livros didáticos mais utilizados pelos docentes das redes de ensino públicas e privadas, o estabelecimento de competências e habilidades, encontra-se plenamente justificado, partindo-se do princípio que é possível verificar pela aplicação do teste de larga escala o desenvolvimento das mesmas. Em adição, os tempos verbais empregados nas frases afirmativas (os alunos resolvem, reconhecem, estimam etc) sugerem que todos os alunos, de qualquer tipo de escola e local do país, podem ter desenvolvido as habilidades esperadas e, neste caso, tem-se a ideia da *uniformidade* do ensino como certa.

No contexto da presente investigação, denota-se a importância da abordagem sobre as habilidades matemáticas. Segundo Brito (2008), não é possível observar uma habilidade em sua forma pura, uma vez que, a habilidade se manifesta durante a execução de uma atividade ou tarefa; “o que se pode observar são as manifestações dos componentes de uma determinada habilidade” (p.31). Assim, embora no texto da Prova Brasil seja destacado que a mesma avalia as habilidades e competências dos estudantes, não é possível mensurá-las em uma prova de larga escala, tipo lápis e papel, na forma absoluta como são descritas.

A literatura aponta para a concordância dos pesquisadores sobre a necessidade de se distinguir entre a habilidade escolar e a habilidade criativa. A habilidade escolar é aquela habilidade comum para dominar a informação de uma área, reproduzi-la e usá-la independentemente enquanto a habilidade criativa é aquela que permite a criação de um produto original que contém um valor social.

O estudo das habilidades e da inteligência é ressaltado pela Psicologia e também pelos trabalhos realizados pelo grupo PSIEM desde 1992, emergindo da constatação de que existem diferenças nas maneiras de responder às exigências das tarefas matemáticas apresentadas e de processar a informação. Alguns trabalhos do grupo (Alves, 1999; Lima, 2001; Dobarro e Brito, 2010; Brito, 2000, 2008, 2011) passaram a ter como problema central o estudo das habilidades matemáticas com base na teoria de Krutetskii (1976) e o papel desempenhado pela inteligência no processamento da informação, a partir dos estudos de Sternberg e Grigorenko (2000).

Ainda, a necessidade de prover os educadores do conhecimento necessário no que se refere às variáveis que interferem no avanço educacional dos estudantes, limitando-o ou

possibilitando-o, o PSIEM/UNICAMP tem desenvolvido teses de doutorado que tratam das variáveis que influem no desempenho, comparando o modelo de avaliação estática e a avaliação dinâmica na área da matemática das avaliações em larga escala (SAEB, SARESP, Prova Brasil e Exame Nacional de Desempenho de Estudantes - ENADE).

Brito (2011) afirmou que existe mais de uma maneira de definir o que é habilidade, exemplificando as diferentes definições e tornando claro o conceito:

Em primeiro lugar, a habilidade é entendida como descrição, ou seja, o termo habilidade é usado para descrever ou fazer afirmações sobre o que a pessoa é capaz de fazer; por exemplo, dizemos que alguém possui habilidade musical ou "habilidade-para-tocar-piano". Em segundo lugar, habilidade é entendida como explicação e, neste caso, as afirmações buscam explicar por que as pessoas fazem algo; por exemplo, o que uma pessoa possui que a torna hábil no tocar piano. A questão central das habilidades deve referir-se ao entendimento de **como** podemos executar certas atividades e **não à descrição do que somos capazes de fazer** (Brito, 2011, p. 13, grifo nosso).

Nessa perspectiva, a autora destacou que modelo mental das habilidades humanas refere-se não apenas à descrição daquilo que podemos executar, mas também a tudo aquilo que nos *capacita* a realizar determinadas tarefas com sucesso. Quando se fala habilidade, faz-se sempre a descrição de uma atividade; por exemplo, fazer a modelagem de uma peça de vestuário. Mas também é importante a explicação do que é necessário para que o indivíduo consiga realizar essa atividade; por exemplo, destreza manual e conhecimento geométrico intuitivo são importantes para a realização desse tipo de tarefa.

Transportando estas ideias para a sala de aula e mais especificamente para a avaliação de larga escala, como no caso, a Prova Brasil, é de extrema importância que o professor tenha em mente os fatores subjacentes à realização das tarefas matemáticas, especialmente as voltadas à solução de problemas, como por exemplo: a questão do conhecimento prévio, o que coloca em evidência o papel da estrutura cognitiva, referindo-se ao conceito de esquema (Ausubel, 1970, 1978; Chi e Glaser, 1992; Skemp, 1971, 1993; Pozo, 1998), tendo-se em vista que ao formar uma representação do problema, o sujeito recupera na memória os procedimentos adequados aplicáveis à tarefa (Alves e Brito, 2003), a familiaridade com a tarefa, o material potencialmente significativo (Ausubel et al., 1970, 1978), a obtenção, processamento e retenção da informação matemática (Krutetskii, 1976); o desenvolvimento de atitudes favoráveis em relação à Matemática (Brito, 1996); as etapas da solução de problemas e as estratégias de pensamento adotadas pelos alunos, entre outros.

Qualquer instituição escolar tem como uma de suas funções (a principal, em minha opinião) desenvolver plenamente o potencial dos estudantes a partir de suas habilidades, levando-os a adquirir as competências necessárias para atuar em um mundo em constante transformação. Isso, aliado à ideia de formar "bons pensadores", torna-se o objetivo central da educação (Brito, 2011, p.13).

Sternberg (2000) propôs os seguintes tipos de habilidades: habilidade analítica, habilidade criativa e habilidade prática ("intuitiva"), além das variáveis do contexto. Conforme destacado por Brito (2011), todas as atividades apresentam um inter-relacionamento de habilidades e sub-habilidades, sendo que os componentes de uma habilidade só aparecem durante a execução de uma tarefa relacionada. Assim, caracterizando essas atividades:

a) habilidade analítica: analisar teorias, criticar experimentos, avaliar conceitos.

b) habilidade criativa: gerar novas teorias, elaborar novos experimentos, imaginar como as teorias necessitariam ser modificadas se certos pressupostos mudassem.

c) habilidade prática: usar os conceitos, teorias e dados para conhecer e melhorar a vida cotidiana e o contexto de inserção.

É importante destacar que, na maioria das vezes, a escola está mais interessada em desenvolver a habilidade analítica (bem como a memorização) e o pensamento crítico, deixando os demais aspectos fora das atividades. Os estudantes apresentam múltiplas habilidades que devem ser valorizadas nas avaliações das instituições educacionais, havendo a necessidade de desenvolver procedimentos de avaliação dinâmica, uma vez que as abordagens estáticas para a avaliação da capacidade de aprendizagem ou do potencial de aprendizagem não possibilitam que os educadores tenham o real acesso ao tipo de informação de que eles necessitam para facilitar o desenvolvimento psicológico e o avanço educacional dos estudantes (Brito, 2011).

De acordo com Klausmeier (1977), a matemática criativa é a habilidade para analisar um dado problema de muitos modos diferentes, observar modelos, verificar semelhanças e diferenças. Ainda, mediante situações já trabalhadas, decidir pelo melhor método para *atacar* o problema que envolve uma situação não familiar. A ocorrência da matemática criativa exige que o sujeito vivencie os quatro estágios do processo criativo: a) preparação, fase de envolvimento profundo com o problema; b) incubação, em que o problema é deixado de lado e o trabalho de solução se dá em nível inconsciente; c) insight, quando ocorre a iluminação; d) final, de verificação, elaboração e refinamento da

descoberta. Dessa forma, os estágios do processo criativo são equiparados ao processo de solução de problemas (Lima, 2001).

Na abordagem das habilidades básicas e o ensino, é importante que se destaque, primeiramente, que a psicologia educacional deve ser vista não apenas como aplicação da psicologia às situações educacionais, mas como uma área de estudo que tem como ponto de partida o fenômeno educacional e como objeto de estudo as várias situações escolares. “Na relação entre psicologia educacional e a educação matemática é relevante fazer referência aos estudos desenvolvidos sobre as habilidades matemáticas básicas e à importância da preparação dos estudantes nestas habilidades” (Brito, 2000, p. 58). A psicologia da educação matemática tem se desenvolvido nas últimas décadas registrando avanços consideráveis e trabalhos em educação matemática bastante substanciais, apoiados em evidências de pesquisas e firmados em teorias consistentes.

Como visto, as avaliações de larga escala, como a Prova Brasil, abordam a questão de habilidades e competências e, no que concerne às propostas efetuadas, surgem muitas dúvidas e questionamentos, oriundos da própria dinâmica deste tipo de avaliação. O conhecimento das habilidades matemáticas básicas pode auxiliar professores na compreensão do significado destas habilidades no contexto escolar, apontando para um ensino que permita aprendê-las de forma significativa. Não existe um acordo sobre quais seriam as habilidades matemáticas básicas e embora várias entidades (por exemplo, *Comitee of Basic Matematical Competencies and skills, 1972; National Council of Supervisors of Matematics*) tenham apresentado propostas sobre quais seriam estas habilidades não é possível estabelecer uma listagem completa que permita o consenso entre a maioria dos educadores matemáticos.

Conforme descrito por Brito (2001) dentre os *objetivos cognitivos que encontram maior consenso e* que levam ao desenvolvimento das habilidades básicas, podem ser destacados os seguintes, baseados nas dez habilidades cognitivas selecionadas pelo *National Council of Supervisors of Mathematics* (1978):

1. *Solução de problemas*. Habilitar o aluno a solucionar problemas em situações novas, com as quais não tenha experiência; os problemas precisam ser compreendidos pelos alunos, e não apenas ensinados como “modelos de problemas” que os alunos aprendem a solucionar, memorizando procedimentos e depois solucionando apenas aqueles que são iguais ou semelhantes ao modelo. Essa situação pode ser verificada quando o que é imposto à maioria das crianças e estudantes mais velhos é a simples manipulação de símbolos com

pouco ou nenhum significado e ligados de acordo com um certo número de regras mecanicamente memorizadas (Skemp, 1971).

2. *Aplicação da matemática em situações cotidianas.* Capacitar o estudante a usar a matemática ao lidar com situações do dia a dia, em um mundo em constante mudança. Da mesma forma que o aluno precisa ser capaz de transferir aquilo que aprende em sala de aula, o professor precisa relacionar o conhecimento matemático às noções intuitivas e informais da matemática presente nas diversas situações que os indivíduos enfrentam no dia a dia. Os trabalhos desenvolvidos por Carraher, Carraher e Schliemann (1981) e Schlieman e Acioly (1989) representam importantes pesquisas para a compreensão das relações entre a matemática e as diferentes atividades desenvolvidas pelos indivíduos de diferentes grupos sociais, evidenciando como os sujeitos podem resolver problemas da vida diária usando estratégias que não foram aprendidas na escola. As crianças mostram uma grande capacidade para trabalhar alguns problemas fora da escola; no entanto, essas situações são bastantes específicas e envolvem conceitos aritméticos relativamente simples. A aritmética usada fora da escola não usa símbolos, sendo apenas uma aritmética oral e mental, restrita apenas a determinados grupos. Assim, uma das funções da disciplina matemática é capacitar o indivíduo a trabalhar simbolicamente, representando os problemas matemáticos do mundo através de símbolos. O conhecimento anterior deve ser utilizado pelo professor como o passo inicial para estruturação do conhecimento, possibilitando ao estudante visualizar formas de representação simbólica como poderosos instrumentos de representação das situações cotidianas. No entanto, o professor deve também entender que a transferência e generalização são feitas do conhecimento escolar para situações cotidianas e não no sentido inverso. Assim, o uso do conhecimento anterior do sujeito é essencial para motivá-lo para a aprendizagem e também para ajudá-lo a compreender as relações entre a matemática e o cotidiano, mas não se deve esperar que o conhecimento cotidiano seja automaticamente transferido para a situação escolar.

3. *Prontidão para a “racionalidade dos resultados”.* É importante que o estudante aprenda a conferir as respostas que dá aos problemas; este monitoramento permite verificar se as respostas se distanciaram de todas as possibilidades de resultado, bem como a retomada dos procedimentos adotados.

Devido aos erros aritméticos ou outros enganos, os resultados de um problema matemático podem ser concluídos de forma errada. Os alunos precisam ser instruídos a rever os cálculos e os resultados e também devem apreender a conferir a racionalidade da resposta em termos do problema original.

4. *Estimativa e Aproximação*. Este item está profundamente relacionado ao anterior e refere-se à necessidade de o estudante aprender a calcular quantidade, comprimento, distância, peso etc. E também a trabalhar com aproximação dos resultados.

5. *Habilidades Aproximadas de Cálculos*. Os estudantes devem ser capazes de usar as quatro operações básicas com números inteiros e com decimais e também devem ser capazes de efetuar cálculos utilizando frações simples e porcentagem. Alguns autores (dentre eles Brownell, 1945) afirmaram que a aprendizagem significativa destes conceitos básicos pelas crianças leva a um melhor desempenho em Matemática, em situações posteriores. A necessidade de que o indivíduo possua um conhecimento significativo a respeito dos cálculos e que desenvolva a aritmética mental parece ser consenso entre os educadores matemáticos.

6. *Geometria*: Os estudantes devem ser levados a conhecer as propriedades básicas das figuras geométricas simples. A aprendizagem significativa dos conceitos geométricos necessários possibilita que ao aluno se situe e entenda o mundo tridimensional. Os conceitos que o estudante deveria conhecer são ponto, linha, plano, paralelismo e perpendicularismo. Além desses conceitos, é desejável que ele conheça também as propriedades básicas relacionadas às medidas e desenvolva habilidades para solucionar diferentes problemas de geometria. Através da aprendizagem, o estudante deve ser capaz de discriminar formas e relacioná-las aos objetos do mundo. Com relação à aprendizagem de conceitos geométricos, é importante destacar os trabalhos de Klausmeier (1992), que estudou particularmente a formação do conceito de triângulo equilátero, mostrando que os indivíduos formam conceitos em quatro níveis sucessivos: concreto, identidade, classificatório e formal. A partir da formação de conceitos e do uso dos conceitos, o autor mostrou que o indivíduo é capaz de compreender princípios e solucionar problemas que envolvam estes princípios e conceitos geométricos. Lindquist (1981) assinalou que a descrição da Geometria como uma área de habilidade básica abrange três grandes categorias: a) conhecimento dos conhecimentos geométricos básicos; b) conhecimento das propriedades básicas e c) conhecimento das relações entre os objetivos geométricos. É fundamental que os cursos de formação preparem os professores para o ensino efetivo de geometria. Pesquisas recentes com futuros professores (Viana, 2000; Pirola, 2000) e com estudantes (Oliveira, 1998; Rezi, 2001) envolvidos na solução de problemas de geometria, apontaram a necessidade de métodos mais eficazes de ensino. Seguramente, além dos autores aqui citados para ilustrar esse item, muitos outros se têm dedicado ao estudo da

formação dos conceitos geométricos e ensino destes conceitos, principalmente com o avanço da psicologia cognitiva.

7. *Medidas*. É importante que os estudantes se tornem familiarizados com os diferentes sistemas de medidas e sejam capazes de efetuá-las tanto no sistema métrico como em outro sistema. Os alunos devem ser capazes de medir distância, peso, tempo, temperatura, bem como capacidade. São essenciais os cálculos de áreas simples e volumes, bem como as medidas de ângulos e, além disso, o aluno deve ser capaz de medir em diferentes sistemas de medidas, usando instrumentos apropriados. Estas são atividades que estão profundamente relacionados às situações práticas e que devem ser ensinadas a partir de uma situação-problema que seja desafiadora e motivadora para o aluno.

8. *Tabelas, diagramas e gráficos*. Os alunos precisam conhecer como ler e formular conclusões a partir de tabelas, diagramas e gráficos para que possam desenvolver a capacidade de organizar e representar os dados disponíveis a partir de um determinado estudo. A montagem destas tabelas, gráficos e diagramas permite ao indivíduo condensar a informação numérica de forma mais significativa. Além disso, o desenvolvimento da habilidade matemática é fundamental para outras disciplinas como a física e a estatística (Spaletta, 1998; Borim, 2000; Vendramini, 2000).

9. *Usar a Matemática como predição*. A matemática pode ser usada para se saber qual a probabilidade de ocorrência de eventos futuros e este conhecimento deve ser construído pelos alunos. Assim, o aluno deve adquirir noções elementares de probabilidade, além de aprender a identificar situações onde a experiência passada não afeta a probabilidade de ocorrência de futuros eventos. A apresentação de exemplos e contra-exemplos dessas situações facilita a compreensão destes conceito e ainda de como a matemática é usada para fazer levantamento de opiniões, previsão de resultados eleitorais, de jogos, etc., sempre a partir de situações disponíveis no ambiente do aluno.

10. *Uso de Computadores*. O avanço da tecnologia exige que o estudante, cada vez mais, esteja familiarizado com o uso dos computadores e, ao mesmo tempo, conheça as capacidades e limitações das novas ferramentas tecnológicas. Os cursos de formação de professores devem fornecer o referencial que possibilitará ao professor trabalhar com novas tecnologias, escolhendo aquelas mais adequadas ao conteúdo que vai ser ensinado e aos diferentes tipos de aprendizagem.

A respeito das habilidades matemáticas, cabe ressaltar o estudo longitudinal realizado por Vadim A. Krutetskii (1976). Este psicólogo soviético, afirmou que todo aluno tem habilidade potencial em algum campo de empenho, mas que não existe razão para

afirmar que seu potencial é igual em todas as áreas ou que a instrução não possa alterar o perfil de habilidades de um sujeito. Sobre a natureza da habilidade, afirmou que a inclinação biológica é necessária, mas não suficiente para o desenvolvimento de uma habilidade e que as habilidades são criadas e desenvolvidas apenas através da atividade. O estudo do referido autor e sua equipe, formada por cinquenta pessoas foi extenso e, desenvolvido através de um programa de pesquisa, começou em 1955 e foi concluído em 1966. Grande parte dos dados obtidos na pesquisa foram dimensionados a partir de entrevistas individuais realizadas pelo estudioso e seus assistentes, aplicadas a quase duzentos alunos, os quais deveriam resolver várias séries de problemas.

Os alunos foram divididos em quatro grupos: estudantes muito capazes, capazes, médios e menos capazes em matemática e solicitados a “pensar em voz alta”⁴¹ como solucionavam o problema. A comparação desses estudantes possibilitou a Krutetskii (1976) descrever talento matemático na solução dos problemas, tendo como parâmetro alguns componentes das habilidades matemáticas (características psicológicas pessoais).

Krutetskii (1976) utilizou uma série de procedimentos: aplicação de questionários em professores de matemática e matemáticos, análise biográfica de matemáticos e físicos famosos (com a finalidade de evidenciar o surgimento e a qualidade do talento matemático destas pessoas), análise do currículo escolar de Matemática, coletou dados junto a mais de um mil alunos da escola secundária de Moscou (buscando comparar o progresso em outras disciplinas escolares). Realizou, ainda, estudo de casos de crianças altamente habilidosas em matemática, pesquisas sobre estudos de casos já publicados, estudo sistemático de duzentos alunos com idade variando de seis a dezessete anos.

Este último estudo, que teve como base metodológica a aplicação de vinte e seis provas sobre os diferentes tipos de habilidades, com resolução de problemas em voz alta, foi o que culminou na sua principal publicação *Psychology of Mathematical Abilities in*

⁴¹ Sobre esta técnica, os estudos de Brito (2002) revelaram-na como propulsora de recursos bastante significativos para as pesquisas voltadas para a solução de problemas matemáticos. O pensar em voz alta permite ao pesquisador coletar dados de caráter mais qualitativo que junto aos aspectos quantitativos possibilitam a elaboração de protocolos bastante completos e uma melhor compreensão dos procedimentos de solução. Outras pesquisas realizadas pelo grupo PSiem/ UNICAMP (Lima, 2001; Mello, 2008; Dobarro e Brito, 2010) reiteram a ideia de que o uso da “técnica de pensar em voz alta” na Educação Matemática, (particularmente nas investigações voltadas à solução de problemas) permitem dados relevantes envolvendo desde o momento da obtenção da informação matemática, as representações, os procedimentos adotados até a etapa do monitoramento da solução. Isto permite direcionar ações futuras empreendidas pelo professor.

Schoolchildren (1976).⁴² As análises foram realizadas por meio da comparação entre os grupos e da análise fatorial.

A pesquisa de Krutetskii (1976) é notável não só pelos métodos empregados, mas também pela riqueza e variedade de problemas- tarefa planejados para as entrevistas. No conjunto das vinte e seis séries utilizadas, cada série é um conjunto de problemas do mesmo tipo, porém diferindo em dificuldade, sendo que os mesmos foram planejados para medir uma ou mais habilidades matemáticas hipotetizadas pelo pesquisador soviético. No estudo, o desenvolvimento dos componentes das habilidades matemáticas foi investigado sob duas perspectivas: na primeira, comparando diferentes estudantes que estavam em fases distintas de desenvolvimento e na segunda, comparando os mesmos estudantes em diferentes fases de desenvolvimento. Também foram estudados grupos com características particulares, estes pertencentes ao estudo longitudinal.

Krutetskii (1976, p.75) definiu habilidade como sendo “as qualidades internas de uma pessoa que permitem a realização de uma atividade definida”. Por sua vez, os componentes das habilidades referem-se às habilidades particulares que compõem a estrutura geral das habilidades. Quando um estudante soluciona um problema da avaliação de larga escala é possível inferir quais mecanismos próprios dos componentes da habilidade matemática foram disponibilizados. As habilidades são totalidades cujos componentes não podem funcionar de forma isolada e na execução da atividade, o conjunto desses elementos interagem formando uma única estrutura (Brito, 2008). O autor definiu a habilidade para aprender matemática da seguinte forma:

característica psicológica individual (primeiramente características da atividade mental) que respondem aos requerimentos da atividade matemática escolar e que influencia, sendo todas as outras condições equivalentes, o sucesso no domínio criativo da Matemática como um assunto escolar – em particular, uma relativa rapidez, facilidade e domínio profundo do conhecimento, destrezas e hábitos em Matemática (Krutetskii, 1976, p. 75).

A habilidade é matemática é um fenômeno interno e complexo, resultante da interação de vários componentes que para serem estudados exigem a observação do sujeito durante a execução da atividade. Isto requer uma série de ações que permitam ao professor

⁴²A obra original de Krutetskii foi publicada em 1968. A importância dos estudos realizados pelo autor foi reconhecida internacionalmente. Em 1976 sua obra foi traduzida para o inglês por J.Teller, sendo a obra editada pelos pesquisadores americanos Kilpatrick (Universidade da Geórgia) e Wirszup (Universidade de Chicago) sob o título citado.

estabelecer os meios necessários para que possa fazer inferências consistentes. Nessa perspectiva e, reiterando-se as ideias já enunciadas, é importante ressaltar a utilização da “técnica de pensar em voz alta”, bem como de outros recursos comunicativos como a argumentação, os registros matemáticos, a produção de protocolos verbais, entre outros.

Referindo-se à atividade, Krutetskii (1976) estabeleceu uma relação entre prontidão, habilidades e condições psicológicas na realização da mesma. Para ele o estado de prontidão de uma pessoa diz respeito à facilidade em desempenhar certa atividade envolvendo fatores que são favoráveis à realização da mesma como: habilidades para cumprir a atividade e condições psicológicas necessárias à realização da atividade com sucesso. Essas condições psicológicas podem ser uma atitude positiva em relação à atividade, traços de personalidade, estado mental, conhecimento, destrezas e hábitos. O esquema abaixo sintetiza essas ideias:

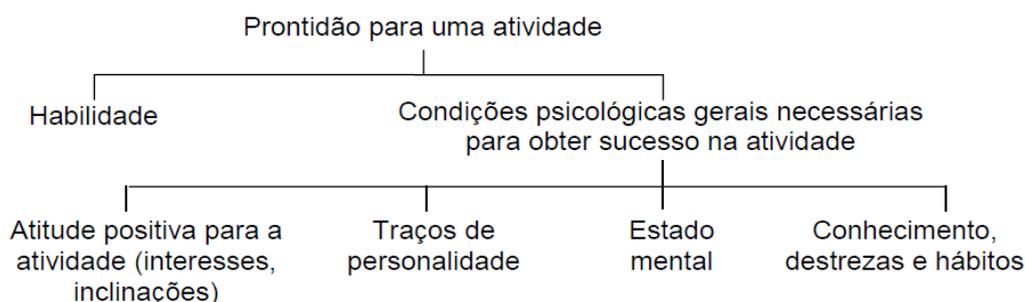


Figura 25. Relação entre a prontidão, habilidades e condições psicológicas gerais necessárias para o sucesso em uma atividade.

Nota Fonte: Krutetskii, 1976, p. 74.

A respeito dessa relação, Krutetskii (1976) afirmou: “De um lado, enquanto os conhecimentos, destrezas e hábitos são adquiridos, as habilidades são desenvolvidas. Sua formação e desenvolvimento [das habilidades] é impossível fora do processo de domínio dos conhecimentos, destrezas e hábitos apropriados” (Krutetskii, 1976, p. 71-72).

As características das habilidades propostas por Krutetskii (1976) foram resumidas por Newmann García (1995) da seguinte forma:

1. As habilidades são específicas; elas sempre são habilidades para uma determinada classe de atividades.
2. A habilidade é um conceito dinâmico, surge e se desenvolve durante a realização da atividade adequada.

3. Há alguns períodos na vida dos indivíduos que são mais favoráveis para o desenvolvimento de uma habilidade sendo que algumas habilidades são transitórias ou provisórias.

4. O progresso e o sucesso na execução de uma atividade depende de um complexo de habilidades e não de uma habilidade tomada isoladamente.

5. Um alto desempenho em uma atividade pode ser produzido por diferentes combinações de habilidades. Em princípio, pode-se falhar em diferentes classes de habilidades, por exemplo, em distintas classes de habilidades matemáticas.

6. Dentro de limites muito amplos, uma deficiência em uma habilidade pode ser compensada por uma outra habilidade; portanto, é possível obter um desempenho excepcional mesmo que o indivíduo apresente fraquezas ou deficiências em relação a alguma habilidade.

Tomando por base a análise lógica das respostas, em grau de relevância maior que a análise fatorial, Krutetskii (1976) destacou os componentes básicos da habilidade matemática que se evidenciaram durante a solução dos problemas propostos. Cada um desses componentes encontra-se diretamente ligado a um estágio do pensamento durante a solução de problemas. Durante o processo de solução de problemas, o solucionador passa por estágios, sendo que a cada um deles corresponde uma série de habilidades que, juntas, são os componentes das habilidades matemáticas (Krutetskii, 1976, p. 350). São elas:

1. *Obtenção da informação matemática*: refere-se à habilidade para formalizar a percepção do material matemático e para compreender a estrutura formal do problema, sendo o primeiro estágio da atividade mental.

2. *Processamento da informação matemática*: refere-se à habilidade de elaboração das estruturas matemáticas, sendo constituído pelos seguintes componentes: **a.** habilidade para pensar logicamente na área das relações espaciais e quantitativas, números e símbolos alfabéticos e à habilidade para pensar em símbolos matemáticos; **b.** habilidade para generalizar de forma abrangente e rápida os conteúdos matemáticos, as relações e as operações; **c.** habilidade para “resumir” os processos matemáticos e os sistemas correspondentes de operações, além da habilidade para pensar através de estruturas reduzidas; **d.** flexibilidade dos processos mentais na atividade matemática; **e.** inclinação pela clareza, simplicidade, economia e racionalidade da solução; **f.** habilidade para uma rápida e livre reconstrução do processo mental (reversibilidade dos processos mentais no raciocínio matemático).

3. *Retenção da informação matemática* que se refere à existência de uma memória matemática (memória generalizada para relações matemáticas, tipos característicos, esquemas de argumentos e provas, métodos de resolução de problemas e princípios para abordar os problemas).

4. Existência de um *componente geral sintético* que está ligado à existência de um tipo de “mente” matemática.

O conhecimento das habilidades básicas possibilita compreender como essas habilidades são aprendidas e como se desenvolvem, revelando a importância das etapas descritas por Krutetskii na solução de problemas. A relação entre a psicologia educacional e a Educação Matemática se constitui em fonte realimentadora para o ensino preocupado com a aprendizagem significativa das habilidades matemáticas. Além disso, a compreensão de que um determinado problema matemático envolve um conjunto de habilidades e que as habilidades não são os únicos fatores que contribuem para um bom desempenho, em uma determinada tarefa, possibilita interpretar de modo mais eficaz as estratégias de pensamento adotadas pelos alunos na solução de problemas.

Estudos (Brito, 2000, 2008, 2011; Limana e Brito, 2005) têm destacado a necessidade de se identificar os componentes de uma determinada habilidade e como ela interage com outras no decorrer das atividades nas quais o estudante está envolvido. Um componente é definido como um processo mental específico usado na realização de tarefas cognitivas (codificação, mapeamento, inferências, aplicação). As habilidades são totalidades cujos componentes não podem funcionar de forma isolada (Limana & Brito, 2005).

Vale destacar que, conforme os pressupostos de Krutetskii (1976), a realização de uma atividade matemática empreendida com êxito requer a integração entre habilidades e condições psicológicas, uma atitude positiva em relação à atividade, traços de personalidade, estado mental, conhecimento, destrezas e hábitos. Estes três últimos podem ser adquiridos e se desenvolvem com maior facilidade, enquanto as habilidades são desenvolvidas. Ainda, a habilidade é definida pelo autor como um traço pessoal, enquanto que os hábitos e as destrezas são características da atividade. Portanto, aquisição e desenvolvimento pressupõem uma ação docente contínua na busca de condições favoráveis à prontidão e, conseqüentemente, ao bom desempenho do aluno na solução de problemas.

CAPÍTULO V

SUJEITOS, PROCEDIMENTOS E MÉTODO

O presente estudo foi realizado na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática, destacando-se neste enfoque a aplicação da psicologia educacional à matemática escolar. Tendo-se como base a revisão da literatura, foram definidos o aporte teórico, o problema de pesquisa, o delineamento do estudo a fim de que a questão levantada nesta investigação pudesse ser respondida e os objetivos contemplados; os instrumentos aplicados e os procedimentos de coleta e análise de dados, visaram à interpretação consistente das variáveis de interesse do estudo, bem como das possíveis relações existentes entre elas.

A investigação, dimensionada no âmbito da solução de problemas aritméticos, abrange a temática da avaliação de larga escala, mais precisamente a Prova Brasil, aplicada aos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, onde o desempenho destes sujeitos e as atitudes em relação à matemática compõem o objeto de estudo. Nas articulações entre estratégias de pensamento, atitudes e desempenho na solução de problemas, as quais se busca interpretar, inscreve-se o seguinte problema de pesquisa:

Existem relações entre estratégias de pensamento, atitudes em relação à matemática e desempenho na Prova Brasil de matemática, aplicada a estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental? E se existem, quais seriam estas relações?

5.1 Objetivos

5.1.1 Objetivo Geral

I. Verificar se existem relações entre estratégias de pensamento, atitudes em relação à Matemática e desempenho em questões similares às aplicadas na Prova Brasil, precisamente as que se referem ao tema Números e Operações.

5.1.2 Objetivos específicos

I. Analisar os dados obtidos no questionário informativo do aluno (Brito, 1997) comparando-os com o desempenho na Prova Brasil de múltipla escolha e os resultados da Escala de Atitudes ;

- II. Analisar a autopercepção dos alunos na questão 21 da Escala de Atitudes e na questão 11 do questionário informativo comparando-a com o desempenho na Prova Brasil de múltipla escolha.
- III. Analisar os resultados obtidos na aplicação da Escala de Atitudes em relação à Matemática (Aiken, 1961, 1963, 1970; Aiken & Dreger, 1961), validada por Brito (1998);
- IV. Investigar a compreensão de leitura dos participantes em problemas aritméticos por meio do teste PCLPA, analisando sua influência nos resultados das duas versões do teste.
- V. Aferir, por meio do instrumento Prova Brasil o desempenho dos estudantes na solução de problemas, verificando as possíveis relações entre o desempenho e as atitudes em relação à Matemática.
- VI. Comparar o desempenho dos estudantes nas duas versões do teste de matemática, similar à Prova Brasil;
- VII. Analisar as estratégias de pensamento adotadas na solução dos problemas aritméticos da Prova Brasil por meio do plano de solução elaborado.
- VIII. Realizar a análise de conteúdo dos protocolos produzidos na entrevista semiestruturada relacionando-o com o desempenho apresentado na Prova Brasil.

5.2 Participantes

Este estudo teve como participantes 87 alunos regularmente matriculados, no quinto ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual da cidade de Campinas-SP, os quais, mediante a assinatura efetuada pelos pais do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, foram submetidos à aplicação do questionário informativo, da escala de atitudes e dos testes elaborados para o estudo.

A escola, pertencente à Diretoria de Ensino- Campinas Leste, possui a característica peculiar de funcionamento em um prédio que comporta apenas os estudantes de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. As quatro classes do 5º ano são distribuídas proporcionalmente, sendo duas para o período matutino e duas para o período vespertino.

A escolha do ano escolar indicado justifica-se pelo fato de a Prova Brasil e o Saresp contemplarem a aplicação destes testes no 5º ano do Ensino Fundamental. A receptividade à pesquisa, demonstrada pela equipe gestora e professores da unidade escolar em questão, contribuiu significativamente para a escolha da instituição pública de ensino. Junta-se a

isto, a valorização do trabalho de pesquisa, enquanto contribuição para a melhoria da aprendizagem e do trabalho docente, ressaltada pela direção, coordenação e professores da escola.

5.3 Materiais utilizados na pesquisa:

5.3.1 Primeira etapa do estudo:

- Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os Pais (tipo papel impresso, a ser lido e assinado pelos pais ou responsáveis).

- Questionário informativo do aluno (adaptado de Brito, 1997), tipo lápis e papel, composto por dezesseis questões, com variação de perguntas abertas e fechadas.)

- Escala de Atitudes em relação à Matemática, tipo papel impresso (Brito, 1996).

5.3.2 Segunda etapa do estudo:

-Teste de compreensão em leitura- PCLPA (Brito, 2011), tipo papel impresso, aplicado em duas versões:

- PCLPA (CN) Contendo vinte questões fechadas para elaboração das respostas, no qual as quantidades numéricas são expressas por algarismos.
- PCLPA (SN) Contendo vinte questões fechadas para elaboração das respostas, porém, nesta versão, as quantidades numéricas são expressas por palavras.

5.3.3 Terceira etapa do estudo:

- Teste, tipo papel impresso, com 14 questões de múltipla escolha, simuladas da Prova Brasil, envolvendo os descritores concernentes ao tema Números e Operações.

- Teste, tipo papel impresso, com 14 questões abertas, elaboradas a partir da abordagem de conteúdos contida no primeiro instrumento, apresentando a mesma estrutura dos problemas, os descritores e tema do primeiro teste.

5.3.4 Quarta etapa do estudo:

Nesta etapa, foi dinamizada uma entrevista semiestruturada, onde se utilizou o recurso da videografia, o teste tipo lápis e papel impresso das questões similares à Prova Brasil, bem como o registro gráfico em material tipo papel.

5.4 Instrumentos

1. Termo de Consentimento Livre e Esclarecido pelos responsáveis legais: tipo lápis e papel, a ser preenchido pelos pais ou responsáveis legais; neste termo são descritos os objetivos e a intencionalidade da pesquisa, as características dos instrumentos aplicados, ficando a participação do aluno condicionada a assinatura do Termo.

2. Questionário Informativo do Aluno (adaptado de Brito, 1997), tipo lápis e papel. Este instrumento, constituído por 16 questões, com variação de perguntas abertas e fechadas, permite obter informações relevantes envolvendo características pessoais do aluno, família e questões concernentes ao estudo e execução de tarefas escolares relativas ao componente curricular Matemática. Ainda, possibilita a percepção de desempenho e de aprendizagem e escolha de tarefas matemáticas envolvendo “o gostar mais” e o “gostar menos” (Anexo III).

3. Escala de Atitudes em relação à Matemática, tipo papel impresso (Brito, 1996).

Este instrumento encontra-se descrito no Anexo IV.

A Escala de Atitudes em relação à Matemática foi adaptada e validada por Brito (1996, 1998) a partir dos instrumentos propostos por Aiken (1961, 1963) e Aiken e Dreger (1961). Essa é uma escala do tipo Likert, com 20 proposições, sendo 10 positivas e 10 negativas contendo itens sobre o “gostar” e o “não gostar” de Matemática, respectivamente, e ainda uma proposição envolvendo a autopercepção inserida pela autora durante o processo de validação no Brasil; é uma escala do tipo Likert, com vinte afirmações que tentam expressar o sentimento que o sujeito possui em relação à matemática, sendo dez afirmações positivas (03, 04, 05, 09, 11, 14, 15, 18, 19, 20) e dez afirmações negativas (01, 02, 06, 07, 08, 10, 12, 13, 16 e 17).

Os itens baseiam-se na tríade cognição, afetividade e comportamento e os sujeitos devem escolher, para cada afirmação, uma das quatro alternativas: discordo totalmente, discordo, concordo ou concordo totalmente. Para cada item escolhido foi atribuído um

número de pontos de 1 a 4. Para afirmações positivas, a ordem de atribuição dos valores foi 1, 2, 3 e 4. Nas afirmações negativas, a ordem ocorreu de forma inversa, ou seja, 4, 3, 2 e 1. Dessa forma, a soma das pontuações nas 20 proposições da escala de atitudes variou de 20 a 80. O item 21 da escala, envolvendo a autopercepção do desempenho do sujeito em Matemática, não foi contabilizado na pontuação da escala de atitudes, porque se referiu a um construto distinto.

As atitudes não são medidas mas inferidas por meio do comportamento do sujeito. A escala permite identificar, mediante as alternativas efetuadas, a atitude do sujeito em relação à Matemática e sua predisposição em responder positivamente ou negativamente frente ao objeto em questão, favorecendo a coleta de dados bastante qualitativa.

Assim sendo, para maior visualização das pontuações mediante as alternativas escolhidas:

Proposições positivas: (03, 04, 05, 09, 11, 14, 15, 18, 19, 20));

(4) Para a resposta “concordo totalmente”.

(3) Para a resposta “concordo”;

(2) Para a resposta “discordo”;

(1) Para a resposta “discordo totalmente”;

Proposições negativas: ((01, 02, 06, 07, 08, 10, 12, 13, 16 e 17).

(1) Para a resposta “concordo totalmente”.

(2) Para a resposta “concordo”;

(3) Para a resposta “discordo”;

(4) Para a resposta “discordo totalmente”;

Essa atribuição de pontos em ordem invertida tem a finalidade de igualar a direção da atitude, “isto é, os sujeitos que respondem concordando com as questões que exprimem sentimentos positivos devem, por princípio, discordar daquelas afirmações que exprimem sentimentos negativos com relação à matemática” (Brito, 1998, p. 127).

4. Teste de compreensão de leitura- PCLPA (Brito, 2011)

O teste PCLPA, tipo lápis e papel, desenvolvido por Brito (2011), pela sua consistência, é destinado a estudantes do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental e busca analisar a compreensão de leitura que os estudantes apresentam diante dos problemas aritméticos propostos. Constitui-se como importante instrumento de investigação

matemática pela forma como os enunciados são apresentados permitindo não só a decodificação, mas também as possíveis inferências na busca da solução.

Segundo Machado (2010), a leitura deve ser vista como um processo de interação no qual estão envolvidas várias habilidades cognitivas, além daquelas ligadas à decodificação; os processos de compreensão mobilizam tanto a informação advinda dos elementos linguísticos – que seria a decodificação propriamente dita – “como a informação obtida por meio de informação semântica presente no texto ou de outros processos cognitivos que o leitor/ouvinte executa a partir de seu contato com o texto” (p.18).

O modo como o conhecimento é armazenado na memória é um fator de importância na compreensão da leitura e que tem a ver diretamente com o processo inferencial. Deste modo e a exemplo das considerações estabelecidas por meio do aporte teórico do estudo, as estruturas cognitivas, o conhecimento prévio, os esquemas mentais encontram-se articulados não só nas inferências, mas também nos processos de compreensão de textos, nos quais se incluem os textos matemáticos. Nesta dimensão, o teste de compreensão de leitura PCLPA, elaborado por Brito, torna possível avaliar a capacidade de compreensão de problemas aritméticos sem que, em muitas das vezes, o estudante necessite realizar uma operação matemática. O teste é composto por 20 questões envolvendo problemas aritméticos com pequenos enredos; cada questão envolve 3 alternativas de respostas, sendo apenas uma a correta. A partir da leitura, da forma como decodifica e faz suas inferências o estudante escolhe uma das alternativas. A partir da escolha efetuada e que corresponde à solução, torna-se possível analisar se o sujeito estabeleceu ou não a compreensão do problema apresentado. Dois exemplos de questões que compõem o teste são apresentados a seguir:

1. *No sábado, Mirela e Luis foram à padaria e compraram a mesma quantidade de pães. Mirela comprou também 100 g de mortadela e 2 litros de leite. Os dois tinham a mesma quantidade de dinheiro. Pela quantidade de coisas que cada um comprou podemos dizer que:*
 - (a) *os dois gastaram a mesma quantia de dinheiro.*
 - (b) *Mirela gastou mais que Luis.*
 - (c) *Luis gastou mais que Mirela.*

2. *Rodrigo, Daniel e Luis têm juntos cinco jogos de videogame. Daniel tem mais jogos que Rodrigo e menos jogos que Luis. Se fôssemos fazer uma fila começando daquele que tem menos jogos para aquele que tem mais jogos, a ordem seria:*
 - (a) *Daniel, Luis e Rodrigo.*
 - (b) *Rodrigo, Daniel e Luis.*
 - (c) *Luis, Daniel e Rodrigo.*

A fim de verificar se o nível de compreensão poderia ser modificado, mediante a substituição das quantidades expressas em números pela sua forma escrita por extenso, foi elaborado um segundo instrumento denominado PCLPA SN (para a diferenciação, o primeiro teste com quantidades expressas por números foi caracterizado como PCLPA CN. Os problemas aritméticos foram analisados pelos integrantes do grupo PSiem da Faculdade de Educação da UNICAMP e, após as discussões estabelecidas, foram classificados conforme a estrutura dos conteúdos matemáticos neles envolvidos conforme descrito na Figura 26.

Questões	Alternativas	Conteúdo(s)
1	c	- Operações com números inteiros: multiplicação, subtração, adição e divisão
2	b	- Operação com números inteiros: adição - Comparação de números inteiros
3	b	- Operação com números inteiros: subtração
4	a	- Comparação de grandezas - Raciocínio lógico
5	a	- Operação com números inteiros: subtração - Comparação de números inteiros
6	b	- Comparação de grandezas
7	b	- Medidas de tempo
8	b	- Operação com números inteiros: adição - Comparação de quantidade
9	a	- Operação com números inteiros: divisão - Comparação de números inteiros
10	c	- raciocínio combinatório - correspondência de agrupamentos
11	c	- Operação com números inteiros: divisão
12	c	- Operações com números inteiros: subtração - Operações com números racionais: divisão de números inteiros com quociente decimal- Comparação de números inteiros
13	c	- Operações com números inteiros: adição
14	a	- Operações com números inteiros: divisão e adição
15	b	- Ordenação de quantidades - raciocínio lógico
16	b	- Medidas de tempo: relação entre dias e semana - Operações com números inteiros: adição
17	b	- Operações com números inteiros: adição
18	c	- Operações com números inteiros: divisão
19	b	- Operações com números inteiros: divisão - Sistema de numeração decimal: unidades, dezenas e centenas - Comparação de números inteiros
20	a	- Operações com números inteiros: adição e multiplicação - Comparação de números inteiros

Figura 26. Classificação dos problemas do teste PCLPA.

Ressalta-se que o teste PCLPA, elaborado por Brito (2011), encontra-se fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1970,1978), nos estudos dos Campos Conceituais de Vergnaud (1985, 1988, 1990, 1994), na Psicologia Cognitiva de Sternberg (2000, 2010), nos estudos de Kruteskii (1976) sobre as habilidades matemáticas, entre outros.

O instrumento PCLPA, composto por 20 questões com 3 alternativas, foi aplicado, após a assinatura do termo de consentimento pelos pais, em uma amostra de 490 estudantes de escolas públicas (38,4%) e particulares (61,6%), dos períodos da manhã e tarde, de duas cidades do interior de São Paulo. A aplicação ocorreu em sala de aula, sendo a solução elaborada individualmente, sem a intervenção do professor. Do total da amostra 52,7% (N=258) são do gênero masculino e 47,3% (N=232) do gênero feminino, com idades variando de 9 a 15 anos ($M=11,07$; $dp=1,703$).

O estudo realizado referente à validação do instrumento empregou o coeficiente de alpha de Cronback, que mede a consistência interna. O resultado apontou que o teste possui boa consistência interna $\alpha = 0,792$, sugerindo a continuidade de exploração do teste em outras amostras sem a necessidade de grandes alterações em sua formatação e conteúdo.

Vale ressaltar que os sujeitos desta pesquisa encontram-se inseridos na amostra total, analisada pelo teste Anova. Este teste mostrou a existência de diferenças significativas ao nível de ($p < 0,01$) nas médias do desempenho dos estudantes entre as séries, bem como a ocorrência de aumento dessas médias ao longo dos anos escolares e uma diminuição do desvio padrão. No presente estudo, as análises qualitativa e quantitativa buscam ampliar as análises do teste, evidenciando aspectos subjacentes à tarefa e as análises correlacionais com os demais testes.

Critério de correção do instrumento:

O desempenho dos estudantes na prova de Compreensão de Leitura- PCLPA, envolvendo problemas aritméticos, corresponde ao número de acertos nas questões. A prova é composta de 20 questões; assim, a pontuação máxima obtida é de 20 pontos. Buscando-se relacionar o desempenhos no teste, com as demais provas, na mesma direção da Prova Brasil, foram considerados quatro níveis de desempenho na prova: (1º) nível de desempenho insatisfatório, sujeitos com 1 a 9 acertos; (2º) nível de desempenho satisfatório, sujeitos com 10 a 13 questões;(3º) nível de desempenho bom, sujeitos com 14 a 17 acertos; (4º) nível de desempenho excelente, sujeitos com 18 a 20 acertos. A pontuação de 20 pontos, poderá sofrer conversões necessárias à análise de dados.

5. Teste com questões similares às aplicadas na Prova Brasil: múltipla escolha

Teste, tipo papel impresso, com questões simuladas da Prova Brasil. O instrumento é caracterizado como *similar* (ao utilizado na Prova Brasil, já aplicada em escala nacional) pelo fato de não ser disponibilizada, no respectivo site, a versão integral da Prova Brasil, *efetivamente aplicada* em caráter nacional. Assim, o presente teste foi construído a partir de modelos de questões, simulados e de algumas questões comentadas referentes às edições anteriores.

Este teste é composto de 14 questões, concernentes ao tema Números e Operações, similares às propostas pela Prova Brasil; as questões são caracterizadas como de múltipla escolha, envolvendo a solução de problemas aritméticos. A escolha das referidas questões teve aporte no banco de dados do INEP (2007, 2009, 2011):

- Caderno da Prova Brasil- PDE/ PROVA BRASIL;
- Plano de Desenvolvimento da Educação ;
- Simulados Prova Brasil 4^a série / 5^o ano.

A fim de se obter dados mais qualitativos sobre a Prova, o instrumento foi complementado pelo uso da expressão “como pensei”, visando aos registros das estratégias de pensamento utilizadas durante a solução dos problemas apresentados.

Na especificação dos problemas, situados em seus respectivos descritores, é possível estabelecer as seguintes categorias, as quais apontam para os conceitos e princípios envolvidos na solução, conforme o apresentado a seguir na Figura 27.

Descritores	Problemas	Categorias - Aplicação de conceitos e princípios
Descritor 13	Problema 1	Sistema de numeração Decimal: Composição e decomposição de números naturais. Agrupamentos
Descritor 15	Problema 2	Decomposição de números naturais;
Descritor 17	Problema 3	Cálculo numérico: operação de subtração Subtração de números naturais
Descritor 17	Problema 4	Adição de números naturais
Descritor 18	Problema 9	Cálculo numérico: operação de multiplicação: multiplicador com 1 algarismo; Multiplicação de números naturais
Descritor 18	Problema 10	Cálculo numérico Divisão de números naturais por um algarismo
Descritor 19	Problema 5	Subtração e adição combinadas Transformação do estado inicial
Descritor 19	Problema 6	Subtração e adição combinadas Comparação entre o estado inicial e o estado final
Descritor 20	Problema 7	Multiplicação e adição combinadas
Descritor 20	Problema 8	Divisão de números naturais Divisão partitiva; Divisão por um algarismo
Descritor 20	Problema 11	Divisão de números naturais Divisão por cotas; Divisão por dois algarismos
Descritor 23	Problema 12	Sistema monetário Nacional; Problema de multiplicação combinadas envolvendo valor decimal de cédulas e moedas.
Descritor 25	Problema 13	Números Decimais. Problema de subtração.
Descritor 26	Problema 14	Problema de Porcentagem

Figura 27. Prova de matemática: descritores e categorias de problemas.

Em complementariedade, evidenciando as Matrizes de Referência de Matemática do Sistema Nacional da Avaliação Básica – SAEB (MEC, 2008; 2011), destaca-se que as mesmas apresentam tópicos ou temas com descritores (os quais, conforme o documento, não englobam todo o currículo escolar) que indicam as habilidades de Matemática a serem avaliadas “dentro de um recorte com base no que é possível aferir por meio do tipo de instrumento de medida utilizado na Prova Brasil e que, ao mesmo tempo, é representativo do que está contemplado nos currículos vigentes no Brasil” (PDE, 2008, p. 17).

A elaboração dos itens da Prova Brasil, portanto, é realizada a partir da matriz que os comportam. Item é a denominação adotada para as questões que compõem a prova. Conforme destacado, o Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira e o Ministério da Educação (MEC) disponibilizam apenas algumas das questões da Prova Brasil.

As questões âncoras não são disponibilizadas em virtude da metodologia utilizada: a Teoria da Resposta ao Item (TRI), a qual exige a repetição de itens para que possam ser realizadas comparações entre a evolução dos resultados nestas questões, entre uma edição da prova e outra subsequente. Na Prova Brasil, quatro são as opções de resposta: a correta denominada descritor e as outras três chamadas de distratores.

A Figura 28 mostra os descritores adotados nesta pesquisa e as referências apontadas pelo PDE (2008) em termos de descritores e habilidades avaliadas na Prova Brasil oficial:

Questão	D	Especificação	Habilidades que se pretende avaliar
Problema 1	1 3	Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional	A habilidade de o aluno explorar situações em que ele perceba que cada agrupamento de 10 unidades, 10 dezenas, 10 centenas etc. requer uma troca do algarismo no número na posição correspondente à unidade, dezena, centena etc.
Problema 2	1 5	Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens	A habilidade de o aluno decompor os números naturais em suas ordens: unidades, dezenas, centenas e milhares.
Problemas 3 e 4	1 7	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais	Relaciona-se à resolução de operações de adição e subtração com números naturais de mesma ordem ou de ordens diferentes, variando a quantidade de ordens, intercalando zeros com zeros finais, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos.
Problemas 5 e 6	1 9	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa)	Refere-se à resolução, pelo aluno, de diferentes situações que apresentam ações de: juntar, ou seja, situações associadas à ideia de combinar dois estados para obter um terceiro; alterar um estado inicial, ou seja, situações ligadas à ideia de transformação, que pode ser positiva ou negativa; situações ligadas à ideia de comparação; operar com mais de uma transformação, considerando situações que supõem a compreensão de mais de uma transformação (positiva ou negativa).
Problemas 7, 8 e 11	2 0	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia da proporcionalidade, configuração retangular e combinatória	Habilidades que se referem à resolução, pelo aluno, de problemas que envolvam operações de multiplicação e divisão. Essas habilidades são avaliadas por meio de situações-problema contextualizadas
Problemas 9 e 10	1 8	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais	Refere-se à realização, pelos alunos, dos mais diferentes tipos de cálculos envolvendo multiplicação ou divisão
Problema 12	2 3	Resolver problemas utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro	Avaliar a habilidade de o aluno resolver problemas do seu cotidiano, que envolvam o valor decimal de cédulas ou moedas do Sistema Monetário Brasileiro.
Problema 13	2 5	Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados de adição ou subtração	A habilidade de o aluno resolver problemas com números decimais, utilizando-se das operações de adição ou subtração.
Problema 14	2 6	Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%)	Pode-se avaliar a habilidade de o aluno resolver problemas utilizando a noção de porcentagem, em especial, utilizando 25%, 50% ou 100%.

Figura 28. Prova de matemática: descritores e habilidades avaliadas

Critério de correção do instrumento:

O desempenho dos estudantes na prova de Matemática corresponde ao número de acertos nas questões. A prova foi composta de 14 questões; por conseguinte, a pontuação máxima possível nessa prova foi de 14 pontos tendo-se em vista o valor individual de cada questão atribuído, correspondente a (1,0) ponto.

Seguindo os mesmos critérios do teste PCLPA, em nível de desempenho, os sujeitos foram categorizados de acordo com os seguintes níveis: (1º) nível de desempenho insatisfatório, sujeitos com 0 a 6 acertos; (2º) nível de desempenho satisfatório, sujeitos com 7 a 9 pontos obtidos; (3º) nível de desempenho bom, sujeitos com 10 a 12 acertos; (4º) nível de desempenho excelente, sujeitos com 13 a 14 pontos obtidos.

6. Teste com questões similares às aplicadas na Prova Brasil: questões dissertativas

A partir das 14 questões objetivas (fechadas) foi elaborada a prova de questões abertas, ou seja, o aluno deveria buscar, por meio de estratégias pessoais, a resposta (sem as alternativas da primeira prova). Assim, as questões abertas abordam os mesmos descritores e conteúdos; nos enunciados os dados numéricos foram construídos com semelhança de dígitos entre os números do teste de múltipla escolha; as categorias de problemas comportam a mesma classificação da prova objetiva, diferenciando-se, porém, pelas “escolhas” propostas no teste anterior; a exemplo do teste de múltipla escolha, todas as questões abertas são propostas a partir de pequenos enredos.

Destaca-se que as duas versões elaboradas permitem realizar algumas inferências importantes a respeito das possíveis variáveis interferentes em um e outro teste. Este instrumento encontra-se descrito no Anexo VII.

Critério de correção do instrumento:

O desempenho dos estudantes na prova de Matemática na versão Prova Brasil Dissertativa corresponde ao número de acertos nas questões. A prova, a exemplo da Prova Brasil de Múltipla escolha, foi composta de 14 questões; a pontuação máxima possível nessa prova foi de 14 pontos tendo-se em vista o valor individual de cada questão atribuído, correspondente a (1,0) ponto.

Também, em nível de desempenho, os sujeitos foram categorizados de acordo com os seguintes níveis: (1º) nível de desempenho insatisfatório, sujeitos com 0 a 6 acertos; (2º) nível de desempenho satisfatório, sujeitos com 7 a 9 pontos obtidos; (3º) nível de

desempenho bom, sujeitos com 10 a 12 acertos; (4º) nível de desempenho excelente, sujeitos com 13 a 14 pontos obtidos.

7. Entrevista semiestruturada

A utilização da entrevista em um projeto de pesquisa, ao mesmo tempo que *equipa* o pesquisador de respostas aos seus questionamentos, deve prever o planejamento adequado de ambiente, escolha de participantes, recursos, preparo do entrevistador na condução da mesma, visando à obtenção de informações relevantes para o enriquecimento do estudo.

Em sua revisão sobre o uso de entrevista, observação e videogravação (filmagem) em pesquisa qualitativa, Belei et al. (2008) afirmaram que “embora estes recursos não respondam a todas as questões sobre métodos de coleta de dados, contribuem para o avanço no debate sobre o uso complementar de estratégias e auxiliam no melhor entendimento da realidade estudada” (p.188).

Manzini (2004) classificou três tipos de entrevistas: estruturada, envolvendo perguntas fechadas; semiestruturada com elaboração de um roteiro anterior acrescido de questões abertas; e entrevista não estruturada aquela que caracteriza-se pela formulação de perguntas sem estabelecimento prévio das mesmas pela intervenção do pesquisador/entrevistador na fala do entrevistado.

Neste estudo, foi desenvolvida a entrevista semiestruturada pelas características que e possibilidades que apresenta como flexibilidade e ampliação dos questionamentos. A entrevista semiestruturada combina perguntas abertas e fechadas, onde o participante tem a possibilidade de expressar ideias sobre o tema ou temas propostos. O pesquisador elabora um conjunto de questões previamente definidas e deve ter atenção ao momento oportuno para inserir as perguntas adicionais.

Segundo Triviños (1987) a característica da entrevista semiestruturada consiste nos “questionamentos básicos que são apoiados em teorias e hipóteses que se relacionam ao tema da pesquisa. Os questionamentos dariam frutos a novas hipóteses surgidas a partir das respostas dos informantes. O foco principal seria colocado pelo investigador-entrevistador” (p. 146). “Além disso, conforme ressaltado pelo autor favorece não só a descrição dos fenômenos sociais, mas também sua explicação e a compreensão de sua totalidade” (Triviños, 1987, p. 152).

Neste estudo, a entrevista semiestruturada foi composta por 10 questões norteadoras conforme demonstrado no Anexo VIII. Este tipo de instrumento permite ao pesquisador

obter dados qualitativos e, de acordo com os objetivos da pesquisa, possibilita a direcionalidade das perguntas.

Foram selecionados para a entrevista 20 sujeitos mediante escolha aleatória, realizada por um juiz, e de acordo com as categorias de desempenho pré-estabelecidas, sendo o grupo de entrevistados composto por 5 estudantes com desempenho excelente; 5 estudantes com desempenho bom; 5 estudantes com desempenho satisfatório; 5 estudantes com desempenho insatisfatório.

A entrevista, realizada no ambiente escolar e desenvolvida em uma sala de vídeo da instituição, teve como objetivo explorar as percepções e ideias dos estudantes acerca das tarefas propostas mediante a aplicação dos testes em suas especificidades: questões mais fáceis mais difíceis, leitura e interpretação dos enunciados, conteúdos inseridos, entre outros. As concepções elaboradas sobre a matemática e outros significados foram evidenciados pela entrevista.

Em todo processo de pesquisa qualitativa, o pesquisador mantém um foco na aprendizagem do significado que os participantes dão ao problema ou questão, e não ao significado que os pesquisadores trazem para a pesquisa ou que os autores expressam na literatura (Creswel, 2010, p. 209)

As perguntas e respostas produzidas oralmente foram gravadas utilizando-se o recurso da videografia. O pesquisador também procedeu o registro gráfico, fazendo anotações das justificativas produzidas pelos alunos como forma de garantir a amplitude e a fidedignidade dos dados.

O único modo de reproduzir com precisão as respostas é registrá-las durante a entrevista, mediante anotações ou com o uso de gravador. A anotação posterior à entrevista apresenta dois inconvenientes: os limites da memória humana que não possibilitam a retenção da totalidade da informação e a distorção decorrente dos elementos subjetivos que se projetam na reprodução da entrevista (Gil, 1999, p. 120).

Ainda, de acordo com Pinheiro, Kakehashi e Angelo (2005) a evolução dos recursos tecnológicos permitiu o aprimoramento dos processos de observação e o enriquecimento da coleta de dados por meio da videogravação. Segundo as autoras este recurso permite captar sons e imagens que reduzem muitos aspectos que podem interferir na fidedignidade da coleta dos dados observados. Segundo Kenski (2003), a videografia torna possível analisar

todo o material de pesquisa e manter a neutralidade dos dados e permitindo mais na coleta de informações

A realização da entrevista também foi dimensionada com o objetivo de se estabelecer, a posteriori, algumas categorias de respostas, organizadas de acordo com o conteúdo e com o tema; as justificativas e significados produzidos, por sua vez, podem ser relacionados aos procedimentos e estratégias de solução empreendidos pelos sujeitos nas diferentes propostas contidas no material aplicado.

5.5 Procedimentos de Coleta de Dados

O presente estudo foi desenvolvido mediante a dinamização de quatro etapas distintas, realizadas de agosto a novembro de 2012, buscando contemplar os objetivos propostos pela pesquisa. De acordo com a etapa sugerida, os dados foram coletados gradativamente da forma a seguir descrita:

Na primeira etapa do estudo, foi realizado o contato inicial com a escola mediante o qual relatou-se à equipe gestora a intencionalidade da pesquisa. Após, foi dirigida ao gestor da unidade de ensino uma carta de apresentação do pesquisador solicitando a autorização oficial para a aplicação do estudo. Procedida a autorização, o pesquisador realizou uma explanação aos professores e aos estudantes sobre o objetivo central da pesquisa e o delineamento da mesma.

Todos os 107 estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental, então, receberam o documento intitulado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido pelos responsáveis legais. Do total inicial da amostra, 87 sujeitos retornaram com a assinatura do Termo sendo, assim, submetidos às sessões de aplicação dos instrumentos. Foram assegurados pelo pesquisador, tanto a confidencialidade dos participantes, como a não implicação, na avaliação escolar, dos resultados obtidos nos testes realizados por esta investigação. Assim, nesta primeira etapa foram aplicados o Questionário Informativo e a Escala de Atitudes. O período planejado e executado para a aplicação foi de aproximadamente um mês.

Na etapa seguinte, desenvolveu-se a aplicação do PCLPA, teste de compreensão de leitura, elaborado por Brito (2011) nas suas duas versões: a primeira com caracteres numéricos expressos em algarismos (nesta versão, foi solicitado aos estudantes que completassem um formulário expressando a opinião sobre cada questão do teste, categorizando-a em fácil, média dificuldade ou difícil, justificando a resposta assinalada), e a segunda com a escrita das quantidades numéricas por extenso. O intervalo de aplicação

entre uma e outra prova foi de aproximadamente duas semanas. O teste teve pontuação máxima possível de 20 pontos, sendo atribuído o valor de 1,0 (um) ponto para cada uma das questões.

A terceira etapa envolveu a aplicação do instrumento similar à Prova Brasil, também em duas versões: um teste com questões de múltipla escolha, envolvendo 14 questões fechadas, nas quais, além de assinalar a opção de resposta, o aluno deveria explicitar “como pensou” para solucionar cada questão, expressando, assim, a estratégia de pensamento adotada na busca de solução; um teste com questões 14 abertas ou dissertativas, o qual envolveu a mesma categoria de problemas do teste de múltipla escolha. No teste da Prova Brasil de múltipla escolha, acrescentou-se o item “como pensei” para obtenção de protocolos sobre estratégias de pensamento, adotadas pelos sujeitos da pesquisa neste tipo de prova. O pesquisador explicou aos participantes sobre as notações a serem elaboradas, respondendo às dúvidas apresentadas. A aplicação dos testes foi realizada em aproximadamente um mês. O teste foi corrigido atribuindo-se a cada questão o valor de 1,0 (um) ponto.

Após a aplicação do teste simulado da Prova Brasil de Matemática e mediante a correção do mesmo, 20 alunos do quinto ano do Ensino Fundamental da unidade escolar estabelecida, foram submetidos a uma entrevista semiestruturada objetivando a elaboração de protocolos sobre estratégias de pensamento e procedimentos adotadas na tarefa. A escolha dos alunos para a entrevista semiestruturada foi aleatória e realizada após a categorização dos 87 participantes em quatro critérios de desempenho: excelente, bom, satisfatório e insatisfatório. Escolhidos 5 sujeitos, de cada uma das categorias de desempenho evidenciadas pelo teste, foi dinamizada a entrevista, a qual visou à coleta qualitativa dos dados. Nesta etapa, os protocolos obtidos foram videografados e, posteriormente, transcritos. Para que se estabelecesse a interação entre pesquisador e participantes foram propostas duas reuniões informais com os sujeitos da entrevista, a fim de que os mesmos compreendessem e se familiarizem com a tarefa.

Vale destacar que o Questionário Informativo, a Escala de Atitudes, o Teste PCLPA e a Prova Brasil foram aplicados individualmente, sendo realizados em uma classe de cada vez, com a presença do pesquisador. A aplicação dos instrumentos, nas classes, também deu-se com alternância de dias, respeitando-se o calendário das atividades escolares de cada uma das salas de aula. A entrevista foi realizada individualmente, com sessões de aproximadamente 50 minutos para cada uma, sendo entrevistados dois a três sujeitos por período.

CAPÍTULO VI

ANÁLISE DE RESULTADOS E DISCUSSÃO

O objetivo principal deste estudo refere-se à investigação da existência de relações entre as estratégias de pensamento, atitudes e desempenho na Prova Brasil de Matemática que junto aos demais objetivos delineados norteiam a análise de resultados.

Participaram deste estudo 87 estudantes, regularmente matriculados no 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Campinas, sendo que estes alunos tinham de 9 a 12 anos de idade (Tabela 6), sendo a média de 9,34 anos ($DP = 0,626$). Quanto ao gênero, 59,8% deles eram meninos e 40,2% eram meninas, sendo que 51,7% estudavam no período da manhã e 48,3% no período da tarde. Após a participação de todos esses estudantes nas três primeiras etapas, a quarta parte da pesquisa foi realizada com 20 estudantes selecionados, aleatoriamente, conforme o desempenho na Prova Brasil de Matemática.

A apresentação dos resultados foi dimensionada em duas etapas, a partir dos objetivos estabelecidos para o estudo. Na primeira etapa, encontram-se descritos os resultados das análises estatísticas dos dados, referentes às três primeiras etapas do estudo. Para efetuar as análises foi utilizado o pacote estatístico SPSS (*Statistical Package for Social Science*). Os resultados foram considerados significativos quando $p \leq 0,050$. Nesta primeira etapa os dados foram analisados de forma objetiva visando delinear as principais discussões dos resultados, retomadas e aprofundadas na análise qualitativa. Em seguida, na segunda etapa, a análise qualitativa busca aprofundar as discussões acerca dos dados obtidos no questionário informativo, na aplicação da Escala de Atitudes, no Teste PCLPA, bem como nos protocolos realizados pelos alunos nas questões da Prova Brasil por meio da linguagem verbal do “como pensei”. Após, foram analisados os conteúdos dos protocolos produzidos na entrevista semiestruturada (Bardin, 1977). Destaca-se que nessas etapas serão aprofundadas as discussões de estudo, articulando-se a análise e interpretação dos dados, as questões norteadoras da pesquisa e as teorias e estudos evidenciados pela presente investigação.

6.1 Análise dos dados do questionário informativo e comparação com o desempenho na Prova Brasil de múltipla escolha.

Vale enunciar, antes das análises que serão empreendidas, o resultado verificado na distribuição dos grupos em níveis de desempenho, mediante a correção da Prova Brasil objetiva, uma vez que, estes dados serão comparados e relacionados às diferentes análises empreendidas. Seguindo-se o critério preestabelecido, pontuação/nível de desempenho, a quantidade numérica dos grupos verificada foi a seguinte: Excelente- 13 a 14 pontos (N= 12); Bom- 10 a 12 pontos (N= 24); Satisfatório- 7 a 9 pontos (N=22); Insatisfatório- 0 a 6 pontos N= 29).

A seguir são apresentados os dados resultantes da análise do questionário informativo, de modo a caracterizar a amostra mediante as questões pertinentes ao instrumento, a partir de escolha de respostas e auto relato.

6.1.1 Itens 2 e 8 do questionário informativo- idade dos sujeitos e percentual de repetência.

Na Tabela 2 são descritos os dados relativos à idade dos sujeitos da pesquisa e o percentual de cada faixa etária.

Tabela 2
Distribuição dos participantes em relação à idade.

Idade (em anos)	N	%
9	62	71,3
10	22	25,3
11	1	1,1
12	2	2,3
Total	87	100,0

Como pode ser observado, a maioria dos participantes da pesquisa situa-se na faixa etária que corresponde a nove anos de idade, seguida pelo percentual de estudantes com idade de dez anos. Dentre todos os alunos participantes, somente 3 (3,4%) relataram ter repetido alguma série escolar, sendo que todos os repetentes eram meninos.

6.1.2 Itens 9 e 10 do questionário informativo- recebimento de ajuda nas tarefas de casa, fonte de ajuda e intensidade de estudo

Quando a questão do questionário informativo (9) que se refere à ajuda para estudar Matemática em casa, a maior parte dos estudantes indicou receber ajuda (67,8%). O percentual dos alunos que não recebem ajuda corresponde a 26,4%; do total de sujeitos da pesquisa 5 alunos não responderam à questão, perfazendo o percentual de 5,7%. Quanto à frequência de estudo a maioria dos sujeitos indicou estudar sempre (65,5%). O percentual de estudo na véspera de prova foi de 25,3%. Do número total de participantes apenas 3 sujeitos afirmaram estudar somente no final do ano (3,4%). O percentual de alunos que revelaram nunca estudar foi de 5,7%.

Além de indicarem se recebiam ajuda nas tarefas escolares de Matemática, foi solicitado aos estudantes que, em caso afirmativo, dissessem de quem recebiam ajuda. Foi verificada maior frequência de recebimento de ajuda da mãe, seguido pela ajuda dos pais e, a seguir, é frequente a ajuda de outros familiares, como irmãos, avós etc. (Tabela 3).

Tabela 3

Fonte de ajuda nos estudos e tarefas de Matemática realizados em casa

Fonte de ajuda	N	%
Não recebem ajuda	23	26,4
Mãe	21	24,1
Pais (mãe e pai)	18	20,7
Irmão, avós e demais familiares	11	12,6
Não especificado	5	5,7
Pai	3	3,4
Mãe/Tio	2	2,3
Mãe/amiga	1	1,2
Outros	1	1,2
Pai/Avô	1	1,2
Pais/Irmão	1	1,2

A Tabela 4 descreve a intensidade com que se realiza o estudo em Matemática relacionando-a com os diferentes níveis de desempenho nos quais os sujeitos da pesquisa encontram-se inseridos.

Tabela 4
Relação da intensidade de estudo com o desempenho

Prova Brasil Objetiva – Desempenho	Momento em que estuda Matemática	N	%
Insatisfatório	Sempre	18	62,1
	Na véspera da prova	8	27,6
	Somente no final do ano	2	6,9
	Nunca	1	3,4
	Total	29	100,0
Satisfatório	Sempre	17	77,3
	Na véspera da prova	5	22,7
	Total	22	100,0
Bom	Sempre	16	66,7
	Na véspera da prova	5	20,8
	Somente no final do ano	1	4,2
	Nunca	2	8,3
	Total	24	100,0
Excelente	Sempre	6	50,0
	Na véspera da prova	4	33,3
	Nunca	2	16,7
	Total	12	100,0

Como pode ser verificado, a maioria dos estudantes relata ter “bons hábitos de estudo”. No entanto, em referência aos alunos com desempenho insatisfatório na Prova Brasil, é possível questionar, apesar da intensidade do estudo, a *qualidade* que se estabelece ao se tentar realizar tarefas ou estudar conceitos que, pelos resultados apresentados, podem ainda não ter sido construídos significativamente.

6.1.3 Questões 11 e 12 do questionário informativo- autopercepção do entendimento dos problemas de Matemática e da explicação do professor.

Na análise geral do grupo, em relação à autopercepção do aluno, de desempenho em Matemática, verificou-se maior frequência de alunos que classificaram seu desempenho como bom (42,5%) e ótimo (32,2%). Quando a questão envolvia o aprendizado da Matemática, a maioria dos alunos indicou aprender de maneira fácil (com ou sem esforço, 91,9%; (Tabela 5).

Tabela 5
Distribuição dos participantes em relação à autopercepção do desempenho e da aprendizagem da Matemática.

Variável		N	%
Meu desempenho em Matemática é:	Ótimo	28	32,2
	Bom	37	42,5
	Regular	19	21,8
	Fraco	2	2,3
	Péssimo	1	1,1
Eu aprendo matemática:	Fácil e rapidamente, sem nenhum esforço	41	47,1
	Facilmente, gastando um pouco de tempo e de esforço	39	44,8
	Difícilmente, gastando tempo e esforço	7	8,0

Como observado, estes dados gerais são decompostos sequencialmente em análise mais específica com o objetivo de “qualificar” os dados gradativamente. Assim, parte-se da análise geral para a análise mais aprimorada dos dados obtidos, articulando-se a auto percepção com o desempenho demonstrado na Prova Brasil. Como pode ser verificado as tabelas 6, 7, 8, 9, 10 e 11 são expostas seguindo-se este mesmo critério.

O desempenho e o modo como aprendem matemática, autopercebidos pelos estudantes nas questões 11 e 12 do questionário informativo, revelaram que mesmo alunos com desempenho insatisfatório, em sua maioria, relataram ter bom desempenho e que aprendem matemática de maneira fácil e rápida, ou sem esforço, ou empreendendo um pouco de tempo esforço. Estes dados são descritos na Tabela 6, onde as respostas dadas às questões encontram-se relacionadas ao desempenho obtido na Prova Brasil.

Tabela 6
Distribuição dos participantes em relação à aprendizagem da Matemática e o desempenho na Prova Brasil.

Prova Brasil Objetiva - Desempenho	Aprendizagem da Matemática	N	%
Insatisfatório	Fácil e rapidamente, sem nenhum esforço	12	41,4
	Facilmente, gastando um pouco de tempo e de esforço	10	34,5
	Difícilmente, gastando tempo e esforço	7	24,1
	Total	29	100,0
Satisfatório	Fácil e rapidamente, sem nenhum esforço	12	54,5
	Facilmente, gastando um pouco de tempo e de esforço	10	45,5
	Total	22	100,0
Bom	Fácil e rapidamente, sem nenhum esforço	10	41,7
	Facilmente, gastando um pouco de tempo e de esforço	14	58,3
	Total	24	100,0
Excelente	Fácil e rapidamente, sem nenhum esforço	7	58,3
	Facilmente, gastando um pouco de tempo e de esforço	5	41,7
	Total	12	100,0

Como pode ser verificado, é possível perceber a dissonância entre o desempenho efetivo e o relato dos estudantes com desempenho insatisfatório e satisfatório, acerca do modo como aprendem Matemática. Uma das hipóteses levantadas por este estudo diz respeito à questão social de como ser percebido pelo outro; ou seja, as respostas atribuídas às perguntas do questionário informativo, elaboradas pelos sujeitos destes grupos, podem estar atreladas à necessidade de demonstrar uma performance que, embora não corresponda à realidade, pode ser interpretada como a forma mais adequada de se posicionar socialmente.

6.1.4 Questões 13 e 14 do questionário informativo- entendimento dos problemas e da explicação do professor

Quando se considera a frequência do entendimento dos problemas de Matemática em sala de aula, 70,1% dos alunos relataram que conseguem entender “quase sempre”, seguidos por 25,3% da amostra que relatou entender “sempre”. Quanto à explicação do professor, 51,7% entendem “na maioria das vezes”, seguido por 37,9% dos alunos que entendem “sempre” (Tabelas 7, 8 e 9).

Tabela 7

Distribuição dos participantes em relação à autopercepção do entendimento dos problemas de Matemática e da explicação do professor.

Variável	N	%
Sempre entendo os problemas dados em aula	22	25,3
Com relação aos problemas de matemática dados em sala de aula:		
Quase sempre entendo os problemas dados em aula	61	70,1
Quase nunca entendo os problemas dados em aula	2	2,3
Nunca entendo os problemas dados em aula	2	2,3
Eu sempre entendo as explicações do professor	33	37,9
Quando o professor dá uma explicação de matemática:		
Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor	45	51,7
Poucas vezes eu entendo as explicações do professor	6	6,9
Eu nunca entendo as explicações do professor	3	3,4

A fim de descrever de modo mais completo os dados obtidos envolvendo entendimento dos problemas e explicação do professor, relacionados aos níveis de desempenho apresentados na Prova Brasil Objetiva. Nas Tabelas 8 e 9, como já evidenciado, estes dados encontram-se melhor explicitados.

Tabela 8
Distribuição dos participantes em relação à autopercepção do entendimento dos problemas.

Prova Brasil Objetiva – Desempenho	Entendimento dos problemas dados em sala de aula	N	%
Insatisfatório	Sempre entendo os problemas dados em aula	8	27,6
	Quase sempre entendo os problemas dados em aula	17	58,6
	Quase nunca entendo os problemas dados em aula	2	6,9
	Nunca entendo os problemas dados em aula	2	6,9
Total		29	100,0
Satisfatório	Sempre entendo os problemas dados em aula	7	31,8
	Quase sempre entendo os problemas dados em aula	15	68,2
	Total		22
Bom	Sempre entendo os problemas dados em aula	4	16,7
	Quase sempre entendo os problemas dados em aula	20	83,3
	Total		24
Excelente	Sempre entendo os problemas dados em aula	3	25,0
	Quase sempre entendo os problemas dados em aula	9	75,0
	Total		12

Tabela 9

Relação entre as respostas efetuadas pelos alunos quanto às explicações do professor e o desempenho na Prova Brasil.

Prova Brasil Objetiva – Desempenho	Entendimento da explicação do professor	N	%
Insatisfatório	Eu sempre entendo as explicações do professor	8	27,6
	Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor	13	44,8
	Poucas vezes eu entendo as explicações do professor	5	17,2
	Eu nunca entendo as explicações do professor	3	10,3
Total		29	100,0
Satisfatório	Eu sempre entendo as explicações do professor	8	36,4
	Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor	14	63,6
	Total		22
Bom	Eu sempre entendo as explicações do professor	12	50,0
	Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor	11	45,8
	Poucas vezes eu entendo as explicações do professor	1	4,2
	Total		24
Excelente	Eu sempre entendo as explicações do professor	5	41,7
	Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor	7	58,3
	Total		12

Vale destacar que, ao contrário do que se verificou nos dois itens anteriores, é possível delinear, nas questões envolvendo entendimento dos problemas e da explicação do professor, certo retrocesso dos posicionamentos mais incisivamente favoráveis por parte dos alunos com desempenho insatisfatório. Uma vez que a maioria das respostas situa-se nas alternativas que não envolvem a facilidade” relatada nas respostas dos itens 11 e 12, algumas dificuldades começam a ser melhor delineadas.

Ainda, o fato de as respostas dos alunos de desempenho insatisfatório se distribuírem em maior percentual de entendimento das explicações do professor entre “na maioria das vezes” (44,8%), “poucas vezes” (17,2%) e “nunca” (10,3%) parece indicar que o entendimento das explicações nem sempre tem algo a ver com a construção significativa dos conceitos matemáticos.

Também, é possível que estes alunos entendam uma determinada abordagem de conteúdos mais simples, no entanto, apresentem dificuldade nos mais complexos, como por exemplo aqueles que envolvem a solução de problemas. Variando a abordagem, pode variar o *estado de prontidão* para realizar com sucesso a tarefa proposta.

Por outro lado, como pode ser observado, nas Tabelas 8 e 9, à medida que aumenta o desempenho, os relatos de entendimento nos níveis satisfatório, bom e excelente demonstram que este entendimento pode ser considerado como quase absoluto.

6.1.5 Questões 15 do questionário informativo- distração e/ou atenção empreendidas nas aulas de Matemática.

Quanto à prestar atenção às aulas de Matemática, somam 29,8% os alunos que se disseram distraídos nas aulas de matemática, considerando-se os que não conseguem prestar atenção e os que se distraem na maioria das vezes durante a aula (Tabela 10).

Tabela 10
Distribuição dos participantes em relação à atenção que relatam ter durante as aulas de Matemática

Você se distrai facilmente nas aulas de Matemática?	N	%
Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática	44	50,6
Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de Matemática	5	5,7
Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática	21	24,1
Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de Matemática	17	19,5
Total	87	100,0

A Tabela 11 apresenta a distribuição dos estudantes em níveis de desempenho, ao mesmo tempo que os relaciona à atenção/ distração nas aulas de Matemática.

Tabela 11
Distribuição dos participantes em relação à atenção que relatam ter durante as aulas de Matemática e o desempenho na Prova Brasil.

Prova Brasil Objetiva – Desempenho	Distração nas aulas de Matemática	N	%
Insatisfatório	Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática	9	31,0
	Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de Matemática	2	6,9
	Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática	8	27,6
	Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de Matemática	10	34,5
	Total	29	100,0
Satisfatório	Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática	12	54,5
	Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de Matemática	1	4,5
	Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática	7	31,8
	Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de Matemática	2	9,1
	Total	22	100,0
Bom	Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática	15	62,5
	Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de Matemática	2	8,3
	Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática	3	12,5
	Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de Matemática	4	16,7
	Total	24	100,0
Excelente	Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática	8	66,7
	Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática	3	25,0
	Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de Matemática	1	8,3
	Total	12	100,0

É possível perceber que na pergunta do questionário envolvendo a atenção, à medida que aumenta o desempenho, o percentual de atenção manifestada pelos sujeitos tende a ser mais significativo, haja vista os percentuais de 66,7% acrescidos de 8,3% dos alunos com desempenho excelente; de 62,5% acrescidos de 16,7% dos alunos com bom desempenho e 54,5 % somados aos 31,8% alcançados pelos estudantes com desempenho satisfatório. Em contrapartida observa-se os percentuais de 31% e 34,5% dos estudantes com desempenho insatisfatório. Assim, o item atenção, parece converter-se em uma variável significativa envolvendo o desempenho escolar na Matemática.

6.1.6 Questão 16 do questionário informativo- gosto pelas atividades de Matemática

As questões envolvendo o *gosto* pelas atividades de Matemática (as atividades matemáticas que mais gosto e as que e menos gosto) apontaram, pelos dados observados na Tabela 12, que as operações (adição, subtração, divisão e multiplicação) são as atividades mais frequentemente relatadas pelos alunos como as que mais gostam nas aulas de Matemática, seguidas pelos problemas. Isto pode sugerir que as operações destacadas dos problemas, são trabalhadas em sala de aula mais repetidamente, envolvendo apenas o entendimento do algoritmo e não a sua aplicação em situações-problemas.

Tabela 12

Distribuição de frequência dos alunos considerando a atividades que mais gostam, ou que menos gostam na aula de Matemática.

Atividades que mais gosta	Desempenho na Prova Brasil Objetiva								Total	
	Insatisfatório		Satisfatório		Bom		Excelente			
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Operações	16	55,2	16	72,7	13	54,2	7	58,3	52	59,8
Problemas	6	20,7	4	18,2	6	25,0	2	16,7	18	20,8
Não especificado	3	10,3	1	4,5	2	8,3	0	0,0	6	6,9
Problemas e contas	0	0,0	0	0,0	2	8,3	0	0,0	2	2,3
Escrita de numeral	1	3,4	0	0,0	0	0,0	1	8,3	2	2,3
Tabuada	1	3,4	1	4,5	0	0,0	0	0,0	2	2,3
Tudo	0	0,0	0	0,0	1	4,2	1	8,3	2	2,3
Decomposição	1	3,4	0	0,0	0	0,0	0	0,0	1	1,1
Sólidos Geométricos	1	3,4	0	0,0	0	0,0	0	0,0	1	1,1
Geometria	0	0,0	0	0,0	0	0,0	1	8,3	1	1,1
Total									87	100,0

A Tabela 13 mostra que 23% dos sujeitos não especificaram a atividade que menos gostam na aula de Matemática. Além disso, a divisão e os problemas foram mais frequentemente indicados como atividades que os alunos menos gostam nas aulas de Matemática. Interessante notar que os “problemas” aparecem como frequentes tanto nas atividades que os alunos mais gostam como naquelas que eles menos gostam, podendo-se inferir que estas indicações podem estar relacionadas tanto ao tipo de problema como aos procedimentos de solução requeridos em cada situação.

Tabela 13

Distribuição de frequência dos alunos considerando a atividade que indicaram como sendo a que menos gostam na aula de Matemática.

Atividades que menos gosta	Desempenho na Prova Brasil Objetiva								Total	
	Insatisfatório		Satisfatório		Bom		Excelente		N	%
	N	%	N	%	N	%	N	%		
Não especificado	5	17,2	1	4,5	11	45,8	3	25,0	20	23,0
Divisão	6	20,7	6	27,3	4	16,7	3	25,0	19	21,9
Problemas	3	10,3	3	13,6	4	16,7	0	0,0	10	11,5
Multiplicação	1	3,4	4	18,1	1	4,2	1	8,3	7	8,2
Subtração	2	6,9	2	9,1	2	8,3	1	8,3	7	8,2
Contas	6	20,6	0	0,0	0	0,0	0	0,0	6	7,0
Texto	3	10,3	1	4,5	1	4,2	1	8,3	6	7,0
Tabuada	1	3,4	0	0,0	0	0,0	1	8,3	2	2,2
Divisão com três algarismos	0	0,0	0	0,0	0	0,0	1	8,3	1	1,1
Divisão e Problemas	0	0,0	0	0,0	0	0,0	1	8,3	1	1,1
Divisão/ Multiplicação	0	0,0	1	4,5	0	0,0	0	0,0	1	1,1
Divisão e Subtração	0	0,0	1	4,5	0	0,0	0	0,0	1	1,1
Subtração / Multiplicação	1	3,4	0	0,0	0	0,0	0	0,0	1	1,1
Adição	0	0,0	1	4,5	0	0,0	0	0,0	1	1,1
Desafios	0	0,0	1	4,5	0	0,0	0	0,0	1	1,1
Problemas de Divisão	0	0,0	0	0,0	1	4,2	0	0,0	1	1,1
Provas	1	3,4	0	0,0	0	0,0	0	0,0	1	1,1
Fazer números	0	0,0	1	4,5	0	0,0	0	0,0	1	1,1
Total									87	100,0

Como pode ser verificado, a divisão é indicada por alguns alunos, nas quatro categorias de desempenho, e embora as operações sejam apontadas em um percentual de 59,8 % como a atividade que os sujeitos desta pesquisa mais gostam, é destacada do

conjunto das operações (21,9%) como sendo aquela que menos gostam, possivelmente por representar um grau maior de dificuldade para os alunos.

As operações de multiplicação e subtração também parecem revelar certa dificuldade para alguns sujeitos do grupo. Também o percentual de 23%, que refere-se às atividades de que os alunos menos gostam e que não foram especificadas, torna-se significativo ao se pensar em elementos que encorpariam a análise.

6.2. Análise da questão 21 da Escala de Atitudes e comparação com os dados da questão 11 do questionário informativo e com o desempenho na Prova Brasil de múltipla escolha

As análises das variáveis do questionário informativo, considerando-se a resposta dada à questão 21 da Escala de Atitudes, serão descritas a seguir. Importa mencionar que o aluno que indica concordar ou concordar totalmente está indicando que seu desempenho não é bom em Matemática. Sendo assim, verificou-se que, na amostra em geral, há maior frequência da resposta “discordo” e “discordo totalmente”, o que indica predominância de uma avaliação (autopercepção) positiva do desempenho em Matemática por esses alunos (Figura 29).

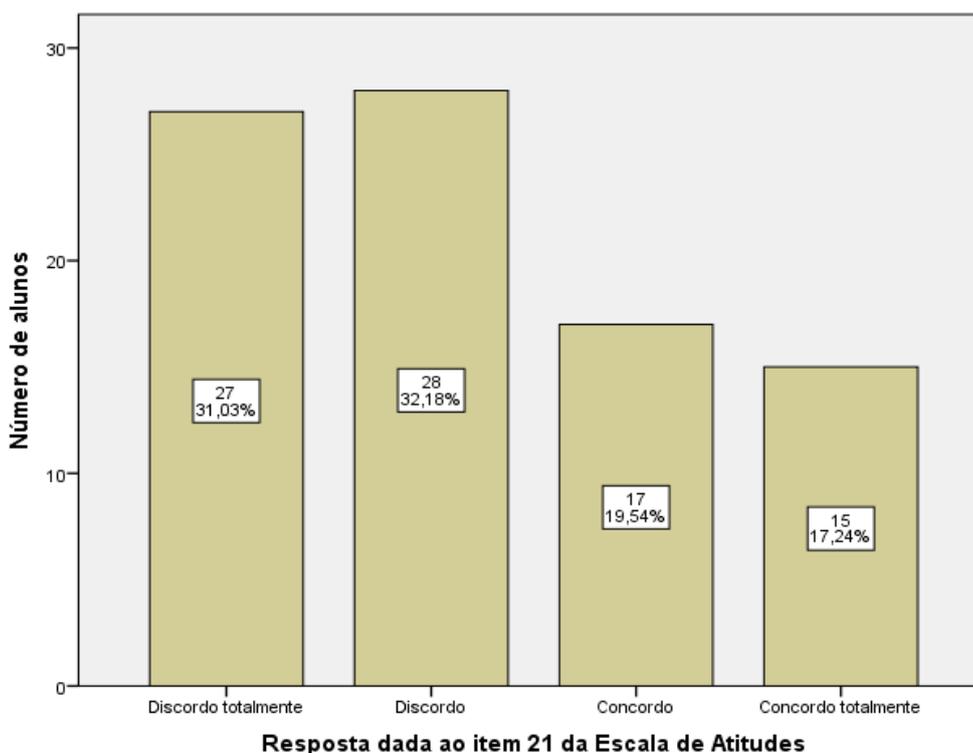


Figura 29. Distribuição dos participantes quanto à resposta dada ao item 21 da Escala de Atitudes.

Observando-se os dados da figura, verifica-se que as opções mais frequentes são “discordo”, seguida de “ discordo totalmente “ para a pergunta 21 da Escala de Atitudes “ “Não tenho bom desempenho em matemática” . Considerando a idade dos alunos, a maior frequência de resposta também se deu para as opções “discordo” e “discordo totalmente”. Observa-se que a maior parte dos alunos mais velhos (10 anos ou mais) discorda, ou seja, indica que auto avalia seu desempenho como bom (Tabela 14).

Tabela 14

Distribuição dos participantes em relação ao item 21 da Escala de Atitudes, considerando-se o gênero do aluno e o total da amostra.

Escala de Atitudes - item 21		Variável	N	%
Concordo totalmente	Gênero	Masculino	9	60,0
		Feminino	6	40,0
	Idade	9 anos	11	73,3
		10 anos	4	26,7
	Total		15	17,2
Concordo	Gênero	Masculino	9	52,9
		Feminino	8	47,1
	Idade	9 anos	13	76,5
		10 anos	3	17,6
		12 anos	1	5,9
Total		17	19,6	
Discordo	Gênero	Masculino	20	71,4
		Feminino	8	28,6
	Idade	9 anos	23	82,1
		10 anos	4	14,3
		11 anos	1	3,6
Total		28	32,2	
Discordo totalmente	Gênero	Masculino	14	51,9
		Feminino	13	48,1
	Idade	9 anos	15	55,6
		10 anos	11	40,7
		12 anos	1	3,7
Total		27	31,0	

A tabela 15 demonstra a comparação dos dados da questão 11 do questionário informativo com o desempenho na Prova Brasil de múltipla escolha. As dissonâncias observadas dizem respeito aos grupos com nível de desempenho (I) insatisfatório e (S) satisfatório, pois o desempenho autopercebido é significativamente melhor ao demonstrado na Prova Brasil de múltipla escolha.

Tabela 15

Comparação dos dados da questão 11 do questionário informativo com o desempenho na Prova Brasil pelos grupos.

Prova Brasil	Questionário Informativo	
Níveis de Desempenho	Autopercepção do Desempenho	
	Ótimo	Bom
I (29)	10	5 (N=15) (51,72%)
S (22)	6	13 (N=19) (86,36%)
B (24)	7	13 (N=20) (83,33%)
E (12)	5	6 (N=11) (91,66%)
N= 87	N= 28	N= 37

A partir da análise dos dados apresentados na Tabela 16, verifica-se que há congruência entre o desempenho dos alunos de nível excelente e bom na Prova Brasil e a autopercepção relatada por eles na questão 11 do questionário informativo sobre seu desempenho em Matemática, pois a maior parte daqueles que indicaram discordar/discordar totalmente do item 21 também indicaram seu desempenho em Matemática como sendo “bom” ou “ótimo”.

Por outro lado, algumas dissonâncias tornam-se perceptíveis no grupo que apresentou desempenho satisfatório na Prova Brasil, uma vez que os sujeitos desses grupos, em igual proporcionalidade, se subdividem e apresentam discordância e concordância com o enunciado da questão 21. Ainda, é possível verificar que os alunos desse grupo se distribuem com certa frequência entre as categorias de desempenho “ótimo” e “bom”.

Alguns sujeitos pertencentes ao grupo de desempenho insatisfatório também manifestam incongruências na relação do desempenho autopercebido na questão 11 do questionário, o desempenho real obtido na Prova Brasil e as opções de resposta expressas na questão 21 da escala de atitudes.

Tabela 16

Distribuição dos participantes em relação ao item 21 da Escala de Atitudes, considerando-se o desempenho na Prova Brasil Objetiva e a auto avaliação do desempenho em Matemática.

Escala de Atitudes - item 21	Desempenho Prova Objetiva	Auto avaliação do desempenho em Matemática									
		Ótimo		Bom		Regular		Fraco		Péssimo	
		N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Concordo totalmente	Insatisfatório	5	71,4	0	0,0	2	50,0	1	100,0	0	0,0
	Satisfatório	1	14,3	3	100,0	2	50,0	0	0,0	0	0,0
	Bom	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	Excelente	1	14,3	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	Total 15	7	100,0	3	100,0	4	100,0	1	100,0	0	0,0
Concordo	Insatisfatório	2	66,7	3	33,3	2	50,0	0	0,0	1	100,0
	Satisfatório	0	0,0	4	44,5	1	25,0	0	0,0	0	0,0
	Bom	1	33,3	1	11,1	1	25,0	0	0,0	0	0,0
	Excelente	0	0,0	1	11,1	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	Total 17	3	100,0	9	100,0	4	100,0	0	0,0	1	100,0
Discordo	Insatisfatório	3	50,0	2	14,25	3	42,9	1	100,0	0	0,0
	Satisfatório	2	33,3	4	28,6	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	Bom	1	16,7	6	42,9	3	42,9	0	0,0	0	0,0
	Excelente	0	0,0	2	14,25	1	14,2	0	0,0	0	0,0
	Total 28	6	100,0	14	100,0	7	100,0	1	100,0	0	0,0
Discordo totalmente	Insatisfatório	0	0,0	0	0,0	4	100,0	0	0,0	0	0,0
	Satisfatório	3	25,0	2	18,2	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	Bom	5	41,7	6	54,5	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	Excelente	4	33,3	3	27,3	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	Total 27	12	100,0	11	100,0	4	100,0	0	0,0	0	0,0

A tabela 17, apresentada a seguir, demonstra as opções de resposta pelos sujeitos dos diferentes níveis de desempenho em relação a questão 21 da escala de atitudes, relacionadas com a autopercepção dos grupos verificada na questão 11 do questionário informativo.

Tabela 17

Descrição dos percentuais obtidos pelos grupos de desempenho em relação à amostra total das opções de resposta da questão 21 da Escala de Atitudes e da questão 11 do questionário informativo.

Desempenho na Prova Brasil Objetiva	Questão 21			
	Concordo totalmente (N=15)	Concordo (N=17)	Discordo totalmente (N=27)	Discordo (N=28)
	(1; 6,6%)	(1; 5,9%)	(7; 25,9%)	(3; 10,7%)
Excelente (N=12)	Ótimo (1; 6,6%)	Bom (1; 5,9%)	Ótimo (4; 14,8%) Bom (3; 11,1%)	Bom (3; 10,7%)
Bom (N=24)	-	(3; 17,6%) Ótimo (1; 5,9%) Bom (1; 5,9%) Regular (1; 5,9%)	(11; 40,7%) Ótimo (5; 18,5%) Bom (6; 22,2%)	(10; 35,7%) Ótimo (1; 3,6%) Bom (6; 21,4%) Regular (3; 10,7%)
	(6; 40%)	(5; 29,4%)	(5; 18,5%)	(6; 21,4%)
Satisfatório (N=22) (25,3%)	Ótimo (1; 6,6%) Bom (3; 20%) Regular (2; 13,4%)	Ótimo (4; 23,5%) Bom (1; 5,9%)	Ótimo (3; 11,1%) Bom (2; 7,4%)	Ótimo (2; 7,2%) Bom (4; 14,4%)
	(8; 53,44%)	(8; 47%)	(4; 14,8%)	(9; 32,1%)
Insatisfatório (N=29)	Ótimo (5; 33,4%) Regular (2; 13,4%) Fraco (1; 6,6%)	Ótimo (2; 11,7%) Bom (3; 17,6%) Regular (2; 11,8%) Fraco (1; 5,9%)	Regular (4; 14,8%)	Ótimo (3; 10,7%) Bom (2; 7,2%) Regular (3; 10,7%) Fraco (1; 3,6%)

Como observado na Tabela 17, é possível identificar, por meio dos percentuais apresentados, as congruências e dissonâncias relatadas anteriormente. Destaca-se, porém, que o grupo de desempenho insatisfatório parece revelar um certo aprimoramento na auto percepção do desempenho quando a mesma refere-se à questão 21 da Escala de Atitudes. Uma das hipóteses é de que o desempenho para estes alunos pode estar relacionado, como citado anteriormente, ao esforço e tempo empreendido nas tarefas; ainda, é possível que fatores afetivos conduzam estes alunos a realizar um auto relato que é socialmente aceito e não é fiel à realidade. Também, as atitudes positivas de alguns sujeitos do grupo, e como verificado a seguir, podem ser propulsoras de uma disposição pessoal dirigida ao objeto Matemática, neste caso, variando de intensidade de acordo com as experiências pessoais destes estudantes (Brito, 1996).

Os resultados obtidos nessa primeira parte da análise dos dados dão indícios de que as respostas ao questionário informativo para as questões sobre intensidade de estudo, autopercepção de desempenho e aprendizagem matemática, entendimento da explicação do professor e dos problemas foram elaboradas pelos sujeitos desta pesquisa, especialmente

os dos grupos de desempenho insatisfatório e satisfatório de modo bastante dissonante ao desempenho apresentado. Uma hipótese que precisaria ser melhor investigada é a possibilidade de aproximação entre o posicionamento e a idade dos sujeitos da pesquisa, em sua maioria, com 9 anos. Por outro lado, o significado atribuído à resposta é indicativo, talvez, de que assumindo-se a dificuldade, a capacidade é diminuída na esfera social. Haveria necessidade de se aprofundar a investigação neste sentido, tanto mais, que nas entrevistas realizadas, os relatos expressam as reais dificuldades.

De outra forma, as questões direcionadas objetivamente para os conteúdos escolares, onde o “gosto” pode ser manifestado, aparecem claramente as atividades que se constituem em real desafio para as diferentes categorias de desenho do grupo, corroborando com as narrativas da entrevista semiestruturada (conforme poderá ser verificado mais adiante) e com os protocolos realizados na Prova Brasil de múltipla escolha. Isto posto, significa dizer que diferentes questões, modalidades de perguntas, consistência e diversidade dos instrumentos da pesquisa, contribuem para dados e inferências significativos.

Assim, dois pontos são aqui ressaltados: 1) a divisão e os problemas como atividade de que menos gostam (ou têm mais dificuldade?) envolvendo, de um lado, a influência da posição da incógnita (Lautert e Spinillo, 2000; Brito, 2000; Nunes e Bryant, 1997; Vergnaud, 1996; Mello, 2008) e de outro, os obstáculos à resolução de problemas, o conhecimento declarativo e de procedimento (Sternberg, 2000, 2010), a necessidade de conceitos, procedimentos e de representações simbólicas apresentarem estreita conexão (Vergnaud, 1990), o papel relevante do conhecimento prévio (Ausubel et al., 1978); 2) a auto avaliação do desempenho matemático demonstrando-se aprimorada na questão 21 da Escala de Atitudes (Brito, 1996), o que sugere a que a reformulação da pergunta pode ter melhorado a autopercepção. Estas discussões serão aprofundadas nas análises posteriores e articuladas à teoria poderão dar indicativos para a ação do professor em sala de aula.

6.3 Análise dos resultados obtidos na aplicação da Escala de Atitudes em relação à Matemática (Aiken, 1961, 1963, 1970; Aiken & Dreger, 1961), validada por Brito (1998)

A frequência das pontuações totais dos alunos na Escala de Atitudes está apresentada na Figura 30. Pode-se observar que as pontuações variaram de 24 a 80 pontos,

ou seja, a amplitude das pontuações foi grande, já que a pontuação mínima ficou bem próxima ao mínimo possível e a pontuação máxima possível foi atingida.

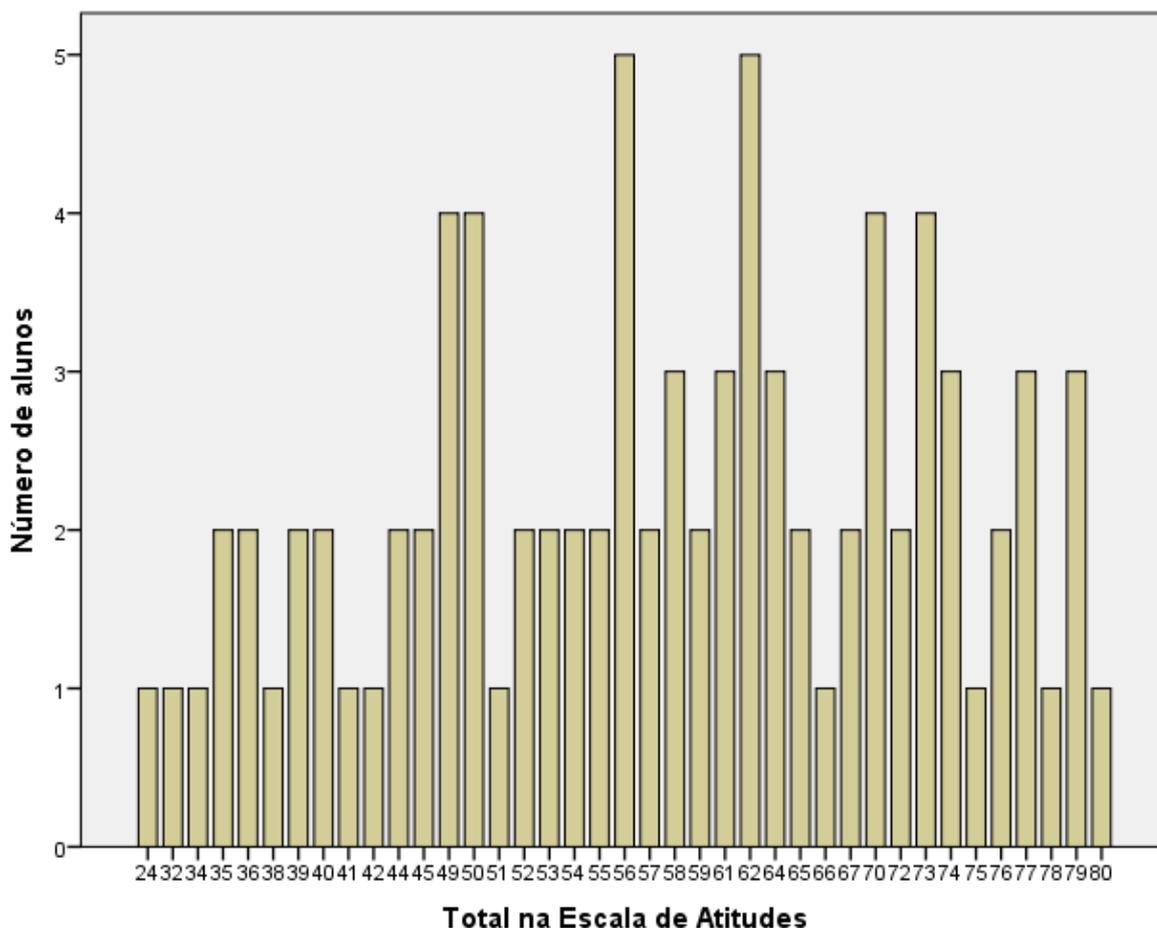


Figura 30. Distribuição de frequência dos alunos em relação à pontuação total obtida na Escala de Atitudes em relação à Matemática.

De modo geral, analisando-se a tabela na perspectiva das proposições positivas e negativas, verifica-se que os participantes deste estudo relataram ter muito mais atitudes positivas em relação à Matemática que negativas. Isso pode ser observado por meio dos dados apresentados na Tabela 18, que indica que as respostas mais frequentes para os itens positivos da escala foram “concordo” e “concordo totalmente”, ao contrário dos itens negativos, para os quais as respostas mais frequentes foram “discordo” e “discordo totalmente”. No entanto, na análise posterior envolvendo a média geral do grupo, outras análises visando à qualificação dos dados serão empreendidas.

Tabela 18

Número de alunos por alternatia de escolha da Escala de Atitudes, separada por questões de conteúdo positivo e negativo.

Tipo de Sentimento	Nº da Questão	Concordo Totalmente		Concordo		Discordo		Discordo Totalmente	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Positivo	3	36	41,4	33	37,9	8	9,2	10	11,5
	4	28	32,2	39	44,8	16	18,4	4	4,6
	5	12	13,8	50	57,5	19	21,8	6	6,9
	9	36	41,4	29	33,3	14	16,1	8	9,2
	11	30	34,5	35	40,2	21	24,1	1	1,1
	14	36	41,4	30	34,5	14	16,1	7	8,0
	15	34	39,1	30	34,5	16	18,4	7	8,0
	18	22	25,3	29	33,3	23	26,5	13	14,9
	19	28	32,2	31	35,6	22	25,3	6	6,9
	20	25	28,7	41	47,1	17	19,5	4	4,6
Negativo	1	18	20,7	22	25,3	24	27,6	23	26,4
	2	6	6,9	15	17,2	32	36,8	34	39,1
	6	19	21,8	18	20,7	27	31,1	23	26,4
	7	12	13,8	21	24,1	28	32,2	26	29,9
	8	14	16,1	17	19,5	20	23,0	36	41,4
	10	15	17,2	12	13,8	29	33,4	31	35,6
	12	11	12,6	11	12,6	28	32,2	37	42,6
	13	8	9,2	25	28,7	32	36,8	22	25,3
	16	18	20,7	21	24,1	28	32,2	20	23,0
	17	13	14,9	5	5,8	35	40,2	34	39,1

Quanto à análise do total dos itens negativos e positivos, a Tabela 19, a seguir, indica a média da pontuação dos alunos em geral e por gênero. Observando-se a média é possível perceber que não há muita diferença entre os gêneros. Cabe lembrar que os itens negativos tiveram suas pontuações invertidas a fim de igualar a direção das atitudes, isto é, os alunos que respondem concordando com as questões que expressam sentimentos positivos devem, por princípio, discordar das afirmações que anunciam sentimentos negativos com relação à Matemática.

Sendo assim, verifica-se que mesmo alguns sujeitos dessa amostra com desempenho satisfatório e insatisfatório, expressam sentimentos positivos em relação à Matemática. Estes resultados poderão ser verificados em suas especificidades mediante o progresso da análise.

Tabela 19

Distribuição dos alunos em relação à média de pontuação para atitudes positivas e atitudes negativas, divididos por gênero e total.

Escala de Atitudes		N	Mín.	Máx.	Média	DP
Positivas	Masculino	52	13	40	29,27	6,985
	Feminino	35	13	40	30,66	7,079
	Total	87	13	40	29,83	7,015
Negativas	Masculino	52	11	40	26,98	7,868
	Feminino	35	16	40	30,23	7,203
	Total	87	11	40	28,29	7,732
Escala total	Masculino	52	24	79	56,25	13,693
	Feminino	35	34	80	60,89	12,941
	Total	87	24	80	58,11	13,513

Quando se analisa as médias de pontuação na Escala de Atitudes em relação à Matemática, considerando-se a classificação do desempenho dos alunos na Prova Brasil objetiva, nota-se que a média aumenta à medida que o desempenho melhora.

Assim, verifica-se que as atitudes desses alunos em relação à Matemática são mais positivas na medida que seu desempenho na prova de matemática com questões objetivas melhora, como pode ser observado a seguir, por meio da Tabela 20.

Tabela 20

Pontuação mínima, máxima, média e desvio-padrão dos participantes considerando a classificação do desempenho na Prova Brasil Objetiva.

Prova Brasil Objetiva - Desempenho		N	Mínimo	Máximo	Média	DP
Insatisfatório	Escala de Atitudes - somatório de questões com conteúdo positivo	29	17	37	28,48	6,34
	Escala de Atitudes - somatório de questões com conteúdo negativo	29	13	40	24,55	6,91
	Total na Escala de Atitudes	29	32	76	53,03	11,28
Satisfatório	Escala de Atitudes - somatório de questões com conteúdo positivo	22	13	40	27,18	8,09
	Escala de Atitudes - somatório de questões com conteúdo negativo	22	11	40	25,18	7,91
	Total na Escala de Atitudes	22	24	80	52,36	14,84
Bom	Escala de Atitudes - somatório questões com conteúdo positivo	24	20	40	32,58	5,66
	Escala de Atitudes - somatório de questões com conteúdo negativo	24	20	40	32,38	5,52
	Total na Escala de Atitudes	24	40	79	64,96	10,80
Excelente	Escala de Atitudes - somatório de questões com conteúdo positivo	12	19	40	32,42	6,92
	Escala de Atitudes - somatório questões com conteúdo negativo	12	25	40	34,83	4,82
	Total na Escala de Atitudes	12	50	78	67,25	10,58

A seguir, como pode ser observado, realizou-se o agrupamento dos alunos que tiveram classificação de desempenho acima da média na Prova Brasil Objetiva (excelente, bom e satisfatório). E as médias obtidas por esse grupo na Escala de Atitudes foram comparadas à do grupo de classificação insatisfatória, como apresentado na Tabela 21. Observa-se, reafirmando-se o resultado da tabela anterior, que os alunos com desempenho acima da média têm atitudes em relação à Matemática mais positivas do que aqueles que

têm desempenho abaixo da média. Isso reitera a ideia da existência de uma relação recíproca entre o desempenho na Prova Brasil objetiva e as atitudes em relação à Matemática.

Tabela 21

Pontuação média, desvio-padrão, mínima e máxima dos participantes na Escala de Atitudes considerando o nível de desempenho na Prova Brasil Objetiva.

Classificação do desempenho – Prova Brasil Objetiva		N	Mínimo	Máximo	Média	DP
Total na Escala de Atitudes	Desempenho abaixo da média	29	32	76	50,07	9,554
	Desempenho acima da média	58	24	80	62,14	13,464

6.4 Análise dos dados referentes à compreensão de leitura nos problemas aritméticos dos testes PCLPA- CN e PCLPA – SN e comparação do desempenho obtido nas duas versões do teste

A Tabela 22, a seguir, apresenta a frequência de acertos e erros na prova de compreensão de leitura em problemas aritméticos na qual os numerais são escritos em algarismos. Observa-se que os itens 11, 12, 15, 16 e 20 foram aqueles que os alunos erraram mais, dentre toda a prova. Sendo assim, esses itens foram os mais difíceis para os alunos dessa amostra. A partir da análise qualitativa dos dados, será feita a discussão mais aprofundada dos resultados, buscando interpretar as possíveis variáveis que interferiram para que estas questões se convertessem naquelas com maior número de erros.

Tabela 22

Número de respostas válidas, total de respostas certas, erradas e seus percentuais por questão do PCLPA-CN.

Nº da questão	N	Certas	%	Erradas	%
1	87	50	57,5	37	42,5
2	86	49	57,0	37	43,0
3	87	53	60,9	34	39,1
4	86	52	60,5	34	39,5
5	87	63	72,4	24	27,6
6	87	62	71,3	25	28,7
7	87	52	59,8	35	40,2
8	86	45	52,3	41	47,7
9	87	61	70,1	26	29,9
10	87	49	56,3	38	43,7
11	87	35	40,2	52	59,8
12	86	9	10,5	77	89,5
13	87	55	63,2	32	36,8
14	87	61	70,9	25	29,1
15	86	31	36,0	55	64,0
16	87	38	43,7	49	56,3
17	86	55	64,0	31	36,0
18	87	65	74,7	22	25,3
19	86	62	72,1	24	27,9
20	85	32	37,6	53	62,4

A Tabela 23, na sequência, apresenta os itens mais difíceis para os alunos da amostra do presente estudo, na prova de compreensão de leitura de problemas aritméticos que foram escritos com os numerais por extenso. Verifica-se que os itens com maior número de erros foram os mesmos da prova PCLPA-CN, com exceção do item 20, que teve frequência de acertos maior que de erros.

Tabela 23

Número de respostas válidas, total de respostas certas, erradas e seus percentuais por questão do PCLPA-SN.

Nº da questão	N	Certas	%	Erradas	%
1	87	55	63,2	32	36,8
2	87	56	64,4	31	35,6
3	86	60	69,8	26	30,2
4	87	53	60,9	34	39,1
5	87	62	71,3	25	28,7
6	86	63	73,3	23	26,7
7	87	56	64,4	31	35,6
8	87	50	57,5	37	42,5
9	86	60	69,8	26	30,2
10	87	51	58,6	36	41,4
11	87	38	43,7	49	56,3
12	87	23	26,4	64	73,6
13	83	52	62,7	31	37,3
14	87	60	69,0	27	31,0
15	87	30	34,5	57	65,5
16	87	42	48,3	45	51,7
17	87	64	73,6	23	26,4
18	87	68	78,2	19	21,8
19	86	61	70,9	25	29,1
20	85	49	57,6	36	42,4

Considerando que a maioria dos itens das duas provas de compreensão de leitura de problemas aritméticos teve frequência de acerto maior do que de erro é possível destacar na análise empreendida que, corroborando com o corpo teórico da presente investigação, a articulação entre a linguagem matemática e a linguagem natural, envolvendo a questão semântica de enunciados e alternativas, parece revelar-se como aporte para as dificuldades inerentes às questões com maior incidência de erros e apontadas como as de maior dificuldade pelos alunos.

Por outro lado, é importante ressaltar que o teste aplicado, além de apresentar média de desempenho satisfatória, pela sua estrutura e construção, também permitiu realizar inferências acerca da leitura e compreensão de enunciados matemáticos sendo que as mesmas serão retomadas na análise qualitativa dos resultados.

Nas tabelas 24 e 25 é apresentado o desempenho dos alunos nas duas versões do teste, categorizados de acordo com a pontuação obtida em níveis excelente, bom, satisfatório e insatisfatório.

Tabela 24
Desempenho dos participantes PCLPA (CN)

Desempenho PCLPA (CN)	N	Mínimo	Máximo	Média	DP
Excelente	1	18	18	18	-
Bom	26	14	17	15,15	1,01
Satisfatório	34	10	13	11,47	1,21
Insatisfatório	26	3	9	6,96	1,80

Tabela 25
Desempenho dos participantes PCLPA (SN)

Desempenho PCLPA (SN)	N	Mínimo	Máximo	Média	DP
Excelente	3	18	18	18	0
Bom	32	14	17	15,25	1,02
Satisfatório	29	10	13	11,93	1,10
Insatisfatório	23	4	9	7,26	1,60

Como pode ser observado, o desempenho no PCLPA (SN) foi superior ao desempenho apresentado no PCLPA(CN), incluindo-se aí a mudança do nível de desempenho de alguns sujeitos. Ressalta-se que o primeiro teste PCLPA (CN) foi o primeiro na ordem de aplicação o que pode permitir inferências significativas a respeito de variáveis interferentes para a melhoria de desempenho verificada no segundo teste PCLPA (SN). Estas inferências encontram-se dinamizadas na análise qualitativa dos dados e articuladas com o aporte teórico deste estudo.

A seguir, a Tabela 26 apresenta as médias de desempenho nas duas provas, no total e por gênero.

Tabela 26

Pontuação mínima, máxima, média e desvio-padrão da PCLPA SN (numerais expressos por extenso) e PCLPA CN com (numerais expressos em algarismos) numeral para o gênero e total da amostra.

Variável	PCLPA-SN				PCLPA-CN				
	Mín.	Máx.	Médi a	DP	Mín.	Máx.	Médi a	DP	
Gênero	Feminino	7	18	12,97	2,781	6	17	12,34	2,980
	Masculino	3	17	11,52	3,908	3	18	10,52	3,567
Total	3	18	12,10	3,554	3	18	11,25	3,445	

Como pode ser verificado, a média dos alunos nas duas provas ficou acima do ponto médio da escala (10). Assim, nota-se que esses alunos tiveram bom desempenho nessas avaliações. Ao verificar o desempenho nessas provas, observa-se também que os alunos participantes do presente estudo tiveram maior média de acertos quando as questões tinham os numerais escritos por extenso ao invés do formato de algarismos. Além disso, observa-se que as meninas tiveram média de acertos maior do que os meninos nas duas provas.

Quanto ao desempenho superior das meninas, que correspondem a 40,2% da amostra, em relação ao desempenho dos meninos, que perfazem 59,8%, ressalta-se que este resultado deve ser visto com certa cautela, pois para uma conclusão mais efetiva a respeito seria necessário grupos similares, no que concerne a número, idade e características consonantes.

O teste não-paramétrico de Wilcoxon para amostras relacionadas foi realizado a fim de verificar se existia diferença significativa entre as médias obtidas no PCLPA-CN e PCLPA-SN. Foi indicada diferença significativa entre as médias ($T = -2,867$; $p < 0,01$), o que indica que os alunos tiveram melhor desempenho na prova em que os numerais foram expressos por extenso.

6.5 Análise do desempenho dos estudantes na Prova Brasil Objetiva e Prova Brasil Dissertativa envolvendo o tema Número e Operações e comparação dos resultados obtidos nas duas versões.

As questões mais difíceis para os alunos participantes foram as de número 1 e 6, seguidas das questões 13 e 14, de acordo com os dados apresentados na Tabela 27 que demonstram a frequência de acertos e erros de cada questão. Verifica-se que os itens dessa

prova apresentaram grau de dificuldade em níveis diferenciados, verificando-se, pelo percentual de acertos três níveis de questões: maior número de acertos, maior número de erros, percentual médio de acertos e erros.

Tabela 27

Número de respostas válidas, total de respostas certas, erradas e seus percentuais por questão da Prova Brasil objetiva.

Nº Questão	N	Certas	%	Erradas	%
1	87	22	25,3	65	74,7
2	86	57	66,3	29	33,7
3	81	55	67,9	26	32,1
4	84	63	75,0	21	25,0
5	84	61	72,6	23	27,4
6	81	29	35,8	52	64,2
7	86	55	64,0	31	36,0
8	81	58	71,6	23	28,4
9	84	74	88,1	10	11,9
10	79	58	73,4	21	26,6
11	77	52	67,5	25	32,5
12	81	49	60,5	32	39,5
13	78	38	48,7	40	51,3
14	79	41	52,9	38	47,1

A Figura 31 indica que a maioria dos alunos tendeu a pontuar mais alto na Prova Brasil Objetiva, visto que na maior parte do grupo número de acertos situa-se entre 7 e 14 pontos. Os resultados das duas versões da Prova Brasil serão retomados na análise qualitativa, mediante inferências apoiadas nas teorias deste estudo, para evidenciar as estratégias de pensamento utilizadas na solução de problemas.

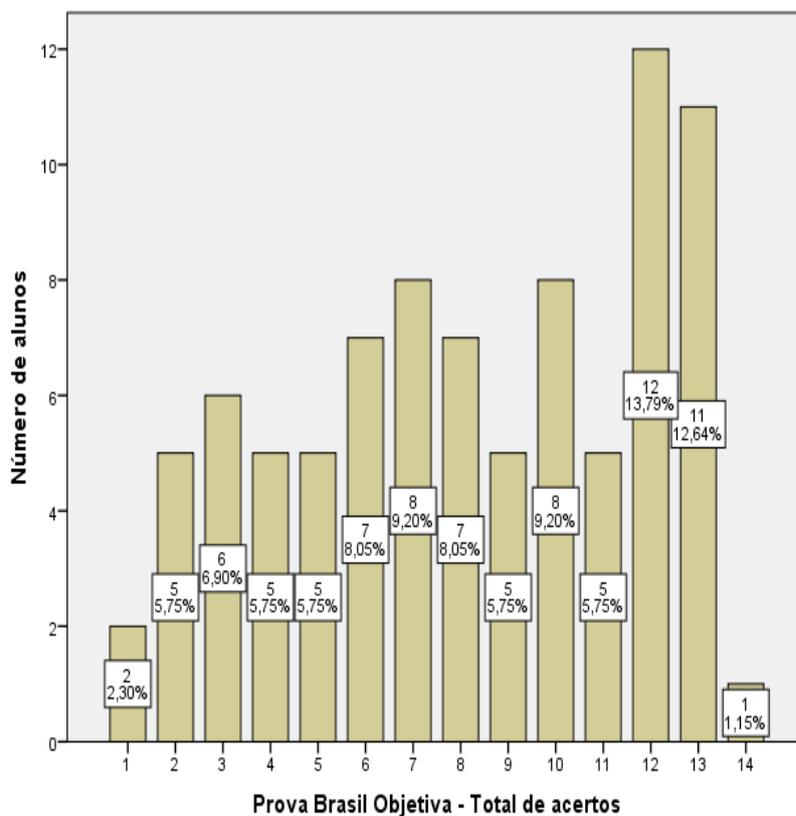


Figura 31. Distribuição dos alunos quanto às pontuações obtidas na Prova Brasil Objetiva.

Quanto à Prova Brasil Dissertativa, verifica-se que os alunos erraram a maior parte dos itens, como mostrado na Tabela 28. Esse resultado indica que o nível de dificuldade da Prova Brasil Dissertativa foi maior que o da Prova Objetiva para esses alunos.

A atenção do professor, voltada para as dificuldades apresentadas pelos alunos, nos diferentes tipos de tarefas propostos pela escola, é importante para que ele possa identificar as variáveis interferentes e estabelecer as intervenções necessárias, destacando-se os recursos comunicativos em sala de aula como meios eficazes de investigação.

Tabela 28

Número de respostas válidas, total de respostas certas, erradas e seus percentuais por questão da prova de matemática dissertativa.

Nº da questão	N	Certas	%	Erradas	%
1	86	8	9,3	78	90,7
2	87	36	41,4	51	58,6
3	87	35	40,2	52	59,8
4	86	59	68,6	27	31,4
5	87	41	47,1	46	52,9
6	87	23	26,4	64	73,6
7	86	44	51,2	42	48,8
8	87	43	49,4	44	50,6
9	87	52	59,8	35	40,2
10	87	31	35,6	56	64,4
11	85	26	30,6	59	69,4
12	86	39	45,3	47	54,7
13	85	36	42,4	49	57,6
14	84	30	35,7	54	64,3

A Figura 32 complementa esses resultados ao mostrar que houve uma frequência grande, quando comparada ao restante da distribuição, de alunos que tiveram pontuações bastante baixas, como 0 e 1 ponto.

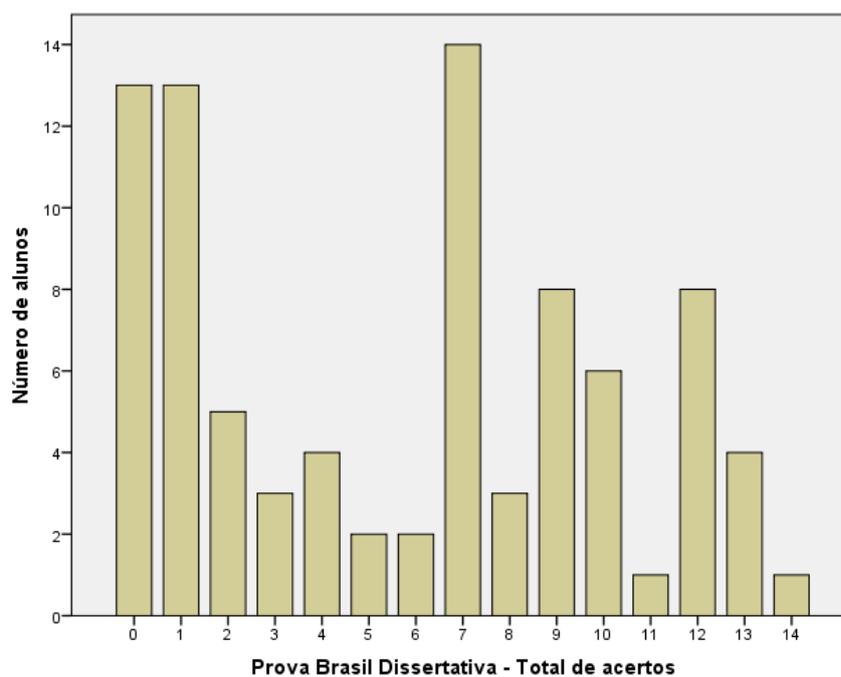


Figura 32- Distribuição de frequência da pontuação dos alunos na Prova Brasil Dissertativa.

Por meio da Tabela 29, apresentada a seguir, é possível verificar que a média da pontuação dos alunos na Prova Brasil objetiva foi maior que na Prova Brasil Dissertativa. Isso porque, ao se somar as categorias de desempenho acima da média (“satisfatório”, “bom” e “excelente”), a proporção de alunos com melhor desempenho (66,7%) é maior do que a daqueles com desempenho insatisfatório (33,3%) na Prova Brasil Objetiva. Na Prova Brasil Dissertativa, essas proporções estão quase equiparadas, já que se tem 51,7% dos alunos com bom desempenho e 48,3% com desempenho insatisfatório.

Tabela 29

Desempenho dos alunos (N=87), por categoria, nas provas de matemática dissertativa e objetiva.

Categoria de desempenho	Pontuação	Prova Brasil dissertativa		Prova Brasil objetiva	
		N	%	N	%
Excelente	13 a 14	5	5,7	12	13,8
Bom	10 a 12	18	20,7	24	27,6
Satisfatório	7 a 9	22	25,3	22	25,3
Insatisfatório	0 a 6	42	48,3	29	33,3

Comparando-se os dados relativos à pontuação nas duas provas, os resultados indicam que na prova de questões abertas, a solução de problemas parecem converter-se em real desafio para a maioria dos sujeitos. Isto posto, pode-se inferir que a modalidade do teste constitui-se em variável interferente no desempenho apresentado pelos estudantes em uma e outra prova.

Vale ressaltar que a estrutura dos enunciados abrangendo descritores, conteúdos, operações e extensões numéricas, na segunda prova, foram construídos em similaridade com a primeira. Algumas vezes, as verbalizações dos sujeitos entrevistados evidenciaram que as alternativas propostas pela prova de múltipla escolha serviam como “facilitadores” da solução, pois mesmo pela tentativa e erro era possível atingir o resultado. Um outro fator é possibilidade de auto-avaliação dos cálculos e procedimentos empregados, por meio da técnica “como pensei” (Brito, 2011) inserida na prova de múltipla escolha.

Os resultados gerais das pontuações obtidas nos instrumentos aplicados no presente estudo são descritos por meio da Tabela 30.

Tabela 30

Pontuações mínima, máxima, média, desvio padrão e mediana obtidos pelos estudantes nas medidas utilizadas.

Testes	Resultados dos Testes						
	N	Mi n	Máx.	Média	Media na	DP	Variância
Prova Brasil objetiva	8	1	14	8,18	8,00	3,63	13,222
	7					6	
Prova Brasil dissertativa	8	0	14	5,78	7,00	4,45	19,801
	7					0	
PCLPA-CN	8	3	18	11,25	11,00	3,44	11,866
	7					5	
PCLPA-SN	8	3	18	12,10	13,00	3,55	12,629
	7					4	
Escala de Atitudes	8	24	80	58,11	58,00	13,5	182,615
	7					13	

Destaca-se que, anteriormente à verificação da existência de relações entre as variáveis propostas, o teste de normalidade da distribuição dos dados foi realizado, visto que as características de assimetria e curtose da distribuição dos dados fazem parte de alguns pressupostos de testes estatísticos paramétricos. Sendo assim, fez-se necessário saber se a distribuição é normal para determinar a análise estatística mais adequada à amostra em estudo. Foi observado que todas as variáveis a serem correlacionadas possuíam um padrão assimétrico, confirmado pelos valores estatisticamente significativos do teste de normalidade Shapiro Wilk ($p < 0,05$, Tabela 31), sendo que os valores de Curtose variaram de -1,347 à -0,610 e os valores de Assimetria variaram de -0,472 à -0,264 para $p < 0,05$. Importa mencionar que no presente trabalho foi adotado nível de significância $p < 0,05$, que é comumente adotado nas pesquisas da área das Ciências Humanas. Isso significa que haveria 5% ou menos de chance de que os resultados encontrados ocorressem ao acaso se o estudo fosse replicado em outra amostra. Sendo assim, é a este valor que os resultados se referem quando forem considerados significativos.

Tabela 31
Teste de normalidade de Shapiro-Wilk para as variáveis investigadas.

Variável	Shapiro-Wilk (<i>gl</i> = 87)	
	Estatística	<i>p</i>
Prova Brasil Dissertativa Total	0,910	0,000
Prova Brasil Objetiva Total	0,940	0,001
Escala de Atitudes Total	0,969	0,035
PLCPA-CN Total	0,970	0,043
PCLPA-SN Total	0,955	0,004

Tendo-se em vista o verificado na Tabela 29, a análise de correlação ρ de Spearman foi empregada para que fosse indicada a relação entre a compreensão de leitura de problemas aritméticos, mensurada pelo PCLPA-CN e PCLPA-SN, as atitudes em relação à Matemática, mensuradas pela Escala de Atitudes em relação à Matemática (Brito, 1996) e o desempenho em questões similares às aplicadas na Prova Brasil, precisamente as que se referem ao tema Números e Operações, mensurado pela Prova de Matemática Dissertativa e Prova de Matemática Objetiva.

Assim, reiterando-se as afirmações anteriores, verificou-se que, a partir dos dados da amostra do presente estudo, apresentados na Tabela 32, houve correlação muito significativa e positiva entre todas as variáveis investigadas. As atitudes em relação à Matemática se associaram positiva e significativamente aos resultados da Prova Brasil, tanto dissertativa quanto objetiva. Considerando que essa associação foi de magnitude moderada (Dancey & Reidy, 2004), como pode ser verificado na Tabela 33, esses dados indicam que quanto mais positivas foram as atitudes em relação à Matemática, maior foi o número de acertos efetuados pelo aluno nas questões similares à Prova Brasil. Quanto à associação das atitudes em relação à Matemática com a compreensão de leitura de problemas aritméticos, verificou-se associação significativa e positiva, com magnitude moderada. Desse modo, esse resultado indica que há uma tendência de os alunos com maior desempenho no PCLPA (CN/SN) relatarem mais atitudes positivas em relação à Matemática.

Tabela 32

Coefficientes de correlação de Spearman entre as medidas obtidas por meio da Escala de Atitudes, PCLPA (CN/SN) e Prova Brasil (dissertativa e objetiva).

Medidas	Prova Brasil Dissertativa	Prova Brasil Objetiva	Escala de Atitudes	PLCPA-CN	PCLPA-SN
Prova Brasil Dissertativa	1	0,872**	0,568**	0,728**	0,598**
Prova Brasil Objetiva	-	1	0,554**	0,709**	0,573**
Escala de Atitudes	-	-	1	0,401**	0,419**
PLCPA-CN	-	-	-	1	0,716**
PCLPA-SN	-	-	-	-	1

O desempenho nas duas versões da Prova Brasil apresentou-se fortemente associado ao desempenho no PCLPA-CN e moderadamente associado ao PCLPA-SN. Acrescentado a isso, a relação significativa da Prova Brasil objetiva com o PCLPA-CN (positiva e forte) e com o PCLPA-SN (positiva e moderada) também indica que o aluno que compreende bem a leitura de problemas aritméticos, tende a apresentar bom desempenho em questões similares às da Prova Brasil referente a Números e Operações.

Tabela 33

Intensidade das associações entre variáveis para coeficientes de correlação positivos e negativos, de acordo com Dancey e Reidy (2004).

Intensidade do relacionamento	Magnitude (positiva ou negativa)
Perfeito	1
	0,9
Forte	0,8
	0,7
	0,6
Moderado	0,5
	0,4
	0,3
	0,2
Fraco	0,1
	0
Zero	0

6.6 Análise qualitativa dos dados obtidos pelo questionário informativo, da Escala de Atitudes, do teste PCLPA, dos protocolos elaborados pelos alunos na Prova Brasil, da entrevista semiestruturada e discussão geral dos resultados.

Neste subcapítulo é apresentada a análise complementar dos resultados, em consonância com o planejamento feito para o presente estudo. Os sujeitos desta pesquisa, alunos do 5.o Ano, foram escolhidos por conveniência, em uma escola pública estadual do Ensino Fundamental de Primeiro Grau da cidade de Campinas.

Na fase inicial, dos 108 sujeitos, regularmente matriculados no 5.o Ano, foram selecionados 87 estudantes mediante a carta de consentimento assinada pelos pais. Os instrumentos foram aplicados em tempo adequado, envolvendo quatro etapas e intervalos que variaram de uma a duas semanas (levando-se em conta os sujeitos faltantes na aplicação de cada um dos instrumentos). Optou-se pela análise qualitativa de acordo com a ordem de aplicação dos instrumentos, em consonância com os objetivos específicos estabelecidos para o estudo.

6.6.1. O questionário informativo e Escala de Atitudes

6.6.1.1. O questionário informativo

Os dados obtidos no questionário informativo e já descritos nas tabelas da análise quantitativa (tabelas de 1 a 17) possibilitaram efetuar inferências importantes sobre a amostra desta pesquisa. Ressalta-se que a questão 11 do questionário informativo será retomada posteriormente na análise, a fim de comparar o desempenho autopercebido com a questão 21 da Escala de Atitudes e o desempenho efetivo na Prova Brasil. Os sujeitos desta pesquisa, em sua maioria, possuem 9 anos (71,3%). Este dado é significativo por tratar-se de um quinto ano, onde a idade predominante é a de 9/10 anos. Embora não seja objetivo deste estudo há que se indagar se o perfil da idade teria influência sobre os resultados verificados. Novos estudos envolvendo a mesma estrutura e dinâmicos instrumentos aplicados poderiam indicar a relevância da variável idade para os resultados apresentados.

O percentual de repetência apresentou-se baixo (3,4%) com três sujeitos do gênero masculino, não constituindo-se em dado relevante para esta pesquisa. Como pode ser verificado a maioria dos participantes revelou receber ajuda nos estudos em casa e que o hábito de estudo é frequente. Estes dados evidenciaram dissonância entre o esforço e tempo despendido para o estudo e o desempenho de alguns estudantes, principalmente os

pertencentes ao grupo de desempenho insatisfatório. Analisando-se, posteriormente, os protocolos da Prova Brasil e por meio das categorias de análise estabelecidas, verificar-se-á a falta de conhecimentos prévios e da construção significativa dos conceitos, interagindo para o resultado apresentado. Os dados sobre a ajuda recebida em casa para as tarefas, corroboram com estudos anteriores (Brito, 1996; Alves, 1999), nos quais este tipo de questionamento foi realizado, pois apresentam-se consoantes com o verificado nos dados desta pesquisa, ou seja, a mãe representa a principal fonte de ajuda, seguida da ajuda dos pais.

Quanto ao estudo frequente, vale destacar que os grupos de desempenho insatisfatório ou satisfatório foram os que revelaram uma frequência maior de estudo, afirmando estudarem sempre. A inferência que se faz, mediante a afirmativa, diz respeito ao fato de que a frequência de estudo não encontra-se proporcionalmente relacionada ao desempenho, principalmente no que se refere ao grupo de desempenho insatisfatório. Na mesma direção, as respostas efetuadas pelos grupos de menor desempenho nas questões 11 (autopercepção de desempenho) e 12 (modo como aprendem matemática) revelaram dados bastante interessantes.

Na amostra geral o percentual de alunos que se autopercebem com desempenho bom (42,5%) e ótimo (32,2%) é maior que nos outros níveis de desempenho. Separando-se os grupos por nível de desempenho na Prova Brasil, foi verificado que mesmo os sujeitos com desempenho insatisfatório e satisfatório auto atribuem-se desempenho maior do que aquele efetivamente demonstrado.

Assim, na questão 11 do questionário informativo, analisando-se os sujeitos de cada grupo, categorizados em níveis de desempenho pela prova Brasil, concomitantemente com a autopercepção de desempenho ótimo e bom, tem-se os seguintes percentuais: Insatisfatório (51,72%); Satisfatório (86,36%); Bom (83,33%); Excelente (91,66%) podendo-se estabelecer considerações como: os sujeitos com desempenho bom e excelente demonstraram uma autopercepção condizente com o desempenho apresentado; Os sujeitos dos grupos com desempenho insatisfatório e satisfatório expressaram uma autopercepção de desempenho inversamente proporcional aquele apresentado na Prova Brasil. Alves (1999) investigou, em seu estudo, a autopercepção de estudantes na solução de problemas aritméticos. Embora concluintes do Ensino Médio, foi verificado que a maioria dos alunos (69,63%) apresentava uma autopercepção dissonante, não estando diretamente relacionada ao desempenho apresentado no teste matemático. Dados assim são relevantes e sugerem que processos metacognitivos devem ser instaurados em sala de aula para que os alunos

desenvolvam uma autopercepção aprimorada, tomando consciência daquilo que realmente conseguem fazer e do que ainda necessitam aprender.

Quanto a questão sobre aprendizagem da matemática, chama a atenção o percentual de alunos com desempenho insatisfatório e que afirmam, em sua maioria, ou que aprendem fácil e rapidamente (41,4%), ou facilmente gastando pouco de tempo e de esforço (34,5%). Apenas 7 sujeitos dos 29 com desempenho insatisfatório afirmaram aprender de maneira difícil e gastando tempo e esforço, o que corresponde a 24,1%. Nos demais grupos de desempenho, os sujeitos relataram aprender matemática facilmente, empreendendo mais ou menos esforço.

A questão da autopercepção desvinculada de qualquer dificuldade no processo de aquisição do conhecimento, evidenciada pelo grupo de desempenho insatisfatório, leva a questionamentos importantes no sentido de que para esses sujeitos, manter-se dentro de “um padrão” socialmente aceito implica em negar as próprias dificuldades. Tanto na questão do entendimento dos problemas quanto na que se refere à explicação do professor, este mesmo grupo reitera esta posição. Há que se apontar a necessidade da atuação do professor para que o aluno aprenda a manifestar dúvidas, compreendendo que as dificuldades fazem parte do processo de aprender.

Quando se trata da atenção durante as aulas de matemática, 65 % dos sujeitos do grupo de desempenho insatisfatório e 63,6 % do grupo de sujeitos do grupo de desempenho satisfatório revelaram prestar atenção nas aulas de Matemática. Por outro lado, os percentuais atingidos pelos sujeitos com desempenho bom (79,2%) e pelos sujeitos com desempenho excelente (75%), demonstram que a atenção é um processo cognitivo altamente relevante durante a atividade matemática, principalmente aquela voltada para a solução de problemas (Alves, 1999), o que corrobora com a ideia de que o não envolvimento com a tarefa pressupõe a dificuldade de compreensão dos conceitos matemáticos, uma vez que os recursos da atenção são requeridos durante a solução de problemas (Alves, 1999).

Na pergunta sobre “gosto” pelas atividades de matemática as operações (59,8 %) e os problemas (20,8 %) aparecem como as atividades de que os sujeitos mais gostam em todos os grupos de desempenho. É notório o gosto pelas operações o que pode ser analisado na perspectiva de que executar cálculos é uma atividade fácil e atrelada apenas ao domínio de uma técnica operatória. A pergunta sobre a atividade que menos gostam revelou ser a divisão (21,9%) e os problemas (11,5%) as atividades que se relacionam ao maior percentual de respostas. Excetuando-se o grupo de desempenho de nível E (excelente),

como já verificado na Tabela 14, os problemas aparecem relacionados às duas opções de resposta, ou seja, mais gosto (18 sujeitos) menos gosto (13 sujeitos). Interessante observar que o número de sujeitos do grupo de desempenho insatisfatório é o dobro daquele dos que menos gostam. Uma das inferências que se faz sobre estes dados é que as opções de resposta podem estar relacionadas ao tipo de problema e procedimentos de solução onde aspectos relevantes envolvidos na tarefa como pensamento divergente, convergente, fixidez funcional, pensamento declarativo, de procedimentos (Sternberg, 2000; Brito, 2000, 2011).

A divisão, situada no campo multiplicativo (Vergnaud, 1990 1996, 2009), foi indicada como operação da qual os sujeitos (das quatro categorias de desempenho) menos gostam o que, geralmente, pode estar relacionado à dificuldade em realizar esta operação. Isto corrobora com as diferentes investigações a respeito do tema, nas quais diversos aspectos de análises qualitativas foram evidenciados. Diferentes variáveis podem interatuar para a ocorrência desta dificuldade, como por exemplo, a direção da esquerda para a direita em que o cálculo é efetuado; a necessidade de domínio dos algoritmos da divisão, o uso de estimativa, onde o estudante, por meio da tentativa e erro, busca o resultado, o que não significa, obtenção de êxito em todas as tentativas, e, ainda, o curso da ação em direção a um resultado, que pode mudar de um foco para outro (Brito e Correa, 2004).

Um outro fator que deve ser considerado é que a divisão não é sempre exata e o quociente não pode ser considerado, por si só, a aplicação do operador ao operando, o resultado final envolve o par quociente/resto, sendo que o resto pode ser nulo; Nesse sentido, os estudos de Mello (2008) verificaram que, muitas vezes, na monitoração do resultado, o resto é desconsiderado pelas crianças. a divisão, como regra operatória, pode não significar o inverso da multiplicação, envolvendo a divisão *de n por n* (Vergnaud, 2009); portanto, os problemas inversos de multiplicação e divisão requerem a coordenação entre os dois esquemas implicando em maior complexidade, revelando a divisão por cotas como aquela que apresenta maior dificuldade para os alunos (Nunes, Campos, Magina & Bryant 2002; Correa, 2002; Mello, 2008).

Por outro lado, a solução de problemas requer o uso das habilidades verbais para a compreensão do enredo e as habilidades matemáticas necessárias para perceber logicamente as relações matemáticas que estão contidas na estrutura do problema (Brito, 1999). No entanto, é possível que o nível de desempenho, no qual o sujeito acha-se inserido, estabeleça relação com o “gostar menos” e “gostar mais” da solução de problemas e isto sugere que sujeitos mais habilidosos tendem a apreciar mais este tipo de atividade matemática (haja vista que os sujeitos com desempenho excelente não obtiveram

percentual de resposta na solução de problemas quando a pergunta referia-se ao “gostar menos” em relação a este conteúdo).

As diferenças observadas têm como alicerce os processos cognitivos e organizações mentais que caracterizam as capacidades individuais para a solução de problemas. Nesse enfoque, dois importantes fatores influenciam a solução: a natureza da tarefa (o environment da tarefa) e o tipo de conhecimento trazido pelo solucionador.

Quanto às relações verificadas entre a questão 11, “Meu desempenho é...” () Ótimo (); Bom (); Regular (); Fraco (); Péssimo) do questionário informativo, e a questão 21 da Escala de Atitudes, “não tenho bom desempenho em Matemática”: () Concordo totalmente; () Concordo; () Discordo; () Discordo totalmente, por meio da análise empreendida, foi possível verificar que os sujeitos de nível de desempenho excelente e bom na Prova Brasil estabeleceram uma significativa congruência entre a autopercepção relatada (Questão 11 do questionário informativo), o desempenho apresentado mediante a aplicação do instrumento e a questão 21 da Escala de Atitudes conforme o exposto na Figura 33:

Prova Brasil	Concordo Totalmente/ Autopercepção	Concordo/ Autopercepção	Discordo Totalmente/ Autopercepção	Discordo/ Autopercepção
E (N= 12)	1 (Ótimo)	1 (Bom)	4 (Ótimo) 3 (Bom)	3 (Bom)
B (N=24)	-	1 (Ótimo) 1 (Bom) 1 (Regular)	5 (Ótimo) 6 (Bom)	1 (Ótimo) 6 (Bom) 1 (Regular)

Figura 33. Desempenho prova Brasil, questão 21 da Escala de Atitudes e autopercepção do desempenho- Grupos E e B (questão 11 do questionário informativo)

Os sujeitos com nível satisfatório de desempenho, na Prova Brasil, distribuem-se quase que em proporcionalidade entre as quatro opções de resposta. Quanto aos sujeitos do nível de desempenho insatisfatório, constatou-se um aprimoramento da autopercepção na questão 21 da Escala de Atitudes, conforme pode ser verificado na Figura 34.

Prova Brasil	Concordo Totalmente/ Autopercepção	Concordo/ Autopercepção	Discordo Totalmente/ Autopercepção	Discordo/ Autopercepção
S (N= 22)	1 (Ótimo) 3 (Bom) 2 (Regular)	4 (Ótimo) 1 (Bom)	3 (Ótimo) 2 (Bom)	2 (Ótimo) 4 (Bom)
B (N=29)	5 (Ótimo) 2 (Regular) 1 (Fraco)	2 (Ótimo) 3 (Bom) 2 (Regular) 1 (Fraco)	4 (Regular)	3 (Ótimo) 2 (Bom) 3 (Regular) 1 (Fraco)

Figura 34. Desempenho Prova Brasil, questão 21 da Escala de Atitudes e autopercepção do desempenho - Grupos S e I (questão 11 do questionário informativo).

A análise empreendida neste estudo, diante do referido aprimoramento, é a de que o instrumento Escala de Atitudes, pela estrutura e conteúdo, permite que os alunos possam refletir de modo mais significativo a respeito das relações que estabelecem com a Matemática. À medida que as afirmações contidas na escala avançam parece que o pensamento sobre o pensamento interatua com as alternativas escolhidas de proposições negativas ou positivas. As concepções de *fácil* ou *difícil*, *de gostar* ou não *gostar* podem estar atreladas ao desempenho que o aluno estabelece diante das tarefas propostas (Brito, 1996). Assim, é possível inferir-se que alunos com melhor desempenho demonstram uma autopercepção mais aprimorada.

6.6.1.2- A Escala de Atitudes : relações com o desempenho na Prova Brasil

De forma geral os sujeitos não apresentaram dificuldades para responder aos itens. A dúvida expressada e posteriormente esclarecida pelo pesquisador, dizia respeito ao significado da palavra “aversão” no item 12. Este fato também foi observado em outros estudos do grupo PSIEM (Dobarro, 2007; Alves, 1999). Após explicação do significado pela pesquisadora, seguiu-se a aplicação do teste.

A definição para atitude, adotada neste estudo:

Atitude é uma disposição pessoal, idiossincrática, presente em todos os indivíduos, dirigida a objetos, eventos ou pessoas, que assume diferente direção e intensidade de acordo com as experiências do indivíduo. Além disso, apresenta componentes de domínio afetivo, cognitivo e motor (Brito, 1996, p.11).

Como já evidenciado, a Escala de Atitudes em relação à Matemática foi adaptada e validada por Brito (1996, 1998) a partir dos instrumentos propostos por Aiken (1961, 1963) e Aiken e Dreger (1961). A atribuição de pontos em ordem invertida iguala a direção da atitude, assim os sujeitos que responderam concordando com as questões que exprimiam sentimentos positivos, por princípio, discordaram daquelas afirmações que exprimem sentimentos negativos com relação à matemática” (Brito, 1998).

O item 21 da escala, que refere-se à uma proposição envolvendo a autopercepção, inserida pela autora durante o processo de validação no Brasil, não foi contabilizado na pontuação da atitudes. O máximo de pontos a ser obtido na escala é de 80 pontos (à medida que a somatória obtida na escala se aproxima desta pontuação as atitudes são mais positivas) e o mínimo é de 20 pontos (a proximidade com esta pontuação indica atitudes mais negativas).

Desse modo, cada sujeito obteve uma nota fluando entre 20 e 80 pontos. Após a somatória da pontuação geral, a média final do grupo 58,11 pontos. Com o objetivo de qualificar da melhor forma possível os resultados da Escala de Atitudes, a Figura 35 demonstra a pontuação obtida pelos sujeitos dos diferentes grupos de desempenho e o número de sujeitos com pontuação acima e abaixo da média geral do grupo.

Prova Brasil	Pontuação acima da média geral do grupo (58,11)	Pontuação abaixo da média do grupo (58,11)
Excelente N= 12 Média dos sujeitos do grupo (67,25 DP 10,58)	N=8 (66,66%)	N=4 (33,33%)
Bom N= 24 Média dos sujeitos do grupo (64,93 DP-10,80)	N=20 (83,33%)	N=4 (16,66%)
Satisfatório N= 22 Média dos sujeitos do grupo (52,36 DP 14,84)	N=8 (36,36%)	N=14 (63,63%)
Insatisfatório N= 29 Média dos sujeitos do grupo (53,03 DP 11,28)	N= 6 (20,68%)	N=23 (79,31%)

Figura 35. Média Geral – Comparação com a média dos grupos

Assim, a pontuação média obtida pelos sujeitos em cada um dos níveis de desempenho, comparada com a média geral dos sujeitos, indica que os estudantes dos grupos de desempenho excelente e bom, como verificado mediante a aplicação do

instrumento Prova Brasil objetiva, apresentam uma atitude significativamente positiva em relação à Matemática. Mediante a comparação faixa etária/ano escolar, estes resultados corroboram com os estudos de Brito (1996). Por outro lado, há que se ressaltar que nos grupos de desempenho satisfatório e insatisfatório alguns sujeitos apresentaram média acima da média geral do grupo, o que pode sugerir que o tipo de prova e a estrutura dos problemas possam ter interferido no desempenho.

Importante ressaltar que os empreendimentos do sujeito da ação, frente ao objeto, podem se aprimorar se estiverem relacionados a uma atitude mais positiva. Dessa forma, diante das tarefas escolares e das avaliações internas e externas, nas quais destaca-se a solução de problemas, a atitude do aluno em relação à matemática pode revelar o sucesso ou o insucesso das ações empreendidas e que conduzem aos resultados. Nesta pesquisa considerou-se, a exemplo dos estudos de Brito (1996), a atitude construída e permeada pelos três domínios: cognitivo (conhecimento), afetivo (sentimento) e conativo (predisposição para a ação). A presente pesquisa, buscou investigar possíveis relações entre as atitudes, as estratégias de pensamento e o desempenho na solução de problemas aritméticos, dentro da seguinte perspectiva: a Matemática como objeto, a atitude revelando-se em dois sentidos, positiva ou negativa e o gostar ou não gostar da Matemática.

Assim sendo, de acordo com a análise de resultados empreendida pode-se afirmar que existe uma relação significativa entre atitudes e desempenho no que se refere ao grupo deste estudo. Isto reitera a ideia de que é possível à prática pedagógica delinear intervenções que possam potencializar de forma significativa e positiva a relação recíproca entre atitude e desempenho. A correlação entre atitude e desempenho é explicitada em alguns estudos (Brassel, Pretty & Brooks, 1980 como citados em Brito, 1996), importando resgatar aqui a ideia de que “A relação entre atitudes e desempenho é, certamente, a consequência de uma influência recíproca, na qual a atitude afeta o desempenho e o desempenho, por sua vez, afeta as atitudes” (Aiken, 1970).

Em adição, a análise dos resultados dos sujeitos, quando agrupados por gênero, não revelou a existência de diferenças significativas entre os dois grupos, em conformidade com os estudos de Brito (1996) no qual, diferenças acentuadas de desempenho e atitude entre os gêneros, no início da escolaridade, foram verificadas. Quanto a este resultado, outros estudos (Baker e Hedges, 1984) também constataram que as diferenças cognitivas entre os gêneros podem ser explicadas em função seleção da seleção amostra, em termos de tamanho e modelo escolhido para a análise de dados. No presente estudo, a amostra de gêneros incluía 52 alunos do gênero masculino e 35 alunos do gênero feminino, portanto,

em termos de comparabilidade nesta variável, a obtenção de dados mais significativos exigiria a equiparação dos grupos em termos de gênero/idade.

As atitudes não são gerais e possuem sempre um referente, ou seja, é sempre “atitude em relação a”, sendo um evento interno, aprendido, com componentes cognitivos e afetivos que variam em intensidade, é dirigida a um objeto específico. Sendo assim é possível que a aprendibilidade da atitude no sentido positivo, diretamente relacionado ao “gostar” da disciplina, pode desencadear os fatores que conduzam a um melhor desempenho, evitando-se um sentimento de aversão à Matemática.

6.6.2. O teste PCLPA- Interpretação do enunciado e desempenho matemático

Na segunda etapa do estudo foi aplicado o Teste de Compreensão em Leitura-PCLPA (Brito, 2011) em duas versões: O PCLPA (CN) e o PCLPA (SN), contendo vinte questões fechadas para elaboração das respostas. Como ressaltado, os problemas aritméticos foram analisados e classificados pelos integrantes do grupo PSiem da Faculdade de Educação da UNICAMP conforme a estrutura dos conteúdos matemáticos neles envolvidos. O desempenho dos estudantes na Prova de Compreensão de Leitura-PCLPA, envolvendo problemas aritméticos, corresponde ao número de acertos nas questões, onde a pontuação máxima obtida é de 20 pontos. O instrumento PCLPA foi aplicado em uma amostra de 87 estudantes de uma escola pública de Campinas- São Paulo. A aplicação foi realizada em todas as quatro salas de aula do quinto ano do Ensino Fundamental, sendo a solução elaborada individualmente, sem auxílio do professor.

Como pode ser verificado (Tabelas 24 e 25) o desempenho dos estudantes da amostra, nos dois testes, apresenta um percentual maior distribuído entre os níveis de desempenho “bom”(29,88%) no PCLPA (CN) e (36,78%) referentes ao PCLPA SN e “satisfatório (39,8%) no PCLPA (CN) e (33,33%) no PCLPA (SN).

Os resultados indicam um melhor desempenho dos estudantes no segundo teste, onde as quantidades numéricas foram escritas por extenso, indicando a mudança de nível de desempenho de alguns sujeitos. Uma das hipóteses é a de que as quantidades numéricas escritas desta forma pode ter sido um facilitador para a tradução do problema, o que necessitaria de uma análise mais aprofundada por meio de novos estudos. Outra ideia é de que as informações anteriores, armazenadas na memória, permitiram ao sujeito disponibilizar na estrutura cognitiva ideias relevantes para a solução dos problemas, levando-se em conta, ainda, a familiaridade com a tarefa (Ausubel, 1980).

Na análise de dados, verificou-se que os itens com maior número de erros (11, 12, 15, 16) foram aqueles que os alunos erraram nas duas versões do teste. O item 20 aparece com 62,4% de erro no teste PCLPA (CN). Mediante os resultados, será empreendida a análise desses itens, articulando-se a linguagem matemática e os conceitos envolvidos em cada um dos problemas.

Levando-se em conta a estrutura dos problemas e a análise dos erros e acertos é possível reiterar-se a ideia de que o modo como o conhecimento é armazenado na memória influencia na compreensão da leitura e que tem a ver diretamente com o processo inferencial.

De outro modo, entende-se que na solução de problemas são articulados as estruturas cognitivas, o conhecimento prévio, os esquemas mentais, além de outras variáveis nos processos de compreensão de textos e decodificação da linguagem, incluindo-se aí a linguagem matemática. Isto sugere que as dificuldades apresentadas pelos alunos, neste tipo de tarefa, encontram-se atreladas em diferentes variáveis, não podendo, é claro, generalizar-se a influência de todas elas para todos os indivíduos. Porém, o teste PCLPA, para este grupo de sujeitos, revelou a intrínseca relação entre a articulação da sintaxe e da semântica nos enunciados matemáticos.

6.6.2.1 Inferências: a estrutura dos problemas

Problema 11

Conceitos envolvidos: - Operação com números inteiros: divisão. Critérios de inclusão e exclusão

11. Lia ganhou de presente de aniversário uma caixa com vinte bombons. Ela repartiu os bombons com quatro amigas. Depois disso:
- (a) cada amiga ficou com cinco bombons.
 - (b) cada amiga ficou com seis bombons.
 - (c) cada uma delas ficou com 4 bombons.**

Este problema envolve uma operação de divisão e uma variável bastante interessante: a inclusão “de quem divide”. Esta especificidade da linguagem matemática requer um trabalho voltado para a questão semântica das preposições, portanto, a articulação da linguagem natural com a linguagem matemática. Se a divisão é feita “com”, temos um critério de inclusão; se a divisão acontece “entre” temos um critério de exclusão

de quem divide. Aí está a dificuldade, a questão do significado da palavra, dos elementos conectores que ligam uma palavra a outra. Os alunos que erraram por assinalar a alternativa “a)” o fizeram pelo critério de exclusão; já o erro pela escolha da alternativa “b)” pode envolver erro de cálculo e falta de domínio dos fatos matemáticos. Os percentuais de erros verificados foram 59,8% para o PCLPA- CN e de 56,3% para o PCLPA- SN.

Este resultado aponta para a importância conhecimento linguístico necessário à tradução do problema indicando a necessidade de um trabalho pedagógico voltado para a exploração de ideias contidas na estrutura do texto e as várias partes que o compõem, onde o sentido da proposição é estabelecido pela articulação das palavras, estabelecida sintática e semanticamente. A tradução do problema Exige conhecimento específico da linguagem e dos fatos (Mayer, 1992). Isto posto, infere-se que problemas envolvendo a operação de divisão e critérios de exclusão e inclusão devem ser propostos em sala de aula, incluindo-se a variabilidade de situações onde estes conceitos possam ser melhor articulados e compreendidos.

Problema 12

Conceitos envolvidos: Operações com números inteiros: subtração; Operações com números racionais: divisão de números inteiros com quociente decimal- Comparação de números inteiros; Proporcionalidade; Estimativa.

12. Uma sala de aula tem 30 carteiras e chegaram 45 alunos para assistir aula naquela sala. Essa sala tem carteiras:
- (a) para todos os 45 alunos.
 - (b) para menos da metade dos 45 alunos.
 - (c) **para mais da metade dos 45 alunos.**

Neste problema temos três expressões que dimensionam as diferenças de sentido entre uma alternativa e outra; Assim, “para todos”, envolve a ideia de proporcionalidade ou seja nº de pessoas (45)/ nº de cadeiras (30). Portanto a lógica, há cadeiras para todas as pessoas? A escolha da alternativa “a)” demonstra que o aluno não estabelece relações entre as quantidades numéricas. As questões b e c, requerem uma transformação da quantidade inicial de alunos, envolvendo a divisão partitiva, ou seja o cálculo da “ metade” dos alunos. Dividir os alunos em dois grupos significa 22,5 alunos/ grupo. Supondo-se que o aluno efetue esta divisão e atinja este quociente (o que já envolve a obtenção de quociente decimal) pode se deparar com a duvida de $\frac{1}{2}$ aluno e daí ter a falsa premissa de que esta divisão não pode ser efetuada, uma vez que pode ter aprendido que não “se divide” as pessoas “ao meio”, embora, neste caso, o cálculo seja efetuado para atender a demanda do “para mais” e “para menos”. Sobre estas expressões, pode-se inferir que as mesmas

funcionem como impeditivo já nas primeiras etapas de solução, quais sejam a compreensão do texto e a representação do problema e, por efeito, o aluno não consegue avançar para as demais.

Evidentemente que esta não é a única forma de solução, mas o percentual de erro (89,5%) para o PCLA- CN e de (73,6%) para o PCLPA- SN é indicativo de que os alunos desta amostra, em sua maioria, não têm o domínio necessário da linguagem e dos tipos de conhecimento declarativo e de procedimentos para a solução do problema.

Problema 15

Conceitos envolvidos: Ordenação de quantidades ; Raciocínio Lógico
--

<p>15. Rodrigo, Daniel e Luis têm juntos cinco jogos de videogame. Daniel tem mais jogos que Rodrigo e menos jogos que Luis. Se fôssemos fazer uma fila começando daquele que tem menos jogos para aquele que tem mais jogos, a ordem seria:</p>
--

- | |
|---|
| <p>(d) Daniel, Luis e Rodrigo.
 (e) Rodrigo, Daniel e Luis.
 (f) Luis, Daniel e Rodrigo.</p> |
|---|

Neste problema o critérios “quem tem mais que” e “menos que” envolve a ordenação de quantidades. No entanto, a ordenação depende de outra variável, a quantidade de “um indivíduo” estabelece relação com a quantidade “de outro, ou seja, para que cada sujeito do problema ocupe a “ordem” que lhe cabe é necessária a observância destas relações, o que pressupõe que na escolha das alternativas “a” (e /ou) “c”, tais relações não foram consideradas.

Ainda é possível que o aluno estabeleça uma representação mental utilizando-se das palavras “mais” e “menos”, que evocadas na memória (e pela falta de domínio da linguagem matemática) recordem-no dos termos que “aprende” para a adição e para a subtração. Uma outra hipótese é a de que “ordenar” em ordem decrescente possa ser mais difícil que seu inverso. O percentual de erros verificado foi de 64% para o PCLPA- CN e de 65,5% para o PCLPA- SN.

Problema 16

Conceitos envolvidos: Medidas de tempo: relação entre dias e semana; Operações com números inteiros: adição ; Estimativa. Inclusão

16. Quem tem 18 pares de meias e usa um por dia terá meias para usar:
- (a) uma semana e meia.
 - (b) duas semanas e meia.**
 - (c) três semanas e meia.

Este problema envolve a conversão de medidas para que se estabeleça a relação dia / dia. Este é o primeiro obstáculo. O segundo diz respeito à quantidade fracionária “meio”, uma vez que uma semana, mais meia semana= 10,5 dias e, no caso de duas semanas mais meia semana= 17,5 dias e, assim sucessivamente. Embora por estimativa e valor aproximado seja possível estabelecer esta relação o enunciado verbal também exige um exercício de interpretação elaborado uma vez que temos palavras com grafias parecidas mas de classes gramaticais distintas o que muda o seu significado, ou seja “ meias”- substantivo, significando peças de vestuário e “meia” significando “metade”. Ainda é preciso considerar a questão dos 18 pares, estabelecendo a equivalência um por dia / 18 dias.

Ainda a questão a identificação da divisão como procedimento válido para atingir a solução pode ter tido um impeditivo, quando, mediante a conversão realizada, por exemplo, 18 pares, divididos em 17,5 dias, o aluno se depara com um dividendo inteiro por um divisor decimal. Os 49 sujeitos que erraram a questão no PCLPA – CN correspondem à 56,3% do grupo. No PCLPA- SN o percentual foi de 51,7% correspondendo a 51,7% do total de sujeitos do grupo.

Problema 20

Conceitos envolvidos: Operações com números inteiros: adição e multiplicação; Comparação de números inteiros

20. Em uma caixa tem 3 dúzias de bananas, 6 laranjas e 12 melancias. Na caixa tem:
- (a) mais frutas que laranjas.**
 - (b) mais melancias que bananas.
 - (c) menos bananas que laranjas.

Este problema envolve um critério de inclusão bastante interessante, ou seja, o atributo principal de melancias, bananas e laranjas é o de “ serem frutas”, portanto se

constituem (cada uma das frutas), por assim dizer, em um subconjunto do conjunto maior que é “frutas”. Assim laranjas, melancias e bananas formam e estão “contidas” no conjunto frutas da mesma forma que este as contém. A estrutura deste enunciado é muito interessante; note-se que a palavra “frutas” não é colocada na enunciação do problema; ela “surge” na alternativa e isto pode gerar a ideia de uma nova categoria que não é especificada de início.

A interpretação do enunciado exige a conversão das 3 dúzias em unidades. Após, na comparação das quantidades é necessária compreensão de que a expressão “mais frutas” que bananas significa, em primeiro lugar, juntar as quantidades das frutas que não sejam bananas, e depois, comparar as quantidades; portanto, estes procedimentos exigem a interpretação e a tradução do problema para serem adotados. Como verificado no PCLPA-CN o percentual de erros foi de 62,4 % e de 42,4% no PCLPA- SN. Uma das hipóteses é que o numeral expresso por extenso tenha facilitado o entendimento do problema.

6.6.2.2 A estrutura e a solução de problemas

Como pode ser verificado existem complexidades diferentes de acordo com o tipo de problema. Estes problemas podem ser resolvidos por uma operação ou outra (adição ou subtração, conforme as estruturas aditivas; multiplicação ou divisão, conforme as estruturas multiplicativas.) Este tipo de problema envolve diferentes possibilidades de solução e uma matemática criativa que implica na habilidade de analisar um dado problema de muitos modos diferentes, observar modelos, verificar semelhanças e diferenças (Klausmeier, 1977).

Correia (2010) afirmou que os erros podem ocorrer por processo incompleto ou inadequado na elaboração de um conceito e por falsas compreensões. Para o autor, do ponto de vista matemático, todo raciocínio é lógico, mesmo os que conduzem ao erro, e estes erros são hipóteses equivocadas que precisam ser compreendidas para serem superadas. Assim, as discussões acerca da questão da lógica do erro, dão indícios de como os conceitos estão sendo construídos e isto precisa ser dinamizado em sala de aula.

A compreensão ou tradução de um problema matemático é fundamental para que se transforme a informação contida no problema em termos matemáticos. Para que este processo se efetive é necessário a compreensão das palavras e termos constantes no enunciado e que o aluno possa relacionar o problema em questão com os conceitos e ideias relevantes armazenadas e organizadas na memória. Ainda, é importante que o aluno

estabeleça uma compreensão do contexto no qual se inserem os fatos dando-lhes sentido, o que diz respeito ao *conhecimento dos fatos do mundo* (Mayer, 1992; Echeverría & Pozo, 1998).

A importância de se trabalhar a linguagem matemática desde os anos iniciais deve ser considerada pela prática pedagógica. Gómez-Granell (2003) destacou que a tradução dos enunciados da língua natural para os símbolos matemáticos “é o que permite converter os conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis” (p. 261). Isto requer a articulação das duas linguagens em que a semântica e a sintaxe se estruturam para construir o “enredo” do problema, pois as palavras, muitas vezes, tomam significados distintos daqueles utilizados no cotidiano. A leitura e interpretação de um texto matemático exige do aluno dois referenciais distintos: o aluno precisa um referencial linguístico e, para decifrar os códigos matemáticos, de um referencial de linguagem matemática.

Segundo Brito (1999), ao ler a estória de um problema, o aluno necessita usar as habilidades verbais requeridas para a compreensão do enredo e as habilidades matemáticas necessárias para perceber logicamente as relações matemáticas que estão contidas na estrutura do problema. A compreensão do problema surge a partir da leitura da situação proposta, que precisa apresentar lógica e coerência para o aprendiz. Para a autora é importante que desde o início da escolaridade sejam enfatizadas a leitura e a compreensão da história do problema aritmético, bem como o pensar sobre a solução dada. A leitura cuidadosa e atenta do enunciado é fundamental, para que o indivíduo possa elaborar uma representação do problema e, em seguida, formular um plano de execução.

Em adição, nestes tipos de problema, o conhecimento experto segundo Sternberg (2000, 2010) pode melhorar significativamente a resolução dos problemas; os expertises são caracterizados ao mesmo tempo pelo insight e pelo pensamento divergente, no qual os processos de pensamento envolvem a produção de diversas alternativas. Os trabalhos de Adrian e Groot (1965) de Chase e Simon (1973) sugeriram que o que diferenciava os expertos dos principiantes era a organização e o uso do conhecimento, ou seja, os esquemas para resolver problemas dentro de seus domínios de expertise (Glaser & Chi, 1988).

As operações aritméticas ocupam um amplo espaço nos anos iniciais. Assim, é necessário que o professor elabore propostas de solução de problemas nas quais estas operações possam adquirir diferentes significados, reforçando-se a ideia da articulação da linguagem cotidiana e a linguagem matemática onde a transposição de palavras de uma para outra deve ser explorada. Nos textos e problemas matemáticos estas palavras estabelecem relações que precisam ser compreendidas pelos alunos, pois envolvem

critérios de inclusão e exclusão, noções de ordem, intensidade, tempo, distância, proporção, conteúdo e continente, entre outras. Além disso, os elementos conectores (como preposições e conjunções) advérbios, pronomes, são carregados de significados, determinando a mudança de fatos contidos no problema. Mediante o exposto, domínio e a aplicabilidade da linguagem matemática, incluindo os aspectos sintáticos e semânticos, interfere na compreensão de um problema aritmético (Brito, 2000; Nunes e Bryant, 1997; Vergnaud, 1996; Mello, 2008, Lautert e Spinillo, 2002), impedindo que o aluno avance para as demais etapas de solução e interferindo no desempenho na solução de problemas.

6.6.3. Prova Brasil e entrevista semiestruturada: uma análise das estratégias de pensamento adotadas na solução de problemas

Este instrumento foi composto de 14 itens sobre o tema Números e Operações, similares aos itens da Prova Brasil; Esta etapa envolveu a aplicação de dois instrumentos, compostos, cada um, de 14 questões, quais sejam: Prova Brasil objetiva, contendo questões de múltipla escolha, e Prova Brasil dissertativa; as duas provas tiveram como foco a solução de problemas aritméticos. Após a correção dos testes, os sujeitos foram categorizados em níveis de desempenho, considerando-se, aqui apenas o desempenho apresentado na Prova Brasil objetiva.

O instrumento Prova Brasil de múltipla escolha teve anexado, a cada um dos itens, um espaço determinado para o aluno explicar como pensou para solucionar o problema. Assim, foram produzidos protocolos bastante significativos que permitiram uma análise consistente das estratégias adotadas pelos alunos na busca de solução.

Serão apresentados alguns dos protocolos produzidos pelos alunos, selecionados a partir dos critérios de classificação de desempenho preestabelecidos e especificados no decorrer da análise. Ressalta-se que o formato do instrumento permitiu a elaboração (descontando-se os campos “em branco”) de aproximadamente 1100 protocolos na Prova Brasil objetiva e quase o mesmo número na Prova Brasil dissertativa.

A análise qualitativa deste instrumento será feita da seguinte forma: 1) Protocolos das questões com maior número de erros na Prova Brasil objetiva: 1, 6, 13 e 14; será empreendida a análise de quatro protocolos, um para cada nível de desempenho: excelente (E); Bom (B): satisfatório (S) e insatisfatório (I), conforme o critério de classificação estabelecido; 2) Protocolos de duas questões com maior número de acertos na Prova Brasil objetiva (questões 4 e 5); 3) Protocolos de duas questões com percentual médio de acerto

(questões 2 e 12). Estas primeiras análises serão empreendidas a partir dos protocolos produzidos pelos 20 sujeitos da entrevista). Os protocolos das entrevistas serão apresentados concomitantemente à análise das questões, ora abordando a questão em pauta, ora as demais perguntas e respostas da entrevista semiestruturada. 4) Análise de protocolos referentes às demais questões da Prova Brasil objetiva(3,7,8,11, percentual médio de acerto; e 9,10, maior percentual de acerto), mediante a escolha aleatória de três sujeitos de cada um dos níveis de desempenho (não selecionados para a entrevista). Para melhor visualização da análise, a Figura 36 especifica a relação questão sujeito.

Para a análise dos protocolos foram estabelecidos, a priori, com análise e discussão e elaboração realizadas por integrantes do grupo PSIEM- UNICAMP, alguns critérios e categorias, além das discussões pertinentes sustentadas pelo corpo teórico deste estudo.

Considerando-se, nesta pesquisa, as estratégias de pensamento como planos de solução adotou-se para esta análise, a definição de Brito (2000) sobre as etapas na solução de problemas: a) a compreensão do texto; b) reconhecimento do espaço do problema; c) representação do problema; d) categorização do problema; e) estimativa de solução; f) planejamento da solução; g) auto avaliação dos procedimentos empregados, h) auto avaliação dos cálculos; e i) habilidade para explicitar de forma escrita ou verbal a resposta do problema.

Também considerando-se a influência dos erros no desempenho, a análise seguirá os seguintes critérios: -Processo incompleto ou inadequado na elaboração de um conceito;- Estrutura semântica dos problemas; - Erros de cálculo; - Operação dissonante; - Transposição das quantidades numéricas.

Ainda, buscando interpretar as produções dos sujeitos desta pesquisa de forma consistente, foram estabelecidas as seguintes categorias de recursos alocados durante a busca de solução do problema:-Algoritmo convencional;-Algoritmo não convencional;- Algoritmo descritivo;- Cálculo mental; -Tentativa e erro;-Trabalhar em sentido inverso; resolução do problema experta ou principiante; -Monitoramento da solução por meio da verificação dos itens de resposta;- Escolha por sorte- aleatória- (chute).

A seguir serão apresentados os protocolos das questões 1, 6, 13 e 14 (maior percentual de erros verificado).

O problema 1, refere-se ao descritor 13 que aborda o conteúdo Sistema de Numeração Decimal.

D 13-Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional

1) O litoral brasileiro tem cerca de 7.500 quilômetros de extensão. Este número possui quantas centenas?
(A) 5 (B) 75 (C) 500 (D) 7.500

Buscando interpretar qualitativamente os dados obtidos mediante a aplicação do instrumento Prova Brasil objetiva, a seguir, são apresentados os protocolos obtidos nesta pesquisa acerca da referida questão.

A figura 36 apresenta a solução do problema 1 da Prova pelo sujeito S1 (I).

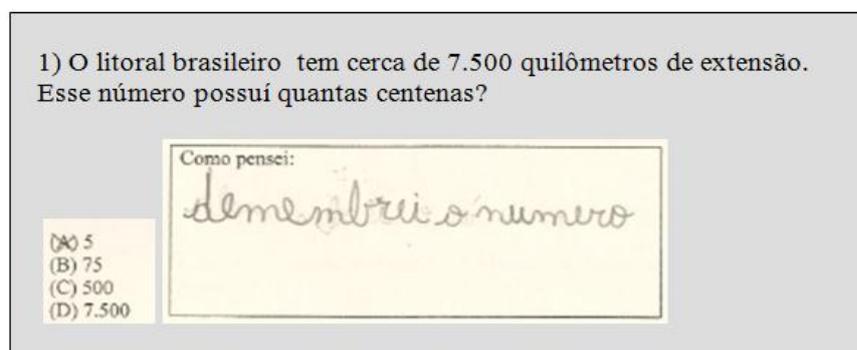


Figura 36. Solução do Problema 1 - Sujeito S1 (I)

Para o aluno desmembrar o número significa decompô-lo em ordens e classes, daí a escolha da alternativa (a) onde o valor da centena é absoluto e considerado apenas pela ordem que o algarismo ocupa no numeral. (que é o que sugere a pergunta do problema. O aluno, apesar de apresentar desempenho insatisfatório e não ter dado a resposta “esperada” para a o item da prova, demonstra conhecer a decomposição dos numerais em ordens e classes e o fato de que cada algarismo expresso no numeral representa uma ordem. Assim, este aluno interpreta o problema, reconhece seu espaço, representa-o, categoriza-o, faz a estimativa de solução (decompondo ou “desmembrando o número”, o planejamento e, por fim a auto avaliação dos procedimentos (Brito, 2000) , pois a medida que relata como pensou , demonstra ter convicção da resposta dada à pergunta do problema.

É necessário, portanto, que se investigue o que e como o aluno pensa para solucionar um determinado problema, ou mais ainda, “ o que o problema sugere para o aluno”. O que pode significar uma dificuldade do aluno para o professor, na verdade, pode representar um material que não é potencialmente significativo para o aluno (Ausubel, 1978, 1980).

Além disso, as noções informais da matemática, trazidas pelo aluno devem ser consideradas como formas de pensamento produtivo que auxilia a transposição da

matemática para a sala de aula. A ação empreendida na solução de problemas é algo inerente à atividade humana; a partir da infância, solucionamos ativamente problemas que o mundo nos apresenta, adquirindo informações sobre objetos, pessoas, eventos e nós mesmos, que são organizadas em estruturas de conhecimento e armazenadas na memória. Estas estruturas compreendem corpos de entendimento, modelos mentais, convicções e crenças que influenciam o modo como articulamos nossas experiências com o modo como solucionamos os problemas com os quais nos deparamos no cotidiano (Chi e Glaser, 1981). No protocolo a seguir é possível perceber esta articulação evidenciada pelo participante S1.

*P- Eu queria que você me dissesse qual foi a questão que você achou mais fácil.
S1 – O aluno olha a prova atentamente, folheando-a, aponta e diz : - A doze aqui.
P- Esta questão que diz: Fernando tem em seu cofrinho... A questão do dinheiro?
-O aluno acena com a cabeça afirmando.
P- Tá. É... Por que que você achou fácil esta questão?
S1 – Porque é de mais a conta.
P- E contas de adição você tem mais facilidade?(O aluno acena com a cabeça de forma afirmativa.
P- Mas, havia outras contas de adição. Por que você achou esta mais fácil?
S1 – Porque é de dinheiro.*

A figura 37 apresenta a solução do problema 1 pelo S2 (S)

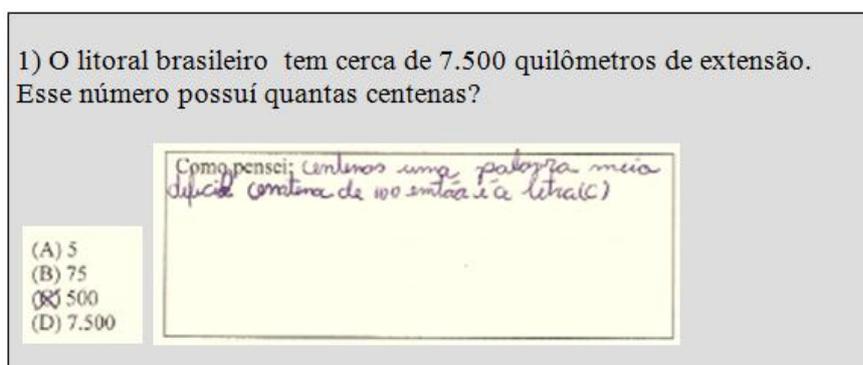


Figura 37. Solução do Problema 1- Sujeito S2 (S)

O sujeito S2 apresenta um procedimento mediante a interpretação isolada da palavra “centena” como agrupamento de 100 unidades. É possível perceber que o aluno não estabelece relação com as centenas contidas em sete unidades de milhar, pela forma como a pergunta é formulada.

De igual modo que o S1, segue as etapas de solução buscando o estado final que é conseguir determinar as centenas contidas no numeral de acordo com o proposto pelo problema.

O aluno acessa as informações contidas na memória (Sternberg, 2000) sobre o conceito de centena relacionado a um grupo de cem. Ainda, é necessário que se leve em conta que os esquemas presentes na estrutura cognitiva (Skemp, 1971, 1993; Ausubel, 1970, 1978, 1980; Sternberg, 2000, 2010) são determinantes daquilo que o aluno pode e consegue realizar mediante uma tarefa matemática. A sala de aula deve se constituir no espaço frutífero de reflexões acerca da aprendizagem (Brito, 2011) as quais devem servir para nortear o trabalho do professor.

P- Qual a questão que você achou mais fácil?

Olhando aqui a sua prova de alternativas.

S2 – A número dez.

P- A dez. Por quê?

S2- Porque quando a professora explicou divisão na sala. Eu não... eu tive um pouco de dificuldade. Perguntava pra ela, ela me explicava. Mas eu não conseguia fazer a conta...

A figura 38 apresenta a solução do problema 1 pelo S3 (B)

1) O litoral brasileiro tem cerca de 7.500 quilômetros de extensão. Esse número possui quantas centenas?

Como pensei:

Eu fiz

$$\begin{array}{r} 7500 \overline{) 100} \\ \underline{7500} \\ 0 \end{array}$$

(A) 5
 (B) 75
 (C) 500
 (D) 7.500

Figura 38. Solução do Problema 1- Sujeito S3 (B)

Como pode ser observado o aluno demonstra um conhecimento experto (Sternberg, 2000), conseguindo buscar uma alternativa que não seja aquela de observar as ordens que compõem o numeral; transpondo os aspectos estruturais do problema consegue traduzi-lo e buscar uma estratégia de solução utilizando uma operação de divisão por 100 para descobrir “quantos grupos de 100” estão contidos no numeral 7500.

P- qual a questão que você achou mais fácil?
 S3- A primeira.
 P- A primeira, por quê?
 S3- Bom, porque é uma conta que eu já tinha decorado.
 P – Decorado?
 S3- Hã, hã.
 P – Você já fez outras “contas” parecidas?
 S3 - Sim.
 P- E você conseguiu identificar quantos um grupo de cem?
 S3- Sim, eu aprendi bem isso..
 P – E qual que você achou mais difícil?
 S3- A mais difícil... o aluno folheia a prova e diz:- A onze.
 P- A onze. Por quê?
 S3- Bom, porque toda vez que eu fazia a conta, eu não conseguia acertar a conta. Daí eu tive que chutar o resultado, eu escrevi..
 P- Então vamos ler novamente a questão nove.
 S3- Tá. Uma merendeira preparou quinhentos e cinquenta e oito pães. Foram distribuídos igualmente em dezoito cestas. Quantos pães foram colocados em cada cesta?
 P- Você identificou qual era a operação?
 S3- Identifiquei sim
 P – Você sabia qual era a operação?
 S3- Eu sabia, mas toda a vez que eu fazia a conta, dava um resultado que não tinha aqui.
 P- E qual que era a “conta” , a operação que você tinha que fazer?
 S3- Tinha que fazer quinhentos e cinquenta e oito dividido por dezoito..

Nos protocolos das entrevistas de S2 e S3 é perceptível a dificuldade com a divisão. Diferentes pesquisas da área da Educação Matemática têm se debruçado sobre o tema. Brito e Correa (2004) evidenciaram alguns dos obstáculos que os alunos encontram no domínio do algoritmo da divisão, como direção em que o cálculo é efetuado, a necessidade de domínio dos algoritmos da divisão que envolvem não só os fatos básicos desta operação, mas também aqueles relativos à multiplicação e divisão. A dificuldade também pode ocorrer porque a divisão envolve o uso de estimativa, o uso da tentativa e erro e a interação entre algoritmos, onde o curso da ação em direção a um resultado muda de um foco para outro.

1) O litoral brasileiro tem cerca de 7.500 quilômetros de extensão. Esse número possui quantas centenas?

Como pensei: Porque o número 500 é a centena de 7.500

(A) 5
 (B) 75
 (C) 500
 (D) 7.500

Figura 39. Solução do Problema 1- Sujeito S4 (E)

A exemplo da estratégia de solução utilizada pelo sujeito S (4) o procedimento deste aluno, que apresentou o desempenho excelente na Prova Brasil, também se utiliza de uma operação dissonante, ou seja, visualiza a centena a partir do algarismo 5 caminhando até a ordem das unidades, ou seja, desagrupando centenas em unidades, ou ainda expressando o valor relativo do algarismo 5 no numeral.

P- Olhando a Prova Brasil que você fez, qual questão que você achou mais fácil?
S4- A um.
P- A um? Por quê?
S4- Bom, porque aqui tá perguntando, quantas centenas tem no número sete mil e quinhentos. Então...
P- E quantas você achou que tem?
S4- É quinhentas.
P- Você tem quinhentas centenas?
S4- Ah, não. É... essa daí eu me confundi.... mas eu achei fácil.
P- Quantas... eu vou perguntar diferente. Quantos grupos de cem?
S4- De cem? Cinco. Então esta daqui eu errei, porque eu estava me referindo a cinco centenas. E não ao número quinhentos.
P- Mas olha, essa unidade de milhar, não dá para “desmanchar”, desagrupar? Em sete mil, quantas centenas será que tem?
S4- Em sete mil, vai ter o dobro. Oito mil e quatrocentos.
P- Em sete mil, vai ter o dobro de centena?
S4- É. Porque quinhentos é a metade.
P- Olha, deixa eu te explicar. Quantas centenas tem em mil?
S4- Mil? Duas. (ainda o numeral 500, presente na memória)
P- Centena é um grupo de 100 unidades
S4- Ah, centena. Aaaaah,.... Aluno sorri e diz.. dez!
P- E em sete mil?
S4- Sete mil? Setecentas. Não, setenta...
P- Qual a questão que você achou mais difícil?
S4- O aluno folheia a prova e diz: - eu tive que fazer a conta de divisão várias vezes, aqui do lado a lápis. No rascunho. Ai aqui no final, fiz aqui e consegui.[...]
P- Você encontrou dificuldade para explicar o que pensou?
S4- Para explicar o que eu pensei, não. Porque eu fiz o cálculo. Bom, porque eu já vou ter o que eu vou estar pensando em minha mente. Então é só escrever o que eu estava pensando para fazer o problema...

Como pode ser observado no protocolo da entrevista a questão é retomada no sentido de se explorar as relações que se estabelecem no Sistema de Numeração Decimal quando um algarismo que representa a unidade de milhar (no caso, o algarismo 7), também comporta grupos de cem. Além disso, a divisão também é ressaltada como dificuldade, reiterando os resultados dos diferentes estudos a respeito. (Lautert & Spinillo, 2000; Brito, 2000; Nunes & Bryant, 1997; Vergnaud, 1996; Mello, 2008).

Por meio da análise anterior da questão 1 e percentual de erros verificado na aplicação da mesma a este grupo de estudo, infere-se que a “estrutura” do problema foi

a variável que afetou o desempenho de grande parte dos sujeitos. Mediante a compreensão do enunciado verbal e a representação do problema, o espaço de solução do problema é então estabelecido; desta forma, envolvendo o conjunto de todas as operações identificadas pelo solucionador a partir do estado inicial do problema, com o objetivo de encontrar o estado final desejado. De acordo com Brito (2011), a solução de problemas exige tanto a habilidade verbal quanto a habilidade matemática e a primeira etapa da solução encontra-se relacionada à compreensão verbal do enunciado do problema; após a compreensão do enunciado e daquilo que é solicitado pelo problema, o estudante pode perceber a estrutura matemática que está subjacente ao envoltório. “Assim, a habilidade verbal é essencial para a compreensão do envoltório do problema, enquanto a habilidade matemática é necessária para a percepção do espaço do problema, quais algoritmos são exigidos e quais resultados são admitidos” (Brito, 2006, p. 34).

Por meio da análise realizada, verificou-se que os sujeitos desse grupo, embora tenham seguido as etapas de solução e apresentado a capacidade de decodificação do problema, em sua maioria, mesmo os mais habilidosos, empreenderam suas ações a partir das informações contidas no enunciado. Além disso, explorar as relações de agrupamentos de 10...100...1000 unidades contidas em uma quantidade numérica é de extrema importância para a compreensão destas relações. Ressalta-se, já no início da análise, a importância dos protocolos verbais produzidos a partir da técnica “como pensei” (Brito, 2011) e da inserção da entrevista no método desta pesquisa, como recursos importantes para se investigar as estratégias de pensamento adotadas pelos alunos na solução de problemas e inferências mais precisas a respeito de suas dificuldades.

As figuras 40, 41, 42 e 43 demonstram os protocolos elaborados pelos sujeitos S5 (I), S6 (S), S7(B) e S8 (E) referentes ao problema 6, respectivamente.

D 19- Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).

6) Na escola de Ana há 3 879 alunos. Na escola de Paulo há 2 416 alunos. Então, a diferença entre elas é de 1 463 alunos. Se, no próximo ano, 210 alunos se matricularem em cada escola, qual será a diferença entre elas?

(A) 2 416 alunos (B) 1 673 alunos (C) 1 883 alunos (D) 1 463 alunos.

6) Na escola de Ana há 3879 alunos. Na escola de Paulo há 2416 alunos. Então, a diferença entre elas é de 1463 alunos. Se, no próximo ano, 210 alunos se matricularem em cada escola, qual será a diferença entre elas?

Como pensei:

2 416 alunos.
 1 673 alunos.
 1 883 alunos.
 1 463 alunos.

$$\begin{array}{r} 3879 \\ - 2416 \\ \hline 1463 \end{array}$$

Figura 40. Solução do Problema 6- Sujeito S5 (I)

Como observado, o aluno não identifica o problema como tal. Faz simplesmente a transposição das quantidades numéricas e estabelece uma operação dissonante e matematicamente impossível, ou seja, subtrair três quantidades numéricas ao mesmo tempo, fato indicado pelo sinal da subtração. Escolhe aleatoriamente o resultado observando as alternativas de resposta. Ainda, no protocolo da entrevista é possível verificar, novamente, a divisão como a operação que representa mais dificuldade.

P- Então, eu queria saber o seguinte. Em relação a essa prova que você fez, envolvendo as questões aqui de múltipla escolha. Qual é a questão que você achou mais fácil?

S5 – Aaaaah. A quatro.

P- Você achou a mais fácil?

S5 – Eu entendi tudo certo e eu consegui chegar no resultado... de somar.

P- E a que você teve muita dificuldade? Ou não teve dificuldade? Ou alguma dificuldade?

S5 – Na divisão. Eu não consigo... eu faço a conta na cabeça, aí na hora que eu vou escrever no caderno. Eu esqueço a conta. Eu não consigo fazer.

Você consegue realizar melhor as tarefas matemáticas melhor, quando não é prova? Ou para você é indiferente? Qual a atividade você realiza com mais tranquilidade?

S5 – Quando não é prova.

P- Por quê? Quando é prova o que você sente?

S5 – Eu entro em pânico.

P- Na prova você entra em pânico?

S5 – Hã, hã.. Quanto mais eu estudo, na minha cabeça fica tudo em branco.

É possível perceber que a prova constitui-se em elemento desencadeador do medo, e melhor ressaltado pela aluna, do pânico. Fatores afetivos e sociais são indissociáveis dos

fatores cognitivos, sendo necessário que o professor estabeleça sua prática pedagógica a partir deste pressuposto. Segundo Brito (1996, 2002a) mesmo havendo concordância em que a disciplina Matemática é básica para o estudante, existe o fato de que a mesma evoca medo e desgosto pelos alunos. “Essa ansiedade matemática aparece, com frequência, associada não só as dificuldades nessa disciplina, mas também a outros fatores que, no conjunto, determinam as atitudes dos estudantes” (Brito, 2002a, p. 87).

A ansiedade Matemática é utilizada para explicar o comportamento do estudante em relação à disciplina, à escola e às atividades escolares; e quando associada às atitudes com relação à Matemática constitui-se em um obstáculo para a aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina. A ansiedade gera consequências que conduzem o aluno ao fracasso escolar, a uma baixa autoestima e, muitas das vezes, gera comportamento aversivo não só à disciplina em questão, mas interfere na percepção que o aluno tem da escola como um todo.

6) Na escola de Ana há 3879 alunos. Na escola de Paulo há 2416 alunos. Então, a diferença entre elas é de 1463 alunos. Se, no próximo ano, 210 alunos se maticularem em cada escola, qual será a diferença entre elas?

Como pensei:

$$\begin{array}{r} 210 \\ + 210 \\ \hline 420 \end{array}$$

(A) 2 416 alunos.
 (B) 1 673 alunos.
 (C) 1 883 alunos.
 (D) 1 463 alunos.

Figura 41. Solução do Problema 6- Sujeito S6 (S)

Neste protocolo o aluno soma o numeral que representa o acréscimo de alunos em cada escola, sem estabelecer qualquer tipo de relação entre as quantidades expressas. A exemplo do protocolo anterior, o aluno não identifica o problema como “sendo um problema”, escolhe aleatoriamente a resposta o que o induz reiteração do erro. Este problema envolve o conceito de proporcionalidade e as operações combinadas de adição e subtração.

A estratégia utilizada pelo aluno demonstra que não se estabelece a primeira etapa da solução, ou seja, a compreensão do problema, o que não permite o avanço para as etapas subsequentes. Além disso, pela estratégia adotada e que envolve a transposição dos numerais, pode-se inferir que a falta de elementos de esteio na estrutura cognitiva

(Ausubel, 1978) implica na falta de construção de conceitos e princípios subjacentes à tarefa e o domínio desta categoria de problema do campo aditivo.

Ainda, de acordo com o protocolo da entrevista, apresentado a seguir, a divisão representa a operação mais difícil para o estudante e explicitar “como pensou” durante a atividade matemática representa um desafio, já que, como o próprio S6 relata, não tem familiaridade com este tipo de tarefa.

S6- *Eu achei fácil a um e a dois. E eu acho que só.*

P- *A. Você sabe me dizer por que elas foram fáceis para você?*

S6- *Ah, porque eu já estou mais acostumado a fazer esse tipo de prova.*

P- *Entendi. Que fala sobre o que? Decomposição de números? Sistema de numeração?*

S6- *Mais ou menos isso.*

P- *E qual, ou quais você achou muito difícil?*

S6- *É a divisão. As contas de divisão.*

P- *Por quê?*

S6- *Dá um nó na minha cabeça que eu não consigo dividir nada.*

S6- *Acho. Número grande ou número ímpar eu não consigo. Par até eu consigo dividir de cabeça. Mas o resto... faz sinal de não com a cabeça.*

P- *Você encontrou dificuldade para explicar como pensou?*

S6- *Porque eu não sou muito bom em colocar o que eu estou pensando num papel. Eu penso muita coisa, daí não dá pra eu colocar aqui. - Só na minha cabeça mesmo. Ninguém entende.*

6) Na escola de Ana há 3879 alunos. Na escola de Paulo há 2416 alunos. Então, a diferença entre elas é de 1463 alunos. Se, no próximo ano, 210 alunos se matricularem em cada escola, qual será a diferença entre elas?

Como pensei:

3 CONTAS EM 1 PROBLEMA

(A) 2 416 alunos.
 (B) 1 673 alunos.
 (C) 1 883 alunos.
 (D) 1 463 alunos.

Figura 42. Solução do Problema 6- Sujeito S7 (B)

Este aluno sintetiza o processo de solução explicando no protocolo verbal as estratégias utilizadas, ou seja, é possível perceber que o aluno demonstra domínio das etapas de solução, indicando que a realização das “3 contas” fazia parte do planejamento de solução, demonstrando, inclusive, domínio nesta categoria de problema do campo multiplicativo (Vergnaud, 1990,1996). Alcançando o estado final, monitora o resultado pela escolha da alternativa.

Qual a questão você achou a mais difícil?

S7- Aluno olha a prova, folheia-a e diz: -A número seis.

P-Por favor, leia a questão para nós.

S7- Na escola de Ana há três mil oitocentos e setenta e nove alunos, na escola de Paulo ...

P- Por que você achou esta questão difícil?

S7 – Muita conta, só isso...

S7 E como é que você acha que resolve melhor as tarefas Matemáticas? Quando é tarefa de sala de aula. Ou quando é tarefa de avaliação? De prova.

S7 – De prova.

P- Você resolve melhor?

P- Por que é mais fácil?

S7– Porque o que a professora já passou, eu já vou estar sabendo....

Neste protocolo da entrevista o sujeito S7 sugere um domínio dos conteúdos matemáticos anterior ao momento da avaliação. Isto demonstra certa facilidade de articular conceitos e princípios durante a solução de problemas e sugere uma atitude positiva em relação à Disciplina. O fato de afirmar este domínio é indicativo de que recebe bem uma testagem regular e sistemática, ao invés de vê-la como uma ameaça (Ausubel et al., 1980). Ainda, a afirmativa do aluno, corrobora com a ideia da aprendizagem significativa. Na aprendizagem significativa as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno por meio de uma relação não arbitrária e substantiva (Ausubel, Novak & Hanesian, 1978). No sentido atribuído pelo S7, a avaliação encerra o sentido da transferência uma vez que comporta a estrutura do conhecimento existente na ocasião da aprendizagem, ou seja, as variáveis da estrutura cognitiva, aplicadas em novas situações.

6) Na escola de Ana há 3879 alunos. Na escola de Paulo há 2416 alunos. Então, a diferença entre elas é de 1463 alunos. Se, no próximo ano, 210 alunos se matricularem em cada escola, qual será a diferença entre elas?

Como pensei: *Ég as 3 contas*

(A) 2 416 alunos.	$\begin{array}{r} 3879 \\ + 230 \\ \hline 4089 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2416 \\ + 210 \\ \hline 2626 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4089 \\ - 2626 \\ \hline 1463 \end{array}$
-------------------	---	---	--

(B) 1 673 alunos.
(C) 1 883 alunos.
(D) 1 463 alunos.

Figura 43. Solução do Problema 6- Sujeito S8 (E)

Como pode ser verificado, a estratégia utilizada pela aluno segue as etapas de solução de problemas (Brito, 2011), pois mediante a tradução do problema atinge o estado final desejado. Ressalta-se que o sujeito S8 apresentou excelente desempenho matemático nas duas versões da Prova Brasil. Importante destacar os estudos de Kruteskii (1976) os

quais apontaram que durante o processo de solução de problemas, o solucionador passa por estágios (obtenção da informação matemática; processamento da informação matemática; retenção da informação matemática; existência de um *componente geral sintético* que está ligado à existência de um tipo de “mente” matemática). A compreensão de que um determinado problema matemático envolve um conjunto de habilidades e que as habilidades não são os únicos fatores que contribuem para um bom desempenho em uma determinada tarefa possibilita interpretar de modo mais eficaz as estratégias de pensamento adotadas pelos alunos na solução de problemas.

P- Qual a questão que você achou a mais difícil?
S8 – A número um. Porque para mim era para fazer a centena, e eu não sou muito boa nisso.
P- Você encontrou alguma dificuldade para você explicar como você pensou?
S8– Ah, um pouco, porque eu não consigo explicar as coisas que eu faço muito bem.
P- Uma próxima pergunta. Você realizou uma prova que foi essa segunda, onde, ao invés de você assinalar, você tinha que procurar a resposta. qual é a sua opinião sobre as provas.
S8– Eu prefiro mais esse tipo de prova, onde eu consigo dar a minha resposta. Do jeito que eu acho melhor a resposta. Do que ficar assinalando.

Na sequência, são apresentados os protocolos da questão 13, elaborados pelos sujeitos S 9 (I), S10 (S), S11 (B) e S12 (E), nas figuras 44, 45, 46 e 47.

D 25- Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados de adição ou subtração.

13) Em Belo Horizonte, ontem, a temperatura máxima foi de 28,3 graus e, hoje, é de 26,7 graus. De quantos graus é a diferença entre as duas temperaturas?
 (A) 1,4 grau (B) 1,6 grau (C) 2,4 graus (D) 2,6 graus

13) Em Belo Horizonte, ontem, a temperatura máxima foi de 28,3 graus e, hoje, é de 26,7 graus. De quantos graus é a diferença entre as duas temperaturas?

(A) 1,4 grau (B) 1,6 grau (C) 2,4 graus (D) 2,6 graus

Como pensei:

$$\begin{array}{r}
 28,3 \\
 + 26,7 \\
 \hline
 53,6
 \end{array}$$

Figura 44. Solução do Problema 13- Sujeito S9 (I)

O problema envolve uma operação de subtração de números decimais e, como pode ser observado, os fatos matemáticos contidos no problema não são interpretados pelo aluno. O sujeito S9 elabora uma operação dissonante, ou seja, uma adição, desconsiderando

completamente a vírgula, inclusive escrevendo o valor da soma na forma de número inteiro. Muitas vezes o aluno não tem domínio da linguagem matemática. A palavra diferença é desconsiderada, tanto que o S9 realiza uma adição. Gómez-Granell (2003) destacou que a tradução dos enunciados da língua natural para os símbolos matemáticos “é o que permite converter os conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis” (p. 261). Segundo Sternberg (2000), uma das características do conhecimento “dos principiantes” é que eles mostram pouca ou nenhuma automatização de quaisquer sequências de etapas, dentro das estratégias do problema.

[...]P- A um? Por que você achou a questão um fácil?
 S9- Porque.... hum..ah! ... Não sei ,é fácil.
 P- Mas como que você fez?
 S9- Eu chutei.
 Então qual seria uma próxima, que você diria que você fez com bastante tranquilidade?
 S9- A quatro. Porque é de mais, e eu sei mais de mais.
 P- E qual você achou mais difícil?
 S9- A sete.
 P - A sete. Leia a sete pra mim.
 S9- Numa gincana as equipes deveriam recolher latinhas de alumínio....
 P- O que você não entendeu desse problema?
 S9- Eu não soube fazer a soma e eu não sabia o “que que” era.
 P- Sobre a prova com essas alternativas. O que você pensa sobre ela?
 S9- São boas ajudas pra mim. Porque quando eu faço a conta e vou ter que responder, às vezes tem o resultado aqui.

13) Em Belo Horizonte, ontem, a temperatura máxima foi de 28,3 graus e, hoje, é de 26,7 graus. De quantos graus é a diferença entre as duas temperaturas?

(A) 1,4 grau
 (B) 1,6 grau
 (C) 2,4 graus
 (D) 2,6 graus

Como pensei: *em pensei em conta de memora.*

Figura 45. Solução do Problema 13- Sujeito S10 (S)

O aluno segue algumas etapas de solução como a compreensão do texto, a representação do problema, a categorização do problema, a estimativa e o planejamento da solução. No entanto parece não ter realizado a auto avaliação do cálculo, uma vez que escolhe uma alternativa de resposta errada. Isto posto, é perceptível a importância de se incentivar no aluno o hábito de avaliar os procedimentos, os cálculos que adota na solução de problemas, elaborando e monitorando suas respostas.

S10 – Ah. Eu achei a doze mais fácil. Hum. A do professor ganhou ingressos ...
 P- Por que que você achou fácil?
 S10 – Ah, eu achei fácil porque é mais continua de menos que eu fiz.
 P- Como é que você tirou dezoito de trinta e seis?
 P- O que que é cinquenta por cento?
 S10– Eu tenho... Tipo eu tenho cem de um número, e só pode levar cinquenta por cento, então eu só posso levar cinquenta alunos. É quando eu tenho alguns alunos e eu só posso levar a metade deles. Não posso levar todos.

Como observado, S 10 estabelece a relação 50% com $\frac{1}{2}$ de cem, portanto estabelece uma relação lógica importante entre a porcentagem e sua forma fracionária . O significado do conceito é bem articulado na situação problema. O conhecimento do domínio do problema é bastante significativo e pode influenciar o uso da heurística geral para a solução de problemas. O que distingue um solucionador talentoso de outro menos capacitado, no entanto, não é o uso de heurísticas mais poderosas ou diferentes, mas a capacidade do indivíduo para escolher o melhor trajeto para a solução. O conhecimento é fator determinante da representação e, por conseguinte, a representação orienta a recordação e o acesso aos procedimentos apropriados à solução e isto requer subsídios presentes na estrutura mental do sujeito que soluciona um problema.

A solução de problemas é altamente dependente dos conceitos e princípios anteriormente aprendidos. Estes, disponibilizados na memória e combinados de forma a levar ao resultado final, permitem que a estrutura cognitiva se amplie e inclua os elementos novos, sejam os relativos ao conhecimento declarativo ou ao conhecimento de procedimentos (Brito, 2011, p. 8).

13) Em Belo Horizonte, ontem, a temperatura máxima foi de 28,3 graus e, hoje, é de 26,7 graus. De quantos graus é a diferença entre as duas temperaturas?

(A) 1,4 grau
 (B) 1,6 grau
 (C) 2,4 graus
 (D) 2,6 graus

Como pensei:

$$\begin{array}{r} 28,3 \\ - 26,7 \\ \hline 0,6 \end{array}$$

Figura 46. Solução do Problema 13- Sujeito S11 (B)

P- Teve algum problema que foi mais difícil para você?
 S11- Teve... O número seis, eu fiquei com um pouco de dúvida. Mas aí, eu chutei qualquer uma.
 P- Ficou com dúvida no enunciado? Por que o que dizia o enunciado?
 S11- Na escola de Ana há trezentos e oitenta e sete,... calma aí. Trezentos e oitenta... Três mil e oitocentos e setenta e nove alunos...
 P- Você acha que você consegue realizar as tarefas de Matemática, mais facilmente, em dias normais que não sejam de prova, ou tanto faz?
 S11- Tanto faz.
 P- Tanto faz?
 S11- Tanto faz. As provas pra mim, eu não fico tanto tenso. Eu só fico com medo de errar.
 P- E por que você tem medo de errar?
 S11- Pra não passar de ã... Porque eu tenho medo de não passar de ano e... ficar com nota baixa no semestre.

No protocolo da desta entrevista é perceptível a preocupação do S11 com a questão dos erros e o conseqüente receio de que os mesmos interfiram na aprovação para o ano subsequente. Neste aspecto, assume relevância a prática pedagógica que busque a compreensão do erro como forma de superação do mesmo e de reconstrução de conceitos e procedimentos (Davis e Espósito, 1990; Rico, 1998; Cury, 2007; Correia, 2010).

Tendo-se em vista que os erros não surgem ao acaso e são devidos à diferentes causas, os mesmos devem ser considerados como elementos constitutivos do processo de instrução, por si só, potencialmente gerador de erros, os quais se apresentam inevitavelmente (Rico, 1998). Vistos dessa forma, podem converter-se em partes legítimas de acesso ao conhecimento, possibilitando ao aluno elaborar estratégias mais refinadas de solução nas tarefas matemáticas.

13) Em Belo Horizonte, ontem, a temperatura máxima foi de 28,3 graus e, hoje, é de 26,7 graus. De quantos graus é a diferença entre as duas temperaturas?

(A) 1,4 grau
 (B) 1,6 grau
 (C) 2,4 graus
 (D) 2,6 graus

Como pensei: fiz a conta da diferença
 aí eu fui no que deu na
 minha conta de cabeça

Figura 47. Solução do Problema 13- Sujeito S12 (E)

Em relação a prova de Matemática, envolvendo as questões de múltipla escolha, qual a questão que você achou mais difícil?

S12- Eu acho que foi a cinco...Dizia, que em uma fazenda tinha quinhentos e vinte e quatro bois. E na feira de gado, o fazendeiro vendeu cento e.... E depois ele comprou mais duzentos. Aí, eu fiz a subtração e a soma, mas eu não encontrei o resultado nas alternativas.

P- Daí você não encontrou o resultado nas alternativas. Então, você achou essa difícil. Mas, tem um motivo...

S12- É porque eu não tinha entendido na hora exatamente qual era a conta. Então eu fiz. Deu certo um pouquinho, mas realmente eu não achei o resultado.

P- Qual a operação que você acha mais fácil?

S12 – Adição.A10 – Porque é simplesmente somar os números.

P- E qual você acha a mais difícil?

S12 – Divisão. Porque às vezes eu faço a multiplicação para fazer. E eu não consigo achar o resultado da multiplicação. Porque às vezes, tem mais alguns números que eu não consigo multiplicar.

No que se refere às estratégias de pensamento adotadas pelos sujeitos S11 e S12, no problema 13, percebe-se o domínio as etapas de solução e dos conceitos e princípios contidos neste tipo de problema. Isto corrobora com a a ideia de que a presença de elementos subçunsosores na estrutura cognitiva é fator determinante para o êxito na solução de problemas. Os efeitos do conhecimento prévio (Aragão, 1976, Ausubel, 1980) na codificação e na recuperação da memória foram descritos como processos que em algumas vezes podem levar à interferência ou à distorção e em outras à transferência positiva. O conhecimento prévio é o principal fator, que isolado, influencia a aquisição de novos conhecimentos. Nesta interação é que o novo conhecimento adquire significados e o conhecimento prévio se modifica.

Assim, os conceitos e princípios que se interrelacionam na solução de problemas envolvem uma atividade na qual, tanto a representação cognitiva da experiência passada como os componentes de uma situação problemática atual necessitam ser organizados para atingir um objetivo designado. Mostram-se também importantes as ideias de Mayer (1992) sobre a a importância do grau de conhecimento que o indivíduo apresenta na tarefa, afirmando que para que o indivíduo avance de uma etapa para outra é preciso o domínio antecedente.

A seguir, nas figuras 48, 49, 50 e 51, podem ser verificados os protocolos produzidos pelos sujeitos S13 (I), S14 (S), S15 (B) e S16 (E), respectivamente:

D 26- Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%,50%, 100%)

14) Uma professora ganhou ingressos para levar 50% de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?
 (A) 9 (B) 18 (C) 24 (D) 36

14) Uma professora ganhou ingressos para levar 50% de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

Como pensei:

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 36 \\ \hline 36 \end{array}$$

(A) 9
 (B) 18
 (C) 24
 (D) 36

Figura 48. Solução do Problema 14- Sujeito S 13 (I)

Qual questão que você achou a mais fácil?

S13 – A três.

P- A três. Por quê?

S13- Porque ela é de menos.

P- E a mais difícil?

S13 – A mais difícil? Foi a um.

P- Por quê?

S13 – Não sei explicar.

P- Você sentiu dificuldade pra fazer a leitura e interpretar o que estava escrito?

S13- Sim. (Mostrando a prova o pesquisador pergunta)

P- Você poderia indicar os problemas que você não entendeu?

S13- Aqui tinha alguns. Acho que quase todos.

14) Uma professora ganhou ingressos para levar 50% de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

Como pensei:

POR que não
 intedi
 CHUTEI

(A) 9
 (B) 18
 (C) 24
 (D) 36

Figura 49. Solução do Problema 14- Sujeito S14 (S)

P – Você sentiu dificuldade na leitura, para ler e interpretar os enunciados? Você sabe o que é um enunciado?

S14– Não.

P- Enunciado é o texto do problema.

S14– Hum hum.

P- E você sentiu dificuldade?

S14 – Mais ou menos.

P-Quando que um texto é mais fácil?

S14– Quando... É... a gente faz a continha, fica mais fácil.

P- Quando que eles são mais difíceis?

S14- É quando eles são mais ou menos... é... Mais ou menos. Tipo muito grandes.

O não entendimento do problema leva os sujeitos S13 e S14 a adotarem uma estratégia que envolve a escolha aleatória da resposta. O sujeito S13 faz apenas a transposição das quantidades numéricas do problema, demonstrando não ter percorrido nem a primeira etapa de solução; o S14 afirma não ter entendido o problema e por isso “chutou” a resposta.

O que para uma questão de múltipla escolha representa “o chute”, pode estar vinculado às questões em branco para as provas dissertativas. Isto pode sugerir algumas características dos principiantes (Sternberg, 2000), pois estes possuem esquemas relativamente empobrecidos, que contêm relativamente menos conhecimento declarativo sobre o domínio. Ainda, estes sujeitos apresentam unidades de conhecimento dispersas, pobremente organizadas e frouxamente interconectadas.

14) Uma professora ganhou ingressos para levar 50% de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

Como pensei:

FAZENDO CÁLCULO MENTAL
SEI QUE 50% É METADE

(A) 9
 (B) 18
 (C) 24
 (D) 36

Figura 50. Solução do Problema 14- Sujeito S15 (B)

Como visto, o aluno estabelece a estratégia de cálculo mental, buscando atingir o estado final do problema. As ações empreendidas desta forma demonstram um tipo de pensamento divergente no qual os processos de pensamento envolvem a produção de

diversas alternativas. Ainda, os sujeitos com esta característica, funcionam para frente, da informação dada à implementação de estratégias para descobrir o desconhecido (Sternberg, 2000). Isso demonstra que não há uma única forma de solucionar um problema aritmético o que implica no domínio dos conceitos, procedimentos representações simbólicas contidos no problema e em estreita conexão” (Vergnaud, 1990).

S15 – *Se não tivesse o como pensei, eu ia ter acertado tudo. Porque é só como eu pensei. Porque pra mim tá tudo fácil.*
 P – *E o como pensei é que foi o grande nó da sua vida? (risos)*
 S15 – *É porque eu não sabia o que colocar na hora.*
 P- *Agora, você acha que explicar como pensou , mesmo dizendo que você teve dificuldade, ajuda na tarefa, ou não?*
 S15- *Ajuda. Um pouco... Ah, porque dá para saber como você realizou o problema. Não é chu.. não é você chuta, nem.. e pronto*
 P- *Ah, entendi. Tem uma grande diferença. Faz você pensar então sobre...*
 P – *Vamos imaginar... se hoje eu desse para você essa atividade. E você pudesse tivesse mais tempo para escrever o que estava pensando. Isso iria ajudar? O tempo? Ou a tarefa estaria mais conhecida de você?*
 S15 – *Eu acho que já estaria mais conhecido. Eu já sabia, como que ia fazer.*

14) Uma professora ganhou ingressos para levar 50% de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

Como pensei: difícil mas consigo. Não entendi

36 | 2 = que é leciona

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 2 \quad 18 \\ \hline 16 \\ - 16 \\ \hline 00 \end{array}$$

(A) 9
 (B) 18
 (C) 24
 (D) 36

Figura 51. Solução do Problema 14- Sujeito S16 (E)

Como pode ser observado , mesmo alunos com excelente desempenho podem revelar certa dificuldade inicial ao se depararem com palavras desconhecidas do seu universo linguístico e isto pode representar um obstáculo à solução de problemas. A compreensão do problema surge a partir da leitura da situação proposta, que precisa apresentar lógica e coerência para o aprendiz, assim, este problema , retirado do Caderno da Prova Brasil (2011) de modo proposital, compondo o instrumento aplicado, demonstra

que mesmo para sujeitos habilidosos, matematicamente falando, a questão semântica, nos enunciados é extremamente relevante.

No entanto, S16 transpõe a dificuldade inicial, até mesmo descartando-a, e volta-se para as etapas de solução monitorando, inclusive a sua capacidade de solucionar problemas. O que diferenciava os expertos dos principiantes é a organização e o uso do conhecimento, ou seja, os esquemas para resolver problemas dentro de seus domínios de expertise (Glaser & Chi, 1988); Os esquemas dos expertos envolvem grandes unidades de conhecimento altamente interconectadas, que são organizadas de acordo com semelhanças estruturais subjacentes entre as unidades de conhecimento.

Vale ressaltar aqui, pelo desempenho e a desenvoltura apresentados por S16, algumas das características dos expertises: demonstram resolução de problemas altamente eficiente; quando são impostas restrições de tempo, resolvem os problemas mais rapidamente do que os principiantes; predizem exatamente a dificuldade de resolver determinados problemas; monitorizam cuidadosamente as próprias estratégias e os processos de resolução de problemas; demonstram alta precisão no alcance de soluções adequadas.

P- Você acha que falar como você pensou ou como você está pensando para solucionar uma tarefa ou um problema, ajuda na solução desta tarefa ou não?

S16 – De vez em quando. – Porque tem umas questões que eu pego e já estou acostumada a fazer, então eu já sei. Mas em outras “que é um pouquinho mais avançada, que é um pouquinho mais difícil, eu tenho um pouco de dificuldade, então, eu penso um pouquinho mais. Mas fora disso, não.

P- Responda pra mim, o que é mais fácil e mais difícil em matemática?

S16– Adição. Porque é tão fácil.

S16– Problemas, porque são problemas primeiramente. Dá trabalho. Eu acho que em alguns, como vou dizer. Alguns são mais fáceis outros são difíceis. Só que eu não gosto muito do tipo que tem que pegar isso, que dividi por isso e que depois soma mais isso... (risos)

As figuras 52 e 53, envolvendo duas questões com maior número de acertos referem-se aos protocolos das questões 4 e 5 elaboradas pelos sujeitos S17 (I) e S18 (B).

- D 17- Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais**
 4) O número natural que é obtido quando é feita a adição de 3.415 e 295 é:
- (A) 6.365 (B) **3.710** (C) 3.610 (D) 3.600

4) O número natural que é obtido quando é feita a adição de 3.415 e 295 é:

Como pensei:

$\begin{array}{r} 3415 \\ + 295 \\ \hline 3710 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3415 \\ + 295 \\ \hline 3710 \end{array}$ <p style="text-align: right;"><i>eu tentei a conta</i></p>
---	--

A) 6.365
 B) 3.710
 (C) 3.610
 (D) 3.600

Figura 52. Solução do Problema 4- Sujeito S17 (I)

P – Qual você achou mais difícil?
S17 (O aluno folheia a prova e diz: - Não. Hum, pera aí. Foi a onze, uma merendeira...
P- Por quê? – E como você chegou a conclusão dessas contas?
S17 – Porque eu somei quinhentos e cinquenta e oito, mais dezoito, mas não deu. Depois multipliquei. E não deu.

- D 19- Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).**
 5) Numa fazenda, havia 524 bois. Na feira de gado, o fazendeiro vendeu 183 de seus bois e comprou mais 266 bois. Quantos bois há agora na fazenda?
 (A) 507 (B) 607 (C) 707 (D) 727

5) Numa fazenda, havia 524 bois. Na feira de gado, o fazendeiro vendeu 183 de seus bois e comprou mais 266 bois. Quantos bois há agora na fazenda?

Como pensei:

$\begin{array}{r} 524 \\ - 183 \\ \hline 341 \end{array}$	$\begin{array}{r} 341 \\ + 266 \\ \hline 607 \end{array}$
---	---

(A) 507
 B) 607
 (C) 707
 (D) 727

Figura 53. Solução do Problema 5- Sujeito S18 (B)

P- Qual que você achou mais fácil?

S18 – Ah! O aluno folheou a prova e diz: - Carlos fez uma multiplicação abaixo, questão nove.

P- Por que você achou fácil?

S18- Porque só tinha que fazer uma conta e ver o resultado. E assinalar com X.

P- Muito bem. Qual que você achou mais difícil?

S18 – A mais difícil? É, a questão dez. Anderson vai fazer esta divisão...

P – A dez. Por quê?

S18 – Porque eu não sou muito bom na divisão.

É possível verificar que tanto S17 quanto S18 demonstram entendimento do problema e, a partir do estado inicial, atingem o estado final. Estes dois problemas envolvem as estruturas aditivas e apresentaram um percentual de acerto pelos sujeitos do grupo. bastante significativo o que demonstra que para os sujeitos desse grupo as estruturas multiplicativas são aquelas que necessitam ser melhor construídas na estrutura mental. O campo conceitual das estruturas multiplicativas (Vergnaud, 1996) consiste em todas aquelas situações que podem ser analisadas, seja como problemas simples, ou de múltiplas proporções, ou ainda, aqueles que envolvem multiplicação ou divisão.

O problema 4 refere-se à composição de duas medidas: duas medidas que se compõem para dar lugar a uma terceira medida. Nesse caso, ocorre aumento nem diminuição das quantidades envolvidas, apenas uma combinação entre elas; o problema 5 diz respeito à composição de duas transformações: duas transformações se compõem para dar lugar a uma transformação, ou seja, a partir de duas transformações dadas, determina-se uma terceira (Vergnaud, 1990, 1990).

Vale destacar que, embora os dois problemas situem-se no campo aditivo, a diferenciação das categorias implica em estratégias e procedimentos específicos para se alcançar o estado final desejado. Por outro lado, embora os sujeitos da pesquisa, tenham apontado, especialmente na entrevista, a adição como a operação que consideram mais fácil é preciso diferenciar o contexto em que isto ocorre.

Tomando-se como exemplo o problema 4, e as verbalizações produzidas (geralmente, sujeitos se referiam à adição como “conta de mais”) é preciso que se identifique se a “facilidade” encontra-se atrelada apenas ao aspecto de juntar quantidades. Pozo e Crespo (1998) ressaltaram que é bastante comum observar que os alunos consideram ter resolvido um problema quando obtêm um número (solução matemática) sem parar para pensar no significado desse número dentro do contexto científico no qual está inserido o problema (solução científica).

Na mesma direção, o uso indiscriminado dos problemas quantitativos em sala de aula faz com que muitas vezes as atividades propostas sequer cheguem a ser verdadeiros problemas, mas fiquem reduzidas à simples exercitação fazendo com que o aluno se limite a repetir determinados algoritmos aprendidos por repetição. (Pozo & Crespo, 1998).

Por outro lado, os déficits conceituais são, na sua maioria, produzidos em função de os conteúdos serem abordados e armazenados isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva (Ausubel, Novak & Hanesiam, 1978).

As figuras 54 e 55 referem-se a duas questões (2 e 12) de percentual médio de acertos na Prova Brasil objetiva.

- D 15- Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens**
2) Um garoto completou 1.960 bolinhas de gude em sua coleção. Esse número é composto de:
 (A) 1 unidade de milhar, 9 dezenas e 6 unidades.
(B) 1 unidade de milhar, 9 centenas e 6 dezenas.
 (C) 1 unidade de milhar, 60 unidades.
 (D) 1 unidade de milhar, 90 unidades

2) Um garoto completou 1.960 bolinhas de gude em sua coleção. Esse número é composto de:

(A) 1 unidade de milhar, 9 dezenas e 6 unidades.
 (B) 1 unidade de milhar, 9 centenas e 6 dezenas.
 (C) 1 unidade de milhar, 60 unidades.
 (D) 1 unidade de milhar, 90 unidades

Como pensei: Eu consegui esta questão por que eu pensei assim, lendo (dot) todas as alternativas e vendo qual com uma mais com o número 1960.

Figura 54. Solução do Problema 2- Sujeito S19 (S)

P- Você acha que consegue realizar melhor as tarefas quando não é prova ou tanto faz?

S19- Quando não é prova.

P- Por quê?

S19- Porque assim, a professora vai lá, ela explica. Ela mesmo fala como é que se faz. Aí a gente vai lá. Lê o problema e faz o que está mandando.

P- E qual a questão que você achou a mais difícil?

S19- A número quatro.

P- O que que diz a quatro?

S19- É adição. E aí eu confundo com subtração...

Dividir também, é um pouco difícil.

D 23- Resolver problemas utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.

12) Fernando tem, no seu cofrinho, cinco moedas de R\$ 0,05, oito moedas de R\$ 0,10 e três moedas de R\$ 0,25. Que quantia Fernando tem no cofrinho?

(A) R\$ 1,55 (B) R\$ 1,80 (C) R\$ 2,05 (D) R\$ 4,05

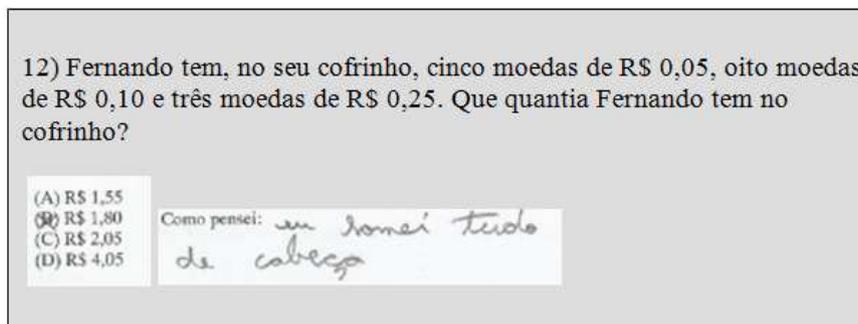


Figura 55. Solução do Problema 12- Sujeito S20 (E)

P- Você encontrou dificuldade para explicar como você pensou?

S20– Um pouco. Por que eu estou acostumada a fazer as contas de cabeça. Não estou acostumada a fazer ...Quando eu faço a conta, eu penso na cabeça.

P- Mas você achou difícil ter que explicar?

S20 – Mais ou médio.

P – Mais ou médio?(Risos)

P- Você acha que explicar sobre o que você pensou, ajuda a solucionar ou não?

S20 – Ajuda... – Porque eu explicando, eu explico e depois de eu me perder, eu leio de novo e já... me acho de novo.

P- Qual das duas provas você achou mais fácil?

S20 – Esse tipo de prova é melhor (aponta para a versão de questões abertas). Eu acho mais fácil do que o primeiro.

P- Por quê?

S20– Porque esse tipo de conta eu sei na minha de cabeça, não preciso ficar fazendo conta....– Eu faço a conta, aí tipo assim, deu aquele resultado, eu deixo ele. Porque eu não vou ficar tentando outros e outros.– Se ta errado, tá errado. Porque desse daqui, se você não achar o resultado, tem que achar o resultado certo.. Porque tem que colocar o X.

Tanto o sujeito S19 quanto o S20 adotam como estratégia as etapas de solução. Embora os problemas sejam diferentes é possível saber o plano de ação empreendido para atingir a solução, mediante as explicitações dos alunos sobre como pensaram. O sujeito S 19 estabelece relações entre a quantidade numérica e as alternativas de representação no sistema de numeração decimal; o sujeito S20 disponibiliza o recurso do cálculo mental e indica a alternativa de resposta. Brito (2006) referindo-se à necessidade de um trabalho docente voltado o para desenvolvimento das habilidades matemáticas, no início da escolaridade, e dinamizado por meio da solução de problemas verbais aritméticos, evidenciou a

consideração do professor às etapas da solução de problemas. Ao final das análises realizadas infere-se que a observação destas etapas é de extrema importância para que se possa compreender os aspectos cognitivos que interferem no bom desempenho do aluno na solução de problemas, evidenciando uma direção para a aprendizagem e articulação dos conceitos e princípios envolvidos neste tipo de tarefa.

Complementando a análise das questões da Prova Brasil, a seguir serão apresentados os protocolos referentes aos itens 3, 7, 8, 9, 10, 11. As questões 3, 7, 8, 11 são aquelas que apresentaram percentual médio de acertos, enquanto as 9 e 10 referem-se ao maior percentual de acertos. Os sujeitos destes protocolos, e que não fizeram parte do grupo da entrevista, também foram selecionados aleatoriamente conforme o nível de desempenho. Assim, como poderá ser observado, nas figuras nas Figuras 56 a 67 encontram-se distribuídos três protocolos para cada nível de desempenho Insatisfatório (I), Satisfatório (S), Bom (B) e Excelente (E).

3) Adriana vai fazer esta subtração: $675 - 98$. O resultado dessa operação será :

(A) 687	$\begin{array}{r} 675 \\ - 98 \\ \hline 623 \end{array}$	Como pensei: daria mais na verdade da 587 para mim né!
(B) 587		
(C) 677		
(D) 577		

Figura 56. Solução do Problema 3- Sujeito S21 (I)

Embora, pelo que indica o enunciado, o sujeito S 21 construa a estrutura da operação para o cálculo do resultado, é notória a falta de domínio da operação de subtração, observando-se uma técnica dissonante na qual nas duas primeiras seqüências operacionais o sujeito retira o minuendo do subtraendo ($8-5=3$; $9-7=2$). Depois subtrai o zero de seis, completando a operação. Não há um consenso entre o resultado da operação e a escolha da alternativa o que pressupõe que a mesma encontra-se vinculada apenas à predisposição de assinalar uma resposta. Percebe-se, portanto, um processo incompleto e inadequado na elaboração do conceito de subtração o que converge para os estudos sobre os campos conceituais e a importância do conhecimento prévio e da disponibilidade de esquemas necessários à solução da tarefa. (Ausubel et.al, 1980; Vergnaud, 1985, Glaser & Chi, 1988; Mayer, 1992; Sternberg, 2000, 2010).

3) Adriana vai fazer esta subtração: $675 - 98$. O resultado dessa operação será :

Como pensei:

É 200 menos da centena
 dar para dez menos dar
 da dezena e dar para
 unidade e fazer a
 conta

(A) 687
 (B) 587
 (C) 677
 (D) 577

Figura 57. Solução do Problema 3- Sujeito S22 (E)

De outra forma, neste protocolo observa-se o domínio dos procedimentos de cálculo que conduzem ao resultado correto. É perceptível a relação agrupamento e reagrupamento estabelecida dentro do sistema de numeração decimal e, embora expresso em linguagem informal, percebe-se a articulação entre conhecimento declarativo e o conhecimento de procedimento (Sternberg, 2000, 2010).

7) Numa gincana, as equipes deveriam recolher latinhas de alumínio Para reciclagem. Uma equipe recolheu 5 sacos de 100 latinhas e outra equipe recolheu 3 sacos de 50 latinhas. Quantas latinhas foram recolhidas ao todo?

Como pensei:

(A) 100
 (B) 150
 (C) 500
 (D) 650

Figura 58. Solução do Problema 7- Sujeito S23 (S)

7) Numa gincana, as equipes deveriam recolher latinhas de alumínio Para reciclagem. Uma equipe recolheu 5 sacos de 100 latinhas e outra equipe recolheu 3 sacos de 50 latinhas. Quantas latinhas foram recolhidas ao todo?

Como pensei:

(A) 100
 (B) 150
 (C) 500
 (D) 650

Figura 59. Solução do Problema 7- Sujeito S24 (I)

Estes dois protocolos evidenciam operações dissonantes uma vez que os sujeitos apenas realizam a transposição das quantidades numéricas, apresentando, entretanto, peculiaridades em cada ação empreendida. O sujeito S23 “soma” os recipientes e as respectivas latinhas. Isto posto, há que se considerar que na leitura do enunciado,

possivelmente a preposição “de” pode ter sido substituída pela conjunção “e”, o que de fato, mudaria toda a semântica do enunciado. O sujeito S24 parece proceder da mesma forma, no entanto não difere a posição correta dos algarismos ao efetuar a soma.

Por outro lado, e em consonância com o afirmado por Sternberg (2000) é possível perceber, pela forma como o problema é representado, que os esquemas dos principiantes (neste caso S23 e S24) envolvem unidades de conhecimento relativamente pequenas e desconectadas, que são organizadas de acordo com similaridades superficiais. Mostram pouca ou nenhuma automatização de quaisquer sequências de etapas, dentro das estratégias do problema.

8) Um caderno tem 64 folhas e desejo dividi-lo, igualmente, em 4 partes. Quantas folhas terá cada parte?

Como pensei:

$$\begin{array}{r} 64 \overline{) 106} \\ \underline{40} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

É difícil

(A) 14
(B) 16
() (C) 21
(D) 32

Figura 60. Solução do Problema 8- Sujeito S25 (I)

8) Um caderno tem 64 folhas e desejo dividi-lo, igualmente, em 4 partes. Quantas folhas terá cada parte?

(A) 14
() (B) 16
(C) 21
(D) 32

Como pensei: *o que está falando*
dividi-lo em 4 partes e fig

Figura 61. Solução do Problema 8- Sujeito S26 (B)

O Sujeito S25 busca efetuar a divisão indicada, no entanto, apresenta elaboração inadequada do processo de divisão uma vez que, inicialmente desenvolve um processo de distribuição de grupos de 10 para depois iniciar a divisão das 24 unidades, o que induz o sujeito ao erro, obtendo um cociente maior que o dividendo. Ao monitorar a resposta procede a escolha aleatória da alternativa, pois não encontra resultado similar,

paralelamente, expressando sua dificuldade. Este protocolo é um indicativo muito interessante dos “erros” advindos das várias técnicas operacionais ensinadas nas escolas. Primeiramente, ensina-se a trabalhar com estimativas de distribuição das quantidades. Depois, o algoritmo convencional fazendo-se uso da operação inversa (tabuada) e de subtrações sucessivas. Nesta “passagem” é que dissonâncias operatórias como as apresentadas pelo S25 podem acontecer. É perceptível, por outro lado, o domínio da divisão pelo sujeito S26, seguindo todas as etapas de solução.

9) Carlos fez a multiplicação abaixo, mas apagou o resultado.

$$\begin{array}{r} 425 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Faça você também a conta. Qual é o resultado?

Como pensei: *Eu pensei que se multiplicasse a unidade $3 \times 5 = 15$ e vou na casa de trás multipliquei a dezena $3 \times 2 = 6$ mais um 7 e por último vou a centena que é $3 \times 4 = 12$ tudo deu 1275*

(A) 1 265
 (B) 1 275
 (C) 1 295
 (D) 1 375

Figura 62. Solução do Problema 9- Sujeito S27 (E)

9) Carlos fez a multiplicação abaixo, mas apagou o resultado.

$$\begin{array}{r} 425 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Faça você também a conta. Qual é o resultado?

Como pensei: *eu achei o resultado do era fácil*

(A) 1 265
 (B) 1 275
 (C) 1 295
 (D) 1 375

Figura 63. Solução do Problema 9- Sujeito S28 (B)

Estes protocolos reiteram o alto percentual de acertos nesta questão. Observa-se, no protocolo do S 27, um bom domínio no campo conceitual da multiplicação, no que se refere a este tipo de operação, uma vez que o sujeito elabora a ideia de agrupamentos no Sistema de Numeração Decimal, onde, por meio do multiplicando e multiplicador, o produto conseguido em cada multiplicação dos termos pode ser agrupado na ordem subsequente. O S28 parece demonstrar domínio das etapas de solução e, monitorando a resposta, descreve o processo de solução como fácil, evidenciando um retorno à operação para correção de cálculo.

10) Anderson vai fazer esta divisão:

$$2568 \overline{) 8}$$

O resultado será:

(A) 321
 (B) 331
 (C) 421
 (D) 432

Como pensei:

$$\begin{array}{r} 2568 \overline{) 8} \\ 16 \quad 321 \\ 08 \\ \hline 0 \end{array}$$
 eu pensei no
 trabalho com
 e depois eu
 achei o resultado.

Figura 64. Solução do Problema 10- Sujeito S29 (S)

10) Anderson vai fazer esta divisão:

$$2568 \overline{) 8}$$

O resultado será:

(A) 321
 (B) 331
 (C) 421
 (D) 432

Como pensei:

$$\begin{array}{r} 2568 \overline{) 8} \\ \cdot 25 \\ - 25 \\ \hline 00 \end{array}$$

Figura 65. Solução do Problema 10- Sujeito S30 (S)

O problema 10 envolve uma operação de divisão por 1 algarismo, tendo sido a mesma apontada como a tarefa mais difícil por grande parte dos sujeitos desta pesquisa; esta operação encontra-se situada no campo das estruturas multiplicativas. Como pode ser observado o procedimento de solução do S29 envolve o processo curto da divisão (a subtração é estabelecida através do cálculo mental, já indicando o resto).

O sujeito S 30 repete a operação indicando aleatoriamente quantidades numéricas no cociente e no resto da divisão. Nos protocolos apresentados acima (S29 e S30), é possível perceber que o domínio destas relações existentes no problema e a aplicabilidade do conceito de subtração são determinantes do êxito (ou não) na tarefa.

Os problemas do tipo isomorfismo de medidas descrevem um elevado número de situações cotidianas das quais se derivam quatro classes de problemas: multiplicação, divisão por partição, divisão por cota e problemas de proporcionalidade. Segundo Vergnaud (2009, p.190), “ a divisão é uma operação complexa. Há para isto várias razões: algumas são de ordem conceitual, outras são ligadas à complexidade das regras operatórias implicadas pela divisão”. Ainda, de acordo com o autor, enquanto a adição, a subtração e a

multiplicação são sempre exatas e o resultado obtido a partir da aplicação do operador ao operando, a divisão nem sempre é exata e o quociente não é por si só, o resultado do operador ao operando. O verdadeiro resultado é o par quociente resto, podendo o resto ser nulo. Afora as relações complexas, que ultrapassam as capacidades das crianças, a divisão por n não é o inverso da multiplicação por n .

Assim, é necessário que o professor esteja atento às especificidades nos problemas cognitivos, que surgem ora das estruturas aditivas, ora das estruturas multiplicativas, abordando as diferentes classes de problemas, para que o aluno identifique em situações propostas a operacionalidade dos conceitos. Nos protocolos apresentados acima (S29 e S30), é possível perceber que o domínio destas relações e a aplicabilidade do conceito de subtração são determinantes do êxito na tarefa.

11) Uma merendeira preparou 558 pães que foram distribuídos igualmente em 18 cestas. Quantos pães foram colocados em cada cesta?

(A) 31
 (B) 310
 (C) 554
 (D) 783

Como pensei: essa foi uma 558 LLE
 dos mais difíceis
 mais dei um jeito

$$\begin{array}{r}
 558 \text{ LLE} \\
 - 64 \quad 31 \\
 \hline
 078 \\
 - 78 \\
 \hline
 00
 \end{array}$$

Figura 66. Solução do Problema 11- Sujeito S31 (B)

11) Uma merendeira preparou 558 pães que foram distribuídos igualmente em 18 cestas. Quantos pães foram colocados em cada cesta?

(A) 31
 (B) 310
 (C) 554
 (D) 783

Como pensei:
 Não sabia então
 chulei a conta
 e acertei deu
 31

$$\begin{array}{r}
 31 \\
 \times 18 \\
 \hline
 248 \\
 315 \\
 \hline
 558
 \end{array}$$

Figura 67. Solução do Problema 11- Sujeito S32 (E)

Sternberg (2000) destacando algumas das características de expertos e principiantes, ressaltou que na resolução de problemas os expertos funcionam para frente, da informação dada à implementação de estratégias para descobrir o desconhecido. Ao contrário, os

principiantes funcionam para trás, do enfoque no desconhecido à descoberta de estratégias do problema que façam uso da informação dada.

Nesta perspectiva, pode-se inferir que S31 apresenta uma característica experta de solução, enquanto, S32 apresenta procedimento consoante com o dos principiantes. Observa-se que ele parte do divisor, buscando nas alternativas de resposta um quociente a ser multiplicado para atingir o produto que corresponderia ao dividendo, fazendo uso da operação inversa. Isto corrobora com a ideia de que os planos de ação e os procedimentos adotados podem indicar formas idiossincráticas que o sujeito utiliza manifestar suas ideias matemáticas e de que forma as habilidades verbais e a lógica matemática são relacionadas pelo aluno para elaborar as representações de um problema, buscando atingir a solução.

Tendo-se em vista os objetivos delineados para este estudo e, de modo mais específico, para a qualificação dos dados da Prova Brasil, a Figura 68 apresenta os dados referentes às estratégias de pensamento disponibilizadas pelos sujeitos na solução de problemas, mediante os protocolos analisados.

Domínio das etapas de solução	N /Protocolos Sujeitos / Desempenho	Total de protocolos
Completo	I=2; S=4; B=8; E=7	T=21
Incompleto	I=2; S=2; B=0; E=0	T=4
Sem domínio	I=4; S=3; B=0; E=0	T=7
Critérios de Análise	N/ Protocolos Sujeitos/ Desempenho	Total de Protocolos
Processo inadequado na elaboração de um conceito	I=6; S=5; B=0; E=1	T=12
Estrutura semântica	I=1; S=1; B=0; E=3	T=3
Erros de cálculo	I=0; S=1; B=0; E=0	T=1
Operação dissonante	I=5; S=3; B=0; E=1	T=9
Transposição das quantidades numéricas	I=4; S=2; B=0; E=0	T=6
Recursos	N/ Protocolos Sujeitos/ Desempenho	Total de protocolos
Algoritmo convencional	I=4; S=1; B=2; E=2	T=9
Algoritmo não convencional	I=0; S=0; B=2; E=1	T=3
Algoritmo descritivo	I=0; S=3; B=2; E=2	T=7
Cálculo mental	I=0; S=1; B=1; E=1	T=3
Trabalhar em sentido inverso (expertise e principiante)	I=0; S=0; B=0; E=1	T=1
Monitoramento da solução por meio da verificação dos itens da resposta	I=0; S=1; B=0; E=1	T=2
Escolha aleatória/ chute	I=0; S=2; B=0; E=0	T=2
Característica da resolução de problemas	N/ Protocolos Sujeitos/ Desempenho	Total de protocolos
Principiante	I=7; S=5; B=1; E=2	T=15
Experta	I=1; S=2; B=7; E=5	T=15

Figura 68. Domínios das etapas de solução /Critérios de análise/Recursos alocados durante a solução de problemas/Característica da resolução de problemas (Sternberg, 2000)

Considerando-se a relevância da solução de problemas, mediante os dados apresentados é possível inferir que neste estudo, o domínio das etapas de solução, de modo geral, encontra-se relacionado ao desempenho apresentado. Sujeitos com desempenho bom e excelente exercem maior domínio das etapas que os sujeitos de baixo desempenho. Nota-se que esta foi a estratégia mais utilizada pelo grupo de participantes. As características dos expertos e dos principiantes também podem ser interpretadas sobre este aspecto. Assim sendo, por meio protocolos é possível inferir-se que as características de solução de problemas experta e principiante, encontram-se relacionadas ao nível de desempenho dos alunos, isto é, à medida que avançam no desempenho os alunos tendem a apresentar soluções mais próximas da característica experta, sendo o oposto verificado como característica principiante. Por outro lado, algoritmo convencional, seguido do algoritmo descritivo foi os mais utilizado pelos sujeitos. Os sujeitos com desempenho bom e excelente são os que mais fizeram uso do algoritmo não convencional.

Ainda, insucesso na tarefa pode ser interpretado a partir de dois aspectos relevantes: o processo inadequado na elaboração de um conceito e operações dissonantes, o que corrobora com os estudos presentes no aporte teórico desta pesquisa a respeito da relevância da estrutura cognitiva e dos conhecimentos prévios nas tarefas matemáticas. Quando os sujeitos não dispunham de ideias de esteio para solucionar o problema apenas realizavam a transposição das quantidades numéricas, às vezes, concomitante com a escolha aleatória de uma alternativa.

É importante ressaltar que os dados apresentados são parciais quando se pensa na amostra total de 87 sujeitos que, ao elaborarem protocolos para as 14 questões da Prova Brasil, analisado-se o conjunto geral, poderiam apresentar números mais significativos para análise, daí a necessidade de compreender-se os resultados a partir de um âmbito mais restrito, porém significativo, pelo cuidado de seleção dos 32 protocolos analisados, com igual número de sujeitos para cada nível de desempenho.

Finalizando, embora não se possam estabelecer generalizações, considera-se de fundamental importância o trabalho em sala de aula dimensionado a partir da solução de problemas e da abordagem das etapas de solução para que se possa interpretar o real sentido do fracasso e do sucesso escolar, estabelecendo critérios de análise consistentes a fim de redimensionar a ação pedagógica dentro da sala de aula.

CAPÍTULO VII

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um aspecto bastante relevante ao se abordar a avaliação de larga escala é possibilitar meios que subsidiem reflexões importantes que permitam ampliar as discussões acerca nas quais as diferentes variáveis que permeiam este tipo de avaliação. Alguns aspectos envolvendo avanços e limitações já foram evidenciados no capítulo concernente ao tema.

No entanto, trazendo-a para o contexto da sala de aula é possível perceber algumas lacunas presentes na própria elaboração dos itens da Prova Brasil que, articuladas à intencionalidade de “avaliar” se determinada “habilidade” foi desenvolvida, as interpretações oficiais conduzem ao reducionismo essas mesmas interpretações, manifestando de forma simplista a análise de alguns resultados.

Exemplificando tais ocorrências, aborda-se um dos problemas utilizados no instrumento Prova Brasil, aplicado no presente estudo. Este problema requer que se proceda algumas considerações importantes pela forma e conteúdo pelos quais, em sua íntegra, é apresentado no caderno do Ministério da Educação- Secretaria da Educação Básica- PDE/Prova Brasil (Brasília, 2011), do Tema III- Números e Operações.

Esta discussão torna-se pertinente sob dois aspectos: 1º) Os resultados oficiais apresentados (maior percentual de erros) encontram-se em consonância com os obtidos nesta pesquisa. 2º) Diferentemente dos resultados afins, a interpretação do resultado estabelecida no Caderno PDE/ Prova Brasil⁴³ se diferencia da análise realizada por esta pesquisa. Ao proceder-se a leitura do referido caderno, tornou-se possível elaborar alguns questionamentos bastante pertinentes e que referem-se a este descritor. Mediante aplicação oficial da Prova Brasil (2007, 2009) , os resultados foram interpretados na seguinte forma:

1º) Apresentação do descritor e antes de cada um dos exemplos de itens são elaboradas pergunta- resposta:

⁴³ Mediante o estudo e escolha dos itens para elaboração da Prova Brasil objetiva, a questão do descritor 13 do Tema Números e Operações foi a única que suscitou uma possível dissonância na análise empreendida mediante os resultados oficiais. A discussão que emerge a partir daí é uma retomada acerca de como a avaliação pode ser dimensionada.

“Que habilidades pretendemos avaliar?”

A habilidade de o aluno explorar situações em que ele perceba que cada agrupamento de 10 unidades, 10 dezenas, 10 centenas etc. **requer uma troca do algarismo** no número na posição correspondente à unidade, dezena, centena etc. Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas que requeiram do aluno verificar a necessidade de **trocar** um número ao contabilizar um agrupamento de 10. (PDE/ Prova Brasil (MEC, SEB; Inep, 2008, p.130)

2.º) Na sequência, apresenta o problema e a análise dos resultados:

(A) 5 (17%) (B) 75 (25%) (C) 500 (19%) (D) 7.500 (32%)

Na análise do item , empreendida no documento, tem-se a seguinte afirmativa: “Apenas um quarto dos alunos acertou o item, reconhecendo as 75 centenas existentes no número [...] Os outros 32%, correspondentes à alternativa D, repetiram o número apresentado, **mostrando não terem desenvolvido a habilidade.**” (Ibid).

Embora não seja o objetivo desse estudo, achou-se pertinente evidenciar o conteúdo do texto sobre a habilidade avaliada e “a forma” como este resultado foi analisado. Sendo a avaliação e a solução de problemas, eixos norteadores desta pesquisa e, por toda a fundamentação estabelecida no corpo teórico, há que se indagar se a habilidade enunciada estaria corretamente inserida no contexto do problema e se, por efeito, o que ocorreu foi realmente o não desenvolvimento da habilidade “ *de o aluno explorar situações em que ele perceba que cada agrupamento de 10 unidades, 10 dezenas, 10 centenas etc. **requer uma troca do algarismo** no número na posição correspondente à unidade, dezena, centena etc.*

A análise empreendida por este estudo, visando à discussão mais aprofundada dos protocolos e fundamentada no corpo teórico desta pesquisa, permite que se interprete este resultado de forma não literal e diversa da interpretação oficial.

Trata-se de um item que envolve os “agrupamentos de cem” no numeral 7500. Este tipo de erro pode ocorrer justamente porque a identificação das 75 centenas (também poderia ser a de 1750 dezenas) envolve a construção significativa de continente e conteúdo, os seja , a proposta de situações contextualizadas que realmente permitam ao aluno identificar os diferentes agrupamentos dentro do sistema de numeração decimal , as diferentes formas em que um numeral pode ser composto e decomposto. Tem-se que a questão aqui , não é *necessidade de **trocar** um número ao contabilizar um agrupamento de 10, e mediante o exposto, a interpretação de que os alunos não desenvolveram esta habilidade pode estar equivocada.*

Além disso, é preciso questionar se os testes neste formato estão realmente medindo as competências e habilidades, uma vez que a “ habilidade” exigida encontra-se mensurada na resposta do item e, como verificado, podem ocorrer dissonâncias conceituais e na estrutura semântica do problema. Krutetskii (1976) definiu habilidade como sendo “as qualidades internas de uma pessoa que permitem a realização de uma atividade definida” (p.75); os componentes das habilidades referem-se à habilidades particulares que compõem a estrutura geral das habilidades. Durante a solução de um problema da avaliação de larga escala é possível inferir quais mecanismos próprios dos componentes da habilidade matemática foram disponibilizados pelo estudante. As habilidades são totalidades cujos componentes não podem funcionar de forma isolada e na execução da atividade, o conjunto desses elementos interagem formando uma única estrutura (Brito, 2008). Segundo Kruteskii a habilidade

[...] é uma característica psicológica individual (primeiramente características da atividade mental) que respondem aos requerimentos da atividade matemática escolar e que influencia, sendo todas as outras condições equivalentes, o sucesso no domínio criativo da Matemática como um assunto escolar – em particular, uma relativa rapidez, facilidade e domínio profundo do conhecimento, destrezas e hábitos em Matemática (ibidem).

A habilidade matemática é um fenômeno interno e complexo, resultante da interação de vários componentes que para serem estudados exigem a observação do sujeito durante a execução da atividade. Isto requer uma série de ações que permitam ao professor estabelecer os meios necessários para que possa estabelecer inferências consistentes.

Os protocolos verbais produzidos pelos sujeitos durante a atividade possibilitam a análise e a interpretação significativas das ações empreendidas pelo sujeito na realização da tarefa matemática. Referindo-se à atividade, Krutetskii (1976) estabeleceu uma relação entre prontidão, habilidades e condições psicológicas na realização da mesma. Para o autor, o estado de prontidão de uma pessoa diz respeito à facilidade em desempenhar certa atividade envolvendo fatores que são favoráveis à realização da mesma como: habilidades para cumprir a atividade e condições psicológicas necessárias à realização da atividade com sucesso. Essas condições psicológicas podem ser uma atitude positiva em relação à atividade, traços de personalidade, estado mental, conhecimento, destrezas e hábitos.

O progresso e o sucesso na execução de uma atividade depende de um complexo de habilidades e não de uma habilidade tomada isoladamente (Newmann Garcia, 1995). Neste sentido, no contexto da presente investigação, denota-se a importância da abordagem sobre

as habilidades matemáticas. Segundo Brito (2008), não é possível observar uma habilidade em sua forma pura, uma vez que, a habilidade se manifesta durante a execução de uma atividade ou tarefa; “o que se pode observar são as manifestações dos componentes de uma determinada habilidade” (p.31). Assim, embora no texto da Prova Brasil seja destacado que a mesma avalia as habilidades e competências dos estudantes, não é possível mensurá-las em uma prova de larga escala, tipo lápis e papel, na forma absoluta como são descritas; mais ainda, interpretar os resultados de uma forma inconsistente pode comprometer o real papel a que a avaliação se destina.

Mesmo que a avaliação envolva os resultados mensuráveis e quantitativos, ela mesma não pode se esgotar em dados que, muitas vezes encontram-se previamente comprometidos até pela formulação de problemas mal estruturados (Sternberg, 2000). É necessário que se interprete os fenômenos, os dados, as variáveis que afetam o desempenho envolvendo fatores afetivos, cognitivos e sociais, destacando-se a importância da atuação do professor voltada para estes fatores. Assim, as inferências estabelecidas podem estabelecer intervenções eficazes para a superação das dificuldades apresentadas pelos alunos.

Neste sentido, é necessário que se proceda interpretações eficazes e que sirvam de esteio para as ações futuras. As abordagens da Psicologia Cognitiva no que concerne à aprendizagem de conceitos e princípios matemáticos podem fundamentar interpretações acerca dos resultados divulgados pelos órgãos educacionais competentes. As análises reducionistas das quantidades numéricas, expressas em resultados do IDEB e Metas a serem , necessitam ser ultrapassadas, e a concepção de que a evolução da média geral é reflexo do aprimoramento da qualidade da Educação brasileira precisa ser desmistificada.

Por outro lado, o aporte teórico, abordado neste estudo, comporta a intenção de se articular ideias consistentes acerca da solução de problemas e de variáveis que afetam o desempenho.

A solução de problemas pode ser considerada uma atividade de alto nível. Nela conceitos e princípios se articulam e processos cognitivos superiores como a percepção, a representação, a imagem, a retenção e a recuperação de informações contidas na memória, a atenção também podem ser observados. A forma como o conhecimento é organizado afeta a solução de problemas e, neste contexto onde se encontra presente o processo de representação, torna-se ainda necessária a recorrência ao conceito de esquema (Skemp, 1971, 1993; Piaget, 1973, 1974, 1975, 1976, 1977; Ausubel, 1978, 1980; Chi & Glaser, 1981; Pozo, 1998, Echeverria & Pozo, 1998, entre outros) torna-se relevante. Propondo-se ainda que

esquema é um constructo teórico que descreve a forma de um campo de conhecimento organizado na memória, sendo estrutura modificável de informações. Assim, a solução de problemas encontra-se articulada com objetivos cognitivos que levam ao desenvolvimento das habilidades básicas (Brito, 2000) “levando o aluno a compreender os significados dos conceitos e princípios envolvidos e não apenas memorizando **modelos de problemas** e estratégias de solução” (p. 95, grifo do autor). Vem daí a necessidade de professores (e mesmo gestores) estarem atentos para que a busca de melhores escores de pontuação, não comprometam o aspecto qualitativo da solução de problemas.

Finalizando, esta investigação, ao verificar a existência de relações recíprocas entre variáveis afetivas (atitude) e cognitivas (desempenho, estratégia de pensamento) reforça a ideia de que fatores cognitivos, afetivos e sociais interatuam na aquisição do conhecimento e isto deve ser levado em conta quando se busca interpretar o desempenho do aluno.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES DE ESTUDO

Esta investigação foi dimensionada a partir do pressuposto de que a avaliação deve ser estruturada como eixo de reflexão do processo educativo, buscando compreendê-la no cerne do processo do ensino e da aprendizagem: a sala de aula. Nas diferentes discussões que permearam a pesquisa, reiterou-se a ideia de que os modelos, tanto externos quanto internos de avaliação para estabelecerem coerência, devem se caracterizar como sistemas abertos que busquem aperfeiçoamento, se proponham a processos de desconstrução e reconstrução contínuas de forma que o processo se torne mais importante que o produto. O âmbito macro, acerca das classificações oficiais, deve ser desmembrado em análises contextualizadas que não se restrinjam à interpretação do fracasso institucional, mas, que inclusive, se proponham a superá-lo.

Nessa perspectiva é que o problema levantado por esta pesquisa converteu-se na hipótese inicial da possível existência de relações entre estratégias de pensamento, atitudes em relação à matemática e desempenho na Prova Brasil de matemática, aplicada a estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental. Nas considerações finais que se estruturam neste capítulo pode-se evidenciar a resposta afirmativa à pergunta hipoteticamente formulada: as estratégias de pensamento, atitudes em relação à matemática e desempenho na Prova Brasil de matemática estabelecem relações significativas e por meio da qualificação dos dados configuram-se como aspectos interatuantes e recíprocos.

Assim, foi possível verificar, por meio desta investigação, que o grupo de alunos com melhor desempenho apresenta atitudes mais positivas em relação à Matemática, não excetuando-se as atitudes positivas em relação à Matemática verificada pela pontuação na Escala de Atitudes por alguns sujeitos dos grupos de menor desempenho na Prova Brasil, corroborando-se com os resultados do estudo de Brito (1998) que indicaram que os alunos dos anos iniciais tendem a apresentar uma atitude mais positiva em relação a este componente curricular.

A observância de que as concepções que os alunos possuem acerca de uma determinada disciplina escolar podem influenciar a predisposição que eles demonstram para a aprendizagem dos conceitos inerentes a essa mesma disciplina, caracteriza a necessidade de se ampliar os estudos sobre atitudes, estratégias de pensamento e

desempenho na solução de problemas, tendo-se em vista a escassez de pesquisas voltadas neste âmbito para o Ensino Fundamental. As atitudes, por serem construídas, são influenciadas pelo ambiente e cultura nos quais o indivíduo acha-se inserido e, como já evidenciado, na dinâmica escolar, podem afetar o desempenho do aluno nas diversas tarefas que lhe são apresentadas.

É importante para o aprimoramento do trabalho do professor, no sentido de estabelecer uma prática propulsora de condições favoráveis à aprendizagem e à melhoria do desempenho do aluno, a compreensão de que a atitude pode ser ensinada e aprendida, de que ela não é estável, por isso pode ser transformada, envolvendo a passagem de uma atitude negativa para uma atitude positiva.

Os resultados, sistematicamente analisados, reiteraram as pesquisas anteriores do grupo PSIEM da UNICAMP, na medida que apontaram para a relação recíproca significativa desta variável com o desempenho, onde, quanto melhor o desempenho a atitude tende a ser mais positiva e vice-versa. O mesmo é válido para os casos de baixo desempenho nos quais as atitudes apresentadas tenderam a ser mais negativas.

Corroborando-se com a afirmação de Brito (2002) de que as perspectivas contemporâneas dimensionadas a partir da Educação Matemática, tanto pelas bases construtivistas, quanto influenciada pelas teorias do processamento da informação, fornecem uma nova dimensão ao papel da solução de problemas na aprendizagem dos conceitos matemáticos é importante que as pesquisas voltadas para o tema busquem as contribuições destes aportes teóricos visando não só à sustentabilidade das discussões, mas também contribuir para uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos.

Assim, este estudo considera relevantes os estudos sobre a cognição na solução de problemas (Sternberg, 2000, 2002, 2010; Skem, 2001; Ausubel, 1970, 1978; Kruteskii, 1976; Gagné, 1971; Mayer, 1992; Vergnaud, 1985, 1990, 1994, 2009; Pozo, 1998, Pozo, Echeverría, Castilho, Crespo & Angón, 1998, Vergnaud, 1996, entre outros) para aqueles que buscam o aprimoramento de sua prática pedagógica.

Importantes contribuições, subsidiando os diferentes estudos empíricos realizados na área da Psicologia da Educação Matemática, e os debates produzidos pelas investigações, não só evidenciam as variáveis que afetam o desempenho matemático, mas, por outro lado, indicam intervenções, estratégias e ferramentas que, integradas à ação metodológica, podem converter-se em meios facilitadores do processo de ensino e da aprendizagem.

Assim é que , permeando-se a intenção da pesquisa, estabeleceu-se o meio frutífero da investigação, ou seja, a solução de problemas. E isto não só pelas articulações do conhecimento matemático, mas pela busca da superação de desafios e indicativos para a melhoria do desempenho do aluno neste tipo de tarefa.

[...] mesmo quando se avalia o conhecimento e o domínio de conteúdos elementares como medidas, geometria, problemas aritméticos verbais, organização de dados [...] a solução de problemas tem sido apontada como o domínio que apresenta dificuldades para os estudantes com diferentes graus de habilidades e de todas as idades e níveis (Brito 2006, p.6).

Em adição, este tipo de tarefa possibilitou interpretar os erros e os acertos efetuados, qualificando os resultados a partir dos dados e, pela consistência do estudo, produzir indicativos de como redimensionar ou ratificar ações metodológicas. Nesse aspecto, vale ressaltar a técnica “como pensei” (Brito, 2011) mediante a qual foi possível analisar as estratégias de pensamento, os caminhos adotados pelos alunos na busca de solução, as dificuldades em relação aos conceitos matemáticos envolvidos na tarefa, a influência da estrutura do problema e da articulação da linguagem na solução de problemas, entre outros, principalmente por se tratar de uma prova de múltipla escolha.

Nessa concepção, a presente a investigação, em sua metodologia e instrumentos, possibilitou tornar explícito o pensamento matemático e as representações mentais delineadas nos protocolos verbais, orais e escritos. Depreende-se daí que, a articulação entre as análises quantitativa e qualitativa, ao se integrarem e se interconectarem, possibilitaram que a característica numérica dos dados fosse ratificada pela característica relacional.

Dessa forma, este estudo sugere que novas pesquisas sobre o tema sejam também realizadas, possibilitando, mediante a investigação matemática, a análise das estratégias de pensamento adotadas pelos alunos por meio de relatos escritos e verbais permitindo inferências do investigador acerca de *como* e *se* os estudantes articulam conceitos e princípios na busca de solução. Porém, é necessário que se evidencie pelo que foi verificado neste estudo que “relatar como se pensa” durante a solução de problemas não é tarefa habitual para os alunos, tendo sido considerada uma novidade para alguns e dificuldade para outros.

Os alunos têm necessidade de expressar seus pensamentos, suas dúvidas e dificuldades. A entrevista semiestruturada realizada colocou em evidência a satisfação dos

alunos ao serem ouvidos, responderem aos questionamentos e mesmo os mais tímidos, manifestaram ideias sobre as tarefas matemáticas. Nesta direção é que a sala de aula deve se converter num espaço de discussão para que as reais necessidades do aluno sejam o ponto de partida para qualquer planejamento de ensino.

Brito (2006, p. 18) definiu a solução de problemas como sendo “um processo cognitivo que visa transformar uma dada situação em uma situação dirigida a um objetivo, quando um método óbvio de solução não está disponível para o solucionador”. Esta definição, adotada pela pesquisa, constituiu-se no ponto de partida para as primeiras constatações: nem tudo que é um problema configura-se como tal para todos os alunos. Tendo-se em vista que as pessoas diferem em suas aptidões para realizarem determinada tarefa, as crianças dos adultos, e os especialistas dos novatos.

As diferenças observadas têm como alicerce os processos cognitivos e organizações mentais que caracterizam as capacidades individuais para a solução de problemas (Chi e Glazer, 1981). Nesse enfoque, dois importantes fatores influenciaram a solução dos problemas e o desempenho dos sujeitos nesta investigação: a natureza da tarefa (o environment da tarefa) e o tipo de conhecimento trazido pelo solucionador.

Importante também ressaltar o papel da representação e da codificação na solução de problemas para que se consiga atingir o estado final desejado, uma vez que a representação de um problema consiste essencialmente na interpretação ou compreensão do mesmo. Nesse contexto, onde ocorre o processo de representação, a recorrência ao conceito de esquema, sustentada pelo corpo teórico da pesquisa, foi de extrema relevância para as análises empreendidas constatando-se que os elementos presentes na estruturas cognitiva dos sujeitos foram os determinantes da ação mediante a tarefa apresentada.

A memória matemática é um componente da habilidade matemática envolvendo uma retenção generalizada e operante, e uma rápida elaboração de representações de problemas e relações, no domínio dos símbolos numéricos e verbais (Krutetskii, 1976). Assim é que, articulando-se com os conhecimentos prévios, a memória, ao ser evocada pelos sujeitos deste estudo, apresentou-se como variável interferente, na forma de uma transferência positiva ou negativa.

Os diferentes tipos de problemas abertos e fechados, problemas bem e mal definidos ou bem ou mal estruturados (Sternberg, 2000) também influenciaram a solução. Neste estudo, a semântica dos enunciados foi uma variável interferente no entendimento de alguns problemas.

Ainda, foi perceptível que a divisão, situada no campo multiplicativo, constituiu-se em real desafio para muitos sujeitos, indicando que as diferentes categorias de problemas do campo multiplicativo (Vergnaud, 1990, 1996) devem ser exploradas em sala de aula para que as complexidades (levando-se em conta a posição da incógnita e a coordenação com outras operações como a multiplicação, adição e subtração). Para alguns sujeitos da pesquisa, mesmo a divisão partitiva e o cálculo convencional representaram dificuldade, reiterada, inclusive nas justificativas apresentadas pelos sujeitos entrevistados e nos protocolos das provas.

Evidencia-se, ainda, a importância do conhecimento linguístico e semântico, do conhecimento factual, do conhecimento de esquema, do conhecimento de estratégias e do conhecimento algorítmico Mayer (1992) e a articulação desses conhecimentos, na solução de problemas, visando à melhoria do desempenho matemático. Na mesma direção, foi possível verificar, através dos protocolos elaborados, que ao mesmo tempo em que o desempenho aumenta, os conhecimentos declarativo e de procedimento são aprimorados (Sternberg, 2000, 2010).

A questão da articulação da linguagem cotidiana com a linguagem matemática apresentou-se como uma variável interferente na tradução e compreensão de alguns enunciados matemáticos. Assim sendo, um outro apontamento do estudo é que se desenvolva um trabalho, em sala de aula, no qual os significados matemáticos de elementos conectores como conjunções, preposições, além de advérbios, pronomes e verbos e de outras classes gramaticais sejam explorados e facilitem a tradução dos problemas e, conseqüentemente, descartados outros fatores, possibilitem o êxito no domínio das etapas de solução.

A importância da aquisição dos algoritmos essenciais para a solução de problemas e sua aplicação concernente ao tipo de problema apresentado constitui-se em outra indicação deste estudo, bem como a interconexão das habilidades requeridas na solução de problemas. “Assim, a habilidade verbal é essencial para a compreensão do envoltório do problema, enquanto a habilidade matemática é necessária para a percepção do espaço do problema, quais algoritmos são exigidos e quais resultados são admitidos” (Brito, 2006, p. 34).

Em adição, a compreensão das características dos esquemas dos expertos, que envolvem grandes unidades de conhecimento altamente interconectadas, organizadas de acordo com semelhanças estruturais subjacentes entre as unidades de conhecimento, e que se diferenciam em comparação os esquemas dos principiantes (que envolvem unidades de

conhecimento relativamente pequenas e desconectadas, organizadas de acordo com similaridades superficiais), deve ser observada pelos que atuam na área do ensino da Matemática, principalmente na abordagem da solução de problemas.

Complementando, a articulação das habilidades e a forma de verificação das mesmas, evidenciada pela da Prova Brasil exige que se interprete a proposta da Avaliação de Larga Escala tendo-se a compreensão de que as “ habilidades são totalidades cujos componentes não podem funcionar de forma isolada e na execução da atividade, o conjunto desses elementos interagem formando uma única estrutura” (Brito, 2008). A habilidade na definição de Kruteski (1976):

característica psicológica individual (primeiramente características da atividade mental) que respondem aos requerimentos da atividade matemática escolar e que influencia, sendo todas as outras condições equivalentes, o sucesso no domínio criativo da Matemática como um assunto escolar – em particular, uma relativa rapidez, facilidade e domínio profundo do conhecimento, destrezas e hábitos em Matemática (p. 75).

Desse modo, a habilidade matemática é um fenômeno interno e complexo, resultante da interação de vários componentes que para serem estudados exigem a observação do sujeito durante a execução da atividade. Isto requer uma série de ações que permitam ao professor estabelecer os meios necessários para que possa fazer inferências consistentes. Nesta perspectiva é que este estudo, através dos registros matemáticos e dos recursos de linguagem, visando à produção de protocolos verbais, buscou interpretar o pensamento matemático durante a solução de problemas.

Assim, conclui-se que a presente investigação, em seus desdobramentos teóricos e metodológicos, interpretando fatores subjacentes à solução de problemas e articulando variáveis cognitivas e afetivas, busca contribuir significativamente para a mudança de paradigmas que sustentam o fracasso escolar pela verticalidade em que metas e planos educacionais são dinamizados.

As circunstâncias são feitas de intenções. As intenções podem transformar-se em ideias de esteio que conduzam à ação transformadora. Para isto, é preciso um conhecimento significativo dos fatores cognitivos, afetivos e sociais que permeiam o universo escolar. As teorias e estudos da Psicologia da Educação Matemática servem de aporte para o pensamento produtivo. E isto faz pensar que, apesar dos inúmeros entraves produzidos pela atuais políticas de avaliação de larga escala, é preciso que educadores e escolas apontem e

discutam soluções para as dificuldades que a implementação destas políticas acarretam, para os avanços e retrocessos produzidos pela mesma.

A prática, capaz de produzir mudanças significativas na Educação, necessita de condições favoráveis para que as transformações necessárias ocorram, tendo-se em vista que, ao final, os efeitos dessas transformações poderão ser repercutidos num espaço e num sujeito: a sala de aula e o aluno.

REFERÊNCIAS

- Aiken, L. R. (1961). The effect of attitudes on performance in Mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 52(1), 19-24.
- Aiken, L. R. (1963). Personality correlates of attitude toward Mathematics. *Journal of Educational Research*, 56(9), 476-480.
- Aiken, L. R. (1970). Attitudes toward Mathematics. *Review of Educacional Research*, 40(4), 551-596.
- Aiken, L. R., & Dreger, R. M. (1961). The effects of attitudes on performance in Mathematics. *Journal of Educaacional Psychology*, 52, 19-24.
- Alves, E. V. (1999). *Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do ensino médio*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.
- Alves, E. V., & Brito, M. R. F. (2007). Relações entre a percepção da estrutura de um problema, a memória e a memória matemática. *Temas em Psicologia*, 15(2), 207-215.
- ARAGÃO, R. M. R. . *Teoria da aprendizagem significativa de David P. Ausubel: sistematização dos aspectos teóricos fundamentais*. Campinas, São Paulo, 1976. Tese de Doutorado. UNICAMP
- Araújo, E. A. (1999). *Influências das habilidades e das atitudes em relação à matemática e à escolha profissional*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.
- Arcas, P. H. (2009). *Implicações da Progressão Continuada e do SARESP na Avaliação Escolar: tensões, dilemas e tendências*. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Ausubel, D.P. (1968). *Educational psychology: a cognitive view*. New York, Holt, Rinehart and Winston.
- Ausubel, D. P., & Fitzgerald, D. (1962). Organizer, general background, and antecedent learning variables in sequential verbal learning. *Journal of Educational Psychology*, 53(6), 243-249.
- Ausubel, D. P., & Sullivan, E. V. (1970). *Theory and problems of child development* (2^a ed). New York: Grune & Stratton.
- Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1978). *Educational psychology: a cognitive view* (2^a ed.). New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1980). *Psicologia Educacional*. (E. Nick, H. B. C. Rodrigues, L. Peotta, M. A. Fontes, M. G. R. Maron, Trad.). Rio de Janeiro: Interamericana. (Obra original publicada em 1968).

Azevedo, T. M., & Rowell, V. M. (2009). Problematização e ensino de língua materna. In F. B. Ramos, & J. Paviani (Orgs.), *O professor, a escola e a educação* (pp.12-19). Caxias do Sul: EDUCS.

Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Porto: Edições 70.

Belei, R. A., Gimenez-Paschoal, S. R., Nascimento, E. N., & Matsumoto, P. H. V. R. (2008). O uso de entrevista, observação e videogravação em pesquisa qualitativa. *Cadernos de Educação*, 30, 187-199.

Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1983). *Taxionomia de objetivos educacionais: domínio cognitivo* (8ª ed.). Porto Alegre: Globo.

Bonamino, A., Bessa, N., & Franco, C. (2004). *Avaliação da Educação Básica*. São Paulo: Loyola.

Brasil (1993). *Relatório do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) – ciclo 1990*. Brasília: MEC/INEP.

Brasil (1997a). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/SEF.

Brasil (1997b). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - Ensino de primeira a quarta séries*. Brasília: MEC/SEF.

Brasil (2005). *Ministério da Educação. Portaria nº 931, de 21 de Março de 2005, Portaria ministerial que institui o Sistema de Avaliação da Educação Básica, composto pela Prova Brasil (Anresc) e pelo Saeb (Aneb)*. Brasília, 2005.

Brito, M. R. F. (1984). *Uma análise fenomenológica da avaliação*. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Brito, M. R. F. (1996a). *Um estudo sobre as atitudes em relação à Matemática em estudantes de 1º e 2º graus*. Trabalho de Livre docência, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Brito, M. R. F. (1996b). O ensino e a formação de conceitos na sala de aula. In M. H. Novaes, & M. R. F. Brito (Orgs.), *Psicologia na Educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica* (pp. 73-94). Rio de Janeiro: Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Psicologia.

Brito, M. R. F. (1998). Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à Matemática. *Zetetiké*, 6(9), 109-161.

Brito, M. R. F. (2000). Este problema é difícil porque não é da escola! A compreensão e a solução de problemas aritméticos verbais por crianças da escola fundamental. *Temas em Psicologia da SBP*, 8(1), 93-109.

Brito, M. R. F. (2001a). Aprendizagem significativa e a formação de conceitos na escola. In M. R. F. Brito (Org.), *Psicologia da educação matemática* (pp. 69-84). Florianópolis: Insular.

Brito, M. R. F. (2001b). Contribuições da psicologia educacional à educação matemática. In M. R. F. Brito (Org.), *Psicologia da educação matemática* (pp. 49-67). Florianópolis: Insular.

Brito, M. R. F. (2002a). Atitudes, ansiedade, afeto e matemática. In M. C. Assis, & O. Z. Assis (Orgs.), *Construtivismo e Formação dos Professores* (pp. 81-93). Campinas: Unicamp.

Brito, M. R. F. (2002b). *O “pensar em voz alta” como uma técnica de pesquisa em psicologia da educação matemática*. In Anais do I simpósio Brasileiro em Psicologia da educação matemática. Curitiba: UTP.

Brito, M. R. F. (2006). Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In M. R. F. Brito (Org.), *Solução de Problemas e a Matemática Escolar* (pp. 13-53). Campinas: Alínea.

Brito, M. R. F. (2008). Habilidades, competências e desempenho de futuros professores de Matemática em um exame em larga escala: um estudo a partir do perfil e dos resultados do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE). *Periódico do Mestrado em Educação da UCDB*, 26, 29-49.

Brito, M. R. F. (2011). Psicologia da educação matemática: um ponto de vista. *Educar em Revista*, 1(especial), 29-45.

Brito, M. R. F., & Correa, J. (2004). *Divisão e representação no processo de solução de problemas aritméticos*. Pedagogia Cidadã: cadernos de Formação. Educação Matemática. São Paulo: Unesp.

Brito, M. R. F., Fini, L. D. T., & Neumann García, V. J. N. (1994). Um estudo exploratório sobre as relações entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático. *ProPosições*, 5(1[13]), 37-44.

Brito, M. R. F., Garcia, V. J. N. (2001). A psicologia cognitiva e suas aplicações à educação. In M. R. F. Brito (Org.), *Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa* (pp.29-47). Florianópolis: Insular.

Brito, M. R. F., & Vendramini, C. (2001). *Avaliação de uma escala de atitudes em relação à Estatística e sua relação com o conceito e a utilidade da Estatística*. Científico Internacional, 28º Congresso Interamericano de Psicologia, Santiago, Chile, 1, 11-32.

Buriasco, R. L. C. (2000). Algumas considerações sobre avaliação educacional. *Estudos em Avaliação Educacional*, 22, 155-177.

Buriasco, R. L. C., & Soares, M. T. C. (2008). Avaliação de sistemas escolares: da classificação dos alunos à perspectiva de análise de sua produção matemática. In W. R. Valente (Org.), *Avaliação em Matemática: História e perspectivas atuais* (pp. 101-142). Papirus: Campinas.

Carvalho, M. H. C. (2006). *Avaliação da Aprendizagem: da Regulação à Emancipação, Fundamentos e Práticas*. Recife: Bagaço.

Cazorla, I., Silva, C., Vendramini, C., & Brito, M. (1999a). Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à Estatística. In *Conferência Internacional: Experiências e perspectivas do ensino de Estatística, desafios para o século XXI*. Anais da Conferência Internacional: Experiências e perspectivas do ensino de Estatística, desafios para o século XXI, Florianópolis, Brasil.

Cazorla, I., Silva, C., Vendramini, C., & Brito, M. (1999b). Concepções e atitudes em relação à Estatística. In *Conferência Internacional: Experiências e perspectivas do ensino de Estatística, desafios para o século XXI*. Anais da Conferência Internacional: Experiências e perspectivas do ensino de Estatística, desafios para o século XXI, Florianópolis, Brasil.

Charlot, B. (2000). *Da relação com o saber: elementos para uma teoria* (B. Magne, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas Sul.

Chi, M. T. H., Felltovich, P. J., & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems, by experts and novices. *Cognitive Science*, 5, 121-152.

Chi, M. T. H., & Glaser, R. (1992). A capacidade para a solução de problemas. In R. Sternberg (Org.), *As capacidades intelectuais humanas, uma abordagem do processamento de informações* (D. Batista, Trad., pp. 250-275). Porto Alegre: Artes Médicas.

Carraher, T. N., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1988). *Na Vida Dez, na Escola Zero*. (A in Everyday Life, F at School) São Paulo, Ed.Cortez.

Chen, M., & Bargh, J. A. (1999) Consequences of automatic evaluation: Immediate behavioral predispositions to approach or avoid the stimulus. *Pers. Soc. Psychol. Bulletin*, 25, 215-224.

Comério, M. S. (2012). *Relações entre a compreensão em leitura e a solução de problemas aritméticos*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

Correa, J. (2002). A influência dos modos de divisão partitiva e por quotas nos procedimentos de calculo oral utilizados por criança. In *Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática*. Anais do Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, Brasil.

Correia, C. E. F. (2010). Os erros no processo ensino-aprendizagem em matemática. *Educação, teoria e prática*, 20(34), 169-186.

Cury, H. N. (1994). *As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, Brasil.

Cury, H. N. (1995). Retrospectiva histórica e perspectivas atuais da análise de erros em educação matemática. *Zetetiké*, 3(4), 39-50.

- Cury, H. N. (2003). Análise de erros e análise de conteúdo: subsídios para uma proposta metodológica. In *Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Anais Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2, São Paulo: SBEM, CD-ROM.
- Cury, H. N. (2004). Análise de erros em educação matemática. *Veritati*, 3(4), 95-107.
- Cury, H. N. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Cury, H. N. (2008) Avaliação e análise de erros em educação matemática. In *II Jornada Nacional de Educação Matemática*. Anais da II Jornada Nacional de Educação Matemática, Passo Fundo. CD-ROM.
- Davis, C. L. F., & Esposito, Y. L. (1990). Papel e função do erro na avaliação escolar. *Cadernos de Pesquisa*, 74, 71-75.
- Dancey, C. P., & Reidy, J. (2004). *Estatística sem matemática para Psicologia: usando SPSS para Windows* (3ª ed). Porto Alegre: ArtMed.
- De André, M. E. D. A., & Passos, L. F. (2001). Avaliação Escolar: Desafios e Perspectivas. In A. D. Castro & A. M. P. Carvalho (Orgs.), *Ensinar a Ensinar: didática para a escola fundamental e média* (pp. 177-195). São Paulo: Thomson Learning.
- Depresbíteris, L. (1989). *O desafio da avaliação da aprendizagem, dos fundamentos a uma proposta inovadora*. São Paulo, EPU.
- Depresbíteris, L. (2001). A avaliação na Educação Básica: ampliando a discussão. *Estudos em Avaliação Educacional*, 24, 137-146.
- Depresbíteris, L. (2002). *O desafio da avaliação da aprendizagem*. São Paulo: EPU.
- De Sordi, M. R. L. (2002). Entendendo as lógicas da avaliação institucional para dar sentido ao contexto interpretativo. In B. M. F. Villas Boas (Org.), *Avaliação: Políticas e Práticas* (pp. 65-80). Papirus: Campinas.
- Dias Sobrinho, J. (2002a) Campo e caminhos da avaliação: a avaliação da educação superior do Brasil. In L. C. Freitas (Org.), *Avaliação construindo o campo e a crítica* (pp. 13-62). Florianópolis: Insular.
- Dias Sobrinho, J. (2002b). *Universidade e avaliação: entre a ética e o mercado*. Florianópolis: Insular.
- Dias Sobrinho, J. (2003). *Avaliação: políticas educacionais e reformas da educação superior*. São Paulo: Cortez.
- Dobarro, V. R. (2007). *Solução de Problemas e Tipos de Mente Matemática: relações com as atitudes e crenças de autoeficácia*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Dobarro, V. R., & Brito, M. R. F. (2010). Atitude e crença de autoeficácia: relações com o desempenho em Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 12(2), 199-220.

Eagly, A. H., & Chaiken, S. (1993). *The psychology of attitudes*. Fort Worth, TX: Harcourt, Brace, Jovanovich.

Eagly, A. H., & Chaiken, S. (1998). Attitude, structure und function. In D. T. Gilbert & S. T. Fiske (Eds.), *The Handbook of Social Psychology* (vol. 2, pp. 269-322). Boston: McGraw-Hil.

Echeverría, M. P. P., & Pozo, J. I. (1998). Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In J. I. Pozo (Org.), *A solução de problemas* (pp. 13-42). Porto Alegre: Artes Médicas.

Enguita, M. F. (1995). Avaliação e aprendizagem. *Raízes e asas*, 8. Disponível em http://www.crmariocovas.sp.gov.br/int_a.php?t=006. Acesso em 16 de abril de 2009.

Faria, P. C. (2006). *Atitudes em relação à matemática de professores e futuros professores*. Tese de doutorado, Universidade federal do Paraná, Curitiba, Brasil.

Fini, M. I. (2009). *Matrizes de referência para a avaliação Saesp: documento básico/Secretaria da Educação*. São Paulo: SEE, 2009.

Fini, M. I. (2011). *Matrizes de referência para a avaliação Saesp: documento básico/Secretaria da Educação*. São Paulo: SEE, 2009.

Freitas, L. C. A. (Org.) (2002a). *Avaliação: construindo o campo e a crítica*. Florianópolis: Insular.

Freitas, L. C. A. (2002b). “Progressão Continuada” e a “Democratização” do ensino. In B. M. F. Villas Boas (Org.), *Avaliação: Políticas e Práticas* (pp. 83-111). Papirus: Campinas.

Freitas, L. C. (2003). *Ciclos, seriação e avaliação*. São Paulo: Editora Moderna.

Freitas, L. C. (2005). Qualidade negociada: avaliação e contra-regulação na escola pública. *Educação e Sociedade*, 26(92), 911-933.

Freitas, L. C. (2006). Entrevista. *Pátio Educação Infantil*, 10, 15-17.

Freitas, L. C. (2011). *Avaliação educacional: caminhando pela contramão* (3ª ed.). Petrópolis: Vozes.

Fuentes, V. L. P., Lima, R., & Guerra, D. S. (2009). Atitudes em relação à matemática em estudantes de Administração. *Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional (ABRAPEE)*, 13(1), 133-141.

Gagné, R. (1971). *Como se realiza a aprendizagem* (T. M. R. Tovar, Trad.). Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos.

Gagné, R. (1973). *Como se realiza a aprendizagem*. Rio de Janeiro: Livro Técnico.

Gómez–Granell, C. (2003). A aquisição da linguagem matemática: símbolos e significados. In A. Teberoski, & L. Tolchinsky (Orgs), *Além da alfabetização, a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática* (pp. 257-282). São Paulo: Ática.

Gonçalez, M. H. C. C. (2000). *Relações entre a família, o gênero, o desempenho, a confiança e as atitudes em relação à matemática*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Gonçalez, N. (2002). *Atitudes dos Alunos do Curso de Pedagogia com Relação à Disciplina de Estatística no Laboratório de Informática*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Gonçalez, M. H. C. C., & Brito, M. R. F. (1996). Atitudes (des)favoráveis com relação à matemática. *Zetetiké*, 6(4), 45-63.

Gonçalez, M. H. C. C., & Brito, M. R. F. (2001). A aprendizagem de atitudes positivas em relação à matemática. In M. R. F. Brito (Org.), *Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa* (pp. 221-233). Florianópolis: Insular.

Greca, I., & Moreira, M. A. (2004). Além da detecção de modelos mentais dos estudantes: uma proposta representacional integradora. *Investigações em Ensino de Ciências, UFRGS*, 7(1), 33-56.

Hadji, C. (1994). *A avaliação, regras do jogo, das intenções aos instrumentos* (4ª ed.). Porto: Porto Editora.

Hadji, C. (2001a). *Avaliação desmistificada*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Hadji, C. (2001b). Compreender que avaliar não é medir, mas confrontar um processo de negociação (balanço dos saberes produzidos pela pesquisa). In C. Hadji, *Avaliação desmistificada* (P. C. Ramos, Trad., pp. 27-49). Porto Alegre: Artes Médicas.

Hoffmann, J. M. L. (1993). *Avaliação mediadora: Uma prática em construção da pré-escola à universidade*. Porto Alegre: Editora Mediação.

Hoffmann, J. M. L. (1994). *Avaliação mito e desafio: uma perspectiva construtivista* (12ª ed.). Porto Alegre: Educação e Realidade.

Hoffmann, J. M. L. (1995). *Avaliação mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade*. Porto Alegre: Educação e Realidade.

Hoffmann, J. M. L. (1998). *Contos e contrapontos: do pensar ao agir em avaliação*. Porto Alegre: Mediação.

Horta Neto, J. L. (2007). Um olhar retrospectivo sobre a avaliação externa no Brasil: das primeiras medições em educação até o SAEB de 2005. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42(5). Disponível: <http://www.rieoei.org/deloslectores/1533Horta.pdf>.

Horta Neto, J. L. (2010). Avaliação externa de escolas e sistemas: questões presentes no debate sobre o tema. *R. bras. Est. pedag.*, 91(227), 84-104.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. (1999). *Exame Nacional do Ensino Médio – Enem*: documento básico. Brasília, DF: Inep.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. (2009). *Especial Prova Brasil*. Brasília, DF: Inep.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. (2011). *Edição 2011: Prova Brasil e Saeb*. Brasília, DF: Inep.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. (2001). *Saeb 2001: novas perspectivas*. Disponível em: <<http://www.inep.gov.br>>. Acessado em 02 maio 2012.

Jesus, M. A. S. (2005). *As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Kenski, V. M. (2003). Aprendizagem mediada pela tecnologia. *Revista Diálogo Educacional*, 4(10), 47-56.

Kilpatrick, J. (1994). Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. In J. Kilpatrick, L. Rico, & P. Gómez (Orgs.), *Educación Matemática* (pp. 109-119). Santafé de Bogotá: Una empresa docente & Grupo editorial Iberoamérica.

Kilpatrick, J. (1994). Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. In J. Kilpatrick, P. Gómez, & L. Rico (Orgs.), *Errores y dificultad de los estudiantes* (pp. 1-18). Bogotá: Universidade de los Andes.

Kilpatrick, J. (1998). La investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. In R. Kilpatrick, P. Gómez, & L. Rico (Orgs.), *Educación Matemática, Errores y dificultades de los estudiantes, Resolución de problemas, Evaluación, Historia* (pp. 2-13). Bogotá: Centro de Impresión Digital Cargraphics S.A.

Klausmeier, H. J. (1977). *Manual de psicología educacional: aprendizagem e capacidades humanas*. (M. C. T. A. Abreu, Trad.). São Paulo: Harbra.

Klausmeier, H. J., & Goodwin, W. (1977). *Manual de Psicología Educacional: aprendizagem e capacidades humanas*. (M. C. T. A. Abreu, Trad.). São Paulo: Harper & Row.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren* (J. Teller, Trad.). Chicago: The University of Chicago Press.

La Taille, Y. (1997). O erro na perspectiva piagetiana. In J. G. Aquino (Org), *Erro e fracasso na escola: alternativas teóricas e práticas* (pp. 25-44). São Paulo: Summus.

Lautert, S. L., & Spinillo, A. G. (2002a). As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 18(3), 237-246.

Lautert, S. L., & Spinillo, A. G. (2002b). Definindo a divisão e resolvendo problemas de divisão: as múltiplas facetas do conhecimento matemático. In *Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática*. Anais do Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, Brasil.

Lei de Diretrizes e Bases – LDB. Lei no. 9394 de 20 de Dezembro de 1996. Disponível em <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>, acessado em 20/05/2012.

Lima, V. S. (2001) *Solução de problemas: Habilidades matemáticas, flexibilidade de pensamento e criatividade*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil.

Limana, A., & Brito, M. R. F. (2005). O modelo de avaliação dinâmica e o desenvolvimento de competências: algumas considerações a respeito do ENADE. *Revista da Avaliação da Educação Superior*, 10(2), 9-32.

Loos, H. (2003). *Atitude e desempenho em matemática, crenças auto-referenciadas e família: uma path-analysis*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil.

Lopes, A. L., & Ferreira, A. C. (2011). As atitudes em relação à Matemática: um estudo com alunos de 6º e 9ºs anos do Ensino Fundamental de Escolas Públicas de Mariana- MG. *Revista da Educação Matemática da UFOP*, 1, 11-17.

Macedo, L. (1990). Para uma visão construtivista do erro no contexto escolar. In: São Paulo. Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Coletânea de Textos de Psicologia: psicologia da educação* (vol. 1, pp. 346-362). São Paulo.

Macedo, L. (1994). *Ensaio Construtivistas*. São Paulo, Casa do Psicólogo.

Macedo, L. (1996). O lugar dos erros nas leis e nas regras. In L. Macedo (Org), *Cinco estudos de educação moral* (pp. 179-208). São Paulo: Casa do Psicólogo.

Machado, N. J. (1998). *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua* (4ª ed.). São Paulo: Cortez.

Machado, C. (2003). *Avaliar as escolas estaduais para que? Uma análise do uso dos resultados do Saesp 2000*. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Manzini, E. J. (1991). A entrevista na pesquisa social. *Didática*, 26/27, 149-158.

Mayer, R. E. (1992). A capacidade para a matemática. In R. Sternberg (Org.), *As capacidades intelectuais humanas, uma abordagem em processamento de informação* (D. Batista, Trad., pp. 144-168). Porto Alegre: Artes Médicas.

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: W. H. Freeman and Company.

Mello, T. A. (2008). *Argumentação e metacognição na solução de problemas aritméticos de divisão*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Mendonça, T. M., Pinto, S. M., Cazorla, I. M., & Ribeiro, E. (2007). As estruturas aditivas nas séries iniciais do ensino fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. *Relime Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(2), 219-239.

Ministério da Educação e Cultura – MEC (1996). *Lei 9.394/96. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Brasília: MEC.

Moro, M. L. F. (2009). Construtivismo e educação matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 11(1), 117-144.

Neumann, V. J. G. (1995). *Um estudo exploratório sobre as relações entre o conceito de automatismo da teoria do processamento de informações de Sternberg e o conceito de pensamento resumido na teoria das habilidades matemáticas de Krutetskii*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil.

Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática* (S. Costa & B. V. Dorneles, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas.

Nunes, T., Campos, T. M. M., Magina, S., & Bryant, P. (2002). *Introdução à educação matemática: os números e as operações numéricas*. São Paulo: Editora PROEM.

Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1997). *Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais/ Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC/SEF.

Perrenoud, P. (1999a). *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens, entre duas lógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul.

Perrenoud, P. (1999b). *Construir as competências desde a escola*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul.

Perrenoud, P. (2000). *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens, entre duas lógicas*. Porto Alegre: Artmed.

Piaget, J. (1958). *Psicologia da inteligência*. Rio de Janeiro: Ed. Fundo de Cultura.

Piaget, J. (1970). *Psicologia e pedagogia*. Rio de Janeiro: Cia. Ed. Forense.

Piaget, J. (1971). *Epistemologia genética*. Petrópolis: Vozes.

Piaget, J. (1973). *Estudos sociológicos*. (R. Piero, Trad.). Rio de Janeiro: Forense. (Obra original publicada em 1965).

Piaget, J. (1974). *Aprendizagem e Conhecimento*. (Equipe Livraria Bastos, Trad.). Rio de Janeiro: Freitas Bastos. (Obra original publicada em 1959).

- Piaget, J. (1975). *A construção do real na criança*. Rio de Janeiro: Zahar/MEC.
- Piaget, J. (1976). *A equilibração das estruturas cognitivas: problema central do desenvolvimento*. (A. Cabral, Trad.). Rio de Janeiro: Zahar. (Obra original publicada em 1973).
- Piaget, J. (1977). *O desenvolvimento do pensamento, equilibração das estruturas cognitivas*. (Álvaro Figueiredo Publicações, Trad.). Lisboa: Dom Quixote (Obra original publicada em 1975).
- Piaget, J. O. (1985). *Possível e o necessário: evolução dos possíveis na criança*. (B. M. Albuquerque, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas. (Obra original publicada em 1981).
- Piaget, J. (1988). *Para onde vai a educação?* (I. Braga, Trad.) Rio de Janeiro: José Olímpio (Obra original publicada em 1974).
- Pinheiro, E. M., Kakehashi, T. Y., & Angelo, M. (2005). O uso de filmagem em pesquisas qualitativas. *Revista Latino-Americana de Enfermagem*, 13(5), 717-722.
- Pirola, N. A. (2000). *Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.
- Pirola, N. A., & Brito, M. R. F. (2001). A formação dos conceitos de triângulo e paralelogramo em alunos da escola elementar. In M. R. F. Brito (Org.), *Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa* (pp. 85-106). Florianópolis: Insular.
- Pirola, N. A., et al. (2006). *Resolução de problemas com informações supérfluas: uma análise do desempenho de alunos sob a ótica da teoria de Krutetskii*. Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Águas de Lindóia, São Paulo.
- Polya, G. A. (1978). *A arte de resolver problemas* (H. L. Araújo, Trad.). Interciência.
- Polya, G. (1986). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Editora Interciência.
- Pozo, J. I. & Crespo, M. A. G. (1998). A solução de problemas nas ciências da natureza. In J. I. Pozo (Org.), *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender* (pp. 67-102). Porto Alegre: ArtMed Editora.
- Pozo, J. I., & Crespo, M. A. G. (2009). *A aprendizagem e o ensino de ciências: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico* (5ª ed.). Porto Alegre: Artmed.
- Pozo, J. I. (Org.), Echeverría, M. D. P. P., Castillo, J. D., Crespo, M. A. M., & Angón, Y. P. (1998). *A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. (B. A. Neves, Trad.). Porto Alegre: Artmed (Obra publicada originalmente em 1994).
- Pozo, J. I. (1998). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Trad. B. A. Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

Primi, R., Santos, A. A. A., Vendramini, C. M., Taxa, F., Muller, F. A., Lukjanenko, M. F., & Sampaio, I. S. (2001). Competências e habilidades cognitivas: diferentes definições dos mesmos construtos. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 17(2), 151-159.

Quintiliano, L. C. (2005). *Estratégias de solução, conhecimento declarativo e de procedimentos na solução de problemas algébricos*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Quintiliano, L. C. (2005) *Conhecimento declarativo e de procedimento na solução de problemas algébricos*. 149p. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Campinas, Brasil.

Rezi, V. (2001). *Um estudo exploratório sobre os componentes das habilidades matemáticas presentes no pensamento em geometria*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Rico, L. (1998). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. In R. Kilpatrick, P. Gómez, & L. Rico (Orgs.), *Educación Matemática, Errores y dificultades de los estudiantes, resolución de problemas, evaluación, historia* (pp. 69-108). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica.

Silva, C. B. (2000). *Atitudes em relação à Estatística: um estudo com alunos de graduação*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Silva, C. B., Cazorla, I. M., & Brito, M. R. F. (1999). Concepções e atitudes em relação à Estatística. In *Conferência Internacional: Experiências e perspectivas do ensino de Estatística, desafios para o século XXI*. Anais da Conferência Internacional: Experiências e perspectivas do ensino de Estatística, desafios para o século XXI, Florianópolis, Brasil.

Silva, C. B., Brito, M. R. F., Cazorla, I. M., Vendramini, C. M. M. (2002). Atitudes em relação à estatística e a matemática. *Psico-USF*, 7(2), 219-228.

Skemp, R. R. (1971). *The psychology of learning mathematics*. Baltimore: Penguin.

Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 12(2), 9-15.

Skemp, R. (1989). *Mathematics in the primary school*. London: Routledge.

Skemp, R. (1993). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (2ª ed.). Madrid: Ediciones Morata.

Soares, F. G. E. P. (2003). *As atitudes de alunos do ensino básico em relação à matemática e o papel do professor*. Dissertação de Mestrado, Universidade Católica Dom Bosco, Campo Grande, Brasil.

Souza, S. Z., & Arcas, P. H. (2010). Implicações da avaliação em larga escala no currículo: revelações de escolas estaduais de São Paulo. *Educação: Teoria e Prática*, 20(35), 181-199.

Sternberg, R. (1992). *As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informações*. (D. Batista, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas.

Sternberg, R. J. (1994). Resolução de Problemas e Criatividade. In R. J. Sternberg (Org.), *Psicologia cognitiva*. Porto Alegre: ArtMed Editora.

Sternberg, R. J. (2000). *Psicologia cognitiva*. (M. R. B. Osório, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas.

Sternberg, R. J. (2010). *Psicologia cognitiva*. (M. R. B. Osório, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas.

Sztajn, P., Bonamino, A., & Franco, C. (2003). Formação docente nos níveis de avaliação educacional. *Cadernos de Pesquisa*, 18, 11-39.

Taxa, F. O. S., & Fini, L. D. T. (2001). Estudo sobre a solução de problemas aritméticos de multiplicação do tipo isomorfismo de medidas. In M. R. F. Brito (Org), *Psicologia de Educação Matemática* (pp. 167-200). Florianópolis: Insular.

Teixeira, L. R. M. (1997). A análise de erros: uma perspectiva cognitiva para compreender o processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos. *Revista Nuances*, III, 47-52.

Teixeira, L. R. M. (2000). As representações simbólicas e os significados construídos por alunos do ensino fundamental sobre a escrita numérica. *Revista Nuances*, VI, 143-155.

Teixeira, L. R. M. (2004). *Dificuldades e erros na aprendizagem da matemática*. In VII Epem Encontro Paulista de Educação Matemática. Anais do VII Epem Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo.

Triviños, A. N. S. (1987). *Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação*. São Paulo: Atlas.

Utsumi, M. C. (2000). *Atitudes e habilidades envolvidas na solução de problemas algébricos: um estudo sobre o gênero, a estabilidade das atitudes e alguns componentes da habilidade matemática*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Valente, S. M. P. (2002). *Parâmetros Curriculares Nacionais e Avaliação nas perspectivas do Estado e da Escola*. Tese de doutorado, Universidade Estadual Paulista, Marília, SP, Brasil.

Valente, S. M. P. (2003). A Avaliação da Aprendizagem no Contexto da Reforma Educacional Brasileira. *Estudos em Avaliação Educacional*, 28, 75-88.

Vendramini, C. M. M. (2000). *Implicações das atitudes e das habilidades matemática na aprendizagem dos conceitos de Estatística*. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, Brasil.

Vendramini, C. M. M., Silva, C. B., Cazorla, I. M., & Brito, M. R. F. (2000). Análise da relação entre os aspectos afetivos e cognitivos com o desempenho em Estatística. In 14º

Simpósio Nacional de probabilidade e Estatística. Anais do 14º Simpósio Nacional de probabilidade e Estatística. Caxambu, Minas Gerais.

Vendramini, C. M. M., & Brito, M. R. F. (2001). Relações entre atitude, conceito e utilidade da estatística. *Psicol. Esc. Educ. Campinas*, 5(1), 59-73.

Vergnaud, G. (1985). Conceitos e Esquemas numa Teoria Operatória da Representação. *Psychologie Française*, 30(3-4).

Vergnaud, G. (1986). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas, um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, 1, 75-90.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative Structures. In B. Merlyn, E. Laurence (Orgs.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141-161). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Vergnaud, G. (1990). Epistemology and psychology of mathematics education. In P. Neshier, & J. Kilpatrick (Orgs.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In L. Nasser (Org.), *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro* (pp. 1-26). Rio de Janeiro.

Vergnaud, G. (1994). *Mathematics and Cognitions*. Cambridge: Cambridge University.

Vergnaud, G. (1996a). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *Revista do GEMPA*, 4, 9-19.

Vergnaud, G. (1996b). Teoria dos Campos Conceituais. In *Seminário Internacional de Educação Matemática*. Anais do Seminário Internacional de Educação Matemática, Rio de Janeiro, Brasil.

Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 167-181.

Vergnaud, G., & Grossi, E. P. (2005). Esquemas operatórios de pensamento: uma conversa com Gérard Vergnaud. In E. P. Grossi (Org.), *Ensinando que todos aprendem: fórum social pela aprendizagem* (pp. 85- 100). Porto Alegre: GEEMPA.

Vergnaud, G. (2009). A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar (M. L. F. Moro, Trad.). Curitiba: Ed. da UFPR.

Viana, O. A. (2000). *O conhecimento geométrico de alunos do CEFAM sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

Vianna, H. M. (1989). *Introdução à avaliação educacional*. São Paulo: IBRASA, 1989.

Vianna, H., (2002). Construindo o campo e a crítica: o debate. In L. C. Freitas (Org.), *Avaliação: construindo o campo e a crítica* (pp.99-213). Florianópolis: Editora Insular.

Vianna, H. M. (2003). Avaliações nacionais em larga escala: análises e propostas. *Revista Estudos em Avaliação Educacional*, 27, 41-76.

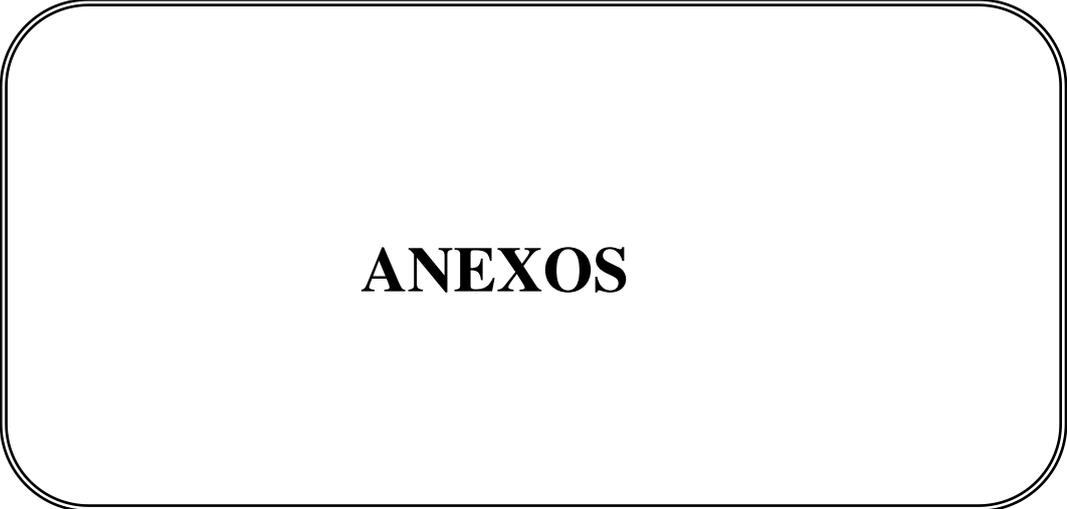
Vianna, H. M. (2005). Avaliação de Programas Educacionais: duas questões. *Estudos em Avaliação Educacional*, 16(32), 43-55.

Villas Boas, B. M. F. (2001). Avaliação formativa: em busca do desenvolvimento do aluno, do professore da escola. In I. P. A. Veiga, & M. Fonseca (Org.), *As dimensões do projeto político-pedagógico: novos desafios para a escola* (pp. 175-212). Campinas: Papirus.

Villas Boas, B. M. F. (2002). Construindo a avaliação formativa em uma escola de Educação Infantil e Fundamental. In B. M. F. Villas Boas (Org.), *Avaliação: políticas e práticas* (pp. 57-78). Papirus: Campinas.

Villas Boas, B. M. F. (2004). *Portfólio, avaliação e trabalho pedagógico* (1ª ed.). Campinas: Papirus.

Wallon, H. (1976). *Do acto ao pensamento*. Lisboa: Estampa.



ANEXOS

ANEXO I

Carta de apresentação à escola



Campinas, 23 de maio de 2011.

Assunto: Autorização para desenvolvimento e aplicação da pesquisa de Doutorado concernente ao tema “Estratégias de pensamento, atitudes desempenho na Prova Brasil”

Prezada Sra. Diretora da Escola Estadual Adwalde Pereira Coelho

Eu, Telma Assad Mello, doutoranda da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e integrante do grupo de Psicologia da Educação Matemática (PSIEM), venho por meio desta solicitar autorização para realizar a coleta de dados referente a minha pesquisa de Doutorado. O estudo aborda o tema “Estratégias de Pensamento Atitudes em relação à Matemática e Desempenho na Prova Brasil”, sendo o principal objetivo desta pesquisa investigar a existência de relações entre estes fatores. O estudo é direcionado a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental”

O trabalho a ser desenvolvido e que constitui o campo empírico da minha tese é composto de quatro etapas distintas e descritas a seguir: Primeira Etapa: será constituída de um questionário informativo e da aplicação da Escala de Atitudes em relação à Matemática; de um teste de compreensão em leitura. Segunda etapa: envolverá a aplicação de um teste de compreensão de leitura em problemas aritméticos; Na terceira etapa será aplicada uma prova de Matemática, similar ao instrumento avaliativo de larga escala denominado Prova Brasil. Quarta etapa: Constará de uma entrevista semiestruturada com vinte alunos, previamente selecionados de acordo com o desempenho nos testes aplicados. Nesta etapa, em que se busca promover a análise dos dados de forma qualitativa, será utilizado o recurso da videografia para uma análise mais aprofundada da entrevista. As gravações serão utilizadas somente no âmbito da minha pesquisa de Doutorado, garantindo-se assim o anonimato dos participantes. Ressalta-se que a participação dos estudantes fica condicionada a autorização dos pais ou responsáveis.

Parte-se da premissa de que esta investigação poderá contribuir significativamente para reflexões sobre a avaliação educacional buscando oferecer subsídios para a pedagógica.

Atenciosamente,
Telma Assad Mello
FE/ UNICAMP
Contato: telmaassad@yahoo.com.br
TEL: (19) 91127965 / (19) 32133798

ANEXO II**Termo de Consentimento Livre e
Esclarecido**



UNICAMP TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA OS PAIS

Prezados Pais da Escola Estadual Prof. Adiwalde de Oliveira Coelho

Sou doutoranda da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP e estou fazendo um estudo sobre a “Estratégias de Pensamento, Atitudes e Desempenho na Prova Brasil”.

Para dar continuidade ao meu trabalho necessito de sua autorização para:

- Participação de seu filho nas atividades propostas, envolvendo testes de compreensão em leitura e testes matemáticos, entrevistas e sessões de vídeografia.
- Uso de imagem e materiais gráficos produzidos durante a pesquisa.

Esclareço que estas atividades serão desenvolvidas na própria escola em horário habitual de aula. A participação é voluntária e sem nenhum prejuízo, caso não queira participar. Aproveito para explicar que estas atividades não fazem parte das desenvolvidas pelo professor, portanto não irão influenciar a nota de seu filho na escola.

Agradeço sua colaboração e me coloco à disposição para esclarecimento de dúvidas.

Telma Assad Mello

Telefone: (19) 32133798/ (19) 91127965

Você autoriza a realização deste trabalho com seu filho(a) ?

() **SIM**

() **NÃO**

Eu, _____ responsável pelo aluno

_____ autorizo sua participação nas atividades citadas.

Data: ____/____/____

Assinatura do responsável: _____

ANEXO III

Questionário Informativo



Questionário Informativo

Nome: _____

Série: _____

Data: ___/___/___

Prezado aluno!

Este questionário faz parte de um estudo que estamos realizando a respeito da solução de problemas aritméticos. Além deste questionário, você será solicitado também a executar outras atividades, como resolver alguns exercícios e problemas matemáticos. Contamos com você! A sua participação é muito importante. Obrigado!

PSIEM – Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática –UNICAMP

1. Tipo de Escola em que estuda:

1. Pública 2. Particular

2. Idade:

1. 07 – 08 anos
 2. 09 – 10 anos
 3. 11 – 13 anos
 4. 14 – 16 anos
 5. 17 – 21 anos

3. Gênero:

1. Masculino 2. Feminino

4. Série:

1. terceiro ano do Ensino Fundamental (2a série)
 2. quarto ano do Ensino Fundamental (3a série)
 3. quinto ano do Ensino Fundamental (4a série)
 4. sexto ano do Ensino Fundamental (5a série)
 5. sétimo ano do Ensino Fundamental (6a série)
 6. oitavo ano do Ensino Fundamental (7a série)
 7. nono ano do Ensino Fundamental (8a série)

5. Período:

1. manhã
 2. tarde
 3. noite

6. Profissão do pai: _____

7. Profissão da mãe: _____

8. Você já repetiu alguma série?

1. sim 2. não

Atenção: Se você respondeu **Sim** na questão acima, isto é, você já repetiu alguma série, diga qual foi _____

9. Em casa, você recebe ajuda quando estuda Matemática ou quando faz suas tarefas de Matemática?

1. Sim 2. Não

Em caso afirmativo, diga quem o (a) ajuda nas tarefas de Matemática:

10. Se alguém perguntasse para você "quando você estuda Matemática?", qual das respostas abaixo você daria? Escolha apenas uma delas.

1. Sempre estudo Matemática
 2. Estudo Matemática só na véspera da prova
 3. Estudo Matemática só no final do ano
 4. Nunca estudo Matemática

11. Meu desempenho em Matemática é:

1. Ótimo
 2. Bom
 3. Regular
 4. Fraco
 5. Péssimo

12 - Eu aprendo matemática:

- 1 - Fácil e rapidamente, sem nenhum esforço.
 2 - Facilmente, gastando um pouco de tempo e de esforço
 3 - Dificilmente, gastando tempo e esforço.
 4 - Não consigo aprender matemática

13 - Com relação aos problemas de matemática dados em sala de aula:

- 1 - Sempre entendo os problemas dados em aula.
 2 - Quase sempre entendo os problemas dados em aula.
 3 - Quase nunca entendo os problemas dados em aula.
 4 - Nunca entendo os problemas dados em aula.

14 - Quando o professor dá uma explicação de matemática:

- 1 - Eu sempre entendo as explicações do professor.
 2 - Na maioria das vezes eu entendo as explicações do professor.
 3 - Poucas vezes eu entendo as explicações do professor.
 4 - Eu nunca entendo as explicações do professor.

15. Você se distrai facilmente nas aulas de Matemática?

1. Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática
 2. Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de Matemática
 3. Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática
 4. Na maioria das vezes eu presto atenção nas aulas de Matemática

16. Complete as frases abaixo:

A atividade que eu mais gosto na aula de Matemática é...

A atividade que eu menos gosto na aula de Matemática é...

ANEXO IV

Escala de Atitudes

ESCALA DE ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA

(Aiken e Dreger, 1961, Aiken, 1963)
(Adaptada e validada por Brito, 1998)

INSTRUÇÃO: Cada uma das frases abaixo expressa o sentimento que pessoas apresentam em relação à Matemática. Você deve comparar o seu sentimento pessoal com aquele expresso em cada frase, assinalando um dentre os quatro pontos colocados abaixo de cada uma delas, de modo a indicar com a maior exatidão, o sentimento que você experimenta em relação à Matemática.

01- Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de Matemática

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

02- Eu não gosto de Matemática e me assusta ter que fazer esta matéria.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

03- Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

04- A Matemática é fascinante e divertida

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

05- A Matemática me faz sentir seguro(a) e é, ao mesmo tempo, estimulante.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

06- “Dá um branco” na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo Matemática.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

07- Eu tenho a sensação de insegurança quando me esforço em Matemática.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

08- A Matemática me deixa inquieto(a), descontente, irritado(a) e impaciente.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

09- O sentimento que tenho em relação à Matemática é bom.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

10- A Matemática me faz sentir como se estivesse perdido(a) em uma selva de números e sem encontrar a saída.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

11- A Matemática é algo que eu aprecio grandemente.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

12- Quando eu ouço a palavra Matemática, eu tenho um sentimento de aversão.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

13- Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

14- Eu gosto realmente de Matemática.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

15- A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

16- Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemática me deixa nervoso(a).

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

17- Eu nunca gostei de Matemática e é a matéria que me dá mais medo.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

18- Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

19- Eu me sinto tranquilo(a) em Matemática e gosto muito dessa matéria.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

20- Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação à Matemática: Eu gosto e aprecio essa matéria.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

21- Não tenho um bom desempenho em Matemática.

Concordo Totalmente Concordo Discordo Discordo Totalmente

ANEXO V

**TESTE DE COMPREENSÃO DE
LEITURA DE PROBLEMAS
ARITMÉTICOS- PCLPA-I**



TESTE DE COMPREENSÃO DE LEITURA DE PROBLEMAS
ARITMÉTICOS

(PCLPA OU PROCOLEPA) (BRITO, 2011)

Nome: _____

Série: _____

Idade: _____ anos Sexo: () Masculino () Feminino

INSTRUÇÕES: A seguir você encontrará uma série de problemas com uma história. Essa atividade não é para nota. É para ver se você entende as histórias dos probleminhas. Você deve ler a história e depois procurar qual resposta combinará melhor com o que está pedido no problema. Leia cada problema e as alternativas com muita atenção e pense bem antes de marcar a letrinha que você escolher. Obrigada por nos ajudar a entender melhor como os alunos resolvem essas tarefas de Matemática.

1. Luana guardou R\$ 100,00 por mês durante um ano. Ela ainda precisa de R\$200,00 para chegar a R\$ 1.400,00. Guardando por mês a mesma quantia que guardava antes, a Luana vai:
 - (a) completar a quantia de R\$ 1.400,00 em apenas um mês.
 - (b) demorar mais de um ano para completar a quantia de R\$ 1.400,0.
 - (c) completar a quantia de R\$ 1.400,00 em dois meses.

2. Duda tem uma caixa de lápis de cor com 24 lápis. A Daiane, irmã dela, tem uma caixa com 12 lápis de cor. No natal, Daiane ganhou uma caixa de lápis igualzinha a que Duda tem e Duda ganhou uma caixa igualzinha a de Daiane. Agora, a quantidade de lápis de cor que a Duda tem é:
 - (a) maior que a quantidade de Daiane.
 - (b) igual a quantidade de Daiane.
 - (c) menor que a quantidade de Daiane.

3. Na beirada de um rio tinha algumas árvores plantadas. A prefeitura resolveu plantar mais 18 árvores e agora tem 32 árvores. Quantas árvores já estavam na beirada do rio antes da prefeitura plantar as novas árvores?
 - (a) 40
 - (b) 14
 - (c) 20

4. Wellington tem uma quantia para comprar uma camisa do time para o qual ele torce. Em um sorteio, ele ganhou um vale-brinde do mesmo valor da camisa. Essa história mostra que Wellington:
 - (a) agora já tem a quantia porque ganhou o vale-brinde.
 - (b) não precisava do vale brinde para comprar a camisa do time.
 - (c) ainda não tem a quantia suficiente para comprar a camisa do time.

5. No salão de festas de uma escola cabem 132 cadeiras. Na reunião de professores com as famílias estavam ocupadas 99 cadeiras, mostrando que:
 - (a) tinha mais cadeiras que pessoas.
 - (b) tinha menos cadeiras que pessoas
 - (c) tinha o mesmo número de cadeiras e pessoas.

6. Um carro azul vai indo em uma estrada a 100 km/h, que é o limite máximo de velocidade. De repente, ele é ultrapassado por um carro prata que logo some de vista. Isso significa que:
 - (a) os dois carros estão com a mesma velocidade.
 - (b) o carro azul está com menos velocidade que o prata.
 - (c) o carro azul está com mais velocidade que o prata.

7. Quando são seis horas da tarde:
 - (a) ainda não passou metade do dia.
 - (b) já passou a maior parte do dia.
 - (c) o dia já acabou.

8. No sábado, Mirela e Luis foram à padaria e compraram a mesma quantidade de pães. Mirela comprou também 100 g de mortadela e 2 litros de leite. Os dois tinham a mesma quantidade de dinheiro. Pela quantidade de coisas que cada um comprou podemos dizer que:
 - (a) os dois gastaram a mesma quantia de dinheiro.
 - (b) Mirela gastou mais que Luis.
 - (c) Luis gastou mais que Mirela.

9. Um estacionamento tem 60 vagas no total e 23 delas já estão ocupadas. Isso significa que no estacionamento,
 - (a) menos da metade das vagas estão ocupadas.
 - (b) todas as vagas estão ocupadas.
 - (c) mais da metade das vagas estão ocupadas.

10. Paula tem duas bermudas e três camisetas. Ela pode sair com seis combinações diferentes de roupa, porque ela combina:
 - (a) duas camisetas com uma bermuda.
 - (b) duas bermudas com uma camiseta.
 - (c) duas bermudas e três camisetas.

11. Lia ganhou de presente de aniversário uma caixa com vinte bombons. Ela repartiu os bombons com quatro amigas. Depois disso:
 - (a) cada amiga ficou com cinco bombons.
 - (b) cada amiga ficou com seis bombons.
 - (c) cada uma delas ficou com 4 bombons

12. Uma sala de aula tem 30 carteiras e chegaram 45 alunos para assistir aula naquela sala. Essa sala tem carteiras:
- (d) para todos os 45 alunos.
 - (e) para menos da metade dos 45 alunos.
 - (f) para mais da metade dos 45 alunos.
13. Quando Catarina nasceu o pai dela tinha 29 anos. Quando Catarina tiver 29 anos, o pai dela terá:
- (a) mais de sessenta anos.
 - (b) menos de quarenta anos.
 - (c) mais de cinquenta anos.
14. Um grupo de dez crianças ganhou vinte sorvetes de limão e dez sorvetes de abacaxi. Os sorvetes foram distribuídos igualmente entre elas. Isso quer dizer que:
- (a) as crianças ganharam a mesma quantidade de sorvete.
 - (b) algumas crianças ganharam mais sorvete que outras.
 - (c) algumas crianças não ganharam sorvete.
15. Rodrigo, Daniel e Luis têm juntos cinco jogos de videogame. Daniel tem mais jogos que Rodrigo e menos jogos que Luis. Se fôssemos fazer uma fila começando daquele que tem menos jogos para aquele que tem mais jogos, a ordem seria:
- (g) Daniel, Luis e Rodrigo.
 - (h) Rodrigo, Daniel e Luis.
 - (i) Luis, Daniel e Rodrigo.
16. Quem tem 18 pares de meias e usa um por dia terá meias para usar:
- (d) uma semana e meia.
 - (e) duas semanas e meia.
 - (f) três semanas e meia.
17. Mário tem sete cachorros, quatro gatos e oito galinhas. Mário tem:
- (a) mais cachorros que animais.
 - (b) mais que quinze animais.
 - (c) mais gatos que galinhas.
18. Juntas, Tatiana e Milena compraram oito vestidos e dividiram igualmente entre si. Dessa forma:
- (a) Tatiana ficou com mais vestidos que Milena.
 - (b) Milena ficou com mais vestidos que Tatiana.
 - (c) Tatiana e Milena ficaram com a mesma quantidade de vestidos.

19. No jardim público de uma cidade foi plantada uma centena de árvores. Uma noite, mais da metade delas foram derrubadas. O jardim ficou com:
- (a) mais de setenta árvores.
 - (b) menos de cinquenta árvores.
 - (c) o mesmo número de árvores.
20. Em uma caixa tem 3 dúzias de bananas, 6 laranjas e 12 melancias. Na caixa tem:
- (a) mais frutas que laranjas.
 - (b) mais melancias que bananas.
 - (c) menos bananas que laranjas.

ANEXO VI

**Teste de Compreensão de Leitura de
Problemas Aritméticos- PCLPA-(SN)**



TESTE DE COMPREENSÃO DE LEITURA DE PROBLEMAS
ARITMÉTICOS

(PCLPA OU PROCOLEPA) (BRITO, 2011)

Nome: _____

Série: _____

Idade: _____ anos

Sexo: () Masculino () Feminino

INSTRUÇÕES: A seguir você encontrará uma série de problemas com uma história. Essa atividade não é para nota. É para ver se você entende as histórias dos probleminhas. Você deve ler a história e depois procurar qual resposta combinará melhor com o que está pedido no problema. Leia cada problema e as alternativas com muita atenção e pense bem antes de marcar a letrinha que você escolher. Obrigada por nos ajudar a entender melhor como os alunos resolvem essas tarefas de Matemática.

1. Luana guardou cem reais por mês durante um ano. Ela ainda precisa de duzentos reais para chegar a mil e quatrocentos reais. Guardando por mês a mesma quantia que guardava antes, a Luana vai:
 - (d) completar a quantia de mil e quatrocentos reais em apenas um mês.
 - (e) demorar mais de um ano para completar a quantia de mil e quatrocentos reais.
 - (f) completar a quantia de mil e quatrocentos reais em dois meses.
2. Duda tem uma caixa de lápis de cor com vinte e quatro lápis. A Daiane, irmã dela, tem uma caixa com doze lápis de cor. No natal, Daiane ganhou uma caixa de lápis igualzinha a que Duda tem e Duda ganhou uma caixa igualzinha a de Daiane. Agora, a quantidade de lápis de cor que a Duda tem é:
 - (d) maior que a quantidade de Daiane.
 - (e) igual a quantidade de Daiane.
 - (f) menor que a quantidade de Daiane.
3. Na beirada de um rio tinha algumas árvores plantadas. A prefeitura resolveu plantar mais dezoito árvores e agora tem trinta e duas árvores. Quantas árvores já estavam na beirada do rio antes da prefeitura plantar as novas árvores?
 - (d) 40
 - (e) 14
 - (f) 20
4. Wellington tem uma quantia para comprar uma camisa do time para o qual ele torce. Em um sorteio, ele ganhou um vale-brinde do mesmo valor da camisa. Essa história mostra que Wellington:
 - (d) agora já tem a quantia porque ganhou o vale-brinde.
 - (e) não precisava do vale brinde para comprar a camisa do time.
 - (f) ainda não tem a quantia suficiente para comprar a camisa do time.

5. No salão de festas de uma escola cabem cento e trinta e duas cadeiras. Na reunião de professores com as famílias, estavam ocupadas noventa e nove cadeiras, mostrando que:
- (d) tinha mais cadeiras que pessoas.
 - (e) tinha menos cadeiras que pessoas
 - (f) tinha o mesmo número de cadeiras e pessoas.
6. Um carro azul vai indo em uma estrada a cem quilômetros por hora, que é o limite máximo de velocidade. De repente, ele é ultrapassado por um carro prata que logo some de vista. Isso significa que:
- (d) os dois carros estão com a mesma velocidade.
 - (e) o carro azul está com menos velocidade que o prata.
 - (f) o carro azul está com mais velocidade que o prata.
7. Quando são seis horas da tarde:
- (d) ainda não passou metade do dia.
 - (e) já passou a maior parte do dia.
 - (f) o dia já acabou.
8. No sábado, Mirela e Luis foram à padaria e compraram a mesma quantidade de pães. Mirela comprou também cem gramas de mortadela e dois litros de leite. Os dois tinham a mesma quantidade de dinheiro. Pela quantidade de coisas que cada um comprou podemos dizer que:
- (d) os dois gastaram a mesma quantia de dinheiro.
 - (e) Mirela gastou mais que Luis.
 - (f) Luis gastou mais que Mirela.
9. Um estacionamento tem sessenta vagas no total e vinte e três delas já estão ocupadas. Isso significa que no estacionamento,
- (d) menos da metade das vagas estão ocupadas.
 - (e) todas as vagas estão ocupadas.
 - (f) mais da metade das vagas estão ocupadas.
10. Paula tem duas bermudas e três camisetas. Ela pode sair com seis combinações diferentes de roupa, porque ela combina:
- (d) duas camisetas com uma bermuda.
 - (e) duas bermudas com uma camiseta.
 - (f) duas bermudas e três camisetas.
11. Lia ganhou de presente de aniversário uma caixa com vinte bombons. Ela repartiu os bombons com quatro amigas. Depois disso:
- (d) cada amiga ficou com cinco bombons.
 - (e) cada amiga ficou com seis bombons.
 - (f) cada uma delas ficou com quatro bombons.

12. Uma sala de aula tem trinta carteiras e chegaram quarenta e cinco alunos para assistir aula naquela sala. Essa sala tem carteiras:
- (g) para todos os quarenta e cinco alunos.
 - (h) para menos da metade dos quarenta e cinco alunos.
 - (i) para mais da metade dos quarenta e cinco alunos.
13. Quando Catarina nasceu o pai dela tinha vinte e nove anos. Quando Catarina tiver vinte e nove anos, o pai dela terá:
- (d) mais de sessenta anos.
 - (e) menos de quarenta anos.
 - (f) mais de cinquenta anos.
14. Um grupo de dez crianças ganhou vinte sorvetes de limão e dez sorvetes de abacaxi. Os sorvetes foram distribuídos igualmente entre elas. Isso quer dizer que:
- (d) as crianças ganharam a mesma quantidade de sorvete.
 - (e) algumas crianças ganharam mais sorvete que outras.
 - (f) algumas crianças não ganharam sorvete.
15. Rodrigo, Daniel e Luis têm juntos cinco jogos de videogame. Daniel tem mais jogos que Rodrigo e menos jogos que Luis. Se fôssemos fazer uma fila começando daquele que tem menos jogos para aquele que tem mais jogos, a ordem seria:
- (j) Daniel, Luis e Rodrigo.
 - (k) Rodrigo, Daniel e Luis.
 - (l) Luis, Daniel e Rodrigo.
16. Quem tem dezoito pares de meias e usa um por dia terá meias para usar:
- (g) uma semana e meia.
 - (h) duas semanas e meia.
 - (i) três semanas e meia.
17. Mário tem sete cachorros, quatro gatos e oito galinhas. Mário tem:
- (d) mais cachorros que animais.
 - (e) mais que quinze animais.
 - (f) mais gatos que galinhas.
18. Juntas, Tatiana e Milena compraram oito vestidos e dividiram igualmente entre si. Dessa forma:
- (d) Tatiana ficou com mais vestidos que Milena.
 - (e) Milena ficou com mais vestidos que Tatiana.
 - (f) Tatiana e Milena ficaram com a mesma quantidade de vestidos.

19. No jardim público de uma cidade foi plantada uma centena de árvores. Uma noite, mais da metade delas foram derrubadas. O jardim ficou com:
- (d) mais de setenta árvores.
 - (e) menos de cinquenta árvores.
 - (f) o mesmo número de árvores.
20. Em uma caixa tem três dúzias de bananas, seis laranjas e doze melancias. Na caixa tem:
- (d) mais frutas que laranjas.
 - (e) mais melancias que bananas.
 - (f) menos bananas que laranjas.

ANEXO VII

Prova Brasil Múltipla Escolha

MATEMÁTICA

NOME: _____ DATA: ___/___/___

Querido aluno (a), leia as questões, solucione-as e indique como você pensou para resolver cada problema.

1) O litoral brasileiro tem cerca de 7.500 quilômetros de extensão. Este número possui quantas centenas?

- (A) 5
- (B) 75
- (C) 500
- (D) 7.500

Como pensei:

2) Um garoto completou 1.960 bolinhas de gude em sua coleção. Esse número é composto de:

- (A) 1 unidade de milhar, 9 dezenas e 6 unidades.
- (B) 1 unidade de milhar, 9 centenas e 6 dezenas.**
- (C) 1 unidade de milhar, 60 unidades.
- (D) 1 unidade de milhar, 90 unidades

Como pensei:

3) Adriana vai fazer esta subtração: $675 - 98$. O resultado dessa operação será :

- (A) 687
- (B) 587
- (C) 677
- (D) 577

Como pensei:

4) O número natural que é obtido quando é feita a adição de 3.415 e 295 é:

- (A) 6.365
- (B) 3.710**
- (C) 3.610
- (D) 3.600

Como pensei:

5) Numa fazenda, havia 524 bois. Na feira de gado, o fazendeiro vendeu 183 de seus bois e comprou mais 266 bois. Quantos bois há agora na fazenda?

- (A) 507
- (B) 607
- (C) 707
- (D) 727

Como pensei:

6) Na escola de Ana há 3 879 alunos. Na escola de Paulo há 2 416 alunos. Então, a diferença entre elas é de 1 463 alunos.

Se, no próximo ano, 210 alunos se matricularem em cada escola, qual será a diferença entre elas?

- (A) 2 416 alunos.
- (B) 1 673 alunos.
- (C) 1 883 alunos.
- (D) 1 463 alunos.

Como pensei:

7) Numa gincana, as equipes deveriam recolher latinhas de alumínio para reciclagem. Uma equipe recolheu 5 sacos de 100 latinhas e outra equipe recolheu 3 sacos de 50 latinhas. Quantas latinhas foram recolhidas ao todo?

- (A) 100
- (B) 150
- (C) 500
- (D) 650

Como pensei:

8) Um caderno tem 64 folhas e desejo dividi-lo, igualmente, em 4 partes. Quantas folhas terá cada parte?

- (A) 14
- (B) 16
- (C) 21
- (D) 32

Como pensei:

9) Carlos fez a multiplicação abaixo, mas apagou o resultado.

$$\begin{array}{r} 425 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Faça você também a conta. Qual é o resultado?

- (A) 1 265
- (B) 1 275
- (C) 1 295
- (D) 1 375

Como pensei:

10) Anderson vai fazer esta divisão:

$$2568 \overline{) 8}$$

O resultado será:

- (A) 321
- (B) 331
- (C) 421
- (D) 432

Como pensei:

11) Uma merendeira preparou 558 pães que foram distribuídos igualmente em 18 cestas. Quantos pães foram colocados em cada cesta?

- (A) 31
- (B) 310
- (C) 554
- (D) 783

Como pensei:

12) Fernando tem, no seu cofrinho, cinco moedas de R\$ 0,05, oito moedas de R\$ 0,10 e três moedas de R\$ 0,25. Que quantia Fernando tem no cofrinho?

- (A) R\$ 1,55
- (B) R\$ 1,80
- (C) R\$ 2,05
- (D) R\$ 4,05

Como pensei:

13) Em Belo Horizonte, ontem, a temperatura máxima foi de 28,3 graus e, hoje, é de 26,7 graus. De quantos graus é a diferença entre as duas temperaturas?

- (A) 1,4 grau
- (B) 1,6 grau
- (C) 2,4 graus
- (D) 2,6 graus

Como pensei:

14) Uma professora ganhou ingressos para levar 50% de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

- (A) 9
- (B) 18
- (C) 24
- (D) 36

Como pensei:

ANEXO VIII

Prova Brasil Dissertativa

NOME: _____ DATA: ___/___/___

A escola onde Leticia e Daniel estudam promoverá, no mês de novembro, as Olimpíadas da Matemática. Estes dois alunos e os demais colegas, que também estudam no quinto ano, deverão solucionar 14 problemas aritméticos. Junte-se a eles e resolva você também os seguintes problemas:

REGRA GERAL PARA PONTUAÇÃO: Os alunos deverão efetuar o cálculo e registrar a forma como pensaram para obterem cada resposta. PORTANTO, não vale colocar somente a resposta.

1) Na aula de Geografia, Giovana aprendeu que a distância entre Belém e Porto Alegre é de 3854 Km. Quantas centenas este número possui?

2) Carlos gosta de colecionar cards. Ele iniciou sua coleção há bastante tempo. Este mês, fazendo a contagem, constatou que possui 2890 cards. Faça a decomposição deste numeral em suas ordens.

3) A escola de Juliano fará uma linda exposição na qual 695 trabalhos escolares, produzidos pelos alunos do Ensino Fundamental serão expostos. Destes trabalhos, 96 foram elaborados pelos alunos do 1º ano. Quantos serão os trabalhos expostos pelos demais anos do Ensino Fundamental?

4) No mês de outubro, uma distribuidora de doces vendeu 2865 pacotes do chocolate Quero Mais e 625 pacotes da bala Ki- Doçura. Calcule o total de pacotes vendidos neste período.

5) Um trem transportava 287 passageiros. Na primeira estação desceram 98 passageiros; na segunda estação subiram 86 passageiros. Com quantos passageiros o trem seguiu viagem?

6) Até a metade de novembro, a fábrica A produziu 3498 brinquedos e a fábrica B produziu 2385 brinquedos. Calculando-se, a diferença entre elas é de 1113 brinquedos. Se até o final do mês, cada fábrica produzir mais 340 brinquedos, qual será a diferença entre elas?

7) Numa gincana, as equipes deveriam recolher garrafas de plástico para reciclagem. Uma equipe recolheu 4 sacos de 80 garrafas e outra equipe recolheu 6 sacos de 100 garrafas. Quantas garrafas foram recolhidas ao todo?

8) Um padeiro dividiu, igualmente, 96 pães em 8 formas. Quantas pães foram colocados em cada forma?

9) Na prateleira de biscoitos do Supermercado Compre Fácil cabem 365 pacotes de biscoitos. Quantos biscoitos caberiam em três prateleiras iguais a essa?

10) Aristides vai dividir, igualmente, 3690 reais entre seus 6 sobrinhos. Quantos reais receberá cada um?

11) Joana tem 648 adesivos. Ela quer distribuir estes adesivos nas 12 páginas do seu álbum, de maneira que em cada página seja colocado o mesmo número de adesivos. Quantos adesivos deverão ser colocados em cada página?

12) Pedro tem cinco moedas de R\$ 0,50, nove moedas de R\$ 0,25 e três moedas de R\$ 0,10. Qual a quantia que Pedro possui?

13) Em uma rua da cidade Monte Feliz existem dois prédios. O primeiro prédio mede 29,8 metros e o segundo prédio mede 27,9 metros. De quantos metros é a diferença entre os dois prédios?

14) Um estacionamento tem capacidade para 220 veículos. No momento, 50% das vagas estão ocupadas. Qual é o número de vagas ocupadas?